



**HAL**  
open science

# Prise en compte des incertitudes de prédiction dans la gestion des flux d'énergie dans l'habitat

Minh Hoang Le

► **To cite this version:**

Minh Hoang Le. Prise en compte des incertitudes de prédiction dans la gestion des flux d'énergie dans l'habitat. Automatique / Robotique. Université de Grenoble, 2011. Français. NNT : 2011GRENT067 . tel-00747459

**HAL Id: tel-00747459**

**<https://theses.hal.science/tel-00747459>**

Submitted on 31 Oct 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Automatique-Productique**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

**Minh Hoang LE**

Thèse dirigée par **Pr. Mireille JACOMINO** et  
co-dirigée par **Pr. Stéphane PLOIX**

préparée au sein du **Laboratoire G-SCOP**  
dans l'**École Doctorale Electronique, Electrotechnique,**  
**Automatique et Traitement du Signal**

# Prise en compte des incertitudes de prédiction dans la gestion des flux d'énergie dans l'habitat

Thèse soutenue publiquement le **6 Octobre 2011**,  
devant le jury composé de :

**Monsieur Alexandre DOLGUI**

Professeur à l'École de Mines de Saint-Étienne, Président

**Monsieur Bernard GRABOT**

Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes, Rapporteur

**Monsieur Stéphane DAUZÈRE-PÉRÈS**

Professeur à l'École de Mines de Saint-Étienne, Rapporteur

**Monsieur Duy Long HA**

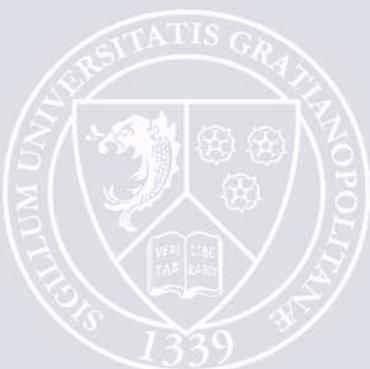
Chercheur, Chef de projet au CEA-INES, Examineur

**Madame Mireille JACOMINO**

Professeur à Grenoble-INP, Directrice de thèse

**Monsieur Stéphane PLOIX**

Professeur à Grenoble-INP, Co-directeur de thèse





# Avant-Propos

**2008-2011** : c'est la période pendant laquelle j'ai préparé le travail présenté dans ce mémoire. Trois années de doutes, de petites joies et de grands bonheurs, de plaisir d'apprendre et d'enseigner. Je veux bien tenter de transcrire ma gratitude envers tous ces gens qui ont rendu ces trois années merveilleuses, qui ont fait de moi un privilégié de la vie. Je sais déjà que les quelques mots qui vont suivre ne suffiront pas à tout dire.

Je voudrais tout d'abord exprimer mes remerciements les meilleurs à ma directrice de thèse, Mireille Jacomino, qui m'a donné l'opportunité d'effectuer cette thèse au sein du laboratoire Laboratoire des Sciences pour la Conception, l'Optimisation et la Production de Grenoble (G-SCOP). Tout au long ces trois années de thèse, elle a été à mes côtés d'un soutien indéfectible. Elle a bien su m'encourager ainsi que me mettre la pression de temps en temps . . . J'ai apprécié chacune des minutes passées dans son bureau à discuter de mes travaux et d'autres choses. Ses compétences scientifiques, notamment dans le domaine de l'Optimisation des systèmes de production, associées à des méthodes de travail rigoureuses, ont été très précieuses pour l'avancement de mes travaux de recherche. Plus encore, ses qualités littéraires m'ont été d'un secours indispensable pour la diffusion de mes travaux en anglais ou pour la rédaction de ma thèse en français.

Je suis très reconnaissant envers Stéphane Ploix, mon co-directeur de thèse. Je le remercie tout d'abord de m'avoir accepté en stage M2R et puis de m'avoir offert ce sujet de thèse à la fois très intéressant et ambitieux. J'apprécie énormément ses qualités scientifiques et en particulier ses immenses ressources d'idées et de solutions dans le domaine de gestion d'énergie dans l'habitat. J'admire également ses qualités humaines : sa franchise, son honnêteté . . . et surtout l'énergie et la passion qu'il consacre tout le temps à ses travaux. J'espère sincèrement que notre collaboration n'en restera pas là.

Un merci tout particulier à Eric Castelli, le vice-directeur de l'Institut de recherche international MICA. En effet, c'est grâce à ses aides chaleureuses pour la préparation des dossiers de candidature que j'ai pu obtenir une bourse du gouvernement français pour le Master et puis la bourse BDI de CNRS pour la thèse. Je le remercie également pour ses conseils et ses encouragements dès mon premier jour en France.

Je souhaite exprimer également ma reconnaissance à M. Alexandre Dolgui, qui a fait l'effort d'apprécier d'un œil critique mon travail de recherche et qui m'a fait l'honneur d'avoir accepté d'être président du jury de ma soutenance de thèse.

Je voudrais exprimer ma gratitude la plus sincère à mes deux rapporteurs de thèse, M. Bernard Grabot et M. Stéphane Dauzère-Pérès, qui ont passé beaucoup de temps à lire et à décortiquer ce mémoire de thèse afin de l'améliorer au mieux, en apportant un regard objectif sur les travaux de recherche présentés.

Je suis très sensible à la présence dans ce jury de M. Ha Duy Long. Sa gentillesse et son amitié pendant mon stage de M2R ainsi que ses conseils techniques et ses aides chaleureuses durant ces trois années méritent un remerciement spécial.

Ces travaux de thèse ont été réalisés au G-SCOP dirigé par M. Yannick Frein, qui m'a fait l'honneur de m'avoir accepté dans ce laboratoire. Je l'en remercie sincèrement. Je n'oublierai pas non plus les aides permanentes reçues du personnel administratif de laboratoire G-SCOP : Myriam Oliva, Chantal Peuch, Fadila Messaoud, Roxane Sanfilippo, Jean-Yves Allard, Cedric Eyraud, Christine Maida et Souad Boudjit.

J'ai ensuite une pensée particulière pour les personnes de l'équipe "énergie dans le bâtiment" qui m'ont écouté au détour d'un séminaire ou d'une réunion et qui ont pris la peine de rentrer dans mes travaux pour proposer des pistes, émettre des critiques ou débogger les programmations. Je pense notamment à Ha Duy Long, Shadi Abras, Lamis Hawarah, Grégory de Oliveira, Hussein Joumaa, Le Xuan Hoa Binh, Rim Misaoui, Ghaith Warkozek, Stéphane Bergeon, Xavier Brunotte.

Je remercie en vrac les membres de l'équipe GSCP de G-SCOP, dirigée par Mme. Maria Di Mascolo. Ils m'ont aidé à supporter cette thèse par leurs discussions et leurs bonnes humeurs. Un grand merci notamment à Eric Zamaï, un ami fidèle du Vietnam. Je me rappellerai toujours les discussions sincères que nous avons eues et ses précieux conseils.

Le travail d'un thésard est fait de longues journées de travail mais aussi de moments de détente, propices à éclaircir les idées. C'est pourquoi une pensée émue pour la communauté vietnamienne au G-SCOP, avec qui j'ai passé des pauses de café pendant ces trois années : anh Binh, anh Huy, anh Dung, Hoang 87, chi Chau, anh Bao et chi Hanh.

Toute mon amitié à mes collègues avec qui j'ai partagé le bureau pendant ces années : Abed Albrahim Yassine et Lamis Hawarah. Abed m'a apporté une progression importante dans la langue française par ses histoires drôles chaque jour.

Parallèlement à cette thèse, j'ai eu l'immense privilège de pouvoir effectuer un poste de moniteur au sein de l'ENSE3, Grenoble INP. Dans le cadre de ce monitorat, j'ai eu le plaisir de travailler avec des professeurs agrégés, des maîtres de conférences, et des professeurs des universités qui m'ont accordé le privilège et la confiance de me considérer comme un de leurs collègues. Je remercie donc Marie-Laure Espinouse, Hayate Khenouf, Gildas Besançon, John-Jairo Martinez-Molina, Olivier Androt et Shadi Abras avec qui travailler a été une réelle source de plaisir et d'enrichissement.

Que mes amis vietnamiens qui ont nourri ma vie personnelle à Grenoble de moments inoubliables tout au long de cette thèse, découvrent ici tous les remerciements que je ne leur ai jamais formulés. J'adresse donc un clin d'œil à mes précieux amis : anh Tan Phu, anh Bac, anh Nam Rip, anh Hieu beo, anh Viet Anh, anh Thanh Hung, Ku et Cun, Quang et Thao, Quang sao, em Hung to. . . Je n'oublie pas non plus les amis que j'ai pu fréquenter aux tournois de football NNB avec l'équipe de l'AEVG, aux séances de tennis, aux soirées de karaoké et jeux vidéo. . .

La distance avec ma famille a toujours été une des difficultés que j'ai eu à surmonter durant mon séjour en France. Je tiens à exprimer tous mes remerciements envers mes grands-parents, ba Phong, me Yen qui m'ont toujours soutenu tout au long de mon parcours depuis le premier jour. Un grand merci est adressé à mon amie Thanh dont le soutien permanent et le sourire me donne toutes les forces du monde, en particulier pendant la période la plus difficile de la rédaction. Je n'oublie pas la famille de mon frère : Hai, Huong et mon petit Gau coi qui m'ont toujours soutenu tout au long de ce chemin difficile.

Il y a forcément beaucoup de personnes que je n'ai pas pu mentionner ici car la liste serait très longue, mais sans qui je ne serais pas celui que je suis aujourd'hui. À tous je vous dis un grand merci!!!



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>13</b>
<b>Partie I Problématique</b>	<b>15</b>
<b>Chapitre 1 Contexte et problématique générale</b>	<b>17</b>
1 Contexte énergétique . . . . .	17
1.1 Impact climatique . . . . .	17
1.1.1 L'effet de serre : un effet naturel nécessaire . . . . .	17
1.1.2 L'effet de serre : un équilibre fragile . . . . .	18
1.1.3 Émissions de $CO_2$ dues à la production d'énergie par combustion dans le monde . . . . .	19
1.2 Énergies fossiles : des ressources limitées . . . . .	22
1.3 Conclusion sur le contexte . . . . .	23
2 Contexte réglementaire . . . . .	24
2.1 Protocole de Kyoto . . . . .	24
2.2 Suite du protocole de Kyoto dans l'Union Européenne . . . . .	24
2.3 Énergies renouvelables . . . . .	25
3 Maîtrise de l'énergie électrique dans les bâtiments . . . . .	27
3.1 Importance du secteur du bâtiment dans la consommation énergétique française . . . . .	27
3.2 La gestion énergétique dans l'habitat dans la littérature . . . . .	29
3.3 Du smart-grid à l'énergie smart-home . . . . .	29
<b>Chapitre 2 Modélisation du problème de gestion de l'énergie dans les bâtiments</b>	<b>33</b>
1 Problématique traitée dans la thèse . . . . .	33
2 Structuration du système de gestion d'énergie . . . . .	34
2.1 Description des activités énergétiques gérées . . . . .	34
2.2 Modélisation des services . . . . .	35
2.2.1 Caractérisation des services fournisseurs . . . . .	35
2.2.2 Caractérisation des services à l'habitant . . . . .	35
2.3 Mécanisme de pilotage multi-couche . . . . .	37
2.3.1 La couche anticipative . . . . .	37
2.3.2 La couche réactive . . . . .	37

2.3.3	La couche locale . . . . .	38
3	Formulation du problème d'optimisation : The Home Energy Scheduling Problem (HESP) . . . . .	38
3.1	Service fournisseur . . . . .	40
3.2	Service permanent . . . . .	40
3.3	Service temporaire . . . . .	41
3.4	Service non-supervisé . . . . .	42
3.5	Équilibre énergétique . . . . .	42
3.6	La fonction objectif . . . . .	42
3.6.1	Critère économique et écologique . . . . .	42
3.6.2	Critère de confort . . . . .	43
3.6.3	Fonction objectif . . . . .	45
4	La plate-forme de développement G-homeTech . . . . .	45
4.1	Architecture générale . . . . .	46
4.2	Les contrôleurs . . . . .	46
4.3	Le prédicteur . . . . .	47
4.4	Le superviseur . . . . .	47
4.5	Le solveur anticipatif . . . . .	48
4.6	L'interface homme machine (GUI) . . . . .	48
<b>Chapitre 3 Contributions aux fonctionnalités de base de la plate-forme G-homeTech</b>		<b>51</b>
1	Dimensionnement du problème . . . . .	51
1.1	Dimensionnement du problème HESP en termes de contraintes et de variables . . . . .	51
1.2	Analyse du temps de calcul du problème HESP . . . . .	52
1.3	Analyse du nombre de services dans la maison . . . . .	54
2	Introduction d'une nouvelle tarification . . . . .	56
2.1	Introduction . . . . .	56
2.2	Modélisation de l'option 2 . . . . .	57
2.3	Exemple d'application . . . . .	59
2.3.1	Scénario avec l'option 1 . . . . .	60
2.3.2	Scénario avec l'option 2 . . . . .	62
2.4	Conclusion . . . . .	65
3	Valorisation locale de la production photovoltaïque . . . . .	66
3.1	Reformulation du critère économique . . . . .	67
3.2	Exemple d'application . . . . .	69
<b>Chapitre 4 Analyse des incertitudes dans la gestion des flux énergétiques dans l'habitat</b>		<b>73</b>
1	Impact des incertitudes dans la structure multi-couches de G-homeTech . . . . .	73
1.1	Exemple 1 : Impact des incertitudes météorologiques . . . . .	74
1.2	Exemple 2 : Impact de l'exécution imprévue d'un service . . . . .	75
1.3	Conclusion . . . . .	77
2	Incertitudes dans la gestion de l'énergie dans l'habitat . . . . .	78
2.1	Analyse des incertitudes dans la gestion de l'énergie dans l'habitat . . . . .	79

2.1.1	Caractère imprécis des données liées à l'environnement . . .	79
2.1.2	Condition de mise en exécution par l'utilisateur . . . . .	80
2.2	Intégration des incertitudes dans le problème HESP . . . . .	80
2.2.1	Services fournisseur . . . . .	80
2.2.2	Services à l'habitant . . . . .	81
3	Modélisation des incertitudes . . . . .	82
3.1	Modélisation des incertitudes dans la littérature . . . . .	82
3.1.1	Modélisation ensembliste . . . . .	82
3.1.2	Modélisation par la logique floue . . . . .	82
3.1.3	Modélisation sans aucune information . . . . .	82
3.1.4	Modélisation stochastique . . . . .	83
3.2	La segmentation des incertitudes retenues . . . . .	83
3.3	Modélisation des incertitudes dans HESP . . . . .	83
3.3.1	Modélisation par intervalle des incertitudes paramétriques .	83
3.3.2	Modélisation par scénario des incertitudes d'occurrence . . .	84
3.4	Conclusion . . . . .	84
4	Optimisation en contexte incertain : approches de résolution . . . . .	85
4.1	Programmation stochastique . . . . .	85
4.2	Optimisation robuste . . . . .	86

## Partie II Approches de résolution 89

### Chapitre 5 Prise en compte des incertitudes paramétriques 91

1	Introduction . . . . .	91
2	Programmation multiparamétrique pour la prise en compte des incertitudes paramétriques . . . . .	91
2.1	Modèles de programmation multiparamétrique . . . . .	92
2.2	La programmation multiparamétrique dans la littérature . . . . .	92
2.3	Solution de la programmation multiparamétrique linéaire mixte . . .	93
2.4	Application au problème HESP . . . . .	94
3	Optimisation linéaire robuste . . . . .	96
3.1	Modèle d'incertitude . . . . .	96
3.2	Formulations de programmation linéaire robuste dans la littérature .	96
3.3	La formulation robuste de Bertsimas et Sim . . . . .	97
4	Application de la programmation linéaire robuste au HESP . . . . .	101
4.1	Services permanents . . . . .	101
4.1.1	Services temporaires . . . . .	104
4.1.2	Service non-supervisé . . . . .	104
5	La relation entre la formulation de Bertsimas et Sim et la programmation multiparamétrique . . . . .	105
5.1	Illustration sur un exemple d'application . . . . .	105
5.2	Avantages de la formulation robuste de Bertsimas et Sim par rapport à la programmation multiparamétrique . . . . .	107
6	Exemple d'application . . . . .	107

<b>Chapitre 6</b>	<b>Prise en compte de l'incertitude de prévision du service non-supervisé</b>	<b>113</b>
1	Introduction . . . . .	113
2	Incertain de prévision . . . . .	114
3	Modélisation de l'incertitude de prévision . . . . .	115
3.1	Modèle absolu . . . . .	115
3.2	Modèle relatif . . . . .	115
3.3	Modèle mixte . . . . .	115
4	Détermination de la distribution de probabilité de l'incertitude de prévision . . . . .	115
4.1	Approche à base d'historique . . . . .	116
4.2	Approche à base de modèle . . . . .	116
5	Dimensionnement des matelas de sécurité . . . . .	117
5.1	Matelas de sécurité . . . . .	117
5.2	Taux de couverture de l'incertitude de prévision du service non-supervisé	117
5.3	Approches de détermination du matelas de sécurité . . . . .	119
5.3.1	Approche à base d'historique . . . . .	119
5.3.2	Approche à base de modèle . . . . .	119
6	Exemple d'application . . . . .	119
6.1	Dimensionnement du matelas avec l'approche à base d'historique . . . . .	120
6.2	Dimensionnement du matelas avec l'approche à base de modèle . . . . .	122
6.3	Comparaisons avec l'approche de programmation linéaire robuste . . . . .	123
<b>Chapitre 7</b>	<b>Prise en compte des incertitudes d'occurrence des services temporaires non-programmables</b>	<b>127</b>
1	Prévision du fonctionnement d'un équipement temporaire non-programmable . . . . .	127
1.1	Profil d'un équipement lié à un service temporaire non-programmable . . . . .	128
1.2	Affiner le profil avec la demande de l'utilisateur . . . . .	128
2	Modélisation du problème d'optimisation par scénarios . . . . .	129
2.1	Définition d'un service temporaire non-programmable . . . . .	129
2.2	Ensemble de scénarios associés à un ensemble de services temporaires non-programmables . . . . .	131
3	Optimisation robuste . . . . .	132
3.1	Prise en compte d'un taux de couverture d'incertitudes . . . . .	132
3.2	Exemple d'application . . . . .	133
4	Approche stochastique d'optimisation . . . . .	134
4.1	La programmation stochastique statique . . . . .	135
4.2	La programmation stochastique pour le HESP . . . . .	136
4.2.1	Modélisation . . . . .	136
4.2.2	Procédure de résolution . . . . .	137
4.3	Résultats numériques . . . . .	138
<b>Partie III</b>	<b>Application</b>	<b>145</b>
<b>Chapitre 8</b>	<b>Synthèse de la prise en compte des incertitudes dans la gestion d'énergie dans l'habitat</b>	<b>147</b>

---

1	Architecture de la prise en compte des incertitudes dans la gestion de l'énergie dans l'habitat . . . . .	147
1.1	Étape 1 : Prise en compte des incertitudes . . . . .	149
1.2	Étape 2 : Résolution . . . . .	149
2	Cas d'étude . . . . .	149
2.1	Services fournisseurs . . . . .	150
2.2	Services à l'habitant . . . . .	150
3	Génération de plans anticipatifs avec RHESP1 et RHESP2 . . . . .	153
3.1	Prise en compte des incertitudes . . . . .	153
3.2	Résolution . . . . .	153
4	Tests de l'anticipation robuste dans G-HomeTech . . . . .	154
4.1	Génération des journées tests . . . . .	154
4.2	Résultats de simulation pour les jours étudiés . . . . .	159
4.3	Scénario de l'option tarifaire 1 . . . . .	159
4.4	Scénario de l'option tarifaire 2 . . . . .	160
	<b>Conclusion générale</b>	<b>167</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>171</b>
	<b>Annexes</b>	<b>179</b>
	<b>Annexe A Formulation du problème d'optimisation</b>	<b>181</b>
1	Linéarisation de fonctions logiques . . . . .	181
1.1	Transformation d'une condition logique . . . . .	181
1.2	Linéarisation d'une multiplication d'une variable binaire et d'une variable continue . . . . .	182
2	Modélisation du service temporaire . . . . .	182
3	Modélisation les critères de confort . . . . .	184
3.1	L'insatisfaction thermique. . . . .	185
3.2	L'insatisfaction de l'exécution d'un service temporaire. . . . .	186
4	Modélisation de l'option tarifaire 2 . . . . .	187
5	Modélisation de la valorisation locale de la production photovoltaïque . . . . .	189
	<b>Table des figures</b>	<b>191</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>197</b>



# Introduction générale

*" Sans nourriture pas de vie, sans énergie pas d'activité" - Christian Ngô (Ngô, 2009)*

L'énergie est un domaine extrêmement vaste qui est omniprésent dans notre vie quotidienne. Il est traditionnellement un domaine de recherche en sciences de l'ingénieur et en physique. Dans chacune de ces disciplines, des innovations ont été faites pour augmenter la quantité d'énergie disponible (nucléaire, photovoltaïque, éolien, prospection pétrolière, ...) et sa disponibilité (raffinage, réseau électrique, ...). Depuis plusieurs décennies, on s'intéresse aussi à l'efficacité énergétique que l'on peut rapprocher de la notion de rendement. On cherche à fabriquer des équipements sobres. Avec la raréfaction des ressources énergétiques et l'impact environnemental de la consommation d'énergie on cherche aujourd'hui à maîtriser la croissance de la consommation énergétique. Au-delà des optimisations locales, équipement par équipement, la notion de système énergétique a émergé. On retrouve ici une histoire proche de l'évolution des systèmes de production avec le passage du taylorisme à la chaîne logistique dans une économie mondialisée. L'optimisation du système énergétique ne se fait plus uniquement au cœur des équipements et de leur technologie, elle se fait aussi au niveau du système et des flux énergétiques avec le besoin de compétences en recherche opérationnelle. C'est à cette échelle que se situent nos travaux de thèse. Le contexte énergétique et climatique mondial est présenté dans le premier chapitre de ce mémoire. Il apparaît que les deux secteurs énergétiques majeurs sont aujourd'hui le transport et les bâtiments. Dans notre travail de thèse, nous nous sommes intéressés à la gestion des flux énergétiques dans les bâtiments.

Ce mémoire est organisé en trois parties.

**Dans la première partie** nous présentons la problématique étudiée. Après avoir décrit la place des bâtiments dans le contexte énergétique et environnemental mondial dans le premier chapitre, nous présentons en détail, dans le deuxième chapitre, le problème d'optimisation des flux d'électricité dans une maison auquel cette thèse est consacrée. Nous décrivons la modélisation du problème de gestion des flux énergétiques que nous avons utilisée ainsi que la plate forme logicielle de développement dans laquelle nous avons implémenté nos travaux. Cette modélisation s'appuie sur la notion de service énergétique. On distingue les services fournisseurs d'énergie des services à l'habitant. Parmi ces derniers on trouve les services permanents de type chauffage et les services temporaires de type lavage. La multitude de consommations directement activées par l'utilisateur sont regroupées dans un service non-supervisé. Le problème d'optimisation proposé consiste à trouver le meilleur compromis entre le coût énergétique et le confort de l'utilisateur. Ce compromis est défini à partir de préférences exprimées par l'utilisateur. Dans le chapitre 3 nous décrivons les fonctionnalités générales que nous avons développées pour la plate forme logicielle afin de disposer

d'un outil efficace pour valider notre travail de recherche dédié à la prise en compte des incertitudes dans la gestion énergétique des bâtiments. Parmi ces fonctionnalités nous avons développé l'intégration de la production photovoltaïque. Nous avons également proposé un nouveau modèle de tarification de l'énergie. Les incertitudes auxquelles on s'intéresse sont présentées et modélisées dans le chapitre 4. Nous distinguons 2 types d'incertitudes : les incertitudes paramétriques qui concernent le caractère imprécis des coefficients du modèle et les incertitudes d'occurrence qui sont liées aux actions non contrôlables de l'utilisateur. Les approches de résolution existantes pour l'optimisation en contexte incertain sont également commentées. Nous définissons dans ce chapitre la mesure de robustesse que nous allons appliquer à l'ensemble des approches développées. Elle est définie comme un taux de couverture des incertitudes à partir de la notion classique de niveau de service.

**La deuxième partie** de ce mémoire est consacrée aux approches de résolution proposées. Dans le chapitre 5 nous développons une approche d'optimisation robuste pour prendre en compte les incertitudes paramétriques. L'approche retenue s'appuie sur une formulation présentée par Bertsimas et Sim pour la programmation linéaire robuste. Dans le chapitre 6 nous utilisons la notion de stock de sécurité pour dimensionner un matelas de sécurité pour le service non-supervisé. En effet, ce service est une demande prévisionnelle d'énergie qui est prédite. Le matelas est dimensionné pour amortir les erreurs de prédictions pour un taux de couverture donné. Les incertitudes d'occurrence sont traitées dans le chapitre 7. Elles concernent les services dont l'exécution dépend directement de l'utilisateur. Nous développons une approche robuste basée sur des scénarios. A partir de l'analyse de tous les scénarios possibles nous proposons une procédure d'optimisation en deux étapes. La première étape consiste à calculer la meilleure solution pour chaque scénario et à mémoriser les résultats. Une programmation stochastique est proposée pour résoudre la deuxième étape. Elle a pour objectif de trouver le plan d'affectation d'énergie qui minimise l'espérance mathématique de la dégradation du compromis coût/confort sur l'ensemble des scénarios. Cette optimisation permet de ne pas affecter toute l'énergie disponible aux services gérés par le système afin d'anticiper les possibilités de démarrage des services contrôlés par l'utilisateur.

**La troisième partie** contient le chapitre 8 qui illustre l'ensemble des outils développés dans la thèse. Les trois approches développées pour prendre en compte les incertitudes sont traitées ensemble sur un exemple. Un schéma général d'optimisation et de simulation avec la plate-forme de développement est présenté.

Première partie

Problématique



# Chapitre 1

## Contexte et problématique générale

*Ce chapitre fait le point sur le contexte de la consommation et de la production d'énergie, en particulier de l'énergie électrique, au niveau mondial ainsi qu'au niveau national. Cette synthèse permet de rappeler les principaux chiffres liés aux problèmes environnementaux causés par les activités énergétiques humaines. Dans ce chapitre nous ferons également le point sur la part du secteur du bâtiment dans la consommation énergétique française qui représente 43% de la consommation d'énergie finale et qui conduit à 22,5% des rejets de gaz à effet de serre. Ce chapitre se termine avec une mise en évidence des pistes pour maîtriser l'énergie dans ce secteur.*

### 1 Contexte énergétique

Aujourd'hui, l'évolution du mode de vie de l'Homme entraîne une augmentation importante des besoins énergétiques de chaque individu. Par ailleurs, la population mondiale augmente, notamment dans les pays émergents à forte population tels que la Chine, l'Inde et le Brésil. Cela entraîne une forte augmentation des besoins énergétiques que le développement de la technologie pour réduire la consommation des équipements ne permet pas de compenser totalement. Après avoir exploité l'énergie sans cesse pendant les dernières décennies sans prendre pleinement conscience des conséquences, l'Homme doit faire face à deux problèmes fondamentaux :

1. Les gaz à effet de serre émis par les combustibles fossiles (pétrole, gaz naturel, charbon) modifient le climat de la planète.
2. La pénurie à moyen terme de certaines sources d'énergies fossiles entraîne l'augmentation du prix de l'énergie.

Il existe de nombreux documents qui décrivent tout ou partie des problématiques énergétiques et climatiques, parmi lesquels des documents issus de commissions de travail gouvernementales et d'institutions internationales. Dans ce chapitre introductif, nous utilisons des chiffres diffusés dans ce type de rapports ainsi que des éléments de synthèse présentés dans la thèse de Eynard (2010).

#### 1.1 Impact climatique

##### 1.1.1 L'effet de serre : un effet naturel nécessaire

Les conditions qui déterminent la température moyenne terrestre sont la présence du soleil et l'effet de serre naturel (figure 1.1). C'est, en effet, le soleil qui fournit l'essentiel de l'énergie à la

Terre par l'intermédiaire de ses rayons. L'énergie solaire absorbée par la Terre est alors réémise sous la forme de rayonnements infrarouges. Sans atmosphère, la température à la surface de la Terre serait d'environ  $-19^{\circ}\text{C}$ , la terre ne serait qu'un glacier. Cependant, la Terre est entourée d'une atmosphère composée de différents gaz atmosphériques, dits gaz à effet de serre (GES), qui permettent de conserver temporairement une partie de l'énergie solaire reçue. Les puissances émises par le soleil filtrées par l'atmosphère et les GES, et celles réfléchies par la terre sont illustrées dans la figure 1.1. Les rayons infrarouges émis par la Terre sont réémis vers le sol ce qui contribue à conserver plus longtemps cette énergie autour de la planète et donc d'augmenter sa température moyenne à une valeur proche de  $14^{\circ}\text{C}$ . Les gaz qui contribuent à cet effet de serre sont principalement la vapeur d'eau (60%), le dioxyde de carbone (26%), l'ozone (8%) et le méthane avec les oxydes d'azotes (6%).

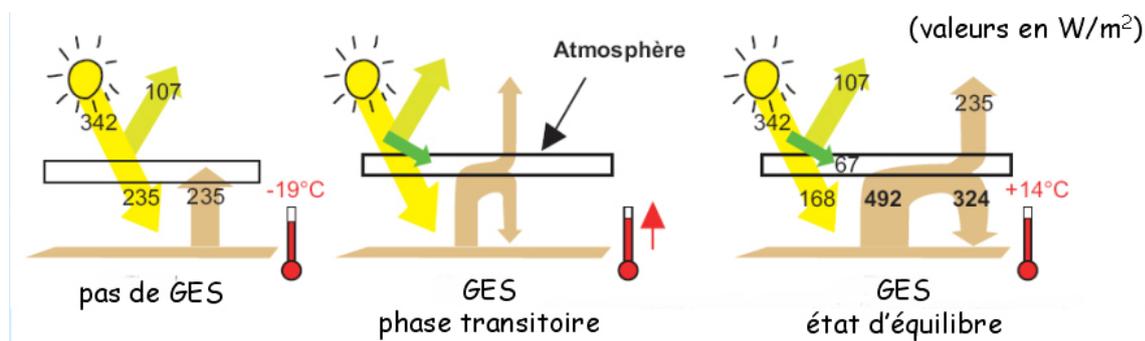


FIGURE 1.1 – Importance de l'effet de serre (Repères, 2011b)

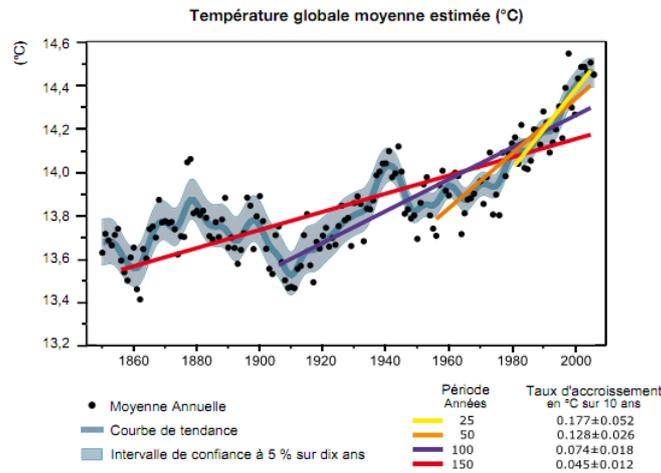
### 1.1.2 L'effet de serre : un équilibre fragile

Aujourd'hui, il y a une quantité importante de gaz à effet de serre dans l'atmosphère ce qui accentue le phénomène naturel et provoque le réchauffement climatique. Il faut en effet des gaz à effet de serre pour ne pas que la terre devienne un glacier mais s'il y en a trop, la terre pourrait devenir un vrai désert. L'influence de l'homme sur les émissions de gaz à effet de serre est très vraisemblable. En effet, comme on peut le voir sur la figure 1.2, la température moyenne globale a augmenté d'environ  $1^{\circ}\text{C}$  sur un siècle. Cette augmentation s'est accentuée sur les 25 dernières années où le taux de croissance de la température a été le plus fort du siècle.

Le réchauffement climatique de l'atmosphère n'est pas un phénomène local, cette augmentation de la température est généralisée à tous les continents avec des variations plus ou moins importantes. Concernant la France, la figure 1.3 montre clairement que nous ne sommes pas en reste car, si au niveau mondial, au cours du XX<sup>ème</sup> siècle, la variation est de  $0,8^{\circ}\text{C}$ , ce réchauffement se traduit en France par une augmentation de près de  $2^{\circ}\text{C}$ .

Les conséquences du réchauffement climatique ne sont pas négligeables puisqu'on constate, par exemple, une tendance à la diminution d'environ 1 million de kilomètres carrés pour la couverture neigeuse depuis 1970. Cette fonte glaciaire est visible en France pour les glaciers Alpains d'Argentière, de Saint-Sorlin ou de Gébroulaz comme dans la figure 1.4.

Par ailleurs, l'augmentation du niveau des mers (figure 1.5) sera probablement à l'origine de migrations de populations vivant dans des zones inondées (îles, zones côtières de très faibles altitudes...) ou n'ayant plus accès à l'eau potable du fait de la salinisation des nappes phréatiques.



Source : GIEC, 1<sup>er</sup> groupe de travail, 2007.

FIGURE 1.2 – Température globale moyenne estimée (°C) (Repères, 2011b)

#### Evolution des températures moyennes en France métropolitaine et dans le monde de 1900 à 2009 par rapport à une période de référence

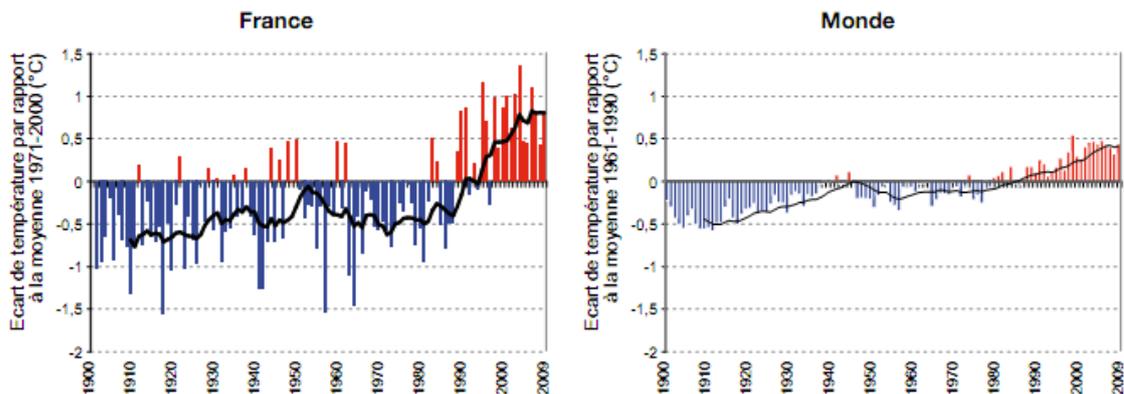


FIGURE 1.3 – Température terrestre globale moyenne estimée (°C) (Repères, 2011b)

Notons également que l'augmentation de la température au niveau mondial favorise l'apparition d'événements extrêmes. Un événement climatique est dit extrême lorsqu'il dépasse de beaucoup des niveaux de référence comme les cyclones, les tempêtes, mais aussi les canicules (figure 1.6) ou les événements pluvieux intenses. L'augmentation de la fréquence moyenne d'apparition ou de l'intensité moyenne des événements extrêmes peut révéler un changement climatique.

### 1.1.3 Émissions de $CO_2$ dues à la production d'énergie par combustion dans le monde

#### Mix-énergétique

Jusqu'en 1970, la croissance de la demande d'énergie a été étroitement liée à la croissance économique. Le pétrole, en plein essor, a permis de faire face au développement industriel et au déclin du charbon auquel il s'est substitué. La figure 1.7 présente la répartition de l'énergie primaire dans le monde en 1971 et en 2008. Il apparaît que les énergies fossiles (charbon, gaz naturel et pétrole) représentent une proportion énorme, environ 81% du mix-énergétique mondial en 2008.

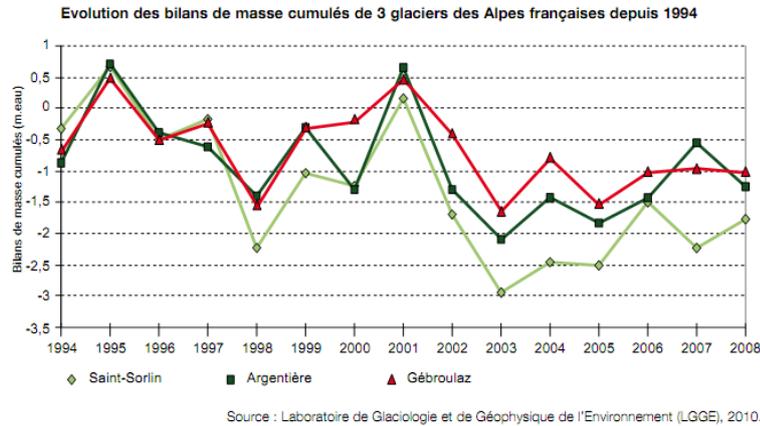


FIGURE 1.4 – Fonte glaciaire des Alpes françaises (Repères, 2011b)

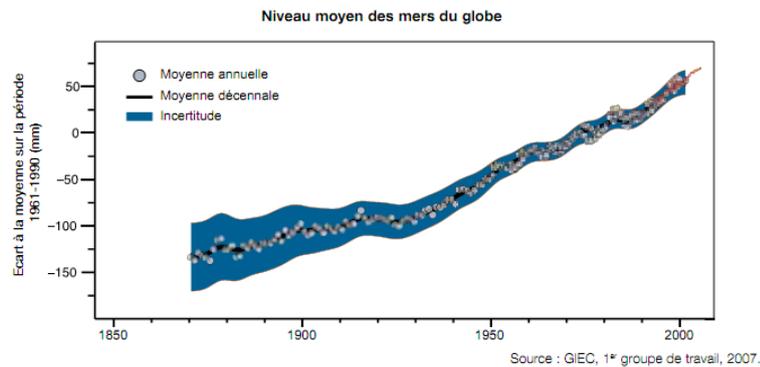


FIGURE 1.5 – Évolution du niveau moyen des mers du globe (Repères, 2011b)

On note cependant que cette proportion accuse une baisse de cinq points par rapport à 1971 où elle représentait 86%. Entre 1971 et 2007, en raison des chocs pétroliers et, du fait de la restructuration énergétique mondiale, le pétrole voit sa contribution baisser de dix points au bénéfice du gaz et du nucléaire (+5 points). La contribution du charbon est stable, et assure toujours le quart du mix-énergétique, au second rang après le pétrole. Cette baisse globale est cependant toute relative car la quantité d'énergie primaire explose de près de 120%, passant de 5.533Mtep à 12.029Mtep. La quantité d'énergie fossile est donc en forte augmentation, de l'ordre de +105%.

### Émissions de $CO_2$

En 2008, les émissions mondiales de  $CO_2$  dues à la combustion pour la production d'énergie ont atteint 29 milliards de tonnes de  $CO_2$ , soit une augmentation de 38% depuis 1990. La Chine et les États-Unis ont contribué ensemble à plus de 40% de ces émissions mondiales de  $CO_2$ . Dans l'Union Européenne des 27, les émissions sont globalement en baisse de 3,3% depuis 1990 du fait des douze nouveaux états membres dont les émissions ont chuté de plus de 25% avec la restructuration de leurs économies. Ce chiffre cache l'augmentation de 3,6% des émissions de l'Union Européenne des 15 (Repères, 2011a).

La figure 1.8 présente la répartition des émissions de gaz à effet de serre en fonction du type de combustible fossile. En raison de l'augmentation mondiale de l'énergie primaire fossile utilisée, il est logique que les émissions dues au charbon, au gaz et au pétrole continuent d'augmenter

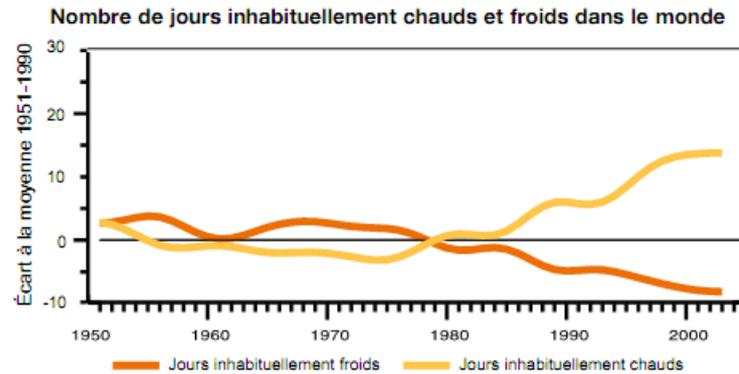
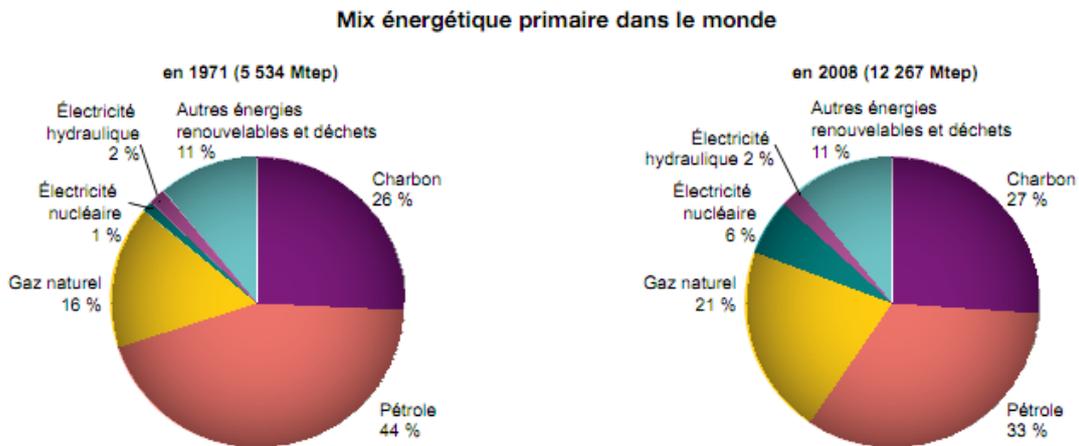


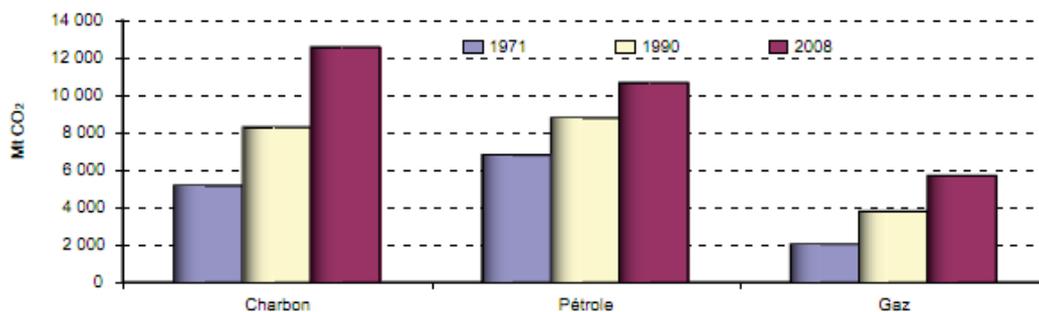
FIGURE 1.6 – Nombre de jours inhabituellement chauds et froids dans le monde (Repères, 2011b)



Source : Agence internationale de l'énergie, octobre 2010.

FIGURE 1.7 – Répartition de l'énergie primaire dans le monde (Repères, 2011a)

depuis 1971. Cependant, bien que le charbon ne soit pas l'énergie primaire la plus utilisée, il est le premier contributeur aux émissions de CO<sub>2</sub> (42%) en raison de son facteur d'émission nettement supérieur à ceux du gaz et du pétrole.



Source : Agence Internationale de l'Énergie, octobre 2010.

FIGURE 1.8 – Émissions de CO<sub>2</sub> par type de combustible dans le monde (Repères, 2011a)

## 1.2 Énergies fossiles : des ressources limitées

La consommation énergétique mondiale, basée sur l'exploitation de ressources fossiles telles que le gaz, le pétrole ou le charbon, pose le problème de la disponibilité des ressources à long terme. En effet, la quantité d'hydrocarbure renfermée dans les sous-sols est une quantité limitée à notre échelle puisque le processus de création naturel du pétrole, du gaz ou du charbon nécessite des millions d'années pour s'accomplir. Cependant, à l'heure actuelle, l'ensemble des réserves naturelles de ces énergies fossiles n'a pas encore été découvert. En effet, chaque année, des recherches exploratrices dans le sol permettent de découvrir de nouveaux gisements un peu partout dans le monde. Le problème, qui tient au volume limité de ces ressources, réside dans le fait que le volume des nouveaux gisements découverts diminue d'année en année alors que le besoin lui augmente.

Ainsi, en mettant en parallèle la quantité d'hydrocarbure consommée chaque année (et son augmentation supposée) et les réserves actuelles découvertes et à découvrir, on peut définir un scénario de prévision pour la production mondiale de pétrole (figure 1.9). La consommation d'énergie fossile (ici du pétrole) devient supérieure à la découverte de nouveaux gisements. Par conséquent le volume de pétrole en réserve se vide progressivement. Il est prévu qu'en 2030, la quantité de pétrole restante soit à peu près égale à ce qu'elle était en 1920 ((Repères, 2011a)).

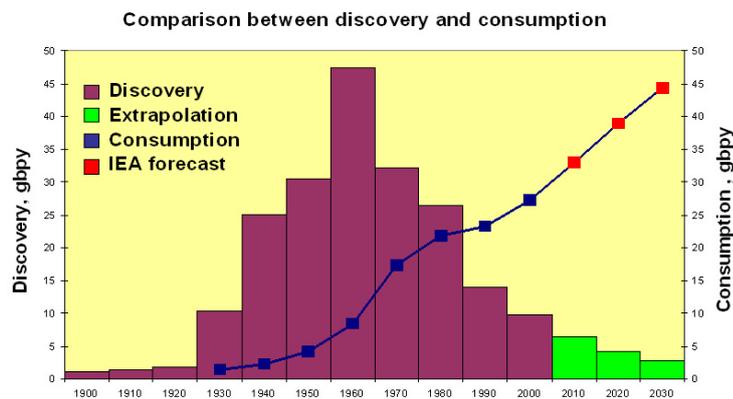


FIGURE 1.9 – La consommation de pétrole selon le scénario de prévision de l'IEA

Il faudra aller chercher ces énergies fossiles, de moins bonne qualité, plus profondément dans le sol. Cela exigera donc de dépenser plus d'énergie et accélérera encore la consommation énergétique, sans compter que le coût environnemental sera lui aussi souvent plus lourd (exemple des sables bitumeux au Canada). Une pénurie progressive en ressources fossiles est donc à prévoir pour les décennies à venir si la consommation actuelle se maintient.

Par ailleurs, cette raréfaction aura également un coût économique important (figure 1.10). Le prix étant inversement proportionnel au rapport entre l'offre et la demande, on peut penser que le prix des énergies fossiles va continuer son envolée. Autant du point de vue financier que technique, il est donc nécessaire de commencer à changer dès maintenant le type d'énergie utilisée et de réduire la consommation des énergies fossiles au niveau mondial, avant de subir de plein fouet l'érosion de leurs disponibilités.

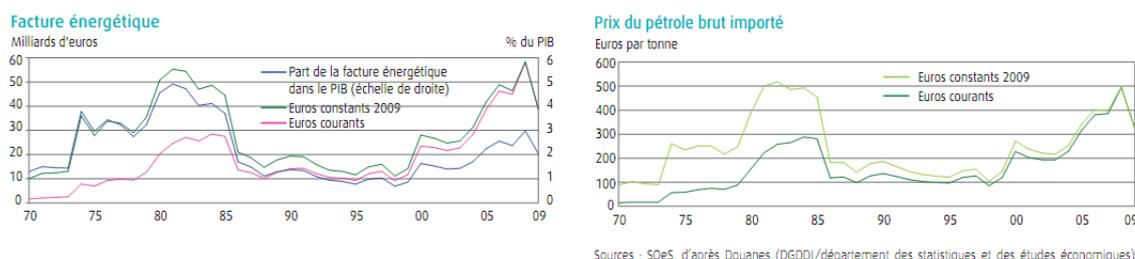


FIGURE 1.10 – Facture énergétique française et prix du pétrole brut importé (Repères, 2011a)

### 1.3 Conclusion sur le contexte

Au XXI siècle, l'Humanité est en train de faire face à une période difficile au niveau des ressources énergétique et des impacts environnementaux causés par les activités énergétiques humaines. Bien que réaliser un pronostic fiable sur l'évolution de la production et de la consommation d'énergie soit extrêmement délicat compte tenu de la complexité du contexte énergétique mondial et français, la demande d'énergie augmente de manière continue tandis que la production est dans une phase de transition complexe pleine d'incertitudes (figure 1.11). Le contexte énergétique nous pose des questions fondamentales pour l'avenir : est-il nécessaire de consommer autant d'énergie pour vivre ? Comment améliorer notre manière de consommer ? Comment mettre en place un développement durable en prenant en compte les aspects environnementaux et l'aspect borné de notre planète ? Comment intégrer réellement les contraintes écologiques et sociales ? La complexité des problèmes posés est énorme. Le problème doit être considéré au niveau international et nécessite la coopération de plusieurs acteurs. Les solutions doivent être recherchées par plusieurs disciplines : l'économie, la politique, la physique, les nouvelles technologies. Dans ce contexte, le domaine de l'énergie joue un rôle très important avec d'une part la recherche sur des sources d'énergies propres et d'autre part, la maîtrise de la demande et de la production d'énergie. Un point essentiel de la recherche de solutions pourrait se trouver dans une meilleure gestion des systèmes de production, de distribution et de consommation d'électricité. C'est l'objet du travail décrit dans ce mémoire.

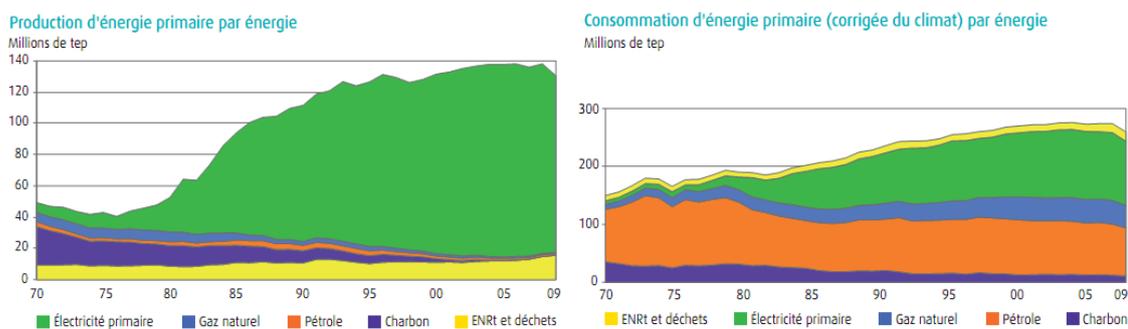


FIGURE 1.11 – Production et consommation d'énergie primaire par type de ressource (Repères, 2011a)

## 2 Contexte réglementaire

### 2.1 Protocole de Kyoto

Le protocole de Kyoto est bâti sur la Convention-Cadre des Nations Unies sur les Changements Climatiques de 1992 (ONU, 1992). Cela a pris une année pour que les pays membres de la Convention-Cadre des Nations Unies sur les changements climatiques décident que la Convention devait être agrémentée d'un accord avec des exigences plus strictes pour réduire les émissions de gaz à effet de serre. La Convention a pris effet en 1994 et en 1995 les gouvernements ont entamé des négociations pour un protocole. Le texte du Protocole de Kyoto fut adopté à l'unanimité en 1997. Il définit des objectifs qui sont des contraintes réglementaires. Un calendrier pour atteindre les objectifs de réduction d'émissions de gaz à effet de serre est également défini. Ce protocole concerne les pays industrialisés.

Les objectifs définis dans le protocole de Kyoto sont quantifiés pour chaque pays en fonction de son niveau de développement. Ces objectifs de réduction vont de -8% à +10% par rapport aux émissions de 1990. L'ensemble des objectifs nationaux conduisent à un objectif global de 5% de réduction des émissions par rapport à 1990 dans la période de 2008 à 2012. Pour presque tous les pays, même pour ceux qui disposent d'un objectif de +10% par rapport à 1990, la mise en application du protocole induit des réductions significatives des émissions prévues. D'autres objectifs sont fixés pour les périodes d'engagement postérieures à 2012.

Certains des mécanismes du Protocole ont reçu le soutien nécessaire pour leur mise en place en avance par rapport à l'entrée en vigueur du Protocole. Le Mécanisme de Développement Propre en est un exemple. Ce mécanisme prévoit que les pays industrialisés peuvent en partie atteindre leurs objectifs de réduction d'émissions à travers des crédits acquis en supportant des projets de réduction de gaz à effet de serre dans les pays en développement.

L'Union Européenne a obtenu de pouvoir répartir librement son objectif global de -8% entre les 15 états membres pour la période en cours. En France, l'objectif a été de ramener les émissions de gaz à effet de serre au niveau de celles de 1990, ce qui revient à émettre à terme l'équivalent de 563,9 millions d'UQA (Unité de Quantité Attribuée) chaque année. L'objectif français a été largement atteint puisque en 2007 les émissions de gaz à effet de serre ont seulement été de 531,1 millions d'UQA, ce qui correspondait à une amélioration anticipée de 5,8%.

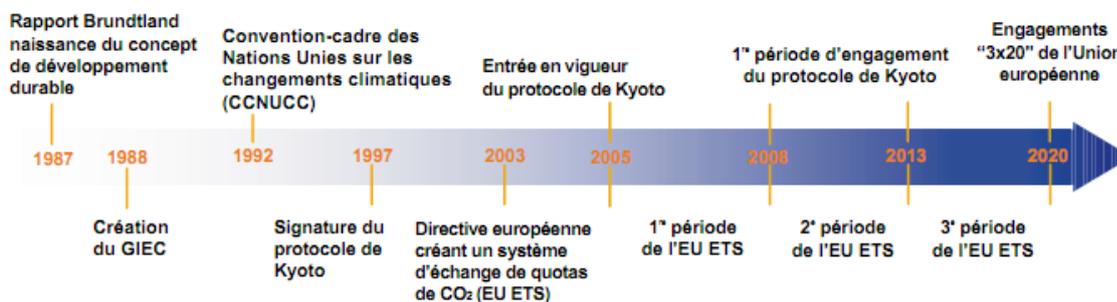


FIGURE 1.12 – Les étapes majeures du protocole de Kyoto (Repères, 2011a)

### 2.2 Suite du protocole de Kyoto dans l'Union Européenne

En 2007, lors de la conférence de Bali (ONU, 2007), un calendrier prévisionnel a été déterminé pour prévoir la poursuite du protocole de Kyoto. L'année suivante, à Poznan (ONU, 2008), des

objectifs prévisionnels ont été discutés dans le but d'être adoptés en 2009 lors de la conférence de Copenhague (ONU, 2009).

Le Conseil européen de mars 2007 a annoncé des objectifs climatiques dits "3x20" à l'horizon 2020 visant à porter à 20% la part des renouvelables dans les énergies consommées, à améliorer de 20% l'efficacité énergétique et à réduire de 20% les émissions de gaz à effet de serre (GES) par rapport à 1990. En cas d'accord climatique international satisfaisant, ce dernier objectif serait passé à -30%. Cependant, l'échec relatif de la conférence internationale de Copenhague en 2009 n'a pas conduit l'Union Européenne à s'engager officiellement pour cette réévaluation de son objectif de réduction d'émission de gaz à effet de serre.

Le Paquet Énergie-Climat de mars 2009, composé de plusieurs textes, fixe des moyens plus précis pour atteindre les objectifs "3x20" et les répartir entre les états membres qui sont ensuite libres d'adopter des réglementations plus restrictives. Atteindre ces objectifs passera notamment par le maintien et l'extension (Européenne, 2009c) du système d'échange de quotas d'émissions de  $CO_2$ , dit "EU ETS" pour European Union Emissions Trading Scheme, mis en place dès 2005 sur le même principe que le marché international du protocole de Kyoto, mais aussi par la promotion des énergies renouvelables (Européenne, 2009b) et la réduction des émissions de gaz à effet de serre (Européenne, 2009a).

### 2.3 Énergies renouvelables

La directive européenne prévoit de porter à 20% la part des énergies renouvelables à l'horizon 2020 (Européenne, 2009a). Il est intéressant de connaître la structuration actuelle des énergies renouvelables en Europe. Elles représentent 8,2% de la production d'énergie en 2009 avec 584,1TWh. La figure 1.13 présente l'évolution de la répartition des différentes sources d'énergie renouvelable en 2008 et 2009. Il apparaît clairement que l'énergie hydraulique représente la plus grande partie de l'énergie primaire renouvelable consommée et qu'elle est même en légère augmentation en 2009. La deuxième source d'énergie renouvelable est l'énergie éolienne, suivie par la biomasse qui est en augmentation constante.

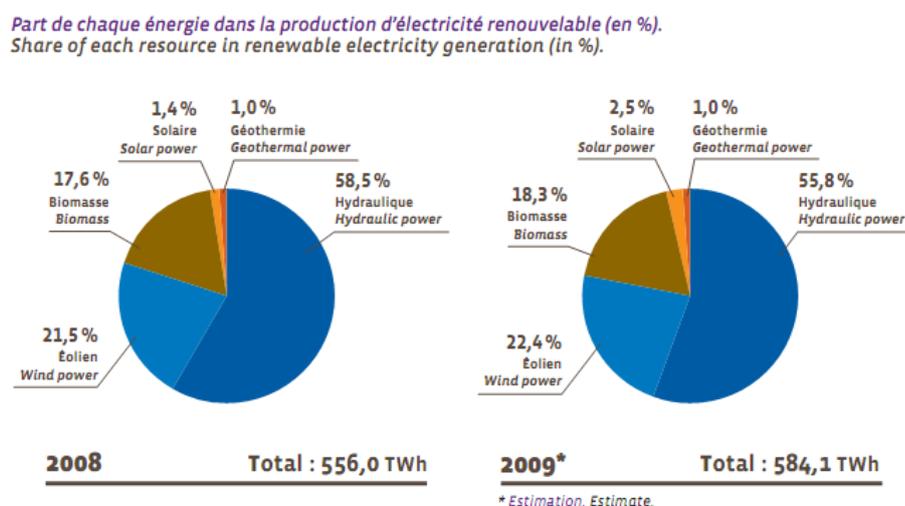


FIGURE 1.13 – Part de chaque énergie dans la production d'électricité renouvelable (en %) (Repères, 2011a)

La France est riche en ressources énergétiques renouvelables avec la première forêt d'Europe

occidentale et un fort potentiel hydraulique, éolien et géothermique. Elle est en 2009 le second producteur et le second consommateur d'énergies renouvelables d'Europe. En 2009, la production primaire de l'ensemble des énergies renouvelables (électrique et thermique) s'élève à 20 Mtep, soit 15,3% de la production nationale énergétique. L'hydraulique en représente 25%, le bois-énergie 46%, les agrocarburants 11%, les déchets 6%. Les autres filières totalisent les 12% restant. La figure 1.14 montre une progression de 0,4 Mtep en 2009 à la faveur notamment de l'éolien, des pompes à chaleur et des biocarburants.

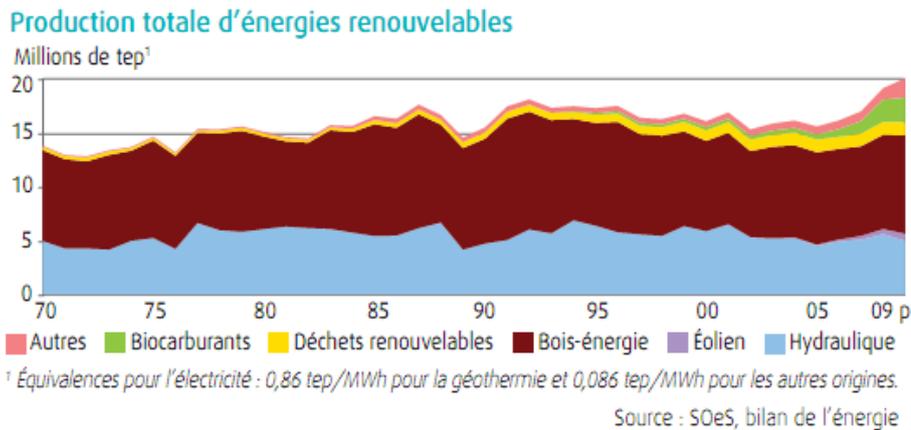


FIGURE 1.14 – Production totale d'énergies renouvelables en France (Repères, 2011a)

La figure 1.15 représente la part réelle de l'électricité d'origine renouvelable calculée avec les données de production réelles de l'année. Elle s'élève à 13,4% en 2009 en France métropolitaine (hors DOM). La notion de productions normalisées pour l'hydraulique et l'éolien a été introduite dans la directive européenne sur les énergies renouvelables du 23 avril 2009 pour effacer les variations dues aux aléas climatiques. Ainsi, la part normalisée calculée selon la directive s'établit à 14,7%.

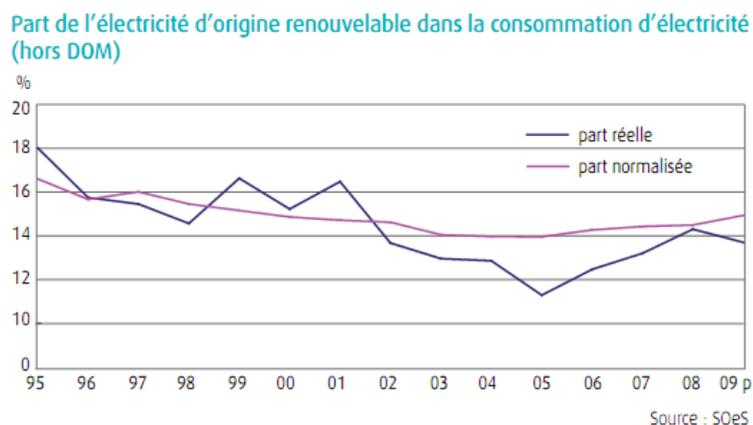


FIGURE 1.15 – Part de l'électricité d'origine renouvelable dans la consommation d'électricité en France (hors DOM) (Repères, 2011a)

Le développement de la production d'énergie renouvelable (en dehors de l'hydraulique) et en particulier de l'électricité est limité par deux difficultés qu'il faudra arriver à surmonter dans les années qui viennent pour atteindre les engagements internationaux. Avant toute chose il faut

mettre au point des modes de production d'énergie renouvelable efficaces et économiquement viables. Le support financier apporté ces dernières années au secteur du solaire en est un exemple. Mais la production d'énergie renouvelable, et en particulier l'électricité, dépend en grande partie des conditions climatiques de vent et d'ensoleillement. La question de la gestion de l'équilibre production consommation, indispensable au bon fonctionnement du réseau électrique, devient plus difficile à résoudre. Le système de gestion d'énergie que nous étudions dans ce mémoire apporte des éléments de réponse à ce problème dans le cadre des bâtiments.

### 3 Maîtrise de l'énergie électrique dans les bâtiments

#### 3.1 Importance du secteur du bâtiment dans la consommation énergétique française

La figure 1.16 présente la répartition de la consommation énergétique française en fonction des différents usages finaux. Il apparaît que le secteur le plus grand consommateur d'énergie est celui du bâtiment (résidentiel et tertiaire), avec 69Mtep d'énergie finale consommée en 2008, talonné de près par le secteur des transports (50Mtep).

Au cours de la période 1973-2009, la part de l'industrie (y compris la sidérurgie) a fortement diminué (passant de 36% à 23%), celle du secteur résidentiel-tertiaire est restée stable (42% à 43%), alors que celle du secteur des transports a crû de 19% à 31%. C'est au secteur du bâtiment que nous allons nous intéresser car il consomme le plus d'énergie et que de nombreux degrés de liberté existent pour réduire l'empreinte énergétique des bâtiments, notamment celui de la gestion de l'énergie auquel nous nous intéressons.

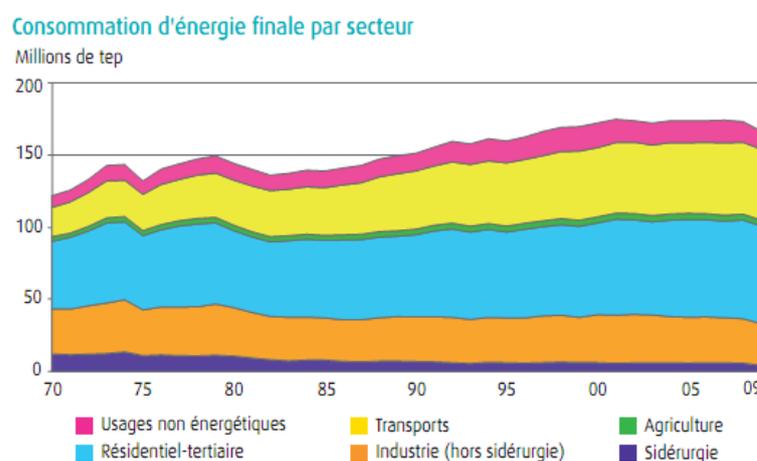
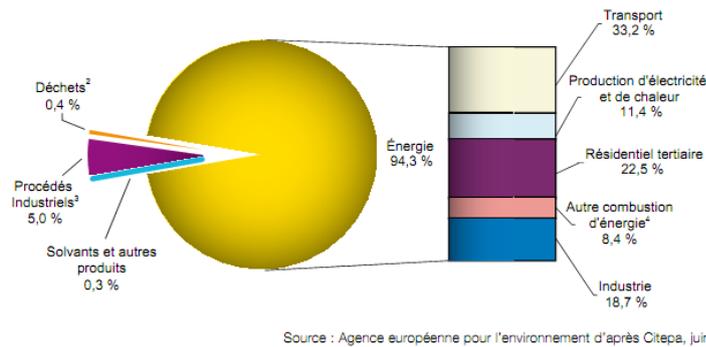


FIGURE 1.16 – Consommation d'énergie finale par secteur d'activités en France (Repères, 2011a)

Concernant la répartition des émissions de gaz à effet de serre (figure 1.17), on s'aperçoit que le secteur des transports est celui qui est le plus contributif en 2008 avec 33,2%. Le secteur du bâtiment n'arrive qu'en deuxième position avec 22,5% des émissions mais reste un secteur très fortement contributif. Sa contribution moindre est due en partie à l'utilisation d'énergie moins émettrice de  $CO_2$  et plus diversifiée que pour le secteur du transport qui utilise du pétrole à plus de 90%.

Dans ce contexte, la France s'est engagée dans la lutte contre les émissions de gaz à effet de serre. En juillet 2004 a été lancé le Plan Climat et son objectif dit Facteur 4 : diviser par quatre les



Source : Agence européenne pour l'environnement d'après Citepa, juin 2010.

FIGURE 1.17 – Répartition par source des émissions de CO<sub>2</sub> en France en 2008 (DOM inclus) (Repères, 2011a)

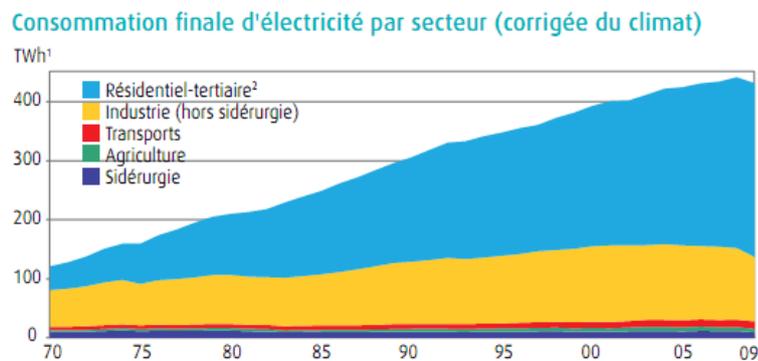


FIGURE 1.18 – Consommation finale d'électricité par secteur en France (Repères, 2011a)

émissions de gaz à effet de serre d'ici 2050 en France. La dernière évolution de la réglementation thermique française date de 2005, d'où l'appellation RT2005, a alors vu le jour pour atteindre ces objectifs. Elle est applicable à tous les permis de construire dans les secteurs résidentiel (habitat) et non-résidentiel (tertiaire), déposés depuis le 1er septembre 2006 (décret du 24 mai 2006, JO du 25 mai 2006). Elle renforce les exigences de performance énergétique des bâtiments neufs, par rapport à la réglementation thermique précédente (RT2000) de 15%. Ce pourcentage reflète la volonté affichée par le Plan Climat 2004 : une amélioration de la performance de la construction neuve d'au moins 15%, avec une perspective de progrès tous les cinq ans pour atteindre au moins 40% en 2020.

Selon la volonté du Grenelle de l'environnement, avec le Plan Bâtiments (Européenne, 2010), pour les bâtiments neufs résidentiels, la norme BBC (bâtiment basse consommation, 50 kWh.m<sup>-2</sup>.an<sup>-1</sup>) s'appliquera à toutes les constructions à partir de 2012. La norme "bâtiment à énergie positive" (consommation inférieure à la quantité d'énergie produite) s'appliquera à toutes les constructions neuves à compter de 2020. Pour cela, les bâtiments doivent présenter une consommation d'énergie inférieure à la quantité d'énergie qu'ils produisent à partir de sources renouvelables. Ils assurent leurs propres besoins énergétiques et l'énergie non-consommée alimente d'autres immeubles ou bâtiments, ou bien elle est réinjectée dans le réseau. Tous les usages de l'énergie sont alors pris en compte, y compris les usages électrodomestiques sachant que ces derniers peuvent représenter dans un logement basse consommation environ 60kWh/m<sup>2</sup>.an. Pour atteindre l'énergie positive, il faut donc produire environ 110 kWh/m<sup>2</sup>.an, ce que l'on

obtient avec  $1\text{m}^2$  de photovoltaïque pour  $3,5\text{m}^2$  de surface habitable en zone méditerranéenne et pour  $2\text{m}^2$  de surface habitable dans le nord de la France Maes (2010).

### 3.2 La gestion énergétique dans l'habitat dans la littérature

Différents auteurs ont étudié des systèmes de contrôle optimal des équipements dans l'habitat. (House et Smith, 1995) et (Zhou et Krarti, 2005) ont proposé des stratégies de contrôle optimal pour les systèmes HVAC (Heating Ventilation and Air Conditioning) en prenant en compte la capacité de stockage thermique naturelle des constructions qui permet de déplacer la consommation des périodes de pointe aux périodes creuses. (Zhou et Krarti, 2005) a montré que cette stratégie de contrôle permet d'économiser jusqu'à 10% de l'électricité d'un bâtiment. Cependant, ces approches ne prennent pas en compte les contraintes de ressource d'énergie, qui dépendent généralement des besoins d'autonomie des systèmes isolés (Muselli et al., 2000) ou des limites de production d'énergie totale des fournisseurs dans les systèmes connectés au réseau. (Pedersen et al., 2008; Ghiaus et Hazyuk, 2010) proposent une approche de contrôle de la température en utilisant un contrôle de matrice dynamique (DMC), une variante de la commande prédictive à base de modèle MPC. Mais, cette approche ne maximise pas l'efficacité énergétique d'utilisation.

Un système d'automatisation domestique gère essentiellement les équipements électroménagers liés via un réseau de communication permettant des interactions dans un but de contrôle (Palensky et Posta, 1997). Grâce à ce réseau, un mécanisme de gestion des charges peut être embarqué : il est appelé contrôle distribué dans (Wacks, 1993). La notion de gestion d'énergie dans le bâtiment et de système de contrôle est décrit dans (Stum et al., 1997). Ce système consiste en un ensemble d'équipements contrôlés par des microcontrôleurs qui sont capables de communiquer via des protocoles standards.

Certains auteurs ont considéré en particulier la gestion des moyens de production locale et des systèmes de stockage (Henze et Dodier, 2003; Foggia, 2009; Eynard, 2010). La gestion des charges électrique a été présentée dans (Ha et al., 2005, 2006c). (Riffoneau, 2010) a utilisé une approche de programmation dynamique.

Des aspects techniques liés aux moyens de communication au sein d'un système de gestion énergétique dans l'habitat ont été détaillés dans (Project, 2009). Les architectures matérielles et logicielles pour une gestion optimale de l'énergie ont été présentées dans (Miller, 2006; University, 2007; Hoeynck et Andrews, 2010).

Le développement des systèmes de gestion énergétique dans l'habitat implique de résoudre un ensemble de nouveaux problèmes : développer de nouveaux outils et algorithmes pour la gestion optimale de la production et de la consommation d'énergie des équipements, être capable d'interagir avec les habitants pour anticiper les situations difficiles et être capable de prendre en compte de l'état réel du système et des besoins des habitants.

### 3.3 Du smart-grid à l'énergie smart-home

Les bâtiments sont, d'après l'étude de la réglementation thermique français RT2005 et du Grenelle de l'environnement présentés dans la partie précédente, des éléments clés dans le réseau électrique parce qu'ils consomment une grande partie de la production d'électricité dans les pays européens. Pour atteindre les objectifs des engagements pris, les consommateurs devront devenir plus impliqués dans la gestion du réseau électrique en réduisant, mais aussi en ajustant leur consommation pour atteindre l'équilibre entre la production et la consommation sur le

réseau qui est difficile à contrôler à cause de la partie croissante d'énergie renouvelable dans la production d'électricité. Quelques solutions de gestion du côté de la demande active doivent être développées, basées sur le contrôle direct des catégories d'appareils domestiques ou basées sur un coût variable de l'électricité pour ajuster la consommation électrique. Dans cette partie nous exposons le problème du smart-grid au smart-home. Nous indiquons quelques principes de solutions existantes dans lesquelles s'inscrivent nos travaux de recherche.

Les scientifiques développent de nouvelles recherches liées au concept de smart-grid (Farhangi, 2010; Ipakchi et Albuyeh, 2009; Roncero, 2008). Quelques papiers indiquent que des smart-grids sont intéressants pour l'environnement (Hledik, 2009). Mais, *qu'est-ce qu'un smart grid en réalité?* (Lesgards, 2009) définit le smart-grid comme un réseau électrique avec des moyens de communication entre des dispositifs et des acteurs, et des services qui peuvent être fournis par ce réseau. Les aspects technologiques du smart grid ont été étudiés dans (Nestle et al., 2007; Kok et al., 2009). La complexité du réseau est croissante en raison de l'augmentation de petits producteurs d'électricité, qui sont aussi souvent des consommateurs. Le concept de centrales virtuelles (Kok, 2009) a été introduit pour subdiviser la gestion du réseau électrique. Jusqu'à aujourd'hui, l'équilibre entre les consommateurs et les producteurs a été atteint par l'adaptation de la production d'énergie sur la base de différentes dynamiques de prix qui sont reliées à la bourse de l'énergie. Par exemple, la bourse POWERNEXT européenne contient différents marchés : le marché *jour-en-avant*, le marché 24 heures, le marché d'équilibre. . . Ces marchés diffèrent par leur horizon temporel mais aussi par la manière dont les échanges sont faits.

L'introduction massive des moyens de production basés sur l'énergie renouvelable entraîne des nouveaux problèmes parce que les producteurs, sur les marchés de l'énergie, deviennent de plus en plus dépendants des conditions environnementales. Comme le contrôle de la production devient plus critique, le contrôle des charges est de plus en plus étudié (Boeda, 2009).

Deux mécanismes pour contrôler les charges sont considérés dans la littérature :

- Le contrôle direct des charges, où les signaux de délestage sont envoyés par les vendeurs d'énergie (ou par les nouveaux acteurs nommés agrégateurs) à quelques catégories de charges. Dans l'approche de contrôle direct, seuls des signaux de délestage sont envoyés aux clients, qui peuvent refuser d'arrêter un appareil, mais probablement avec quelques pénalités.
- Le contrôle par le prix, dans lequel les tarifs de l'électricité varient avec le temps suivant la disponibilité de l'énergie. Avec cette approche, c'est le consommateur qui décide s'il modifiera ou pas son comportement pour prendre en compte le prix de l'énergie. Parfois, les clients peuvent préférer favoriser le confort et ne pas changer leur consommation. Parfois, ils préfèrent ajuster l'utilisation de leurs appareils au détriment du confort. Ils sont libres de décider mais, comparé au contrôle direct, ils doivent être plus impliqués dans la gestion énergétique.

Formaliser les attentes des utilisateurs finaux par la seule réduction des coûts de l'énergie n'est pas satisfaisant parce que la solution évidente est d'arrêter de consommer de l'énergie. Ainsi, les utilisateurs finaux doivent accepter un compromis entre des coûts énergétiques et le confort. L'habitant peut donc être vu comme un système qui transforme des coûts d'énergie en confort. Ce point de vue est relié à la notion d'efficacité, qui représente généralement le rapport entre la production/consommation d'un appareil et le service rendu effectivement. Différents types d'efficacité énergétique dépendant de la chaîne de conversion d'énergie sont proposées dans (Lovins, 2004).

Grâce à la formalisation de l'efficacité d'usage de l'énergie (Riffonneau et al., 2011), il est possible de déterminer le rôle de la gestion d'énergie dans l'habitat : c'est un système de contrôle d'énergie qui maximise l'efficacité d'usage de l'énergie selon le compromis coût/confort demandé par l'utilisateur final. Cela revient à un problème d'optimisation dynamique parce que le coût énergétique ainsi que les demandes de confort varient en fonction du temps. La maximisation est à la fois réactive pour trouver des compromis optimaux et anticipative parce que le décalage d'un service comme un lavage implique la planification des équipements dans l'habitat. C'est dans le cadre de l'efficacité d'usage de l'énergie que sont développés nos travaux.

## Conclusion

La dépense énergétique de l'Homme n'a cessé de croître sans qu'il prenne conscience de la capacité finie de son environnement. Après avoir accru son confort depuis des millénaires, des problèmes environnementaux causés par les activités consommatrices d'énergie apparaissent. D'une part, le réchauffement climatique est un des problèmes majeurs auquel l'Homme doit faire face aujourd'hui. Malgré les accords de Kyoto et des progrès accomplis, les secteurs du transport et du résidentiel-tertiaire n'ont cessé d'accroître leurs rejets de gaz à effet de serre. Jusqu'à présent, les fournisseurs d'énergie se sont équipés pour être capable de répondre à toutes les demandes des usagers, même en période de pic de consommation, mais sans considération pour l'impact environnemental, à l'exception des tarifs variables de type heures pleines heures creuses ou Effacement Jours de Pointe. L'épuisement des réserves d'énergies fossiles mondiales nécessite un changement des modes d'utilisation de l'énergie utilisées. Aujourd'hui, l'Homme fait preuve d'une ingéniosité sans précédent pour rendre son mode de vie compatible avec les finitudes de son contexte. Pour y remédier, il faut inventer une façon de se développer durablement, voire d'opérer une décroissance soutenable. Outre la réduction de la consommation d'énergie, de nombreuses pistes liées à la manière de consommer doivent être explorées. Nos travaux se focalisent sur le secteur du bâtiment de type résidentiel ou tertiaire. Ils proposent un moyen de coordonner automatiquement les consommations d'énergie dans les bâtiments aux contraintes ou préférences indiquées par les producteurs et les consommateurs d'énergie afin de leur permettre d'avoir plus de souplesse quant à la gestion des installations et donc de mieux valoriser les productions à faible impact environnemental.



