HAL
open science

Fluage de la glace polycristalline en compression uniaxiale

Alain Goubert

To cite this version:

Alain Goubert. Fluage de la glace polycristalline en compression uniaxiale. Glaciologie. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1993. Français. NNT : . tel-00756718

HAL Id: tel-00756718

https://theses.hal.science/tel-00756718v1

Submitted on 23 Nov 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

TS 93/GRE1/0112
double

TS 93 GRE1 /0112
DOUBLE

B.U.S. GRENOBLE
D 052 097796 8

CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

LABORATOIRE DE GLACIOLOGIE ET GÉOPHYSIQUE DE L'ENVIRONNEMENT

Associé à l'Université Joseph Fourier - Grenoble I

THESE

présentée par

Alain F. GOUBERT

pour obtenir le titre de

Docteur de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I

(Arrêtés ministériels du 5 Juillet 1984 et du 23 Novembre 1988)

Spécialité: Mécanique

FLUAGE DE LA GLACE POLYCRISTALLINE EN COMPRESSION UNIAXIALE

Date de soutenance: le 16 Septembre 1993.

Composition du Jury:

Président :	L.Lliboutry
Rapporteurs :	Th.Bretheau
	B.Cambou
Examinateurs :	P.Duval
	J.Meyssonnier

Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement
Tel. (33) 76 82 42 00 - Fax (33) 76 82 42 01
54, Rue Molière, BP96 - 38402 Saint Martin d'Hères Cedex, France.

BIBLIOTHÈQUE SCIENCES GRENOBLE UNIVERSITAIRE

FLUAGE TRANSITOIRE DE LA GLACE POLYCRISTALLINE EN COMPRESSION UNIAXIALE

Résumé

Les problèmes spécifiques qui se posent lors de la modélisation de l'interaction glace-structure sont relatifs à la prise en compte du matériau endommagé. Une étape préliminaire est la validation d'une loi de comportement du fluage transitoire de la glace polycristalline non-endommagée. Pour cela, et en première approche, une série d'essais de fluage en compression uniaxiale a été menée. Les résultats expérimentaux obtenus permettent de caractériser la déformation transitoire. Celle-ci se décompose en une partie recouvrable et une partie non-recouvrable. Les essais quasi-cycliques montrent que la partie irréversible de la déformation est acquise essentiellement au cours du premier cycle, puis augmente faiblement par la suite tandis que la partie recouvrable reste à peu près constante. De plus, il semble que la déformation recouvrée suive une loi quadratique en fonction du décrément de contrainte appliqué. Les modèles existants, soit formulés en termes de fonctions de fluage, soit basés sur une description de l'écrouissage par le biais de variables internes, ont été testés sur les courbes expérimentales obtenues. Les calculs montrent que ces modèles ne peuvent reproduire des essais de charge/décharge et de perturbation de charge autour de la contrainte nominale. Deux nouveaux modèles de comportement sont proposés. Ils peuvent être parfaitement ajustés sur les courbes expérimentales, cependant, le nombre de paramètres à ajuster étant très élevé, se pose le problème de leur identification.

Mots-clés

Mécanique
Fluage transitoire
Interaction Glace-Structure
Fluage
Glace polycristalline
Modélisation

TS 93 GREI /0112
DOUBLE

CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

LABORATOIRE DE GLACIOLOGIE ET GÉOPHYSIQUE DE L'ENVIRONNEMENT

Associé à l'Université Joseph Fourier - Grenoble I

THESE

présentée par

Alain F. GOUBERT

pour obtenir le titre de

Docteur de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I

(Arrêtés ministériels du 5 Juillet 1984 et du 23 Novembre 1988)

Spécialité: Mécanique

FLUAGE DE LA GLACE POLYCRISTALLINE EN COMPRESSION UNIAXIALE

Date de soutenance: le 16 Septembre 1993.

Composition du Jury:

Président :	L.Lliboutry
Rapporteurs :	Th.Bretheau
	B.Cambou
Examinateurs :	P.Duval
	J.Meyssonnier

Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement
Tel. (33) 76 82 42 00 - Fax (33) 76 82 42 01
54, Rue Molière, BP96 - 38402 Saint Martin d'Hères Cedex, France.

BIBLIOTHÈQUE SCIENCES GRENOBLE UNIVERSITAIRE

Je dédie ce travail à Monsieur Disdet, mon professeur de Mathématiques Supérieures du Lycée Corneille de Rouen qui m'a aidé à apprécier sa discipline.

Que ces pages soient pour lui le témoignage de ma plus profonde gratitude ...

Remerciements

Avant de commencer, je tiens à souligner l'ambiance sympathique qui règne au Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement et en particulier au sein de l'équipe Mécanique de la Glace; ceci a joué un rôle non négligeable dans l'accomplissement de ce travail. Mais celui-ci n'aurait jamais pu exister sans le soutien actif et les conseils que m'a fournis mon directeur de thèse Jacques Meyssonnier au cours de ces années passées ensemble au Laboratoire; je tiens à l'en remercier très sincèrement ici.

J'adresse mes remerciements à Monsieur le Professeur L.Lliboutry qui a bien voulu me faire l'honneur de présider le Jury et dont les critiques constructives m'ont été précieuses.

Mes remerciements vont aussi au Docteur Th.Bretheau et au Professeur B.Cambou qui ont accepté la charge de rapporteur, ainsi qu'au Docteur P.Duval qui a bien voulu juger ce travail avec sa bienveillance coutumière.

Je remercie enfin tous ceux qui m'ont aidé à l'élaboration de ce mémoire.

TRANSIENT CREEP OF POLYCRYSTALLINE ICE UNDER UNIAXIAL COMPRESSION

Abstract

Concerning the ice-structure interaction problem, the main question to be solved is that of the mechanical behaviour of ice as a damaging material. A preliminary stage consists in validating a behaviour law for the transient creep of undamaged polycrystalline ice. In this respect, a series of creep tests under uniaxial compression has been carried out, as a first approach. The experimental results obtained allow us to give the main features of the transient deformation, which can be divided into two parts : one which is recoverable and one which is not recoverable. Quasi-cyclic tests show that the irreversible part of the deformation is acquired mainly during the first cycle, then grows slowly during the other cycles; the recoverable part keeps a near constant value and seems to follow a quadratic law with respect to the decrement of applied stress. Existing models, based on creep function relations or using internal state variables, have been tested against experimental results. The numerical computation of these models show that they fail to reproduce correctly loading/unloading tests and the response to small variations of the applied load. Two new models for the transient behaviour of ice are proposed. The numerical results can be fitted very well with the experiments, but the great number of parameters to deal with poses the problem of their identification.

SOMMAIRE

Introduction **1**

Chapitre I : quelques rappels sur les propriétés mécaniques de la glace **3**

I.1- Le monocristal de glace 5
I.1.1- Structure cristallographique 5
I.1.2- Mécanismes de déformation 5
I.1.3- Comportement macroscopique 7
I.2- Le polycristal de glace 8
I.2.1- Quelques types de glace 8
I.2.1.1- Glace granulaire 8
I.2.1.2- Glace columnaire 8
I.2.2- Mécanismes de déformation 8
I.2.3- Comportement macroscopique 9
I.2.3.1- Fluage primaire 11
I.2.3.2- Fluage secondaire 11
I.2.3.3- Fluage tertiaire 14

Chapitre II : les modèles de déformation transitoire existants **15**

Notations 17
II.1- Importance de l'étude du fluage transitoire 19
II.1.1- Définition 19
II.1.2- Historique 19
II.1.3- Objectif 21
II.2- Modèles phénoménologiques 22
II.2.1- Modèle de Sinha (1979) 22
II.2.1.1- Bases physiques 22
II.2.1.2- Equations du modèle 23
II.2.1.3- Equation modifiée 23
II.2.2- Modèle de Lliboutry (1987) 24
II.2.2.1- Bases physiques 24
II.2.2.2- Equations du modèle 24
II.3- Modèles de comportement 25

II.3.1- Bases physiques 27
II.3.2- Bases thermodynamiques 27
II.3.3- Modèle de Le Gac et Duval (1980) 28
II.3.4- Modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) 29

Chapitre III : description de la méthode expérimentale 31
III.1- Fabrication des échantillons 33
III.1.1- Propriétés des échantillons artificiels 33
III.1.2- Méthode de fabrication des échantillons 33
III.1.2.1- Description 36
III.1.2.2- Propriétés des échantillons obtenus 36
III.1.2.3-Discussion 37
III.2- Usinage 38
III.2.1- Description 38
III.2.2- Discussion 39
III.3- Implantation des capteurs 41
III.3.1- Description 41
III.3.2- Discussion 41
III.4- Installation sur la presse 43
III.4.1- Description 43
III.4.2- Discussion 43
III.5- Mise en charge 45
III.5.1- Description 45
III.5.2- Discussion 45
III.6- Acquisition des données 46
III.6.1- Description 46
III.6.2- Discussion 46
III.7 - Traitement des données 49
III.7.1- Description 49
III.7.2- Discussion 49
III.8- Discussion globale 49

Chapitre IV : présentation des résultats expérimentaux 51
IV.1- Résumé des résultats déjà publiés 53
IV.1.1- Résultats sur le fluage secondaire 53

IV.1.2- Résultats des expériences de perturbation de charge en fluage 57
IV.2- Note sur les capteurs de déformation utilisés 57
IV.3- Fluage au premier chargement 59
IV.3.1- Courbes de déformation à différentes contraintes imposées - Dispersion 59
IV.3.2- Derniers essais effectués 59
IV.4- Expériences de charge/décharge 63
IV.4.1- Cas où le régime permanent est atteint à la fin de la mise en charge 63
IV.4.2- Cas où le régime permanent n'est pas atteint à la fin de la mise en charge 63
IV.5- Expériences de chargement quasi-cyclique 71
IV.6- Expériences de perturbation de charge 71

Chapitre V : analyse des résultats expérimentaux 83
V.1- Fluage au premier chargement 85
V.1.1- Comparaison des essais de fluage 85
V.1.2- Comparaison avec le fluage d'Andrade 87
V.2- Vitesse de déformation minimum 93
V.2.1- Calcul de la vitesse de fluage minimale 93
V.2.1.1- Intervalle de calcul 93
V.2.1.2- La vitesse minimale est-elle atteinte ? 95
V.2.2- Comparaison avec d'autres résultats expérimentaux 100
V.3- Etude de la déformation transitoire recouvrée à la décharge 101
V.3.1- Comportement des capteurs de déformation à la décharge 101
V.3.2- Etude de la déformation recouvrée 105
V.3.3- Etude des courbes de décharge 111
V.4- Variations de la déformation transitoire en chargement quasi-cyclique 117
V.4.1- Calcul du coefficient de Glen $\overline{K}$ au cours des cycles 117
V.4.2- Evolution de la déformation recouvrée au cours des cycles 117
V.4.3- Evolution de la déformation transitoire totale au cours des cycles 119
V.5- Expériences de perturbation de charge en fluage 123

V.5.1- Décharge partielle en fluage secondaire - hésitation au fluage 123
V.5.2- Surcharge partielle en fluage secondaire 125
V.5.3- Surcharge partielle lors d'une décharge totale 129
V.5.4- Discussion 129
V.6- Conclusion 131

Chapitre VI : tests des modèles sur les résultats expérimentaux 135
VI.1- Introduction 137
VI.2- Choix des expériences à ajuster 139
VI.2.1- Expérience de charge/décharge avec régime permanent atteint à la fin de la charge 139
VI.2.2- Expérience de charge/décharge sans que le régime permanent soit atteint à la fin de la charge 139
VI.2.3- Expérience de chargement quasi-cyclique 139
VI.2.4- Expérience de perturbation de charge en décharge totale 143
VI.2.5- Expérience de perturbation de charge lors du régime permanent 143
VI.3- Schéma numérique 144
VI.3.1- Résolution des équations 144
VI.3.2- Norme de calcul d'écart des courbes 145
VI.3.3- Démarche générale pour l'identification des modèles 145
VI.4- Test du modèle de Sinha (1979) 146
VI.4.1- Ecriture du modèle 146
VI.4.2- Méthode de calcul 147
VI.4.3- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale est atteinte avant la recouvrance 151
VI.4.4- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale n'est pas atteinte avant la recouvrance 151
VI.4.5- Ajustement sur un essai de fluage quasi-cyclique 151
VI.4.6- Ajustement sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance 155
VI.4.7- Ajustement sur un essai de fluage avec perturbation de charge autour de la contrainte nominale 155
VI.4.8- Discussion 157

VI.5- Test du modèle de Lliboutry (1987) 159
VI.5.1- Ecriture du modèle 159
VI.5.2- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale est atteinte avant la recouvrance 161
VI.5.3- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale n'est pas atteinte avant la recouvrance 167
VI.5.4- Ajustement sur un essai de fluage quasi-cyclique 167
VI.5.5- Ajustement sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance 167
VI.5.6- Ajustement sur un essai de fluage avec perturbation de charge autour de la contrainte nominale 169
VI.5.7- Discussion 169
VI.6- Test du modèle de Le Gac et Duval (1980) 171
VI.6.1- Ecriture du modèle en compression uniaxiale 171
VI.6.2- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale est atteinte avant la recouvrance 171
VI.6.3- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale n'est pas atteinte avant la recouvrance 179
VI.6.4- Ajustement sur un essai de fluage quasi-cyclique 179
VI.6.5- Ajustement sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance 185
VI.6.6- Ajustement sur un essai de fluage avec perturbation de charge autour de la contrainte nominale 185
VI.6.7- Discussion 186
VI.7- Test du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b) 187
VI.7.1- Ecriture du modèle en compression uniaxiale 187
VI.7.2- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale est atteinte avant la recouvrance 187
VI.7.3- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale n'est pas atteinte avant la recouvrance 195
VI.7.4- Ajustement sur un essai de fluage quasi-cyclique 195
VI.7.5- Ajustement sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance 195
VI.7.6- Ajustement sur un essai de fluage avec perturbation de charge autour de la contrainte nominale 201
VI.7.7- Discussion 201

Chapitre VII : nouveaux modèles de comportement **203**

VII.1- Introduction 205

VII.2- Modèle Parallèle 205

VII.2.1- Idée générale 205

VII.2.2- Equations du modèle 205

VII.2.3- Ecriture du modèle en compression uniaxiale 206

VII.2.4- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale est atteinte avant la recouvrance 207

VII.2.5- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale n'est pas atteinte avant la recouvrance 207

VII.2.6- Ajustement sur un essai de fluage quasi-cylique 207

VII.2.7- Ajustement sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance 207

VII.2.8- Ajustement sur un essai de fluage avec perturbation de charge autour de la contrainte nominale 218

VII.2.9- Discussion 218

VII.3- Modèle Série 219

VII.3.1- Idée générale 219

VII.3.2- Equations du modèle 219

VII.3.3- Ecriture du modèle en compression uniaxiale 223

VII.3.4- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale est atteinte avant la recouvrance 223

VII.3.5- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale n'est pas atteinte avant la recouvrance 231

VII.3.6- Ajustement sur un essai de fluage quasi-cylique 231

VII.3.7- Ajustement sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance 231

VII.3.8- Ajustement sur un essai de fluage avec perturbation de charge autour de la contrainte nominale 231

VII.3.9- Discussion 232

Chapitre VIII : conclusions et perspectives d'avenir **233**

Références bibliographiques **239**

Annexes

A-II.1- Relations données en état de régime permanent pour le modèle de Duval et Le Gac (1980) 243

A-II.2- Expression de la fonction g(r) de l'énergie libre spécifique du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b) 249

A-III.1- Calcul de l'erreur sur la contrainte appliquée causée par un excentrement de l'axe d'application de la force par rapport à l'axe du cylindre de glace 255

A-IV.1- Présentation des résultats expérimentaux publiés jusqu'à présent concernant le fluage (secondaire) de la glace polycristalline en compression uniaxiale. 261

A-VIII.3- Article: Transient creep of polycrystalline ice under uniaxial compression : an assessment of internal state variable models (Annals of Glaciology, Vol.19) 267

Introduction

Les deux principaux thèmes de recherche abordés à l'heure actuelle par l'équipe mécanique du L. G. G. E. sont d'une part, la modélisation des calottes polaires, où les vitesses d'écoulement sont très faibles (inférieures à 10^{-4} s^{-1}) et d'autre part, l'interaction glace-structure, où les vitesses de déformation sont nettement plus élevées (supérieures à 10^{-4} s^{-1}). Notre étude se place dans le cadre de ce second thème de recherche.

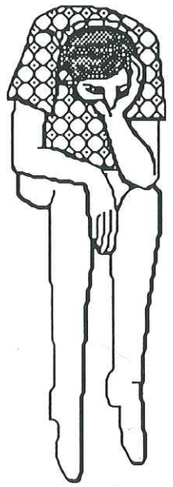
En effet, la hausse du baril de pétrole ces vingt dernières années a relancé l'idée d'exploiter les ressources minières situées dans les régions polaires. Les problèmes de génie civil spécifiques qui se posent alors sont ceux de l'interaction glace-structure : impact d'un iceberg contre une plate-forme off-shore, indentation de la banquise par un brise-glace, ... La compréhension des mécanismes d'endommagement de la glace est nécessaire pour modéliser ces interactions.

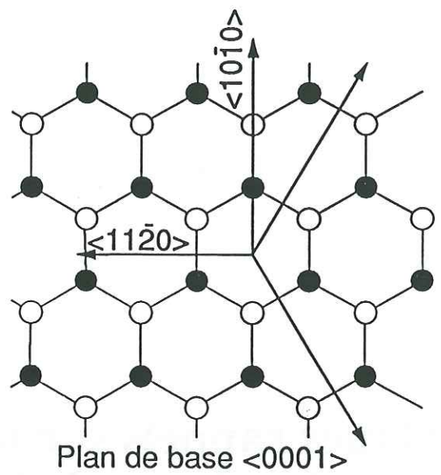
Or, à ces vitesses de déformation élevées, la prise en compte du comportement transitoire du matériau est indispensable à toute modélisation. Notre objectif est donc de trouver une loi de comportement de la glace non-endommagée qui reproduise correctement les phases transitoires de la déformation, tout en gardant à l'esprit les applications futures de notre étude qui nécessitent l'extension de cette loi au cas du matériau endommagé et son intégration éventuelle à un code numérique aux éléments finis qui puisse résoudre des problèmes à trois dimensions.

Notre démarche a consisté à conduire une série d'essais expérimentaux en compression uniaxiale reflétant quelques phases transitoires caractéristiques de la glace polycristalline à la limite du domaine de transition ductile-fragile, c'est-à-dire à des contraintes élevées (1,5 MPa) mais insuffisantes pour provoquer la microfissuration du matériau, et aux températures voisines de la température de fusion. Ces essais nous aident à caractériser la déformation transitoire et nous fournissent des relations quantitatives sur lesquelles nous testons les modèles existants. Enfin, nous suggèrons quelques améliorations possibles afin de remédier aux insuffisances de ces modèles.

CHAPITRE I

Quelques rappels sur les propriétés mécaniques de la glace





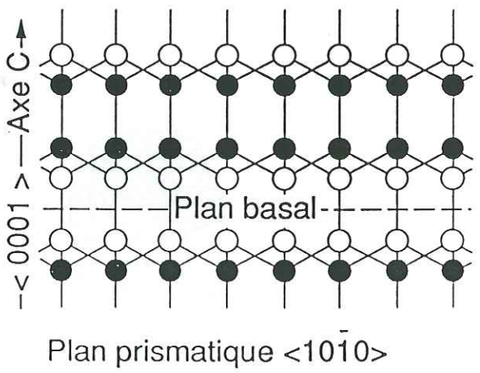


Fig I-1 : Réseau des atomes d'oxygène dans le monocristal de glace

Dans le présent chapitre, nous essayons de présenter de façon synthétique quelques résultats essentiels obtenus à ce jour en mécanique de la glace et qui nous servirons dans la suite de notre exposé.

I.1- Le monocristal de glace

I.1.1- Structure cristallographique

Le cristal de glace, formé à 0°C par congélation de l'eau sous la pression atmosphérique, présente une symétrie hexagonale, c'est la glace 1h. Chaque atome d'oxygène est situé à égale distance de quatre autres atomes d'oxygène pour former un tétraèdre régulier. De plus, les atomes d'oxygène se répartissent dans des plans perpendiculaires à l'axe de symétrie du cristal. Ces plans sont appelés plans de base, notés (0001) (selon la notation de Miller) et l'axe de symétrie est appelé axe c et noté <0001> (il correspond également à l'axe optique). Dans les plans de base, la structure du monocristal est périodique parallèlement aux directions <11$\bar{2}$0> (cf Fig I-1).

I.1.2- Mécanismes de déformation

L'étude du comportement mécanique de la glace en fluage nécessite une bonne compréhension des mécanismes de déformation du matériau avant de pouvoir établir des relations mathématiques macroscopiques.

La déformation plastique d'un matériau ne peut se produire que si plusieurs systèmes de glissement sont activés. En effet, pour un champ de déplacement quelconque (u, v, w) et dans l'hypothèse des petites déformations, le tenseur de déformation est défini par :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \text{sym} & & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

où :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$

Une déformation quelconque nécessite donc 6 degrés de liberté. L'hypothèse d'incompressiblité du matériau impose :

$$\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = 0$$

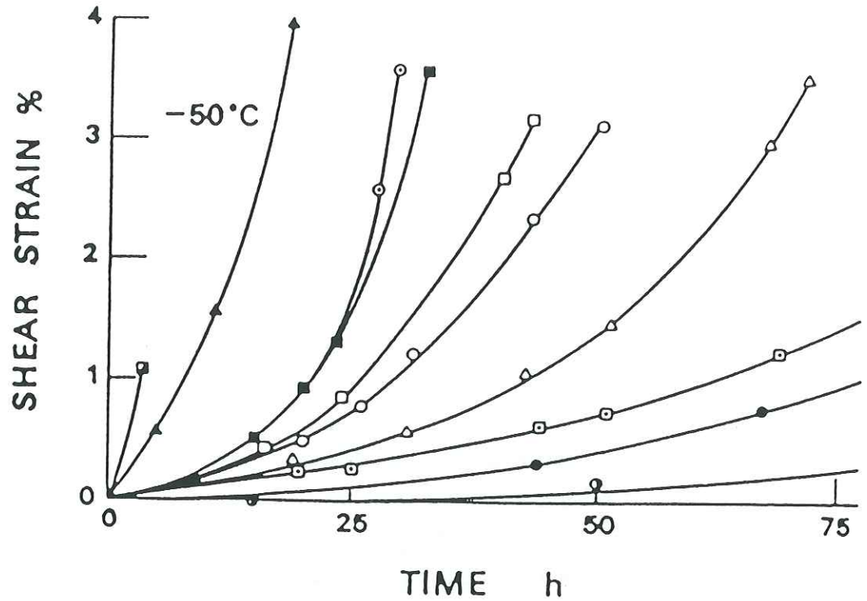


Fig I-2 : Courbes de fluage d'un monocristal de glace : essais de cisaillement pour τ=0,16 à 0,62 MPa (Jones et Glen, 1969)

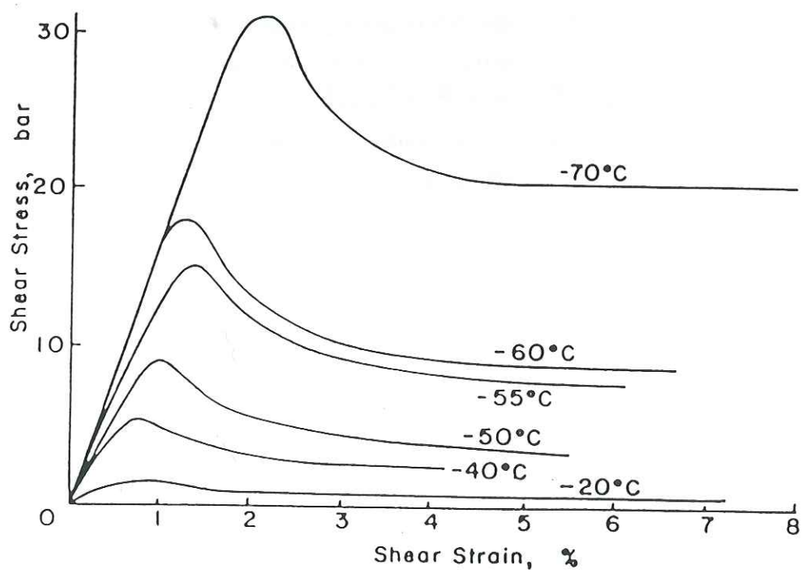


Fig I-3 : Courbes d'écrouïssage d'un monocristal de glace en cisaillement pour diverses températures et à $\dot{\gamma}$=2,7.10^{-7} s^{-1} (Jones et Glen, 1969)

ce qui réduit le nombre de composantes indépendantes à 5. Autrement dit, la déformation du matériau n'est possible qu'avec 5 systèmes de glissement indépendants.

L'étude des mécanismes de déformation du monocristal de glace a montré que celui-ci se déforme essentiellement par glissement des dislocations dans les plans de base, ce qui donne deux directions de glissement indépendantes. Dans ces plans il n'existe pas de direction de déformation privilégiée aux fortes températures et le cristal se déforme alors selon la direction de cisaillement maximum (Glen, 1975). Par contre, aux basses températures (-60°C), les systèmes $\langle 11\bar{2}0\rangle$ sont des directions privilégiées de déformation (Glen, 1975). Les autres systèmes de glissement possibles sont dans les plans prismatiques $(10\bar{2}0)$-$\langle 11\bar{2}0\rangle$ et pyramidaux $(11\bar{2}2)$-$\langle 11\bar{2}3\rangle/3$ (Mugurama and Higashi, 1963 ; Goodman et al., 1981). En outre, des boucles de dislocations (0001)-<0001> ont aussi été observées (Oguro et Higashi, 1971).

La raison pour laquelle le cristal de glace se déforme préférentiellement dans les plans de base est que ceux-ci sont des plans à forte densité d'atomes; par conséquent, la densité de dislocations y est plus forte que dans les plans prismatiques et pyramidaux. De plus, les dislocations-vis y sont souvent dissociées (Fukuda et al, 1987). Ainsi, la résistance au cisaillement dans les plans de base est environ 60 fois plus faible que dans les plans non-basaux et en fluage à charge imposée, les vitesses de déformation varient d'un facteur 1000 selon que le glissement a lieu ou non dans le plan de base (Duval et al, 1983).

I.1.3- Comportement macroscopique

En laboratoire, un échantillon monocristallin soumis à une contrainte présente une déformation irréversible dès que l'on sort du domaine d'élasticité. Le seuil de plasticité de la glace est très faible et une déformation plastique est observée dès que la contrainte appliquée dépasse 0,01 MPa (Lliboutry et Duval, 1985).

Lors d'essais de fluage (cf Fig I-2), après un adoucissement expliqué par la multiplication des dislocations, un état de régime permanent est atteint avec une vitesse de déformation proportionnelle au carré de la contrainte de cisaillement s'exerçant dans le plan de base.

Les essais d'écrouissage (cf Fig I-3) présentent un pic de contrainte pour une déformation voisine de 1%, voire légèrement supérieure (aux basses températures). Si l'on admet que l'augmentation de contrainte au début du chargement est dûe à l'élasticité de la presse, on constate que la contrainte exercée sur les cristaux diminue au cours du temps. Cet adoucissement correspond à

l'augmentation de la vitesse de déformation constatée au début du chargement lors des essais de fluage précédents (Glen, 1975).

I.2- Le polycristal de glace

I.2.1- Quelques types de glace

Deux sortes de glace sont couramment utilisées lors des expériences en laboratoire : la glace granulaire et la glace columnaire.

I.2.1.1- Glace granulaire

La glace granulaire est une glace à grains ronds, elle est formée à partir de cristaux de neige. Dans la nature, c'est la glace de glacier ou de calotte polaire. Elle est aussi appelée glace équiaxe.

I.2.1.2- Glace columnaire

La glace columnaire est constituée de cristaux en forme de colonne. Les axes C sont orientés de manière aléatoire dans les plans perpendiculaires à la longueur des colonnes. C'est donc une glace à isotropie transverse. Elle se rencontre dans la nature sur les lacs ou les mers. Elle est aussi appelée glace S-2 (Michel et Ramseier, 1969).

I.2.2- Mécanismes de déformation

Pour des contraintes supérieures à 0.04 MPa, seuil en dessous duquel d'autres mécanismes tel que la diffusion interviennent (Lliboutry et Duval, 1985), le fluage du polycristal est la résultante du mouvement des dislocations dans chaque grain de glace.

De plus, aux faibles vitesses de déformation et aux températures élevées, des déplacements intergranulaires sont favorisés. Sinha (1979) suppose que l'élasticité différée est causée par le glissement aux joints de grains. Nous y reviendrons au chapitre suivant (Ch II, §2.1).

En utilisant une méthode auto-cohérente, Hutchinson (1977) a montré qu'une plasticité était possible avec seulement quatre systèmes de glissement indépendants (en supprimant le glissement dans les plans pyramidaux), le degré de liberté manquant étant compensé par la déformation des grains voisins. Selon cet auteur, cette hypothèse est confirmée par le fait qu'expérimentalement on n'observe pas de dislocations dans les plans pyramidaux. Cependant, la méthode repose sur des hypothèses restrictives concernant le polycristal, ce qui la rend discutable : d'une part, il n'y a pas de dissipation aux joints de grains et d'autre part, il n'y a pas non plus de migration de joints de grains (Lliboutry, 1987, p455-456).

I.2.3- Comportement macroscopique

Une carte des mécanismes de déformation de la glace polycristalline a été dressée par Duval et al (1983) (cf Fig I-4). Elle correspond à une taille de grain donnée (ici 1 mm) car certains mécanismes (comme la diffusion notamment) dépendent de la taille de grains. En abscisse on a reporté la température (normalisée par la température de fusion) et en ordonnée la contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ (normalisée par le module d'Young) qui s'exprime en fonction des contraintes principales par :

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\right]$$

La carte met ainsi en évidence le domaine où chaque mécanisme de déformation est prédominant. On distingue le domaine de la plasticité pure (indépendante de la vitesse), le domaine de la loi puissance et le domaine de la diffusion. On peut alors savoir pour un couple (température - contrainte) donné quel est le mécanisme de déformation prédominant.

Les lignes où la vitesse équivalente $\bar{\dot{\varepsilon}}$ définie (en fonction des vitesses de déformation dans les directions principales) par :

$$\bar{\dot{\varepsilon}}^2 = \frac{2}{9}\left[(\dot{\varepsilon}_1-\dot{\varepsilon}_2)^2+(\dot{\varepsilon}_2-\dot{\varepsilon}_3)^2+(\dot{\varepsilon}_3-\dot{\varepsilon}_1)^2\right]$$

reste égale à une valeur constante ont également été superposées sur le diagramme.

Pour notre part, nous nous intéresserons par la suite au domaine de la loi puissance (c'est à dire où le fluage par mouvement des dislocations est prépondérant) et où le matériau n'est pas fissuré.

En pratique, si l'on désire, en laboratoire, effectuer un essai de fluage en compression uniaxiale sans entraîner une fissuration du matériau, la contrainte appliquée ne doit pas dépasser 2 MPa pour de la glace équiaxe (Kalifa, 1988) ou 0,6 MPa pour de la glace columnaire qui est plus fragile (Gold, 1972). Pour des contraintes plus élevées, l'échantillon se fissure dès la mise en charge. Les fissures qui apparaissent alors aux joints de grains sont dues à la légère anisotropie élastique du monocristal de glace. Celle-ci joue un rôle négligeable aux contraintes inférieures aux seuils indiqués car des processus d'accomodation de la déformation peuvent alors se mettre en place.

En laboratoire, des déformations atteignant 20% ont pu être obtenues. Dans la nature (glaciers calottes), il existe de nombreux exemples où l'on a mesuré des déformations atteignant 100%, ce qui illustre la plasticité de la glace

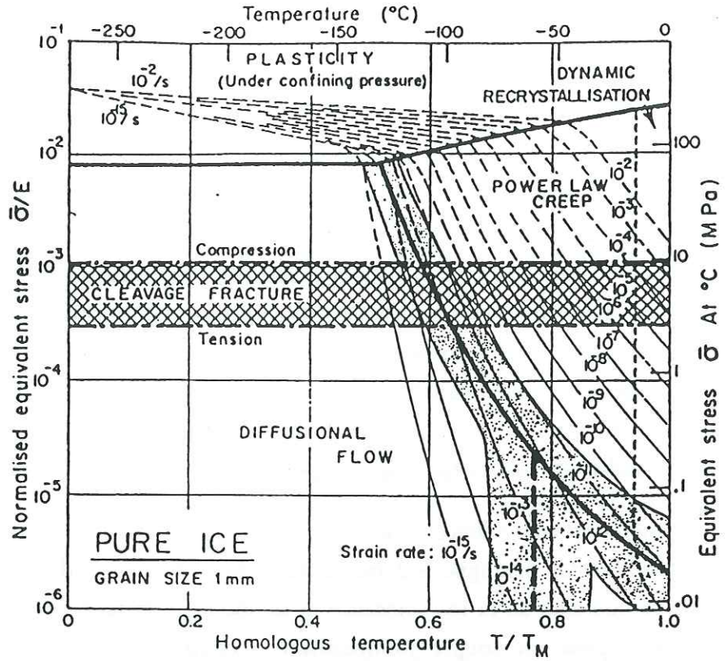


Fig I-4 : Diagramme des mécanismes de déformation de la glace polycristalline (taille de grains : 1 mm) (Duval et al, 1983)

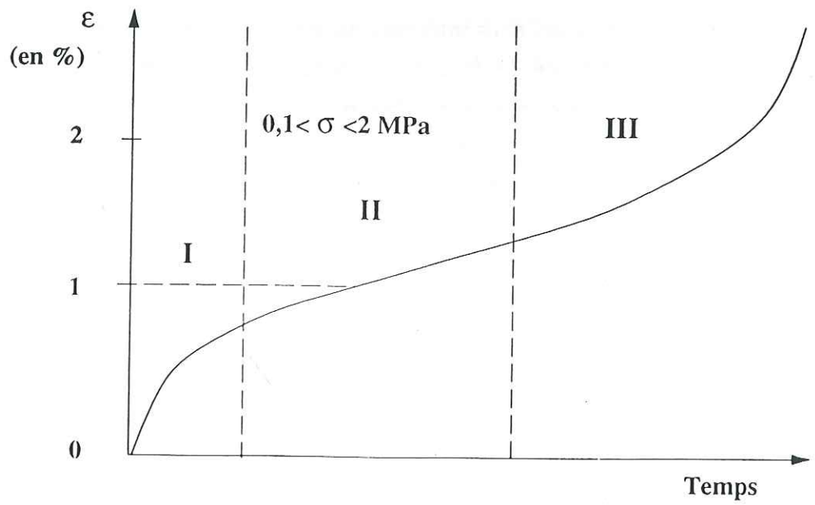


Fig I-5 : Courbe de fluage (schématisée) d'un polycristal de glace (sans fissuration)

(Duval et al, 1983). En ce qui nous concerne, nous nous limiterons aux faibles valeurs de la déformation (quelques %).

Ainsi, pour une valeur de la contrainte appliquée où le matériau n'est pas endommagé, on obtient la réponse en fluage illustrée sur la figure I-5. Cette courbe est généralement divisée en 3 parties :

- Partie I : fluage primaire;
- Partie II : fluage secondaire, permanent ou stationnaire;
- Partie III : fluage tertiaire.

I.2.3.1- Fluage primaire

Pendant le fluage primaire, on observe une rapide diminution de la vitesse de déformation (d'un facteur 100 environ). En effet, après une phase initiale très courte où les dislocations se multiplient, l'incompatibilité des déformations entre grains et l'interaction des dislocations limitent l'augmentation de la vitesse de déformation. La concavité de la courbe de fluage est alors dirigée vers le "bas" (soit l'axe des ordonnées négatives). Duval et al. (1983) emploient les adjectifs "normal" et "inverse" pour qualifier respectivement le fluage primaire des poly- et des monocristaux.

Nous aurons l'occasion de revenir tout au long de ce rapport et notamment au chapitre II sur cette phase très importante de la déformation du matériau.

I.2.3.2- Fluage secondaire

La vitesse de déformation est limitée par la montée des dislocations dans les plans non-basaux (Duval et al, 1983) et elle passe ainsi par un minimum avant d'augmenter de nouveau en raison de la recristallisation dynamique (cf § I.2.3.3- Fluage tertiaire). On admet souvent que la vitesse de déformation reste égale à la vitesse minimale pendant cette période du chargement et l'on parle alors de fluage permanent. La valeur moyenne de la vitesse minimale sur l'ensemble des grains est comprise entre les deux valeurs extrêmes données par le fluage des monocristaux bien et mal orientés (cf Fig I-6).

En chargement uniaxial, la vitesse minimale $\dot{\varepsilon}$ dépend de la contrainte appliquée σ suivant la loi :

$$\dot{\varepsilon} = \overline{K}(T)\,\sigma^n$$

où $\overline{K}$ et n sont des constantes; $\overline{K}$ dépendant de la température T suivant une loi d'Arrhénius :

$$\overline{K}(T) = \overline{K}_0 \exp\left(-\frac{Q}{R\,T}\right) \quad \text{avec} \quad Q = 78\ \text{kJ/mol} \quad \text{à} \quad T < -8°C$$

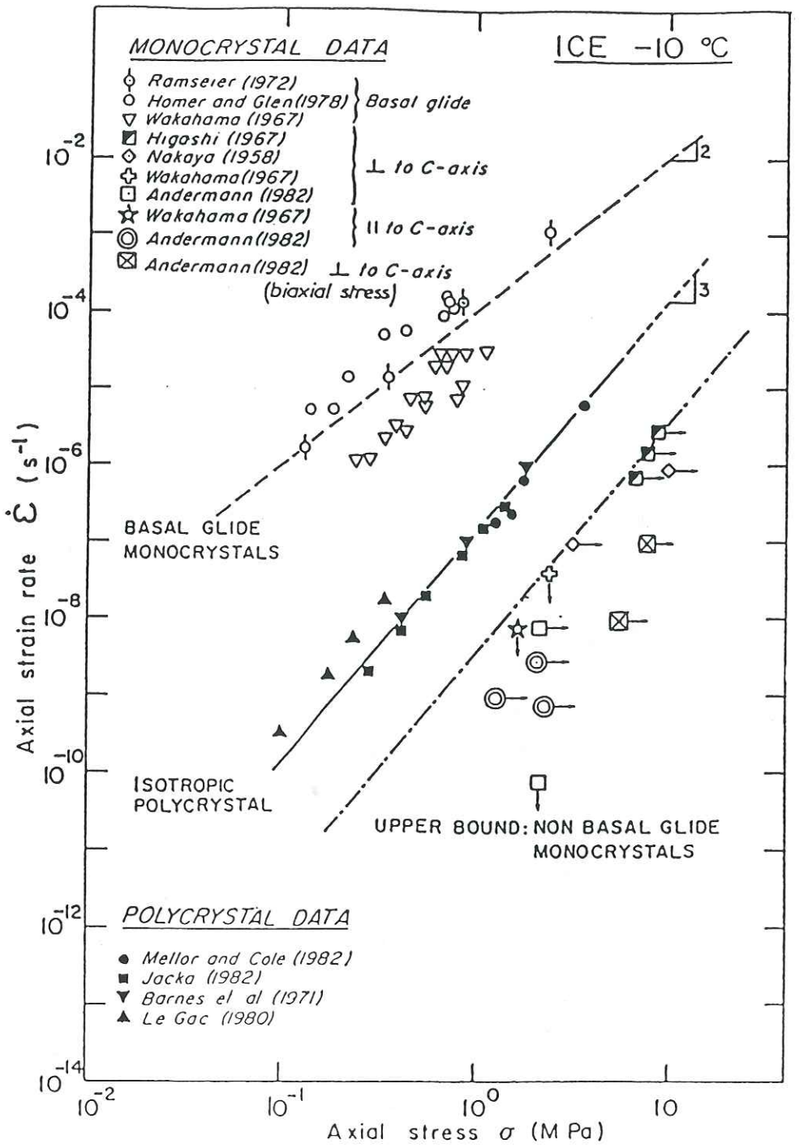


Fig I-6 : Vitesses de déformation en fluage secondaire pour la glace polycristalline comparées avec celles obtenues à la même température pour des monocristaux bien et mal orientés (Duval et al., 1983).

Cette loi, connue sous le nom de Norton-Hoff en métallurgie, est appelée communément loi de Glen (1955) en glaciologie.

En 1934 Odqvist a généralisé la loi puissance de Norton à un état de contrainte multi-dimensionnel en tenant compte des 5 hypothèses suivantes :

- le matériau est isotrope,
- le matériau est incompressible,
- la loi de Norton est vérifiée dans le cas du chargement uniaxial,
- $\dot{\varepsilon}$ est indépendant d'une pression hydrostatique superposée,
- il existe un potentiel de dissipation.

Dans ce cadre, l'expression multidimensionnelle de la vitesse minimale s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2}\,\overline{K}(T)\,\sigma_{eq}^{n-1}\,\sigma'_{ij}$$

avec σ_{eq} contrainte équivalente au sens de Von Mises : $\sigma_{eq}^2 = \frac{3}{2}\sum_{ij}\sigma'_{ij}.\sigma'_{ij}$.

Duval (1976) a vérifié expérimentalement cette loi pour un état de contrainte multiaxial (essais de torsion-compression sur des cylindres creux) et a déterminé la valeur du coefficient n qui est égal à 3 ± 0,2 (donc différent de la valeur 2 trouvée pour les monocristaux) dans une gamme de contrainte allant de 0,05 à 1 MPa. Le Gac (1980) par des expériences en torsion-compression sur des glaces artificielles et naturelles a également vérifié la valeur de l'exposant n et a montré que $\overline{K}$ dépend principalement de la température (et non de la taille des grains, Duval et Le Gac, 1980). Mellor et Cole (1982) ont mis en évidence le fait que la vitesse minimale est atteinte pour une valeur de la déformation macroscopique proche de 1%.

Enfin, il faut remarquer que la valeur de Q (énergie d'activation) varie beaucoup suivant les auteurs. Elle semble prendre aussi des valeurs différentes pour les mono et les polycristaux (Duval et al, 1983). Lliboutry et Duval (1985) mentionnent que Q varie entre 42 et 135 kJ/mol dans la littérature. Weertman (1983) a également effectué une synthèse des valeurs publiées. Duval et al (1983) retiennent la valeur de 63 kJ/mol pour les monocristaux et de 80 kJ/mol pour les polycristaux à T<-10°C. Les données de Walker corrigées par Homer et Glen (in Le Gac, 1980) indiquent une valeur de 64,7 kJ/mol entre -8 et -14°C pour la glace polycristalline. Le Gac (1980) trouve une valeur de Q=78 ± 1 kJ/mol entre -9°C et -30,2°C. C'est cette dernière valeur qui est la plus souvent adoptée et c'est donc celle que nous avons retenue ici.

I.2.3.3- Fluage tertiaire

On observe après la phase de fluage minimum, une augmentation de la vitesse de déformation. Une déformation de l'ordre de 1% étant trop faible pour produire une rotation importante des grains, l'augmentation de la vitesse de déformation ne peut être dûe au développement d'une texture ou d'une fabrique induite par la déformation. Des mécanismes supplémentaires doivent donc intervenir.

Aux fortes contraintes (voisines de 2 MPa), il se produit une fissuration progressive du matériau au cours du temps, les fissures pouvant être inter ou intracristallines. Ce processus peut alors entraîner un accroissement de la vitesse de déformation en augmentant la contrainte sur les grains non-fissurés.

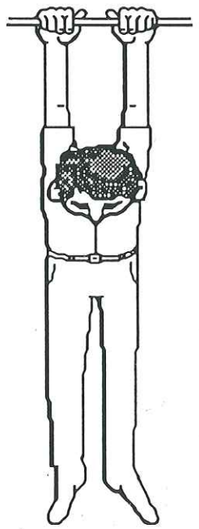
Toutefois, la phase de fluage tertiaire étant également observée sur des échantillons non-fissurés (aux contraintes inférieures à 2 MPa), cette explication ne paraît pas suffisante. La recristallisation dynamique, qui consiste en la réorientation de certains grains (Duval et al., 1983) ou en la création de nouveaux grains mieux orientés pour la déformation, et que l'on observe expérimentalement (Duval, 1981) peut également expliquer l'augmentation de la vitesse de déformation observée en fluage tertiaire. C'est d'ailleurs ce phénomène qui se produit dans la couche basale des glaciers tempérés et qui explique la formation de fabriques à plusieurs maxima dans cette glace.

Cependant, lorsque la contrainte appliquée est insuffisante pour être à l'origine de la microfissuration du matériau, une valeur critique de la déformation (environ 1%) doit être atteinte avant que le fluage tertiaire ne commence. Lors de la déformation, le champ de contraintes cesse d'être uniforme à l'échelle du grain : les minimas se situent aux grains favorablement orientés pour le glissement basal et les maximas aux grains moins bien orientés. C'est aux environs de ces pics de contrainte interne (qui peuvent être égaux à plusieurs fois la contrainte appliquée) qu'une microfissuration ou qu'une recristallisation dynamique doit se produire (Duval et al., 1983).

En conclusion, le fluage tertiaire de la glace entre -30°C et -10°C peut être dû à la microfissuration (aux contraintes élevées) ou à la recristallisation dynamique (aux contraintes plus faibles) ou à une combinaison des deux, mais ce domaine est encore mal connu.

CHAPITRE II

Les modèles de déformation transitoire existants



Notations

Nous désignons par A un scalaire, par $\underline{A}$ un vecteur de composantes A_i et par $\underline{\underline{A}}$ un tenseur du second ordre de composantes A_{ij}.

Opérateurs :

$\dot{A}$: dérivée temporelle de A (= dA/dt)

$\langle A \rangle$: partie positive de A : $\langle A \rangle = A$ si $A>0$ et $\langle A \rangle = 0$ si $A \leq 0$

A:B : double produit contracté de A par B, $A:B = \sum_{ij} A_{ij}.B_{ij}$

J_2 : deuxième invariant du tenseur $\underline{\underline{A}}$ défini par : $J_2(\underline{\underline{A}}) = \sqrt{\frac{3}{2}\sum_{ij} A_{ij}.A_{ij}}$.

