HAL
open science

Étude de dipôles supraconducteurs en Nb3Sn à haut champ : isolation électrique à base de céramique et conception magnétique

Etienne Rochepault

To cite this version:

Etienne Rochepault. Étude de dipôles supraconducteurs en Nb3Sn à haut champ : isolation électrique à base de céramique et conception magnétique. Autre [cond-mat.other]. Université Paris Sud - Paris XI, 2012. Français. NNT : 2012PA112210 . tel-00747838

HAL Id: tel-00747838

https://theses.hal.science/tel-00747838

Submitted on 27 Nov 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PARIS-SUD

ÉCOLE DOCTORALE : STITS

Laboratoire d'Etude des Aimants Supraconducteurs
CEA Saclay/IRFU/SACM

***DISCIPLINE** : PHYSIQUE*

THÈSE DE DOCTORAT

soutenue le 04/10/2012

par

Etienne ROCHEPAULT

Etude de dipôles supraconducteurs en Nb_3Sn à haut champ : isolation électrique à base de céramique et conception magnétique.

Directeur de thèse :	Frédéric BOUILLAULT	Professeur (Université Paris-Sud)
Co-directeur de thèse :	Pierre VEDRINE	Ingénieur (CEA Saclay)

Composition du jury :

Luca BOTTURA	Chercheur (CERN)
Jean-Luc DUCHATEAU	Ingénieur (CEA Cadarache)
Jean LEVEQUE	Professeur (INP Lorraine)
Frédéric MAZALEYRAT	Professeur (Université Paris-Sud)
Guy AUBERT	Professeur Emérite (Université de Grenoble)

Celui qui trouve sans chercher
est celui qui a longtemps cherché.
sans trouver.

– Gaston Bachelard.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier chaleureusement Pierre Vedrine, mon tuteur au CEA, pour m'avoir encadré durant ses trois années, pour avoir su me guider tout en me laissant indépendant, pour son optimisme dans les moments difficiles.

Je remercie sincèrement Frédéric Bouillault, mon directeur de thèse, pour m'avoir aidé sur les parties administratives, pour ses encouragements et ses conseils avisés.

J'adresse un remerciement particulier à Guy Aubert, qui m'a énormément aidé dans la démonstration et l'utilisation des formules, qui a toujours répondu à mes courriels dans les meilleurs délais, et qui a su répondre patiemment à mes questions, même aux plus naïves !

Je remercie mes rapporteurs, Luca Bottura, Jean-Luc Duchâteau et Jean Lévêque, pour la lecture approfondie de mon mémoire et pour leurs remarques pertinentes. Je remercie de plus Frédéric Mazaleyrat pour avoir présidé mon jury de thèse.

Je dis un grand merci à Françoise Rondeaux, pour son soutien sur la partie céramique, toujours présente pour discuter, prête à proposer son aide et soucieuse de mes résultats expérimentaux.

Je remercie également mon « comité de suivi » : Pierre Vedrine, Frédéric Bouillault, Françoise Rondeaux, Jean-Michel Rifflet, Maria Durante et Pierre Manil, qui ont su prêter une oreille attentive à mes présentations, et m'ont aidé à recentrer mes objectifs. Merci à François-Paul Juster, pour ses éclairages en géométrie différentielle.

Merci à tous ceux qui m'ont aidé pendant les manips, car je n'aurais pas réussi tout seul : Alain Przybylski, Thomas Dalla Foglia, Olivier Louchart, Jean-Marc Gheller, Vadim Stepanov, René Leboeuf, Jean-Jacques Goc, et tous les autres.

Merci au CERN, de m'avoir accueilli sur la station d'essais FRESCA. Je pense à Sandrine Le Naour, Michiel De Rapper, Oleg Kalouguine, Giuseppe Peiro, Arnold Jan Wuis qui ont beaucoup travaillé pour m'aider, tout en conservant une ambiance chaleureuse.

Je remercie le groupe du midi, pour les agréables moments passés au déjeuner, et pour les discussions, enrichissantes à tous points de vue.

Merci à toi Thibault, nous avons partagé un bureau, nous nous sommes entraidés, je pense que nous avons formé un bon tandem tous les deux.

Un grand merci à ma famille et à mes amis qui, tout au long de ces trois ans, grâce à leurs petites attentions ou à leurs grands coups de main, m'ont supporté, soutenu, encouragé, diverti, déconcentré et re-concentré.

Tu m'as patiemment accompagné durant cette aventure et tu as su rester présente malgré les passages difficiles. Héléna, je te dis merci du fond du cœur, et je te dédie cette thèse.

Table des matières

Introduction générale **12**

I Etude bibliographique **15**

1 Contexte **19**
1.1 Les collisionneurs de particules . . . 20
1.1.1 Principe des accélérateurs de particules . . . 20
1.1.2 Augmenter la luminosité pour maximiser les collisions . . . 21
1.1.3 Augmenter l'énergie pour atteindre de nouvelles particules . . . 22
1.2 Intégrale du champ magnétique . . . 23
1.3 Le supraconducteur Nb_3Sn pour les aimants haut champ . . . 24
1.3.1 La découverte des supraconducteurs . . . 24
1.3.2 Le phénomène de la supraconductivité . . . 25
1.3.3 Les différentes densités de courant utilisées . . . 26
1.3.4 La stabilité vis à vis des sauts de flux . . . 28
1.3.5 La mise en forme des conducteurs . . . 29
1.3.6 La fabrication du Nb_3Sn . . . 30
1.3.7 Les problèmes d'instabilité liés aux fortes densités de courant . . . 32
1.4 État de l'art des dipôles d'accélérateurs . . . 33
1.4.1 Les dipôles en cosinus thêta . . . 33
1.4.2 Les dipôles en blocs . . . 34

2 Dégradation du courant critique sous une contrainte mécanique transversale **37**
2.1 Comparaison des modes opératoires . . . 38
2.1.1 Echantillons en forme de U . . . 38
2.1.2 Echantillons droits . . . 39
2.2 Méthode du bronze . . . 40
2.2.1 Etude sur des brins . . . 40
2.2.2 Etude sur des brins dans leur câble . . . 42
2.3 Méthode des poudres . . . 43
2.3.1 Etude sur des câbles . . . 43
2.3.2 Etude sur des brins dans leur câble . . . 43
2.3.3 Etude sur des brins . . . 44
2.4 Méthode de l'étain interne . . . 44
2.5 Méthode Modified Jelly Roll . . . 45
2.5.1 Etude sur des câbles . . . 45
2.5.2 Etude sur des brins . . . 46

2.6 Synthèse des résultats . . . 46
2.7 Lois expérimentales . . . 47
2.8 Les modèles pour câbles Rutherford . . . 51
2.8.1 Modèle 2D . . . 51
2.8.2 Modèle 3D à deux échelles . . . 52
2.8.3 Approche géométrique 3D . . . 52

II Etude de conducteurs isolés céramique 57

3 Etat de l'art des isolations à base de céramique 61
3.1 Les enjeux de l'isolation du Nb_3Sn . . . 61
3.1.1 Méthode classique d'imprégnation avec une résine . . . 61
3.1.2 Les contraintes dans les aimants d'accélérateurs à haut champ . . . 62
3.2 Des matériaux résistants aux radiations . . . 63
3.2.1 Etude sur les matériaux . . . 63
3.2.2 Etude sur des bandes inorganiques . . . 63
3.2.3 Méthode sol-gel . . . 63
3.3 Les matériaux CTD . . . 64
3.3.1 Mise au point de bandes céramiques . . . 64
3.3.2 Tests mécaniques sur des empilements de câbles . . . 65
3.3.3 Application à des bobines tests . . . 66
3.4 Méthode « Impregnate, Wind & React » du CEA Saclay . . . 68
3.4.1 Mise au point d'une formulation céramique . . . 68
3.4.2 Le problème de la tenue mécanique . . . 70
3.5 Ciment inorganique utilisé au CERN . . . 70

4 Tests de courant critique sur des câbles isolés céramique 73
4.1 Courant critique d'un brin dans un câble . . . 73
4.1.1 Description des conditions d'essai . . . 73
4.1.2 Modélisation du porte-échantillon . . . 73
4.1.3 Assemblage du porte-échantillon . . . 75
4.1.4 Démarche expérimentale . . . 77
4.1.5 Résultats des essais . . . 77
4.2 Courant critique d'un câble . . . 79
4.2.1 Description du porte-échantillon . . . 79
4.2.2 Modélisation du porte-échantillon . . . 79
4.2.3 Démarche expérimentale . . . 81
4.2.4 Résultats des essais . . . 82
4.3 Synthèse des résultats . . . 86

5 Tests sur l'isolation céramique 89
5.1 Exploration de nouvelles isolations . . . 90
5.1.1 La modification du cycle thermique . . . 90
5.1.2 Différentes formulations . . . 90
5.1.3 Les méthodes d'imprégnation . . . 91
5.2 Caractérisation mécanique d'empilements . . . 92
5.2.1 Démarche expérimentale . . . 92
5.2.2 Comparaison des résultats . . . 93

III Proposition de conceptions magnétiques 99

6 Optimisation 2D 103
6.1 Formules utilisées . . . 104
6.1.1 Blocs rectangulaires . . . 104
6.1.2 Secteurs angulaires . . . 110
6.2 Démarche d'optimisation . . . 113
6.2.1 Paramètres initiaux . . . 113
6.2.2 Optimisation . . . 115
6.3 Cas d'étude . . . 116
6.3.1 Convergence vers l'intersection d'ellipses . . . 116
6.3.2 Dipôle homogène à dix blocs . . . 118
6.3.3 Dipôle à forces minimisées . . . 119
6.4 Etude d'aimants qui minimisent le volume de conducteur . . . 120
6.4.1 Dipôle Nb_3Sn 13 T . . . 120
6.4.2 Dipôle hybride 20 T . . . 122

7 Optimisation 3D, modèle blocs 125
7.1 Choix du développement . . . 125
7.1.1 Développement analytique en harmoniques sphériques . . . 125
7.1.2 Développement analytique en harmoniques cylindriques . . . 126
7.1.3 Développement numérique . . . 126
7.2 Formules utilisées . . . 126
7.2.1 Parallélépipèdes . . . 126
7.2.2 Arcs d'aimants à section rectangulaire . . . 128
7.3 Démarche d'optimisation . . . 130
7.3.1 Passage du 2D au 3D . . . 130
7.3.2 Modélisation 3D du bobinage . . . 130
7.3.3 Optimisation des harmoniques . . . 131
7.4 Exemple avec deux blocs . . . 133
7.4.1 Raccordement des parties droites . . . 133
7.4.2 Minimisation des intégrales d'harmoniques . . . 133
7.5 Optimisation d'un dipôle Nb_3Sn 13 T . . . 136
7.5.1 Design 2D blocs . . . 136
7.5.2 Raccordement des parties droites . . . 137
7.5.3 Minimisation des intégrales d'harmoniques . . . 137

8 Optimisation 3D, modèle rubans 141
8.1 Formules utilisées . . . 142
8.1.1 Raccordement de deux fils rectilignes . . . 142
8.1.2 Paramétrisation d'un ruban à partir d'une courbe génératrice . . . 143
8.1.3 Calcul du champ produit par un ruban . . . 144
8.1.4 Approximation linéaire . . . 146
8.2 Démarche d'optimisation . . . 147
8.3 Exemple avec câbles horizontaux . . . 148
8.3.1 Design 2D et raccordement . . . 148
8.3.2 Minimisation des intégrales d'harmoniques . . . 148
8.4 Optimisation d'un dipôle Nb_3Sn 13 T . . . 150
8.4.1 Design 2D et raccordement . . . 150

8.4.2 Minimisation des intégrales d'harmoniques 151

Conclusion générale **156**

Bibliographie **173**

Introduction générale

Afin de progresser dans l'exploration de l'infiniment petit, les accélérateurs doivent produire de nouvelles particules, ce qui demande des énergies de plus en plus élevées. Cette thèse se situe dans le contexte des améliorations du Large Hadron Collider (LHC [1]), l'accélérateur de particules actuellement le plus puissant au monde, en service au CERN (Centre Européen pour la Recherche Nucléaire). Un accélérateur tel que le LHC utilise de nombreux éléctro-aimants. Or l'alimentation électrique de tous ces aimants n'est possible que grâce à l'utilisation de matériaux supraconducteurs, qui ne consomment presque pas de puissance électrique. De plus, l'énergie des accélérateurs de type LHC ne peut être augmentée que si le champ magnétique produit par les aimants est lui aussi augmenté. Actuellement, le matériau supraconducteur utilisé est un alliage de niobium-titane (NbTi). Malheureusement il ne supporte pas la gamme de champ magnétique visée par les amélioration du LHC. Pour le moment, le supraconducteur le plus prometteur pour les aimants à champ magnétique élevé est un composé intermétallique de niobium-étain (Nb_3Sn). Cependant, sa mise en œuvre et son utilisation sont très délicates, ce qui demande à la technologie des aimants en Nb_3Sn de nombreux développements. La principale difficulté d'utilisation du supraconducteur Nb_3Sn est liée à sa fragilité mécanique, une fois le composé formé.

Les conducteurs utilisés dans les aimants nécessitent d'être isolés électriquement. Or les contraintes auxquelles sont soumis les matériaux d'isolation sont très sévères dans le cas des accélérateurs de particules. Ces matériaux doivent à la fois être de bons isolants électriques, de bons conducteurs de chaleur, résistants à la compression et inertes vis à vis des radiations apportées par les flux de particules. Ils doivent de plus s'adapter aux procédés de fabrication d'un aimant en Nb_3Sn. La famille des matériaux céramiques semble être la seule famille de matériaux qui intègre toutes ces contraintes. C'est pourquoi une méthode d'isolation céramique a été mise au point au CEA (Commissariat à l'Energie Atomique) de Saclay. Elle permet de simplifier le procédé de fabrication d'une bobine en Nb_3Sn et offre aux conducteurs une bonne évacuation de la chaleur. Les propriétés supraconductrices du Nb_3Sn sont très sensibles à la compression mécanique transverse, et cette isolation n'avait jamais encore été testée sur des conducteurs dans les conditions d'un aimant d'accélérateur. Le courant critique de câbles isolés céramique, soumis à des compressions transverses, a donc été mesuré pour la première fois, grâce à deux expériences menées au CEA Saclay et au CERN. Comme les aimants à haut champ nécessitent de fortes densités de courant, la première problématique qui est soulevée ici se formule de la manière suivante : **l'isolation céramique offre-t-elle une tenue mécanique suffisante pour permettre au supraconducteur Nb_3Sn d'atteindre des densités de courant élevées ?**

D'autre part, pour ne pas perturber la trajectoire des particules, les aimants d'accélérateurs doivent produire des champs magnétiques très homogènes. Les conceptions magnétiques doivent prendre en compte également l'évolution du courant critique en

fonction de la contrainte mécanique pour le conducteur utilisé. Une seconde problématique se dégage alors : **est-il possible de trouver la forme optimale des bobinages afin de respecter les contraintes imposées pour la prochaine génération d'aimants d'accélérateurs (homogénéisation du champ, respect des marges de fonctionnement, minimisation des efforts et contraintes mécaniques...) ?** L'optimisation d'un aimant d'accélérateur requiert généralement de nombreux calculs avant de parvenir au résultat final, et pour cela différentes méthodes d'optimisation magnétiques existent. Toutefois, ces méthodes n'utilisent pas forcément, pour le calcul du champ magnétique, toutes les possibilités de simplifications analytiques apportées par la forme des conducteurs. Cette thèse propose ainsi des méthodes de conception 2D et 3D d'aimants d'accélérateurs à haut champ, basées sur des formules analytiques.

La démarche de cette thèse s'articule ainsi selon deux axes, qui permettent d'aborder l'impact des fortes contraintes mécaniques attendues dans les prochaines générations d'aimants d'accélérateurs. Le premier objectif consiste à tester des conducteurs en Nb_3Sn, avec une isolation céramique, soumis aux conditions de fonctionnement d'un aimant à haut champ, et en particulier des contraintes mécaniques élevées. Le deuxième objectif consiste à proposer de nouvelles configurations magnétiques pour les dipôles d'accélérateurs à haut champ, à l'aide de méthodes de calcul analytiques. La gestion des efforts mécaniques sera notamment prise en compte.

Première partie

Etude bibliographique

Introduction de la première partie

Le Nb_3Sn est un matériau supraconducteur prometteur pour fabriquer des dipôles à haut champ pour les accélérateurs. Le chapitre 1 situe le Nb_3Sn dans le contexte actuel des accélérateurs de particules. La principale difficulté d'utilisation du Nb_3Sn est liée à sa sensibilité à la contrainte et à la déformation mécaniques. De nombreuses études portent sur la dégradation des propriétés supraconductrices du Nb_3Sn lorsque le conducteur est soumis à une contrainte mécanique de compression transverse ; elles seront présentées dans le chapitre 2.

Chapitre 1

Contexte

Introduction

De quoi est faite la matière qui nous entoure ? Dès l'antiquité déjà, les grecs postulaient l'idée de l'atome, plus petit constituant indivisible de la matière. Il faudra attendre 1897 pour que J. J. Thomson prouve l'existence de l'électron [2], montrant ainsi que l'atome lui même se décompose en particules encore plus élémentaires. Quelques années plus tard, en 1911, E. Rutherford imagine un modèle atomique planétaire [3]. La physique des particules était née. Le XXe siècle verra ensuite la découverte de nombreuses particules élémentaires. Malheureusement certaines particules n'existent pas à l'état « naturel » et il faut les produire artificiellement. C'est pourquoi des efforts considérables ont été fournis pour construire des accélérateurs de particules, permettant de produire des particules situées à des niveaux d'énergie élevés. Les collisionneurs en particulier (section 1.1) fournissent l'énergie nécessaire pour observer de nouvelles particules, tel le désormais célèbre boson de Higgs.

La construction de telles machines, le LHC (Large Hadron Collider) en est un bon exemple, n'aurait pas été possible sans la découverte des matériaux supraconducteurs. Leur absence de résistivité à basse température rend nulle les pertes par effet Joule et permet de faire circuler des densités de courant élevées pour un coût énergétique abordable. Dans les accélérateurs de particules, deux applications principales utilisent la supraconductivité. Pour accélérer le faisceau de particules, on utilise des cavités accélératrices qui génèrent un champ électrique radiofréquence. L'onde électromagnétique injectée génère des courants sur les surfaces des cavités, pouvant atteindre 10^6 A/mm^2. Seule une cavité supraconductrice supporte de tels courants. Dans les accélérateurs circulaires, il faut de plus créer des champs magnétiques pour courber et focaliser le faisceau. Or, plus l'énergie des particules est élevée, plus le champ doit être puissant. Les densités de courant requises pour ces électro-aimants ne peuvent alors être atteintes que grâce aux supraconducteurs. Le Tevatron du Fermilab [4] fut le premier collisionneur à utiliser des aimants supraconducteurs. Une des retombées « grand public » des supraconducteurs est sans conteste leur utilisation dans les aimants d'IRM (Imagerie par Résonance Magnétique). Actuellement, le matériau le plus mature technologiquement est le NbTi, et il est largement utilisé dans les collisionneurs. Les dipôles NbTi du LHC, par exemple, produisent un champ d'environ 8 T, et l'extrême limite, intrinsèque à ce matériau, avoisine les 12 T. Pour augmenter l'énergie des collisionneurs, il faut donc choisir un supraconducteur qui supporte des champs supérieurs à 12 T. Le Nb_3Sn (section 1.3) offre pour

le moment une solution prometteuse, mais pose encore certains problèmes technologiques.

La conception d'aimants d'accélérateurs (section 1.4) exige de considérer tous ces paramètres. Dans le cadre des améliorations du LHC, et en particulier l'augmentation de la luminosité [5] et de l'énergie [6], des efforts importants sont fournis pour maîtriser la technologie des bobines en Nb_3Sn et repousser les limites du champ magnétique produit par les aimants supraconducteurs.

1.1 Les collisionneurs de particules

1.1.1 Principe des accélérateurs de particules

Les accélérateurs de particules se rencontrent dans de nombreuses applications [7] : industrielles, médicales, scientifiques... Dans tous les cas, le principe est de fournir une énergie cinétique à un faisceau de particules connues (électrons, protons, ions...), en l'accélérant à haute vitesse (parfois très proche de celle de la lumière).

On distingue deux types d'accélérateurs :

- Les accélérateurs linéaires : les particules chargées sont accélérées à l'aide d'un champ électrique sur une trajectoire rectiligne. La méthode la plus simple utilise un champ électrostatique, comme les tubes cathodiques des anciens téléviseurs par exemple. Les grands accélérateurs actuels optent plutôt pour une solution de type « LINAC » (LINear ACcelerator, [7]) : un champ électrique radiofréquence accélère les particules par paquets.
- Les accélérateurs circulaires : l'énorme avantage d'une trajectoire circulaire est de pouvoir fournir au faisceau une énergie supplémentaire à chaque tour. C'est pourquoi les accélérateurs circulaires détiennent les records actuels d'énergie de faisceau. La trajectoire des particules est déviée grâce à un champ magnétique dipolaire.

Les accélérateurs sont des outils de choix pour la physique des particules, qui s'intéresse aux particules de forte masse. La célèbre équation $E = mc^2$ nous indique que plus la masse d'une particule est élevée, plus il faudra lui fournir d'énergie pour la produire. La collision d'un faisceau de haute énergie ($\geq$ 1 TeV) libèrera les particules de masse très élevée qui n'étaient pas observables autrement. Cette collision peut avoir lieu, soit entre le faisceau et une cible, soit entre deux faisceaux de sens opposés, comme c'est le cas dans les collisionneurs. Les collisionneurs linéaires à haute énergie n'ont pas encore été mis en pratique, et deux projets sont en cours d'étude : ILC (International Linear Collider) qui vise une énergie de collision jusqu'à 1 TeV, et CLIC (Compact LInear Collider) dimensionné pour une énergie nominale de 3 TeV. En revanche, les collisionneurs circulaires ont permis la découverte de plusieurs particules. Le célèbre Tevatron a récemment été supplanté par le LHC du CERN, qui détient le record d'énergie de faisceau avec 4 TeV, et qui ne fonctionne aujourd'hui qu'à la moitié de son énergie nominale, en attendant 2014. La Table 1.1 compare les caractéristiques des principaux projets.

Projet	Energie (TeV)	Champ (T)	Circonférence (km)	Statut
Tevatron (FNAL)	0,98	4,3	6,3	Arrêté en 2011
HERA (DESY)	0,92	5,0	6,3	Arrêté en 2007
RHIC (BNL)	0,10/nucléon	3,4	3,8	En service depuis 1999
LHC (CERN)	7,0	8,3	27	En service depuis 2008
SSC (Dallas)	20	6,8	87	Abandonné en 1993

TABLE 1.1 – Caractéristiques nominales des principaux projets de collisionneurs circulaires [8].

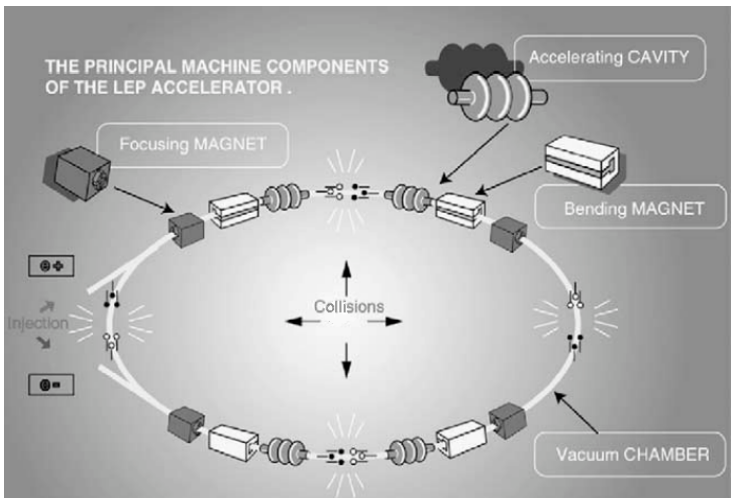

FIGURE 1.1 – Les différentes composantes d'un collisionneur circulaire [9].

Une fois injecté dans l'anneau du collisionneur, le faisceau subit diverses actions, illustrées par la Figure 1.1. Les particules doivent être régulièrement ré-accélérées par des cavités accélératrices radiofréquence. Des dipôles assurent ensuite la courbure du faisceau. Toutefois, les imperfections de champ font diverger le faisceau et il faut placer des aimants quadripolaires pour le focaliser. Un quadripôle crée un gradient de champ qui focalise dans un plan et défocalise dans l'autre plan. Afin de focaliser dans les deux plans, on juxtapose deux quadripôles selon une structure « FODO » (Focalisant-Défocalisant). Les particules subissent donc des perturbations qui les font osciller dans le plan transverse autour de l'orbite de référence circulaire. Ces oscillations sont dénommées oscillations betatron [7] et sont représentées par la fonction bêta β [m], qui varie le long de la trajectoire. Il faut mentionner également la présence de sextupôles, octupôles, etc., qui permettront de corriger les « aberrations chromatiques » du faisceau.

1.1.2 Augmenter la luminosité pour maximiser les collisions

Lorsque deux particules se croisent dans un collisionneur, il y a très peu de chances pour qu'elles entrent en collision ! Imaginons une particule de section s_p croisant un nuage de section A_p contenant N_p particules . La probabilité de collision s'écrit [7] :

$$\mathcal{P} = \frac{N_p}{A_p} s_p \tag{1.1}$$

On considère à présent deux faisceaux constitués d'une suite de paquets (« bunches ») de N particules, se succédant à la fréquence f . On définit de manière analogue la luminosité $\mathcal{L}$ comme le nombre d'événements par seconde et par unité de surface :

$$\mathcal{L} = \frac{N^2 f}{A} \tag{1.2}$$

En pratique, un faisceau de particules est caractérisé par sa fonction bêta β et son émittance ϵ_f [1]. On montre ainsi que l'aire du faisceau vaut en moyenne $A = 4\pi\epsilon_f\beta$. Une définition plus précise [10] consiste à pondérer la luminosité du facteur relativiste γ et de la réduction de luminosité F_l due à l'angle de croisement des faisceaux. En prenant en compte ces considérations, l'équation précédente se ré-écrit :

$$\mathcal{L} = \frac{N^2 f}{4\pi\epsilon_f\beta^*}\gamma F \tag{1.3}$$

avec β^* la fonction bêta au point de collision. Pour augmenter les chances de collision, il faut augmenter la luminosité. Le projet Hi-Lumi-LHC [5], par exemple, vise à augmenter la luminosité du LHC. Une des solutions consiste à diminuer β^*. Or, on montre [11] que diminuer β^* implique d'augmenter β dans les quadripôles proches du point de collision. Cela conduit à un faisceau large dans cette région ($A = 4\pi\epsilon\beta$) et conduit donc à concevoir des quadripôles de grande ouverture.

1.1.3 Augmenter l'énergie pour atteindre de nouvelles particules

Augmenter la luminosité n'est pas le seul défi des collisionneurs. Plus la particule recherchée est massive, plus il faut d'énergie pour la produire. Si on applique le principe fondamental de la dynamique à une particule de charge q_p et de masse m, soumise à un champ B , en orbite circulaire de rayon R et de vitesse $v \ll c$, on obtient [7] :

$$q_p v B = m\frac{v^2}{R} \tag{1.4}$$

Pour une particule relativiste, on remplace la quantité de mouvement mv par la quantité de mouvement relativiste p_r, et on ré-arrange pour obtenir :

$$p_r = q_p B R \tag{1.5}$$

La quantité de mouvement relativiste s'écrit également $p_r = E/c$, on en déduit l'énergie E du faisceau :

$$E = q_p c B R\ [J] = cBR\ [eV] \tag{1.6}$$

On remarque que, pour conserver un rayon de trajectoire constant, il faut augmenter le champ proportionnellement à l'énergie : c'est le principe du synchrotron. Prenons comme exemple le LHC [10] : avec un champ de courbure de 8,3 T et un rayon de courbure moyen de 2,8 km (inférieur au rayon du tunnel à cause des parties droites), on obtient une énergie de 6,97 TeV. Considérons maintenant un dipôle courbé de longueur magnétique L_{mag},

1. ϵ_f est une mesure en mètres de la dispersion moyenne des particules dans le plan de phase.

l'angle de courbure ϕ_d est égal à L_{mag}/R. Les N_d dipôles de l'anneau devant imposer un tour complet, on écrit la relation :

$$N_d \frac{L_{mag}}{R} = 2\pi \tag{1.7}$$

Les 1232 dipôles de LHC, d'une longueur magnétique de 14,3 m, satisfont bien cette relation.

Il existe seulement deux choix possibles pour augmenter l'énergie E : augmenter R ou augmenter B. Une augmentation du rayon de courbure R n'est pas le choix le plus facile. Une diminution des parties droites (cavités accélératrices, quadripôles...) est quasiment impossible pour des problèmes d'encombrement, et construire un tunnel de plus grand rayon est très coûteux. Il faut donc augmenter le champ B produit par les dipôles. Le NbTi utilisé actuellement atteint ses limites, c'est pourquoi les concepteurs d'aimants se tournent vers le Nb_3Sn. Le projet High-Energy-LHC [6] par exemple, dans une échéance plus lointaine, vise l'utilisation de supraconducteurs à haute température critique (voir définition au paragraphe 1.3.2).

1.2 Intégrale du champ magnétique

Dans un dipôle, le champ magnétique courbe la trajectoire de la particule. La force de déviation $\vec{F}$ exercée par un champ $\vec{B}$ sur une particule de charge q_p et de vitesse $\vec{v}$ est donnée par :

$$\vec{F} = q_p \vec{v} \times \vec{B} \tag{1.8}$$

On suppose par la suite que la trajectoire de la particule est linéaire, et évolue selon $\vec{u_z}$, d'où :

$$\vec{v} = v_z \vec{u_z} = \frac{dz}{dt} \vec{u_z} \tag{1.9}$$

La quantité de mouvement totale $\vec{\Delta P}$, donnée à la particule entre les instants t_1 et t_2, s'écrit :

$$\vec{\Delta P} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = q_p \int_{t_1}^{t_2} \vec{v} \times \vec{B} dt = q_p \int_{z_1}^{z_2} \vec{u_z} \times \vec{B} dz \tag{1.10}$$

Ce résultat conduit aux relations suivantes :

$$\Delta P_x = -q_p \int_{z_1}^{z_2} B_y dz \tag{1.11}$$

$$\Delta P_y = q_p \int_{z_1}^{z_2} B_x dz \tag{1.12}$$

En considérant de plus que les composantes du champ tendent vers zéro lorsqu'on s'éloigne du dipôle, on obtient :

$$\Delta P_x \approx -q_p \int_{-\infty}^{+\infty} B_y dz \tag{1.13}$$

$$\Delta P_y \approx q_p \int_{-\infty}^{+\infty} B_x dz \tag{1.14}$$

Afin de conserver la stabilité du faisceau, on cherchera donc à homogénéiser la déviation : $\Delta P_x \propto z$ et $\Delta P_y = 0$. Ces équations montrent l'importance d'homogénéiser les intégrales de champ dans la conception 3D complète d'un aimant.

1.3 Le supraconducteur Nb_3Sn pour les aimants haut champ

1.3.1 La découverte des supraconducteurs

La maîtrise du Nb_3Sn est le fruit de 100 ans de travaux sur la supraconductivité. Tout commence en 1911, lorsque H. Kamerlingh Onnes, après avoir réussi à liquéfier l'hélium, se lance dans la mesure de la résistance du mercure autour du zéro absolu. Quelle n'est pas sa surprise lorsqu'il observe une annulation de la résistance électrique, autour de 4 K ! Il venait de découvrir la supraconductivité [12]. Il s'aperçoit ensuite que d'autres métaux comme l'étain, le plomb ou l'aluminium sont aussi supraconducteurs, et observe différentes températures de transition entre l'état résistif et l'état supraconducteur (de 4 à 10 K). Kamerlingh Onnes mesure très vite la portée de sa découverte, et imagine déjà des électro-aimants supraconducteurs à haut champ [13]. Son enthousiasme est assombri lorsqu'il mesure également des champs critiques de l'ordre de quelques centièmes de T, ce qui empêche toute application sous champ magnétique.

Plus de 40 ans après, Bardeen, Cooper et Schrieffer proposent la théorie éponyme « BCS » [14], qui permet de mieux comprendre le phénomène de la supraconductivité, ce qui leur vaudra plus tard un prix Nobel de physique. Le modèle est basé sur un état condensé des électrons de conduction d'un métal, qui se regroupent par « paires de Cooper ». En interagissant avec le réseau cristallin du métal, ces paires d'électrons se déplacent sous la forme d'une onde collective de nature quantique. Cette théorie est bien adaptée aux supraconducteurs dits « à basse température critique » i.e. pour des températures allant jusqu'à 50 K environ, mais peine pour le moment à expliquer la supraconductivité à haute température critique (entre 50 et 150 K). A la même période, Abrikosov et Ginzburg introduisent la notion de vortex [15] expliquée plus loin. Ces travaux seront également récompensés par un prix Nobel.

La découverte, dans les années 50-60, de supraconducteurs à haut champ, va relancer l'intérêt pour les aimants supraconducteurs. Dès 1954, Matthias et al. observent la supraconductivité du Nb_3Sn [16]. S'en suit la découverte des propriétés supraconductrices du NbTi, en 1961, grâce à l'équipe de Hulm [17]. Le Nb_3Sn, trop fragile et difficile à mettre en oeuvre, sera longtemps délaissé au profit du NbTi, qui est le supraconducteur basse température critique le plus utilisé aujourd'hui.

A l'heure des aimants à très haut champ (>12 T), le NbTi atteint ses limites, et le Nb_3Sn semble le meilleur candidat pour le supplanter. Tout d'abord, il possède un champ critique plus élevé que le NbTi (Figure 1.2). Comme lui, le Nb_3Sn peut être produit sous la forme de câbles ayant une stabilité mécanique et électrique suffisantes pour être bobinés. La technologie des aimants Nb_3Sn est suffisamment avancée, comme l'ont montré plusieurs prototypes (voir section 1.4), pour envisager leur application dans les accélérateurs. Toutefois, la fragilité mécanique et la sensibilité aux contraintes mécaniques

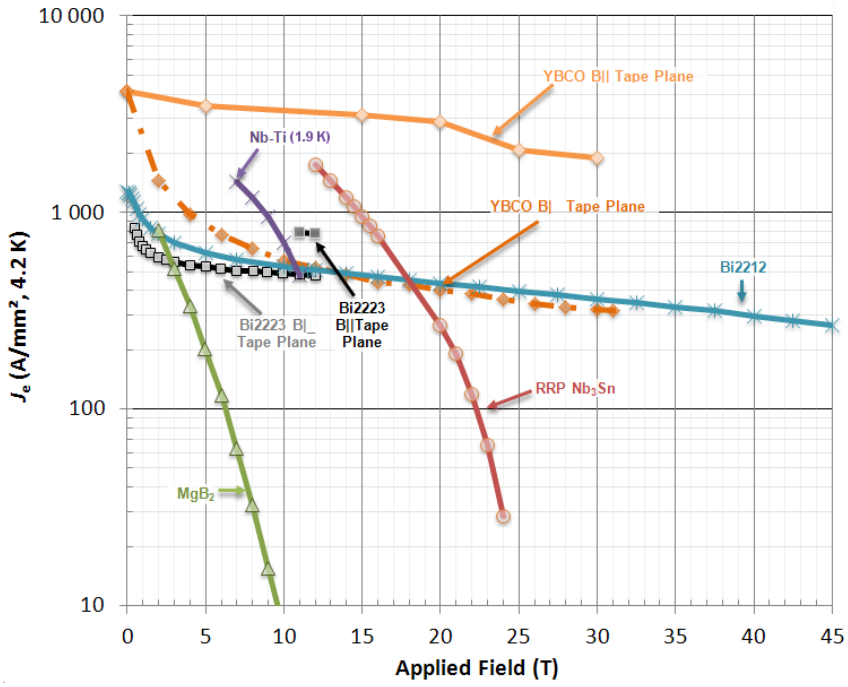

FIGURE 1.2 – Densité de courant en fonction du champ appliqué, pour différents supraconducteurs [18].

(voir chapitre 2) sont des défis à surmonter. Les supraconducteurs haute température critique (YBCO, Bi2212, Bi2223...) semblent prometteurs mais n'ont pas encore atteint une maturité technologique suffisante (problèmes de protection notamment) et restent plus coûteux.

1.3.2 Le phénomène de la supraconductivité

La technologie des aimants supraconducteurs est devenue possible grâce à la maîtrise d'un certain nombre de phénomènes complexes. Il faut savoir tout d'abord qu'il existe deux types de supraconducteurs [13] (Figure 1.3). Les supraconducteurs de type I sont principalement des composés purs, ils sont caractérisés par une transition brutale de l'état normal vers l'état supraconducteur lorsque le champ d'excitation magnétique H est inférieur au champ critique $H_c(T)$. Dans cet état, le matériau expulse les lignes de champ : c'est l'effet Meissner. Les valeurs de champs critiques sont malheureusement assez faibles pour les types I, ce qui les écarte du champ d'application des aimants. Les supraconducteurs comme le Nb_3Sn sont de type II. Lorsque le champ devient inférieur à la valeur critique $H_{c2}(T)$, le matériau est dans un état mixte et laisse pénétrer en surface une partie des lignes de champ. En dessous de la valeur $H_{c1}(T)$ le matériau est parfaitement supraconducteur.

Dans l'état mixte, la pénétration du champ se manifeste par la présence d'un réseau de vortex de flux [15] (nommés également fluxoïdes), que l'on peut représenter sous la forme de boucles élémentaires de courant (Figure 1.4). Or, la circulation du courant de transport dans le supraconducteur génère une force de type Laplace ($F = J \times B$) qui agit sur ces vortex. Un déplacement des vortex est à éviter à tout prix car il libère de l'énergie et fait transiter le supraconducteur vers l'état résistif. Heureusement, ce déplacement est contré grâce à une force d'ancrage, force qui permet aux tubes de flux de se fixer dans la matière. Si toutefois la densité de courant dépasse une valeur critique ($J > J_c$), la force F exercée sur les vortex sera supérieure à la force d'ancrage F_p. On définit ainsi

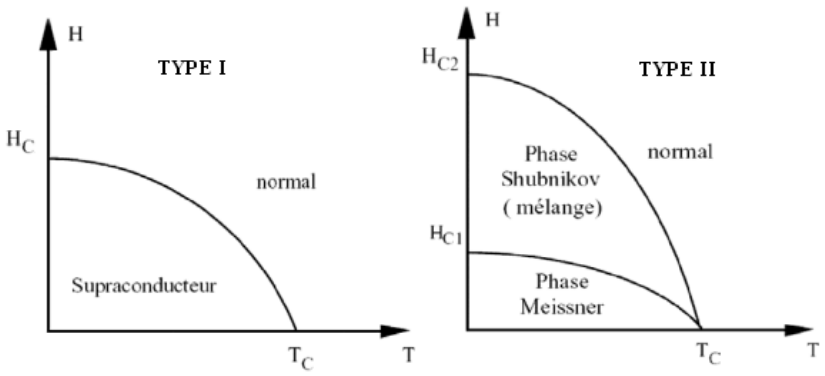

FIGURE 1.3 – Les deux types de supraconducteur, caractérisés par les courbes $H_c(T)$.

$F_p = J_c \times B$. Il a été montré [19] que les vortex s'ancraient préférentiellement sur les défauts de la matière (joints de grain, dislocations, etc.). Ce constat montre l'importance d'optimiser le traitement thermique pour permettre une formation adéquate des grains et obtenir une valeur élevée de J_c.

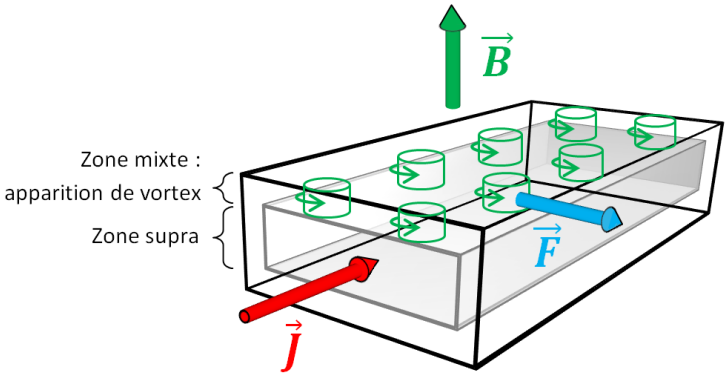

FIGURE 1.4 – Supraconducteur parcouru par un courant J et soumis à un champ B. Des tubes de flux se forment à partir de la surface et subissent une force F.

Pour champ donné, un supraconducteur transite si sa température est augmentée au delà de la température critique $T_c(B)$. Ces trois propriétés critiques (J_c, B_c, T_c) permettent de définir une surface critique dans l'espace (J, B, T) (Figure 1.5). En dessous de cette surface, le métal est supraconducteur et au dessus, il est résistif. Le courant critique J_c est également sensible à un troisième paramètre : la déformation mécanique ϵ. Ce phénomène sera traité dans le chapitre 2.

1.3.3 Les différentes densités de courant utilisées

En pratique, pour un courant I parcourant le supraconducteur, il existe différentes densités de courant selon la section de conducteur considérée. L'unité la plus couramment utilisée est l'ampère par millimètres carrés. On verra par la suite (paragraphe 1.3.5) que les supraconducteurs ne sont pas utilisés en matériaux massifs pour transporter du courant. On les utilise préférentiellement sous forme de brins contenant une matrice résistive (le plus souvent du cuivre). La figure 1.6 schématise les différentes sections de conducteurs utilisées.

On distingue ainsi la densité de courant dans le « non cuivre » de la densité de courant

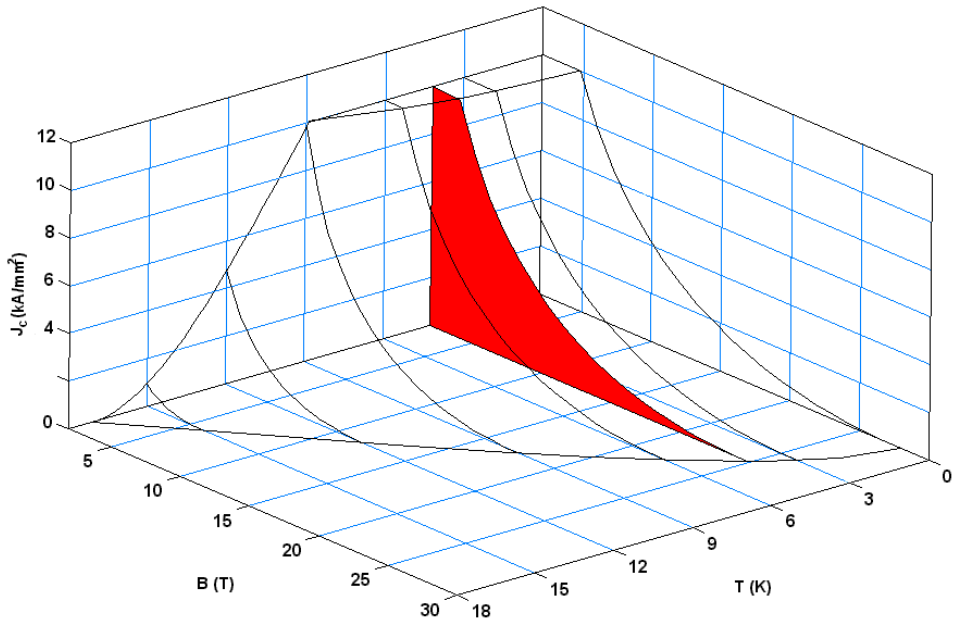

FIGURE 1.5 – Surface critique du Nb_3Sn, tracée à partir de la loi donnée dans [20]. La surface coloriée en rouge symbolise la courbe $J_c(B)$ à 4,2 K (température de l'hélium liquide à pression atmosphérique), souvent utilisée dans la conception des aimants.

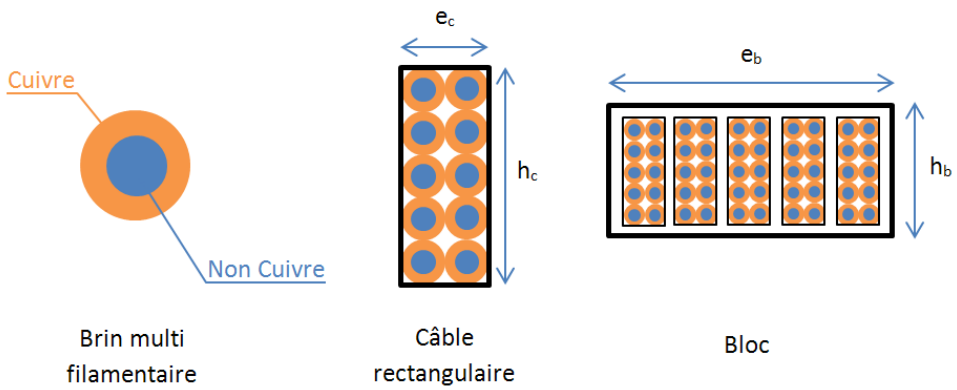

FIGURE 1.6 – Les différentes sections de conducteurs utilisées pour définir les densités de courant.

dans le brin :

$$J_{nonCu} = \frac{I}{S_{nonCu}} \tag{1.15}$$

$$J_{brin} = \frac{I}{S_{brin}} \tag{1.16}$$

Afin de quantifier la quantité de supraconducteur dans un brin, on utilise généralement le rapport cuivre sur non-cuivre :

$$r_{Cu/nCu} = \frac{S_{Cu}}{S_{nonCu}} = \frac{S_{brin} - S_{nonCu}}{S_{nonCu}} \tag{1.17}$$

Les brins sont ensuite tressés entre eux pour former un câble. En assimilant le câble à une surface pleine (un rectangle par exemple), on peut définir la densité de courant

suivante :

$$J_{cable} = \frac{I}{S_{cable}} = I/h_c e_c \tag{1.18}$$

pour un câble rectangulaire de section $h_c \times e_c$. Dans le cas d'une conception magnétique, on peut être amené à considérer des blocs conducteurs regroupant plusieurs câbles isolés (voir section 1.4), on définit également :

$$J_{bloc} = \frac{I}{S_{bloc}} = I/h_b e_b \tag{1.19}$$

en considérant par exemple un bloc rectangulaire de dimensions $h_b \times e_b$. Pour le Nb_3Sn, la densité de courant critique J_c correspond à J_{nonCu}. Selon les cas, les densités de courant J_{brin}, J_{cable} et J_{bloc} peuvent être nommées « densités de courant engineering » (J_E). Elles correspondent à la densité de courant apparente, injectée dans le conducteur utilisé pour bobiner l'aimant. Lorsque la densité de courant critique sera ramenée à la section de conducteur étudiée, l'indice sera précisé : $J_{c,brin}$, $J_{c,cable}$, $J_{c,bloc}$.

1.3.4 La stabilité vis à vis des sauts de flux

D'après ce qui a été exposé précédemment, on peut imaginer que la stabilité de l'état supraconducteur est liée à la stabilité des vortex. Considérons une légère élévation de température associée à une perturbation. Ce léger échauffement va induire une diminution du courant critique, et donc de la force d'ancrage. Les vortex vont donc se déplacer dans un mouvement d'ensemble appelé « saut de flux ». Ce déplacement va libérer à son tour de la chaleur. Si celle ci est supérieure à ce que peut évacuer le matériau, le phénomène s'emballe et le supraconducteur transite vers l'état normal. On peut considérer dans un premier temps que la stabilité est adiabatique : la chaleur dissipée est entièrement absorbée par le matériau. Pour une tranche de supraconducteur d'épaisseur $2a_s$, de densité volumique γ_s, de chaleur spécifique C_p et de température T, Wilson [13] montre que le critère de stabilité β_s est de la forme :

$$\beta_s = \frac{\mu_0 J_c^2 a_s^2}{\gamma_s C_p (T_c - T)} < 3 \tag{1.20}$$

Cette relation montre l'intérêt de diminuer la dimension caractéristique a_s du supraconducteur, et ce d'autant plus que J_c est grand.

Le critère adiabatique est le plus pessimiste et ne prend pas en compte l'évacuation de chaleur via le matériau d'interface. Les éléments supraconducteurs, sous la forme de filaments de faible diamètre, sont toujours entourés d'une matrice résistive, appelée stabilisant. Le stabilisant est le plus souvent en cuivre, car il offre à la fois une faible résistance, une bonne conductivité thermique, et une souplesse nécessaire à la manipulation des fils. Afin de quantifier la résistivité du conducteur, on utilise le Rapport de Résistivité Résiduelle (RRR), qui est défini comme le rapport entre la résistivité à température ambiante et la résistivité à la température de l'hélium liquide :

$$RRR = \frac{\rho_m(293\ K)}{\rho_m(4,2\ K)} \tag{1.21}$$

Meilleure est la qualité du conducteur, plus faible sera la résistivité à 4,2 K et plus élevé sera le RRR. La matrice résistive possède de plus un rôle de protection vis à vis des

transitions. En effet, à l'état normal, les supraconducteurs sont généralement de mauvais conducteurs. Un fil de 1 mm de diamètre qui transporte 1000 A à l'état supraconducteur fera un très bon fusible s'il transite vers l'état résistif ! Cette forte densité de courant peut donc être déviée dans un meilleur conducteur, le temps que l'alimentation soit coupée. Le critère adiabatique peut rester valable pour de faibles valeurs de RRR.

Un autre critère possible de stabilité [13] est la stabilité dynamique, qui prend en compte les effets de cette matrice résistive. Celle ci diminue les sauts de flux en écrantant les variations d'induction et en évacuant une partie de la chaleur par conduction. On considère ainsi un critère sur le diamètre effectif des filaments :

$$D_{eff} < \sqrt{8\frac{k_s(T_c - T)(1-\lambda)}{\lambda J_c^2 \rho_m}} \tag{1.22}$$

k_s, T, λ et ρ_m étant respectivement la conductivité thermique du supraconducteur, la température considérée, le rapport supraconducteur sur conducteur total et la résistivité de la matrice. Ce critère montre également l'importance de diminuer le diamètre des filaments. En pratique, les filaments de Nb_3Sn ont des diamètres de l'ordre de 10 à 100 μm, et il est difficile de descendre en deçà à cause des contraintes technologiques. De plus, on a tout intérêt à choisir un bon conducteur pour le stabilisant, afin de minimiser ρ_m.

1.3.5 La mise en forme des conducteurs

Il n'est pas très aisé de bobiner un aimant avec des filaments inférieurs à 100 μm. Dans la pratique, on préfère regrouper plusieurs de ces filaments fins dans un fil de plus grand diamètre. Or, lorsque le courant de transport circule dans des filaments parallèles, soumis à un champ variable (champ alternatif ou montée de courant), des courants parasites se forment par induction : c'est le couplage inter-filamentaire (Figure 1.7). Ce couplage n'est pas souhaité car il augmente les sauts de flux. De plus, le couplage est plus élevée si la matrice est faiblement résistive. Pour réduire le couplage inter-filamentaire, les filaments sont torsadés, ce qui réduit la taille des boucles de courant inductives. Malgré cette précaution, le composite multifilamentaire se comporte comme un mono-filament massif. En effet les filaments sont seulement torsadés mais ne sont pas parfaitement transposés magnétiquement dans la matrice. La distance caractéristique vis à vis du critère de stabilité devient ainsi le diamètre du fil et non celui du filament. Ce phénomène provoque des instabilités dites de champ propre.

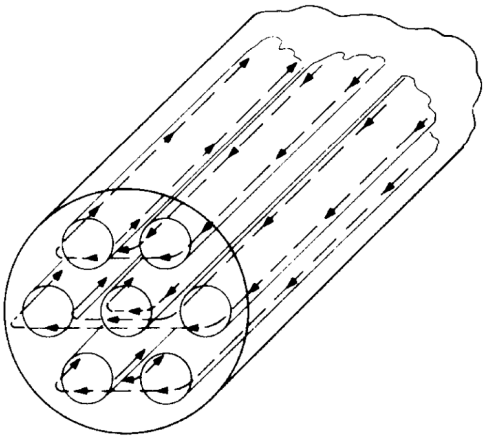

FIGURE 1.7 – Couplage inter-filamentaire dans un fil supraconducteur non torsadé [13].

Les aimants d'accélérateurs sont bobinés à partir de câbles multi-brins, appelés câbles de Rutherford (Figure 1.8). Ainsi le courant peut se redistribuer dans le câble en cas de transition d'un seul brin. Cette solution permet également de diminuer le nombre de tours de bobinage et donc l'inductance de l'aimant. En revanche, cela demande des alimentations plus conséquentes et provoque des plus de pertes dans les amenées de courant [13]. Les câbles de Rutherford sont tout d'abord tressés à partir de plusieurs brins puis compactés entre des rouleaux pour obtenir une forme rectangulaire ou trapézoïdale. Il faut néanmoins tenir compte d'une dégradation sur les arêtes, due au câblage, qui peut atteindre 10 %.

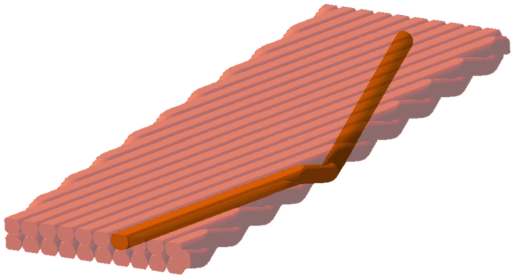

FIGURE 1.8 – Modèle d'un câble Rutherford 21 brins.

1.3.6 La fabrication du Nb_3Sn

Les procédés métallurgiques d'obtention du Nb_3Sn doivent prendre en compte les considérations citées précédemment : filaments fins, torsadage des fils, câblage...

Le Nb_3Sn est un composé intermétallique de la famille cristallographique des A15. D'autres matériaux de cette famille sont aussi supraconducteurs, comme par exemple Nb_3Al, V_3Ga ou V_3Si. La structure cubique de la maille A15 comporte deux atomes de Nb ou de V sur chaque face. Cette structure permet aux atomes de Nb par exemple d'être plus proches que dans un cristal de Nb pur, ce qui confère à ces composés de très bonnes propriétés supraconductrices. En revanche ce type de maille se déforme facilement, ce qui dégrade ces propriétés. La sensibilité à la contrainte mécanique sera abordée plus largement dans le chapitre 2. Dans un composé intermétallique, les électrons de valence sont liés par des liaisons covalentes. Ils ne peuvent donc pas se déplacer librement dans le réseau cristallin comme c'est le cas dans les métaux. Ces liaisons augmentent la dureté du Nb_3Sn, et donc sa fragilité. Cela explique également pourquoi le Nb_3Sn est mauvais conducteur à température ambiante.

Cette fragilité mécanique empêche de former le Nb_3Sn directement par extrusion à la manière du NbTi. Il faut auparavant former une billette multi-filamentaire avec les précurseurs, Nb et Sn qui sont eux, plus facilement étirables [21]. L'extrusion de la billette permet ensuite d'obtenir des fils avec un diamètre de l'ordre du mm. Lorsque cela est nécessaire, les fils sont tressés sous forme de câbles.

La formation du composé intermétallique de Nb_3Sn nécessite un procédé métallurgique, qui consiste à faire diffuser à l'état solide de l'étain dans le niobium, à une température autour de 650 ° C. La diffusion est plutôt lente et la réaction complète d'un filament dure typiquement plusieurs centaines d'heures. Le traitement thermique doit être optimisé de manière à obtenir une taille de grains permettant un J_c élevé tout en garantissant une

bonne diffusion. Une diffusion de l'étain dans le cuivre par exemple formera du bronze avec un mauvais RRR. Deux choix possibles s'offrent alors : soit le conducteur est d'abord réagi, puis bobiné (méthode « React & Wind ») ; soit le conducteur est bobiné avant traitement thermique (méthode « Wind & React »). Actuellement, c'est la deuxième méthode qui est la plus utilisée, car elle permet une manipulation plus facile du conducteur avant réaction.

Il existe quatre méthodes principales pour assembler les précurseurs en vue de l'obtention de fils en Nb_3Sn (voir Figure 1.9).

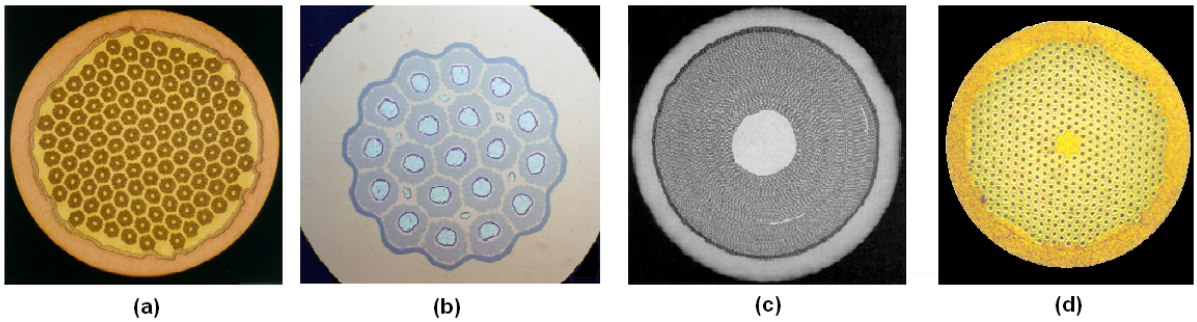

FIGURE 1.9 – Les quatre méthodes principales d'obtention du Nb_3Sn : (a) méthode du bronze (Vacuumschmelze), (b) IT (Alstom), (c) MJR (Teledyne Wah Chang Albany), (d) PIT (Bruker EAS) [22].

(a) La méthode du bronze (Bronze Route, BR)

Cette méthode est la première à avoir atteint un stade industriel. Elle consiste à insérer des tiges de niobium dans un tube en bronze [23], l'étain du bronze diffusant alors dans le niobium. L'inconvénient principal de cette méthode est que la formation de Nb_3Sn est limitée par la quantité d'étain disponible dans le bronze. Afin de stabiliser le brin, du cuivre est ajouté, la plupart du temps en périphérie. De manière à empêcher la diffusion de l'étain dans le cuivre et la formation supplémentaire de bronze, le cuivre est protégé par une barrière anti-diffusion en tantale.

(b) La méthode de l'étain interne (Internal Tin, IT)

Une solution pour augmenter la source d'étain est d'utiliser des piscines d'étain à l'intérieur du niobium. Cette fois les tiges de niobium sont tout d'abord insérées dans une matrice en cuivre puis disposées en étoile autour d'un cœur d'étain afin de former un sous-élément. Ces sous-éléments sont ensuite empilés puis insérés dans une matrice en cuivre. Une barrière anti-diffusion est finalement ajoutée, soit autour des sous-éléments, soit autour de l'empilement. Au cours de la réaction, l'étain des piscines diffuse dans les filaments de niobium et dans une partie du cuivre pour former respectivement du Nb_3Sn et du bronze. L'avantage de cette méthode est la grande quantité d'étain disponible. L'inconvénient majeur est représenté par les pontages inter-filamentaires qui peuvent engendrer des sauts de flux à bas champ. Une variante intéressante consiste à ré-empiler les billettes (Restacked Rod Process, RRP) et permet d'atteindre les meilleurs densités de courant actuelles [24].

(c) La méthode « Modified Jelly Roll » (MJR)

Dans cette méthode [25], un treillis de niobium est roulé avec une feuille de cuivre ou de bronze (Jelly Roll, comme les pâtisseries). On insère parfois une tige d'étain au centre du

rouleau. Le rouleau est ensuite inséré dans la matrice en cuivre, une barrière anti-diffusion assurant l'interface. Ces sous-éléments sont re-empilés dans un tube de cuivre puis étirés à nouveau. Cette méthode présente l'avantage d'un coût de production assez faible, et peut atteindre des densités de courant élevées. L'inconvénient est que le diamètre des filaments est difficile à contrôler.