## Chapitre 2

# Modélisation du problème de gestion de l'énergie dans les bâtiments

*Dans ce chapitre, nous présentons le problème d'optimisation auquel nous consacrons nos travaux. Le problème de gestion de l'énergie dans les bâtiments est défini à partir des notions de service fournisseur d'énergie et des services à l'habitant. Une formulation mathématique sous forme de programmation linéaire mixte est présentée ainsi que la plate-forme logicielle G-homeTech dans laquelle ce modèle est intégré.*

### 1 Problématique traitée dans la thèse

Le problème de gestion de flux énergétique dans les bâtiments que nous considérons dans cette thèse concerne la gestion conjointe des sources et des charges d'énergie dans les bâtiments. Il consiste à ajuster la consommation d'énergie en fonction des demandes des usagers d'une part, et du coût de l'énergie d'autre part. L'objectif n'est pas directement de réduire la consommation énergétique mais de la programmer au meilleur moment. Le coût de l'énergie peut représenter à la fois le prix financier de l'énergie consommée (tarification) et son prix environnemental (rejet de  $CO_2$  équivalent). Par exemple, dans la situation actuelle sans moyen d'ajustement, pendant les périodes de pic de consommation les moyens de production les plus polluants sont mis en œuvre pour faire face à la demande, ce qui correspond aux périodes pendant lesquelles l'énergie est la plus chère. Le système d'ajustement sur lequel nous travaillons dans cette thèse permet de décaler toute ou partie de la consommation d'énergie en dehors de ces périodes et ainsi de réduire les pics de consommation. Les approches résumées dans le chapitre précédent consistent principalement à contrôler optimalement tel ou tel système comme le système HVAC du bâtiment par exemple. Ces études ne prennent pas en compte les contraintes de ressources énergétiques sauf à minimiser l'énergie consommée.

Dans cette thèse, on ne s'intéresse qu'à la consommation électrique. Le travail présenté dans cette thèse fait suite au travail de Ha (2007). Il a proposé de formuler le problème de gestion d'énergie comme un problème d'ordonnancement avec allocation de ressource. L'énergie électrique est considérée comme la seule ressource partagée par les équipements : les charges qui consomment l'énergie et les moyens de production qui fournissent de l'énergie. Les tâches à planifier et ordonnancer correspondent à l'activation de ces équipements. Le système de gestion énergétique proposé a pour ambition de communiquer, en temps réel, avec les équipements en

leur envoyant des consignes de production et/ou consommation d'une part, et en recevant l'information de l'énergie réellement consommée ou produite d'autre part. Les consignes sont le résultat d'une optimisation à moyen terme qui utilise les capacités de décalage de charges du bâtiment. Ces consignes doivent être modulées pour s'adapter aux conditions réelles d'exécution, par exemple, une quantité d'énergie  $E$  a pu être allouée pour la réalisation d'une consigne de température de  $20^{\circ}\text{C}$  à partir des prévisions météorologiques, mais en réalité les conditions météorologiques sont un peu différentes et l'énergie nécessaire pour maintenir cette température est différente. Pour répondre au problème global de planification puis de commande des équipements, une architecture de contrôle en trois couches a été développée dans (Ha et al., 2006a). C'est dans cette architecture générale que nous développons nos travaux.

Les outils et modèles que nous développons ont pour ambition de pouvoir répondre à différents types de bâtiments. Dans le cadre de cette thèse, nous développons ces outils dans le contexte des bâtiments résidentiels qui offrent la plus grande diversité d'équipements et pour lesquels la problématique de l'adaptabilité du système de gestion au bâtiment considéré ne peut pas être occultée. Il s'agit de s'adapter aux équipements qui sont différents d'une maison à une autre et aux usagers à qui on ne peut pas imposer un mode de fonctionnement. Les bâtiments résidentiels sont donc ceux qui offrent le plus de généralité.

## 2 Structuration du système de gestion d'énergie

### 2.1 Description des activités énergétiques gérées

Notre système de gestion d'énergie dans l'habitat prend en entrée un ensemble d'activités énergétiques qui sont appelées *des services*. On peut distinguer deux types de services : les services fournisseurs d'énergie et les services à l'habitant. Les services fournisseurs produisent les ressources énergétiques. Les panneaux photovoltaïques et le réseau d'électricité appartiennent à ce type par exemple. Les services à l'habitant sont des activités qui répondent directement à une demande des habitants en consommant de l'énergie. Des services tels que le lavage du linge, le chauffage de l'eau, le chauffage, la cuisson, l'éclairage,... peuvent être cités comme les services à l'habitant.

Parmi les services à l'habitant, on peut distinguer plusieurs types de services qui sont définis en fonction du type de contrôle qu'ils impliquent (voir la figure 2.1). Un service est de *type permanent* si sa consommation énergétique couvre tout l'horizon temporel de planification de l'énergie. Les services de chauffage, de réfrigération en sont des exemples. Les services de *type temporaire* sont des services dont l'exécution est limitée dans le temps. Une demande spécifique d'exécution est associée à ces services. Le service de *type non-supervisé* est associé à l'ensemble des activités qui ne sont pas planifiées par le système de gestion d'énergie. Il s'agit des activités dont l'exécution dépend totalement de l'utilisateur, sa présence est requise pour leur exécution, et elles sont nombreuses en terme d'occurrence mais peu consommatrices d'énergie prise une à une. L'éclairage en tant que contrôle de chaque lampe est un exemple typique d'activité que nous intégrons dans le service non-supervisé. On voit bien apparaître ici le positionnement particulier de notre travail par rapport à des systèmes domotiques disponibles pour les bâtiments tertiaires notamment, qui proposent par exemple la gestion de l'éclairage à partir de détecteurs de présence mais dans lesquels aucune notion de planification et d'anticipation n'intervient autre qu'une programmation pendant la nuit.

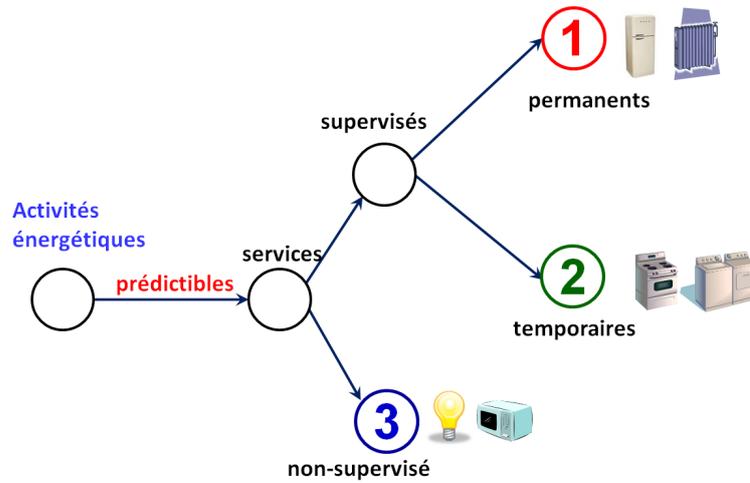


FIGURE 2.1 – Catégories des services à l'habitant

Une classification des activités dans l'habitat est proposée dans Nathan (2001). Elle s'appuie sur le niveau d'automatisation et le nombre d'activations de l'équipement. Les équipements faiblement automatisés avec beaucoup d'activation correspondent au service non-supervisé alors que les équipements fortement automatisés avec une seule activation correspondent aux services permanents. Les équipements fortement automatisés avec plusieurs activations correspondent aux services temporaires.

## 2.2 Modélisation des services

Dans toute la suite de ce mémoire, nous identifierons un service par un indice  $i$  et nous le noterons  $SRV(i)$ .  $H$  sera l'horizon de planification sur lequel on effectue les affectations d'énergie.

### 2.2.1 Caractérisation des services fournisseurs

Un service fournisseur (voir figure 2.2)  $SRV(i)$  est un service qui met à disposition du système de gestion d'énergie une puissance à un prix donné. Deux paramètres variables dans le temps permettent de caractériser ce type de service :

- $P(i, t)$ , la puissance disponible à l'instant  $t$ .
- $C(i, t)$ , le prix de l'électricité produit par cette source à l'instant  $t$ .

Ces paramètres sont des données du problème d'optimisation.

### 2.2.2 Caractérisation des services à l'habitant

**Service permanent.** Un service permanent  $SRV(i)$  (figure 2.3-a) est associé à un équipement qui régule en permanence la grandeur physique à contrôler par rapport à une valeur de consigne. Le plus souvent, la grandeur physique est une température pour les systèmes de chauffage, de réfrigération, de congélation, de chauffe-eau. Il est caractérisé par les données suivantes :

- $P(i)$ , la puissance consommée par l'équipement en fonctionnement
- $T_{opt}(i, t)$ , la valeur souhaitée de la grandeur à contrôler à l'instant  $t$
- $T_{min}(i, t)$ ,  $T_{max}(i, t)$ , respectivement les valeurs minimum et maximum de la grandeur à contrôler à l'instant  $t$

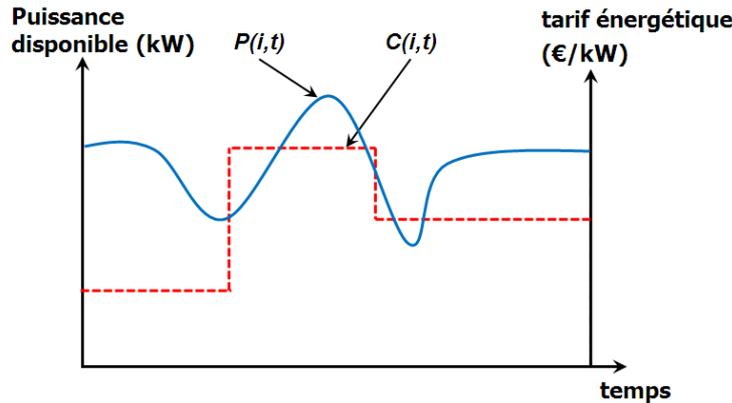


FIGURE 2.2 – Caractérisation du service fournisseur

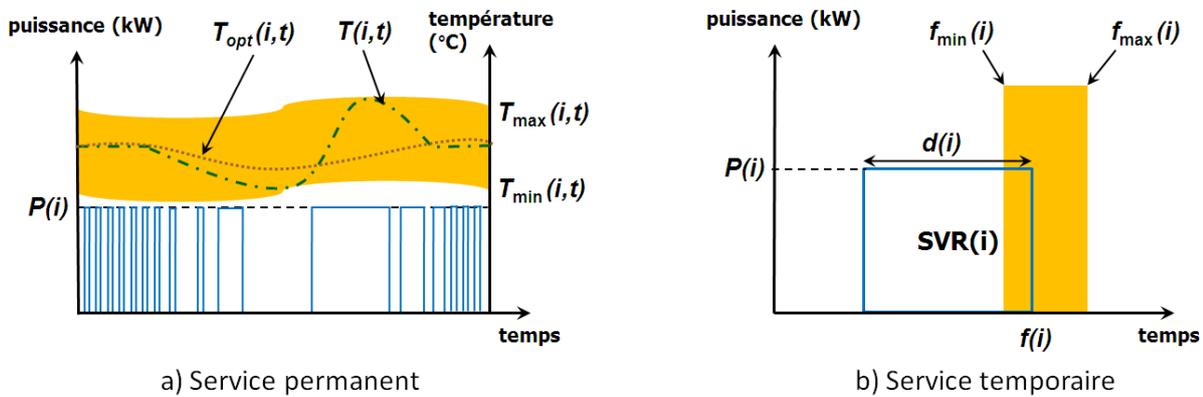


FIGURE 2.3 – Caractérisation des services à l'habitant

- la caractérisation du confort de l'utilisateur par rapport à cette grandeur à contrôler
- l'équation dynamique du comportement de l'équipement qui caractérise la transformation de l'énergie électrique en grandeur contrôlée

Par exemple, l'habitant demande que la température dans sa chambre soit dans l'intervalle  $[18^{\circ}\text{C}, 20^{\circ}\text{C}]$ . Le système de gestion d'énergie vise à établir la meilleure température, à chaque instant, en minimisant le coût de l'énergie et en maximisant le confort de l'habitant. La capacité à emmagasiner de l'énergie sous forme thermique dans l'enveloppe d'un bâtiment est utilisée pour atteindre cet optimum.

**Service temporaire.** Un service temporaire  $SRV(i)$ , illustré dans la figure 2.3-b, est caractérisé par les données suivantes :

- $P(i)$ , la puissance consommée pendant que le service est exécuté.
- $d(i)$ , la durée d'exécution
- $f_{opt}(i)$ , la date de fin souhaitée
- $f_{min}(i)$ ,  $f_{max}(i)$ , respectivement les dates de fin au plus tôt et au plus tard acceptables pour l'habitant
- la caractérisation de la satisfaction de l'utilisateur par rapport à la date de fin.

Le système d'optimisation calcule une date d'exécution optimale du service par rapport à la demande exprimée par l'utilisateur et au prix de l'énergie. Les services temporaires sont des tâches à ordonnancer avec des contraintes de fenêtre de temps et de ressource.

**Service non-supervisé.** Le fonctionnement (consommation, durée et date de démarrage) de chaque équipement dans cette catégorie (le four micro-onde ou l'éclairage, . . .) est très difficile à prévoir. Dans tous les cas, aucun modèle ne permettrait de résoudre efficacement la prévision de tous les équipements non-supervisés. Il n'est par exemple guère envisageable de prédire les éclairages de toutes les lampes d'une maison. Et même si on arrivait à le calculer le résultat ne présenterait que très peu d'intérêt car l'énergie consommée par chaque lampe individuellement est très faible par rapport à la programmation, forcément inexacte, de tous ces équipements très dépendants de l'action de l'usager. La courbe de charge globale prévue du service non-supervisé suffit. La consommation globale de l'ensemble de ces équipements, est définie par la puissance  $P_u(t)$  consommée à chaque l'instant  $t$ . Elle sera considérée comme une contrainte pour le système d'optimisation.

### 2.3 Mécanisme de pilotage multi-couche

Le problème majeur dans la gestion des flux énergétiques est l'incertitude. Son origine est multiple : incertitudes sur le modèle de comportement des services, incertitudes sur les conditions extérieures mais aussi, incertitudes liées au comportement et aux demandes des habitants. Pour permettre de résoudre le problème de gestion des flux énergétiques, nous nous appuyons sur une structure de contrôle en trois couches proposée dans (Ha, 2007) : une couche locale, une couche réactive et une couche anticipative. Chacune de ces couches se différencie par l'échelle de temps sur laquelle elle opère (voir figure 2.4). Typiquement, la couche locale opère en temps réel, la couche réactive opère à l'échelle de la minute et la couche anticipative opère à l'échelle de l'heure sur un horizon d'une journée. Les phénomènes pris en compte par chacune de ces couches sont en cohérence avec ces échelles de façon similaire à ce qui a été développé dans les systèmes manufacturiers dans l'architecture CIM. La couche anticipative remplit la fonction planification, la couche réactive est proche des fonctions MES et la couche locale contient la commande des équipements.

#### 2.3.1 La couche anticipative

Cette couche vise à planifier la consommation et la production d'énergie de plusieurs heures (typiquement 24h) à l'avance selon les prévisions disponibles : les prévisions météorologiques, la prévision des demandes des usagers et aussi les prévisions de disponibilité et de coût des ressources énergétiques (voir figure 2.4). Le temps d'échantillonnage de cette couche est noté  $\Delta$  et vaut typiquement 30 à 60 minutes. Les modèles utilisés sont donc les plus synthétiques. Les travaux réalisés dans cette thèse proposent d'étendre les fonctionnalités de la couche anticipative.

#### 2.3.2 La couche réactive

Elle reçoit comme entrée les consignes calculées par la couche anticipative. Elle ajuste les allocations d'énergie correspondantes aux conditions réelles d'exécution. Cette couche travaille avec un temps d'échantillonnage  $\Delta_r$ . S'il n'y a aucun événement imprévu, cette couche n'intervient pas : son seul rôle est de transmettre les consignes à la couche locale. Cette couche effectue

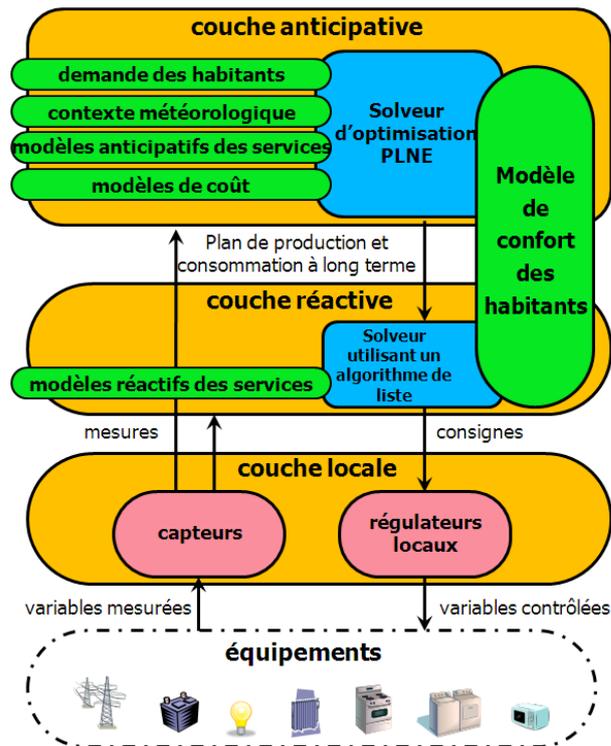


FIGURE 2.4 – Mécanisme de pilotage multi-couche pour la gestion d'énergie dans l'habitat

des arbitrages en cas de violations de contraintes liées aux ressources énergétiques disponibles et aux exigences de confort des habitants. Pratiquement, en cas de violation de contraintes sur l'énergie disponible, la couche réactive va intervenir en délestant certains services pour équilibrer la consommation et la production d'énergie. Mais cette fonction de délestage s'adapte aux situations rencontrées contrairement aux mécanismes de délestage déjà existants qui agissent avec des systèmes de priorités statiques. Nous utilisons cette couche dans nos simulations mais nous ne travaillons pas dessus.

### 2.3.3 La couche locale

Elle est liée aux systèmes de régulation embarqués dans les équipements conçus par les fabricants. Elle réalise la commande des équipements pour atteindre des valeurs de consigne générées par la couche anticipative, éventuellement ajustées par la couche réactive. Cette couche, constituée de systèmes de contrôle/commande existants, nous permet de faire abstraction du comportement des équipements dans les couches d'optimisation sur lesquelles nous travaillons.

## 3 Formulation du problème d'optimisation : The Home Energy Scheduling Problem (HESP)

Comme nous l'avons évoqué dans la partie 2, les travaux réalisés dans (Ha, 2007) ont conduit notamment à proposer une modélisation du problème d'optimisation de la couche anticipative sous forme d'un programme linéaire mixte. Le système d'optimisation vise à planifier les services en trouvant le meilleur compromis entre le coût de l'énergie consommée (à minimiser) et la

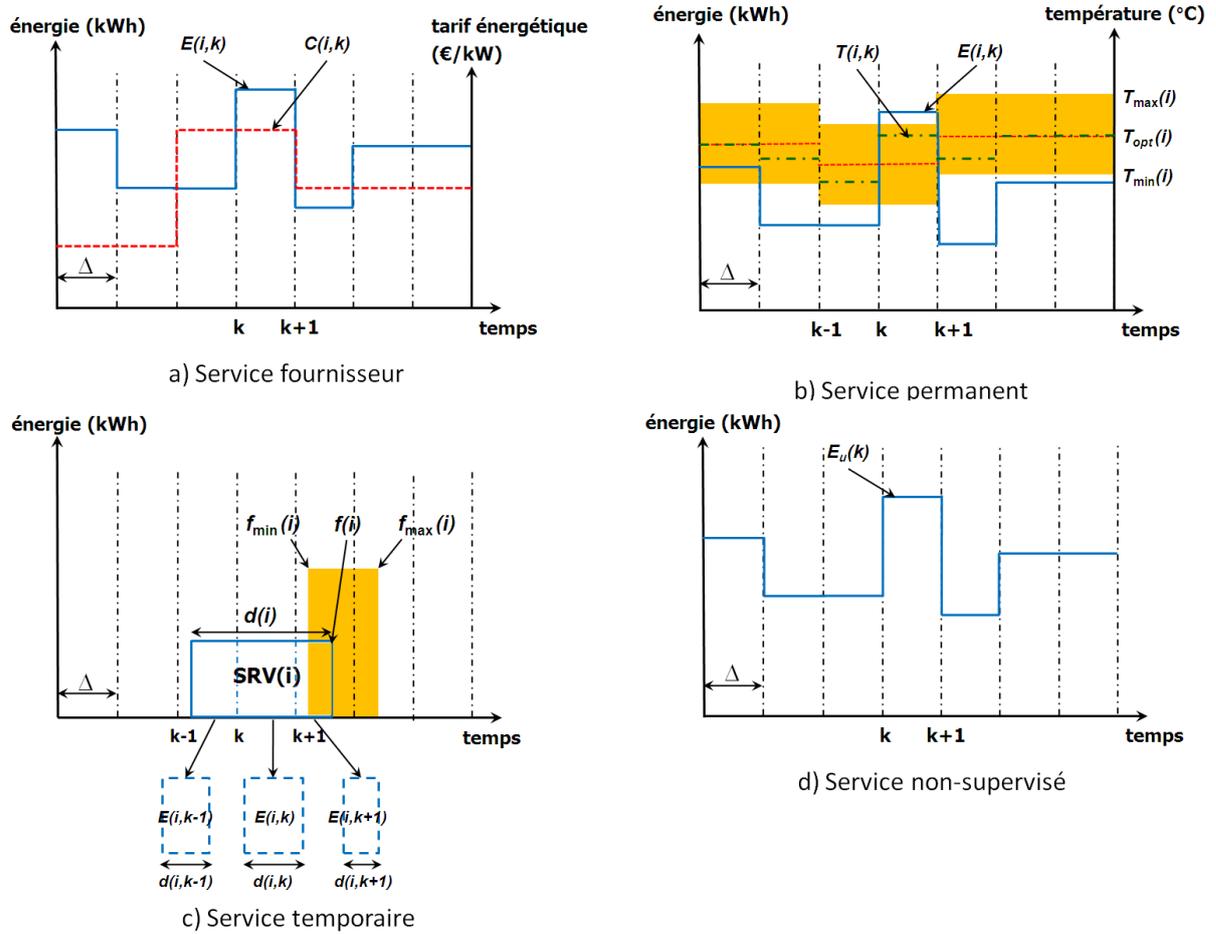


FIGURE 2.5 – Modélisation des services dans HESP

satisfaction de l'habitant (à maximiser) sous des contraintes de disponibilité de l'énergie. Cette modélisation est le cœur d'une plate-forme de développement d'un système complet de gestion d'énergie pour les bâtiments. Cette plate-forme s'appelle G-homeTech. La partie 4 de ce chapitre est dédiée à la description de cette plate-forme. C'est dans le contexte de cette plate-forme de développement que se situe mon travail de thèse qui consiste à proposer de nouvelles fonctionnalités à la couche anticipative décrite dans cette partie du mémoire.

Soit  $H = \{0, \dots, (T - 1)\}$ , l'horizon de planification composé de  $T$  périodes de temps de longueur  $\Delta$ . Les variables de décision du problème d'optimisation de l'énergie sont la quantité d'énergie allouée à chaque période pour les services permanents et la date d'exécution pour les services temporaires. De ces décisions découlent la quantité d'énergie consommée pour chaque service fournisseur. Pour calculer les variables de décision du problème, les variables de décision du modèle retenues sont la quantité d'énergie allouée à chaque service à chaque période de l'horizon de planification. Pour les services temporaires, ces variables sont calculées à partir de l'heure de fin d'exécution. Le coût de l'énergie et la disponibilité des ressources sont supposés être constants sur une période de temps  $\Delta$ . La durée des services temporaires et le temps d'échantillonnage  $\Delta$  sont indépendants.

### 3.1 Service fournisseur

À partir de la description du service fournisseur  $SRV(i)$  donnée dans la partie 2.2, la contrainte suivante peut être associée à l'énergie consommée à partir du fournisseur  $i$  pour chaque période de l'horizon de planification :

$$E(i, k) \leq P(i, k)\Delta \quad \forall k \in \{0, \dots, T-1\} \quad (2.1)$$

avec  $P(i, k)$  la puissance disponible pendant la période  $k$  donnée à partir de  $P(i, t)$ , et  $E(i, k)$  l'énergie fournie par le service  $i$  pendant la période  $k$ , variable de décision du problème.

### 3.2 Service permanent

Pour ces services, l'optimisation consiste à moduler l'énergie consommée pour répondre à une consigne de température demandée par l'utilisateur. La température de consigne  $T(i, t)$  est une variable de décision associée au service permanent  $i$  à l'instant  $t$ . Cette modulation de consigne est associée à une variation de la quantité d'énergie affectée au service  $i$ . Plusieurs modèles thermiques ont été étudiés (Madsen (1995) et Nathan (2001)). Dans ce travail, les services permanents sont modélisés par un modèle dynamique du premier ordre. Ce modèle est le plus adapté pour la commande. Chaque service permanent qui peut être représenté par des équations dynamiques (2.2), peut être pris en compte actuellement dans la plate-forme de développement. Un service de chauffage est utilisé comme exemple de référence. Pour un service chauffage  $SRV(i)$ , on a :

$$\frac{d(T_{in}(i, t) - T_{out}(i, t))}{dt} = \frac{-1}{\tau(i)}(T_{in}(i, t) - T_{out}(i, t)) + \frac{G(i)}{\tau(i)}P(i, t) + \frac{G_s}{\tau(i)}\phi_s(i, t) \quad (2.2)$$

Ce modèle nous permet de décrire la variation dynamique de la température intérieure avec les paramètres suivants :

- $T_{in}(i, t)$  : la température intérieure de la zone thermique associée à ce service
- $T_{out}(i, t)$  : la température extérieure de la zone
- $\phi_s(i, t)$  : la puissance de la radiation dans la zone
- $G, G_s$  : le gain du modèle du premier ordre de la puissance du chauffage et de la radiation solaire, respectivement.
- $\tau(i)$  : la constante de temps du modèle du premier ordre.

Le modèle thermique continu doit être discrétisé selon la période de planification  $\Delta$ . En utilisant les outils classiques de l'automatique (bloqueur d'ordre zéro), la modélisation du service  $SRV(i)$  devient :

$$\begin{aligned} \forall k \in \{0, \dots, T-1\} \\ T_{in}(i, k+1) = & e^{\frac{-\Delta}{\tau(i)}} T_{in}(i, k) \\ & + (1 - e^{\frac{-\Delta}{\tau(i)}}) T_{out}(i, k) + G(i)(1 - e^{\frac{-\Delta}{\tau(i)}}) E(i, k) \\ & + G_s(i)(1 - e^{\frac{-\Delta}{\tau(i)}}) \phi_s(i, k) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$T_{min}(i, k) \leq T_{in}(i, k) \leq T_{max}(i, k) \quad (2.4)$$

$T_{out}(i, k)$ ,  $\phi_s(i, k)$ ,  $T_{in}(i, 0)$ ,  $\tau(i)$ ,  $G_s(i)$  et  $G(i)$  sont les données du problème d'optimisation.  $T_{in}(i, k)$  et  $E(i, k)$  sont les variables de décision.

### 3.3 Service temporaire

Pour ces services, l'optimisation consiste à calculer la date de fin d'exécution notée  $f(i)$ . Dans la littérature, les formulations en temps continu des problèmes d'ordonnancement existent dans (Castro et Grossmann, 2006), (Pinto et Grossmann, 1995) et (Pinto et Grossmann, 1998). Cependant, ces problèmes concernent la planification avec des contraintes de ressources disjonctives pour lequel d'ordonnancement consiste à trouver une séquence d'exécution des tâches. Dans le problème de gestion de l'énergie dans l'habitat, la question ne se limite pas à déterminer une telle séquence parce que plusieurs services peuvent être réalisés en même temps. Deux modèles en temps discret et continu existent pour le problème d'ordonnancement sous contraintes de ressource. Ils sont utilisés par le problème RCPSP (Resource Constraint Project Scheduling Problem) dans (Alvarez-Valdès et Tamarit, 1993), (Koné et al., 2010) et (Mingozzi et al., 1998). Cependant, dans ces modèles, la ressource cumulative est vue comme une donnée constante ce qui n'est pas le cas dans le HESP. C'est la raison pour laquelle un modèle en temps discret est utilisé pour le HESP.

Les équations qui permettent de calculer la quantité d'énergie allouée à chaque période au service temporaire, conformément à la figure 2.5-c, ont été écrites sous forme de contraintes linéaires mixtes.

Selon (Pierre Lopez, 1996), la durée de la consommation potentielle (durée effective si elle est positive)  $d(i, k)$  d'un service  $SRV(i)$  au cours d'une période d'échantillonnage  $]k\Delta, (k+1)\Delta]$  est donnée par :

$$d(i, k) = \min(f(i), (k+1)\Delta) - \max(f(i) - d(i), k\Delta) \quad (2.5)$$

En utilisant deux variables binaires  $\delta_1(i, k)$  et  $\delta_2(i, k)$  définies par :

$$\begin{aligned} [\delta_1(i, k) = 1] &\leftrightarrow [f(i) \leq k\Delta] \\ [\delta_2(i, k) = 1] &\leftrightarrow [f(i) - d(i) \leq k\Delta] \end{aligned} \quad (2.6)$$

le min et le max dans l'équation (2.5) deviennent :

$$\begin{aligned} \min [f(i), (k+1)\Delta] &= [1 - \delta_1(i, k+1)] (k+1)\Delta + \delta_1(i, k+1)f(i) \\ \max [f(i) - d(i), k\Delta] &= [1 - \delta_2(i, k)] [f(i) - d(i)] + \delta_2(i, k).k\Delta \end{aligned} \quad (2.7)$$

La durée du service  $d(i, k)$  pendant chaque période d'échantillonnage s'écrit à partir de l'équation (2.5) comme suit :

$$d(i, k) = [1 - \delta_1(i, k+1)] (k+1)\Delta + \delta_1(i, k+1)f(i) - [1 - \delta_2(i, k)] [f(i) - d(i)] + \delta_2(i, k).k\Delta \quad (2.8)$$

Des variables semi-continues  $z_1(i, k) = \delta_1(i, k).f(i)$  et  $z_2(i, k) = \delta_2(i, k).f(i)$  doivent être introduites pour linéariser la partie non-linéaire dans l'équation (2.8). La durée  $d(i, k)$  devient :

$$d(i, k) = z_1(i, k+1) + z_2(i, k) - f(i) - (k+1)\Delta.\delta_1(i, k+1) - \delta_2(i, k) [d(i) + k\Delta] + (k+1)\Delta + D(i) \quad (2.9)$$

L'énergie consommée  $E(i, k)$  par le service  $i$  pendant une période d'échantillonnage  $]k\Delta, (k+1)\Delta]$  est donnée par :

$$\begin{aligned} E(i, k) &= d(i, k)P(i) \quad \text{si} \quad d(i, k) > 0 \\ E(i, k) &= 0 \quad \text{sinon} \end{aligned} \quad (2.10)$$

On doit alors ajouter une autre variable binaire  $\delta_3(i, k)$  définie par :

$$[\delta_3(i, k) = 1] \leftrightarrow [d(i, k) > 0] \quad (2.11)$$

et une variable semi-continue  $z_3(i, k) = \delta_3(i, k).d(i, k)$  pour transformer cette description d'énergie. L'énergie consommée est finalement donnée par :

$$E(i, k) = z_3(i, k)P(i) \quad (2.12)$$

L'ensemble de contraintes linéaires mixtes équivalentes à l'ensemble des équations précédentes est donné dans l'annexe A.2. Dans cette annexe, on trouve, en particulier, les inégalités qui permettent de définir les variables discrètes et semi-continues. Ces contraintes sont écrites en utilisant les outils proposés dans (Bemporad et Morari, 1998) et présentés dans l'annexe A.1.

### 3.4 Service non-supervisé

La consommation globale de ce service, par exemple la cuisson au micro-onde ou l'éclairage, est assurée, dans notre système de gestion d'énergie, en réservant un matelas d'énergie. Cette consommation pendant chaque tranche horaire, notée  $E_u(k)$  (voir la figure 2.5-d), est exprimée sous la forme d'un profil connu à l'avance à partir de la prévision sur chaque période de planification.

### 3.5 Équilibre énergétique

En outre, une contrainte modélise l'équilibre production/consommation :

$$\sum_{j \in \mathcal{I}_S} E(j, k) = \sum_{i \in \mathcal{I}_E} E(i, k) + E_u(k), \forall k \in \{0, \dots, T-1\} \quad (2.13)$$

avec  $\mathcal{I}_S$  l'ensemble des indices des services fournisseurs d'énergie et  $\mathcal{I}_E$  l'ensemble des indices des services à l'habitant planifiés.

### 3.6 La fonction objectif

#### 3.6.1 Critère économique et écologique

Comme nous l'avons présenté dans le chapitre 1, l'effet de serre est causé par la présence, dans l'atmosphère, de gaz qui absorbent et réémettent une partie du rayonnement infrarouge émis par la surface de la Terre, conduisant ainsi à un échauffement de la partie basse de l'atmosphère. Le critère écologique est défini en fonction des ressources énergétiques utilisées pour produire l'électricité. La quantité de gaz à effet de serre en équivalent  $CO_2$  rejetée par kWh dépend de la période de production de l'électricité. Par exemple, l'électricité livrée par le réseau donne une émission de 66g/kWh d'équivalent  $CO_2$  dans l'atmosphère en périodes creuses et 383g/kWh en périodes de pic (Angioletti et Despretz, 2003).

Par ailleurs les périodes de pic de consommation conduisent à des prix élevés de l'énergie suivant le principe de l'offre et de la demande. Le coût énergétique pris en compte dans notre problème de gestion d'énergie dans l'habitat représente alors à la fois le prix de l'énergie consommée et son rejet de  $CO_2$  équivalent.

Nous connaissons un prix unique avec un abonnement qui dépend de la puissance disponible. Il y a d'autres systèmes mis en œuvre ou expérimentaux ou totalement à l'étude. Il n'existe pas

de mécanisme universel de facturation de l'énergie électrique. Chaque pays adopte généralement un principe qui lui est propre, prenant en compte la nature de ses moyens de production, le comportement des consommateurs et les critères écologiques. Dans le principe *Time of Use* des créneaux horaires sont définis avec un prix fixe dans chaque créneau. Il s'agit d'une extension du tarif *Heures pleines/heures creuses* qui existe en France depuis 1964. Dans le principe *Critical Peak Pricing*, un modèle tarifaire est fixé pour les jours normaux et des tarifs plus élevés sont fixés pour quelques jours de période critique. L'EJP d'EDF depuis 1982 (Effacement Jour de Pointe) et les tarifs tempos en sont quelques exemples. Dans le *Dynamic Pricing*, il y a un prix défini pour une quantité d'énergie consommée et au delà de cette quantité un prix marginal, défini dynamiquement, est appliqué. C'est le type de prix dynamique que nous étudions dans l'option 2 de ce mémoire.

Notre système de gestion d'énergie dans l'habitat prend tout son intérêt et sa pertinence dans le cas du coût variable de l'énergie consommée au cours de l'horizon de planification. Le problème d'optimisation consiste à minimiser le coût de l'énergie consommée. Le modèle de coût implanté dans la plate-forme G-homeTech, dans laquelle se placent nos travaux, s'appuie sur le principe du *Time of Use* dans lequel le prix de l'énergie est défini pour chaque période de l'horizon. Le principe *Critical Peak Pricing* peut être vu comme un cas particulier de ce principe qui est également pris en compte dans le modèle disponible dans G-homeTech. Avec ces hypothèses et les données du problème formalisées dans la partie 2.2, le critère de minimisation du coût de l'énergie peut s'écrire comme suit :

$$J = \sum_{j \in \mathcal{I}_S} \sum_{k=0}^{T-1} C(j, k) E(j, k) \quad (2.14)$$

avec  $C(j, k)$ , le prix unitaire de l'énergie produite par le fournisseur  $j$ .

### 3.6.2 Critère de confort

Dans notre travail sur la gestion de l'énergie dans le bâtiment, nous souhaitons mettre en place un système qui permette de répondre aux attentes des usagers dans des conditions de plus grande sobriété possible par rapport aux moyens de production d'énergie. Nous ne cherchons pas directement à réduire la consommation totale d'énergie, mais une réduction globale peut résulter du compromis optimal coût/confort. Tous les services demandés par l'utilisateur doivent être réalisés mais un degré de liberté existe pour leur exécution à partir duquel nous pouvons quantifier un niveau de satisfaction de l'utilisateur. Le modèle retenu dans G-homeTech pour quantifier le niveau de satisfaction de chaque type de service est défini dans les parties qui suivent.

**Service permanent.** Selon la norme 7730 de confort, (AFNOR, 2006) propose un modèle pour le confort thermique qui dépend du type d'espace (bureau, chambre,...) et de la qualité (humidité et la vitesse de l'air) de l'environnement. Pour un type d'espace thermique et une qualité de l'environnement donnés, ce modèle permet de calculer un indice d'insatisfaction à chaque période de temps  $D(i, k)$  (voir la figure 2.6-a). Dans ce modèle générique l'insatisfaction du service permanent  $SRV(i)$  à chaque période de temps  $k$  est calculée uniquement en fonction de la température intérieure de la zone thermique  $T_{in}(k)$  à l'aide de deux constantes  $(a_1, a_2)$  qui caractérisent les paramètres de la zone par rapport au confort ressenti, conformément au type

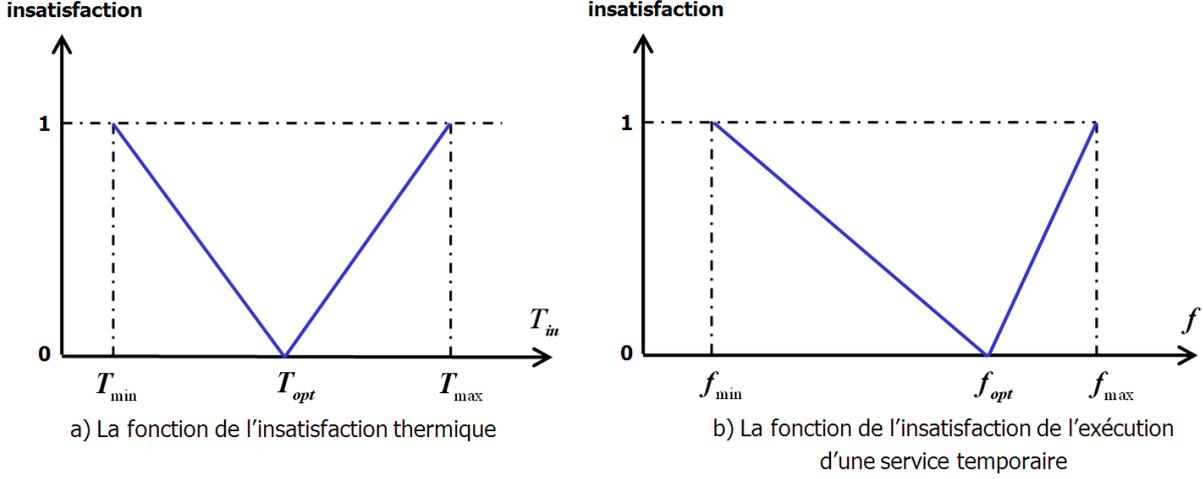


FIGURE 2.6 – Fonctions de l'insatisfaction thermique et de l'insatisfaction de l'exécution d'un service temporaire du problème HESP

d'espace et à la qualité. Les équations disponibles dans G-homeTech sont les suivantes :

$$D(i, k) = \begin{cases} a_1 \times \frac{T_{opt}(i, k) - T_{in}(i, k)}{T_{opt}(i, k) - T_{min}(i, k)} & \text{si } T_{in}(i, k) \leq T_{opt}(i, k) \\ a_2 \times \frac{T_{in}(i, k) - T_{opt}(i, k)}{T_{max}(i, k) - T_{opt}(i, k)} & \text{si } T_{in}(i, k) > T_{opt}(i, k) \end{cases} \quad (2.15)$$

avec  $T_{opt}(i, k)$  la température souhaitée par l'utilisateur et  $T_{min}(i, k)$ ,  $T_{max}(i, k)$  respectivement la température minimale et maximale acceptables par l'utilisateur dans la période  $k$ .

**Service temporaire.** Pour les services temporaires, la satisfaction de l'utilisateur dépend de la date d'exécution du service. L'utilisateur définit une date de fin préférée, notée  $f_{opt}(i)$ , et une fenêtre de temps acceptable pour l'exécution du service. De la même manière que pour les services permanents, l'insatisfaction d'un service temporaire  $SRV(i)$  est calculée par rapport à l'écart entre la date d'exécution préférée et la date planifiée (voir la figure 2.6-b) comme suit :

$$D(i) = \begin{cases} \frac{f(i) - f_{opt}(i)}{f_{max}(i) - f_{opt}(i)} & \text{si } f(i) > f_{opt}(i) \\ \frac{f_{opt}(i) - f(i)}{f_{opt}(i) - f_{min}(i)} & \text{si } f(i) \leq f_{opt}(i) \end{cases} \quad (2.16)$$

avec  $f_{opt}(i)$  l'heure de fin souhaitée et  $f_{min}(i)$ ,  $f_{max}(i)$  respectivement les heures de fin minimale et maximale acceptables pour le service  $i$ .

**Linéarisation des indices d'insatisfaction.** Les indices d'insatisfaction définis dans les équations 2.15 et 2.16 doivent être linéarisés pour être intégrés dans le problème d'optimisation sous forme de programme linéaire mixte. On peut remarquer que l'insatisfaction d'un service temporaire est un cas particulier de l'insatisfaction d'un service permanent avec  $a_1 = 1$  et  $a_2 = 1$ . Aussi, nous décrirons seulement les opérations de linéarisation de l'insatisfaction des services permanents. Soit  $\delta_D(i, k)$  une variable binaire définie par

$$[\delta_D(i, k) = 1] \leftrightarrow [T_{in}(i, k) \geq T_{min}(i, k)] \quad (2.17)$$

L'insatisfaction de ce service peut être donnée comme suit :

$$D(i, k) = \delta_D(i, k) a_1 \frac{(T_{opt}(i, k) - T_{in}(i, k))}{T_{opt}(i, k) - T_{min}(i, k)} + (1 - \delta_D(i, k)) a_2 \frac{(T_{in}(i, k) - T_{opt}(i, k))}{T_{max}(i, k) - T_{opt}(i, k)}$$

On doit alors ajouter une variable semi-continue  $z_D(i, k) = T_{in}(i, k) \delta_D(i, k)$  pour transformer cet indice d'insatisfaction qui est finalement donné par :

$$D(i, k) = \frac{1}{T_{max}(i, k) - T_{opt}(i, k)} T_{in}(i, k) + \frac{T_{opt}(i, k) [T_{max}(i, k) - T_{min}(i, k)]}{[T_{opt}(i, k) - T_{min}(i, k)] [T_{max}(i, k) - T_{opt}(i, k)]} \delta_D(i, k) + \frac{T_{max}(i, k) - T_{min}(i, k)}{[T_{max}(i, k) - T_{opt}(i, k)] [T_{min}(i, k) - T_{opt}(i, k)]} z_D(i, k) + \frac{T_{opt}(i, k)}{T_{opt}(i, k) - T_{max}(i, k)} \quad (2.18)$$

L'ensemble de contraintes correspondant à cette modélisation du critère de confort est détaillé dans l'annexe A.3.

### 3.6.3 Fonction objectif

Selon la demande de l'habitant, un compromis entre le coût énergétique et le confort doit être réalisé. Dans G-homeTech une fonction d'agrégation des deux critères coût et confort est implantée. Le HESP vise à minimiser la fonction objectif représentée par l'équation suivante :

$$J = \sum_{j \in \mathcal{I}_S} \sum_{k=0}^{T-1} C(j, k) E(j, k) + \frac{\beta}{\sum_{i \in \mathcal{I}_P} \alpha(i) + \sum_{i \in \mathcal{I}_T} \alpha(i)} \left\{ \sum_{i \in \mathcal{I}_P} \sum_{k=0}^{T-1} \alpha(i) D(i, k) + \sum_{i \in \mathcal{I}_T} \alpha(i) D(i) \right\} \quad (2.19)$$

avec

- $\mathcal{I}_P$  l'ensemble des services permanents
- $\mathcal{I}_T$  l'ensemble des services temporaires programmables

alors  $\mathcal{I}_P + \mathcal{I}_T = \mathcal{I}_E$ . Les paramètres  $\alpha(i)$  définissent la priorité entre les services vis à vis du confort de l'utilisateur et le paramètre  $\beta$  représente l'importance relative entre le coût énergétique et l'insatisfaction. Ces paramètres sont donnés par l'utilisateur. Une interface de personnalisation du système peut lui offrir des choix de type économique/confortable/équilibré par exemple.

L'ensemble des équations données dans cette partie, avec les équations permettant de les linéariser constituent le modèle de référence HESP0 qui était disponible au départ de la thèse et auquel mon travail de thèse a pour objectif d'apporter de nouvelles fonctionnalités.

Les bases de la modélisation MILP du problème HESP0 ont été données dans (Ha, 2007). Toutefois, les résultats numériques donnés dans (Ha, 2007) sont obtenus avec des résolutions approchées de type métaheuristiques du problème comme le Recuit Simulé, l'Algorithme Génétique et la Recherche Tabou (Ha et al., 2006b). La prise en compte d'autres types de services a également été étudié par des approches multi-agents (Penya, 2003; Negenborn, 2007; Abras et al., 2006, 2007b,a, 2010b,a; Elmahaiawy et al., 2010). La résolution exacte du modèle MILP n'avait pas été finalisée dans la thèse de Ha Duy Long. Une partie de ma thèse a consisté à finaliser l'implantation du modèle MILP de HESP0 dans la plate-forme de développement G-homeTech et d'interfacer la génération du modèle linéaire avec le solveur Cplex afin d'étudier les limites de la résolution exacte de ce modèle dans notre cas d'application. Nous avons également démontré la complexité du problème dans (Jacomino et al., 2011). La partie 3 du chapitre 3 permet de faire le point sur l'analyse du modèle linéaire qui a été faite et sur les fonctionnalités qui ont été apportées au modèle de base, autres que la fonctionnalité qui constitue l'essentiel de mon travail de thèse sur la prise en compte des incertitudes et qui fait l'objet des chapitres suivants. Plusieurs versions de HESP sont définies en fonction des fonctionnalités prises en compte dans

le problème d'énergie. Elles permettent également de générer dynamiquement des problèmes de gestion énergétique afin de les résoudre. La génération dynamique de problèmes d'optimisation a été étudiée dans (Warkozek et al., 2009).

## 4 La plate-forme de développement G-homeTech

La plate-forme G-homeTech est un logiciel qui nous permet de capitaliser toutes les fonctionnalités qui sont développées sur la thématique de la gestion des flux énergétiques dans les bâtiments. Cette plate-forme est développée en Java au laboratoire G-SCOP en collaboration avec le laboratoire G2ELAB. Elle a été initiée par les travaux réalisés dans le cadre du projet ANR-Multisol (2006-2009, partenaires : Institut National de l'Énergie Solaire (CEA), Schneider Electric, Armines, G2ELAB et G-SCOP). L'architecture logicielle et le processus de résolution sont décrits dans (Ploix et al., 2010) (voir la figure 2.7).

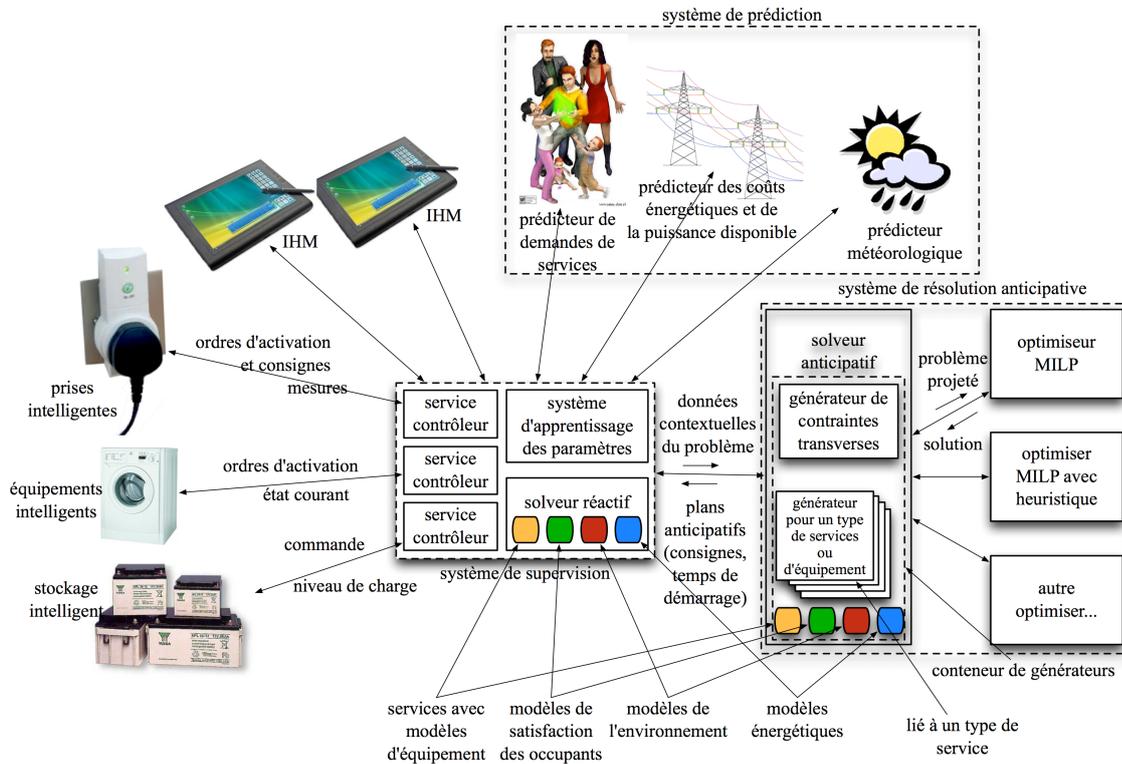


FIGURE 2.7 – Structure du système de gestion d'énergie dans l'habitat

Tous les problèmes d'optimisation de la gestion d'énergie que nous nous proposons d'étudier sont implantés dans G-homeTech, ce qui nous permet de visualiser les résultats d'une part, et de valider les résultats en simulation en utilisant le couplage anticipatif et réactif d'autre part.

### 4.1 Architecture générale

La plate-forme G-homeTech est structurée autour de 5 fonctionnalités qui sont indépendantes en terme de codage et qui échangent des informations (voir la figure 2.8).

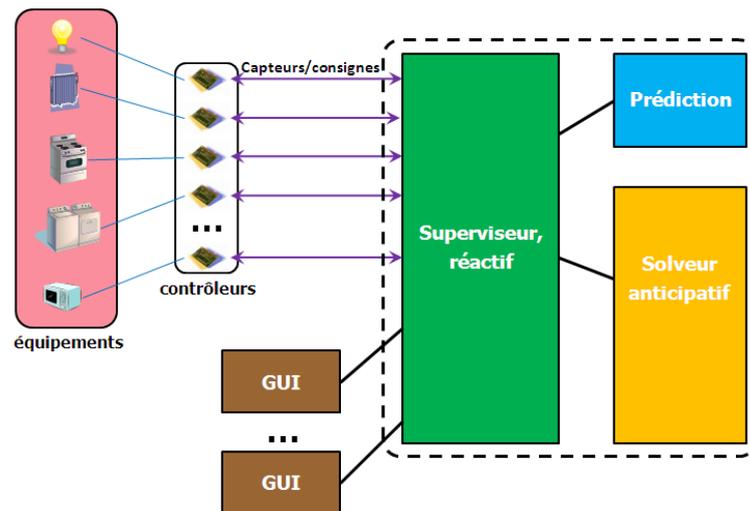


FIGURE 2.8 – Architecture globale de la plate-forme G-HomeTech

## 4.2 Les contrôleurs

Un contrôleur est associé à chaque service défini dans la maison. Ces services doivent correspondre à l'un des modèles hébergés par la plate-forme. Au début de la thèse, il s'agissait des services décrits dans le problème HESP0. Le contrôleur est l'élément de communication avec chaque type d'équipement. Ces contrôleurs remplissent les fonctions suivantes :

- envoyer les données de configuration des équipements au système de gestion d'énergie : le type de service ainsi que les paramètres associés.
- envoyer des mesures au superviseur lorsque celui-ci en fait la demande : l'énergie consommée depuis la dernière requête du superviseur, l'état d'activation courant (si le service est actif, il a le droit de consommer de l'énergie, sinon le service est interrompu) et éventuellement le point de fonctionnement courant de l'équipement.
- recevoir des ordres comme : "fournir mesures", "activer", "désactiver le service", "fixer la consigne" ou "l'instant de démarrage à une valeur donnée".

## 4.3 Le prédicteur

Ce module a pour fonction de donner au module Superviseur toutes les informations liées au contexte d'utilisation, c'est-à-dire liées à un horizon de planification particulier. Il fournit les données météorologiques et les demandes de service des utilisateurs. Ce module pourra à l'avenir contenir des fonctions de calcul de prédiction pour ces données. Pour ce qui concerne cette thèse, nous considérons que ces données sont disponibles avec plus ou moins de précision sans considérer le moyen à partir duquel elles ont été obtenues.

## 4.4 Le superviseur

Le superviseur est la partie centrale du système, c'est le cœur du système vers lequel convergent toutes les informations nécessaires à la gestion de l'énergie :

- il communique avec les contrôleurs de service
- il contient les données de configuration qui caractérisent les attentes des occupants vis-à-vis des services : les conditions de satisfaction des services et l'importance relative des

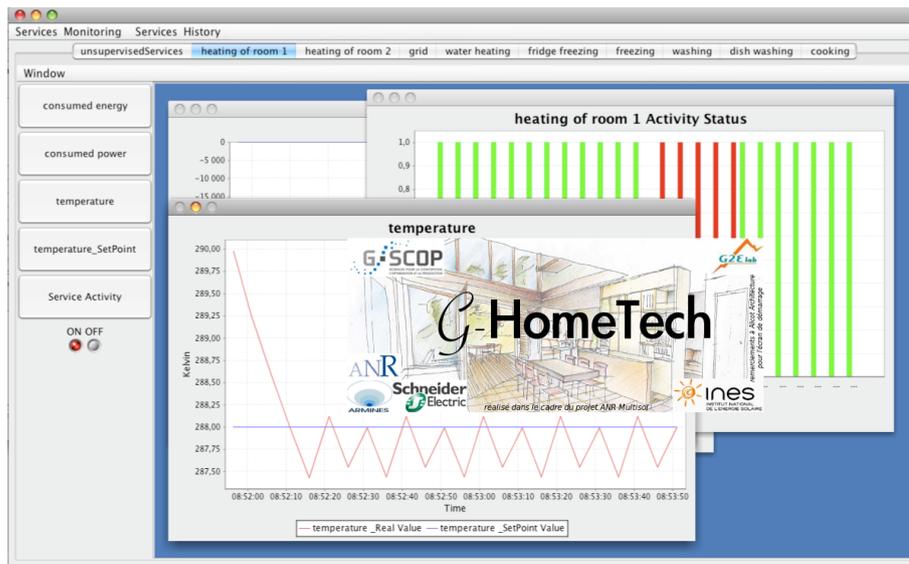


FIGURE 2.9 – Interface Homme Machine du logiciel G-HomeTech

différents services.

- il fait appel au module de prédiction pour obtenir les prochaines prédictions météorologiques mais aussi les prédictions sur les demandes des occupants.

À partir de ces données, il établit la liste des services demandés et génère le problème d'optimisation associé :

- lorsque c'est nécessaire, il fait appel au solveur anticipatif pour calculer les consignes de fonctionnement des services pour le prochain horizon de planification, les prochaines 24 heures par exemple.
- il contient un algorithme réactif qui déleste dynamiquement les services en fonction du contexte énergétique courant et des satisfactions des occupants vis-à-vis des services ;
- il conserve les données provenant des équipements via les contrôleurs de service.
- il met à disposition des interfaces graphiques (GUI) les informations dont elles font la demande.

#### 4.5 Le solveur anticipatif

Le solveur anticipatif reçoit des problèmes HESP standardisés de la part du superviseur. Il calcule des plans optimaux d'affectation d'énergie qui se traduisent par des points de fonctionnement pour les équipements, des coûts et des satisfactions prédites.

#### 4.6 L'interface homme machine (GUI)

La figure 2.9 montre un exemple d'interface graphique du logiciel G-homeTech. L'objectif de la partie IHM est de tracer les différentes données des services comme les puissances consommées/produites, les états d'activation des services, les valeurs de satisfaction des occupants évaluées par le système, les températures, les coûts énergétiques, etc. L'ensemble des résultats numériques présentés dans cette thèse sont obtenus en utilisant l'interface graphique de G-homeTech.

L'ensemble de ces fonctionnalités peut être mis en œuvre sur une architecture matérielle distribuée. Deux types de communication sont utilisés :

- un réseau capillaire entre les contrôleurs de services et le superviseur. Dans le bâtiment, les protocoles suivants sont usuels :
  - les protocoles basse-consommation comme IEEE802.15.4, X10, Wavenis
  - les protocoles dédiés comme KNX, LonWorks,...
  - les protocoles industriels comme OPC.
- xml sur ip est utilisé pour les autres types de communication

Les technologies comme Java RMI sont utilisées en complément. Grâce à ce choix, les différents composants logiciels comme le superviseur, le prédicteur et le solveur anticipatif peuvent être soit embarqués à domicile dans un box, soit distribués sur le réseau Internet. A l'avenir, les contrôleurs pourront éventuellement être embarqués dans les équipements eux-mêmes.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une formulation du problème auquel on s'intéresse, ainsi que les outils mathématiques et logiciels dont nous disposons pour développer nos travaux. Le travail que j'ai réalisé durant ma thèse, et qui est décrit dans les chapitres suivants, a pour objectif d'ajouter des fonctionnalités à ces éléments.



## Chapitre 3

# Contributions aux fonctionnalités de base de la plate-forme G-homeTech

*Dans ce chapitre, nous décrivons le travail que nous avons réalisé dans la plate-forme G-homeTech en préparation de notre travail sur les incertitudes qui est le cœur des résultats de thèse et qui fait l'objet des chapitres suivants. Nous présentons une analyse des propriétés de résolution du problème de gestion d'énergie pour un logement avec HESP. Un dimensionnement du problème sous forme de programme linéaire mixte est réalisé ainsi qu'une analyse de la structure de l'espace de solutions. Dans une deuxième partie de ce chapitre, nous présentons les deux fonctionnalités que nous avons ajoutées au HESP. Nous avons proposé une nouvelle option de tarification. Nous avons également développé les outils nécessaires à la prise en compte de la production photovoltaïque.*

## 1 Dimensionnement du problème

On appellera HESP1.1 le problème sans modèle de satisfaction et HESP1.2 le problème avec modèle de satisfaction. Dans le problème HESP1.1, la satisfaction des services est représentée comme une satisfaction de contraintes. Il n'y a pas de notion de valeur préférée pour la variable à commander dans les services permanents, et pour la date de fin pour les services temporaires.

### 1.1 Dimensionnement du problème HESP en termes de contraintes et de variables

Le dimensionnement en termes de contraintes et de variables de la formulation MILP des deux problèmes HESP1.1 et HESP1.2 a été réalisé. Le tableau 3.1 donne le nombre de contraintes, de variables continues et de variables en nombre entier présentes dans le modèle de chaque service permanent et temporaire, ainsi que le nombre de variables continues et de contraintes correspondant à l'équilibre de l'énergie pour un horizon de planification donné  $T\Delta$ . Dans le problème HESP1.2, nous ajoutons la somme correspondant aux contraintes et variables liées à la linéarisation de la fonction de satisfaction de l'utilisateur. Par exemple, la formulation d'un service permanent nécessite  $3T$  contraintes,  $3T$  variables continues et aucune variable entière si la température peut indifféremment appartenir à l'intervalle  $[T_{\min}, T_{\max}]$ . La prise en compte d'un niveau d'insatisfaction entre  $T_{\min}$  et  $T_{\max}$  introduit  $5T$  contraintes,  $2T$  variables continues et  $T$  variables entières. Le tableau est organisé de la même façon pour les services temporaires.

TABLE 3.1 – Dimensionnement du modèle de chaque type de service

<b>HESP1.1</b>	Service permanent	Service temporaire	Équilibre d'énergie
Contraintes	$3T$	$20T + 1$	$2T$
Variables continues	$3T$	$5T$	$T$
Variables entières	0	$3T$	0
<b>HESP1.2</b>	Service permanent	Service temporaire	Équilibre d'énergie
Contraintes	$8T$	$20T + 2$	$2T$
Variables continues	$5T$	$5T + 1$	$T$
Variables entières	$T$	$3T + 1$	0

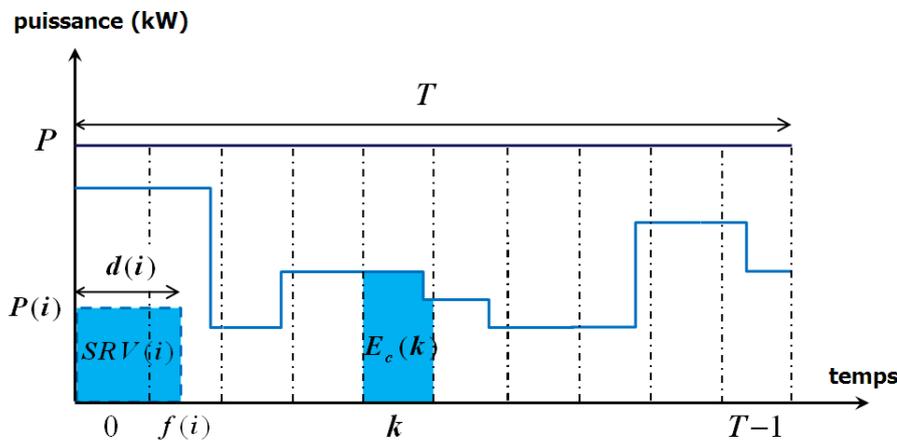


FIGURE 3.1 – Exemple étudié

Le modèle HESP1.1 peut être comparé au problème classique de RCPSP (Resource Constraint Project Scheduling Problem). La formulation en temps discret proposée pour HESP contient 20 fois plus de contraintes et 5 fois plus de variables entières que la formulation en temps discret classique du RCPSP. Cela est dû à la non-synchronisation de la période d'échantillonnage  $\Delta$  et de l'exécution des services temporaires. Dans le HESP, la discrétisation du temps est imposée par la variation des données sur la ressource. Un modèle approché pourrait consister à travailler avec un très grand nombre de périodes afin de négliger la non coïncidence des périodes d'échantillonnage et des démarrages des services temporaires. Mais dans ce cas ce serait le paramètre  $T$  qui deviendrait très grand ce qui ne résoudrait en rien le problème de taille du modèle.

## 1.2 Analyse du temps de calcul du problème HESP

Le HESP a été implémenté et résolu par le solveur IBM ILOG CPLEX11.1 sur un ordinateur Intel Core 2Duo 2,4GHz avec 3,45Go de RAM. Nous avons limité le temps de calcul à 15 minutes (900 secondes). L'énergie provenant d'un fournisseur d'électricité du réseau, dont la puissance maximale est notée  $P$ , est la seule ressource partagée entre 10 services temporaires dans la maison. L'horizon de planification se compose de  $T = 24$  périodes. La quantité d'énergie disponible de la ressource pendant tout l'horizon de planification est alors égale à  $P.T$  (voir la figure 3.1). Cinq paramètres ont été étudiés pour illustrer la structure des solutions de HESP. Pour chaque cas

étudié, un ensemble de 100 scénarios sont générés aléatoirement.

Dans un premier temps, nous avons étudié l'impact de trois paramètres qui déterminent la quantité de ressource nécessaire à la réalisation des 10 services. Dans ces cas, le coût énergétique est supposé constant et l'insatisfaction n'est pas prise en compte. Toute solution admissible trouvée est alors une solution optimale de HESP1.1. Pour chaque ensemble étudié de 100 scénarios un ratio d'énergie consommée  $RE$  est supposé. D'après la figure 3.1,  $RE$  s'est écrit :

$$RE = \frac{\sum_{k=0}^{T-1} \Delta.E_c(k)}{P.T} \quad (3.1)$$

Dans un scénario, la quantité d'énergie disponible  $RE.P.T$  est partagée aléatoirement par 10 services temporaires. On associe à chaque service temporaire une énergie nécessaire égale à  $E(i)$ . Les valeurs 0,3, 0,6 et 0,9 sont étudiées pour le paramètre  $RE$ . La puissance en exécution de chaque service temporaire est générée aléatoirement et est bornée par un paramètre  $RP$  :  $P(i) \leq RP.P$ . La durée de chaque service temporaire  $d(i)$  dans chaque scénario est déduite de  $E(i)$  et de  $P(i)$ . Les valeurs 0,3, 0,5 et 0,8 sont étudiées pour le paramètre  $RP$ . Le ratio de temps  $RT$  est utilisé pour définir la fenêtre acceptable de date de fin de chaque service temporaire :  $0 \leq f(i) \leq [T - d(i)].RT$ . Les valeurs 0,2, 0,6 et 1 sont étudiées pour le paramètre  $RT$ . Pour les valeurs 0,2 et 0,6 du paramètre  $RT$ , une date de fin préférée  $f_{opt}(i)$  est générée aléatoirement et les bornes  $f_{min}(i)$  et  $f_{max}(i)$  de la fenêtre de temps sont déduites à partir de cette date :

$$\begin{aligned} f_{min}(i) &= 0 & \text{si} & \quad f_{opt}(i) - RT \cdot \frac{T-d(i)}{2} \leq 0 \\ f_{min}(i) &= f_{opt}(i) - RT \cdot \frac{T-d(i)}{2} & \text{sinon} & \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} f_{max}(i) &= T & \text{si} & \quad f_{opt}(i) + RT \cdot \frac{T-d(i)}{2} \geq T \\ f_{max}(i) &= f_{opt}(i) + RT \cdot \frac{T-d(i)}{2} & \text{sinon} & \end{aligned} \quad (3.3)$$

Chaque cas étudié est noté par les valeurs correspondantes des paramètres  $RE - RP - RT$ . Le temps de calcul des scénarios étudiés est illustré dans la figure 3.2. On peut observer que le ratio de puissance  $RP$  a le plus grand impact sur la résolution du problème par rapport au ratio d'énergie consommée et au ratio de temps.

Le coût énergétique est un paramètre étudié pour HESP1.1. Trois scénarios de coût énergétique ont été étudiés : le coût constant, le coût énergétique heure creuse/heure plein d'EDF, noté HCHP (figure 3.3-a), et un scénario de coût généré aléatoirement (figure 3.3-b). Un coût énergétique qui change à chaque heure de la journée rend le problème très difficile à résoudre car il y a beaucoup de solutions très voisines. Aussi, peu de branches sont coupées dans l'exploration de l'arbre de solutions. Un tel scénario n'est d'ailleurs pas non plus très réaliste. Aussi, nous avons fait l'hypothèse de 3 plages de coûts différents sur 3 plages horaires différentes de la journée. Pour chacune de ces plages horaires, nous avons tiré aléatoirement une valeur du coût énergétique comprise entre une valeur minimale et une valeur maximale (voir figure 3.3-b). L'impact des différents coûts énergétiques sur le temps de calcul de HESP1.1 est illustré dans la figure 3.4-a,b. Nous observons que le temps de calcul de HESP1.1 est plus petit dans le scénario complexe de coût énergétique par rapport au scénario de coût constant car le résolution converge plus rapidement vers la solution optimale du problème dans ce cas.

Enfin, nous avons étudié l'impact de la prise en compte de l'insatisfaction de l'utilisateur sur le temps de calcul du problème HESP. La figure 3.5 montre le temps de calcul des deux problèmes HESP1.1 (sans satisfaction) et HESP1.2 (avec satisfaction) de 100 scénarios du cas 0,5-0,5-1 des

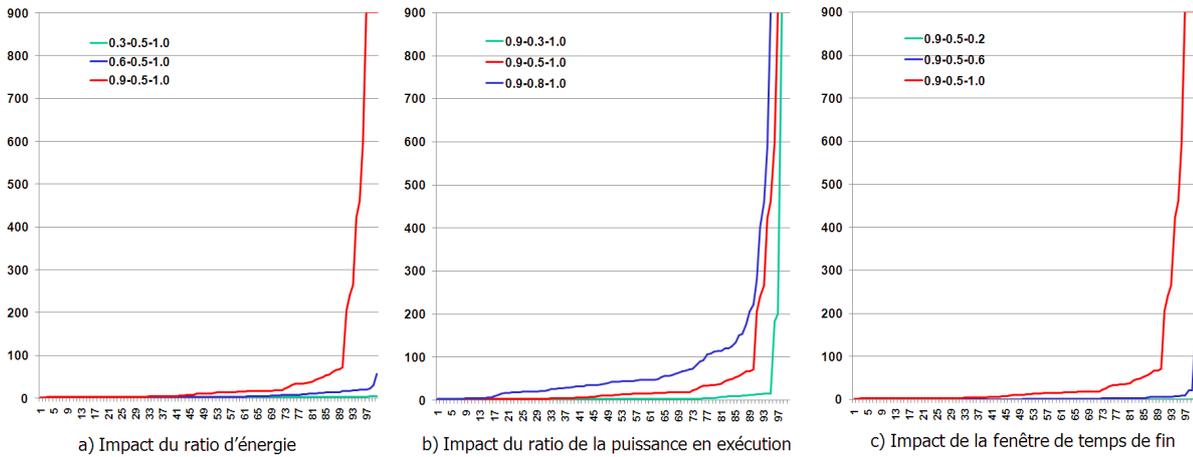


FIGURE 3.2 – Structure des solutions de HESP1.1

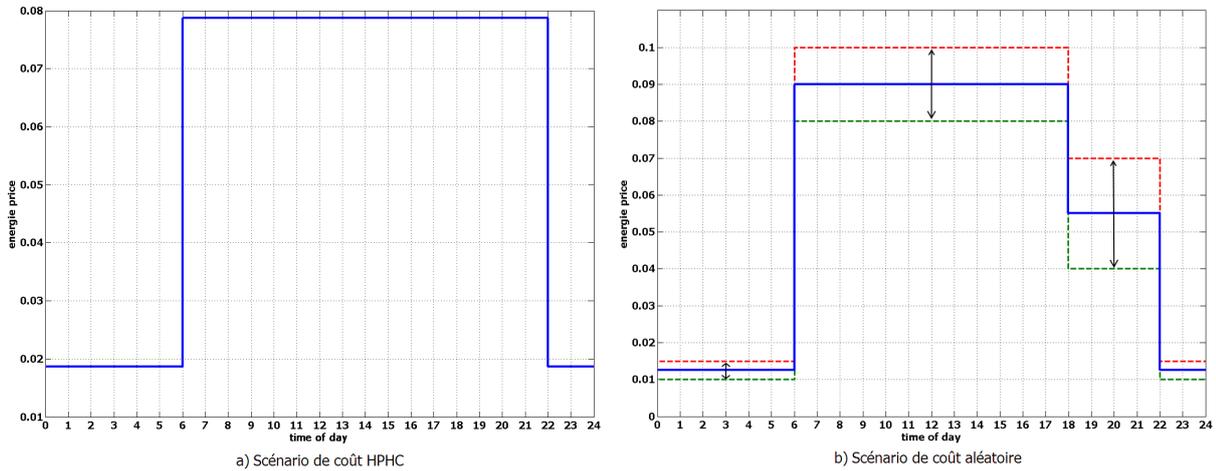


FIGURE 3.3 – Scénarios des coûts énergétiques étudiés

paramètres  $RE - RP - RT$ . On peut observer que le temps de calcul nécessaire pour trouver la solution qui minimise l'insatisfaction (pour trouver la solution optimale) est beaucoup plus grand que le temps nécessaire pour trouver une solution réalisable.

Le tableau 3.2 dresse un bilan du temps de calcul du problème HESP des différents scénarios que nous venons de présenter. Il fait la synthèse du pourcentage de scénarios résolus optimalement au bout de 15 minutes et donne également le temps de calcul maximal pour les cas résolus de façon optimale.

### 1.3 Analyse du nombre de services dans la maison

Le nombre de tâches à ordonnancer correspond dans le cas de notre application au nombre de services demandés par l'utilisateur sur un horizon de planification. Une analyse de ce nombre a été faite à partir des données enregistrées dans le projet REMODECE 2006-2008 (Residential Monitoring to Decrease Energy Use and Carbon Emissions in Europe). Il a permis d'établir une base de données sur la consommation résidentielle des pays européens. Cette base de données

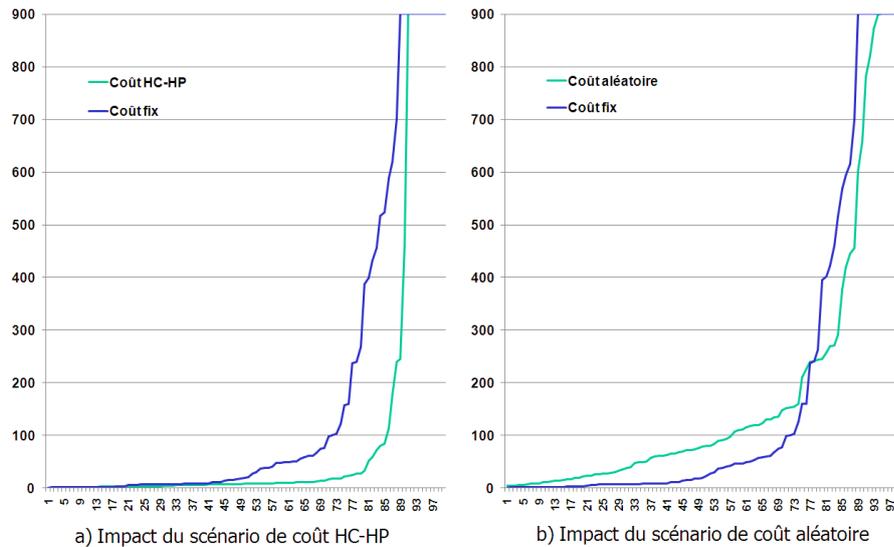


FIGURE 3.4 – Impact du coût énergétique sur le temps de calcul du problème HESP1.1

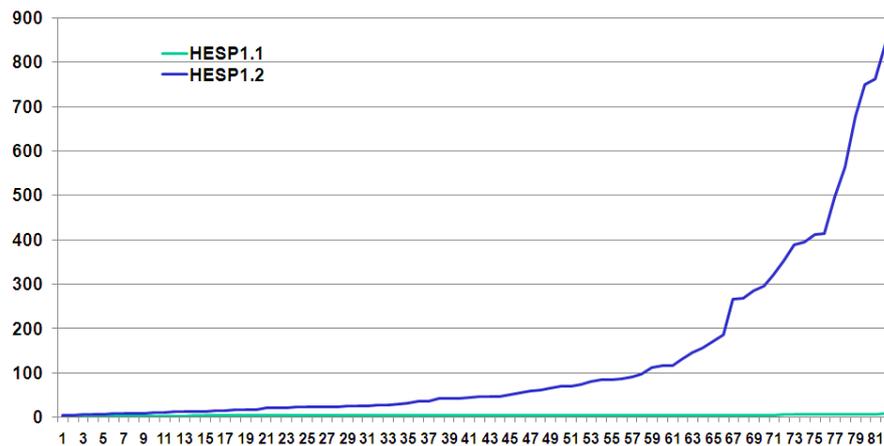


FIGURE 3.5 – Impact de l'insatisfaction de l'utilisateur sur le temps de calcul du problème HESP1

stocke la caractérisation de la consommation électrique résidentielle par équipement et par pays. Le projet IRISE, inclus dans REMODECE, ne traite que des maisons en France. Chaque maison étudiée est représentée par une base de données. Les informations sont enregistrées toutes les 10 minutes pour chaque appareil dans la maison pendant une année. Ces informations représentent l'énergie consommée par chaque équipement, la date et l'heure de son fonctionnement. Dans cette base nous avons étudié 93 maisons. À partir de ces informations, on peut observer le nombre de services qui sont demandés par jour. Le nombre moyen de services temporaires pour une journée est égal à 2 avec une valeur minimale égale à 0 et une valeur maximale égale à 29. Les nombres moyen et maximum de services temporaires demandés par jour pour chaque maison sont donnés dans la figure 3.6-a. Les maisons sont mises dans l'ordre croissant du nombre d'équipements. La figure 3.6-b nous montre qu'une maison a 2,5 équipements en moyenne et 0,8 demande de service temporaire par équipement en moyenne chaque jour. Dans ces maisons, il y a de 1 à 6 services temporaires avec une moyenne égale à 2,3 services temporaires.

TABLE 3.2 – Synthèse du temps de calcul des différents scénarios étudiés

Espace de solution $RE - RP - RT$	0,3-0,5-1	0,6-0,5-1	0,9-0,5-1	0,9-0,3-1	0,9-0,8-1	0,9-0,5-0,2	0,9-0,5-0,6
% scénario résolu	100%	100%	96%	97%	94%	100%	100%
Temps de calcul	6s	57s	-	-	-	1s	156s
Scénario de coût énergétique	HC-HP	Aléatoire					
% de scénario résolu		90%	93%				
Temps de calcul maximal		-	-				
		HESP1.1	HESP1.2				
% de scénario résolu		100%	82%				
Temps de calcul maximal		38s	-				

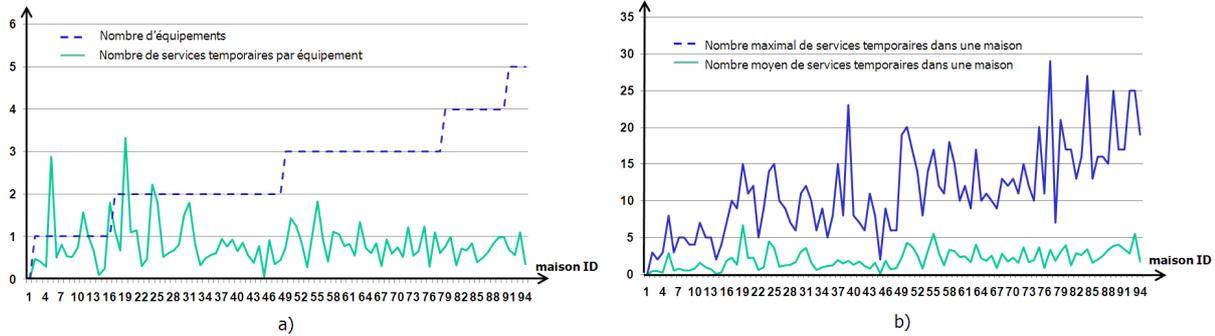


FIGURE 3.6 – Analyse de la quantité de services dans une maison dans la base IRISE

On peut déduire que la taille typique d'un problème HESP1.1 est d'environ  $47T + 2$  contraintes et  $10T$  variables entières. Alors, pour  $T = 24$ , HESP1.1 contient 1130 contraintes et 240 variables entières. Toutefois, le nombre de variables entières est une borne supérieure du nombre réel de variables car dans toutes ces évaluations, nous avons supposé que chaque service temporaire pouvait être exécuté dans tout l'horizon de planification. Cependant, lorsqu'une fenêtre de temps est définie pour un service temporaire, les variables liées à ce service peuvent être supprimées pour les périodes en dehors de cette fenêtre.

