HAL open science

Modélisation de la relation pluie-débit pour la prévision des crues : étude comparative de deux méthodes globales et application au bassin du Gardon à Anduze

Bruno Versiani

▶ **To cite this version:**

Bruno Versiani. Modélisation de la relation pluie-débit pour la prévision des crues : étude comparative de deux méthodes globales et application au bassin du Gardon à Anduze. Hydrologie. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1983. Français. NNT : . tel-00756418

HAL Id: tel-00756418

https://theses.hal.science/tel-00756418v1

Submitted on 23 Nov 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

GEOLOGIE GRENOBLE UJF
D 050 035791 3

Guy PERRIER

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE

ET

L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR - INGÉNIEUR

par

Bruno VERSIANI

Ingénieur Civil E.E.U.F.M.G.

SUJET

Modélisation de la relation pluie-débit pour la prévision des crues.

Etude comparative de 2 méthodes globales et application au bassin du Gardon à Anduze.

Soutenue le 20 Décembre 1983 devant la Commission d'Examen

M. G. PERRIER	Président
M. C. OBLED	Examinateurs
M. D. DUBAND	
M. P. BOIS	
M. J. LEOUSSOF	

Univ. J. Fourier - O.S.U.G.
MAISON DES GEOSCIENCES
DOCUMENTATION
B.P. 53
F. 38041 GRENOBLE CEDEX
Tél. 04 76 63 54 27 - Fax 04 76 51 40 58
Mail : ptalour@ujf-grenoble.fr

GRENOBLE

THESE de DOCTEUR INGENIEUR

Titre de l'ouvrage :

MODELISATION DE LA RELATION PLUIE-DEBIT POUR LA PREVISION DES CRUES ETUDE COMPARATIVE DE 2 METHODES GLOBABLES ET APPLICATION AU BASSIN DU GARDON A ANDUZE

Nom de l'auteur : Bruno VERSIANI

Etablissement : Université Scientifique et Médicale de Grenoble

RESUME

Ce mémoire reprend la méthode DPFT proposée par D. Duband pour identifier à la fois la fonction de transfert pluie efficace – débit et la série des pluies efficaces déduites des pluies brutes observées.

Dans ce travail on trouvera une formalisation théorique de la méthode et des nombreuses améliorations pratiques au niveau des algorithmes et de la mise en œuvre.

La version améliorée est appliquée à 2 bassins versants réels et à un jeu de données simulées.

A fin de comparaison, on applique aux mêmes données un modèle du type ARMAX et on compare les résultats avec ceux de la DPFT. On en déduit les conditions d'utilisation respectives des 2 méthodes.

MOTS-CLES

Relation pluie-débit ; Prévision de crues ; Identification de l'hydrogramme unitaire ; Méthode DPFT ; Algorithme du gradient ; Modèle ARMAX.

N° d'ordre

OBSERVATOIRE DE GRENOBLE
Laboratoire de Géophysique
Interne et Tectonophysique
I.R.I.G.M. - B.P. 53
38041 GRENOBLE CEDEX 9

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE

ET

L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE
DE GRENOBLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR - INGÉNIEUR

par

Bruno VERSIANI
Ingénieur Civil E.E.U.F.M.G.

SUJET

Modélisation de la relation pluie-débit pour la prévision des crues.

Etude comparative de 2 méthodes globales et application au bassin du Gardon à Anduze.

Soutenue le 20 Décembre 1983 devant la Commission d'Examen

M. G. PERRIER	Président
M. C. OBLED	Examinateurs
M. D. DUBAND	
M. P. BOIS	
M. J. LEOUSSOF	

GRENOBLE

Univ. J. Fourier - O.S.U.G.
MAISON DES GEOSCIENCES
DOCUMENTATION
B.P. 53
F. 38041 GRENOBLE CEDEX
Tél. 04 76 63 54 27 - Fax 04 76 51 40 58
Mail : ptalour@ujf-grenoble.fr
22 AOUT 2003

SOMMAIRE

Page

CHAPITRE I : LE BASSIN VERSANT. LES DONNEES DISPONIBLES ET LEUR MISE EN FORME 1

I.1) Le bassin versant du Gardon d'Anduze 1

I.2) Les données de débit 7

I.3) Les données de pluies 12

I.3.1) Evaluation de la lame d'eau moyenne 12

I.3.2) Calcul de la lame d'eau par la méthode spline 16

I.3.3) Comparaison avec d'autres méthodes 21

I.3.4) Conclusions et aperçu sur l'erreur d'estimation 29

Annexes chapitre I. 31

CHAPITRE II : LA RELATION PLUIE-DEBIT : ANALYSE CRITIQUE DES APPROCHES DU TYPE HYDROGRAMME UNITAIRE 49

II.1) Introduction 49

II.2) Rappels sur la méthode de l'Hydrogramme Unitaire Instantané 50

II.3) La version originale de la méthode "DPFT" d'identification de l'hydrogramme unitaire 54

II.3.1.1) Les principes de base de la méthode 54

II.3.1.2) Hypothèses retenues dans la version originale de la méthode 59

II.3.2) Le mécanisme d'identification de la Fonction de Transfert 60

II.3.2.1) L'algorithme d'identification 60

II.3.2.2) Aspects pratiques 63

II.3.3) Discussion et critiques de la méthode 64

II.3.3.1) Commentaires et précautions 64

II.3.3.2) Inconvénients de la méthode 66

CHAPITRE III : ESSAIS D'AMELIORATION ET DE FORMALISATION DE LA METHODE 71

III.1) Les voies explorées pour améliorer la méthode. Proposition d'une nouvelle version de la DPFT : 71

III.1.1) L'algorithme de la DPFT considéré comme un algorithme de gradient : 71

III.1.1.1) L'algorithme de la DPFT : rappels 72

III.1.1.2) Démonstration de l'identité avec un algorithme de gradient 76

III.1.2) Introduction de contraintes dans l'optimisation 77

III.1.2.1) Le rôle de la norme. Aspect pratique 77

III.1.2.2) Le rôle de la norme. Aspect théorique 79

III.1.2.3) Contraintes sur les pluies efficaces ou les pluies "corrigées" 81

III.1.3) Amélioration de l'algorithme d'identification 83

III.1.3.1) La régression sans terme constant 83

III.1.3.2) La régression en crête 84

III.1.3.3) La formulation ARMAX. Aspect théorique 86

III.2) Application à des bassins versants réels 90

Essais sur le Fier 92

Essais sur le Gardon d'Anduze 117

III.3) Modèlisation de la relation entre la pluie brute et la pluie efficace 160

III.4) Conclusions des essais sur données réelles 175

Annexes chapitre III 179

CHAPITRE IV : TENTATIVES D'EVALUATION DE LA METHODE SUR DES DONNEES GENEREES 183

IV.1) Justification de cette approche 183

IV.2) Génération d'épisodes synthétiques 185

IV.3) Application de la méthode DPFT 187

IV.4) Conclusions et propositions 201

CHAPITRE V : UNE AUTRE APPROCHE DE LA MODELISATION PLUIE-DEBIT : LES MODELES ARMAX 203

V.1) Hypothèses de cette nouvelle approche 203

V.1.1) Modèles linéaires 205

V.1.2) Modèle d'incertitude 206

V.1.3) Modèles non linéaires 209

V.2) Application au bassin versant du Gardon d'Anduze 210

V.2.1) Introduction 210

V.2.2) Aperçus sur l'algorithme d'identification 211

V.2.3) Modèles linéaires 212

V.2.4) Modèles non linéaires 218

V.3) Conclusions 224

CHAPITRE VI : VALIDATION SUR DES CRUES TESTS ET CONCLUSIONS GENERALES 225

VI.1) Validation sur des crues tests 225

VI.1.1) Les données test 225

VI.1.2) Comparaison du modèle DPFT avec un modèle ARMAX 228

VI.1.3) Mise en oeuvre du modèle DPFT et du modèle pluie brute-pluie efficace 229

VI.1.4) Conclusions sur les tests 232

VI.2) Conclusions générales 233

BIBLIOGRAPHIE 235

REMERCIEMENTS

J'adresse mes remerciements à toutes les personnes qui m'ont entouré à l'Institut de Mécanique de Grenoble et ont permis que cette étude soit menée à bien.

Je sais infiniment gré à M. G. PERRIER d'avoir accepté la présidence de mon jury et pour son accueil comme étudiant étranger.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance au responsable de l'équipe et rapporteur de ce travail, M. C. OBLED, pour le suivi de cette étude et pour le temps et l'énergie qu'il m'a souvent consacré.

Je remercie les personnes de l'équipe hydrologie pour l'aide qu'ils m'ont apporté, en particulier M. P. BOIS pour son soutien amical pendant les cours et M. D. CREUTIN et T. LEBEL pour la disponibilité qu'ils m'ont aimablement accordé dans l'étude de la pluie spatiale.

Je remercie vivement Mr VACHAUD, responsable du groupe hydrologie de m'avoir accepté dans l'équipe.

Les professeurs visiteurs de l'équipe m'ont beaucoup aidé : M. JEGAT, avec qui j'ai travaillé pendant un an et M. BASTIN, pour les critiques de la méthode DPFT et de la proposition d'une méthode alternative. Je les en remercie sincèrement.

Grâce à la compréhension de M. D. DUBAND, rapporteur extérieur, et son intérêt pour l'amélioration de la méthode et ouverture à nos "critiques" et à la mise en compétition des méthodes, ce travail a pu être réalisé. M. P. TOURASSE m'a aussi aidé dans la mise en route lusitanophone. Je les en remercie vivement.

Je remercie également M. BASSO et surtout M. LEOUSSOF, qui a participé de à mon jury, pour la fourniture des données et utilisation des résultats de ce travail.

Je sais gré à M. LAGARDE et M. RABATEL pour leur aide dans les problèmes informatiques, ainsi qu'à M. DELRIEU pour son aide dans les dessins et figures.

Je voulais aussi remercier le CNPq et l'Ecole de Mines d'Ouro Preto qui m'ont permis ce travail.

AVANT PROPOS

Il n'est pas superflu de confirmer l'importance et la complexité du phénomène des crues, et particulièrement celui de la relation pluie-débit. Les récentes inondations catastrophiques en France et même à l'étranger sont des exemples de l'actualité et de l'ampleur du problème. A ces occasions, on a pu remarquer que le coût économique des inondations est loin d'être négligeable et les finances publiques en subissent les conséquences désastreuses. Par conséquent, l'investissement en programme d'études et de constructions de barrages écrêteurs est largement récompensé, s'il permet de limiter les dégats et de sauver des vies humaines !

Néanmoins, il arrive que les contraintes économiques conduisent les pouvoirs publics à hésiter devant l'ampleur des coûts de protection passive contre les crues. Par contre, la mise en oeuvre d'un système de prévision et d'alerte aux inondations permet déjà de diminuer fortement les dégats : une population avertie à temps peut prendre des mesures de sauvegarde pour sa vie et ses biens.

Ce travail s'inscrit donc dans le cadre de la prévision de crues, et nous allons considérer le cas de la région Cévenole, où un projet de système de prévision opérationnelle est en cours d'installation. La performance du système de prévision dépend en partie des méthodes de calcul, c'est à dire des modèles utilisés pour représenter le système hydrologique considéré.

Nous allons diviser cette étude en 6 parties, qui sont dépendantes entre elles :

Le premier chapitre décrit essentiellement la préparation des données utilisées dans les modèles pluie-débit et donne une présentation sommaire du bassin versant et de la région considérée.

Dans le 2ème chapitre, on décrit une méthode récemment developée à la Division Technique Générale de l'EDF par Mr D. DUBAND, et qui propose un ajustement de l'hydrogramme unitaire, mais aussi des pluies efficaces ruisselées, dans un contexte multi-crues. On ne disposait pour l'instant que d'une version prototype, qui de l'avis de l'auteur, comportait des imperfections et des limitations. De plus, les propriétés théoriques de l'algorithme n'avaient pas été replacées dans les formalisations classiques en optimisation.

Le 3ème chapitre propose donc un certain nombre d'améliorations pratiques de la méthode ainsi qu'une formalisation qui permet de la rattacher aux techniques de gradient. Ces améliorations sont testées sur 2 bassins réels, en particulier celui du Gardon à Anduze. Les résultats obtenus sur de telles données sont toujours entâchés d'incertitude, soit à cause de la mauvaise connaissance du système naturel lui-même, soit à cause des incertitudes sur la mesure de ses entrées ou de ses sorties.

C'est pourquoi, dans le 4ème chapitre, nous proposons de construire un ou des jeux de données synthétiques, à l'aide d'un modèle choisi et connu à priori, afin de tester sur ces données l'algorithme d'identification.

Le 5ème chapitre propose l'application d'une autre approche, issue de l'automatique et de la conduite des systèmes, et qui se répand actuellement en hydrologie. Celle-çi compense une modèlisation imparfaite du système par l'introduction d'une modélisation des erreurs.

Enfin, dans un 6ème et dernier chapitre, nous comparerons les 2 approches sur des crues test récentes, en proposant des conclusions et des voies possibles pour améliorer encore cette approche.

Comme on verra, nous avons adopté une approche globale, statistique, plutôt qu'un modèle déterministe. La méthodologie appliquée se rattache à celle du type Hydrogramme Unitaire, mais ici reconsidérée de façon très différente de la formulation classique.

Comme contrainte propre à l'étude, on remarquera une caractéristique des modèles adoptés : ce sont des modèles "à évenements", qui sont mis en route en situation de crue (et pas en continu).

Nous voulons aussi faire ressortir la collaboration fructueuse, tout au long de cette étude, avec Mr D. DUBAND (Division Technique Générale - Electricité de France) et Mr G. BASTIN (Université de Louvain).

CHAPITRE I

LE BASSIN VERSANT.

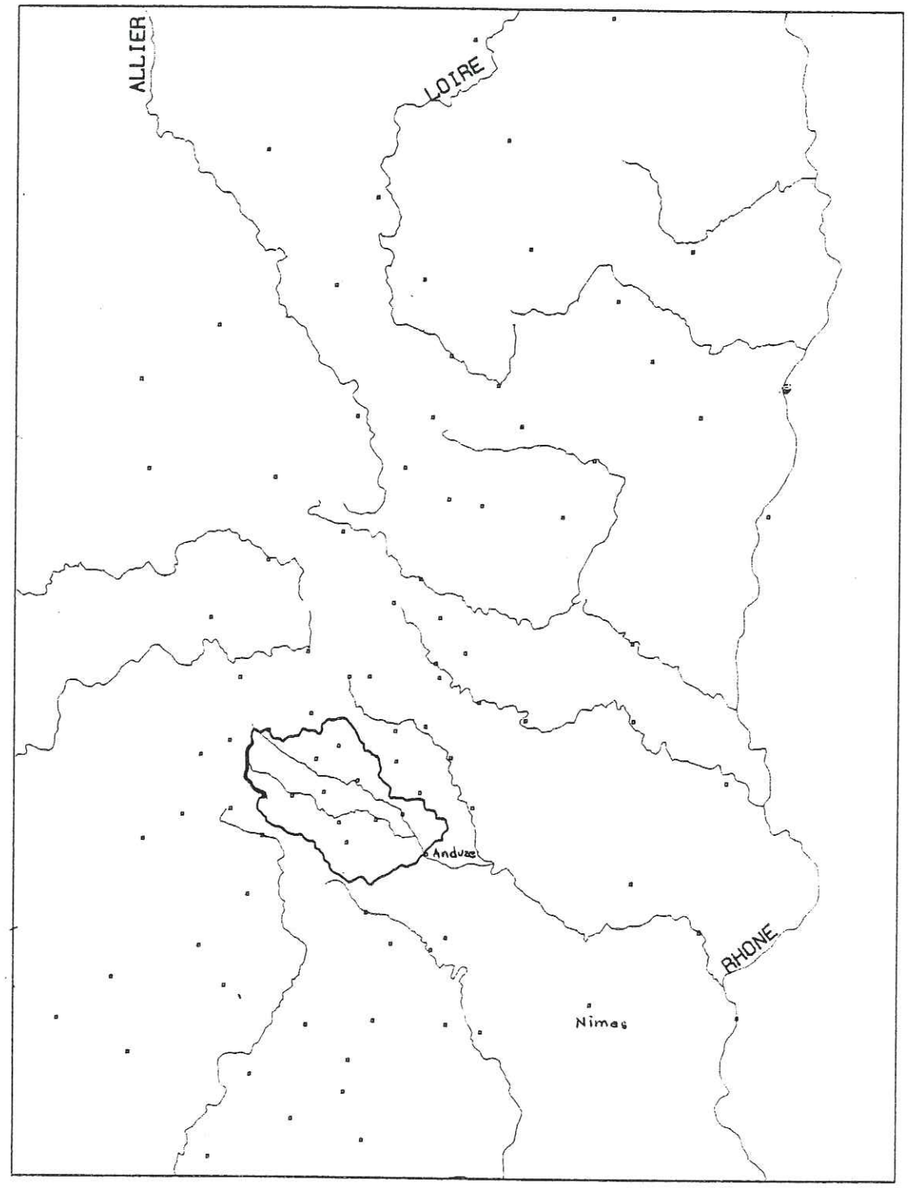
LES DONNEES DISPONIBLES ET LEUR MISE EN FORME.

I.1.1) Le bassin versant du Gardon d'Anduze

Une description assez détaillée des caractéristiques du bassin du Gardon d'Anduze est donnée dans la thèse de G. HOFER (1974), qui a étudié la relation pluie-débit de manière déterministe sur le bassin et dont on parlera brièvement au paragraphe suivant.
Comme on verra, nous pouvons justifier l'échec de cette approche déterministe.
On rappelera quelques facteurs importants et caractéristiques de la région.

Le bassin du Gard est formé par deux affluents principaux :
Le Gardon d'Anduze et le Gardon d'Alès, réunis en amont de Pont de Ners, pour former le Gard, affluent de la rive droite du Rhône.

Le Gardon d'Anduze est un bassin de 545 km2 de surface, formé principalement par le Gardon de Saint Jean et le Gardon de Mialet, qui se rejoignent approximativement 2 kms en amont de l'éxutoire à Anduze. La Salindrengue, affluent du Gardon de Saint Jean est la troisième rivière plus importante du bassin.
F.I.1.1 - Le Rhône, le bassin versant du Gardon d'Anduze - page N° 2
Comme tous les bassins versants de la région cévenole, le Gardon d'Anduze est sujet à des évenements pluvieux intenses, surtout pendant les mois d'automne. En fait, on peut distinguer une dizaine de bassins versants de la bordure sud-est du Massif Central avec une surface supérieure à 1000 km2, qui donnent sur le Rhône ou la Mer Méditerranée.



0. 20.0 40.0 60.0 80.0 KM

SITUATION DU BASSIN VERSANT DU GARDON D'ANDUZE.

Cependant, les épisodes pluvieux plus dévastateurs, origine des crues les plus importantes, apparaissent souvent dans les parties un peu plus hautes avec des surfaces de quelques centaines de km2, comme le cas du Gardon d'Anduze . Dans ces régions là, le plateau du Massif Central atteint des altitudes comprises entre 1000 et 1500 m. à l'ouest, qui tombent à 200 m. en 15 ou 20 km. vers l'est. La région présente donc des pentes de rivières et de versants assez considérables.

Cela explique les temps de réponse très courts pour les rivières de la région (3 à 8 heures en moyenne). Comme exemple qui a plus fortement marqué dans la chronique des débits il y a la crue catastrophique du Vidourle à Sommières (B.V. 616 km2), dont on est passé de 80 à 1300m3/s en 6 heures (Octobre 1958). Et plus rècemment, en Septembre 1976 sur le Gardon d'Anduze, de 50 à 1000 m3/s en 7 heures. Les pluies associées sont en moyenne de 20 à 50 mm/h. Les maxima en dix ans d'observations sont approx. 100 mm en une heure (septembre 1980) et 280 mm en 3 heures.

Schématiquement, du point de vue météorologique, les épisodes pluvieux cévenols ont leur origine dans l'affrontement de deux masses d'air :

. Une chaude et humide, provenant du bassin méditérranéen, pénètre la vallée du Rhône et comble peu à peu les vallées cévenoles, où elle se bloque.

. Une autre plus froide, arrive du Nord-Ouest et soulève l'air méditérranéen très instable. L'abondance des précipitations dépend de l'alimentation en air humide méditérranéen. Et les bordures Sud-Est du Massif Central sont des vraies barrières pour l'air humide et chaud.

On trouvera une analyse détaillée de ces situations dans P. TOURASSE (1981)

Le bassin versant du Gardon d'Anduze a été choisi comme bassin expérimental représentatif des phénomènes hydrométéorologiques d'origine méditerranéene.
L'existence d'un dispositif de mesures établi par la Direction Départementale de l'Equipement du Gard, qui fonctionne avec un réseau de stations pluviométriques et limnimétriques assez dense, facilite beaucoup la collecte des données pour les études des phénomènes pluvieux et des relations pluie-débit.
Le Système de Prévision de crues du Gard est décrit en détail par P. TOURASSE (1981). C'est un exemple de système de prévision entièrement automatisé, capable de fonctionner en temps réel, et qui fait appel aux techniques informatiques.

Il est constitué de deux ensembles principaux :

. Un logiciel de base qui contrôle les fonctions du système (acquisition de données, dialogues, visualisation...) et qui gère l'archivage des données.

. Un système de simulation hydrologique qui permet de prévoir à un instant donné l'évolution future des débits en certains points critiques.

Le système est en cours d'expérimentation sur 3 bassins de la bordure Sud-Est du Massif Central : le Vidourle (B.V. 616 km2 à Sommières), le Gard (1854 km2 à Remoulins) et la Cèze(1128 km2).

Il existe un sous-réseau de stations pluviométriques et limnimétriques équipées en appareils de télétransmission, reliées directement au centre du Système à Nimes. Ce qui permettra une exploitation opérationnelle automatisée.

On remarque que, compte tenu de la puissance de calculateur existent, qui doit déjà gérer un grand nombre de tâches, les modèles de prévision de crues ont dû être implantés sur un ordinateur plus puissant

en capacité de traitement. L'exploitation et l'initialisation des modèles nécessitent donc la transmission préalable d'un fichier contenant toutes les informations nécessaires à la modélisation des crues (pluies, constantes, paramètres du modèle,...) vers l'ordinateur du CETE (Centre d'Etudes Techniques de l'Equipement) d'AIX EN PROVENCE. Et après il y a le retour pour la même ligne, d'un fichier ne contenant que les résultats vraiment exploitables en temps réel. Le temps nécessaire à la réalisation complète du cycle reste quand même compatible avec les impératifs du Service d'Annonce de Crues de Nîmes.

Du point de vue géologique et géomorphologique, le bassin versant du Gardon d'Anduze est constitué de terrains schisteux et granitiques pour près de 60 %, et pour terrains calcaires pour près de 30 %.

FIG I.1.2 - GEOLOGIE - page n° 6

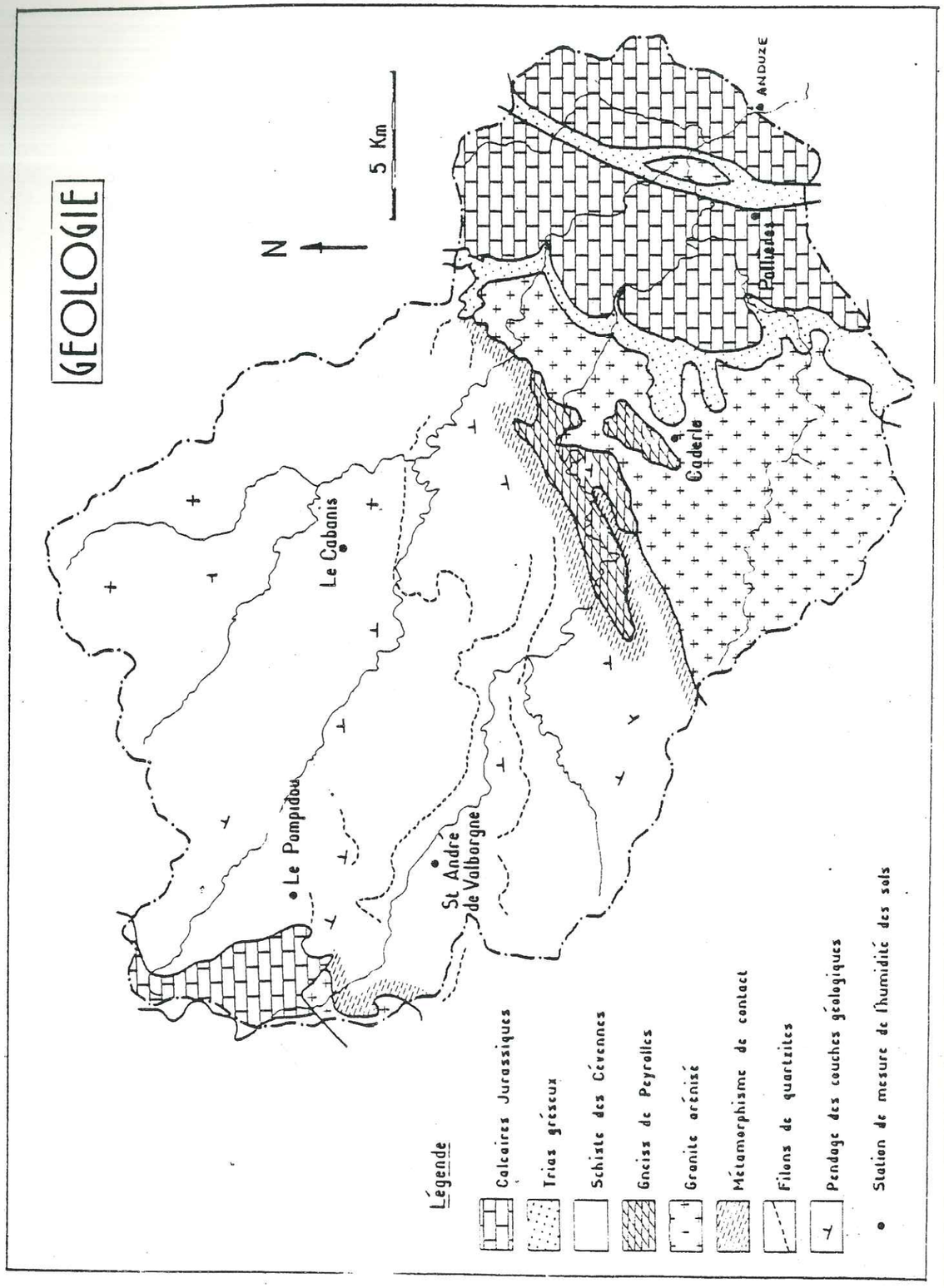
Quant à la végétation, 65 % de la surface du bassin versant est occupé par la forêt et 30 % de la surface correspond au chataîgner, dont certains pensent que la chute des feuilles en automne pourrait former une litière favorisant le ruisselement de surface par un effet de tuile, sans que cette hypothèse ait pu être vérifiée.

I.1.2) Un modèle conceptuel :

Ce n'est pas notre objectif de détailler le problème de la transformation pluie-débit dans le modèle conceptuel développé par G. HOFER (1974) et appliqué au bassin versant du Gardon d'Anduze, et à ses sous-bassins.

Cependant, pour une meilleure compréhension des conditions du problème, il nous semble intéressant de faire ressortir quelques remarques :

Fig. I.1.2



. La structure générale était celle d'un modèle à réservoirs, permettant de distinguer le ruissellement de surface d'un ruissellement retardé assimilable à un écoulement hypodermique et de l'écoulement d'alimentation des nappes.

. Le modèle simulait assez bien, sur un ensemble de 12 crues ayant servi à son calage, la valeur et l'heure de la pointe, mais l'estimation des décrues étant loin d'être satisfaisante, ce qui pose des problèmes en cas de crues successives.

. Ayant le jeu de Paramètres du calage, les crues de 1976 et 1977 ont été utilisés comme test du modèle par P. TOURASSE (1981) et sur les crues tests les plus importantes on a remarqué que les résultats obtenus étaient loin d'être satisfaisants.

. L'application du modèle ne tient pas compte de la distribution spatiale des pluies sur le bassin, et une averse violente affectant le bas du bassin et donnant une crue pointue à Anduze, aurait tendance a être lissée par le modèle.

. Des essais réalisés pour caler le modèle sur le bassin versant du VIDOURLE ont fait ressortir une grande sensibilité à l'évaluation de la lame d'eau sur le bassin. Pour tous les cas il est donc nécessaire d'effectuer une analyse fine des précipitations dans la région.

. De toute façon, il faut retenir que les bassins de la bordure sud-est du Massif Central sont un terrain d'essai particulièrement difficile pour un modèle de simulation, vu la violence et la variabilité spatiale des précipitations dans cette région.

I.2) DONNEES DE DEBIT

Les données de débit, ainsi que les données de pluies, sont gérées et archivées par la Direction Départementale de l'Equipement du Gard, qui nous a fourni les limnigrammes et la courbe de tarage à Anduze.

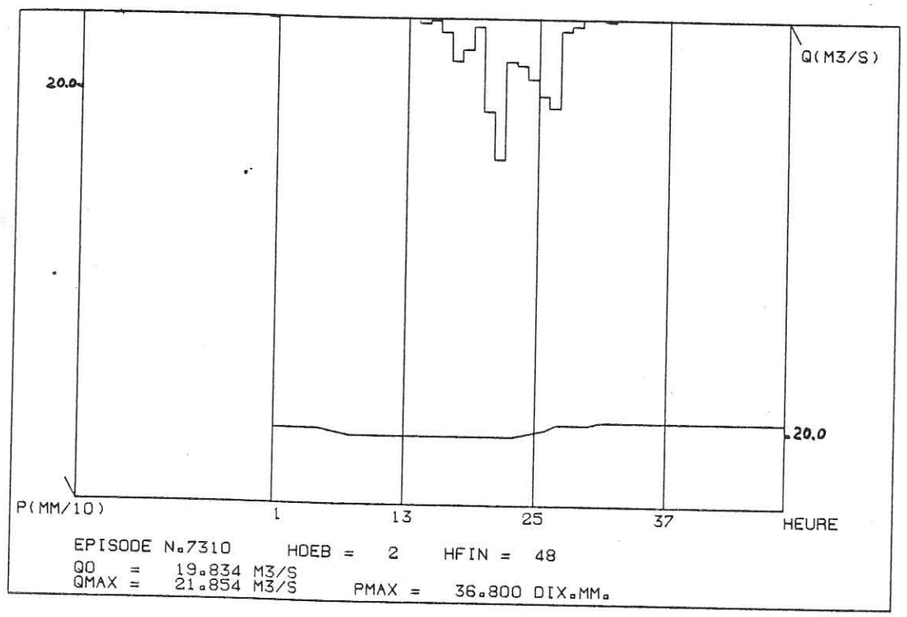
Cette courbe de tarage, tracée d'après les jaugeages faits par une équipe de techniciens de la DDE installée à Nimes, est publiée dans des annuaires de données, et supposée de qualité sûre. La station limnigraphique à Anduze est une station de bonne qualité et d'après des contrôles de jaugeage faits, on peut dire que la courbe de tarage n'a pas sensiblement évolué pendant la période que nous allons étudier.

Pour quelques crues, les hauteurs d'eau étaient déjà disponibles et nous avons donc complété le dépouillement, surtout pour les débuts et fins de crues et pour les crues anciennes ou toutes récentes, d'après les limnigrammes. Le résultat de ce lourd et fastidieux travail nous a tout de même permis d'avoir un fichier de données d'hauteur d'eau à Anduze assez complet, au pas de temps horaire.

Cependant, on remarque que le dépouillement est fait par épisodes et au dessus d'une cote. En fait, il y a une faible signification des bas débits.

La période disponible pour le calage du modèle correspond aux épisodes d'averse-crue d'automne (septembre à décembre) de 1971 à 1979. On a remarqué, d'après l'examen du fichier des pluies correspondantes (paragraphe suivant), qu'il y avait pour cette période des épisodes de pluie sans données de débit. Cette absence de données correspond à des pannes du limnigraphe. Après avoir les données de pluies, l'examen des hyétogrammes et hydrogrammes nous a aussi permis de faire une critique qualitative des données utilisées en éliminant préalablement quelques épisodes douteux (débits trop faibles pour des pluies trop importantes, retards trop importants entre crues et averses génératrices...).

Un exemple de crue éliminée de l'échantillon est celle du 20.9.73 (épisode 7310).



On donne une liste complète des épisodes de crues, dont les hydrogrammes se trouvent à la fin du paragraphe suivant : (annexe I.2.1)

Cette liste contient tous les épisodes, même ceux qui n'ont pas été utilisés pour le calage du modèle pluie-débit.

FIG I.2.1 - Liste des épisodes de crues - page suivante

FIG I.2.2 - Courbe de tarage du Gardon d'Anduze - page n° 11

Episode de crue	Date de début	heure de début	Heure de fin	Durée	Observations
7110	19.9.71	-	-	-	limigramme hors service
7210	10.10.72	1	96	4 jours	
7220	25.10.72	1	96	4 jours	
7230	4.9.72	49	96	47 heures	début d'épisode : pas de données
7310	20.9.73	1	48	2 jours	
7320	1.10.73	-	-	-	pas de données de débit
7330	2.11.73	25	120	4 jours	début d'épisode : pas de donnés
7410	16.9.74	1	120	5 jours	
7420	14.11.74	1	120	5 jours	
7510	9.9.75	1	240	10 jours	limmigramme inexploitable
7520	29.9.75	1	72	3 jours	
7610	28.8.76	1	82	82 heures	
7620	11.9.76	1	48	2 jours	
7630	27.9.76	1	144	6 jours	
7640	10.10.76	1	120	5 jours	
7650	23.10.76	1	168	7 jours	
7660	8.11.76	1	120	5 jours	
7710	28.7.77	1	72	3 jours	
7720	25.8.77	1	72	3 jours	
7730	4.10.77	52	96	45 heures	début d'épisode : pas de donnés
7740	19.10.77	1	120	5 jours	
7750	25.10.77	1	72	3 jours	
7910	3.10.79	-	-	-	Limmigramme inexploitable
7920	10.10.79	1	168	7 jours	
7930	22.10.79	1	168	7 jours	

Fig. I-2-1 - Liste des épisodes de crue du Gardon d'Anduze

La courbe de tarage à ANDUZE effectue la relation hauteur (m) - débit (m^3/s) et est divisé en 8 tronçons : le premier est un segment de droite de loi $Q = AH + B$ et les 7 suivants sont des morceaux de parabole de loi $Q = AH^2 + BH + C$ (Q en m^3/s, H en m). Les caractéristiques de la courbe de tarage sont (FIG I.2.3)

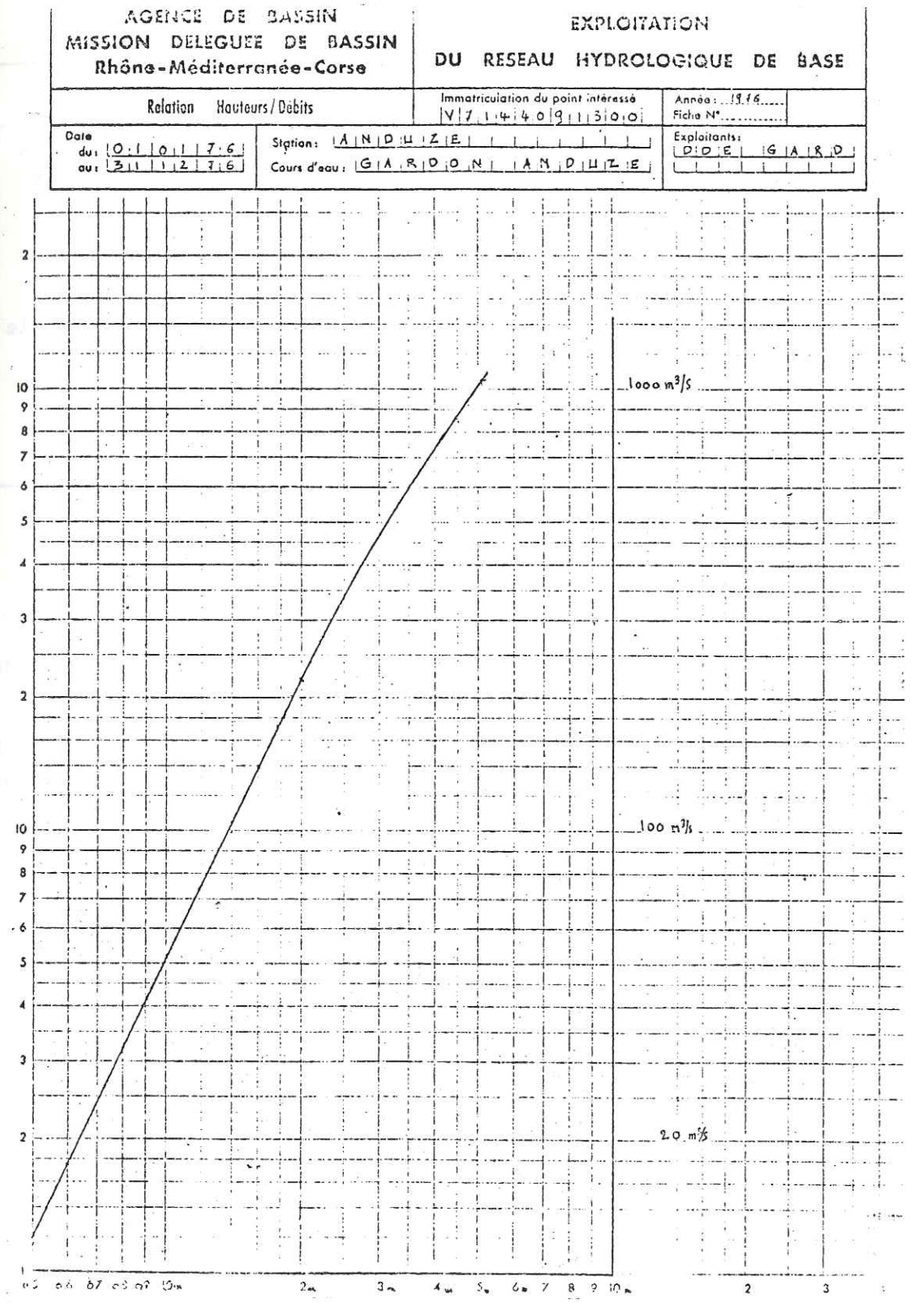


FIG. I.2.2 - Courbe de tarage du Gardon d'Anduze

H (m) ≤	A	B	C	OBS
0.20	5.50			Droite
0.30	58.33	-8.16	0.40	Parabole
0.50	90.00	-28.00	3.50	
1.00	66.66	-20.00	5.33	
2.00	53.33	8.00	-9.33	
2.70	85.70	-147.50	168.57	
3.75	83.11	-250.38	470.11	
5.50	64.00	-288.00	880.00	

FIG I.2.3 - Caractéristiques de la courbe de tarage à Anduze

Les crues les plus fortes sont celles du 23.10.77 à 16 h (épisode 7740 - H = 5,31 m) et du 12.09.76 à 12 h (épisode 7620 - H = 5,06 m), et la plupart des crues se situe dans la gamme des hauteurs entre 2,00 et 4,00m. Les valeurs plus fortes (7620 et 7740) ont été prises dans la partie extrapolée de la courbe de tarage.

I.3) DONNEES DE PLUIES :

I.3.1) Evaluation de la lame d'eau moyenne :

Généralement, on définit la pluie brute ponctuelle comme la valeur de la lame d'eau mesurée à une station pluviographique donnée. Pour la prévision, le plus important est la connaissance de la pluie brute moyenne, qui est la valeur de la lame d'eau moyenne (simple ou pondérée) sur un ensemble de stations du bassin versant ou de son voisinage.

On pourrait aussi définir la pluie excédentaire ou nette comme étant la partie de la pluie brute qui arrive à l'exutoire du bassin versant par ruissellement de surface. Dans cette étude on appelera "pluie efficace" la pluie excédentaire.

Comme on verra au chapitre suivant, on va adopter une approche globale, où la seule donnée d'entrée est la pluie brute moyenne.

On a donc nécessité d'une bonne estimation de cette pluie moyenne.

Avant d'aborder directement les modèles de relation pluie-débit, nous allons consacrer une partie de ce travail au problème de la détermination de la pluie brute sur le bassin versant. C'est une partie très importante parce que la qualité des résultats d'un modèle de prévision de crues dépend du soin apporté à l'évaluation de la lame d'eau tombée. Notre objectif est donc trouver une bonne représentation de cette lame d'eau, qui est l'entrée du système constitué par le bassin versant. C'est aussi un problème délicat, car on a déjà vu que les bassins versants concernés (ceux de la bordure sud-est du Massif Central) ont des temps de réponse très courts. On voit qu'on est obligé de travailler en prévision au pas de temps horaire, où la variabilité spatiale des pluies est très importante. Une analyse fine de la structure spatiale des précipitations à cette échelle de temps sur la bordure sud-est du Massif Central a été faite par P. TOURASSE (1981) et T. LEBEL (1983). On donne des exemples de cartes d'isohyètes horaires correspondantes aux crues plus importantes du Gardon d'Anduze, en fin de chapitre. (voir annexe I.2.2).

Le premier problème qu'on trouve pour l'évaluation de la lame d'eau est le choix de la méthode. Nous pouvons citer quelques techniques d'estimation spatiale de la pluie, plus ou moins faciles de mise en oeuvre opérationnelle, comme :

. Les méthodes dites classiques : moyennes arithmétiques, moyennes Thiessen et méthode des isohyètes.

. Les méthodes statistiques : le krigeage, la méthode de Gandin, l'Analyse en Composantes Principales.

. Les méthodes numériques : Interpolation par fonctions spline, interpolation par surfaces polynomiales...

Ces méthodes ont été analysés par J.D. CREUTIN et C. OBLED (1982-réf.1). De toute façon, quelque soit le choix de la méthode, on se trouve devant deux problèmes :

1 - Le champ de pluie est connu par les seules valeurs d'un réseau de mesures discret et non régulier.

On voit donc que l'estimation de la lame d'eau sur un domaine (bassin ou sous-bassin) est un problème d'interpolation à l'intérieur d'un champ de pluie connu ponctuellement.

2 - Le choix de stations pluviométriques représentatives d'un bassin versant est lié à la connaissance du phénomène spatial, qui peut avoir une structure complexe et difficile à déterminer.

Comme exemple de ce problème, on voit qu'on peut se tromper dans le choix de certains groupements de stations pour le calcul de la lame d'eau par moyennes arithmétiques, sans une connaissance préalable de la structure du phénomène : la pluie calculée d'après un groupement de stations situées dans une partie (ou sous-bassin) peut ne pas être la meilleure pluie estimée sur tout le bassin versant.

Une étude de comparaison de quelques méthodes d'interpolation de champs de pluie a été faite par J.D CREUTIN (1979), en prenant les cumuls des pluies sur les épisodes. Il a montré qu'à ce niveau les techniques plus élaborées, comme l'interpolation optimale de Gandin, le krigeage et les fonctions spline sont plus performantes que les méthodes dites "triviales" (moyenne arithmétique et méthode Thiessen).

Cependant, l'interpolation des données de pluie horaire est plus délicate que celle des épisodes, et pour des raisons opérationnelles nous avons choisi la méthode d'interpolation spline, dont on pense être la meilleure possible, avec les données disponibles.

En effet, nous pouvons dire que l'estimation spline est meilleure que les méthodes "triviales" dans la mesure où on tient compte de toutes les stations du réseau, en cherchant l'information pluviométrique, même dans les stations assez éloignées du bassin versant, ce qui est, d'ailleurs, assez inhabituel.

Une meilleure justificative de l'utilisation de la méthode spline est donnée par les travaux de J.D. CREUTIN (1982) et la vérification ultérieure de T. LEBEL (1983).

La théorie des fonctions spline à deux variables se trouve largement développée dans les thèses de L. PAIHUA (1978) et résumée dans J.D. CREUTIN (1979). Nous en rappelerons quelques propriétés et principes fondamentaux.

Si l'on considére n points t^i du plan avec $t^i = (x^i, y^i)$, coordonnées des points, on montre qu'il existe une fonction σ unique de la forme :

$$\sigma(t) = \alpha x + \beta y + \gamma + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i k(t^i, t)$$

qui vérifie :

1) $\sigma(t^i) = z_i$, pour $i = 1, \ldots, n$ avec z_i valeur de la variable à interpoler (pluie).

La fonction passe pour les n points de coordonnées (x_i, y_i) et de cote z_i

2) $J(\sigma) = \int_\Omega |\nabla^2 \sigma|^2$, minimal

La dérivé seconde de la fonction est de norme minimale sur le domaine d'étude. Cette condition permet de définir le "noyau" :

. $k(t^i, t) = |t^i - t|^2 \ln |t^i - t|^2$, pour $t \neq t^i$

. $k(t^i, t^i) = 0$

Ces fonctions spline à deux variables sont appelées fonctions du type plaque mince, car la quantité $J(\sigma)$ minimisée est l'énergie de flexion d'une plaque mince. La minimisation de l'énergie de flexion garantit un aspect "lisse" de la fonction σ.

L'identification de $\sigma(t)$ consiste à déterminer les n + 3 coefficients α, β, γ et $\lambda_i (i = 1,n)$, d'après les conditions suivantes :

. la fonction $\sigma(t)$ passe pour tous les n points :
  n équations $\sigma(t^i) = z_i$

. 3 équations supplémentaires liées à la condition d'existance de $\mathcal{J}(\sigma)$: $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 0$, $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i = 0$ $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i y_i = 0$

I.3.2) Calcul de la lame d'eau par la methode spline :

Le calcul de la lame d'eau moyenne sur un bassin versant est en fait une intégration sur le domaine du bassin (D). On remarque que la valeur vraie de la lame d'eau est :

$$Z = \int_D z(t)\,dt$$

On va estimer la pluie moyenne par une approximation analytique (spline) :

$$Z' = \int_D \sigma(t)\,dt$$

Cette valeur spline est approché numériquement par :

$$Z^* = \sum_D \sigma(x_i, y_i)$$

La valeur approchée c'est la valeur qui nous servira de référence pour la suite des études. En fait, la valeur spline est un "modèle" déterministe qui dépend d'un choix arbitraire, comme le type de surface, ou d'un critère optimal.

De la même façon, comme on verra au paragraphe suivant, les valeurs Thiessen et moyennes arithmétiques sont des estimées de la vraie lame d'eau moyenne.

Dans notre cas, il s'agit de faire une interpolation des champs horaires de pluie pour le réseau discret connu (réseau de base de 59 stations de mesure de pluie des Cevennes) en ayant une surface calculée par la méthode des fonctions spline à deux variables. Le vecteur des coefficients α, β, γ et $\lambda_i (i = 1, n)$ connu, on peut reconstituer en différents points d'un domaine la valeur de $\sigma(t)$.

Le domaine est constitué par le n stations du réseau de base (n = 59) de coordonnées (x_i, y_i) et de cote z_i) :

z_i = quantité d'eau tombée en une heure à la station i

Pour le calcul de la pluie moyenne "spline", nous avons utilisé les coefficients spline horaires disponibles pour 25 épisodes pluvieux d'automne (1971 à 1979).

La chaine de programmes utilisés pour le calcul de la lame d'eau spline, ainsi que le calcul par moyennes arithmétiques et Thiessen est décrite en annexe (I.3.1).

Le routine d'intégration des surfaces spline fait la somme pour toute la maille d'un domaine discretisé (bassin ou sous-bassin appartenant au réseau de base de 59 stations) et on obtient ainsi une estimation du volume d'eau et de la lame d'eau horaire pour tout le maillage (FIG I.3.1).

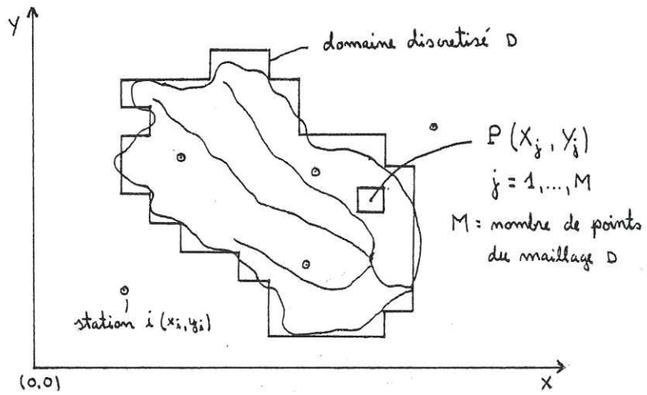


FIG I.3.1 - Schéma de discrétisation du bassin versant

On aurait le volume d'eau total sur le B.V. (domaine D) :

$$V = \iint_D \sigma(x,y)\, dx\, dy$$

donc, si M est le nombre de points du maillage et S est la superficie du bassin versant, on a la lame d'eau moyenne $\overline{Z}$:

$$\overline{Z} = \frac{V}{S} = \frac{1}{S} \sum_{j=1}^{M} \sigma(x_j, y_j)$$

Pour un point $P(X_1, Y_1)$ du maillage, la valeur du volume d'eau sera :

$$\sigma(X_1, Y_1) = \alpha X_1 + \beta Y_1 + \gamma + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i\, k_i(x,y) \qquad \text{(I-3-1)}$$

avec

$$k_i(x,y) = \left[(X_1 - x_i)^2 + (Y_1 - y_i)^2\right] \log\left[(X_1 - x_i)^2 + (Y_1 - y_i)^2\right]$$

Pour chaque station i du réseau de base (i=1,...,n) correspond un coefficient spline λ_i.

On montre que l'estimation de la lame moyenne se ramène à une moyenne pondérée des valeurs mesurées aux n stations. Les pondérations spline ne dépendent que de la composition du réseau et restent les mêmes s'il ne change pas, quelque soit la forme de la surface spline.

En effet, toute surface spline $\sigma(x,y)$ donnée par (I.3.1) peut se décomposer sur la base canonique des fonctions σ_k (k = 1,...,n) qui vérifient :

a) σ_k est une fonction spline

b) $\sigma_k(x_i, y_i) = \delta_{ik}$

La fonction spline de base σ_k (k = 1,...,n) est une fonction spline particulière qui vaut 1 à la station k et zéro en chacune des autres stations. Alors dans un point x_o, y_o :

$$\sigma(x_o, y_o) = \sum_{k=1}^{n} \sigma_k(x_o, y_o)\, z(x_k, y_k)$$

La quantité d'eau tombée sur un domaine D est donc donnée par :

$$z^* = \iint_D \sigma(x,y)\, dx\, dy$$

$$= \sum_{i=1}^{P} \sum_{k=1}^{m} \sigma_k(x_i, y_i)\, z(x_k, y_k) \qquad \text{, P = nombre de points du domaine D}$$

$$= \sum_{k=1}^{m} z(x_k, y_k) \underbrace{\sum_{i=1}^{P} \sigma_k(x_i, y_i)}_{S_k}$$

On a donc :

$$z^* = \sum_{i=1}^{m} S_k\, z(x_k, y_k) \qquad \text{, } S_k \text{ = intégrale de la fonction spline de base sur le domaine}$$

Les pondérations S_k ne dépendent que de la composition du réseau et restent les mêmes s'il ne change pas.

Pour le Gardon d'Anduze, nous avons donc discrétisé et digitalisé le bassin versant, et en travaillant épisode par épisode, nous avons obtenu les lames d'eau horaires spline, ainsi que quelques moyennes arithmétiques et les moyennes Thiessen.

L'objectif de la recherche des moyennes arithmétiques ou de stations isolées est d'essayer de trouver un groupement de stations représentatives ou de stations "témoins" de la lame d'eau sur le bassin versant. En particulier on examinera le cas de quelques stations télétransmises, compte tenu de la facilité de calcul des moyennes arithmétiques respectives dans un système de prévision. Dans ce cas, nous pouvons ainsi dire que l'estimation Thiessen sur ces groupe-

ments n'a pas été faite, car d'après les travaux de J.D CREUTIN (1979) et notre confirmation au niveau horaire (cf paragraphe suivant), elle n'est pas supérieure à la moyenne arithmétique des stations du bassin versant.

On donne une liste des 25 épisodes pluvieux d'automne (FIG I.3.2) dont on a obtenu pour tous les champs de pluie horaire la moyenne "spline", la moyenne Thiessen et 26 groupes de moyennes arithmétiques. Chaque groupement de stations pour les moyennes arithmétiques contient des stations du bassin versant ou de son voisinage et 11 cas correspondent à des stations isolées (groupes avec 1 seule station du bassin versant).

FIG I.3.2 - Liste des épisodes, dates de début et fin

Episode pluvieux	Date début	Date fin	Durée (jours)
7110	19.09.71	20.09.71	2
7210	10.10.72	13.10.72	4
7220	25.10.72	28.10.72	4
7230	04.09.72	07.09.72	4
7310	20.09.73	21.09.73	2
7320	01.10.73	03.10.73	3
7330	02.11.73	06.11.73	5
7410	16.09.74	20.09.74	5
7420	14.11.74	18.11.74	5
7510	09.09.75	18.09.75	10
7520	29.09.75	01.10.75	3
7610	28.08.76	31.08.76	4
7620	11.09.76	12.09.76	2
7630	27.09.76	02.10.76	6
7640	10.10.76	14.10.76	5
7650	23.10.76	29.10.76	7
7660	08.11.76	12.11.76	5
7710	28.07.77	30.07.77	3
7720	25.08.77	27.08.77	3
7730	04.10.77	07.10.77	4
7740	19.10.77	23.10.77	5
7750	25.10.77	27.10.77	3
7910	03.10.79	07.10.79	5
7920	10.10.79	16.10.79	7
7930	22.10.79	28.10.79	7

I.3.3) Comparaison avec autres methodes

Le réseau pluviométrique du bassin versant du Gardon d'Anduze est assez dense (11 stations sur 545 km²) et le calcul de la lame d'eau moyenne par l'interpolation spline dans cette région ne pose pas des problèmes quant aux effets de bord de calage de la fonction spline, car le réseau de 59 stations couvre une zone bien plus étendue que celle du bassin.

En ayant donc cette "vraie" lame d'eau horaire, il nous semble intéressant de la comparer avec les méthodes d'estimation plus simples, mais qui du point de vmue opérationnel sont importantes (pour évaluations rapides, par exemple).

Dans le calcul de la lame d'eau par moyenne arithmétique, on utilise les stations situées sur le bassin versant ou sur son voisinage, en affectant un poids équivalent à chacune des stations :

$$\bar{z}(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} z(x_i, y_i, t)$$

où :

$z(x_i, y_i, t)$ = pluie tombée à la station i (de coordonnées géographiques x_i et y_i) entre les instants $t-\Delta t$ et t

n = nombre de stations retenues (sur le bassin versant ou sur son voisinage).

Dans la méthode de Thiessen, on affecte des poids différents $\left(\frac{S_i}{S_T}\right)$ à chacune des stations retenues appartenant au domaine où à son voisinage. La pluie sur un point est donc considérée égale à la valeur mesurée à la station la plus proche ("le plus proche voisin"). On donne (FIG I.3.3) l'exemple de la discretisation et du maillage de Thiessen pour le bassin du Gardon d'Anduze.

On a :

$$\bar{z}(t) = \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{S_i}{S_T}\right) z(x_i, y_i, t)$$

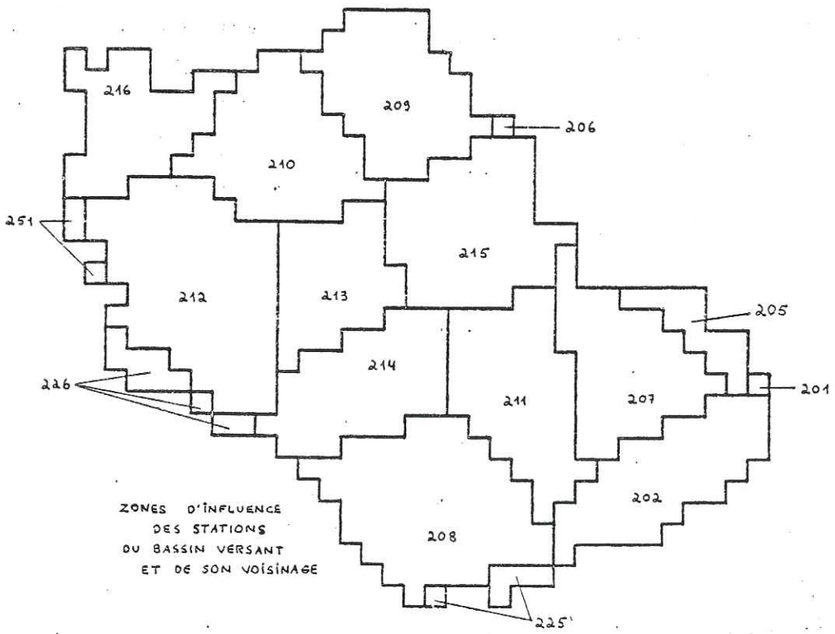
où :

S_i = superficie du bassin située à l'intérieur d'une "zone d'influence" de la station i

S_T = superficie totale du bassin versant

n = nombre de voisins retenus

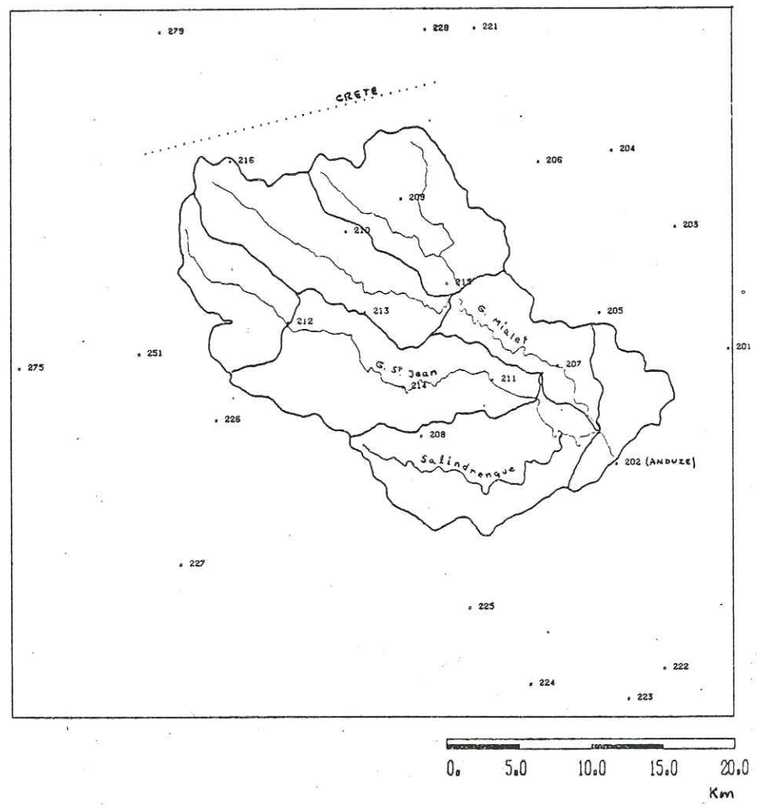
FIG. I.3.3 - DISCRETISATION ET MAILLAGE DE THIESSEN POUR LE B.V. DU GARDON D'ANDUZE



Un tableau contenant approximativement 2380 heures de pluies spline, moyennes arthmétiques et moyennes Thiessen pour les épisodes décrits nous a permis de faire une comparaison entre les 3 méthodes.

Nous avons fait une étude de corrélation entre les 3 Moyennes, pour essayer de trouver le groupe le plus représentatif du bassin, c'est à dire celui dont la moyenne se rapproche le mieux de la moyenne spline. Les 15 groupes de stations ont été choisis de façon à couvrir des positions géographiques distinctes, par rapport à la ligne de crète. Les groupements sont donc constitués de stations du haut, du moyen et/ou du bas bassin (FIG I.3.4).

FIG. I.3.4 - CARTE DU B.V (position des stations)



BASSIN VERSANT DU GARDON D'ANDUZE

Dans l'étude de corrélation nous avons adopté le seuil de 1,50 mn pour éviter la présence des faibles valeurs et les valeurs nulles (assez nombreuses) des champs horaires de pluie, qui peuvent masquer la corrélation. Les résultats sont montrés dans les figures (I.3.5) et (I.3.6).

I - GROUPES DE STATIONS AVEC 1 STATION

Nom du groupe	R	station
M 202	0.35	Anduze
M 207	0.53	Mialet
M 208	0.66	Soudorgues
M 209	0.63	St Germain de Colbert
M 210	0.56	Fabrègues
M 211	0.76	St Jean du Gard
M 212	0.53	St André de Valborgne
M 213	0.73	St Roman du Tousque
M 214	0.79	St Martin de Corconac
M 215	0.77	St Etienne vallée Fra.
M 216	0.25	Barre des Cevennes

Figure I.3.5a

N° Station	Nom
201	Alès
202	Anduze
204	Ste Cécile
205	St Paul la Coste
206	Collet de Dèze
207	Mialet
208	Soudorgues
209	St Germain de Colbert
210	Fabrègues
211	St Jean du Gard
212	St André de Valborgne
213	St Roman du Tousque
214	St Martin de Corconac

N° Station	Nom
215	St Etienne Vallée Fse
216	Barre des Cevennes
220	Malons
222	Rouvière
223	Quissac
224	Ceyrac
225	St Hippolite du Fort
226	Valleraugue
227	Le Vigan
228	St Maurice de Ventalon
252	Nîmes
258	Sommières

I - COEFFICIENTS DE CORRELATION ENTRE LA MOYENNE SPLINE DU BASSIN ET MOYENNES ARITHMETIQUES ET THIESSEN (SEUIL = 1,50 mm)

I-1) GROUPES DE STATIONS AVEC PLUS DE 1 STATION

Nom du groupe	R	Groupes de stations															OBS.
MA 01	0.85	202	208	210	213	219											
MA 02	0.86	202	204	208	213												4 stations télétransmises
MA 03	0.55	202	210														2 stations (1 en haut B.V. autre en bas B.V.)
MA 04	0.94	202	210	211	213	208											3 stations bas B.V+1 moyen B.V.+1 haut B.V
MA 05	0.76	202	215														1 station bas B.V.+1 moyen B.V.
MA 06	0.81	204	205	208	213	220	222	223	224	225	227	252					10 stations télétransmises (223 proche de vic fesg)+1 hors domaine (205)
MA 07	0.78	201	202	204	205	208	213	220	222	223	224	225	227	228	252	258	13 stations télétransmises +2 hors domaine(205, 258)
MA 08	0.87	201	208	216	206	226	211										202 proche de Pont de Ners - 201 proche de Deaux 223 " Vic le Fesg- 228 proche Croix Berthel
MA09	0.81	208	202	211													3 stations bas B.V.
MA 10	0.90	214	213	215	205												4 stations moyen B.V. (1 hors domaine)
MA 11	0.75	212	210	209													3 stations haut B.V.
MA 12	0.90	208	215	213													2 stations moyen B.V+1 bas B.V.
MA 13	0.81	202	215	216													1 station bas B.V+1 moyen B.V.+1 haut B.V.
MA 14	0.90	225	226	210	215	211	201										6 stations du bas et moyen B.V.(3 hors domaine)
MA 15	0.99	202	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216					11 stations du domaine
MTHI	>0.99	THIESSEN															

Fig. I·3·5b

ETUDE DE CORRELATION ENTRE MSPL ET MTHI

VARIABLE	MOYENNE	VARIANCE	COEF. DE CORRELATION	NOMBRE DE COUPLES	SEUIL
MSPL	5.16847E+00	1.52424E+01	1.00	679	1.50
MTHI	5.22318E+00	1.67116E+01			

REGRESSION Y/X	PENTE	ORDONNEE ORIGINE	VARIANCE RESIDUELLE	VALEUR Y POUR X=BORNE INF. DE X
MSPL /MTHI	9.5161E-01	1.9806E-01	1.09136E-01	1.6350E+00
MTHI /MSPL	1.0433E+00		1.19656E-01	1.4375E+00

ECHELLE AXE HORIZONTAL =6.74200E-01 ECHELLE AXE VERTICAL =7.24400E-01

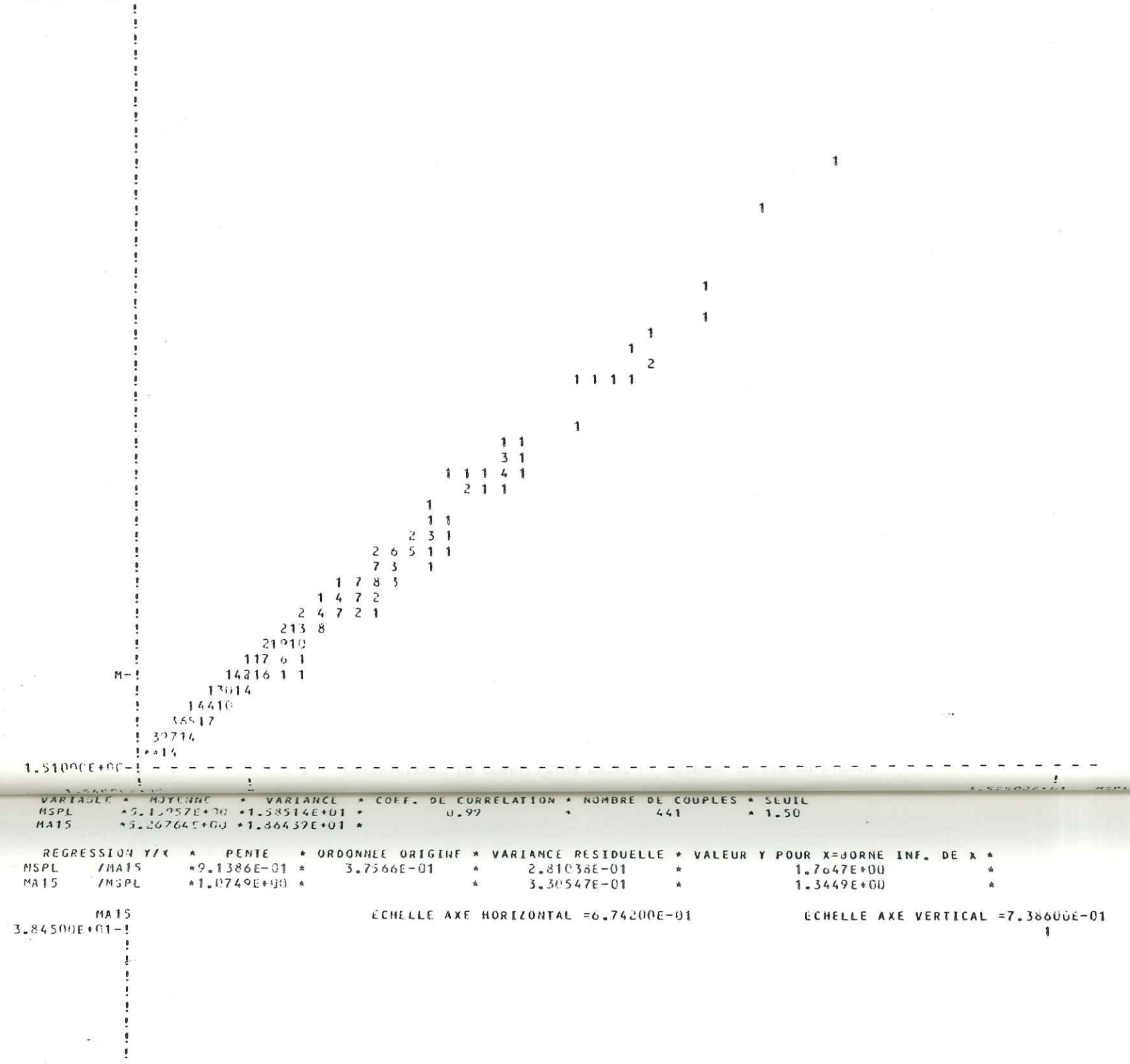


Fig. I.3.6a

NUAGE SPLINE ET THIESSEN

VARIABLE	MOYENNE	VARIANCE	COEF. DE CORRELATION	NOMBRE DE COUPLES	SEUIL
MSPL	5.12957E+00	1.58514E+01	0.99	441	1.50
MA15	5.26764E+00	1.36439E+01			

REGRESSION Y/X	PENTE	ORDONNEE ORIGINE	VARIANCE RESIDUELLE	VALEUR Y POUR X=BORNE INF. DE X
MSPL /MA15	9.1386E-01	3.7366E-01	2.81038E-01	1.7647E+00
MA15 /MSPL	1.0749E+00		3.30547E-01	1.3449E+00

ECHELLE AXE HORIZONTAL =6.74200E-01 ECHELLE AXE VERTICAL =7.38600E-01

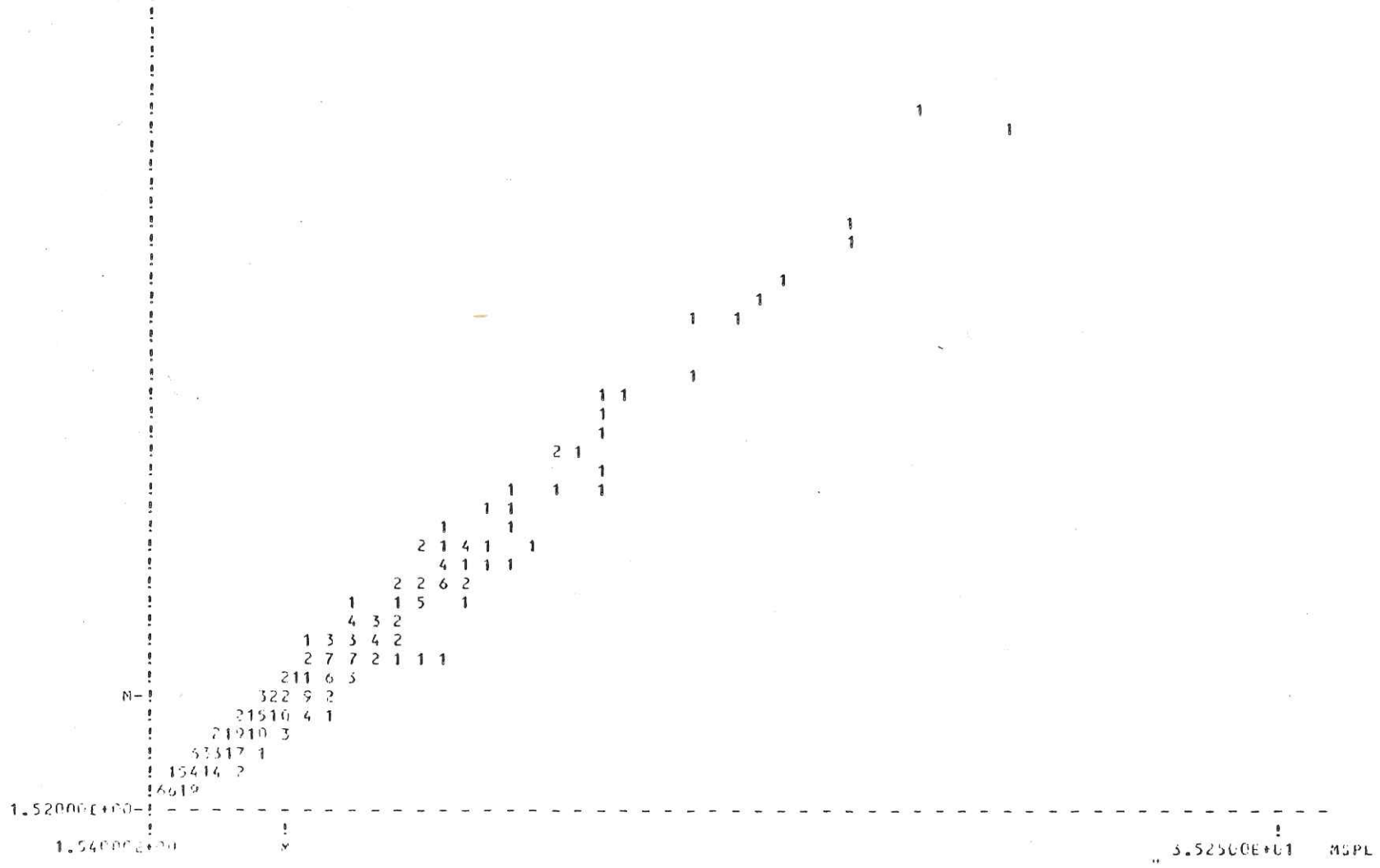


Fig. I.3.6b

NUAGE SPLINE ET MA-15

Nous avons trouvé pour approx. 700 couples de valeurs supérieures à 1,50 mm, une très bonne corrélation entre spline et Thiessen (> 0,99).

