

# Synthèse

Guillaume Toucas

13 novembre 2012

## Chromodynamique Quantique, Symétries, et Vide

Le Modèle Standard de la Physique des Particules est une description théorique des constituants fondamentaux de la matière ainsi que de leurs interactions. Ses fondements théoriques sont basés sur la Théorie Quantique des Champs ainsi que la Théorie des Groupes. Sa puissance descriptive et son élégance proviennent d'une utilisation systématique des principes de symétrie, d'un côté pour classer les particules, de l'autre, pour construire les différentes interactions entre celles-ci. Le Modèle Standard est le résultat d'un profond travail combinant expérience et théorie, dont l'histoire recouvre presque toute la moitié du vingtième siècle, commençant dans les années 1930 avec la naissance de l'Electrodynamique Quantique, et culminant au début des années 1980 avec la découverte expérimentale des bosons W et Z, ainsi que celle du quark top au milieu des années 1990. Ce modèle rend compte, jusqu'à une très bonne précision, de toutes les observations expérimentales effectuées jusqu'à maintenant. Finalement, il fut annoncé, le 4 juillet 2012, par le comité du CERN, qu'un nouveau signal autour de 126 GeV pourrait être compatible avec une particule de type Higgs. Les nouvelles données fournies par les expériences ATLAS et CMS au LHC permettraient enfin d'obtenir une réponse longtemps attendue à propos des fondations mêmes du Modèle Standard.

Si une grande partie de la recherche concernant le Modèle Standard se concentre sur la compréhension du secteur électro-faible et du mécanisme de Higgs, une partie substantielle se focalise sur l'étude l'interaction forte. Cette interaction possède un certain nombre de caractéristiques particulières, la mettant d'une certaine manière un peu à part des deux autres interactions - électromagnétique et faible (hormis le fait qu'aucune unification n'a été encore trouvée entre le secteur électrofaible et le secteur fort). Dans les années 1960 tardives, les études concernant le spectre hadronique ont suggéré que les hadrons possèdent une structure interne - que ces particules étaient elles-mêmes composées de particules fermioniques élémentaires : les quarks. En 1964, Murray Gell-Mann et Georges Zweig proposèrent le modèle des quarks, postulant ainsi l'existence des trois quarks légers u, d et s. Ils furent ainsi capables d'expliquer la structure des multiplets de hadrons en termes de produits de représentations de doublets et de triplets de saveur (symétries de saveur  $SU(2)$  et  $SU(3)$ ). Les quarks furent subséquentement découverts expérimentalement au SLAC en 1968. Mais les quarks u, d et s n'étaient pas les seuls quarks existants - le charm c et le bottom b et le top t furent découverts plus tardivement : en 1974, le c fut introduit pour rendre compte pour l'existence de la particule  $J/\psi$ , et le b et le t furent postulés dans les années 1970 pour expliquer la violation de symétrie  $\mathcal{CP}$  dans les désintégrations de kaon - les preuves expérimentales arrivèrent pour le b en 1977 et en 1995 pour le top, toutes deux au FERMILAB. Mais au milieu des années 1960, peu de temps après la naissance du modèle des quarks de Gell-Mann et Zweig, un mystère resta présent : comment rendre compte de l'existence du baryon  $\Omega$  (sss) trois fois étrange et du baryon  $\Delta^{++}$  (uuu) trois fois haut, qui semblaient violer explicitement le principe de Fermi ? La réponse à ce puzzle fut l'introduction d'un autre nombre quantique : la couleur. Les quarks étaient maintenant porteurs d'un nouveau degré de liberté et ceci permettait de lever l'apparente dégénérescence entre les quarks du  $\Omega$  et du  $\Delta^{++}$ . Ceci permit l'émergence de la symétrie de jauge de couleur  $SU(3)$ , l'une des symétries dynamiques fondamentales de la physique des particules, avec la symétrie  $(SU(2)_L \times U(1)_Y)$  du secteur électrofaible. Dans ce cadre, les quarks interagissent par l'intermédiaire de huit bosons de jauge, les gluons. Cette dynamique est décrite au moyen de la Chromodynamique Quantique (QCD), une théorie quantique des champs dont le paramètre principal est la constante de couplage  $\alpha_S$ , paramétrant la force des interactions quarks/gluons et gluons/gluons. Nous donnons ici à titre illustratif l'expression du lagrangien de QCD :

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_{quarks} + \mathcal{L}_{gluons} + \mathcal{L}_{topological} \quad (1)$$

Chacun de ces “sous-lagrangiens” est exprimé en termes des champs de quarks ( $q$  pour les quarks légers  $u, d, s$ , et  $Q$  pour les quarks lourds  $c, b, t$ ), ainsi que les champs de gluon  $A^\mu$  :

$$\mathcal{L}_{quarks} = \sum_Q \bar{Q}(i\gamma_\mu D^\mu - M_Q)Q + \sum_q \bar{q}(i\gamma_\mu D^\mu - m_q)q \quad (2)$$

$$\mathcal{L}_{gluons} = -\frac{1}{4}G_a^{\mu\nu}G_{\mu\nu}^a, \quad \mathcal{L}_{topological} = -\frac{g^2}{32\pi^2}\theta_0\tilde{G}_a^{\mu\nu}G_{\mu\nu}^a \quad (3)$$

$\gamma_\mu D^\mu = \gamma_\mu(\partial^\mu - igA_a^\mu T^a)$  est la dérivée covariante agissant sur les champs de quark  $Q$  et  $q$ ,  $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c$  est le tenseur de Faraday non-abélien pour les gluons, avec son dual  $\tilde{G}^{\mu\nu,a} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}G_{\rho\sigma}^a$ .  $\mathcal{L}_{quarks}$  rassemble la dynamique quarks-gluon au travers de la dérivée covariante, et les termes de masse des quarks  $m_q\bar{q}q$  et  $M_Q\bar{Q}Q$ . Cette séparation est faite afin d’expliciter la hiérarchie entre les masses de quark, et en particulier que trois d’entre eux ( $u, d, s$ ) sont légers comparés à l’échelle hadronique standard  $\Lambda_\chi = 1$  GeV.  $\mathcal{L}_{gluons}$  est un terme purement gluo-dynamique, décrivant comment les gluons se propageraient et interagiraient dans un hypothétique univers dénué de quarks.