Dans nos travaux de thèse, nous nous intéressons à une maison individuelle où le nombre de services demandés par l'utilisateur pendant une journée est très limité, comme le montre le paragraphe précédent. Le temps de calcul du problème est alors toujours acceptable. Pourtant, ce problème de taille du modèle reste entier si l'on veut gérer plusieurs habitats.

## 2 Introduction d'une nouvelle tarification

### 2.1 Introduction

Les fournisseurs d'énergie, en synergie avec les économistes et les sociologues, réalisent beaucoup d'études pour proposer de nouveaux principes de tarification de l'énergie. Ces principes ont

pour objectif d'aider les fournisseurs d'énergie à répondre aux besoins des usagers en opérant un lissage de la consommation par l'attrait des prix bas et/ou l'effet dissuasif des prix élevés. C'est déjà le principe qui prévaut dans les tarifs de type "Time of Use".

Dans la facture d'électricité, deux paramètres interviennent : la puissance souscrite, qui définit le prix de l'abonnement et détermine la puissance maximale disponible, et l'énergie consommée pour laquelle le prix peut être fixe ou variable. Dans le cadre de cette thèse nous considérons deux options de tarification :

- *Option 1.* Le prix de l'énergie est donné pour chaque période d'échantillonnage et aucun dépassement de la puissance souscrite n'est possible. Au delà de la puissance souscrite un délestage s'opère. Le tarif heure pleine/heure creuse est un exemple de cette option. C'est dans le cadre de l'option 1 que le problème HESP1 a été formulé.
- *Option 2.* Le prix de l'énergie est défini par des seuils de consommation suivant le principe "Dynamic Pricing with Inclining Block Rates" étudié dans différents programmes. Cette tarification est décrite en détail dans la partie suivante du mémoire.

## 2.2 Modélisation de l'option 2

La figure 3.7 est un exemple de la tarification de l'option 2 présentée. Le coût énergétique est calculé en fonction de la quantité d'énergie consommée pendant chaque période de l'horizon de planification. On suppose que l'abonnement souscrit pour cette maison est tel que le niveau  $E_s$  représente le tarif unitaire de base noté  $c_s$ . Si la consommation dépasse le niveau de base souscrit le prix de l'énergie consommée qui vient en dépassement du niveau de base est égal à  $c_d$ . Dans le cas où l'énergie consommée est très importante, un deuxième seuil est pris en compte, noté  $E_h$ . Le prix de l'énergie, noté  $c_h$ , est très grand au delà de ce seuil. Dans la figure 3.7, nous avons fait l'hypothèse que les seuils de prix étaient constants tout au long de l'horizon de planification mais ces valeurs  $E_s$  et  $E_h$  sont des données qui peuvent dépendre de la période  $k$  comme le montrent les équations qui suivent. Le coût énergétique dans l'option 2 s'écrit de la façon suivante :

$$C(k) = c_s \cdot \min [E_c(k), E_s(k)] + c_d \cdot \max \left\{ 0, \min \left[ E_s(k), \tilde{E}_d(k) \right] \right\} + c_h \cdot \max \left[ 0, \tilde{E}_h(k) \right] \quad (3.4)$$

$E_c(k)$  est la consommation totale des services à l'habitant donnée par :

$$E_c(k) = \sum_{i \in \mathcal{I}_E} E(i, k) \quad (3.5)$$

et  $\tilde{E}_d(k) = E_c(k) - E_s(k)$  et  $\tilde{E}_h(k) = E_c(k) - E_h(k)$  sont respectivement la quantité de dépassement du niveau souscrit et du niveau de base. En introduisant deux variables binaires  $\delta_s(k)$  et  $\delta_h(k)$  définies par :

$$[\delta_s(k) = 1] \leftrightarrow [E_c(k) \leq E_s(k)] \quad (3.6)$$

$$[\delta_h(k) = 1] \leftrightarrow [E_c(k) > E_h(k)] \quad (3.7)$$

on peut comparer la quantité d'énergie consommée avec les seuils de tarification :

$$\begin{aligned} (\delta_s(k) = 0) \wedge (\delta_h(k) = 0) &\leftrightarrow [E_s(k) < E_c(k) \leq E_h(k)] \\ (\delta_s(k) = 0) \wedge (\delta_h(k) = 1) &\leftrightarrow [E_c(k) > E_h(k)] \\ (\delta_s(k) = 1) \wedge (\delta_h(k) = 0) &\leftrightarrow [E_c(k) \leq E_s(k)] \\ (\delta_s(k) = 1) \wedge (\delta_h(k) = 1) &\leftrightarrow \text{impossible} \end{aligned} \quad (3.8)$$

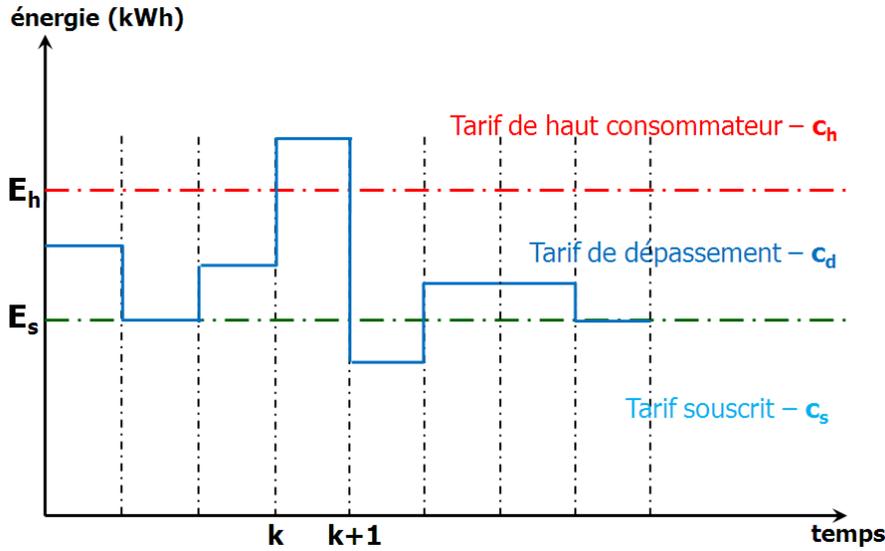


FIGURE 3.7 – Schéma de principe de la tarification option 2

Une autre variable binaire  $\delta_d(k)$  est ajoutée pour vérifier le cas impossible :

$$[\delta_d(k) = 1] \leftrightarrow [\delta_s(k) + \delta_h(k) = 0] \quad (3.9)$$

Ce qui entraîne :

$$\delta_s(k) + \delta_d(k) + \delta_h(k) = 1 \quad (3.10)$$

Avec (3.8), (3.9) et (3.10) on peut déduire :

$$\begin{aligned} \delta_s(k) = 1 &\leftrightarrow [E_c(k) \leq E_s(k)] \\ \delta_d(k) = 1 &\leftrightarrow [E_s(k) < E_c(k) \leq E_h(k)] \\ \delta_h(k) = 1 &\leftrightarrow [E_c(k) > E_h(k)] \end{aligned} \quad (3.11)$$

Le coût énergétique dans (3.4) devient :

$$\begin{aligned} C(k) = & E_c(k)c_s(k)\delta_s(k) + \delta_d(k) [E_s(k)c_s(k) + \tilde{E}_d(k)c_d(k)] \\ & + [E_s(k)c_s(k) + E_d(k)c_d(k) + \tilde{E}_h(k)c_h(k)] \delta_h(k) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Pour linéariser ce coût énergétique, nous devons ajouter trois variables semi-continues :

$$\begin{aligned} z_s(k) &= E_c(k)\delta_s(k) \\ z_d(k) &= E_c(k)\delta_d(k) \\ z_h(k) &= E_c(k)\delta_h(k) \end{aligned} \quad (3.13)$$

La formulation sous forme de programmation linéaire du coût énergétique s'écrit :

$$\begin{aligned} C(k) = & c_s(k)z_s(k) + c_d(k)z_d(k) + c_h(k)z_h(k) + \delta_d(k) [E_s(k)c_s(k) - E_d(k)c_d(k)] \\ & + \delta_h(k) [E_s(k)c_s(k) + E_d(k)c_d(k) - E_h(k)c_h(k)] \end{aligned} \quad (3.14)$$

L'ensemble de contraintes correspondant à cette modélisation est détaillé dans l'annexe A.4. Le problème d'optimisation de l'énergie avec cette nouvelle tarification sera identifié dans la suite du manuscrit par le nom HESP2.

### 2.3 Exemple d'application

Prenons un exemple simple de calcul de plan de répartition d'énergie pour un logement pour les prochaines 24h avec une période d'anticipation  $\Delta = 1h$ . Le plan commence à minuit. Les informations de la prévision météorologique sont données dans la figure 3.8. L'énergie provenant d'un fournisseur d'électricité du réseau est partagée entre différents services :

- $SRV(1)$  est le réseau fournisseur d'électricité.
- $SRV(2)$ ,  $SRV(3)$  et  $SRV(4)$  sont les chauffages respectivement du salon, de la chambre et de la cuisine. Selon la programmation de l'habitant, la température préférée dans les périodes occupées est  $22^{\circ}\text{C}$ . Les températures minimale et maximale requises dans ces périodes sont égales respectivement à  $20^{\circ}\text{C}$  et  $24^{\circ}\text{C}$ . Dans les périodes inoccupées (voir la figure 3.10), la température est gardée à  $18^{\circ}\text{C}$ . La fonction de l'insatisfaction thermique du logement est montrée dans la figure 3.9-a. Ces services sont donc considérés ici comme des services permanents ayant la puissance maximale de  $2000\text{W}$  pour le salon,  $1500\text{W}$  pour la chambre et  $1000\text{W}$  pour la cuisine.
- $SRV(5)$  est un réfrigérateur. La température préférée de ce service donnée par l'habitant est de  $4^{\circ}\text{C}$  lorsque les températures minimale et maximale requises sont égales respectivement à  $2^{\circ}\text{C}$  et  $6^{\circ}\text{C}$ . Ce service permanent consomme  $150\text{W}$  en marche.
- $SRV(6)$  correspond à un lavage du linge. Ce service dure 1,5 heures et consomme  $2000\text{W}$  en exécution. Il est considéré comme un service temporaire qui doit se terminer dans la fenêtre de temps  $[8h, 22h]$ , l'heure de fin préférée par l'utilisateur est 17h. La fonction de l'insatisfaction de l'exécution de ce service est donnée dans la figure 3.9-b.
- $SRV(7)$  est le lavage de la vaisselle. Ce service temporaire doit se terminer dans la fenêtre de temps  $[8h, 22h]$ , l'heure de fin préférée par l'utilisateur est 21h. La fonction de l'insatisfaction de l'exécution de ce service est donnée dans la figure 3.9-b. Ce lavage dure 1 heure et consomme  $2000\text{W}$  en moyenne.
- $SRV(8)$  est la consommation du service non-supervisé dans cette maison : la télévision, l'éclairage, le micro-onde, ... La prévision de l'énergie consommée globale de ce service est donnée dans la figure 3.11.

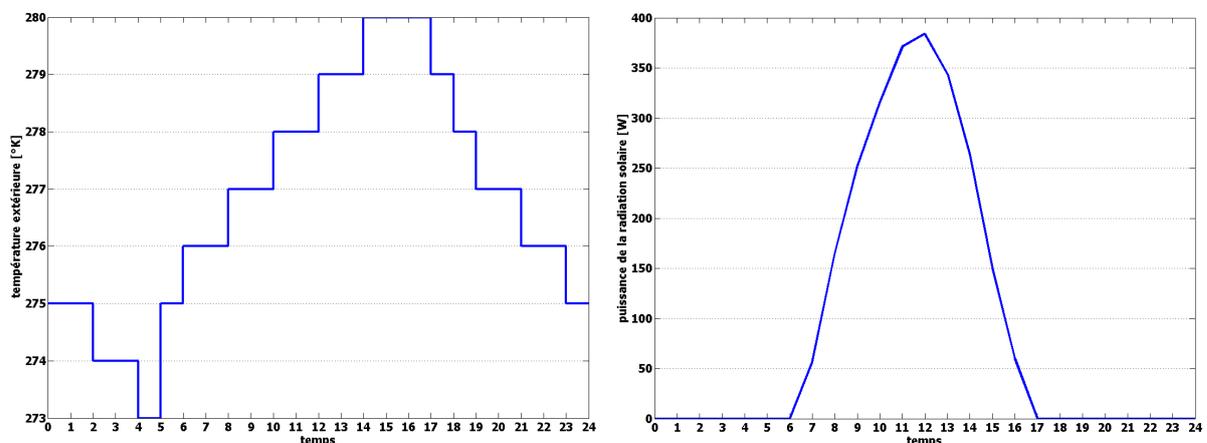


FIGURE 3.8 – La prévision météorologique

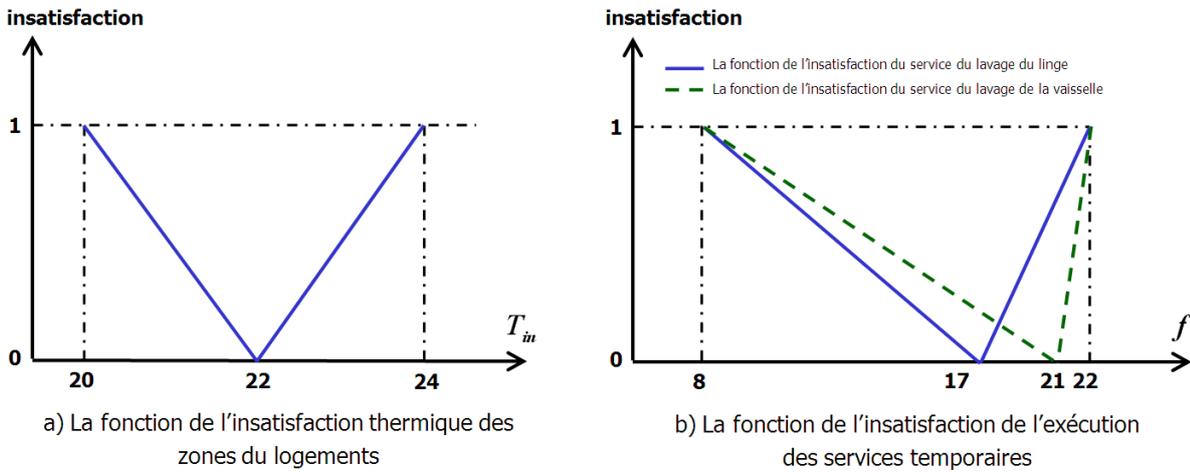


FIGURE 3.9 – Les fonctions de l'insatisfaction thermiques et l'insatisfaction de l'exécution des services dans le logement

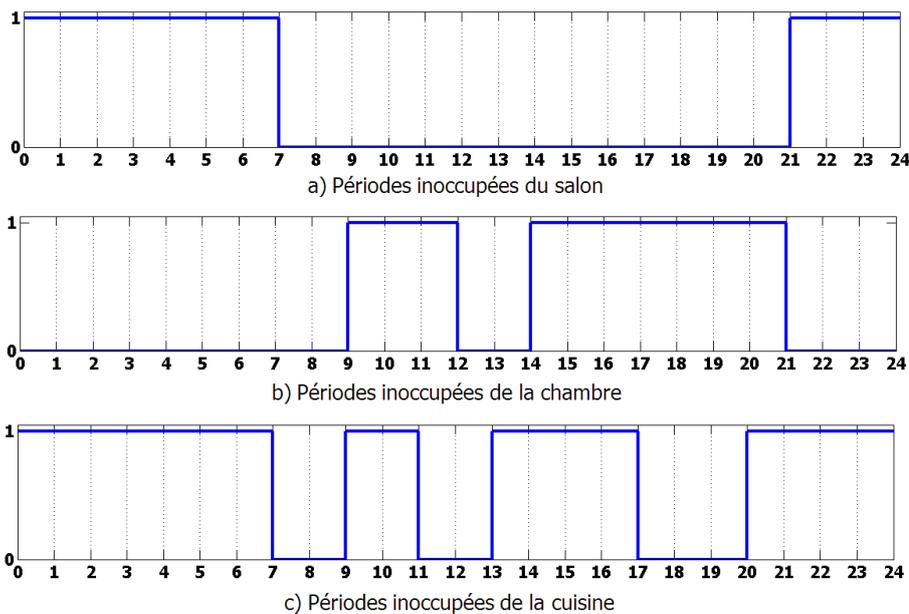


FIGURE 3.10 – Périodes inoccupées des différentes zones thermiques dans le logement

### 2.3.1 Scénario avec l'option 1

On suppose que ce logement possède un abonnement de 4kW avec le tarif unitaire de 0,03€/kWh. Il est à noter que l'utilisateur a choisi un abonnement plus petit pour avoir le tarif énergétique unitaire moins cher dans ce scénario et pour pouvoir limiter la consommation en fonction de son budget. L'énergie de dépassement du niveau souscrit est interdite et entraîne des délestages dans le logement.

*Scénario de référence avec l'abonnement souscrit.* Afin de voir l'influence de l'optimisation réalisée par HESP, nous présentons dans la figure 3.12 l'affectation de la consommation d'énergie

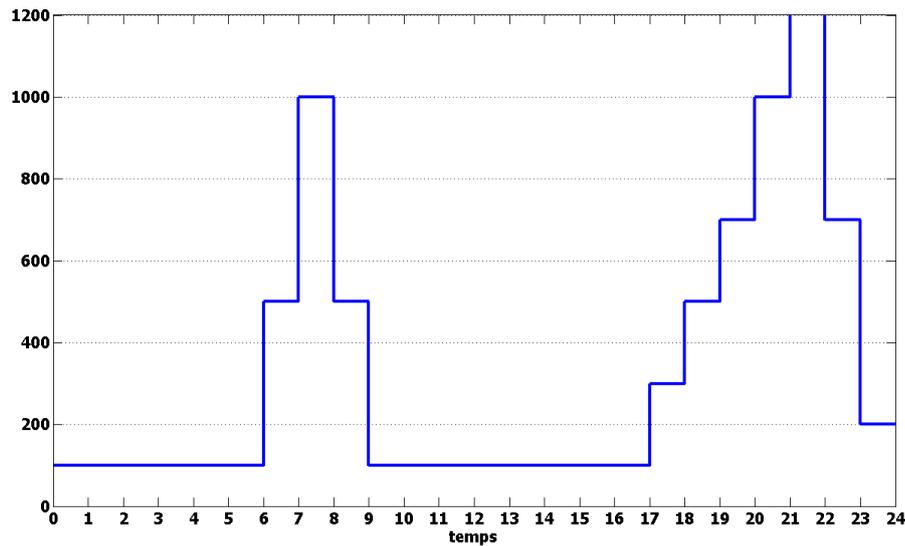


FIGURE 3.11 – La prévision de l'énergie consommée globale du service non-supervisé

en imposant la réalisation des services temporaires à leur heure préférée. On peut voir sur la figure 3.13 que cela entraîne une forte dégradation du confort car la température dans le salon et la chambre passe en dessous du minimum autorisé. Les températures du salon aux périodes [16h,17h] et [20h,21h] ainsi que la température de la chambre à la période [20h,22h] sont diminuées et deviennent inférieures à la température acceptable du fait de l'exécution des services temporaires. Pendant ces périodes, la souscription au réseau est trop faible pour exécuter en parallèle les services permanents et temporaires. Dans ces périodes, les chauffages sont délestés pour exécuter le lavage du linge et le lavage de la vaisselle.

*Scénario avec une puissance disponible plus grande.* Les figures 3.14 et 3.15 montrent le même scénario (les mêmes services à l'habitant) avec un abonnement de puissance maximale 6kW. Avec cet abonnement, l'utilisateur doit évidemment payer plus cher pour le tarif de l'abonnement ainsi que le prix unitaire d'électricité consommée. Nous supposons que le prix unitaire de cet abonnement est de 0,035€/kWh. On voit que, dans ce cas, le confort de l'utilisateur est toujours respecté au sens que les contraintes de température min et max ne soient jamais violées. Grâce à cet abonnement, les dégradations extrêmes ont disparues et la satisfaction de l'utilisateur est toujours gardée à la valeur maximale.

*Résultats obtenus par le HESP1 avec l'abonnement souscrit à 4kW.* Les résultats sont présentés dans les figures 3.16 et 3.17. En anticipant les fonctionnements du lave-linge et du lave-vaisselle, le HESP1 a permis de chauffer le salon au dessus de la température préférée à 14h pour que le salon ne soit pas trop froid dans les périodes pendant lesquelles le chauffage est délesté. En même temps, le HESP1 a permis d'avancer le lave-linge et le lave-vaisselle de quelques minutes. En utilisant les capacités de stockage thermique du logement, le HESP1 peut assurer le confort de l'utilisateur.

*Analyse des avantages apportés par le HESP1.* À partir de ce scénario, on voit bien que le HESP1 permet de choisir l'abonnement plus petit ayant le tarif unitaire le moins cher. Dans ce

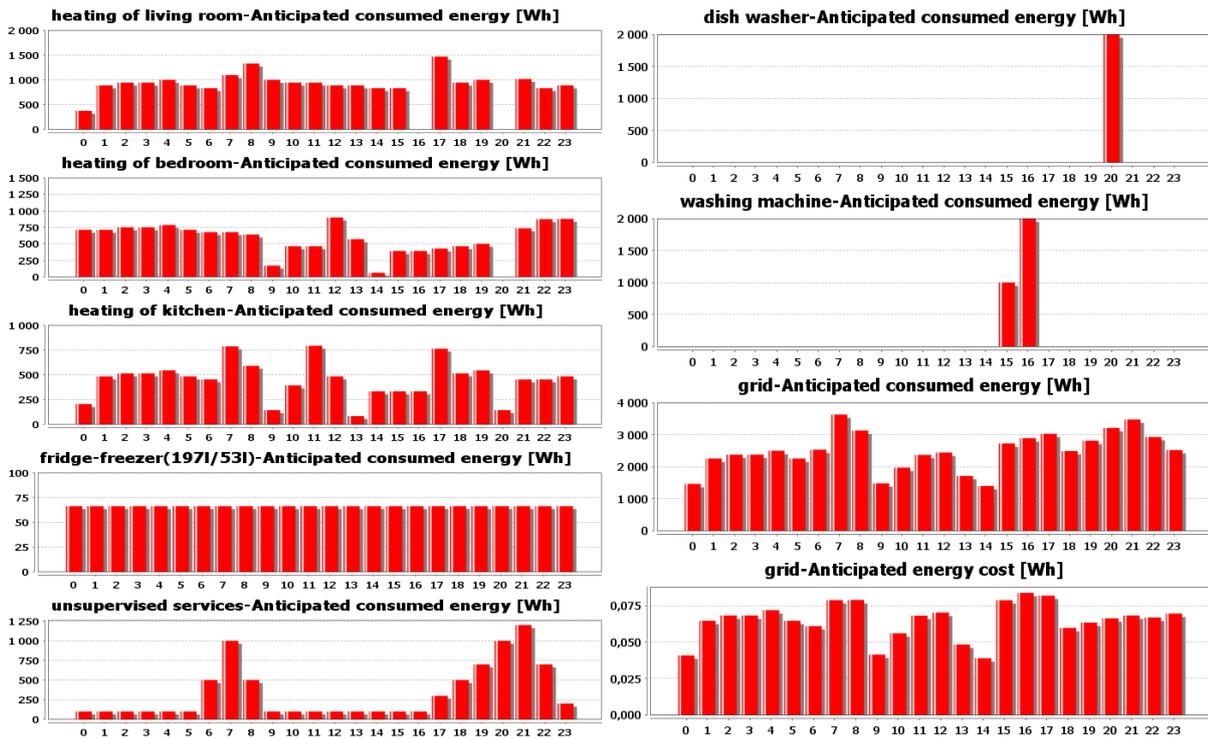


FIGURE 3.12 – Plan d’affectation d’énergie dans le scénario de référence avec l’option 1 (sans HESP1)

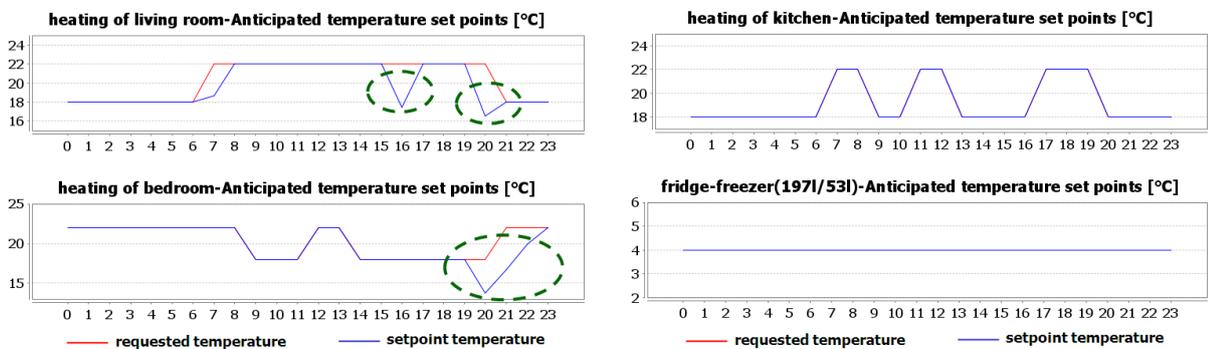


FIGURE 3.13 – Les températures intérieures du logement dans le scénario de référence de l’option 1 (sans HESP1)

scénario, l'utilisateur peut réduire de 19% sa facture par rapport à l'abonnement de 4kW (1,57€ avec HESP1 et 4kW, au lieu de 1,86€ sans HESP1 et 6kW pour une journée de fonctionnement). On peut ainsi voir le gain financier apporté par HESP1.

### 2.3.2 Scénario avec l'option 2

On suppose que ce logement possède un abonnement de 3,5kWh avec le tarif unitaire de 0,03€/kWh. L'énergie de dépassement du niveau souscrit est facturée à 0,09€/kWh et le

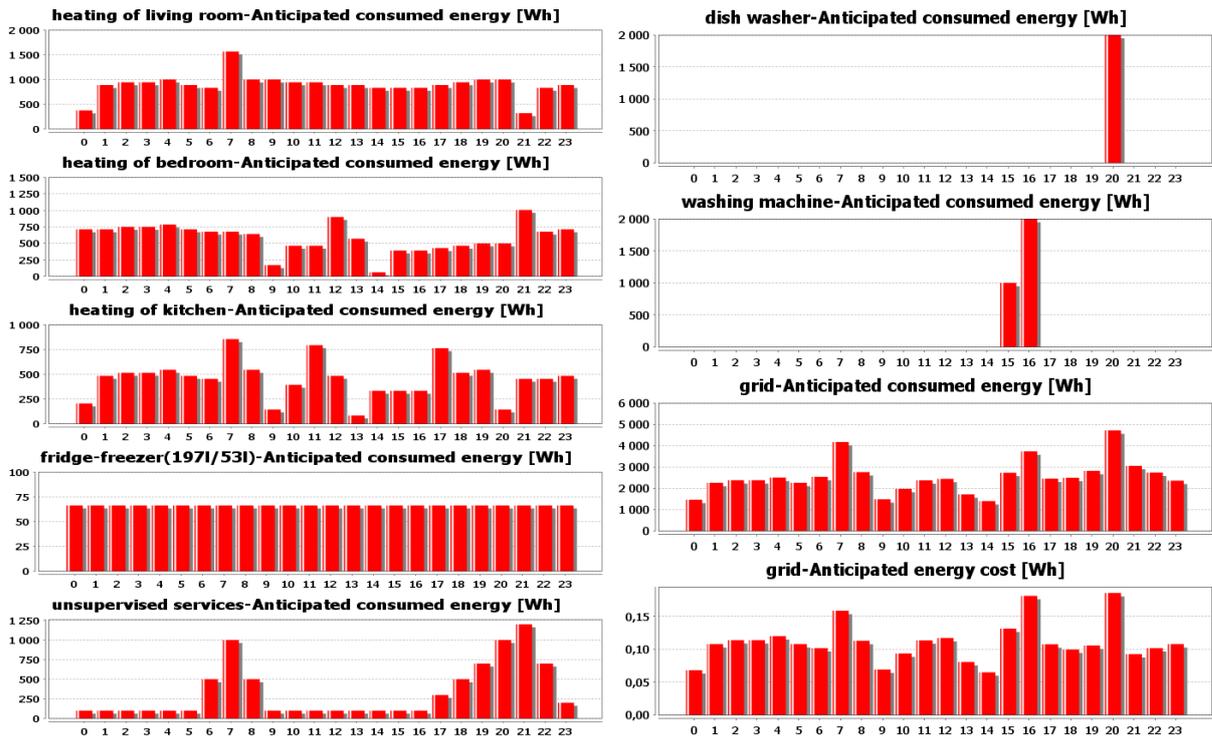


FIGURE 3.14 – Plan d'affectation d'énergie dans le scénario de référence avec abonnement à 6kW de l'option 1 (sans HESP1)

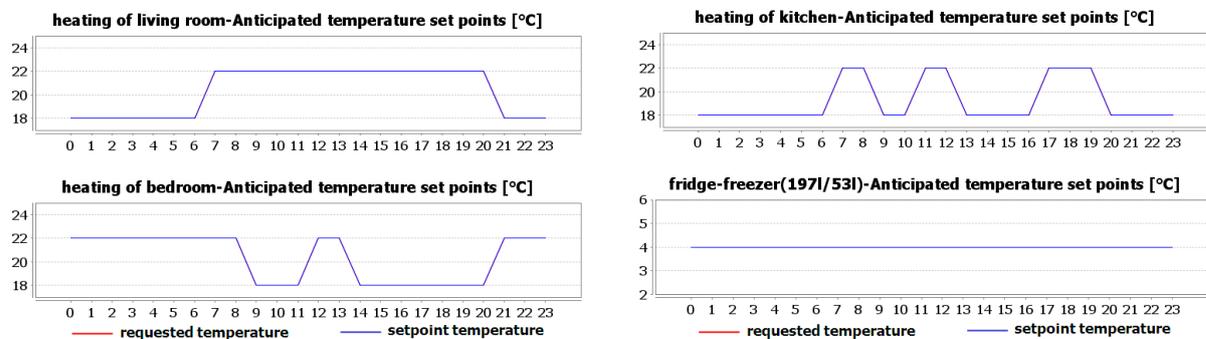


FIGURE 3.15 – Les températures intérieures du logement dans le scénario de référence avec abonnement à 6kW de l'option 1 (sans HESP1)

tarif de très haute consommation pour des consommations qui dépassent 5kW est de 0,30€/kWh.

*Scénario de référence.* Le fonctionnement des services est donné dans la figure 3.18. Dans ce scénario les services fonctionnent suivant le souhait de l'utilisateur sans prendre en compte le critère économique. Les deux services temporaires se terminent aux heures de fin préférées et la température du logement ainsi que la température du réfrigérateur sont consignées aux valeurs préférées pour maximiser le confort de l'utilisateur (voir la figure 3.15). Les figures 3.14 et 3.18 ne diffèrent que pour le coût énergétique. Il est toujours inférieur à 0,20€ dans l'option 1 alors

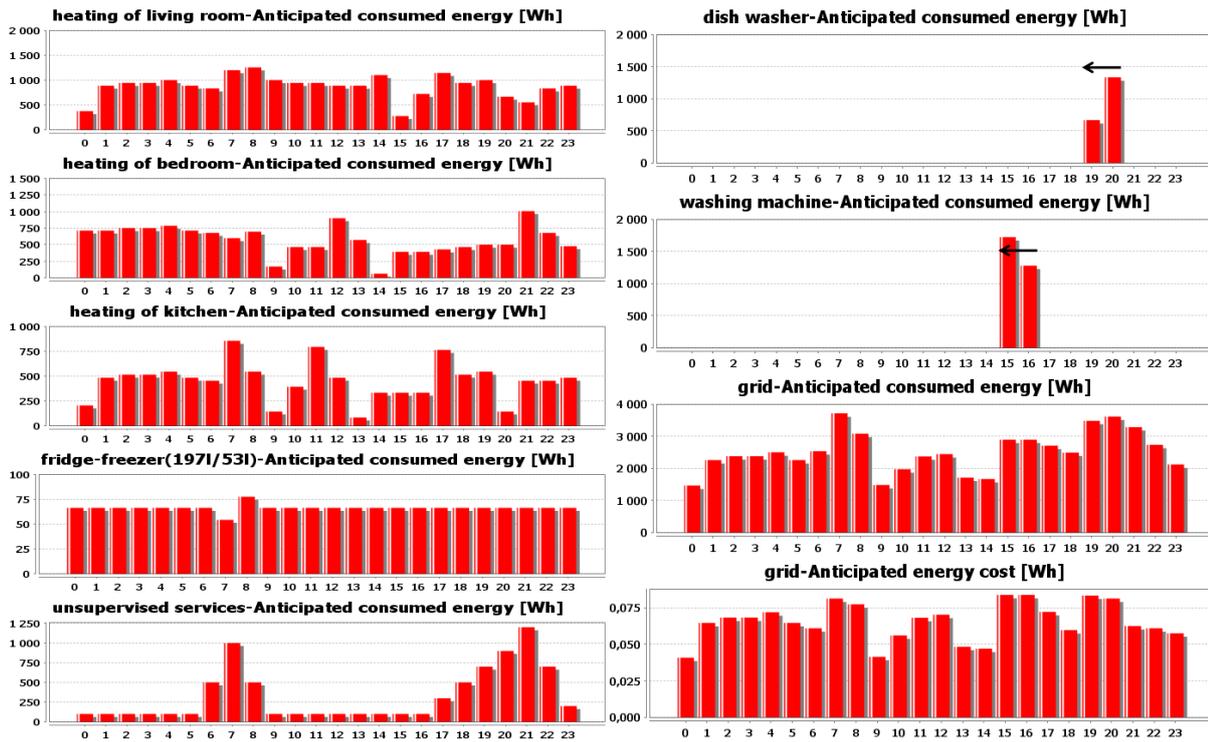


FIGURE 3.16 – Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le HESP1

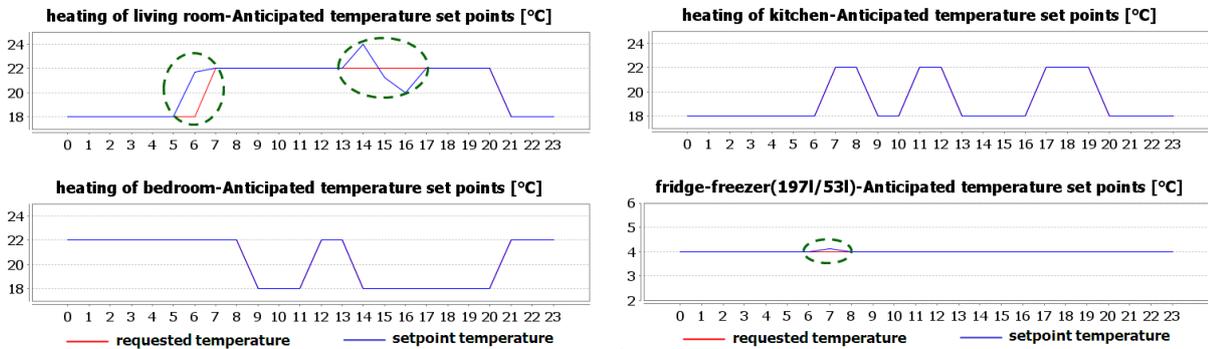


FIGURE 3.17 – Les températures intérieures du logement dans la solution optimale donnée par le HESP1

qu'il atteigne presque 0,30€ à la période 20 pour l'option 2.

*Résultats obtenus par le HESP2.* Les résultats obtenus avec le HESP2 sont présentés dans la figure 3.19. Dans ce cas, le HESP2 minimise le coût énergétique en lissant la courbe de charge afin de dépasser le moins souvent possible le seuil du prix minimum. Pour cela, les deux services temporaires sont décalés : le lave-linge fonctionne entre 15h23 et 16h53 et le lave-vaisselle démarre à 19h34 et s'arrête à 20h34. En observant les courbes de température des différentes zones thermiques du logement et du réfrigérateur illustrées dans la figure 3.20, on trouve que le HESP2 a coordonné les charges pour limiter la consommation dans des zones moins chères :

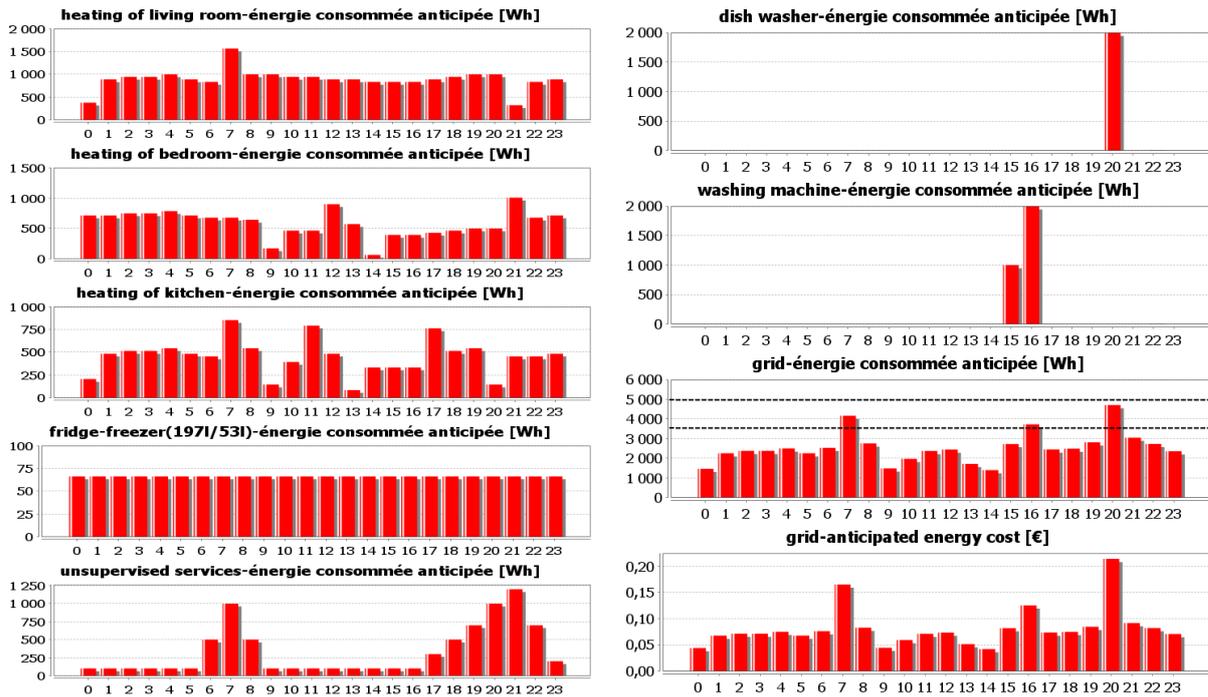


FIGURE 3.18 – Plan d'affectation d'énergie dans le scénario de référence de l'option 2 (sans HESP2)

le salon est surchauffé pendant quelques périodes pour se refroidir naturellement pendant que l'énergie est allouée aux autres services dans les périodes suivantes.

*Analyse des avantages apportées par le HESP2.* Les résultats obtenus dans les deux cas précédents nous montrent que l'optimisation a permis de réduire de presque 8,5% la facture énergétique du logement (de 1,96€ sans HESP2 à 1,81€ avec HESP2 sur une journée). Bien que le confort de l'utilisateur soit dégradé, il est à noter que cette dégradation reste dans la plage acceptable. Du point de vue écologique, le pic de consommation est diminué notablement, ce qui entraîne une forte diminution du rejet  $CO_2$  par le réseau.

## 2.4 Conclusion

Les résultats de simulation donnés dans cette partie montrent également l'avantage de l'option 2 par rapport à l'option 1. L'option 2 permet de lisser la charge du logement afin de réduire le pic de consommation sans dégrader extrêmement le confort de l'utilisateur. Pour cela, elle donne de la flexibilité quand l'utilisateur a besoin de plus d'énergie pour les services : l'utilisateur peut décider d'acheter ou pas de l'énergie à un coût plus cher.

Avec l'option 1, l'utilisateur ne peut choisir qu'une puissance maximale à souscrire. Alors, pour répondre à la consommation dans des périodes extrêmes, l'utilisateur doit souscrire un abonnement plus grand avec le tarif unitaire plus cher. Ce tarif n'est pas le plus adapté dans ce cas. Nous avons illustré ici les résultats obtenus par HESP dans le cas d'un coût fixe sur l'horizon de planification. On imagine aisément que cette optimisation devient totalement impossible à obtenir par l'utilisateur si le coût varie sur l'horizon de planification. Dans les tests de résolution

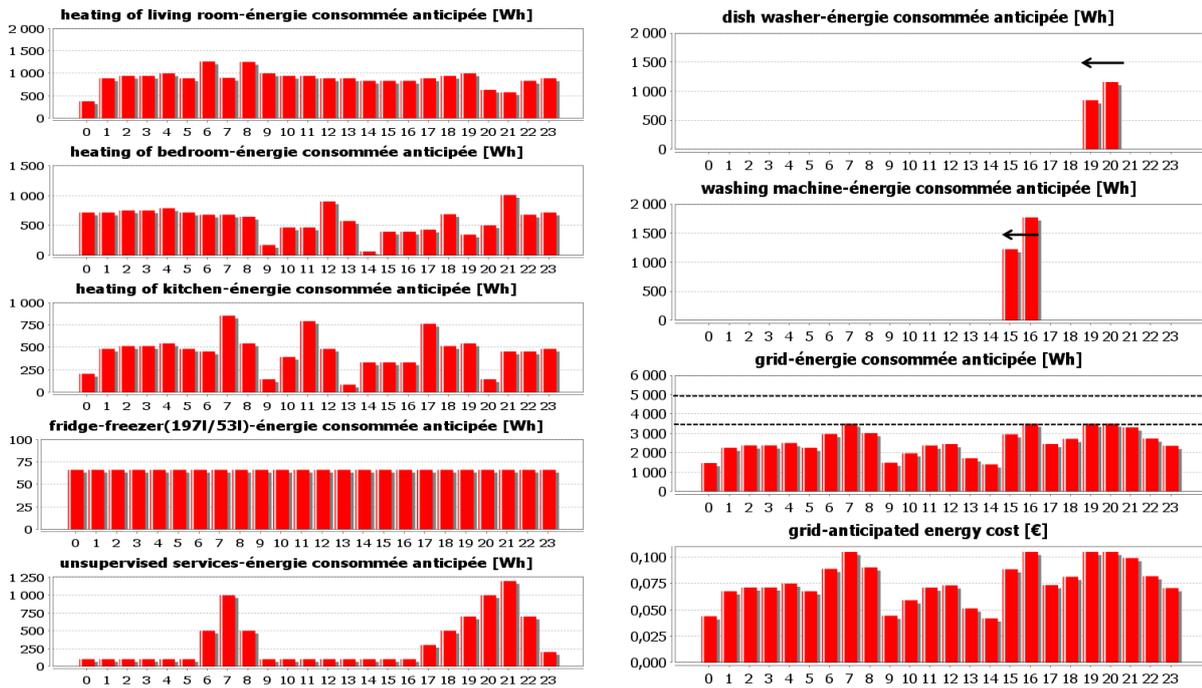


FIGURE 3.19 – Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le HESP2

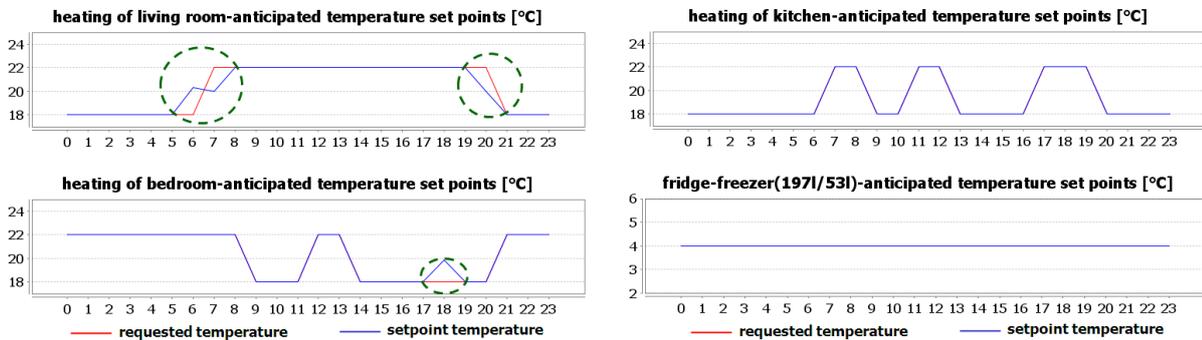


FIGURE 3.20 – Les températures intérieures du logement dans la solution optimale donnée par le HESP2

de HESP que nous avons décrits dans la partie 1, nous avons étudié des coûts énergétiques variables sur l'horizon de planification. Pour les 100 instances résolues nous avons pu observer que HESP permet d'obtenir un gain allant jusqu'à 50% pour le coût de type heures pleines heures creuses. Ce gain financier monte jusqu'à 140% dans un contexte de prix dynamique comme le montre la figure 3.21. Du point de vue du fournisseur d'énergie, l'optimisation a permis de réduire la consommation dans les périodes durant lesquelles il a le plus de difficultés à fournir l'énergie.

### 3 Valorisation locale de la production photovoltaïque

Les paragraphes précédents ont montré que le HESP est très utile pour la gestion de l'énergie consommée par les équipements dans la maison. Il peut également être très intéressant pour gérer

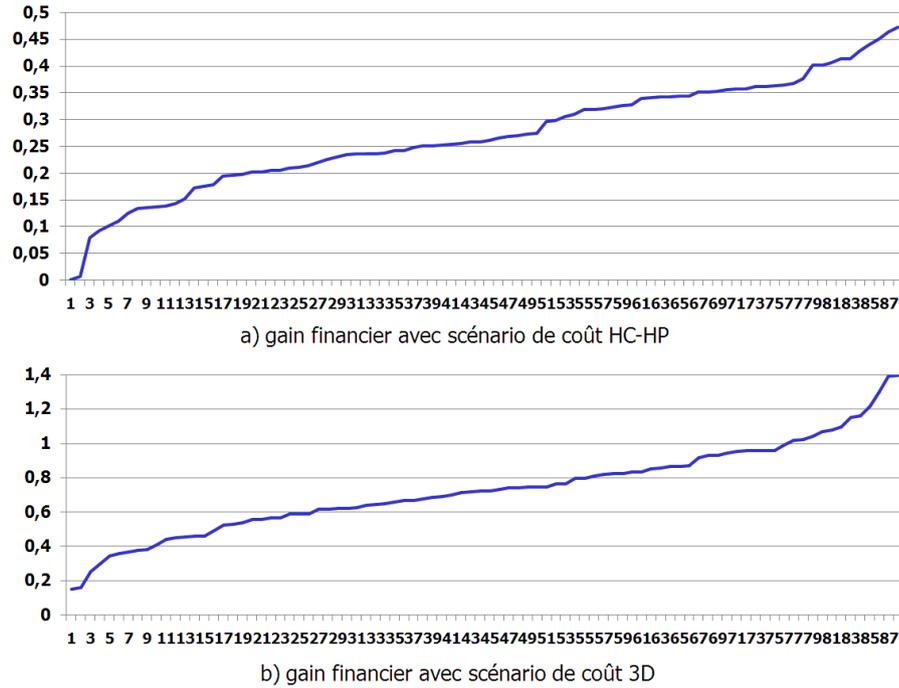


FIGURE 3.21 – Gains financiers obtenus avec le scénario du coût HC-HP et le scénario du coût 3D des 100 instances étudiées.

les moyens de production locale d'électricité quand ils existent. Dans ce cas, on doit décider quand il est intéressant de produire localement de l'électricité et comment la consommer. Nous avons étudié le cas de la production photovoltaïque. Dans ce cas, on ne décide pas de la production mais de l'usage de l'électricité produite : soit elle est consommée localement, soit elle est revendue au réseau. La décision optimale dépend essentiellement du prix de rachat de l'électricité et du bonus à l'autoconsommation. Ce bonus n'existe pas pour l'instant en France mais il existe en Allemagne et pourrait être mis en place dans d'autres pays. Nous avons formulé le problème de gestion de l'énergie en tenant compte de ce type de production d'électricité. Le modèle HESP1 ne permet pas directement de le faire car dans ce cas on peut choisir de ne pas consommer l'énergie produite, on ne fait que payer l'énergie consommée à partir d'une source disponible. Plusieurs types de scénarios ont été étudiés pour la production photovoltaïque (PV) afin d'évaluer l'intérêt du HESP et si possible chiffrer son apport. Il est à noter que certains de ces scénarios sont hors du contexte actuel en France. La valorisation locale de l'énergie PV est favorisée aujourd'hui en Allemagne (voir la figure 3.22) ou au Japon par exemple, mais est appelée à se développer dans le futur en France.

Nous appelons HESP3 le problème HESP avec une production PV.

### 3.1 Reformulation du critère économique

La production photovoltaïque est modélisée comme suit :

$$E_{PV}(k) = \rho \cdot S \cdot \phi(k) \quad (3.15)$$

- $E_{PV}(k)$ , l'énergie électrique obtenue grâce à l'effet photovoltaïque à la période  $k$
- $\rho$ , le rendement de l'installation

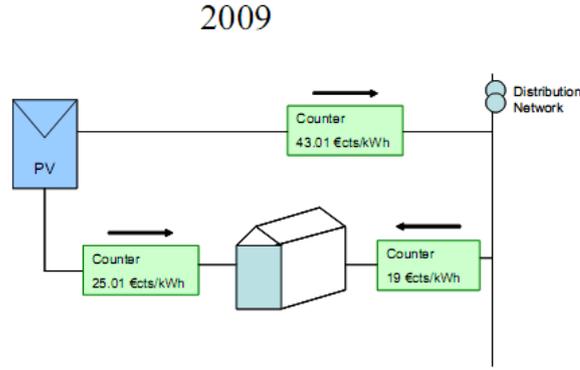


FIGURE 3.22 – Schéma de principe de la tarification allemande d'autoconsommation du PV (hypothèse du projet ANR Solution PV)

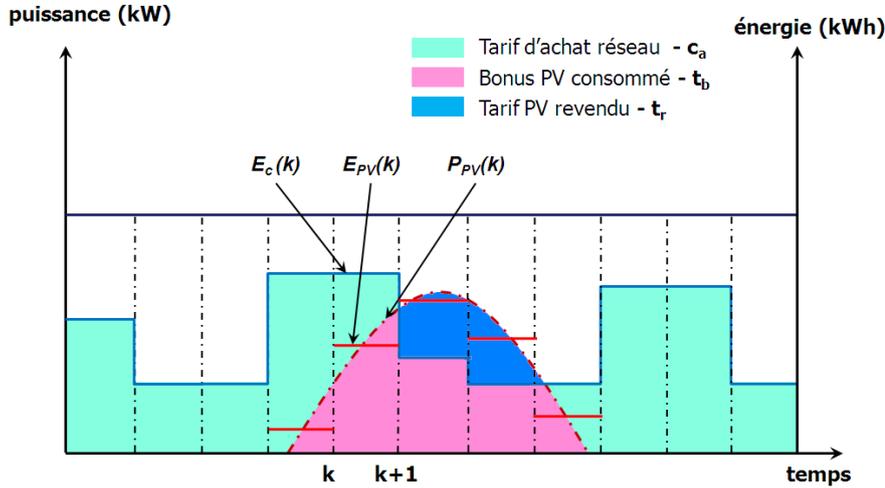


FIGURE 3.23 – Intégration de la production photovoltaïque dans l'énergie consommée

- $S$ , la surface de captage
- $\phi(k)$ , la puissance de la radiation solaire reçue par  $m^2$  durant la période  $k$

Le bonus à l'autoconsommation du PV est noté  $t_b$ . Il s'agit d'une subvention de l'état pour valoriser l'énergie consommée localement, pour compenser le manque à gagner de la revente sur le réseau. Le prix d'achat de l'électricité sur le réseau est notée  $c_a$  et  $t_r$  est le prix de revente de l'électricité d'origine photovoltaïque.  $t_b$  et  $t_r$  correspondent à des rentrées d'argent pour l'utilisateur (dans ce cas le producteur d'énergie) et  $c_a$  correspond à un coût.

Comme on le voit dans la figure 3.23, le coût énergétique durant la période  $k$  est donné par

$$\begin{aligned} C(k) &= c_a [E_c(k) - E_{PV}(k)] - t_b \cdot E_{PV}(k) & \text{si } E_c(k) > E_{PV}(k) \\ C(k) &= -t_r [E_{PV}(k) - E_c(k)] - t_b \cdot E_c(k) & \text{si } E_c(k) \leq E_{PV}(k) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Le critère de coût énergétique s'écrit alors :

$$C(k) = c_a \cdot \max [E_c(k) - E_{PV}(k), 0] - t_b \cdot \min [E_{PV}(k), E_c(k)] - t_r \cdot \max [E_{PV}(k) - E_c(k), 0] \quad (3.17)$$

avec  $E_c(k)$ , la consommation totale des services à l'habitant, donnée par :

$$E_c(k) = \sum_{i \in \mathcal{I}_E} E(i, k) \quad (3.18)$$

Pour traduire cela nous devons ajouter une variable binaire  $\delta(k)$  définie par

$$[\delta(k) = 1] \leftrightarrow [E_c(k) \geq E_{PV}(k)] \quad (3.19)$$

Le coût devient alors :

$$C(k) = [E_c(k) - E_{PV}(k)] t_r - E_c(k) t_b + \delta(k) [E_{PV}(k) - E_c(k)] (t_r - t_b - c_a) \quad (3.20)$$

Une variable semi-continue  $z(k) = \delta(k) [E_{PV}(k) - E_c(k)]$  est encore ajoutée pour transformer la partie non-linéaire de l'équation 3.20. Finalement, le coût énergétique de la période  $k$  est modélisé sous forme linéaire par :

$$C(k) = [E_c(k) - E_{PV}(k)] t_r - E_c(k) t_b + z(k) (t_r - t_b - c_a) \quad (3.21)$$

L'ensemble de contraintes de cette modélisation est donné dans l'annexe A.5.

### 3.2 Exemple d'application

Pour illustrer l'efficacité du système HESP3 pour optimiser la gestion de l'énergie photovoltaïque, nous avons choisi une maison alimentée par un réseau électrique  $SRV(1)$  avec un abonnement de 3kW. Les services actifs dans cette maison sont un chauffage  $SRV(2)$  ayant une puissance de 1kW et un lave-linge  $SRV(3)$  de 2kW. Sur le toit de la maison on dispose d'une surface de  $50m^2$  de panneaux solaires de type "Module Solar-Fabrik Série SF150/2A". La température préférée de l'utilisateur est de  $20^\circ\text{C}$  et les bornes minimale et maximale acceptables sont  $17^\circ\text{C}$  et  $23^\circ\text{C}$  respectivement. Le service de lavage du linge doit se terminer dans la fenêtre de temps [8h,22h]. 18h est l'heure de fin préférée par l'utilisateur. Les prédictions météorologiques (la température extérieure et la radiation solaire) sont données dans la figure 3.8. Ce scénario utilise le tarif allemand de 2009 (figure 3.22) : l'énergie achetée sur le réseau est facturée 19,01ct€/kWh, l'énergie PV revendue directement est payée à l'utilisateur 43,01ct€/kWh, enfin l'énergie PV autoconsommée bénéficie d'un bonus de 25,01ct€/kWh.

#### Résultats des simulations

*Scénario de référence.* La figure 3.24 montre l'exécution des différents services sur un scénario sans valorisation locale de l'énergie photovoltaïque. On retrouve les 2 consommateurs : la machine à laver et le chauffage. La totalité de la production photovoltaïque dans ce scénario est revendue au réseau. L'évolution de la température interne de la maison pendant le déroulement de ce scénario de référence est donnée dans la partie droite de la figure 3.26.

*Scénario avec valorisation de la consommation locale de l'énergie photovoltaïque.* Dans ce scénario, le HESP3 a optimisé l'utilisation locale de l'énergie en jouant sur les 2 services disponibles : modulation du fonctionnement du chauffage en utilisant les capacités de stockage thermique du logement et décalage dans le temps du fonctionnement de la machine à laver afin de consommer le maximum d'énergie photovoltaïque. L'exécution des services est montrée dans la figure 3.25 alors que la partie gauche de la figure 3.26 illustre la température de la maison. On remarque bien

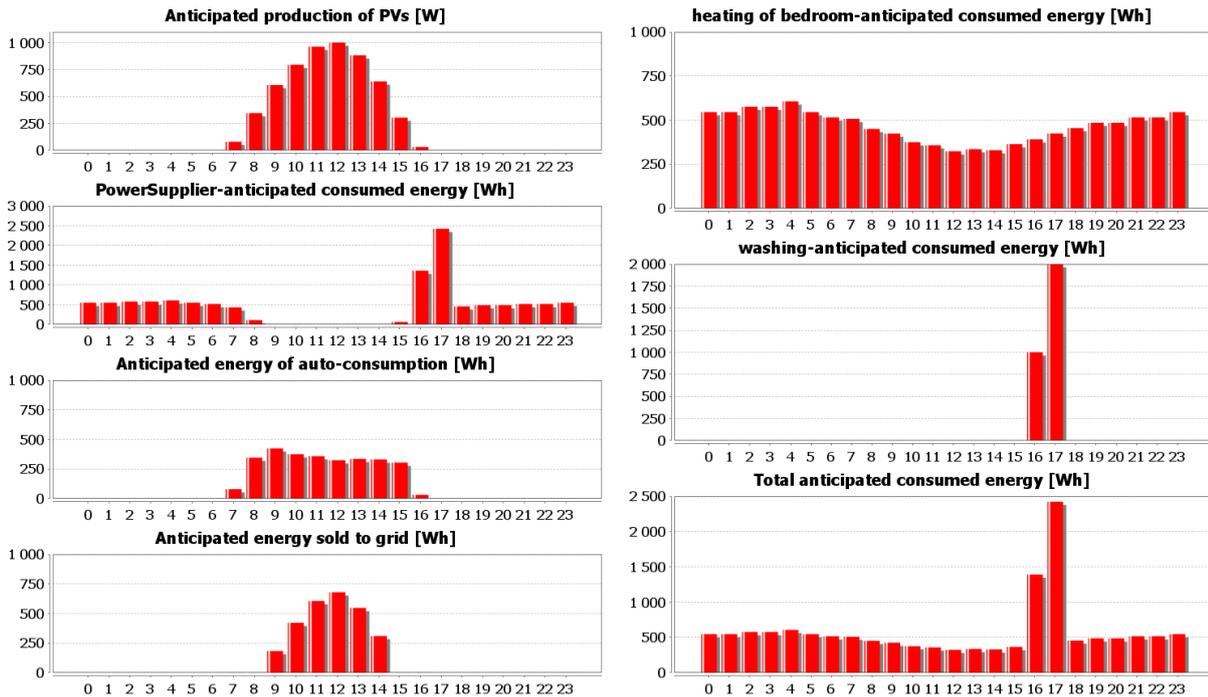


FIGURE 3.24 – Plan d'affectation de l'énergie dans le scénario de référence (sans HESP3)

sur ces 2 figures que, dans le pilotage proposé par le HESP3, le fonctionnement de la machine à laver est décalé à midi au moment de la disponibilité de l'énergie PV maximale et le chauffage est modulé avec une légère surchauffe du logement pour optimiser l'utilisation de l'énergie. Il est à noter que cette variation de température reste dans des limites tout à fait acceptables pour l'utilisateur.

*Analyse économique comparative des 2 scénarios.* L'analyse économique est réalisée sur la base du tarif allemand étudié destiné à favoriser l'autoconsommation de l'énergie photovoltaïque. La figure 3.27-a donne l'évolution prévue de ces tarifs pour les années à venir (hypothèse du projet ANR Solution PV). Entre 2015 et 2016, le coût de l'énergie achetée sur le réseau est supérieur au tarif de revente de l'énergie photovoltaïque, il sera alors "naturellement" plus intéressant d'autoconsommer sa production d'énergie et ce scénario prendra toute sa valeur. La figure 3.27-b montre la valorisation économique des 2 scénarios précédents avec et sans l'optimisation de l'autoconsommation par le HESP3 (pour 1 journée de fonctionnement). Ces simulations montrent l'efficacité du HESP3 pour optimiser l'autoconsommation de l'énergie photovoltaïque. Le HESP3 permet de réguler les services permanents pour profiter au mieux de l'apport PV. Le gain financier augmentera dans les années à venir.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré les limites de l'efficacité de résolution exacte du problème de gestion d'énergie avec HESP. La formulation sous forme de programmation linéaire mixte développée à ce jour permet de traiter un logement. Pour traiter des ensembles de logements,

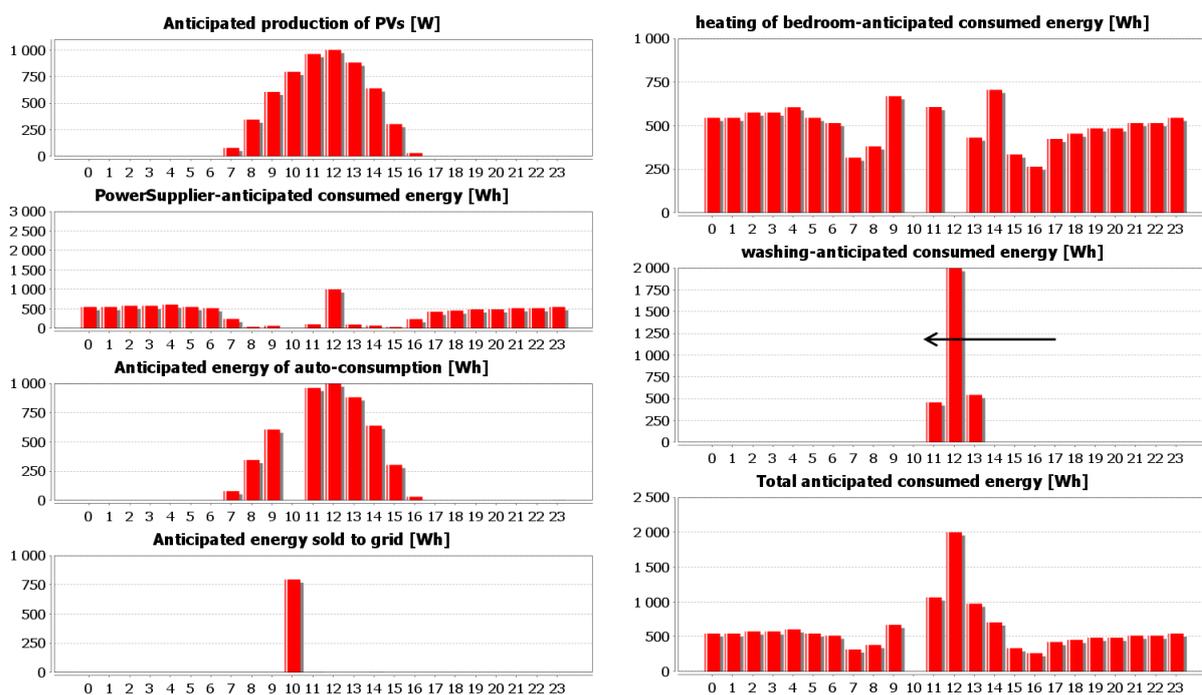


FIGURE 3.25 – Plan d'affectation de l'énergie calculé par HESP3

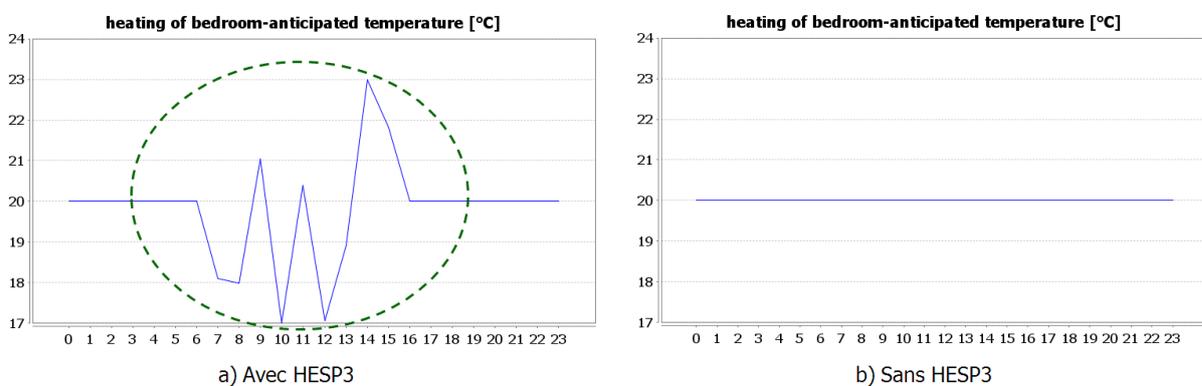


FIGURE 3.26 – Températures intérieures anticipatives de la maison données par le HESP3

sans doute, d'autres types de résolution devront être mis en œuvre. Nous avons également proposé deux options de tarification. Ces deux options permettent d'illustrer les modes de coordination possibles avec le réseau dans le cadre des smart-grids. L'option 1, dans le cas d'un coût fixe, correspond au mécanisme de contrôle direct de charges évoqué dans le chapitre 1, l'option 2 correspond au mécanisme de contrôle par le coût. La capacité de prendre en compte la production photovoltaïque dans le système G-homeTech apporte une fonctionnalité importante dans le cadre de l'intégration au réseau des productions d'énergie intermittentes.

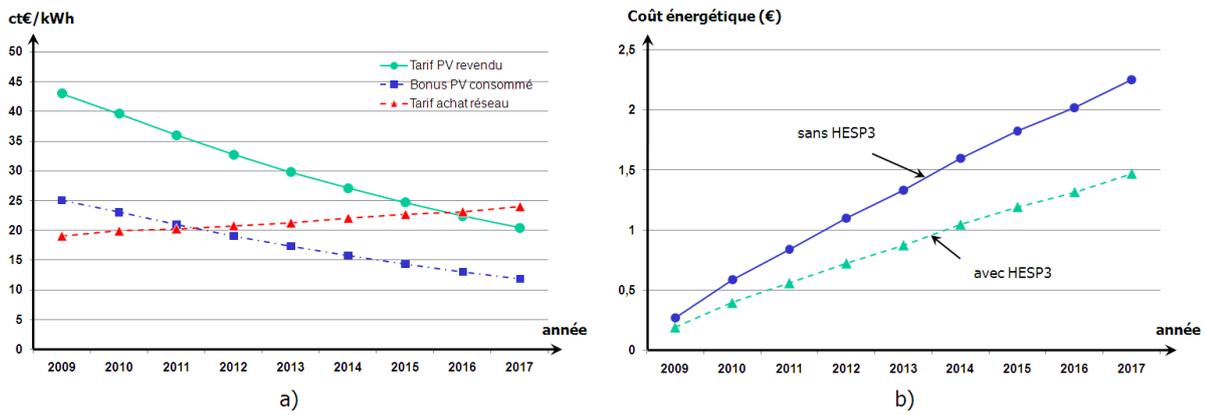


FIGURE 3.27 – Évolution prévue du tarif allemand de valorisation de l'énergie photovoltaïque et gain financier apporté par HESP3

# Analyse des incertitudes dans la gestion des flux énergétiques dans l'habitat

*Dans la première partie de ce chapitre, nous illustrons, sur des exemples de simulation, les limites de la structure de pilotage multi-couches pour maîtriser l'impact des incertitudes. Dans une seconde partie, nous définissons les incertitudes auxquelles le problème HESP est soumis. Nous décrivons les approches de résolution que nous souhaitons mettre en œuvre pour prendre en compte ces incertitudes. En particulier, nous définissons le contexte d'optimisation robuste et de programmation stochastique dans lequel nous proposerons des approches de résolution. La notion de taux de couverture d'incertitudes est définie comme la mesure de robustesse que nous retiendrons dans nos travaux.*

## 1 Impact des incertitudes dans la structure multi-couches de G-homeTech

Comme nous l'avons évoqué dans la partie 2.3, l'utilisation du système de gestion de l'énergie multi-couches proposé dans (Ha, 2007) permet de prendre en compte des incertitudes. Ce mécanisme multi-échelles se compose de trois couches de pilotage : la couche anticipative calcule des points de consigne et des dates d'exécution prévisionnelles, la couche réactive ajuste la planification donnée par la couche anticipative aux données réelles, la couche locale applique les consignes envoyées par la couche réactive. Ces couches correspondent à différents niveaux d'abstraction du problème de gestion d'énergie. C'est le rôle de la couche réactive de prendre en compte les incertitudes de prédictions. La couche réactive vise à ajuster les allocations calculées par la couche anticipative pour adapter les plans d'affectation aux conditions réelles de réalisation. Elle n'intervient que dans le cas où il existe des erreurs entre la prédiction des informations utilisées au niveau anticipatif et la réalisation réelle.

La couche réactive effectue des arbitrages, dans son fonctionnement, en cas de violation de contraintes liées aux ressources énergétiques disponibles et aux exigences de confort des habitants. Par exemple, la température extérieure réelle est inférieure à la température prévue. Aussi la réalisation de la consigne de température calculée par la couche anticipative demande plus d'énergie que celle allouée dans le plan. La couche réactive doit donc trancher entre les services pour partager l'énergie disponible insuffisante à la réalisation de tous les services planifiés. Pratiquement, dans ces cas, la couche réactive va intervenir en délestant certains services pour

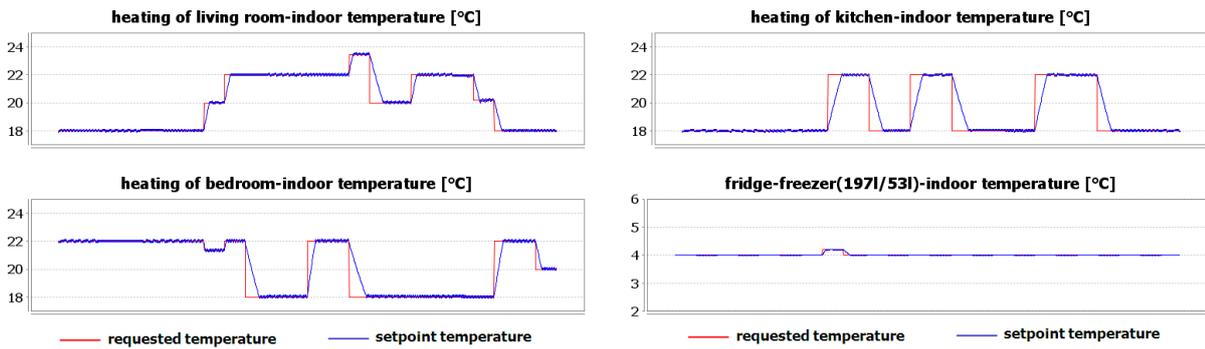


FIGURE 4.1 – La simulation des températures intérieures du logement avec l’option 1 sans incertitude de prévision météorologique pendant 24 heures

équilibrer la consommation et la production d’énergie.

La décision de la couche réactive, dans certains cas, arrive trop tard pour pouvoir proposer une bonne affectation de l’énergie. Le critère économique ainsi que le confort de l’usager comme, par exemple, le confort thermique pour la commande des services de chauffage/refroidissement est dégradé par les incertitudes. Le système de gestion d’énergie ne peut alors garantir la performance de la solution obtenue. La couche réactive ne parvient pas à proposer une nouvelle allocation de l’énergie disponible qui corresponde à la valeur prévisionnelle du critère. La couche réactive peut être amenée à proposer une allocation d’énergie plus coûteuse ou à dégrader le confort de l’usager. Cette dégradation du critère peut ne pas être inévitable. En effet, si la température extérieure est beaucoup plus faible que la valeur prévisionnelle, on consommera plus d’énergie et donc on paiera plus cher pour garantir le même confort à l’usager. Mais dans cette approche purement réactive la dégradation du critère n’est pas du tout maîtrisée.

Cette partie vise à mettre en évidence les limites de la structure multi-couches dans la prise en compte des incertitudes. Nous reprenons l’exemple présenté dans la partie 2.3 du chapitre 3 pour illustrer l’influence des incertitudes sur les plans anticipatifs obtenus. Pour ce faire, nous réalisons des simulations avec le logiciel G-homeTech. Nous calculons des plans anticipatifs avec HESP, ensuite nous simulons une journée de fonctionnement. La période d’échantillonnage de la simulation est d’une minute pour visualiser les résultats. Le principe de la simulation est détaillé dans le chapitre 8.

### 1.1 Exemple 1 : Impact des incertitudes météorologiques

Avec la tarification de l’option 1 (prix unitaire de l’énergie indépendant de la quantité consommée), le plan calculé par la couche anticipative conduit toujours à la valeur optimale du compromis coût/confort tant que la puissance disponible est suffisante pour exécuter tous les services (voir la figure 4.1).

Considérons maintenant les incertitudes de prévision de la température extérieure (figure 4.2). Ces incertitudes de la température extérieure influencent la consommation du chauffage du logement : plus il fait froid, plus le chauffage consomme d’énergie pour la même consigne. On peut trouver dans la figure 4.3 que le confort thermique du séjour est extrêmement dégradé pendant la période [15h,16h] du fait des incertitudes sur la température extérieure. Pendant cette période, la température est inférieure de 2°C à la prévision. Le chauffage, dans ce cas, doit

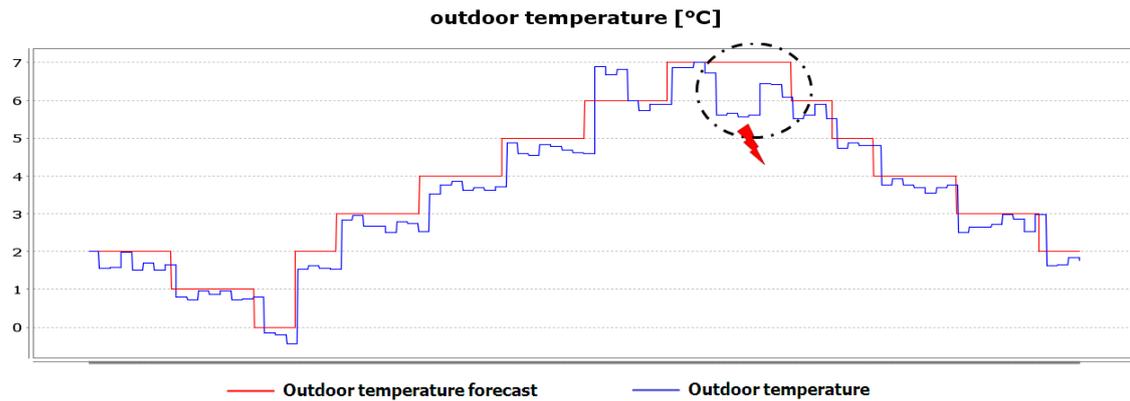


FIGURE 4.2 – L’incertitude de la température extérieure pendant 24 heures

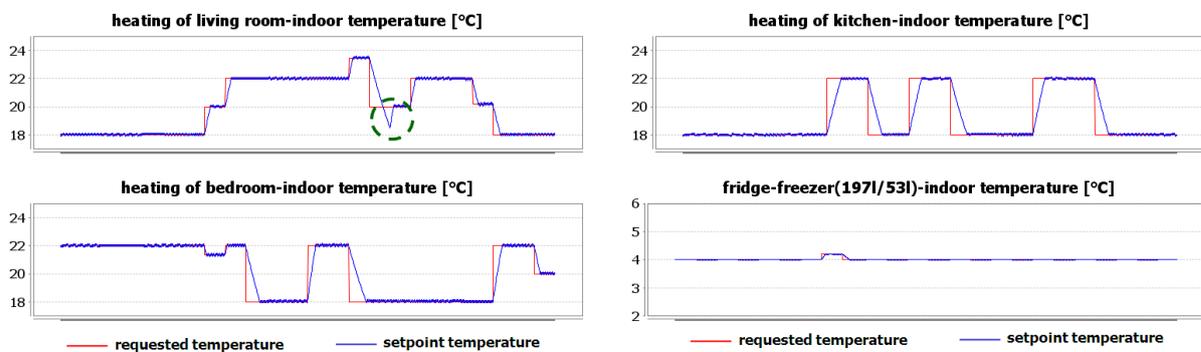


FIGURE 4.3 – La simulation des températures intérieures du logement avec l’option 1 avec l’incertitude de prévision météorologique pendant 24 heures

consommer plus pour garder le confort de l’utilisateur. Malheureusement, la puissance disponible est insuffisante pour le chauffage du séjour dans cette période à cause du fonctionnement de la machine à laver et des services non-supervisés. En revanche, le chauffage de la chambre et de la cuisine qui ont une puissance plus petite peuvent être exécutés. Dans ce cas la couche réactive ne peut pas déléster la machine à laver qui a démarré quelques minutes avant que ne se produise le conflit des services dans la couche réactive.

Dans cet exemple, si on prend en compte les incertitudes dès la couche anticipative, on a plusieurs choix pour garder le confort de l’utilisateur dans la plage acceptable sans avoir besoin d’augmenter la puissance maximale souscrite. Par exemple, on peut surchauffer plus le logement pendant la période précédente ou décaler la machine à laver à un autre moment. Il s’agit de consommer l’énergie au meilleur moment en maîtrisant la consommation globale d’énergie par le coût.