Un même résultat est obtenu entre spline et le groupe MA15, moyenne arithmétique de 11 stations du domaine. Ces résultats ne sont pas étonnants, vu la forte densité du réseau du Gardon d'Anduze.

A part ces deux cas, les coefficients de corrélation entre les autres groupes et la moyenne spline se trouvent entre 0,25 et 0,94. Le premier cas est celui de la station isolée Barre des Cévennes (haut B.V.) et le deuxième correspond au groupe MAØ4 constitué de 5 stations (Anduze, Soudorgues et Saint Jean du Gard du bas B.V. ; Saint Roman de Tousque du moyen B.V. ; et Fabrègues du haut B.V.)

Les corrélations les plus faibles avec spline correspondent aux groupes constitués d'une seule station de mesure (station isolée).

Sauf Thiessen et la moyenne de 11 stations du bassin, les meilleurs résultats sont présentés par les groupements du moyen et du bas bassin versant (entre 0,90 et 0,94).

Cependant, si on utilise que 2 stations, comme c'est le cas du groupe MAØ3 constitué d'une station en haut B.V. (Fabrègues) et d'autre en bas B.V. (Anduze), la corrélation tombe à 0,55.

Le calcul des moyennes artihmétiques et la comparaison avec la moyenne spline nous permet ainsi d'avoir une idée de quels groupes retenir pour des calculs rapides. En particulier, il faut remarquer le résultat pour les 4 stations télétransmises, donc disponibles en temps réel pour la prévision. Nous avons trouvé une corrélation r = 0,86, ce qui donne 74 % de variance expliquée par la corrélation avec spline pour ce groupement MAØ2 (Soudorgues, St. Roman de Tousque, Anduze et Ste. Cecile d'Andorge, celle-çi hors domaine).

Il faut préciser que cette partie n'est qu'une étape préalable de l'étude. En fait, on avait nécessité d'avoir les données de pluie le plus rapidement possible pour l'étude des modèles pluie-débit. Ce qu'il aurait fallu faire est adopter l'approche géostatistique: utiliser le variogramme ou le corrélogramme climatologique (cf. C. OBLED et D. CREUTIN - 1979 - réf. 2)

I.3.4) Conclusions et aperçus sur l'erreur d'estimation de la lame d'eau moyenne :

En utilisant la méthode d'interpolation spline on a obtenu une estimation de la lame d'eau que l'on pense être la meilleure possible avec les données disponibles. Nous avons donc choisi la pluie "spline" comme l'entrée du système bassin versant pour les études de la relation pluie-débit. On remarque que, surtout au niveau horaire, la méthode spline est facile à mettre en oeuvre, une fois les coefficients spline déterminés.

Pour le bassin versant du Gardon d'Anduze les conclusions de l'étude de comparaison entre la moyenne spline, considérée comme la "vraie" lamme d'eau, et les moyennes arithmétiques et Thiessen sont données au paragraphe précédent. Il faut remarquer que pour le B.V. du Gardon, avec un réseau assez dense et une surface relativement grande, les 3 méthodes ont tendance à converger (m. arithmétique de 11 stations sur 545 km²). Par contre, si on prend une m. arithmétique de 2 stations (une du haut, l'autre du bas B.V.) on a une mauvaise estimation. Ceci montre l'importance de connaître la morphologie du système pluvieux, avant de faire le choix des stations représentatives pour la prévision.

Finalement, les résultats obtenus sont tout à fait propres au réseau et à un bassin spécifique. Pour d'autres réseaux morphologiquement différents, les conclusions peuvent être, bien sûr, différentes.

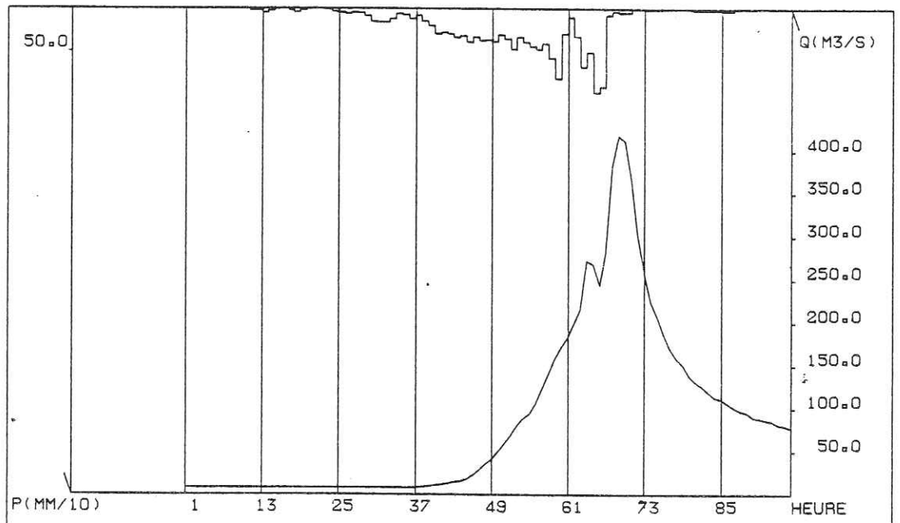
En ce qui concerne l'erreur d'estimation commise, on remarque que la méthode spline ne donne pas directement la variance de l'erreur d'estimation, au contraire des méthodes statistiques de Gandin ou de krigeage. Cependant, T. LEBEL (1983) a montré qu'en utilisant un variogramme calé pour les pluies horaires, il était possible de déterminer cette erreur d'estimation.

Si on adopte un modèle de variogramme avec portée, l'écart type d'estimation est compris entre 9,0 % pour une portée de 30 kms, et 11,0 % pour une portée de 20 kms, lorsqu'on utilise le réseau complet (59 stations). Par contre, si l'estimation est effectuée avec un réseau télétransmis de 13 stations (dont 2 appartiennent au bassin), l'écart type d'estimation est compris entre 29 % et 37 %.

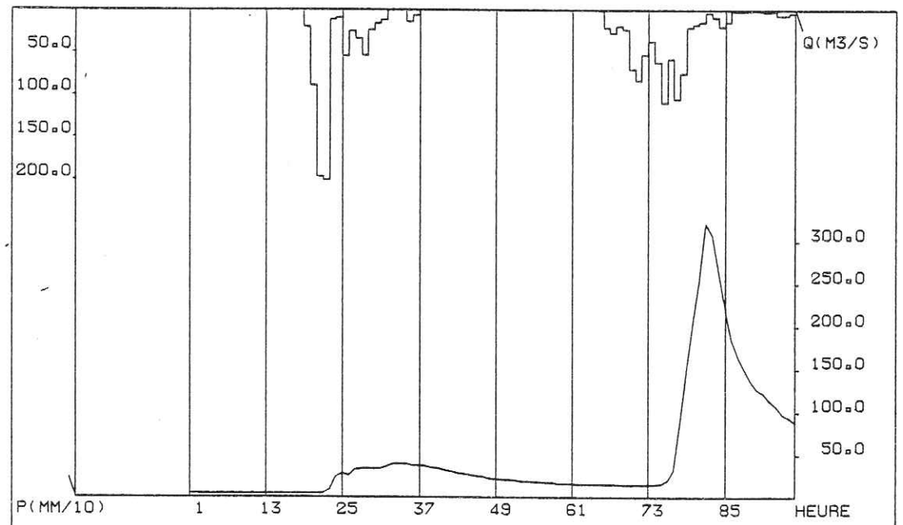
ANNEXE I.2.1

HYDROGRAMMES ET HYETOGRAMMES

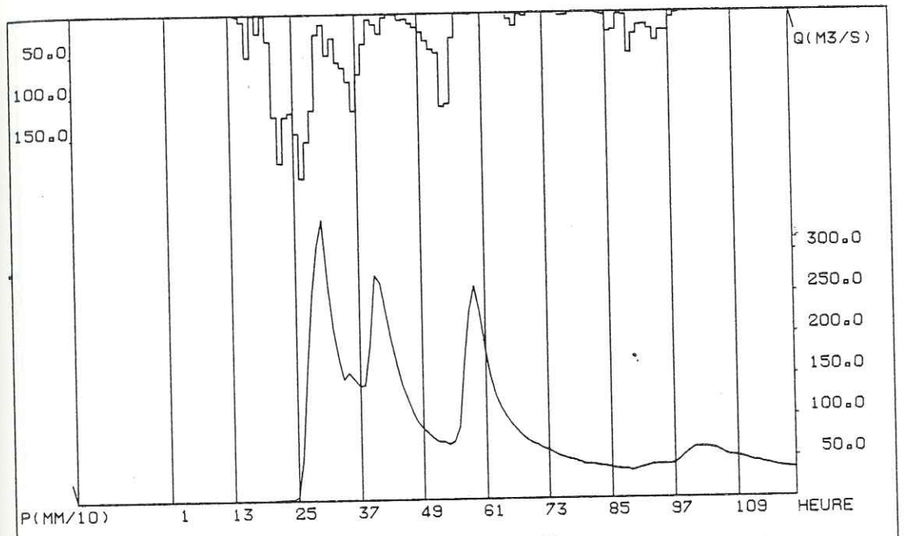
DES EPISODES DU GARDON D'ANDUZE



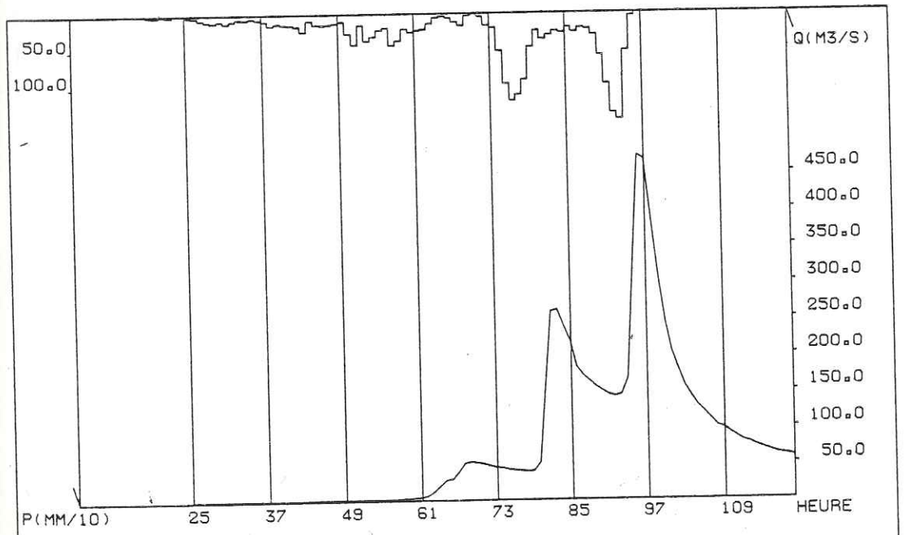
EPISODE N.7220 HDEB = 2 HFIN = 96
QO = 8.101 M3/S
QMAX = 418.486 M3/S PMAX = 97.900 DIX.MM.



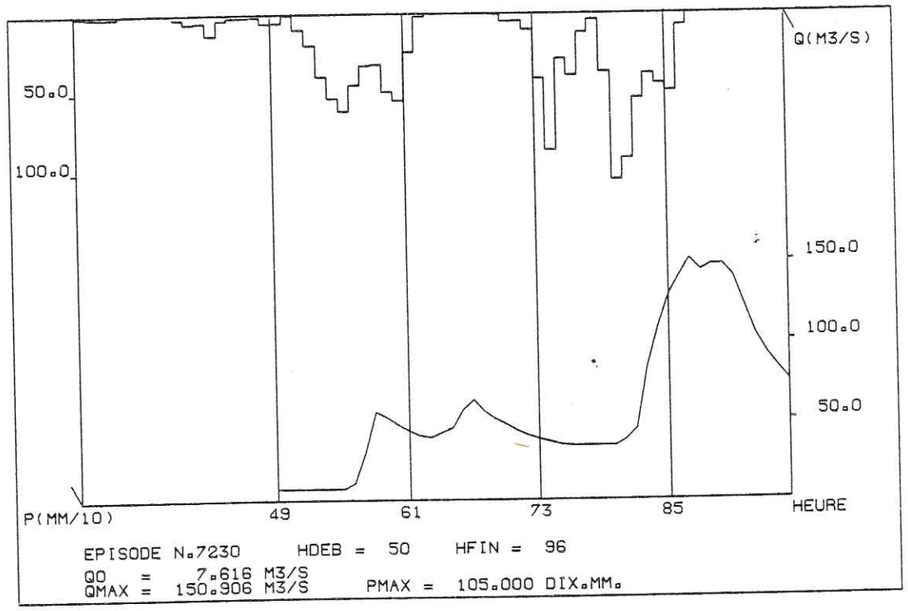
EPISODE N.7210 HDEB = 2 HFIN = 96
QO = 5.084 M3/S
QMAX = 321.609 M3/S PMAX = 200.900 DIX.MM.

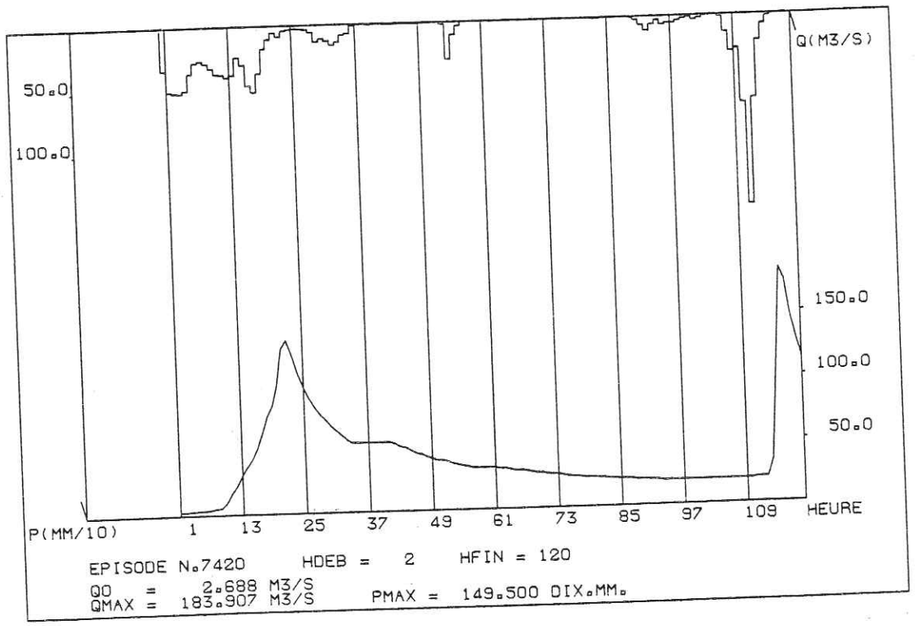


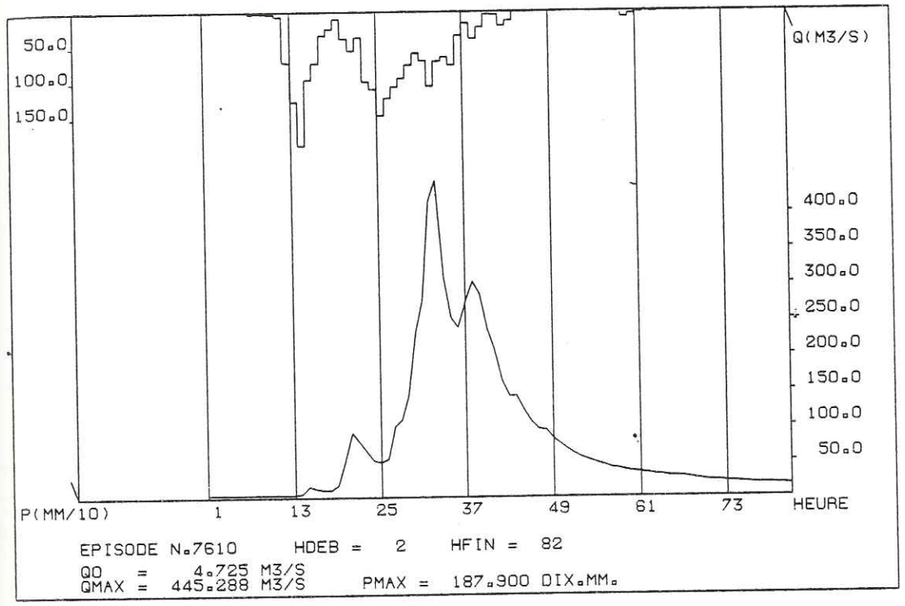
EPISODE N.7410 HDEB = 2 HFIN = 120
QO = 1.100 M3/S
QMAX = 341.099 M3/S PMAX = 199.400 DIX.MM.

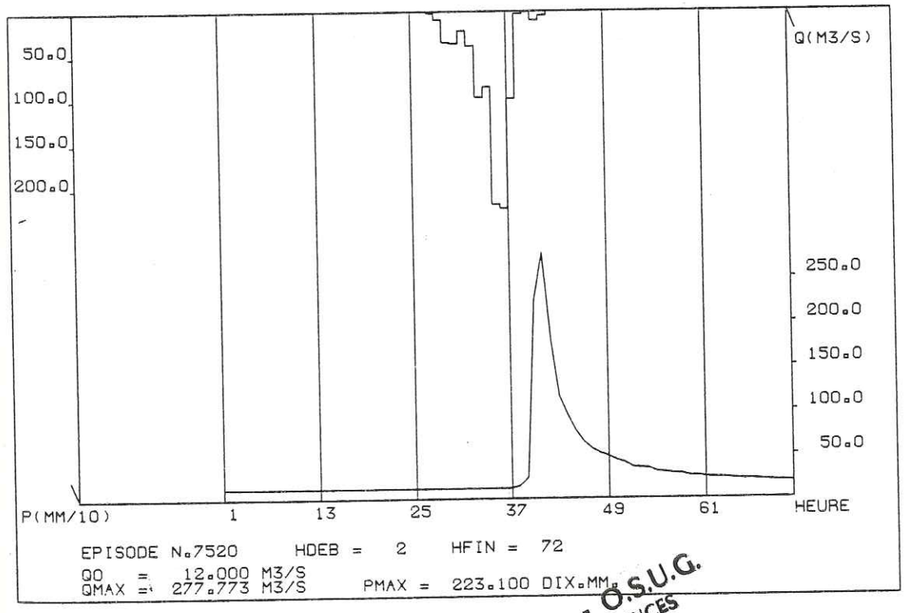


EPISODE N.7330 HDEB = 26 HFIN = 120
QO = 1.801 M3/S
QMAX = 471.959 M3/S PMAX = 147.100 DIX.MM.

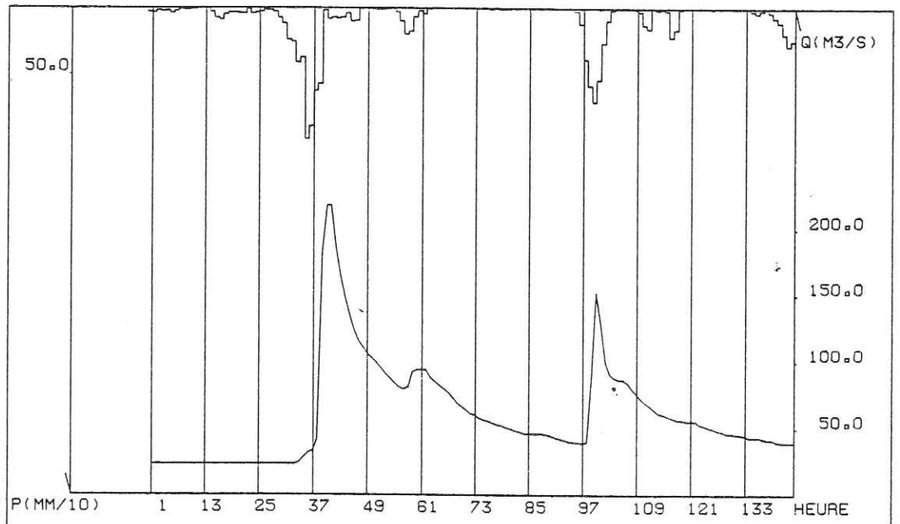




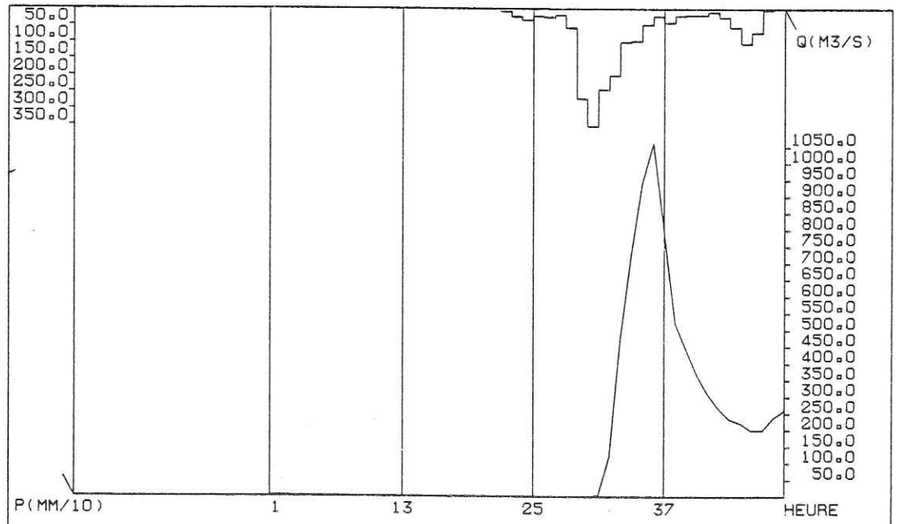




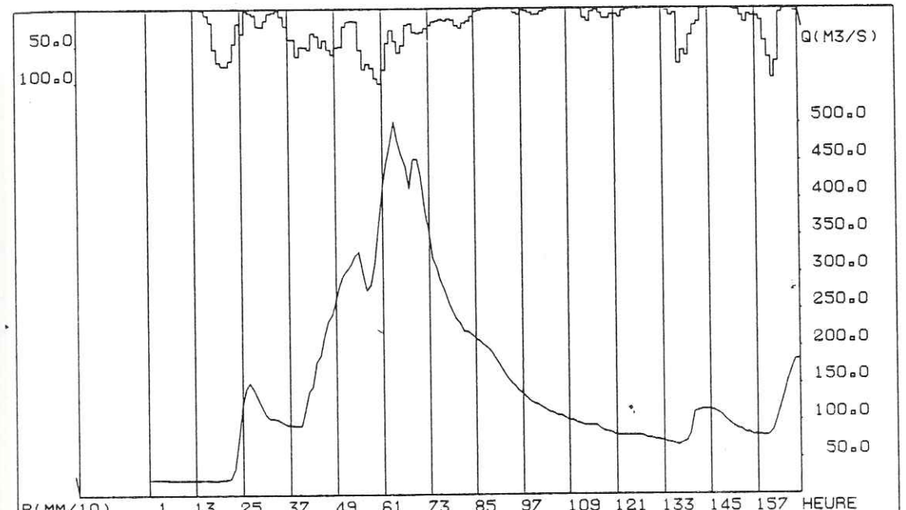
22 AOUT 2003
Univ. J. Fourier - O.S.U.G.
MAISON DES GEOSCIENCES
DOCUMENTATION
B.P. 53
F. 38041 GRENOBLE CEDEX
Tél. 04 76 63 54 27 - Fax 04 76 51 40 58
Mail : ptalour@ujf-grenoble.fr



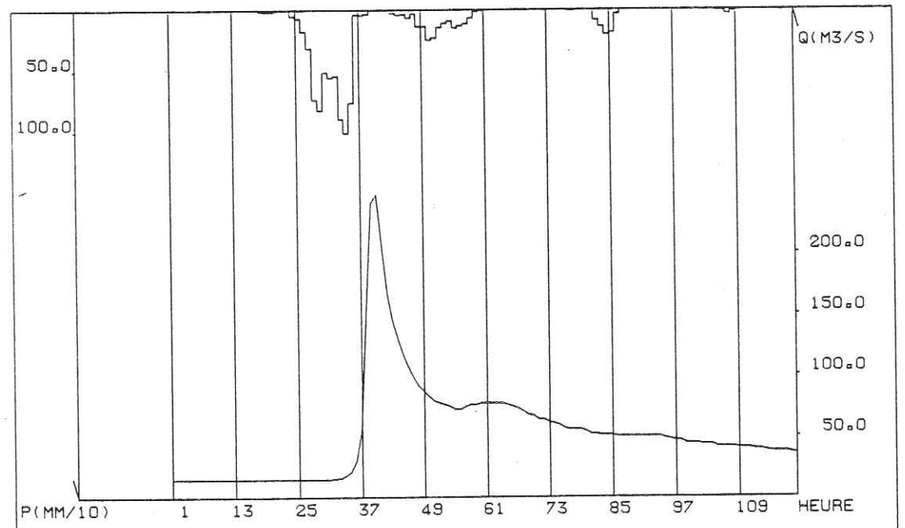
EPISODE N.7630 HDEB = 2 HFIN = 144
QO = 23.267 M3/S
QMAX = 217.782 M3/S PMAX = 98.900 DIX.MM.



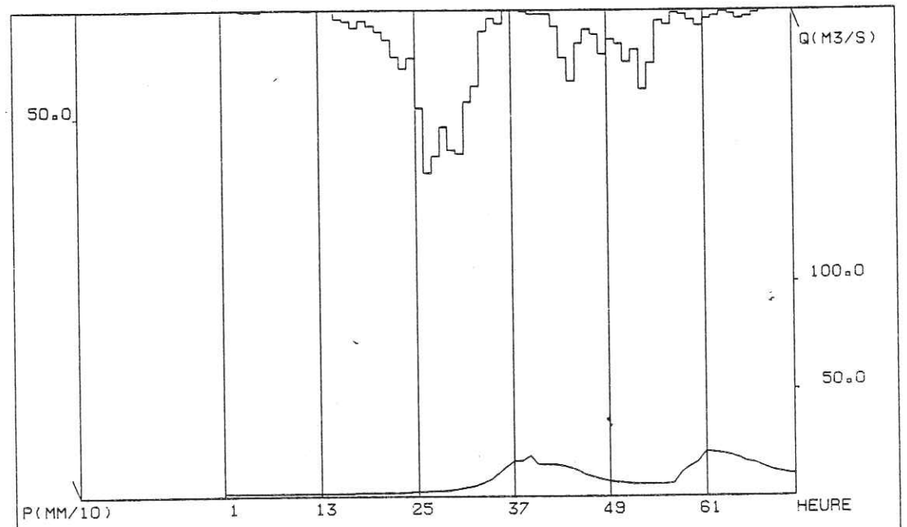
EPISODE N.7620 HDEB = 2 HFIN = 48
QO = 3.756 M3/S
QMAX = 1061.350 M3/S PMAX = 352.500 DIX.MM.



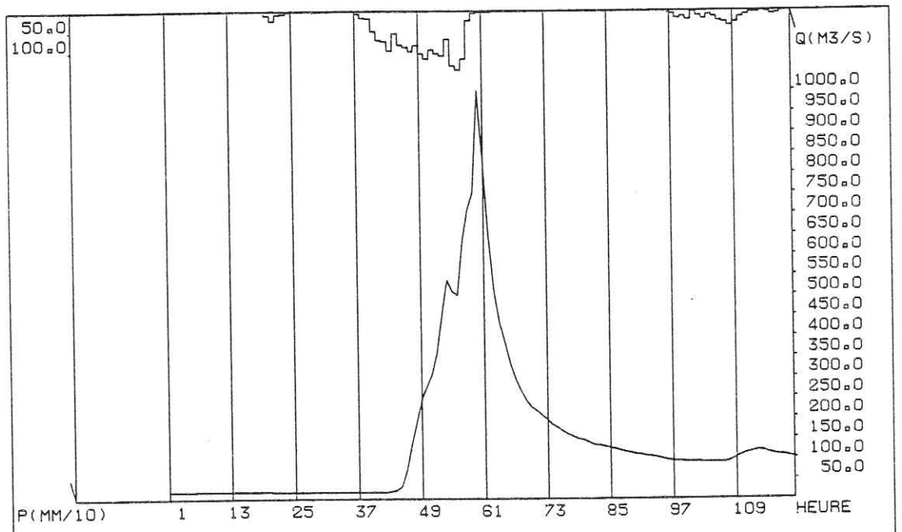
EPISODE N.7650 HDEB = 2 HFIN = 168
QO = 21.167 M3/S
QMAX = 503.348 M3/S PMAX = 101.800 DIX.MM.



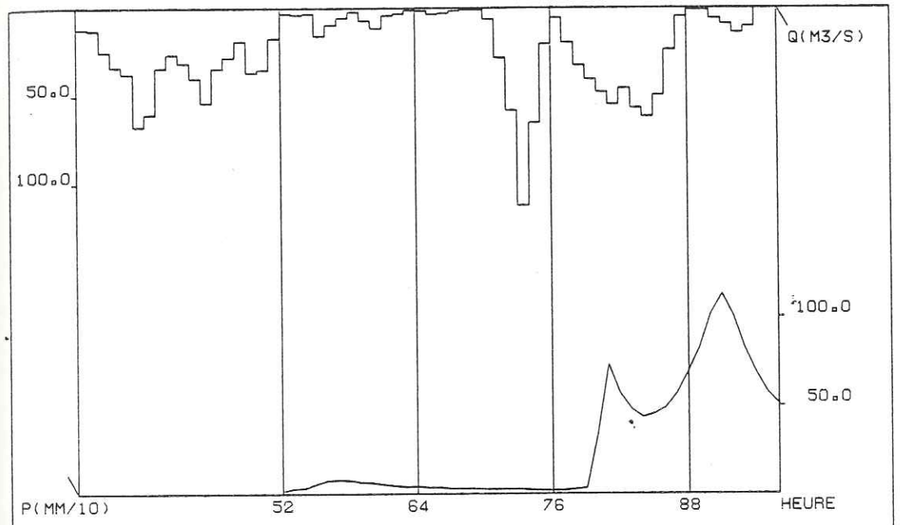
EPISODE N.7640 HDEB = 2 HFIN = 120
QO = 15.035 M3/S
QMAX = 247.593 M3/S PMAX = 101.100 DIX.MM.



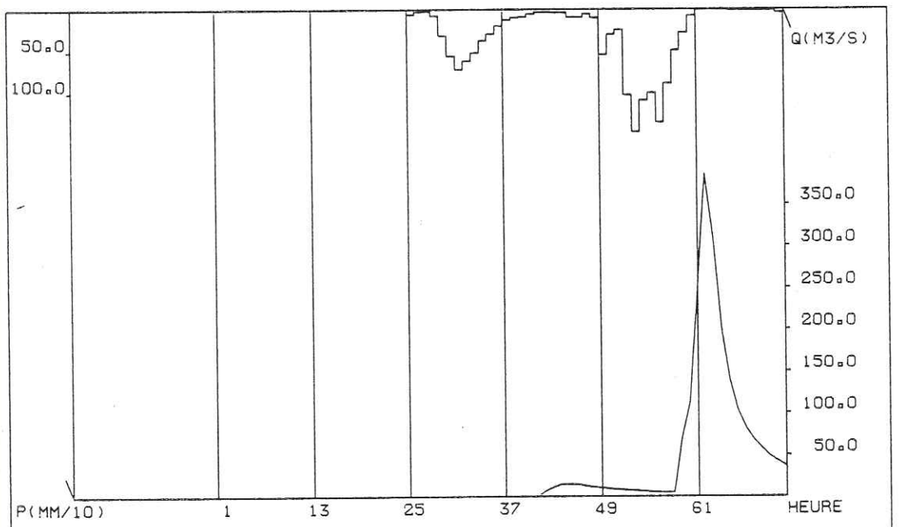
EPISODE N.7710 HDEB = 2 HFIN = 72
QO = 1.801 M3/S
QMAX = 21.167 M3/S PMAX = 75.800 DIX.MM.



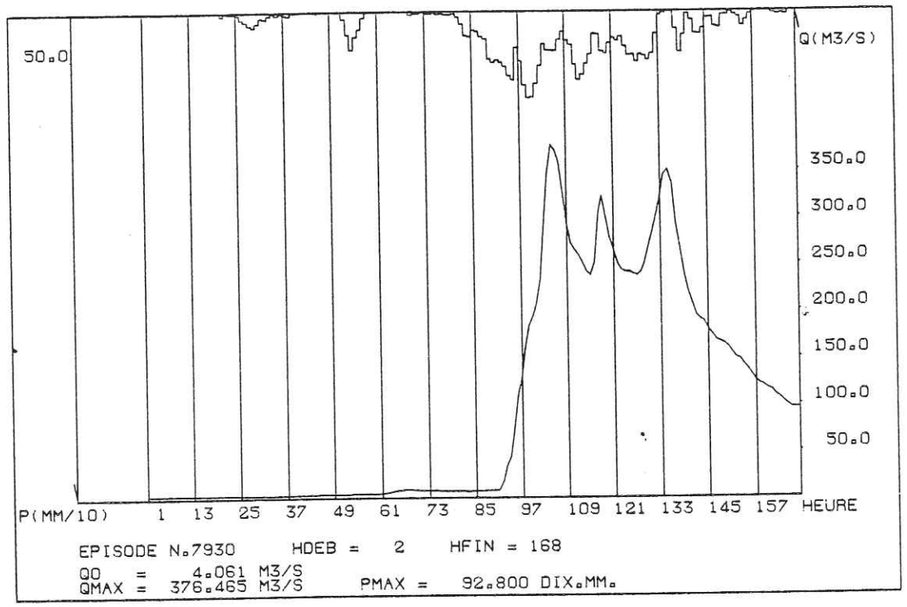
EPISODE N.7660 HDEB = 2 HFIN = 120
QO = 19.187 M3/S
QMAX = 1002.054 M3/S PMAX = 145.200 DIX.MM.

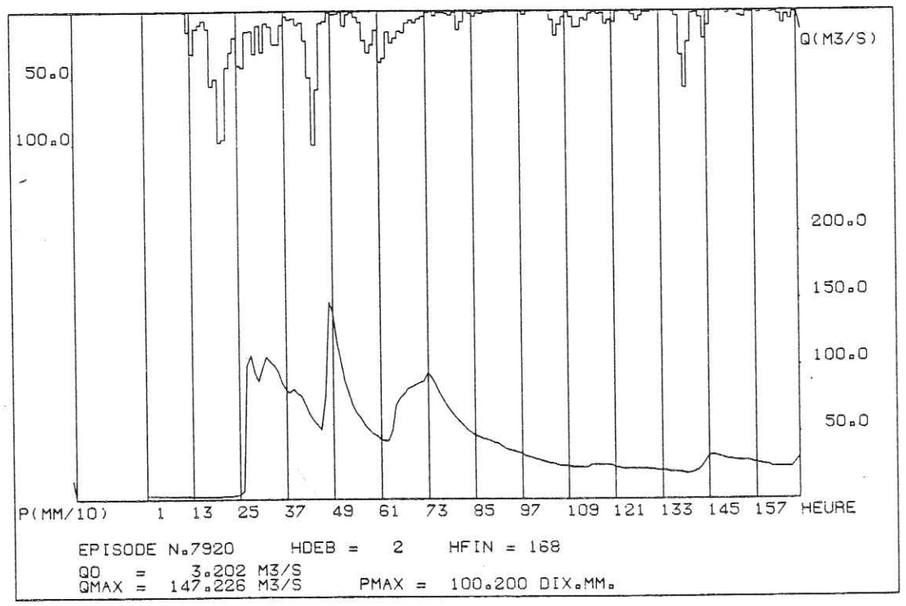


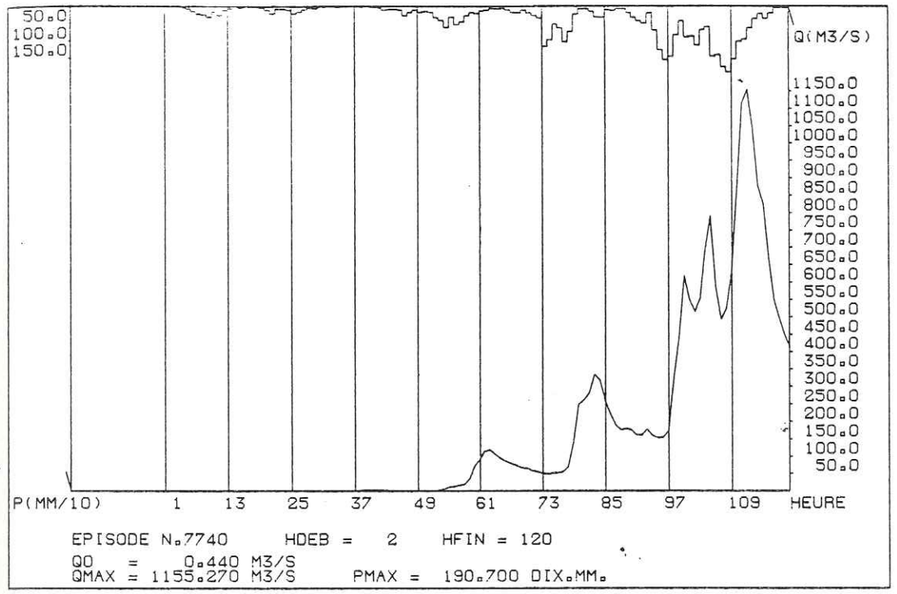
EPISODE N.7730 HDEB = 53 HFIN = 96
QO = 1.801 M3/S
QMAX = 112.775 M3/S PMAX = 111.900 DIX.MM.



EPISODE N.7720 HDEB = 2 HFIN = 72
QO = 0.550 M3/S
QMAX = 385.692 M3/S PMAX = 146.800 DIX.MM.

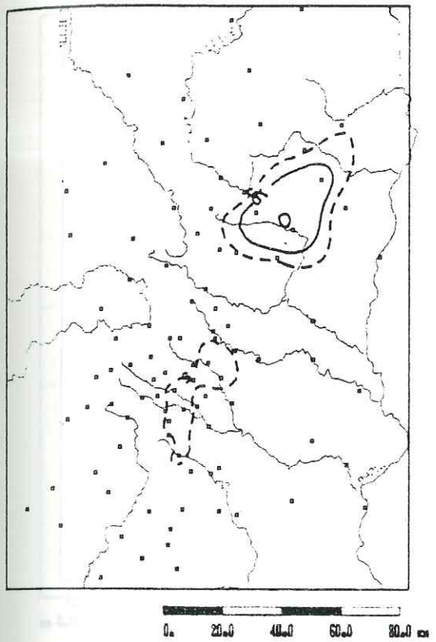

Q(M3/S)
50.0
350.0
300.0
250.0
200.0
150.0
100.0
50.0
P(MM/10)
1 13 25 37 49 61 73 85 97 109 121 133 145 157
HEURE
EPISODE N.7930 HDEB = 2 HFIN = 168
QO = 4.061 M3/S
QMAX = 376.465 M3/S PMAX = 92.800 DIX.MM.


Q(M3/S)
50.0
100.0
200.0
150.0
100.0
50.0
P(MM/10)
1 13 25 37 49 61 73 85 97 109 121 133 145 157
HEURE
EPISODE N.7920 HDEB = 2 HFIN = 168
QO = 3.202 M3/S
QMAX = 147.226 M3/S PMAX = 100.200 DIX.MM.

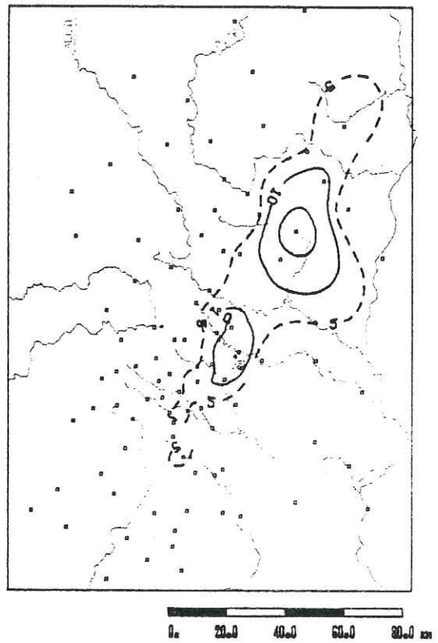

50.0
100.0
150.0
Q(M3/S)
1150.0
1100.0
1050.0
1000.0
950.0
900.0
850.0
800.0
750.0
700.0
650.0
600.0
550.0
500.0
450.0
400.0
350.0
300.0
250.0
200.0
150.0
100.0
50.0
P(MM/10)
1 13 25 37 49 61 73 85 97 109
HEURE
EPISODE N.7740 HDEB = 2 HFIN = 120
QO = 0.440 M3/S
QMAX = 1155.270 M3/S PMAX = 190.700 DIX.MM.

A N N E X E I . 2 . 2

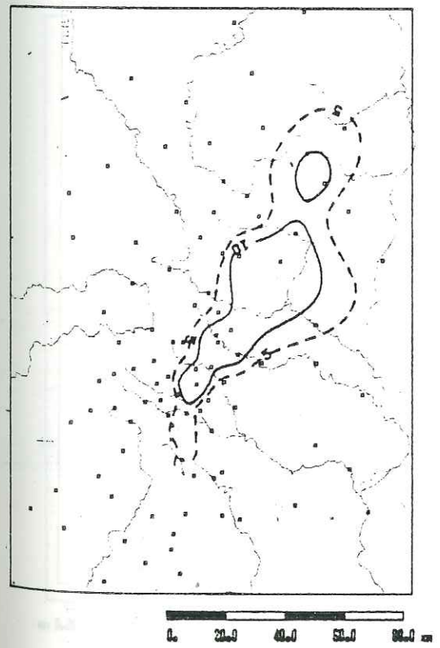
ISOHYETES DE L'EPISODE DE 1976



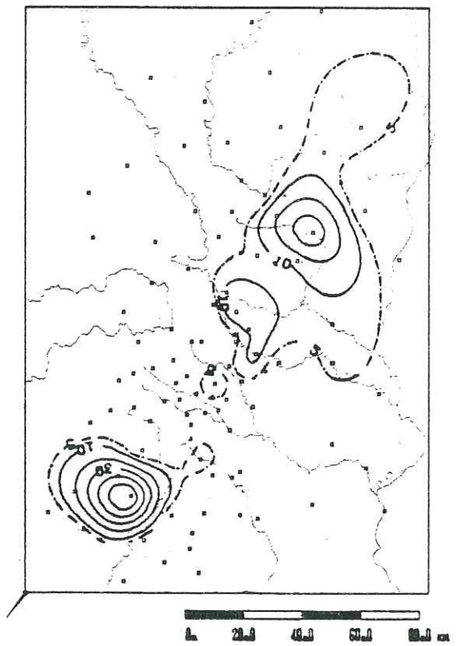
VENNES: EPISODE 7620 LE 12. 9.76 DE 0 A 1H.



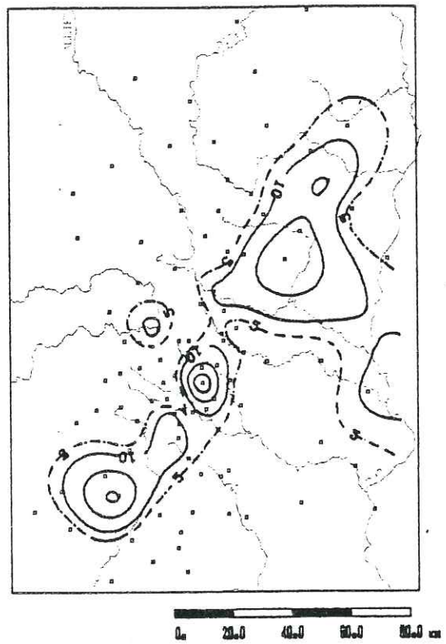
CEVENNES: EPISODE 7620 LE 12. 9.76 DE 1 A 2H.



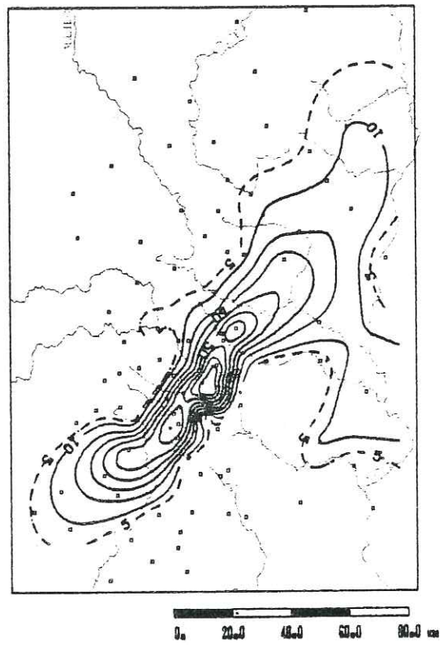
VENNES: EPISODE 7620 LE 12. 9.76 DE 2 A 3H.



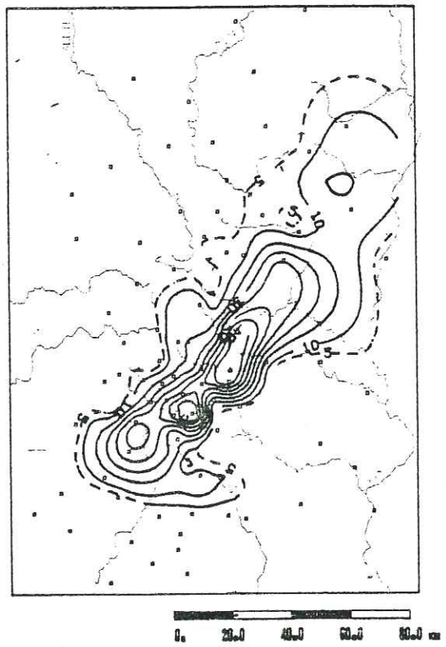
CEVENNES: EPISODE 7620 LE 12. 9.76 DE 3 A 4H.



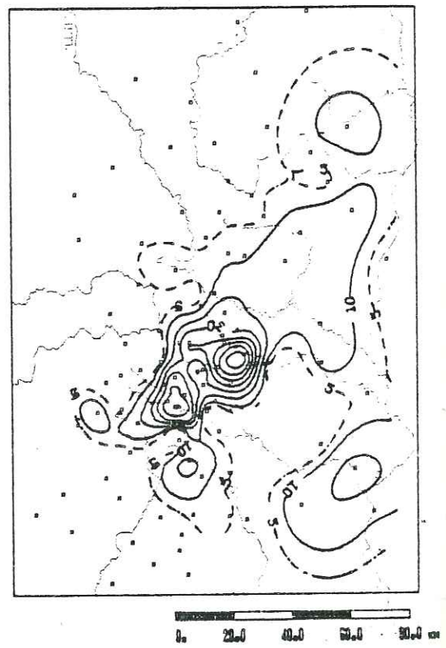
CEVENNES : EPISODE 7620 LE 12. 9.76 DE 4 A 5H.



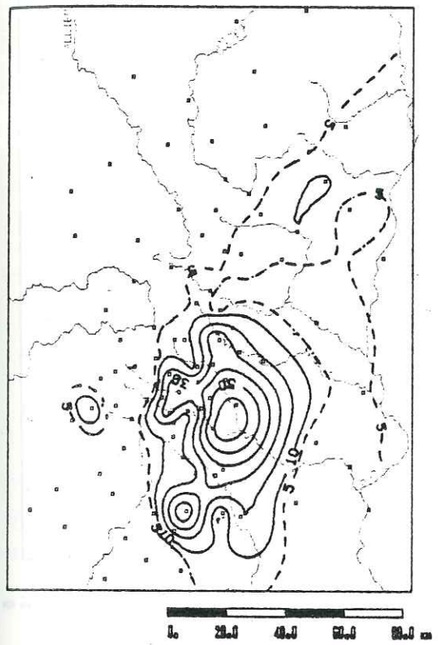
CEVENNES : EPISODE 7620 LE 12. 9.76 DE 5 A 6H.



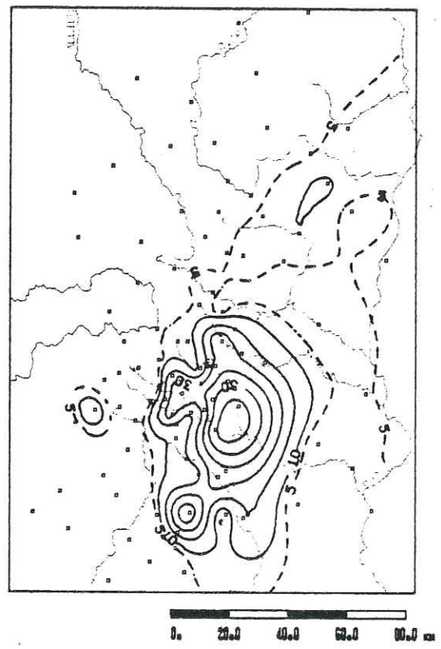
CEVENNES : EPISODE 7620 LE 12. 9.76 DE 6 A 7H.



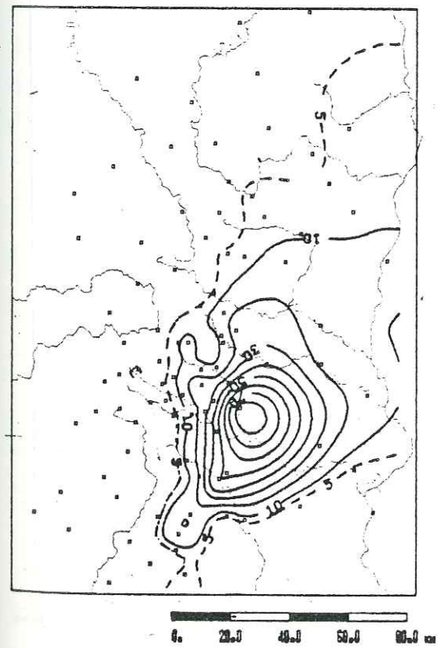
CEVENNES : EPISODE 7620 LE 12. 9.76 DE 7 A 8H.



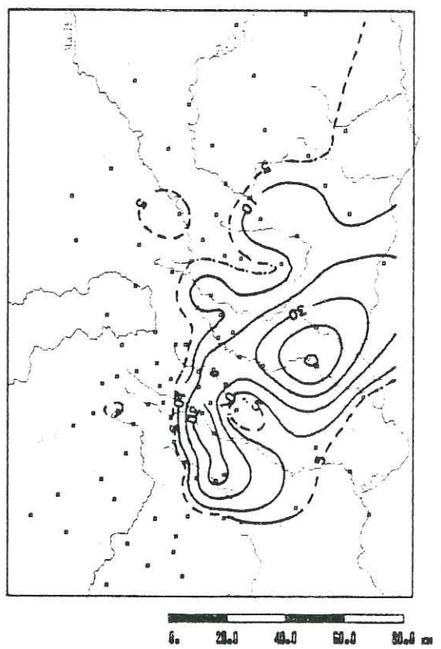
CEVENNES : EPISODE 7620 LE 12. 9.76 DE 8 A 9H.



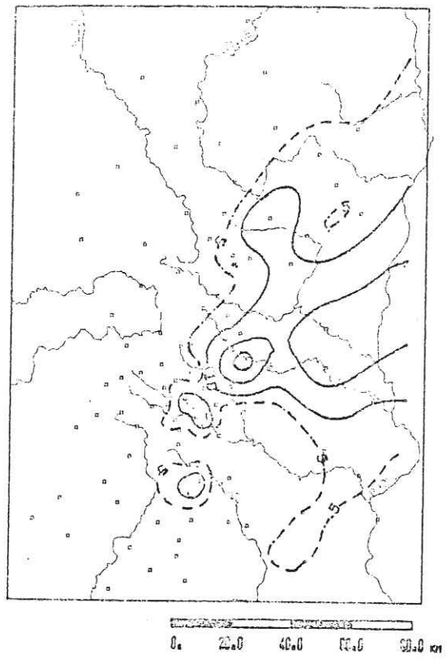
CEVENNES : EPISODE 7620 LE 12. 9.76 DE 8 A 9H.



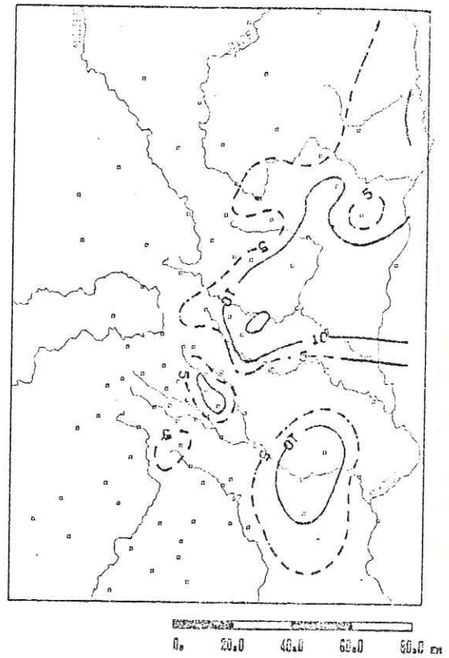
CEVENNES : EPISODE 7620 LE 12. 9.76 DE 9 A 10H.



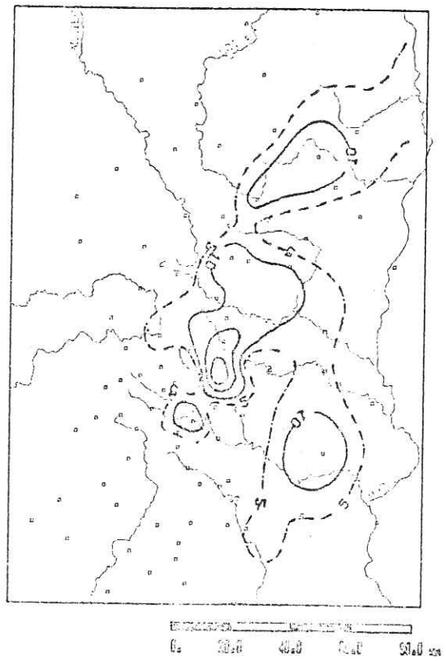
CEVENNES : EPISODE 7620 LE 12. 9.76 DE 10 A 11H.



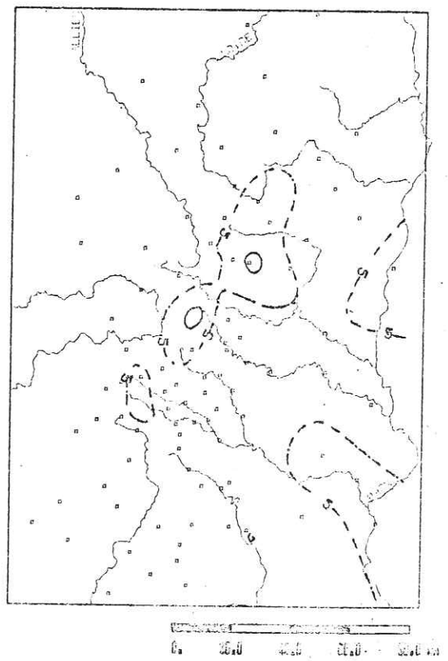
CEVENNES: EPISODE 7020 LE 12. 9.76 DE 11 A 12H.



CEVENNES: EPISODE 7020 LE 12. 9.76 DE 12 A 13H.



CEVENNES: EPISODE 7020 LE 12. 9.76 DE 13 A 14H.



CEVENNES: EPISODE 7020 LE 12. 9.76 DE 14 A 15H.

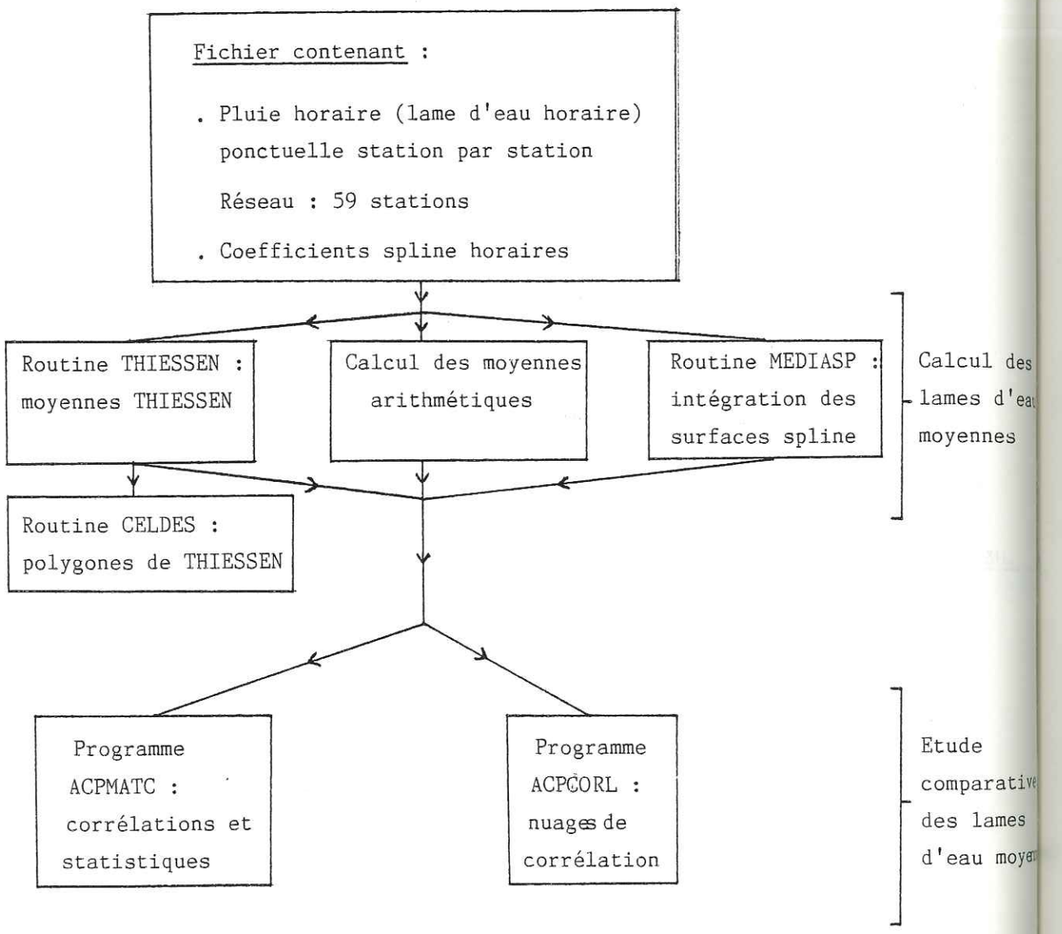
A N N E X E I . 3 . 1

ORGANIGRAMME DE CALCUL

DE LA PLUIE MOYENNE SUR LE BASSIN VERSANT

DU GARDON D'ANDUZE

ANNEXE I.3.1



CHAPITRE II

LA RELATION PLUIE-DEBIT. ANALYSE CRITIQUE DES APPROCHES DU TYPE "HYDROGRAMME UNITAIRE"

II.1) INTRODUCTION

Dans cette partie de l'étude nous allons d'abord rappeler brièvement les principes de la méthode de l'Hydrogramme Unitaire classique, pour ensuite essayer de présenter une méthode statistique de détermination ou d'identification de l'Hydrogramme Unitaire ("fonction de transfert") d'un bassin versant et des pluies nettes (ou efficaces) En troisième partie, nous allons présenter les applications de la méthode et en particulier du B.V. du Gardon d'Anduze.

La position du problème est la suivante :

On dispose d'une séquence de données pluviométriques (c'est à dire des lames d'eau moyennes P) et d'une séquence de mesures de débit à l'éxutoire du bassin Q. On cherche un modèle mathématique décrivant la relation entre la séquence (P) et la séquence (Q).

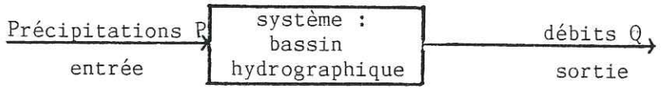


FIG. II.1

Le processus classique pour représenter ce phénomène du complexe entrée-système-sortie généralement consiste en deux parties :

1) Réduction (ou "abattement") à priori de la pluie brute en pluie efficace, par moyen d'un sous-modèle non linéaire.

2) Identification de l'Hydrogramme Unitaire, c'est à dire la Fonction de Transfert pluie efficace - débit net (modèle linéaire).

Contrairement à ce processus classique, nous allons présenter une méthode de détermination simultanée de la fonction de transfert et des précipitations efficaces. Ensuite, à partir des séries de données de pluie brute et des pluies efficaces calculées par la méthode, on peut modéliser à postériori la relation d'abattement (relation pluie brute-pluie efficace).

Cette procèdure a été proposée par D. DUBAND (Division Technique Générale - Electricité de France) pour la prévision de débits de crue d'après les pluies observées, pour les bassins versants de quelques centaines de km² de surface.

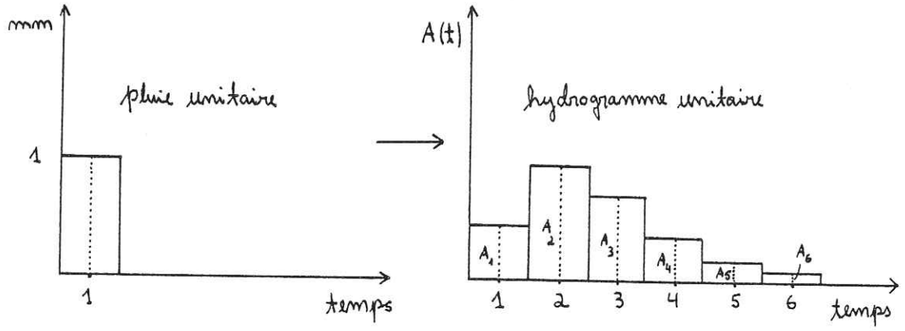
Nous allons donc étudier la méthodologie utilisée dans le modèle, en cherchant les avantages et inconvénients de la méthode, pour après l'appliquer suivant une version modifiée, comme on verra dans la suite.

II.2) RAPPELS SUR LA METHODE DE L'HYDROGRAME UNITAIRE INSTANTANE

Les principes de la méthode de l'Hydrogramme Unitaire Classique se trouvent développés dans les ouvrages de REMENIERAS (1970) ou de ROCHE (1965).

Dans cette méthode classique de l'Hydrogramme Unitaire Instantané, proposée par L.K. SHERMAN (1932), le système de la figure II.1 représentant le bassin versant peut être considéré comme un opérateur "boite-noire". Dans ce cas, la pluie efficace est le signal d'entrée, qui subit une transformation ayant comme résultat un nouveau signal de sortie : le débit net à l'éxutoire du bassin versant. Les caractéristiques du système sont données par sa fonction de transfert (l'Hydrogramme Unitaire du bassin versant), qui symbolise la transformation de la pluie efficace (lame d'eau qui participe au ruissellement de surface) en débit net (débit observé moins débit de base).

L'Hydrogramme Unitaire est la réponse du système à une pluie unitaire (nous verrons plus loin comment la choisir) :



L'Hydrogramme de ruissellement d'une averse complexe de durée supérieure à celle de l'averse unitaire s'obtient en composant par addition les hydrogrammes unitaires relatifs à des averses sucessives décalées dans le temps. Dans la méthode, le système est supposé avoir les propriétés de linéarité et invariance.

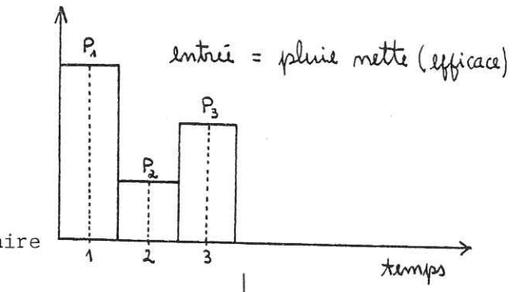
Si

P = pluie efficace

Q = débit net

A = Ordonnés de l'hydrogramme unitaire

On a



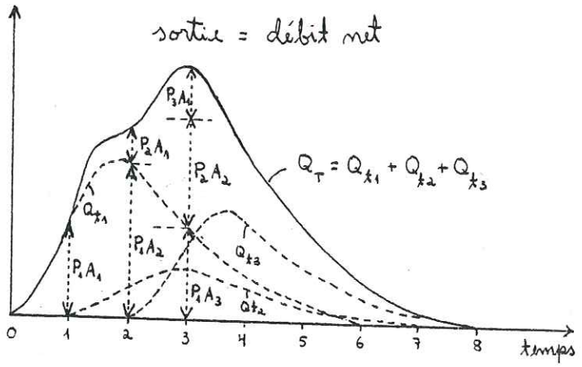


FIG. II.2.1

Pour ce schéma simple, où Q_T représente l'hydrogramme de crue résultant, on a :

$$\text{II.2.1} \quad \begin{cases} Q_1 = A_1 P_1 \\ Q_2 = A_1 P_2 + A_2 P_1 \\ Q_3 = A_1 P_3 + A_2 P_2 + A_3 P_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Q_j = A_1 P_j + A_2 P_{j-1} + \ldots + A_k P_{j-k+1} \end{cases}$$

soit $$Q_j = \sum_{i=1}^{k} A_i P_{j-i+1} \qquad \text{II.2.2}$$

Ceci ne concerne évidemment que la partie du débit de base influencée par la pluie, donc, comme nous le verrons plus loin, après soustraction du débit de base.

L'équation II.2.2 est une relation de convolution discretisée où le terme k est la mémoire du système. Dans l'exemple simple de la crue de la figure II.2.1, le bassin versant a une mémoire (durée d'effet de la fonction de transfert), égale à 6 pas de temps et le débit total à chaque pas de temps est la somme des débits partiels produits par les pluies efficaces concomittantes et antérieures.

Les relations II.2.1, correspondent à un système d'équations linéaires simultanées; A_i $(i = 1,\ldots,k)$ sont des inconnues, les débits nets Q_j sont les termes constants et les pluies efficaces sont les coefficients donnés. La solution de ce système d'équations, si elle existe, nécessite donc la connaissance préalable de : (figure II.2.2)

1) La pluie efficace, ce qui dépend du choix et de la performance d'un sous-modèle "d'abattement" pluie brute - pluie efficace.

2) Du débit net, donc d'une méthode de séparation des hydrogrammes (hydrogramme de base, hypodermique,...)