$f \otimes g$: produit de convolution des fonctions f et g défini par :

$$f \otimes g(t) = \int_0^t f(t-\tau)\, g(\tau)\, d\tau$$

Symboles :

E : module d'élasticité instantanée (ou module d'Young)

$\overline{K}$: coefficient de la loi de Glen

n : exposant de la loi de Glen

p : déformation plastique cumulée

r : variable d'écrouissage isotrope

R : contrainte interne isotrope (force associée à r)

t : temps

T : température absolue

$\underline{\underline{X}}$: contrainte interne cinématique (force associée à $\underline{\underline{\alpha}}$)

$\underline{\underline{\alpha}}$: variable d'écrouissage cinématique

$\underline{\underline{\varepsilon}}$: tenseur des déformations

$\underline{\underline{\varepsilon}}_e$: tenseur des déformations élastiques

$\underline{\underline{\varepsilon}}_p$: tenseur des déformations viscoplastiques

$\underline{\underline{\varepsilon}}_t$: tenseur des déformations transitoires

$\underline{\underline{\varepsilon}}_v$: tenseur des déformations données par la loi de Glen (déformations irréversibles)

ρ : masse volumique

$\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes

$\underline{\underline{\sigma'}}$: tenseur déviateur des contraintes

φ : potentiel de dissipation

φ^* : potentiel dual

ψ : énergie libre spécifique

Dans le cas particulier d'une sollicitation uniaxiale, nous appellerons σ la contrainte nominale, ε la déformation macroscopique, ε_e la déformation élastique, ε_p la déformation viscoplastique, ε_t la déformation transitoire et ε_v la déformation permanente.

II.1- Importance de l'étude du fluage transitoire

II.1.1- Définition

Dans l'appellation de transitoire, nous entendons ici la phase de la déformation du matériau qui précède l'établissement d'un régime permanent, ou plutôt l'atteinte d'une vitesse minimum (ou d'un pic de contrainte) car un régime permanent n'est jamais réellement établi (cf Ch I, §2.3.2). Dans ce cadre, le fluage primaire (cf Ch I, §2.3.1) est inclus dans le fluage transitoire.

Si $\underline{\underline{\varepsilon}}$ désigne la déformation totale du matériau, $\underline{\underline{\varepsilon}}_e$ la déformation élastique et $\underline{\underline{\varepsilon}}_v$ la déformation donnée par la loi de Glen (permanente), la déformation transitoire $\underline{\underline{\varepsilon}}_t$ est définie par : $\underline{\underline{\varepsilon}}_t = \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_e - \underline{\underline{\varepsilon}}_v$.

En pratique, toute variation de la charge appliquée donne lieu à un régime transitoire.

II.1.2- Historique

Lors de ses débuts, la glaciologie s'est naturellement intéressée aux glaciers et aux calottes polaires. L'un des objectifs est alors de modéliser l'écoulement de ces glaces où les vitesses de déformation sont très faibles (de l'ordre de 10^{-6} s^{-1}), les effets transitoires peuvent donc être négligés. Dès 1955 Glen propose la loi puissance que nous avons présentée précédemment (cf Ch I, §2.3.2) et valable pour le fluage secondaire qui a satisfait bon nombre de modélisateurs.

Ainsi, l'étude du fluage transitoire, qui trouve principalement des applications directes en génie civil où les vitesses de déformation sont nettement plus élevées (de l'ordre de 10^{-2} s^{-1}), a été laissée de côté pendant de longues années et il a fallu attendre 1976 pour que paraissent les premiers articles sur ce sujet : "Lois du fluage transitoire ou permanent de la glace polycristalline pour divers états de contrainte" (Duval, 1976) ou encore "Creep theory for a floating ice sheet" (Nevel, 1976). Dans ce dernier article, l'attention de l'auteur s'est surtout portée sur la résolution de problèmes pratiques concernant le fluage des plaques de glace supportant de lourdes charges pendant de longues périodes (exploitation pétrolière off-shore, routes et aéroports sur la glace, ...). L'approche adoptée a été de reproduire le fluage du matériau par des modèles visco-élastiques simples; en l'occurence, l'auteur a choisi un modèle de Maxwell et un modèle de Kelvin-Voigt en série.

Cependant, le fluage transitoire n'a pas que des applications en glaciologie. Weertman (in Lliboutry, 1987, p424) pense que le fluage transitoire intervient dans le manteau inférieur pendant le relèvement glacio-isostatique, alors qu'il a disparu dans le phénomène de convection du manteau. Cela expliquerait pourquoi la viscosité du manteau inférieur calculée à partir de l'isostasie est plus faible que celle

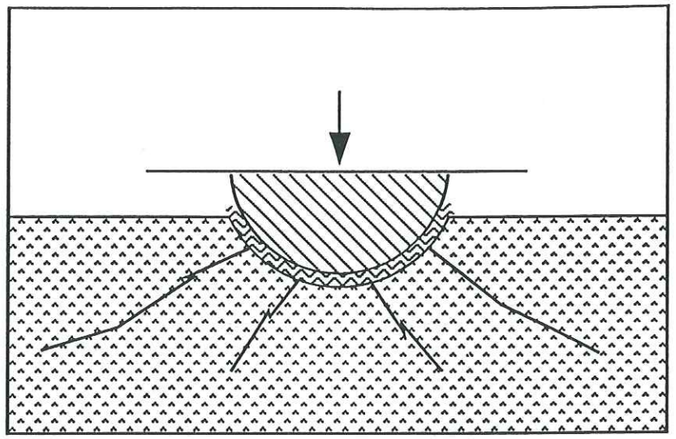


Fig II-1 : pénétration d'un indenteur dans un massif de glace - formation de la glace broyée.

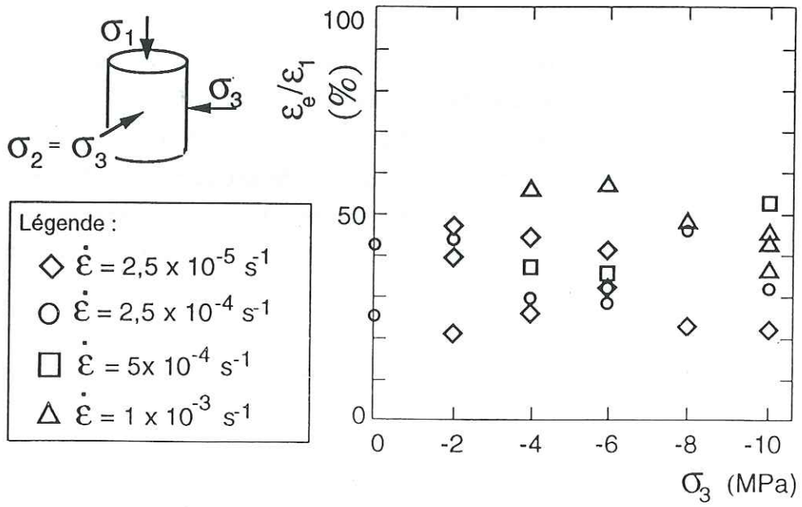


Fig II-2 : rapport de la déformation à la première fissure à la déformation élastique instantanée théorique correspondante pour différents essais d'écrouissage (et pour diverses tailles de grain) (d'après les expériences de Kalifa, 1988, compilées par Meyssonnier, comm. pers.).

calculée à partir des anomalies du géoïde. En métallurgie, des travaux similaires aux nôtres ont été entrepris (White, Bronkhorst et Anand, 1990, par exemple) afin de mieux appréhender les problèmes de fatigue et d'améliorer les calculs de structure (Santaoja, 1991).

II.1.3- Objectif

En ce qui nous concerne, l'objectif à long terme est de modéliser le comportement de la glace endommagée qui se forme, par exemple, lors de la pénétration d'un indenteur dans un massif de glace (cf Fig II-1). En effet, la hausse du baril de pétrole au cours de ces vingt dernières années a relancé l'idée de construire des plates-formes de forage dans l'Arctique et cela a donné un nouvel essor aux programmes d'études glaciologiques orientées vers le génie civil. En effet de nombreux problèmes peuvent se poser lors d'un tel type d'exploitation pétrolière: interaction navire/glace de mer ou plate-forme/iceberg.

Or, la modélisation du comportement du matériau endommagé qui intervient dans les calculs de structure passe nécessairement par celle du matériau non-endommagé et ceci pour plusieurs raisons.

D'une part, la compréhension du fluage transitoire de la glace nous apporte une connaissance approfondie du matériau. En effet, comme nous l'avons brièvement évoqué au chapitre précédent (cf Ch I, §1.2 et 2.2), des mécanismes essentiels de la déformation se mettent en place lors du fluage primaire. Les dislocations, qui prennent naissance et glissent dans les plans de base de chaque cristal, ont tendance à former des empilements aux joints de grains en raison de l'incompatibilité des déformations entre grains. Et de nombreux auteurs ayant étudié la nucléation de fissures dans la glace (Gold, 1972; Cole, 1989; Kalifa, 1988) considèrent que ces empilements sont responsables de l'initiation des microfissures. D'ailleurs, Kalifa (1988) a noté que, dans le cas de la glace équiaxe, la "déformation élastique retardée" tient une large part dans la déformation à la première fissure, comme l'illustre la figure II-2. Ainsi, les mécanismes physiques responsables de la microfissuration du matériau se produisent également lors des phases transitoires de la déformation.

D'autre part, la démarche adoptée afin de déterminer la loi de comportement du matériau endommagé consiste généralement à prendre celle développée pour le matériau non-endommagé, et à introduire une variable d'endommagement qui agit sur les paramètres du modèle initial (comme le module d'élasticité instantané par exemple). La contrainte nominale est remplacée par une contrainte effective qui tient compte du fait que la charge appliquée sur les grains non fissurés est supérieure à celle exercée sur les grains fissurés. La validation d'une loi de comportement du

matériau non-fissuré est donc une étape indispensable à la modélisation de l'endommagement.

On conçoit bien en fin de compte l'importance de l'étude du régime transitoire de la glace dans le domaine ductile-fragile. D'un point de vue théorique, quelques auteurs (Sinha, 1979; Le Gac et Duval, 1980; Lliboutry, 1987 et Shyam Sunder et Wu, 1989a-b) ont tenté de formuler une loi de comportement adaptée au régime transitoire de la glace, tandis que d'un point de vue expérimental, les travaux sont plus rares (Brill et Camp, 1961; Sinha, 1978a; Le Gac, 1980).

II.2- Modèles phénoménologiques

II.2.1- Modèle de Sinha (1979)

II.2.1.1- Bases physiques

Sinha (1978b) a analysé la structure microscopique de la glace polycristalline après divers essais de fluage et de recouvrances. Au début du fluage, il ne semble pas y avoir de changement de la structure de la glace. Puis, quand la déformation devient plus importante (l'auteur ne donne pas de limite précise), il observe des plissements aux joints de grains associés à des plans de glissement dans les cristaux, des migrations de joints de grains, des empilements de dislocations, l'apparition de sous-structures dans la distribution des dislocations ainsi que des cavités et des fissures le long des frontières des grains et aux points triples (point de rencontre de trois cristaux). Ces observations ajoutées au fait que les matériaux à petits grains présentent une déformation recouvrée plus importante que les matériaux à gros grains (Garofalo 1965, in Sinha 1979) et que les monocristaux montrent une déformation recouvrée quasi-nulle (Brill et Camp, 1961 in Sinha 1979) ont conduit Sinha (1979) à poser que la déformation élastique différée est proportionnelle à la déformation dûe au glissement aux joints de grains (cette relation n'a pas été démontrée). Le glissement aux joints de grains serait contrôlé par l'interaction entre les joints de grains, l'accomodation aux points triples, la déformation et le ré-arrangement des grains (Sinha, 1978c). Selon Sinha (1979), la déformation transitoire est entièrement recouvrable et inversement proportionnelle à la taille de grains. Il attribue également l'origine de la microfissuration intergranulaire qui se produit au niveau des joints et des points triples au glissement aux joints de grains (Sinha, 1984).

II.2.1.2- Equations du modèle

L'auteur a réalisé des expériences à vitesse imposée sur de la glace columnaire. La déformation totale est décomposée en 3 termes :

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_t + \varepsilon_v$$

avec ε_e: déformation élastique, ε_t: déformation transitoire et ε_v: déformation donnée par la loi de Glen (permanente). Chacun de ces termes s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \varepsilon_e &= \sigma/E \\ \varepsilon_t &= c_1 \left(\frac{d_1}{d}\right)\left(\frac{\sigma}{E}\right)^s \left\{1-\exp\left[-(a_T\, t)^b\right]\right\} \\ \varepsilon_v &= \overline{K}\, \sigma^n\, t \end{aligned} \qquad \text{(II.1)}$$

avec : d_1: unité de diamètre des grains de dimension d et a_T, b, c_1,s et n constantes du modèle.

Chaque expérience, d'une durée totale de 10 minutes environ, consistait en une phase d'écrouissage suivie par une recouvrance. La déformation permanente ε_v est alors très faible, de l'ordre de quelques pourcents de la somme $\varepsilon_e + \varepsilon_t$ (Sinha, 1978a).

Pour ajuster les courbes expérimentales, Sinha (1979) a adopté le jeu de paramètres suivant :

E=9500 MPa;

a_T=2,5.10^{-4} s^{-1} à T=-10°C;

c_1=9;

d_1=1 mm;

s=1;

n=3;

b=0,34≈1/n;

$\overline{K}$=1,76.10^{-7} MPa^{-3}.s^{-1}.

II.2.1.3- Equation modifiée

Sinha (1979) a proposé le modèle précédent (§ 2.1.2) pour rendre compte de très petites déformations qui sont entièrement recouvrées après une décharge. Ashby et Duval (1985) ont proposé une modification de l'expression de la déformation transitoire ε_t donnée originellement par Sinha (1979) afin de reproduire les données de fluage de Jacka (1984) mises sous une forme adimensionnelle. Les essais de Jacka sont de longue durée (plusieurs heures) et les déformations obtenues en fin de fluage sont importantes (voisines de 1%). Ces essais n'ont pas été poursuivis par des décharges.

Avec s=1 et b=1/n, l'équation (II.1) s'écrit :

$$\varepsilon_t = A\left(\frac{\sigma}{E}\right)\left\{1-\exp\left[-\left(\frac{C\,\dot{\varepsilon}_{min}\,t}{\sigma/E}\right)^{1/n}\right]\right\}$$

C'est à cette forme que nous ferons allusion par la suite en mentionnant le modèle de Sinha. Les valeurs des paramètres trouvées par Ashby et Duval (1985) pour ajuster les données de Jacka sont :

A=70, C=1,6.10^{-2} et n=3.

II.2.2- Modèle de Lliboutry (1987)

Lliboutry (1987) a proposé un modèle qui s'applique dans le cas d'un chargement simple (torsion ou compression uniaxiale).

II.2.2.1- Bases physiques

La déformation est séparée en deux parties : $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ où ε_1 est une déformation non-recouvrable engendrée par le mouvement des dislocations dans les cristaux et ε_2 est une déformation recouvrable, sensible à tout changement de la contrainte appliquée et dûe aux mouvements des dislocations dans les joints de grains (mouvements assimilables à de microglissements). Dans ce contexte, ε_1 est indépendant de la taille des grains, mais pas ε_2.

Cependant, tout changement de la contrainte appliquée reste virtuel tant qu'un buffer de déformation ε^* n'a pas atteint l'une de ses bornes $\pm\,\varepsilon_c$. Tant que des dislocations de signe opposé s'empilent aux joints de grains, elles s'annihilent et il en résulte une vitesse de déformation nulle. Cette hypothèse est introduite ici pour expliquer les phases d'hésitation au fluage que l'on observe lors du fluage de la glace polycristalline et mises en évidence par Le Gac (1980) (cf Ch IV, §1.2).

Lors d'une décharge totale, le glissement aux joints de grains, qui dissipe l'énergie élastique emmagasinée dans les empilements de dislocations, explique la déformation recouvrée. Celle-ci peut être approchée par une loi logarithmique.

II.2.2.2- Equations du modèle

Les équations du modèle de Lliboutry (dans le cas de la compression uniaxiale) sont :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

avec :

$$\dot{\varepsilon}_1 = \overline{K}\,\sigma^3\left(1+\frac{\sigma^2}{\beta^2\,\varepsilon_1^{\,2}}\right)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\dot{\sigma}}{h}\otimes f(t) \qquad \text{(II.2)}$$

où β et h sont des paramètres à ajuster.

ε_1 est un fluage non-recouvrable (transitoire et permanent). Lorsque la déformation ε augmente, ε_1 tend progressivement vers la vitesse de fluage en secondaire donnée par la loi de Glen (cf Ch I, § 2.3.2).

ε_2 est un fluage recouvrable. f est de forme logarithmique à la décharge :

$$f(t) = \frac{\sigma}{h}\,\frac{\ln\left(1+\frac{t}{t_1}\right)}{\ln\left(1+\frac{t_M}{t_1}\right)}$$

où : h et t_1 sont des paramètres à ajuster, t_M est le temps écoulé depuis le début de la décharge (ou perturbation de charge) jusqu'à la fin des mesures, et t le temps courant en décharge.

A la charge, l'expression de f n'est pas explicitée. La déformation ε_2 est rapidement masquée par ε_1 qui devient plus importante: f(t) tend rapidement vers 1 et ε_2 vers $\Delta\sigma/h$.

De plus :

$$\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon}^* \quad \text{et} \quad \dot{\varepsilon} = 0 \quad \text{si}\,|\varepsilon^*| < \varepsilon_c$$

$$\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon} \quad \text{et} \quad \dot{\varepsilon}^* = 0 \quad \text{si}\,|\varepsilon^*| = \varepsilon_c$$

Remarquons que l'on trouve écrit $\dot{\varepsilon}_2$ et non ε_2 dans l'équation (II.2) in Lliboutry (1987), page 441, ce qui doit être une erreur de frappe. (Signalons également au passage deux autres erreurs dans le texte du paragraphe traitant de ce modèle : il faut lire $\Delta\tau > 2\,h\,\gamma_c$ et non $\Delta t > 2\,h\,\gamma_c$ à la 17ème ligne de la page 442, et $2\,h\,\gamma_c$ et non $2\,h/\gamma_c$ à la 23ème ligne de cette même page).

II.3- Modèles de comportement

Les modèles présentés ci-après tentent de décrire l'état du matériau en introduisant des variables internes dans la formulation des lois de comportement. Cette approche se fonde sur les mécanismes physiques qui interviennent lors de la déformation du matériau et elle fait appel à la thermodynamique pour l'écriture mathématique multidimensionnelle des équations.

Nous développerons ici les modèles de Le Gac et Duval (1980) et de Shyam Sunder et Wu (1989a-b).

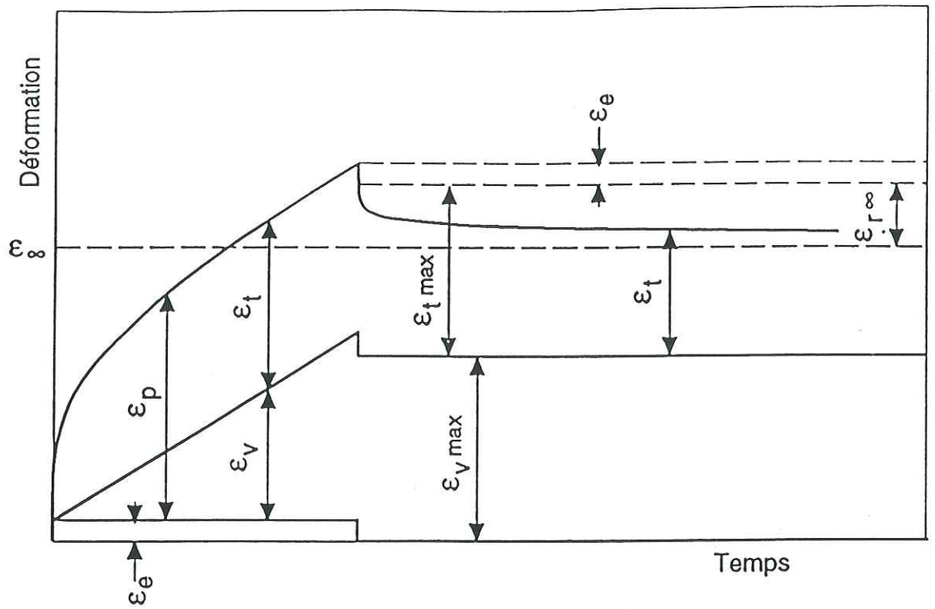


Fig II-3 : partition de la déformation et notations utilisées pour l'expérience de charge/décharge totale en compression uniaxiale (Meyssonnier et al, 1990).

Présente notation	$\underline{\underline{X}}$	R	$\overline{K}$	K	A
Le Gac et Duval	$\underline{\underline{S}}$	$\sqrt{3}\,\sigma^*$	B/9	B'/9	α/9 h
S. Sunder et Wu	$\underline{\underline{R}}$	B	$\dot{\varepsilon}_0/V^n$		AE

Présente notation	B	C	H	$k=\left(\frac{\overline{K}}{A}\right)^{1/n}$	$k'=\left(\frac{\overline{K}}{B}\right)^{1/n}$
Le Gac et Duval	α'/9h'	3h	3h'	k	k' (1-k)
S. Sunder et Wu			HE		

Table II-1 : Correspondance entre les notations de Le Gac et Duval (1980) et Shyam Sunder et Wu (1989) avec les notations et conventions de Lemaître et Chaboche (1985)

II.3.1- Bases physiques

Comme nous l'avons vu précédemment (cf Ch I, §1.2), le monocristal de glace se déforme préférentiellement dans les plans de base. Dans un polycristal, ceci va engendrer des incompatibilités de déformation entre grains, d'où l'existence d'un champ de contraintes internes (non uniforme) qui se développe lors du fluage primaire.

On parle alors d'écrouissage :

- l'écrouissage cinématique est directionnel et dépend du sens de chargement. Il résulte principalement des incompatibilités de déformation entre grains (Lemaître et Chaboche, 1985, p276) suite à la forte anisotropie plastique du monocristal de glace. L'effet Bauschinger, qui n'a pas été recherché ni donc observé dans la glace s'il existe, mais qui a été observé sur d'autres matériaux comme les métaux, consiste en un écrouissage directionnel : après une sollicitation en tension, le matériau est écroui dans cette direction mais il s'est adoucit en compression.

- l'écrouissage isotrope est le même dans toutes les directions. Il résulte de l'interaction à courte distance entre les dislocations, entre plans parallèles ("Taylor hardening") et sécants ("forest hardening"), et des dislocations mobiles et des réseaux de dislocations qui forment des sous joints ("cell walls").

II.3.2- Bases thermodynamiques

Nous emploierons dans la suite les notations et conventions de Lemaître et Chaboche (1985). La correspondance avec les notations des auteurs des deux modèles étudiés est fournie dans la table II-1.

Notre analyse se place dans l'hypothèse des petites déformations. Ainsi, nous pouvons séparer la déformation totale en une déformation élastique et une déformation visco-plastique de la manière suivante :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}_e + \underline{\underline{\varepsilon}}_p$$

La déformation visco-plastique $\underline{\underline{\varepsilon}}_p$ peut se décomposer en une partie transitoire $\underline{\underline{\varepsilon}}_t$ et une partie permanente $\underline{\underline{\varepsilon}}_v$, déformation irréversible donnée par la loi de Glen :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_p = \underline{\underline{\varepsilon}}_t + \underline{\underline{\varepsilon}}_v \qquad \text{(II.3)}$$

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v = \frac{3}{2}\,\overline{K}(T)\,J_2(\underline{\underline{\sigma}})^{n-1}\,\underline{\underline{\sigma}}' \qquad \text{(loi de Glen)} \qquad \text{(II.4)}$$

La figure II-3 illustre sur une courbe de fluage type suivie d'une décharge, les principales notations utilisées.

Les variables internes des modèles sont, outre la déformation viscoplastique $\underline{\underline{\varepsilon}}_p$ celles qui décrivent l'écrouissage cinématique et isotrope notées $\underline{\underline{\sigma}}$ et r.

ψ désignant l'énergie libre spécifique et ρ la masse volumique, les forces thermodynamiques associées sont les contraintes internes directionnelle $\underline{\underline{X}} = \rho\partial\psi/\partial\underline{\underline{\alpha}}$ et isotrope $R=\rho\partial\psi/\partial r$.

II.3.3- Modèle de Le Gac et Duval (1980)

Le potentiel de dissipation est décomposé en une partie écoulement et une partie restauration selon $\varphi^* = \varphi_p^*(\underline{\underline{\sigma}},\underline{\underline{X}},R) + \varphi_r^*(\underline{\underline{X}},R)$ avec :

$$\varphi_p^* = \frac{K}{n+1}\left\langle J_2(\underline{\underline{\sigma}}-\underline{\underline{X}}) - R\right\rangle^{n+1} \quad \text{avec} \quad \langle x\rangle = x \text{ si } x>0, \quad \langle x\rangle = 0 \text{ si } x \le 0$$

$$\varphi_r^* = \frac{A}{m+1} J_2(\underline{\underline{X}})^{m+1} + \frac{B}{q+1} R^{q+1}$$

et l'énergie libre est écrite sous la forme :

$$\rho\psi = \rho\psi_e(\underline{\underline{\varepsilon}}_e, T) + (C/3)\,\underline{\underline{\alpha}}:\underline{\underline{\alpha}} + (H/2)\,r^2$$

K,A,B,C,H sont des constantes positives qui peuvent dépendre de la température ou d'autres facteurs structuraux tels que la taille des grains, la densité, etc ...

Dans l'hypothèse de l'existence d'un potentiel de dissipation s'exprimant comme une fonction à valeur scalaire continue, convexe, positive et nulle à l'origine dans l'espace des variables flux $\underline{\underline{\sigma}}$, $\underline{\underline{X}}$ et R, la propriété de normalité (ou dissipativité normale) s'exprime par :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \frac{\partial\varphi^*}{\partial\underline{\underline{\sigma}}} \qquad \dot{\underline{\underline{\alpha}}} = -\frac{\partial\varphi^*}{\partial\underline{\underline{X}}} \qquad \dot{r} = -\frac{\partial\varphi^*}{\partial R}$$

Les matériaux standards généralisés sont ceux pour lesquels cette règle s'applique (Lemaître et Chaboche, 1985, p63).

Les équations du modèle sont donc les suivantes :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \frac{3}{2}\dot{p}\,\frac{\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}-\underline{\underline{X}})}$$

$$\dot{p} = K\left\langle J_2(\underline{\underline{\sigma}}-\underline{\underline{X}}) - R\right\rangle^n \qquad \text{(II.5)}$$

$$\dot{\underline{\underline{X}}} = C\left(\frac{2}{3}\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p - A\,\underline{\underline{X}}\,J_2(\underline{\underline{X}})^{m-1}\right)$$

$$\dot{R} = H\left(\dot{p} - B\,R^q\right)$$

En état de régime permanent, la vérification simultanée de la loi de Glen (II.4) et du système (II.5) avec $\dot{\underline{\underline{X}}} = 0$ et $\dot{R} = 0$ impose les relations suivantes entre les paramètres :

$$m = q = n$$

$$\overline{K}^{-1/n} = K^{-1/n} + A^{-1/n} + B^{-1/n}$$

$$\overline{\underline{\underline{X}}} = \left(\frac{\overline{K}}{A}\right)^{1/n} \underline{\underline{\sigma}}'$$

$$\overline{R} = \left(\frac{\overline{K}}{A}\right)^{1/n} J_2(\underline{\underline{\sigma}})$$

où $\overline{\underline{\underline{X}}}$ et $\overline{R}$ sont les valeurs de $\underline{\underline{X}}$ et R en régime permanent.

(le calcul est détaillé dans l'annexe II-1).

Le modèle de Le Gac et Duval dépend donc de six paramètres : $\overline{K}$, n, A, B, C et H.

Ce modèle est potentiellement capable de décrire :

- l'obtention du stade de fluage permanent
- la recouvrance de déformation consécutive à une décharge
- les périodes d'hésitation au fluage grâce aux termes de restauration dans les expressions de $\dot{\underline{\underline{X}}}$ et $\dot{R}$.

II.3.4- Modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b)

Shyam Sunder et Wu (1989b) adoptent un potentiel viscoplastique décomposé selon $\varphi^* = \varphi_t^* + \varphi_v^*$ où φ_v^* est le potentiel correspondant à l'écoulement en régime permanent soit :

$$\varphi_v^* = \frac{\overline{K}}{n+1} J_2(\underline{\underline{\sigma}})^{n+1}$$

et φ_t^* regroupe les effets transitoires par l'intermédiaire de deux contraintes internes $\underline{\underline{X}}$ et R :

$$\varphi_t^* = \frac{\overline{K}}{n+1}\,\frac{J_2(\underline{\underline{\sigma}}-\underline{\underline{X}})^{n+1}}{R^n} \qquad \text{(Il est implicitement supposé R>0).}$$

La vitesse de déformation viscoplastique est donnée par :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \frac{\partial\varphi_v^*}{\partial\underline{\underline{\sigma}}} + \frac{\partial\varphi_t^*}{\partial\underline{\underline{\sigma}}} = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v + \frac{\partial\varphi_t^*}{\partial\underline{\underline{\sigma}}} = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v - \frac{\partial\varphi_t^*}{\partial\underline{\underline{X}}} = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v + \dot{\underline{\underline{\alpha}}}$$

ce qui d'après (II.3) identifie $\dot{\underline{\underline{\alpha}}}$ à la vitesse de déformation transitoire $\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_t$.

La contrainte interne directionnelle est déduite de l'expression du potentiel thermodynamique pris sous la forme : $\rho\psi = \rho\psi_e(\underline{\underline{\varepsilon}}_e, T) + (A/3)\,\underline{\underline{\alpha}}:\underline{\underline{\alpha}} + g(r)$ où A est une constante positive et la fonction g(r) est explicitée dans l'annexe II-2.

Après application de la règle de normalité, le modèle est défini par le système :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v + \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_t$$

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v = \frac{3}{2}\overline{K}\,J_2(\underline{\underline{\sigma}})^{n-1}\underline{\underline{\sigma}}'$$

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_t = \frac{3}{2}\overline{K}\left(\frac{J_2(\underline{\underline{\sigma}}-\underline{\underline{X}})}{R}\right)^n \frac{\underline{\underline{\sigma}}'-\underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}-\underline{\underline{X}})} \qquad \text{(II.6)}$$

$$\underline{\underline{X}} = \frac{2}{3}A\,\underline{\underline{\varepsilon}}_t$$

$$\dot{R} = \frac{2}{3}\frac{H}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}-\underline{\underline{X}})}J_2(\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_t)$$

Ce modèle dépend de 5 paramètres : $\overline{K}$, n, A, H et R_0 (valeur de R à t=0).

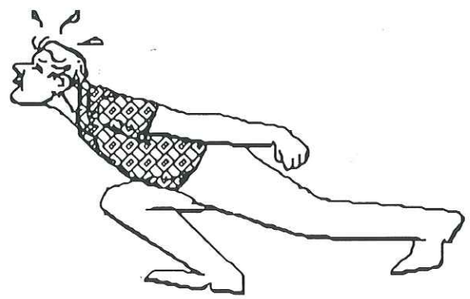
En posant $R=R_0>0$ pour un échantillon vierge, la dernière équation de (II.6) permet la vérification de la condition R>0. Cette formulation permet la vérification du second principe de la thermodynamique (cf Annexe II-2).

Le trait essentiel de ce modèle est que la déformation transitoire $\underline{\underline{\varepsilon}}_t = \underline{\underline{\varepsilon}}_p - \underline{\underline{\varepsilon}}_v$ est totalement recouvrable.

Après avoir brièvement présenté le matériau et les lois proposées à ce jour pour reproduire son comportement mécanique, nous allons maintenant exposer la partie expérimentale du travail au cours des deux chapitres suivants.

CHAPITRE III

Méthode expérimentale



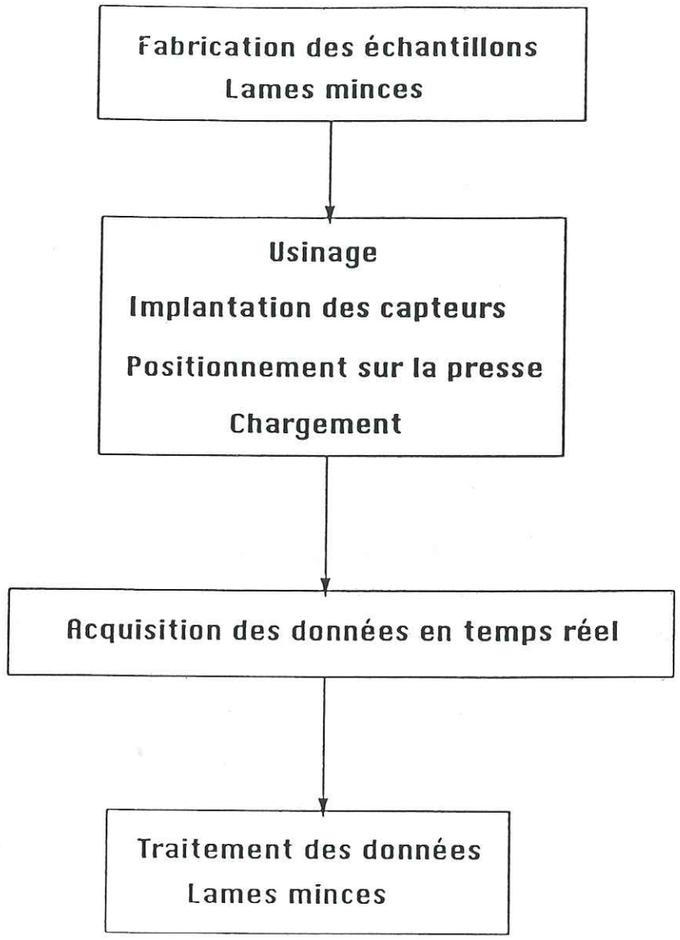


Fig III-1: Schéma de la procédure expérimentale

La description de la procédure expérimentale adoptée est nécessaire à double titre.

D'une part elle indique au lecteur la manière dont nous sommes parvenus à obtenir les résultats qui seront exposés au chapitre suivant.

D'autre part, elle doit susciter la critique chez un expérimentateur averti qui, en émettant des remarques constructives, peut contribuer à l'amélioration de la méthode.

Une expérience mécanique sur la glace peut se décomposer en différentes phases: un travail préparatoire qui consiste à fabriquer la glace artificielle, l'usinage de l'échantillon, l'implantation des capteurs de déplacement, le positionnement sur la presse, la mise en charge, l'acquisition des données et enfin le traitement des données numériques (cf Fig III-1).

III.1- Fabrication des échantillons

Lors d'un workshop organisé par la Commission Internationale sur la Neige et la Glace, les participants ont souligné le rôle primordial tenu par la qualité du matériau utilisé dans les mesures des propriétés mécaniques de la glace, et encouragé les expérimentateurs à préciser rigoureusement les méthodes expérimentales utilisées (Hooke et al, 1980).

III.1.1- Propriétés des échantillons artificiels

Les qualités requises pour l'échantillon sont, d'après Hawkes et Mellor (1972) et Cole (1979) :

- une taille de grain fixée et suffisante pour évaluer les propriétés macroscopiques de l'échantillon (c'est à dire un rapport diamètre de l'échantillon sur diamètre moyen des grains supérieur à 10);
- une isotropie des axes C;
- une faible porosité;
- une bonne reproductibilité;
- une bonne homogénéité.

III.1.2- Méthode de fabrication des échantillons

Depuis quelques années une méthode de fabrication des échantillons, déjà décrite en partie par Le Gac (1980), a été adoptée au laboratoire.

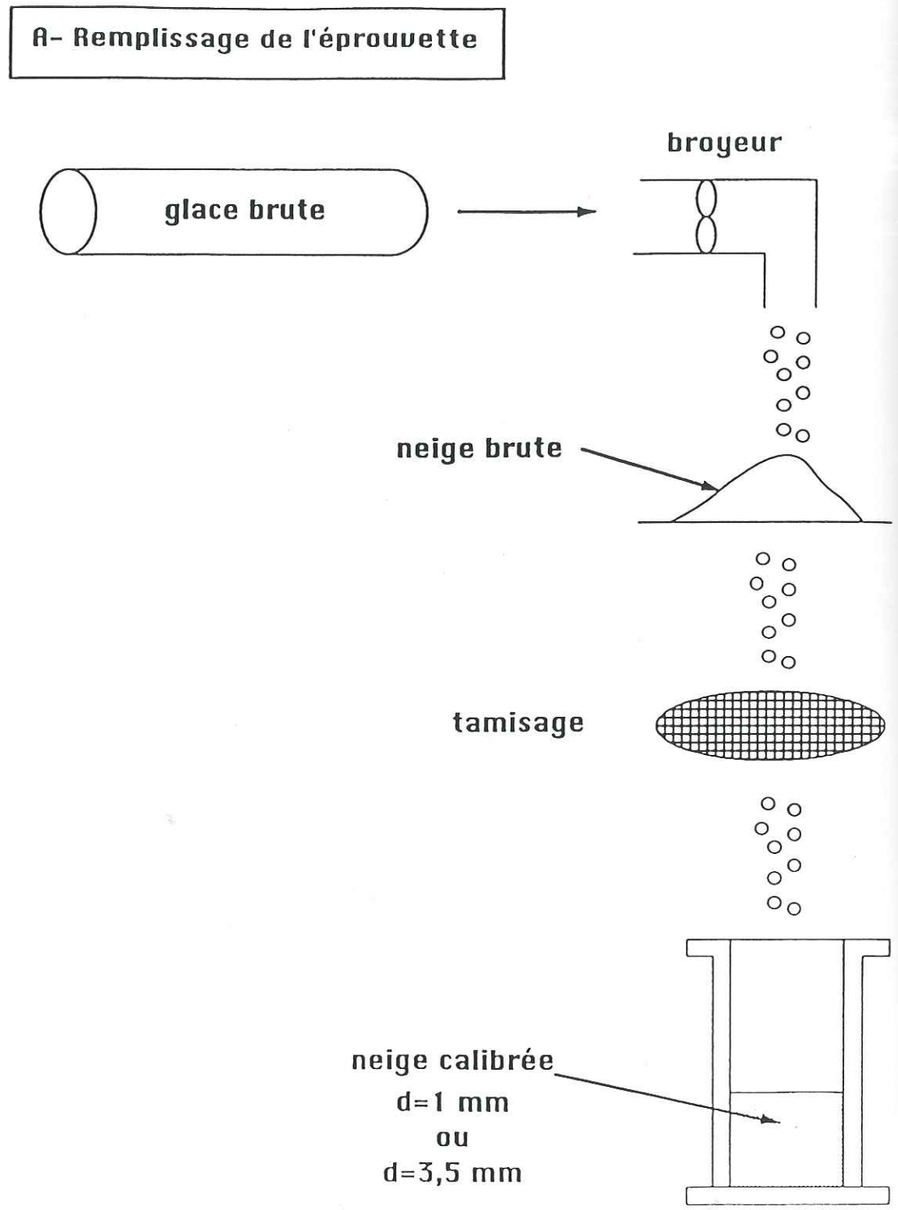


Fig III-2: Méthode de fabrication des échantillons de glace artificielle

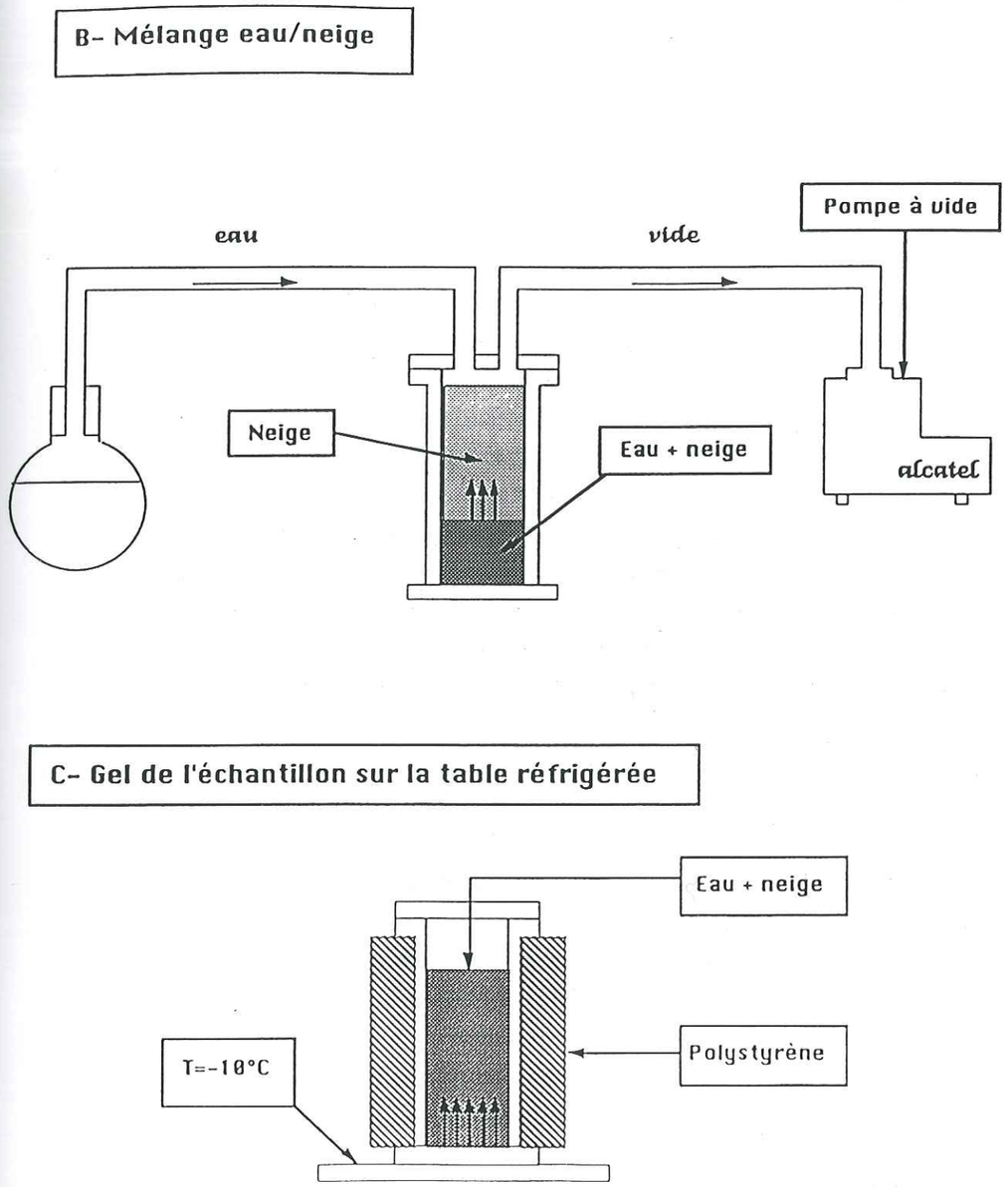


Fig III-2: Méthode de fabrication des échantillons de glace artificielle (suite).

III.1.2.1- Description

Des gaines plastiques sont remplies d'eau distillée et désionisée, et mises à geler en chambre froide à -10°C. Cette glace est ensuite découpée en petits morceaux à la scie à ruban puis réduite en neige à l'aide d'un broyeur à glace. La neige brute ainsi obtenue est tamisée afin d'obtenir de la neige calibrée, soit de 1mm (petits grains), soit de 3,5mm (gros grains) (cf Fig III-2, A).

Une bonbonne d'eau désionisée et distillée est portée à ébullition afin de la dégazer. Une fois fermée hermétiquement, elle est placée quelques heures dans une pièce à 0°C où elle s'équilibre à la température ambiante.

Une éprouvette remplie de cristaux calibrés est placée dans la chambre froide à 0°C. La bonbonne d'eau dégazée et la pompe à vide sont reliées au couvercle de l'éprouvette. Le vide (1 à 2 mbar) est maintenu pendant une heure environ. L'éprouvette étant saturée d'eau, le circuit de vide est brusquement ouvert afin de comprimer le mélange (cf Fig III-2, B).

Ensuite, l'éprouvette, dont le fond est métallique, est mise à geler sur une table réfrigérée à -10°C. Afin que la direction de gel soit verticale, son pourtour est isolé avec une coquille en polystyrène (cf Fig III-2, C). L'échantillon est complètement gelé au bout de 24h. Pour le démouler, il est placé une heure à température ambiante. Il dégèle d'abord sur les parois, ce qui permet d'extraire le bloc central.

L'échantillon est enfin stocké dans une cantine en chambre froide à -10°C. Il est utilisé en général dans les jours qui suivent (de 2 à 12 jours de stockage).

III.1.2.2- Propriétés des échantillons obtenus

Une lame mince des échantillons fabriqués permet de contrôler la taille des grains et l'isotropie des axes C. Compte-tenu des tailles de grains utilisées lors de nos essais (1mm et 3,5mm) et de la taille de nos échantillons (diamètre 60mm et hauteur 120mm), nous pouvons considérer que nous mesurons bien les propriétés macroscopiques de l'échantillon en s'affranchissant des effets locaux. Les grains étant répartis au hasard dans l'éprouvette lors du remplissage, les axes C sont orientés aléatoirement dans toutes les directions.

De plus, la glace n'a pratiquement pas de bulles. La densité (mesurée par Le Gac, 1980) est de 0.915±0.005 Mg/m^3, ce qui correspond aux valeurs obtenues par d'autres auteurs (Jacka et Lile, 1984; Mellor et Cole, 1982).

La reproductibilité et l'homogénéité de l'échantillon sont des notions plus subjectives. N'ayant pas constaté sur les lames minces de variations de qualité dans un même échantillon, nous pouvons considérer le matériau comme homogène. De plus, il ne semble pas y avoir de différence de structure d'un échantillon à l'autre, ce qui nous permet de supposer que la reproductibilité de la

glace artificielle obtenue est bonne. Cependant, comme nous le verrons par la suite (Ch IV, §2.1), il existe une importante dispersion expérimentale dans nos mesures et il n'est pas exclu que cela vienne d'un non-respect de ces conditions.

III.1.2.3- Discussion

Afin d'obtenir des échantillons reproductibles, l'important est de limiter le nombre de bulles dans l'échantillon. Le but poursuivi est donc de faire geler un mélange eau-glace sans bulles.

Cole (1979) a analysé les facteurs qui conduisent à la formation de bulles dans la glace lors du gel de l'eau. Pour limiter le nombre de bulles dans l'échantillon, il faut d'une part limiter le nombre de sites de nucléation de bulles et d'autre part limiter la quantité de gaz disponible au front de gel.

Au laboratoire comme ailleurs (Cole, 1979; Jacka et Lile, 1984), les ingrédients de base sont les mêmes : neige calibrée et eau désionisée et dégazée. Les différences majeures apparaissent lors de la procédure de vide adoptée.

Jacka et Lile (1984) adoptent une méthode mécanique : ils enlevent les bulles d'un mélange eau/neige à l'aide d'un agitateur avant de comprimer le tout par un piston. Cette méthode ne semble pas très efficace puisque, sur 150 échantillons fabriqués, la moitié seulement ne présentait ni bulles, ni fissures.