## 1.2 Exemple 2 : Impact de l’exécution imprévue d’un service

Prenons l’exemple décrit dans le chapitre 3 et revenons à l’option 2 de tarification de l’énergie (le prix de l’énergie dépend de la consommation). Les figures 4.4 et 4.5 représentent respectivement les courbes de simulation de la consommation des équipements et la température intérieure du logement. Dans ce scénario prévisionnel, la couche locale doit commander les équipements

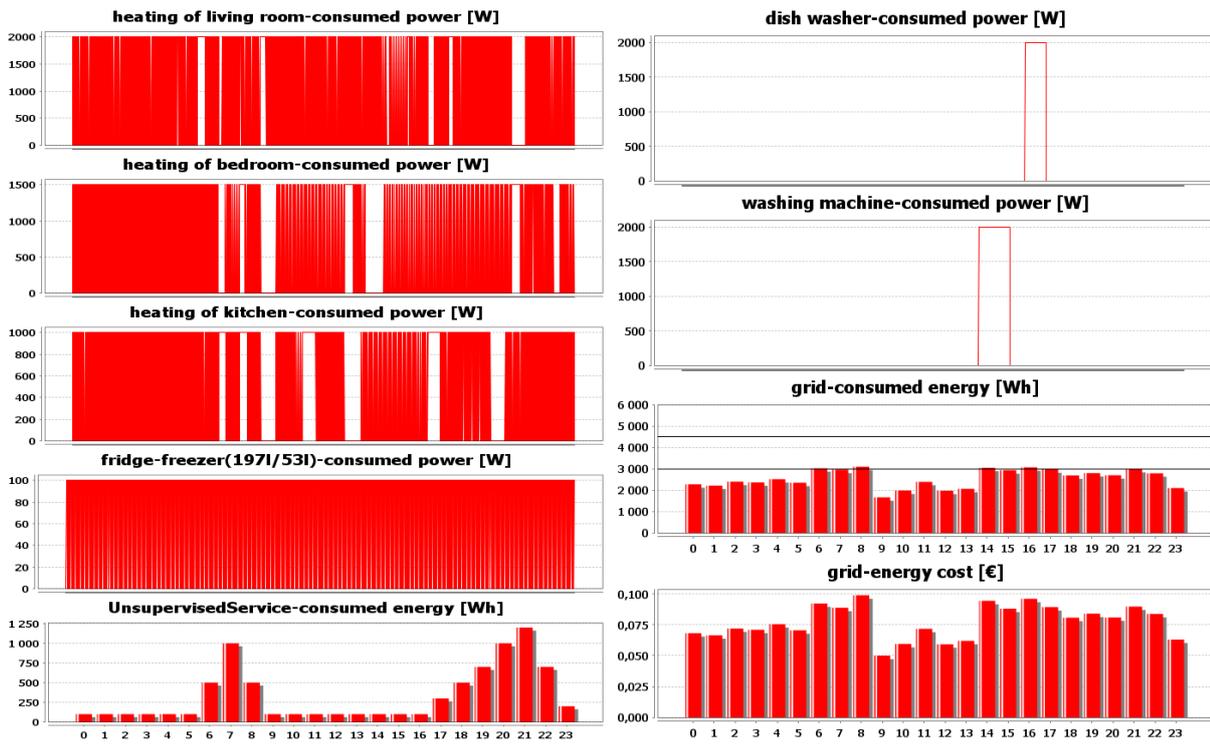


FIGURE 4.4 – La simulation de la consommation des services dans le logement dans le scénario prévisionnel dans le cas de l’option 2 pendant 24 heures

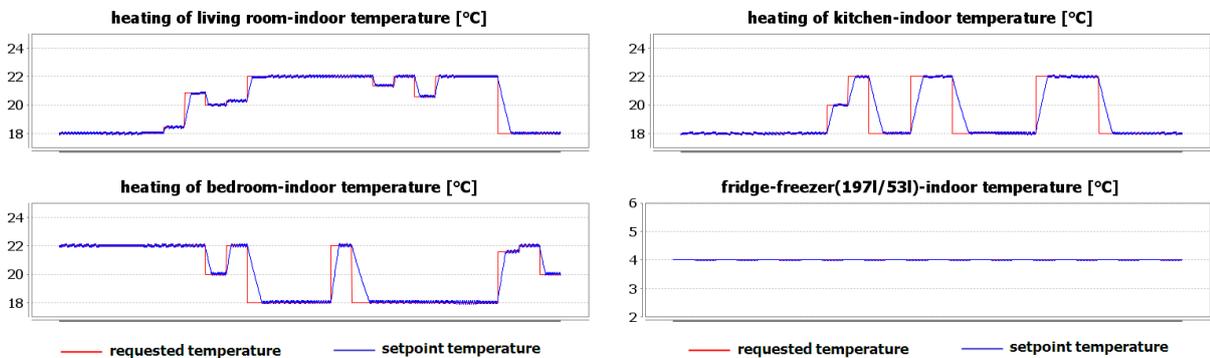


FIGURE 4.5 – La simulation de la température intérieure du logement dans le cas de l’option 2 pendant 24 heures

pour atteindre les valeurs de consigne générées par la couche anticipative (voir la figure 3.17).

Nous faisons maintenant l’hypothèse simple que l’utilisateur va utiliser la plaque chauffante pendant 1h de 18h à 19h pour préparer le dîner. Ce service consomme 2kW en exécution et il n’est pas prévu dans le calcul anticipatif. Le fonctionnement imprévu de la plaque chauffante représente une incertitude sur le plan anticipatif par rapport à l’ensemble des services à réaliser. Le plan anticipatif donné par HESP1 ne prend pas en compte l’exécution de ce service. Cette incertitude n’est prise en compte par la couche réactive que dans le cas de violation de contraintes de la puissance maximale disponible. En réalité, le fonctionnement de ce service peut dégrader

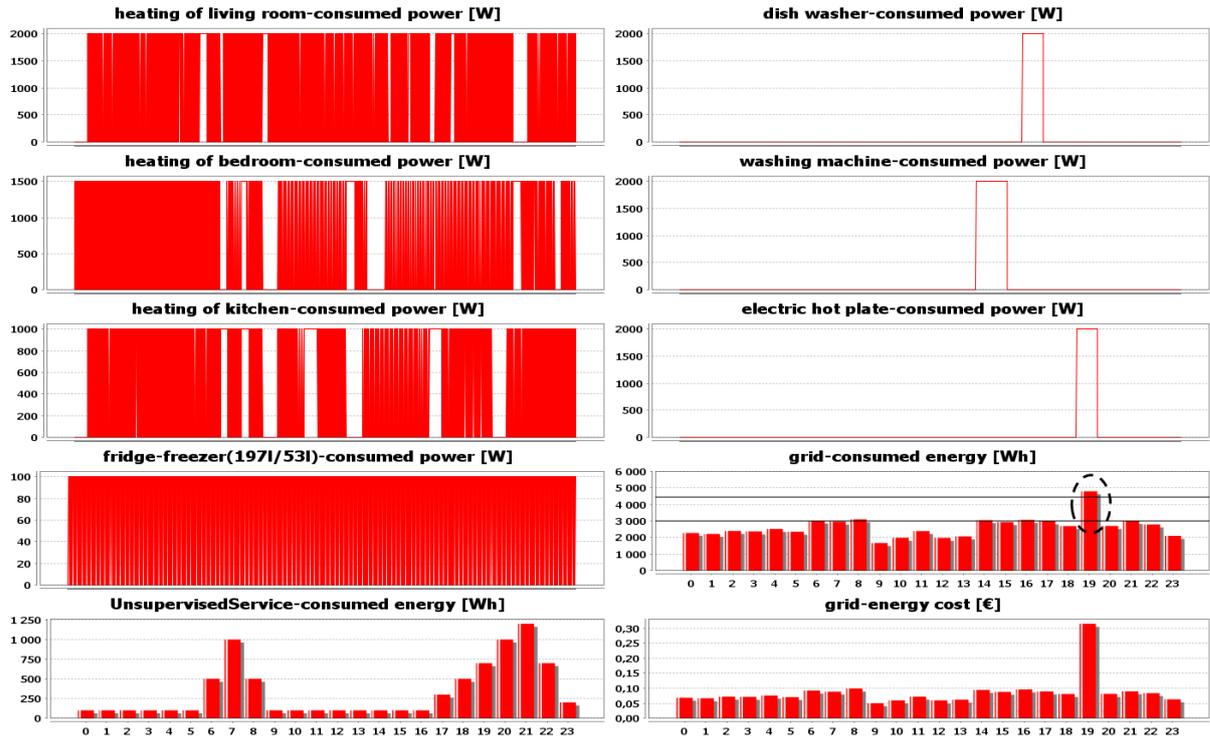


FIGURE 4.6 – Simulation de la consommation des services dans le logement pendant 24 heures avec le fonctionnement imprévu de la plaque chauffante

extrêmement le critère économique des plans anticipatifs obtenus.

La figure 4.6 montre la simulation de la consommation des services dans ce logement avec le fonctionnement imprévu de la plaque chauffante. La figure 4.7 illustre les plans d'affectation de l'énergie aux services donnés par la couche anticipative dans le cas où le fonctionnement de la plaque chauffante a été bien prévu.

On peut observer sur ces figures que le confort de l'utilisateur est préservé dans les deux scénarios car la puissance disponible est suffisante pour répondre à la demande de tous les services. Le critère économique est cependant dégradé par l'exécution du service non prévu. L'utilisateur doit payer 2,09€ dans le scénario avec le fonctionnement imprévu de la plaque chauffante alors que la valeur optimale du coût énergétique est 1,92€ lorsque l'on anticipe son fonctionnement. Il y a donc une augmentation de 10% du coût dû à l'exécution d'un service supplémentaire.

### 1.3 Conclusion

Les résultats de simulation présentés dans la partie 1 nous montrent que les performances réelles d'une solution optimale calculée sur une instance prévisionnelle sont très dégradées lorsque la solution est appliquée à l'instance réelle malgré l'intervention de la couche réactive. L'admissibilité des plans d'affectation d'énergie aux différents services sur l'instance réelle, peut même éventuellement être remise en cause. Par exemple, le chauffage a besoin d'une quantité d'énergie plus importante que prévu pour maintenir la consigne à cause des incertitudes météorologiques. Toujours à cause des incertitudes, l'énergie nécessaire à chaque service pour maintenir les consignes

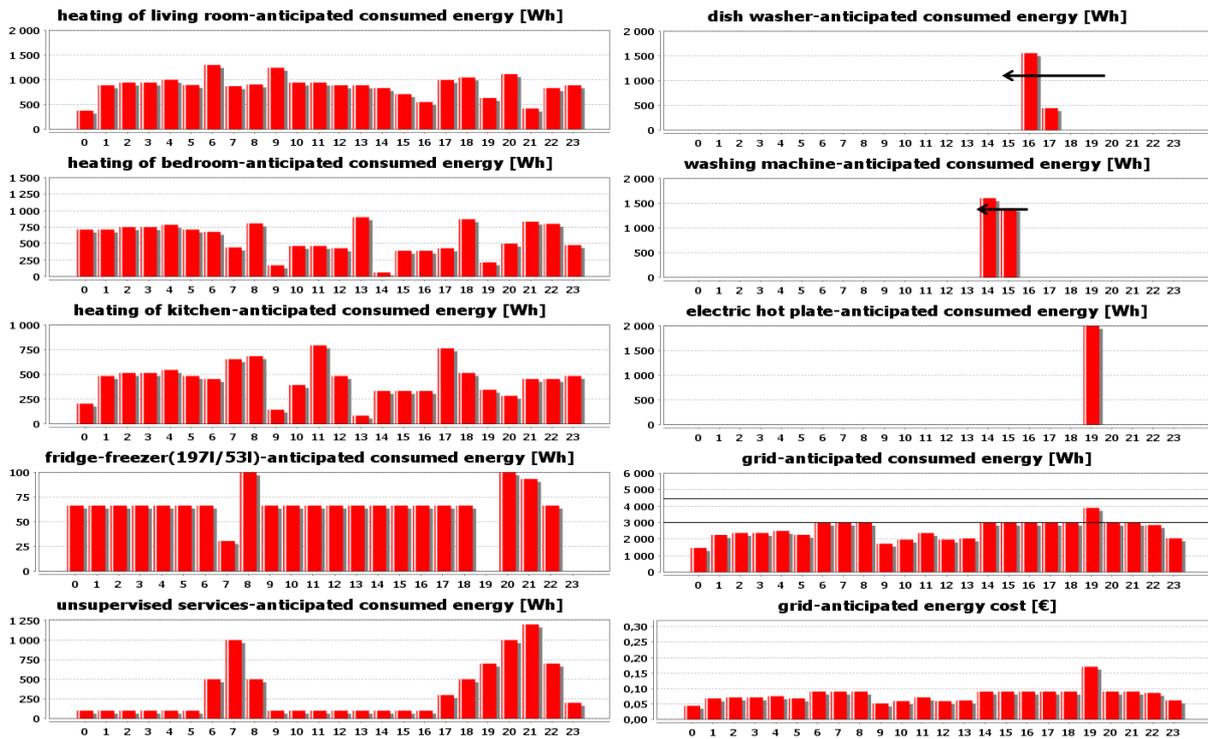


FIGURE 4.7 – Plan d'affectation de l'énergie donné par la couche anticipative avec la prévision du fonctionnement de la plaque chauffante de 18h à 19h

générées par la couche anticipative peut correspondre plus ou moins à la quantité d'affectation. Alors le HESP ne peut plus garantir la performance des plans d'affectation d'énergie optimisés vis-à-vis des incertitudes. Particulièrement, il ne peut pas garantir les critères économiques et de confort de l'utilisateur dans des cas extrêmes.

Nous proposons d'étudier le problème de gestion d'énergie dans le bâtiment en contexte incertain. Dans ce contexte nous utilisons la notion de *réservation d'énergie*. La couche anticipative va générer des plans de réservation d'énergie aux services. Pour la prise en compte des incertitudes dans le système de gestion des flux énergétiques dans l'habitat, nous allons construire des méthodes de résolution qui sont capables de proposer des solutions qui garantissent des performances malgré des perturbations possibles. La contribution principale de cette thèse est d'élaborer des outils qui permettent de prendre en compte les incertitudes dès la couche anticipative afin d'accroître la robustesse du système global et de garantir une plage de fonctionnement à l'utilisateur.

## 2 Incertitudes dans la gestion de l'énergie dans l'habitat

Pour prendre en compte les incertitudes dans les problèmes d'optimisation, il est nécessaire d'identifier les sources d'incertitudes, d'en caractériser les types pour ensuite proposer une modélisation adaptée. C'est l'objet de cette partie pour le problème de gestion d'énergie dans le bâtiment.

A priori, toutes les données prévisionnelles dans un problème peuvent être soumises à des

incertitudes. (Billaut et al., 2005b) a distingué trois catégories pour les différentes sources d'incertitudes possibles :

- le caractère imprécis, incertain, mal connu, voire indéterminé, des grandeurs d'entrée d'un problème. Dans les systèmes de production, les durées d'exécution des opérations sont imprécises, les délais de livraison peuvent être mal connus. Dans notre problème d'optimisation d'énergie, les prévisions météorologiques sont imprécises. Les durées d'exécution des services peuvent également être mal connues.
- les conditions de mise en exécution de la décision. Dans les systèmes de production la disponibilité des machines fait partie de cette catégorie. Dans le système de gestion d'énergie la demande d'une activité par l'utilisateur correspond à cette situation.
- le caractère éminemment subjectif des divers aspects ayant trait à la faisabilité, à l'intérêt relatif et aux modes de traitement des diverses actions potentielles. Cette catégorie concerne principalement tous les paramètres d'évaluation d'une solution comme les coûts. Dans notre problème la quantification de la satisfaction d'une activité énergétique en est un exemple.

## 2.1 Analyse des incertitudes dans la gestion de l'énergie dans l'habitat

### 2.1.1 Caractère imprécis des données liées à l'environnement

La prédiction météorologique fait naturellement partie de ces incertitudes :

- les incertitudes météorologiques ont une influence directe sur la consommation des systèmes de type HVAC dans le bâtiment. Bien que plusieurs méthodes permettant de prédire efficacement la météo soient proposées (Murphy et Winkler, 1984; Sivillo et al., 1997), il est difficile de prédire précisément les conditions météorologiques au niveau d'une maison en particulier. En réalité, la prédiction météorologique, comme la température extérieure, l'humidité ou la radiation solaire ... a un impact important sur la consommation du chauffage ou de la climatisation dans la maison. La température a aussi un impact important sur les échanges thermiques du bâtiment avec l'extérieur.
- la prédiction météorologique peut influencer la production locale d'énergie, par exemple, dans le cas d'un bâtiment qui possède des panneaux photovoltaïques. Les incertitudes de prévision de la radiation solaire peuvent influencer la quantité d'énergie produite localement. Le résultat des prédictions solaires peut être très différent des valeurs mesurées à cause des difficultés pour prévoir la couverture nuageuse du ciel.

Les imprécisions existent non seulement au dehors du bâtiment mais également dans le bâtiment lui-même, notamment au travers du modèle thermique du bâtiment. Certains paramètres comme l'inertie thermique, la vitesse de l'air dans la zone thermique, les échanges thermiques entre les différentes parties du bâtiment qui interviennent dans le modèle du bâtiment, l'occupation du bâtiment sont variables, ce qui rend difficiles à mesurer ou à estimer les paramètres des services permanents.

D'autres incertitudes de ce type peuvent venir du fournisseur d'énergie. On voit ainsi que la sécurité d'approvisionnement en énergie par exemple suite à une coupure d'électricité peut conduire à un inconfort majeur pour les usagers. Il faut compter également l'incertitude provenant du prix de l'énergie vendue par le fournisseur. Dans un futur proche, on pourra avoir une politique permettant d'acheter l'électricité suivant un coût dynamique représentant le vrai coût de la production d'énergie (Wacks, 1993), ou encore, une politique permettant de calculer le coût

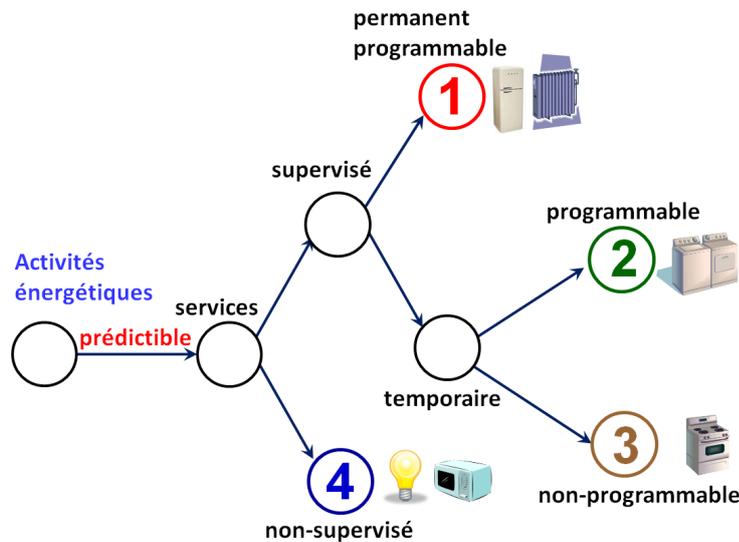


FIGURE 4.8 – Les services à l'habitant

de l'électricité vendue en une journée. Ce principe est déjà mis en place à travers la bourse européenne de l'énergie électrique PowerNext (Pownext, 2006). La gestion des incertitudes sur ces informations doit également être intégrée dans les fonctions du système.

### 2.1.2 Condition de mise en exécution par l'utilisateur

Il existe des activités énergétiques qui surviennent sans avoir été prévues et qui modifient la structure du problème d'affectation de l'énergie. Dans le bâtiment, l'utilisateur est libre d'agir sans forcément prévenir le système de gestion d'énergie. La durée et la date d'exécution de certaines activités comme la cuisson, l'éclairage, sont totalement liées à la présence de l'habitant et sont difficiles à prévoir.

Le fonctionnement de certains services peut être modifié en cours d'exécution (changer la consigne du service, annuler un service).

## 2.2 Intégration des incertitudes dans le problème HESP

### 2.2.1 Services fournisseur

De façon tout à fait générale, l'incertitude provenant du réseau électrique se caractérise par une incertitude sur la puissance disponible à chaque instant  $P(i, t)$  et sur le prix de l'énergie  $C(i, t)$ . Aujourd'hui en France, le particulier souscrit un contrat dans lequel le prix de l'énergie consommée est défini dans le contrat mais on peut imaginer que le système de bourse de l'énergie qui existe déjà entre les fournisseurs d'énergie pourrait s'étendre aux particuliers s'ils disposent, comme le proposent nos travaux, de possibilités de s'adapter à une tarification dynamique. L'occurrence d'un événement non prévu tel que la coupure électrique n'est pas prise en compte explicitement dans nos travaux car nous n'avons pas développé les modèles de service de type stockage électrique.

Comme nous l'avons présenté dans la partie précédente, l'incertitude sur la prévision météorologique influence directement la quantité d'énergie de la production locale photovoltaïque du bâtiment. Dans notre plate-forme, la production photovoltaïque est calculée en fonction du

type de panneau solaire et de la prévision météorologique, aussi la puissance produite  $P(i, t)$  est soumise à ces incertitudes.

### 2.2.2 Services à l'habitant

**Service permanent** Comme nous l'avons présenté dans la partie 2.2.2 du chapitre 2, un seul type de service permanent est abordé dans nos travaux à ce jour. Ce service permanent contrôle une grandeur physique comme la température ou toute grandeur modélisée par une dynamique continue. Le service permanent lié au contrôle de température de consigne est représenté par les équations dynamiques données dans (2.2).

Les incertitudes météorologiques influencent directement les paramètres  $T_{out}(i, k)$  et  $\phi_s(i, k)$  de ce modèle. Par ailleurs, l'incertitude des autres paramètres liés à l'environnement, par exemple l'inertie thermique, la vitesse de l'air dans la zone thermique, les échanges thermiques entre des parties du bâtiment influencent ce modèle indirectement à travers les paramètres  $G_s(i)$  et  $G(i)$ . Ce type d'incertitude fait l'objet du chapitre 5 de ce mémoire.

Le fonctionnement des services permanents est influencé par les incertitudes sur l'occupation du bâtiment, notamment de chaque zone thermique, car la température dans ces zones dépend beaucoup de l'activité qui s'y déroule. Concernant les services de réfrigération l'énergie consommée dépend du remplissage du réfrigérateur et de son ouverture. De plus le fonctionnement requis de certains services peut être modifié en cours d'exécution, comme le changement de consigne de la température souhaitée ou l'arrêt du service. Ce dernier point n'est pas pris en compte dans nos travaux car il correspond au fait que l'utilisateur reprend la main sur le système de gestion d'énergie et passe en mode manuel pour ce service.

**Service temporaire** Les services temporaires correspondent à des activités limitées dans le temps et à des équipements qui ont des niveaux de contrôle différents. Aussi nous distinguons deux grandes classes de services temporaires :

- *Les services temporaires programmables* correspondent à des tâches limitées dans le temps pour lesquelles on connaît la demande à l'avance et l'équipement est programmable et/ou contrôlable par le système de gestion d'énergie. Pour ces services, l'utilisateur indique au système de gestion d'énergie la date d'exécution préférée. Le système d'optimisation calcule une date d'exécution optimale par rapport à la date souhaitée et aux autres services demandés et le service s'exécutera à cette date, soit parce que l'utilisateur le programmera, soit parce que le système de gestion commandera l'équipement associé à ce service. Ces services de type 2 dans la figure 4.8 sont soumis à des incertitudes qui perturbent les paramètres d'exécution comme la durée  $d(i)$  mais pas la date de démarrage (voir le chapitre 5).
- *Les services temporaires non-programmables* (type 3 dans la figure 4.8) sont des services exécutés par l'utilisateur. Le fer à repasser est un exemple représentatif de cette catégorie de services. Outre les paramètres d'exécution (la durée  $d(i)$  et la puissance  $P(i)$ ), l'exécution même de ce type de service est incertaine. L'incertitude de démarrage de ce service est pris en compte par des probabilités de démarrage ainsi que les consommations moyennes de ces services qui sont prévues à partir de données historiques ou par des habitudes décrites par l'utilisateur. Il fait l'objet du chapitre 7 de cette thèse.

**Service non-supervisé.** Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la consommation globale de tous ces services, notée  $E_u(k)$ , est exprimée sous la forme d'une prévision incertaine connue à l'avance. L'incertitude de prévision est d'une grande importance dans toute décision basée sur des estimations de demandes futures, comme les décisions de planification de la production ou de pilotage de flux. Ce type d'incertitude fait l'objet du chapitre 6 de cette thèse.

### 3 Modélisation des incertitudes

#### 3.1 Modélisation des incertitudes dans la littérature

Le besoin de prendre en compte les incertitudes crée le besoin sous-jacent de mettre en place des modèles capables de prendre en compte le caractère incertain de certaines grandeurs ou de certains éléments du problème. On retrouve classiquement dans la littérature quatre modèles qui sont notamment présentés dans le premier chapitre de (Billaut et al., 2005a).

##### 3.1.1 Modélisation ensembliste

Lorsque la valeur des données incertaines reste dans des limites, les incertitudes peuvent être modélisées par des ensembles discrets ou continus.

- **Ensemble discret** : Les valeurs des données incertaines sont rangées afin de définir un ensemble d'instances différentes du problème d'optimisation. Pour chaque instance, chaque donnée incertaine a une valeur bien déterminée. Dans la littérature, les termes de "*version*" (Roy, 2002) ou de "*scenario*" (Kouvelis et Yu, 1997). (Rossi, 2003; Aubry et al., 2006) sont parfois utilisés en lieu et place d'"*instance*". On pourrait également parler de "*cas*". Nous utiliserons cette modélisation dans le chapitre 7 pour modéliser les incertitudes d'occurrence pour les services temporaires non-programmables.
- **Ensemble continu** : Chaque donnée incertaine est définie comme appartenant à un intervalle dont les bornes sont connues et considérées comme certaines (Gal, 1995; Le et al., 2009a,b). Nous utiliserons cette modélisation dans les chapitres 5 et 6 pour modéliser les incertitudes liées à des valeurs de paramètres.

##### 3.1.2 Modélisation par la logique floue

On peut considérer la modélisation par la logique floue comme une généralisation de la modélisation ensembliste. Le terme "*flou*" se réfère à un degré de vraisemblance d'appartenance à un ensemble discret ou continu de possibilités. Cette modulation de l'appartenance est une information supplémentaire à intégrer dans les modèles mais également à évaluer avec pertinence. L'utilisation de la logique floue pourrait être intéressante pour représenter l'indice d'insatisfaction qui est une donnée à caractère éminemment subjectif. Guillaume et al. (2010) utilisent la théorie des possibilités pour modéliser l'incertitude sur les besoins en composants dans un problème de planification. Dans nos travaux, nous n'étudions pas de modèle à base d'ensemble flou. Les lecteurs peuvent consulter (Bourgarde, 1998; Dubois et al., 2001, 2003) pour avoir plus de détails concernant l'utilisation de la modélisation floue.

### 3.1.3 Modélisation sans aucune information

Il peut arriver parfois que la seule connaissance dont le décideur dispose soit le fait qu'une donnée soit incertaine sans estimation aucune de cette donnée. La seule solution qui s'impose alors au décideur (s'il souhaite prendre en compte cette incertitude) est d'utiliser une approche purement en ligne qui construit dynamiquement une solution qui évolue avec les connaissances progressives des données incertaines. Cette approche n'est pas compatible avec la problématique de cette thèse qui consiste à planifier des allocations d'énergie en partie en les anticipant. L'approche purement réactive ne consisterait qu'à les retarder ce qui ne permet pas de bénéficier des capacités de stockage thermique des bâtiments et de certains équipements. C'est la solution implémentée dans la plate-forme G-homeTech actuelle.

### 3.1.4 Modélisation stochastique

Les données incertaines du problème sont modélisées par des variables aléatoires. Les aléas sont eux modélisés par une probabilité d'occurrence. Cette modélisation conduit bien souvent à garantir des performances en espérance. Cette modélisation sera largement utilisée dans nos travaux. Nous la détaillerons dans d'autres parties du mémoire.

## 3.2 La segmentation des incertitudes retenues

Quelque soient les sources des incertitudes et les modèles mathématiques que nous souhaitons mettre en œuvre pour les prendre en compte on peut distinguer les données incertaines suivant leur impact sur la définition du problème d'optimisation à résoudre. On distingue deux familles d'incertitudes :

- Les incertitudes paramétriques : elles sont liées à la difficulté de connaître de façon précise et certaine les grandeurs factuelles d'un problème telles que les durées d'exécution, les dates limites, la demande ou les coûts. Ces incertitudes ont un impact sur la valeur numérique du problème d'optimisation à résoudre mais pas sur sa taille ni sur sa structure.
- Les incertitudes d'occurrence : elles sont liées à l'occurrence d'un événement prévue de façon incertaine. Le nombre de tâches à traiter, la quantité de ressources disponibles pour les exécuter varie et de ce fait la taille du problème également. La panne d'une machine, la rupture de stock en sont des exemples. Dans notre problème les incertitudes d'occurrence sont liées à l'exécution ou non de certains services par l'utilisateur.

## 3.3 Modélisation des incertitudes dans HESP

Nous classifions les sources d'incertitude présentées dans la partie précédente en deux catégories suivant leur mode d'interaction avec le modèle de programmation linéaire mixte que nous utilisons pour résoudre le problème HESP. Un modèle stochastique particulier est utilisé pour chaque type d'incertitudes étudié.

### 3.3.1 Modélisation par intervalle des incertitudes paramétriques

Les incertitudes qui concernent la nature imprécise des paramètres du modèle, les incertitudes météorologiques, la puissance et la durée d'exécution d'un service ... , sont toutes des

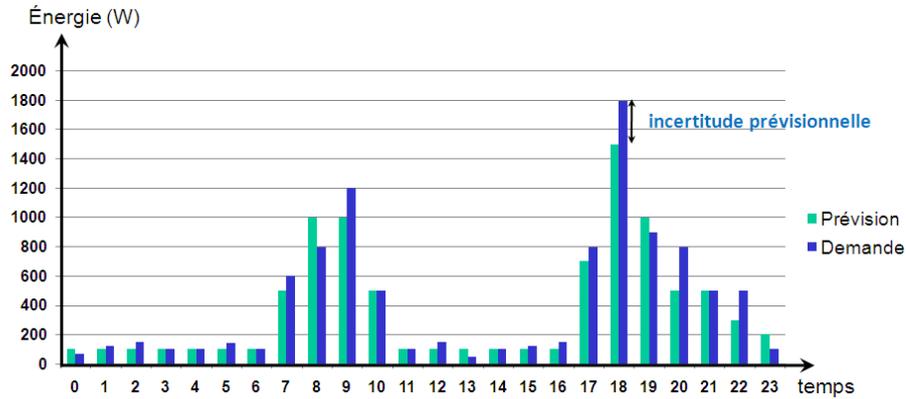


FIGURE 4.9 – Prévisions et erreurs de prévisions de la consommation du service non-supervisé

incertitudes paramétriques qui sont modélisées comme suit. Une variable aléatoire est associée à chaque paramètre imprécis. Cette variable est supposée varier dans un intervalle. Par exemple l'incertitude sur la température extérieure et la radiation solaire peuvent être modélisées par des variables aléatoires  $\tilde{T}_{out}(k)$  et  $\tilde{\phi}_s(k)$  qui peuvent varier dans des intervalles  $\tilde{T}_{out}(k) \in [T_{out}(k) - \hat{T}_{out}(k), T_{out}(k) + \hat{T}_{out}(k)]$  et  $\tilde{\phi}_s(k) \in [\phi_s(k) - \hat{\phi}_s(k), \phi_s(k) + \hat{\phi}_s(k)]$ .

Il en est de même de la modélisation d'un service de lavage du linge dont la durée est  $d(i) \in [1, 2h, 1, 5h]$  et la puissance est dans l'intervalle  $P(i) \in [1, 5kW, 2kW]$ . De façon similaire, on peut modéliser d'autres paramètres du modèle thermique, qui sont soumis aux incertitudes, comme le gain de la puissance du chauffage  $\tilde{G}(i)$  et le gain de la radiation solaire  $\tilde{G}_s(i)$ , ou les incertitudes provenant des fournisseurs comme l'incertitude de la puissance disponible  $\tilde{P}(i, k)$  et le tarif énergétique  $\tilde{C}(j, k)$  dans le scénario avec le tarif dynamique.

Par ailleurs, l'incertitude de prévision de la demande du service non-supervisé peut également être modélisée de cette manière  $\tilde{E}_u(k) \in [E_u(k) - \hat{E}_u(k), E_u(k) + \hat{E}_u(k)]$ . Pour ce service nous préférons utiliser la notion d'erreur de prévision, notée  $e_u(k)$ , (voir la figure 4.9). Cette erreur représente l'écart entre la demande réelle de l'utilisateur et la prévision.

### 3.3.2 Modélisation par scénario des incertitudes d'occurrence

Les incertitudes d'occurrence qui concernent le démarrage des services temporaires non-programmables sont modélisées par des variables aléatoires auxquelles sont associées des probabilités d'occurrence. A partir d'un ensemble de services temporaires non programmables avec chacun sa probabilité de démarrage, l'ensemble de tous les cas d'exécution qui peuvent se produire sont définis. Ce sont les scénarios étudiés pour lesquels on calcule la probabilité associée à partir de la probabilité de démarrage de chaque service non programmable envisagé. Ce modèle est la conjonction du modèle ensembliste discret et du modèle stochastique.

## 3.4 Conclusion

La mise en évidence de l'existence et de l'importance des incertitudes dans le problème de gestion d'énergie dans l'habitat ainsi que l'influence des incertitudes sur chaque type de service ont été analysées, ce qui nous a permis de retenir deux modèles stochastiques ensemblistes pour

prendre en compte ces incertitudes. Nous avons retenu un modèle ensembliste discret (scénarios) et un modèle ensembliste continu (intervalle). La prise en compte de ces incertitudes est l'objectif principal de nos travaux de thèse. Les chapitres suivants vont présenter les méthodes pour appréhender les différents types d'incertitudes présentés dans cette partie.

## 4 Optimisation en contexte incertain : approches de résolution

Les incertitudes sont identifiées et modélisées, il est maintenant nécessaire de définir les algorithmes qui permettront de calculer des plans d'affectation d'énergie en tenant compte de ces incertitudes. Ces algorithmes peuvent, plus généralement, être des approches de construction des solutions dont les performances restent acceptables malgré les perturbations.

De nombreux éléments de la littérature proposent différentes classifications pour les approches de résolution (Kouvelis et Yu, 1997; Sahinidis, 2004; Snyder, 2004). Si l'on se place dans le cadre de l'*optimisation robuste*, on cherche la meilleure solution qui sera réalisable pour l'ensemble de scénarios envisagés. À l'inverse, si l'on cherche la meilleure performance moyenne, on se trouve dans le contexte de la *programmation stochastique*.

### 4.1 Programmation stochastique

Comme nous l'avons présenté dans l'introduction, une piste pour la gestion des incertitudes est l'optimisation stochastique qui consiste à représenter les incertitudes par des variables aléatoires. Dans ce cadre, on associe des lois de probabilité aux données d'entrée du problème d'optimisation. Ceci conduit à une modélisation fine de l'incertitude. Ce domaine de la programmation mathématique a bénéficié de nombreux travaux depuis une cinquantaine d'années. Nous renvoyons le lecteur intéressé à plusieurs références plus complètes de l'optimisation stochastique, par exemple dans (Kall et Mayer, 2005; Birge et Louveaux, 1997).

Dans notre problème de gestion d'énergie dans l'habitat présenté dans le chapitre 7, l'approche de la programmation stochastique statique est utilisée pour prendre en compte les incertitudes d'occurrence des services temporaires non-programmables où les aléas sont modélisés par l'ensemble des scénarios avec des probabilités d'occurrence.

Un autre modèle classique du domaine de la programmation stochastique est la *programmation sous contraintes probabilistes*. Le but est de trouver la meilleure solution dont on pourra garantir qu'elle est réalisable avec une probabilité cible donnée. Le coût de la solution résultante, peut être moins satisfaisant en moyenne, sera cependant garanti avec une probabilité maîtrisée. Ce modèle est très pertinent pour beaucoup d'applications. Il généralise notamment les concepts de Value at Risk (VaR) et de Conditional Value at Risk (Prékopa, 2003; Kall et Mayer, 2005), très utilisés en gestion du risque.

Pourtant, il a été relativement peu utilisé, sans doute du fait des difficultés théoriques qui s'y attachent. Souvent, les techniques de résolution se révèlent complexes et difficiles à mettre en œuvre de manière satisfaisante sur des problèmes de grandes tailles. En particulier, dans notre problème de gestion d'énergie dans l'habitat, la prise en compte de variables entières dans des programmes stochastiques a été plutôt moins étudiée, raison pour laquelle nous n'utilisons pas ces approches de résolution pour la gestion d'énergie dans l'habitat. Toutefois, avec la formulation robuste de Bertsimas et Sim retenue dans nos travaux pour la prise en compte des incertitudes paramétriques dans le chapitre 5, on peut obtenir une solution qui permet de garantir la perfor-

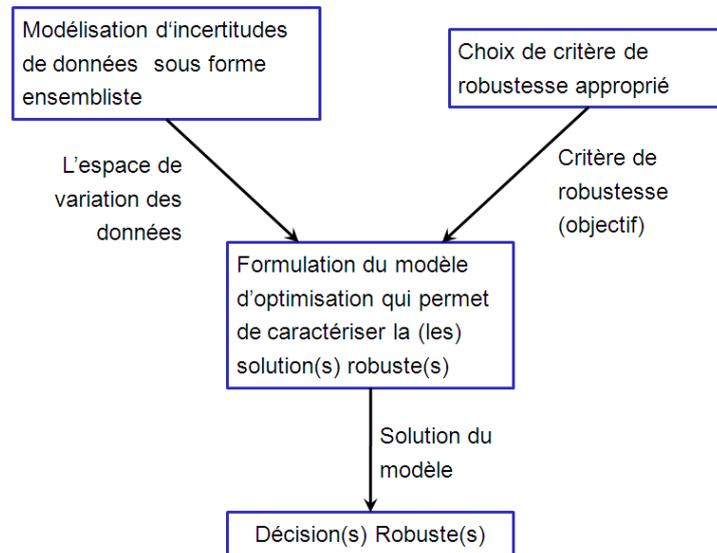


FIGURE 4.10 – Le schéma général de la caractérisation d'une solution robuste

mance avec une probabilité de violation donnée, ce qui se rapproche de la notion de "contrainte probabiliste". Cependant elle ne peut traiter que des paramètres qui sont caractérisables sous forme d'intervalle symétrique avec une répartition uniforme, alors que la programmation sous contraintes probabilistes permet de prendre en compte toutes les hypothèses de répartition des paramètres incertains.

## 4.2 Optimisation robuste

L'approche robuste est l'approche globale dans laquelle nous souhaitons développer nos résultats. Dans (Billaut et al., 2005b), la robustesse est définie comme *une aptitude à résister à des "à peu près" ou à des "zones d'ignorances" afin de se protéger d'impacts jugés regrettables, notamment la dégradation de propriétés à préserver*. Les propriétés qui doivent être maintenues et "les approximations" considérées ou "la zone d'ignorance" sont fortement dépendantes de l'application. Dans notre système de gestion d'énergie dans l'habitat, la robustesse est définie comme *"la capacité à garantir la performance des plans d'affectation d'énergie optimisés vis-à-vis des incertitudes"*.

La figure 4.10 représente les trois étapes fondamentales pour mettre en œuvre une approche robuste. La première étape consiste à formuler les incertitudes auxquelles on veut faire face. Cette étape a fait l'objet du paragraphe 3.3. L'étape suivante consiste à définir le critère qui permet d'évaluer la conservation de la performance à garantir. De nombreuses mesures de robustesse existent dans la littérature. Elle sont, pour la plupart, déclinées à partir des mesures classiques définies dans (Kouvelis et Yu, 1997). La mesure la plus répandue est la mesure dite de pire cas qui consiste à ne qualifier de robustes que les décisions qui nous préservent contre le pire. Dolgui et Kovalev (2011) ont utilisé ce type de mesure pour traiter l'incertitude sur des coûts. Nous montrerons dans nos exemples illustratifs que cette notion de pire cas n'est pas adaptée à la gestion de l'énergie. En effet elle consisterait à prévoir toujours des surconsommations d'énergie à des instants pas toujours préférés par l'utilisateur.

**Critère de robustesse : taux de couverture d'incertitudes.** Dans le domaine de la gestion des systèmes de production en général, Golenko-Ginzburg et al. (1995); Daniels et Carrillo (1997) ont proposés une notion de *niveau de service* qui mesure "*la probabilité qu'une demande ou un ensemble de demandes soit satisfaites*". (Dauzère-Pérès et al., 2005) a adapté la notion de niveau de service dans le problème de gestion de stock pour caractériser des solutions robustes. Avec ce critère de robustesse, une solution est robuste si elle permet de garantir la performance recherchée sur un pourcentage donné de l'espace des incertitudes. Ce pourcentage est le niveau de service. D'après (Dauzère-Pérès et al., 2005), le "niveau de service" est par exemple "*la probabilité de rupture de stock à chaque réapprovisionnement ou le pourcentage de demandes satisfaites sans ruptures de stock*". L'utilisation de cette notion de niveau de service est souvent bien plus intéressante pour plusieurs raisons :

- il est très difficile d'estimer les coûts de rupture de stock car ceux-ci doivent tenir compte du fait que l'on peut perdre des clients s'ils ne sont pas satisfaits, ce qui est relativement difficile à chiffrer.
- il est beaucoup plus parlant d'expliquer qu'on a établi un point de commande garantissant 99% de demandes satisfaites sans ruptures de stock plutôt qu'un point de commande minimisant un coût global.

Ces arguments correspondent tout à fait au contexte de la gestion d'énergie. En effet, quantifier la perte de confort de l'utilisateur lorsque la température est en dehors des bornes acceptables est de même nature que quantifier le coût de rupture de stock. D'autre part l'utilisateur du système de gestion d'énergie sera sans doute très intéressé de savoir que sa facture d'énergie est garantie à 99%. C'est la raison pour laquelle nous choisissons d'utiliser cette notion de niveau de service comme critère de robustesse. Toutefois dans le problème de gestion de flux énergétique dans l'habitat, nous évitons d'utiliser la terminologie "*service*" pour cette notion parce qu'elle est utilisée par ailleurs. Dans nos travaux, nous retenons l'appellation "*taux de couverture d'incertitudes*".

Le taux de couverture d'incertitudes d'un plan d'affectation d'énergie, noté  $\gamma$ , est "*la probabilité qu'une demande de services de l'utilisateur et de l'environnement soit satisfaite sans dégrader la performance du plan*". Cette probabilité est calculée par rapport à un ensemble de demandes possibles prédéfinies. La déclinaison précise de cette définition varie avec le modèle d'incertitudes et le modèle d'optimisation retenus. Nous précisons sa définition dans les chapitres consacrés au calcul de solutions robustes.

L'étape trois de la démarche de la robustesse consiste à écrire un problème d'optimisation capable de fournir des solutions robustes, c'est-à-dire des solutions qui vérifient le critère de robustesse (défini à l'étape 2) sur l'ensemble des incertitudes (défini à l'étape 1). Nous verrons la formulation du problème de robustesse pour les incertitudes paramétriques dans le chapitre 5 et la formulation de ce problème pour les incertitudes d'occurrence dans le chapitre 7.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que les incertitudes auxquelles le HESP doit faire face sont nombreuses et variées. Nous avons proposé de les classer en deux catégories : les incertitudes paramétriques et les incertitudes d'occurrence. Cette deuxième catégorie nous a conduits à définir un nouveau type de service : le service temporaire non-programmable. Nous verrons dans le chapitre 7 que ce nouveau type de service modifie la définition du problème HESP. Nous avons également décrit le principe global de robustesse dans lequel nous nous inscrivons. Compte tenu

de la diversité des incertitudes et des services de HESP, une formulation spécifique de chaque type d'incertitudes sera nécessaire pour construire des solutions robustes. Ceci fait l'objet de la deuxième partie de ce mémoire.

Deuxième partie

Approches de résolution



## Chapitre 5

# Prise en compte des incertitudes paramétriques

*Le caractère incertain et surtout imprécis des paramètres qui interviennent dans le modèle de programmation linéaire d'un problème d'optimisation a été assez largement étudié dans la littérature. Dans ce chapitre, nous décrirons les résultats génériques connus qui pourront être mis en œuvre et adaptés au problème HESP. Nous présenterons deux types d'approches : la programmation multiparamétrique dans la section 2 et la programmation linéaire robuste dans la section 3. Nous décrirons en détail l'approche de programmation linéaire robuste proposée par Bertsimas et Sim. Nous l'appliquerons au problème HESP. Nous comparerons cette approche avec l'approche multiparamétrique.*

## 1 Introduction

Pour l'ensemble des approches développées dans ce chapitre et plus généralement dans ce mémoire nous considérons le problème de programmation linéaire mixte (Mixed Integer Linear Programming problem, **MILP**) générique suivant :

$$\begin{aligned} & \text{maximiser} && z = \mathbf{c}\mathbf{x} \\ & \text{soumis à} && \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b} \end{aligned} \tag{5.1}$$

avec  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \cdot n}$ ,  $\mathbf{c}, \mathbf{l}, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$  et  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$  des vecteurs colonnes.

Dans ce modèle générique les incertitudes peuvent concerner les coefficients de la fonction objectif  $\mathbf{c}$ , le côté droit  $\mathbf{b}$  (Right-Hand-Side en anglais, RHS) des contraintes et le côté gauche (Left-Hand-Side, LHS), c'est-à-dire les coefficients de la matrice  $\mathbf{A}$  des contraintes. Nous allons, dans les deux parties qui suivent, décrire les mécanismes de programmation multiparamétrique et de programmation robuste sur ce modèle générique.

## 2 Programmation multiparamétrique pour la prise en compte des incertitudes paramétriques

L'analyse de la programmation multiparamétrique a fait l'objet de mon master de recherche (Le, 2007). Je présente ici les principaux modèles et résultats afin de comparer cette approche avec une approche développée dans ma thèse. La programmation multiparamétrique est une méthode

qui permet de caractériser la fonction objectif ainsi que les variables de décision du problème d'optimisation par rapport à un vecteur de paramètres incertains. Ces paramètres incertains sont supposés varier dans des intervalles.

## 2.1 Modèles de programmation multiparamétrique

Dans cette partie nous donnons la formulation mathématique de la programmation multiparamétrique. La partie suivante est dédiée à l'analyse de ces modèles et aux travaux qui ont été réalisés avec ces modèles. Soit  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_s)^T$  un vecteur de paramètres incertains qui sont caractérisés sous forme d'intervalle  $\mathbf{G}\lambda \leq \mathbf{g}$ . (Li et Ierapetritou, 2007) ont distingué les trois cas suivants, selon la nature des paramètres du problème de départ soumis à des incertitudes :

- Si les coefficients  $\mathbf{b}$  (RHS) sont incertains, le problème **MILP** devient un problème de programmation multiparamétrique linéaire mixte **mpMILP** qui s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \text{maximiser } & z = \mathbf{c}\mathbf{x} \\ \text{soumis à } & \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b} + \mathbf{F}\lambda \\ & \mathbf{G}\lambda \leq \mathbf{g} \end{aligned} \quad (5.2)$$

- Si les coefficients de la fonction objectif sont supposés incertains, ou bien s'il existe simultanément des incertitudes RHS et des incertitudes dans les coefficients de la fonction objectif, le problème (5.1) devient un problème de programmation multiparamétrique quadratique mixte (**mpMIQP**) qui peut s'écrire de la façon suivante avec les mêmes hypothèses sur le vecteur  $\lambda$  que précédemment :

$$\begin{aligned} \text{maximiser } & z = \mathbf{x}^T \mathbf{H}\mathbf{x} + (\mathbf{c} + \mathbf{D}\lambda)\mathbf{x} + \mathbf{E}\lambda \\ \text{soumis à } & \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b} + \mathbf{F}\lambda \\ & \mathbf{G}\lambda \leq \mathbf{g} \end{aligned} \quad (5.3)$$

- Si les coefficients LHS sont incertains, le problème **MILP** devient un problème de programmation multiparamétrique non-linéaire (**mpMINLP**). Dans la littérature, la programmation non-linéaire multiparamétrique générale (**mpNLP**) est très peu adressée car la solution exacte de **mpNLP** est très complexe et difficile à obtenir (Acevedo et Salgueiro, 2003) ce qui la rend peu efficace.

## 2.2 La programmation multiparamétrique dans la littérature

La programmation linéaire multiparamétrique (**mpLP**) et la **mpMILP** sont des problèmes étudiés dans la littérature. Gass et Saaty (1955); Gal et Nedoma (1972) ont proposé les premières méthodes pour résoudre le problème **mpLP**. Ensuite, Borrelli et al. (2000); Borrelli (2002) ont présenté des méthodes géométriques pour le problème (**mpMILP**) lorsque Joaquin Acevedo (1997) a proposé une méthode de *séparation et évaluation* pour résoudre les problèmes **mpMILP**. Un outil nommé Multi Parametric Toolbox MPT (Kvasnica et al., 2006) utilisant le solveur YALMIP a été développé par (Lofberg, 2004).

La méthode de programmation multiparamétrique a été principalement appliquée dans l'optimisation en ligne, la commande de processus et la synthèse de processus dans la littérature. Ryu et Pistikopoulos (2007) ont utilisé la **mpMILP** pour un problème d'ordonnancement sans

attente (*zero-waiting scheduling* en anglais). L'application de la programmation multiparamétrique dans un problème de planification des processus a été réalisée dans (Pistikopoulos et Dua, 1998; Ryu et Pistikopoulos, 2001). Dans Le et al. (2009a) la **mpMILP** a été adaptée à la prise en compte des incertitudes de la demande dans le problème d'affectation de machines parallèles partiellement multi-fonctions. Dans cette application, nous avons pu montrer que la programmation multiparamétrique permet de caractériser toutes les politiques optimales d'affectation sur l'ensemble du domaine des incertitudes. Elle inclut toutes les solutions robustes mais elle ne permet pas de définir une politique en particulier. Pour la gestion de l'énergie, nous ferons le même type d'observation dans ce chapitre. Dans le domaine de l'Automatique, Dua et al. (2002) ont proposé une méthodologie pour aborder ce problème pour le cas spécial du problème de contrôle optimal.

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que le système d'optimisation HESP est formulé par un modèle mixte qui se compose simultanément de variables entières et de variables continues. Pour prendre en compte les incertitudes dans ce problème d'optimisation d'énergie dans l'habitat, nous proposons de mettre en œuvre des algorithmes de programmation multiparamétrique linéaire mixte (**mpMILP**).

### 2.3 Solution de la programmation multiparamétrique linéaire mixte

La solution d'un problème de programmation multiparamétrique est donnée sous la forme d'un ensemble de régions critiques pour les variables de décisions. Ces régions sont définies par les valeurs possibles des paramètres incertains. Les valeurs optimales de la fonction objectif sont également décrites en fonction des valeurs des paramètres incertains. Une région critique est définie sur un sous ensemble de paramètres incertains dans lequel la fonction objectif s'écrit de façon linéaire en fonction des paramètres incertains. Cette relation linéaire varie d'une région critique à une autre.

La solution du problème **mpMILP** peut être obtenue en résolvant le problème **mpLP** correspondant au problème mixte dans lequel on fixe ces variables entières. Les étapes de résolution sont proposées dans (Gal, 1995). Cette partie a pour objectif de présenter les caractéristiques de la solution d'un problème **mpMILP**. Le problème de programmation linéaire standard est donné par les équations (5.1) dans lesquels les variables  $\mathbf{x}$  sont réelles. Nous notons  $B$ , l'ensemble des indices des colonnes correspondantes aux variables de base d'une solution et  $N$ , l'ensemble des indices des colonnes correspondantes aux variables hors-bases. En utilisant la méthode du simplexe, nous obtenons la solution optimale suivante :

$$z^* = \mathbf{c}_B \mathbf{A}_B^{-1} \mathbf{b} \quad (5.4)$$

avec les conditions d'optimalité suivantes

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_B^{-1} \mathbf{b} &\geq 0 \\ \mathbf{c}_N - \mathbf{c}_B \mathbf{A}_B^{-1} \mathbf{A}_N &\geq 0 \end{aligned} \quad (5.5)$$

Si le vecteur  $\mathbf{b}$  et la fonction objectif sont soumis aux incertitudes paramétriques RHS, ce problème LP devient le problème mpLP présenté dans (5.2). Alors, dans la solution optimale du problème mpLP correspondant, les conditions d'optimalité (5.5) forment les régions critiques du problème et (5.4) nous donne la fonction objectif optimale. L'introduction des paramètres

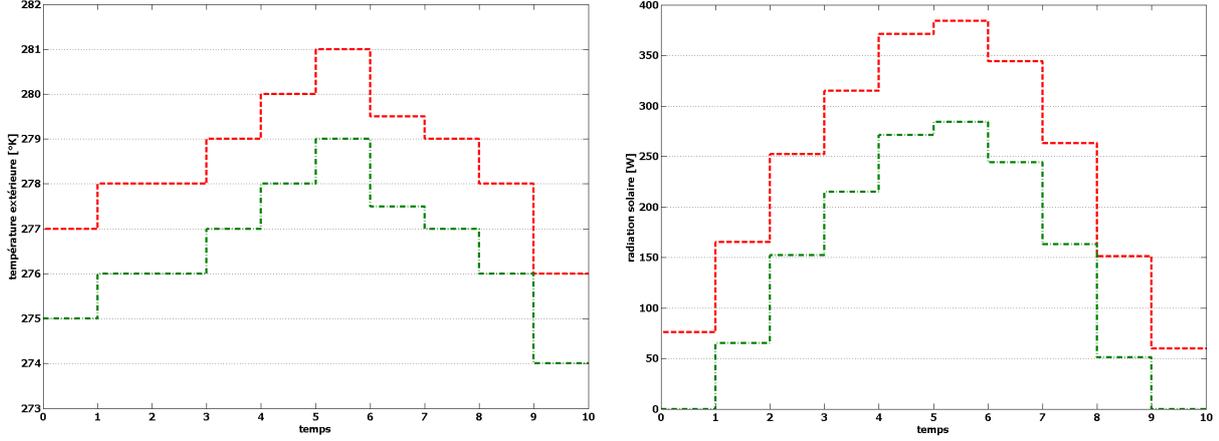


FIGURE 5.1 – La prévision météorologique

incertains conduit aux équations suivantes pour la caractérisation de la solution optimale :

$$\begin{aligned}
 -\mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{F}\lambda &\geq -\mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{b} \\
 \mathbf{c}_N - \mathbf{c}_B\mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{A}_N &\geq 0 \\
 z^* &= \mathbf{c}_B\mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{b} + \mathbf{c}_B\mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{F}\lambda
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Ces équations représentent l'évolution linéaire de la fonction objectif  $z^*$  dans une zone critique ( $R$ ) en fonction des valeurs des paramètres  $\lambda$  dans cette zone qui est définie par les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned}
 z^* &= \mathbf{c}_B\mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{b} + \mathbf{c}_B\mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{F}\lambda \\
 (R) &= \begin{cases} -\mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{F}\lambda \geq -\mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{b} \\ \mathbf{c}_N - \mathbf{c}_B\mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{A}_N \geq 0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

## 2.4 Application au problème HESP

Considérons un exemple simple de gestion d'énergie dans la maison pour illustrer les résultats que la programmation multiparamétrique permet d'obtenir. Dans cet exemple, l'horizon de planification est de 10 heures et deux services sont considérés. Le premier service est un fournisseur d'électricité  $SRV(1)$  qui fournit une puissance disponible de 2000W. Le deuxième service est un service permanent thermique  $SRV(2)$  qui consomme 1000W en exécution. Les températures minimale, maximale et préférée requises sur cet horizon sont égales respectivement à 19°C, 25°C et 22°C. La température extérieure  $\tilde{T}_{out}(2, k)$  et la radiation solaire  $\tilde{\Phi}_s(2, k)$  sont supposées être des données incertaines. Les bornes de la température extérieure et de la radiation solaire pendant ces périodes sont données dans la figure 5.1.

En introduisant deux paramètres incertains, le modèle du comportement du service permanent dans l'équation (2.3) devient :

$$\begin{aligned}
 T_{in}(2, k+1) - e^{\frac{-\Delta}{\tau^{(i)}}}T_{in}(2, k) + G(2)[e^{\frac{-\Delta}{\tau^{(i)}}} - 1]E(2, k) \\
 + [e^{\frac{-\Delta}{\tau^{(i)}}} - 1]\tilde{T}_{out}(2, k) + [e^{\frac{-\Delta}{\tau^{(i)}}} - 1]\tilde{\Phi}_s(2, k) = 0
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

$$-1 \leq \hat{T}_{out}(2, k) \leq 0 \tag{5.9}$$

$$-50 \leq \hat{\Phi}_s(2, k) \leq 0 \tag{5.10}$$

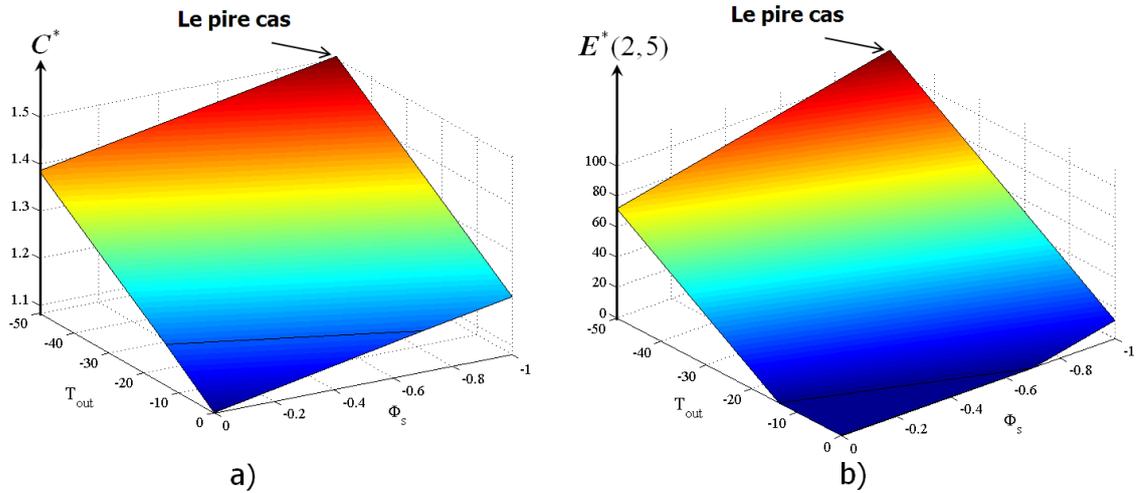


FIGURE 5.2 – Le coût énergétique  $C^*$  optimal et l'énergie affectée au chauffage à la période 5 en fonction de  $\widehat{T}_{out}$  et  $\widehat{\phi}_s$

Nous avons réalisé une implémentation de la résolution multi-paramétrique avec l'outil Multi Parametric Toolbox MPT (Kvasnica et al., 2006). La résolution de cet exemple prend 62 secondes en utilisant un ordinateur 2,4GHz. Les figures 5.2-a et 5.2-b représentent respectivement le coût énergétique pour la valeur optimale du critère d'agrégation en fonction des incertitudes et l'énergie affectée au chauffage à la période 5 en fonction de la variation des incertitudes. On trouve que la programmation multiparamétrique a découpé la zone d'incertitudes en 2 régions critiques. Le coût énergétique augmente linéairement avec les incertitudes car la consommation d'énergie est directement liée à la température intérieure induite par la température extérieure et la radiation solaire. Pour des petites variations de ces paramètres, on arrive à chauffer plus pour conserver le confort mais le coût énergétique devient trop important. La position de la frontière entre les deux zones critiques est totalement définie par les coefficients de pondération que nous avons mis dans la fonction d'agrégation du critère.

On obtient également le plan optimal d'affectation d'énergie du chauffage en fonction de la variation de la température extérieure et de la radiation solaire sur tout l'horizon de planification. Par exemple, la quantité d'énergie optimale à affecter au chauffage à la période 5 est donnée dans la figure 5.2-b). Dans la région définie par les inégalités suivantes :

$$\begin{cases} T_{out} + 20\phi_s \geq -14 \\ T_{out} \leq 0, \phi_s \leq 0 \end{cases} \quad (5.11)$$

quelque soit l'incertitude, le chauffage ne consomme pas d'énergie car dans cette région les incertitudes sont petites et il ne fait pas très froid à l'extérieur. On retrouve bien entendu les mêmes zones critiques qui délimitent le mode d'évolution des coûts et de la solution (affectation d'énergie).

On voit que la programmation multiparamétrique fournit une description de toutes les politiques optimales sur tout l'espace des paramètres incertains. Cette description est sous la forme d'équations linéaires pour chaque zone critique. Ce résultat représente un ensemble de décisions mais ne correspond pas à un plan optimal d'affectation quelque soit la valeur des paramètres qui pourraient se réaliser. Bien entendu, parmi toutes ces décisions potentielles, on peut reconnaître

la politique de pire cas qui correspond à la valeur maximale du critère, c'est-à-dire dans ce cas aux décisions calculées pour la plus grande variation négative de la température et de la radiation solaire. Mais pour cette politique et dans notre cas de relation univoque entre les paramètres et le critère il n'est pas nécessaire de faire toute cette procédure de programmation multiparamétrique pour obtenir cette politique de pire cas. C'est la raison pour laquelle nous avons étudié les approches robustes qui permettent de calculer une politique valable sur l'ensemble des valeurs des paramètres. Ceci fait l'objet de la partie suivante de ce chapitre.

### 3 Optimisation linéaire robuste

#### 3.1 Modèle d'incertitude

Dans le modèle (5.1), nous pouvons montrer que les incertitudes sur tous les paramètres du problème peuvent être modélisées par des incertitudes qui affectent les éléments de la matrice  $\mathbf{A}$  en utilisant les reformulations équivalentes suivantes du problème :

- Si l'incertitude affecte les éléments du vecteur des coefficients  $\mathbf{c}$  de la fonction objectif, nous pouvons utiliser la fonction objectif  $z$  et ajouter la contrainte  $z - \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x} \leq 0$  dans l'ensemble des contraintes  $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$ .
- Si l'incertitude affecte les éléments du vecteur  $\mathbf{b}$ , il suffit de rajouter une variable artificielle  $x_{n+1}$  pour se ramener à notre problème : les contraintes  $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$  deviennent  $\mathbf{Ax} - \mathbf{b}x_{n+1} \leq 0$ ,  $1 \leq x_{n+1} \leq 1$  dans ce problème l'optimisation.

Considérons une ligne  $i$  de la matrice  $\mathbf{A}$  et soit  $AI_i$  l'ensemble des coefficients de la ligne  $i$  qui sont soumis aux incertitudes. Chaque entrée  $a_{ij}, j \in AI_i$  est modélisée par une variable aléatoire  $\tilde{a}_{ij}, j \in AI_i$  qui varie uniformément dans l'intervalle  $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$ .

#### 3.2 Formulations de programmation linéaire robuste dans la littérature

##### La formulation robuste de Soyster

Soyster (1973) a proposé le premier modèle robuste du problème d'optimisation linéaire qui permet de construire une solution optimale pour un ensemble convexe d'incertitudes. Le problème d'optimisation robuste associé au problème (5.1) s'écrit :

$$\begin{aligned}
 & \text{maximiser } \mathbf{cx} \\
 & \text{soumis à } \sum_j a_{ij}x_j + \sum_{j \in AI_i} \hat{a}_{ij}y_j \leq b_i \quad \forall i \\
 & \quad -y_j \leq x_j \leq y_j \quad \forall j \\
 & \quad \mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \\
 & \quad \mathbf{y} \geq 0
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Cette formulation est proche de la formulation de la programmation multiparamétrique. Dans ce cas, on introduit les variables de décision  $y_j$  qui permettent de positionner la décision robuste sur un niveau de variation des paramètres incertains. Cette formulation permet de calculer la solution optimale stable sur l'ensemble de variation des paramètres. Soit  $\mathbf{x}^*$  la solution optimale du problème (5.12). Dans cette solution, évidemment,  $y_j = |x_j^*|, \forall i$ , alors on a :

$$\sum_j a_{ij}x_j^* + \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} |x_j^*| \leq b_i, \forall i. \tag{5.13}$$

Ce qui entraîne

$$\sum_j \tilde{a}_{ij} x_j^* \leq \sum_j a_{ij} x_j^* + \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} |x_j^*| \leq b_i, \forall i \quad (5.14)$$

On vérifie avec cette inégalité que, pour toutes les réalisations possibles de  $\widetilde{a}_{ij}$ , la solution optimale est réalisable. La propriété de robustesse de cette solution est une propriété de stabilité.

### La formulation robuste de Ben-Tal et Nemirovski

Dans la formulation stable de Soyster, la configuration de pire cas des paramètres (qui n'est pas identifiée en tant que telle) conduit à une solution robuste avec une performance très dégradée, alors que cette configuration n'a peut-être qu'une probabilité très faible de se produire. Cet équilibre entre la valeur de l'objectif et la réalisabilité de la solution est un des aspects cruciaux de l'optimisation avec des données incertaines. De nombreux travaux ont été motivés par cette question, et plusieurs réponses ont été apportées. Ben-Tal et Nemirovski (2000) ont proposé une formulation robuste dans laquelle une solution est dite solution-robuste si elle garde une valeur d'objectif 'assez bonne' pour tout événement. La formulation robuste proposée par Ben-Tal et Nemirovski (2000) est la suivante :

$$\begin{aligned} & \text{maximiser } \mathbf{c}\mathbf{x} \\ & \text{soumis à } \quad \sum_j a_{ij} x_j + \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} y_{ij} + \Omega_i \sqrt{\sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij}^2 z_{ij}^2} \leq b_i \quad \forall i \\ & \quad \quad \quad -y_{ij} \leq x_j - z_{ij} \leq y_{ij} \quad \forall i, j \in J_i \\ & \quad \quad \quad \mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \\ & \quad \quad \quad \mathbf{y} \geq 0 \end{aligned} \quad (5.15)$$

Dans cette formulation on introduit un paramètre supplémentaire  $\Omega_i$  et des variables  $z_{ij}$  qui permettent de modéliser une tolérance à la violation des contraintes du modèle. Sur l'ensemble des incertitudes  $\tilde{a}_{ij}$ , les auteurs ont montré que la probabilité maximale de violation de la contrainte  $i$  est  $e^{-\frac{\Omega_i^2}{2}}$ . Il faut donc choisir une valeur de  $\Omega_i$  qui correspond à la probabilité de violation que l'on tolère pour calculer la solution robuste avec ce modèle quadratique.

### La formulation robuste retenue : Bertsimas et Sim

La limite majeure de la formulation de Ben-Tal et Nemirovski est qu'elle conduit à un modèle non linéaire. Les techniques de résolution sont souvent très complexes et difficiles à mettre en œuvre de manière satisfaisante pour les problèmes quadratiques et cette formulation n'est pas intégrable dans notre plate-forme de développement.

Étant données les limites de l'approche précédente, Bertsimas et Sim (2004) proposent une nouvelle approche pour l'optimisation linéaire robuste qui conserve les avantages de la structure linéaire de Soyster (1973). En plus, cette approche offre la capacité de contrôler la marge de chaque contrainte, comme le propose la formulation de Ben-Tal et Nemirovski. C'est le paramètre  $\Gamma_i$  qui est utilisé pour contrôler la violation de la contrainte  $i$ .

Nous nous intéressons donc à cette formulation dans notre problème de prise en compte des incertitudes paramétriques dans la gestion d'énergie dans l'habitat. Cette formulation nous permet de déterminer un plan de réservation d'énergie optimal robuste vis-à-vis d'un taux de couverture d'incertitudes déduit à partir des probabilités de violation des contraintes que l'on peut définir. Ce degré de liberté pour moduler la robustesse attendue est également utilisé par Öncü Hazir et Dolgui (2011) pour traiter un problème d'équilibrage de lignes d'assemblage.

### 3.3 La formulation robuste de Bertsimas et Sim

Afin de clarifier l'approche de robustesse, la formulation de Bertsimas et Sim est ici décrite succinctement. Nous présentons d'abord la formulation de l'optimisation robuste dans le cas de base des paramètres incertains indépendants. Ensuite elle sera étendue au cas des paramètres incertains corrélés.

#### Paramètres indépendants.

Pour chaque contrainte  $i$  du programme linéaire (5.1), on considère un ensemble  $AI_i$  de paramètres incertains qui sont des coefficients du programme linéaire. On associe un nombre réel  $\Gamma_i$  qui prend ses valeurs dans l'intervalle  $[0, |AI_i|]$ . Le rôle de ce paramètre  $\Gamma_i$  est d'ajuster la robustesse de la méthode proposée au niveau de conservatisme souhaité de la solution. Il est peu probable, intuitivement, que tous les coefficients incertains  $a_{ij}, j \in AI_i$  changent en même temps. Avec  $\Gamma_i$  nous définissons une proportion des incertitudes à prendre en compte. Le but est de se protéger contre tous les cas de variations inclus dans cette proportion. Afin d'obtenir une solution robuste, il faut identifier parmi tous les coefficients incertains ceux qui ont le plus grand impact sur la performance de la solution. Pour ce faire, on suppose que  $\lfloor \Gamma_i \rfloor$  coefficients varient sur tout leur intervalle d'incertitudes et qu'un coefficient varie sur  $\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor$  de son intervalle. La formulation (5.16) permet de trouver les coefficients auxquels la solution est la plus sensible.

$$\begin{aligned} & \text{maximiser} && \mathbf{c}\mathbf{x} \\ & \text{soumis à} && \sum_j a_{ij}x_j + \beta_i(\mathbf{x}, \Gamma_i) \leq b_i \quad \forall i \\ & && -y_j \leq x_j \leq y_j \quad \forall j \\ & && \mathbf{y} \geq 0 \end{aligned} \tag{5.16}$$

avec  $\beta_i(\mathbf{x}, \Gamma_i)$  la marge de robustesse de la contrainte  $i$  qui s'écrit comme suit :

$$\beta_i(\mathbf{x}, \Gamma_i) = \max_{S_i \cup t_i | S_i \subseteq AI_i, |S_i| = \lfloor \Gamma_i \rfloor, t_i \in AI_i \setminus S_i} \left\{ \sum_{j \in S_i} \hat{a}_{ij}y_j + (\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor)\hat{a}_{it_i}y_{t_i} \right\} \tag{5.17}$$

Nous illustrerons en détail cette équation dans la partie 4.

Il faut noter que si on ne prend pas en compte les incertitudes  $\Gamma_i = 0$ , alors  $\beta_i(\mathbf{x}, \Gamma_i) = 0$ , la contrainte  $i$  est celle du problème de départ. Dans le cas où on prend en compte la totalité des incertitudes, c'est-à-dire le pire cas,  $\Gamma_i = |AI_i|$ , cette formulation est équivalente à la formulation de Soyster. En faisant varier  $\Gamma_i$  dans l'intervalle  $[0, |AI_i|]$ , nous avons la flexibilité pour ajuster la robustesse souhaitée de la méthode au niveau de conservatisme souhaité de la solution. La définition du paramètre  $\beta_i(\mathbf{x}, \Gamma_i)$  consiste à chercher parmi tous les paramètres incertains celui auquel la fonction objectif est la plus sensible. Par souci de conservatisme, le plus grand coefficient d'incertitude est alors affecté à ce coefficient dans la contrainte du problème. L'application au problème HESP permettra d'illustrer en détail ce mécanisme.

Cette définition de l'optimisation robuste peut être transformée en une formulation linéaire

comme suit :

$$\begin{aligned}
& \text{maximiser } \mathbf{cx} \\
& \text{soumis à } \quad \sum_j a_{ij}x_j + z_i\Gamma_i + \sum_{j \subseteq AI_i} p_{ij} \leq b_i & \forall i \\
& \quad \quad \quad z_i + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij}y_j & \forall i, j \subseteq AI_i \\
& \quad \quad \quad -y_j \leq x_j \leq y_j & \forall j \\
& \quad \quad \quad p_{ij} \geq 0 & \forall i, j \subseteq AI_i \\
& \quad \quad \quad y_j \geq 0 & \forall j \\
& \quad \quad \quad z_i \geq 0 & \forall i
\end{aligned} \tag{5.18}$$

Grâce à cette formulation robuste la borne de la probabilité de violation de la contrainte  $i$  peut être calculée. Cette borne de la probabilité de violation mesure *le prix de la robustesse* selon Bertsimas et Sim (2004). Soit  $\mathbf{x}^*$ , la solution optimale du problème (5.18), la borne de la probabilité de violation de la contrainte  $i$  est donnée par :

$$\Pr \left( \sum_j \tilde{a}_{ij}x_j^* \geq b_i \right) \leq \frac{1}{2^n} \left\{ (1 - \mu) \binom{n}{\lfloor \nu \rfloor} + \sum_{l=\lfloor \nu \rfloor+1}^n \binom{n}{l} \right\} \tag{5.19}$$

avec  $n = |AI_i|$ ,  $\nu = \frac{\Gamma_i + n}{2}$  and  $\mu = \nu - \lfloor \nu \rfloor$ .

Les figures 5.3 et 5.4 illustrent la borne de la probabilité de violation de la contrainte  $i$  en fonction de  $\Gamma_i$  dans les cas où  $|AI_i| = 2$  et  $|AI_i| = 3$  respectivement.

**Remarque.** À partir de l'expression (5.19), la probabilité de violation tend vers 0 lorsque  $|AI_i|$  devient grand. Contrairement aux exemples traités dans Bertsimas et Sim (2004), le nombre de coefficients incertains dans nos exemples est petit (quelques unités). Alors, l'estimation de la probabilité de violation reste importante pour  $\Gamma = |AI_i|$ . Nous avons affiné la borne supérieure de la probabilité de violation donnée par Bertsimas et Sim (2004) en introduisant un segment linéaire entre  $|AI_i| - 1$  et  $|AI_i|$  qui se termine à 0 (voir figures 5.3 et 5.4). Pour  $|AI_i| = 1$ , la probabilité de violation s'écrit de la façon suivante :

$$\Pr \left( \sum_j \tilde{a}_{ij}x_j^* \geq b_i \right) = -\frac{1}{2}(\Gamma_i - 1) \tag{5.20}$$

La probabilité de violation mesure la probabilité que la solution obtenue ne soit pas réalisable sur l'ensemble des incertitudes. Cette probabilité peut s'écrire en fonction du taux de couverture d'incertitudes  $\gamma$  que nous avons défini dans le paragraphe 4.2 du chapitre 4. Nous proposons, dans un premier temps, d'appliquer à toutes les contraintes soumises à des incertitudes le même taux de couverture. La relation entre la probabilité de violation et  $\gamma$  peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$\Pr \left( \sum_j \tilde{a}_{ij}x_j^* \geq b_i \right) + \gamma = 1 \quad \forall i \tag{5.21}$$

Dans le paragraphe 6, nous illustrons un cas dans lequel nous avons choisi de faire un compromis entre les différentes contraintes et le taux de couverture d'incertitudes.

### Paramètres corrélés.

On peut étendre la formulation robuste pour prendre en compte des paramètres corrélés, particulièrement dans le cas où il y a des sources d'incertitude qui affectent plusieurs données. Considérons une ligne particulière  $i$  de la matrice  $A$  du problème d'optimisation (5.1). Soit  $AI_i$

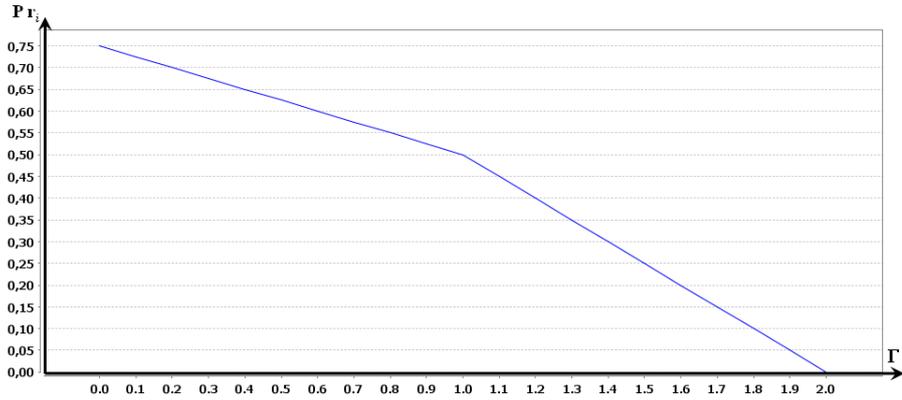


FIGURE 5.3 – La borne de probabilité de la violation de la contrainte  $i$  en fonction de  $\Gamma_i$  avec  $|AI_i| = 2$

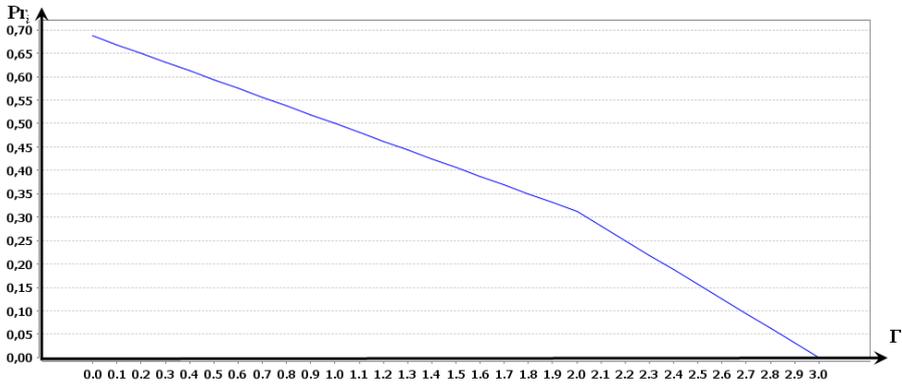


FIGURE 5.4 – La borne de probabilité de la violation de la contrainte  $i$  en fonction de  $\Gamma_i$  avec  $|AI_i| = 3$

l'ensemble des coefficients de cette ligne qui sont soumis à des incertitudes. Chaque entrée  $a_{ij}$  est modélisée par :

$$\tilde{a} = a_{ij} + \sum_{k \in K_i} \tilde{\eta}_{ik} g_{kj} \quad (5.22)$$

avec  $\tilde{\eta}_{ik}$  une variable aléatoire distribuée dans l'intervalle  $[-1, 1]$  de façon uniforme. Dans ce modèle, il y a seulement  $|K_i|$  sources d'incertitudes qui affectent les données dans la ligne  $i$ . Notons que ces sources d'incertitude affectent toutes les entrées  $a_{ij}, j \in AI_i$ . Par exemple, si  $|K_i| = 1$ , alors toutes les données de la ligne  $i$  sont affectées seulement par une variable aléatoire.  $g_{ki}$  est la borne de la variation du coefficient  $a_{ij}$  en fonction de la source d'incertitude  $k$ .

Dans ce problème, la marge de robustesse  $\beta_i(\mathbf{x}, \Gamma_i)$  de la contrainte  $i$  s'écrit :

$$\beta_i(\mathbf{x}, \Gamma_i) = \max_{S_i \cup \{t_i\} | S_i \subseteq K_i, |S_i| = \lfloor \Gamma_i \rfloor, t_i \in K_i \setminus S_i} \left\{ \sum_{k \in S_i} \left| \sum_{j \in AI_i} g_{kj} x_j \right| + (\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor) \left| \sum_{j \in AI_i} g_{t_i j} x_j \right| \right\} \quad (5.23)$$

Nous illustrerons en détail cette équation dans la partie 4.