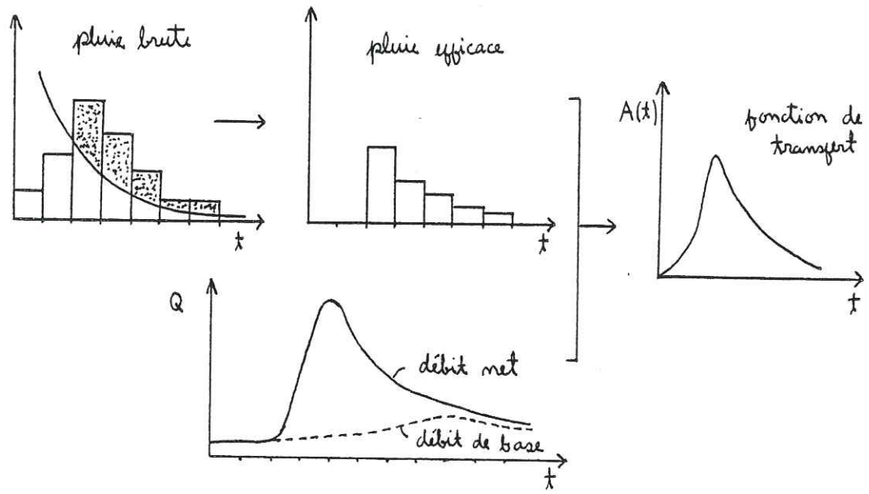


FIG. II.2.2

Quant aux aspects "pratiques" de la méthode de l'hydrogramme unitaire, on remarque ceci :

a) Si les durées des pluies sont suffisament inférieures au temps de concentration du bassin versant, les hydrogrammes correspondants à ces pluies auront le même temps de base, qui est independant de la hauteur de pluie tombée. Ces pluies sont appellées pluies unitaires. En général, on adopte comme pas de temps unitaire une fraction du temps de base, et l'intensité de la pluie unitaire comme par exemple 1 mm (pluie moyenne sur le bassin versant).

b) En général, la méthode utilise une ou deux crues "unitaires" soigneusement choisies pour établir le modèle. On voit que si sur un bassin versant les averses ont une distribution spatiale et temporelle très variable, l'hydrogramme unitaire trouvé d'après un épisode averse-crue risque d'être peu représentatif de la réalité.

II.3) LA VERSION ORIGINALE DE LA METHODE "DPFT" D'IDENTIFICATION DE L'HYDROGRAMME UNITAIRE ("VERSION EDF").

Nous allons décrire maintenant les principes de base et les hypothèses sous-jacentes de la méthode "DPFT" dans la version de D.DUBAND (DTG - Electricité de France), ainsi que son algorithme d'identification.

II.3.1.1) Les principes de base de la méthode :

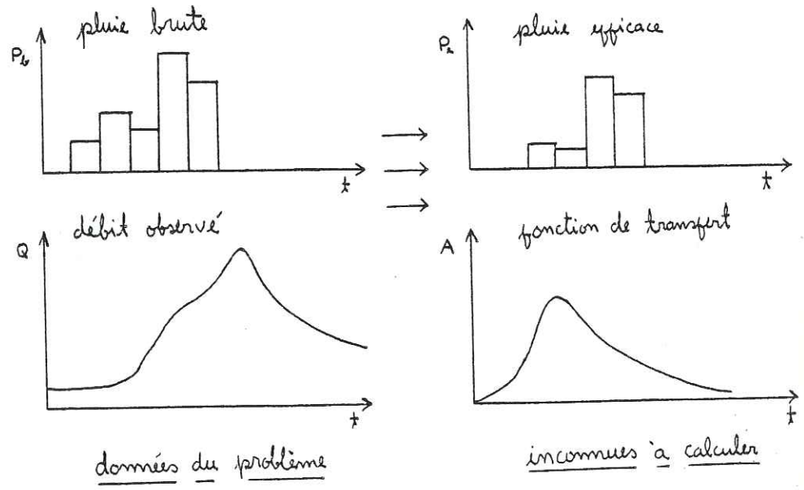
Les principes de calcul de la méthode DPFT s'inspirent des travaux effectués par D.W. NEWTON et J.W. VINYARD (1967).
Ces principes de base, qui la diffèrent de la méthode de l'hydrogramme unitaire classique, sont les suivants :

(1) A partir des pluies brutes et des débits observés,

. On détermine simultanément la fonction de transfert linéaire pluie efficace-débit, ainsi que les pluies efficaces, soit 2 jeux d'inconnues.

. Après on cherche la relation "d'abattement" à appliquer à la pluie brute pour obtenir la pluie efficace. Les deux opérations sont donc indépendantes.

Schématiquement, on aurait :



(2) Au lieu de choisir une ou deux crues pour le calage de la fonction de transfert (l'hydrogramme unitaire), dans cette méthode on calcule la fonction de transfert moyenne, discretisée à partir d'un échantillon assez important de N ($N \geqslant 10$) épisodes pluie-débit, ce qui permet souvent une approche plus réaliste.

(3) Les calculs sont effectués sur les différences premières, c'est à dire les variations de débits d'un pas de temps à l'autre :

En partant de la relation II.2.2,

$$Q_j = \sum_{i=1}^{k} A_i \, P_{j-i+1}$$

On a
$$q_j = Q_j - Q_{j-1} = \sum_{i=1}^{k} (A_i - A_{i-1}) \, P_{j-i+1}$$

soit $a_i = A_i - A_{i-1}$

alors
$$q_j = \sum_{i=1}^{k} a_i \, P_{j-i+1} \qquad \text{II.3.1}$$

On remarque que l'identification de l'hydrogramme unitaire sur un grand nombre de crues a déjà été proposé (cf. G. MARSILY, 1978) mais on y a souvent trouvé des problèmes d'instabilité de l'identification.

Un avantage de travailler sur les différences premières est de diminuer les problèmes d'instabilité, car on fait les calculs avec des a_i , qui sont moins correlés que les A_i . De cette façon, l'identification par moindres carrés est plus stable.

Un autre avantage du calcul sur les différences premières est d'éviter l'opération de séparation des hydrogrammes (superficiel, de base, l'hypodermique, ...), la variation unitaire de ces deux derniers étant négligeable par rapport à la variation du premier :

$$q_j = (Qn_j - Qn_{j-1}) + (Qb_j - Qb_{j-1}) \simeq Qn_j - Qn_{j-1}$$

où Qn = débit net, lié à la pluie

Qb = débit de base

Comme pour les a_i , en travaillant sur les différences de débits, on a aussi une diminution de la corrélation entre valeurs successives, et une meilleure stabilité dans l'identification.

(4) En utilisant les mêmes notations que D. DUBAND (1982), on a :

a) $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_k$: coeffecients de la Fonction de Tranfert discrétisée de longueur de mémoire égale à <u>k</u> pas de temps.

b) $Q_{i,\ell}$ $(i = 1,n)$, (m^3/s) : débit à l'éxutoire du bassin versant donnant l'hydrogramme de ruissellement à l'instant <u>i</u> $(i = 1,n)$ pour la $\ell^{ième}$ crue $(1 \leqslant \ell \leqslant N)$; <u>n</u> est la durée de l'hydrogramme de ruissellement.

c) $R_{j,\ell}$, (mm/h ou 1/10 mm/h) : pluie brute observée (moyenne arithmétique ou pondérée de plusieurs stations), cumulée entre les instants j-1 et j pour le $\ell^{ième}$ épisode pluie-débit $(1 \leqslant \ell \leqslant N)$.

d) $P_{j,\ell}$, (mm/h ou 1/10 mm/h) : pluie efficace (ou nette) cumulée entre les instants j-1 et j pour le $\ell^{ième}$ épisode pluie-débit $(1 \leqslant \ell \leqslant N)$.

e) $a_j = A_j - A_{j-1}$ avec $a_1 = A_1$: les Différences Premières de la Fonction de Transfert" $(j = 1,k)$.

f) $q_{j,\ell} = Q_{j,\ell} - Q_{j-1,\ell} = \Delta Q_{j,\ell}$ avec $q_{1,\ell} = Q_{1,\ell} - Q_{B,\ell}$ ($Q_{B,\ell}$ = débit de base) : Les différences premières de chaque hydrogramme observé, ou les variations de débit entre les instants <u>j</u> et j-1 pour la $\ell^{ième}$ crue $(1 \leqslant \ell \leqslant N)$.

Pour les <u>N</u> épisodes pluie efficace-débit, la relation II.3.1 peut être mise sous la forme matricielle suivante, où

. n = longueur des hydrogrammes de crue
. m = longueur des épisodes de pluie efficace
. k = longueur de la fonction de tranfert en pas de temps

$$
\begin{array}{l}
\\ \\ \\ \\ 1^{er} \text{ épisode} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \ell^{ième} \text{ épisode} \\ \\ \\ \\ \\ \\ N^{ième} \text{ épisode} \\ \\ \\ \\ \\
\end{array}
\begin{bmatrix}
q_{1,1} \\ q_{2,1} \\ q_{3,1} \\ \vdots \\ q_{m,1} \\ q_{m+1,1} \\ \cdot \\ q_{m-2,1} \\ q_{m-1,1} \\ q_{m,1} \\ \vdots \\ q_{1,\ell} \\ q_{2,\ell} \\ \cdot \\ q_{m,\ell} \\ \vdots \\ q_{1,N} \\ q_{2,N} \\ q_{3,N} \\ \cdot \\ q_{m-2,N} \\ q_{m-1,N} \\ q_{m,N}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
P_{1,1} & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\
P_{2,1} & P_{1,1} & 0 & \cdot & 0 & 0 \\
P_{3,1} & P_{2,1} & P_{1,1} & \cdot & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
P_{m,1} & P_{m-1,1} & \cdot & P_{3,1} & P_{2,1} & P_{1,1} \\
0 & P_{m,1} & P_{m-1,1} & \cdot & P_{3,1} & P_{2,1} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & 0 & 0 & P_{m,1} & P_{m-1,1} & P_{m-2,1} \\
0 & 0 & 0 & 0 & P_{m,1} & P_{m-1,1} \\
0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & P_{m,1} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
P_{1,\ell} & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\
P_{2,\ell} & P_{1,\ell} & 0 & \cdot & 0 & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & P_{m,\ell} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
P_{1,N} & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\
P_{2,N} & P_{1,N} & 0 & \cdot & 0 & 0 \\
P_{3,N} & P_{2,N} & P_{1,N} & \cdot & 0 & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & 0 & 0 & P_{m,N} & P_{m-1,N} & P_{m-2,N} \\
0 & 0 & 0 & 0 & P_{m,N} & P_{m-1,N} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{m,N}
\end{bmatrix}
*
\begin{bmatrix}
a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_k
\end{bmatrix}
$$

C'est un produit matriciel qui s'écrit :

$$[q]_{mN,1} = [P]_{mN,k} * [a]_{k,1} \qquad \text{(II.3.2)}$$

où

$[P]$ est la matrice (nN lignes, k colonnes) des pluies efficaces
$[a]$ est le vecteur des <u>k</u> coefficients de la DPFT
$[q]$ est le vecteur des <u>nN</u> variations de débit

Les formes équivalentes à l'équation précédente sont les N produits matriciels ($\ell = 1,N$)

$$\begin{bmatrix} q_{1,\ell} \\ q_{2,\ell} \\ q_{3,\ell} \\ \cdot \\ q_{k,\ell} \\ q_{k+1,\ell} \\ \cdot \\ q_{m-2,\ell} \\ q_{m-1,\ell} \\ q_{m,\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ a_2 & a_1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_k & a_{k-1} & \cdot & \cdot & \cdot & a_1 \\ 0 & a_k & \cdot & \cdot & \cdot & a_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & a_k & a_{k-1} & a_{k-2} \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & a_k & a_{k-1} \\ 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & a_k \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} P_{1,\ell} \\ P_{2,\ell} \\ P_{3,\ell} \\ \cdot \\ \cdot \\ P_{m,\ell} \end{bmatrix}$$

La formulation ci-dessus est un exemple pour le $\ell^{ème}$ épisode pluie-débit, où $[A]$ est la matrice (<u>n</u> lignes, <u>m</u> colonnes) formée par les coefficients de la DPFT

$[p]$ est le vecteur des <u>m</u> pluies efficaces
$[q]$ est le vecteur des <u>n</u> variations de débit

On a donc

$$[q]_{n,\ell} = [A]_{n,m} * [p]_{m,\ell} \qquad \text{(II.3.3)}$$

On voit que les 2 formulations II.3.2 et II.3.3 sont équivalentes. Par exemple pour le 1er épisode :

$$[q]_{m,1} = [P]_{m,k} * [a]_{k,1}$$
$$= [A]_{m,m} * [p]_{m,1}$$

Le processus de calcul de la DPFT consiste à utiliser alternativement les formulations II.3.2 et II.3.3 de façon itérative (cf. l'algorithme - paragraphe suivant). L'intérêt à se servir des 2 formulations est que les inconnues changent alternativement à chaque étape du calcul :

1) d'abord (II.3.2) :

$$[q] = [P] * \underset{\text{inconnue}}{[a]}$$

2) Ensuite, en ayant les a_i ,
II.3.3 $\longrightarrow$ $[q] = [A] * \underset{\text{inconnue}}{[p]}$

<u>II.3.1.2) HYPOTHESES RETENUES DANS LA VERSION ORIGINALE DE LA METHODE</u>

a) On fait l'hypothèse d'une fonction de transfert moyenne de longueur <u>k</u> (a_1 , a_2,..., a_k).

b) Pour la commodité des calculs, on prend des épisodes pluvieux de longueur constante <u>m</u>, donc des hydrogrammes de longueur constante <u>n</u>.

A partir de ces considérations, les contraintes sur les longueurs des épisodes de pluie efficace-débit sont données par :

$n = m + k - 1$

Cette procédure conduit à une troncature de certains épisodes pluvieux, ou à avoir des 0 pour les dernières pluies efficaces d'autres épisodes.
On a n = const, donc n+1 débits depuis la première pluie entrainant une variation de débit non nulle.

c) En fait, on identifie les k premiers coefficients de la fonction de transfert, car pour $i>k$, le A_i tendent asymptotiquement vers 0.

II.3.2) LE MECANISME D'IDENTIFICATION DE LA FONCTION DE TRANSFERT

II.3.2.1) L'algorithme d'identification :

(1) On démarre le calcul en faisant une première estimation des k premiers coefficients de la DPFT. Pour cela, on utilise la formulation II.3.2, mais avec les pluies brutes observées à la place des pluies efficaces. On considère que les pluies brutes sont une première approximation de la pluie efficace.
On obtient la première estimation des a_i $(a_1^*, a_2^*, \ldots, a_k^*)$ par la méthode des moindres carés appliquée à la relation multilinéaire entre les variations de débit (q) et les pluies brutes concomitantes et antérieures (R) :

$$[q]_{mN,1} = [R]_{mN,k} * [a^*]_{k,1} + [\varepsilon^*]_{mN,1} \qquad \text{II.3.4}$$

En pratique, on ne fait pas des moindres carrés mais une corrélation multiple. Comme les valeurs moyennes de q et R ne sont pas nulles, on ne cherche pas :

$$q = R * a + \varepsilon$$

qui est cohérent avec la méthode de l'hydrogramme unitaire, mais :

$$q = R * a + a_0 + \varepsilon$$

Ceci sera rediscuté ultérieurement. On décrit donc seulement l'algorithme des moindres carrés au sens strict.
Soit :

$$\begin{bmatrix} q_{1,1} \\ q_{2,1} \\ \cdot \\ q_{m,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ q_{1,N} \\ q_{2,N} \\ \cdot \\ q_{m,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & 0 & 0 & \cdot & 0 \\ R_{2,1} & R_{1,1} & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ R_{m,1} & \cdot & \cdot & \cdot & R_{m-k+1,1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ R_{1,N} & 0 & 0 & & 0 \\ R_{2,N} & R_{1,N} & 0 & & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ R_{m,N} & \cdot & \cdot & \cdot & R_{m-k+1,N} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_1^* \\ a_2^* \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_k^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,1}^* \\ \varepsilon_{2,1}^* \\ \cdot \\ \varepsilon_{m,1}^* \\ \cdot \\ \varepsilon_{1,N}^* \\ \varepsilon_{2,N}^* \\ \cdot \\ \varepsilon_{m,N}^* \end{bmatrix}$$

$(\varepsilon_{1,1}^*, \varepsilon_{2,1}^*, \ldots, \varepsilon_{m,N}^*)$ étant le vecteur des écarts résiduels entre les variations de débit calculées par une combinaison linéaire des pluies et les variations de débit observées.

On cherche donc une estimée a* qui minimise le critère quadratique $J = [\varepsilon^*]^t [\varepsilon^*]$

$$\frac{\partial \left([\varepsilon^*]^t [\varepsilon^*] \right)}{\partial a} = 0 \rightarrow [a^*] = \left\{ [R]^t [R] \right\}^{-1} * [R]^t [q] \qquad \text{(II.3.5)}$$

Ces coefficients étant affectés de bruit numérique qui leur donne, pour les fortes valeurs de k, une allure chaotique au lieu de la décroissance régulière attendue, on effectue alors un lissage sommaire des derniers coefficients.

(3) Après avoir obtenu les coefficients a* de la DPFT lissée, on utilise la formulation II.3.3, crue par crue, pour calculer les corrections e* à appliquer aux pluies brutes, et pour avoir une première estimation des pluies efficaces correspondantes à chaque crue.

soit $[u^*]_{m,1}$ le vecteur estimation des pluies efficaces, pour un épisode
$[r]_{m,1}$ le vecteur des pluies brutes, pour un épisode

On devrait donc avoir :

$$[u^*]_{m,1} = [r]_{m,1} + [e^*]_{m,1}$$

tel que la relation :

$$\text{(II.3.3)} \longrightarrow \quad [q]_{m,1} = [A^*]_{m,m} * [u^*]_{m,1} \qquad \text{(II.3.6)}$$

soit satisfaite strictement,

Pour cela, il faut donc déterminer les corrections $[e^*]$:

$$[q]_{m,1} = [A^*]_{m,m} * \left\{ [r]_{m,1} + [e^*]_{m,1} \right\}$$

$$[q]_{m,1} = [A^*]_{m,m} * [r]_{m,1} + [A^*]_{m,m} * [e^*]_{m,1}$$

En fait, cette relation peut ne pas être vérifiée strictement (à cause des incertitudes de mesures) mais seulement au sens des moindres carrés. On peut alors écrire cette relation comme :

$$[q]_{m,1} = [A^*]_{m,m} * [r]_{m,1} + [A^*]_{m,m} * [e^*]_{m,1} + [\theta^*]_{m,1} \qquad \text{(II.3.7)}$$

où $[\theta^*]_{m,1}$ est un bruit aléatoire représentant l'incertitude.

Mais la relation II.3.4 nous permettait déjà d'écrire :

$$[q]_{m,1} = [R]_{m,k} * [a^*]_{k,1} + [\varepsilon^*]_{m,1} \qquad \text{(II.3.8)}$$

de II.3.7 et II.3.8, on obtient donc :

$$[\varepsilon^*]_{m,1} = [A^*]_{m,m} * [e^*]_{m,1} + [\theta^*]_{m,1} \qquad \text{(II.3.9)}$$

On cherche maintenant une estimée e^* qui minimise le critère quadratique $J = [\theta^*]^t [\theta^*]$

$$\frac{\partial([\theta^*]^t[\theta^*])}{\partial e^*} = 0 \longrightarrow [e^*] = \left\{[A^*]^t[A^*]\right\}^{-1} * [A^*]^t[\varepsilon^*] \qquad \text{(II.3.10)}$$

Ici encore, l'ajustement doit se faire au sens des moindres carrés stricts, mais pour des raisons de facilité, on utilise un programme de régression multiple. Les corrections e^* sont les coefficients de régression de la corrélation multiple entre les résidus ε^* et les coefficients a* de la DPFT.

Cela fournit e*, et donc $[u^*] = [r] + [e^*]$

(4) On reprend alors les calculs en utilisant la formulation II.3.2, pour calculer une nouvelle estimation a** des coefficients de la DPFT, d'après les pluies corrigées $[u^*]$:

$$[q]_{mN,1} = [U^*]_{mN,k} * [a^{**}]_{k,1} + [\varepsilon^{**}]_{mN,1}$$

où $[U^*]$ est la matrice des pluies corrigées correspondantes à $[R]_{mN,k}$

(5) On obtient une nouvelle série de corrections $[e^{**}]$ pour chaque épisode en utilisant la formulation II.3.3 et on calcule une nouvelle estimation des pluies efficaces $[u^{**}]$:

$$[u^{**}] = [u^*] + [e^{**}]$$

(6) On continue les itérations jusqu'à obtenir des corrections e faibles et des coefficients de corrélation multiple élevés (entre 0,90 et 0,98) entre les variations de débit observées et variations de débit calculées par combinaison linéaire des pluies efficaces estimées, dont les coefficients de la DPFT sont les coefficients de régression.

(7) Généralement la pluie efficace P_e, qui servira à caler la relation non linéaire $P_e = f(R)$, c'est à dire le modèle d'abattement pluie brute-pluie efficace, est recalculée en déconvoluant directement les hydrogrammes de crue, après avoir obtenu une estimation stable des coefficients $[a]$ de la DPFT, à la dernière itération.

On utilise à ce moment là la formulation II.3.3 épisode par épisode, pour avoir la pluie efficace "déconvoluée" p_e.

$$[q]_{m,1} = [A]_{m,m} * [p_e]_{m,1} + [\theta]_{m,1}$$

On calcule les coefficients p_e de cette régression multilinéaire par la méthode des moindres carrés, en cherchant donc une estimé p_e qui minimise le critère quadratique $= J = [\theta]^t[\theta]$

$$\frac{\partial([\theta]^t[\theta])}{\partial p_e} = 0 \longrightarrow [p_e] = \left\{[A]^t[A]\right\}^{-1} * [A]^t[q] \qquad \text{(II.3.11)}$$

II.3.2.2) ASPECTS PRATIQUES :

(1) Dans la pratique, comme on l'a signalé, pour les estimations des a_i (équation II.3.5), il s'agit en fait d'une résolution en corrélation multiple. Les a_i sont les coefficients de régression multiple de la relation multi-linéaire entre les variations de débit et les pluies brutes concomittantes et antérieures. On a donc un terme constant a_0 qu'en général on néglige.

(2) En ayant la première estimation $[a_i^*]$ des k coefficients de la DPFT, on peut prolonger la séquence jusqu'à n (nb. de pas de débit), par exemple en lissant les coefficients de la FT par une exponentielle décroissante à partir du point d'inflexion de la "queue" de la F.T., lorsque la différence seconde s'annulle.

On remarque qu'en termes de tests statistiques sur les coefficients de régression, les derniers ne sont plus significativement différents de 0, et leurs oscilations n'ont pas de sens physique. En effet, pour le test de Student appliqué aux coefficients de régression, on doit avoir des a_i significativement différents de 0 :

$$t_i = \frac{a_i}{Sa_i}$$

Or, si les a_i sont faibles, les "dispersions" Sa_i devraient être aussi faibles que possible. Comme on a pu le vérifier dans les essais, ce n'est pas le cas, et l'instabilité apparente des a_i, en queue de la FT conduit donc à faire le lissage de la fonction de transfert.

(3) Dans cette version de la méthode, la seule contrainte imposée à postériori au calcul des pluies efficaces est :

$$[u^*] \geqslant 0$$

C'est à dire que les pluies efficaces peuvent être supérieures aux pluies brutes, mais jamais négatives.

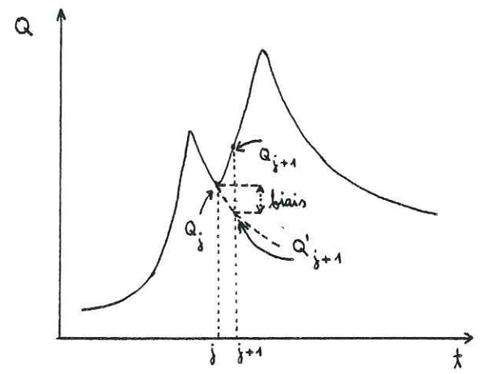
II.3.3) Discussion et critiques de la methode :

II.3.3.1) Commentaires et précautions :

Nous rappelons d'abord quelques commentaires de D. DUBAND à propos de l'application de la méthode :

a) En ce qui concerne la convergence de la méthode, en moyenne trois itérations suffisent à obtenir un coefficient de corrélation entre variations de débit observés et variations de débit calculées, et des coefficients de la DPFT stables. Si après 3 itérations le coefficient de corrélation ne dépasse pas 0,80, cela provient généralemant d'un ou deux épisodes de crue dûs à une configuration spatiale particulière des averses. On doit, dans ce cas, supprimer ces crues de l'échantillon et l'on reprend les calculs au début. Il y a donc des interventions assez arbitraires dans le choix des épisodes utilisés.

b) On doit éviter de prendre des séquences de crues consécutives trop rapprochées, car on introduit un biais dans le calcul des variations de débits. Par exemple (figure II.3.1) :



$Q_{j+1} - Q_j$ = variation de débit apparente

$Q_{j+1} - Q'_{j+1}$ = variation de débit réelle

En fait, ce biais ne porte de manière significative que sur quelques pas de temps au voisinage de la remontée, quand on découpe l'évenement pluie-débit. Dans ce cas on ignore les pluies correspondantes au premier pic, qui ont encore un effet significatif.

Par contre, du point de vue théorique il n'y a pas de problèmes si on traite d'un seul bloc un évenement à plusieurs pics.

c) La fonction de transfert calculée par la méthode est une forme moyenne de réponse du bassin versant aux précipitations. Elle résulte de la composition de deux, trois ou plusieurs fonctions de transferts propres aux sous-bassins qui composent la mosaïque du bassin versant principal.

Si l'échantillon des averses utilisées pour le calage de la DPFT contient des épisodes pluvieux répartis régulièrement sur tout le bassin versant, on aura une bonne définition des pluies efficaces, ce qui facilite l'ajustement de la fonction "d'abattement" pluie brute-pluie efficace.

d) Au contraire, si l'échantillon des épisodes pluie-débit comprend des épisodes pluvieux partiellement localisés à un sous bassin, on risque de converger très lentement dans le calcul de la DPFT.

En plus, pour avoir les pluies efficaces on déconvolue chaque hydrogramme avec une fonction de transfert moyenne. En fait, on devrait le faire avec la fonction de transfert du sous-bassin concerné. Comme ce n'est pas le cas, on peut obtenir des pluies efficaces factices.

Comme généralement on dispose d'un nombre réduit d'épisodes pluie-débit pour le calage du modèle, on ne peut pas sélectionner les épisodes suivant une homogénèité spatiale des pluies. Par conséquent, les séries de pluie brute-pluie efficace déconvoluée sont affectées d'un bruit non négligeable, ce qui peut rendre illusoire la recherche d'un modèle sophistiqué pluie brute-pluie efficace.

II.3.3.2) INCONVENIENTS DE LA METHODE :

a) Le terme constant de la régression multiple

D'après II.3.4

$$[q] = [R] * [a] + [\varepsilon]$$

En dernière itération, les coefficients a stabilisés on a pour la $\ell^{\text{ième}}$ crue :

$$q_{j,\ell} = a_1 P_{j,\ell} + a_2 P_{j-1,\ell} + \cdots + a_k P_{j-k+1,\ell} + a_0$$

Le terme constant a_0 devrait être négligeable par rapport aux coefficients de la DPFT et par rapport aux variations de débits.

Au cas contraire, on aurait :

$$Q_1 = q_1 + Q_{base} + a_0$$
$$Q_2 = q_2 + Q_1 + 2a_0$$
$$\vdots$$
$$Q_m = q_m + Q_{m-1} + m a_0$$

Comme on verra, pour une grande partie des essais, l'évolution du terme constant montre qu'il n'est pas négligeable et ne tend pas vers 0 au fur et à mesure des itérations.

b) Le problème des contraintes sur la pluie efficace :

Dans la version originale, la seule contrainte imposée sur les pluies efficaces corrigées P_c pendant les itérations est :

$$P_c \geqslant 0$$

Les pluies efficaces corrigées peuvent donc être supérieures aux pluies brutes R ,ainsi que les pluies efficaces finales. La justificative de l'introduction de cette contrainte toute seule est que les mesures de pluie sont entachées d'erreur et en plus les pluies sont estimées pour la plupart des cas, d'après un réseau peu dense. Ce qui veut dire qu'on n'est pas sûr des pluies brutes. Par contre, cela aussi pourrait justifier le fait d'accepter d'avoir n'importe quoi comme pluie brute, qui ne serait qu'une valeur initiale pour démarrer l'algorithme de calcul.

Dans les essais effectués en utilisant une version modifiée de la méthode (cf. chapitre prochain), nous allons voir l'effet d'imposer une nouvelle contrainte sur les pluies efficaces corrigées, c'est à dire :

$$P_c \leqslant R$$

c) Les problèmes numériques :

l'inconvénient majeur de la méthode est lié au bruit numérique provenant surtout de l'inversion des matrices :

D'après les équations II.3.5, II.3.10 et II.3.11, les calculs des coefficients de la DPFT, des corrections sur les pluies et des pluies déconvoluées est fait par :

$$[a^*] = \{[R]^t[R]\}^{-1} * [R]^t[q]$$

$$[\ell^*] = \{[A^*]^t[A^*]\}^{-1} * [A^*]^t[\varepsilon]$$

$$[p_\ell] = \{[A]^t[A]\}^{-1} * [A]^t[q]$$

Les tailles des matrices à inverser sont celles des dimensions des vecteurs des parapètres, c'est à dire :

$$\hat{\theta}_1 = (a_1^*, a_2^*, \cdots, a_k^*) \longrightarrow \text{taille } k$$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{\theta}_2 = (\ell_1^*, \ell_2^*, \cdots, \ell_m^*) \\ \hat{\theta}_3 = (p_{\ell_1}, p_{\ell_2}, \cdots, p_{\ell_m}) \end{array}\right] \longrightarrow \text{taille } m$$

$\hat{\theta}$ étant les vecteurs des paramètres estimés

Plus généralement,

$$\hat{\theta} = (\Psi^t \Psi)^{-1} \Psi^t Y$$

Dans tous les cas les solutions $\hat{\theta}$ existent si et seulement si les matrices $\Psi^t.\Psi$ sont régulières. Or, dans les premiers essais sur le Gardon d'Anduze, par exemple, nous avons trouvé des problèmes surtout dans les matrices A^{*t} A^*, où des déterminants de l'ordre de 10^{-15} ou 10^{-17} montrent que les matrices correspondantes pratiquement ne sont pas inversibles. En effet, les corrections sur les pluies efficaces ainsi trouvées, étaient complètement érratiques. Pour ces raisons là, nous avons essayé d'éviter ce problème et améliorer l'algorithme de calcul en introduisant la corrélation en crête (régression Ridge).

d) Le problème du nombree de degrés de liberté :

Le calcul de régression multiple, crue par crue, est fait en ayant m variables explicatives pour n observations, avec n-m-1 degrés de liberté. Les résultats sont d'autant plus consistants que le nombre de degrés de liberté est grand. On a donc intérêt à avoir un nombre de pluies m par épisode le plus petit possible.

Ceci nous amène à tronquer certains épisodes de pluie et éventuellement annuler un grand nombre de pluies dont à priori on ne sait pas si elles peuvent être efficaces ou pas.

e) Le problème des dimensions des matrices:

On remarque que pour l'identification, les matrices sont d'autant plus grandes que le nombre de paramètres sont élevés (vecteurs $\hat{\theta}$ de tailles k et m grandes). En fait, on aurait intérêt à réduire le plus possible la taille des paramètres, pour éviter l'inversion de grandes matrices, toujours délicate.

Pour le cas du Gardon d'Anduze, par exemple, on a essayé d'identifier 19 coefficients de la DPFT, au pas de temps horaire (donc matrices 19 x 19 à inverser). Mais pour certains épisodes pluvieux, il y avait plus d'une trentaine de pluies "à corriger", donc des matrices 30 x 30 d'inversion assez lourde.

Pour ces cas, on remarque aussi que le fait d'ajouter 1 observation de débit et 1 inconnue en pluie peut être dangereux, car la matrice à inverser augmente de 1 dimension, alors que la robustesse n'augmente pas et même diminue.

CHAPITRE III

ESSAIS D'AMELIORATION ET DE FORMALISATION DE LA METHODE

INTRODUCTION :

Ce chapitre décrit nos réflexions théoriques, et surtout de nombreux essais pratiques pour améliorer la méthode DPFT. Nous allons le diviser trois parties principales :

. dans la première partie on va décrire les différentes voies envisagées pour améliorer la méthode.

. la deuxième partie est consacrée à la mise en oeuvre sur des bassins versants réels : le Fier et le Gardon d'Anduze.

. dans une troisième partie, on évoque rapidement la modélisation de la relation entre pluies brutes et pluies efficaces, qui est indépendente de la DPFT proprement dite.

III.1) LES VOIES EXPLOREES POUR AMELIORER LA METHODE. PROPOSITION D'UNE NOUVELLE VERSION DE LA DPFT :

III.1.1) L'algorithme de calcul de la DPFT considéré comme un algorithme du gradient :

Les résultats parfois incertains de la méthode, comme le rôle mal évalué que pouvait y jouer les manipulations arbitraires (découpage des crues, lissage, élimination de certains épisodes), jetaient un doute sur son caractère de généralité. C'est pourquoi nous avons cherché, avec l'aide de spécialistes de l'optimisation, à la rattacher à des méthodes classiques dont les conditions de convergence sont mieux connues. Pour le faire, nous allons comparer l'algorithme utilisé avec l'algorithme du gradient.

III.1.1.1) L'algorithme de la DPFT :

On rappelera d'abord les notations et la structure de l'algorithme d'identification de la méthode DPFT.

Pour chaque épisode ℓ (ℓ = 1,...,N), où N est le nombre d'épisodes, on a

$q^t(\ell) = (q_1(\ell), q_2(\ell), \dots, q_m(\ell))$, vecteur des <u>n</u> variations de débit

$u^t(\ell) = (u_1(\ell), u_2(\ell), \dots, u_m(\ell))$, vecteur des <u>m</u> pluies efficaces

$a^t = (a_1, a_2, \dots, a_k)$, k composantes de la DPFT

La vraie relation pluie-débit est décrite, au niveau de l'épisode par : (les valeurs en indice sont les dimensions des matrices).

$$[q(\ell)]_{n\times 1} = [A]_{n\times m} * [u(\ell)]_{m\times 1} + [\varepsilon(\ell)]_{n\times 1}$$

avec $n = m + k - 1$

C'est à dire (formulation II.3.3, chapitre II) :

$$\begin{bmatrix} q_{1,\ell} \\ q_{2,\ell} \\ q_{3,\ell} \\ \vdots \\ q_{k,\ell} \\ q_{k+1,\ell} \\ \vdots \\ q_{n-2,\ell} \\ q_{n-1,\ell} \\ q_{n,\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ a_2 & a_1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & 0 & \cdot & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_k & a_{k-1} & \cdot & & \cdot & a_1 \\ 0 & a_k & \cdot & \cdot & \cdot & a_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdot \\ 0 & & & a_k & a_{k-1} & a_{k-2} \\ 0 & \cdot & & 0 & a_k & a_{k-1} \\ 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & a_k \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u_{1,\ell} \\ u_{2,\ell} \\ u_{3,\ell} \\ \vdots \\ u_{m,\ell} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,\ell} \\ \varepsilon_{2,\ell} \\ \varepsilon_{3,\ell} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_{n,\ell} \end{bmatrix}$$

avec $n = k + m - 1$

ou encore : $[q(\ell)]_{n\times 1} = [U(\ell)]_{n\times k} * [a]_{k\times 1} + [\varepsilon(\ell)]_{n\times 1}$

C'est à dire (formulation II.3.2, chapitre II)

$$\begin{bmatrix} q_{1,\ell} \\ q_{2,\ell} \\ q_{3,\ell} \\ \vdots \\ q_{m,\ell} \\ q_{m+1,\ell} \\ \cdot \\ q_{n-2,\ell} \\ q_{n-1,\ell} \\ q_{n,\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1,\ell} & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ u_{2,\ell} & u_{1,\ell} & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ u_{3,\ell} & u_{2,\ell} & u_{1,\ell} & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ u_{m,\ell} & u_{m-1,\ell} & \cdot & u_{3,\ell} & u_{2,\ell} & u_{1,\ell} \\ 0 & u_{m,\ell} & \cdot & & u_{3,\ell} & u_{2,\ell} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & u_{m,\ell} & u_{m-1,\ell} & u_{m-2,\ell} \\ 0 & 0 & \cdot & 0 & u_{m,\ell} & u_{m-1,\ell} \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & u_{m,\ell} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,\ell} \\ \varepsilon_{2,\ell} \\ \varepsilon_{3,\ell} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_{n,\ell} \end{bmatrix}$$

Sur l'ensemble des épisodes, la formulation II.3.3 peut s'écrire :

$$[q]_{mN,1} = [\mathcal{A}]_{mN,mN} * [u]_{mN,1} + [\varepsilon]_{mN,1}$$

soit

$$\begin{bmatrix} q_{1,1} \\ \vdots \\ q_{m,1} \\ q_{1,2} \\ \vdots \\ q_{m,2} \\ \vdots \\ q_{1,\ell} \\ \vdots \\ q_{m,\ell} \\ \vdots \\ q_{1,N} \\ \vdots \\ q_{m,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} a_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & a_k \end{matrix}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boxed{\begin{matrix} a_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & a_k \end{matrix}} & & \bigcirc & & 0 \\ 0 & & \boxed{\begin{matrix} a_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & a_k \end{matrix}} & & & 0 \\ 0 & & & \boxed{\begin{matrix} a_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & a_k \end{matrix}} & & 0 \\ 0 & \bigcirc & & & \boxed{\begin{matrix} a_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & a_k \end{matrix}} & 0 \\ 0 & & & & & \boxed{\begin{matrix} a_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & a_k \end{matrix}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\begin{matrix} a_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & a_k \end{matrix}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u_{1,1} \\ \vdots \\ u_{m,1} \\ u_{1,2} \\ \vdots \\ u_{m,2} \\ \vdots \\ u_{1,\ell} \\ \vdots \\ u_{m,\ell} \\ \vdots \\ u_{1,N} \\ \vdots \\ u_{m,N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1,\ell} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1,N} \\ \vdots \\ \varepsilon_{m,N} \end{bmatrix}$$

Les sous-matrices encadrées sont les matrices $[A]_{m,m}$ pour chaque episode.

De la même façon, sur l'ensemble des épisodes la formulation II.3.2. donne :

$$[q]_{mN,1} = [U]_{mN,k} * [a]_{k,1} + [\varepsilon]_{mN,1}$$

alors on a :

$$[q]_{mN,1} = [\mathcal{A}]_{mN,mN} * [u]_{mN,1} + [\varepsilon]_{mN,1}$$

$$= [U]_{mN,k} * [a]_{k,1} + [\varepsilon]_{mN,1}$$

A priori, les vecteurs <u>a</u> et <u>u</u>, de dimensions <u>k</u> et <u>m×N</u>, sont les inconnues du problème.

Mais plus simplement, on a :

$$q = F(a,u) + \varepsilon$$

avec

$$F(a,u) = \mathcal{A}u = Ua$$

et

ε un terme d'incertitude

Si on recherche alors les estimées â et û qui minimisent le critère quadratique :

$$J(a,u) = \frac{1}{2}\varepsilon^t\varepsilon = \frac{1}{2}[q - F(a,u)]^t[q - F(a,u)]$$

on observe que : $\frac{\partial F}{\partial a} = U$ et $\frac{\partial F}{\partial u} = \mathcal{A}$

et les conditions de minimum s'écrivent : (condition nécéssaire)

$\frac{\partial J}{\partial (a,u)} = 0$, vecteur gradient de dimension k + Nxm

qui se décompose en 2 sous-ensembles : $\frac{\partial J}{\partial a} = 0$ et $\frac{\partial J}{\partial u} = 0$

Or $\frac{\partial J}{\partial a} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial}{\partial a}\left[q^tq - 2q^tF(a,u) + F(a,u)^tF(a,u)\right]$

$$= \frac{1}{2}\cdot 2\left[-\left(\frac{\partial F}{\partial a}\right)^t q + \left(\frac{\partial F}{\partial a}\right)^t F(a,u)\right]$$

$$= -U^tq + U^tUa$$

$$\frac{\partial J}{\partial a} = 0 \rightarrow -U^tq + U^tUa = 0 \text{ , d'où } a = (U^tU)^{-1}U^tq \qquad \text{Ⓐ}$$

De même $\frac{\partial J}{\partial u} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial}{\partial u}\left[q^tq - 2q^tF(a,u) + F(a,u)^tF(a,u)\right]$

$$= \frac{1}{2}\cdot 2\left[-\left(\frac{\partial F}{\partial u}\right)^t q + \left(\frac{\partial F}{\partial u}\right)^t F(a,u)\right]$$

$$= -\mathcal{A}^tq + \mathcal{A}^t\mathcal{A}u$$

et $\frac{\partial J}{\partial u} = 0 \rightarrow -\mathcal{A}^tq + \mathcal{A}^t\mathcal{A}u = 0$ d'où $u = (\mathcal{A}^t\mathcal{A})^{-1}\mathcal{A}^tq$ Ⓑ

On remarque que le système

$$u = (\mathcal{A}^t\mathcal{A})^{-1}\mathcal{A}^tq$$

peut être décomposé en <u>N</u> systèmes, car la matrice $[A]_{m,m}$ est diagonale par bloc et la même pour tous les épisodes, qui ont une longueur constante. Ceci permet de résoudre le système par blocs (par épisode).

On a $[u]_{N\times m,1} = \left\{(\mathcal{A}^t\mathcal{A})^{-1}\mathcal{A}^t\right\}_{Nm\times Nm} * [q]_{Nm,1}$

qui devient : $[u(\ell)]_{m,1} = \left\{(A^tA)^{-1}A^t\right\}_{m\times m} * [q(\ell)]_{m,1}$, $(\ell = 1,N)$

Et on résoud le système par épisodes (ℓ = 1,...,N)

On doit donc chercher la solution du système non linéaire Ⓐ,Ⓑ. En l'absence d'une solution globale simple et directe, l'algorithme utilise alternativement les expressions Ⓐ et Ⓑ pour converger vers la solution, d'une manière équivalente à celle décrite dans le paragraphe II.3, où on utilise les formulations II.3.2 et II.3.3. La procèdure est la suivante :

On considère j l'itération en cours :

alors

$$\hat{a}^{(j)} = [\hat{U}^{(j-1)t}\hat{U}^{(j-1)}]^{-1}\hat{U}^{(j-1)t}q \qquad \text{Ⓒ}$$

où $U^{(j-1)}$ sont les estimés de l'itération précédente.

Puis :

$$\hat{u}^{(j)} = [\hat{A}^{(j)t}\hat{A}^{(j)}]^{-1}\hat{A}^{(j)t}q \qquad \text{Ⓓ}$$

Ceci se fait pour chaque épisode (ℓ) successivement mais on a omis l'indice ℓ par simplicité.

L'initialisation est faite en prenant $\hat{u}^{(0)}$ = r, c'est à dire les pluies efficaces = pluies brutes. On commence par le calcul de $\hat{a}^{(1)}$.

III.1.1.2) Démonstration de l'identité avec un algorithme du gradient :

En effet, on peut montrer que cet algorithme est un algorithme du gradient. Si on calcule $\hat{a}^{(j+1)}$ par un algorithme du gradient, on a :

$$\hat{a}^{(j+1)} = \hat{a}^{(j)} - K_j \left(\frac{\partial J}{\partial a}\right)^{(j)}$$

mais

$$-\left(\frac{\partial J}{\partial a}\right)^{(j)} = \hat{U}^{(j)t}\left(q - \hat{U}^{(j)}\hat{a}^{(j)}\right)$$

donc

$$\hat{a}^{(j+1)} = \hat{a}^{(j)} + K_j \hat{U}^{(j)t} q - K_j \hat{U}^{(j)t}\hat{U}^{(j)}\hat{a}^{(j)}$$

soit

$$\hat{a}^{(j+1)} = \left[1 - K_j \hat{U}^{(j)t}\hat{U}^{(j)}\right]\hat{a}^{(j)} + K_j \hat{U}^{(j)t} q$$

Si on choisit

$$K_j = \left[\hat{U}^{(j)t}\hat{U}^{(j)}\right]^{-1}$$, gain matriciel pour le calcul de $\hat{a}^{(j+1)}$,

on aura

$$\hat{a}^{(j+1)} = \left[\hat{U}^{(j)t}\hat{U}^{(j)}\right]^{-1}\hat{U}^{(j)t} q$$

et on trouve l'expression (C)

L'algorithme proposé est donc un algorithme du gradient, où le gain matriciel K_j est choisi à chaque itération comme :

$$K_j = \left[\hat{U}^{(j)t}\hat{U}^{(j)}\right]^{-1}$$, pour le calcul de $\hat{a}^{(j+1)}$

De la même façon, on trouvera

$$\hat{\mu}^{(j+1)} = \left[\hat{A}^{(j)t}\hat{A}^{(j)}\right]^{-1}\hat{A}^{(j)t} q$$, égale à l'expression (D).

Le gain matriciel pour le calcul de $\hat{\mu}^{(j+1)}$ est choisi à chaque itération comme :

$$K_j = \left[\hat{A}^{(j)t}\hat{A}^{(j)}\right]^{-1}$$

Nous pouvons voir au passage que la solution ne dépend que des débits.

Elle est indépendante des pluies brutes, qui sont utilisées uniquement pour initialiser l'algorithme.

Une autre remarque importante est : s'il existe une solution (A) et (B), alors il existe une infinité de solutions, car si $(\hat{a},\hat{\mu})$ minimise $J(a,\mu)$,alors $(\hat{a}',\hat{\mu}')$ avec $\hat{a}' = c\hat{a}$ et $\hat{\mu}' = c^{-1}\hat{\mu}$, (c scalaire quelconque) minimise aussi $J(a,\mu)$ .Ceci parce que :

$$F(\hat{a},\hat{\mu}) = F(\hat{a}',\hat{\mu}')$$

III.1.2) Introduction de contraintes dans l'optimisation :

III.1.2.1) Le rôle de la norme - aspect pratique :

Si on suppose que les calculs sont faits en unités homogénéisées: où la DPFT est calculée en considérant par exemple les variations de débit et les pluies en dixièmes de mm, on devrait avoir à la dernière itération :

$$\sum_{i=1}^{m} A_i = 1$$

où A_i sont les coefficients de la fonction de transfert déduits des A_i .

Ici on prolonge la F.T. de <u>k</u> à <u>n</u>, n = longueur fixe de l'épisode de crue (dans la version originale de la méthode).

Cette condition voudrait exprimer la conservation de la masse dans le processus entrée-système-sortie, car toute la pluie efficace doit être égale, en volume, au débit écoulé à l'éxutoire en sortie.

Si pour les valeurs finales des coefficients de la F.T. on obtient :

$$\sum A_i = S \quad , \quad S < 1$$

alors, pour qu'il y ait conservation de la masse dans l'écoulement, il faut normer ces coefficients A_i en les divisant par <u>S</u>, soit :

$$\frac{\sum A_i}{S} = 1$$

En fait, la condition sur la fonction de transfert, noyau de convolution de :

$$q(t) = \int_0^{\infty} A(\tau).\mu(t-\tau)\,d\tau \quad ,$$

s'écrirait plutôt :

$$\int_0^{\infty} A(\tau).\,d\tau = 1$$

Mais ici, il nous faut, pour des raisons numériques et pratiques, d'abord discrétiser τ , puis tronquer la mémoire du système à k ou n coefficients.

La condition de norme de la F.T. est tout d'abord liée en pratique à la mémoire du système, qu'en fait on ne connait pas à priori. Ici la somme des coefficients de la F.T. est faite jusqu'à n. La "mémoire" du bassin versant (longueur de la F.T.) est donc supposée égale à n ($n > k$). Le choix de la longueur n, et donc de la longueur des épisodes m ($n = m + k - 1$), doit être faite soigneusement, sous peine d'avoir une norme S faussée. Dans la pratique, on doit prolonger les limmigrammes le plus possible, de façon à avoir un n et donc k grand. Ce n'est pas toujours possible quand on n'a pas de données suffisantes.

Comme on verra dans les essais, généralement la fonction de transfert ne se norme pas "automatiquement" pendant les itérations successives. On peut alors la normer à 1 après la dernière itération.

Cela est tout à fait cohérent avec la théorie du gradient qui met bien en évidence que le problème ainsi posé est indeterminé à une constante près.

On transforme donc la F.T. par :

$$\hat{a}' = \frac{1}{S}\,\hat{a} \ , \quad S < 1$$

et inversement, pour les pluies excédentaires estimées :

$$\hat{u}' = S\,\hat{u}$$

On peut le faire, car :

$$F(\hat{a}', \hat{u}') = F(\hat{a}, \hat{u}) \ .$$

Cependant, il y a aussi d'autres contraintes qu'on impose aux pluies pendant les itérations, comme on verra au paragraphe III.1.2.3.

III.1.2.2) Le rôle de la norme : aspect théorique :

Théoriquement, comme on vient de voir, il y a une incertitude sur la solution, celle-çi étant définie à un facteur constant près. Et cela a été vérifié en pratique, car on converge vers un vecteur A dont la somme des termes est quelconque, en général inférieure à 1. Si en pratique on se contente de renormer à la dernière itération (ou à chacune éventuellement, mais sans amélioration notable) cela aurait pu en fait être introduit directement dans le calcul théorique :

Il aurait suffit d'optimiser sous la contrainte :

$$\sum_{i=1}^{k} A_i = 1 \ , \text{ ou une constante fixée (0,85 par exemple)}$$

tenant compte de la troncature de $A(\tau)$

Cela s'écrit :

$$\sum_{i=1}^{k} A_i = k.a_1 + (k-1)a_2 + \cdots + 2a_{k-1} + a_k = 1$$

soit en posant

$$K^* = [k, k-1, k-2, \cdots, 2, 1] \ ,$$

$$K^*.[a] = 1$$

La prise en compte de la contrainte dans l'optimisation conduit à écrire cette relation :

$$G(a,u) = K^*.[a] - 1 = 0 \longrightarrow \frac{\partial G}{\partial a} = K \ , \ \frac{\partial G}{\partial U} = 0$$

et à introduire un multiplicateur de Lagrange afin de minimiser :

$$\underset{a,u,\mu}{\text{Min}} \ J(a,u) + \mu\, G(a,u) = H(a,u)$$

Cela s'écrit :

$$\frac{\partial H}{\partial a} = 0 \longrightarrow U^t(U.[a]-q) + \mu K = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial U} = 0 \longrightarrow \mathcal{A}^t(\mathcal{A}^t.[u]-q) = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mu} = 0 \longrightarrow K^t.[a] - 1 = 0 \qquad (3)$$

Le système reste globalement non linéaire, mais il reste aussi linéaire en a et μ si on regroupe (1) et (3), et linéaire en μ si on ne considère que (2), donc si on fait une résolution itérative comme précédemment.

Dans la résolution de (1) et (3), le fait d'avoir k + 1 inconnues au lieu de k précèdemment ne pose pas de problème particulier. On voit aussi que la contrainte intervient directement sur a, et indirectement sur u.

En pratique, le fait de renormer les a_i à postériori est sous-optimal puisque cela revient à prendre d'abord :

$a = (U^t.U)^{-1} U^t q$, à poser $K^t = [k, k-1, \cdots, 2, 1]$ et à faire

$$a' = \frac{(U^t.U)^{-1} U^t q}{a^t.K}$$

Le calcul exact serait, en reprenant le système sous contrainte :

$$(1) \quad U^t(U.a-q) + \mu K = 0$$

$$(3) \quad K^t.a - 1 = 0$$

$$(1) \longrightarrow U^tUa - U^tq + \mu K = 0 \longrightarrow U^tUa = U^tq - \mu K$$

D'où $$a = (U^tU)^{-1}.[U^tq - \mu K] \qquad (4)$$

(3) + (4) nous donnent :

$$K^t.(U^tU)^{-1}[U^tq - \mu K] = 1$$

$$K^t.(U^tU)^{-1}.U^tq - \mu K^t.(U^tU)^{-1}K = 1$$

Alors, on a :

$$\mu = \frac{K^t(U^tU)^{-1}U^tq - 1}{K^t(U^tU)^{-1}K} \qquad (5)$$

(1) + (4) nous donnent :

$$a = (U^tU)^{-1}\left[U^tq - \frac{K^t(U^tU)^{-1}.U^tq - 1}{K^t(U^tU)^{-1}K} \cdot K\right]$$

soit :

$$a = (U^tU)^{-1}\left[\frac{K^t(U^tU)^{-1}K.U^tq - K^t(U^tU)^{-1}.U^tqK - K}{K^t(U^tU)^{-1}K}\right]$$

<u>Alors</u>

$$a = \frac{(U^tU)^{-1}\{[K^t(U^tU)^{-1}].[K.U^tq - U^tqK] - K\}}{K^t(U^tU)^{-1}K}$$

Le calcul de u, avec ces valeurs de a, resterait inchangé. Cela lève donc l'indétermination sur les a, définis à une constante près dans le premier cas.

En fait, nous n'avons pas mis cet algorithme en application pour des raisons de programmation et de difficulté d'insertion dans les programmes préexistants.

On dispose néanmoins des éléments essentiels pour le faire, à savoir l'inverse de (U .U) qui est déjà calculée.

III.1.2.3) Contraintes sur les pluies efficaces "corrigées ou déconvoluées :

Nous venons de voir que la seule contrainte $\sum A_i = 1$ suffit à lever l'indétermination théorique sur le problème.

On peut cependant ajouter d'autres contraintes, qui auront pour effet de limiter le domaine dans lequel on cherche la solution.

Des considérations physiques auraient pu conduire à imposer

$$A_i \geq 0 \ , \ \forall i \ , \quad \text{ou} \quad \sum_{j=1}^{i} a_j \geq 0 \ , \forall i$$

mais cela s'est toujours trouvé vérifié.

Par contre, sur les pluies efficaces $\underline{u}$, calculées par "corrections" successives ou sur les pluies "déconvoluées" globalement dans une étape finale, on a imposé :

$$u_\ell \geq 0$$

(dans la version originale c'est la seule imposée)

mais en y ajoutant :

$$u_\ell \leq R_\ell$$

L'influence de ces contraintes est détaillée dans les essais. Du point de vue théorique l'imposition des deux contraintes ($0 \leq u \leq R$) est justifiée car, sauf le cas de fusion nivale concomittante, la lame d'eau ruisselée est, bien sûr, toujours inférieure à la lame d'eau brute dont elle est issue, et ne peut pas être négative. Nous pouvons dire cependant que l'imposition des deux contraintes nous parait plus raisonnable dans la mesure où on est relativement sûr de la mesure ou de l'estimation des pluies brutes qu'on a faite. C'etait la raison du premier chapitre, qui devait conduire à une connaissance raisonnablement précise des lames brutes moyennes, au moins sur un des bassins étudiés.

Remarquons encore que pour des raisons pratiques, ces contraintes n'ont pu être imposées directement dans l'algorithme mais surajoutées à la solution obtenue sans contrainte. Cette façon de procéder est évidemment sous-optimale.

Enfin, comme cela a été évoqué dans le premier chapitre, les valeurs $\underline{r}$ de la pluie brute ne sont pas connues absolument mais avec une certaine incertitude (écart-type). Celle-çi aurait aussi pu être prise en compte dans la contrainte, par exemple en supposant ces incertitudes gaussiennes et en tolérant que 10 % seulement des valeurs de $\underline{u}$ excèdent $r + 1.28\,\sigma_r$ (sachant que σ_r est différent d'un pas de temps à l'autre).

III.1.3) Amélioration de l'algorithme d'identification:

III.1.3.1) La régression sans terme constant :

La régression sans terme constant a été utilisée dans les calculs de la DPFT pour les derniers essais.

Comme on verra pour quelques essais, le terme constant a_0 de la corrélation multiple n'est pas négligeable par rapport aux coefficients de la DPFT, et ne tends pas vers 0 pendant les itérations. L'objectif est donc de faire une estimation des a_i sans introduire le terme constant, par la méthode des moindres carrés classique et non pas une corrélation multiple.

La présence du terme constant s'expliquait par le souci d'utiliser un sous programme performant de régression multiple, plutôt que de reprogrammer les moindres carrés.

En faisant une corrélation multiple entre les variations de débit $\underline{q}$ et les pluies $\underline{r}$, on a :

$$\frac{q_j - \bar{q}}{\sigma_q} = a_1 \frac{r_j - \bar{r}_j}{\sigma_{r_j}} + a_2 \frac{r_{j-1} - \bar{r}_{j-1}}{\sigma_{r_{j-1}}} + \dots + a_k \frac{r_{j-k+1} - \bar{r}_{j-k+1}}{\sigma_{r_{j-k+1}}}$$

Le terme constant a_0 est donné par :

$$a_0 = \bar{q} - \sigma_q \left(a_1 \frac{\bar{r}_j}{\sigma_{r_j}} + a_2 \frac{\bar{r}_{j-1}}{\sigma_{r_{j-1}}} + \dots + a_k \frac{\bar{r}_{j-k+1}}{\sigma_{r_{j-k+1}}} \right)$$

en général,

$$\bar{r}_j = \bar{r}_{j-1} = \dots = \bar{r}$$

et $\sigma_{r_j} = \sigma_{r_{j-1}} = \dots = \sigma_r$, car on a approximativement les mêmes valeurs de $\underline{r}$, décalés pour chaque pas de temps, dans les colonnes de la matrice $[R]$.

Alors,

$$a_0 = \bar{q} - \frac{\sigma_q}{\sigma_r} \bar{r} \sum_{i=1}^{k} a_i$$

donc

$$a_0 = \bar{q} - \frac{\sigma_q}{\sigma_r} \bar{r} \, . \, A_k$$

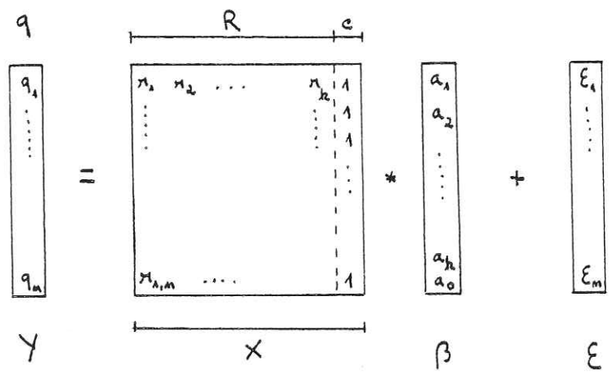
Univ. J. Fourier - O.S.U.G.
MAISON DES GEOSCIENCES
DOCUMENTATION
B.P. 53
F. 38041 GRENOBLE CEDEX
Tél. 04 76 63 54 27 - Fax 04 76 51 40 58
Mail : ptalour@ujf-grenoble.fr
22 AOUT 2003

Si A_k et $\bar{q}$ tendent vers 0, alors $a_0 \simeq 0$. Cette condition est vérifiée seulement si k est assez grand, et $\bar{q} \simeq 0$. C'est à dire quand on prolonge la F.T. et les hydrogrammes. En fait, comme pratiquement on tronque la F.T., ainsi que les hydrogrammes, le terme a_0 peut rester significatif par rapport au débit $\hat{q}_j$ à estimer, puis qu'il peut être égal à $\bar{q}$. Or, si on ne considère pas les hydrogrammes de décrue au moins jusqu'au niveau correspondant au démarrage de la crue, $\bar{q}$ risque d'être significativement positif, d'où un déficit systématique dans $\hat{q}_j$ si on l'ignore.

L'existence du terme constant dans le calcul se traduit par une colonne de 1, notée c dans le tableau X des variables exogènes :

$$[Y]_{m,1} = [X]_{m,k+1} * [\beta]_{k+1,1} + [\varepsilon]_{m,1}$$

Soit ici :



En utilisant le critère des moindres carrés sur les données brutes, on a une matrice $[X_1]_{m,k}$ de dimensions réduites (sans la colonne c). On calcule simplement les produits croisés $X_1^t . X_1$ et $X_1^t . Y$ et après l'inversion de la matrice, on a les nouvelles estimées β_1 des coefficients de la DPFT sans le terme constant a_0 .

$$[Y]_{m,1} = [X_1]_{m,k} * [\beta_1]_{k,1} + [\varepsilon_1]_{m,1}$$

$$\longrightarrow \quad \beta_1 = [X_1^t X_1]^{-1} X_1^t Y$$

III.1.3.2. (b) <u>La regression ridge :</u>

L'application de la régression ridge (ou corrélation en crête) est faite surtout pour diminuer les oscillations numériques lors de l'inversion

des matrices $A^t A$ dans les corrections des pluies ou pour les calculs des pluies déconvoluées.

La méthode de la régression multiple classique conduit à des estimateurs non biaisés des coefficients de régression, qui minimisent la somme des carrés résiduelle.

Toutefois, ces estimateurs sont eux mêmes affectés d'une variance d'échantillonage d'autant plus forte que les variables auxquelles ils s'appliquent sont plus correlés entre elles. (cf. DUBAND - cours 3éme année - ENSHG, 1981).

On a $$\hat{\beta} = [X^t X]^{-1} X^t Y$$

$$E\{\hat{\beta}\} = \beta \qquad \text{(estimateur non biaisé)}$$

Si $X^t X$ a une valeur propre assez petite, ce qui est conditionné par le fait que $X^t X$ est différente de la matrice identité, alors $\hat{\beta}$ tend à s'éloigner de β (cf. B. BOBEE et R. ROBITAILLE, 1975). Cela justifie une recherche d'un meilleur estimateur de β.

Pour cela, on va accepter de prendre un estimateur légèrement biaisé, mais présentant une variance d'échantillonage moindre. Les principes sont donnés dans un article de HOERL et KENNARD (1970) et consiste en résumé à appliquer une technique de perturbation sur la matrice $X^t X$ qui est quasi singulière dans certains cas.

Le nouvel estimateur de la régression ridge est donné par :

$$\hat{\beta}^* = [X^t X + k I]^{-1} X^t Y$$

où k est donc un bruit ajouté à la diagonale de la matrice à inverser. Dans notre cas, les matrices $A^t A$ jouent le rôle de $X^t X$, dans les calculs des estimations des pluies efficaces u.

En pratique, on a adopté une valeur constante de k = 0.1 pour les essais réalisés. En fait, le choix de k doit tenir compte de la somme des carrés résiduelle , qui augmente avec k.

Les estimés ainsi obtenues fluctuent moins et permettent une meilleure interprétation physique. Cependant ces nouveaux estimateurs sont biaisés et ne conduisent plus à une somme des carrés résiduelle minimum.

Le biais est accepté au profit de la meilleure signification physique des coefficients de régression (dans notre cas les corrections sur les pluies efficaces).

III.1.3.3) La formulation ARMAX :

Les modèles du type hydrogramme unitaire auquel appartient la DPFT risquent d'être des modèles surparamétrisés. Un modèle surparamétrisé (c'est à dire contenant plus de paramètres que le "vrai" système) conduit à deux types de difficultés (G. BASTIN, 1983) :

1) La variance d'estimation des paramètres est d'autant plus grande que le nombre de paramètres est elevé.

2) Le critère de minimisation de la variance résiduelle est plus difficile à optimer.

Or, dans notre cas, on a cherché jusqu'ici à identifier k paramètres A_i avec k de l'ordre de 15 à 30, alors que la "vraie" fonction de transfert A (t) est peut être une fonction simple, par exemple une fonction de Larrieu (REMENIERAS, 1965) de la forme $2\mu t\, e^{-\mu t^2}$ à un seul paramètre μ ! Malheureusement, la forme exacte de A (t) est inconnue, et on va donc devoir chercher préalablement le nombre probable de ses paramètres, pour une famille de modèles particuliers (fractions rationnelles).

L'intérêt principal de la formulation ARMAX proposée ici est de diminuer le nombre de coefficients à déterminer. On verra qu'en utilisant cette formulation pour le Gardon d'Anduze on avait que 9 coefficients au lieu de 20.

Pour l'identification, l'inversion des matrices 9 x 9 est moins délicate que celle pour l'hydrogramme unitaire (19 x 19). On obtient ainsi des coefficients plus stables et une identification plus robuste.

a) Aperçu théorique : (celui-çi sera repris au chapitre V)

Le modèle ARMAX simplifié consiste à calculer la séquence des coefficients A_1 ,A_2 ,... A_i ... (l'hydrogramme unitaire) comme le résultat de la division de deux polynômes en z^{-1}, z^{-1} étant l'opérateur délai.

Toujours en travaillant en différences premières, on a :

$$q_{t-1} = z^{-1} q_t \qquad P_{t-1} = z^{-1} P_t \qquad \text{(II.4.2)}$$

où

t = variable temps

q_t = variation de débit à l'instant t (de entre t-1 et t)

P_t = pluie efficace à l'instant t

Le modèle stationnaire le plus général consiste à écrire que la variation de débit à l'instant t est une fonction des pluies et des variations de débit antérieures :

Par exemple :

$$q_t + c_1 q_{t-1} + c_2 q_{t-2} + \dots + c_v q_{t-v} = b_0 P_t + b_1 P_{t-1} + b_2 P_{t-2} + \dots + b_w P_{t-w} \qquad \text{(II.4.3)}$$

En utilisant les formulations II.4.2, on a :

$$q_t \underbrace{(1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_v z^{-v})}_{C(z^{-1})} = P_t \underbrace{(b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_w z^{-w})}_{B(z^{-1})}$$

Alors

$$q_t = \frac{B(z^{-1})}{C(z^{-1})} P_t \quad ,$$

où $B(z^{-1})$ et $C(z^{-1})$ sont les polynômes en z. Et ceci nous ramène à une formulation de type "hydrogramme unitaire".

soit

$$H(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{C(z^{-1})}$$

alors

$$q_t = H(z^{-1}) P_t$$

ou $$q_t = h_0 P_t + h_1 P_{t-1} + h_2 P_{t-2} + \dots + h_k P_{t-k}$$,pour un polynôme $H(z^{-1})$ tronqué à k.

D'après l'équation II.3.1, où $q_j = \sum_{i=1}^{k} a_i P_{j-i+1}$, on voit donc que les coefficients h_i du polynôme sont les coefficients a_i de la DPFT.

b) Exemple sommaire :

L'application au bassin versant du Gardon d'Anduze (qui sera détaillé dans III.2).

Pour le cas du Gardon d'Anduze, on a essayé d'identifier la fonction de transfert en utilisant la formulation ARMAX (essai G - ARMAX _ chapitre III.2).

La procèdure de calcul est analogue à celle employée pour la méthode DPFT classique, mais avec les particularités suivantes :

1) L'équation II.4.3 nous donne :

$$q_t = - \sum_{i=1}^{v} c_i q_{t-i} + b_0 P_t + \sum_{i=1}^{w} b_i P_{t-i}$$

2) Pour les 20 épisodes pluie-débit retenus on cherche à estimer les coefficients c_i et b_i par la méthode des moindres carrés appliquée au système :

$$q_t = - \sum_{i=1}^{v} c_i q_{t-i} + b_0 P_t + \sum_{i=1}^{w} b_i P_{t-i} + \varepsilon_t$$

On minimise l'écart résiduel ε_t et les c_i et b_i sont les coefficients de régression de la relation multilinéaire précédente. Ici on utilise le critère des moindres carrés (régression sans terme constant).

Dans le cas du Gardon d'Anduze, on a choisi :

Nombre de termes $c \longrightarrow v \leq 3$

Nombre de termes $b \longrightarrow w+1 \leq 6$,

soit au maximum 9 inconnues, au lieu d'une vingtaine précédemment.

3) En ayant les estimations de c_i et b_i , on effectue la division des polynômes de façon à obtenir les coefficients de la DPFT :

$$h = \frac{B}{C}$$

On tronque cette division aux k premiers coefficients comme précédemment. En réalité, il y a une infinité de coefficients, mais qui tendent vite vers 0.

4) Comme pour la méthode DPFT classique, on initialise les calculs avec les pluies brutes et les estimations de la DPFT. sont faites d'une façon itérative . Les corrections sur les pluies sont calculées comme on a vu au chapitre précédent.

III.2) MISE EN OEUVRE SUR LES BASSINS VERSANTS REELS :

III.2.1) Introduction :

Nous allons maintenant présenter une version modifiée de la méthode DPFT que nous avons développé en conservant les mêmes principes de base que la version originale de D. DUBAND (EDF - DTG) mais en y incluant les améliorations évoquées en III.1.

Ensuite on donnera les résultats des applications de cette version sur le Fier (d'après les données gentiment fournies par l'Electricité de France), puis sur le Gardon d'Anduze. On rappelle que ces résultats correspondent à la phase d'identification, ou de calibration, où toutes les données sont utilisées pour ajuster au mieux les modèles.

Les tests réels seront présentés au chapitre VI.

III.2.2) Les options introduites dans l'algorithme :

Nous avons developpé un algorithme de calcul de la DPFT et des pluies efficaces qui a les particularités suivantes :

a) Possibilité d'avoir des longueurs n_l variables d'hydrogrammes de crue.
Ceci nous permet de mieux choisir les crues selon les conditions particulières à chaque épisode pluie-débit de l'échantillon disponible. Ainsi, on a éventuellement la possibilité d'obtenir plus d'observations de débit $\underline{n}$ en queue d'hydrogramme selon chaque cas, et un nombre de degrés de liberté plus elevé.

b) Les longueurs d'épisode pluvieux $\underline{m}_\ell$ peuvent être variables, donc les matrices A sont de tailles variables $A(\ell)$, mais la matrice $\mathcal{A}$ reste diagonale par bloc et la méthode de résolution par épisodes variables cette fois, reste inchangée.

c) Options de lissage des coefficients de la fonction de transfert à chaque itération :

. lissage par fonction GAMMA incomplète
. lissage de la "queue" à partir de la hauteur "moyenne" (demi valeur du pic).
. lissage de la queue de la fonction de transfert par exponentielle décroissante à partir du point d'inflexion présumé de la fonction de transfert.
. lissage à partir d'un point choisi de la queue par exponentielle décroissante avec un indice de décroissance choisi.