(d) La méthode des poudres (Powder In Tube, PIT)

Cette méthode utilise un mélange de poudres de $NbSn_2$, d'étain et éventuellement de cuivre [26]. Cette poudre est compactée puis insérée dans un tube de niobium, lui même enfilé dans un tube de cuivre, afin de former un filament. Les filaments sont ensuite étirés puis empilés dans une matrice en cuivre. Durant le traitement thermique, une phase de Nb_6Sn_5 se forme préalablement à la précipitation du Nb_3Sn. La durée du traitement et le diamètre des filaments sont ajustés de manière à ce que la diffusion de l'étain s'arrête dans le niobium et n'atteigne pas le cuivre extérieur. Cette méthode offre une bonne compaction des précurseurs et permet d'atteindre des J_c élevés. Elle reste en revanche relativement coûteuse.

1.3.7 Les problèmes d'instabilité liés aux fortes densités de courant

Les procédés permettant d'atteindre de fortes densités de courant avec du Nb_3Sn conduisent généralement à des brins de grand diamètre. Afin de réagir les filaments situés à l'intérieur du brin, les traitements thermiques appliqués doivent être longs (supérieurs à 100 h). Cela induit deux conséquences. D'une part les filaments situés en périphérie du brin s'agglomèrent, ce qui augmente le diamètre effectif D_{eff} des filaments. D'autre part, les barrières anti-diffusion peuvent être rompues, ce qui entraînera une pollution d'étain dans la matrice résistive. Si l'on se reporte au critère de stabilité dynamique (1.22), on remarque qu'un fort J_c associé à une résistivité ρ_m plus élevée va imposer un D_{eff} plus petit et limiter la stabilité.

Par ailleurs dans les instabilités de champ propre, le paramètre utile n'est plus le diamètre du filament mais le diamètre du brin. Le problème des instabilités, apportées par les sauts de flux, a été réglé historiquement en limitant la taille des brins mais il est réapparu avec les brins à fort J_c et à gros diamètre. Des mesures sur brins RRP et PIT [27] [28] [29] ont montré que ce type de brin présentait trois domaines d'instabilité (Figure 1.10) :

- Régime de faible champ : les quenches apparaissent bien avant les valeurs de courant critique et sont situés sur une courbe de quenches prématurés. Les instabilités de champ propre se manifestent préférentiellement dans cette zone car J_c est plus élevé.
- Régime de champ moyen : des quenches apparaissent à des valeurs plus élevées mais n'atteignent pas les valeurs de courant critique. L'intervalle de champ de cette zone dépend fortement du RRR et du degré de perturbation.
- Régime de champ élevé : le conducteur est stable et atteint son courant critique intrinsèque.

Le modèle de stabilité dynamique initialement proposé par Wilson a été repris par Sumption et al. [27], et par Bordini et al. [28] [29] et permet de prédire ces trois régimes. Ces modèles montrent de plus l'intérêt pour les aimants à haut champ d'utiliser des conducteurs à fort RRR afin d'améliorer la stabilité et de situer le point de fonctionnement dans le régime de stabilité à champ élevé.

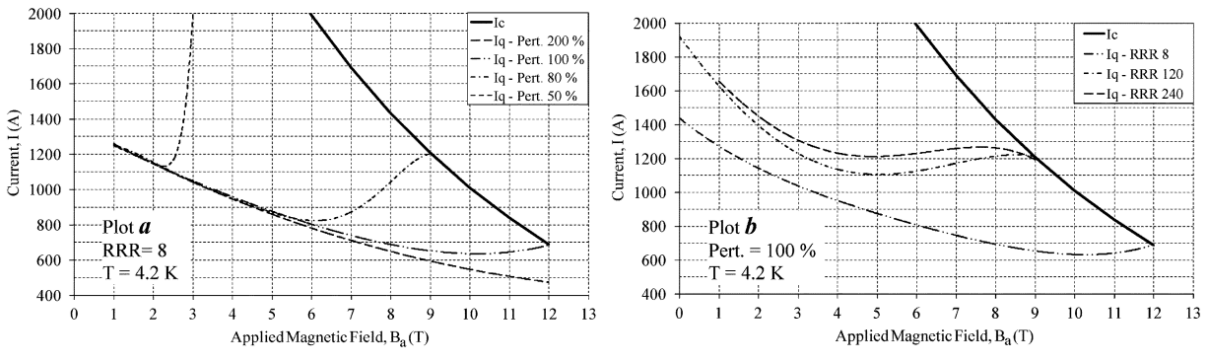

FIGURE 1.10 – Les trois régimes d'instabilités [29]. La zone du régime de champ moyen dépend notamment du RRR et de la perturbation.

1.4 État de l'art des dipôles d'accélérateurs

Une fois obtenus, les câbles supraconducteurs peuvent être bobinés pour fabriquer un électro-aimant. Les dipôles étant au centre de la problématique de thèse, ils seront détaillés ici, mais les principes sont les mêmes pour les quadripôles, sextupôles... Un dipôle ne produit pas en réalité un champ parfaitement homogène. Pour être courbé de manière homogène, le faisceau de particules doit être soumis dans l'idéal à un champ purement de la forme $B\vec{u_y}$ (voir Figure 1.11). Les aimants d'accélérateurs étant relativement longs, une première étape de conception a lieu dans une coupe transverse de la partie droite (conception 2D) et considère des conducteurs infiniment longs dans la direction z.

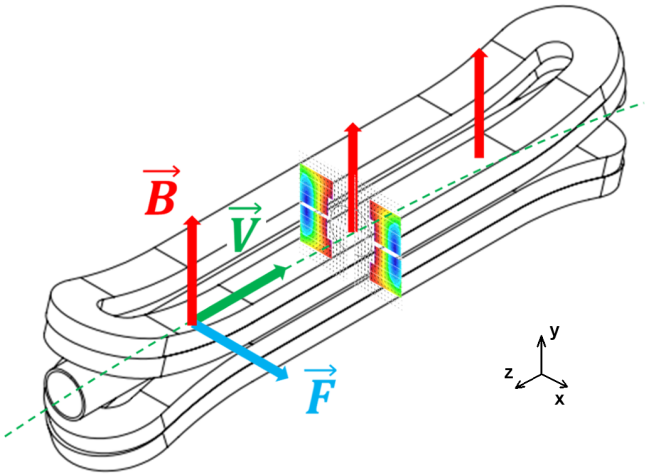

FIGURE 1.11 – Représentation schématique d'un dipôle d'accélérateur et du tube faisceau. Le dipôle génère un champ $B\vec{u_y}$. Les particules de vitesse $V\vec{u_z}$ et de charge positive sont donc soumises à une force de déviation $F\vec{u_x}$. Une section transverse de la partie droite avec la carte de champ est représentée au centre du dipôle.

1.4.1 Les dipôles en cosinus thêta

Une répartition idéale du courant sous la forme $J = J_0 \cos n\theta$ a été proposée [13] et permet de produire un « 2n-pôle » parfaitement homogène. Pour les dipôles (n=1), cette répartition est souvent approximée par une configuration dite en « $\cos\theta$ », dans laquelle les conducteurs sont répartis en « éventail » autour de l'ouverture avec une densité de

courant constante (secteurs angulaires, Figure 1.12). Cette configuration a été largement utilisée pour les aimants d'accélérateurs actuels en NbTi (HERA, Tevatron, LHC...). Des dipôles Nb_3Sn ont permis ensuite d'atteindre des champs magnétiques très élevés avec cette configuration. Le seuil des 10 T est dépassé pour la première fois en 1989 [30] dans le cadre d'une collaboration entre le CERN et ELIN. Quelques années plus tard, l'université de Twente atteint une induction de 11 T grâce à l'aimant MSUT [31]. Puis en 1997, le LBNL (Lawrence Berkeley National Laboratory) parvient à dépasser un champ de 13 T avec son dipôle D20 [32]. Le Fermilab a ensuite lancé le programme HFD (High Field Dipole), ayant pour but la fabrication d'un dipôle produisant un champ maximum de 11 T [33]. Après divers problèmes de stabilité, certaines bobines ont pu atteindre un champ de 10 T [34].

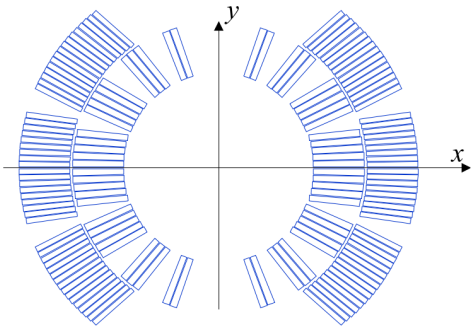

FIGURE 1.12 – Configuration magnétique 2D dite en « $\cos\theta$ » des dipôles LHC [10].

Ces configurations « $\cos\theta$ » montrent actuellement leurs limites pour le Nb_3Sn. En effet les densités de courant et les champs magnétiques, de plus en plus élevés, conduisent à des forces de Laplace importantes. Dans ce type de configuration, les structures mécaniques rendent la gestion des efforts beaucoup plus difficile. De plus la dégradation supplémentaire due à la forme trapézoïdale des câbles dégrade les performances magnétiques. Pour cela, et pour d'autres raisons [35], les concepteurs d'aimants haut champ en Nb_3Sn se tournent actuellement vers des configurations dites en « blocs » qui ont prouvé leur efficacité sur des dipôles prototypes.

1.4.2 Les dipôles en blocs

Une autre configuration possible consiste à disposer les conducteurs selon des blocs rectangulaires (Figure 1.13). Les premiers dipôles « blocs » en Nb_3Sn ont été explorés par le LBNL grâce à l'aimant test HD1. Avec ses 16 T sur le conducteur [36], cet aimant détient le record actuel de champ produit par une bobine supraconductrice de type dipôle, avec en plus une densité de courant bien plus faible que ce qui est disponible aujourd'hui. Le principe a ensuite été reproduit avec HD2, un aimant de plus grande ouverture, qui a atteint un champ maximum de 14,5 T sur le conducteur [37]. Ces dipôles ont également permis de valider la méthode « bladders & keys » [38] servant à maintenir les bobines en compression.

Le projet européen NED [39] a étudié différentes configurations pour des dipôles haut champ : $\cos\theta$ disposés en couches et en encoches, common-coils, intersection d'ellipses. La configuration en intersection d'ellipses consiste en une répartition théorique du conducteur à courant constant, conduisant à un dipôle parfaitement homogène. Cette configuration a été proposée par Beth [40] et a été ensuite largement explorée par Felice [22], qui

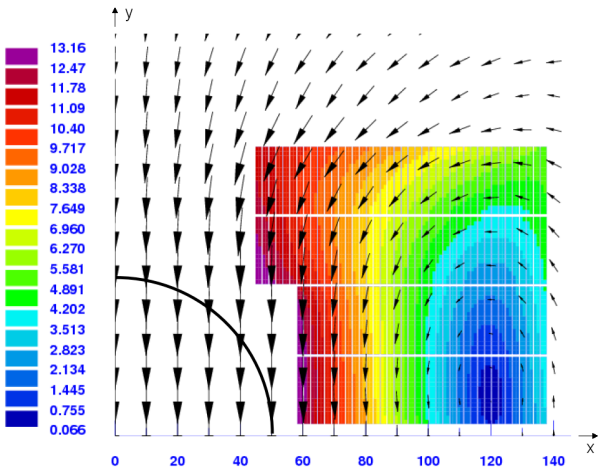

FIGURE 1.13 – Configuration magnétique 2D « blocs » du dipôle FRESCA2 en cours de conception [35].

propose une approximation en blocs. L'aimant FRESCA2 du projet européen EuCARD (successeur de NED), actuellement en cours de fabrication [35], [41], est similaire à HD2 et a été conçu pour un champ maximum de 15 T sur le conducteur.

Le projet européen EDIPO [42] montre des caractéristiques de champ et d'ouverture similaires à FRESCA2. Il est bobiné quant à lui à partir de « câbles en conduite » [2]. Il est conçu pour produire un champ central de 12,5 T dans une ouverture rectangulaire de 100×150 mm.

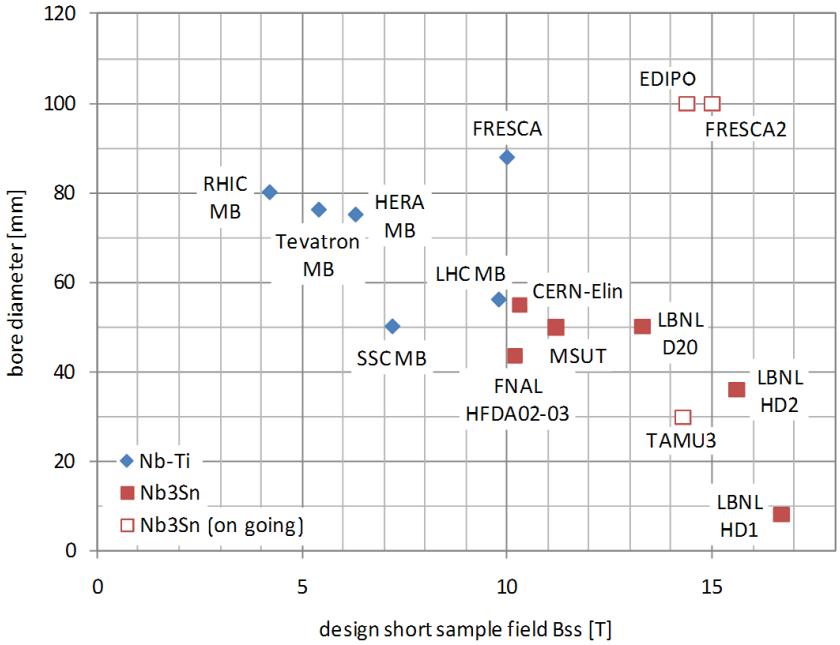

FIGURE 1.14 – État de l'art des dipôles supraconducteurs pour accélérateurs [41]. Les projets TAMU3 et EDIPO ont été ajoutés.

La Texas A&M University (TAMU) a mené une étude pour fabriquer un dipôle Nb_3Sn en configuration blocs, avec comme objectif une gestion rigoureuse des efforts, à l'aide de

2. également appelés « cable in conduit », câbles composés de brins tressés puis insérés dans une gaine métallique. Dans certains cas, une conduite centrale permet l'évacuation de chaleur. Ce type de conducteur est utilisé notamment pour la fusion nucléaire.

bladders, plaques et ressorts en Inconel. Les prototypes TAMU1 & 2 ont été testés avec succès. Dans la version TAMU3, le champ maximum devrait dépasser les 14 T [43].

L'état de l'art des différents projets de dipôles d'accélérateurs est résumé Figure 1.14. Ils sont classés en fonction de l'ouverture et du champ maximum sur le conducteur (échantillon court).

Conclusion

Pour explorer la matière, la physique des particules a besoin de collisionneurs. Atteindre des particules de masse élevée, tel le boson de Higgs par exemple, revient à produire des collisions de haute énergie. Les collisionneurs de particules sont principalement circulaires, et utilisent des aimants supraconducteurs pour courber le faisceau de particules. Or, augmenter l'énergie du faisceau implique d'augmenter le champ de courbure. Le supraconducteur NbTi utilisé actuellement possède un champ critique limité technologiquement à 12 T, c'est pourquoi les concepteurs d'aimants se tournent vers le Nb_3Sn. La maîtrise de la fabrication de câbles en Nb_3Sn est le fruit de 50 ans de recherches. Alors que de nombreux problèmes sont en partie résolus (stabilité, fabrication de filaments pouvant supporter une forte densité de courant...), d'autres ne le sont pas (évacuation de la chaleur, sensibilité à la contrainte mécanique...). Divers aimants prototypes ont ainsi montré la faisabilité d'aimants haut champ en Nb_3Sn, ouvrant la voie aux aimants Nb_3Sn pour les accélérateurs à haute énergie, mais de nombreux défis technologiques restent à relever. Finalement, les conceptions magnétiques en configuration bloc sont celles qui ont permis d'atteindre les inductions magnétiques les plus élevées, et méritent d'être étudiées plus profondément.

Chapitre 2

Dégradation du courant critique sous une contrainte mécanique transversale

Introduction

POUR des aimants d'accélérateurs dépassant les 10 T, la densité de courant requise est très importante et les forces de Laplace qui en résultent peuvent dégrader le Nb_3Sn. Le chemisage métallique des câbles ne suffit plus à contenir ces efforts. Des contraintes transverses de compression doivent alors être encaissées par le conducteur lui-même et peuvent atteindre plus de 200 MPa.

Dès les années 60, la dégradation du courant critique dans des brins supraconducteurs, soumis à une contrainte axiale, était connue. De nombreuses mesures sont venues par la suite illustrer ces observations. Mais il a fallu attendre 1987 pour que Ekin, rapporte [44] les premières mesures de courant critique sur des brins soumis à une contrainte transverse.

Il existe une documentation relativement bien fournie sur le sujet. En revanche, la comparaison semble difficile, étant donnée la variété des paramètres de l'échantillon. Ce chapitre se propose de comparer les mesures trouvées dans la littérature, selon la méthode d'obtention des brins (bronze : section 2.2, poudres : section 2.3, étain interne : section 2.4, MJR : section 2.5.). Les résultats sont ensuite regroupés suivant qu'ils ont été obtenus avec des brins seuls, des brins dans leur câble, ou des câbles. Dans la mesure du possible, les courbes sont comparées à champ égal. Les courbes de courant critique en fonction de la contrainte ont toutes été normalisées par rapport au courant critique à contrainte nulle I_{c0}. La performance du conducteur (I_{c0}) sera précisée, pour les articles où cette donnée apparaît [1]. En outre, les méthodes de détections varient, ce qui peut rendre d'autant plus ardue la comparaison. En général le critère de détection porte sur un champ électrique, autour de 1 μV/cm, mais il peut porter également sur une résistivité en Ω.cm. Cette étude se focalisera sur les câbles de type Rutherford, utilisés par la suite.

La section 2.1 décrit les différents modes opératoires employés. Diverses lois empiriques ont également été établies d'après les expériences et permettent de prévoir les capacités de transport d'un brin supraconducteur en fonction du champ, de la température et de la déformation. La section 2.7 sera consacrée à cet aspect. Finalement, des modèles

1. Les densités de courants critiques sont difficilement comparables, car les caractéristiques des brins ne sont pas toujours clairement précisées (diamètre, rapport Cu/nonCu...). Seul le courant critique sera indiqué.

intéressants ont été établis pour représenter la déformation subie par un brin dans un câble, ils seront décrits dans la section 2.8.

2.1 Comparaison des modes opératoires

Afin de se placer dans des conditions similaires à un aimant à haut champ, les échantillons sont testés dans un champ de fond perpendiculaire à la direction du courant, et généré par l'aimant de la station d'essais. Toutefois, l'aimant qui génère ce champ de fond possède un diamètre utile qui limite la taille des échantillons qu'on peut y insérer. Deux méthodes principales se distinguent alors pour les essais de courant critique sous contrainte. La première consiste à plier le conducteur en forme de U, puis à l'insérer dans un solénoïde. La deuxième consiste à insérer des conducteurs droits dans un aimant de type dipôle (Figure 1.11).

Il est intéressant de mentionner également les travaux de Seeber et al. [45], qui consistent à bobiner un brin rectangulaire autour d'un mandrin central puis à le comprimer entre deux flasques en spirale.

2.1.1 Echantillons en forme de U

Dans ce cas, comme on veut placer l'échantillon perpendiculairement au champ, on est limité par l'encombrement. C'est pourquoi l'échantillon est en général réagit avec une forme en « U ». La base du U est soumise à une compression transverse réglable. Les pattes du U sont utilisées pour les amenées de courant. Le porte échantillon est ensuite placé dans une bobine de telle sorte que le champ magnétique soit perpendiculaire à la base du U. La Figure 2.1 (gauche) montre le schéma de principe d'une telle mesure, décrite dans [44]. L'ouverture en revanche n'est pas précisée. Kitagushi emploie un procédé similaire pour des brins PIT [46].

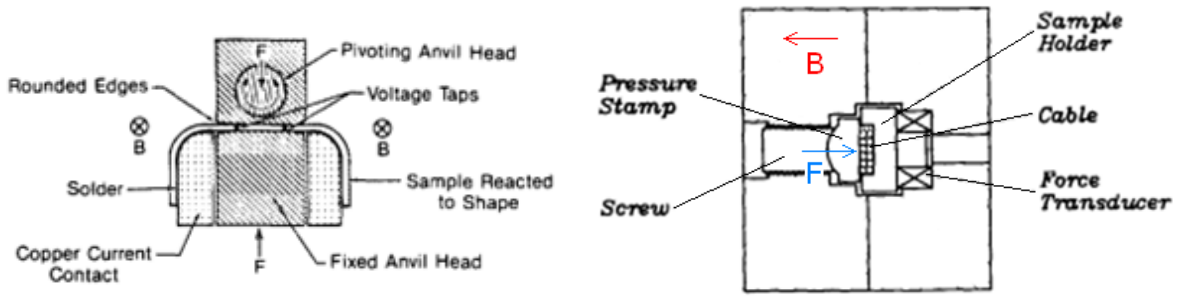

FIGURE 2.1 – Schémas de principe de l'expérience d'Ekin [44] (à gauche), et de Jakob et Pasztor [47], [48] (à droite).

Jakob et Pasztor utilisent une vis pour régler la pression exercée par le tampon sur le câble (Figure 2.1 droite). La pression est exercée sur une longueur de 13 mm, ce qui doit correspondre, d'après le schéma, à une ouverture du solénoïde d'au moins 70 mm.

Nishijima applique la contrainte par l'intermédiaire d'un levier qui appuie de manière réglable sur le brin (Figure 2.2). L'ouverture du solénoïde utilisé est de 52 mm.

A l'université de Twente, la force est appliquée au moyen de deux bobines alimentées en opposition qui se repoussent grâce à la force de Laplace. Boschman et al. compriment de cette manière un brin bobiné à plat [50]. Ten Kate et Van Oort se sont servis quant à eux, de la deuxième version de l'appareil de Boschman et al., appliquée à un câble (Figure

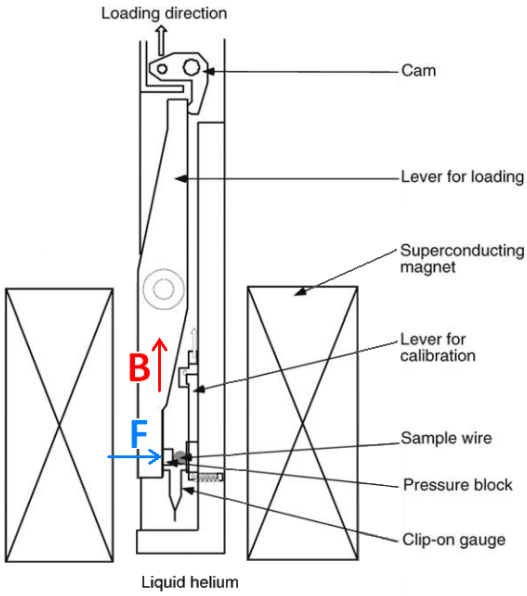

FIGURE 2.2 – Schéma de principe de l'expérience de Nishijima [49].

2.3). L'ouverture du dipôle est de 80 mm. En prenant en compte un rayon de courbure de 10 mm et l'encombrement des pièces, cela réduit la longueur utile de câble à 55 mm.

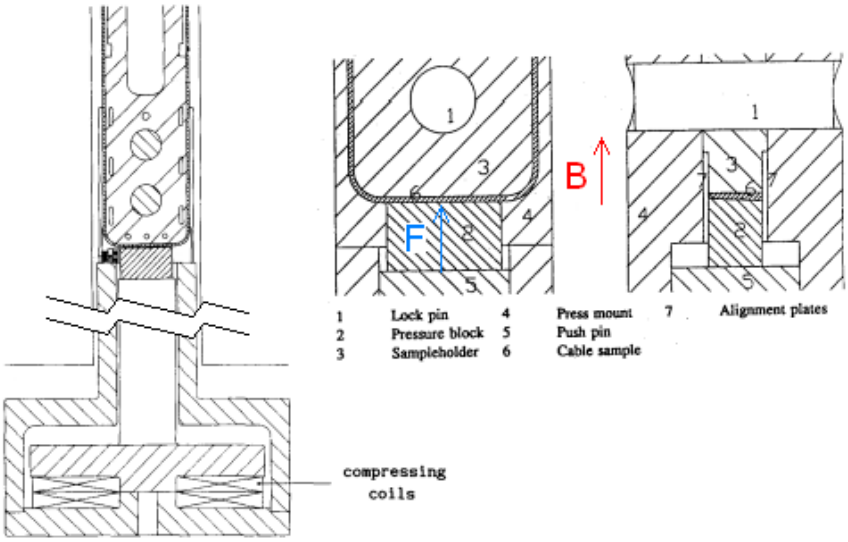

FIGURE 2.3 – Schéma de principe des expériences de Ten Kate [51] [52] et Van Oort [53].

Barzi et al., du Fermilab, utilisent une méthode une peu différente afin de mesurer le courant critique d'un seul brin [54]. Un brin est tout d'abord extrait d'un câble, puis inséré à la place d'un brin dans un faux câble en cuivre. Le solénoïde utilisé possède une ouverture de 64 mm.

2.1.2 Echantillons droits

Afin d'appliquer le champ et la contrainte sur de plus grandes longueurs, il faut utiliser d'autres types d'aimants.a été envisagé d'utiliser des bobines de type dipôle. Dietderich et Bauer utilisent un solénoïde en doubles galettes, afin d'insérer un échantillon d'une

longueur de 914 mm (Figure 2.4). La contrainte est appliquée sur environ 150 mm (égal à l'ouverture de l'aimant).

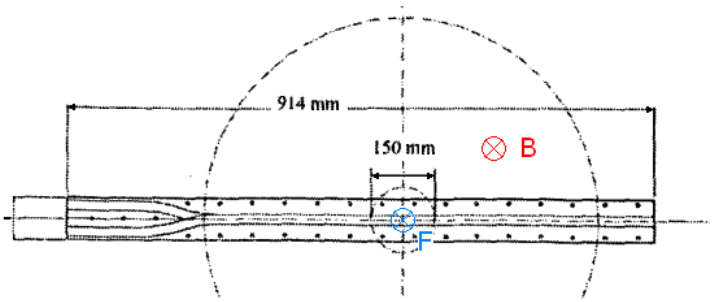

FIGURE 2.4 – Schéma de principe de l'expérience de Dietderich et Bauer [55], [56], [57]. Diamètres intérieur et extérieur de l'aimant en pointillé.

Par ailleurs, un porte-échantillon avec serrage à vis a été conçu par Ambrosio et al. [58] [59]. Il s'adapte dans la station d'essais FRESCA [60] et permet d'appliquer jusqu'à environ 80 MPa. L'aimant de la station autorise un champ jusqu'à 9,5 T dans une ouverture de 70 mm, avec une bonne homogénéité sur 60 cm. L'échantillon est composé d'un conducteur aller et un conducteur retour, soudés à une extrémité. Bordini et al. ont prévu une deuxième version de l'échantillon [61]. Grâce à une technique « bladder and key », le porte-échantillon permet d'appliquer une compression transversale réglable jusqu'à 200 MPa, avec une homogénéité de 10 % sur 30 cm. L'influence de la pression transverse sur le courant critique n'a pas encore été étudiée dans cette station d'essais.

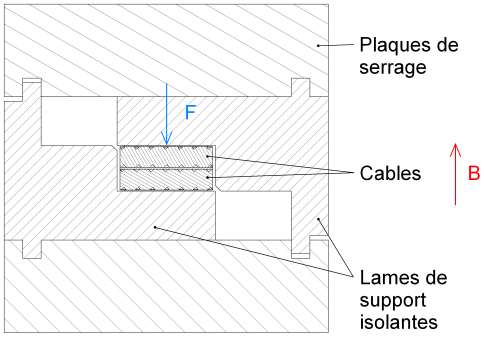

FIGURE 2.5 – Vue en coupe transversale du porte-échantillon FRESCA.

2.2 Méthode du bronze

2.2.1 Etude sur des brins

Dans son étude, Ekin compare un brin rond et un brin rectangulaire, obtenus par la méthode du bronze. Il constate alors que la dégradation de I_c (Figure 2.6) est bien plus importante pour les contraintes transverses (jusqu'à 60 % pour 200 MPa) qu'axiales (de l'ordre du %). Suite à cet article, les études commenceront à se concentrer sur l'influence de la pression transverse.

Une équipe japonaise menée par Katagiri a proposé en 1996 [62] deux solutions pour renforcer les brins Nb_3Sn :

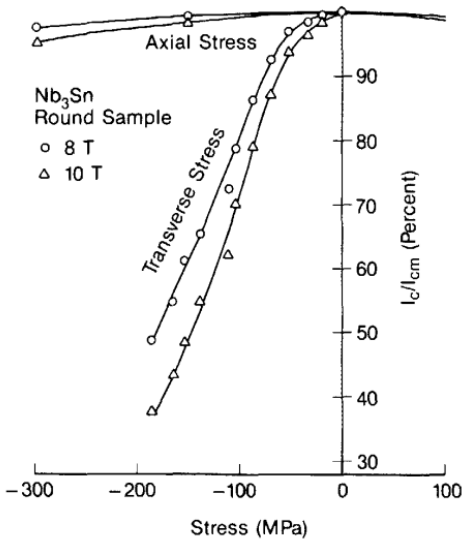

FIGURE 2.6 – Comparaison de la dégradation du courant critique en fonction de pressions transverse et axiale, pour un brin rond. Performance non précisée. [44]

– La matrice en cuivre est remplacée par une matrice en niobium.
– La matrice est en CuNb et le cœur des filaments est en NbTi.

Ils montrent alors (Figure 2.7) que le renfort des brins peut diminuer la sensibilité à la contrainte, c'est à dire la variation du courant normalisé pour une pression donnée. En revanche, le changement de la nature des brins pénalise leurs performances. Ainsi pour la matrice en Nb pur, même si le courant critique est beaucoup moins sensible à la contrainte, il reste fortement diminué (57 A à 0 MPa pour le brin normal contre 9 A pour le brin renforcé). Pour la matrice CuNb avec cœurs en NbTi, la sensibilité à la contrainte est peu changée et on passe d'un courant critique initial de 83 A pour le brin normal à 74 A pour le brin renforcé. Takao et al. [63] constatent de plus que, pour empêcher la dégradation du I_c, un renfort placé au centre du brin est plus efficace qu'au centre des filaments.

L'étude menée par Seeber et al. [45] sur des brins rectangulaires non imprégnés montre qu'une dégradation de 10 % peut être atteinte dès 80 MPa à 12 T, et même 20 MPa à 19 T (voir Figure 2.6).

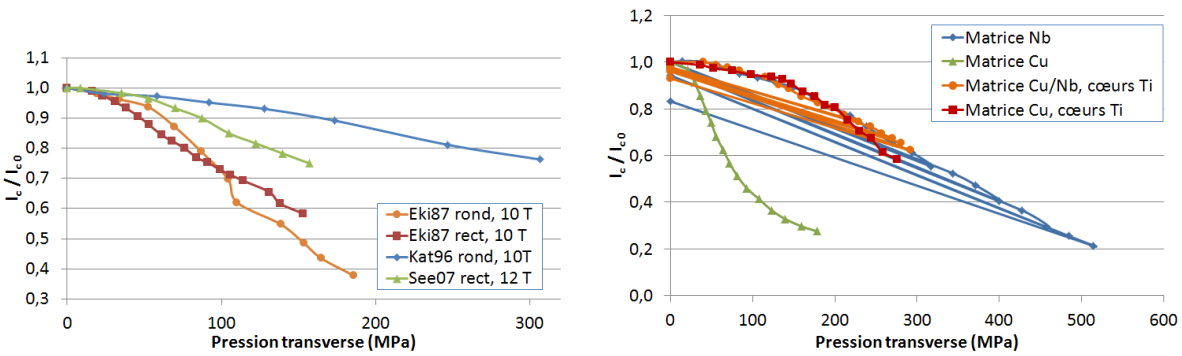

FIGURE 2.7 – A gauche : comparaison de la sensibilité à la contrainte à 10 T pour un brin renforcé au Nb de Katagiri [62] et les brins mesurés par Ekin [44]. A droite : sensibilité à la contrainte à 14 T comparée pour des brins renforcés (matrice Nb et matrice CuNb avec cœurs en Ti) et des brins classiques (matrice Cu) [62].

Par ailleurs, l'université de Genève a mené une étude sur l'effet d'une pression hydrostatique sur les propriétés de brins PIT [64]. Trois types d'échantillons ont pour cela été testés :

- un brin libre sur un côté (« two walls »)
- un brin bridé sur les deux côtés (« four walls »)
- un brin bridé sur les deux côtés avec une imprégnation époxy

Ils constatent que le brin imprégné peut supporter des pressions beaucoup plus élevées (90 % de dégradation pour 50 MPa) que les brins non imprégnés (90 % de dégradation pour des pressions de l'ordre de 10 MPa, voir Figure 2.8).

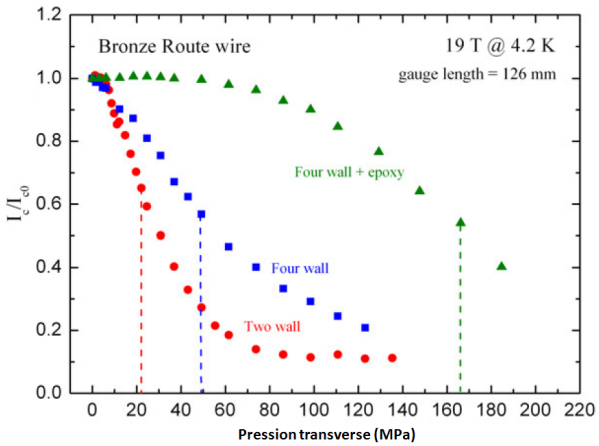

FIGURE 2.8 – Effet d'une compression transverse avec différentes répartitions de contraintes. $I_{c0} = 160$ A.

2.2.2 Etude sur des brins dans leur câble

L'inconvénient des mesures sur brin seul est qu'elles ne sont pas représentatives du comportement du brin dans le câble. En effet, les contraintes le long d'un même brin dans un câble ne sont pas réparties uniformément, et chaque brin ne voit pas la même dégradation. Dès 1989, Jakob et Pasztor [47] ont eu l'idée de soumettre une portion de câble à une pression transversale et de mesurer le courant critique d'un brin du câble. Deux types de brins ont été testés (Figure 2.9) :

- Type A : le brin voit la contrainte sur une partie droite.
- Type B : le brin possède une zone courbée.

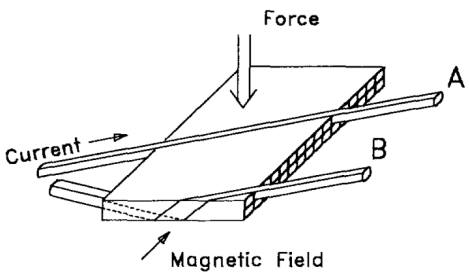

FIGURE 2.9 – Schéma représentant les deux types de brins dans le câble.

La Figure 2.10 montre que la courbure dans le brin de type B apporte une dégradation supplémentaire. Pasztor et Jakob ont également exploré [48] l'influence de l'imprégnation du câble sur la sensibilité à la contrainte. Trois type de câbles ont été étudiés :

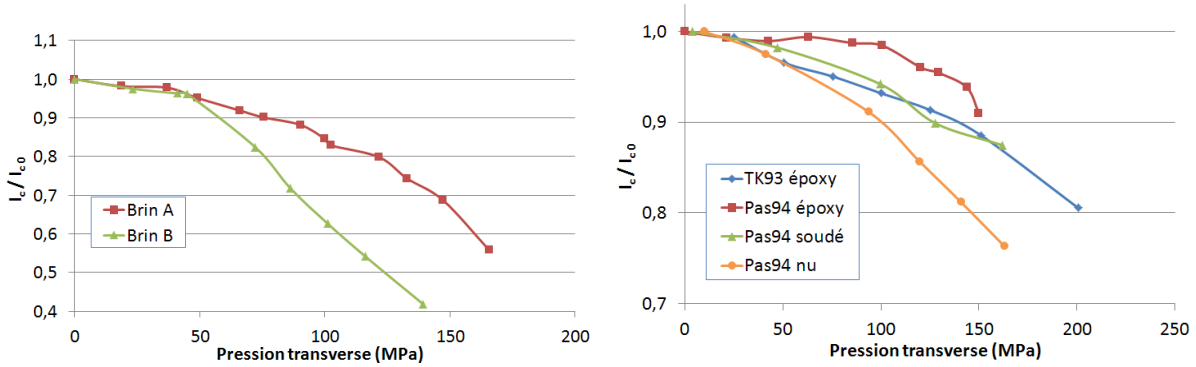

FIGURE 2.10 – A gauche : comparaison du courant critique normalisé en fonction de la contrainte à 11 T pour les deux types de brins [47]. I_{c0} autour de 1 kA. A droite : comparaison à 11,5 T pour un brin de type A lorsque le câble est imprégné par époxy, soudé ou nu [48]. I_{c0} autour de 16 kA. Comparaison avec les mesures de Ten Kate [52] à 11 T sur un câble imprégné époxy (I_{c0} = 19,6 kA).

- Câble imprégné par une résine époxy sous vide.
- Câble rempli d'une soudure à l'étain.
- Câble nu.

Ils prouvent ainsi (Figure 2.10) que la présence d'une imprégnation dans le câble permet de répartir les contraintes de manière plus uniforme, ce qui dégrade moins le courant critique du brin. En effet, dans le cas d'un câble nu, les contraintes transverses se concentrent aux points de croisement entre les brins, ce qui induit une dégradation locale plus importante. Dans le cas d'un câble imprégné, les forces sont transmises via le matériau d'imprégnation, ce qui rend la contrainte plus homogène. La plus faible dégradation est obtenue pour une imprégnation époxy. Cette étude et celle de Boschman [50], semblent être les seules qui portent sur la dégradation du courant critique pour des câbles nus soumis à une pression transverse.

2.3 Méthode des poudres

2.3.1 Etude sur des câbles

En 1991, Boschman, Ten Kate et al. ont comparé [65] la sensibilité à la contrainte pour des câbles simplement recouverts de résine et d'autres imprégnés totalement. Ils montrent que la résine permet de répartir les contraintes dans le câble, ce qui affecte moins son courant critique (Figure 2.11 gauche). Cette constatation corrobore les résultats de Jakob et Pasztor (voir section 2.2.2). Des mesures sur câbles Rutherford imprégnés ont été refaites par Ten Kate, Boschman, Weijers et al. en 1992 [51] puis par Ten Kate, Weijers et Van Oort en 1993 [52] et montrent de meilleurs performances (Figure 2.11). On peut voir également Figure 2.11 droite la présence d'un brin en particulier (« pire brin ») qui est bien plus dégradé que le câble, ce qui prouve une fois de plus l'intérêt de répartir les contraintes à l'intérieur du câble.

2.3.2 Etude sur des brins dans leur câble

En plus de travaux sur d'autres procédés de fabrication (MJR, IT), l'équipe de Barzi et al. [54], du Fermilab, a étudié l'influence du taux de compaction dans les câbles. On constate Figure 2.12 que plus le taux de compaction est élevé, plus le courant critique

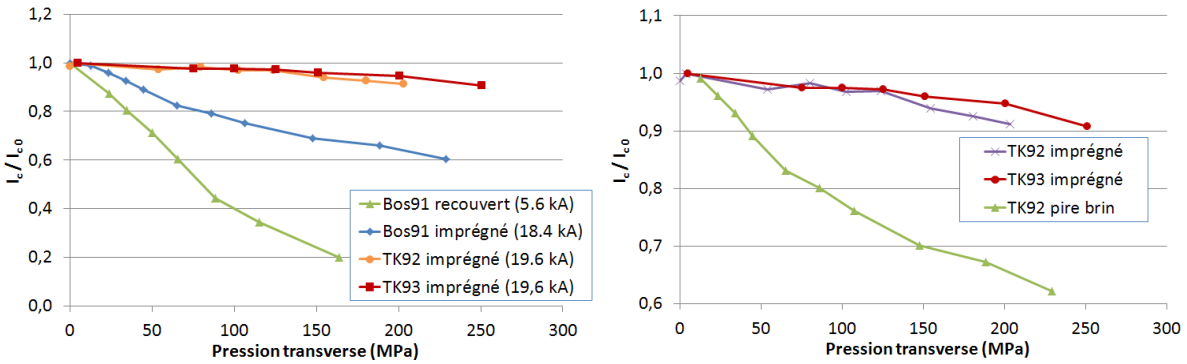

FIGURE 2.11 – A gauche : dégradation du courant critique en fonction de la contrainte à 11 T pour des câbles imprégnés ou seulement recouvert [65], [51], [52]. A droite : superposition des courbes pour les câbles imprégnés et pour le pire brin dans le câble à 11 T [51], [52]. I_{c0} indiqué entre parenthèses.

est dégradé. En effet les contraintes internes augmentent avec le taux de compaction. On remarque de plus une forte dégradation irréversible.

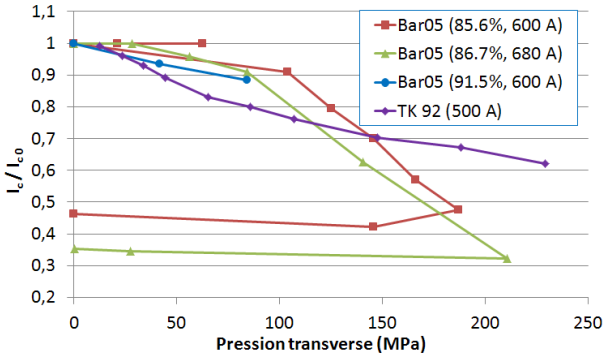

FIGURE 2.12 – Courant critique en fonction de la pression transverse, pour différents taux de compaction, à 12 T [54]. Comparaison avec la mesure de Ten Kate [51].

2.3.3 Etude sur des brins

En 2005, une équipe japonaise a mesuré le courant critique d'un brin PIT sous une pression transverse à 16 K et 2 T [46]. Ils constatent que la dégradation permanente peut être très élevée (35 % après une compression de 130 MPa, Figure 2.13 gauche).

L'étude de l'université de Genève montre que le brin imprégné peut supporter des pressions beaucoup plus élevées (90 % de dégradation pour 90 MPa) que les brins non imprégnés (90 % de dégradation pour des pressions inférieures à 10 MPa, voir Figure 2.13 droite).

2.4 Méthode de l'étain interne

Dietderich et Scanlan du LBNL, et leur collègues du NHMFL (National High Magnetic Field Laboratory), ont étudié [55] l'influence de la contrainte transverse sur le courant critique de câbles Rutherford. Ils observent que la dégradation est presque totalement réversible (Figure 2.14 gauche).

L'étude de Barzi et al. [54] s'est également portée sur des brins dans leur câble. Dans ce cas, la dégradation observée semble moins importante que celle mesurée par Dietderich

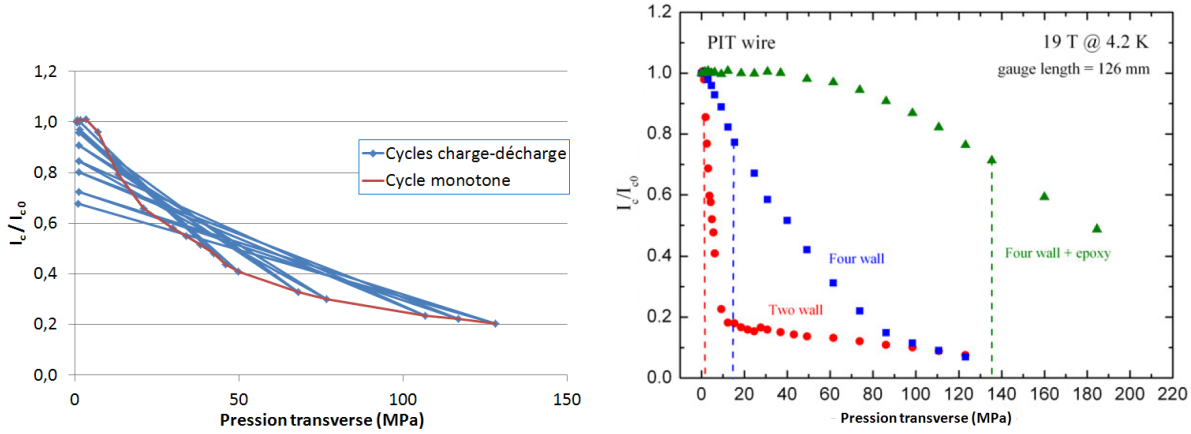

FIGURE 2.13 – A gauche : comportement d'un brin sous des cycles de charge-décharge [46]. $I_{c0} = 38$ A. A droite : effet d'une compression transverse avec différentes répartition de contraintes [64]. $I_{c0} = 237$ A.

et al. sur un câble. L'étude de Barzi montre comme précédemment, une augmentation de la dégradation du courant critique avec la compaction (Figure 2.14 droite).

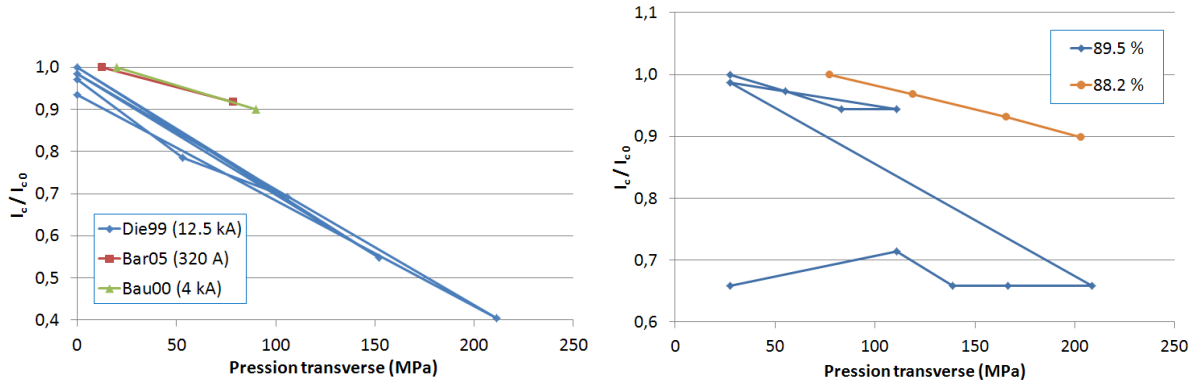

FIGURE 2.14 – A gauche : influence de la pression sur le courant critique à 11 T [55], [54]. A droite : influence de la pression pour deux taux de compaction différents, à 10 T ($I_{c0} = 320$ A) [54].

Des mesures sur des câbles en conduite de type ITER ont par ailleurs été réalisées, et montrent qu'une dégradation de 10 % peut être atteinte pour des pressions transverse inférieures à 50 MPa.

2.5 Méthode Modified Jelly Roll

2.5.1 Etude sur des câbles

L'équipe de Van Oort et Ten Kate, de Twente, a mesuré [53] le courant critique de câbles Rutherford (26 et 48 brins) sous des cycles de compressions-décompressions. Ils constatent que les câbles sont plus sensibles s'il contiennent plus de brins (Figure 2.15 gauche). Dietderich et al. ont également mesuré [55] la dégradation d'un câble MJR, mais la dégradation est plus faible alors que le câble comporte 37 brins. Il n'est donc pas possible de conclure avec certitude quant à l'influence du nombre de brins sur la dégradation du courant critique.

Barzi et al. ont de plus réalisé des mesures [54] sur un brin dans un câble MJR 28 brins. La Figure 2.15 droite montre que le taux de compaction change relativement peu

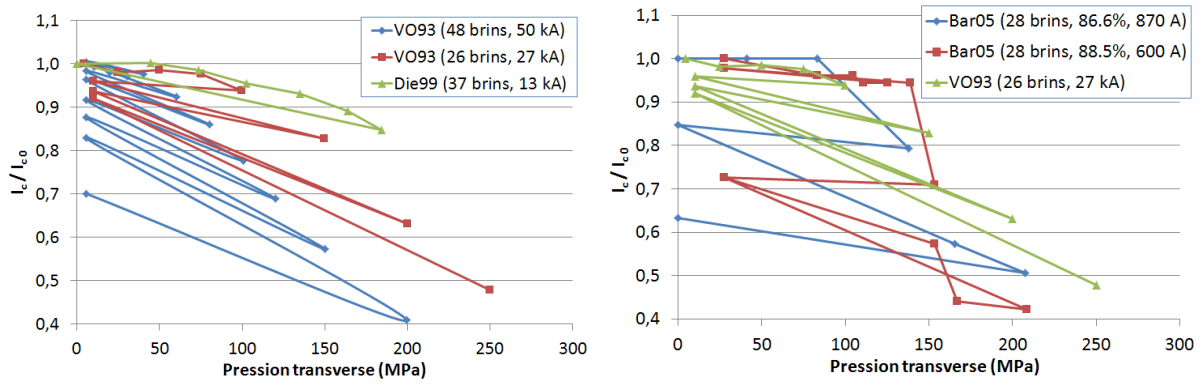

FIGURE 2.15 – A gauche : comparaison de la sensibilité à la contrainte pour des câbles avec des nombres de brins différents [53], [55]. A droite : sensibilité à la contrainte pour des brins dans leur câble avec différents taux de compaction [54], comparés à un câble [53].

le comportement du brin dans le câble. L'allure est similaire à la courbe mesurée par Van Oort et al. pour un câble 26 brins (le taux de compaction n'est pas précisé).

2.5.2 Etude sur des brins

Nishijima, Katagiri et al. ont étudié en 2005 [49] la possibilité de renforcer un brin MJR avec un coeur en Cu-NbTi. La sensibilité est effectivement atténuée (Figure 2.16) et les performances sont équivalentes entre les brins (176 A pour le brin renforcé contre 180 A pour le brin classique). Ainsi, le problème de la diminution des performances du brin dû au renfort des filaments, rencontré par Katagiri [62] et évoqué dans la section 2.2.1, ne se pose plus. Le fait que le renfort soit meilleur s'il est à l'intérieur du brin rejoint la conclusion de Takao [63].

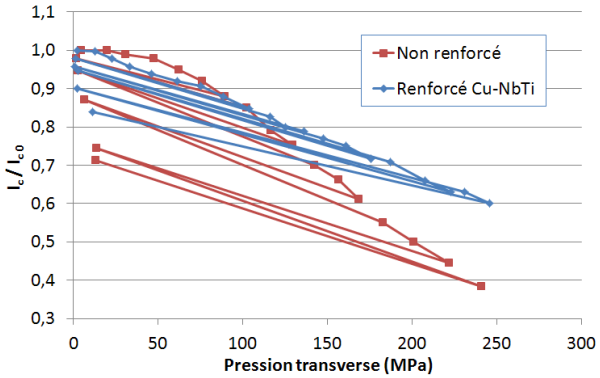

FIGURE 2.16 – Comparaison à 14 T de la sensibilité à la contrainte pour un brin classique et un brin renforcé par un coeur en Cu-NbTi. [49]

2.6 Synthèse des résultats

Le phénomène de dégradation du courant critique d'un câble soumis à une pression transverse est toujours de la même forme, et peut être schématisé Figure 2.17. Les Figures 2.15 et 2.16 illustrent bien ce comportement. La courbe de dégradation est similaire

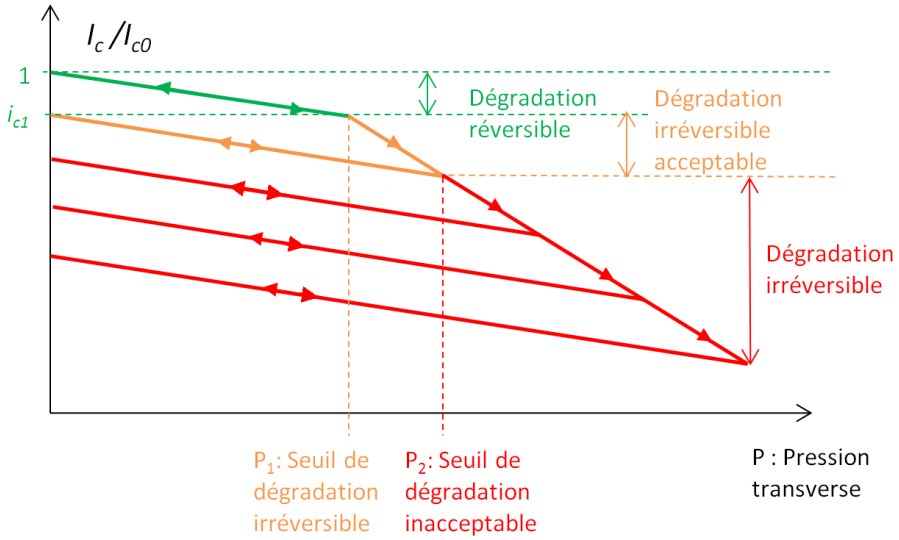

FIGURE 2.17 – Schéma du phénomène de dégradation du courant critique d'un câble sous contrainte.

aux phénomènes d'élasticité et de plasticité d'un matériau sous des cycles de charges-décharges, avec une courbe monotone et des cycles d'hystérésis.

On peut décomposer le comportement en trois phases :

- **Dégradation réversible** : Lorsque la contrainte appliquée est faible, le courant critique reste élevé ($i_c(P) > i_{c1}$) et la dégradation est réversible. Ainsi le conducteur récupère ses propriétés si la contrainte est relâchée. On fixe arbitrairement la valeur i_{c1} à 90 % : cette valeur permet de rester dans les marges de fonctionnement, situées entre 10 et 20 % par rapport au courant critique. On mesure le premier seuil $P_1 = P(i_{c1})$. Pour une utilisation dans les aimants à haut champ, cette valeur est située autour de 150 MPa.
- **Dégradation irréversible acceptable** : le conducteur récupère en partie ses propriétés si la contrainte est relâchée. La dégradation finale reste inférieure à i_{c1}. On mesure ensuite le deuxième seuil de dégradation P_2, qui est la contrainte à ne pas dépasser pour que le conducteur récupère une valeur d'au moins i_{c1} à contrainte nulle.
- **Dégradation irréversible** : le conducteur est fortement dégradé et cette dégradation est irréversible. En effet, si la contrainte est relâchée, le courant critique sera inférieur au courant critique minimal autorisé i_{c1}.

La Figure 2.18 résume les différentes mesures trouvées dans la littérature, en termes de seuil de dégradation réversible P_1. Ce seuil quantifie la « sensibilité » des conducteurs à la contrainte mécanique. On constate tout d'abord que les échantillons non imprégnés sont très sensibles à la contrainte (dégradation de 10 % pour des pressions inférieures à 50 MPa). Les échantillons imprégnés en revanche peuvent atteindre des pressions supérieures à 150 MPa avant de subir une dégradation de 10 %. Il n'y a malheureusement pas assez de données pour conclure quant à l'influence de la méthode d'obtention des brins sur la dégradation des câbles.

2.7 Lois expérimentales

Les propriétés de transport de courant des supraconducteurs sont sensibles à trois grandeurs principales : le champ appliqué, la température et la déformation du conducteur.

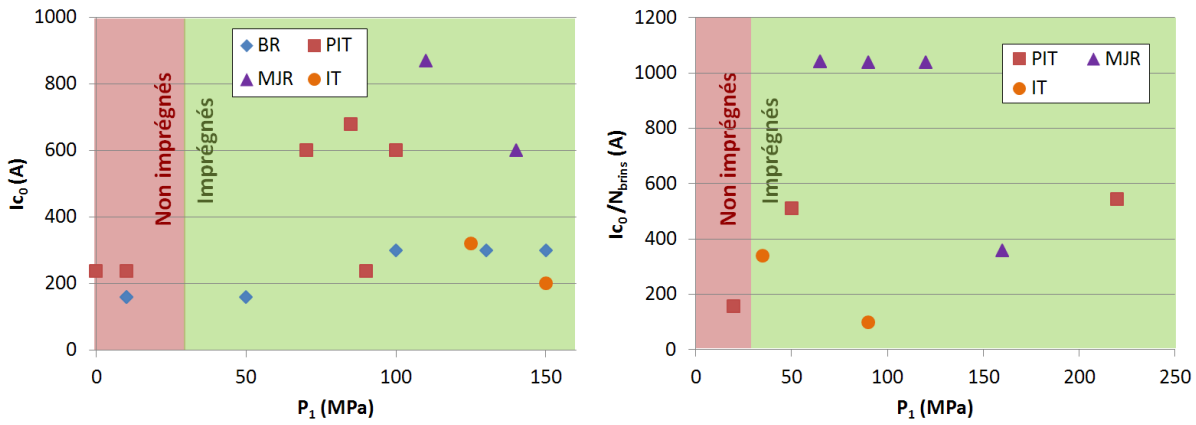

FIGURE 2.18 – Courant critique à contrainte nulle en fonction du seuil de dégradation réversible à 10 %. A gauche : mesures sur brins. A droite : mesures sur câbles.

Les brins Nb_3Sn sont particulièrement sensibles à ce dernier paramètre. Très tôt, des efforts ont été menés pour établir des lois expérimentales et tenter de prédire ce comportement. Fietz et Webb ont introduit, dès 1969 [66], un modèle de la force d'encrage ($F_p = J_c B$, voir 1.3.2). Ekin a ensuite proposé en 1980 [67] une dépendance vis à vis du champ critique de la forme B_{c2}^n. Différentes lois, plus précises, ont été établies depuis et permettent de décrire la densité de courant critique J_c en fonction de l'induction B, de la température T et de la déformation ϵ. Afin de les comparer entre elles, il est possible de les regrouper sous une forme générale, ainsi que l'a proposé plus récemment Ekin [68], avec la loi d'échelle unifiée (USL) :

$$J_c(B, T, \epsilon) = \frac{C}{B} g(\epsilon) h(t) f(b) \tag{2.1}$$

On définit pour cela le champ réduit et la température réduite :

$$t = \frac{T}{T_{c0}(\epsilon)} \tag{2.2}$$

$$b = \frac{B}{B_{c2}(T, \epsilon)} \tag{2.3}$$

La fonction $g(\epsilon)$ caractérise la dépendance du courant critique vis à vis de la déformation intrinsèque. La loi unifiée initialement proposée par Ekin ne tient pas bien compte de l'asymétrie de la courbe $g(\epsilon)$. De plus, cette loi décrit bien la dépendance avec la déformation axiale mais est moins adaptée pour les déformations de compression élevées (de l'ordre de $\pm$ 0,6 %, qui entrent en jeux dans les aimants d'accélérateurs et de fusion). Dans le cas de fortes déformations transverses, il faut tenir compte notamment de la pastification de la matrice résistive.

La déformation intrinsèque est définie par :

$$\epsilon = \epsilon_{appl} - \epsilon_0 \tag{2.4}$$

ϵ_{appl} étant la déformation appliquée et ϵ_0 la déformation au maximum de courant.

La fonction $f(b)$ est telle que prédite dans [66] :

$$f(b) = b^p (1 - b)^q \tag{2.5}$$

L'avantage de cette forme est qu'elle permet de séparer la dépendance du courant vis à vis du champ, de la température et de la déformation. Ainsi, il est plus pratique de tester séparément l'influence de chaque variable puis d'en déduire la loi correspondante. Grâce aux travaux de Kramer [69], Dew-Hughes [70] et Hampshire et al. [71], combinés à ceux d'Ekin [67] ; Summers et al. [72] ont développé en 1991 une formule de la même forme que (2.1), repérée ici avec l'indice SUM :

$$g_{SUM}(\epsilon) = 1 - a\,|\epsilon|^u \tag{2.6}$$

$$h_{SUM}(t) = (1-t^2)^{2.5}[1 - 0.31t^2(1 - 1.77\ln t)]^{0.5} \tag{2.7}$$

$$B_{c2,SUM}(T,\epsilon) = B_{c20m}g(\epsilon)(1-t^2) \tag{2.8}$$

$$T_{c0,SUM}(\epsilon) = T_{c0m}g(\epsilon)^{1/3} \tag{2.9}$$

De plus, $p = 0,5$ et $q = 2$. Il existe deux paramètres a selon que la déformation est positive ou négative, ce qui porte à 7 le nombre de paramètres à déterminer. Ces lois correspondent bien aux données expérimentales de l'époque, mais montrent leurs limites pour des champs élevés (>12 T) et pour les conducteurs actuels.