La formulation linéaire du problème robuste s'écrit :

$$\begin{aligned}
& \text{maximiser} && \mathbf{cx} \\
& \text{soumis à} && \sum_j a_{ij}x_j + z_i\Gamma_i + \sum_{k \subseteq K_i} p_{ik} \leq b_i \quad \forall i \\
& && z_i + p_{ij} \geq y_{ik} \quad \forall i, k \subseteq K_i \\
& && -y_{ik} \leq \sum_{j \subseteq AI_i} g_{kj}x_j \leq y_{ik} \quad \forall i, k \subseteq K_i \\
& && p_{ik}, y_{ik} \geq 0 \quad \forall i, k \subseteq K_i \\
& && z_i \geq 0 \quad \forall i
\end{aligned} \tag{5.24}$$

La borne de la probabilité de violation de la contrainte  $i$  dans ce cas des paramètres corrélés est également donnée par l'équation (5.19).

## 4 Application de la programmation linéaire robuste au HESP

### 4.1 Services permanents

Comme nous l'avons présenté dans la partie 2.2.2 du chapitre 4, le comportement des services permanents présentés dans l'équation (2.3) est soumis à des incertitudes paramétriques que l'on peut modéliser par la variation d'une donnée dans un intervalle. Les variations que l'on peut modéliser de cette façon sont :

- l'incertitude de la température extérieure par rapport à la prévision  $\widetilde{T}_{out}(k) \in [T_{out}(k) - \widehat{T}_{out}(k), T_{out}(k) + \widehat{T}_{out}(k)]$
- l'incertitude de la puissance de la radiation solaire  $\widetilde{\phi}_s(k) \in [\phi_s(k) - \widehat{\phi}_s(k), \phi_s(k) + \widehat{\phi}_s(k)]$
- l'incertitude de la valeur du gain du modèle du premier ordre de la puissance du chauffage par rapport à la valeur identifiée  $\widetilde{G}(i) \in [G(i) - \widehat{G}(i), G(i) + \widehat{G}(i)]$
- l'incertitude de la valeur du gain du modèle du premier ordre de la radiation solaire par rapport à la valeur identifiée  $\widetilde{G}_s(i) \in [G_s(i) - \widehat{G}_s(i), G_s(i) + \widehat{G}_s(i)]$

Dans nos travaux, la puissance de la radiation solaire  $\phi_s(k)$  et le gain du modèle du premier ordre de la radiation solaire  $G_s(i)$  sont des données qui apparaissent sous forme de leur produit dans l'équation du comportement thermique utilisée pour représenter un service permanent. L'intervalle sur lequel ces données varient est donc représenté par une seule variable notée  $\widetilde{\Phi}_s(k) \in [\Phi_s(k) - \widehat{\Phi}_s(k), \Phi_s(k) + \widehat{\Phi}_s(k)]$ .

Il est à noter que l'intervalle d'incertitude météorologique n'est pas identique toute la journée. Par exemple il n'existe pas d'incertitudes sur la radiation solaire la nuit et la prévision de la température est précise pour les périodes du soir et de la nuit. En revanche, pendant les périodes de la journée, l'intervalle d'incertitude de la radiation solaire dépend beaucoup de l'évolution de la couverture nuageuse du ciel à chaque période.

Comme les incertitudes concernent les paramètres du côté gauche (LHS) des contraintes, nous réécrivons le modèle de comportement du service permanent en introduisant deux variables continues auxiliaires :

$$\begin{aligned}
T_{in}(i, k+1) - [\rho(i) + 1]T_{in}(i, k) + G(i)\rho(i)E(i, k) \\
+ \rho(i)T_{out}(i, k)x_1(i, k) + \rho(i)\Phi_s(i, k)x_2(i, k) = 0
\end{aligned} \tag{5.25}$$

$$x_1(i, k) = 1 \tag{5.26}$$

$$x_2(i, k) = 1 \tag{5.27}$$

avec  $\rho(i) = e^{\frac{-\Delta}{\tau(i)}} - 1$ .

Notons  $\Gamma_p(i, k)$  le paramètre qui permet d'ajuster la robustesse du modèle du service permanent  $SRV(i)$  pendant la période  $k$ .

**Paramètres indépendants.** Dans cette partie nous supposons que les variations des paramètres sont indépendantes, alors  $\Gamma_p(i, k)$  se varie dans l'intervalle  $[0, 3]$ . La formulation robuste du service permanent est donnée par l'ensemble de contraintes (encore non-linéaires) en appliquant la formulation de Bertsimas et Sim (5.16) :

$$\begin{aligned}
T_{in}(i, k+1) - [\rho(i) + 1]T_{in}(i, k) + G(i)\rho(i)E(i, k) \\
+ \rho(i)T_{out}(i, k)x_1(i, k) + \rho(i)\Phi_s(i, k)x_2(i, k) + \beta(i, k) &= 0 \\
-y_1(i, k) \leq \rho(i)x_1(i, k) &\leq y_1(i, k) \\
-y_2(i, k) \leq \rho(i)x_2(i, k) &\leq y_2(i, k) \\
-y_3(i, k) \leq \rho(i)E(i, k) &\leq y_3(i, k) \\
x_1(i, k) &= 1 \\
x_2(i, k) &= 1
\end{aligned} \tag{5.28}$$

avec la marge de robustesse  $\beta(i, k), \forall k \in \{1, \dots, T\}$  définie par l'équation (5.17), on obtient les équations suivantes :

– Si  $0 \leq \Gamma_p(i, k) < 1$ ,

$$\beta(i, k) = [\Gamma_p(i, k) - \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor] \cdot \max \left\{ \widehat{T}_{out}(i, k)y_1(i, k); \widehat{\Phi}_s y_2(i, k); \widehat{G}y_3(i, k) \right\} \tag{5.29}$$

– Si  $1 \leq \Gamma_p(i, k) < 2$ ,

$$\begin{aligned}
\beta(i, k) &= \max \{a_i\}, \\
a_0 &= \widehat{T}_{out}(i, k)y_1(i, k) + [\Gamma_p(i, k) - \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor]\widehat{G}(i)y_3(i, k) \\
a_1 &= \widehat{\Phi}_s y_2(i, k) + [\Gamma_p(i, k) - \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor]\widehat{G}(i)y_3(i, k) \\
a_2 &= \widehat{T}_{out}(i, k)y_1(i, k) + [\Gamma_p(i, k) - \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor]\widehat{\Phi}_s(i, k)y_2(i, k) \\
a_3 &= \widehat{G}(i)y_3(i, k) + [\Gamma_p(i, k) - \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor]\widehat{\Phi}_s(i, k)y_2(i, k) \\
a_4 &= \widehat{\Phi}_s y_2(i, k) + [\Gamma_p(i, k) - \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor]\widehat{T}_{out}(i, k)y_1(i, k) \\
a_5 &= \widehat{G}(i)y_3(i, k) + [\Gamma_p(i, k) - \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor]\widehat{T}_{out}(i, k)y_1(i, k)
\end{aligned} \tag{5.30}$$

– Si  $2 \leq \Gamma_p(i, k) < 3$ ,

$$\begin{aligned}
\beta(i, k) = \max \{ &\widehat{T}_{out}(i, k)y_1(i, k) + \widehat{\Phi}_s y_2(i, k) + [\Gamma_p(i, k) - \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor]\widehat{G}(i)y_3(i, k); \\
&\widehat{T}_{out}(i, k)y_1(i, k) + [\Gamma_p(i, k) - \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor]\widehat{\Phi}_s y_2(i, k) + \widehat{G}(i)y_3(i, k); \\
&[\Gamma_p(i, k) - \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor]\widehat{T}_{out}(i, k)y_1(i, k) + \widehat{\Phi}_s y_2(i, k) + \widehat{G}(i)y_3(i, k) \}
\end{aligned} \tag{5.31}$$

– Si  $\Gamma_p(i, k) = 3$ ,  $\beta(i, k) = \widehat{T}_{out}(i, k)y_1(i, k) + \widehat{\Phi}_s y_2(i, k) + \widehat{G}(i)y_3(i, k)$

En utilisant (5.18), la formulation linéaire du problème définie par (5.28) s'écrit :

$$\begin{aligned}
T_{in}(i, k + 1) - [\rho(i) + 1]T_{in}(i, k) + G(i)\rho(i)E(i, k) + \rho(i)T_{out}(i, k)x_1(i, k) \\
+ \rho(i)\widehat{\Phi}_s(i, k)x_2(i, k) + z(i, k)\Gamma_p(i, k) + p_1(i, k) + p_2(i, k) + p_3(i, k) = 0 \\
z(i, k) + p_1(i, k) - \widehat{T}_{out}(i, k)y_1(i, k) \geq 0 \\
z(i, k) + p_2(i, k) - \widehat{\Phi}_s(i, k)y_2(i, k) \geq 0 \\
z(i, k) + p_3(i, k) - \widehat{G}(i)y_3(i, k) \geq 0 \\
-y_1(i, k) \leq \rho(i)x_1(i, k) \leq y_1(i, k) \quad (5.32) \\
-y_2(i, k) \leq \rho(i)x_2(i, k) \leq y_2(i, k) \\
-y_3(i, k) \leq \rho(i)E(i, k) \leq y_3(i, k) \\
x_1(i, k) = 1 \\
x_2(i, k) = 1 \\
z(i, k), p_1(i, k), p_2(i, k), p_3(i, k), y_1(i, k), y_2(i, k), y_3(i, k) \geq 0
\end{aligned}$$

Avec ces trois paramètres incertains, dans ce modèle, la borne de la probabilité de violation peut être écrite de la façon suivante en utilisant l'équation (5.19) :

$$Pr \left( \sum_j \tilde{a}_{ij}x_j^* \geq b_i \right) \leq \frac{1}{2^3} \left\{ (1 - \mu) \binom{3}{\lfloor \nu \rfloor} + \sum_{l=\lfloor \nu \rfloor+1}^n \binom{3}{l} \right\} \quad (5.33)$$

avec  $\Gamma_p(i, k) \in [0, 3]$ ,  $\nu = \frac{\Gamma_p(i, k)+3}{2}$  et  $\mu = \nu - \lfloor \nu \rfloor$ .

**Paramètres corrélés.** En réalité, s'il y a peu de nuages dans le ciel, il existe une corrélation entre la variation de la température extérieure  $\widehat{T}_{out}(i, k)$  et la variation de la radiation solaire  $\widehat{\Phi}_s(i, k)$  à chaque période. Nous supposons que la variation des paramètres de la contrainte (5.25) est due à  $|K(i, k)| = 2$  sources d'incertitudes :  $\tilde{\eta}_1(i, k)$  est la source d'incertitude de la température extérieure et la radiation solaire, alors que la variation du gain du modèle du premier ordre de la puissance du chauffage  $\widehat{G}(i)$  est influencée par l'incertitude  $\tilde{\eta}_2(i, k)$ .  $\tilde{\eta}_1(i, k)$  et  $\tilde{\eta}_2(i, k)$  sont deux variables aléatoires indépendantes distribuées de façon uniforme dans l'intervalle  $[-1; 1]$ . Dans ce cas de paramètres corrélés, le paramètre  $\Gamma_p(i, k)$  peut varier dans l'intervalle  $[0, 2]$ .

$$\begin{aligned}
\tilde{T}_{out}(i, k) &= \tilde{\eta}_1(i, k)\widehat{T}_{out}(i, k) \\
\tilde{\Phi}_s(i, k) &= \tilde{\eta}_1(i, k)\widehat{\Phi}_s(i, k) \\
\tilde{G}(i) &= \tilde{\eta}_2(i, k)\widehat{G}(i)
\end{aligned} \quad (5.34)$$

La formulation robuste de la contrainte (5.25), en considérant la corrélation des paramètres, est donnée à travers une marge de robustesse en utilisant la formulation (5.23) :

$$\begin{aligned}
\beta(i, k) &= \max \{a; b\} \\
a &= \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor \left| \widehat{T}_{out}(i, k)y_1(i, k) + \widehat{\Phi}_s y_2(i, k) \right| + [\Gamma_p(i, k) - \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor] \left| \widehat{G}(i)y_3(i, k) \right| \\
b &= \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor \left| \widehat{G}(i)y_3(i, k) \right| + [\Gamma_p(i, k) - \lfloor \Gamma_p(i, k) \rfloor] \left| \widehat{T}_{out}(i, k)y_1(i, k) + \widehat{\Phi}_s y_2(i, k) \right|
\end{aligned} \quad (5.35)$$

La formulation linéaire de ce problème peut s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
T_{in}(i, k+1) - [\rho(i) + 1] T_{in}(i, k) + G(i)\rho(i)E(i, k) + \rho(i)T_{out}(i, k)x_1(i, k) \\
+ \rho(i)\Phi_s(i, k)x_2(i, k) + z(i, k)\Gamma_p(i, k) + p_1(i, k) + p_2(i, k) &= 0 \\
z(i, k) + p_1(i, k) - y_1(i, k) &\geq 0 \\
z(i, k) + p_2(i, k) - y_2(i, k) &\geq 0 \\
-y_1(i, k) \leq \widehat{T}_{out}(i, k)\rho(i)x_1(i, k) + \widehat{\Phi}_s(i, k)\rho(i)x_2(i, k) \leq y_1(i, k) &(5.36) \\
-y_2(i, k) \leq \widehat{G}(i)\rho(i)E(i, k) \leq y_2(i, k) \\
x_1(i, k) &= 1 \\
x_2(i, k) &= 1 \\
z(i, k), p_1(i, k), p_2(i, k), y_1(i, k), y_2(i, k) &\geq 0
\end{aligned}$$

Avec deux sources d'incertitudes dans la version corrélée, la borne de la probabilité de violation est donnée par :

$$Pr \left( \sum_j \tilde{a}_{ij} x_j^* \geq b_i \right) \leq \frac{1}{2^2} \left\{ (1 - \mu) \binom{2}{\lfloor \nu \rfloor} + \sum_{l=\lfloor \nu \rfloor+1}^n \binom{2}{\lfloor l \rfloor} \right\} \quad (5.37)$$

avec  $\Gamma_p(i, k) \in [0, 2]$ ,  $\nu = \frac{\Gamma_p(i, k)+2}{2}$  et  $\mu = \nu - \lfloor \nu \rfloor$ .

#### 4.1.1 Services temporaires

Le fonctionnement d'un service temporaire est influencé par les incertitudes paramétriques suivantes :

- la variation de la durée du service  $\tilde{d}(i) \in [d(i) - \widehat{d}(i), d(i) + \widehat{d}(i)]$
- la variation de la puissance en exécution du service  $\tilde{P}(i) \in [P(i) - \widehat{P}(i), P(i) + \widehat{P}(i)]$

Ces incertitudes découlent de la température initiale variable de l'eau pour un lave vaisselle par exemple ou bien du niveau de remplissage d'une machine à laver. En appliquant la formulation robuste de Bertsimas et Sim aux équations (2.9) et (2.12), le modèle robuste de ce service est donné par :

$$\begin{aligned}
d(i, k) = z_1(i, k+1) + z_2(i, k) - f(i) - (k+1)\Delta \cdot \delta_1(i, k+1) - k\Delta \cdot \delta_2(i, k) \\
+ (k+1)\Delta - \left[ d(i) + \Gamma_{t1}(i)\widehat{d}(i) \right] [\delta_2(i, k) - 1] \quad (5.38)
\end{aligned}$$

$$E(i, k) = \left[ P(i) + \Gamma_{t2}(i)\widehat{P}(i) \right] z_3(i, k) \quad (5.39)$$

$$0 \leq \Gamma_{t1}(i) \leq 1 \quad (5.40)$$

$$0 \leq \Gamma_{t2}(i) \leq 1 \quad (5.41)$$

avec  $\Gamma_{t1}(i)$  et  $\Gamma_{t2}(i)$ , les paramètres qui permettent d'ajuster la robustesse de la durée et de la puissance en exécution du service temporaire  $SRV(i)$ . Comme dans ce service chaque contrainte est influencée par une seule incertitude, ce modèle robuste est évidemment linéaire.

La probabilité de violation des contraintes (5.38) et (5.39) est donnée par l'équation (5.20).

#### 4.1.2 Service non-supervisé

L'incertitude prévisionnelle de la demande du service non-supervisé  $\tilde{e}_u(k) \in [e_u(k) - \widehat{e}_u(k), e_u(k) + \widehat{e}_u(k)]$  est prise en compte par le modèle robuste linéaire suivant :

$$\sum_{j \in \mathcal{I}_S} E(j, k) = \sum_{i \in \mathcal{I}_E} E(i, k) + E_u(k) + \Gamma_u(k)\tilde{e}_u(k), \forall k \in \{0, \dots, T-1\} \quad (5.42)$$

avec  $\Gamma_u(k)$  le paramètre qui permet d'ajuster la robustesse de l'équilibre énergétique dans la période  $k$ . La borne de la probabilité de violation de cette contrainte s'écrit de la même manière que dans l'équation (5.20).

Dans la suite de ce manuscrit, le problème d'optimisation robuste avec des incertitudes indépendantes sera identifié par le nom **rHESP-i**, la version des paramètres corrélés de ce problème robuste est appelée **rHESP-c**.

**Remarques.** En choisissant la valeur maximale  $\Gamma(k)$  pour tous les services, on cherche une solution robuste qui conduise à une probabilité de violation nulle de toutes les contraintes. C'est-à-dire une solution qui est robuste dans tous les cas pris en hypothèse. C'est une solution de pire cas. Elle revient à toujours prendre en compte la plus grande variation possible des paramètres. Dans notre application, cette solution consiste à réserver le maximum d'énergie à chaque service. Elle peut conduire à dégrader beaucoup le confort de l'utilisateur pour anticiper une situation au pire qui ne se produira pas. La formulation de Bertsimas et Sim retenue permet de définir, au travers des différents paramètres  $\Gamma(k)$ , des stratégies d'optimisation robuste en choisissant un niveau de protection pour chaque service à chaque heure.

## 5 La relation entre la formulation de Bertsimas et Sim et la programmation multiparamétrique

Cette partie consiste à illustrer la relation entre la formulation robuste de Bertsimas et Sim et la programmation multiparamétrique pour notre exemple d'application. Comme nous l'avons présenté dans la partie précédente, la programmation multiparamétrique nous fournit la formulation générale des solutions optimales du problème **MILP** pour chaque espace des paramètres incertains appelé région critique. Nous allons montrer comment se placent les solutions particulières obtenues par l'approche robuste.

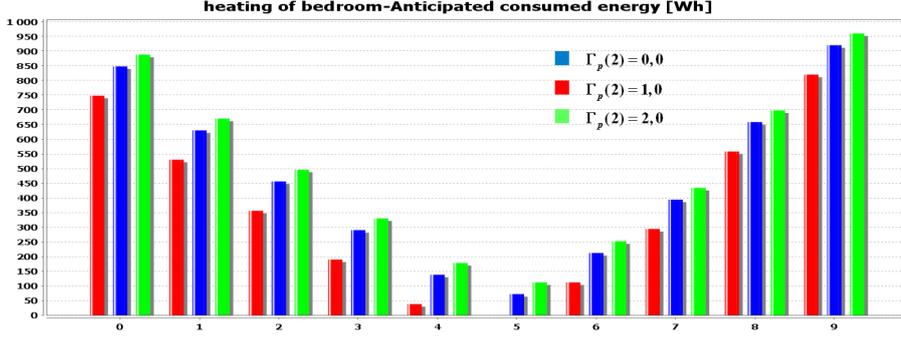
La solution du problème **rHESP-i** correspond à des niveaux de protection  $\Gamma_i$  choisis pour les contraintes. La définition de la marge de la robustesse  $\beta(i, k), \forall k \in \{0, \dots, T-1\}$  donnée par (5.23) permet à la solution obtenue de couvrir le pire cas correspondant au niveau de protection  $\Gamma_i$  choisi de la contrainte  $i$ . Par exemple avec l'équation (5.29), dans le cas  $0 \leq \Gamma_p(i, k) \leq 1$  cette formulation va choisir le paramètre le plus sensible entre les 3 paramètres à prendre en compte. De la même façon, si  $1 \leq \Gamma_p(i, k) \leq 2$ , les deux paramètres les plus sensibles sont pris en compte dans l'équation (5.30).

Nous allons montrer que la solution robuste donnée par **rHESP-i** définit la frontière des régions critiques obtenues par **mpMILP**

### 5.1 Illustration sur un exemple d'application

Nous reprenons l'exemple présenté dans la partie 2.4 pour illustrer cette relation entre les deux approches. Il existe, dans cet exemple, une incertitude sur la température extérieure et la radiation solaire. Nous supposons que le modèle thermique n'est pas soumis aux incertitudes.

**Paramètres indépendants.** Dans un premier temps, nous supposons que les variations de  $\hat{T}_{out}(k)$  et  $\hat{\Phi}_s(k)$  sont indépendantes. Alors, la formulation robuste linéaire du service de chauffage

FIGURE 5.5 – Le plan de réservation d'énergie pour le chauffage en fonction de  $\Gamma_p(2)$ 

SRV(2) est présentée par la version simplifiée de la formulation (5.32) comme suit :

$$\begin{aligned}
& \forall k \in [0; 10] \\
& T_{in}(2, k+1) - [\rho(2) + 1] T_{in}(2, k) + G(2)\rho(2)E(2, k) + \rho(2)T_{out}(2, k)x_1(2, k) \\
& \quad + \rho(i)\Phi_s(2, k)x_2(2, k) + z(2, k)\Gamma_p(2, k) + p_1(2, k) + p_2(2, k) = 0 \\
& \quad z(2, k) + p_1(2, k) - \widehat{T}_{out}(2, k)y_1(2, k) \geq 0 \\
& \quad z(2, k) + p_2(2, k) - \widehat{\Phi}_s(2, k)y_2(2, k) \geq 0 \\
& \quad -y_1(2, k) \leq \rho(i)x_1(2, k) \leq y_1(2, k) \\
& \quad -y_2(2, k) \leq \rho(i)x_2(2, k) \leq y_2(2, k) \\
& \quad x_1(2, k) = 1 \\
& \quad x_2(2, k) = 1 \\
& \quad z(2, k), p_1(2, k), p_2(2, k), y_1(2, k), y_2(2, k) \geq 0 \\
& \quad 0 \leq \Gamma_p(2, k) \leq 2
\end{aligned} \tag{5.43}$$

Nous supposons que, dans cet exemple, toutes les contraintes qui sont soumises aux incertitudes ont un même niveau de protection :  $\Gamma_p(2, k) = \Gamma_p(2), \forall k \in [0; 10]$ . La figure 5.5 illustre les plans de réservation optimaux pour le chauffage pour les trois valeurs suivantes de protection  $\Gamma_p(2) = 0, \Gamma_p(2) = 1$  et  $\Gamma_p(2) = 2$ .

La figure 5.6 illustre de façon plus détaillée la variation de l'allocation d'énergie en fonction du niveau de protection retenu pour une heure particulière de l'horizon. La période 5 est illustrée dans cette figure. On peut voir que l'énergie allouée au chauffage à la période 5 varie de 0W à 112W en fonction de  $\Gamma_p(2)$ . En comparant avec les résultats donnés par le **mpMILP** dans la figure 5.2, nous trouvons que la quantité d'énergie affectée au chauffage dans cette période est plus sensible aux incertitudes de la température extérieure qu'à la radiation solaire. Alors, avec  $0 \leq \Gamma_p(2) \leq 1$ , la pente de la fonction objectif est donnée par la sensibilité à la quantité d'énergie consommée par rapport à la variation de la température extérieure. Pour les valeurs  $1 \leq \Gamma_p(2) \leq 2$  la variation de la radiation solaire est prise en compte et donne la pente de la troisième partie de la courbe de la fonction objectif. On retrouve bien sur la figure 5.6-a ces trois pentes qui correspondent aux frontières des 2 zones critiques sur la figure 5.6-b.

**Paramètres corrélés.** Dans ce cas, nous supposons que les variations de  $\widehat{T}_{out}(k)$  et  $\widehat{\Phi}_s(k)$  sont corrélées. La figure 5.7 illustre de façon plus détaillée la variation de l'allocation d'énergie en fonction du niveau de protection retenu pour une heure particulière de l'horizon. On peut observer la même relation entre la solution robuste dans 5.7-a et la solution multiparamétrique

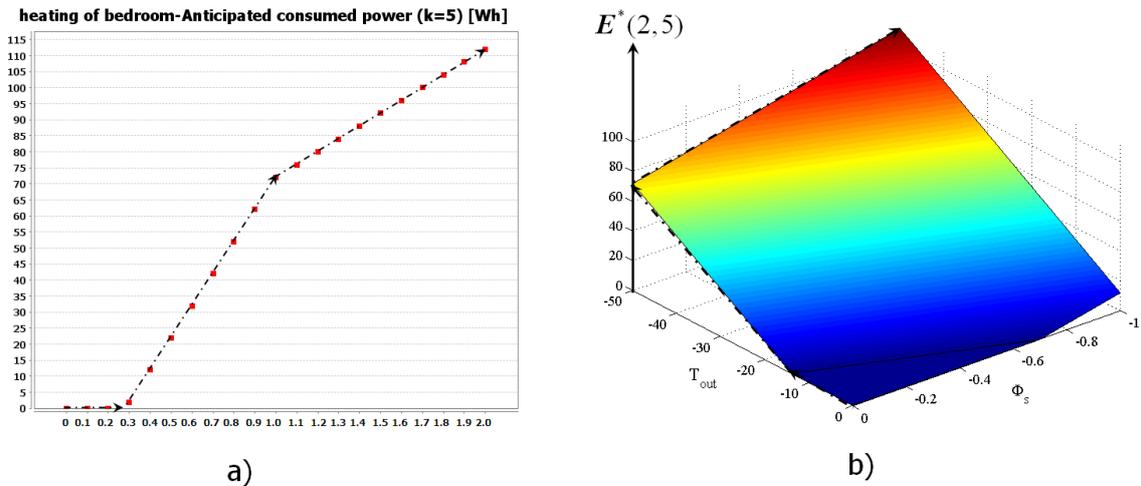


FIGURE 5.6 – La quantité d’énergie réservée pour le chauffage à la période 5 en fonction de  $\Gamma_p(2)$ , le cas des paramètres indépendants

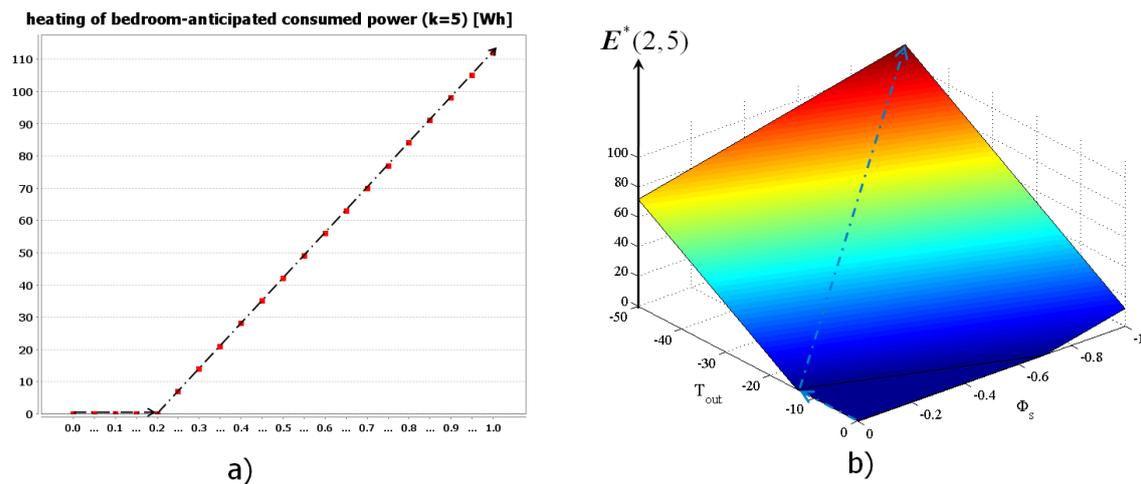


FIGURE 5.7 – La quantité d’énergie réservée pour le chauffage à la période 5 en fonction de  $\Gamma_p(2)$ , le cas des paramètres corrélés

5.7-b. Dans ce cas la corrélation des paramètres présente l’inclinaison du plan des solutions multiparamétriques.

## 5.2 Avantages de la formulation robuste de Bertsimas et Sim par rapport à la programmation multiparamétrique

- La garantie de performance que nous exigeons d’une solution est donnée par  $\gamma$ . A partir de l’équation (5.21) et de la définition de la probabilité de violation, on peut calculer les valeurs de  $\Gamma_i$  correspondantes à  $\gamma$ . Nous pouvons également caractériser une solution en regardant le compromis entre la robustesse et la valeur de la fonction objectif obtenue. Le tableau 5.1 donne la valeur de la fonction objectif optimale pour différentes valeurs du taux de

TABLE 5.1 – Compromis entre valeur optimale et robustesse

$\gamma$	$\Gamma_p$	coût énergétique	% changement
0,25	0,0	1,0938	0
0,30	0,2	1,1478	4,94
0,35	0,4	1,2054	10,20
0,40	0,6	1,2654	15,69
0,45	0,8	1,3254	21,17
0,50	1,0	1,3854	26,66
0,60	1,2	1,4094	28,85
0,70	1,4	1,4334	31,05
0,80	1,6	1,4574	33,24
0,90	1,8	1,4814	35,44
1,00	2,0	1,5054	37,63

couverture d'incertitudes. Dans ce tableau, la colonne "% changement" indique la déviation en pourcentage de la valeur optimale obtenue par rapport à la valeur optimale dans le cas où l'on ne prend pas en compte les incertitudes. À partir de ce tableau, l'utilisateur peut choisir le compromis qu'il souhaite entre robustesse et perte de performance.

- La formulation de Bertsimas et Sim donne directement une solution optimale du problème pour un taux de couverture d'incertitude  $\gamma$  donné, contrairement à l'approche multiparamétrique à laquelle il faut ajouter un post traitement pour retenir une stratégie optimale parmi toutes celles calculées.

## 6 Exemple d'application

Les différentes incertitudes paramétriques sont intégrées dans cet exemple d'un logement présenté dans l'exemple décrit dans la partie 2.3 du chapitre 3. Ce logement alimenté par un réseau d'électricité  $SRV(1)$ . Les services permanents disponibles dans ce logement sont le chauffage du séjour  $SRV(2)$ , le chauffage de la chambre  $SRV(3)$ , le chauffage de la cuisine  $SRV(4)$  et le réfrigérateur/congélateur  $SRV(5)$ . Les services temporaires programmables se composent d'un lave-linge  $SRV(6)$  et d'un lave-vaisselle  $SRV(7)$ . La consommation globale prévue pour le service non-supervisé  $SRV(8)$  est donnée.

Dans cet exemple, nous ajoutons l'impact de la radiation solaire au modèle thermique (2.3) en donnant  $G_s(k) = 0,02, \forall k$ . Les incertitudes paramétriques présentées dans cet exemple sont les suivantes :

- la prévision de la température extérieure  $T_{out}(k)$  est obtenue avec la précision  $\widehat{T}_{out}(k) = 1^\circ\text{C} : \widetilde{T}_{out}(k) \in [T_{out}(k) - 1, T_{out}(k) + 1]$
- l'incertitude maximale de la radiation solaire est 10% de la valeur nominale :  $\widetilde{\Phi}_s(k) \in [\Phi_s(k) - 0,1 \cdot \Phi_s(k), \Phi_s(k) + 0,1 \cdot \Phi_s(k)]$
- la valeur du gain du modèle de premier ordre de la puissance du chauffage est identifiée avec la précision de 10% :  $\widetilde{G}(i) \in [G(i) - 0,1 \cdot G(i), G(i) + 0,1 \cdot G(i)]$
- la prévision et l'incertitude maximale de la consommation globale du service non-supervisé est donnée dans la figure 5.8

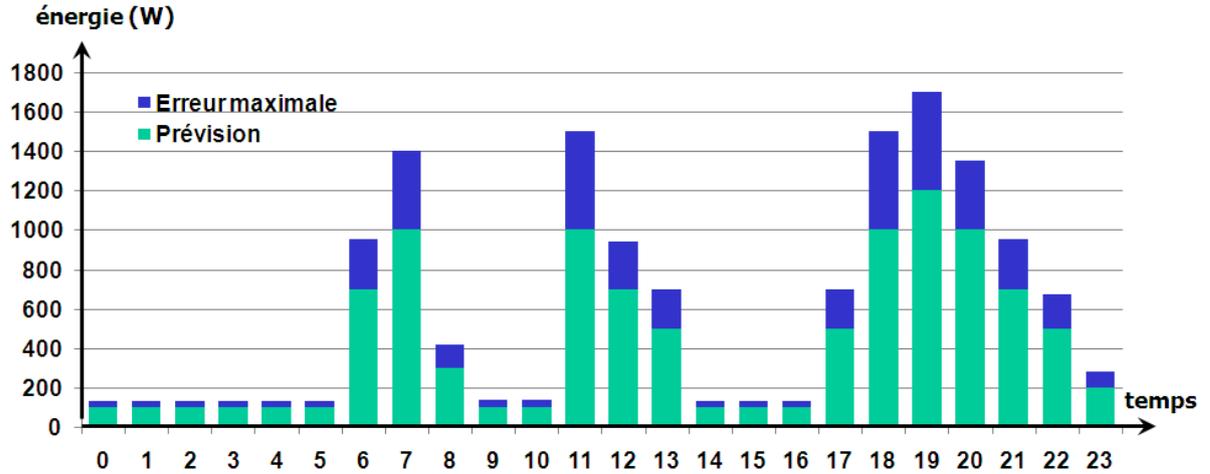


FIGURE 5.8 – Prévisions et erreur maximale de la prévision de la consommation globale du service non-supervisé

La prise en compte de ces différentes incertitudes sur l'horizon de planification est représentée dans le tableau 5.2.

TABLE 5.2 – Paramètres incertains du problème

Service	Contrainte	Périodes	$ AI_i $	Paramètre(s) incertain(s)
$SVR(i)$ , $i \in \{1, 2, 3\}$	modèle de comportement	$\{k \in \mathbb{N}   0 \leq k \leq 5;$ $18 \leq k \leq 23\}$	2	$\tilde{T}_{out}(k), \tilde{G}(i)$
$SVR(i)$ $i \in \{1, 2, 3\}$	modèle de comportement	$\{k \in \mathbb{N}   6 \leq k \leq 17\}$	3	$\tilde{T}_{out}(k), \tilde{\Phi}_s(k), \tilde{G}(i)$
$SVR(8)$	équilibre énergétique	$\{k \in \mathbb{N}   0 \leq k \leq 23\}$	1	$\tilde{E}_u(k)$

**L'option tarifaire 1.** Les résultats du problème robuste dans le cas de l'option 1 de tarification de l'énergie dans laquelle le prix de l'énergie dépend de l'heure sont illustrés dans le tableau 5.3. Plusieurs hypothèses pour le taux de couverture des incertitudes ont été testées. Pour construire ce tableau nous avons fait varier la probabilité de violation de chaque contrainte du problème par pas de 0,1. À partir de la probabilité de violation, nous avons calculé les valeurs de  $\Gamma_p$  et  $\Gamma_u$  correspondantes. Chaque ligne du tableau correspond à une probabilité de violation et aux paramètres associés sur l'ensemble de l'horizon de planification. Ce tableau montre bien le compromis entre la probabilité de violation et la satisfaction de l'utilisateur.

**Option tarifaire 2.** En revanche, dans le cas de l'option 2 où le prix de l'énergie dépend de la consommation, nous étudions le compromis entre la valeur de la fonction objectif obtenue et la probabilité de violation de la performance donnée (voir figure 5.9). Il est à noter que ce compromis dépend fortement de la pondération choisie entre l'insatisfaction et le coût énergétique du problème d'optimisation. Le coût énergétique et l'insatisfaction thermique optimale en fonction de la robustesse dans le scénario avec la tarification avec l'option 2 sont

TABLE 5.3 – Compromis entre insatisfaction et robustesse

$\text{Pr} = 1 - \gamma$	$\Gamma_p,$	$\Gamma_p,$	$\Gamma_u(k)$	<b>Insatisfaction</b>
	$ AI_i  = 3$	$ AI_i  = 2$	$ AI_i  = 1$	
0,75	0	0	0	0,2022
0,7	0	0,2	0	0,2077
0,6	0,4	0,6	0	0,2252
0,5	1,0	1,0	0	0,2744
0,4	1,5	1,2	0,2	0,2898
0,3	2,0	1,4	0,4	0,3143
0,2	2,3	1,6	0,6	0,3425
0,1	2,6	1,8	0,8	0,3874
0	3,0	2,0	1,0	0,4705

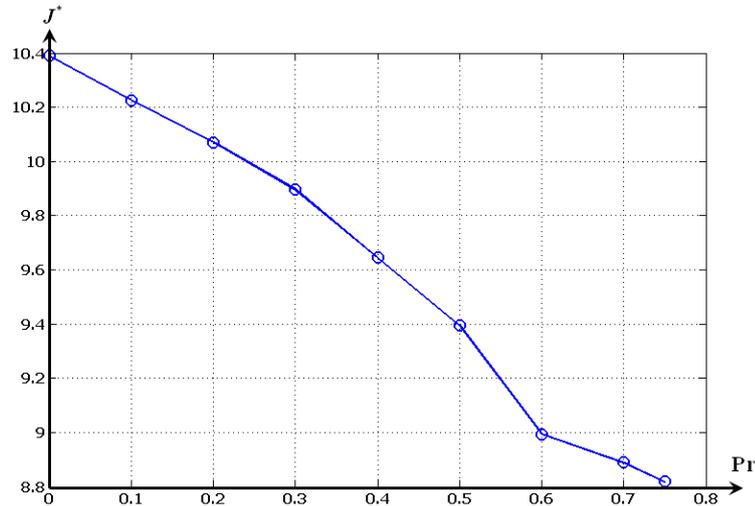


FIGURE 5.9 – Compromis entre valeur optimale de la fonction objectif et robustesse dans le scénario avec la tarification avec l’option 2

illustrés dans la figure 5.10. Nous observons que dans la solution correspondant à la probabilité de violation  $\text{Pr} = 0,3$ , le HESp2 a changé de stratégie d’optimisation, il a décidé de payer un peu plus cher pour qu’il puisse réduire notablement l’insatisfaction de l’utilisateur.

**Taux de couverture non-uniforme sur les contraintes.** Il est à noter que nous pouvons choisir un niveau de protection différent à chaque période  $k$  correspondant à une stratégie de l’optimisation robuste. Par exemple, dans le cas traité pour l’option 1, dans des périodes de forte consommation de 18h à 20h, si l’on prend en compte la totalité des incertitudes, le confort de l’utilisateur est très dégradé. On fait alors un compromis entre la probabilité de violation des services de chauffage et du service non-supervisé en ajoutant des contraintes qui lient les probabilités de violation de ces services. Les équations (5.44) sont un exemple de contraintes que

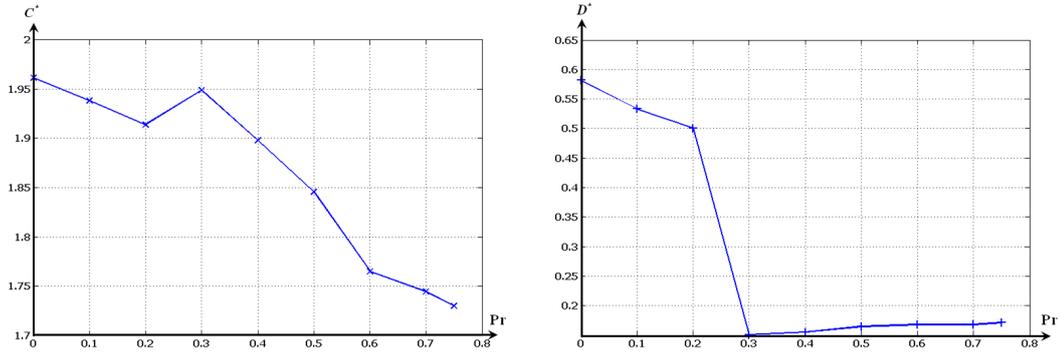


FIGURE 5.10 – Coût énergétique et insatisfaction thermique optimaux en fonction de la robustesse dans le scénario avec la tarification avec l'option 2

TABLE 5.4 – Insatisfaction de l'utilisateur en fonction de la probabilité de violation des services permanents

$\Pr_p(k)$	$\Pr_u(k)$	$\Gamma_p(k)$	$\Gamma_u(k)$	<b>Insatisfaction</b>
0,0	0,7	2	0	0,3973
0,1	0,6	1,8	0	0,3911
0,2	0,5	1,6	0	0,3850
0,3	0,4	1,4	0,2	0,3989
0,4	0,3	1,2	0,4	0,4154
0,5	0,2	1,0	0,6	0,4392
0,6	0,1	0,6	0,8	0,4511
0,7	0,0	0,2	1	0,4638

l'on peut ajouter.

$$\begin{aligned}
 \Pr [SRV(i, k)] &= \Pr_p(k) \quad i \in \{2, 3, 4\} \\
 \Pr [SRV(8, k)] &= \Pr_u(k) \\
 \Pr_p(k) + \Pr_u(k) &= 0.7 \quad k \in \{18; 19\}
 \end{aligned}
 \tag{5.44}$$

La performance des services dans d'autres périodes est garantie avec une probabilité de violation de 10%,  $\Pr_p(k) = \Pr_u(k) = 0,1$  pour  $k \in \{1; 17\} \cup \{20; 23\}$ , dans l'exemple que nous avons choisi d'illustrer. L'insatisfaction de l'utilisateur en fonction de la probabilité de violation des services de chauffage dans le cas de l'option 1 est présentée dans le tableau 5.4. Nous trouvons que l'incertitude de la consommation globale du service non-supervisé a un impact plus important sur l'insatisfaction de l'utilisateur par rapport aux incertitudes des services permanents.

## Conclusion

La programmation robuste qui a été mise en œuvre permet de prendre en compte beaucoup de phénomènes incertains liés au problème HESP. Il faut noter que la résolution de HESP n'est pas dégradée par l'approche robuste retenue car seules des variables continues ont été ajoutées. Cette formulation est très pertinente pour les incertitudes modélisées par une variation uniforme sur un intervalle. Nous verrons dans le chapitre suivant que la variation du service non-supervisé

n'est pas uniforme et que l'on peut utiliser cette information pour proposer une autre méthode de prise en compte des incertitudes pour le service non-supervisé.

## Chapitre 6

# Prise en compte de l'incertitude de prévision du service non-supervisé

*Dans ce chapitre, nous proposons de calculer un matelas de sécurité pour garantir le taux de couverture d'incertitudes du service non-supervisé. Ce matelas de sécurité prend en compte des données historiques ou toutes les répartitions possibles des incertitudes de prévision du service non-supervisé. Enfin dans ce chapitre, nous faisons une analyse comparée des résultats obtenus avec la formulation robuste de Bertsimas et Sim.*

## 1 Introduction

Dans le problème d'optimisation des flux énergétiques dans l'habitat, la demande de consommation d'énergie liée aux équipements, dont l'usage est très dépendant de l'activité des habitants, est prise en compte sous la forme d'une prévision globale sur l'horizon de planification et est représentée par un service non-supervisé. Cette prévision est naturellement imprécise et incertaine et la consommation du service non-supervisé varie d'un horizon de planification à un autre. La nature des incertitudes de prévisions sur la demande du service non-supervisé est analysée dans le chapitre 4. Dans le chapitre 5, ces incertitudes sont prises en compte par la formulation robuste de Bertsimas et Sim en utilisant une modélisation sous forme paramétrique. L'incertitude de prévision est alors modélisée par une variable aléatoire distribuée de façon uniforme dans un intervalle  $[e_u(k) - \hat{e}_u(k), e_u(k) + \hat{e}_u(k)]$ . Cette modélisation des incertitudes de prévision correspond à la représentation la plus simple de l'incertitude si l'on ne sait estimer que les bornes de sa variation. Dans le domaine de la prévision de la demande en pilotage de flux (gestion de stock, planification ...), des informations additionnelles sur la variation de la demande sont prises en compte. Dans ce chapitre, nous proposons de mettre en œuvre les techniques de gestion de stock pour répondre à l'incertitude du service non-supervisé que nous nommerons *incertitudes de prévision* tout au long du chapitre. L'approche qui va être développée dans ce chapitre repose sur l'hypothèse que les consommations passées et les consommations futures sont de même nature et vérifient les mêmes statistiques. C'est-à-dire que l'on se place dans le cas d'une maison avec un ensemble d'équipements et d'usagers fixés. La problématique d'apprentissage des comportements des usagers de la maison vis-à-vis de leur consommation électrique fait l'objet de travaux menés au laboratoire G-SCOP, qui sortent du cadre de cette thèse (Hawarah et al. (2010)). Dans ce mémoire, nous supposons que des prédictions statistiquement valides sont disponibles.

Pour avoir une bonne estimation de l'incertitude de prévision, il est nécessaire d'étudier et d'analyser l'historique des prévisions pour en faire une modélisation. Dans ce chapitre nous utiliserons la distribution de probabilité de l'incertitude de prévision notée  $\phi_{e_u}(k, \gamma)$  pour chaque période de l'horizon  $k$ . Nous définissons la notion de **matelas de sécurité**. Ce matelas est une consommation additionnelle à la prévision de consommation du service non-supervisé. Il recouvre exactement la notion de stock de sécurité que l'on retrouve en gestion de stocks. Nous verrons dans ce chapitre comment dimensionner ce matelas.

## 2 Incertitude de prévision

Les modèles de pilotage des flux énergétiques dans l'habitat que nous étudions, supposent que les prévisions sont des données exogènes fournies au début de l'horizon, indépendamment de la méthode de prévision utilisée pour les obtenir. Nous supposons aussi que les prévisions que nous exploitons sont toujours actualisées.

Dans la littérature, plusieurs méthodes permettent de déterminer l'incertitude des prévisions. Parmi ces méthodes on distingue deux grandes familles : les méthodes qualitatives et les méthodes quantitatives.

- **Les méthodes qualitatives** sont basées sur des jugements d'experts et utilisent des historiques et des scénarios de prévision. Des méthodes de ce type pour l'estimation de résultats économiques et financiers sont proposées dans (Ericsson, 2002; Wallis, 2003). Cependant ces méthodes sont très subjectives, ce qui fait qu'elles sont rarement utilisées en pilotage de flux mais plutôt dans des décisions à moyen et long terme. C'est la raison pour laquelle nous n'utilisons pas ces méthodes dans nos travaux de thèse.
- **Les méthodes quantitatives** sont basées sur des modèles mathématiques ayant pour objectif la détermination de l'incertitude de prévisions à partir d'un historique. Elles permettent, en pratique, de déterminer des distributions de probabilité de cette incertitude. Elles sont très utilisées en pilotage de flux dans des travaux de gestion de stock notamment.

Dans nos travaux, nous utilisons une méthode quantitative qui s'appuie sur l'enregistrement des données de consommation de la maison dans une base de données. Ce type de fonctionnalités est offert par la plate-forme de développement G-homeTech dans laquelle se situent nos travaux. Ces enregistrements constituent le matériau de base des fonctions d'apprentissage du système de gestion d'énergie qui sont développées en parallèle de nos travaux d'optimisation. Les historiques de consommation pour chaque heure et pour chaque équipement de la maison sont supposés connus à partir des suivis de consommation réalisés par le système d'énergie. Nous pouvons alors agréger les données pour calculer les caractéristiques suivantes du service non-supervisé :

- $E_u(k)$  la prévision de la consommation globale du service non-supervisé à la période  $k$ .
- $\tilde{E}_u(k)$  la consommation globale réelle du service non-supervisé à la période  $k$ .

À partir de ces données, on peut calculer la différence  $e_u(k)$  entre la prévision et la consommation réelle pour chaque période  $k$ . Ces écarts calculés peuvent être présentés sous forme d'un modèle absolu ou relatif par exemple. Nous présentons différents modèles de l'incertitude de prévision dans la section suivante. On peut ainsi obtenir la distribution de probabilité de l'incertitude de prévisions.

### 3 Modélisation de l'incertitude de prévision

Trois modèles d'incertitude de prévision sont définis dans littérature : le modèle absolu, le modèle relatif et le modèle mixte.

#### 3.1 Modèle absolu

L'application de ce modèle au service non-supervisé conduit à définir l'incertitude de prévision comme l'écart entre la demande réelle et la prévision de la consommation du service non-supervisé. L'incertitude de prévision pour la période  $k$ , notée  $e_u^a(k)$ , est fonction de la prévision  $E_u(k)$  et de la demande réelle  $\tilde{E}_u(k)$  comme suit :

$$e_u^a(k) = \tilde{E}_u(k) - E_u(k) \quad (6.1)$$

Ce modèle est également appelé, dans la littérature, "*modèle additif*" qui s'écrit sous la forme :  $\tilde{E}_u(k) = E_u(k) + e_u^a(k)$

#### 3.2 Modèle relatif

Dans ce modèle, l'incertitude de prévision représente la déviation entre la prévision et la demande réelle. Pour une période  $k$ , l'incertitude de prévision  $e_u(k)$  est définie par :

$$e_u^r(k) = \frac{\tilde{E}_u(k) - E_u(k)}{E_u(k)} \quad (6.2)$$

Ce modèle peut être vu comme un "*modèle multiplicatif*" dans la littérature sous la forme  $\tilde{E}_u(k) = E_u(k) [1 + e_u^r(k)]$ .

#### 3.3 Modèle mixte

Dans ce modèle, l'incertitude de prévision se compose à la fois d'une composante relative et d'une composante absolue. Dans ce cas, il est difficile de déterminer la distribution de probabilité de chacune des composantes de l'incertitude de prévision. Dès lors, nous nous limitons à l'utilisation des modèles d'incertitude de type absolu et relatif pour les travaux de cette thèse.

## 4 Détermination de la distribution de probabilité de l'incertitude de prévision

Nous notons  $e_u(k)$  l'incertitude de prévision sans préciser le modèle d'incertitude utilisé. À partir de l'historique de la demande, en utilisant un modèle absolu ou relatif, les statistiques sur l'incertitude de prévision  $e_u(k)$  de la consommation globale du service non-supervisé à chaque période  $k$  peuvent être calculées et, en particulier, la distribution de probabilité. Notons que dans le cas d'un modèle relatif, lorsque nous parlons de la distribution de probabilité de l'incertitude de prévision, nous pouvons parler d'une distribution en *pourcentage*, alors que dans le cas d'un modèle absolu, la distribution est toujours en *quantité*.

En pratique, deux approches peuvent être utilisées pour la détermination de l'incertitude de prévisions : *une approche à base d'historique*, qui consiste à déterminer une distribution empirique de probabilité à partir des statistiques de l'incertitude de prévision disponibles, et une *approche*

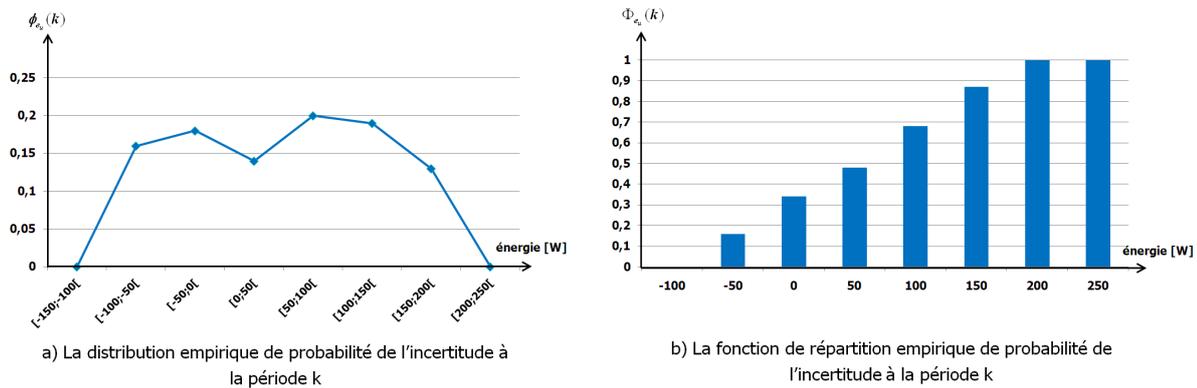


FIGURE 6.1 – Distribution empirique et fonction de répartition empirique de la probabilité de l'incertitude de prévision de la consommation globale du service non-supervisé à la période  $k$

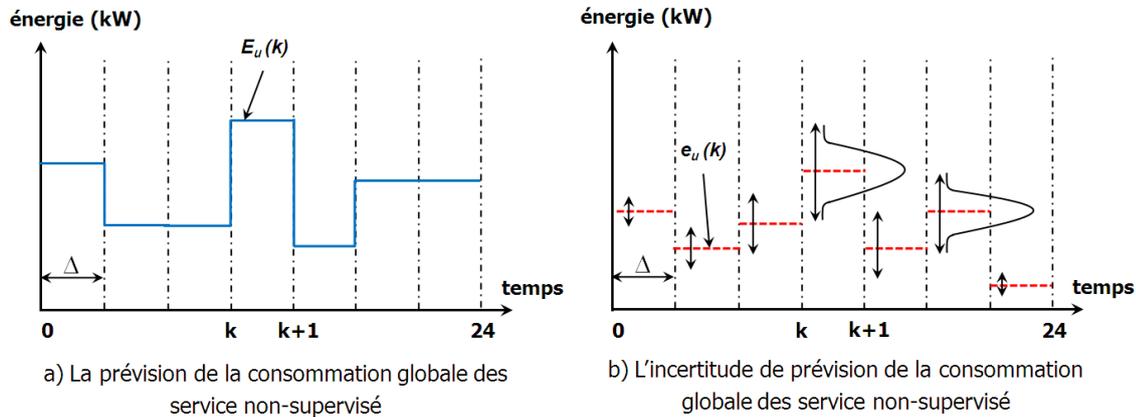


FIGURE 6.2 – Prévisions et incertitudes de prévisions de la demande du service non-supervisé

à base de modèle qui consiste à choisir une loi donnée pour la distribution de probabilité de l'incertitude de prévision dont il faut déterminer les paramètres.

#### 4.1 Approche à base d'historique

Supposons que nous disposons des données historiques des prévisions  $E_u(k)$  et des demandes réelles  $\tilde{E}_u(k)$  sur chaque période  $k$  de l'historique considéré. La valeur de l'incertitude de prévision à une période  $k$  est donnée par l'équation (6.1) dans le cas d'un modèle absolu ou par l'équation (6.2) dans le cas d'un modèle relatif.

La distribution empirique  $\phi_{e_u}(k)$  de probabilité de l'incertitude de prévision  $e_u(k)$  à la période  $k$  peut être déterminée à partir des valeurs des incertitudes de prévision sur chaque période de l'historique. Un exemple est représenté à la figure 6.1-a.

#### 4.2 Approche à base de modèle

Dans cette approche, nous supposons que nous ne travaillons pas directement à partir d'historiques importants de consommation d'énergie mais que la loi de probabilité des consommations est connue. Nous pouvons dans ce cas identifier des paramètres de cette loi à partir de quelques

données. Des travaux sont en cours à l'EPFL dans l'équipe de Darren Robinson pour trouver les modèles stochastiques qui permettent de représenter le comportement de l'utilisateur vis-à-vis de ses consommations d'énergie (Haldi et Robinson, 2008). Plusieurs lois de probabilité sont utilisées dans la littérature pour modéliser l'incertitude de prévision. Une discussion sur le choix de la distribution de l'incertitude de prévision est donnée dans (Silver et Peterson, 1985). La loi normale est utilisée dans de nombreux domaines d'application. Nous l'utiliserons comme exemple illustratif.

Supposons que l'incertitude de prévision suit une loi de probabilité normale  $\mathcal{N}(\bar{e}_u(k), \sigma_{e_u}(k))$  avec  $\bar{e}_u(k)$ , la valeur moyenne et  $\sigma_{e_u}(k)$ , l'écart-type. Soit  $N$ , le nombre d'enregistrements dans l'historique de la période  $k$  pour la période de planification considérée. À partir des échantillons  $e_u^j(k)$  enregistrés dans l'historique de l'énergie consommée du service non-supervisé à la période  $k$ , la moyenne et l'écart-type de l'incertitude de prévision sont calculés comme suit :

$$\bar{e}_u(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e_u^j(k) \quad (6.3)$$

$$\sigma_{e_u}(k) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N [e_u^j(k) - \bar{e}_u(k)]^2} \quad (6.4)$$

La distribution de probabilité de l'incertitude de prévision de la consommation du service non-supervisé à chaque période  $k$  peut ainsi être obtenue.

$$e_u^j(k) = \begin{cases} \tilde{E}_u^j - E_u^j & \text{dans le modèle absolu} \\ \frac{\tilde{E}_u^j - E_u^j}{E_u^j} & \text{dans le modèle relatif} \end{cases} \quad (6.5)$$

Notons que dans le cas d'un modèle relatif, la moyenne et l'écart type de l'incertitude prévisionnelle sont donnés en *pourcentage*.

## 5 Dimensionnement des matelas de sécurité

### 5.1 Matelas de sécurité

À partir de la distribution de probabilité de l'incertitude de prévision, nous pouvons calculer un ajustement de la consommation prévisionnelle du service supervisé qui prend en compte cette incertitude. Pour cela nous définissons la notion de matelas de sécurité qui joue le même rôle qu'un stock de sécurité en gestion de stock.

Le **matelas de sécurité** est la quantité d'énergie à ajouter à la prévision de consommation du service non-supervisé pour que la dégradation due aux incertitudes de prévision du plan d'affectation d'énergie optimisé ne dépasse pas un seuil prédéfini. Ce seuil est défini par un taux de couverture de l'incertitude de prévision. Une valeur de matelas est calculée pour chaque période de l'horizon de planification. Nous noterons  $\tilde{e}_u(k)$ , ce matelas.

La figure 6.3 illustre cette notion de matelas de sécurité. Le matelas est la quantité d'énergie qui garantit la stabilité du plan d'affectation sur un sous-ensemble prédéfini des incertitudes possibles.

### 5.2 Taux de couverture de l'incertitude de prévision du service non-supervisé

Comme nous l'avons présenté dans le chapitre 4, le "taux de couverture d'incertitude" est défini comme un critère de robustesse. Dans la prise en compte des incertitudes de prévision

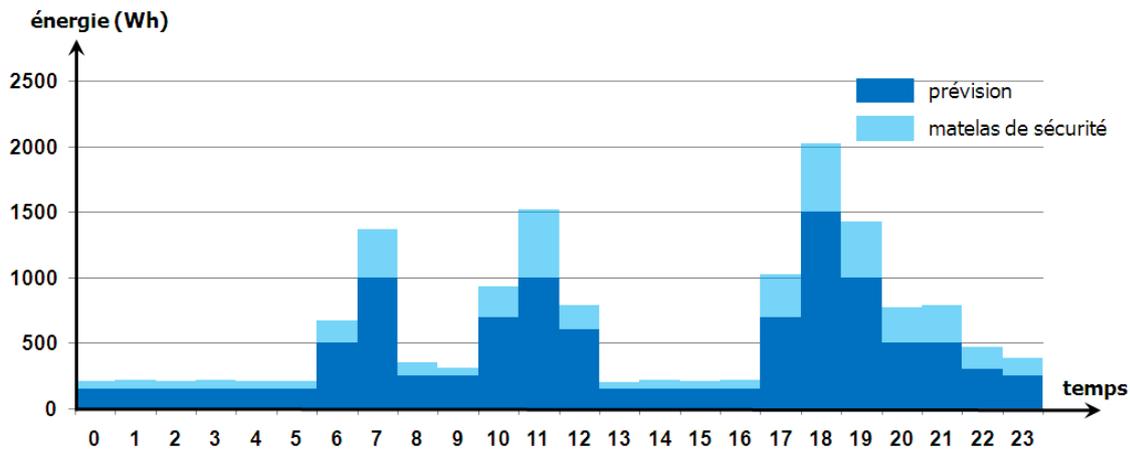


FIGURE 6.3 – Prévision et matelas de sécurité d'un service non-supervisé

TABLE 6.1 – Exemple illustratif pour la mesure du taux de couverture d'incertitude de prévision du service non-supervisé

Jour	Période	Quantité d'énergie réservée $E_u(k)$	Quantité d'énergie consommée $\tilde{E}_u(k)$	Dégradation du plan optimisé?
1	20	1000	980	Non
2	20	1100	1020	Non
3	20	900	720	Non
4	20	1300	1020	Non
5	20	1200	1250	<i>peut être</i>
6	20	800	650	Non
7	20	950	1050	<i>peut être</i>
8	20	1250	980	Non
9	20	1120	1080	Non
10	20	800	760	Non

du service non-supervisé, le *taux de couverture d'incertitude*, noté  $\gamma$ , est la probabilité que la consommation du service non-supervisé à la période  $k$  soit satisfaite sans dégrader le plan d'affectation d'énergie optimisé calculé par le HESP. Par exemple un taux de couverture  $\gamma = 90\%$ , correspond à une réservation d'énergie pour le service non-supervisé qui permet de satisfaire la demande de ce service dans 90% des cas (et non pas de satisfaire 90% de la consommation du service non-supervisé).

Pour comprendre clairement cette notion de taux de couverture, nous donnons, dans ce qui suit, un exemple d'illustration. Considérons le tableau 6.1 dans lequel les valeurs de la prévision et de la consommation du service non-supervisé à la période [20; 21]h sont représentées sur un horizon de 10 jours.

La fraction des cas pour laquelle la valeur de la fonction objectif du HESP n'est pas dégradée est de 8/10. Alors, le taux de couverture d'incertitude dans cette période égale  $\gamma = 80\%$ .

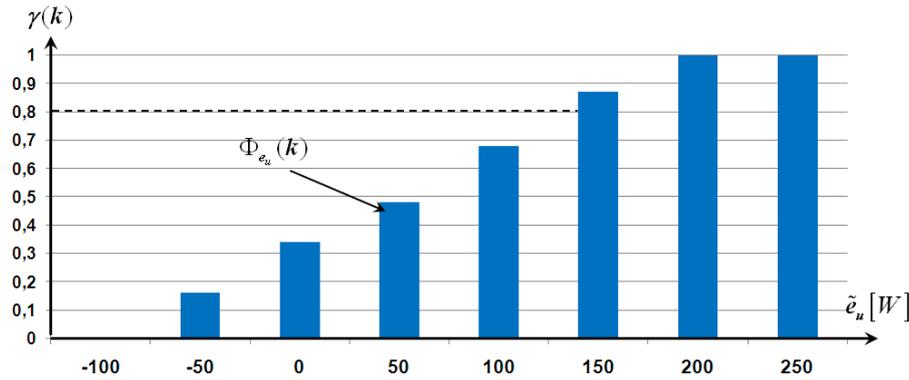


FIGURE 6.4 – Détermination de matelas de sécurité à partir de la fonction de répartition empirique à la période  $k$

### 5.3 Approches de détermination du matelas de sécurité

On notera  $\tilde{e}_u[k, \gamma]$  le matelas de sécurité du service non-supervisé nécessaire à la période  $k$  pour satisfaire un taux de couverture d'incertitude  $\gamma$ . La valeur de  $\tilde{e}_u[k, \gamma]$  peut être obtenue à partir de la distribution de probabilité de l'incertitude de prévision. Elle peut être 'mesurée' avec une distribution empirique ou calculée avec un modèle, comme le montrent les paragraphes suivants.

#### 5.3.1 Approche à base d'historique

Nous pouvons construire la fonction de répartition de l'incertitude de prévision illustrée dans la figure 6.1-b à partir de la distribution de cette incertitude présentée dans la figure 6.1-a. En utilisant cette fonction de répartition de l'incertitude de prévision, dans les deux cas d'un modèle absolu et d'un modèle relatif, le matelas de sécurité est déterminé directement, comme l'illustre la figure 6.4. Dans cette figure, le matelas de sécurité nécessaire pour satisfaire un taux de couverture d'incertitude de 80% est 150W. Un matelas de sécurité de 250W correspondant à la consommation maximale est associé à un taux de couverture d'incertitude de 100%.

#### 5.3.2 Approche à base de modèle

En utilisant l'approche à base de modèle, nous supposons que l'incertitude de prévision du service non-supervisé suit une loi normale  $\mathcal{N}(\bar{e}_u(k), \sigma_{e_u}(k))$  avec  $\bar{e}_u(k)$  et  $\sigma_{e_u}(k)$  donnés respectivement par les équations (6.3) et (6.4). Avec l'hypothèse d'indépendance, le matelas de sécurité  $\tilde{e}_u(k)$  nécessaire à la période  $k$  pour satisfaire un taux de couverture  $\gamma$  est donné par :

$$\tilde{e}_u[k, \gamma] = \bar{e}_u(k) + \Phi^{-1}[\gamma]\sigma_{e_u}(k) \quad (6.6)$$

avec  $\Phi$  la fonction de répartition de l'incertitude de prévision.

## 6 Exemple d'application

Dans cette partie, nous reprenons l'exemple présenté dans la partie 2.3 du chapitre 2 pour un logement dont le service non-supervisé disponible se compose de l'éclairage, du micro-onde et des

TABLE 6.2 – Données historiques de prévision de demande et demande réelle du service non-supervisé pendant la période  $[7h; 8h[$ 

<b>Jour</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$E_u(7)[W]$	1166	1174	1120	877	1123	836	983	1178	1081	1004	897	723
$\tilde{E}_u(7)[W]$	1039	1140	1436	1129	1055	921	884	1183	1397	1181	1118	642
<b>Jour</b>	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$E_u(7)[W]$	948	1168	1045	1175	814	1021	956	1080	886	976	752	1032
$\tilde{E}_u(7)[W]$	1047	1535	814	1305	764	1007	687	1040	805	1166	926	1284
<b>Jour</b>	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
$E_u(7)[W]$	916	1143	1026	810	961	859	732	776	965	1162	771	1032
$\tilde{E}_u(7)[W]$	1168	906	1173	977	1111	1087	932	1001	993	964	674	801
<b>Jour</b>	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$E_u(7)[W]$	1008	706	868	1168	897	943	990	937	995	790	796	747
$\tilde{E}_u(7)[W]$	1107	835	1071	879	695	1219	1267	940	993	608	622	684
<b>Jour</b>	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
$E_u(7)[W]$	909	1097	870	737	1140	936	941	989	891	872	893	771
$\tilde{E}_u(7)[W]$	1033	1302	785	857	1439	801	1086	690	877	692	1189	626

ordinateurs. Pour ce logement nous supposons qu'il existe des enregistrements de la consommation des équipements associés au service non-supervisé sur 60 jours de semaine dans une même période de temps correspondant à l'hiver par exemple. Ces enregistrements peuvent correspondre à la différence entre la consommation totale et la consommation des services supervisés puisque les équipements associés aux services supervisés sont maîtrisés par le système de gestion d'énergie. L'objectif est de déterminer la distribution de probabilité et la fonction de répartition de l'incertitude de prévision sur cet horizon temporel afin de déterminer, pour chaque période  $k$ , le matelas de sécurité (quantité d'énergie à réserver en plus de la prévision) associé à un taux de couverture d'incertitude exigé.

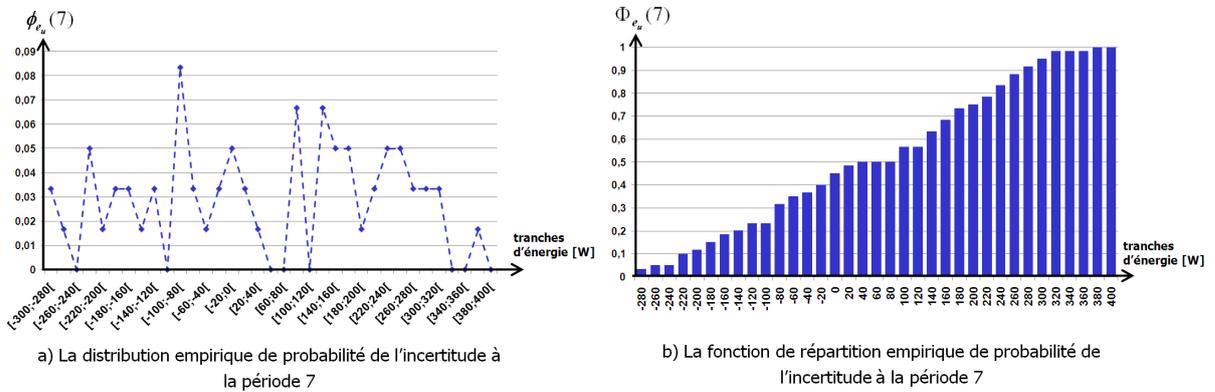
Nous prenons la période  $[7h; 8h[$  ( $k = 7$ ) pour illustrer toutes les étapes de prise en compte des incertitudes de prévision de ce service non-supervisé. Ces étapes doivent être effectuées sur toutes les périodes de l'horizon de planification. L'historique de la consommation du service non-supervisé pendant la période  $[7h; 8h[$ , est représenté dans le tableau 6.2, dans lequel on trouve les prévisions effectuées dans le passé et les consommations réelles sur 60 jours de la semaine en hiver pour cette période.

## 6.1 Dimensionnement du matelas avec l'approche à base d'historique

Dans cette partie, l'approche à base d'historique, présentée dans la partie 4.1, est utilisée pour la détermination du matelas de sécurité. Les incertitudes de prévisions absolue et relative qui sont calculées en utilisant respectivement les équations (6.1) et (6.2) sont présentées dans le tableau 6.3.

TABLE 6.3 – Incertitude de prévision (absolue et relative) demande du service non-supervisé pendant la période  $[7h; 8h]$ 

<b>Jour</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$e_u^a(7)[W]$	-127	-34	316	252	-68	85	-99	5	316	177	221	-81
$e_u^r(7)[\%]$	-14	-4	33	26	-7	9	-10	1	33	18	22	-9
<b>Jour</b>	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$e_u^a(7)[W]$	99	367	-231	130	-50	-14	-269	-40	-81	190	174	252
$e_u^r(7)[\%]$	11	37	-23	14	-5	-2	-28	-4	-8	19	19	27
<b>Jour</b>	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
$e_u^a(7)[W]$	252	-237	147	167	150	228	200	225	28	-198	-97	-231
$e_u^r(7)[\%]$	27	-24	15	18	16	23	22	23	3	-20	-10	-25
<b>Jour</b>	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$e_u^a(7)[W]$	99	129	203	-289	-202	276	277	3	-2	-182	-174	-63
$e_u^r(7)[\%]$	10	14	21	-30	-20	29	29	0	0	-19	-18	-7
<b>Jour</b>	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
$e_u^a(7)[W]$	124	205	-85	120	299	-135	145	-299	-14	-180	296	-145
$e_u^r(7)[\%]$	14	21	-9	12	33	-14	16	-33	-1	-19	32	-15

FIGURE 6.5 – Distribution et fonction de répartition empirique de l'incertitude de prévision pour la période  $[7h; 8h]$  - modèle absolu

Dans cet exemple, les incertitudes sont ensuite segmentées avec un intervalle de 10W dans le modèle absolu et de 5% dans le modèle relatif. Nous pouvons déterminer la distribution de probabilité ainsi que la fonction de répartition de l'incertitude de prévision dans les deux modèles pour chaque période. Les résultats de la période  $[7h; 8h]$  du modèle absolu sont illustrés dans les figures 6.5-a (la distribution de probabilité) et 6.5-b (la fonction de répartition) alors que les résultats du modèle relatif sont montrés dans la figure 6.6.

À partir de ces courbes, nous pouvons déterminer un matelas de sécurité nécessaire à la

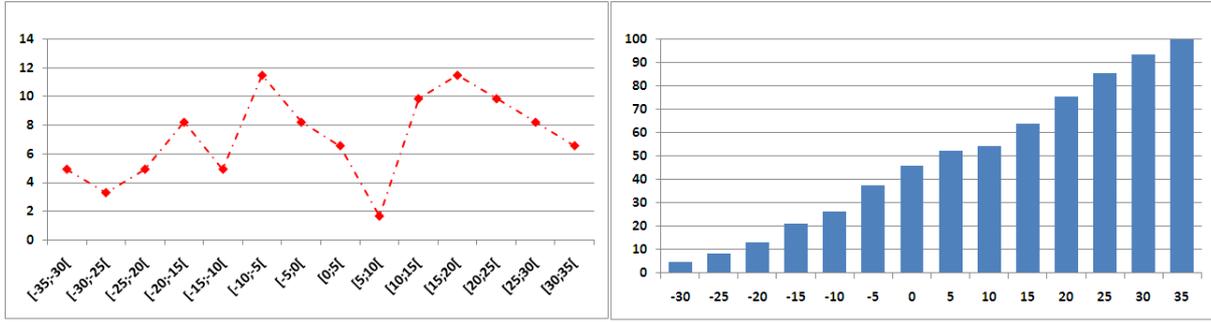


FIGURE 6.6 – Distribution de probabilité et fonction de répartition empirique de l'incertitude de prévision pour la période  $[7h; 8h]$  - modèle relatif

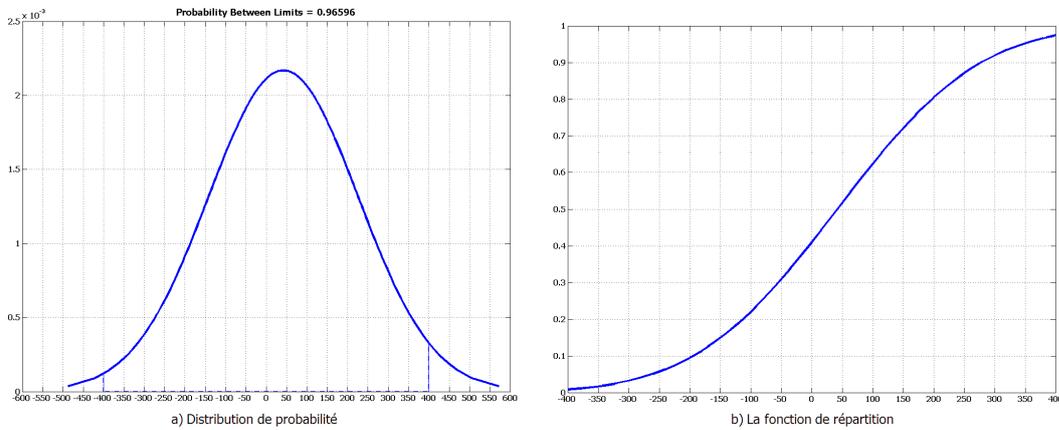


FIGURE 6.7 – Distribution de probabilité et fonction de répartition de l'incertitude de prévision à la période  $[7h; 8h]$  données par l'approche à base de modèle - modèle absolu

satisfaction d'un niveau de couverture d'incertitudes. Par exemple avec le taux de couverture de  $\gamma = 80\%$ , le matelas de sécurité obtenu vaut  $\tilde{e}_u^a = 240W$  dans le cas d'un modèle absolu et  $\tilde{e}_u^r = 25\%$  dans le cas d'un modèle relatif.

## 6.2 Dimensionnement du matelas avec l'approche à base de modèle

Dans ce cas, nous supposons que l'incertitude de prévision de la consommation du service non-supervisé à chaque période suit une loi normale centrée autour de  $\bar{e}_u^a(k)$  et d'écart-type  $\sigma_{e_u^a}(k)$ . Les valeurs moyennes et les écart-types des incertitudes de prévision absolues et relatives sont calculées en utilisant les équations (6.3) et (6.4) respectivement.

À la période  $[7h; 8h]$ , dans le cas d'un modèle absolu, nous obtenons la valeur moyenne  $\bar{e}_u^a(7) = 42,17W$  et l'écart-type  $\sigma_{e_u^a}(7) = 184$ , l'incertitude de prévision (modèle absolu) à cette période suit donc une loi normale  $\mathcal{N}(42; 184)$  (voir la figure 6.7). Alors, pour cette période, en utilisant l'équation (6.6), le matelas de sécurité nécessaire pour satisfaire un taux de couverture d'incertitudes de 80% est égal à 190W.

Dans le cas du modèle relatif, nous obtenons  $\bar{e}_u^a(7) = 4,48\%$  et  $\sigma_{e_u^a}(7) = 19,1$ , l'incertitude de prévision (modèle relatif) à cette période suit donc une loi normale  $\mathcal{N}(4; 19, 3)$  (voir la figure 6.8). En utilisant également l'équation (6.6), le matelas de sécurité nécessaire pour satisfaire un

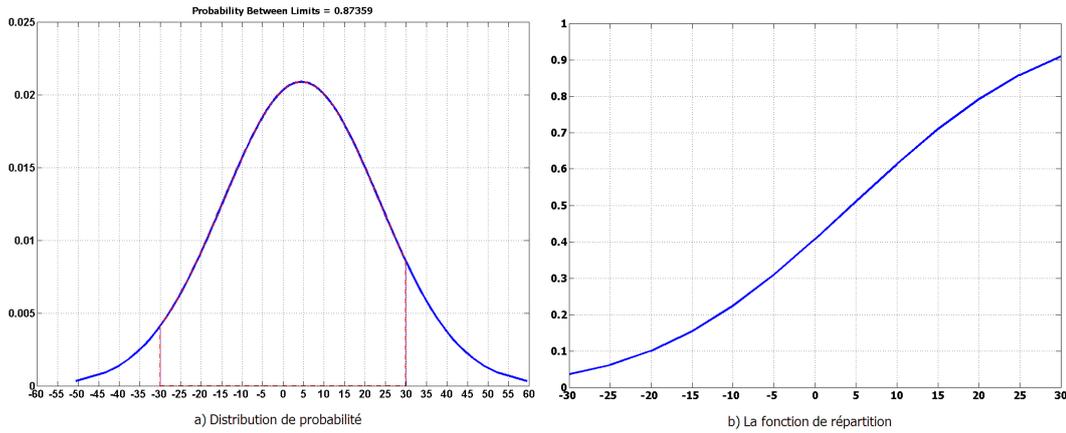


FIGURE 6.8 – Distribution de probabilité et fonction de répartition de l'incertitude de prévision à la période  $[7h; 8h]$  données par l'approche à base de modèle - modèle relatif

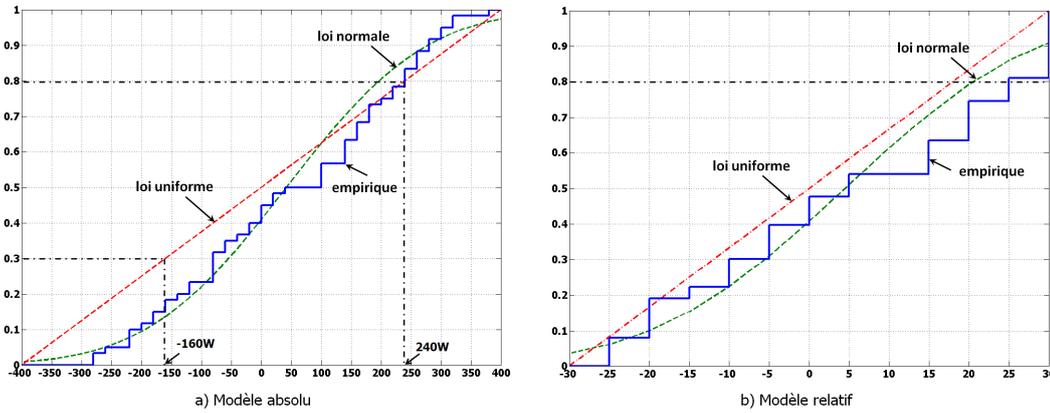


FIGURE 6.9 – Comparaison de la fonction de répartition des trois approches utilisées

taux de couverture de 80% est égale à 22%.

