



**HAL**  
open science

# Modèle de contact dynamique pneumatique chaussée par approche multi-aspérités : application au bruit de roulement

Guillaume Dubois

► **To cite this version:**

Guillaume Dubois. Modèle de contact dynamique pneumatique chaussée par approche multi-aspérités : application au bruit de roulement. Acoustique [physics.class-ph]. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2012. Français. NNT : . tel-00755561

**HAL Id: tel-00755561**

**<https://theses.hal.science/tel-00755561>**

Submitted on 21 Nov 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**IFSTTAR**

INSTITUT FRANÇAIS  
DES SCIENCES  
ET TECHNOLOGIES  
DES TRANSPORTS,  
DE L'AMÉNAGEMENT  
ET DES RÉSEAUX

## Thèse de doctorat

---

Soutenue le 27 septembre 2012

# **Modèle de contact dynamique pneumatique/chaussée par approche multi-aspérités : application au bruit de roulement**

par **Guillaume Dubois**

en vue de l'obtention du titre de docteur de  
**l'École Centrale de Nantes** dans le cadre de  
**l'École Doctorale SPIGA – n° 498-228**

**Structure de recherche d'accueil : IM/EASE**



ÉCOLE CENTRALE DE NANTES

ÉCOLE DOCTORALE

SCIENCES POUR L'INGENIEUR, GÉOSCIENCE, ARCHITECTURE

Année 2012

N° B.U. :

## Thèse de Doctorat

Spécialité : GÉNIE MÉCANIQUE

*Présentée et soutenue publiquement par*

**Guillaume DUBOIS**

*Le 27 septembre 2012*

*à l'Institut Français des Sciences et Technologies des Transports,  
de l'Aménagement et des Réseaux, à Nantes*

TITRE

**Modèle de contact dynamique pneumatique/chaussée  
par approche multi-aspérités :  
application au bruit de roulement**

JURY

Président : M. D. DUHAMEL, Professeur à l'ENPC, Marne-la-Vallée  
Rapporteurs : M. A. CHAIGNE, Professeur à l'ENSTA, Palaiseau  
M. A. LE BOT, Directeur de Recherche CNRS, École Centrale de Lyon  
Examineurs : M<sup>me</sup> F. ANFOSSO-LÉDÉE, Ing. Div. des Travaux Publics de l'État, IFSTTAR, Nantes  
M. P. CARTRAUD, Professeur des Universités, École Centrale de Nantes  
M. J. CESBRON, Chargé de Recherche, IFSTTAR, Nantes  
M. Z-Q. FENG, Professeur des Universités, Université d'Évry  
M. H. YIN, Directeur de Recherche, ENPC, Marne-la-Vallée

---

Co-directeurs de thèse : F. ANFOSSO-LÉDÉE et H. YIN  
Laboratoire : IFSTTAR, Nantes et ENPC, Marne-la-Vallée  
Encadrant : J. CESBRON  
Laboratoire : IFSTTAR, Nantes

N° E.D. : 498 - 228



*La réponse est 42...*

$$N = R^* f_p n_e f_l f_i f_c L$$



# Préambule

## Remerciements

Je tiens à remercier Julien Cesbron, Honoré Yin et Fabienne Anfosso-Lédée pour leur disponibilité et la qualité de leur encadrement au cours de ces trois années. En particulier, je tiens à remercier très chaleureusement Julien Cesbron tant pour son encadrement de qualité que pour son soutien et son amitié.

J'exprime ma plus sincère gratitude envers Denis Duhamel, Antoine Chaigne, Alain Le Bot, Patrice Cartraud et Zhi-Qiang Feng qui m'ont fait l'honneur de participer au jury de ma thèse.

Je remercie également l'Ifsttar d'avoir financé cette thèse et toute l'équipe Acoustique pour son accueil chaleureux. En particulier, un grand merci à Nicolas Fortin pour son aide informatique et à l'équipe technique pour les mesures de bruit et de texture.

Je remercie tous les permanents, doctorants ou stagiaires, qui ont pu contribuer de près ou de loin à l'avancement de mon travail et ont su me donner de nombreux conseils scientifiques et techniques.

Mes remerciements vont aussi aux personnes qui m'ont côtoyées dans le cadre des loisirs sportifs de l'Ifsttar, ainsi qu'aux membres du RaDI.

Enfin, je remercie toute ma famille et mes amis pour leur soutien au quotidien. Ses trois dernières années n'auraient pas été si agréables sans les moments passés avec eux : Maman, Julie et Mathieu, Julie et Amine, Amandine et Yannick, merci...

*À ma famille, à mes amis*



---

## Résumé

**Titre : Modèle de contact dynamique pneumatique/chaussée par approche multi-aspérités : application au bruit de roulement.**

### Résumé :

LE bruit de contact pneumatique/chaussée joue un rôle important dans la nuisance sonore du trafic routier. Il est généré par des mécanismes complexes influencés par plusieurs paramètres tels que la texture de chaussée, la géométrie du contact et les caractéristiques du pneumatique. Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'étude numérique du contact pneumatique/chaussée pour la prévision du bruit en s'intéressant plus particulièrement à l'influence de la texture de chaussée. Le problème de contact est résolu à l'aide d'une Méthode Itérative à Deux Échelles (MIDE) basée sur une approche multi-aspérités de la surface de chaussée. Le pneumatique est modélisé par un massif semi-infini viscoélastique et caractérisé par des modèles rhéologiques standards (Zener ou Maxwell généralisé). Pour appliquer la MIDE au contact pneumatique/chaussée, un partitionnement de chaussée est développé permettant une description globale à partir de lois de contact sur chaque aspérité. En la comparant à des méthodes classiques, la MIDE donne des résultats identiques avec un temps de calcul largement réduit. Elle permet donc d'étudier le problème de contact sur une zone de plusieurs mètres. L'introduction de la viscoélasticité du pneu entraîne une diminution de l'aire de contact identique quelle que soit la vitesse du véhicule, conformément aux résultats expérimentaux. L'introduction de la vibration du pneumatique dans le modèle de contact influence l'aire de contact apparente et le niveau des forces de contact, mais les résultats montrent la nécessité d'une validation expérimentale des effets dynamiques sur le contact pneumatique/chaussée. Enfin, les paramètres de contact permettent d'obtenir rapidement une approximation du niveau de bruit global à basses fréquences (315-1 000 Hz). Les forces de contact obtenues en utilisant la MIDE élastique sont très fortement corrélées avec le bruit mesuré jusqu'à 1 000 Hz pour deux configurations de pneumatique (lisse et standard). Ainsi une méthode hybride statistique est développée pour estimer le bruit de roulement à basses fréquences, donnant des résultats convaincants.

**Mots-clés : Contact pneumatique/chaussée, contact dynamique, méthode numérique, bruit de roulement, texture de chaussée, corrélation statistique, viscoélasticité, vibration.**

**Discipline : Sciences de l'ingénieur : génie mécanique et acoustique.**

---

**Title : A multi-asperity approach for dynamic tyre/road contact model : application to tyre/road noise.**

**Abstract :**

The tyre/road noise plays a significant role in the road traffic noise pollution. It is generated by complex mechanisms influenced by several parameters such as the road texture, the contact geometry and the tyre characteristics. The present work deals with the numerical study of tyre/road contact for rolling noise prediction and focuses on the road texture influence. The contact problem is solved using a Two-scale Iterative Method (TIM) based on a multi-asperity approach of the road surfaces. The tyre is modelled by a viscoelastic half-space and characterised by standard rheologic models (Zener or generalised Maxwell). In order to use the TIM for tyre/road contact, a partitioning method of the road surface is developed, allowing a global description based on contact laws on each asperity. In comparison with classical methods, the TIM gives the same results but it is less time-consuming. Thus it allows to study the contact problem for a large zone. The introduction of the viscoelasticity of the tyre causes a decrease of the contact area independent of the vehicle speed, in agreement with experimental results. The introduction of tyre vibration in the contact model influences the apparent contact area and the contact forces level, but the results highlight the need for an experimental validation of the dynamic effects on tyre/road contact. Finally, the contact parameters allow to quickly obtain a rough estimation of the low-frequency noise (315-1000 Hz). The contact forces obtained using the elastic TIM are strongly correlated with the low-frequency noise until 1000 Hz for two tyre configurations (slick and standard patterned). Thus a statistical hybrid method is developed in order to estimate the tyre/road noise at low-frequency, giving encouraging results.

**Keywords : Tyre/road contact, dynamic contact, numerical method, tyre/road noise, road texture, statistical correlation, viscoelasticity, vibration.**

**Subjects : Engineering science : mechanical engineering, acoustics.**

# Table des matières

<b>Préambule</b>	<b>i</b>
Remerciements . . . . .	i
Résumé . . . . .	iii
Table des matières . . . . .	v
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Le bruit de contact pneumatique/chaussée</b>	<b>5</b>
1.1 Mécanismes générateurs du bruit de roulement . . . . .	7
1.2 Paramètres influant sur le bruit de roulement . . . . .	11
1.3 Modélisation physique du contact pneumatique/chaussée . . . . .	21
<b>2 Description multi-aspérités d'une surface de chaussée</b>	<b>39</b>
2.1 Présentation des surfaces utilisées durant la thèse . . . . .	41
2.2 Partitionnement d'une surface de chaussée . . . . .	43
2.3 Loi de contact pour une aspérité de chaussée . . . . .	56
2.4 Étude statistique des paramètres de contact . . . . .	61
<b>3 Modèle de contact dynamique multi-aspérités</b>	<b>67</b>
3.1 Présentation du modèle de contact multi-aspérités . . . . .	69
3.2 Contact pneumatique/chaussée élastique . . . . .	83
3.3 Contact pneumatique/chaussée viscoélastique . . . . .	93
3.4 Contact pneumatique/chaussée avec vibrations . . . . .	101
<b>4 Prévision du bruit de roulement</b>	<b>113</b>
4.1 Mesure du bruit de roulement . . . . .	115
4.2 Corrélations des paramètres de lois de contact avec le bruit . . . . .	121
4.3 Corrélations de la texture et des forces de contact avec le bruit . . . . .	125
<b>Conclusion</b>	<b>151</b>
<b>A Modèle de plaque orthotrope appliqué au contact pneumatique/chaussée</b>	<b>A.1</b>
<b>B Viscoélasticité linéaire appliquée au contact pneumatique/chaussée</b>	<b>B.1</b>
<b>C Visualisation et description des surfaces de chaussée étudiées</b>	<b>C.1</b>
<b>D Régression linéaire <math>y = ax + b</math></b>	<b>D.1</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>a</b>



# Liste des figures

1.1	Localisation des sources de bruit de roulement sur le pneumatique (d'après Iwao et Yamazaki (1996)). . . . .	7
1.2	Les principaux mécanismes du bruit de roulement et leurs gammes de fréquence prédominantes. . . . .	7
1.3	Mécanismes d'origine mécanique : vibrations radiales et tangentielles des pains de gomme (1 et 3), vibrations radiales de la carcasse du pneu (ceinture et flancs - 2), phénomènes de « stick/slip » (4) et de « stick/snap » (5) (Anfosso-Lédée et Cesbron). . . . .	8
1.4	Mécanismes aérodynamiques : « air-pumping » (1 et 2), résonance de tuyaux (3) et résonateurs de Helmholtz (4) (Anfosso-Lédée et Cesbron). . . . .	9
1.5	Mécanismes d'amplification : effet dièdre (1) et résonance de cavité du pneumatique (2) (Anfosso-Lédée et Cesbron). . . . .	10
1.6	Constitution d'un pneumatique (d'après Michelin (2002)). . . . .	12
1.7	Mesure de bruit de roulement au passage pour différentes surfaces fermées avec un pneu lisse (à gauche) et un pneu avec des patins (à droite) (Rimondi, 1995). . . . .	13
1.8	Mesures transversales d'empreintes statique et en roulement (Cesbron, 2007). . . . .	14
1.9	Schématisation du modèle de plaque orthotrope (d'après Kropp (1992)). . . . .	15
1.10	Fonction de Green de la plaque orthotrope dans le domaine temporel (à gauche) et fréquentiel (à droite) pour $x_0 = 0$ , $x - x_0 = 0$ et $y = l_y/2$ (étudiée lors du projet Deufrako P2RN (2009) pour un pneu rainuré standard Michelin Energy E3A, 195/60 R15). . . . .	15
1.11	Schéma de coupe d'une chaussée (Corté, 1994). . . . .	16
1.12	Les différentes échelles de texture (Cesbron, 2007). . . . .	17
1.13	Niveaux de bruit mesurés sur différentes surfaces routières pour des véhicules légers roulant à 90 km/h (d'après GNCDs (2011)). . . . .	18
1.14	Courbes d'isocorrélation entre la texture et le bruit à 80 km/h pour quatre types de pneu obtenues par Sandberg et Descornet (1980). Le pneu S est un pneu d'été et le pneu P est un pneu lisse. . . . .	19
1.15	Organisation d'un modèle complet pour la prévision du bruit de roulement (d'après Cesbron (2007)). . . . .	21
1.16	Géométrie de la loi de contact de Hertz (d'après Johnson (1985)). . . . .	22
1.17	Loi de contact analytique pour une aspérité de forme quelconque à faible chargement . . . . .	24
1.18	Loi de contact normal pour des pointes de forme quelconque (Cesbron, 2007). . . . .	24
1.19	Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats du modèle analytique pour une pointe sphérique en contact avec un massif semi-infini viscoélastique (Sameur, 2004). . . . .	26
1.20	Description du contact pneumatique/chaussée (d'après Cesbron (2007)). . . . .	27

1.21	Discrétisation de la surface du massif semi-infini. . . . .	29
1.22	Empreinte de contact obtenue par MIM à droite, pour un pneu lisse s'écrasant sur une surface de chaussée BBSG 0/10 à gauche (Cesbron, 2009). . . . .	29
1.23	Géométrie du modèle de Kropp (1992). . . . .	30
1.24	Modèle de plaque bi-couche de Larsson et Kropp (2002). . . . .	31
1.25	Géométrie et notation du modèle de Larsson et Kropp (2002). . . . .	32
1.26	Force de contact au centre de roue en temps (à gauche) et en fréquence (à droite) pour trois modèles de contact (Wullens, 2003). . . . .	34
1.27	Principe de résolution par approche multi-aspérités à deux échelles. . .	34
1.28	Comparaison de la force pour le cas d'un contact entre quatre cônes à la même hauteur (Sameur, 2004). . . . .	35
1.29	Comparaison pour un cas simple entre la MIM et la MIDE (Cesbron, 2007) : géométrie des pointes en contact à gauche ; résultats à macro-échelle en haut à droite et à micro-échelle en bas à droite. . . . .	37
2.1	Visualisation d'une surface mesurée dans le cadre du projet Deufrako P2RN (2009). . . . .	41
2.2	Principe du partitionnement. . . . .	43
2.3	Schéma de principe de la méthode en 3 étapes de partitionnement. . . .	44
2.4	Schéma de principe de la transformation en image binaire. . . . .	45
2.5	Schéma de principe de l'algorithme de seuillage itératif (Cesbron, 2007). . .	45
2.6	Transformation binaire (à droite) à partir de la surface mesurée (à gauche) pour un échantillon de BBSG 0/10 : $n_{min} = 4$ , $n_{max} = 625$ , $h_0 = -3,62$ mm, $d_h = -0,01$ mm . . . . .	46
2.7	Résultat de la transformation de l'image binaire (à gauche) en niveaux de gris (à droite) par calcul de distance euclidienne. . . . .	47
2.8	Schéma de principe de la segmentation par ligne de partage des eaux. . .	48
2.9	Méthode de segmentation par ligne de partage des eaux, appliquée aux chaussées. . . . .	49
2.10	Résultat de la segmentation par ligne de partage des eaux (à droite) pour une surface BBSG 0/10. . . . .	49
2.11	À gauche les sommets des cellules, à droite le résultat du diagramme de Voronoï pour l'échantillon de BBSG 0/10. . . . .	51
2.12	Superposition des lignes de partage des eaux et du diagramme de Voronoï. . .	51
2.13	Résultat du partitionnement de surface de chaussée réelle, à partir de la superposition de la segmentation par ligne de partage des eaux et du diagramme de Voronoï. . . . .	52
2.14	Correction de la position du sommet par 8 connexités. . . . .	53
2.15	Correction de la position du sommet par recherche de connexité de cellules. . .	54
2.16	Résultat final de partitionnement sur un échantillon de BBSG 0/10, après correction. . . . .	54
2.17	Contact ponctuel pour différentes aspérités de géométrie académique (cylindre, sphère, cône) et de géométrie quelconque. . . . .	56
2.18	Loi analytique de contact normal pour une aspérité quelconque. . . . .	58
2.19	Lois de contact analytiques et numériques (à droite) de 2 aspérités (à gauche) de l'échantillon de BBSG 0/10. . . . .	59
2.20	Densité de probabilité du couple $C_k$ et $\gamma_k$ de l'échantillon de BBSG 0/10. . .	60

2.21	Histogrammes, densités de probabilité (avec les paramètres $p_1, p_2$ et $p_3$ de chaque loi) et valeurs moyennes, minimales, maximales et écarts-types des paramètres de contact de la surface E2 (BBSG 0/10) : $D = 15\ 214$ aspérités/m <sup>2</sup> . . . . .	62
2.22	Détermination de la taille du rectangle de dimensions $T_x \times T_y$ . . . . .	64
3.1	Schéma global de la méthode d'évaluation numérique des pressions de contact pneumatique/chaussée en utilisant une approche multi-aspérités (les nombres en pourcentage sont les parts relatives du temps de calcul de chaque partie). . . . .	70
3.2	Schéma du modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle. . . . .	70
3.3	Algorithme de la méthode itérative de Newton-Raphson utilisée à macro-échelle. . . . .	77
3.4	Schéma du modèle de contact multi-aspérités à micro-échelle. . . . .	79
3.5	Algorithme de la méthode itérative de Gauss-Seidel par blocs non-linéaire utilisée à micro-échelle. . . . .	82
3.6	Représentation de la surface étudiée de BBSG 0/10 avec les sommets et les indices des aspérités, ainsi que les paramètres des lois de contact. . .	84
3.7	Comparaison des forces de contact sur chaque aspérité entre la méthode de référence (MIM) et la méthode multi-aspérités à macro-échelle pour 3 valeurs de chargement. . . . .	85
3.8	Comparaison des distributions de pression obtenues par la méthode de référence (MIM) et par la méthode multi-aspérités à micro-échelle pour la force imposée maximale. . . . .	86
3.9	Convergence de la méthode multi-aspérités à micro-échelle vers la MIM. . . . .	87
3.10	Représentation des trois surfaces utilisées pour les calculs d'empreintes statiques. . . . .	88
3.11	Photographie du « pneu lisse » utilisé à gauche – profil transversal du pneu à droite (Cesbron, 2007). . . . .	89
3.12	Visualisation de la surface du demi-pneu lisse reconstruite à partir du profil transversal à gauche – Surface du pneumatique lisse potentiellement en contact avec la chaussée à droite (Cesbron, 2007). . . . .	89
3.13	Empreintes de contact statique calculées pour les 3 surfaces utilisées : distribution de pression initiale à gauche, distribution de pression finale à droite. . . . .	91
3.14	Corrélation entre les forces de contact obtenues à macro-échelle et les forces de contact intégrées à partir de la distribution de pression finale pour les 3 surfaces étudiées. . . . .	92
3.15	Géométrie composée de 7 sphères en contact avec un massif semi-infini viscoélastique. . . . .	93
3.16	Comparaison entre la méthode multi-aspérités (traits continus) et la MIM (croix) des forces de contact pour l'aspérité centrale (à gauche) et pour les aspérités sur les bords (à droite). . . . .	94
3.17	Comparaison des forces de contact sur chaque aspérité entre la méthode de référence (MIM) et la méthode multi-aspérités à macro-échelle visco-élastique pour 3 valeurs de chargement. . . . .	96
3.18	Corrélation entre les forces de contact obtenues par la méthode de référence (MIM) et par la méthode multi-aspérités viscoélastique pour les valeurs de chargements entre 0 et 175 N. . . . .	97
3.19	Modules de perte et de conservation du modèle rhéologique de Maxwell généralisé utilisé (à gauche) avec ses paramètres (à droite). . . . .	98

3.20	Empreintes statiques à charge maximale pour les trois surfaces en contact avec un massif semi-infini élastique (à gauche) et avec un massif semi-infini viscoélastique (30 km/h, à droite). . . . .	100
3.21	Photographie du pneu rainuré utilisé (à gauche) – surface mesurée du pneu (à droite) (Deufrako P2RN, 2009). . . . .	102
3.22	Surface du pneumatique rainuré potentiellement en contact avec la chaussée pour un instant donné. . . . .	102
3.23	Valeurs des paramètres de la plaque orthotrope d'un pneu Michelin Energy E3A, 195/60 R15 (Deufrako P2RN (2009) à droite) identifiées par mesure de mobilité (à gauche). . . . .	103
3.24	Fonction de Green de la plaque orthotrope dans le domaine temporel (à gauche) et fréquentiel (à droite) pour $x_0 = 0$ , $x - x_0 = 0$ et $y = l_y/2$ selon le nombre de modes utilisé. . . . .	104
3.25	Empreintes macro-échelle du contact entre le pneumatique standard et la surface E2 pour les cas avec ou sans vibration et avec ou sans viscoélasticité. . . . .	105
3.26	Forces sur deux aspérités (indice 6083 : au centre de l'aire de contact, à gauche ; et indice 6183 : à la périphérie, à droite) de la surface E2 en fonction du temps pour les quatre configurations de modèle de contact. . . . .	107
3.27	Forces de contact selon la direction perpendiculaire au roulement à la position $x = 70,08$ mm et pour les quatre déclinaisons du modèle de contact. . . . .	108
3.28	Forces de contact en fonction du temps selon la direction du roulement à l'intérieur d'un élément carré ( $0,4 \times 0,4$ mm) et pour les 4 déclinaisons du modèle de contact. . . . .	108
3.29	Spectres de forces de contact pour trois positions transverses différentes et pour les quatre déclinaisons du modèle de contact. . . . .	109
4.1	Mesure en continu du bruit de roulement ((1) micro 1, (2) micro 2, (3) micro 3). . . . .	115
4.2	Emplacements des revêtements testés sur la piste de référence de l'Ifsttar (Nantes) (Cesbron, 2007). . . . .	116
4.3	Mesure de la vitesse et du niveau de bruit à 1 000 Hz en fonction de la position sur la planche E2 pour une vitesse souhaitée de 90 km/h. . . . .	117
4.4	Exemple de régression linéaire entre le niveau de bruit et le logarithme en base 10 de la vitesse sur une vitesse de référence (90 km/h), au tiers d'octave 1 000 Hz, pour la surface E2 avec un « pneu standard ». . . . .	117
4.5	Spectres de bruit à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour la configuration « pneu lisse ». . . . .	118
4.6	Spectres de bruit à 70 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour la configuration « pneu standard ». . . . .	119
4.7	Corrélations entre le niveau de bruit global recomposé à basses fréquences et les paramètres de contact moyens pour la configuration « pneu lisse » à 50 km/h (à gauche) et 90 km/h (à droite). . . . .	123
4.8	Corrélations entre le niveau de bruit global recomposé à basses fréquences et les paramètres de contact moyens pour la configuration « pneu standard » à 70 km/h (à gauche) et 90 km/h (à droite). . . . .	124
4.9	Problème d'échelles d'évaluation des forces de contact. . . . .	125
4.10	Schéma du calcul de forces de contact sur plusieurs mètres de chaussée. . . . .	126
4.11	Calcul des forces de contact à macro-échelle sur plusieurs mètres de chaussée. . . . .	127

4.12	Calcul des pressions à l'interface à micro-échelle sur plusieurs mètres de chaussée. . . . .	128
4.13	Schéma explicatif de l'étude paramétrique sur les spectres. . . . .	130
4.14	Choix du paramètre $l_{nx}$ ( $l_{ny} = l_y, x_c = 0$ ) : niveaux de force pour la surface E2 sur la quelle roule un « pneu standard » à 90 km/h. . . . .	130
4.15	Choix du paramètre $l_{ny}$ ( $l_{nx} = h_x, x_c = 0$ ) : niveaux de force pour la surface E2 sur laquelle roule un « pneu standard » à 90 km/h. . . . .	131
4.16	Choix du paramètre $x_c$ : $l_{nx} = h_x$ et $l_{ny} = l_{yc}$ . . . . .	132
4.17	Spectres de forces de contact pour les surfaces A, E2 et L2 et pour les 4 déclinaisons du modèle de contact multi-aspérités. . . . .	133
4.18	Spectres de texture à 50 km/h (a), à 70 km/h (b) et à 90 km/h (c) des revêtements de la piste. . . . .	134
4.19	Spectres de forces de contact à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) des revêtements de la piste pour le « pneu lisse ». . . . .	135
4.20	Spectres de forces de contact à 70 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) des revêtements de la piste pour le « pneu standard ». . . . .	135
4.21	Isocorrélation texture/force à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu lisse ». . . . .	136
4.22	Isocorrélation texture/bruit à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu lisse ». . . . .	137
4.23	Coefficient de corrélation texture/bruit à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu lisse ». . . . .	137
4.24	Isocorrélation force/bruit à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu lisse ». . . . .	138
4.25	Coefficient de corrélation force/bruit à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu lisse ». . . . .	138
4.26	Classification du niveau de texture recomposé (a), du niveau de forces recomposé (b) et du niveau de bruit recomposé (c) pour le « pneu lisse ». . . . .	139
4.27	Corrélation entre le niveau de bruit mesuré et celui estimé à partir de la texture par méthode empirique pour le « pneu lisse » à 90 km/h. . . . .	140
4.28	Corrélation entre le niveau de bruit mesuré et celui estimé à partir des forces de contact par méthode hybride pour le « pneu lisse » à 90 km/h. . . . .	141
4.29	Comparaison entre le bruit mesuré (en rouge) et une estimation du bruit à partir de la texture (en vert) et une autre à partir des forces (en noir) par méthode hybride pour les surface A (a), L2 (b) et E2 (c), pour le « pneu lisse » à 90 km/h. . . . .	142
4.30	Isocorrélation texture/bruit à 70 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu standard ». . . . .	143
4.31	Coefficient de corrélation texture/bruit à 70 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu standard ». . . . .	143
4.32	Isocorrélation force/bruit à 70 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu standard ». . . . .	144
4.33	Coefficient de corrélation force/bruit à 70 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu standard ». . . . .	144
4.34	Classification du niveau de texture recomposé (a), du niveau de force recomposé (b) et du niveau de bruit recomposé (c) pour le « pneu standard ». . . . .	145
4.35	Corrélation entre le niveau de bruit mesuré et celui estimé à partir de la texture par méthode empirique pour le « pneu standard ». . . . .	146
4.36	Corrélation entre le niveau de bruit mesuré et celui estimé à partir des forces de contact par méthode hybride pour le « pneu standard ». . . . .	147

4.37	Comparaison entre le bruit mesuré (en rouge) et une estimation du bruit à partir de la texture (en vert) et une autre à partir des forces (en noir) par méthode hybride pour les surface A (a), L2 (b) et E2 (c), pour le « pneu standard » à 90 km/h. . . . .	148
A.1	Schématisation du modèle de plaque orthotrope (d'après Kropp (1992)).	A.2
B.1	Expérience de fluage pour un solide viscoélastique, à gauche la contrainte, à droite la déformation. . . . .	B.2
B.2	Expérience de relaxation pour un solide viscoélastique, à gauche la déformation, à droite la contrainte. . . . .	B.3
B.3	Modèles élémentaires viscoélastiques linéaires non-vieillissants (Salençon, 2009). . . . .	B.4
B.4	Exemple de comportement viscoélastique de modèles analogiques simples : Maxwell à gauche, Zener à droite (Johnson, 1985). . . . .	B.4
B.5	Schéma de principe du modèle de Maxwell. . . . .	B.5
B.6	Schéma de principe du modèle de Kelvin. . . . .	B.6
B.7	Solide linéaire standard (Salençon, 2009). . . . .	B.6
B.8	Schéma de principe du modèle pour la décomposition en série de Prony.	B.7
C.1	Visualisation des surfaces de chaussée A, A', C, E1 et E2. . . . .	C.2
C.2	Visualisation des surfaces de chaussée F, G, L2, M1 et M2. . . . .	C.3
C.3	Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface A (ES 8/10) : $D = 6\,721$ aspérités/m <sup>2</sup> . . . . .	C.4
C.4	Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface A' (BBDr 0/6) : $D = 21\,786$ aspérités/m <sup>2</sup> (Cesbron <i>et al.</i> , 2011). . . . .	C.5
C.5	Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface C (ES 0,8/1,5) : $D = 30\,985$ aspérités/m <sup>2</sup> (Cesbron <i>et al.</i> , 2011). . . . .	C.6
C.6	Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface E1 (BBSG 0/10) : $D = 17\,512$ aspérités/m <sup>2</sup> (Cesbron <i>et al.</i> , 2011). . . . .	C.7
C.7	Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface E2 (BBSG 0/10) : $D = 15\,214$ aspérités/m <sup>2</sup> (Cesbron <i>et al.</i> , 2011). . . . .	C.8
C.8	Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface F (Colgrip 1,5/3) : $D = 24\,742$ aspérités/m <sup>2</sup> . . . . .	C.9
C.9	Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface G (BBS 0/10) : $D = 17\,112$ aspérités/m <sup>2</sup> . . . . .	C.10
C.10	Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface L2 (SE 0/4) : $D = 29\,209$ aspérités/m <sup>2</sup> (Cesbron <i>et al.</i> , 2011). . . . .	C.11
C.11	Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface M1 (BBTM 0/10) : $D = 11\,123$ aspérités/m <sup>2</sup> (Cesbron <i>et al.</i> , 2011). . . . .	C.12
C.12	Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface M2 (BBTM 0/6) : $D = 17\,315$ aspérités/m <sup>2</sup> (Cesbron <i>et al.</i> , 2011). . . . .	C.13
D.1	Schéma de principe d'une ellipse de tolérance à 95 %. . . . .	D.2

# Liste des tableaux

1.1	Généralisation de la loi de contact de Hertz pour des géométries académiques (Sameur, 2004) . . . . .	23
2.1	Liste des surfaces étudiées de la piste de l'Ifsttar (Nantes) (Deufrako P2RN, 2009). . . . .	42
2.2	Partitionnement des dix surfaces de chaussée étudiées. L'ordinateur a est composé de 2 coeurs à 2 threads chacun et 6 Go de RAM, l'ordinateur b d'1 coeur à 2 threads et 2 Go de RAM. . . . .	55
2.3	Valeurs minimales, maximales et moyennes des paramètres des aspérités de l'échantillon de BBSG 0/10 à gauche sur la figure 2.6. . . . .	60
2.4	Distributions statistiques des paramètres de contact des dix surfaces utilisées. . . . .	63
2.5	Valeurs moyennes des paramètres de contact des dix surfaces utilisées. . . . .	64
2.6	Détermination d'une taille minimale représentative des distributions des paramètres de contact pour la surface E2. . . . .	65
3.1	Paramètres de contact obtenus pour les trois surfaces pour les pressions de contact initiales et finales. . . . .	90
3.2	Paramètres du modèle rhéologique de Zener utilisé (Kozhevnikov <i>et al.</i> , 2010). . . . .	93
3.3	Paramètres du modèle rhéologique de Zener utilisé. . . . .	96
3.4	Paramètres de contact globaux obtenus pour les trois surfaces utilisées pour les calculs à différentes vitesses. . . . .	99
3.5	Aires apparentes $\mathcal{A}$ (cm <sup>2</sup> ) pour 3 textures de chaussées différentes (A, E2, L2) selon la configuration du modèle utilisé (① : élastique, ② : viscoélastique, ③ : élastique avec vibration, ④ : viscoélastique avec vibration) et le temps de calcul $t_c$ (h). . . . .	106
4.1	Exemple des paramètres de la régression linéaire entre le niveau de bruit et le logarithme de la vitesse pour la vitesse E2 avec un « pneu standard ». . . . .	118
4.2	Niveaux de bruit globaux recomposés entre 315 et 1 000 Hz pour l'ensemble des surfaces de la configuration « pneu lisse » à 50 km/h et 90 km/h. . . . .	119
4.3	Niveaux de bruit globaux recomposés entre 315 et 1 000 Hz pour l'ensemble des surfaces de la configuration « pneu lisse » à 70 et 90 km/h. . . . .	120
4.4	Valeurs moyennes des paramètres de contact utilisés pour la corrélation avec le bruit. . . . .	121
4.5	Paramètres du modèle statistique empirique à partir de la texture pour la configuration « pneu lisse » à 90 km/h. . . . .	140
4.6	Paramètres du modèle statistique hybride à partir des forces de contact pour la configuration « pneu lisse » à 90 km/h. . . . .	140

4.7	Paramètres du modèle statistique empirique pour la configuration « pneu standard » à 90 km/h à partir de la texture. . . . .	146
4.8	Paramètres du modèle statistique hybride pour la configuration « pneu standard » à 90 km/h à partir des forces de contact. . . . .	146

# Glossaire

## Liste des acronymes

A	: Enduit Superficiel : ES 8/10
A'	: Béton Bitumineux Drainant : BBDr 0/6
C	: Enduit Superficiel : ES 0,8/1,5
E1	: Béton Bitumineux Semi-Grenu : BBSG 0/10
E2	: Béton Bitumineux Semi-Grenu : BBSG 0/10
F	: Bauxite calcinée : Colgrip 1,5/3
G	: Béton Bitumineux Souple : BBS 0/10
L2	: Sable Enrobé : SE 0/4
M1	: Béton Bitumineux Très Mince : BBTM 0/10
M2	: Béton Bitumineux Très Mince : BBTM 0/6
$\mathcal{N}$	: Loi de distribution statistique normale
$\mathcal{LN}$	: Loi de distribution statistique log-normale
$\mathcal{G}$	: Loi de distribution statistique gamma
$\mathcal{GEV}$	: Loi de distribution statistique généralisée des valeurs extrêmes
ALE	: Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne
CFD	: Computational Fluid Dynamics
CPX	: Close-ProXimity Method
MIDE	: Méthode Itérative à Deux Échelles
MIM	: Méthode d'Inversion de Matrice
P2RN	: Prediction and Propagation of Rolling Noise
PREDIT	: Programme de Recherche Et D'Innovations dans les Transports terrestres

## Notations mathématiques

$\mathbf{A}$	: Matrice
$\mathbf{a}$	: Vecteur
$a$	: Scalaire
$\log(\cdot)$	: Logarithme à base 10
$\ln(\cdot)$	: Logarithme népérien
$\overline{(\cdot)}$	: Moyenne arithmétique
$H(\cdot)$	: Distribution d'Heaviside
$\delta(\cdot)$	: Distribution de Dirac, si non précisée
$\equiv$	: Identique à (congruence)
$(\cdot)^{old}$	: Historique de la grandeur
$(\cdot)^m$	: Valeur de discrétisation en temps pour $m\Delta t$



# Introduction

## Le contexte

POUR une majorité de la population européenne et notamment française, les problèmes environnementaux deviennent des sujets de préoccupation importants pour améliorer la qualité de la vie. Parmi les atteintes environnementales à la qualité de vie en France, le bruit est le plus souvent cité, devant la qualité de l'air ou de l'eau par exemple. D'après une enquête récente de TNS Sofres (Bedeau *et al.*, 2010), 2 Français sur 3 déclarent être gênés par le bruit à leur domicile, avec des fréquences diverses : 43 % ne le sont que « rarement » mais 19 % « souvent » et 4 % en « permanence ». Mise à part la sensation désagréable que cela procure, l'exposition au bruit peut entraîner différents effets sanitaires, que l'on peut classer en trois catégories : auditifs, biologiques extra-auditifs et comportementaux. Quant à l'impact économique du bruit, il est de plusieurs ordres : « surconsommation médicale » dans les zones exposées, désertion des centres-villes, dépréciation immobilière, ou encore effets sur l'activité professionnelle (baisse des performances, absentéisme et arrêts de travail, coût des surdités professionnelles) (Menard *et al.*, 2008). Dans un rapport de la Commission des comptes et de l'économie de l'environnement (Balmand *et al.*, 2011), la dépense de lutte contre le bruit lié aux transports est chiffrée en France à 753 millions d'euros en 2009.

Pour réduire l'importance de cette nuisance dans notre quotidien, il est nécessaire de déterminer les principales nuisances sonores. Certes elles sont très diverses suivant les situations et les perceptions de chacun (bruit industriel, bruit de voisinage, bruit routier), mais sur les 66 % des personnes déclarant être gênés par le bruit à domicile, 54 % citent le bruit des transports comme étant le plus nuisible (Bedeau *et al.*, 2010). Dans ce contexte, les organismes de recherche français et européens s'intéressent aux moyens de prévision et réduction du bruit des transports. En France, plusieurs Groupements De Recherche peuvent être cités sur ce sujet (GDR « Bruit des transports », 2002-2005, 2006-2009 ; GDR « VISIBLE », 2010-2013), soutenus par le Programme de Recherche Et D'Innovation dans les Transports terrestres (PREDIT). La réduction du bruit des transports terrestres fait l'objet de nombreux projets de recherche français et européens tels que les projets européens HARMONOISE (2001-2004), visant au développement de méthodes de prévision du bruit dans l'environnement, SILVIA (2002-2005), pour le développement de revêtements de chaussée peu bruyants ; les projets franco-allemand DEUFRAKO P2RN (2006-2008) et ODSurf (2012-2014), pour la prévision et la propagation du bruit de roulement.

De manière plus spécifique, le bruit du trafic routier joue pour beaucoup dans la nuisance sonore des bruits de transports (Menard *et al.*, 2008; Bedeau *et al.*, 2010). La réglementation française relative au bruit du trafic routier découle des articles 12 et 13 de la loi n°92-1444 du 31 décembre 1992. Ces textes sont désormais codifiés dans le Code de l'Environnement (articles L.571-9 et L.571-10), complétés en 2004 pour prendre en compte la Directive Européenne 2002/49/CE relative à l'évaluation et à la gestion du

bruit dans l'environnement. Le trafic routier, i.e. la circulation des véhicules sur les infrastructures routières, se compose de deux catégories de véhicules en dehors des deux roues : les véhicules légers et les véhicules lourds. Ces deux catégories se comportent différemment du point de vue acoustique mais les trois sources principales de bruit routier dans l'environnement sont les suivantes :

1. Le bruit du groupe de moto-propulsion : bruit généré par le bloc moteur, les ventilateurs, la transmission et l'échappement. Ces dernières années, l'industrie automobile a amélioré significativement cette source de bruit ;
2. Le bruit de contact pneumatique/chaussée (ou bruit de roulement) ;
3. Le bruit d'origine aérodynamique : il intervient essentiellement à grande vitesse (>120 km/h) et est surtout gênant à l'intérieur du véhicule au vu de la vitesse élevée.

D'après une note du CFTR<sup>1</sup>, le bruit de roulement devient la principale source du bruit global du véhicule à partir du troisième rapport de vitesse. Le niveau de bruit global du véhicule dépend avant tout de la vitesse, du comportement et de la catégorie du véhicule. Pour un véhicule léger, il existe une zone (de 15 à 40 km/h environ) où la dominance du groupe de moto-propulsion et du bruit de roulement dépend de plusieurs paramètres du véhicule (conditions de conduite, ancienneté, conducteur) et de la chaussée (propriétés acoustiques de la chaussée, conditions météorologiques). Au-delà de cette zone, le bruit de contact pneumatique/chaussée est dominant. Pour un véhicule lourd, le bruit de roulement devient dominant pour une vitesse plus élevée (> 70 km/h environ), étant donné l'importance du bruit du groupe de moto-propulsion et des bruits additionnels de choc des articulations mécaniques. En ce qui concerne les véhicules à moteur hybride électrique/thermique et les véhicules à moteur électrique, le moteur électrique fonctionne généralement jusqu'à 30 km/h (Conte, 2008). Le bruit de roulement est donc une source dominante dès les petites vitesses. En conclusion, le bruit de contact pneumatique/chaussée contribue de façon significative au bruit global du véhicule et donc à la nuisance sonore routière.

## Les enjeux et les objectifs

La réduction du bruit de roulement par l'optimisation des paramètres du pneumatique a fait l'objet de nombreuses études et avancées de la part des manufacturiers. Il semble désormais qu'on ne puisse pas espérer beaucoup de progrès sans compromettre les autres propriétés (adhérence, durabilité, consommation,...). En conséquence, afin de réduire de manière significative le bruit, l'effort de recherche et d'innovations doit porter sur les propriétés de la chaussée. La modélisation physique complète du bruit de roulement basée sur une description réaliste de la chaussée est toujours manquante alors qu'elle permettrait d'optimiser les paramètres des revêtements routiers. Certes, la vibration du pneumatique et le rayonnement acoustique de l'ensemble ont été largement étudiés, mais la modélisation des phénomènes aérodynamiques tel que l'air-pumping et la modélisation du contact dynamique restent encore peu développées vis-à-vis des propriétés de la chaussée. D'autant plus que la modélisation du contact joue un rôle crucial dans la prévision du bruit, car les forces de contact conditionnent l'excitation vibratoire et la déformée du pneumatique et, par conséquent, le niveau de bruit émis et son contenu fréquentiel. Il paraît alors essentiel d'avoir une description fine du

---

1. CFTR, *Influence de la couche de roulement sur le bruit du trafic routier*, Mars 2001

contact pneumatique/chaussée, en intégrant les rugosités de la surface de chaussée et la géométrie du pneumatique.

L'équipe Acoustique de l'Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux (IFSTTAR) de Nantes participe activement depuis plusieurs années aux recherches sur le bruit routier et étudie plus particulièrement l'influence sur le bruit de roulement des paramètres de la chaussée tels que la texture, les propriétés d'absorption acoustique et la rigidité de la couche de roulement. Le travail de thèse s'inscrit dans cette démarche. L'enjeu de la thèse est de compléter les connaissances sur la modélisation du contact pneumatique/chaussée, afin de mieux prévoir le bruit de roulement et d'optimiser les principaux paramètres de la chaussée influant sur le bruit résultant. Les objectifs de la thèse sont alors les suivants :

- développer un modèle de contact dynamique pneumatique/chaussée pour tenir compte de façon plus réaliste de la texture de revêtement routier, des caractéristiques de pneumatique et des effets dynamiques du roulement ;
- établir un lien entre la texture du revêtement routier et les forces dynamiques de contact et étudier leur influence sur le niveau de bruit de contact pneumatique/chaussée mesuré.

## **Le plan chapitre par chapitre**

Le mémoire de thèse est divisé en quatre chapitres, dont le contenu est précisé dans les paragraphes suivants.

Une étude bibliographique sur le bruit de contact pneumatique/chaussée est menée au premier chapitre. Après une description des différents mécanismes générateurs du bruit de roulement, les paramètres influant majoritairement sur ce dernier sont présentés, ainsi que les deux corps en contact. La dernière partie du chapitre est consacrée aux modèles de contact existants, ainsi que leur comparaison à l'expérience si elle existe.

Le second chapitre concerne le pré-traitement nécessaire au modèle de contact développé durant la thèse : le partitionnement de surface de chaussée et les lois analytiques de contact. Après une description des différents revêtements de chaussée utilisés durant la thèse, la méthode de partitionnement de surface de chaussée est expliquée en détail. Chaque aspérité est décrite par la suite par une nouvelle relation analytique de forces de contact en fonction de la pénétration (lois de contact), caractérisée par un ensemble de paramètres. Les paramètres des lois de contact sont ensuite étudiés statistiquement afin de caractériser les différentes textures.

Le troisième chapitre est consacré au modèle de contact dynamique pneumatique/chaussée développé durant la thèse. La bande de roulement du pneumatique est modélisée par un massif semi-infini viscoélastique et la surface de chaussée par un ensemble d'aspérités supposées parfaitement rigides. La vibration du pneumatique est incluse par un modèle vibratoire de plaque orthotrope. Le problème de contact multi-aspérités est résolu à l'aide d'une méthode itérative à deux échelles. La distribution des forces de contact est obtenue à macro-échelle, permettant l'initialisation d'une méthode itérative à micro-échelle afin d'obtenir la distribution de pression. Les résultats de ce modèle de contact dynamique multi-aspérités sont comparés à ceux de méthodes numériques classiques pour des configurations différentes du modèle.

Enfin, au quatrième chapitre, la prévision du bruit de roulement par des modèles statistiques hybrides est abordée. Après une présentation de la méthode de mesure en continu du bruit de roulement, les différentes corrélations de grandeurs physiques cal-

culées (texture et forces de contact) avec le bruit mesuré sont abordées. Les corrélations sont effectuées pour deux configurations de pneumatique différentes : un pneumatique lisse et un pneumatique rainuré standard.

L'essentiel du travail réalisé au cours de la thèse porte sur le contact pneumatique/chaussée. Le lien avec le bruit de roulement est effectué autant que possible tout au long du document, bien que la partie acoustique ne soit abordée qu'au dernier chapitre.

*An automotive tire is a most complicated mechanical system [...] perhaps the supreme challenge of continuum rolling theory.*

J.J Kalker –1990, “Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact”

# 1

## Le bruit de contact pneumatique/chaussée

▷ *Un état de l'art sur le bruit de contact pneumatique/chaussée (ou bruit de roulement) est proposé dans ce chapitre. Dans un premier temps, les différents mécanismes générateurs du bruit sont rappelés. La seconde partie du chapitre est consacrée aux paramètres influant majoritairement le bruit de roulement et à la description des corps en contact (pneumatique et chaussée). Enfin, nous nous focalisons sur les modèles de contact existants dans la littérature pour une application au bruit de roulement, en commençant par la mécanique du contact ponctuel, nécessaire et utilisée dans différentes approches du contact multi-aspérités. Pour les différents modèles de contact, nous présentons leurs avantages et leurs limites d'application. ◁*

**Plan du chapitre**

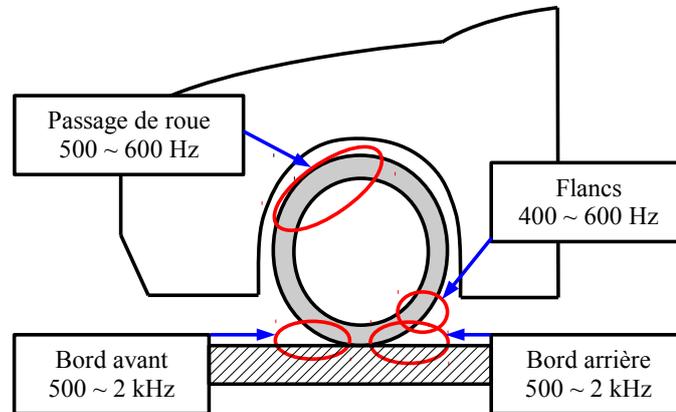
---

1.1	Mécanismes générateurs du bruit de roulement . . . . .	7
1.1.1	Mécanismes d'origine mécanique . . . . .	8
1.1.2	Mécanismes aérodynamiques . . . . .	9
1.1.3	Mécanismes d'amplification . . . . .	10
1.2	Paramètres influant sur le bruit de roulement . . . . .	11
1.2.1	Paramètres comportementaux, environnementaux et structu- rels . . . . .	11
1.2.2	Pneumatique . . . . .	11
1.2.2.1	Présentation générale . . . . .	11
1.2.2.2	Paramètres du pneumatique influant sur le bruit . .	13
1.2.2.3	Modélisation de la réponse vibratoire d'un pneu- matique . . . . .	14
1.2.3	Chaussée . . . . .	16
1.2.3.1	Présentation générale . . . . .	16
1.2.3.2	Paramètres de la chaussée influant sur le bruit . . .	17
1.2.3.3	Les modèles de bruit de roulement intégrant les ca- ractéristiques de la chaussée . . . . .	18
1.3	Modélisation physique du contact pneumatique/chaussée . . . . .	21
1.3.1	Contact ponctuel . . . . .	22
1.3.1.1	Contact Hertzien . . . . .	22
1.3.1.2	Généralisation de la loi de contact de Hertz (1882) .	23
1.3.1.3	Lois de contact viscoélastique . . . . .	25
1.3.2	Contact pneumatique/chaussée pour la prévision du bruit . .	26
1.3.2.1	Résolution matricielle directe . . . . .	29
1.3.2.2	Modèles de contact de l'Université de Chalmers . .	30
1.3.2.3	Méthode Itérative à Deux Échelles (MIDE) . . . . .	34
	Conclusions . . . . .	37

---

## Section 1.1. Mécanismes générateurs du bruit de roulement

Le bruit de roulement est le résultat d'une interaction complexe du pneumatique avec la surface de la chaussée. C'est un bruit large bande compris essentiellement entre 50 et 5 000 Hz, avec un pic du niveau sonore entre 700 et 1 500 Hz, fréquences auxquelles l'oreille humaine est particulièrement sensible. Iwao et Yamazaki (1996) se sont intéressés à la localisation des sources de bruit de roulement sur le pneumatique par intensimétrie pour déterminer quatre zones, illustrées sur la figure 1.1.

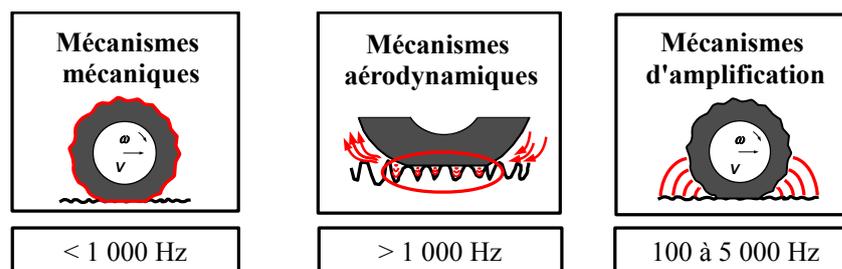


**Figure 1.1** — Localisation des sources de bruit de roulement sur le pneumatique (d'après Iwao et Yamazaki (1996)).

Une zone est localisée sur les flancs du pneumatique dans la bande 400-600 Hz contenant la première fréquence de passage des patins de la gomme ( $\simeq 500$  Hz). Une autre est située sur le bord arrière de la zone de contact pneu/chaussée dans la bande 500-2 000 Hz contenant la deuxième fréquence des patins ( $\simeq 1\,000$  Hz) et une zone quasi-identique se trouve sur le bord avant de la zone de contact. Enfin, une zone est située en haut du pneumatique dans la bande 500-600 Hz correspondant à la résonance du passage de roue. Les sources principales de l'émission sonore sont situées autour de la zone de contact. Afin de réduire ces sources, il faut pouvoir distinguer les mécanismes générateurs du bruit de roulement.

### 1.1 Mécanismes générateurs du bruit de roulement

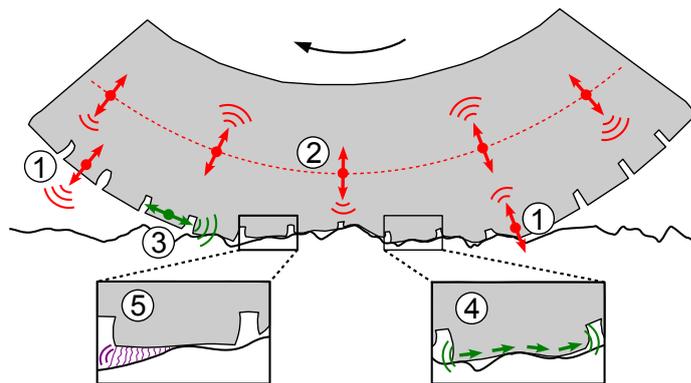
Le bruit de roulement est généré par un ensemble de mécanismes physiques complexes divisés en trois catégories (figure 1.2, Sandberg et Ejsmont (2002)) prédominant dans différentes gammes de fréquence : les mécanismes **mécaniques** jusqu'à 1 000 Hz, les mécanismes **aérodynamiques** au delà de 1 000 Hz et les mécanismes **d'amplification** sur toute la gamme d'émission.



**Figure 1.2** — Les principaux mécanismes du bruit de roulement et leurs gammes de fréquence prédominantes.

### 1.1.1 Mécanismes d'origine mécanique

Les mécanismes d'origine mécanique résultent du contact dynamique direct entre le pneumatique et la chaussée au cours du roulement. Ils sont représentés figure 1.3. À l'interface de contact, il existe des mécanismes d'indentation et d'impact responsables de vibrations radiales et tangentielles du pneumatique et des mécanismes d'adhérence générant les phénomènes de « stick/slip » et de « stick/snap ». Les vibrations radiales du pneumatique génèrent du bruit entre 315 Hz et 1 000 Hz, tandis que les vibrations tangentielles, « stick/slip » et « stick/snap », génèrent du bruit aux moyennes et hautes fréquences entre 1 000 Hz et 5 000 Hz, dans une moindre mesure.



**Figure 1.3** — Mécanismes d'origine mécanique : vibrations radiales et tangentielles des pains de gomme (1 et 3), vibrations radiales de la carcasse du pneu (ceinture et flancs - 2), phénomènes de « stick/slip » (4) et de « stick/snap » (5) (Anfosso-Lédée et Cesbron).

#### Vibrations radiales et tangentielles

Les vibrations radiales (figure 1.3 (1 et 2)) de la ceinture, des flancs et des pains de gomme constituant la bande de roulement du pneumatique sont générées d'une part par la texture de chaussée déformant la surface du pneumatique au cours du roulement (indentation) et d'autre part par la succession d'impacts (au bord d'attaque) et de relâchements (au bord de fuite) des pains de gomme entrant puis quittant l'aire de contact. L'aire de contact évolue en fonction du temps par le comportement dynamique du pneumatique (viscoélasticité, vibrations), par les forces de contact non-linéaire et par la texture de la chaussée. Les vibrations tangentielles (figure 1.3 (3)), quant à elles, sont dues aux efforts tangentiels générés à l'interface de contact. Les vibrations radiales et tangentielles se propagent dans tout le pneumatique. La surface du pneumatique rayonne alors des ondes acoustiques.

#### Phénomène de « stick/slip »

Dans la zone de contact, les pains de gomme sont soumis à une succession d'adhérence (« stick ») et de glissement (« slip »), appelé phénomène de « stick/slip » en anglais (figure 1.3 (4)). Lorsque les limites d'adhérence sont dépassées par les forces tangentielles entre le pneumatique et la chaussée, l'énergie potentielle emmagasinée se dissipe en partie par frottement et en partie sous forme de vibrations tangentielles. Ce phénomène est très fréquent lorsque les forces tangentielles appliquées au pneu sont élevées, par exemple lors des phases d'accélération et de freinage. En roulement nor-

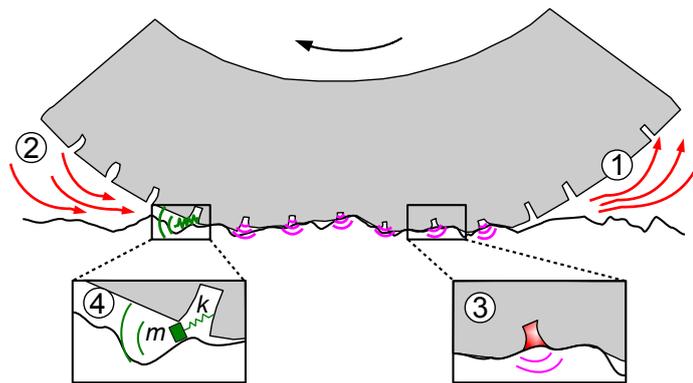
mal, le phénomène de « stick/slip » est *a priori* moindre, même si des micro-glissements existent toujours au niveau des pains de gomme.

### Phénomène de « stick/snap »

Lorsque les composants de la bande de roulement sont fortement adhérents sur une surface de chaussée propre et sèche (par exemple pour certaines gomme à haute température ou lorsque la température de surface d'un enrobé bitumineux est élevée), des ruptures rapides (« snap ») des liaisons sont observées entre les molécules de gomme et la surface de chaussée, principalement à la sortie de l'aire de contact. Ce phénomène est appelé « stick/snap » (figure 1.3 (5)).

### 1.1.2 Mécanismes aérodynamiques

Les mécanismes aérodynamiques se composent principalement des mécanismes de pompage d'air (« air-pumping ») accompagnés de phénomènes de résonance de cavités (tuyaux et résonateurs de Helmholtz). Ils sont représentés sur la figure 1.4. Les mécanismes de pompage d'air émettent du bruit aux moyennes fréquences entre 1 000 et 3 000 Hz, les résonances de tuyaux entre 500 et 3 000 Hz et les résonances d'air entre 1 000 et 2 000 Hz.



**Figure 1.4** — Mécanismes aérodynamiques : « air-pumping » (1 et 2), résonance de tuyaux (3) et résonateurs de Helmholtz (4) (Anfosso-Lédée et Cesbron).

### Mécanismes de pompage d'air (« air-pumping »)

Lorsque le pneu roule sur la chaussée, des turbulences de l'air sont générées au niveau de la jante, des bords d'attaque et de fuite. La viscoélasticité et la compressibilité de l'air sont à l'origine des phénomènes aérodynamiques générant du bruit dans la zone de contact. On peut décrire le pompage d'air en trois phases :

*Phase 1* : Création de surpressions dans les cavités au moment de leur fermeture par le pneumatique, à l'avant de la surface de contact (figure 1.4 (1)).

*Phase 2* : Maintien des surpressions dans les cavités durant le contact.

*Phase 3* : Libération des surpressions à l'ouverture des cavités, à l'arrière de la surface de contact (figure 1.4 (2)).

Ce mécanisme de pompage d'air émet du bruit sans nécessairement que les cavités piégées entrent en résonance acoustique. Les mécanismes de pompage d'air sont actuellement peu étudiés, du fait de leur complexité multi-échelle. À noter tout de même les travaux de Hamet *et al.* (1990), Conte et Jean (2006), Conte (2008) et Kim *et al.* (2006).

### Résonance de tuyaux

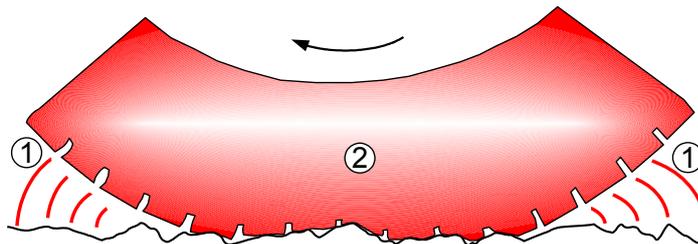
Lorsque le pneu s'écrase sur une surface de chaussée relativement lisse, les rainures de la bande de roulement forment des cavités s'apparentant à des tuyaux susceptibles d'entrer en résonance acoustique (figure 1.4 (3)). La fréquence de résonance des rainures dépend alors de leur géométrie.

### Phénomènes de résonance d'air (résonateurs de Helmholtz)

Des phénomènes de résonances d'air, du type résonateur de Helmholtz (figure 1.4 (4)), peuvent se produire au niveau du bord de fuite du pneumatique. La cavité d'air entre le pain de gomme encore en contact et celui venant de sortir de l'aire de contact agit comme un ressort (« bouteille » du résonateur), tandis que l'air présent entre la surface de la chaussée et le pain sortant agit comme une masse (« col » du résonateur). Ce système masse-ressort oscille et émet du bruit.

### 1.1.3 Mécanismes d'amplification

Le bruit émis par les mécanismes d'origine mécanique et les mécanismes aérodynamiques est amplifié par deux principaux phénomènes : l'effet dièdre et la résonance acoustique du pneumatique (figure 1.5). L'effet dièdre amplifie le bruit sur toute la gamme d'émission du bruit de roulement, alors que la résonance acoustique du pneumatique se produit à basses fréquences en-dessous de 300 Hz.



**Figure 1.5** — Mécanismes d'amplification : effet dièdre (1) et résonance de cavité du pneumatique (2) (Anfosso-Lédée et Cesbron).

### Effet dièdre

La géométrie intrinsèque de la roue sur la route est similaire au pavillon d'un cor qui va amplifier les sources génératrices de bruit au niveau des bords d'attaque et de fuite : c'est l'effet dièdre (figure 1.5 (1)). Des réflexions acoustiques multiples se produisent entre la surface du pneumatique et celle de la chaussée sur toute la gamme d'émission. À noter que la porosité de la chaussée joue un rôle important sur l'absorption acoustique des sources de bruit de roulement. La porosité permet de réduire fortement, sur certaines fréquences, l'effet dièdre. Elle permet aussi de diminuer le pompage d'air par une meilleure évacuation de l'air par les pores.

### Résonance acoustique du pneumatique

Sous l'effet des efforts de contact dynamiques et de déformation structurelle du pneu en roulement, la cavité d'air contenue à l'intérieur du pneumatique entre en résonance acoustique (figure 1.5 (2)). Ce phénomène ajoute une source de bruit à basses fréquences, avec une fréquence de résonance de la colonne d'air autour de 220 Hz pour un pneumatique standard de véhicule léger.

## 1.2 Paramètres influant sur le bruit de roulement

### 1.2.1 Paramètres comportementaux, environnementaux et structurels

Le pneumatique et la chaussée sont les acteurs majeurs de la génération du bruit de roulement. Mais avant de s'intéresser aux influences de chacun, il convient de préciser l'importance des autres paramètres. La liste des paramètres, présentés par la suite, est non-exhaustive : le lecteur pourra se référer à la très complète revue bibliographique de Sandberg et Ejsmont (2002).

Tout d'abord, des paramètres directement liés aux conducteurs influencent le bruit de façon significative : la vitesse, les forces tangentielles et enfin la charge et le gonflage des pneumatiques. La vitesse est le paramètre opérationnel le plus influent sur le bruit de roulement. On trouve dans la littérature (Sandberg et Ejsmont, 2002) une relation empirique de la forme :

$$L = A + B \log(V) \quad (1.1)$$

avec  $L$  le niveau de bruit global en décibels,  $V$  la vitesse du véhicule et  $A$  et  $B$  les coefficients de la régression. Les forces tangentielles deviennent importantes lorsque le conducteur change de vitesse ou de direction, ce qui provoque une augmentation de certains mécanismes d'origine mécanique (cf. figure 1.3). D'après Konishi et Tomita (1996), pour des véhicules légers équipés de pneus radiaux standards, le bruit de roulement peut augmenter de 1 à 2 dB(A) en doublant la charge sur les pneumatiques (si on ajuste la pression de gonflage). De plus, si on augmente de 20 % le gonflage des pneumatiques, le bruit peut augmenter de 0,7 dB(A) en configuration « été ».

Deuxièmement, les conditions météorologiques (température, pluie, vent, etc...) affectent de manière significative le bruit de roulement. Concernant la température, plus sa valeur augmente, moins le bruit émis sera élevé pour des revêtements bitumineux (Anfosso-Lédée et Pichaud, 2007) :

$$L_V(T) = a(T - T_{ref}) + L_V(T_{ref}) \quad (1.2)$$

avec  $L_V$  le niveau de bruit en décibel pour une vitesse  $V$  donnée,  $T_{ref}$  la température de référence,  $T$  la température de l'air et  $a$  le coefficient de la régression. La température joue à la fois sur le pneumatique (principalement sur les caractéristiques des gommages) et sur la chaussée (principalement sur la rigidité et l'adhésion). La pluie affecte le spectre de bruit dans les hautes fréquences (Sandberg et Ejsmont, 2002) par l'éjection de l'eau à l'arrière des pneumatiques. Enfin, on peut noter que la géométrie intrinsèque du contact pneumatique/chaussée affecte directement les mécanismes d'amplification (cf. figure 1.5).

### 1.2.2 Pneumatique

#### 1.2.2.1 Présentation générale

Il a fallu attendre l'essor de la mobilité terrestre du XVIII<sup>e</sup> et du XIX<sup>e</sup> siècle et la maîtrise de nouveaux matériaux (vulcanisation de Goodyear, 1839), pour voir émerger le pneumatique tel qu'on le connaît aujourd'hui. Depuis, le pneumatique est l'objet de perfectionnements continus afin de répondre à différentes fonctions principales (supporter toute la charge du véhicule, assurer le comportement du véhicule aux ordres du conducteur, réduire le bruit et les vibrations, etc.). Malgré les différents modèles de pneumatique, leur constitution reste relativement la même (figure 1.6).

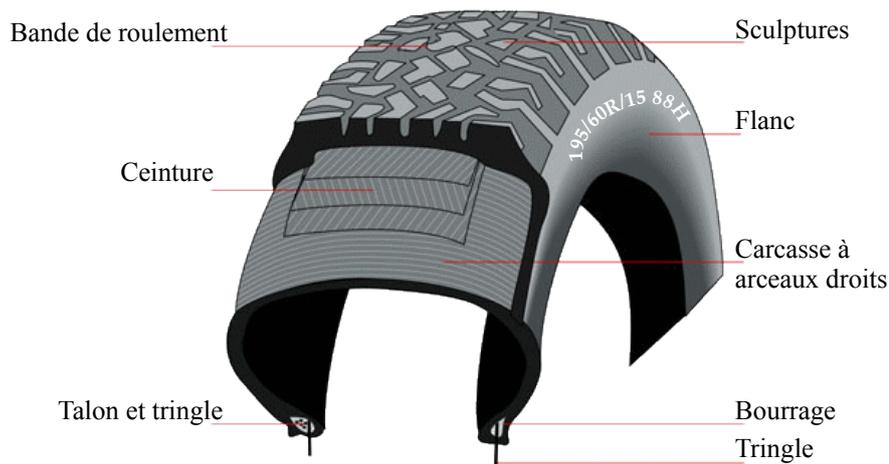


Figure 1.6 — Constitution d'un pneumatique (d'après Michelin (2002)).

Dans sa forme la plus classique, le pneumatique est constitué d'une enveloppe qui comprend une carcasse interne, une bande de roulement, un accrochage et des flancs, et d'un élément intérieur d'étanchéité à l'air. L'accrochage à la jante assure la liaison mécanique entre la jante rigide et le pneumatique souple. Cette zone basse assure la transmission des couples moteur ou de freinage tout en assurant la pression du pneumatique. Les flancs sont les parties latérales, en gomme souple, qui protègent le pneumatique contre les frottements, les griffures et les agressions. Les flancs assurent également une bonne résistance aux déformations répétées ainsi qu'aux attaques chimiques contenues dans l'air. C'est également sur cette zone que se trouvent les marquages du pneu. A titre d'exemple, un pneu ayant la nomenclature 195/60 R15 88H a les paramètres suivants :

- 195 : largeur de bande de roulement gonflée (en millimètres) ;
- 60 : hauteur du flanc (en pourcentage par rapport à la largeur) ;
- R : structure en cascade, R signifie « radial » ;
- 15 : diamètre de la jante (en pouces : 1 pouce = 2,54 cm) ;
- 88 : indice de la charge maximale, dans ce cas, elle correspond à 560 kg ;
- H : indice de vitesse maximale, dans ce cas, 210 km/h.

Support de la bande de roulement, constituée de nappes de câbles métalliques enrobés de caoutchouc, la ceinture assure la résistance mécanique de l'ensemble du pneumatique à la vitesse et à la force centrifuge. Quant à la carcasse, elle relie la ceinture et la zone d'accrochage à la jante.

Enfin, la bande de roulement est la couche de gomme en contact avec la chaussée. Elle doit répondre à plusieurs fonctions essentielles au contact pneumatique/chaussée (être résistante à l'usure, pouvoir rouler à grande vitesse et adhérer sur toutes les surfaces et par tous les temps, sans pour autant créer une grande résistance au roulement ni générer du bruit et des vibrations). Les sculptures sont des éléments prépondérants pour l'étude du contact pneumatique/chaussée. Prévu à la base pour assurer l'adhérence par temps de pluie, elles interviennent fortement dans les mécanismes d'origines mécanique et aérodynamique du bruit de roulement.

1.2.2.2 Paramètres du pneumatique influant sur le bruit

Les différents paramètres géométriques et physiques du pneumatique ont un effet sur le bruit de roulement. Les progrès des industriels du pneumatique ont permis une amélioration de 5 dB depuis 1980 (Michelin, 2002) sur le bruit émis par les pneus d’une gamme tourisme donnée. Les paramètres du pneumatique influant sur le bruit de roulement sont les suivants :

- les paramètres géométriques (largeur, diamètre) ;
- l’équilibrage du pneu et les irrégularités de forme ;
- les sculptures de la bande de roulement ;
- les propriétés de la gomme de la bande de roulement et des flancs ;
- la structure de la ceinture et de la carcasse.

Les paramètres géométriques du pneumatique ont une influence significative sur le bruit de roulement. Pour une augmentation de la largeur de 10 mm, le bruit de roulement augmente de 0,3 dB(A) (Ejsmont *et al.*, 1997). En ce qui concerne le diamètre du pneu, l’influence est plus complexe, dans la mesure où l’augmentation du diamètre a un effet positif sur le bruit aérodynamique et négatif sur le bruit d’origine mécanique (Sandberg et Ejsmont, 2002).

Le mauvais équilibrage du pneumatique a un effet marginal sur le niveau de bruit global mais les irrégularités de forme du pneumatique affectent le spectre dans les basses fréquences (Sandberg et Ejsmont, 2002). Par contre, l’âge du pneumatique affecte tous les paramètres influant sur le bruit de roulement (les matériaux, les sculptures, l’équilibrage).

Les motifs de la bande de roulement du pneumatique peuvent fortement influencer le bruit émis (figure 1.7). Les sculptures avec des distributions aléatoires ou des répartitions optimisées peuvent atténuer le pic de bruit à la fréquence de défilement des motifs durant le roulement. Les géométries qui permettent à l’air de circuler plus facilement sont moins bruyantes.

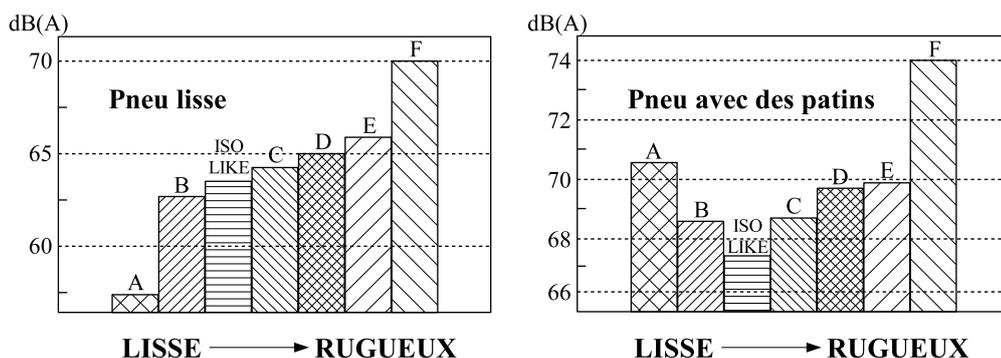


Figure 1.7 — Mesure de bruit de roulement au passage pour différentes surfaces fermées avec un pneu lisse (à gauche) et un pneu avec des patins (à droite) (Rimondi, 1995).

La rigidité de la gomme et son comportement au cours du temps jouent un rôle important dans les mécanismes d’origine mécanique (cf. figure 1.3). En statique et sur une surface lisse, plus la gomme est rigide, plus l’aire de contact diminue. Cesbron (2007) a mesuré les forces de contact dans le sens perpendiculaire au roulement, en statique et en dynamique, pour des vitesses relativement basses (< 50 km/h) pour un véhicule léger équipé de pneumatiques standards sur un revêtement classique BBSG 0/10 (figure 1.8).

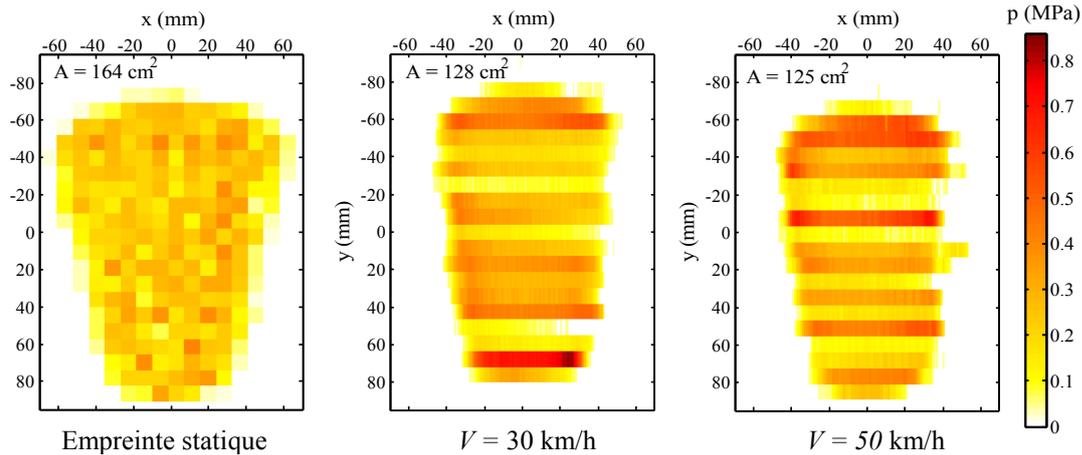


Figure 1.8 — Mesures transversales d'empreintes statique et en roulement (Cesbron, 2007).

Ces mesures de contact mettent en évidence une diminution de l'aire de contact en roulement de l'ordre de 20 % par rapport à l'aire de contact mesurée en statique, quelle que soit la vitesse. Ce résultat pourrait être dû à un effet de la viscoélasticité de la gomme.

Enfin, la structure de la carcasse et de la ceinture du pneumatique sont aussi des paramètres importants de génération de bruit de roulement. Ces structures sont directement influencées par la vibration du pneumatique. Cesbron (2007) a aussi mesuré les forces de contact dans le sens longitudinal au roulement. Les spectres corrigés de forces de contact longitudinales aux vitesses considérées diffèrent très fortement au-delà d'une fréquence de l'ordre de 315 Hz. Cette constatation pourrait être due à la vibration du pneumatique qui influencerait le contact au-delà d'une longueur d'onde plus petite que la longueur de l'empreinte entre le pneu et la chaussée.

En conclusion, la viscoélasticité et la vibration du pneumatique sont donc *a priori* deux effets importants à prendre en compte lors de l'étude du contact dynamique pneumatique/chaussée.

### 1.2.2.3 Modélisation de la réponse vibratoire d'un pneumatique

De nombreuses approches existent pour modéliser la réponse vibratoire du pneumatique :

- les modèles analytiques, tels que l'anneau circulaire sur fondation élastique (Huang et Soedel, 1987), le modèle de plaque orthotrope (Kropp, 1992; Hamet, 2001), le modèle 3D à deux couches élastiques (Larsson et Kropp, 2002), le modèle 3D à plusieurs couches viscoélastiques (O'Boy et Dowling, 2009) ;
- les modèles numériques 2D, par exemple l'approche par membrane toroïdale à éléments non-linéaires (Saigal *et al.*, 1986) ou l'approche par éléments de coque multicouches (Kim, 1998) ;
- les modèles éléments finis 3D tels que l'approche modale classique (Fadavi, 2002), l'approche Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne (ALE) (Brinkmeier *et al.*, 2008) ou encore le modèle périodique (Nguyen, 2008; Duhamel *et al.*, 2011).

D'une manière générale, le calcul de la réponse impulsionnelle du pneu passe par les équations du mouvement s'écrivant sous la forme :

$$\mathbf{L}\{u(M, t)\} = p(M, t) \quad (1.3)$$

## Section 1.2. Paramètres influant sur le bruit de roulement

où  $u(M, t)$  est le déplacement d'un point  $M$  du pneumatique à un instant  $t$ ,  $p$  est l'effort ou la force de contact appliqué au point  $M$  et  $L$  est un opérateur différentiel linéaire auquel il faut ajouter les conditions aux limites. La fonction de Green  $G$  du pneumatique est alors définie par :

$$L\{G(M|S, t|\tau)\} = \delta(M - S)\delta(t - \tau) \quad (1.4)$$

où  $G$  est le déplacement engendré au point  $M$  à l'instant  $t$  lorsqu'une force unitaire est appliquée au point  $S$  et  $\delta$  est la distribution de Dirac. Par la suite, seul le modèle de plaque orthotrope est présenté. Il est décrit plus largement en annexe A. Ce modèle, représenté figure 1.9, a initialement été proposé par (Kropp, 1992) pour son application au contact pneumatique/chaussée. Il consiste à approcher la ceinture et les flancs du pneumatique par une plaque mince précontrainte ayant un comportement élastique orthotrope, c'est-à-dire une raideur différente suivant les directions  $x$  et  $y$ . La plaque repose sur une fondation élastique matérialisant la pression de gonflage.

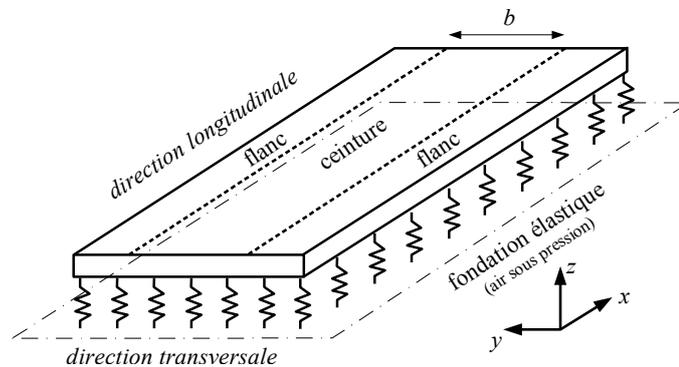


Figure 1.9 — Schématisation du modèle de plaque orthotrope (d'après Kropp (1992)).

Un exemple de fonction de Green de la plaque orthotrope est représenté figure 1.10. Les résultats sont présentés pour  $x_0 = 0$ ,  $x - x_0 = 0$  et  $y = l_y/2$  (centre de la bande de roulement) et une pression de contact uniforme sur la largeur  $b$  de la bande de roulement. La figure de gauche donne la réponse impulsionnelle de la plaque orthotrope : le signal est amorti au cours du temps. La figure de droite donne la fonction de Green dans le domaine fréquentiel sur laquelle les fréquences propres sont clairement identifiables. Le modèle de plaque orthotrope est une bonne approximation du comportement vibratoire d'un pneumatique jusqu'à 1 000 Hz environ (Kropp, 1989).

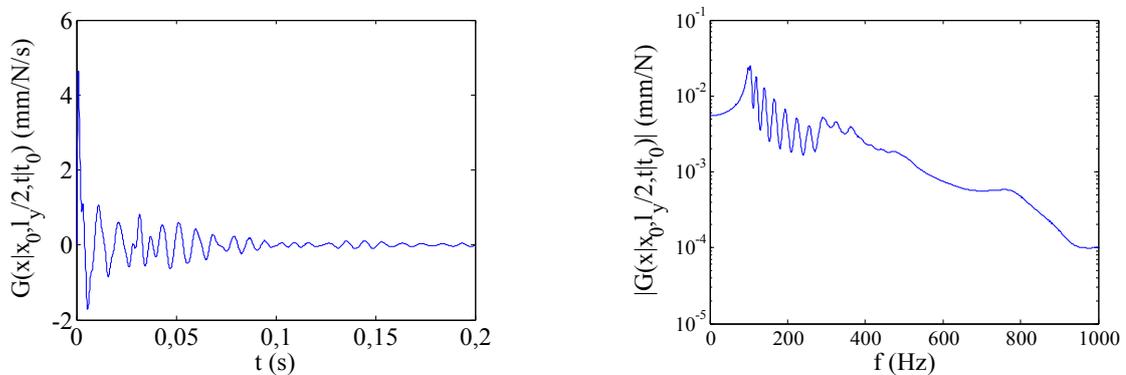


Figure 1.10 — Fonction de Green de la plaque orthotrope dans le domaine temporel (à gauche) et fréquentiel (à droite) pour  $x_0 = 0$ ,  $x - x_0 = 0$  et  $y = l_y/2$  (étudiée lors du projet Deufrako P2RN (2009) pour un pneu rainuré standard Michelin Energy E3A, 195/60 R15).

### 1.2.3 Chaussée

#### 1.2.3.1 Présentation générale

Les caractéristiques des revêtements de chaussée jouent un rôle primordial dans la génération du bruit de roulement. Avant de présenter les différents paramètres d'influence des revêtements sur le bruit, une présentation générale d'une chaussée classique est donnée dans les lignes qui suivent. Les chaussées se présentent comme des structures multicouches (figure 1.11) mises en œuvre sur un ensemble appelé plate-forme support de chaussée constitué du sol support surmonté généralement d'une couche de forme.

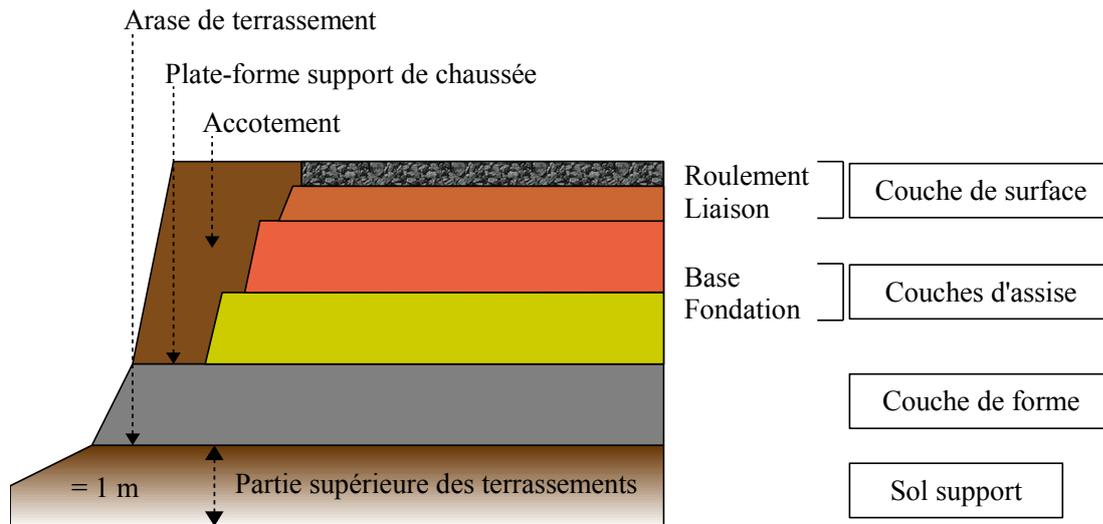


Figure 1.11 — Schéma de coupe d'une chaussée (Corté, 1994).

Le corps de chaussée est quant à lui constitué de trois couches : 2 couches d'assise et la couche de surface. L'assise de chaussée est généralement constituée de deux couches, la couche de fondation surmontée de la couche de base. Ces couches apportent à la chaussée la résistance mécanique aux charges verticales induites par le trafic. Enfin, la couche de surface est constituée de la couche de roulement (revêtement routier), qui est la couche supérieure de la structure de la chaussée sur laquelle s'exercent directement les agressions conjuguées du trafic et du climat. Dans certain cas, une couche de liaison est ajoutée en dessous de la couche de roulement. Des caractéristiques du revêtement routier dépend une large part de la génération du bruit de contact pneumatique/chaussée. À l'exception des chaussées pavées, les revêtements de chaussée incluent généralement : des granulats (40-55 %), du sable (35-45 %), des particules de remplissage (« filler », 5-10 %) et un liant (4-8 %).

La constitution et la mise en œuvre d'un revêtement lui confèrent une certaine texture, responsable en grande partie du bruit de roulement. La texture de chaussée est caractérisée par la répartition, les tailles et les différentes profondeurs des irrégularités présentes en surface. Selon la norme ISO 13473, la texture peut être décrite à partir des propriétés spectrales d'un profil géométrique (mesuré généralement au moyen d'un profilomètre laser). L'amplitude  $z$  du profil est alors définie par une fonction stationnaire et aléatoire qui dépend de la position  $x$  dans la direction du roulement :

$$z = z(x) \tag{1.5}$$

## Section 1.2. Paramètres influant sur le bruit de roulement

Si on s'intéresse à la transformée de Fourier  $\hat{z}$  de  $z$  par rapport à la position longitudinale  $x$ , on peut ainsi définir une fréquence « spatiale »  $\nu$  et une longueur d'onde de texture  $\lambda = 1/\nu$  :

$$\hat{z}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(x)e^{2i\pi\nu x} dx \quad (1.6)$$

Différentes échelles de texture peuvent être décrites à partir du contenu spectral de la surface de chaussée précédemment défini. La figure 1.12 présente ces différentes échelles ainsi que leurs domaines d'influence sur le bruit de contact pneumatique/chaussée, sur l'adhérence et sur la résistance au roulement.

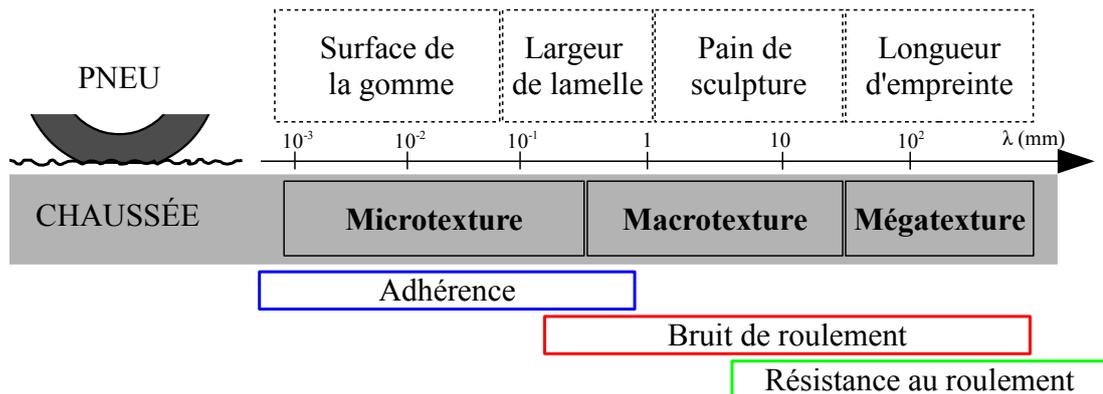


Figure 1.12 — Les différentes échelles de texture (Cesbron, 2007).