Keys et Hampshire ont également proposé [73] une loi d'évolution similaire (indices KEY) :

$$h_{KEY}(t) = (1-t^\nu)^{n-2}(1-t^2)^2 \tag{2.10}$$

$$g_{KEY}(\epsilon) = \alpha(\epsilon)T_{c0,KEY}(\epsilon)^2 B_{c2,KEY}^{n-2}(0,\epsilon) \tag{2.11}$$

$$B_{c2,KEY}(T,\epsilon) = B_{c2,KEY}(0,\epsilon)(1-t^\nu) \tag{2.12}$$

Les trois fonctions α, $T_{c0,KEY}$, $B_{c2,KEY}(T=0)$ sont approximées par des polynômes d'ordre 4 en ϵ :

$$1 + c_2\epsilon^2 + c_3\epsilon^3 + c_4\epsilon^4 \tag{2.13}$$

Ce qui représente au total 17 paramètres à déterminer. Une forme allégée a été suggérée par la suite par Taylor [74] (indices TAY), et permet de réduire à 13 le nombre de paramètres :

$$g_{TAY}(\epsilon) = (1 + c_2\epsilon^2 + c_3\epsilon^3 + c_4\epsilon^4)^{\frac{u+2+w(n-2)}{w}} \tag{2.14}$$

$$B_{c2,TAY}(T,\epsilon) = B_{c20m}(1 + c_2\epsilon^2 + c_3\epsilon^3 + c_4\epsilon^4)(1-t^\nu) \tag{2.15}$$

$$T_{c0,TAY}(\epsilon) = T_{c0m}(1 + c_2\epsilon^2 + c_3\epsilon^3 + c_4\epsilon^4)^{1/w} \tag{2.16}$$

L'approximation polynômiale a l'avantage d'offrir une bonne interpolation sur les points de mesure mais peut provoquer une mauvaise extrapolation en dehors de cet intervalle.

Afin de mieux rendre compte de la dépendance avec la déformation transverse, Godeke, Ten Haken, Ten Kate ont introduit la notion de déformation « déviatrice » [75], [76], [77] qui permet de prendre en compte les déformations dans les trois directions :

$$\epsilon_{dev} = \frac{2}{3}\sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_y - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_z - \epsilon_x)^2} \tag{2.17}$$

ϵ_x, ϵ_y et ϵ_z étant les trois composantes non nulles du tenseur de contrainte. Godeke [78] définit ainsi la fonction $g(\epsilon)$, repérée par l'indice GOD :

$$g_{GOD}(\epsilon) = 1 + \frac{C_{a1}\left(\sqrt{\epsilon_{sh}^2 + \epsilon_{0,a}^2} - \sqrt{(\epsilon - \epsilon_{sh})^2 + \epsilon_{0,a}^2}\right) - C_{a2}\epsilon}{1 - C_{a1}\epsilon_{0,a}} \tag{2.18}$$

$$\epsilon_{sh} = \frac{C_{a2}\epsilon_{0,a}}{\sqrt{C_{a1}^2 - C_{a2}^2}} \tag{2.19}$$

$$B_{c2,GOD}(T,\epsilon) = B_{c20m} g_{GOD}(\epsilon)(1 - t^{1.52}) \tag{2.20}$$

$$T_{c0,GOD}(\epsilon) = T_{c0m} g_{GOD}(\epsilon)^{1/3} \tag{2.21}$$

avec $\epsilon_{0,a}$ la déformation axiale résiduelle. Ce modèle impose $p = 0,5$ et $q = 2$. Cela revient donc à déterminer seulement 7 paramètres.

Dans sa loi USL, Ekin [68] a plus récemment proposé le modèle suivant :

$$g_{EKIN}(\epsilon) = (1 - a\,|\epsilon|^u)^\sigma \tag{2.22}$$

$$h_{EKIN}(t) = (1 - t^\nu)^\eta \tag{2.23}$$

$$B_{c2,EKIN}(T,\epsilon) = B_{c20m} g(\epsilon)\,(1 - a\,|\epsilon|^u)\,(1 - t^\nu) \tag{2.24}$$

$$T_{c0,EKIN}(\epsilon) = T_{c0m}\,(1 - a\,|\epsilon|^u)^{1/w} \tag{2.25}$$

Ekin a de plus proposé de corriger cette fonction $g(\epsilon)$ en prenant en compte plus de paramètres. Cette variante consiste à considérer :

$$g_{EKIN}(\epsilon) = (1 - a\,|\epsilon|^u)^\sigma + H_h(\epsilon_0 - \epsilon) g_1\,|\epsilon_0 - \epsilon|^{g_2} \tag{2.26}$$

avec H_h l'échelon d'Heaviside, ce qui permet d'ajuster différemment la courbe selon que la déformation relative est positive ou négative. Cette méthode a l'inconvénient de requérir la détermination de 16 paramètres. Il est également possible [79] de fixer $\nu = 1,52$, $w = 3$, et de modifier la fonction $h(t)$ de la manière suivante :

$$h_{EKIN}(t) = (1 - t^{1,52})^{\eta-\mu}(1 - t^2)^\mu \tag{2.27}$$

Une autre alternative a été proposée par Oh et Kim [80] mais elle ne se présente pas sous une forme séparable :

$$J_c(B,T,\epsilon) = \frac{C}{B} s_B(\epsilon)^{2,5} k(T,\epsilon)^{0,5}(1 - t^{2,17})^{2,5} f(b) \tag{2.28}$$

$$B_{c2,OH}(T,\epsilon) = B_{c20m} s_B(\epsilon) k(T,\epsilon)(1 - t^{2,17}) \tag{2.29}$$

$$T_{c0,OH}(\epsilon) = T_{c0m} s_T(\epsilon) \tag{2.30}$$

$$k(T,\epsilon) = \frac{s_K(\epsilon)}{s_T(\epsilon) + u s_K(\epsilon)} \left[s_T(\epsilon) + u s_K(\epsilon)(1 - t^{\nu} \right] \tag{2.31}$$

$$s_T(\epsilon) = 1 - \alpha \left|\epsilon\right|^{1,7} \tag{2.32}$$

$$s_B(\epsilon) = 1 - \beta \left|\epsilon\right|^{1,7} \tag{2.33}$$

$$s_K(\epsilon) = 1 - \gamma \left|\epsilon\right|^{1,7} \tag{2.34}$$

p et q sont fixés respectivement à 0,5 et 2. Le nombre de paramètres à déterminer est relativement élevé (12) et peut rendre difficile leur ajustement. De plus certaines puissances sont déjà fixées, ce qui pourrait empêcher d'approximer certaines données.

Toutes ces lois ont été comparées par Bottura [20] afin de définir la meilleure loi pour les conducteurs Nb_3Sn d'ITER. Celle ci reprend la loi de Godeke, en considérant le cas général où p et q sont quelconques (9 paramètres).

2.8 Les modèles pour câbles Rutherford

Les câbles Rutherford sont largement utilisés dans les aimants d'accélérateurs. Ils sont adaptés au bobinage des aimants et permettent d'atteindre des densités de courant élevées grâce à un bon taux de remplissage et aux contacts inter-brins. En revanche la répartition des contraintes dans le câble a été assez peu modélisée. Cette section présente les tentatives de modèles mécaniques pour les câbles Rutherford.

Il existe par ailleurs des modèles qui permettent de décrire assez précisément la dégradation du courant critique pour des câbles en conduite soumis à une contrainte transverse. A l'Université de Twente, un modèle éléments finis a été mis au point [81]. Ce modèle décrit les interactions entre brins à l'intérieur d'un CIC, en incluant la courbure, les croisements entre brins et les contacts linéiques. Mitchell [82] a également développé un modèle structurel basé sur des mesures mécaniques, et qui permet de simuler les performances du câble. Ces études ont révélé que la dégradation des CIC pouvait être diminuée en augmentant le pas de torsade et le taux de compaction.

2.8.1 Modèle 2D

Au Fermilab, un modèle éléments finis 2D a été développé par Barzi et al. [83] pour des câbles Rutherford rectangulaires et trapézoïdaux. Le comportement est supposé isotropique avec contraintes planes. Un modèle détaillé de brins RRP est tout d'abord comparé à un modèle simplifié. Les deux modèles montrent des résultats similaires pour la déformation et la contrainte, ce qui permet de valider le modèle simplifié pour la suite. Pour reproduire l'effet de câblage, des déplacements horizontaux et verticaux sont imposés. En comparant avec des sections de câble, on constate (Figure 2.19) que ce modèle représente bien les déformations après câblage. Malheureusement il ne prend pas en compte les déformations 3D globales et ne reproduit pas un test en compression transverse avec un matériau d'interface.

FIGURE 2.19 – Superposition du modèle éléments finis et d'une coupe de câble pour deux brins différents [83].

2.8.2 Modèle 3D à deux échelles

Au LBNL, Arbelaez et al. [84] ont développé un modèle linéaire 3D de câble Rutherford. Un modèle initial de câble non déformé est tout d'abord mis en place avec des brins cylindriques. Seul un pas de torsade est modélisé, le reste étant déduit par symétrie. Des conditions aux limites périodiques sont alors prise en compte. Au lieu de considérer des éléments de contact, un matériau fictif de vide est modélisé. Ce matériau est délibérément hautement déformable, et devient infiniment raide lorsque le volume s'annule. Pour le brin, un modèle élasto-plastique est pris en compte. Ce câbles initial est ensuite déformé afin de respecter les paramètres de câblage (épaisseur, longueur du pas, taux de compaction). Le modèle final montre des déformations qualitativement proches d'un vrai câble Rutherford (Figure 2.20). Ce câble déformé est alors rempli d'époxy et entouré d'une couche d'isolation extérieure, afin de simuler l'isolation du câble. Un modèle linéaire pour les brins est par ailleurs établi, à base de macro-filaments RRP, afin de calculer un module d'Young équivalent. Plusieurs états de déformation sont finalement imposés, puis les contraintes correspondantes sont calculées, afin d'extraire les propriétés mécaniques du câble. Les valeurs calculées sont dans les mêmes ordres de grandeur que les mesures faites sur câbles équivalents, mais il reste de nombreux problèmes à résoudre afin d'affiner le modèle : non-linéarités, modèle multi-échelle, paramètres réels du brin...

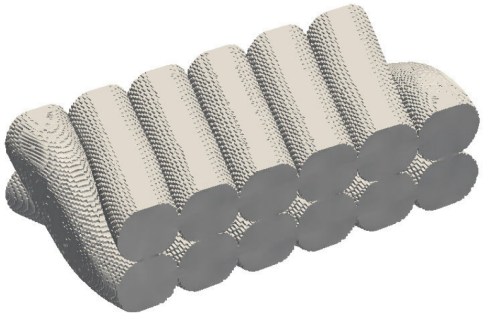

FIGURE 2.20 – Modèle de câble déformé, par Arbelaez et al. [84].

2.8.3 Approche géométrique 3D

Le modèle 3D imaginé par Manil et al. [85] pour un câble de type Rutherford se base sur une approche différente. La construction du modèle se fait en deux étapes. La première étape consiste à générer un modèle géométrique. Une géométrie de brins déformés est tout d'abord obtenue à partir d'un paquet non déformé de brins à section circulaire, à l'aide d'un modèle éléments finis dynamique explicite. Les brins sont comprimés entre quatre plaques qui simulent de manière simplifiée la fabrication du câble. Ce modèle est ensuite

recalé et validé qualitativement en comparant géométriquement, section par section, avec la tomographie par rayons X d'un câble réel. Le maillage déformé est lissé puis importé dans un modèle CAO afin de définir, à l'aide d'une opération booléenne (Figure 2.21), la matrice en étain qui remplit les espaces inter-brins. La deuxième étape définit le modèle mécanique. Un nouveau maillage est réalisé pour les composants du câble (goulotte, brins, matrice). Finalement un test en compression a été simulé en supposant les matériaux linéaires et en bloquant les contacts. Ce modèle soulève également les problèmes liés à la prise en compte des non-linéarités.

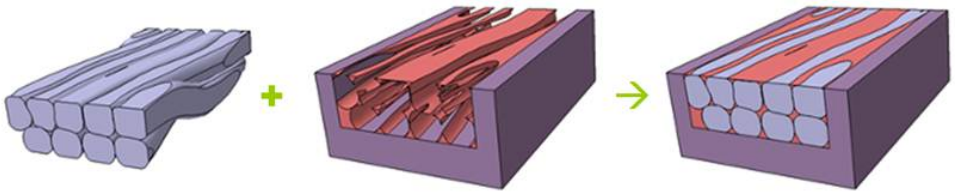

Figure 2.21 – Opération booléenne servant à construire le modèle mécanique [85].

Conclusion

Pour les tests de courant critique sous contrainte, les échantillons peuvent être répartis en deux ensembles : ceux en forme de U, et les câbles droits. Les échantillons en U ont l'avantage de pouvoir s'insérer dans un solénoïde, qui est un type d'aimant plus courant dans les stations d'essais. En revanche la longueur utile est plus faible et il se pose le problème de la dégradation apportée par la pliure de l'échantillon. Les câbles droits présentent l'avantage de permettre d'appliquer la pression et le champ sur de plus grandes longueurs, mais ont l'inconvénient de requérir des aimants à chargement « latéral » : doubles galettes ouvertes ou aimant de type dipôle. dans un aimant de manière « radiale » (dipôle ou solénoïde en double galettes).

Toutes les mesures présentées ici confirment le fait que le Nb_3Sn est très sensible à la contrainte. Il est difficile de fixer une limite précise de pression transverse à ne pas dépasser. La convention prise par les dessinateurs d'aimants en Nb_3Sn est plutôt située autour d'une limite de 150 MPa, mais on constate que certains conducteurs ont une dégradation (réversible) de 10 % dès 30 MPa. De plus il ne semble pas y avoir de procédé de fabrication pour lequel les conducteurs sont plus ou moins sensibles. Certains auteurs ont également montré qu'il était possible de renforcer les brins afin de diminuer leur sensibilité à la contrainte transverse. Toutefois, cela peut se faire au détriment du courant critique nominal. Il a été montré de plus que les câbles non imprégnés sont plus sensibles que les câbles imprégnés. Toutefois la dispersion des échantillons (modes opératoires, méthodes d'obtention, nombre de brins, méthodes de mesure...) rend difficile une comparaison plus approfondie et ne permet pas de dégager nettement certaines tendances.

Dans le cas de câbles nus ou non remplis, la dégradation peut être aggravée par la concentration des contraintes aux croisements des brins. En revanche, si le câble est imprégné de résine époxy, la répartition des contraintes sur tous les brins permet une meilleure tenue. Cela explique que la plupart des études portent sur des câbles imprégnés. Dans le cas d'isolations qui ne remplissent pas tous les espaces libres, comme c'est le cas

des isolations céramique, il est primordial de bien comprendre la répartition des efforts dans le câble ainsi que l'influence des ces efforts sur le courant critique du brin.

Il existe par ailleurs des lois, basées sur un modèle de comportement et non de connaissance, qui décrivent bien le comportement des brins supraconducteurs sous contrainte. Elles permettent d'adapter une courbe à une série de mesures (à l'aide d'une recherche des constantes), afin de prévoir le comportement d'un conducteur donné. En revanche ces lois ne s'appliquent pas à la dégradation d'un câble sous contrainte mécanique. Il reste un travail important à mener sur la modélisation des déformations présentes sur les brins lorsque le câble est soumis à une pression transverse. En effet, une loi $\epsilon_{brin} = f(P_{appl})$ permettrait de prédire, d'après les lois $J_{c,brin} = f(\epsilon_{brin})$ connues, la dégradation du câble en fonction de la pression : $J_{c,cable} = f(P_{appl})$.

Pour les câbles Rutherford, la modélisation est plus complexe. Les propositions de modèles numériques sont prometteuses et demandent à être approfondies. Plusieurs problèmes ont été soulevés qui rendent la modélisation très compliquée. D'une part, il existe une incertitude sur la modélisation mécanique du brin et des contacts inter-brins. D'autre part, la prise en compte de non-linéarités apportées par la plasticité, les contacts ou l'anisotropie, permettrait une modélisation plus réaliste mais serait beaucoup plus gourmande en temps de calcul. Toutefois, il n'existe pas à ce jour de modèle pour prédire la dégradation du courant critique dans les câbles Rutherford.

Conclusion de la première partie

Le supraconducteur Nb_3Sn est largement étudié actuellement, en particulier dans le contexte des accélérateurs, qui ont pour objectif d'augmenter l'énergie des particules. Sa fabrication sous forme de câbles transportant de fortes densités de courant est désormais maîtrisée. Sa capacité a être bobiné dans des aimants haut champ a déjà été prouvée et doit être confirmée avec d'autres tests.

Toutefois le Nb_3Sn présente un inconvénient majeur : il est très fragile. Une trop forte contrainte peut endommager les conducteurs, et même à faible contrainte, les propriétés supraconductrices peuvent être dégradées. Des modèles ont été établis afin de mieux comprendre la répartition des contraintes à l'intérieur du câble puis estimer la dégradation des propriétés supraconductrices. Des modèles sont au point pour les câbles en conduite mais pas pour les câbles Rutherford, plus souvent utilisés dans les aimants d'accélérateurs.

Deuxième partie

Etude de conducteurs isolés céramique

Introduction de la deuxième partie

Les matériaux d'isolation électrique actuels pour câbles supraconducteurs atteignent leurs limites. Le chapitre 3 montre premièrement que diverses méthodes d'isolation alternatives ont été explorées, mais que les efforts doivent être poursuivis dans ce domaine. Une isolation céramique a ainsi été mise au point au CEA Saclay. Les propriétés thermiques sont très bonnes et le procédé est facilement industrialisable. Une fragilité mécanique a en revanche été mise en évidence sur des empilement de câbles, mais aucun test de courant critique n'avait encore été mené sur des câbles supraconducteurs isolés de cette manière. Ainsi des mesures de courant de quench pour des câbles isolés céramique ont été rapportées pour la première fois [86]. Le chapitre 4 décrit les expériences utilisées et les résultats des essais. Malheureusement, à cause de la faible tenue mécanique de l'isolant, les performances des conducteurs ne sont pas suffisantes pour les aimants haut champ d'accélérateurs. Une étude a donc été menée afin d'améliorer le procédé d'isolation et de renforcer la tenue mécanique. Cette étude est présentée dans le chapitre 5.

Chapitre 3

Etat de l'art des isolations à base de céramique

Introduction

Les électro-aimants sont constitués de nombreux tours de conducteurs bobinés. Pour un courant donné, plus le nombre de tours est élevé, plus le champ produit au centre est élevé. Chaque tour doit donc être isolé électriquement des autres tours, avant le bobinage. Les matériaux isolants pour les aimants d'accélérateurs sont soumis à des conditions extrêmes, et doivent satisfaire un certain nombre de contraintes rigoureuses.

Ce chapitre décrit tout d'abord les enjeux (section 3.1) liés aux méthodes d'isolation de conducteurs en Nb_3Sn pour les aimants d'accélérateurs à haut champ. La section 3.2 présentera ensuite les premières isolations inorganiques envisagées. Différents travaux sont ensuite déclinés. La section 3.3 sera consacrée aux matériaux mis au point par le Composite Technology Development (CTD), entreprise basée aux Etats-Unis. Ensuite une méthode, développée par le CEA Saclay, et utilisant un matériau à base de céramique, sera présentée (section 3.4). Enfin, la section 3.5 décrira une méthode basée sur un ciment inorganique utilisée au CERN.

3.1 Les enjeux de l'isolation du Nb_3Sn

3.1.1 Méthode classique d'imprégnation avec une résine

Nous avons vu précédemment que la méthode « Wind & React », qui consiste à bobiner l'aimant Nb_3Sn avant le traitement thermique à 650 °C, était moins risquée, pour la manipulation de la bobine, que la méthode « React & Wind ». Bobiner avant le traitement thermique implique de pouvoir, au préalable, isoler électriquement le conducteur. Or, les matériaux courants d'isolation électrique sont à base organique. Les matériaux organiques ne sont pas adaptés pour ce procédé car ils laisseraient, après réaction, des résidus carbonés qui dégraderaient l'isolation électrique. C'est pourquoi les matériaux inorganiques ont été envisagés.

La méthode la plus répandue actuellement consiste à « guiper » [1] le conducteur (câble

1. Terme utilisé en électricité pour évoquer le fait d'entourer un conducteur dans un revêtement isolant, généralement en matière textile.

ou brin) dans une bande de fibre de verre. Cette bande joue à la fois le rôle de premier isolant et d'espaceur entre les tours. L'aimant est ensuite bobiné avec le conducteur guipé, puis réagi. Pour achever l'isolation, la bobine complète est imprégnée avec un matériau organique, le plus souvent une résine époxy. Cette méthode a déjà été validée sur les prototypes d'aimants Nb_3Sn décrits dans la section 1.4, mais montre ses limites concernant certaines contraintes citées plus loin.

3.1.2 Les contraintes dans les aimants d'accélérateurs à haut champ

La première qualité demandée à une isolation électrique est de posséder une tension de claquage diélectrique élevée afin d'empêcher tout court-circuit. La problématique de la tenue électrique n'est pas pour le moment le point le plus critique. Les spécifications du projet européen NED [87], indiquent une tension minimum de 1000 V entre tours de bobinage, en considérant une marge importante. L'épaisseur visée d'isolation entre tours étant de 0,4 mm, cela correspond à un champ de claquage de 2,5 kV/mm.

Dans le cas d'aimants à haut champ, les fortes densités de courant, combinées à de fortes inductions, conduisent à des efforts magnétiques importants. Ceci exige des isolants une bonne tenue mécanique. Dans les aimants d'accélérateurs, les câbles sont principalement soumis à de la compression transverse. Concernant les caractérisations mécaniques, la suite du chapitre se focalisera sur les tests en compression. En outre, dans le cas d'aimants supraconducteurs, les matériaux d'isolation doivent supporter les températures cryogéniques (quelques K).

D'autres contraintes, liées au fait que les aimants sont placés dans un accélérateur de particules, s'ajoutent également. Premièrement, les radiations produites par le faisceau peuvent dégrader les propriétés des matériaux au cours du temps. Les matériaux organiques en particulier sont sensibles à ces radiations, alors que les matériaux inorganiques sont plutôt inertes. Deuxièmement, les faisceaux de particules, hautement énergétiques, déposent de la chaleur par rayonnement sur les conducteurs proches. Les supraconducteurs ne peuvent supporter une élévation de température de quelques degrés, qui leur ferait perdre leur supraconductivité. Afin d'évacuer cette chaleur déposée, les isolants électriques doivent donc être bons conducteurs thermiques. Cette propriété peut être contradictoire, car souvent les bons conducteurs thermiques sont bons conducteurs électriques ! Le dépôt de chaleur sur les aimants du LHC est évalué actuellement autour de 0,4 W par mètre de conducteur, mais il pourrait atteindre 2 W/m [88] dans le cadre des augmentations de l'énergie et de la luminosité du faisceau. Les résines époxy actuelles risquent donc de ne plus pouvoir extraire suffisamment la chaleur déposée sur le câble, et d'autres matériaux doivent être envisagés.

Les matériaux d'isolation doivent de plus s'adapter aux nombreuses contraintes techniques liées à la fabrication d'une bobine supraconductrice. En effet, une fois réagi, le Nb_3Sn est très fragile, ce qui rend difficile sa manipulation. Finalement, le fait de mettre au point un procédé d'isolation qui puisse être industrialisé représente un grand avantage, car le nombre d'aimants dans un accélérateur circulaire est très élevé (plus de 1200 dipôles pour LHC).

3.2 Des matériaux résistants aux radiations

3.2.1 Etude sur les matériaux

Depuis un certain temps, des études sont menées sur des isolants électriques inorganiques résistants aux radiations. En 1987, Clinard du Los Alamos National Laboratory, a réalisé une étude bibliographique [89] de trois solutions céramiques : Al_2O_3, $MgAl_2O_4$, Si_3N_4. Il a comparé leurs caractéristiques structurelles, thermiques et électriques en vue d'une application dans les réacteurs de fusion. Sa conclusion est que les spinelles $MgAl_2O_4$ semblent être les meilleures candidates pour l'isolation car leur résistance mécanique augmente avec l'irradiation. En revanche, des gaz de transmutation sont produits et ont un effet nocif.

A l'Institut de l'énergie atomique de Moscou, l'équipe de Lelekhov a étudié, en 1992, un nouveau procédé d'isolation [90]. Le principe consiste à pulvériser de l'alumine par plasma sur un câble, avant bobinage d'un solénoïde. Ils constatent que cette isolation conserve de bonnes propriétés diélectriques après irradiation. Des isolations céramiques pulvérisées par plasma ont également été étudiées [91], [92], [93] pour ITER. Ces matériaux montrent des propriétés mécaniques et électriques raisonnables mais le procédé est coûteux et non adapté aux bobines de grandes dimensions.

En 1994, Simon a également publié [94] une vaste étude sur les propriétés mécaniques, élastiques, électriques et thermiques de plusieurs isolations inorganiques : Al_2O_3, AlN, MgO, porcelaine, SiO_2, $MgAl_2O_4$, ZrO_2 et mica.

On peut noter finalement des travaux sur des résines à base de cyanante ester [95], qui sont plus résistantes aux radiations que les résines époxy, tout en conservant une bonne résistance à la compression. En revanche, ces résines sont organiques et ne peuvent pas être appliquées avant le traitement thermique.

3.2.2 Etude sur des bandes inorganiques

Tanaka et al., du National Laboratory for High Energy Physics (KEK, Japon) ont mis au point, en 1994, des isolations résistantes aux radiations [96]. Leur objectif est de tenir une forte radiation (10^{11} Gy), ce qui justifie l'absence de composés organiques. Deux types d'isolations ont été explorées. La première est une isolation minérale à base d'oxyde de magnésium MgO appliquée avant l'étirement du conducteur. La seconde est une isolation céramique composée de fibres d'alumine pré-imprégnées avec un liant inorganique. Le liant est constitué de poudre d'alumine Al_2O_3, de chlorure d'aluminium $Al_2Cl(OH)_5$, de boehmite AlO(OH) et d'eau. Des bandes pré-imprégnées peuvent ainsi être produites et être utilisées dans un procédé d'isolation classique. Cette méthode a été validée sur des petites bobines en cuivre [97]. Les tests électriques ont montré une résistivité élevée.

3.2.3 Méthode sol-gel

Celik et al. du National High Magnetic Field Laboratory (NHMFL) ont mesuré [98] la force d'adhésion d'oxydes isolants déposés sur un substrat d'argent par la méthode sol-gel [2]. Ils ont ainsi comparé des enduits ZrO_2, CeO_2 et ZrO_2 dopés. La meilleure force d'adhésion est obtenue pour le ZrO_2 dopé Y_2O_3. Ces isolations ont ensuite été appliquées

2. Procédé qui consiste en une polymérisation d'un matériau inorganique à une température proche de l'ambiante (<150 °C).

sur des rubans Bi-2212 et des brins Nb_3Sn [99]. Le meilleur champ de claquage est obtenu pour le ZrO_2. Des isolations à base de In_2O_3-ZrO_2 et de SnO_2-ZrO_2 ont également été étudiées [100], avec un procédé analogue. Le courant critique a finalement été mesuré sur des brins Nb_3Sn et aucune dégradation n'a été constatée.

3.3 Les matériaux CTD

Le CTD a conduit une vaste étude de développement de matériaux d'isolation céramique. Le principe consiste à guiper tout d'abord le câble avec une bande de fibres céramiques, puis à appliquer un liant céramique sur la bande. Selon les cas, soit le liant est appliqué à la main après guipage, soit le câble est guipé avec la bande pré-imprégnée de liant, soit le liant est appliqué grâce à une imprégnation sous vide. Le câble ainsi isolé est traité à 150 ° C. Ensuite, l'échantillon subit un traitement entre 600 et 700 ° C pour former le Nb_3Sn et densifier la céramique. Après le traitement thermique, le câble est imprégné avec une résine époxy de manière classique. Cela présente l'avantage d'une bonne cohésion mécanique de l'ensemble. En revanche, cette étape finale d'imprégnation comble toutes les porosités et ne permet pas d'améliorer l'évacuation de chaleur.

3.3.1 Mise au point de bandes céramiques

Des bandes de fibres céramiques en alumino-silicate, combinées à une matrice céramique, ont tout d'abord été étudiées [101]. Le matériau utilisé pour la matrice céramique n'est pas précisé. Trois types d'isolation ont été comparés :

1. Méthode classique : fibres de verre de type S-2 imprégnées avec une résine époxy.
2. Fibres céramiques (50 % en volume) avec une matrice céramique (20 % en volume), le tout imprégné avec une résine époxy (30 % en volume).
3. Procédé similaire au précédent avec cette fois 30 % de céramique et 20 % d'époxy.

Des tests mécaniques et électriques ont ensuite été menés [101], [95] sur des empilements de bandes céramiques et comparés avec des essais sur bandes de fibres de verre S-2 imprégnées avec époxy. Deux autres types de fibre ont également été testés [102]. Les résultats sont résumés dans la Table 3.1. Les échantillons céramiques ont globalement de meilleures tenues électriques et modules de compression que les isolations classiques (époxy + verre S-2). Des mesures sur différents types de bandes, réalisées au Fermilab [103], confirment les meilleures performances des fibres céramiques en terme d'isolation électrique. En revanche, les résistances à la compression semble un peu inférieures pour les échantillons céramiques.

Les méthodes d'isolation hybride (céramique + époxy) et classique (verre S-2 imprégné époxy) ont de plus été comparées en terme de conductivité thermique [102]. Les résultats sont illustrés Figure 3.1. La conductivité thermique est meilleure pour l'isolation hybride que pour le système verre S-2/époxy.

En 2008, Kano et al. ont également étudié [104] la possibilité de recouvrir les fibres céramiques CTD avec un matériau d'interface. Ce revêtement empêche les fibres céramiques de co-fritter avec la résine céramique pendant la réaction. En effet, si la fibre et la matrice céramique interagissent à haute température, les matériaux forment une céramique monolithique et des fractures peuvent apparaître. Grâce au matériau d'interface, lorsqu'une contrainte est appliquée, les fibres se décollent de la matrice céramique ce qui permet de répartir les contraintes sur les fibres de renfort, qui ont été optimisées pour tenir la contrainte mécanique. Des essais de traction mécanique ont ensuite été réalisés

Réf.	Isolation	Module compression (MPa)	Résistance compression (GPa)	Champ de claquage (kV/mm)
[101]	céramique/époxy (proportion 1)	30-36	1,15	100
[101]	céramique/époxy (proportion 2)	37-46	1,35	72
[95]	céramique/époxy	32-40	1,2-1,4	70-100
[102]	céramique (fibres 1)/époxy	10-13	0,6-0,75	-
[102]	céramique (fibres 2)/époxy	16-18	0,75	-
[101]	verre S-2/époxy	32-40	1,35	76
[95]	verre S-2/époxy	16-20	1,1-1,4	60-80

TABLE 3.1 – Synthèse des résultats obtenus pour des empilements de bandes.

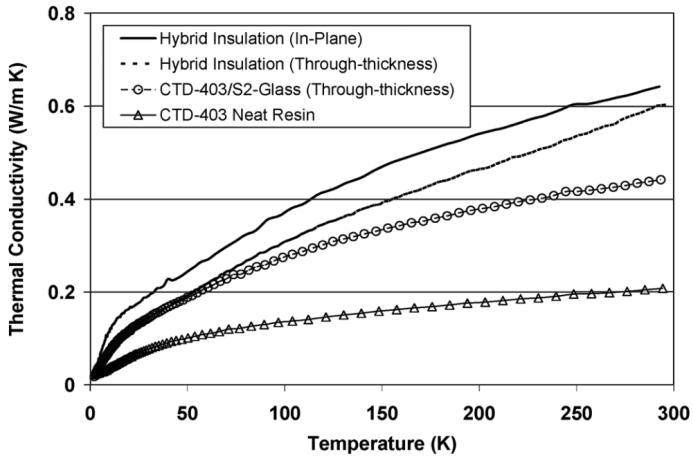

FIGURE 3.1 – Conductivité thermique en fonction de la température pour différentes isolations. [102]

sur des empilements de bandes isolés selon différentes méthodes. La Figure 3.2 montre que la meilleure tenue en tension a été obtenue pour les fibres céramiques recouvertes du matériau d'interface.

3.3.2 Tests mécaniques sur des empilements de câbles

Des empilements de 10 câbles ont également été soumis à des cycles de compression-décompression puis testés électriquement [104]. On constate Figure 3.3 que le nombre de cycles et la valeur de la compression diminuent la tenue diélectrique des empilements.

Une étude plus poussée a ensuite été menée au Fermilab [105], [106] sur le comportement mécanique de ces isolations. Pour cela, différents empilements de 10 câbles Nb_3Sn ont été réalisés. Les câbles sont tout d'abord guipés avec une bande, soit en fibres céramiques CTD, soit en fibres de verre S-2. L'empilement est alors réagi puis imprégné avec la résine époxy. Les résultats sont présentés Figure 3.4. Le module d'élasticité [3] d'une isolation céramique imprégnée époxy est équivalent à celui d'une isolation fibre de verre imprégnée, voire un peu meilleur. Un empilement non imprégné a également été testé et montre que le manque d'imprégnation réduit considérablement le module, donc la tenue mécanique.

3. Egal ici à la pente contrainte-déformation. Plus le module est élevé, plus la contrainte sera élevée pour une déformation donnée, et plus la tenue mécanique est potentiellement améliorée.

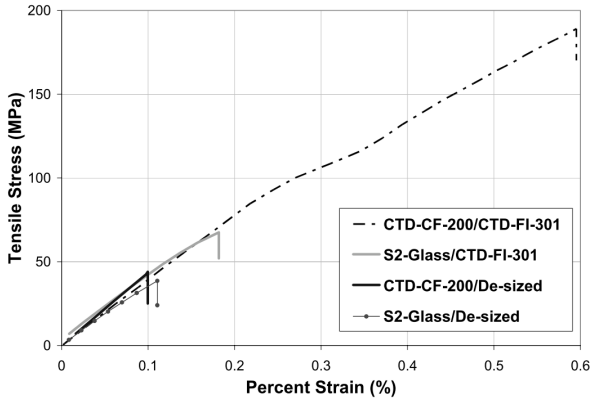

FIGURE 3.2 – Résistance à la rupture en traction, à 77 K. [104]

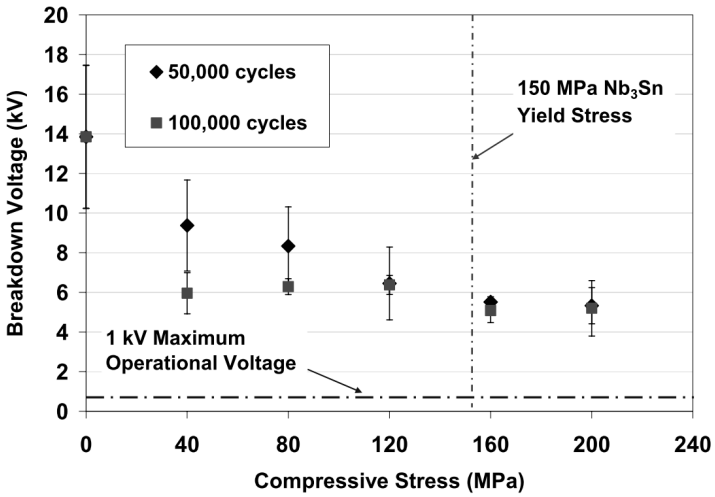

FIGURE 3.3 – Tenue diélectrique après 50 000 et 100 000 cycles de compression [104]. La tension maximum d'utilisation est dans le même ordre de grandeur que la spécification NED.

Les auteurs rapportent dans cette étude l'intérêt d'un premier cycle à 100 MPa afin de déformer plastiquement l'empilement (écrouissage du cuivre des brins), ce qui permet de travailler ensuite dans le domaine élastique avec un module d'Young plus élevé. Ils constatent de plus qu'il y a peu d'influence de la température.

3.3.3 Application à des bobines tests

Lors de la mise en œuvre de ces isolations sur des bobines tests, plusieurs problèmes techniques se sont posés. Un mastic céramique a donc été développé par MultiPhase Composites [107], afin de pouvoir former des pièces de taille et de forme variées. Ce matériau peut être utilisé par exemple pour la fabrication de cales de têtes et ainsi éviter certains accrocs, apportés par les parties acérées des cales de têtes sur les bandes, lors du bobinage.

Deux types de matériaux ont été étudiés. Le premier matériau est conçu pour résister à des températures de 1100 ° C. Le deuxième ne peut supporter que 500 ° C mais garde une bonne flexibilité pour empêcher les ruptures. Il possède de plus une très bonne durée de conservation. Les deux matériaux sont ductiles et peuvent être modelés selon des formes complexes. Ils sont constitués de résines à base de silicone et mélangées avec de la poudre

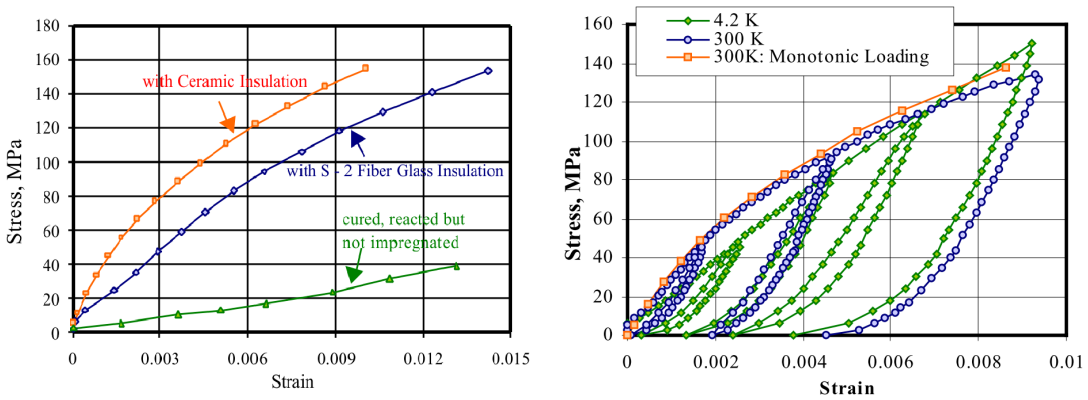

FIGURE 3.4 – A gauche, comportement mécanique sous charge de compression monotone, à température ambiante, pour différents types d'empilements [106]. A droite : cycles de charges-décharges pour un empilement Nb_3Sn + fibres céramiques à différentes températures. [105]

alumino-silicate et alumine.

Après traitement thermique et une fois figé dans la résine, le mastic céramique a une résistance à la compression de 125 MPa. Les dilatations thermiques sont proches de celles du système Cu-Nb_3Sn et peuvent être adaptées en faisant varier la quantité de poudre. La résistivité est suffisamment élevée pour utiliser ces matériaux en tant qu'isolation électrique.

Trois variantes d'isolation ont par ailleurs été explorées au Fermilab [108]. La première méthode consiste à guiper les câbles avec une bande céramique pré-imprégnée. Cette technique permet de se passer de l'étape d'application du liant liquide. De plus la bande obtenue est plus fine que la bande sèche avec liant liquide. L'inconvénient est que la conservation de ces bandes n'est que de deux semaines. La deuxième méthode consiste à guiper le câble avec deux couches de bandes (céramique sèche et céramique pré-imprégnée), sans recouvrement. La bande sèche absorbe une bonne partie du liant contenu dans la bande pré-imprégnée. La cohésion et la rigidité du bobinage n'ont pas été affectées, bien que la quantité de bande pré-imprégnée soit deux fois plus faible que pour la première méthode. Cela permet de diminuer les coûts tout en conservant les propriétés. Il a de plus été observé que le liant semblait augmenter la résistance inter-brins. Une troisième méthode a donc été élaborée, elle consiste à guiper au préalable les câbles à l'aide de feuillets de cuivre, puis de guiper avec une bande céramique sèche, et ensuite d'appliquer le liant liquide. Le cuivre empêche le liant d'atteindre le câble et améliore les couplages électrique et thermique entre les brins adjacents. Un recouvrement de 25 % du cuivre et de 40 % de la céramique a été retenu.

Les isolations CTD sont utilisées au Fermilab sur les aimants prototypes en Nb_3Sn [33], [109], [34] (voir section 1.4).

3.4 Méthode « Impregnate, Wind & React » du CEA Saclay

3.4.1 Mise au point d'une formulation céramique

Le CEA a mis au point une formulation céramique [110], [111] qui est intégrable dans un procédé d'isolation classique et qui permet de s'affranchir de l'étape d'imprégnation sous vide. La solution céramique est composée d'un mélange argile - fritte de verre - eau. L'argile joue le rôle de plastifiant non organique, la fritte de verre est un fondant qui permettra la cohésion mécanique après traitement thermique. Des suspensions à base de différentes argiles ont été comparées en termes de comportement rhéologique, qualité d'imprégnation, plasticité et cohésion d'empilement. La montmorillonite Expans ® est finalement celle qui offrait le meilleur compromis entre plasticité et cohésion mécanique.

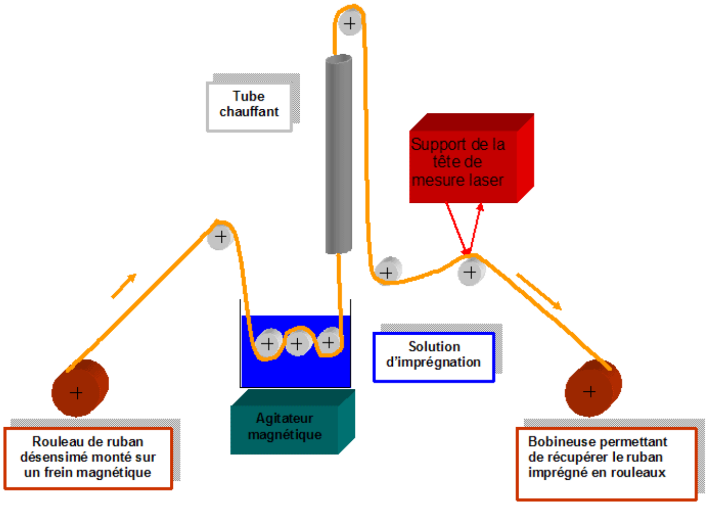

FIGURE 3.5 – Schéma de principe du banc d'imprégnation. [110]

Puigsegur [110] décrit également un procédé d'imprégnation d'un ruban isolant (Figure 3.5). Cette méthode a donné lieu à deux brevets [112], [113]. Un ruban de fibre de verre de type S-2 est imprégné de solution céramique, puis séché. Un système laser contrôle l'épaisseur de l'isolation. Ce procédé permet d'imprégner de grandes quantités de ruban puis de les conserver plusieurs semaines avant l'étape de bobinage. Les câbles peuvent être alors guipés à l'aide ces bandes pre-imprégnées puis bobinés pour former la bobine. Le traitement thermique du Nb_3Sn (plusieurs jours pour un palier aux alentours de 650 °C), permet alors à la céramique de densifier. La bobine est finalement prête à l'emploi à la sortie du four. On pourrait donc qualifier cette méthode de « Impregnate, Wind & React ». Malheureusement le traitement thermique impose le cycle de frittage de l'isolation céramique. Ici plusieurs paliers ont été testés : 660 °C, 720 °C et 750 °C pendant 50 h avec une montée à 60 °C/h. Plus la température de frittage est élevée, plus la céramique densifie. Malheureusement la température de changement de phase du Nb_3Sn, située vers 750 °C, limite le frittage. L'énorme avantage de cette isolation réside dans sa porosité importante. Le transfert d'hélium est ainsi grandement favorisé [114].

Des mesures de tenue diélectrique ont été réalisées sur des pastilles de céramique et ont montré que le matériau supporte un champ d'au moins 7,5 kV/mm (maximum autorisé par l'instrument de mesure), ce qui est largement au dessus des spécifications.

Les propriétés thermiques de ce type d'isolation ont été mesurées sur des empilements de câbles [114]. dans l'hélium liquide, et sous un flux thermique de 2 W/m une élévation de température de seulement 0,9 K a été mesurée, contre 2,7 K pour une isolation à base de Kapton par exemple. La marge en température est estimée autour de 2-3 K (voir section 6.2).

Le point faible de cette isolation est sa tenue mécanique. Puigsegur a étudié le comportement mécanique de l'isolation céramique en appliquant un effort de compression sur des empilements de 10 conducteurs Nb_3Sn isolés. Il constate une moins bonne résistance à la compression (Figure 3.6) pour une isolation céramique que pour une isolation résine époxy. Les empilements sont détériorés à partir de 60 MPa alors que le cahier des charges spécifiait 80 MPa à température ambiante.

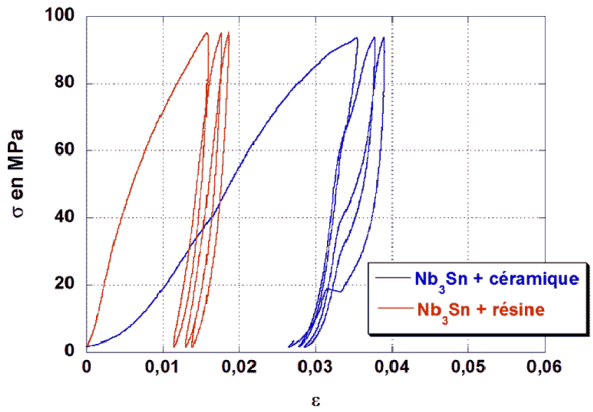

FIGURE 3.6 – Comparaison de la déformation en compression entre un empilement isolé céramique et un empilement isolé par résine époxy. [110]

Puigsegur et. al. ont présenté également [111] les caractérisations électriques qui ont permis de valider le procédé en temps que système d'isolation. La valeur de RRR pour un brin enduit de solution céramique est équivalente à celle d'un brin nu, ce qui prouve que la solution ne réagit pas avec le cuivre. Le courant critique a ensuite été mesuré grâce à un solénoïde test VAMAS dans la station d'essai CETACEs [115]. Aucune dégradation du courant critique n'est apportée par l'isolation (Figure 3.7).

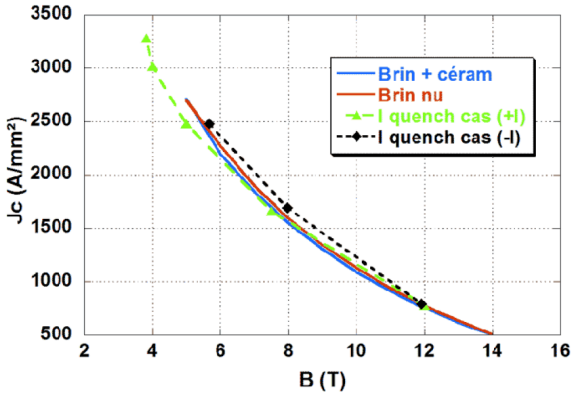

FIGURE 3.7 – Comparaison des courants critiques obtenus par les mesures sur VAMAS et les courants de quench obtenus sur le démonstrateur. [110]

3.4.2 Le problème de la tenue mécanique

Dans un rapport de 2007 [116], Rondeaux relate les problèmes de tenue mécanique de l'isolation rencontrés lorsqu'un empilement conducteur/isolant est soumis à une compression. Elle constate que les bords sont en réalité soumis à de la flexion ce qui provoque des ruptures de l'isolation. Or le comportement sous des cycles de compression est similaire avec ou sans isolation ce qui montre que la relaxation est due au câble. Elle remarque finalement que les tests ne permettent pas de caractériser assez pertinemment les performances mécaniques de l'isolation.

Manil et Rondeaux ont réalisé par la suite une étude mécanique plus poussée [117] pour des câbles en cuivre isolés avec le matériaux céramique sous une compression de 150 MPa. Une solution pour obtenir des pressions plus élevés pour une presse donnée est de diminuer la longueur des câbles et donc la surface. Or, si la longueur est trop petite (proche du pas de torsade), des problèmes apparaissent tels que le désentortillage des câbles ou des ruptures dans l'isolation. Ils préconisent pour les tests une géométrie en racetrack qui est plus favorable qu'un empilement (voir Figure 3.8).

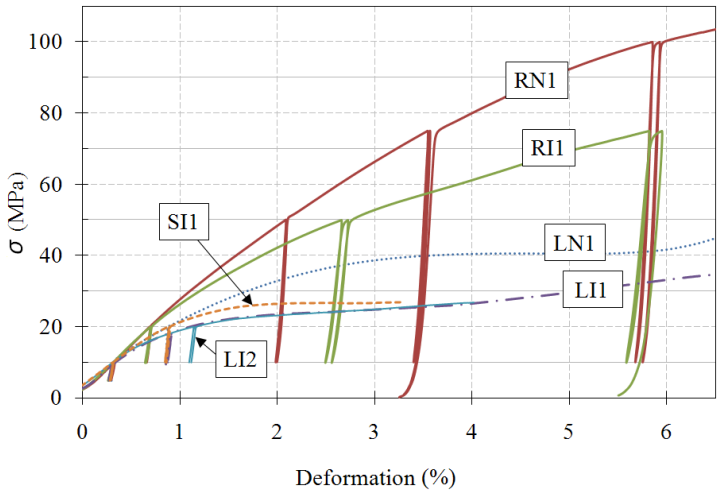

FIGURE 3.8 – Courbes de compression. S : empilement court, L : empilement long, R : racetrack, I : isolé, N : nu. [117]

Ils constatent cependant que l'isolation ne tient pas à des pressions supérieures à 50 MPa. Ceci est dû à la forme du câble qui empêche une bonne répartition des contraintes. Par exemple, pour une pression appliquée de 60 MPa, une portion non négligeable de la surface subit des pressions supérieures à 130 MPa (Figure 3.9). Des tests complémentaires seront abordés dans le chapitre 5.

3.5 Ciment inorganique utilisé au CERN

Bordini et al. ont étudié au CERN une isolation fibre de verre/enduit céramique (produit de la marque Cotronics [118]) sans imprégnation époxy ainsi qu'un nouveau cycle de température pour la réaction du Nb_3Sn. L'enduit est en réalité un ciment à base d'alumine qui prend à température ambiante. L'isolation n'est donc pas à proprement parler une « céramique » car elle ne nécessite pas de traitement thermique pour « fritter ». Ce type de matériau possède de bonnes propriétés diélectriques et thermiques, mais un

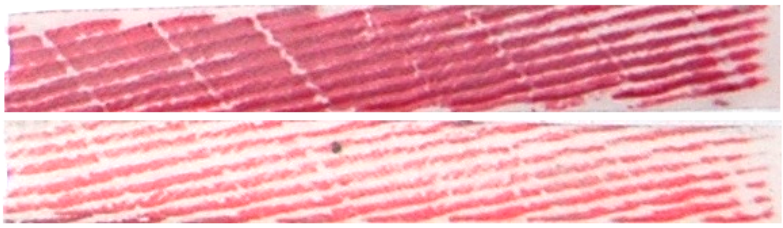

FIGURE 3.9 – Mise en évidence de la répartition des contraintes par un film sensible à la pression dans la gamme 10-50 MPa (en haut) et 130-300 MPa (en bas), après une compression appliquée de 60 MPa. [117]

comportement mécanique limité (Table 3.2).

Référence	Résistance compression (MPa)	Résistance flexion (MPa)	Conduction thermique (W/m.K)	Dilatation ($10^{-6}/K$)	Champ de claquage (kV/mm)
780C	42	12,6	1,43	7,2	7,87
989F	21	7,7	1,29	8,1	7,9

TABLE 3.2 – Données techniques de ciments à base d'alumine utilisés par le CERN. Marque Cotronics [118].

La méthode d'isolation est la suivante : des fibres de verre S-2 sont préalablement tressées sur des brins Nb_3Sn. Ces brins sont ensuite bobinés sur un mandrin central. A chaque tour de bobinage, une fine couche de ciment liquide 989F (voir Table 3.2) est appliquée sur les brins. Une fois que tous les tours sont bobinés, l'ensemble est guipé sans recouvrement avec la fibre de verre puis ré-enduite de ciment. Le ciment nécessite un ou deux jours à température ambiante pour bien prendre. Pendant ce temps de prise, les tours doivent être maintenus en compression pour assurer leur cohésion. Les avantages de cette isolation sont que les espaces entre brins sont bien remplis, ce qui assure une bonne répartition des contraintes, et que la bobine possède une bonne tenue avant réaction ce qui lui permet d'être manipulée. Après le traitement thermique la bobine est enduite sous pression avec de la colle Stycast afin d'assurer un bon état de surface.

Un premier solénoïde test a été réalisé [28] afin de tester la méthode d'isolation. Le solénoïde est composé de deux petites bobines constituées de brins Nb_3Sn. Un nouveau traitement thermique a de plus été mis au point afin d'obtenir un RRR suffisant sans dégrader le courant critique à haut champ. Le test montre que la céramique peut être utilisée pour empêcher les déplacements de brins et isoler la bobine. Elle élimine aussi le phénomène d'accommodation. De plus le traitement thermique permet d'atteindre une densité de courant critique de 3000 A/mm^2 à 4,4 K et 12 T, avec un RRR de 270. Un champ de 12,5 T a ainsi été obtenu dans l'ouverture.

Elias, Bordini et al. [119] ont ensuite fabriqué une racetrack avec brins Nb_3Sn isolés céramique avec la même méthode d'isolation pour valider le principe de fabrication d'un ondulateur. Par ailleurs, le mandrin central peut être moulé avec une céramique 780C (Table 3.2) qui ne subira pas de dilatation lors du traitement thermique et n'apportera pas de contraintes supplémentaires. Un fil de béryllium-cuivre est alors bobiné autour de la bobine pour fournir une précontrainte qui compensera les efforts magnétiques. Un champ maximum de 8 T à 4,3 K et de 9,2 T à 1,9 K est atteint dans la bobine.

Conclusion

Très tôt des matériaux céramiques ont été envisagés pour isoler les aimants d'accélérateurs. Ils présentent les avantages d'une bonne isolation électrique, une bonne tenue aux radiations, une bonne évacuation de la chaleur. Les premiers procédés (pulvérisation par plasma, sol-gel) n'étaient pas industrialisables et ont laissé place à des méthodes d'imprégnation par solution céramique.

Les chercheurs de CTD ont mis au point une solution d'isolation hybride qui consiste à appliquer une isolation céramique avant le traitement thermique et à imprégner avec une résine époxy après traitement thermique. L'avantage est que la céramique confère une tenue mécanique à la bobine et rend plus facile les manipulations, sachant que le Nb_3Sn est fragile après réaction. L'imprégnation permet ensuite de renforcer l'isolation en remplissant les porosités. Il pourrait être envisageable de ne pas imprégner par résine époxy afin de laisser libres ces porosités et de permettre une meilleure évacuation de la chaleur, mais cette piste n'a pas été explorée par CTD. Plusieurs aimants prototypes ont été réalisés au Fermilab avec les isolations de CTD.

Le CEA s'est efforcé de son côté à mettre au point une formulation céramique qui puisse s'intégrer dans un processus industriel sans imprégnation époxy finale. Le principe de la méthode consiste à guiper les câbles dans une bande de fibres de verre pré-imprégnée par une solution céramique. Le câble est ensuite bobiné et réagi. La bobine est ainsi prête à l'emploi à la sortie du four. Cette isolation offre de bonnes caractéristiques électriques et, grâce à sa porosité, de très bonnes performances en terme d'évacuation de chaleur. En revanche, cette isolation pêche par sa tenue mécanique, insuffisante pour les conditions spécifiées dans les aimants d'accélérateurs.

Des bobines tests, bobinées avec des brins, ont été fabriquées par le CERN à l'aide d'une isolation inorganique applicable à température ambiante qui se trouve dans le commerce. Ces bobines montrent de bonnes performances. En revanche, leur étude ne porte pas sur les caractérisations de l'isolation ni sur sa possible application dans un procédé industriel pour des câbles.

Finalement il n'existe pas aujourd'hui d'isolation qui soit à base de céramique seulement et qui permette à un aimant de fonctionner dans les conditions imposées par un accélérateur, ce qui montre le travail à réaliser dans ce domaine.

Chapitre 4

Tests de courant critique sur des câbles isolés céramique

Introduction

L'OBJECTIF des tests décrits ici est de mesurer la limite de sensibilité à la contrainte en faisant varier la pression transverse appliquée. Dans ce but, deux expériences ont été utilisées. La section 4.1 décrit les mesures du courant critique sur un brin dans un câble soumis à une pression transverse. La section 4.2 détaille ensuite des tests menés sur des câbles entiers. La section 4.3 synthétise finalement les résultats.

4.1 Courant critique d'un brin dans un câble

4.1.1 Description des conditions d'essai

Afin de tester des câbles au CEA Saclay, un nouveau porte-échantillon a dû être conçu. Ce porte-échantillon est adapté à la station d'essais CETACEs existante [115]. Il doit de plus respecter les contraintes suivantes :

- Loger dans les 90 mm d'ouverture de la station .
- S'adapter aux amenées de courant existantes.
- Appliquer une pression transverse de 200 MPa sur une portion de câble au moins égale à 60 mm, correspondant au pas de torsade du câble à tester.
- Garantir une homogénéité de pression inférieure à 1 %.
- Supporter le traitement thermique à 650 °C nécessaire à la formation du Nb_3Sn.
- Limiter au maximum les manipulations sur le conducteur réagi, afin de ne pas apporter de dégradation supplémentaire.

4.1.2 Modélisation du porte-échantillon

Un modèle mécanique éléments finis 3D (voir Figure 4.1) a tout d'abord été développé à l'aide du code CEA CAST3M. Afin d'appliquer une pression homogène sur le câble et gagner en pression grâce aux contractions thermiques, plusieurs combinaisons de matériaux ont été testées parmi l'acier inoxydable 316L, l'aluminium et le titane. Les propriétés utilisées sont données Table 4.1. Le meilleur compromis a été trouvé avec toutes les pièces en acier inoxydable 316L. La forme a également été optimisée pour obtenir l'homogénéité de pression désirée, visible sur la Figure 4.2.

Matériau	E_Y (MPa)		$\alpha\Delta T$ (mm/m)	
	X	Y	X	Y
Al7075	80	80	3,96	3,96
Ti6Al4V	130	130	1,71	1,71
316L	193	193	2,60	2,60
Cable stack	42	42	3,90	3,90
G11	18	14	2,75	7,62

TABLE 4.1 – Propriétés des matériaux à 4,2 K.

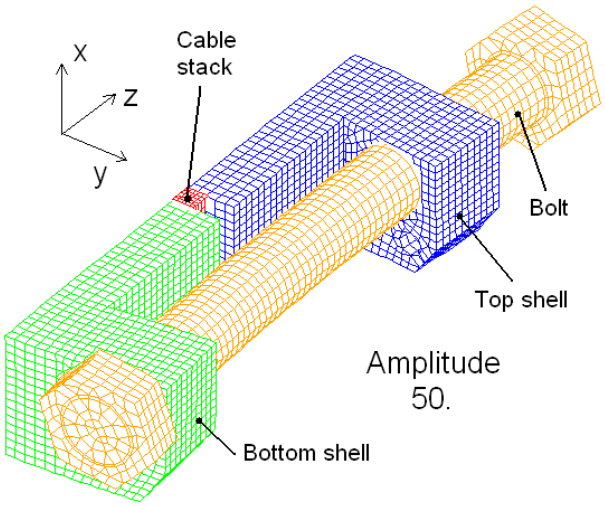

FIGURE 4.1 – Modèle FEM 3D du porte-échantillon avec un déplacement imposé de 0,35 mm et déformé d'un facteur 50. Un quart seulement de la géométrie est représenté.