Cole (1979) a expérimenté deux techniques : un flux de CO_2 et un vide primaire.

La technique du flux de CO_2 consiste à purger les bulles d'air adsorbées à la surface des cristaux et à les remplacer par du CO_2. Celui-ci ayant une solubilité dans l'eau nettement plus élevée que celle de l'air, il disparaît facilement lorsque l'éprouvette de neige est saturée en eau.

Cependant, la méthode du vide primaire s'est révélée plus efficace et c'est également celle que nous utilisons au laboratoire.

Notre procédure présente de nombreux inconvénients et est largement perfectible. Tout d'abord, remarquons que Cole (1979) obtient des échantillons "optiquement clairs", ce qui n'est pas tout à fait notre cas (les échantillons sont opaques). Bien que la notion d'échantillon "clair" ou non soit plutôt subjective, nous pouvons penser que notre démarche souffre d'un certain nombre de défauts qui nuisent à la qualité du matériau obtenu.

Ainsi, comme le signalait Le Gac (1980), lors du remplissage du mélange eau-neige, une bonne stabilité de la température de la chambre froide est nécessaire afin que l'eau soit à 0°C et non pas à -1°C, auquel cas elle gèle dans le tuyau, ni à +1°C, car elle entraine alors la fonte des cristaux de neige. Mais si la chambre froide n'est pas utilisée pour d'autres usages ou si elle ne tombe pas en

panne (!), la température de la pièce bien réglée après quelques essais varie peu (± 0,2°C) et l'eau peut alors être considérée comme étant à la bonne température.

Par contre, deux autres défauts ne sont pas remédiés à l'heure actuelle. Le premier concerne le remplissage d'eau. En effet, il est important de pouvoir contrôler la montée de l'eau dans l'éprouvette afin qu'elle se répartisse dans les vides intercristallins. Cole (1979) adopte pour cela une vitesse de 0,1 mm/s. Quant à nous, le remplissage s'effectuant en renversant manuellement la bonbonne, la vitesse de remplissage serait plutôt de l'ordre de 1 cm/s.

Le second défaut est en rapport avec le gel de l'échantillon. Afin de limiter la quantité de gaz disponible au front de gel, il serait souhaitable de continuer à faire le vide lors de la prise en glace de l'échantillon. Avec la méthode adoptée, l'éprouvette n'est que partiellement isolée et elle gèle aussi par le haut, si bien que, outre le fait que les premiers centimètres de l'échantillon sont perdus, le gaz reste prisonnier dans l'échantillon et finit par former un front de bulles. Un remède simple serait de placer la table réfrigérée dans la chambre à 0°C tout en continuant à faire le vide.

Enfin, de manière générale la méthode n'est pas très rentable. Il faut en effet une journée complète de travail pour fabriquer deux échantillons contre 5h par échantillon dont une seule heure de manipulation humaine pour Cole (1979). En comptant les pertes à la fabrication, à l'usinage ou à la mise en charge, nous pouvons facilement multiplier par deux le temps effectif passé pour chaque échantillon, et il faut donc une journée de travail pour obtenir un échantillon qui servira à une expérience.

Un dispositif permettant de fabriquer six échantillons à la fois a été envisagé, mais le projet n'a pu être mené à bien faute de support technique suffisant.

III.2- Usinage

III.2.1- Description

L'usinage est effectué dans la même chambre que celle des expériences, soit à -10°C.

Pour faciliter le positionnement de l'échantillon sur la presse, nous collons sur sa base une rondelle métallique de centrage. Le collage est effectué en laissant fondre un film d'eau au contact de la rondelle préchauffée, puis en attendant son regel.

La rondelle de centrage est ensuite placée dans les mors du tour, ce qui permet d'usiner la forme cylindrique de l'échantillon ainsi que la face libre

restante. Au montage, la rondelle vient s'emboîter sur le plateau supérieur de la presse (cf §III.4). Cette méthode a également été adoptée par Jacka (1984).

Les dimensions finales de l'échantillon sont d'environ 60 à 70mm de diamètre pour 120 à 140mm de hauteur. La précision de l'usinage est de l'ordre de quelques centièmes de mm (mesure au comparateur).

III.2.2- Discussion

Quelques expérimentateurs (Cole, 1979; Jacka et Lile, 1984) utilisent des moules aux cotes des échantillons qu'ils utiliseront par la suite. L'usinage de l'échantillon est ainsi rendu inutile. De plus, afin de réduire les contraintes internes dûes au gel, ces auteurs fabriquent leurs échantillons à -10°C et les utilisent à -5°C, ce qui permet un recuit du matériau.

Pour notre part, nous utilisons des moules bon marché en plexiglas (donc avec une grande tolérance), ce qui rend un usinage nécessaire.

Celui-ci constitue un risque supplémentaire de "casse" pour l'échantillon. De plus, il est également susceptible d'induire des contraintes internes dans le matériau. Cependant, une comparaison des essais effectués tout de suite après l'usinage et quelques heures après (un recuit aurait alors eu le temps d'annihiler les effets parasites de l'usinage) n'ont pas montré de différences significatives. Nous pouvons donc estimer que les contraintes internes engendrées par l'usinage sont négligeables.

Par contre, il est important d'usiner le cylindre avec précision car un défaut d'usinage provoque un excentrement du point d'application de la charge. Hawkes et Mellor (1972) signalent qu'il faudrait se rapprocher pour les plateaux de la presse et les faces de l'échantillon d'une tolérance inférieure au 1/100ème. Toutefois, ces auteurs reconnaissent que ces cotes sont rarement atteintes en pratique, notamment pour la glace qui est un matériau fragile à l'usinage. Pour notre part, nous arrivons pour les plateaux et l'échantillon à une tolérance de 5/100ème (comme Mellor and Cole, 1982), ce qui nous parait satisfaisant (cf discussion sur le centrage au §4.2).

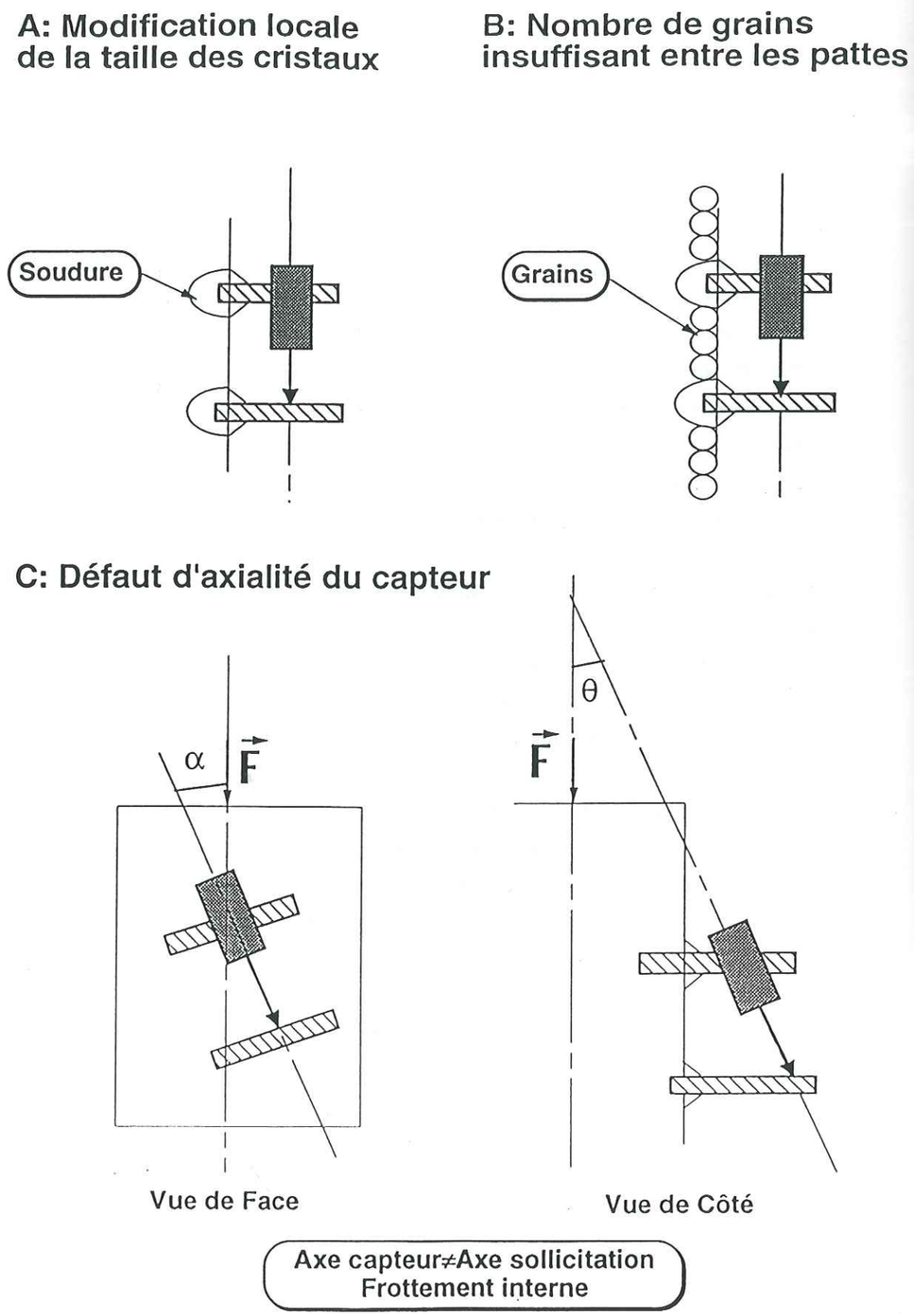


Fig III-3: Implantation des capteurs de déplacement

III.3- Implantation des capteurs

III.3.1- Description

Les capteurs de déformation utilisés sont de type LVDT (Linear Variable Differential Transformer Transducer). Ils sont fixés à l'échantillon par des supports légers (en dural).

Ces supports sont préalablement chauffés puis appliqués à la surface de l'échantillon. La glace fond alors localement puis regèle en quelques instants autour des pattes, assurant un ancrage des supports.

III.3.2- Discussion

Quelques auteurs (Le Gac, 1980; Mellor et Cole, 1982) mesurent la déformation entre les plateaux de la presse, voire même entre le plateau supérieur et le bâti (Jacka et Lile, 1984). Ces méthodes ont le gros désavantage d'intégrer dans la mesure les déformations parasites éventuelles de la machine et celles non-homogènes qui se produisent en tête d'échantillon. C'est pourquoi Sinha (1978a) notamment préconise une mesure de déformation par des capteurs directement montés sur l'échantillon.

Malheureusement, peu d'expérimentateurs utilisant cette dernière méthode ont décrit la manière dont ils procédaient afin de fixer les capteurs sur la glace. Peut-être est-ce parce que, comme la nôtre, leur méthode tenait plus du bricolage que de la procédure de laboratoire.

Pour notre part, nous pensons que la dispersion des mesures expérimentales (cf ChIV, §2.1) provient principalement du mode de fixation des supports, les capteurs eux-mêmes étant difficilement incriminables.

Tout d'abord, la glace de regel formée autour des pattes des supports peut modifier localement la taille des cristaux et perturber de façon notable la mesure de déformation (cf Fig III-3, A).

De plus, l'écartement des pattes étant voisin de 30 mm, et compte-tenu de la remarque précédente, le nombre de grains entre les pattes n'est peut-être pas suffisant pour avoir une mesure représentative de la déformation (notamment pour les gros grains de diamètre 3,5 mm) (cf Fig III-3, B).

Enfin, et c'est sans doute le principal problème, un défaut d'axialité du support peut engendrer une mauvaise mesure. En effet, il est important que les capteurs soient sollicités axialement afin que leur noyau interne puisse se déplacer librement dans le solénoïde. Pour cela, Sinha (1978a) effectuait plusieurs essais de parallélisme avant d'obtenir une bonne mesure (soit à ± 5%). En ce qui nous concerne, les supports sont ajustés "à l'oeil". L'axe interne du capteur peut alors

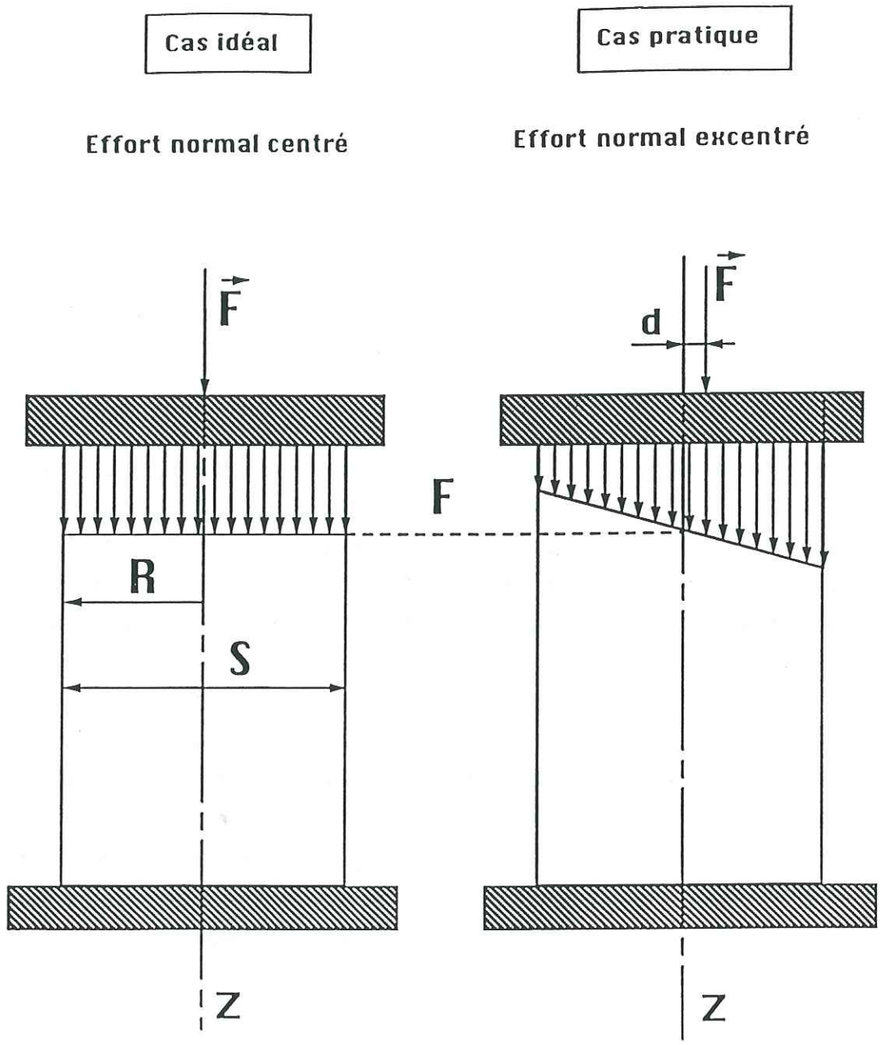


Fig III-4: Répartition des efforts sur l'échantillon

subir un frottement parasite qui perturbe la mesure de déformation. Cet effet serait plus important qu'une simple erreur géométrique qui n'introduit qu'un facteur correctif très proche de 1: si $\alpha = 3°$, $\cos \alpha = 0{,}9986$ (cf Fig III-3, C).

III.4- Installation sur la presse

III.4.1- Description

La difficulté de cette étape consiste à centrer l'échantillon par rapport à l'axe de compression.

Dans un premier temps, l'échantillon était simplement positionné sur la presse grâce à des repères visuels (fines rainures circulaires sur le plateau inférieur). Ce centrage s'est avéré être trop approximatif. Des essais en centrant l'échantillon au comparateur ne se sont pas non plus révélés concluants en raison de la complexité du montage à effectuer. (Pour être efficace, il aurait fallu intégrer un dispositif de centrage dès la conception de la presse).

Finalement, la méthode la plus simple et la plus efficace est sûrement de coller une rondelle de centrage sur l'échantillon avant l'usinage. Une fois ce dernier effectué et après implantation des supports de capteurs, la rondelle vient se placer exactement sur le plateau supérieur de la presse, assurant ainsi un centrage au 1/100ème de mm. Les incertitudes qui subsistent viennent de la précision de l'usinage de l'échantillon et du parallelisme des plateaux de la presse.

Divers autres auteurs ont adopté des méthodes semblables. Ainsi Hawkes et Mellor (1972) sur des essais de traction ont soudé des rondelles d'aluminium aux extrémités de l'échantillon, et Cole (1979) a inclus des rondelles dans le moule de fabrication de l'échantillon qui servent ensuite à placer l'ensemble dans les mors de la presse.

III.4.2- Discussion

Nous pouvons essayer d'estimer l'erreur sur la contrainte appliquée dûe à un excentrement du point d'application de l'effort avec l'axe de l'échantillon.

La figure III-4 représente la répartition des efforts à la surface de l'échantillon. Tout d'abord (à gauche) le cas où l'axe de l'échantillon et celui de l'application de l'effort coïncident et ensuite (à droite) le cas où ces deux axes sont légèrement décalés.

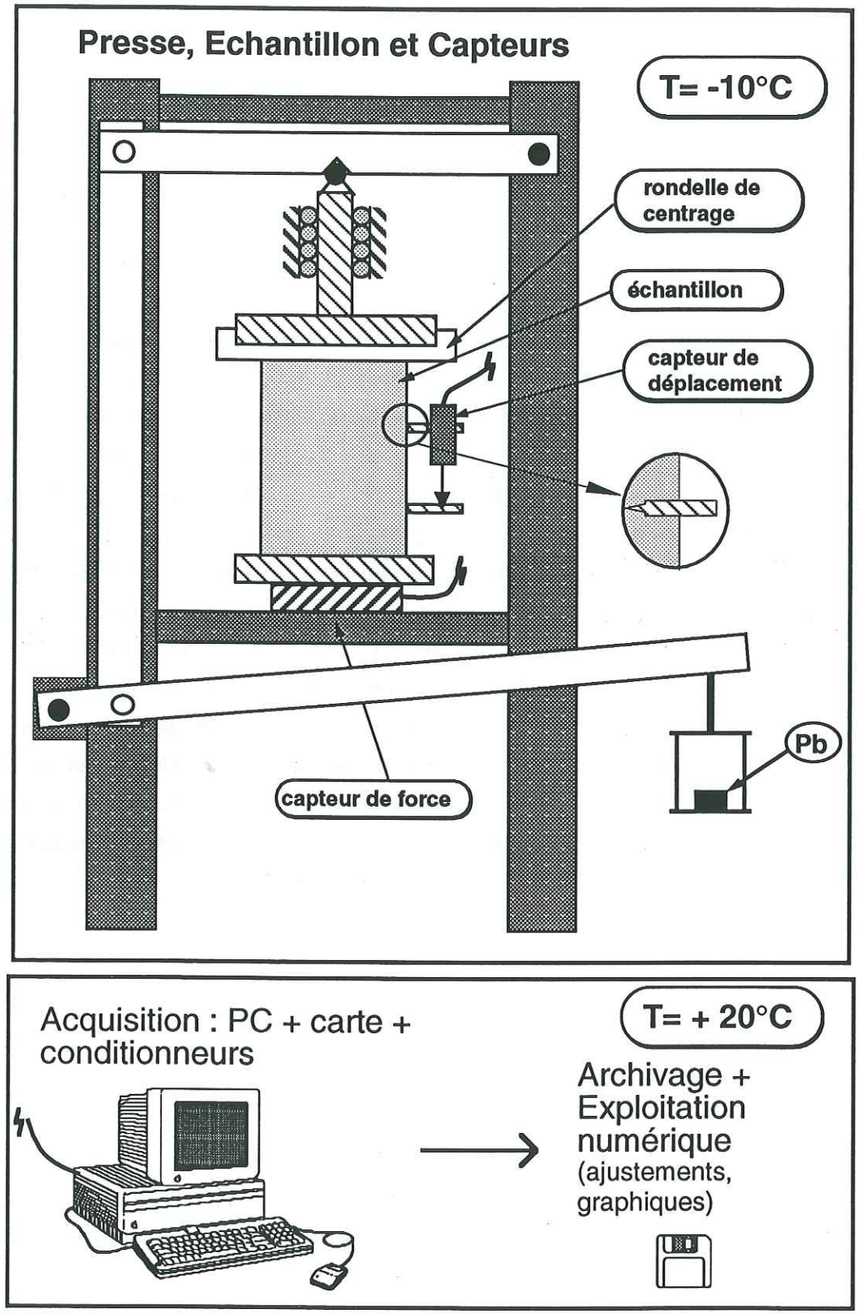


Fig III-5: Description du dispositif expérimental

L'erreur est donnée par :

$$\sigma = \frac{F}{S} \pm \frac{4.F.d}{S.R} \qquad \text{ou encore :} \qquad \frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{4.d}{R}$$

(le calcul est détaillé dans l'annexe III-1)

avec :

- F : force appliquée (en kg);
- S : surface de l'échantillon (en m^2);
- R : rayon de l'échantillon (en m^2);
- d : valeur de l'excentrement (en m).

Avec R= 40mm, une erreur d'un dixième (d=0,1 mm) entre l'axe d'application de la force et l'axe de l'échantillon, entraîne une erreur sur la contrainte appliquée de l'ordre de 1%, ce qui reste acceptable (elle serait de 10% pour d=1mm).

III.5- Mise en charge

III.5.1- Description

La presse, dont une représentation schématique est donnée sur la figure III-5, est placée dans une chambre froide régulée en température à -10±0,2°C. Elle ne permet de réaliser que des tests à contrainte imposée (fluage).

Les supports de capteurs de déplacement étant collés sur l'échantillon, celui-ci est positionné sur la presse. Le réglage d'offset des capteurs de déplacement est effectué en comprimant partiellement l'axe des capteurs afin que la mesure en Volt soit dans l'intervalle de mesure acceptable (les capteurs sont linéaires dans un certain domaine de leur déplacement).

Ensuite, la mise en charge peut s'opérer. Des poids en plombs sont placés à l'extrémité d'un bras de levier qui démultiplie la force appliquée sur l'échantillon. Pour 30kg de plomb sur le plateau de chargement, on avoisine la tonne sur l'échantillon. L'opérateur relâche alors progressivement le bras de levier, afin d'appliquer un chargement progressif (entre 10 et 30s), un chargement "brusque" entraînant la rupture fragile de l'échantillon.

III.5.2- Discussion

L'inconvénient majeur du système d'application de la force est qu'il ne permet pas une mise en charge contrôlée. Ainsi, la force n'est pas appliquée suivant une rampe de chargement comme cela devrait être le cas idéalement. De plus, un chargement de type cyclique n'est pas envisageable. Pour remédier à ces problèmes, seuls des moyens dérivés pourraient être envisagés comme le

remplissage d'un récipient d'eau (avec antigel) en bout de bras de levier au lieu des masses de plomb.

III.6- Acquisition des données

III.6.1- Description

Les capteurs de déplacements montés sur l'échantillon transmettent un signal à un ensemble PC + carte d'acquisition qui enregistre les données en temps réel et permet une visualisation en direct de l'expérience.

Le signal en Volt transmis par le capteur de déplacement correspond donc à un déplacement effectif entre les pattes du support. La déformation est alors calculée par :

$$\varepsilon = \frac{(V - Offset).Coef}{Ecart^m}$$

avec :

- V: mesure courante de la position du capteur (en V);
- Offset: offset du capteur (en V);
- Coef: coefficient d'étalonnage du capteur (en mm/V);
- $Ecart^m$: écartement des pattes du support de capteur (en mm).

De la même façon, la force appliquée sur l'échantillon est enregistrée à partir du signal délivré par le capteur de force placé sous le plateau inférieur de la presse. La contrainte est alors donnée par :

$$\sigma = \frac{(V - Offset).Coef}{S}$$

avec :

- V: mesure courante du capteur (en V);
- Offset: offset du capteur (en V);
- Coef: coefficient d'étalonnage du capteur (en N/V);
- S: surface du cylindre de glace (en m^2).

III.6.2- Discussion

Le mode d'acquisition de données utilisé est aujourd'hui très répandu dans les laboratoires. Il permet une grande souplesse dans les choix des séquences d'acquisition et il n'est pas un facteur limitatif dans les expériences (au contraire de la presse par exemple qui ne permet que des tests en fluage).

Nous pouvons essayer d'estimer l'erreur de mesure sur la déformation. La carte utilisée est une carte 12 bits, le signal de sortie varie entre 0 et 10 V, sa résolution est donc de :

$$10\ V / 2^{12} = 2{,}4\ mV.$$

La précision donnée par le constructeur est de ±1bit. La course du capteur étant de 2,5 mm et l'écartement des pattes des supports de 30mm, l'incertitude sur le déplacement est de :

$$2{,}5\ mm \times 2{,}4\ mV / 10V = 0{,}6\ \mu m.$$

ou en déformation :

$$0{,}6\ \mu m / 30\ mm = 2.10^{-5}.$$

Le déplacement l est défini par :

$$l = (V - Offset).Coef$$

Pour une déformation de 0,5% :

$$l = 30\ mm\ .\ 0{,}5\% = 150\ \mu m.$$

L'erreur relative sur le déplacement est donc de:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{0.6\ \mu m}{150\ \mu m} = 0.6\%.$$

Si l'erreur de mesure sur l'écartement des pattes des supports de capteur est estimée à 0,1 mm, l'erreur relative sur $Ecart^m$ est donnée par:

$$\frac{\Delta Ecart^m}{Ecart^m} = \frac{0.1\ mm}{30\ mm} = 0.3\%.$$

D'où une erreur relative sur la déformation mesurée de l'ordre de :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta Ecart^m}{Ecart^m} = 1\%$$

ce qui est excellent.

De la même façon nous pouvons estimer l'erreur de mesure sur la contrainte. La force appliquée variant entre 0 et 1000 kg, l'incertitude sur la force mesurée est de:

$$1000\ kg \times 2{,}4\ mV / 10\ V = 0{,}24\ kg.$$

La force F est définie par :

$$F = (V - Offset).Coef$$

Pour une force appliquée de 500 kg, l'erreur relative sur la force appliquée est de :

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{0.24\ kg}{500\ kg} = 0.1\%.$$

En estimant à 5.10^{-2} mm l'erreur de mesure sur ϕ, diamètre de l'échantillon, l'erreur relative sur l'aire de la base de l'échantillon est donnée par :

$$2\frac{\Delta\phi}{\phi} = 2\frac{5.10^{-2}\ mm}{70\ mm} = 0.2\%$$

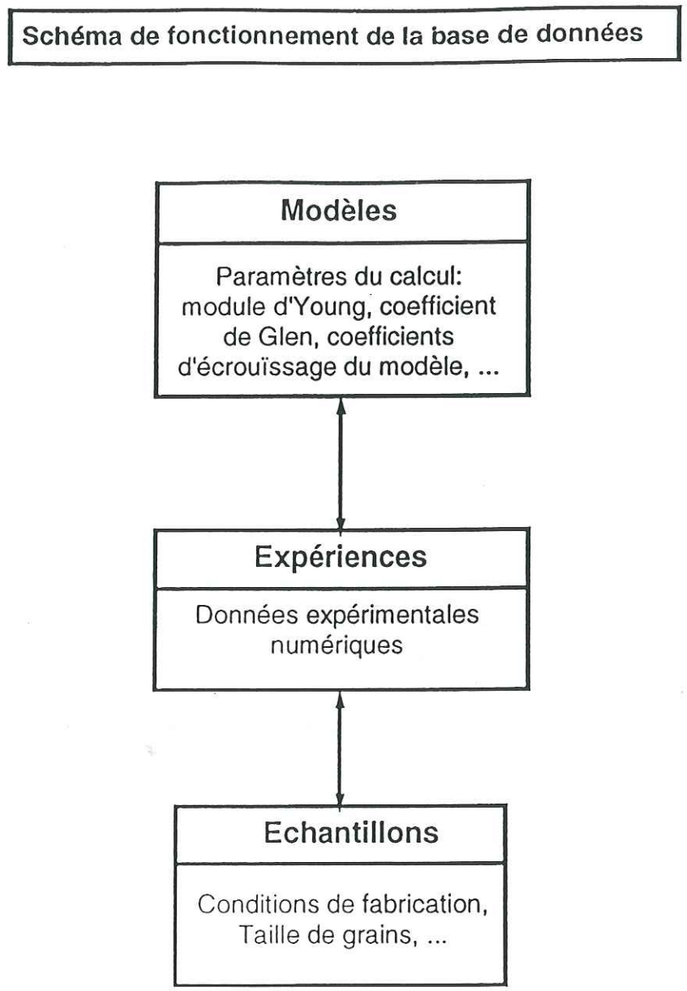


Fig III-6: Schéma de fonctionnement de la base de données

D'où une erreur relative sur la contrainte mesurée de l'ordre de :

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = 0.3\%$$

ce qui est excellent.

Ces calculs montrent que notre dispositif de mesure est d'une bonne précision mais cela ne nous garantit pas que la grandeur mesurée (déplacement ou contrainte) corresponde réellement aux grandeurs théoriques que nous voulions mesurer au départ.

III.7- Traitement des données

III.7.1- Description

Les fichiers numériques sont stockés sur disquettes pour éviter toute mésaventure informatique et intégrés ensuite à une base de données où ils pourront être consultés facilement et comparés aux estimations des modèles de comportement (cf Fig III-6).

III.7.2- Discussion

Le signal donné par les capteurs est bruité par des signaux de fréquences élevées. Les parasites peuvent venir notamment de la longueur de câble utilisée entre le capteur (en chambre froide) et le conditionneur (en salle de mesure) qui est d'une vingtaine de mètres. Toutefois, une moyenne glissante permet de s'affranchir des parasites (Cole, 1990 applique la même méthode).

III.8- Discussion globale

Lors de la description de chaque phase de la démarche expérimentale, nous nous sommes efforcés d'émettre des remarques critiques sur la méthode employée. En effet, il est important de soigner la procédure expérimentale car les résultats de mesure obtenus ne sont finalement que le reflet du travail préparatoire préalable.

Comme nous le verrons au chapitre suivant (cf Ch IV, §3.1), les résultats expérimentaux présentent une large dispersion (inexpliquée) et notre procédure expérimentale peut et doit encore être améliorée.

Il est difficile de désigner à priori le défaut responsable d'une mauvaise mesure; plusieurs facteurs souvent minîmes peuvent s'ajouter pour engendrer un

biais non négligeable. Ainsi, un défaut de centrage de l'échantillon sur la presse induit une erreur importante dans la mesure mais il n'explique pas à lui seul toute la dispersion. En effet, si les résultats semblent s'améliorer après un meilleur centrage (cf Ch IV, §3.2), la mesure n'a pas encore atteint le degré de précision suffisant pour obtenir des résultats quantitatifs.

Par conséquent, nous ne pouvons que suggérer ici des améliorations susceptibles d'augmenter la fiabilité de la mesure. Celles-ci sont, dans un ordre croissant de priorité :

1- mise au point d'un dispositif permettant d'assurer l'axialité des supports de capteur de déplacement avec l'axe de l'échantillon;

2- achat d'un tour de précision permettant d'usiner l'échantillon avec une plus faible tolérance;

Ces deux points devraient permettre d'obtenir des mesures de déformation fiables et reproductibles.

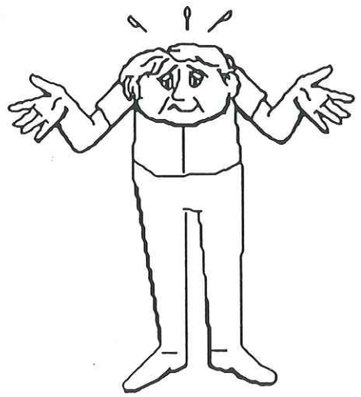
D'autres modifications sont envisageables :

3- modification du mode de chargement de la presse afin de pourvoir réaliser des mises en charge progressives et des chargements cycliques, par exemple remplacer le plomb par de l'eau liquide (sans oublier l'antigel !);

4- poursuite de la réalisation de la machine à fabriquer les échantillons de glace artificielle en série pour atteindre une meilleure reproductibilité des spécimens (six échantillons seraient alors fabriqués en une fois).

CHAPITRE IV

Résultats expérimentaux



Afin de mieux comprendre les mécanismes qui entrent en jeu dans le fluage transitoire de la glace polycristalline, nous avons engagé une étude expérimentale poussée pour nous fournir les données indispensables à l'élaboration d'un modèle de comportement mécanique macroscopique adéquat.

Après une brève présentation des résultats publiés dans la littérature, nous présentons les expériences effectuées de manière globale.

Une vingtaine d'essais de fluage ont été réalisés sur de la glace granulaire isotrope selon le protocole décrit au chapitre précédent. La température était fixée à -10±0,2°C et la taille de grains était soit de 1mm, soit de 3,5mm. Ces essais peuvent se diviser en 3 catégories :

- expériences de charge/décharge;
- expériences de chargement quasi-cyclique en charge/décharge;
- expériences de perturbation de charge.

Le dispositif expérimental tel qu'il existe ne permet pas d'envisager pour le moment d'autres types d'expériences sans une modification importante de la presse. Cependant, ces essais devraient nous permettre d'analyser l'évolution de la déformation transitoire au cours des chargements (Ch V) et de tester la validité des modèles de comportement proposés à ce jour dans la littérature (Ch VI).

IV.1- Résumé des résultats déjà publiés

Peu d'études peuvent être citées à titre comparatif. En effet, c'est seulement depuis les récents progrès effectués en métrologie que nous pouvons conduire une mesure aussi fine que celle du fluage transitoire.

IV.1.1- Résultats sur le fluage secondaire

Après Le Gac en 1980, Mellor et Cole (1982) et Jacka (1984) se sont engagés dans des programmes expérimentaux importants sur la glace polycristalline granulaire. Toutefois, leurs études avaient pour but l'étude du fluage secondaire plus que celle du fluage transitoire. Aussi les moyens expérimentaux de ces auteurs n'étaient-ils pas adaptés à la mesure de la déformation transitoire. Cela ne fait aucun doute en ce qui concerne Le Gac puisque nous avons "hérité" de son matériel, quant à Jacka il souligne lui-même que les mesures de déformation au début du chargement (soit jusqu'à 0,2%) sont très approximatives (Jacka, 1984). Or c'est justement ce domaine de déformation que l'on désire étudier; la comparaison avec nos expériences s'en trouve donc limitée.

Table IV-1 : résultats sur le fluage secondaire

Auteur	T	σ	$\dot{\varepsilon}_{min}$	ε_{min}	d	$\overline{K}$
	(°C)	(MPa)	(s^{-1})	(%)	(mm)	($MPa^{-3}.s^{-1}$)
Le Gac (1980)	-4,6	0,50	*$2,40.10^{-8}$ (22%)*	-	1,80 et 9,80	*$1,92.10^{-7}$ (22%)*
Le Gac (1980)	-7	*0,49 (2%)*	*$9,17.10^{-9}$ (27%)*	-	de 1,07 à 8,90	*$7,91.10^{-8}$ (27%)*
Mellor et Cole (1982)	-5	de 0,80 à 3,76	de $1,02.10^{-7}$ à $2,17.10^{-5}$	*0,88 (15%)*	1,2	*$2,89.10^{-7}$ (41%)*
Jacka (1984)	-5	de 0,11 à 1,70	de $3,68.10^{-10}$ à $9,90.10^{-7}$	*0,84 (29%)*	1,7	*$1,85.10^{-7}$ (30%)*
Jacka (1984)	-10,6	de 0,42 à 2,12	de $4,95.10^{-9}$ à $5,66.10^{-7}$	*0,92 (8%)*	1,7	*$6,68.10^{-7}$ (7%)*
Jacka (1984)	-17,8	de 0,28 à 2,55	de $4,67.10^{-10}$ à $2,97.10^{-7}$	*0,95 (13%)*	1,7	*$1,82.10^{-8}$ (10%)*
Jacka (1984)	-32,5	de 0,15 à 2,12	de $7,07.10^{-11}$ à $2,97.10^{-8}$	*0,88 (14%)*	1,7	*$7,97.10^{-9}$ (80%)*

Les notations sont les suivantes :

- T : température absolue;
- σ : contrainte appliquée ;
- $\dot{\varepsilon}_{min}$: vitesse de déformation minimum ;
- ε_{min} : déformation macroscopique du matériau lorsque la vitesse minimum est atteinte ;
- d : taille de grains de l'échantillon utilisé ;
- $\overline{K}$: coefficient de la loi de Glen écrite sous la forme (cf Ch I, §2.3.2) :

$$\dot{\varepsilon}_{min} = \overline{K}(T)\,\sigma^3$$

- si une grandeur a été moyennée sur plusieurs expériences, sa valeur moyenne est reportée sur le tableau en italique (son écart-type, défini par : $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum \Delta x^2}{n}}$, est indiqué entre parenthèses).

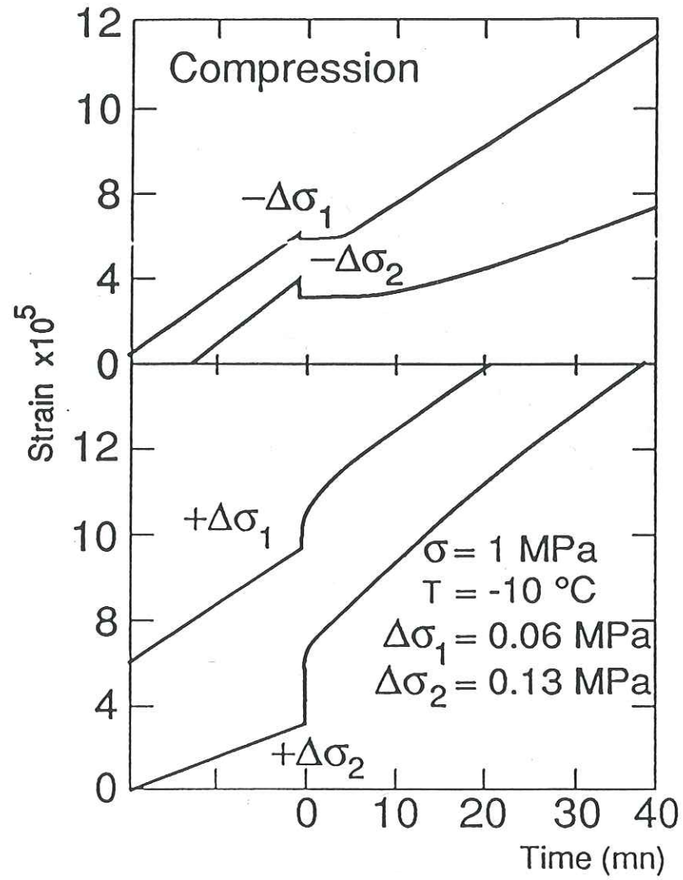


Figure IV-1a: expériences de perturbation de charge en régime permanent (dont l'hésitation au fluage, en haut)
en haut : décrements de charge en fluage secondaire
en bas : incréments de charge en fluage secondaire
(d'après Duval et al, 1983)

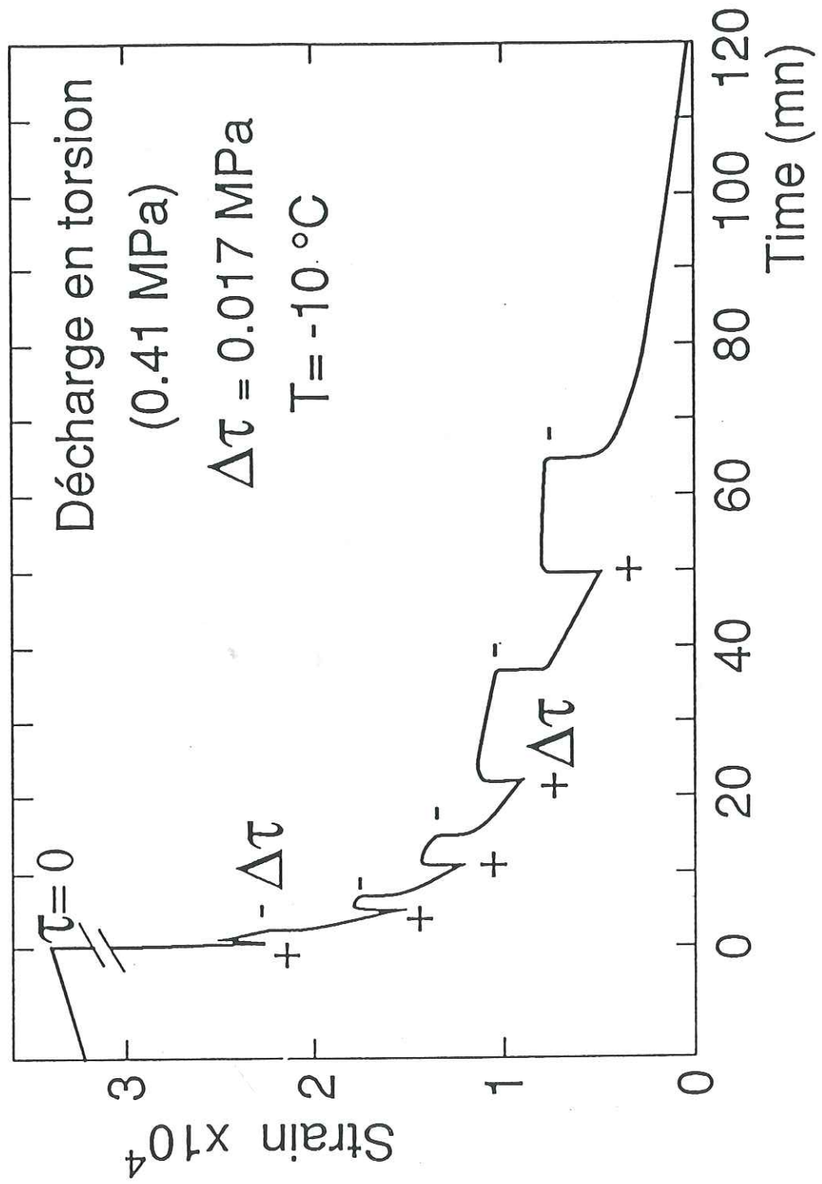


Figure IV-1b: expériences de perturbation de charge en décharge
(d'après Duval et al, 1983)

Nous présentons dans la table IV-1 leurs résultats d'une manière synthétique afin d'avoir une vue globale de leurs expériences (des tableaux comparatifs plus complets sont fournis en Annexe IV-1).

Le tableau permet de constater de façon générale que les auteurs ont opéré à des températures élevées (supérieures à 0,9 T_M où T_M=273°K) dans le domaine de transition ductile-fragile de la glace polycristalline. Nous avons ainsi un ordre de grandeur des différentes variables que nous allons mesurer par la suite. Nous pouvons remarquer également que les résultats (sur la valeur de $\overline{K}$ notamment) sont affectés d'une certaine variabilité, mais nous reviendrons plus loin (cf Ch V, §2) sur ce problème.

IV.1.2- Résultats des expériences de perturbation de charge en fluage

Duval (1976) et Le Gac (1980) ont été parmi les premiers à réaliser des expériences de variations de charge incluant l'hésitation au fluage sur de la glace polycristalline. Quelques résultats typiques, publiés et interprétés par Duval et al (1983), sont donnés sur les figures IV-1a et IV-1b. Nous aurons l'occasion au cours de ce chapitre de revenir sur ce type d'expériences (cf §5).

IV.2- Note sur les capteurs de déformation utilisés

Nous indiquons ici les différents capteurs de déformation utilisés avec leurs principales caractéristiques. Ils seront simplement indiqués par leur nom dans les légendes des courbes suivantes. Le montage du capteur sur l'échantillon, ou entre le plateau supérieur de la presse et le bâti est illustré par la figure IV-2.

En général, nous opérons avec trois capteurs de déplacement, l'un est monté entre le plateau supérieur et le bâti de la presse et les deux autres diamétralement opposés sur l'échantillon. Dans les dernières expériences effectuées (9A, 9B, 9C et 11B), nous avons travaillé avec trois capteurs montés sur l'échantillon, les deux premiers étant placés côte à côte et le troisième diamétralement opposé.

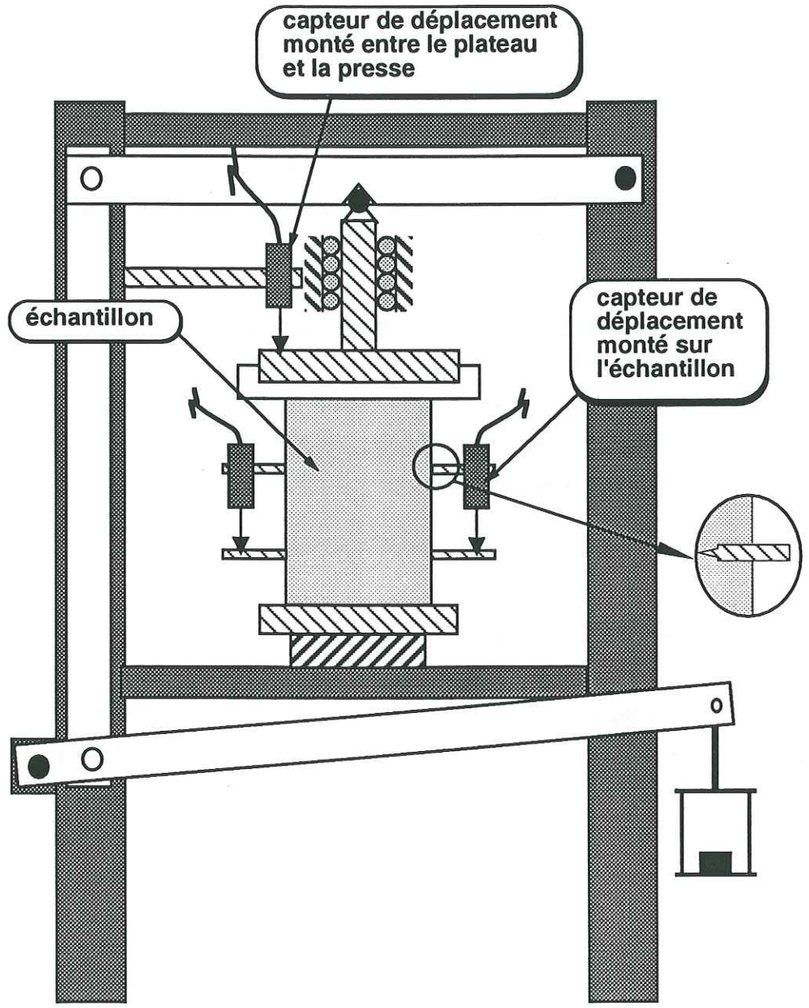


Figure IV-2: Shéma d'implantation des capteurs de déplacement.