La **microtexture** (longueur d'onde inférieure à 0,5 mm) n'est pas observable par l'œil humain et conditionne principalement le bruit à hautes fréquences dû aux phénomènes d'adhérence.

La **macrotecture** (longueur d'onde comprise entre 0,5 mm et 50 mm) est une échelle du même ordre de grandeur que les dessins de sculptures de la bande de roulement du pneumatique. Elle influence le bruit provenant de l'indentation, des mécanismes d'impact ou bien encore de l'absorption acoustique.

La **mégatecture** (longueur d'onde comprise entre 50 mm et 500 mm) conditionne en partie le bruit de roulement car elle est du même ordre de grandeur que l'interface de contact entre le pneu et le sol, sollicitant les vibrations du pneu à basses fréquences.

### 1.2.3.2 Paramètres de la chaussée influant sur le bruit

Les paramètres de la chaussée sont prépondérants dans l'émission acoustique du bruit de roulement. Des écarts pouvant atteindre 10 dB(A) sont mesurés pour un même pneu roulant sur différents revêtements de chaussée. Par exemple, la figure 1.13 représente les valeurs moyennes de bruit mesuré sur une statistique de véhicules légers du trafic réel. Les bornes représentent les écarts minimaux et maximaux des mesures.

Les paramètres qui influencent potentiellement le bruit de contact pneumatique/chaussée sont les suivants par ordre d'importance (Sandberg et Ejsmont, 2002) :

- la macrotecture ;
- la porosité ;
- la mégatecture ;
- l'épaisseur de la couche (pour les surfaces poreuses) ;

- les défauts de planéité ;
- la rigidité ;
- la microtexture (l'adhésion et le frottement).

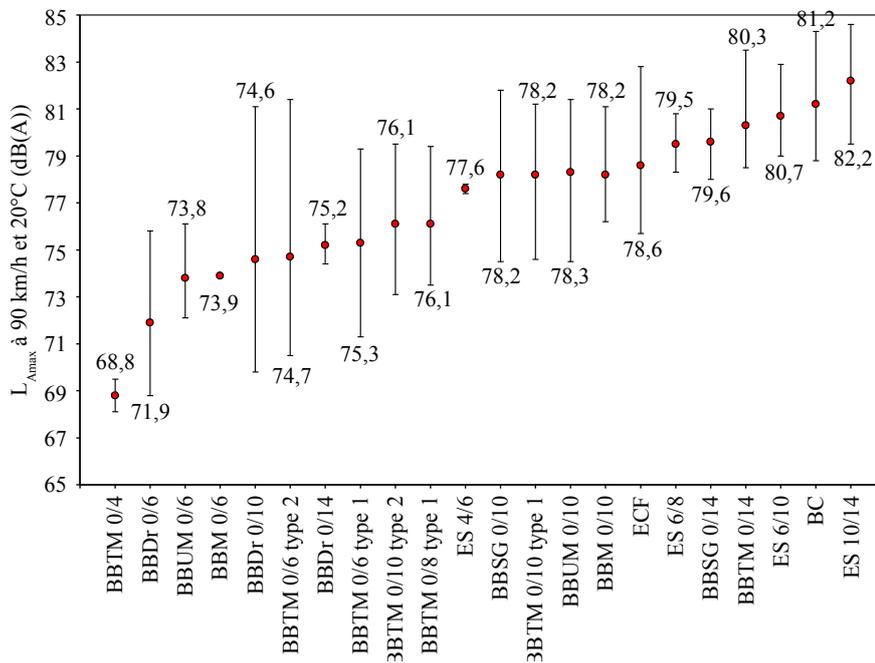


Figure 1.13 — Niveaux de bruit mesurés sur différentes surfaces routières pour des véhicules légers roulant à 90 km/h (d'après GNCDs (2011)).

La porosité joue un rôle significatif sur le bruit émis. Les principaux paramètres sont, à proprement parler, la porosité (i.e. la proportion du volume d'air sur le volume total du matériau) et l'épaisseur de la couche. La porosité intervient à la source et sur la propagation des ondes acoustiques (absorption acoustique).

Les défauts de planéité ou les irrégularités de surfaces (dégradations de la couche de roulement) peuvent affecter de manière significative le bruit de roulement si la surface n'est pas rectifiée. Ils interviennent sur plusieurs mécanismes d'origine mécanique (cf. figure 1.3). La rigidité de la couche de roulement classique, qui peut évoluer en fonction des conditions météorologiques, est un paramètre moins important sur le bruit de roulement, qui peut affecter le rayonnement de la chaussée (Houari, 2004). Par contre dans les recherches actuelles portant sur les revêtements poroélastiques (Sandberg *et al.*, 2010), la rigidité est un facteur déterminant pour la diminution du bruit qui peut atteindre 10 dB(A) par rapport aux revêtements non poroélastiques. Enfin la microtexture influence les mécanismes d'origine mécanique d'adhésion et de frottement qui sont du second ordre par rapport aux mécanismes vibratoires (à vitesse stabilisée).

### 1.2.3.3 Les modèles de bruit de roulement intégrant les caractéristiques de la chaussée

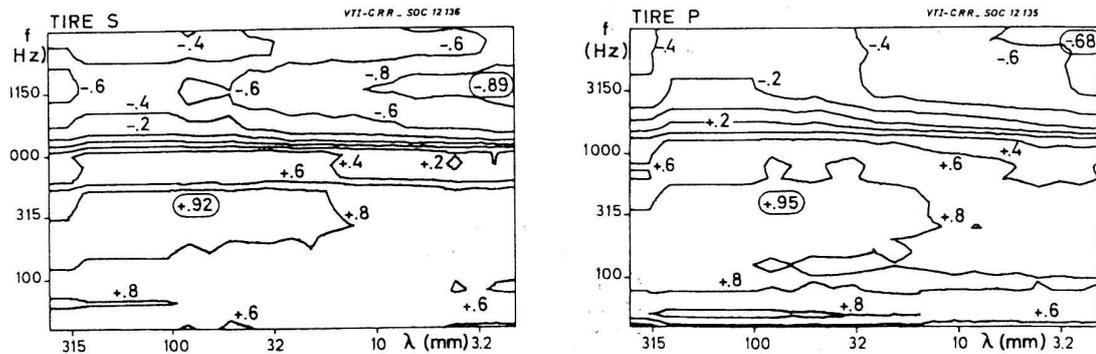
Afin de mieux appréhender la relation entre les différentes échelles de texture et le bruit, les modèles statistiques de prévision du bruit ont permis des conclusions intéressantes entre les deux grandeurs physiques. L'approche statistique consiste à estimer le bruit émis soit à partir de corrélations avec les caractéristiques de la chaussée et/ou du pneu (modèles empiriques), soit à partir de corrélations avec des quantités issues de la modélisation physique des phénomènes (modèles hybrides).

## Modèles empiriques

La première méthode permettant de déterminer les relations entre la texture de chaussée et le bruit est la modélisation statistique empirique, consistant à établir des corrélations statistiques directes entre la texture et le bruit. Elle repose sur une campagne de mesure du bruit, le plus souvent par la méthode de mesure au passage, et de la texture sur un grand nombre de revêtements. Le but est de calculer les coefficients de corrélation pour chaque couple  $(\lambda, f)$  entre le niveau de pression acoustique  $L_B$  (en dB) mesuré par bande de tiers d'octave de fréquence centrale  $f$  et le niveau de texture  $L_T$  (en dB) mesuré par bande de tiers d'octave de longueur d'onde centrale  $\lambda$ , avec :

$$L_T(\lambda) = 20 \log \left( \frac{|\hat{z}(\lambda)|}{z_{ref}} \right) \quad (1.7)$$

La hauteur de référence  $z_{ref}$  est égale à  $10^{-6}$  m, ce qui permet d'obtenir des niveaux de texture entre 20 et 80 dB. Sandberg et Descornet (1980) ont tracé des courbes d'isocorrélation dans le plan  $(\lambda, f)$  par interpolation des résultats à la vitesse de 80 km/h sur des revêtements non drainants (figure 1.14).



**Figure 1.14** — Courbes d'isocorrélation entre la texture et le bruit à 80 km/h pour quatre types de pneu obtenues par Sandberg et Descornet (1980). Le pneu S est un pneu d'été et le pneu P est un pneu lisse.

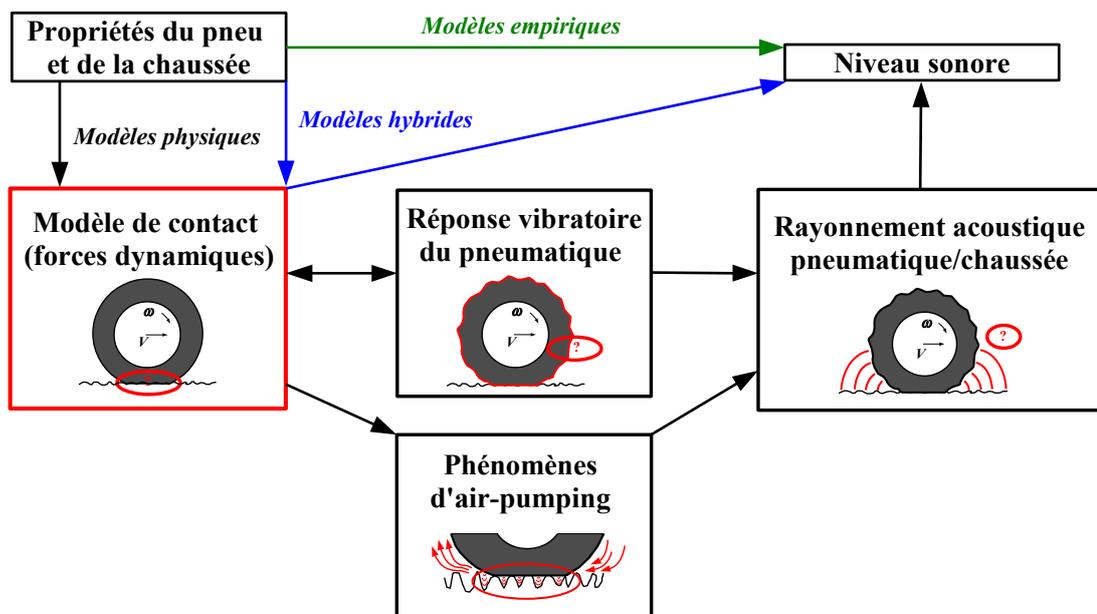
Deux zones de forte corrélation ont été identifiées. Dans la première zone, le bruit ( $< 1\,500$  Hz) est corrélé positivement avec les longueurs d'onde de texture supérieures à 10 mm. Cette zone correspond au bruit généré par la vibration radiale du pneu. Dans la seconde zone, le bruit ( $> 1\,500$  Hz) est corrélé négativement avec les longueurs d'onde de texture inférieures à 10 mm. Cette zone correspond aux phénomènes de pompage d'air. Plusieurs études plus récentes (Legeay, 1990, 1992) ont confirmé les résultats de Sandberg et Descornet (1980) pour des revêtements non drainants. Par contre, les revêtements drainants, qui sont de plus en plus utilisés pour la réduction du bruit, ne peuvent être corrélés correctement de manière directe et empirique. En effet, dans le cas des chaussées poreuses, deux limitations sont identifiées. D'une part, la présence de pores dans le profil de surface implique une forte texture négative entraînant une surestimation du niveau de texture. D'autre part, l'absorption acoustique de la propagation des ondes sonores n'est pas pris en compte, alors qu'elle joue un rôle important dans la réduction du bruit. C'est pourquoi des modèles dits « hybrides » ont vu le jour pour résoudre les problèmes liés aux matériaux poreux mais aussi pour améliorer la description physique des modèles statistiques.

### Modèles hybrides

Les modèles hybrides sont basés sur des pré-traitements des données expérimentales par des modèles physiques pour permettre une meilleure considération des phénomènes tout en utilisant le principe de traitement statistique pour la corrélation des paramètres de texture et de bruit. Pour les revêtements poreux, l'enjeu est de pouvoir combler les limitations apparues dans les méthodes statistiques. Premièrement, dans le cadre du projet français PREDIT "Texture - Bruit" la procédure d'enveloppement (Klein *et al.*, 2004) permet de corriger la surestimation du niveau de texture. Deuxièmement une correction de l'atténuation acoustique à l'aide d'un modèle de propagation (Anfosso-Lédée et Do, 2002) permet de prendre en compte l'absorption acoustique. D'autres personnes se sont intéressées aux modèles hybrides que ce soit pour la corrélation texture/bruit ou force de contact/bruit en intégrant différents modèles physiques comme Clapp et Eberhardt (1985), Klein et Hamet (2006), Beckenbauer et Kropp (2006), Beckenbauer *et al.* (2008) ou bien Klein *et al.* (2008).

### 1.3 Modélisation physique du contact pneumatique/chaussée

Dans la section 1.1, différents mécanismes ont été mis en cause dans la génération du bruit de roulement. En amont d'une modélisation complète du bruit, plusieurs modèles de contact pneumatique/chaussée ont été proposés dans la littérature. Brièvement, la modélisation complète du bruit de roulement s'articule de la manière illustrée par la figure 1.15.



**Figure 1.15** — Organisation d'un modèle complet pour la prévision du bruit de roulement (d'après Cesbron (2007)).

Il existe deux types d'approche pour la modélisation du bruit de contact pneumatique/chaussée : les modèles physiques déterministes et les modèles statistiques présentés dans la section 1.2.3.2. L'approche déterministe consiste à modéliser l'intégralité des mécanismes physiques à partir des données d'entrée :

1. La modélisation du contact pneumatique/chaussée est à la base des deux approches (déterministe ou statistique) et les différents modèles existants seront présentés par la suite ;
2. La modélisation de la réponse vibratoire du pneumatique a été brièvement rappelée à la section 1.2.2.3. Les phénomènes aérodynamiques ont un rôle *a priori* important sur le bruit global émis, mais les travaux sur ces sujets sont moins abondants. En ce qui concerne le pompage d'air, la thèse de Conte (2008) propose une modélisation CFD (Computational Fluid Dynamics) et obtient des résultats encourageants pour l'étude de ce phénomène ;
3. La modélisation du rayonnement acoustique des différents mécanismes générateurs est la dernière partie. De nouveau, deux approches ont vu le jour. La première utilise des méthodes analytiques basées sur la synthèse multipôles (Bécot, 2003; Bécot et Kropp, 2003). La seconde est numérique, par éléments de frontière principalement (2D et 3D), en intégrant les effets de porosité (Anfosso-Lédée *et al.*, 2000a,b; Anfosso-Lédée, 2004).

### 1.3.1 Contact ponctuel

Avant de s'intéresser à des modèles de contact tel que le cas pneumatique/chaussée, nous allons présenter des modèles de mécanique du contact ponctuel qui peuvent être utilisés *a posteriori* dans des modèles plus complexes. La mécanique du contact ponctuel a été très étudiée depuis plus d'un siècle essentiellement de deux manières différentes. Une approche consiste à partir de la loi de contact de Hertz (1882) et à généraliser le résultat pour des pointes de formes quelconques ; l'autre approche consiste à partir des résultats de Boussinesq (1885) et à trouver analytiquement une loi de contact pour des pointes axisymétriques de formes quelconques (Sneddon, 1965).

#### 1.3.1.1 Contact Hertzien

La loi de contact entre deux solides élastiques est un problème ancien, dont l'une des études majeure provient de Hertz (1882). Cette loi de contact, qui concerne l'évaluation des forces de contact entre deux éléments élastiques, est largement utilisée dans la modélisation du contact pneumatique/chaussée. Elle ne permet pas de prendre en compte les effets de frottement, des géométries compliquées ou bien encore la visco-élasticité des solides en contact. Cependant, dans plusieurs cas, il est souvent possible d'utiliser cette loi de contact comme première évaluation et d'affiner ensuite le modèle en intégrant d'autres phénomènes. La géométrie du modèle est donnée figure 1.16.

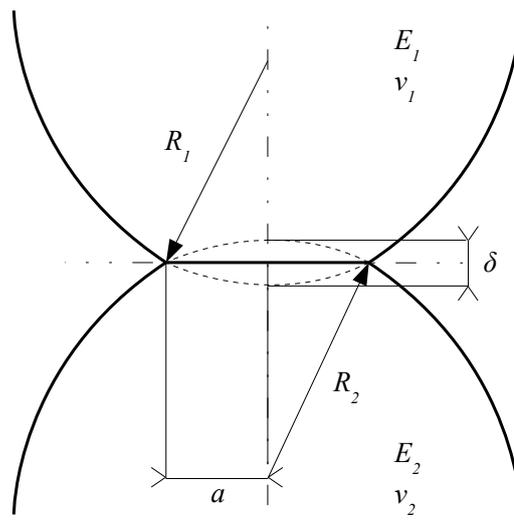


Figure 1.16 — Géométrie de la loi de contact de Hertz (d'après Johnson (1985)).

Les hypothèses de la loi de contact de Hertz sont les suivantes :

- l'aire de contact est circulaire ;
- la surface est continue et non conforme :  $a \ll R$ , avec  $a$  le rayon de l'aire de contact et  $R$  le rayon équivalent des deux corps en contact, défini par :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1.8)$$

- où  $R_1$  et  $R_2$  sont les rayons des deux corps en contact ;
- chaque solide peut être considéré comme un demi-espace élastique ;
- pas de frottement entre les deux surfaces en contact.

### Section 1.3. Modélisation physique du contact pneumatique/chaussée

La force normale de contact  $P$  est alors reliée à l'interpénétration  $\delta$  des corps en contact par :

$$P = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R} \delta^{3/2} \quad (1.9)$$

avec :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (1.10)$$

où  $E_1$  et  $E_2$  sont les modules d'Young des deux corps en contact,  $E^*$  est le module d'Young équivalent,  $\nu_1$  et  $\nu_2$  sont les coefficients de Poisson. La loi de contact de Hertz peut être simplifiée pour un espace semi-infini élastique, corps (2), en contact avec une sphère supposée rigide, corps (1). Ainsi, les équations (1.8) et (1.10) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} \\ \frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \\ \text{avec } \nu_2 = 0,5 \text{ pour un matériau incompressible tel que la gomme du pneu.} \end{array} \right. \quad (1.11)$$

#### 1.3.1.2 Généralisation de la loi de contact de Hertz (1882)

Dans le but de décrire la loi de contact ponctuel entre la surface d'un massif semi-infini et une pointe de forme quelconque, Sameur (2004) s'est intéressé à une théorie dite du potentiel de Vilke. Cette théorie est appliquée à des formes académiques élastiques (sphère, cône, pyramide) et permet de trouver une formulation analytique de la loi de contact  $P = f(\delta)$ . Les lois de contact analytiques de ces trois formes sont données dans le tableau 1.1.

Forme	Sphère	Cône	Pyramide
P	$c_s \frac{2}{3} \pi^{3/2} E^* \sqrt{R} \delta^{3/2}$	$c_c \frac{8\sqrt{2}}{45} \pi^{3/2} E^* \tan \alpha \delta^2$	$c_p \frac{16\sqrt{2}}{45} E^* \pi^{3/4} \tan \alpha \delta^2$
Littérature :	Hertz (1882)	Love (1939)	Giannakopoulos (2006)
c analytique	$c_s = \frac{2}{\pi^{3/2}} \simeq 0.36$	$c_c = \frac{45}{4\sqrt{2}\pi^{5/2}} \simeq 0.45$	-
c expérimental	0,34	0,45 (60°)	0,53

**Tableau 1.1** — Généralisation de la loi de contact de Hertz pour des géométries académiques (Sameur, 2004)

On peut relier la théorie du potentiel de Vilke avec la loi de contact de Hertz dans le cas de la pointe sphérique en identifiant la constante géométrique  $c_s$ . De même pour la pointe conique avec les travaux de Love (1939) pour  $c_c$  et ceux de Giannakopoulos (2006) pour  $c_p$ . Afin de valider ces lois analytiques, Sameur (2004) a utilisé une expérience de compression. Cette dernière consiste à charger un plot de caoutchouc (de module d'Young connu) sur une seule pointe et de mesurer la force de contact en fonction de l'interpénétration. En identifiant les résultats de mesures avec les modèles de contact ponctuels cités précédemment, il trouve expérimentalement les constantes géométriques de chaque forme. Les différences entre les résultats de l'expérience et les lois analytiques sont très faibles. Ceci valide à la fois les modèles de contact ponctuel d'après la théorie du potentiel de Vilke, ainsi que les identifications à la loi de Hertz pour la sphère et de Love pour le cône. On remarque que pour tous les cas académiques

présentés, les lois de contact peuvent être approchées par une loi analytique, illustrée sur la figure 1.17, de la forme suivante :

$$P_k = C_k E^* \delta_k^{\gamma_k} \quad (1.12)$$

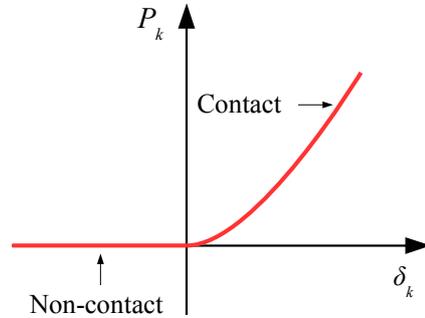


Figure 1.17 — Loi de contact analytique pour une aspérité de forme quelconque à faible chargement

La constante  $C_k$  est caractéristique de la géométrie et des dimensions de l'aspérité, par exemple le rayon  $R$  pour la pointe sphérique. L'exposant  $\gamma_k$  est également constant et dépend de la forme de l'aspérité. Il est d'autant plus élevé que la géométrie est « pointue » (1 pour le cylindre, 1,5 pour la sphère et 2 pour le cône ou la pyramide). Partant de ce constat, des méthodes numériques ont été utilisées dans la thèse de Cesbron (2007) pour pouvoir exprimer la loi de contact d'aspérités de forme quelconque (à faible chargement) sous une formulation simple telle que celle décrite par l'équation (1.12). L'étude de validation proposée par Cesbron (2007) porte sur 1 aspérité sphérique et 1 granulat quelconque dont les surfaces ont été mesurées à l'aide d'un capteur optique. La loi de contact est calculée à l'aide d'une méthode d'inversion de matrice (Johnson, 1985; Cesbron *et al.*, 2009b) pour  $\delta_k$  variant entre 0 et 1,0 mm par pas de 0,1 mm ( $E = 10$  MPa et  $\nu = 0,5$ ). Pour chaque valeur de  $\delta_k$ , la charge totale  $P_k$  est calculée par intégration de la distribution de pression. La loi de contact numérique obtenue est approchée par une loi de la forme de l'équation (1.12) en effectuant la régression linéaire suivante :

$$\ln\left(\frac{P_k}{E^*}\right) = \gamma_k \ln \delta_k + \ln C_k \quad (1.13)$$

Les résultats de la méthode d'inversion de matrice et de la régression linéaire, pour les 2 aspérités, sont donnés figure 1.18.

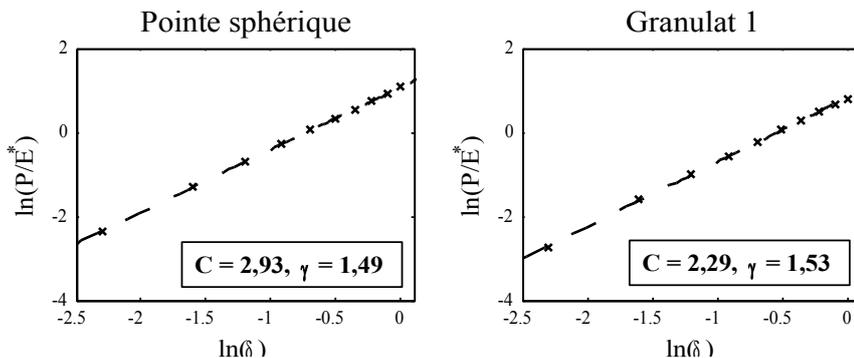


Figure 1.18 — Loi de contact normal pour des pointes de forme quelconque (Cesbron, 2007).

Pour chaque granulat, la loi de contact numérique s'approche très bien par la loi analytique (1.12). Les coefficients  $C_k$  et  $\gamma_k$  sont cohérents par rapport aux valeurs obtenues pour des géométries simples.

### 1.3.1.3 Lois de contact viscoélastique

Les lois de contact élastique présentées ci-dessus peuvent être étendues au domaine viscoélastique. Les termes familiers de la viscoélasticité appliqués au contact pneumatique/chaussée sont présentés dans l'annexe B. Les définitions présentées peuvent être généralisées dans le cas tri-dimensionnel de manière efficace par des composantes déviatoriques des contraintes  $s$  et des déformations  $e$ . La formulation utilisée est la suivante :

$$s = (\sigma - \bar{\sigma}) \quad \text{avec} \quad \bar{\sigma} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (1.14)$$

et :

$$e = (\varepsilon - \bar{\varepsilon}) \quad \text{avec} \quad \bar{\varepsilon} = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (1.15)$$

où  $\sigma$  est le tenseur des contraintes de Cauchy et  $\varepsilon$  le tenseur des déformations. Pour un matériau solide élastique incompressible ( $\nu = 0,5$ ), la composante  $\bar{\varepsilon}$  est nulle et la relation entre la contrainte et la déformation est la suivante :

$$s = 2G\varepsilon \quad (1.16)$$

où  $G$  est le module de cisaillement, relié au module d'Young par  $G = E/(2(1 + \nu))$ .

Une manière d'introduire la viscoélasticité pour le contact entre deux corps a été présentée par Radok (1957) dont la méthode est illustrée dans la monographie de Johnson (1985). Elle consiste à remplacer les constantes élastiques (plus particulièrement  $2G$  pour la relaxation et  $\frac{1}{2G}$  pour le fluage) par un opérateur intégral correspondant à la relation viscoélastique contrainte-déformation. En pratique, l'équation (1.16) devient :

$$s(t) = \int_0^t \psi(t - \tau) \frac{\partial e(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (1.17)$$

ou alors :

$$e(t) = \int_0^t \phi(t - \tau) \frac{\partial s(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (1.18)$$

où  $\psi$  est la fonction de relaxation et  $\phi$  la fonction de fluage (cf. annexe B). En repartant de la loi de contact de Hertz (1882), Lee et Radok (1960) ont utilisé cette méthode pour le cas d'un contact entre deux sphères dont l'une est incompressible. L'expression de la force de contact devient pour le cas du chargement<sup>1</sup> :

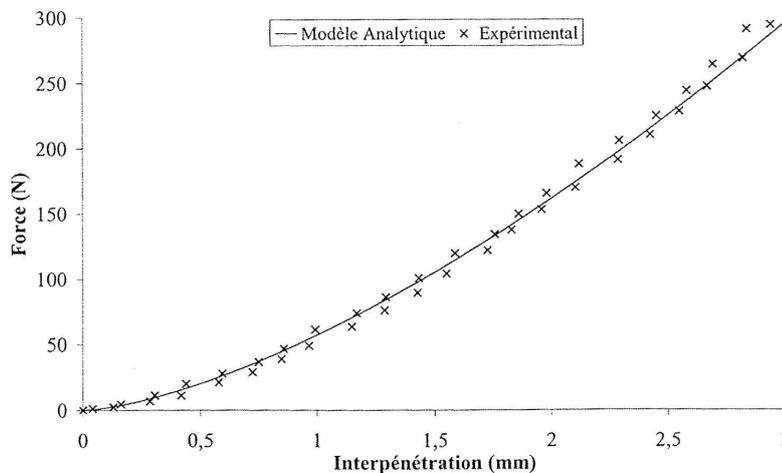
$$P(t) = \frac{8\sqrt{R}}{3} \int_0^t \psi(t - \tau) \frac{d\left(\delta^{\frac{3}{2}}(\tau)\right)}{d\tau} d\tau \quad (1.19)$$

1. les solutions analytiques obtenues avec la méthode de Radok ne sont valables que pour le chargement, d'autres auteurs se sont intéressés au cas du déchargement mais les solutions deviennent complexes.

Sameur (2004) a utilisé la méthode de Radok, en remplaçant  $2G$  par un opérateur intégral, pour exprimer la force de contact en fonction de l'interpénétration dans le cas viscoélastique de pointes de forme quelconque. L'expression de la force (1.12) devient :

$$P_k(t) = Q_k \int_0^t \psi(t - \tau) \frac{d(\delta_k^{\gamma k}(\tau))}{d\tau} d\tau \quad (1.20)$$

avec  $Q_k$  la constante géométrique dans le cas viscoélastique. Après avoir identifié les caractéristiques des paramètres viscoélastiques d'un plot en caoutchouc, Sameur (2004) a validé expérimentalement (par un essai de relaxation) les lois analytiques dans le cas viscoélastique de trois formes de pointe (sphère, cône et pyramide). Le résultat pour la sphère est illustré sur la figure 1.19.



**Figure 1.19** — Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats du modèle analytique pour une pointe sphérique en contact avec un massif semi-infini viscoélastique (Sameur, 2004).

Des comparaisons (Sameur, 2004; Kozhevnikov *et al.*, 2008) entre les lois élastiques et viscoélastiques montrent que la force de contact viscoélastique est supérieure d'environ 20 à 25 % à celle du contact élastique (car la rigidité instantanée augmente). À la suite de leurs travaux sur une seule pointe, Kozhevnikov *et al.* (2010) ont étendu leur algorithme au cas multi-aspérités en obtenant des résultats encourageants pour une aire de contact encore limitée en taille. L'interaction à l'échelle de la pression est simplifiée à celle agissant aux sommets des aspérités. Ces travaux sont une alternative à une approche directe du problème de contact que nous allons étudier par la suite.

### 1.3.2 Contact pneumatique/chaussée pour la prévision du bruit

L'interaction entre le pneumatique et la chaussée au cours du roulement est un problème complexe du fait (Andersson et Kropp, 2008) :

- des grandes dimensions de l'aire de contact (10 par 20 cm environ) par rapport aux longueurs d'ondes mises en jeu dans la structure du pneu ;
- de la variation temporelle de l'aire de contact donnant un problème non-linéaire ;
- de la nature anisotrope et multi-échelles de la surface de chaussée ;
- de la présence de forces de frottement et d'adhésion ;
- de la dépendance en fréquence et en température des matériaux composant les corps en contact.

Cette complexité mène à faire des hypothèses simplificatrices, notamment de supposer que les efforts de contact tangentiels sont négligeables par rapport aux efforts normaux (pour la prévision du bruit) et que la surface de chaussée est parfaitement rigide par rapport à celle du pneumatique. De plus, le contact est étudié autour de l'état déformé de la carcasse du pneumatique, ce qui permet d'utiliser les hypothèses de petites déformations autour d'un état écrasé. Dans ces conditions, en utilisant le formalisme de Green, le déplacement normal  $u$  à la surface  $\Sigma$  du pneumatique au cours du roulement peut s'exprimer par la convolution spatio-temporelle suivante :

$$\forall t \geq 0, \forall M \in \Sigma(t), u(M, t) = \int_0^t \int_{\Sigma(\tau)} G(M|S, t - \tau) p(S, \tau) d\Sigma(\tau) d\tau \quad (1.21)$$

où  $p$  est la pression de contact normale,  $G$  la fonction de Green du pneumatique et  $t$  le temps. L'équation (1.21) comprend plusieurs difficultés. D'une part, le problème de contact est couplé avec les vibrations du pneumatique et d'autre part, l'aire de contact (conditions aux limites) va fluctuer au cours du temps en raison du roulement. Le contact entre le pneumatique et la chaussée est représenté figure 1.20 où  $\delta$  est le déplacement au centre de roue (encore appelé pénétration),  $z_c$  et  $z_p$  sont respectivement la surface de chaussée et celle du pneu et  $P$  la charge totale appliquée.

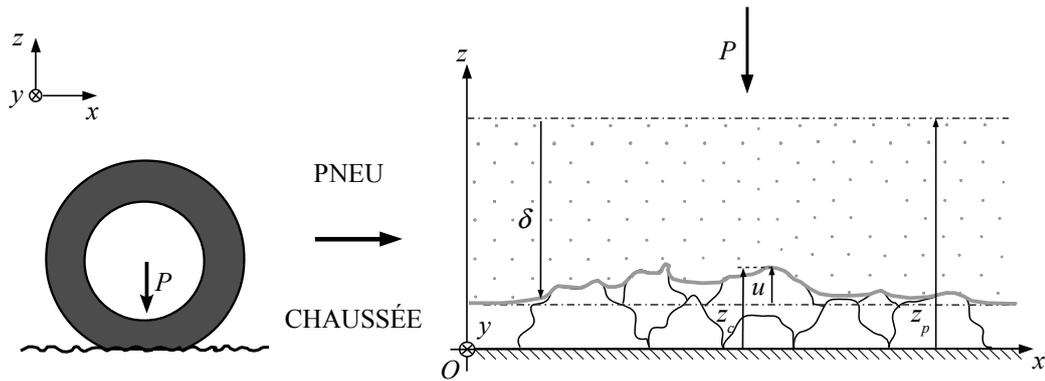


Figure 1.20 — Description du contact pneumatique/chaussée (d'après Cesbron (2007)).

Pour le contact normal compressif, le problème doit vérifier les trois conditions de Signorini (1933), à savoir la condition de non-pénétration des corps en contact, la condition de pression uniquement compressive et la condition dite de complémentarité (décollement ou contact). Elles s'écrivent de la manière suivante :

$$\forall t \geq 0, \forall M \in \Sigma(t), \begin{cases} v(M, t) \geq 0 & \text{Non-pénétration} \\ p(M, t) \geq 0 & \text{Contact compressif} \\ p(M, t)v(M, t) = 0 & \text{Complémentarité} \end{cases} \quad (1.22)$$

avec  $v = u - z_c + \delta + z_p$ . En pratique, il est compliqué de résoudre le problème de contact pneumatique/chaussée directement à partir des équations précédentes, car le calcul de la fonction de Green pour un pneumatique réel et à l'échelle d'une surface rugueuse de chaussée en trois dimensions est difficile. Pour résoudre le problème de contact pneumatique/chaussée sur une aire de contact réelle, une hypothèse courante est utilisée : passer d'un problème dynamique à un problème quasi-statique élastique (succession d'états statiques élastiques). Toutefois, Meftah (2011) a récemment développé une approche par formalisme de Green réduit pour le calcul des structures en

contact dynamique. La fonction de Green est approchée par une fonction polynomiale fractionnelle, permettant des calculs de contact multi-aspérités pneumatique/chaussée dynamique. L'approche reste encore limitée lorsque le nombre d'aspérités en contact augmente. De manière générale, deux approches sont utilisées pour résoudre le problème de contact entre deux solides élastiques : tenir compte des dimensions finies des corps en contact ou bien les approcher par des solides semi-infinis.

### Dimension finie du problème

La première approche relève de la dimension finie du problème. Là encore, deux approches sont apparues : les approches numériques ou les approches semi-analytiques. Les méthodes numériques, telles que les méthodes des éléments finis ou éléments de frontières (Laursen, 2002; Wriggers, 2002; Sellgren *et al.*, 2003) ou bien les méthodes Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne (ALE) (Nackenhurst, 2004) ont été implémentées pour l'étude du contact pneumatique/chaussée ces dernières années. Mais elles deviennent très coûteuses en ressources et en temps de calcul lorsque le nombre d'aspérités est important. Kropp (1992) a quant à lui modélisé en 2D la bande de roulement du pneumatique par un ensemble de ressorts indépendants (pas d'interaction entre les aspérités) en contact avec la surface de chaussée. Le modèle a l'avantage de prendre en compte la vibration de la ceinture du pneumatique par un formalisme de Green où le pneumatique est approché par une plaque orthotrope (cf. section 1.2.2.3).

### Problème de Boussinesq (1885)

La deuxième approche consiste à faire l'hypothèse que les solides élastiques peuvent être considérés comme des massifs semi-infinis aux alentours de la zone de contact. Pour l'application au bruit routier (Sameur, 2004; Cesbron, 2007; Fujikawa *et al.*, 1999; Greenwood et Williamson, 1966), la bande de roulement du pneumatique est donc approchée par un massif semi-infini élastique incompressible. La surface de chaussée est supposée parfaitement rigide. Dans les cas étudiés par la suite, seules les forces normales sont considérées, en supposant que le frottement est négligé, ainsi que le comportement viscoélastique de la gomme du pneu. Le problème en trois dimensions ainsi défini se ramène à celui du contact normal élastique entre la surface d'un massif semi-infini et une surface parfaitement rigide, dont la solution analytique est connue depuis les travaux de Boussinesq (1885). Dans la suite, le système de coordonnées cartésiennes  $(O, x, y, z)$  est adopté. En utilisant les travaux de Boussinesq (1885), le problème de contact statique (équations (1.21) et (1.22)) s'exprime alors par :

$$\forall M \in \Sigma, u(M) = \int_{\Sigma} p(S)T(M|S)d\Sigma \quad (1.23)$$

$$\forall M \in \Sigma_c, u(M) = z_c(M) - \delta - z_p(M), \text{ et } p(M) > 0 \quad (1.24)$$

où  $T$  est la fonction d'influence de Boussinesq, définie par :

$$\forall (M; S) \in \Sigma^2, T(M|S) = \frac{1}{\pi E^* \sqrt{(x_M - x_S)^2 + (y_M - y_S)^2}} \quad (1.25)$$

où  $E^*$  est le module d'Young équivalent du massif semi-infini élastique et  $\nu$  son coefficient de Poisson. Dans les paragraphes suivants, différents modèles ou méthodes de résolution du problème de Boussinesq (1885) seront présentés.

1.3.2.1 Résolution matricielle directe

Le problème de contact normal élastique de Boussinesq peut être résolu directement par une Méthode d’Inversion de Matrice (MIM). La surface du massif semi-infini est alors discrétisée en  $n$  éléments  $(x_i, y_i)$  de dimensions  $h_x$  par  $h_y$  (figure 1.21).

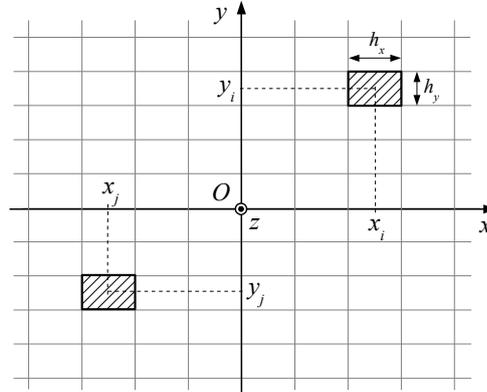


Figure 1.21 — Discretisation de la surface du massif semi-infini.

Le problème (équations (1.23) et (1.24)) s’écrit alors sous forme matricielle pour l’ensemble des points en contact :

$$\mathbf{A}\mathbf{p} = \mathbf{z}_c - \delta - \mathbf{z}_p \quad \text{et} \quad \mathbf{p} > 0 \quad \text{si contact} \quad (1.26)$$

Le problème (1.26) peut alors se résoudre à l’aide d’un algorithme itératif (Johnson, 1985; Cesbron *et al.*, 2010), consistant à inverser successivement la relation  $\mathbf{A}\mathbf{p} = \mathbf{z}_c - \delta - \mathbf{z}_p$  pour obtenir les pressions de contact. À chaque itération, les points où la pression est négative ou nulle sont supprimés de l’aire de contact et l’algorithme continue jusqu’à ce que toutes les pressions de contact soient strictement positives. La figure 1.22 présente un résultat de calcul par MIM pour un pneumatique lisse de véhicule léger en contact statique avec une surface de chaussée réelle (type BBSG 0/10). La résolution spatiale du maillage est  $h_x = h_y = 1$  mm.

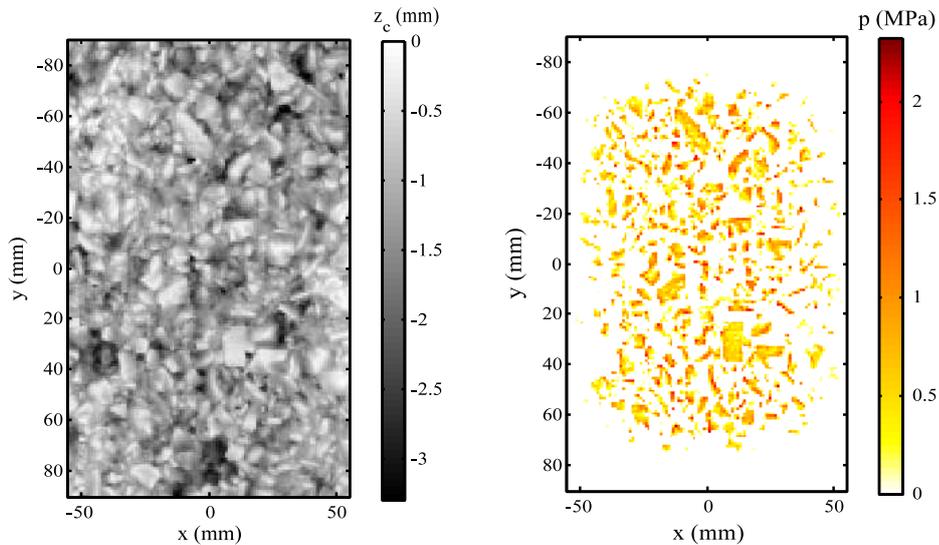


Figure 1.22 — Empreinte de contact obtenue par MIM à droite, pour un pneu lisse s’écrasant sur une surface de chaussée BBSG 0/10 à gauche (Cesbron, 2009).

Il est possible de distinguer le contact sur chacune des aspérités de la chaussée, mais le calcul de cette seule empreinte a pris environ 30 heures. Sachant que pour une application au bruit, il faut calculer l’empreinte de contact à chaque instant, il apparaît indispensable de développer des méthodes plus efficaces et plus rapides. Cependant, la MIM reste une méthode de référence pour la comparaison avec d’autres modèles (Sameur, 2004; Cesbron, 2007).

### 1.3.2.2 Modèles de contact de l’Université de Chalmers

Depuis plusieurs années, l’Université de Chalmers en Suède développe un modèle complet pour le bruit de roulement dont le point de départ est la thèse de Kropp (1992). Le modèle complet comporte un module sur le pneumatique, un sur le contact et un sur le rayonnement acoustique. Le module de contact consiste à calculer les forces dynamiques à l’interface. Le modèle de Kropp (1992), basé en premier lieu sur les dimensions finies du problème résolu par méthode semi-analytique, a évolué vers un modèle de contact utilisant la description de Boussinesq (Wullens et Kropp, 2004).

#### Modèle de Kropp (1992)

Dans le modèle de Kropp (1992), la distribution de pression est supposée uniforme sur la largeur transversale de la bande de roulement : seuls des profils de chaussée longitudinaux sont utilisés. Le problème est donc formulé en deux dimensions.<sup>2</sup> La bande de roulement est modélisée par un ensemble de ressorts élastiques. L’utilisation d’une fondation élastique dite de Winkler (Johnson, 1985) suppose que les points de contact sont indépendants. Le modèle de Kropp ne prend donc pas en compte l’interaction entre les points de contact de la bande de roulement. La détermination de la raideur des ressorts est une difficulté supplémentaire du modèle. La raideur est non-linéaire en pratique et la valeur dépend de plusieurs paramètres alors qu’elle est supposée constante dans le modèle initial de Kropp. Deux avantages importants du modèle de contact de Kropp expliquent son utilisation par d’autres auteurs dans la modélisation complète du bruit de roulement. D’une part, la vibration de la structure du pneumatique est introduite dans le calcul des forces de contact. D’autre part, le modèle est peu coûteux en temps de calcul. La géométrie ainsi que les notations utilisées sont données à la figure 1.23.

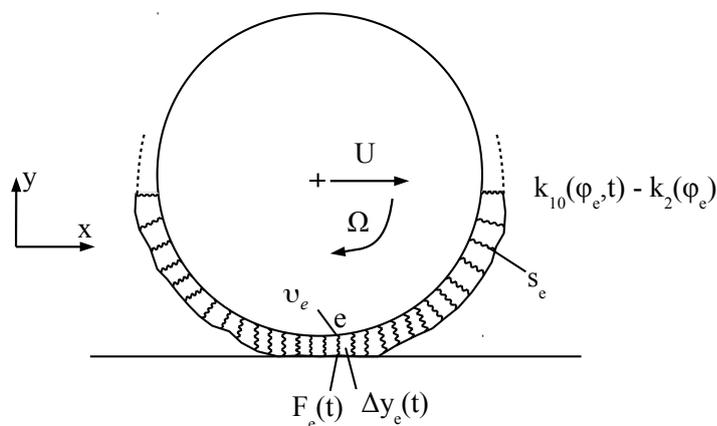


Figure 1.23 — Géométrie du modèle de Kropp (1992).

2. Sur ce point, Hamet et Klein (2001) ont proposé d’utiliser plusieurs profils de chaussée longitudinaux en parallèle décorrélés (hypothèse d’existence d’une distance critique) pour une approche quasi-3D du modèle de Kropp.

Le modèle repose sur l'utilisation d'une fondation élastique de Winkler en divisant la surface de la bande de roulement en  $N$  points sur sa circonférence. Chacun des points ainsi obtenu est noté  $e$ . Il est repéré par l'angle  $\varphi_e$  qu'il fait avec la verticale. Sur la figure 1.23,  $k_{10}(\varphi_e, t)$  représente le profil du pneumatique non déformé et  $k_2(\varphi_e)$  le profil de la surface de la chaussée. Chaque ressort élastique est indépendant et caractérisé par sa raideur radiale  $s_e$ . La force de contact  $F_e$  est alors définie par :

$$F_e(t) = s_e \Delta y_e(t) H(-\Delta y_e(t)) \quad (1.27)$$

$$\Delta y_e(t) = y_0(t) + k_{10}(\varphi_e, t) - k_2(\varphi_e) + v_e(t) \quad (1.28)$$

avec  $\Delta y_e(t)$  l'allongement du ressort au point  $e$ ,  $y_0(t)$  la position du centre de la jante à l'instant  $t$  et  $v_e(t)$  le déplacement de la ceinture du pneumatique. Ce dernier paramètre est très intéressant dans la modélisation générale du contact pneumatique/chaussée, car c'est à travers celui-ci que le comportement vibratoire du pneumatique est introduit. Ce déplacement  $v_e(t)$  est calculé à l'aide du formalisme de Green. Le pneumatique étant un système complexe, il est modélisé par des structures plus simples dont les fonctions de Green peuvent être calculées de manière analytique dans le domaine temporel. Dans tous les cas, le déplacement de la ceinture du pneu  $v_e(t)$  est calculé de la manière suivante :

$$v_e(t) = \sum_{m=1}^N \int_0^t F_m(\tau) g_{m,e}(t - \tau) d\tau \quad (1.29)$$

où  $g$  représente la fonction de Green du système. Dans le cas du modèle de Kropp, la ceinture du pneumatique et ses flancs sont approchés par une plaque mince orthotrope précontrainte (cf. section 1.2.2.3). Après obtention de la fonction de Green, les forces de contact sont calculées en discrétisant en temps, en mettant sous forme matricielle le problème et en utilisant la méthode de Newton-Raphson pour la résolution matricielle.

### Modèle de Larsson (2002)

Dans le but d'améliorer la description du contact pneumatique/chaussée dans le modèle de Kropp, Larsson *et al.* (2002) proposent un modèle de contact dynamique qui d'une part prend en compte l'interaction des points de contact de la bande de roulement et d'autre part introduit un aspect quasi-tridimensionnel. Dans le modèle de Larsson, la fondation élastique de Winkler n'est plus utilisée pour modéliser la bande de roulement du pneumatique, au profit d'une plaque bi-couche (figure 1.24) où l'interaction de points de contact est intégrée au modèle du pneumatique.

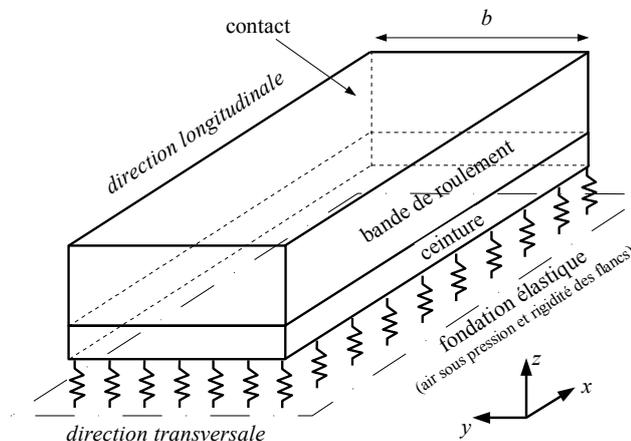


Figure 1.24 — Modèle de plaque bi-couche de Larsson et Kropp (2002).

La formulation mathématique du problème est quasi-identique au modèle de Kropp. Cependant, des hypothèses sont ajoutées ou modifiées. La figure 1.25 synthétise la géométrie et la notation utilisée par Larsson. Sur cette figure,  $y_e$  est la position du point  $e$  à la surface du pneumatique à l'instant  $t$ ,  $y_0$  est la position du centre de la jante,  $y_c$  est une fonction décrivant la géométrie du contour du pneu,  $u_e$  est le déplacement du point  $e$  du pneu causé par les forces appliquées en chacun des points  $m$ ,  $F_e$  et  $F_m$  sont les forces de contact au point  $e$  et  $m$ ,  $x_{road}$  est la hauteur de la surface de la chaussée et  $\Omega$  est l'angle de rotation du pneumatique en roulement.

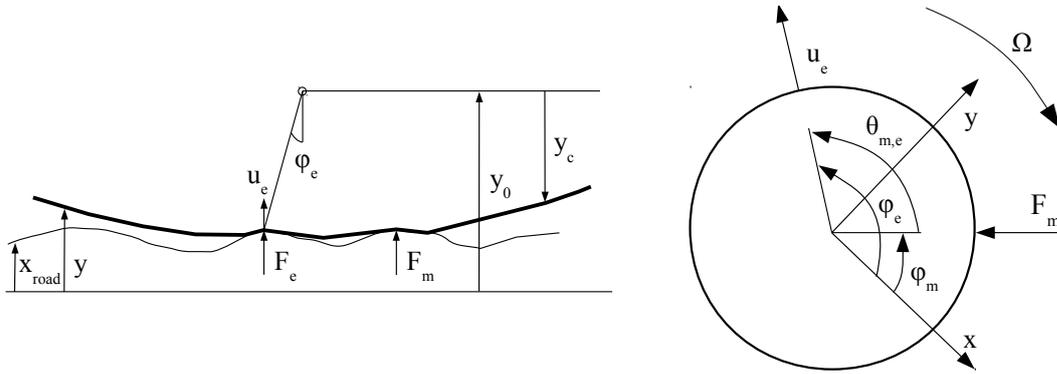


Figure 1.25 — Géométrie et notation du modèle de Larsson et Kropp (2002).

Les forces de contact sont calculées en deux phases. La première étape du chargement statique permet d'obtenir la taille initiale de la zone de contact et l'état de pré-contrainte du pneu. La deuxième étape est dynamique : le pneu roule sur une surface rugueuse. La position  $y_e$  du point  $e$  à la surface du pneu est donnée par l'équation suivante :

$$y_e(t) = y_0 + y_c(\varphi_e) + u_e(t) \quad (1.30)$$

La position de la jante  $y_0$  est bloquée après la première étape statique et ne dépend donc plus du temps. La déformation  $u_e(t)$  est calculée de la même façon que dans le modèle de Kropp, i.e. par un formalisme de Green. Cependant, la plaque orthotrope est remplacée par une plaque bi-couche (figure 1.24), reposant sur une fondation élastique qui représente le gonflage du pneumatique. La première couche correspond à la bande de roulement et la deuxième à la ceinture du pneumatique. Les deux couches sont composées d'un matériau élastique homogène isotrope. Le déphasage en temps introduit par la rotation du pneumatique (deuxième étape) est formulé dans l'équation suivante :

$$u_e(t) = \sum_{m=1}^N \int_0^t F_m(\tau) g_{r,m,e}(t - \tau) d\tau \quad \text{avec} \quad g_r(t) = g(t) \delta(\varphi - \Omega t) \quad (1.31)$$

La méthode de Newton Raphson est appliquée et formulée en tenant compte des modifications du modèle de Larsson. L'interaction des points de contact (sur une bande de pneu) a donc été introduite par l'utilisation d'une plaque bi-couche. La déformation du pneumatique est calculée à partir des fonctions de Green dynamique de la plaque bi-couche et un déphasage lié à la rotation de la roue (cf. équation (1.31)) est pris en compte. Les forces de contact peuvent être calculées en quasi-3D en introduisant une raideur de contact locale non-linéaire (Kropp *et al.*, 2001). La chaussée est discrétisée en plusieurs sections dans le sens transversal. Pour chaque section transversale, un problème de contact de Boussinesq est résolu. Cette approche permet de calculer la distribution de force en fonction du déplacement sur la tranche. En dérivant cette force par

rapport au déplacement, on obtient la raideur non-linéaire locale. La relation entre la matrice de force et de déplacement est alors la suivante :

$$\mathbf{F}(\mathbf{y}(t)) = \mathbf{K} \begin{pmatrix} \int_0^{y_1(t)} s_1(\eta) d\eta \\ \vdots \\ \int_0^{y_m(t)} s_m(\eta) d\eta \end{pmatrix} \quad (1.32)$$

avec  $s_k$  la fonction de raideur normalisée variant entre 0 et 1 et  $\eta_k$  le déplacement de la tranche de pneu  $k$  considérée.

**Modèle de Wullens et Kropp (2004)**

Afin d'obtenir un modèle de contact en trois dimensions, Wullens et Kropp (2004) utilisent un massif semi-infini élastique pour représenter la bande de roulement. Le vecteur déplacement  $\Delta\mathbf{y}(t)$  en surface du massif semi-infini et celui des forces de contact  $\mathbf{F}(t)$  à l'instant  $t$  se calculent alors en utilisant la relation suivante :

$$\Delta\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{F}(t) \quad (1.33)$$

avec  $\mathbf{C}$  la matrice d'influence du problème qui est indépendante du temps. Dans le cas du massif semi-infini élastique en contact avec une surface rigide, la matrice d'influence peut-être calculée de façon analytique (Boussinesq, 1885). Cette méthode a l'avantage de pouvoir calculer la matrice  $\mathbf{C}$  avant de commencer la résolution temporelle. De plus, l'interaction entre les points de contact est prise en compte. Cependant, le choix correct du module d'Young  $E$  est primordial et constitue une difficulté. Pour résoudre le problème de contact, une MIM est utilisée à chaque pas de temps  $t$  :

$$\begin{cases} \mathbf{F}^{n+1}(t) = (\mathbf{C}^n)^{-1} \Delta\mathbf{y}^n(t) \\ \Delta\mathbf{y}^{n+1}(t) = \mathbf{C}\mathbf{F}^{n+1}(t) \\ \forall n, \Delta\mathbf{y}^{n+1}(t) \geq \Delta\mathbf{y}^n(t) \end{cases} \quad (1.34)$$

avec  $\mathbf{C}^n$  la sous-matrice de  $\mathbf{C}$  construite à partir des points de contact à l'itération  $n$ . Les déplacements de la ceinture du pneu sont calculés de la même manière que pour le modèle de Kropp par l'équation (1.29) avec la fonction de Green  $g$  de la plaque orthotrope. Les corrélations obtenues entre ce modèle et la mesure sont bonnes pour des vitesses relativement élevées (entre 80 et 100 km/h) pour un point situé au milieu de la bande. Une comparaison de trois modèles de l'Université de Chalmers est illustrée sur la figure 1.26 : Q3D bedding correspond au modèle de Kropp *et al.* (2001) avec des raideurs non-linéaires (Quasi-3D fondation élastique de Winkler), Q3D EHS correspond au modèle de Larsson et Kropp (2002) (Quasi-3D Elastic Half Space) et 3D EHS correspond au modèle de Wullens et Kropp (2004). Dans le domaine fréquentiel, on observe qu'au delà de 1 000 Hz, le modèle "3D EHS" est supérieur aux autres, ce qui est expliqué par l'excitation d'un plus grand nombre de modes pour une surface d'excitation plus petite. Entre 200 et 1 000 Hz, le fait que le modèle "Q3D bedding" soit nettement supérieur aux autres est expliqué par la modélisation de la ceinture du pneumatique par un ensemble de raideurs non-linéaires sans interaction entre elles.

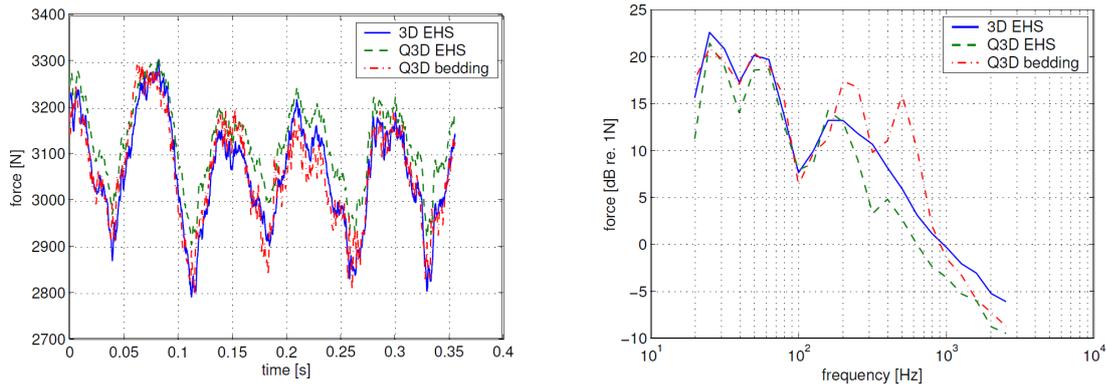


Figure 1.26 — Force de contact au centre de roue en temps (à gauche) et en fréquence (à droite) pour trois modèles de contact (Wullens, 2003).

### 1.3.2.3 Méthode Itérative à Deux Échelles (MIDE)

Lorsque la surface en contact avec le massif semi-infini est composée de plusieurs aspérités, la résolution du problème de contact nécessite l'utilisation de méthodes numériques, même lorsque les géométries sont simples. De plus, la quantité importante d'aspérités mise en jeu dans le contact pneumatique/chaussée augmente considérablement le temps de calcul des méthodes présentées précédemment. Une Méthode Itérative à Deux Échelles (MIDE) a été proposée dans la thèse de Cesbron (2007) pour résoudre le problème de Boussinesq (équations (1.23) et (1.24)), reposant sur un partitionnement de la chaussée (méthode multi-aspérités). La méthode comporte deux étapes de calcul, chacune à une échelle différente de contact. Le principe de résolution du problème de Boussinesq par méthode multi-aspérités est illustré figure 1.27.

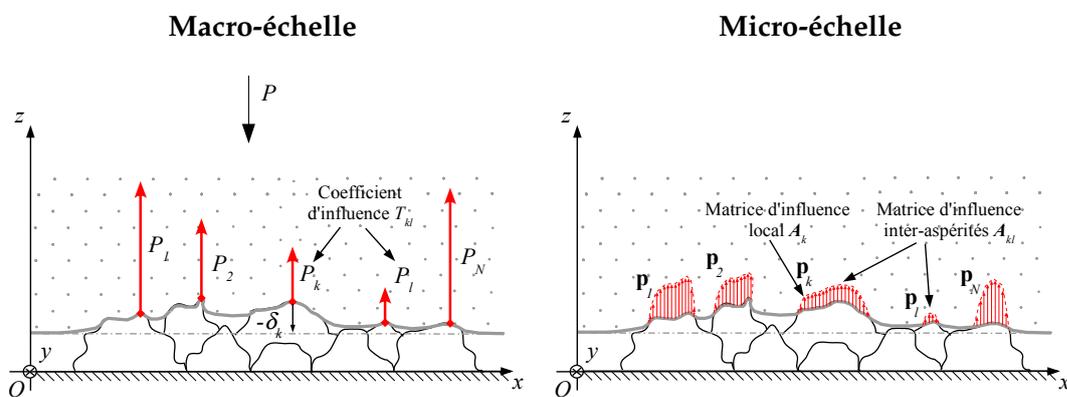


Figure 1.27 — Principe de résolution par approche multi-aspérités à deux échelles.

La première étape s'effectue à macro-échelle. La distribution de force aux sommets des pointes est calculée à l'aide de la loi de contact sur chacune d'elles (cf. section 1.3.1). Cette étape utilise la méthode itérative de contact multipoints initiée dans la thèse de Sameur (2004), enrichie d'une résolution en force imposée plutôt qu'en déplacement. La seconde étape (Cesbron, 2007) de calcul à micro-échelle détermine la distribution de pression à l'interface entre le massif semi-infini et l'ensemble des aspérités. Le calcul est effectué à l'aide d'une MIM locale utilisant la distribution de force obtenue à la première étape. La combinaison de ces deux échelles de calcul rend la méthode beaucoup plus rapide que des méthodes classiques et converge vers les mêmes résultats.

MIDE à macro-échelle

La surface en contact avec le massif semi-infini est composée de  $N$  aspérités, dont la géométrie est décrite par la fonction  $z_c(x, y)$ . Pour chaque aspérité  $k$ , les coordonnées  $(x_{c,k}, y_{c,k}, z_{c,k})$  de son sommet sont connues. Les constantes  $C_k$  et  $\gamma_k$  définissant la loi de contact (équation 1.12) sur chaque aspérité  $k$  sont également connues. Moyennant certaines hypothèses, le problème à macro-échelle est gouverné par le système d'équations non-linéaires suivant :

$$\forall k \in [1, N], P_k = \begin{cases} f_k(\delta_k) = C_k E^* \left[ z_{c,k}^s - \delta - z_{p,k}^s - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^N T_{kl} P_l \right]^{\gamma_k} & \text{si } \delta_k > 0 \\ 0 & \text{si } \delta_k \leq 0 \end{cases} \quad (1.35)$$

où les coefficients d'influence  $T_{kl}$  sont définis par l'équation (1.25). Pour une résolution à force imposée, il convient d'ajouter l'équation suivante :

$$P = - \sum_{k=1}^N P_k \quad (1.36)$$

Le problème non-linéaire est résolu à l'aide de la méthode de Newton-Raphson. Dans sa thèse, Sameur (2004) compare, pour une configuration à quatre aspérités, la méthode itérative à macro-échelle avec une méthode éléments finis (Abaqus), ainsi qu'avec le modèle de contact ponctuel sans interaction entre les sommets des aspérités (figure 1.28).

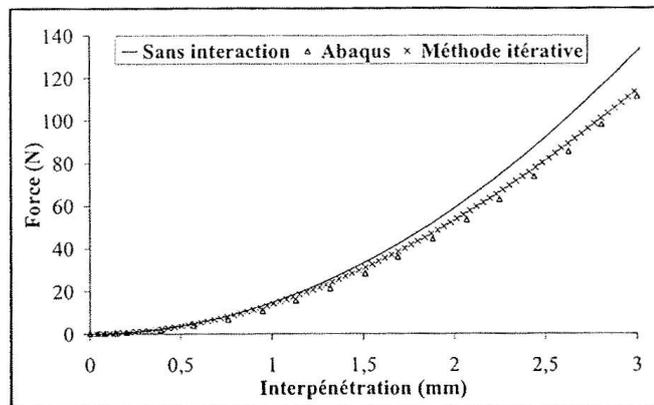


Figure 1.28 — Comparaison de la force pour le cas d'un contact entre quatre cônes à la même hauteur (Sameur, 2004).

Il obtient un résultat proche de la méthode des éléments finis mais avec un temps de calcul considérablement réduit (passant de quelques heures à quelques secondes). Durant sa thèse, Cesbron (2007) effectue plusieurs comparaisons de la méthode itérative à macro-échelle avec la MIM et des résultats expérimentaux, validant de surcroit la méthode. Outre son avantage en terme de temps de calcul, la MIDE propose d'utiliser l'échelle adaptée à l'application souhaitée. En effet, dans plusieurs cas, la distribution des forces de contact au sommet des aspérités peut être une information suffisante. *A fortiori*, la distribution de pression à micro-échelle peut être utilisée dans des applications plus fines telles que l'étude de l'air-pumping et du contact avec frottement.

### MIDE à micro-échelle

En repartant de la discrétisation du massif semi-infini et de l'équation (1.26), Cesbron *et al.* (2009b) propose une méthode itérative à micro-échelle. D'un point de vue local, en ne considérant que l'aspérité  $k$ , il est possible de distinguer la partie de l'aire de contact relative à cette pointe du reste de l'aire de contact. Ainsi la relation matricielle (équation (1.26)) peut se reformuler en organisant la matrice  $\mathbf{A}$  par blocs :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \cdots & \mathbf{A}_{1k} & \cdots & \mathbf{A}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{k1} & \cdots & \mathbf{A}_{kk} & \cdots & \mathbf{A}_{kN} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{N1} & \cdots & \mathbf{A}_{Nk} & \cdots & \mathbf{A}_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_k \\ \vdots \\ \mathbf{p}_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_k \\ \vdots \\ \mathbf{b}_N \end{pmatrix} \quad (1.37)$$

où  $N$  est le nombre d'aspérités à macro-échelle,  $\mathbf{A}_{kk}$  est la matrice d'influence locale de dimensions  $(n_k, n_k)$ ,  $\mathbf{p}_k$  est le vecteur pression local et  $\mathbf{b}_k = \{z_{c,k} - \delta - z_{p,k}\}^T$  est le vecteur second membre local pour l'aspérité  $k$ . Les blocs extra-diagonaux  $\mathbf{A}_{kl}$  contiennent les éléments de la matrice  $\mathbf{A}$  relatifs à l'interaction de l'aspérité  $l$  sur l'aspérité  $k$ . La distribution de pression initiale, notée  $\mathbf{p}^0$ , est calculée à partir des forces  $P_k$  obtenues à macro-échelle (MIDE à macro-échelle) en utilisant une MIM locale pour chaque aspérité. Le vecteur pression initial est écrit de la façon suivante :

$$\mathbf{p}^0 = \{\mathbf{p}_1^0(P_1) \cdots \mathbf{p}_k^0(P_k) \cdots \mathbf{p}_N^0(P_N)\}^T \quad (1.38)$$

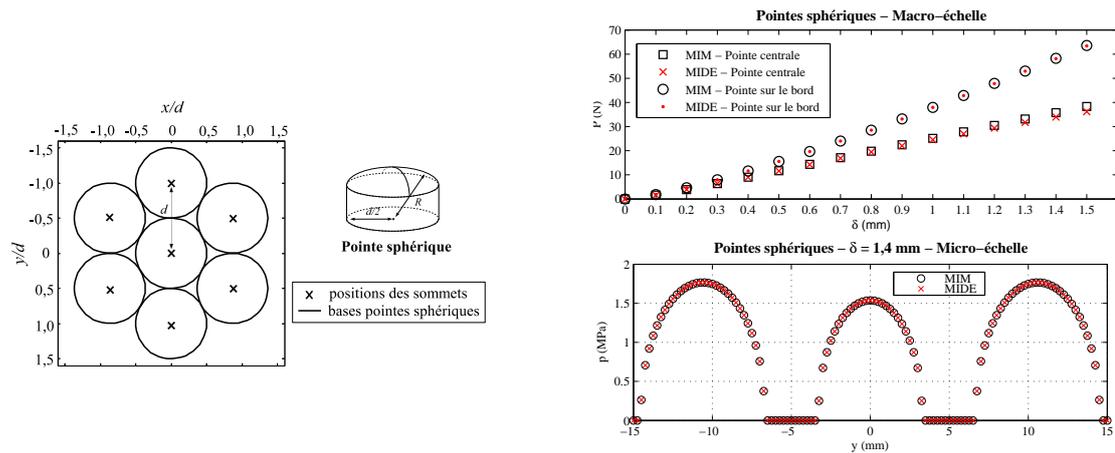
Puis, un algorithme itératif de Gauss-Seidel par blocs non-linéaire est utilisé pour déterminer la distribution de pression. La condition initiale est le vecteur  $\mathbf{p}^0$  calculé précédemment :

$$\mathbf{A}_{kk} \mathbf{p}_k^{m+1} = \mathbf{b}_k^m - \sum_{l=1}^{k-1} \mathbf{A}_{kl} \mathbf{p}_l^{m+1} - \sum_{l=k+1}^N \mathbf{A}_{kl} \mathbf{p}_l^m \quad (1.39)$$

Si une pression négative est obtenue dans le vecteur  $\mathbf{p}_k^{m+1}$ , alors la valeur négative est remplacée par zéro et la procédure est répétée sur les autres aspérités. Le processus itératif est arrêté lorsqu'aucune pression négative n'est obtenue et que le critère de convergence est respecté.

Afin de valider la méthode itérative à deux échelles, Cesbron (2007) a comparé cette dernière à une méthode de référence d'inversion de matrice MIM pour un cas simple. Le choix de la géométrie est donné à gauche sur la figure 1.29 : 7 aspérités sphériques (rayon  $R = 20$  mm sur une base cylindrique de rayon  $a = 5$  mm) identiques disposées de façon hexagonale. Le périmètre de la base de chaque pointe est représenté par un cercle en traits pleins. La position du sommet de chaque pointe est matérialisée par une croix. Les sommets des pointes sont tous à la même hauteur. La surface du massif semi-infini est parfaitement plane de module d'Young  $E = 10$  MPa et de coefficient de Poisson  $\nu = 0,5$ . Le problème est résolu à pénétration  $\delta$  imposée (de 0 à 1,5 mm), en prenant garde à ce que les aires de contact sur chaque aspérité restent disjointes. Sur la figure 1.29 à droite sont représentés les résultats des deux méthodes pour les deux échelles. La force de contact sur le bord est supérieure à celle au centre (phénomène d'interaction des aspérités). Au maximum de  $\delta$ , la différence entre les deux méthodes atteint 5 % à macro-échelle. À micro-échelle, les résultats sont identiques. Cependant, le calcul pour la MIDE ne prend que quelques secondes contre quelques minutes pour la MIM.

La MIDE est donc un moyen simple et rapide pour résoudre le problème de contact élastique normal. Dans la thèse de Cesbron (2007), d'autres comparaisons de la MIDE



**Figure 1.29** — Comparaison pour un cas simple entre la MIM et la MIDE (Cesbron, 2007) : géométrie des pointes en contact à gauche ; résultats à macro-échelle en haut à droite et à micro-échelle en bas à droite.

sont réalisées avec la MIM ou avec des empreintes mesurées pour des surfaces de chaussée réelles en contact avec un pneu lisse. Cependant, la MIDE développée à micro-échelle reste limitée à l'itération dite "zéro" ( $p^0$ ) dans la thèse de Cesbron (2007).

## Conclusions

Le bruit de roulement est le résultat d'une interaction complexe entre le pneumatique et la chaussée. Les mécanismes générateurs du bruit de roulement peuvent être séparés en trois groupes (mécaniques, aérodynamiques et amplification), mais chaque mécanisme est plus ou moins indépendant des autres. De manière générale, il est admis qu'en dessous de 1 000 Hz les mécanismes d'origine mécanique (principalement d'origine vibratoires) sont prédominants sur les autres et amplifiés par la géométrie intrinsèque du contact pneumatique/chaussée (effet dièdre).

Les paramètres influant sur le bruit de roulement sont nombreux et proviennent de différents éléments du contact direct entre le pneumatique et la chaussée. Premièrement les paramètres liés aux comportements du conducteur (vitesse, accélération, freinage, etc...) et à la météorologie (température, pluie, etc...), non liés directement au pneu ou à la chaussée, sont des paramètres non négligeables sur la génération du bruit. Naturellement le pneumatique, sa géométrie, son comportement vibratoire et ses matériaux dépendant du temps, influencent nettement le bruit de roulement. De même, la chaussée est un facteur majeur de la génération du bruit. La texture de la couche de roulement est le plus important des paramètres pour l'étude du bruit de roulement. Différentes études statistiques ont montré que certaines échelles de texture – macrotecture et mégatexture – sont plus influentes que d'autres sur la génération du bruit. De plus, la porosité de la chaussée joue à la fois sur les mécanismes aérodynamiques et sur l'atténuation de l'effet dièdre.

Afin d'étudier correctement l'influence de la texture de chaussée sur le bruit émis, un modèle physique complet est nécessaire partant des propriétés du pneumatique et de la chaussée pour aller jusqu'au niveau sonore. En amont de cette modélisation globale, un modèle de contact dynamique pneumatique/chaussée est essentiel, pouvant

lui-même être utilisé dans des modélisations statistiques hybrides. Plusieurs modèles de contact pneumatique/chaussée se basent sur des éléments de mécanique du contact ponctuel. Des avancées récentes ont permis d'élargir les lois de contact élastiques pour des cas viscoélastiques. De par sa complexité et les différentes échelles mises en jeu, la modélisation du contact pneumatique/chaussée est actuellement basée sur la théorie classique de l'élasticité et approche souvent la bande de roulement par un solide semi-infini. De plus, la plupart des modèles actuels ne prennent pas en compte l'intégralité des effets dynamiques sur l'évaluation des forces de contact, ou bien, le cas échéant au détriment de la finesse de la texture de chaussée et de la rapidité du calcul. Cependant, l'approche multi-aspérités présentée permet de résoudre le problème de contact normal élastique de manière plus rapide que des méthodes de référence avec une résolution fine de texture.

L'approche multi-aspérités peut-être étendue afin d'intégrer des effets dynamiques (viscoélasticité, vibration) d'un pneumatique roulant sur une chaussée, tout en optimisant sa convergence à travers une amélioration de la description multi-aspérités d'une surface de chaussée. Les forces de contact dynamiques calculées pourront alors être confrontés à des mesures de bruit de roulement. Il s'agit de la problématique principale de cette thèse, à laquelle les trois chapitres qui suivent s'efforceront de répondre.

*Savoir écouter, c'est posséder, outre le sien, le cerveau des autres.*

Léonard de Vinci

# 2

## Description multi-aspérités d'une surface de chaussée

▷ *On se propose, dans ce chapitre, de présenter la description multi-aspérités de surface de chaussée utilisée dans l'ensemble de ce mémoire. Cette description est le point de départ du modèle de contact multi-aspérités présenté en chapitre 3. Dans un premier temps, les différentes surfaces de chaussée étudiées sont présentées. La seconde partie est consacrée à la méthode de partitionnement de surface de chaussée à partir de cartographie mesurée. Prise individuellement, chaque aspérité possède une relation force/pénétration différente (loi de contact) dont une relation analytique est définie dans la troisième partie. Enfin, la description multi-aspérités de la surface et les lois de contact permettent d'étudier la distribution statistique des paramètres de contact, afin de caractériser voire d'optimiser les surfaces à l'avenir. ◁*

**Plan du chapitre**

---

2.1	Présentation des surfaces utilisées durant la thèse . . . . .	41
2.2	Partitionnement d'une surface de chaussée . . . . .	43
2.2.1	Principe du partitionnement . . . . .	43
2.2.2	Étape 1 : Segmentation par ligne de partage des eaux . . . . .	45
2.2.2.1	Transformation en image binaire de l'image mesurée : seuillage itératif (Cesbron, 2007) . . . . .	45
2.2.2.2	Transformation morphologique de l'image binaire . . . . .	46
2.2.2.3	Segmentation par ligne de partage des eaux . . . . .	47
2.2.3	Étape 2 : Superposition de la segmentation et d'un diagramme de Voronoï . . . . .	50
2.2.3.1	Utilisation d'un diagramme de Voronoï . . . . .	50
2.2.3.2	Superposition des deux segmentations . . . . .	51
2.2.3.3	Partitionnement initial d'une surface de chaussée . . . . .	52
2.2.4	Étape 3 : Corrections des contours et des sommets des aspérités du partitionnement initial . . . . .	52
2.2.4.1	Première correction . . . . .	53
2.2.4.2	Deuxième correction . . . . .	53
2.2.5	Résultats . . . . .	54
2.3	Loi de contact pour une aspérité de chaussée . . . . .	56
2.3.1	Loi de contact à faible chargement . . . . .	56
2.3.2	Loi de contact sur la gamme de chargement pneumatique/ chaussée . . . . .	57
2.3.3	Paramètres de contact intrinsèques aux lois de contact . . . . .	58
2.4	Étude statistique des paramètres de contact . . . . .	61
2.4.1	Les différents paramètres de contact . . . . .	61
2.4.2	Distribution statistique des paramètres de contact . . . . .	61
2.4.3	Détermination d'une taille de surface minimale pour la statistique des paramètres de contact . . . . .	64
	Conclusions . . . . .	65

---

## 2.1 Présentation des surfaces utilisées durant la thèse

L'ENSEMBLE de ce mémoire s'appuie sur l'étude de différentes surfaces routières présentes sur la piste de référence de l'Ifsttar (Nantes). D'une part, on dispose sur ces surfaces de mesures de texture en trois dimensions permettant d'alimenter les modèles. D'autre part, des mesures de bruit de roulement ont pu être effectuées sur ces mêmes surfaces.

Les mesures de texture en trois dimensions ont été menées dans le cadre du projet Deufrako P2RN (2009). Ces relevés permettent d'alimenter le modèle de contact multi-aspérités présenté dans le prochain chapitre. Les surfaces mesurées, illustrées en annexe C, ont une résolution spatiale  $h_x = h_y = 0,384$  mm dans le plan  $(x, y)$  et une résolution spatiale verticale  $h_z = 0,038$  mm. Les dimensions des planches mesurées sont de l'ordre de  $L_x \simeq 2,3$  m dans la direction de roulement et de  $L_y \simeq 0,36$  m dans la direction transversale. Chaque mesure de texture est réalisée par stéréoscopie sur un carré de côté  $L_y$ . Une méthode d'interpolation est utilisée pour accoler les différents relevés afin d'obtenir la longueur totale  $L_x$ . Cette technique peut éventuellement poser des problèmes aux endroits de recouvrement, visibles sur la figure 2.1 par une apparition d'une ligne verticale tous les 400 mm environ et des problèmes d'inclinaison latérales et de rotation de l'équipement de mesures, quand bien même corrigés (Deufrako P2RN, 2009).

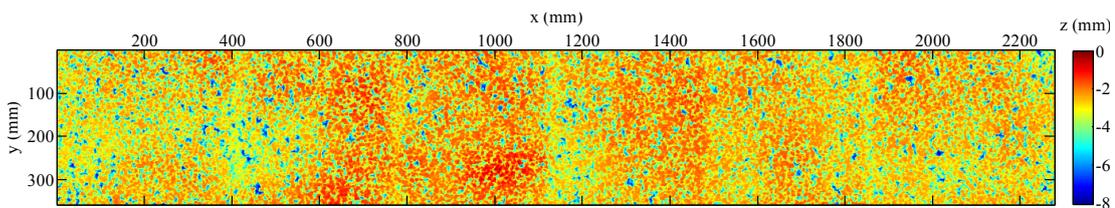


Figure 2.1 — Visualisation d'une surface mesurée dans le cadre du projet Deufrako P2RN (2009).

Malgré les défauts de texture observés, ces relevés de texture en trois dimensions ont été utilisés durant la thèse. De nouvelles mesures de texture pourront être réalisées à l'avenir, avec d'autres capteurs, pour estimer l'erreur commise sur les données utilisées durant la thèse. De plus, étant donné que les mesures de texture et de bruit ont été réalisées sur la piste de l'Ifsttar (Nantes), elles seront facilement reproductibles. Au total, dix revêtements de référence sont retenus pour l'ensemble du mémoire, désignés par des combinaisons de lettres et de chiffres : A, A', C, E1, E2, F, G, L2, M1 et M2. Une large gamme de textures de chaussée est étudiée et les caractéristiques de chaque revêtement sont spécifiées dans le tableau 2.1. La Profondeur Moyenne de Profil (PMP) permet de différencier qualitativement les échelles de macrotecture. Deux bétons bitumineux semi-grenus 0/10 à macrotecture modérée (revêtements E1 et E2) sont utilisés. Il s'agit du type de revêtement le plus répandu sur le réseau routier français. Les revêtements A' (béton bitumineux drainant 0/6) à macrotecture forte et M2 (béton bitumineux très mince 0/6) à macrotecture modérée présentent tous les deux de bonnes propriétés d'absorption acoustique. Les planches C (enduit superficiel 0,8/1,5) et L2 (sable enrobé 0/4) sont des revêtements à faible macrotecture. Les planches M1 (béton bitumineux très mince 0/10) et F (enduit superficiel à base de bauxite calcinée 1,5/3) sont des revêtements à forte macrotecture et bruyants. Le revêtement G est un béton bitumineux souple 0/10 bruyant mais à faible macrotecture. Enfin, le revêtement A est un enduit superficiel 8/10 à très forte macrotecture. Il s'agit d'un revêtement très bruyant.

## Chapitre 2. Description multi-aspérités d'une surface de chaussée

Planche	Nom (Date de pose)	Abréviation granulométrie	PMP (mm)	Aperçu
A	Enduit Superficiel (1981)	ES 8/10	>1,00	
A'	Béton Bitumineux Drainant (2006)	BBDr 0/6	2,9	
C	Enduit Superficiel (1981)	ES 0,8/1,5	0,45	
E1	Béton Bitumineux Semi-Grenu (2006)	BBSG 0/10	0,66	
E2	Béton Bitumineux Semi-Grenu (1981)	BBSG 0/10	0,82	
F	Enduit Superficiel à base de bauxite calcinée (2006)	Colgrip 1,5/3	1,17	
G	Béton Bitumineux Souple (2006)	BBS 0/10	0,52	
L2	Sable Enrobé (1999)	SE 0/4	0,50	
M1	Béton Bitumineux Très Mince (1988)	BBTM 0/10	1,30	
M2	Béton Bitumineux Très Mince (2001)	BBTM 0/6	1,00	

**Tableau 2.1** — Liste des surfaces étudiées de la piste de l'Ifsttar (Nantes) (Deufrako P2RN, 2009).

## 2.2 Partitionnement d'une surface de chaussée

Les modèles de contact de la littérature ne tiennent pas compte du caractère tridimensionnel du système pneumatique/chaussée, ou bien le cas échéant, la résolution spatiale du relevé de texture est trop élevée. Pour pouvoir réaliser un calcul de contact avec une résolution fine de texture, il semble nécessaire de subdiviser la surface de chaussée en plusieurs parties. Cesbron (2007) a déjà proposé une méthode de calcul de contact basée sur une description **multi-aspérités** de la surface. Cependant, deux éléments importants ont conduit à la définition d'une nouvelle méthode de partitionnement de surface de chaussée :

1. La méthode de Cesbron (2007) ne prend en compte que la partie émergente de la surface, oubliant des zones potentiellement en contact ;
2. Les aspérités définies par la méthode de Cesbron (2007) posent des problèmes de convergence dans le calcul de contact multi-aspérités, dont une des raisons pourraient être une définition approximative des lois de contact.

### 2.2.1 Principe du partitionnement

Les approches développées dans ce mémoire reposent donc sur la description de la chaussée comme un ensemble d'aspérités connexes, c'est-à-dire un partitionnement de la chaussée :

$$\mathcal{S} = \bigcup_{k=1}^N \mathcal{S}_k \text{ et } \forall (k, l) \in [1, N]^2 \setminus k \neq l, \mathcal{S}_k \cap \mathcal{S}_l = \emptyset \quad (2.1)$$

La figure 2.2 présente le principe de partitionnement d'une surface de chaussée réelle décrite à partir d'un relevé 3D de sa texture. Cette méthode est une amélioration de l'algorithme d'identification d'aspérités réalisé par Cesbron (2007); Tian (2009) et a fait en partie l'objet d'une publication (Dubois *et al.*, 2012). Dans l'identification d'aspérités de Cesbron (2007) seules les parties les plus émergentes de la surface sont identifiées. Des informations importantes pour le contact peuvent alors être oubliées.

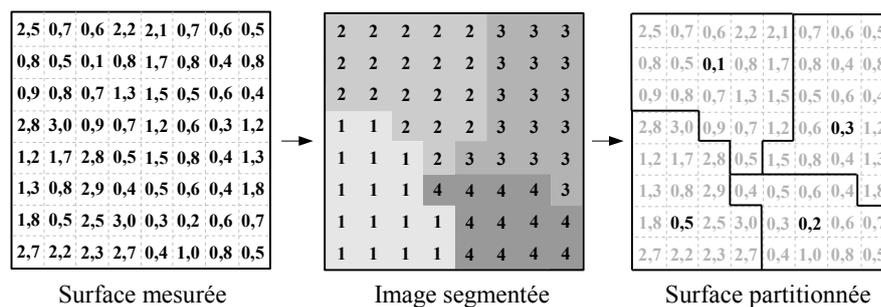


Figure 2.2 — Principe du partitionnement.

La surface mesurée en trois dimensions  $\mathcal{S}(x, y, z)$  est intrinsèquement discrétisée dans le plan  $(x, y)$  en  $n$  éléments rectangulaires (pixels) de taille  $h_x \times h_y$  (matrice à gauche sur la figure 2.2). Le principe du partitionnement est alors de diviser la totalité de la surface en  $N$  aspérités  $\mathcal{S}_k(x_k, y_k, z_k)$ , en passant par une segmentation de la surface, qui consiste à affecter un nombre fixe (appelé indice, de 1 à 4 au centre de la figure 2.2) à chaque pixel d'une aspérité. Chaque aspérité est alors décrite par son indice  $k$ , sa frontière avec les autres aspérités (en trait continu noir à droite sur la figure 2.2), les

pixels qui composent sa surface et son sommet ( $x_k^s, y_k^s, z_k^s$ ) (chiffre en gras à droite sur la figure 2.2). Les différentes étapes (illustrées figure 2.3) du partitionnement développé durant la thèse peuvent se regrouper en trois phases :

1. Cadre en pointillés : Segmentation par ligne de partage des eaux (« Watershed segmentation » en anglais) et son pré-traitement : filtrage binaire par seuillage itératif (image ① sur la figure 2.3), transformation morphologique en niveaux de gris par calcul de distance euclidienne (image ②) et segmentation par ligne de partage des eaux (image ③) ;
2. Cadre en pointillés et tirets : Superposition (image ⑤) de la segmentation par ligne de partage des eaux et d'un diagramme de Voronoï (image ④) ;
3. Cadre en tirets : Corrections des contours et des sommets des aspérités du partitionnement initial (image ⑥).