En fait, la dernière option de lissage, à peu près équivalente à la troisième, a été choisie pour la plupart des essais.

d) Option de norme sur la F.T. lissée à chaque itération, ou à la dernière itération (c'est à dire : $\sum_{i=1}^{k} A_i$ = nombre fixé ≤ 1)

e) Option d'imposition de contraintes sur les pluies corrigées à chaque itération ($P_i \leq R$, en plus de $P_i > 0$).

f) Option de déconvolution sur les variations de débits pour obtenir les pluies efficaces "déconvoluées", à chaque itération ou seulement à la dernière, avec la F.T. normée.

g) Option de régression ridge

h) Option de régression sans terme constant

Notre objectif ultime était de fournir un modèle pluie-débit sur le bassin du Gardon d'Anduze. Cependant, les premiers essais effectués faisaient apparaître des anomalies qui pouvaient mettre en doute la validité de la chaine de programmes utilisée. Nous avons donc décidé de reprendre un cas déjà entièrement traité par l'EDF , et de refaire les calcus dans

les mêmes conditions, pour vérifier nos programmes. Ensuite nous regarderons comment les améliorations que nous suggérons modifient cette solution de référence. Le bassin utilisé est celui du Fier, affluent rive gauche du Rhône, dans la région d'Annecy-Thones (Haute-Savoie).

III.2.3) Essais sur le Fier :

La chaîne de programmes pour l'application de la méthode DPFT sur le Fier est détaillée dans le tableau III-2-1 et consiste essentiellement en :

. préparation de tableaux d'entrée pour le programme principal : fichier contenant les variations de débit et les pluies brutes concomitantes et antérieures, prêt pour la corrélation multiple, et fichier contenant les vecteurs variations de débit, pluies brutes, pluies itérées (ou corrigées), pluies déconvoluées et autres variables utilisées postérieurement dans la chaîne.

. Programme principal de calcul itératif des a et u.

. Programme de convolution, qui fait, crue par crue, le calcul des débits étant donnés les coefficients de la DPFT finaux et les pluies déconvoluées en dernière itération du programme principal.

on a :

$$\hat{q}_j = \sum_{i=1}^{k} a_i \, Pd_{j-i+1} \qquad \text{puis} \quad Q_j = \sum_{i=0}^{j} q_i + q_0$$

où

a_i = coefficients de la DPFT calculés dans le programme principal
Pd_j = pluies déconvoluées calculées dans le programme principal
$\hat{q}_j$ = variations de débit calculées
q_0 = débit initial

. Programme de tracés

Les caractéristiques des épisodes pluie-débit du Fier sont les suivantes :

. données disponibles : débits en m^3/s
pluies en 1/10 mm/h - valeurs mesurées d'après un seul pluviographe (Thônes)

. nombre d'épisodes pluie-débit : 40

. superficie du bassin versant : 778 km^2

. pas de temps adoptée : 2 heures

. nombre de pas de débit, constant pour chaque crue : 36

. nombre de pluies par épisode : variable entre 11 et 35

Tous les essais ont été réalisés dans des conditions proches de l'étude EDF, en utilisant l'algorithme de régression avec le terme constant, et en unités unifiées, c'est à dire variations de débit et pluies en dixième de millimètres. La fonction de transfert a été identifiée avec k = 17 termes, mais lissée et prolongée jusqu'à n = 36 pour les corrections et déconvolutions.

III.2.3.1) Premiers essais : commentaires

Les premiers essais test ont d'abord montré la nécessité de lisser et prolonger la FT obtenue dès la première itération. En effet, il y a des nombreux épisodes de pluie avec un nombre de pluies non nulles $m \geqslant 30$. Les matrices A correspondantes présentent donc les premières colonnes avec beaucoup de valeurs nulles, si on fixe la longueur k :

$$m \begin{bmatrix} a_1 & & & & & 0 \\ a_2 & a_1 & & & 0 & \\ a_3 & a_2 & a_1 & & & \\ \vdots & & & & & \\ a_k & a_{k-1} & \cdots\cdots & a_1 & & \\ 0 & a_k & & & a_1 & \\ 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & & & & \\ \vdots & \vdots & & & & \\ 0 & 0 & & & & a_1 \end{bmatrix}$$

Pour éviter cette troncature arbitraire, on a donc dû prolonger la F.T. lissée de k jusqu'à n (n > m) par une exponentielle décroissante. L'essai 14 (Fig. III.2.1) et les suivants montrent que le lissage au delà du 11e pas de temps avec un indice de décroissance D = - 0.08 élimine correctement les oscillations en respectant la forme des F.T. obtenues au fur et à mesure des itérations.

On remarque aussi que les fichiers originaux (les épisodes pluie-débit) ont été conservés "intacts", c'est à dire qu'on n'a pas mis à 0 les valeurs de pluies faibles en particulier dans la phase de décrue, ce qui oblige à calculer les u correspondants et impose une valeur de m élevée. On a donc des nombreux épisodes avec m = 35 pluies, et pour les corrections des pluies respectives, un calcul de corrélation multiple avec 35 variables explicatives sur n = 36 observations, ce qui n'est pas évident.

III.2.3.2) Essai de référence et essais avec contrainte sur les pluies efficaces ($P_a \leq P_b$: Essais 14 à 17. Commentaires.

Les conditions de l'essai Fi-16 sont les plus proches de la version originale de a méthode DPFT, c'est à dire où la seule contrainte imposée sur les pluies est $P_a \geq 0$. C'est notre essai de référence.

Les figures III.2.1 à III.2.4 montrent l'évolution de la FT pour 4 cas de figure : sans contrainte $P_a \leq P_b$, avec contrainte $P_a \leq P_b$, sans ridge et avec ridge.

Les essais ont été faits sans les calculs de pluie déconvoluée à la dernière itération, et avec la FT non normée à chaque itération.

Nous pouvons comparer les résultats et remarquer ceci :

(a) Pour les 4 essais, tous les coefficients de corrélation multiple entre variations de débit calculés et variations de débit observés sont supérieurs à 0,84 à la 3éme itération.

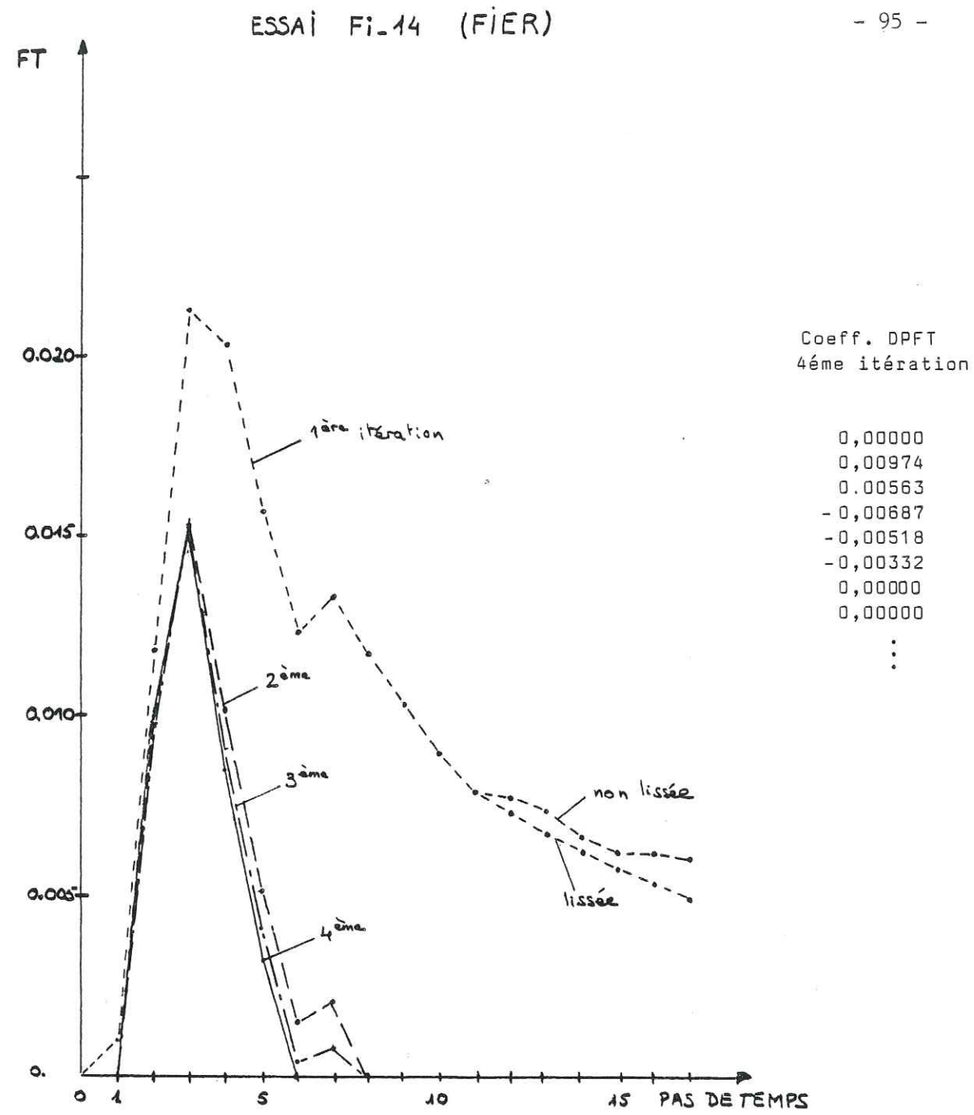


Fig. III.2.1

ESSAI Fi-14 :

FT : non normée
lissée expo.:pas 11,D=-0,08
prolongée pour la correction

sans contrainte Pe $\leq$ Pb

$TK_1 = TK_2 = \emptyset$ (sans ridge)

Itération	1	2	3	4
R	0,5974	0,8834	0,9532	0,9579
Σ Ai lissée	0,17107	0,04323	0,03932	0,03693
const.	-0,08290	0,10637	0,08316	0,09172

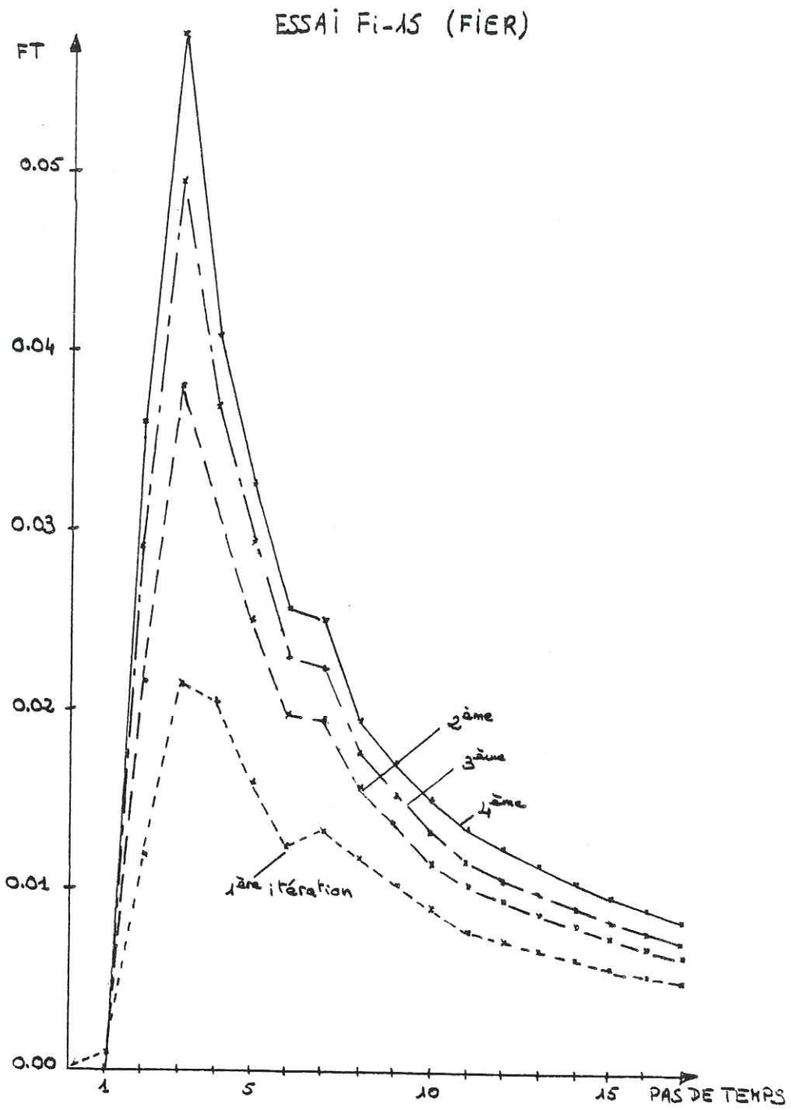


Fig III.2.2

Coeff. DPFT
4éme itération

0,00000
0,00360
0,02145
-0,01656
0,00834
0,00694
0,00058
0,00049
0,00249
0,00200
0,00161
0,00103
0,00095
0,00088
0,00081
0,00075
0,00069

ESSAI Fi-15 :

FT : non noréme
lissée expon.:pas 11,0=-0,08

avec contrainte Pe ≤ Pb

$TK_1 = TK_2 = 0$ (sans ridge)

Itération	1	2	3	4
R	0,5974	0,7685	0,8471	0,8802
$\sum$ Ai lissée	0,17107	0,25294	0,30184	0,34412
const.	-0,08294	-0,02537	-0,02465	-0,02532

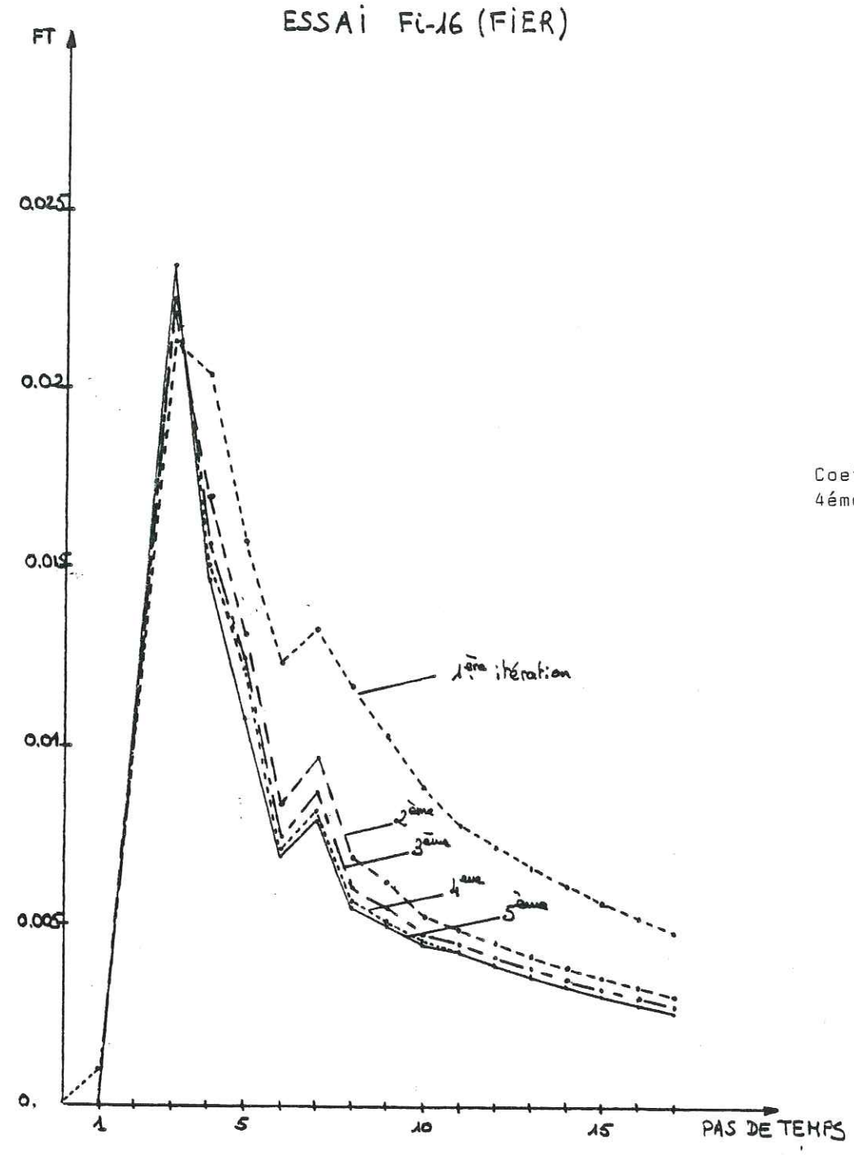


Fig. III.2.3

Coeff. DPFT
4éme itération

0,00000
0,01228
0,01677
-0,00793
-0,00296
-0,00503
0,00113
-0,00250
-0,00058
-0,00053
-0,00028
-0,00034
-0,00031
-0,00029
-0,00026
-0,00024
-0,00023

ESSAIS Fi-16, Fi-20

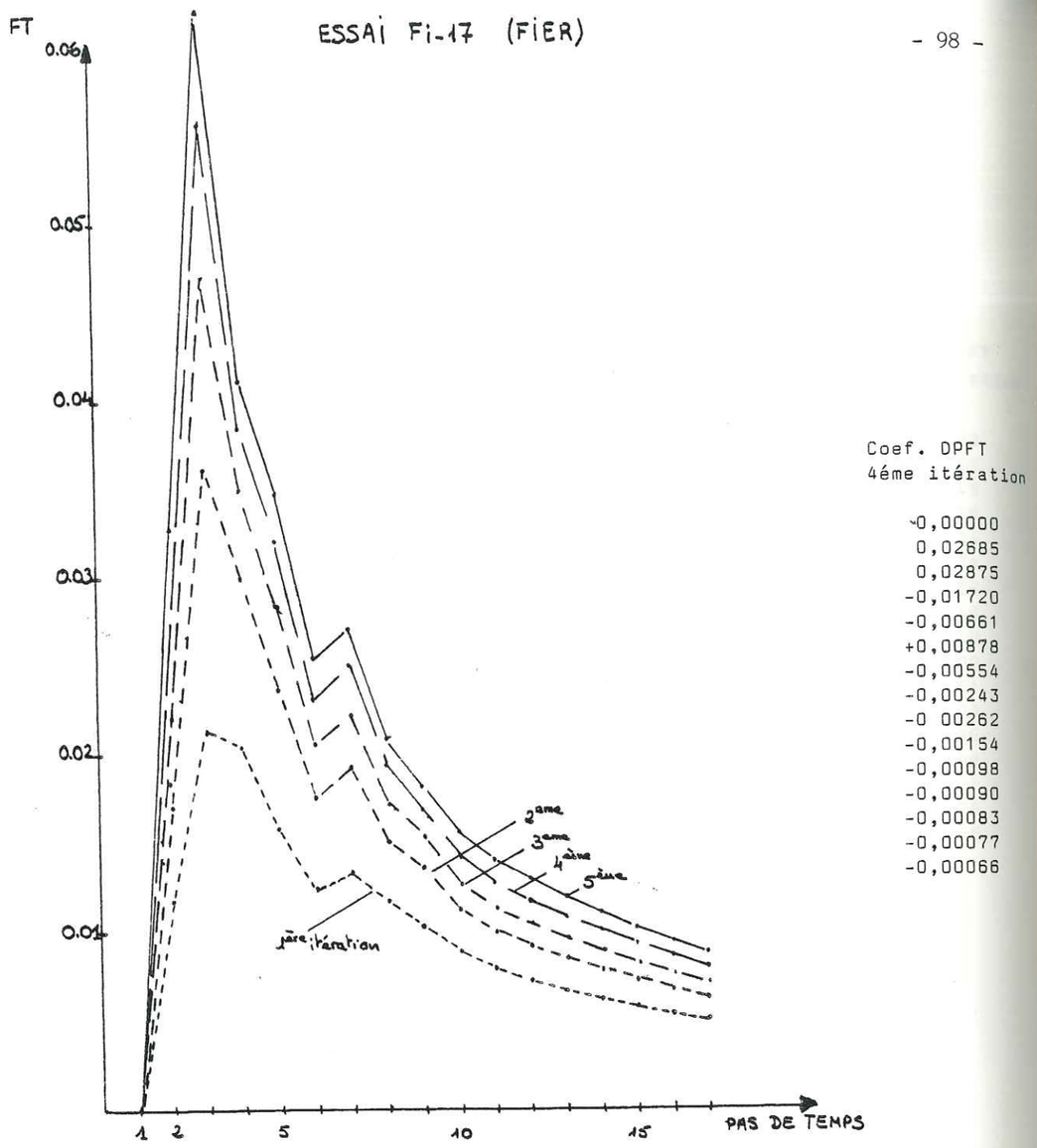
FT : non normée
lissée expon.:pas 11,0=

sans contrainte Pe ≤ Pb

TK_1 = Ø (calcul de la FT sans ridge)

TK_2 = Ø,1 (corrections avec ridge)

Itération	1	2	3	4	5
R	0,5974	0,9649	0,9846	0,9892	0,9911
$\sum$ Ai lissée	0,17107	0,12853	0,12088	0,11795	0,11666
const.	-0,08294	-0,04028	-0,03736	-0,03578	-0,03461



Coef. DPFT
4éme itération

-0,00000
0,02685
0,02875
-0,01720
-0,00661
+0,00878
-0,00554
-0,00243
-0 00262
-0,00154
-0,00098
-0,00090
-0,00083
-0,00077
-0,00066

Fig. III.2.4

ESSAIS Fi-17, Fi-19 :

FT : non normée
lissée expon.:pas 11,
D=-0,08

avec contrainte Pe $\leq$ Pb

TK_1 = 0 (pas de ridge calcul FT)
TK_2 = 0.1 (ridge pour corrections)

Itération	1	2	3	4	5
R	0,5974	0,8047	0,8667	0,9008	0,9181
$\sum$ Ai lissée	0,17107	0,24063	0,28404	0,32207	0,35478
const.	-0,08204	-0,04116	-0,03083	-0,02665	-0,02444

(b) Pour les 4 essais, toutes les FT obtenues à la 4eme ou 5eme itération présentent la même forme, c'est à dire : première valeur nulle, premier pic au 3éme pas de temps, 2éme pic au 7éme pas de temps.

(c) Le calcul de la FT sans contrainte $P_\lambda \leq P_b$ ne peut être fait qu'en introduisant la régression ridge (ici avec TK = 0.1) pour les corrections sur les pluies efficaces.

Dans le cas contraire on trouve des anomalies dans les coefficients de la FT, à partir du 8éme pas de temps, car $A_i < 0$, $i \geq 8$. On a des très fortes oscillations dans les corrections sur les pluies surtout pour $i \geq 8$. En ayant donc des pluies corrigées (positives) trop importantes, les coefficients de la FT seront trop faibles, voire négatifs à la 2éme itération. En fait, on doit imposer $A_i > 0, \forall i$, pour des raisons physiques.

(d) En comparant les essais Fi-16 et Fi-17 (les deux avec ridge pour la correction des pluies) on voit que l'essai sans contrainte $P_\lambda \leq P_b$ converge plus rapidement que celui avec la contrainte et le coefficient de corrélation multiple est plus élevé (0,9911 contre 0,9181 à la 5éme itération), mais les pluies efficaces corrigées obtenues sont en général beaucoup plus fortes que les pluies brutes correspondantes (pour certains épisodes il y a des pluies efficaces dans un rapport 4 : 1 voire 5 : 1.)

(e) L'évolution de la FT pendant les itérations montre en général que pour les essais sans contrainte ($P_\lambda \leq P_b$) la FT décroit, et pour ceux avec contrainte la FT croit. Ce n'est pas étonnant, car

si $q = Ua$

et $U^* = cU$ donc $q = U^* \frac{a}{c}$

$$\begin{cases} c \neq 0 \\ c > 1 & \text{sans contrainte} \\ c < 1 & \text{avec contraitne} \end{cases}$$

050 035791 3

(f) La somme des coefficients de la F.T. ne tends pas vers 1. ($\sum A_i \simeq 0{,}35$ pour l'essai 17 et $\sum A_i \simeq 0{,}12$ pour l'essai 16). On doit normer à 1 la fonction de transfert finale pour le calcul des pluies déconvoluées.

(g) Le terme constant n'est vraiment pas négligeable par rapport à la somme des coefficients de la DPFT. Il diminue au fur et à mesure des itérations mais à la dernière il est du même ordre de grandeur que le plus fort coefficient de la DPFT, même pour les essais avec contrainte $P_\ell \leq P_k$, où les valeurs absolues des coefficients de la DPFT sont les plus forts.

(h) En comparant les essais 15 et 17 (avec contrainte $P_\ell \leq P_k$), les pluies corrigées respectives avec la régression ridge sont moins oscillantes, ce qui confirme la nécessité de son utilisation dans les calculs des corrections.

On montre un résumé de la comparaison des essais à la 4ème itération (fig. III.2.5).

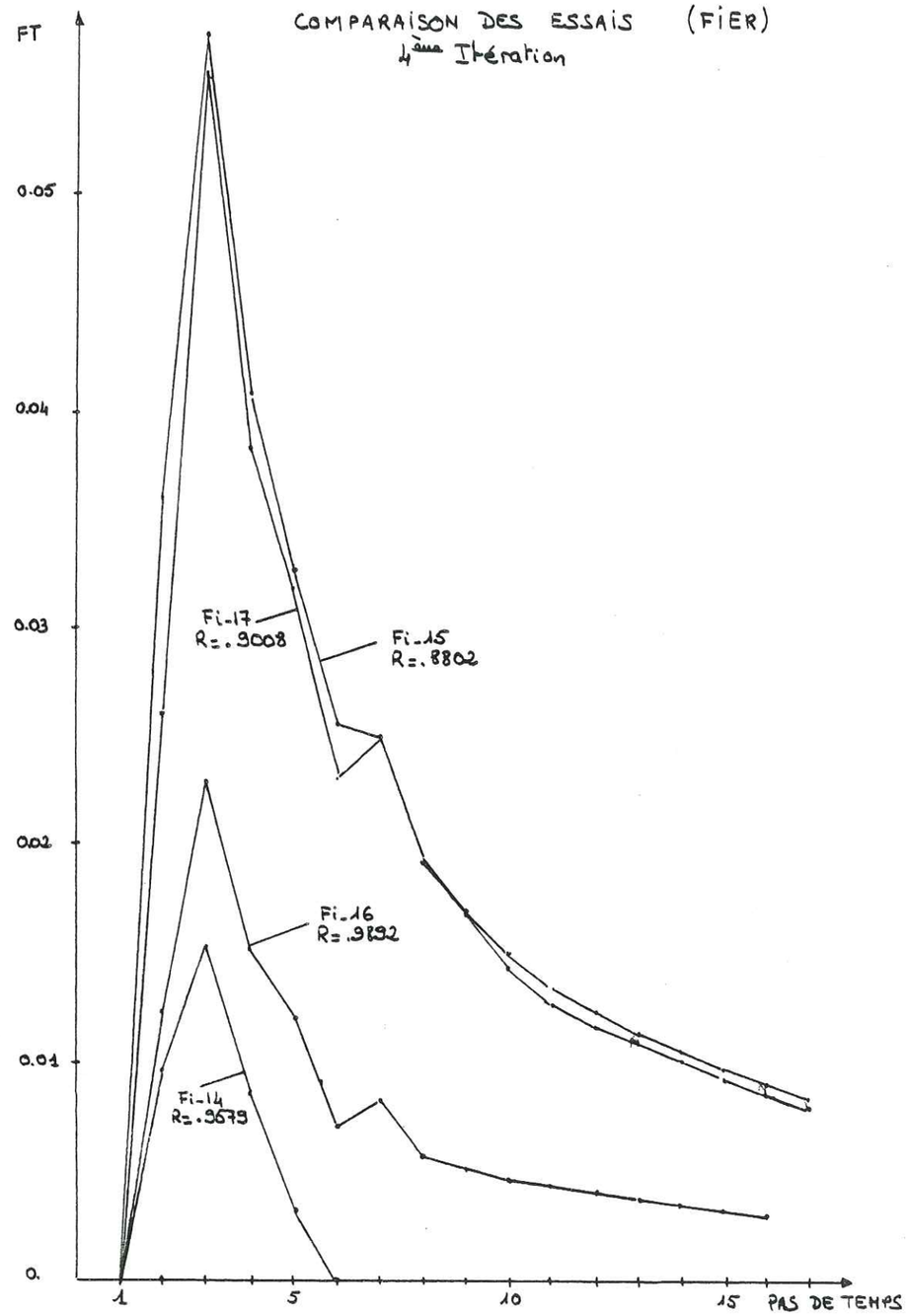


Fig. III.2.5 - Comparaison des essais

III.2.3.3) Calcul de la pluie déconvoluée : essais 19 et 20.
Commentaires :

Les essais 19 et 20 sont respectivement les mêmes que les 17 et 16 mais cette fois çi en déconvoluant les pluies à la 4éme itération, avec les FT respectives normées à 1

Nous allons maintenant comparer la reconstitution des débits, c'est à dire :

$$\hat{q}_{c_j} = \sum_{i=1}^{m} a_i P_{k_{j-i+1}} \rightarrow \hat{Q}_{c_j}$$ (débits calculés ou reconstitués)

Les débits calculés $\hat{Q}_c$ sont comparés aux débits observés Q.

En moyenne, pour les 40 crues étudiées, les reconstitutions des débits ne sont pas tout à fait satisfaisants. Les débits reconstitués en général sont moins forts que les débits observés. Ceci pourrait être expliqué à cause du terme constant a qu'on néglige (q. paragraphe III.1.3.1).

Nous avons choisi les crues 1, 3, 6, 20,25 et 27 comme les meilleurs exemples et on peut comparer les pluies déconvoluées et les débits calculés de l'essai 17 (avec contrainte $P_k \leq P_b$) avec ceux de l'essai 16 (sans contrainte $P_k \leq P_b$).

(a) On montre (fig. III.2.6) que les 2 fonctions de transfert normées sont à peu près identiques en montée et en "queue", sauf une différence de l'ordre de 10 % pour les valeurs aux pics (la FT de l'essai sans contrainte monte plus).

(b) Les pluies déconvoluées ont été calculées en utilisant la régression ridge (avec TK = 0, 1), qui élimine les oscillations. La valeur TK = 0,1 peut être un peu forte et nous conduirait à des pluies déconvoluées moins oscillantes, mais aussi plus faibles que celles calculés sans la ridge. Par conséquent les débits calculés sont plus faibles.

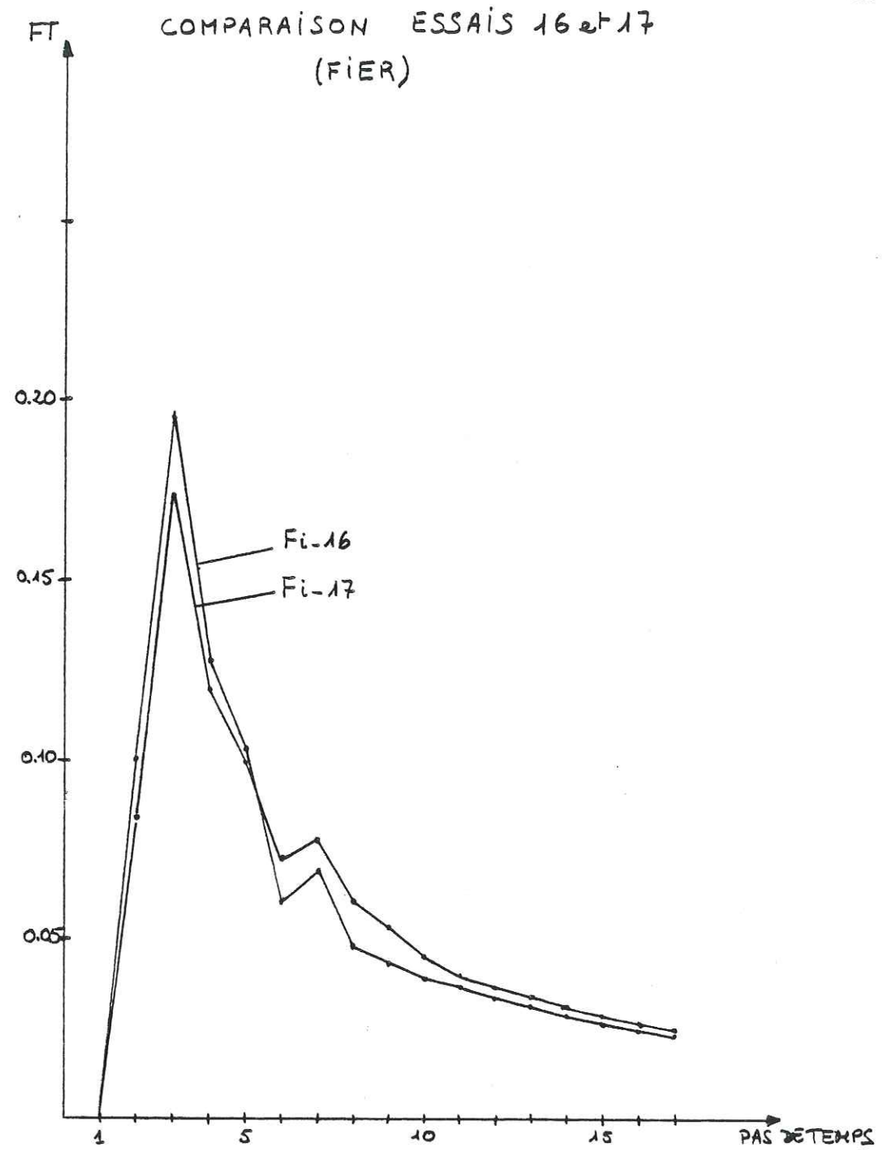
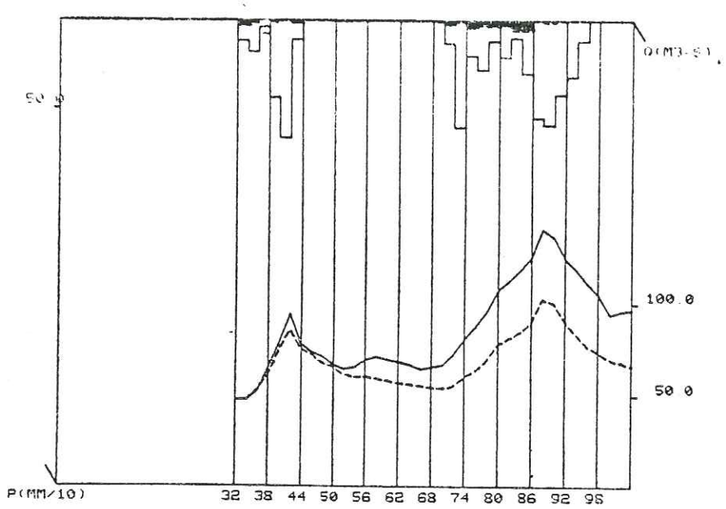


Fig. III.2.6

FTs normés à la 4éme itération

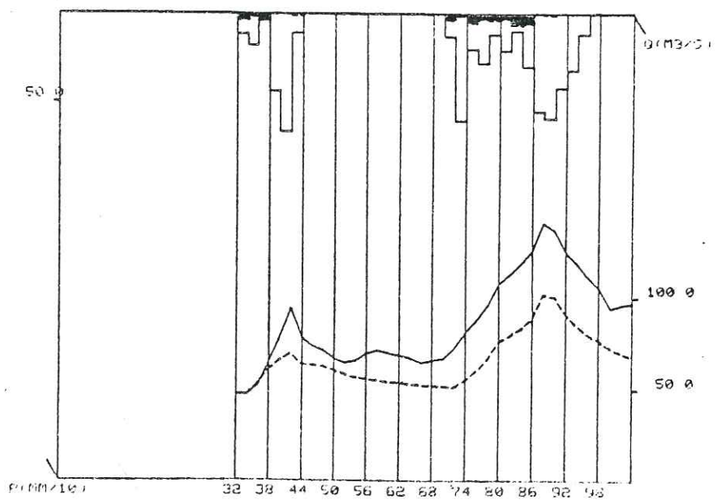
. Fi-16 - sans contrainte Pe ≤ Pb

. Fi-17 - avec contrainte Pe ≤ Pb



EPISODE N 1 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 141 00000 M3/S
PMAX= 66.00000 DIX.MM.

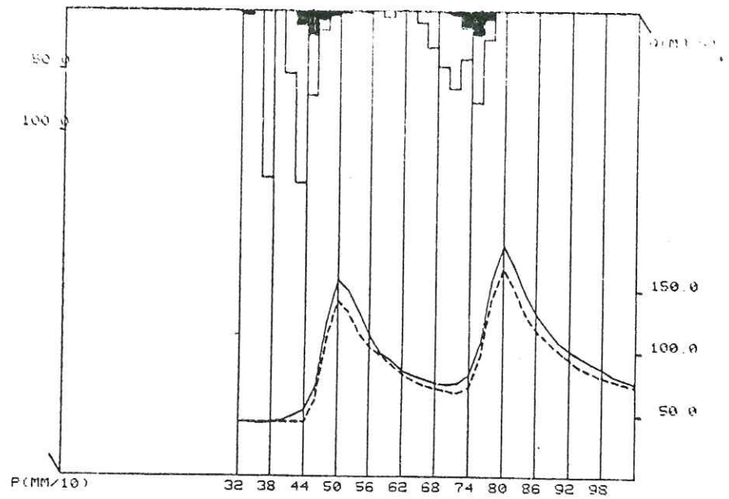
Fi 16 = Fi 20
$0 \leq P_a$



EPISODE N 1 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 141 00000 M3/S
PMAX= 66 00000 DIX MM

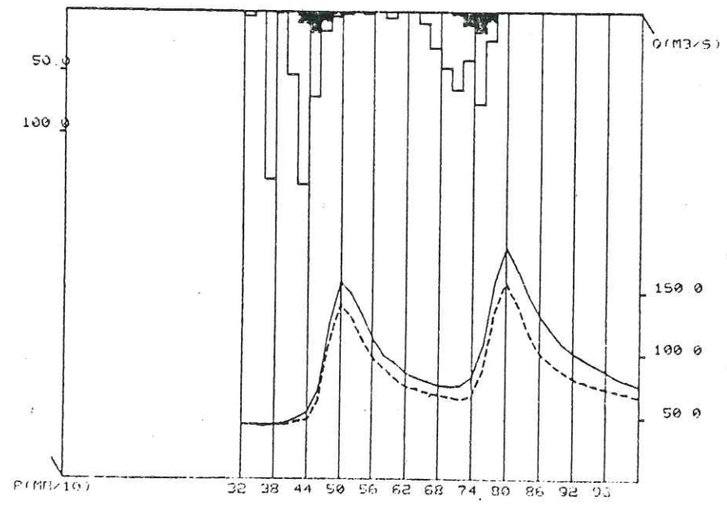
Fi 17 = Fi 19
$P_a \leq P_b$

Fig. III-2-7a



EPISODE N 3 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 186 00000 M3/S
PMAX= 140.00000 DIX MM.

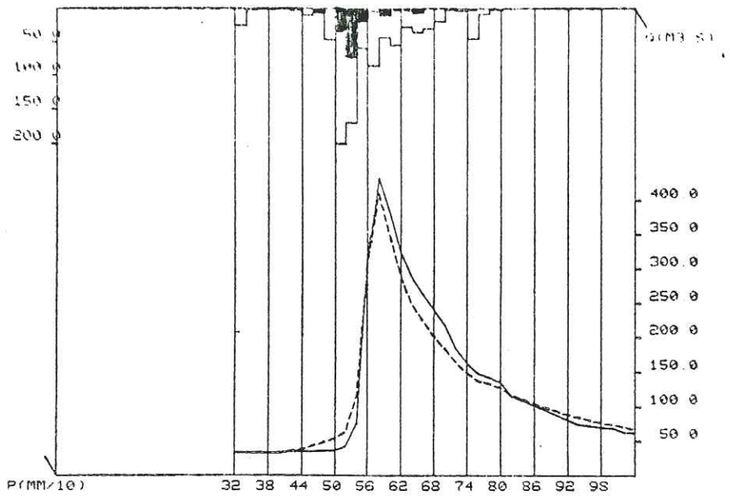
Fi 17 = Fi 19
$P_a \leq P_b$



EPISODE N 3 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 186 00000 M3/S
PMAX= 140 00000 DIX MM

Fi 16 = Fi 20
$0 \leq P_a$

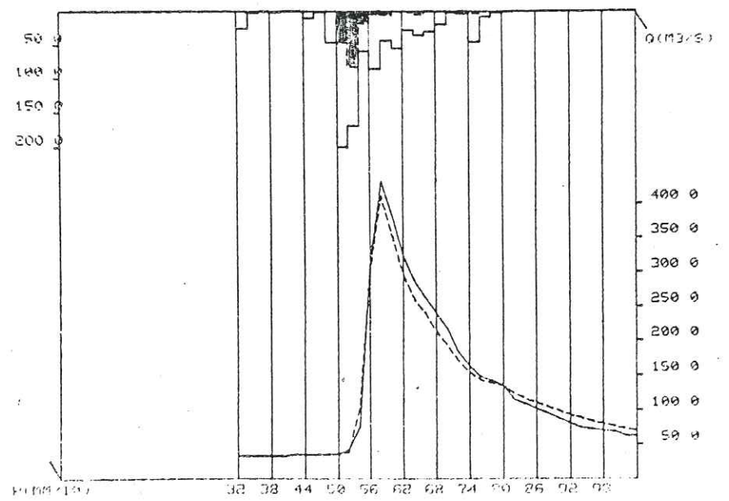
Fig III-2-7b



EPISODE N 6 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 432.00000 M3/S
PMAX= 200.00000 DIX MM.

Fi16 = Fi20

$0 \leq P_2$

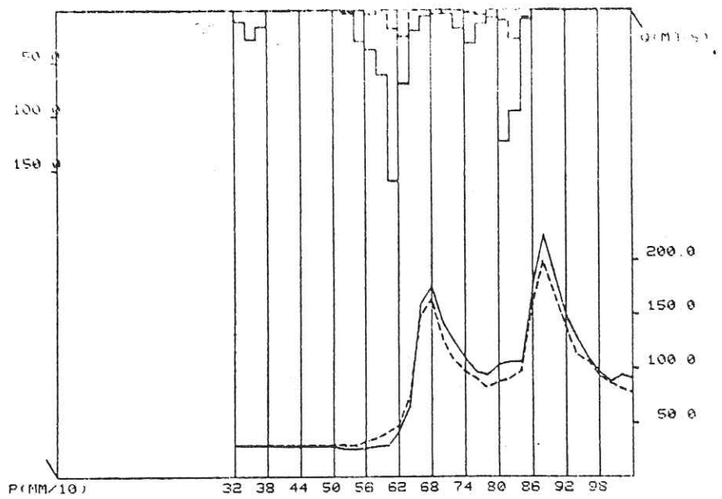


EPISODE N 6 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 430.00000 M3/S
PMAX= 200.00000 DIX MM

Fi17 = Fi19

$P_2 \leq P_b$

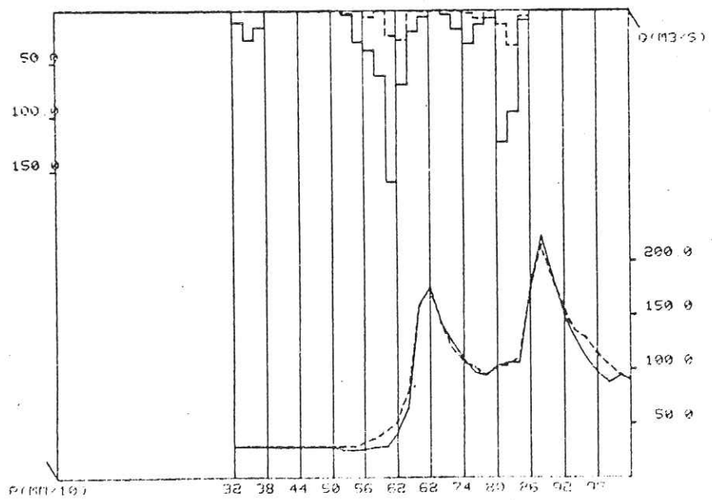
Fig. III-2-7c



EPISODE N 20 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 223.00000 M3/S
PMAX= 160.00000 DIX MM.

Fi16 = Fi20

$0 \leq P_2$

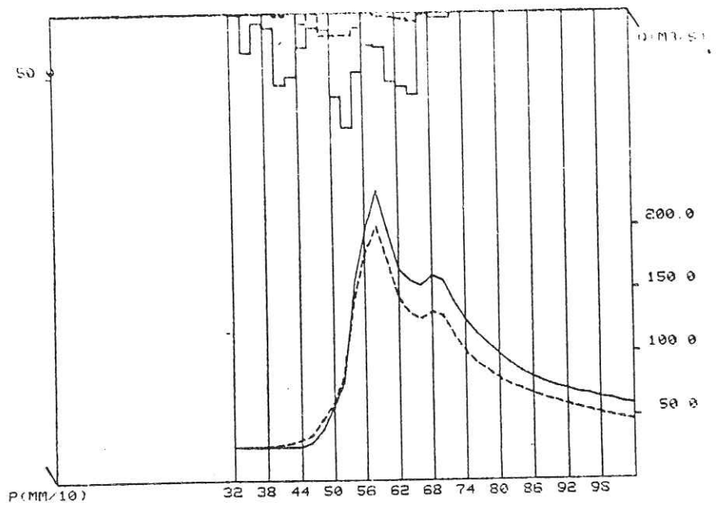


EPISODE N 20 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 220.00000 M3/S
PMAX= 160.00000 DIX MM

Fi17 = Fi19

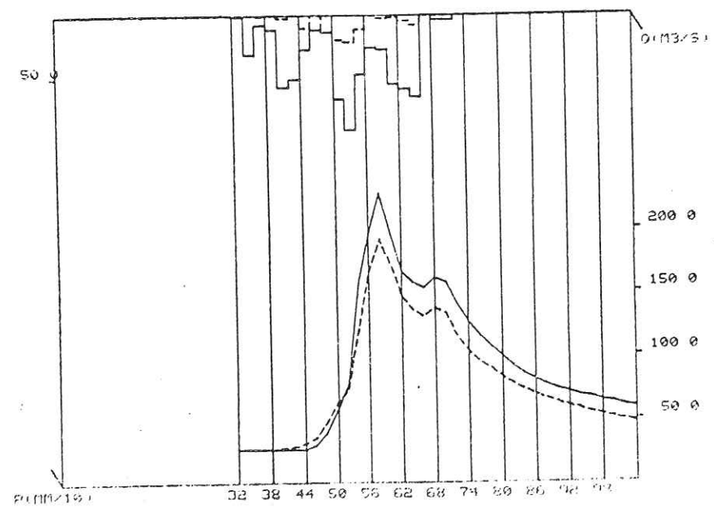
$P_2 \leq P_b$

Fig. III-2-7d



EPISODE N 25 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 223.00000 M3/S
PMAX= 92.00000 DIX.MM.

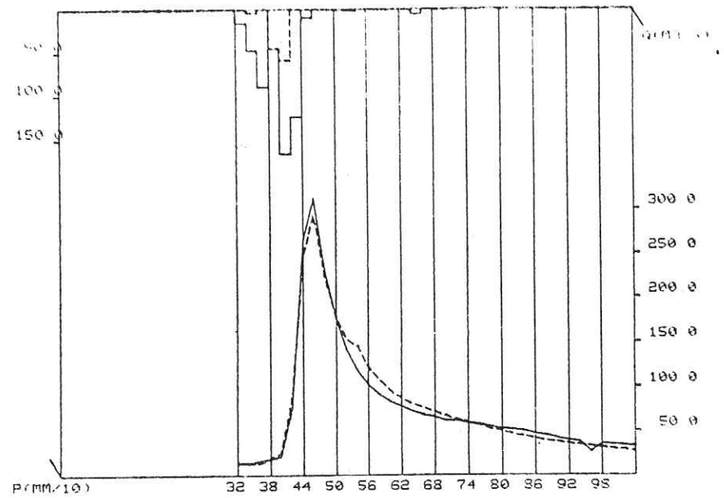
Fi16 = Fi20
$0 \leq P_\ell$



EPISODE N 25 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 223.00000 M3/S
PMAX= 92.00000 DIX.MM

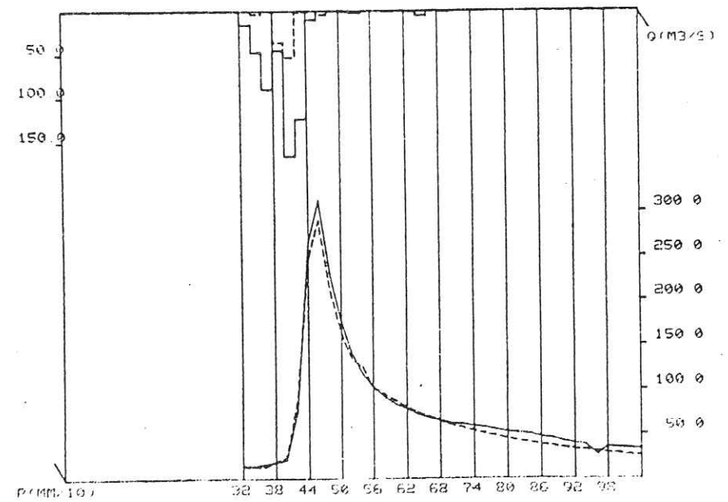
Fi17 = Fi19
$P_\ell \leq P_b$

Fig. III-2-7ℓ



EPISODE N 27 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 312.00000 M3/S
PMAX= 165.00000 DIX MM.

Fi17 = Fi19
$P_\ell \leq P_b$



EPISODE N 27 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 312.00000 M3/S
PMAX= 165.00000 DIX MM

Fi16 = Fi20
$0 \leq P_\ell$

Fig. III-2-7f

(c) Les figures III.2.7 montrent pour chaque crue la comparaison entre les essais 17 (avec contrainte Pe≤Pb) et 16 (sans contrainte Pe≤Pb). Les crues et les pluies comparées montrent que l'essai 16 (pic plus fort) correspond en moyenne à une pluie déconvoluée plus faible que les analogues de l'essai 17 (pic moins fort), ce qui est logique.

(d) Les débits calculés sont quasiment les mêmes, avec tout de même une meilleure reconstitution pour les cas de la FT calculée avec contrainte (Pe≤Pb) - essai 17.

(e) Les crues N° 1, 6 et 25 (fig. III.2.7) montrent des exemples de cas très fréquents où les pluies déconvoluées sont très faibles en fin d'épisode pluvieux. Dans ces cas, le sol étant déjà saturé, les pluies efficaces ainsi trouvées ne correspondent pas physiquement à la réalité. Il y a donc un doute sur ces valeurs, et sur leur origine (biais de la regression ridge ?).

III.2.3.4) Influence de la norme : essais 23 et 24. Commentaires :

Il serait intéressant de vérifier l'effet d'imposer la norme à la FT à chaque itération, pour essayer d'accélerer la convergence.

Les fig. III.2.8 et III.2.9 montrent l'évolution des FTs pour les cas des FTs normés à chacune des 4 itérations (Fi-23 avec contrainte Pe ≤ Pb, Fi-24 sans la contrainte).

(a) Les pics des FTs se trouvent aux mêmes endroits que ceux des FTs des essais précédents et les FT ont une même forme. Cependant, les pointes sont plus faibles que celles des FTs normés précédentes (essais 19 et 20 - fig. III.2.6).

(b) Les coefficients de corrélation multiple sont plus faibles par rapport aux analogues précédents, et il n'y a pas convergence plus rapide.

(c) Les crues 20,25 et 27 (Fig. III.2.10) sont les exemples des débits calculés et des pluies efficaces déconvoluées correspondants aux es-

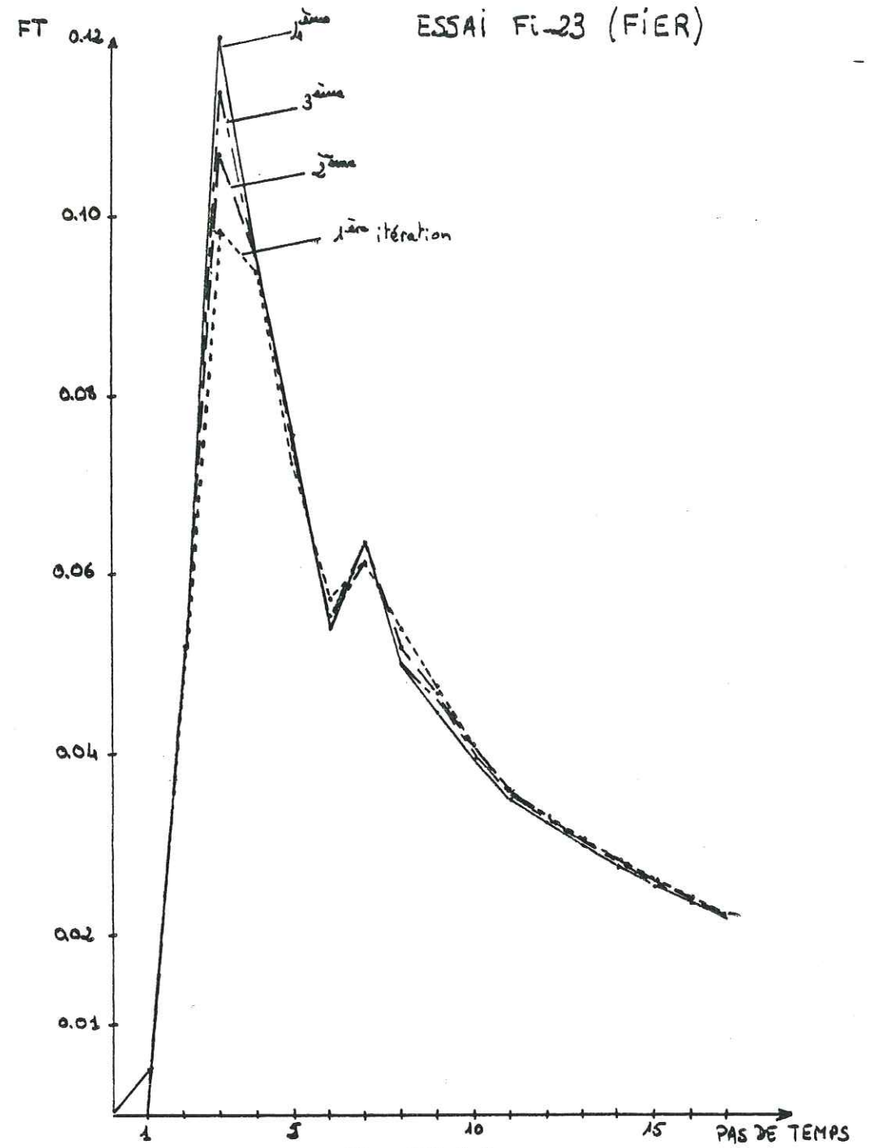


Fig. III.2.8

ESSAI Fi-23 :

FT normée aux 4 itérations
lissée expon.:pas 11,D=-0,08

avec contrainte Pe ≤ Pb

TK_1 = Ø (calcul FT : sans ridge)
TK_2 = 0.1 (corrections : ridge)
TK_3 = 0.1 (déconvolution : ridge)

Itération	1	2	3	4
R	0,5974	0,6666	0,7210	0,7645
Σ Ai lissée	0,21681	0,23711	0,25863	0,27798
const.	-0,08204	-0,07201	-0,06531	-0,05954

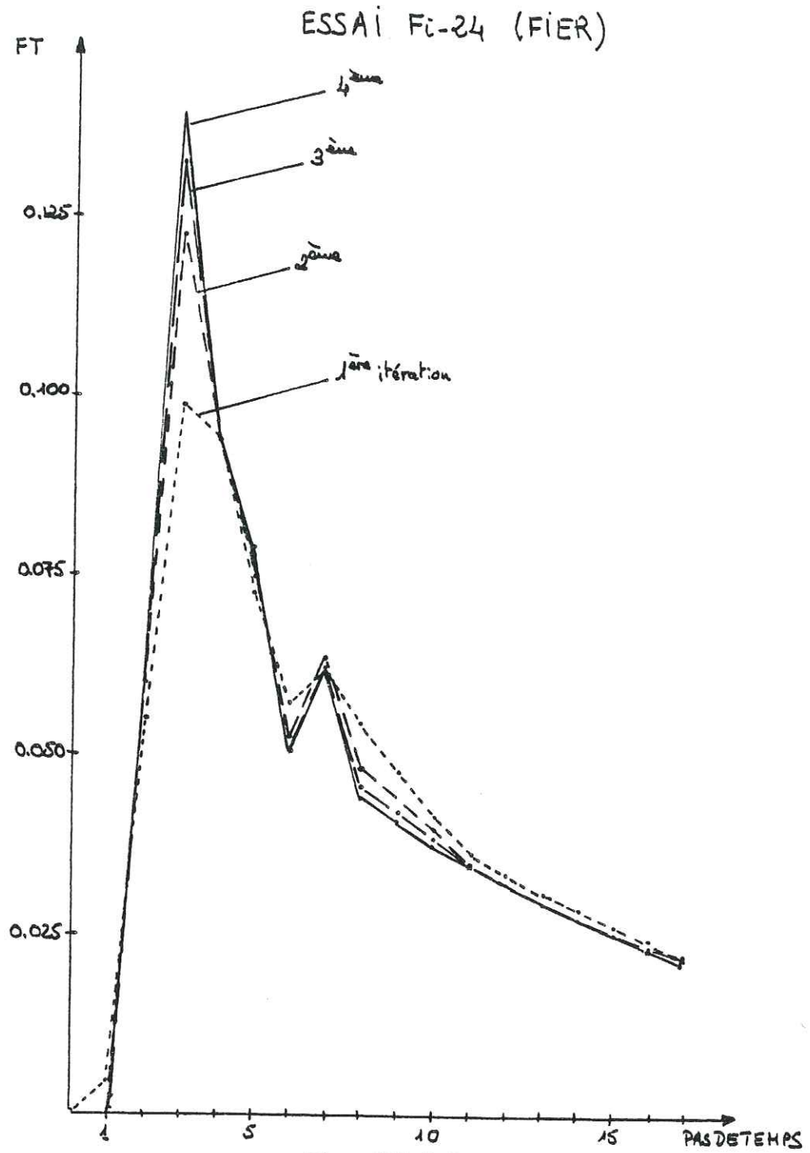


Fig. III.2.9

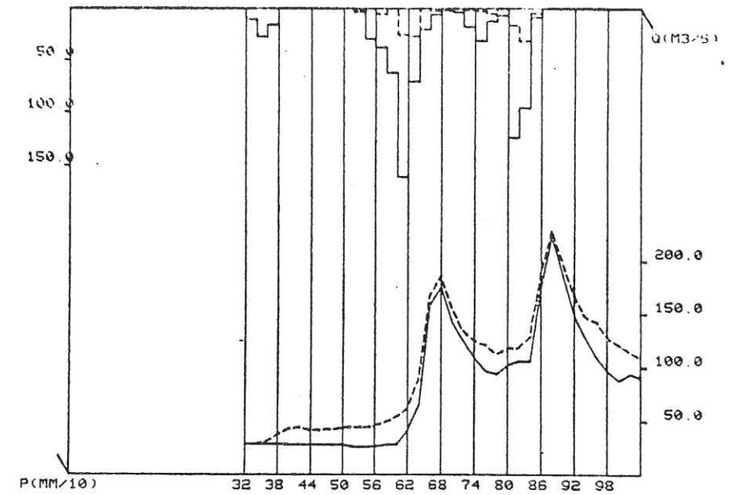
ESSAI Fi-24:

FT : Normée aux 4 itérations
lissée expon.:pas 11,D=-0,08

sans contrainte Pe Pb

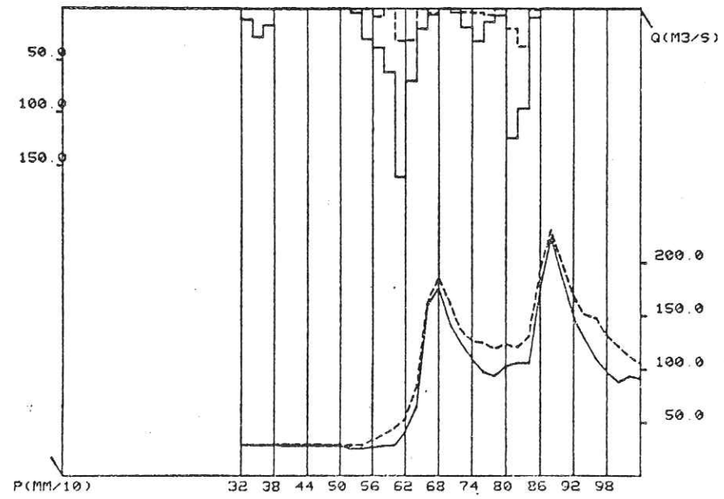
TK_1 = Ø (calcul FT : sans ridge)
TK_2 = Ø (corrections : ridge)
TK_3 = Ø (déconvolution : ridge)

Itération	1	2	3	4
R	0,5974	0,7835	0,8718	0,9207
Ai lissée	0,21681	0,21962	0,22525	0,22693
const.	-0,08294	-0,07760	-0,07674	-0,07362



EPISODE N. 20 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 223.00000 M3/S
PMAX= 150.00000 DIX.MM.

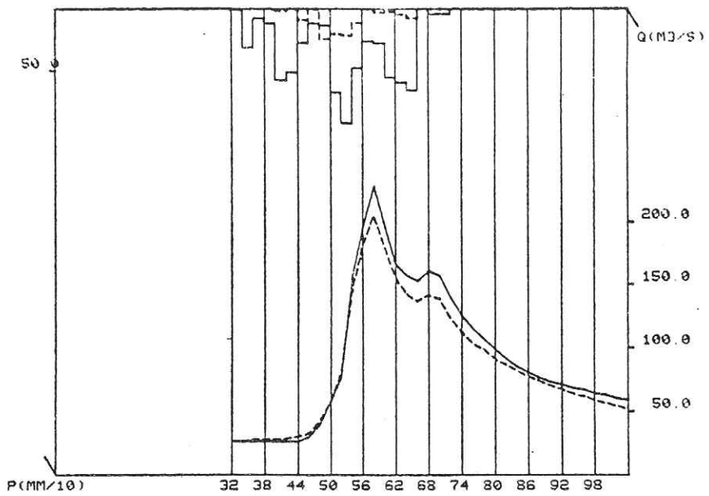
Fi24
$0 \leq P_2$



EPISODE N 20 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 223.00000 M3/S
PMAX= 160.00000 DIX MM.

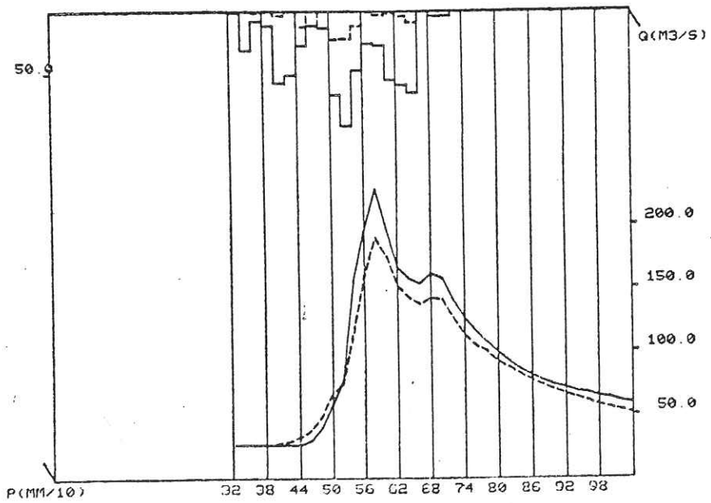
Fi23
$P_2 \leq P_b$

FIG. III-2-10a



EPISODE N. 25 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 228.00000 M3/S
PMAX= 92.00000 DIX.MM.

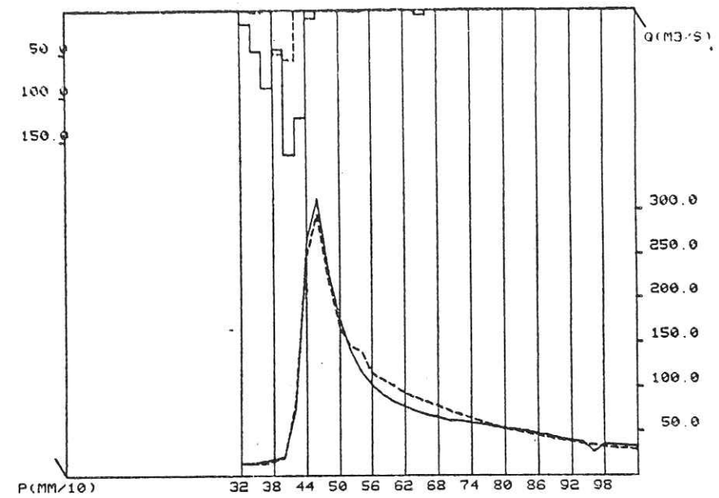
Fi-24
$0 \leq P_L$



EPISODE N. 25 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 228.00000 M3/S
PMAX= 92.00000 DIX.MM

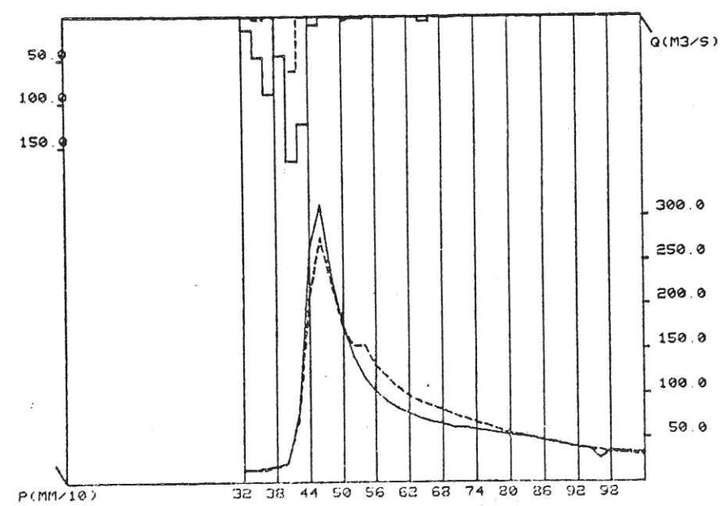
Fi23
$P_L \leq P_b$

FiG. III-2-10b



EPISODE N. 27 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 312.00000 M3/S
PMAX= 165.00000 DIX.MM.

Fi24
$0 \leq P_L$



EPISODE N. 27 KDEB= 34 KFIN= 104
QMAX= 312.00000 M3/S
PMAX= 165.00000 DIX.MM

Fi23
$P_L \leq P_b$

FiG. III-2-10c

sais 23 et 24. En comparant avec les résultats du 19 et 20 (norme seulement à la 4éme itération), on voit que les débits calculés et les pluies efficaces ne sont pas nettement meilleurs.

III.2.3.5) Conclusions des essais sur le Fier :

a) Notre solution de référence est celle de l'essai Fi-16, où on adopte la version stricte de la méthode : FT non normée, et la seule contrainte sur les pluies est $Pe \geqslant 0$. Il y a effectivement une convergence de la FT à partir de la 3éme itération et le coefficient de corrélation multiple entre variations de débit observés et calculés est supérieur à 0,99 à la 5éme itération.

Cependant, les calculs des corrections sur les pluies ont été faits avec la régression ridge. Sans introduire cette option (essai Fi-14) on trouve des anomalies dans la F.T. dès la 2éme itération.

b) A condition de normer la FT à la dernière itération, l'imposition d'une nouvelle contrainte sur els pluies efficaces ($Pe \leqslant Pb$) n'est pas nécessaire au niveau de l'estimation des coefficients de la F.T. Les résultats sont les mêmes que ceux de la version de référence.

c) L'imposition de la norme à chaque itération n'amèliore pas la convergence de la F.T.

d) Les pluies efficaces "itérées" sont plus stables si on impose la contrainte $Pe \leqslant Pb$. Cette remarque reste valable pour les pluies déconvoluées, qui sont ainsi moins oscillantes.

e) Les pluies efficaces déconvoluées sont généralement assez faibles en fin d'épisode pluvieux. Ces estimations sont donc douteuses, le sol étant normalement saturé.

f) La validité de notre chaîne de programmes étant testée, de même que les effets de certaines améliorations proposées, nous avons continué la série des essais de la méthode sur le Gardon d'Anduze.

III.2.4) Essais sur le Gardon d'Anduze :

On disposait de données de pluie horaire pour 25 épisodes pluvieux d'automne (de septembre 1971 jusqu'à octobre 1979). En fait, d'après l'annexe I.2.1, on n'a que 19 épisodes de crue exploitables, ce qui nous donne un échantillon d'épisodes pluie-débit beaucoup moins riche que celui du Fier. Cependant il y a certains épisodes qui peuvent être découpés en deux ou trois crues, et cela a aussi été fait pour éviter une longueur trop importante des épisodes pluvieux.

Le but du découpage était donc d'avoir un nombre le plus petit possible de pluies par épisode pluie-débit et, de cette façon, des matrices $A^t A$ correspondantes plus petites.

On avait donc entre 20 et 25 crues disponibles au total.

Le choix des épisodes pluie-débit a été fait d'après l'examen des hydrogrammes et hyétogrammes (annexe I.2.1, chapitre I).

Compte tenu du très court temps de réponse moyen des rivières de la région, nous avons choisi pour le Gardon d'Anduze de mener les essais avec un pas de temps horaire.

Dans tous ces essais, nous avons essayé d'identifier une fonction de transfert avec k = 19 termes, donc tronquée à 19 heures. La raison de ce choix est de ne pas avoir beaucoup de coefficients à identifier mais aussi essayer d'identifier une F.T. qui ait assez de termes pour qu'elle se forme si elle a "envie".

Au contraire du Fier, où on avait déjà disponibles les débits en m^3/s et les pluies en dix. de mm, les essais de la méthode sur le Gardon d'Anduze ont exigé toute une préparation préalable avant les calculs de la DPFT et des pluies efficaces.

Nous avons mis une grande partie du temps dans la préparation des données, complémentation de fichiers, choix et critique des crues. Ceci a été évoqué au chapitre I.

On avait comme point de départ pour les calculs de la DPFT les pluies horaires en dix. de mm calculées par la méthode d'interpolation spline, les débits à Anduze en hauteur d'eau (limmigrammes) et la courbe de tarage du Gardon d'Anduze.