Enfin,  $\mathcal{L}_{topological}$ , comme le nom le suggère, correspond à un terme topologique qui ne prend pas part équations du mouvement pour les quarks et les gluons (ce n’est pas un terme dynamique), mais qui en revanche est lié à la structure du vide de QCD par le biais de son paramètre, l’angle du vide  $\theta_0$ . Ce terme introduit une violation de  $\mathcal{P}$  et de  $\mathcal{T}$ , qui est habituellement négligé à cause de sa petitesse. En effet, des mesures effectuées sur le moment dipolaire électrique du neutron menèrent à une très petite borne pour  $\theta_0$ , de l’ordre de  $10^{-10}$ .

La QCD possède deux propriétés très particulières : le confinement et la liberté asymptotique. La liberté asymptotique décrète que lorsque l’énergie augmente, les interactions entre quarks diminuent de plus en plus. Cela signifie qu’à basse énergie, le développement perturbative usuelle en termes des puissances de la constante de couplage de QCD  $\alpha_S$  perd sa validité. Malgré tout, il existe deux alternatives principales au manquement de méthodes analytiques à basse énergie :

Premièrement, il est possible de construire une Théorie Effective des Champs (EFT) de QCD dans la limite de basse énergie, où les quarks et les gluons sont remplacés par les degrés de liberté effectifs que sont les mésons légers pseudo-scalaires  $\pi$ ,  $K$  et  $\eta$ . Il est ainsi possible de produire un développement en série des observables hadroniques en puissance de l’impulsion des mésons et des masses de quarks. Cette théorie est nommé Théorie Chirale des Perturbations, puisqu’elle est constituée à partir de la brisure spontanée de la symétrie chirale de QCD. La seconde alternative se base sur des calculs numériques des observables hadroniques. Cette technique consiste à discrétiser l’espace-temps minkowskien en un réseau pseudo-euclidien. Les champs de quarks et de gluons sont eux-mêmes discrétisés, menant ainsi à une intégrale de chemin “sur le réseau”, qu’il est ainsi possible d’évaluer avec l’aide d’algorithmes appropriés (techniques Monte-Carlo) ainsi que de puissants ordinateurs : c’est la QCD sur réseau. Ces deux méthodes, EFT et QCD réseau, sont complémentaires – tel qu’il sera expliqué plus bas.

Le premier chapitre de la thèse introduit la QCD de manière générale, ses symétries, ainsi que la structure de son vide. Après une introduction très courte au Modèle Standard, nous donnons une introduction de QCD, se focalisant sur les aspects concernant la symétrie chirale pour deux (u et d) ou trois saveurs (u, d et s) de quarks légers. Nous détaillons la notion de brisure spontanée d’une symétrie globale et le théorème de Goldstone qui en découle. Cette

brisure génère entre autres des bosons sans masses pouvant être identifiés avec le spectre de QCD à basse énergie ( $\pi$ ,  $K$ ,  $\eta$ ). De là, nous donnons une description du vide de QCD, où nous introduisons le concept fondamental de paramètre d'ordre pour une brisure spontanée. Nous voyons que pour la symétrie chirale, il existe deux paramètres d'ordre importants : la constante de désintégration  $\Sigma$  et le condensat de quark  $\Sigma$ . Nous montrons que ces paramètres d'ordre peuvent décroître lorsque nous passons de la théorie pour deux saveurs (sans masse) à la théorie pour trois saveurs :  $\Sigma(3) < \Sigma(2)$ ,  $F(3)^2 < F(2)^2$ , cet effet provenant de la présence de paires de quarks  $\bar{s}s$  dans le vide, ceci étant relié à la violation de la règle de Zweig dans le secteur scalaire.

La seconde partie de la description du vide de QCD concerne des considérations topologiques, provenant de la présence du terme topologique  $-g^2/(32\pi^2)\theta_0\tilde{G}_a^{\mu\nu}G_{\mu\nu}^a$  du lagrangien de QCD. Nous introduisons le nombre d'enroulement  $\nu$  des configurations gluoniques, et nous présentons une classification des états du vide indicés par ce nombre. Nous présentons aussi la relation entre l'anomalie axiale  $U_A(1)$  et l'angle du vide  $\theta_0$ . Enfin, nous discutons deux quantités décrivant la distribution du nombre d'enroulement : la susceptibilité topologique  $\chi_t$  et le quatrième cumulant  $c_4$ , définis à partir d'un développement de la densité d'énergie de QCD en puissance de l'angle du vide  $\theta_0$ . Ces deux quantités topologiques sont des objets intéressants à cause de leur dépendance sur le condensat de quark, dont une meilleure compréhension aiderait à mieux connaître le mécanisme de brisure de symétrie chirale pour deux et trois saveurs de quark légers.

## QCD sur réseau, Théorie Effective des Champs et Théorie Chirale des Perturbations

Sous des énergies inférieures à l'échelle de brisure de symétrie chirale  $\Lambda_\chi \approx 1$  GeV, quarks et gluons interagissent si intensément que l'approche usuelle de la QCD perturbative n'est plus valide. En effet, la valeur de la constante de couplage devient trop grande pour que le développement perturbatif en puissance de  $\alpha_s$  soit pertinent. Ainsi, toute la machinerie des techniques digrammatiques perturbatives concernant les quarks et les gluons ne peut plus être utilisée : obtenir des résultats analytiques, même approximatifs, pour les processus hadroniques en termes des interactions quark-gluon n'est plus possible. Mais, comme introduit dans le Chapitre 1, deux alternatives existent pour pallier à ce problème : D'un côté, il est possible d'utiliser les simulations numériques pour extraire des informations pertinentes à propos des observables de QCD : ceci est le domaine d'investigation de la QCD sur réseau. D'un autre côté, si l'on veut conserver une approche analytique, il est possible de construire une théorie effective des champs de QCD dans la limite de basse énergie, ceci étant basé sur le fait que l'"échec" de la QCD à basse énergie décrite en termes de quarks et de gluons pourrait signifier que sous  $\Lambda_\chi$ , quarks et gluons ne peuvent plus être considérés comme les "bons" degrés de liberté de la théorie. Nous devons alors trouver un autre ensemble de degrés de liberté, mieux adaptés aux domaines d'énergie sous 1 GeV : ce rôle est ainsi dévolu à l'octet des mésons légers pseudo-scalaires  $\pi^{+,0,-}$ ,  $K^{+,-}$ ,  $\bar{K}^0$ ,  $K^0$ , et  $\eta$ . La théorie effective qui en résulte, la Théorie Chirale des Perturbations ( $\chi$ PT), est entièrement praticable dans un cadre perturbatif.