Capteurs de déformation		
Nom	**Course**	**Montage**
RP 1	±1mm	échantillon
RP 0,5	±0,5mm	échantillon
V 8.1	±0,5mm	échantillon
V 7.1	±0,5mm	échantillon
V 7.2	±0,5mm	échantillon
RM 8.1	±0,5mm	échantillon
RM 7.1	±0,5mm	échantillon
PN	±2,5mm	plateau

Table IV-2: noms des capteurs de déformation utilisés

IV.3- Fluage au premier chargement

IV.3.1- Courbes de déformation à différentes contraintes imposées-Dispersion

Nous avons regroupé l'ensemble des essais en quatre catégories selon la contrainte appliquée : $\sigma = 1{,}2$ MPa, $\sigma = 1{,}4$ MPa, $\sigma = 1{,}6$ MPa et $\sigma = 1{,}8$ MPa (les classes sont définies à ±0,05 MPa). Une dispersion importante a été notée dans les résultats donnés par les capteurs de déplacement comme le montrent les figures IV-3 à IV-6.

IV.3.2- Derniers essais effectués

Tous les essais précédents ont été effectués en centrant visuellement l'échantillon sur la presse. La dispersion des mesures pouvant s'expliquer par un centrage approximatif de l'échantillon, nous avons réalisé nos derniers essais d'une façon différente afin d'assurer un centrage inférieur au 1/10ème de mm (cf Ch III, §4). Ces essais sont reportés sur les figures IV-7 et IV-8. Nous remarquons que nous obtenons, avec un meilleur centrage, une dispersion moins grande, ce qui montre l'importance de cette phase de la procédure expérimentale.

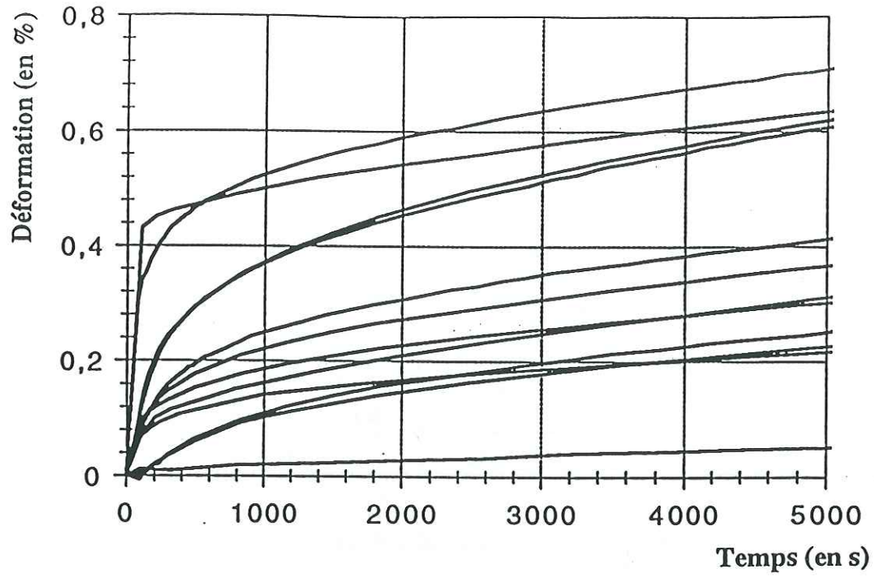


Figure IV-3: courbes de fluage à σ=1,2 MPa
(tous les capteurs des essais n° 91.06, 91.07, 91.09, 91.16, 92.21 confondus)

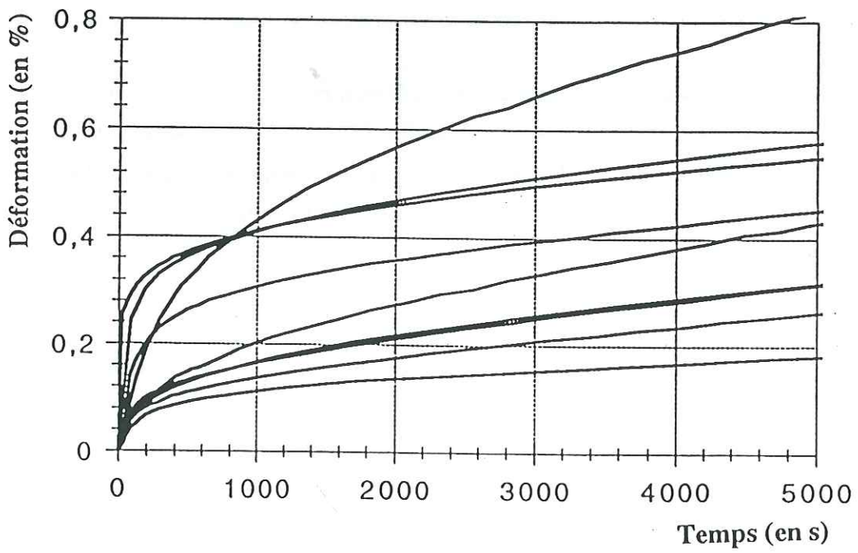


Figure IV-4: courbes de fluage à σ=1,4 MPa
(tous les capteurs des essais n° 91.17, 92.20, 92.23 confondus)

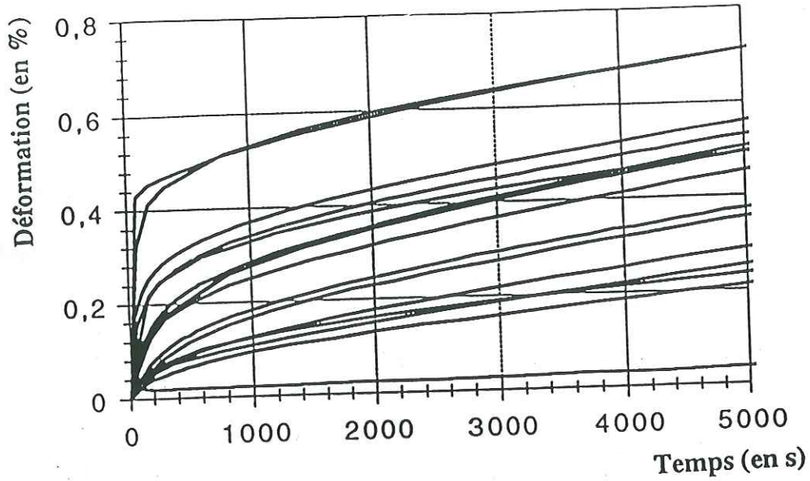


Figure IV-5: courbes de fluage à σ=1,6 MPa
(tous les capteurs des essais n° 91.10, 91.12, 91.13, 91.15, 92.19, 92.22 confondus)

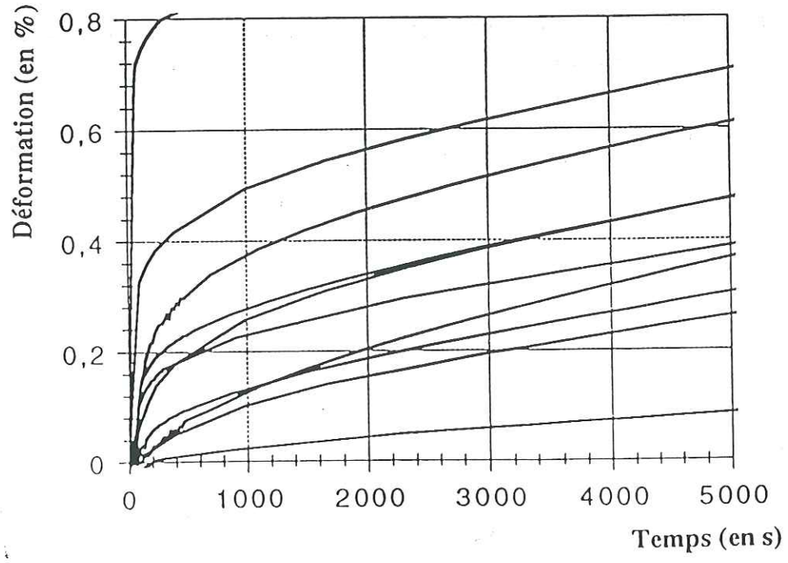


Figure IV-6: courbes de fluage à σ=1,8 MPa
(tous les capteurs des essais n° 90.C, 90.D, 91.05, 91.11 confondus)

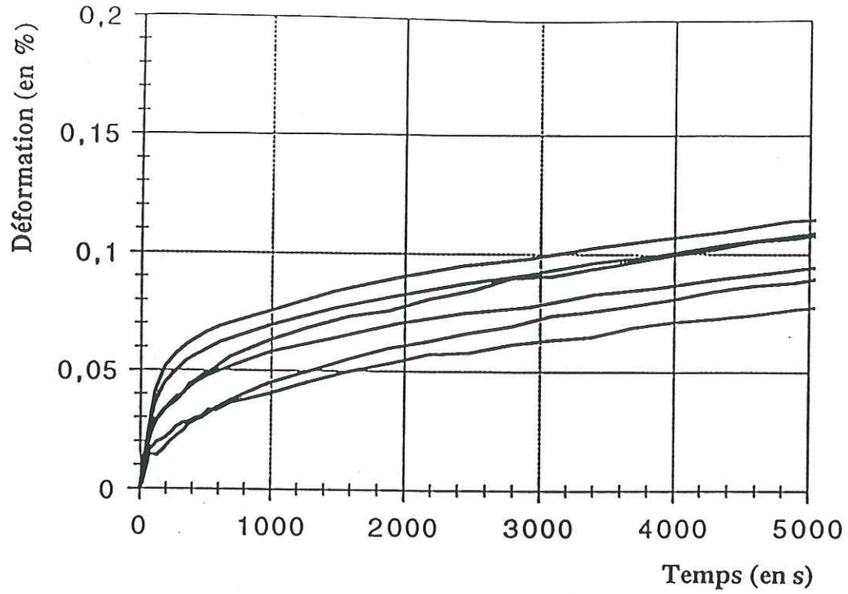


Figure IV-7: courbes de fluage à σ=0,9 MPa
(tous les capteurs des essais n° 9A, 9B confondus)

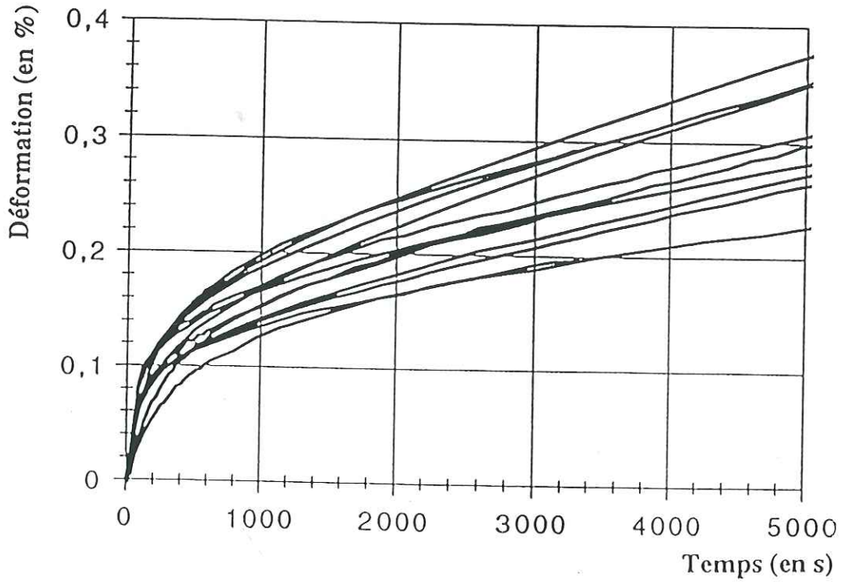


Figure IV-8: courbes de fluage à σ=1,5 MPa
(tous les capteurs des essais n° 9C, 9D, 11A, 11B confondus)

IV.4- Expériences de charge/décharge

Dans la plupart des expériences réalisées, nous avons commencé par effectuer une mise en charge à contrainte imposée ($\sigma=C^{te}$) suivie d'une décharge totale ($\sigma=0$).

A postériori, nous avons vérifié si le régime permanent était atteint ou non à la fin de la mise en charge (cf Ch V, §2), ce qui divise l'ensemble des essais en deux catégories.

IV.4.1- Cas où le régime permanent est atteint à la fin de la mise en charge

Au total, cinq expériences ont été réalisées à différentes valeurs de contrainte imposée (cf Figures IV-9 à IV-13). La décharge permet de connaître l'allure et la valeur de la déformation recouvrée. La durée de la décharge semble avoir peu d'importance sur la quantité de déformation recouvrée; autrement dit, la déformation est recouvrée dans les premiers temps de la décharge (environ une heure).

IV.4.2- Cas où le régime permanent n'est pas atteint à la fin de la mise en charge

Dans huit cas la décharge a été réalisée avant que le régime permanent ne soit atteint en fin de charge (cf Figures IV-14 à IV-21). Nous pouvons constater que l'allure des courbes ne diffère pas de celles obtenues précédemment lorsque le régime permanent était atteint. Nous obtenons notamment une importante déformation recouvrée, égale à plusieurs fois la déformation élastique.

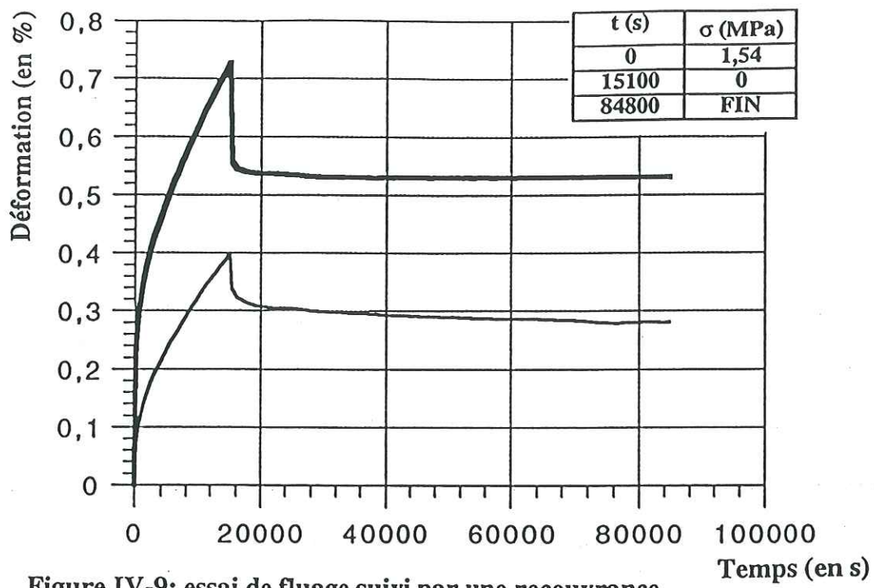


Figure IV-9: essai de fluage suivi par une recouvrance

Essai 91.13 - Echantillon G17 (d=3,5mm)

en gras : capteur PN - en trait plein : capteur RP 0,5

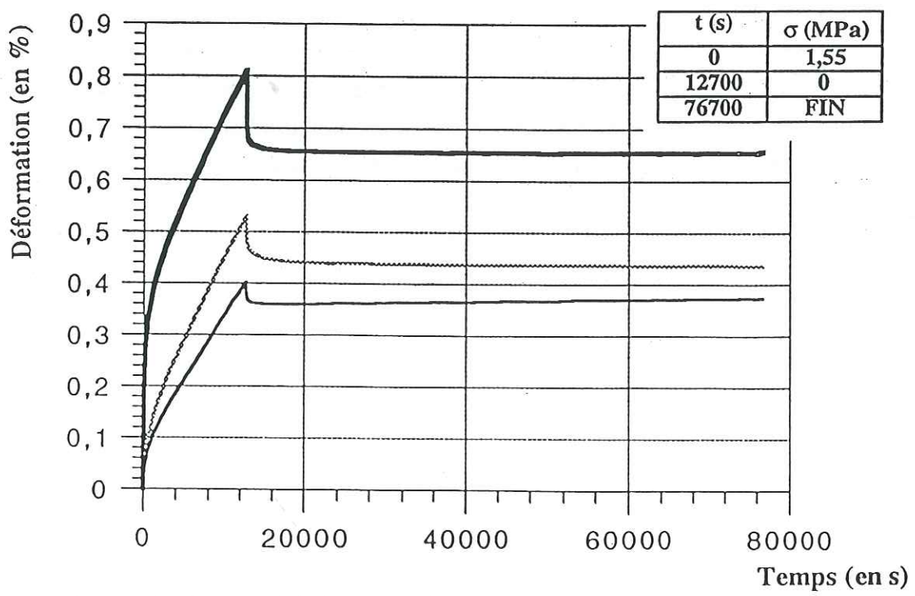


Figure IV-10: essai de fluage suivi par une recouvrance

Essai 92.19 - Echantillon G20 (d=1mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur RM 7.1 - en trait plein : capteur RM 8.1

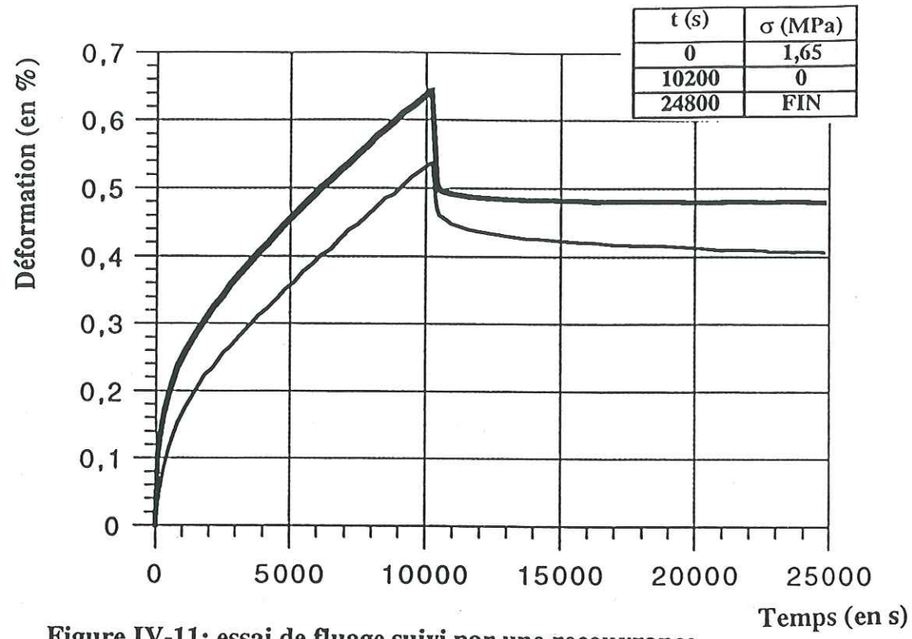


Figure IV-11: essai de fluage suivi par une recouvrance

Essai 91.10 - Echantillon G12 (d=1mm)

en gras : capteur PN - en trait plein : capteur V 8.1

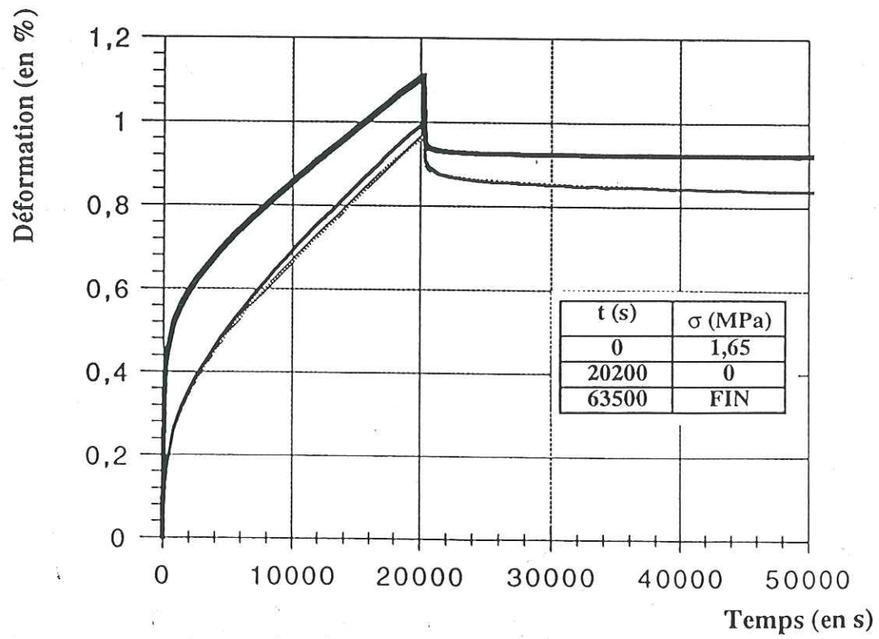


Figure IV-12: essai de fluage suivi par une recouvrance

Essai 91.12 - Echantillon G18 (d=1mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur RP 0,5 - en trait plein : capteur V 8.1

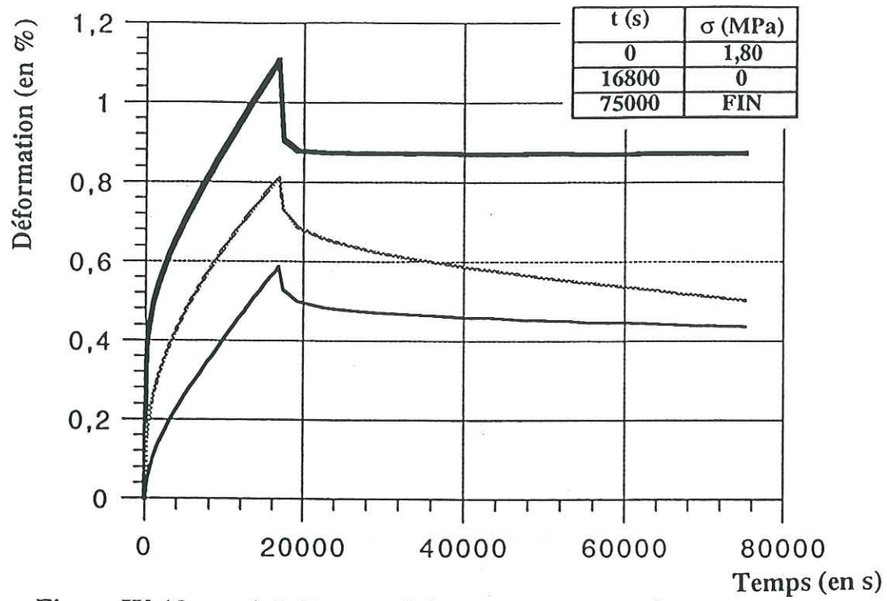


Figure IV-13: essai de fluage suivi par une recouvrance

Essai 91.11 - Echantillon G16 (d=1mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur RP 0,5 - en trait plein : capteur V 8.1

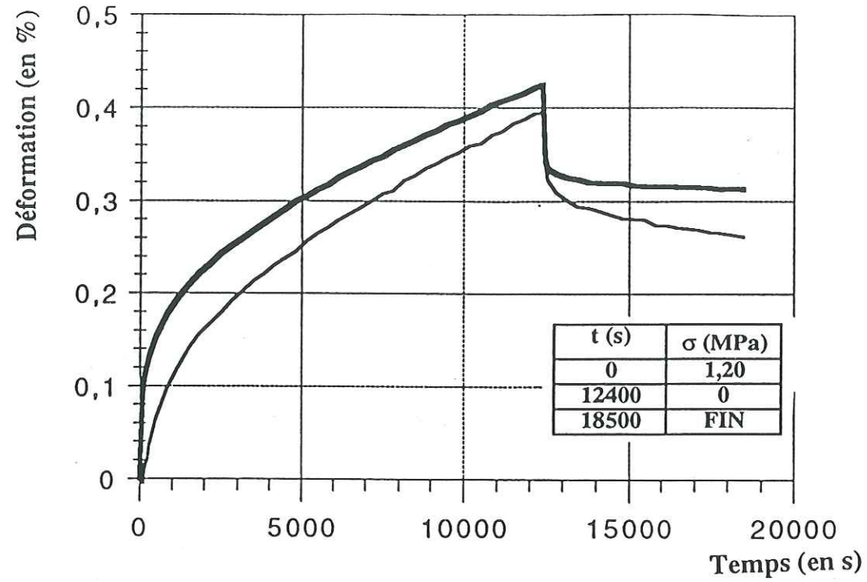


Figure IV-14: essai de fluage suivi par une recouvrance

Essai 91.09 - Echantillon G13 (d=1mm)

en gras : capteur PN - en trait plein : capteur V 8.1

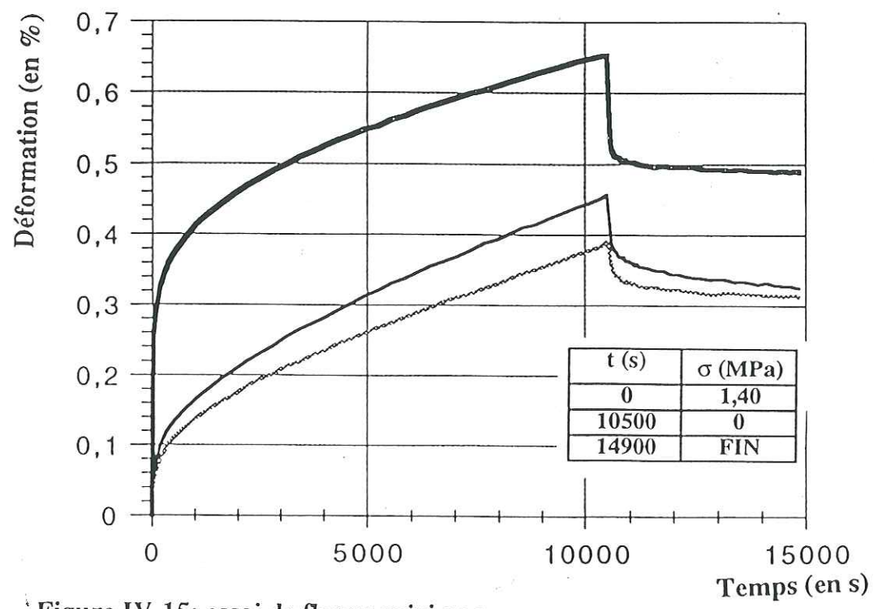


Figure IV-15: essai de fluage suivi par une recouvrance

Essai 92.23 - Echantillon G27 (d=3,5mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur RM 7.1 - en trait plein : capteur RM 8.1

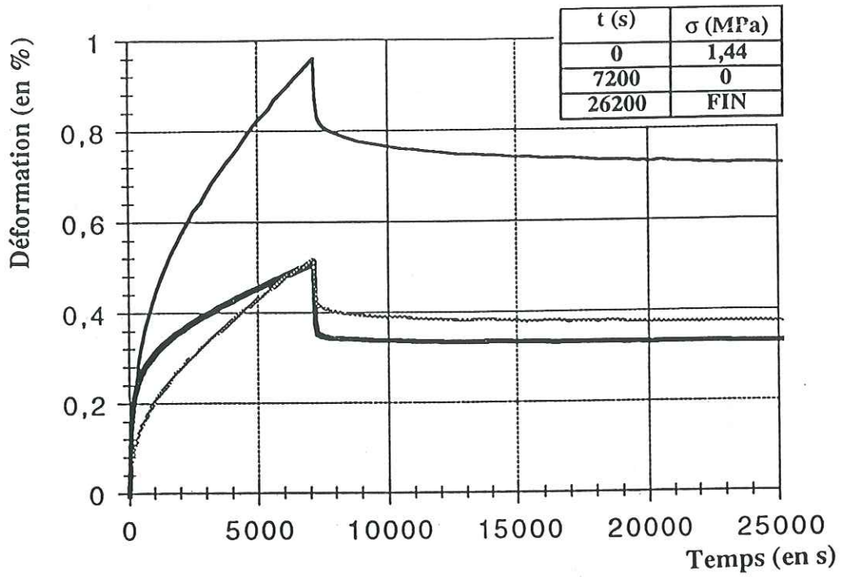


Figure IV-16: essai de fluage suivi par une recouvrance

Essai 92.20 - Echantillon G24 (d=3,5mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur RM 7.1 - en trait plein : capteur RM 8.1

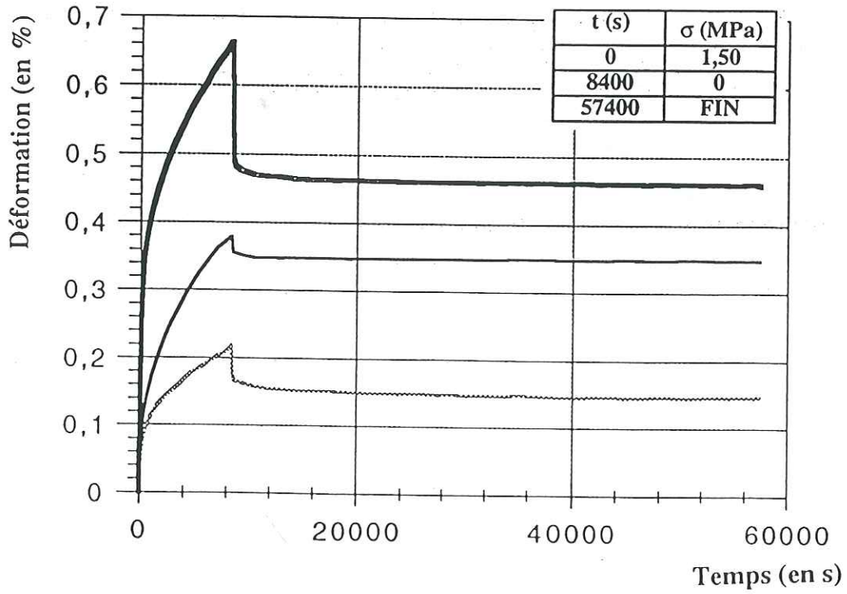


Figure IV-17: essai de fluage suivi par une recouvrance

Essai 91.17 - Echantillon G19 (d=3,5mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur V 8.1 - en trait plein : capteur RP 0,5

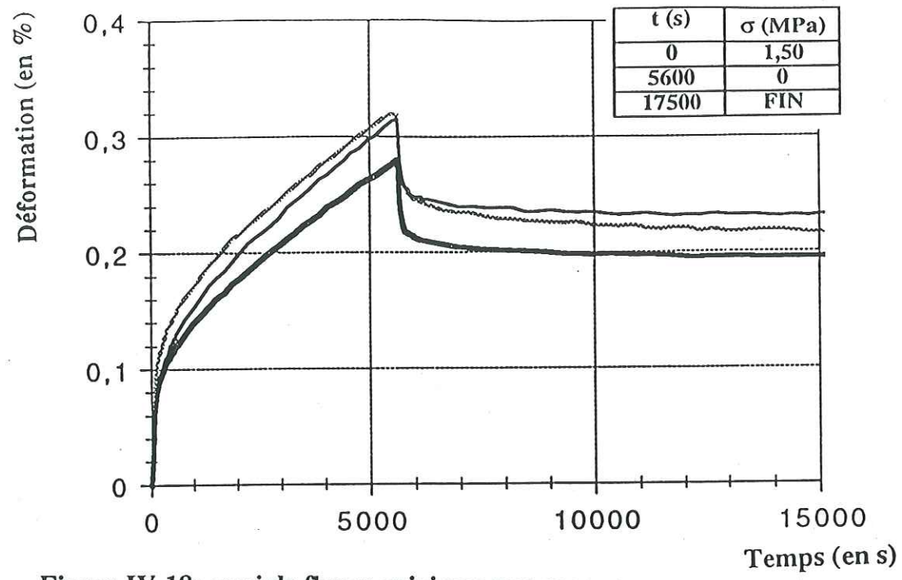


Figure IV-18: essai de fluage suivi par une recouvrance

Essai 9D - Echantillon G31 (d=1mm)

en gras : capteur RP 0,5 - en grisé : capteur RM 7.1 - en trait plein : capteur RM 8.1

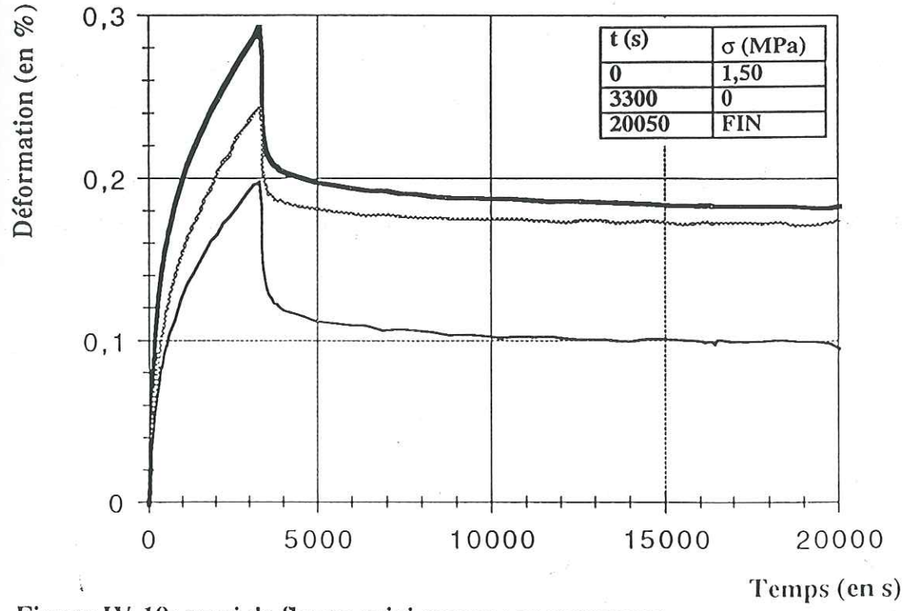


Figure IV-19: essai de fluage suivi par une recouvrance

Essai 11A - Echantillon G34 (d=3,5mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur RM 7.1 - en trait plein : capteur RM 8.1

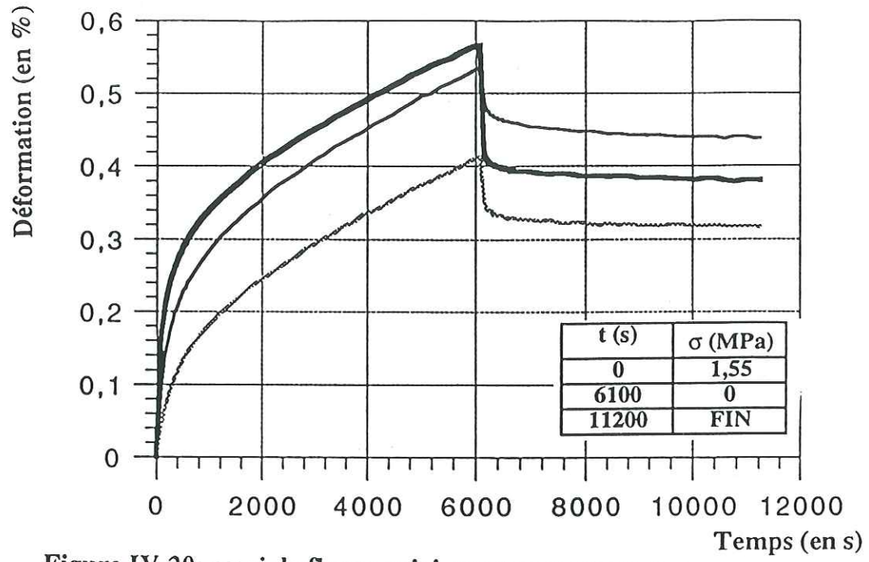


Figure IV-20: essai de fluage suivi par une recouvrance
Essai 92.22 - Echantillon G26 (d=3,5mm)
en gras : capteur PN - en grisé : capteur RM 7.1 - en trait plein : capteur RM 8.1

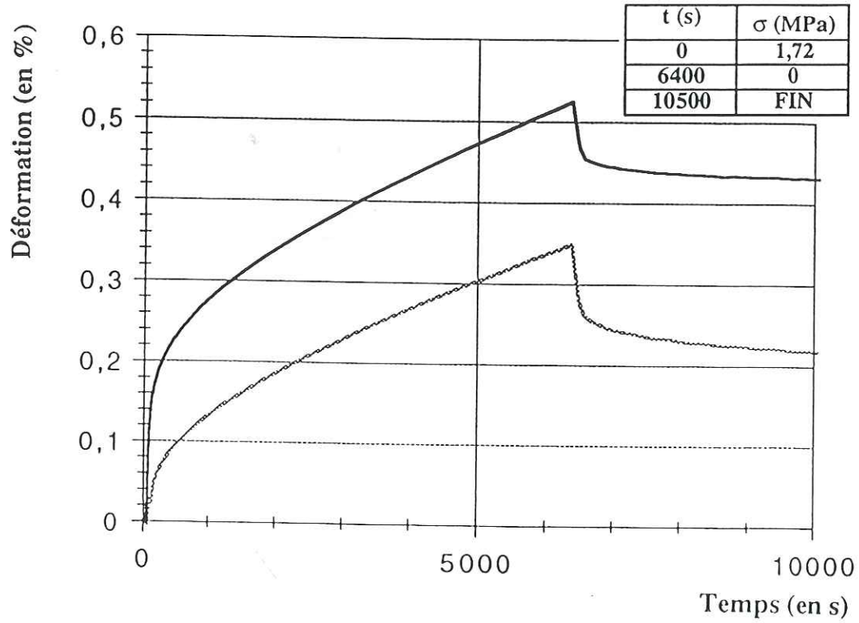


Figure IV-21: essai de fluage suivi par une recouvrance
Essai 90.C - Echantillon G02 (d=1mm)
en grisé : capteur RP 1 - en trait plein : capteur RP 0,5

IV.5- Expériences de chargement quasi-cyclique

Afin de préciser l'évolution de la déformation transitoire au cours de plusieurs essais de fluage successifs, nous avons réalisé des essais quasi-cycliques. Comme nous l'avons signalé au chapitre précédent (cf Ch III, §5), notre système de mise en charge ne permet pas de contrôler avec précision l'application de la charge et la durée de fluage. Nous avons donc simulé manuellement un chargement cyclique à contrainte imposée et les cycles de charge/décharge ($\sigma=C^{te}/\sigma=0$) sont d'une durée variable, aussi bien pour la charge que pour la décharge (cf figures IV-22 à IV-29).

Les résultats obtenus montrent que les courbes de fluage sont assez semblables à chaque cycle : les courbes se déduisent presque les unes des autres par translation. Cependant, nous pouvons constater visuellement que, lors des chargements postérieurs à la première charge, la vitesse de fluage minimale est atteinte plus rapidement que lors du premier chargement.

IV.6- Expériences de perturbation de charge

Nous avons réalisé en tout sept expériences de variations de charge pouvant produire des périodes d'hésitation au fluage. Ces expériences ont un intérêt notable pour tester la validité des modèles de comportement.

Dans un premier temps, trois essais, regroupés sur les figures IV-30 à IV-35, ont été tentés dans la première partie de nos expériences (lorsque le centrage de l'échantillon était effectué à l'oeil). Les courbes obtenues présentent une grande dispersion.

Dans un deuxième temps, nous avons poursuivi ces essais lorsque l'échantillon était supposé parfaitement centré sur la presse (figures IV-36 à IV-43). Les résultats présentent une dispersion moindre et sont de ce fait davantage exploitables. Ils seront analysés plus en détail au chapitre suivant (cf Ch V, §5).

De manière générale, nous pouvons mettre en évidence une accélération de la vitesse de déformation suite à une surcharge lorsque le régime permanent est atteint (c'est à dire en fin de charge) ainsi que l'existence d'une phase de vitesse quasi-nulle lors d'une décharge partielle en régime permanent. De plus, des surcharges réalisées pendant la décharge totale indiquent une reprise du fluage avec notamment une déformation quasi-instantanée très supérieure à la déformation élastique. Ces résultats confirment ceux obtenus par Le Gac (1980) présentés au §1.2.

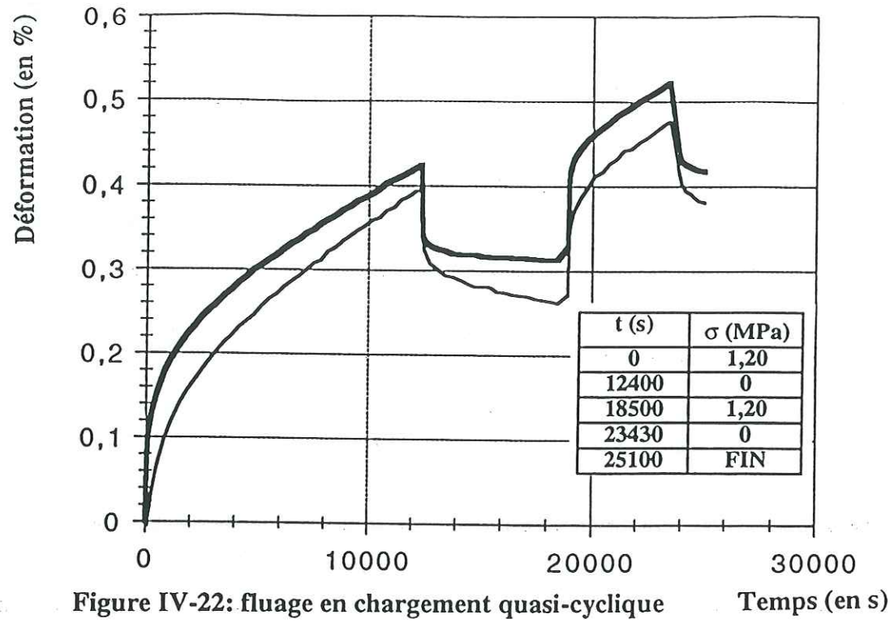


Figure IV-22: fluage en chargement quasi-cyclique

Essai 91.09 - Echantillon G13 (d=1mm)

en gras : capteur PN - en trait plein : capteur V 8.1

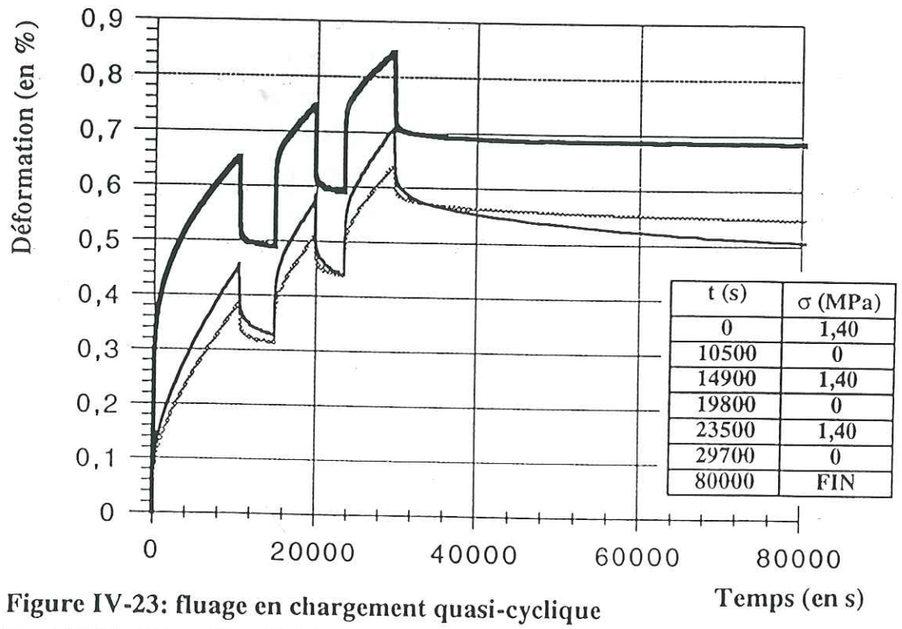


Figure IV-23: fluage en chargement quasi-cyclique

Essai 92.23 - Echantillon G27 (d=3,5mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur RM 7.1 - en trait plein : capteur RM 8.1

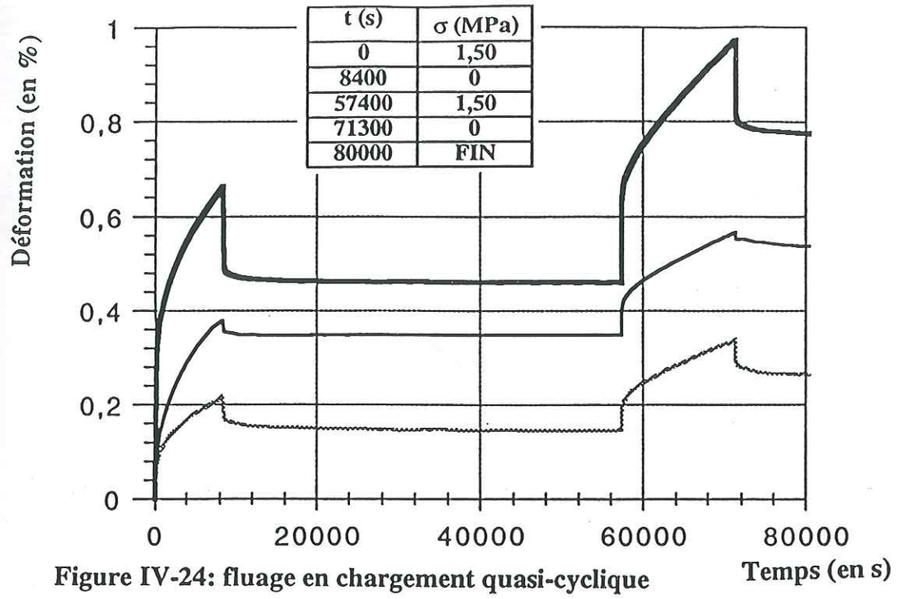


Figure IV-24: fluage en chargement quasi-cyclique

Essai 91.17 - Echantillon G19 (d=3,5mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur V 8.1 - en trait plein : capteur RP 0,5

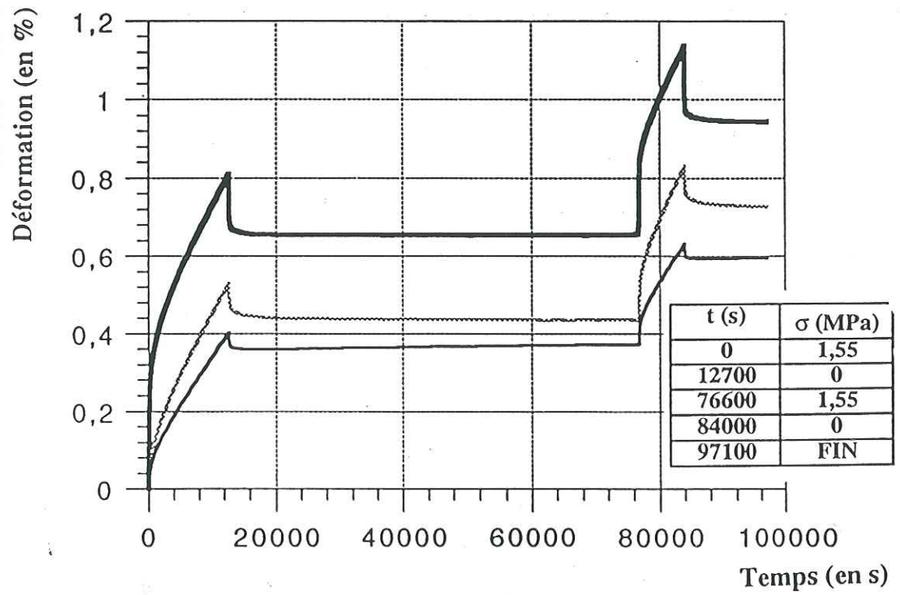


Figure IV-25: fluage en chargement quasi-cyclique

Essai 92.19 - Echantillon G20 (d=1mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur RM 7.1 - en trait plein : capteur RM 8.1