Le tableau III.2.1 (annexe III.2.1) montre la chaîne de programmes et l'organigramme général suivi pour le calcul de la F.T. et des pluies efficaces pour le Gardon d'Anduze. Les démarches sont résumées en deux parties principales :

. la préparation pour la DPFT
. le programme principal

La préparation pour la DPFT consiste à construire deux fichiers de départ qui seront utilisés comme fichiers d'entrée pour le programme principal :

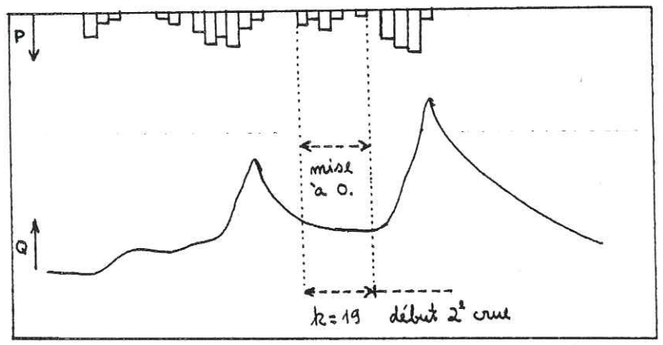
. tableau prêt pour la corrélation multiple contenant les variations de débit et les pluies brutes concomitantes et antérieures (fichier "TAB-COR").

. tableau "DQ-RBREFF" contenant les variations de débit et les pluies brutes. Ce tableau contiendra aussi : les pluies efficaces "itérées" (corrigées par itération) ; les pluies efficaces "déconvoluées" (c'est à dire d'après déconvolution de la F.T. finale, obtenue en dernière itération, avec les débits observés) ; les débits calculés, ou estimés par convolution de la F.T. finale avec les pluies efficaces "déconvoluées" ; et éventuellement les pluies modélisées et débits modélisés d'après la relation "d'abattement" (cf. paragraphe III.3).

Comme on verra dans la suite, il a fallu modifier les fichers TAB-COR et DQ-RBREFF, en mettant à zéro quelques pluies brutes dans

certains épisodes avant le démarrage de l'algorithme d'identification de la DPFT. La mise à Ø surtout des faibles pluies se justifie :

. à cause de la contrainte de longueur de la F.T., dans les cas de deux crues prises dans le même épisode. Si les deux crues sont raprochées on doit admettre que les dernières pluies du 1er épisode n'ont pas d'influence dans le 2ème, sous peine d'avoir pour celui-ci plus de "variables" pluie que débits :



. pour éviter les épisodes pluvieux trop longs et donc des grosses matrices à inverser.

Les lignes directrices de cette démarche, pour tous les essais, peuvent être résumées ainsi :

(1) choix d'un échantillon de crues
(2) identification de la F.T., des pluies efficaces "itérées" et "déconvoluées".
(3) reconstitution des débits "calculés" et comparaison avec les débits observés.
(4) retour éventuel en (1), si pour quelques épisodes pluie-débit on a une mauvaise estimation des débits ("calculés") et des pluies efficaces.

III.2.4.1) Premiers essais :

Les premiers essais sur le Gardon d'Anduze ont été effectués en utilisant un petit nombre de crues (2 à 5) pour tester la chaîne de programmes. Les premiers problèmes rencontrés étaient des oscillations dans les coefficients de régression de la corrélation multiple pour le calcul des corrections sur les pluies. Des déterminants de $A^{*t}A^{*}$ de l'ordre de 10^{-13} à 10^{-15} on été trouvés. La régression "ridge" a donc été utilisée pour les corrections dans la plupart des essais que nous allons décrire.

On a aussi remarqué que pour plusieurs épisodes on avait beaucoup plus de pluies que d'observations de débits, ce qui nous a conduit à annuler des faibles pluies en début et fin d'épisode.

L'annulation des pluies avant le démarrage de la crue est plus délicate. En effet, s'il y a un retard (décalage entre l'averse génératrice et le début de la crue) on doit choisir entre :

1) ne pas annuler les pluies importantes et démarrer la crue avec des variations de débit nulles, voire négatives, suivant le cas.

2) annuler les pluies jusqu'au démarrage de la crue, qui commence avec une variation de débit positive. Dans ce cas, on considére qu'il n'a pas plu pour une durée égale à k = 19 pas de temps (longueur de la F.T.) antérieures à la lère variation de débit.

Les deux options ont été testées et la comparaison entre les débits observés et les débits calculés par la convolution des pluies efficaces "déconvoluées" avec la F.T. a été le critère de comparaison pour les divers essais.

On remarque que même s'il y a eu une pluie significative avant la montée des débits, on peut dire qu'elle n'a pas été "efficace", et il serait légitime de l'annuler.

III.2.4.2) Vérification du retard et influence des contraintes sur les pluies efficaces ($0 \leq Pe \leq Pb$) - Essais 9,12 et 13 - Commentaires.

Les F.T.s sont calculées sans lissage et sans normer. Le calcul des pluies déconvoluées n'est pas fait. On utilise l'option de régression ridge pour les corrections sur les pluies itérées.

22 crues ont été utilisées et les figures III.2.11, III.2.12 et III.2.13 montrent les caractéristiques des essais.

(a) Les coefficients de corrélation multiple (R) entre débits observés et débits calculés sont supérieurs à 0,92 à la 3éme itération.

(b) L'essai G-9 a été fait avec les données de pluies sans retard et les résultats montrent que les deux premiers coefficients de la F.T. sont nuls. Pour les essais suivants (12 et 13) on a donc introduit un retard de 2 heures dans les fichiers de pluies d'entrée du programme principal. Cela veut dire qu'on correlle les variations de débit avec les pluies de deux heures avant et antérieures. L'intérêt de cette procédure est d'identifier un nombre plus grand de coefficients de la F.T. différents de Ø, ainsi qu'éviter les deux premiers Ø dans les matrices A (calcul des corrections sur les pluies). En fait, pour tous les essais sur le Gardon on a constaté ce retard de 2 heures.

(c) Les essais G-12 et G-13 (avec retard de 2 heures) montrent que les F.T.s doivent être lissées pour diminuer les oscillations à partir du 8ème pas.

(d) Les F.T.s obtenues présentent 3 pics bien marqués au 3eme (5ème), 5ème (7ème) et 8ème (10ème) pas de temps, plus visiblement pour les essais avec contrainte ($Pe \leq Pb$).

DPFT

0,00000
0,00000
0,03087
0,05754
0,00521
-0,04214
0,01904
-0,06157
0,01545
0,02041
-0,03506
-0,00785
0,01073
0,00656
0,00276
0,00785
0,00439
0,00751
0,00547

ESSAI G-9

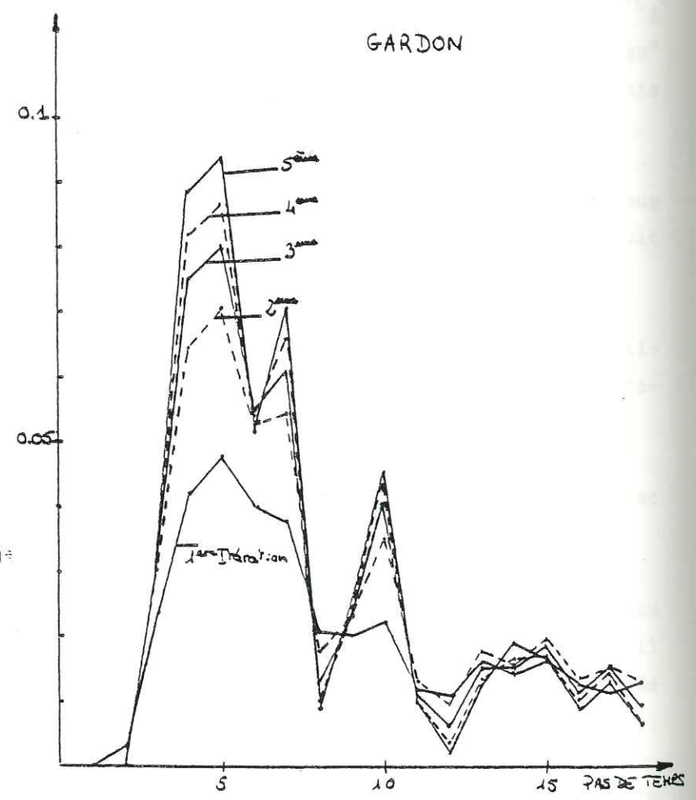
. nb. de crues : 22
. avec contrainte Pe ≤ Pb
. FT : non lissée
non normée

TK_1 = 0 (calcul FT sans ridge)

TK_2 = 0.1 (corrections avec ridge

. sans retard

FIG. III-2-11



Sans retard

Itération	1	2	3	4	5
R	0,6141	0,8821	0,9304	0,9454	0,9537
∑Ai non lissée	0,36970	0,46670	0,47800	0,48620	0,50010
const.	-0,19290	-0,08340	0,00460	0,02750	0,03870

DPFT

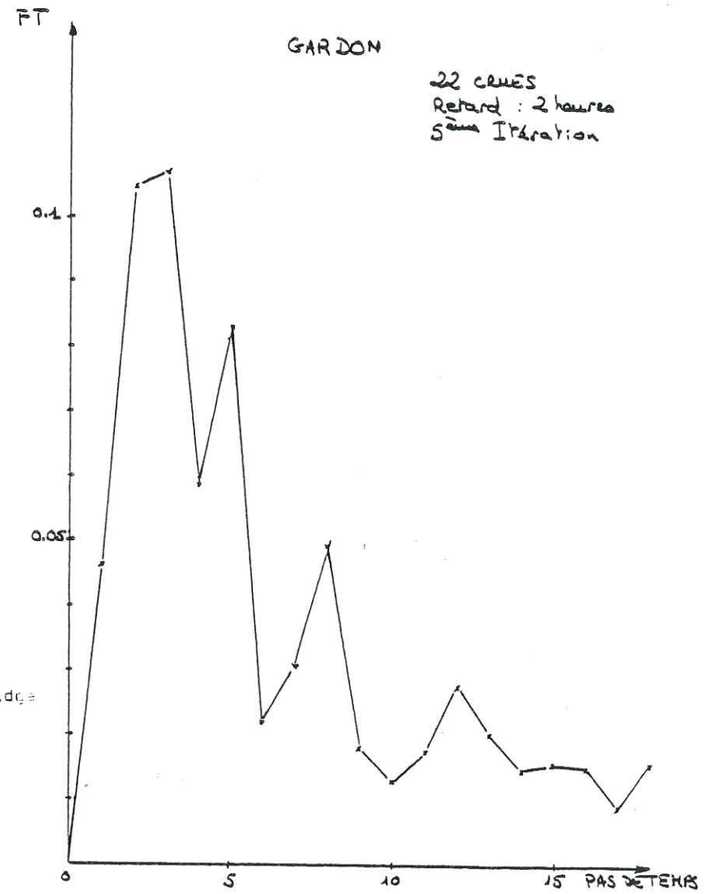
0,04633
0,05823
0,00239
-0,04827
0,02431
-0,06115
0,00850
0,01854
-0,03142
-0,00478
0,00436
0,01006
-0,00734
-0,00563
0,00089
-0,00044
-0,00623
0,00198
-0,00264

ESSAI G-12

. nb. de crues : 22
. avec contrainte Pe ≤ Pb
. FT : non lissée
non normée

. TK_1 = 0 (FT sans ridge)
. TK_2 = 0,1 (correct. avec ridge
. retard de 2 heures

FIG. III-2-12



Retard de 2 heures

Itération	1	2	3	4	5
R	0,6149	0,8751	0,9210	0,9389	0,9501
∑Ai non lissée	0,41020	0,62500	0,64490	0,65440	0,67010
const.	-0,17940	-0,26520	-0,18170	-0,14130	-0,11890

FIG. III-2-13

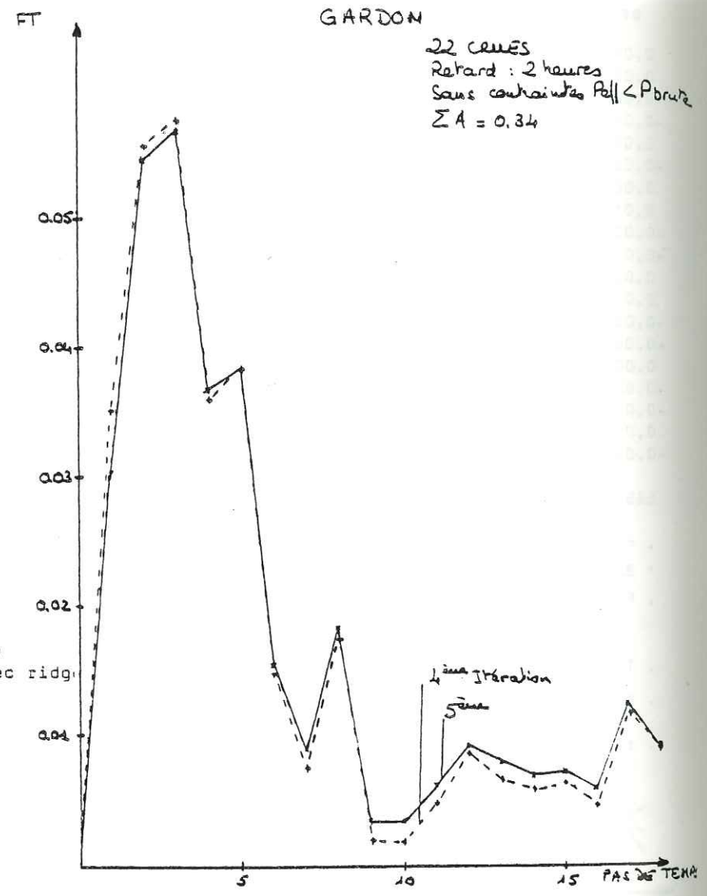
DPFT
0,03054
0,02510
0,00189
-0,02177
0,00248
-0,02340
-0,00754
0,01033
-0,01552
-0,00015
0,00295
0,00384
-0,00195
-0,00086
0,00058
-0,00173
0,00718
-0,00361
-0,00409

ESSAI G-13

. nb. de crues : 22
. sans contrainte Pe ≤ Pt
. FT : non lissée
non normée

. TK_1 = 0 (FT sans ridge)
. TK_2 = 0,1 (correct. avec ridge)

. Retard de 2 heures



Retard de 2 heures

Itération	1	2	3	4	5
R	0,6149	0,9679	0,9828	0,9872	0,9893
$\sum A_i$ non lissée	0,41020	0,38630	0,35600	0,33760	0,32400
Const.	-0,17940	-0,31710	-0,29150	-0,26940	-0,25060

(e) Pour les trois essais le terme constant ne tends pas vers Ø

(f) L'essai G-13 (sans contrainte Pe ≤ Pb) présente des pluies efficaces corrigées finales qui sont en moyenne beaucoup plus fortes que les pluies brutes. L'imposition de la contrainte nous paraît donc nécessaire pour que les pluies efficaces aient un sens physique.

III.2.4.3) Vérification du lissage - Essais 17 et 18 - Commentaires

On a essayé d'améliorer l'échantillon pour le calage du modèle en éliminant des crues et en ajoutant d'autres. Quant à l'évolution de la fonction de transfert, de la somme des coefficients de la F.T. et du terme constant, les résultats trouvés ici sont meilleurs que les précédents.

Nous avons choisi 25 crues, dont l'évolution des F.T.s est montré en figures III.2.14 et III.2.15.

(a) Pour ces essais, réalisés avec la contrainte Pe ≤ Pb , les coefficients de corrélation multiple (R) sont supérieures à 0.92 à la 3ème itération.

(b) L'essai 17 est effectué sans le retard et on remarque que les 2 premiers coefficients de la F.T. sont nuls, en confirmant les résultats précédents. La forme de la F.T. est la même (3 pics bien marqués). Les oscillations deviennent importantes à partir du 10ème pas de temps, ce qui montre la nécéssité du lissage. Les corrections sont calculées en appliquant la régression ridge. Le terme constant diminue jusqu'à la 3ème itération pour augmenter à la 5ème, d'une valeur non négligeable.

c) L'essai G-18 (fig. III.2.15) est effectué avec un retard de 2 heures sur les pluies et la forme de la F.T. est équivalente à celle du G-17, sauf le 3ème pic qui tend à disparaître. On pourrait penser que le 3ème pic est dû à des oscillations de la F.T. à partir du 8ème (ou 10ème) pas de temps.

FIG. III-2-14

DPFT

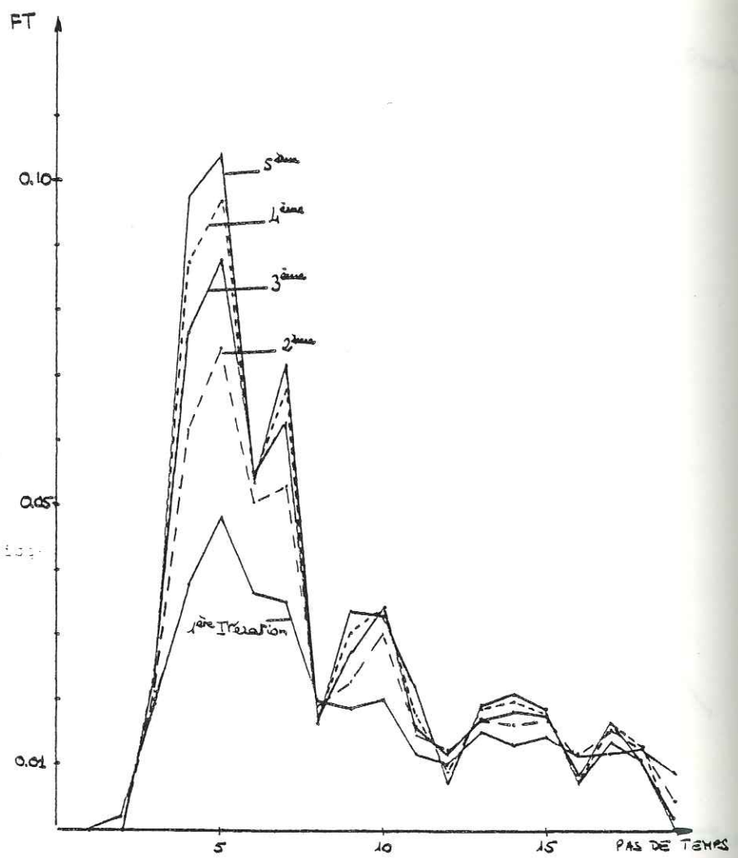
0,00000
0,00000
0,02046
0,07711
0,00650
-0,05073
0,01845
-0,05572
0,01757
-0,00099
-0,01142
-0,01449
0,01248
0,00180
-0,00248
-0,01128
0,00655
-0,00322
-0,01057

ESSAI G-17

. nb. de crues : 25
. avec contrainte Pe ≤ Pb
. FT : non lissée
non normée

. TK_1 = 0 (FT sans ridge)
. TK_2 = 0.1 (correct. avec ridge)

. Sans retard



Sans retard

Itération	1	2	3	4	5
R	0,6050	0,8759	0,9265	0,9444	0,9554
$\sum$ Ai non lissée	0,34885	0,45577	0,50034	0,52563	0,54779
const.	-0,18133	-0,03986	0,00859	0,02809	0,03574

FIG. III-2-15

DPFT

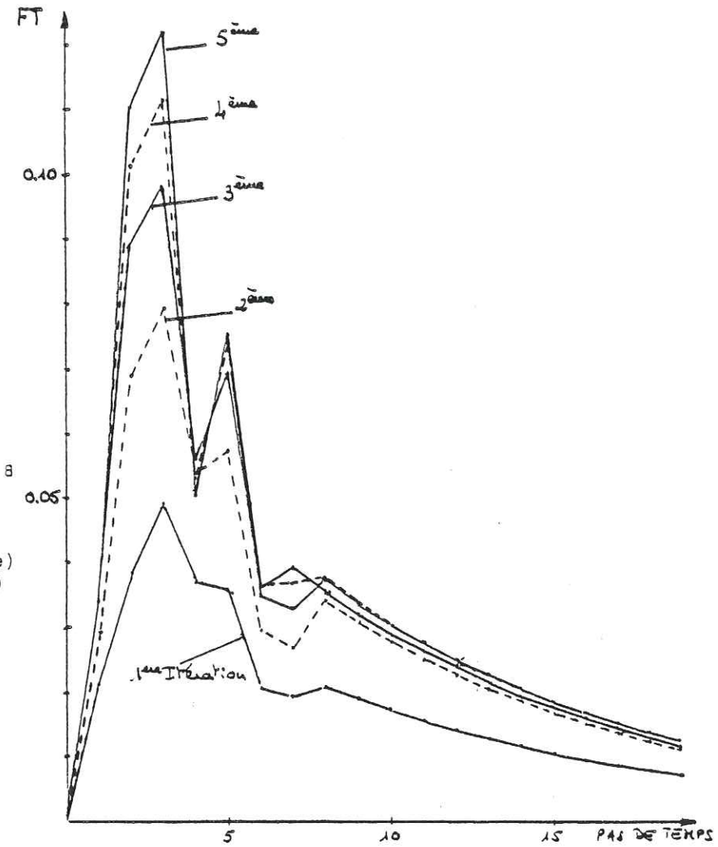
0,03281
0,07758
0,01140
-0,07182
0,02518
-0,03894
0,00314
-0,00405
-0,00336
-0,00304
-0,00276
-0,00249
-0,00225
-0,00204
-0,00184
-0,00167
-0,00161
-0,00137
-0,00124

ESSAI G-18

. nb. de crues : 25
. avec contrainte Pe ≤ Pb
. FT : non normée
lissée expon.: pas 8
D = -0,10

. TK_1 = 0 (FT sans ridge)
. TK_2 = 0.1 (correct. ridge)
. TK_3 = 0.1 (deconv. ridge)

. Retatd de 2 heures



Retard de 2 heures

Itération	1	2	3	4	5
R	0,6053	0,8636	0,9224	0,9509	0,9658
$\sum$ Ai lissée	0,44036	0,70129	0,80107	0,83072	0,83584
const.	-0,15499	-0,14510	-0,09802	0,06617	0,04392

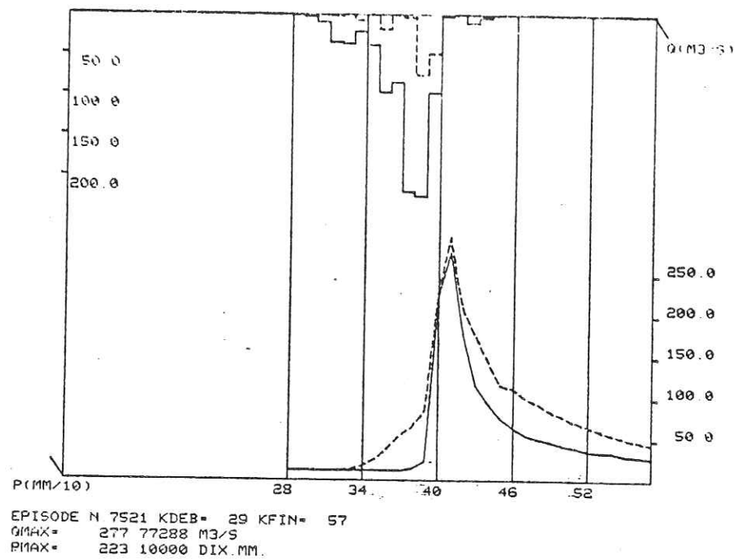
(d) On remarque que le lissage (G-18) à partir du 8ème pas par exponentielle décroissante avec l'indice choisi élimine les oscillations de la F.T. en conservant la forme. Le lissage et prolongement de la F.T. sont faits jusqu'au plus grand nombre de débits de l'échantillon (nmax = 71).

(e) La somme des coefficients de la F.T. lissée (jusqu'à nmax) croît pendant les itérations et vaut 0.84 à la 5ème. Le terme constant diminue sensiblement au fur et à mesure des itérations et la valeur finale est de l'ordre de la moitié du plus fort coefficient de la DPFT.

(f) Les figures III.2.16 montrent des exemples d'épisodes pluie-débit de l'essai G-18, avec les hydrogrammes de débits calculés et observés et les hyétogrammes de pluies brutes et pluies déconvoluées. Les pluies déconvoluées ont été calculées avec la régression ridge (TK_3 = 0.1) pour éviter les oscillations. On sait que les pluies ainsi estimées sont des valeurs biaisées et en général plus faibles que les estimateurs sans biais. La convolution avec la F.T. normée donne donc des débits calculés moins forts. C'est le cas des crues 7661 et 7611.

Néanmoins, on voit qu'en général les débits calculés et observés sont homothétiques.

(g) L'épisode 7231 montre un exemple typique de mauvaise reconstitution dûe à une mauvaise estimation des pluies efficaces déconvoluées en fin d'épisode. Le deuxième pic de la crue est tout à fait "négligé". Des crues comme celles-là, en général faibles, ont été éliminées dans les essais suivants.



G-18

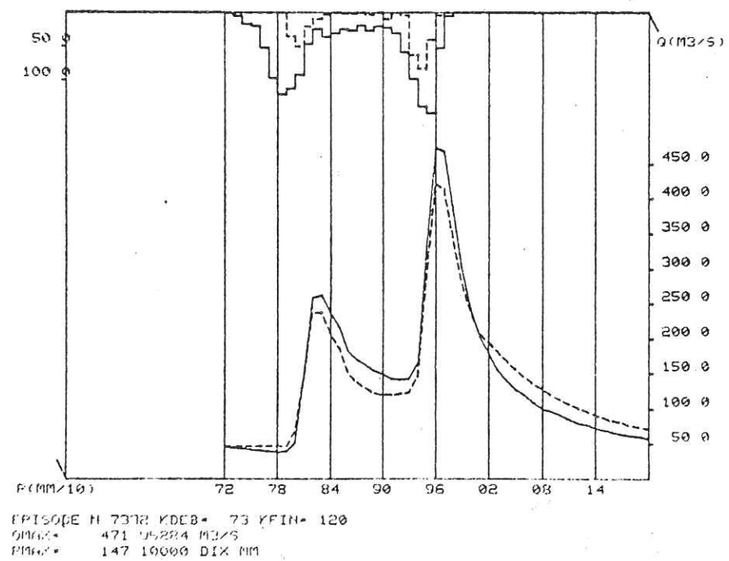
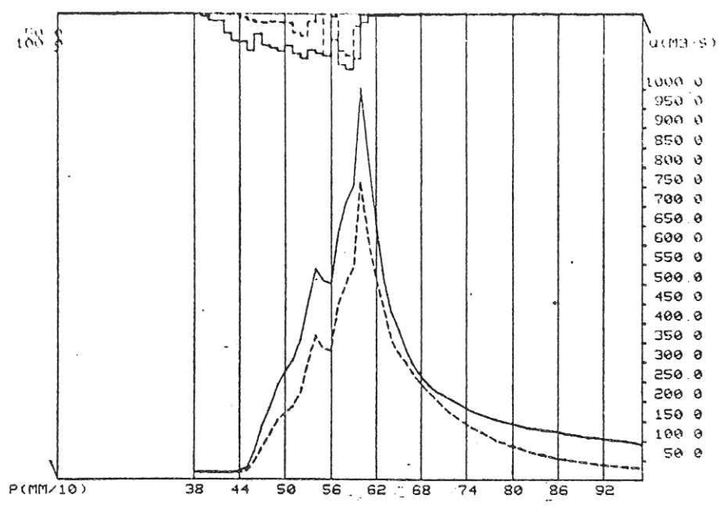
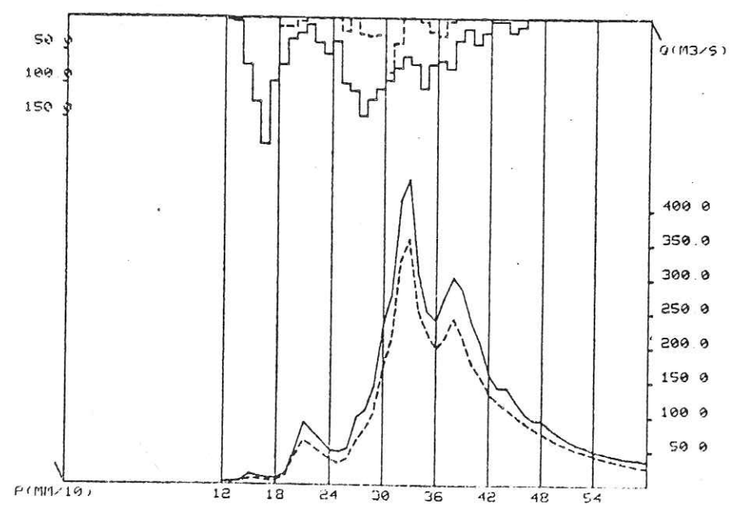


FIG. III-2-16a



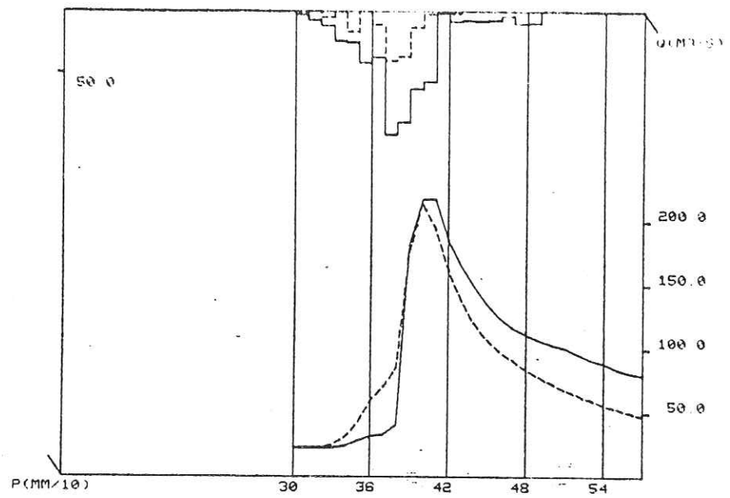
EPISODE N 7661 KDEB= 39 KFIN= 97
QMAX= 1002 05441 M3/S
PMAX= 145.20000 DIX.MM.

G-18



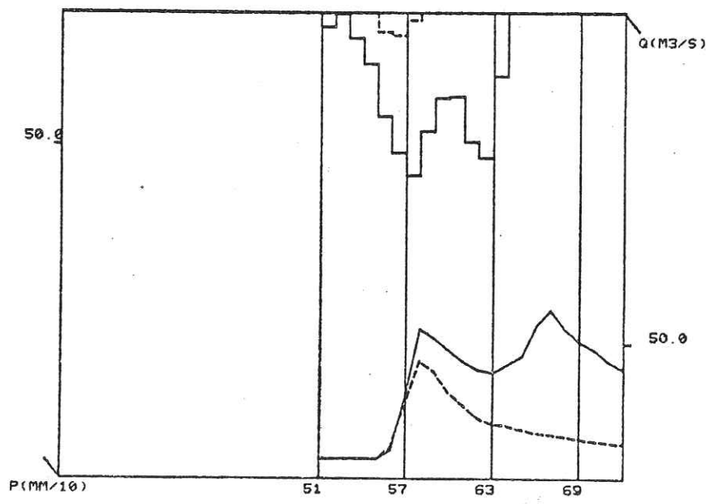
EPISODE N 7611 KDEB= 13 KFIN= 60
QMAX= 445 22799 M3/S
PMAX= 127 00000 DIX MM

Fig. III-2-16b



EPISODE N 7631 KDEB= 31 KFIN= 57
QMAX= 217.78213 M3/S
PMAX= 98.90000 DIX.MM

G-18



EPISODE N 7231 KDEB= 52 KFIN= 72
QMAX= 62 75138 M3/S
PMAX= 61.20000 DIX.MM.

Fig. III-2-16c

III.2.4.4) Influence du terme constant a_0 - Essais 24 et 25 - Commentaires

Les essais G-24 et G-25 ont été réalisés avec un échantillon de 23 crues, en mettant la contrainte sur les pluies efficaces ($Pe \leq Pb$), en ne normant la F.T. qu'à la dernière itération, pour la déconvolution des pluies. Les figures III.2.17 et III.2.18 montrent l'évolution des caractéristiques des essais. On montre ici le rôle de la régression sans terme constant pour le calcul des estimations des coefficients de la DPFT.

(a) Les coefficients de corrélation multiple (R) sont supérieures à 0.91 à la 3ème itération.

(b) D'après l'essai G-24 on voit que pour ce nouveau choix de crues le terme constant devient presque négligeable.

(c) L'introduction de la régression sans terme constant (G-25) diminue le coefficient de corrélation multiple à la 5ème itération, mais ici la somme des coefficients de la F.T. tends vers 1.

(d) Les figures III.2.19 et III.2.20 montrent les reconstitutions des débits et les pluies efficaces déconvoluées avec la F.T. normée. On utilise la régression ridge pour les calculs des pluies. Les débits reconstitués sont en moyenne plus faibles que les débits observés.

(e) Cependant on observe une legère amélioration en enlevant le terme constant (crues 7331, 7611 et 7411 par exemple). En effet, les pluies efficaces déconvoluées pour les 2 essais étant presque les mêmes, et les coefficients de la F.T. sans terme constant plus forts, les débits calculés seront plus forts.

(f) Les crues 7331 et 7611 sont des exemples où on a beaucoup de variables explicatives "pluies". Les pluies déconvoluées en début d'épisode sont trop faibles. On a une mauvaise reconstitution des débits en début de crues.

figure III-2-17

DPFT

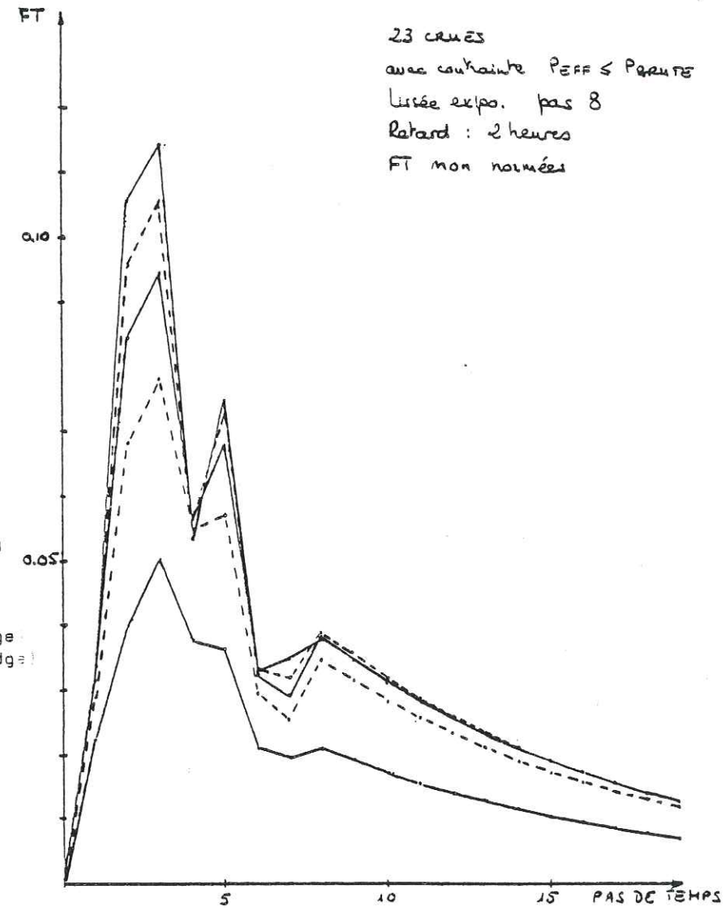
0,03276
0,07250
0,00884
-0,06096
0,02163
-0,04192
0,00209
0,00302
-0,00361
-0,00327
-0,00296
-0,00268
-0,00242
-0,00219
-0,00198
-0,00179
-0,00162
-0,00147
-0,00133

ESSAI G-24

. nb. de crues : 23
. avec contrainte $Pe \leq Pb$
. FT : non normée
lissé expon. pas 8
θ = -0,10

. $TK_1 = 0$ (FT sans ridge)
. $TK_2 = 0,1$ (correct. ridge
. $TK_3 = 0,1$ (déconv. : ridge)

. Retard de 2 heures



23 crues
avec contrainte $P_{EFF} \leq P_{BRUTE}$
lissée expo. pas 8
Retard : 2 heures
FT non normées

Retard de 2 heures

Itération	1	2	3	4	5
R	0,6241	0,8663	0,9149	0,9410	0,9560
$\sum$ Ai lissée	0,44618	0,70497	0,79548	0,83007	0,84580
const.	-0,12693	-0,12248	-0,07267	-0,02823	-0,00040

figure III-2-18

DPFT.

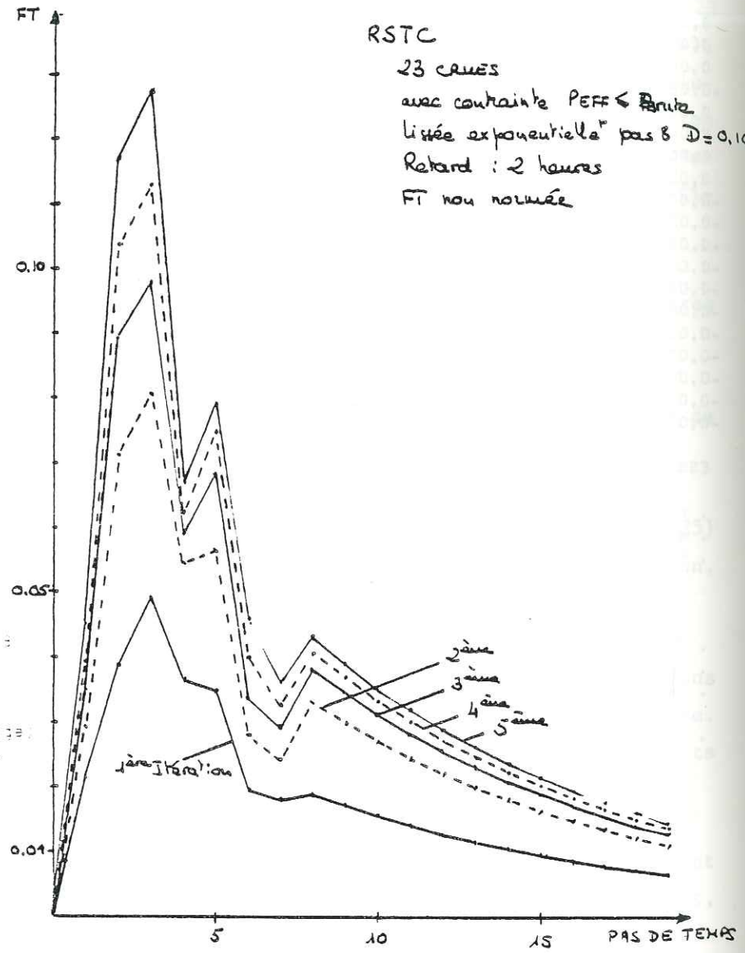
0,04499
0,07213
0,01049
-0,06098
0,01224
-0,03272
-
-0,00995
0,00708
0,00412
-0,00373
-0,00337
-0,00305
-0,00276
-0,00250
-0,00226
-0,00205
-0,00185
-0,00167
-0,00152

ESSAI G-25 :

. bb de crues : 23
. avec contrainte Pe ≤ Pb
. FT : non normée
  lissée expon. : pas
  D = -0,10

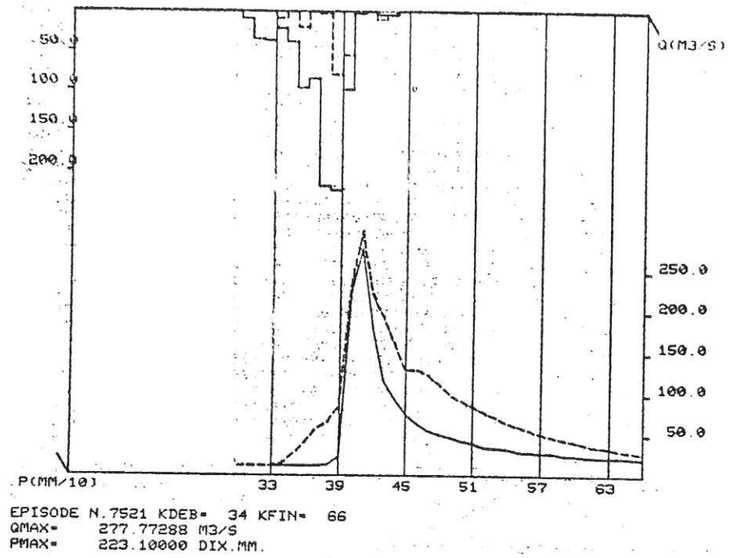
. TK_1 = 0 (FT sans ridge)
. TK_2 = 0,1 (correct. : ridge
. TK_3 = 0,1 (deconv.: ridge

. Retard de 2 heures
. Régression sans terme constant pour calcul de la DPFT.



RSTC
23 crues
avec contrainte PEFF ≤ Pbrute
lissée exponentiellement pas 8 D=0,10
Retard : 2 heures
FT non normée

Itération	1	2	3	4	5
R	0,6245	0,8352	0,9100	0,9267	0,9283
Σ Ai lissée	0,42067	0,69438	0,81314	0,89429	0,97122
const.	0	0	0	0	0



G-24

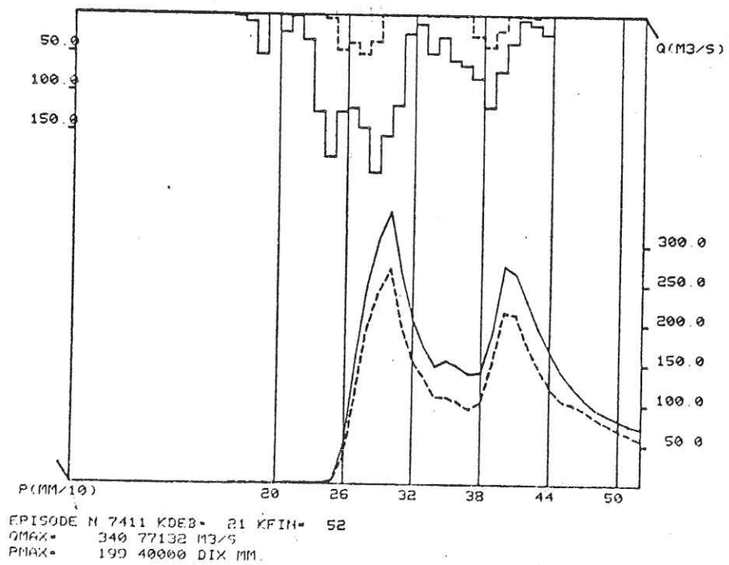
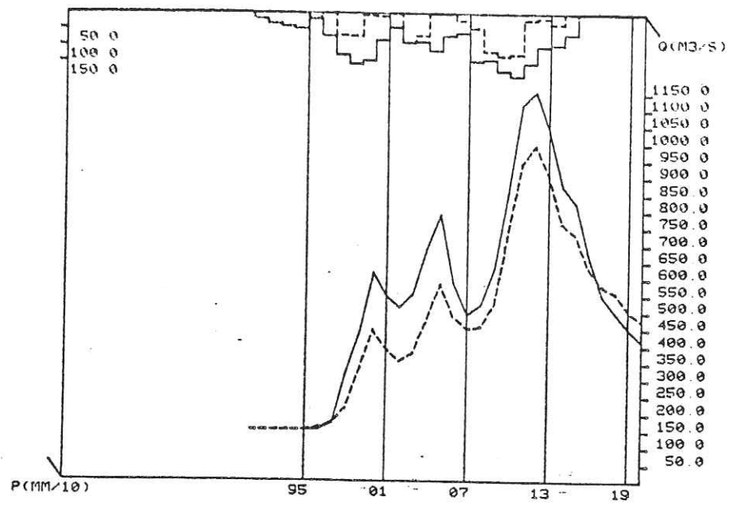
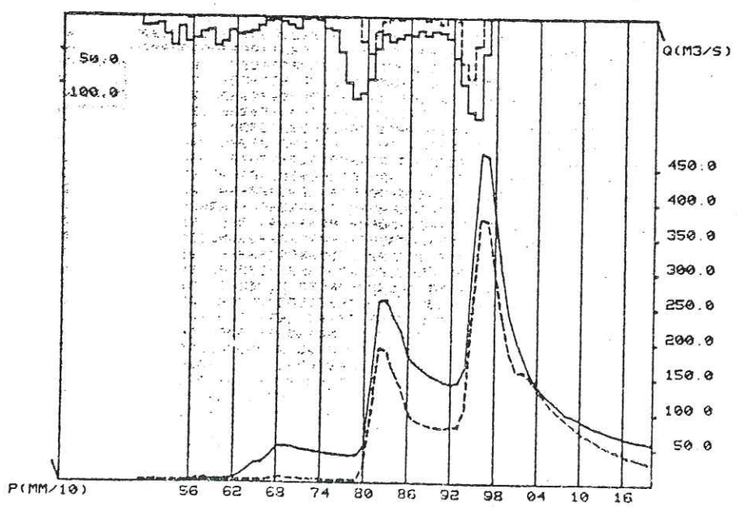


FIG. III-2-19a



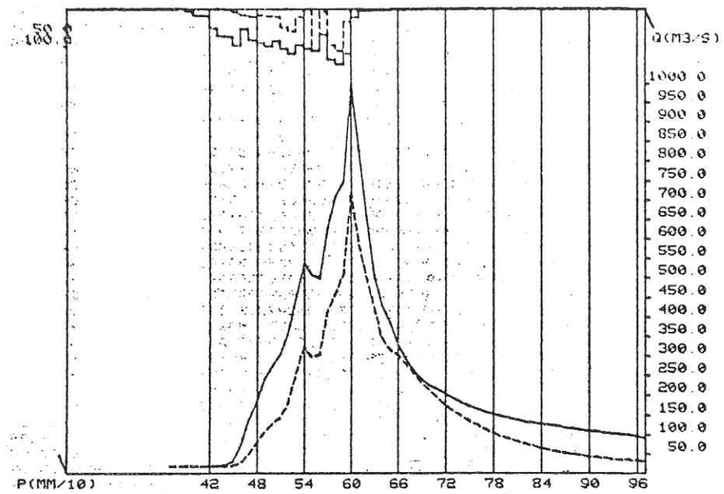
EPISODE N.7743 KDEB= 96 KFIN= 120
QMAX= 1153.40384 M3/S
PMAX= 190.70000 DIX.MM.

G-24



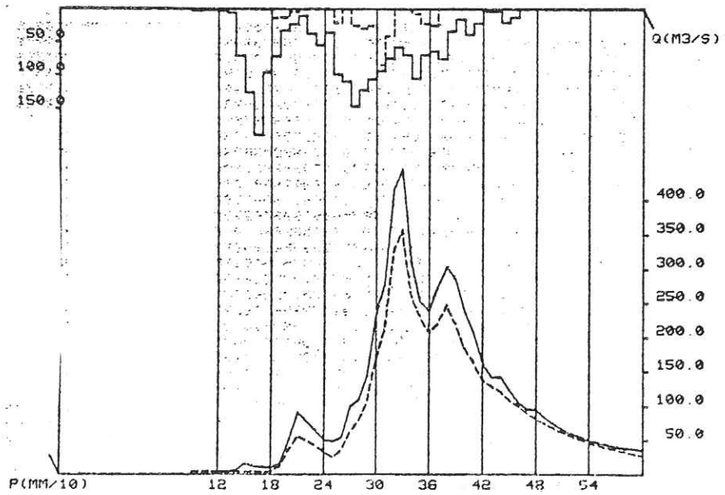
EPISODE N.7331 KDEB= 57 KFIN= 120
QMAX= 471.70796 M3/S
PMAX= 147.10000 DIX.MM.

Fig. III-2-19b



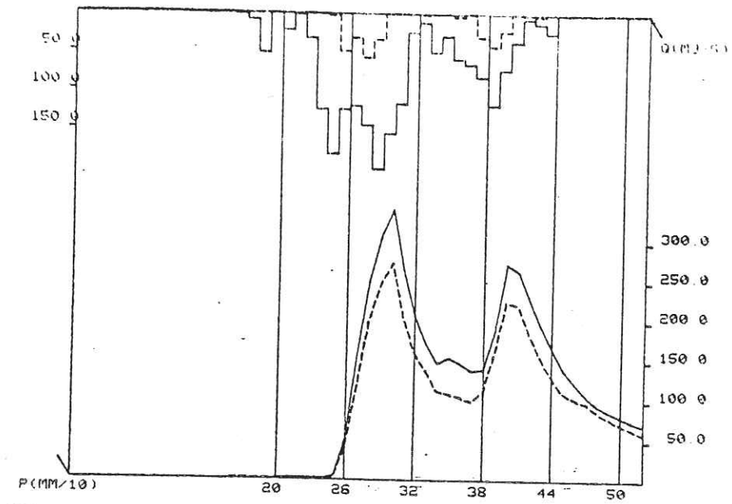
EPISODE N.7661 KDEB= 43 KFIN= 97
QMAX= 1001.43449 M3/S
PMAX= 145.20000 DIX.MM.

G-24



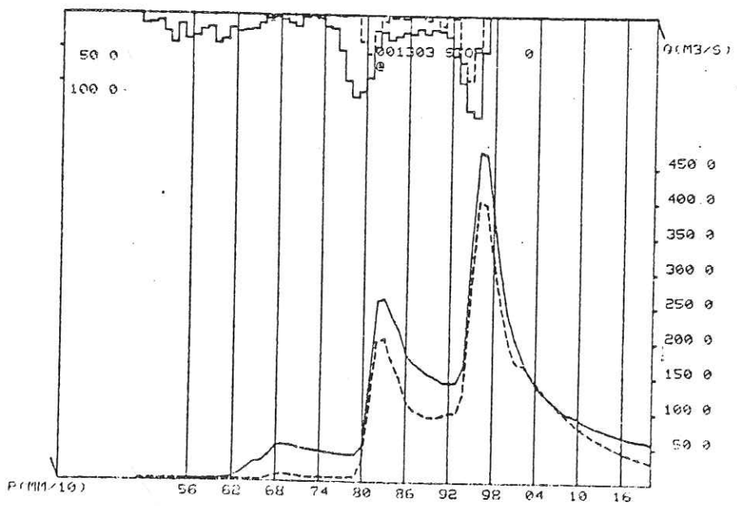
EPISODE N.7611 KDEB= 13 KFIN= 60
QMAX= 445.28790 M3/S
PMAX= 187.90000 DIX.MM.

Fig. III-2-19c



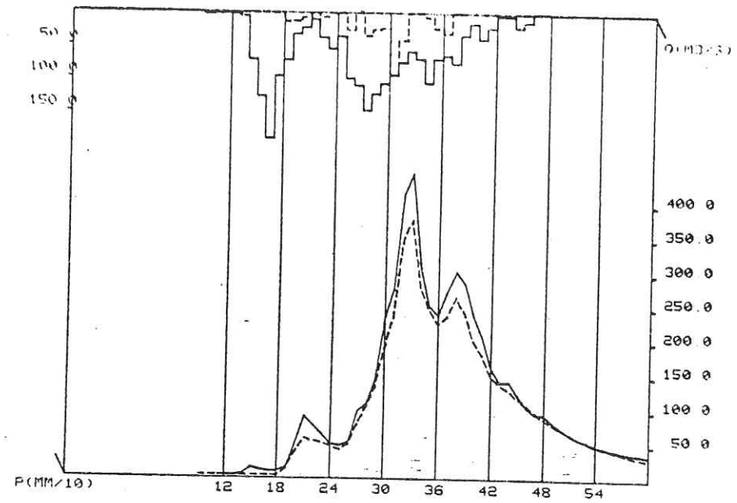
EPISODE N.7411 KDEB= 21 KFIN= 52
QMAX= 341 09929 M3/S
PMAX= 199 40000 DIX.MM.

G-25



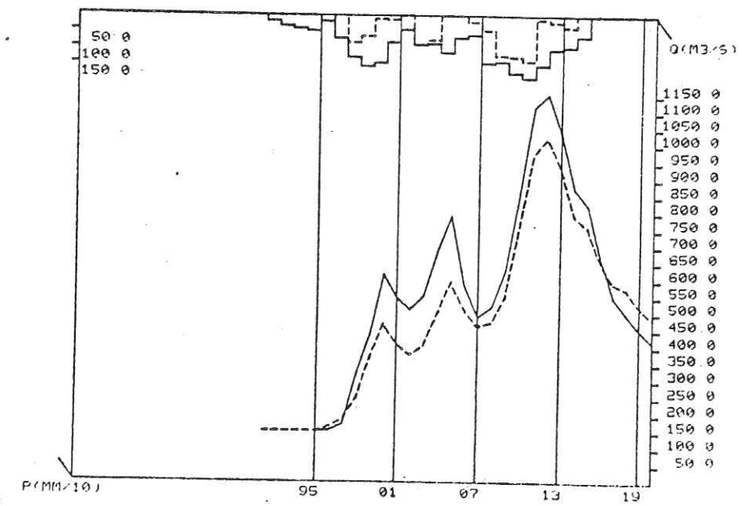
EPISODE N 7331 KDEB= 57 KFIN= 120
QMAX= 471 95884 M3/S
PMAX= 147 10000 DIX MM

Fig. III-2-20a



EPISODE N 7611 KDEB= 13 KFIN= 60
QMAX= 445.28799 M3/S
PMAX= 187.90000 DIX MM

G-25



EPISODE N 7743 KDEB= 96 KFIN= 120
QMAX= 1155 27039 M3/S
PMAX= 190 70000 DIX MM

Fig. III-2-20b

III.2.4.5) Essai de référence pour l'étude pluie brute - pluie efficace - Essai 33 - Commentaires

L'élimination des crues mal reconstituées des essais antérieurs nous a conduit à un choix de 20 crues pour l'essai G-33, dont les caractéristiques sont montrées en figure III.2.21.

Parmi les applications de la méthode DPFT sur le Gardon d'Anduze, c'était le meilleur résultat trouvé sauf l'essai G-ARMAX (paragraphe suivant) et nous l'avons choisi pour la suite des études du modèle d'abattement pluie brute - pluie efficace (chapitre suivant).

Une nouvelle méthodologie, la formulation ARMAX, sera étudiée au paragraphe suivant, ainsi que son application sur le bassin du Gardon d'Anduze.

Pour l'essai G-33 nous faisons les remarques suivantes :

(a) Le coefficient de corrélation multiple (R) entre variations de débit observés et variations de débit calculés par la combinaison linéaire de 19 pluies concomitantes et antérieures est supérieur à 0.93 à la 3ème itération et de 0.97 à la 5ème.

(b) L'évolution de la F.T. pendant les itérations présente la même forme que les résultats antérieurs, mais il y a un changement de la position du 1er pic entre la 4ème et 5ème itération (ici il se trouve au 2ème pas de temps, soit au 4ème - décalage inclus). En fait, les 2ème et 3ème coefficients de la F.T. sont peu différents. Les deux autres pics (5ème et 7ème pas) sont moins marqués.

Vu la morphologie du bassin versant, composé de deux rivières à peu près parallèles (Gardon de Saint Jean et Gardon du Mialet) et de la Salindrengue (un peu écarté des deux premières), on pourrait dire que la fonction de transfert résultante est la composition des deux fonctions de transferts propres à la Salindrengue et aux deux Gardons.

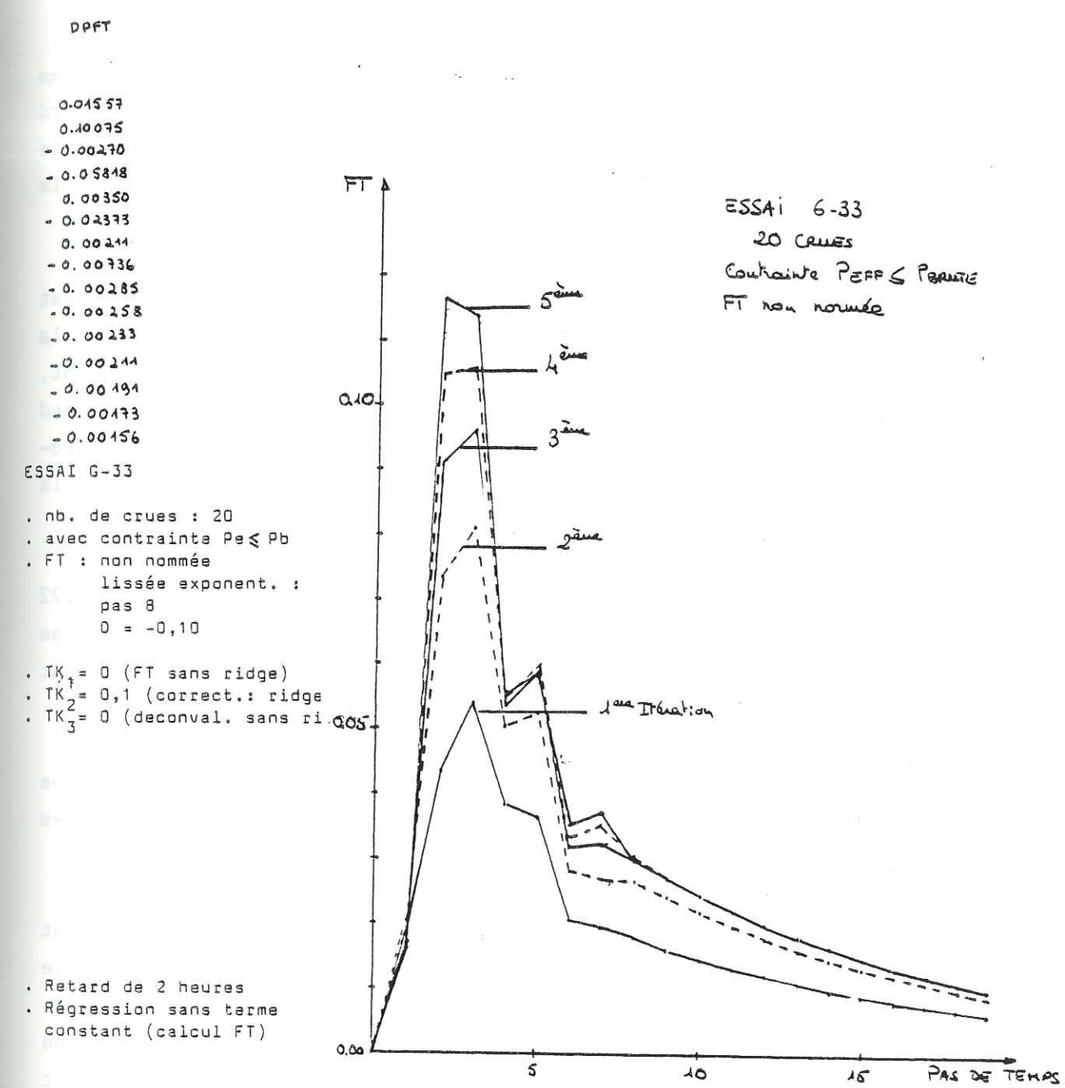


FIG. III-2-21

Itération	1	2	3	4	5
R	0,6985	0,9890	0,9356	0,9571	0,9689
$\sum$ Ai lissée	0,42223	0,61563	0,69752	0,72718	0,74656
const.	0	0	0	0	0

(c) Les estimations des coefficients de la DPFT ont été faites par régression sans terme constant sans ridge, en mettant un retard de 2 h. sur les pluies. La somme des coefficients de la F.T. lissée et prolongée jusqu'au pas de temps n = 67 est de 0.75. Les calculs sont faits en imposant la contrainte Pe $\leq$ Pb.

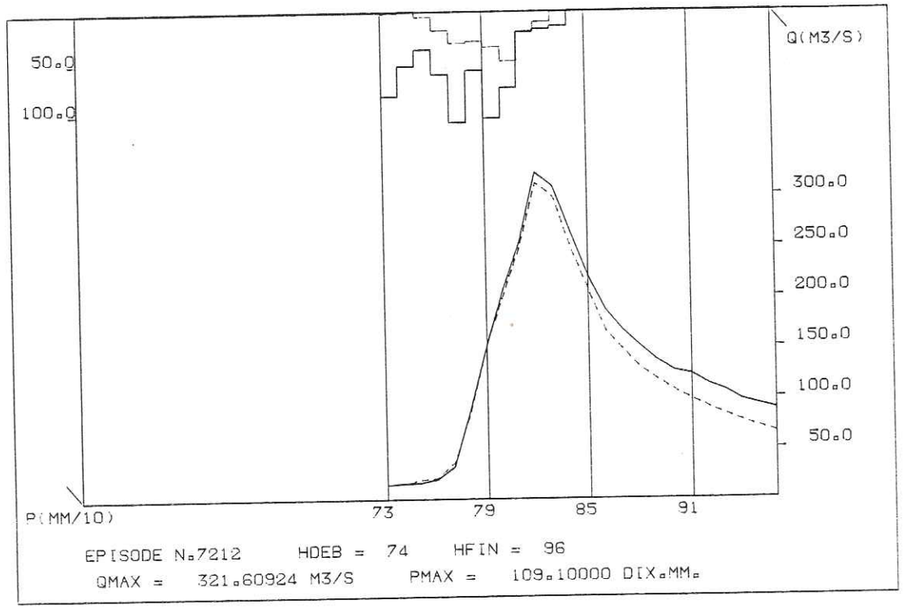
(d) Pour les estimations de la pluie déconvoluée, la norme est imposée à la 5ème itération. Pour éviter le biais d'estimation, la pluie déconvoluée est estimée sans la régression ridge. Cependant, pour avoir des meilleurs débits reconstitués, on a dû couper un grand nombre de pluies dans certains épisodes, avant le démarrage du programme principal. On avait ainsi des matrices moins grandes pour la déconvolution et un plus grand nombre de degrés de liberté.

(e) Quelques épisodes pluie-débit sont montrés en figure III.2.22 avec les débits calculés et les pluies déconvoluées. On voit que les débits sont bien reconstitués pour presque tous les épisodes, surtout pour les crues 7331, 7411, 7611, 7621 et 7661.

(f) Les pluies efficaces déconvoluées sont à peu près correctes (exemples 7212, 7421, 7422, 7621) mais il y a des exemples où les pluies sont faibles en fin d'épisode (7631, 7651).

(g) On observe des oscillations des pluies efficaces surtout pour les épisodes longs (7661,7652). En fait, on peut montrer que les oscillations diminuent si on cumulle les pluies en 2 heures. C'est l'exemple de la crue 7652. On a fait un essai de la méthode avec un pas de temps de 2 h. pour le même échantillon de crues et la figure III.2.23 montre les pluies déconvoluées et les débits calculés pour cet épisode.

(h) On remarque que les pluies corrigées à la dernière itération "dénormées" (c'est à dire multipliées par la somme des coefficients de la F.T.) ont des valeurs quasi identiques aux pluies efficaces déconvoluées.