Dans ce chapitre, nous présentons une vue d'ensemble des deux méthodes alternatives pouvant être utilisées pour sonder QCD à basse énergie. La QCD sur réseau consiste à discrétiser l'espace-temps Minkowskien à 3 + 1 dimensions en un espace pseudo-euclidien à 4 dimensions, et effectuer des calculs numériques d'observables hadroniques en utilisant les techniques Monte-Carlo. Cette méthode permet en particulier d'étudier la dépendance de ces différentes observables sur les masses des quarks. L'extraction des observables physiques à partir de ses simulations s'effectue en plusieurs étapes qui sont sources d'incertitudes systématiques (en particulier l'extrapolation des résultats réseau par la  $\chi$ PT). D'un autre côté, les théories effectives des champs consistent en des méthodes analytiques où les degrés de liberté décrivant la physique aux hautes énergies sont remplacés par des degrés de liberté effectifs adaptés aux basses énergies que l'on considère.

Pour la QCD à basse énergie, une telle théorie effective consiste à "intégrer" les degrés de liberté de quarks et les gluons pour les "remplacer" par des champs identifiés aux huit mésons légers pseudo-scalaires du spectre de QCD à basse énergie. C'est la Théorie Chirale des Perturbations.

Pour ce faire, il est nécessaire d'écrire le lagrangien effectif  $\mathcal{L}_{eff}$  fonction de  $U$ ,  $v^\mu$ ,  $a^\mu$ ,  $s$ ,  $p$  et  $\theta$ , invariant sous la symétrie de Lorentz, la symétrie chirale et la parité (voir corps du manuscrit pour les détails).  $U$  est une matrice unitaire regroupant les degrés de liberté effectifs de QCD à basse énergie ( $\pi$ ,  $K$  et  $\eta$ ), et  $v^\mu$ ,  $a^\mu$ ,  $s$ ,  $p$  et  $\theta$  diverses sources (vectorielle, axiale, scalaire, pseudo-scalaire et topologique) permettant de générer les corrélateurs à partir de la fonctionnelle génératrice de QCD. D'après le principe des théories effectives, ce lagrangien est organisé en puissance croissante des implusions (i.e. des dérivées) :

$$\mathcal{L}_{eff} = \sum_n \mathcal{L}^{(2n)}[U, v^\mu, a^\mu, s, p, \theta] \quad (4)$$

Les sources vectorielle et axiale  $v_\mu$  et  $a_\mu$  se retrouvent à l'intérieur de dérivées covariantes :

$$D_\mu U = \partial_\mu U - iU r_\mu + i l_\mu U, \quad (D_\mu U)^\dagger = (\partial_\mu U)^\dagger + iU^\dagger r_\mu - i l_\mu U^\dagger \quad (5)$$

avec  $r_\mu = v_\mu + a_\mu$ ,  $l_\mu = v_\mu - a_\mu$ . Leur loi de transformation locale sous le groupe chirale  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  étant :

$$D_\mu U \rightarrow g_R D_\mu U g_L^\dagger, \quad (D_\mu U)^\dagger \rightarrow g_L (D_\mu U)^\dagger g_R^\dagger \quad (6)$$

Nous définissons de plus les tenseurs de courbure associés :

$$F_{\mu\nu}^{R,L} = \partial_\mu F_\nu^{R,L} - \partial_\nu F_\mu^{R,L} - i[F_\mu^{R,L}, F_\nu^{R,L}], \quad F_\mu^{R,L} = r_\mu, l_\mu \quad (7)$$

Pour  $\theta$  la dérivée covariante est donnée par :

$$D_\mu \theta = \partial_\mu \theta + 2\langle a_\mu \rangle \quad (8)$$

où  $\langle \dots \rangle$  est l'opérateur de trace dans l'espace des saveurs. Nous nous limitons à un  $\theta$  constant.

Les sources  $s$ ,  $p$  et  $\theta$  ne se transforment pas de manière indépendante. Sous une transformation chirale donnée, nous avons :

$$\begin{aligned} s + ip = M &\rightarrow s = \mathcal{M}, \quad p = 0 \\ \theta = \theta_0 &\rightarrow \theta = \theta_0 + \arg(\det[M]) = \bar{\theta} \end{aligned} \quad (9)$$

$M$  est la matrice quelconque des masses de quark, et  $\mathcal{M}$  est sa forme diagonale possédant des valeurs propres réelles et positives  $m_{u,d,s}$ .  $\bar{\theta}$  est l'angle du vide invariant sous la transformation chirale  $\bar{\theta} = \theta + \arg(\det[s + ip])$ . Il est possible de poser  $\theta = 0$ ; dans ce cas la matrice de masse subit la rotation suivante :

$$\begin{aligned} s + ip = \mathcal{M} &\rightarrow s + ip = \mathcal{M} e^{i\theta_0/N_f}, \quad (N_f = 3) \\ \theta = \theta_0 &\rightarrow \theta = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Il est ainsi possible de construire un lagrangien pour  $\theta = 0$  avec un terme masse quelconque, puis d'en inférer le lagrangien correspondant à  $\theta = \text{Cst}$  en changeant le terme de masse  $\mathcal{M}$  par  $e^{i\theta/3}\mathcal{M}$ .

Bien entendu, pour des corrélateurs ne contenant pas la densité du nombre d'enroulement  $\omega(x)$ , il est encore possible de poser  $\theta = 0$  dès le lagrangien.