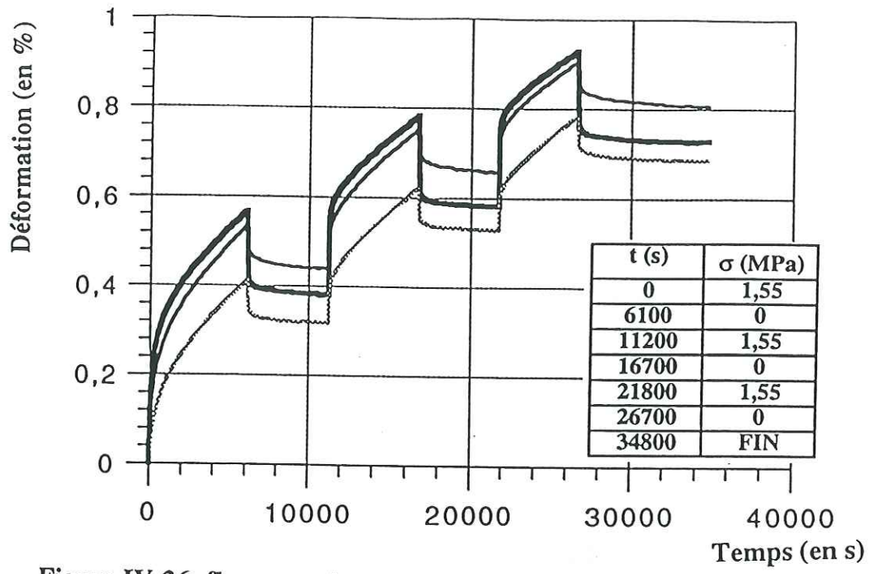


Figure IV-26: fluage en chargement quasi-cyclique

Essai 92.22 - Echantillon G26 (d=3,5mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur RM 7.1 - en trait plein : capteur RM 8.1

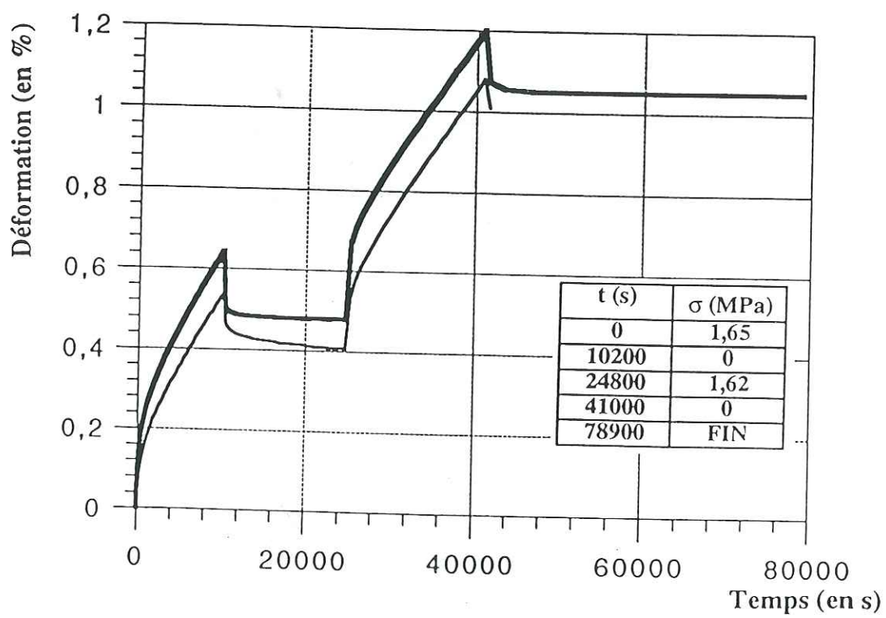


Figure IV-27: fluage en chargement quasi-cyclique

Essai 91.10 - Echantillon G12 (d=1mm)

en gras : capteur PN - en trait plein : capteur V 8.1

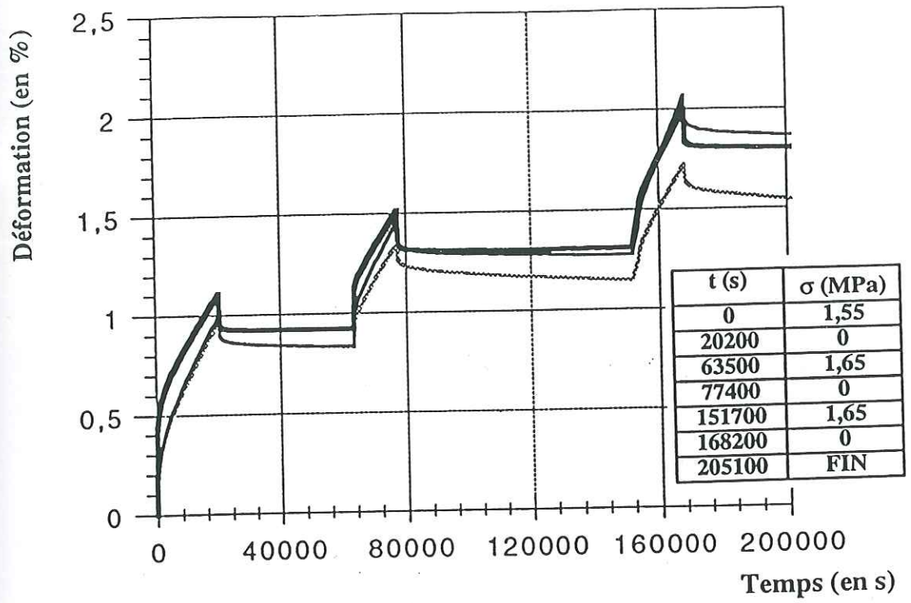


Figure IV-28: fluage en chargement quasi-cyclique

Essai 91.12 - Echantillon G18 (d=1mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur RP 0,5 - en trait plein : capteur V 8.1

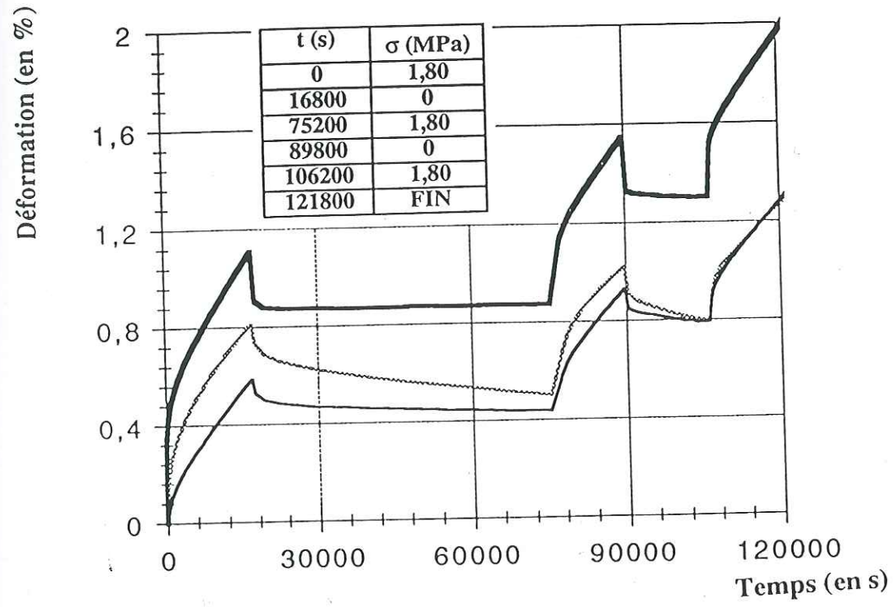


Figure IV-29: fluage en chargement quasi-cyclique

Essai 91.11 - Echantillon G16 (d=1mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur RP 0,5 - en trait plein : capteur V 8.1

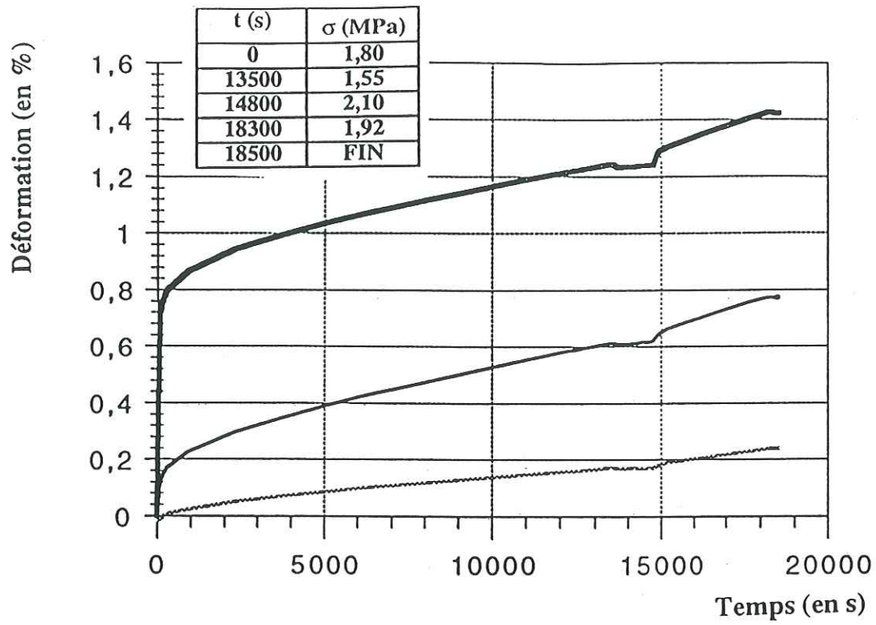


Figure IV-30: expérience de perturbation de charge (charge nominale / décharge partielle / surcharge / décharge partielle)

Essai 91.05 - Echantillon G31 (d=1mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur V 7.1 - en noir : capteur V 8.1

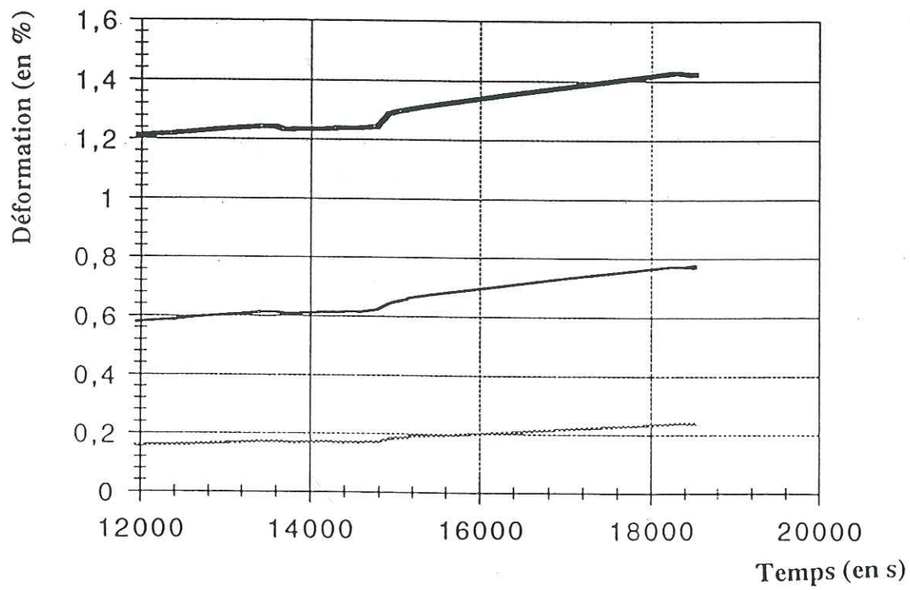


Figure IV-31: expérience de perturbation de charge : zoom sur les variations de déformation

Essai 91.05 - Echantillon G31 (d=1mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur V 7.1 - en noir : capteur V 8.1

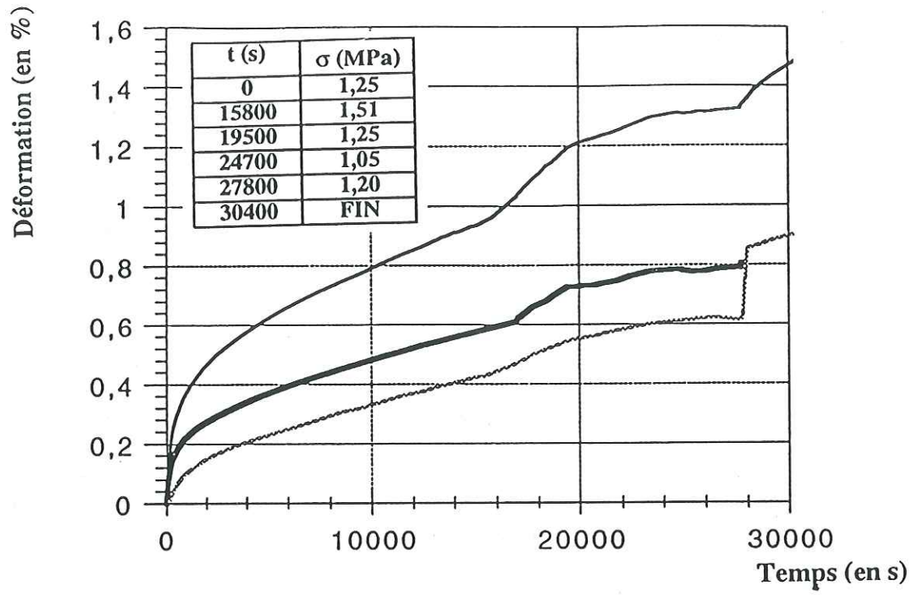


Figure IV-32: expérience de perturbation de charge (charge nominale / surcharge / charge initiale / décharge partielle / charge initiale)

Essai 91.06 - Echantillon G10 (d=3,5mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur V 7.1 - en noir : capteur V 8.1

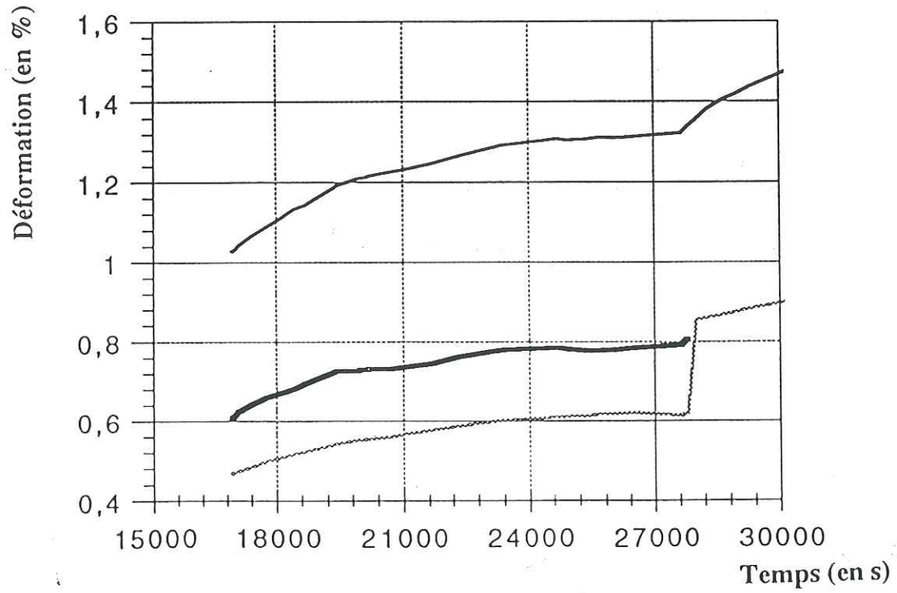


Figure IV-33: expérience de perturbation de charge : zoom sur les variations de déformation

Essai 91.06 - Echantillon G10 (d=3,5mm)

en gras : capteur PN - en grisé : capteur V 7.1 - en noir : capteur V 8.1

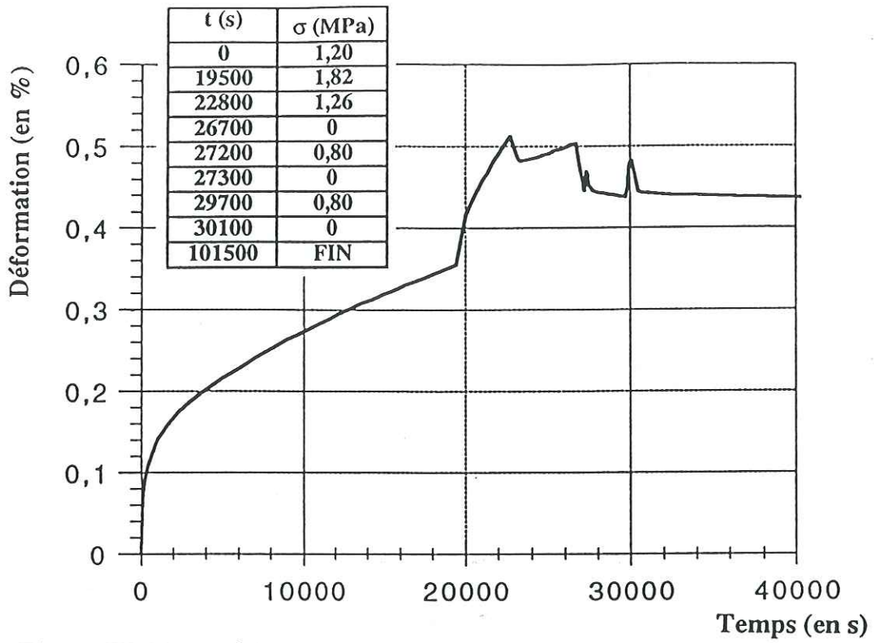


Figure IV-34: expérience de perturbation de charge (charge nominale / surcharge / charge initiale / décharge totale avec deux recharges)

Essai 91.07 - Echantillon G14 (d=3,5mm)

en gras : capteur PN

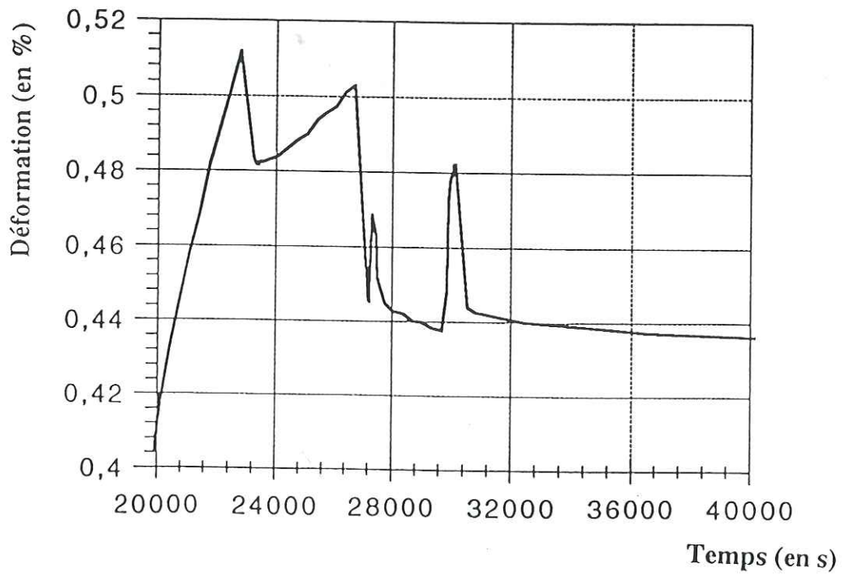


Figure IV-35: expérience de perturbation de charge : zoom sur les variations de déformation

Essai 91.07 - Echantillon G14 (d=3,5mm)

en gras : capteur PN

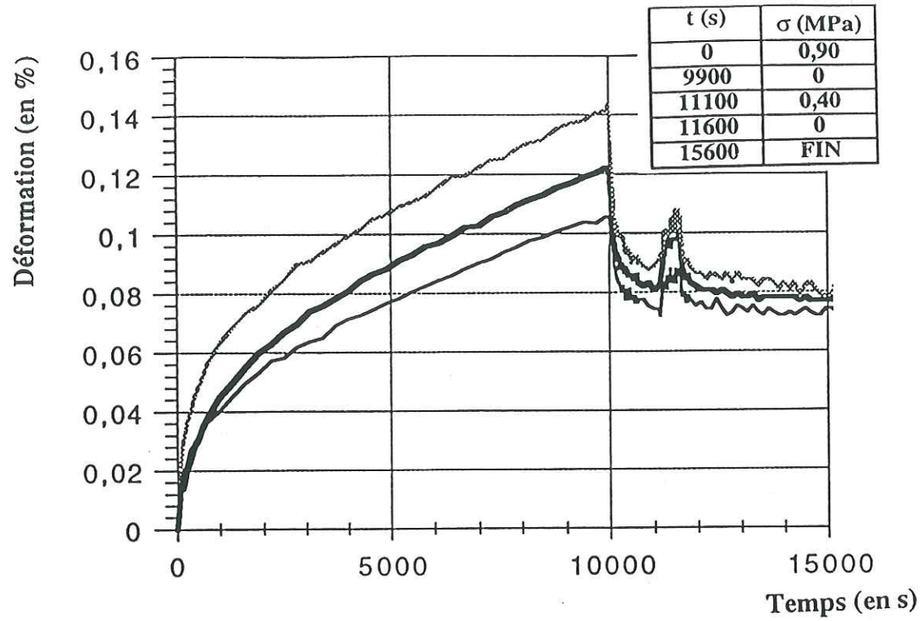


Figure IV-36: expérience de perturbation de charge (charge nominale puis décharge totale avec une recharge)

Essai 9A - Echantillon G31 (d=1mm)

en gras : capteur RP 0,5 - en grisé : capteur RM 7.1 - en noir : capteur RM 8.1

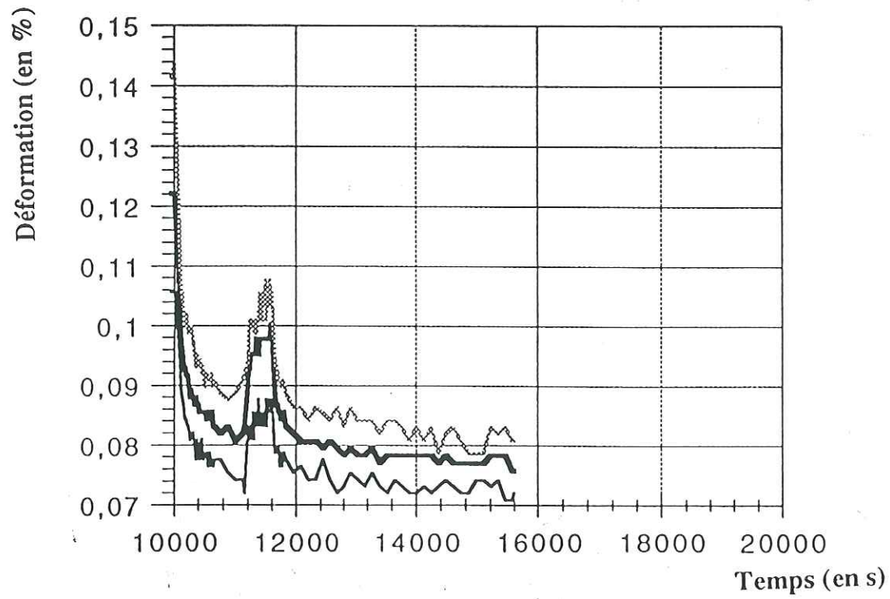
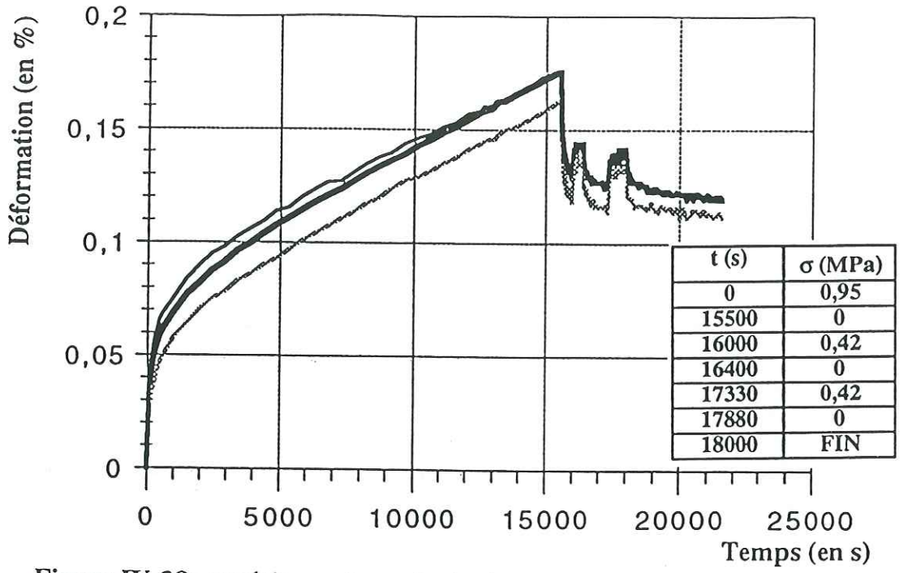


Figure IV-37: expérience de perturbation de charge : zoom sur les variations de déformation

Essai 9A - Echantillon G31 (d=1mm)

en gras : capteur RP 0,5 - en grisé : capteur RM 7.1 - en noir : capteur RM 8.1



t (s)	σ (MPa)
0	0,95
15500	0
16000	0,42
16400	0
17330	0,42
17880	0
18000	FIN

Figure IV-38: expérience de perturbation de charge (charge nominale puis décharge totale avec deux recharges)

Essai 9B - Echantillon G31 (d=1mm)

en gras : capteur RP 0,5 - en grisé : capteur RM 7.1 - en noir : capteur RM 8.1

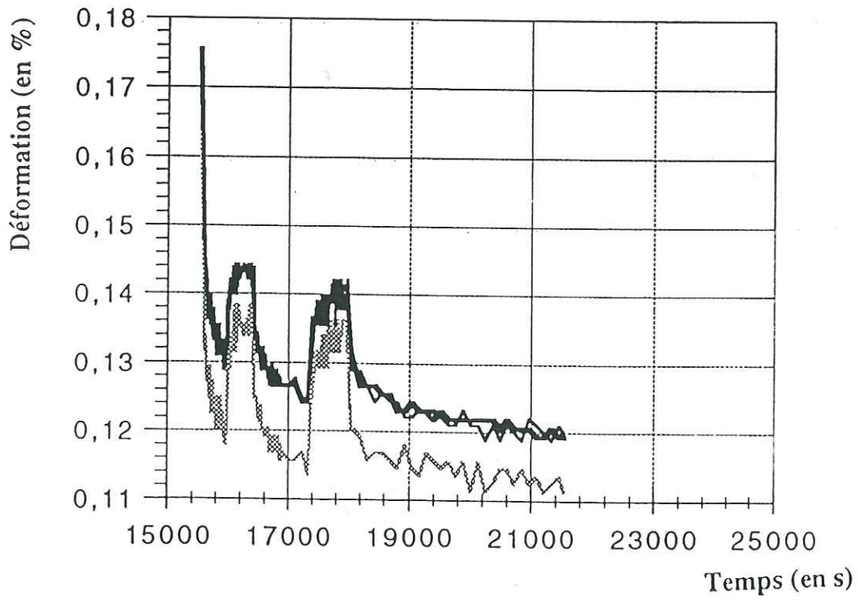
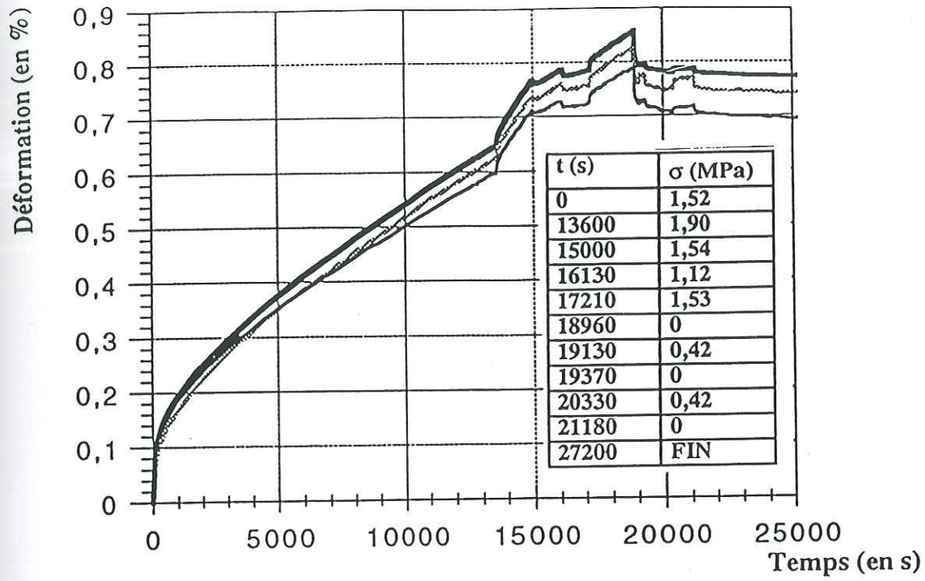


Figure IV-39: expérience de perturbation de charge : zoom sur les variations de déformation

Essai 9B - Echantillon G31 (d=1mm)

en gras : capteur RP 0,5 - en grisé : capteur RM 7.1 - en noir : capteur RM 8.1



t (s)	σ (MPa)
0	1,52
13600	1,90
15000	1,54
16130	1,12
17210	1,53
18960	0
19130	0,42
19370	0
20330	0,42
21180	0
27200	FIN

Figure IV-40: expérience de perturbation de charge (charge nominale / surcharge / charge initiale / décharge partielle / charge initiale puis décharge totale avec deux recharges)

Essai 9C - Echantillon G31 (d=1mm)

- en gras : capteur RP 0,5 - en grisé : capteur RM 7.1 - en noir : capteur RM 8.1

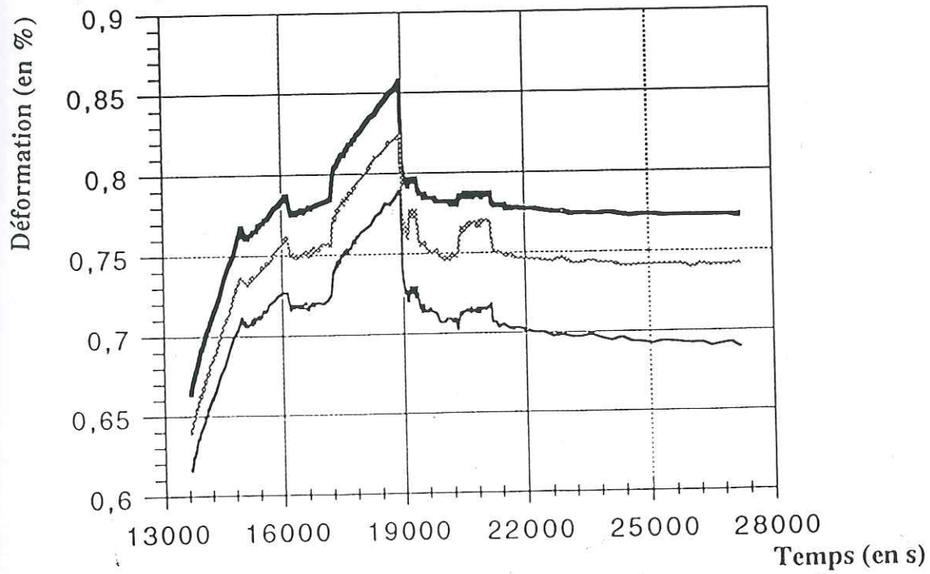
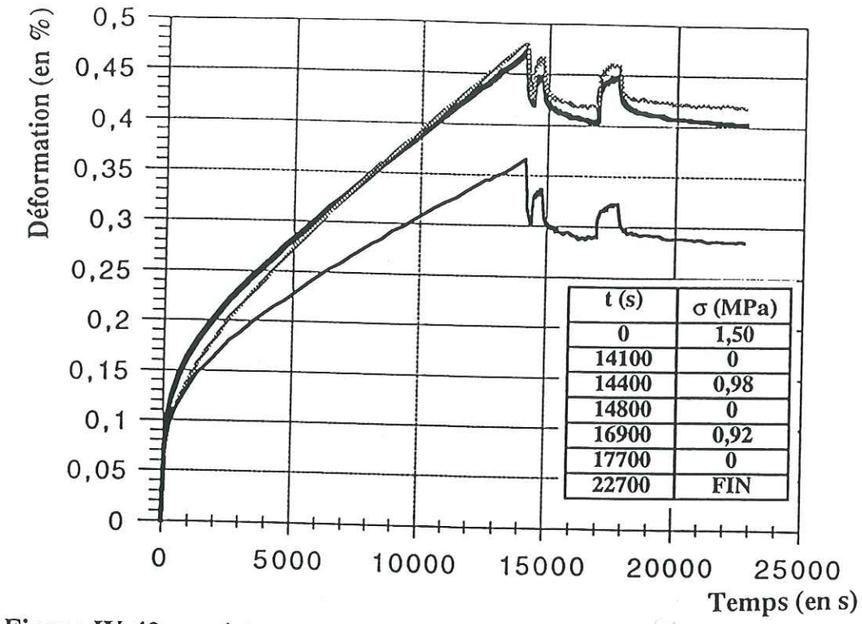


Figure IV-41: expérience de perturbation de charge : zoom sur les variations de déformation

Essai 9C - Echantillon G31 (d=1mm)

- en gras : capteur RP 0,5 - en grisé : capteur RM 7.1 - en noir : capteur RM 8.1



t (s)	σ (MPa)
0	1,50
14100	0
14400	0,98
14800	0
16900	0,92
17700	0
22700	FIN

Figure IV-42: expérience de perturbation de charge (charge nominale puis décharge totale avec deux recharges)

Essai 11B - Echantillon G34 (d=3,5mm)

- en gras : capteur RP 0,5 - en grisé : capteur RM 7.1 - en noir : capteur RM 8.1

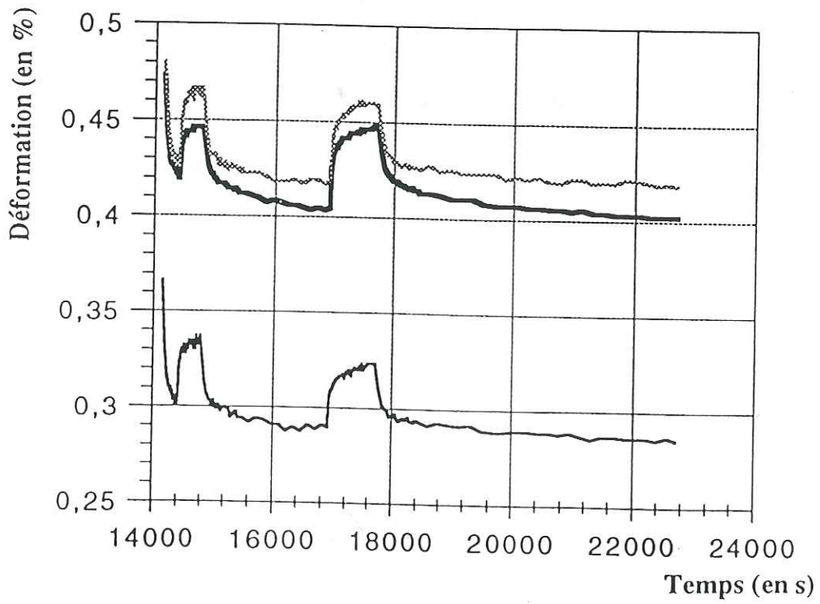


Figure IV-43: expérience de perturbation de charge : zoom sur les variations de déformation

Essai 11B - Echantillon G34 (d=3,5mm)

- en gras : capteur RP 0,5 - en grisé : capteur RM 7.1 - en noir : capteur RM 8.1

CHAPITRE V

Analyse des résultats expérimentaux

L'ensemble des essais du chapitre précédent avait pour objectif de nous fournir des données physiques afin de tester la validité des modèles présentés au Chapitre II. Bien que les expériences réalisées présentent une assez grande dispersion, nous pouvons essayer d'apporter des éléments de réponse aux quelques questions que l'on se pose généralement concernant le fluage transitoire:

- la déformation transitoire est-elle entièrement recouvrable ?
- la déformation restaurée est-elle proportionnelle à la contrainte appliquée ? Est-elle inversement proportionnelle à la taille de grain ?
- comment évolue la déformation transitoire au cours d'un chargement quasi-cyclique ?
- quels enseignements sur les contraintes internes peut-on tirer des expériences de variations de charge ?

V.1- Fluage au premier chargement

V.1.1- Comparaison des essais de fluage

Nous avons vu au chapitre précédent (Ch IV, §3) que nos essais de fluage présentaient une dispersion importante, y compris pour des capteurs montés diamétralement opposés sur l'échantillon qui auraient dû fournir, selon toute logique, des résultats semblables. L'amélioration du centrage de l'échantillon sur la presse a réduit cette dispersion mais celle-ci reste tout de même (trop) importante pour obtenir des résultats d'ordre quantitatif. C'est un problème qui se rencontre fréquemment dans ce type d'expériences où les phénomènes sont non-linéaires. Lemaître et Chaboche (1985) notent que les écarts peuvent aller de 10 à 50% sur la déformation viscoplastique en raison de :

- la nature du phénomène, des hétérogénéités, des incertitudes sur le chargement,
- la dispersion propre à chaque échantillon, liée au procédé d'élaboration, de mise en forme, ...

Les améliorations que nous avons proposées à la fin du Chapitre III visent à réduire ces incertitudes.

Nous nous sommes intéressés dans un premier temps aux essais effectués avec un centrage approximatif de l'échantillon sur la presse. Pour essayer de réduire la dispersion, nous avons moyenné les courbes obtenues pour chaque classe de contrainte : $\sigma = 1{,}2\text{MPa}$, $\sigma = 1{,}4\text{MPa}$, $\sigma = 1{,}6\text{MPa}$ et $\sigma = 1{,}8\text{MPa}$, les classes étant définies à ±0,05 MPa. La méthode est la suivante.

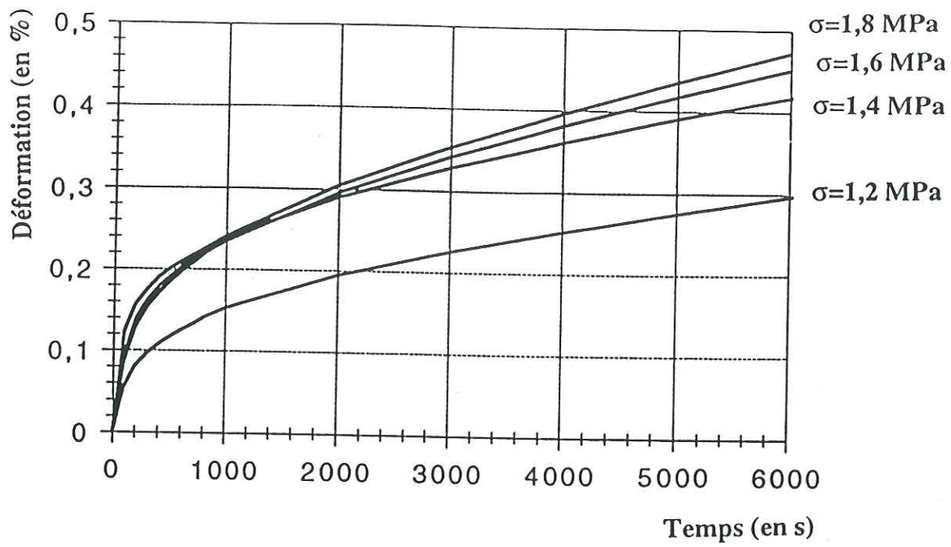


Figure V-1: courbes de fluage moyennes
(σ=1,2 MPa, σ=1,4 MPa, σ=1,6 MPa et σ=1,8 MPa)

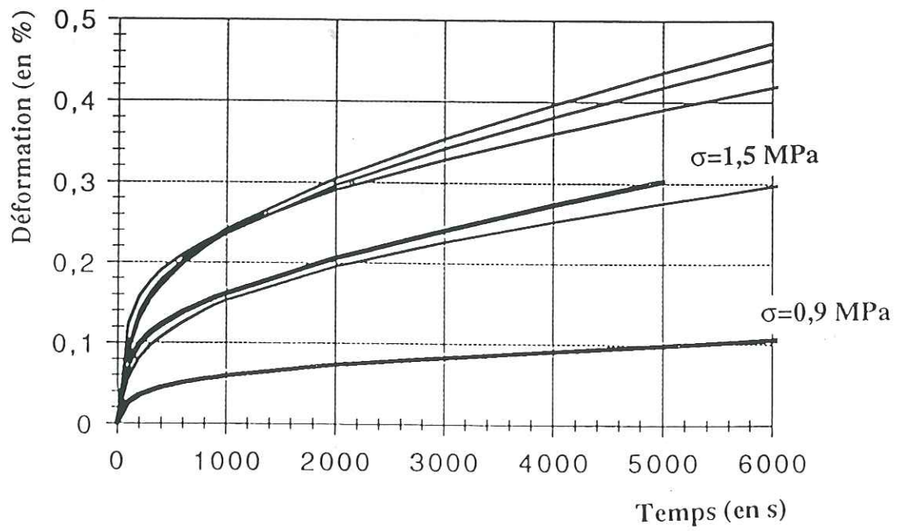


Figure V-2: courbes de fluage moyennes (σ=1,5 MPa et σ=0,9 MPa) superposées aux courbes de la figure V-1

Pour chaque expérience, nous avons effectué dans un premier temps la moyenne arithmétique des valeurs données par les capteurs de déplacement (en ôtant éventuellement ceux qui ont donné des résultats aberrants) afin d'obtenir une courbe unique représentative de l'expérience.

Dans un deuxième temps, pour obtenir la courbe représentative d'une classe de contrainte, nous avons imposé la variable temps t et calculé la déformation expérimentale correspondante $\varepsilon_{t\,fixé}$ par interpolation linéaire entre les deux points expérimentaux dont les temps de mesure encadrent la valeur t fixée :

$$\varepsilon_{t\,fixé} = \varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{t_2 - t_1}\left(t_{fixé} - t_1\right)$$

avec : t_1 plus grande valeur du temps de mesure tel que $t_1 < t_{fixé}$ et t_2 plus petite valeur du temps de mesure tel que $t_{fixé} < t_2$; ε_1 et ε_2 sont les valeurs des déformations expérimentales moyennes aux temps t_1 et t_2.

Puis nous avons effectué la moyenne des courbes interpolées à chaque pas de temps afin d'avoir une courbe représentant la classe de contrainte :

$$\varepsilon_{moyK} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=N}\varepsilon_i$$

où N est le nombre de courbes de la classe K.

Après de telles transformations, il est bien clair que les courbes obtenues n'ont pas une valeur expérimentale de premier ordre. Elles doivent simplement donner une idée des courbes de fluage pour chaque classe de contrainte nominale. Les résultats sont reportés sur la figure V-1. Nous nous apercevons que les courbes ne diffèrent pas notablement les unes des autres bien que nous travaillons dans une gamme de contrainte étendue : de 1,2 à 1,8 MPa. Ainsi, cela signifie que nous ne connaissons pas réellement la contrainte appliquée à la surface de l'échantillon.

Sur la figure V-2, nous avons superposé au graphe précédent, la moyenne des dernières expériences effectuées (avec un centrage précis de l'échantillon sur la presse) à σ=0,9 MPa ou σ=1,5 MPa. Nous remarquons que nous obtenons, avec un meilleur centrage, des courbes significativement différentes suivant la contrainte appliquée. Le centrage plus précis de l'échantillon a donc indéniablement contribué à améliorer les résultats expérimentaux.

V.1.2- Comparaison avec le fluage d'Andrade

Pour chaque classe de contrainte, nous avons comparé les résultats expérimentaux avec la courbe donnée par le fluage d'Andrade :

$\varepsilon = K\,t^{1/3}$ (loi empirique)

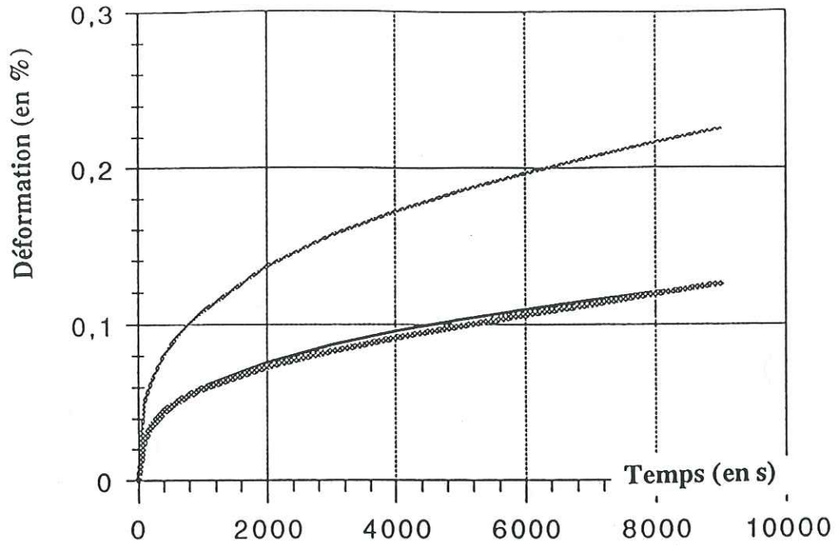


Figure V-3: fluage d'Andrade à σ=0,9 MPa comparé à la courbe expérimentale moyenne à cette contrainte

- en grisé épais: courbe expérimentale - en noir : loi d'Andrade ($K=6{,}0.10^{-5}\ s^{-1/3}$)
- en grisé fin : loi d'Andrade ($A=4{,}3.10^{-19}\ Pa^{-2,4}.s^{-1/3}$ et m=2,4).