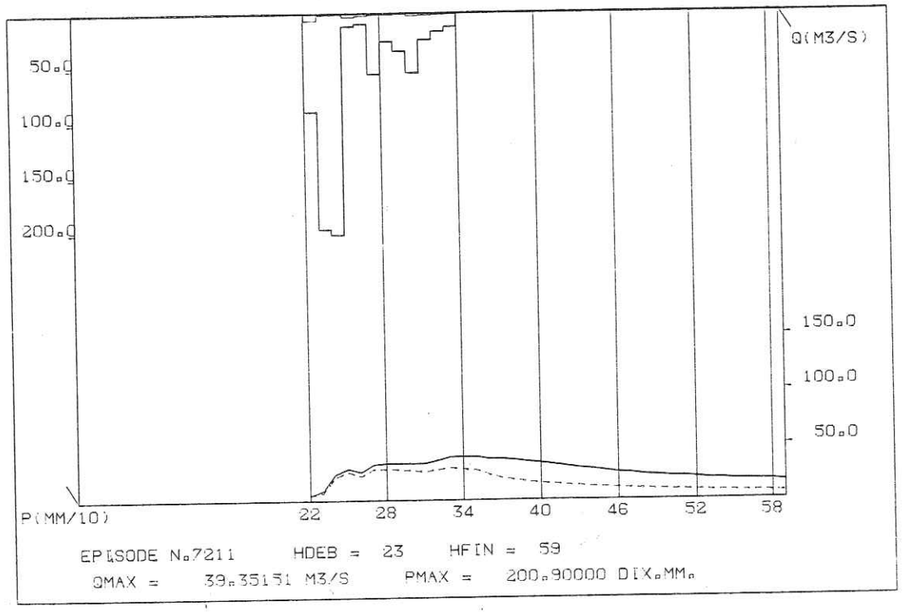
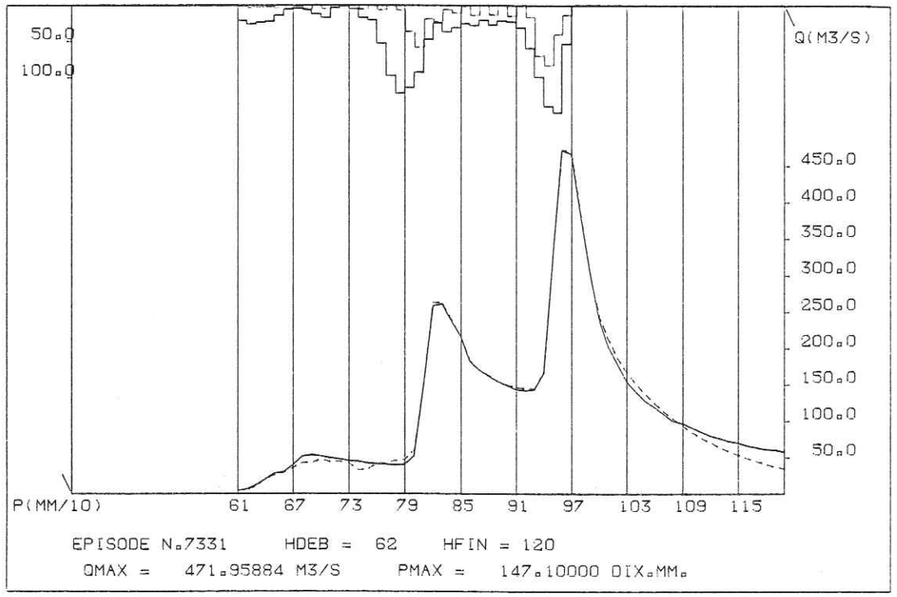


FIG. III-2-22a



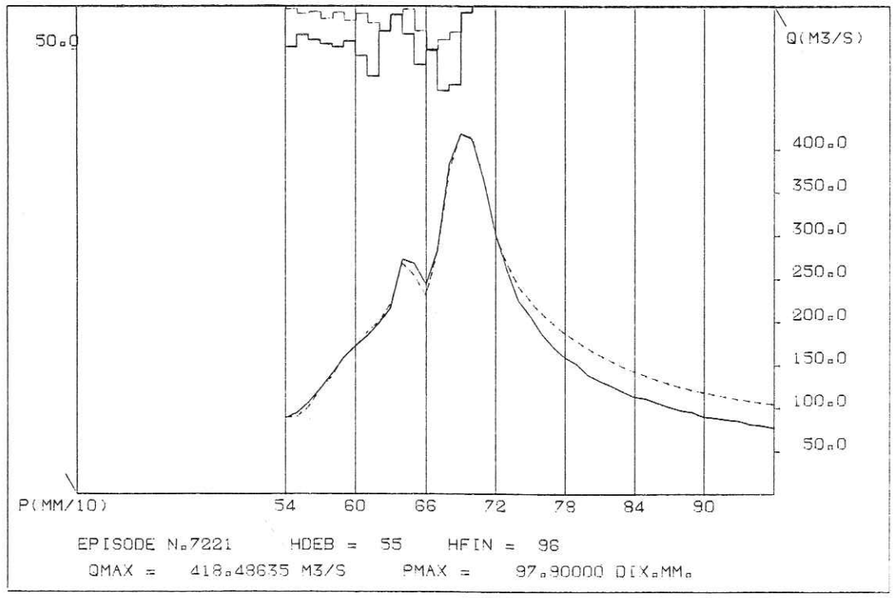
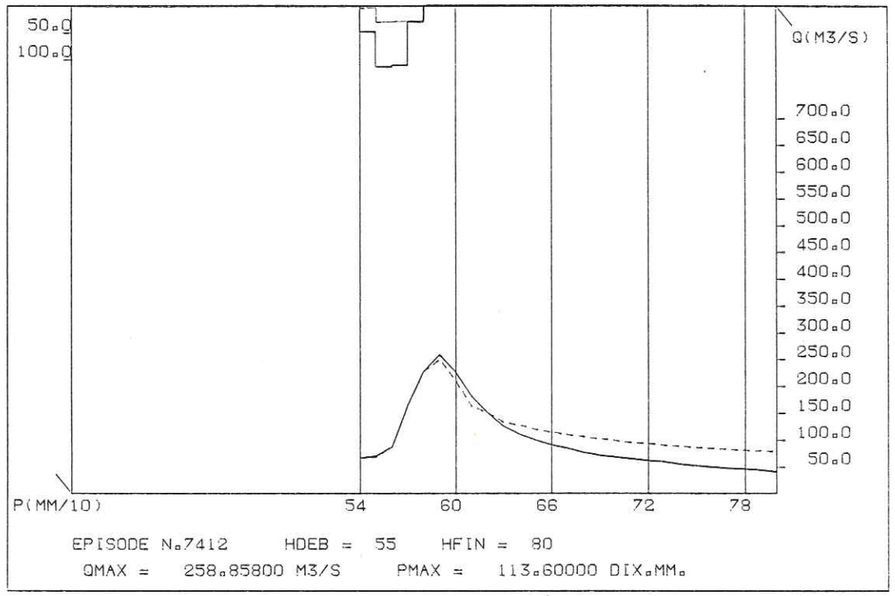


FIG III-2-22b



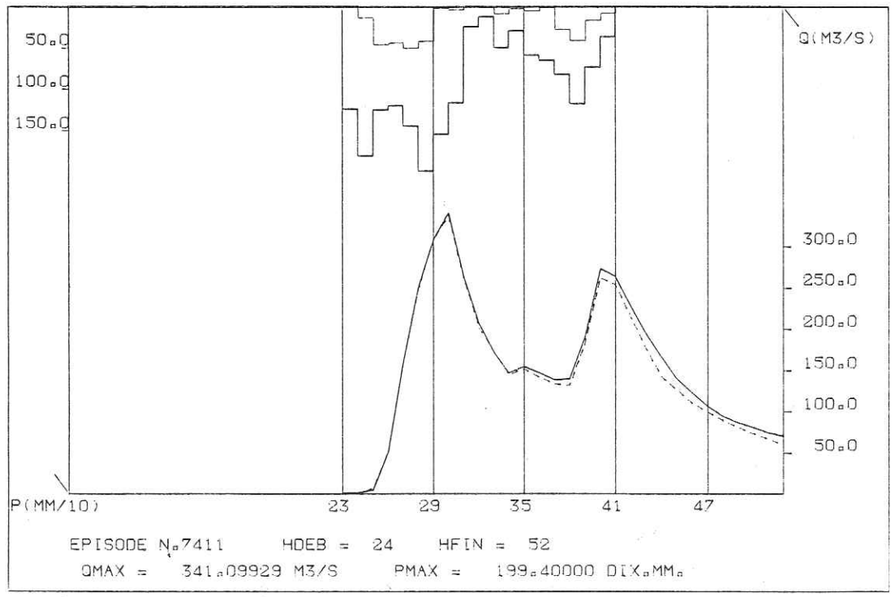
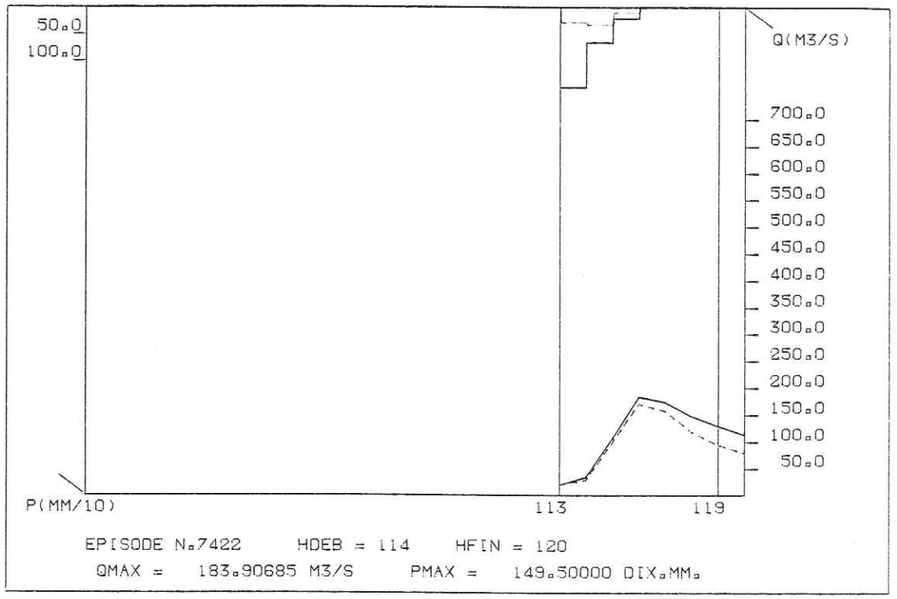


FIG. III-2-22c



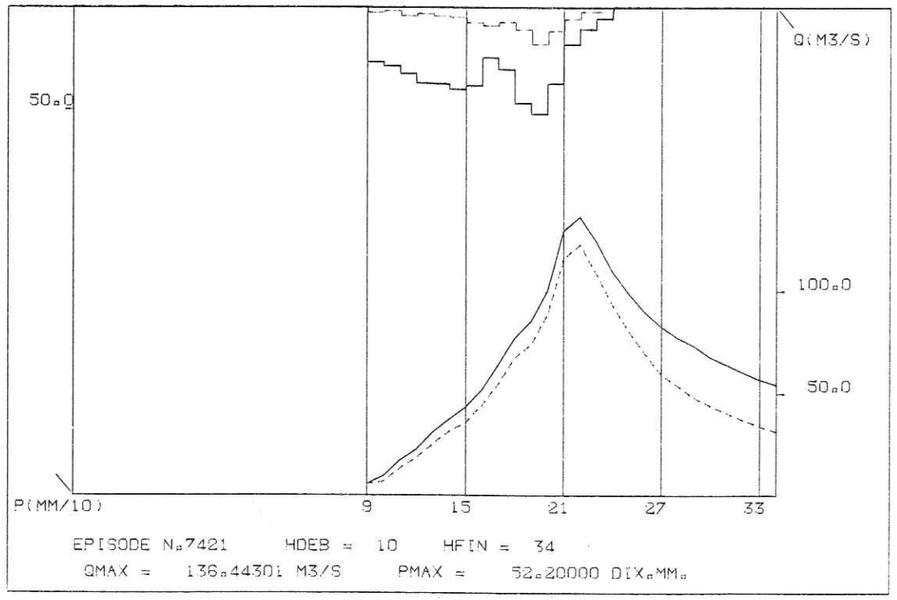
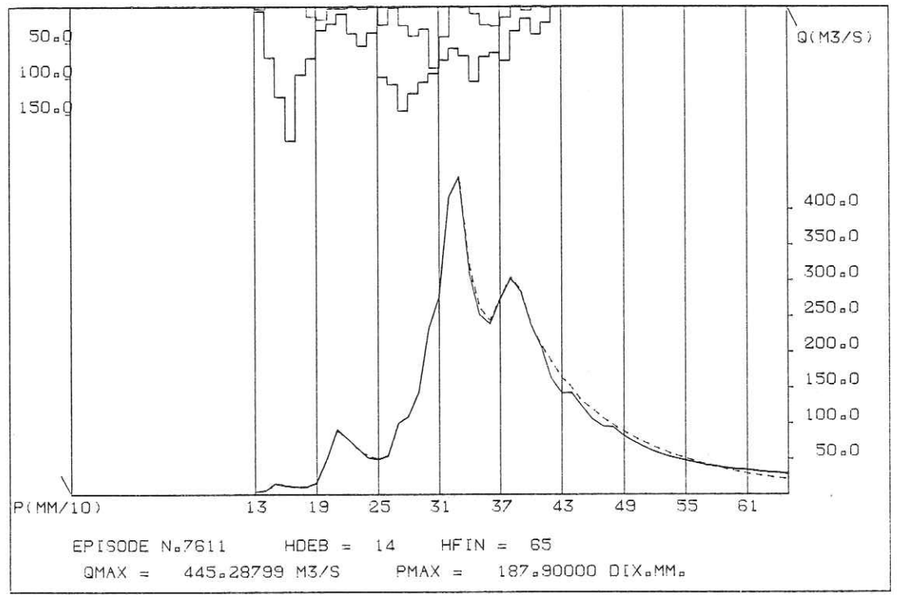


Fig III-2-22d



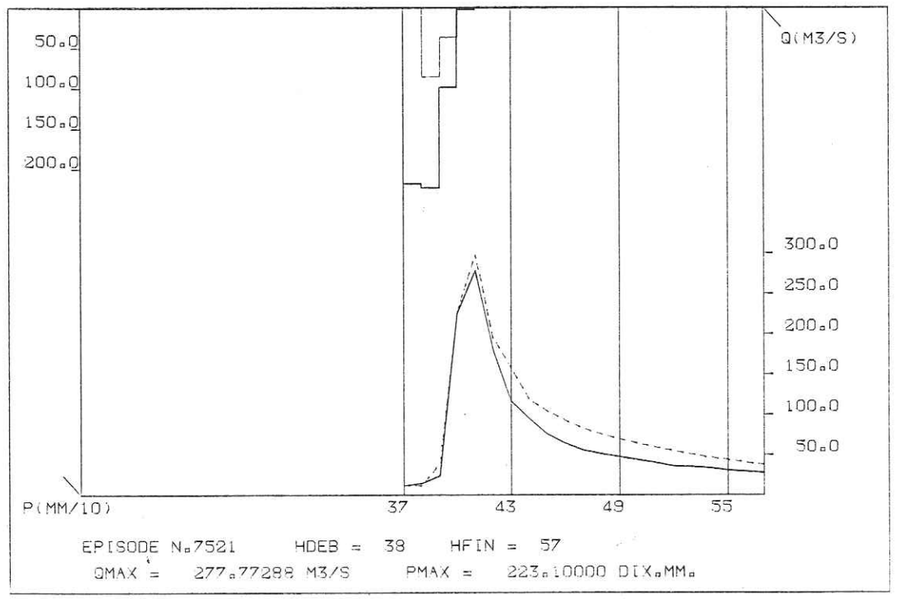
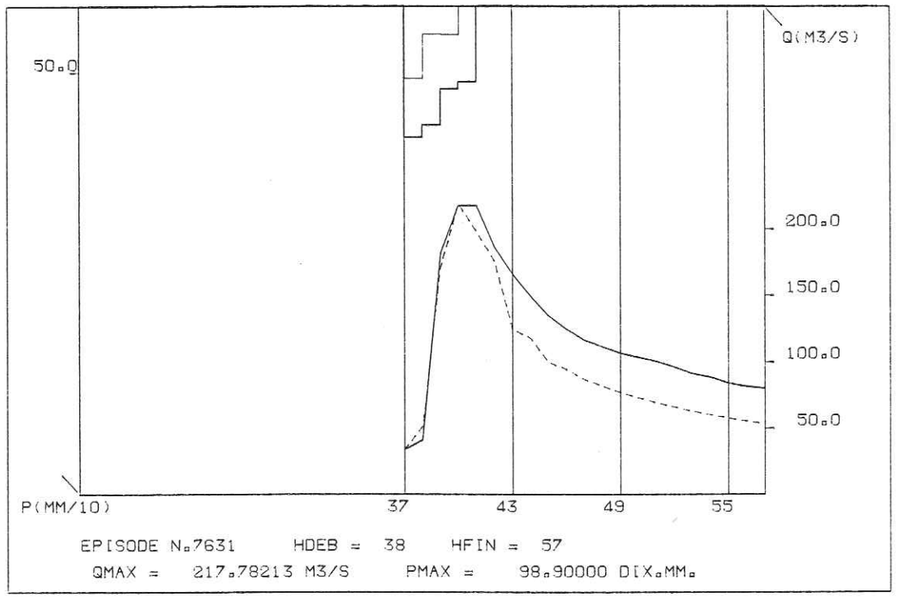


Fig. III-2-22e



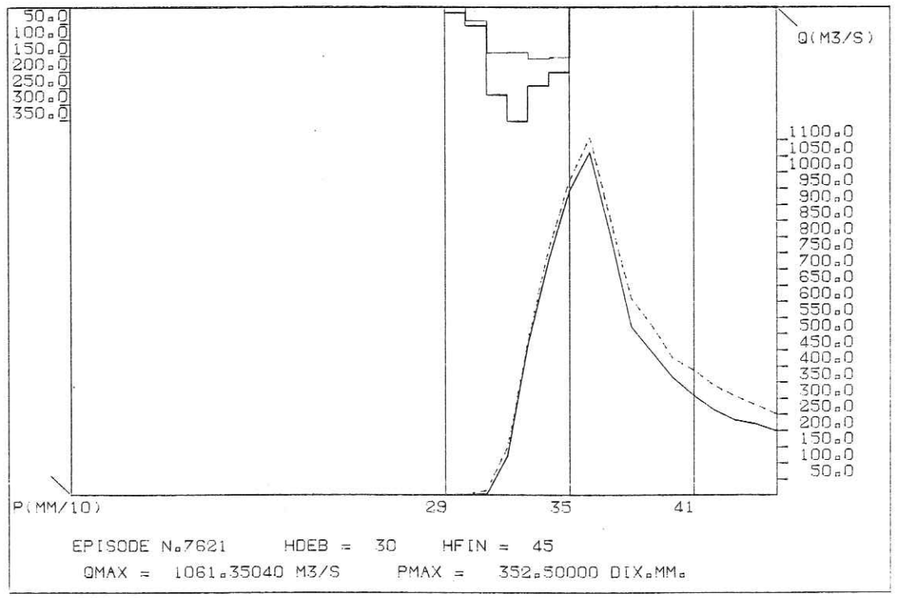
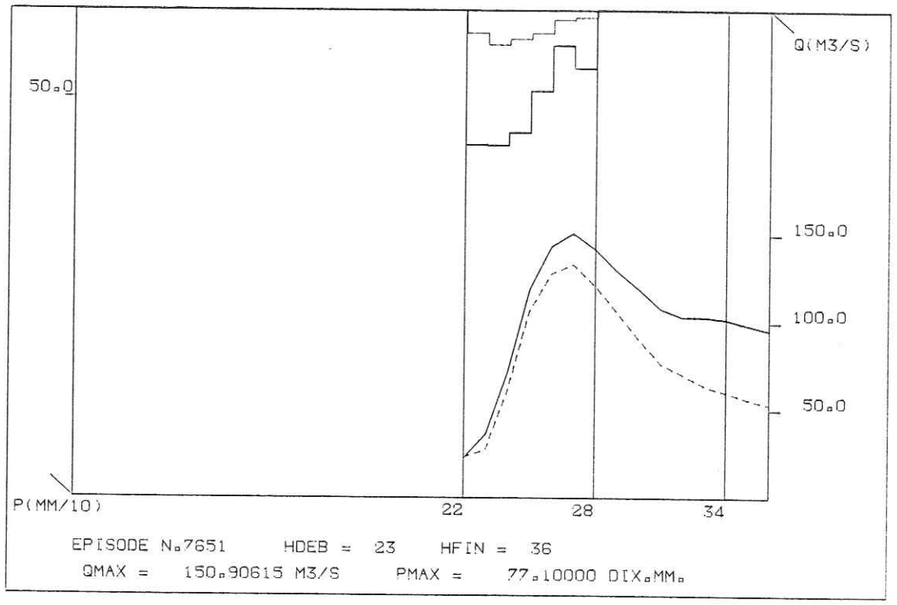


FIG. III-2-22f



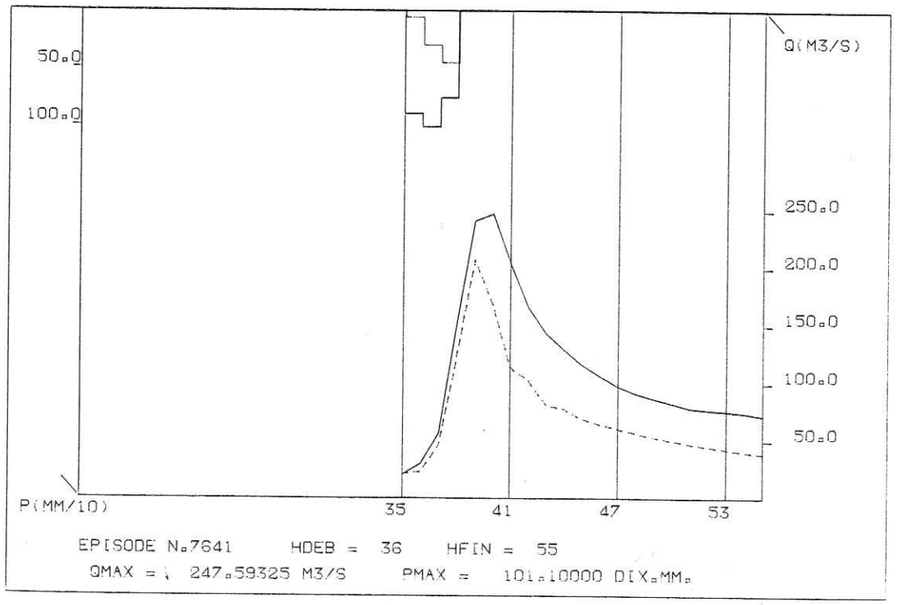
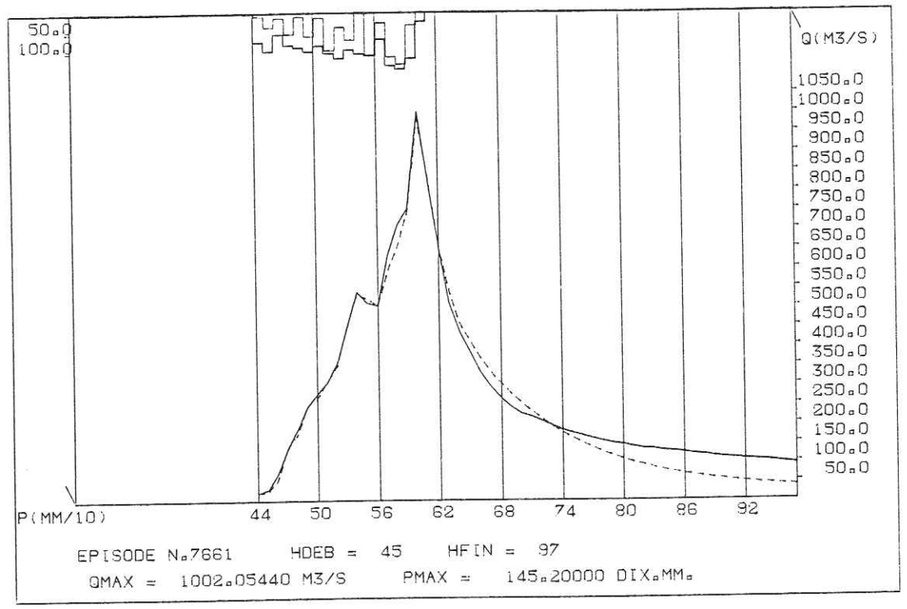


FIG. III-2-22g



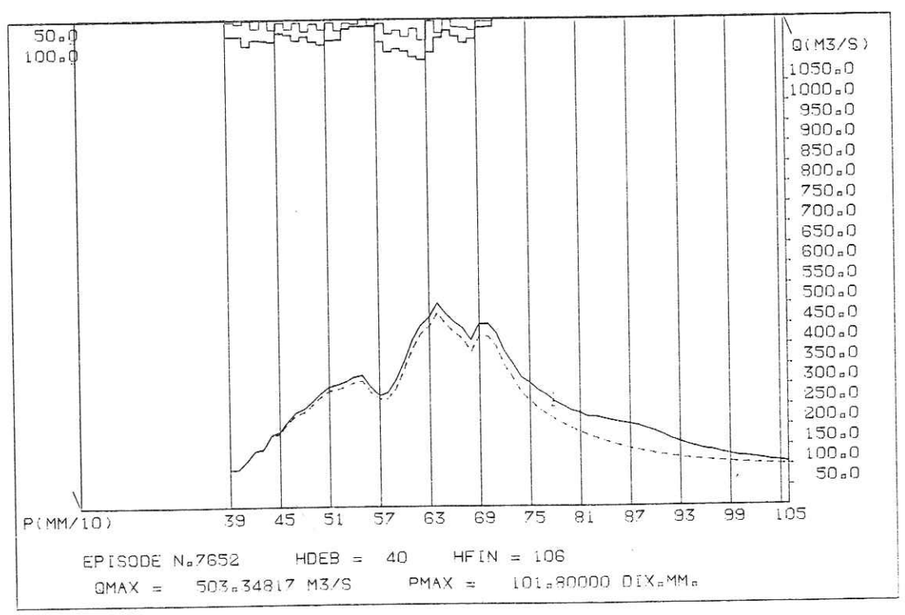


FIG. III-2-22 h

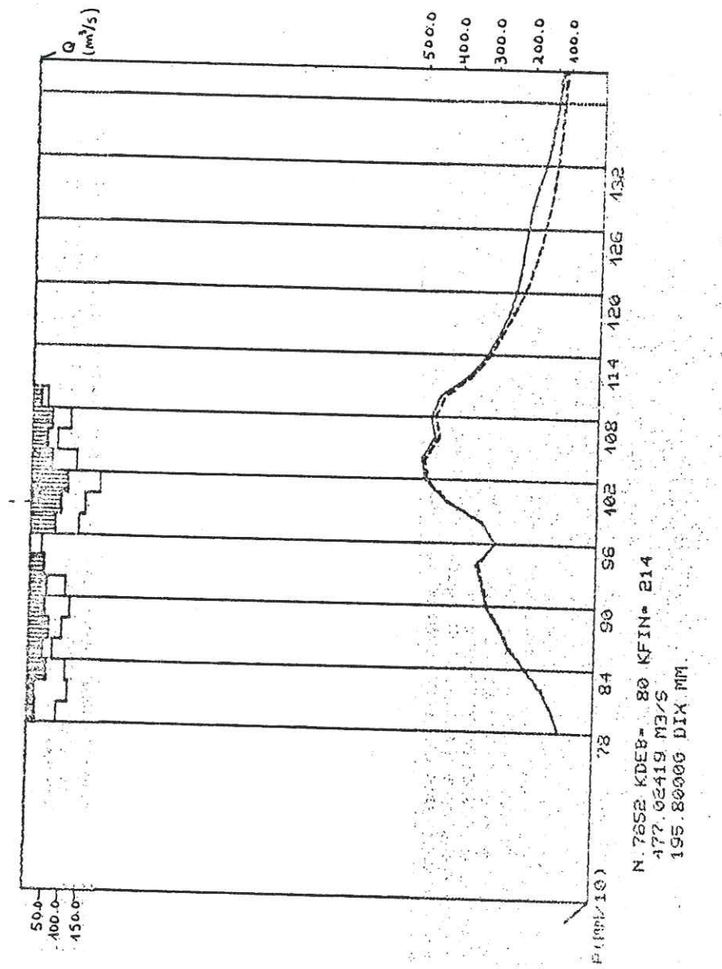


FIG. III-2-23

(i) On donne des exemples d'ordre de grandeur du rapport

$$R_a = \frac{\sum Q_n}{\sum P_d}$$

où Qn = débit net

Pd = pluie déconvoluée , pour quelques épisodes de l'essai G-33

Episode	R_a
7212	1.049
7331	1.020
7411	0.938
7611	0.993
7661	1.115
7742	0.920

En général, les meilleures reconstitutions de débit correspondent à $R_a \simeq 1$

Avant de présenter les résultats obtenus pour l'essai en utilisant la formulation ARMAX, nous pouvons remarquer quelques conclusions à propos des essais de la DPFT classique sur le Gardon :

. Notre objectif était de bien identifier la fonction de transfert, mais aussi d'avoir une bonne série de pluies efficaces pour bien caler le modèle pluie brute - pluie efficace (cf. paragraphe III.3).

. En ayant seulement l'information pluie concomittante et antérieure comme entrée du système, avec la fonction de transfert et les pluies efficaces "déconvoluées" de l'essai G-33 on a obtenu des débits calculés qui se rapprochent le mieux des débits observés, par rapport aux essais précédents.

. L'introduction de la régression sans terme constant améliore les résultats obtenus. La régression ridge, utilisée pour les corrections sur les pluies efficaces "itérées", permet l'obtention des pluies itérées moins oscillantes.

. Comme on verra dans l'essai G.ARMAX (paragraphe suivant), où on utilise aussi l'information "débits antérieurs" pour caler la fonction de transfert, on obtiendra une amélioration supplémentaire pour les débits calculés et les pluies efficaces déconvoluées.

III.2.4.6) Essai G-ARMAX - Commentaires :

L'amélioration dans l'algorithme d'identification décrite au paragraphe (III.1.3.3) est introduite et on donne les résultats d'application au même échantillon de crues de l'essai précédent (G-33)

On rappelle que les coefficients $\underline{a}_i$ de la DPFT sont obtenus par division polynomiale :

$$q_t = \frac{B(z^{-1})}{C(z^{-1})} P_t$$

avec

$$B(z^{-1}) = b_0 P_t + \sum_{i=1}^{w} b_i P_{t-i}$$

et

$$C(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{v} c_i q_{t-i}$$

(a) Le coefficient de corrélation multiple est supérieur à 0.91 à la 3ème itération. L'écart type résiduel à la 4ème itération est de 18.02 m^3/s.

(b) L'essai a été fait avec un retard de 2 heures sur les pluies et on trouve la même forme de F.T. que l'essai G-33 (DPFT classique). La 3ème "bosse" de la F.T. disparaît. A condition d'avoir proposé assez de coefficients $\underline{b}$ et $\underline{c}$ (des polynomes en Z^{-1}), pour que la 3ème bosse se forme, on peut dire qu'elle provient des oscillations de la DPFT, comme c'est le cas.
On montre (Fig. III.2.24) l'évolution de la F.T. jusqu'à 4 itérations.

(c) La figure III.2.25 montre la comparaison entre les F.T.s pour les essais DPFT classique et en utilisant la formulation ARMAX.

22 AOUT 2003

Univ. J. Fourier - O.S.U.G.
MAISON DES GEOSCIENCES
DOCUMENTATION
B.P. 53
F. 38041 GRENOBLE CEDEX
Tél. 04 76 63 54 27 - Fax 04 76 51 40 58
Mail : ptalour@ujf-grenoble.fr

DPFT

0,01782
0,07790
0,01271
-0,05873
0,00389
-0,02543
-0,00575
-0,00298
-0,00185
-0,00167
-0,00151
-0,00137
-0,00124
-0,00112
-0,00101
-0,00092
-0,00083
-0,00075
-0,00068

ESSAI G-ARMAX

. nb. de crues : 20
. avec contr. Pe ≤ Pb
. FT : non nommée
lissée exp. : pas 8
θ=-0,10

. Tk_1 = 0 (FT sans ridge)
TK_2 = 0.1 (correct. avec ridge)
TK_n = 0. (deconv. sans ridge)

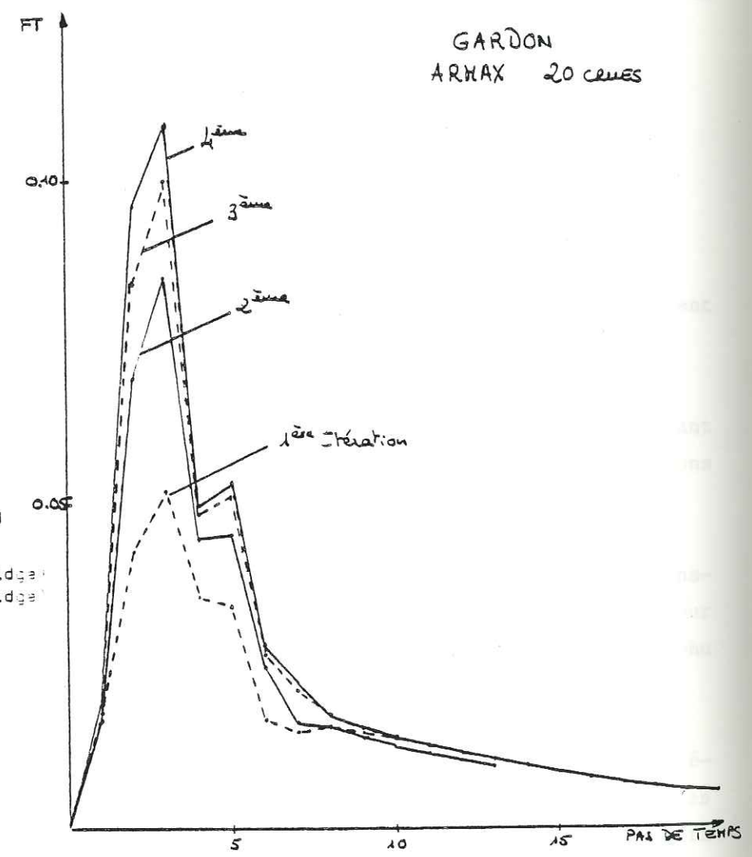


Fig III-2-24

Retard de 2 heures

Régression sans terme constant (FT)

Itération	1	2	3	4	5
R	0,7443	0,8697	0,9135	0,9362	
$\sum$ Ai lissée	0,30647	0,44564	0,50433	0,54619	
const.	0	0	0	0	

COMPARAISON FT (ARMAX), FT (HYDROGRAMME UNITAIRE)

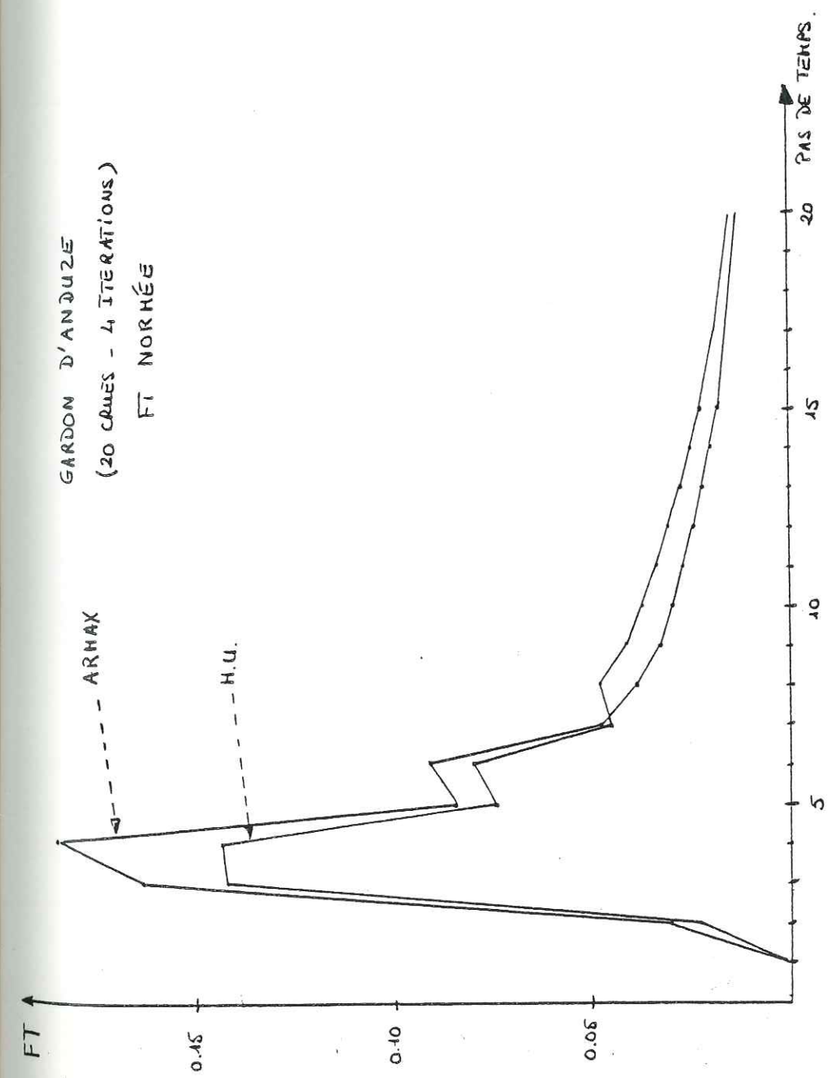
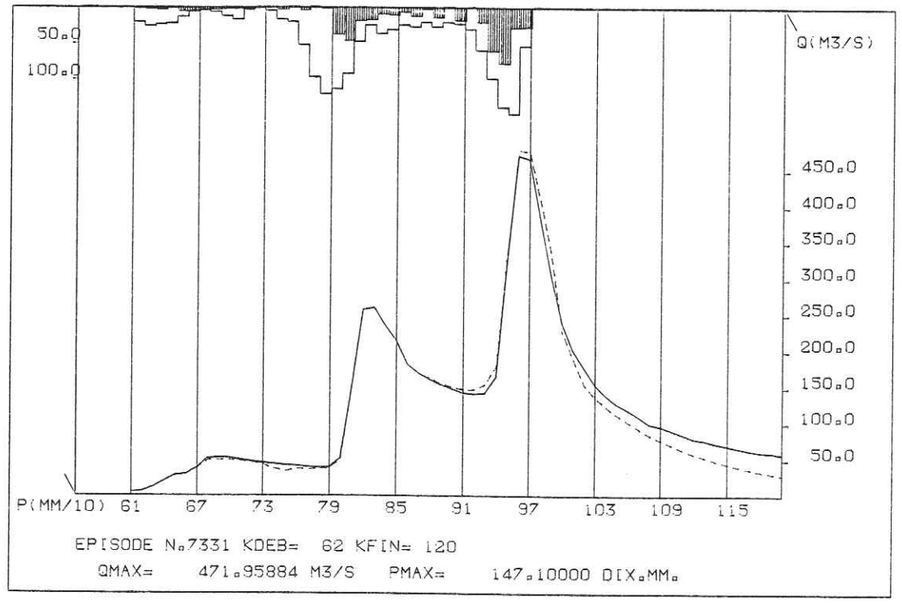


FIG. III.2.25
Comparaison FT ARMAX et FT (hydrogramme unitaire)



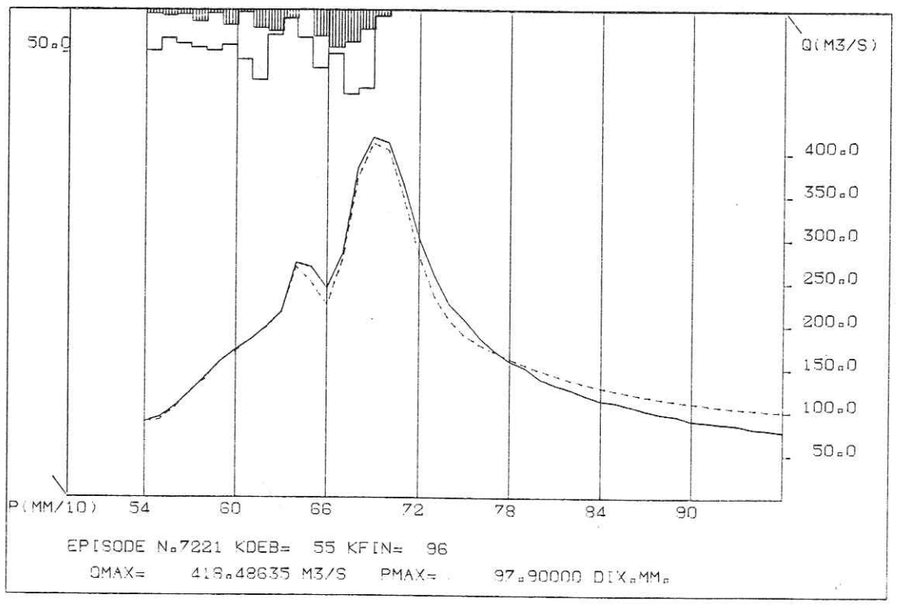
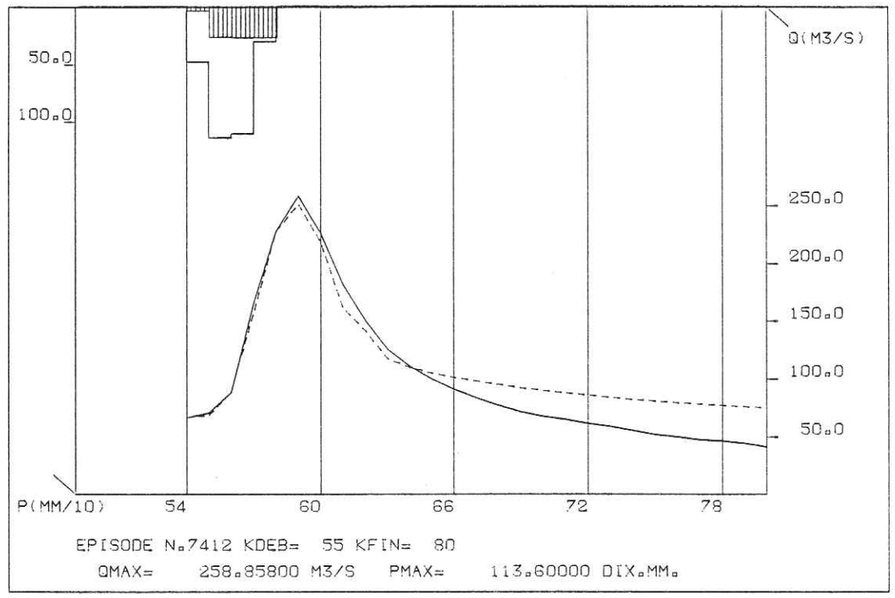


FIG. III-2-26a



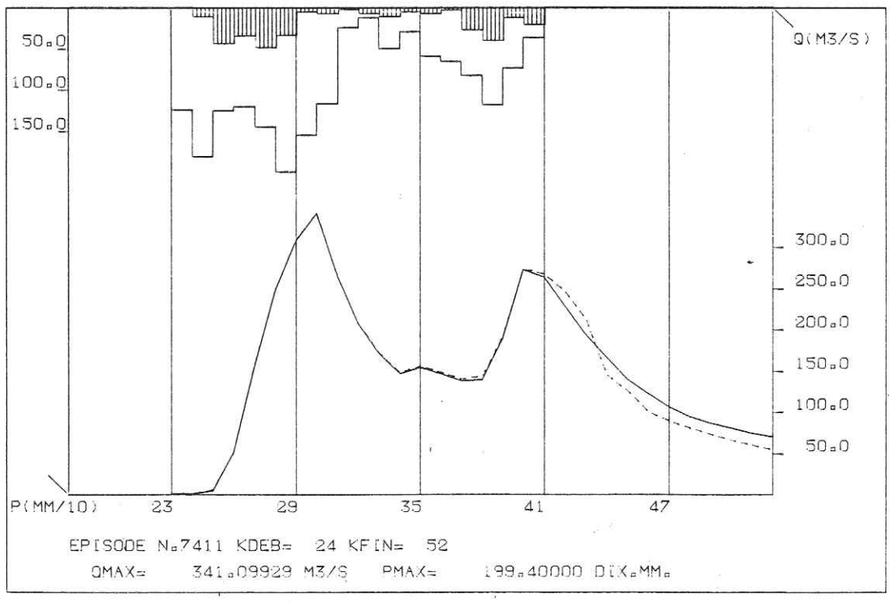
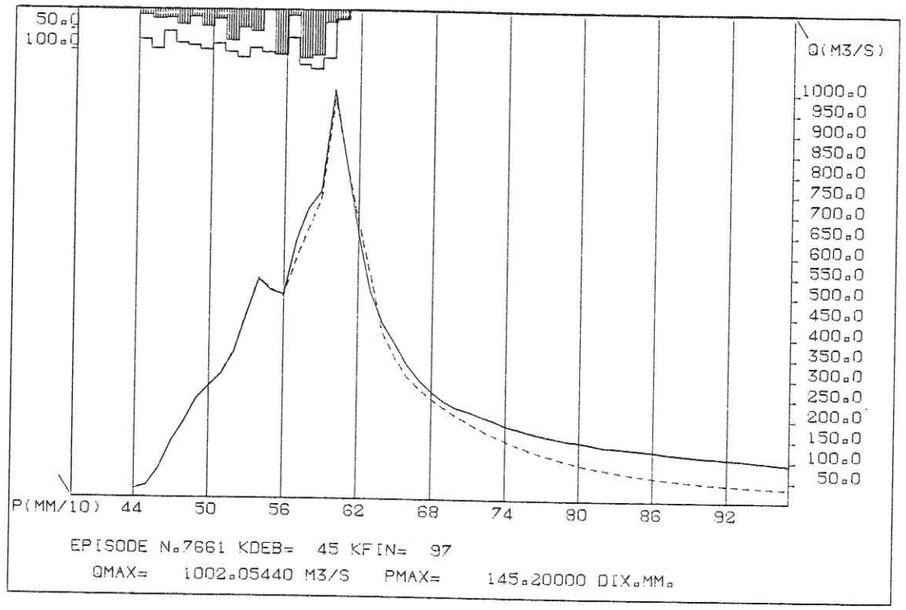


FIG. III-2-26b



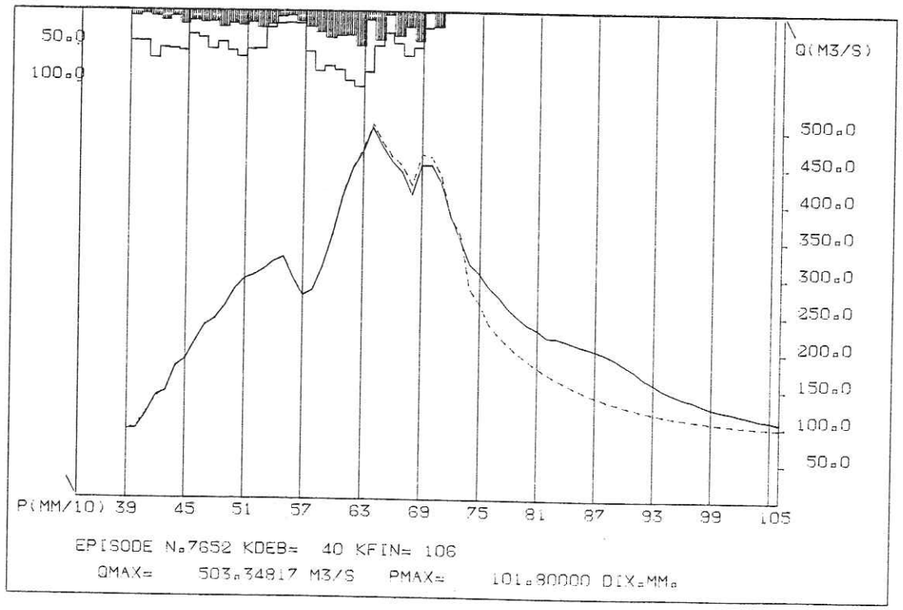


Fig. III-2-26c

A la 4ème itération il y a une différence de l'ordre de 20 % pour les F.T.s normés.

(d) Les pluies efficaces déconvoluées sont calculées en déconvoluant la F.T. normée à la 4ème itération avec les débits (au lieu de le faire avec la DPFT et les variations de débit). On obtient ainsi des pluies efficaces déconvoluées plus stables. Les débits reconstitués (après convolution) sont en moyenne meilleurs que ceux de l'essai DPFT classique. On a donc intérêt à déconvoluer les pluies sur les débits, plutôt que sur les variations de débit. (Figs.III.2.26)

III.2.4.7) Conclusions des essais sur le Gardon d'Anduze :

(a) Comme on a vu pour les derniers essais (G-33 et G-ARMAX), en introduisant les améliorations dans l'algorithme (la ridge pour les corrections sur les pluies, et la régression sans terme constant) ainsi que la formulation ARMAX, a pu obtenir une fonction de transfert et des pluies efficaces plus stables.

(b) Dans tous les essais le coefficient de corrélation multiple entre les variations de débit observés et calculés est supérieur à 0.80 à la 3ème itération. Cependant, les corrections sur les pluies sont négligeables en général à partir de la 4ème, où on a une F.T. identifiée avec un coefficient de corrélation multiple supérieur à 0.95.

(c) On doit normer la F.T. obtenue à la dernière itération. Les débits "reconstitués" d'après convolution des pluies efficaces "déconvoluées" avec la F.T. normée sont mieux estimés.

(d) L'imposition de la contrainte sur les pluies "corrigées" ($0 \leq Pe \leq Pb$) nous semble être nécessaire. On obtient ainsi des pluies efficaces plus stables qui ont un meilleur sens physique. Cette contrainte peut être introduite parce que on a une bonne estimation de la lame d'eau sur le bassin versant.

(e) Les précautions à prendre dans l'application de la méthode, pour avoir des débits "reconstitués" mieux estimés consistent à faire un choix de crues d'après ceci :

. Prendre un nombre minimum possible de pluies brutes par épisode, pour éviter des problèmes d'instabilité dans la déconvolution. De cette façon éventuellement, on est obligé de tronquer l'épisode pluvieux en début de crue, jusqu'à la première variation de débit positive, ou en fin d'épisode.

. Démarrer l'épisode averse-crue avec une donnée de variation de débit positive. De cette façon, on peut dire que les pluies brutes génératrices de la crue seront "efficaces".

. Prolonger au maximum les queues d'hydrogrammes, pour avoir plus de données de débit par épisode. En moyenne, on prolonge jusqu'au nombre de pas de temps de la fonction de transfert.

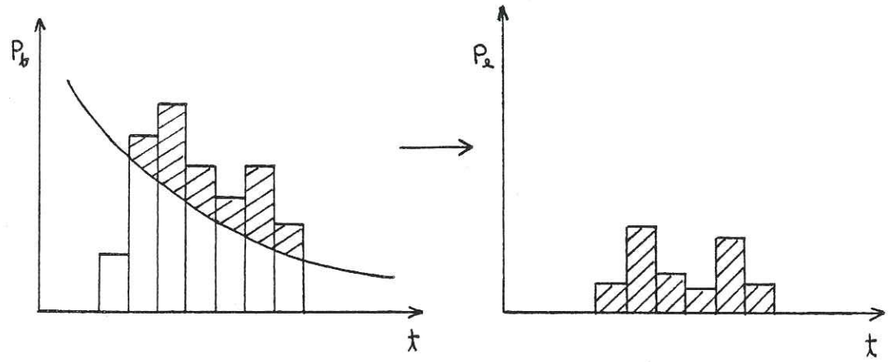
. Si pour une crue de l'échantillon on a une mauvaise reconstitution des débits, on élimine l'épisode de l'échantillon et on réinitialise la chaîne de programmes. On obtient de cette façon une nouvelle série plus stable de pluies efficaces "déconvoluées" et une F.T. mieux estimée.

III.3 - MODELISATION DE LA RELATION ENTRE LA PLUIE BRUTE ET LA PLUIE EXCEDENTAIRE

III.3.1) Position du problème :

Connaissant la pluie brute qui touche sur le bassin versant, on a besoin de calculer d'abord la pluie efficace, pour faire la prévision des débits c'est à dire en convoluant la fonction de transfert avec les pluies efficaces.

La prévision nécessite donc un modèle "d'abattement" pluie brute - pluie efficace :



Or, grâce à l'approche de la DPFT, on dispose d'une série de pluies brutes et de pluies efficaces "déconvoluée" pour épisodes pluvieux. Il s'agit donc d'utiliser cet échantillon pour le calage de la "loi d'abattement" pluie brute - pluie efficace. On prendra pour exemple le bassin versant du Gardon d'Anduze.

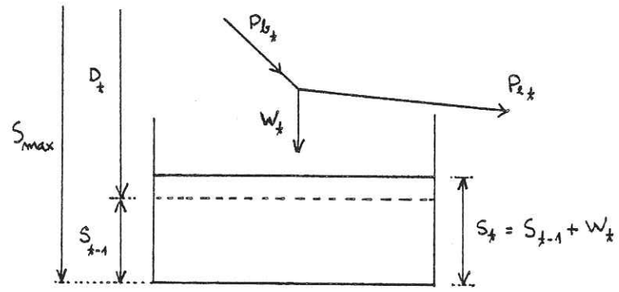
III.3.2.1) Le modèle utilisé et le calage des paramètres :

Il existe une abondante littérature concernant la transformation des pluies brutes en pluies efficaces. On sait que c'est une relation non linéaire et que la non linéanité est, entre autres, liée à l'état hydrique du bassin versant. Les modèles existants s'appuient généralement sur des considérations prétendûment "physiques" pour décrire la manière dont les précipitations sont interceptées par la végétation, s'évaporent, s'infiltrent, et ruissèlent avant d'atteindre l'exutoire du bassin versant. Plusieurs modèles conceptuels plus ou moins sophistiqués sont dérivés du "modèle de Stanford", où le système est représenté par un ensemble de réservoirs interconnectés.

Une approche plus récente a été proposée par MOREL-SEYTOUX (1980) qui satisfait à la fois le physicien et l'hydrologue. Elle n'a encore été testée que sur de tous petits bassins ($\lesssim 10$ km^2 de surface) et

sera évoquée à nouveau au chapitre IV.

Dans nos essais, nous avons adopté un modèle simple, voire simpliste, qui tient compte de l'état de saturation du sol dû aux pluies antérieures. C'est un modèle à un réservoir de stockage qui se remplit dans un premier temps sans se vider.



. Pb_t est la pluie brute à l'instant $\underline{t}$ (dix. mm)

. Pe_t est la pluie efficace "modèlisée" qu'on cherche à déterminer (dix. mm).

. S_{max} est le stock maximum d'eau dans le réservoir, paramètre variable pour chaque épisode pluvieux.

. W_t est la fraction de la pluie qui vient remplir le réservoir à l'instant $\underline{t}$.

. D_t est le déficit de stockage du réservoir, paramètre lié donc à S_{max}

. S_t est le stock d'eau dans le réservoir à l'instant $\underline{t}$

On calcule, à chaque instant $\underline{t}$, une pluie efficace Pe_t à l'aide des expressions :

$$Pe_t = Pb_t - W_t$$

$$W_t = D_t \left[1 - \exp\left(-\beta \frac{Pb_t}{D_t}\right)\right] \qquad \text{III.3.1}$$

$$D_t = D_{t-1} - W_{t-1}$$

On a les conditions :

1) $0 < \beta \leq 1$

2) $0 \leq Pe_t \leq Pb_t$

3) si le réservoir de stockage est saturé :

$D_t = 0 \rightarrow Pe_t = Pb_t$

On remarque que l'expression III.3.1 est analogue à celle proposée par DUBAND, i.e. :

$$Pe_j = Pb_j - b\left(1 - \exp\left(-\frac{Pb_j}{b}\right)\right)$$

où $\beta = 1$ et $b = D_t$ est une fonction des pluies antérieures (comme on verra dans le paragraphe suivant).

C'est un modèle à deux paramètres à identifier :

β

et

D_1 , le déficit initial, qui dépend de l'état de saturation du sol avant l'épisode pluvieux.

En fait, le paramètre β est identique pour tous les épisodes, mais on a autant de paramètres D_1 que d'épisodes, car chaque épisode pluvieux présente des conditions initiales d'état du sol différentes.

Le calage du modèle a été fait par tâtonements, en choisissant les valeurs du paramètre β et des paramètres D_1 de chaque épisode, qui minimisent la somme des carrés des écarts entre la pluie efficace déconvoluée et la pluie modèlisée donnée par les équations III.3.1. Le calage a été fait par tâtonements, parce qu'on n'avait pas de programmes d'optimisation non linéaire.

On a par exemple pour le premier épisode :

$$E_1 = \min\left[\frac{1}{m_1} \sum_{i=1}^{m_1} (Pe_i - Pd_i)^2\right]$$

où

E_1 = erreur quadratique moyen minimum pour le 1er épisode

n_1 = nb. de couples pluie efficace déconvoluée - pluie modèlisée

Pd = pluie déconvoluée issues de la DPFT avec une fonction de transfert normée.

Pe = pluie modèlisée

En faisant varier la valeur de β entre 0.2 et 1 et les valeurs de D_1 entre 100 et 3000 dix mm. pour N = 15 épisodes, on a trouvé des minimums E_i (i = 1,N) pour β = 0,89 et $500 < D_1 < 1800$ (cf. tableau III.3.1)

Remarques :

a) Pour les calculs de E_i min. on n'a pas utilisé tous les épisodes pluie-débit de l'essai 33 (paragraphe III.2), car il y a 5 crues qui ont été prises dans des épisodes de pluie répétés, dont les valeurs initiales D_1 sont donc les mêmes(crues 7212, 7412, 7422, 7652, 7742).

Ces crues "répétées" correspondent aux épisodes de pluie avec découpage en deux parties, c'est à dire une deuxième crue prise dans un même épisode pluvieux.

b) Les valeurs D_1 du tableau III.3.1 sont les déficits de stockage initiaux correspondants aux premières données de pluie disponibles de chaque épisode pluvieux, prises dans un fichier source qui contient les toutes premières pluies de chaque épisode (fichier de pluies "complet").

c) On observe que pour l'épisode 7211 on ne trouve pas un minimum E, en faisant varier D_1 jusqu'à valeurs assez fortes. En fait (fig. III.3.1), il s'agit d'un épisode pluie-débit assez particulier où la pluie moyenne sur le bassin atteint des valeurs supérieures à 20 mm/h et les débits observés correspondants ne dépassent que 35 m^3/s. Le terrain est donc trop sec et presque toute la pluie s'infiltre, et les valeurs de D_1 dont trop forts.

En ayant les valeurs de D_1 et de β , on a calculé les pluies les pluies efficaces modèlisées (Pe), qui ont été convoluées, épisode par épisode, avec la fonction de transfert normée (essai G-33 - chapitre précédent). On a les débits "modèlisés" Qm, pour les N épisodes (N = 20) :

$$Qm_{j,l} = \sum_{i=1}^{k} A_i \, P_{l_{j-i+1,l}} \qquad (l=1,N)$$

où les A_i sont les coefficients de la F.T. normée.

TABLEAU III.3.1.

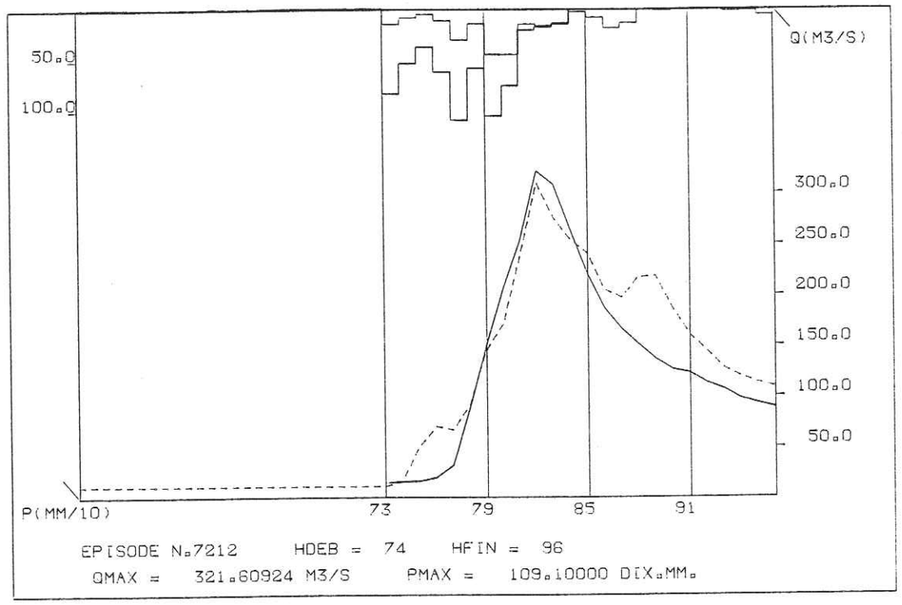
$m_i E_i \times 10^4$, $\beta = 0.89$

D_1	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100
7211	7.530	4.894	2.801	1.642	0.909	0.600	0.472	0.395	0.342	0.304	0.275
7221	3.665	3.411	3.010	2.581	2.161	1.835	1.520	1.069	0.859	0.703	0.350
7331	6.811	6.660	6.352	5.991	5.635	5.516	4.982	3.709	2.766	2.442	2.371
7411	14.285	12.364	10.750	9.773	8.533	7.817	6.391	4.903	3.617	2.878	2.363
7421	1.758	1.219	0.894	0.539	0.281	0.045	0.037	0.043	0.045	0.047	0.042
7521	8.655	7.460	5.119	2.842	1.329	0.635	0.449	0.400	0.391	0.393	0.399
7611	13.114	10.889	9.206	8.342	7.879	7.263	6.286	5.043	4.029	3.314	3.140
7621	7.024	6.067	4.521	2.694	1.392	0.747	0.652	0.986	1.592	2.180	2.664
7631	1.516	1.044	0.557	0.191	0.146	0.157	0.169	0.179	0.186	0.193	0.197
7641	2.807	1.966	1.203	0.384	0.121	0.134	0.152	0.163	1.171	0.177	0.181
7651	1.327	0.606	0.168	0.034	0.0287	0.0297	0.031	0.032	0.033	0.034	0.035
7661	5.776	4.942	4.317	4.011	3.561	3.208	3.150	2.933	2.680	0.430	2.557
7721	6.9277	6.9277	6.906	6.689	5.926	4.289	7.847	1.752	0.739	0.518	0.588
7741	1.315	1.3146	1.290	1.083	0.597	0.175	0.049	0.045	0.047	0.048	0.0483
7921	1.714	1.7135	1.7135	1.664	1.414	1.176	0.874	0.213	0.054	0.0410	0.0407
Σ	54.2	71.5	68.8	48.5	40.3	33.6	28.1	21.8	17.6	15.7	15.3

D_1	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000		3000
7211			0.221	0.209	0.199	0.191	0.184	0.177	0.172		0.139
7221	0.333	0.369		0.417	0.431				0.465		0.492
7331	2.205	2.145	1.910	1.615	1.036	0.847	0.889	0.947	0.997		1.193
7411	1.742	1.128	0.600	0.425	0.421	0.431		0.450	0.458		0.500
7421				0.0497	0.0499				0.0504		0.0502
7521				0.4275	0.434				0.453		0.479
7611	3.073	2.642	1.951	1.564	1.198	0.974	0.959	0.969	0.980		1.033
7621				3.832	4.011				4.512		5.110
7631				0.210	0.212				0.219		0.227
7641				0.190	0.191				0.195		0.199
7651				0.0369	0.037				0.038		0.039
7661	2.795			3.664	3.918				4.468		4.032
7721	0.633			0.674	0.679				0.689		0.696
7741	0.0487			0.049	0.0495				0.0498		0.050
7921	0.0425			0.047	0.0489				0.052		0.055
Σ	15.1	14.8	13.8	13.4	12.9	12.9	13.2	13.5	13.8		

RESUME

7211	–
7212	–
7221	1200
7331	1700
7411	1600
7412	1600
7421	700
7422	700
7521	900
7611	1800
7621	700
7631	500
7641	500
7651	500
7652	500
7661	1000
7721	1000
7741	800
7742	800
7921	1100



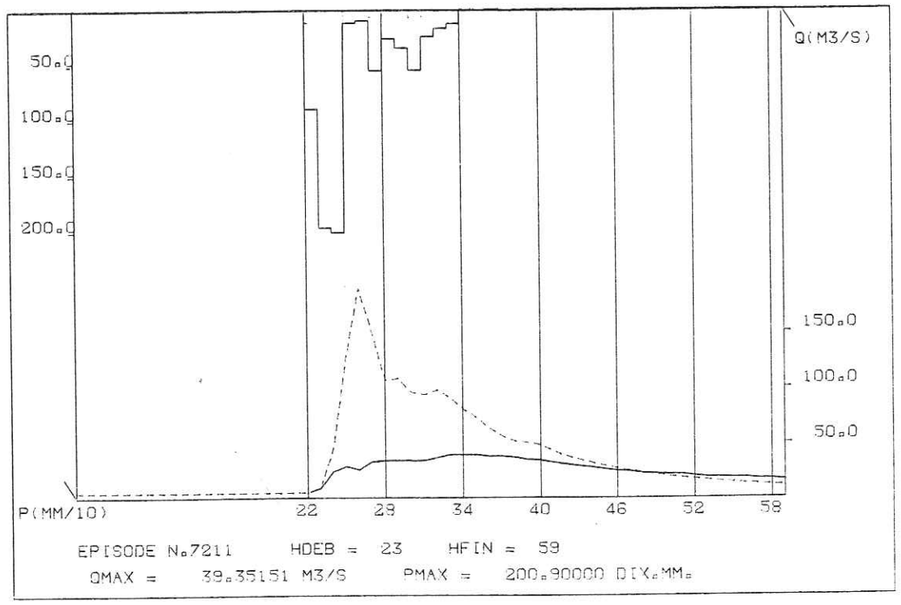
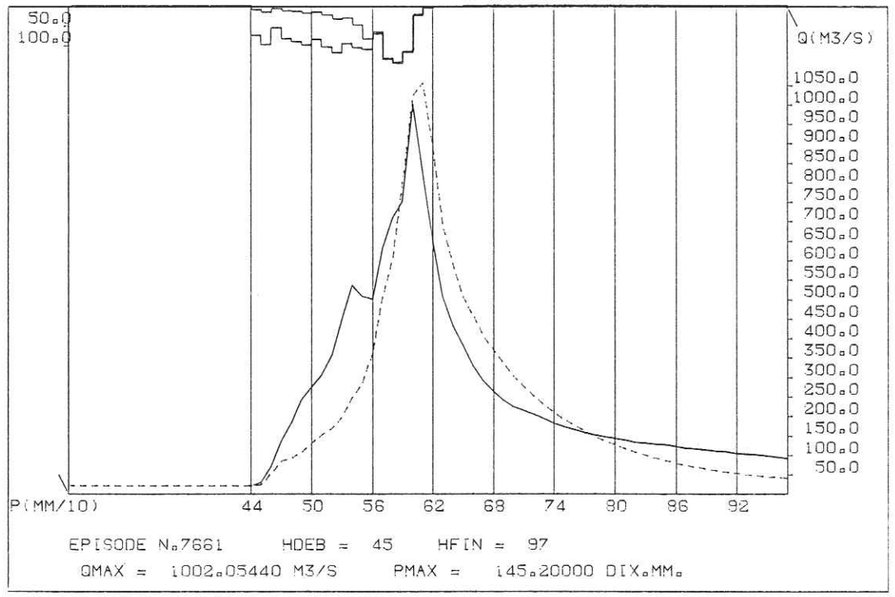


Fig. III-3-1a



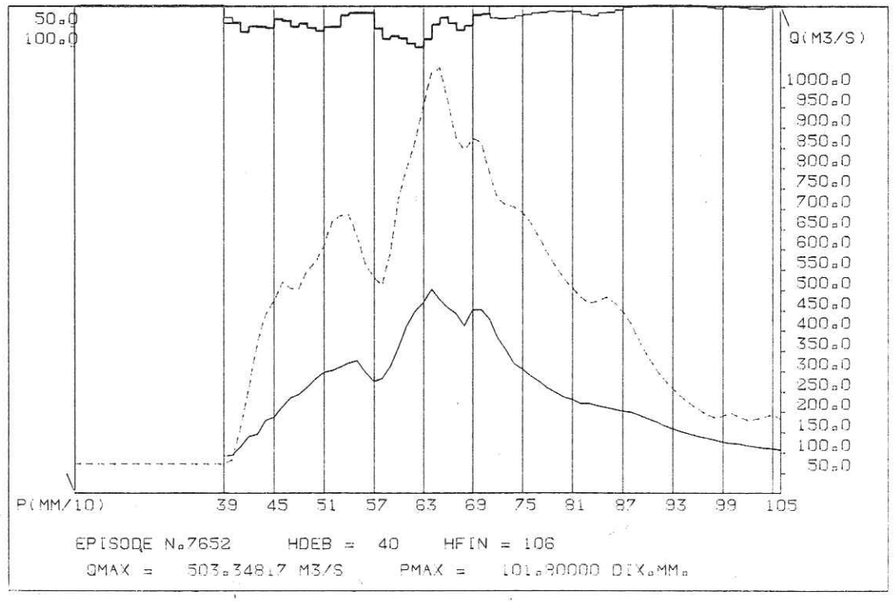
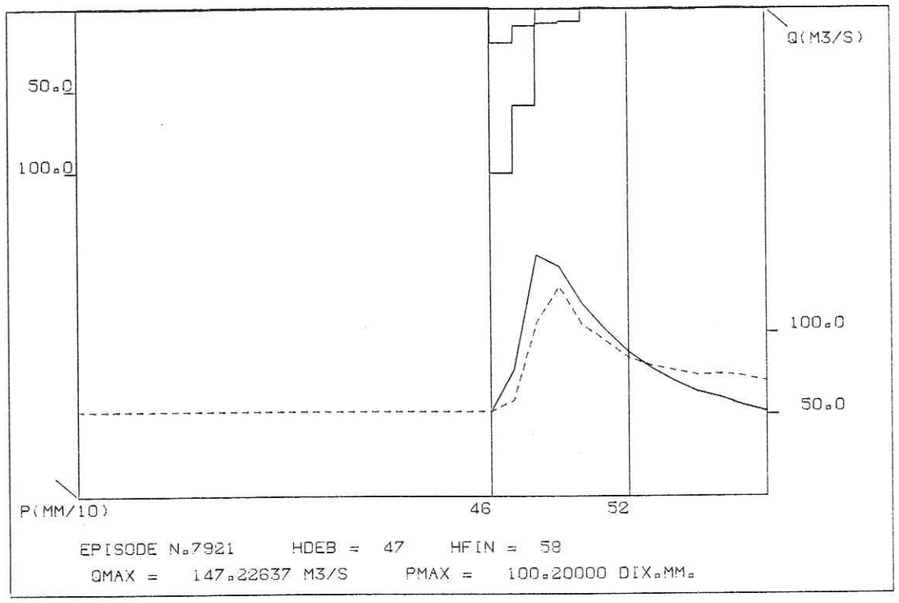


Fig. III-3-1b



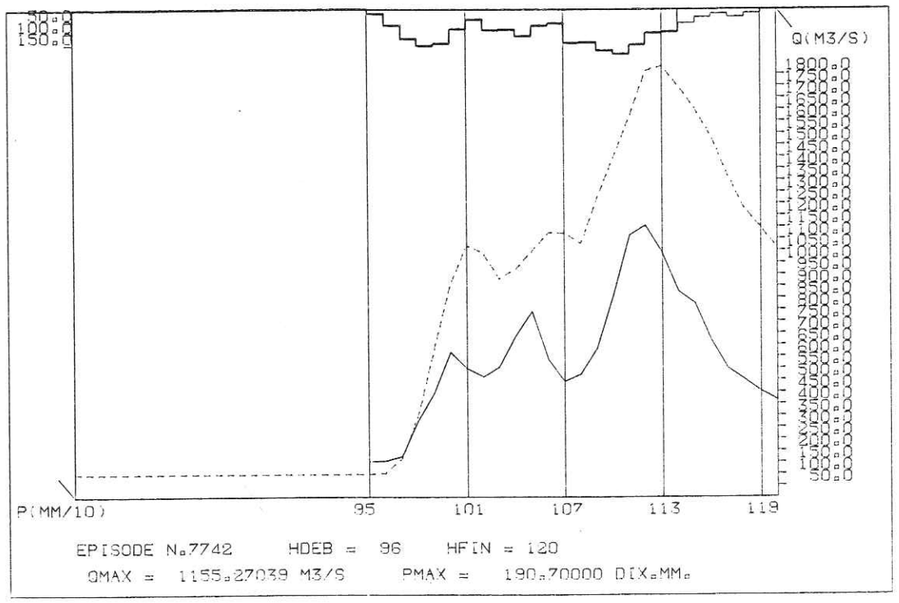


Fig. III-3-1c

Les figures III.3.1 présentent quelques exemples de comparaison entre les débits observés et les débits modèlisés, ainsi que les pluies brutes et les pluies modèlisées. Quelques résultats ne sont pas tout à fait satisfaisants, ce qui justifie la recherche d'un modèle qui ait une meilleure structure.

III.3.2.2) Relation entre le déficit de stockage initial et l'état du sol :

Nous avons essayé de trouver une relation entre le déficit de stockage initial (paramètre D_1) et l'état de saturation du sol avant le démarrage de l'épisode averse-crue. L'état de saturation initial est fonction de la quantité d'eau tombée avant l'averse. Nous avons pris comme paramètre décrivant la saturation du sol le cumul des pluies brutes de 3 jours avant chaque épisode $\left(\sum_{j-3}^{j} P_j \right)$

Le tableau III.3.2 montre la relation,pour les épisodes retenus, entre les valeurs respectives de D_1 et les cumuls des pluies de 3 jours précédent chaque épisode. On n'a considéré que 13 épisodes, car les pluies antérieures n'étaient pas toutes disponibles (la pluie cumulée est la moyenne spline). Pour quelques épisodes on a dû complèter la somme des pluies avec la moyenne arithmétique de 4 stations, dont le coefficient de corrélation avec la moyenne spline est de l'ordre de 0.86 (stations d'Anduze, St Roman de Tousque, Ste Cécile et St Jean du Gard).