Pour modéliser le serrage à température ambiante exercé par les vis, un déplacement est imposé entre la tête de vis et le flasque supérieur. Ce déplacement est augmenté jusqu'à atteindre la pression désirée sur le câble. Par exemple, pour obtenir 200 MPa à froid, il faut appliquer un déplacement de 0,35 mm. La contraction thermique est intégrée entre 300 K et 4,2 K, en supposant une évolution linéaire du coefficient de contraction α. La mise en froid apporte ainsi 8,5 MPa sur le câble. Dans cette conception, seule la base du U subit une force de Laplace. Le courant étant selon x, et le champ selon z, cette force est principalement dirigée selon y, donc elle ne s'ajoute pas à la pression exercée.

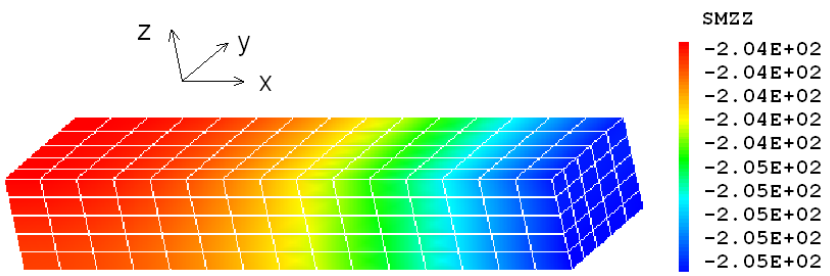

FIGURE 4.2 – Répartition de la contrainte mécanique selon z (transverse à l'empilement) en MPa. Un quart de l'empilement est représenté.

4.1.3 Assemblage du porte-échantillon

Le câble testé est un câble Rutherford SMC039 [1] câblé au CERN (voir paramètres Table 4.2). Le câble est isolé à l'aide de l'isolation céramique développée au CEA, selon le procédé décrit dans [110]. Une bande de fibre de verre de type S-2 est tout d'abord trempée dans une solution céramique. Une fois cette bande imprégnée et séchée, le câble est guipé avec deux couches bord à bord, décalées d'une demi largeur de bande. Une longueur de câble d'environ 600 mm est ensuite découpée et l'isolation est partiellement retirée, de manière à laisser une portion de câble isolée correspondant à la longueur du pas de torsade (60 mm).

Nom	SMC039
Nombre de brins par câble	14
Méthode d'obtention	PIT Bruker EAS
Diamètre des brins	1,25 mm
Rapport cuivre-non cuivre	1,25
Nombre de filament par brin	288
Diamètre des filaments	50 μm
J_c(12T ;4,2K)	2335 A/mm^2
RRR	80

TABLE 4.2 – Paramètres du câble utilisé pour les échantillons mesurés au CEA Saclay.

Pour reproduire la pression subie par un câble dans une bobine, ce câble actif (alimenté) est intercalé entre deux portions de câble isolés et inactifs (non alimentés). Malheureusement, les amenées de courant du porte-échantillon ne peuvent transporter que 1800 A, ce qui implique de n'alimenter qu'un seul brin à la fois. On ne conserve alors qu'un seul brin parmi les 14 brins du câble, et on coupe tous les autres dans les parties droites du U. On garde également la possibilité de tester un « brin de secours », au cas où le premier serait endommagé. On conserve alors un deuxième brin (non coupé), situé à l'opposé dans le câble par rapport au premier.

Afin d'étudier l'influence de la redistribution entre brins, on utilise un modèle 3D de résistances inter-brins [120], en supposant des résistances de croisement très faibles (1 $\mu\Omega$). Lorsqu'un seul brin est alimenté, le courant de fuite total dans le câble ne dépasse pas 1 % du courant critique dans le pire des cas. On supposera donc par la suite que la redistribution de courant entre brins est négligeable.

Le câble est ensuite plié dans le porte-échantillon de manière à lui donner une forme en U (voir Figure 4.3). Afin de former le composé Nb_3Sn, le câble subit un traitement thermique à 650 $^\circ$ C pendant 100 h, dans son porte-échantillon. L'assemblage du montage avant réaction est décrit plus en détails dans la procédure [121]. Après réaction, le porte-échantillon est assemblé sur les amenées de courant. Le premier brin est soudé dans les amenées de courant tandis que le deuxième brin (« brin de secours ») est isolé avec du Kapton®. Des prises de potentiel soudées sur le conducteur permettent de mesurer les tensions suivantes (voir Figure 4.3 :

- La portion de câble qui subit la compression (mesure V1, 7 cm).
- La totalité de l'échantillon.
- Une position intermédiaire (mesure V2, 15 cm).

1. SMC (Short Model Coil) : programme du CERN visant à tester des bobines modèles à haut champ, de type racetrack. 039 : numéro du « run » (série de câblage).

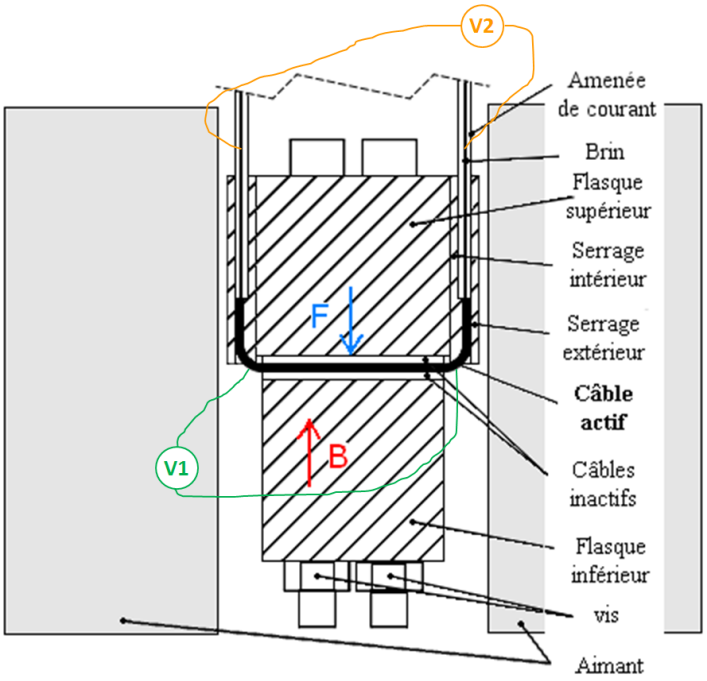

FIGURE 4.3 – Plan du porte-échantillon.

– Le brin aller.
– Le brin retour.

Des jauges de déformation sont par ailleurs collées sur les corps de vis de manière à suivre en temps réel l'évolution de la contrainte et comparer par rapport aux valeurs calculées. Le câble est finalement compressé à l'aide des vis, à une faible pression dans un premier temps (12 MPa). Cette valeur permet de maintenir le câble en légère compression tout en évitant la dégradation du conducteur. Le serrage est appliqué avec une clé dynamométrique et contrôlé à l'aide des jauges de déformation. Plus de détails sont donnés dans la procédure [122]. L'assemblage est montré Figure 4.4.

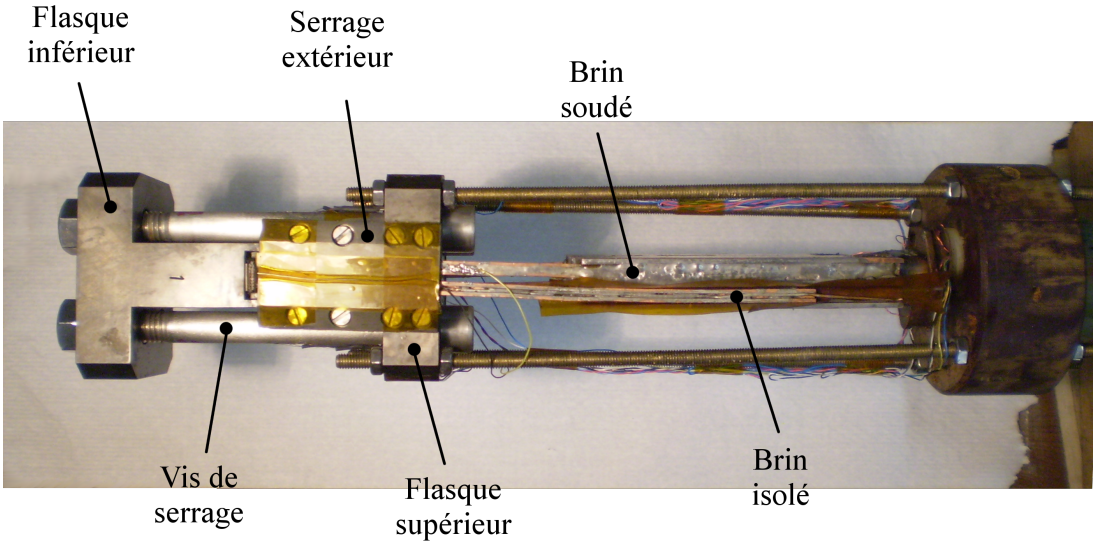

FIGURE 4.4 – Photographie de l'assemblage instrumenté.

4.1.4 Démarche expérimentale

Le porte-échantillon assemblé et instrumenté est ensuite inséré dans la station d'essai. Le courant est augmenté progressivement avec des rampes allant de 3 à 30 A/s. Le champ extérieur est au maximum de 11 T et l'échantillon est plongé dans un bain d'hélium liquide à 4,2 K. Une fois la première série de mesures effectuée, l'échantillon est retiré du cryostat et une pression plus élevée est appliquée. Une seconde série de mesures est effectuée, et ainsi de suite.

Ce dispositif expérimental étant nouveau, il sera validé par comparaison avec les résultats de l'expérience FRESCA du CERN sur des câbles entiers de plus grande longueur (voir section 4.2).

4.1.5 Résultats des essais

Echantillon témoin

Dans un premier temps, on choisit comme référence des mesures de courant critique faites sur deux petites bobines témoins VAMAS, bobinées à partir de brins vierges. Le brin est le même que celui utilisé pour le câble. Pour la mesure du courant critique, le courant est augmenté dans la bobine à 5 A/s jusqu'à ce que l'on observe une transition progressive vers l'état résistif, illustrée Figure 4.5. La tension évolue avec une loi du type :

$$U(I) = U_c \left(\frac{I}{I_c}\right)_t^n + U_0 \tag{4.1}$$

avec U_c le critère de transition en V, n l'indice de transition et U_0 l'offset de tension dû à l'effet inductif de l'échantillon. Lorsque $U - U_0 = U_c$, on relève le courant critique $I = I_c$. Pour les échantillons témoins, les mesures sont reproductibles et très peu bruitées. On mesure des indices de transition n_t autour de 50.

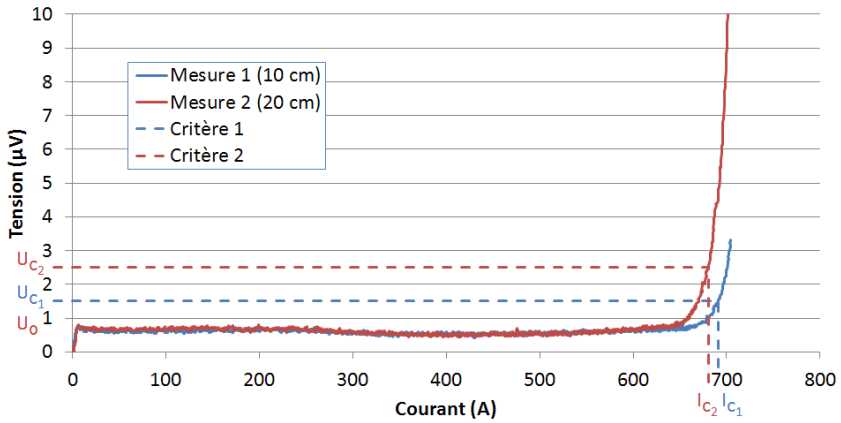

FIGURE 4.5 – Tension en fonction du courant appliqué pour un échantillon témoin de type VAMAS testé à 15 T. Les distances entre les prises de potentiel sont indiquées pour chaque mesure, ainsi que le critère de transition associé (0,1 μV/cm).

Les courants critiques sur VAMAS sont mesurés dans une autre station d'essai. Dans ce cas les courants critiques ne peuvent être déclenchés que dans la zone délimitée par un champ de 12-15 T et un courant de 0-1500 A. Pour comparer avec les mesures acquises dans la station d'essais CETACEs, ces mesures de courant critique sont donc extrapolées aux valeurs de champ inférieur, en utilisant la loi de comportement donnée dans [20]. La

meilleure extrapolation [2] est choisie selon une méthode des moindres carrés. Ce fit sera ensuite utilisé pour comparaison avec les résultats des essais sur un brin dans un câble.

Câble en compression

Plusieurs échantillons ont été nécessaires pour tester le dispositif et adapter le porte-échantillon. Un seul échantillon a pu être testé dans les bonnes conditions. Les échantillons restants n'ont pu être testés à cause d'un défaut sur une amenée de courant, empêchant de délivrer plus de 700 A.

Une première série de mesures a été acquise à 12 MPa, en faisant monter progressivement le champ extérieur jusqu'à 11 T. Les courants mesurés sont caractérisés par le comportement illustré Figure 4.6. Dans un premier temps, la mesure est fortement bruitée. La source de ce bruit n'est pas encore complètement élucidée. Elle pourrait être attribuée à une instabilité dans les amenées de courant ou à des mouvements de brins dans l'échantillon, dû au fait que le câble n'est pas imprégné. Puis, suite à un pic de bruit autour de 800-900 A, le niveau de bruit diminue fortement. Ceci pourrait être dû au fait que le câble trouve une position stable et que les mouvements de brin stoppent. Cette étape correspond en général au début d'une transition, caractérisée par un faible indice n (entre 4 et 8). Les courants critiques ont pu être mesurés dans une gamme de 9 à 11 T seulement. Finalement le brin « quenche » [3] à une valeur de courant supérieure au courant critique. Les quenches et les mouvements de brins supposés tendent à indiquer que le câble est fortement instable et n'est pas assez maintenu mécaniquement. A cause du bruit de mesure, les mesures de courant critique présentées ici sont à interpréter avec précaution. C'est pourquoi les mesures seront comparées par la suite en termes de courants de quench.

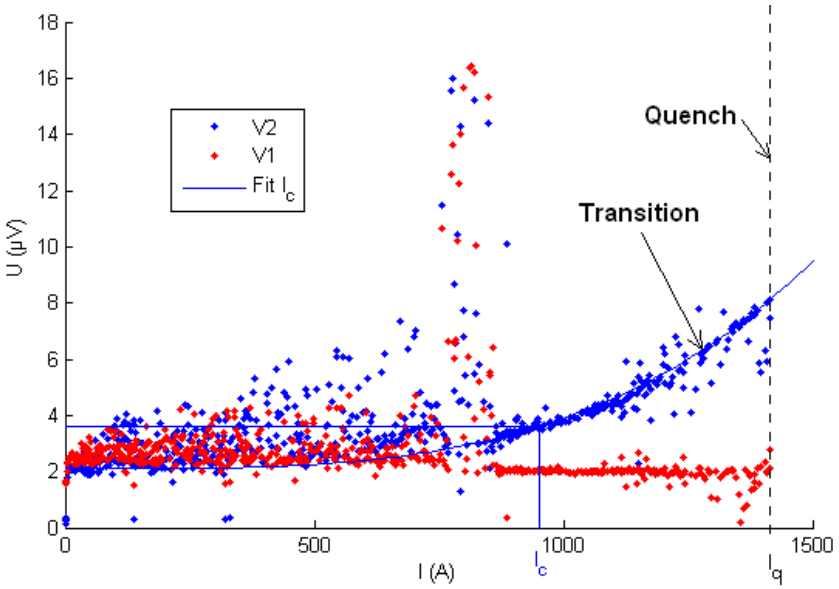

FIGURE 4.6 – Tension en fonction du courant appliqué pour un brin dans un câble, mesuré à 10 T et 20 A/s. La mesure 1 concerne la portion de câble qui subit la compression, la mesure 2 concerne la partie intermédiaire.

L'échantillon est relativement peu dégradé à haut champ (10-11 T, Figure 4.7) : les

2. on parlera par la suite de « fit ».

3. Passage brutal de l'état supraconducteur à l'état résistif. Ce comportement n'est donc pas une « transition », et ne suit pas la loi (4.1).

courants de quenches les plus élevés sont situés autour de 90 % du courant critique sur brin vierge (échantillons témoins VAMAS), ce qui correspond à la dégradation usuelle due au câblage. Pour le courant critique, la dégradation est d'au moins 26 %. A 9 T, la dégradation du courant de quench est de 37 % et la dégradation du courant critique de 51 %, par rapport aux brins vierges. En dessous de 10 T, les quenches sont situés sur une « courbe I_q(B) » inférieure. Ce comportement est très similaire à celui prédit dans [29] pour des brins à faible RRR, et témoigne d'une instabilité en champ propre du brin mesuré. Lorsqu'on mesure à nouveau dans les mêmes conditions, mais cette fois en diminuant le champ, les mesures sont reproductibles.

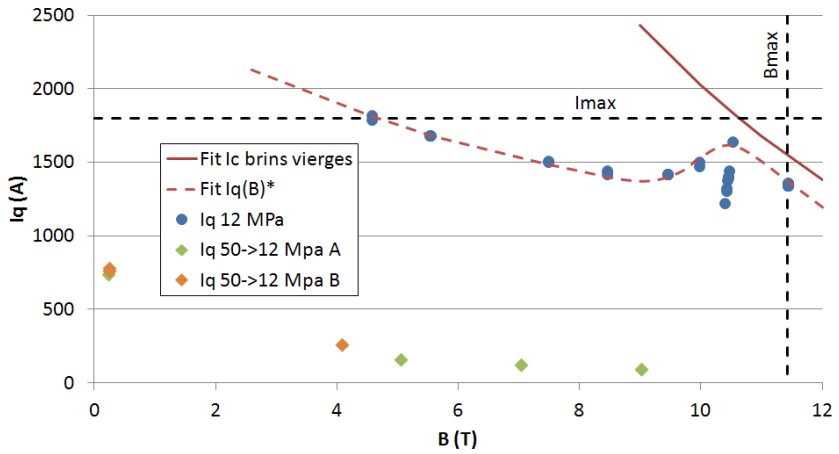

FIGURE 4.7 – Courants de quench en fonction du champ maximum sur le conducteur. Les traits en pointillés montrent les limites en courant et en champ de la station. *Tel que prédit dans [29].

Pour la deuxième série de mesures, le câble est serré à 50 MPa. Malheureusement, le câble est trop endommagé dans ce cas et aucune mesure de transition n'a pu être effectuée, à cause d'une forte pente résistive dans les courbes U(I). Le serrage est alors relâché à la contrainte initiale (12 MPa) et une troisième série de mesures est faite. La dégradation du câble est alors totalement rédhibitoire, pour les deux brins A et B. En démontant le porte-échantillon on observe que l'isolation est fortement endommagée.

4.2 Courant critique d'un câble

4.2.1 Description du porte-échantillon

Ces essais ont été réalisés dans la station d'essai FRESCA du CERN [60], qui permet de tester des câbles sur de grandes longueurs. Le porte-échantillon (voir Figure 4.8) est contenu dans un collier extérieur en acier inoxydable 316L. L'échantillon est constitué de deux câbles face contre face, l'un portant le courant aller et l'autre le retour. Ces câbles sont soudés à une extrémité. Ils sont compressés entre deux lames isolantes en G11 et la force est transmise via deux plaques en 316L. La contrainte à chaud est appliquée grâce à des vis régulièrement réparties le long du porte échantillon.

4.2.2 Modélisation du porte-échantillon

Le porte-échantillon utilisé pour tester les câbles étant d'environ 2m, un modèle mécanique éléments finis 2D (voir Figure 4.8) est jugé suffisant pour rendre compte du com-

portement mécanique. Un modèle similaire a été développé [58] pour un porte-échantillon précédent.

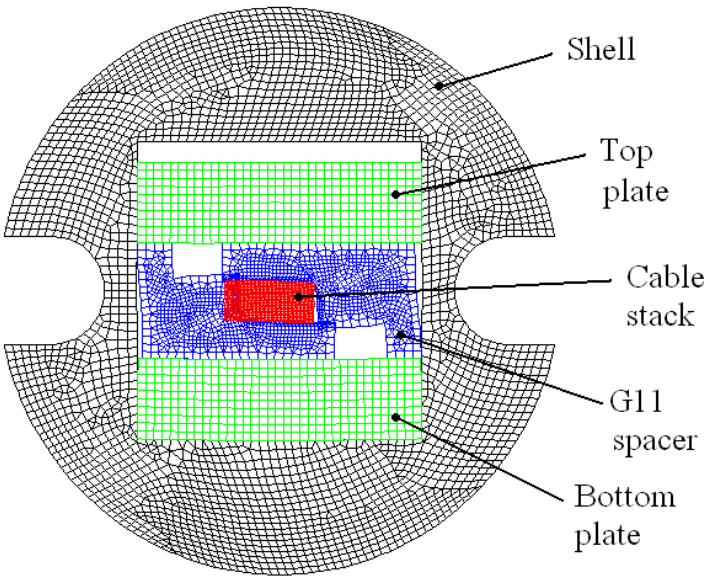

FIGURE 4.8 – Modèle FEM 2D du porte-échantillon avec un déplacement imposé de 0,05 mm et déformé d'un facteur 50.

On simule tout d'abord le serrage par un déplacement imposé entre le collier et la plaque supérieure. La contrainte thermique est ensuite appliquée, en supposant une évolution linéaire du coefficient de contraction (de la même manière que la modélisation précédente). La charge magnétique quant à elle est calculée grâce à une formule analytique. Le champ de la station d'essai peut être orienté dans quatre directions (a, b, c et d). Seules les deux configurations principales (c et d) sont modélisées ici et utilisées par la suite lors des tests :

- Direction c : champ extérieur parallèle au champ propre. Les champs s'ajoutent, permettant d'atteindre un champ maximum plus élevé. Les câbles se repoussent à cause des forces de Laplace.
- Direction d : champ extérieur anti-parallèle au champ propre. Les champs se soustraient, donc le champ maximum sera plus faible. L'avantage d'un point de vue mécanique est que les câbles sont maintenus en compression l'un sur l'autre grâce aux forces de Laplace.

Dans les deux cas, le champ extérieur est de 9 T (champ pratique d'opération) et le courant appliqué dans le câble est de 32 kA (maximum délivré par l'alimentation). Les résultats sont résumés Figure 4.9. A température ambiante, la pression transverse moyenne sur les câbles est d'environ 47 MPa. A froid, les contractions thermiques différentielles portent la pression à 43 MPa. Il est à noter que l'asymétrie[4] des lames G11 provoque un léger couple de déformation (voir Figure 4.8), qui résulte en une inhomogénéité de la contrainte. Dans la direction c, les câbles se repoussent, faisant descendre la pression moyenne à 36 MPa. Dans la direction d, les câbles sont comprimés l'un contre l'autre. La pression moyenne augmente à 49 MPa, avec un maximum à 70 MPa. Ces observations sont cohérentes avec la modélisation décrite dans [58].

Différents cas ont finalement été testés, en faisant varier le couple appliqué sur les vis C en Nm, le courant I en A, et le champ extérieur B_{ext} en T. Une loi empirique (4.2)

4. Inhérente à la conception du porte-échantillon

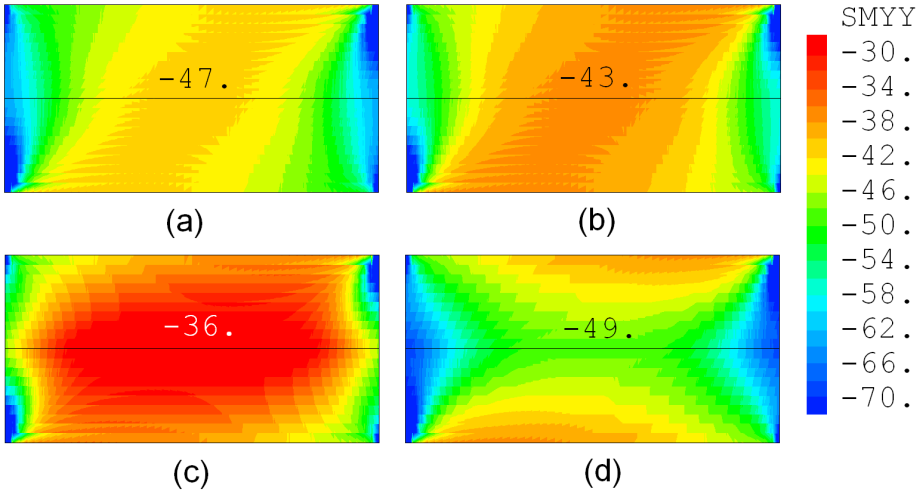

FIGURE 4.9 – Modélisation de la contrainte mécanique appliquée sur les câbles dans la direction y (transverse aux câbles), en MPa. Les pressions moyennes sont indiquées. (a) chargement mécanique. (b) chargement mécanique puis thermique. Le chargement magnétique est ajouté avec : (c) un champ extérieur parallèle de 9 T ou (d) un champ extérieur anti-parallèle de 9 T.

peut être déduite de cette étude, donnant la pression moyenne $P_{Y,moy}$ en MPa exercée sur les câbles :

$$P_{Y,moy} = -2,2210^{-4} I B_{ext} - 1,30C - 4,28 \tag{4.2}$$

4.2.3 Démarche expérimentale

Trois types d'échantillons ont été préparés pour comparaison. Le premier est un échantillon simplement guipé dans une bande de fibre de verre non imprégnée. Le deuxième est un échantillon imprégné avec une résine époxy CTD 101. Ces deux types d'échantillons ont été préparés selon la procédure décrite dans [123]. Le troisième type est un câble avec une isolation céramique CEA. La procédure a été changée pour s'adapter aux contraintes liées à la manipulation d'un câble avec une isolation fragile. Une procédure a ainsi été mise en place pour assembler les câbles isolés dans le moule de traitement thermique [124]. Une pression allant jusqu'à environ 80 MPa peut être appliquée à l'aide des vis. De la même manière que lors des tests dans CETACEs, une première série de mesures est réalisée à faible serrage. Dans ce cas, l'échantillon est testé en configuration d (champ anti-parallèle), de manière à maintenir les câbles en compression. Il est à noter que dans cette configuration, le relâchement de contrainte dû à la mise en froid compense les contraintes dues aux forces de Laplace. En revanche, comme le champ propre se soustrait au champ extérieur, le champ maximum est plus faible et il n'est donc pas possible d'atteindre des courants assez élevés pour déclencher une limitation due au courant critique. Pour les séries de mesures suivantes, l'échantillon est sorti du cryostat pour appliquer une compression plus forte. Le serrage est contrôlé à l'aide d'une clé dynamométrique. Les prises de potentiel sont soudées à différents endroits sur le câble (voir Figure 4.10).

Les échantillons ont été testés à 4,2 K, avec des rampes de courant entre 100 A/s et 1000 A/s. Lorsque c'est possible, le courant critique est calculé avec un critère de transition de 0,1 μV.

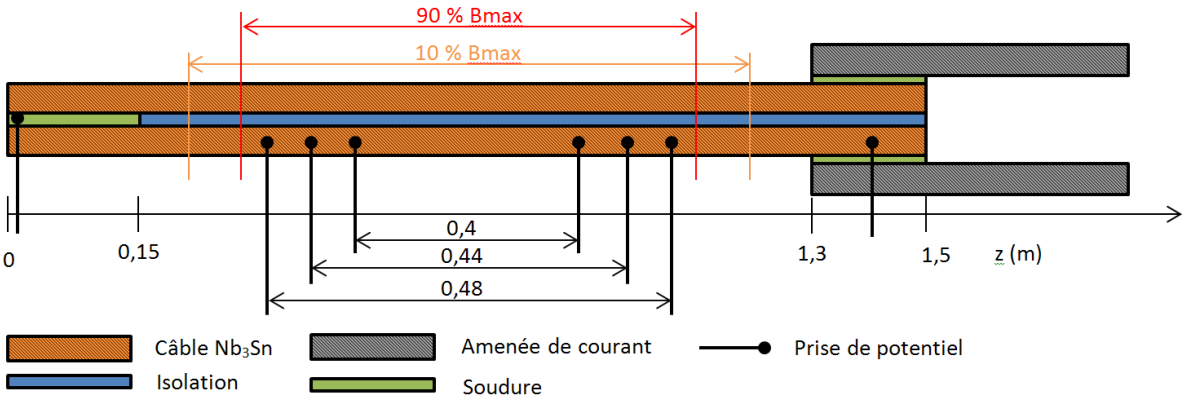

FIGURE 4.10 – Position des prises de potentiel et des zones de champ par rapport à un échantillon FRESCA.

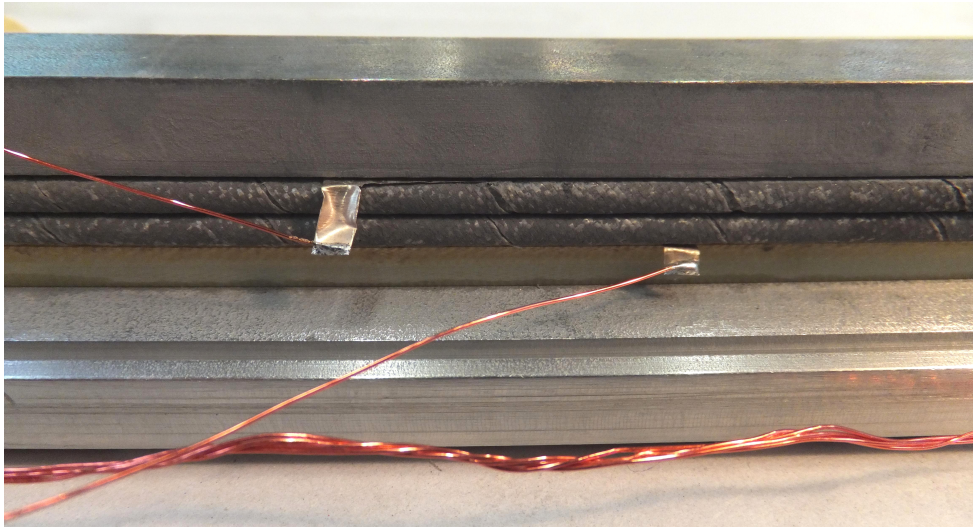

FIGURE 4.11 – Photographie d'un échantillon FRESCA isolé céramique dans son porte-échantillon. On peut voir les deux câbles face à face et deux prises de potentiel.

4.2.4 Résultats des essais

Deux types de câbles SMC ont été testés dans la station d'essais FRESCA : un câble 14 brins similaire à l'échantillon testé dans la station d'essais CETACEs, et un câble 18 brins. La section des câbles n'étant pas la même, le courant transporté diffère. Les résultats présentés dans la suite ont été obtenus avec une rampe de courant de 300 A/s, ce qui permet en pratique d'obtenir la meilleure valeur de courant. Il est à noter que, lors des premières mesures de courant sur un échantillon, celui-ci subit un « training » illustré Figure 4.12 : les courants de quench augmentent progressivement jusqu'à atteindre un plateau caractérisé par des valeurs stables. Ceci est dû au fait que les brins se ré-arrangent légèrement dans le câble jusqu'à atteindre une position stable. Les valeurs présentées par la suite sont issues d'une moyenne des mesures acquises dans les mêmes conditions (champ, rampe, compression...), une fois le plateau atteint.

Câbles 14 brins

Le câble avec isolation céramique est un câble 14 brins (voir paramètres Table 4.3). Deux courbes de référence sont choisies pour comparaison avec les valeurs mesurées sur ce

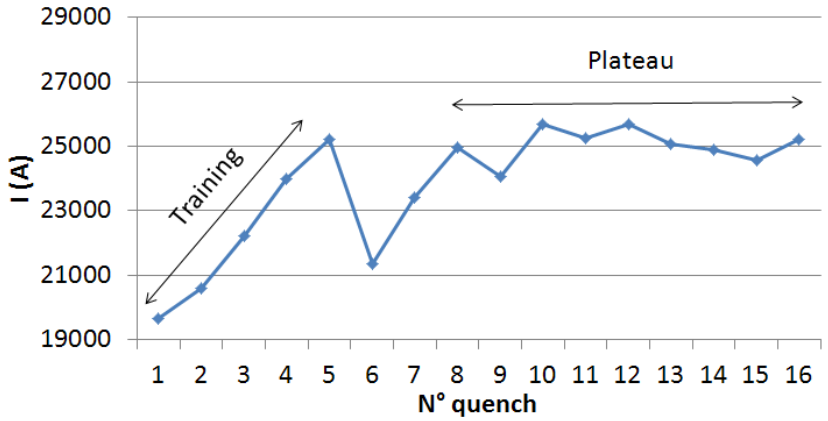

FIGURE 4.12 – Historique des quenches pour la première série de mesures d'un câble 18 brins isolé céramique à 9 T, 300 A/s et une compression de 10 MPa.

câble. La première référence est un fit de courant critique, extrapolé d'après des mesures sur échantillons témoins, bobinés avec des brins extraits d'un câble. La deuxième référence est apportée par des mesures réalisées sur autre câble, mesuré par le CERN [125], issu de la même série de câblage. Ce câble est isolé de manière classique, à l'aide d'une résine époxy [5] et est compressé à chaud à 80 MPa. Cet échantillon est stable : le courant critique est atteint entre 9 et 11 T avec peu de dégradation par rapport aux brins extraits ($<$ 10 %, voir Figure 4.13). Des instabilités en champ propre similaires à celles prédites dans [29] sont de plus observées. On réalise également un fit extrapolé d'après les mesures de courant critique sur ce câble. Les mesures obtenues pour un brin dans son câble, présentées dans la section 4.1 précédente, sont données également pour comparaison.

Nom	SMC055
Nombre de brins par câble	14
Méthode d'obtention	PIT Bruker EAS
Diamètre des brins	1,25 mm
Rapport cuivre-non cuivre	1,24
Nombre de filament par brin	288
Diamètre des filaments	50 μm
J_c(12T ;4,2K)	2450 A/mm^2
RRR	90

TABLE 4.3 – Paramètres [125] du câble utilisé pour l'échantillon avec isolation céramique mesuré au CERN.

Pour la première série d'essais, le câble isolé céramique est serré le moins possible (10 MPa). Les mesures sont caractérisées par des quenches prématurés, avec une dégradation déjà visible (20 % à 9 T par rapport aux brins extraits). Les quenches apparaissent dans la zone de haut champ. Par ailleurs, les mesures de tension sont très bruitées, donc difficiles à interpréter. Ces observations tendent à montrer que l'échantillon est instable mécaniquement et électriquement.

La deuxième série d'essais consiste à appliquer une contrainte de 30 MPa à chaud. Le comportement électrique est analogue (quenches prématurés et perturbations). Les quenches apparaissent principalement dans une zone de champ moyen, suggérant qu'un

5. Guipage dans une bande de fibre de verre puis imprégnation par résine époxy sous vide.

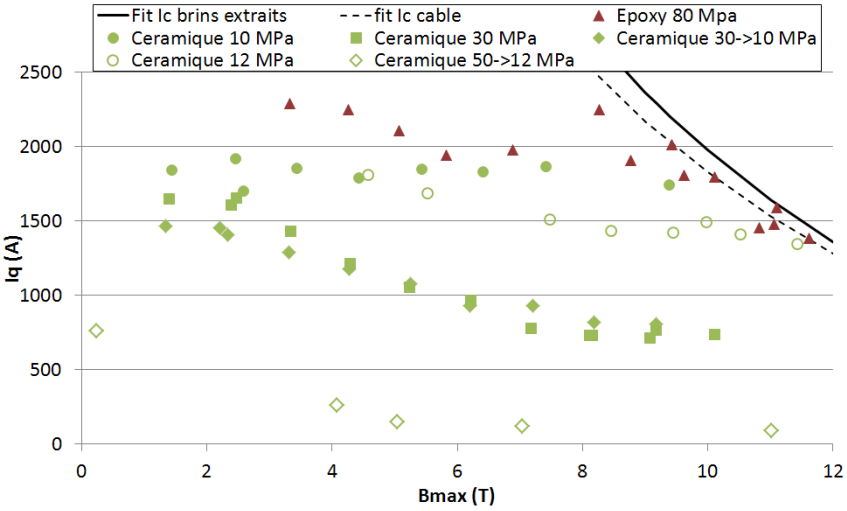

FIGURE 4.13 – Courants de quench en fonction du champ max sur le conducteur. Les résultats sont comparés sur des câbles SMC composés de 14 brins de 1,25 mm de diamètre, et le courant est rapporté à un brin. Les marqueurs pleins représentent les mesures faites sur câbles entiers, les marqueurs vides celles faites sur un brin dans son câble. La méthode d'isolation et la pression appliquée sur le câble sont indiquées pour chaque échantillon. Deux fits sont donnés pour comparaison : courant critique de brins extraits et courant critique du câble isolé époxy.

endroit particulier du câble est endommagé. La dégradation en revanche est bien plus élevée : de l'ordre de 65 % à 9 T. Le câble étant déjà considérablement dégradé, il n'est pas nécessaire d'appliquer une pression plus élevée. On procède alors à une troisième série d'essais, en relachant la contrainte à sa valeur initiale (10 MPa), afin de voir si la dégradation est partiellement réversible. Malheureusement, on constate Figure 4.13 que la dégradation reste la même. Les quenches sont alors localisés dans le bas de l'échantillon, ce qui pourrait être attribué à une dégradation mécanique à l'endroit de la soudure. En ouvrant le porte-échantillon, on constate que l'isolation est fortement endommagée et que des morceaux de bande imprégnée se retirent par endroits. L'isolation céramique sous cette forme semble donc trop fragile pour une utilisation dans des conditions d'aimant à haut champ.

Câbles 18 brins

Cette forte sensibilité des échantillons à la contrainte mécanique semble être due au fait que le renfort mécanique offert par l'isolation céramique est trop faible. Un échantillon sans imprégnation a donc été testé par le CERN [126] pour comparer le comportement et vérifier cette hypothèse. Les câbles de 14 brins n'étant pas disponibles à ce moment là, un câble de 18 brins a été testé à la place (Table 4.4). Deux échantillons de référence ont également été utilisés. Le premier est une bobine témoin VAMAS bobinée à partir de brins extraits (même run). Le deuxième échantillon témoin est un câble 18 brins isolé époxy mesuré par le CERN [127]. Pour cet échantillon, deux serrages (46 et 80 MPa) ont été testés. La Figure 4.14 indique que cette différence de compression influe très peu sur le courant de transport.

Les brins des câbles 14 et 18 brins ayant des caractéristiques similaires, on vérifie tout d'abord, pour les deux types de câbles et pour une isolation époxy, que les densités de courant critique sont proches.

Le câble non imprégné a subi quatre séries d'essais avec différentes compressions. Tous

Nom	SMC056
Nombre de brins par câble	18
Méthode d'obtention	PIT Bruker EAS
Diamètre des brins	1,00 mm
Rapport cuivre-non cuivre	1,20
Nombre de filament par brin	192
Diamètre des filaments	48 μm
J_c(12T ;4,2K)	2390 A/mm^2
RRR	45

TABLE 4.4 – Paramètres [127] du câble utilisé pour l'échantillon non imprégné mesuré au CERN.

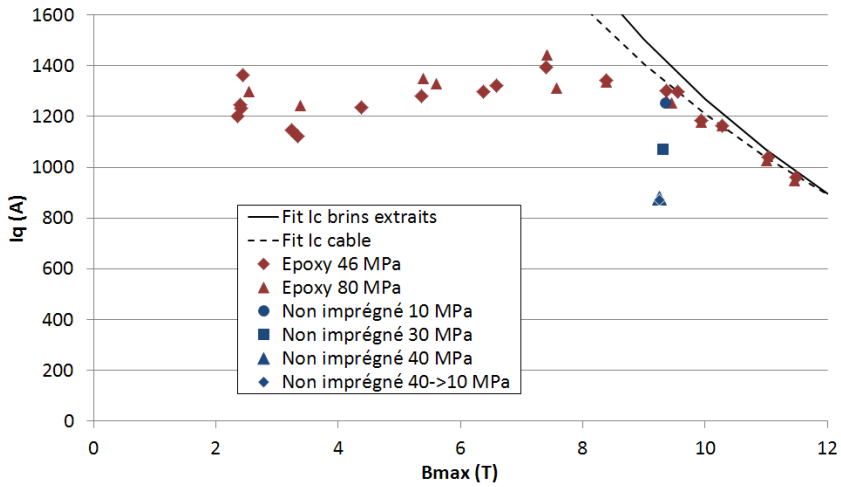

FIGURE 4.14 – Courants de quench en fonction du champ max sur le conducteur. Les résultats sont comparés sur des câbles SMC composés de 18 brins de 1,00 mm de diamètre, et le courant est rapporté à un brin. La méthode d'isolation et la pression appliquée sur le câble sont indiquées pour chaque échantillon. Deux fits sont donnés pour comparaison : courant critique de brins extraits et courant critique du câble isolé époxy.

les essais ont été réalisés sous un champ appliqué de 9 T. Pour une compression de 10 MPa, aucune transition n'est observée et les quenches sont localisés dans la zone de fort champ. La dégradation pour les quenches est faible (10 % par rapport au courant critique des brins extraits) et équivalente au câble époxy serré à 80 MPa. Pour une compression de 30 MPa, on mesure des quenches autour de 1070 A, mais avec un début de transistion permettant d'extrapoler un courant critique de 860 A (voir Figure 4.15). Cela permet d'en déduire des dégradations respectives de 25 % et 40 % par rapport aux brins extraits. A 40 MPa, les courants de quench sont de 880 A (39 % de dégradation) et les courants critiques de 810 A (43 % de dégradation). Lorsque la compression est ramenée à 10 MPa, l'échantillon ne récupère pas ses propriétés : il quenche à 870 A (40 % de dégradation) et transite à 740 A (48 % de dégradation).

Le diamètre des brins pourrait avoir une influence sur la dégradation en permettant une meilleure répartition des contraintes mais il faudrait plus d'échantillons pour s'en assurer.

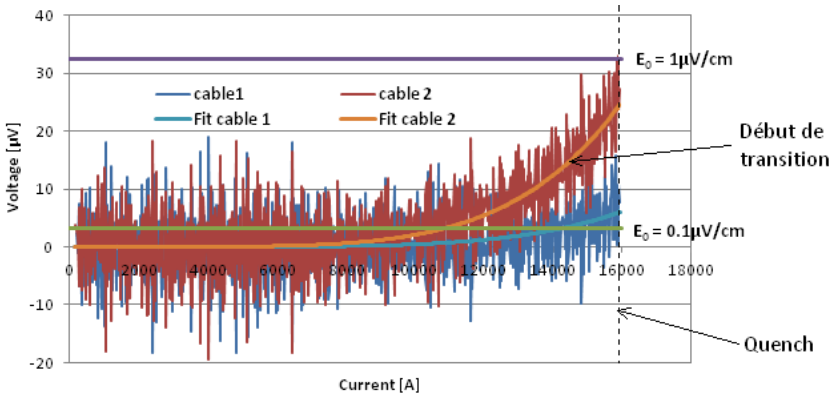

FIGURE 4.15 – Courbes tension-courant pour un câble non imprégné compressé à 40 MPa. La transition étant lente (faible n), on voit que le choix du critère change la valeur de courant critique de manière significative [126].

Echantillon	Isolation	Pression (MPa)	I_q (A)	**Dégr. I_q** (%)	I_c (A)	n_t	**Dégr. I_c** (%)
Expérience CETACEs (B_{ext}=11 T, câble SMC039)							
Brin vierge	nu	0	-	-	1543*	50	0
Brin dans câble	céramique	12	1357	**12,1**	1237	10	**19,8**
Brin dans câble	céramique	12 (après 50)	120	**92,2**	-	-	-
Expérience FRESCA (B_{ext}=9 T) Câble 14 brins SMC055)							
Brin extrait	nu	0	-	-	2022*	50	**8,3**
Câble	époxy	80	-	-	2011	50	**8,8**
Câble	céramique	10	1742	**20,6**	-	-	-
Câble	céramique	30	766	**65,1**	-	-	-
Câble	céramique	10 (après 30)	807	**63,2**	-	-	-
Expérience FRESCA (B_{ext}=9 T) Câble 14 brins SMC056)							
Brins extrait	nu	0	-	-	1403*	50	**7,0**
Câble	époxy	46	-	-	1301	50	**13,7**
Câble	époxy	80	-	-	1252	50	**17,0**
Câble	non imprégné	10	1254	**16,9**	-	-	-
Câble	non imprégné	20	1070	**29,0**	861	5	**42,9**
Câble	non imprégné	30	879	**41,7**	811	5	**46,2**
Câble	non imprégné	10 (après 30)	870	**42,3**	744	5	**50,6**

TABLE 4.5 – Courants de quench et de transition pour les différents échantillons mesurés. Courants rapportés à un brin. La dégradation est calculée par rapport au courant critique sur brins vierges. Mesures effectuées à 9 T. Le courant critique est estimé avec un critère de 0,1 μV/cm. *extrapolé avec un fit.

4.3 Synthèse des résultats

Comme cela a été vu dans l'étude bibliographique (chapitre 2), dans le cas de câbles imprégnés, les efforts de compression sont répartis de manière homogène et les câbles supportent bien les compressions transverses. Les câbles mesurés ici montrent (voir Table 4.5) moins de 20 % de dégradation entre 80 et 46 MPa. Ces échantillons servent de référence pour les mesures sur câbles non imprégnés.

Dans le cas de câbles non imprégnés, les brins ne sont pas bloqués dans un matériau d'imprégnation et sont libres de bouger, ce qui se manifeste par des mesures de tension bruitées de manière inhabituelle et des quenches prématurés. Le problème vient alors du fait que les efforts sont encaissés localement sur les arêtes des brins, ce qui dégrade fortement les propriétés de transport du conducteur. On observe par exemple Figure 4.16, des sur-contraintes locales d'environ 100 MPa alors que la pression moyenne appliquée n'est que de 35 MPa. Les fortes dégradations observées sont cohérentes avec celles reportées dans [64].

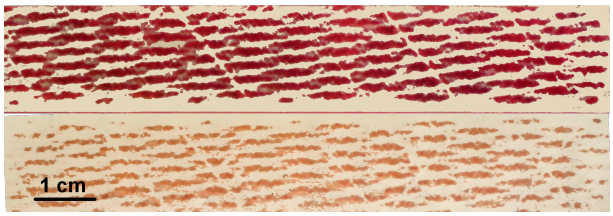

FIGURE 4.16 – Films sensibles à la contraintes après une compression de 35 MPa sur le câble. Dessus : gamme 10-50 MPa, dessous : gamme 50-130 MPa.

Conclusion

Afin de tester l'influence de la compression sur des câbles isolés céramique, deux expériences ont été utilisées. La première expérience a été spécialement conçue pour s'adapter dans la station CETACEs du CEA Saclay. Un autre expérience existante, utilisant la station FRESCA du CERN, a été utilisée pour comparaison.

Trois types d'échantillons, fabriqués avec des brins similaires, ont été comparés. Des câbles imprégnés avec une résine époxy ont tout d'abord été testés pour servir de référence. Leur dégradation sous contrainte est négligeable. Des câbles avec une isolation céramique CEA ont ensuite été testés. Ces câbles sont globalement instables et aucune amélioration significative ne semble être apportée par une meilleure évacuation de chaleur. A faible compression (10 MPa), la dégradation du courant de transport est faible mais devient considérable dès que la pression est légèrement augmentée (à partir de 30 MPa), ce qui rend ce type d'isolation inutilisable pour des aimants d'accélérateurs à haut champ. Le même comportement a été observé sur un échantillon non imprégné, ce qui confirme le fait que les espaces inter-brins doivent être remplis afin de permettre un support mécanique suffisant et de ne pas dégrader les performances du câble.

Chapitre 5

Tests sur l'isolation céramique

Introduction

Le chapitre précédent a montré que l'isolation céramique n'offrait pas un support mécanique suffisant pour le câble. Vis à vis des propriétés de transport du courant, le câble est instable avec une forte sensibilité à la contrainte. La méthode d'isolation doit donc être changée pour respecter le cahier des charges imposé par les aimants d'accélérateurs. Le matériau actuel se situe dans la catégorie « céramiques poreuses » (voir Figure 5.1). Les céramique frittées en revanche ont une forte tenue mécanique en compression, ce qui montre que les matériaux céramiques ont du potentiel qui peut être exploité. En revanche, si on diminue les porosités afin d'augmenter la tenue mécanique, alors on diminuera l'évacuation de chaleur. Il y a donc un compromis à trouver. Dans le pire des cas, si les porosités sont totalement éliminées, la conductivité thermique des céramiques sera toujours 10 à 20 fois supérieure à celle des résines, ce qui autorise une grande marge de manœuvre sur l'aspect thermique.

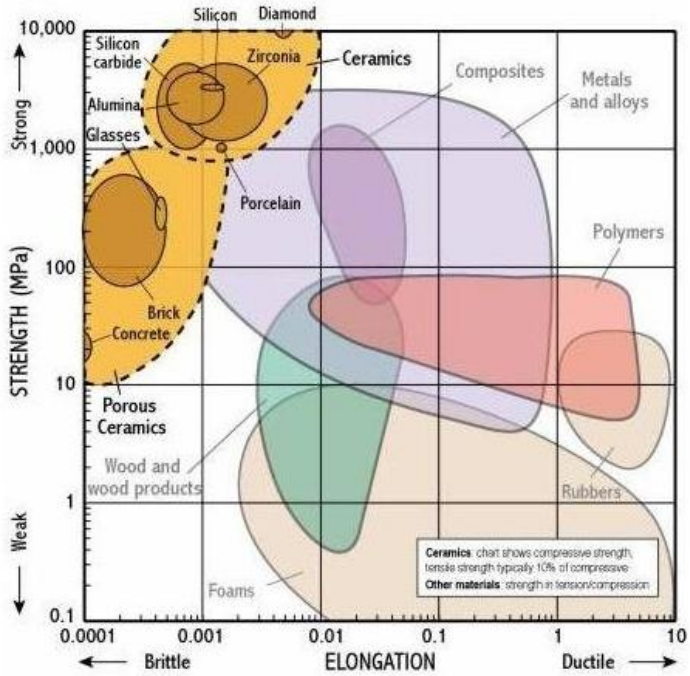

FIGURE 5.1 – Comparaison des familles de matériaux dans le plan résistance mécanique - élongation [128].

La section 5.1 traite de différents essais de modification du procédé d'isolation : changement des matériaux, de la méthode d'imprégnation, etc. La section 5.2 porte ensuite sur les tests de caractérisation mécanique des nouvelles isolations.

5.1 Exploration de nouvelles isolations

5.1.1 La modification du cycle thermique

Le procédé de frittage consiste à densifier une poudre en la chauffant à une température inférieure au point de fusion. Le frittage des céramiques se produit en général à des températures situées entre 900 ° C et 1600 ° C. Dans le cas d'une céramique isolante pour le Nb_3Sn, un cycle thermique avec un palier à 650 ° C est imposé par la métallurgie du supraconducteur. Cette température ne permet pas de fritter suffisamment la céramique. Il a ainsi été montré [111] que la densité de l'isolation céramique augmentait avec la température de frittage. Les isolations céramiques pourraient être envisagées par exemple pour des supraconducteurs possédant des température de synthèse plus élevées (Nb_3Al, MgB_2, HTS...), ce qui permettrait un meilleur frittage. Un nouveau cycle thermique a été testé pour vérifier s'il était possible d'améliorer le frittage :

- Montée rapide à 1000 ° C.
- Maintien du palier pendant une heure.
- Descente à 650 ° C.
- Suivi du cycle thermique défini pour la formation du Nb_3Sn.

La première phase permet un meilleur frittage de la céramique tout en ayant un impact limité sur la formation du Nb_3Sn. L'impact réel sur les propriétés électriques n'a toutefois jamais été testé. Des essais qualitatifs réalisés sur des petits empilements de bandes imprégnées ont montré que le changement du cycle thermique n'avait pas d'influence notable dans ce cas de figure. En effet, le problème de fragilité mécanique de l'isolation est dû à sa structure plutôt qu'au composé céramique lui-même. L'augmentation de la température pourrait avoir un avantage sur un isolant céramique massif. Or la présence d'une bande de fibres, en tant qu'espaceur, empêche la céramique de former une matrice suffisamment dense pour tenir mécaniquement.

5.1.2 Différentes formulations

La température de réaction étant trop basse, de la fritte de verre avait été utilsée [111] afin de jouer le rôle de fondant et d'aider à la densification de la céramique. Un rapport fritte de verre sur argile de 70/30 avait alors été trouvé et permettait une bonne imprégnation de la bande. Afin de poursuivre cette étude, plusieurs solutions céramiques ont été fabriquées durant cette thèse en modifiant le rapport fritte de verre sur argile, afin de voir s'il était possible de jouer sur la plasticité du ruban imprégné. Des observations qualitatives sur des bandes imprégnées de solution céramique ont confirmé que la formulation initiale était la seule qui permettait une bonne imprégnation.

Deux matériaux du commerce, des ciments non organiques Cotronics 989F et 780C [118], ont de plus été testés, selon un procédé inspiré de [28], et adapté pour des câbles. La solution 989F est très fluide et est adaptée pour un badigeonnage au pinceau. La solution 780C est plus visqueuse et se prête mieux au moulage. Des empilements de câbles ont ensuite été caractérisés mécaniquement. Les résultats sont détaillés dans la section 5.2.

Un autre type de bande a également été testé. Cette bande, produite par la société Hiltex, est tressée à partir de filaments alumino-silicate, composés de 70 % d'alumine et 30 % de silice [129]. Ces matériaux conservent leurs propriétés mécaniques jusqu'à 1200 ° C et peuvent donc supporter le traitement thermique du Nb_3Sn. Le mouillage de cette bande par la solution céramique est très bon, et l'ensemble se tient bien après traitement thermique. Il semble même que la solution céramique accroche mieux sur ce type de bande que sur des bandes de fibre de verre.

5.1.3 Les méthodes d'imprégnation

Bandes mouillées

Le procédé d'isolation céramique mis au point par Puigsegur [111] présente un problème de structure dû au fait que la bande de fibre de verre est simplement trempée dans la solution céramique et que l'empilement de câbles n'est pas imprégné (Figure 5.2). Il existe alors de nombreux espaces vides entre brins et entre les câbles. Les brins sont alors libres de bouger et la pression n'est pas répartie de manière homogène, ce qui provoque des sur-contraintes locales qui dégradent les propriétés supraconductrices. L'objectif consiste alors à combler au maximum ces espaces vides, à la manière des imprégnations par résine sous vide qui sont utilisées dans les aimants actuels. Deux méthodes d'imprégnation ont ensuite été testées.

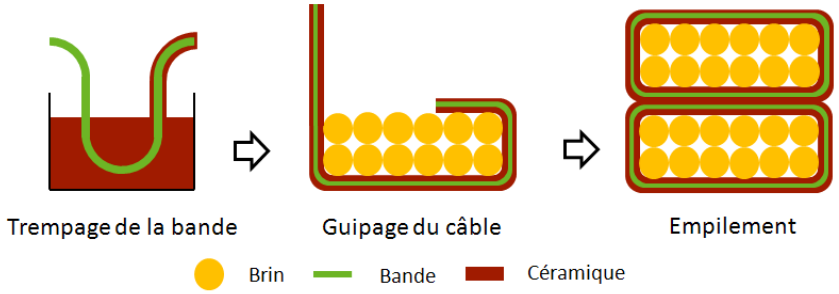

FIGURE 5.2 – Méthode d'isolation développée dans [111] : les espaces entre brins ne sont pas comblés.

Bandes badigeonnées

La première méthode utilise une solution fluide. Deux solutions ont ainsi été testées :
- céramique CEA : elle a été conçue pour une mouillabilité optimale de la bande.
- Cotronics 989F : elle est adaptée pour une application au pinceau. Sa faible granulométrie lui confère une bonne mouillabilité de la bande.

La méthode consiste à badigeonner tout d'abord le câble au pinceau avec la solution. Le câble est ensuite guipé avec une bande de fibre de verre, puis la bande est à son tour badigeonnée. Un empilement de câbles peut ainsi être réalisé dans un moule, ce qui produit un bloc aux dimensions bien maîtrisées (voir Figure 5.3). Le serrage assure la répartition de la solution dans les interstices. Le procédé est schématisé Figure 5.4. L'inconvénient de cette méthode est que la solution n'accroche pas suffisamment sur le câble et est très vite absorbée par la bande, ce qui rend très difficile le contrôle de la quantité de solution à déposer afin de bien imprégner le câble.

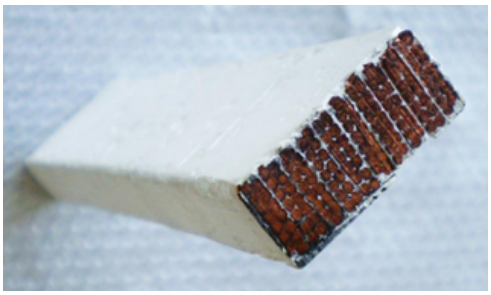

FIGURE 5.3 – Empilement de câbles isolés avec une bande de fibre de verre et un ciment inorganique.

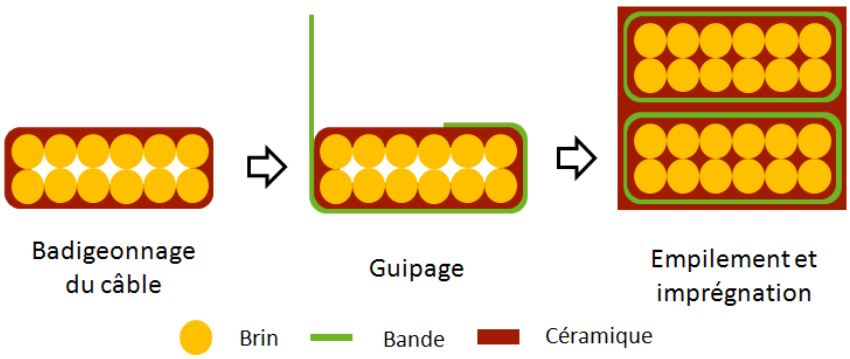

FIGURE 5.4 – Méthode d'isolation qui consiste à badigeonner le câble et la bande.

Empilement moulé

La deuxième méthode est similaire à la première. Afin d'assurer une bonne pénétration de la solution dans le câble, on utilise une solution Cotronics 780C qui est conçue pour le moulage de pièces. On recouvre tout d'abord les câbles avec cette solution. La solution accrochant bien sur le câble, il est facile de maîtriser son épaisseur. Ensuite on guipe les câbles avec une bande nue puis on les place dans un moule. On coule alors la solution dans le moule, puis on comprime l'empilement afin d'imprégner l'ensemble. L'avantage de cette méthode est que la solution, étant pâteuse, imprègne convenablement le câble. En revanche elle ne mouille pas suffisamment la bande et ne peut donc pas être badigeonnée comme pour la méthode précédente.

5.2 Caractérisation mécanique d'empilements

5.2.1 Démarche expérimentale

Afin de caractériser mécaniquement les matériaux d'isolation, trois types d'échantillons ont été testés, tels que décrits dans le paragraphe 3.4.2. Le premier type est un empilement de 10 bandes imprégnées, d'une longueur de 5 cm. Ce type d'échantillons permet de comparer les bandes entre elles, et de s'affranchir de l'influence du câble.

Le deuxième type d'échantillons est un empilement de cinq câbles. Ce type d'échantillon permet d'adapter plus facilement le procédé. Il permet notamment de réaliser les échantillons badigeonnés et moulés. Un problème, mentionné précédemment pour ce type d'échantillon, se pose à compression élevée. En effet la longueur limitée et le fait que l'empilement n'est pas maintenu sur les bords conduit à des déformations très importantes et pas forcément réalistes. Un troisième type d'échantillon a donc été testé. Il consiste en

une mini-bobine de type racetrack constituée de cinq tours de câble. Dans tous les cas, les échantillons sont fabriqués à partir de câbles en cuivre puis réagis à 650 ° C selon un cycle thermique typique au Nb_3Sn.