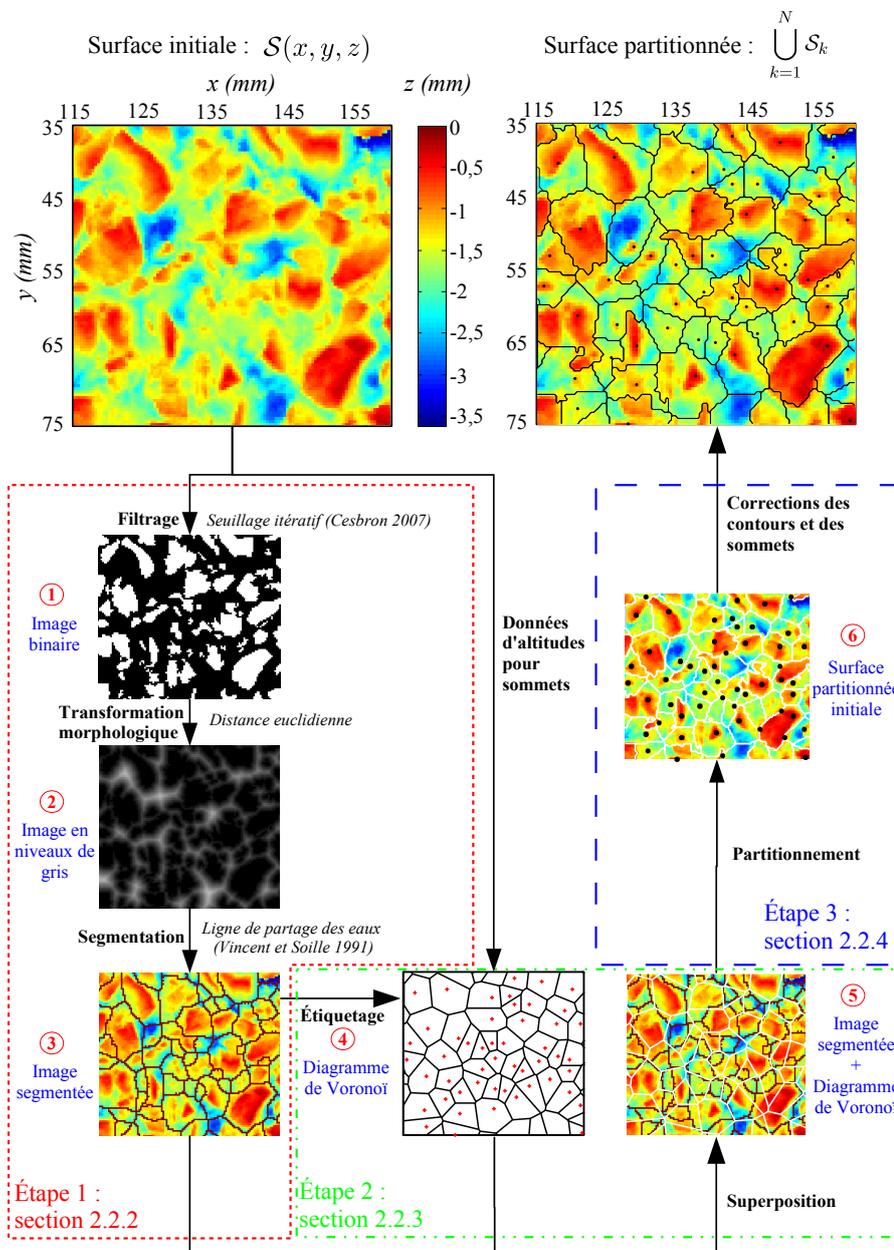


Figure 2.3 — Schéma de principe de la méthode en 3 étapes de partitionnement.

### 2.2.2 Étape 1 : Segmentation par ligne de partage des eaux

La première étape du partitionnement est la segmentation par ligne de partage des eaux qui nécessite un pré-traitement pour d'une part indiquer les zones de transition que l'on cherche à détecter et d'autre part à éviter une sur-segmentation. Les différentes phases de cette segmentation sont présentées dans les paragraphes qui suivent.

#### 2.2.2.1 Transformation en image binaire de l'image mesurée : seuillage itératif (Cesbron, 2007)

Le principe de la transformation en image binaire de l'image mesurée est donnée sur la figure 2.4. Les pixels prépondérants pour le contact (i.e. au dessus d'une certaine valeur seuil) sont affectés de la valeur 1. Les autres pixels prennent la valeur 0. Soit :

$$\mathcal{S}(x, y, z) \xrightarrow{\text{Seuillage itératif}} \mathcal{B}(x, y, [0, 1]) \quad (2.2)$$

avec  $\mathcal{B}$  l'image binaire après transformation de la surface mesurée  $\mathcal{S}$  par seuillage itératif.

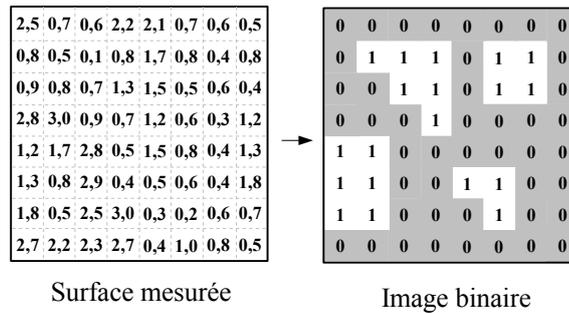


Figure 2.4 — Schéma de principe de la transformation en image binaire.

En pratique la surface mesurée est transformée en image binaire à l'aide d'une méthode de seuillage itératif dépendant de 4 paramètres ( $n_{min}$ ,  $n_{max}$ ,  $h_0$ ,  $d_h$ ), qui sont respectivement le nombre de pixels connexes minimum et maximum, la profondeur initiale et le pas du seuillage. La méthode itérative permet d'obtenir une identification de pointes correspondant à l'échelle de texture de chaussée souhaitée à l'aide des paramètres  $n_{min}$  et  $n_{max}$ . Elle est illustrée sur la figure 2.5.

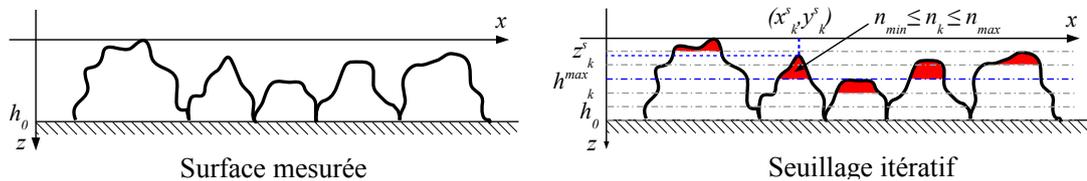
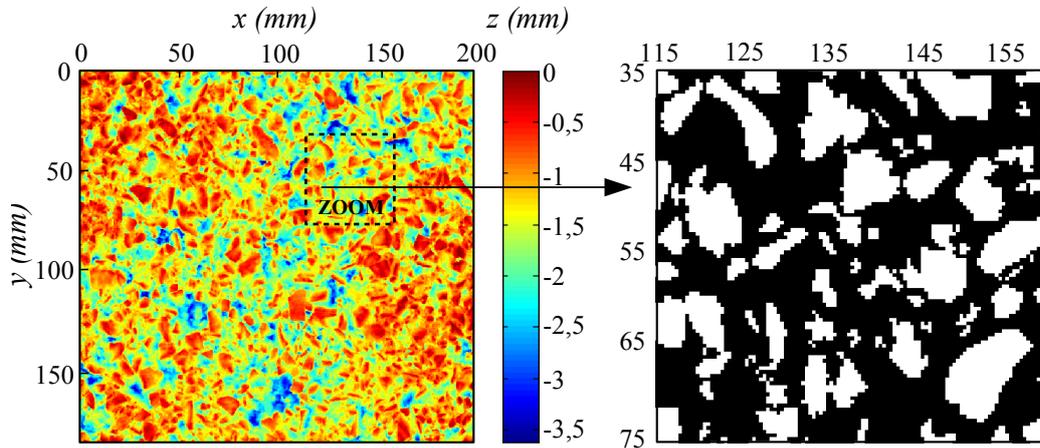


Figure 2.5 — Schéma de principe de l'algorithme de seuillage itératif (Cesbron, 2007).

La procédure est initialisée à la profondeur  $h_0$  et itérée en remontant d'un pas  $d_h$ . À chaque itération, un étiquetage en 8 connexités<sup>1</sup> est appliqué sur toute la surface. Pour chaque cellule indexée  $k$ , la condition suivante est calculée :  $n_{min} \leq n_k \leq n_{max}$ ,

1. un étiquetage en 8 connexités est une segmentation d'une image binaire en  $N$  cellules, en vérifiant sur les 8 voisins si la valeur 1 est présente.

avec  $n_k$  le nombre de pixels compris dans la cellule  $k$ . Si la condition est vérifiée sur la cellule  $k$ , elle est écartée du reste de la procédure. Le seuillage itératif continue jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de cellule à indiquer. Un exemple de transformation binaire est donné figure 2.6 à droite pour une chaussée BBSG 0/10, pour une zone de  $45 \times 40$  mm. Les aspérités identifiées sont en blanc (pixels égaux à 1). Le temps de calcul pour cette étape est d'environ  $2 \text{ min}^2$  pour l'ensemble de la surface (environ  $20 \times 19 \text{ cm}$ ) à gauche sur la figure 2.6.



**Figure 2.6** — Transformation binaire (à droite) à partir de la surface mesurée (à gauche) pour un échantillon de BBSG 0/10 :  $n_{min} = 4$ ,  $n_{max} = 625$ ,  $h_0 = -3,62 \text{ mm}$ ,  $d_h = -0,01 \text{ mm}$

Le paramètre  $n_{min} = \frac{l_{min}^2}{h_x h_y}$  est fixé arbitrairement à 4 car la granulométrie minimale  $l_{min}$  est nulle pour cette surface. Le paramètre est  $n_{max}$  est choisi par rapport à la granulométrie maximale  $l_{max}$  :  $n_{max} = \frac{l_{max}^2}{h_x h_y}$ . Les paramètres  $n_{min}$  et  $n_{max}$  conditionnent la taille des cellules identifiées. Le paramètre  $h_0$  est égal à la profondeur maximale du profil de texture (ici  $-3,62 \text{ mm}$ ). Enfin le paramètre  $d_h$  est choisi égal à la résolution spatiale verticale de la texture. Les deux derniers paramètres conditionnent à la fois la rapidité de la procédure et la détection ou non de cellules.

### 2.2.2.2 Transformation morphologique de l'image binaire

L'inconvénient du seuillage itératif pour un calcul de contact pneumatique/ chaussée provient de la suppression d'information sur la surface de chaussée en dehors des pointes identifiées alors que cette surface peut potentiellement être en contact. La solution proposée dans cette thèse est donc d'utiliser le résultat de cette transformation binaire comme donnée d'entrée d'une segmentation par ligne de partage des eaux. La transformation morphologique de l'image binaire permet d'une part d'indiquer les zones de transition que l'on cherche à détecter. D'autre part elle évite une sur-segmentation dans l'algorithme de segmentation par ligne de partage des eaux. Enfin, elle est essentielle au partitionnement qui nécessite obligatoirement une image en niveaux de gris comme donnée d'entrée. La transformation est donc la suivante :

$$\mathcal{B}(x, y, [0, 1]) \quad \underline{\text{Distance euclidienne}} \quad \mathcal{D}(x, y, [0, 255]) \quad (2.3)$$

2. Calcul effectué sous Matlab<sup>®</sup> 32 bits, c'est-à-dire utilisant un seul thread du processeur et limité à 2 Go de RAM sur un PC composé d'un processeur Intel Xeon X5550 (2 coeurs de 2 threads chacun) avec 6 Go de RAM fonctionnant sous Windows 7 64 bits.

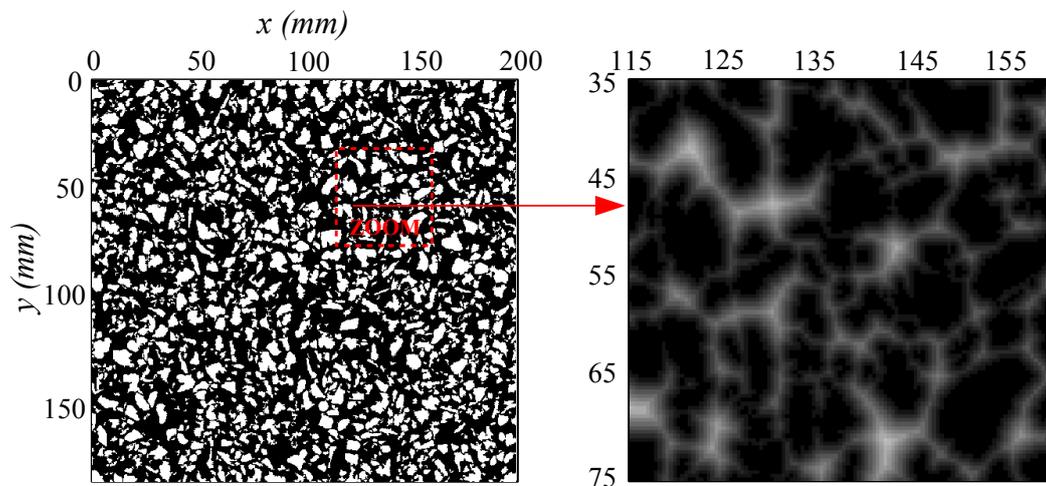
avec  $\mathcal{D}$  l'image en niveaux de gris après transformation de l'image binaire  $\mathcal{B}$  par calcul des distances euclidiennes.

La transformation par distance euclidienne de l'image binaire est obtenue de la manière suivante :

- Pour chaque pixel, on calcule la distance euclidienne  $d_e$  entre ce pixel et le plus proche pixel non nul. Soit :

$$d_e = \sqrt{(x_k - x_l)^2 + (y_k - y_l)^2} \quad (2.4)$$

- Puis on affecte au pixel de départ la valeur normalisée en niveaux de gris qui correspond à cette distance pour obtenir l'image de droite de la figure 2.7.



**Figure 2.7** — Résultat de la transformation de l'image binaire (à gauche) en niveaux de gris (à droite) par calcul de distance euclidienne.

Pour les pointes détectées précédemment par seuillage itératif (zone blanche à gauche sur la figure 2.7) la distance est nulle et donc la zone est noire dans l'image en niveaux de gris, à droite. Enfin, plus la distance est importante plus la couleur est claire. Les parties les plus claires correspondent donc grossièrement aux contours des aspérités recherchées, où se situeront les « digues » de l'algorithme de segmentation par ligne de partage des eaux (cf. figure 2.8). En réalité, pour la chaussée, ce sont les « vallées » de la surface mesurée.

En bref, la segmentation en ligne de partage nécessite obligatoirement une image en niveaux de gris pour s'exécuter. Dans notre cas, cette image est inversée (selon l'axe  $\vec{z}$ ) par rapport au relevé de texture 3D.

### 2.2.2.3 Segmentation par ligne de partage des eaux

#### Présentation de la méthode

La segmentation par ligne de partage des eaux est une méthode qui considère une image en niveaux de gris comme un relief topographique. Le principe est alors de calculer la ligne de partage des eaux du dit relief, permettant ainsi d'obtenir les bassins versants (aire délimitée par les lignes de partage des eaux, dans laquelle toutes les eaux tombées alimentent un même exutoire). Il existe différentes catégories d'algorithmes de construction de ligne de partage des eaux. La méthode utilisée est celle de l'inondation du relief topographique (Vincent et Soille, 1991). Elle est illustrée figure 2.8.

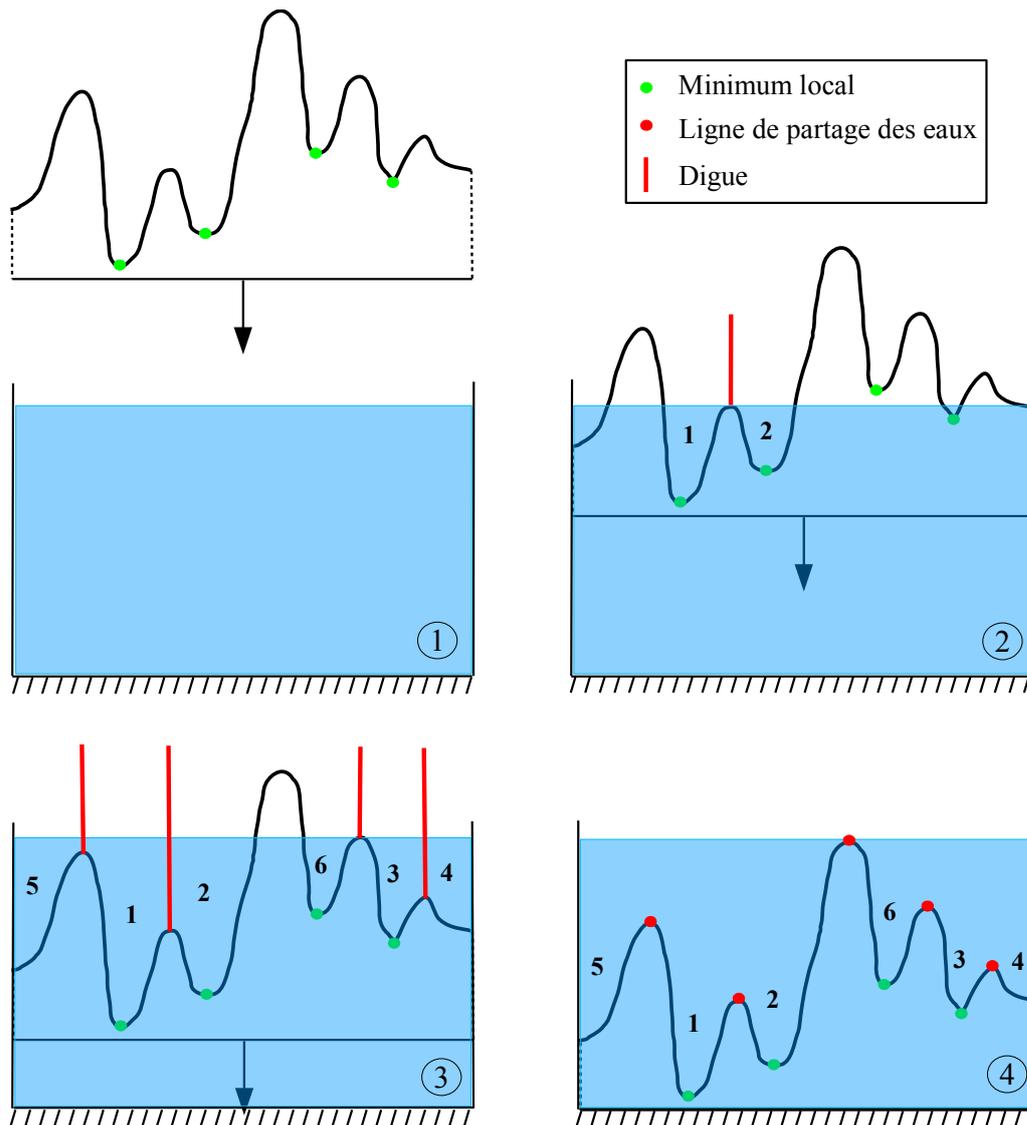


Figure 2.8 — Schéma de principe de la segmentation par ligne de partage des eaux.

La montée des eaux (étape ①) consiste à immerger la surface topographique dans de l'eau. La connaissance des minima locaux du relief est une donnée d'entrée. Lors de la montée progressive de l'eau (étape ②), à chaque fois que la hauteur des eaux atteint un minimum local, un nouveau bassin versant est créé avec un numéro correspondant (indice). Tant que les bassins versants ne se rencontrent pas, ils continuent de se remplir (étape ③). Dès que deux bassins versants d'indices différents se rencontrent, on empêche leur fusion en créant une digue. À la fin de l'immersion (étape ④), toutes les digues correspondent aux emplacements des lignes de partage des eaux du relief topographique.

#### Application dans le cas d'une chaussée réelle

L'application de la méthode de segmentation par ligne de partage des eaux pour la détection des frontières des aspérités d'une chaussée réelle est illustrée figure 2.9.

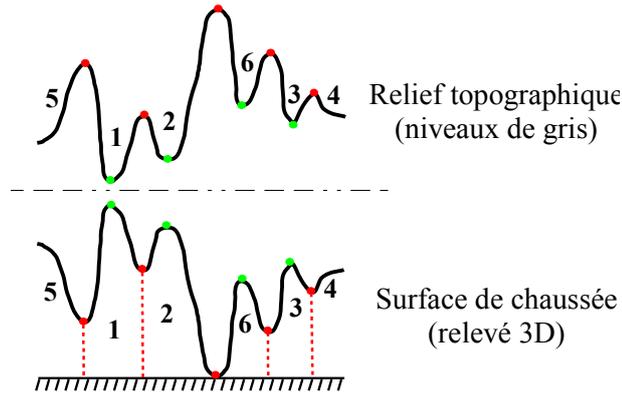


Figure 2.9 — Méthode de segmentation par ligne de partage des eaux, appliquée aux chaussées.

Une fois le processus de segmentation terminé, les lignes de partage des eaux du relief topographique en niveaux de gris sont les frontières des aspérités de la surface de chaussée. Les minimums locaux du relief topographique sont les sommets des aspérités de la chaussée. Les indices des bassins versants du relief topographique sont les indices de chaque aspérité.

L'algorithme que nous avons utilisé (Matlab<sup>©</sup>) transforme l'image en niveaux de gris  $\mathcal{D}$  en une segmentation par ligne de partage des eaux  $\mathcal{S}1_k$  de la surface de la manière suivante :

$$\mathcal{D}(x, y, [0, 255]) \xrightarrow{\text{Watershed}} \mathcal{S}1_k(x, y, k \in [1, N]) \cup \mathcal{F}(x, y, 0) \quad (2.5)$$

avec  $\mathcal{F}$  les pixels des frontières des aspérités (indices nuls) et :

$$\mathcal{S}1_k \cap \mathcal{F} = \emptyset \quad \text{avec } \mathcal{F} \neq \emptyset \quad (2.6)$$

Après le pré-traitement présenté dans les deux étapes précédentes, le résultat de la segmentation par ligne de partage des eaux pour un échantillon de BBSG 0/10 est donné sur la figure 2.10.

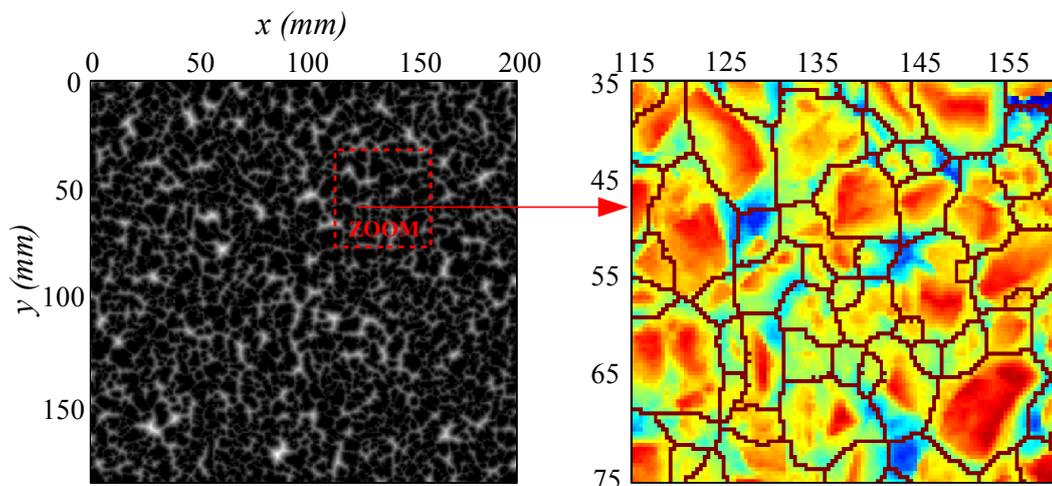


Figure 2.10 — Résultat de la segmentation par ligne de partage des eaux (à droite) pour une surface BBSG 0/10.

Les cellules ainsi définies correspondent bien aux zones des pointes détectées après seuillage itératif. L'ensemble de la surface est pris en compte à l'exception des frontières. Chaque cellule est caractérisée par un numéro, appelé indice. Cependant, la frontière  $\mathcal{F}$  entre les cellules (en trait foncé à droite sur la figure 2.10) n'est attribuée à aucune cellule (indice nul). À ce stade, elle n'est pas prise en compte pour un calcul de contact alors qu'elles sont potentiellement en contact pour la plupart d'entre elles. Ce problème de frontière à indice nul provient directement du code de calcul utilisé sous Matlab<sup>®</sup>. Les éléments de corrections et le partitionnement présentés par la suite sont donc liés à l'utilisation de ce code et pourraient être améliorés (voire supprimés) en utilisant d'autres langages informatiques (langage C, python, etc...). De plus, le temps de calcul s'en retrouverait largement réduit. Le paragraphe suivant présente une méthode de superposition afin d'attribuer des indices aux frontières des aspérités, c'est-à-dire :

$$\mathcal{F}(x, y, 0) \xrightarrow{\text{Superposition}} \mathcal{F}(x, y, k \in [1, N]) \quad (2.7)$$

### 2.2.3 Étape 2 : Superposition de la segmentation et d'un diagramme de Voronoï

Pour partitionner entièrement la surface, c'est-à-dire attribuer un indice non-nul aux frontières de la segmentation par ligne de partage des eaux, une solution consiste à superposer le résultat de la segmentation à un diagramme de Voronoï qui divise la totalité de la surface de manière plus ou moins régulière.

#### 2.2.3.1 Utilisation d'un diagramme de Voronoï

Le diagramme de Voronoï<sup>3</sup> permet de partitionner entièrement la surface de chaussée, mais aucun critère de taille ou de forme d'aspérité n'est imposé. Le diagramme de Voronoï  $\mathcal{S}2_k$  est donc un partitionnement de chaussée en lui-même, mais il n'est pas pertinent du point de vue du contact pneumatique/chaussée. Pour obtenir ce diagramme, il est nécessaire de connaître les sommets des cellules de la segmentation. On cherche alors le plus haut point de la surface mesurée  $\mathcal{S}$  contenu dans chaque cellule de la segmentation en ligne de partage des eaux (indice de  $\mathcal{S}1_k$ ). Soit :

$$\mathcal{S} \cup \mathcal{S}1_k \xrightarrow{\text{Voronoi}} \mathcal{S}2_k(x, y, k \in [1, N]) \quad (2.8)$$

avec :

$$\mathcal{S} = \bigcup_{k=1}^N \mathcal{S}2_k \text{ et } \forall (k, l) \in [1, N]^2 \setminus k \neq l, \mathcal{S}2_k \cap \mathcal{S}2_l = \emptyset \quad (2.9)$$

Un exemple est donné à gauche sur la figure 2.11 toujours pour l'échantillon de BBSG 0/10. Le maillage est obtenu en utilisant un diagramme de Voronoï à partir de ces sommets. Entre deux sommets A et B, on peut trouver le milieu du segment [AB]. Les lignes du diagramme de Voronoï passent par l'ensemble de ces médiatrices. Le résultat est donné à droite sur la figure 2.11.

3. Technique de traitement d'image classique pour effectuer un maillage selon le positionnement de points (dual de la triangulation de Delaunay).

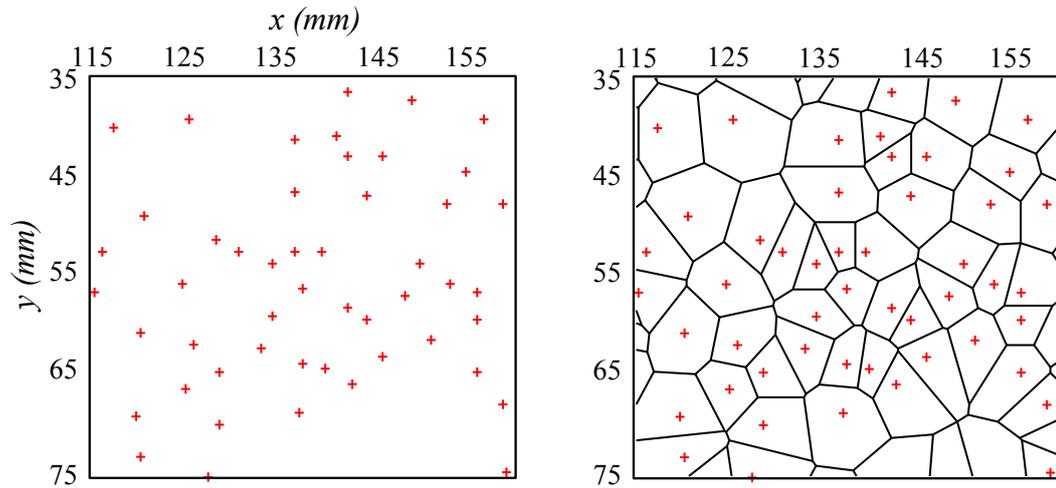


Figure 2.11 — À gauche les sommets des cellules, à droite le résultat du diagramme de Voronoï pour l'échantillon de BBSG 0/10.

### 2.2.3.2 Superposition des deux segmentations

La segmentation par ligne de partage des eaux et le diagramme de Voronoï possèdent le même nombre de cellules (autant d'indices) localisées dans la même zone. C'est pourquoi on peut superposer les deux résultats pour attribuer un indice aux frontières de la segmentation. Un exemple de superposition pour l'échantillon de BBSG 0/10 est donné figure 2.12 à droite. On retrouve les frontières des cellules de la segmentation par ligne de partage des eaux en traits continus foncés et le diagramme de Voronoï en blanc.

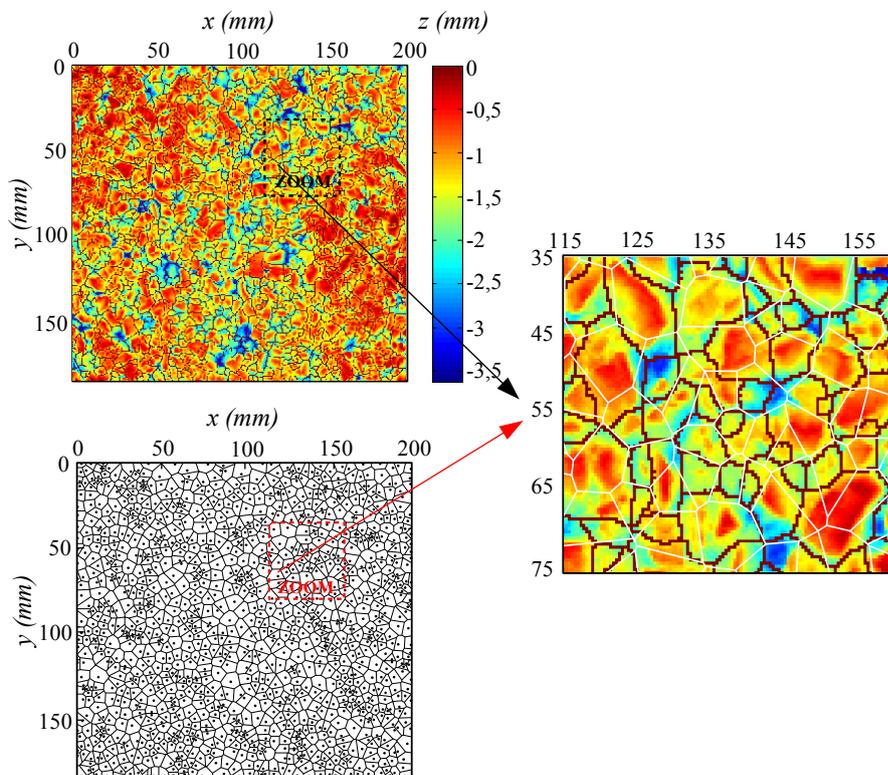


Figure 2.12 — Superposition des lignes de partage des eaux et du diagramme de Voronoï.

### 2.2.3.3 Partitionnement initial d'une surface de chaussée

Enfin, à partir de cette superposition, on est capable d'obtenir le partitionnement total de la surface de chaussée, en prenant en compte la taille et la forme des aspérités souhaitées. Le partitionnement  $\mathcal{P}0$  est obtenu en utilisant les données de la segmentation par ligne de partage des eaux  $\mathcal{S}1_k$  et les données de la frontière des aspérités  $\mathcal{F}$  (modifiés à l'aide du diagramme de Voronoï  $\mathcal{S}2_k$ ). Soit :

$$\mathcal{S}1_k \cup \mathcal{F} \cup \mathcal{S}2_k \xrightarrow{\text{Partitionnement}} \mathcal{P}0(x, y, z) \quad (2.10)$$

Le résultat est illustré à droite sur la figure 2.13. Chaque pixel est contenu dans une aspérité délimitée par les contours blancs. Les croix noires représentent les sommets des aspérités de la partition.

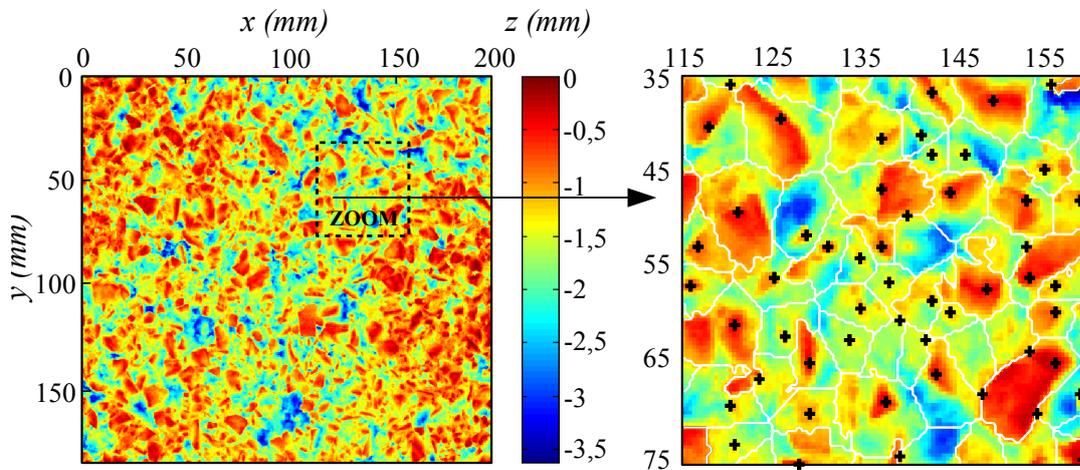


Figure 2.13 — Résultat du partitionnement de surface de chaussée réelle, à partir de la superposition de la segmentation par ligne de partage des eaux et du diagramme de Voronoï.

La superposition décrite plus haut provoque des erreurs sur la localisation du sommet de certaines cellules. On peut s'apercevoir de ce problème à droite sur la figure 2.13. Par exemple, pour la grande aspérité en bas à droite de l'image, les sommets de trois cellules voisines se situent sur le contour de la grande aspérité. Or, avant superposition, les cellules voisines étaient bien séparées de cette grande aspérité par les frontières (dont les indices étaient nuls) et leurs sommets étaient mieux centrés à l'intérieur des cellules. Une mauvaise séparation des cellules et une mauvaise localisation des sommets provoquent des erreurs sur les lois de contact et sur le modèle de contact qui seront présentés par la suite. Il est alors nécessaire de corriger ce partitionnement pour certaines aspérités.

### 2.2.4 Étape 3 : Corrections des contours et des sommets des aspérités du partitionnement initial

Afin d'améliorer la définition du contour des cellules, deux corrections sont utilisées successivement pour obtenir le partitionnement final  $\mathcal{P}$ . Soit :

$$\mathcal{P}0(x, y, z) \xrightarrow{\text{Correction}} \mathcal{P}(x, y, z) = \mathcal{S}(x, y, z) \equiv \bigcup_{k=1}^N \mathcal{S}_k \quad (2.11)$$

Après chaque correction sur l'ensemble des cellules, les sommets sont recalculés. Les processus sont arrêtés lorsqu'au moins un pixel sépare le sommet d'une cellule avec les cellules voisines.

### 2.2.4.1 Première correction

La première correction est illustrée sur la figure 2.14. Le principe est le suivant :

1. Pour chaque cellule, on vérifie l'indice (gris clair, gris foncé et noir sur la figure 2.14) des 8 pixels connexes au sommet (point dans le pixel central sur la figure 2.14) ;
2. Si au moins un pixel n'a pas le même indice que la cellule, l'ensemble des pixels étudiés change d'indice (l'indice apparaissant majoritairement) ;
3. L'opération est répétée avec un nombre maximal d'itérations (5).

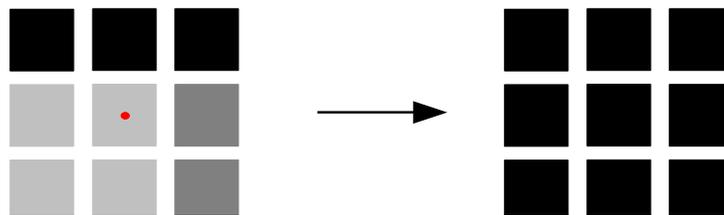


Figure 2.14 — Correction de la position du sommet par 8 connexités.

### 2.2.4.2 Deuxième correction

La deuxième correction est utilisée directement après la première correction. Elle est illustrée sur la figure 2.15. Le principe est le suivant :

1. On attribue la valeur 1 à chaque pixel d'une cellule donnée, ainsi qu'au pixel du sommet d'une cellule voisine. Tous les autres pixels se voient attribuer la valeur 0 ;
2. On vérifie par 8 connexités le nombre de cellules trouvées ;
3. Si le sommet de la cellule voisine est connexe, on ne trouve qu'un seul groupe et on attribue au pixel du sommet de la cellule voisine l'indice de la cellule sur lequel nous travaillons. Le sommet est recalculé sur la cellule voisine. Dans le cas contraire, il n'y a aucun changement ;
4. L'opération est répétée avec un nombre maximal d'itérations (2), pour chaque sommet des cellules voisines, ainsi que pour chaque cellule.

Si les deux processus de correction n'ont pas convergé, on fait le choix de fusionner les aspérités qui posent encore problèmes avec les aspérités voisines les plus grandes. On vérifie aussi la connexité de chaque cellule de la partition. En effet, les deux corrections précédentes peuvent contribuer à isoler un morceau d'une cellule à l'intérieur d'une autre. Si ce problème intervient, on fusionne le morceau de cellule encerclé avec la cellule qui l'enferme.

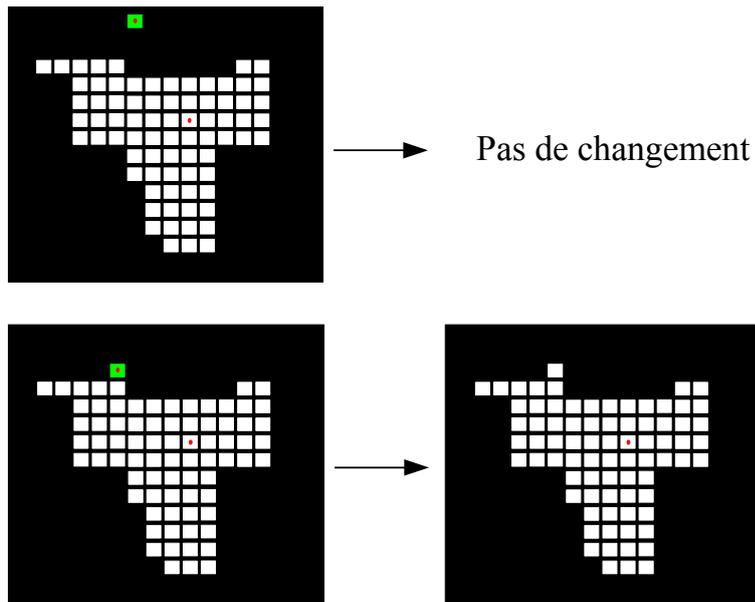


Figure 2.15 — Correction de la position du sommet par recherche de connectivité de cellules.

## 2.2.5 Résultats

Le résultat final du partitionnement d'un échantillon de BBSG 0/10 est donné figure 2.16. Le temps de calcul, pour l'ensemble des opérations amenant à ce résultat<sup>4</sup>, est d'une vingtaine de minutes pour une surface de  $20 \times 19$  cm, avec une résolution  $h_x = h_y = 0,4$  mm (soit environ 239 000 pixels) sur la machine Intel Xeon X5550, en ayant atteint les itérations maximales des deux processus de corrections.

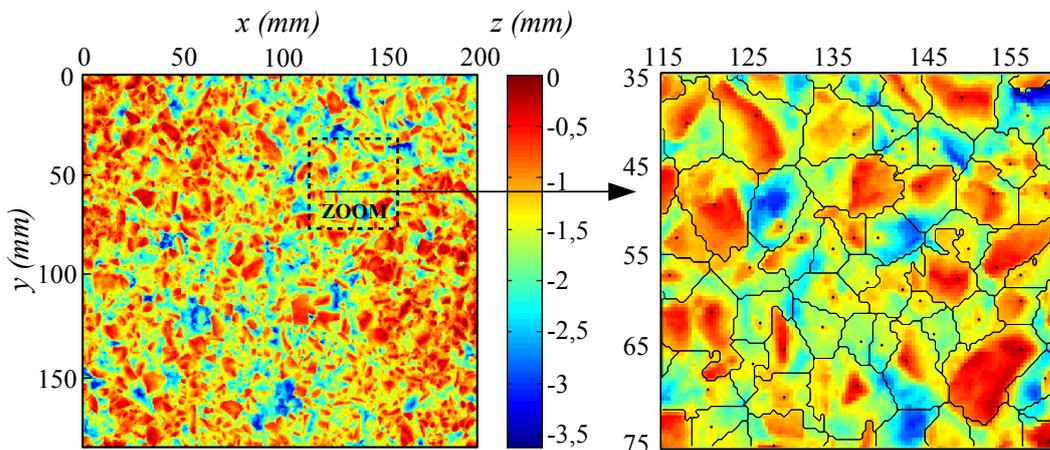


Figure 2.16 — Résultat final de partitionnement sur un échantillon de BBSG 0/10, après correction.

Le partitionnement de chaussée a été appliqué à l'ensemble des surfaces présentées dans la section 2.1. Le tableau 2.2 récapitule, pour chaque surface, les paramètres  $L_{min} = n_{min} \times \min(h_x, h_y)$  et  $L_{max} = n_{max} \times \max(h_x, h_y)$  de départ, le nombre  $n$  de pixels composant la surface, le nombre  $N$  d'aspérités identifiées et le nombre d'heures de calcul en fonction de l'ordinateur utilisé.

4. Les étapes de correction sont les plus longues.

## Section 2.2. Partitionnement d'une surface de chaussée

Surface	$L_{min}$ (mm)	$L_{max}$ (mm)	$n$ (pixel)	$N$	temps (h)	Ordinateur
A	1,5	12	5 600 388	5 550	64	b
A'	1,5	6	5 602 714	18 001	170	b
C	0,4	2	5 594 827	25 563	335	a
E1	1,5	10	5 613 567	14 496	342	b
E2	1,5	10	5 547 264	12 445	230	b
F	1	3	5 632 307	20 549	353	b
G	1,5	10	5 609 448	14 154	210	a
L2	1,5	4	5 627 622	24 238	180	a
M1	1,5	10	5 664 601	9 291	135	b
M2	1,5	6	5 632 480	14 381	98	a

**Tableau 2.2** — Partitionnement des dix surfaces de chaussée étudiées. L'ordinateur a est composé de 2 coeurs à 2 threads chacun et 6 Go de RAM, l'ordinateur b d'1 coeur à 2 threads et 2 Go de RAM.

Pour la plupart des surfaces, le paramètre  $L_{max}$  correspond à la granulométrie maximale, excepté pour les surfaces à très forte ou très faible macrotecture (A et C) où les paramètres sont ré-adaptés. En effet, pour ces surfaces, les distributions statistiques semblaient erronées et la convergence de la méthode de partitionnement n'était pas atteinte. Le paramètre  $L_{min}$  est choisi en fonction du paramètre minimal  $n_{min}$  de pixels composants les plus petites aspérités pour les surfaces à granulométrie minimal nulle. Le paramètre  $L_{min}$  est égal à la granulométrie minimale pour les autres surfaces.

De manière générale, le nombre  $N$  d'aspérités identifiées correspond à la densité prévue, avant partitionnement, par rapport à la granulométrie maximale. Le temps de calcul est de l'ordre de la centaine d'heures, principalement dû aux corrections du partitionnement. Il pourrait être divisé par 10 environ en optimisant le code de calcul Matlab<sup>®</sup> ou si un autre langage informatique était utilisé. Cependant, le calcul est effectué une seule fois pour une surface. De manière générale, le temps de calcul est plus court si la granulométrie maximale augmente, mais il est augmenté si la surface contient plusieurs petites aspérités malgré une granulométrie maximale élevée (par exemple E2). À noter la différence du nombre d'aspérités entre E1 et E2. Cette différence provient probablement d'une différence de formulation et de mise en œuvre entre les deux poses (E1→2006, E2→1981).

## 2.3 Loi de contact pour une aspérité de chaussée

### 2.3.1 Loi de contact à faible chargement

Le partitionnement défini précédemment permet de découper la surface de chaussée en  $N$  aspérités. En vue de caractériser la surface de chaussée par des paramètres de contact et d'utiliser une description multi-aspérités, il est nécessaire de définir pour chaque aspérité  $k$  la relation entre la force  $P_k$  et la pénétration  $\delta_k$  sur cette aspérité, appelée la **loi de contact**. Dans des conditions de chargement faible ( $\delta_k \leq 1$  mm), les lois de contact pour des aspérités de géométries académiques (cylindre, sphère, cône) et de géométrie quelconque, figure 2.17, peuvent être décrites par la relation (1.12) :

$$P_k = C_k E^* \delta_k^{\gamma_k} \quad (2.12)$$

avec :

$$E^* = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (2.13)$$

Les paramètres  $C_k$  pour les géométries académiques sont les suivants :  $2a$  pour le cylindre,  $\frac{4}{3}\sqrt{R}$  pour la sphère et  $\frac{2}{\pi} \tan \theta$  pour le cône. Les paramètres  $\gamma$  sont les suivants : 1 pour le cylindre, 1,5 pour la sphère et 2 pour le cône. On rappelle (section 1.3.1) que le paramètre  $C_k$  dépend de la géométrie et des dimensions de la pointe et que le paramètre  $\gamma_k$  est caractéristique de la forme de la pointe. Il est d'autant plus élevé que la géométrie est « pointue ».

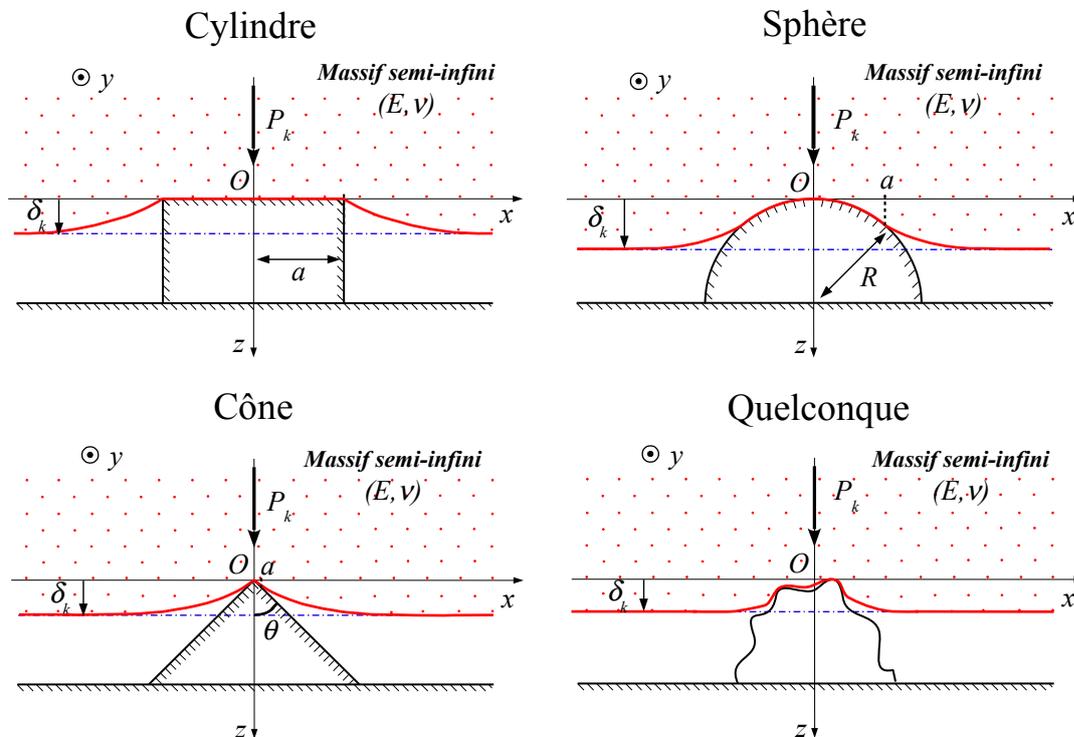


Figure 2.17 — Contact ponctuel pour différentes aspérités de géométrie académique (cylindre, sphère, cône) et de géométrie quelconque.

Lors de la thèse de Cesbron (2007), les lois de contact d'aspérités de formes quelconques<sup>5</sup> ont été étudiées pour des chargements faibles ( $\delta_k \leq 1$  mm). Pour la majorité des aspérités, il montre par une approche numérique que la loi analytique (1.12) reste applicable. Les coefficients  $C_k$  et  $\gamma_k$  sont cohérents avec les valeurs obtenues pour des géométries simples. Cependant, des problèmes de convergence sont apparus, en partie mentionnés dans Cesbron (2007), lors de l'utilisation des lois de contact ainsi définies dans des calculs de contact par approche multi-aspérités avec des paramètres de chargement représentatifs d'une interface pneumatique/chaussée. Après une étude plus approfondie de ces problèmes, on peut dégager deux principales conclusions sur les paramètres  $C_k$  et  $\gamma_k$ .

Premièrement, la convergence de la méthode de résolution utilisée par l'approche multi-aspérités n'est pas forcément assurée dès lors qu'une aspérité possède un paramètre  $C_k$  élevé ( $C_k > 5$ ), en lien avec un paramètre  $\gamma_k$  élevé ( $\gamma_k > 2$ ), ou bien lorsque deux aspérités géographiquement proches ont des paramètres élevés. Dans ces deux cas, la charge se concentre sur l'aspérité au couple  $(C_k, \gamma_k)$  le plus élevé, ce qui est peu vraisemblable et incohérent avec les mesures de distributions de pressions effectuées dans Cesbron (2007). Ces problèmes proviennent probablement de la définition des aspérités car le partitionnement utilisé est restreint à un seuillage itératif.

Deuxièmement, les paramètres de certaines aspérités ne semblent pas cohérents avec les valeurs trouvées pour des configurations géométriques simples : coefficient  $C_k$  très élevé ( $C_k > 10$ ) même pour un coefficient  $\gamma_k$  moyen (1,5)<sup>6</sup>, coefficient  $\gamma_k$  très élevé ( $\gamma_k > 3$ ). Ces problèmes sont probablement dus à la loi de contact utilisée pour décrire le contact local à fort chargement. En effet, à partir d'un certain seuil de pénétration, l'aire de contact devient totale et la force de contact devient proportionnelle à la pénétration. La description par une loi de puissance sur l'ensemble de la gamme de chargement devient alors caduque. L'hypothèse de faible chargement n'est plus valable.

### 2.3.2 Loi de contact sur la gamme de chargement pneumatique/chaussée

L'origine des problèmes évoqués ci-dessus provient en grande partie de la gamme de chargement des lois de contact utilisées pour un calcul de contact pneumatique/chaussée. En effet, lors d'un calcul représentatif d'un contact pneumatique/chaussée, le déplacement imposé sur chaque aspérité peut largement dépasser la gamme ( $\delta_k \leq 1$  mm) pour laquelle ces lois de contact ont été définies précédemment. Lors d'un chargement linéaire, si la surface de contact ne change plus et si les deux corps en contact ont un comportement linéaire, alors les deux corps n'en forment plus qu'un seul dont le comportement est intrinsèquement linéaire, c'est-à-dire que la force  $P_k$  devient proportionnelle à la pénétration  $\delta_k$ . En d'autres termes, lorsque l'aire de contact est connue, le problème de contact est linéaire avec la relation  $\mathbf{A}\mathbf{p} = \mathbf{b}$ . En conséquence, à partir d'un certain chargement, la loi de contact (1.12) peut devenir fautive. La relation linéaire n'est pas prise en compte dans l'équation (1.12)<sup>7</sup>, ce qui tend à surestimer les valeurs de forces en fonction du déplacement. Un autre problème provient de la régression linéaire utilisée pour identifier les paramètres de la loi de contact à partir de la relation (1.13). Cette régression est réalisée sur l'ensemble des valeurs de  $\delta_k$  espacées linéairement, ce qui tend à surestimer les valeurs de forces en fonction du déplacement pour une loi de

---

5. Surface partitionnée par seuillage itératif seulement.

6. Par rapport à une loi de Hertz, l'aspérité aurait un rayon minimum de 5,6 cm.

7. Excepté pour le cas trivial où  $\gamma_k = 1$ .

contact non-linéaire. La solution, illustrée figure 2.18, consiste à effectuer une régression linéaire sur le couple  $(\ln \left( \frac{P_k}{E^*} \right), \ln \delta_k)$  sur des valeurs de  $\delta_k$  espacées de manière logarithmique et à écrire la loi de contact de la manière suivante (Dubois *et al.*, 2012) :

$$\forall k \in [1, N],$$

$$P_k = \begin{cases} 0 & \text{si } \delta_k \leq 0 & \text{Non-contact} \\ C_k E^* \delta_k^{\gamma_k} & \text{si } 0 < \delta_k < d_k & \text{Loi de puissance} \\ K_k E^* (\delta_k - d_k) + C_k E^* d_k^{\gamma_k} & \text{si } d_k \leq \delta_k & \text{Linéaire} \end{cases} \quad (2.14)$$

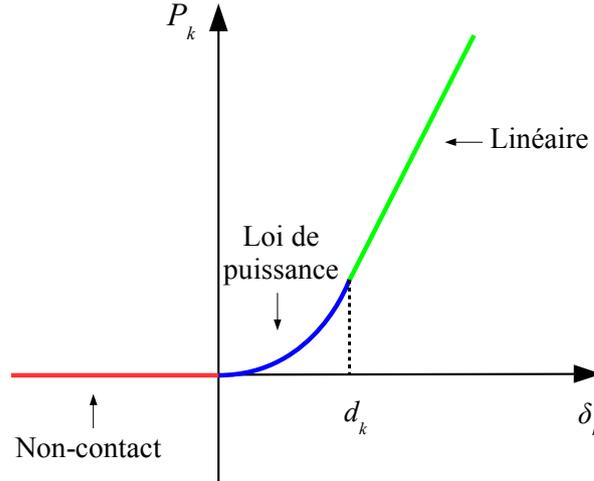


Figure 2.18 — Loi analytique de contact normal pour une aspérité quelconque.

Les paramètres  $C_k$  et  $\gamma_k$  expriment les mêmes propriétés que pour la loi de contact d'aspérités axisymétriques de géométries simples, tandis que les paramètres  $K_k$  représentent des raideurs normalisées. Les paramètres  $d_k$  peuvent s'apparenter à des « enfoncements critiques » définis grâce aux fonctions dérivées des lois de contact lorsqu'elles deviennent constantes.

$$d_k = x \quad \text{tel que} \quad \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k}(x) = 0,95 \lim_{\delta_k \rightarrow \infty} \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} \quad (2.15)$$

### 2.3.3 Paramètres de contact intrinsèques aux lois de contact

La démarche utilisée pour obtenir les paramètres de contact des aspérités d'une surface de chaussée est un ajustement entre les lois analytiques décrites par l'équation (2.14) et les lois numériques obtenues par une Méthode d'Inversion de Matrice (MIM) locale (i.e. pour chaque aspérité). Cette identification est illustrée sur le même échantillon qu'à la section précédente, à savoir un échantillon de  $20 \times 19$  cm de BBSG 0/10 composé de 1087 aspérités.

Pour chaque aspérité  $k$  de la surface partitionnée, un problème de contact de Bousinesq local est résolu par MIM, pour 25 déplacements  $\delta_k$  imposés compris entre le sommet de l'aspérité  $z_k^s$  et 5,5 mm, soit un déplacement  $\delta_k$  sur le sommet de l'aspérité compris entre 0 et  $5,5 - z_k^s$ . Le module d'Young  $E$  du massif semi-infini élastique vaut 2,5 MPa et le coefficient de Poisson est fixé à 0,5 (valeurs courantes pour un matériau élastique incompressible). L'ensemble des calculs de contact (soit 1087 calculs)

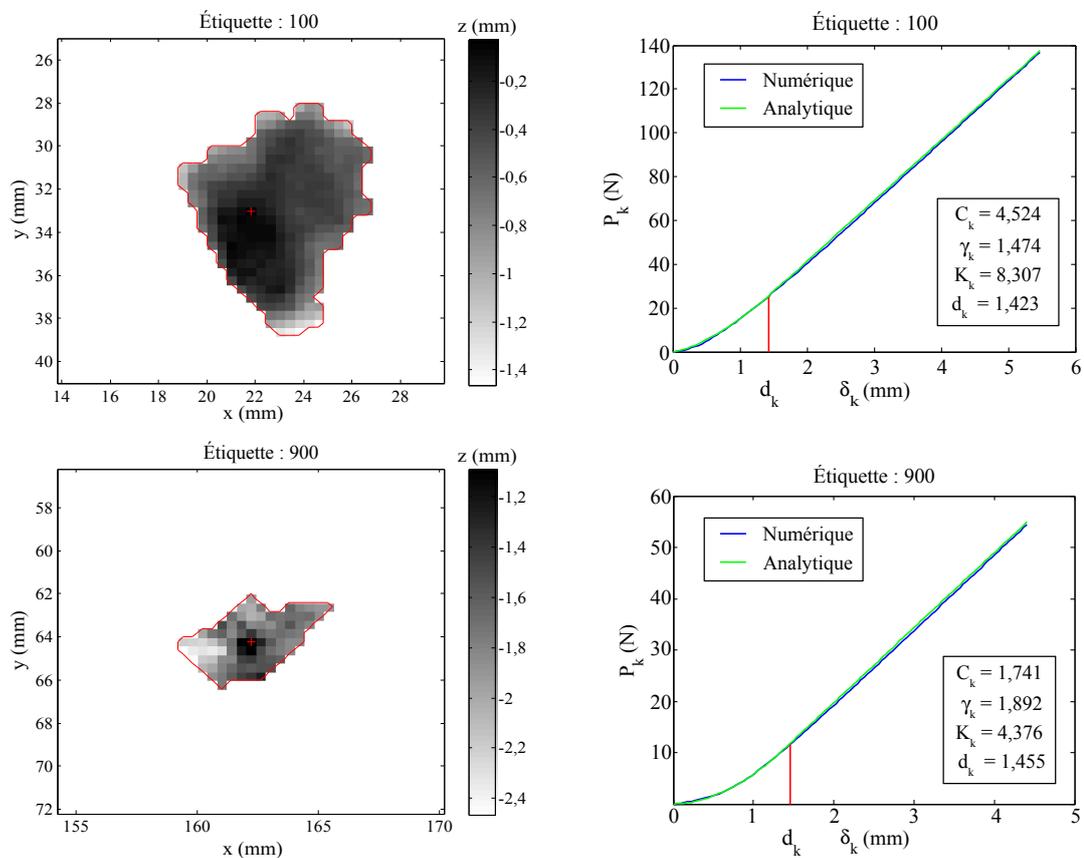
### Section 2.3. Loi de contact pour une aspérité de chaussée

sont parallélisés sur une machine possédant 2 coeurs de calcul avec 2 threads chacun<sup>8</sup>. Sans la parallélisation, le temps de calcul pour l'échantillon de surface est d'une dizaine d'heures. La parallélisation permet de diviser ce temps par environ 3,2.

Une fois les différents couples  $(\delta_k, P_k)$  obtenus, la recherche des paramètres de contact est la suivante :

1. Le paramètre  $d_k$  est obtenu lorsque la dérivée de la fonction  $P_k$  par rapport à  $\delta_k$  devient constante ;
2. Les paramètres  $C_k$  et  $\gamma_k$  sont obtenus par régression linéaire sur le couple  $(\ln \left( \frac{P_k}{E^*} \right), \ln \delta_k)$  de la forme :  $\ln \left( \frac{P_k}{E^*} \right) = \gamma_k \ln \delta_k + \ln C_k$ , jusqu'à  $\delta_k$  ;
3. Le paramètre  $K_k$  est obtenu par régression linéaire directe sur le couple  $(\delta_k, P_k)$  pour les valeurs de  $\delta_k$  supérieures à  $d_k$ .

Les lois analytiques et numériques pour deux cellules (étiquettes 100 et 900) de l'échantillon de surface de chaussée, sont données figure 2.19.



**Figure 2.19** — Lois de contact analytiques et numériques (à droite) de 2 aspérités (à gauche) de l'échantillon de BBSG 0/10.

L'aspérité 100 est plus grande que l'aspérité 900 :  $C_{100} > C_{900}$ . L'aspérité 100 est plus plate que l'aspérité 900 :  $\gamma_{100} < \gamma_{900}$ . On en déduit que :  $K_{100} > K_{900}$ . Pour l'ensemble des 1087 cellules de la partition, les différences entre les lois de contact analytiques et numériques ne dépassent pas 5 %. Le tableau 2.3 récapitule les valeurs minimales, maximales et moyennes des paramètres décrivant la loi analytique pour l'ensemble des aspérités de l'échantillon de BBSG 0/10, ainsi que les écart-types. On remarque que les valeurs moyennes de  $C_k$  et  $\gamma_k$  sont proches de celles d'une sphère de rayon 5,5 mm

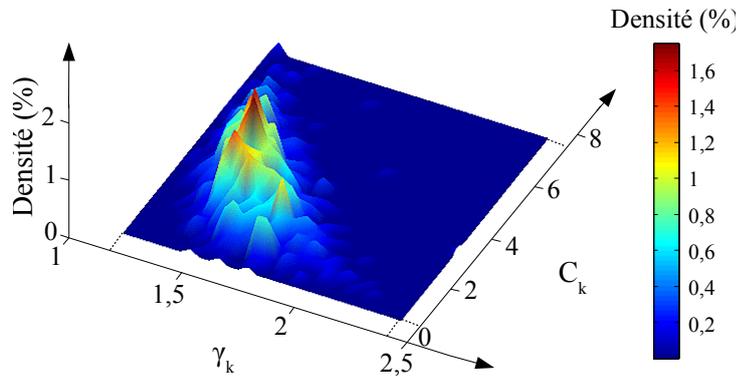
8. Intel Xeon X5550 à 2,67 GHz et 2,66 GHz et 6 Go de RAM

(la loi de Hertz donne alors :  $C_k = 3,127$  et  $\gamma_k = 1,5$ ). Les valeurs du tableau 2.3 ne présentent pas d'élément aberrant par rapport aux valeurs trouvées dans la littérature pour des aspérités de formes simples. Les paramètres  $C_k$  varient entre 1 et 7,8 ce qui correspond à des tailles d'aspérités comprises entre 0,5 mm et 10 mm, si on se rapporte à une géométrie sphérique (loi de Hertz).

	$C_k$	$\gamma_k$	$K_k$ (mm)	$d_k$ (mm)
Minimum	1,00	1,15	1,55	0,34
Maximum	7,81	2,37	11,51	3,49
Moyenne	3,16	1,57	6,27	1,54
Écart-type	0,93	0,21	1,49	0,54

**Tableau 2.3** — Valeurs minimales, maximales et moyennes des paramètres des aspérités de l'échantillon de BBSG 0/10 à gauche sur la figure 2.6.

Il est intéressant d'étudier le lien entre  $C_k$  et  $\gamma_k$  à travers la densité de probabilité du couple  $(C_k, \gamma_k)$ , illustrée figure 2.20.



**Figure 2.20** — Densité de probabilité du couple  $C_k$  et  $\gamma_k$  de l'échantillon de BBSG 0/10.

D'une part, il y a une plus forte probabilité pour que le paramètre  $\gamma_k$  se trouve entre 1,25 et 1,75 et pour que le paramètre  $C_k$  se trouve entre 2 et 4 (zone la plus élevée sur la figure 2.20), ce qui est cohérent pour  $\gamma_k$  avec les valeurs limites de 1 (cylindre) et de 2 (cône). D'autre part, la probabilité du paramètre  $C_k$  n'est pas indépendante de celle du paramètre  $\gamma_k$  : plus  $\gamma_k$  est élevé, plus  $C_k$  diminue. Ce phénomène est visible à travers l'apparition d'une forme de distribution ("en croissant de lune") de la densité de probabilité du couple  $(C_k, \gamma_k)$ . Les valeurs de  $K_k$  sont majoritairement comprises entre 4 et 9 mm ce qui est cohérent pour un contact pneumatique/chaussée (Andersson et Kropp, 2008).

Enfin, les lois de contact analytiques des dix surfaces de la section 2.1 ont été obtenues de la même manière que celle présentée ci-dessus. Les temps de calcul (parallélisé), pour ces surfaces de dimension  $2,3 \times 0,36$  m, varient entre 3 et 12 h. Ils sont directement liés à la taille et au nombre d'aspérités présentes. Plus les aspérités sont grandes, plus le temps de calcul pour la MIM locale est long et, naturellement, plus le nombre de MIM à effectuer est grand (pour une même taille d'aspérité), plus le temps de calcul est long. L'analyse statistique des paramètres de contact est réalisée dans la section suivante. Ces paramètres de contact peuvent aussi être utilisés, en plus du calcul de contact pneu/chaussée (chapitre 3), dans un modèle statistique hybride de prévision du bruit, comme nous le verrons au chapitre 4.

## 2.4 Étude statistique des paramètres de contact

Une partie de l'étude statistique, présentée dans les lignes qui suivent, a fait l'objet d'une communication (Cesbron *et al.*, 2011). L'étude des paramètres de contact d'une surface de chaussée peut avoir plusieurs objectifs :

1. Caractériser les propriétés de contact d'une surface de chaussée ;
2. Prévoir le bruit de roulement à l'aide d'un modèle statistique hybride ;
3. Réduire le bruit de roulement en optimisant les paramètres de contact.

Afin de répondre à ces objectifs, il est nécessaire de définir tous les paramètres de contact et d'étudier leurs distributions statistiques.

### 2.4.1 Les différents paramètres de contact

Dans la description multi-aspérités de chaussée utilisée, une aspérité possède 4 paramètres intrinsèques de contact –  $C_k, \gamma_k, d_k$  et  $K_k (k \in [1, N])$  – décrivant la relation entre la force et la pénétration (équation (2.14)). Deux paramètres additionnels d'interaction peuvent être définis : la distance moyenne  $r_k$  et la hauteur moyenne relative  $h_k$  entre le sommet de l'aspérité  $k$  et ceux des aspérités voisines. En notant  $\mathcal{V}_k$  l'ensemble des aspérités voisines à l'aspérité  $k$  au sens de la triangulation de Delaunay, les paramètres  $r_k$  et  $h_k$  sont définies par :

$$\forall k \in [1, N], \begin{cases} r_k = \overline{r_{kl}} \mid_{l \in \mathcal{V}_k} \\ h_k = \overline{|z_k^s - z_l^s|} \mid_{l \in \mathcal{V}_k} \end{cases} \quad (2.16)$$

avec :

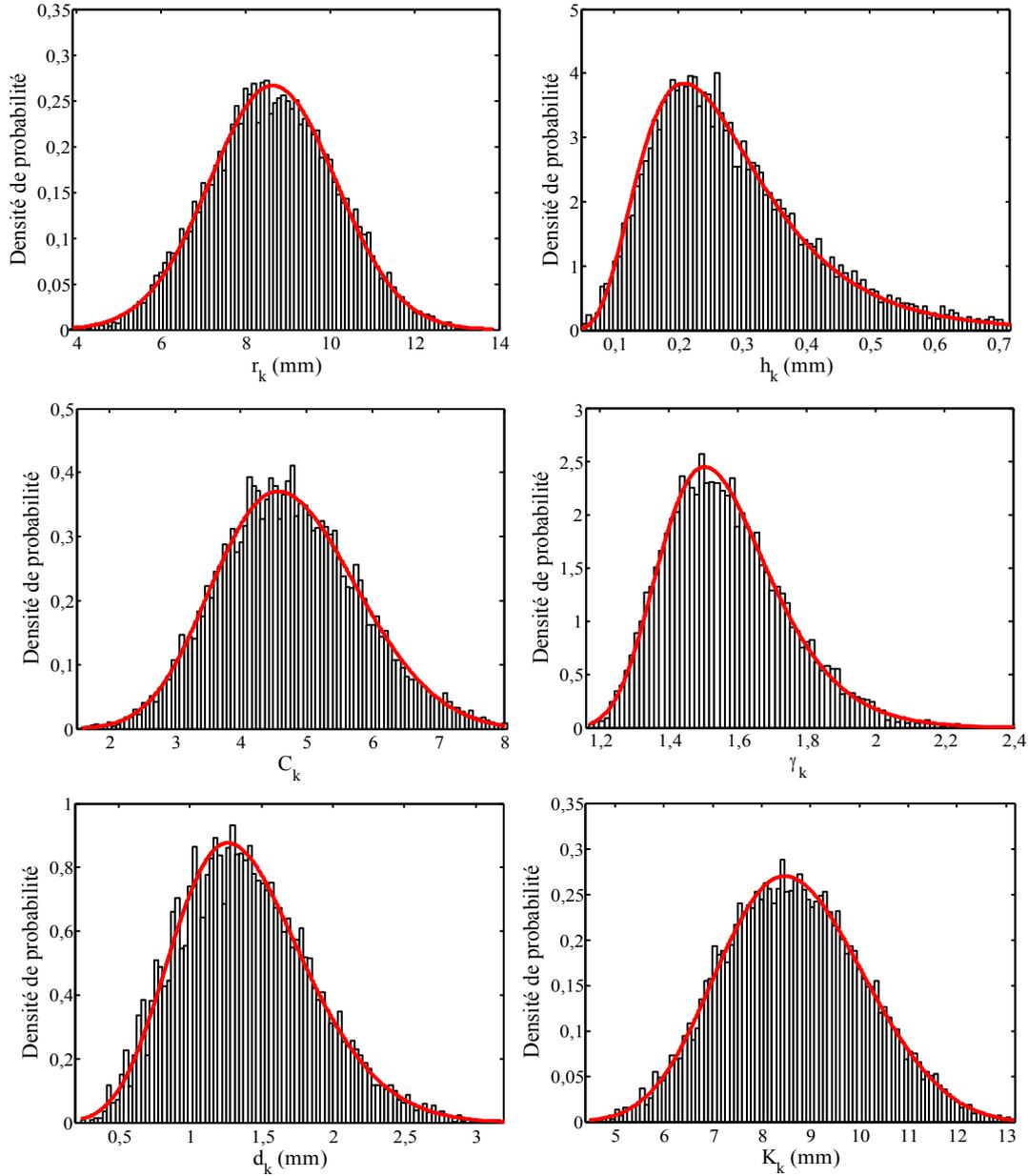
$$r_{kl} = \sqrt{(x_k^s - x_l^s)^2 + (y_k^s - y_l^s)^2} \quad (2.17)$$

Le symbole  $\overline{(\cdot)}$  signifie la moyenne arithmétique ( $\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_k x_k$ ). Les paramètres  $r_k$  et  $h_k$  sont représentatifs de l'interaction entre les aspérités durant le contact et peuvent être facilement calculés à partir du partitionnement de la chaussée.

### 2.4.2 Distribution statistique des paramètres de contact

Le nombre relativement élevé d'aspérités composant les dix surfaces de chaussées réelles de dimensions 2,3 m × 0,36 m (tableau 2.2), permet de réaliser une étude statistique sur les 6 paramètres de contact d'une aspérité :  $r_k, h_k, C_k, \gamma_k, d_k$  et  $K_k$ . La distribution statistique de chaque paramètre pour toutes les surfaces est recherchée. Un test de Kolmogorov-Smirnov (à un niveau de confiance de 5 %) est appliqué pour valider chaque hypothèse de distribution. La densité de probabilité est estimée à partir des histogrammes de chaque paramètre. Par exemple pour la surface E2, la figure 2.21 regroupe les histogrammes de chaque paramètre (en barres noires) et les densités de probabilité validées (en traits continus rouges).

Les paramètres de chaque loi  $p_1, p_2$  et  $p_3$  sont donnés dans le tableau de la figure 2.21 pour la surface E2. Les symboles  $\mathcal{N}, \mathcal{LN}, \mathcal{G}, \mathcal{GEV}$  représentent respectivement une densité de probabilité de la loi normale (2 paramètres), log-normale (2 paramètres), gamma (2 paramètres) ou généralisée des valeurs extrêmes (« generalized extreme value », 3 paramètres). Ces densités de probabilité classiques sont présentées dans l'annexe C. Les valeurs moyennes des paramètres de contact, minimales et maximales ne présentent



Paramètre	$r_k$ (mm)	$h_k$ (mm)	$C_k$	$\gamma_k$	$d_k$ (mm)	$K_k$ (mm)
Loi	$\mathcal{N}$	$\mathcal{LN}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$
$p_1$	8,654	-1,360	-0,213	-0,0834	-0,148	-0,234
$p_2$	1,497	0,447	1,020	0,151	0,425	1,405
$p_3$	-	-	4,341	1,493	1,202	8,116
Moyenne	8,65	0,28	4,75	1,57	1,39	8,66
Écart-type	1,50	0,12	1,06	0,18	0,47	1,45
Minimum	3,84	0,03	1,58	1,17	0,24	4,47
Maximum	13,87	0,72	8,05	2,63	3,23	13,18

Figure 2.21 — Histogrammes, densités de probabilité (avec les paramètres  $p_1, p_2$  et  $p_3$  de chaque loi) et valeurs moyennes, minimales, maximales et écarts-types des paramètres de contact de la surface E2 (BSG 0/10) :  $D = 15\ 214$  aspérités/m<sup>2</sup>.

## Section 2.4. Étude statistique des paramètres de contact

aucune aberration par rapport à des valeurs de la littérature pour des géométries maîtrisées. L'annexe C regroupe tous les histogrammes, les densités de probabilités et les paramètres de chaque surface.

Dans un premier temps, l'obtention des densités de probabilité et de leurs paramètres permet de caractériser une surface. Dans un deuxième temps, les différents paramètres statistiques ( $p_1$ ,  $p_3$  et  $p_3$ ) pourraient être optimisés afin de réduire le bruit, soit en effectuant une étude paramétrique, soit en régénérant des surfaces à partir des paramètres de contact. L'ensemble des densités de probabilité de chaque paramètre est donné dans le tableau 2.4 pour les dix surfaces étudiées.

Surface	$r_k$ (mm)	$h_k$ (mm)	$C_k$	$\gamma_k$	$d_k$ (mm)	$K_k$ (mm)
A	$\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$
A'	$\mathcal{N}$	$\mathcal{L}\mathcal{N}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{N}$
C	$\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$
E1	$\mathcal{N}$	$\mathcal{L}\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$
E2	$\mathcal{N}$	$\mathcal{L}\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$
F	$\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$
G	$\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$
L2	$\mathcal{N}$	$\mathcal{L}\mathcal{N}$	$\mathcal{G}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}$	$\mathcal{G}$
M1	$\mathcal{N}$	$\mathcal{L}\mathcal{N}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{N}$
M2	$\mathcal{N}$	$\mathcal{L}\mathcal{N}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{N}$

**Tableau 2.4** — Distributions statistiques des paramètres de contact des dix surfaces utilisées.

Le paramètre  $r_k$  est toujours décrit par une loi normale et le paramètre  $\gamma_k$  par une loi généralisée des valeurs extrêmes pour toutes les surfaces, traduisant une certaine invariance de la loi de distribution des sommets des aspérités dans le plan  $(x, y)$  et pour la forme des aspérités (paramètre  $\gamma_k$ ) de chaussée de béton bitumineux. Concernant le paramètre  $h_k$ , une loi log-normale est observée pour toutes les surfaces avec une macrotecture « modérée » (E1, E2, M2). Lorsque la macrotecture est très prononcée (forte ou faible), une loi généralisée des valeurs extrêmes est observée (A, C, F, G). Pour une surface donnée, les trois paramètres  $C_k$ ,  $d_k$  et  $K_k$  suivent toujours le même type de distribution, mais cette distribution peut être différente d'une surface à l'autre. Il peut s'agir d'une loi normale (A', M1, M2 : poreux), une loi généralisée des valeurs extrêmes (A, C, E1, E2, F, G) ou une loi gamma pour la surface L2.

Enfin, le tableau 2.5 regroupe l'ensemble des valeurs moyennes de chaque paramètre (exemple :  $\bar{r} = \bar{r}_k|_{k \in [1, N]}$ ), ainsi que la granulométrie et la densité ( $D = N/(L_x L_y)$ ). La corrélation de ces différents paramètres moyens avec le bruit de roulement sera étudiée au chapitre 4. De manière générale et de façon logique, plus la granulométrie maximale diminue, plus la densité d'aspérités est grande et plus les paramètres  $\bar{r}$  et  $\bar{K}$  diminuent. Les paramètres  $\bar{C}$  et  $\bar{\gamma}$  dépendent plus de la forme des aspérités et le lien avec la granulométrie maximale et la densité est plus complexe. On peut noter toutefois que les paramètres moyens sont proches de ceux obtenus dans la littérature pour des aspérités de géométrie maîtrisée.

Surface	Granulométrie (mm)	$\bar{r}$ (mm)	$\bar{h}$ (mm)	$\bar{C}$	$\bar{\gamma}$	$\bar{d}$ (mm)	$\bar{K}$ (mm)	$D$ (asp/m <sup>2</sup> )
A	8/10	13,05	1,65	3,15	1,55	4,70	11,10	6 721
A'	0/6	7,30	0,21	3,45	1,49	1,50	6,37	21 786
C	0,8/1,5	6,07	0,14	4,89	1,57	0,75	6,22	30 985
E1	0/10	7,96	0,18	4,93	1,48	1,27	7,92	17 512
E2	0/10	8,65	0,28	4,75	1,57	1,39	8,66	15 214
F	1,5/3	6,75	0,59	2,62	1,63	2,00	6,47	24 742
G	0/10	8,11	0,21	5,15	1,53	1,27	8,14	17 112
L2	0/4	6,25	0,19	3,81	1,63	1,14	6,43	29 209
M1	0/10	10,15	0,25	5,03	1,42	1,91	9,25	11 123
M2	0/6	8,13	0,21	4,04	1,41	2,13	7,71	17 315

Tableau 2.5 — Valeurs moyennes des paramètres de contact des dix surfaces utilisées.

### 2.4.3 Détermination d'une taille de surface minimale pour la statistique des paramètres de contact

L'étude statistique précédente repose sur une taille de la surface selon l'axe  $x$  d'environ  $L_x = 2,3$  m et de  $L_y = 0,36$  m dans la direction  $y$ . L'aire de cette surface est trop importante pour l'étude ou la génération de surface en laboratoire. Il est donc intéressant de déterminer une taille minimale représentative des distributions statistiques des paramètres de contact. On se propose de travailler avec un rectangle de dimension  $T_x \times T_y$  (figure 2.22) et de déterminer la dimension du rectangle à partir de laquelle la valeur moyenne et la loi de chaque paramètre correspondent à celles obtenues pour le rectangle de dimension  $L_x \times L_y$  à un niveau de confiance de 5 %.

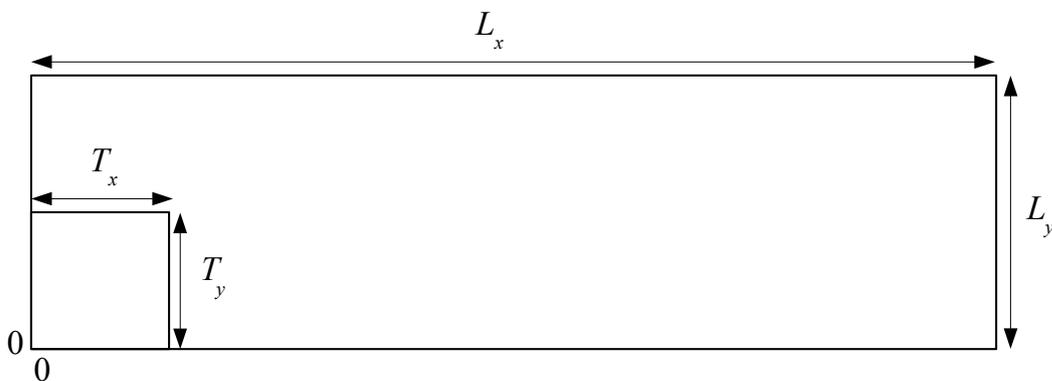


Figure 2.22 — Détermination de la taille du rectangle de dimensions  $T_x \times T_y$ .

En pratique, on place le rectangle de dimension  $T_x \times T_y$  à l'origine du rectangle de dimension  $L_x \times L_y$  et on effectue un test de Kolmogorov-Smirnov afin de vérifier si on obtient la même loi de densité de probabilité paramètre par paramètre. De plus, on vérifie que les moyennes des paramètres n'excèdent pas  $\pm 5$  % des valeurs moyennes sur le rectangle de dimension  $L_x \times L_y$ . À titre d'exemple, le tableau 2.6 réunit les valeurs moyennes de chaque paramètre pour les configurations étudiées pour la surface E2. Les valeurs dépassant le seuil de 5 % sont en rouges.

## Section 2.4. Étude statistique des paramètres de contact

$T_x$ (mm)	$T_y$ (mm)	$N$	$\bar{r}$ (mm)	$\bar{h}$ (mm)	$\bar{C}$	$\bar{\gamma}$	$\bar{K}$ (mm)	$\bar{d}$ (mm)
$L_x$	$L_y$	12 445	8,65	0,283	4,75	1,57	8,66	1,39
$L_y$	$L_y$	1 863	8,76	0,281	4,74	1,57	8,72	1,4
300	300	1 316	8,79	0,292	4,77	1,57	8,72	1,38
200	200	556	8,93	0,307	4,8	1,58	8,78	1,34
100	100	118	9,49	0,313	4,75	1,59	9,17	1,44

**Tableau 2.6** — Détermination d'une taille minimale représentative des distributions des paramètres de contact pour la surface E2.

Pour les dix surfaces étudiées et dans chaque configuration, la loi de densité de probabilité a été validée par le test de Kolmogorov-Smirnov. Les paramètres prépondérants dans le choix de la taille du rectangle sont alors les valeurs moyennes des paramètres de contact. Pour la surface E2, les valeurs moyennes des paramètres  $r_k$  et  $K_k$  changent de plus de 5 % à partir d'une taille de  $100 \times 100$  mm et à partir de  $200 \times 200$  mm pour le paramètre  $h_k$ . Pour les autres paramètres, les valeurs moyennes ne dévient pas de plus de 5 %. En conséquence, la taille minimale représentative pour la surface E2 est  $300 \times 300$  mm. Pour l'ensemble des surfaces, le paramètre le plus contraignant est le paramètre  $h_k$  et la taille minimale varie entre  $100 \times 100$  mm et  $300 \times 300$  mm (seule la surface C dépasse légèrement cette taille, probablement due à la qualité de la mesure de sa texture). La taille minimale représentative de l'ensemble des surfaces étudiées est donc fixée à  $300 \times 300$  mm. Cette taille pourrait être diminuée à  $200 \times 200$  mm si seulement les paramètres  $r_k, C_k, \gamma_k$  et  $K_k$  étaient étudiés. Cette première étude de taille minimale d'échantillon pourra être affinée lorsque les paramètres les plus influents sur le bruit de roulement et leur sensibilité seront établis.

## Conclusions

Dans une première partie, les différentes surfaces de chaussée utilisées durant la thèse ont été présentées. D'une part, on dispose sur ces surfaces de mesures de texture en trois dimensions permettant d'alimenter les modèles. D'autre part, des mesures de bruit de roulement<sup>9</sup> ont pu être effectuées sur ces mêmes surfaces. Dix surfaces ont été retenues dans le cadre de ce mémoire, balayant un large spectre de macrotexture de chaussée de béton bitumineux que l'on peut retrouver sur les routes françaises.

Dans une deuxième partie, une méthode a été présentée pour partitionner une surface de chaussée à partir d'une cartographie de texture mesurée. La description multi-aspérités développée dans l'ensemble de ce mémoire repose sur la représentation de la chaussée comme un ensemble d'aspérités conjointes : un partitionnement. Plusieurs techniques de traitement d'image sont utilisées dont des méthodes classiques (étiquetage itératif, partitionnement par ligne de partage des eaux, diagramme de Voronoï) et des corrections développées exclusivement pour notre application.

Dans une troisième partie, une nouvelle définition des lois de contact d'aspérités réelles a été mise en place pour la gamme d'utilisation du contact pneumatique/chaussée. Les lois analytiques utilisées sont très proches (moins de 5 % d'erreur) des lois obtenues numériquement par MIM. Le partitionnement et les lois de contact permettent de décrire individuellement chaque aspérité  $k$  à partir des pixels  $(x_k, y_k, z_k)$  qui com-

9. Elles sont utilisées au chapitre 4.

posent sa surface, son sommet  $(x_k^s, y_k^s, z_k^s)$  et les paramètres de contact  $(r_k, h_k, C_k, \gamma_k, d_k$  et  $K_k)$ . Ces lois de contact locales seront utilisées au chapitre 3.