EPISODE	D_1 (dix mm)	$\ln(D_1)$	(dix mm)
7221	1103	7.006	127
7331	1576	7.363	170
7412	16	2.773	1947
7521	900	6.802	13
7611	1800	7.496	1
7621	700	6.551	171
7631	469	6.151	221
7641	500	6.215	2
7652	39	3.664	606
7661	957	6.864	269
7721	688	6.534	379
7741	509	6.232	332
7921	680	6.522	530

TABLEAU III.3.2

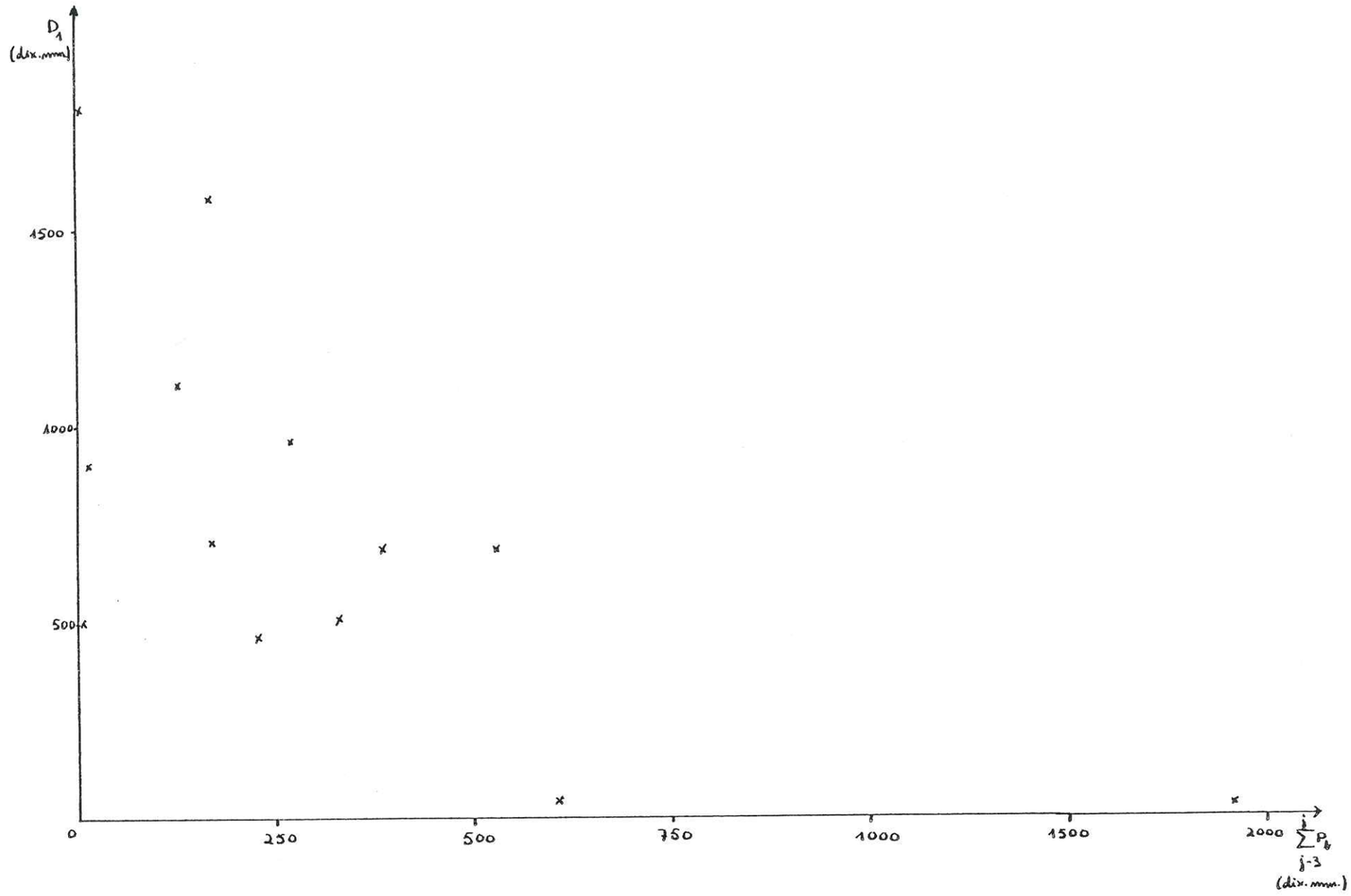


Fig. III-3-2

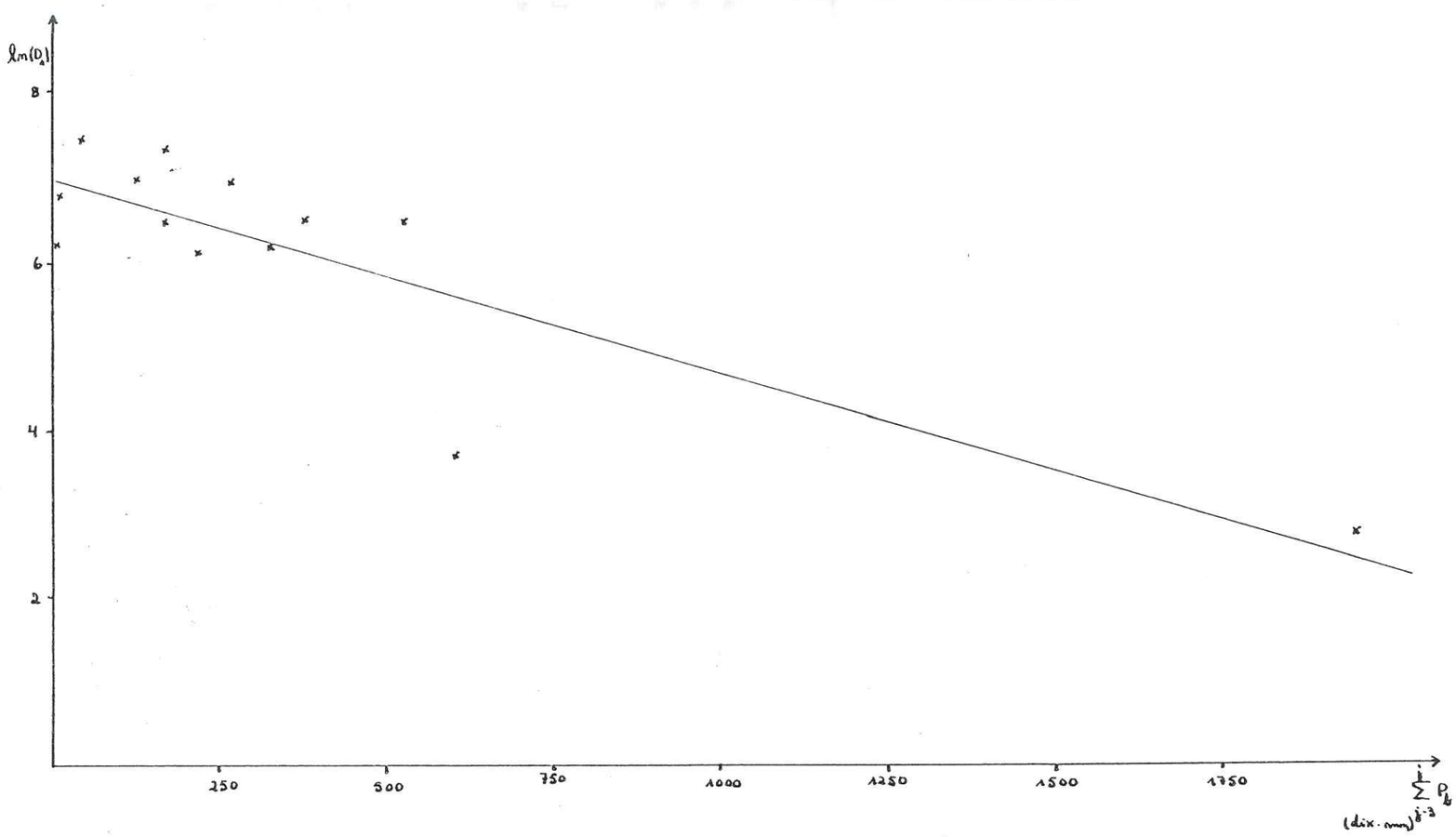


Fig. III-3-3

On a dessiné (fig. III.3.2) le nuage de points D_1 et $\sum_{j-3}^{j} P_b$

Après transformation logarithmique sur D_1 , on a :

$$y = \ln D_1$$

$$SP = \sum_{j-3}^{j} P_b$$

et on obtient (fig. III.3.3) une droite de régression donnée par

$$y = C + a * SP \qquad \text{(III.2.2)}$$

c = 7.00913

a = - 0.00229566

R = - 0.848 (coefficient de corrélation entre y et SP)

Avant de proposer un deuxième modèle pluie brute -pluie efficace (paragraphe suivant) on remarque ceci :

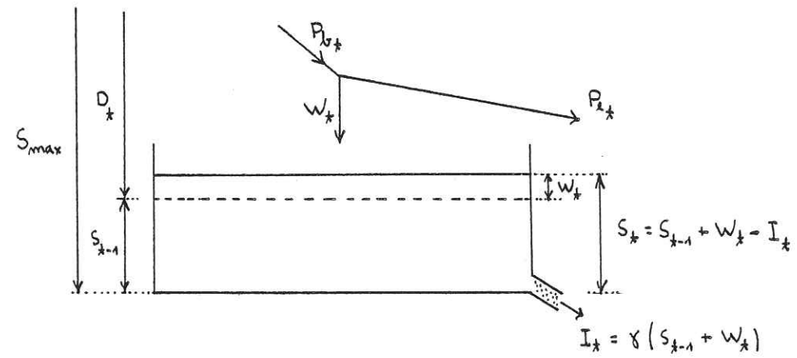
. Le calage d'un paramètre β et d'une vingtaine de paramètres D_1 (conditions initiales pour chaque épisode) fait par tâtonements a exigé un temps considérable de calcul, du fait qu'on n'avait pas un algorithme de programmation non-linéaire.

. pour avoir une estimation plus robuste de ces paramètres, il aurait fallu un nombre plus grand de couples pluie déconvoluée - pluie brute.

III.3.3) Le modèle avec un troisième paramètre :

Le modèle "abattement" pluie brute - pluie efficace décrit au paragraphe précédent a une structure assez simplifiée. On remarque surtout que pour une deuxième crue prise dans le même épisode pluvieux (exemples des crues 7652 et 7742) les débits modèlisés sont trop mauvais. Ce sont les cas où on a un sol déjà fortement saturé et des pluies efficaces tendant vers les pluies brutes.

Nous avons essayé d'introduire dans le modèle un nouveau paramètre qui tienne compte de la percolation en profondeur d'où l'introduction d'un "bouchon poreux", qui permet la vidange I_t du réservoir.



On a

$$S_t = (1-\gamma)(S_{t-1} + W_t)$$

et

$$D_t = S_{max} - S_{t-1} = \gamma S_{max} + (1-\gamma)(D_{t-1} - W_{t-1})$$

si $\alpha = 1-\gamma$,

on a

$$D_t = (1-\alpha) D_1 + \alpha (D_{t-1} - W_{t-1})$$

On calcule à chaque instant $\underline{t}$ une pluie efficace Pe_t à l'aide des expressions :

$$P_{e_t} = P_{b_t} - W_t$$

$$W_t = D_t \left[1 - \exp\left(-\beta \frac{P_{b_t}}{D_t}\right)\right]$$

III.3.1

$$D_t = (1-\alpha) D_1 + \alpha (D_{t-1} - W_{t-1}) \text{ , avec } 0 \leq \alpha \leq 1$$

On a le même modèle que précédemment si $\alpha = 1$, soit $I_t = \emptyset$

Sinon on a 3 paramètres α, β et D_1, ce qui rend assez lourd le calage du modèle, si on n'a pas un algorithme d'identification.

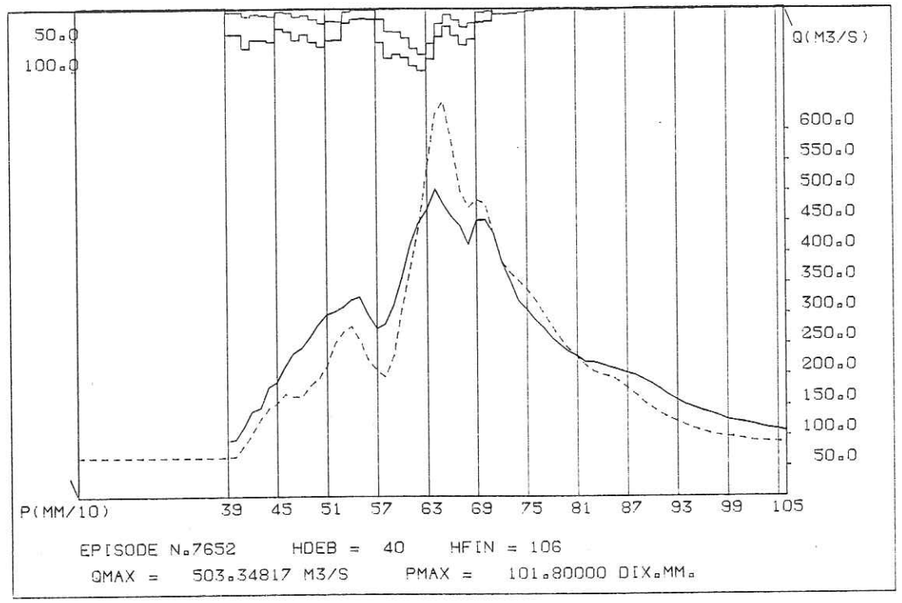


FIG. III-3-4

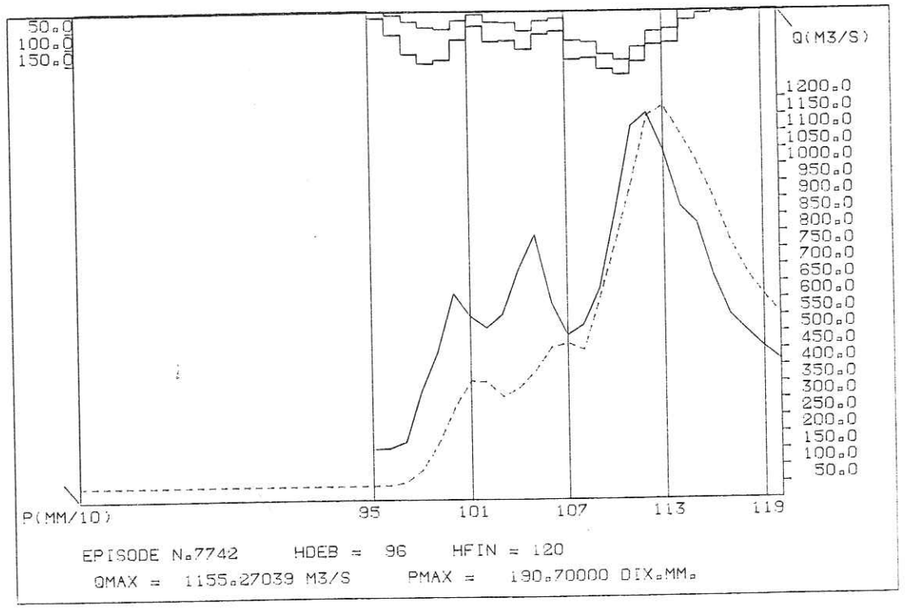


FIG. III-3-5

Nous avons fait un essai avec les valeurs de D_1 obtenues pour le modèle antérieur, en adoptant $\beta = 0.89$ et $\alpha = 0.95$.

Les figures III.3.4 et III.3.5 montrent qu'il y a une sensible amélioration par rapport au modèle précédent pour les crues 7652 et 7742.

II.3.4) Conclusions :

Le calage d'un modèle pluie brute - pluie efficace est une des partie les plus délicates de l'étude de la relation pluie-débit. En fait, ce n'est qu'une première approche étudié pour le cas du Gardon d'Anduze.

D'autres exemples de modèles qui pourraient être adoptés sont les modèles non-linéaires proposés par D. DUBAND (1982).

Néanmoins, en ayant le jeu de pluies brutes et pluies efficaces "déconvoluées", on peut avoir une relation non-linéaire (d'abattement") calée d'une façon plus réaliste.

En fait, cette relation serait plus robuste si on avait un nombre plus grand de couples pluie brute - pluie efficace déconvoluée. Pour augmenter cette série de couples une suggestion pourrait être ceci :

(a) Identifier la F.T. et les pluies efficaces d'après un sous-ensemble d'épisodes averse-crue.

(b) Réserver un autre sous-ensemble d'épisodes averse-crue, et faire seulement la déconvolution (d'après la F.T. identifié en (a) et les débits). Comme ça, on aurait d'autres couples "pluie efficace déconvoluée" - pluie brute.

III.4 - CONCLUSION DES ESSAIS SUR LES DONNEES REELLES :

Des conclusions détaillées ont été fournies tout au long des essais effectués sur le Fier et le Gardon d'Anduze. Nous nous limiterons ici à des conclusions plus générales obtenues à ce point de l'étude :

(1) Il se confirme que la grande originalité de la méthode réside dans l'identification conjointe de la fonction de transfert et surtout des pluies présumées efficaces. Dans les autres méthodes, ces pluies efficaces étaient calculées à priori sans remise en cause alors qu'elles constituent ici un résultat.

Néanmoins, la version initiale de la méthode laissait planer une indétermination qui entachait sa crédibilité.

(2) Nos essais d'amélioration ont montré un progrès sensible de la stabilité numérique et de la vraissemblance physique des résultats quand :

a) On introduit la contrainte $\sum A_i = 1$ au moins au dernier pas de l'identification, pour déconvoluer les variations de débits.

b) On utilise un algorithme de moindres carrés "adapté au problème", plutôt qu'un programme standard de corrélation multiple. En particulier, les algorithmes comportant un terme de perturbation ("ridge regression") améliorent sensiblement la stabilité numérique de la déconvolution, au prix d'un biais qu'il faudrait éventuellement compenser.

c) On prolonge par lissage les $\underline{k}$ coefficients obtenus jusqu'à n_ℓ ,fin de la $l^{ième}$ crue, en particulier dans les matrices A de déconvolution et de correction.

d) On impose les contraintes Peff. non négative et non supérieure à la pluie brute. Le second volet de cette affirmation n'a pu être testé que sur le Gardon car il nécessite une bonne confiance

dans la connaissance des pluies brutes. Mais dans ce cas il améliore encore la vraissemblance des pluies efficaces.

e) L'idenfication de la fonction de transfert par une approche ARMAX, plutôt que terme à terme, améliore encore l'identification et surtout sa robustesse. Il faut cependant autoriser à priori suffisamment de paramètres c_i et b_i pour permettre à la fonction de transfert de trouver sa forme vraie, surtout si elle a plusieurs bosses. Ceci peut être indiqué par un essai préalable d'identification classique des a_i .

(3) Contrairement aux craintes de l'auteur de la méthode, il n'est pas gênant de traiter des crues composites. Cependant, quelque soient les épisodes, il est souhaitable que les pluies soient le plus "ramassées" possible.

---===0===---

Outre la fonction de transfert obtenue, on dispose d'une série de pluies "efficaces" qui peuvent servir à ajuster une relation pluie brute-pluie efficace.

Mais dans l'échantillon de crues retenu, ne figurent que les épisodes forts, souvent précédés d'autres épisodes pluvieux non pris en compte, car n'ayant pas réagi fortement en débit.

Dans les épisodes retenus, le transfert est important, d'où une bonne information sur les a_i . Par contre, on est surtout informé sur la "queue" de la relation pluie brute-pluie efficace.

Dans cette zone, celle-çi pourrait même s'exprimer très grossièrement par un coefficient de ruissellement fixé pour chaque crue (mais à définir en prévision !). Une bonne identification de cette relation nécessiterait donc la prise en compte de crues même faibles, au moment de la déconvolution.

Le modèle d'abattement proposé n'est vraiment pas définitif et comme il a une structure assez "simpliste", il mérite encore quelques modifications. Il faut dire que c'est une partie de l'étude assez délicate et même l'identification d'un modèle simple n'est pas toujours facile.

Enfin, l'échantillon de pluies efficaces utilisé ne vaut que par sa vraissemblance, d'ailleurs liée à l'introduction de contraintes, mais nous n'avons pas de mesures réelles permettant d'estimer leur valeur réelle, et la capacité de l'algorithme à les identifier vraiment. C'est ce que nous allons tenter de vérifier au chapitre suivant en utilisant des données synthétiques.

ANNEXE III.2.1

TABLEAU III.2.1 - ORGANIGRAMME GENERAL ET PROGRAMMES

PROGRAMME RANDPLUVSPA

. REMPLISSAGE DES HEURES MANQUANTES (NON SPLINES) AVEC DES VALEURS NULLES, POUR TOUS LES EPISODES
. PLUIES SPATIALES COMPLETES
. CHOIX DES MOY. ARITHMETIQUES, SPLINE OU THIESSEN POUR LA OPFT

↓

FICHIER PLUSPACOMP-ANDUZ

. EPISODES COMPLETS : TOUS LES CHAMPS HORAIRES
. 5 MOY. SPATIALES : SPLINE, ARITHM. OU THIESSEN

↓

PROGRAMME PREPA-OPFT

. CHOIX DES CRUES POUR LE CALAGE DU MODELE
. TABLEAU TAB-COR INITIAL
. TABLEAU DQ-RBREFF

↓

PROGRAMME DQRBMOD

. MISE A Ø.Ø DES PLUIES FAIBLES
. NOUVEAU TAB-COR AVEC LES MISES A Ø.Ø
. NOUVEAU DQ.RBREFF AVEC LES MISES A Ø.Ø

↓

PROGRAMME OPFT-MAIN

. CORR. MULTIPLE SUR TAB-COR
. PREMIERE ESTIMATION DES COEFF. DE LA OPFT ET F.T.
. LISSAGE DES COEFF. DE LA F.T.
. NORME OPTIONNELLE DES COEFF. DE LA F.T.

CORRECTION DES PLUIES EPISODE PAR EPISODE

. CONSTRUCTION DES TABLEAUX A CORRELER
. DECONVOLUTION (CORR. MULTIPLE)
. CORRECTIONS A APPLIQUER AUX PLUIES

. CONSTRUCTION DU TABLEAU TABITER-COR AVEC LES PLUIES CORRIGEES
. CORR. MULTIPLE SUR TABITER-COR
. NOUVELLE ESTIMATION DE LA F.T.

. DECONVOLUTION OTPIONNELLE D'APRES LES DEBITS OBSERVES ET LA F.T., POUR CHAQUE EPISODE
. PLUIE EFFICACE DECONVOLUEE

↓

PROGRAMME DECONV.

. LECTURE DU FICHIER DQ-RBREFF EPISODE PAR EPISODE
. CONSTRUCTION DES TABLEAUX POUR LA CORR. MULTIPLE AVEC LES DEBITS ET LES COEFF. DE LA F.T. FINAUX
. CORR. MULTIPLE SUR LES EPISODES
. PLUIE EFFICACE DECONVOLUEE

↓

PROGRAMME CONVOL-DQ

. CONVOLUTION EPISODE PAR EPISODE, D'APRES LA PLUIE DECONVOLUEE ET LA F.T.
. DEBITS CALCULES
. BILAN

↓

PROGRAMME HYDRIET

. TRACE DES HYDROGRAMMES ET HYETOGRAMMES

CHAPITRE IV

TENTATIVES D'EVALUATION DE LA METHODE SUR DES DONNEES GENEREES

IV.1) JUSTIFICATION DE CETTE APPROCHE

- Jusqu'à présent nous avons vérifié l'application de la méthode DPFT sur des bassins réels, avec des données de pluie et de débit mesurées.

En fait, même après les conclusions qu'on en a tiré, et les améliorations qu'on a introduit dans la méthode, nous n'avons pas pu définir complètement dans quelles conditions il y a une meilleure convergence de la fonction de transfert <u>et</u> des pluies efficaces, c'est à dire les conditions de robustesse de la méthode. Nous allons donc essayer de vérifier l'application sur des données simulées.

On donnera un résumé des essais réalisés avec l'aide de P. FAFOURNOUX pour tester la méthode en utilisant sur des données générées par simulation, la chaîne de programmes pour la DPFT vue précédemment.

La procèdure adoptée est la suivante :

(a) On suppose connue et donc on impose la "loi d'abattement" pluie brute-pluie efficace propre au bassin versant fictif. On genère des pluies brutes et on obtient donc les "vraies" pluies efficaces correspondantes (pluies efficaces "observées").

(b) On suppose connue, de même, la fonction de transfert du bassin versant.

(c) On peut alors obtenir des débits "observés", d'après la convolution des "vraies" pluies efficaces avec la fonction de transfert connue.

(d) On applique la méthode DPFT à cette série des débits observés (obtenus en (c) et aux pluies brutes (générées en (a)) et on obtient des estimations de la F.T. et des pluies efficaces.

(e) Ces estimations de la F.T. et des pluies efficaces sont comparées avec la "vraie" F.T. et avec les "vraies" pluies efficaces ("observées", cf. fig. IV-1).

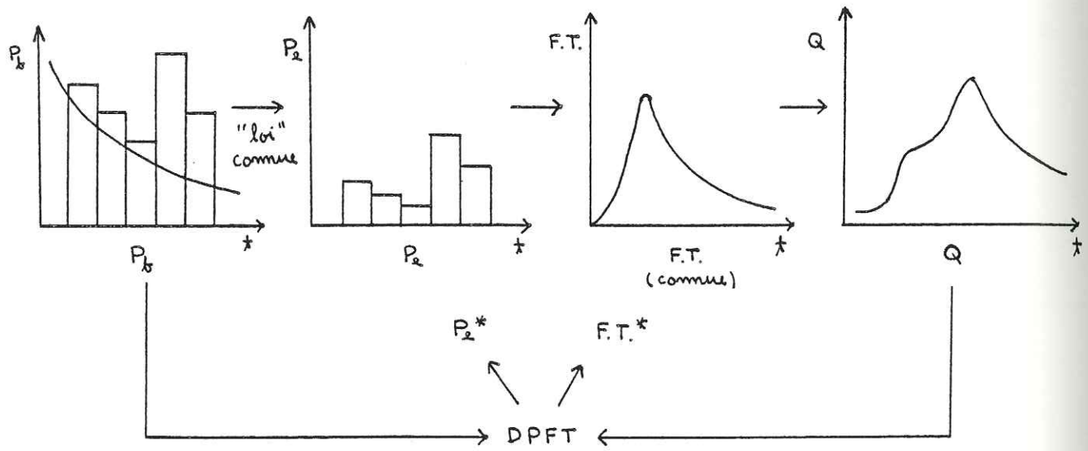


FIG. IV - 1

Les questions qui se posent sont :

$$\begin{cases} F.T. = F.T.^{*} \ ? \\ Pe = Pe^{*} \ ? \end{cases}$$

IV-2) GENERATION DES PLUIES ET DES DEBITS :

Les séquences de données de pluies et de débits ont été crées avec le modèle XSRAIN, mis au point par H. MOREL-SEYTOUX et J.VERDIN (1981). En fait ce modèle de génération a été conçu pour dimensionner les ouvrages de protection contre les crues, lorsqu'aucune mesure n'est disponible. C'est un modèle sophistiqué dont nous allons donner brièvement les principes de base utiles pour la génération des épisodes pluie-débit.

(a) Création des épisodes de pluie brute :

L'utilisateur du programme XRAIN choisit la hauteur totale de pluie brute pour l'épisode et la durée de l'épisode en pas de temps. Le programme crée une distribution temporelle des intensités selon les lois observées par HUFF. On choisit le quartile 1, 2, 3 ou 4 au cours duquel l'intensité maximale aurait été observée. En sortie on a, de cette façon, une pluie d'intensité variable pendant l'épisode, selon la statistique de HUFF.

(b) La relation pluie brute-pluie efficace ("loi d'abattement") :

XSRAIN calcule la pluie efficace pour un épisode pluvieux à partir des équations de l'infiltration dans les sols non saturés. Une description détaillée de la formulation utilisée est donnée par P. FAFOURNOUX (1983). Les équations de l'infiltration sont une fonction des caractéristiques hydrauliques du sol et de l'intensité de la pluie.

La formulation de MOREL-SEYTOUX calcule l'infiltration avant la saturation pour le cas de la pluie d'intensité variable, en déterminant le temps de submersion ("ponding-time") et la courbe de capacité d'infiltration après la submersion. En ayant les valeurs d'infiltration avant et après le "ponding-time" on en déduit la pluie excédentaire (pluie efficace).

Les données d'entrée pour le calcul de la pluie efficace sont :

$\tilde{K}$ = conductivité hydraulique à la saturation naturelle.

$S_f = (\tilde{\theta} - \theta_i)\, H_f$ (facteur de sucction-stockage)
- $\tilde{\theta}$ - teneur en eau à la saturation naturelle
- θ_i = teneur en eau initiale
- H_f = pression capilaire effective

En général on adopte une valeur de $S_f = (S_f)_{fc}$, qui est une valeur de S_f obtenue quand $\theta_i = \theta_{fc}$, où θ_{fc} est la teneur en eau à "la capacité du champ". La valeur de $(S_f)_{fc}$ détermine l'état de saturation initial du sol.

(c) Calcul de l'Hydrogramme Unitaire (Fonction de Transfert) du bassin :

L'Hydrogramme Unitaire du bassin est calculé à partir d'une courbe de masse adimensionnelle du S.C.S. (Soil Conservation Service). En fait le calcul ne dépend que du temps de montée Tp donnée par :

$$Tp = T_L + \frac{\Delta t}{2}$$

ou T_L = temps de retard en heures (l'intervalle de temps entre le centre de gravité de la pluie efficace et le pic du ruissellement).

Δt = pas de temps unitaire

Le temps de retard T_L est une donnée d'entrée pour le programme de calcul.

Optionnellement, T_L est calculé comme une fonction de la longueur de bassin, sa pente moyenne et un indice des sols donné par le S.C.S.

Le programme calcule donc les ordonnées de l'Hydrogramme Unitaire à partir des conditions initiales du sol, de la longueur du bassin versant et de sa pente moyenne.

(d) Calcul des débits :

Le calcul des débits est fait par convolution des pluies efficaces "observées" avec la fonction de transfert, en ayant la surface du bassin versant.

Dans notre cas, les paramètres pour la génération des épisodes pluie-débit, le calcul de la fonction de transfert et les pluies efficaces sont donc : $\tilde{K}$, (SF)FC, TL et la surface du bassin fictif.

IV-3) APPLICATION DE LA METHODE DPFT :

IV-3-1) Série d'essais N° 5 :

Pour cette série d'essais, les paramètres ont été calés de façon à donner des débits de pointe entre approx. 80 et 100 m^3/s pour 5 épisodes de crue, d'après les caractéristiques suivantes :

- $\tilde{K}$ = 2 mm/h
- T_L = 5,5 heures (temps de retard pour sol saturé)
- (SF)FC = 55.0 mm (terrain normal)
  2.5 mm (terrain saturé)
- pas de temps horaire
- caractéristiques géomètriques du bassin : surface - 301 km^2
  longueur - 30 km
  pente moyenne - 1,23 %

IV.3.1.1) Caractéristiques des épisodes générées :

crue n°	hauteur pluie (mm)	durée (h)	quantile	pluie efficace (mm)	débit pointe (m^3/s)	temps base (h)
1	46.1	4	2	7.88	91.5	15
2	56.3	8	2	7.63	85.6	15
3	66.6	12	3	7.30	81.2	15
4	76.8	16	2	8.40	89.0	15
5	87.0	20	2	10.30	100.0	15.5

IV.3.1.2) Caractéristiques des essais et résultats trouvés :

N° essai	N° itération	F.T normée	contrainte		lissage		Pic F.T.	
			Pi ≤ Pb	Pi ≥ 0	pas	décroissance	position 6 h	valeur 0.142
5.1	1 2 3	oui	oui	oui	11	-0.06	6 6 6	0.114 0.110 0.108
5.2	1 2 3	oui	oui	oui	17	-0.06	6 6 6	0.163 0.165 0.166
5.3	1 2 3	oui	oui	oui	14	-0.06	6 6 6	0.158 0.161 0.162
5.4	1 2 3	oui	oui	oui	13	-0.22	6 6 6	0.164 0.163 0.162
5.5	1 2 3	oui		oui	13	-0.22	6 6 6	0.158 0.163 0.172
5.6	1 2 3	non non non					- - 6	- - 0.150

(a) Résultats obtenus pour la fonction de transfert :

Les figs. IV .3.1, IV.3.2 et IV.3.3 montrent les F.T.s normées obtenues à la 3ème itération.

On remarque ceci :

. Dans les essais 5.1 à 5.5 les F.T.s sont normées à chaque itération.

. La position du pic est retrouvée sans décalage dans tous les essais et dès la 1ère itération.

. Dans l'essai 5.1, le pic est sous-estimé. En fait l'identification de la F.T. dans ce cas est sensible au lissage, qui est fait assez tôt avec un indice de décroissance exponentielle faible. Le lissage modifie la forme de la F.T. en queue, qui présente des valeurs fortes.

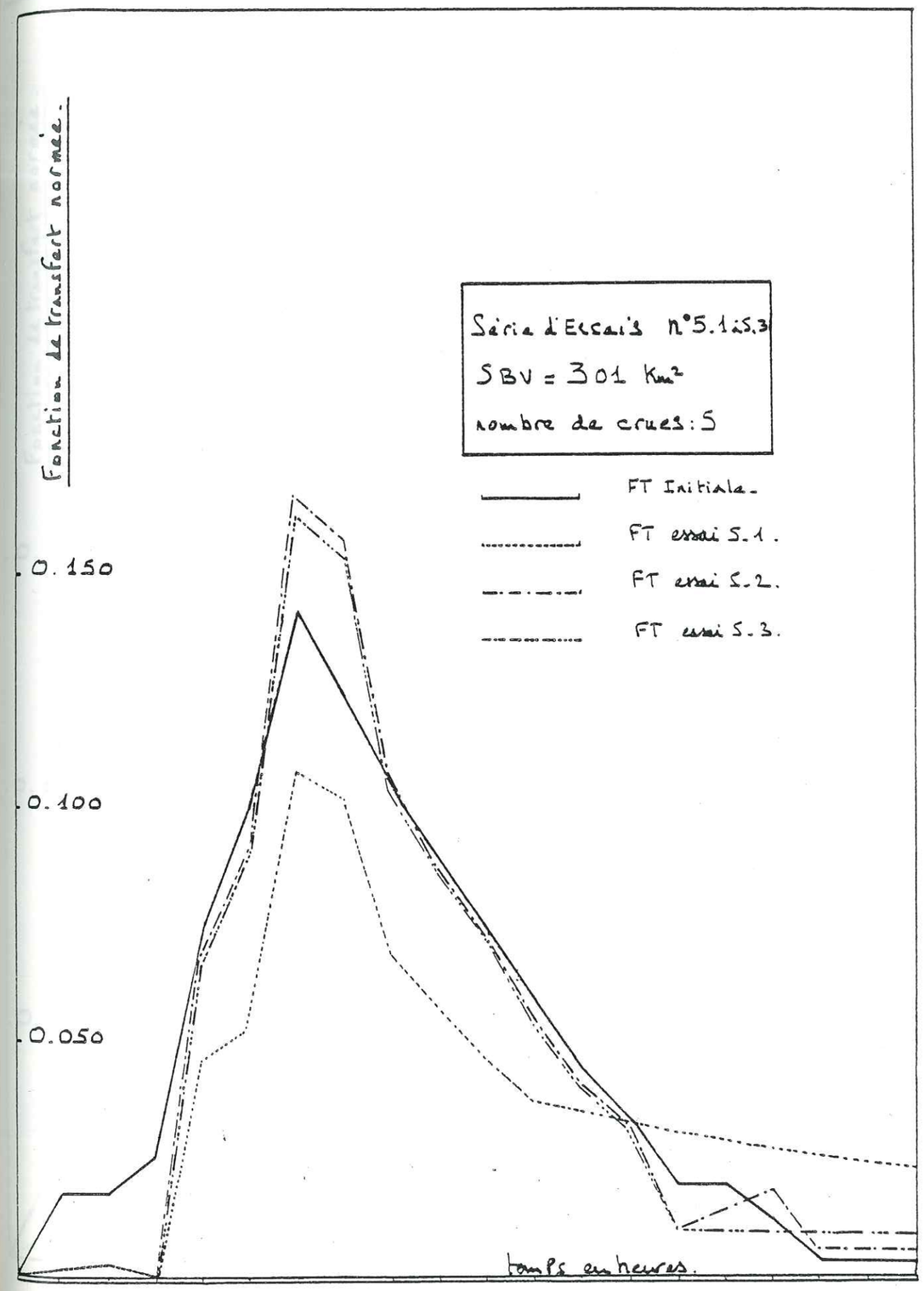


FIG. IV-3-1

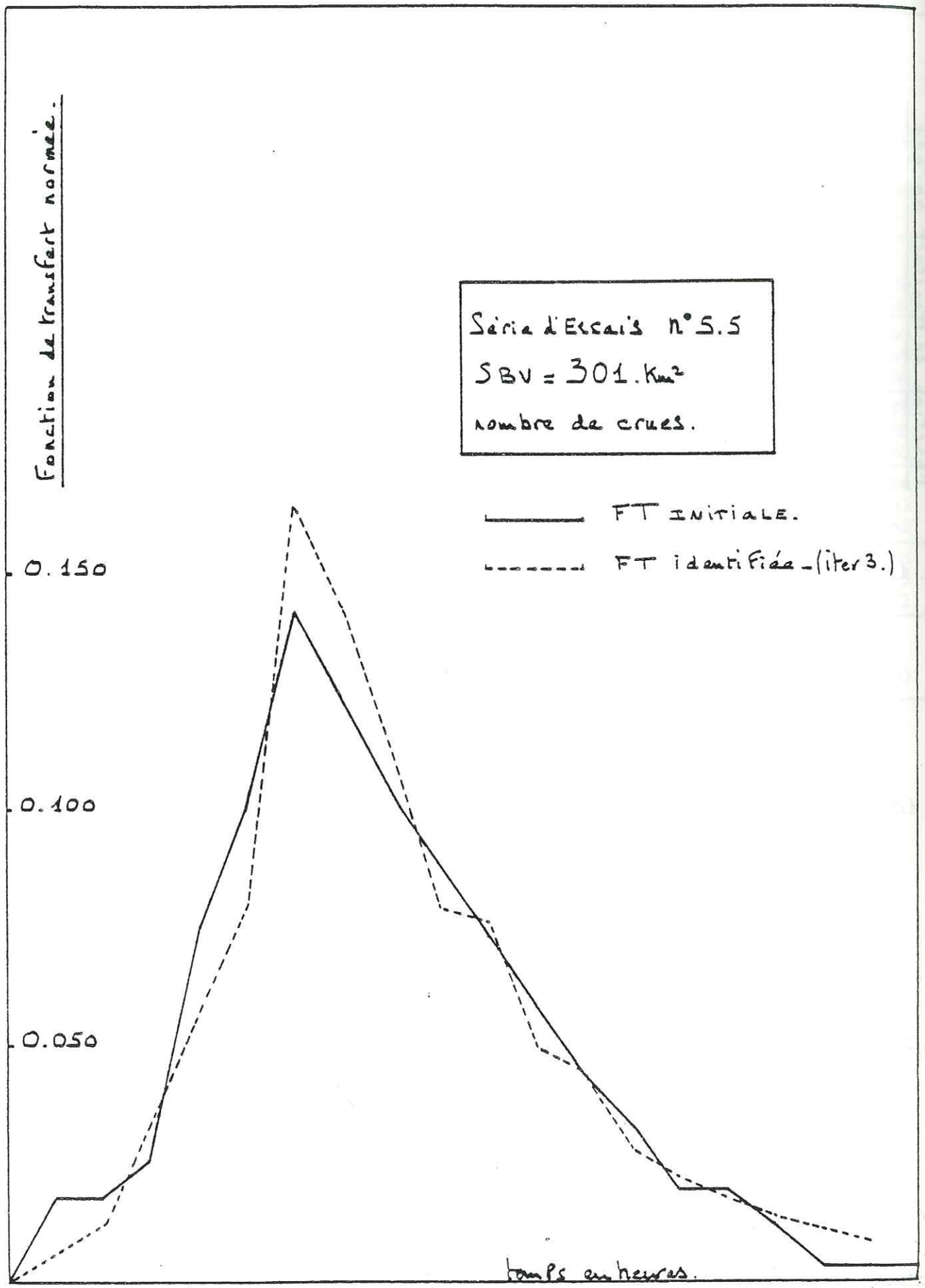


FIG. IV-3-2

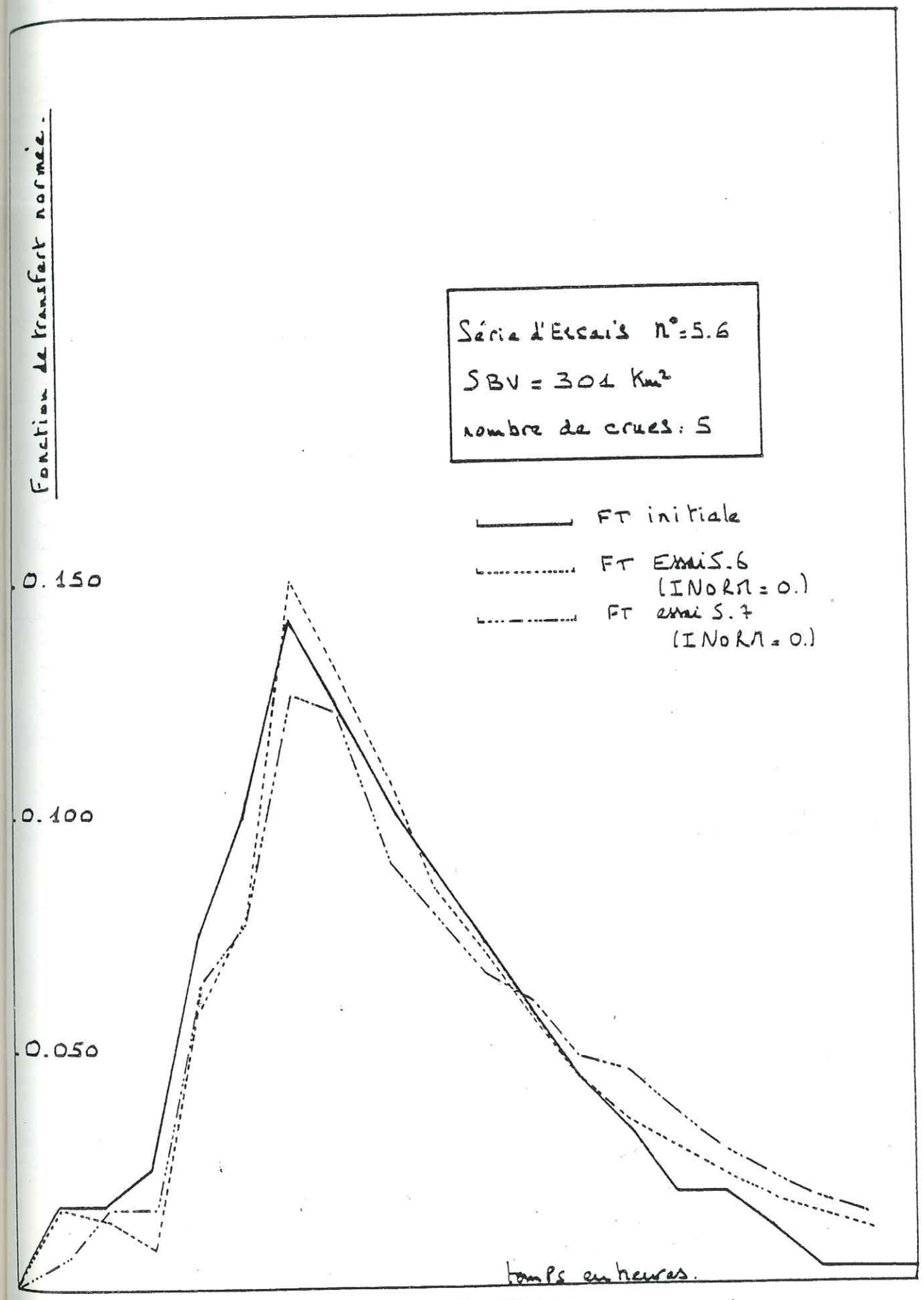


FIG. IV-3-3

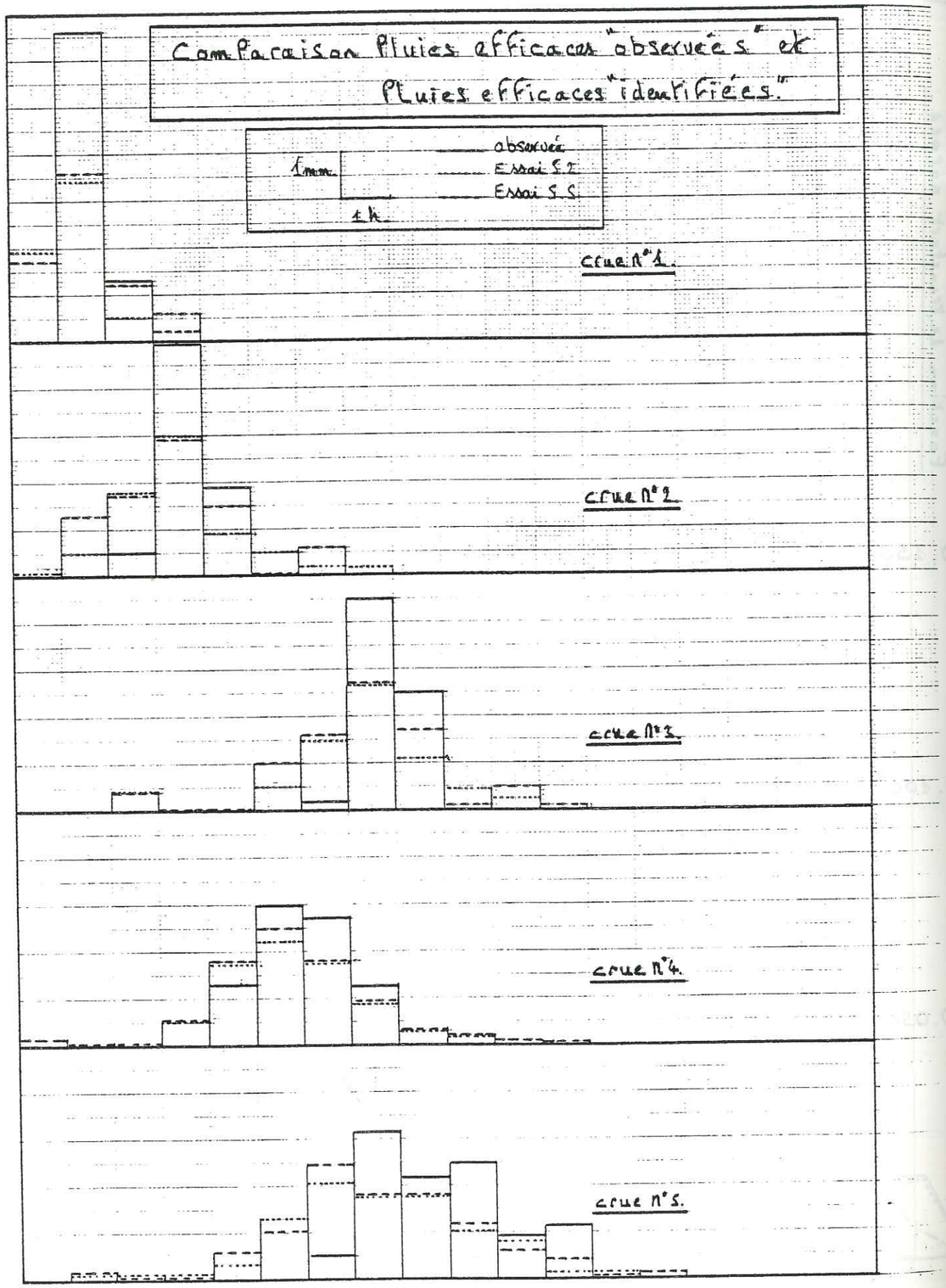


FIG. IV-3-4

Les valeurs fortes sont compensées par une diminution du pic.

. Pour les essais 5.2 et 5.3 ,la valeur du pic est surestimée de 10 % à 15 % environ. L'ajustement est meilleur sur la queue de l'hydrogramme.

. Les meilleurs résultats sont ceux des essais 5.6 et 5.7 (F.T.s normées qu'à la dernière itération). La forme de la F.T. est correctement reconnue.

(b) Comparaison entre les pluies efficaces "observées" et identifiées :

La fig. IV.3.4 montre la comparaison entre les pluies efficaces pour les essais 5.2 et 5.5

crue	1	2	3	4	5
$\sum$ Peff observée	7.88	7.63	7.30	8.40	10.3
$\sum$ Peff essai 5.2	6.65	7.18	7.10	8.01	9.5
$\sum$ Peff essai 5.5	6.85	8.15	8.25	8.60	10.4

. Les pluies efficaces identifiées sont correctes seulement en volume total sur chaque épisode. D'après la fig. IV-3-4. on voit qu'il y a des différences non négligeables en intensité horaire (essai 5.2 et 5.5, en normant les F.T.s à chaque itération).

. Par contre, si on norme seulement à la dernière itération (essai 5.6), les pluies itérées "dénormées" (multipliées par la somme des coeff. de la F.T. non normée) sont égales aux pluies efficaces "observées". On remarque que les pluies itérées sont égales aux pluies déconvoluées.

IV.3.2) Série d'essais N° 6 :

Pour cette série d'essais, les paramètres ont été calés de façon à donner des débits de pointe approx. entre 900 et 1400 m^3/s pour 6 épisodes de crue, d'après les caractéristiques suivantes :

. $\tilde{K}$ = 2 mm/h

. T_L = 5.5 à 6 heures

. (SF) FC = 2.5 (terrain saturé)

. pas de temps horaire

. caractéristiques géomètriques du bassin : surface : 545 km²
longueur : 37,8 km
pente moyenne : 2.55 %

IV.3.2.1) Caractéristiques des épisodes générés :

crue n°	pluie brute (mm)	durée (h)	quantile	pluie efficace (mm)	débit de pointe (m³/s)	temps de base (h)
1	76.8	10	1	48.4	911	15
2	89.6	12	1	56.5	1014	15.5
3	102.4	12	2	63.0	1087	15.5
4	121.6	16	2	76.4	1192	16.5
5	140.8	18	3	77.7	1288	16
6	153.6	20	3	87.2	1406	16.5

La fig. IV.3.5 montre la série de 6 épisodes pluie efficace "observée" - débits pour les essais n°6.

Figure IV-3-5a

PLUIES EFFICACES - DÉBITS

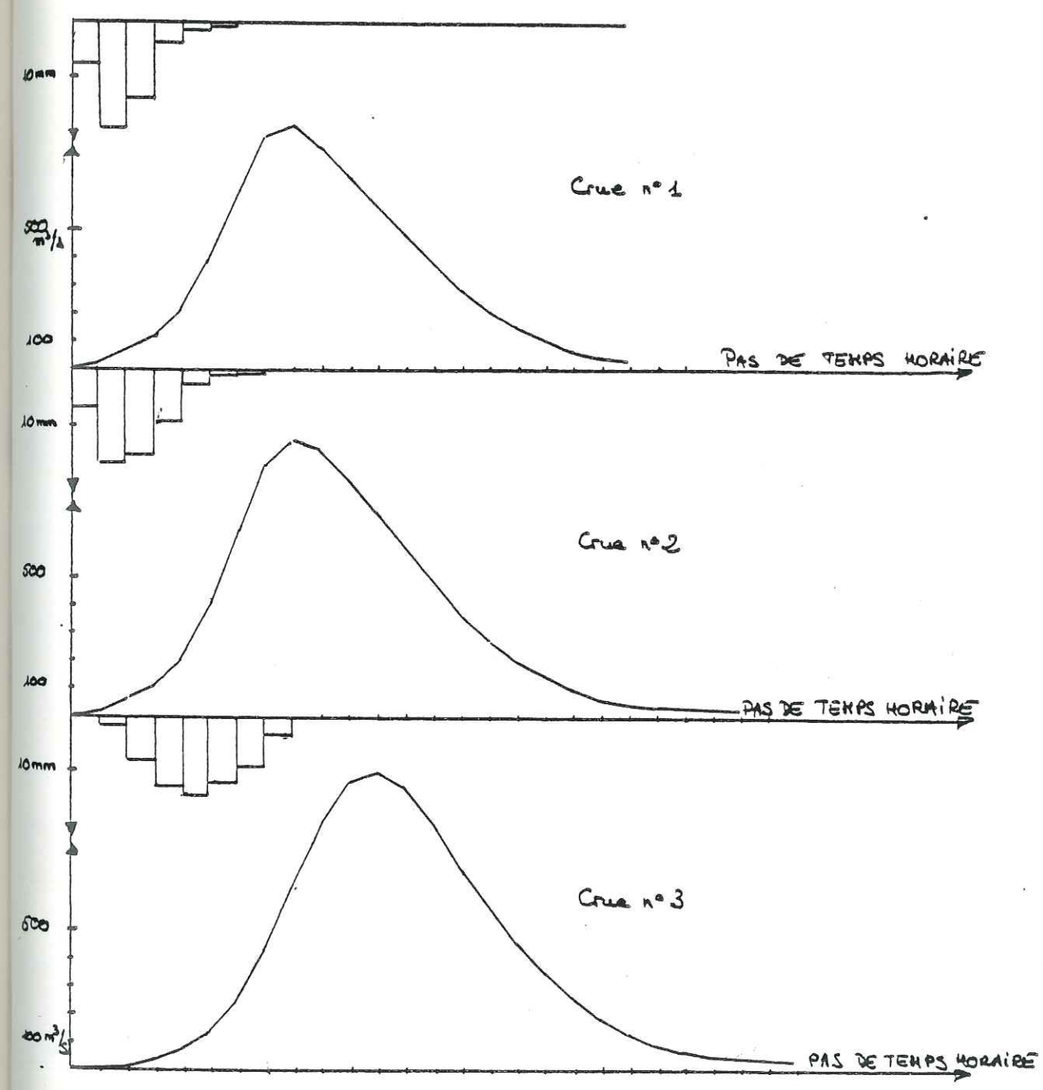
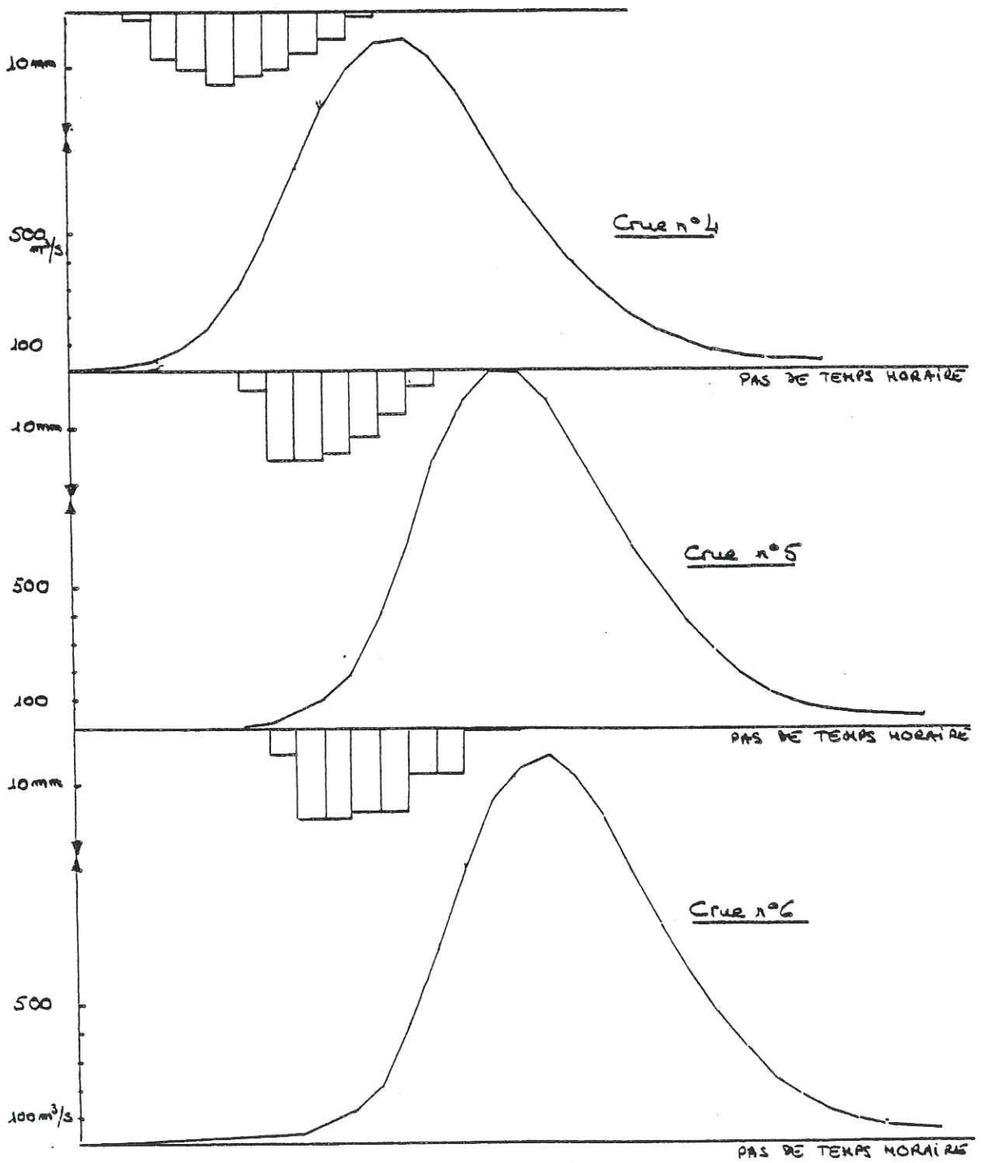


Figure IV-3-5b

PLUIES EFFICACES - DEBITS



IV.3.2.2) Caractéristiques des essais et résultats trouvés :

N° essai	N° itération	F.T normée	contrainte		lissage		Pic F.T.	
			Pi ≤ Pb	Pi ≥ 0	pas	décroissance	position (h)	valeur
							6	0.142
6.4	1	oui	oui	oui	25	-0.08	6	0.149
	2						6	0.156
	3						6	0.159
	4						6	0.161
6.5	1	oui	non	oui	25	-0.08	6	0.149
	2						6	0.156
	3						6	0.158
	4						6	0.159
6.6	1	oui	non	non	25	-0.08	6	0.149
	2						6	0.155
	3						6	0.157
	4						6	0.158
6.7	1	non	oui	oui	25	-0.08	6	0.121
	2						6	0.121
	3						6	0.123
	4						6	0.124

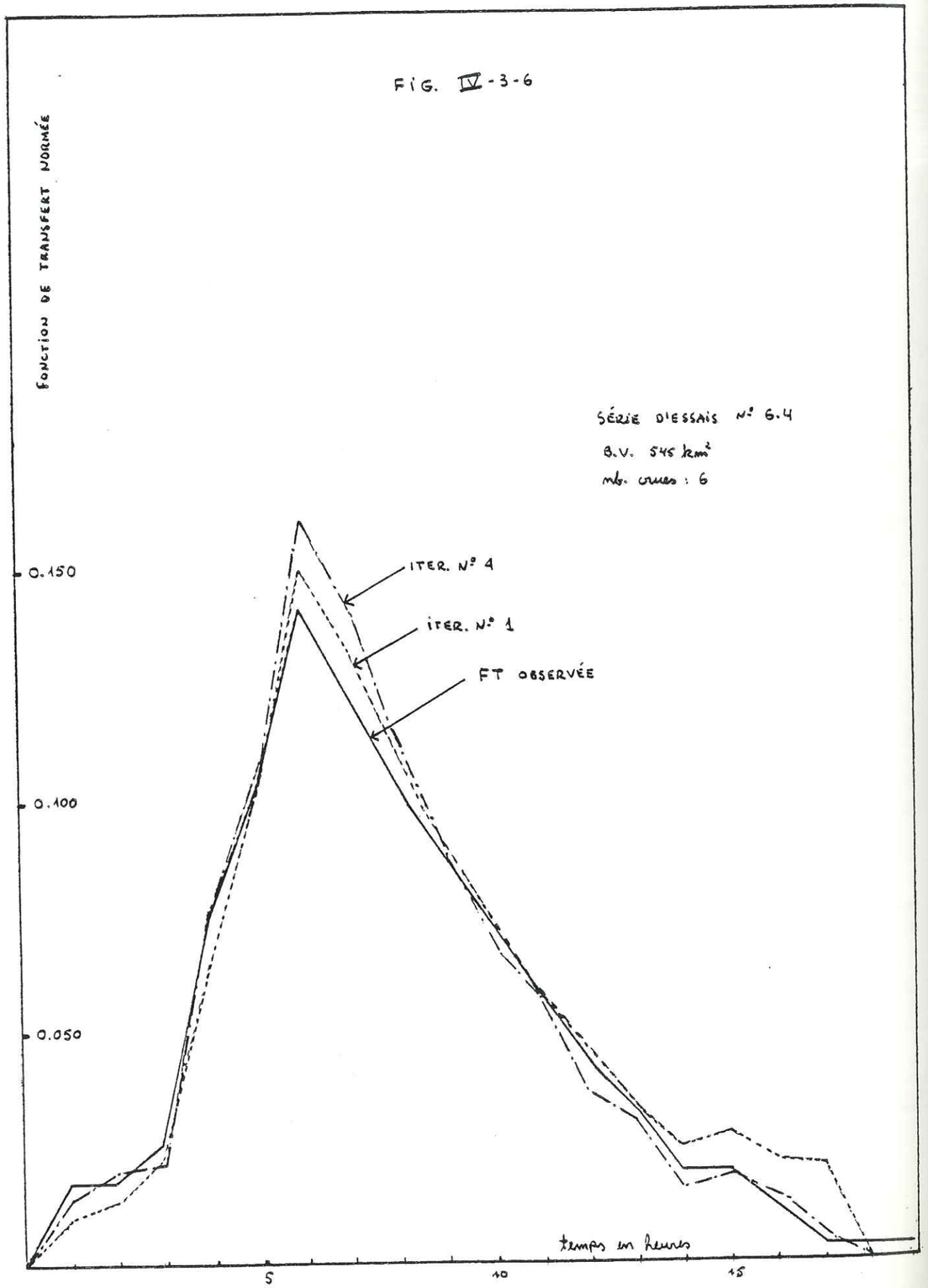
(a) Résultats obtenus pour la fonction de transfert :

. Pour les essais 6.4, 6.5 et 6.6 la fonction de transfert est normée à chaque itération.

. Le lissage est fait au pas de temps 25 pour ne pas modifier la forme de la fonction de transfert.

. Comme on peut voir (fig. IV.3.6, essai 6.4) la position du pic est retrouvée sans décalage dès la 1ère itération, avec une valeur légèrement supérieure (8 %). A la 4ème itération la valeur est surestimé de 13 %, pourcentage qui correspond à l'ordre de grandeur de la sous-estimation de la pluie efficace maximale identifiée (cf. fig IV.3.7).

FIG. IV-3-6



ESSAI n° 6-4.

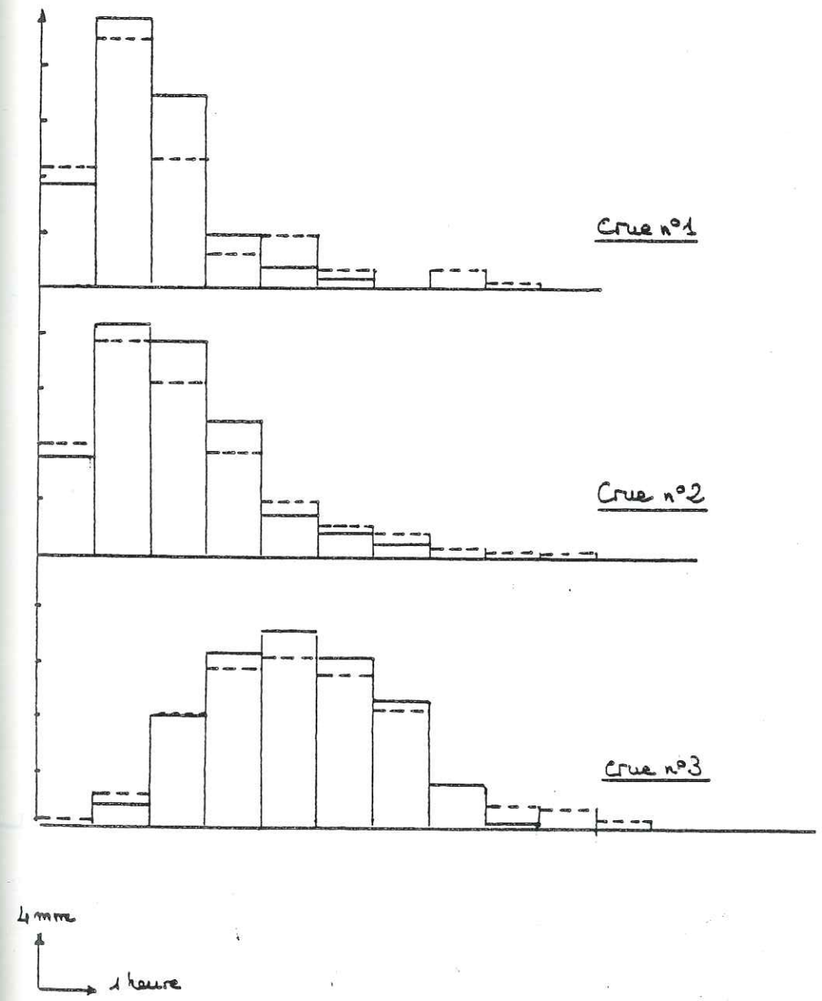
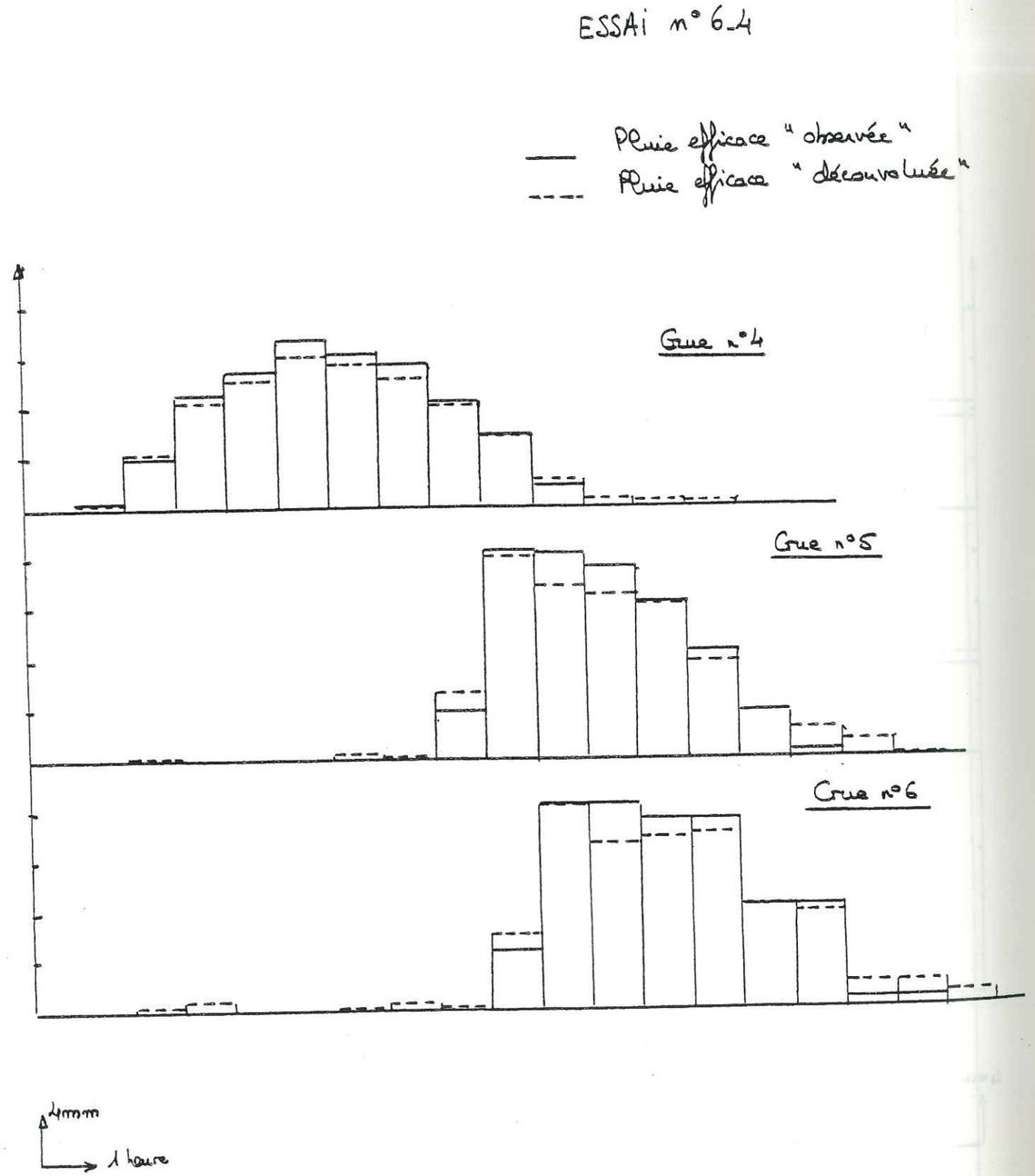


figure IV.3.7b



(b) Comparaison entre la pluie efficace "observée" et la pluie efficace identifiée :

crue	1	2	3	4	5	6
$\sum$ Peff "observée"	484	565	630	764	777	872
$\sum$ Peff identifiée	478	546	625	745	770	859

. La fig. IV.3.7 montre la comparaison entre les pluies efficaces "observées" et les pluies efficaces "déconvoluées" à la dernière itération (essai 6.4). Il y a un bon accord pour le volume total sur l'averse générée et en position des intensités horaires. En zone "centrale" des averses, la sous-estimation de la pluie déconvoluée est compensée par un certain étalement dans les extrêmes des épisodes.

. On vérifie que si on élimine les contraintes sur les pluies "itérés" (essais 6.5 et 6.6) les résultats ne se modifient pratiquement pas, tant sur l'identification de la F.T. que sur les pluies efficaces.

IV.4 - CONCLUSIONS PROVISOIRES ET PROPOSITIONS :

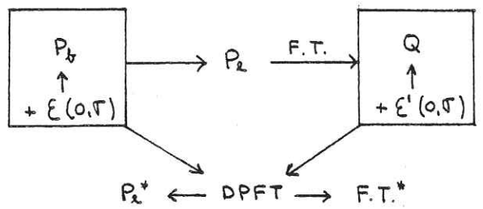
a) Pour les séries d'essais décrits, on remarque qu'en moyenne les fonctions de transfert obtenues par la méthode DPFT sont quasi les mêmes que celles générées artificiellement, soit en forme, soit en position et valeur du pic.

b) Quant aux pluies efficaces identifiées par la méthode DPFT, on observe une meilleure identité avec les pluies efficaces artificielles (observées) en volume. S'il y a une différence en intensité horaire, elle est compensée par un étalement de la pluie efficace identifiée par la DPFT.

c) Malgré la "sophistication" de la méthode utilisée pour générer les épisodes pluie-débit (programme XSRAIN), on n'a pas eu une série assez riche d'épisodes pour en tirer des conclusions plus générales. Pour la séquence disponible, on n'a pas pu vérifier les conditions "idéales" d'application

de la DPFT : une répartition spatiale uniforme de la pluie, et conditions de pluie simultanée dans tout el bassin artificiel.

d) Les conditions "limites" de la robustesse de la méthode DPFT pourraient être testées en imposant un bruit sur les séquences générées :



Où ε et ε' :bruits aléatoires à variance "réglable". Ainsi l'imposition d'un bruit sur les pluies brutes et les débits bruts, pourrait permettre de vérifier jusqu'où on a une fonction de transfert et des pluies efficaces identifiées par la DPFT, qui se ressemblent aux pluies efficaces les fonction de transfert générées ("observées").