### 6.3 Comparaisons avec l'approche de programmation linéaire robuste

Si l'on applique l'approche à base de modèle en supposant que les incertitudes suivent une loi uniforme, alors on peut dimensionner le matelas de sécurité. La loi uniforme est également utilisée dans la programmation linéaire robuste présentée dans le chapitre précédent. Dans ce cas on considère la contrainte suivante :

$$\sum_{j \in \mathcal{I}_S} E(j, k) = \sum_{i \in \mathcal{I}_E} E(i, k) + E_u(k) + \Gamma_u(k) \hat{e}_u(k), \forall k \in \{0, \dots, T-1\} \quad (6.7)$$

On peut observer que dans cette formulation, le matelas de sécurité est représenté par  $\Gamma_u(k) \hat{e}_u(k)$ . Il est positif ou nul car  $0 \leq \Gamma_u(k) \leq 1$ . En aucun cas on ne peut, avec le matelas de sécurité, réduire la prévision dans cette approche. Avec l'approche de programmation robuste le taux de couverture d'incertitudes du service non-supervisé sera toujours supérieur à 50% car l'erreur de prévision est toujours supposée symétrique autour de 0.

Pour résoudre la programmation robuste il faut trouver la valeur de  $\Gamma_u$  qui garantit un taux de couverture de  $\gamma = 80\%$  par exemple. Pour cela nous utilisons l'équation (5.20) avec la

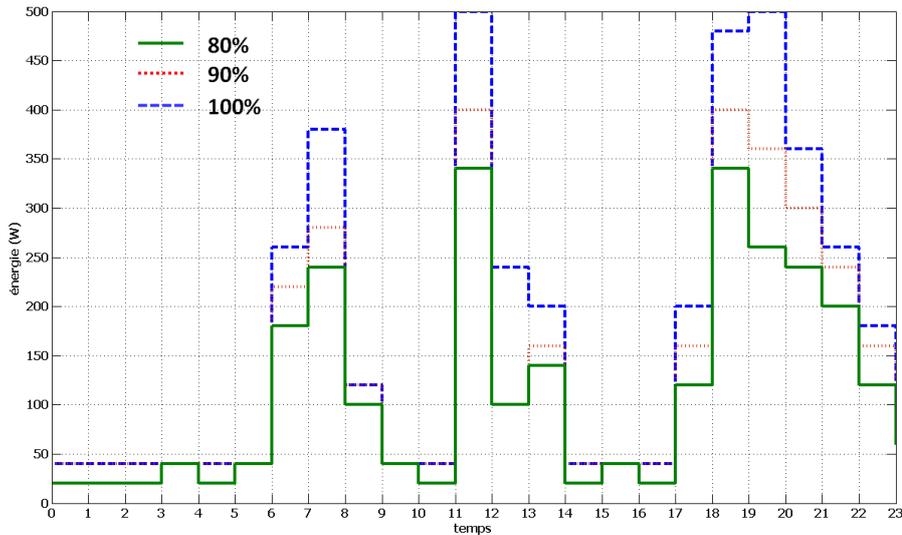


FIGURE 6.10 – Les matelas de sécurité obtenus en fonction du taux de couverture d'incertitude de demande donnés avec l'approche à base d'historique

probabilité de violation égale à 0,2 et on trouve  $\Gamma_u = 0,6$ . On obtient donc un matelas de sécurité  $\tilde{e}_u = 0,6.400W = 240W$ . On peut voir dans la figure 6.9 que le matelas de sécurité correspondant à un taux de couverture  $\gamma = 80\%$  est également de 240W avec l'approche développée dans ce chapitre.

Pour un taux de couverture d'incertitudes  $\gamma = 30\%$ , on observe un matelas de sécurité de -160W dans la figure 6.9, alors que l'approche par programmation robuste conduit à  $\Gamma_u = 0$  et donc aucune correction de la prévision (matelas de sécurité égal à 0). Des petites valeurs du taux de couverture d'incertitudes pour le service non-supervisé peuvent-être intéressantes pour donner la priorité à l'optimisation des services supervisés en réduisant l'énergie réservée pour le service non-supervisé. Ceci n'est pas possible avec l'approche de programmation robuste.

Dans les figures 6.10 et 6.11, on peut voir les différents matelas de sécurité que l'on peut calculer avec l'approche à base d'historique, avec l'approche à base de modèle en considérant une loi normale et avec la loi uniforme.

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons utilisé la notion de matelas de sécurité qui est également utilisée dans la gestion de stock. Nous avons développé une approche spécifique pour le service non-supervisé par rapport aux autres incertitudes paramétriques. Ceci nous permet de faire plus facilement des choix différents pour les différents types de service et ainsi de gérer des priorités entre services.

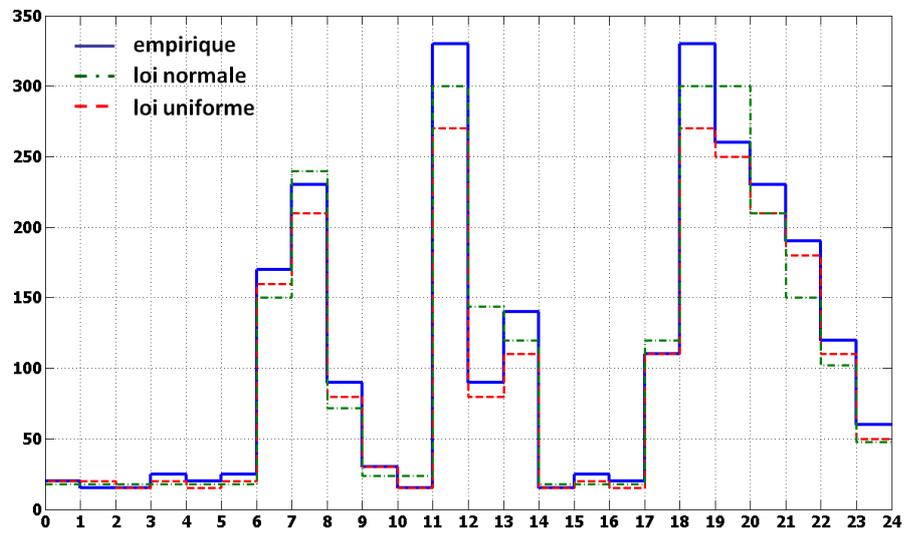


FIGURE 6.11 – Les matelas de sécurité correspondants au taux de couverture d'incertitudes de 80% des 3 approches utilisées



## Chapitre 7

# Prise en compte des incertitudes d'occurrence des services temporaires non-programmables

*Ce chapitre est consacré aux incertitudes d'occurrence. Ces incertitudes sont de nature différente de celles traitées dans les chapitres précédents car elles n'impactent pas les coefficients de HESP mais sa structure. Dans un premier temps, nous analysons et modélisons des informations nécessaires pour la prise en compte de ces incertitudes. Nous utilisons la notion de profil de consommation pour représenter le comportement de l'utilisateur. Dans un second temps, nous proposons une démarche de résolution basée sur la programmation stochastique.*

### 1 Prédiction du fonctionnement d'un équipement temporaire non-programmable

Dans notre système de gestion d'énergie, l'optimisation de la consommation d'énergie sur l'horizon de planification s'effectue à partir des informations suivantes pour les services temporaires :

- Quand est-ce que l'exécution de ce service est demandée par l'utilisateur ?
- Quelle est la durée de ce service ?
- Quelle est la puissance qu'il consomme en exécution ?

Pour un service temporaire programmable, la date d'exécution demandée par l'utilisateur traduit une préférence ou une contrainte si cette préférence est une exigence. Mais dans tous les cas, le service temporaire programmable sera exécuté à la date calculée par le système d'optimisation à partir d'une requête exprimée par l'utilisateur. Les services temporaires programmables concernent les services qui ne requièrent pas la présence de l'utilisateur pour être exécutés. Il y a une phase de préparation du service faite en amont par l'utilisateur. Il s'agit de remplir le lave-vaisselle ou le lave-linge.

Les services temporaires non-programmables ne sont pas contrôlés par le système de gestion d'énergie. Ils sont directement commandés par l'utilisateur. La notion de requête antérieure à l'horizon de planification représente dans ce cas au mieux une intention mais en aucun cas un engagement d'exécution. Et le plus souvent cette intention n'est pas exprimée ou n'existe pas. En effet, l'utilisateur ne sait pas dire précisément les équipements qu'il va mettre en route à telle ou

telle heure. Ces services concernent des équipements comme le micro-onde par exemple.

Néanmoins ces services, lorsqu'ils sont exécutés mobilisent une puissance et une énergie significative, à l'instar des services non-supervisés qui, pris individuellement, sont négligeables. L'efficacité énergétique de la maison peut donc être améliorée si ces services ne sont pas subis par le système de gestion mais s'ils peuvent être pris en compte par anticipation. Pour ce faire, il faut disposer d'une prévision de demande pour ces services. Dans nos travaux de recherche, nous faisons l'hypothèse que nous disposons d'une image statistique de l'utilisation des équipements liés aux services temporaires non-programmables. On appellera *profil* cette image statistique. Ces profils peuvent être obtenus par une analyse statistique des historiques de consommation de la maison. Ils peuvent être améliorés au cours du temps à partir de profils standards. Cette procédure d'apprentissage des habitudes de l'utilisateur est décrite dans (Hawarah et al., 2010).

### 1.1 Profil d'un équipement lié à un service temporaire non-programmable

Les travaux décrits dans (Hawarah et al., 2010) permettent de construire les profils des équipements de type temporaire non-programmable. Pour chaque équipement, plusieurs profils peuvent être identifiés qui correspondent à des périodes de temps différentes. La segmentation des périodes de temps, pour chaque équipement, est choisie en fonction de l'utilisation de cet équipement. Par exemple, l'utilisateur utilise la plaque-chauffante plus souvent et avec une durée plus longue en hiver qu'en été. Le temps d'utilisation des équipements dans la maison peut être différent suivant les jours de la semaine, notamment entre les jours de semaine et les jours de week-end. Nous utiliserons le profil de l'équipement qui correspond à l'horizon de planification que l'on veut étudier. Un profil d'un équipement temporaire non-programmable (nous utilisons ici un abus de langage pour raccourcir la formule précise d'un équipement lié à un service temporaire non-programmable) se compose de 4 éléments :

- la probabilité de démarrage  $\Pr(i, k)$  sur chaque période  $k$ .
- la durée moyenne  $\bar{d}(i, k)$  d'exécution du service dont le démarrage a eu lieu pendant la période  $k$ .
- le temps de démarrage moyen  $\bar{t}_d(i, k)$  à la période  $k$ .
- la puissance maximale en exécution  $P(i, k)$

Deux profils de prévision d'une plaque-chauffante en hiver pour la maison 2000983 de la base IRISE sont donnés dans (Hawarah et al., 2010) et illustrés dans la figure 7.1. Cette plaque-chauffante consomme 2000W en exécution. Nous trouvons que le fonctionnement de cet équipement est différent entre les jours de semaine et les week-ends.

### 1.2 Affiner le profil avec la demande de l'utilisateur

Le profil statistique peut être complété par des informations données par l'utilisateur. L'utilisateur peut prévenir le système de gestion d'énergie de ce qu'il pourrait faire avec les équipements de ce type pendant la journée qui vient. Par exemple, l'utilisateur peut prévenir le système qu'il ne fera pas la cuisine à midi à cause d'une réunion. Il prévoit de rentrer vers 19h ou 20h. En rentrant plus tard il est probable dans ce cas qu'il fera la cuisine plus rapidement pour manger. Ces informations de l'utilisateur viennent compléter la prévision qui est calculée à partir de la base de données des historiques de consommation. Elles peuvent être utilisées pour affiner le profil de la plaque chauffante comme dans l'exemple de la figure 7.2.

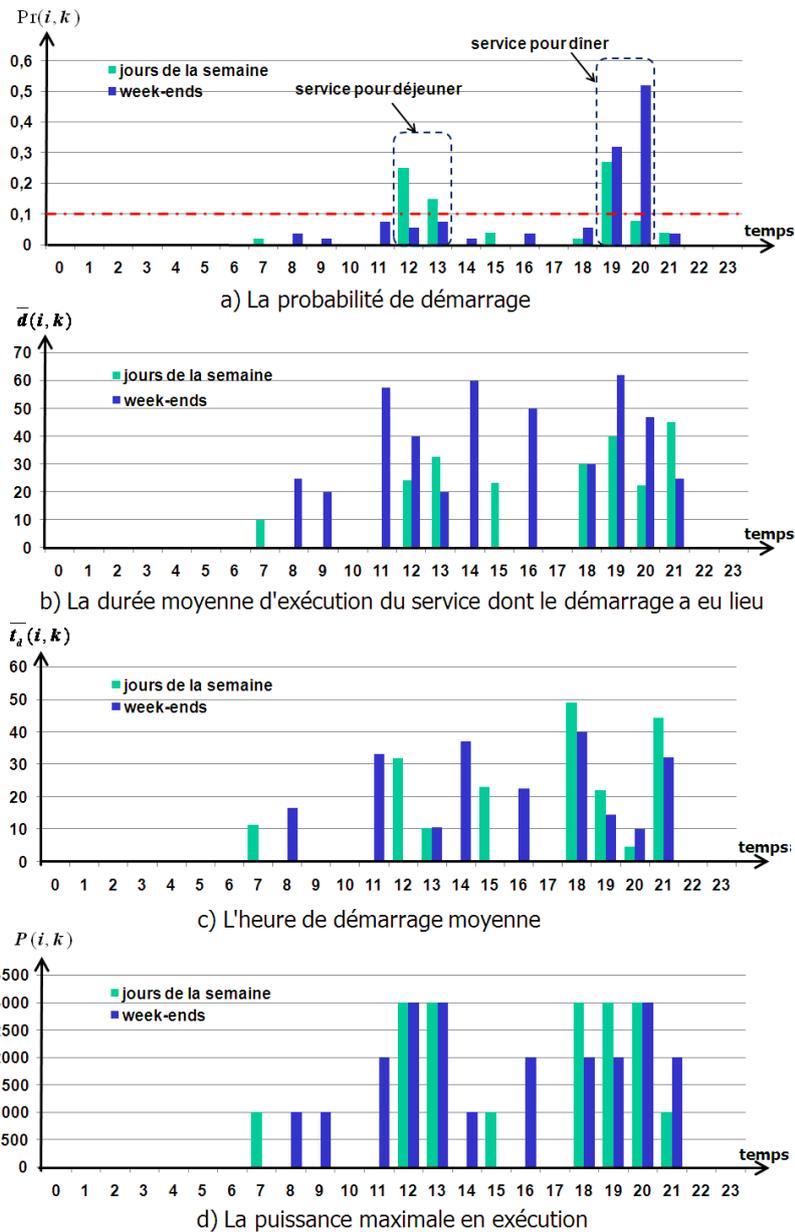


FIGURE 7.1 – Profil de prévision d'une plaque-chauffante en hiver de la maison 2000983 dans la base IRISE

## 2 Modélisation du problème d'optimisation par scénarios

### 2.1 Définition d'un service temporaire non-programmable

Un service temporaire non-programmable est associé *au fonctionnement d'un équipement temporaire activé*. Par exemple, le service de cuisson par le micro-onde pour le déjeuner ou le service de cuisson par le micro-onde pour le dîner.

À partir des profils des équipements temporaires non-programmables qui sont considérés comme des données dans notre travail, nous identifions les services temporaires non-programmables du problème HESP qui sont associés aux différents buts principaux de cet équipement. Nous ne prenons en compte que les fonctionnements majeurs, c'est-à-dire les fonction-

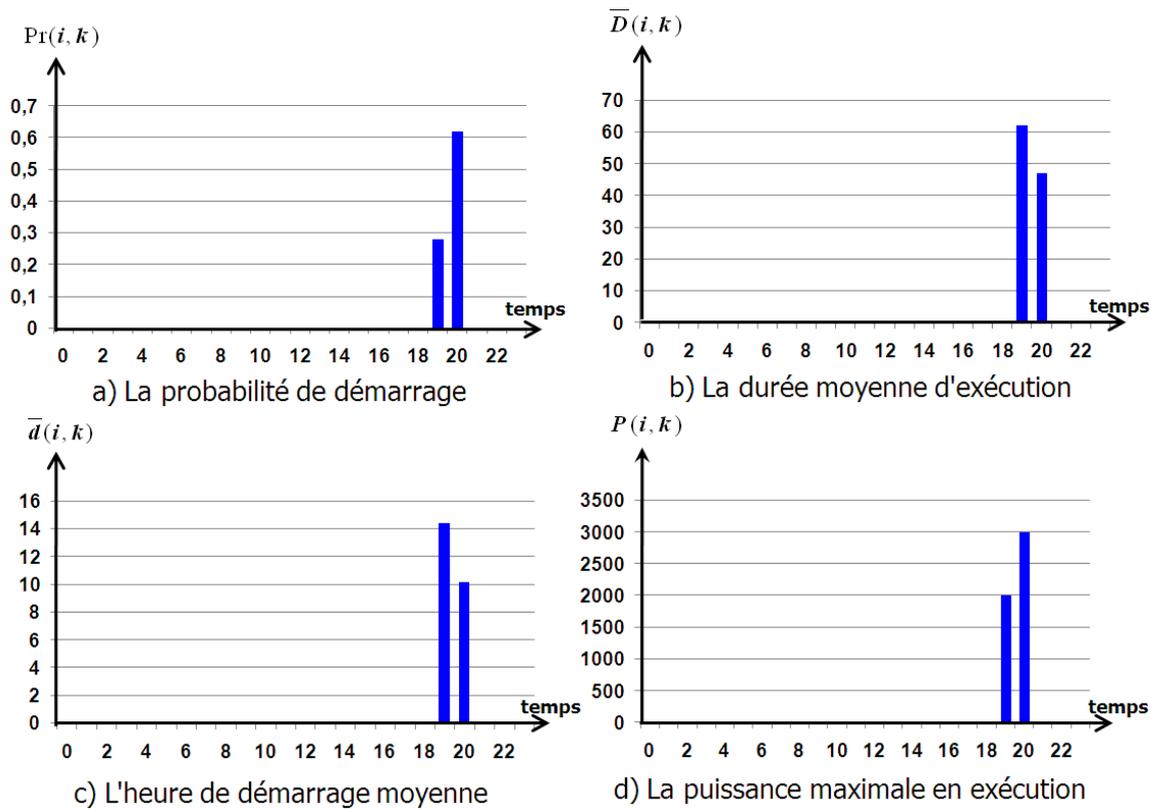


FIGURE 7.2 – Profil de prévision d'une plaque-chauffante déduite des informations de l'utilisateur

nements ayant la probabilité de fonctionnement supérieure à un seuil. Les services mineurs sont ajoutés au service non-supervisé. L'énergie consommée est alors prise en compte par les matelas de sécurité de la consommation globale du service non-supervisé. Les fonctionnements majeurs sont ensuite affectés à différents services temporaires non-programmables identifiés. Par exemple, avec le profil des jours de la semaine de la plaque chauffante présenté dans la figure 7.1, nous ne traitons que les fonctionnements qui ont la probabilité de fonctionnement supérieure à 0,1 (en trait pointillé rouge). Comme cet équipement est une plaque chauffante qui est utilisée principalement pour les repas, nous pouvons alors identifier deux services temporaires non-programmables : le service du déjeuner (service 1) et le service du dîner (service 2). En revanche, il existe un seul service temporaire non-programmable associé à la plaque-chauffante dans le profil du week-end qui est le service du dîner. Le profil présenté dans la figure 7.2 conduit également à identifier un service pour le dîner.

Comme le montre l'exemple de la figure 7.1, un service temporaire non-programmable peut se composer d'un ensemble d'exécutions possibles qui sont toutes exclusives les unes des autres. C'est le cas du service du déjeuner les jours de la semaine par exemple. Un service temporaire non-programmable  $SRV(i)$  est défini par un ensemble  $S_i = \{SRV(i.1), SRV(i.2), \dots, SRV(i.n_j)\}$  d'exécutions. À chaque exécution  $SRV(i.j)$  sont associés :

- une probabilité de démarrage  $Pr(i.j)$ .
- une durée moyenne  $\bar{d}(i.j)$  d'exécution.
- un temps de démarrage moyen  $\bar{t}_d(i.j)$ .

- une puissance maximale en exécution  $P(i.j)$

L'ensemble de ces occurrences sont exclusives. Les probabilités vérifient donc l'équation suivante :

$$\sum_{j=1}^{j=n_j} \Pr(i.j) = 1 \quad (7.1)$$

Pour l'exemple du service de cuisson de la plaque chauffante pour le déjeuner ( $SRV(1)$ ) les jours de semaine on obtient la prévision suivante pour le service temporaire non-programmable composé de 3 occurrences :

- $SRV(1.0)$  : le service n'est pas exécuté avec la probabilité  $\Pr(1.0) = 0,60$  et  $\bar{D}(1.0) = 0$ .
- $SRV(1.1)$  : le service démarre au temps de démarrage moyen  $\bar{t}_d(1.1) = 12h32$  avec la probabilité  $\Pr(1.1) = 0,25$ , la durée moyenne  $\bar{d}(1.1) = 56$  minutes et la puissance maximale en exécution de  $P(1.1) = 3000W$ .
- $SRV(1.2)$  : le service démarre au temps de démarrage moyen  $\bar{t}_d(1.2) = 13h10$  avec la probabilité  $\Pr(1.2) = 0,15$ , la durée moyenne  $\bar{d}(1.2) = 36$  minutes et la puissance maximale en exécution de  $P(1.2) = 3000W$ .

Pour l'exemple du service de la plaque chauffante pour le dîner ( $SRV(2)$ ), les jours de semaine on obtient la prévision suivante pour le service temporaire non-programmable composé de 2 occurrences :

- $SRV(2.0)$  : le service n'est pas exécuté avec la probabilité  $\Pr(2.0) = 0,73$  et  $\bar{D}(2.0) = 0$ .
- $SRV(2.1)$  : le service démarre au temps de démarrage moyen  $\bar{d}(2.1) = 19h22$  avec la probabilité  $\Pr(2.1) = 0,27$ , la durée moyenne  $\bar{D}(2.1) = 40$  minutes et la puissance maximale en exécution de  $P(2.1) = 3000W$ .

## 2.2 Ensemble de scénarios associés à un ensemble de services temporaires non-programmables

À partir d'un ensemble de services temporaires non-programmables, plusieurs cas d'exécution croisés peuvent se produire. Ces différents cas sont appelés *des scénarios*. On note  $S$  l'ensemble des scénarios qui peuvent se produire pour un ensemble de services temporaires non-programmables donné. L'ensemble des scénarios est l'ensemble des combinaisons d'occurrences compatibles entre les différents scénarios. Pour deux services temporaires non-programmables indépendants  $SRV(1)$  et  $SRV(2)$  avec respectivement  $j_1$  et  $j_2$  occurrences, on a  $j_1.j_2$  scénarios. On illustre dans ce mémoire le cas où les services temporaires non-programmables sont identifiés à partir du fonctionnement d'équipements dont les usages sont supposés indépendants. Pour prendre en compte la corrélation entre les services temporaires non-programmables on pourrait définir un ensemble de profils pour chaque journée type. Dans ce cas, chaque profil de la journée donnerait un scénario avec sa probabilité associée. Tout ce qui suit dans ce mémoire peut être appliqué à partir de la probabilité de chaque scénario.

Reprenons l'exemple du profil de prévision des jours de la semaine de la plaque-chauffante qui nous donne deux services temporaires non-programmables : service du déjeuner  $SRV(1)$  et service du dîner  $SRV(2)$ . Dans ce cas, 6 scénarios peuvent se produire en faisant la combinaison des cas de démarrage de ces deux services. Les scénarios sont les suivants :

- $s_0 = \emptyset$  : aucun des services n'a lieu avec la probabilité  $\Pr(s_0) = \Pr(1.0).Pr(2.0) = 0,6.0,73 = 0,438$ .

- $s_1 = \{SRV(1.1)\}$  : seul le service déjeuner  $SRV(1.1)$  a lieu à 12h32 avec la probabilité  $\Pr(s_1) = \Pr(1.1) \cdot \Pr(2.0) = 0,25 \cdot 0,73 = 0,1825$
- $s_2 = \{SRV(1.2)\}$  : seul le service déjeuner  $SRV(1.2)$  a lieu à 13h10 avec la probabilité  $\Pr(s_2) = \Pr(1.2) \cdot \Pr(2.0) = 0,15 \cdot 0,73 = 0,1095$
- $s_3 = \{SRV(2.1)\}$  : seul le service dîner  $SRV(2.1)$  a lieu à 19h22 avec la probabilité  $\Pr(s_3) = \Pr(1.0) \cdot \Pr(2.1) = 0,6 \cdot 0,23 = 0,138$
- $s_4 = \{SRV(1.1); SRV(2.1)\}$  : le service déjeuner  $SRV(1.1)$  a lieu à 12h32 et le service dîner  $SRV(2.1)$  a lieu à 19h22 avec la probabilité  $\Pr(s_4) = \Pr(1.1) \cdot \Pr(2.1) = 0,25 \cdot 0,23 = 0,0575$
- $s_5 = \{SRV(1.2); SRV(2.1)\}$  : le service déjeuner  $SRV(1.2)$  a lieu à 13h10 et le service dîner  $SRV(2.1)$  a lieu à 19h22 avec la probabilité  $\Pr(s_5) = \Pr(1.2) \cdot \Pr(2.1) = 0,15 \cdot 0,23 = 0,0345$

Si on dispose de statistiques plus complètes, de profils plus précis, on peut affecter une probabilité observée au démarrage multiple d'un même service dans deux créneaux horaires différents. Dans les exemples illustratifs de ce mémoire nous les avons toujours supposés indépendants mais notre approche va de pair avec une étude précise des habitudes des usagers qui est développée par ailleurs.

Notons  $HESP(s_i)$ , le problème HESP défini par l'ensemble des services permanents, temporaires programmables et non-supervisé de la maison auquel on ajoute les services temporaires non-programmables associés au scénario  $s_i$ . Dans HESP, chaque service associé à  $s_i$  intervient comme un service temporaire programmable mais pour lequel aucune fenêtre de temps n'est définie. Il n'y a donc aucun degré de liberté sur l'exécution des services temporaires non-programmables dans le problème d'optimisation. Pour ces services on a :  $f_{opt}(i.j) = f_{min}(i.j) = f_{max}(i.k) = \bar{t}_d + \bar{d}$ .

### 3 Optimisation robuste

#### 3.1 Prise en compte d'un taux de couverture d'incertitudes

Le but de l'optimisation robuste utilisée dans les chapitres 4 et 5 est de trouver des solutions dont le coût ne sera jamais plus grand qu'un seuil donné quelles que soient les conditions de réalisation du plan dans l'ensemble des variations défini par le taux de couverture d'incertitudes choisi. Dans le cas de la prise en compte des incertitudes d'occurrence des services non-programmables, le taux de couverture d'incertitudes  $\gamma(k)$  mesure *la probabilité que la demande des services temporaires non-programmables soit satisfaite sans dégrader les plans d'affectation d'énergie optimisés par le HESP pour les autres services programmables de la maison*. Comme nous l'avons présenté dans la partie précédente, les incertitudes d'occurrence des fonctionnements des services temporaires non-programmables sont modélisées par un ensemble des scénarios avec des probabilités d'occurrence, alors cette notion du taux de couverture des incertitudes d'occurrence peut être traduite comme *la somme des probabilités des scénarios des services temporaires non-programmables qui ne dégradent pas les plans d'affectation d'énergie optimisés du HESP*. Le problème d'optimisation robuste qui permet de prendre en compte les incertitudes d'occurrence des services temporaires non-programmables sera identifié par le nom **rHESP-np**.

Pour qu'un scénario soit exécuté sans dégrader le plan d'affectation d'énergie optimisé du HESP, l'ensemble des services temporaires non-programmables associés à ce scénario doivent être pris en compte. Par exemple pour couvrir le scénario  $s_1$  de l'ensemble de scénarios pris

en exemple dans ce chapitre, nous devons prévoir le démarrage du service  $SRV(1.1)$  dans le problème HESP. Il existe évidemment des relations de dominance entre certains scénarios. Par exemple l'ensemble des services temporaires non-programmables du scénario  $s_1 = \{SRV(1.1)\}$  est couvert par le scénario  $s_4 = \{SRV(1.1); SRV(2.1)\}$ . Alors si on peut couvrir  $s_4$ , le scénario  $s_1$  est couvert également.

Dans le tableau 7.1 nous avons défini pour chaque taux de couverture ( $0 \leq \gamma(k) \leq 1$ ) l'ensemble des scénarios correspondants et l'ensemble des services temporaires non-programmables à prendre en compte dans le problème d'optimisation pour l'exemple traité dans ce chapitre.

TABLE 7.1 – Les scénarios à couvrir en fonction du taux de couverture pour la plaque chauffante

Taux de couverture d'incertitudes	Ensemble des scénarios à couvrir	Ensemble des services temporaires non-programmables
$\gamma \leq 0,438$	$\{s_0\}$	$\emptyset$
$0,438 < \gamma \leq 0,5475$	$\{s_0; s_2\}$	$\{SRV(1.2)\}$
$0,5475 < \gamma \leq 0,576$	$\{s_0; s_3\}$	$\{SRV(2.1)\}$
$0,576 < \gamma \leq 0,6205$	$\{s_0; s_1\}$	$\{SRV(1.1)\}$
$0,6205 < \gamma \leq 0,63$	$\{s_0; s_2; s_3; s_5\}$	$\{SRV(1.1); SRV(2.1)\}$
$0,63 < \gamma \leq 0,816$	$\{s_0; s_1; s_3; s_4\}$	$\{SRV(1.2); SRV(2.1)\}$
$\gamma > 0,816$	$\{s_0; s_1; s_2; s_3; s_4; s_5\}$	$\{SRV(1.1); SRV(1.2); SRV(2.1)\}$

### 3.2 Exemple d'application

Utilisons l'exemple simple du profil affiné de la plaque chauffante présenté dans la figure 7.2 pour illustrer les résultats numériques obtenus. La plaque chauffante est intégrée dans l'application présentée dans la partie 2.3 du chapitre 3 pour un logement alimenté par un réseau d'électricité  $SRV(1)$ . Les services permanents disponibles dans ce logement sont le chauffage du séjour  $SRV(2)$ , le chauffage de la chambre  $SRV(3)$ , le chauffage de la cuisine  $SRV(4)$  et le réfrigérateur/congélateur  $SRV(5)$ . Les services temporaires programmables se composent d'un lave-linge  $SRV(6)$  et d'un lave-vaisselle  $SRV(7)$ . La consommation globale prévue pour le service non-supervisé  $SRV(8)$  est donnée.

Avec ce profil de plaque chauffante, il n'existe qu'un service temporaire non-programmable pour le dîner avec deux occurrences possibles. Notons  $SRV(9)$  ce service avec sa prévision associée :

- $SRV(9.0)$  : il ne démarre pas avec la probabilité  $\Pr(9.0) = 0,10$ .
- $SRV(9.1)$  : il démarre à l'heure de démarrage moyenne  $\bar{t}_d(9.1) = 19h14$  avec la probabilité  $\Pr(9.1) = 0,28$ . La durée moyenne  $\bar{d}(9.1)$  est de 62 minutes et la puissance maximale en exécution de  $P(9.1) = 2000W$ .
- $SRV(9.2)$  : il démarre à l'heure de démarrage moyenne  $\bar{t}_d(9.2) = 20h10$  avec la probabilité  $\Pr(9.2) = 0,62$ . La durée moyenne  $\bar{d}(9.2)$  est de 47 minutes et la puissance maximale en exécution de  $P(9.2) = 3000W$ .

Comme ce problème ne possède qu'un seul service temporaire non-programmable, les trois possibilités de démarrage de ce service représentent les trois ensembles de services associés aux trois scénarios qui peuvent se produire :  $s_0 = \emptyset$ ,  $s_1 = \{SRV(9.1)\}$  et  $s_2 = \{SRV(9.2)\}$ . Nous

pouvons déduire l'ensemble de services temporaires non-programmables à prendre en compte en fonction du taux de couverture (cf. tableau 7.2).

TABLE 7.2 – Les scénarios à couvrir en fonction du taux de couverture pour la plaque chauffante simplifiée

Taux de couverture d'incertitudes	Ensemble des scénarios à couvrir	Ensemble des services temporaires non-programmables
$\gamma \leq 0,10$	$\{s_0\}$	$\emptyset$
$0,10 < \gamma \leq 0,38$	$\{s_0; s_1\}$	$\{SRV(9.1)\}$
$0,38 < \gamma \leq 0,72$	$\{s_0; s_2\}$	$\{SRV(9.2)\}$
$\gamma > 0,72$	$\{s_0; s_1; s_2\}$	$\{SRV(9.1); SRV(9.2)\}$

En tenant compte des services temporaires non-programmables, on peut calculer le plan d'affectation d'énergie optimale en utilisant HESP pour les deux options tarifaires. Les résultats obtenus sont illustrés dans le tableau 7.3. Dans ce tableau, nous avons calculé la probabilité de violation associée à chaque taux de couverture. Nous voyons dans ce tableau le prix de la robustesse. En effet nous voyons que plus le taux de couverture des incertitudes est grand, plus le coût (en prix ou en confort) est grand. Dans le pire cas où  $\gamma \geq 0,72$ , c'est-à-dire en réalité  $\gamma = 1$  car on couvre toutes les incertitudes possibles, le HESP réserve de l'énergie pour tous les cas de fonctionnement de la plaque chauffante. Dans l'option 2, le HESP peut garantir que le coût énergétique ne dépassera pas 2,12€ quelque soit le scénario. Cependant, dans le cas de l'option 1 où la puissance maximale de la maison est limitée par l'abonnement souscrit, le HESP ne trouve pas de solution réalisable. Dans ce cas, il n'y a pas assez d'énergie pour maintenir les services programmables dans la plage acceptable de température et de date d'exécution à cause de la réservation d'énergie pour le fonctionnement de la plaque chauffante pendant 2 périodes consécutives. Pour autant faut-il choisir de réserver pour l'une ou l'autre de ces périodes ? Dans la partie suivante de ce chapitre nous proposons d'utiliser la programmation stochastique pour réserver un peu d'énergie dans chacune des deux périodes dans lesquelles le service non-programmable peut s'exécuter.

TABLE 7.3 – Les résultats donnés par rHESP-np avec les deux l'option de la tarification

Taux de couverture d'incertitudes	Ensemble des scénarios à couvrir	Probabilité de violation	$D^*$ de l'option 1	$C^*$ de l'option 2
$\gamma \leq 0,10$	$\{s_0\}$	0,90	0,05	1,82
$0,10 < \gamma \leq 0,38$	$\{s_0; s_1\}$	0,62	0,34	1,90
$0,38 < \gamma \leq 0,72$	$\{s_0; s_2\}$	0,28	0,38	1,94
$\gamma \geq 0,72$	$\{s_0; s_1; s_2\}$	0	$\infty$	2,12

## 4 Approche stochastique d'optimisation

Les incertitudes d'occurrence se présentent dans plusieurs problèmes d'optimisation dans le domaine de la gestion des systèmes de production.

Dans un problème d'optimisation en contexte incertain, le but que l'on se fixe est de prendre la meilleure décision vis-à-vis des situations qui comportent de l'incertitude. Le regard vers l'incertitude reste subjectif et varie d'un décideur à l'autre. Dans les problèmes d'optimisation en prenant en compte des incertitudes d'occurrences, les auteurs s'orientent vers la *programmation stochastique*. Cette approche de prise en compte des incertitudes comprend des techniques orientées vers la minimisation (maximisation) de l'espérance mathématique de la fonction objectif en fonction des réalisations des événements imprévus. C'est ce type de technique que nous proposons de mettre en œuvre pour répondre aux incertitudes d'occurrence des services temporaires non-programmables.

#### 4.1 La programmation stochastique statique

Introduisons les notations qui permettent de faire de la programmation stochastique. Soient :

- $\mathbf{x}$  un vecteur de décisions ;
- $\xi$  un élément de l'espace probabilisé  $\Xi$  muni d'une probabilité  $\Pr(\xi)$  ;
- $F(x, \xi)$  une fonction objectif mesurable et convexe en  $\mathbf{x}$  pour tout  $\xi$ .

Bien entendu, le problème d'optimisation de  $F(x, \xi)$  dépend des réalisations de  $\xi$ . Résoudre ce problème fournit autant de solutions optimales que de réalisations de  $\xi$  réalisables sans vraiment pouvoir affirmer quelle est la meilleure de toutes car chacune correspond à une situation différente. On ne sait rien dire sur la qualité d'une solution optimale obtenue pour la réalisation  $\xi_1$  appliquée à la réalisation  $\xi_2$ . Optimiser le problème par rapport à *l'espérance mathématique* de la fonction objectif (ou en *moyenne* si nous considérons que toutes les réalisations de  $\Xi$  sont équiprobables) permet de trouver une solution qui a une propriété sur l'ensemble de l'espace probabilisé. Le problème d'optimisation stochastique général s'écrit donc :

$$\begin{aligned} & \text{minimiser} && f(x) = \mathbb{E} [F(\mathbf{x}, \xi)] \\ & \text{soumis à} && \mathbf{A}(\xi)\mathbf{x} \leq \mathbf{b}(\xi) \quad \forall \xi \in \Xi \end{aligned} \tag{7.2}$$

Cette formulation d'un problème stochastique suppose implicitement que l'espérance soit calculée connaissant la distribution de probabilité et en utilisant l'équation suivante :

$$\mathbb{E} [F(\mathbf{x}, \xi)] = \int_{\Xi} F(\mathbf{x}, \xi) d\Pr(\xi) \tag{7.3}$$

Ou pour un ensemble discret de réalisations :

$$\mathbb{E} [F(\mathbf{x}, \xi)] = \sum_{\Xi} F(\mathbf{x}, \xi) \Pr(\xi) \tag{7.4}$$

Un problème de ce type est appelé *problème statique* (ou 1-étape ou "Here and Now") (Prékopa, 2003; Kall et Mayer, 2005). Cela signifie que, bien que le problème soit défini sur plusieurs périodes de temps, toutes les décisions ne sont prises qu'une seule fois, et ce dès l'instant initial  $t_0$  de la période d'étude. Il n'y a donc aucun moyen de corriger les décisions prises au cours du temps en fonction des réalisations successives de  $\xi$ . En termes d'Automatique on peut parler de *boucle ouverte* pour signifier que la réalisation de  $\xi$  n'est pas observée ni corrigée et que la solution  $\mathbf{x}$  est fixée sur tout l'horizon. C'est dans ce cas statique que se situe notre problème d'optimisation car on fait un calcul de planification qui est un calcul prévisionnel antérieur à la réalisation de l'horizon sur lequel on effectue cette planification. En faisant la synthèse de toutes

les définitions ci-dessus, on obtient la formulation suivante du problème d'optimisation que l'on veut résoudre :

$$\begin{aligned} & \text{minimiser} && \sum_{\Xi} \Pr(\xi) \cdot F(\mathbf{x}, \xi) \\ & \text{soumis à} && \mathbf{A}(\xi)\mathbf{x} \leq \mathbf{b}(\xi) \quad \forall \xi \in \Xi \end{aligned} \quad (7.5)$$

Ce problème est adapté à notre problème de prise en compte des incertitudes d'occurrence dans la gestion d'énergie dans l'habitat où la décision d'affectation d'énergie n'est prise qu'en une seule fois dès l'instant initial de l'horizon de planification alors que de nombreux fonctionnements imprévisibles des services non-programmables peuvent avoir lieu. Dans ce cas, nous proposons de prendre une décision d'affectation d'énergie en espérance en fonction des probabilités de fonctionnement des différents services temporaires non-programmables dans la maison.

## 4.2 La programmation stochastique pour le HESP

### 4.2.1 Modélisation

Comme nous l'avons présenté dans la partie 2, les incertitudes d'occurrence du problème HESP sont modélisées par un ensemble fini  $S$  des scénarios  $s$  qui représentent les réalisations des services temporaires non-programmables. Chaque scénario possède une probabilité d'occurrence. Le modèle du problème de gestion d'énergie dans l'habitat sous forme d'un problème statique de programmation stochastique, appelé **HESP-SP**, peut être écrit à partir de la formulation (7.5) de la façon suivante :

$$\begin{aligned} & \text{minimiser} && J_{HESP-SPG} \\ & \text{soumis à} && \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b} \\ & && \mathbf{A}(s)\mathbf{x}(s) \leq \mathbf{b}(s) \quad \forall s \in S \end{aligned} \quad (7.6)$$

Dans cette formulation, la fonction objectif représente l'espérance mathématique de la dégradation de la fonction objectif de HESP (combinaison de l'insatisfaction de l'utilisateur et du coût énergétique) sur l'ensemble des scénarios. Cette fonction objectif s'écrit en comparant l'énergie affectée à chaque heure à chaque service dans la solution du problème HESP-SP notée  $E(j, k)$  et dans la solution du problème HESP dans lequel le scénario  $s$  a été pris en compte. Cette énergie est notée  $E_s(j, k)$ . La même comparaison est faite pour l'indice d'insatisfaction sur chaque période de planification pour les services permanents et pour la solution, pour les services temporaires programmables. On obtient l'équation suivante pour la fonction objectif générale du problème HESP-SP :

$$\begin{aligned} J_{HESP-SPG} = & \sum_{s=0}^{s=|S|-1} J_s + \sum_{j \in \mathcal{I}_s} \sum_{k=0}^{T-1} C(j, k) \left| E(j, k) - \sum_{s=0}^{s=|S|-1} \Pr(s) E_s(j, k) \right| \\ & + \frac{\beta}{\sum_{i_p} \alpha(i_p) + \sum_{i_t} \alpha(i_t)} \left[ \sum_{i_p} \alpha(i_p) \sum_{k=0}^{T-1} \left| D(i_p, k) - \sum_{s=0}^{s=|S|-1} \Pr(s) D_s(i_p, k) \right| + \sum_{i_t} \alpha(i_t) \left| D(i_t) - \sum_{s=0}^{s=|S|-1} \Pr(s) D_s(i_t) \right| \right] \end{aligned} \quad (7.7)$$

- $s$  l'indice du scénario
- $\mathcal{I}_s$  l'ensemble des indices des services fournisseurs d'énergie.
- $\Pr(s)$  la probabilité d'occurrence du scénario  $s$
- $i_p$  l'indice des services permanents
- $i_t$  l'indice des services temporaires programmables
- $E_s(j, k)$  l'énergie consommée par le service  $j$  à la période  $k$  dans la solution en optimisant le scénario  $s$

- $D_s(i_p, k)$  l'insatisfaction du service permanent  $i_p$  à la période  $k$  dans le scénario  $s$
- $D_s(i_t)$  l'insatisfaction du service temporaire programmable  $i_t$  dans le scénario  $s$

Cette équation permet de minimiser l'écart de la solution à l'espérance des solutions sur l'ensemble des scénarios et elle est transformée sous forme linéaire en utilisant le théorème présenté dans Yu et Li (2000) :

**Théorème (Yu et Li (2000)).** Un problème d'optimisation :

$$\begin{aligned} & \text{minimiser} && z = |f(\mathbf{x}) - g| \\ & \text{soumis à} && \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \end{aligned} \quad (7.8)$$

peut être représenté par la formulation linéaire suivante :

$$\begin{aligned} & \text{minimiser} && z' = f(\mathbf{x}) - g + 2\sigma \\ & \text{soumis à} && \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \\ & && g - f(\mathbf{x}) - \sigma \leq 0; \\ & && \sigma \geq 0; \end{aligned} \quad (7.9)$$

En appliquant ce théorème à l'équation (7.7), la fonction objectif devient le programme linéaire suivant :

$$\begin{aligned} J_{HESP-SPG} = & \sum_{s=0}^{s=|S|-1} J_{HESP}(s) + \sum_{j \in I_s} \sum_{k=0}^{T-1} C(j, k) \left[ E(j, k) - \sum_{s=0}^{s=|S|-1} \Pr(s) E_s(j, k) + 2\sigma_c(k) \right] \\ & + \frac{\beta}{\sum_{i_p} \alpha(i_p) + \sum_{i_t} \alpha(i_t)} \left\{ \sum_{i_p} \alpha(i_p) \sum_{k=0}^{T-1} \left[ D(i_p, k) - \sum_{s=0}^{s=|S|-1} \Pr(s) D_s(i_p, k) + 2\sigma_p(i_p, k) \right] \right. \\ & \left. + \sum_{i_t} \alpha(i_t) \left[ D(i_t) - \sum_{s=0}^{s=|S|-1} \Pr(s) D_s(i_t) + 2\sigma_t(i_t) \right] \right\} \\ & \sum_{s=0}^{s=|S|-1} \Pr(s) E_s(j, k) - E(j, k) - \sigma_c(k) \leq 0 \\ & \sum_{s=0}^{s=|S|-1} \Pr(s) D_s(i_p, k) - D(i_p, k) - \sigma_p(i_p, k) \leq 0 \\ & \sum_{s=0}^{s=|S|-1} \Pr(s) D_s(i_t) - D(i_t) - \sigma_t(i_t) \leq 0 \end{aligned} \quad (7.10) \quad (7.11)$$

Dans cette programmation linéaire mixte, des variables différentes sont associées à chaque scénario. Afin d'éclaircir la définition de ce problème et d'utiliser la plate-forme G-HomeTech pour le résoudre, nous proposons une résolution en deux étapes. Dans la première étape, un problème HESP est résolu pour chaque scénario. Dans la deuxième étape, aucun service temporaire non-programmable n'est mis en entrée du problème d'optimisation HESP-SP. Ces services n'interviennent que dans la prise en compte des solutions obtenues dans la première étape dans la fonction objectif  $J_{HESP-SP}$ .

#### 4.2.2 Procédure de résolution

**Première étape : Résoudre HESP pour chaque scénario.** Dans cette étape, le problème HESP (HESP1 dans le cas de l'option 1 ou HESP2 dans le cas de l'option 2) est construit pour chaque scénario  $s$  de l'ensemble de scénarios ( $S$ ) et l'ensemble des services programmables (les services permanents, les services temporaires programmables) et non-supervisé du problème. Cette étape vise à trouver le plan d'affectation d'énergie optimal pour chaque

scénario de fonctionnement des services temporaires non-programmables. Les valeurs optimales de l'insatisfaction et de l'énergie pour chaque service programmable à chaque période sont enregistrées ainsi que la probabilité d'occurrence du scénario correspondant.

**Deuxième étape : Résoudre HESP-SP.** Cette étape vise à générer le plan d'affectation de l'énergie aux services programmables en tenant compte des services non-programmables sans les programmer. Il faut noter que l'ensemble des services de ce problème ne se compose d'aucun service non-programmable. À partir des résultats mémorisés des problèmes HESP résolus dans l'étape 1, le HESP-SP permet de calculer un plan d'affectation d'énergie dans lequel l'énergie n'est pas totalement affectée aux services programmables dans les périodes dans lesquelles des services non-programmables peuvent se produire.

Étant données les probabilités des demandes de services temporaires non-programmables, la fonction objectif de ce problème HESP-SP vise à minimiser l'insatisfaction des services programmables et le coût énergétique espéré en utilisant l'équation 7.12

$$J_{HESP-SP} = \sum_{j \in I_s} \sum_{k=0}^T C(j, k) \left| E(j, k) - \sum_{s=0}^{s=|S|} \Pr(s) E_s^*(j, k) \right| + \frac{\beta}{\sum_{i_p} \alpha(i_p) + \sum_{i_t} \alpha(i_t)} \left[ \sum_{i_p} \alpha(i_p) \sum_{k=0}^T \left| D(i_p, k) - \sum_{s=0}^{s=|S|} \Pr(s) D_s^*(i_p, k) \right| + \sum_{i_t} \alpha(i_t) \left| D(i_t) - \sum_{s=0}^{s=|S|} \Pr(s) D_s^*(i_t) \right| \right] \quad (7.12)$$

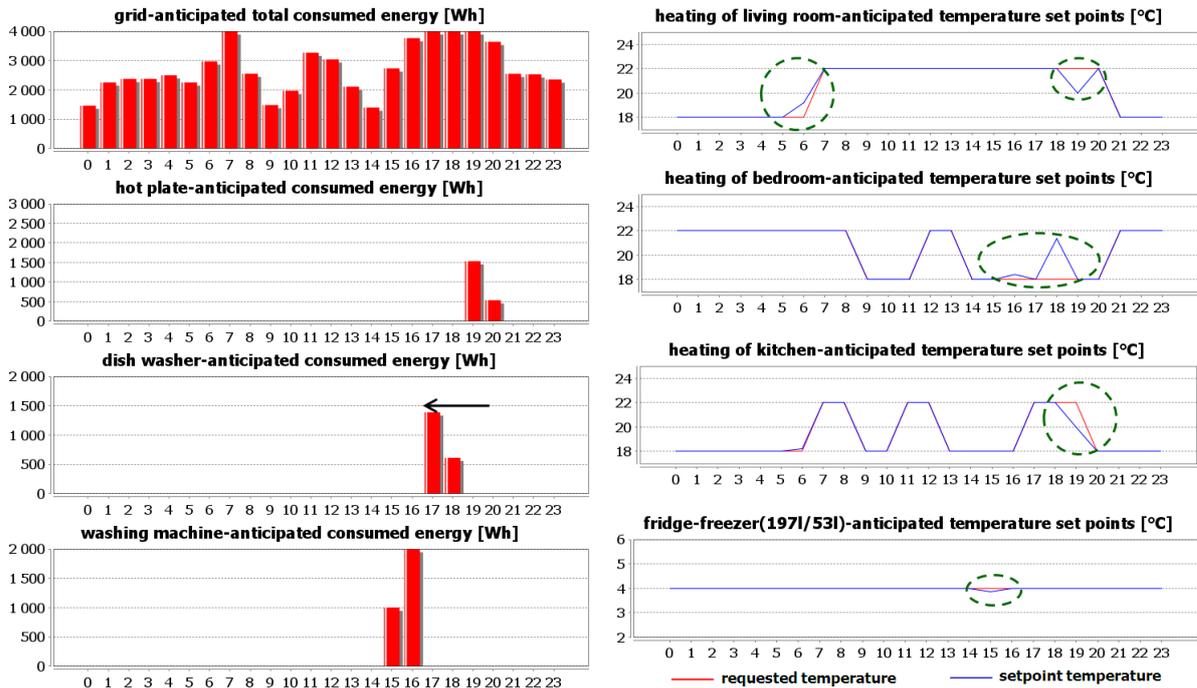
dont  $E_s^*(j, k)$ ,  $D_s^*(i_p, k)$ ,  $D_s^*(i_t)$  sont les valeurs optimales données par les résultats des problèmes d'optimisation de chaque scénario.

### 4.3 Résultats numériques

Reprenons l'application présentée dans la partie 3.2. Dans cet exemple nous utilisons le profil affiné de la plaque chauffante qui nous donne un service temporaire non-programmable (service pour le dîner). L'ensemble  $S$  de scénarios associé à ce service comprend 3 scénarios définis dans la partie 3.2.

**Le cas de l'option 1 de tarification.** Dans la première étape, les trois problèmes HESP1.1 correspondants aux trois scénarios  $s_i, i \in \{0; 1; 2\}$  de fonctionnement de la plaque chauffante, sont résolus. Les figures 7.3 et 7.4 illustrent respectivement les résultats obtenus avec les scénarios  $s_1$  et  $s_2$ . Nous pouvons observer que dans ces deux cas, HESP1.1 a décidé, d'une part d'avancer le lave-vaisselle (voir la flèche noire dans les figures) dont le temps de fin préféré était 21h, et d'autre part, de contrôler les températures des différentes zones thermiques de la maison (voir les cycles vert en pointillé) en modulant l'énergie affectée aux chauffages. En faisant de la sorte, l'énergie nécessaire au fonctionnement de la plaque chauffante est disponible pour chaque scénario.

Ensuite, dans la deuxième étape, le problème HESP-SP est résolu avec la programmation stochastique. Nous pouvons observer sur les figures 7.5 et 7.6 que le HESP-SP a anticipé les fonctionnements probables de la plaque chauffante. Dans le scénario  $s_0$  (figure 7.6), le fonctionnement de la plaque chauffante n'est pas prévu. 4000W sont alloués au lave vaisselle et au chauffage à la période 20. Nous voyons par contre que le HESP-SP (figure 7.5) a décidé de réserver de l'énergie pour le fonctionnement du service non-programmable à la période 20. Ce phénomène est souligné par des cercles en bleu foncé dans les figure 7.6 et 7.5. Les résultats montrent également que le deuxième cas de fonctionnement de la plaque chauffante ( $SRV(9.2)$ ) est favorisé. Le

FIGURE 7.3 – Plan d'affectation de l'énergie pour le scénario  $s_1$  par HESP1.1

HESP-SP réserve plus d'énergie pour ce fonctionnement que pour le fonctionnement du service  $SRV(9.1)$  parce qu'il peut se produire avec une probabilité beaucoup plus grande.

**Le cas de l'option 2 de tarification.** Dans ce cas, les résultats des trois problèmes HESP1.2 pour les trois scénarios de la plaque chauffante sont illustrés dans les figures 7.10 ( $s_0$ ), 7.7 ( $s_1$ ) et 7.8 ( $s_2$ ). Nous pouvons observer que HESP1.2 a également utilisé les degrés de liberté des services programmables, il a décalé la machine à laver (voir les flèches noires) et le lave-vaisselle et modulé l'énergie affectée aux chauffages (voir des cycles verts). Il a opéré ces décalages pour minimiser le coût. Pour éviter la consommation dans les zones plus chères, le HESP-SP a également réservé de l'énergie pour le fonctionnement de la plaque chauffante (dans la zone où le coût énergétique est moins cher). Dans ce cas, le fonctionnement le plus probable de la plaque chauffante ( $SRV(9.2)$ ) est également privilégié.

## Conclusion

Le problème HESP-SP que nous avons défini dans ce chapitre permet de calculer un plan d'affectation optimal pour les services programmables (temporaires et permanents) tout en conservant de l'énergie pour les services non-programmables. Ce résultat est original à nos yeux car il consiste à planifier des tâches qui ne sont pas dans la liste des tâches à planifier. Le résultat le plus original des plans d'affectation que nous proposons est dans l'énergie non-allouée aux services programmables.

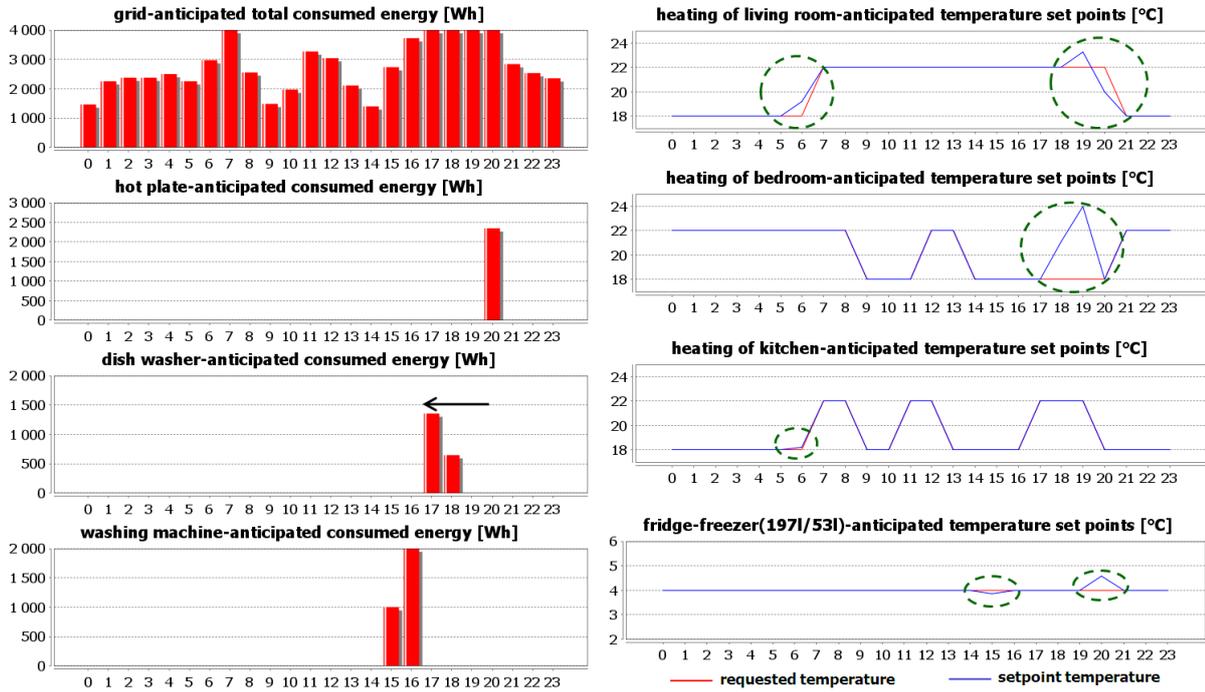


FIGURE 7.4 – Plan d'affectation de l'énergie pour le scénario  $s_2$  par HESP1.1

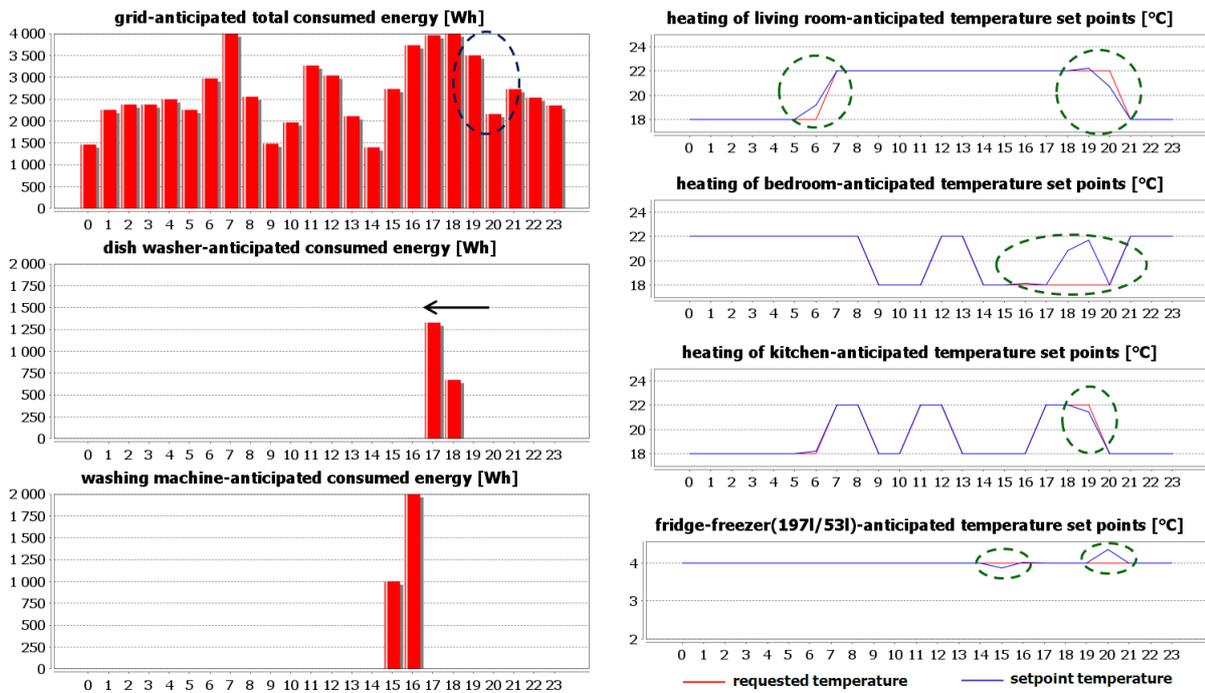


FIGURE 7.5 – Plan d'affectation d'énergie par HESP-SP dans le cas de l'option 1

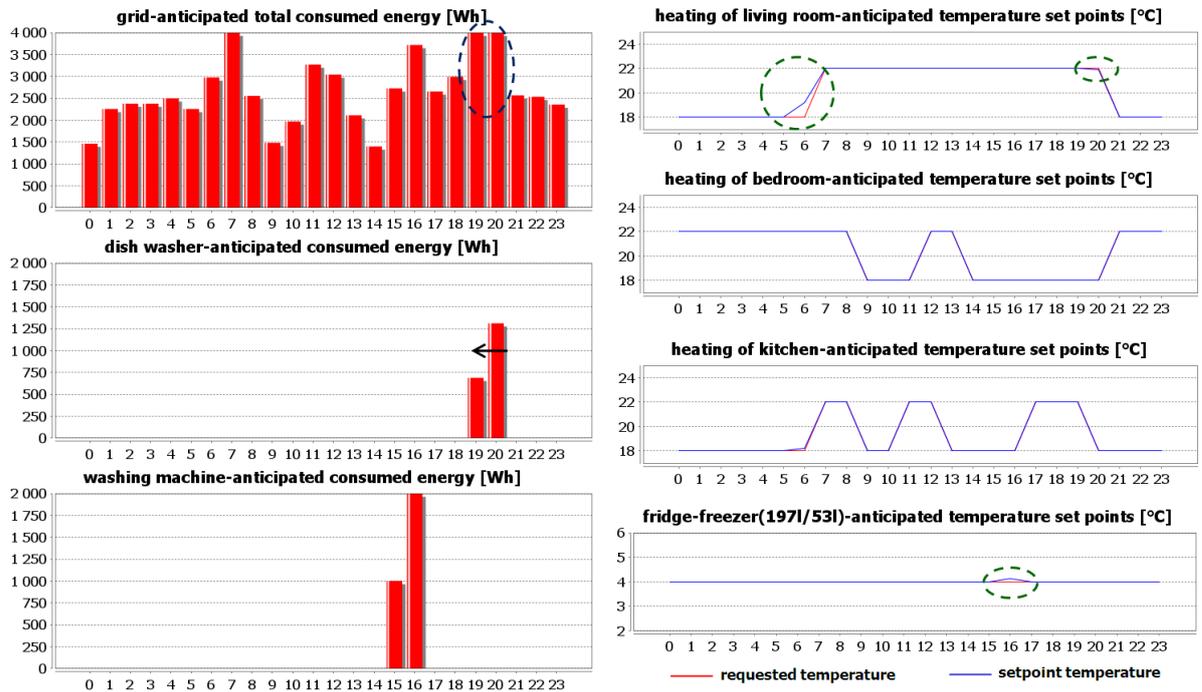


FIGURE 7.6 – Plan d'affectation de l'énergie pour le scénario  $s_0$  par HESP1.1

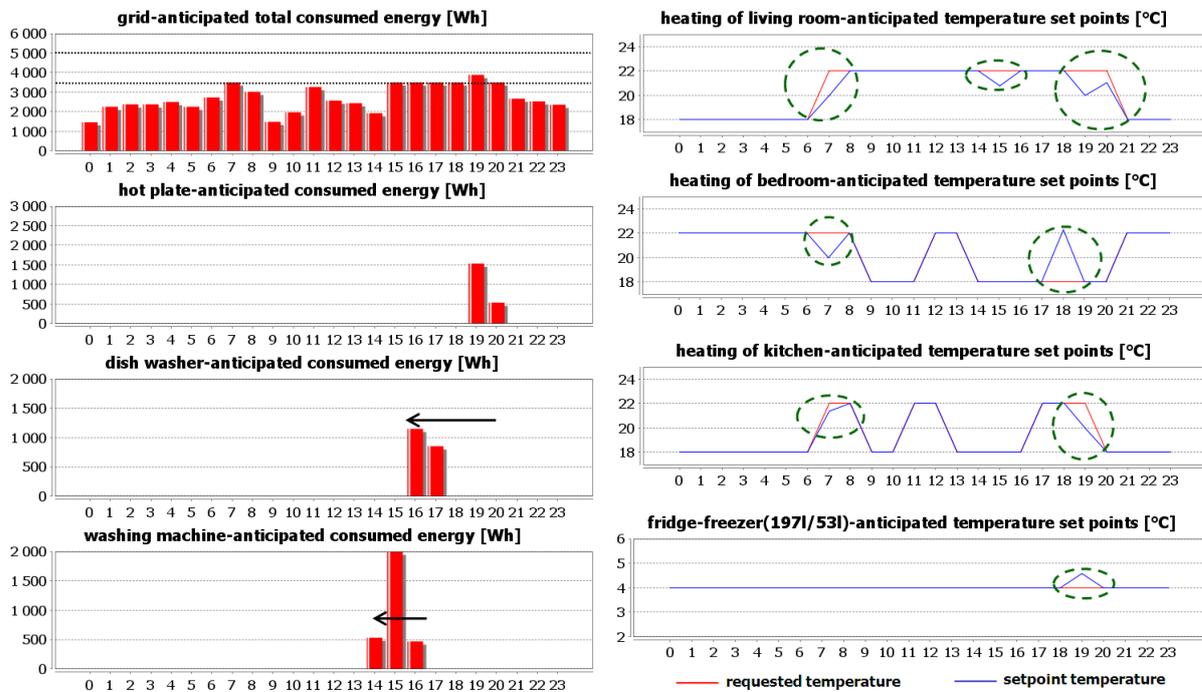


FIGURE 7.7 – Plan d'affectation de l'énergie pour le scénario  $s_1$  par HESP1.2

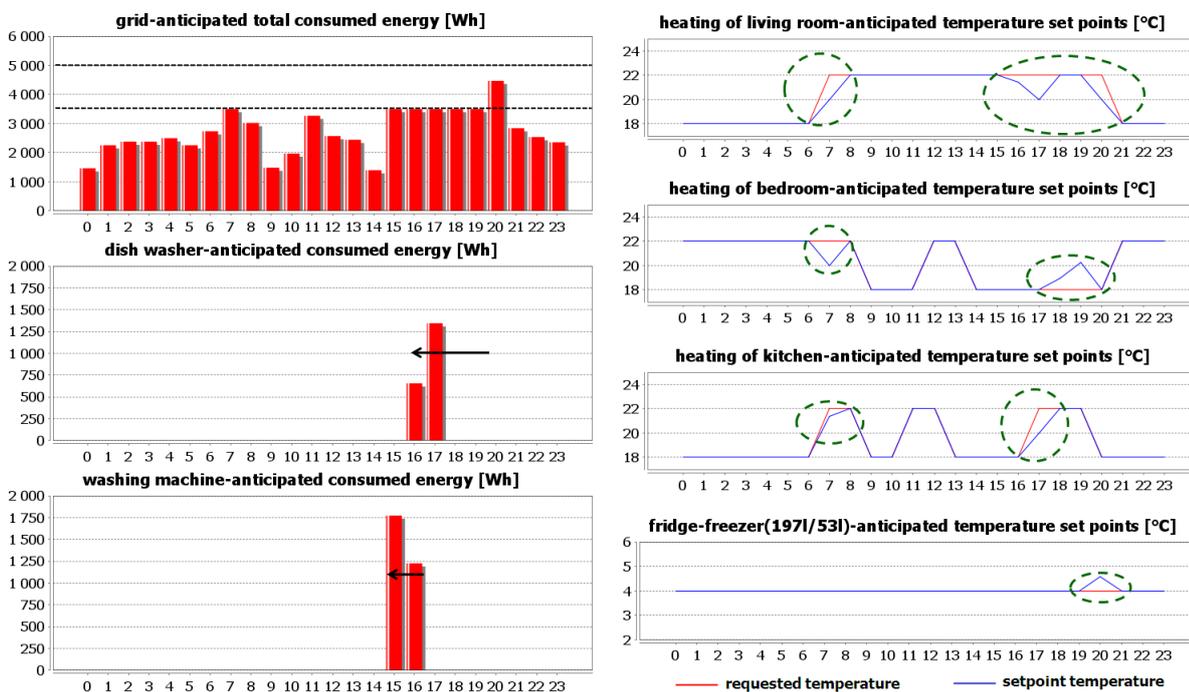


FIGURE 7.8 – Plan d'affectation de l'énergie pour le scénario  $s_2$  par HESP1.2

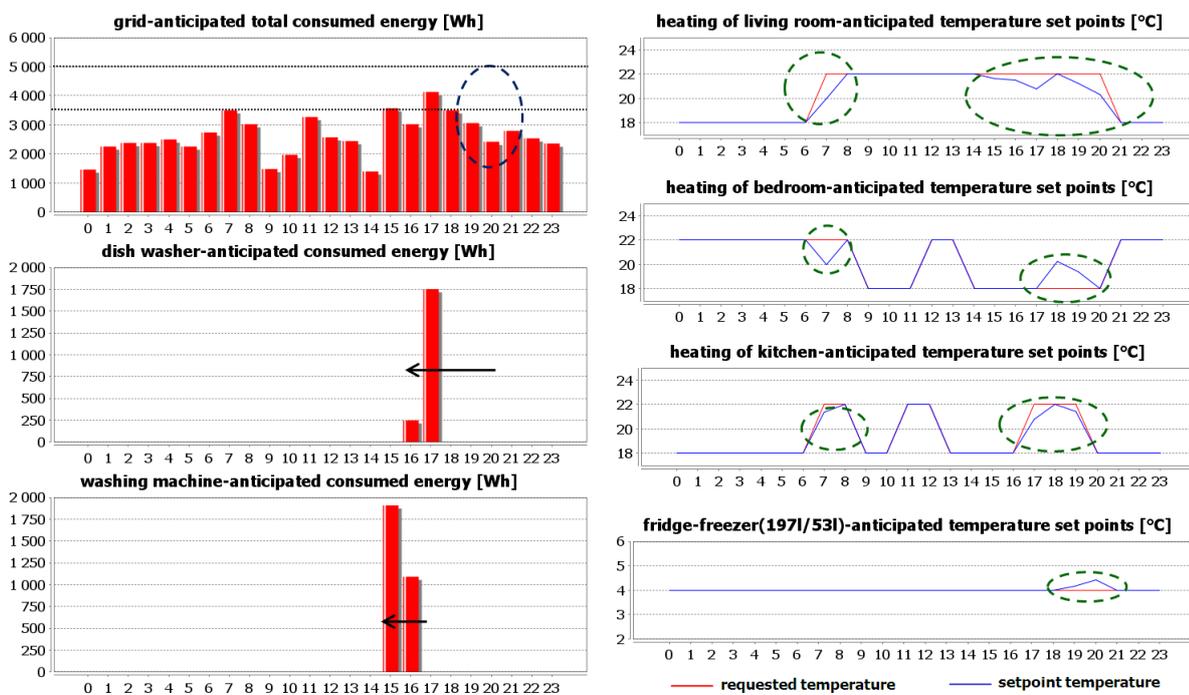


FIGURE 7.9 – Plan d'affectation d'énergie par HESP-SP dans le cas de l'option 2

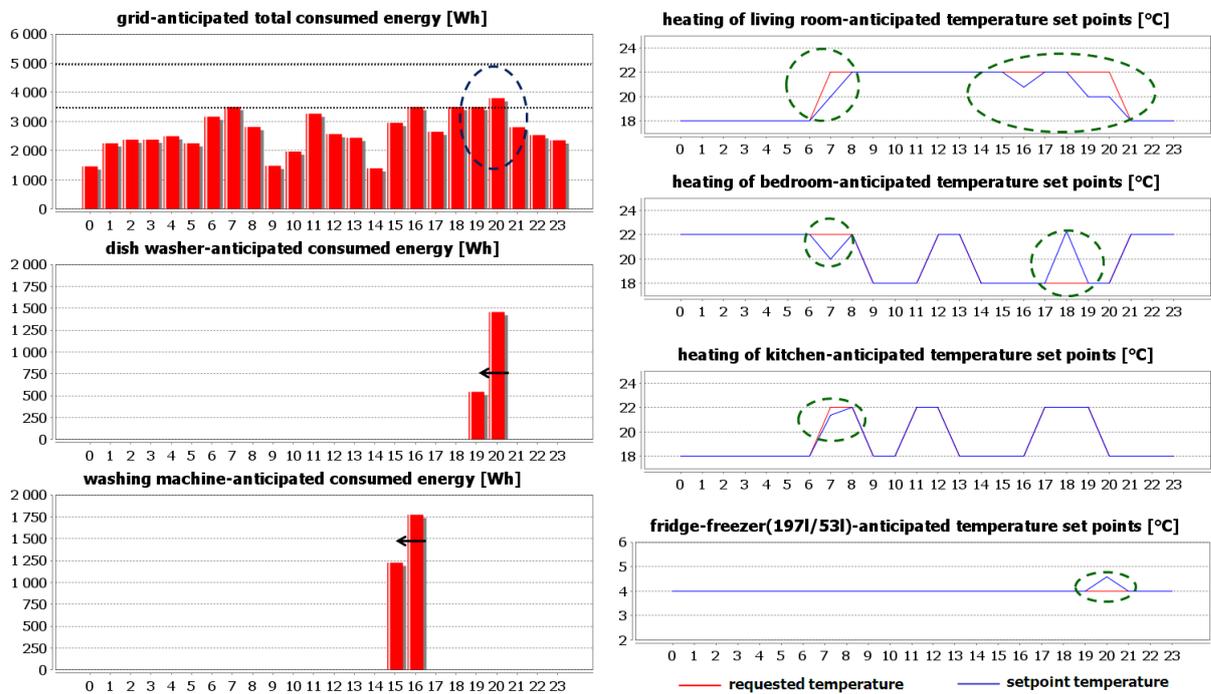


FIGURE 7.10 – Plan d'affectation de l'énergie pour le scénario  $s_0$  par HESP1.2



Troisième partie

Application



## Chapitre 8

# Synthèse de la prise en compte des incertitudes dans la gestion d'énergie dans l'habitat

*Dans ce chapitre, nous traitons intégralement l'exemple d'un logement raccordé au réseau avec 7 équipements supervisés. Nous décrivons l'ensemble des 9 services pris en compte pour ce logement et les incertitudes auxquelles ils sont soumis. Nous donnons un schéma général de prise en compte des incertitudes que nous appliquons à notre exemple. Pour les deux options de tarification présentées dans ce mémoire, nous montrons l'intérêt de prendre un compte les incertitudes dans la couche anticipative. Nous comparons nos résultats avec le résultat disponible avant cette thèse.*

## 1 Architecture de la prise en compte des incertitudes dans la gestion de l'énergie dans l'habitat

Une architecture globale de prise en compte des incertitudes pour le problème HESP est montrée dans la figure 8.1

Les différents types d'incertitudes présentés dans le chapitre 3 sont pris en compte simultanément par les approches présentées dans les chapitres 5, 6 et 7 (formulation robuste pour les incertitudes paramétriques, dimensionnement du matelas de sécurité des incertitudes de prévision du service non-supervisé et programmation stochastique statique pour les incertitudes d'occurrence, respectivement). Cette version de HESP sont notée RHESP1 et RHESP2 respectivement pour les cas de l'option 1 et 2 de la tarification. Cette architecture s'appuie sur deux étapes : l'étape de prise en compte des incertitudes constituée des blocs numérotés 1 et 2 dans la figure 8.1, et l'étape de résolution composée des blocs numérotés 3 et 4. Les calculs de plans anticipatifs sont réalisés à partir de l'ensemble de données prédites qui sont représentées sous forme de profils pour les services. Ces profils sont une image statistique de la demande de consommation. Les différentes probabilités de démarrage des services peuvent être obtenues par un mécanisme de type Bayésien comme proposé dans (Hawarah et al., 2010). Dolgui et al. (2005) ont également utilisé une approche Bayésienne pour modéliser des demandes quasi-périodiques pour faire de la gestion de stock.

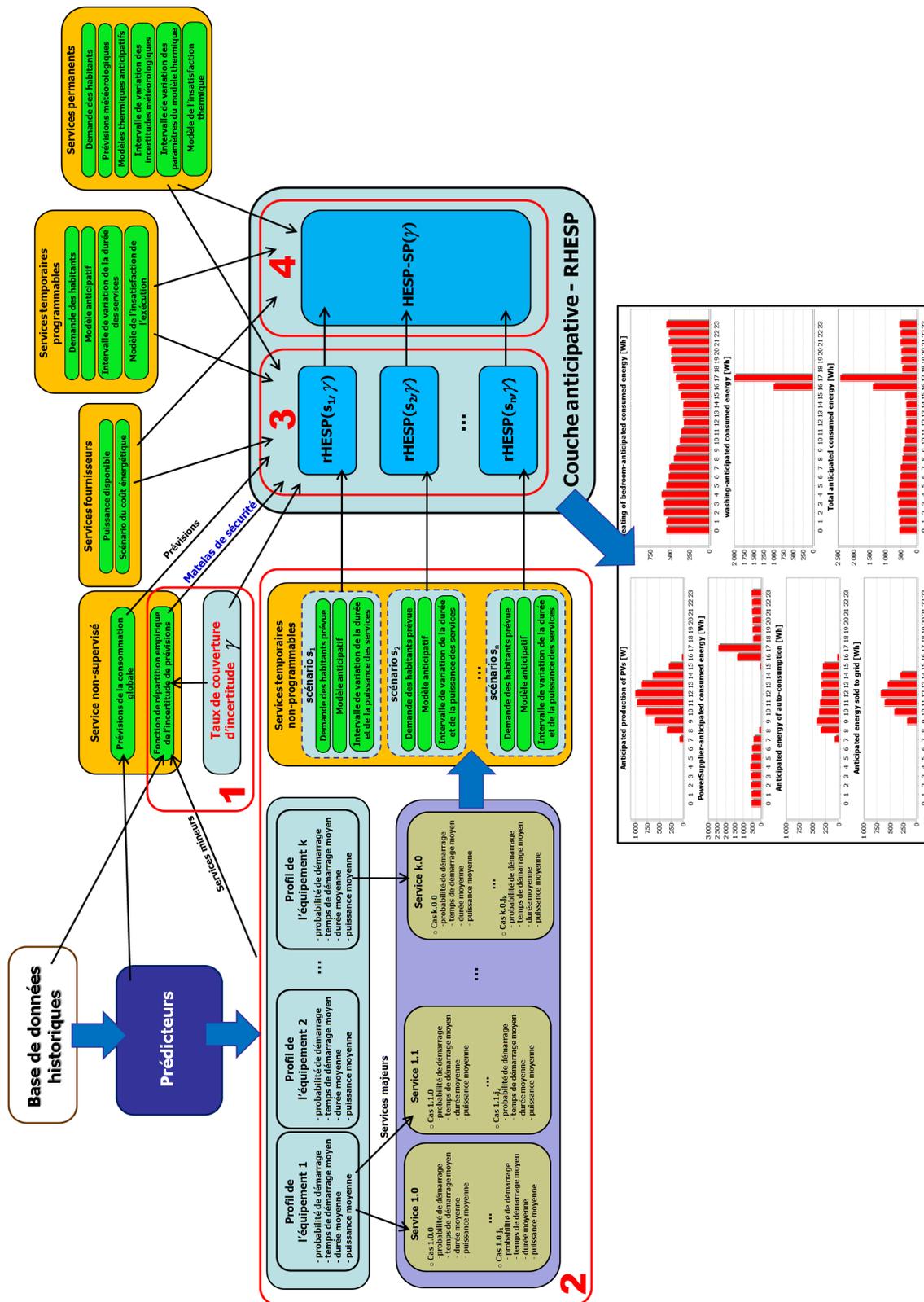


FIGURE 8.1 – Schéma global pour la prise en compte des incertitudes dans la gestion de l'énergie dans le bâtiment

### 1.1 Étape 1 : Prise en compte des incertitudes

À partir des profils de consommation des équipements non-programmables de la maison, nous identifions les services qualifiés de "majeurs". Il s'agit de démarrages de l'équipement qui correspondent à une probabilité et une consommation d'énergie supérieures à des seuils donnés (voir le paragraphe 1 du chapitre 7). À chaque service majeur, nous associons un service temporaire non-programmable. Nous identifions ses caractéristiques :

- la probabilité de démarrage  $\Pr(i, k)$  sur chaque période  $k$ .
- la durée moyenne  $\bar{d}(i, k)$  d'exécution du service dont le démarrage a eu lieu pendant la période  $k$ .
- le temps de démarrage moyen  $\bar{t}_d(i, k)$  à la période  $k$ .
- la puissance maximale en exécution  $P(i, k)$

À partir de cet ensemble de services non-programmables, nous définissons l'ensemble de scénarios possibles avec leur probabilité (voir le paragraphe 2 du chapitre 7).