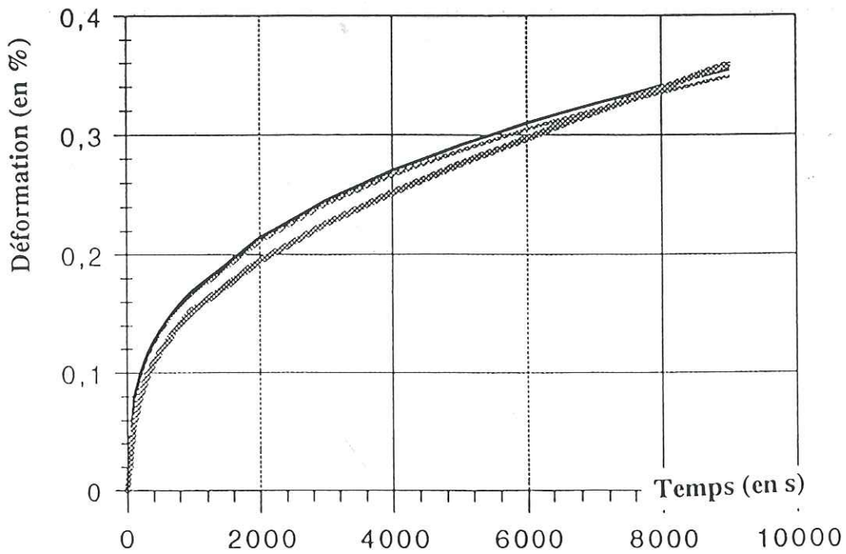


Figure V-4: fluage d'Andrade à σ=1,2 MPa comparé à la courbe expérimentale moyenne à cette contrainte

- en grisé : courbe expérimentale - en noir : loi d'Andrade ($K=17{,}0.10^{-5}\ s^{-1/3}$)
- en grisé fin : loi d'Andrade ($A=4{,}3.10^{-19}\ Pa^{-2,4}.s^{-1/3}$ et m=2,4).

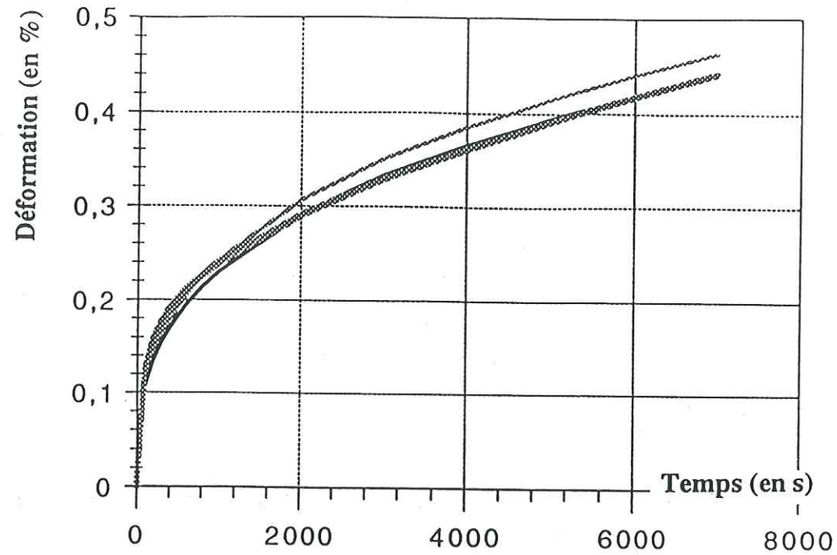


Figure V-5: fluage d'Andrade à σ=1,4 MPa comparé à la courbe expérimentale moyenne à cette contrainte

- en grisé : courbe expérimentale - en noir : loi d'Andrade ($K=23{,}0.10^{-5}\ s^{-1/3}$)
- en grisé fin : loi d'Andrade ($A=4{,}3.10^{-19}\ Pa^{-2,4}.s^{-1/3}$ et m=2,4).

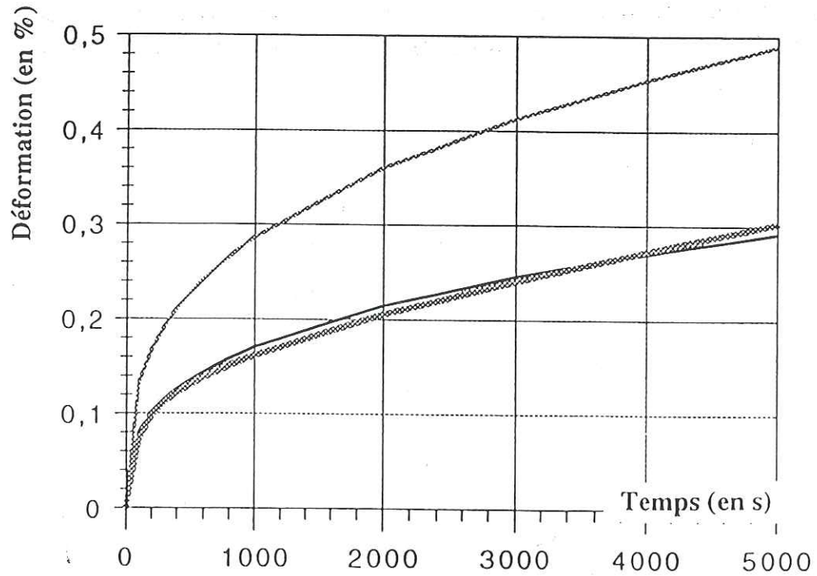


Figure V-6: fluage d'Andrade à σ=1,5 MPa comparé à la courbe expérimentale moyenne à cette contrainte

- en grisé : courbe expérimentale - en noir : loi d'Andrade ($K=17{,}0.10^{-5}\ s^{-1/3}$)
- en grisé fin : loi d'Andrade ($A=4{,}3.10^{-19}\ Pa^{-2,4}.s^{-1/3}$ et m=2,4).

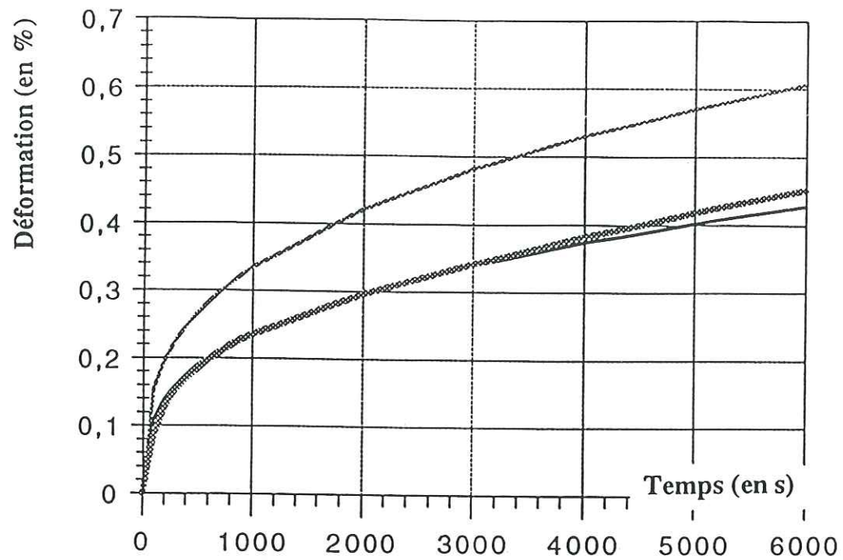


Figure V-7: fluage d'Andrade à σ=1,6 MPa comparé à la courbe expérimentale moyenne à cette contrainte

- en grisé : courbe expérimentale - en noir : loi d'Andrade ($K=23,5.10^{-5}\ s^{-1/3}$)

- en grisé fin : loi d'Andrade ($A=4,3.10^{-19}\ Pa^{-2,4}.s^{-1/3}$ et m=2,4).

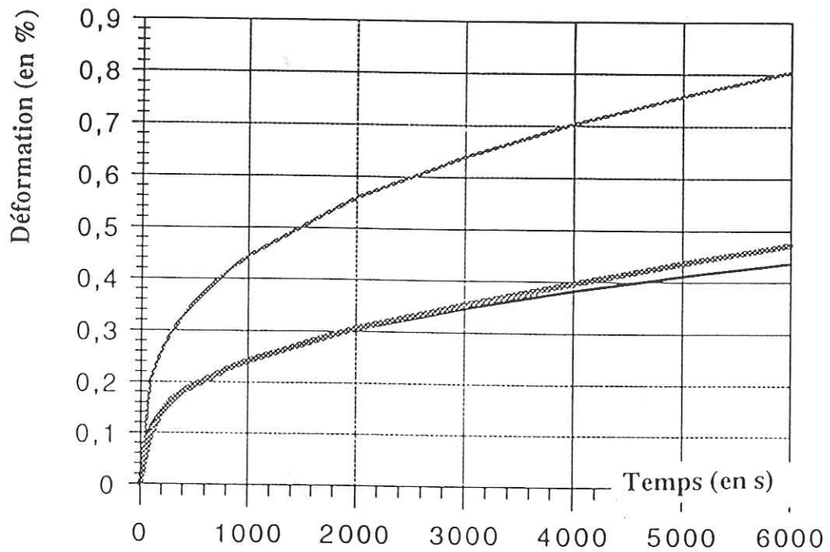


Figure V-8: fluage d'Andrade à σ=1,8 MPa comparé à la courbe expérimentale moyenne à cette contrainte

- en grisé : courbe expérimentale - en noir : loi d'Andrade ($K=24,0.10^{-5}\ s^{-1/3}$)

- en grisé fin : loi d'Andrade ($A=4,3.10^{-19}\ Pa^{-2,4}.s^{-1/3}$ et m=2,4).

(expression de la loi d'Andrade donnée dans Lemaitre et Chaboche, 1985, p257).

Les résultats sont reportés sur les figures V-3 à V-8.

σ (en MPa)	K (en $s^{-1/3}$)
0,9	$6,0.10^{-5}$
1,2	$17,0.10^{-5}$
1,4	$23,0.10^{-5}$
1,5	$17,0.10^{-5}$
1,6	$23,5.10^{-5}$
1,8	$24,0.10^{-5}$

Table V-1 : coefficients d'ajustement utilisés pour la loi d'Andrade (K est ajusté à ±1%)

Dans l'ensemble, la loi d'Andrade reproduit qualitativement assez bien les courbes expérimentales de fluage.

La loi d'Andrade s'écrit aussi sous la forme (Lliboutry , 1987, p427) :

$$\varepsilon = A\,\sigma^m\,t^{1/3}$$

où il est tenu compte de l'effet de la contrainte sur le coefficient K (celui-ci semble d'ailleurs augmenter avec σ d'après nos résultats). La loi d'Andrade est alors de la forme générale $\sigma = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ et inclut un effet d'écrouissage (Lemaitre et Chaboche, 1985, p263).

Les paramètres A et m sont déterminés par une régression linéaire sur les valeurs de K en utilisant :

$$\ln K = \ln A + m \ln \sigma$$

Etant donné le faible nombre de mesures à notre disposition, nous effectuons la régression linéaire sur les valeurs obtenues avec des grains de 1mm et 3,5mm, sans faire de distinction suivant la taille de grain.

Ainsi, nous trouvons :

$A=4,3.10^{-19}\ Pa^{-2,4}.s^{-1/3}$ et m=2,4.

La corrélation est moyenne (r=0,91) mais ce n'est pas surprenant compte-tenu de l'imprécision de nos courbes expérimentales mentionnée au paragraphe précédent. La valeur trouvée pour m se situe entre la valeur m=3 donnée par Duval (1976,) et la valeur m=5/3 proposée par Ashby et Duval (1985) et Lliboutry (1987) (cf.Fig. V-9a).

Notre calcul a simplement pour but de préciser les valeurs à donner aux coefficients de la loi d'Andrade afin qu'elle reproduise qualitativement nos expériences car cela nous sera utile par la suite.

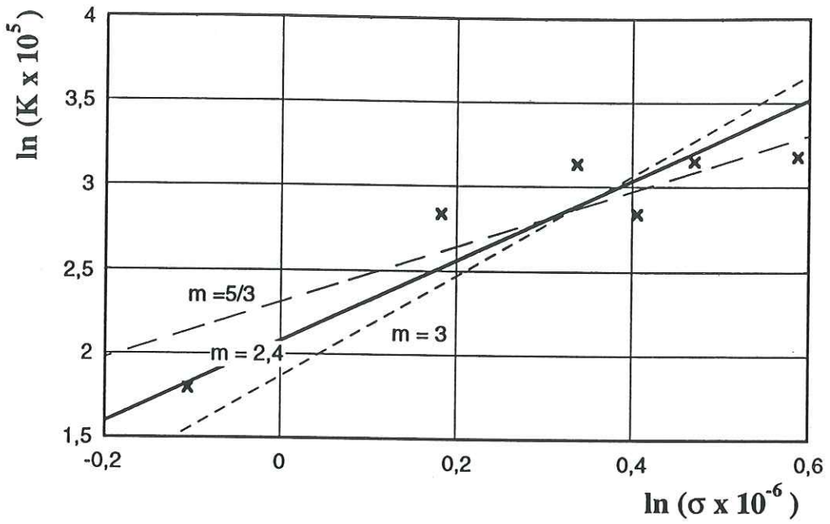


Figure V-9a: régression linéaire donnant les valeurs des coefficients A et m intervenant dans la loi d'Andrade ($K = A\ \sigma^m$)

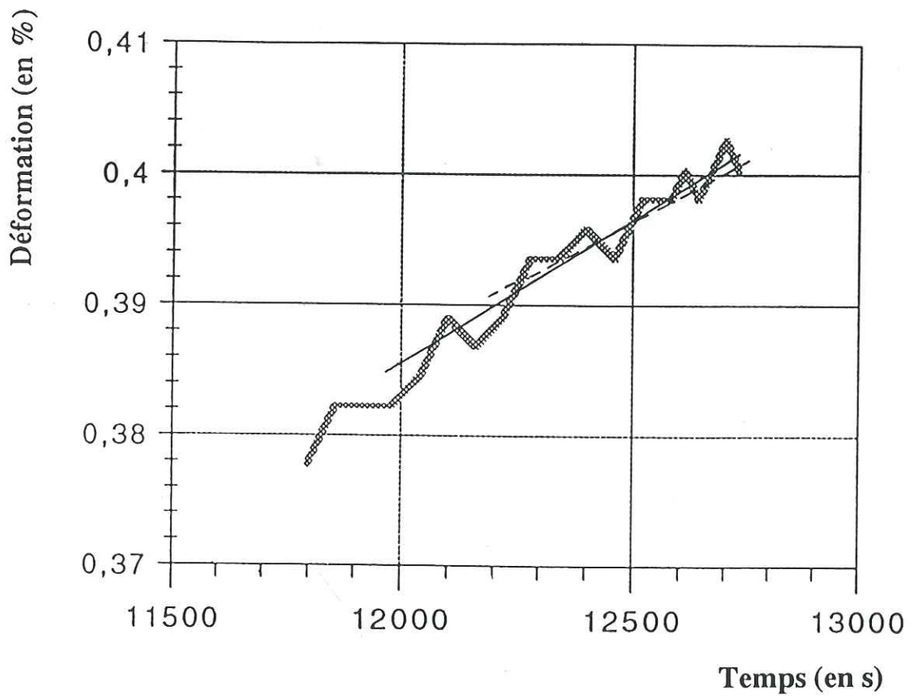


Figure V-9b: vitesses de déformation calculées en fin de fluage
en gras : courbe expérimentale
trait continu : pente calculée avec 15 points expérimentaux : $\dot{\varepsilon} = 2{,}31.10^{-7}\ s^{-1}$
trait pointillé : pente calculée avec 10 points expérimentaux : $\dot{\varepsilon} = 2{,}06.10^{-7}\ s^{-1}$

V.2- Vitesse de déformation minimum

Il n'existe à l'heure actuelle aucune valeur du paramètre $\overline{K}$ de la loi de Glen qui fasse réellement l'unanimité chez les auteurs, $\overline{K}$ étant estimé à 30% près (contrairement au module d'élasticité par exemple qui est pris en général indépendant de T et égal à 9500 MPa). Ainsi, la vitesse minimale de fluage est un paramètre nécessaire au calage des modèles de comportement sur les résultats expérimentaux puisque, connaissant la contrainte appliquée, nous pouvons en déduire le coefficient $\overline{K}$ de la loi de Glen. Cela nous a conduit à déterminer, pour chaque expérience, la valeur de $\overline{K}$ à utiliser dans les calculs d'ajustement présentés au Chapitre VI.

V.2.1- Calcul de la vitesse de fluage minimale

La vitesse minimale de fluage est un paramètre qui est censé être facilement accessible à partir des courbes expérimentales.

En pratique, de nombreux problèmes se posent à la détermination de cette vitesse. Sur quel intervalle de temps devons-nous mesurer la vitesse ? Et surtout quand pouvons-nous estimer être en fluage secondaire ?

V.2.1.1- Intervalle de calcul

Nous calculons la vitesse de déformation, à partir du dernier point mesuré, sur différents intervalles de temps allant de 2 à 24 minutes, l'acquisition donnant un point toutes les minutes. La méthode consiste à ajuster la meilleure droite, au sens des moindres carrés, qui passe par les derniers points expérimentaux et dont la pente nous donne la valeur de la vitesse de déformation. La figure V-9b est un exemple tiré du premier chargement de l'expérience n°92.19 : deux vitesses calculées, l'une à partir des 15 derniers points expérimentaux et l'autre à partir des 10 derniers points expérimentaux sont reportées sur le graphe. Les deux valeurs calculées sont très voisines, celle obtenue sur 10 minutes donnant bien sûr un résultat inférieur à celui obtenu sur 15 minutes (car on se rapproche de la vitesse minimale). Le problème est de savoir quel calcul est le plus robuste, autrement dit avec combien de points expérimentaux pouvons-nous estimer avoir une valeur significative de la vitesse. Le tableau V-2 donne les valeurs des vitesses calculées pour différents intervalles de temps allant de 2 à 24 minutes.

Le calcul de la vitesse s'avère très aléatoire entre 2 et 10 minutes : l'écart-type des pentes est d'au moins 20%. Entre 10 et 20 points expérimentaux, la pente calculée est davantage significative : l'écart-type ne dépasse pas 10%. Au delà de 20 minutes, certes l'écart-type devient nul, mais la vitesse calculée ne représente

Table V-2 : Vitesses de déformation calculées en fin de fluage en fonction du nombre de points expérimentaux choisis (la fréquence d'acquisition est de 1 point/minute; les vitesses sont indiquées en s^{-1}) - d'après l'expérience 92.19.

Capteur	24 points	23 points	22 points	21 points	20 points	**Moyenne**	**Ecart-type**
RM 7.1	$3{,}16.10^{-7}$	$3{,}16.10^{-7}$	$3{,}16.10^{-7}$	$3{,}16.10^{-7}$	$3{,}15.10^{-7}$	**$3{,}16.10^{-7}$**	**0%**

Capteur	19 points	18 points	17 points	16 points	15 points	**Moyenne**	**Ecart-type**
RM 7.1	$2{,}44.10^{-7}$	$2{,}38.10^{-7}$	$2{,}42.10^{-7}$	$2{,}41.10^{-7}$	$2{,}31.10^{-7}$	**$2{,}39.10^{-7}$**	**2%**

Capteur	14 points	13 points	12 points	11 points	10 points	**Moyenne**	**Ecart-type**
RM 7.1	$2{,}21.10^{-7}$	$2{,}33.10^{-7}$	$2{,}14.10^{-7}$	$1{,}91.10^{-7}$	$2{,}06.10^{-7}$	**$2{,}13.10^{-7}$**	**7%**

Capteur	9 points	8 points	7 points	6 points	5 points	**Moyenne**	**Ecart-type**
RM 7.1	$2{,}08.10^{-7}$	$2{,}51.10^{-7}$	$1{,}64.10^{-7}$	$1{,}91.10^{-7}$	$1{,}50.10^{-7}$	**$1{,}92.10^{-7}$**	**20%**

Capteur	4 points	3 points	2 points	**Moyenne**	**Ecart-type**
RM 7.1	$2{,}97.10^{-7}$	$-4{,}26.10^{-7}$	$-7{,}67.10^{-7}$	**$-7{,}03.10^{-8}$**	**350%**

Note :

L'écart-type est défini par : $\sigma_x = \sqrt{\dfrac{\sum \Delta x^2}{n}}$

plus la vitesse minimale recherchée. Nous retiendrons donc comme valeur de la vitesse minimale, la pente calculée avec environ 15 points expérimentaux (en remarquant que l'on commet une légère erreur systématique par excès).

V.2.1.2- La vitesse minimale est-elle atteinte ?

La réponse à cette question est donnée en théorie en traçant le graphe de la vitesse de déformation en fonction de la déformation. La courbe passe par un minimum avant d'entrer dans la phase dite de fluage tertiaire où la vitesse recommence à augmenter (cf Ch I, §2.3.3). Toutefois, pour obtenir une telle courbe, les expériences doivent durer très longtemps. Notre propos étant l'étude du fluage transitoire, nous ne pouvions nous permettre de nous engager dans des expériences aussi longues, d'autant plus qu'après Le Gac (1980) et Jacka (1984), tout ou presque semblait avoir été dit sur le fluage secondaire. Nous proposons donc la méthode empirique suivante.

Jacka (1984) a fourni de nombreux résultats expérimentaux sur le fluage secondaire de la glace polycristalline. Les courbes fournies par l'auteur permettent de dresser des tables donnant l'évolution de la vitesse de déformation en fonction du temps pour différentes valeurs de la contrainte appliquée (cf Table V-3).

Dans le cas où nous avons effectué un essai de fluage à la même contrainte nominale que Jacka, ces tableaux servent de référence pour vérifier si, au temps t_0 correspondant à la fin de notre chargement, nous avons atteint ou non la vitesse minimale. Sachant que la déformation est approchée grossièrement par la loi d'Andrade (cf §1.2) au cours de la première charge, nous avons :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{A}{3}\,\sigma^m\, t^{-2/3} \qquad \text{avec} \quad A=4{,}3.10^{-19}\ Pa^{-2,4}.s^{-1/3} \text{ et } m=2{,}4$$

$(t_1, \dot{\varepsilon}_1)$ étant le couple extrait de la table au temps t_1 le plus proche de t_0 et en supposant que les coefficients A et m déterminés sur nos résultats soient également valables pour ceux de Jacka (1984), nous estimons alors le rapport $\alpha = \dot{\varepsilon}_0/\dot{\varepsilon}_{min}$, appelé coefficient correcteur, en fin de chargement par :

$$\dot{\varepsilon}_0/\dot{\varepsilon}_1 = (t_0/t_1)^{-2/3}$$

puis :

$$\alpha = (\dot{\varepsilon}_1/\dot{\varepsilon}_{min})\,(t_0/t_1)^{-2/3}$$

Dans le cas où nous avons effectué un essai à $\sigma=\sigma_0$, valeur ne figurant pas dans la table (donc non testée par Jacka), nous pouvons estimer par interpolation la valeur du rapport $\alpha = (\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{min})_0$ en fin de fluage au temps t_0. Soit σ_1 la valeur de la contrainte extraite de la table la plus proche de σ_0 et soit $(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{min})_1$ le rapport donné par la table au même temps t_0. Nous avons alors, en tenant compte de la loi de Glen (cf Ch I, 2.3.2) avec n=3 :

Table V-3 : Evolution de la vitesse de déformation en fluage $\dot{\varepsilon}$ jusqu'à l'obtention de la vitesse minimum $\dot{\varepsilon}_{min}$ à T=-10°C (d'après Jacka, 1984)

σ = 0,42 MPa			σ = 0,64 MPa		
t (en s)	$\dot{\varepsilon}$ (en s^{-1})	$\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{min}$	t (en s)	$\dot{\varepsilon}$ (en s^{-1})	$\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{min}$
$7{,}20.10^3$	$2{,}83.10^{-8}$	5,71	$7{,}20.10^3$	$7{,}07.10^{-8}$	4,17
$1{,}80.10^4$	$1{,}70.10^{-8}$	3,43	$1{,}08.10^4$	$4{,}95.10^{-8}$	2,92
$3{,}60.10^4$	$1{,}41.10^{-8}$	2,86	$1{,}80.10^4$	$4{,}24.10^{-8}$	2,50
$7{,}20.10^4$	$9{,}90.10^{-9}$	2,00	$3{,}60.10^4$	$2{,}83.10^{-8}$	1,67
$1{,}80.10^5$	$7{,}07.10^{-9}$	1,43	$7{,}20.10^4$	$2{,}12.10^{-8}$	1,25
$3{,}60.10^5$	$5{,}66.10^{-9}$	1,14	$3{,}60.10^5$	$1{,}84.10^{-8}$	1,08
$1{,}73.10^6$	$4{,}95.10^{-9}$	1,00	$5{,}04.10^5$	$1{,}70.10^{-8}$	1,00

σ = 0,85 MPa			σ = 1,27 MPa		
t (en s)	$\dot{\varepsilon}$ (en s^{-1})	$\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{min}$	t (en s)	$\dot{\varepsilon}$ (en s^{-1})	$\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{min}$
$5{,}40.10^3$	$1{,}41.10^{-7}$	3,45	$3{,}60.10^3$	$2{,}83.10^{-7}$	2,00
$7{,}20.10^3$	$1{,}13.10^{-7}$	2,76	$5{,}40.10^3$	$2{,}54.10^{-7}$	1,80
$1{,}44.10^4$	$9{,}19.10^{-8}$	2,24	$7{,}20.10^3$	$2{,}12.10^{-7}$	1,50
$2{,}16.10^4$	$7{,}07.10^{-8}$	1,72	$1{,}08.10^4$	$1{,}84.10^{-7}$	1,30
$3{,}60.10^4$	$6{,}36.10^{-8}$	1,55	$1{,}44.10^4$	$1{,}77.10^{-7}$	1,25
$3{,}85.10^4$	$4{,}95.10^{-8}$	1,21	$2{,}16.10^4$	$1{,}70.10^{-7}$	1,20
$4{,}03.10^4$	$4{,}52.10^{-8}$	1,10	$2{,}52.10^4$	$1{,}56.10^{-7}$	1,10
$4{,}68.10^4$	$4{,}38.10^{-8}$	1,07	$4{,}32.10^4$	$1{,}41.10^{-7}$	1,00
$1{,}44.10^5$	$4{,}10.10^{-8}$	1,00			

σ = 1,70 MPa			σ = 2,12 MPa		
t (en s)	$\dot{\varepsilon}$ (en s^{-1})	$\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{min}$	t (en s)	$\dot{\varepsilon}$ (en s^{-1})	$\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{min}$
$3{,}60.10^3$	$5{,}23.10^{-7}$	1,42	$3{,}60.10^3$	$7{,}78.10^{-7}$	1,37
$5{,}40.10^3$	$4{,}95.10^{-7}$	1,34	$5{,}40.10^3$	$6{,}93.10^{-7}$	1,22
$9{,}00.10^3$	$4{,}10.10^{-7}$	1,11	$9{,}00.10^3$	$6{,}36.10^{-7}$	1,12
$1{,}26.10^4$	$3{,}96.10^{-7}$	1,08	$9{,}72.10^3$	$5{,}66.10^{-7}$	1,00
$1{,}48.10^4$	$3{,}68.10^{-7}$	1,00			

Table V-4 : Expériences dans lesquelles la vitesse minimale de fluage $\dot{\varepsilon}_{min}$ a été atteinte (ou quasiment atteinte) - Grandeurs caractéristiques

ESSAI	91.05	91.10	91.11	91.12
d (mm)	3,5	1	1	1
σ (MPa)	1,82	1,65	1,80	1,66
ε_e	$1{,}92.10^{-4}$	$1{,}74.10^{-4}$	$1{,}89.10^{-4}$	$1{,}75.10^{-4}$
t_{II} (s)	13470	10200	16793	20200
ε_{II} (%)	0,61	0,59	0,85	0,98
$\dot{\varepsilon}_{II}$ (s-1)	$2{,}26.10^{-7}$	$3{,}19.10^{-7}$	$2{,}71.10^{-7}$	$2{,}59.10^{-7}$
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$3{,}75.10^{-8}$	$7{,}09.10^{-8}$	$4{,}64.10^{-8}$	$5{,}65.10^{-8}$
α	1,0	1,1	1,0	1,0
$\overline{K}/\alpha$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$3{,}75.10^{-8}$	$6{,}44.10^{-8}$	$4{,}64.10^{-8}$	$5{,}65.10^{-8}$
ESSAI	**91.13**	**92.19**	**ESS9C**	**ESS11B**
d (mm)	3,5	1	1	3,5
σ (MPa)	1,54	1,55	1,50	1,50
ε_e	$1{,}62.10^{-4}$	$1{,}63.10^{-4}$	$1{,}58.10^{-4}$	$1{,}58.10^{-4}$
t_{II} (s)	15100	12732	13602	14144
ε_{II} (%)	0,56	0,67	0,62	0,44
$\dot{\varepsilon}_{II}$ (s^{-1})	$1{,}77.10^{-7}$	$2{,}99.10^{-7}$	$2{,}56.10^{-7}$	$1{,}84.10^{-7}$
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4{,}84.10^{-8}$	$8{,}03.10^{-8}$	$7{,}59.10^{-8}$	$5{,}46.10^{-8}$
α	1,1	1,1	1,1	1,1
$\overline{K}/\alpha$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4{,}40.10^{-8}$	$7{,}30.10^{-8}$	$6{,}90.10^{-8}$	$4{,}96.10^{-8}$

Notations :

- d : taille de grain de l'échantillon;
- σ : contrainte nominale;
- ε_e : déformation élastique calculée par : $\varepsilon_e = \sigma/E$, avec E=9500 MPa;
- t_{II} : temps de chargement;
- ε_{II} : déformation à la fin du chargement;
- $\dot{\varepsilon}_{II}$: vitesse de déformation atteinte à la fin du chargement;
- α : rapport $\dot{\varepsilon}_{II}/\dot{\varepsilon}_{min}$ estimé (coefficient correcteur);
- $\overline{K}$: coefficient de la loi de Glen calculé par : $\overline{K} = \frac{\dot{\varepsilon}_{II}}{\sigma^3}$

- Remarque : ε_{II} et $\dot{\varepsilon}_{II}$ sont les moyennes arithmétiques des valeurs indiquées par les capteurs de déformation utilisés.

Table V-5 : récapitulatif des coefficients de Glen $\overline{K}$ calculés dans nos diverses expériences - application du coefficient correcteur α

ESSAI	90.C	91.05	91.06	91.07	91.09
d (mm)	1	3,5	3,5	3,5	1
σ (MPa)	1,72	1,82	1,25	1,20	1,21
ε_e	$1,81.10^{-4}$	$1,92.10^{-4}$	$1,32.10^{-4}$	$1,26.10^{-4}$	$1,27.10^{-4}$
t_{II} (s)	6400	13500	15800	19500	12400
ε_{II} (%)	0,44	0,61	0,66	0,36	0,41
$\dot{\varepsilon}_{II}$ (s^{-1})	$3,44.10^{-7}$	$2,26.10^{-7}$	$2,15.10^{-7}$	$7,98.10^{-7}$	$1,60.10^{-7}$
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6,67.10^{-8}$	$3,75.10^{-8}$	$11,0.10^{-8}$	$4,62.10^{-8}$	$9,06.10^{-8}$
α	1,2	1,0	1,2	1,3	1,2
$\overline{K}/\alpha$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5,63.10^{-8}$	$3,75.10^{-8}$	$9,17.10^{-8}$	$3,56.10^{-8}$	$7,54.10^{-8}$

ESSAI	91.10	91.11	91.12	91.13	91.17
d (mm)	1	1	1	3,5	3,5
σ (MPa)	1,65	1,80	1,66	1,54	1,50
ε_e	$1,74.10^{-4}$	$1,89.10^{-4}$	$1,75.10^{-4}$	$1,62.10^{-4}$	$1,58.10^{-4}$
t_{II} (s)	10200	16800	20200	15100	8400
ε_{II} (%)	0,59	0,85	0,98	0,56	0,44
$\dot{\varepsilon}_{II}$ (s^{-1})	$3,19.10^{-7}$	$2,71.10^{-7}$	$2,59.10^{-7}$	$1,77.10^{-7}$	$1,84.10^{-7}$
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$7,09.10^{-8}$	$4,64.10^{-8}$	$5,65.10^{-8}$	$4,84.10^{-8}$	$5,46.10^{-8}$
α	1,1	1,0	1,0	1,1	1,3
$\overline{K}/\alpha$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6,44.10^{-8}$	$4,64.10^{-8}$	$5,65.10^{-8}$	$4,40.10^{-8}$	$4,19.10^{-8}$

Table V-5 (suite) : récapitulatif des coefficients de Glen $\overline{K}$ calculés dans nos diverses expériences - application du coefficient correcteur α

ESSAI	92.19	92.20	92.22	92.23	ESS 9A
d (mm)	1	3,5	3,5	3,5	1
σ (MPa)	1,55	1,44	1,55	1,40	0,90
ε_e	$1,63.10^{-4}$	$1,52.10^{-4}$	$1,63.10^{-4}$	$1,47.10^{-4}$	$0,95.10^{-4}$
t_{II} (s)	12700	7200	6000	10500	10000
ε_{II} (%)	0,67	0,51	0,50	0,50	0,12
$\dot{\varepsilon}_{II}$ (s^{-1})	$2,99.10^{-7}$	$3,14.10^{-7}$	$3,74.10^{-7}$	$2,04.10^{-7}$	$0,53.10^{-7}$
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$8,03.10^{-8}$	$10,51.10^{-8}$	$10,04.10^{-8}$	$7,42.10^{-8}$	$7,22.10^{-8}$
α	1,1	1,4	1,4	1,2	2,2
$\overline{K}/\alpha$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$7,30.10^{-8}$	$7,51.10^{-8}$	$7,18.10^{-8}$	$6,19.10^{-8}$	$3,28.10^{-8}$

ESSAI	ESS 9B	ESS 9C	ESS 9D	ESS 11A	ESS 11B
d (mm)	1	1	1	3,5	3,5
σ (MPa)	0,95	1,50	1,50	1,50	1,50
ε_e	$1,00.10^{-4}$	$1,58.10^{-4}$	$1,58.10^{-4}$	$1,58.10^{-4}$	$1,58.10^{-4}$
t_{II} (s)	15500	13600	5600	5600	14100
ε_{II} (%)	0,17	0,62	0,30	0,30	0,44
$\dot{\varepsilon}_{II}$ (s^{-1})	$0,62.10^{-7}$	$2,56.10^{-7}$	$2,75.10^{-7}$	$2,75.10^{-7}$	$1,84.10^{-7}$
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$7,24.10^{-8}$	$7,59.10^{-8}$	$8,14.10^{-8}$	$8,14.10^{-8}$	$5,46.10^{-8}$
α	2	1,1	1,4	1,4	1,1
$\overline{K}/\alpha$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$3,62.10^{-8}$	$6,90.10^{-8}$	$5,82.10^{-8}$	$5,82.10^{-8}$	$4,96.10^{-8}$

Moyennes (et écart-types) de $\overline{K}$ (en $MPa^{-3}.s^{-1}$)			
$1,0 \leq \alpha \leq 1,1$		α quelconque	
$\overline{K}$	$\overline{K}/\alpha$	$\overline{K}$	$\overline{K}/\alpha$
$5,89.10^{-8}$	$5,51.10^{-8}$	$7,20.10^{-8}$	$5,69.10^{-8}$
(26%)	(23%)	(29%)	(29%)

Notations :

Les notations sont identiques à celles de la table V-4.

052 097796 8

BIBLIOTHÈQUE SCIENCES GRENOBLE UNIVERSITAIRE

$$(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{min})_0 = \frac{A}{3}\,\sigma_0^m\, t_0^{-2/3} \Big/ \overline{K}\,\sigma_0^3$$

$$(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{min})_1 = \frac{A}{3}\,\sigma_1^m\, t_0^{-2/3} \Big/ \overline{K}\,\sigma_1^3$$

Par division membre à membre, il vient :

$$\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{min}}\right)_0 = \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{min}}\right)_1 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0}\right)^3 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1}\right)^{2,4} = \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{min}}\right)_1 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0}\right)^{0,6}$$

Ce qui permet d'estimer le coefficient correcteur $\alpha = (\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{min})_0$ au temps t_0 pour la valeur σ_0 de la contrainte appliquée.

Cette méthode est bien sûr très approximative. Elle a néanmoins un intérêt pratique pour l'expérimentateur (et par conséquent pour le modélisateur) en situant grossièrement la valeur de la vitesse de déformation calculée $\dot{\varepsilon}_{II}$ à la fin de l'essai par rapport à la vitesse minimale $\dot{\varepsilon}_{min}$. Nous définissons ensuite une valeur corrigée de $\overline{K}$ par : $\overline{K}_{corrigé} = \overline{K}_{mesuré}/\alpha$ avec $\alpha = \dot{\varepsilon}_{II}/\dot{\varepsilon}_{min}$.

Les expériences pour lesquelles nous avons estimé que la vitesse minimale a été atteinte (le rapport $\dot{\varepsilon}_{II}/\dot{\varepsilon}_{min}$ n'excédant pas 1,1) sont résumées dans le tableau V-4.

Finalement, sur une vingtaine d'expériences réalisées, nous avons atteint la vitesse minimale dans à peine la moitié des cas. Pour ceux-ci, la valeur moyenne de $\overline{K}$ est : $5{,}51.10^{-8}$ $MPa^{-3}.s^{-1}$ (écart-type 23%).

Sur l'ensemble des expériences, la moyenne de $\overline{K}$ est: $5{,}69.10^{-8}$ $MPa^{-3}.s^{-1}$ (écart-type 29%); elle est donc en accord avec le dernier résultat.

Si l'on avait simplement calculé $\overline{K}$ à partir de la vitesse en fin de fluage mais sans tenir compte d'un coefficient correcteur, la moyenne aurait donné $7{,}20.10^{-8}$ $MPa^{-3}.s^{-1}$, ce qui semble trop élevé (cf Table V-5).

V.2.2- Comparaison avec d'autres résultats expérimentaux

Nous pouvons essayer de comparer les valeurs de $\overline{K}$ que nous avons trouvées avec les résultats obtenus par d'autres auteurs. Ceux-ci ont en général opéré à des températures différentes de la nôtre (T=-10°C). Nous ramenons donc toutes les valeurs de $\overline{K}$ à la même température T=-10°C en prenant pour loi de variation de $\overline{K}$, une loi d'Arrhénius :

$$\overline{K} = \overline{K}_0.\exp\left(-\frac{Q}{R\,T}\right)$$

avec : $\overline{K}_0$ coefficient de référence de la loi de Glen (en $Pa^{-3}.s^{-1}$); Q énergie d'activation (en J); R constante des gaz parfaits (valeur 8,32 dans le S.I.) et T température (en °K).

Nous avons pris pour valeurs de l'énergie d'activation celles proposées par Le Gac (1980), à savoir : à T<-8°C, Q=78 kJ/mol et à -8°C<T<-2°C, Q=120 kJ/mol.

Les résultats sont résumés dans le tableau V-6 :

N°	T (en °C)	$\overline{K}$ (en $MPa^{-3}\,s^{-1}$)	Auteur	$\overline{K}$ (à -10°C) (en $MPa^{-3}\,s^{-1}$)
1	-4,6	$1{,}92.10^{-7}$	Le Gac (1980)	$6{,}37.10^{-8}$
2	-5	$2{,}89.10^{-7}$	Mellor et Cole (1982)	$10{,}37.10^{-8}$
3	-5	$1{,}86.10^{-7}$	Jacka (1984)	$6{,}67.10^{-8}$
4	-7	$7{,}91.10^{-8}$	Le Gac (1980)	$4{,}27.10^{-8}$
5	-10,6	$6{,}68.10^{-8}$	Jacka (1984)	$7{,}24.10^{-8}$
6	-17,8	$1{,}82.10^{-8}$	Jacka (1984)	$5{,}43.10^{-8}$
7	-32,5	$7{,}97.10^{-9}$	Jacka (1984)	$22{,}37.10^{-8}$
			Moyenne :	**$8{,}96.10^{-8}$**
			Moy (sauf 2 et 7) :	**$6{,}00.10^{-8}$**
8	-10	$5{,}51.10^{-8}$	Nos Essais	**$5{,}51.10^{-8}$**

Table V-6 : comparaison de la valeur de $\overline{K}$ trouvée dans nos essais avec celle donnée par d'autres auteurs.

Il apparait une importante dispersion ce qui rend difficile la comparaison avec nos résultats expérimentaux. Cependant, Mellor et Cole (1982) ayant opéré à des contraintes élevées (jusqu'à 3MPa), leur résultat (valeur n°2) est sûrement faussé par la microfissuration. La valeur n°7 (Jacka, 1984) est également trop élevée. La température très basse a dû conduire à ce résultat, les expériences devant alors durer très longtemps pour atteindre le régime secondaire.

Ainsi, en ôtant les deux éléments mentionnés, nous pouvons retenir la valeur moyenne de $\overline{K}=6{,}00.10^{-8}$ $MPa^{-3}.s^{-1}$, ce qui concorde assez bien avec nos résultats.

V.3- Etude de la déformation transitoire recouvrée à la décharge

V.3.1- Comportement des capteurs de déformation à la décharge

Lors de nos essais expérimentaux, il nous a semblé que les courbes de décharge présentaient des allures différentes suivant le type de capteur de déformation utilisé. (En effet, au cours de nos péripéties expérimentales, nous avons été amené à changer souvent de modèle de capteur !). Par conséquent, il est

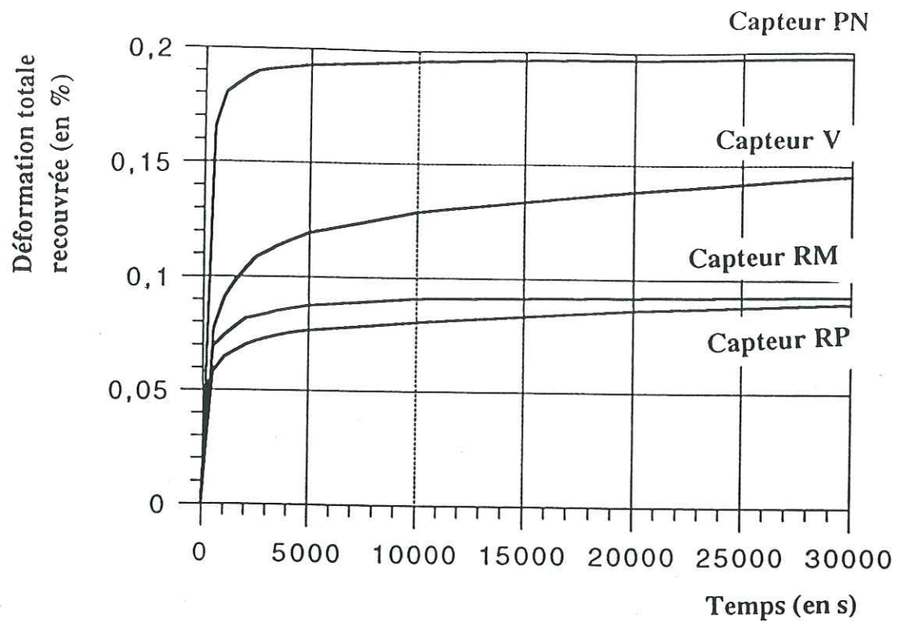


Figure V-10 : courbes moyennes de décharge selon le type de capteur de déformation utilisé

Décharge	Capteur			
durée	V	RP	RM	PN
1 heure	77%	87%	90%	98%
2 heures	83%	91%	95%	98%
3 heures	87%	93%	97%	99%
4 heures	90%	95%	98%	100%
5 heures	91%	95%	99%	100%

Table V-7 : évolution de la déformation recouvrée en fonction du temps (en pourcentage de la déformation recouvrée totale à la fin de la décharge) pour différents modèles de capteurs de déformation

Les expériences sélectionnées sont : 91.11, 91.12 pour V; 91.12, 91.13, 91.17 pour RP; 92.19 pour RM et 91.11, 91.13, 91.17, 92.19 pour PN.

intéressant d'analyser de manière un peu plus quantitative le comportement des capteurs à la décharge.

Nous avons testé quatre modèles de capteurs différents, tous issus de la même firme Schlumberger. Le premier modèle sera appelé V. Il ne possède pas de ressort de rappel, simplement un soufflet en Viton. Les trois autres modèles possèdent tous un Ressort de rappel. Nous distinguons cependant parmi eux les types RP, RM et PN. Le modèle RP possède un axe libre sans protection alors que pour le modèle RM, plus récent, l'axe central est protégé par une membrane en plastique souple. Lorsque l'on comprime le capteur avec le doigt (au règlage des offsets par exemple), le modèle RM paraît plus rigide; peut-être en raison de la membrane ? Mais à la décharge, les deux capteurs répondent instantanément de la même façon. Les modèles RP et RM sont en fait très semblables. Quant au type PN, il est identique au type RP; simplement ce capteur étant toujours monté entre le plateau supérieur de la presse et le bâti, il mérite à ce titre d'être distingué des autres (les capteurs V, RP et RM sont montés sur l'échantillon).

Nous avons sélectionné les expériences où une charge/décharge a été effectuée et où cette dernière étape a duré suffisamment longtemps pour être significative (soit environ 20000 s) pour obtenir une courbe représentative du comportement de chaque capteur.

Tout d'abord, afin de pouvoir effectuer une moyenne sur les courbes expérimentales, il nous faut calculer une courbe interpolée à des temps fixés. Pour chaque pas de temps t imposé, la déformation expérimentale correspondante $\varepsilon_{t\,fixé}$ est calculée par interpolation linéaire entre les deux points expérimentaux dont les temps de mesure encadrent la valeur t fixée :

$$\varepsilon_{t\,fixé} = \varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{t_2 - t_1}\left(t_{fixé} - t_1\right)$$

avec : t_1 plus grande telle que $t_1 < t_{fixé}$ et t_2 plus petite valeur telle que $t_{fixé} < t_2$; ε_1 et ε_2 sont les valeurs des déformations expérimentales aux temps t_1 et t_2.

Puis la courbe moyenne est estimée par :

$$\varepsilon_{moy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n}\varepsilon_i$$

(n étant le nombre de courbes sélectionnées, et ε_i la valeur interpolée de l'expérience i)

La figure V-10 représente l'allure des courbes moyennes de décharge selon le capteur de déformation utilisé et le tableau V-7 donne l'évolution de la déformation recouvrée en fonction du temps (en pourcentage de la déformation recouvrée totale).