Les sources scalaire et pseudo-scalaire  $s$  et  $ip$  sont groupées au sein d'un même objet :

$$\chi = 2B_0(s + ip) \quad (11)$$

le paramètre  $B_0$  étant une constante de basse énergie discutée plus bas. Prendre en compte la source  $\theta$  revient à effectuer le changement :

$$\chi \rightarrow e^{i\theta/3}\chi \quad (12)$$

L'expression la plus générale pour le lagrangien à l'ordre le plus bas est donc ( $O(p^2)$ ) :

$$\mathcal{L}^{(2)} = \frac{F_0^2}{4} \left[ \langle D_\mu U^\dagger D^\mu U \rangle + \langle e^{i\theta/3}\chi U^\dagger + e^{-i\theta/3}\chi^\dagger U \rangle \right] \quad (13)$$

Le facteur  $F_0^2/4$  est une constante utilisée pour retrouver la “bonne” normalisation du terme cinétique lorsque  $U$  est exprimée en termes des champs de mésons.  $F_0$  est par ailleurs le second paramètre du lagrangien chirale à l’ordre dominant.

Nous pouvons maintenant calculer dans le cadre de  $\chi$ PT à l’ordre dominant le couplage du pion au courant axial ainsi que le condensat de quark  $\langle \bar{u}u \rangle$  hors de la limite chirale :

$$\begin{aligned} \langle \Omega | \bar{d} \gamma_\mu(x) \gamma^5 u | \pi^+(p) \rangle &= i F_0 p_\mu e^{ip \cdot x} + O(m_q) \\ \langle \bar{u}u \rangle &= -F_0^2 B_0 + O(m_q) \end{aligned} \quad (14)$$

Les ordres supérieurs proviennent de contributions proportionnelles aux masses des quarks. Ainsi, dans la limite chirale, la relation des deux constantes de basse énergie  $F_0$  et  $B_0$  aux deux paramètres d’ordre principaux de la brisure spontanée de la symétrie chirale est très aisée :

$$F_0 \equiv F(3), \quad B_0 F_0^2 \equiv \Sigma(3) \quad (15)$$

Nous donnons par ailleurs le lagrangien à l’ordre sous-dominant (somme de douze termes), contenant dix constantes de basses énergie  $L_i$  et deux constantes de haute énergie  $H_i$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff}^{(4)} &= L_1 \langle D_\mu U D^\mu U^\dagger \rangle^2 + L_2 \langle D_\nu U D^\mu U^\dagger \rangle \langle D_\mu U D^\nu U^\dagger \rangle \\ &+ L_3 \langle D_\mu U D^\mu U^\dagger D_\nu U D^\nu U^\dagger \rangle + L_4 \langle D_\mu U D^\mu U^\dagger \rangle \langle \chi^\dagger U + U^\dagger \chi \rangle \\ &+ L_5 \langle D_\mu U D^\mu U^\dagger (\chi^\dagger U + U^\dagger \chi) \rangle + L_6 \langle U^\dagger \chi + \chi^\dagger U \rangle^2 \\ &+ L_7 \langle U^\dagger \chi - \chi^\dagger U \rangle^2 + L_8 \langle U^\dagger \chi U^\dagger \chi + \chi^\dagger U \chi^\dagger U \rangle \\ &- i L_9 \langle D_\mu U D_\nu U^\dagger F_r^{\mu\nu} + F_l^{\mu\nu} D_\mu U D_\nu U^\dagger \rangle + L_{10} \langle U F_l^{\mu\nu} U^\dagger F_{r,\mu\nu} \rangle \\ &+ H_1 \langle F_{r\mu\nu} F_r^{\mu\nu} + F_{l\mu\nu} F_l^{\mu\nu} \rangle + H_2 \langle \chi^\dagger \chi \rangle \end{aligned} \quad (16)$$

écrit pour  $\theta = 0$ .

Comme toute théorie effective, la  $\chi$ PT contient un certain nombre de paramètres libres inconnus (comme il est observé dans le lagrangien à l’ordre sous-dominant), devant être évalués à partir de données expérimentales ou bien de données provenant de simulations de QCD sur réseau. Un résumé succinct de ces évaluations est donné dans la dernière section du Chapitre 2, indiquant que les séries chirales pour deux saveurs  $N_f = 2$  sont saturées par leur Ordre Dominant (LO), mais que cette assertion reste encore floue dans le cas de trois saveurs  $N_f = 3$ . En particulier, nous avons mentionné que plusieurs collaborations de QCD sur réseau, PACS-CS, RBC/UKQCD, MILC, ayant effectué des simulations pour 2 + 1 saveurs de quarks dynamiques tombèrent sur des difficultés lorsqu’ils tentèrent d’ajuster leurs données en utilisant les séries chirales pour trois saveurs. Ceci serait un indice de problèmes de convergence apparaissant pour les séries chirales à trois saveurs, leur Ordre Dominant entrant ainsi en compétition numérique avec leur Ordre Sous-Dominant (NLO) – ceci précipita l’invention d’un nouveau cadre théorique pour les séries chirales, nommé Théorie Chirale des Perturbations Ressommée, permettant ainsi une possible compétition numérique entre LO et NLO.

## Théorie Chirale des Perturbations Ressommée

Tel qu'il fut présenté dans le Chapitre 1 (corps du manuscrit) et le Chapitre 2, il pourrait exister des différences significatives entre les mécanismes de brisure spontanée de la symétrie chirale pour deux et trois saveurs de quarks légers – en particulier, il a été observé la suppression des paramètres d'ordre à l'ordre dominant  $\Sigma(3)$  and  $F(3)$ , ainsi que de grandes valeurs des constantes de basse énergie  $L_4$  et  $L_6$  du lagrangien chirale à l'ordre sous-dominant. A la fin du Chapitre 2, nous avons aussi mentionné que certaines séries chirales  $N_f = 3$  pourraient être sujettes à des instabilités numériques : leur ordre dominant dans le comptage chirale ne serait plus numériquement dominant, et serait en compétition (numérique) avec au moins l'ordre sous-dominant. La supposition usuelle affirmant que l'ordre dominant est substantiellement plus grand que l'ordre sous-dominant devrait alors être abandonnées – c'est alors la somme  $LO + NLO$  qui doit être comparée aux Ordes Supérieurs (HO). C'est l'hypothèse de convergence faible. Malgré tout, on présuppose toujours l'hypothèse de convergence globale : en prenant compte tout les ordres, les séries chirales convergent et leurs restes composés des HO est petit. Il devient alors important de prendre en compte la possibilité de cette compétition numérique dans l'analyse des données expérimentales et des données de QCD réseau, avant d'abandonner l'idée de construire la théorie chirale pour trois saveurs de quarks. Afin de contourner ce scénario pessimiste, un cadre spécifique, la théorie chirale des perturbations ressommée fut proposée (voir le corps du manuscrit pour la référence). En résumé, elle correspond à une réorganisation des séries chirales se basant sur les considérations de convergence énoncées plus haut. La base théorique est néanmoins identique et correspond à la théorie chirale usuelle.