CHAPITRE V

UNE AUTRE APPROCHE DE LA RELATION PLUIE-DEBIT : LES MODELES ARMAX

V.1) HYPOTHESES DE CETTE NOUVELLE APPROCHE

Avant d'aborder directement la description des modèles concernant cette deuxième approche de la relation pluie-débit, on rappelera quelques éléments de base de l'identification d'un système.

Les "ingrédients de base" d'un problème d'identification sont :

a) Le système hydrologique qui dans notre cas est le bassin versant pris dans son ensemble :

avec :

P_t = pluie brute mesurée à l'instant $\underline{t}$ (l'entrée du système)
Q_t = débit observé à l'éxutoire à l'instant $\underline{t}$ (la sortie du système)

On peut imaginer un système multi-entrées mais la connaissance de la pluie moyenne nous a semblé, dans un premier temps suffisante.

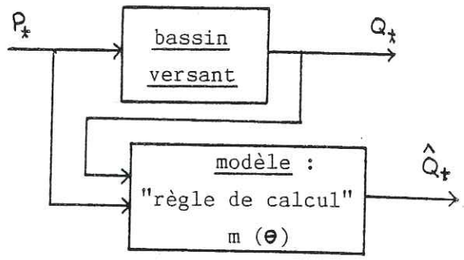
b) Une séquence de N couples d'observations

$$P^{(N)} = \{P_1, P_2, \dots, P_N\}$$

$$Q^{(N)} = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_N\}$$

$$Z^{(N)} = (P^{(N)}, Q^{(N)})$$

c) Une classe de modèles :



m (θ) est un modèle, ou un prédicteur paramètrisé par un vecteur de paramètres θ.

En fait, tant qu'on n'a pas choisi une valeur numérique particulière pour θ, on définit une classe de modèles :

$$\mathcal{M} = \{ m(\theta) / \theta \in D \}$$

Cette classe de modèle est donc une règle déterministe pour calculer une prédiction $\hat{Q}_t$ du débit à l'instant t, en fonction par exemple des observations précédentes (Z^{t-1}).

$$\hat{Q}_t(\theta) = g_m(\theta ; Z^{t-1})$$

d) Un critère d'optimisation :

En disposant de N couples de données de pluie et de débit, à ces données correspond, pour chaque modèle m (θ) une séquence d'erreurs de prédiction :

$$\varepsilon_1(\theta) , \varepsilon_2(\theta) , \dots , \varepsilon_N(\theta)$$

on peut calculer :

$$\varepsilon_t(\theta) = Q_t - \hat{Q}_t = Q_t - g_m(\theta ; Z^{t-1})$$

Le principe consiste en choisir une estimée $\hat{\theta}_N$ qui rende les erreurs $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N$ aussi petites que possible . Pour ça on utilise souvent l'approche de minimiser la fonction scalaire positive des $\varepsilon_t(\theta)$:

$$J(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_t^2(\theta)$$, erreur quadratique moyenne de prévision (EQMP)

V.1.1) Modèles linéaires : (sur les variables d'entrées-sortie)

V.1.1.1) La représentation ARMA et l'hydrogramme unitaire :

Supposons que la relation entre les données P_t et les données Q_t soit décrite exactement par la représentation ARMA, c'est à dire :

$$Q_t + \sum_{i=1}^{p} c_i Q_{t-i} = \sum_{i=1}^{q} b_i P_{t-i} \quad , \quad p,q < t < N \qquad (V.1.1)$$

De façon analogue à celle qu'on a vu au paragraphe III.1.3, on peut définir l'opérateur délai z^{-1} comme :

$$z^{-1} P_t = P_{t-1}$$

$$z^{-1} Q_t = Q_{t-1}$$

de V.1.1 on a donc :

$$C(z^{-1}) Q_t = B(z^{-1}) P_t \rightarrow Q_t = \frac{B(z^{-1})}{C(z^{-1})} P_t \qquad (V.1.2)$$

où

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_p z^{-p}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_q z^{-q}$$

soit H (z^{-1}) le résultat de la division du polynome B (z^{-1}) par le polynome C (z^{-1}) :

$$H(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{C(z^{-1})}$$

On a alors :

$$Q_t = H(z^{-1}) P_t \qquad (V.1.3)$$

avec

$$H(z^{-1}) = h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_m z^{-m} + \dots$$

C'est à dire :

$$Q_t = \sum_{i=1}^{\infty} h_i P_{t-i}$$

en général, il n'est pas nécessaire d'aller à ∞ mais jusqu'à h_m avec m grand et très supérieur à p et q.

La séquence $h_1, h_2, \ldots, h_m, \ldots$ est l'hydrogramme unitaire (ou "fonction de transfert") du bassin versant. C'est la séquence des débits $Q_i = h_i$ résultant d'une pluie unitaire à l'instant t = o. Cette séquence $[h_1, h_2, \ldots, h_m]$ est à comparer à la séquence $[A_1, A_2, \ldots, A_k]$ identifiée précédemment par la DPFT.

La représentation ARMA (V.1.2) et l'hydrogramme unitaire (V.1.3) sont donc totalement équivalentes et décrivent la même relation pluie-débit. Ce sont des modèles linéaires par rapport aux pluies précédentes.

Toutefois cette identité n'est vraie que s'il s'agit du modèle exact du système.

V.1.2) Modèle d'incertitude :

On sait que la représentation ARMA (V.1.2) et l'hydrogramme unitaire (V.1.3) ne peuvent pas décrire exactement la relation entre la séquence de données de pluie P_t et les données de débit Q_t pour un bassin versant donné. On ajoute donc à ces expressions un terme d'incertitude V_t, qui représente par exemple les erreurs d'estimation de la lame d'eau moyenne, les erreurs de mesure des débits et les erreurs de modélisation.

En général, on considère aussi l'hydrogramme unitaire comme une séquence limitée à k termes (k est la "mémoire" du système).

On a donc pour les modèles linéaires du paragraphe précédent :

2 formulations nouvelles quand on considère les erreurs :

(V.1.3) →
$$\begin{cases} Q_t = H(z^{-1})\, P_t + V_t \\ \text{ou} \quad Q_t = \sum_{i=1}^{k} h_i P_{t-i} + V_t \end{cases} \qquad \text{(V.1.4)}$$

(V.1.2) →
$$C(z^{-1})\, Q_t = B(z^{-1})\, P_t + W_t$$
$$Q_t = -\sum_{i=1}^{p} c_i Q_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} b_i P_{t-i} + W_t \qquad \text{(V.1.5)}$$

Si on veut calculer une prédiction du débit à l'instant t, à partir des observations précédentes, ces modèles linéaires sont les prédicteurs ($\hat{Q}_t$) et l'erreur de prédiction est défini comme :

$$e_t = Q_t - \hat{Q}_t$$

On a donc les prédicteurs :

(V.1.4) →
$$\hat{Q}_t = \sum_{i=1}^{k} h_i P_{t-i}$$

(V.1.5) →
$$\hat{Q}_t = -\sum_{i=1}^{p} c_i Q_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} b_i P_{t-i}$$

Un autre prédicteur de structure plus complexe est celui-çi, qui porte le nom de modèle ARMAX :

$$\hat{Q}_t = -\sum_{i=1}^{p} c_i Q_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} b_i P_{t-i} + \sum_{i=1}^{r} d_i (Q_{t-i} - \hat{Q}_{t-i})$$

On a alors dans notre cas 3 catégories de modèles :

- $Q_t = H(z^{-1})\, P_t + e_t^1$ → modèle m_1 (V.1.6)
- $C(z^{-1})\, Q_t = B(z^{-1})\, P_t + e_t^2$ → modèle m_2 (V.1.7)
- $C(z^{-1})\, Q_t = B(z^{-1})\, P_t + D(z^{-1})\, e_t^3$ → modèle m_3 (V.1.8)

On voit que pour m_1 et m_2, l'incertitude V_t coincide avec l'erreur de prédiction. Mais pour le modèle m_3 l'incertitude V_t est une fonction des erreurs commises précédemment ($V_{t-1}, V_{t-2}, \ldots, V_{t-r}$). Elle est modélisée comme la sortie d'un filtre dont l'entrée est l'erreur de prédiction :

$$V_t = D(z^{-1})\, e_t$$

où
$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \ldots + d_r z^{-r}$$

Remarquons que (V.1.7) est un cas particulier de (V.1.8), avec $D(z^{-1}) = 1$
Dans cette étude nous allons adopter les modèles du type m_1 et m_2, dont on donnera quelques résultats d'application au paragraphe V.2.

Remarquons cependant que, une fois exprimée sous forme de prévision, on a :

$$m_1 \longrightarrow \quad Q_t = H(z^{-1})\,P_t + \varepsilon^1_t \quad ,$$

donc la prévision $\hat{Q}_t$ aura pour erreur ε^1_t , que l'on espère être un bruit blanc. Si cela n'est pas vérifié, (si le bruit est "coloré", ou si ε^1_t est autocorrelée), il y a une information dans cette liaison séquentielle des ε^1_t qui n'est pas utilisée, et le modèle est donc sous-optimal.

Dans le modèle général m_3 cette information est explicitement prise en compte :

$$C(z^{-1})\,Q_t = B(z^{-1})\,P_t + D(z^{-1})\,\varepsilon^3_t \quad ,$$

avec

$$\varepsilon^3_t = Q_t - \hat{Q}_t$$

Mais $\hat{Q}_t$ dépend lui-même de C et B, et donc les paramètres réapparaissent dans le 3ème terme, multiplié par D (z^{-1}), d'où un modèle non linéaire par rapport aux paramètres.

Evidemment celui-çi serait optimal, c'est à dire que

$$Var(\varepsilon^3_t) < Var(\varepsilon^1_t)$$

Le modèle m_2 est un cas intermédiaire puisqu'il reste linéaire par rapport aux paramètres b et c, avec les avantages que cela présente dans la phase d'identification. Cependant, la différence avec m_1 consiste dans la présence d'un modèle d'erreur :

$$Q_t = \frac{B(z^{-1})}{C(z^{-1})}\,P_t + \frac{1}{C(z^{-1})}\,\varepsilon^2_t$$

à comparer avec

$$Q_t = H(z^{-1})\,P_t + \varepsilon^1_t$$

Bien que moins riche en degré de liberté que le modèle m_3, où le terme d'erreur a pour modèle $\frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})}$, le modèle m_2 a quand même une variance telle que :

$$Var(\varepsilon^3_t) \leq Var(\varepsilon^2_t) \leq Var(\varepsilon^1_t)$$

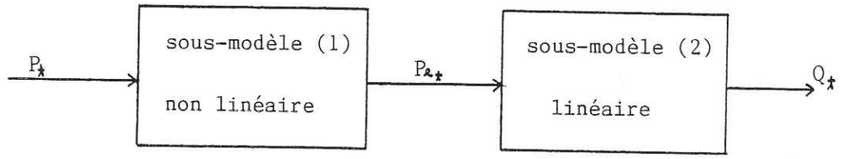
La première égalité correspond au cas où ε^3_t est déja un bruit blanc et la seconde au cas où ε^2_t est déjà un bruit blanc.

V.1.3) Modèles non-linéaires : (sur les variables d'entrées-sortie)

Tous les modèles proposés au paragraphe précédent sont basés sur l'hypothèse d'une relation <u>linéaire</u> entre le débit à l'instant <u>t</u> (Q_t) et les débits et pluies antérieurs Q_{t-i} , P_{t-i} .

En réalité, cette relation est fortement non linéaire, en partie à cause de la non linéarité des transferts, mais surtout à cause de la non linéarité du terme de production, lié à l'état hydrique évolutif du bassin.

Une approche possible est donc d'appliquer une transformation non linéaire à la pluie P_t pour produire une pluie "efficace" Pe_t , et ensuite appliquer un modèle linéaire à cette pluie efficace. Le modèle global est alors sous-divisé en 2 sous-modèles :



Dans le sous-modèle (1), la pluie brute observée P_t est transformée en pluie-efficace Pe_t par une relation non-linéaire.

Le sous-modèle (2) est une relation linéaire, comme par exmple celles des modèles m_1 , m_2 ou m_3 vues précédemment, mais cette fois-çi appliquées à la pluie efficace et aux débits.

Comme nous l'avons déjà évoqué aux chapitres III et IV, il existe plusieurs exemples de modèles non linéaires conceptuels basés sur des considérations physiques pour décrire la relation pluie brute-pluie efficace ("loi d'abattement").

Un exemple est celui adopté au paragraphe III.3, et que l'on utilisera au paragraphe suivant (modèle à un réservoir) :

$$Pe_t = P_t - \underbrace{D_t\left[1 - \exp\left(-\beta\,\frac{P_t}{D_t}\right)\right]}_{W_t}$$

avec

$D_t = D_{t-1} - W_{t-1}$, déficit de stockage du réservoir

P_{e_t} = pluie efficace

P_t = pluie brute

C'est un modèle à deux paramètres : D_1 et β , certainement assez éloigné de la réalité. Cependant, le but étant de comparer les différentes approches dont la DPFT évoquée au chapitre III, il importait de prendre ici le même modèle.

V.2 - APPLICATION AU BASSIN VERSANT DU GARDON D'ANDUZE :

V.2.1) Introduction

Nous allons présenter un résumé des premiers résultats trouvés par G. BASTIN dans l'étude d'identification des modèles linéaires du type ARMAX, ainsi que des modèles non linéaires pour le bassin versant du Gardon d'Anduze.

Les essais ont été effectués en utilisant un sous-ensemble d'épisodes pluie-débit que nous avons préparé pour les calculs d'identification de la fonction de transfert par la méthode DPFT (cf. chapitre III).

On se restreint d'abord, dans cette étude, à un sous-ensemble de 17 épisodes de mesures horaires de pluie et de débit. Les débits sont donnés en m^3/s, après transformation des hauteurs d'eau limmimétriques mesurées à Anduze par moyen de la courbe de tarage décrite au chapitre I. Les pluies horaires sont les moyennes "spline" calculées sur le bassin du Gardon d'Anduze (cf. chapitre I).

Dans un premier temps, on utilise seulement 10 épisodes de crue dépassant 300 m^3/s (pic d'hydrogramme). On identifie dans ces cas, des modèles linéaires, lorsqu'on n'a pas manifestement un "abattement" de la pluie brute, en supprimant les débuts d'épisode.

V.2.2) Aperçus sur l'algorithme d'identification :

L'algorithme adopté est détaillé par SÖDESTRÖM, LJUNG et GUSTAVSON (1978). C'est un algorithme récursif de minimisation de l'erreur quadratique moyenne :

$$J_1(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \varepsilon_t^2(\theta)$$

Le principe de base est d'inclure une donnée supplémentaire à chaque itération de l'algorithme général du gradient :

$$\hat{\theta}_N^{(j+m)} = \hat{\theta}_N^{(j)} - K_j [R_j]^{-1} J_1'(\theta_N^{(j)}, Z^N)$$

de telle façon que quand on passe de l'itération N à l'itération N+1 , on passe en même temps des données Z^N aux données Z^{N+1}, et de l'estimée $\hat{\theta}(N)$ à l'estimée $\hat{\theta}(N+1)$

On montre que :

$$\hat{\theta}(N+1) = \hat{\theta}(N) + P(N+1)\,\phi(N+1)\,\varepsilon(N+1)$$

où

$$P(N+1) = P(N)\left[I - \frac{\phi(N+1)\,\phi^t(N+1)\,P(N)}{1 + \phi^t(N+1)P(N)\phi(N+1)}\right]$$

avec

$$\phi^t(N) = \left(-Q(N-1), -Q(N-2), \dots, -Q(N-T), P(N-1), P(N-2), \dots, P(N-T)\right)$$

On initialise l'algorithme avec une matrice P = kI , où la dimension de I est égale à la taille du vecteur des paramètres θ , et $\underline{k} = 10^6$ par exemple.

L'intérêt principal de l'algorithme récursif est qu'il n'implique aucune inversion matricielle. On peut utiliser l'algorithme en "passant" plusieurs fois de suite à travers la séquence de données Z^N et en initialisant chaque passage avec l'estimée $\hat{\theta}(N)$ résultant du passage précédent.

Cette algorithme est utilisé dans le programme "RLSLS" pour estimer les paramètres b_i et c_i des modèles ARMAX.

V.2.3) Identification de modèles linéaires :

On étudiera une classe de modèles m_2, du type ARMAX, mais sans modélisation de l'incertitude :

$$C(z^{-1})Q_t = B(z^{-1})P_t + \varepsilon_t$$

ou

$$Q_t = -\sum_{i=1}^{p} c_i Q_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} b_i P_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (5.2.1)$$

avec

- p = nb. de termes autorégressifs de débit (ordre du modèle)
- q = nb. de termes de pluie
- Q_t = débit mesuré à l'instant $\underline{t}$
- P_t = pluie brute à l'instant $\underline{t}$
- e_t = erreur de prédiction

Dans ce cas, il n'y a pas modèlisation explicite de la relation pluie brute-pluie efficace.

Nous appelerons les modèles ARMAX (p,q) pour simplifier l'exposé.

En ce qui concerne le terme $\underline{q}$, nombre de pluies antérieures utilisées, on introduira éventuellement un délai (ou retard). Exemple : on peut prendre q = 3, mais considerer P_{t-3} ,P_{t-4} ,P_{t-5} .

V.2.3.1) Modèle d'ordre 1 :

Ce sont des modèles qui calculent une prévision du débit à l'instant $\underline{t}$ par une pondération entre le débit à l'instant $t-1$ et les pluies <u>brutes</u> aux instants $t-1$, $t-2$,....

Résultats de l'identification sur l'ensemble de 10 épisodes pluie-débit :

Type de modèle	Prédicteur	EQMP (m^3/s)
ARMAX (1,0)	$\hat{Q}_t = 0.986\ Q_{t-1}$	46.90
ARMAX (1,1) délai = 1 h	$Q_t = 0.918\ Q_{t-1} + 0{,}583\ P_{t-1}$	39.75
ARMAX (1,1) délai = 2 h	$\hat{Q}_t = 0.883\ Q_{t-1} + 0.781\ P_{t-2}$	35.40
ARMAX (1,1) délai = 3 h	$\hat{Q}_t = 0.858\ Q_{t-1} + 0.862\ P_{t-3}$	36.01
ARMAX (1,1) délai = 4 h	$\hat{Q}_t = 0.781\ Q_{t-1} + 0.700\ P_{t-4}$	42.12

On s'est évidemment restreint aux 10 crues les plus fortes en espérant que la fonction de transfert y est dominante par rapport à la relation pluie brute-pluie efficace.

Commentaires :

. Pour l'échantillon de calage, on observe un minimum de l'erreur quadratique moyenne de prévision (EQMP) pour le délai de 2 heures (c'est à dire b_1 = o). Dans la suite on va donc adopter ce délai de 2 heures, qui coïncide avec celui trouvé par la DPFT.

V.2.3.2) Modèles d'ordre supérieur avec un délai de 2 heures :

Prédicteur :

$$\hat{Q}_t = -\sum_{i=1}^{p} c_i Q_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} b_{i+1} P_{t-(i+1)}$$

Résultats de l'identification sur l'ensemble de 10 épisodes :

Ordre du modèle	c_1	c_2	c_3	c_4	b_2	b_3	b_4	b_5	EQMP (m^3/s)
1	0.883				0.781				35.40
2	1.238	-0.348			0.590	0.072			31.27
3	1.327	-0.621	0.186		0.537	0.209	-0.062		30.48
4	1.305	-0.564	0.107	-0.043	0.564	0.084	0.182	-0.189	29.98

TABLEAU V.2

Commentaires :

. On voit que l'erreur quadratique moyenne de prévision diminue lorsque le nombre de paramètres (c_i ,b_i) augmente. Cependant, le gain dans la prévision est faible quand on passe de l'ordre 3 à l'ordre 4 (différence égale à 0.50 m^3/s). Ce qui tendrait à indiquer que le modèle d'ordre 4 est déjà surparamétrisé.

. Le paramètre c_4 étant très petit, on a essayé un modèle d'ordre 4 auquel on impose $a_4 = o$:

$$\hat{Q}_t = \sum_{i=1}^{3} c_i Q_{t-i} + \sum_{i=1}^{4} b_{i+1} P_{t-(i+1)}$$

On obtient sur l'ensemble des 10 épisodes :

c_1	c_2	c_3	c_4	b_2	b_3	b_4	b_5	EQMP (m^3/s)
1.316	-0.586	0.174	0	0.567	0.088	0.181	-0.212	29.99

TABLEAU V.3

On a donc presque le même résultat. Nous allons adopter cette structure pour la suite de l'étude (modèle ARMAX (3.4), delai de 2 heures).

V.2.3.3) Identification d'un hydrogramme unitaire :

a) Hydrogramme unitaire identifié directement

On cherche un prédicteur de la forme :

$$\hat{Q}_t = \sum_{i=1}^{m} h_i P_{t-i}$$

Pour cela, on a utilisé le même algorithme que pour le modèle ARMAX :

$$Q_t = -\sum_{i=1}^{p} c_i Q_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} b_i P_{t-i} + e_t$$

en imposant simplement p = o et q = 18

Sur l'ensemble des 10 épisodes pluie brute-débit mesuré, les résultats obtenus sont :

h_1	0.033	h_{10}	0.204	
h_2	0.734	h_{11}	0.401	
h_3	1.008	h_{12}	0.180	
h_4	0.864	h_{13}	0.388	
h_5	0.867	h_{14}	0.158	
h_6	0.322	h_{15}	0.245	
h_7	0.515	h_{16}	-0.033	
h_8	0.576	h_{17}	-0.128	EQMP(m^3/s)
h_9	0.255	h_{18}	0.237	72.75

TABLEAU V.4

Commentaires :

. On voit que l'hydrogramme unitaire ainsi identifié présente aussi un délai de 2 heures, car $h_1 \simeq 0$. Ceci confirme l'adoption du délai de 2 heures pour le modèle ARMAX (3,4).

. On observe des oscillations provenant de l'instabilité numérique de l'identification. En fait on a un modèle "moyenne mobile" (MA) surparamétrisé, où les coefficients h_i sont rendus instables par l'autocorrélation des P_t et surtout Q_t .

L'hydrogramme unitaire ainsi identifié est évidemment un prédicteur beaucoup moins performant que tous les modèles ARMAX, car EQMP 73 m^3/s.

b) Hydrogramme unitaire dérivé du modèle ARMAX (3.4) :

Si on reprend la formulation (V.1.7), on a

$$C(z^{-1})\,Q_t = B(z^{-1})\,P_t + a_t$$

alors

$$Q_t = \frac{B(z^{-1})}{C(z^{-1})}\,P_t + \frac{1}{C(z^{-1})}\,a_t$$

On peut donc déduire l'hydrogramme unitaire (fonction de transfert) entre la pluie brute et la pluie efficace par division polynominale $\frac{B(z^{-1})}{C(z^{-1})}$

où $B(z^{-1}) = 0.567\,z^{-2} + 0.088\,z^{-3} + 0.181\,z^{-4} - 0.212\,z^{-5}$

et $C(z^{-1}) = 1 - 1.316\,z^{-1} + 0.586\,z^{-2} - 0.174\,z^{-3}$

} modèle ARMAX (3.4)

h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	h_6	h_7	h_8	h_9
0.0	0.566	0.835	0.952	0.653	0.450	0.377	0.348	0.317
h_{10}	h_{11}	h_{12}	h_{13}	h_{14}	h_{15}	h_{16}	h_{17}	h_{18}
0.280	0.245	0.214	0.188	0.166	0.146	0.128	0.112	0.098
EQMP = 29.99 (m^3/s)								

TABLEAU V.5

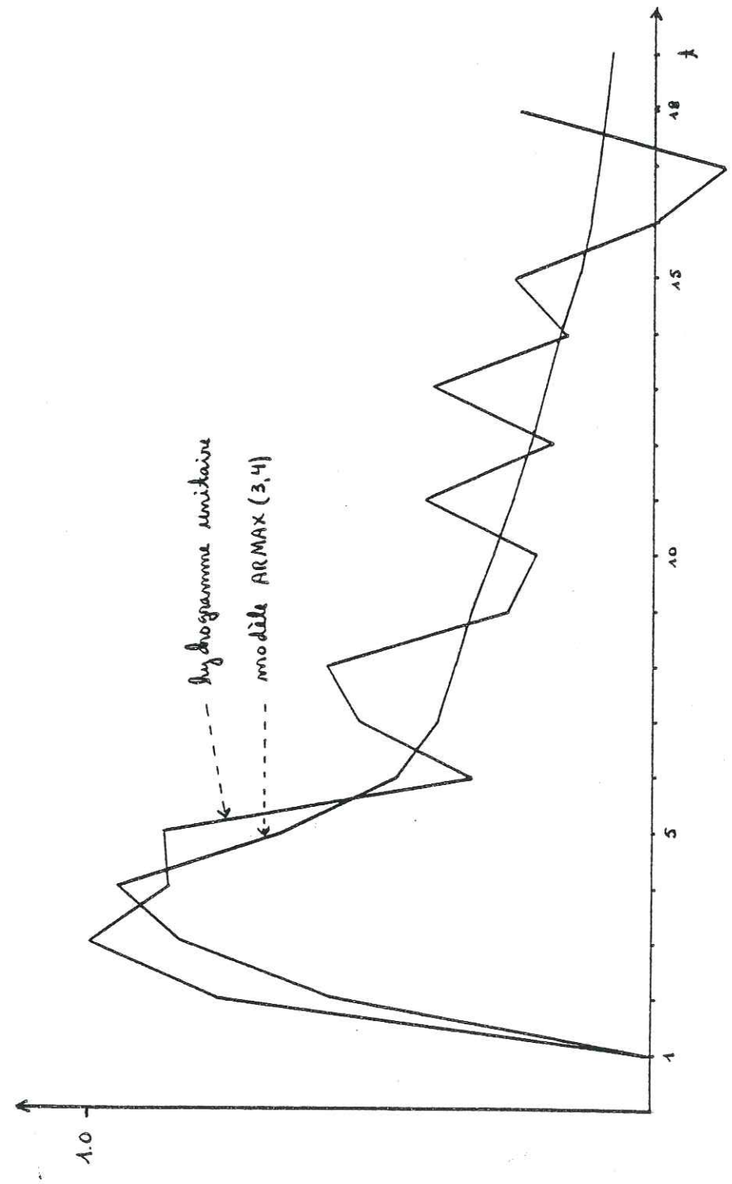


FIG. V-1

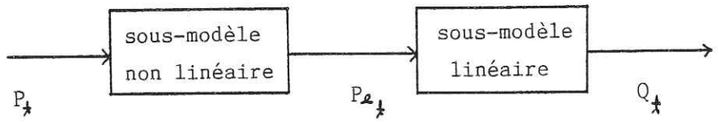
D'après le tableau V.5 et fig. V.I on voit que l'hydrogramme unitaire dérivé du modèle ARMAX (3.4) est un "lissage" de l'hydrogramme unitaire identifié directement.

On notera que la variance d'erreur EQMP n'est obtenue qu'en appliquant en plus le modèle d'incertitude $\frac{1}{C(z^{-1})} e_t$. Si on applique seulement l'hydrogramme unitaire $\frac{B(z^{-1})}{C(z^{-1})} P_t$, alors la variance augmente considérablement.

On aurait aussi, comme dans la DPFT, pu imaginer un lissage de l'hydrogramme obtenu en (a).

V.2.4) Identification de modèles non linéaires :

Comme nous avons vu au paragraphe V.1.3), nous allons analyser les modèles du type :



Sur l'ensemble des 17 épisodes, on a d'abord calé un modèle linéaire de référence (ARMAX (3.4), délai = 2 h), dont le résultat d'identification est le suivant :

$c_1 = 1.463$	$b_2 = 0.263$	
$c_2 = -0.740$	$b_3 = 0.136$	EQMP = 21.31 m³/s
$c_3 = 0.210$	$b_4 = 0.075$	
	$b_5 = -0.102$	

tableau V-6

L'erreur de prévision est plus faible que celle trouvée avec un échantillon de 10 crues (21,31 m³/s contre 29.99 m³/s), mais on a ajouté beaucoup de données de débits faibles sans pluies en passant de l'échantillon de 10 à celui de 17 crues.

V.2.4.1) Sous-modèle pluie brute-pluie efficace à deux paramètres :

(a) Le sous-modèle non linéaire adopté a la même structure que le modèle non linéaire à deux paramètres décrit au chapitre III, utilisé dans le calage de la loi "d'abattement" (DPFT). Cependant, ici le calage se faisant globalement on suppose une même condition initiale, constante pour tous les épisodes. Ce sous-modèle est donc imposé avant l'identification du sous-modèle linéaire.

On rappellera la structure du modèle, qui est détaillée au chapitre III

. la pluie efficace est calculée d'après :

$$W_t = D_t \left[1 - \exp\left(-\beta \frac{P_t}{D_t}\right)\right], \quad 0 \leq \beta \leq 1$$
$$Pe_t = P_t - W_t \qquad (V.2.2)$$
$$D_t = D_{t-1} - W_{t-1}$$

Il reste donc 2 paramètres à identifier dans ce sous-modèle :

β et D_1 (déficit de stockage initial, supposé identique pour tous les épisodes).

(b) En ayant les pluies efficaces calculées d'après V.2.2, on essaie d'identifier un modèle ARMAX (3.4), délai 2 H. Le prédicteur a la structure suivante :

$$\hat{Q}_t = -\sum_{i=1}^{3} c_i (Q_{t-i} - Q_B) + \sum_{i=1}^{4} b_{i+1} Pe_{t-i} + Q_B$$

où Q_B est le débit de base, qu'on doit soustraire à toutes les données de débit de chaque épisode. Le débit de base est considéré comme étant égal au débit initial.

Pour le choix de β et D_1 on procède par tatônnements. Pour chaque couple de β et D_1 on obtient des pluies efficaces et on cherche le meilleur prédicteur linéaire, d'après le programme RLSLS (paragraphe V.2.2).

Quelques résultats obtenus, d'après l'échantillon de 17 épisodes :

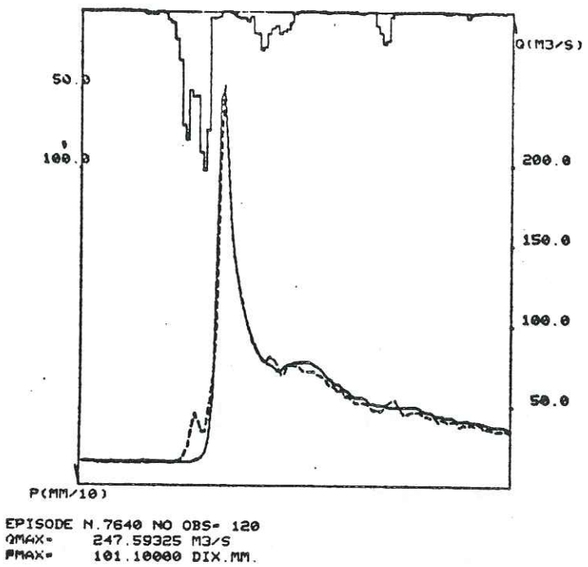
		c_1 / b_2	c_2 / b_3	c_3 / b_4	b_5	EQMP(m^3/s)
Rappel modèle linéaire		1.463 0.263	-0.740 0.136	0.210 0.075	-0.102	21.31
D_1	β					
500	0.7	1.405 0.432	-0.706 0.161	0.207 0.091	-0.113	20.76
500	0.9	1.402 0.442	-0.689 0.141	0.200 0.099	-0.159	20.71
500	1.0	1.400 0.445	-0.682 0.126	0.197 0.114	-0.181	20.64
800	1.0	1.433 0.540	-0.725 0.061	0.202 0.121	-0.140	21.14
300	1.0	1.399 0.364	-0.683 0.126	0.201 0.164	-0.180	20.54

Commentaires :

. Par comparaison avec le modèle linéaire de référence, on observe que la présence de ce premier sous-modèle n'améliore pas beaucoup la prévision. Il semble que si le Gardon est en crue, la relation pluie-débit soit fortement linéaire. Les périodes où l'abattement est perceptible (début d'averse) sont peu nombreuses par rapport à la totalité des épisodes.

. Cependant, on constate que pour quelques épisodes il y a une amélioration de la prévision en début d'épisode (fig. V.2).

linéaire ARMAX (3,4, délai : 2 H.)



non linéaire $D_1 = 500$, $\beta = 1$ + ARMAX (3,4, délai : 2 H.)

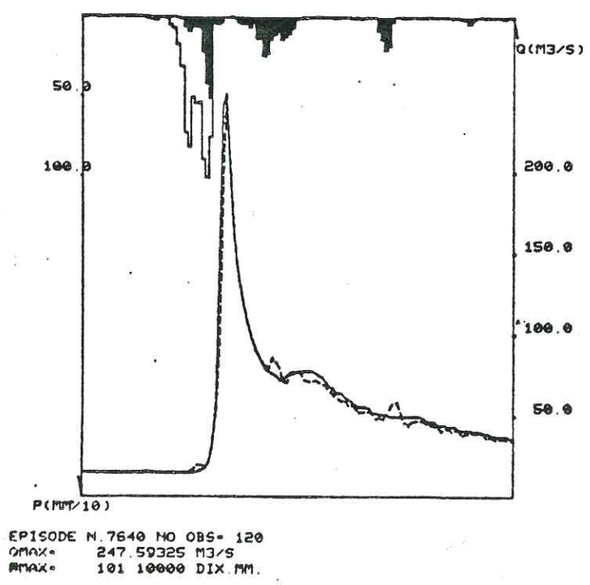


FIG. V-2

. on constate aussi que le modèle à deux paramètres est insuffisant en cas de crues répétées (deux crues consécutives dans le même épisode)

V.2.4.2) Sous-modèle pluie brute-pluie efficace à trois paramètres :

Un paramètre de vidange du réservoir est ajouté. La structure du sous-modèle non-linéaire est décrite au chapitre III.

Les équations du modèle sont les suivantes :

$$W_t = D_t \left[1 - \exp\left(-\beta \frac{P_t}{D_t}\right) \right] \quad , \quad 0 \leq \beta \leq 1$$

$$Pe_t = P_t - W_t$$

$$D_t = \alpha \left(D_{t-1} - W_{t-1} \right) + (1-\alpha) D_1 \quad , \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

C'est un modèle à trois paramètres : α , β et D_1 (qui est supposé identique pour tous les épisodes). Si $\alpha = 1$, on a le cas du modèle à deux paramètres.

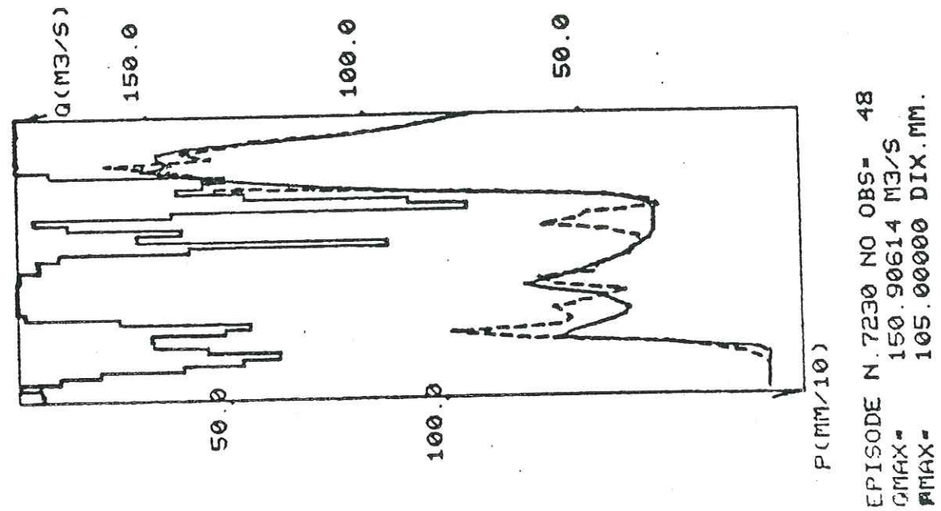
Quelques résutlats (échantillon de 17 crues) :

	EQMP (m^3/s)
Rappel linéaire	21.31
Rappel $D_1 = 500, \beta = 1, \alpha = 1$	20.64
$D_1 = 500, \beta = 1, \alpha = 0.98$	20.17
$D_1 = 500, \beta = 1, \alpha = 0.95$	19.69

Pour ce dernier modèle on a obtenu : $c_1 = 1.336$ $c_2 = -0.595$ $c_3 = 0.187$
$b_2 = 0.876$ $b_3 = 0.063$
$b_4 = 0.231$ $b_5 = -0.419$

. On observe une amélioration supplémentaire, comme on peut voir d'après les figs. V.3.

linéaire ARMAX (3,4, délai = 2 H.)



non linéaire $D_1 = 500.$, $\beta = 1$, $\alpha = 0.95$ + ARMAX (3,4, délai = 2 H.)

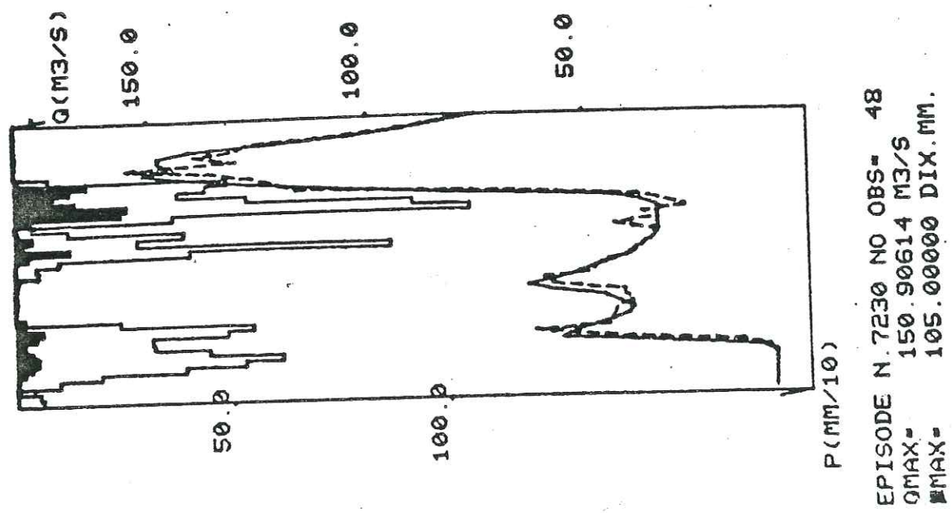


FIG. V-3

V.3) CONCLUSIONS :

D'après les résultats trouvés pour les modèles ARMAX, on peut remarquer ceci :

. il n'y a pas une grande différence en prévision entre les modèles linéaires et les modèles non linéaires calés sur 17 épisodes. Malgré cela, le meilleur résultat dans le calage est donné par le modèle ARMAX (3.4), délai 2 H, avec un sous-modèle non linéaire (D1 = 500 dix. mm., β = 1, α = 0.95) EQMP = 19.69 m^3/s). Nous allons utiliser ce modèle pour la comparaison avec la DPFT (chapitre suivant).

. Si on compare les fig. III.2.21 et V.1, on voit que l'hydrogramme unitaire obtenu par la DPFT et l'hydrogramme unitaire dérivé du modèle linéaire ARMAX (3.4) ont la même forme, c'est à dire qu'ils présentent un délai de 2 H et les pics se trouvent aux mêmes endroits. Cependant l'hydrogramme unitaire DPFT présente deux "bosses" (deux pics bien marqués).

. Il faut remarquer que les échantillons utilisés pour le calage de la DPFT et des modèles ARMAX contiennent quelques épisodes communs, mais ils ne sont pas exactement les mêmes. Pour faire une meilleure comparaison il faudrait caler les deux modèles en utilisant un même échantillon d'épisodes pluie-débit.

CHAPITRE VI

VARIATION SUR DES CRUES TESTS ET CONCLUSIONS GENERALES

VI.1) VALIDATION SUR DES CRUES TEST :

VI.1.1) Les données test :

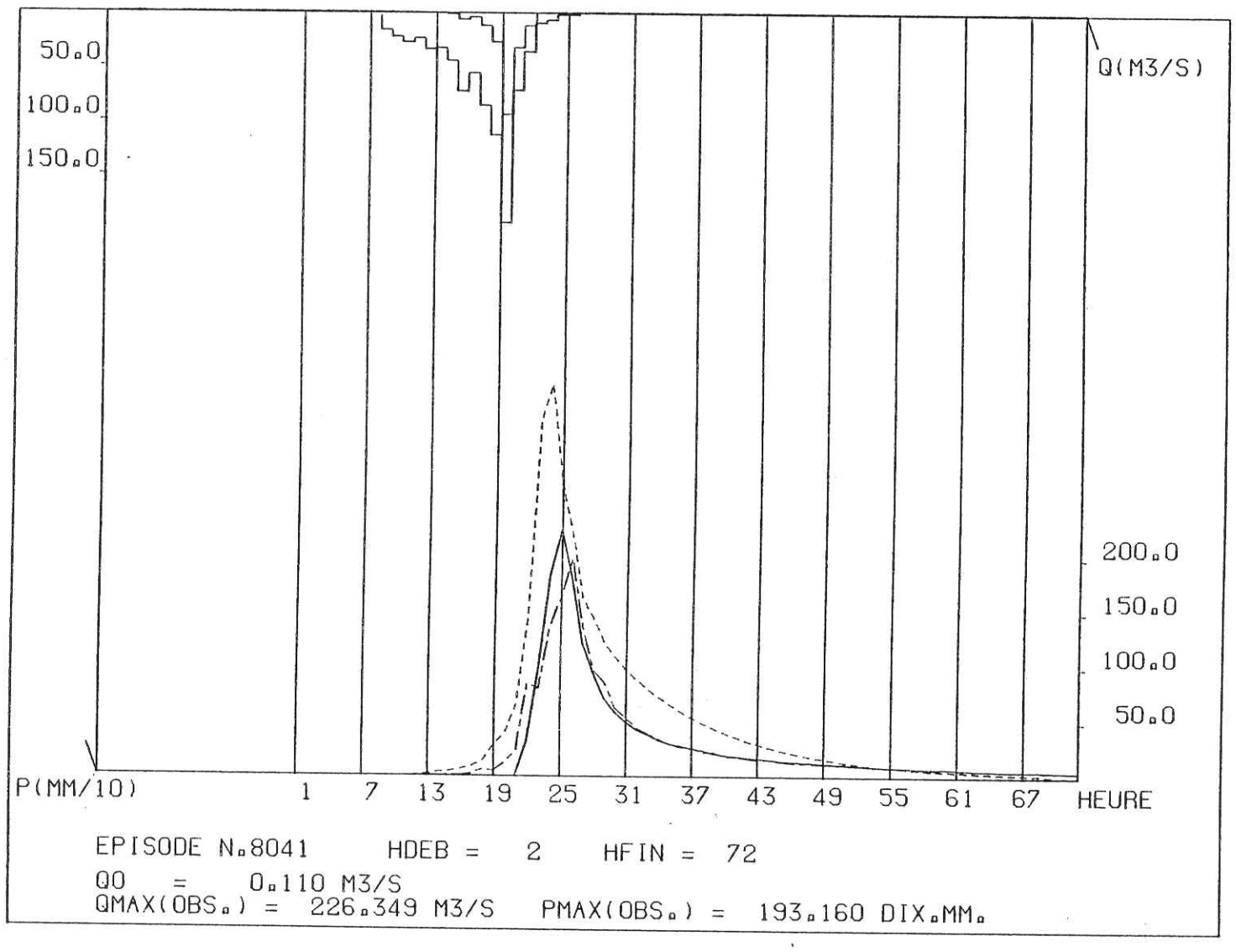
Nous avons utilisé 2 crues toutes récentes commes tests de modèles DPFT et ARMAX vus précédemment (chapitre III et V). Ces crues n'ont pas été utilisées dans les échantillons de calibration de la DPFT et des modèles ARMAX. Les deux crues test pour le Gardon d'Anduze sont :

Episode	date	heure début	heure fin	durée (H)
8041	16.10.80	2	72	71
8111	28.12.81	2	57	56

Pour l'épisode de 1980 (N° 8041) les pluies brutes utilisées sont les moyennes spline calculés sur le bassin versant du Gardon d'Anduze, d'après un réseau de base de 93 stations.

Pour l'épisode de 1981 (N° 8111) les pluies brutes sont les moyennes arithmétiques de 4 stations, dont le coefficient de corrélation multiple avec la moyenne spline est de l'ordre de 0.85 (stations pluviométriques de St Roman de Tousque, St Jean du Gard, Anduze et Ste Cécile d'Andorge).

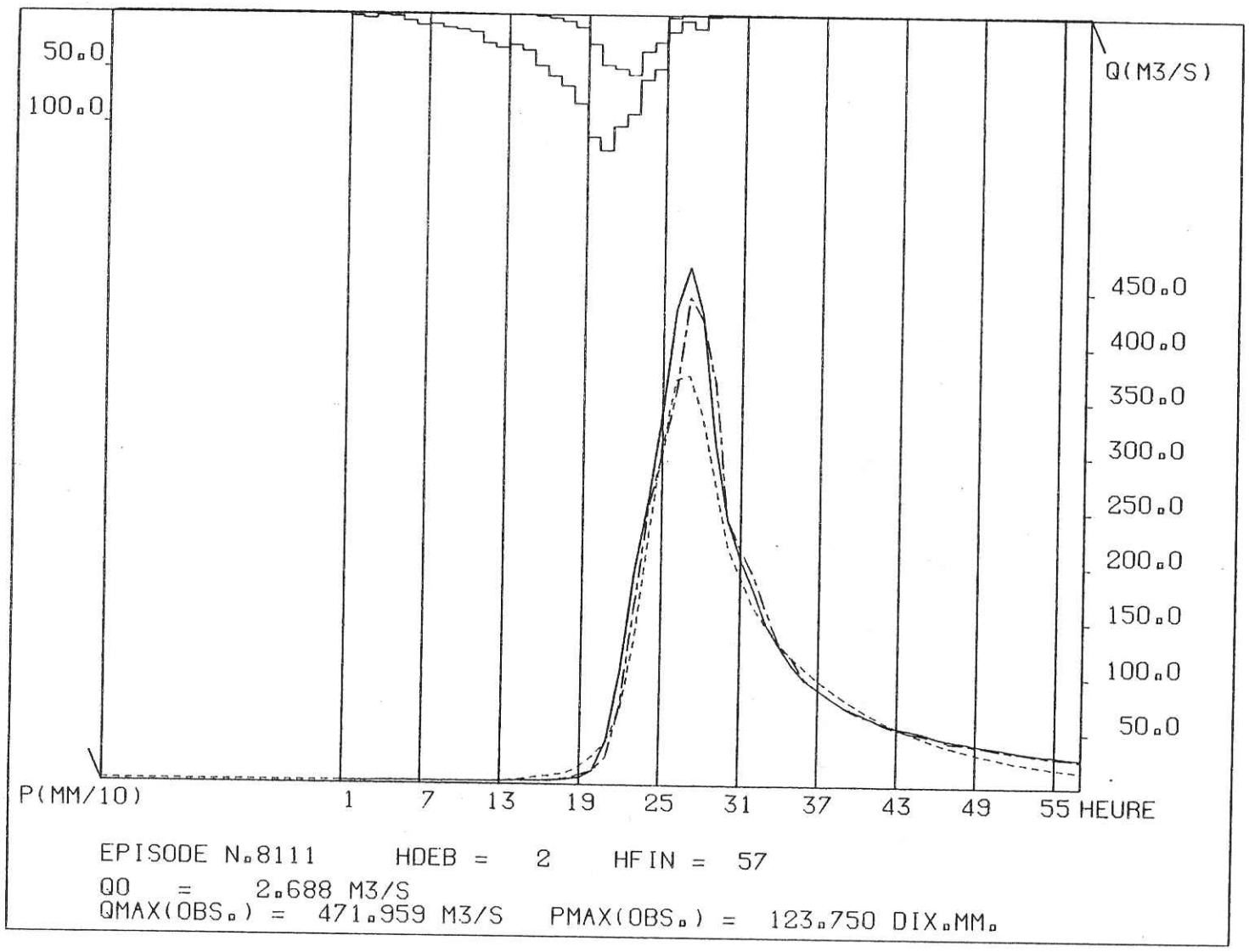
En conséquence, il est évident que les entrées de la 2ème crue sont affectées d'une incertitude sensiblement plus grande que celle de la première, puisqu'il n'y a que 65 % de la variance de la moyenne spline qui soit expliquée. Et la moyenne spline n'est elle-même qu'une approximation de la vraie moyenne spatiale.



$\alpha = 0.95$
$\beta = 1.00$
$D_1 = 500.$

OBS. ——
DPFT - - - - -
ARMAX —·—·

FIG. VI-1



$\alpha = 0.95$
$\beta = 1.00$
$D_1 = 500.$

OBS.
DPFT
ARMAX

FIG. VI-2

VI.1.2) Comparaison du modèle DPFT avec un modèle ARMAX :

Nous allons essayer de comparer le meilleur modèle ARMAX obtenu après calage sur 17 épisodes pluie-débit (paragraphe V.2.4.2), avec le modèle DPFT obtenu après calage sur 20 épisodes pluie-débit (essai G-33, paragraphe III.2.4.5).

Le modèle ARMAX est celui obtenu en imposant un sous-modèle non linéaire pluie brute-pluie efficace à trois paramètres (D1 = 500, β = 1, α = 0.95), dont le résultat en calibration est donné par EQMP = 19,69 m^3/s.

Pour comparer, on impose donc d'abord ce même modèle non linéaire aux pluies brutes, pour avoir les pluies efficaces des épisodes 8041 et 8111.

Les résultats sont donnés par les figures VI.1 et VI.2. Pour le modèle DPFT, les débits estimés sont obtenus en ayant seulement l'information pluie, c'est à dire d'après la convolution de la F.T. de l'essai G-33 avec les pluies efficaces (obtenues de la "loi" imposée), et puis en ajoutant le débit de base.

Pour ce modèle ARMAX, on a l'information pluie <u>et</u> l'information débit (coefficients c_i et b_i du modèle ARMAX (3.4), délai = 2 H), pour l'estimation des débits.

Conclusion :

. Nous pouvons dire qu'il y a un avantage pour le modèle ARMAX, mais surtout à cause de recalage sur les débits, qui est évident sur la crue 8041. Pour cette crue, en début de montée, les débits estimés par les deux modèles sont à peu près égaux, mais pour ARMAX, le débit estimé se recale très vite vers la 21ème heure.

VI.1.3) Mise en oeuvre du modèle DPFT et du modèle pluie brute-pluie efficace avec un coefficient déduit des pluies antérieures :

Dans l'essai précédent, le modèle pluie brute - pluie efficace n'est pas utilisé au maximum de ses possibilités puisque l'on suppose l'état initial identique pour tous les épisodes. On peut donc tenter de mesurer l'amélioration si cet état peut varier d'un épisode à l'autre.

En utilisant la relation entre le déficit de stockage initial et la somme des pluies des trois jours antérieurs (paragraphe III.3) nous avons :

$$\ln (D1) = 7.00913 - 0.00229566\ SP,$$

avec

$$SP = \sum_{j-3}^{j} P$$

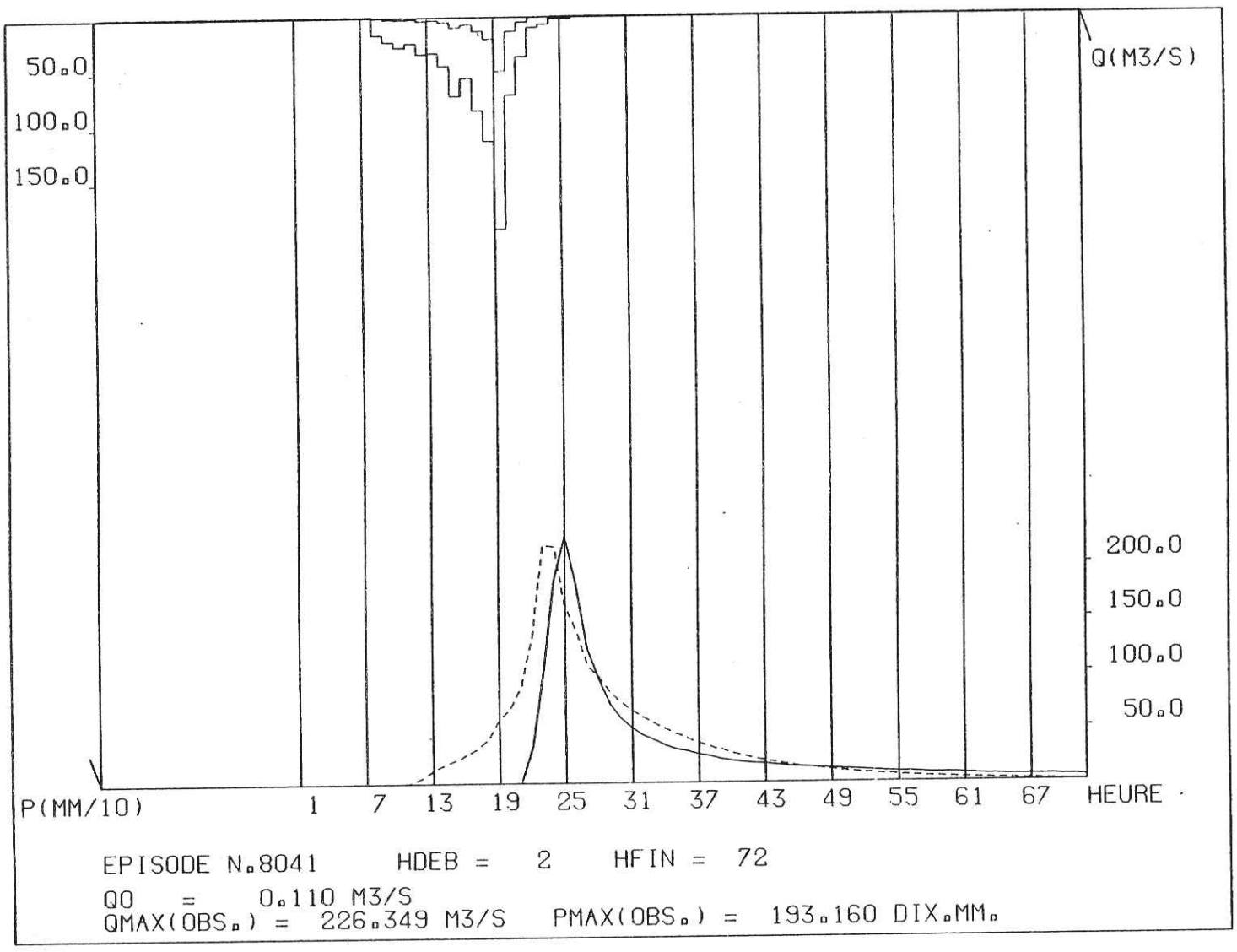
Pour les épisodes test, nous avons donc trouvé :

Episode	S P (dix. mm)	D1 (dix. mm)
8041	90	900
8111	193	710

En ayant ces valeurs du déficit de stockage (D1) pour chaque épisode et la valeur β = 0,89, on impose le modèle non linéaire à deux paramètres (D1 et β), tel qu'il a été calibré en III.3, aux pluies brutes des épisodes test, pour avoir les pluies efficaces. Les débits estimés, d'après convolution avec la F.T. de l'essai G-33, sont montrés en figs. VI.3 et VI.4.

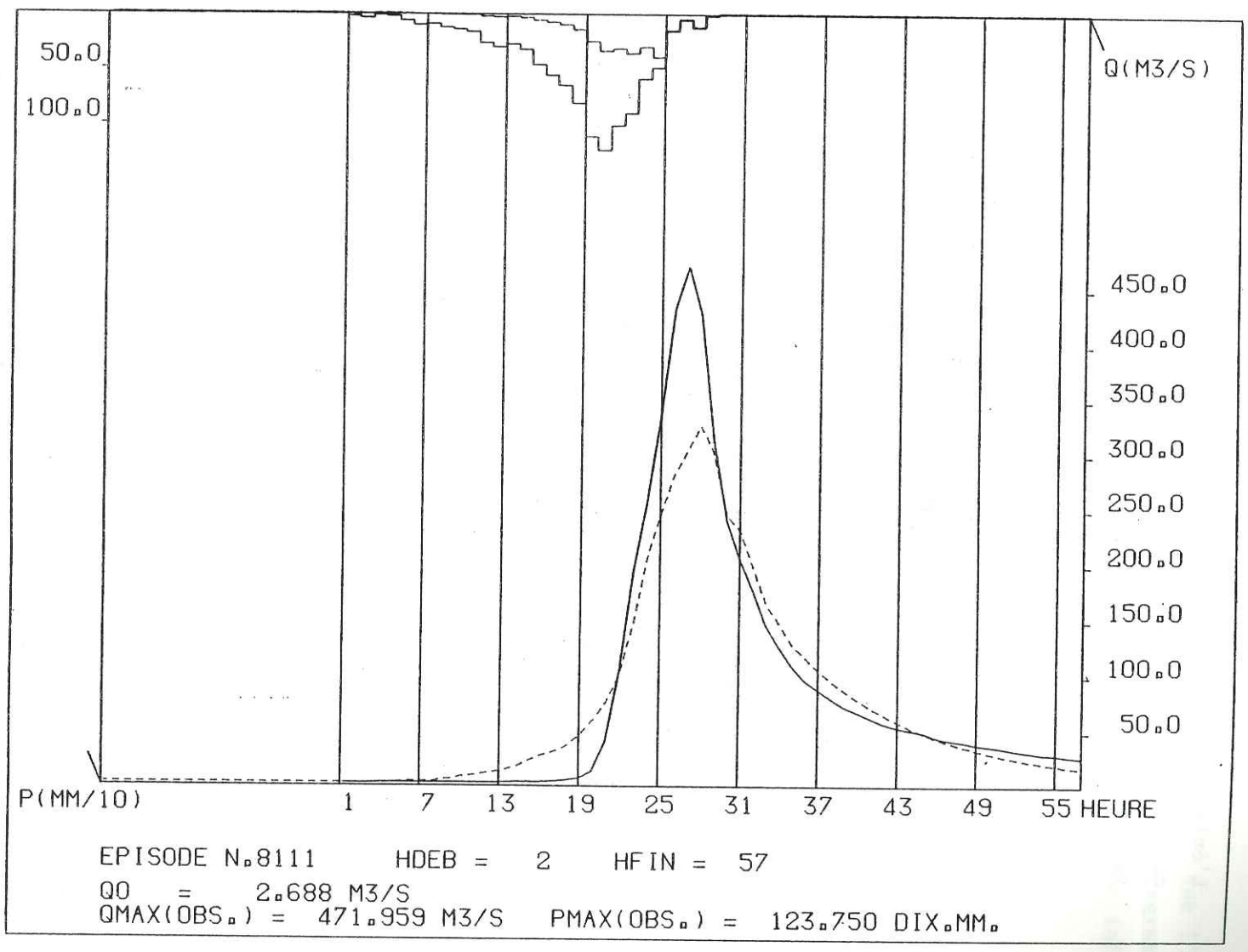
L'épisode 8041 est mieux en volume que le 8111 et se rapproche du modèle ARMAX (fig. VI.1). On voit ici le rôle du déficit D1.

La valeur D1 = 900 donne une meilleure reconstitution des débits.



$D_1 = 900.$
$\beta = 0.89$

FIG. VI-3



$D_1 = 710.$
$\beta = 0.89$

FIG. VI-4

L'épisode 8111 reste à peu près comme le résultat obtenu pour le modèle à trois paramètres (fig. VI.2), ce qui est normal, car les valeurs de D1 sont voisines.

Conclusion :

. En fait, dans ce cas il n'y a pas de vraie comparaison, car on n'a pas une valeur de α permettant la vidange, surtout en considérant que les crues test sont assez longues en durée. Mais apparemment il y aurait une amélioration, si on considère le calage du déficit initial D1.

VI.1.4) Conclusions finales sur les tests :

Il nous semble qu'il est mieux d'utiliser l'information débit surtout par son coté "modèle de bruit" (comme on a vu au chapitre V). L'hydrogramme dérivé du modèle ARMAX est à peu près le même que celui obtenu par la DPFT, sauf qu'il n'a qu'une "bosse". Néanmoins, on pense que la deuxième "bosse" trouvée par la DPFT est bonne, et son existence a d'ailleurs été confirmée par la formulation ARMAX (essai G-ARMAX). On serait donc plus "physique" à la fois en transfert mais aussi quant à la relation pluie brute-pluie efficace, car on considère les paramètres D1 et β (et peut être α), qui sont calés.

Cependant, on a vu que le modèle de bruit contenu (ARMAX) "rattrape" tout ou presque.

Il serait donc intéressant d'ajouter un modèle de bruit sur les erreurs commises, par l'approche DPFT :

$$\hat{e}_t = f(e_{t-1}, e_{t-2}, \dots, e_{t-m}) + \tilde{e}_t$$

pour se comparer vraiment à ARMAX, mais cela n'a pu être fait.

Par contre, si on enlève à ARMAX son modèle de bruit et que l'on n'utilise que la fonction de transfert qu'il propose (hydrogramme unitaire) alors les résultats ne sont pas meilleurs et même inférieurs à la DPFT.

VI.2) CONCLUSIONS GENERALES :

Ce travail n'a finalement permis qu'une approche partielle d'une étude plus complète de la relation pluie-débit sur le bassin versant du Gardon d'Anduze. Pour compléter l'étude d'une manière plus minutieuse il faudrait :

. confirmer les propriétés de l'algorithme de la DPFT en simulation (en particulier sur les fonctions de transfert à plusieurs bosses et sur l'identification des pluies efficaces).

. augmenter le nombre de crues avec des crues faibles, pour avoir un meilleur calage de la relation pluie brute-pluie efficace, et surtout disposer de plus de crues-tests pour conclure.

. essayer un modèle de bruit en aval de la DPFT et vérifier si dans ce cas on obtient un meilleur résultat qu'un modèle ARMAX direct.

En l'état actuel des choses, on peut conclure que :

- la DPFT identifie correctement la fonction de transfert probablement de manière plus "physique" qu'un modèle ARMAX d'ordre limité.

- Elle fournit une approximation assez grossière des pluies efficaces mais qui permet cependant de caler un modèle simple pluie brute-pluie efficace.

- Ces deux premiers points nécessitent cependant un soin particulier dans l'algorithme d'identification, en particulier par l'introduction de contraintes sur les paramètres.

- Enfin, il semble qu'il soit plus rentable d'appliquer un modèle de bruit plutôt que de raffiner l'identification de la fonction de transfert si le critère final est de minimiser la variance de l'erreur de prédiction.

Cependant, cela suppose la disponibilité en continu des mesures de débits, or l'appareil peut se révéler défaillant en cours d'épisode, et en ce cas il faut pouvoir se tourner rapidement vers un modèle n'utilisant que les pluies. Ces deux approches sont donc complémentaires en pratique.

Enfin, un dernier problème qui n'a pas été évoqué dans ce mémoire est la dégradation des prévisions quand on augmente l'échéance de t + 1 à t + 2 puis à t + 4 heures. Dans ces conditions les pluies qui vont tomber après le temps courant t prennent une grande importance. Or c'est vers de telles échéances (4 voire 6 H) qu'il faudrait tendre en pratique.

B I B L I O G R A P H I E

CREUTIN J.D. et OBLED C. (1982)
"Objective Analyses and Mapping Techniques for Rainfall Fields : an Objective Comparison"
Water Resources Research - vol 18-n°2 - pages 413-431

CREUTIN J.D. et OBLED C.
"Elimination de Variables et Optimisation de Reseaux de Mesures"
I.R.A. - 1979

CREUTIN J.D.
"Méthodes d'Interpolation Optimale de Champs Hydrométéorologiques. Comparaison et application à une série d'épisodes pluvieux Cévenoles".
Thèse de Docteur Ingénieur - Grenoble - Décembre 1979

TOURASSE P.
"Analyses Spatiales et Temporelles de Précipitations et utilisation opérationnelle dans un Système de Prévision de crues. Application aux régions Cévenoles".
Thèse de Docteur Ingénieur - Grenoble - Mars 1980

LEBEL T. et CREUTIN J.D.
"Areal Rainfall Estimation on Small Watersheds Subject to major flash-fload"
Tulsa - 5ème conférence de Hydrométéorology - Octobre 1983

HOFER G.
"Contribution à l'Amélioration de la Prévision de Crues Modèle de la Relation Pluie-Débit du bassin versant du Gardon d'Anduze".
Thèse de Docteur Ingénieur. Université de Paris VI - 1975

DUBAND D.
"Méthode d'Evaluation de la Fonction de Transfert et des Pluies Efficaces".
Publication INPG - Stage de Formation Professionnelle Continue : Fascicule III. Crues et Précipitations Intenses. Janvier 1983

DUBAND D.
"Hydrologie Statistique Approfondie"
Cours 3ème année - ENSHE - 1982

DOOGE J.
"Linear Theory of Hydrologic Systems"
Technical Buuletin n° 1468
United States Departement of Agriculture - 1973

NEWTON D.W. et VINYARD J.W.
"Computer - Determined Unit Hydrograph from Floods"
Journal of the Hydraulics Division - September 1967

CANCEILL M. et THIERY D.
"Idenfication de la Réponse Impulsionnelle dans la Convolution".
Bureau de Recherches Géologiques et Minières. 1978

MARSILY G.
"De l'Identification des Systèmes Hydrogéologiques"
Thèse d'Etat - Université Pierre et Marie Curie - Paris VI - 1978

BASTIN G.
"Techniques d'Identification de la Relation Pluie-Débit"
Publication INPG - Stage de Formation Professionnelle Continue
Fascicule III - Crues et Précipitations Intenses - Janvier 1983

BASTIN G.
"Identification de Modèles de Prévision du débit du Gardon d'Anduze".
IMG - Grenoble - Juillet 1983

REMENIERAS G.
"L'Hydrologie de l'Ingénieur"
Editions Eyrolles - 1965

MOREL-SEYTOUX H.J. et VERDIN J.
"User's Manual for XSRAIN - a Fortran IV Program for Calculation of Flood Hydrographs for Ungaged Watersheds"
Departement of Civil Engineering - Colorado State University - Fort Collins - July 1981

BOBEE B. et ROBITAILLE R.
"La ridge regression et ses applications"
INRS - Eau - Quebec - Avril 1975

SODESTROM T., LJUNG L. et GUSTAVSON I.
"A comparative study of Recursive Identification Methodes"
Ljund Institut of Technology - Décembre 1974

LEBART L. et FENELON J.P.
"Traitement des Données Statistiques"
Dunod - 1979

FAFOURNOUX P.
"Modélisation de la Relation Pluie-Débit. Robustesse de la Méthode DPFT d'Identification de la Fonction de Transfert et des Pluies Efficaces".
Rapport de DEA - IMG - Grenoble - Septembre 1983

KORSO K.
"Analyse des Relations Pluie-Débit par la Méthode DPFT sur le Gardon d'Anduze".
Rapport de DEA - IMG - Grenoble - Septembre 1980

VERSIANI B.
"Identification de la Fonction de Transfert et Etude de la Pluie Spatiale sur le Gardon d'Anduze"
Rapport de DEA - IMG - Grenoble - Septembre 1981

MAWDSLEY J.A. et TAGG A.F.
"Identification of Unit Hydrographs from Multi-Event Analysis" - Journal of Hydrology - 1981

DISKIN M.H. et BONEH A.
"Determination of an Optimal IUH for linear, time invariant Systems from Multi-storms records"
Journal of Hydrology - 1975

AUTORISATION DE SOUTENANCE

VU les dispositions de l'article 3 de l'arrêté du 16 avril 1974,

VU les rapports de présentation de Messieurs

. Ch. OBLED, Ingénieur

. D. DUBAND, Ingénieur

Monsieur RABELLO VERSIANI Bruno

est autorisé à présenter une thèse en soutenance pour l'obtention du diplôme de DOCTEUR-INGENIEUR, spécialité "Mécanique".

Fait à Grenoble, le 8 décembre 1983

Le Président de l'INP-G

D. BLOCH
Président
de l'Institut National Polytechnique
de Grenoble

P.O. le Vice-Président,

THESE de DOCTEUR INGENIEUR

Titre de l'ouvrage :

MODELISATION DE LA RELATION PLUIE-DEBIT POUR LA PREVISION DES CRUES ETUDE COMPARATIVE DE 2 METHODES GLOBABLES ET APPLICATION AU BASSIN DU GARDON A ANDUZE

Nom de l'auteur : Bruno VERSIANI

Etablissement : Université Scientifique et Médicale de Grenoble

RESUME

Ce mémoire reprend la méthode DPFT proposée par D. Duband pour identifier à la fois la fonction de transfert pluie efficace – débit et la série des pluies efficaces déduites des pluies brutes observées.

Dans ce travail on trouvera une formalisation théorique de la méthode et des nombreuses améliorations pratiques au niveau des algorithmes et de la mise en œuvre.

La version améliorée est appliquée à 2 bassins versants réels et à un jeu de données simulées.

A fin de comparaison, on applique aux mêmes données un modèle du type ARMAX et on compare les résultats avec ceux de la DPFT. On en déduit les conditions d'utilisation respectives des 2 méthodes.

MOTS-CLES

Relation pluie-débit ; Prévision de crues ; Identification de l'hydrogramme unitaire ; Méthode DPFT ; Algorithme du gradient ; Modèle ARMAX.