Les chiffres montrent que le capteur sur plateau (Capteur PN) restitue très vite la quasi-totalité de la déformation en une heure environ, la vitesse de

Table V-8 : valeurs de la déformation recouvrée à la décharge estimée d'après différents essais où la vitesse minimale a été atteinte à la fin du chargement précédent

Essai	d (mm)	σ (MPa)	t_{II} (s)	ε_e	ε_{II} (%)	ε_t (%)	ε_{rec} (%)	$\varepsilon_{rec}/\varepsilon_e$	$\varepsilon_{rec}/\varepsilon_t$
91.11	1	1,80	16800	$1,89.10^{-4}$	0,85	0,37	0,17	8,99	45%
91.12	1	1,65	20200	$1,74.10^{-4}$	0,98	0,44	0,13	7,43	30%
91.10	1	1,65	10200	$1,74.10^{-4}$	0,59	0,28	0,13	7,47	47%
92.19	1	1,55	12700	$1,63.10^{-4}$	0,67	0,31	0,11	6,75	35%
91.13	3,5	1,54	15100	$1,62.10^{-4}$	0,56	0,28	0,14	8,64	51%

Notations :

- d : taille de grain de l'échantillon;
- σ : contrainte appliquée lors de la charge précédente;
- t_{II} : durée du premier chargement;
- ε_e : déformation élastique calculée par : $\varepsilon_e = \sigma/E$ avec E=9500 MPa;
- ε_{II} : déformation totale à l'instant de la décharge (ou à la fin de la charge);
- ε_t : déformation transitoire totale à la fin du chargement précédent calculée par: $\varepsilon_t = \varepsilon_{II} - \varepsilon_e - \varepsilon_v$ où ε_v est évaluée par : $\varepsilon_v = \overline{K}\,\sigma^3\, t_{II}$
- ε_{rec} : déformation recouvrée à la fin de la décharge calculée par : $\varepsilon_{rec} = \varepsilon_{rec\ tot} - \varepsilon_e$
- Remarque : ε_{II}, ε_t et ε_{rec} sont les moyennes arithmétiques des valeurs indiquées par les capteurs de déformation utilisés.

déformation est alors voisine de 0. L'autre extrème est représenté par le capteur sans ressort de rappel (Capteur V). Au bout d'une heure, seulement 77% de la déformation est recouvrée. Les capteurs de déformation avec ressort de rappel (Capteurs RP et RM) se placent au juste milieu et c'est à peu près 90% de la déformation qui est restituée au bout d'une heure.

Ainsi, il est clair qu'un frottement parasite dans les capteurs sans ressort de rappel "freine" la recouvrance de la déformation. Au bout d'une heure, la vitesse de déformation est loin d'être nulle. Il faudrait attendre plus de 4h avant d'avoir entre 90 et 100% de la déformation recouvrée. L'absence de ressort nous oblige en effet à souder à l'eau la pastille à l'extrémité du capteur sur la patte inférieure du support. Ce montage est délicat à réaliser. L'axe du capteur peut être soudé de travers (d'où un frottement) et la soudure peut également se sublimer au cours de l'expérience (nous mesurons alors la relaxation de la membrane en viton à la décharge).

En ce qui concerne les capteurs avec ressort (RP ou RM), nous pouvons estimer qu'au delà de 4h à 5h de décharge, pratiquement 100% de la déformation est restituée et que la vitesse de déformation est quasiment nulle. Toutefois, dans quelques cas défavorables, seulement 80% de la déformation est recouvré au bout de 3 à 4h. Cela peut être dû à un frottement parasite comme dans le cas du capteur sans ressort si le support du capteur a été mal positionné (inclinaison non négligeable par rapport à la verticale comme nous l'avons souligné au Ch III, §3).

Ainsi, en analysant les courbes de déformation à la décharge, il apparaît que le capteur de déformation utilisé, ainsi que son montage, ont un rôle capital dans l'allure de la courbe obtenue.

V.3.2- Etude de la déformation recouvrée

Dans le cas où nous avons atteint le fluage permanent à la première charge, nous pouvons calculer la déformation recouvrée ε_{rec} à la fin de la décharge suivante. A partir des courbes expérimentales, nous évaluons la quantité totale de déformation recouvrée $\varepsilon_{rec\ tot}$ de laquelle nous soustrayons la valeur de la déformation élastique instantanée ε_e :

$\varepsilon_{rec} = \varepsilon_{rec\ tot} - \varepsilon_e$ où $\varepsilon_e = \sigma/E$ et σ est la contrainte nominale de la première charge. (ε_{rec} est aussi appelée déformation anélastique par Cole, 1991).

Les résultats sont regroupés dans le tableau V-8.

Nous remarquons tout d'abord qu'après avoir éliminé les expériences où le fluage permanent n'a pas été atteint lors de la première charge et ensuite celles où la décharge n'a pas été suffisamment longue ou complète, il ne reste plus que cinq

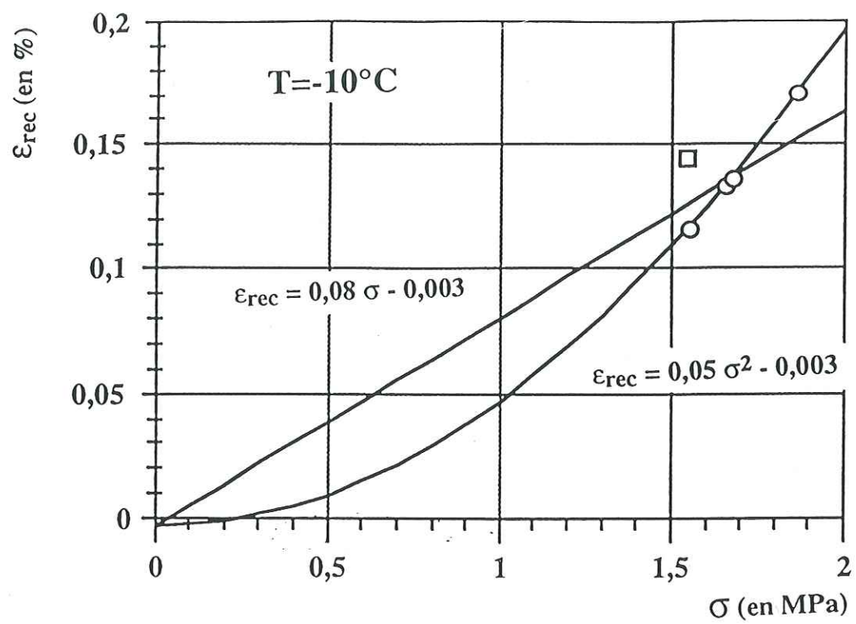


Figure V-11 : déformation recouvrée en fonction de la contrainte appliquée avant décharge - Loi linéaire et loi quadratique (d'après nos résultats expérimentaux : les ronds correspondent à une taille de grains de 1 mm et le carré à 3,5 mm)

Table V-9 : ajustement des points expérimentaux représentant la déformation recouvrée par une loi linéaire ou quadratique en fonction de la contrainte appliquée avant la décharge

Ajustement linéaire		Ajustement quadratique	
$\varepsilon_{rec} = a.\sigma + b$		$\varepsilon_{rec} = a.\sigma^2 + b$	
σ (MPa)	ε_{rec} (en %)	σ^2 (MPa^2)	ε_{rec} (en %)
0	0	0	0
1,80	0,17	3,24	0,17
1,66	0,13	2,76	0,13
1,65	0,13	2,72	0,13
1,55	0,11	2,40	0,11
b=	**-0,003**	**b=**	**-0,003**
a=	**0,08**	**a=**	**0,05**
r=	**0,97**	**r=**	**0,99**

essais utilisables sur la vingtaine initiale; ceci limite bien évidemment les conclusions qu'il est possible de déduire.

La déformation recouvrée varie entre 7 et 9 fois la déformation élastique. Duval (1978) trouve une déformation recouvrée pouvant aller jusqu'à 10 fois la déformation élastique; selon Cole (1991) le rapport $\varepsilon_{rec}/\varepsilon_e$ est compris entre 2,5 et 8,5 et selon Duval et al. (1991), il est compris entre 2,8 et 10,7 ce qui est en accord avec nos résultats.

Nous constatons qu'environ 40% seulement de la déformation transitoire est recouvrée lors de la décharge. Lliboutry (1987) note que ε_{rec} est environ 4 fois plus faible que ε_t; nous observons ici une part plus importante de la déformation recouvrée. En tout cas, il est clair que la déformation transitoire n'est pas totalement recouvrable .

En outre, sur le faible nombre de mesures dont nous disposons, il apparaît assez nettement une augmentation de la déformation recouvrée avec la contrainte appliquée lors de la charge précédente (soit σ). Seule la dernière mesure 91.13 tranche avec l'ensemble des autres résultats, mais il faut remarquer que l'échantillon avait une taille de grain de 3,5mm dans cette expérience contre 1mm dans les autres. Nous avons ainsi effectué une régression sur les valeurs de ε_{rec}, (en ôtant la valeur 91.13), soit en fonction de σ, soit en fonction de σ^2 en "forçant" le point origine : $\varepsilon_{rec}=0$ pour $\sigma=0$.

Les résultats, regroupés dans le tableau V-9, sont illustrés par la figure V-11. Il apparaît que l'ajustement quadratique est meilleur que l'ajustement linéaire. Cole (1991) a trouvé le même type de loi comme le montre la figure V-12.

Cependant ses points expérimentaux sont discutables. D'une part, ils présentent une importante dispersion. D'autre part, les contraintes appliquées très élevées produisent nécessairement une microfissuration qui vient influencer les résultats, bien que, selon cet auteur, la déformation recouvrée soit indépendante de la microfissuration. Ses résultats à T=-5°C sont davantage concluants (cf Fig V-13).

Pour justifier la dépendance quadratique de la déformation recouvrée en fonction de la contrainte, Cole (1991) propose que, lors de la décharge, et sous l'action du champ de contraintes internes, il s'établit rapidement une répartition stable des dislocations dans le matériau. Mais la densité de dislocations mobiles ρ serait fonction de la contrainte appliquée avant la décharge σ plutôt que du champ de contraintes internes qui est très inhomogène, selon : $\rho \propto \sigma^2$. Dès lors, en supposant que la déformation recouvrée ε_{rec} est une fonction linéaire de ρ : $\varepsilon_{rec} \propto \sigma^2$

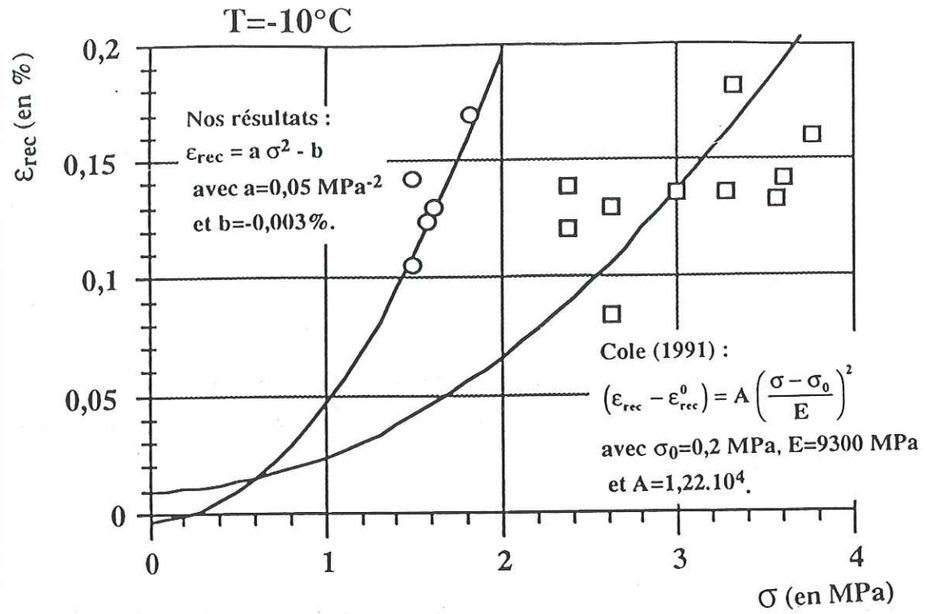


Figure V-12 : déformation recouvrée en fonction de la contrainte appliquée avant décharge - comparaison de nos résultats expérimentaux (ronds) avec ceux de Cole (1991) (carrés) (pour diverses tailles de grains)

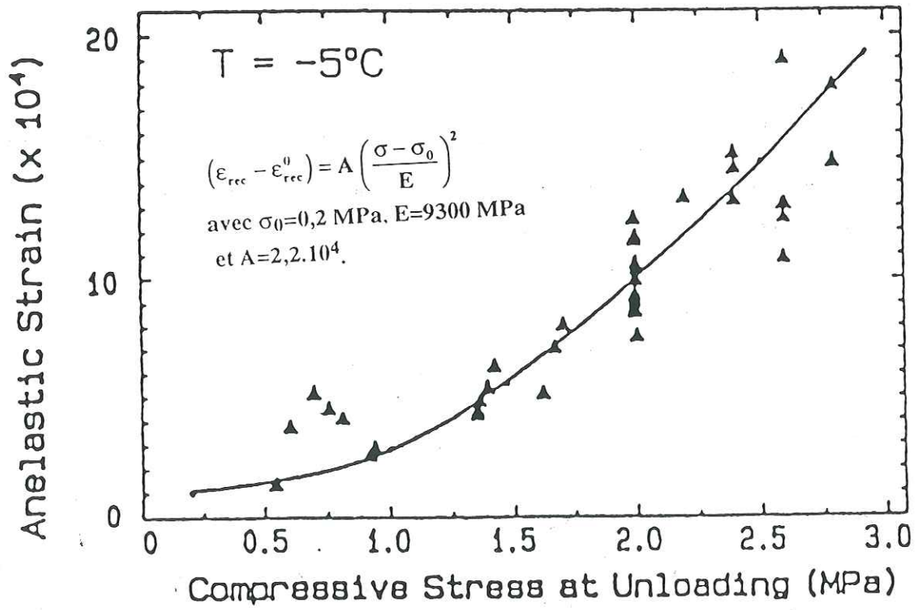


Figure V-13 : Loi de variation de la déformation recouvrée en fonction de la contrainte appliquée avant décharge (d'après Cole, 1991).

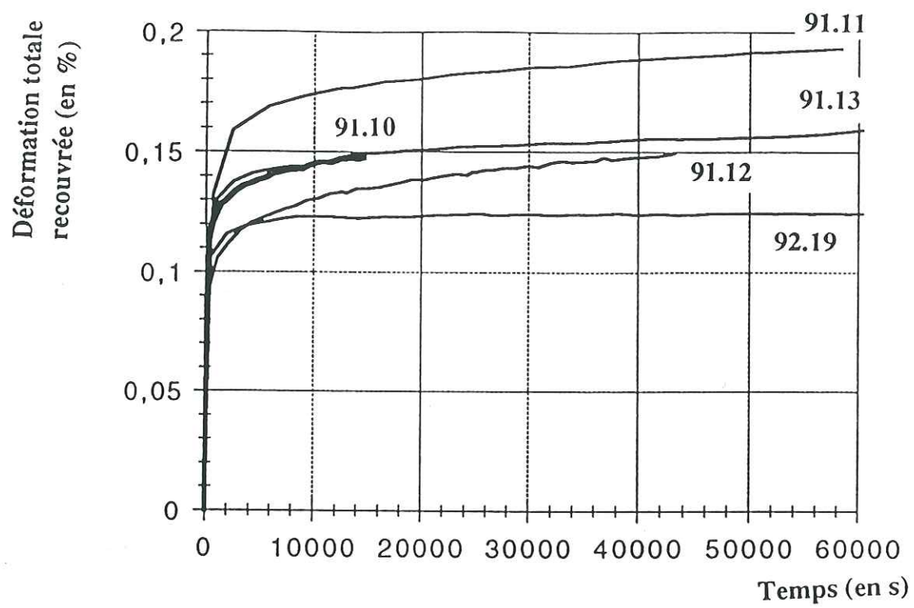


Figure V-14 :courbes de décharge moyennes lorsque le régime permanent a été atteint lors de la charge précédente ("fluage négatif")

L'étude de la déformation recouvrée doit être approfondie afin de confirmer son caractère non linéaire en fonction de la contrainte appliquée avant la décharge, ainsi que sa dépendance en fonction de la taille de grains de l'échantillon, nos résultats suggérant simplement qu'elle augmente avec celle-ci (mais Cole, 1991, ne distingue pas d'effet de taille de grains dans ses résultats).

V.3.3- Etude des courbes de décharge

Les expériences où la déformation restaurée a pu être évaluée correctement sont reportées sur la figure V-14. Les courbes représentent la moyenne arithmétique des capteurs de déplacement. Pour chacune des expériences, nous avons ajusté la déformation recouvrée moyenne par une loi logarithmique du type :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{h}\,\frac{\ln(1+t/t_1)}{\ln(1+t_M/t_1)}$$

avec :

- ε : déformation recouvrée (attention : cette déformation comprend ici la déformation élastique, contrairement à ce qui a été dit précédemment pour ε_{rec});
- σ : contrainte appliquée avant la décharge;
- h : paramètre à ajuster (module pseudo-élastique);
- t : temps;
- t_M : durée de la décharge;
- t_1 : paramètre à ajuster.

Les résultats sont reportés sur les figures V-15 à V-18 et le tableau V-10 résume les valeurs des paramètres choisis pour chaque ajustement.

Essai	σ (en MPa)	t_1 (en s)	t_M (en s)	h (en MPa)
91.13	1,54	1	69.735	1050
92.19	1,55	10^{-5}	63.915	1400
91.12	1,65	2,5	43.250	1200
91.11	1,80	2	58.352	850

Table V-10 : coefficients d'ajustements utilisés pour la loi logarithmique (h est ajusté à ±5% et t_1 à ±10% près)

Dans l'ensemble, nous pouvons dire que la loi logarithmique reproduit assez bien les courbes de décharge observées. Lliboutry (1987) signale que le module pseudo-élastique h est 20 fois plus faible que le module d'Young E (sur des expériences de torsion); ici, le rapport E/h est plutôt de l'ordre de 10.

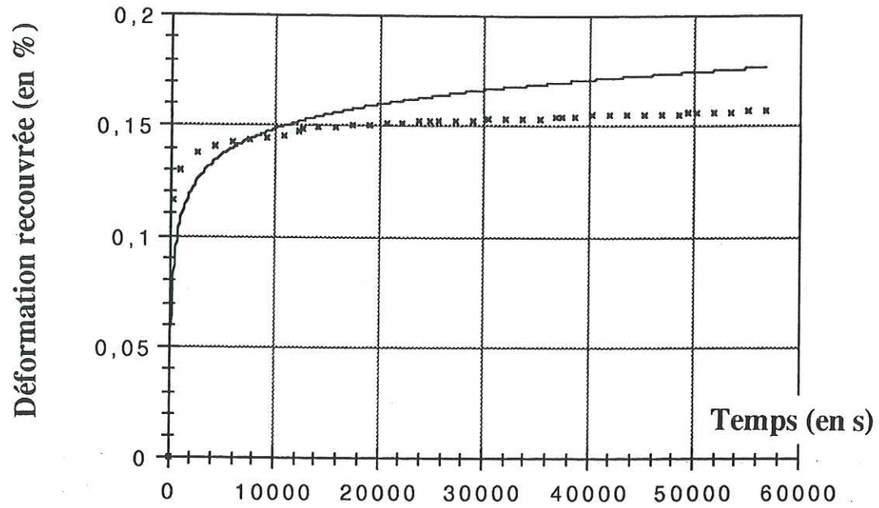


Figure V-15 : ajustement de la décharge par une loi logarithmique
Les croix représentent la courbe expérimentale; en noir : courbe calculée.
(essai 91.13 : t1=1 s, tM=69735 s, h=1050 MPa et σ=1,54 MPa)

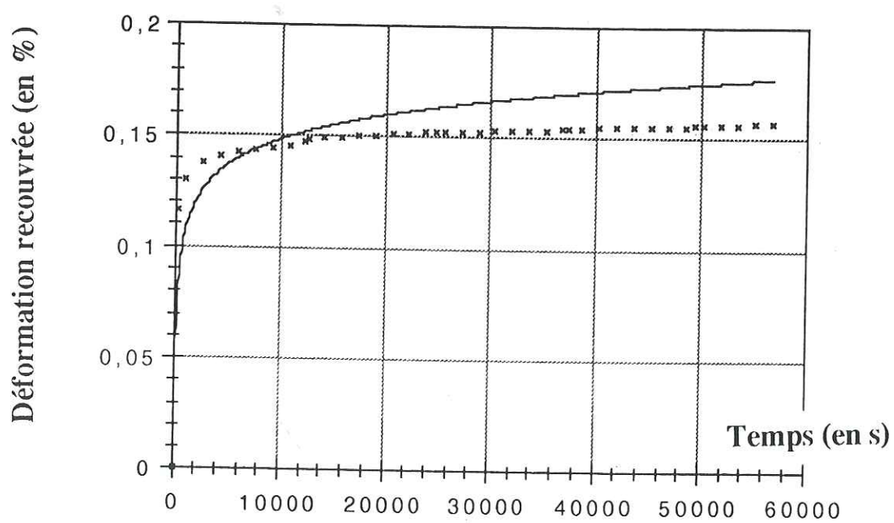


Figure V-16 : ajustement de la décharge par une loi logarithmique
Les croix représentent la courbe expérimentale; en noir : courbe calculée.
(essai 92.19 : t1=10^{-5} s, tM=63915 s, h=1400 MPa et σ=1,55 MPa)

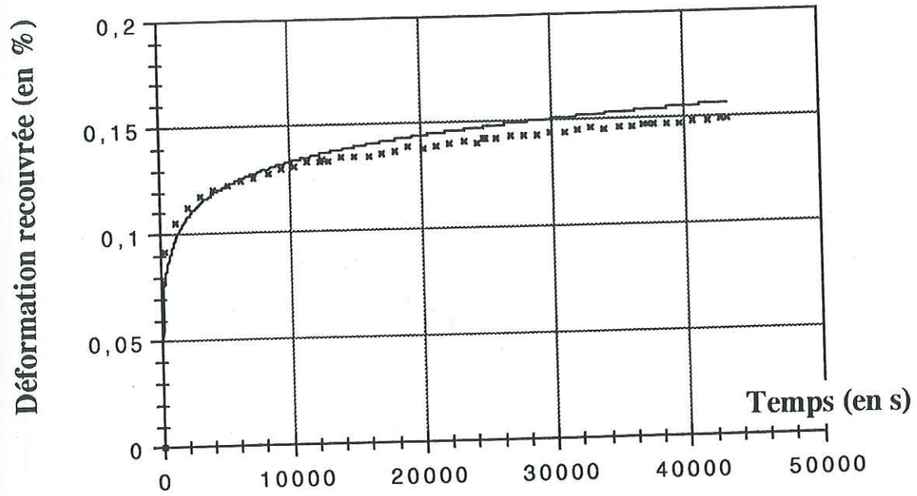


Figure V-17 : ajustement de la décharge par une loi logarithmique
Les croix représentent la courbe expérimentale; en noir : courbe calculée.
(essai 91.12 : t1=2,5 s, tM=43250 s, h=1200 MPa et σ=1,65 MPa)

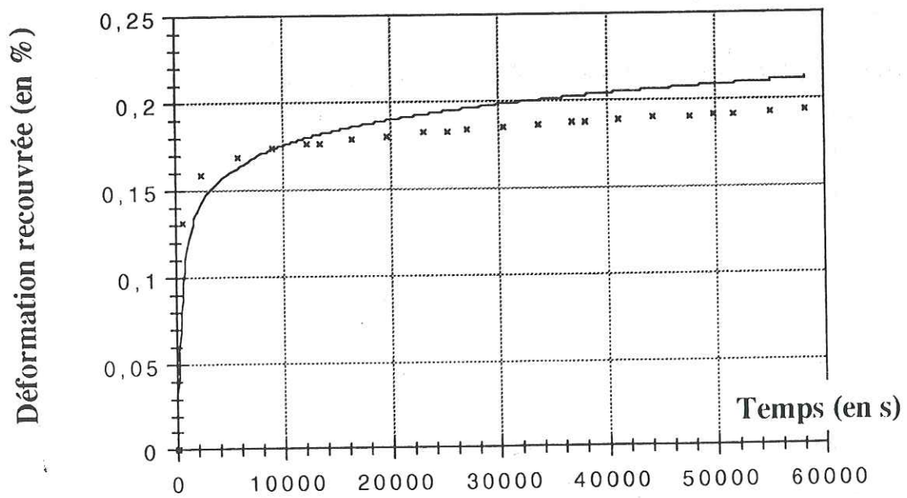


Figure V-18 : ajustement de la décharge par une loi logarithmique
Les croix représentent la courbe expérimentale; en noir : courbe calculée.
(essai 91.11 : t1=2 s, tM=58352 s, h=850 MPa et σ=1,80 MPa)

Table V-11: vitesses de déformation minimale et calcul du coefficient de Glen $\overline{K}$ en chargement cyclique.

Cycle 1							
Essai	**σ**	**t_{II}**	**ε_{II}**	**$\dot{\varepsilon}_{II}$**	**$\overline{K}$**	**α**	**$\overline{K}/\alpha$**
	(MPa)	**(s)**	**(%)**	**(s^{-1})**	**($MPa^{-3}.s^{-1}$)**		**($MPa^{-3}.s^{-1}$)**
91.09	1,21	12400	0,41	$1,60.10^{-7}$	$9,06.10^{-8}$	1,2	$7,54.10^{-8}$
92.23	1,40	10500	0,50	$2,04.10^{-7}$	$7,42.10^{-8}$	1,2	$6,19.10^{-8}$
91.17	1,50	8400	0,44	$1,84.10^{-7}$	$5,46.10^{-8}$	1,3	$4,19.10^{-8}$
92.19	1,55	12700	0,67	$2,99.10^{-7}$	$8,03.10^{-8}$	1,1	$7,30.10^{-8}$
92.22	1,55	6000	0,50	$3,74.10^{-7}$	$10,04.10^{-8}$	1,4	$7,18.10^{-8}$
91.10	1,65	10200	0,59	$3,19.10^{-7}$	$7,09.10^{-8}$	1,0	$6,44.10^{-8}$
91.12	1,66	20200	0,98	$2,59.10^{-7}$	$5,65.10^{-8}$	1,0	$5,65.10^{-8}$
91.11	1,80	16800	0,85	$2,71.10^{-7}$	$4,64.10^{-8}$	1,0	$4,64.10^{-8}$
						Moyenne =	$6,14.10^{-8}$
						Ecart-type=	20%

Cycle 2							
Essai	**σ**	**t_{II}**	**ε_{II}**	**$\dot{\varepsilon}_{II}$**	**$\overline{K}$**	**α**	**$\overline{K}/\alpha$**
	(MPa)	**(s)**	**(%)**	**(s^{-1})**	**($MPa^{-3}.s^{-1}$)**		**($MPa^{-3}.s^{-1}$)**
91.09	1,21	4500	0,50	$1,77.10^{-7}$	$10,01.10^{-8}$	1,9	$5,27.10^{-8}$
92.23	1,40	5000	0,61	$1,30.10^{-7}$	$7,57.10^{-8}$	1,7	$4,73.10^{-8}$
91.17	1,50	13900	0,66	$1,22.10^{-7}$	$3,98.10^{-8}$	1,1	$3,06.10^{-8}$
92.19	1,55	7300	0,98	$2,37.10^{-7}$	$8,92.10^{-8}$	1,3	$6,37.10^{-8}$
92.22	1,55	5500	0,72	$2,13.10^{-7}$	$8,58.10^{-8}$	1,1	$5,72.10^{-8}$
91.10	1,65	16200	1,14	$3,02.10^{-7}$	$7,24.10^{-8}$	1,0	$7,24.10^{-8}$
91.12	1,66	13400	1,40	$2,61.10^{-7}$	$5,99.10^{-8}$	1,1	$5,44.10^{-8}$
91.11	1,80	14600	1,24	$2,56.10^{-7}$	$4,40.10^{-8}$	1,0	$4,40.10^{-8}$
						Moyenne =	$5,28.10^{-8}$
						Ecart-type=	24%

Table V-11 (suite): vitesses de déformation minimale et calcul du coefficient de Glen $\overline{K}$ en chargement cyclique.

Cycle 3							
Essai	**σ**	**t_{II}**	**ε_{II}**	**$\dot{\varepsilon}_{II}$**	**$\overline{K}$**	**α**	**$\overline{K}/\alpha$**
	(MPa)	**(s)**	**(%)**	**(s^{-1})**	**($MPa^{-3}.s^{-1}$)**		**($MPa^{-3}.s^{-1}$)**
92.23	1,40	6000	0,73	$1,53.10^{-7}$	$7,57.10^{-8}$	1,7	$4,45.10^{-8}$
92.22	1,55	4900	0,87	$2,59.10^{-7}$	$8,58.10^{-8}$	1,4	$6,13.10^{-8}$
91.12	1,66	16500	1,90	$3,44.10^{-7}$	$7,81.10^{-8}$	1,0	$7,81.10^{-8}$
91.11	1,80	15600	1,66	$2,65.10^{-7}$	$4,54.10^{-8}$	1,0	$4,54.10^{-8}$
						Moyenne =	$5,73.10^{-8}$
						Ecart-type=	28%

Notations :

- σ : contrainte appliquée lors de la charge;
- t_{II} : durée du chargement;
- ε_{II} : déformation atteinte à la fin du chargement;
- $\dot{\varepsilon}_{II}$: vitesse de déformation atteinte à la fin du chargement;
- α : rapport $\dot{\varepsilon}_{II}/\dot{\varepsilon}_{min}$ estimé (coefficient correcteur);
- $\overline{K}$: coefficient de la loi de Glen calculé par : $\overline{K} = \frac{\dot{\varepsilon}_{II}}{\sigma^3}$

- Remarque : ε_{II} et $\dot{\varepsilon}_{II}$ sont les moyennes arithmétiques des valeurs indiquées par les capteurs de déformation utilisés.

Table V-12: évolution de la déformation recouvrée au cours des cycles

			Cycle 1		Cycle 2		Cycle 3	
Essai	σ	d	ε_{II}	ε_{rec}	ε_{II}	ε_{rec}	ε_{II}	ε_{rec}
	(MPa)	(mm)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)
91.09	1,21	1	0,41	0,11	0,50	0,09	*	*
92.23	1,40	3,5	0,50	0,11	0,61	0,11	0,73	0,13
91.17	1,50	3,5	0,44	0,12	0,66	0,12	*	*
92.19	1,55	1	0,67	0,11	0,98	0,13	*	*
92.22	1,55	3,5	0,50	0,11	0,72	0,11	0,87	0,18
91.10	1,65	1	0,59	0,13	1,14	0,13	*	*
91.12	1,66	1	0,98	0,13	1,40	0,18	1,90	0,18
91.11	1,80	1	0,85	0,17	1,24	0,17	*	*

Notations :

- σ : contrainte appliquée lors de la charge;
- d : taille de grains de l'échantillon;
- ε_{II} : déformation atteinte à la fin du chargement d'un cycle;
- ε_{rec} : déformation recouvrée à la fin de la décharge d'un cycle calculée par :

$$\varepsilon_{rec} = \varepsilon_{rec\ tot} - \varepsilon_e$$

où ε_e est la déformation élastique : $\varepsilon_e = \sigma/E$ avec E=9500 MPa.

- Remarque : ε_{II} et ε_{rec} sont les moyennes arithmétiques des valeurs indiquées par les capteurs de déformation utilisés.

V.4- Variations de la déformation transitoire en chargement quasi-cyclique

La succession de plusieurs chargements en fluage est susceptible de nous apporter des informations intéressantes sur la déformation transitoire. Celle-ci se décompose en deux parties à la lumière de ce qui précéde : une partie recouvrable et une partie non-recouvrable.

Ainsi, les questions qui se posent sont : quelle est l'évolution de la déformation transitoire recouvrée au cours des chargements ? Quelle est l'évolution de la déformation transitoire totale au cours des chargements ?

V.4.1- Calcul du coefficient de Glen $\overline{K}$ au cours des cycles

Afin d'évaluer quantitativement la déformation transitoire à chaque cycle de chargement, il est nécessaire de déterminer la valeur du coefficient de Glen $\overline{K}$ à chaque cycle afin d'accéder à la déformation permanente.

Pour cela, nous avons procédé comme lors du premier chargement (cf §V.2) en déterminant la vitesse de déformation à la fin de chaque charge, puis en évaluant $\overline{K}$, corrigé si besoin d'un coefficient α. Cette méthode, déjà fort approximative au premier chargement, l'est sans doute plus encore ici en raison de l'histoire de la contrainte appliquée qui est plus complexe : le matériau ayant déjà été écrouï lors du cycle 1, la vitesse minimale est susceptible d'être atteinte plus vite lors des cycles suivants. Elle permet cependant d'obtenir une valeur de $\overline{K}$ pour nos calculs. Les résultats sont rassemblés dans la table V-11.

Les valeurs de $\overline{K}$ sont sensiblement les mêmes entre les cycles 1 et 2. En ce qui concerne le cyle 3, le nombre de données est restreint mais nous pouvons distinguer deux cas. Ou bien, comme dans le cas des essais 92.22 et 92.23, nous sommes encore à une déformation totale inférieure à 1% et $\overline{K}$ reste à peu près constant, ou bien (cas de l'essai 91.12), la valeur de la déformation dépasse largement 1% et on entre alors dans le domaine du fluage tertiaire où une accélération de la vitesse se produit suite à la recristallisation dynamique, ce qui a pour effet d'augmenter $\overline{K}$.

V.4.2- Evolution de la déformation recouvrée au cours des cycles

Lors de chaque cycle, nous avons évalué la déformation recouvrée de la même manière que pour le §V.3.2. Les résultats sont résumés sur le tableau V-12.

Nous constatons que la déformation recouvrée reste à peu près constante au cours des cycles. En effet, si l'on admet que la déformation recouvrée résulte

Table V-13: évolution de la déformation transitoire totale au cours des cycles

Essai	σ (MPa)	d (mm)	Cycle 1 ε_t (%)	Cycle 2 ε_t (%)	Cycle 3 ε_t (%)
91.09	1,21	1	0,24	0,29	*
92.23	1,40	3,5	0,29	0,34	0,39
91.17	1,50	3,5	0,30	0,35	*
92.19	1,55	1	0,31	0,45	*
92.22	1,55	3,5	0,35	0,45	0,51
91.10	1,65	1	0,28	0,34	*
91.12	1,66	1	0,44	0,51	0,44
91.11	1,80	1	0,37	0,39	0,40

Notations :

- σ : contrainte appliquée lors de la charge;
- d : taille de grains de l'échantillon;
- ε_{t_k} : déformation transitoire totale à la fin du cycle k calculée par :

$$\varepsilon_{t_k} = \varepsilon_{II} - \varepsilon_e - \sum_{i=1}^{i=k} \varepsilon_{v_i}$$

avec :

- ε_{II} : déformation totale au moment de la décharge (ou à la fin de la charge);
- ε_e : déformation élastique : $\varepsilon_e = \sigma/E$ avec E=9500 MPa.
- ε_{v_i} : déformation permanente du cycle i évaluée par : $\varepsilon_{v_i} = \overline{K}\,\sigma^3\, t_i$ où t_i est la durée du chargement du cycle i.
- Remarque : ε_t est la moyenne arithmétique des valeurs indiquées par les capteurs de déformation utilisés.

essentiellement de la contribution du mouvement "inverse" des dislocations dans les plans de base sous l'effet de la relaxation de la contrainte interne cinématique, elle dépend donc essentiellement de la valeur de cette dernière. Nos cycles étant de plus grossièrement reproductibles (même contrainte appliquée, même temps de chargement), la contrainte interne cinématique va atteindre la même valeur à chaque cycle, d'où une déformation recouvrée constante. Le modèle physique de Cole résumé au §3.2 qui donne une déformation recouvrée dépendante essentiellement de la contrainte appliquée ($\varepsilon_{rec} \propto \sigma^2$) conduit au même résultat.

Ceci reste valable tant que la déformation n'est pas supérieure à 1% car la recristallisation dynamique qui se produit alors modifie la taille des cristaux et réduit les incompatibilités de déformation entre grains. Le résultat de l'expérience 91.12, où la déformation recouvrée reste constante entre le cycle 2 et le cycle 3, suggère que l'on a atteint un état d'équilibre. Mais le nombre de mesures est insuffisant pour conclure.

V.4.3- Evolution de la déformation transitoire totale au cours des cycles

Pour chaque cycle k, nous avons calculé la déformation transitoire totale ε_{t_k} à la fin du chargement de la manière suivante :

$$\varepsilon_{t_k} = \varepsilon_{II} - \varepsilon_e - \sum_{i=1}^{i=k} \varepsilon_{v_i}$$

où ε_{II} est la déformation totale à la fin de la charge du cycle k, ε_e est la déformation élastique calculée par $\varepsilon_e = \sigma/E$ avec E=9500 MPa et ε_{v_i} est la déformation permanente du cycle i évaluée par : $\varepsilon_{v_i} = \overline{K}\,\sigma^3\, t_i$ où t_i est la durée du chargement du cycle i. Les résultats sont regroupés dans le tableau V-13.

Il semble que la déformation transitoire (cumulée) augmente légèrement avec le nombre de cycles. Sachant que cette déformation comprend une partie recouvrable et une partie non-recouvrable (cf §3.2), et compte-tenu du fait que la déformation recouvrable reste constante (résultat du §4.2), nous en déduisons que c'est la partie non-recouvrable de la déformation transitoire qui augmente. Duval et al. (1991), sur des essais de fluage avec une seule mise en charge, mentionnent que la partie irréversible de la déformation transitoire augmente avec la déformation au cours du chargement. Toutefois, nos chargements quasi-cycliques montrent que l'essentiel de la déformation permanente se produit au cours du premier chargement; il y a ensuite une légère augmentation de l'écrouissage du matériau avec le nombre de cycles.

L'expérience 91.12 se démarque une nouvelle fois des autres puisque la déformation transitoire totale diminue lors du troisième cycle. C'est une conséquence du fait que $\overline{K}$ (donc la déformation permanente ε_v) est surévalué pendant ce cycle, comme nous l'avons signalé au §4.1. En effet, si au lieu de

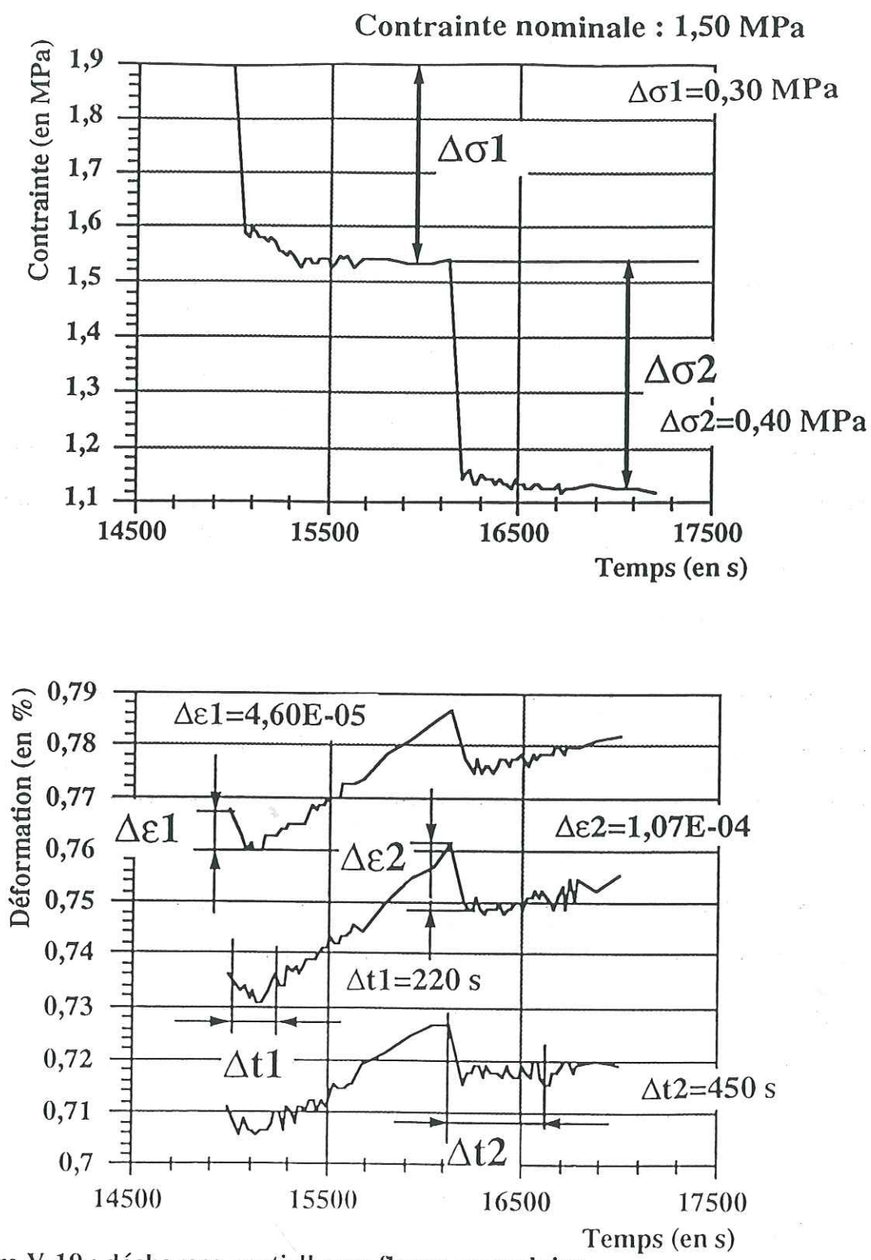


Figure V-19 : décharges partielles en fluage secondaire
1: retour à la contrainte nominale après une surcharge
2: décrément de charge en contrainte nominale
(d'après l'essai 9C)
A: capteur RM 7.1 B: capteur RP 0,5 C: capteur RM 8.1

Table V-14 : décharges partielles en fluage secondaire : résultats

Essai	91.05	91.05	9C	9C
Type	2	1	1	2
σ (MPa)	1,82	1,82	1,50	1,50
Δσ (MPa)	0,12	0,17	0,32	0,40
Δσ/σ	6,5%	9,3%	21,3%	26,7%
Δt (s)	600	? (>260)	260	450
Δε	$3{,}20.10^{-5}$	$2{,}70.10^{-5}$	$4{,}60.10^{-5}$	$10{,}70.10^{-5}$
ε_e	$1{,}26.10^{-5}$	$1{,}79.10^{-5}$	$3{,}37.10^{-5}$	$4{,}21.10^{-5}$
ε_{rec}	$1{,}94.10^{-5}$	$0{,}91.10^{-5}$	$1{,}23.10^{-5}$	$6{,}49.10^{-5}$
$\Delta\varepsilon/\varepsilon_e$	2,53	1,51	1,37	2,54
r=Δσ/Δt (Pa/s)	200	?	1231	888

Notations :

- Type : le numéro 1 indique qu'il s'agit d'un retour au chargement nominal après une surcharge en fluage secondaire; le numéro 2 indique qu'il s'agit d'une décharge partielle pendant le fluage secondaire;
- σ : contrainte nominale jusqu'au régime permanent;
- Δσ : décrément de contrainte imposée;
- Δt : temps d'incubation avant reprise du fluage (estimé "à l'oeil" d'après les courbes expérimentales);
- Δε : déformation restaurée dans les premières secondes après la décharge partielle (mesurée sur la courbe);
- ε_e : déformation élastique correspondant au décrément de contrainte appliquée : $\varepsilon_e = \Delta\sigma/E$ avec E=9500 MPa;
- ε_{rec} : déformation recouvrée calculée comme : $\varepsilon_{rec} = \Delta\varepsilon - \varepsilon_e$;
- r : coefficient de restauration de la contrainte interne.
- Remarque : Δt, Δε et ε_{rec} sont les moyennes arithmétiques des valeurs indiquées par les capteurs de déformation utilisés.

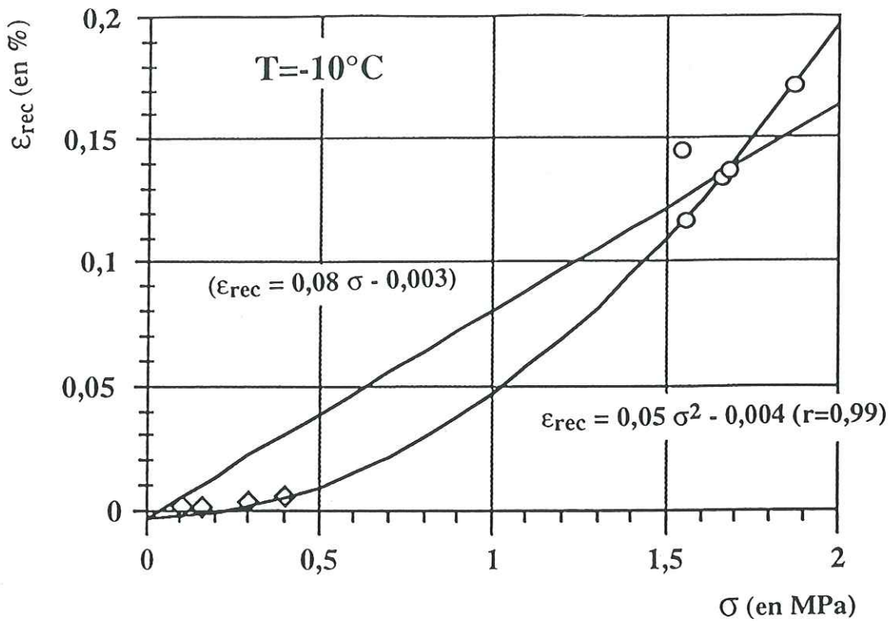


Figure V-20 : déformation recouvrée en fonction du décrément de contrainte appliquée

Les points expérimentaux aux contraintes supérieures à 1 MPa (ronds) sont les mêmes que ceux de la figure V-11 obtenus pour des décharges totales et les points donnés par les décharges partielles en fluage (losanges) ont été ajoutés afin de compléter la courbe aux faibles contraintes : la loi d'ajustement quadratique reste inchangée.

$\overline{K}$=7,81.10^{-8} MPa^{-3}.s^{-1} , nous prenons $\overline{K}$=5,65.10^{-8} MPa^{-3}.s^{-1} (valeur trouvée au premier cycle), nous avons alors : ε_t =0,57% au lieu de ε_t =0,44%.

V.5- Expériences de perturbation de charge en fluage

Nous comprenons dans cette catégorie toutes les expériences pendant lesquelles des surchages ou des décharges partielles ont été effectuées lors du régime permanent ou après une décharge totale.

V.5.1- Décharge partielle en fluage secondaire - hésitation au fluage

Lorsque, en régime permanent, nous effectuons une legère diminution de la contrainte appliquée sur l'échantillon, nous constatons l'existence d'une période de vitesse quasi-nulle (Δt telle que $\dot{\varepsilon}$=0), dite aussi "période d'incubation", à l'issue de laquelle la déformation s'accroît pour atteindre un nouveau régime permanent.