Revenons à l'ensemble des profils des équipements non-programmables. Nous agrégeons toutes les consommations d'énergie qui n'ont pas été prises en compte dans les services temporaires non-programmables (services qualifiés de "mineurs") pour former le service non-supervisé. Nous déduisons la distribution de probabilité de l'incertitude de prévision associée au service non-supervisé (voir le paragraphe 4 du chapitre 6). Cette fonction de répartition peut être obtenue soit avec l'approche à base d'historique soit avec l'approche à base de modèle (voir le paragraphe 5 chapitre 6). Pour un taux de couverture d'incertitudes  $\gamma$  donné, on déduit le matelas de sécurité du service non-supervisé. Dans l'application traitée dans ce chapitre nous utilisons l'approche à base d'historique pour calculer ce matelas.

### 1.2 Étape 2 : Résolution

Dans l'étape 2, dans un premier temps, nous construisons les problèmes d'optimisation robuste en utilisant la formulation de Bertsimas et Sim (présentée dans le paragraphe 4). À partir de toutes les incertitudes paramétriques fournies et taux de couverture d'incertitudes  $\gamma$  demandé, nous calculons les paramètres de robustesse  $\Gamma_i$  correspondants. Pour chaque scénario  $s_i$  défini dans l'étape 1, nous générons le programme linéaire mixte  $rHESP(s_i, \gamma)$  comprenant les services programmables et les services non-programmables associés à  $s_i$ . Pour tous ces services, nous utilisons la formulation robuste qui tient compte des  $\Gamma_i$ . Nous enregistrons les résultats (plan d'affectation d'énergie et performance) obtenus par la résolution de chacun de ces problèmes.

Dans un deuxième temps, nous générons le problème de programmation stochastique HESP-SP( $\gamma$ ). Ce problème se compose des contraintes de HESP correspondant aux services programmables seulement et de la fonction objectif  $J_{HESP-SP}$  (voir l'équation 7.12).

La suite de ce chapitre est consacrée à la mise en œuvre de cette architecture sur un exemple d'application.

## 2 Cas d'étude

Dans ce chapitre nous proposons d'optimiser la gestion d'énergie d'un appartement T2 composé d'une chambre, un salon, une cuisine, une salle de bain. Les habitants de cet appartement ne sont connus du système de gestion d'énergie qu'au travers des services qu'ils demandent. Les services disponibles dans cet appartement sont présentés dans cette partie.

## 2.1 Services fournisseurs

Cet appartement est alimenté par un fournisseur d'électricité au travers du service  $SRV(1)$ . Les deux options de tarification, présentées dans la partie 2.1 du chapitre 2, sont étudiées.

- *L'option 1.* Dans ce cas, un abonnement de 4,5kW avec le tarif unitaire de 0,03€/kW est supposé pour cet appartement.
- *L'option 2.* Nous supposons que cet appartement possède un abonnement de 4kWh avec le tarif unitaire de 0,03€/kWh. L'énergie de dépassement du niveau souscrit est facturée à 0,09€/kWh et le tarif de très haute consommation pour des consommations qui dépassent 5kW est de 0,30€/kWh.

## 2.2 Services à l'habitant

**Services permanents.** Les services permanents se composent de 3 radiateurs électriques respectivement au salon, dans la chambre et dans la cuisine et 1 réfrigérateur dans la cuisine. Les caractéristiques de ces services sont les suivantes :

- Les chauffages du salon, de la chambre et de la cuisine sont notés respectivement  $SRV(2)$ ,  $SRV(3)$  et  $SRV(4)$ . Selon la programmation de l'habitant, la température préférée dans les périodes occupées est de 22°C. Les températures minimale et maximale requises dans ces périodes sont égales respectivement à 20°C et 24°C. Ces services sont donc considérés ici comme des services permanents ayant la puissance maximale de 2000W pour le salon, 1500W pour la chambre et 1000W pour la cuisine. Les périodes occupées de chaque pièce données par l'utilisateur sont illustrées dans la figure 8.3. La fonction de l'insatisfaction thermique du logement est montrée dans la figure 8.2-a. Dans les périodes inoccupées, seule la température minimale de à 18°C est requise.
- Le service de réfrigérateur est noté  $SRV(5)$ . La température préférée de ce service donnée par le fabricant est de 4°C alors que les températures minimale et maximale requises sont égales respectivement à 2°C et 6°C. Ce service permanent consomme 150W en marche.

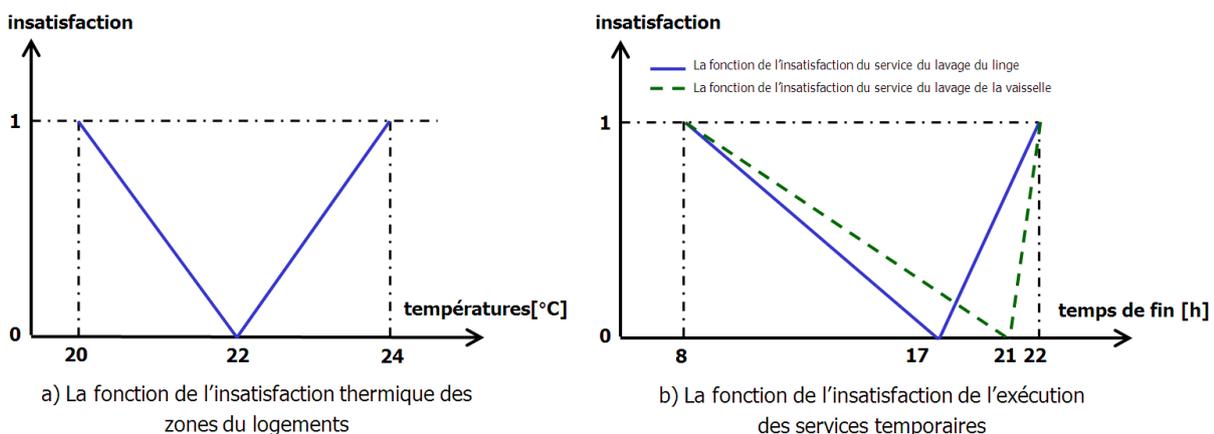


FIGURE 8.2 – Les fonctions de l'insatisfaction thermiques et l'insatisfaction de l'exécution des services dans le logement

Les valeurs du gain du modèle thermique des trois services de chauffage du salon, de la chambre et de la cuisine sont respectivement égales à 0,018, 0,028 et 0,033. Une incertitude

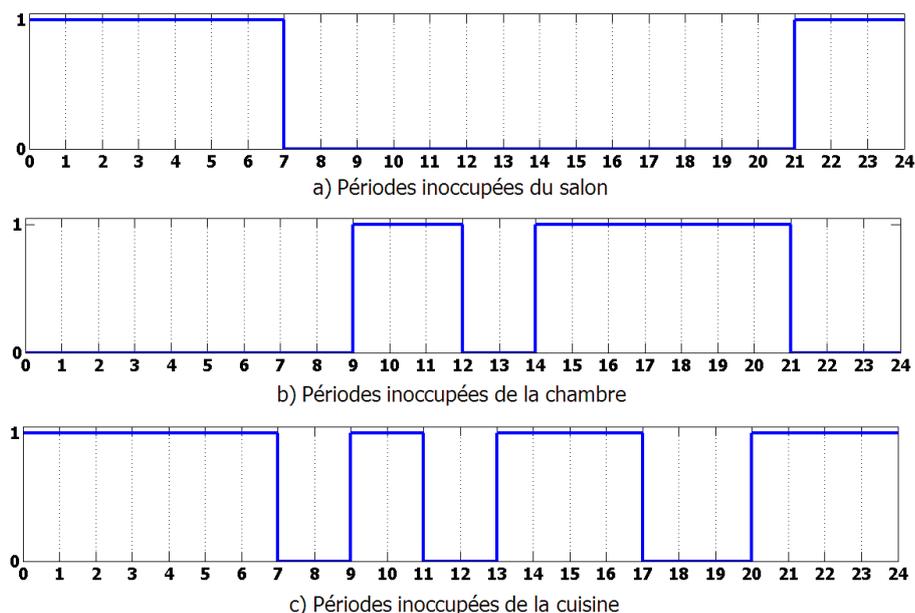


FIGURE 8.3 – Les périodes d'occupation des différentes zones thermiques dans l'appartement

de 10% autour des valeurs estimées est prise en compte dans notre étude de cas pour chaque paramètre.

Ces services sont soumis également à des incertitudes météorologiques. Les paramètres liés à la prévision météorologique sont donnés dans la figure 8.4 et ces prévisions sont supposées varier de 10% autour de la valeur prévue.

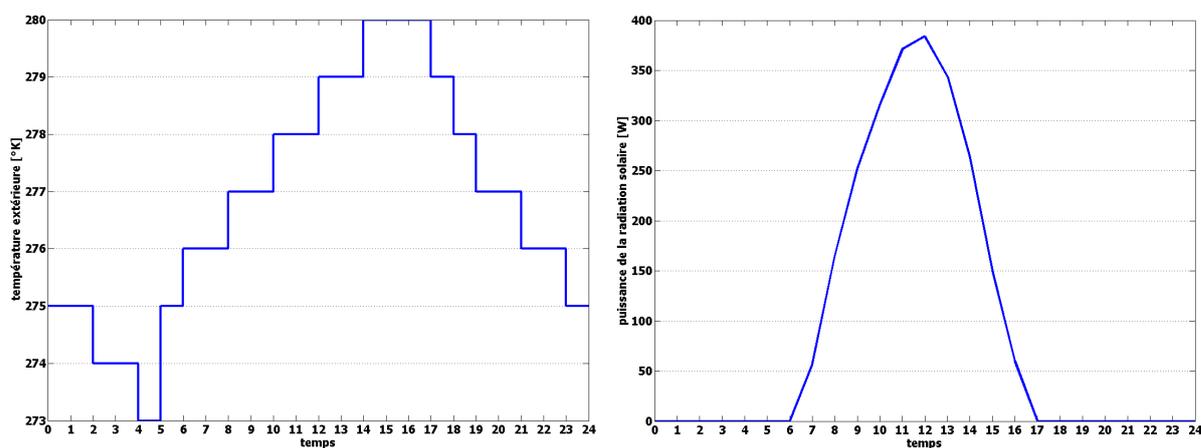


FIGURE 8.4 – La prévision météorologique

**Services temporaires programmables.** Les services de lavage du linge (noté  $SRV(6)$ ), et de lavage de la vaisselle (noté  $SRV(7)$ ) sont des services temporaires programmables dans cet appartement :

- $SRV(6)$  dure 1,5 heures et consomme 2000W en exécution. Il est considéré comme un service temporaire qui doit se terminer dans la fenêtre de temps [8h,22h] avec une heure

de fin préférée par l'utilisateur à 17h.

- $SRV(7)$  doit se terminer dans la fenêtre de temps [8h,22h] avec une heure de fin préférée par l'utilisateur à 21h. Ce lavage dure 1 heure et consomme 2000W.

Les fonctions de l'insatisfaction de l'exécution de ces services sont données dans la figure 8.2-b

Ces services sont soumis à des incertitudes sur la durée qui dépendent de la température de l'eau utilisée. Par exemple dans le cas où l'utilisateur demande un lavage avec de l'eau à 60°C, la machine à laver doit prendre plus de temps pour chauffer l'eau en entrée que pour un lavage à 30°C. Cette incertitude sur la durée est supposée varier dans l'intervalle [-500;500] secondes.

**Services temporaires programmables.** Nous supposons qu'il existe un prédicteur fournissant un profil fiable d'utilisation d'une plaque-chauffante. Ce profil est illustré dans la figure 8.5.

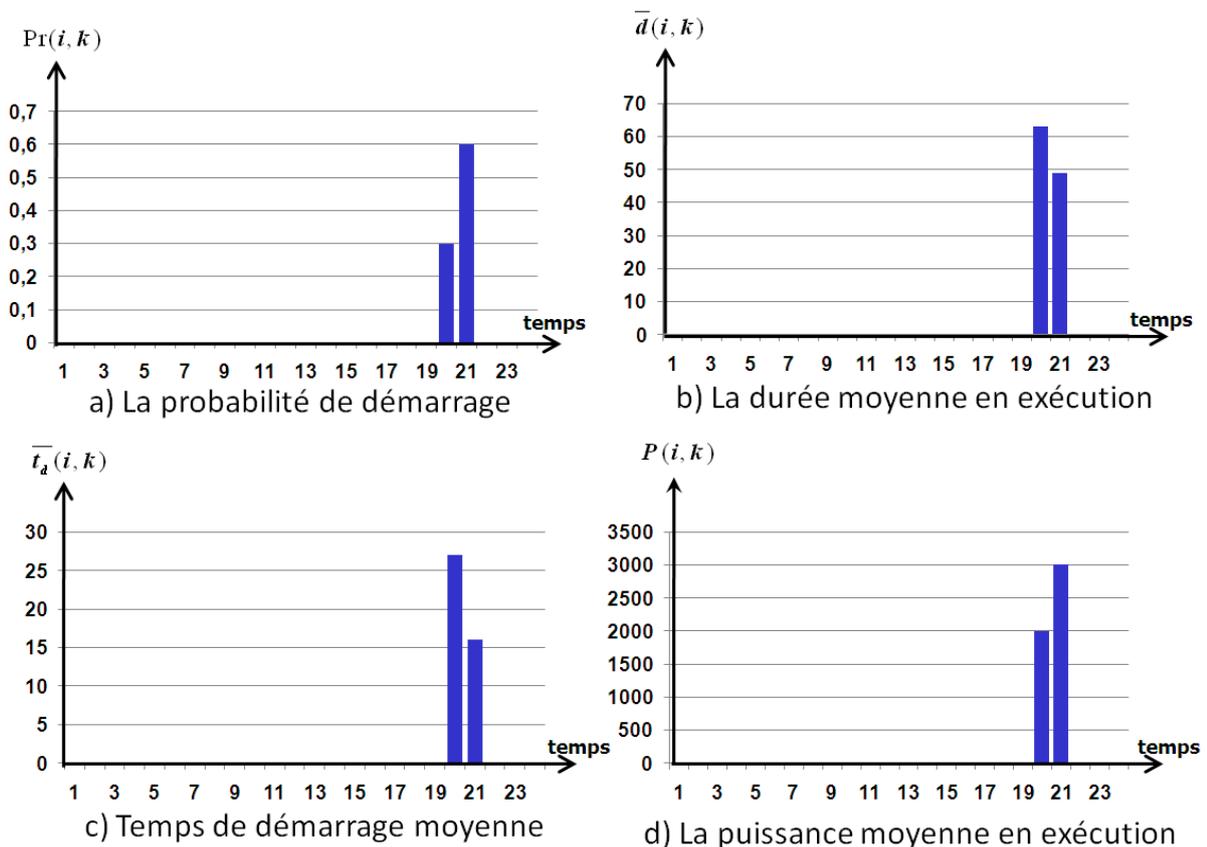


FIGURE 8.5 – Profil de prévision de la plaque chauffante

Les incertitudes sur la durée et la puissance en exécution de ce service dépendent du plat que l'utilisateur va faire. Elles sont supposées varier dans l'intervalle [-10;10] minutes pour la durée et [-300W;300W] pour la puissance.

**Service non-supervisé.** La prévision de la consommation globale du service non-supervisé est donnée dans la figure 8.6-a. L'historique des erreurs de prévision sur un échantillon de 30

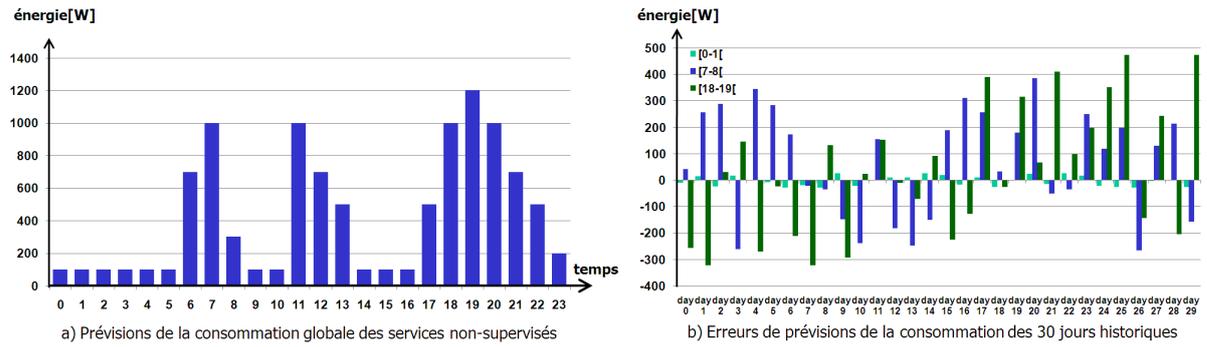


FIGURE 8.6 – Prédiction et erreurs de prédiction de la consommation globale du service non-supervisé des 30 jours historiques

jours est également donné à la figure 8.6-b.

### 3 Génération de plans anticipatifs avec RHESP1 et RHESP2

Nous proposons d’illustrer dans ce chapitre la prise en compte des incertitudes pour quatre valeurs différentes du taux de couverture des incertitudes : 0%, 50%, 75% et 100%.

#### 3.1 Prise en compte des incertitudes

**Services temporaires programmables.** Nous supposons que nous avons un profil affiné d’une plaque-chauffante donné par un prédicteur. Dans ce profil, il existe un seul service temporaire non-programmable pour le dîner, noté  $SRV(8)$ . Ce service est caractérisé par les scénarios suivants :

- $SRV(8.0)$  : le service n’est pas exécuté avec la probabilité  $\Pr(8.0) = 0, 1$ .
- $SRV(8.1)$  : le service démarre à l’heure de démarrage moyenne  $\bar{t}_d(8.1) = 19h27$  avec la probabilité  $\Pr(1.2) = 0, 3$ , la durée moyenne  $\bar{d}(1.1) = 63$  minutes, et la puissance maximale en exécution de  $P(8.1) = 2000W$ .
- $SRV(8.2)$  : le service démarre à l’heure de démarrage moyenne  $\bar{t}_d(1.2) = 20h16$  avec la probabilité  $\Pr(1.2) = 0, 6$ , la durée moyenne  $\bar{d}(1.2) = 49$  minutes, et la puissance maximale en exécution de  $P(1.2) = 3000W$ .

**Service non-supervisé.** À partir des données historiques sur l’erreur de prédiction du service non-supervisé et en utilisant l’approche empirique présentée dans le chapitre 5, nous pouvons déduire les différents matelas de sécurité pour la consommation de ce service. Les matelas correspondants aux trois taux de couverture étudiés sont montrés dans la figure 8.7.

#### 3.2 Résolution

À partir de l’ensemble des informations concernant les services et des incertitudes auxquelles ils sont soumis nous pouvons calculer, pour chaque valeur du taux de couverture d’incertitude, les plans optimaux de répartition de l’énergie pour les services programmables dans l’appartement. Le même taux de couverture d’incertitude  $\gamma$  est pris en compte pour tous les services.

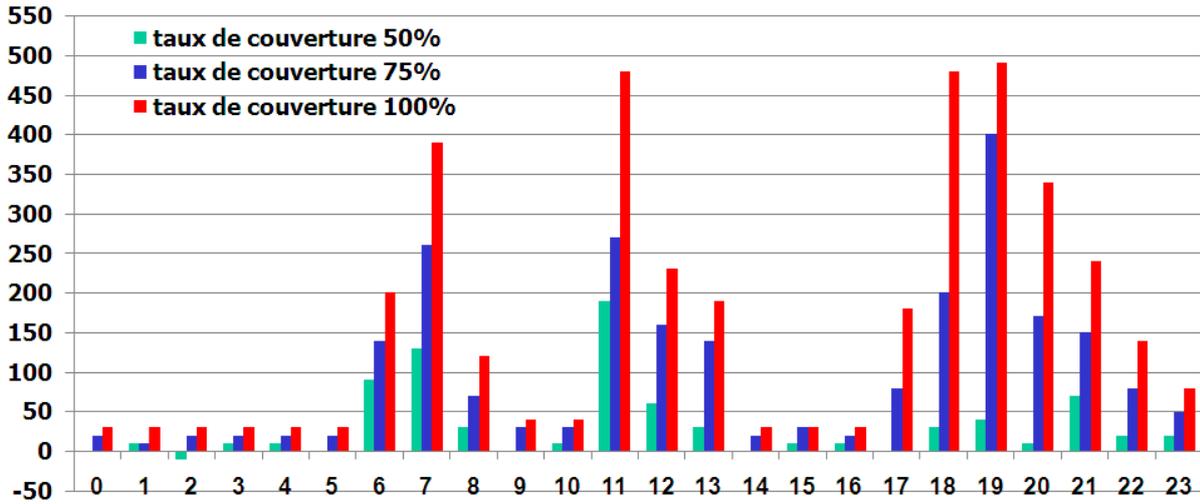


FIGURE 8.7 – Les matelas obtenus avec l’approche à base d’historique en fonction du taux de couverture d’incertitudes donné

Pour chaque valeur du taux de couverture nous prenons en compte le matelas de sécurité correspondant ainsi que les équations linéaires robustes associées aux services affectés d’incertitudes paramétriques. Nous calculons les plans optimaux pour chaque scénario à couvrir pour un taux de couverture donné avant de résoudre le problème de programmation stochastique. L’ensemble de cette procédure est appelé RHESP1 et RHESP2 pour l’option de tarification 1 et 2 respectivement. Les plans donnés par RHESP 1 sont illustrés dans les figure 8.8 (taux de couverture 0%, c’est-à-dire sans prendre en compte des incertitudes), 8.9 (taux de couverture 50%), 8.10 (taux de couverture 75%) et 8.11 (taux de couverture 100%). Les résultats obtenus avec l’option 2 sont donnés dans les figures 8.12, 8.13, 8.14 et 8.15 respectivement. On voit que plus le taux de couverture est grand plus le confort de l’usager est dégradé et les services décalés permettent l’exécution des services non-programmables.

## 4 Tests de l’anticipation robuste dans G-HomeTech

Les étapes de la simulation d’un plan d’affectation optimisé par RHESP sont illustrées dans la figure 8.16. Le temps d’échantillonnage de la couche réactive est choisi à  $\Delta_r = 1$  minute pour que nous puissions visualiser les courbes de résultats.

Les figures 8.17 et 8.18 montrent un exemple de résultat de simulation d’un jour test pour le plan optimal.

### 4.1 Génération des journées tests

Afin d’illustrer l’apport de l’anticipation robuste dans l’architecture G-HomeTech, nous simulons 30 jours. Pour cela nous devons disposer des données "réelles" pour ces 30 jours. Ces données sont : les consommations réelles de tous les services (dates de démarrage, puissance consommée, durée), les températures réelles, et les gains réels. L’architecture de simulation est décrite à la figure 8.16. Dans notre cas d’étude nous avons généré aléatoirement des données qui correspondent à des erreurs de prévision.

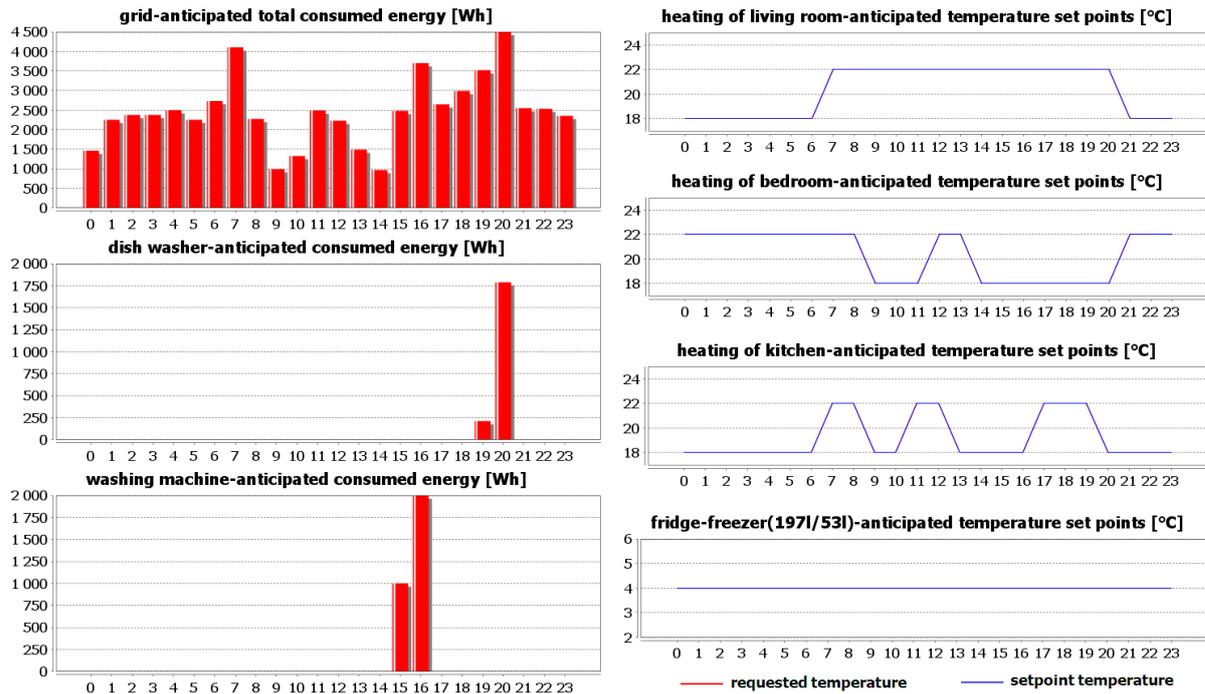


FIGURE 8.8 – Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le HESP1 (sans prendre en compte des incertitudes)

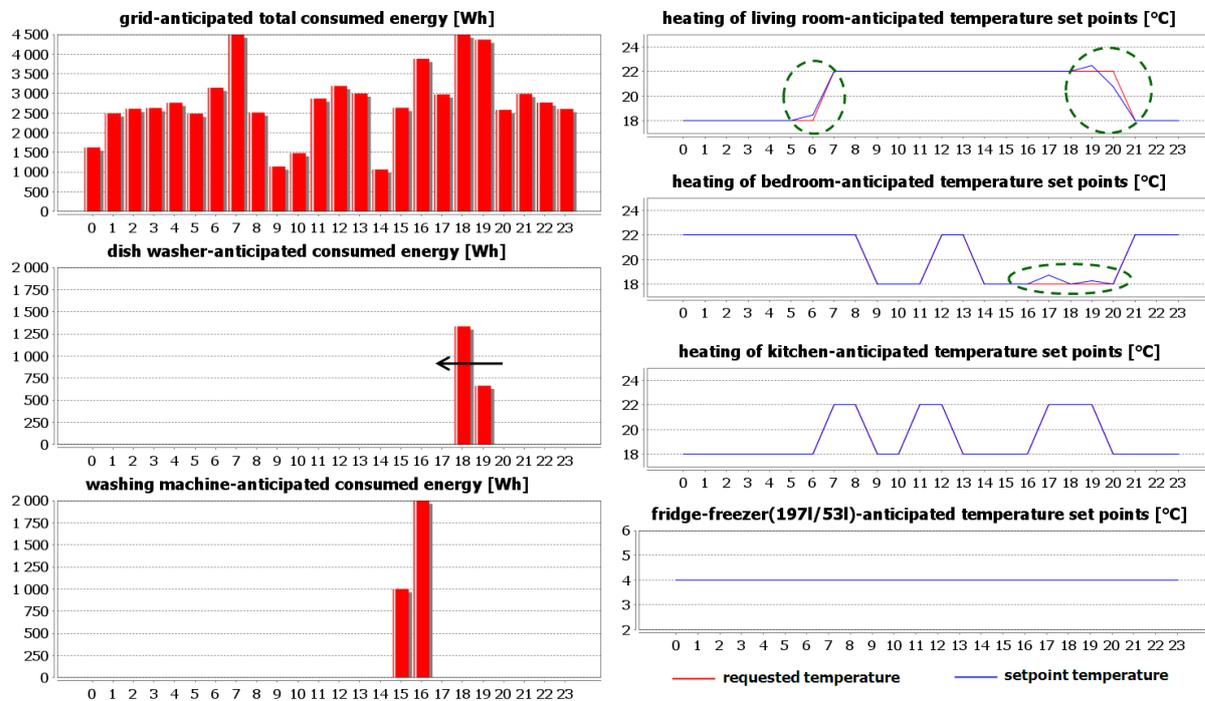


FIGURE 8.9 – Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le RHESP1 avec taux de couverture d'incertitudes 50%

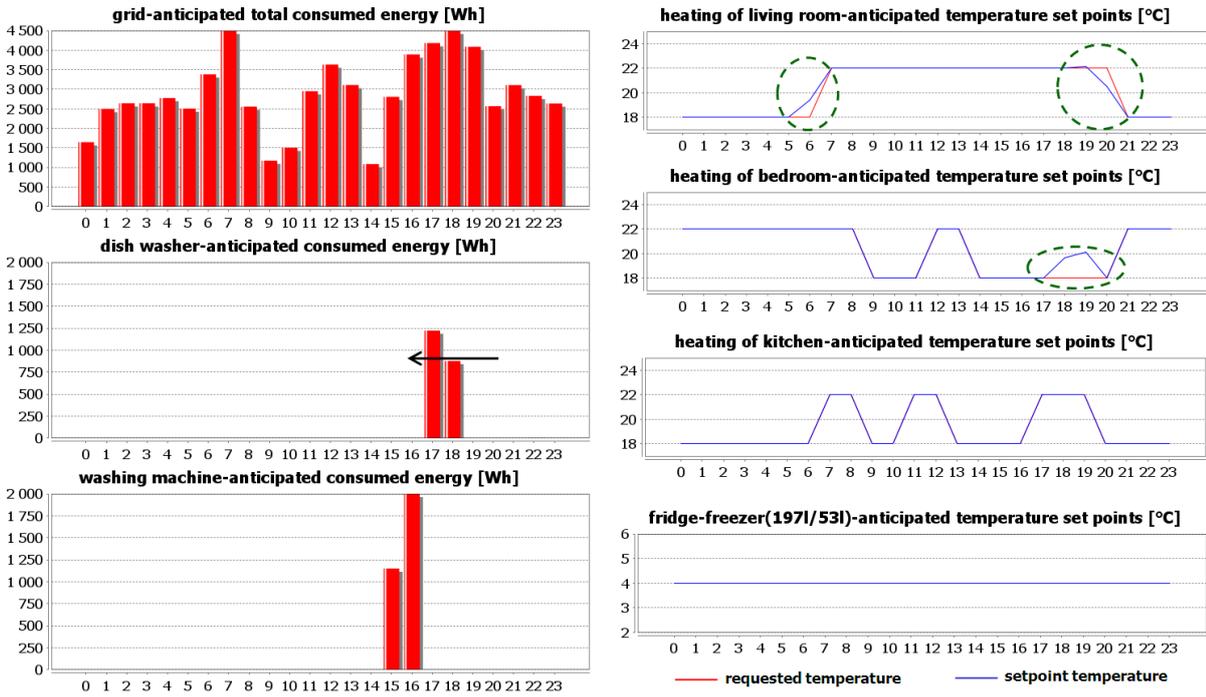


FIGURE 8.10 – Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le RHESP1 avec taux de couverture d'incertitudes 75%

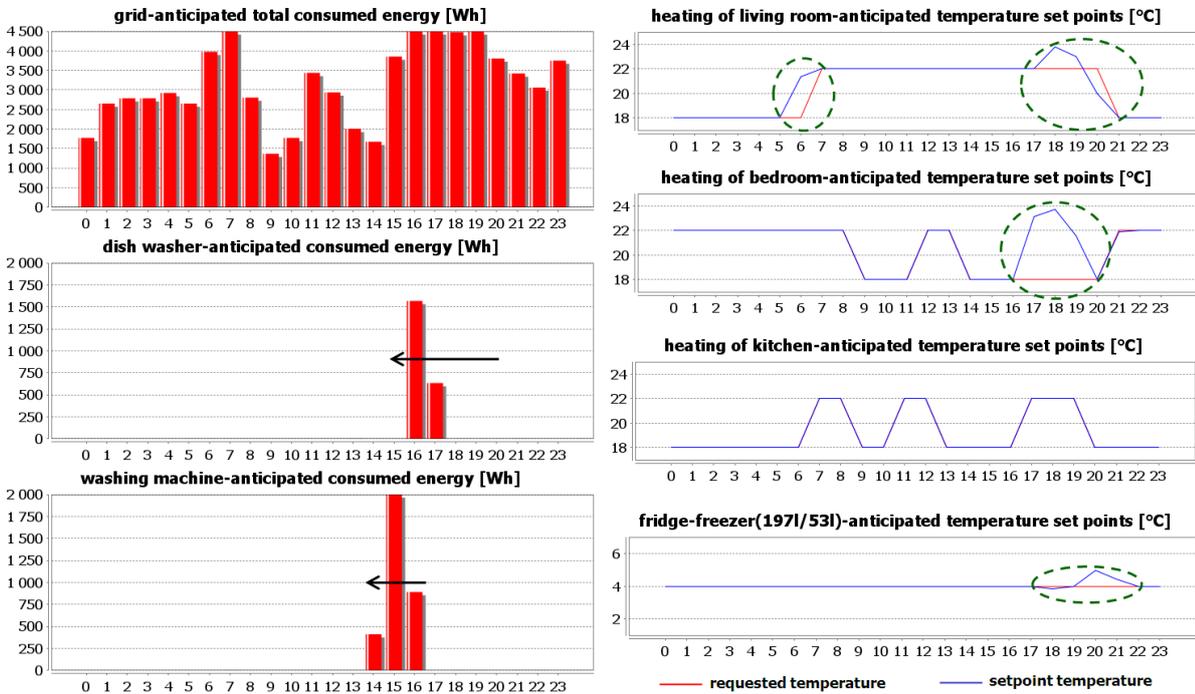


FIGURE 8.11 – Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le RHESP1 avec taux de couverture d'incertitudes 100%

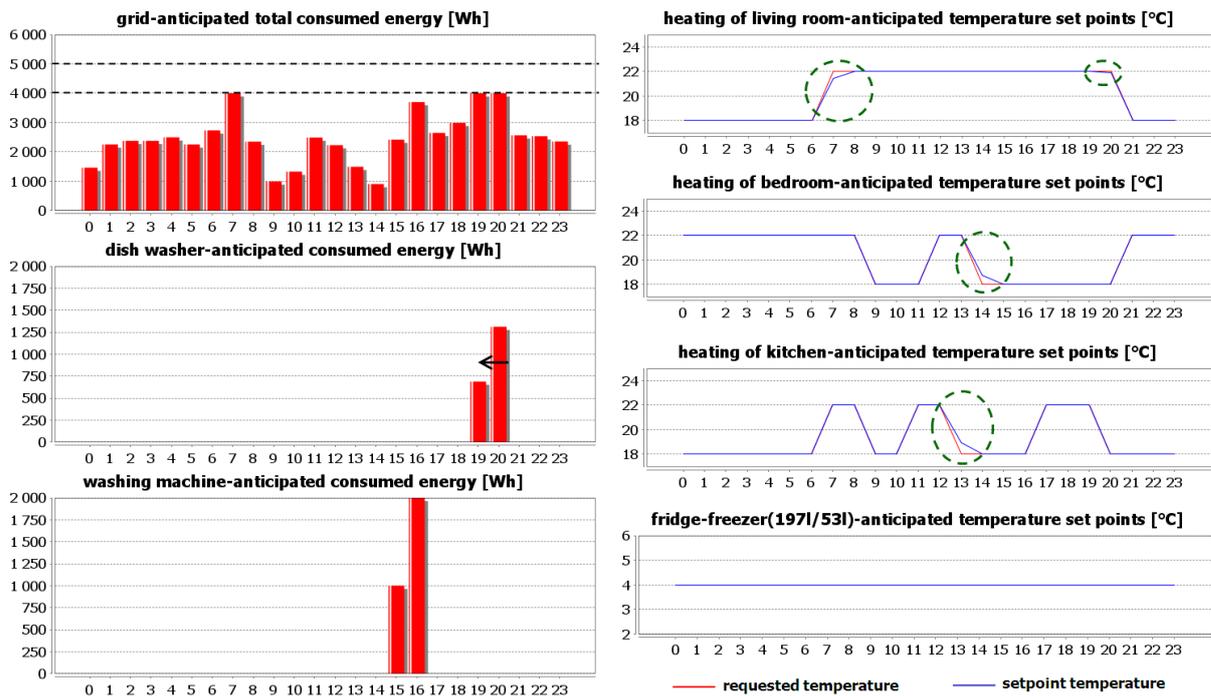


FIGURE 8.12 – Plan d’affectation d’énergie optimal donné par le HESP2 (sans prendre en compte des incertitudes)

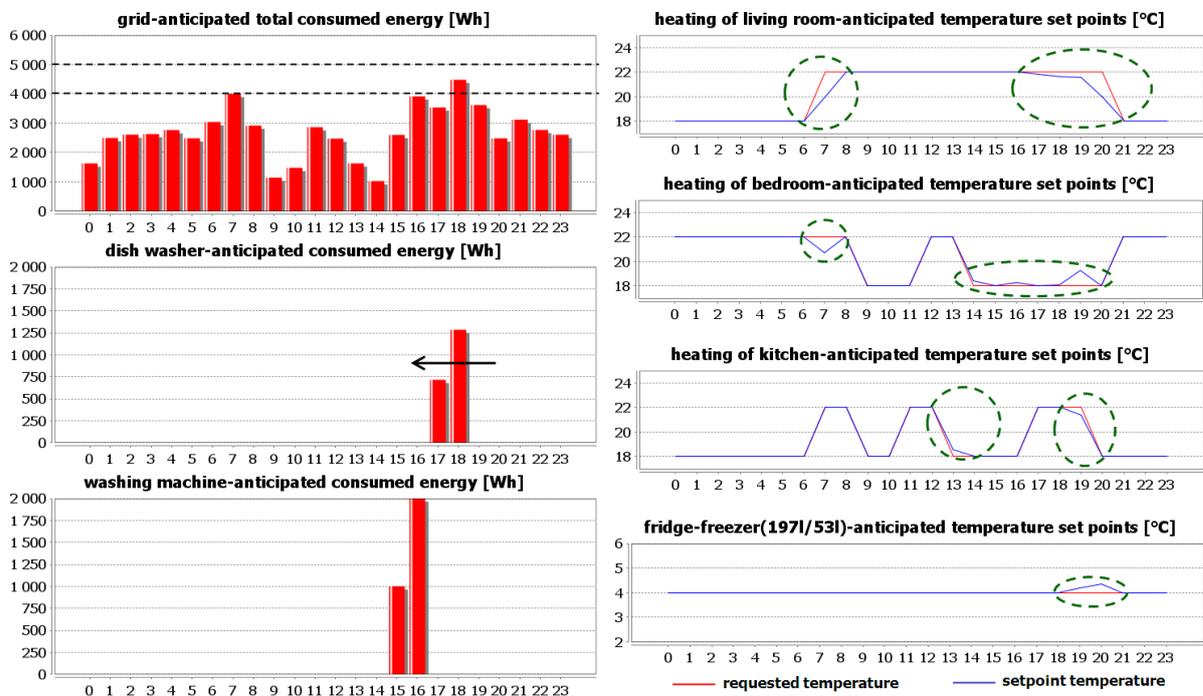


FIGURE 8.13 – Plan d’affectation d’énergie optimal donné par le RHESP2 avec taux de couverture d’incertitudes 50%

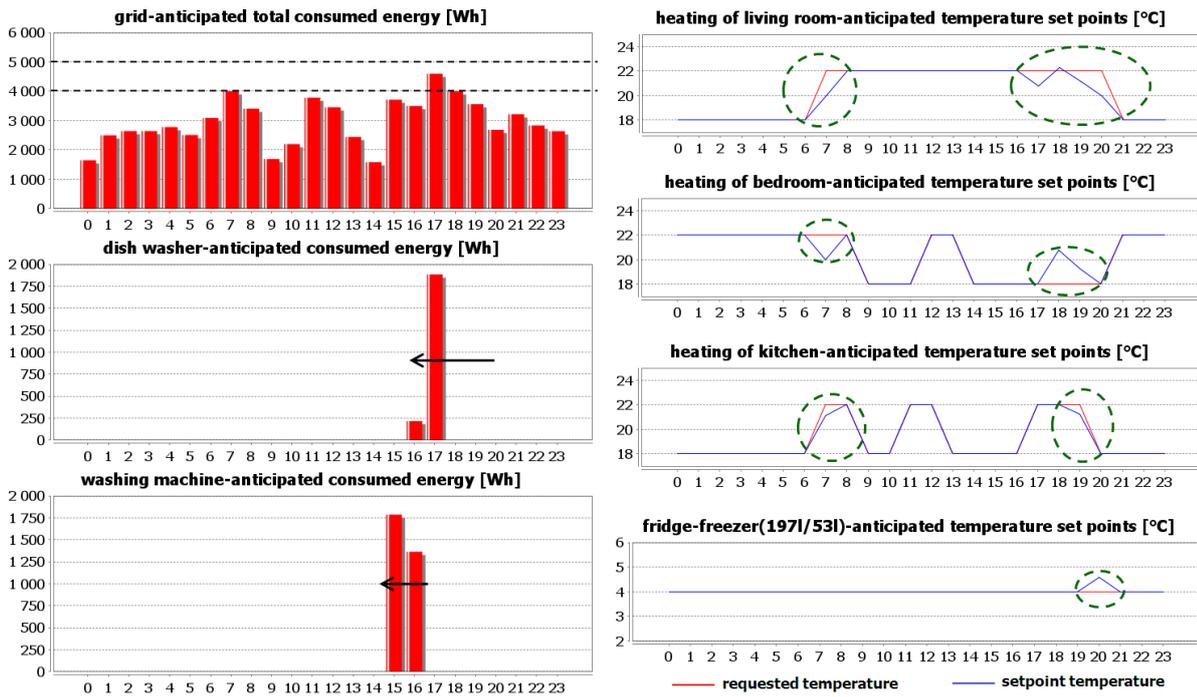


FIGURE 8.14 – Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le RHESP2 avec taux de couverture d'incertitudes 75%

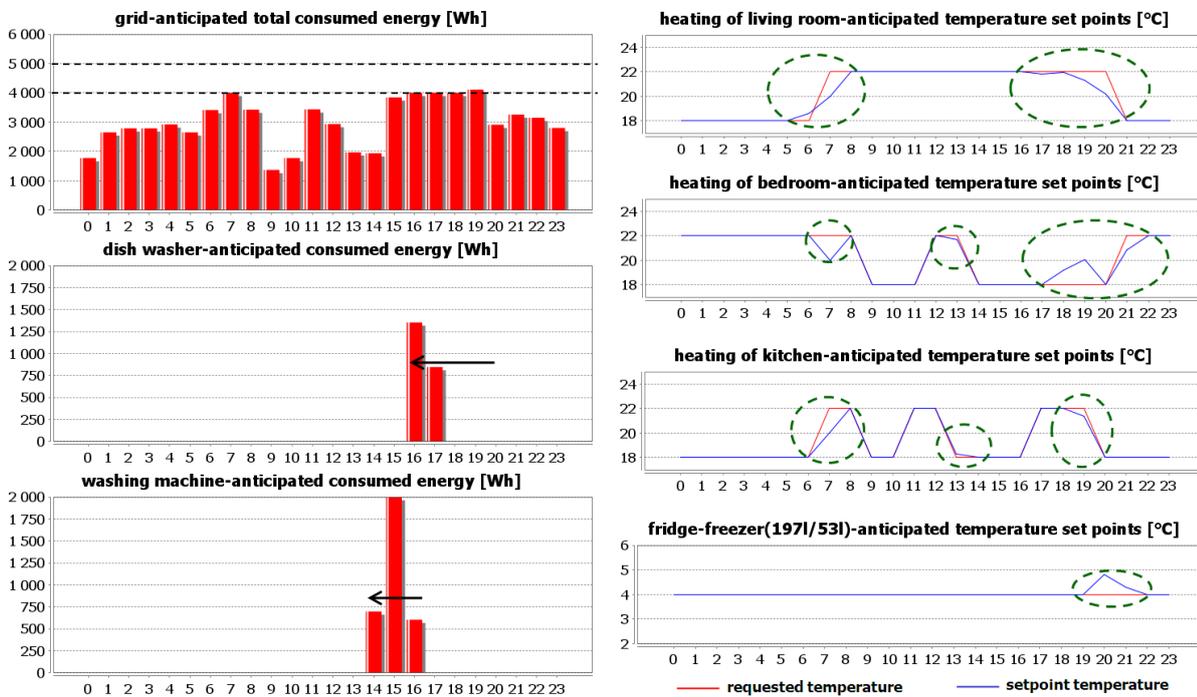


FIGURE 8.15 – Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le RHESP2 avec taux de couverture d'incertitudes 100%

Nous avons simulé 30 journées tests qui répondent aux hypothèses du cas d'étude que nous avons décrites dans la partie 2.

**Données incertaines paramétriques.** L'erreur des données paramétriques caractérisable sous forme d'intervalle est générée aléatoirement dans les espaces de variation. Les erreurs météorologiques sont générées à chaque période. La figure 8.19 montre un exemple des erreurs de la température extérieure et de la puissance prévue de la radiation solaire pendant la période [11h,12h] pour chacun des 30 jours étudiés. Un exemple des erreurs de prévisions des valeurs de gain du modèle des trois zones thermique durant la période [11h,12h] et l'erreur de la durée des services temporaires programmables sont montrés respectivement dans les figures 8.20 et 8.21. Les erreurs de l'exécution du service temporaire non-programmable de la plaque chauffante sont présentées dans les figures 8.22-b,c. De la même façon, l'erreur de prévision de la consommation du service non-supervisé, illustrés dans la figure 8.23, est générée aléatoirement dans l'intervalle étudié à chaque période de planification.

**Occurrences des services non-programmables.** Les heures de démarrage du service de la plaque chauffante sont générées aléatoirement d'après le profil étudié et illustrés dans la figure 8.22-a.

## 4.2 Résultats de simulation pour les jours étudiés

Les figures 8.17 et 8.18 montrent un exemple de résultat de simulation d'un jour test pour le plan optimal de l'option tarifaire 1 sans prendre en compte les incertitudes (taux de couverture 0%). Ce jour là, l'habitant a utilisé la plaque chauffante pour le dîner. Ce service temporaire non-programmable n'est pas pris en compte par le RHESP1. Nous pouvons trouver que pour répondre à la contrainte de la puissance disponible, la couche réactive a interrompu les chauffages (voir les rectangles verts) et retardé le service de lavage de la vaisselle (voir la flèche noire). Ces interruptions des chauffages entraînent des dégradations extrêmes de la satisfaction thermique de l'utilisateur dans les zones thermiques de l'appartement car la température intérieure de ces zones est diminuée en-dessous de la température minimale acceptable (voir les cercles verts dans la figure 8.17).

De la même façon, les 30 jours étudiés sont simulés. Ces résultats de simulation nous permettent d'évaluer l'impact des différentes erreurs de prévision sur les plans de répartition d'énergie obtenus. Pour chaque cas, nous enregistrons les valeurs de l'insatisfaction moyenne et du coût énergétique obtenu. Les courbes de l'insatisfaction et du coût énergétique des deux options tarifaires sont illustrées et analysées.

## 4.3 Scénario de l'option tarifaire 1

Dans le cas de l'option 1, il existe des cas où les incertitudes de prévision sont importantes et entraînent des dégradations extrêmes de la satisfaction de l'utilisateur. Dans ces cas extrêmes, soit la température d'une zone thermique est diminuée en-dessous de la température minimale dans quelques périodes (comme dans l'exemple présenté précédemment, voir la figure 8.18), soit la date de fin d'un service temporaire programmable n'est pas satisfaite dans la fenêtre de temps acceptable. La valeur de l'insatisfaction de l'utilisateur durant ces périodes est égale à l'infini. Pour évaluer les résultats de simulation des plans de répartition d'énergie dans le cas de l'option

1, nous avons défini une valeur très grande pour ces dégradations extrêmes :

$$\begin{aligned} D(i, k) = 100 & \quad \text{si } T(i, k) < T_{\min}(i, k) & \text{ pour un service permanent} \\ D(i) = 100 & \quad \text{si } f(i) > f_{\max}(i) & \text{ pour un service temporaire} \end{aligned} \quad (8.1)$$

Les résultats obtenus pour cette option de tarification sont montrés dans la figure 8.24. La courbe correspondant au taux de couverture de 0% est la solution qui était disponible au départ de mes travaux de thèse. L'apport de la prise en compte des incertitudes dans la couche anticipative peut être vu directement en comparant cette courbe avec chacune des autres courbes. Nous trouvons que dans ce cas de référence où les incertitudes de prévisions ne sont pas prises en compte, la satisfaction de l'utilisateur est extrêmement dégradée la plupart des jours.

On peut voir dans la figure 8.24 que dans notre problème de répartition d'une ressource cumulative, le taux de couverture d'incertitude de 100% n'est utile que dans de très rares cas. En effet la courbe correspondant au taux de couverture de 100% coûte toujours beaucoup plus cher mais elle n'améliore le confort de l'utilisateur que 4 jours sur les 30. Les 26 autres jours, elle dégrade un peu le confort. Ceci est dû au fait que l'énergie est réservée pour le pire cas, ce qui implique de programmer les services en dehors des heures préférées ou de surchauffer des zones thermiques, le plus souvent. Les taux de couverture de 50% et 75% proposent de meilleurs compromis entre le coût et le confort. Un taux de 50% fournit un confort équivalent aux autres taux de couverture sauf pour quelques jours sur les 30. Pour choisir le taux de couverture le plus adapté, l'utilisateur doit connaître son niveau d'acceptation des situations désagréables. Pour l'identifier, nous suggérons une phase d'apprentissage durant laquelle il peut tester différentes valeurs du taux de couverture.

#### 4.4 Scénario de l'option tarifaire 2

Les résultats de simulation des 30 jours étudiés dans le cas de l'option 2 de tarification sont illustrés dans la figure 8.25. Dans le cas où les incertitudes ne sont pas prises en compte, le fonctionnement de la plaque chauffante et la surconsommation des autres services dues aux incertitudes sont dans la zone où le tarif est le plus cher. Cela entraîne un élevé coût énergétique pour cet appartement.

Avec le taux de couverture de 100%, en anticipant la surconsommation des services due aux incertitudes, le RHESP a réduit les consignes des services permanents programmables. La satisfaction de l'utilisateur est alors dégradée. Dans ce cas, l'utilisation de la capacité de stockage thermique des bâtiments est utilisée au maximum pour lisser la consommation d'énergie globale. Avec le taux de couverture d'incertitude de 50% et 75%, l'utilisateur doit payer un peu plus cher mais la satisfaction est améliorée par rapport au taux de couverture de 100%.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons comparé les performances des plans d'affectation d'énergie proposés par les modèles HESP et RHESP. Nous avons pu montrer que la prise en compte des incertitudes dès la couche anticipative permet de mieux gérer le manque de ressource disponible lorsque la puissance souscrite est faible. Si la puissance souscrite est suffisamment grande, le modèle RHESP ne fournit pas de meilleure solution que la structure multi-couche de départ. Par contre, quelque soit le contrat souscrit, le RHESP permet toujours de maîtriser le coût énergétique dans l'option 2, ce que ne permet pas l'approche multi-couche.

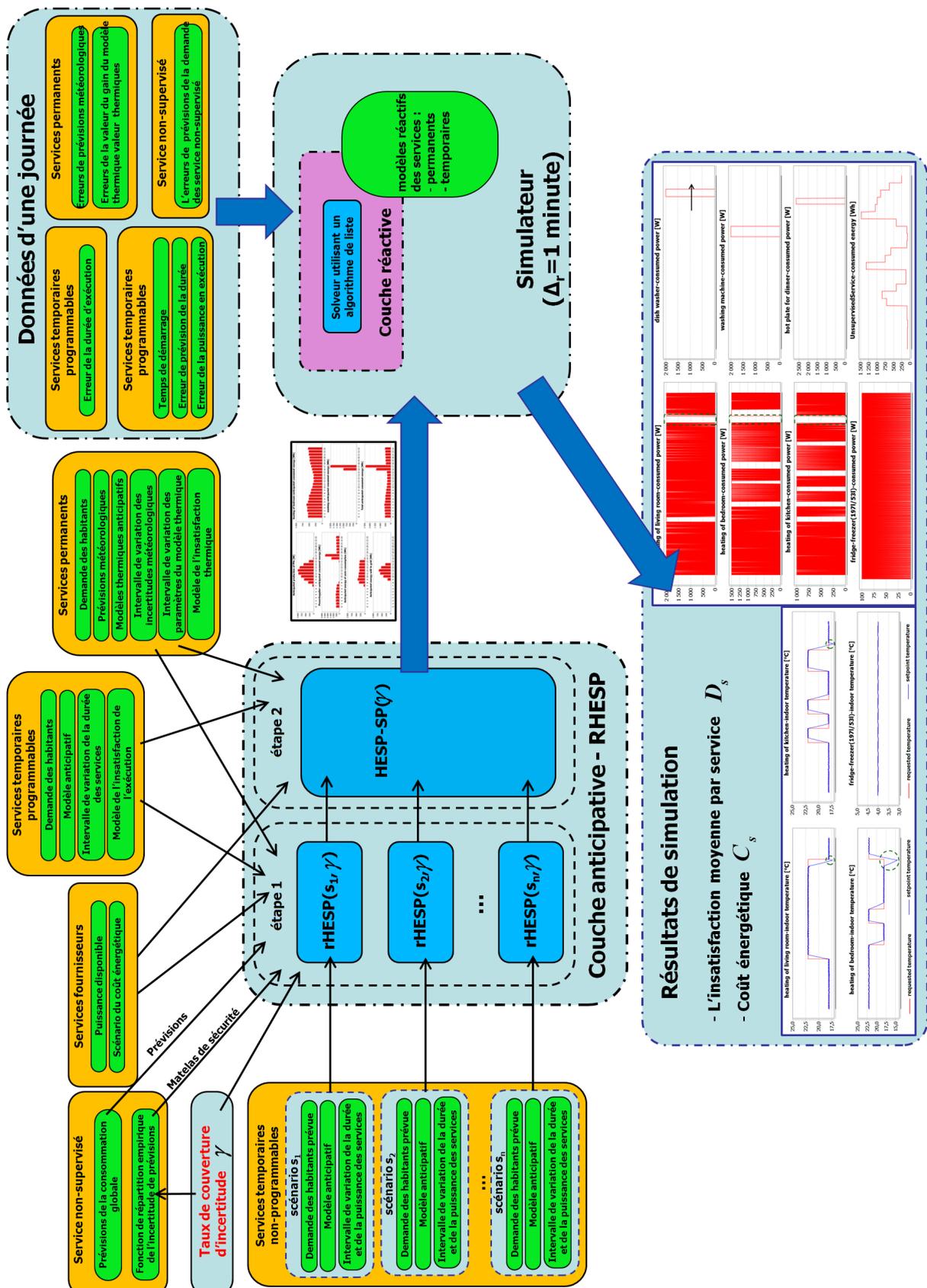


FIGURE 8.16 – Schéma de la simulation d'un plan d'affectation de l'énergie d'une maison pendant une journée de fonctionnement

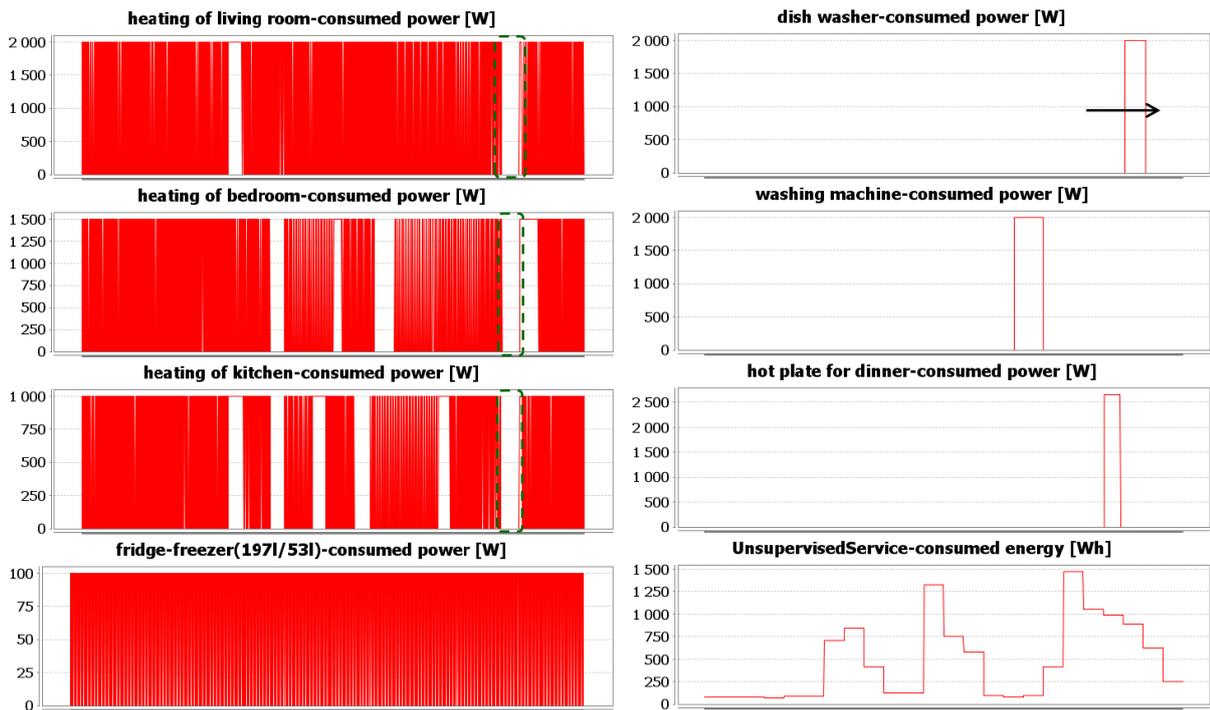


FIGURE 8.17 – Simulation d'une journée de fonctionnement des services dans le logement avec l'option 1 tarifaire

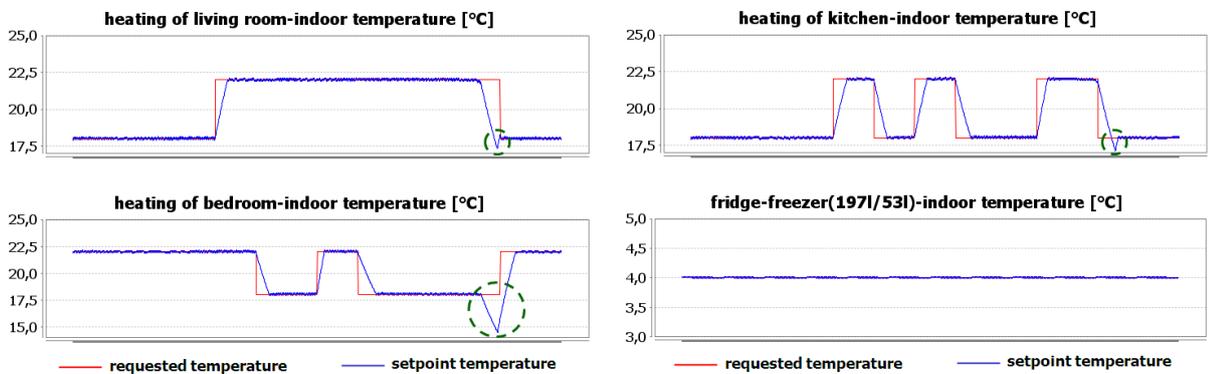


FIGURE 8.18 – Simulation de la température des différentes zones thermiques d'une journée donnée de l'option 1 tarifaire

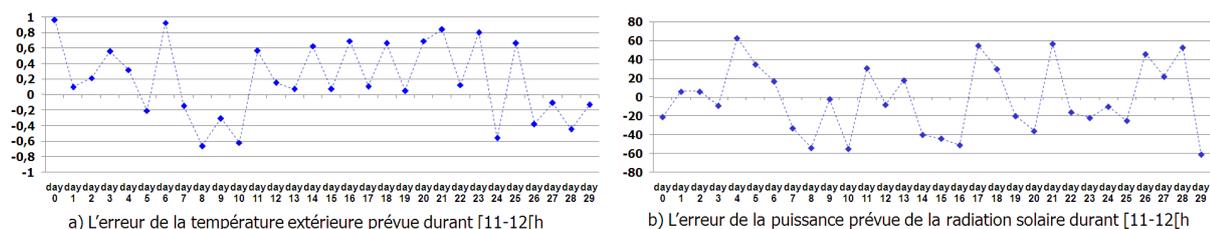


FIGURE 8.19 – Erreurs de prévisions météorologiques des 30 jours étudiés

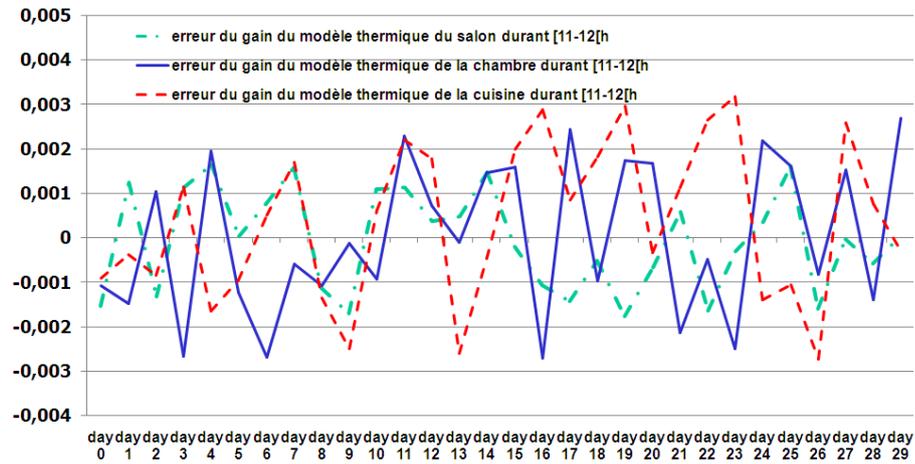


FIGURE 8.20 – Erreurs des valeurs de gain des modèles thermiques des 30 jours étudiés

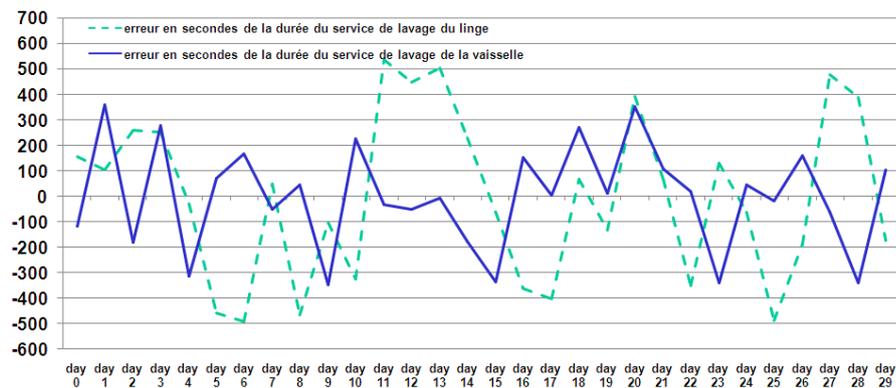
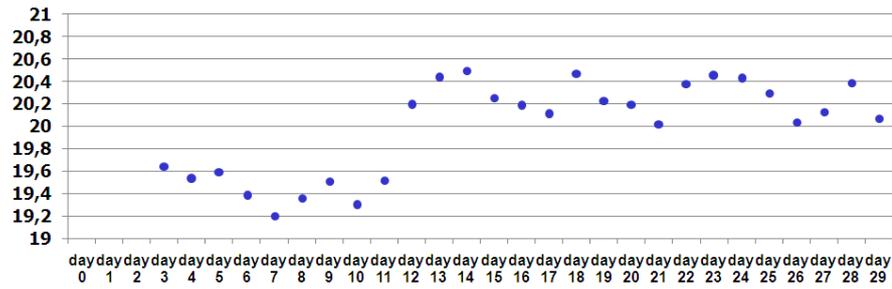
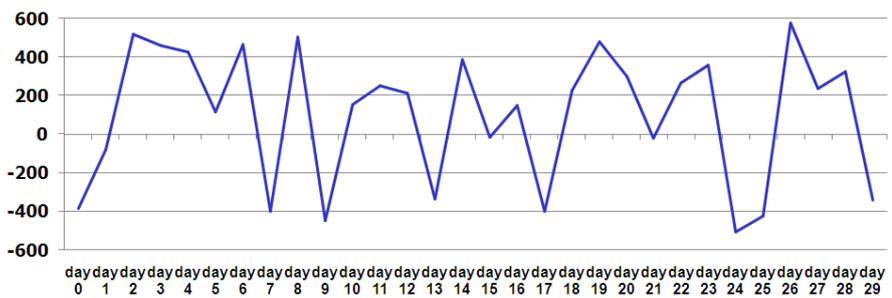


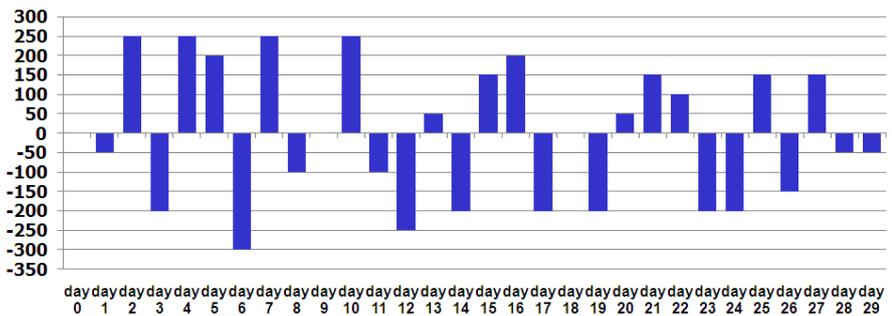
FIGURE 8.21 – Erreurs de la durée des services temporaires des 30 jours étudiés



a) L'heure de démarrage



b) L'erreur de la durée prévue



c) L'erreur de la puissance en exécution

FIGURE 8.22 – Erreurs de prévisions du service temporaire non-programmable des 30 jours étudiés

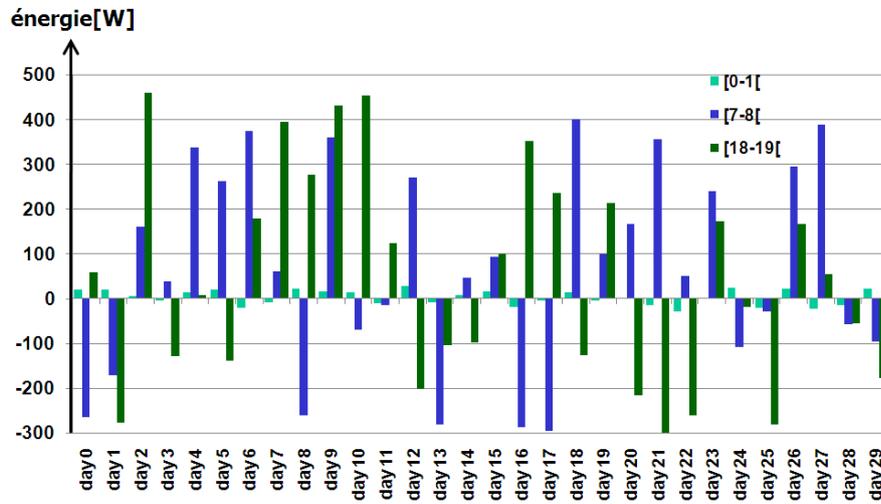


FIGURE 8.23 – Erreurs de prévision de la consommation globale du service non-supervisé des 30 jours étudiés

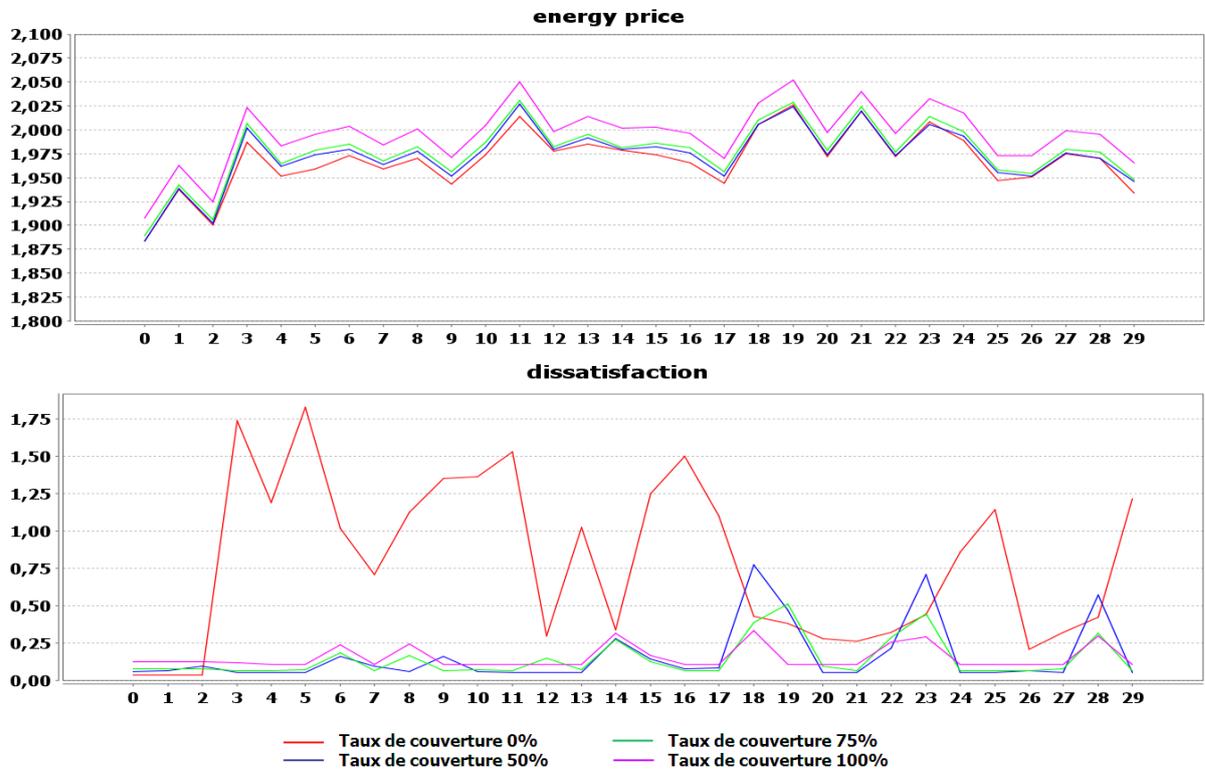


FIGURE 8.24 – Résultats de simulation des 30 jours étudiés avec l'option 1 de la tarification

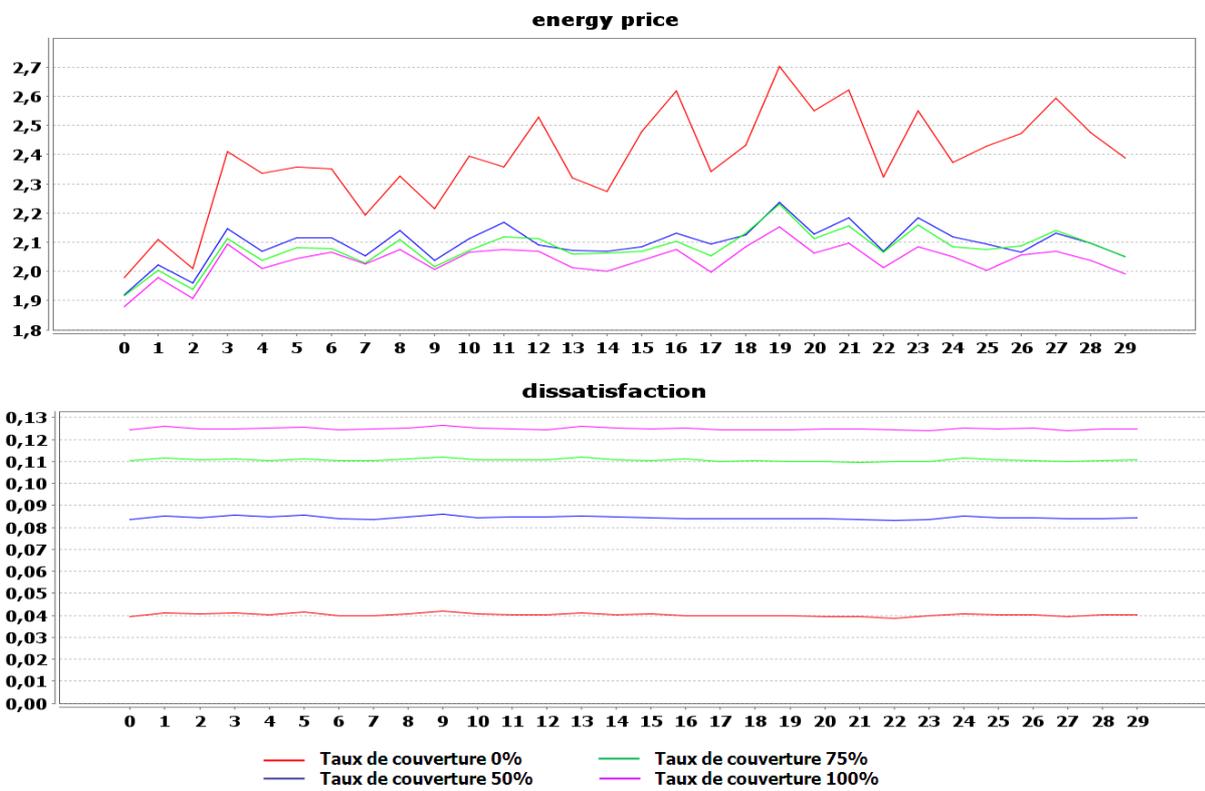


FIGURE 8.25 – Résultats de simulation des 30 jours étudiés avec l'option 2 de la tarification

# Conclusion générale

Dans le domaine de la gestion de l'énergie dans les bâtiments, il est difficile de mettre en œuvre des outils d'optimisation, car l'interaction avec l'utilisateur est un élément très important. Cette interaction intervient dans l'évaluation des solutions proposées d'une part, c'est le ressenti de l'utilisateur qui, in fine, pourra qualifier de bonne une solution, et dans son action d'autre part. Il introduit des perturbations dans le système de gestion par les services qu'il démarre lui-même. Si la température réelle est inférieure à la température prévue et en-dessous de la température acceptable par l'utilisateur, par exemple, il pourrait modifier les paramètres de réglage de son système de chauffage (il pourrait brancher un chauffage d'appoint qui modifierait totalement les prévisions). Le plan d'affectation de l'énergie proposé doit également préserver la réalisation des activités de l'utilisateur. Il faut que celui-ci puisse utiliser son four à tout moment, par exemple, sans remettre en cause le fonctionnement du système de gestion d'énergie. En un mot, il faut que le plan d'affectation d'énergie proposé par le système de gestion soit le plus transparent possible pour l'utilisateur. En terme d'optimisation, cette transparence peut se traduire par la notion de robustesse : il faut que le plan reste acceptable par l'utilisateur "quelles que soient" les conditions d'exécution.

Le travail présenté dans ce mémoire de thèse propose des outils pour prendre en compte les incertitudes dans l'optimisation des flux d'énergie dans l'habitat. Ce travail fait suite à la thèse de Ha Duy Long dans laquelle le problème de gestion d'énergie a été formulé et modélisé sous forme de programme linéaire mixte. Dans les travaux de Ha, toutes les données du problème d'optimisation anticipative sont supposées totalement connues et exactes, les incertitudes sont exclusivement gérées par la couche réactive de l'architecture multi-couches qu'il a proposée.

Nous avons mis en évidence les limites du traitement des incertitudes par un mécanisme purement réactif. Nous avons montré que l'anticipation de consommations incertaines pouvait permettre de mieux garantir le confort de l'utilisateur et de maîtriser le coût énergétique.

Notre travail de thèse c'est donc centrée sur l'intégration des incertitudes dans la couche anticipative du système de gestion d'énergie dans l'habitat. Les conclusions et perspectives de ce travail peuvent être présentées suivants deux axes. Le premier axe concerne le modèle d'optimisation sous-jacent à tous nos travaux. Le deuxième axe concerne la prise en compte des incertitudes du problème.

## **Modélisation du problème HESP sous forme de programme linéaire mixte**

Nous avons travaillé sur le modèle HESP en contribuant aux fonctionnalités suivantes :

1. Nous avons finalisé le modèle linéaire mixte de chacun des services définis par Ha (2007). Nous avons interfacé la plate-forme G-homeTech avec le solveur CPLEX. Ce travail a permis de mettre à disposition de toutes les personnes qui travaillent au laboratoire sur la gestion de l'énergie dans les bâtiments, un outil de génération et de résolution automatique

de problèmes HESP. Nous avons analysé dans nos travaux l'espace des solutions pour la résolution exacte du problème. Nous avons montré que cet outil est efficace pour résoudre le problème associé à un logement.

2. Nous avons proposé un nouveau modèle de tarification de l'énergie qui permet de prendre en compte le mécanisme de contrôle par le prix d'échange entre producteurs et consommateurs dans le contexte du smart-grid. Cette tarification offre une possibilité de modulation autre que le délestage.
3. Nous avons également proposé un modèle d'intégration de la production photovoltaïque. Ce modèle prend en compte les principes de consommation locale subventionnée et de revente au réseau, quelque soient les scénarios de prix. Ce service fournisseur a la particularité, du point de vue de l'optimisation, de représenter une ressource qu'il faut totalement affecter, soit à la consommation, soit au stockage dans une batterie (non traité dans la thèse), soit à la revente au réseau.

Nous pouvons également identifier les perspectives suivantes de travail sur le modèle HESP et sa résolution :

1. La résolution exacte du modèle HESP avec CPLEX permet de traiter une dizaine de services temporaires. Cela est efficace pour un logement. La résolution de ce modèle devra être améliorée pour passer à l'échelle d'un ensemble de logements. Un autre modèle linéaire mixte pourrait être étudié, conjointement à une réduction de l'horizon de planification pour mettre en place un mécanisme à horizon glissant.
2. La résolution exacte du problème pourrait être accélérée en guidant la recherche de la solution optimale à partir de la solution dans laquelle tous les services sont exécutés suivant les préférences de l'utilisateur.