Le test mécanique consiste en des cycles de charges-décharges, appliqués pour des paliers de compression croissants. Ces cycles simulent les contraintes vécues par le câble lors du fonctionnement d'un aimant : précontrainte, puis compressions-décompressions apportées par les mises en froid et les forces de Laplace. Toutes les courbes mesurées sont caractérisées par un comportement similaire illustré Figure 5.5. Sous une charge monotone, la déformation est plastique et l'échantillon se déforme de manière irréversible. Sous les cycles de charges-décharges, la déformation est élastique et parcourt un cycle de forte pente. Un module d'élasticité mécanique équivalent (qui n'est pas à proprement parler un module d'Young) est alors calculé, entre 10 % et 90 % de la pente. En fonction de l'état de contrainte initial, tous les échantillons n'ont pas la même courbe de première élasticité. Afin de permettre une comparaison relative entre les échantillons, les courbes sont donc décalées de manière à faire coïncider le premier cycle mécanique (deux aller-retours entre 5 et 10 MPa).

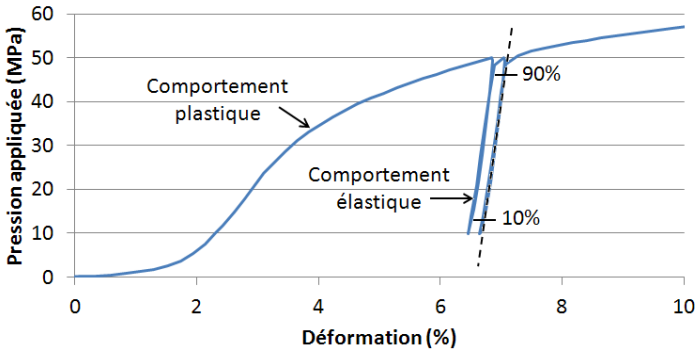

FIGURE 5.5 – Comportement typique des empilements mesurés.

5.2.2 Comparaison des résultats

Empilements de bandes

Les fibres alumino-silicate ont été comparées aux fibres de verre S-2, sur des empilements de bandes, imprégnées avec la solution céramique. Le comportement mécanique de ces deux bandes est similaire (Figure 5.6), même si la bande alumino-silicate semble avoir une meilleure rigidité que la bande de fibres de verre, dans le domaine plastique.

Comportement général des câbles

En comparant les modules (Figures 5.7 et 5.8), on constate que ceux-ci augmentent avec les paliers de compression, ce qui est dû à l'écrouissage du cuivre contenu dans le câble. De plus, on remarque que plus le câble est imprégné, plus les modules sont faibles. Par exemple, les modules des échantillons composés de câbles nus sont plus élevés que ceux des câbles totalement imprégnés. Ce comportement est gouverné par un effet « composite » de l'empilement. Pour un câble nu, le composite n'est composé que de cuivre et d'air donc le module est plus proche du cuivre pur. Pour un câble imprégné, l'effet composite est plus accentué et le matériau d'interface rend l'empilement globalement plus mou.

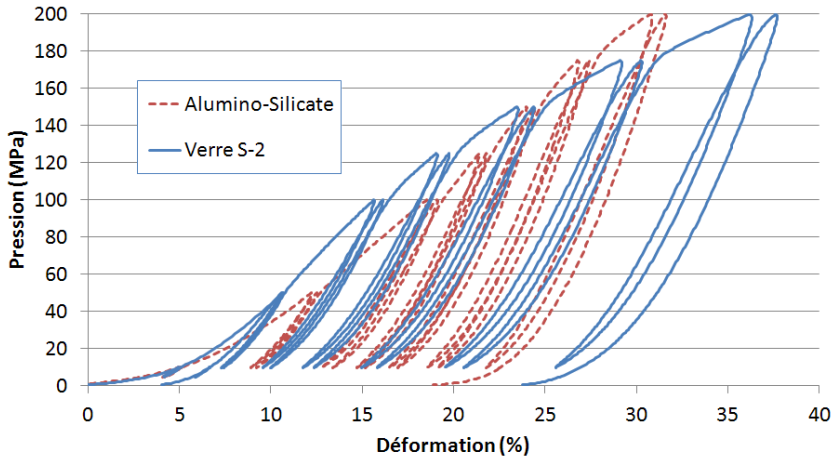

FIGURE 5.6 – Courbes de contrainte en fonction de la déformation pour des empilements de bandes imprégnées de solution céramique.

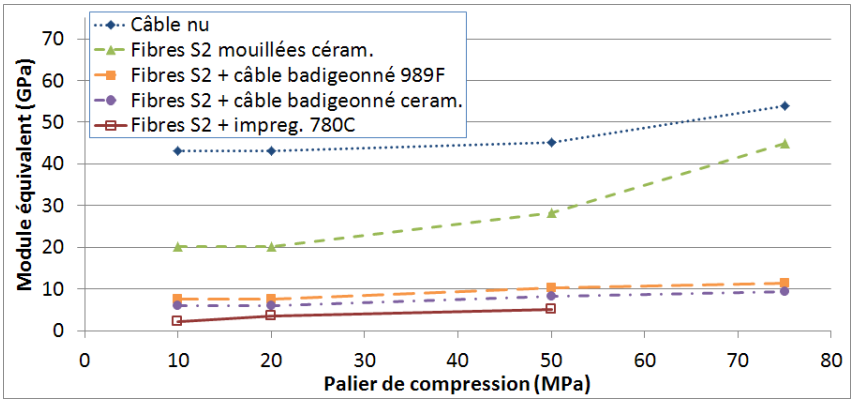

FIGURE 5.7 – Evolution des modules équivalents en fonction des paliers de compression appliqués. Comparaison sur des empilements de câbles pour différents procédés d'isolation.

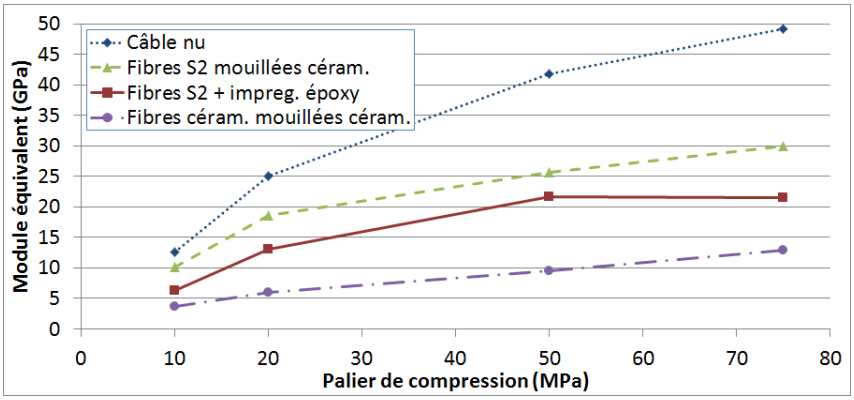

FIGURE 5.8 – Evolution des modules équivalents en fonction des paliers de compression appliqués. Comparaison sur des mini-racetracks pour différents procédés d'isolation.

On cherche ici des méthodes d'isolation qui limitent la déformation de l'échantillon pour une pression donnée. Ainsi, lorsque la courbe de déformation monotone (domaine plastique) atteint un plateau, cela signifie que l'empilement se déforme à l'infini. Ce moment correspond visuellement à une destruction de l'empilement et les courbes ne sont pas tracées au delà.

Empilements de câbles

On voit Figure 5.9 que pour des câbles nus et pour une bande simplement mouillée de céramique, les empilements sont détruits autour de 30-40 MPa. Les échantillons qui utilisent des bandes badigeonnées (céramique ou 989F) sont un peu meilleurs, mais ce n'est pas encore suffisant. En effet ils sont définitivement endommagés entre 50 et 70 MPa. L'empilement complètement imprégné de 989F est meilleur que les autres, car il commence à être détruit à partir de 100 MPa. Ces valeurs de plateaux sont toutefois à considérer avec prudence et ne peuvent servir qu'à une comparaison qualitative car, pour les raisons expliquées plus haut, les déformations pour ce type d'échantillon sont largement supérieures à la réalité.

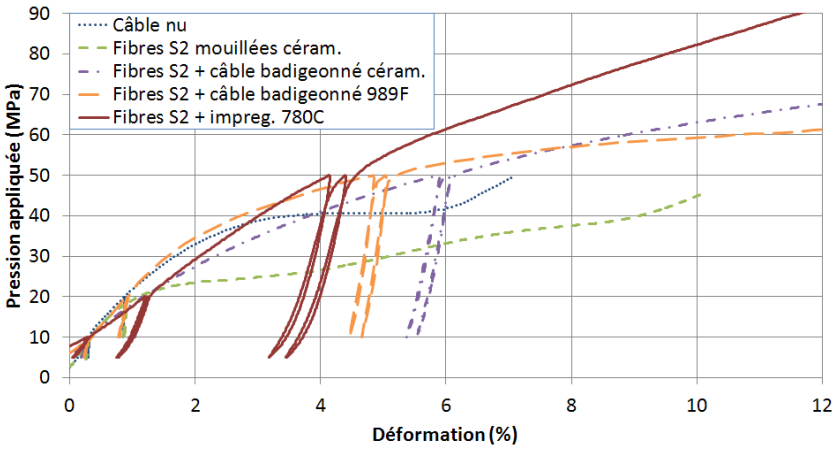

FIGURE 5.9 – Courbes de contrainte en fonction de la déformation pour des empilements de câbles utilisant différentes méthodes d'imprégnation de la bande.

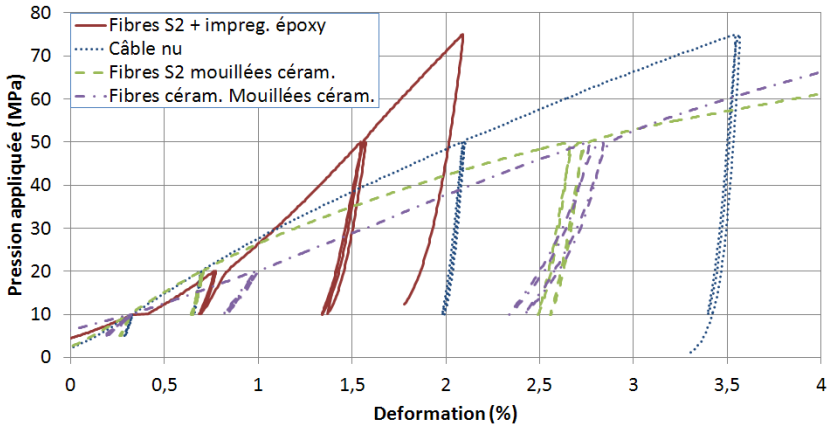

FIGURE 5.10 – Courbes de contrainte en fonction de la déformation pour des mini-racetrack utilisant plusieurs types d'isolation.

Mini-racetracks

Pour les mini-racetracks, on voit Figure 5.10 que c'est le câble imprégné époxy qui se déforme le moins pour une pression donnée. Deux échantillons céramiques ont été comparés. Ils utilisent deux bandes différentes (verre S2 et fibres alumino-silicates ALF) mouillées avec la solution céramique selon le procédé classique. Le comportement est

similaire, caractérisé par une déformation très importante, et même supérieure à une racetrack témoin bobinée avec un câble nu.

Conclusion

Les tests mécaniques montrent que l'isolation céramique n'offre pas une cohésion mécanique suffisante. Sous des pressions appliquées très faibles, les échantillons sont déformés de manière inacceptable voire détruits, de la même manière que pour des câbles nus. Une différence similaire, entre câbles imprégnés et non imprégnés, a été observée dans [106]. Pour des câbles badigeonnés de solution, les déformations sont un peu inférieures mais ce n'est pas encore suffisant. Les échantillons imprégnés de solution céramique montrent un comportement un peu meilleur mais n'atteignent pas la tenue mécanique des câbles imprégnés de résine.

Conclusion de la deuxième partie

Les matériaux d'isolation à base de résine époxy vont atteindre leurs limites pour la prochaine génération d'aimants d'accélérateurs. En effet une augmentation de l'énergie du faisceau sera associée à un augmentation du rayonnement. Or les résines utilisées actuellement ont des propriétés mécaniques qui se dégradent avec les radiations, et risquent de ne plus pouvoir évacuer la chaleur déposée. Les matériaux céramiques sont très prometteurs sur ces points, ils peuvent de plus être appliqués avant le traitement thermique du Nb_3Sn et permettent d'éviter les manipulations après traitement thermique, au moment où la bobine est fragile. De nombreuses solutions ont été proposées pour utiliser les céramiques dans les aimants d'accélérateurs, mais les recherches dans ce domaine demandent à être approfondies.

Par ailleurs, des tests de courant critique ont pour la première fois été réalisés sur des câbles Nb_3Sn avec une isolation céramique de type CEA. Ces tests ont montré que l'isolation céramique mise au point au CEA Saclay ne possédait pas une tenue mécanique suffisante pour assurer au Nb_3Sn de bonnes propriétés supraconductrices. En effet, les câbles mesurés s'avèrent fortement instables et le courant se dégrade très rapidement avec la pression appliquée. L'isolation en tant que telle ne permet donc pas d'atteindre les densités de courant requises pour les aimants d'accélérateurs à haut champ.

Plusieurs pistes d'amélioration du procédé d'isolation ont ensuite été proposées, en gardant le principe du « Impregnate, Wind & React ». Les matériaux céramiques possèdent potentiellement de très bonnes tenues en compression s'ils sont frittés dans les bonnes conditions, et gardent de bons coefficients de diffusion thermique. Voici les objectifs qui se dégagent de cette étude et qui permettraient de mettre au point un procédé d'isolation à base de céramique, qui soit adapté aux aimants d'accélérateur à haut champ.

- En ce qui concerne le matériau d'imprégnation : il doit s'adapter aux méthodes d'imprégnation des bobines. Premièrement sa fluidité doit permettre de remplir tous les interstices laissés dans et entre les câbles. Ensuite sa durée de vie doit lui permettre de s'intégrer dans un processus industriel. Enfin sa tenue mécanique doit lui permettre de supporter des pressions d'au moins 150 MPa.
- En ce qui concerne le matériau jouant le rôle d'espaceur : il doit pouvoir être guipé autour d'un câble. L'utilisation d'un matériau céramique peut permettre un co-frittage avec le matériau d'imprégnation et ainsi former un matériau massif possédant une meilleure cohésion mécanique. Des fibres céramiques ont ainsi été mises au point et possèdent une bonne résistance mécanique. Il existe par ailleurs des techniques de bandes coulées (« tape casting ») permettant d'obtenir des bandes céramiques fines à la plasticité suffisante pour guiper un câble.
- En ce qui concerne le traitement thermique : il doit permettre un frittage optimal des matériaux céramique, afin de leur conférer leur propriétés mécaniques. Soit l'iso-

lation est appliquée avant une étape de traitement thermique à haute température ($> 900\ ^\circ$ C) du conducteur. Soit la bobine peut subir un cycle thermique de frittage à haute température qui a un impact limité sur les performances supraconductrices de la bobine.

– En ce qui concerne l'évacuation de chaleur. Si le phénomène de conduction thermique à travers l'isolation ne s'avérait pas suffisante, un système de micro-canaux pourrait être envisagé. Cela permettrait à l'hélium de circuler au plus près des conducteurs et de mieux évacuer la chaleur.

Ces conclusions indiquent qu'il reste encore beaucoup de travaux à mener pour mettre au point un procédé d'isolation à base de céramique qui permette une meilleure évacuation de chaleur que les résines actuelles, tout en possédant une tenue mécanique suffisante.

Troisième partie

Proposition de conceptions magnétiques

Introduction de la troisième partie

La conception d'un dipôle Nb_3Sn à haut champ est une démarche longue et compliquée. Cette partie décrit d'une part de nouvelles méthodes de calcul magnétique, et propose d'autre part des conceptions magnétiques d'aimants à haut champ qui respectent les critères des aimants d'accélérateurs. Du point de vue magnétique, les dipôles doivent répondre à deux principaux types de critères.

Dans la zone utile d'un aimant d'accélérateur, (parties droites, environ 15 m pour LHC, voir Figure 1.11), le faisceau de particules doit être dévié sans perturbation. Le champ magnétique du dipôle, qui dévie ces particules, doit donc être le plus homogène possible afin de garantir la stabilité du faisceau. De plus, dans les aimants haut champ, le champ et la densité de courant sont élevés, ce qui soumet les conducteurs à des efforts mécaniques importants. Dans cette partie, on considèrera des conducteurs qui possèdent une dégradation du courant critique acceptable vis à vis de la contrainte mécanique. Dans un premier temps, on considère généralement des parties droites de longueur infinie, et on réalise une conception de la section transverse (design 2D, chapitre 6) qui satisfait ces critères de champ et de forces.

Dans les têtes, plus courtes (15 cm pour LHC), on ne peut pas empêcher une inhomogénéité due au trajet complexe des conducteurs. On accepte donc des pics locaux d'harmonique, mais on cherche à minimiser l'intégrale de ces harmoniques le long de l'axe du tube faisceau (de $-\infty$ à $+\infty$), ce qui revient à minimiser l'écart total de déviation que subissent les particules (voir section 1.2). Il existe peu de références dans la littérature qui concernent la minimisation automatisée des intégrales d'harmoniques. Ici plusieurs approches visant à évaluer ces intégrales à l'aide de formules analytiques sont abordées. Le chapitre 7 propose une modélisation 3D des bobinages sous la forme de blocs. Le chapitre 8 propose un modèle 3D de conducteurs en rubans.

Chapitre 6

Optimisation 2D

Introduction

Ce chapitre propose de nouvelles conceptions magnétiques pour des sections droites de dipôles d'accélérateurs. Tout design d'aimant d'accélérateur commence par une optimisation 2D à symétrie de translation. Cette approximation se prête bien à la géométrie des aimants qui comportent généralement une longue partie droite. Le champ magnétique produit par un fil infini dans un plan perpendiculaire est un résultat bien connu. En revanche, les formules du champ magnétique produit par des conducteurs infinis à densité de courant volumique, sont beaucoup moins courantes. Deux configurations principales se distinguent dans les aimants d'accélérateurs. Les aimants en blocs rectangulaires, et les aimants en secteurs angulaires, souvent nommés aimants « en $\cos\theta$ » par abus de langage. Ces deux configurations conduisent à deux types de section de conducteur : les sections rectangulaires décrites dans le paragraphe 6.1.1 et les secteurs angulaires décrits dans le paragraphe 6.1.2. La modélisation peut se faire à deux niveaux de précision : le bloc source peut représenter soit une couche de bobinage, soit un câble. Dans le dernier cas, le câble peut être soit rectangulaire (bloc rectangulaire), soit en « clé de voute » ou « keystone » (secteur angulaire).

Dans ce chapitre, nous présenterons tout d'abord des formules (section 6.1), qui donnent le champ magnétique et les harmoniques créés par des blocs de longueur infinie, soit rectangulaires, soit en secteurs angulaires. Ces formules se prêtent bien à une optimisation de designs d'aimants en 2D [130]. Chaque bloc fournissant quatre degrés de liberté, moins de dix blocs suffisent généralement à satisfaire les contraintes imposées à un dipôle d'accélérateur. De nombreuses études portent déjà sur les aimants en secteurs angulaires. Ce chapitre explore quant à lui de nombreuses possibilités de conceptions en blocs rectangulaires pour des dipôles, ce qui a moins été abordé dans la littérature. Après une description de la démarche utilisée (section 6.2), la section 6.3 abordera différents « cas d'école » afin de valider la méthode. De nombreux cas ont bien sûr été testés, et seuls les exemples les plus significatifs sont présentés dans cette section. Enfin, deux designs d'aimants à haut champ seront proposés dans la section 6.4. Comme le logiciel Maple® est conçu pour le calcul formel, et qu'il dispose d'outils d'optimisation puissants, il a été choisi pour les optimisations de designs présentées dans ce chapitre. Bien évidemment, les principes exposés dans ce qui suit sont traduisibles dans n'importe quel langage de programmation.

6.1 Formules utilisées

6.1.1 Blocs rectangulaires

Champ créé dans l'espace

Bien que ces équations ne soient pas nécessaires pour le calcul des harmoniques, il est utile de pouvoir calculer le champ dans tout l'espace. Cela permet d'une part de tracer les cartes de champ et d'autre part de calculer le champ maximum sur le conducteur, nécessaire au calcul des marges de fonctionnement. Un formalisme complexe pour le calcul de champ dans le plan a été proposé par Beth [40] mais n'offre pas de simplification dans le cas particulier de conducteurs rectangulaires. Une formule du champ est donnée dans [131] sous la forme complexe. Des équations beaucoup plus simples peuvent être obtenues par ailleurs grâce à une double intégration sur les composantes du champ [132].

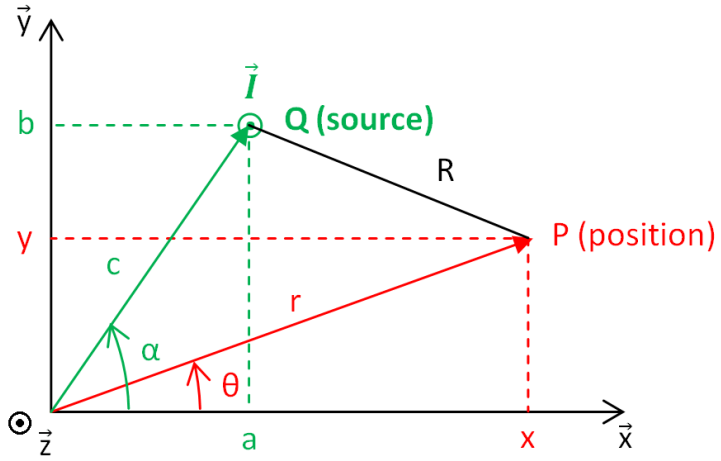

FIGURE 6.1 – Représentation dans le plan d'un fil infini portant un courant I.

Pour cela on se situe dans un plan de cote z et on considère tout d'abord un fil infiniment long transportant un courant $\vec{I} = I\vec{u}_z$ (voir figure 6.1). Ce fil est situé au point Q de coordonnées (a, b). Dans un espace libre de matériau magnétique, le potentiel vecteur magnétique (dont dérive le champ magnétique) en un point $P(x, y)$ quelconque de l'espace est donné par [131] :

$$\vec{A}_{z,fil}(x, y) = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{R}{c}\right) \vec{u}_z \tag{6.1}$$

Avec :

$$c = OQ = \sqrt{a^2 + b^2} \tag{6.2}$$

$$R = PQ = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} \tag{6.3}$$

On cherche ensuite le potentiel vecteur d'un bloc source rectangulaire délimité par a_1, a_2, b_1, b_2 (voir Figure 6.2). Pour cela, on considère des densités de courant uniformes surfacique σ et volumique J telles que $dI = \sigma da = Jdadb$ [1], et on intègre l'expression en

1. La densité de courant J pourra être, selon les cas, J_{cable} ou J_{bloc}.

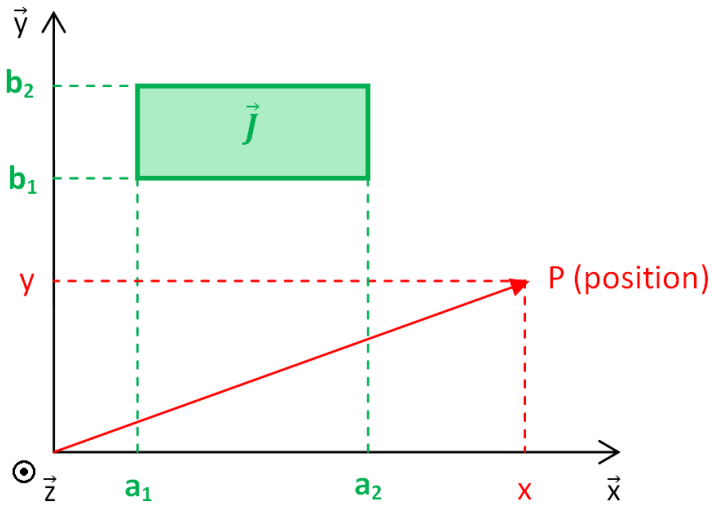

FIGURE 6.2 – Représentation dans le plan d'un bloc rectangulaire portant une densité de courant J.

a et b en remplaçant I par dI. On commence tout d'abord par intégrer selon a :

$$A_{z,plat\ hor}(x,y) = \frac{\mu_0\sigma}{2\pi}\left[(y-b)\arctan\left(\frac{x-a}{y-b}\right) + \frac{x-a}{2}\left(\ln(R)-2\right)\right]_{a_1}^{a_2} \tag{6.4}$$

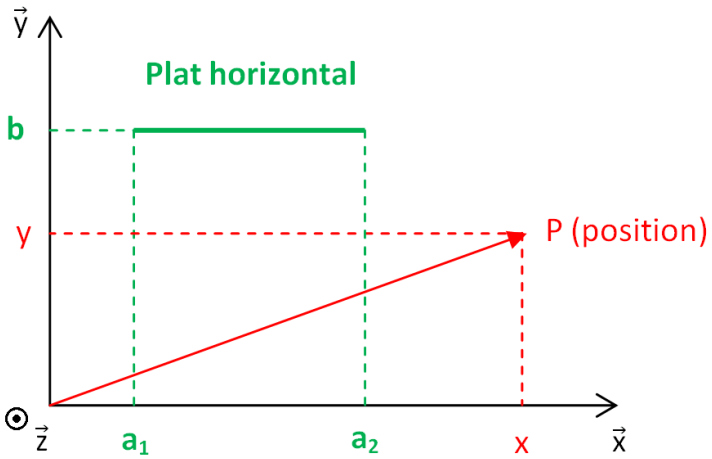

FIGURE 6.3 – Représentation dans le plan d'un plat horizontal portant une densité de courant σ.

ce qui correspond à l'expression du potentiel vecteur créé par un conducteur « plat horizontal »(voir Figure 6.3), intéressante pour la section 8.3. Les dérivées selon x et y fournissent les composantes du champ :

$$\boxed{B_{x,plat\ hor}(x,y) = \frac{\mu_0\sigma}{2\pi}\left[\arctan\left(\frac{x-a}{y-b}\right)\right]_{a_1}^{a_2}} \tag{6.5}$$

$$\boxed{B_{y,plat\ hor}(x,y) = -\frac{\mu_0\sigma}{4\pi}\left[\ln(R)\right]_{a_1}^{a_2}} \tag{6.6}$$

Afin d'obtenir les expressions pour un bloc rectangulaire, on intègre (6.4) selon b :

$$A_{z,bloc}(x,y) = \frac{\mu_0 J}{4\pi}\left[\left[-(y-b)^2 \arctan\left(\frac{x-a}{y-b}\right) - (x-a)^2 \arctan\left(\frac{y-b}{x-a}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left. +(x-a)(y-b)\left(3-\ln R^2\right)\right]_{a_1}^{a_2}\right]_{b_1}^{b_2} \tag{6.7}$$

Il suffit ensuite de dériver le potentiel vecteur selon x et y pour obtenir les composantes du champ créé par un bloc :

$$\boxed{B_{x,bloc}(x,y) = -\frac{\mu_0 J}{4\pi}\left[\left[(x-a)\ln R^2 + 2(y-b)\arctan\left(\frac{x-a}{y-b}\right)\right]_{a_1}^{a_2}\right]_{b_1}^{b_2}} \tag{6.8}$$

$$\boxed{B_{y,bloc}(x,y) = \frac{\mu_0 J}{4\pi}\left[\left[(y-b)\ln R^2 + 2(x-a)\arctan\left(\frac{y-b}{x-a}\right)\right]_{a_1}^{a_2}\right]_{b_1}^{b_2}} \tag{6.9}$$

En évaluant ces formules, il faut tenir compte de quatre cas indéterminés : $a = a_1$, $a = a_2$, $b = b_1$, $b = b_2$, en intégrant le fait que :

$$u \arctan \frac{1}{u} \underset{u\to 0}{\longrightarrow} 0 \tag{6.10}$$

Pour obtenir le champ créé par plusieurs blocs, il suffit de faire la somme sur les coordonnées $a_{i,j}$, $b_{i,j}$ des blocs ($i = \{1,2\}$) :

$$B_{x,aimant}(x,y) = \sum_{j=1}^{N_{blocs}} -\frac{\mu_0 J}{4\pi}\left[\left[(x-a)\ln R^2 + 2(y-b)\arctan\left(\frac{x-a}{y-b}\right)\right]_{a_{1,j}}^{a_{2,j}}\right]_{b_{1,j}}^{b_{2,j}} \tag{6.11}$$

Harmoniques polaires intérieurs

Les harmoniques 2D d'un dipôle sont généralement calculés sur un cercle de référence centré sur l'axe et de rayon r égal aux 2/3 de l'ouverture. Ces harmoniques correspondent au développement en série de Fourier du champ calculé sur ce cercle. La zone de développement ne contient pas de source, on parle donc d'un développement « intérieur » ($r < c$, avec c le rayon du point source). Le développement des composantes de champ B_x, B_y est ensuite défini sous la forme de multipôles normaux et tournés B_n, A_n en T (équations (6.12) et (6.13)). On choisira par convention de noter les coefficients à partir de 1, ce qui permet de décrire l'aimant en nombre de paires de pôles : la composante principale d'un dipôle est B_1, celle d'un quadrupôle B_2, etc. On vérifie ainsi dans les équations suivantes que la composante $B_y(0,0)$ du dipôle est bien égale à B_1. Dans la communauté des aimants d'accélérateurs, on décrit également les multipôles en unités. 1 unité $= 10^{-4} B_1$. Les valeurs de multipôles pour un aimant homogène sont en général proches de l'unité au rayon de référence.

$$B_y(r,\theta) = \sum_{n=1}^{\infty}\left[B_n(r)\cos(n-1)\theta + A_n(r)\sin(n-1)\theta\right] \tag{6.12}$$

$$B_x(r,\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[-A_n(r)\cos(n-1)\theta + B_n(r)\sin(n-1)\theta\right] \tag{6.13}$$

Une manière simple d'évaluer les harmoniques consiste à calculer une décomposition en séries de Fourier. L'inconvénient de cette méthode est que sa précision dépend du nombre de points de calcul. Une solution précise et bien plus rapide consiste à calculer la contribution aux harmoniques de chaque point source. Cette méthode est utilisée notamment dans le programme ROXIE [10]. Pour un câble Rutherford par exemple, les points sources sont placés en chaque brin du câble. Une méthode encore plus rapide consiste à développer analytiquement les harmoniques pour des blocs sources. L'avantage est de gagner en temps de calcul, car les expressions sont évaluées aux coordonnées de chaque bloc et non plus en chaque point source. On peut trouver dans la littérature [133] de telles formules pour des secteurs angulaires, données dans la section 6.1.2. Pour des blocs rectangulaires, des formules ont été démontrées dans [132] et sont décrites ici.

A l'aide du changement de variables $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, $a = c\cos\alpha$, $b = c\sin\alpha$, le développement de l'expression (6.4) conduit aux harmoniques pour les plats horizontaux :

$$\boxed{B_n = \frac{\mu_0 J}{2\pi}\left[\frac{1}{c(n-1)}\left(\frac{r}{c}\right)^{n-1}\left(a\cos(n-2)\alpha - b\sin(n-2)\alpha\right)\right]_{a_1}^{a_2} \quad \forall n \geq 3} \tag{6.14}$$

$$\boxed{A_n = \frac{\mu_0 J}{2\pi}\left[\frac{1}{c(n-1)}\left(\frac{r}{c}\right)^{n-1}\left(b\cos(n-2)\alpha + a\sin(n-2)\alpha\right)\right]_{a_1}^{a_2} \quad \forall n \geq 3} \tag{6.15}$$

Les premiers coefficients s'écrivent également :

$$\boxed{B_1 = -\frac{\mu_0 J}{2\pi}\left[\arctan\left(\frac{a}{b}\right)\right]_{a_1}^{a_2}} \tag{6.16}$$

$$\boxed{A_1 = \frac{\mu_0 J}{2\pi}\left[\frac{1}{2}\ln\left(a^2+b^2\right)\right]_{a_1}^{a_2}} \tag{6.17}$$

$$\boxed{B_2 = -\frac{\mu_0 J r}{2\pi}\left[\frac{a}{a^2+b^2}\right]_{a_1}^{a_2}} \tag{6.18}$$

$$\boxed{A_2 = \frac{\mu_0 J r}{\pi}\left[\frac{b}{a^2+b^2}\right]_{a_1}^{a_2}} \tag{6.19}$$

Une deuxième intégration donne les harmoniques pour les blocs rectangulaires :

$$\boxed{B_n = \frac{\mu_0 J}{2\pi}\left[\left[c\left(\frac{r}{c}\right)^{n-1}\frac{\cos(n-2)\alpha}{(n-1)(n-2)}\right]_{a_1}^{a_2}\right]_{b_1}^{b_2} \quad \forall n \geq 3} \tag{6.20}$$

$$\boxed{A_n = -\frac{\mu_0 J}{2\pi}\left[\left[c\left(\frac{r}{c}\right)^{n-1}\frac{\sin(n-2)\alpha}{(n-1)(n-2)}\right]_{a_1}^{a_2}\right]_{b_1}^{b_2} \quad \forall n \geq 3} \tag{6.21}$$

$$\boxed{B_1 = -\frac{\mu_0 J}{2\pi}\left[\left[a\arctan\left(\frac{b}{a}\right)+\frac{b}{2}\ln\left(a^2+b^2\right)\right]_{a_1}^{a_2}\right]_{b_1}^{b_2}} \tag{6.22}$$

$$\boxed{A_1 = \frac{\mu_0 J}{2\pi}\left[\left[b\arctan\left(\frac{a}{b}\right)+\frac{a}{2}\ln\left(a^2+b^2\right)\right]_{a_1}^{a_2}\right]_{b_1}^{b_2}} \tag{6.23}$$

$$\boxed{B_2 = -\frac{\mu_0 J r}{2\pi}\left[\left[\arctan\left(\frac{b}{a}\right)\right]_{a_1}^{a_2}\right]_{b_1}^{b_2}} \tag{6.24}$$

$$\boxed{A_2 = \frac{\mu_0 J r}{2\pi}\left[\left[\ln\left(a^2+b^2\right)\right]_{a_1}^{a_2}\right]_{b_1}^{b_2}} \tag{6.25}$$

Pour un aimant constitué de plusieurs blocs, une somme sur tous les blocs donne la contribution totale aux harmoniques intérieurs (valable dans la plus grande sphère ne contenant aucune source). Par exemple :

$$B_{n,aimant} = \sum_{j=1}^{N_{blocs}} \frac{\mu_0 J}{2\pi}\left[\left[c\left(\frac{r}{c}\right)^{n-1}\frac{\cos(n-2)\alpha}{(n-1)(n-2)}\right]_{a_{1,j}}^{a_{2,j}}\right]_{b_{1,j}}^{b_{2,j}} \tag{6.26}$$

Forces de Laplace

Dans les parties droites d'un dipôles à haut champ (>12 T), le conducteur voit un champ élevé perpendiculaire au courant qu'il transporte, élevé lui aussi (>100 A/mm^2 dans un bloc). Cela génère des forces de Laplace importantes (de l'ordre du MN/m de conducteur). Dans le cas du Nb_3Sn, très sensible à la contrainte, ces forces constituent un paramètre important à prendre en compte dans le design.

Au lieu de calculer la force en chaque point à l'aide des formules (6.8) et (6.9) puis d'intégrer numériquement sur le bloc, il est plus rapide de calculer analytiquement la force créée par tous les blocs sur le bloc considéré. On se réfère tout d'abord à la définition des forces de Laplace exercées par unité de longueur sur un fil parcouru par un courant I, au point $P(x, y)$:

$$f_x(x,y) = \frac{dF_x}{dz}(x,y) = -IB_{y,aimant}(x,y) \tag{6.27}$$

$$f_y(x,y) = \frac{dF_y}{dz}(x,y) = IB_{x,aimant}(x,y) \tag{6.28}$$

Ensuite, une intégration en x et y de (6.8) et (6.9) donne la force exercée sur l'ensemble du bloc i, en N/m :

$$F_{x,i} = \int_{b_{1,i}}^{b_{2,i}}\int_{a_{1,i}}^{a_{2,i}} f_x(x,y)dxdy \tag{6.29}$$

$$F_{y,i} = \int_{b_{1,i}}^{b_{2,i}}\int_{a_{1,i}}^{a_{2,i}} f_y(x,y)dxdy \tag{6.30}$$

$$F_{x,i} = \sum_{j=1}^{N_{blocs}} -\frac{\mu_0 J^2}{4\pi} \left[\left[(y-b)(x-a)^2 \arctan\frac{y-b}{x-a} + \frac{1}{3}(y-b)^3 \arctan\frac{x-a}{y-b} + \frac{2}{3}(x-a)^3 \ln(y-b) + \frac{(x-a)}{2}\left\{(y-b)^2 - \frac{1}{2}(x-a)^2\right\} \ln R^2 - \frac{5}{6}\left\{(x-a)^2 + \frac{1}{3}(y-b)^2\right\} \right]_{a_{1,j}}^{a_{2,j}} \right]_{b_{1,j}}^{b_{2,j}} \tag{6.31}$$

$$F_{y,i} = \sum_{j=1}^{N_{blocs}} -\frac{\mu_0 J^2}{4\pi} \left[\left[(x-a)(y-b)^2 \arctan\frac{x-a}{y-b} + \frac{1}{3}(x-a)^3 \arctan\frac{y-b}{x-a} + \frac{2}{3}(y-b)^3 \ln(x-a) + \frac{(y-b)}{2}\left\{(x-a)^2 - \frac{1}{2}(y-b)^2\right\} \ln R^2 - \frac{5}{6}\left\{(y-b)^2 + \frac{1}{3}(x-a)^2\right\} \right]_{a_{1,j}}^{a_{2,j}} \right]_{b_{1,j}}^{b_{2,j}} \tag{6.32}$$

Comparaison avec d'autres méthodes

La Figure 6.4 donne un exemple de la section d'un dipôle infiniment long en double galette modélisée par des blocs conducteurs rectangulaires. Pour des raisons de symétrie, seul un quart de la section est représenté. Les calculs du champ magnétique et de la force intégrée sur le bloc sont réalisés à l'aide des formules précédentes. La Table 6.1 montre que la méthode analytique est bien plus rapide qu'une intégration numérique de la loi de Biot et Savart, en particulier pour les harmoniques et les forces.

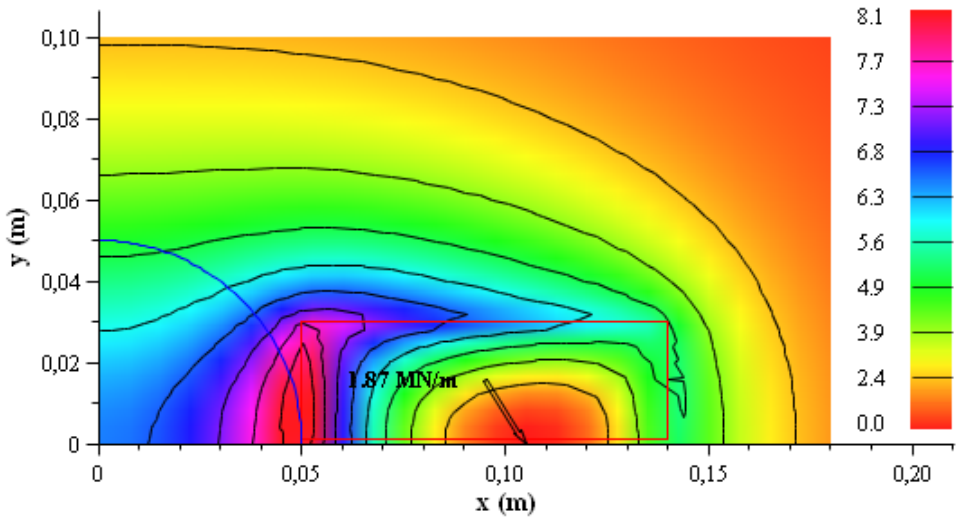

FIGURE 6.4 – Représentation dans le plan d'un quart de double galette (le reste s'en déduit par symétrie). Le champ magnétique est indiqué en T, la force exercée sur le bloc est affichée en norme et en direction.

Dans l'hypothèse d'une densité de courant homogène dans une section rectangulaire, les formules analytiques présentées dans ce chapitre donnent des résultats rigoureusement exacts. La méthode (modèle à un bloc par câble) a toutefois été comparée sur l'exemple du design FRESCA2 [134] (sans fer), avec le programme ROXIE. La Table 6.2 montre que

	Champ en un point	Harmonique	Force sur le bloc
Méthode analytique	0,719 ms	0,297 s	0,188 s
Méthode numérique	0,735 ms	127,7 s	17,25 s

TABLE 6.1 – Comparaison des temps de calculs (Maple, Intel Core 2 Duo, 2,4 GHz, 3 Go RAM) entre des intégrations numérique et analytique, pour obtenir une solution exacte à dix chiffres significatifs.

les résultats de calculs sont très proches, ce qui permet de vérifier qu'il n'y a pas d'erreur dans la méthode de calcul.

	ROXIE	Formules blocs (Maple)	Différence relative
B1	-13,021752	-13,021747	3,8397E-07
B3	146,4703	146,47402	-2,5398E-05
B5	-25,77071	-25,77061	3,8804E-06
B7	-0,029565	-0,029486	2,6721E-03
B9	-1,17426	-1,17374	4,4283E-04
B11	-0,48234	-0,48212	4,5611E-04
B13	-0,09639	-0,09634	5,1873E-04
B15	-0,02446	-0,02444	8,1766E-04
B17	-0,00892	-0,00891	1,1211E-03
B19	-0,00262	-0,00262	0,0

TABLE 6.2 – Calculs pour le design FRESCA2, comparaison entre deux codes différents. Harmoniques données en unités.

6.1.2 Secteurs angulaires

Champ créé dans l'espace

Pour des secteurs angulaires, il est également possible d'intégrer le champ produit par un point source, de la même manière que pour des blocs à section rectangulaire. Cette fois, le point source n'est plus intégré selon a, b mais selon c, α (voir Figure 6.5). On a ainsi :

$$A_{fil}(r,\theta,c,\alpha) = -\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{R}{c}\right) \tag{6.33}$$

avec :

$$R = \sqrt{r^2 + c^2 - 2rc\cos(\theta-\alpha)} \tag{6.34}$$

Une première intégration selon c conduit aux formules du champ créé par des « plats radiaux », utiles pour la section 8.4. Ce type de conducteur est représenté Figure 6.6.

$$\begin{aligned} A_{plat\ rad}(r,\theta,\alpha) &= \frac{\mu_0\sigma}{2\pi}\left[r\sin(\theta-\alpha)\arctan\left(\frac{r\cos(\theta-\alpha)-c}{r\sin(\theta-\alpha)}\right) - c\ln\left(\frac{R}{c}\right)\right. \\ &+ \left.\frac{r\cos(\theta-\alpha)}{2}\ln(R^2)\right]_{c_1}^{c_2} \end{aligned} \tag{6.35}$$

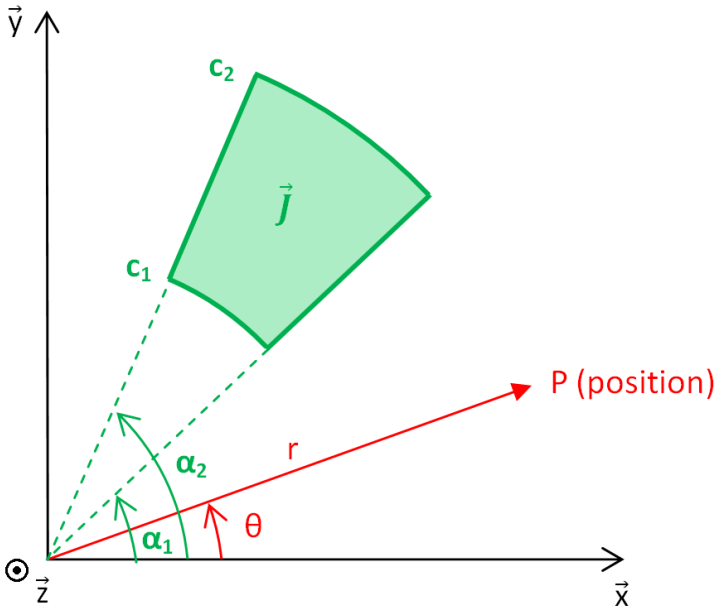

FIGURE 6.5 – Représentation dans le plan d'un secteur angulaire portant une densité de courant J.

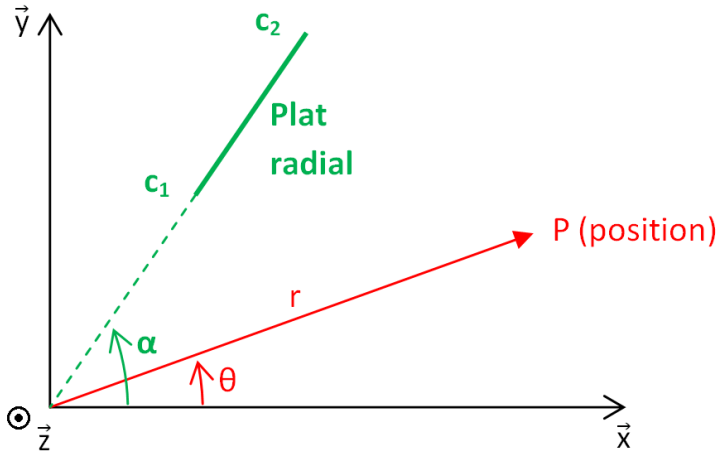

FIGURE 6.6 – Représentation dans le plan d'un plat radial portant une densité de courant σ.

$$\boxed{\begin{aligned} B_{r,plat\ rad}(r,\theta,\alpha) &= \frac{\mu_0\sigma}{2\pi}\left[\cos(\theta-\alpha)\arctan\left(\frac{r\cos(\theta-\alpha)-c}{r\sin(\theta-\alpha)}\right)\right. \\ &- \left.\frac{\sin(\theta-\alpha)}{2}\ln(R^2)\right]_{c_1}^{c_2} \end{aligned} \quad (6.36)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} B_{\theta,plat\ rad}(r,\theta,\alpha) &= -\frac{\mu_0\sigma}{2\pi}\left[\sin(\theta-\alpha)\arctan\left(\frac{r\cos(\theta-\alpha)-c}{r\sin(\theta-\alpha)}\right)\right. \\ &+ \left.\frac{\cos(\theta-\alpha)}{2}\ln(R^2)\right]_{c_1}^{c_2} \end{aligned} \quad (6.37)}$$

Les formules pour les secteurs angulaires s'obtiennent ensuite par une intégration selon c et α :

$$\begin{aligned} B_{r,sect}(r,\theta) &= \frac{\mu_0 J}{2\pi}\left[\left[-r\sin(\theta-\alpha)\cos(\theta-\alpha)\arctan\left(\frac{r\cos(\theta-\alpha)-c}{r\sin(\theta-\alpha)}\right)\right.\right. \\ &+ \left.\left.\frac{c^2-r^2\cos\ 2(\theta-\alpha)}{4r}\ln(R^2)+\frac{r}{2}\cos^2(\theta-\alpha)-\frac{c}{2}\cos(\theta-\alpha)\right]_{c_1}^{c_2}\right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} \end{aligned} \tag{6.38}$$

$$\begin{aligned} B_{\theta,sect}(r,\theta) &= \frac{\mu_0 J}{2\pi}\left[\left[r\cos^2(\theta-\alpha)\arctan\left(\frac{r\cos(\theta-\alpha)-c}{r\sin(\theta-\alpha)}\right)\right.\right. \\ &- \frac{r^2+c^2}{2r}\arctan\left(\frac{r+c}{r-c}\tan\left(\frac{\theta-\alpha}{2}\right)\right) \\ &+ \left.\left.\frac{r}{2}\sin(\theta-\alpha)\cos(\theta-\alpha)\ln(R^2)-\frac{c}{2}\sin(\theta-\alpha)\right]_{c_1}^{c_2}\right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} \end{aligned} \tag{6.39}$$

Harmoniques polaires intérieurs

Pour les secteurs angulaires, une intégration directe de la formule du fil infini selon c, α se prête bien à ce type de développement. En utilisant la même convention que l'équation (6.12), et à l'aide d'un développement en séries de (6.33), on obtient pour un plat radial :

$$A_1 = \frac{\mu_0\sigma}{2\pi}\sin\alpha\,[\ln(c)]_{c_1}^{c_2} \tag{6.40}$$

$$B_1 = -\frac{\mu_0\sigma}{2\pi}\cos\alpha\,[\ln(c)]_{c_1}^{c_2} \tag{6.41}$$

$$A_n = -\frac{\mu_0\sigma}{2\pi}\frac{\sin\ n\alpha}{n-1}\left[\left(\frac{r}{c}\right)^{n-1}\right]_{c_1}^{c_2} \qquad \forall n\geq 2 \tag{6.42}$$

$$B_n = \frac{\mu_0\sigma}{2\pi}\frac{\cos\ n\alpha}{n-1}\left[\left(\frac{r}{c}\right)^{n-1}\right]_{c_1}^{c_2} \qquad \forall n\geq 2 \tag{6.43}$$

Quant aux développements pour un secteur angulaire, ils s'obtiennent en intégrant en même temps le fil selon c et α. Ces équations sont listées également dans [133].

$$A_1 = -\frac{\mu_0 J}{2\pi}\left[[c\cos\alpha]_{c_1}^{c_2}\right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tag{6.44}$$

$$B_1 = -\frac{\mu_0 J}{2\pi}\left[[c\sin\alpha]_{c_1}^{c_2}\right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tag{6.45}$$

$$A_2 = -\frac{\mu_0 J}{2\pi}\frac{r}{2}\left[[\cos(2\alpha)\ln(c)]_{c_1}^{c_2}\right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tag{6.46}$$

$$B_2 = -\frac{\mu_0 J}{2\pi}\frac{r}{2}\left[[\sin(2\alpha)\ln(c)]_{c_1}^{c_2}\right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tag{6.47}$$

$$\boxed{A_n = \frac{\mu_0 J}{2\pi}\frac{1}{n(n-2)}\left[\left[c\cos(n\alpha)\left(\frac{r}{c}\right)^{n-1}\right]_{c_1}^{c_2}\right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} \qquad \forall n \geq 3} \tag{6.48}$$

$$\boxed{B_n = \frac{\mu_0 J}{2\pi}\frac{1}{n(n-2)}\left[\left[c\sin(n\alpha)\left(\frac{r}{c}\right)^{n-1}\right]_{c_1}^{c_2}\right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} \qquad \forall n \geq 3} \tag{6.49}$$

6.2 Démarche d'optimisation

6.2.1 Paramètres initiaux

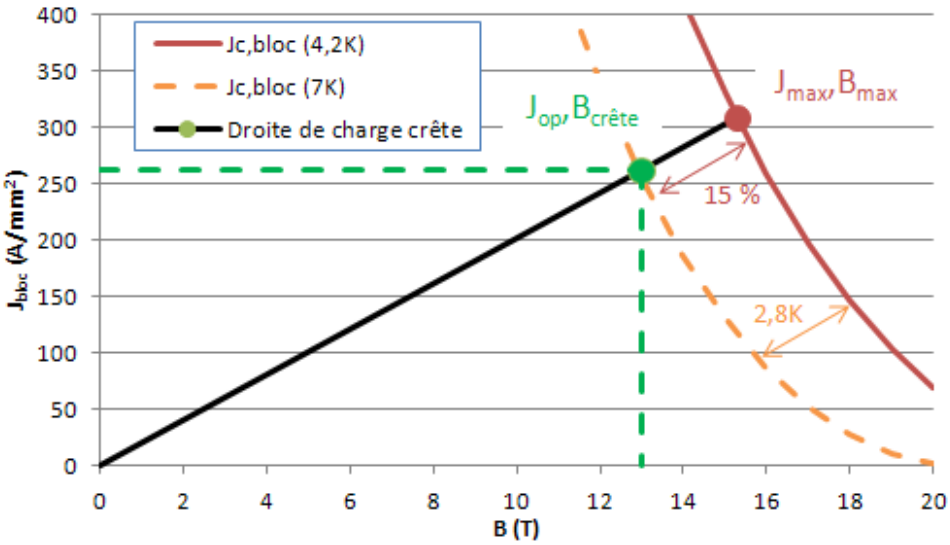

FIGURE 6.7 – Calcul de la densité de courant pour une marge de fonctionnement de 15 %. Le conducteur est un câble Nb_3Sn, son fit $J_{c,bloc}(B)$ est tiré de [134].

Pour une optimisation de la géométrie d'un aimant, quelques paramètres importants doivent au préalable être fixés, ils représentent le point de départ de la conception. Un dipôle d'accélérateur étant dédié à la courbure du faisceau de particules, la première contrainte est évidemment de respecter une ouverture suffisante pour le passage du faisceau. Cette « ouverture magnétique » est légèrement plus grande que le diamètre du tube faisceau [2]. L'ouverture des dipôles du LHC est de 56 mm, et certains designs actuels visent 100 mm d'ouverture. Vient ensuite le choix du champ de courbure : il est fixé par l'énergie du faisceau. Le champ maximum que l'on peut générer dépend du supraconducteur choisi. Les concepteurs d'aimants Nb_3Sn visent un champ au centre de 13 T dans un premier temps, et de 15 à 17 T à plus long terme. Ce champ et la marge de fonctionnement désirée permettent d'en déduire la densité de courant.

Une étape préliminaire à l'optimisation est donc le calcul de la densité de courant $J_{bloc} = J_{op}$. Pour cela il faut choisir un supraconducteur et disposer de sa caractéristique $J_c(B)$. Dans l'exemple suivant, le conducteur est un câble Nb_3Sn utilisé pour l'aimant

2. En effet, entre le tube faisceau et les conducteurs, on place généralement un tube de renfort mécanique de quelques mm d'épaisseur.

B_{crete} (T)	B_{max} (T)	J_{op} (A/mm^2)	e_{bob} (mm)
13	15,3	262	82,3
15	17,6	139	193
17	20,0	59,4	649

TABLE 6.3 – Densité de courant bloc en fonction du champ crête pour un dipôle Nb_3Sn de 100 mm d'ouverture et de 15 % de marge. e_{bob} : épaisseur de bobinage requise pour générer un champ égal à B_{crete} dans une ouverture de 100 mm, avec une configuration en intersection d'ellipses de volume minimum (voir paragraphe 6.3.1).

FRESCA2 [134]. Afin d'estimer la densité de courant, on impose une marge de fonctionnement entre le champ crête sur le conducteur B_{crete} et le champ maximum B_{max} atteint lorsque la droite de charge rencontre la courbe critique $J_{c,bloc}(B; 4,2K)$ (Figure 6.7). Ce point de fonctionnement définit la densité de courant J_{op} à utiliser pour le champ B_{crete} voulu. Dans la communauté des aimants d'accélérateurs, la marge est le plus souvent une marge en champ, définie par un pourcentage sur la droite de charge. Il est possible de définir également une marge en température, telle qu'illustré sur la Figure 6.7. La Table 6.3 compare les densités de courant à injecter pour différents champs crêtes. Plus le champ à produire est élevé, plus les densités de courants devront être faibles. Les couples (J_{bloc}, B_{crete}) deviennent ainsi moins réalistes car il faudrait des volumes de conducteurs colossaux pour produire un fort champ à faible densité de courant. La densité de courant peut être ajustée par la suite s'il s'avère nécessaire de modifier les caractéristiques du câble.

Une fois les principaux paramètres fixés, il faut définir les contraintes. Certaines contraintes géométriques doivent tout d'abord être satisfaites : positionnement des conducteurs les uns par rapport aux autres, ouverture libre, encombrement minimum. Par ailleurs, afin de respecter la marge de fonctionnement, le champ crête doit être inférieur au champ maximum B_{max}. Pour les dipôles d'accélérateur, l'homogénéité de champ est un paramètre important. Le critère le plus couramment utilisé est $B_n \leq 10^{-4} B_1$ au rayon de référence, ce qui revient à imposer des harmoniques inférieurs à l'unité. B_n est le coefficient harmonique de rang n tel que définit par (6.26), et B_1 le champ au centre. En pratique il est préférable d'annuler les harmoniques de manière à ce qu'ils soient les plus faibles possible lorsqu'on applique les tolérances géométriques. Les objectifs de minimisation des harmoniques varient également selon le cahier des charges. Ainsi on pourra préférer annuler certains harmoniques gênants en laissant les autres libres, ou alors minimiser un critère d'homogénéité prenant en compte tous les harmoniques. Afin de comparer les designs entre eux, il peut être intéressant de définir un taux de distorsion harmonique THD (Total Harmonic Distortion) comme suit :

$$THD = \frac{10^4}{B_1} \sqrt{\sum_{n=1}^{N} B_{2n+1}^2} \tag{6.50}$$

avec N, le nombre d'harmoniques pris pour le calcul. Cette définition permet de décrire le THD en unités. Les harmoniques sont calculées aux rayon de référence correspondant aux 2/3 de l'ouverture. Les harmoniques évoluant en $1/n^2$ (équation (6.20)), un N de 20 est généralement largement suffisant pour obtenir une précision de 10^{-3} unités. Ce THD peut être choisi par exemple comme critère d'homogénéité.

Comme vu précédemment, les câbles Nb_3Sn sont très sensibles aux efforts mécaniques.

On peut définir alors les contraintes mécaniques suivantes :

$$F_{x,i}/h_i \leq P_{x,max} \tag{6.51}$$

$$\sum_{i=1}^{N_{blocs}} F_{y,i}/l_i \leq P_{y,max} \tag{6.52}$$

i désignant le numéro de la couche, h_i sa hauteur et l_i sa largeur. $P_{x,max}$ et $P_{y,max}$ sont les pressions horizontale et verticale à ne pas dépasser, elle seront données en MPa. Dans ce chapitre, les conducteurs sont empilés en couches donc les forces verticales s'ajoutent. Afin de comparer les designs en terme de gestion des efforts, on définit un critère de force :

$$F_{tot} = \sum_{i=1}^{N_{blocs}} \left(F_{x,i}^2 + F_{y,i}^2\right) \tag{6.53}$$

6.2.2 Optimisation

L'objectif d'optimisation doit ensuite être défini. Le plus souvent, on cherche à minimiser le coût, proportionnel au volume de conducteur. On peut également chercher à minimiser les harmoniques, minimiser les forces, maximiser le champ...