Enfin, le nombre relativement élevé d'aspérités composant les surfaces utilisées permet d'étudier statistiquement les six paramètres de contact. Pour chaque surface, des lois classiques de densités de probabilités ont été trouvées et validées par des tests d'hypothèses de Kolmogorov-Smirnov. Dans un premier temps, ces lois permettent de caractériser statistiquement les surfaces. Elles pourront servir à l'avenir à optimiser les paramètres afin de réduire le bruit de roulement.

*Essentially, all models are wrong, but some are useful.*

George E.P. Box, 1987 - "Empirical Model-Building and Response Surfaces"

# 3

## Modèle de contact dynamique multi-aspérités

▷ On se propose, dans ce chapitre, de présenter le modèle de contact dynamique par approche multi-aspérités de la surface de chaussée. Dans un premier temps, les différentes formulations du modèle sont présentées. La seconde partie est consacrée à une simplification du modèle dynamique dans un cas élastique quasi-statique et à sa validation par rapport à une méthode de référence. L'introduction de la viscoélasticité du pneumatique est étudiée dans la troisième partie à travers des méthodes classiques de rhéologie. Enfin, l'introduction de la vibration du pneumatique est examinée à travers la comparaison des différentes formulations du modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle pour un pneumatique roulant sur une surface de chaussée pendant un tour de roue. ◁

**Plan du chapitre**

---

3.1	Présentation du modèle de contact multi-aspérités . . . . .	69
3.1.1	Généralités . . . . .	69
3.1.2	Modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle . . . . .	70
3.1.2.1	Formulation multipoints pour le contact viscoélastique avec vibrations . . . . .	71
3.1.2.2	Méthode de résolution . . . . .	75
3.1.3	Modèle de contact multi-aspérités à micro-échelle . . . . .	79
3.2	Contact pneumatique/chaussée élastique . . . . .	83
3.2.1	Simplification du modèle de contact multi-aspérités . . . . .	83
3.2.2	Validation du modèle de contact multi-aspérités élastique sur un petit échantillon de surface . . . . .	84
3.2.2.1	Présentation des calculs . . . . .	84
3.2.2.2	Résultats à macro-échelle . . . . .	85
3.2.2.3	Résultats à micro-échelle . . . . .	86
3.2.3	Évaluation des empreintes statiques pneumatique/chaussée . . . . .	88
3.2.3.1	Configuration des calculs . . . . .	88
3.2.3.2	Résultats . . . . .	90
3.3	Contact pneumatique/chaussée viscoélastique . . . . .	93
3.3.1	Validation du modèle de contact multi-aspérités viscoélastique sur une surface académique composée d'aspérités sphériques. . . . .	93
3.3.1.1	Configuration des calculs . . . . .	93
3.3.1.2	Résultats . . . . .	94
3.3.2	Validation du modèle de contact multi-aspérités viscoélastique sur un petit échantillon de surface . . . . .	95
3.3.2.1	Configuration des calculs . . . . .	95
3.3.2.2	Résultats . . . . .	96
3.3.3	Évaluation d'empreinte macro-échelle pneumatique/chaussée viscoélastique . . . . .	98
3.3.3.1	Configuration des calculs . . . . .	98
3.3.3.2	Résultats . . . . .	99
3.4	Contact pneumatique/chaussée avec vibrations . . . . .	101
3.4.1	Forces de contact sur plusieurs mètres de chaussée . . . . .	101
3.4.1.1	Configuration des calculs sur plusieurs mètres de chaussée . . . . .	101
3.4.1.2	Paramètres complémentaires aux calculs à macro-échelle avec vibration . . . . .	103
3.4.2	Effet de la vibration sur le contact pneumatique/chaussée . . . . .	105
3.4.2.1	Résultats à macro-échelle . . . . .	105
3.4.2.2	Résultats à micro-échelle . . . . .	107
	Conclusions . . . . .	110

---

### 3.1 Présentation du modèle de contact multi-aspérités

#### 3.1.1 Généralités

L'INTERACTION entre le pneumatique et la chaussée au cours du roulement est un processus complexe (Andersson et Kropp, 2008). On rappelle de la section 1.3.2 que d'une manière générale, le déplacement normal  $u$  à la surface  $\Sigma$  du pneumatique au cours du roulement peut s'exprimer par la convolution spatio-temporelle (équation (1.21)) suivante :

$$\forall t \geq 0, \forall M \in \Sigma(t), u(M, t) = \int_0^t \int_{\Sigma(\tau)} G(M|S, t - \tau) p(S, \tau) d\Sigma(\tau) d\tau \quad (3.1)$$

où  $p$  est la pression de contact normale,  $G$  la fonction de Green du pneumatique et  $t$  le temps. À cette relation, il convient d'ajouter les relations non-linéaires de contact ou de séparation de Signorini (1933) :

$$\forall t \geq 0, \begin{cases} \forall M \in \bar{\Sigma}_c(t), v(M, t) > 0 & \text{et } p(M, t) = 0 & \text{Séparation} \\ \forall M \in \Sigma_c(t), v(M, t) = 0 & \text{et } p(M, t) > 0 & \text{Contact} \end{cases} \quad (3.2)$$

où  $\Sigma_c$  est l'aire de contact,  $\bar{\Sigma}_c$  l'ensemble des points n'appartenant pas à l'aire de contact et  $v = u - z_c + \delta + z_p$ .  $\delta$  est le déplacement au centre de roue et  $z_c$  et  $z_p$  sont respectivement la surface de chaussée et celle du pneu. Si la pénétration  $\delta$  est connue, le problème à résoudre est entièrement défini par les équations (3.1) et (3.2). Si seule la charge totale  $P$  appliquée sur le pneumatique est connue, il faut ajouter la condition d'équilibre suivante :

$$P(t) = - \int_{\Sigma_c(t)} p(S, t) d\Sigma_c(t) \quad (3.3)$$

Lorsque le nombre d'aspérités est important et/ou que les effets dynamiques sont pris en compte, les méthodes classiques de résolution d'un tel système deviennent très coûteuses en temps de calcul. Une méthode a été initiée au cours de la thèse de Sameur (2004) et proposée par Cesbron (2007) pour résoudre le problème de contact entre deux solides élastiques en approchant le pneumatique par un massif semi-infini élastique (Boussinesq, 1885). Cette méthode est celle présentée dans la section 1.3.2.3, appelée Méthode Itérative à Deux Échelles (MIDE). Elle est basée sur une description multi-aspérités de chaussée, réduisant considérablement les temps de calcul. Cependant, la MIDE à macro-échelle ne prend pas en compte les effets dynamiques du pneumatique : viscoélasticité de la gomme et vibration de la ceinture du pneumatique. De plus, la validation de la MIDE à micro-échelle, pour des surfaces de chaussée réelle, n'a pas été effectuée jusqu'à l'itération finale.

La méthode d'évaluation numérique des pressions de contact pneumatique/chaussée en utilisant une approche multi-aspérités est illustrée figure 3.1. Dans un premier temps, un pré-traitement (chapitre 2) est nécessaire pour obtenir les paramètres multi-aspérités de la surface. Le modèle de contact est ensuite résolu en 2 phases : un calcul à macro-échelle (distribution de forces) puis un calcul à micro-échelle (distribution de pressions) par une méthode itérative initialisée à partir du résultat à macro-échelle.

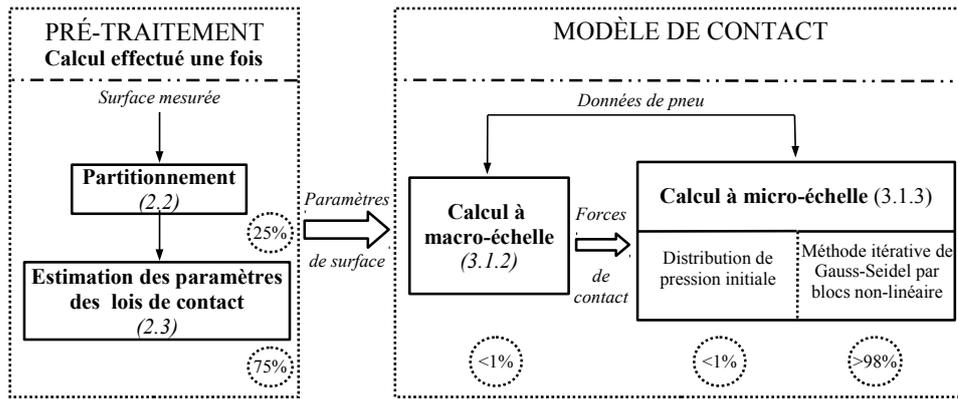


Figure 3.1 — Schéma global de la méthode d'évaluation numérique des pressions de contact pneumatique/chaussée en utilisant une approche multi-aspérités (les nombres en pourcentage sont les parts relatives du temps de calcul de chaque partie).

### 3.1.2 Modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle

La description du modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle développé durant la thèse est illustrée figure 3.2.

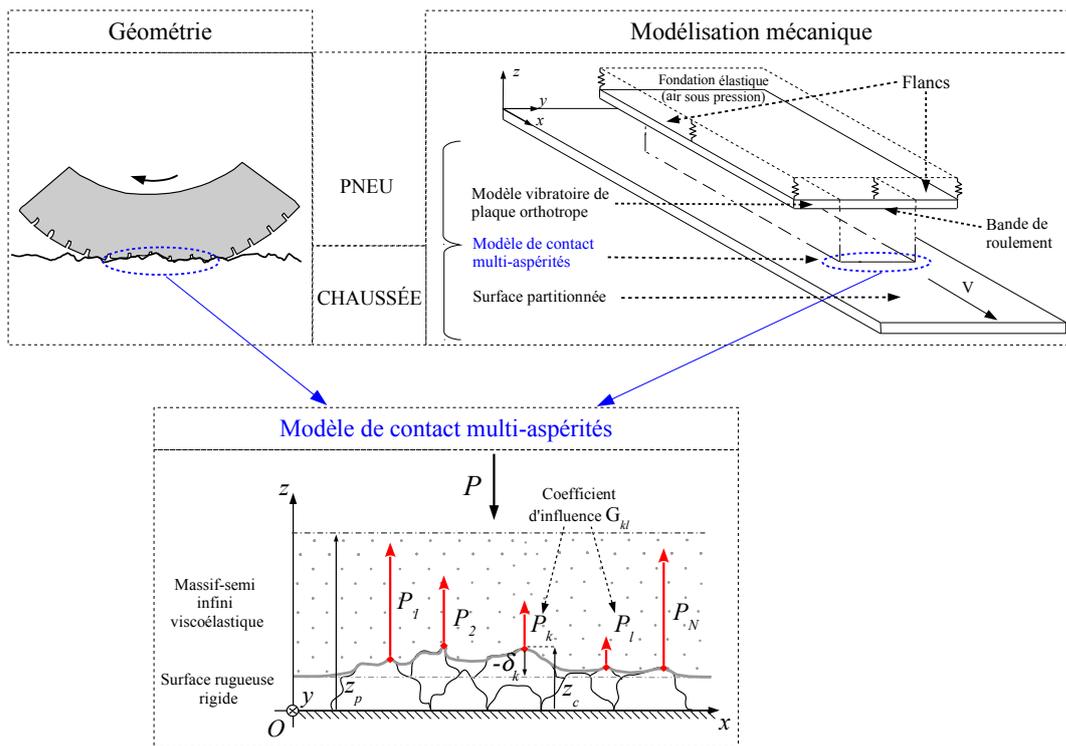


Figure 3.2 — Schéma du modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle.

Du point de vue de la géométrie, les sculptures et la courbure du pneumatique sont prises en compte, ainsi que la texture de la chaussée en trois dimensions. Du point de vue mécanique, la vibration du pneumatique est incorporée à l'aide d'un modèle vibratoire de plaque orthotrope couplé avec le modèle de contact multi-aspérités. À l'interface de contact, le pneumatique est modélisé par un massif semi-infini viscoélastique en contact avec une surface de chaussée partitionnée parfaitement rigide. Les

hypothèses de petites déformations s'appliquent autour d'un état écrasé du pneu sur la chaussée. Le frottement n'est pas pris en compte. Sachant que ce sont les sources principales des vibrations radiales du pneumatique, seules les forces de contact normales sont évaluées.

### 3.1.2.1 Formulation multipoints pour le contact viscoélastique avec vibrations

La formulation du modèle de contact multi-aspérités proposée par la suite, commence par le calcul du déplacement au sommet des aspérités, puis ceux de la vibration du pneumatique et des forces de contact au sommet des aspérités.

#### Déplacement au sommet de l'aspérité $k$

Dans ce paragraphe, le calcul du déplacement au sommet des aspérités par une approche multi-aspérités est présenté.

**Hypothèse 1 :** L'aire potentiellement en contact  $\Sigma(t)$  à l'instant  $t$  peut être décrite comme une partition dont chaque élément est l'aire  $\Sigma_l(t)$  sur les aspérités  $l \in [1, N(t)]$ , c'est-à-dire :

$$\Sigma(t) = \bigcup_{l=1}^{N(t)} \Sigma_l(t) \text{ et } \forall (k, l) \in [1, N(t)]^2 \setminus k \neq l, \Sigma_k(t) \cap \Sigma_l(t) = \emptyset$$

où  $N(t)$  est le nombre d'aspérités potentiellement en contact avec le pneu à l'instant  $t$ .

Le problème physique (3.1) se réduit à un problème physique de Boussinesq (1885) avec l'hypothèse de correspondance viscoélastique de Radok (1957)<sup>1</sup>. Soit, à un instant  $t$  :

$$\forall M \in \Sigma(t), u(M, t) = \int_0^t \phi(t - \tau) \frac{d}{d\tau} \left[ \sum_{l=1}^{N(\tau)} \int_{\Sigma_l(\tau)} G(M, S) p(S, \tau) d\Sigma_l(\tau) \right] d\tau \quad (3.4)$$

avec  $G$  la fonction d'influence dans le cas viscoélastique, qui est supposée indépendante du temps. On pose  $u^k$  le déplacement en n'importe quel point de la surface  $\Sigma(t)$  induit par la distribution de pression  $p$  exercée sur la pointe  $k$ , c'est-à-dire :

$$\forall M \in \Sigma(t), u^k(M, t) = \int_0^t \phi(t - \tau) \frac{d}{d\tau} \left[ \int_{\Sigma_k(\tau)} G(M, S) p(S, \tau) d\Sigma_k(\tau) \right] d\tau \quad (3.5)$$

Il vient d'après les équations (3.4) et (3.5) :

$$\forall M \in \Sigma(t), u^k(M, t) = u(M, t) - \int_0^t \phi(t - \tau) \frac{d}{d\tau} \left[ \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{N(\tau)} \int_{\Sigma_l(\tau)} G(M, S) p(S, \tau) d\Sigma_l(\tau) \right] d\tau \quad (3.6)$$

1. La méthode de Radok est fautive lorsque la zone de contact diminue, mais elle a l'avantage d'être simple à utiliser et donne une bonne approximation de la loi de contact.

À l'intérieur de l'aire de contact  $\Sigma_c(t)$ , la première condition de Signorini (3.2) donne  $u(M, t) = z_c(M, t) - \delta(t) - z_p(M, t)$ , d'où :

$$\forall M \in \Sigma_c(t), u^k(M, t) = z_c(M, t) - \delta(t) - z_p(M, t) - \int_0^t \phi(t - \tau) \frac{d}{d\tau} \left[ \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{N(\tau)} \int_{\Sigma_l(\tau)} G(M, S) p(S, \tau) d\Sigma_l(\tau) \right] d\tau \quad (3.7)$$

**Hypothèse 2 :** L'interaction entre les pointes peut être décrite par un coefficient constant  $G_{kl}$  (d'autant plus si les aspérités sont convexes) décrivant l'interaction entre les sommets des aspérités, en se basant sur l'**hypothèse 1**, c'est-à-dire (en posant  $(x_k^s, y_k^s, z_k^s)$  les coordonnées du sommet d'une aspérité  $k$ ) :

$$\forall l \in [1, N(t)], \forall (M, S) \in \Sigma_k \times \Sigma_l, G(M, S) = G(x_k^s, y_k^s; \xi_l^s, \eta_l^s) \equiv G_{kl}$$

L'équation (3.7) devient :

$$\forall M \in \Sigma_{ck}(t), u^k(M, t) = z_{c,k}(M, t) - \delta(t) - z_{p,k}(M, t) - \int_0^t \phi(t - \tau) \frac{d}{d\tau} \left[ \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{N(\tau)} G_{kl} P_l(\tau) \right] d\tau \quad (3.8)$$

avec :

$$\forall l \in [1, N(t)], P_l(t) = \int_{\Sigma_l(t)} p(S, t) d\Sigma_l(t) \quad (3.9)$$

D'après l'équation (3.8), le déplacement  $u^k(x_k^s, y_k^s, t) \equiv \delta_k(t)$  au sommet de l'aspérité  $k \in [1, N(t)]$  s'écrit alors :

$$\delta_k(t) = z_{c,k}^s - \delta(t) - z_{p,k}^s(t) - \int_0^t \phi(t - \tau) \frac{d}{d\tau} \left[ \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{N(\tau)} G_{kl} P_l(\tau) \right] d\tau \quad (3.10)$$

Soit, en posant  $S_k(\tau) = \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{N(\tau)} G_{kl} P_l(\tau)$  :

$$\delta_k(t) = z_{c,k}^s - \delta(t) - z_{p,k}^s(t) - \int_0^t \phi(t - \tau) \frac{dS_k(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (3.11)$$

**Hypothèse 3 :** Par rapport aux fonctions analytiques des modèles rhéologiques (annexe B) et pour un petit intervalle de temps, les fonctions de fluage et de relaxation peuvent être considérées constantes, c'est-à-dire :  $\forall t \in [0, \delta t], \phi(t) \simeq \phi(0)$  et  $\psi(t) \simeq \psi(0)$ . Alors l'équation (3.11) devient :

$$\begin{aligned} \delta_k(t) &= z_{c,k}^s - \delta(t) - z_{p,k}^s(t) \\ &\quad - \int_0^{t-\delta t} \phi(t - \tau) \frac{dS_k(\tau)}{d\tau} d\tau \\ &\quad - \phi(0) \int_{t-\delta t}^t \frac{dS_k(\tau)}{d\tau} d\tau \end{aligned}$$

### Section 3.1. Présentation du modèle de contact multi-aspérités

Finalement, le déplacement au sommet de l'aspérité  $k$  peut s'écrire de la manière suivante :

$$\delta_k(t) = z_{c,k}^s - \delta(t) - z_{p,k}^s(t) - u_k^{old}(t) - \phi(0)S_k(t) \quad (3.12)$$

avec  $u_k^{old}$  l'historique du déplacement au sommet de l'aspérité  $k$  :

$$u_k^{old}(t) = \int_0^{t-\delta t} \phi(t-\tau) \frac{dS_k(\tau)}{d\tau} d\tau - \phi(0)S_k(t-\delta t) \quad (3.13)$$

#### Vibration du pneumatique

L'introduction de la vibration du pneumatique dans le modèle multipoints repose sur la même démarche que celle de l'université de Chalmers (cf. section 1.3.2.2), à savoir la modification du déplacement à la surface du pneumatique non-déformé en un déplacement induit par la vibration du pneumatique. La formulation du déplacement au sommet des aspérités est inchangée, seule la valeur de  $z_{p,k}^s(t)$  est modifiée. En effet, au lieu d'être une valeur indépendante du temps  $z_{p,k}^0$  (non-déformation), la hauteur du pneumatique  $z_{p,k}$  au dessus de l'aspérité  $k$  peut s'écrire à l'aide du formalisme de Green :

$$\forall k \in [1, N], z_{p,k}(t) = z_{p,k}^0 + \int_0^t \int_{\Sigma_c(\tau)} p(S, \tau) G^p(M, S, t-\tau) d\Sigma_c(\tau) d\tau \quad (3.14)$$

avec  $G^p$  la fonction de Green du pneumatique. En utilisant l'**hypothèse 1**, l'équation 3.14 devient :

$$z_{p,k}(t) = z_{p,k}^0 + \int_0^t \sum_{l=1}^{N(\tau)} \int_{\Sigma_{cl}(\tau)} p(S, \tau) G^p(M, S, t-\tau) d\Sigma_{cl}(\tau) d\tau \quad (3.15)$$

De même, en appliquant l'**hypothèse 2** à la fonction de Green du pneumatique<sup>2</sup>, l'équation (3.15) peut se reformuler ainsi :

$$z_{p,k}^s(t) = z_{p,k}^{s,0} + \int_0^t \sum_{l=1}^{N(\tau)} G_{kl}^p(t-\tau) P_l(\tau) d\tau \quad (3.16)$$

Si on note  $N_{cp}^{old}$  le nombre de points sur la surface du pneumatique qui ont été en contact depuis le début du roulement, l'équation (3.16) devient :

$$z_{p,k}^s(t) = z_{p,k}^{s,0} + \sum_{l=1}^{N_{cp}^{old}} \int_0^t G_{kl}^p(t-\tau) P_l(\tau) d\tau \quad (3.17)$$

Désormais la difficulté provient de la connaissance de la fonction de Green du pneumatique. Lors de sa thèse, Kropp (1992) a simplifié la réponse vibratoire du pneumatique en assimilant celui-ci à une plaque orthotrope. Nous allons utiliser en première approche cette technique en utilisant la formulation temporelle de la fonction de Green utilisée par Hamet (2001) (cf. annexe A), c'est-à-dire, pour  $t > 0$  :

$$G_{kl}^p(t-\tau) = C \sum_{i=1}^{\infty} A_{kl}^i \sum_{j=0}^{\infty} B_{kl}^{ij} \sin(\Omega_{ij}(t-\tau)) e^{-\eta_{ij}\Omega_{ij}(t-\tau)} \quad \text{et} \quad G_{kl}^p(0) = 0 \quad (3.18)$$

2.  $\forall (M_k, S_l) \in \Sigma_{ck} \times \Sigma_{cl}$ ,  $G^p(M, S, t-\tau) \simeq G^p(M_k^s, S_l^s, t-\tau) \equiv G_{kl}^p(t-\tau)$

En reprenant l'équation (3.17) et en développant l'élément sinus de l'équation (3.18) dépendant du temps, la hauteur du pneumatique au-dessus de l'aspérité  $k$  en prenant en compte la vibration s'écrit (Meftah, 2011) :

$$z_{p,k}^s(t) = z_{p,k}^{s,0} + C \sum_{l=1}^{N_{cp}^{old}} \sum_{i=1}^{\infty} A_{kl}^i \times \sum_{j=0}^{\infty} B_{kl}^{ij} e^{-\eta_{ij} \Omega_{ij} t} \left[ \sin(\Omega_{ij} t) \alpha_l^{ij}(t) - \cos(\Omega_{ij} t) \beta_l^{ij}(t) \right] \quad (3.19)$$

avec :

$$\alpha_l^{ij}(t) = \int_0^t \cos(\Omega_{ij} \tau) e^{\eta_{ij} \Omega_{ij} \tau} P_l(\tau) d\tau \quad (3.20)$$

$$\beta_l^{ij}(t) = \int_0^t \sin(\Omega_{ij} \tau) e^{\eta_{ij} \Omega_{ij} \tau} P_l(\tau) d\tau \quad (3.21)$$

### Force de contact au sommet de l'aspérité $k$

Dans l'approche multi-aspérités, les forces de contact aux sommets des aspérités sont décrites par les lois de contact. La formulation de la force de contact au sommet de l'aspérité  $k$  est présentée dans ce paragraphe.

**Hypothèse 4 :** La loi de contact est supposée connue pour un comportement viscoélastique, en utilisant la méthode de Radok en chargement et déchargement. C'est une hypothèse forte puisqu'a priori la méthode de Radok n'est pas applicable sur les lois de contact. En effet, même dans le cas linéaire, la méthode n'a pas été validée. Elle est utilisée car les résultats sont souvent proches de résultats de référence (Kozhevnikov et al., 2008, 2010).

La loi de contact normale est connue pour un comportement élastique (équation (2.14)) :

$$\forall k \in [1, N(t)], \quad P_k(t) = \begin{cases} 2G f_k(\delta_k(t)) & \text{si } \delta_k(t) > 0 \\ 0 & \text{si } \delta_k(t) \leq 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

où  $G = \frac{E^*(1-\nu)}{2}$  est le module de cisaillement du matériau et  $f_k$  est une fonction continue et dérivable sur  $]0; \infty]$ , dont l'expression sur chaque aspérité a été identifié au chapitre 2 :

$$\forall k \in [1, N(t)], \quad f_k(\delta_k(t)) = L_k(t) = \begin{cases} \frac{C_k}{1-\nu} \delta_k(t)^{\gamma_k} & \text{si } 0 < \delta_k(t) < d_k \\ \frac{K_k}{1-\nu} (\delta_k(t) - d_k) + \frac{C_k}{1-\nu} d_k^{\gamma_k} & \text{si } d_k \leq \delta_k(t) \end{cases} \quad (3.23)$$

La loi de contact d'une aspérité traduit le déplacement au sommet de l'aspérité induit par la distribution de pression sur l'aspérité entière. Pour un comportement viscoélastique, l'équation (3.22) peut se formuler de la manière suivante en utilisant la méthode de Radok en chargement et déchargement (**hypothèse 4**) :

$$\forall k \in [1, N], \quad P_k(t) = \begin{cases} \int_0^t \psi(t-\tau) \frac{dL_k(t)}{d\tau} d\tau & \text{si } \delta_k(t) > 0 \\ 0 & \text{si } \delta_k(t) \leq 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

Lorsque  $\delta_k(t) > 0$  pour l'aspérité  $k$  l'équation (3.24) devient :

$$P_k(t) = \int_0^{t-\delta t} \psi(t-\tau) \frac{dL_k(\tau)}{d\tau} d\tau + \int_{t-\delta t}^t \psi(t-\tau) \frac{dL_k(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (3.25)$$

Soit, toujours en utilisant l'hypothèse 3 :

$$P_k(t) = \psi(0)L_k(t) + P_k^{old}(t) \quad (3.26)$$

avec :

$$P_k^{old}(t) = \int_0^{t-\delta t} \psi(t-\tau) \frac{dL_k(\tau)}{d\tau} d\tau - \psi(0)L_k(t-\delta t) \quad (3.27)$$

Le problème de contact normal viscoélastique multipoints à résoudre est alors, à chaque instant  $t$ , un système non-linéaire de  $N$  équations à  $N$  inconnues  $P_k$  découlant des équations du déplacement viscoélastique (3.12), de la vibration du pneumatique (3.19) et des lois de contact viscoélastiques (3.26). Si seule la charge  $P$  appliquée sur le pneumatique est connue, le système comporte une inconnue de plus qui est la pénétration globale  $\delta$  et une équation de plus qui est l'équation d'équilibre des forces à chaque instant :

$$P(t) = - \sum_{k=1}^N P_k(t) \quad (3.28)$$

### 3.1.2.2 Méthode de résolution

#### Discretisation en temps

La méthode de résolution numérique utilise une discrétisation en temps des équations précédentes. Pour discrétiser par rapport au temps, on pose :  $t = m\Delta t$  où  $m \in \mathbb{N}$  avec  $\Delta t = \delta t$  le pas de temps. En simplifiant les notations en utilisant un exposant (exemple :  $\delta(t) = \delta(m\Delta t) = \delta^m$ ), les équations (3.12) et (3.26) deviennent respectivement :

$$\delta_k^m = z_{c,k}^s - \delta^m - z_{p,k}^{s,m} - u_k^{old,m} - \phi(0)S_k^m \quad (3.29)$$

$$P_k^m = \psi(0)L_k^m + P_k^{old,m} \quad (3.30)$$

Les équations (3.29) et (3.30) comportent trois éléments correspondant à des convolutions temporelles :  $u_k^{old,m}$ ,  $P_k^{old,m}$  et  $z_{p,k}^{s,m}$ . Ils peuvent être calculés de deux façons, soit :

- par convolution standard : la méthode est longue car il faut recalculer l'intégralité de la somme à chaque instant, par exemple :

$$P_k^{old,m} = \sum_{q=0}^{m-1} \psi^{m-q} (L_k^q - L_k^{q-1}) - \psi(0)L_k^{m-1} \quad (3.31)$$

- par convolution rapide, comme nous allons le voir par la suite.

La convolution rapide est possible pour les paramètres  $u_k^{old,m}$  et  $P_k^{old,m}$  en utilisant des modèles rhéologiques, ayant une dépendance en temps décrite par fonctions exponentielles pour décrire la viscoélasticité de la gomme (cf. annexe B). En utilisant le modèle de Maxwell généralisé, les fonctions de fluage et de relaxation s'écrivent alors respectivement de la manière suivante :

$$\phi(t) = \frac{1}{B_0} + \sum_{i=1}^{n_v} \frac{1}{B_i} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{fi}}} \right) \quad (3.32)$$

$$\psi(t) = E_\infty + \sum_{i=1}^{n_v} E_i e^{-\frac{t}{\tau_{ri}}} \quad (3.33)$$

où  $n_v$  est le nombre de temps caractéristique viscoélastique. L'équation (3.13) peut alors se réécrire de la manière suivante :

$$u_k^{old}(t) = \int_0^{t-\delta t} \left( \frac{1}{B_0} + \sum_{i=1}^{n_v} \frac{1}{B_i} \left( 1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_{fi}}} \right) \right) \frac{dS_k(\tau)}{d\tau} d\tau - \frac{1}{B_0} S_k(t - \delta t) \quad (3.34)$$

Soit, en développant :

$$u_k^{old}(t) = \sum_{i=1}^{n_v} \frac{1}{B_i} S_k(t - \delta t) - \sum_{i=1}^{n_v} \frac{1}{B_i} e^{-\frac{t}{\tau_{fi}}} \int_0^{t-\delta t} e^{\frac{\tau}{\tau_{fi}}} \frac{dS_k(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (3.35)$$

Posons :

$$I_k(t) = e^{-\frac{t}{\tau_{fi}}} \int_0^{t-\delta t} e^{\frac{\tau}{\tau_{fi}}} \frac{dS_k(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (3.36)$$

Alors :

$$I_k(t) = e^{-\frac{\delta t}{\tau_{fi}}} \left[ e^{-\frac{(t-\delta t)}{\tau_{fi}}} \int_0^{t-2\delta t} e^{\frac{\tau}{\tau_{fi}}} \frac{dS_k(\tau)}{d\tau} d\tau + e^{-\frac{(t-\delta t)}{\tau_{fi}}} \int_{t-2\delta t}^{t-\delta t} e^{\frac{\tau}{\tau_{fi}}} \frac{dS_k(\tau)}{d\tau} d\tau \right] \quad (3.37)$$

Soit, en utilisant une approximation des rectangles à gauche :

$$I_k(t) = e^{-\frac{\delta t}{\tau_{fi}}} (I_k(t - \delta t) + S_k(t - \delta t) - S_k(t - 2\delta t)) \quad (3.38)$$

En discrétisant les équations (3.35) et (3.38), on obtient la convolution rapide suivante pour  $u_k^{old}$  :

$$\begin{cases} u_k^{old,m} = \sum_{i=1}^{n_v} \frac{1}{B_i} (S_k^{m-1} - I_k^m) \\ I_k^m = e^{-\Delta t/\tau_{fi}} (I_k^{m-1} + S_k^{m-1} - S_k^{m-2}) \end{cases} \quad (3.39)$$

Il en est de même pour l'équation  $P_k^{old}$ , en repartant de l'équation (3.27) :

$$\begin{cases} P_k^{old,m} = \sum_{i=1}^{n_v} E_i (J_k^m - L_k^{m-1}) \\ J_k^m = e^{-\Delta t/\tau_{ri}} (J_k^{m-1} + L_k^{m-1} - L_k^{m-2}) \end{cases} \quad (3.40)$$

avec :

$$J_k(t) = e^{-\frac{t}{\tau_{ri}}} \int_0^{t-\delta t} e^{\frac{\tau}{\tau_{ri}}} \frac{dL_k(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (3.41)$$

Enfin en utilisant le modèle vibratoire de plaque orthotrope, la fonction de Green de la plaque permet intrinsèquement de réaliser une convolution rapide pour  $z_{p,k}^s$ . L'équation (3.19) est alors discrétisée de la manière suivante :

$$z_{p,k}^{s,m} = z_{p,k}^{s,0} + C \sum_{l=1}^{N_{cp}^{old}} \sum_{i=1}^{M_1} A_{kl}^i \sum_{j=0}^{M_2} B_{kl}^{ij} e^{-\eta_{ij} \Omega_{ij} m \Delta t} \left[ \sin(\Omega_{ij} m \Delta t) \alpha_l^{ij,m} - \cos(\Omega_{ij} m \Delta t) \beta_l^{ij,m} \right] \quad (3.42)$$

où  $M_1$  et  $M_2$  sont les nombres de modes propres de la plaque orthotrope et en utilisant une approximation des rectangles à gauche :

$$\alpha_l^{ij,m} = \alpha_l^{ij,m-1} + \Delta t \cos(\Omega_{ij}(m-1)\Delta t) e^{\eta_{ij} \Omega_{ij}(m-1)\Delta t} P_l^{m-1} \quad (3.43)$$

$$\beta_l^{ij,m} = \beta_l^{ij,m-1} + \Delta t \sin(\Omega_{ij}(m-1)\Delta t) e^{\eta_{ij} \Omega_{ij}(m-1)\Delta t} P_l^{m-1} \quad (3.44)$$

Méthode de Newton-Raphson

À chaque instant, le problème de contact non-linéaire est résolu à l'aide de la méthode de Newton-Raphson, illustrée figure 3.3.

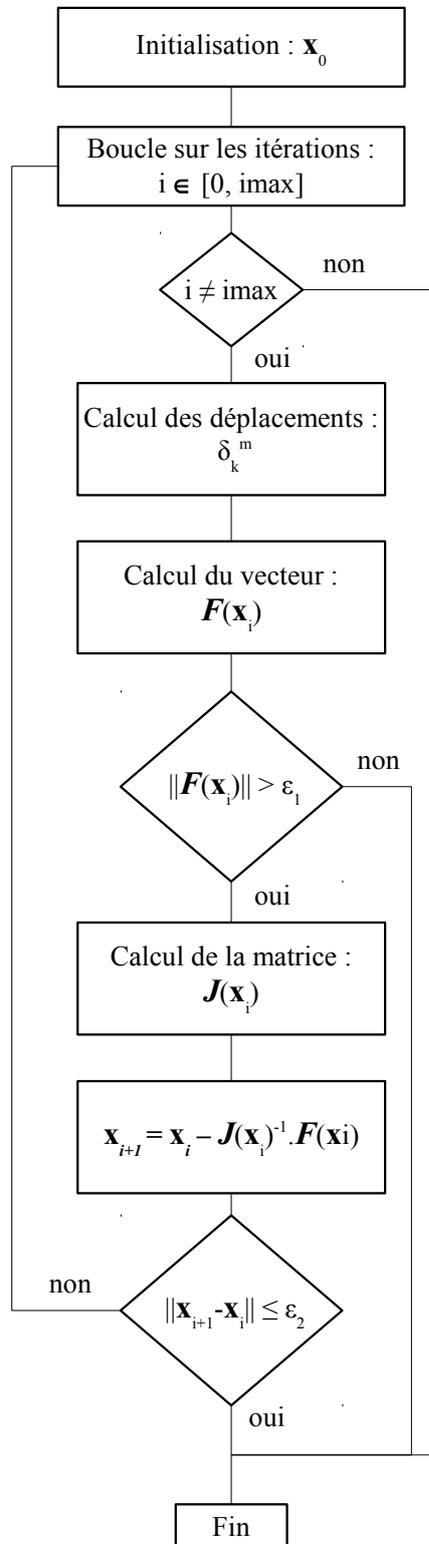


Figure 3.3 — Algorithme de la méthode itérative de Newton-Raphson utilisée à macro-échelle.

**Cas où le déplacement global  $\delta^m$  est imposé** Dans le cas où le déplacement normal  $\delta^m$  est imposé, le vecteur inconnu s'écrit  $\mathbf{x} = \{P_k^m\}_{k \in [1, N^m]}^T$  et le problème à résoudre s'écrit :

$$\text{Trouver } \mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^{N^m} \text{ tel que } \mathbf{F}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \quad (3.45)$$

où  $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \{F_k(\mathbf{x})\}_{k \in [1, N^m]}^T$  est tel que :

$$\forall k \in [1, N^m], F_k(\mathbf{x}) = \begin{cases} P_k^m - \psi(0)f_k(\delta_k^m) - P_{old}^{k,m} & \text{si } \delta_k^m > 0 \\ P_k^m & \text{si } \delta_k^m \leq 0 \end{cases} \quad (3.46)$$

Les composantes de la matrice jacobienne s'écrivent alors :

$$\forall (k, l) \in [1, N^m]^2, J_{kl}(\mathbf{x}) = \partial_l F_k(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } l = k \\ \psi(0)\phi(0)G_{kl}\partial_l f_k(\delta_k^m) & \text{si } l \neq k \text{ et } \delta_k^m > 0 \\ 0 & \text{si } l \neq k \text{ et } \delta_k^m \leq 0 \end{cases} \quad (3.47)$$

où :

$$\partial_l f_k(\delta_k^m) = \frac{\partial f_k(\delta_k^m)}{\partial P_l^m} \quad (3.48)$$

**Cas où la charge normale totale  $P^m$  est imposée** Dans ce cas, le vecteur inconnu s'écrit  $\mathbf{x} = \{P_k^m, \delta^m\}_{k \in [1, N^m]}^T$  et le problème à résoudre s'écrit :

$$\text{Trouver } \mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^{N^m+1} \text{ tel que } \mathbf{F}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \quad (3.49)$$

où  $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \{F_k(\mathbf{x})\}_{k \in [1, N^m+1]}^T$  est tel que :

$$\forall k \in [1, N^m], F_k(\mathbf{x}) = \begin{cases} P_k^m - \psi(0)f_k(\delta_k^m) - P_{old}^{k,m} & \text{si } \delta_k^m > 0 \\ P_k^m & \text{si } \delta_k^m \leq 0 \end{cases} \quad (3.50)$$

$$F_{N^m+1}(\mathbf{x}) = P^m + \sum_{k=1}^{N^m} P_k^m \quad (3.51)$$

Les composantes de la matrice jacobienne s'écrivent alors :

$$J_{kl}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } l = k, (k, l) \in [1, N^m]^2 \\ \psi(0)\phi(0)G_{kl}\partial_l f_k(\delta_k^m) & \text{si } l \neq k, (k, l) \in [1, N^m]^2 \text{ et } \delta_k^m > 0 \\ 0 & \text{si } l \neq k, (k, l) \in [1, N^m]^2 \text{ et } \delta_k^m \leq 0 \\ \psi(0)\partial_l f_k(\delta_k^m) & \text{si } k \in [1, N^m], l = N^m + 1 \text{ et } \delta_k^m > 0 \\ 0 & \text{si } k \in [1, N^m], l = N^m + 1 \text{ et } \delta_k^m \leq 0 \\ 1 & \text{si } k = N^m + 1 \text{ et } l \in [1, N^m] \\ 0 & \text{si } k = l = N^m + 1 \end{cases} \quad (3.52)$$

Les résultats du calcul de contact à cette échelle sont notés  $P_k^{m,0}$  et  $\delta^{m,0}$  pour le calcul à micro-échelle, exposé dans le paragraphe suivant.

### 3.1.3 Modèle de contact multi-aspérités à micro-échelle

La distribution de pression à l'interface est obtenue par une méthode itérative à micro-échelle, utilisant pour l'initialisation les résultats à macro-échelle.

**Hypothèse 5 :** *Le calcul à macro-échelle suffit pour prendre en compte les aspects dynamiques, en utilisant les forces de contact pour initialiser la pression de contact. L'introduction des effets dynamiques jusqu'à l'itération finale à micro-échelle est possible mais le temps de calcul augmenterait considérablement.*

Le modèle de contact multi-aspérités à micro-échelle utilisé dans ce mémoire à force imposée, illustré figure 3.4, correspond donc à une évolution de la MIDE à micro-échelle élastique (cf. section 1.3.2) développée par Cesbron (2007) à déplacement imposé. Pour chaque itération de temps  $m$ , la distribution de pression est calculée par cette méthode. Par la suite, nous présentons la méthode itérative utilisée pour un pas de temps  $m$  donné. Pour faciliter la lecture, les résultats du calcul de contact à macro-échelle sont notés  $P_k^0 = P_k^{m,0}$  et  $\delta^0 = \delta^{m,0}$ . La méthode est la suivante :

1. **Calcul de la distribution de pression initiale :** étape d'initialisation du processus itératif, utilisant les résultats à macro-échelle. Cette étape utilise une MIM locale, c'est-à-dire que l'interaction sur les pixels d'une aspérité est prise en compte (interaction locale), mais pas celle entre chaque aspérité (interaction inter-aspérités). *En utilisant l'hypothèse 5, le calcul à cette itération est effectué pour le cas élastique, viscoélastique et pour la vibration du pneumatique.*
2. **Calcul de la distribution de pression finale :** un algorithme itératif dit de Gauss-Seidel par blocs non-linéaire à force imposée est utilisé. Cette méthode est une alternative multi-aspérités à la résolution du problème de contact normal par MIM, c'est-à-dire que les deux méthodes mènent au même résultat. *En utilisant l'hypothèse 5, le calcul jusqu'à l'itération finale est effectué seulement pour le cas élastique.*

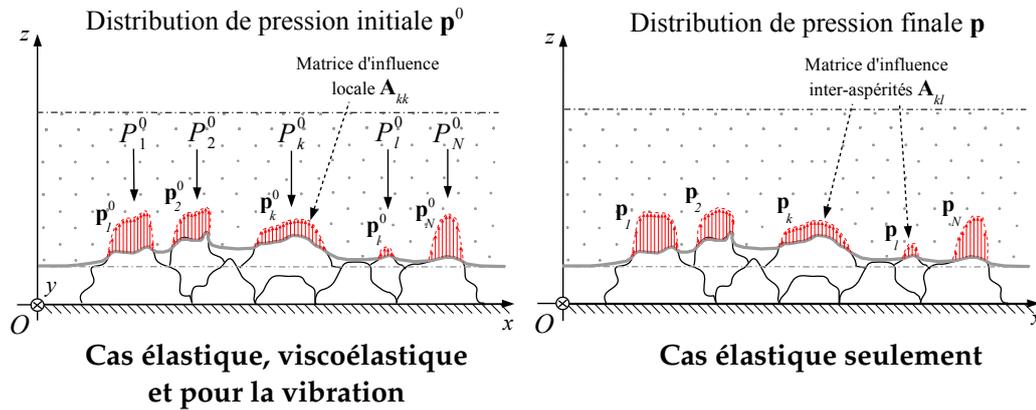


Figure 3.4 — Schéma du modèle de contact multi-aspérités à micro-échelle.

L'interface de contact est divisée en  $n$  pixels de coordonnées  $(x_i, y_i, z_i)$  de taille  $h_x \times h_y$ . En supposant qu'une pression uniforme est appliquée sur chaque élément, on se ramène au problème de contact élastique décrit à la section 1.3.2.1 sous forme matricielle :

$$\mathbf{A}\mathbf{p} = \mathbf{b} \text{ et } \mathbf{p} > 0 \text{ si contact} \quad (3.53)$$

Le vecteur de pression globale (inconnu) est noté  $\mathbf{p} = \{p_i\}_{i \in [1,n]}^T$ . Le vecteur second membre est défini par  $\mathbf{b} = \{z_{c,i} - \delta - z_{p,i}\}_{i \in [1,n]}^T$ . Enfin, les coefficients de la matrice

d'influence globale, notée  $\mathbf{A}$ , sont calculés de façon analytique à partir de la formulation suivante :

$$\forall (i, j) \in [1, n]^2, A_{ij} = \int_{y_j - h_y/2}^{y_j + h_y/2} \int_{x_j - h_x/2}^{x_j + h_x/2} T((x_i, y_i) | (\xi, \eta)) d\xi d\eta \quad (3.54)$$

Les relations intégrales (3.54) peuvent se réécrire de la manière suivante :

$$\forall (i, j) \in [1, n]^2, A_{ij} = \frac{I_{ij}}{\pi E^*} \quad (3.55)$$

avec :

$$\begin{cases} I_{ij} = \int_{v_1}^{v_2} \int_{u_1}^{u_2} r^{-1} dudv = \left[ [v \ln(u+r) + u \ln(v+r)]_{u_1}^{u_2} \right]_{v_1}^{v_2} \\ u = \xi - x \\ v = \eta - y \\ r = \sqrt{u^2 + v^2} \\ u_1 = x_j - h_x/2 - x_i \\ u_2 = x_j + h_x/2 - x_i \\ v_1 = y_j - h_y/2 - y_i \\ v_2 = y_j + h_y/2 - y_i \end{cases} \quad (3.56)$$

Dans la méthode de référence (MIM), le vecteur  $\mathbf{p}$  est obtenu en inversant de manière itérative le système vectoriel (3.53). Cette méthode à l'avantage d'être robuste mais son temps de calcul peut devenir très long lorsque la taille de la matrice à inverser est grande. Pour une approche multi-aspérités, la relation vectorielle (3.53) peut être reformulée en organisant la matrice  $\mathbf{A}$  par blocs :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \cdots & \mathbf{A}_{1k} & \cdots & \mathbf{A}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{k1} & \cdots & \mathbf{A}_{kk} & \cdots & \mathbf{A}_{kN} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{N1} & \cdots & \mathbf{A}_{Nk} & \cdots & \mathbf{A}_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_k \\ \vdots \\ \mathbf{p}_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_k \\ \vdots \\ \mathbf{b}_N \end{pmatrix} \quad (3.57)$$

où  $N$  est le nombre d'aspérités à macro-échelle,  $\mathbf{A}_{kk}$  est la matrice d'influence locale,  $\mathbf{p}_k$  est le vecteur de pression local et  $\mathbf{b}_k$  est le vecteur second membre local pour l'aspérité  $k$ . Les blocs extra-diagonaux  $\mathbf{A}_{kl}$  contiennent les éléments de la matrice  $\mathbf{A}$  relatifs à l'interaction de l'aspérité  $l$  sur l'aspérité  $k$ . À partir de cette écriture, on peut formuler le problème de manière locale et ainsi réduire les tailles des matrices mises en jeu. La résolution est effectuée en utilisant un schéma itératif du type Gauss-Seidel par blocs non-linéaire.

### Distribution de pression initiale :

⇒ Cette étape est utilisée dans les cas élastique, viscoélastique et pour la vibration du pneumatique.

La distribution de pression initiale, notée  $\mathbf{p}^0 = \{\mathbf{p}_1^0, \dots, \mathbf{p}_N^0\}^T$ , est calculée en utilisant une MIM locale pour chaque aspérité à force imposée  $P_k^0$  obtenues à macro-échelle. Pour le sous-vecteur  $\mathbf{p}_{k'}^0$ , le système à inverser à l'échelle locale est le suivant :

$$\begin{pmatrix} A_{k_{11}} & \cdots & A_{k_{1n_k}} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ A_{k_{n_k 1}} & \cdots & A_{k_{n_k n_k}} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_{k_1}^0 \\ \vdots \\ p_{k_{n_k}}^0 \\ \delta + u_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{c,k_1} - z_{p,k_1} \\ \vdots \\ z_{c,k_{n_k}} - z_{p,k_{n_k}} \\ -\frac{P_k^0}{h_x h_y} \end{pmatrix} \quad (3.58)$$

où  $A_{kij}$  sont les éléments de la matrice  $\mathbf{A}_{kk}$  et  $n_k$  le nombre de points de l'aspérité  $k$ .

**Distribution de pression finale :**

⇒ Cette étape est utilisée dans le cas élastique uniquement.

Un algorithme itératif ayant pour condition initiale  $\mathbf{p}^0$  est utilisé pour déterminer la distribution de pression. La méthode est illustrée sur la figure 3.5. Elle s'apparente à une méthode de Gauss-Seidel par blocs non-linéaire à force imposée. Pour chaque aspérité  $k$ , tant que le vecteur  $\mathbf{p}_k^{i+1}$  possède des valeurs négatives, on recalcule ce vecteur par inversion du problème local à déplacement imposé  $\delta^i$ , en actualisant le nombre de points en contact<sup>3</sup> :

$$\mathbf{A}_{kk} \mathbf{p}_k^{i+1} = \mathbf{z}_{c,k} - \delta^i - \mathbf{z}_{p,k} - \sum_{l=1}^{k-1} \mathbf{A}_{kl} \mathbf{p}_l^{i+1} - \sum_{l=k+1}^N \mathbf{A}_{kl} \mathbf{p}_l^i \quad (3.59)$$

Une fois que le vecteur  $\mathbf{p}_k^{i+1}$  vérifie les conditions de contact, on itère la démarche sur l'aspérité suivante. Lorsque le nouveau vecteur  $\mathbf{p}^{i+1}$  est calculé, le critère de convergence suivant est testé :

$$\frac{\|\mathbf{p}^{i+1} - \mathbf{p}^i\|}{\|\mathbf{p}^i\|} \leq \varepsilon \quad \text{avec} \quad \|\mathbf{x}\| = \sum_{i=1}^n |x_i|^2 \quad (3.60)$$

Le paramètre  $\varepsilon$  est fixé par l'opérateur et conditionne la précision de la méthode. Si le critère (3.60) est respecté, le processus itératif est arrêté. Sinon on itère la démarche en recalculant le déplacement imposé  $\delta^{i+1}$  par l'équation suivante :

$$\delta^{i+1} = \delta^i - \rho \left( -\frac{P}{h_x h_y} - \sum_{i=1}^n p_i \right) \quad (3.61)$$

La dernière équation (3.61) permet de satisfaire l'équation d'équilibre. Le paramètre  $\rho$  est fixé par l'opérateur.

---

3. En partant du nombre de points total sur l'aspérité  $n_k$

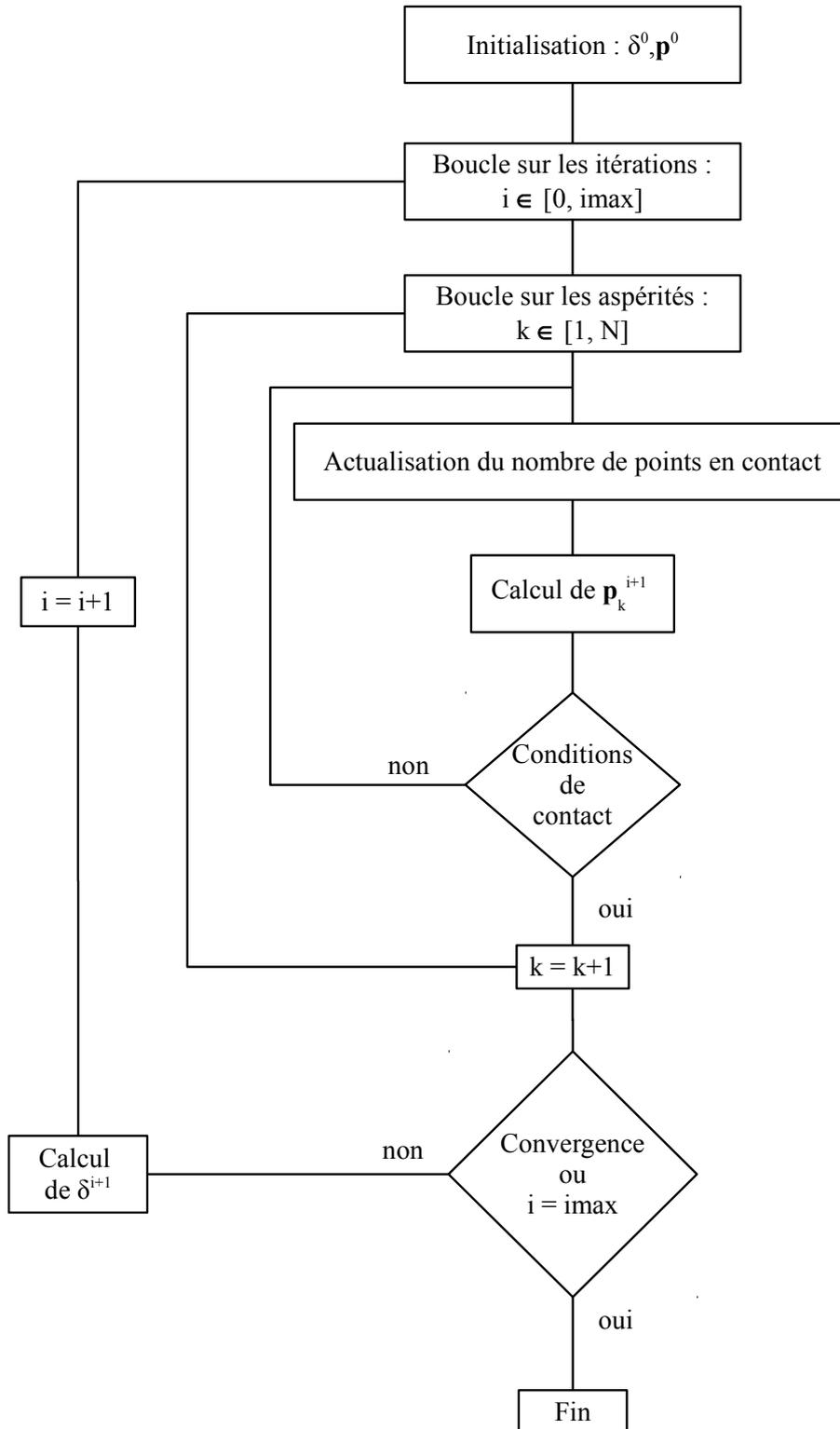


Figure 3.5 — Algorithme de la méthode itérative de Gauss-Seidel par blocs non-linéaire utilisée à micro-échelle.

## 3.2 Contact pneumatique/chaussée élastique

Après avoir présenté le modèle de contact multi-aspérités dans le cas général avec viscoélasticité et vibration du pneumatique, nous nous intéressons dans cette section à la validation du modèle de contact multi-aspérités sans les effets dynamiques. Dans la littérature (Cesbron, 2007), la MIDE élastique a été développée seulement à déplacement imposé et n'a pas été validée sur des surfaces de chaussée réelles. Dans cette partie, on se propose d'étendre la MIDE élastique au calcul à force imposée et d'effectuer des calculs pour chaussées réelles. Afin de valider le modèle de contact multi-aspérités élastique à force imposée sur une surface de chaussée, une comparaison est d'abord réalisée avec une méthode de référence sur un petit échantillon de surface. La méthode de référence est la Méthode d'Inversion de Matrice (MIM), présentée à la section 1.3.2.1, elle-même validée avec des résultats expérimentaux sur des géométries simples (Cesbron *et al.*, 2009b). Dans une deuxième partie, les empreintes statiques pneumatique/chaussée sont présentées afin de démontrer l'efficacité et la précision de la méthode multi-aspérités élastique. Notons que cette section a fait l'objet d'une publication dans une revue internationale (Dubois *et al.*, 2012).

### 3.2.1 Simplification du modèle de contact multi-aspérités

Si le comportement viscoélastique du pneumatique est simplifié en un comportement élastique et que la vibration du pneumatique n'est pas prise en compte, le problème de contact normal élastique à résoudre, à macro-échelle, est alors un système non-linéaire de  $N + 1$  équations à  $N + 1$  inconnues  $P_k$  et  $\delta$  découlant des équations (3.12) et (3.26) :

$$\forall k \in [1, N], \quad P_k = \begin{cases} f_k(z_{c,k}^s - \delta - z_{p,k}^{s,0} - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^N T_{kl} P_l) & \text{si } \delta_k > 0 \\ 0 & \text{si } \delta_k \leq 0 \end{cases} \quad \text{et } P = - \sum_{k=1}^N P_k \quad (3.62)$$

La méthode de Newton-Raphson est alors utilisée. La charge normale totale  $P$  étant imposée, le vecteur inconnu s'écrit  $\mathbf{x} = \{P_k, \delta\}_{k \in [1, N]}^T$  et le problème à résoudre est :

$$\text{Trouver } \mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^{N+1} \text{ tel que } \mathbf{F}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \quad (3.63)$$

où  $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \{F_k(\mathbf{x})\}_{k \in [1, N+1]}^T$  est tel que :

$$\forall k \in [1, N], \quad F_k(\mathbf{x}) = \begin{cases} P_k - f_k(\delta_k) & \text{si } \delta_k > 0 \\ P_k & \text{si } \delta_k \leq 0 \end{cases} \quad \text{et } F_{N+1}(\mathbf{x}) = P + \sum_{k=1}^N P_k \quad (3.64)$$

Les composantes de la matrice jacobienne s'écrivent alors :

$$J_{kl}(\mathbf{x}) = \partial_l F_k(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } l = k, (k, l) \in [1, N]^2 \\ T_{kl} \partial_l f_k(\delta_k) & \text{si } l \neq k, (k, l) \in [1, N]^2 \text{ et } \delta_k > 0 \\ 0 & \text{si } l \neq k, (k, l) \in [1, N]^2 \text{ et } \delta_k \leq 0 \\ \partial_l f_k(\delta_k) & \text{si } k \in [1, N], l = N + 1 \text{ et } \delta_k > 0 \\ 0 & \text{si } k \in [1, N], l = N + 1 \text{ et } \delta_k \leq 0 \\ 1 & \text{si } k = N + 1 \text{ et } l \in [1, N] \\ 0 & \text{si } k = l = N + 1 \end{cases} \quad (3.65)$$

La résolution du problème de contact multi-aspérités élastique à force imposée à micro-échelle a été décrite à la section 3.1.3.

### 3.2.2 Validation du modèle de contact multi-aspérités élastique sur un petit échantillon de surface

#### 3.2.2.1 Présentation des calculs

La validation du modèle de contact multi-aspérités élastique est effectuée sur un petit échantillon de surface à cause de la limitation en taille de la méthode de référence. La taille maximale des matrices pouvant être inversées par les machines (PC standards) utilisées est de  $5\,000 \times 5\,000$  éléments. Le pneumatique est représenté par un massif semi-infini élastique de module d'Young  $E = 2,5$  MPa et de coefficient de Poisson  $\nu = 0,5$ . Le pneumatique est considéré comme lisse sans courbure, c'est-à-dire que la grandeur  $z_{p,k}^{s,0}$  est nulle. La surface en contact avec le massif semi-infini est une portion de  $7\text{ cm}^2$  de l'échantillon BBSG 0/10 partitionnée en utilisant la méthode de la section 2.2. L'échantillon contient 23 aspérités. Il est illustré figure 3.6 et composé de 4 408 pixels de  $0,4\text{ mm} \times 0,4\text{ mm}$ . Le nombre d'éléments potentiellement en contact est important pour une inversion de matrice. Cette surface est donc une des plus grandes surfaces qu'il est possible d'étudier à l'aide d'une MIM.

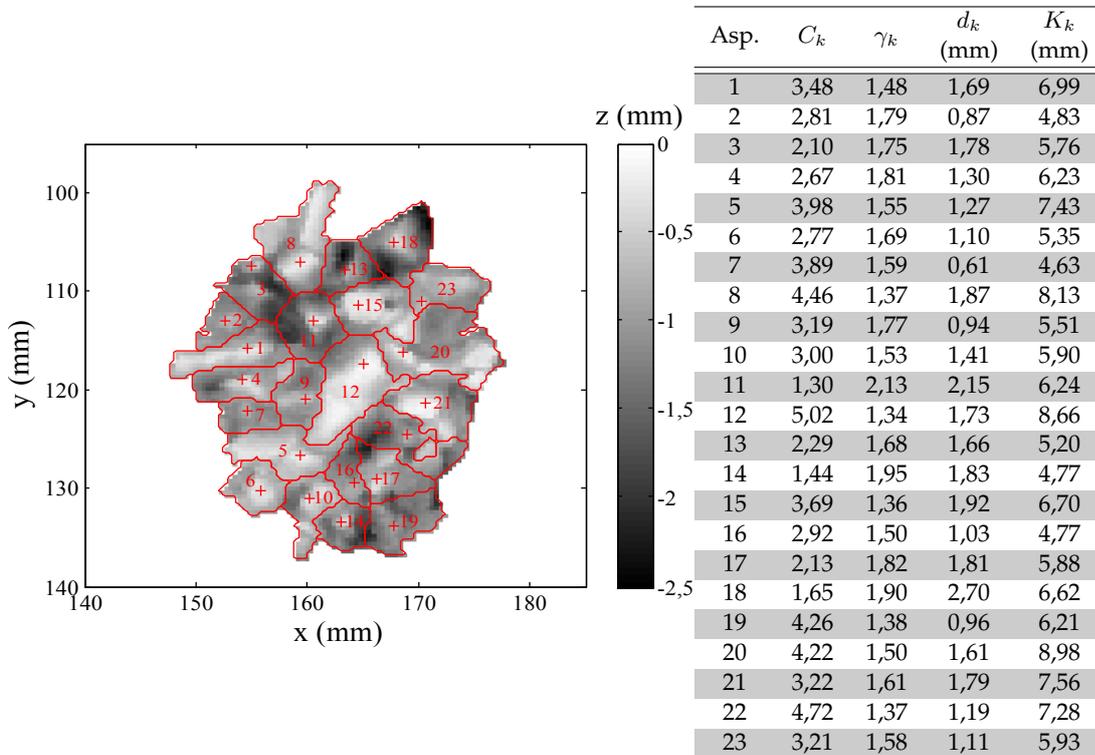


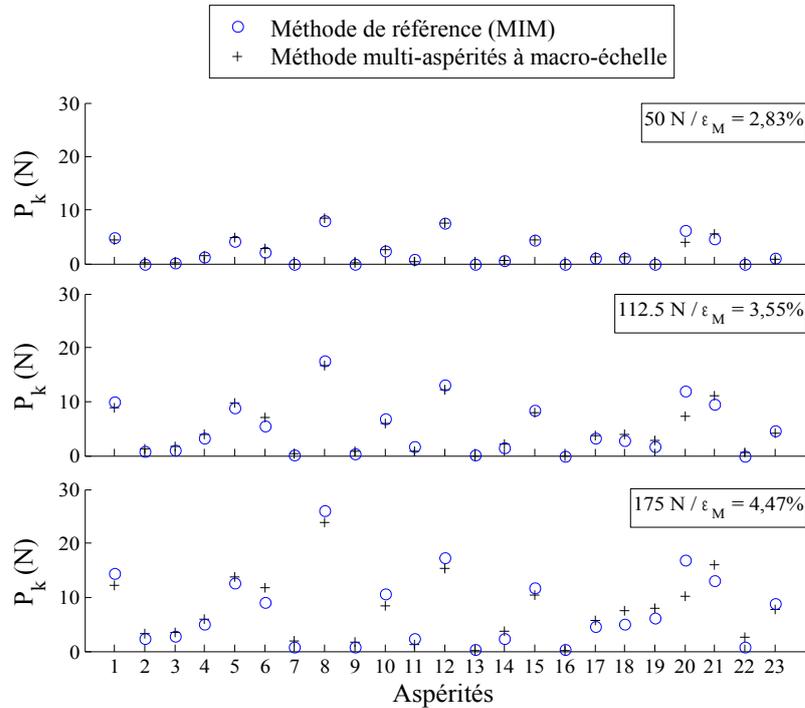
Figure 3.6 — Représentation de la surface étudiée de BBSG 0/10 avec les sommets et les indices des aspérités, ainsi que les paramètres des lois de contact.

À macro-échelle, la surface étudiée est décrite par rapport aux sommets des aspérités et aux valeurs des paramètres des lois de contact sur chacun d'entre eux. Le chargement total à imposer ( $P = 175$  N) est obtenu en multipliant la pression de gonflage du pneumatique (ici égale à  $0,25$  MPa) par l'aire de l'échantillon ( $7\text{ cm}^2$ ). Pour assurer la convergence du processus de Newton-Raphson, la méthode multi-aspérités à macro-échelle nécessite plusieurs itérations de chargement avant d'obtenir la valeur totale désirée. C'est pourquoi, 280 chargements graduels de 0 à 175 N ont été utilisés,

incluant les 15 valeurs<sup>4</sup> de chargement utilisées pour la méthode de référence.

### 3.2.2.2 Résultats à macro-échelle

Les forces de contact obtenues à l'aide de la méthode multi-aspérités et la méthode de référence sont comparées figure 3.7 pour les trois valeurs de chargement suivantes : 50 N, 112,5 N et 175 N.



**Figure 3.7** — Comparaison des forces de contact sur chaque aspérité entre la méthode de référence (MIM) et la méthode multi-aspérités à macro-échelle pour 3 valeurs de chargement.

De manière générale, les différences entre les deux méthodes sont faibles et il n’y a pas de valeurs aberrantes. De plus, la distribution des forces de contact est très similaire pour les deux méthodes et pour les 3 valeurs de chargements. Les différences entre les deux méthodes ont tendance à augmenter avec le chargement et les plus grandes différences sont toujours obtenues sur les mêmes aspérités. Ce problème provient probablement en partie de la géométrie des aspérités en question. Par exemple, comme on peut le constater sur la figure 3.7, l’aspérité 20 est composée de plusieurs parties et pourrait être mieux partitionnée. Cela provoque sûrement des divergences dans la description de l’interaction inter-aspérité à macro-échelle. Les erreurs globales  $\varepsilon_M$  à macro-échelle pour chaque chargement sur la figure 3.7 sont définies par :

$$\varepsilon_M = 100 \frac{\|P_k - P_{k_{ref}}\|}{\|P_{k_{ref}}\|} \quad (3.66)$$

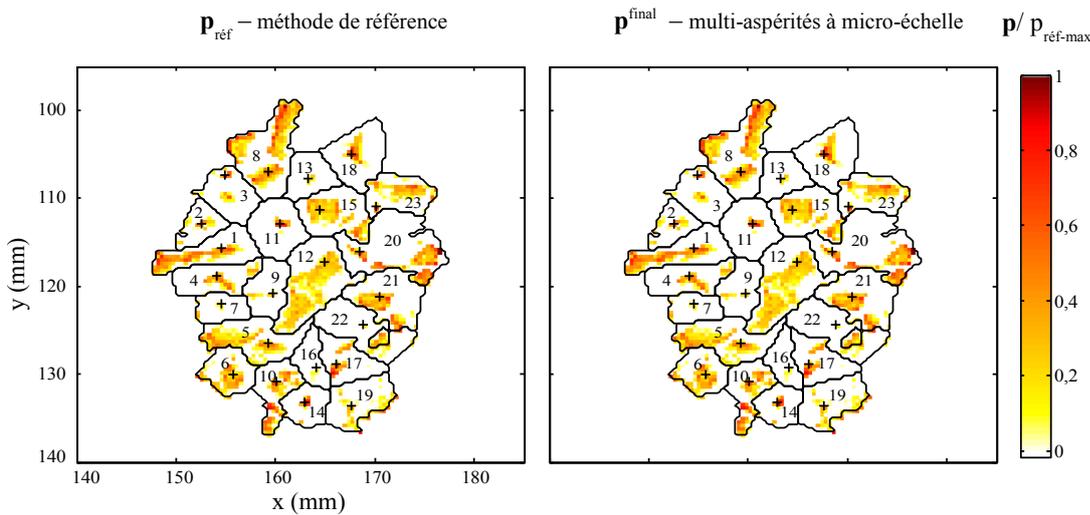
où  $P_{k_{ref}}$  sont les forces de contact obtenues par la MIM. Pour l’ensemble des chargements, l’erreur globale ne dépasse pas les 5 %, ce qui semble acceptable pour la prévision du bruit de contact pneumatique/chaussée à basses fréquences. Résoudre

4. Quinze valeurs de chargement suffisent dans le cas de la MIM car cette méthode converge sans approximer la valeur finale recherchée.

le problème de contact par MIM pour les 15 chargements entre 0 et 175 N prend 1 h 15 min<sup>5</sup>, alors qu'il faut 1 s pour la méthode multi-aspérités à macro-échelle pour les 280 chargements. Cependant, la MIM fournit la distribution de pression, tandis que seules les forces de contact sont obtenues par la méthode multi-aspérités à macro-échelle. Les résultats de cette dernière méthode semblent suffisants pour la prévision du bruit de roulement induit par les mécanismes d'origine mécanique, mais les résultats à micro-échelle sont probablement nécessaires pour étudier d'autres phénomènes (mécanismes aérodynamiques principalement).

### 3.2.2.3 Résultats à micro-échelle

La méthode multi-aspérités élastique à micro-échelle a été utilisée pour obtenir la distribution de pression de contact *a priori* nécessaire à la prévision du bruit de roulement à moyennes et hautes fréquences. Les résultats à macro-échelle précédents ont servi à initialiser la procédure pour l'échantillon de surface de chaussée précédent (figure 3.6). Les distributions de pression obtenues par la méthode multi-aspérités à micro-échelle et par la MIM au niveau du chargement maximal (175 N) sont illustrées figure 3.8.



**Figure 3.8** — Comparaison des distributions de pression obtenues par la méthode de référence (MIM) et par la méthode multi-aspérités à micro-échelle pour la force imposée maximale.

Aucune différence n'est détectée visuellement entre les deux méthodes. Les paramètres  $\varepsilon$  et  $\rho$  introduits à la section 3.1.3 sont fixés à  $1.10^{-6}$  et  $1.10^{-3}$  respectivement. Ainsi, la convergence de la méthode multi-aspérités est atteinte dans un maximum de 8 itérations. Pour ces valeurs de paramètres  $\varepsilon$  et  $\rho$ , la convergence de la méthode multi-aspérités vers la MIM est donnée figure 3.9. Les différences sont estimées à partir de l'indicateur  $\varepsilon_m$  en pourcentage :

$$\varepsilon_m = 100 \frac{\|\mathbf{p} - \mathbf{p}_{\text{ref}}\|}{\|\mathbf{p}_{\text{ref}}\|} \quad (3.67)$$

où  $\mathbf{p}_{\text{ref}}$  est la distribution de pression obtenue par la MIM. À partir de la troisième itération, l'erreur  $\varepsilon_m$  est en-dessous de 0,1 %, ce qui peut déjà être considéré comme acceptable pour la prévision du bruit de roulement à moyennes et hautes fréquences.

5. PC standard 2 coeurs à 2 threads chacun et 6 Go de RAM.

### Section 3.2. Contact pneumatique/chaussée élastique

Comme mentionné précédemment, la distribution de pression par la MIM est obtenue en 1 h 15 min pour 15 valeurs de chargement, quand il faut 12 min pour la méthode multi-aspérités pour les mêmes valeurs de chargement. Par conséquent, tout en donnant les mêmes résultats, la méthode multi-aspérités est beaucoup plus rapide que la MIM et permet de réaliser des calculs pour une taille réelle du contact pneumatique/chaussée comme nous allons le voir par la suite. Le modèle de contact multi-aspérités a aussi l'avantage de permettre une souplesse dans le calcul selon la précision exigée. En effet, le calcul peut être stoppé au bout d'une, deux ou trois itérations pour une précision de l'ordre du pourcent ou du pour mille.

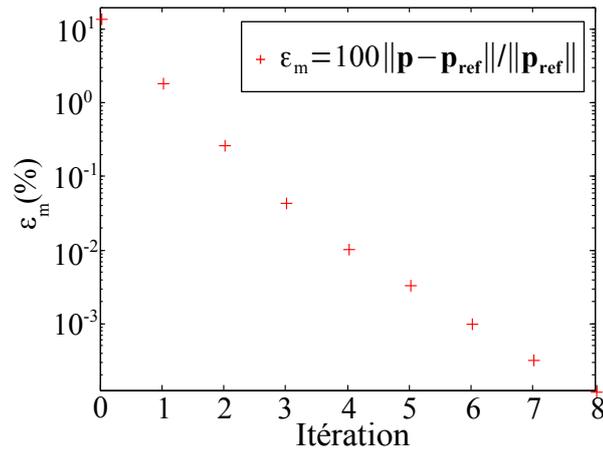


Figure 3.9 — Convergence de la méthode multi-aspérités à micro-échelle vers la MIM.

### 3.2.3 Évaluation des empreintes statiques pneumatique/chaussée

#### 3.2.3.1 Configuration des calculs

La méthode multi-aspérités a été appliquée sur trois surfaces de chaussée avec des textures différentes (figure 3.10).

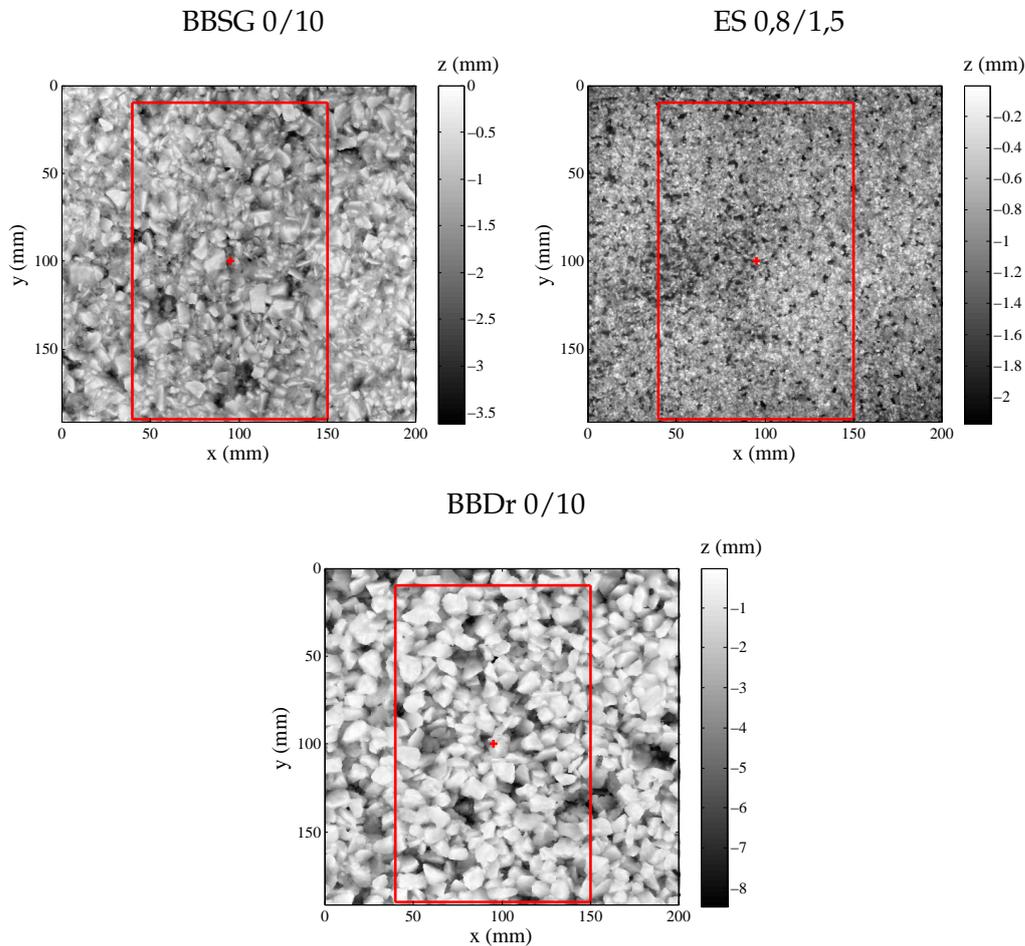


Figure 3.10 — Représentation des trois surfaces utilisées pour les calculs d'empreintes statiques.

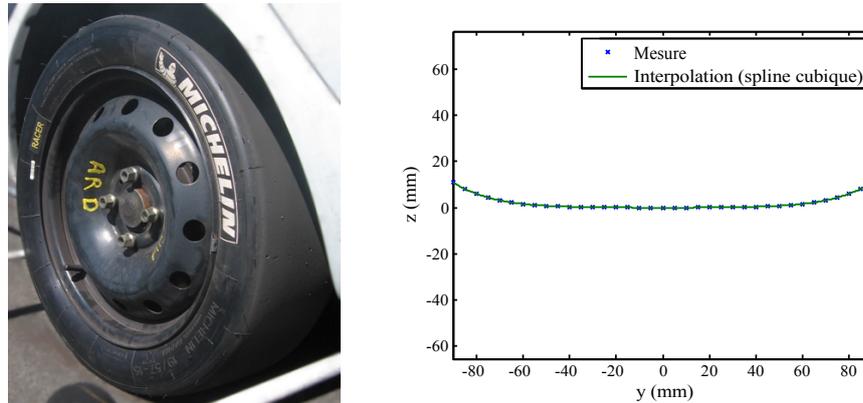
Les trois surfaces sont un Béton Bitumineux Semi-Grenu 0/10 (BBSG 0/10 - E2 (cf. 2.1)), un Enduit Superficiel 0,8/1,5 (ES 0,8/1,5 - C) et un Béton Bitumineux Drainant 0/10 (BBDr 0/10). La méthode de partitionnement et les lois de contact sont celles présentées au chapitre 2. La zone d'intérêt pour le contact statique entre le pneu et les trois surfaces est un rectangle de  $11 \times 18$  cm, au centre des surfaces sur la figure 3.10. Les éléments en contact sont des carrés de 0,4 mm de côtés. Cette résolution permet de clairement distinguer l'aire de contact sur chaque aspérité.

#### Paramètres du pneumatique lisse :

Le pneumatique utilisé dans ces calculs sera repris par la suite pour d'autres applications. Il s'agit d'un pneumatique lisse Michelin Racer Slick 186/57 R15 (figure 3.11). Il sera désigné par configuration « pneu lisse » dans le reste du mémoire. Lors de la thèse de Cesbron (2007), un profil de la surface du pneu non-déformé a été mesuré dans le sens perpendiculaire à la direction de roulement à l'aide d'un capteur de déplacement

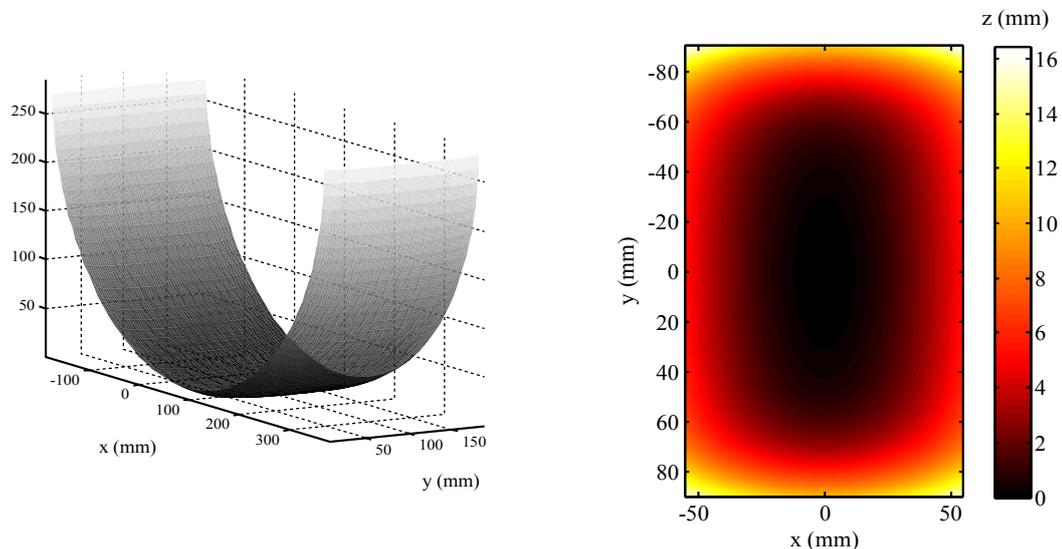
## Section 3.2. Contact pneumatique/chaussée élastique

laser. Le résultat obtenu est représenté figure 3.11 et montre un écart de l'ordre d'une dizaine de millimètres entre le centre et les bords de la bande de roulement.



**Figure 3.11** — Photographie du « pneu lisse » utilisé à gauche – profil transversal du pneu à droite (Cesbron, 2007).

Sachant que le rayon du pneu non-déformé donné par le constructeur est égal à 284 mm, la surface du pneu est ensuite générée par révolution du profil transversal autour du centre de roue (figure 3.12 à gauche). La surface obtenue (figure 3.12 à droite) est utilisée par la suite dans le modèle de contact pour tenir compte de la courbure du pneumatique. Le pneumatique étant lisse, la surface potentiellement en contact avec la chaussée à chaque instant est celle décrite figure 3.12 à droite. D'après le constructeur,



**Figure 3.12** — Visualisation de la surface du demi-pneu lisse reconstruite à partir du profil transversal à gauche – Surface du pneumatique lisse potentiellement en contact avec la chaussée à droite (Cesbron, 2007).

la rigidité du pneu de compétition utilisée est du même ordre de grandeur que celle d'un pneu standard pour véhicule léger. Le pneumatique est donc modélisé par un massif-semi infini élastique avec les caractéristiques mécaniques suivantes :

- module d'Young :  $E = 2,5 \text{ MPa}$  ;
- coefficient de Poisson :  $\nu = 0,5$ .

Enfin, la pression de gonflage du pneu est standard (2,5 bars), ce qui conduit à une valeur de force imposée dans le modèle de contact de l'ordre de 3 000 N.

### 3.2.3.2 Résultats

Les empreintes de contact obtenues pour les trois surfaces à  $P = 3\,000$  N sont données figure 3.13 avec les distributions de pression initiales et finales, pour une échelle de pression comprise entre 0 et 3 MPa.

La distribution de pression initiale  $\mathbf{p}^0$  est une approximation de la pression de contact. Elle est calculée en utilisant la méthode de la section 3.1.3 à l'aide des forces de contact  $P_k^0$  obtenues à macro-échelle. La distribution de pression finale  $\mathbf{p}^{final}$  est celle de l'itération finale de l'algorithme décrit à la section 3.1.3 avec une interaction à micro-échelle entre les aspérités. Les différences entre le résultat initial et final peuvent être observées sur l'aire de contact. Les aires de contact, les pressions moyennes et maximales, ainsi que les écarts types de pressions sont résumés dans le tableau 3.1.

Surface	Distribution de pression	A (cm <sup>2</sup> )	$\mathbf{P}_m$ (MPa)	$\mathbf{P}_{max}$ (MPa)	$\mathbf{P}_\sigma$ (MPa)
BBSG 0/10	Initiale	35,6	0,739	5,59	0,627
BBSG 0/10	Finale	36,8 (+3 %)	0,816 (+10 %)	4,24 (-24 %)	0,592 (-6 %)
ES 0,8/1,5	Initiale	30,8	0,833	5,66	0,765
ES 0,8/1,5	Finale	32,8 (+7 %)	0,913 (+10 %)	4,52 (-20 %)	0,712 (-7 %)
BBDr 0/10	Initiale	30,7	0,833	6,93	0,748
BBDr 0/10	Finale	32,3 (+5 %)	0,928 (+11 %)	5,17 (-25 %)	0,679 (-9 %)

**Tableau 3.1** — Paramètres de contact obtenus pour les trois surfaces pour les pressions de contact initiales et finales.

Pour une même texture, l'aire de contact a tendance à s'agrandir, la pression moyenne augmente et finalement la pression maximale diminue. Concernant les différences entre les trois surfaces, l'aire de contact maximale est obtenue pour l'échantillon de BBSG 0/10, tandis que l'aire de contact des autres surfaces est quasiment la même. Enfin les valeurs moyennes et maximales de pression augmentent dans l'ordre suivant : BBSG 0/10, ES 0,8/1,5 et BBDr 0/10.

Pour une seule surface, l'obtention de la distribution de pression initiale par la méthode multi-aspérités prend en moyenne 1 min, en utilisant le résultat à macro-échelle qui prend lui aussi en moyenne 1 min. Pour obtenir la distribution de pression finale après 8 itérations, il a fallu 12 h en moyenne avec les paramètres  $\varepsilon = 1.10^{-6}$  et  $\rho = 2.10^{-4}$  de la méthode itérative de Gauss-Seidel par blocs. On peut supposer que la distribution de pression finale améliore la précision du résultat, comme il a été démontré à la section précédente pour un petit échantillon de surface. Cependant, cette dernière étape augmente considérablement le temps de calcul. Il est donc intéressant de savoir si le résultat obtenu à macro-échelle (associé à la distribution de pression initiale) est suffisamment précis afin de pouvoir réduire le temps de calcul.