### **Prise en compte des incertitudes dans HESP**

La contribution principale de cette thèse concerne la prise en compte des incertitudes. Nous avons développés les points suivants :

1. Nous avons effectué une analyse des services et des incertitudes auxquelles ils sont soumis. Nous avons introduit la notion de service temporaire non-programmable. Nous avons défini les modèles associés aux incertitudes paramétriques et d'occurrence. Nous avons également défini la mesure de robuste pertinente pour notre problème en utilisant la notion de taux de couverture d'incertitudes.
2. Nous avons développé trois approches pour prendre en compte les incertitudes. La première approche permet de traiter les incertitudes paramétriques qui affectent les coefficients du modèle HESP. C'est une approche de programmation linéaire robuste basée sur une formulation de Bertsimas et Sim, qui a été implémentée dans ce cas. La probabilité qu'une solution viole une contrainte, définie dans cette approche, permet de garantir un taux de couverture d'incertitudes. La deuxième approche consiste à associer au service non-supervisé un matelas de sécurité défini à partir de la notion de stock de sécurité. Ce matelas est calculé par rapport à l'erreur de prévision des demandes de consommations non-supervisées. La troisième approche met en œuvre une programmation stochastique pour réserver de l'énergie pour les services non-programmables. Ce dernier mécanisme est sans doute le plus original

des approches proposées car il consiste à affecter de l'énergie à des services qui ne sont pas définis en tant que tels en entrée du problème HESP.

3. Nous avons montré que la prise en compte des incertitudes dans la couche anticipative est particulièrement intéressante lorsque la puissance souscrite est faible (c'est une situation que l'on peut rencontrer dans les résidences universitaires par exemple), ou bien pour garantir un coût énergétique dans le cas de l'option tarifaire proposée dans cette thèse (Jacomino et Le, 2011).

Les approches que nous avons proposées offrent de nombreux degrés de liberté pour ajuster la couverture des incertitudes par la solution robuste calculée. Nous pouvons choisir un taux de couverture d'incertitudes pour chaque service et pour chaque période de l'horizon de planification. Ceci est un avantage, mais aussi un point à travailler. En effet, il faut donner des pistes à l'utilisateur pour choisir au mieux ces degrés de liberté pour qu'il obtienne la meilleure solution pour lui : le meilleur compromis entre la robustesse et la performance, c'est-à-dire un plan d'affectation d'énergie qui lui donne satisfaction la plupart du temps sans que son confort et ses coûts soient trop dégradés.

Les approches que nous avons proposées reposent sur des prévisions de consommations dans le logement. Ces prévisions peuvent être issues de modèles de prévision ou bien directement renseignées par l'utilisateur. Dans tous les cas, des travaux sont à réaliser pour développer les interfaces avec l'utilisateur et les équipements de la maison pour disposer, de la façon la plus fiable et la plus rapide possible, de ces prévisions. Il faudra mettre en place un processus d'apprentissage pour chaque maison et pour chaque utilisateur à partir d'un profil de référence qu'il faudra définir à priori.

*C'est bon de ne pas regarder à la dépense de son énergie ! - Jules Renard*



# Bibliographie

- Abras, S., Ploix, S., et Pesty, S. (2010a). *Housing, Housing Costs and Mortgages : Trends, Impact and Prediction*, chapter Managing Power in a Smart Home Using Multi-Agent Systems. Number ISBN 978-1-60741-813-9 in Housing Issues, Laws and Programs. Nova Publishers.
- Abras, S., Ploix, S., Pesty, S., et Jacomino, M. (2006). *Informatics in Control, Automation and Robotics III*, volume 15 of *Lecture Notes in Electrical Engineering*, chapter A multi-agent home automation system for power management. Springer Berlin Heidelberg.
- Abras, S., Ploix, S., Pesty, S., et Jacomino, M. (2007a). *Artificial intelligence and innovations : from theory to applications*, volume 247, chapter A multi-agent design for a home automation system dedicated to power management, pages 233–242. Springer eBooks collection, isbn 0387741615, 9780387741611, edition.
- Abras, S., Ploix, S., Pesty, S., et Jacomino, M. (2007b). A multi-agent design for a home automation system dedicated to power management. In *The 4th conference on Artificial Intelligence Innovations & Applications*, Athens, Greece.
- Abras, S., Ploix, S., Pesty, S., et Jacomino, M. (2010b). Advantages of mas for the resolution of a power management problem in smart homes. In *8th International Conference on Practical Applications of Agents and Multi-Agent Systems, PAAMS'2010*, Salamanca, Spain. Springer Verlag.
- Acevedo, J. et Salgueiro, M. (2003). An efficient algorithm for convex multiparametric nonlinear programming problems. *Ind Eng Chem Res*, 42 :5883–5890.
- AFNOR (2006). Ergonomie des amniances thermiques , détermination analytique et interprétation du confort thermique par le calcul des indices PMV et PDD et par des critères de confort thermique local. *Norme européenne, norme française*.
- Alvarez-Valdès, R. et Tamarit, J. (1993). The project scheduling polyhedron, facets and lifting theorems : dimension, facets and lifting theorems. *European Journal of Operational Research*, 67(2) :204–20.
- Angioletti, R. et Desprez, H. (2003). Maîtrise de l'énergie dans les bâtiments -techniques. *Techniques de l'ingénieurs*.
- Aubry, A., Rossi, A., Espinouse, M.-L., et Jacomino, M. (2006). Minimizing setup costs for parallel multi-purpose machines under load-balancing constraint. *European Journal of Operational Research*, in press, doi :10.1016/j.ejor.2006.05.050.

- Bel-Tal, A. et Nemirovski, A. (2000). Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data. *Mathematical Programming*, 88 :411–421.
- Bemporad, A. et Morari, M. (1998). Control of systems integrating logic, dynamics and constraints. *Automatica*, 35 :407–427.
- Bertsimas, D. et Sim, M. (2004). The price of robustness. *Operations Research*, 52(1) :35–53.
- Billaut, J.-C., Moukrim, A., et Sanlaville, E. (2005a). *Flexibilité et Robustesse en Ordonnancement*, chapter 1. Hermès Science, Paris, France.
- Billaut, J.-C., Moukrim, A., et Sanlaville, E. (2005b). *Flexibilité et Robustesse en Ordonnancement*, chapter 2, A propos de robustesse en recherche opérationnelle et aide à la décision. Hermes Science, Paris, France.
- Birge, J. et Louveaux, F. (1997). *Introduction to Stochastic Programming*. Springer-Verlag.
- Boeda, D. (2009). *Etude de la contribution du pilotage de charges à la fourniture de services aux réseaux électriques*. PhD thesis, Grenoble Institute of Technology (INPG).
- Borrelli, F. (2002). *Discrete Time Constrained Optimal Control*. PhD thesis, Swiss Federal Institute of technology (EHT) Zurich.
- Borrelli, F., Bemporad, A., et Morari, M. (2000). A geometric algorithm for multi-parametric linear programming. Technical report, Automatic Control Laboratory ETH Zurich, Switzerland.
- Bourgarde, V. (1998). *Sur l'Ordonnancement d'Ateliers en Ligne en Environnement Incertain et Imprécis*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.
- Castro, P. et Grossmann, I. (2006). An efficient mip model for the short-term scheduling of single stage batch plants. *Computers and Chemical Engineering*, 30 :1003–1018.
- Daniels, R.-L. et Carrillo, J.-E. (1997).  $\beta$ -robust scheduling for single-machines systems with uncertain processing times. *IEEE Transactions*, 29 :977–985.
- Dauzère-Pérès, S., Casgliola, P., et Lahlou, C. (2005). *Flexibilité et Robustesse en Ordonnancement*, chapter 5. Hermes Science, Paris, France.
- Dolgui, A. et Kovalev, S. (2011). Robust optimization approaches to minimum cost tools selection problem. In : *12e congrès annuel de la Société française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, ROADEF2011, Saint-Étienne, France*.
- Dolgui, A., Pashkevich, A., et Pashkevich, M. (2005). Bayesian approach to modelling of quasi-periodic intermittent demand. In *Proceedings of the 16th IFAC World Congress, Volume 16 - Part 1*.
- Dua, V., Bozinis, N.-A., et Pistikopoulos, E.-N. (2002). A multiparametric programming approach for mixed-integer quadratic engineering problems. *Comput Chem Eng.*, 26 :715–733.
- Dubois, D., Fargier, H., et Fortemps, P. (2003). Fuzzy scheduling : Modeling flexible constraints vs. coping with incomplete knowledge. *European Journal of Operational Research*, 147 :231–252.

- 
- Dubois, D., Fortemps, P., Pirlot, M., et Prade, H. (2001). Leximin optimality and fuzzy set-theoretic operations. *European Journal of Operational Research*, 130 :20–28.
- Elmahaiawy, A. M., Elfishawy, N., et El-Dien, M. N. (2010). Anticipation the consumed electrical power in smart home using evolutionary algorithms. In *MCIT 2010 conference*.
- Ericsson, N. R. (2002). *A Companion to Economic Forecasting*, chapter Predictable uncertainty in economic forecasting. Oxford : Blackwell.
- Européenne, U. (2009a). Décision no 406/2009/ce du parlement européen et du conseil du 23 avril 2009 relative à l’effort à fournir par les états membres pour réduire leurs émissions de gaz à effet de serre afin de respecter les engagements de la communauté en matière de réduction de ces émissions jusqu’en 2020. Technical report.
- Européenne, U. (2009b). Directive 2009/28/ce du parlement européen et du conseil du 23 avril 2009 relative à la promotion de l’utilisation de l’énergie produite à partir de sources renouvelables et modifiant puis abrogeant les directives 2001/77/ce et 2003/30/ce. Technical report.
- Européenne, U. (2009c). Directive 2009/29/ce du parlement européen et du conseil du 23 avril 2009 modifiant la directive 2003/87/ce afin d’améliorer et d’étendre le système communautaire d’échange de quotas d’émission de gaz à effet de serre. Technical report.
- Européenne, U. (2010). Directive 2010/31/ue du parlement européen et du conseil du 19 mai 2010 sur la performance énergétique des bâtiments (refonte). Technical report.
- Eynard, J. (2010). *Gestion optimale de l’énergie dans un procédé multi-source pour le chauffage de bâtiments*. PhD thesis, l’Université de Perpignan Via Domitia.
- Farhangi, H. (2010). The path of the smart grid. *IEEE Power and Energy Magazine*, 8(1) :18–28.
- Foggia, G. (2009). *Pilotage Optimal de Système Multi-sources pour le Bâtiment*. PhD thesis, Grenoble Institute of Technology (INPG).
- Gal, T. (1995). *Post-optimal Analyses, Parametric Programming and Related Topics*. Walter de Gruyter.
- Gal, T. et Nedoma, J. (1972). Multiparametric linear programming. *Management Science*, 18 :406–442.
- Gass, S. et Saaty, T. (1955). The computational algorithm for the parametric objective function. *Naval Research Logistics Quarterly*, 2 :39–45.
- Ghiaus, C. et Hazyuk, I. (2010). Calculation of optimal thermal load of intermittently heated buildings. *Energy and Buildings*, 42.
- Golenko-Ginzburg, D., Kesler, S., et Landsman, Z. (1995). Industrial job-shop scheduling with random operations and different priorities. *International Journal of Production Economics*, 40 :185–195.
- Guillaume, R., Thierry, C., et Grabot, B. (2010). Integration of ill-known requirements with dependencies into a gross requirement plan. In *8th International Conference Of Modelling and Simulation - MOSIM’10, Hammamet, Tunisia*.

- Ha, D. L. (2007). *Un système avancé de gestion d'énergie dans le bâtiment pour coordonner production et consommation*. PhD thesis, Électronique, Électrotechnique, Automatique, Traitement du Signal.
- Ha, D. L., Ploix, S., Zamaï, E., et Jacomino, M. (2005). Control of energy consumption in home automation by resource constraint scheduling. In *The 15th international conference on control systems and computer science*, Bucharest, Romania.
- Ha, D. L., Ploix, S., Zamaï, E., et Jacomino, M. (2006a). A home automation system to improve the household energy control. In *INCOM2006 12th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing*.
- Ha, D. L., Ploix, S., Zamaï, E., et Jacomino, M. (2006b). Tabu search for the optimization of household energy consumption. In *The 2006 IEEE International Conference on Information Reuse and Integration IEEE IRI 2006 : Heuristic Systems Engineering September 16-18, 2006, Waikoloa, Hawaii, USA*.
- Ha, L. D., Ploix, S., Zamaï, E., et Jacomino, M. (2006c). Tabu search for the optimization of household energy consumption. In *The 2006 IEEE International Conference on Information Reuse and Intergration IEEE IRI 2006*, Waikoloa Hawaii, USA.
- Haldi, F. et Robinson, D. (2008). On the behaviour and adaptation of office occupants. *Building and Environment*, doi :10.1016/j.buildenv.2008.01.003.
- Hawarah, L., Jacomino, M., et Ploix, S. (2010). Smart home : User's behavior prediction of home energy consumption. *7th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*.
- Henze, G. P. et Dodier, R. H. (2003). Adaptive optimal control of a grid-independent photovoltaic system. *Transactions of the ASME*, 125 :34–42.
- Hledik, R. (2009). How green is the smart grid? *The Electricity Journal*, 22(3) :29–41.
- Hoeynck, M. et Andrews, B. W. (2010). Patent us2010/0025483 : Sensor-based occupancy and behavior prediction method for intelligently controlling energy consumption within a building.
- House, J. M. et Smith, T. F. (1995). Optimal control of building and hvac systems. In *Proceedings of the American Control Conference, Seattle, Washington*.
- Ipakchi, A. et Albuyeh, F. (2009). Grid of the future. *IEEE Power and Energy Magazine*, 7(2) :52–62.
- Jacomino, M. et Le, M. H. (2011). Robust electrical load planning in dwellings with energy costs. *soumis à 4OR*.
- Jacomino, M., Le, M. H., et Ploix, S. (2011). Home energy management : Loads planning under production constraints. *OR Spectrum*, révisé en juillet 2011.
- Joaquin Acevedo, E. N. P. (1997). A multiparametric programming approach for linear process engineering problems under uncertainty. *Ind. Eng. Chem. Res*, 127 :37–46.
- Kall, P. et Mayer, J. (2005). *Stochastic Linear Programming*. Springer.

- 
- Kok, K. (2009). Short-term economics of virtual power plants. In *20th International Conference on Electricity Distribution*, Prague, Czech republic.
- Kok, K., Karnouskos, S., Nestle, D., Dimeas, A., Weidlich, A., Warmer, C., Strauss, P., Buchholz, B., Drenkard, S., Hatziargyriou, N., et Lioliou, V. (2009). Smart houses for a smart grid. In *20th International Conference and Exhibition on Electricity Distribution*, Prague, Czech Republic.
- Koné, O., Artigues, C., Lopez, P., et Mongeau, M. (2010). Event-based milp models for resource-constrained project scheduling problems. *Computers& Operations Research*, doi :10.1016/j.cor.2009.12.011.
- Kouvelis, P. et Yu, G. (1997). *Robuste Discrete Optimization and its Applications*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, the Netherlands.
- Kvasnica, M., Grieder, P., Baotic, M., et Christophersen, F. (2006). Multi-parametric toolbox (MPT). Technical report, Automatic Control Laboratory ETH Zurich, Switzerland.
- Le, M. H. (2007). Prise en compte des incertitudes dans une approche proactive/réactive pour la gestion d'énergie dans le bâtiment. Technical report, Grenoble INP.
- Le, M.-H., Aubry, A., et Jacomino, M. (2009a). Using multiparametric linear programming to assess the completion time sensitivity of a multipurpose parallel machines workshop. In *10ème congrès de la société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, ROADEF'09, Nancy ,France*.
- Le, M.-H., Jacomino, M., Ha, D.-L., et Ploix, S. (2009b). Multiparametric programming approach for the home energy management problems. In *5th Dubrovnik Conference on Sustainable Development of Energy, Water and Environment Systems, Croatia*.
- Lesgards, V. (2009). Réseaux électriques intelligents et gestion de la demande : concordances et discordes. Technical report, EDF Research and Development, EFESE R16.
- Li, Z. et Ierapetritou, M. G. (2007). Process scheduling under uncertainty using multiparametric programming. *Wiley InterScience (www.interscience.wiley.com)*, DOI 10.1002/aic.11351.
- Lofberg, J. (2004). YALMIP : A toolbox for modeling and optimization in MATLAB. In *Proceedings of the CACSD Conference*, Taipei, Taiwan. Available from <http://control.ee.ethz.ch/~joloef/yalmip.php>.
- Lovins, A. B. (2004). *Encyclopedia of Energy*, volume 2, chapter Energy Efficiency, Taxonomic Overview, pages 383–401. Elsevier, San Diego and Oxford (UK).
- Madsen, H. (1995). Estimation of continuous-time models for the heat dynamics of a building. *Energy and Building*.
- Maes, P. (2010). *Labels d'efficacité énergétique*. Groupe Eyrolles, ISBN 987-2-212-12644-0.
- Miller, C. H. (2006). patent us2006/0276938 : Optimized energy management system.

- Mingozzi, A., Maniezzo, V., Ricciardelli, S., et Bianco, L. (1998). An exact algorithm for the multiple resource-constrained project scheduling problem based on a new mathematical formulation. *Management Science*, 44(5) :714–29.
- Murphy, A.-H. et Winkler, R.-L. (1984). Probability forecasting in meteorology. *Journal of the American Statistical Association*, 79 :489–500.
- Muselli, M., Notton, G., Poggi, P., et Louche, A. (2000). Pv-hybrid power system sizing incorporating battery storage : an analysis via simulation calculations. *Renewable Energy*, 20 :1–7.
- Nathan, M. (2001). Building thermal performance analysis by using matlab/simulink. In *Seventh International IBPSA Conference*, Rio de Janeiro, Brazil.
- Öncü Hazir et Dolgui, A. (2011). U-shaped assembly line balancing under uncertainty : A robust optimization model. In *12ème congrès de la société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, ROADEF'11, Saint-Etienne, France*.
- Negenborn, R. R. (2007). *Multi-agent model predictive control with applications to power networks*. PhD thesis, Technische Universiteit Delft, Delft, Netherlands.
- Nestle, D., Bendel, C., et Ringelstein, J. (2007). Bidirectional energy management interface (bemi) : Integration of the low voltage level into grid communication and control. In *19th International Conference on Electricity Distribution*, Vienna, Austria. Institut für Solare Energieversorgungstechnik (ISET e.V.).
- Ngô, C. (2009). *Demain, l'énergie. Moteur de l'humanité*. Dunod, Paris.
- ONU (1992). Convention-cadre des nations unies sur les changements climatiques. Technical report.
- ONU (2007). Rapport de la treizième session de la conférence des parties tenue à bali du 3 au 15 décembre 2007, convention-cadre sur les changements climatiques. Technical report.
- ONU (2008). Rapport de la quatorzième session de la conférence des parties tenue à poznan du 1er au 12 décembre 2008, convention-cadre sur les changements climatiques. Technical report.
- ONU (2009). Rapport de la quatorzième session de la conférence des parties tenue à copenhague du 7 au 19 décembre 2009, convention-cadre sur les changements climatiques. Technical report.
- Palensky, P. et Posta, R. (1997). Demand side management in private home using lonworks. In *Proceedings.1997 IEEE International Workshop on Factory Communication Systems*.
- Pedersen, L., Stang, J., et Ulseth, R. (2008). Load prediction method for heat and electricity demand in buildings for the purpose of planning for mixed energy distribution systems. *Energy and Buildings*, 40(7) :1124–1134.
- Penya, Y. (2003). Last generation applied artificial intelligence for energy management in building automation. In *The 5th International Conference on Fieldbus Systems and their Applications*, Aveiro, Portugal.
- Pierre Lopez, P. E. (1996). Consistency enforcing in scheduling : A general formulation based on energetic reasoning. In *5th International Workshop on Project Management and Scheduling*.

- 
- Pinto, J. M. et Grossmann, I. (1995). A continuous time mixed integer linear programming model for short term scheduling of multistage batch plants. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 35 :338–342.
- Pinto, J. M. et Grossmann, I. E. (1998). Assignment and sequencing models for the scheduling of process systems. *Annals of Operations Research*, 81 :433–466.
- Pistikopoulos, E.-N. et Dua, V. (1998). Planning under uncertainty : a parametric programming approach. In *3rd International Conference on Foundations of Computer-Aided Process Operations, Snowbird, UT*.
- Ploix, S., Duy Long, H., Abras, S., Jacomino, M., Wurtz, D., et Bacha, S. (2010). patent us/eu 61/326,542 : Environment and method for managing services in a living place.
- Powernext (2006). Powernext futures has made a name for itself as a price reference for the medium term market.
- Prékopa, A. (2003). *Probabilistic programming*, chapter 10. Elsevier.
- Project, S. (2009). Smarthouse/smartgrid project - deliverable 1.2 - technology trends for smarthouse/smartgrid. Technical report, EU/ICT project EU FP7-ICT-2007-2 STREP 224628.
- Repères (2011a). Chiffres clés de l'énergie, france et monde, édition 2011. Technical report, Service de l'observation et des statistiques, ministère de l'Écologie, du Développement durable, des Transports et du Logement.
- Repères (2011b). Chiffres clés du climat, france et monde, édition 2011. Technical report, Service de l'observation et des statistiques, ministère de l'Écologie, du Développement durable, des Transports et du Logement.
- Riffoneau, Y. (2010). *Gestion des flux énergétiques dans un système photovoltaïque avec stockage connecté au réseau*. PhD thesis, Grenoble Institute of Technology (INPG).
- Riffonneau, Y., Bacha, S., Ploix, S., et Barruel, F. (2011). Optimal power flow management for grid connected pv systems with batterie. *IEEE Transaction on sustainable energy*, (to appear).
- Roncero, J. R. (2008). Integration is key to smart grid management. In *SmartGrids for Distribution, 2008. IET-CIRED. CIRED Seminar*, Frankfurt, Germany.
- Rossi, A. (2003). *Ordonnancement en milieu incertain, mise en oeuvre d'une démarche robuste*. PhD thesis, Ecole Doctorale EEATS " Electronique, Electrotechnique, Automatique & Traitement du Signal", INPGrenoble.
- Roy, B. (2002). Robustesse de quoi et vis-à-vis de quoi mais aussi robustesse pourquoi en aide à la décision. Technical report, Bulletin du Groupe de Travail Européen Aide Multicritère à la Décision.
- Ryu, J. et Pistikopoulos, E.-N. (2001). Solving scheduling problems under uncertainty using parametric programming. *Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems. New York, Pergamon.*, pages 225–230.

- Ryu, J.-H. et Pistikopoulos, E.-N. (2007). A novel approach to scheduling of zero-wait batch processes under processing time variations. *Comput Chem Eng*, 31 :101–106.
- Sahinidis, N. (2004). Optimization under uncertainty : state-of-the-art and opportunities. *Computers & Chemical Engineering*, 28 :971–983.
- Silver, E. A. et Peterson, R. (1985). *Decision Systems for Inventory Management and Production Planning*. John Wiley and Sons, New York.
- Sivillo, J. K., Ahlquist, J. E., et Toth, Z. (1997). An ensemble forecasting primer. *Weather and Forecasting*, 12 :809–818.
- Snyder, L. (2004). Facility location under uncertainty : A review. Technical report, Dept. of Industrial & Systems Engineering, Lehigh University.
- Soyster, A.-L. (1973). Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operations Research*, 21 :1154–1157.
- Stum, K., Mosier, R., et Haasl, T. (1997). Energy management systems. Technical report, Portland Energy Conservation Inc.(PECI).
- University, M. (2007). Patent gb2448896a : Energy management system.
- Wacks, K. (1993). The impact of home automation on power electronics. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition*, pages 3 – 9.
- Wallis, K. F. (2003). Forecast uncertainty, its representation and evaluation. In *EU & US Inflation and Macroeconomic Analysis, Universidad Carlos III de Madrid*.
- Warkozek, G., Jacomino, M., Ploix, S., et Wurtz, F. (2009). Generic formulation of optimization problems for energy management : solving difficulties, practical and mathematical analysis. In *Proceedings of the 8th International Symposium on Electric and Magnetic Fields (EMF2009)*, Mondovi, Italy.
- Yu, C.-S. et Li, H.-L. (2000). A robust optimization model for stochastic logistic problems. *International Journal of Production Economics*, 64 :385–397.
- Zhou, G. et Krarti, M. (2005). Parametric analysis of active and passive building thermal storage utilization. *Journal of Solar Energy Engineering*, 127 :37–46.

# Annexes



# Annexe A

## Formulation du problème d'optimisation

### 1 Linéarisation de fonctions logiques

Cette partie est consacrée à la formulation linéaire des contraintes qui permettent de définir les variables binaires et semi continues qui sont introduites dans le problème. Ces variables sont définies dans le corps du mémoire par des fonctions logiques de type "*si-alors*". Pour plus d'informations sur la démonstration des transformations utilisées, le lecteur est renvoyé vers Bemporad et Morari (1998). Ces transformations seront ensuite utilisées dans les autres annexes pour décrire l'ensemble des contraintes linéaires du problème HESP.

#### 1.1 Transformation d'une condition logique

Dans les modèles que nous avons étudiés, on trouve souvent des conditions de changement d'état liées à une contrainte portant sur des variables physiques du système. Par exemple, le changement de sensation thermique est lié au changement de valeur de la température intérieure.

Une proposition logique notée  $\mathcal{X}$  a pour valeur de vérité soit *vraie* (V), soit *fausse* (F). Cette proposition est associée à une variable binaire  $\delta \in \{0; 1\}$  telle que la proposition  $\mathcal{X}$  soit vraie si et seulement si  $\delta = 1$ .

Considérons d'autre part la forme linéaire  $a.x \leq b$  : la variable continue  $x \in \text{dom}(x)$  est bornée. On peut ainsi définir  $m$  et  $M$  respectivement la borne inférieure et la borne supérieure de la fonction  $f(x) = ax - b$  avec  $\{a, b\} \in \mathbb{R}^2$  :

$$\begin{aligned} m &= \min_{x \in \text{dom}(x)} f(x) \\ M &= \max_{x \in \text{dom}(x)} f(x) \end{aligned} \tag{A.1}$$

Supposons que la proposition  $\mathcal{X}$  implique la condition  $f(x) \leq 0$ . Cette condition logique s'écrit  $[\delta = 1] \leftrightarrow [f(x) \leq 0]$ . On a :

$$\begin{aligned} m \leq ax - b \leq 0 &\leftrightarrow \delta_i = 1 \\ 0 < ax - b \leq M &\leftrightarrow \delta_i = 0 \end{aligned} \tag{A.2}$$

Pour exprimer cette condition, on peut utiliser deux inégalités linéaires mixtes comme suit :

$$[\delta_i = 1] \leftrightarrow [f(x) \leq 0] \text{ si et seulement si } \begin{cases} f(x) \leq M(1 - \delta) \\ f(x) < m\delta \end{cases} \tag{A.3}$$

Le seul souci de la transformation ( A.3) est que  $f(x)$  ne peut jamais atteindre les bornes  $m$ . Dans ces cas, on doit ajouter un coefficient positif fictif  $\epsilon$  très petit, la transformation devient :

$$[\delta_i = 1] \leftrightarrow [ax - b \leq 0] \Leftrightarrow \begin{cases} ax - b \leq M(1 - \delta) \\ ax - b \geq \epsilon + (m - \epsilon)\delta \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

## 1.2 Linéarisation d'une multiplication d'une variable binaire et d'une variable continue

Dans l'étape précédente, on transforme une proposition logique en une formulation linéaire mixte. Il existe également des cas dans notre modèle où l'on multiplie une variable continue et une variable binaire. Les variables auxiliaires doivent être ajoutées pour compléter la linéarisation.

Une variable semi-continue  $z$  est ajoutée pour la transformation de la multiplication d'une variable binaire et d'une variable continue :  $z = \delta \times f(x)$  qui doit satisfaire deux conditions :  $[\delta = 0] \rightarrow [z = 0]$  et  $[\delta = 1] \rightarrow [z = f(x)]$ . Les contraintes linéaires associées à la définition de cette variable semi-continue peuvent s'écrire sous la forme de contraintes linéaires mixtes de la façon suivante en utilisant  $m$  et  $M$  respectivement la borne inférieure et la borne supérieure de la fonction  $f(x)$  :

$$\begin{cases} z = f(x) & \text{si } \delta = 1 \\ z = 0 & \text{si } \delta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z \leq M\delta \\ z \geq m\delta \\ z \leq f(x) - m(1 - \delta) \\ z \geq f(x) - M(1 - \delta) \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

## 2 Modélisation du service temporaire

Cette partie consiste à détailler l'ensemble des contraintes linéaires mixtes associées aux équations de définition des variables binaires et semi continues utilisées dans la modélisation d'un service temporaire présentée dans la partie 3.3 du chapitre 2 de ce mémoire. L'ensemble de ces contraintes est construit en utilisant les outils présentés dans 1.

La modélisation d'un service temporaire, noté  $SRV(i)$ , est illustrée dans la figure A.1 et caractérisée par les paramètres suivants :

- $d(i)$  la durée totale d'exécution
- $f_{opt}(i)$ ,  $f_{min}(i)$  et  $f_{max}(i)$  respectivement les dates de fin souhaitée, au plus tôt et au plus tard acceptables pour l'habitant.
- $P(i)$  la puissance consommée pendant que le service est exécuté.
- $f(i)$  la date de fin décidée par HESP  $\rightarrow [f(i) - d(i)]$  la date de démarrage du service.
- $d(i, k)$  la durée du service durant la période  $k$
- $E(i, k)$  l'énergie consommée durant la période  $k$

dont  $d(i)$ ,  $f_{opt}(i)$ ,  $f_{min}(i)$ ,  $f_{max}(i)$  et  $P(i)$  sont des données du problème HESP alors que  $f(i)$ ,  $d(i, k)$  et  $E(i, k)$  sont des variables de décision du problème HESP. L'objectif principal est de calculer la quantité d'énergie affectée  $E(i, k)$  à ce service pendant chaque période  $k$ .

La durée de la consommation potentielle (durée effective si elle est positive)  $d(i, k)$  d'un service  $SRV(i)$ , illustré dans la figure A.1, au cours d'une période d'échantillonnage  $k$  est donnée par :

$$d(i, k) = \min(f(i), (k + 1)\Delta) - \max(f(i) - d(i), k\Delta) \quad (\text{A.6})$$

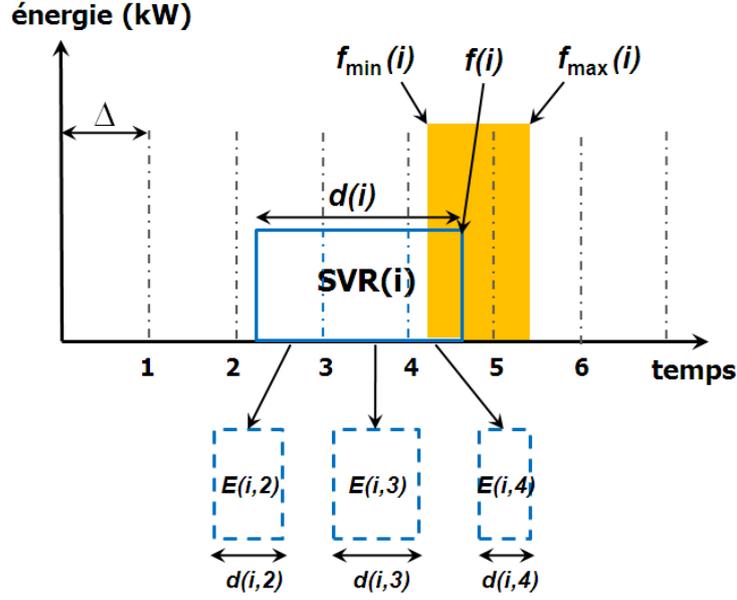


FIGURE A.1 – Modélisation d'un service temporaire

Deux variables binaires  $\delta_1(i, k)$  et  $\delta_2(i, k)$  sont utilisées pour transformer le min et le max. Elles sont définies par :

$$[\delta_1(i, k) = 1] \leftrightarrow [f(i) \leq k\Delta] \quad (\text{A.7})$$

$$[\delta_2(i, k) = 1] \leftrightarrow [f(i) - d(i) \leq k\Delta] \quad (\text{A.8})$$

On peut écrire les contraintes correspondantes aux transformations des conditions logiques ( A.7) et ( A.8) en utilisant  $f_{\min}(i)$  et  $f_{\max}(i)$  comme bornes de  $f(i)$  :

$$[\delta_1(i, k) = 1] \leftrightarrow [f(i) \leq k\Delta] \Leftrightarrow \begin{cases} f(i) - k\Delta \leq [f_{\max} - k\Delta] [1 - \delta_1(i, k)] \\ f(i) - k\Delta \geq \epsilon + [f_{\min} - k\Delta - \epsilon] \delta_1(i, k) \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

$$[\delta_2(i, k) = 1] \leftrightarrow [f(i) - d(i) \leq k\Delta] \Leftrightarrow \begin{cases} f(i) - d(i) - k\Delta \leq [f_{\max} - d(i) - k\Delta] [1 - \delta_2(i, k)] \\ f(i) - d(i) - k\Delta \geq \epsilon + [f_{\min} - d(i) - k\Delta - \epsilon] \delta_2(i, k) \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Le min et le max dans l'équation ( A.6) deviennent :

$$\min [f(i), (k+1)\Delta] = [1 - \delta_1(i, k+1)] (k+1)\Delta + \delta_1(i, k+1) f(i) \quad (\text{A.11})$$

$$\max [f(i) - d(i), k\Delta] = [1 - \delta_2(i, k)] [f(i) - d(i)] + \delta_2(i, k) \cdot k\Delta \quad (\text{A.12})$$

La durée du service  $d(i, k)$  pendant chaque période d'échantillonnage s'écrit à partir de l'équation ( A.6) comme suit :

$$d(i, k) = [1 - \delta_1(i, k+1)] (k+1)\Delta + \delta_1(i, k+1) f(i) - [1 - \delta_2(i, k)] [f(i) - d(i)] + \delta_2(i, k) \cdot (k)\Delta \quad (\text{A.13})$$

Des variables semi-continues  $z_1(i, k) = \delta_1(i, k) \cdot f(i)$  et  $z_2(i, k) = \delta_2(i, k) \cdot f(i)$  sont introduites pour linéariser la partie non-linéaire dans l'équation ( A.13). En utilisant la linéarisation présentée

dans ( A.5), ces linéarisations entraînent les contraintes suivantes :

$$z_1(i, k) = f(i) \cdot \delta_1(i, k) \Leftrightarrow \begin{cases} z_1(i, k) \leq f_{\max}(i) \cdot \delta_1(i, k) \\ z_1(i, k) \geq f_{\min}(i) \cdot \delta_1(i, k) \\ z_1(i, k) \leq f(i) - f_{\min}(i) \cdot [1 - \delta_1(i, k)] \\ z_1(i, k) \geq f(i) - f_{\max}(i) \cdot [1 - \delta_1(i, k)] \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

$$z_2(i, k) = f(i) \cdot \delta_2(i, k) \Leftrightarrow \begin{cases} z_2(i, k) \leq f_{\max}(i) \cdot \delta_2(i, k) \\ z_2(i, k) \geq f_{\min}(i) \cdot \delta_2(i, k) \\ z_2(i, k) \leq f(i) - f_{\min}(i) \cdot [1 - \delta_2(i, k)] \\ z_2(i, k) \geq f(i) - f_{\max}(i) \cdot [1 - \delta_2(i, k)] \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

La durée  $d(i, k)$  devient :

$$d(i, k) = z_1(i, k+1) + z_2(i, k) - f(i) - (k+1)\Delta \cdot \delta_1(i, k+1) - \delta_2(i, k) [d(i) - k\Delta] + (k+1)\Delta + d(i) \quad (\text{A.16})$$

L'énergie consommée  $E(i, k)$  par le service  $i$  pendant la période d'échantillonnage  $]k\Delta, (k+1)\Delta]$  est donnée par :

$$\begin{cases} E(i, k) = d(i, k)P(i) & \text{si } d(i, k) \geq 0 \\ E(i, k) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

On doit alors ajouter une autre variable binaire  $\delta_3(i, k)$  définie par :

$$[\delta_3(i, k) = 1] \Leftrightarrow [d(i, k) \geq 0] \quad (\text{A.18})$$

et une variable semi-continue  $z_3(i, k) = \delta_3(i, k) \cdot d(i, k)$  pour transformer cette description d'énergie. Les contraintes correspondent à l'introduction de  $\delta_3(i, k)$  et  $z_3(i, k)$ , en utilisant  $m = -T\Delta$  et  $M = \Delta$  comme les bornes de  $d(i, k)$ , s'écrivent suivant les équations ( A.4) et ( A.5) :

$$[\delta_3(i, k) = 1] \Leftrightarrow [d(i, k) \geq 0] \Leftrightarrow \begin{cases} d(i, k) \leq \Delta \delta_3(i, k) \\ d(i, k) \geq \epsilon - T\Delta [1 - \delta_3(i, k) - \epsilon] \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

$$z_3(i, k) = \delta_3(i, k) \cdot d(i, k) \Leftrightarrow \begin{cases} z_3(i, k) \leq \Delta \cdot \delta_3(i, k) \\ z_3(i, k) \geq -T\Delta \cdot \delta_3(i, k) \\ z_3(i, k) \leq d(i, k) + T\Delta \cdot [1 - \delta_3(i, k)] \\ z_3(i, k) \geq d(i, k) - \Delta \cdot [1 - \delta_3(i, k)] \end{cases} \quad (\text{A.20})$$

L'énergie consommée est finalement donnée par :

$$E(i, k) = z_3(i, k)P(i) \quad (\text{A.21})$$

### 3 Modélisation les critères de confort

Le modèle retenu dans G-homeTech pour quantifier le niveau de satisfaction de chaque type de service est défini dans le paragraphe 3.6.2 du chapitre 2. Cette partie est consacrée à détailler l'ensemble des contraintes linéaires mixtes associées aux équations de définition des variables binaires et semi continues utilisées dans ce modèle.

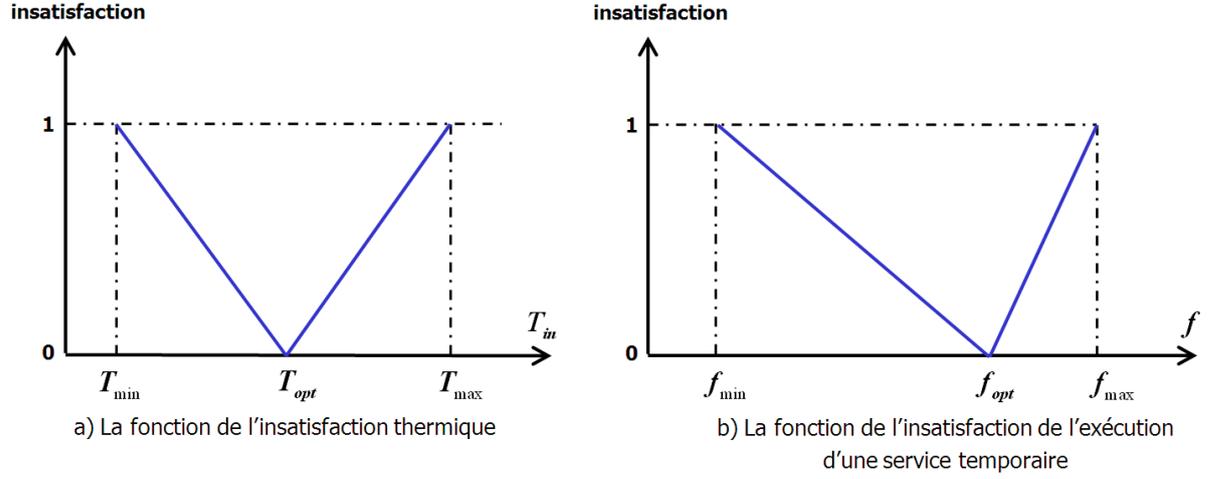


FIGURE A.2 – Fonctions de l'insatisfaction thermique et de l'insatisfaction de l'exécution d'un service temporaire du problème HESP

### 3.1 L'insatisfaction thermique.

Selon la norme 7730 de confort, (AFNOR, 2006) propose un modèle pour le confort thermique qui dépend du type d'espace (bureau, chambre,...) et de la qualité (humidité et la vitesse de l'air) de l'environnement. Pour un type d'espace thermique et une qualité de l'environnement donnés, ce modèle permet de calculer un indice d'insatisfaction à chaque période de temps  $D(i, k)$  (voir la figure 2.6-a). Dans ce modèle générique l'insatisfaction du service permanent  $SRV(i)$  à chaque période de temps  $k$  est calculée uniquement en fonction de la température intérieure de la zone thermique  $T_{in}(k)$  à l'aide de deux constantes ( $a_1, a_2$ ) qui caractérisent les paramètres de la zone par rapport au confort ressenti conformément au type d'espace et à la qualité. Les équations disponibles dans G-homeTech sont les suivantes :

$$D(i, k) = \begin{cases} a_1 \times \frac{T_{opt}(i, k) - T_{in}(i, k)}{T_{opt}(i, k) - T_{min}(i, k)} & \text{si } T_{in}(i, k) \leq T_{opt}(i, k) \\ a_2 \times \frac{T_{in}(i, k) - T_{opt}(i, k)}{T_{max}(i, k) - T_{opt}(i, k)} & \text{si } T_{in}(i, k) > T_{opt}(i, k) \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

avec  $T_{opt}(i, k)$  la température souhaitée par l'utilisateur et  $T_{min}(i, k)$ ,  $T_{max}(i, k)$  respectivement les températures minimale et maximale acceptables par l'utilisateur dans la période  $k$ .

Les indices d'insatisfaction définis dans l'équation ( A.22) doivent être linéarisés pour être intégrés dans le problème d'optimisation sous forme de programme linéaire mixte. Soit  $\delta_D(i, k)$  une variable binaire définie par

$$[\delta_D(i, k) = 1] \leftrightarrow [T_{in}(i, k) \leq T_{opt}(i, k)] \quad (\text{A.23})$$

En utilisant  $T_{min}(i, k)$  et  $T_{max}(i, k)$  comme des bornes de  $T_{in}(i, k)$ , cette fonction logique est transformée en utilisant l'équation ( A.3) :

$$[\delta_D(i, k) = 1] \leftrightarrow [T_{in}(i, k) \leq T_{opt}(i, k)] \Leftrightarrow \begin{cases} T_{in}(i, k) - T_{opt}(i, k) \leq [T_{max}(i, k) - T_{opt}(i, k)] [1 - \delta_D(i, k)] \\ T_{in}(i, k) - T_{opt}(i, k) \geq \epsilon + [T_{min}(i, k) - T_{opt}(i, k) - \epsilon] \delta_D(i, k) \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

L'insatisfaction de ce service peut être donnée comme suit :

$$D(i, k) = \delta_D(i, k) a_1 \frac{(T_{opt}(i, k) - T_{in}(i, k))}{T_{opt}(i, k) - T_{min}(i, k)} + (1 - \delta_D(i, k)) a_2 \frac{(T_{in}(i, k) - T_{opt}(i, k))}{T_{max}(i, k) - T_{opt}(i, k)}$$

On doit alors ajouter une variable semi-continue  $z_D(i, k) = T_{in}(i, k) \delta_D(i, k)$  pour linéariser cette description d'énergie. En utilisant la linéarisation présentée dans ( A.5), cette linéarisation entraîne les contraintes suivantes :

$$z_D(i, k) = T_{in}(i, k) \delta_D(i, k) \Leftrightarrow \begin{cases} z_D(i, k) \leq T_{max}(i, k) \cdot \delta_D(i, k) \\ z_D(i, k) \geq T_{min}(i, k) \cdot \delta_D(i, k) \\ z_D(i, k) \leq T_{in}(i, k) - T_{min}(i, k) \cdot [1 - \delta_D(i, k)] \\ z_D(i, k) \geq T_{in}(i, k) - T_{max}(i, k) \cdot [1 - \delta_D(i, k)] \end{cases} \quad (\text{A.25})$$

L'insatisfaction thermique est finalement donnée par :

$$D(i, k) = \frac{1}{T_{max}(i, k) - T_{opt}(i, k)} T_{in}(i, k) + \frac{T_{opt}(i, k) [T_{max}(i, k) - T_{min}(i, k)]}{[T_{opt}(i, k) - T_{min}(i, k)] [T_{max}(i, k) - T_{opt}(i, k)]} \delta_D(i, k) + \frac{T_{max}(i, k) - T_{min}(i, k)}{[T_{max}(i, k) - T_{opt}(i, k)] [T_{min}(i, k) - T_{opt}(i, k)]} z_D(i, k) + \frac{T_{opt}(i, k)}{T_{opt}(i, k) - T_{max}(i, k)} \quad (\text{A.26})$$

### 3.2 L'insatisfaction de l'exécution d'un service temporaire.

L'insatisfaction de l'exécution d'un service temporaire est un cas particulier de l'insatisfaction d'un service permanent avec  $a_1 = 1$  et  $a_2 = 1$ . Pour les services temporaires, la satisfaction de l'utilisateur dépend de la date d'exécution du service. L'utilisateur définit une date de fin préférée, notée  $f_{opt}(i)$ , et une fenêtre de temps acceptable pour l'exécution du service. De la même manière que pour les services permanents, l'insatisfaction d'un service temporaire  $SRV(i)$  est calculée par rapport à l'écart entre la date d'exécution préférée et la date planifiée (voir la figure 2.6-b) comme suit :

$$D(i) = \begin{cases} \frac{f(i) - f_{opt}(i)}{f_{max}(i) - f_{opt}(i)} & \text{si } f(i) > f_{opt}(i) \\ \frac{f_{opt}(i) - f(i)}{f_{opt}(i) - f_{min}(i)} & \text{si } f(i) \leq f_{opt}(i) \end{cases} \quad (\text{A.27})$$

avec  $f_{opt}(i)$  l'heure de fin souhaitée et  $f_{min}(i)$ ,  $f_{max}(i)$  respectivement les heures de fin minimale et maximale acceptables pour le service  $i$ .

De la même façon, cette description non-linéaire est linéarisée en introduisant une variable binaire  $\delta_D(i)$  définie par :

$$[\delta_D(i) = 1] \Leftrightarrow [f(i) \leq f_{opt}(i)] \quad (\text{A.28})$$

Cette fonction logique est transformée en utilisant l'équation ( A.4) comme suit :

$$[\delta_D(i) = 1] \Leftrightarrow [f(i) \leq f_{opt}(i)] \Leftrightarrow \begin{cases} f(i) - f_{opt}(i) \leq [f_{max}(i) - f_{opt}(i)] [1 - \delta_D(i)] \\ f(i) - f_{opt}(i) \geq \epsilon + [f_{min}(i) - f_{opt}(i) - \epsilon] \delta_D(i) \end{cases} \quad (\text{A.29})$$

L'insatisfaction de ce service peut être donnée comme suit :

$$D(i) = \delta_D(i) \frac{(f_{opt}(i) - f(i))}{f_{opt}(i) - f_{min}(i)} + (1 - \delta_D(i)) \frac{(f(i) - f_{opt}(i))}{f_{max}(i) - f_{opt}(i)}$$

On doit alors ajouter une variable semi-continue  $z_D(i) = f(i) \delta_D(i)$  pour linéariser cette description d'énergie. En utilisant la linéarisation présentée dans ( A.5), cette linéarisation entraîne

les contraintes suivantes :

$$z_D(i) = f(i)\delta_D(i) \Leftrightarrow \begin{cases} z_D(i) \leq f_{\max}(i) \cdot \delta_D(i) \\ z_D(i) \geq f_{\min}(i) \cdot \delta_D(i) \\ z_D(i) \leq f(i) - f_{\min}(i) \cdot [1 - \delta_D(i)] \\ z_D(i) \geq f(i) - f_{\max}(i) \cdot [1 - \delta_D(i)] \end{cases} \quad (\text{A.30})$$

L'insatisfaction de l'exécution d'un service temporaire  $SRV(i)$  est finalement donnée par :

$$D(i) = \frac{1}{f_{\max}(i) - f_{opt}(i)} f(i) + \frac{f_{opt}(i)[f_{\max}(i) - f_{\min}(i)]}{[f_{opt}(i) - f_{\min}(i)][f_{\max}(i) - f_{opt}(i)]} \delta_D(i) + \frac{f_{\max}(i) - f_{\min}(i)}{[f_{\max}(i) - f_{opt}(i)][f_{\min}(i) - f_{opt}(i)]} z_D(i) + \frac{f_{opt}(i)}{f_{opt}(i) - f_{\max}(i)} \quad (\text{A.31})$$

## 4 Modélisation de l'option tarifaire 2

Cette partie vise à présenter l'ensemble des contraintes linéaires mixtes qui permettent de modéliser l'option 2 de tarification présentée dans la partie 2.2 du chapitre 2 de ce mémoire. Un exemple de tarification selon l'option 2 est présenté dans la figure A.3.

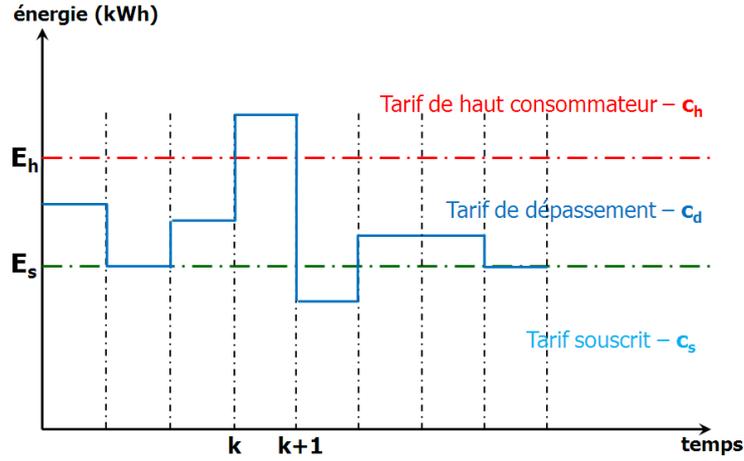


FIGURE A.3 – Schéma de principe de l'option tarifaire 2

Le coût énergétique, dans cette option, est calculé en fonction de la quantité d'énergie consommée pendant chaque période de l'horizon de planification. Il est défini par les paramètres suivants :

- $E_s(k)$  l'abonnement souscrit pour cette maison à la période  $k$ .
- $E_h(k)$  le niveau de l'énergie des hautes consommations à la période  $k$ .
- $c_s(k)$  le tarif unitaire avec l'abonnement souscrit à la période  $k$
- $c_d(k)$  le tarif unitaire correspondant au dépassement du niveau de base à la période  $k$ .
- $c_h(k)$  le tarif unitaire des hautes consommations à la période  $k$ .

Le coût énergétique de la maison à la période  $k$ , noté  $C(k)$ , s'écrit de la façon suivante :

$$C(k) = c_s \cdot \min [E_c(k), E_s(k)] + c_d \cdot \max \left\{ 0, \min \left[ E_s(k), \tilde{E}_d(k) \right] \right\} + c_h \cdot \max \left[ 0, \tilde{E}_h(k) \right] \quad (\text{A.32})$$

avec  $\tilde{E}_d(k) = E_c(k) - E_s(k)$  et  $\tilde{E}_h(k) = E_c(k) - E_h(k)$  sont respectivement la quantité de dépassement du niveau de souscription et la quantité de dépassement du niveau de haute consommation.

$E_c(k)$  est la consommation totale des services à l'habitant donnée par :

$$E_c(k) = \sum_{i \in \mathcal{I}_E} E(i, k) \quad (\text{A.33})$$

La borne supérieure de cette consommation totale durant chaque période  $k$  est donnée par :

$$E_c^{\max}(k) = \Delta \cdot \sum_{j \in \mathcal{I}_S} P(j, k) \quad (\text{A.34})$$

où  $\mathcal{I}_S$  l'ensemble des indices des services fournisseurs d'énergie.

Deux variables binaires  $\delta_s(k)$  et  $\delta_h(k)$  sont utilisées pour comparer la quantité d'énergie consommée  $E_c(k)$  avec les seuils  $E_s(k)$  et  $E_h(k)$  durant chaque périodes  $k$ . Elles sont définies par :

$$[\delta_s(k) = 1] \leftrightarrow [E_c(k) \leq E_s(k)] \quad (\text{A.35})$$

$$[\delta_h(k) = 1] \leftrightarrow [E_c(k) > E_h(k)] \quad (\text{A.36})$$

$$(\text{A.37})$$

En utilisant  $m = 0$  et  $M = E_c^{\max}(k)$  comme des bornes de  $E_c(k)$ , ces fonctions logiques sont transformées en utilisant l'équation ( A.4) :

$$[\delta_s(k) = 1] \leftrightarrow [E_c(k) \leq E_s] \Leftrightarrow \begin{cases} E_c(k) - E_s \leq [E_c^{\max}(k) - E_s][1 - \delta_s(k)] \\ E_c(k) - E_s \geq (-E_s - \varepsilon)\delta_s(k) + \varepsilon \end{cases} \quad (\text{A.38})$$

$$[\delta_d(k) = 1] \leftrightarrow [E_c(k) > E_h] \Leftrightarrow \begin{cases} E_h - E_c(k) \leq (E_h - \varepsilon)[1 - \delta_d(k)] + \varepsilon \\ E_h - E_c(k) \geq [E_h - E_c^{\max}(k)]\delta_d(k) \end{cases} \quad (\text{A.39})$$

Nous pouvons ensuite comparer la quantité d'énergie consommée avec les seuils de tarification :

$$(\delta_s(k) = 0) \wedge (\delta_h(k) = 0) \leftrightarrow [E_s(k) < E_c(k) \leq E_h(k)] \quad (\text{A.40})$$

$$(\delta_s(k) = 0) \wedge (\delta_h(k) = 1) \leftrightarrow [E_c(k) > E_h(k)] \quad (\text{A.41})$$

$$(\delta_s(k) = 1) \wedge (\delta_h(k) = 0) \leftrightarrow [E_c(k) \leq E_s(k)] \quad (\text{A.42})$$

$$(\delta_s(k) = 1) \wedge (\delta_h(k) = 1) \leftrightarrow \text{impossible} \quad (\text{A.43})$$

Une autre variable binaire  $\delta_d(k)$  est ajoutée pour vérifier le cas impossible :

$$[\delta_d(k) = 1] \leftrightarrow [\delta_s(k) + \delta_h(k) = 0] \quad (\text{A.44})$$

Ce qui entraîne :

$$\delta_s(k) + \delta_d(k) + \delta_h(k) = 1 \quad (\text{A.45})$$

Avec ( A.43), ( A.44) et ( A.45) on peut déduire :

$$\begin{aligned} \delta_s(k) = 1 &\leftrightarrow [E_c(k) \leq E_s(k)] \\ \delta_d(k) = 1 &\leftrightarrow [E_s(k) < E_c(k) \leq E_h(k)] \\ \delta_h(k) = 1 &\leftrightarrow [E_c(k) > E_h(k)] \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

Le coût énergétique dans A.32 devient :

$$\begin{aligned} C(k) = & E_c(k)c_s(k)\delta_s(k) + \delta_d(k) \left[ E_s(k)c_s(k) + \tilde{E}_d(k)c_d(k) \right] \\ & + \left[ E_s(k)c_s(k) + E_d(k)c_d(k) + \tilde{E}_h(k)c_h(k) \right] \delta_h(k) \end{aligned} \quad (\text{A.47})$$

Pour linéariser ce coût énergétique nous devons ajouter trois variables semi-continues :

$$z_s(k) = E_c(k)\delta_s(k) \quad (\text{A.48})$$

$$z_d(k) = E_c(k)\delta_d(k) \quad (\text{A.49})$$

$$z_h(k) = E_c(k)\delta_h(k) \quad (\text{A.50})$$

En utilisant  $m = 0$  et  $M = E_c^{\max}(k)$  comme les bornes de  $E_c(k)$ , l'introduction de ces variables conduit aux contraintes suivantes :

$$z_i(k) = \delta_i(k)E_i(k) \Leftrightarrow \begin{cases} z_i(k) \leq E_c^{\max}(k).\delta_i(k) \\ z_i(k) \geq 0 \\ z_i(k) \leq E_i(k) \\ z_i(k) \geq [E_i(k) - E_c^{\max}] [1 - \delta_i(k)] \end{cases}, i \in \{s, d, h\} \quad (\text{A.51})$$

La formulation sous forme de programmation linéaire mixte du coût énergétique s'écrit :

$$C(k) = c_s(k)z_s(k) + c_d(k)z_d(k) + c_h(k)z_h(k) + \delta_d(k) [E_s(k)c_s(k) - E_d(k)c_d(k)] + \delta_h(k) [E_s(k)c_s(k) + E_d(k)c_d(k) - E_h(k)c_h(k)] \quad (\text{A.52})$$

## 5 Modélisation de la valorisation locale de la production photovoltaïque

Cette partie est consacrée à la présentation de l'ensemble des contraintes linéaires mixtes du problème HESP3 qui permet de gérer l'électricité produite localement suivant le scénario de la tarification allemande de valorisation de l'autoconsommation de la production photovoltaïque. Les principes de la modélisation de cette tarification, illustrée dans la figure A.4, sont présentées dans la partie 3 du chapitre 2 de ce mémoire.

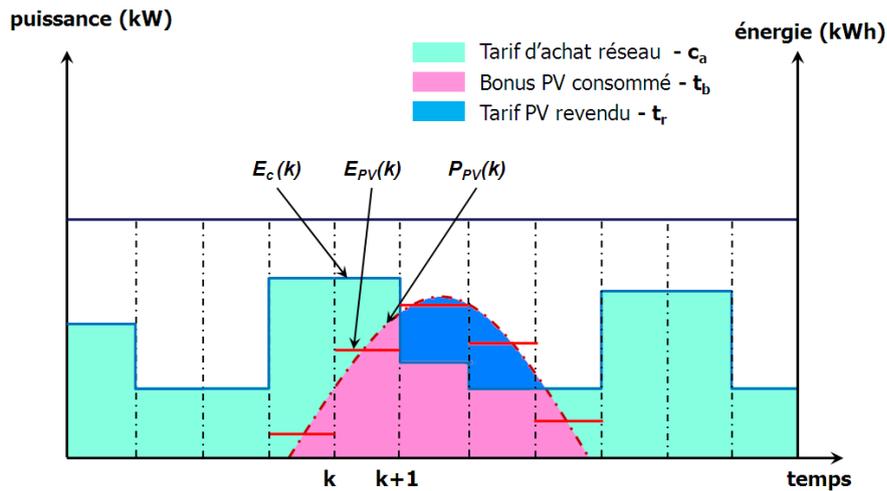


FIGURE A.4 – Schéma de principe de la tarification allemande d'autoconsommation du PV

La valorisation locale de l'énergie PV telle que pratiquée en Allemagne est caractérisée par les prix énergétiques suivants :

- $t_b$  le bonus de l'autoconsommation du PV.
- $t_r$  le prix de revente de l'électricité d'origine photovoltaïque

–  $c_a$  le prix d'achat de l'électricité sur le réseau

Le coût énergétique de la période  $k$  est donné par

$$\begin{aligned} C(k) &= c_a [E_c(k) - E_{PV}(k)] - t_b \cdot E_{PV}(k) & \text{si } E_c(k) \leq E_{PV}(k) \\ C(k) &= -t_r [E_{PV}(k) - E_c(k)] - t_b \cdot E_c(k) & \text{si } E_c(k) > E_{PV}(k) \end{aligned} \quad (\text{A.53})$$

Le critère de coût énergétique s'écrit alors :

$$C(k) = c_a \cdot \max [E_c(k) - E_{PV}(k), 0] - t_b \cdot \min [E_{PV}(k), E_c(k)] - t_r \cdot \max [E_{PV}(k) - E_c(k), 0] \quad (\text{A.54})$$

avec  $E_c(k)$  la consommation totale des services à l'habitant donnée par l'équation ( A.33) avec la borne supérieur donnée par ( A.34).

Pour traduire cela nous devons ajouter une variable binaire  $\delta(k)$  définie par

$$[\delta(k) = 1] \leftrightarrow [E_c(k) \geq E_{PV}(k)] \quad (\text{A.55})$$

qui entraîne des contraintes suivantes :

$$[\delta(k) = 1] \leftrightarrow [E_c(k) \geq E_{PV}(k)] \Leftrightarrow \begin{cases} E_{PV}(k) - E_c(k) \leq E_{PV}(k) [1 - \delta_1(k)] \\ E_{PV}(k) - E_c(k) \geq \epsilon + [E_{PV}(k) - E_c^{\max}(k) - \epsilon] \delta_1(k) \end{cases} \quad (\text{A.56})$$

Le coût devient alors :

$$C(k) = [E_c(k) - E_{PV}(k)] t_r - E_c(k) t_b + \delta(k) [E_{PV}(k) - E_c(k)] (t_r - t_b - c_a) \quad (\text{A.57})$$

Une variable semi-continue  $z(k) = \delta(k) [E_{PV}(k) - E_c(k)]$  est ajoutée pour transformer la partie non-linéaire de l'équation ( A.57). En utilisant la transformation présentée dans l'équation ( A.5) avec  $f(x) = E_{PV}(k) - E_c(k)$  et les bornes  $m = E_{PV}(k) - E_c^{\max}(k)$ ,  $M = E_{PV}(k)$ , cette variable est traduite par les contraintes suivantes :

$$z(k) = [E_{PV}(k) - E_c(k)] \delta(k) \Leftrightarrow \begin{cases} z(k) \leq E_{PV}(k) \cdot \delta(k) \\ z(k) \geq [E_{PV}(k) - E_c^{\max}(k)] \delta(k) \\ z(k) \leq E_{PV}(k) - E_c(k) - [E_{PV}(k) - E_c^{\max}(k)] [1 - \delta(k)] \\ z(k) \geq E_{PV}(k) - E_c(k) - E_{PV}(k) [1 - \delta(k)] \end{cases} \quad (\text{A.58})$$

Finalement, le coût énergétique de la période  $k$  est modélisé sous forme linéaire par :

$$C(k) = [E_c(k) - E_{PV}(k)] t_r - E_c(k) t_b + z(k) (t_r - t_b - c_a) \quad (\text{A.59})$$

# Table des figures

1.1	Importance de l'effet de serre (Repères, 2011b) . . . . .	18
1.2	Température globale moyenne estimée (°C) (Repères, 2011b) . . . . .	19
1.3	Température terrestre globale moyenne estimée (°C) (Repères, 2011b) . . . . .	19
1.4	Fonte glaciaire des Alpes françaises (Repères, 2011b) . . . . .	20
1.5	Évolution du niveau moyen des mers du globe (Repères, 2011b) . . . . .	20
1.6	Nombre de jours inhabituellement chauds et froids dans le monde (Repères, 2011b)	21
1.7	Répartition de l'énergie primaire dans le monde (Repères, 2011a) . . . . .	21
1.8	Émissions de $CO_2$ par type de combustible dans le monde (Repères, 2011a) . . .	21
1.9	La consommation de pétrole selon le scénario de prévision de l'IEA . . . . .	22
1.10	Facture énergétique française et prix du pétrole brut importé (Repères, 2011a) . .	23
1.11	Production et consommation d'énergie primaire par type de ressource (Repères, 2011a) . . . . .	23
1.12	Les étapes majeures du protocole de Kyoto (Repères, 2011a) . . . . .	24
1.13	Part de chaque énergie dans la production d'électricité renouvelable (en %) (Repères, 2011a) . . . . .	25
1.14	Production totale d'énergies renouvelables en France (Repères, 2011a) . . . . .	26
1.15	Part de l'électricité d'origine renouvelable dans la consommation d'électricité en France (hors DOM) (Repères, 2011a) . . . . .	26
1.16	Consommation d'énergie finale par secteur d'activités en France (Repères, 2011a)	27
1.17	Répartition par source des émissions de $CO_2$ en France en 2008 (DOM inclus) (Repères, 2011a) . . . . .	28
1.18	Consommation finale d'électricité par secteur en France (Repères, 2011a) . . . . .	28
2.1	Catégories des services à l'habitant . . . . .	35
2.2	Caractérisation du service fournisseur . . . . .	36
2.3	Caractérisation des services à l'habitant . . . . .	36
2.4	Mécanisme de pilotage multi-couche pour la gestion d'énergie dans l'habitat . . .	38
2.5	Modélisation des services dans HESP . . . . .	39
2.6	Fonctions de l'insatisfaction thermique et de l'insatisfaction de l'exécution d'une service temporaire du problème HESP . . . . .	44
2.7	Structure du système de gestion d'énergie dans l'habitat . . . . .	46
2.8	Architecture globale de la plate-forme G-HomeTech . . . . .	47
2.9	Interface Homme Machine du logiciel G-HomeTech . . . . .	48
3.1	Exemple étudié . . . . .	52
3.2	Structure des solutions de HESP1.1 . . . . .	54

3.3	Scénarios des coûts énergétiques étudiés . . . . .	54
3.4	Impact du coût énergétique sur le temps de calcul du problème HESP1.1 . . . . .	55
3.5	Impact de l'insatisfaction de l'utilisateur sur le temps de calcul du problème HESP1 . . . . .	55
3.6	Analyse de la quantité de services dans une maison dans la base IRISE . . . . .	56
3.7	Schéma de principe de la tarification option 2 . . . . .	58
3.8	La prévision météorologique . . . . .	59
3.9	Les fonctions de l'insatisfaction thermiques et l'insatisfaction de l'exécution des services dans le logement . . . . .	60
3.10	Périodes inoccupées des différentes zones thermiques dans le logement . . . . .	60
3.11	La prévision de l'énergie consommée globale du service non-supervisé . . . . .	61
3.12	Plan d'affectation d'énergie dans le scénario de référence avec l'option 1 (sans HESP1) . . . . .	62
3.13	Les températures intérieures du logement dans le scénario de référence de l'option 1 (sans HESP1) . . . . .	62
3.14	Plan d'affectation d'énergie dans le scénario de référence avec abonnement à 6kW de l'option 1 (sans HESP1) . . . . .	63
3.15	Les températures intérieures du logement dans le scénario de référence avec abonnement à 6kW de l'option 1 (sans HESP1) . . . . .	63
3.16	Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le HESP1 . . . . .	64
3.17	Les températures intérieures du logement dans la solution optimale donnée par le HESP1 . . . . .	64
3.18	Plan d'affectation d'énergie dans le scénario de référence de l'option 2 (sans HESP2) . . . . .	65
3.19	Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le HESP2 . . . . .	66
3.20	Les températures intérieures du logement dans la solution optimale donnée par le HESP2 . . . . .	66
3.21	Gains financiers obtenus avec le scénario du coût HCHP et le scénario du coût 3D des 100 instances étudiées. . . . .	67
3.22	Schéma de principe de la tarification allemande d'autoconsommation du PV (hypothèse du projet ANR Solution PV) . . . . .	68
3.23	Intégration de la production photovoltaïque dans l'énergie consommée . . . . .	68
3.24	Plan d'affectation de l'énergie dans le scénario de référence (sans HESP3) . . . . .	70
3.25	Plan d'affectation de l'énergies calculé par HESP3 . . . . .	71
3.26	Températures intérieures anticipatives de la maison données par le HESP3 . . . . .	71
3.27	Évolution prévue du tarif allemand de valorisation de l'énergie photovoltaïque et gain financier apporté par HESP3 . . . . .	72
4.1	La simulation des températures intérieures du logement avec l'option 1 sans incertitude de prévision météorologique pendant 24 heures . . . . .	74
4.2	L'incertitude de la température extérieure pendant 24 heures . . . . .	75
4.3	La simulation des températures intérieures du logement avec l'option 1 avec l'incertitude de prévision météorologique pendant 24 heures . . . . .	75
4.4	La simulation de la consommation des services dans le logement dans le scénario prévisionnel dans le cas de l'option 2 pendant 24 heures . . . . .	76
4.5	La simulation de la température intérieure du logement dans le cas de l'option 2 pendant 24 heures . . . . .	76

4.6	Simulation de la consommation des services dans le logement pendant 24 heures avec le fonctionnement imprévu de la plaque chauffante . . . . .	77
4.7	Plan d'affectation de l'énergie donné par la couche anticipative avec la prévision du fonctionnement de la plaque chauffante de 18h à 19h . . . . .	78
4.8	Les services à l'habitant . . . . .	80
4.9	Prévisions et erreurs de prévisions de la consommation du service non-supervisé . . . . .	84
4.10	Le schéma général de la caractérisation d'une solution robuste . . . . .	86
5.1	La prévision météorologique . . . . .	94
5.2	Le coût énergétique $C^*$ optimal et l'énergie affectée au chauffage à la période 5 en fonction de $\widehat{T}_{out}$ et $\widehat{\phi}_s$ . . . . .	95
5.3	La borne de probabilité de la violation de la contrainte $i$ en fonction de $\Gamma_i$ avec $ AI_i  = 2$ . . . . .	99
5.4	La borne de probabilité de la violation de la contrainte $i$ en fonction de $\Gamma_i$ avec $ AI_i  = 3$ . . . . .	100
5.5	Le plan de réservation d'énergie pour le chauffage en fonction de $\Gamma_p(2)$ . . . . .	106
5.6	La quantité d'énergie réservée pour le chauffage à la période 5 en fonction de $\Gamma_p(2)$ , le cas des paramètres indépendants . . . . .	106
5.7	La quantité d'énergie réservée pour le chauffage à la période 5 en fonction de $\Gamma_p(2)$ , le cas des paramètres corrélés . . . . .	107
5.8	Prévisions et erreur maximale de la prévision de la consommation globale du service non-supervisé . . . . .	108
5.9	Compromis entre valeur optimale de la fonction objectif et robustesse dans le scénario avec la tarification avec l'option 2 . . . . .	110
5.10	Coût énergétique et insatisfaction thermique optimaux en fonction de la robustesse dans le scénario avec la tarification avec l'option 2 . . . . .	110
6.1	Distribution empirique et fonction de répartition empirique de la probabilité de l'incertitude de prévision de la consommation globale du service non-supervisé à la période $k$ . . . . .	116
6.2	Prévisions et incertitudes de prévisions de la demande du service non-supervisé . . . . .	116
6.3	Prévision et matelas de sécurité d'un service non-supervisé . . . . .	118
6.4	Détermination de matelas de sécurité à partir de la fonction de répartition empirique à la période $k$ . . . . .	119
6.5	Distribution et fonction de répartition empirique de l'incertitude de prévision pour la période $[7h; 8h]$ - modèle absolu . . . . .	121
6.6	Distribution de probabilité et fonction de répartition empirique de l'incertitude de prévision pour la période $[7h; 8h[$ - modèle relatif . . . . .	122
6.7	Distribution de probabilité et fonction de répartition de l'incertitude de prévision à la période $[7h; 8h[$ données par l'approche à base de modèle - modèle absolu . . . . .	122
6.8	Distribution de probabilité et fonction de répartition de l'incertitude de prévision à la période $[7h; 8h[$ données par l'approche à base de modèle - modèle relatif . . . . .	123
6.9	Comparaison de la fonction de répartition des trois approches utilisées . . . . .	123
6.10	Les matelas de sécurité obtenus en fonction du taux de couverture d'incertitude de demande donnés avec l'approche à base d'historique . . . . .	124

6.11	Les matelas de sécurité correspondants au taux de couverture d'incertitudes de 80% des 3 approches utilisées . . . . .	125
7.1	Profil de prévision d'une plaque-chauffante en hiver de la maison 2000983 dans la base IRISE . . . . .	129
7.2	Profil de prévision d'une plaque-chauffante déduite des informations de l'utilisateur	130
7.3	Plan d'affectation de l'énergie pour le scénario $s_1$ par HESP1.1 . . . . .	139
7.4	Plan d'affectation de l'énergie pour le scénario $s_2$ par HESP1.1 . . . . .	140
7.5	Plan d'affectation d'énergie par HESP-SP dans le cas de l'option 1 . . . . .	140
7.6	Plan d'affectation de l'énergie pour le scénario $s_0$ par HESP1.1 . . . . .	141
7.7	Plan d'affectation de l'énergie pour le scénario $s_1$ par HESP1.2 . . . . .	141
7.8	Plan d'affectation de l'énergie pour le scénario $s_2$ par HESP1.2 . . . . .	142
7.9	Plan d'affectation d'énergie par HESP-SP dans le cas de l'option 2 . . . . .	142
7.10	Plan d'affectation de l'énergie pour le scénario $s_0$ par HESP1.2 . . . . .	143
8.1	Schéma global pour la prise en compte des incertitudes dans la gestion de l'énergie dans le bâtiment . . . . .	148
8.2	Les fonctions de l'insatisfaction thermiques et l'insatisfaction de l'exécution des services dans le logement . . . . .	150
8.3	Les périodes d'occupation des différentes zones thermiques dans l'appartement . .	151
8.4	La prévision météorologique . . . . .	151
8.5	Profil de prévision de la plaque chauffante . . . . .	152
8.6	Prévision et erreurs de prévision de la consommation globale du service non-supervisé des 30 jours historiques . . . . .	153
8.7	Les matelas obtenus avec l'approche à base d'historique en fonction du taux de couverture d'incertitudes donné . . . . .	154
8.8	Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le HESP1 (sans prendre en compte des incertitudes) . . . . .	155
8.9	Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le RHESP1 avec taux de couverture d'incertitudes 50% . . . . .	155
8.10	Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le RHESP1 avec taux de couverture d'incertitudes 75% . . . . .	156
8.11	Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le RHESP1 avec taux de couverture d'incertitudes 100% . . . . .	156
8.12	Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le HESP2 (sans prendre en compte des incertitudes) . . . . .	157
8.13	Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le RHESP2 avec taux de couverture d'incertitudes 50% . . . . .	157
8.14	Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le RHESP2 avec taux de couverture d'incertitudes 75% . . . . .	158
8.15	Plan d'affectation d'énergie optimal donné par le RHESP2 avec taux de couverture d'incertitudes 100% . . . . .	158
8.16	Schéma de la simulation d'un plan d'affectation de l'énergie d'une maison pendant une journée de fonctionnement . . . . .	161
8.17	Simulation d'une journée de fonctionnement des services dans le logement avec l'option 1 tarifaire . . . . .	162

---

8.18	Simulation de la température des différentes zones thermiques d'une journée donnée de l'option 1 tarifaire . . . . .	162
8.19	Erreurs de prévisions météorologiques des 30 jours étudiés . . . . .	162
8.20	Erreurs des valeurs de gain des modèles thermiques des 30 jours étudiés . . . . .	163
8.21	Erreurs de la durée des services temporaires des 30 jours étudiés . . . . .	163
8.22	Erreurs de prévisions du service temporaire non-programmable des 30 jours étudiés	164
8.23	Erreurs de prévision de la consommation globale du service non-supervisé des 30 jours étudiés . . . . .	165
8.24	Résultats de simulation des 30 jours étudiés avec l'option 1 de la tarification . . .	165
8.25	Résultats de simulation des 30 jours étudiés avec l'option 2 de la tarification . . .	166
A.1	Modélisation d'un service temporaire . . . . .	183
A.2	Fonctions de l'insatisfaction thermique et de l'insatisfaction de l'exécution d'un service temporaire du problème HESP . . . . .	185
A.3	Schéma de principe de l'option tarifaire 2 . . . . .	187
A.4	Schéma de principe de la tarification allemande d'autoconsommation du PV . . .	189



# Liste des tableaux

3.1	Dimensionnement du modèle de chaque type de service . . . . .	52
3.2	Synthèse du temps de calcul des différents scénarios étudiés . . . . .	56
5.1	Compromis entre valeur optimale et robustesse . . . . .	108
5.2	Paramètres incertains du problème . . . . .	109
5.3	Compromis entre insatisfaction et robustesse . . . . .	109
5.4	Insatisfaction de l'utilisateur en fonction de la probabilité de violation des services permanents . . . . .	111
6.1	Exemple illustratif pour la mesure du taux de couverture d'incertitude de prévision du service non-supervisé . . . . .	118
6.2	Données historiques de prévision de demande et demande réelle du service non-supervisé pendant la période $[7h; 8h[$ . . . . .	120
6.3	Incertainitude de prévision (absolue et relative) demande du service non-supervisé pendant la période $[7h; 8h[$ . . . . .	121
7.1	Les scénarios à couvrir en fonction du taux de couverture pour la plaque chauffante	133
7.2	Les scénarios à couvrir en fonction du taux de couverture pour la plaque chauffante simplifiée . . . . .	134
7.3	Les résultats donnés par rHESP-np avec les deux l'option de la tarification . . . .	134





**Résumé :** Le travail présenté dans ce mémoire de thèse concerne la gestion de la consommation et de la production d'énergie électrique dans les bâtiments. Le problème de gestion d'énergie est modélisé sous forme de programme linéaire mixte. Le travail présenté dans ce mémoire propose des outils qui permettent de prendre en compte les incertitudes dans l'optimisation des flux d'énergie dans l'habitat. Dans un premier temps les incertitudes à prendre en compte sont étudiées. Nous distinguons 2 types d'incertitudes : les incertitudes paramétriques qui concernent le caractère imprécis des coefficients du modèle (prévisions météorologiques, paramètres des modèles, demande prévisionnelle d'énergie ...) et les incertitudes d'occurrence qui sont liées aux actions directes de l'utilisateur sur sa consommation d'énergie. Une approche d'optimisation robuste s'appuyant sur une formulation présentée par Bertsimas et Sim pour la programmation linéaire robuste est proposée pour prendre en compte les incertitudes paramétriques. Une procédure d'optimisation en deux étapes, basée sur la programmation stochastique, est proposée pour anticiper les possibilités de démarrage des services pilotés par l'utilisateur. Cette procédure apporte une réponse aux incertitudes d'occurrence en permettant de prendre en compte les consommations d'énergie qui ne sont pas pilotées par le système d'optimisation. Différents exemples d'appartements sont utilisés pour illustrer la validité des méthodes proposées. Différents scénarios de tarification de l'énergie sont également étudiés.

**Mots clés :** gestion de l'énergie, bâtiments, programmation linéaire mixte, optimisation robuste, optimisation stochastique.

**Abstract:** This PhD dissertation concerns the power management in buildings. The problem of power management is modeled as a mixed linear program. The work presented in this thesis aims to take into account the uncertainties in the optimization of energy flow in the buildings. The uncertainties are analyzed and two types of uncertainty are identified: parametric uncertainties concerning the vagueness of the parameters (weather forecasts, energy demand forecast ...) and the occurrence uncertainties that are related to uncontrollable actions of the user. A robust optimization approach based on a formulation presented by Bertsimas and Sim for robust linear programming is proposed to take into account the parametric uncertainties. An optimization procedure in two stages, based on stochastic programming, is proposed to answer the occurrence uncertainties. This procedure allows to take into account the energy consumption that is not driven by the management system. The proposed methods have been illustrated on various examples of dwellings. Different energy pricing are addressed.

**Key Words:** energy management, buildings, mixed linear programming, robust optimization, stochastic optimization.