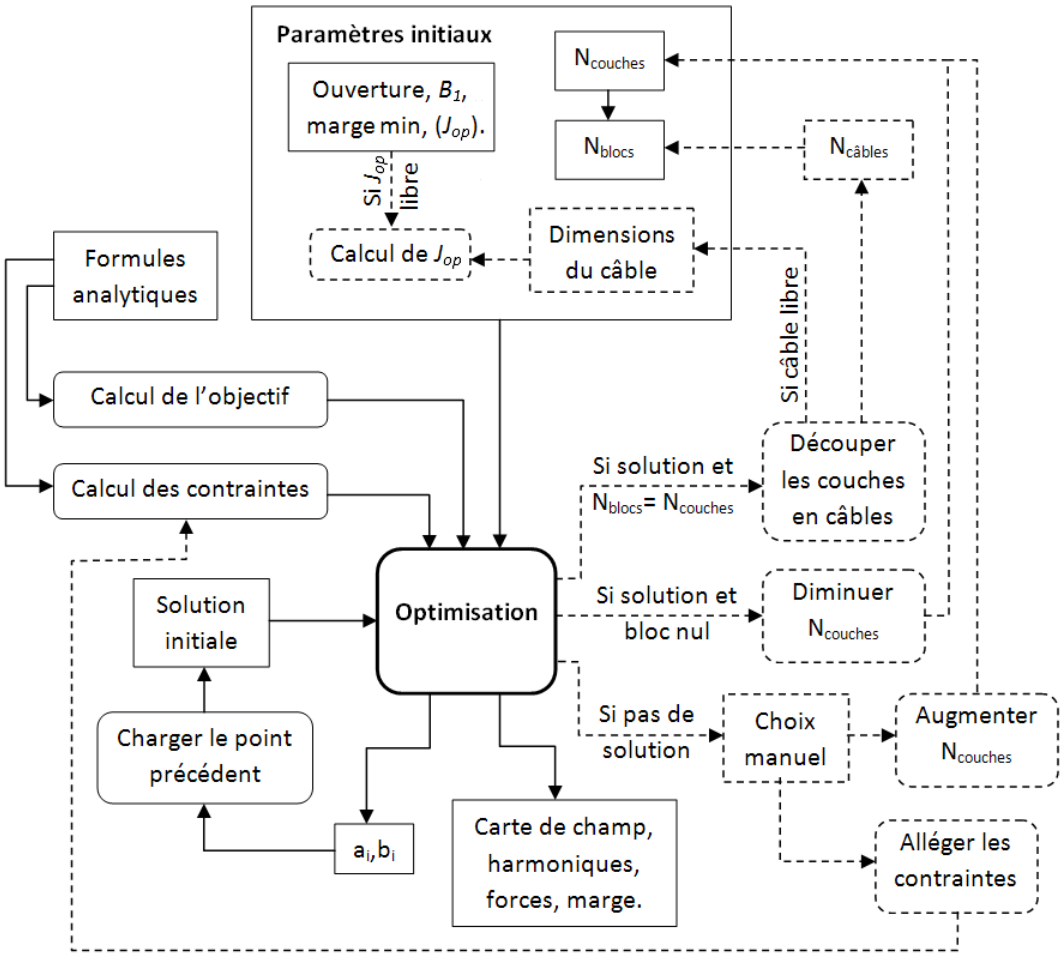

FIGURE 6.8 – Structure du programme d'optimisation 2D.

L'étape d'optimisation peut alors être réalisée. L'objectif et les contraintes sont fournis à une fonction d'optimisation non linéaire utilisant la méthode SQP (programmation quadratique séquentielle). Toutes les variables sont normalisées pour une meilleure précision. La tolérance de faisabilité est de l'ordre de 10^{-8} et la tolérance d'optimalité de l'ordre de 10^{-12}. La solution initiale est chargée depuis la solution précédente lorsque cela est possible. En pratique, avec une solution initiale convenablement choisie, quelques dizaines d'itérations seulement sont nécessaires pour trouver un optimum. Les temps de résolution sont de l'ordre de la minute (Intel Core 2 Duo, 2,4 GHz, 3 Go RAM), ce qui rend cette méthode très rapide.

Deux types de modèles blocs sont possibles : un modèle où chaque couche de bobinage est représentée par un bloc, et un modèle où chaque câble est représenté par un bloc. Le plus simple est de commencer par un modèle plus grossier et, une fois optimisé, découper les couches en plusieurs câbles puis optimiser une nouvelle fois. Parfois l'optimisation conduit à des blocs de surface nulle, cela signifie qu'il y avait trop de degrés de liberté et qu'on peut diminuer le nombre de blocs. S'il n'y a pas de solution, l'utilisateur doit choisir s'il doit ajouter des blocs ou relâcher certaines contraintes. La Figure 6.8 résume la démarche utilisée.

6.3 Cas d'étude

6.3.1 Convergence vers l'intersection d'ellipses

Une grande préoccupation des concepteurs d'aimants d'accélérateurs est l'optimisation de la qualité de champ. Dans la section 6.1.1, des formules ont été présentées, elles donnent les harmoniques d'espace en fonction des quatre paramètres a_1, a_2, b_1, b_2 définissant un bloc rectangulaire. Quatre degrés de liberté par bloc sont disponibles, permettant d'annuler potentiellement quatre harmoniques. En faisant tendre vers l'infini le nombre de blocs, il serait donc possible d'annuler un nombre infini d'harmoniques, créant ainsi un dipôle parfaitement homogène. Quelle forme aurait ce dipôle ? Pour cela on impose le cahier des charges de la Table 6.4.

Paramètres initiaux	Ouverture	ouv	120 mm
	Densité de courant	J_{bloc}	276 A/mm^2
Contraintes	Harmoniques	B_n	= 0 pour n maximum

TABLE 6.4 – Paramètres utilisés pour minimiser la section de conducteur et annuler les harmoniques de champ.

Remarque : choisir comme objectif de minimiser les harmoniques n'est pas assez « contraignant » et il est plus efficace de les imposer égales à zéro. Il existe *a priori* une infinité de solutions pour cela, et celle qui minimise la section de conducteur est considérée comme la plus réaliste.

Le nombre de blocs est ainsi augmenté en cherchant à annuler le plus d'harmoniques à chaque fois. On constate que N_{blocs} permettent d'annuler les harmoniques jusqu'au rang $4N_{blocs} - 1$, soit $2N_{blocs} - 1$ harmoniques nuls, les harmoniques pairs étant déjà nuls par symétrie. 19 blocs suffisent finalement, car tous les harmoniques de rang supérieur sont inférieurs à la tolérance de faisabilité de l'algorithme d'optimisation (10^{-8} unités). Ce dipôle est ainsi parfaitement homogène. Cela permet de produire un champ crête proche du champ au centre : 13,19 T, ce qui conduit à une marge correcte : 14 %. Cette

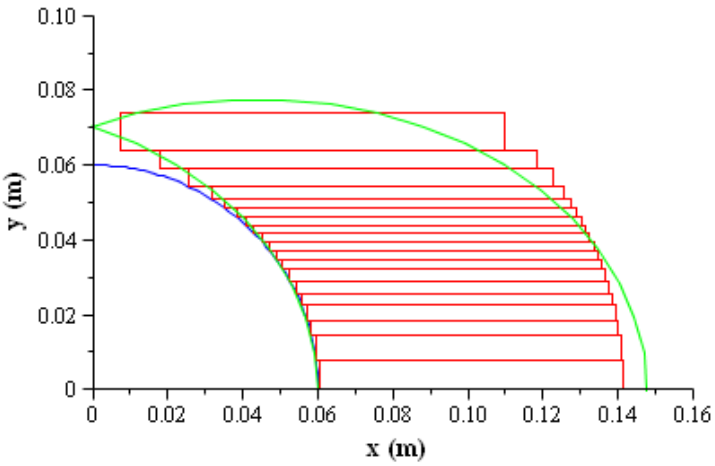

FIGURE 6.9 – Convergence vers l'intersection d'ellipses.

configuration, bien sûr, n'est pas optimale en termes de forces. Le critère de force est de 3,077 MN/m. La pression verticale maximum est de 179,1 MPa et la pression horizontale cumulée est de 66,7 MPa.

Ce design semble s'approcher de la répartition théorique en intersection d'ellipses [13] [22], produisant un dipôle parfait. A titre de comparaison, une telle répartition a été tracée sur la Figure 6.9. Pour cela, on cherche les paramètres des ellipses (voir Figure 6.10) : demi-grands axes a, b, abscisse du centre d, afin de minimiser la surface de l'intersection $S_{ellipses}$ définie par :

$$S_{ellipses} = 2ab\left(\frac{d}{a}\sqrt{1-\frac{d^2}{a^2}} + \arcsin\left(\frac{d}{a}\right)\right) \tag{6.54}$$

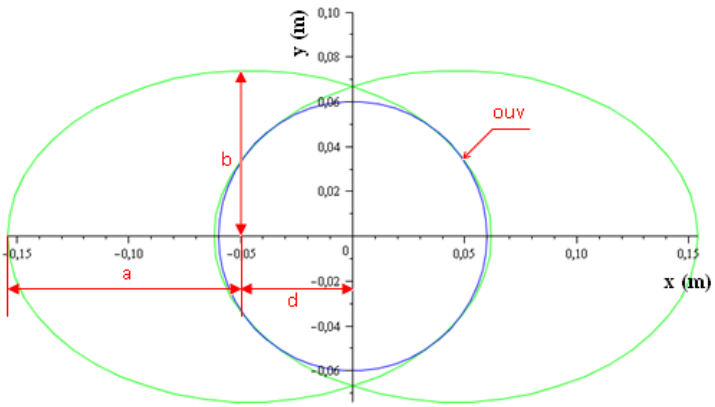

FIGURE 6.10 – Représentation d'une configuration en intersection d'ellipses.

On doit de plus satisfaire les contraintes suivantes : le cercle représentant l'ouverture magnétique doit être circonscrit dans les ellipses, ce qui revient à trouver la solution unique de l'équation :

$$\frac{ouv^2}{2} - x^2 = b^2\left(1 - \frac{(x+d)^2}{a^2}\right) \tag{6.55}$$

De plus, le champ au centre doit s'écrire :

$$B_1 = \mu_0 J \frac{2bd}{a+b} \tag{6.56}$$

Pour produire les 13 T au centre, on trouve a=104 mm, b=77 mm et d=45 mm. Le quart de la surface couverte par l'intersection des ellipses est alors minimum et vaut 6 584 mm^2. On constate finalement que, lorqu'on cherche à annuler le plus d'harmoniques possibles, on s'approche d'une configuration en intersection d'ellipses avec une surface de conducteur très proche : 6 601 mm^2.

6.3.2 Dipôle homogène à dix blocs

L'exemple précédent ne prend pas en compte les contraintes pratiques inhérentes au bobinage de câbles supraconducteurs, et listées Table 6.5. L'objectif consiste toujours à minimiser la section de conducteur. Un aimant est généralement bobiné à l'aide du même conducteur, on impose donc ici que la hauteur des couches (hauteur du câble), soit constante.

Paramètres initiaux	Ouverture	ouv	100 mm
	Densité de courant	J_{bloc}	260 A/mm^2
	Nombre de couches	$N_{couches}$	≤ 10
	Isolation inter-couches	e_{iic}	0,5 mm
Contraintes	Rayon de courbure minimum	a_{min}	20 mm
	Abscisse maximum	a_{max}	150 mm
	Hauteur maximum	b_{max}	100 mm

Table 6.5 – Paramètres types utilisés pour un dipôle Nb_3Sn de 13 T (voir Figure 6.11).

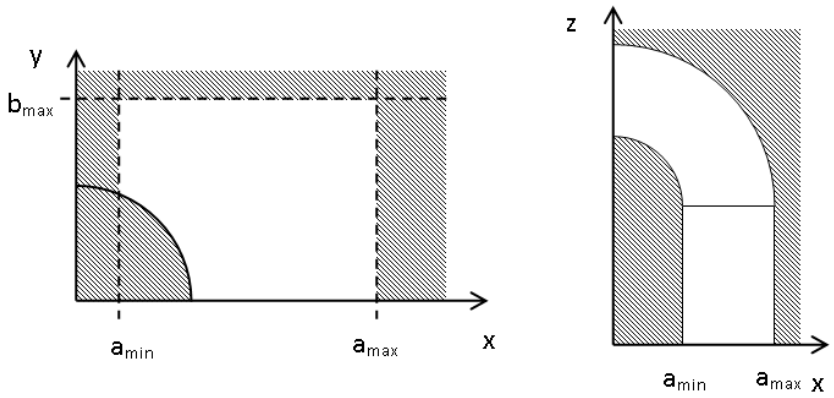

Figure 6.11 – Limites géométriques imposées pour la conception.

En fixant un nombre de couches égal à 10, il est possible d'annuler les 20 premiers harmoniques impairs. On obtient ainsi un THD très faible : 2,502 10^{-3} unités. Le champ crête est de 13,55 T, ce qui correspond à une marge de fonctionnement de 12,15 %. En ce qui concerne les paramètres mécaniques, le critère de force vaut 3,210 MN/m, la pression horizontale maximum est de 103,9 MPa et la pression verticale totale est de 79,9 MPa. On peut remarquer Figure 6.12 que les quatre couches supérieures sont limitées par le rayon de courbure minimum, et que le défaut d'homogénéité associé semble être compensé en diminuant la couche précédente (sixième couche).

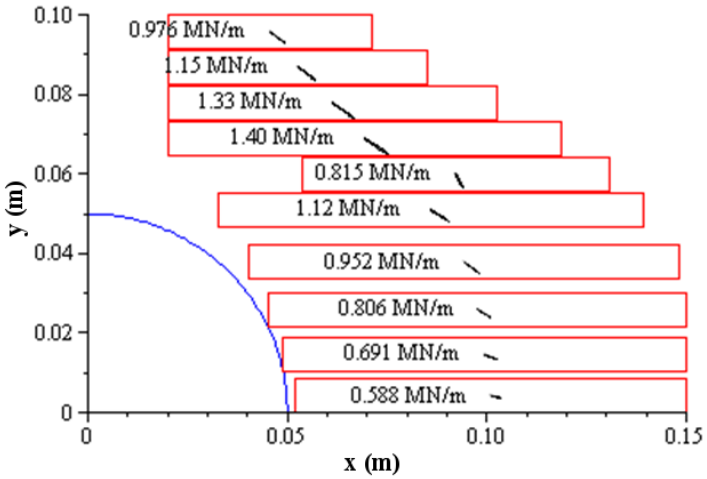

FIGURE 6.12 – Design qui minimise la section de conducteur tout en annulant les 20 premiers harmoniques impairs.

6.3.3 Dipôle à forces minimisées

Les cas d'étude présentés jusqu'alors ne prenaient pas en compte les efforts magnétiques exercés sur les conducteurs. Il peut être intéressant de chercher quel pourrait être le résultat d'une minimisation des forces de Laplace. Pour cela, on cherche à minimiser le critère défini par (6.53), avec 10 blocs et les paramètres de la Table 6.5. Le résultat est illustré par la Figure 6.13. On constate que la force maximum sur un bloc est de 1,17 MN/m. Le critère de force vaut ainsi 2,732 Mn/m. La contrainte horizontale maximale sur les blocs vaut 120,4 MPa et la contrainte verticale totale vaut 71,9 MPa. Ce dipôle a été optimisé en termes de forces et non en termes de contraintes. Du point de vue magnétique, on obtient un B_{crete} de 13,51 T et une marge de 12,36 %. L'homogénéité n'a pas été optimisée pour cette configuration et le THD vaut 203,6 unités.

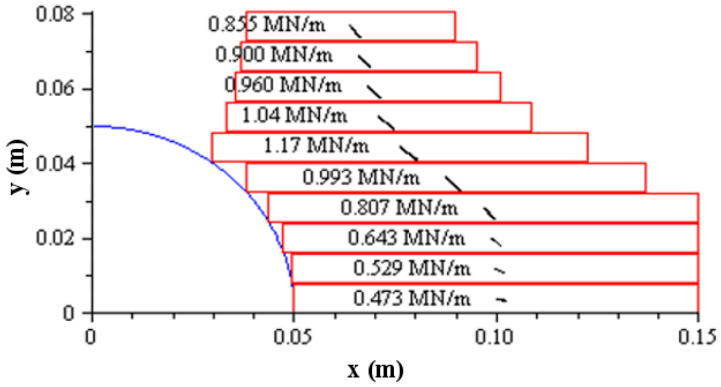

FIGURE 6.13 – Design qui minimise le critère de force.

En pratique, on pourra chercher une configuration qui respecte le seuil de dégradation irréversible, tel que défini par la Figure 2.17. Dans le cas du Nb_3Sn, la limite de pression communément admise est de 150 MPa, mais cette valeur peut changer selon les conducteurs. De plus, une configuration sans culasse en fer est la plus défavorable en termes de forces de Laplace. En effet, une culasse en fer renforce le champ au centre du dipôle et permet de diminuer la densité de courant pour obtenir le même champ. Les forces sont

donc également diminuées. Ainsi, si le critère de force maximum est respecté sans fer, il le sera également si on ajoute le fer.

6.4 Etude d'aimants qui minimisent le volume de conducteur

6.4.1 Dipôle Nb_3Sn 13 T

Il peut être intéressant à présent de concevoir un dipôle en intégrant tous les types de contraintes avec pour objectif de minimiser la section de conducteur. On cherche donc à optimiser un dipôle Nb_3Sn de 13 T au centre, avec les paramètres de la Table 6.6. Ces paramètres sont proches de ceux du dipôle FRESCA2 en cours de réalisation pour le projet HFM. Le champ au centre, la densité de courant et l'ouverture sont les mêmes. La marge est évaluée d'après le fit du brin choisi pour ce projet [134]. Le brin est caractérisé par un diamètre de 1,00 mm, un rapport cuivre/non cuivre de 1,25 et une densité de courant critique $J_c(12T, 4,2K)$ de 2200 A/mm^2. Ce fit intègre une dégradation de 10 % due au câblage.

Paramètres initiaux	Ouverture magnétique	ouv	112 mm
	Densité de courant	J_{bloc}	212,8 A/mm^2
	Nombre de couches	$N_{couches}$	≤ 10
	Isolation du câble	e_{ic}	0,2 mm
	Isolation inter-couches	e_{iic}	0,5 mm
Contraintes	Rayon de courbure minimum	a_{min}	20 mm
	Abscisse maximum	a_{max}	180 mm
	Hauteur maximum	b_{max}	120 mm
	Marge		> 15 %
	Harmoniques	B_n	≤ 1 unité
	Pression maximum	$P_{x,max}$, $P_{y,max}$	150 MPa

TABLE 6.6 – Paramètres types utilisés pour un dipôle Nb_3Sn de 13 T.

Dans une première étape, quatre couches sont modélisées, avec un bloc par couche. Le résultat est meilleur qu'espéré : on obtient une pression horizontale maximum de 102,7 MPa, une pression verticale cumulée de 68,6 MPa, et une marge de 16,8 %.

Cette solution donne les paramètres du câble : hauteur de 26,11 mm, largeur de 1,82 mm, ce qui correspond à un câble de 2×24 brins. La largeur des couches donne le nombre de tours, à l'entier le plus proche. Cette solution donne déjà une bonne approximation de la solution finale, mais il est possible de faire mieux avec un modèle à un bloc par câble. Un simple calcul avec ce modèle produirait une légère déviation par rapport à la solution précédente, une deuxième optimisation garantira donc le respect du cahier des charges. Afin de prendre en compte la section de conducteur sans l'isolation, la densité de courant J_{bloc} est remplacée par J_{cable}. Ce design sera nommé par la suite « design n ° 1 » et est illustré Figure 6.14.

Il est intéressant de comparer à présent avec l'aimant FRESCA2. Cet aimant comporte une culasse en fer qui renforce le champ au centre, ce qui lui permet d'avoir moins de tours de bobinage (156 tours) par rapport au design n ° 1 (169 tours). On voit que le design n ° 1 est optimisé en termes d'harmoniques (THD plus faible). On peut chercher ensuite

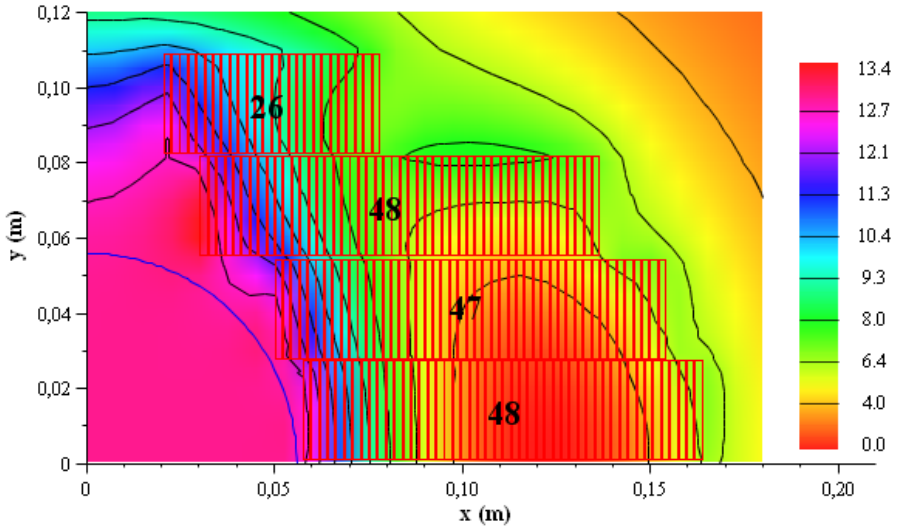

FIGURE 6.14 – Design optimisé pour un dipôle Nb_3Sn 13 T sans fer (« design n ° 1 »). Les isovaleurs sont indiquées en T, le nombre de tour est précisé sur chaque couche.

à optimiser un design avec une culasse en fer. Dans un premier temps, on optimise un design qui produit le même champ au centre que FRESCA2 (10,6 T), sans sa culasse en fer. Ce design reprend la démarche décrite précédemment et sera nommé « design n ° 2 ».

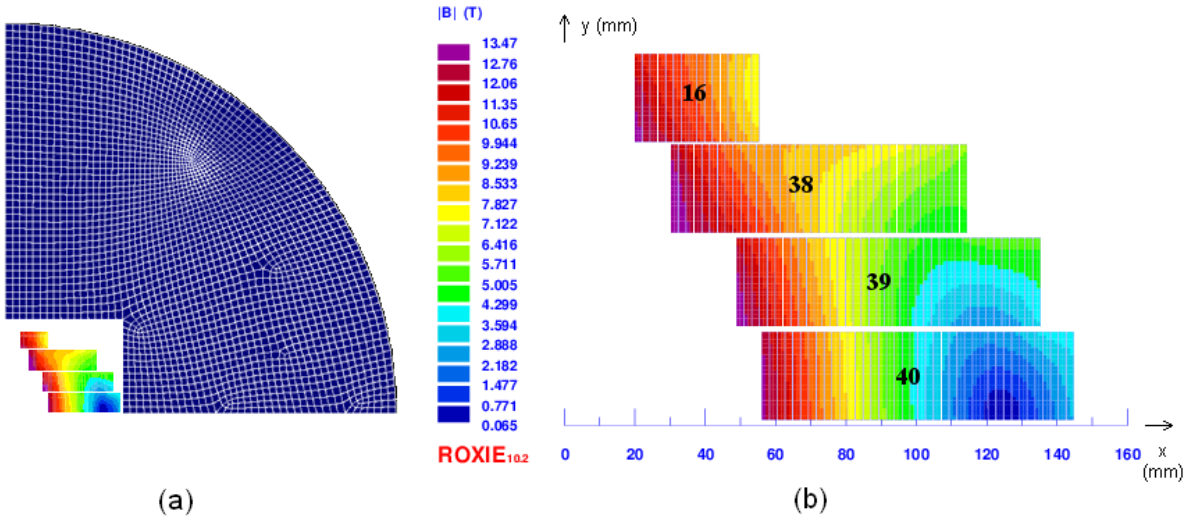

FIGURE 6.15 – Design optimisé pour un dipôle Nb_3Sn 13 T avec fer (« design n ° 2 »). Les isovaleurs sont indiquées en T. (a) Avec la culasse en fer maillée. (b) Bobinage seul, le nombre de tour est précisé sur chaque couche.

Ensuite on intègre les coordonnées des blocs dans un code à éléments finis qui calcule la contribution de la culasse en fer. Ici le programme ROXIE, utilisé au CERN, a été choisi. La culasse en fer modifie la carte de champ, donc les harmoniques sont changés et ne sont plus inférieurs à l'unité. On optimise alors une nouvelle fois ce design sans fer avec le code analytique afin de compenser la différence entre les harmoniques calculées avec et sans fer. L'évolution des harmoniques avec fer n'étant pas linéaire, quelques itérations entre ROXIE et le programme analytique sont nécessaires, afin de faire tendre les harmoniques vers l'unité. On parvient ainsi à obtenir un dipôle très homogène (B_3=-0,315 unités B_5=0,776 unités). La Table 6.7 montre tout l'intérêt de cette conception, qui est à la fois optimisée

en termes de section de conducteur (seulement 133 tours contre 156 pour FRESCA2) et d'harmoniques (THD inférieur à une unité). Le design est montré Figure 6.15. Les différents résultats sont comparés Table 6.7.

Paramètres	Design n ° 1 Sans fer	Design n ° 2 Avec fer	Design FRESCA2 Avec fer
N_{tours}	169	**133**	156
S_{tot} (mm^2)	8 031	**5 684**	6 076
B_{crete} (T)	13,35	13,47	13,20
Marge (%)	16,8	16,00	17,3
THD (unités)	**1,893**	**0,9359**	60,73

TABLE 6.7 – Comparaison de designs de dipôles Nb_3Sn optimisés, pour la même ouverture, la même densité de courant et le même champ au centre. Les données du dipôle FRESCA2 sont issues de [134].

6.4.2 Dipôle hybride 20 T

L'augmentation de l'énergie des accélérateurs passe par une augmentation du champ de courbure de faisceau produit par les dipôles. Bien que le Nb_3Sn soit visé dans une première phase d'amélioration du LHC, il atteindra un jour lui aussi ses limites. Seuls les supraconducteurs à haute température critique (HTS) supportent des champs supérieurs à 15 T. Comme le champ décroit lorsqu'on s'éloigne du centre, il n'est pas nécessaire d'utiliser un HTS dans les zones de bas champ. McIntyre et al. ont été les premiers à émettre l'idée d'un dipôle 20 T en utilisant du Bi-2212 [135], qui peut s'obtenir sous forme de câbles Rutherford. Cette idée a été reprise et améliorée par Rossi et Todesco [136], qui y ont intégré des marges de fonctionnement. Le principe est le suivant : le Bi-2212 est réservé pour la zone de très haut champ (15-21 T). Des blocs Nb_3Sn sont répartis en utilisant la méthode du « grading » (augmentation de la densité de courant là où le champ est plus faible). Une faible densité de courant (190 A/mm^2) est choisie pour la zone de haut champ (13-15 T) et une haute densité de courant pour la zone de moyen champ (7-13 T). Finalement, la zone de faible champ (<7 T) est couverte par du NbTi.

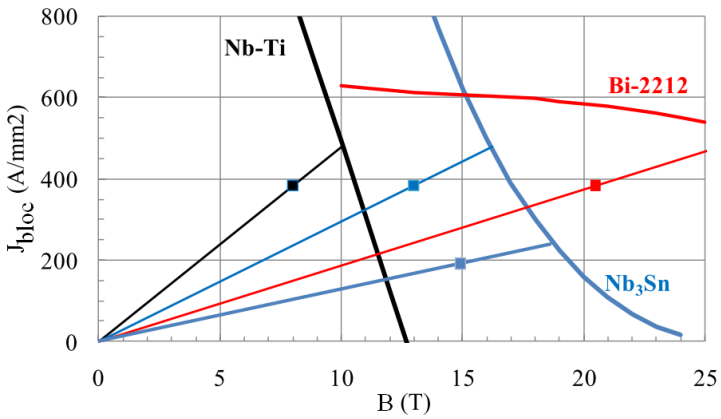

FIGURE 6.16 – Densités de courant engineering, droites de charge et points de fonctionnement [6].

Ce principe de dipôle hybride peut être intégré dans le programme d'optimisation décrit plus haut. Une densité de courant J_{bloc} de 380 A/mm^2, équivalente à celle des aimants actuels du LHC, est choisie afin de garantir 20 % de marge avec les meilleurs conducteurs

disponibles actuellement (voir Figure 6.16). Plutôt que de simplement chercher à minimiser la section de conducteur, on minimise le coût [3] en supraconducteur, représenté par le critère suivant :

$$Cout_{tot} = \sum_{i=1}^{N_{blocs}} Cout_i \frac{S_i}{ouv^2} \tag{6.57}$$

$Cout_i$ et S_i étant respectivement le coût normalisé et la section de chaque conducteur. On suppose ici que le Bi-2212 coûte 15 fois plus cher, et le Nb_3Sn 4 fois plus cher, que le NbTi. Afin de respecter la marge de 20 %, on impose que le champ dans chaque bloc soit inférieur au champ crête B_{crete} défini pour chaque conducteur. Les autres paramètres sont détaillés dans la Table 6.8.

Paramètres initiaux	Ouverture	ouv	40 mm
	Nombre de blocs	N_{blocs}	14
	Isolation du câble	e_{ic}	0,2 mm
	Isolation inter-couches	e_{iic}	0,5 mm
Contraintes	Rayon de courbure minimum	a_{min}	10 mm
	Abscisse maximum	a_{max}	150 mm
	Hauteur maximum	b_{max}	100 mm
	Marge		20 %

TABLE 6.8 – Paramètres utilisés pour un dipôle hybride de 20 T.

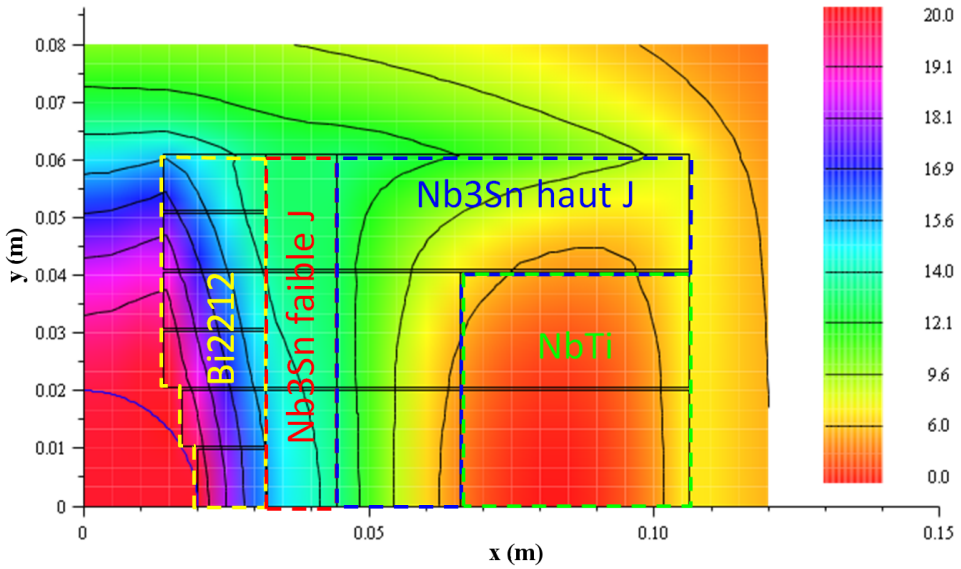

FIGURE 6.17 – Design optimisé pour un dipôle hybride 20 T. Les isovaleurs sont indiquées en T.

Dans une première étape d'optimisation, 6 blocs sont considérés. A partir de ce premier design, une seconde optimisation est réalisée en découpant les blocs selon la hauteur des câbles et en alignant les couches de bobinage. Ceci conduit à des câbles de 2×20 mm pour le Nb_3Sn et le NbTi et à un câble de 2×9,75 mm pour le Bi-2212. Le résultat est montré Figure 6.17. Ces performances peuvent être comparées au design proposé dans [136], qui

3. fonction coût de l'algorithme d'optimisation, mais aussi coût financier.

comporte une culasse en fer. Le fer ajoute 2,7 T au centre, il y a donc besoin *a priori* de moins de conducteur pour créer les 20 T. Toutefois le design proposé ici crée 20 T sans fer pour approximativement la même section de conducteur (5 404 mm^2 contre 5 395 mm^2 pour le design avec fer). En revanche, il utilise plus de surface de Bi-2212 afin de renforcer le champ au centre.

Conclusion

Dans ce chapitre, diverses équations, pour des conducteurs 2D à symétrie de translation, ont été décrites. Des formules d'harmoniques pour les secteurs angulaires ont déjà été publiées, mais l'approche pour les conducteurs à section rectangulaires est relativement nouvelle. Toutes ces équations utilisent des fonctions usuelles (sin, ln, arctan ...) et sont donc faciles à programmer. De plus, la modélisation « bloc » donne des résultats exacts, avec un gain en temps de calcul considérable par rapport aux intégrations numériques donnant la même précision. Ces formules sont donc particulièrement adaptées pour être implantées dans des algorithmes d'optimisation non linéaire sous contraintes.

Ce chapitre donne ensuite la description d'un algorithme d'optimisation 2D pour aimants d'accélérateurs. La démarche consiste à modéliser des conducteurs de longueur infinie à l'aide de blocs à section rectangulaire. Des formules analytiques sont ensuite utilisées pour définir un objectif et des contraintes. Ces formules sont alors implantées dans un algorithme d'optimisation non linéaire. Cette méthode offre plusieurs avantages : grâce aux formules analytiques, la fonction d'optimisation est simple à coder. La résolution est également très rapide, tout en garantissant une bonne précision. Les conceptions optimisées sans fer peuvent alors être intégrées dans une méthode de calcul qui tient compte des pièces en fer, et ainsi obtenir rapidement une autre conception optimisée. Différents cas extrêmes de dipôles optimisés ont été présentés, afin de bien montrer les différentes possibilités de cet algorithme. Enfin, deux designs de dipôles en blocs ont été proposés, en s'inspirant de projets actuels.

Il est évident que l'optimisation d'un aimant d'accélérateur est une histoire de compromis, comme le montre également la Table 6.9. D'une part, une très grande homogénéité peut être atteinte avec une section de conducteur, une marge et des forces raisonnables. D'autre part, le volume, les forces, ou le champ peuvent être optimisés si l'homogénéité n'est pas une contrainte.

Cas	N (blocs)	Section (mm^2)	B_{crete} (T)	Marge (%)	THD (unités)	F_{tot} (MN/m)	$P_{x,max}$ (MPa)	P_y (MPa)
Ellipses	19	6 601	13,19	14,00	$<$ **10^{-5}**	3,077	179,1	66,7
Dipôle homogène	10	7 543	13,55	12,15	**2,5.10^{-3}**	3,210	103,9	79,9
Forces minimum	10	6 488	13,51	12,36	203,6	**2,732**	120,4	71,9
Dipôle Nb_3Sn	4	9 808	13,35	**16,84**	2,246	5,376	102,7	68,6

Table 6.9 – Comparaison de différentes configurations étudiées dans ce chapitre, pour un champ au centre de 13 T.

Chapitre 7

Optimisation 3D, modèle blocs

Introduction

La configuration en blocs rectangulaires s'applique essentiellement aux dipôles. Un problème se pose alors, lorsqu'il s'agit de bobiner les têtes sans obstruer le tube faisceau. En effet, il est impossible de passer un câble par dessus le tube faisceau, sans le déformer et sans l'écarter préalablement du tube. La solution envisagée est d'autoriser une légère flexion du câble selon le petit côté, appelée également « hard-way bend ». Ce type de bobinage est utilisé notamment dans les projets HD2 [37], EDIPO [42] et FRESCA2 [41].

Ce chapitre a pour but de proposer des conceptions magnétiques 3D avec une configuration de type blocs. Pour cela, on cherchera tout d'abord le développement en harmoniques qui s'adapte le mieux à cette géométrie (section 7.1). Les formules correspondantes seront ensuite décrites dans la section 7.2. La démarche d'optimisation est détaillée dans la section 7.3.

Deux études sur l'optimisation magnétique des têtes sont présentées dans [137] et dans ce qui suit : un dipôle à deux blocs (section 7.4) et un dipôle Nb_3Sn 13 T (section 7.5).

7.1 Choix du développement

Il existe plusieurs possibilités pour obtenir un développement harmonique dans le cas de configurations en blocs rectangulaires. Tout d'abord le développement analytique d'une barre de longueur finie ne peut être fait que dans un repère sphérique ou cylindrique. Ces formules ont été démontrées [132] dans le cas du secteur angulaire et de la section rectangulaire. Le choix parmi ces deux repères possibles conduit donc à deux solutions analytiques.

7.1.1 Développement analytique en harmoniques sphériques

Ce développement s'écrit à l'aide des $\sin(n\phi)$, $\cos(n\phi)$ et polynômes de Legendre en $\cos\theta$. Dans ce cas, le développement de la bobine complète n'est valable que dans une sphère qui ne contient pas de sources. Cette sphère de validité peut être, par exemple, une sphère située au centre de l'aimant et de rayon égal à celui du tube faisceau. Ce type de développement est utilisé pour les solénoïdes d'IRM et de RMN, pour lesquels l'homogénéité est cherchée à l'intérieur d'une sphère centrale. Toutefois, ce développement présente plusieurs inconvénients rédhibitoires pour les dipôles d'accélérateurs. Tout d'abord, le seul développement « simple » s'obtient pour les arcs dans une sphère centrée sur leur axe. Il

faut ensuite translater le développement vers la sphère de validité de l'aimant, ce qui est faisable [132], mais complique grandement le développement. On ajoute enfin la contribution de chaque élément dans cette sphère. Un autre inconvénient est qu'on ne peut intégrer le développement qu'à l'intérieur de la sphère de validité. L'intégrale sera limitée à un segment égal à l'ouverture du dipôle. Le développement est donc très limité par rapport à la longueur totale de l'aimant et ne répond plus vraiment à l'objectif initial. On peut toutefois espérer quelques simplifications dues au fait qu'on intègre selon une seule variable.

7.1.2 Développement analytique en harmoniques cylindriques

Il faut donc trouver un domaine de validité qui comprenne tout le tube faisceau. L'idéal est de se ramener à un développement dans un cylindre confondu avec le tube faisceau. Ce développement comporte aussi des inconvénients majeurs. Premièrement, il est *a priori* infaisable pour des arcs. En effet le repère cylindrique choisi dans ce cas n'est pas adapté à la géométrie des arcs (les axes ne sont pas colinéaires), ce qui ne permet aucune simplification. De plus une intégration de ces harmoniques cylindriques nécessite des fonctions de Bessel en ρ, série Fourier en ϕ et transformation de Fourier en z. Les séries de Fourier imposent donc des calculs numériques, ce qui fait perdre l'intérêt d'une expression analytique et son utilisation dans un algorithme d'optimisation.

7.1.3 Développement numérique

Le choix d'un développement analytique ayant conduit à un calcul numérique, il devient plus avantageux de tout calculer numériquement. L'intégrale des harmoniques sur un axe peut ainsi être très rapide si on sait calculer analytiquement le champ dans tout l'espace. La méthode consiste alors à découper les galettes du dipôle en formes géométriques simples, parallélépipèdes et arcs, pour lesquelles il existe des équations analytiques de calcul de champ magnétique. Ce découpage est décrit en détails dans le paragraphe 7.3.2. Le calcul des harmoniques se fait ensuite par simple décomposition en séries de Fourier.

7.2 Formules utilisées

7.2.1 Parallélépipèdes

Les formules du champ dans l'espace créé par des parallélépipèdes, sont relativement simples à obtenir dès lors que l'on a recours à quelques astuces d'intégration [138]. Elles sont décrites dans [139] avec une formulation en ln et arctan. Urankar [140] donne, quant à lui, une formulation en arcsh et arctan. La forme donnée ici est en arcth, arctan (voir équations (7.4) et (7.5)), telle que proposée dans [132]. Des formules intéressantes ont également été établies par Ciric [141] pour des barres de section polygonale, en se ramenant à des intégrales de surface équivalentes. On considère tout d'abord un parallélépipède conducteur délimité par les cotes a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, et portant une densité de courant J (Figure 7.1). Le point $P(x, y, z)$ et le point source $Q(a, b, c)$ sont distants de r, tel que :

$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \tag{7.1}$$

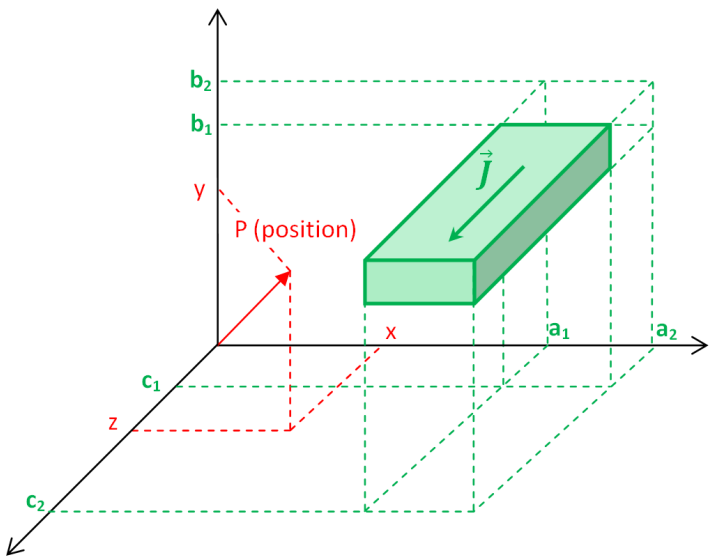

FIGURE 7.1 – Représentation dans un repère cartésien d'un parallélépipède rectangle portant une densité de courant $J\vec{u_z}$.

Le potentiel vecteur est défini par :

$$\vec{A} = \vec{A_z} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{J d\tau}{r} \vec{u_z} \tag{7.2}$$

Une triple intégration conduit ainsi à :

$$\begin{aligned} A_z = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \Bigg[\Bigg[\Bigg[& (y-b)(z-c)\,\mathrm{arcth}\left(\frac{x-a}{r}\right) + (x-a)(z-c)\,\mathrm{arcth}\left(\frac{y-b}{r}\right) \\ & +(x-a)(y-b)\,\mathrm{arcth}\left(\frac{c-z}{r}\right) - \frac{(z-c)^2}{2}\arctan\left(\frac{(x-a)(y-b)}{r(z-c)}\right) \\ & -\frac{(x-a)^2}{2}\arctan\left(\frac{(c-z)(y-b)}{r(x-a)}\right) - \frac{(y-b)^2}{2}\arctan\left(\frac{(c-z)(x-a)}{r(y-b)}\right)\Bigg]_{a_1}^{a_2}\Bigg]_{b_1}^{b_2}\Bigg]_{c_1}^{c_2} \end{aligned} \tag{7.3}$$

On dérive ensuite afin d'obtenir les composantes de l'induction :

$$\boxed{\begin{aligned} B_x = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \Bigg[\Bigg[\Bigg[& -(z-c)\,\mathrm{arcth}\left(\frac{x-a}{r}\right) - (x-a)\,\mathrm{arcth}\left(\frac{z-c}{r}\right) \\ & +(y-b)\arctan\left(\frac{(x-a)(z-c)}{r(y-b)}\right)\Bigg]_{a_1}^{a_2}\Bigg]_{b_1}^{b_2}\Bigg]_{c_1}^{c_2} \end{aligned}} \tag{7.4}$$

$$\boxed{\begin{aligned} B_y = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \Bigg[\Bigg[\Bigg[& (z-c)\,\mathrm{arcth}\left(\frac{y-b}{r}\right) + (y-b)\,\mathrm{arcth}\left(\frac{z-c}{r}\right) \\ & -(x-a)\arctan\left(\frac{(y-b)(z-c)}{r(x-a)}\right)\Bigg]_{a_1}^{a_2}\Bigg]_{b_1}^{b_2}\Bigg]_{c_1}^{c_2} \end{aligned}} \tag{7.5}$$

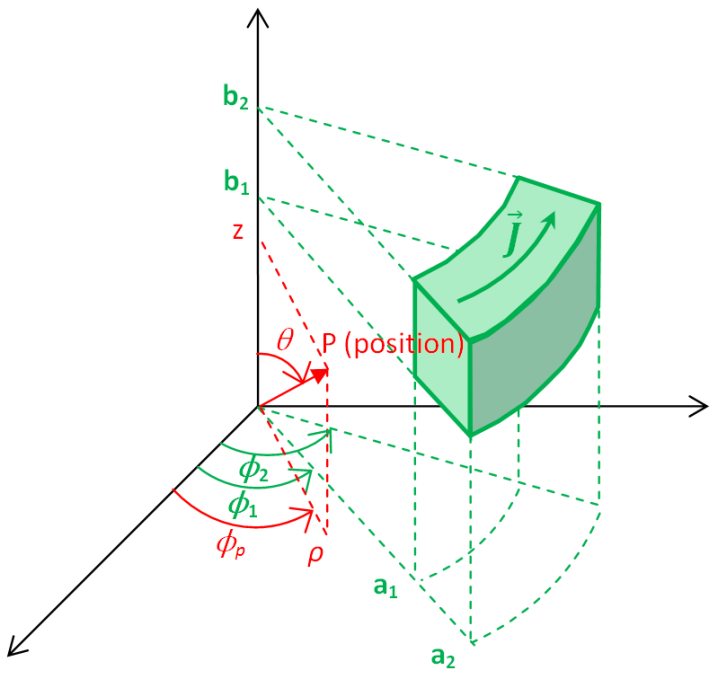

FIGURE 7.2 – Représentation dans un repère cylindrique d'un arc à section rectangulaire portant une densité de courant $J\vec{u_\phi}$.

7.2.2 Arcs d'aimants à section rectangulaire

Des équations du champ dans l'espace, produit par un arc d'aimant à section rectangulaire, ont également été proposées par Sackett [139], mais il restait des intégrales selon ϕ à évaluer numériquement. Urankar a proposé des simplifications de ces intégrales avec toutefois une intégrale résiduelle non calculable analytiquement. Les formules ci-dessous sont d'une forme similaire à celles d'Urankar mais possèdent moins d'indéterminées. Elles sont obtenues à l'aide d'une double intégration du potentiel vecteur d'un arc de spire en considérant une densité de courant constante azimutale $J\vec{u_\phi}$ [132] et font un usage intensif d'astuces d'intégrations [138]. Le champ est calculé au point $P(\rho, z, \phi_P)$ et le point source a pour coordonnées (a, b, ϕ). On définit tout d'abord les notations suivantes :

$$\psi = \phi - \phi_P \tag{7.6}$$

$$r_0^2 = \rho^2 + (b - z)^2 \tag{7.7}$$

$$r_1^2 = (a + \rho)^2 + (b - z)^2 \tag{7.8}$$

$$R = (b - z)^2 + a^2 + \rho^2 - 2a\rho\cos\psi \tag{7.9}$$

$$T = \rho^2 \sin^2\psi + (b - z)^2 \tag{7.10}$$

$$k^2 = \frac{4a\rho}{r_1^2} \tag{7.11}$$

$$\nu = \frac{4a\rho}{(a + \rho)^2} \tag{7.12}$$

$$\nu_{\pm} = \frac{2\rho}{\rho \pm r_0} \tag{7.13}$$

$$f_1 = \operatorname{arcth}\left(\frac{b-z}{\sqrt{R}}\right) \tag{7.14}$$

$$f_2 = \operatorname{arcth}\left(\frac{a-\rho\cos\psi}{\sqrt{R}}\right) \tag{7.15}$$

$$f_3 = \arctan\left(\frac{(a-\rho\cos\psi)(b-z)}{\rho\sin\psi\sqrt{R}}\right) \tag{7.16}$$

L'intégrale de la fonction f_2 n'est pas réductible à une intégrale elliptique et doit être évaluée numériquement. On pose alors F_2, primitive de f_2 selon ψ.

Les composantes du champ s'écrivent ensuite :

$$\boxed{\begin{aligned} B_z(\rho,z,\phi_P) \;=\; & \frac{\mu_0 J}{4\pi}\Bigg[\Bigg[\Bigg[bF_2 - \rho\sin\psi f_1 + \rho\cos\psi f_3 - \frac{b}{r_1}\Bigg\{3aK\left(\frac{\pi-\psi}{2},k\right) \\ & +r_0\frac{r_0+a}{\rho-r_0}\Pi\left(\frac{\pi-\psi}{2},\nu_-,k\right) + r_0\frac{r_0-a}{\rho+r_0}\Pi\left(\frac{\pi-\psi}{2},\nu_+,k\right) \\ & -a\frac{a-\rho}{a+\rho}\Pi\left(\frac{\pi-\psi}{2},\nu,k\right)\Bigg\}\Bigg]_{a_1}^{a_2}\Bigg]_{b_1}^{b_2}\Bigg]_{\psi_1}^{\psi_2} \end{aligned}} \tag{7.17}$$

$$\boxed{\begin{aligned} B_\rho(\rho,z,\phi_P) \;=\; & \frac{\mu_0 J}{4\pi}\Bigg[\Bigg[\Bigg[\frac{\rho}{2}F_2 - \frac{\rho}{4}\sin(2\psi)f_2 - \frac{1}{2}\sqrt{R}\sin\psi \\ & +\frac{a}{2\rho}\left\{r_1 E\left(\frac{\pi-\psi}{2},k\right) - \frac{a^2+3b^2-\rho^2}{r_1}K\left(\frac{\pi-\psi}{2},k\right)\right\} \\ & +\frac{b^2 r_0}{2\rho r_1}\left(\frac{r_0+a}{r_0-\rho}\Pi\left(\frac{\pi-\psi}{2},\nu_-,k\right) - \frac{r_0-a}{r_0+\rho}\Pi\left(\frac{\pi+\psi}{2},\nu_+,k\right)\right)\Bigg]_{a_1}^{a_2}\Bigg]_{b_1}^{b_2}\Bigg]_{\psi_1}^{\psi_2} \end{aligned}} \tag{7.18}$$

$$\boxed{B_\phi(\rho,z,\phi_P) = \frac{\mu_0 J}{8\pi\rho}\Bigg[\Bigg[\Big[(a-\rho\cos\psi)\sqrt{R} + Tf_2\Big]_{a_1}^{a_2}\Bigg]_{b_1}^{b_2}\Bigg]_{\psi_1}^{\psi_2}} \tag{7.19}$$

Finalement, les cas particuliers s'écrivent :

$$\boxed{B_z(0,0,0) = \frac{\mu_0 J}{4\pi}\Bigg[\Bigg[\Bigg[b\psi\operatorname{arcth}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)\Bigg]_{a_1}^{a_2}\Bigg]_{b_1}^{b_2}\Bigg]_{\psi_1}^{\psi_2}} \tag{7.20}$$

$$\boxed{B_\rho(0,0,0) = \frac{\mu_0 J}{4\pi}\Bigg[\Bigg[\Big[\sin\psi\sqrt{a^2+b^2}\Big]_{a_1}^{a_2}\Bigg]_{b_1}^{b_2}\Bigg]_{\psi_1}^{\psi_2}} \tag{7.21}$$

$$\boxed{B_\phi(0,0,0) = 0} \tag{7.22}$$

7.3 Démarche d'optimisation

7.3.1 Passage du 2D au 3D

Dans le cas des aimants d'accélérateur, qui comportent généralement de longues parties droites, on réalise en général un design 2D avant le design 3D. Dans ce chapitre on considère des dipôles composés de conducteurs de section rectangulaire, on peut donc utiliser la démarche d'optimisation 2D décrite dans le chapitre 6. Dans les parties droites, les câbles peuvent être disposés soit horizontalement, soit verticalement. Chaque bloc du design 2D est tout d'abord prolongé en une partie droite (Figure 7.3).

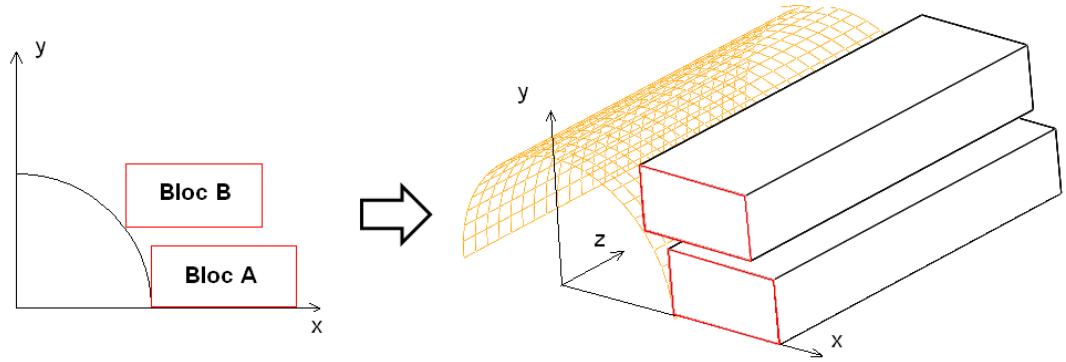

FIGURE 7.3 – Passage du design 2D blocs aux parties droites 3D correspondantes.

En partant de blocs produisant des harmoniques nulles en 2D et en les prolongeant avec les parallélépipèdes correspondants, on s'aperçoit que l'intégrale de ces harmoniques le long du tube faisceau est également nulle. **L'intégrale de B_y produite par des parties droites de longueur finie est donc homogène si le bloc infini correspondant est homogène.** Cette propriété particulière est démontrée analytiquement dans [132] pour une distribution de courant en $\cos\theta$. Par conséquent, la longueur des parties droites homogènes n'a pas d'influence sur les intégrales d'harmoniques, étant donné qu'elles s'annulent entre elles. Cela signifie également qu'à partir du moment où le design 2D est homogène, il suffit que les têtes soient homogènes pour que la bobine complète soit homogène. Dans les exemples suivants, la longueur des parties droites est choisie arbitrairement. La solution la plus simple pour annuler les intégrales d'harmoniques serait de compenser les harmoniques créés dans les têtes en introduisant des harmoniques non nuls dans les parties droites. En revanche le champ de courbure n'est plus homogène dans les parties droites, ce qui peut poser problème pour la dynamique du faisceau. Afin de tester les possibilités de la méthode ce chapitre traitera le cas le plus contraignant où à la fois les parties droites et les têtes sont homogènes.

7.3.2 Modélisation 3D du bobinage

Dans un aimant, plusieurs couches de bobinage, aussi désignées sous le nom de « galettes », reposent les unes sur les autres. Chaque bloc du design 2D correspond au départ à une galette. On désignera par la suite par « galette », la bobine élémentaire qui permet de former un dipôle. Un dipôle est composé au minimum de deux galettes, disposées au dessus et en dessous du tube faisceau. Ces galettes sont elle même constituées de briques élémentaires : parallélépipèdes et arcs, décrits dans la section précédente. La Figure 7.4 illustre la modélisation des galettes, qui sont composées d' :

- une partie droite constituée d'un parallélépipède horizontal.
- une partie « hard-way bend » constituée d'un arc d'ouverture α et d'axe de révolution $\vec{u_x}$.
- un pan incliné constitué d'un parallélépipède incliné d'un angle α.
- une partie « easy-way bend » constituée d'un arc d'ouverture $\pi/2$ avec pour axe de révolution un axe incliné d'un angle α par rapport à $\vec{u_y}$.

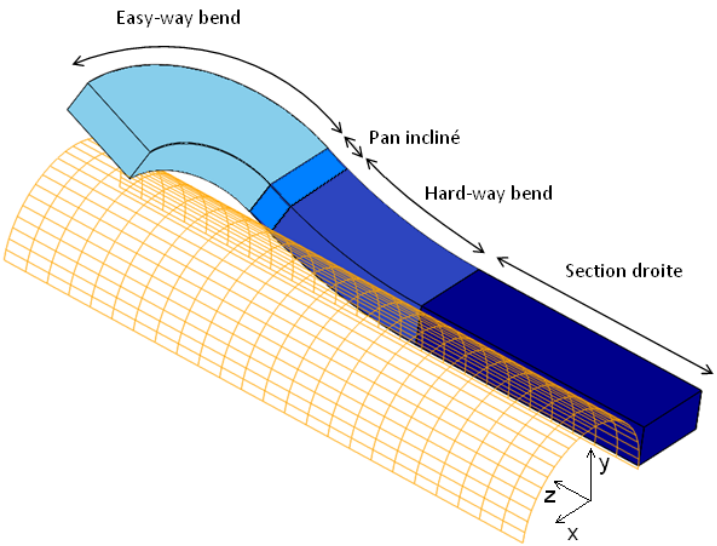

FIGURE 7.4 – Représentation d'un quart de galette de dipôle, bobinée sur un tube faisceau.

Pour les besoins d'optimisation, il peut être judicieux de subdiviser ces premières galettes en plusieurs galettes afin de gagner en degrés de liberté. Une modélisation plus fine consiste à modéliser chaque tour de bobinage par une galette. La section de la galette est alors égale à la section d'un câble. Un dipôle comporte 3 symétries, donc un huitième seulement est modélisé.

7.3.3 Optimisation des harmoniques

Les formules de calcul de champ pour les blocs sont codées en langage Fortran, qui est bien adapté à l'évaluation numérique de formules analytiques. Le champ est alors calculé en tout point de l'espace en sommant la contribution de tous les blocs. Ainsi, pour calculer les harmoniques de champ le long de l'axe, on se place à une cote z donnée, puis on réalise une décomposition en série de Fourier sur un rayon égal aux 2/3 de l'ouverture. On réalise ensuite l'intégrale de ces coefficients le long de l'axe du tube faisceau, en faisant varier z. Bien entendu, il faut choisir un nombre de points adéquat pour trouver un compromis entre le temps et la précision de calcul souhaitée. Une fonction d'optimisation non linéaire sous contrainte, selon une méthode de programmation séquentielle quadratique (SQP), est alors utilisée pour minimiser l'intégrale d'harmonique voulue. Etant donné qu'une intégrale d'harmonique précise est très coûteuse en temps de calcul, l'optimisation est fortement « guidée » à la main.

Dans l'absolu, il existe un très grand nombre de degrés de liberté afin de minimiser les intégrales d'harmoniques. Dans la pratique, les dimensions des galettes doivent respecter certaines contraintes liées au bobinage, ce qui limite le nombre de paramètres effectivement ajustables. Une fois les contraintes géométriques satisfaites, l'optimisation

se résume généralement à allonger ou raccourcir la longueur des têtes. Dans une application accélérateur, la place disponible pour placer un dipôle est restreinte, et une longueur magnétique [1] minimum doit être respectée. On ne peut donc pas (ou très peu) raccourcir les parties droites. Pour homogénéiser les intégrales d'harmoniques dans un design 3D, on préférera donc les solutions qui raccourcissent les têtes.

Les intégrales d'harmoniques utilisées pour la suite seront normalisées par rapport à l'intégrale du champ au centre B_1, et on définit ainsi :

$$IB_n = \frac{\int B_n \, dz}{\int B_1 \, dz} \tag{7.23}$$

Ainsi, des harmoniques égales à une unité dans les parties droites donneront une intégrale égale à une unité. Dans la suite de l'étude, le champ est intégré sur une longueur de 15 m [2].

Afin de pouvoir annuler une intégrale d'harmonique, il est fort utile de savoir à l'avance comment subdiviser les galettes. Cela permet de gagner un temps de calcul considérable. Pour déterminer à quel endroit créer la subdivision, on trace la contribution de chaque tour de bobinage aux intégrales d'harmoniques, en faisant varier la longueur δ de la tête. On verra par la suite que les courbes IB_n=f(δ) varient linéairement (voir Figure 7.5) et toutes ces droites passent par zéro (l'intégrale est nulle si la longueur de la tête est nulle). Cela signifie que la contribution d'un tour à une intégrale d'harmonique ne changera pas de signe en fonction de δ. On peut donc déterminer dès le départ quels vont être les tours à allonger et quels vont être ceux à raccourcir si l'on veut diminuer ou augmenter une intégrale d'harmonique donnée. Soit l'intégrale d'harmonique est au départ négative : il faudra allonger les tours de contribution positive ou diminuer ceux de contribution négative. Soit l'intégrale est positive et il faudra allonger les tours de contribution négative ou diminuer ceux de contribution positive. Le découpage est donc choisi « à la main », puis une fonction d'optimisation est utilisée pour minimiser les harmoniques.

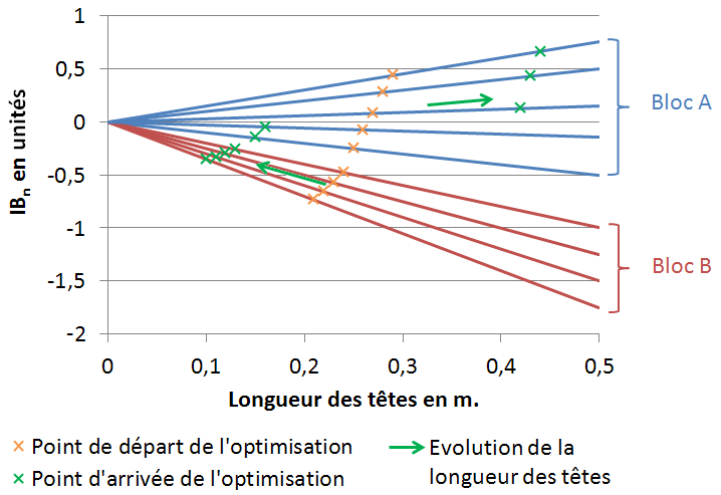

FIGURE 7.5 – Exemple de l'évolution de l'intégrale de B_n en fonction de la longueur des têtes. Les valeurs avant et après optimisation sont indiquées dans le cas où IB_n est négatif et doit être annulé : les tours de contribution positive ont été allongés et ceux de contribution négative ont été raccourcis.