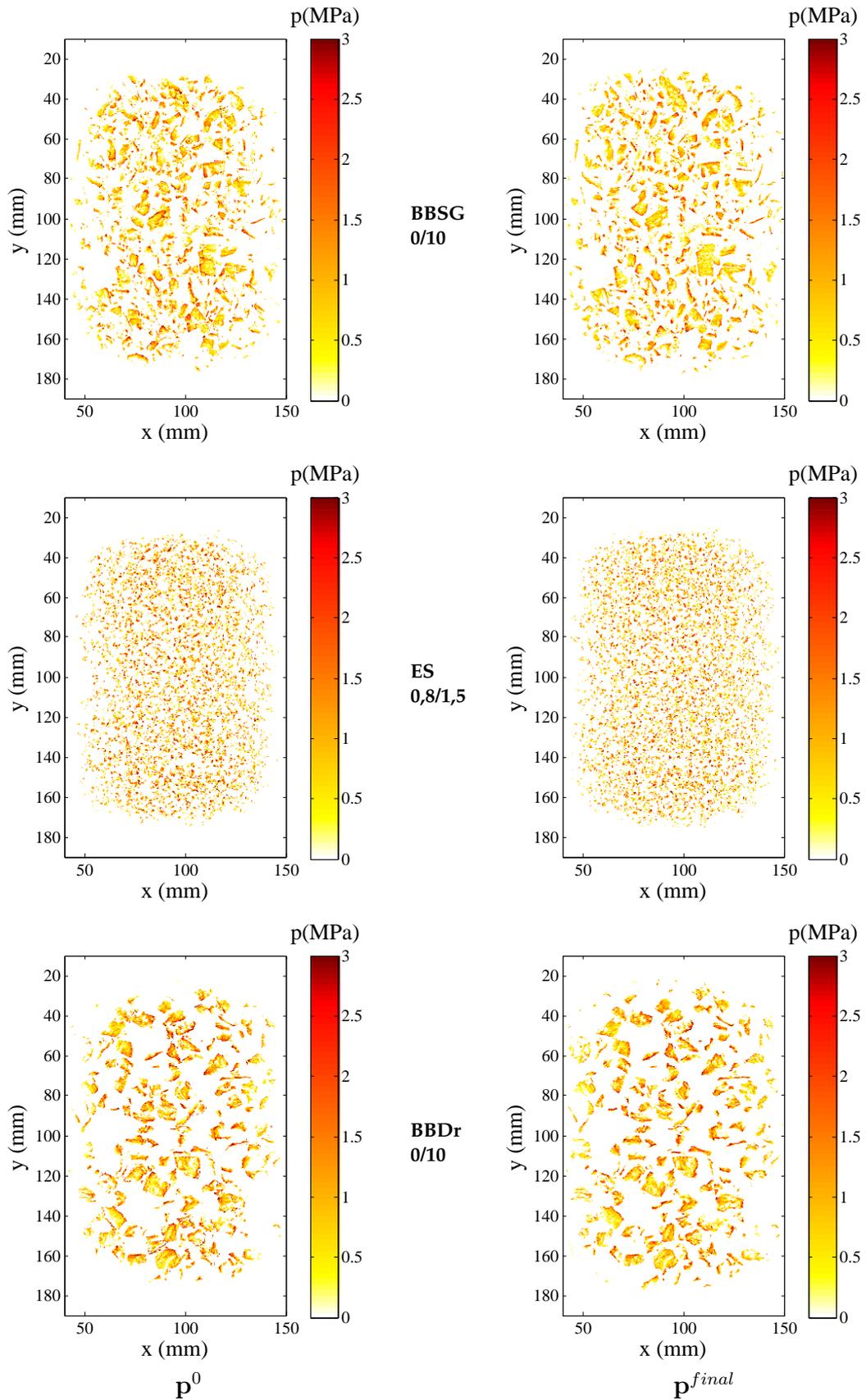
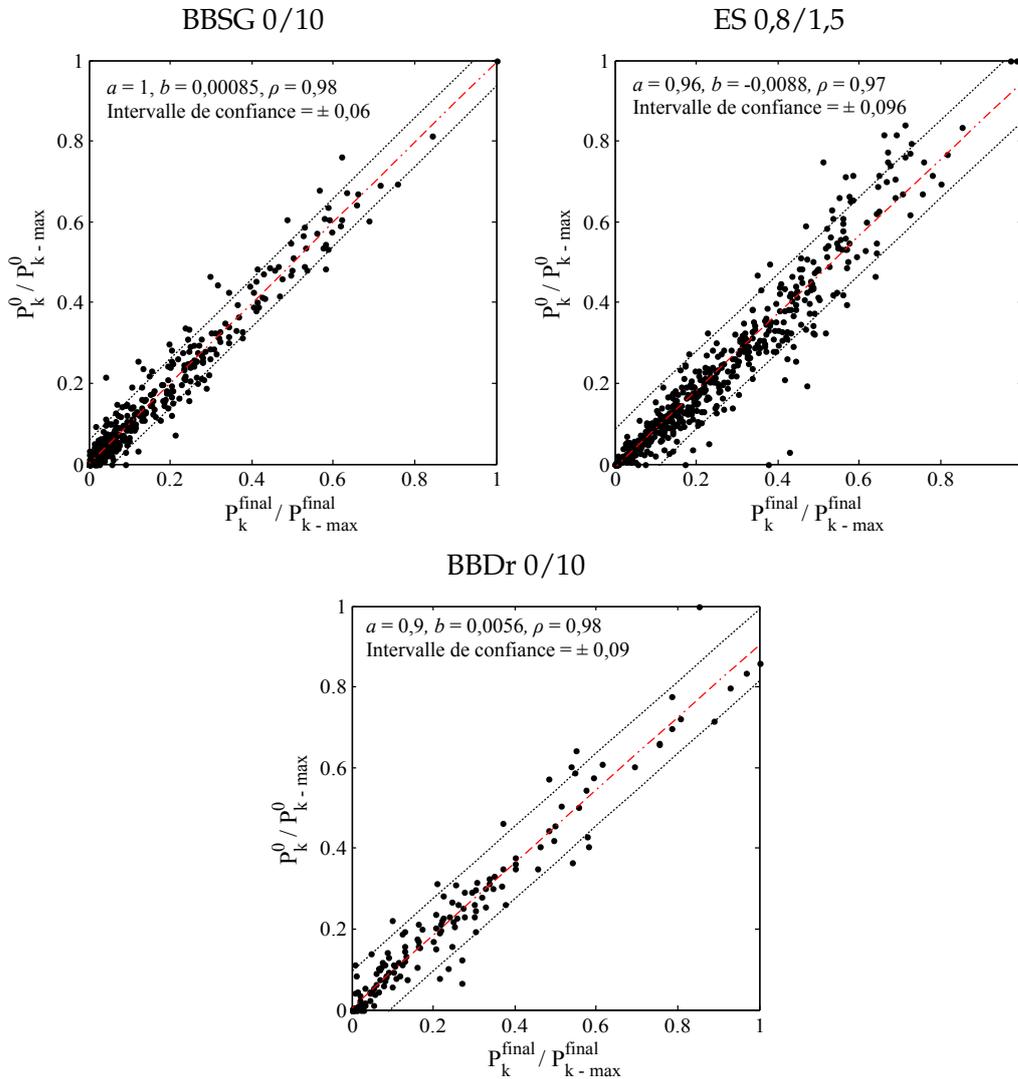


Figure 3.13 — Empreintes de contact statique calculées pour les 3 surfaces utilisées : distribution de pression initiale à gauche, distribution de pression finale à droite.

Les forces de contact obtenues à macro-échelle  $P_k^0$  et celles obtenues par intégration de la distribution de pression finale  $P_k^{final}$  aux sommets des aspérités sont rassemblées pour chaque texture sur un même graphique, figure 3.14.



**Figure 3.14** — Corrélation entre les forces de contact obtenues à macro-échelle et les forces de contact intégrées à partir de la distribution de pression finale pour les 3 surfaces étudiées.

Pour chaque texture, une corrélation linéaire est réalisée de la forme :  $P_k^0 = aP_k^{final} + b$ . Les coefficients de corrélation  $\rho$  sont tous supérieurs ou égaux à 0,9, indiquant une corrélation positive forte entre les deux résultats. À l'exception du BBSG 0/10 ( $a = 1$ ), il existe un léger biais entre les deux résultats si l'on regarde les paramètres  $a$  : les forces de contact initiales sous-estiment les forces agissant réellement. Au regard de ces résultats de corrélation, on peut considérer que la distribution de pression initiale est suffisamment précise pour la prévision du bruit de roulement à basses fréquences dû aux mécanismes d'origine mécanique. La distribution de pression finale peut toutefois être utile pour d'autres applications (air-pumping, résistance au roulement) en lien avec le contact entre surfaces rugueuses. À noter que par la suite les calculs à micro-échelle se limitent à la pression initiale pour les cas avec viscoélasticité ou vibration en utilisant l'hypothèse 5.

### 3.3 Contact pneumatique/chaussée viscoélastique

Après avoir validé l'approche multi-aspérités dans le cas élastique avec une méthode de référence (MIM), cette section s'intéresse à l'introduction de la viscoélasticité de la gomme du pneumatique dans le modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle. Une comparaison est d'abord réalisée avec une méthode de référence sur une surface académique (7 sphères), puis sur un petit échantillon de surface de chaussée. La méthode de référence est une adaptation de la MIM dans le cas viscoélastique, décrit dans Kozhevnikov *et al.* (2008). Enfin, les résultats obtenus pour une aire représentative du contact pneumatique/chaussée sont comparés à ceux dans le cas élastique, afin d'évaluer l'influence de la viscoélasticité sur le contact. La formulation du modèle de contact multi-aspérités est celle présentée à la section 3.1.2 en ne tenant pas compte de la vibration du pneumatique, soit :  $z_{p,k}^s = z_{p,k}^{s,0}$ . Notons que cette section a fait l'objet d'une publication dans une revue internationale (Dubois *et al.*, 2011).

#### 3.3.1 Validation du modèle de contact multi-aspérités viscoélastique sur une surface académique composée d'aspérités sphériques.

##### 3.3.1.1 Configuration des calculs

Dans ce cas académique, le pneu est représenté par un massif-semi infini incompressible viscoélastique (sans courbure  $z_{p,k}^{s,0} = 0$ ) et caractérisé par un modèle rhéologique de Zener (cf. annexe B) avec les paramètres du tableau 3.2.

Paramètres	Symboles	Unités	Valeurs
Module instantané	$E_0$	MPa	15
Module d'Young statique	$E_\infty$	MPa	7,5
Coefficient de Poisson	$\nu$	–	0,5
Temps caractéristique de relaxation	$\tau$	s	1

Tableau 3.2 — Paramètres du modèle rhéologique de Zener utilisé (Kozhevnikov *et al.*, 2010).

La surface en contact avec le massif semi-infini est composée de 7 sphères rigides de rayon  $R = 10$  mm disposées en « nid d'abeille », comme illustré figure 3.15.

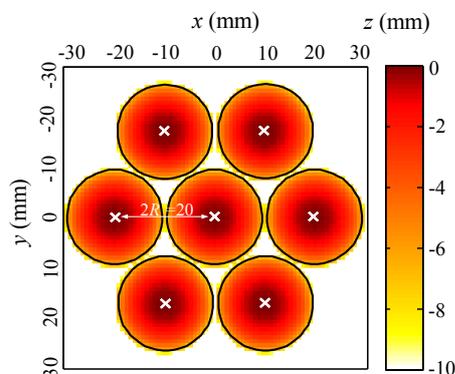


Figure 3.15 — Géométrie composée de 7 sphères en contact avec un massif semi-infini viscoélastique.

Elle est divisée en 22 500 pixels de  $0,4 \text{ mm} \times 0,4 \text{ mm}$ . Seules les surfaces émergentes des sphères ( $z \geq 1 \text{ mm}$ ) sont potentiellement en contact avec le massif semi-infini. Le

nombre d'éléments en contact est donc relativement faible ( $\simeq 1\ 000$ ) pour la méthode d'inversion de matrice. Pour la méthode multi-aspérités à macro-échelle, la surface en contact est décrite par les 7 sommets des sphères et par des lois de contact (cf. section 2.3) identifiables à la loi de Hertz sur chacun d'entre eux :

$$f_k(\delta_k) = \frac{4}{3(1-\nu)} \sqrt{R} \delta_k^{3/2} \quad (3.68)$$

Par la suite, une pénétration globale de la forme sinusoïdale est imposée :

$$\delta(t) = -\sin \frac{2\pi t}{T} \quad (3.69)$$

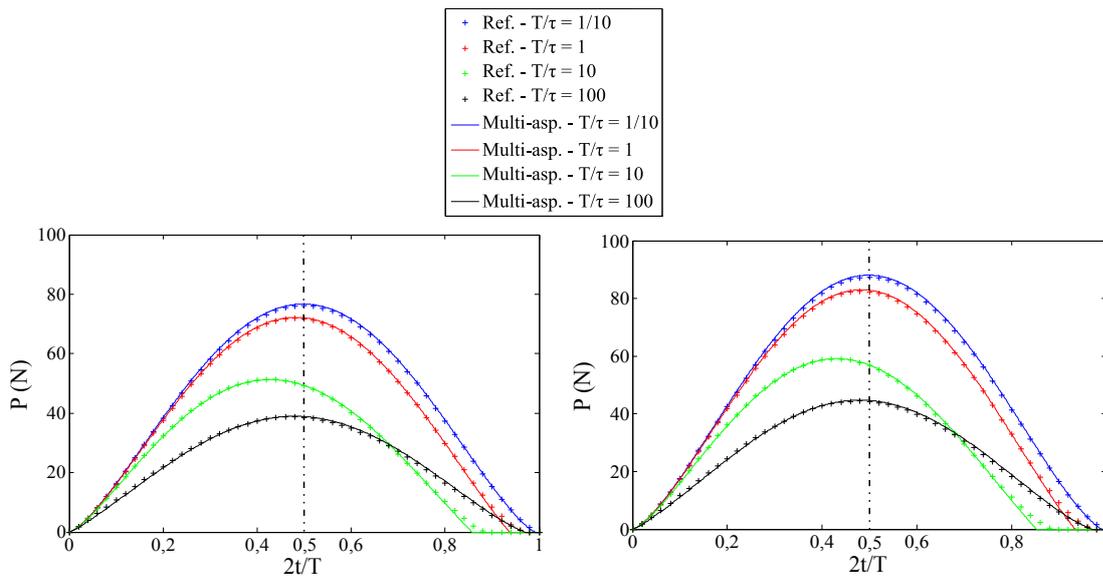
où  $T$  est la période du sinus. La durée totale de chargement est fixée à  $T/2$  avec quatre jeux de paramètres différents dans le but d'apprécier l'effet viscoélastique sur le contact :

1.  $T/\tau = 1/10$  et  $t = [0; 0,05]$  s ;
2.  $T/\tau = 1$  et  $t = [0; 0,5]$  s ;
3.  $T/\tau = 10$  et  $t = [0; 5]$  s ;
4.  $T/\tau = 100$  et  $t = [0; 50]$  s.

Pour chaque cas, la surface est soumise à une phase de chargement entre 0 et  $T/4$  et à une phase de déchargement entre  $T/4$  et  $T/2$ . De plus, pour assurer la convergence du processus de Newton-Raphson ainsi que **l'hypothèse 3** ( $\forall t \in [0, \delta t], \phi(t) \simeq \phi(0)$  et  $\psi(t) \simeq \psi(0)$ ), la méthode multi-aspérités à macro-échelle a besoin de plus d'incrémentes de chargement que la méthode de référence (MIM viscoélastique). C'est pourquoi 501 valeurs de chargement sont utilisées pour le modèle multi-aspérités, incluant les 51 valeurs de chargement utilisées pour la méthode de référence.

### 3.3.1.2 Résultats

Les forces de contact obtenues avec les deux méthodes sont comparées figure 3.16.



**Figure 3.16** — Comparaison entre la méthode multi-aspérités (traits continus) et la MIM (croix) des forces de contact pour l'aspérité centrale (à gauche) et pour les aspérités sur les bords (à droite).

La force de contact sur la sphère centrale est plus faible que celle sur les sphères périphériques. Ce résultat est cohérent avec la littérature (Kozhevnikov *et al.*, 2010) et est dû à l'interaction entre les aspérités. Au cours de la phase de chargement ( $t \leq T/4$ ), les différences entre les deux méthodes sont quasi nulles pour les 4 types de déplacement imposé. Dans la phase de déchargement ( $t \geq T/4$ ), quelques écarts très faibles apparaissent vers la fin. Ils sont probablement causés par l'utilisation de la technique de Radok (1957) (**hypothèse 4**), qui n'est plus applicable lorsque l'historique de chargement est tel qu'il cause une diminution de l'aire de contact. Dans le cas  $T/\tau = 100$  (noir), la période du déplacement imposé est longue par rapport au temps caractéristique du modèle représentant le massif semi-infini viscoélastique. Le matériau viscoélastique a donc le temps de se relaxer quasi-totalement. Ainsi, la force de contact est très proche du cas élastique avec pour valeur du module d'Young celle représentant le comportement à l'infini du matériau viscoélastique  $E_\infty = 7,5$  MPa. À l'inverse, dans le cas  $T/\tau = 1/10$  (bleu), la période du déplacement imposé est courte par rapport au temps caractéristique du modèle de Zener. Le matériau n'a donc pas le temps de se relaxer. Ainsi, la force de contact est très proche du cas élastique avec pour valeur du module d'Young celle représentant le comportement instantané du matériau viscoélastique  $E_0 = 15$  MPa. Pour les cas  $T/\tau = 1$  (en rouge) et  $T/\tau = 10$  (en vert), le temps caractéristique du modèle de Zener est proche de celui du phénomène mis en jeu. C'est pourquoi on observe un décalage temporel de la force de contact (le maximum de la force de contact est situé avant la fin de la phase de chargement).

Globalement, malgré l'hypothèse forte de Radok (**hypothèse 4**), les différences entre les deux méthodes sont faibles voir nulles dans la zone qui importe le plus pour la génération du bruit, c'est-à-dire autour du maximum de la force de contact. Cependant, l'erreur commise par l'approche multipoints viscoélastique pourrait avoir un impact si on étudiait un phénomène de chargement cyclique. Toutefois, lors du roulement pneumatique/chaussée, une aspérité de chaussée ne subit qu'un seul cycle de chargement/déchargement, donc l'erreur a *a priori* peu d'effet sur l'estimation des efforts de contact. Pour finir, la méthode utilisée ici est beaucoup plus rapide (de l'ordre de quelques secondes) que la méthode d'inversion de matrice (de l'ordre de quelques minutes) (Kozhevnikov *et al.*, 2008) ou que des algorithmes plus récents (Kozhevnikov *et al.*, 2010).

### 3.3.2 Validation du modèle de contact multi-aspérités viscoélastique sur un petit échantillon de surface

#### 3.3.2.1 Configuration des calculs

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à la validation de l'approche multi-aspérités viscoélastique sur une surface de chaussée réelle. Le pneu est donc simplifié, comme dans le paragraphe précédent. Il est représenté par un massif semi-infini viscoélastique et caractérisé par un modèle de Zener (cf. annexe B) avec les paramètres du tableau 3.3. La surface en contact avec le massif semi-infini est celle présentée à la section 3.2.2.1, composée de 23 aspérités réelles d'une surface BBSG 0/10. La valeur de chargement total à imposer ( $P_{max} = 175$  N) est obtenue en multipliant la pression de gonflage du pneumatique (ici égale à 0,25 MPa) par l'aire de l'échantillon (7 cm<sup>2</sup>). Le chargement est de la forme sinusoïdale suivante :

$$P = -P_{max} \sin \frac{2\pi t}{T} \quad (3.70)$$

Paramètres	Symboles	Unités	Valeurs
Module instantané	$E_0$	MPa	5
Module d'Young statique	$E_\infty$	MPa	2,5
Coefficient de Poisson	$\nu$	–	0,5
Temps caractéristique de relaxation	$\tau$	s	1

Tableau 3.3 — Paramètres du modèle rhéologique de Zener utilisé.

Le rapport  $T/\tau = 10$  est choisi de sorte que l'effet viscoélastique sur les forces de contact puisse être observé. La durée totale de chargement est fixée à  $T/2 = 5$  s avec  $t \in [0, 5]$  s. De plus, pour assurer la convergence du processus de Newton-Raphson ainsi que l'hypothèse 3 ( $\forall t \in [0, \delta t], \phi(t) \simeq \phi(0)$  et  $\psi(t) \simeq \psi(0)$ ), la méthode multi-aspérités à macro-échelle a besoin de plus d'incrément de chargement que la méthode de référence (MIM viscoélastique). C'est pourquoi 401 valeurs de chargement sont utilisées pour la méthode multi-aspérités, incluant les 21 valeurs de chargement utilisées pour la méthode de référence.

### 3.3.2.2 Résultats

Les distributions des forces de contact obtenues par les deux méthodes sont comparées figure 3.17 pour 3 valeurs de chargement :  $|P| = 102,9$  N (valeur durant l'étape de chargement), 175 N (valeur maximale), 102,9 N (valeur durant l'étape de déchargement).

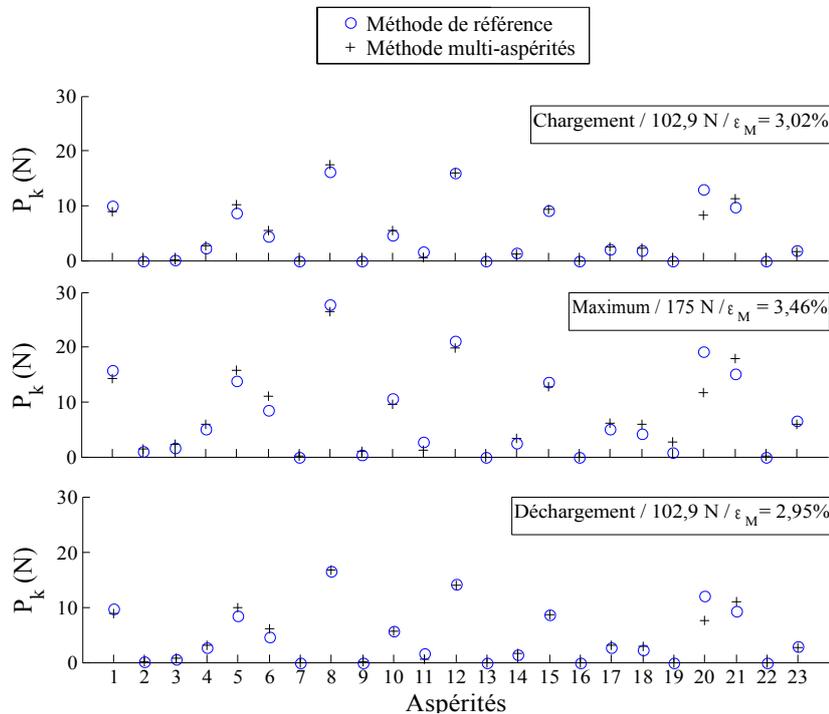


Figure 3.17 — Comparaison des forces de contact sur chaque aspérité entre la méthode de référence (MIM) et la méthode multi-aspérités à macro-échelle viscoélastique pour 3 valeurs de chargement.

Les mêmes conclusions qu'à la section 3.2.2.2 peuvent être faites. De manière générale, les différences entre les deux méthodes sont faibles et il n'y a pas de valeurs aberrantes. De plus, la distribution des forces de contact est très similaire pour les deux mé-

thodes et pour les trois valeurs de chargements. Les différences entre les deux méthodes ont tendance à augmenter avec l'amplitude du chargement et les plus grandes différences sont toujours obtenues sur les mêmes aspérités. Ce problème provient probablement de la géométrie des aspérités en question. Les erreurs globales  $\varepsilon_M$  pour chaque valeur de chargement sur la figure 3.17 sont définies par l'équation (3.66). Pour l'ensemble des valeurs de chargement, l'erreur globale ne dépasse pas les 5 %, ce qui semble acceptable pour la prévision du bruit de contact pneumatique/chaussée à basses fréquences.

Les forces de contact obtenues pour les valeurs de chargement entre 0 et 175 N, par les deux méthodes, sont rapportées sur la figure 3.18 pour la phase de chargement (à gauche) et de déchargement (à droite). Le paramètre  $\rho$  est le coefficient de corrélation et  $a$  et  $b$  sont les coefficients de la régression linéaire :  $P_k/P_{k-max, multi-asp.} = aP_k/P_{k-max, réf.} + b$ .

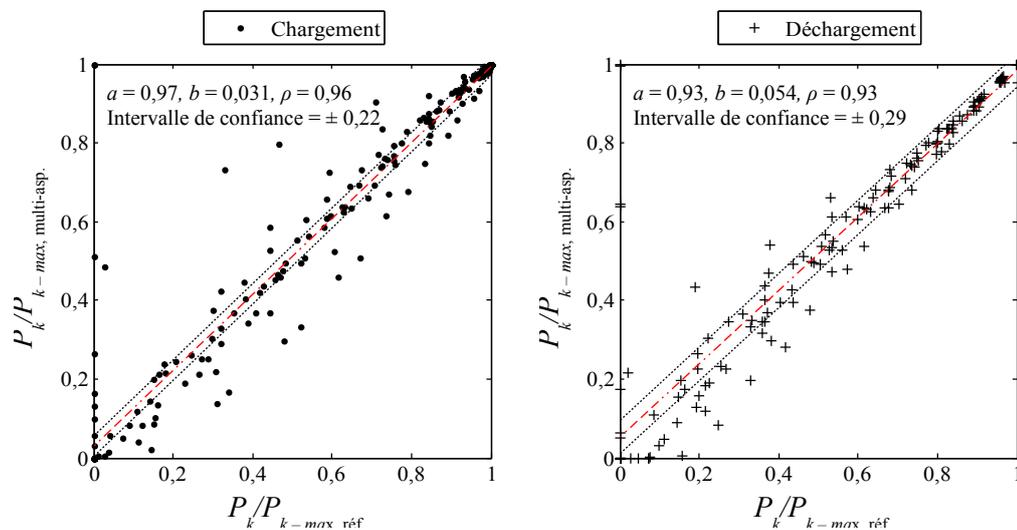


Figure 3.18 — Corrélation entre les forces de contact obtenues par la méthode de référence (MIM) et par la méthode multi-aspérités viscoélastique pour les valeurs de chargements entre 0 et 175 N.

Les coefficients de corrélation sont relativement proches de 1, indiquant une forte corrélation positive entre les deux méthodes. Il existe tout de même un léger biais lorsque l'on considère les coefficients  $a$  et  $b$  de la régression linéaire : les forces de contact calculées à partir du modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle sous-estiment légèrement celles obtenues par MIM viscoélastique. Enfin, les coefficients de la régression linéaire sont légèrement meilleurs dans l'étape de chargement, ce qui est cohérent avec la difficulté de la méthode de Radok dans la phase de déchargement.

Finalement, résoudre le problème de contact par MIM pour les 21 pas de chargement entre 0 et 175 N prend 1 h 48 min<sup>6</sup>, alors qu'il faut 12 s pour la méthode multi-aspérités à macro-échelle pour les 401 pas de chargements. Cependant, la MIM fournit la distribution de pression, tandis que seules les forces de contact sont obtenues par la méthode multi-aspérités à macro-échelle. Les résultats de cette dernière méthode semblent toutefois suffisants pour la prévision du bruit de roulement induit par les mécanismes d'origine mécanique.

6. PC standard 2 coeurs à 2 threads chacun et 6 Go de RAM

### 3.3.3 Évaluation d’empreinte macro-échelle pneumatique/chaussée visco-élastique

Grâce à son efficacité en temps de calcul pour un nombre d’éléments important, la méthode multi-aspérités viscoélastique donne la possibilité d’évaluer les forces de contact pour une taille représentative du contact pneumatique/chaussée.

#### 3.3.3.1 Configuration des calculs

Le modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle est donc appliqué aux trois surfaces présentées à la section 3.2.3, figure 3.10. Le pneu est celui de la configuration « pneu lisse » de la section 3.2.3, mais le matériau est décrit par un comportement viscoélastique et caractérisé par un modèle rhéologique de Maxwell généralisé (cf. annexe B) valable pour les pneumatiques utilisés dans ce mémoire. Les modules de perte et de conservation du pneu lisse sont illustrés figure 3.19 (à gauche) avec les paramètres du modèle rhéologique (à droite). Les équations des modules de perte et de conservation par rapport aux paramètres du modèle rhéologique sont les suivantes :

$$E' = E_\infty + G_0 \sum_{i=1}^m \frac{A_i \tau_i^2 \omega^2}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad \text{module de conservation} \quad (3.71)$$

$$E'' = G_0 \sum_{i=1}^m \frac{A_i \tau_i \omega}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad \text{module de perte} \quad (3.72)$$

$$\text{avec : } E^* = E' + iE'' \quad \text{module dynamique} \quad (3.73)$$

où  $\omega = 2\pi f$  avec  $f$  la fréquence et  $E_\infty = G_0 = 2.5$  MPa.

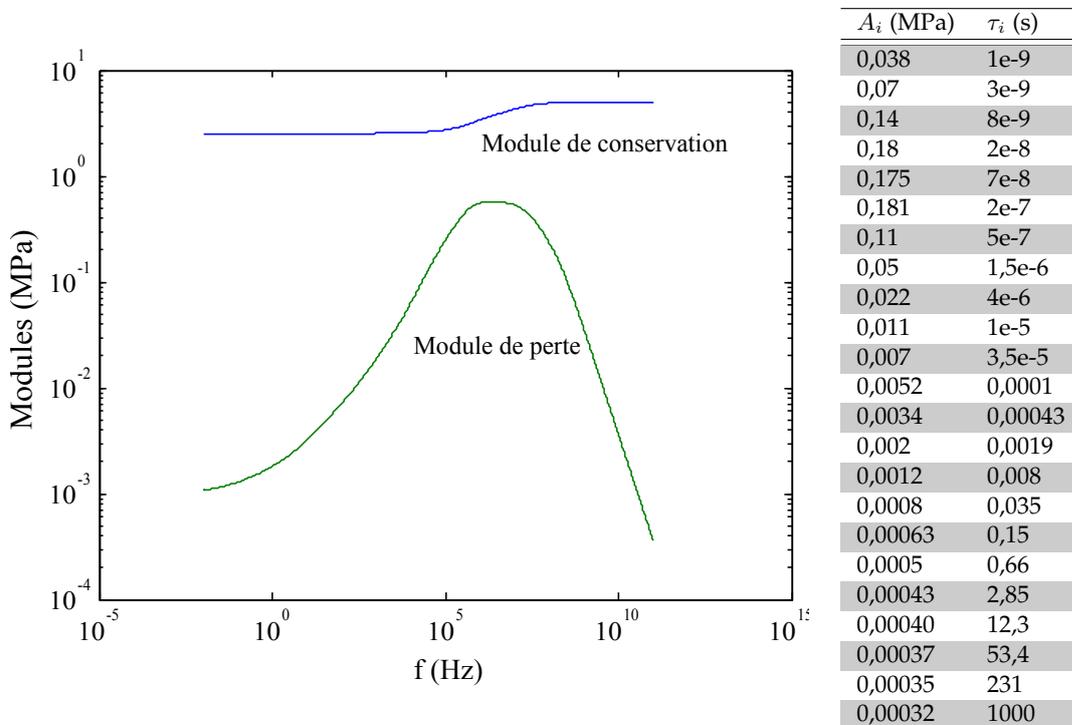


Figure 3.19 — Modules de perte et de conservation du modèle rhéologique de Maxwell généralisé utilisé (à gauche) avec ses paramètres (à droite).

### Section 3.3. Contact pneumatique/chaussée viscoélastique

La zone d'intérêt pour le contact entre le pneu et les trois surfaces est un rectangle de  $11 \times 18$  cm (cf. figure 3.10). Les éléments en contact sont des carrés de 0,4 mm de côtés. Cette résolution permet de clairement distinguer l'aire de contact locale sur chaque aspérité. La pression de gonflage du pneu est standard (2,5 bars), ce qui conduit à une valeur de force imposée dans le modèle de contact de l'ordre de 3 000 N. Dans une première approche, le chargement et le déchargement du pneu sur la chaussée sont simulés par un chargement sinusoïdal sans déplacement du centre de roue dans la direction du roulement. Cet aspect pourra être amélioré dans de futurs travaux pour mieux représenter le chargement mesuré expérimentalement (Cesbron *et al.*, 2009a). Ainsi, un chargement sinusoïdal est appliqué comme décrit par l'équation (3.70) avec 501 pas de temps. Pour estimer l'effet de la viscoélasticité avec la vitesse, quatre intervalles de temps différents sont utilisés, correspondant à la durée que met le pneu pour parcourir 10 cm sur une chaussée lors du roulement réel :  $t \in [0; 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ s}]$  (30 km/h),  $t \in [0; 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}]$  (50 km/h),  $t \in [0; 4 \cdot 10^{-3} \text{ s}]$  (90 km/h),  $t \in [0; 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ s}]$  (130 km/h).

#### 3.3.3.2 Résultats

Les empreintes de contact obtenues pour les trois surfaces à  $|P| = 3\,000$  N (maximum du chargement) dans le cas élastique (statique) et viscoélastique (30 km/h) sont données figure 3.20. La première observation est la diminution, pour les trois surfaces, de l'aire de contact dans le cas viscoélastique. L'aire de contact apparente  $A$  ( $\text{cm}^2$ ) et la force de contact maximale  $P_{k-max}$  (N) pour les trois surfaces et les quatre types de chargement sont résumées dans le tableau 3.4.

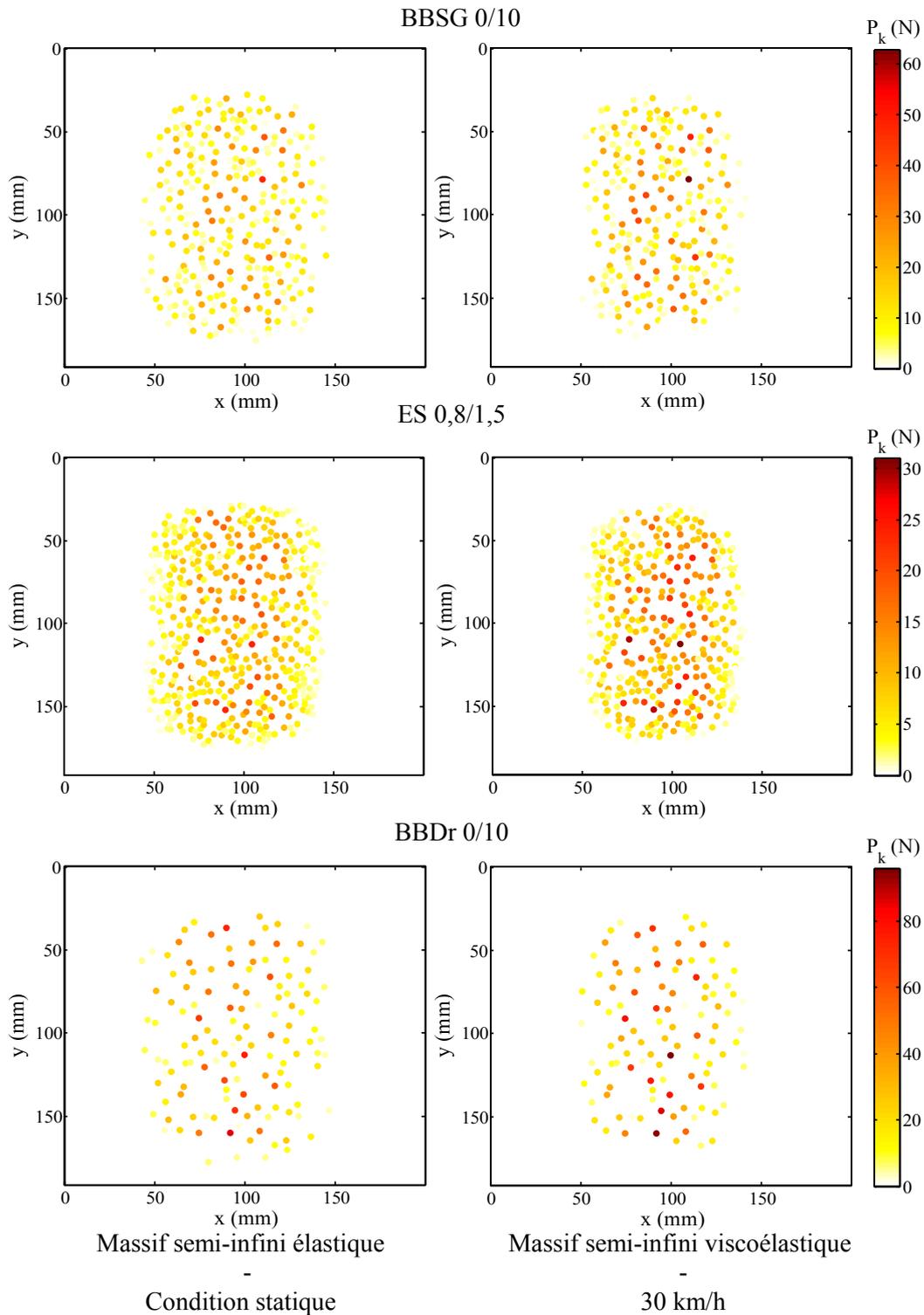
Vitesse	BBSG 0/10		ES 0,8/1,5		BBDr 0/10	
	A ( $\text{cm}^2$ )	$P_{k-max}$ (N)	A ( $\text{cm}^2$ )	$P_{k-max}$ (N)	A ( $\text{cm}^2$ )	$P_{k-max}$ (N)
Statique	131,9	48,2	139,7	24,2	134,2	88,2
30 km/h	107,5	62,9	117,7	31,0	112,4	96,0
50 km/h	109,1	63,0	118,2	31,0	111,7	96,1
90 km/h	107,4	63,0	116,3	30,8	112,2	96,1
130 km/h	105,9	63,0	116,2	30,8	112,6	96,1

**Tableau 3.4** — Paramètres de contact globaux obtenus pour les trois surfaces utilisées pour les calculs à différentes vitesses.

La diminution de l'aire de contact apparente de l'ordre de 20 % entre le cas statique et le cas dynamique, avec une très faible influence de la vitesse, est due à la viscoélasticité de la gomme du pneumatique. Ce résultat est en accord avec les résultats expérimentaux trouvés dans la littérature (Cesbron *et al.*, 2009a). Le paramètre le plus important de ce changement d'aire de contact est le module instantané  $E_0$ . Lors du chargement le matériau réagit instantanément et n'a pas le temps de se relaxer, le module est plus élevé que dans le cas au repos  $E_\infty$ . La gomme étant plus rigide, l'aire de contact diminue et c'est pourquoi la force de contact maximale augmente.

Finalement, il a fallu quelques minutes par surface pour résoudre le problème de contact élastique pour les 501 incréments de temps, lorsqu'il a fallu 1 à 3 h dans le cas viscoélastique. Enfin, nous avons pu voir que la viscoélasticité avait un impact non négligeable sur la taille de l'aire de contact, mais la distribution générale des forces ne changeait que très faiblement, i.e. les points de contact restent les mêmes, sauf sur les bords où les forces s'annulent. Pour une prévision de bruit à basses fréquences, les résultats du modèle de contact multi-aspérités élastique peuvent être une première

approximation rapide du contact pneumatique/chaussée viscoélastique, en adaptant le module élastique (ici environ le double) pour être proche du cas viscoélastique.



**Figure 3.20** — Empreintes statiques à charge maximale pour les trois surfaces en contact avec un massif semi-infini élastique (à gauche) et avec un massif semi-infini viscoélastique (30 km/h, à droite).

### 3.4 Contact pneumatique/chaussée avec vibrations

Dans le but d'élaborer un modèle physique complet de prévision du bruit de roulement, le modèle de contact utilisé en amont doit, dans la mesure du possible, comporter l'ensemble des phénomènes dynamiques intervenant lors du roulement du pneumatique sur la chaussée. Le modèle de plaque orthotrope (valable jusqu'à 1 000 Hz, Kropp (1992)) est incorporé dans le modèle de contact multi-aspérités dans cette section. Le choix du modèle vibratoire est lié à sa simplicité et à sa grande diffusion dans la littérature sur la prévision du bruit de roulement. Dans les lignes qui suivent, pour un pneumatique roulant sur plusieurs mètres de chaussée, on s'intéresse à la comparaison des différentes déclinaisons du modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle, c'est-à-dire :

- élastique sans vibration (succession d'états statiques) ① ;
- viscoélastique sans vibration ② ;
- élastique avec vibration ③ ;
- viscoélastique avec vibration ④.

Pour chaque configuration, le calcul à micro-échelle n'intègre pas d'effets dynamiques en plus et se limite au calcul de la pression initiale (**hypothèse 5**) comme décrit dans la section 3.1.3.

#### 3.4.1 Forces de contact sur plusieurs mètres de chaussée

Les 4 déclinaisons du modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle ont été utilisées pour obtenir les forces de contact sur plusieurs mètres de chaussées ( $\simeq 2,3$  m soit environ 1,25 tour). Les différents paramètres et éléments nécessaires à ces calculs sont présentés dans cette partie. Pour les calculs à micro-échelle, les données d'entrées (forces de contact) sont celles des 4 déclinaisons du modèle à macro-échelle.

##### 3.4.1.1 Configuration des calculs sur plusieurs mètres de chaussée

###### Surfaces utilisées

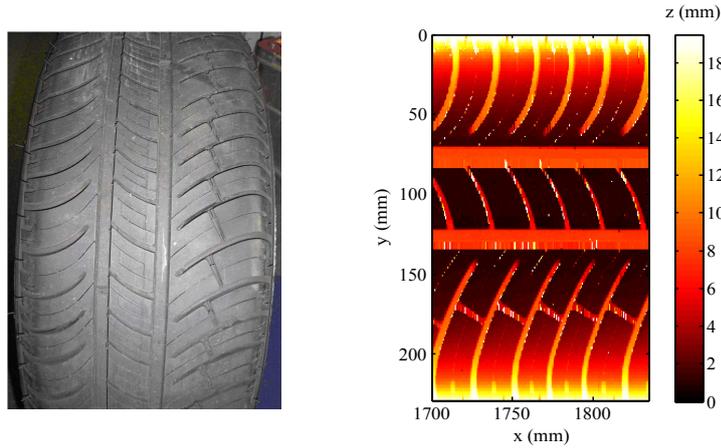
Trois surfaces de chaussée ont été utilisées (elles ont été présentées plus en détail dans la section 2.1), à savoir :

- E2 : Béton Bitumineux Semi-Grenu 0/10 (surface de référence) ;
- A : Enduit Superficiel 8/10 ;
- L2 : Sable enrobé 0/4.

La surface E2 peut être considérée comme une surface de référence (texture moyenne) de l'ensemble des surfaces de la section 2.1. Les surfaces A et L2 ont une macro-texture forte et faible respectivement. La résolution spatiale du relevé de texture est  $h_x = 0,384$  mm dans le plan  $(x, y)$  et  $h_z = 0,038$  mm verticalement. Les dimensions des planches mesurées sont de l'ordre de  $L_x = 2,3$  m dans la direction de roulement et de  $L_y = 0,36$  m dans la direction transverse.

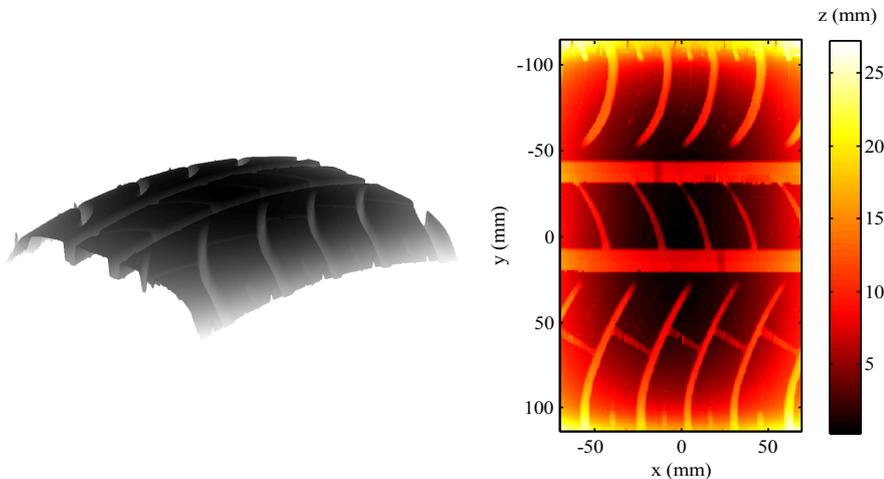
###### Géométrie du pneumatique : configuration « pneu standard »

Lors du projet Deufrako P2RN (2009), la géométrie en trois dimensions de la surface d'un pneu Michelin Energy E3A, 195/60 R15 non-déformé a été mesurée à l'aide d'un capteur laser ( $h_x = 0,4717$  mm,  $h_y = 1$  mm). Par la suite, on nomme cette configuration : configuration « pneu standard ». Le résultat obtenu est présenté figure 3.21.



**Figure 3.21** — Photographie du pneu rainuré utilisé (à gauche) – surface mesurée du pneu (à droite) (Deufrako P2RN, 2009).

Cependant la surface obtenue ne tient pas compte de la courbure du pneumatique et des invalidités de mesure peuvent être observées. Après suppression de ces discontinuités par interpolation linéaire, la surface du pneu est ensuite régénérée à chaque pas de temps avec la même résolution que le maillage de la chaussée. Le rayon du pneu non-déformé donné par le constructeur est égal à 292 mm. Un exemple de surface potentiellement en contact<sup>7</sup> avec la chaussée à un instant donné est illustré figure 3.22.



**Figure 3.22** — Surface du pneumatique rainuré potentiellement en contact avec la chaussée pour un instant donné.

Dans le calcul de contact sur plusieurs mètres de chaussée, les rainures du pneumatique potentiellement en contact sont différentes à chaque instant. Elles sont obtenues par rotation du pneu en fonction de sa position sur la chaussée. Le pneumatique a une rigidité standard, qui peut se modéliser soit par :

1. un massif-semi infini élastique (① et ③) avec les caractéristiques mécaniques suivantes : un module d'Young  $E = 2,5$  MPa et un coefficient de Poisson  $\nu = 0,5$  ;

7. On entend par « potentiellement » en contact, la partie de la surface du pneumatique qui pourrait être en contact avec la chaussée à un instant donné et non pas l'aire de contact.

## Section 3.4. Contact pneumatique/chaussée avec vibrations

2. un massif-semi infini viscoélastique (② et ④) avec les caractéristiques mécaniques présentées à la section 3.3.3, figure 3.19.

Enfin, la pression de gonflage du pneu est standard (2,5 bars), ce qui conduit à une valeur de force imposée dans le modèle de contact de l'ordre de 3 000 N.

### Chargement

Le pneu roule au centre de la surface à une vitesse de 90 km/h pour un tour de roue. Il parcourt donc la surface de chaussée en 0,068 s. Le chargement à macro-échelle est le suivant :

- la convergence de la méthode de Newton-Raphson nécessite une phase d'écrasement à la position initiale du pneumatique jusqu'à atteindre la valeur de chargement de 3 000 N désirée. L'écrasement s'effectue en 500 itérations de 0 à 3 000 N.
- la résolution du contact est ensuite réalisée pour chaque déplacement du pneumatique de  $dx = h_x = 0,384$  mm, c'est-à-dire :  $dt = dx/V = 1,54 \cdot 10^{-5}$  s. Le chargement de 3 000 N est donc effectué pour 4 412 itérations jusqu'à atteindre un tour de roue complet du pneumatique.

Le chargement à micro-échelle est donc composé de 4 412 itérations comme les forces de contact obtenues à macro-échelle, puisque l'on effectue alors un calcul élastique local à chaque instant.

### 3.4.1.2 Paramètres complémentaires aux calculs à macro-échelle avec vibration

#### Paramètres de la plaque orthotrope

Pour utiliser le modèle de plaque orthotrope (annexe A), il est nécessaire de connaître plusieurs paramètres liés au pneumatique (rigidité, masse, géométrie, etc...). Lors du projet Deufrako P2RN (2009), les paramètres mécaniques d'un pneumatique Michelin Energy E3A 195/60 R15 ont été mesurés<sup>8</sup> et identifiés aux paramètres nécessaires pour caractériser la plaque orthotrope. Les valeurs de ces paramètres sont données figure 3.23.



Paramètres	Symboles	Unités	Valeurs
Tension	$T_0$	N/m	$4,4 \cdot 10^4 (1+0,05i)$
Rigidité (radiale)	$B_x$	Nm	$4(1+0,2i)$
Rigidité (latérale)	$B_y$	Nm	$4(1+0,2i)$
Masse	$m''$	kg/m <sup>2</sup>	12,384
Rigidité (pression)	$s_a$	N/m <sup>3</sup>	$5,73 \cdot 10^5 (1+0,1i)$
Largeur	$l_x$	m	0,32
Périmètre	$l_y$	m	1,8347
Largeur (bande)	b	m	0,14

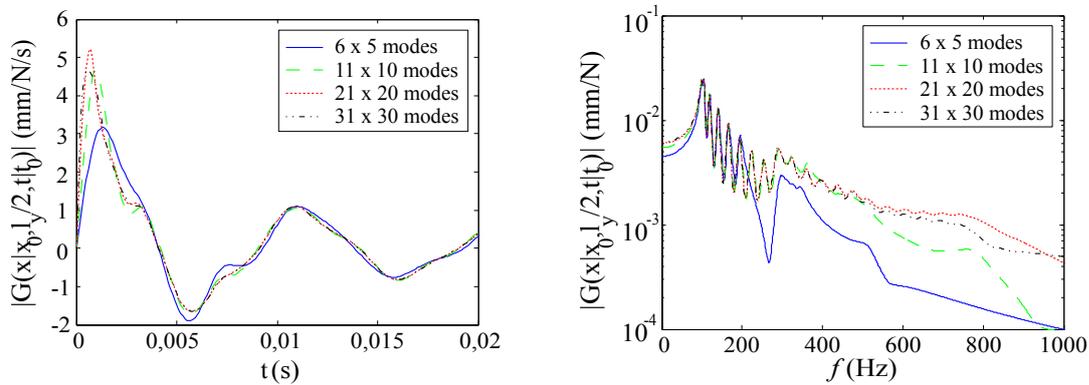
Figure 3.23 — Valeurs des paramètres de la plaque orthotrope d'un pneu Michelin Energy E3A, 195/60 R15 (Deufrako P2RN (2009) à droite) identifiées par mesure de mobilité (à gauche).

#### Nombre de modes :

En reprenant l'équation (3.42) et pour des raisons de mise en œuvre numérique, le nombre de modes ( $M_1, M_2$ ) utilisés pour décrire la fonction de Green du pneumatique est limité. Pour déterminer les valeurs des paramètres  $M_1$  et  $M_2$  à utiliser, on se propose

8. Mesure de mobilité du pneumatique en conditions aux limites libres (Université de Chalmers, Suède)

d'évaluer l'impact d'une modification du nombre de modes sur la fonction de Green en fonction du temps et de la fréquence (cf. figure 3.24).



**Figure 3.24** — Fonction de Green de la plaque orthotrope dans le domaine temporel (à gauche) et fréquentiel (à droite) pour  $x_0 = 0$ ,  $x - x_0 = 0$  et  $y = l_y/2$  selon le nombre de modes utilisé.

À partir de  $M_1 = 11$  et  $M_2 = 10$ , la fonction de Green en fonction du temps est très proche en amplitude de celle pour  $M_1 = 31$  et  $M_2 = 30$ . De plus, la description modale (fonction de Green en fonction de la fréquence) de la plaque est très bien décrite avec les paramètres  $M_1 = 11$  et  $M_2 = 10$ , jusqu'à 500 Hz par rapport aux paramètres  $M_1 = 31$  et  $M_2 = 30$ . Au vu de ces résultats et sachant que l'augmentation des paramètres  $M_1$  et  $M_2$  augmente radicalement le temps de calcul (de l'ordre du triple entre chaque configuration présentée), les paramètres utilisés dans les calculs par la suite sont les suivants :  $M_1 = 11$  et  $M_2 = 10$ .

### 3.4.2 Effet de la vibration sur le contact pneumatique/chaussée

#### 3.4.2.1 Résultats à macro-échelle

Les distributions de forces de contact aux sommets des aspérités obtenues pour les quatre déclinaisons du modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle, pour un instant donné sur la chaussée E2, sont illustrées sur la figure 3.25.

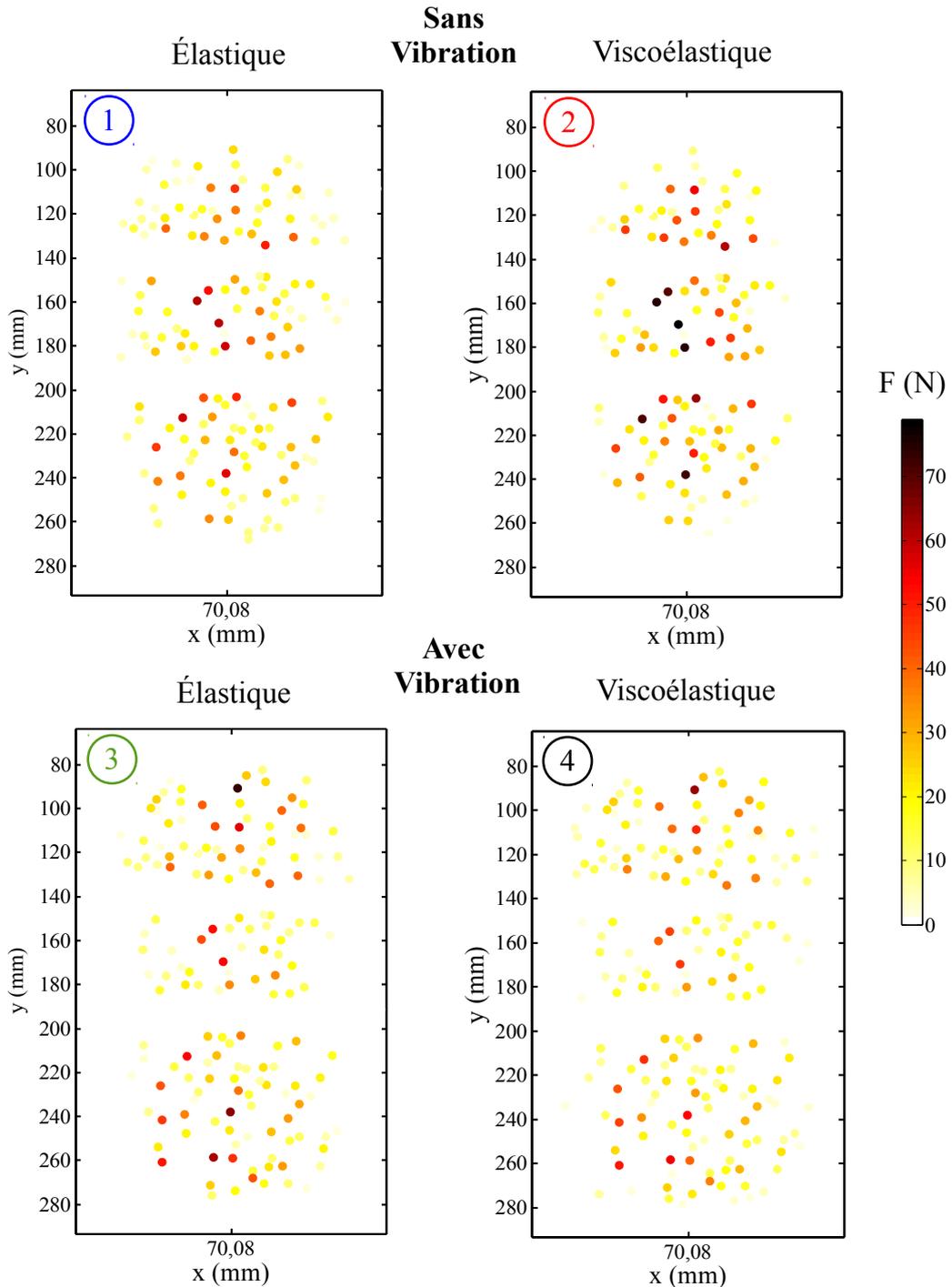


Figure 3.25 — Empreintes macro-échelle du contact entre la pneumatique standard et la surface E2 pour les cas avec ou sans vibration et avec ou sans viscoélasticité.

Les différences entre la configuration élastique sans vibration ① et celle viscoélastique sans vibration ② sont les mêmes qu'à la section 3.3, à savoir que l'aire de contact apparente diminue en largeur dans le sens du roulement et que les forces de contact augmentent principalement au centre de l'aire de contact. Ces différences proviennent vraisemblablement de la raideur instantanée du pneumatique dans le cas viscoélastique, qui est plus élevée que le module d'Young dans le cas élastique. Au contraire, on observe une augmentation de l'aire de contact apparente sur la périphérie entre la configuration élastique avec vibration ③ et celle viscoélastique avec vibration ④. De plus, les forces de contact diminuent sur la périphérie. La description mécanique de la plaque orthotrope joue un rôle non négligeable sur le résultat du modèle de contact.

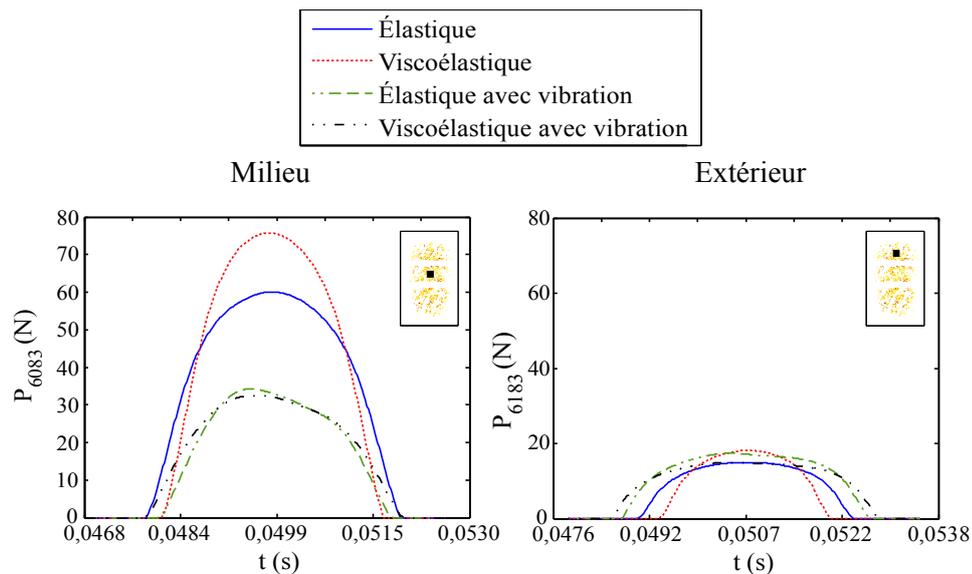
Maintenant, dès que l'on ajoute la vibration de la ceinture du pneumatique dans le modèle de contact multi-aspérités (③ et ④), on peut distinguer deux résultats : le cas élastique avec ou sans vibration (① et ③) et le cas viscoélastique avec ou sans vibration (② et ④). Pour le premier (① et ③), l'effet de la prise en compte de la vibration diminue l'aire de contact dans le sens du roulement et élargit dans le sens transverse. Pour l'autre cas (② et ④), l'aire de contact globale augmente et les forces de contact aux centres faiblissent. Ces résultats proviendraient *a priori* de la description mécanique de la plaque orthotrope (raideurs complexes de la bande de roulement et des flancs, ainsi que les modes de la plaque excités par le contact).

L'ensemble de ces résultats sur les aires de contact apparentes pour la surface E2 sont regroupés dans le tableau 3.5 avec ceux pour les surfaces A et L2, dont les résultats en termes d'empreinte de contact sont similaires (et donc les conclusions aussi). Le temps de calcul pour chaque cas et chaque surface a été ajouté dans la dernière ligne du tableau 3.5 (PC Alienware© 12 threads de calcul et 6 Go de RAM). Premièrement, le calcul des forces de contact pour un pneu faisant un tour de roue sur une chaussée prend entre quelques minutes à environ un jour selon la densité de la surface. De manière générale, intégrer la viscoélasticité de la gomme du pneumatique augmente de 15 à 40 % le temps de calcul et intégrer la vibration du pneumatique l'augmente de 4 à 10 fois par rapport à la configuration élastique.

	E2				L2				A			
	①	②	③	④	①	②	③	④	①	②	③	④
$\mathcal{A}$	139	113	147	167	131	111	147	160	157	151	157	177
$t_c$	0,55	0,76	4,93	5,63	5,53	7,48	22,18	29,36	0,07	0,10	0,80	0,91

**Tableau 3.5** — Aires apparentes  $\mathcal{A}$  (cm<sup>2</sup>) pour 3 textures de chaussées différentes (A, E2, L2) selon la configuration du modèle utilisé (① : élastique, ② : viscoélastique, ③ : élastique avec vibration, ④ : viscoélastique avec vibration) et le temps de calcul  $t_c$  (h).

Pour la prévision du bruit de roulement, les résultats de ces déclinaisons du modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle montrent la nécessité d'une validation expérimentale des différents effets dynamiques du roulement sur le contact. Les validations expérimentales seront vraisemblablement difficiles sur l'ensemble de l'aire de contact, il serait alors intéressant de mesurer la force de contact au cours du temps pour un point prépondérant de la surface. Dans un premier temps on peut regarder les forces de contact numériques aux sommets de deux aspérités (6083 - au centre de l'aire ; 6183 - sur la périphérie), pour les 4 déclinaisons du modèle de contact multi-aspérités, illustrées figure 3.26 au cours du temps.



**Figure 3.26** — Forces sur deux aspérités (indice 6083 : au centre de l’aire de contact, à gauche ; et indice 6183 : à la périphérie, à droite) de la surface E2 en fonction du temps pour les quatre configurations de modèle de contact.

Les forces de contact obtenues dans les cas sans vibration sont symétriques entre le chargement et le déchargement sur l’aspérité au cours du temps. Cependant, la raideur instantanée plus élevée du cas viscoélastique fait que la force est plus élevée que dans le cas élastique et s’applique sur une plus courte durée. La force de contact obtenue dans le cas viscoélastique sans vibration est généralement la plus élevée de toutes les déclinaisons du modèle de contact. L’ajout du modèle de plaque orthotrope influence différemment les résultats par rapport au cas élastique sans vibration selon que l’on se situe au centre de l’aire de contact (à gauche figure 3.26) ou à l’extérieur de l’aire de contact (à droite figure 3.26). Les forces de contact sont plus faibles au centre et du même ordre de grandeur à l’extérieur. Cependant, dans les deux cas, les forces de contact ne sont pas symétriques entre le chargement et le déchargement au cours du temps, provenant de la description mécanique de la plaque orthotrope et du comportement viscoélastique de la gomme du pneumatique. Les résultats entre le cas élastique avec vibration et celui viscoélastique avec vibration sont relativement proches. Le modèle de plaque orthotrope inclut un certain amortissement (cf. figure 3.23 : raideurs complexes) qui pourrait expliquer les faibles différences entre ces deux déclinaisons du modèle de contact multi-aspérités. Tous ces résultats restent à valider expérimentalement avant de choisir une des déclinaisons du modèle de contact pour une application au bruit de roulement.

### 3.4.2.2 Résultats à micro-échelle

Les forces de contact obtenues à l’aide des quatre déclinaisons du modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle ont été utilisées pour effectuer des calculs à micro-échelle. Ainsi, l’effet de chaque déclinaison sur le modèle pourra être évalué à une échelle plus fine. D’autant plus que la distribution de pression est nécessaire pour obtenir des spectres de force de contact, ce qui sera développé au chapitre 4. Le calcul à micro-échelle se limite à la distribution de pression initiale  $p^0$  du modèle de contact multi-aspérités à micro-échelle présenté à la section 3.1.3. En effet, le calcul de l’ensemble des distributions de pression jusqu’à l’itération finale aurait pris un temps beau-

coup trop important dans le temps imparti pour la thèse, mais le calcul est tout à fait réalisable, moyennant l'intégration des aspects dynamiques (viscoélasticité, vibration) dans les équations à micro-échelle. De plus, les résultats présentés par la suite sont ceux pour la surface E2, les conclusions étant relativement les mêmes pour les deux autres surfaces. Pour une position donnée sur la chaussée ( $x = 70,08$  mm), les forces de contact à micro-échelle (intégration de la distribution de pression sur les éléments carrés de  $0,4 \times 0,4$  mm) sont illustrées figure 3.27, selon la direction perpendiculaire au roulement ( $\vec{y}$ ) et pour les quatre déclinaisons du modèle de contact.

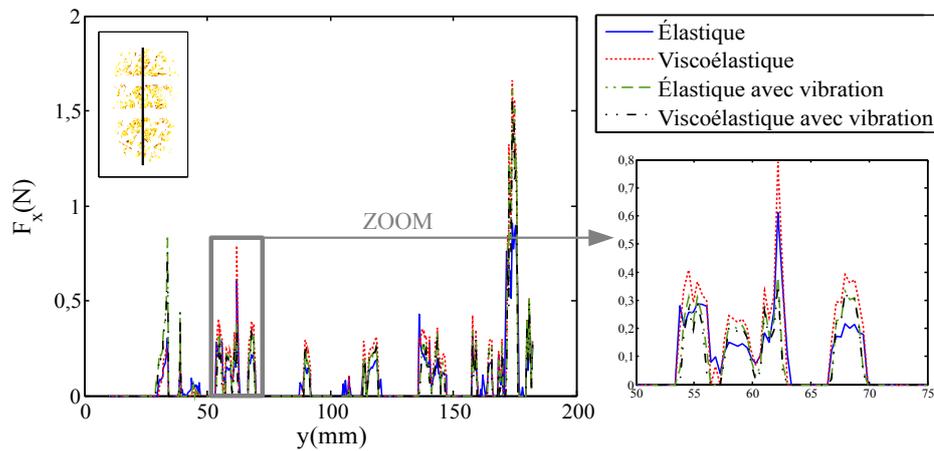


Figure 3.27 — Forces de contact selon la direction perpendiculaire au roulement à la position  $x = 70,08$  mm et pour les quatre déclinaisons du modèle de contact.

On observe que la distribution de forces de contact fluctue très peu dans le sens perpendiculaire entre les quatre approches du modèle de contact. Les forces les plus élevées sont obtenues dans le cas viscoélastique sans vibration, principalement au centre de l'aire de contact. Les résultats des deux cas avec vibration (avec ou sans viscoélasticité) sont quasiment identiques et globalement les résultats des quatre déclinaisons du modèle de contact sont assez proches dans la direction perpendiculaire au roulement. Dans la direction longitudinale (direction du roulement) ( $\vec{x}$ ), les forces de contact (contenues dans un élément carré de  $0,4$  mm de côté au milieu de l'aire de contact) sont illustrées figure 3.28, au cours du temps et pour les quatre déclinaisons du modèle de contact.

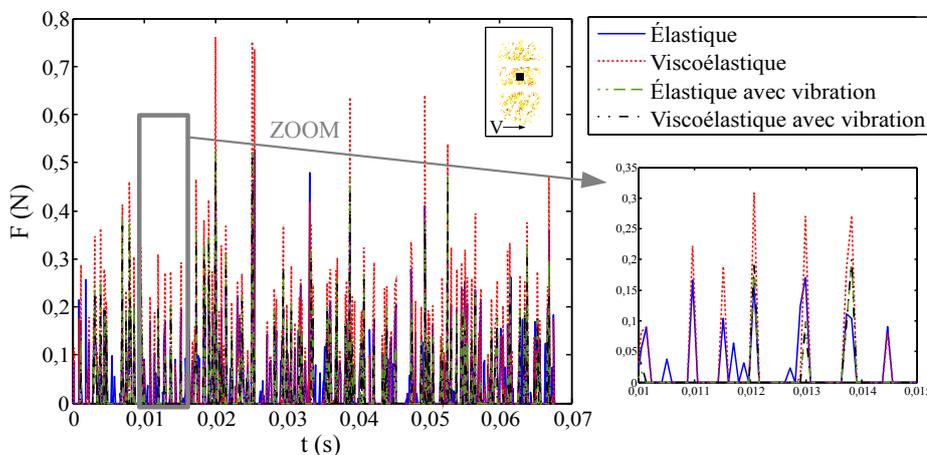
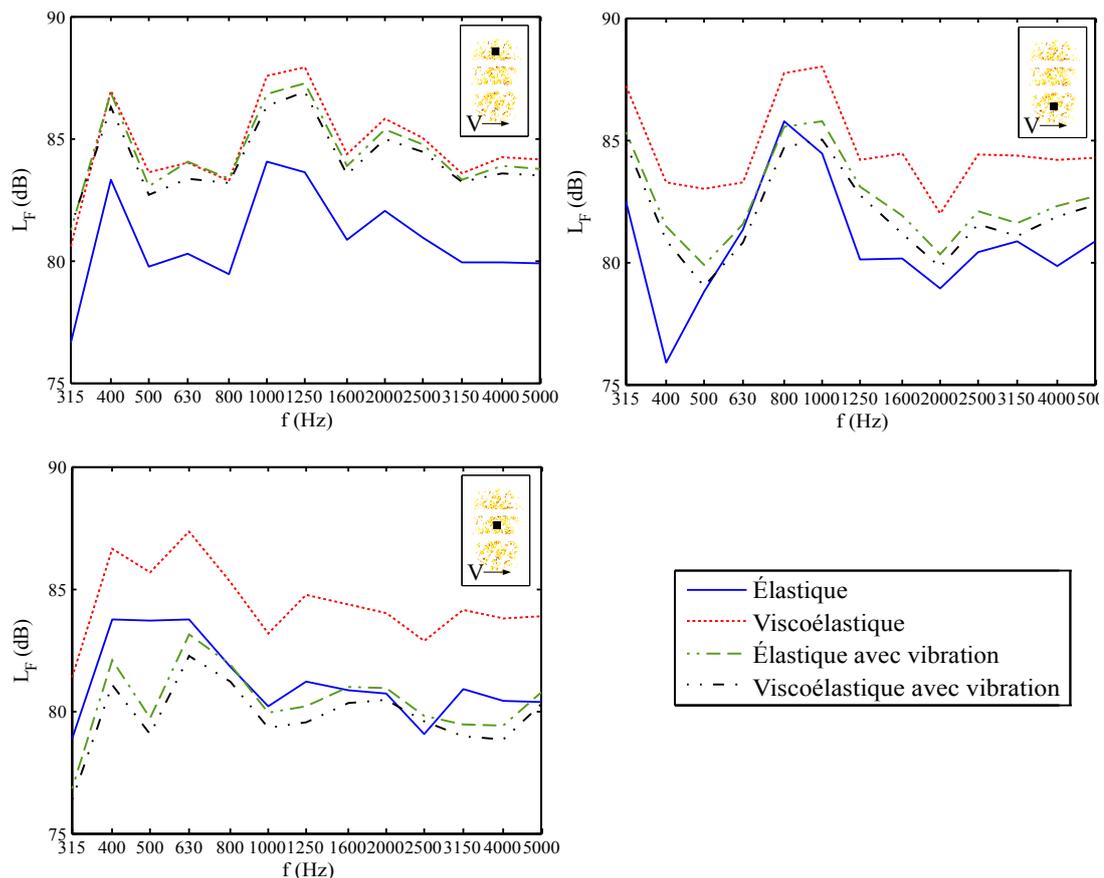


Figure 3.28 — Forces de contact en fonction du temps selon la direction du roulement à l'intérieur d'un élément carré ( $0,4 \times 0,4$  mm) et pour les 4 déclinaisons du modèle de contact.

### Section 3.4. Contact pneumatique/chaussée avec vibrations

Le signal de force obtenu est alors aléatoire au cours du temps, en fonction principalement de la texture (BBSG 0/10) mis en jeu dans le contact. On peut ajouter aux conclusions précédentes que l'ajout de phénomènes dynamiques supprime certaines forces au cours du temps. Dans le cas élastique sans vibration (succession d'états quasi-statiques), des forces de contact apparaissent plus souvent que pour les autres cas. En plus d'une modification globale de l'aire de contact vue au paragraphe précédent, la viscoélasticité et les vibrations du pneumatique ont donc aussi un effet au niveau local. Cependant il reste à valider expérimentalement ces résultats numériques pour estimer l'importance de la prise en compte de ces effets dynamiques sur le contact pour la prévision du bruit de roulement.

Comme nous allons le voir dans le chapitre 4, le résultat de la mesure du bruit de roulement est le plus souvent un spectre du niveau de bruit. On peut donc s'intéresser aux spectres de forces de contact que l'on peut obtenir à partir de résultats tels que ceux présentés figure 3.28. Ainsi, les spectres de forces de contact en tiers d'octave sont donnés figure 3.29, pour trois positions transverses différentes (trois carrés de côté 0,4 mm positionnés différemment : en haut  $y = 48$  mm, au milieu  $y = 105,6$  mm et en bas  $y = 163,2$  mm de l'aire de contact) et pour les quatre déclinaisons du modèle de contact.



**Figure 3.29** — Spectres de forces de contact pour trois positions transverses différentes et pour les quatre déclinaisons du modèle de contact.

De manière générale, pour une position donnée, les spectres de forces de contact ont tous la même allure quelle que soit la déclinaison du modèle de contact. Cependant des différences d'amplitudes et de quelques positions des pics sont observées, en accord avec les résultats des paragraphes précédents (raideurs différentes, description

mécanique de la plaque orthotrope, etc.). Il apparaît que l'amplitude des spectres pour le cas viscoélastique sans vibration est plus élevée que les autres quelle que soit la position d'observation. De plus, les amplitudes des spectres pour les cas avec vibration sont plus élevées à l'extérieur ( $y = 48$  mm et  $y = 163,2$  mm) par rapport au cas élastique sans vibration et du même ordre de grandeur au centre de l'aire de contact ( $y = 105,6$  mm). Enfin, les différences entre les trois positions sont principalement dues aux caractéristiques du pneumatique et de la chaussée pour ces trois positions.

## Conclusions

Dans une première partie, le modèle de contact dynamique multi-aspérités a été présenté. Il s'appuie sur une description partitionnée de la surface de la chaussée et nécessite donc un pré-traitement présenté dans le chapitre 2. Dans un premier temps, le problème de contact dynamique est résolu à macro-échelle en utilisant une méthode de Newton-Raphson, en incorporant la viscoélasticité de la gomme du pneumatique par des techniques classiques de rhéologie et en ajoutant la vibration du pneumatique par un modèle de plaque orthotrope. Dans un deuxième temps, la distribution de pression (micro-échelle) initiale est obtenue par MIM locale, en utilisant les résultats à macro-échelle. La distribution de pression finale est obtenue par une méthode itérative de Gauss-Seidel mais seulement pour le cas élastique.

Dans une deuxième partie, une simplification du modèle de contact multi-aspérités sans viscoélasticité ni vibration a été présentée. Dans un premier temps, une validation numérique de cette approche élastique a été effectuée en la comparant avec une méthode de référence d'inversion de matrice sur un petit échantillon de surface de chaussée BBSG 0/10. À macro-échelle, les résultats entre les deux méthodes sont très proches avec une erreur globale sur les forces en-dessous de 5 %, mais l'approche multi-aspérités est beaucoup plus rapide que les méthodes classiques. À micro-échelle, les résultats des deux méthodes sont identiques mais les calculs à l'échelle d'un contact réel pneumatique/chaussée ne sont envisageables qu'avec l'approche multi-aspérités. Enfin les distributions de pression pour différentes textures de chaussée ont été évaluées par cette approche multi-aspérités élastique. Dans le contexte de la prévision du bruit de roulement, les forces de contact (macro-échelle) semblent être suffisantes pour la prévision du bruit basses fréquences ( $f < 1\ 000$  Hz) généré par les mécanismes d'origine mécanique. La distribution de pression initiale pourra être utilisée pour estimer la déformation de la surface du pneumatique durant le roulement, ce qui influence les mécanismes aérodynamiques. Enfin, la possibilité d'obtenir la distribution de pression avec une très bonne précision dans le cas élastique ouvre des perspectives intéressantes pour l'introduction de phénomènes de frottement à l'origine de bruit à hautes fréquences.

Dans une troisième partie, le modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle est affranchi de la vibration du pneumatique. L'introduction de la viscoélasticité de la gomme du pneumatique a donc été étudiée plus en détail dans cette partie. La technique de Radok est utilisée pour obtenir une solution viscoélastique à partir de la solution élastique. Les matériaux viscoélastiques sont décrits par des modèles rhéologiques tels que le modèle de Zener et le modèle de Maxwell généralisé. Dans un premier temps, une validation numérique de l'approche multi-aspérités viscoélastique a été effectuée en la comparant avec une méthode de référence d'inversion de matrice (adaptée au cas viscoélastique) sur une surface académique composée de sept sphères. Les résultats à macro-échelle sont en accord avec la littérature et très proches de ceux obtenus par la méthode de référence. De plus, l'approche multi-aspérités est beaucoup

plus rapide que les méthodes classiques. Ensuite, une comparaison des deux méthodes sur un petit échantillon de surface de chaussée a été présentée afin de valider l'approche multi-aspérités viscoélastique sur des surfaces de chaussée réelles. Les résultats à macro-échelle entre les deux méthodes sont très proches avec une erreur globale en-dessous de 5 %. Enfin, étant donnée la rapidité de calcul pour une taille réelle d'aire de contact pneumatique/chaussée par l'approche multi-aspérités, les forces de contact à l'échelle de l'interface réelle pneumatique/chaussée ont pu être évaluées pour différentes textures et différents intervalles de temps. On observe une diminution de 20 % de l'aire de contact entre le cas élastique et le cas viscoélastique pour toutes les vitesses, ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux trouvés dans la littérature.

Enfin, la dernière partie est consacrée à la comparaison des différentes déclinaisons de l'approche multi-aspérités proposées (avec ou sans vibration et avec ou sans viscoélasticité). L'introduction de la vibration est effectuée à l'aide du modèle de réponse vibratoire d'une plaque orthotrope. Les forces de contact pour un pneu roulant sur des surfaces réelles pendant un tour de roue ont pu être obtenues grâce à l'approche développée durant la thèse. À macro-échelle, l'ajout des phénomènes dynamiques au cours du roulement joue sur la dimension de l'aire de contact et donc sur l'amplitude des forces à l'interface. Cependant, de manière globale, les répartitions de forces restent proches. Pour la prévision du bruit de roulement, les résultats de ces déclinaisons du modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle montrent la nécessité d'une validation expérimentale des différents effets dynamiques sur le contact. Enfin, les résultats à micro-échelle aboutissent aux mêmes conclusions qu'à macro-échelle mais ils permettent de décrire, pour des positions données, les forces de contact au cours du temps et ainsi de calculer des spectres de forces de contact, qui seront notamment utilisés au chapitre 4.



*If anything can go wrong, it will.*

*(corollaire) La théorie, c'est quand ça ne marche pas mais que l'on sait pourquoi.*

*La pratique, c'est quand ça marche mais qu'on ne sait pas pourquoi. Quand la théorie rejoint la pratique, ça ne marche pas et on ne sait pas pourquoi.*

Edward A. Murphy Jr.

# 4

## Prévision du bruit de roulement

▷ *La prévision du bruit de roulement par des modèles statistiques hybrides est étudiée dans ce dernier chapitre. Dans un premier temps, la méthode de mesure du bruit de roulement est rappelée et les différents spectres obtenus sont présentés. Les différentes corrélations des grandeurs physiques sont étudiées dans les deux dernières parties. Premièrement, certains paramètres de contact multi-aspérités sont reliés aux niveaux de bruit global recomposé à basses fréquences, afin d'estimer la pertinence d'une telle corrélation pour la prévision du bruit de contact pneumatique/chaussée. Enfin, les corrélations texture/bruit et force/bruit sont présentées dans la dernière partie, permettant une estimation du bruit de roulement à basses fréquences. ◁*

**Plan du chapitre**

---

4.1	Mesure du bruit de roulement . . . . .	115
4.1.1	Mesure en continu du bruit de roulement . . . . .	115
4.1.2	Description des essais et traitement des données . . . . .	116
4.1.3	Résultats de la mesure du bruit de roulement . . . . .	118
4.1.3.1	Configuration « pneu lisse » . . . . .	118
4.1.3.2	Configuration « pneu standard » . . . . .	119
4.2	Corrélations des paramètres de lois de contact avec le bruit . . . . .	121
4.2.1	Paramètres multi-aspérités corr�el�es au bruit . . . . .	121
4.2.2	Résultats . . . . .	122
4.3	Corrélations de la texture et des forces de contact avec le bruit . . . . .	125
4.3.1	Description de la méthode d'obtention des spectres . . . . .	125
4.3.1.1	Présentation des calculs de forces de contact . . . . .	125
4.3.1.2	Définition et obtention des spectres . . . . .	128
4.3.1.3	Choix de la déclinaison du modèle de contact multi-aspérités . . . . .	132
4.3.1.4	Spectres de texture et de forces de contact . . . . .	133
4.3.2	Corrélation pour un « pneu lisse » . . . . .	135
4.3.2.1	Configuration de l'étude . . . . .	135
4.3.2.2	Corrélation entre la texture, les forces de contact et le bruit de roulement . . . . .	136
4.3.3	Corrélation pour un « pneu standard » . . . . .	142
4.3.3.1	Configuration de l'étude . . . . .	142
4.3.3.2	Corrélation entre la texture, les forces de contact et le bruit de roulement . . . . .	142
	Conclusions . . . . .	148

---

## 4.1 Mesure du bruit de roulement

### 4.1.1 Mesure en continu du bruit de roulement

DIFFÉRENTES méthodes existent pour mesurer le bruit de contact pneumatique/chaussée. D'une part, il y a les méthodes dites de « mesures au passage » selon les normes NF EN ISO 11819-1 (2002) et NF S 31-119-2 (2000). Réalisées en un point fixe en bord de route à 7,50 m de l'axe de passage des véhicules, elles permettent une bonne appréciation de l'influence du revêtement en bord de voie. En revanche, elles sont soumises à de fortes contraintes de site et sont difficilement utilisables pour réceptionner un chantier. D'autre part, ils existent les méthodes dites de « mesures embarquées » dont la méthode en continu en champ proche du contact pneumatique/chaussée (AFNOR XP S 31145-1, 2007). Les méthodes au passage et en continu restent complémentaires pour la caractérisation acoustique d'une formule de revêtement. Dans le cadre de la thèse, seule la méthode en continu est utilisée. C'est pourquoi on s'intéresse plus particulièrement à cette dernière technique dans ce mémoire. La méthode de mesure en continu du bruit de contact pneumatique/chaussée, sur le réseau routier inter-urbain comme urbain, permet de :

- caractériser les performances acoustiques d'une formule de revêtement ;
- vérifier la conformité des performances acoustiques de la couche de roulement d'une chaussée ;
- diagnostiquer la qualité acoustique des revêtements d'un réseau routier.

À l'Ifsttar de Nantes, les essais sont réalisés sur un véhicule léger (Renault Scénic, 2,0 L/16 V). Le bruit de contact pneumatique/chaussée est mesuré en continu à l'aide de l'équipement de mesure CPX développé à l'Ifsttar (Priolet *et al.*, 2007), dont le dispositif est illustré figure 4.1. Au cours du roulement, la vitesse du véhicule est connue avec précision à chaque tour de roue, à l'aide d'un signal tachymétrique au niveau de l'ABS de la roue arrière droite.

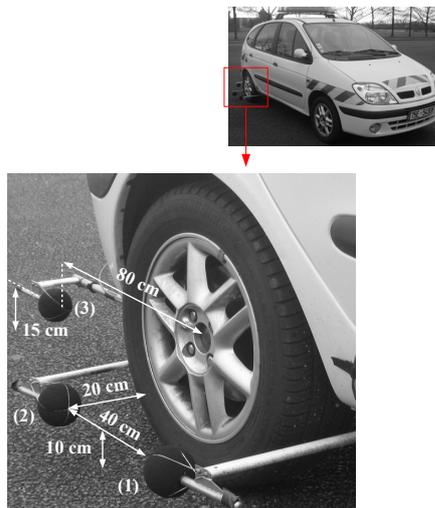


Figure 4.1 — Mesure en continu du bruit de roulement ((1) micro 1, (2) micro 2, (3) micro 3).

Le bruit est mesuré à proximité du pneu arrière droit à l'aide de trois microphones, dont deux latéraux (appelés micro 1 à l'avant et micro 2 à l'arrière) et un situé à l'arrière du pneumatique (appelé micro 3). Les micros 1 et 2 sont positionnés à 20 cm du pneu, 10 cm de la surface du sol et sont distants de 40 cm. Le micro 3 est situé à 80 cm du centre de roue et à 15 cm de la surface du sol. L'acquisition du niveau de bruit est

effectuée à l'aide du logiciel « LRPC » (01-dB Metravib) et comme la mesure de vitesse est effectuée simultanément, elle est synchronisée sur la distance parcourue. Le déclenchement des mesures est automatique, permettant une comparaison des échantillons de divers passages entre eux.

#### 4.1.2 Description des essais et traitement des données

Des essais acoustiques, par la méthode de mesure en continu de bruit de roulement, ont été réalisés sur les différentes surfaces routières de la piste. L'emplacement de chaque planche de référence testée est illustré figure 4.2, où chaque revêtement est dénommé par sa lettre (cf. chapitre 2). Le sens de circulation du véhicule d'essai et les points de mesures de texture (distance en mètres) sont également indiqués pour chaque essai : 1 550 m pour C, E1, L2 ; 1 586 m pour M1 ; 1 650 m pour A ; 1 762 m pour A', E2, F, G et 1 976 m pour M2.

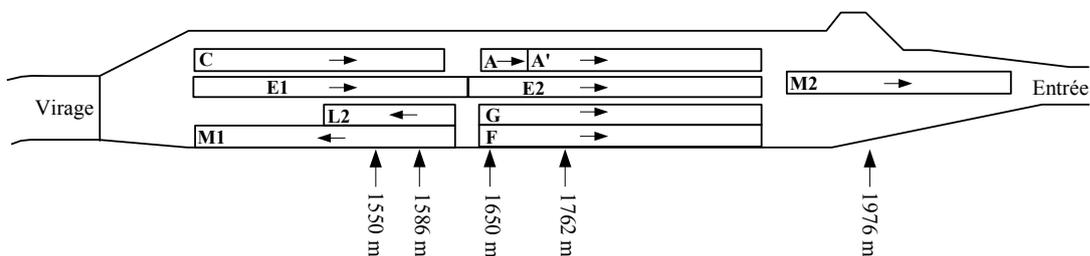


Figure 4.2 — Emplacements des revêtements testés sur la piste de référence de l'Ifsttar (Nantes) (Cesbron, 2007).

Au total, dix revêtements de référence sont retenus pour l'étude dans ce chapitre en fonction des configurations du pneumatique (cf. chapitre 3 : configuration « pneu lisse » et configuration « pneu standard ») :

- « pneu lisse » : 8 revêtements (A, A', C, E1, E2, L2, M1, M2) ;
- « pneu standard » : 10 revêtements (A, A', C, E1, E2, F, G, L2, M1, M2).