Dans ce chapitre, nous discutons donc en détail le problème de la compétition numérique entre l'ordre dominant et l'ordre sous-dominant dans les séries chirales. Nous procédons alors à une présentation approfondie de la théorie ressommée, que nous appliquons ensuite à plusieurs observables de basse énergie : les constantes de désintégration des mésons pseudo-scalaires ainsi que de leurs masses, les facteurs de forme électromagnétiques du pion et du kaon, ainsi que les facteurs de forme  $K_{\ell 3}$ . Enfin, la toute dernière section de ce chapitre consiste en une discussion technique auxiliaire des différents traitements pouvant être appliqués aux contributions des boucles unitaires en théorie ressommée.

La théorie ressommée diffère de la théorie "standard" des séries chirales de la manière suivante :

- Seules de "bonnes" observables possèdent de bonnes propriétés de convergence, lorsqu'elles sont exprimées en termes des paramètres du lagrangien chirale ( $F_0, B_0, L_i$ ...).
- Une série chirale est considérée convergente lorsque la somme de ses ordres dominant et sous-dominant est grande comparée aux ordres supérieurs  $LO + NLO \gg HO$ .
- L'expression qui en résulte doit être traitée de manière analytique, sans que ne soient négligées les corrections provenant des ordres supérieurs (traité comme un reste global) lorsque sont re-exprimées les constantes de basse énergie en termes des observables.
- Les paramètres d'ordre  $F_0$  et  $\Sigma(3)$  sont exprimés en termes des paramètres d'ordre dominants  $X(3) = 2m\Sigma(3)/(F_\pi^2 M_\pi^2)$  et  $Z(3) = F_0^2/F_\pi^2$  (de manière équivalente nous avons  $Y(3) = 2mB_0/M_\pi^2$ ). Le rapport des masses de quark  $r = m_s/m$  est lui aussi introduit.
- Les constantes de basse énergie à l'ordre sous-dominant  $L_i^r$  sont ré-exprimées en termes



---

des observables physiques, des paramètres  $X(3)$ ,  $Z(3)$ ,  $Y(3)$  et  $r$ , ainsi que des (petits) restes d'ordre supérieur.

Cette procédure fournit donc une ré-expression des séries chirales pouvant être utilisée dans l'analyse des données expérimentales et de QCD sur réseau, dans la situation potentielle où l'ordre dominant ne sature plus les séries chirales – tel qu'habituellement formulé dans le traitement standard. Cette approche générale est bien entendu entièrement compatible dans le cas où cette saturation prendrait effectivement place, puisqu'elle *autorise uniquement* la compétition numérique LO/NLO, mais la contraint en aucun cas. Hormis notre application de cette approche alternative aux constantes de désintégration et aux masses des mésons légers pseudo-scalaires ainsi qu'aux facteurs de forme  $K_{\ell 3}$ , celle-ci fut aussi appliquée à l'étude des amplitudes de diffusion  $\pi\pi$  et  $\pi K$ , ainsi qu'à d'autres processus tels que  $K \rightarrow 3\pi$  et  $\eta \rightarrow 3\pi$  (se reporter au corps du manuscrit pour les diverses références).

Dans les prochains chapitres, nous utiliserons le cadre résumé aux données réseau  $N_f = 2 + 1$  générées par deux groupes de travail de QCD sur réseau (PACS-CS et RBC/UKQCD). Nous observerons en particulier que la théorie résumée fournit effectivement une bonne description des données réseau lorsque l'ordre dominant ne sature plus (numériquement) les séries chirales de quelques observables de QCD à basse énergie : les constantes de désintégrations et les masses de  $(\pi, K, \eta)$ , les facteurs de forme  $K_{\ell 3}$  (Chapitre 4) ainsi que les quantités topologiques (Chapitres 5 et 6).

## Ajustement de données $N_f = 2 + 1$ de QCD sur réseau dans le cadre de la théorie resommée à trois saveurs

Comme il fut mentionné à la fin du Chapitre 2, plusieurs analyses de résultats de QCD réseau (PACS-CS, RBC/UKQCD, MILC) suggèrent qu'il existe un bon accord entre simulations sur réseau et la théorie chirale des perturbations pour les séries chirales  $N_f = 2$  – en revanche, des difficultés apparaissent pour les séries chirales  $N_f = 3$ . Dans certains cas, on observe de petites valeurs pour le condensat de quark et la constante de désintégration pseudo-scalaire  $N_f = 3$ . Ceci marque l'échec de l'ordre dominant à saturer les séries chirales, la convergence des séries à trois saveurs souffrant ainsi d'une compétition numérique entre l'ordre dominant et l'ordre sous-dominant. Néanmoins, la théorie resommée offre un cadre alternatif au traitement usuel des séries chirales, permettant ainsi cette compétition.

Le travail présenté dans ce chapitre est l'objet du premier des trois articles écrits lors de la thèse (se rapporter au corps du manuscrit pour la référence). Nous y ajustons des données réseau générées par les collaborations PACS-CS et RBC/UKQCD aux diverses expressions des constantes de désintégration et masses des mésons légers pseudo-scalaire ainsi que des facteurs de forme  $K_{\ell 3}$ . Ces expressions sont écrites dans le cadre de la théorie resommée décrite en détail dans le Chapitre 3. Cela nous permet d'extraire de l'information pertinente concernant le mécanisme de brisure de la symétrie chirale – ainsi que de vérifier la validité de nos hypothèses à propos d'une possible compétition numérique entre les ordres dominant et sous-dominant des séries chirales.