1. La longueur magnétique est définie par : $L_{mag} = \int B_1(z)dz/B_1(0)$. Cela correspond à un dipôle parfait produisant un champ B_1 sur une longueur L_{mag} et 0 en dehors.
2. Cette longueur est proche de la longueur des dipôles LHC.

7.4 Exemple avec deux blocs

7.4.1 Raccordement des parties droites

Afin de tester la méthode décrite ici, on cherche à vérifier qu'il est possible d'homogénéiser un dipôle dans un cas simple. Pour cela, on considère un dipôle à deux blocs rectangulaires, de largeur constante. La méthode d'optimisation permet de traiter les câbles selon deux configurations possibles : horizontale ou verticale. On choisit pour cet exemple de traiter le cas horizontal. Ceci permettra de comparer les résultats à ceux du design à deux blocs avec têtes elliptiques de la section 8.3. En pratique, on préfère disposer les câbles verticalement. La conception proposée dans la section 7.5 traite la configuration verticale pour un aimant 13 T comprenant plus de blocs.

On choisit tout d'abord les paramètres du design. On impose une largeur des blocs de 20 mm, ce qui correspond à la largeur d'un câble. On choisit de plus une densité de courant J_{bloc} de 262 A/mm^2. D'après les conceptions précédentes, le champ créé par deux blocs de dimensions 20×20 avec cette densité de courant est d'environ 2,3 T. On commence alors par chercher un design 2D permettant de minimiser la section, de créer 2,3 T au centre, et d'annuler les harmoniques B_3 et B_5. Le découpage ultérieur en câbles se fera de manière à disposer les câbles horizontalement dans les parties droites. Cela revient à appliquer une forte courbure dans l'arc qui referme les têtes, qui devient alors la partie « hard-way bending ». Le design 2D est représenté Figure 7.6.

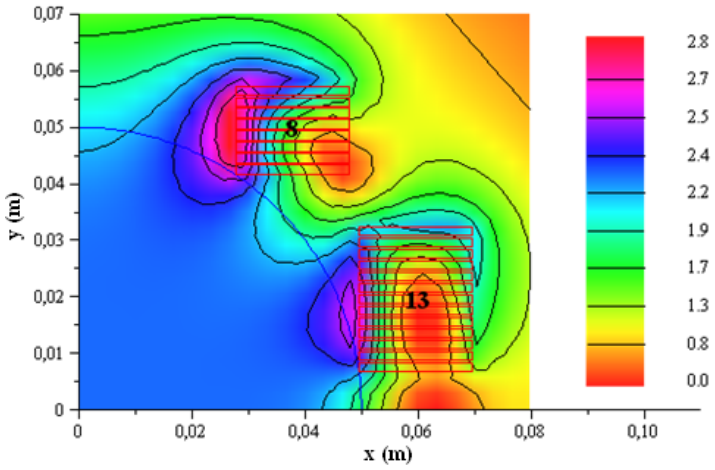

FIGURE 7.6 – Design à deux blocs qui annule les harmoniques B_3 et B_5.

La longueur des parties droites est fixée arbitrairement à 0,365 m. On raccorde ensuite avec des têtes en « hard-way bending ». Le raccordement au plus court (Figure 7.7 qui respecte la courbure limite de 700 mm conduit à des têtes de 0,274 m avec une inclinaison de 16,61 °. On obtient les valeurs d'intégrales suivantes : IB_3 = -1,10 unité, IB_5 = -0,338 unité.

7.4.2 Minimisation des intégrales d'harmoniques

On cherche ensuite à minimiser ces intégrales d'harmoniques. Pour cela, trois solutions se présentent :

- Augmenter l'inclinaison des têtes mais il faut rallonger la partie « hard-way bend » pour respecter le rayon limite.

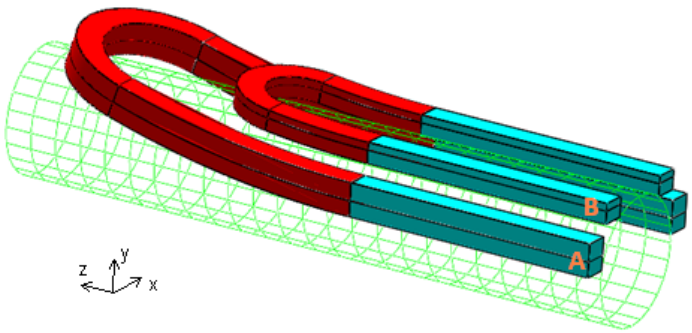

FIGURE 7.7 – Représentation des têtes pour un raccordement au plus court. Les blocs A et B sont indiqués.

- Augmenter la partie droite, solution plus compacte que la première.
- Subdiviser la galette pour gagner des degrés de liberté.

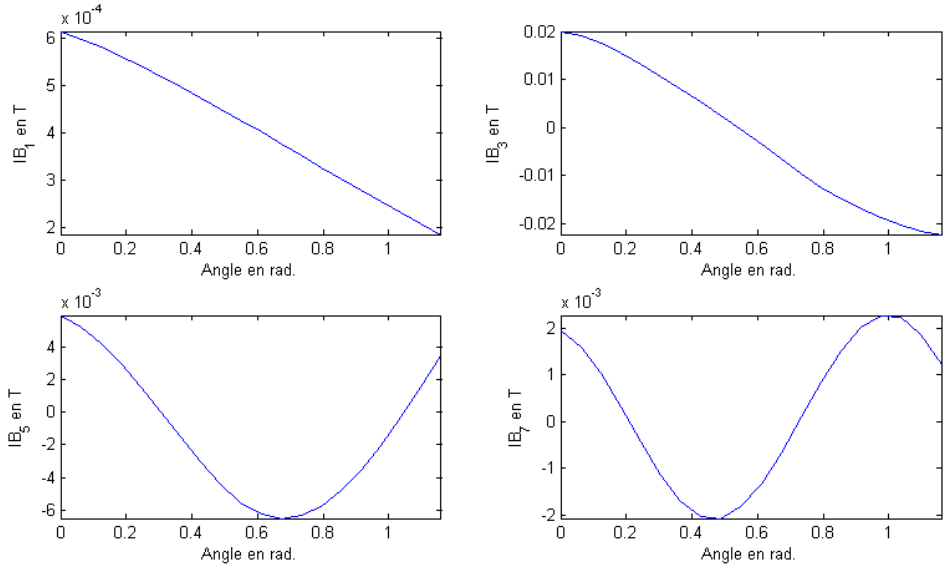

FIGURE 7.8 – Intégrales d'harmoniques en fonction de la position angulaire du câble.

On cherche tout d'abord à annuler IB_3. Afin d'étudier l'influence de chaque partie de la bobine, on subdivise les galettes en câbles de 2 mm d'épaisseur. Chaque tour de bobinage est donc représenté par un câble. Si on fait varier la position angulaire ϕ d'un câble et qu'on adapte la longueur de la tête au plus court, on s'aperçoit (Figure 7.8) que la contribution de ce câble à l'intégrale IB_n varie en $\cos(n\phi)$. Il serait par exemple impossible de compenser IB_3 si les blocs n'étaient pas situés à la fois dans les deux secteurs angulaires $[0,\pi/6]$ et $[\pi/6,\pi/2]$.

On remarque ainsi Figure 7.9 que les câbles du bloc A contribuent positivement à l'intégrale de B_3, contrairement au bloc B. De plus on constate qu'augmenter la longueur des têtes du bloc A augmente IB_3, alors qu'allonger les têtes du bloc B diminue cette intégrale.

Dans la partie droite de la galette n ° 1, B_3 est constant égal à 0,286 T. On compense ainsi IB_3 en rallongeant la partie droite de 1,10 x $\int B_1\, dz$/0,286=0,0752 m, tout en réduisant IB_5 à -0,312 unité.

Ensuite on peut chercher à minimiser IB_5. La Figure 7.9 indique qu'il est possible de :

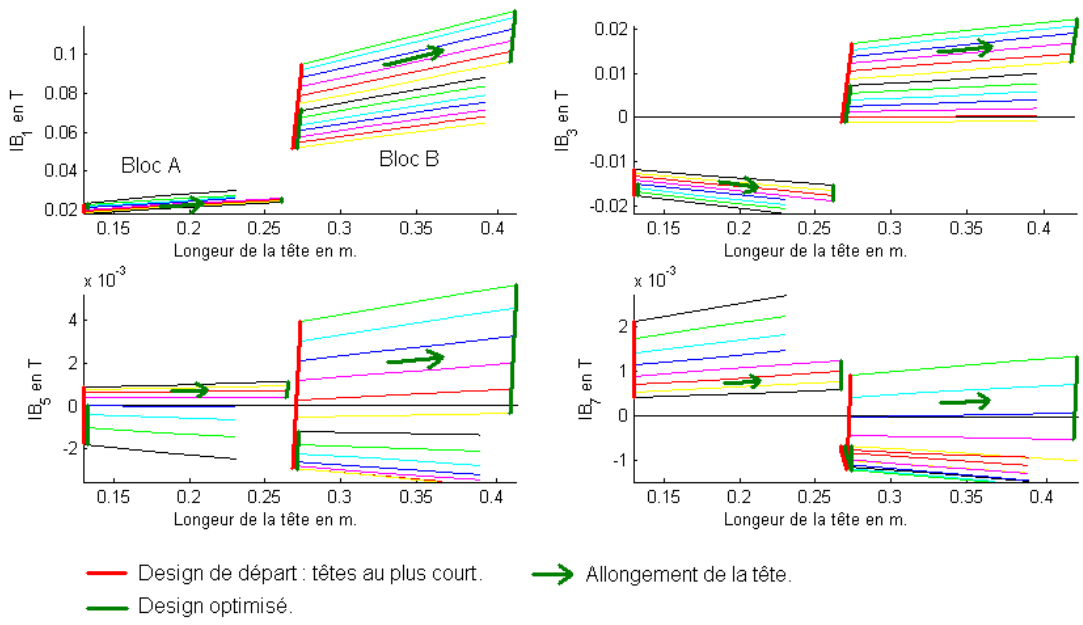

FIGURE 7.9 – Intégrales d'harmoniques en fonction de la longueur de la tête, pour chaque câble. On voit à droite le bloc n ° A (têtes longues) et à gauche le bloc n ° B (têtes courtes).

- Allonger les tours 1 à 6 : cela augmentera en revanche IB_3.
- Raccourcir les tours 7 à 13 : cela diminuera IB_3, ce qui permettra de le compenser.
- Raccourcir les tours 14 à 18 : impossible car il sont déjà raccordés au plus court.
- Allonger les tours 19 à 21 : cela diminuera également IB_3. Ces câbles étant appuyés sur les câbles 14 à 18, cela signifie qu'il faut les allonger après le hard-way bend, ce qui rendra les têtes plus hautes.

Après optimisation, on parvient à annuler IB_3 et IB_5, avec $IB_7 = 6{,}15\ 10^{-2}$ unités. Le design des têtes est donné Figure 7.10. La longueur totale des têtes est de 0,407 m. La Figure 7.11 montre l'évolution des harmoniques le long du tube faisceau.

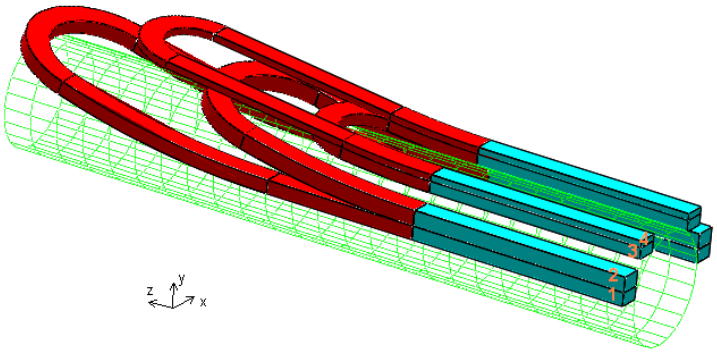

FIGURE 7.10 – Représentation des têtes. Le bobinage a été subdivisé en quatre galettes et certains tours ont été allongés de manière à annuler à la fois IB_3 et IB_5.

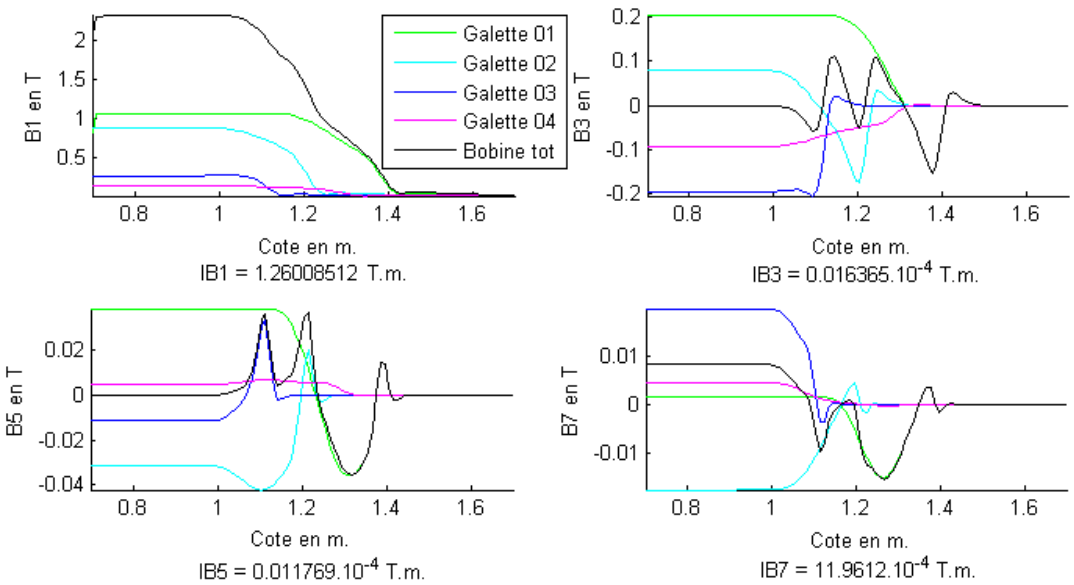

FIGURE 7.11 – Evolution des harmoniques le long de l'axe du tube faisceau. Les valeurs des intégrales sont indiquées en dessous.

7.5 Optimisation d'un dipôle Nb_3Sn 13 T

7.5.1 Design 2D blocs

Dans la section 7.4, il a été montré qu'il était possible d'annuler les premières intégrales d'harmoniques pour un dipôle à deux blocs. On cherche ensuite à étendre ce résultat à un dipôle comportant un plus grand nombre de tours. Ici les câbles sont disposés verticalement, ce qui correspond à la configuration habituelle. Ceci permet de mieux encaisser les efforts magnétiques, qui sont dirigés plutôt horizontalement. On considère pour cela un dipôle Nb_3Sn dont le cahier des charges est donné Table 7.1. Ce dipôle possède des caractéristiques assez proches de l'aimant FRESCA2 [35].

Critère	Valeur
Ouverture *ouv*	100 mm
Densité de courant J_{bloc}	260 A/mm^2
Champ au centre B_1	13 T
Longueur des parties droites	15 m
Longueur des têtes	$<$ 500 mm
Courbure « hard-way bend »	$>$ 700 mm
Courbure « easy-way bend »	$>$ 200 mm
Harmoniques dans les parties droites	$<$ 1 unité

TABLE 7.1 – Cahier des charges pour un dipôle Nb_3Sn de 13 T.

Pour l'optimisation 2D, il serait possible d'utiliser le « design n ° 1 » de la section 6.4.1. Or les harmoniques de ce design ne sont pas nulles mais égale à l'unité. Si on intègre alors sur de longues parties droites, il apparaîtra un terme non nul supplémentaire, ce qui rendra les intégrales d'harmoniques plus difficiles à annuler. C'est pourquoi on réalise un autre design, pour lequel on cherche à annuler les harmoniques jusqu'au rang 11, à l'aide de 4 blocs. La marge obtenue en 2D est de 12,6 %. Le design est illustré Figure 7.12.

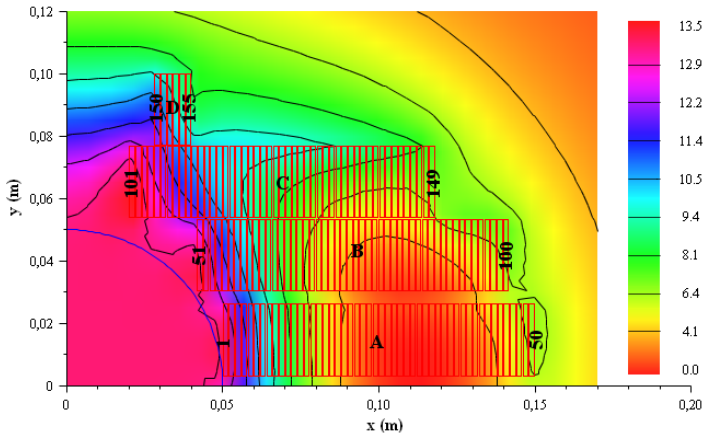

FIGURE 7.12 – Design à quatre blocs qui annule les harmoniques jusqu'au rang 11, tout en respectant les spécifications de la Table 7.1. Bloc A : 50 tours, bloc B : 50 tours, bloc C : 49 tours, bloc D : 6 tours.

7.5.2 Raccordement des parties droites

En pratique, pour les designs blocs, on préfère disposer les câbles verticalement dans les parties droites. Cela permet d'une part de mieux gérer les forces qui seront ainsi principalement dirigées perpendiculairement aux grandes faces du câble. D'autre part cela permet d'utiliser la partie « hard-way bend » pour l'inclinaison des têtes et la partie « easy-way bend » pour le raccord, qui nécessite des rayons de courbure plus faibles. Si l'on cherche à raccorder les têtes au plus court (Figure 7.13) tout en satisfaisant les contraintes de la Table 7.1, on obtient des têtes fortement inhomogènes : IB_3 = -5,85 unités, IB_5 = -0,574 unité et IB_7 = -0,111 unité. La longueur des têtes dans ce cas est de 0,366 m.

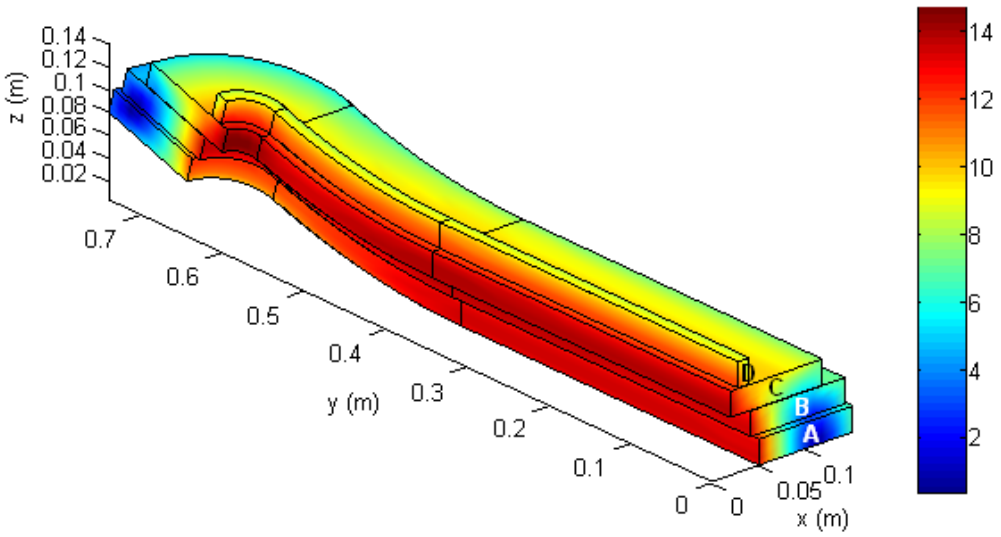

FIGURE 7.13 – Carte de champ d'un dipôle Nb_3Sn de 13 T, avec têtes raccordées au plus court. Le numéro des blocs est indiqué.

7.5.3 Minimisation des intégrales d'harmoniques

On cherche dans un premier temps à annuler IB_3. De même que pour l'exemple précédent, la Figure 7.14 montre que les câbles contribuent positivement pour une position

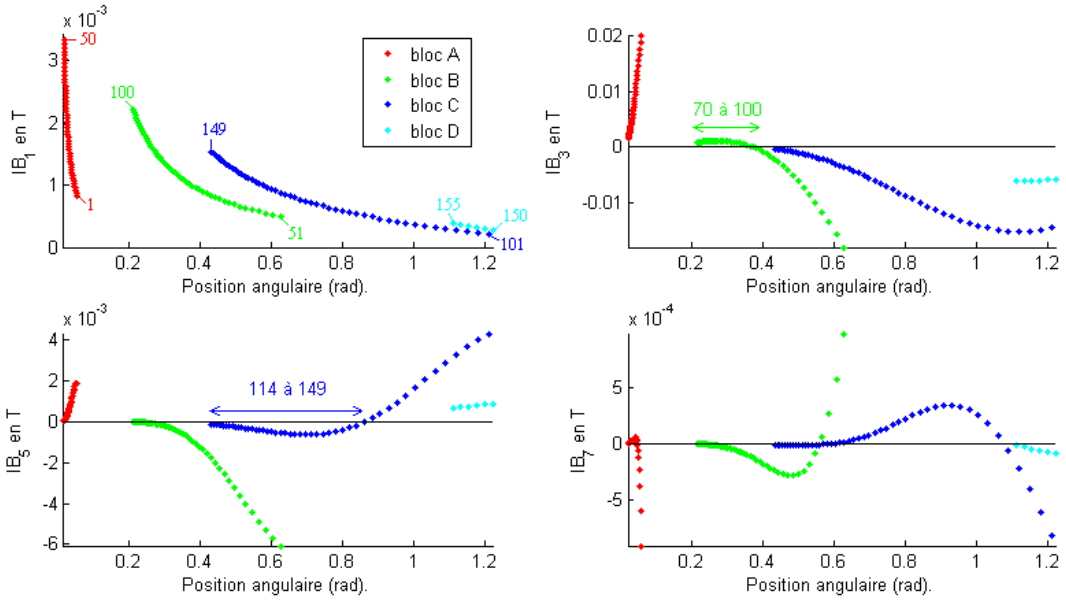

FIGURE 7.14 – Contribution de chaque tour de bobinage à l'intégrale d'harmonique. Le numéro de certains tours est indiqué auprès des points.

angulaire inférieure à $\pi/6$ environ, et négativement sinon. Plusieurs options se dégagent alors pour annuler IB_3 :

- Allonger les tours du bloc A.
- Raccourcir les tours 51 à 69 (bloc B), ce qui est impossible car les têtes sont déjà à leur longueur minimum.
- Allonger les tours 70 à 100 (bloc B), mais leur contribution est faible. Etant appuyés sur la galette 1, ils ne peuvent être allongés que si la galette 1 l'est aussi. Seules les parties droites dans ce cas pourront être allongées, les pans inclinés ayant une contribution négative.
- Raccourcir les tours du bloc C.
- Raccourcir les tours du bloc D.

Les têtes étant initialement raccordées au plus court, les deux dernières solutions impliquent de raccorder à plat les tours de bobinage qui ne sont pas appuyés sur le bloc B (bloc D et tours 101 à 110 du bloc C). Cela réduit IB_3 à -3,38 unités.

On découpe alors le bloc B et on allonge les parties droites des tours 70 à 100 (tours extérieurs) ainsi que les tours du bloc A. Un prolongement de 0,0837 m permet d'annuler IB_3. L'intégrale de B_5 est réduite (en valeur absolue) par la même occasion et vaut : -0,528 unité.

On peut ensuite chercher à annuler IB_5. Toujours d'après la Figure 7.14, on constate qu'il faut :

- Allonger les tours du bloc A, ce qui augmentera IB_3.
- Diminuer les tours du bloc B, ce qui est seulement possible pour la partie qui a été allongée et qui a une contribution positive à IB_3.
- Allonger les tours 101 à 113 (bloc C), cela diminuera IB_3.
- Diminuer les tours 114 à 149 (bloc C), mais ils sont déjà au plus court.
- Allonger les tours du bloc D, ce qui diminuera IB_3.

Après optimisation, on parvient à annuler IB_5 tout en conservant $IB_3 = 0$ (Figure 7.15), en allongeant de 0,0478 m le bloc A et les tours extérieurs du bloc B et en allongeant de 0,1025 m les galettes plates. On obtient IB_7 = -9,54 10^{-2} unités. La longueur totale des têtes est 0,498 m (Figure 7.16). Il serait possible d'annuler également IB_7, mais cela demanderait des têtes démesurément longues !

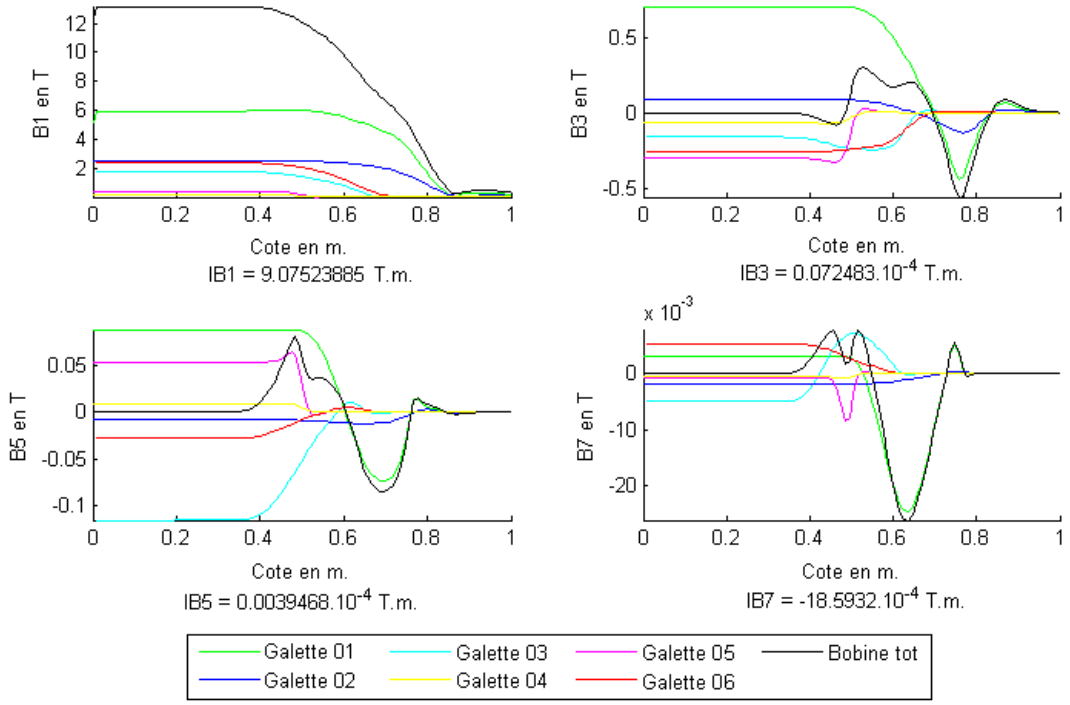

FIGURE 7.15 – Evolution des harmoniques le long de l'axe du tube faisceau. Les valeurs des intégrales sont indiquées en dessous.

Il est à noter que l'optimisation présentée ici concerne l'annulation des harmoniques et non la marge en champ. Le champ pic est situé sur l'intérieur de la galette 4 et vaut 14,4 T, ce qui induit une marge relativement faible : 7,9 %. En pratique, le champ est renforcé dans les parties droites par une culasse magnétique, ce qui déplace le champ crête dans les parties droites et augmente la marge (champ plus élevé pour une même densité de courant). Dans ces configurations d'aimants, la culasse en fer ne se comporte pas de manière linéaire (une partie saturée et une partie non saturée), ce qui rend impossible toute approche analytique. Les designs sans fer proposés ici peuvent servir alors comme point de départ à une optimisation avec fer à l'aide d'un modèle éléments finis.

Conclusion

Ce chapitre montre qu'un découpage en blocs est bien adapté à la modélisation du bobinage d'un aimant selon la méthode « hard-way bending », avec des conducteurs à section rectangulaire. Dans les parties droites, les câbles peuvent être disposés horizontalement ou verticalement, ce qui est le plus courant. Des formules analytiques permettent ainsi d'évaluer le champ dans l'espace et d'en déduire les harmoniques. Cette méthode est plus rapide qu'une intégration directe de la loi de Biot et Savart.

En partant ensuite d'un design 2D homogène, il est possible, à l'aide d'un découpage simple des têtes, de minimiser les intégrales d'harmoniques le long du tube faisceau. Pour

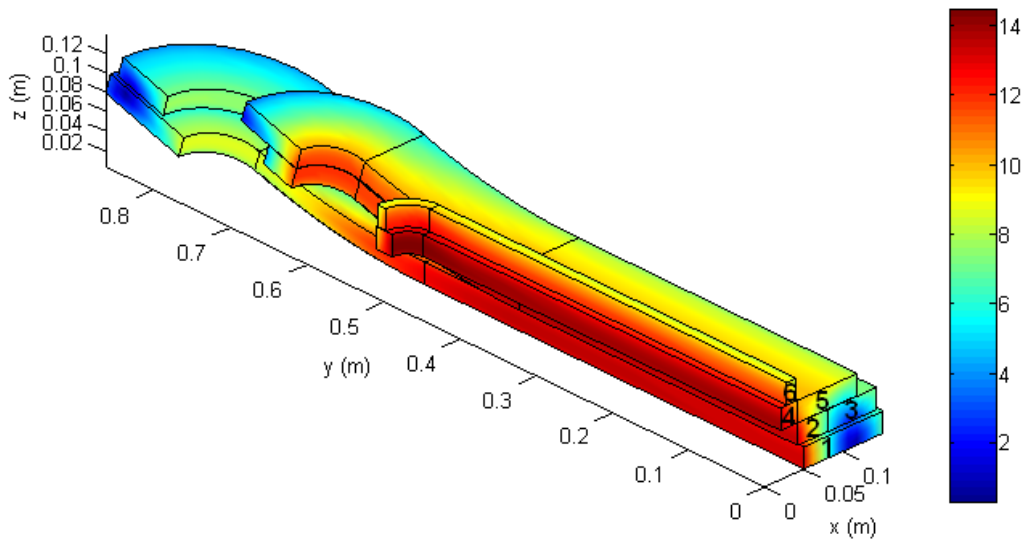

FIGURE 7.16 – Carte de champ d'un dipôle Nb_3Sn de 13 T, avec têtes qui annulent IB_3 et IB_5. Le numéro des galettes est indiqué sur chacune d'elles.

cela il est avantageux de connaître au préalable la contribution de chaque tour de bobinage pour savoir où effectuer la découpe. La méthode présentée dans ce chapitre s'applique aussi bien pour des câbles horizontaux que verticaux comme le montrent les deux exemples. En revanche, pour homogénéiser un aimant, il faut allonger les têtes, ce qui peut résulter en des têtes relativement longues.

Il est intéressant finalement de remarquer que la contribution à l'intégrale $\int B_n\, dz$ d'un tour varie en $\cos(n\phi)$, ϕ étant la position angulaire du câble dans la partie droite. Cette tendance est cohérente avec les formules 2D du paragraphe 6.1.1. Les câbles situés dans le cadrant $[0,\pi/6]$ vont avoir par exemple une contribution positive à $\int B_3\, dz$ et, ceux situés dans le cadrant $[\pi/6,\pi/2]$, négative. Cette propriété n'est pas *a priori* évidente et peut servir pour une estimation préliminaire du design des têtes.

Chapitre 8

Optimisation 3D, modèle rubans

Introduction

Les aimants actuels d'accélérateurs, comme ceux du LHC par exemple (Figure 8.1), que ce soient dipôles, quadripôles... se basent le plus souvent sur une configuration en secteurs angulaires. Les câbles sont bobinés par dessus le tube faisceau de manière continue et un découpage en blocs conducteurs n'est plus approprié. En revanche il est possible d'assimiler les câbles à des rubans afin d'obtenir des développements analytiques. Cette modélisation peut s'appliquer aux câbles de Rutherford, NbTi et Nb_3Sn par exemple, dont les largeurs sont cinq à dix fois supérieures aux épaisseurs. Elle est de plus particulièrement adaptée aux rubans HTS, qui possèdent une largeur de plusieurs mm pour une couche supraconductrice de l'ordre du μm d'épaisseur. L'énorme avantage de cette approche est qu'elle permet des simplifications analytiques dans les intégrales d'harmoniques de champ, conduisant à des calculs plus rapides que pour des intégrations directes des lois de Biot et Savart. Les formules sont présentées dans la section 8.1. Après une description de la démarche utilisée (section 8.2), des exemples d'optimisation seront décrits (sections 8.3 et 8.4).

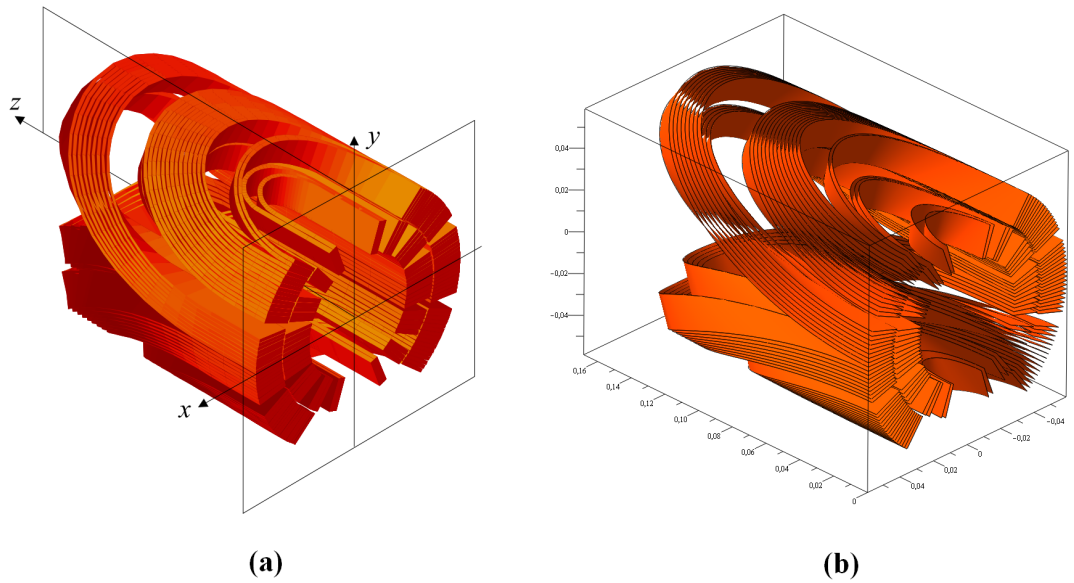

Figure 8.1 – Représentation des têtes d'un dipôle LHC. (a) Par des rubans qui minimisent la courbure [10], (b) Par des rubans développables générés par une ellipse géodésique.

8.1 Formules utilisées

8.1.1 Raccordement de deux fils rectilignes

Avant d'obtenir les équations pour le ruban, on doit disposer des équations décrivant un conducteur rectiligne, puis les intégrer. On considère tout d'abord deux segments de droite parallèles à l'axe, situés sur un cylindre de rayon ρ_0, aux positions angulaires ϕ_0 et $\pi - \phi_0$. On cherche ensuite à raccorder ces segments à l'aide d'une courbe continue (voir Figure 8.2). Le raccordement est choisi de manière à respecter les critères suivants :

- Critères géométriques : dans la réalité un conducteur ne peut supporter une cassure de pente, le raccordement doit donc se faire sans discontinuité de la direction de la tangente. Le fil doit également être bobiné sur le tube faisceau, ce qui impose une trajectoire appuyée sur le cylindre de rayon ρ_0.
- Critères mécaniques : les conducteurs ne doivent pas dépasser certaines valeurs de courbure et de torsion.
- Critère magnétique : on cherche une formulation qui satisfait les critères précédents et qui offre le plus possible de simplifications analytiques pour le calcul du champ magnétique.

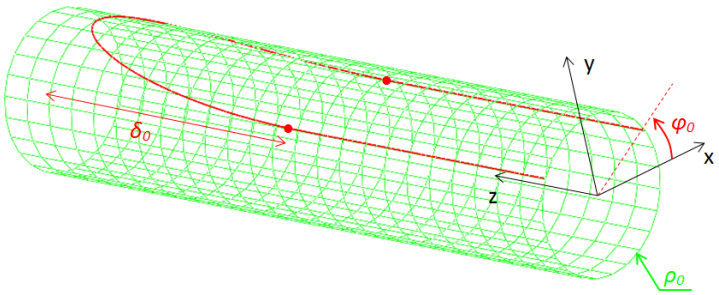

FIGURE 8.2 – Raccordement de deux segments à l'aide d'une courbe « elliptique » géodésique appuyée sur le cylindre de rayon ρ_0.

De nombreuses courbes de raccordement ont été explorées [132], mais ne permettent pas de simplification analytique. La solution de loin la plus intéressante consiste à raccorder les deux segments à l'aide d'une courbe que l'on pourrait qualifier d'« elliptique ». Son équation paramétrique dans un repère cylindrique est donnée par :

$$\rho_0' = \rho_0 \tag{8.1}$$

$$\phi_0' = \frac{\pi}{2} + \psi_0 \cos t \tag{8.2}$$

$$z_0' = z_0 + \delta \sin t \tag{8.3}$$

t évoluant entre 0 et π. On reconnaît en effet l'équation d'une ellipse, mais dans le plan ϕ_0', z_0'. Par commodité, la position angulaire est repérée par rapport à la verticale, de sorte que $\psi_0 = \pi/2 - \phi_0$. δ est un paramètre ajustable représentant la longueur totale de la tête. Ce type de courbes décrivant un raccordement filaire « elliptique » possède deux principaux avantages. D'une part le développement en série des intégrales de champ peut se simplifier de manière totalement analytique [132], permettant un calcul très rapide des intégrales d'harmoniques. D'autre part, elles peuvent servir comme courbes génératrices de rubans décrivant des conducteurs bobinés.

8.1.2 Paramétrisation d'un ruban à partir d'une courbe génératrice

Des rubans géodésiques ont été envisagés dans [10] mais, n'étant pas décrits par une développable rectifiante (voir plus loin), ils ne se développent pas en rubans droits. Cette méthode n'a finalement pas été retenue pour l'optimisation des têtes. La méthode développée ici reprend une méthode similaire et pousse plus loin les calculs du champ magnétique.

On commence par définir une courbe dans l'espace par le vecteur $\vec{r}$. Cette courbe peut être décrite de manière unique dans le repère de Frenet, qui est définit par les vecteurs tangent $\vec{T}$, normal $\vec{N}$ et binormal $\vec{B}$ (Figure 8.3). Les équations de Frenet-Serret décrivent ainsi la courbe à l'aide de deux paramètres seulement [142], la courbure κ et la torsion τ, qui dépendent de l'abscisse curviligne s. On considère ensuite une bande de longueur L, de largeur w et d'épaisseur nulle. Cette bande contient la courbe de départ, que nous appellerons « courbe génératrice ». La bande possède de plus son propre repère, défini par le vecteur tangent $\vec{T}$, et les vecteurs $\vec{T_1}$, $\vec{T_2}$ (Figure 8.4) donnant respectivement les directions de la largeur et de l'épaisseur du ruban. Ce repère est généralement nommé repère de Darboux.

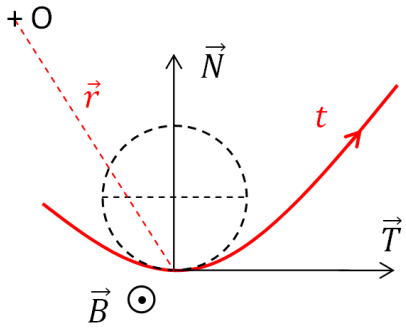

FIGURE 8.3 – Représentation d'une courbe dans le repère de Frenet.

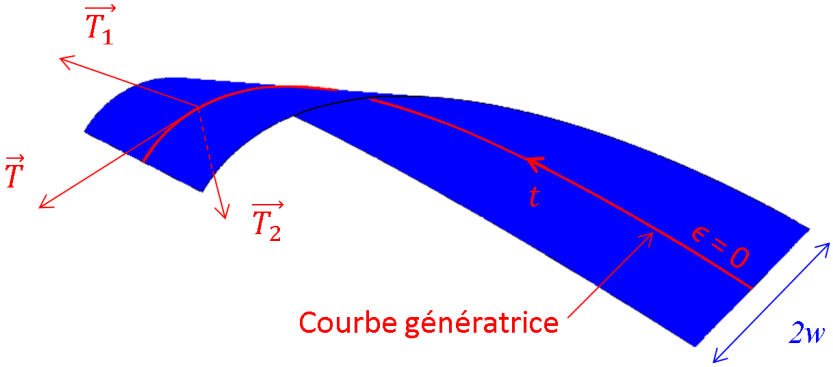

FIGURE 8.4 – Représentation d'un ruban généré par une courbe « elliptique », dans le repère de Darboux.

On montre ainsi [143], [144] que : si la courbe génératrice possède une courbure non nulle [1] et est une géodésique [2], alors il existe une surface réglée unique appelée la « développable rectifiante ». L'avantage de considérer un ruban développable est que, par

1. i. e. elle n'est pas plate.
2. i. e. manière de raccorder les deux extrémités au plus court.

définition, l'énergie de déformation est nulle (un ruban développable se courbe sans déformation). Ainsi il n'y aura pas besoin de passer par une étape de minimisation de l'énergie de déformation.

Le ruban est donc décrit de manière unique par le vecteur :

$$\vec{R} = \vec{r} + u\left[\vec{B} + \frac{\tau}{\kappa}\vec{T}\right] \tag{8.4}$$

$\vec{r}$ donne l'équation de la courbe génératrice et u est le paramètre qui décrit l'évolution selon la largeur du ruban. Si, par exemple, la génératrice est la courbe centrale, u évoluera de $-w/2$ à $w/2$. L'équation (8.4) montre que l'on peut obtenir l'équation d'un ruban développable dès lors que l'on connaît l'équation d'une de ses courbes génératrices. Le raccordement elliptique décrit plus haut est tout à fait adapté pour servir de courbe génératrice à un ruban représentant un conducteur bobiné par dessus un tube faisceau. On peut se représenter visuellement une telle courbe en courbant par exemple une bande de papier par dessus un tube. Un autre avantage intéressant est que l'on peut ensuite paramétrer, à l'aide de ces équations, l'usinage des cales de têtes séparant les rubans.

8.1.3 Calcul du champ produit par un ruban

Equation de départ

Soit P le point de calcul du champ, ses coordonnées sont données par :

$$\vec{OP} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{8.5}$$

La loi de Biot et Savart, appliquée au ruban décrit plus haut, conduit à :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{8\pi w}\int_0^{\pi}\int_{-w/2}^{w/2}\frac{\partial\vec{R}}{\partial t}\times(\vec{OP}-\vec{R})\left|\vec{OP}-\vec{R}\right|^{-3}dt\,du \tag{8.6}$$

L'intégrale de B_y, composante principale du dipôle, se simplifie comme suit :

$$\int_{-\infty}^{\infty} B_y\,dz = \frac{\mu_0 I}{4\pi w}\int_0^{\pi}\int_{-w/2}^{w/2}\frac{(x-R_x)}{(x-R_x)^2+(y-R_y)^2}\left(\frac{\partial\vec{R}}{\partial t}\right)_z dt\,du \tag{8.7}$$

Cas général : plat incliné d'un angle ψ_1

On définit tout d'abord les angles ψ_1 : inclinaison du plat par rapport à la verticale, et ψ_0 : angle repérant l'intersection du plat avec le cylindre (voir Figure 8.5). La condition $\psi_1 < \psi_0$ doit être respectée si l'on veut pouvoir bobiner le ruban par dessus le tube sans s'en écarter. Les angles $\psi_1 = \psi_0$ (plat radial) et $\psi_1 = \pi/2$ (plat horizontal) sont les deux cas limites.

La simplification de l'équation (8.4), dans le cas d'un ruban généré par une courbe elliptique, conduit aux équations suivantes :

$$\int_{-\infty}^{\infty} B_y dz = \frac{\mu_0 I}{8\pi w}\int_{-w/2}^{w/2}\int_0^{\pi} f(s,u)\,ds\,du \tag{8.8}$$

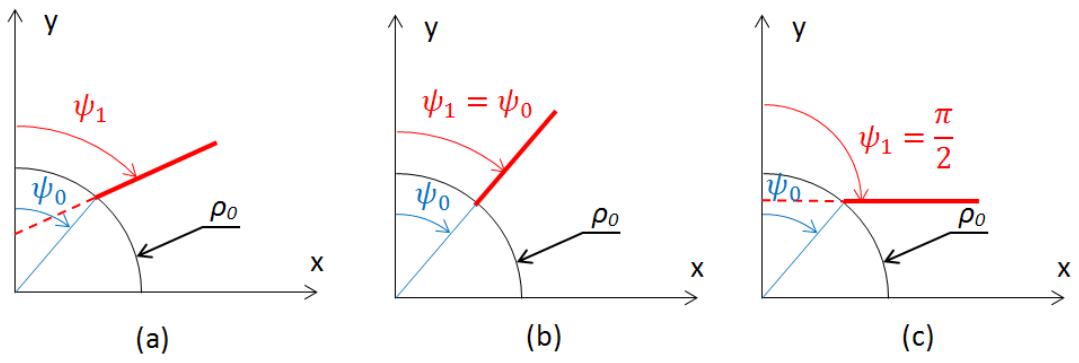

FIGURE 8.5 – Représentation dans le plan de trois positions possibles que peuvent prendre les rubans dans les parties droites. (a) Plat incliné d'un angle ψ_1. (b) Plat radial. (c) Plat horizontal.

$$f(s,u) = 2\delta\cos s + 2u\delta^2\alpha^2\frac{\cos s}{\rho_0 r_2^5}g(s)h_x(s,u)(h_x(s,u)^2 + h_y(s,u)^2 + \rho^2\sin^2\phi) \tag{8.9}$$

$$\begin{aligned} g(s) &= \alpha^2\psi_1^4\sin^{12}s - 2\psi_1^2\alpha(6\alpha - \delta^2\psi_1^2)\sin^{10}s \\ &+ \psi_1^2(\delta^4\psi_1^2 + 15\alpha^2 - 15\delta^2\alpha)\sin^8 s + 2\delta^2\psi_1^2(11\alpha - 3\delta^2)\sin^6 s \\ &+ \delta^2(15\alpha + 10\delta^2\psi_1^2)\sin^4 s - 6\delta^2(2\alpha - \delta^2)\sin^2 s - 3\delta^4 \end{aligned} \tag{8.10}$$

$$h_x(s,u) = \rho\cos\phi + \rho_0\sin v - \frac{u\delta}{r_2}(\psi_1\sin^2 s\cos s\cos v - \sin v) - \frac{\sigma r_0}{r_1}\sin s\cos v \tag{8.11}$$

$$h_y(s,u) = \rho_0\cos v + \frac{u\delta}{r_2}(\psi_1\sin^2 s\cos s\sin v - \cos v) - \frac{\sigma r_0}{r_1}\sin s\sin v \tag{8.12}$$

$$v = \psi_1\cos s \tag{8.13}$$

$$r_0 = \rho_0\psi_1 \tag{8.14}$$

$$r_1 = \sqrt{r_0^2\sin^2 s + \delta^2\cos^2 s} \tag{8.15}$$

$$r_2 = \sqrt{r_0^2\psi_1^2\sin^6 s + \delta^2(1 + \psi_1^2\sin^4 s\cos^2 s)} \tag{8.16}$$

$$\alpha = r_0^2 - \delta^2 \tag{8.17}$$

$$\sigma = -\frac{\sin\psi_1\delta r_1^3}{r_0 r_2^3}(3 + \psi_1^2\sin^4 s)\sin s\cos s \tag{8.18}$$

Cas limites

Dans le cas du plat « radial », le plan qui contient la partie droite passe par l'axe Oz (voir Figure 8.6). Il suffit de reprendre les équations précédentes en procédant aux changements suivants :

$$\psi_1 \to \psi_0 \tag{8.19}$$

$$\frac{\sin\psi_1}{r_0} \to \frac{1}{\rho_0} \tag{8.20}$$

Dans le cas du plat « horizontal » (voir Figure 8.6), on applique le changement :

$$\psi_1 \to \frac{\pi}{2} \tag{8.21}$$

$$\frac{\sin\psi_1}{r_0} \to \frac{1}{r_0} \tag{8.22}$$

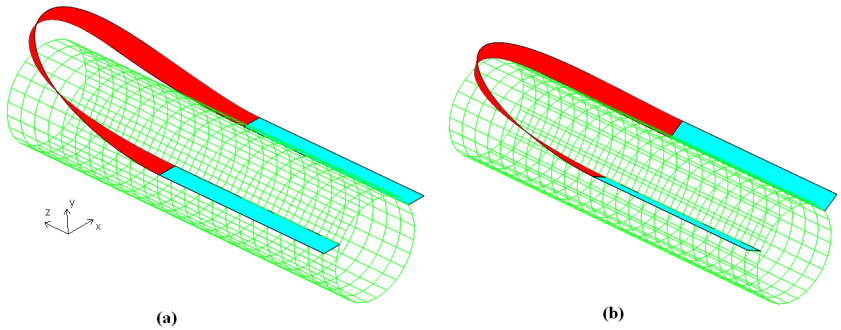

FIGURE 8.6 – Représentation du raccordement entre deux plats à l'aide d'un ruban généré par une courbe elliptique. (a) Plats horizontaux, les têtes sont nécessairement plus relevées. (b) Plats radiaux, les têtes peuvent être appuyées sur le cylindre.

8.1.4 Approximation linéaire

En pratique, et ce constat semble intuitif, l'intégrale des harmoniques dépend quasiment linéairement de la longueur δ des têtes. En développant $f(s,u)$ au premier ordre, on obtient :

$$\begin{aligned} f(s,u) \quad \approx \quad & \delta\cos s\sin(\psi_1\cos s)\left(\frac{1}{\rho^2+\rho_0^2-2\rho\rho_0\sin(\phi-\psi_0\cos s)}\right. \\ & \left.+\frac{1}{\rho^2+\rho_0^2+2\rho\rho_0\sin(\phi+\psi_0\cos s)}\right) \end{aligned} \tag{8.23}$$

Comme δ est la seule variable d'optimisation, il suffit d'intégrer une seule fois le coefficient devant δ, puis de multiplier par la longueur de tête δ pour avoir le résultat final. La Figure 8.7 montre que l'approximation linéaire est en bon accord avec les points calculés. Cette méthode permet de gagner un temps supplémentaire, non négligeable dans un contexte d'optimisation. L'évaluation avec Maple à 10 chiffres significatifs, du calcul de l'intégrale d'harmonique d'un ruban, prend 54 s pour la méthode directe alors qu'il ne prend que 8.10^{-5} s pour l'approximation linéaire. En revanche il faut accepter une erreur d'environ 4 %.

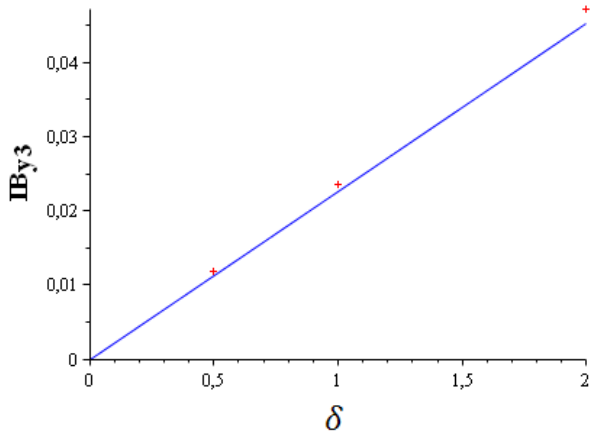

FIGURE 8.7 – Approximation linéaire comparée aux points calculés précisément pour l'intégrale de B_3 en fonction de δ.

8.2 Démarche d'optimisation

De la même manière que précédemment, le design est tout d'abord calculé en 2D. Les parties droites sont alors modélisées par des plaques de longueur infinie. Leurs traces dans la section transverse donnent des segments. Une optimisation 2D permet alors d'annuler les harmoniques désirées dans les parties droites. On raccorde ensuite avec les rubans à génératrice elliptique tels que décrits dans la section 8.1. En pratique, les conducteurs possèdent une épaisseur non nulle, ce qui implique qu'ils se déforment lorsqu'on les courbe. Il existe deux types de limitations, illustrées par la Figure 8.8, qui bornent les variations de longueur de ces têtes :

- Torsion maximum : si les têtes sont raccordées avec une longueur trop petite, la torsion exercée sur le ruban est trop forte. Dans la réalité les câbles ne peuvent subir une torsion trop importante sans risque de dégradation. Ce critère impose une longueur minimum.
- Courbure minimum : de même, si les têtes sont trop longues, la courbure imposée au ruban est trop forte. En pratique les câbles ne peuvent supporter un rayon de courbure trop faible. Ce critère impose une longueur maximum.

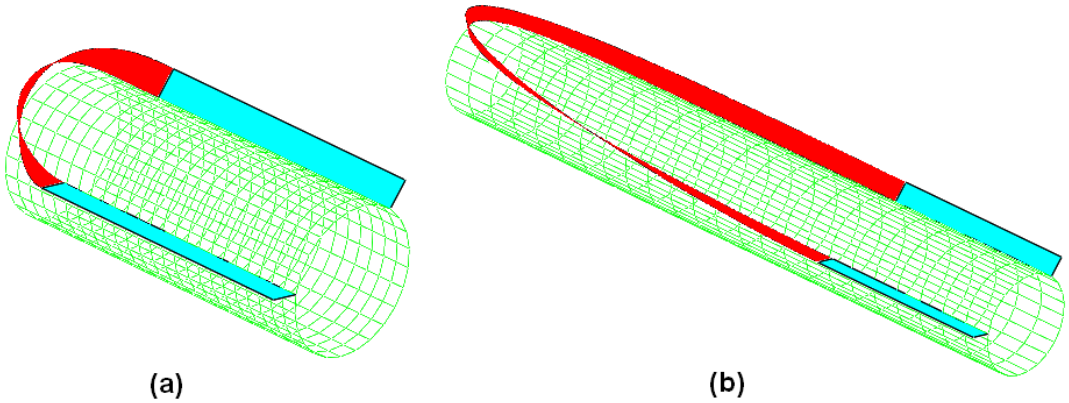

FIGURE 8.8 – Représentation de deux longueur extrêmes de têtes, pour un ruban « radial ». (a) Tête courte : la torsion est maximum au démarrage du raccord. (b) Tête longue : la courbure est maximum à l'extrémité.

Dans les têtes, les rubans sont appuyés les uns contre les autres de manière à respecter une distance entre les rubans égale à la largeur du câble. Les formules d'intégrales de champ sont codées en Fortran de manière numérique et leur évaluation ne pose pas de problème particulier.

8.3 Exemple avec câbles horizontaux

8.3.1 Design 2D et raccordement

On reprend pour commencer le design à deux blocs de la section 7.4 qui annule les harmoniques B_3 et B_5. On assimile ensuite les câbles à des rubans. Dans le cas des têtes à génératrice elliptique, les rubans ne peuvent être raccordés que s'ils sont disposés au préalable horizontalement dans les parties droites. Dans une position verticale, il faudrait écarter le ruban du tube afin de pouvoir le passer ensuite par dessus. En passant d'un modèle blocs à un modèle rubans, les harmoniques sont légèrement changés. On procède donc à une deuxième optimisation pour annuler B_3 et B_5. Le design 2D avec rubans est montré Figure 8.9, il est composé de 21 rubans représentant les câbles.

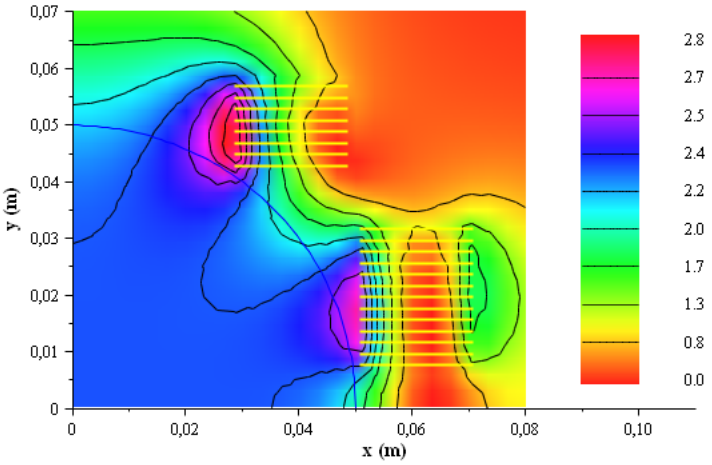

FIGURE 8.9 – Design 2D à deux blocs qui annule B_3 et B_5. Les câbles sont assimilés à des rubans plats horizontaux.

On raccorde ensuite au plus court afin de respecter une torsion maximum de 20 m^{-1}. La longueur correspondante des têtes est de 0,200 m (voir Figure 8.10). On obtient les valeurs suivantes d'intégrales d'harmoniques : IB_3 = -2,47 unités et IB_5 = -0,985 unité.

8.3.2 Minimisation des intégrales d'harmoniques

On cherche tout d'abord à annuler IB_3. La seule possibilité consiste à modifier la longueur δ des têtes. Si on trace la contribution aux intégrales d'harmoniques de chaque ruban, en fonction de leur longueur δ (Figure 8.11), on remarque que les intégrales varient linéairement en fonction de δ, de la même manière que pour les designs 3D en blocs décrits dans le chapitre précédent. On peut donc déterminer à l'avance quels rubans vont être allongés ou raccourcis. On s'aperçoit ainsi que seuls les six premiers rubans contribuent positivement à l'intégrale de B_3. On parvient ainsi à annuler cette intégrale en allongeant les rubans 1 à 6 jusqu'à obtenir une longueur totale de 0,541 m. L'intégrale de B_5 vaut alors -4,10 unités. Le dessin des têtes correspondant est montré Figure 8.12.

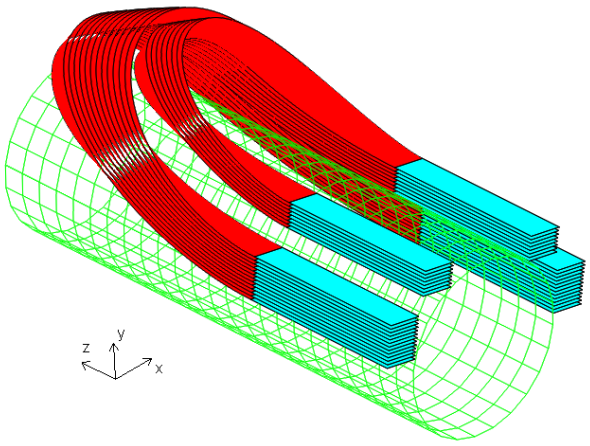

FIGURE 8.10 – Représentation des têtes pour un raccordement au plus court.

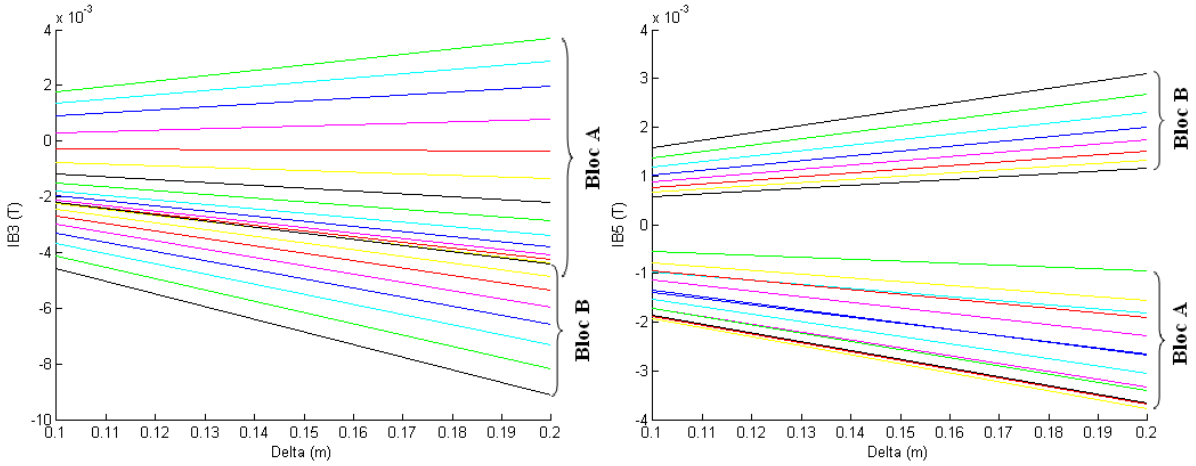

FIGURE 8.11 – Contribution des rubans aux intégrales d'harmoniques, en fonction de la longueur de la tête.