Une large gamme de textures de chaussée est étudiée et les caractéristiques de chaque revêtement sont spécifiées dans la section 2.1. Les mesures de bruit de roulement ont été réalisées lors de la thèse de Cesbron (2007) pour la configuration « pneu lisse » et lors du projet Deufrako P2RN (2009) pour la configuration « pneu standard ». Les différentes vitesses utilisées pour les deux configurations de pneumatique sont les suivantes :

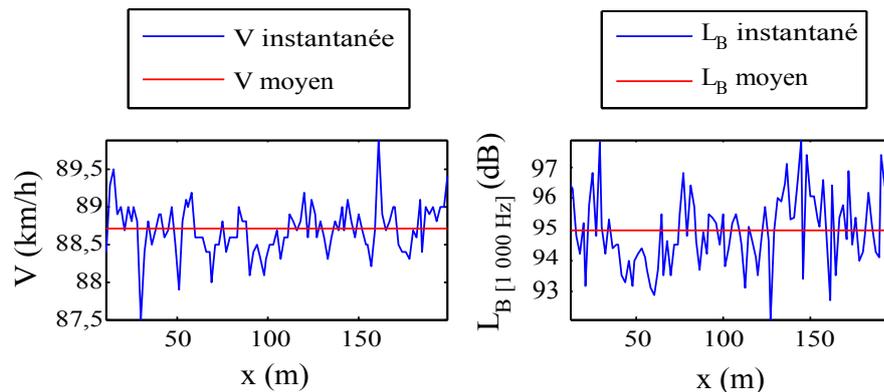
- « pneu lisse » : un passage de 30 à 100 km/h par pas de 10 km/h ;
- « pneu standard » : un passage de 65 à 110 km/h par pas de 5 km/h.

Le traitement des données, présenté par la suite, a été introduit durant la thèse. Pour chaque revêtement, la longueur de la planche sur laquelle est effectuée la mesure est différente (cf. tableau 2.1). Cependant, les données pour une planche sont acquises avec un pas spatial  $\Delta m \simeq 1,8$  m, représentant un tour de roue. À chaque tour de roue sont mesurés la vitesse  $V$ , le niveau de bruit équivalent  $L_{eq}$  (sur le temps  $\Delta t = \frac{\Delta m}{V}$ ) et le niveau de bruit  $L_B$ , pour chaque tiers d'octave entre 315 Hz et 5 000 Hz. La figure 4.3 représente une mesure de vitesse et du niveau de bruit à 1 000 Hz en fonction de la distance parcourue sur la planche E2. Deux remarques importantes ressortent de l'exemple de la figure 4.3 :

1. Sur l'ensemble de la longueur de la planche, la vitesse et le niveau de bruit varient respectivement de plus ou moins 1 km/h et de plus ou moins 2 dB. Ces écarts sont représentatifs de ceux observés sur les autres tiers d'octaves entre 315 et 2 000 Hz.

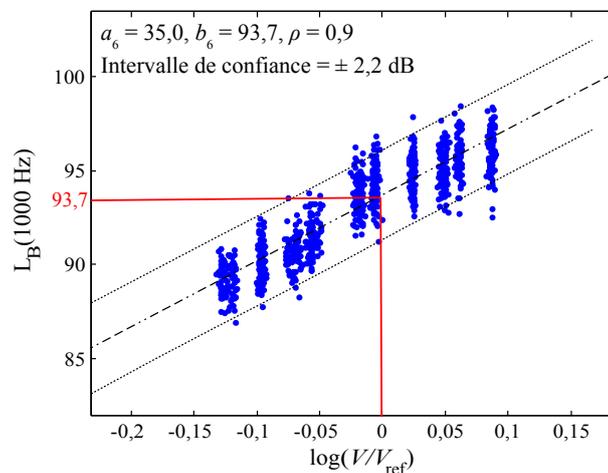
## Section 4.1. Mesure du bruit de roulement

- La valeur de la vitesse moyenne ne correspond pas exactement à la valeur de référence de 90 km/h souhaitée par la suite pour les études statistiques.



**Figure 4.3** — Mesure de la vitesse et du niveau de bruit à 1 000 Hz en fonction de la position sur la planche E2 pour une vitesse souhaitée de 90 km/h.

L'écart-type de la mesure est donc à prendre en compte pour chaque tiers d'octave lors de la corrélation du niveau de bruit avec des données de contact. De plus, une correction de la vitesse est nécessaire pour comparer les grandeurs physiques à la même vitesse. Étant donné que les mesures de bruit ont été effectuées pour différentes vitesses et pour les deux raisons citées précédemment, nous effectuons pour chaque tiers d'octave entre 315 et 5 000 Hz, une régression linéaire entre le niveau de bruit pour tous les pas spatiaux et le logarithme en base 10 de la vitesse sur une vitesse de référence  $V_{ref}$ . Un exemple de régression pour la surface E2 est donné figure 4.4 pour  $V_{ref} = 90$  km/h.



**Figure 4.4** — Exemple de régression linéaire entre le niveau de bruit et le logarithme en base 10 de la vitesse sur une vitesse de référence (90 km/h), au tiers d'octave 1 000 Hz, pour la surface E2 avec un « pneu standard ».

À partir de la régression linéaire,  $L_B(f_i) = a_i \log(V/V_{ref}) + b_i$  avec  $f_i \in [315-5\,000]$  Hz, le calcul d'un niveau de bruit pour chaque tiers d'octave à une vitesse souhaitée est possible, avec un écart-type  $\sigma_i$  permettant une corrélation pondérée (cf. annexe D) avec des données de contact. Les paramètres de la régression linéaire entre le niveau de bruit et le logarithme en base 10 de la vitesse pour la surface E2 sur laquelle roule un « pneu standard » sont donnés pour exemple dans le tableau 4.1 (pour chaque tiers d'octave entre 315 et 1 250 Hz).

$f_i$	315 Hz	400 Hz	500 Hz	630 Hz	800 Hz	1 000 Hz	1 250 Hz
$a_i$	43,3	39,0	30,2	19,5	18,3	35,0	39,9
$b_i$ (dB)	84,6	83,8	84,9	87,0	90,8	93,7	89,2
$\sigma_i$ (dB)	1,57	1,40	1,26	1,24	1,1	1,1	0,84
$\rho_i$	0,88	0,88	0,84	0,72	0,74	0,9	0,95

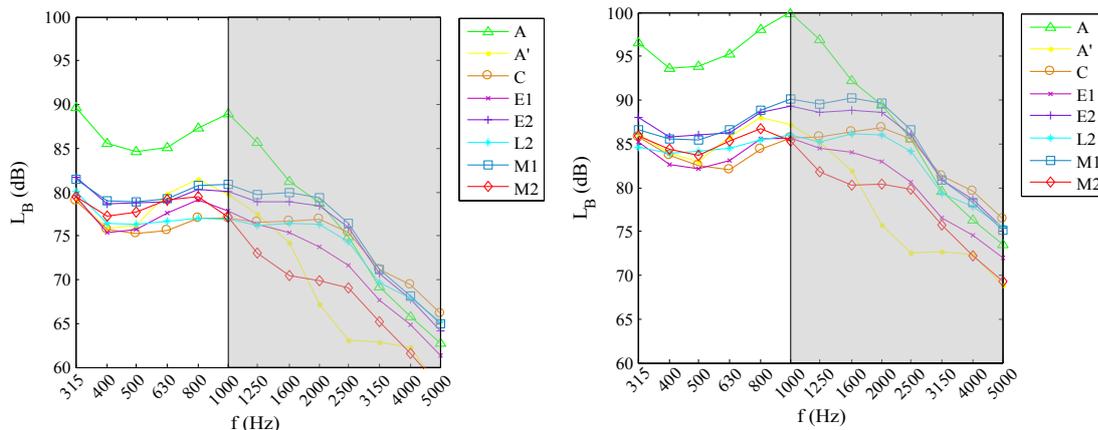
**Tableau 4.1** — Exemple des paramètres de la régression linéaire entre le niveau de bruit et le logarithme de la vitesse pour la vitesse E2 avec un « pneu standard ».

Les valeurs des coefficients  $a_i$  varient pour une même surface entre 20 et 40<sup>1</sup>.

### 4.1.3 Résultats de la mesure du bruit de roulement

#### 4.1.3.1 Configuration « pneu lisse »

Les niveaux de bruit à 50 et 90 km/h pour le « pneu lisse », c'est-à-dire les spectres en tiers d'octave reconstitués à partir des analyses par régression linéaire décrites précédemment, sont donnés figure 4.5. Les forces de contact normales influencent majoritairement le bruit à basses fréquences par des mécanismes vibratoires et d'impact. C'est pourquoi l'ensemble des figures de spectres dans ce chapitre comporte une délimitation à 1 000 Hz, qui est la valeur communément admise dans la littérature.



**Figure 4.5** — Spectres de bruit à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour la configuration « pneu lisse ».

La forme des spectres est quasi-identique entre les deux vitesses, les valeurs sont seulement plus élevées lorsque la vitesse augmente. La vitesse n'influence donc pas la position des pics de niveau de bruit. Les niveaux de bruit obtenus permettent de différencier les propriétés acoustiques des revêtements testés. À basses fréquences (315 à 1 000 Hz), le bruit est généré par la vibration du pneumatique, elle-même influencée par l'amplitude des efforts de contact à l'interface. Sachant que plus la surface routière à une forte macrotexture<sup>2</sup>, plus le spectre de contact est élevé, alors le bruit à basses fréquences est directement influencé par la macro-rugosité. Au-delà de 1 000 Hz, les revêtements les moins bruyants sont les surfaces A', E1 et M2, en raison notamment,

1. Elles sont donc relativement proches de 30 qui est la valeur généralement utilisée pour la corrélation en vitesse d'un niveau de bruit global.  
 2. Qualitativement par rapport à la PMP.

## Section 4.1. Mesure du bruit de roulement

pour les surfaces A' et M2, de leurs très bonnes propriétés d'absorption acoustique. Pour le revêtement A', les niveaux de bruit très faibles obtenus à partir de 2 000 Hz peuvent également s'expliquer par une diminution du phénomène d'air-pumping sur une surface à forte porosité et présentant beaucoup de vides. Malgré l'âge plus élevé du revêtement E2, les bonnes propriétés acoustiques de la surface E1 et les différences obtenues avec E2 sont inattendues puisqu'il s'agit du même type de revêtement (même formulation). D'une part, les spectres de bruit seront utilisés par la suite pour la corrélation du bruit à basses fréquences avec des données du modèle de contact. D'autre part, ils permettent le calcul d'un niveau de bruit global recomposé (en dB) entre deux fréquences, défini par :

$$L_r[f_1 - f_2] = 10 \log \left( \sum_{f_i=f_1}^{f_2} 10^{L_B(f_i)/10} \right) \quad (4.1)$$

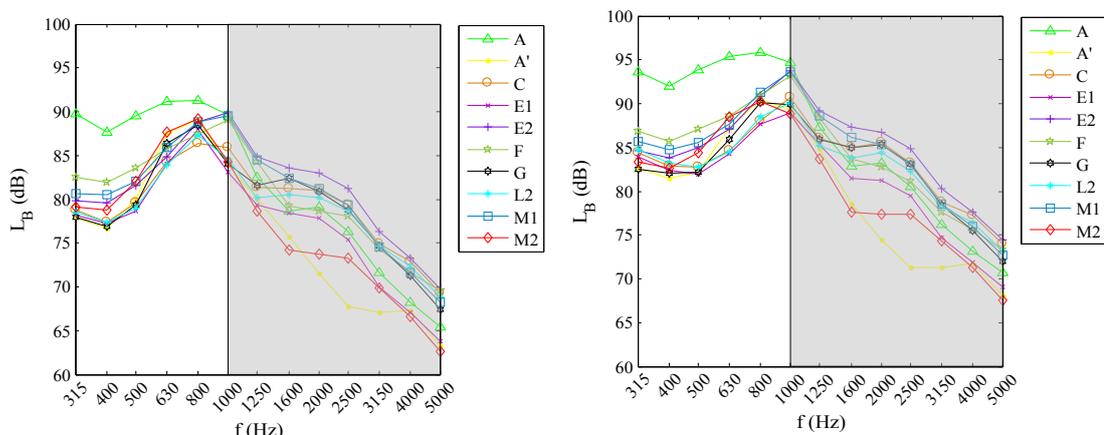
Le tableau 4.2 récapitule les niveaux  $L_{r-BF}$  de bruit globaux recomposés entre 315 et 1 000 Hz pour l'ensemble des surfaces de la configuration « pneu lisse » à 50 et 90 km/h. Ces niveaux seront par la suite utiles pour la corrélation du bruit à basses fréquences avec les paramètres de contact obtenus au chapitre 2.

	A	A'	C	E1	E2	L2	M1	M2
$L_{r-BF}$ (dB) 50 km/h	95,1	86,9	84,6	85,6	87,7	85,3	88,0	86,3
$L_{r-BF}$ (dB) 90 km/h	104,7	93,8	92,0	92,1	95,3	92,6	95,4	93,1

**Tableau 4.2** — Niveaux de bruit globaux recomposés entre 315 et 1 000 Hz pour l'ensemble des surfaces de la configuration « pneu lisse » à 50 km/h et 90 km/h.

### 4.1.3.2 Configuration « pneu standard »

Les niveaux de bruit reconstitués à partir des analyses par régression linéaire sont donnés figure 4.6 à 70 et 90 km/h pour le « pneu standard ».



**Figure 4.6** — Spectres de bruit à 70 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour la configuration « pneu standard ».

Entre les deux vitesses, les pics de niveaux de bruit se déplacent de 800 à 1 000 Hz en plus d'une augmentation des amplitudes. Ce déplacement des pics, non observé pour le

« pneu lisse », provient probablement des sculptures du pneumatique. Des conclusions identiques à la configuration « pneu lisse » peuvent être faites concernant l’influence de la macro-rugosité à basses fréquences et les propriétés d’absorption et de réduction du phénomène d’air-pumping à moyennes et hautes fréquences. Cependant, les niveaux de bruit élevés à basses fréquences pour la surface F sont surprenants par rapport à la granulométrie maximale. Mais la m gatexture de cette surface est importante, expliquant en partie ces résultats élevés, notamment à basses fréquences.

Le tableau 4.3 récapitule les niveaux  $L_{r-BF}$  de bruit globaux recomposés entre 315 et 1 000 Hz pour l’ensemble des surfaces de la configuration « pneu standard »   70 et 90 km/h. Ces niveaux seront par la suite utiles pour la corrélation du bruit à basses fréquences avec les paramètres de contact obtenus au chapitre 2.

	A	A'	C	E1	E2	F	G	L2	M1	M2
$L_{r-BF}$ (dB) 70 km/h	97,8	92,6	91,1	91,0	93,8	93,6	92,0	91,1	93,9	93,0
$L_{r-BF}$ (dB) 90 km/h	102,2	94,7	94,4	93,4	96,9	97,3	94,6	94,3	97,2	95,0

**Tableau 4.3** — Niveaux de bruit globaux recomposés entre 315 et 1 000 Hz pour l’ensemble des surfaces de la configuration « pneu lisse » à 70 et 90 km/h.

## 4.2 Corrélations des paramètres de lois de contact avec le bruit

### 4.2.1 Paramètres multi-aspérités corrélés au bruit

La description multi-aspérités d'une surface de chaussée, introduite dans le chapitre 2, permet de décrire la surface de roulement par plusieurs paramètres. Dans cette section, la corrélation de certains de ces paramètres avec le bruit de roulement mesuré est étudiée, afin de savoir s'ils sont suffisants pour la prévision du bruit. On rappelle (cf. chapitre 2) qu'une aspérité possède 4 paramètres intrinsèques de contact –  $C_k$ ,  $\gamma_k$ ,  $d_k$  et  $K_k$  ( $k \in [1, N]$ ) – décrivant la relation entre la force et la pénétration (équation (2.14)) et deux paramètres additionnels d'interaction : la distance moyenne  $r_k$  et la hauteur relative moyenne  $h_k$  entre le sommet de l'aspérité  $k$  et ceux des aspérités voisines. La corrélation des paramètres  $C_k$  et  $\gamma_k$  avec le bruit n'est pas étudiée en raison de la variation de dimension du paramètre  $C_k$  induit par la non-linéarité de la loi de contact (équation (2.14)). De plus, ces deux paramètres décrivent le comportement du contact pour un chargement relativement faible ( $\delta_k < d_k$ ). Le paramètre significatif à corrélérer avec le bruit est donc plutôt la raideur normalisée  $K_k$ . Les paramètres retenus pour la corrélation avec le bruit sont donc les suivants :  $r_k$ ,  $h_k$ ,  $K_k$  et  $D$  (la densité d'aspérités). Étant donné le caractère distributif des paramètres  $r_k$ ,  $h_k$  et  $K_k$  (cf. chapitre 2), la caractéristique statistique utilisée pour représenter dans un premier temps ces paramètres est la moyenne arithmétique<sup>3</sup>. Les grandeurs utilisées alors par la suite sont les suivantes :

$$\begin{cases} \bar{r} = \overline{r_k}|_{k \in [1, N]} \\ \bar{h} = \overline{h_k}|_{k \in [1, N]} \\ \bar{K} = \overline{K_k}|_{k \in [1, N]} \\ D = N/(L_x L_y) \end{cases} \quad (4.2)$$

Surface	Granulométrie	$\bar{r}$ (mm)	$\bar{h}$ (mm)	$\bar{K}$ (mm)	$D$ (asp/m <sup>2</sup> )
C	0,8/1,5	6,07	0,14	6,22	30 985
L2	0/4	6,25	0,19	6,43	29 209
F	1,5/3	6,75	0,59	6,47	24 742
A'	0/6	7,30	0,21	6,37	21 786
E1	0/10	7,96	0,18	7,92	17 512
M2	0/6	8,13	0,21	7,71	17 315
G	0/10	8,11	0,21	8,14	17 112
E2	0/10	8,65	0,28	8,66	15 214
M1	0/10	10,15	0,25	9,25	11 123
A	8/10	13,05	1,65	11,10	6 721

**Tableau 4.4** — Valeurs moyennes des paramètres de contact utilisés pour la corrélation avec le bruit.

L'ensemble de ces paramètres a été calculé pour les dix surfaces de chaussée de la section 2.1 et est regroupé dans le tableau 4.4. On observe qu'en général plus la granulométrie maximale augmente, plus la densité diminue et plus les paramètres  $\bar{r}$  et  $\bar{K}$  augmentent (à quelques exceptions près). En effet, si la granulométrie maximale augmente alors la taille des aspérités augmente aussi, réduisant logiquement la densité d'aspérités. De même, si la taille des aspérités est plus grande, la distance entre deux

3. D'autres caractéristiques statistiques pourront être envisagées à l'avenir par rapport aux fonctions de distributions statistiques de ces paramètres.

sommets d'aspérités est forcément plus grande d'où une augmentation de  $\bar{r}$ . Pour le paramètre  $\bar{h}$ , les contraintes verticales sont moins importantes que les contraintes horizontales de positionnement des aspérités dans une surface, c'est-à-dire que la relation entre la densité, la granulométrie maximale et le paramètre  $\bar{h}$  est moins marquée que pour les autres paramètres.

#### 4.2.2 Résultats

Sachant que les forces de contact et la macro-texture influencent majoritairement l'émission du bruit en-dessous de 1 000 Hz, on s'intéresse par la suite à la corrélation de ces paramètres  $\alpha$  (tableau 4.4) avec les niveaux globaux de bruit recompos es à basses fréquences  $L_{r-BF}$  pour la configuration « pneu lisse » (tableau 4.2) et la configuration « pneu standard » (tableau 4.3). Pour chaque paramètre  $\alpha$ , une régression linéaire (annexe D) est effectuée sur les couples de points  $(\alpha_i, L_{r-BF,i})_{i \in [1,8]}$  ou  $[1,10]$  compos es de 8 ou 10 surfaces en fonction de la configuration du pneumatique. L'ensemble de ces corrélations est illustr e sur les figures 4.7 et 4.8, respectivement pour le « pneu lisse » à 50 et 90 km/h et le « pneu standard » rainuré à 70 et 90 km/h. La régression linéaire de chaque graphique de ces deux figures est notée :

$$L_{r-BF} = a\alpha + b \quad (4.3)$$

où  $a$  est le coefficient directeur de la droite de régression linéaire et  $b$  l'ordonnée à l'origine. L'intervalle de confiance et le coefficient de corrélation sont aussi ajout es sur chaque graphique.

Pour la configuration « pneu lisse », les résultats entre les deux vitesses (50 et 90 km/h) utilisées sont équivalents. En effet, la forme des spectres de bruit entre 315 et 1 000 Hz n'évolue que très peu entre les deux vitesses (cf. figure 4.5).

Ensuite, on observe que les paramètres  $\bar{r}$ ,  $\bar{h}$  et  $\bar{K}$  sont corr el es positivement avec le niveau global de bruit recomposé à basses fréquences avec des coefficients de corrélation proches de 0,9. Au contraire, la densité d'aspérités est corrélée négativement  $\rho \simeq -0,75$ . Ces tendances de corrélations obtenues à partir de relev es de textures en trois dimensions sont similaires à celles obtenues dans la littérature pour des profils de texture en deux dimensions (Anfosso-Lédée et Do, 2002; Fujikawa *et al.*, 2005).

Cependant, les résultats de ces corrélations ne montrent qu'une tendance et ne peuvent être utilis es pour une prévision du bruit de roulement. En effet, pour les paramètres  $\bar{r}$ ,  $\bar{K}$  et  $D$  les corrélations obtenues sont plutôt fortes ( $|\rho| > 0,75$ ) mais les intervalles de confiance  $ic$  sont grands ( $ic > 4,4$  dB), c'est-à-dire que les écarts-types  $\sigma = \frac{ic}{t_{0,975}^k}$  sont au moins de  $\pm 1,8$  dB ( $t_{\gamma}^k$  représente le quantile d'ordre  $\gamma$  de la loi de Student à  $k = n - 2$  degrés de liberté). En ce qui concerne le paramètre  $\bar{h}$ , le couple  $(\bar{h}_A, L_{r-BF,A})$  pour la texture A est trop  loign e des autres points pour que la corrélation ait un sens.

En ce qui concerne les corrélations pour la configuration « pneu standard », les conclusions sont les mêmes que pour l'autre configuration avec une amélioration des intervalles de confiance mais une légère dégradation des coefficients de corrélation. Les résultats restent donc insuffisants pour une prévision du bruit de roulement, mais permettent de dégager une tendance du niveau de bruit global recomposé à basses fréquences.

## Section 4.2. Corrélations des paramètres de lois de contact avec le bruit

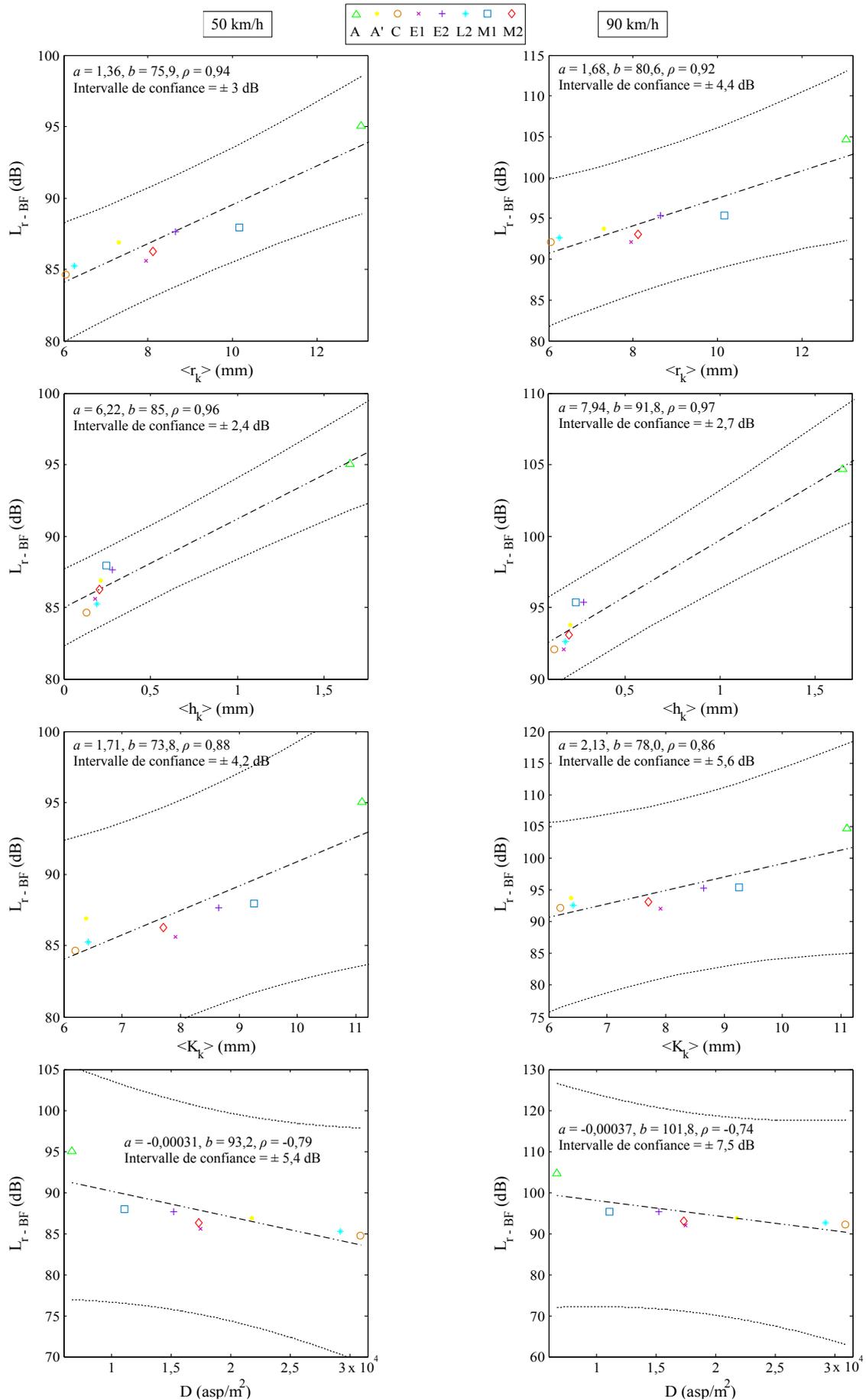


Figure 4.7 — Corrélations entre le niveau de bruit global recomposé à basses fréquences et les paramètres de contact moyens pour la configuration « pneu lisse » à 50 km/h (à gauche) et 90 km/h (à droite).

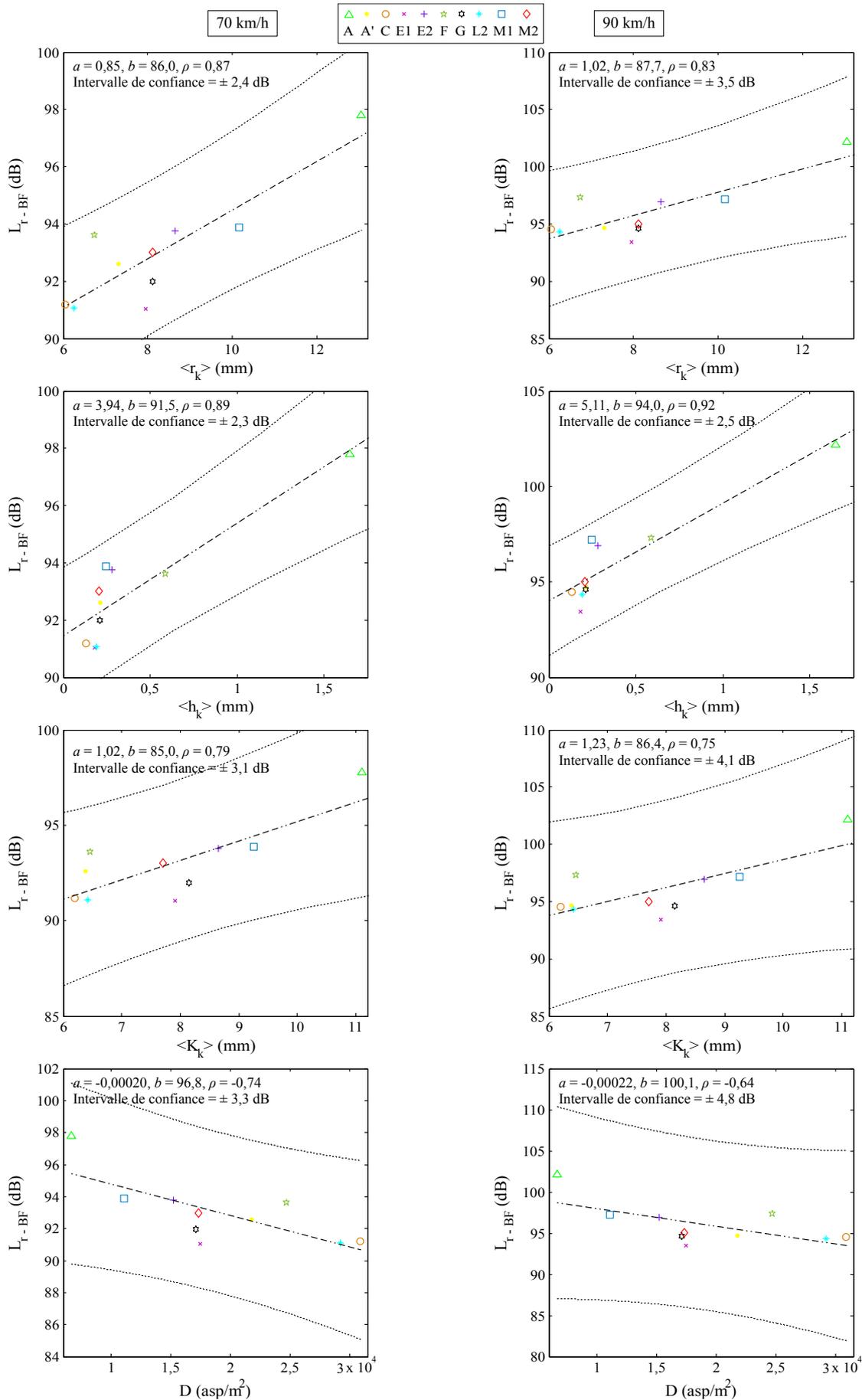


Figure 4.8 — Corrélations entre le niveau de bruit global recomposé à basses fréquences et les paramètres de contact moyens pour la configuration « pneu standard » à 70 km/h (à gauche) et 90 km/h (à droite).

## 4.3 Corrélations de la texture et des forces de contact avec le bruit

Les résultats des corrélations entre certains paramètres multi-aspérités et les niveaux globaux de bruit recomposé à basses fréquences ont montré quelques tendances entre ces grandeurs. Cependant, ces résultats ont aussi montré les limites d'utilisation de paramètres globaux pour la prévision du bruit de roulement. Dans cette dernière partie, les relations entre spectres de texture, de forces de contact et de bruit sont étudiées.

### 4.3.1 Description de la méthode d'obtention des spectres

La corrélation entre les forces de contact et le bruit nécessite une définition des spectres de forces de contact qui les rend représentatifs et comparables à ceux du bruit de roulement (cf. figures 4.5 et 4.6). Nous cherchons donc à obtenir des spectres en fréquence d'un signal temporel de chaque grandeur (texture et forces de contact) telle que vue par le pneumatique se déplaçant à une vitesse  $V$ . Dans la littérature, dans le cas de la texture, on retrouve plus souvent des spectres statiques de texture exprimés en longueur d'onde spatiale.

#### 4.3.1.1 Présentation des calculs de forces de contact

##### Résolution utilisée pour le calcul des spectres :

Deux échelles de résolution sont possibles pour le calcul des spectres des forces de contact. Soit le calcul à macro-échelle (cf. section 3.1.2) est suffisant pour obtenir un spectre de forces de contact correct, soit il faut calculer la distribution de pression (cf. section 3.1.3) et intégrer spatialement pour obtenir les forces de contact. Pour choisir quelle échelle est nécessaire, la figure 4.9 représente sur une même surface ( $7 \text{ cm}^2$ ) ces deux échelles. Les pixels colorés représentent les pressions à l'interface avec une taille de pixel de  $0,384 \text{ mm}$  de côté. Les croix noires sont les positions des sommets des aspérités, correspondant à la résolution à macro-échelle, avec une distance entre chaque sommet de l'ordre du centimètre.

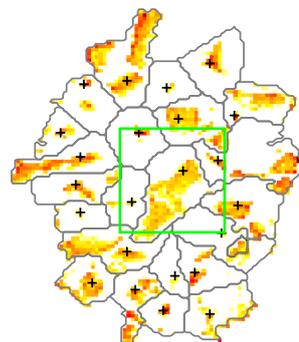


Figure 4.9 — Problème d'échelles d'évaluation des forces de contact.

Pour obtenir un signal temporel à partir de la macro-échelle, une des solutions consiste à sommer les forces contenues dans un carré de dimension proche de celle d'une aspérité moyenne de la texture (carré au centre de la figure 4.9). Avec cette démarche, soit la force est sur-estimée, soit elle est sous-estimée en fonction de la présence

ou non du sommet de certaines aspérités dans le carré. De plus, la sommation des forces dans le carré crée un filtre passe bas sur le spectre, provoquant un recouvrement plus ou moins important selon la dimension du carré. La solution retenue consiste donc à résoudre le problème de contact à micro-échelle sur chaque pixel puis d'intégrer la pression sur une surface qui reste à déterminer pour obtenir une force de contact. De plus, l'échelle de résolution utilisée pour calculer les spectres de texture correspond à celle du calcul à micro-échelle de la distribution de pression.

**Calcul des grandeurs physiques sur plusieurs mètres de chaussée :**

La méthode pour obtenir les forces de contact dynamiques consiste donc à utiliser le modèle de contact multi-aspérités à deux-échelles sur plusieurs mètres de chaussée ( $L_x \times L_y$ ) en 2 étapes :

1. Chargement du pneu puis calcul avec roulement à macro-échelle ;
2. Calcul à micro-échelle (post-traitement,  $p^0$ ).

La méthode est illustrée figure 4.10 dans le repère  $\mathcal{R}_O(O, X, Y, Z)$ .

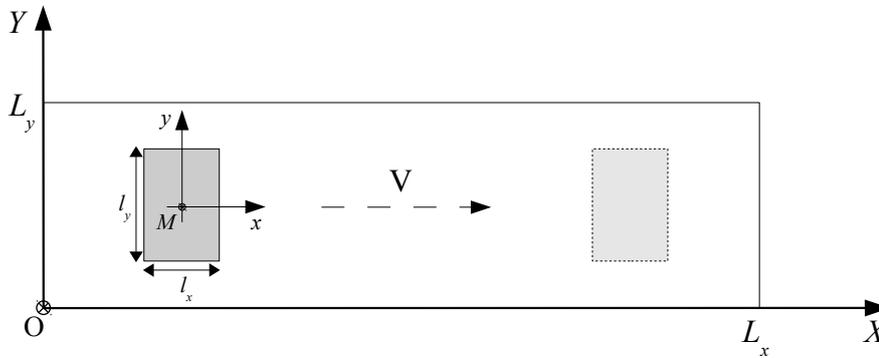


Figure 4.10 — Schéma du calcul de forces de contact sur plusieurs mètres de chaussée.

Entre deux pas de temps, une zone d'intérêt rectangulaire (en gris sur la figure 4.10) liée au repère  $\mathcal{R}_M(M, x, y, z = Z)$  est déplacée à la vitesse  $V$  souhaitée. Sa taille ( $l_x \times l_y$ ) dépend principalement du pneumatique utilis e :

- « pneu lisse » :  $l_x \simeq 11$  cm et  $l_y \simeq 18$  cm ;
- « pneu standard » :  $l_x \simeq 14$  cm et  $l_y \simeq 23$  cm.

Le point  $M (X_M, Y_M)$  est le centre de la zone d'intérêt. Dans le but d'obtenir un seul spectre de forces de contact représentatif d'une texture de chaussée (pour recouvrir à la fois la surface dans le sens transversal et longitudinale), trois calculs de forces de contact dynamiques sont r ealis es pour trois positions  $M$  différentes sur la chaussée suivant l'axe  $\vec{Y}$  :

$$M \in \{M_1(X_{M_1}, Y_{M_1}); M_2(X_{M_2}, Y_{M_2}); M_3(X_{M_3}, Y_{M_3})\} \tag{4.4}$$

avec :

$$X_{M_1} = X_{M_2} = X_{M_3} \in \left[ \frac{l_x}{2}, \frac{l_x}{2} + h_x, \frac{l_x}{2} + 2h_x, \dots, L_x - \frac{l_x}{2} \right] \tag{4.5}$$

et :

$$\begin{cases} Y_{M_1} = \frac{L_y}{2} \\ Y_{M_2} = L_y - \frac{l_y}{2} \\ Y_{M_3} = \frac{l_y}{2} \end{cases} \tag{4.6}$$

Par la suite, chaque position ( $M_1, M_2$  et  $M_3$ ) naviguant selon l'axe  $\vec{X}$  représente un passage du pneumatique sur la chaussée (cf. figure 4.11).

**Étape 1 : calcul des forces à macro-échelle** À cette échelle, la zone d'intérêt est dé-placée d'un pas spatial  $dx = 0,384$  mm, correspondant à la résolution des maillages de chaussée et de pneumatique afin d'assurer la convergence de la méthode de Newton-Raphson pour l'obtention des forces de contact. La fréquence d'échantillonnage est alors de l'ordre de 65 000 Hz, le calcul à cette échelle est donc sur-échantillonné sa-chant que la fréquence maximale de l'étude se situe autour de 5 000 Hz (c'est-à-dire une fréquence d'échantillonnage de 10 000 Hz). De plus, la procédure doit être amorcée par une phase de chargement (à la position  $M_i$  initiale) jusqu'à atteindre le chargement total souhaité  $P = 3\ 000$  N. Cela correspond à un chargement pneu/chaussée stan-dard pour un véhicule léger. Ensuite, le calcul est exécuté dans le sens du roulement en gardant le chargement  $P = 3\ 000$  N à chaque instant. Un exemple d'empreinte de contact instantanée à macro-échelle obtenu pour un « pneu lisse » sur la surface E2 est représenté figure 4.11.

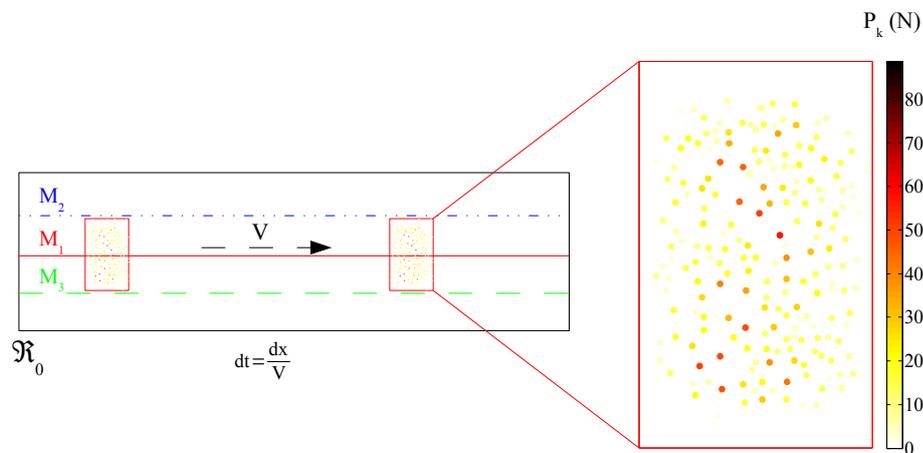


Figure 4.11 — Calcul des forces de contact à macro-échelle sur plusieurs mètres de chaussée.

Cet exemple est représentatif de l'ensemble des empreintes obtenues à chaque ins-tant dans cette configuration. La distribution de force est directement influencée par la texture, l'interaction entre les aspérités et les caractéristiques du pneu. Le calcul sur toute la longueur de chaussée prend entre quelques minutes et quelques heures en fonction des surfaces et de la déclinaison du modèle de contact utilisée (avec ou sans vibration/viscoélasticité).

**Étape 2 : calcul des pressions à micro-échelle** Le calcul à micro-échelle du modèle de contact multi-aspérités peut converger vers le résultat d'une méthode classique d'in-verse de matrice après quelques itérations (cf. section 3.2). Cependant plusieurs itéra-tions augmentent considérablement le temps de calcul. Dans cette étude, nous utilisons seulement les résultats de l'itération dite "zéro" qui provient directement du résultat à macro-échelle. De ce fait, les calculs entre deux pas de temps à micro-échelle sont indépendants car nous utilisons l'hypothèse d'états quasi-statiques élastiques. Le pas spatial est choisi de manière à obtenir une fréquence d'échantillonnage correcte ( $f_s > 10\ 000$  Hz) avec un temps de calcul raisonnable, c'est-à-dire pour le calcul à micro-échelle un pas spatial six fois supérieur au calcul à macro-échelle à 90 km/h :

$$f_s = \frac{V}{6h_x} \tag{4.7}$$

Le vecteur temps est alors défini par :

$$t \in [0, dt, 2dt, \dots, t_{max}] \text{ avec } dt = \frac{1}{f_s} \text{ et } t_{max} = \frac{L_x - l_x}{V} \quad (4.8)$$

Un exemple d'empreinte de contact instantanée à micro-échelle obtenu pour un « pneu lisse » sur la surface E2 est repr esent e figure 4.12. Le calcul sur toute la longueur de chaussée prend entre 3h et 30h en fonction des surfaces.

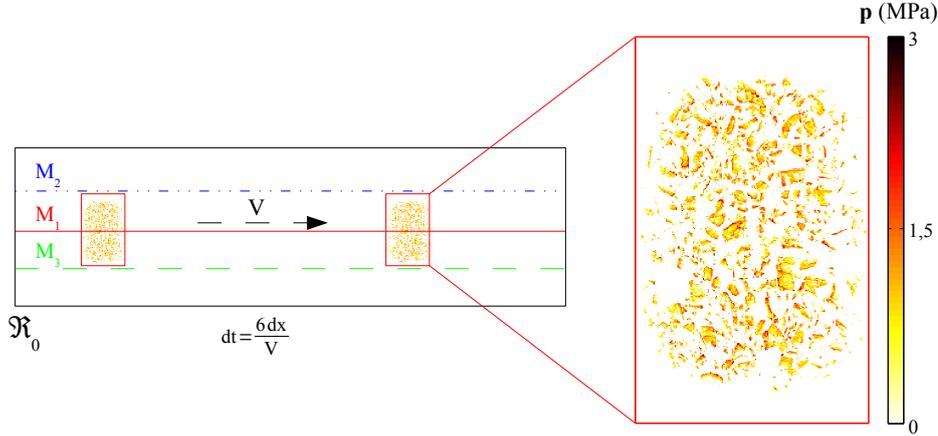


Figure 4.12 — Calcul des pressions à l'interface à micro-échelle sur plusieurs mètres de chaussée.

#### 4.3.1.2 Définition et obtention des spectres

##### Définition des spectres

Afin d'être compar es aux spectres de bruit mesur es, les spectres de texture et de forces de contact doivent être représentatifs de ce qui se passe dans l'ensemble de l'aire de contact et doivent être définis en tiers d'octave. De plus, les résultats de la figure 3.29 montrent la nécessité de prendre en compte différentes positions dans le sens perpendiculaire au roulement. Dans un premier temps, il faut définir des signaux temporels pour chaque paramètre. Une intégration spatiale, dans le repère mobile  $\mathcal{R}_M$  variant temporellement suivant l'axe  $\vec{x}$ , est alors réalisée (référentiel illustr e à la figure 4.13) :

$$\forall r \in \{1; 2; 3\}, \forall t \in [0, t_{max}], \forall y \in \left[-\frac{l_y}{2} + \frac{h_y}{2}; \frac{l_y}{2} - \frac{h_y}{2}\right] \quad (4.9)$$

$$F^r(x_c, y, t) = \int_{y - \frac{h_y}{2}}^{y + \frac{h_y}{2}} \int_{x_c - \frac{l_{nx}}{2}}^{x_c + \frac{l_{nx}}{2}} p^r(\xi, \eta, t) d\xi d\eta$$

$$z_c^r(x_c, y, t) = \frac{1}{h_y l_{nx}} \int_{y - \frac{h_y}{2}}^{y + \frac{h_y}{2}} \int_{x_c - \frac{l_{nx}}{2}}^{x_c + \frac{l_{nx}}{2}} z_c^r(\xi, \eta, t) d\xi d\eta \quad (4.10)$$

$$x_c = [-25\text{mm}; 0; 25\text{mm}]_{\mathcal{R}_M} \text{ et } l_{nx} = (2q_x + 1)h_x \text{ tel que } q_x \in \mathbb{N} \quad (4.11)$$

avec  $x_c$  la position de l'intégration spatiale dans le repère mobile  $\mathcal{R}_M$ ,  $r$  le passage effectu e (i.e.  $M_1$ ,  $M_2$  ou  $M_3$ ) et  $l_{nx}$  la largeur de la fenêtre d'intégration suivant  $\vec{x}$ .  $F^r(x_c, y, t)$  est le signal temporel de force de contact pour chaque position  $y$ , de même que  $z_c^r(x_c, y, t)$  est la texture de chaussée parcourue par le pneumatique au cours du temps. Dans les lignes qui suivent, chaque paramètre  $F$  ou  $z_c$  est remplac e par une

lettre muette  $\alpha$ . Les signaux temporels sont ensuite fenêtrés :

$$\alpha_w^r(x_c, y, t) = \frac{\alpha^r(x_c, y, t)w(t)}{\sqrt{\frac{1}{N_t} \int_0^{t_{max}} |w(t)|^2}} \quad (4.12)$$

avec  $N_t$  le nombre de pas de temps et  $w$  la fenêtrage de Hanning ainsi définie :

$$w(t) = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi t}{N_t} \right) \right) \quad (4.13)$$

Les spectres en bandes fines sont alors définis par :

$$S_{\alpha^r}(x_c, y, \omega) = \mathcal{TF}\{R_{\alpha^r}(x_c, y, t)\} \quad (4.14)$$

où  $\mathcal{TF}$  représente la transformée de Fourier et  $R$  l'autocorrélation définie par :

$$R_{\alpha^r}(x_c, y, t) = R_{\alpha_w^r}(x_c, y, t) \alpha_w^r(x_c, y, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha_w^{r*}(x_c, y, t) \alpha_w^r(x_c, y, t - \tau) dt \quad (4.15)$$

Les spectres en bandes fines  $S_{\alpha^r}(x_c, y, \omega)$  sont ensuite convertis en tiers d'octave  $S_{\alpha^r}(x_c, y, f_{to})$  avec  $f_{to}$  les fréquences centrales des tiers d'octaves. À partir des spectres en tiers d'octaves, un « moyennage » spatial dans le domaine fréquentiel est réalisé suivant l'axe  $\vec{y}$  :

$$S_{\alpha^r}(x_c, f_{to}) = \overline{S_{\alpha^r}}(x_c, y, f_{to}) = \frac{1}{l_{ny}} \int_{-\frac{l_{ny}}{2}}^{\frac{l_{ny}}{2}} S_{\alpha^r}(x_c, y, f_{to}) dy \quad (4.16)$$

avec  $l_{ny}$  la résolution spatiale du « moyennage » suivant  $\vec{y}$ , soit :

$$l_{ny} = (2q_y + 1)h_y \quad \text{tel que } q_y \in \mathbb{N} \quad (4.17)$$

Pour chaque passage, on peut alors définir un niveau en décibels de chaque paramètre pour chaque tiers d'octave :

$$L_{\alpha^r}(x_c, f_{to}) = 20 \log \left( \frac{S_{\alpha^r}(x_c, f_{to})}{\alpha_{ref}} \right) \quad (4.18)$$

avec  $F_{ref} = 1.10^{-7} \text{N}$  et  $z_{ref} = 1.10^{-6} \text{mm}$ . Finalement, les spectres en tiers d'octave sont définis par la moyenne arithmétique des spectres pour les trois passages :

$$L_{\alpha}(f_{to}) = \overline{L_{\alpha^r}}(x_c, f_{to}) \quad (4.19)$$

Pour différentes études, on peut définir des niveaux globaux recomposés entre deux fréquences centrales de tiers d'octaves par :

$$L_{\alpha}[f_1 - f_2] = 10 \log \left( \sum_{f_i=f_1}^{f_2} 10^{L_{\alpha}(f_i)/10} \right) \quad (4.20)$$

### Étude paramétrique d'obtention des spectres :

Les spectres définis précédemment dépendent de trois paramètres (cf. figure 4.13) :

1.  $l_{nx}$ , permettant une résolution spatiale plus ou moins fine des événements défilant dans le sens du roulement ;
2.  $l_{ny}$ , permettant une résolution spatiale plus ou moins fine dans le sens transverse au roulement ;
3.  $x_c$ , la position dans le repère  $\mathcal{R}_M$ .

Afin de choisir les valeurs de ces trois paramètres, une étude paramétrique, illustrée par la figure 4.13, est effectuée sur la surface de référence E2 pour un « pneu standard » roulant à 90 km/h.

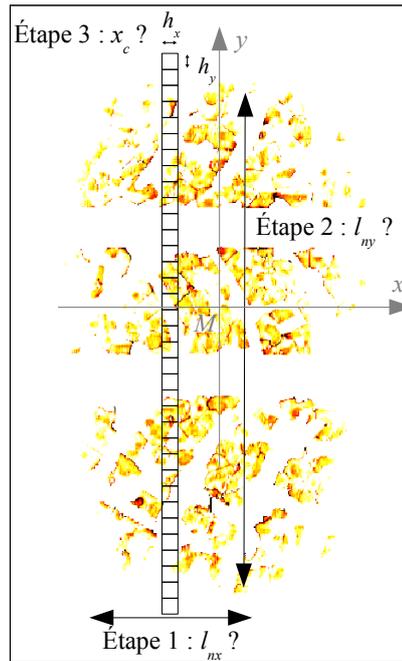


Figure 4.13 — Schéma explicatif de l'étude paramétrique sur les spectres.

**Étape 1 :** Dans la première étape, le choix du paramètre  $l_{nx}$  s'effectue pour les valeurs suivantes des autres paramètres :  $l_{ny} = l_y$  pour ne pas se restreindre dans la direction transversale et  $x_c = 0$  pour éviter au maximum l'effet de courbure du pneumatique dans le sens longitudinal. La valeur  $q_x$  (Eq. (4.11)) est alors augmentée de 0 à 9, c'est-à-dire  $l_{nx} = 0,384$  mm ( $q_x = 0$ ) à 7,30 mm ( $q_x = 9$ ), comme l'illustre la figure 4.14.

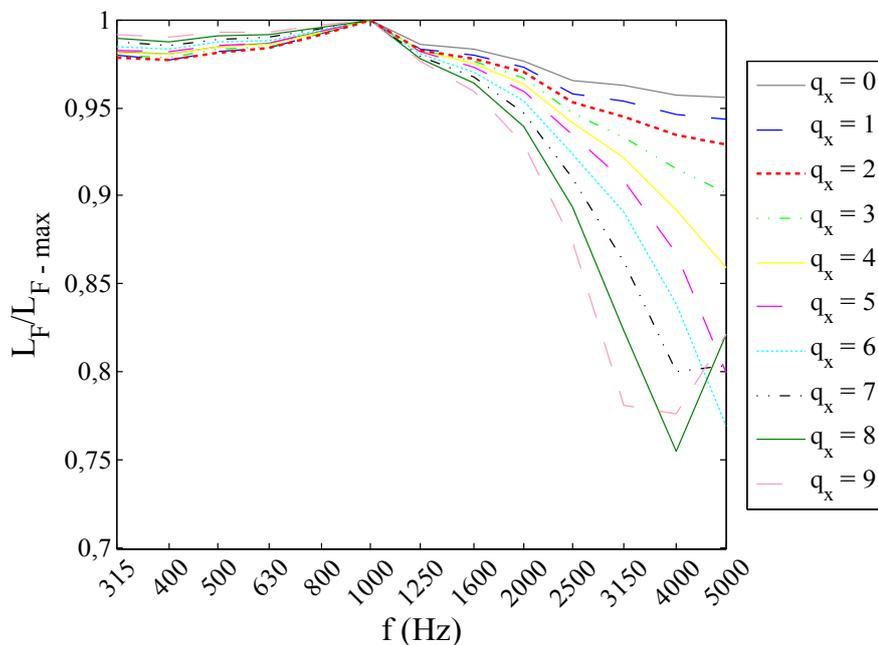


Figure 4.14 — Choix du paramètre  $l_{nx}$  ( $l_{ny} = l_y$ ,  $x_c = 0$ ) : niveaux de force pour la surface E2 sur laquelle roule un « pneu standard » à 90 km/h.

Les spectres sont normalisés pour permettre de différencier les formes obtenues. Notons toutefois qu'en augmentant  $q_x$ , on observe une augmentation du niveau de

### Section 4.3. Corrélations de la texture et des forces de contact avec le bruit

forces sur les spectres non normalisés, provenant directement d'une zone plus grande à intégrer. L'allure des spectres normalisés est similaire jusqu'à 1 000 Hz. Les chutes du niveau de forces observées à hautes fréquences interviennent dès  $q_x = 4$ . Elles proviennent d'un effet de filtre passe-bas avec la fréquence de coupure du filtre qui peut-être calculée de la manière suivante :

$$f_c = \frac{V}{l_{nx}} \quad (4.21)$$

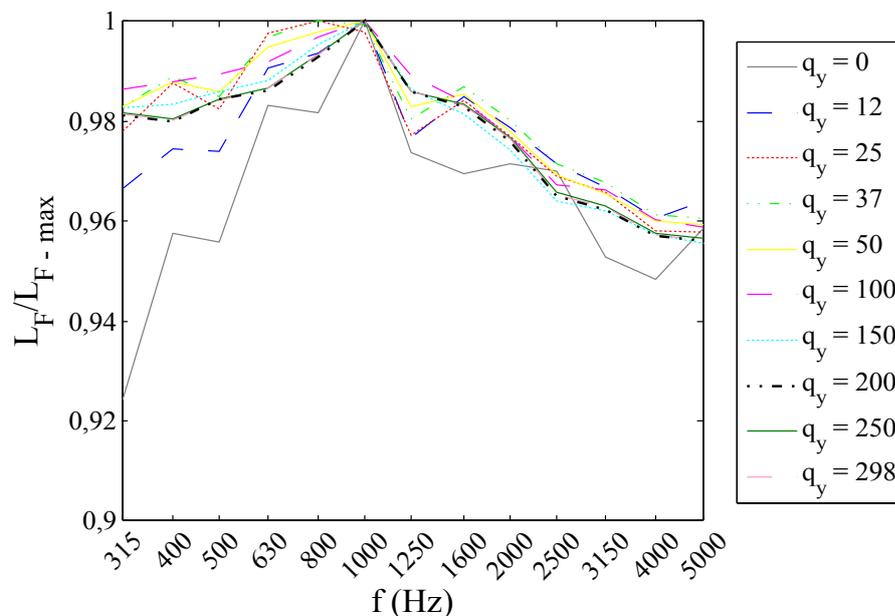
À titre d'exemple, à 90 km/h pour  $q_x = 9$ , la fréquence calculée est autour de 1300 Hz, ce qui provoque la chute brutale observée sur la figure 4.14.

En conclusion, le paramètre  $l_{nx}$  doit être le plus petit possible, c'est-à-dire pour notre cas d'étude :

$$l_{nx} \leq 5h_x \text{ (soit } q_x \leq 2) \quad (4.22)$$

Par la suite, en pratique nous prendrons  $l_{nx} = h_x$ .

**Étape 2 :** Dans la deuxième étape, le choix du paramètre  $l_{ny}$  s'effectue pour les valeurs suivantes des autres paramètres :  $l_{nx} = h_x$  d'après les conclusions précédentes et  $x_c = 0$  pour éviter au maximum l'effet de courbure du pneumatique. La valeur  $q_y$  varie alors entre 0 et 298, c'est-à-dire de  $l_{ny} = h_y = 0,384$  mm à  $l_{ny} = l_y = 229,25$  mm, comme l'illustre la figure 4.15. On cherche principalement à savoir à partir de quelle valeur  $q_y$ , en partant du maximum, le spectre ne serait plus représentatif de l'ensemble de l'aire de contact. On observe sur la figure 4.15 que les trois premières valeurs de  $q_y$  peuvent être éliminées car les spectres normalisés n'ont pas la même allure que dans le cas  $q_y = 298$ . De même, un pic du niveau est observé à 1 600 Hz pour les valeurs  $q_y = 37$  et  $q_y = 50$ , alors qu'il n'apparaît pas dans le cas  $q_y = 298$ . À partir de  $q_y = 100$ , l'allure des spectres tend vers une même forme. À partir de  $q_y = 200$ , les spectres ont exactement la même forme.



**Figure 4.15** — Choix du paramètre  $l_{ny}$  ( $l_{nx} = h_x$ ,  $x_c = 0$ ) : niveaux de force pour la surface E2 sur laquelle roule un « pneu standard » à 90 km/h.

En conclusion, le paramètre  $l_{ny}$  doit être, pour notre cas d’étude, supérieur à la taille de l’aire de contact suivant  $y$ , soit au minimum  $q_y = 200$  :

$$l_{ny} \geq 401h_y \text{ (soit } q_y \geq 200) \tag{4.23}$$

En pratique, par la suite,  $l_{ny}$  est choisie de manière à correspondre à la taille suivant  $\vec{y}$  de l’aire de contact  $l_{yc}$ .

** tape 3 :** Enfin, dans la troisième étape, la position  $x_c$  dans l’aire de contact est  tudi e pour des valeurs  $l_{nx} = h_x$  et  $l_{ny} = l_{yc}$ . Trois positions  $x_c$  dans  $\mathcal{R}_M$  sont  tudi es : -25 mm, 0 mm, 25 mm, comme illustr es sur la figure 4.16.

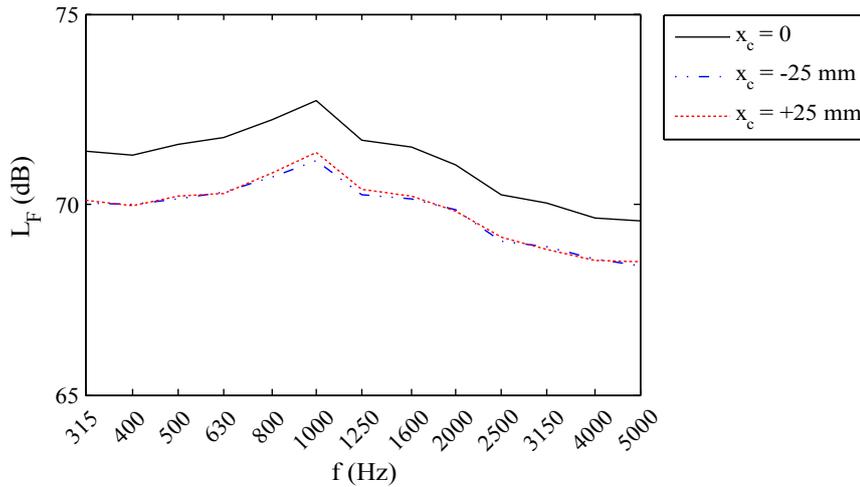


Figure 4.16 — Choix du paramètre  $x_c$  :  $l_{nx} = h_x$  et  $l_{ny} = l_{yc}$ .

Les trois allures des niveaux de force sont identiques, seule l’amplitude est modifi e entre le milieu de l’aire de contact et les deux autres positions, en raison de la courbure du pneu dans le sens longitudinal. En conclusion, quelle que soit la position  $x_c$ , les informations contenues dans le spectre sont identiques. Arbitrairement, par la suite, les spectres sont calculés au milieu de l’aire de contact ( $x_c = 0$ ).

#### 4.3.1.3 Choix de la déclinaison du modèle de contact multi-aspérités

Le modèle de contact multi-aspérités développé dans ce mémoire (chapitre 3) peut servir à la prévision du bruit de roulement à travers un modèle physique complet ou dans un premier temps par un modèle statistique hybride. On se propose d’utiliser les forces de contact comme donn es d’entrée de ce dernier. Le choix de la déclinaison du modèle de contact multi-aspérités pour ce modèle statistique hybride doit être fait selon la précision et la rapidité de calcul souhait es. Pour chaque déclinaison du modèle de contact multi-aspérités, les spectres de forces de contact ont été calculés de la manière décrite précédemment pour trois textures reflétant le panel de surfaces de la section 2.1. Les spectres sont regroupés figure 4.17.

De manière générale, pour une texture donn e, les spectres de forces de contact ont quasiment la même forme (en-dessous de 2 000 Hz), seules les amplitudes sont différentes. L’effet de l’ajout de la viscoélasticité et de la vibration du pneumatique sur la forme des spectres de forces de contact est faible, peut être atténué par les « moyennages » spatiaux du calcul des spectres. Pour la prévision du bruit de roulement par

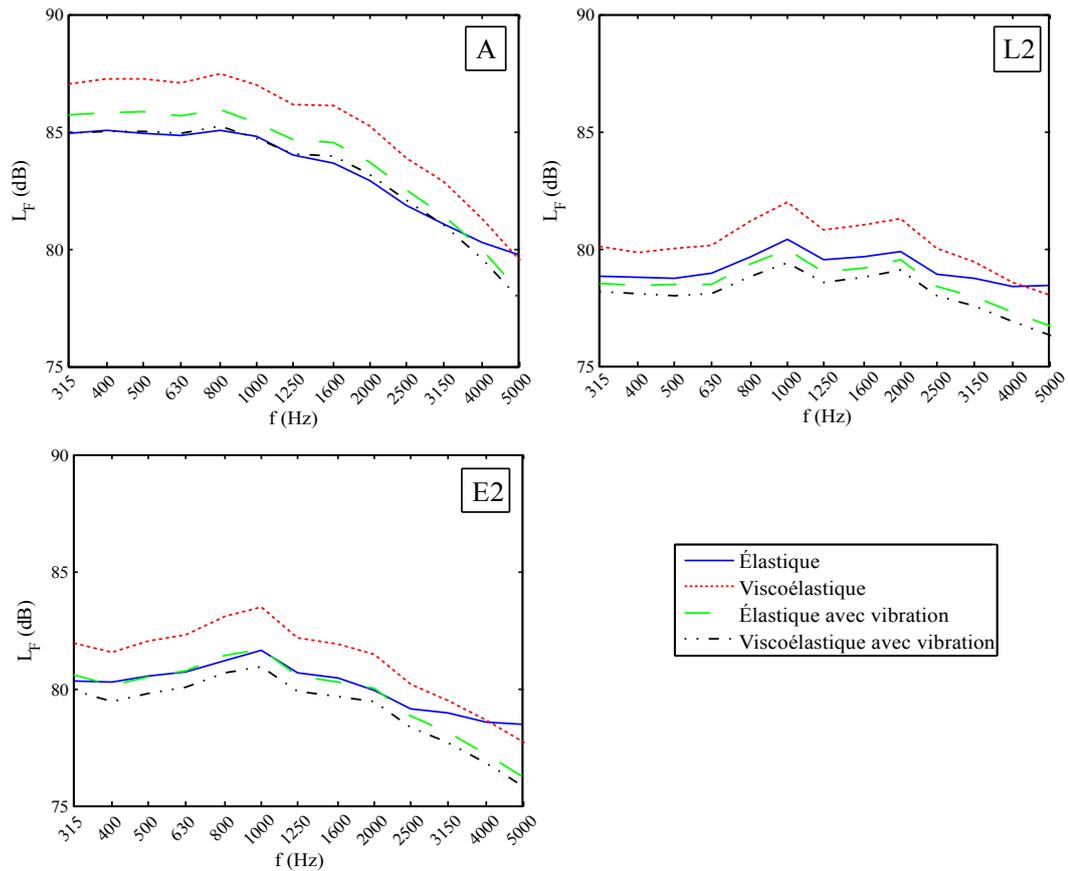


Figure 4.17 — Spectres de forces de contact pour les surfaces A, E2 et L2 et pour les 4 déclinaisons du modèle de contact multi-aspérités.

un modèle physique complet, une validation expérimentale de l’amplitude des forces serait nécessaire afin de choisir l’une des déclinaisons du modèle de contact multi-aspérités. Sachant le peu de différences entre les allures des spectres (spécifiquement en-dessous de 1 000 Hz) et sa rapidité par rapport aux autres déclinaisons (cf. chapitre 3), le modèle de contact élastique semble suffisant pour la mise en œuvre d’un modèle statistique hybride.

#### 4.3.1.4 Spectres de texture et de forces de contact

La méthode d’obtention des spectres a désormais été définie. Les différents spectres utilisés par la suite pour la corrélation sont présentés dans cette section.

##### Spectre de texture :

La figure 4.18 représente les différents spectres de texture (telle que vue par le pneumatique se déplaçant à une vitesse  $V$ , exprimée en fonction de la fréquence temporelle) pour les trois vitesses d’étude : 50, 70 et 90 km/h. L’allure des spectres pour ces trois vitesses est relativement identique. La classification des textures est proche de celle observée avec les niveaux de bruit et est principalement liée à la macro-rugosité et à la densité des granulats de la surface routière. À hautes fréquences les effets d’absorption acoustique et d’air-pumping ne sont évidemment pas pris en compte, d’où la classification différente de celle observée avec les spectres de bruit mesurés.

Par contre, à haute fréquence la classification des niveaux de texture reste quasiment la même car les effets d'absorption acoustique et d'air-pumping ne peuvent pas être observés sur ces spectres.

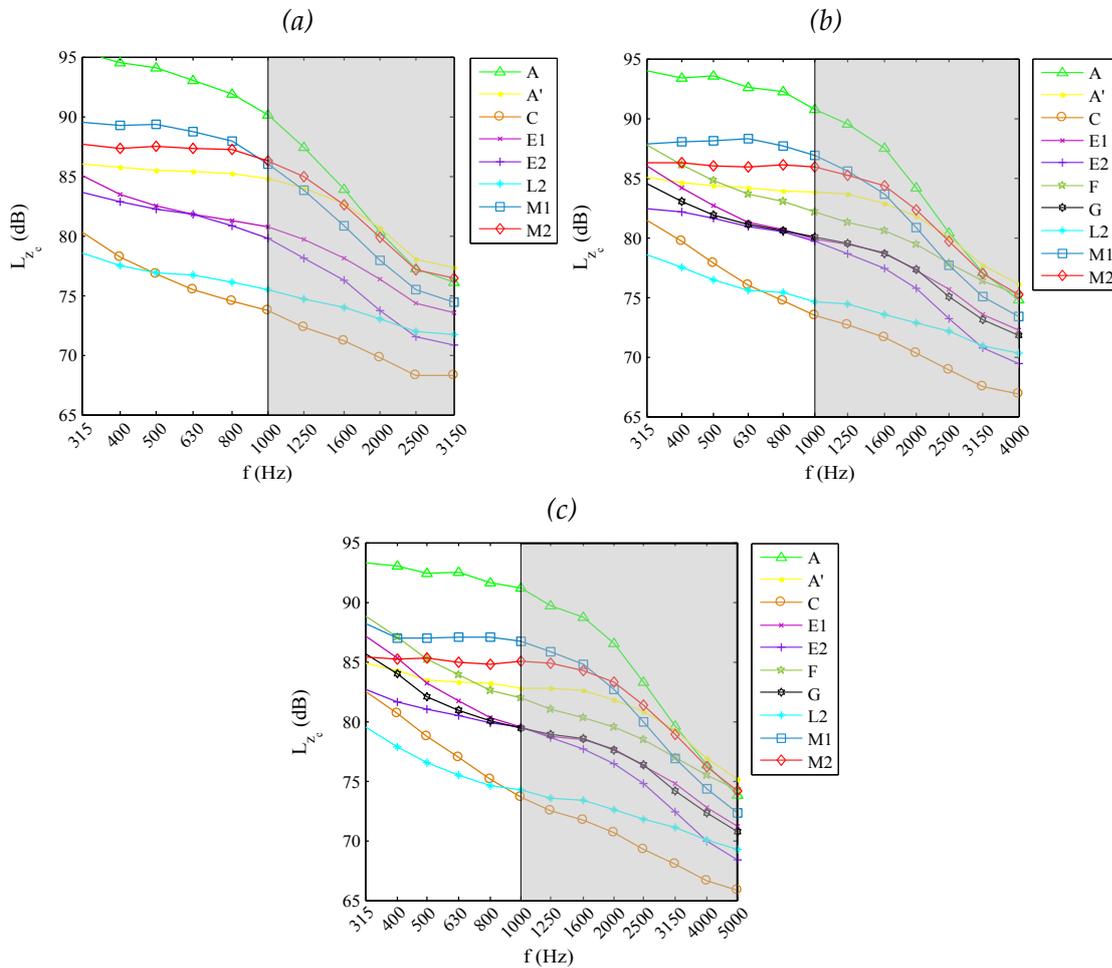


Figure 4.18 — Spectres de texture à 50 km/h (a), à 70 km/h (b) et à 90 km/h (c) des revêtements de la piste.

### Spectre de forces de contact :

Les figures suivantes (4.19 et 4.20) représentent les spectres de forces de contact pour la configuration « pneu lisse » et la configuration « pneu standard » respectivement. Les classifications des textures en fonction des niveaux des spectres de forces de contact sont les mêmes que celles obtenues avec les niveaux des spectres de texture. Par contre, pour le « pneu standard », les spectres sont très influencés par la présence des sculptures du pneumatique à l'exception de la surface A. En effet, un pic important est observé pour chaque vitesse à une fréquence différente. Ce pic est probablement lié aux rainures centrales du pneumatique et à la vitesse par l'équation suivante :

$$f_{pic} = \frac{V}{l_{pain\ central}} \quad (4.24)$$

Par exemple, avec la longueur  $l_{pain\ central}$  des pains centraux de l'ordre de 25 mm,  $f_{pic} \simeq 780$  Hz pour 70 km/h et  $f_{pic} \simeq 1\ 000$  Hz pour 90 km/h, ce que l'on observe sur la figure 4.20. Ainsi, les spectres de forces de contact combinent à la fois des informations de texture de chaussée (aléatoire) et de géométrie du pneumatique (déterministe).

## Section 4.3. Corrélations de la texture et des forces de contact avec le bruit

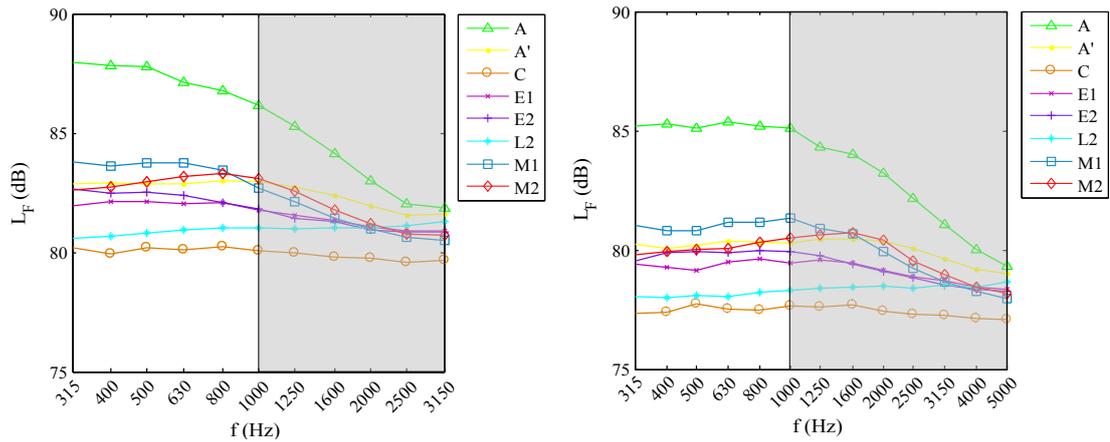


Figure 4.19 — Spectres de forces de contact à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) des revêtements de la piste pour le « pneu lisse ».

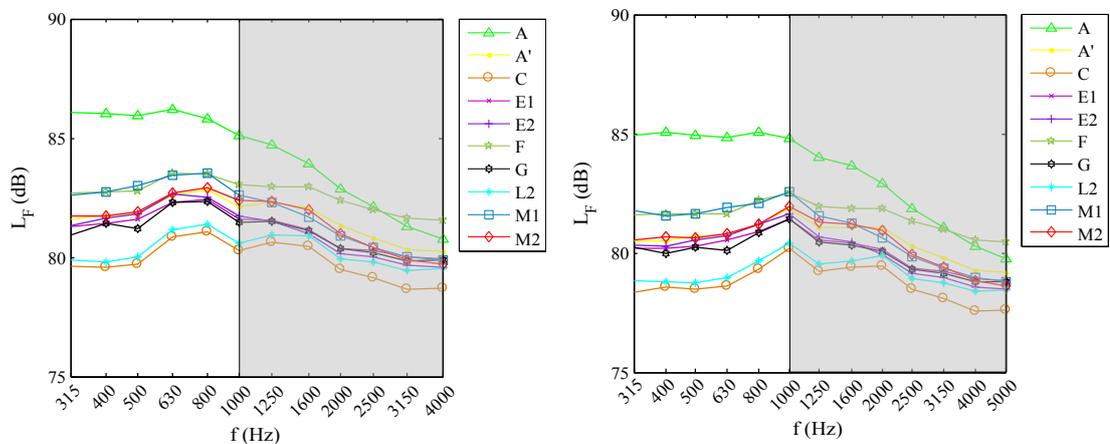


Figure 4.20 — Spectres de forces de contact à 70 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) des revêtements de la piste pour le « pneu standard ».

### 4.3.2 Corrélation pour un « pneu lisse »

#### 4.3.2.1 Configuration de l'étude

L'objectif de ces deux dernières sections est d'évaluer les relations entre des grandeurs physiques évaluées numériquement et le bruit de contact pneu/chaussée mesuré en continu. L'idée est d'établir des corrélations statistiques entre les niveaux en tiers d'octave pour certaines vitesses. L'étude se base sur la même démarche que pour des corrélations texture/bruit (Sandberg et Descornet, 1980; Legeay, 1990, 1992; Anfosso-Lédée et Do, 2002; Klein et Hamet, 2006) ou des corrélations forces de contact mesurées/bruit mesuré (Cesbron *et al.*, 2009a). En conséquence des mesures de texture et de bruit, l'échantillon statistique pour la configuration « pneu lisse » est composé de 8 surfaces : A, A', C, E1, E2, L2, M1, M2. Les deux vitesses étudiées par la suite sont 50 km/h et 90 km/h.

**Remarque :** L'intégration de la surface A (à très forte macro-texture) dans les corrélations statistiques a été étudiée à l'aide de l'ellipse de tolérance (cf. annexe D). En conclusion, d'un point de vue statistique, la surface A doit être intégrée dans les corrélations.

4.3.2.2 Corrélation entre la texture, les forces de contact et le bruit de roulement

Nous nous intéressons par la suite aux corrélations statistiques entre les différents spectres obtenus précédemment. Nous commençons par vérifier la relation intrinsèque entre la texture et les données du modèle de contact. La figure 4.21 présente les courbes d'isocorrélation entre la texture et les forces pour les deux vitesses d'étude. Les courbes d'isocorrélation sont obtenues en calculant, pour chaque couple de fréquence de tiers d'octaves, le coefficient de corrélation entre les amplitudes des spectres étudiés pour l'ensemble de l'échantillon statistique de surface (cf. annexe D).

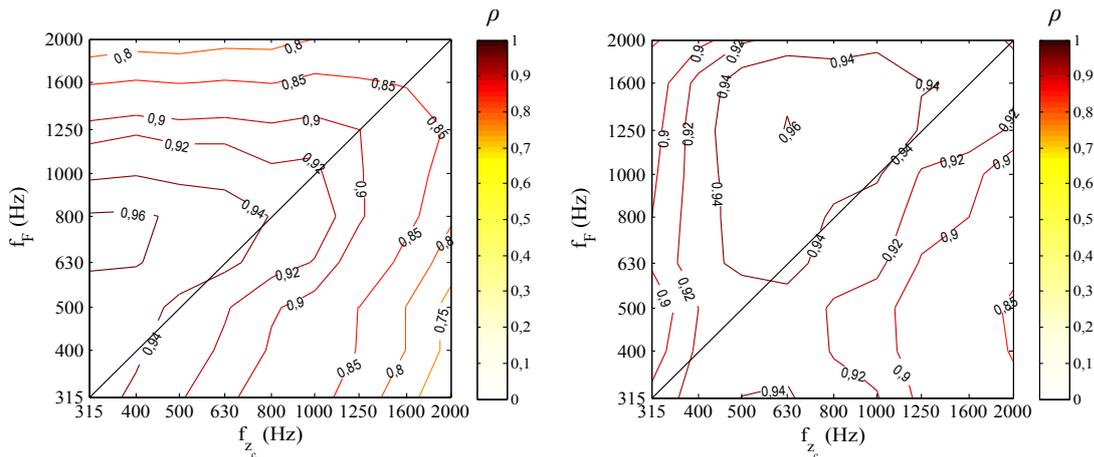


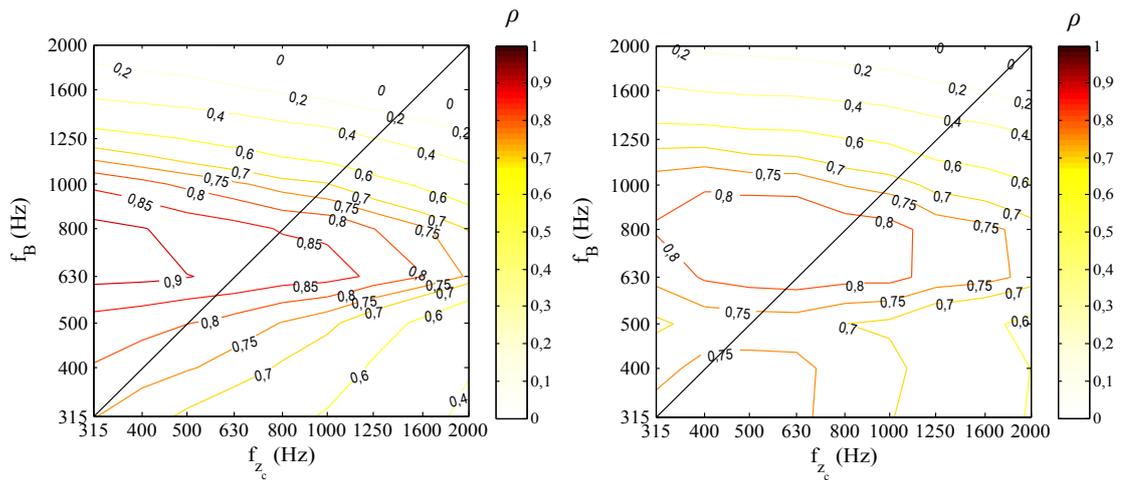
Figure 4.21 — Isocorrélation texture/force à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu lisse ».

Pour l'ensemble de la gamme 315 – 2 000 Hz, la corrélation entre la texture et les forces de contact est forte et positive ( $\rho \gtrsim 0,8$ ) pour les deux vitesses d'étude. En augmentant la vitesse, on observe un déplacement de la zone la plus fortement corrélée. Ce phénomène peut être dû à plusieurs raisons :

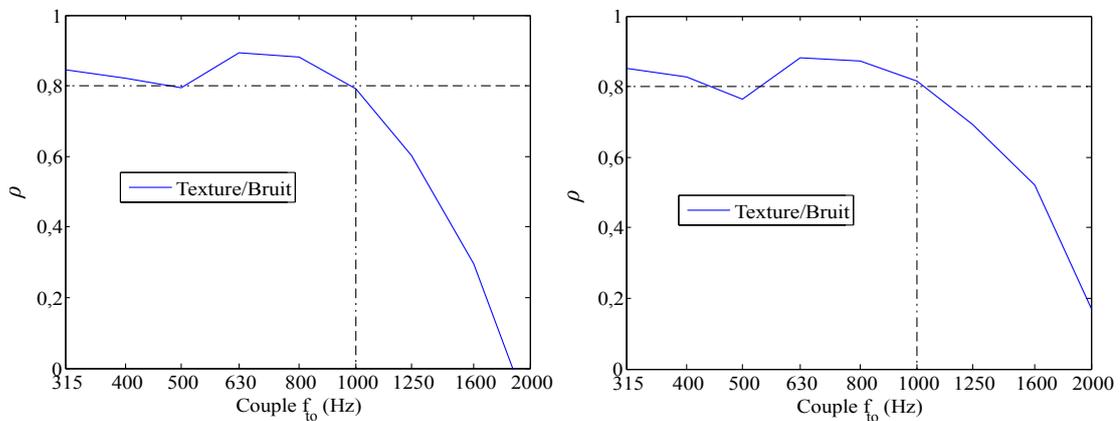
- en augmentant la vitesse, le filtrage passe-bas du calcul des spectres coupe plus haut en fréquence ;
- l'erreur commise sur le calcul des forces et sur la distribution de pression initiale  $p^0$  est de l'ordre de 5 % par rapport aux résultats de méthode d'inversion de matrice classique ;
- les phénomènes physiques décrits par le modèle de contact ne sont pas pris en compte dans le spectre de texture.

Les figures 4.22 et 4.23 présentent la corrélation statistique entre la texture mesurée et le bruit mesuré. Premièrement, les courbes d'isocorrélation texture/bruit sont représentées sur la figure 4.22 pour les deux vitesses d'étude. Une bonne corrélation ( $\rho \gtrsim 0,7$ ) pour les deux vitesses est observée entre 315 et 1 250 Hz. Par contre la corrélation diminue fortement au-delà de 1 250 Hz. Entre les deux vitesses, la zone de forte corrélation a tendance à se déplacer vers des plus hautes fréquences de texture. L'origine de ce phénomène n'est pas clairement identifiée. Deuxièmement, les résultats sur les premières bissectrices sont illustrés sur la figure 4.23, afin de rendre compte de la linéarité ou non entre les grandeurs étudiées. En fixant un seuil à 0,8, on peut définir une fréquence de coupure de forte corrélation à 1 000 Hz. Cependant, de 315 à 1 000 Hz, la corrélation est inférieure à 0,9. En conclusion, la texture et le bruit sont corrélés positivement pour la gamme de fréquence 315 – 1 000 Hz pour la configuration « pneu lisse » quelle que soit la vitesse, mais la corrélation ne dépasse que légèrement le seuil de 0,8.

### Section 4.3. Corrélations de la texture et des forces de contact avec le bruit



**Figure 4.22** — Isocorrélation texture/bruit à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu lisse ».



**Figure 4.23** — Coefficient de corrélation texture/bruit à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu lisse ».

Les figures 4.24 et 4.25 présentent la corrélation statistique entre les forces de contact calculées et le bruit mesuré, de la même manière que pour les corrélations texture/bruit. D'une part, les courbes d'isocorrélation force/bruit pour les deux vitesses d'étude sont représentées sur la figure 4.24. Une forte corrélation ( $\rho \gtrsim 0,8$ ) pour les deux vitesses est observée entre 315 et 1 250 Hz pour les fréquences de bruit et entre 315 et 2 000 Hz pour les fréquences de forces. De la même façon que pour les corrélations texture/bruit, les courbes d'isocorrélation restent globalement les mêmes quelque soit la vitesse, malgré un décalage précédemment observé des fortes corrélations vers les hautes fréquences de force. D'autre part, les résultats sur les premières bissectrices sont illustrés sur la figure 4.25. Les valeurs des coefficients de corrélation sont plus élevées que pour les corrélations texture/bruit mais la fréquence de coupure reste la même (1 000 Hz). En conclusion, les corrélations avec le bruit sont plus élevées avec les forces qu'avec la texture, traduisant un manque d'information si uniquement la texture est prise en compte.

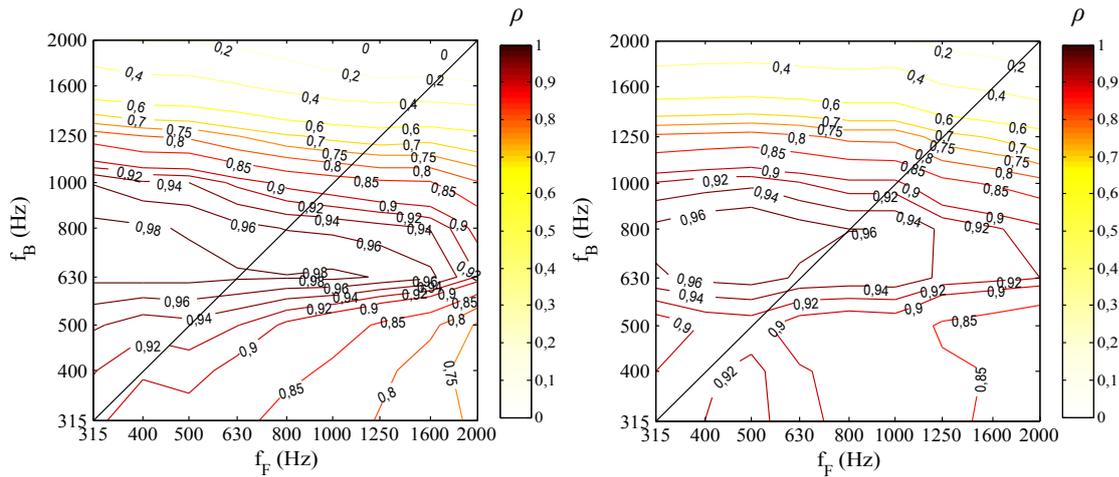


Figure 4.24 — Isocorrélation force/bruit à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu lisse ».

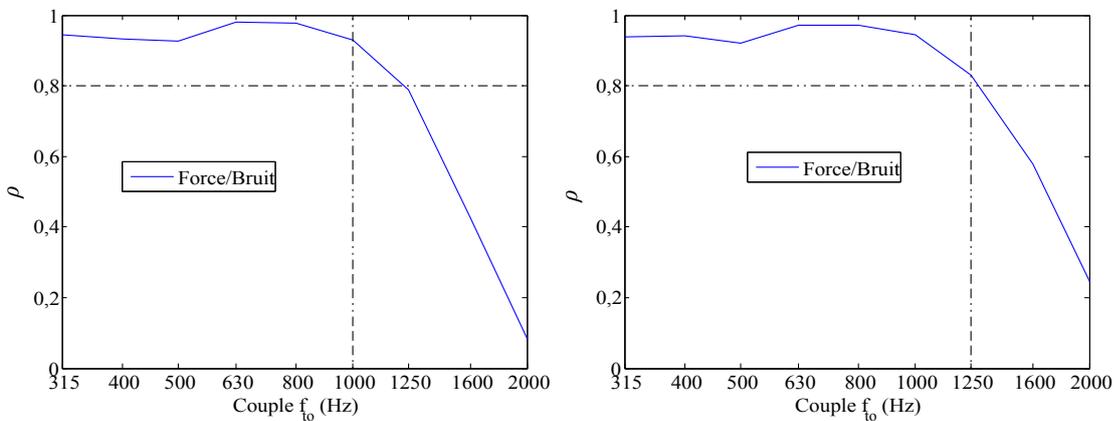


Figure 4.25 — Coefficient de corrélation force/bruit à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu lisse ».