Après une présentation de notre méthode d'ajustement, nous présentons nos résultats et nous les discutons dans leurs divers aspects. Nous résumons ici les points importants :

- La constante de désintégration ainsi que le condensat de quark dans la limite  $N_f = 3$  ( $m_u = m_d = m_s = 0$ ) sont tous deux petits et aussi supprimés relativement au cas  $N_f = 2$  ( $m_u = m_d = 0$  et  $m_s$  physique).
- Les constantes de basse énergie  $L_4$  et  $L_6$  ne suivent pas la suppression imposée par la règle de Zweig, ce qui permet leur assigner une valeur nulle à l'échelle de la masse du  $\eta$ .
- Les valeurs des autres constantes de basse énergie  $L_5$ ,  $L_8$  et  $L_9$  sont en bon accord avec les estimations antérieures.
- Le rapport de masses de quarks  $r$  reste proche de l'estimation usuelle obtenue à l'aide des masses des mésons pseudo-scalaires.
- Les paramètres d'ordre chiraux  $N_f = 2$  sont en bon accord avec les valeurs extraites de l'étude des désintégrations  $K_{\ell 4}$ .
- Lorsque les ensembles de données utilisés comporte suffisamment de points, les restes d'ordre supérieur restent dans l'intervalle obtenu à partir d'une estimation dimensionnelle "naïve".
- La possible compétition numérique entre les ordres dominant et sous-dominant des séries chirales se produit effectivement pour les observables étudiées, dont  $F_\pi^2$ ,  $F_K^2$ ,  $F_\pi^2 M_\pi^2$  and  $F_K^2 M_K^2$ .

Au-delà de la description du mécanisme de brisure de la symétrie chirale  $N_f = 3$  et ses implications pour la convergence des séries chirales, nous rappelons que les valeurs obtenues pour le rayon électromagnétique des facteurs de forme du kaon sont en bon accord avec les données expérimentales. Dans le cas de la collaboration RBC/UKQCD, la valeur de  $f_+(0)$  des facteurs de forme  $K_{\ell 3}$  obtenue par nos ajustements est légèrement plus grand que ceux mentionnés par la collaboration - qui s'appuie sur des expressions alternatives pour les séries chirales des facteurs de forme  $K_{\ell 3}$ . Ceci impacte de manière naturelle la détermination de l'élément  $|V_{us}|$  de la matrice CKM, considérant le niveau de précision obtenu pour les désintégrations  $K_{\ell 3}$ .

Nous devons aussi souligner que la théorie resommée utilisée dans nos ajustements *ne contient* aucun biais concernant la taille des paramètres à l'ordre dominant  $X(3)$ ,  $Y(3)$  et  $Z(3)$ , ainsi que la taille relative des contributions aux ordres dominant et sous-dominant. Ce cadre est aussi compatible avec l'affirmation usuelle énonçant que les séries chirales pour les constantes de désintégrations, les masses au carré ainsi que les facteurs de forme  $K_{\ell 3}$  sont saturés par la contribution de leur ordre dominant, mais il s'accommode aussi de situations potentielles où les ordres dominant et sous-dominant sont en compétition numérique. Il s'avère que les données réseau des collaborations RBC/UKQCD et PACS-CS favorisent des valeurs inférieures à 1 pour les trois quantités  $X(3)$ ,  $Y(3)$ ,  $Z(3)$ , avec un très bon voir excellent  $\chi^2/\text{d.o.f.}$

Enfin, les simulations réseau offrent-là un outil pertinent en ce qui concerne l'étude de la structure du vide de QCD. Dans les deux derniers chapitres de cette thèse, nous nous tournons vers une analyse des deux quantités topologiques introduites dans le Chapitre 1 : la susceptibilité topologique et le quatrième cumulant du nombre d'enroulement de QCD. L'étude se base sur la théorie resommée (Chapter 5). Dans le dernier chapitre, nous incluons dans nos ajustements la susceptibilité topologique et nous discutons certains aspects concernant les données réseau elles-mêmes (Chapitre 6).

## Observables topologiques

Nous avons vu dans les précédents chapitres qu'il est possible d'utiliser la dépendance sur les masses de quarks légers du spectre des mésons légers pseudo-scalaires mesons afin d'extraire de l'information sur le condensat de quark et la constante de désintégration dans la limite chirale  $N_f = 3$ . Deux stratégies alternatives sont très souvent utilisées par les simulations sur réseau afin de déterminer le condensat de quark à trois saveurs, celles-ci étant toutes deux liées aux propriétés topologiques de QCD sur le réseau : la première consiste à étudier directement l'extrémité infrarouge du spectre de l'opérateur de Dirac euclidien – car l'accumulation de ses valeurs propres autour de zéro permet d'obtenir de l'information sur la valeur du condensat de quark. Nous ne nous intéressons pas dans cette thèse à ce type de détermination ; nous notons en revanche que l'étude sur réseau du condensat par cette méthode permet d'observer sa suppression dans le cas de trois saveurs. Une seconde possibilité consiste à étudier la susceptibilité topologique  $\chi_t$  ainsi que le quatrième cumulant  $c_4$  du nombre d'enroulement  $\nu$  définis dans la dernière section du Chapitre 1. Ces deux quantités sont les objets centraux des chapitres 5 et 6.