Pour annuler IB_5, la Figure 8.11 montre qu'il faut allonger les rubans 14 à 21 (bloc B). Cela implique de rallonger également les rubans 7 à 13, ce qui compense IB_5 et rend inutile cette action. Il n'est donc pas possible dans cette configuration d'annuler plus d'intégrales d'harmoniques. En partant d'un même design 2D, avec les câbles disposés horizontalement dans les parties droites, il semble donc plus difficile d'homogénéiser les intégrales de champ

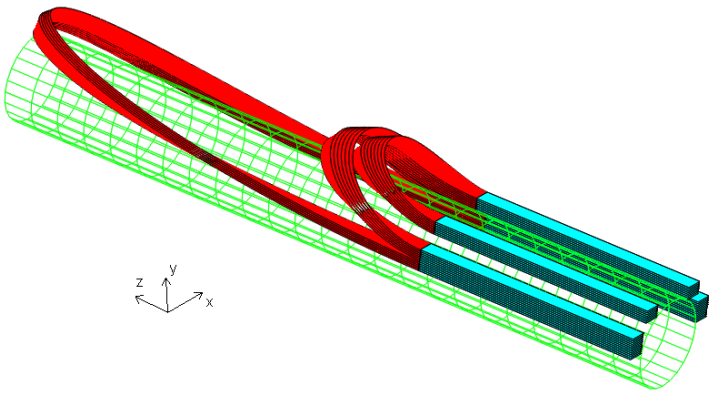

FIGURE 8.12 – Représentation des têtes pour un design qui annule IB_3.

pour un raccordement avec des têtes elliptiques que pour un raccordement avec hard-way bending.

8.4 Optimisation d'un dipôle Nb_3Sn 13 T

8.4.1 Design 2D et raccordement

On s'intéresse à présent à un design en secteur angulaire produisant 13 T au centre. Avec quatre secteurs angulaires, il est possible d'annuler les harmoniques B_3, B_5 et B_7. Le design 2D est illustré Figure 8.13. Ce dipôle est constitué de 131 tours de bobinage, chaque tour étant modélisé par un ruban.

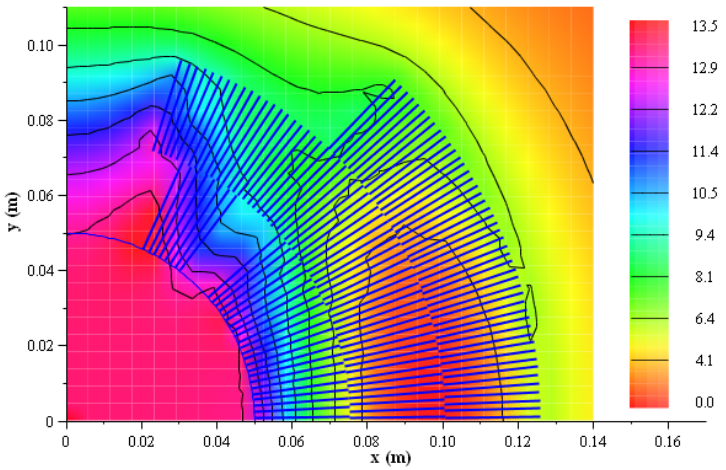

FIGURE 8.13 – Design 2D à deux blocs qui annule B_3, B_5 et B_7, avec B_1=13 T. Les câbles sont assimilés à des rubans plats radiaux.

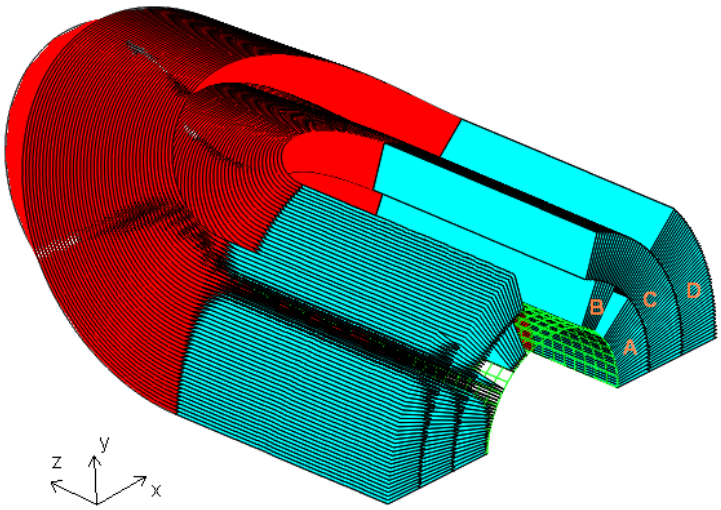

FIGURE 8.14 – Design 3D avec plats radiaux et têtes raccordées au plus court.

En raccordant au plus court tout en respectant une courbure minimum de 20 mm, la longueur totale des têtes est de 0,183 m seulement (Figure 8.14). La configuration en conducteurs radiaux (design $cos\theta$) permet de raccorder les têtes de manière beaucoup plus

courte que la configuration en câbles verticaux qui demandait 0,366 m au plus court. Les intégrales de B_3, B_5 et B_7 valent respectivement -2,87 unités, -0,345 unités et -0,158 unité.

8.4.2 Minimisation des intégrales d'harmoniques

Si on trace la contribution de chaque tour de bobinage aux intégrales d'harmoniques IB_n, on constate que seuls les premiers tours des blocs A (tours 1 à 10), C (tours 32 à 44) et D (tours 88 à 102) contribuent positivement à IB_3 (Figure 8.15). On prolonge alors tous ces tours afin d'annuler premièrement l'intégrale de B_3. La longueur des têtes est ainsi de 0,336 m. Les intégrales IB_5 et IB_7 valent alors respectivement -3,85 10^{-2} unités et -0,274 unité.

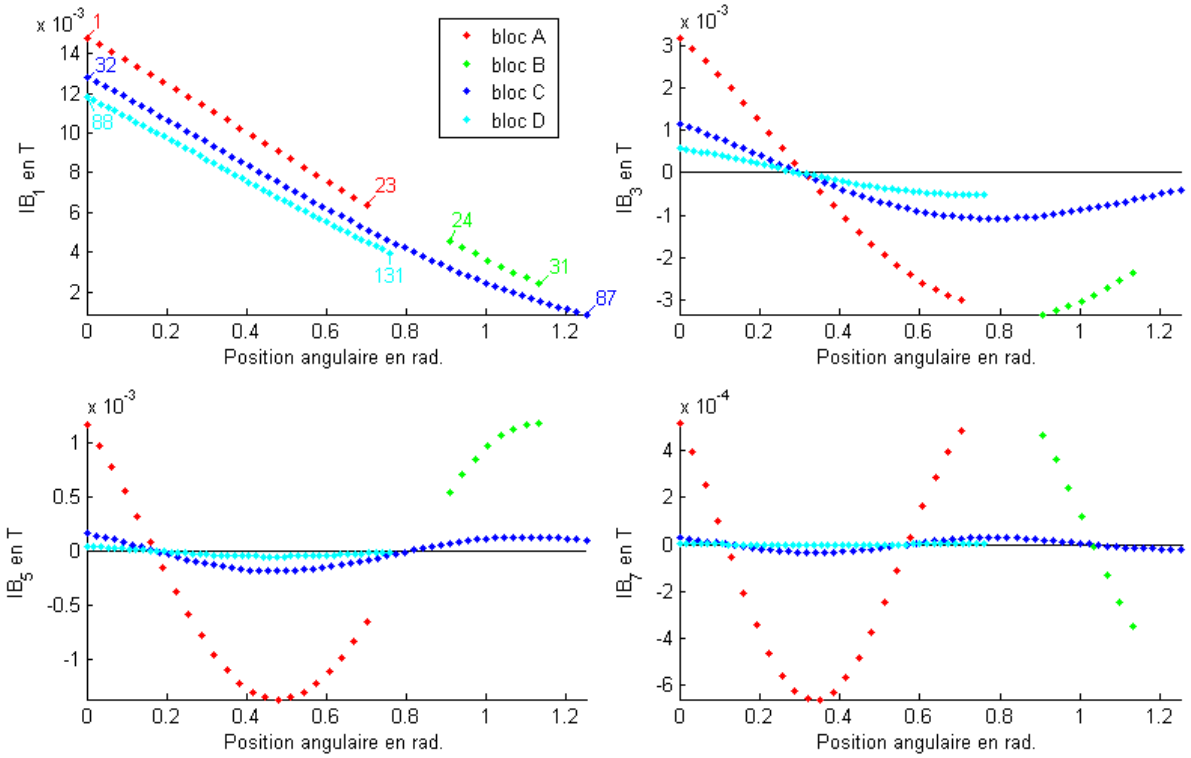

FIGURE 8.15 – Contribution de chaque ruban aux intégrales d'harmoniques. Les numéros de certains

Afin d'annuler ensuite IB_5, il existe plusieurs solutions (Figure 8.15) :

- Augmenter les tours 1 à 6 (bloc A), ce qui augmentera également IB_3.
- Diminuer les tours 7 à 10, ce qui permet de compenser IB_3.
- Augmenter les 8 premiers tours du bloc C.
- Diminuer les tours 40 à 44 (bloc C).
- Augmenter les 10 premiers tours du bloc D.
- Diminuer les tours 98 à 102 (bloc D).

Une fois cette subdivision créée, une optimisation permet de compenser l'intégrale de B_3 tout en annulant IB_5. On obtient de plus IB_7 = -0,245 unité. La longueur des têtes est de 0,349 m. Le design est montré Figure 8.16. En procédant à des subdivisions supplémentaires, il est possible d'annuler l'intégrale de B_7 mais cela requiert des têtes trop longues et le cahier des charges n'est plus respecté.

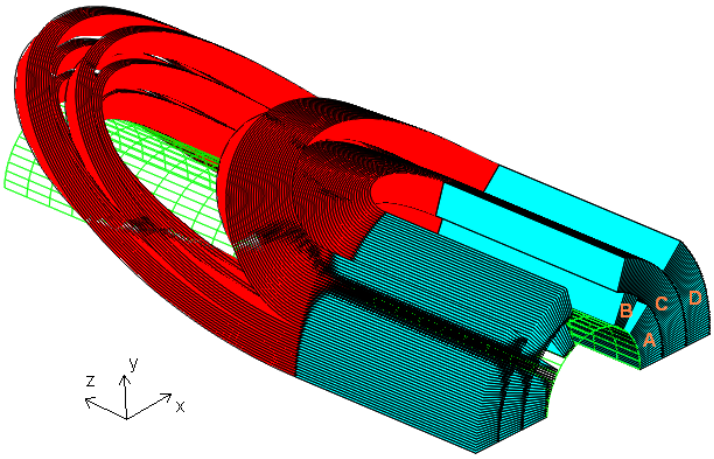

FIGURE 8.16 – Design 3D avec plats radiaux et têtes qui annulent IB_3 et IB_5.

Conclusion

Ce chapitre présente une approche analytique inédite pour la modélisation géométrique et magnétique de conducteurs. La démarche consiste à assimiler les conducteurs à des rubans infiniment fins. Ces rubans sont décrits géométriquement par une surface réglée développable générée par une ellipse géodésique. Cette description géométrique illustre de manière assez fidèle le comportement qu'aurait un câble fin bobiné autour d'un tube. Elle permet de plus un calcul magnétique exact et plus rapide qu'une intégration de type Biot et Savart. Ce type de modélisation se prête bien à une optimisation magnétique des têtes de dipôles d'accélérateurs. Les deux exemples présentés montrent qu'on peut modéliser aussi bien des designs blocs que des designs $\cos\theta$. En revanche le découpage est moins souple qu'avec une modélisation en briques élémentaires et ne permet pas toujours d'annuler les intégrales d'harmoniques désirées, ou alors au prix de têtes très longues.

Conclusion de la troisième partie

La conception d'un dipôle d'accélérateur se fait généralement en deux temps : la conception 2D d'une section de la partie droite, en considérant des conducteurs infiniment longs, puis la conception 3D des têtes qui raccordent les parties droites.

Pour la conception 2D, les configurations de dipôles en secteurs angulaires ($\cos\theta$) ont déjà été largement abordées dans la littérature. Les configurations en blocs rectangulaires ont en revanche été moins utilisées. Le chapitre 6 a décrit une méthode d'optimisation 2D basée sur des formules analytiques pour des blocs rectangulaires. Elle permet de générer de manière rapide et précise des designs qui prennent en compte des contraintes géométriques, magnétiques et mécaniques. Cette méthode est également valable pour des secteurs angulaires.

Pour la conception 3D, deux approches sont proposées. La première approche (chapitre 7) s'applique à un design blocs avec têtes en hard-way bending et consiste à subdiviser la bobine en briques élémentaires. Le champ est calculé analytiquement et les harmoniques sont évaluées par séries de Fourier. Pour ce type de subdivision, les têtes de deux blocs différents sont appuyées les unes sur les autres, ce qui offre suffisamment de degrés de liberté pour une optimisation. Cela permet d'annuler les premières intégrales d'harmoniques avec une longueur des têtes raisonnable. Toutefois les formules de champ pour les blocs à section rectangulaire ne permettent pas de calculer analytiquement les harmoniques. Les optimisations basées sur ces formules peuvent ainsi s'avérer très coûteuses en temps de calcul. Pour les designs blocs, lorsque les câbles sont disposés verticalement dans les parties droites et que les têtes comportent une partie « hard-way bend », il n'existe pas d'autre approche analytique pour le moment.

La deuxième approche (chapitre 8) s'applique soit à un design en blocs avec câbles horizontaux, soit à un design en secteurs angulaires. Dans le deuxième cas, les parties droites ne sont pas forcément exactement radiales. Cette approche consiste à assimiler chaque tour de bobinage à un ruban d'épaisseur nulle. Des formules analytiques, intégrées numériquement, permettent d'obtenir les intégrales d'harmoniques de manière précise et très rapide. L'inconvénient de cette configuration est que, pour les blocs d'une même couche, les têtes sont appuyées les unes contre les autres. Donc, si la longueur d'une tête est fixée, on ne peut pas allonger les têtes intérieures qui seront alors bloquées par la première. Ceci ne permet pas toujours d'optimiser les intégrales d'harmoniques tout en gardant des têtes compactes.

En ce qui concerne les optimisations 3D, tous les exemples ont montré que les conducteurs apportaient une contribution positive ou négative aux intégrales d'harmoniques, selon leur position dans un secteur angulaire donné, dans les parties droites. Ce constat peut guider la subdivision de la bobine en vue de la minimisation des intégrales d'harmoniques.

Les calculs analytiques présentés ici pourraient de plus être étendus aux matériaux magnétiques, à condition qu'ils obéissent à une loi de la forme $B = \mu H$ avec μ constant. Malheureusement, ceci est rarement le cas dans les aimants haut champ dans lesquels les pièces en fer sont partiellement saturées. Le comportement est non linéaire et il n'existe donc pas de forme analytique. Dans le cas de designs qui ne peuvent se passer de pièces en fer (pour augmenter le champ au centre notamment), les méthodes présentées dans cette partie peuvent servir de point de départ à une optimisation numérique, et gagner ainsi en temps de calcul.

Conclusion générale

Une étude de conducteurs Nb_3Sn isolés électriquement à base de céramique a tout d'abord été conduite. Cette étude a permis de mesurer pour la première fois des câbles isolés céramique dans les conditions mécaniques, magnétiques et électriques représentatives d'un aimant d'accélérateur. Pour cela un nouveau porte-échantillon a été entièrement conçu au CEA Saclay. Il permet de mesurer le courant critique d'un brin dans un câble, soumis à une contrainte pouvant aller jusqu'à 200 MPa. Une autre expérience existante a été utilisée au CERN, elle permet de mesurer le courant critique de câbles longs pour des compressions pouvant aller jusqu'à 100 MPa. Ces campagnes d'essais ont révélé que l'isolation céramique actuelle ne maintient pas assez les conducteurs, ce qui a pour conséquence de fortement dégrader leur courant critique lorsqu'ils sont soumis à une contrainte mécanique. Ce type d'isolation n'a donc pas pu être utilisé dans les méthodes de conception abordées ensuite.

Une réponse à la première problématique a ainsi pu être apportée : **bien que prometteuse en termes de procédé et d'évacuation de chaleur, la méthode d'isolation électrique pour câbles Nb_3Sn développée au CEA Saclay n'est pas adaptée, dans sa version actuelle, aux aimants haut champ d'accélérateurs.** L'isolation céramique peut en revanche être utilisée pour des solénoïdes sur lesquels elle a déjà montré son efficacité. Une étude sur des méthodes d'isolation alternatives a ensuite été menée, portant sur la modification des matériaux et du procédé d'imprégnation. L'objectif étant d'améliorer la tenue mécanique de l'isolation et de mieux répartir les contraintes à l'intérieur du câble. Des échantillons ont donc été soumis à des compressions transverses afin de tester les différentes méthodes. Cette étude a permis de proposer des perspectives d'amélioration au niveau du procédé d'imprégnation du câble afin d'augmenter sa tenue mécanique.

D'autre part, plusieurs codes d'optimisation ont été élaborés. Ils se basent sur des méthodes nouvelles utilisant des formules analytiques. Les avantages de ces codes sont multiples : l'évaluation du champ est exacte et plus rapide que des intégrations de type Biot et Savart. De plus, les formules utilisent des fonctions usuelles et sont simples à implémenter. Trois codes d'optimisation ont ainsi été élaborés. Le premier est un code 2D pour des designs en blocs rectangulaires. Il a permis de proposer à la fois des designs théoriques et des designs pratiques qui conviennent aux projets FRESCA2 et HE-LHC. Le deuxième et le troisième sont des codes 3D pour l'optimisation des têtes de dipôles. Le deuxième code consiste à modéliser le bobinage à l'aide de blocs élémentaires. Il est adapté aux designs de type blocs. Le troisième se base sur une modélisation des câbles supraconducteurs par des rubans. Il peut s'appliquer aussi bien aux designs en blocs qu'aux designs en secteurs angulaires. Les modèles analytiques 2D et 3D développés ici permettent d'optimiser rapidement, de manière précise, et en tenant compte de nombreux critères, des configurations magnétiques pour les aimants haut champ d'accélérateurs. Combinés à d'autres outils, ces méthodes pourront se révéler très efficaces pour la conception globale des aimants d'accélérateurs.

Une perspective intéressante consiste à intégrer les méthodes analytiques décrites ici dans des méthodes d'optimisation qui prennent en compte les non-linéarités des matériaux magnétiques. Finalement, cette étude fournit à la seconde problématique la réponse suivante : **des configurations 2D et 3D d'aimants d'accélérateurs en Nb_3Sn à haut champ ont été proposées, elles satisfont les contraintes d'homogénéité de champ, de marge de fonctionnement et de contraintes mécaniques qui sont imposées dans ce domaine.** Les méthodes de calcul et les conceptions magnétiques proposées dans cette thèse peuvent être mises à la disposition des concepteurs d'aimants d'accélérateurs, et contribuer ainsi aux prochaines étapes d'amélioration des accélérateurs de particules à haute énergie.

Liste des symboles

$\alpha\Delta T$	Coefficient de contraction thermique de 300 K à 4,2 K, en mm/m
β	Fonction bêta en m
β^*	Fonction bêta au point de collision
β_s	Critère de stabilité en A.mm^{-2}
ΔP	Quantité de mouvement totale en kg.m.s^{-1}
δ	Longueur d'un tête de bobine en m
δ	Longueur d'une tête de bobine en m
ϵ	Déformation mécanique intrinsèque
ϵ_f	Emittance en m
$\epsilon_{0,a}$	Déformation axiale résiduelle
ϵ_0	Déformation au maximum de courant
ϵ_{appl}	Déformation appliquée
ϵ_{dev}	Déformation déviatrice
γ	Facteur relativiste
κ	Courbure en m^{-1}
λ	Rapport supraconducteur sur conducteur total
$\mathcal{L}$	Luminosité en cm^{-2}.s^{-1}
$\mathcal{P}$	Probabilité de collision
ϕ	Angle de courbure en rad
ϕ	Angle zénithal en coordonnées sphériques
ρ	Distance au centre en coordonnées cylindriques
ρ_0	Rayon d'ouverture en m
ρ_m	Résistivité de la matrice résistive en Ω.m
τ	Torsion en m^{-1}
θ	Position angulaire en rad dans le repère cylindrique associé au tube faisceau
$\vec{B}$	Vecteur binormal du repère de Frenet
$\vec{N}$	Vecteur normal du repère de Frenet

$\vec{r}$ Vecteur décrivant une courbe dans l'espace

$\vec{T_1}$ Vecteur indiquant la largeur du ruban dans le repère de Darboux

$\vec{T_2}$ Vecteur indiquant la l'épaisseur du ruban dans le repère de Darboux

$\vec{T}$ Vecteur tangent du repère de Frenet

A Potentiel vecteur magnétique en T.m

a_i Abscisse d'un bloc rectangulaire en m, $i = 1, 2$

A_n Coefficient harmonique tourné de rang n, en T

A_p Section d'un nuage de particules en m^2

a_s Epaisseur d'une tranche de supraconducteur en m

a_{max} Abscisse maximum en m

a_{min} Abscisse minimum en m

B Champ d'induction magnétique en T

b Induction réduite

B_c Induction critique en T

b_i Ordonné d'un bloc rectangulaire en m, $i = 1, 2$

B_n Coefficient harmonique normal de rang n, en T

B_{crete} Champ crête sur le conducteur en T

B_{max} Champ maximum atteint sur la droite de charge en T

b_{max} Ordonnée maximum en m

b_{min} Ordonnée minimum en m

C Constante de la loi d'échelle unifiée en $A.mm^2.T$

c Vitesse de la lumière en $m.s^{-1}$

C_p Chaleur volumique en $J.m^{-3}.K^{-1}$

$Cout_i$ Coût normalisé du bloc conducteur i

$Cout_{tot}$ Coût total normalisé

$D_{filament}$ Diamètre d'un filament supraconducteur en m^2

E Energie du faisceau en eV

e_b Epaisseur du bloc en m

e_c Epaisseur du câble en m

E_Y Module d'Young en MPa

e_{bob} Epaisseur de bobinage en mm

e_{ic} Epaisseur d'isolation du câble en mm

e_{iic} Epaisseur inter-couches en mm

F	Force de Laplace en N
f	Fréquence en Hz
$f(b)$	Fonction décrivant la dépendance de J_c vis à vis de l'induction réduite b
F_l	Facteur de réduction de luminosité dû à l'angle de croisement des faisceaux
F_p	force d'ancrage en N
$g(\epsilon)$	Fonction décrivant la dépendance de J_c vis à vis de la déformation ϵ
H	Champ d'excitation magnétique en A.m^{-1}
$h(t)$	Fonction décrivant la dépendance de J_c vis à vis de la température réduite t
h_b	Hauteur du bloc en m
h_c	Hauteur du câble en m
H_h	Fonction échelon d'Heaviside
h_i	Hauteur du bloc i en m
H_{c1}	Premier champ d'excitation critique en A.m^{-1}
H_{c2}	Deuxième champ d'excitation critique en A.m^{-1}
I	Courant électrique en A
I_c	Courant critique en A
i_c	Courant critique normalisé par rapport à I_{c0}
I_q	Courant de quench en A
I_{c0}	Courant critique en A, à contrainte mécanique minimum
i_{c1}	Courant critique normalisé de référence
IB_n	Intégrale de champ normalisée, en unités
J	Densité de courant en A.mm^{-2}
J_c	Densité de courant critique en A.mm^{-2}
J_{bloc}	Densité de courant dans le bloc en A.mm^{-2}
J_{brin}	Densité de courant dans le brin en A.mm^{-2}
$J_{c,bloc}$	Densité de courant critique dans le bloc en A.mm^{-2}
$J_{c,brin}$	Densité de courant critique dans le brin en A.mm^{-2}
$J_{c,cable}$	Densité de courant critique dans le cable en A.mm^{-2}
J_{cable}	Densité de courant dans le cable en A.mm^{-2}
J_E	Densité de courant engineering en A.mm^{-2}
J_{nonCu}	Densité de courant dans le non-cuivre en A.mm^{-2}
J_{op}	Densité de courant d'opération en A.mm^{-2}
k_s	Conductivité thermique du supraconducteur en W.m^{-1}.K^{-1}

L Longueur d'un ruban en m

l_i Largeur du bloc i en m

L_{mag} Longueur magnétique d'un aimant en m

L_{mag} Longueur magnétique en m

m Masse d'une particule en kg

n Rang d'un harmonique

N_d Nombre de dipôles

N_p Nombre de particules

n_t Indice de transition

N_{blocs} Nombre de blocs

$N_{couches}$ Nombre de couches

ouv Ouverture de l'aimant en mm

P Pression transverse en MPa

$P(x, y)$ Point courant de calcul du champ

P_1 Seuil de dégradation irréversible en MPa

P_2 Seuil de dégradation inacceptable en MPa

p_r Quantité de mouvement relativiste en kg.m.s^{-1}

$Q(a, b)$ Point du bloc source

q_p Charge d'une particule en C

R Rayon de courbure de la trajectoire des particules en m

$r_{Cu/nCu}$ Rapport cuivre sur non-cuivre

s Section d'une particule en m^2

S_i Section du bloc conducteur i en m^2

S_{bloc} Section d'un bloc conducteur en m^2

S_{brin} Section d'un brin en m^2

S_{cable} Section d'un câble en m^2

S_{Cu} Section du cuivre en m^2

$S_{ellipses}$ Section de bobinage créée par l'intersection de deux ellipses, en m^2

S_{nonCu} Section du non-cuivre en m^2

S_{tot} Section totale couverte par les blocs conducteurs dans le premier quadrant, en m^2

T Température en K

t Abscisse curviligne en m

t Température réduite

t_1	Borne inférieure d'intégration temporelle
t_2	Borne supérieure d'intégration temporelle
T_c	Température critique en K
u	Position de la génératrice selon la largeur du ruban, en m
U_0	Offset de tension en V
U_c	Critère de transition en V
v	Vitesse d'une particule en m.s^{-1}
w	Largeur d'un ruban en m
z	Position en m sur l'axe du tube faisceau

Bibliographie

[1] Lyndon Evans and Philip Bryant. The Cern Large Hadron Collider : Accelerator And Experiments. *Institute of Physics Publishing And SISSA*, 2008.

[2] S J J Thomson. On the Charge of Electricity Carried by the Ions Produced by Röntgen Rays. *Philos. Mag.*, 1898.

[3] E. Rutherford. The Scattering of alpha and beta Particles by Matter and the Structure of the Atom. *Philosophical Magazine Series 6*, 21 :Issue 125, 1911.

[4] Fermilab. http://www.fnal.gov/pub/science/accelerator/.

[5] L Rossi. LHC High Luminosity Upgrade plans. In *sLHC-PP Public events*, 2011.

[6] E. Todesco. High Energy LHC. In *2nd EuCard meeting*, 11 th May 2011.

[7] E. Wilson. *An Introduction to Particle Accelerators*. Oxford University Press, 2001.

[8] A. Tollestrup and E. Todesco. The Development of Superconducting Magnets for Use in Particle Accelerators : From the Tevatron to the LHC. *Reviews of Accelerators Science and Technology*, 1 :185–210, 2008.

[9] L. Rossi. Superconducting Magnets for Accelerators and Detectors. *Cryogenics*, 43(3Ű5) :281 – 301, 2003.

[10] S. Russenschuck. *Field Computation for Accelerator Magnets, Electromagnetic Design and Mathematical Optimization Methodes in Magnet Technology*. Wiley-VCH, 2010.

[11] B J Holzer. Lattice Design In High-energy Particle Accelerators. In *CERN Accelerator School, DESY, Zeuthen, Germany*, 2006.

[12] H K Onnes. Further experiments with Liquid Helium. D. On the change of Electrical Resistance of Pure Metals at very low Temperatures, etc. V. The Disappearance of the resistance of mercury. *KNAW, Proceedings*, 14 :113–115, 1911.

[13] M N Wilson. *Superconducting Magnets*. Oxford Science Publications, 1983.

[14] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer. Theory of Superconductivity. *Phys. Rev.*, 108 :1175–1204, Dec 1957.

[15] A.A. Abrikosov. The magnetic properties of superconducting alloys. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 2(3) :199 – 208, 1957.

[16] B. T. Matthias, T. H. Geballe, S. Geller, and E. Corenzwit. Superconductivity of Nb3Sn. *Phys. Rev.*, 95 :1435–1435, Sep 1954.

[17] J. K. Hulm and R. D. Blaugher. Superconducting Solid Solution Alloys of the Transition Elements. *Phys. Rev.*, 123 :1569–1580, Sep 1961.

[18] P. Lee. http://magnet.fsu.edu/~lee/plot/plot.htm. 2010.

[19] E. Buehler and H. J. Levinstein. Effect of Tensile Stress on the Transition Temperature and Current-Carrying Capacity of Nb3Sn. *Journal of Applied Physics*, 36(12) :3856 –3860, dec 1965.

[20] L. Bottura and B. Bordini. Jc(B,T,epsilon) Parameterization for the ITER Nb3Sn Production. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 19 :1521–1524, 2009.

[21] A Devred. Supraconducteurs à basse température critique pour électroaimants. Technical report, Rapport CEA-R-6011, 2002.

[22] H Felice. *Contribution à la Conception des Bobinages Supraconducteurs de Type Dipolaire en Nb3Sn pour les Accélérateurs de Particules*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2006.

[23] D. Larbalestier, P. Madsen, J. Lee, M. Wilson, and J. Charlesworth. Multifilamentary Niobium Tin Magnet Conductors. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 11(2) :247 – 250, mar 1975.

[24] M. Alsharo'a, E. Barzi, M. Bossert, R.P. Johnson, D. Turrioni, R. Yamada, and A.V. Zlobin. Optimization of Brittle Superconducting Nb3Sn Strand Designs . *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 18 :1496–1499, 2008.

[25] D B Smathers. The Modified Jelly Roll Process for Manufacturing Multifilament Niobium–Tin Composite Superconductors. *International Symposium on Tantalum and Niobium*, pages 707–723, 1989.

[26] C.D. Hawes, P.J. Lee, and D.C. Larbalestier. Measurement of the critical temperature transition and composition gradient in powder-in-tube Nb3Sn composite wire. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 10(1) :988 –991, mar 2000.

[27] M. D. Sumption and E. W. Collings. Modeling Current-Field Instabilities in High Performance Nb3Sn Strands in Moderate Field. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 17 :2714–2717, 2007.

[28] B. Bordini, R. Maccaferri, L. Rossi, and D. Tommasini. Manufacture And Test Of A Small Ceramic-Insulated Nb3Sn Split Solenoid. *Proceedings of EPAC08*, 2008.

[29] B. Bordini and L. Rossi. Self Field Instability in High-Jc Nb3Sn Strands With High Copper Residual Resistivity Ratio. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 19(3) :2470 –2476, june 2009.

[30] M Asner, R Perin, S Wenger, and F Zerobin. First Nb3Sn, 1-m Long Superconducting Dipole Model Magnets for LHC Break the 10 Tesla Field Threshold. *11th International Conference on Magnet Technology, Tsukuba, Japan, 28 Aug - 1 Sep 1989*, pages 36–41, 1989.

[31] A. den Ouden, S. Wessel, E. Krooshoop, and H. ten Kate. Application of Nb3Sn Superconductors in High-field Accelerator Magnets. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 7(2) :733 –738, jun 1997.

[32] A.D. McInturff, R. Benjegerdes, P. Bish, S. Caspi, K. Chow, D. Dell'Orco, D. Dietderich, R. Hannaford, W. Harnden, H. Higley, A. Lietzke, L. Morrison, M. Morrison, R. Scanlan, J. Smithwick, C. Taylor, and J. van Oort. Test Results for a High Field (13 T) Nb3Sn Dipole. 3 :3212 –3214 vol.3, may 1997.

[33] G. Ambrosio, N. Andreev, S. Caspi, K. Chow, V.V. Kashikhin, I. Terechkine, M. Wake, S. Yadav, R. Yamada, and A.V. Zlobin. Magnetic Design of the Fermilab 11 T Nb3Sn Short Dipole Model. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 10(1) :322 –325, mar 2000.

[34] A.V. Zlobin, G. Ambrosio, N. Andreev, E. Barzi, R. Bossert, R. Carcagno, D.R. Chichili, L. Elementi, S. Feher, V.S. Kashikhin, V.V. Kashikhin, M.J. Lamm, I. Novitski, Yu. Pischalnikov, C. Sylvester, M. Tartaglia, and R. Yamada. Development and Test of Nb3Sn cos-theta Dipoles Based on Pit Strands. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 15(2) :1160 – 1163, june 2005.

[35] MPWG. EuCARD-HFM Dipole Model Design Options. Technical report, EuCARD-HFM project, 2010.

[36] A.F. Lietzke, S.E. Bartlett, P. Bish, S. Caspi, D. Dietderich, P. Ferracin, S.A. Gourlay, A.R. Hafalia, C.R. Hannaford, H. Higley, W. Lau, N. Liggins, S. Mattafirri, M. Nyman, G. Sabbi, R. Scanlan, and J. Swanson. Test Results of HD1b, an Upgraded 16 Tesla Nb3Sn Dipole Magnet. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 15(2) :1123 – 1127, june 2005.

[37] P. Ferracin, B. Bingham, S. Caspi, D.W. Cheng, D.R. Dietderich, H. Felice, A.R. Hafalia, C.R. Hannaford, J. Joseph, A.F. Lietzke, J. Lizarazo, G. Sabbi, and X. Wang. Recent Test Results of the High Field Nb3Sn Dipole Magnet HD2. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 20(3) :292 –295, 2010.

[38] S. Caspi, S. Gourlay, R. Hafalia, A. Lietzke, J. ONeill, C. Taylor, and A. Jackson. The Use of Pressurized Bladders for Stress Control of Superconducting Magnets. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 11(1) :2272 –2275, mar 2001.

[39] D. Leroy and O. Vincent-Viry. Preliminary Magnetic Designs For Large-Bore And High-Field Dipole Magnets. *CARE-Report*, 05-023-NED, 2004.

[40] Richard A. Beth. An Integral Formula for Two Dimensional Fields. *Journal of Applied Physics*, 38(12) :4689 –4692, nov 1967.

[41] G. de Rijk. The EuCARD High Field Magnet project. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, PP(99) :1, 2011.

[42] A. Portone, M. Bagnasco, B. Baker, P. Bruzzone, F. Cau, E. Fernandez-Cano, E. Salpietro, P. Testoni, E. Theisen, M. Vogel, and R. Wesche. Status Report of the EDIPO Project. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 21(3) :1953 – 1959, june 2011.

[43] A. McInturff, R. Blackburn, N. Diaczenko, T. Elliott, T. Holik, A. Jaisle, P. McIntyre, and A. Sattarov. Current Status of the Texas A&M Magnet R&D Program. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 21 :1620, 2011.

[44] J. W. Ekin. Effect Of Transverse Compressive Stress On The Critical Current And Upper Critical Field Of Nb3Sn. *Journal of Applied Physics*, 62(12) :4829 –4834, December 1987.

[45] B Seeber, A Ferreira, V Abächerli, and R Flükiger. Critical current of a Nb3Sn bronze route conductor under uniaxial tensile and transverse compressive stress. *Supercond. Sci. Technol.*, 20 :S184–S188, 2007.

[46] H Kitaguchi, S Kimura, T Shimonosono, S Hanai, T Takeuchi, and K Inoue. Critical Currents of Nb3Sn Wire Subject to Applied Transverse Stress. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 15 :3454–3457, 2005.

[47] B. Jakob and G. Pasztor. Effect of Transverse Compressive Stress on the Critical Current of Cabled Nb3Sn Conductor. *IEEE Transactions On Magnetics*, 25 :2379–2381, 1989.

[48] G. Pasztor, A. Anghel, B. Jakob, and R. Wesche. Transverse Stress Effects in Nb3Sn Cables. *IEEE Transactions On Magnetics*, 30 :1938–1941, 1994.

[49] G Nishijima, H Oguro, S Awaji, K Katagiri, K Miyoshi, S Meguro, and K Watanabe. Application of the prebending strain effect on CuNb/Nb3Sn superconducting coils fabricated by a react-and-wind method. *Superconductor Science and Technology*, 18 :S261–S265, 2005.

[50] H. Boschman, P.P.E. Fornerod, and L.J.M. van de Klundert. The Influence of Transverse Compressive Stress on The Critical Current of Multifilamentary Nb3Sn and NbTi Wires. *IEEE Transactions On Magnetics*, 25 :1976–1979, 1989.

[51] H.H.J. ten Kate, H. Weijers, S. Wessel, H. Boschman, and L.J.M van de Klundert. The reduction of the critical current in Nb3Sn cables under transverse forces. *IEEE Transaction on Magnetics*, 28 :715–718, 1992.

[52] H.H.J. ten Kate, H.W. Weijers, and J.M. van Oort. Critical Current Degradation In Nb3Sn Cables Under Transverse Pressure. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 3 :1334–1337, 1993.

[53] J M Van Oort, R M Scanlan, H W Weijers, S Wessel, and H H J ten Kate. The Reduction Of The Critical Current In Nb3sn Cables Under Transverse Loads. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 3-1(LBNL, Twente) :559–562, 1993.

[54] E. Barzi, T. Wokas, and A. Zlobin. Sensitivity of Nb3Sn Rutherford-type cables to transverse pressure. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 15 :1541–1544, 2005.

[55] D R. Dietderich and R M. Scanlan. Critical Current of Superconducting Rutherford Cable in Highmagnetic Fields with Transverse Pressure. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 9 :122–125, 1999.

[56] P. Bauer, G. Ambrosio, E. Barzi, D. Dietderich, and al. Results of the First Series of Measurements of the Critical Currents of Nb3Sn Cables for the React&wind Development Program. *Technical Division note*, 2000.

[57] P. Bauer, G. Ambrosio, E. Barzi, D. Dietderich, and al. Results of the Second Series of Measurements of the Critical Currents of Nb3Sn Cables for the React&wind Development Program. *Technical Division note*, 2001.

[58] G Ambrosio, S Bartlett, D Dietderich, L Elementi, K Ewald, A Nicolai, A Simmons, A Verweij, and O Vincent-Viry. Design of a sample holder for Nb3Sn cable test at FRESCA. *Fermilab Technical Division note*, TD-04-022, 2004.

[59] G Ambrosio. 2D Magnetic And Mechanical Analysis Of The Sample Holder For Nb3Sn Cable Test At FRESCA (CERN). *Fermilab Technical Division note*, TD-04-002, 2004.

[60] A.P. Verweij, J. Genest, A. Knezovic, D.F. Leroy, J.-P. Marzolf, and L.R. Oberli. 1.9 K Test Facility for the Reception of the Superconducting Cables for the LHC. *Proceedings ASC98*, 1998.

[61] B. Bordini, F. Regis, O. Crettiez, P. Fessia, M. Guinchard, J.C. Perez, and I. Sexton. Conceptual Design of a New Sample Holder for the FRESCA Cable Test Station. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 20(3) :1511 –1514, june 2010.

[62] Katagiri, Watanabe, and al. Tensile Strain Transverse Compressive Stress Characteristics in High Strength Nb3Sn Superconducting Wires. *Sci. Rep. RITU A42*, 2 :381–388, 1996.

[63] Tomoaki Takao, Toru Ito, Kenji Umekawa, Yuta Fukasawa, Hideki Tanaka, and Masaichi Umeda. Degradation And Reversibility Of Critical Current Due To Transverse Compressive Stress In Ta-reinforced Nb3Sn Superconducting Strand. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 15 :3446–3449, 2005.

[64] G Mondonico, B Seeber, A Ferreira, B Bordini, L Oberli, L Bottura, A Ballarino, R Flükiger, and C Senatore. Effect of quasi-hydrostatical radial pressure on Ic of Nb3Sn wires. *Superconductor Science and Technology*, 25 :115002, 2012.

[65] H. Boschman, A.P. Verweij, S. Wessel, H.H.J. ten Kate, and L.J.M. van de Klundert. The Effect of Transverse Loads up to 300 MPa on The Critical Currents of Nb3Sn Cables . *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, pages 1831–1834, 1991.

[66] W. A. Fietz and W. W. Webb. Hysteresis in Superconducting Alloys - Temperature and Field Dependence of Dislocation Pinning in Niobium Alloys. *Phys. Rev.*, 178 :657–667, Feb 1969.

[67] J W Ekin. Strain Scaling Law for Flux Pinning in Practical superconductors. Part 1 : Basic Relationships and Application to Nb3Sn Conductors. *Cryogenics*, 20 :611, 1980.

[68] J.W. Ekin. Unified Strain-and-Temperature Scaling Law : Separable Parameter Set. *Presented at MEM07, Princeton, NJ*, 2007.

[69] Edward J. Kramer. Scaling laws for flux pinning in hard superconductors. *Journal of Applied Physics*, 44(3) :1360 –1370, mar 1973.

[70] D. Dew-Hughes. Flux Pinning Mechanisms in Type II Superconductors. *Philosophical Magazine*, 30(2) :293–305, 1974.

[71] D P Hampshire, H Jones, and E W J Mitchell. An in Depth Characterization of (NbTa)3Sn Filamentary Superconductor. *IEEE Transactions on Magnetics*, MAG-21 :289–292, 1985.

[72] L.T. Summers, M.W. Guinan, J.R. Miller, and P.A. Hahn. A Model For The Prediction Of Nb3Sn Critical Current As A Function Of Field, Temperature, Strain, And Radiation Damage. *IEEE Transactions On Magnetics*, 27 :2041–2044, 1991.

[73] S A Keys and D P Hampshire. A Scaling Law For The Critical Current Density Of Weakly- And Strongly-coupled Superconductors, Used To Parameterize Data From A Technological Nb3Sn Strand. *Superconductor Science and Technology*, 16 :1097–1108, 2003.

[74] David M J Taylor and Damian P Hampshire. The Scaling Law for the Strain Dependence of the Critical Current Density in Nb3Sn Superconducting Wires. *Superconductor Science and Technology*, 18(12) :S241, 2005.

[75] B. ten Haken, A. Godeke, and H. H. J. ten Kate. The Strain Dependence of the Critical Properties of NbSn Conductors. *Journal of Applied Physics*, 85(6) :3247–3253, 1999.

[76] A. Godeke, B. ten Haken, and H.H.J. ten Kate. Scaling of the Critical Current in ITER Type Niobium-tin Superconductors in Relation to the Applied Field, Temperature and Uni-axial Applied Strain. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 9(2) :161 –164, jun 1999.

[77] A. Godeke, B. ten Haken, and H. H. J. ten Kate. The Deviatoric Strain Description of the Critical Properties of Nb3Sn Conductors. *Physica C : Superconductivity*, 372-376(Part 3) :1295 – 1298, 2002.

[78] A Godeke, B ten Haken, H H J ten Kate, and D C Larbalestier. A General Scaling Relation for the Critical Current Density in Nb3Sn. *Superconductor Science and Technology*, 19(10) :R100, 2006.

[79] J W Ekin. Unified scaling law for flux pinning in practical superconductors : I. Separability postulate, raw scaling data and parameterization at moderate strains. *Superconductor Science and Technology*, 23(8) :083001, 2010.

[80] Sangjun Oh and Keeman Kim. A Scaling Law for the Critical Current of Nb3Sn Strands Based on Strong-coupling Theory of Superconductivity. *Journal of Applied Physics*, 99(3) :033909 –033909–8, feb 2006.

[81] A Nijhuis and Y Ilyin. Transverse load optimization in Nb3Sn CICC design ; influence of cabling, void fraction and strand stiffness. *Superconductor Science and Technology*, 19 :945–962, 2006.

[82] N Mitchell. Operating Strain Effects In Nb3Sn Cable-in-conduit Conductors. *Superconductor Science and Technology*, 18 :S396–S404, 2005.

[83] Emanuela Barzi, Giuseppe Gallo, and Paolo Neri. FEM Analysis of Nb-Sn Rutherford-type Cables. *Présenté à MT22, Marseille*, 2011.

[84] D Arbelaez, S O Prestemon, P Ferracin, A Godeke, D R Dietderich, and G Sabbi. Cable deformation simulation and a hierarchical framework for Nb 3 Sn Rutherford cables. *Journal of Physics : Conference Series*, 234(2) :022002, 2010.

[85] Pierre Manil, Miloud Mouzouri, and François Nunio. Mechanical Modeling of Low Temperature Superconducting Cables at the Strand Level. *Présenté à MT22, Marseille*, 2011.

[86] E. Rochepault, W.M. de Rapper, P. Vedrine, F. Rondeaux, and F. Bouillault. First Performance Test of Ceramic-insulated Nb3Sn Conductors. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 22(3) :6000104, june 2012.

[87] S Canfer. Ned insulation specification edms 548037 v.6. Technical report, CARE-NED, 2005.

[88] B. Baudouy and J. Polinski. Final Report on Heat Transfer Study. Technical report, CARE-Report-2007-033-NED, EDMS 883118, 2007.

[89] F. Clinard. The Effect of Irradiation-induced Defects on Fusion Reactor Ceramics. *5e Europhysical Topical Conference on Lattice Defects In Ionic Crystals*, 86 :3123, 1987.

[90] S.A. Lelekhov, S.I. Novikov, and A.N. Zyravlev. Superconducting Monolithic Nb3Sn Magnetic System With Ceramic 1nsulation :Technology Of Manufacturing. Test Results. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 28 :877–879, 1992.

[91] P.E. Fabian, R.P. Reed, J.B. Schutz, and T.S. Bauer-McDaniel. Shear/compressive Properties of Candidate ITER Insulation Systems at Low Temperatures. *Cryogenics*, 35(11) :689 – 692, 1995. <ce :title>Nonmetallic Materials and Composites at Low Temperature-VII</ce :title>.

[92] J. B. Schutz and R. P. Reed. Inorganic and Hybrid Insulation Materials for ITER. *Advances in cryogenic engineering*, 40 :985, 1994.

[93] R. Reed, T. Bauer-McDaniel, P. Fabian, C. Hazelton, N. Munshi, H. Gerstenberg, and H. Katheder. Shear Strength of Irradiated Insulation Under Combined Shead-compression Loading. *Advanced Cryogenic Engineering - Materials*, 42 :81, 1996.

[94] N. J. Simon. Cryogenic Properties Of Inorganic Insulation Materials For ITER Magnets : A Review. *Report of the National Institute of Standards and Technology*, 5030, 1994.

[95] P.E. Fabian, J.A. Rice, N.A. Munshi, K. Humer, and H.W. Weber. Novel Radiation-resistant Insulation Systems for Fusion Magnets. *Fusion Engineering and Design*, 61-62 :795–799, 2002.

[96] K.H. Tanaka, Y. Yamanoi, H. Noumi, and M. Takasaki. Development of Radiation Resistant Magnet Coils for High Intensity Beam Lines. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 30 :2511–2514, 1994.

[97] Y. Yamanoi, K.H. Tanaka, and M. Takasak. Development of Radiation-Resistant Magnet Coils for High-Intensity Beam Lines : Part II-completely inorganic insulated coils . *IEEE Transaction on Magnetics*, 32 :2147–2150, 1996.

[98] E. Celik, J. Schwartz, E. Avci, and Y.S. Hascicek. Evaluation of Adhesion Strength of Sol-Gel Ceramic Insulation for HTS Magnets. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 9 :1916–1919, 1999.

[99] E. Celik, I.H. Mutlu, H. Okuyucu, and Y.S. Hascicek. Electrical Characterization of Ceramic Insulation Coatings for Magnet Technology. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 11 :2881–2884, 2001.

[100] E. Celik, I.H. Mutlu, and Y.S. Hascicek. Ceramic Insulation for Nb3Sn Wires and Magnets. *Physica C*, 270 :125–131, 2002.

[101] John A. Rice, Paul E. Fabian, and Craig S. Hazelton. Mechanical and Electrical Properties of Wrappable Ceramic Insulation. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 9 :220–223, 1999.

[102] M.W. Hooker, K.S. Kano, and M.W. Stewart. Recent Advances in the Development of Low-Cost Ceramic-Based Magnet Insulation. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 17 :1521–1524, 2007.

[103] R. Bossert, G. Ambrosio, N. Andreev, G. Whitson, and A. Zlobin. Tests of Insulation Systems for Nb3Sn Wind and React Coils. *Advances in Cryogenic Ingineerings*, 54, 2008.

[104] K.S. Kano, M.W. Stewart, and M.W. Hooker. New Insulation Application Process For Wind-And-React Magnet Fabrication. *Advances in Cryogenic Ingeneerings*, 54, 2008.

[105] D.R. Chichili, T.T. Arkan, and I. Terechkine. Niobium-Tin Magnet Technology Development At Fermilab. *Proceedings PAC99*, 1999.

[106] D R Chichili, T T Arkan, J P Ozelis, and I Terechkine. Investigation of Cable Insulation and Thermo-Mechanical Properties of Nb3Sn Composite. *Fermilab Technical Division note*, IL 60510, 2000.

[107] John A. Rice and Hannah M. Rice. Moldable Ceramic Putty for High Field Magnet Applications. *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 17 :1015–1018, 2007.

[108] D.R. Chichili, N. Andreev, V.S. Kashikhin, A.V. Zlobin, D. Codell, P. Fabian, and M. Tupper. Fabrication Of Nb3Sn Shell-Type Coils With Pre-Preg Ceramic Insulation. *CEC/ICMC*, 2003.

[109] S. Feher, G. Ambrosio, N. Andreev, E. Barzi, R. Carcagno, D.R. Chichili, Vl. Kashikhin, V.V. Kashikhin, M.J. Lamm, D. Orris, Y. Pischalnikov, C. Sylvester, M. Tartaglia, J.C. Tompkins, S. Yadav, R. Yamada, and A.V. Zlobin. Test Results of

Shell-type Nb3Sn Dipole Coils. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 14(2) :349 – 352, june 2004.

[110] A Puigsegur. *Isolation Ceramique Pour Cables Supraconducteurs En Nb3sn*. PhD thesis, Montpellier II, 2005.

[111] A Puigsegur, L Quettier, J M Rey, F Rondeaux, and E Prouzet. An Innovative Insulation for Nb3Sn Wind & React Coils : Electrical Tests. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 16 :1769–1772, 2006.

[112] J.M. Rey, S. Marchant, E. Prouzet, and A. Devred. Procédé de fabrication d'une gaine électriquement isolante et mécaniquement structurante sur un conducteur électrique, Brevet nř 01 0974, 2001.

[113] A. Puigségur, F. Rondeaux, and E. Prouzet. Procédé de fabrication d'une gaine électriquement isolante et mécaniquement structurante sur un conducteur électrique, Brevet nř 03 50158, 2003.

[114] S. Pietrowicz, A. Four, B. Baudouy, N. Kimura, and A. Yamamoto. Heat Dissipation In Accelerator Superconducting Cables With Ceramic Insulation In Normal And Supercritical Helium . *Advances in Cryogenic Ingeneerings*, To be published.

[115] P. Chesny, F. Fazilleau, and J. M. Gheller. An Original Sample Rod for Critical Current Measurements. *presented at the CEC-ICMC*, 2005.

[116] F. Rondeaux. Insulation Development : Final Report on Innovative Insulation. *CARE-Report*, 037, 2007.

[117] P. Manil and F. Rondeaux. Short Racetrack Windings for the Mechanical Characterization of Ceramic-Insulated Cables. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 20(3) :1658 –1661, june 2010.

[118] Final Materials. http://www.final-materials.com/.

[119] N. Elias, B. Bordini, N. Dalexandro, C. Giloux, M. Karppinen, and R. Maccaferri. Fabrication and Test of A Nb3Sn Model Magnet with Ceramic Insulation for the Next Generation Undulator of the LHC. *MT21-3AO-04*, 2010.

[120] M. Neal and V. Kovachev. Models for Interpreting Interstrand Resistance Measurements in Rutherford Cables. *SSCL-666*, 1994.

[121] E Rochepault. Procédure de préparation d'un échantillon U pour mesure de courant critique dans la station d'essai CETACEs. Technical report, Rapport technique CEA Saclay IRFU/SACM, CERAM-Y-2000-001-11, 2011.

[122] E Rochepault. Procédure de montage d'un échantillon U sur un porte-échantillon CETACEs. Technical report, Rapport technique CEA Saclay IRFU/SACM, CERAM-Y-2000-002-12, 2012.

[123] W M de Rapper. Heat treatment and Impregnation of the Nb3Sn SMC cable FRESCA Sample. Technical report, CERN-TE-MSC Technical Note 2009-03, EDMS 101130, 2009.

[124] E Rochepault. Procédure de montage d'échantillons sur un moule de traitement thermique FRESCA. Technical report, Rapport technique CEA Saclay IRFU/SACM, CERAM-Y-2000-003-12, 2012.

[125] A Wuis, B Bordini, and A Ballarino. Report of epoxy impregnated SMC-055 measurements in FRESCA. Technical report, CERN, 2012.

[126] S Le Naour and E Rochepault. Critical current characterization vs transverse pressure on Nb3Sn cables prepared without epoxy impregnation. Technical report, CERN-TE-MSC Internal Note 2012-06, EDMS 1227897, 2012.

[127] A Wuis. SMC Ű 056 Cable. Technical report, CERN, 2012.

[128] Material Selection and Processing. *http://www-materials.eng.cam.ac.uk/mpsite/*.

[129] Hiltex. *http://www.hiltex.nl/alumina-fibre/*.

[130] E. Rochepault, P. Vedrine, and F. Bouillault. 2D Analytical Magnetic Optimizations for Accelerator Dipole Block Designs. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 22(3) :4900804, june 2012.

[131] E. Durand. *Magnetostatique*. Masson et Cie, 1968.

[132] G. Aubert. Note interne CEA Saclay, Ouvrage à paraître.

[133] Ramesh Gupta. *Improving the Design and Analysis of Superconducting Magnets for Particle Accelerators*. PhD thesis, University of Rajasthan, 1996.

[134] MDWG. EuCARD-HFM Dipole Specification and Baseline Parameters. Technical report, 2011.

[135] P.M. McIntyre, K. Damborsky, E.F. Holik, F. Lu, A.D. McInturff, N. Pogue, A. Sattarov, and E. Sooby. 20 T Dipoles and Bi-2212 : the Path to LHC Energy Upgrade. *IEEE/CSC & ESAS EUROPEAN SUPERCONDUCTIVITY NEWS FORUM (ESNF), No. 16, April*, 2011.

[136] L. Rossi and E. Todesco. Conceptual Design of 20 T Dipoles for High-energy LHC. *To be published*, 2012.

[137] E Rochepault, G Aubert, P Vedrine, and F Bouillault. 3D Magnetic Optimization of Dipole Ends with Rectangular Cross-sections. *soumis à EPJ Applied Physics*, 2012.

[138] I S Gradshteyn and I M Ryzhik. *Table of Integrals, Series, and Products*. Academic Press, 1980.

[139] J Sackett. Calculation of Electromagnetic Fields and Forces in Coil Systems of Arbitrary Geometry. *IEEE 6. symposium on engineering problems of fusion research, San Diego, California, USA, 17 Nov*, 1975.

[140] L. Urankar. Vector Potential And Magnetic Field Of Current-carrying Finite Arc Segment In Analytical Form, Part III : Exact Computation For Rectangular Cross Section. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 18(6) :1860 – 1867, nov 1982.

[141] I.R. Ciric. Formulas For the Magnetic Field of Polygonal Cross Section Current Coils. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 28(2) :1064 –1067, mar 1992.

[142] S M Rappaport and Y Rabin. Differential Geometry of Polymer Models : Worm-Like Chains, Ribbons and Fourier Knots. *J. Phys. A*, 40 :4455, 2007.

[143] T Randrup and P Rogen. Sides of the Möbius Strip. *Arch. Math.*, 66 :511–521, 1996.

[144] WC Graustein. *Differential Geometry*. Dover Publication, Inc., Mineola, N. Y., 2006.

Titre : Etude de dipôles supraconducteurs en Nb_3Sn à haut champ : isolation électrique à base de céramique et conception magnétique.

Résumé : Dans le contexte des améliorations du LHC, des efforts importants sont fournis pour concevoir des aimants d'accélérateurs utilisant l'alliage supraconducteur Nb_3Sn, qui permet d'atteindre des champs magnétiques plus élevés (>12T). Le but de cette thèse est de proposer de nouvelles méthodes de calcul et de fabrication de dipôles à haut champ en Nb_3Sn. Une isolation céramique, mise au point précédemment au CEA Saclay, a été testée pour la première fois sur des câbles, dans les conditions d'utilisation d'un aimant d'accélérateur. Des mesures de courant critique sous champ magnétique et contrainte mécanique ont notamment été réalisées. Ces campagnes d'essais ont révélé que l'isolation céramique actuelle est trop fragile mécaniquement et que les propriétés de courant critique sont dégradées. Une étude a ensuite été menée, afin d'améliorer la tenue mécanique de l'isolation et de mieux répartir les contraintes à l'intérieur du câble. Des méthodes de conception magnétique ont par ailleurs été proposées afin d'optimiser la forme des bobinages, tout en respectant des contraintes d'homogénéité de champ, de marges de fonctionnement, de minimisation des efforts… Pour cela plusieurs codes d'optimisation ont été élaborés. Ils se basent sur des méthodes nouvelles utilisant des formules analytiques. Un code 2D a d'abord été élaboré pour des conceptions en blocs rectangulaires. Ensuite, deux codes 3D ont été conçus pour l'optimisation des têtes de dipôles. Le premier consiste à modéliser le bobinage à l'aide de blocs élémentaires, et le deuxième se base sur une modélisation des câbles supraconducteurs par des rubans. Ces codes d'optimisation ont permis de proposer des configurations magnétiques pour des aimants à haut champ.
Mots-clés : aimants supraconducteurs, accélérateurs, Nb_3Sn, conception magnétique, optimisation, isolation céramique, courant critique.

Title : Study of high field Nb_3Sn superconducting dipoles : electrical insulation based made of ceramic and magnetic design.

Abstract : In the framework of LHC upgrades, significant efforts are provided to design accelerator magnets using the superconducting alloy Nb_3Sn, which allows to reach higher magnetic fields (>12T). The aim of this thesis is to propose new computation and manufacturing methods for high field Nb_3Sn dipoles. A ceramic insulation, previously designed at CEA Saclay, has been tested for the first time on cables, in an accelerator magnet environment. Critical current measures, under magnetic field and mechanical stress, have been carried out in particular. With this test campaign, the current ceramic insulation has been shown to be too weak mechanically and the critical current properties are degraded. Then a study has been conducted, with the objective to improve the mechanical strength of the insulation and better distribute the stress inside the cable. Methods of magnetic design have also been proposed, in order to optimize the coils shape, while fulfilling constraints of field homogeneity, operational margins, forces minimization… Consequently, several optimization codes have been set up. They are based on new methods using analytical formulas. A 2D code has first been written for block designs. Then two 3D codes have been realized for the optimization of dipole ends. The former consists in modeling the coil with elementary blocs and the latter is based on a modeling of the superconducting cables with ribbons. These optimization codes allowed to propose magnetic designs for high field accelerator magnets.
Keywords : superconducting magnets, accelerators, Nb_3Sn, magnetic design, optimization, ceramic insulation, critical current.