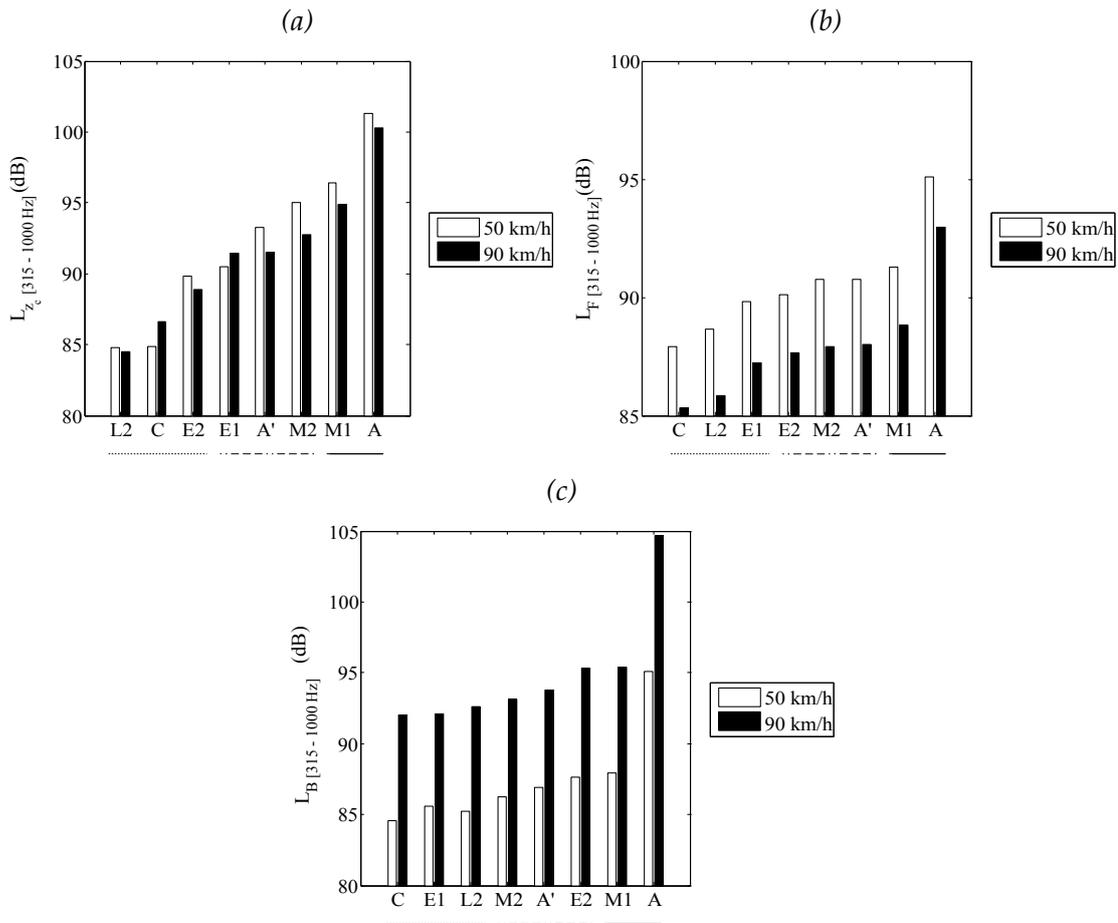
Dans la mesure où les forces de contact influencent majoritairement l'émission du bruit à basses fréquences (i.e.  $f < 1\ 000$  Hz), des niveaux recomposés (Eq. (4.20)) sont calculés entre 315 et 1 000 Hz pour permettre des classifications des grandeurs étudiées. Les résultats pour les niveaux de texture, de force et de bruit sont donnés figure 4.26. Les revêtements sont ordonnés du plus faible niveau au plus élevé en se basant sur la vitesse de 90 km/h. Trois groupes de revêtements peuvent être définis en fonction des résultats de la classification de bruit : tout d'abord les revêtements à forte macrotexture (A, M1) les plus bruyants, puis les revêtements intermédiaires (A', E2, M2) à macrotexture modérée à forte et enfin le groupe des revêtements les moins bruyants composé des surfaces C, E1 et L2 à macrotexture fine à modérée. Malgré l'âge plus élevé du revêtement E2, les bonnes propriétés acoustiques de la surface E1 et les différences obtenues avec E2 sont inattendues. Par rapport à la classification de la texture, deux groupes sont modifiés (faible et intermédiaire) avec notamment l'interversion des surfaces E1 et E2. Au contraire, avec la classification en force, les groupes restent inchangés, seules quelques modifications internes aux groupes sont observées.

Pour l'ensemble des surfaces, le niveau de force recomposé entre 315 et 1 000 Hz diminue quand la vitesse augmente, alors que le niveau de bruit augmente. Ce phénomène provient d'une translation entre les spectres de force aux deux vitesses d'étude

### Section 4.3. Corrélations de la texture et des forces de contact avec le bruit

(cf. figure 4.19), provenant elle-même de l'hypothèse d'états quasi-statiques. En conclusion, même pour ces basses fréquences (315 – 1 000 Hz), le modèle de contact multi-aspérités élastique ne suffit pas à appréhender entièrement le bruit. Deux possibilités peuvent être avancées pour expliquer ce phénomène d'augmentation du bruit avec la vitesse :

- les impacts du pneumatique sur la chaussée se renouvellent plus souvent avec l'augmentation de la vitesse, entraînant une excitation plus importante de la vibration du pneumatique et donc du rayonnement acoustique du pneu ;
- les phénomènes aérodynamiques à l'interface (par exemple l'air-pumping) sont plus importants avec l'augmentation de la vitesse si et seulement si ces phénomènes interviennent dès ces basses fréquences.



**Figure 4.26** — Classification du niveau de texture recomposé (a), du niveau de forces recomposé (b) et du niveau de bruit recomposé (c) pour le « pneu lisse ».

Les corrélations présentées précédemment nous permettent d'utiliser une méthode statistique pour estimer le bruit. Étant donné que les résultats sont très proches quelle que soit la vitesse, les lignes qui suivent portent exclusivement attention à la vitesse de 90 km/h. En pratique, pour chaque tiers d'octave  $f_j$  en-dessous de la fréquence de coupure de forte corrélation, il est possible d'obtenir la droite de régression linéaire suivante, définissant ainsi le modèle statistique « empirique » (à partir de la texture) ou « hybride » (à partir des forces de contact) :

$$L_B(f_j) = a_j L_\alpha(f_j) + b_j \quad (4.25)$$

avec son écart-type  $\sigma_j$  et son coefficient de corrélation  $\rho_j$ . La lettre muette  $\alpha$  correspond soit à la texture ( $z_c$ ), soit aux forces de contact ( $F$ ). Les paramètres du modèle statistique

empirique à partir de la texture, pour la configuration « pneu lisse » à 90 km/h, sont regroupés dans le tableau 4.5 et dans le tableau 4.6 pour le modèle hybride à partir des forces de contact.

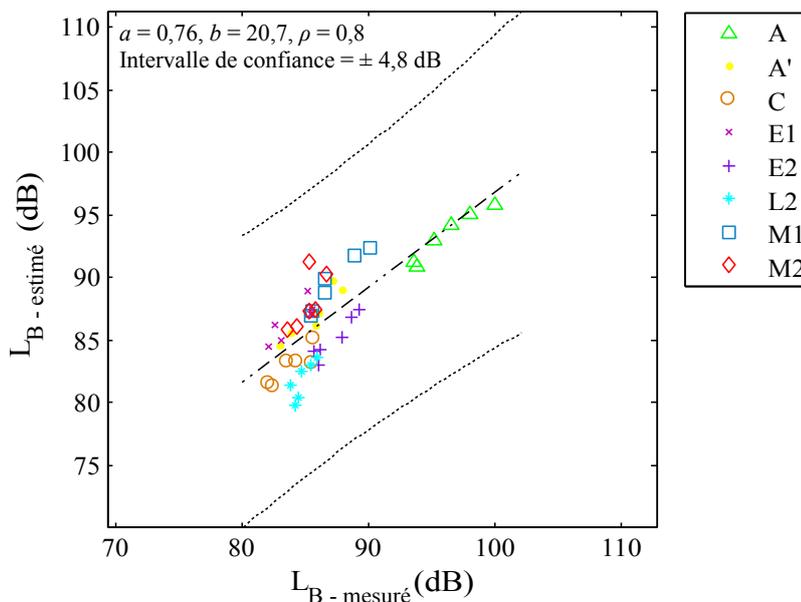
$f_j$ (Hz)	315	400	500	630	800	1000
$a_j$	0,83	0,64	0,69	0,73	0,72	0,71
$b_j$ (dB)	16,5	31,6	26,7	25,6	29,5	30,8
$\sigma_j$ (dB)	$\pm 2,8$	$\pm 2,4$	$\pm 3,0$	$\pm 2,5$	$\pm 2,7$	$\pm 3,7$
$\rho_j$	0,85	0,82	0,76	0,88	0,87	0,81

**Tableau 4.5** — Paramètres du modèle statistique empirique à partir de la texture pour la configuration « pneu lisse » à 90 km/h.

$f_j$ (Hz)	315	400	500	630	800	1000
$a_j$	1,59	1,38	1,68	1,73	1,88	2,10
$b_j$ (dB)	-39,6	-25,2	-50,1	-52,8	-62,8	-80,1
$\sigma_j$ (dB)	$\pm 1,8$	$\pm 1,5$	$\pm 1,8$	$\pm 1,3$	$\pm 1,3$	$\pm 2,3$
$\rho_j$	0,94	0,94	0,92	0,97	0,97	0,95

**Tableau 4.6** — Paramètres du modèle statistique hybride à partir des forces de contact pour la configuration « pneu lisse » à 90 km/h.

  partir de ces paramètres, nous pouvons représenter les niveaux de bruit estimés à partir de la texture de 315 à 1 000 Hz (6 points par surface) pour l'ensemble des revêtements sur la figure 4.27 et les niveaux de bruit estimés à partir des forces de contact sur la figure 4.28. Sur ces figures, une nouvelle régression linéaire ( $L_{B\text{-estimé}} = aL_{B\text{-mesuré}} + b$ ) est repr sent e pour évaluer la pertinence de la recombinaison de certains tiers d'octave par cette méthode statistique.

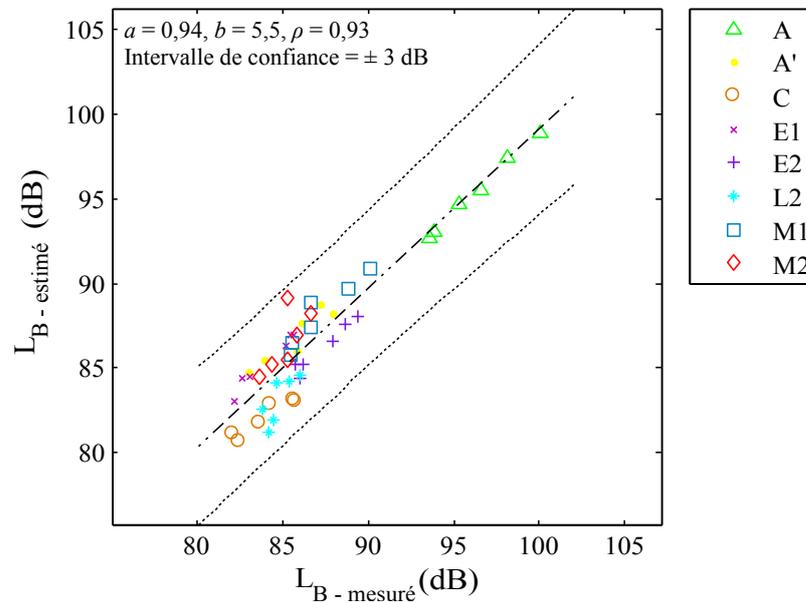


**Figure 4.27** — Corrélation entre le niveau de bruit mesuré et celui estimé à partir de la texture par méthode empirique pour le « pneu lisse » à 90 km/h.

Pour l'estimation du bruit à partir de la texture, le coefficient de corrélation  $\rho$  est égal à 0,8, traduisant une bonne corrélation entre les deux niveaux de bruit. Cependant, le

### Section 4.3. Corrélations de la texture et des forces de contact avec le bruit

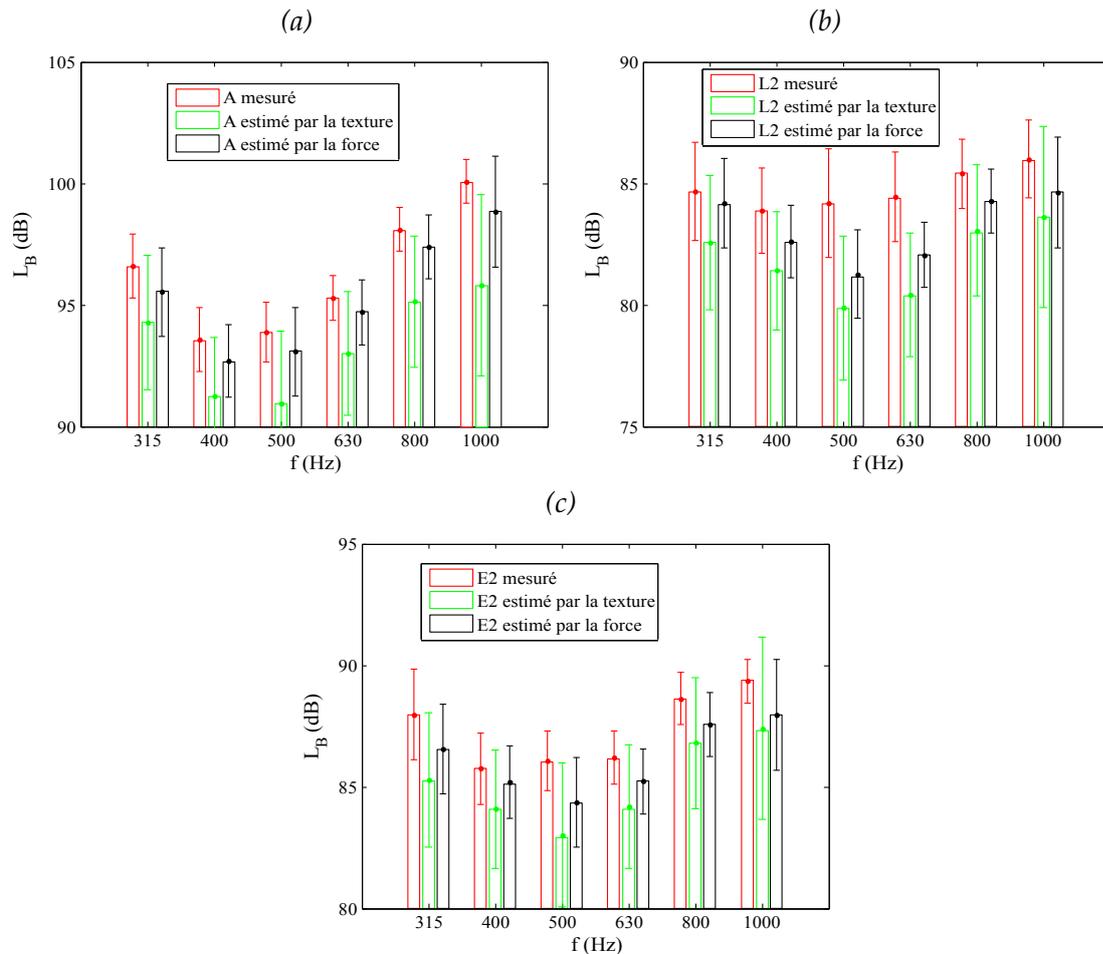
coefficient directeur  $a$  est environ égal à 0,75 (i.e. une sous estimation du bruit), alors qu'il devrait être proche de 1 pour une estimation correcte du bruit par cette méthode. De plus, l'intervalle de confiance  $ic$  est de  $\pm 4,8$  dB, c'est-à-dire un écart-type de  $\sigma = \frac{ic}{t_{0,975}^k} = \pm 1,9$  dB ( $t_{\gamma}^k$  représente le quantile d'ordre  $\gamma$  de la loi de Student à  $k = n - 2$  degrés de liberté).



**Figure 4.28** — Corrélation entre le niveau de bruit mesuré et celui estimé à partir des forces de contact par méthode hybride pour le « pneu lisse » à 90 km/h.

Pour l'estimation du bruit à partir des forces de contact, le coefficient de corrélation est égal à 0,93, traduisant une forte corrélation entre les deux niveaux de bruit. De plus, le coefficient directeur  $a$  est proche de 1 ( $\approx 0,94$ ) et l'écart-type est égal à  $\sigma = \frac{ic}{t_{0,975}^k} = \pm 1,2$  dB. L'estimation du bruit à partir des forces de contact semble donc plus correcte qu'avec la texture pour la configuration « pneu lisse » et pour les surfaces testées dans la gamme de fréquence 315 – 1 000 Hz.

Enfin, la figure 4.29 présente les résultats des figures 4.27 et 4.28 uniquement pour les surfaces A, E2 et L2. Les écart-types de la mesure et des estimations de bruit y sont ajoutés. Pour ces trois surfaces, le bruit est sous-estimé avec les deux méthodes statistiques pour l'ensemble des tiers d'octaves de 315 à 1 000 Hz. Il peut être sur-estimé pour d'autres surfaces mais ce biais reste le même pour toute la gamme de fréquence. Finalement, l'estimation à partir des forces de contact est plus proche des résultats de la mesure que celle avec la texture, que ce soit en amplitude, en forme de spectre et en écart-type. En conclusion, le calcul des spectres de forces de contact permet une corrélation avec le bruit mesuré plus importante qu'avec la texture, et permet par conséquent une meilleure estimation du bruit mesuré.



**Figure 4.29** — Comparaison entre le bruit mesuré (en rouge) et une estimation du bruit à partir de la texture (en vert) et une autre à partir des forces (en noir) par méthode hybride pour les surface A (a), L2 (b) et E2 (c), pour le « pneu lisse » à 90 km/h.

### 4.3.3 Corrélation pour un « pneu standard »

#### 4.3.3.1 Configuration de l'étude

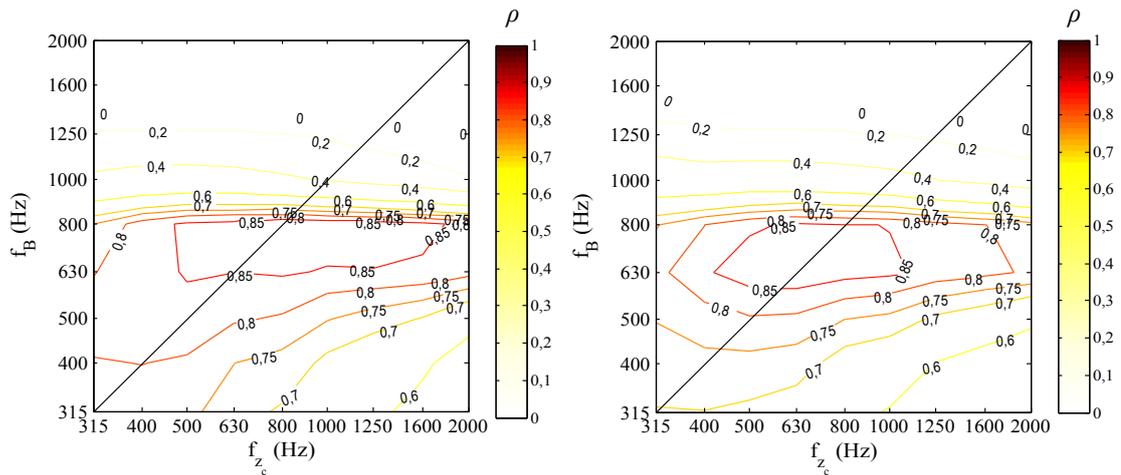
L'objectif et la démarche sont les mêmes que dans la section 4.3.2, mais pour un « pneu standard ». En conséquence des mesures de texture et de bruit, l'échantillon statistique pour la configuration « pneu standard » est composé de 10 surfaces : A, A', C, E1, E2, F, G, L2, M1, M2. Les deux vitesses étudiées par la suite sont 70 km/h et 90 km/h.

#### 4.3.3.2 Corrélation entre la texture, les forces de contact et le bruit de roulement

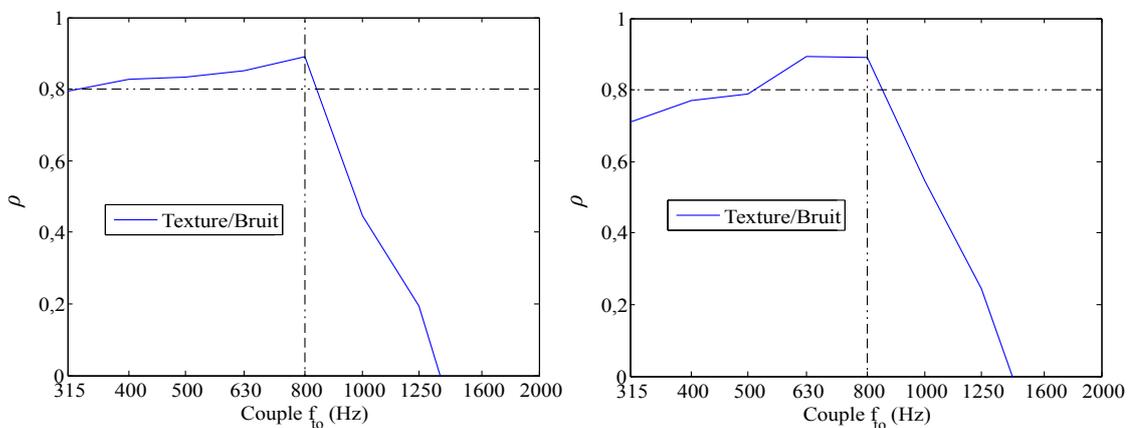
Les corrélations présentées par la suite portent uniquement sur les relations avec le bruit mesuré, étant donné que les corrélations entre la texture et les forces de contact donnent des résultats du même type que pour la configuration « pneu lisse ». L'objectif est de confirmer la très bonne corrélation, dans une gamme de fréquence donnée, des forces de contact calculées avec le bruit mesuré. Les figures 4.30 et 4.31 présentent la corrélation statistique entre la texture mesurée et le bruit mesuré. Les courbes d'isocorrélation texture/bruit sont représentées sur la figure 4.30 pour les deux vitesses d'étude. Une bonne corrélation ( $\rho \gtrsim 0,7$ ) pour les deux vitesses est observée entre 315 et 800

### Section 4.3. Corrélations de la texture et des forces de contact avec le bruit

Hz. Par contre la corrélation diminue fortement en dehors de cette zone (sauf pour les hautes fréquences de texture avec les fréquences 500 - 800 Hz de bruit). Entre les deux vitesses, les résultats sont très proches. Les résultats sur la première bissectrice (courbe  $y = x$ ) sont illustrés sur la figure 4.31. En fixant un seuil à 0,8, on peut définir une fréquence de coupure de forte corrélation à la fréquence de 800 Hz. Cependant, de 315 à 800 Hz, la corrélation est inférieure à 0,9 (voire 0,8 à 90 km/h). En conclusion, la texture et le bruit sont corrélés positivement pour la gamme de fréquence 315 – 800 Hz pour la configuration « pneu standard » quelle que soit la vitesse, mais la corrélation ne dépasse que légèrement le seuil de 0,8.



**Figure 4.30** — Isocorrélation texture/bruit à 70 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu standard ».



**Figure 4.31** — Coefficient de corrélation texture/bruit à 70 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu standard ».

Les figures 4.32 et 4.33 présentent la corrélation statistique entre les forces de contact calculées et le bruit mesuré, de la même manière que pour les corrélations texture/bruit. Les courbes d'isocorrélation force/bruit pour les deux vitesses d'étude sont représentées sur la figure 4.32. Une forte corrélation ( $\rho \gtrsim 0,8$ ) pour les deux vitesses est observée entre 315 et 800 Hz pour les fréquences de bruit et entre 315 et 2 000 Hz pour les fréquences de forces. De la même façon que pour les corrélations texture/bruit, les courbes d'isocorrélation restent globalement les mêmes quelle que soit la vitesse. Les résultats sur les premières bissectrices sont illustrés sur la figure 4.33. Les valeurs des

coefficients de corrélation sont plus élevés que pour les corrélations texture/bruit mais la fréquence de coupure reste la même (800 Hz). En conclusion, les corrélations avec le bruit sont plus élevées avec les forces qu'avec la texture, comme pour le « pneu lisse ».

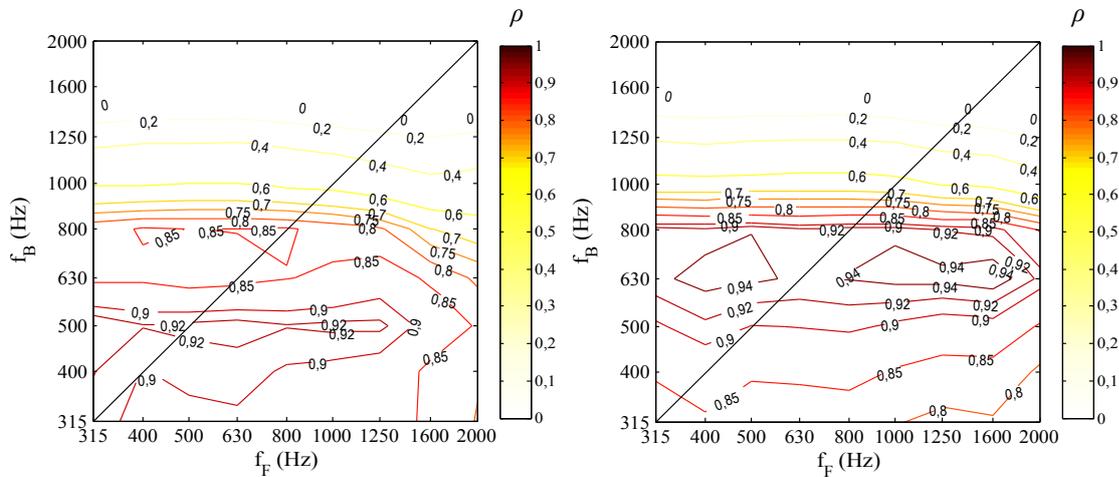


Figure 4.32 — Isocorrélation force/bruit à 70 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu standard ».

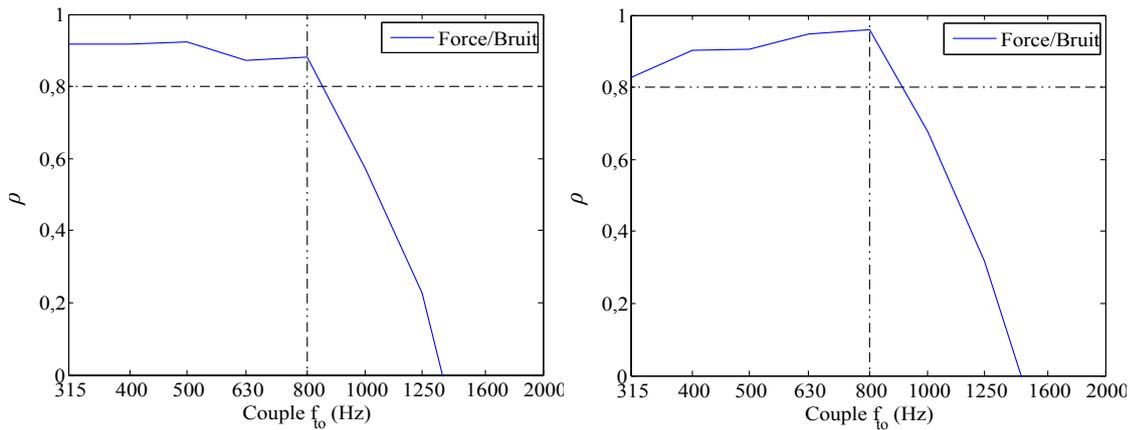
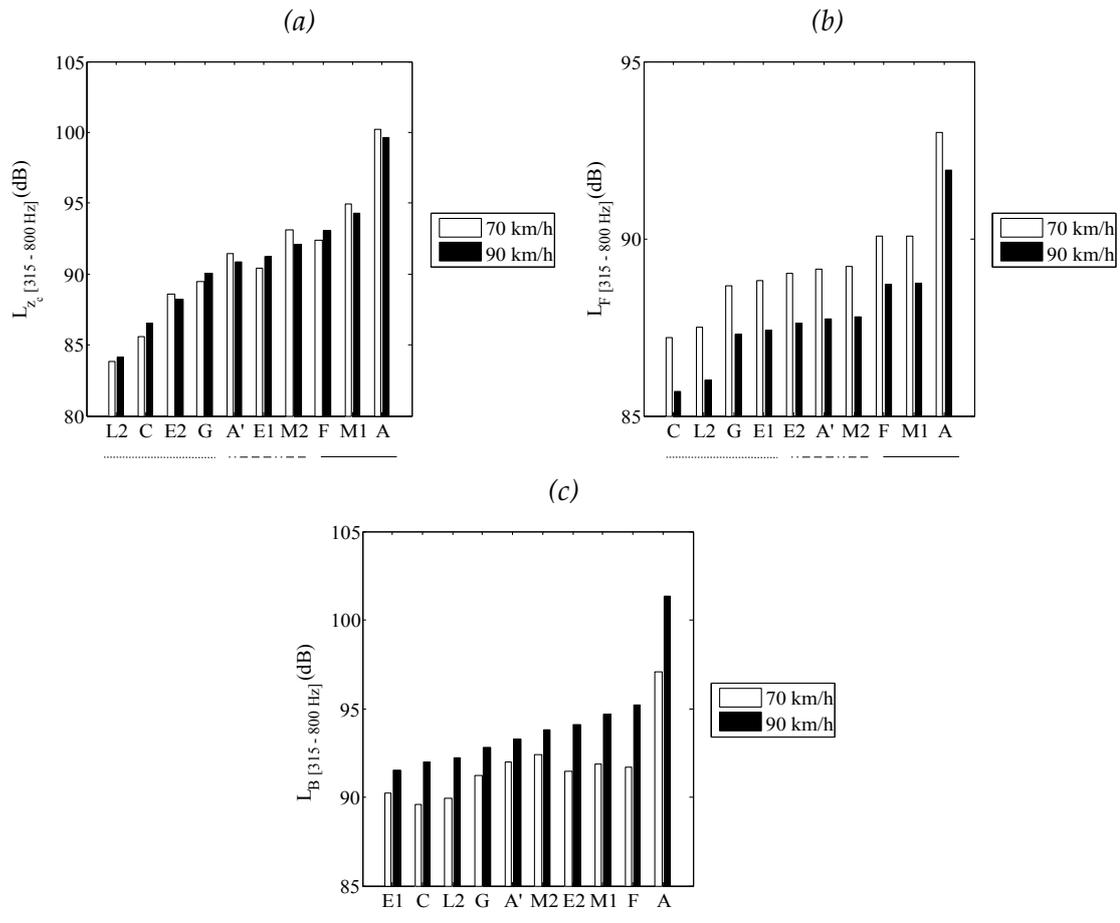


Figure 4.33 — Coefficient de corrélation force/bruit à 70 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour le « pneu standard ».

Des niveaux recomposés (Eq. (4.20)) sont à nouveau calculés entre 315 et 800 Hz pour permettre des classifications des grandeurs étudiées. Les résultats pour les niveaux de texture, de force et de bruit sont donnés figure 4.34.

Les revêtements sont ordonnés du plus faible niveau au plus élevé en se basant sur la vitesse de 90 km/h. On retrouve les groupes définis lors des résultats avec la configuration « pneu lisse » : tout d'abord les revêtements les plus bruyants (A, F, M1), puis les revêtements intermédiaires (A', E2, M2) à macrotexture modérée à forte et enfin le groupe des revêtements les moins bruyants composé des surfaces C, E1, G et L2 à macrotexture fine à modérée. Une nouvelle fois, malgré l'âge plus élevé du revêtement E2, les bonnes propriétés acoustiques de la surface E1 et les différences obtenues avec E2 sont inattendues. Par rapport à la classification de la texture, deux groupes sont modifiés (faible et intermédiaire) avec notamment l'intervention des surfaces E1 et E2. Au contraire, avec la classification en force, les groupes restent inchangés et seules quelques modifications internes aux groupes sont observées.



**Figure 4.34** — Classification du niveau de texture recomposé (a), du niveau de force recomposé (b) et du niveau de bruit recomposé (c) pour le « pneu standard ».

Les résultats de la surface F sont *a priori* surprenants dans la mesure où ce revêtement est certes à forte macrotecture mais avec une granulométrie maximale faible. Cependant, la composition de cette surface (bauxite calcinée) diffère des autres (béton bitumineux) et sa mise en œuvre manuelle a probablement ajouté une mégatexture plus importante. Plus généralement, comme pour le « pneu lisse » on remarque que les niveaux de bruit recomposés augmentent avec la vitesse, tandis que ceux des forces diminuent.

De la même façon qu'à la section 4.3.2 pour le « pneu lisse » à 90 km/h, les corrélations présentées précédemment nous permettent d'utiliser une méthode statistique pour estimer le bruit (équation (4.25)). Les paramètres du modèle statistique empirique à partir de la texture, pour la configuration « pneu standard » à 90 km/h, sont regroupés dans le tableau 4.7 et dans le tableau 4.8 pour la méthode hybride à partir des forces de contact.

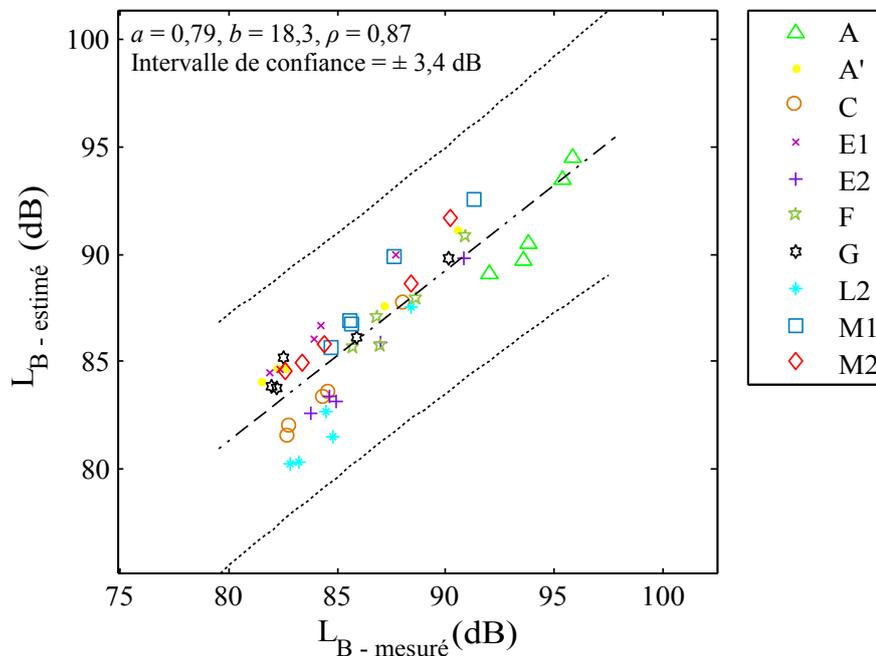
$f_j$ (Hz)	315	400	500	630	800
$a_j$	0,60	0,58	0,65	0,63	0,41
$b_j$ (dB)	33,7	35,4	30,8	35,2	57,2
$\sigma_j$ (dB)	$\pm 2,5$	$\pm 2,2$	$\pm 2,3$	$\pm 1,6$	$\pm 1,3$
$\rho_j$	0,71	0,77	0,79	0,89	0,89

**Tableau 4.7** — Paramètres du modèle statistique empirique pour la configuration « pneu standard » à 90 km/h à partir de la texture.

$f_j$ (Hz)	315	400	500	630	800
$a_j$	1,47	1,51	1,86	1,84	1,38
$b_j$ (dB)	-33,3	-38,1	-65,9	-61,8	-21,5
$\sigma_j$ (dB)	$\pm 2,0$	$\pm 1,6$	$\pm 1,7$	$\pm 1,3$	$\pm 0,9$
$\rho_j$	0,83	0,90	0,90	0,94	0,96

**Tableau 4.8** — Paramètres du modèle statistique hybride pour la configuration « pneu standard » à 90 km/h à partir des forces de contact.

À partir de ces paramètres, nous pouvons représenter les niveaux de bruit estimés à partir de la texture de 315 à 800 Hz (5 points par surface) pour l'ensemble des revêtements sur la figure 4.35 et les niveaux de bruit estimés à partir des forces de contact sur la figure 4.36. Sur ces figures, la régression linéaire ( $L_{B\text{-estimé}} = aL_{B\text{-mesuré}} + b$ ) est représentée pour évaluer la pertinence de la recombinaison de certains tiers d'octave par cette méthode statistique.

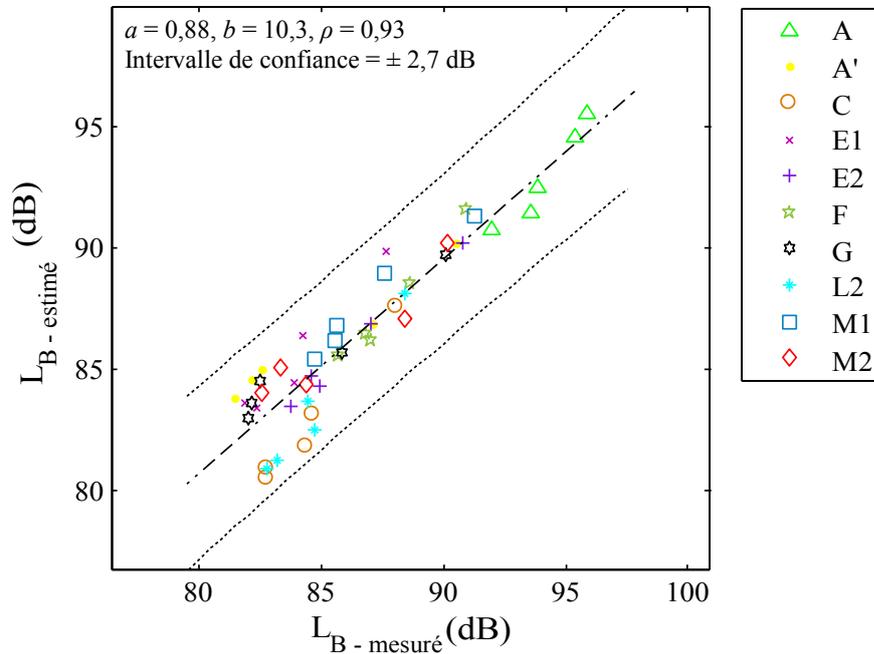


**Figure 4.35** — Corrélation entre le niveau de bruit mesuré et celui estimé à partir de la texture par méthode empirique pour le « pneu standard ».

Pour l'estimation du bruit à partir de la texture, le coefficient de corrélation  $\rho$  est égal à 0,87, traduisant une bonne corrélation entre les deux niveaux de bruit. Cependant, le coefficient directeur  $a$  est égal à 0,79 (i.e. une sous estimation du bruit). De plus,

### Section 4.3. Corrélations de la texture et des forces de contact avec le bruit

l'intervalle de confiance  $ic$  est de  $\pm 3,4$  dB, c'est-à-dire un écart-type de  $\sigma = \frac{ic}{t_{0,975}^8} = \pm 1,4$  dB. Néanmoins, la corrélation texture/bruit avec ce pneumatique est globalement meilleure qu'avec le pneumatique lisse.

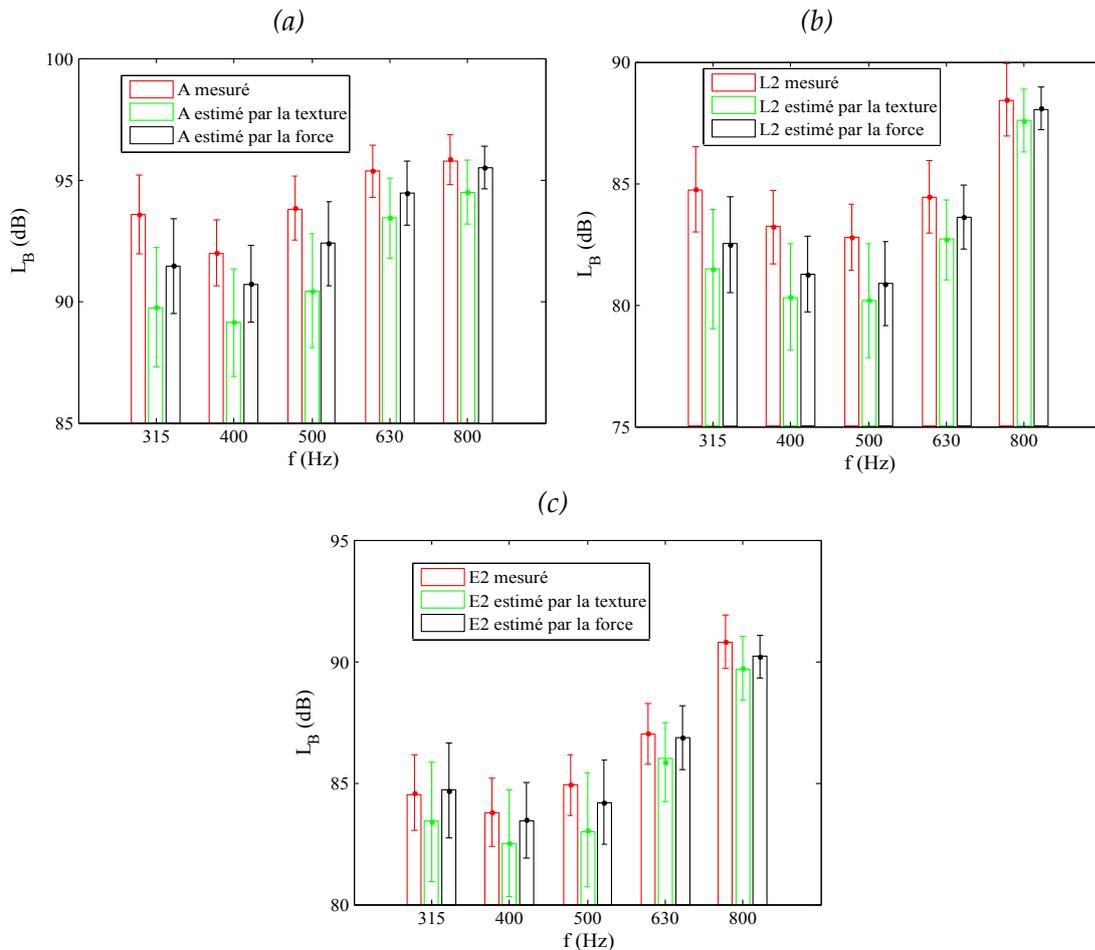


**Figure 4.36** — Corrélation entre le niveau de bruit mesuré et celui estimé à partir des forces de contact par méthode hybride pour le « pneu standard ».

Pour l'estimation du bruit à partir des forces de contact, le coefficient de corrélation est égal à 0,93, traduisant d'une forte corrélation entre les deux niveaux de bruit. De plus, le coefficient directeur  $a$  est proche de 0,9 ( $\approx 0,88$ ) et l'écart-type est égal à  $\sigma = \frac{ic}{t_{0,975}^8} = \pm 1,2$  dB. L'estimation du bruit à partir des forces de contact semble donc plus correcte qu'avec la texture pour les surfaces testées dans la gamme de fréquence 315 – 800 Hz.

Enfin, la figure 4.37 présente les résultats des figures 4.35 et 4.36 uniquement pour les surfaces A, E2 et L2. Les écart-types de la mesure et des estimations  $y$  sont ajoutés. Pour ces trois surfaces, le bruit est sous-estimé avec les deux méthodes statistiques pour l'ensemble des tiers d'octaves de 315 à 1 000 Hz. Il peut être sur-estimé pour d'autres surfaces mais ce biais reste le même pour toute la gamme de fréquence. Finalement, l'estimation à partir des forces de contact est plus proche des résultats de la mesure que celle avec la texture, que ce soit en amplitude, en forme de spectre et en écart-type. En conclusion, le calcul des spectres de forces de contact permet une corrélation avec le bruit mesuré plus importante qu'avec la texture et permet en plus une meilleure estimation du bruit mesuré pour les deux configurations de pneumatique.

**Remarque :** Les corrélations texture/bruit et force/bruit et les estimations par méthode statistique sont légèrement meilleures avec la configuration « pneu standard » qu'avec le « pneu lisse ».



**Figure 4.37** — Comparaison entre le bruit mesuré (en rouge) et une estimation du bruit à partir de la texture (en vert) et une autre à partir des forces (en noir) par méthode hybride pour les surface A (a), L2 (b) et E2 (c), pour le « pneu standard » à 90 km/h.

## Conclusions

Dans une première partie, la méthode de mesure du bruit en continu, à l'aide de l'équipement CPX développé à l'Ifsttar Nantes, a été présentée. Cette méthode a été appliquée sur différentes planches de la piste de l'Ifsttar, présentées au chapitre 2. Il en résulte que l'écart-type de la mesure doit être pris en compte lors de la corrélation du niveau de bruit avec d'autres grandeurs physiques, car la vitesse et le niveau de bruit mesurés varient durant les essais. À l'aide de régressions linéaires sur le niveau de bruit pour chaque tiers d'octave en fonction du logarithme de la vitesse, des spectres recomposés du niveau de bruit sont possibles pour différentes vitesses.

La deuxième partie a été consacrée à l'étude de la corrélation de paramètres multi-aspérités de contact avec des niveaux globaux de bruit recomposé à basses fréquences (315–1 000 Hz). Les résultats sont indépendants des vitesses utilisées pour cette étude. Les paramètres  $\bar{r}$ ,  $\bar{h}$  et  $\bar{K}$  sont corrélés positivement avec le niveau global de bruit recomposé à basses fréquences. Au contraire, la densité d'aspérités est corrélée négativement. Ces résultats sont similaires à ceux obtenus dans la littérature à partir de profils de texture en deux dimensions. Cependant, l'ensemble des résultats de ces corrélations ne montre qu'une tendance des relations entre les paramètres de contact multi-aspérités et le bruit de roulement, car les intervalles de confiance et les écarts-types sont élevés.

Enfin, la troisième partie porte sur l'étude de la corrélation texture/bruit et force/bruit pour un pneu lisse (Michelin Racer Slick 186/57 R15), puis un pneu standard (Michelin Energy E3A 195/60 R15). La corrélation texture/bruit et force/bruit est bonne jusqu'à la fréquence de 1 000 Hz quelle que soit la vitesse. La construction d'un modèle statistique hybride est alors possible de la forme suivante :  $L_B(f_j) = a_j L_\alpha(f_j) + b_j$  où  $L_\alpha$  est soit le niveau de texture, soit le niveau de forces de contact obtenu à l'aide du modèle de contact multi-aspérités élastique. L'estimation du bruit par méthode hybride à partir des forces de contact est globalement meilleure que celle à partir de la texture avec un coefficient directeur de 0,94 et un écart-type de  $\pm 1,2$  dB par rapport au bruit mesuré pour notre échantillon de surface. Les mêmes conclusions peuvent être tirées dans le cas d'un pneu standard avec globalement une meilleure estimation du bruit que pour un pneu lisse. La fréquence de coupure de forte corrélation est toutefois moins élevée : 800 Hz. L'estimation du bruit par méthode hybride à partir des forces de contact donne un coefficient directeur de la régression linéaire de 0,88 et un écart-type de  $\pm 1,2$  dB par rapport au bruit mesuré.

Les résultats de ces corrélations seront à confirmer à l'avenir avec davantage de revêtements, en utilisant d'autres résultats de mesures de texture et de bruit. Les données de texture présentées dans ce mémoire sont perturbées (mégatexture non désirée, légère discontinuité) par la méthode de stéréoscopie utilisée pour obtenir la surface entière (cf. annexe C). *A fortiori*, l'estimation du niveau de bruit pour une surface qui ne fait pas partie de l'échantillon de départ doit aussi être réalisée. À l'avenir, il serait intéressant de comprendre l'augmentation plus importante du niveau de bruit avec la vitesse (vibration du pneumatique, phénomènes aérodynamiques) en basses fréquences alors que ce phénomène n'est pas observé pour les forces de contact ou la texture.



# Conclusion

## Conclusions

La nuisance sonore induite par le trafic routier et plus particulièrement par le bruit de contact pneumatique/chaussée constitue un enjeu environnemental et économique. Les mécanismes générateurs du bruit de roulement sont des éléments complexes plus ou moins imbriqués et amplifiés par la géométrie du problème. Les paramètres du pneumatique et ceux de la chaussée influencent directement le bruit, à travers notamment la modification des efforts à l'interface de contact. En amont d'une modélisation physique complète du bruit de roulement, la thèse est consacrée à la modélisation du contact dynamique pneumatique/chaussée, en utilisant une approche multi-aspérités du problème. Le travail a mené à de multiples avancées et ouvre plusieurs perspectives. Il a également donné lieu à des publications et communications.

La description multi-aspérités d'une surface de chaussée pour le calcul de contact pneumatique/chaussée a été initiée par Cesbron (2007). Une amélioration de cette description multi-aspérités a été présentée au chapitre 2 par une nouvelle méthode de partitionnement de surface de chaussée et par une nouvelle définition analytique de la loi de contact sur une aspérité. Premièrement, le partitionnement de l'ensemble de la surface est nécessaire pour prendre en compte tous les éléments potentiellement en contact et pour éviter des problèmes de convergence du modèle de contact multi-aspérités. Deux méthodes classiques de segmentation sont utilisées ensemble, afin de partitionner la surface de chaussée pour notre application spécifique au contact pneumatique/chaussée : segmentation par ligne de partage des eaux et segmentation par diagramme de Voronoï. Le partitionnement a été appliqué sur 10 revêtements de chaussée, balayant un large spectre de macro-texture de chaussée en béton bitumineux. Deuxièmement, la nouvelle définition spatiale des aspérités d'une chaussée a permis de décrire individuellement sur chaque aspérité la relation entre la force de contact et la pénétration (loi de contact). Une extension de la loi de contact est proposée afin de s'adapter au chargement élevé typique du contact pneumatique/chaussée. Cette nouvelle loi est décrite par un ensemble de paramètres de contact :  $C_k$ ,  $\gamma_k$ ,  $d_k$  et  $K_k$ . Dans un premier temps, étant donné le nombre élevé d'aspérités composant les 10 surfaces de chaussée utilisées, une étude statistique des différents paramètres de contact a permis de caractériser les surfaces par les densités de probabilité trouvées. Dans un deuxième temps, ces paramètres pourront servir à optimiser les surfaces de chaussée vis-à-vis du bruit de roulement.

Le contact normal entre le pneumatique et la chaussée est modélisé au chapitre 3. Le pneumatique est caractérisé par un massif-semi infini viscoélastique, utilisant des modèles rhéologiques classiques. La surface de chaussée est représentée par son ensemble d'aspérités supposées parfaitement rigides. La vibration du pneumatique est incorporée au travers d'un modèle de plaque orthotrope. Le problème de contact multi-aspérités est résolu à l'aide d'une méthode itérative à deux échelles. La distribution des forces de contact est obtenue à macro-échelle par une méthode de Newton-Raphson,

permettant l'initialisation d'une méthode itérative à micro-échelle afin d'obtenir la distribution de pression : initiale pour l'ensemble des cas et finale uniquement pour le cas élastique. Une simplification du modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle sans viscoélasticité ni vibration (cas élastique) a été validée sur un petit échantillon de surface de chaussée, en comparant avec une méthode classique d'inversion de matrice élastique. L'approche multi-aspérités est plus rapide (environ 500 fois plus rapide à macro-échelle et 5 fois plus rapide à micro-échelle) que les méthodes classiques avec une erreur globale à macro-échelle de l'ordre de 5 %. L'avantage majeur de la méthode multi-aspérités est la possibilité d'obtenir les distributions de pression fines à l'interface d'un contact de taille réaliste pneumatique/chaussée. L'ensemble des avantages (rapidité et taille de l'interface de contact) du calcul multi-aspérités dans le cas élastique se retrouve dans une autre déclinaison du modèle sans vibration mais avec la viscoélasticité. Après validation, les résultats sur différentes surfaces de chaussée d'un calcul de contact normal viscoélastique pneumatique/chaussée ont montré une diminution de l'aire de contact de 20 %, conformément aux résultats expérimentaux de la littérature. Le modèle de contact multi-aspérités complet (viscoélasticité et vibration) et les différentes déclinaisons ont été comparés aux deux échelles (macro et micro-échelle initiale). Globalement, les répartitions des forces sont proches. Les différences entre les déclinaisons portent sur la dimension de l'aire de contact apparente et sur les niveaux des forces de contact. L'introduction de la viscoélasticité semble importante pour tenir compte de la diminution de l'aire de contact. Cependant, en première approximation, la modification du module d'Young statique dans la déclinaison élastique permettrait d'obtenir une aire de contact proche de celle du cas viscoélastique. L'introduction de la vibration n'a pas apporté de changement majeur sur la distribution des forces de contact. D'une part, la validation expérimentale du modèle de contact multi-aspérités à macro-échelle est nécessaire. D'autre part, l'investigation de la prise en compte de la vibration dans le modèle devra être réalisée, d'autant plus que cela augmente considérablement le temps de calcul (4 à 10 fois).

La prévision du bruit de roulement à l'aide de modèles hybrides statistiques a été abordée dans le chapitre 4. Ces modèles consistent à mettre en relation le niveau de bruit mesuré à des grandeurs physiques calculées (forces de contact) ou des paramètres caractéristiques de la chaussée (paramètres de contact). Ces modèles ont pu être mis en place grâce à la nouvelle description multi-aspérités et à l'utilisation du modèle de contact développé durant la thèse. Le bruit de roulement a été mesuré à l'aide de l'équipement de mesure en continu développé à l'Ifsttar (Nantes) sur les 10 surfaces de chaussée utilisées durant la thèse. Dans un premier temps, on peut retenir que la densité d'aspérités est corrélée négativement avec le niveau de bruit global recomposé à basses fréquences (315-1 000 Hz), tandis que la distance  $\bar{r}$  et la hauteur  $\bar{h}$  relatives moyennes, ainsi que la raideur normalisée  $\bar{K}$ , sont corrélées positivement avec le niveau de bruit global recomposé à basses fréquences. Cependant, les intervalles de confiance et les écarts-types des corrélations sont trop élevés pour permettre une prévision du bruit de roulement correcte. Des corrélations texture/bruit et force/bruit ont été calculées donnant des résultats encourageants pour la prévision du bruit de roulement à basses fréquences, pour les deux configurations de pneumatique utilisées (lisse ou standard). Les forces de contact ont été obtenues à l'aide de la simplification élastique du modèle de contact multi-aspérités, en faisant rouler un pneumatique sur les 10 surfaces de chaussée utilisées. De manière générale, le bruit de roulement à basses fréquences est mieux estimé à partir des forces de contact qu'à partir de la texture, probablement en raison du fait que le modèle de contact tient à la fois compte de la texture de chaussée, de paramètres du pneumatique et de l'interaction entre les deux corps en contact.

En conclusion, le développement d'un modèle de contact dynamique pneumatique/chaussée a été effectué durant la thèse. La validation expérimentale de ce modèle est indispensable afin de confirmer les effets dynamiques influant réellement sur le contact. Le développement de ce modèle de contact a nécessité l'introduction d'une nouvelle description multi-aspérités d'une surface de chaussée. D'une part la modélisation du contact prend désormais en compte l'intégralité de la surface de chaussée, d'autre part des paramètres de contact ont pu être dégagés apportant de nouvelles perspectives pour l'utilisation des caractéristiques de texture pour la prévision du bruit. Enfin, la relation entre les forces de contact dynamiques et le bruit de roulement mesuré a été étudiée à l'aide d'un modèle statistique hybride. Elle permet d'envisager une prévision du bruit à partir des caractéristiques de surface plus fiable que les modèles statistiques actuels. Désormais, une première application d'un modèle physique complet du bruit de roulement semble possible, en utilisant en amont le modèle de contact développé durant la thèse.

## Perspectives

En conséquence des travaux menés durant la thèse, les perspectives sur la modélisation du contact pneumatique/chaussée qui peuvent être dégagées pour des recherches ultérieures sont les suivantes, par ordre d'importance :

- valider expérimentalement l'influence des effets dynamiques sur le contact et conclure sur le choix de la déclinaison du modèle de contact multi-aspérités à utiliser pour la prévision du bruit. Des premiers résultats sur piste à l'aide d'un capteur résistif Tekscan<sup>®</sup> (Cesbron, 2007) ont permis de conclure quant à la nécessité d'un banc d'essai en laboratoire. Ce dernier est en phase de développement au sein du groupe acoustique de l'Ifsttar Nantes.
- mettre en relation le modèle de contact multi-aspérités avec d'autres méthodes de résolution du problème de contact plus récentes, telle que l'approche par formalisme de Green réduit pour le calcul des structures en contact dynamique (Meftah, 2011), plus orientées vers le pneumatique ;
- améliorer le modèle de contact multi-aspérités en :
  - incorporant les effets dynamiques à micro-échelle jusqu'à l'itération finale ;
  - généralisant la méthode multi-échelles à des dimensions plus grandes et plus fines en fonction de l'application souhaitée ;
  - simplifiant la description de l'interaction en fonction de la distance aux autres aspérités pour permettre des calculs plus rapides ;
  - comparant différents modèles vibratoires.
- améliorer le partitionnement de surface de chaussée, soit en optimisant la programmation actuelle (notamment les phases de corrections), soit en développant les méthodes de traitement d'images dans un autre langage informatique ;

Les perspectives plus générales dégagées par les résultats de la thèse sont les suivantes :

- utiliser les forces de contact issues du modèle de contact multi-aspérités en amont d'un modèle physique complet pour la prévision du bruit à basses fréquences ( $f < 1\ 000$  Hz) et comparer les niveaux de bruit calculés avec ceux mesurés ;
- mettre en relation les paramètres de contact d'une taille « laboratoire » de surface de chaussée avec le bruit à basses fréquences ;
- développer le modèle de contact à micro-échelle pour tenir compte du frottement et de l'air-pumping lors de la prévision du bruit de roulement ;

- utiliser les forces de contact dynamique pour la modélisation de la résistance au roulement ;
- optimiser les paramètres de contact au regard du bruit de roulement, et générer de nouvelles surfaces tridimensionnelles à partir de ces mêmes paramètres.

## Liste des publications

### Articles dans des revues internationales avec comité de lecture

- [1] **G. Dubois**, J. Cesbron, H.P. Yin, F. Anfosso-Lédée : *Macro-scale approach for rough frictionless multi-indentation on a viscoelastic half-space* : *Wear* 272 (1) : 69-78 (2011)
- [2] **G. Dubois**, J. Cesbron, H.P. Yin, F. Anfosso-Lédée : *Numerical evaluation of tyre/road contact pressures using a multi-asperity approach* : *International Journal of Mechanical Sciences* 54 : 84-94 (2012)

### Communications avec actes dans un congrès international

- [1] **G. Dubois**, J. Cesbron, H.P. Yin, F. Anfosso-Lédée : *A multi-asperity tyre/road contact model for rolling noise prediction* : Proc. Forum Acusticum, Aalborg – Danemark (26 Juin - 1 Juillet 2011)
- [2] J. Cesbron, **G. Dubois**, H.P. Yin, F. Anfosso-Lédée : *Relations between contact model quantities and tyre/road noise* : Proc. Forum Acusticum, Aalborg – Danemark (26 Juin - 1 Juillet 2011)
- [3] **G. Dubois**, J. Cesbron, F. Anfosso-Lédée, H.P. Yin : *Low frequency statistical estimation of rolling noise from numerical tyre/road contact pressures* : Proc. Acoustics 2012, Nantes – France (23 - 27 Avril 2012)
- [4] H.P. Yin, J. Cesbron, **G. Dubois**, D. Duhamel, F. Anfosso-Lédée : *A multi-asperity approach for modelling the contact between rough surfaces and applications to the tyre/road contact* : Proc. Colloquium Euromech 514 « New trends in contact mechanics », Cargèse – France (27 - 31 Mars 2012)
- [5] J. Cesbron, **G. Dubois**, F. Anfosso-Lédée, H.P. Yin : *Tyre/road noise : influence of multi-asperity road surface properties on tyre/road contact stresses* : Proc. Inter-noise 2012, New-York – USA (19 - 22 Août 2012)
- [6] H.P. Yin, **G. Dubois**, J. Cesbron, F. Anfosso-Lédée, Q-H. Bui, D. Duhamel : *A numerical macro-scale approach for the tyre/road viscoelastic contact for the noise prediction* : Proc. Inter-noise 2012, New-York – USA (19 - 22 Août 2012)

*Je ne sais qu'une seule chose, c'est que je ne sais rien.*

Devise de Socrate

# A

## Modèle de plaque orthotrope appliqué au contact pneumatique/chaussée

▷ *Cette annexe contient la description et les équations du modèle de plaque orthotrope appliqué au contact pneumatique/chaussée.* ◁

## Annexe A. Modèle de plaque orthotrope appliqué au contact pneumatique/chaussée

LE modèle de plaque orthotrope représenté figure A.1 a été initialement proposé par (Kropp, 1992) pour son application au bruit de contact pneumatique/chaussée. Il consiste à approcher la ceinture et les flancs du pneumatique par une plaque mince précontrainte ayant un comportement élastique orthotrope, c'est-à-dire une raideur différente suivant les directions  $x$  et  $y$ . La plaque repose sur une fondation élastique matérialisant la pression de gonflage.

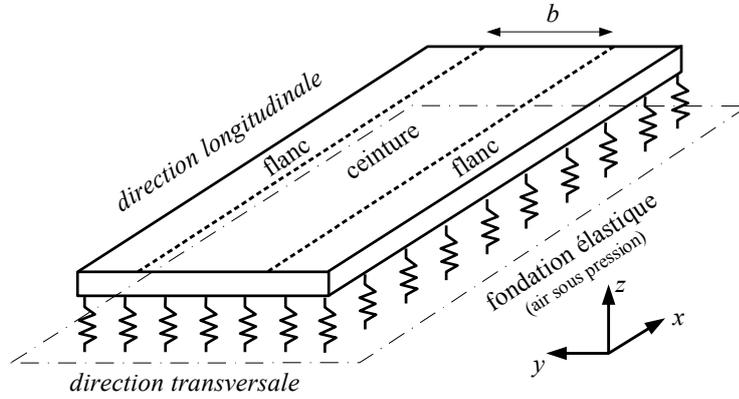


Figure A.1 — Schématisation du modèle de plaque orthotrope (d'après Kropp (1992)).

Les équations du mouvement de la plaque orthotrope s'écrivent (Hamet, 2001) :

$$\mathbf{L}\{u(x, y, t)\} = p(x, y, t) \quad (\text{A.1})$$

avec :

$$\mathbf{L} = -T_0\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) + B_x \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\sqrt{B_x B_y} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + B_y \frac{\partial^4}{\partial y^4} + s_a + m'' \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (\text{A.2})$$

où  $T_0$  est la tension de précontrainte,  $B_x$  et  $B_y$  sont respectivement les raideurs radiale et latérale,  $m''$  est la masse par unité de surface de la plaque et  $s_a$  est la raideur de la fondation élastique. En manipulant les transformées de Fourier spatiale et temporelle, la fonction de Green du problème s'écrit sous la forme (Hamet, 2001) :

$$G(x|x_0, y|y_0, t - \tau) = \frac{4}{l_x l_y m''} \sum_{n=1}^{\infty} \sin(k_{yn} y_0) \sin(k_{yn} y) \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m}{\Omega_{nm}} \cos(k_{xm}(x - x_0)) \sin(\Omega_{nm}(t - \tau)) e^{-\eta_{nm} \Omega_{nm}(t - \tau)} H(t - \tau) \quad (\text{A.3})$$

avec :

$$\Omega_{nm} = \Re(\sqrt{z_v}); \quad \eta_{nm} = \frac{1}{\Omega_{nm}} \Im(\sqrt{z_v}); \quad k_{xm} = \frac{2m\pi}{l_x}; \quad k_{yn} = \frac{n\pi}{l_y} \quad (\text{A.4})$$

où :

$$z_v = \left[ k_{xm}^4 B_x + 2k_{xm}^2 k_{yn}^2 \sqrt{B_x B_y} + k_{yn}^4 B_y + (k_{xm}^2 + k_{yn}^2) T_0 + s_a \right] / m'' \quad (\text{A.5})$$

$\Omega_{nm}$  sont les pulsations propres de la plaque,  $\eta_{nm}$  les amortissements pour chaque mode,  $k_{xm}$  et  $k_{yn}$  sont respectivement les nombres d'ondes dans les directions  $x$  et  $y$ ,  $l_x$  le périmètre du pneu,  $l_y$  la largeur du pneu,  $\varepsilon_0 = 1/2$ ,  $\varepsilon_{m \neq 0} = 1$  et  $H$  la fonction d'Heaviside. La variable  $z$  est calculée à partir des caractéristiques complexes de la plaque ( $T_0, B_x, B_y, s_a$ ) permettant de prendre en compte l'amortissement. L'expression

---

de la fonction de Green peut légèrement être simplifiée en définissant les paramètres suivants :

$$A^n(y|y_0) = \sin(k_{yn}y_0) \sin(k_{yn}y) \quad (\text{A.6})$$

$$B^{nm}(x|x_0) = \frac{\varepsilon_m}{\Omega_{nm}} \cos(k_{xm}(x - x_0)) \quad (\text{A.7})$$

$$C = \frac{4}{l_x l_y m''} \quad (\text{A.8})$$

Soit :

$$G(x|x_0, y|y_0, t - \tau) \equiv G(t - \tau) = C \sum_{n=1}^{\infty} A^n(y|y_0) \times \sum_{m=0}^{\infty} B^{nm}(x|x_0) \sin(\Omega_{nm}(t - \tau)) e^{-\eta_{nm}\Omega_{nm}(t-\tau)} H(t - \tau) \quad (\text{A.9})$$



*Panta rhei.*

Héraclite, selon Simplicius et Platon.

# B

## Viscoélasticité linéaire appliquée au contact pneumatique/chaussée

▷ Il existe de nombreux matériaux (verres, polymères, etc...) dont le comportement est fortement dépendant du temps et/ou de la vitesse de sollicitation. Les relations entre le tenseur de contrainte et de déformation peuvent être alors décrites par un comportement viscoélastique. Lorsque le principe de superposition est applicable et que les hypothèses de petites déformations sont valables, on parle de viscoélasticité linéaire, comme pour l'élasticité. Dans le cas du contact pneumatique/chaussée, le comportement de la gomme du pneumatique en roulement est influencé par l'ensemble de l'histoire de la sollicitation. Le matériau composant la gomme du pneumatique peut être décrit par un comportement viscoélastique linéaire. Dans cette annexe, nous présentons les principes et les termes de la viscoélasticité dans le cadre du contact pneumatique/chaussée, très largement inspirés de Salençon (2009). ◁

## B.1 - Expériences caractéristiques de la viscoélasticité pour un solide standard

PLUSIEURS expériences permettent de mettre en évidence le comportement viscoélastique des matériaux. Deux expériences classiques consistent à appliquer une contrainte (essai de fluage) ou une déformation (essai de relaxation) constante pendant un temps donné.

### B.1.1 - Essai de fluage uniaxial, fonction de fluage

La première expérience, nommée fluage, consiste à imposer au matériau une contrainte homogène uniaxiale pendant un temps donné. La figure B.1 représente la sollicitation et la réponse pour un solide viscoélastique à un essai de fluage.

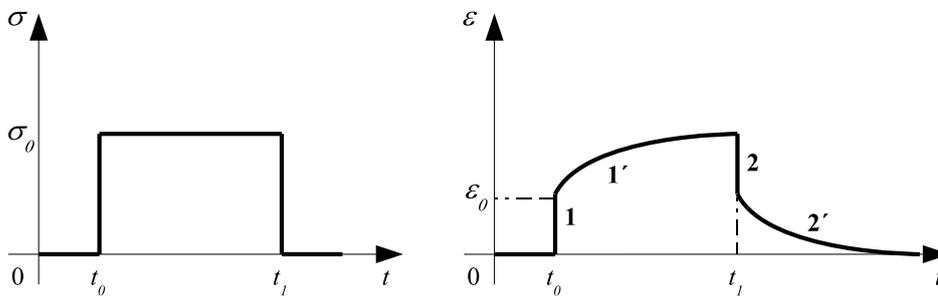


Figure B.1 — Expérience de fluage pour un solide viscoélastique, à gauche la contrainte, à droite la déformation.

La sollicitation (échelon de contrainte  $\sigma_0$ ) s'écrit de la manière suivante :

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_0 H(t - t_0) & \text{pour } t < t_1 \\ 0 & \text{pour } t > t_1 \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

avec  $H$  la fonction d'Heaviside.

Pour un solide viscoélastique, à l'instant  $t_0$  (1) une déformation  $\epsilon_0$  est produite, ce qui traduit un comportement élastique instantané. Pour  $t_0 < t < t_1$  (1'), la déformation continue de croître en fonction du temps, ce qui traduit un comportement élastique retardé du matériau. A l'instant  $t_1$  (2), où la sollicitation est arrêtée, une recouvrance instantanée est observée avant que le matériau ne retrouve son état avant sollicitation progressivement (2') (recouvrance retardée).

La réponse en déformation correspondant à un essai de fluage est décrite par :

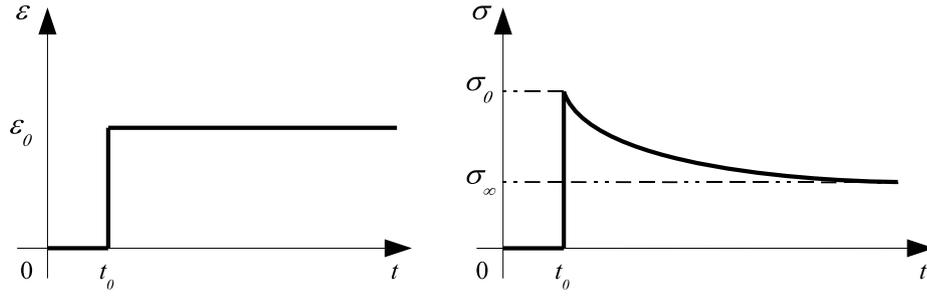
$$\epsilon(t) = \phi(t)\sigma_0 \quad (\text{B.2})$$

où  $\phi$  est la fonction de complaisance ou de fluage.

### B.1.2 - Essai de relaxation uniaxial, fonction de relaxation

L'homologue de l'expérience de fluage est l'essai de relaxation qui consiste donc à imposer un échelon de déformation  $\epsilon_0$  pour une réponse en contrainte du matériau. La figure B.2 représente la sollicitation et la réponse pour un solide viscoélastique à un essai de relaxation.

## B.2



**Figure B.2** — Expérience de relaxation pour un solide viscoélastique, à gauche la déformation, à droite la contrainte.

La sollicitation (échelon de déformation  $\varepsilon_0$ ) s'écrit de la manière suivante :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 H(t - t_0) \quad (\text{B.3})$$

Pour un solide viscoélastique, à l'instant  $t_0$  une contrainte instantanée  $\sigma_0$  est produite, ce qui traduit un comportement élastique instantané. Pour  $t > t_0$ , la contrainte décroît en fonction du temps, ce qui traduit un comportement élastique retardé du matériau. Cette décroissance au cours du temps atteint une valeur limite  $\sigma_\infty$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ . La réponse en contrainte correspondant à un essai de relaxation est décrite par :

$$\sigma(t) = \psi(t)\varepsilon_0 \quad (\text{B.4})$$

où  $\psi$  est la fonction de relaxation.

### Remarques :

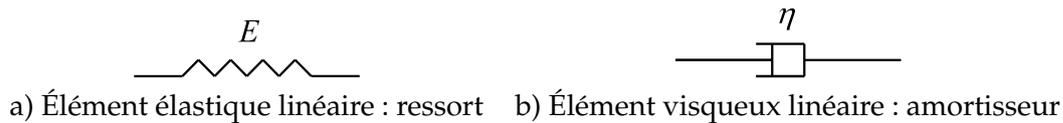
Premièrement, l'expérience de fluage est toujours réalisable contrairement à la relaxation qui nécessite que la réponse instantanée du matériau dans l'expérience de fluage soit non nulle. Deuxièmement, "l'expérience montre que les temps caractéristiques des phénomènes de retard et de relaxation sont, en règle générale, significativement différents : la relaxation est un phénomène plus rapide que le fluage" (Salençon, 2009).

## B.2 - Modèles rhéologiques

Afin d'étudier le comportement des matériaux viscoélastiques de manière pratique, des modèles rhéologiques ont été construits sur la base de modèles mécaniques simples (Salençon, 2009) et utilisés dans des modèles de contact (Johnson, 1985; Sameur, 2004). L'objectif des modèles simplifiés est de représenter par une analogie mécanique le comportement macroscopique d'un milieu viscoélastique. La méthode permet de caractériser de prime abord le comportement du matériau, tout en respectant les principes de la thermodynamique. Ces modèles se basent sur deux éléments que l'on peut coupler afin d'appréhender qualitativement le comportement viscoélastique d'un matériau donné et les mécanismes mis en jeu. Le problème est découpé entre les effets visqueux et les effets élastiques.

### B.2.1 - Modèles élémentaires

Le premier élément (figure B.3 - a) est représenté par un ressort de module  $E$  qui obéit strictement à la loi élastique de Hooke (réponse élastique idéale à l'application



**Figure B.3** — Modèles élémentaires viscoélastiques linéaires non-vieillissants (Salençon, 2009).

d'une contrainte).

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) \tag{B.5}$$

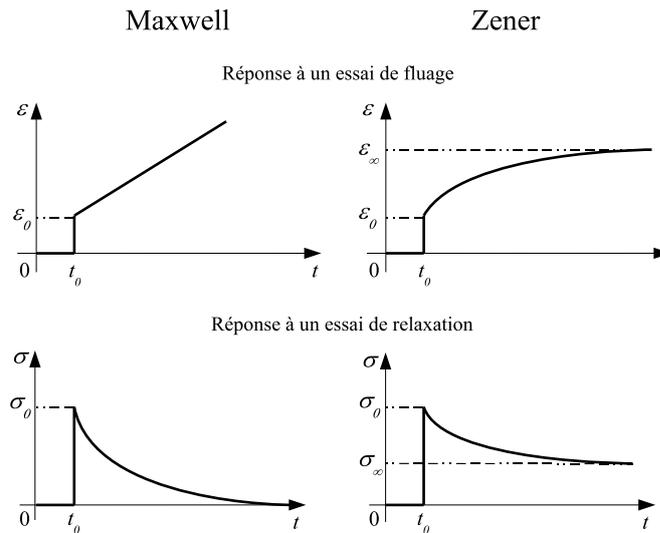
Le deuxième élément (figure B.3 - b) est représenté par un piston de viscosité  $\eta$  qui obéit strictement à la loi visqueuse de Newton (réponse visqueuse idéale à l'application d'une contrainte).

$$\sigma(t) = \eta\dot{\varepsilon} \tag{B.6}$$

où :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \tag{B.7}$$

Différentes combinaisons de ces éléments (en série ou en parallèle) conduisent à des comportements viscoélastiques différents (cf. figure B.4).

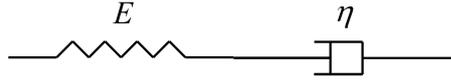


**Figure B.4** — Exemple de comportement viscoélastique de modèles analogiques simples : Maxwell à gauche, Zener à droite (Johnson, 1985).

Par la suite, nous présentons le modèle simple d'un liquide viscoélastique (Maxwell), celui d'un solide viscoélastique simple (Kelvin), d'un solide linéaire standard (Kelvin-Voigt/Zener) et enfin la généralisation du solide linéaire standard (Maxwell généralisé) souvent utiliser pour décrire le comportement de la gomme d'un pneumatique.

### B.2.2 - Modèle de Maxwell (liquide viscoélastique)

Le premier modèle présenté est celui du modèle de Maxwell dont le schéma de principe est donné sur la figure B.5. Il s'agit du modèle le plus simple pour appréhender un liquide viscoélastique.



**Figure B.5** — Schéma de principe du modèle de Maxwell.

Le modèle de Maxwell associe en série un élément de viscosité  $\eta$  et un élément de module élastique  $E$ . La contrainte est la même dans l'ensemble de la branche. La relation de la déformation dans la branche est la suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon_r + \varepsilon_p \Rightarrow \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_p \quad (\text{B.8})$$

avec  $\varepsilon_r$  la déformation dans le ressort et  $\varepsilon_p$  la déformation dans le piston. La relation élastique dans le ressort est la suivante :

$$\sigma_r = E\varepsilon_r \Rightarrow \dot{\varepsilon}_r = \frac{\dot{\sigma}_r}{E} = \frac{\dot{\sigma}}{E} \quad (\text{B.9})$$

avec  $\sigma_r$  la contrainte dans le ressort. La relation visqueuse dans le piston est la suivante :

$$\sigma_p = \eta\dot{\varepsilon}_p \Rightarrow \dot{\varepsilon}_p = \frac{\sigma_p}{\eta} = \frac{\sigma}{\eta} \quad (\text{B.10})$$

avec  $\sigma_p$  la contrainte dans le ressort. La relation (B.8) devient :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \sigma \quad (\text{B.11})$$

La réponse du modèle de Maxwell à un test de relaxation est obtenue en résolvant l'équation différentielle (B.11) en supposant que la déformation est constante par rapport au temps. Cette réponse s'écrit de la manière suivante :

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 E e^{-\frac{t}{\tau}} = \varepsilon_0 \psi(t) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{\eta}{E} \quad (\text{B.12})$$

De même la réponse à un essai de fluage est :

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left( \frac{1}{E} + \frac{1}{\eta} t \right) = \sigma_0 \phi(t) \quad (\text{B.13})$$

**Règle 1 (Salençon, 2009) :**

*La fonction de fluage d'un modèle constitué d'éléments montés en série s'obtient en additionnant les fonctions de fluage de ces éléments.*

### B.2.3 - Modèle de Kelvin (solide viscoélastique ou solide de Kelvin-Voigt)

Le deuxième modèle présenté est celui du modèle de Kelvin dont le schéma de principe est donné sur la figure B.6. Il s'agit du modèle le plus simple pour appréhender un solide viscoélastique.

Le modèle de Kelvin associe en parallèle un élément de viscosité  $\eta$  et un élément de module élastique  $E$ . En appliquant la même méthode que pour le modèle de Maxwell, on obtient l'équation différentielle du système :

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (\text{B.14})$$

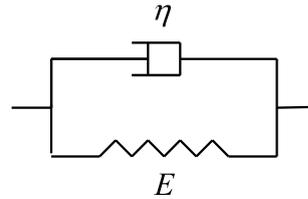


Figure B.6 — Schéma de principe du modèle de Kelvin.

La réponse à un essai de fluage est :

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\sigma_0 = \phi(t)\sigma_0 \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{\eta}{E} \quad (\text{B.15})$$

Il n'y a pas de relaxation. L'amortisseur s'oppose à tout mouvement instantané alors que le ressort, tendu, maintient la contrainte.

**Règle 2 (Salençon, 2009) :**

*La fonction de relaxation d'un modèle constitué d'éléments montés en parallèle s'obtient en additionnant les fonctions de relaxation de ces éléments.*

### B.2.4 - Solide linéaire standard

Le solide linéaire standard est représenté par deux modèles équivalents : le solide de Kelvin-Voigt à élasticité instantanée (figure B.7 - a) et le modèle de Zener (figure B.7 - b).

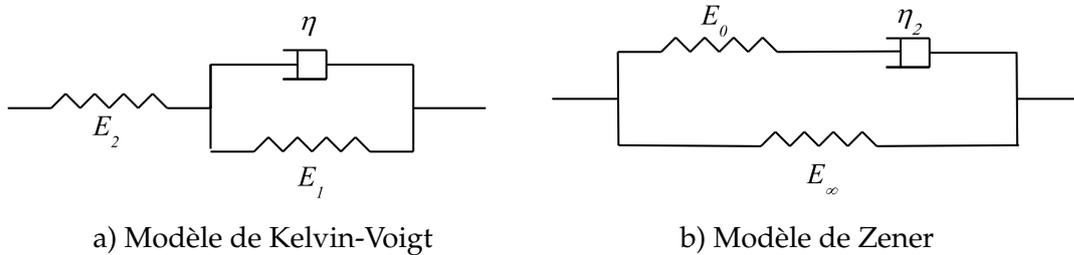


Figure B.7 — Solide linéaire standard (Salençon, 2009).

Les équations qui suivent correspondent au modèle de Kelvin-Voigt illustré sur la figure B.7 a). Le modèle est composé de trois éléments. Un élément ressort de module  $E_1$  en parallèle avec un élément piston de viscosité  $\eta$ . Ces deux éléments sont en série avec un ressort de module  $E_2$  (cette configuration correspond au modèle simple de Kelvin (solide viscoélastique) avec l'ajout d'un élément ressort en série). En appliquant la même méthode que pour le paragraphe B, on obtient l'équation différentielle du système :

$$(E_1 + E_2)\sigma + \eta \frac{d\sigma}{dt} = E_2(E_1\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}) \quad (\text{B.16})$$

En appliquant les règles 1 et 2, la réponse à un essai de relaxation est donc :

$$\sigma(t) = \frac{E_2}{E_1 + E_2}(E_1 + E_2 e^{-\frac{t}{T_r}})\varepsilon_0 = \psi(t)\varepsilon_0 \quad \text{avec} \quad T_r = \frac{\eta}{E_1 + E_2} \quad (\text{B.17})$$

En appliquant les règles 1 et 2, la réponse à un essai de fluage est :

$$\varepsilon(t) = \left( \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_1} (1 - e^{-\frac{t}{T_f}}) \right) \sigma_0 = \phi(t) \sigma_0 \quad \text{avec} \quad T_f = \frac{\eta}{E_1} \quad (\text{B.18})$$

Par identification, on obtient les valeurs des paramètres du modèle de Zener, en fonction du modèle de Kelvin-Voigt :

$$E_\infty = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \quad \text{et} \quad E_0 = E_2 \quad \text{et} \quad \eta_2 = E_0 \frac{\eta}{E_0 + E_1} \quad (\text{B.19})$$

## B.2.5 - Généralisation : modèle de Maxwell généralisé

Dans le cas du contact pneumatique/chaussée, la gomme du pneumatique (un matériau solide viscoélastique) peut être décrite par un modèle rhéologique généralisant les modèles simples présentés dans les paragraphes précédents. En effet, en caractérisant la gomme, on peut identifier plusieurs temps caractéristiques. Chaque temps intervient selon la vitesse instantanée imposée au matériau. L'identification de ces temps se fait à l'aide d'un essai de relaxation. La contrainte en fonction du temps s'écrit alors sous la forme d'une série de Prony :

$$\sigma(t) = \left( E_\infty + \sum_{i=1}^n E_i e^{-t/\tau_{ri}} \right) \varepsilon_0 = \psi(t) \varepsilon_0 \quad \text{avec} \quad E_\infty = \frac{\sigma_\infty}{\varepsilon_0} \quad (\text{B.20})$$

où  $\varepsilon_0$  est la déformation imposée,  $\sigma_\infty$  est la contrainte à l'équilibre,  $E_\infty$  est le module d'Young statique,  $[\tau_{r1}, \dots, \tau_{rn}]$  sont les temps caractéristiques de relaxation et  $[E_1, \dots, E_n]$  sont les amplitudes de relaxation. Cette décomposition en série de Prony s'interprète par analogie au modèle présenté figure B.8.

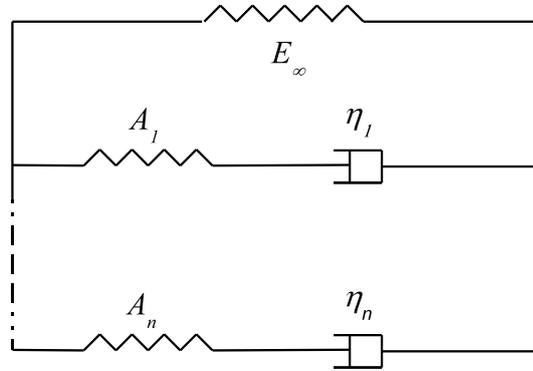


Figure B.8 — Schéma de principe du modèle pour la décomposition en série de Prony.