Le travail présenté dans ce chapitre fait l'objet des deux autres articles produits lors de la thèse (références dans le corps du manuscrit). Après un bref rappel des définitions des quantités  $\chi_t$  et  $c_4$ , nous calculons leurs expressions en théorie chirale des perturbations  $N_f = 3$  jusqu'à l'ordre sous-dominant, dans le cas standard ainsi que dans le cas ressommé :

Nous partons cela de la fonctionnelle génératrice de QCD :

$$Z[\theta_0] = e^{-W[\theta_0]V} \quad (17)$$

où  $W[\theta_0]$  est la densité d'énergie. La susceptibilité topologique ainsi que le quatrième cumulant correspondent donc aux dérivées seconde et quatrième de  $W[\theta_0]$  dans le développement de  $W[\theta_0]$  en puissances de  $\theta_0$  :

$$\begin{aligned} W[\theta_0] &= W[0] + \frac{\theta_0^2}{2} \frac{d^2 W[\theta]}{d\theta^2} \Big|_{\theta=\theta_0} + \frac{\theta_0^4}{4!} \frac{d^4 W[\theta]}{d\theta^4} \Big|_{\theta=\theta_0} + O(\theta_0^6) \\ &= W[0] + \frac{\theta_0^2}{2} \chi_t + \frac{\theta_0^4}{4!} c_4 + O(\theta_0^6) \end{aligned} \quad (18)$$

toutes les dérivées impaires étant nulles ( $\theta_0 = 0$  est un minimum de  $W[\theta_0]$ ). Nous pouvons aussi définir ces deux quantités dans un cadre statistique ;  $\chi_t$  et  $c_4$  sont liés à la distribution du nombre d'enroulement gluonique  $\nu$  :

$$\chi_t = \frac{1}{V} \langle \nu^2 \rangle \quad (19)$$

$$c_4 = \frac{1}{V} [\langle \nu^4 \rangle - 3\langle \nu^2 \rangle^2] \quad (20)$$

où  $V$  est le volume d'espace-temps. Nous observons qu'elles correspondent respectivement aux second et quatrième cumulants de  $\nu$ . Elles peuvent être évaluées par le biais de simulations sur réseau, et en particulier permettent d'obtenir des informations concernant le condensat de quark.

Nous discutons aussi l'importance de l'identification du pôle dans les propagateurs du  $\eta$  (seul le  $\eta$  se propage dans la limite d'isospin). Cela nous permet de minimiser la taille des restes d'ordre supérieur. Aussi, nous analysons brièvement la capacité de la susceptibilité topologique et du quatrième cumulant afin d'observer la manière dont se manifeste le mécanisme de brisure de la symétrie chirale pour trois saveurs. Cette étude est suivie d'un ensemble de conclusions et commentaires.

Nous utilisons deux méthodes différentes pour calculer les quantités topologiques en théorie chirale : la première, très générale, consiste à évaluer à minimiser le potentiel effectif de la fonctionnelle génératrice  $Z[\theta_0]$ , où  $\theta_0$  est l'angle du vide de QCD, jusqu'à l'ordre sous-dominant pour un nombre arbitraire de saveurs de quarks légers. Les expressions de  $\chi_t$  et  $c_4$  pour  $N_f = 3$  sont ensuite obtenues de manière directe. La seconde méthode est celle des diagrammes de Feynman (dans la limite d'isospin). Cela permet en particulier d'isoler les divers propagateurs du  $\eta$  apparaissant dans les diagrammes afin de déplacer le pôle des deux observables topologiques de la masse à l'ordre dominant  $M_\eta^2$  à la masse physique  $M_\eta^2$ . A partir de ces calculs, nous discutons l'éventuelle sensibilité de ces deux quantités au condensat de quark à trois saveurs. Nous observons en particulier que pour des simulations réseau effectuées au voisinage de la situation physique, la susceptibilité topologique est sensible au condensat de quark à deux saveurs et ne peut donc sonder le condensat à trois saveurs, contrairement à ce qui est habituellement affirmé. La situation est différente en ce qui concerne le quatrième cumulant, celui-ci étant sensible au condensat à trois saveurs. Nous donnons ensuite à titre d'exhaustivité l'expression de  $\chi_t$  et  $c_4$  dans le cas  $N_f = 2$ , et discutons la correspondance de ces expressions avec celles obtenues dans le cas  $N_f = 3$ . Dans la dernière section, nous étudions en détail le comportement de  $\chi_t$  et de  $c_4$  sur le réseau. Nous séparons les cas pour lesquels le pôle du  $\eta$  n'est pas identifié et celui pour lequel il a été isolé. Nous montrons plus précisément la manière dont  $\chi_t$  possède une sensibilité faible sur le condensat à trois saveurs au voisinage de la situation physique. Nous effectuons la même étude pour  $c_4$ , qui effectivement possède une forte dépendance sur le condensat de quark  $N_f = 3$ , contrairement à la susceptibilité topologique. Nous discutons aussi le traitement des restes d'ordre supérieur dans les deux cas cités plus haut concernant le pôle du  $\eta$ , mettant ainsi en exergue que certaines divergences non-physiques peuvent affecter ces restes s'ils ne sont pas définis de manière rigoureuse.

## Ajustement de données réseau pour la susceptibilité topologique

Dans ce chapitre, nous utilisons la susceptibilité topologique afin d'améliorer notre étude du mécanisme de brisure de symétrie chirale pour trois saveurs. En revanche, nous avons remarqué dans le précédent chapitre que le cadre usuel des simulations sur réseau n'est pas appropriée, puisque la susceptibilité topologique est alors dominé par le condensat de quark à deux saveurs. Si nous voulons extraire de l'information pertinente concernant à propos du condensat à trois saveurs, il nous serait nécessaire d'avoir accès à des données réseau générées dans une situation éloignée du cas physique (voir précédent chapitre), ou alors de suppléer d'autres sources d'information à la susceptibilité topologique elle-même. Nous n'étudierons pas cette seconde alternative, qui par ailleurs est en partie nécessaire considérant le grand nombre de paramètres libres impliqués dans l'expression de la susceptibilité topologique à l'ordre sous-dominant (nous désignons en particulier les paramètres du lagrangien jusqu'à l'ordre sous-dominant ainsi que les restes d'ordre supérieur). Nous devons donc inclure dans ces ajustements les masses des mésons pseudo-scalaires ainsi que leur constantes de désintégration. De ce fait, nous testons si l'introduction de la susceptibilité topologique est compatible avec le mécanisme de brisure de symétrie chirale observé à partir des données réseau.