C'est le modèle de Maxwell généralisé (i.e. une mise en parallèle de plusieurs modèles de Maxwell) avec une branche supplémentaire comportant seulement le module d'Young statique  $E_\infty$ . Le nombre de temps caractéristiques du matériau définit le nombre de branches de Maxwell. Pour représenter le comportement en fluage d'un pneumatique, l'équivalence<sup>1</sup> entre le modèle de Maxwell généralisé et le modèle de Kelvin généralisé permet d'écrire la relation contrainte/déformation en fluage de la manière suivante :

$$\varepsilon(t) = \left( \frac{1}{B_0} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{B_i} (1 - e^{-t/\tau_{fi}}) \right) \sigma_0 = \phi(t) \sigma_0 \quad \text{avec} \quad B_0 = E_\infty + \sum_{i=1}^n E_i \quad (\text{B.21})$$

1. L'équivalence est valable si et seulement si la recouvrance est totale et le module d'élasticité instantané est fini.

où  $\sigma_0$  est la contrainte imposée,  $[\tau_{f1}, \dots, \tau_{fn}]$  sont les temps caractéristiques de fluage et  $[B_1, \dots, B_n]$  sont les amplitudes de fluage. Les paramètres  $B_i$  et  $\tau_{fi}$  sont obtenues en utilisant la relation suivante dans le domaine de Laplace-Carson :

$$\psi^*(p)\phi^*(p) = 1 \quad (\text{B.22})$$

La transformée de Laplace-Carson est définie par :

$$f^*(p) = C_f(p) = p\mathcal{L}_f(p) = p \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-pt} dt \quad (\text{B.23})$$

La démarche d'obtention de la fonction du fluage  $\phi$  est la suivante :

$$\psi(t) \xrightarrow{C} \psi^*(p) \xrightarrow{\text{Eq. (B.22)}} \phi^*(p) \xrightarrow{C^{-1}} \phi(t) \quad (\text{B.24})$$

En identifiant la fonction de fluage obtenue par la méthode (B.24) avec l'équation (B.21), on obtient les paramètres  $B_i$  et  $\tau_{fi}$ .

Dans plusieurs cas, lorsqu'on connaît seulement un seul temps caractéristique du matériau, où lorsqu'on veut approcher le matériau par des valeurs mécaniques connues, on retrouve dans la littérature le modèle du solide linéaire standard (cf. paragraphe précédent) pour représenter le matériau, qui est un cas particulier du modèle de Maxwell généralisé.

*C'est en faisant n'importe quoi qu'on devient n'importe qui.*

Rémi Gaillard



## Visualisation et description des surfaces de chaussée étudiées

▷ *Cette annexe contient des représentations des surfaces de chaussée étudiées en trois dimensions. Elles ont été mesurées par méthode stéréoscopique (Deufrako P2RN, 2009). De plus, pour chaque surface, on retrouve les histogrammes, densités de probabilités et paramètres statistiques prépondérants.* ◁

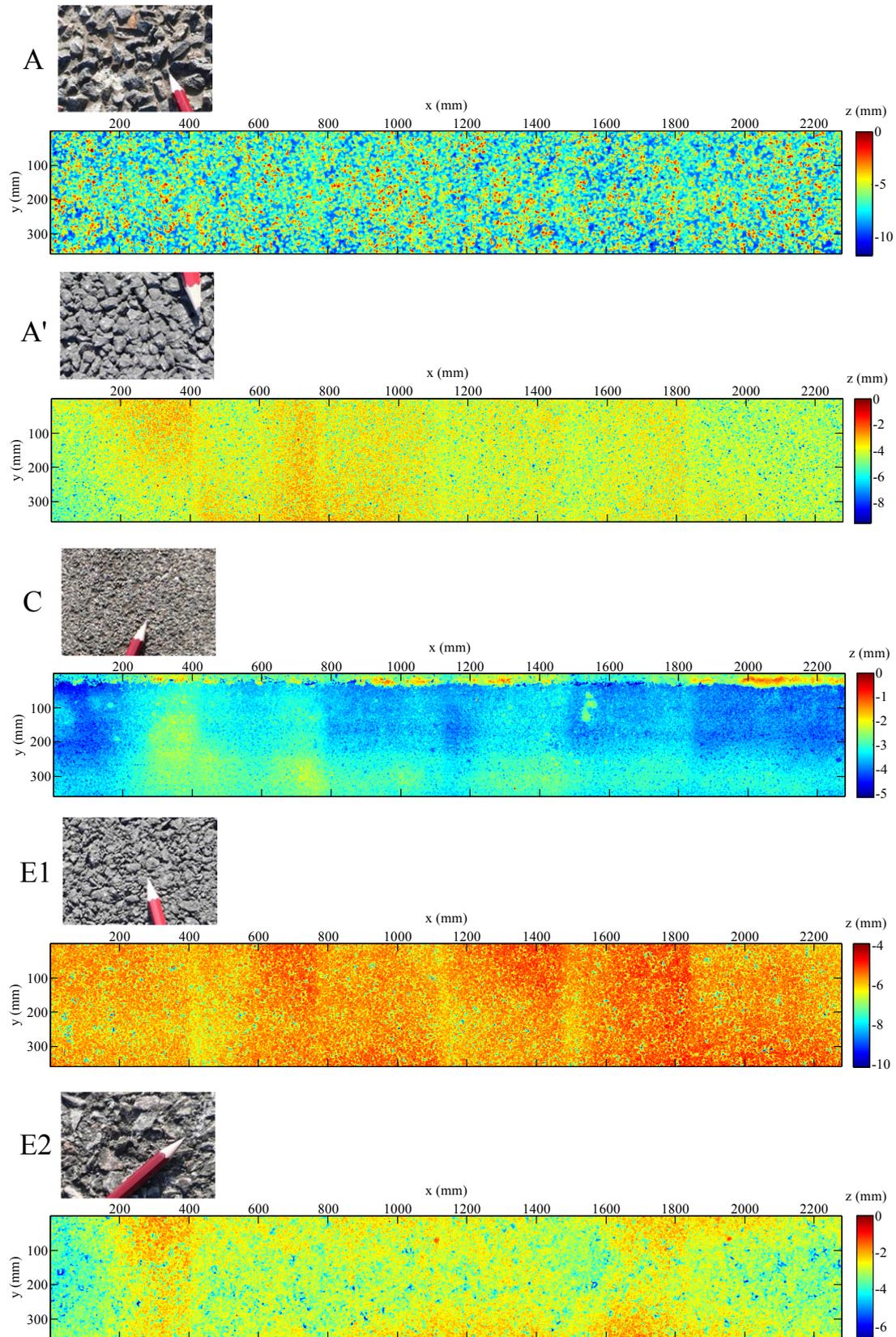


Figure C.1 — Visualisation des surfaces de chaussée A, A', C, E1 et E2.

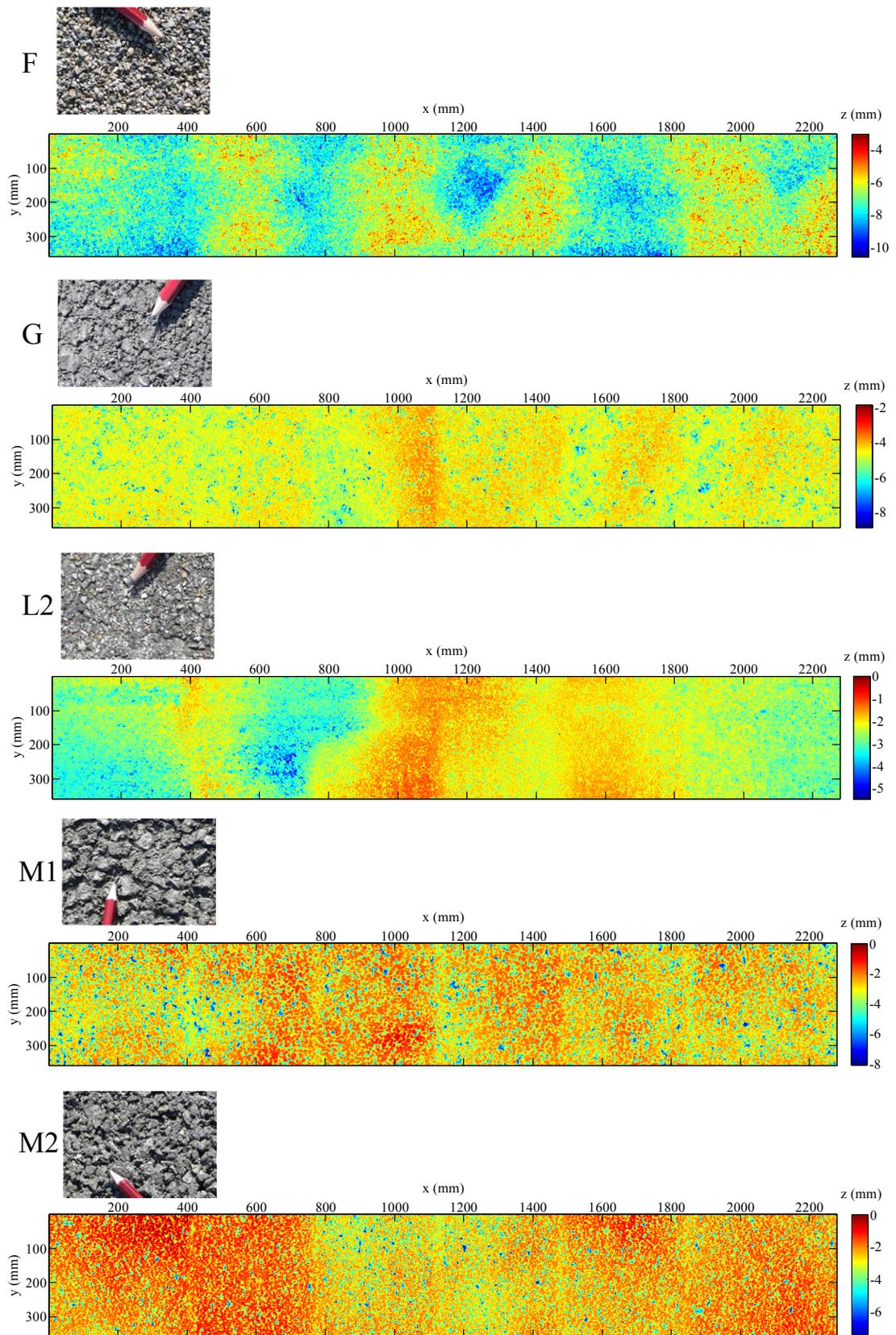
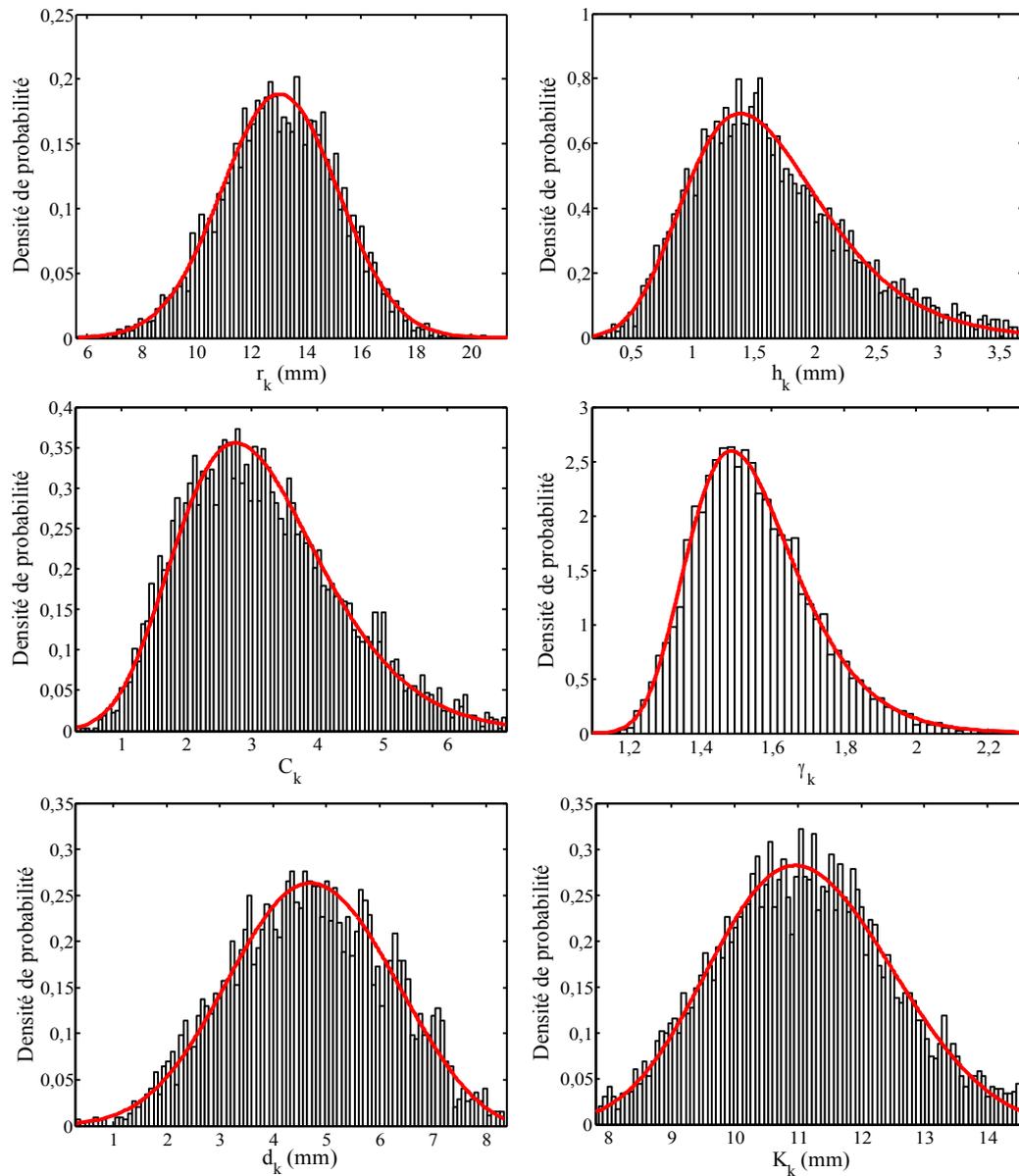
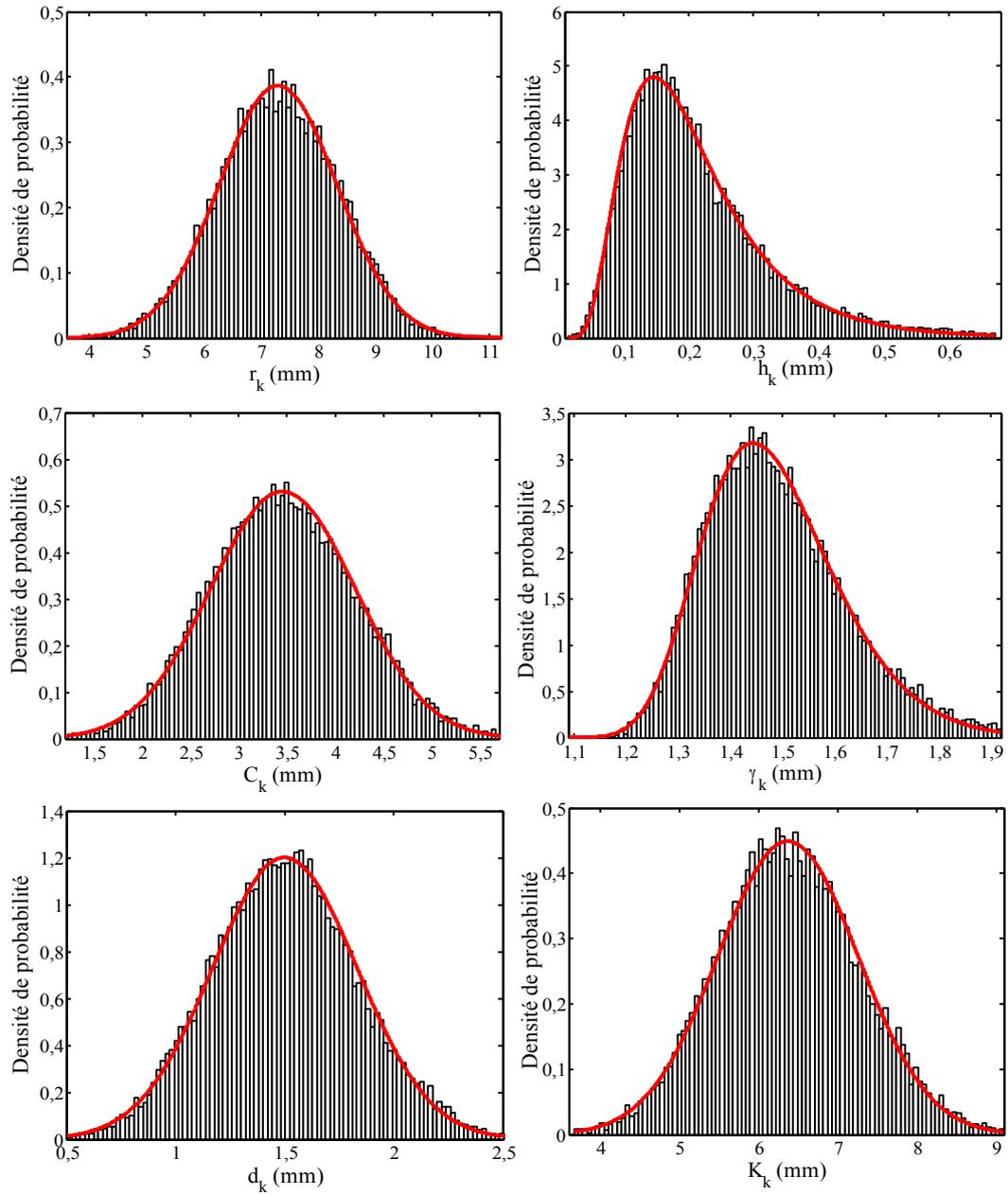


Figure C.2 — Visualisation des surfaces de chaussée F, G, L2, M1 et M2.



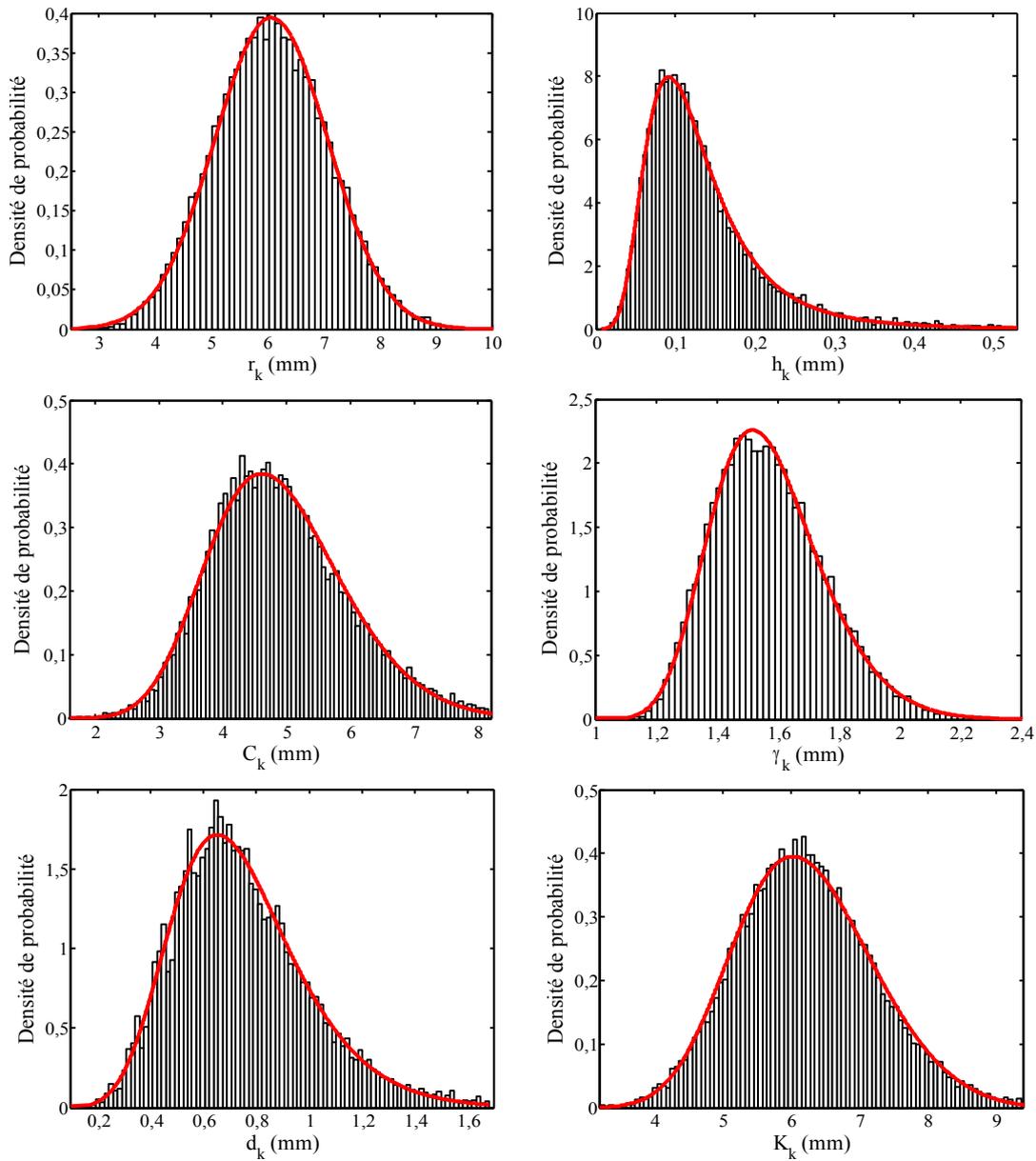
Paramètre	$r_k$ (mm)	$h_k$ (mm)	$C_k$	$\gamma_k$	$d_k$ (mm)	$K_k$ (mm)
Loi	$\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$
$p_1$	13,045	-0,065	-0,110	-0,069	-0,308	-0,251
$p_2$	2,117	0,534	1,041	0,142	1,475	1,351
$p_3$	-	1,368	2,642	1,479	4,197	10,591
Moyenne	13,05	1,65	3,15	1,55	4,70	11,10
Écart-type	2,12	0,63	1,19	0,17	1,46	1,38
Minimum	5,68	0,17	0,32	1,00	0,31	7,78
Maximum	21,49	3,69	6,90	2,98	8,34	14,66

Figure C.3 — Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface A (ES 8/10) :  $D = 6\,721$  aspérités/m<sup>2</sup>.



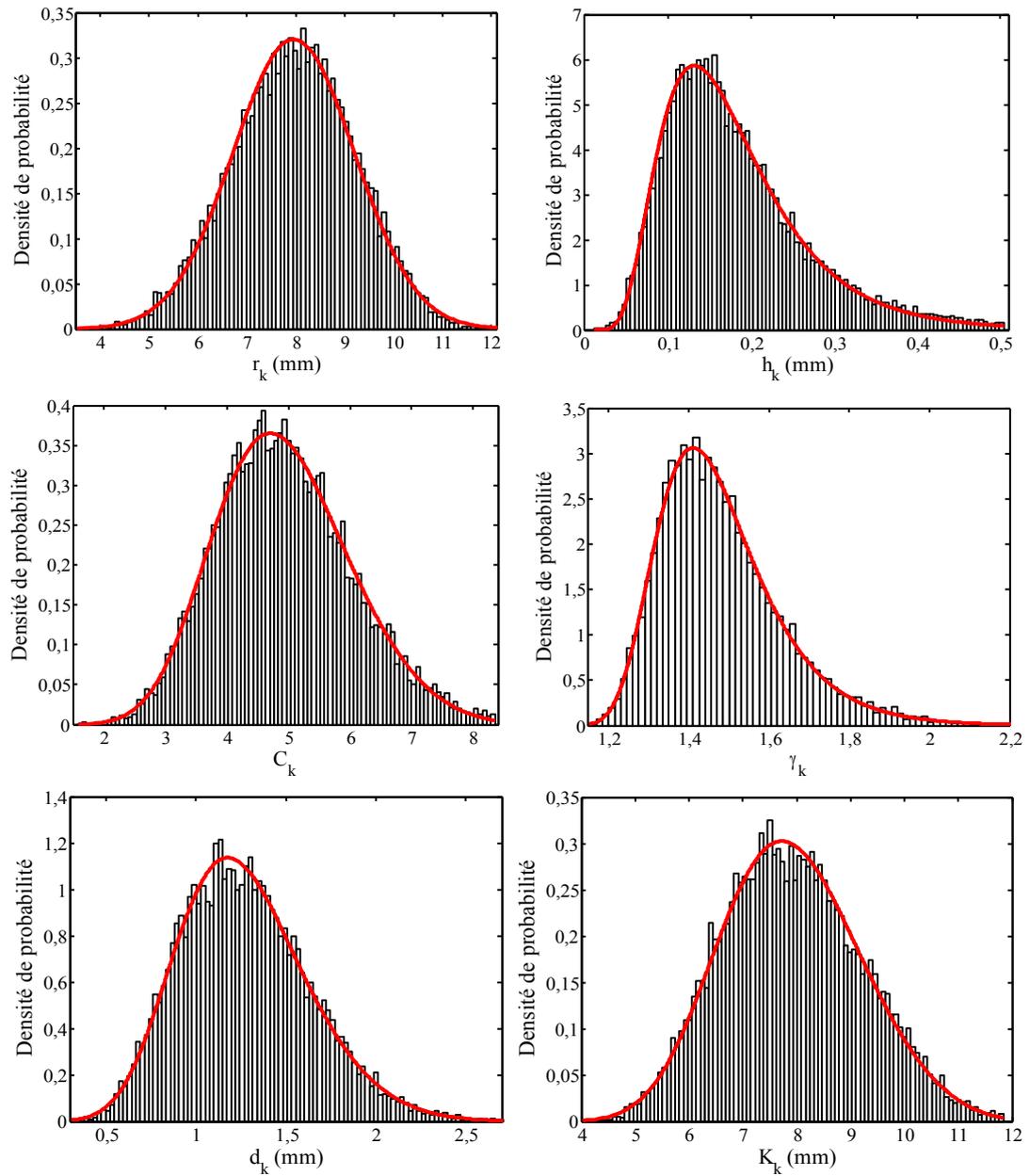
Paramètre	$r_k$ (mm)	$h_k$ (mm)	$C_k$	$\gamma_k$	$d_k$ (mm)	$K_k$ (mm)
Loi	$\mathcal{N}$	$\mathcal{LN}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{GEV}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{N}$
$p_1$	7,303	-1,666	3,460	-0,111	1,501	6,372
$p_2$	1,031	0,498	0,752	0,117	0,332	0,889
$p_3$	-	-	-	1,432	-	-
Moyenne	7,30	0,21	3,46	1,49	1,50	6,37
Écart-type	1,03	0,11	0,75	0,13	0,33	0,89
Minimum	3,61	0,02	1,19	1,09	0,48	3,67
Maximum	11,29	0,67	5,76	1,92	2,53	9,10

**Figure C.4** — Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface  $A'$  (BBDr 0/6) :  $D = 21\,786$  aspérités/ $m^2$  (Cesbron et al., 2011).



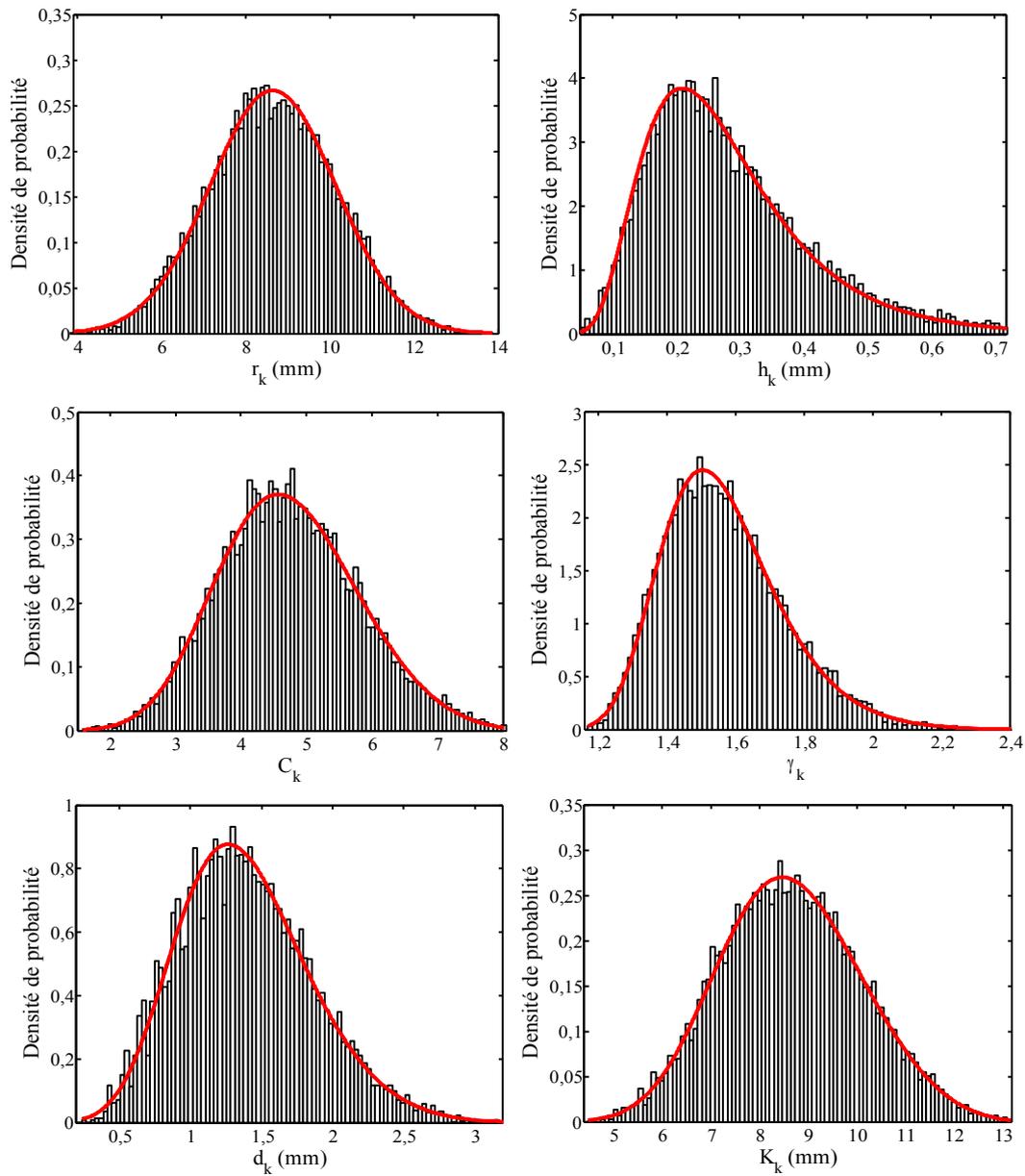
Paramètre	$r_k$ (mm)	$h_k$ (mm)	$C_k$	$\gamma_k$	$d_k$ (mm)	$K_k$ (mm)
Loi	$\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$
$p_1$	6,073	0,176	-0,153	-0,129	-0,075	-0,196
$p_2$	1,012	0,047	0,969	0,164	0,215	0,950
$p_3$	-	0,099	4,463	1,497	0,637	5,830
Moyenne	6,07	0,14	4,89	1,57	0,75	6,22
Écart-type	1,01	0,08	1,06	0,18	0,25	1,00
Minimum	2,60	0,01	1,59	0,53	0,03	3,07
Maximum	10,22	0,53	8,30	2,46	1,68	9,49

Figure C.5 — Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface C (ES 0,8/1,5) :  $D = 30\ 985$  aspérités/m<sup>2</sup> (Cesbron et al., 2011).



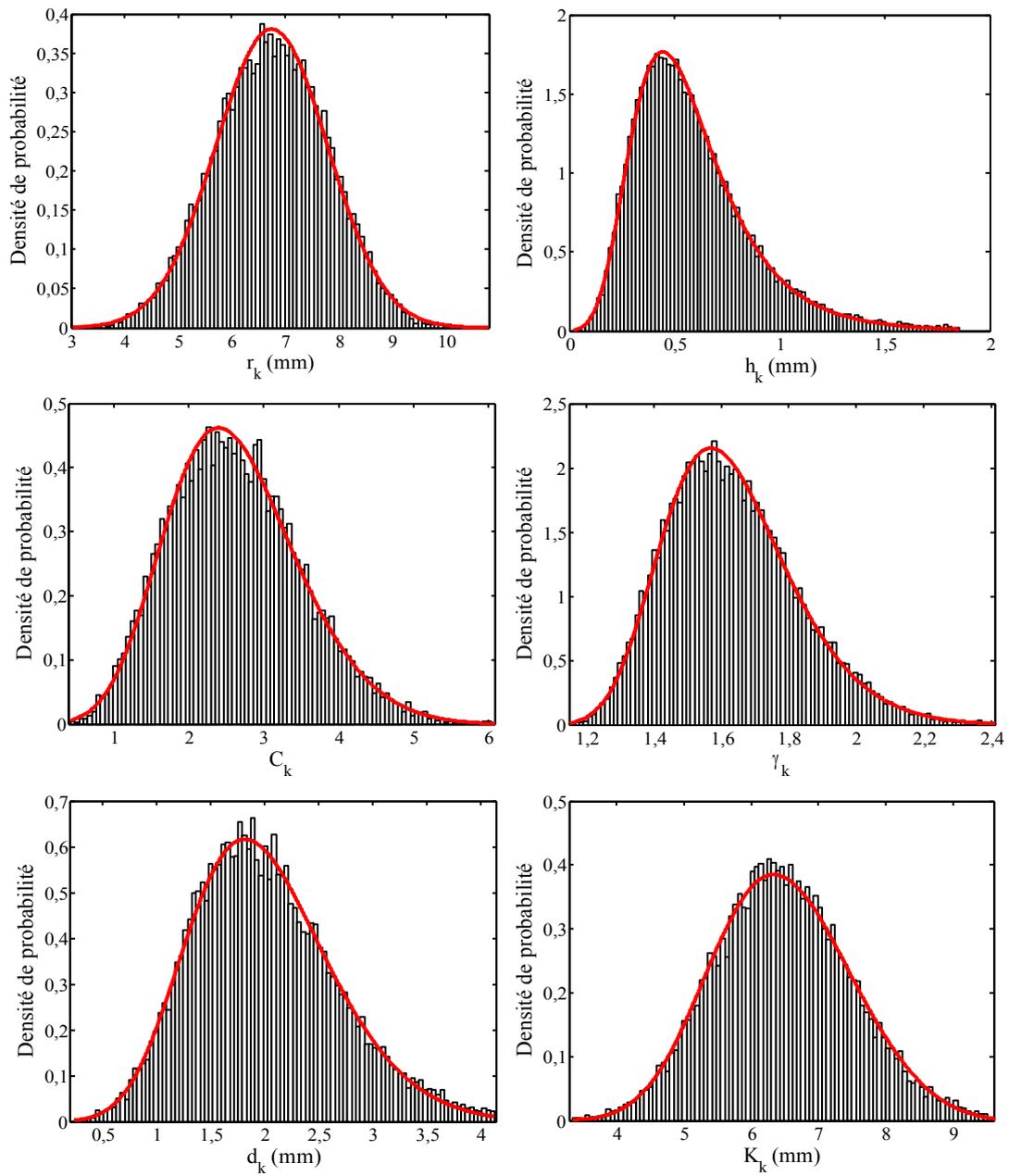
Paramètre	$r_k$ (mm)	$h_k$ (mm)	$C_k$	$\gamma_k$	$d_k$ (mm)	$K_k$ (mm)
Loi	$\mathcal{N}$	$\mathcal{LN}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$
$p_1$	7,962	-1,810	-0,187	-0,0019	-0,151	-0,223
$p_2$	1,245	0,463	1,027	0,120	0,328	1,250
$p_3$	-	-	4,504	1,412	1,126	7,425
Moyenne	7,96	0,18	4,93	1,48	1,27	7,92
Écart-type	1,25	0,08	1,09	0,15	0,36	1,30
Minimum	3,53	0,01	1,59	1,13	0,31	4,03
Maximum	12,18	0,50	8,35	2,63	2,71	11,84

**Figure C.6** — Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface E1 (BSG 0/10) :  $D = 17\,512$  aspérités/ $m^2$  (Cesbron et al., 2011).



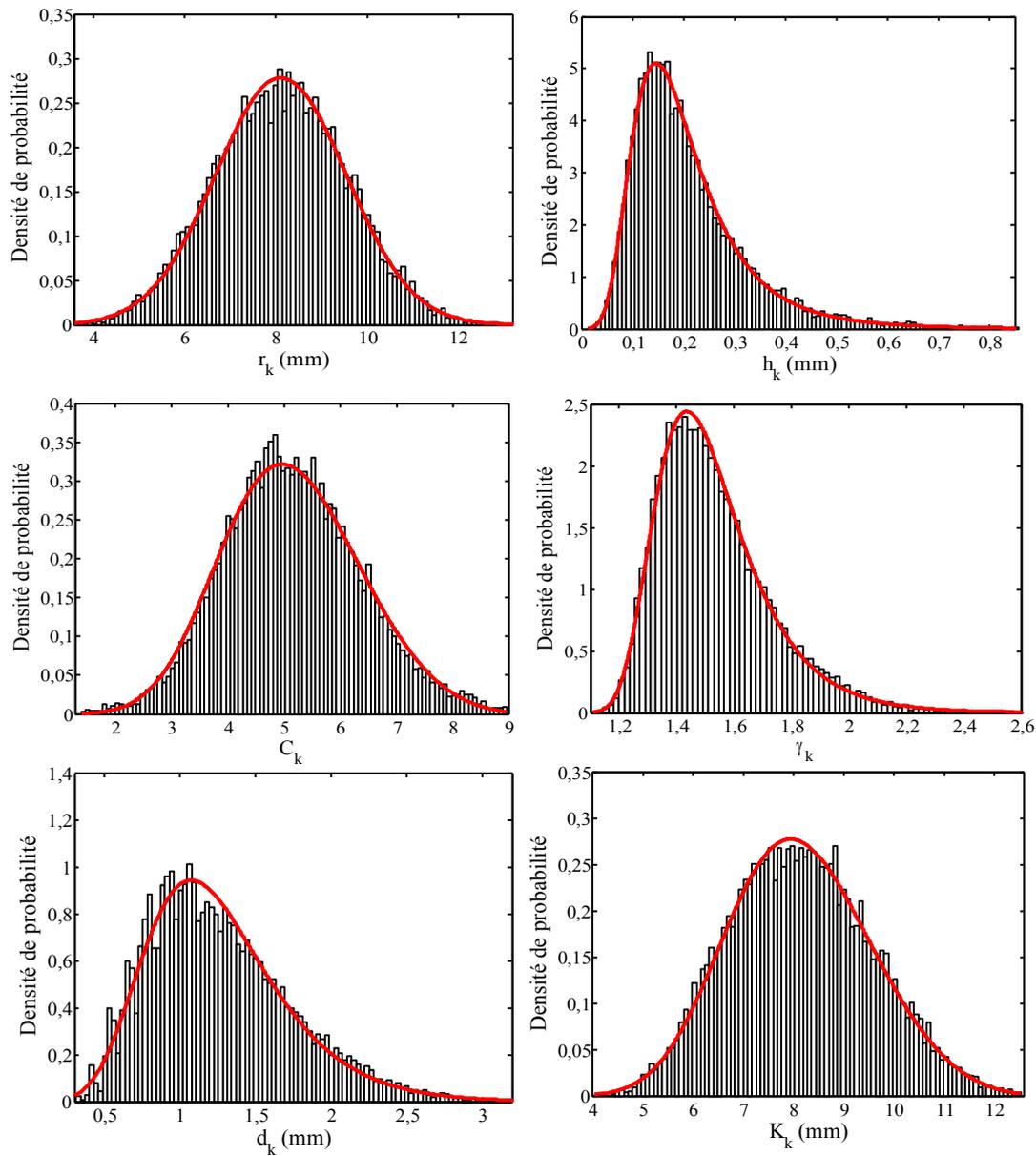
Paramètre	$r_k$ (mm)	$h_k$ (mm)	$C_k$	$\gamma_k$	$d_k$ (mm)	$K_k$ (mm)
Loi	$\mathcal{N}$	$\mathcal{LN}$	$\mathcal{GEV}$	$\mathcal{GEV}$	$\mathcal{GEV}$	$\mathcal{GEV}$
$p_1$	8,654	-1,360	-0,213	-0,0834	-0,148	-0,234
$p_2$	1,497	0,447	1,020	0,151	0,425	1,405
$p_3$	-	-	4,341	1,493	1,202	8,116
Moyenne	8,65	0,28	4,75	1,57	1,39	8,66
Écart-type	1,50	0,12	1,06	0,18	0,47	1,45
Minimum	3,84	0,03	1,58	1,17	0,24	4,47
Maximum	13,87	0,72	8,05	2,63	3,23	13,18

Figure C.7 — Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface E2 (BSG 0/10) :  $D = 15\,214$  aspérités/ $m^2$  (Cesbron et al., 2011).



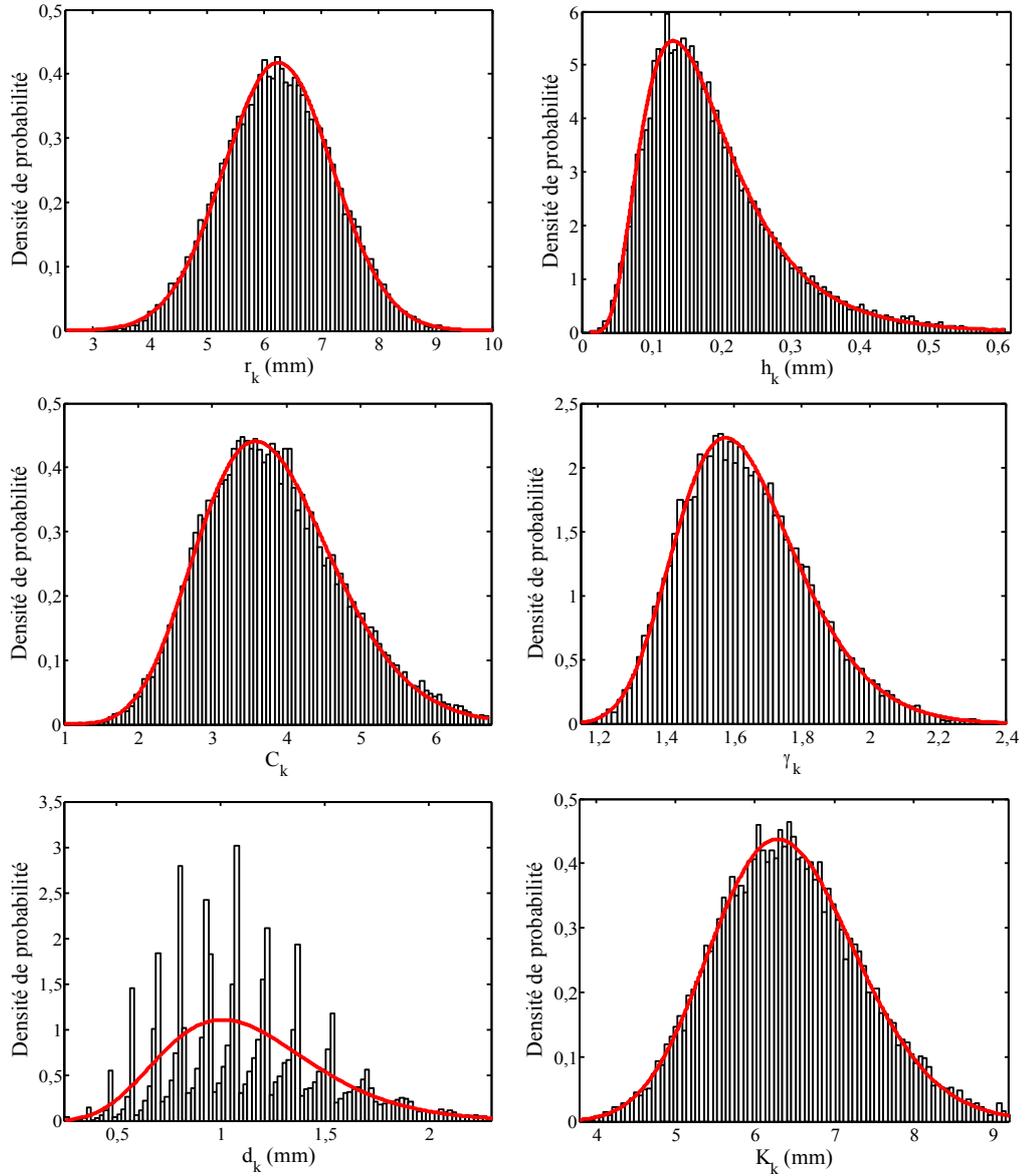
Paramètre	$r_k$ (mm)	$h_k$ (mm)	$C_k$	$\gamma_k$	$d_k$ (mm)	$K_k$ (mm)
Loi	$\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$
$p_1$	6,748	0,054	-0,159	-0,113	-0,142	-0,232
$p_2$	1,048	0,209	0,807	0,172	0,603	0,984
$p_3$	-	0,456	2,265	1,551	1,727	6,090
Moyenne	6,75	0,59	2,62	1,63	2,00	6,47
Écart-type	1,05	0,28	0,88	0,19	0,67	1,01
Minimum	3,03	0,02	0,42	1,14	0,23	3,35
Maximum	10,80	1,85	6,09	2,41	4,13	9,63

Figure C.8 — Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface F (Colgrip 1,5/3) :  $D = 24\,742$  aspérités/m<sup>2</sup>.



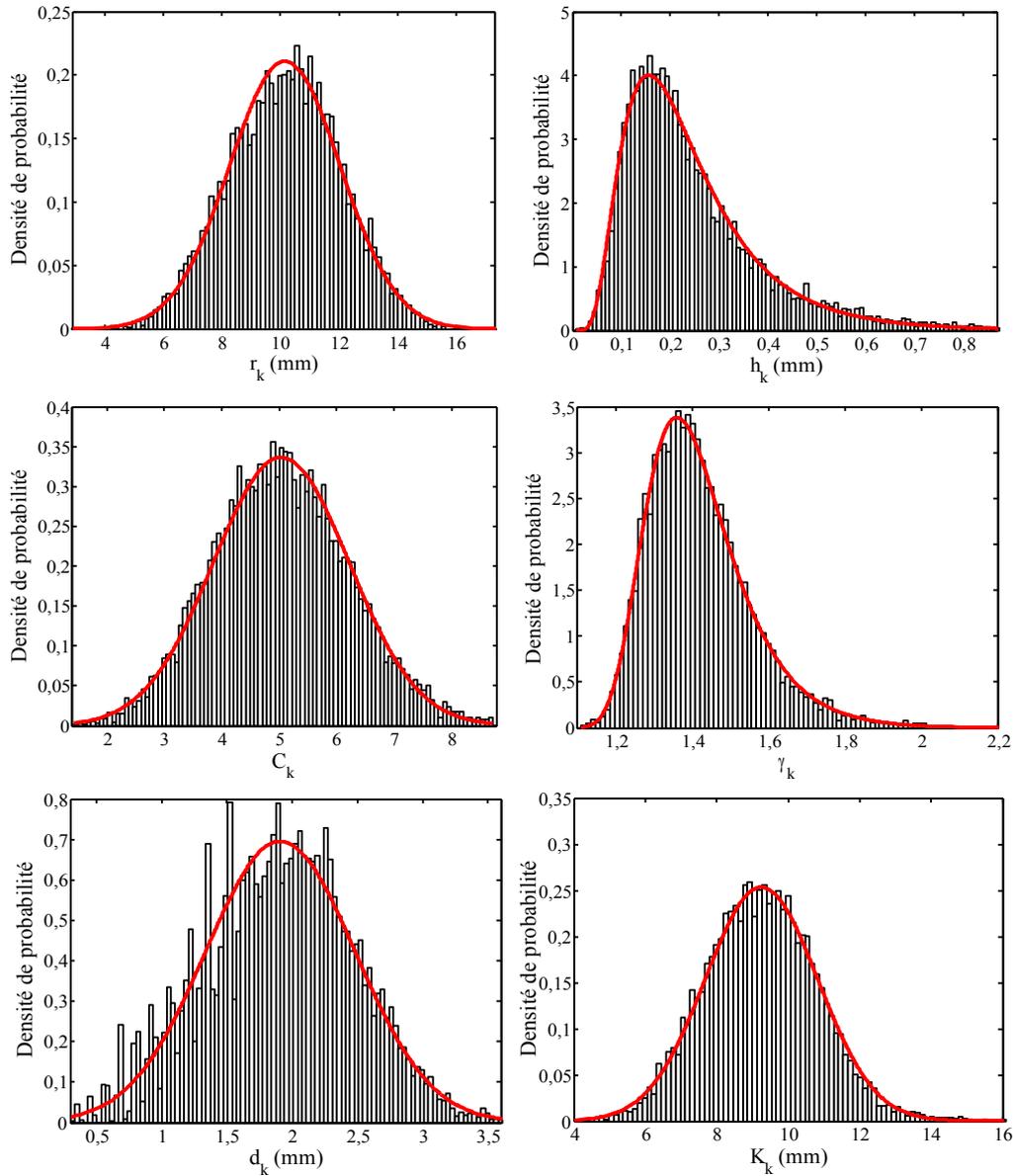
Paramètre	$r_k$ (mm)	$h_k$ (mm)	$C_k$	$\gamma_k$	$d_k$ (mm)	$K_k$ (mm)
Loi	$\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$
$p_1$	8,112	0,151	-0,220	-0,031	-0,046	-0,228
$p_2$	1,435	0,073	1,175	0,151	0,391	1,366
$p_3$	-	0,156	4,686	1,441	1,057	7,608
Moyenne	8,11	0,21	5,15	1,53	1,27	8,14
Écart-type	1,44	0,11	1,21	0,20	0,47	1,42
Minimum	3,60	0,01	1,39	1,11	0,28	4,02
Maximum	13,26	0,86	8,96	2,94	3,22	12,52

Figure C.9 — Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface G (BBS 0/10) :  $D = 17\ 112$  aspérités/m<sup>2</sup>.



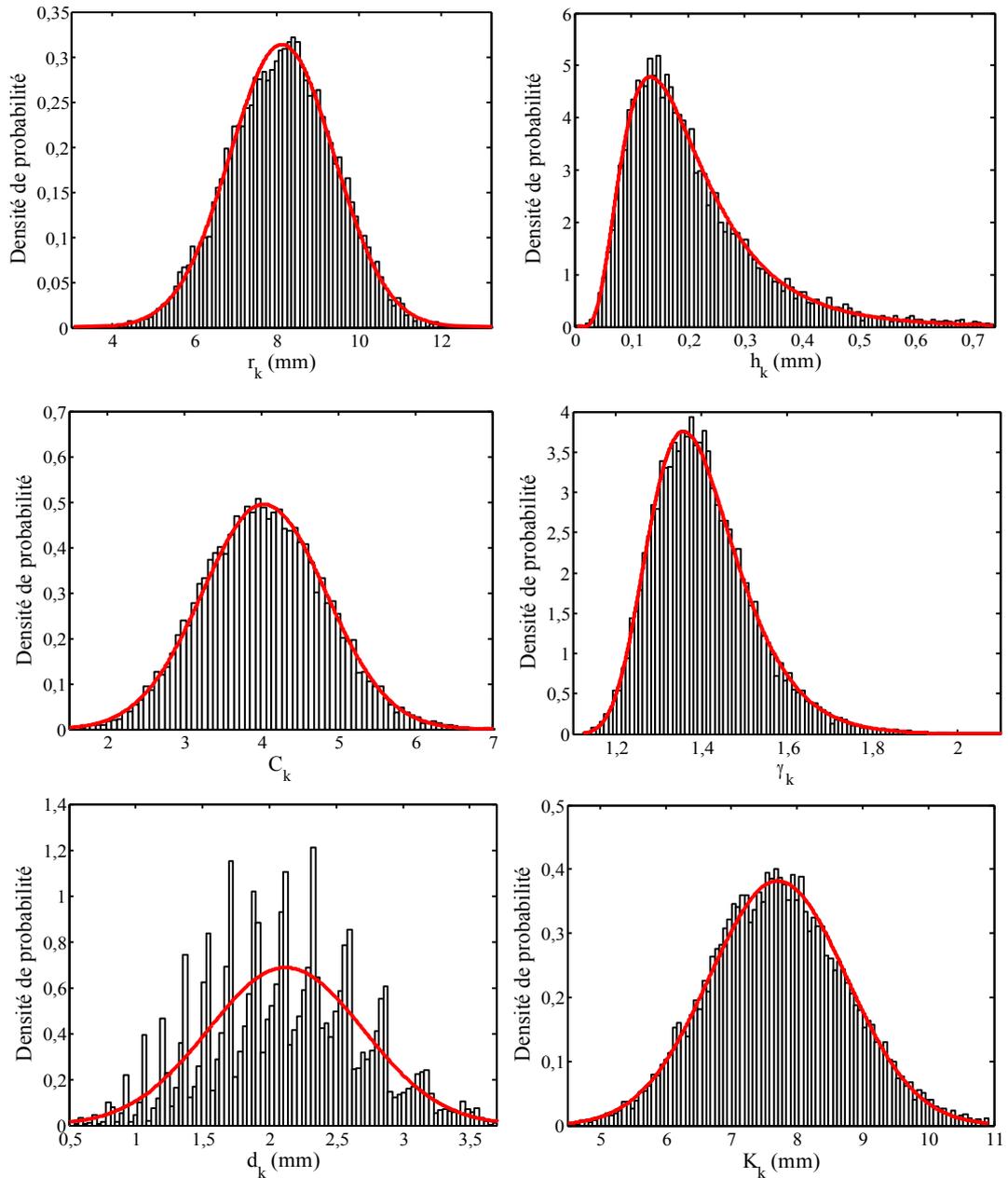
Paramètre	$r_k$ (mm)	$h_k$ (mm)	$C_k$	$\gamma_k$	$d_k$ (mm)	$K_k$ (mm)
Loi	$\mathcal{N}$	$\mathcal{LN}$	$\mathcal{G}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{G}$	$\mathcal{G}$
$p_1$	6,252	-1,779	16,864	-0,121	9,010	48,801
$p_2$	0,956	0,488	0,226	0,166	0,126	0,132
$p_3$	-	-	-	1,556	-	-
Moyenne	6,25	0,19	3,81	1,63	1,14	6,43
Écart-type	0,96	0,09	0,92	0,19	0,38	0,92
Minimum	2,53	0,01	0,96	1,12	0,23	3,76
Maximum	10,00	0,61	6,71	2,61	2,32	9,27

**Figure C.10** — Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface L2 (SE 0/4) :  $D = 29\ 209$  aspérités/m<sup>2</sup> (Cesbron et al., 2011).



Paramètre	$r_k$ (mm)	$h_k$ (mm)	$C_k$	$\gamma_k$	$d_k$ (mm)	$K_k$ (mm)
Loi	$\mathcal{N}$	$\mathcal{LN}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{G}\mathcal{E}\mathcal{V}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{N}$
$p_1$	10,154	-1,555	5,038	-0,008	1,911	9,254
$p_2$	1,893	0,548	1,187	0,109	0,574	1,574
$p_3$	-	-	-	1,359	-	-
Moyenne	10,15	0,25	5,04	1,42	1,91	9,25
Écart-type	1,89	0,14	1,19	0,14	0,57	1,57
Minimum	2,88	0,01	1,42	1,11	0,27	3,77
Maximum	17,53	0,87	8,73	2,35	3,61	17,17

Figure C.11 — Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface M1 (BBTM 0/10) :  $D = 11\ 123$  aspérités/ $m^2$  (Cesbron et al., 2011).



Paramètre	$r_k$ (mm)	$h_k$ (mm)	$C_k$	$\gamma_k$	$d_k$ (mm)	$K_k$ (mm)
Loi	$\mathcal{N}$	$\mathcal{LN}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{GEV}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{N}$
$p_1$	8,126	-1,719	4,037	-0,057	2,125	7,711
$p_2$	1,272	0,538	0,806	0,098	0,580	1,045
$p_3$	-	-	-	1,354	-	-
Moyenne	8,13	0,21	4,04	1,41	2,13	7,71
Écart-type	1,27	0,12	0,81	0,12	0,58	1,05
Minimum	3,05	0,005	1,02	1,12	0,47	4,50
Maximum	13,23	0,74	7,93	2,12	3,88	10,92

**Figure C.12** — Histogrammes et densités de probabilité des paramètres de contact de la surface M2 (BBT M 0/6) :  $D = 17\,315$  aspérités/ $m^2$  (Cesbron et al., 2011).

Les définitions des densités de probabilité  $p$  classiques sont les suivantes :

$$\mathcal{N} : \forall x \in \mathbb{R}^+, p(x) = \frac{1}{p_2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-p_1}{p_2} \right)^2} \quad (\text{C.1})$$

$$\mathcal{LN} : \forall x \in \mathbb{R}^+, p(x) = \frac{1}{x p_2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\ln x - p_1}{p_2} \right)^2} \quad (\text{C.2})$$

$$\mathcal{G} : \forall x \in \mathbb{R}^+, p(x) = \frac{1}{p_2^{p_1} \Gamma(p_1)} x^{p_1-1} e^{-\frac{x}{p_2}} \quad (\text{C.3})$$

$$\mathcal{GEV} : \forall x \in \mathbb{R}^+, p(x) = \frac{1}{p_2} t(x)^{p_3+1} e^{-t(x)} \quad (\text{C.4})$$

$$\text{avec : } t(x) = \begin{cases} \left( 1 + p_3 \left( \frac{x-p_1}{p_3} \right) \right)^{-1/p_3} & \text{si } p_3 \neq 0 \\ e^{(x-p_1)/p_2} & \text{si } p_3 = 0 \end{cases}$$

avec :

$\mathcal{N}$  : loi normale ;

$\mathcal{LN}$  : loi log-normale ;

$\mathcal{G}$  : loi gamma ;

$\mathcal{GEV}$  : loi généralisée des valeurs extrêmes.

*Lemme I. - On fait dire à une statistique ce qu'on veut, à une condition : c'est qu'on évite de dire comment elle est faite.*

*Lemme II. - On ne demande comment une statistique est faite que lorsqu'elle prouve autre chose que ce qu'on désire.*

*Théorème. - Quand vous désirez qu'une statistique vous renseigne, cachez soigneusement ce que vous voudriez qu'elle prouve. Car si on le sait, elle le prouvera et, puisqu'elle le prouvera, vous oublierez de demander comment on l'a faite.*

A. Detceuf –1948, “Propos de O.L. Barenton, confiseur”

D

## Régression linéaire $y = ax + b$

▷ Cette annexe contient les éléments utilisés pour les régressions linéaires de l'ensemble du mémoire : pondération par l'écart-type de mesure, intervalle de confiance à 95 %, hyperbole de sécurité à 95 % et ellipse de confiance à 95 %. ◁

DANS les lignes qui suivent, nous nous intéressons à la régression linéaire  $y = ax + b$  de deux grandeurs  $x = [x_1, \dots, x_n]$  et  $y = [y_1, \dots, y_n]$  connaissant l'écart-type  $\sigma_y = [\sigma_{y_1}, \dots, \sigma_{y_n}]$  de la variable  $y$ . La figure D.1 représente l'ensemble des éléments d'une régression linéaire :

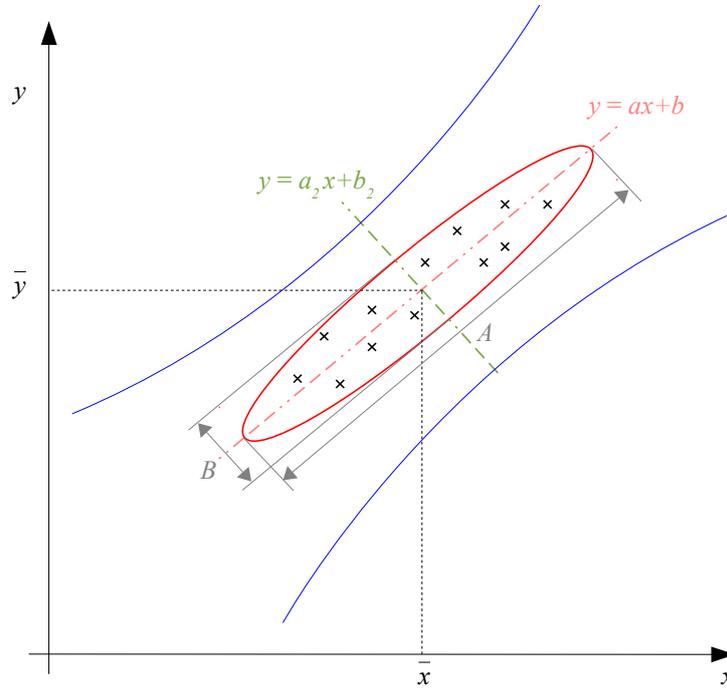


Figure D.1 — Schéma de principe d'une ellipse de tolérance à 95 %.

Sur la figure D.1 en rose est tracée la droite de régression linéaire, en bleu les asymptotes de l'hyperbole de sécurité, en rouge l'ellipse de confiance.

**Pondération par l'écart-type de mesure :**

Le coefficient directeur  $a$ , l'ordonnée à l'origine  $b$  et le coefficient de corrélation  $\rho$  de la régression linéaire sont calculés de la manière suivante en pondérant par l'écart-type de la mesure :

$$a = \frac{SS_{xy} - S_x S_y}{\Delta} \tag{D.1}$$

$$b = \frac{S_{xx} S_y - S_x S_{xy}}{\Delta} \tag{D.2}$$

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_{y_i}} \right) \left( \frac{y_i - \bar{y}}{\sigma_{y_i}} \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_{y_i}} \right)^2 \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i - \bar{y}}{\sigma_{y_i}} \right)^2}} \tag{D.3}$$

avec :

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_{y_i}^2}, \quad S_{xx} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{\sigma_{y_i}^2} \quad (\text{D.4})$$

$$S_x = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma_{y_i}^2}, \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i y_i}{\sigma_{y_i}^2} \quad (\text{D.5})$$

$$S_y = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\sigma_{y_i}^2}, \quad \Delta = SS_{xx} - S_x^2 \quad (\text{D.6})$$

#### Intervalle de confiance à 95 % :

L'intervalle de confiance  $ic$  à 95 % de la régression linéaire est calculé de la manière suivante :

$$ic = \pm \sigma t_{1-0,05/2}^{n-2} \quad (\text{D.7})$$

avec  $t_{\gamma}^k$  le quantile d'ordre  $\gamma$  de la loi de Student à  $k$  degrés de liberté et  $\sigma$  l'écart-type résiduel de la régression linéaire :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (b + ax_i - y_i)^2} \quad (\text{D.8})$$

#### Hyperbole de sécurité à 95 % :

Les bornes de l'hyperbole de sécurité à 95 % peuvent être tracées à l'aide des équations suivantes :

$$y = ax + b \pm t_{0,975}^{n-2} \sigma^2 \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{(n-1)\sigma_x^{*2}}} \quad (\text{D.9})$$

avec :

$$\sigma_x^* = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (\text{D.10})$$

#### Ellipse de confiance à 95 % :

L'ellipse de confiance à 95 % permet d'estimer la confiance ou non de certaines valeurs par rapport à la régression linéaire. Si des données ne sont pas contenues dans l'ellipse de confiance alors elles sont supprimées de la régression linéaire. Le paramétrage de l'ellipse est le suivant :

$$X(t) = \bar{x} + A \cos(t) \cos(\phi) - B \sin(t) \sin(\phi) \quad (\text{D.11})$$

$$Y(t) = \bar{y} + A \cos(t) \sin(\phi) + B \sin(t) \cos(\phi) \quad (\text{D.12})$$

avec  $\phi = \arctan(a)$  et :

$$A = \sqrt{\chi_{95\%,2}^2 V_{GA}} \quad \text{longueur du grand axe} \quad (\text{D.13})$$

$$B = \sqrt{\chi_{95\%,2}^2 V_{PA}} \quad \text{longueur du petit axe} \quad (\text{D.14})$$

$$V_{GA} = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i - b_2}{a_2} - x_i \right)^2 \quad \text{variance par rapport au grand axe} \quad (\text{D.15})$$

$$V_{PA} = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i)^2 \quad \text{variance par rapport au petit axe} \quad (\text{D.16})$$

avec  $a_2 = -\frac{1}{a}$  et  $b_2$  les paramètres de la droite perpendiculaire à  $y = ax + b$ .



# Bibliographie

- AFNOR XP S 31145-1 : Acoustique – Caractérisation in situ des performances acoustiques des revêtements de chaussée – Mesures de bruit de contact pneumatique/chaussée en continu – Partie 1 : Mesure d’expertise, 2007. 115
- P.B.U. ANDERSSON et W. KROPP : Time domain contact model for tyre/road interaction including nonlinear contact stiffness due to small-scale roughness. *Journal of Sound and Vibration*, 318(1-2):296–312, 2008. ISSN 0022-460X. 26, 60, 69
- F. ANFOSSO-LÉDÉE : The effect of road absorption on tyre-road horn effect. *In CFA / DAGA*, Strasbourg, France, 2004. 21
- F. ANFOSSO-LÉDÉE et J. CESBRON : Le bruit de roulement automobile : influence du revêtement de chaussée. *Techniques de l’Ingénieur*. vii, 8, 9, 10
- F. ANFOSSO-LÉDÉE et M-T. DO : Geometric Descriptors of Road Surface Texture in Relation to Tire-Road Noise. *Transportation Research Record : Journal of the Transportation Research Board*, 1806(1):160–167, 2002. 20, 122, 135
- F. ANFOSSO-LÉDÉE, P. KLEIN, A. FADAVI et D. DUHAMEL : Tire/road noise : comparison of 2D and 3D models for horn effect. *In Internoise*, Nice, France, 2000a. 21
- F. ANFOSSO-LÉDÉE, P. KLEIN, A. FADAVI et D. DUHAMEL : Tyre/road noise horn effect : 2D modelling by analytical and numerical models. *In Congress on Sound and Vibration*, Garmisch-Partenkirchen, Germany, 2000b. 21
- F. ANFOSSO-LÉDÉE et Y. PICHAUD : Temperature effect on tyre-road noise. *Applied Acoustics*, 68(1):1–16, 2007. ISSN 0003-682X. 11
- S. BALMAND, F. BOUAGAL, C. GICQUIAUX, A-G. GOUBELY, S. MARGONTIER et K. TACHFINT : L’économie de l’environnement en 2009. Rapport technique, Commission des comptes et de l’économie de l’environnement, 2011. 1
- T. BECKENBAUER, P. KLEIN, J-F. HAMET et W. KROPP : Tyre/road noise prediction : A comparison between the SPERoN and HyRoNE models - Part 1. *In Acoustics’08*, pages 953–958, Paris, France, 2008. 20
- T. BECKENBAUER et W. KROPP : A hybrid model for analysis and design of low noise road surfaces. *In Euronoise*, Tampere, Finland, 2006. 20
- F-X. BÉCOT : *Tyre Noise over Impedance Surfaces - Efficient Application of the Equivalent Sources Method*. Chalmers University of Technology, 2003. 21
- F-X. BÉCOT et W. KROPP : Iterative Equivalent Sources model of the tyre emission over impedance surfaces. *In Euronoise*, Naples, Italy, 2003. 21
- L. BEDEAU, J. PIQUANDET, S. DUHAUTOIS et E. JÖNSSON : Les Français et les nuisances sonores. Rapport technique, TNS Sofres, 2010. 1

- J. BOUSSINESQ : *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Gauthier-Villars, Paris, 1885. 22, 28, 33, 69, 71
- M. BRINKMEIER, U. NACKENHORST, S. PETERSEN et O. von ESTORFF : A finite element approach for the simulation of tire rolling noise. *Journal of Sound and Vibration*, 309 (1-2):20–39, 2008. ISSN 0022-460X. 14
- J. CESBRON : *Influence de la texture de chaussée sur le bruit de contact pneumatique/chaussée*. Thèse de doctorat, École Centrale de Nantes - Université de Nantes, 2007. vii, viii, ix, x, 13, 14, 17, 21, 24, 27, 28, 30, 34, 35, 36, 37, 40, 43, 45, 57, 69, 79, 83, 88, 89, 116, 151, 153
- J. CESBRON : Résolution numérique du problème de contact avec frottement en surface d'un massif semi-infini élastique. Rapport technique, LCPC, 2009. viii, 29
- J. CESBRON, F. ANFOSSO-LÉDÉE, D. DUHAMEL, H-P. PING YIN et D. LE HOUÉDEC : Experimental study of tyre/road contact forces in rolling conditions for noise prediction. *Journal of Sound and Vibration*, 320(1-2):125–144, 2009a. ISSN 0022-460X. 99, 135
- J. CESBRON, G. DUBOIS, H-P. YIN et F. ANFOSSO-LÉDÉE : Relations between contact model quantities and tyre/road noise. In *Forum Acusticum*, Aalborg, Danmark, 2011. xii, 61, C.5, C.6, C.7, C.8, C.11, C.12, C.13
- J. CESBRON, T. WEI et F. ANFOSSO-LÉDÉE : Relation entre les paramètres de contact pneumatique/chaussée et le bruit de roulement. In *CFA*, Lyon, France, 2010. 29
- J. CESBRON, H-P. YIN, F. ANFOSSO-LÉDÉE, D. DUHAMEL, D. LE HOUÉDEC et Z.Q. FENG : Numerical and experimental study of multi-contact on an elastic half-space. *International Journal of Mechanical Sciences*, 51(1):33–40, 2009b. ISSN 0020-7403. 24, 36, 83
- T.G. CLAPP et A.C. EBERHARDT : Investigation of the tire/pavement interaction mechanism, phase III. Rapport technique, Center for Sound and Vibration, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, 1985. 20
- F. CONTE : *Modélisation CFD du phénomène acoustique de pompage d'air dans un contact pneumatique/chaussée*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2008. 2, 9, 21
- F. CONTE et P. JEAN : CFD modelling of air compression and release in road cavities during tyre road interaction. In *Euronoise*, Tampere, Finland, 2006. 9
- J-F. CORTÉ : Conception et dimensionnement des structures de chaussée. Rapport technique, SETRA/LCPC, 1994. vii, 16
- DEUFRAKO P2RN : Prediction and propagation of rolling noise. Final report, 2009. vii, viii, x, xiii, 15, 41, 42, 101, 102, 103, 116, C.1
- G. DUBOIS, J. CESBRON, H.P. YIN et F. ANFOSSO-LÉDÉE : Macro-scale approach for rough frictionless multi-indentation on a viscoelastic half-space. *Wear*, 272(1):69–78, 2011. ISSN 0043-1648. 93
- G. DUBOIS, J. CESBRON, H.P. YIN et F. ANFOSSO-LÉDÉE : Numerical evaluation of tyre/road contact pressures using a multi-asperity approach. *International Journal of Mechanical Sciences*, 54:84–94, 2012. ISSN 0020-7403. 43, 58, 83

## BIBLIOGRAPHIE

---

- D. DUHAMEL, S. ERLICHER et H.H. NGUYEN : A recursive finite element method for computing tyre vibrations. *European Journal of Computational Mechanics*, 20 (1-4)(1-4):9–27, 2011. 14
- J.A. EJSMONT, P. MIODUSZEWSKI, S. TARYMA et M. SZUMILEWICZ : Tire dimensional influences on tire/road noise. In *Internoise*, volume 1, page 93, 1997. 13
- A. FADAVI : *Modélisation numérique des vibrations d'un pneumatique et de la propagation du bruit de contact*. Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2002. 14
- T. FUJIKAWA, H. KOIKE, Y. OSHINO et H. TACHIBANA : Generation mechanism of tire/road noise - Part 1 : Tire vibration caused by road roughness. In *Internoise*, Washington DC, USA, 1999. 28
- T. FUJIKAWA, H. KOIKE, Y. OSHINO et H. TACHIBANA : Definition of road roughness parameters for tire vibration noise control. *Applied Acoustics*, 66(5):501–512, 2005. ISSN 0003-682X. 122
- A.E. GIANNAKOPOULOS : Elastic and viscoelastic indentation of flat surfaces by pyramid indentors. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 54(7):1305–1332, 2006. ISSN 0022-5096. 23
- GNCDS : Note de sensibilisation n°5 : diffusion de la base de données « bruit de roulement ». Rapport technique, IDDRIM, 2011. vii, 18
- J.A. GREENWOOD et J.B.P. WILLIAMSON : Contact of nominally flat surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 295(1442):300–319, 1966. 28
- J-F. HAMET : Tire/Road Noise : Time Domain Green's Function for the Orthotropic Plate Model. *Acta Acustica united with Acustica*, 87:470–474, 2001. 14, 73, A.2
- J-F. HAMET, C. DEFFAYET et M.A. PALLAS : Air pumping phenomena in road cavities. Gothenburg, Sweden, 1990. 9
- J-F. HAMET et P. KLEIN : Use of a rolling model for the study of the correlation between road texture and tire noise. In *Internoise*, The Hague, The Netherlands, 2001. 30
- H. HERTZ : Ueber die Berührung fester elastischer Körper. *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal)*, 1882(92):156–171, 1882. ISSN 0075-4102. 6, 22, 23, 25
- A. HOUARI : *Influence de la rigidité de chaussée sur le bruit de contact pneu/chaussée*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2004. 18
- S.C. HUANG et W. SOEDEL : Effects of Coriolis acceleration on the free and forced in-plane vibrations of rotating rings on elastic foundation. *Journal of Sound and Vibration*, 115(2):253–274, 1987. 14
- K. IWAO et I. YAMAZAKI : A study on the mechanism of tire/road noise. *JSAE Review*, 17(2):139–144, 1996. ISSN 0389-4304. vii, 7
- K.L. JOHNSON : *Contact mechanics*. Cambridge University Press, 1985. ISBN 9780521347969. vii, xii, 22, 24, 25, 29, 30, B.3, B.4
- G.J. KIM : *Wave propagation in tyres and the resultant noise radiation*. Thèse de doctorat, University of Southampton, Institute of Sound and Vibration Research, 1998. 14

- S. KIM, W. JEONG, Y. PARK et S. LEE : Prediction method for tire air-pumping noise using a hybrid technique. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 119(6):3799, 2006. ISSN 00014966. 9
- P. KLEIN, T. BECKENBAUER, J-F. HAMET et W. KROPP : Tyre/road noise prediction : A comparison between the SPERoN and HyRoNE models - Part 2. In *Acoustics'08*, pages 959–964, Paris, France, 2008. 20
- P. KLEIN et J-F. HAMET : The correlations between texture related quantities and the tyre radiated noise levels evaluated from a dynamic rolling model. In *Euronoise*, Tampere, Finland, 2006. 20, 135
- P. KLEIN, J-F. HAMET et F. ANFOSSO-LÉDÉE : An envelopment procedure for tire/road contact. In *AIPCR*, Toronto, Canada, 2004. 20
- S. KONISHI et N. TOMITA : Test Results of Load - Inflation Relation. Rapport technique, Bridgestone Corporation, Kodaira City, Japan, 1996. 11
- I.F. KOZHEVNIKOV, J. CESBRON, D. DUHAMEL, H-P. YIN et F. ANFOSSO-LÉDÉE : A new algorithm for computing the indentation of a rigid body of arbitrary shape on a viscoelastic half-space. *International Journal of Mechanical Sciences*, 50(7):1194–1202, 2008. ISSN 0020-7403. 26, 74, 93, 95
- I.F. KOZHEVNIKOV, D. DUHAMEL, H-P. YIN et Z-Q. FENG : A new algorithm for solving the multi-indentation problem of rigid bodies of arbitrary shapes on a viscoelastic half-space. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52(3):399–409, 2010. ISSN 0020-7403. xiii, 26, 74, 93, 95
- W. KROPP : Structure-borne sound on a smooth tyre. *Applied Acoustics*, 26(3):181–192, 1989. ISSN 0003-682X. 15
- W. KROPP : *Ein Modell zur Beschreibung des Rollgeräusches eines unprofilierten Gürtelreifens auf rauher Strassenoberfläche*. Thèse de doctorat, T. U. Berlin, 1992. vii, viii, xii, 14, 15, 28, 30, 73, 101, A.2
- W. KROPP, K. LARSSON, F. WULLENS, P. ANDERSSON, F-X. BÉCOT et T. BECKENBAUER : The modelling of tyre/road noise - a quasi three-dimensional model. In *Internoise*, The Hague, The Netherlands, 2001. 32, 33
- K. LARSSON : *Modelling of dynamic contact - Exemplified on tyre/road interaction*. Thèse de doctorat, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 2002. 31
- K. LARSSON, S. BARRELET et W. KROPP : The modelling of the dynamic behaviour of tyre tread blocks. *Applied Acoustics*, 63(6):659–677, 2002. ISSN 0003-682X. 31
- K. LARSSON et W. KROPP : A high-frequency three-dimensional tyre model based on two coupled elastic layers. *Journal of Sound and Vibration*, 253(4):889–908, 2002. ISSN 0022-460X. viii, 14, 31, 32, 33
- T.A. LAURSEN : *Computational contact and impact mechanics : fundamentals of modeling interfacial phenomena in nonlinear finite element analysis*. Springer, 2002. ISBN 9783540429067. 28
- E.H. LEE et J.R.M. RADOK : The contact problem for viscoelastic bodies. *Journal of Applied Mechanics*, 27:438, 1960. 25

## BIBLIOGRAPHIE

---

- V. LEGEAY : Macrotecture and low frequency tyre/road noise correlation. pages 169–175, Gothenburg, Sweden, 1990. 19, 135
- V. LEGEAY : Bruit de roulement : étude de la relation entre les compositions spectrales du bruit et de la texture du revêtement. *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, 178:3–6, 1992. 19, 135
- A.E.H. LOVE : Boussinesq's problem for a rigid cone. *The Quarterly Journal of Mathematics*, os-10(1):161–175, 1939. ISSN 0033-5606. 23
- R. MEFTAH : *Une approche par formalisme de Green réduit pour calcul des structures en contact dynamique : Application au contact pneumatique/chaussée*. Thèse de doctorat, Université Paris-Est, ENPC, 2011. 27, 74, 153
- C. MENARD, D. GIRARD, C. LÉON et F. BECK : Baromètre santé environnement 2007. Rapport technique, Saint-Denis : INPES, coll, 2008. 1
- MICHELIN : *Tout sur le pneu*. Manufacture Française des Pneumatiques Michelin, 2002. ISBN 226303353X. vii, 12, 13
- U. NACKENHORST : The ALE-formulation of bodies in rolling contact : Theoretical foundations and finite element approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(39-41):4299–4322, 2004. ISSN 0045-7825. 28
- NF EN ISO 11819-1 : Acoustique - Mesurage de l'influence des revêtements de chaussées sur le bruit émis par la circulation - Partie 1 : Méthode statistique au passage, 2002. 115
- NF S 31-119-2 : Acoustique - Caractérisation *in situ* des qualités acoustiques des revêtements de chaussées - Mesurages acoustiques au passage - Partie 2 : Procédure véhicule maîtrisé, 2000. 115
- H.H. NGUYEN : *Une nouvelle approche pour structures périodiques. Application au calcul des vibrations d'un pneumatique*. Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2008. 14
- D.J. O'BOY et A.P. DOWLING : Tyre/road interaction noise—A 3D viscoelastic multilayer model of a tyre belt. *Journal of Sound and Vibration*, 322(4-5):829–850, 2009. ISSN 0022-460X. 14
- G. PRIOLET, F. ANFOSSO-LÉDÉE, Y. PICHAUD, L. SÉGAUD, L. TOUSSAINT, R. DURANG et P. DUNEZ : *Méthode d'essai des lpc n°63 : Mesure en continu du bruit de contact pneumatique/chaussée*. Techniques et Méthodes des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 2007. 115
- J.R.M. RADOK : Visco-elastic stress analysis. *Q. App. Math.*, 15:198, 1957. 25, 71, 95
- G. RIMONDI : Tire contribution in the context of automobile noise reduction. *Tire Science and Technology*, 23(3):189, 1995. ISSN 00908657. vii, 13
- S. SAIGAL, T.Y. YANG, H.W. KIM et W. SOEDEL : Free vibrations of a tire as a toroidal membrane. *Journal of Sound and Vibration*, 107(1):71–82, 1986. 14
- J. SALENÇON : *Viscoélasticité pour le calcul des structures*. Éditions École Polytechnique, 2009. ISBN 9782730215572. xii, B.1, B.3, B.4, B.5, B.6

- A. SAMEUR : *Modèle de contact pneumatique/chaussée pour la prévision du bruit de roulement*. Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2004. vii, viii, xiii, 23, 25, 26, 28, 30, 34, 35, 69, B.3
- U. SANDBERG et G. DESCORNET : Road surface influence on tire/road noise. *In Inter-noise*, pages 1–16, Miami, Florida, 1980. vii, 19, 135
- U. SANDBERG et J.A. EJSMONT : *Tyre/road noise reference book*. Informex, 2002. 7, 11, 13, 17
- U. SANDBERG, L. GOUBERT, K.P. BILIGIRI et B. KALMAN : State-of-the-Art regarding poroelastic road surfaces. Rapport technique D8.1, PERSUADE, 2010. 18
- U. SELLGREN, S. BJARKLUND et S. ANDERSSON : A finite element-based model of normal contact between rough surfaces. *Wear*, 254(11):1180–1188, 2003. ISSN 0043-1648. 28
- A. SIGNORINI : Sopra alcune questioni di elastostatica. *Atti della Societa Italiana per il Progresso delle Scienze*, 1933. 27, 69
- I.N. SNEDDON : The relation between load and penetration in the axisymmetric Boussinesq problem for a punch of arbitrary profile. *International Journal of Engineering Science*, 3(1):47–57, 1965. ISSN 0020-7225. 22
- W. TIAN : Relation entre la texture de chaussée et le bruit généré par un pneumatique. Rapport technique, Université d'Angers - LCPC, 2009. 43
- L. VINCENT et P. SOILLE : Watersheds in digital spaces : An efficient algorithm based on immersion simulations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(6):583–598, 1991. ISSN 0162-8828. 47
- P. WRIGGERS : *Computational contact mechanics*. John Wiley and Sons, 2002. 28
- F. WULLENS : Modelling of the local deformation at the tyre/road contact for the prediction of forced tyre vibrations and air pumping. *In Euronoise*, Naples, Italie, 2003. viii, 34
- F. WULLENS et W. KROPP : A Three-Dimensional Contact Model for Tyre/Road Interaction in Rolling Conditions. *Acta Acustica united with Acustica*, 90:702–711, 2004. 30, 33

## **Modèle de contact dynamique pneumatique/chaussée par approche multi-aspérités : application au bruit de roulement**

### **Résumé :**

Le bruit de contact pneumatique/chaussée joue un rôle important dans la nuisance sonore du trafic routier. Il est généré par des mécanismes complexes influencés par plusieurs paramètres tels que la texture de chaussée, la géométrie du contact et les caractéristiques du pneumatique. Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'étude numérique du contact pneumatique/chaussée pour la prévision du bruit en s'intéressant plus particulièrement à l'influence de la texture de chaussée. Le problème de contact est résolu à l'aide d'une Méthode Itérative à Deux Échelles (MIDE) basée sur une approche multi-aspérités de la surface de chaussée. Le pneumatique est modélisé par un massif semi-infini viscoélastique et caractérisé par des modèles rhéologiques standards (Zener ou Maxwell généralisé). Pour appliquer la MIDE au contact pneumatique/chaussée, un partitionnement de chaussée est développé permettant une description globale à partir de lois de contact sur chaque aspérité. En la comparant à des méthodes classiques, la MIDE donne des résultats identiques avec un temps de calcul largement réduit. Elle permet donc d'étudier le problème de contact sur une zone de plusieurs mètres. L'introduction de la viscoélasticité du pneu entraîne une diminution de l'aire de contact identique quelle que soit la vitesse du véhicule, conformément aux résultats expérimentaux. L'introduction de la vibration du pneumatique dans le modèle de contact influence l'aire de contact apparente et le niveau des forces de contact, mais les résultats montrent la nécessité d'une validation expérimentale des effets dynamiques sur le contact pneumatique/chaussée. Enfin, les paramètres de contact permettent d'obtenir rapidement une approximation du niveau de bruit global à basses fréquences (315-1 000 Hz). Les forces de contact obtenues en utilisant la MIDE élastique sont très fortement corrélées avec le bruit mesuré jusqu'à 1 000 Hz pour deux configurations de pneumatique (lisse et standard). Ainsi une méthode hybride statistique est développée pour estimer le bruit de roulement à basses fréquences, donnant des résultats convaincants.

**Mots-clés :** Contact pneumatique/chaussée, contact dynamique, méthode numérique, bruit de roulement, texture de chaussée, corrélation statistique, viscoélasticité, vibration.

## **A multi-asperity approach for dynamic tyre/road contact model : application to tyre/road noise**

### **Abstract :**

The tyre/road noise plays a significant role in the road traffic noise pollution. It is generated by complex mechanisms influenced by several parameters such as the road texture, the contact geometry and the tyre characteristics. The present work deals with the numerical study of tyre/road contact for rolling noise prediction and focuses on the road texture influence. The contact problem is solved using a Two-scale Iterative Method (TIM) based on a multi-asperity approach of the road surfaces. The tyre is modelled by a viscoelastic half-space and characterised by standard rheologic models (Zener or generalised Maxwell). In order to use the TIM for tyre/road contact, a partitioning method of the road surface is developed, allowing a global description based on contact laws on each asperity. In comparison with classical methods, the TIM gives the same results but it is less time-consuming. Thus it allows to study the contact problem for a large zone. The introduction of the viscoelasticity of the tyre causes a decrease of the contact area independent of the vehicle speed, in agreement with experimental results. The introduction of tyre vibration in the contact model influences the apparent contact area and the contact forces level, but the results highlight the need for an experimental validation of the dynamic effects on tyre/road contact. Finally, the contact parameters allow to quickly obtain a rough estimation of the low-frequency noise (315-1000 Hz). The contact forces obtained using the elastic TIM are strongly correlated with the low-frequency noise until 1000 Hz for two tyre configurations (slick and standard patterned). Thus a statistical hybrid method is developed in order to estimate the tyre/road noise at low-frequency, giving encouraging results.

**Keywords :** Tyre/road contact, dynamic contact, numerical method, tyre/road noise, road texture, statistical correlation, viscoelasticity, vibration.

**Discipline :** Sciences de l'Ingénieur