Le travail présenté dans ce chapitre est l'objet du second article produit lors de la thèse (se reporter au corps du manuscrit pour les références). Il existe dans la bibliographie plusieurs calculs sur réseau de la susceptibilité topologique (se reporter à la bibliographie décrite dans le corps du manuscrit). Afin d'illustrer l'approche développée dans la thèse, nous nous concentrons sur les données générées par la collaboration RBC/UKQCD, en reprenant le cadre et les méthodes décrits au Chapitre 4. En effet, cette collaboration fournit tous les détails (masses, constantes de désintégration et susceptibilité topologique) nécessaires à notre analyse. Depuis le travail présenté dans le Chapitre 4, cette collaboration a généré de nouvelles données pour un nouveau volume ainsi que des masses de quark différentes (voir corps du manuscrit pour la référence), et nous les utiliserons pour le travail présenté ici. Tout en reprenant l'approche du Chapitre 4, nous procédons à un ajustement pour les deux ensembles de données des volumes  $24^3 \times 64$  ( $a^{-1} = 1.78(3)$  GeV) et  $32^3 \times 64$  ( $a^{-1} = 2.28(3)$  GeV), en incluant ou non les effets de volumes fini. Dans ce chapitre, nous discutons en plus la détermination de la maille du réseau.

Nous procédons ainsi à deux séries d'ajustement : la première prend en compte la maille du réseau telle que l'a évaluée par la collaboration. Dans la deuxième série, nous l'incluons en tant que paramètre libre dans nos ajustements – elle est alors déterminée à partir de la masse du baryon  $\Omega$ . Nous y incluons aussi partiellement les effets de discrétisation et nous prenons en compte les effets de volume fini. Les paramètres sur lesquels nous ajustons les données sont par construction les mêmes que ceux introduits dans le Chapitre 4, tout y ajoutant les restes d'ordre supérieur de la susceptibilité topologique ( $d_\eta$ ,  $e_\eta$ , and  $d_{\chi_t}$ ). Dans la seconde série, nous prenons donc aussi en compte comme paramètres libres les mailles réseau  $a$  ainsi que les quantités  $c_1$  et  $c_2$  reliées à la dépendance de la masse du  $\Omega$  sur les masses de quarks légers. Enfin, nous avons les paramètres  $c_{F_\pi}$  et  $c_{F_K}$  qui apparaissent dans les effets de discrétisation à l'ordre  $O(a^2)$  des constantes de désintégrations du  $\pi$  et du  $K$ .

Nous appuyant sur les résultats obtenus lors de notre première série d'ajustements, nous confirmons que les données réseau utilisées suggèrent effectivement une suppression des paramètre d'ordre chiraux  $N_f = 3$  à l'ordre dominant (le condensat de quark et la constante de désintégration pseudo-scalaire) ainsi qu'une augmentation des contributions à l'ordre sous-dominant reliées à la violation de la règle de Zweig dans le secteur scalaire (contributions provenant des constantes de basse énergie  $L_4$  et  $L_6$ ). Ces résultats sont principalement conduits par les données pour les masses et les constantes de désintégration. Les données sur la sus-

ceptibilité topologique présentent une bonne compatibilité avec le mécanisme de brisure de la symétrie chirale à trois saveurs tel qu'observé et discuté dans le Chapitre 5. En plus de cela, nous confirmons les difficultés (mais à un moindre degré) rencontrées par la collaboration RBC/UKQCD pour accommoder la dépendance de  $F_\pi$  sur les masses de quark les plus légers  $m = m_u = m_d$ , considérant simultanément les données et la valeur physique de  $F_\pi$ .

Ce problème nous mena à reconsidérer la procédure utilisée pour déterminer la maille réseau en utilisant nos propres expressions pour décrire la dépendance des observables pseudo-scalaires sur les masses de quarks dans notre seconde série d'ajustements : nous avons ainsi procédé à un ajustement combiné des observables pion/kaon ainsi que de la masse du baryon  $\Omega$  afin de fixer les mailles réseau en même temps que les paramètres du lagrangien chirale ( $F_0, B_0, L_i \dots$  par le biais des paramètres de la théorie ressommée  $X(3), Z(3) \dots$ ). Nous avons aussi pris en considération les erreurs de discrétisation à l'ordre dominant qui pourraient affecter les constantes de désintégration du pion et du kaon, erreurs ayant à priori les effets les plus importants en ce qui concerne la discrétisation. Enfin, nous avons effectué un ajustement combinant ces deux effets tout en y incluant les données sur la susceptibilité topologique (ajustement  $B5$ ). Nous avons remarqué une augmentation assez significative (20%-30%) de l'inverse des mailles réseau ( $a^{-1}$ ) par rapport aux valeurs trouvées par la collaboration, ainsi que de petites erreurs de discrétisation (5% ou moins, et compatible avec zéro). Comme lors de notre précédente analyse, les données concernant la susceptibilité topologique ne jouent qu'un rôle marginal, mais elle montrent néanmoins une bonne compatibilité avec les autres données, menant à un  $\chi^2_{\min}/N$  assez satisfaisant. Enfin, puisqu'ils incluent les plus larges ensembles de données et utilisent la théorie ressommée de manière consistante pour les ajustements comprenant les mailles réseau, les résultats de l'ajustement  $B5$  doivent donc être considérés comme les résultats principaux de notre analyse.

Tout cela confirme bien la suppression du condensat de quarks et de la constante de désintégration à trois saveurs, tout en mettant en exergue de nouvelles et pertinentes sources d'erreurs systématiques (la détermination des mailles réseau, l'extrapolation vers les masses de quarks légers...). De manière évidente, nos résultats n'incluent pas tous les corrélateurs possibles calculables par les méthodes réseau – il serait ainsi très intéressant que les collaborations réseau utilisent la théorie ressommée comme une alternative aux séries chirales standards afin d'évaluer de manière plus précise ces incertitudes.

En tant que point final, nous ajouterons que cette étude menée durant trois années fructueuses en résultats scientifiques fournit un outil systématique à la communauté, du côté théorique pour les "réseauistes", les "chiralistes", ainsi qu'aux expérimentateurs. Cela permettra de surpasser les problèmes potentiels de convergence rencontrés pour les séries chirales  $N_f = 3$ , et pour évaluer les erreurs systématiques associées aux extrapolations chirales ainsi qu'à la détermination des mailles réseau dans un cadre plus précis. En effet nos résultats suggèrent que ces effets peuvent être sous-estimés si l'on considère seulement la version standard de  $\chi$ PT. Enfin, cela pourrait nous aider à mieux comprendre le difficile problème – encore non résolu – de la QCD non-perturbative.