Nous avons observé ce type de comportement dans deux cas pratiques légèrement différents : lors d'un retour à la contrainte nominale après une surcharge partielle effectuée alors que l'on avait atteint le régime permanent ou lors d'une décharge partielle alors que le régime permanent était atteint. La figure V-19, tirée de l'essai 9C, illustre ces deux possibilités. Nous considérons que ces deux cas de figures sont équivalents dans la mesure où l'on suppose qu'un nouveau régime permanent est atteint rapidement après une légère surcharge. Les résultats concernant l'hésitation au fluage sont résumés dans le tableau V-14.

De façon générale, la déformation restaurée est très faible (inférieure à 1.10^{-4}) et égale à environ deux fois la déformation élastique induite par le décrément de charge appliquée. Ceci rend les mesures difficiles car il faut rappeler que les capteurs de déplacement ont une précision de 2.10^{-5} (cf Ch III, § 6.2). D'ailleurs Le Gac (1980, p76-78) considère que pour un décrément de charge inférieur à 0,2 fois la contrainte nominale (ce qui est le cas de la plupart de nos essais, sauf le dernier : 9C), la déformation recouvrée (en soustrayant la déformation élastique) est nulle. Il est certain qu'elle est très difficile à mesurer en pratique.

Nous avons auparavant tenté de trouver une relation entre la déformation recouvrée et la contrainte appliquée avant décharge pour des essais de charge/décharge (cf §3.2, figure V-11). En supposant que les mêmes mécanismes interviennent lors d'une décharge totale et lors d'une décharge partielle, et malgré l'incertitude de mesure importante dans ce dernier cas, nous reportons les points

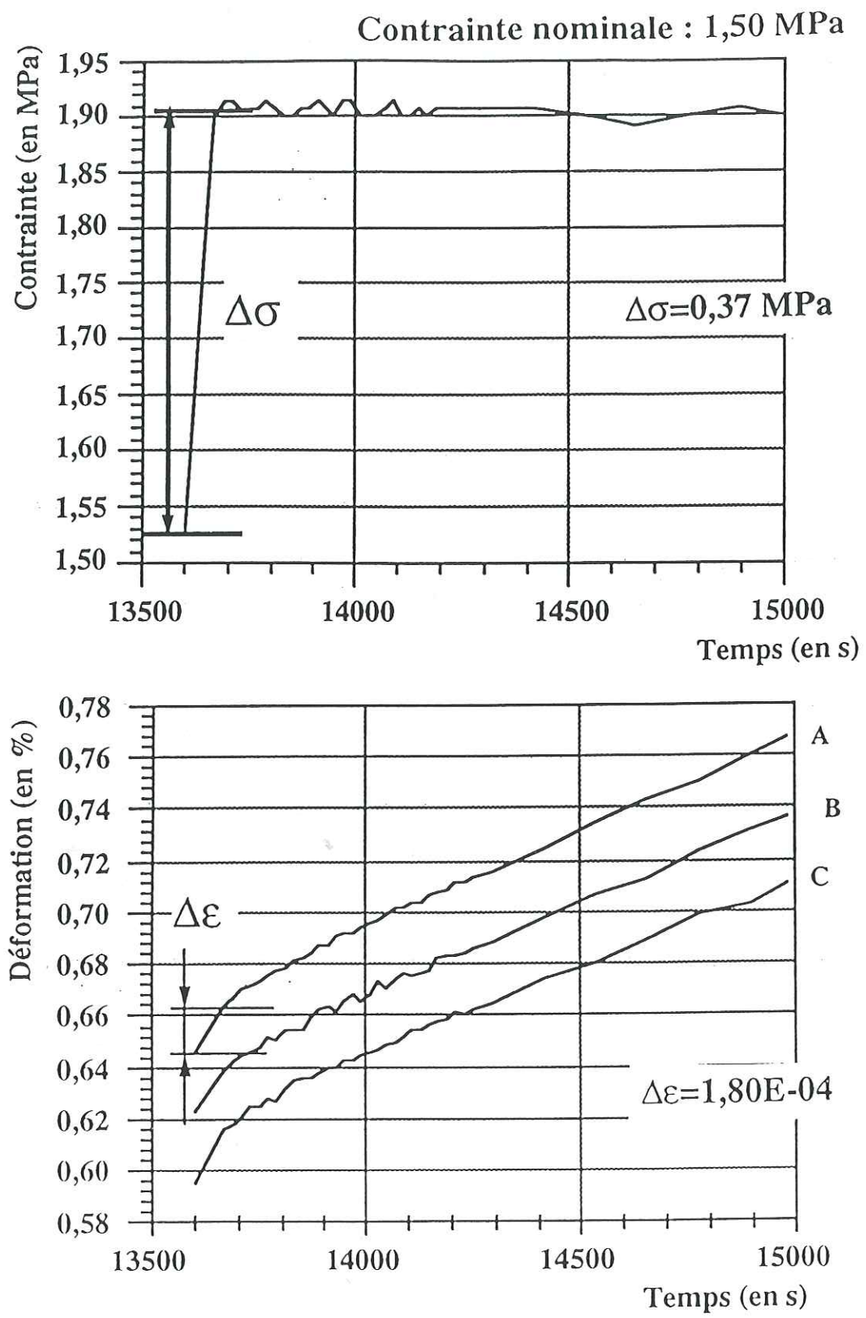


Figure V-21 : surcharge partielle en fluage secondaire (d'après l'essai 9C)
A: capteur RP 0,5 B: capteur RM 7.1 C: capteur RM 8.1

donnés par les décharges partielles sur la courbe V-11. Nous remarquons alors que l'ajustement quadratique reste inchangé (cf Fig V-20), ce qui semble étendre la loi que nous avions déterminée : la déformation recouvrée est désormais fonction quadratique du décrément de charge imposé (un ajustement linéaire n'est plus adéquat).

Enfin, nous avons observé dans tous les cas une reprise du fluage après un temps d'incubation Δt. Toutefois, ce temps est difficile à déterminer comme le montre la figure V-19 et il n'est pas certain que la vitesse de fluage soit vraiment nulle après la décharge partielle. Une démarche objective serait de calculer la vitesse de déformation d'après nos points expérimentaux et de détecter le moment où elle est différente de 0. Mais les variations du signal rendent aléatoire ce genre de calcul car la vitesse calculée n'est en pratique jamais vraiment égale à 0. La méthode la plus rapide et la plus efficace est simplement de tracer la courbe et de déterminer grossièrement l'intervalle de temps tel que la déformation reste constante. L'incertitude est alors bien sûr assez grande (de l'ordre de 30s) et limite beaucoup les interprétations que nous pouvons tirer de ces mesures : simplement, le temps d'incubation (s'il existe) varie entre 200 et 600s suivant le décrément de charge imposé.

Cette phase d'incubation indique qu'en régime permanent la somme des contraintes internes σ_i s'est stabilisée à un niveau proche de la contrainte appliquée σ : $\sigma - \sigma_i \approx 0$. Au niveau microscopique, cela signifie que la contrainte interne isotrope dans le matériau est telle qu'elle empêche un mouvement de retour des dislocations et l'on n'observe alors (pratiquement) aucune déformation recouvrée tant que le décrément de contrainte imposée reste faible (soit $\Delta\sigma<0{,}2\sigma$).

V.5.2- Surcharge partielle en fluage secondaire

Lorsque, en régime permanent établi, nous imposons une légère augmentation de la contrainte nominale, nous observons tout d'abord un accroissement quasi-instantané de la déformation avant l'établissement d'un nouveau régime permanent. La figure V-21 illustre ce comportement sur le cas particulier de l'essai 9C et le tableau V-15 résume les résultats obtenus.

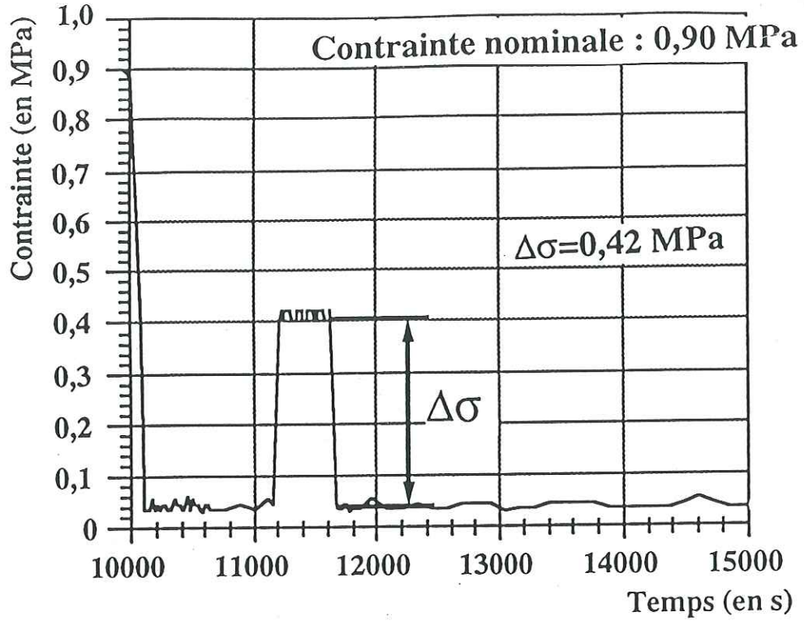
Nous remarquons que la déformation induite par la surcharge dans les premières secondes est importante : plusieurs fois la déformation élastique. De plus, elle est également supérieure à la déformation restaurée lors d'une décharge partielle d'intensité équivalente. Par exemple, dans le cas de l'essai 9C, l'accroissement de déformation causée par une surcharge est deux fois supérieur

Table V-15 : surcharges partielles en fluage secondaire : résultats

Essai	91.05	91.06	91.06	91.07	9C
σ (MPa)	1,82	1,25	1,25	1,20	1,50
Δσ (MPa)	0,52	0,29	0,12	0,63	0,37
Δσ/σ	28,6%	23,2%	9,6%	52,5%	24,7%
Δε	$2{,}10.10^{-4}$	$4{,}01.10^{-4}$	$3{,}35.10^{-4}$	$5{,}00.10^{-4}$	$1{,}80.10^{-4}$
ε_e	$5{,}47.10^{-5}$	$3{,}05.10^{-5}$	$1{,}26.10^{-5}$	$6{,}63.10^{-5}$	$3{,}89.10^{-5}$
$\Delta\varepsilon/\varepsilon_e$	3,84	13,14	26,52	7,54	4,62
h=Δσ/Δε (MPa)	2476	725	358	1260	2055

Notations :

- σ : contrainte nominale avant la surcharge partielle;
- Δσ : incrément de contrainte imposée;
- Δε : déformation induite dans les premières secondes après la surcharge partielle (mesurée sur la courbe);
- ε_e : déformation élastique correspondant à l'incrément de contrainte appliquée : $\varepsilon_e = \Delta\sigma/E$ avec E=9500 MPa;
- h : coefficient d' écrouïssage de la contrainte interne.
- Remarque : Δε est la moyenne arithmétique des valeurs indiquées par les capteurs de déformation utilisés.



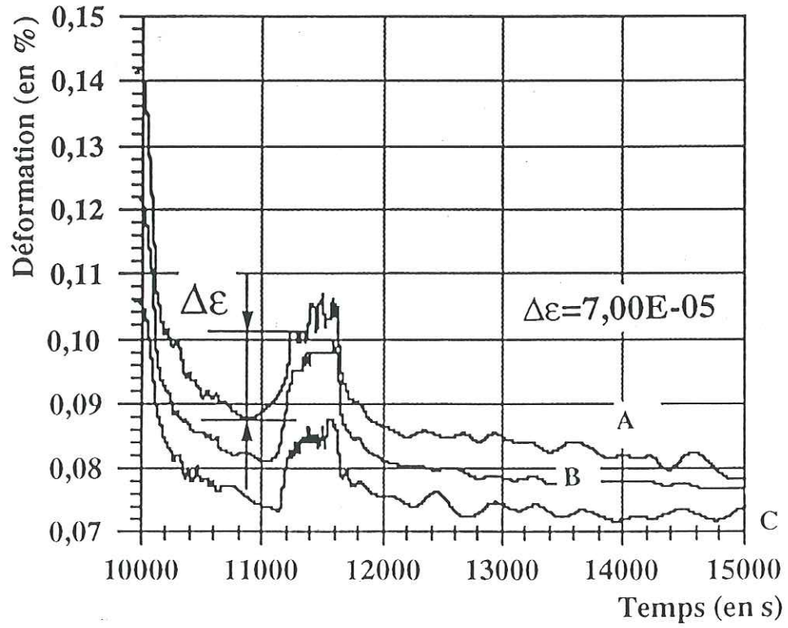


Figure V-22 : surcharge partielle pendant la décharge (d'après l'essai 9A)
A: capteur RM 7.1 B: capteur RP 0,5 C: capteur RM 8.1

Table V-16 : surcharges partielles en décharge totale : résultats

Essai	91.07	91.07	9A	9B	9B
σ (MPa)	1,20	1,20	0,90	0,95	0,95
$\Delta\sigma$ (MPa)	0,42	0,34	0,42	0,42	0,42
$\Delta\sigma/\sigma$	35,0%	28,3%	46,7%	44,2%	44,2%
$\Delta\varepsilon$	$9{,}30.10^{-5}$	$10{,}40.10^{-5}$	$7{,}00.10^{-5}$	$7{,}70.10^{-5}$	$10{,}00.10^{-5}$
ε_e	$4{,}42.10^{-5}$	$3{,}58.10^{-5}$	$4{,}42.10^{-5}$	$4{,}42.10^{-5}$	$4{,}42.10^{-5}$
$\Delta\varepsilon/\varepsilon_e$	2,10	2,91	1,58	1,74	2,26

Essai	9C	9C	11B	11B
σ (MPa)	1,50	1,50	1,50	1,50
$\Delta\sigma$ (MPa)	0,42	0,42	1,00	1,00
$\Delta\sigma/\sigma$	28,0%	28,0%	66,7%	66,7%
$\Delta\varepsilon$	$6{,}10.10^{-5}$	$7{,}60.10^{-5}$	$14{,}50.10^{-5}$	$13{,}90.10^{-5}$
ε_e	$4{,}42.10^{-5}$	$4{,}42.10^{-5}$	$10{,}50.10^{-5}$	$10{,}50.10^{-5}$
$\Delta\varepsilon/\varepsilon_e$	1,38	1,72	1,38	1,32

Notations :

- σ : contrainte nominale avant décharge;
- $\Delta\sigma$: incrément de contrainte imposée pendant la décharge;
- $\Delta\varepsilon$: déformation induite dans les premières secondes après la surcharge partielle (mesurée sur la courbe);
- ε_e : déformation élastique correspondant à l'incrément de contrainte appliquée : $\varepsilon_e = \Delta\sigma/E$ avec E=9500 MPa.
- Remarque : $\Delta\varepsilon$ est la moyenne arithmétique des valeurs indiquées par les capteurs de déformation utilisés.

au décrément de déformation entraîné par une décharge partielle de quantité équivalente.

Ces chiffres tendent à prouver que les mécanismes qui contrôlent l'écrouissage ne sont pas les mêmes à la charge et à la décharge. Duval et al (1983) expliquent cette brusque augmentation de la déformation suite à une surcharge par une contribution instantanée des dislocations dans les plans de base. Les mécanismes intervenant lors de la décharge restent mal précisés. Si un mouvement inverse des dislocations est possible sous l'action du champ de contrainte interne, les joints de grains peuvent également jouer un rôle dans la déformation restaurée. Il resterait alors à préciser quels sont les mécanismes physiques qui interviennent dans la déformation des joints de grains : fluage diffusionnel ou écoulement plastique, par exemple.

V.5.3- Surcharge partielle lors d'une décharge totale

Lorsque nous ajoutons une faible charge pendant quelques minutes après une décharge totale, nous obtenons une brusque augmentation de la déformation suivie par une reprise (très faible) du fluage. La figure V-22 illustre un cas concret tiré de l'essai 9A.

Nous pouvons remarquer (malgré les perturbations du signal de déplacement) que nous n'observons pas de palier de vitesse nulle précédant une nouvelle décroissance de la déformation comme l'indiquent les résultats de Duval et al (1983) en torsion (cf Ch IV, §1.2, Fig IV-1b), mais plutôt une légère croissance de la déformation. Le tableau V-16 résume les résultats obtenus pour de tels essais.

La déformation quasi-instantanée obtenue lors d'une surcharge est d'environ 1,5 à 2 fois la déformation élastique induite. Elle est donc plus faible que celle obtenue par une surcharge de même valeur en régime permanent. Par exemple, dans le cas de l'essai 9C, pour une surcharge d'environ 0,40 MPa, nous obtenons un accroissement de déformation de $1{,}8.10^{-4}$ en régime permanent (cf Table V-15) et entre 6 et 7.10^{-5} en décharge totale (soit environ 2 à 3 fois moins).

V.5.4- Discussion

Les expériences de perturbation de charge nous fournissent des renseignements sur les contraintes internes dans le matériau. La contrainte interne σ_i se décompose en la somme d'une contrainte interne cinématique Z qui entraîne un écrouissage directionnel et d'une contrainte interne isotrope R qui est responsable d'un écrouissage dans toutes les directions. Le matériau se déforme sous l'action d'une contrainte efficace σ_e définie par :

$$\sigma_e = |\sigma - Z| - R$$

Les résultats du §5.1 ont montré qu'en régime permanent établi, une décharge partielle $\Delta\sigma$ entraîne une période de vitesse quasi-nulle : la somme des contraintes internes $\overline{Z}+\overline{R}$ est alors proche de la contrainte appliquée :

$$\sigma - \Delta\sigma - \overline{Z} - \overline{R} = 0 \qquad (V.1)$$

Les expériences de Le Gac (1980) présentées au Ch IV, §1.2, fig IV-1b font apparaître une période de vitesse nulle lors des ressauts de déformation en décharge totale. Ainsi, si l'on suppose que les contraintes internes sont encore voisines de leurs valeurs en permanent, on a :

$$\overline{Z} - \Delta\sigma = \overline{R} \qquad (V.2)$$

La combinaison des équations (V.1) et (V.2) donne :

$$\overline{Z} = \sigma/2$$

$$\overline{R} = \sigma/2 - \Delta\sigma$$

On en conclut alors qu'en régime permanent établi, la somme des contraintes internes s'est stabilisée à une valeur proche de la contrainte nominale; la contrainte interne isotrope étant légèrement inférieure à la contrainte interne cinématique.

Toutefois, nous n'avons pas constaté, lors de nos essais, l'existence d'une période de vitesse nulle ou quasi-nulle pendant les ressauts de déformation en décharge totale; au contraire, il semble que l'on ait : $\dot{\varepsilon} > 0$

Lors de la décharge ($\dot{\varepsilon} < 0$), la contrainte interne cinématique doit être plus grande que la contrainte interne isotrope qui s'oppose au mouvement des dislocations : Z>R. D'autre part, la reprise du fluage n'est possible que si : $\Delta\sigma$ - Z>0. Il faut donc que Z ait suffisamment décru dans les tous premiers instants de la décharge pour que $Z<\Delta\sigma$, sinon, il y aurait seulement une rupture de pente en décharge (comme l'illustre le premier incrément de la figure IV-1b du chapitre précédent, tirée des résultats de Duval et al., 1983). Dans ces conditions, nous pouvons seulement conclure que $R<Z<\Delta\sigma$ lors de la décharge.

Les expériences de variations de charge peuvent également nous permettre d'évaluer les modules d'écrouissage de la contrainte interne. En effet, Orowan (1947) propose que l'évolution de la contrainte interne σ_i est le résultat d'une compétition entre les mécanismes d'écrouissage et de restauration selon :

$$\frac{d\sigma_i}{dt} = h\frac{d\varepsilon}{dt} - r$$

avec :

- r module de restauration : $r = -\dfrac{\partial\sigma_i}{\partial t}$
- h module d'écrouissage : $h = \dfrac{\partial\sigma_i}{\partial\varepsilon}$

En première approximation, on peut écrire :

$$r = -\frac{\Delta\sigma}{\Delta t} \text{ et } h = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}$$

où Δt est le temps d'incubation observé après une décharge partielle $\Delta\sigma$ en régime permanent et $\Delta\varepsilon$ est l'augmentation de déformation suite à un incrément de charge $\Delta\sigma$ en régime permanent.

Les valeurs calculées des coefficients r et h ont été reportées dans les tables V-14 et V-15. Elles fluctuent beaucoup d'une expérience à l'autre comme l'on pouvait s'y attendre étant donné la difficulté de réaliser des expériences de variations de charge : r varie entre 200 et 1230 $Pa.s^{-1}$ et h varie entre 358 et 2476 MPa. D'une part le temps d'incubation Δt est estimé à l'oeil sur nos courbes expérimentales et d'autre part, la lecture du décrément de déformation $\Delta\varepsilon$ est masquée par les fluidités qui atténuent les brusques variations de la déformation. Nous risquons alors de mesurer un module apparent qui ne corresponde pas au module réel (cf Fig V-23). Les valeurs de r et de h nous donnent simplement un ordre de grandeur des modules que nous pourrons déterminer au chapitre suivant lors de l'identification des modèles de comportement avec variables internes sur nos courbes expérimentales.

V.6- Conclusion

Malgré une importante dispersion des résultats, la série d'essais que nous avons réalisée peut déjà nous permettre de tirer quelques enseignements sur la déformation transitoire.

Par des essais de fluage où la vitesse minimale a été atteinte, suivie d'une recouvrance de longue durée, nous avons pu évaluer la déformation recouvrée. Il semble que cette déformation suive une loi quadratique en fonction du décrément de contrainte appliquée, en accord avec les résultats de Cole (1991). Cependant, étant donné le nombre limité de points de mesure dont nous disposons, des essais supplémentaires dans la gamme complète de 0,1 à 1,8 MPa seraient nécessaires afin de conclure. Pour les faibles contraintes (inférieures à 0,5 MPa), les essais de fluage jusqu'à l'obtention de la vitesse minimale sont très longs et il est peut-être plus astucieux d'atteindre le fluage secondaire avec une contrainte élevée puis d'imposer un léger décrément de charge plutôt que de réaliser un test de charge/décharge qui durerait très longtemps. Cela suppose que ce sont les mêmes

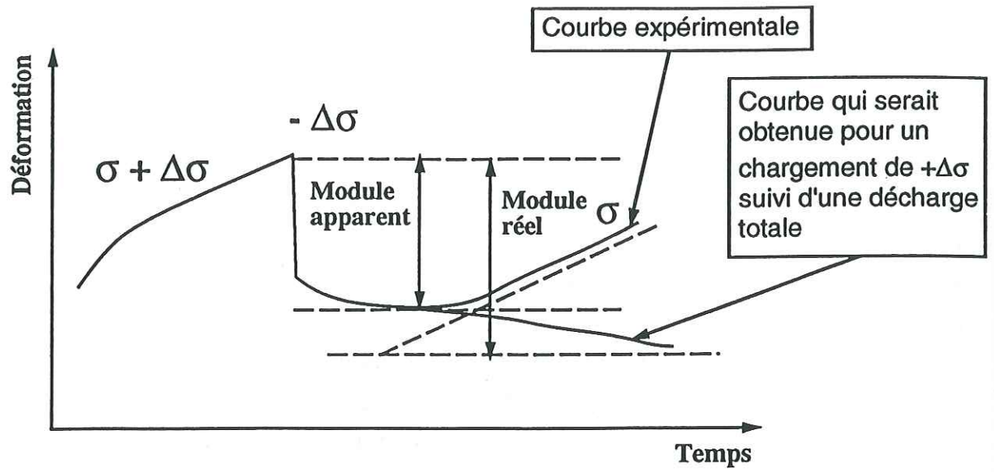


Figure V-23 : comparaison de l'estimation d'un module sur une courbe expérimentale suite à une surcharge en régime permanent par rapport au module réel - rôle des fluidités

mécanismes de déformation qui interviennent dans les deux cas. C'est ce que nous avons fait au §5.1 et les résultats semblent cohérents.

Mais cette déformation recouvrée ne constitue qu'une partie de la déformation transitoire totale : 40% environ. Ceci va à l'encontre de l'hypothèse de Sinha (1978, 1983) qui suppose que la déformation transitoire est entièrement reouvrée. En fait, cet auteur se fonde sur des expériences très courtes où la durée de fluage n'excède pas 10 minutes. Il est possible qu'alors, la déformation transitoire non recouvrable soit négligeable mais ce n'est plus le cas lorsque l'on approche du domaine du fluage secondaire (au bout de quelques heures de chargement).

De plus, nos essais quasi-cycliques menés dans le domaine du fluage primaire tendent à montrer que l'essentiel de la partie irréversible de la déformation transitoire est acquise lors du premier chargement puis qu'elle augmente légèrement lors des chargements successifs tandis que la déformation transitoire recouvrée reste à peu près constante.

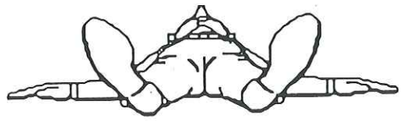
Les expériences de perturbations de charge ont permis de préciser les rôles tenus par les contraintes internes cinématique et isotrope dans l'écrouissage du matériau. Le modèle de Le Gac et Duval (1980) se fonde sur cette analyse et nous pourrons comparer au chapitre suivant les prédictions du modèle avec les courbes expérimentales.

Enfin, les lois empiriques qui s'appliquent lors de la charge et de la décharge (loi d'Andrade et loi logarithmique) ainsi que la comparaison des valeurs des déformations induites dans les premières secondes, soit par une surcharge, soit par une décharge partielle en régime permanent nous indiquent qu'il existe vraisemblablement deux mécanismes distincts d'écrouissage du matériau, dont l'importance relative est plus ou moins grande selon que le matériau est en charge ou en décharge. Nous devons en tenir compte lors de l'élaboration de modèles de comportement.

Malheureusement, la série d'essais réalisée ne nous permet de tirer que des enseignements d'ordre qualitatif. Des expériences supplémentaires seraient nécessaires afin d'obtenir des résultats quantitatifs (comportement aux faibles contraintes, rôle de la taille de grains, ...). Toutefois, ce programme ne pourra être mené à bien qu'avec une amélioration sensible de la méthode expérimentale.

CHAPITRE VI

Tests des modèles existants



VI.1- Introduction

Deux approches peuvent être distinguées dans la formulation des lois de comportement présentées au Chapitre II.

D'une part, Sinha (1979) et Lliboutry (1987) font intervenir des relations caractéristiques du matériau qui conduisent à des lois de type intégrale où des variables macroscopiques aparaissent.

D'autre part, Le Gac et Duval (1980) et Shyam Sunder et Wu (1989a-b) modélisent le milieu réel par un milieu homogène continu équivalent et introduisent des "variables cachées" (contraintes internes macroscopiques) pour prendre en compte les processus microscopiques responsables de la déformation et modéliser l'écrouissage.

Cependant, quelle que soit l'approche en question, il se pose le problème de l'identification du modèle avec la réalité. Les fonctions héréditaires nécessitent la connaissance de toute l'histoire du matériau, ce qui entraîne des problèmes d'ordre théorique (dans quelle mesure le matériau se "souvient-il" du chargement qu'il a subi auparavant ?) et d'ordre numérique (la cumulation des fonctions caractéristiques rend vite le calcul très fastidieux); et enfin, par définition, les "variables cachées" ne sont pas mesurables.

La série d'essais exposée au Chapitre IV fournit un certain nombre de relations quantitatives que doivent vérifier les modèles présentés au Chapitre II afin de mériter leur prétention à représenter le fluage transitoire dans leur domaine de validité, à savoir aux fortes contraintes (0,1 à 2 MPa) et aux températures élevées (supérieures à 0,9 T_M, où T_M=273 K).

Le travail d'identification que nous abordons maintenant consiste à déterminer les valeurs numériques des paramètres des différents modèles afin qu'ils reproduisent le mieux possible (au sens des moindres carrés) les courbes expérimentales. Certains d'entre eux comprennent plusieurs paramètres (six pour le modèle de Le Gac et Duval, 1980, cinq pour le modèle de Shyam Sunder et Wu, 1989a-b) et leur identification n'est possible qu'avec une procédure numérique. Nous serons alors amenés à adopter un schéma de discrétisation des équations initiales afin de les intégrer dans le code numérique d'un micro-ordinateur.

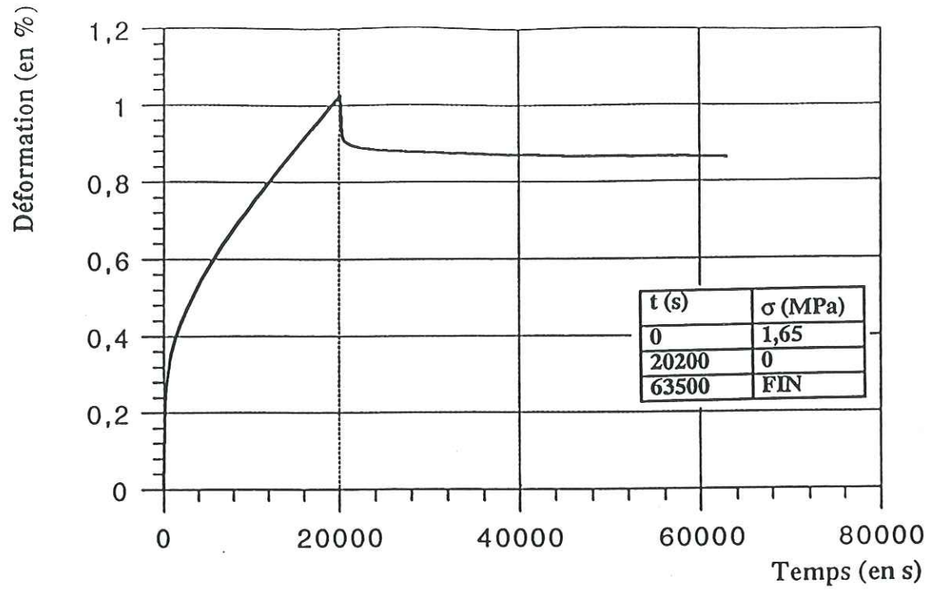


Figure VI-1: essai de fluage suivi par une recouvrance (n°91.12, courbe moyenne) -Le régime permanent a été atteint lors de la charge

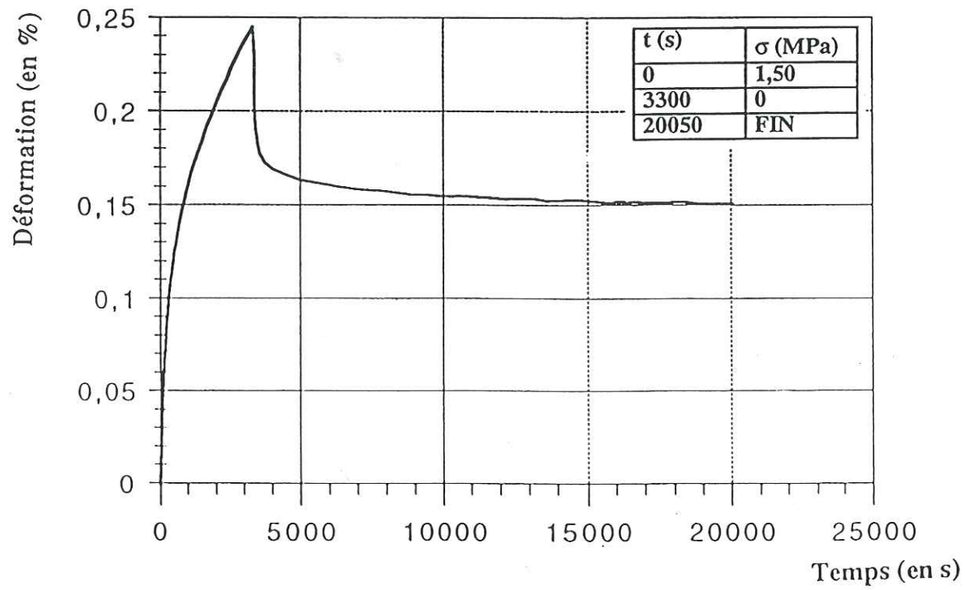


Figure VI-2: essai de fluage suivi par une recouvrance (n°11A, courbe moyenne) - Le régime permanent n'a pas été atteint lors de la charge

VI.2- Choix des expériences à ajuster

Nous avons sélectionné, parmi les essais présentés au Chapitre IV, ceux ayant donné des résultats avec une dispersion aussi faible que possible; c'est à dire où les trois capteurs de déplacement indiquaient des valeurs à peu près semblables. Ils sont par conséquent presque tous choisis parmi ceux effectués avec la rondelle de centrage permettant de mieux positionner l'échantillon sur la presse.

Pour chaque essai choisi nous avons ensuite déterminé la courbe de fluage moyenne comme moyenne arithmétique des mesures des capteurs de déformation utilisés. C'est sur ces courbes moyennes que nous identifions les modèles.

VI.2.1- Expérience de charge/décharge avec régime permanent atteint à la fin de la charge

Nous avons choisi le premier cycle de l'essai n°91.12 (cf Fig VI-1). Il comporte deux étapes : une phase de fluage ($\sigma=C^{te}$) où le fluage secondaire est atteint suivie d'une décharge totale ($\sigma=0$).

Cela doit nous permettre de visualiser l'évolution des contraintes internes des modèles de Le Gac et Duval (1980) et de Shyam Sunder et Wu (1989a-b) lors du chargement et de tester l'aspect prédictif de ces modèles lors de la décharge, notamment en ce qui concerne la valeur de la déformation recouvrée.

VI.2.2- Expérience de charge/décharge sans que le régime permanent soit atteint à la fin de la charge

L'essai n°11A a été sélectionné ici (cf Fig VI-2). Il est similaire au précédent à ceci près que le fluage secondaire n'est pas atteint lorsque nous déchargeons l'échantillon.

Nous cherchons à nous rendre compte par ce test de l'influence du régime permanent, notamment sur l'allure de la décharge.

VI.2.3- Expérience de chargement quasi-cyclique

C'est l'essai n°91.12 qui convient le mieux à ce test (cf Fig VI-3). Il est composé de trois cycles consécutifs de charge/décharge.

Les modèles sont testés ici sur leur capacité à reproduire des mises en charge successives après une longue décharge qui aura permis au matériau de se relaxer.

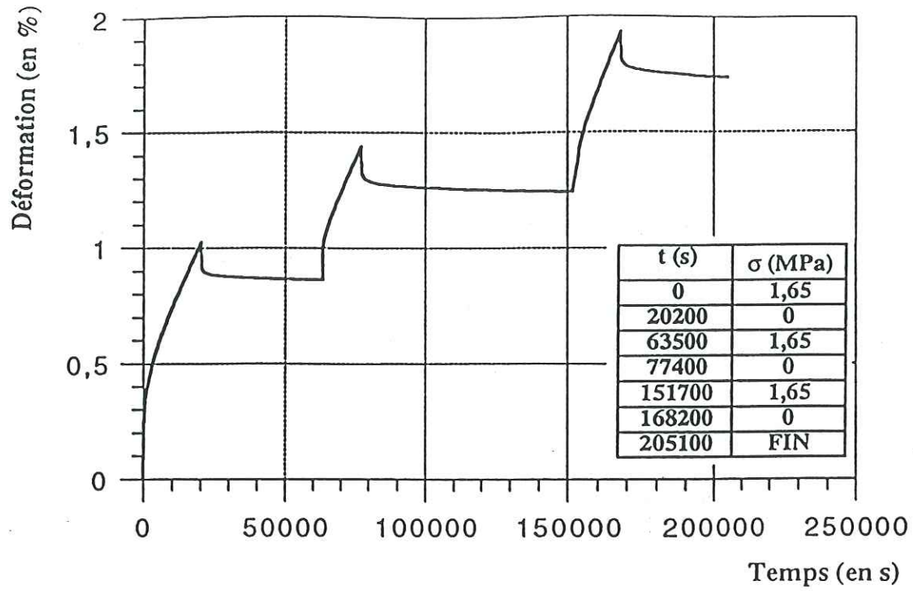


Figure VI-3: cycles de charge/décharge (n°91.12, courbe moyenne)

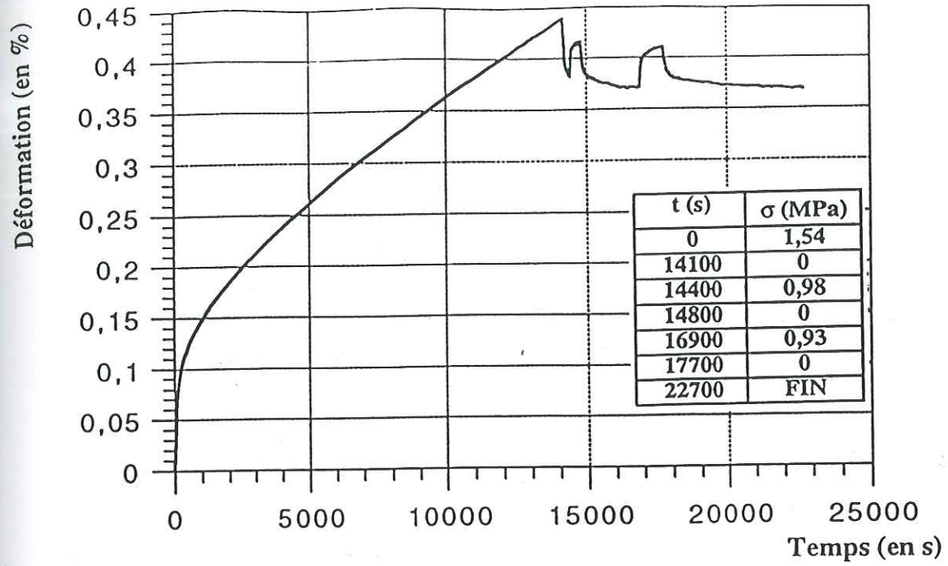


Figure VI-4: perturbation de charge en décharge totale (n°11B, courbe moyenne) - Vue d'ensemble

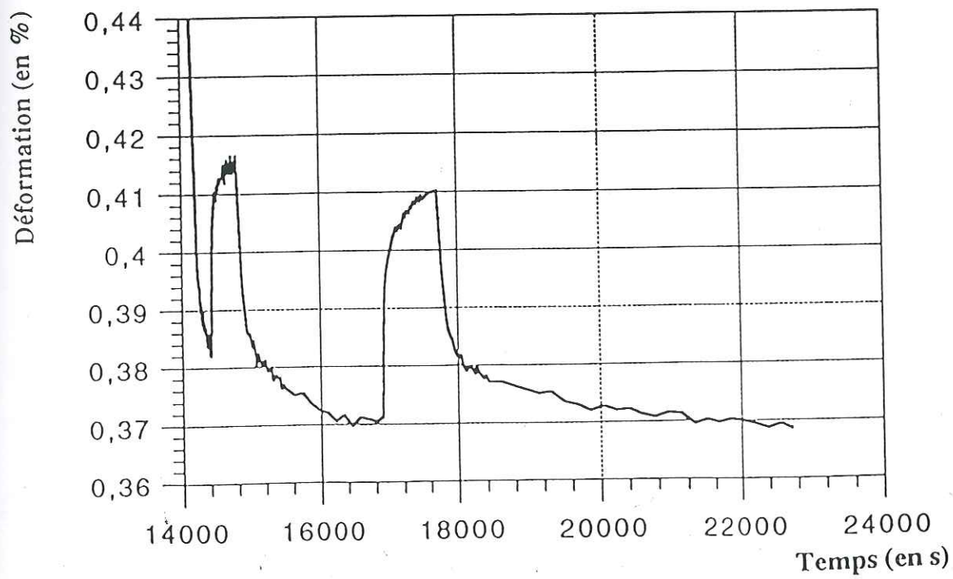
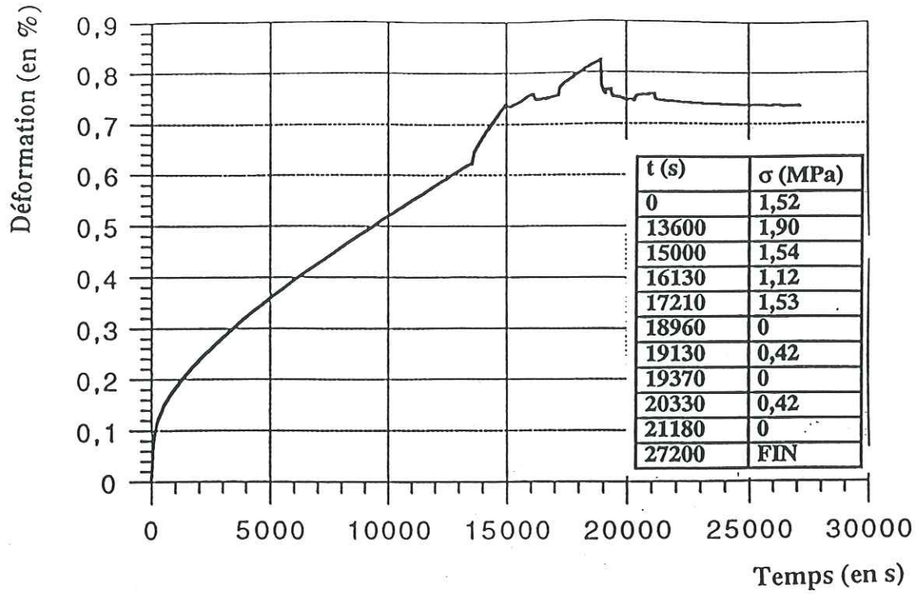


Figure VI-5: perturbation de charge en décharge totale (n°11B, courbe moyenne) - Détail des ressauts



t (s)	σ (MPa)
0	1,52
13600	1,90
15000	1,54
16130	1,12
17210	1,53
18960	0
19130	0,42
19370	0
20330	0,42
21180	0
27200	FIN

Figure VI-6: perturbation de charge en régime permanent (n°9C, courbe moyenne) - Vue d'ensemble

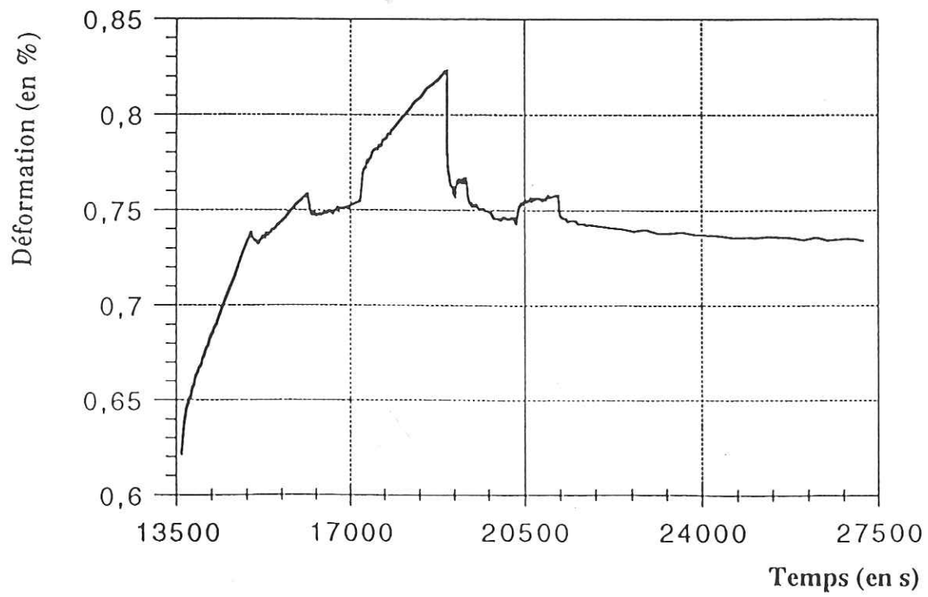


Figure VI-7: perturbation de charge en régime permanent (n°9C, courbe moyenne)- Détail des ressauts

VI.2.4- Expérience de perturbation de charge en décharge totale

Nous avons choisi l'essai n°11B pour ce type d'expérience (cf Fig VI-4 et VI-5). Après un fluage à $\sigma=C^{te}$, nous effectuons une décharge totale ($\sigma=0$) pendant laquelle deux surcharges partielles sont effectuées.

Les modèles sont évalués sur leur capacité à reproduire les ressauts que nous observons lors de faibles surcharges appliquées en décharge totale.

VI.2.5- Expérience de perturbation de charge lors du régime permanent

Seul l'essai n°9C nous paraît fiable ici (cf Fig VI-6 et VI-7). Après un fluage à $\sigma=C^{te}$ à l'issue duquel nous nous rapprochons du régime permanent, nous effectuons tout d'abord une surcharge en rajoutant un poids sur la presse, puis nous revenons à la charge initiale. Quelques instants plus tard, nous procèdons de la même manière pour effectuer une décharge partielle, en ôtant cette fois-ci un poids du plateau du bras de levier. Puis vient la décharge totale ($\sigma=0$) avec deux surcharges partielles comme précédemment.

Ce calcul devra nous permettre, en complément du test précédent, de visualiser le comportement des modèles lorsque la charge appliquée varie faiblement pendant un fluage à $\sigma=C^{te}$.

VI.3- Schéma numérique

VI.3.1- Résolution des équations

Dans les différents modèles étudiés, le calcul numérique nécessite la résolution d'une équation ou d'un système d'équations différentielles du premier ordre. La discrétisation des équations s'effectue par une méthode de type "Euler implicite". L'estimation d'une fonction f au temps t+dt s'écrit en fonction de f au temps t et de sa dérivée au temps t+dt :

$$f(t+dt) = f(t) + f'(t+dt).dt$$

Les équations à résoudre étant discrétisées selon ce schéma, on se ramène à un système d'équations linéaires de dimension n à n inconnues (qui sont les valeurs de f à t+dt). Ce système est résolu par une méthode de linéarisation ou méthode de Newton dont on rappele ci-après le principe (cf Legras, 1971, p136).

Supposons un système de n équations à n inconnues mis sous la forme :

$$\begin{aligned} &f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \\ &f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \\ &\ldots \\ &f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \end{aligned} \qquad \text{(VI.1)}$$

Soit un groupe de valeurs $x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0$ supposées voisines de la solution $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*$ et posons :

$$\begin{aligned} &x_1^* = x_1^0 + h_1 \\ &\ldots \\ &x_n^* = x_n^0 + h_n \end{aligned}$$

La méthode de Newton consiste à remplacer chaque fonction f_i par son développement de Taylor limité à l'ordre 1, soit :

$$f_i(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*) = f_i(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0) + \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)\, h_j$$

En écrivant les conditions $f_i(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*) = 0$, le système (VI.1) devient :

$$\left[\frac{\partial f(X^0)}{\partial x}\right][H] + [F(X^0)] = 0 \qquad \text{(VI.2)}$$

avec :

$$[H] = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \ldots \\ h_n \end{bmatrix} ; \; [F(X^0)] = \begin{bmatrix} f_1(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0) \\ \ldots \\ f_n(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0) \end{bmatrix}$$

et

$$\left[\frac{\partial f(X^0)}{\partial x}\right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0) \ldots \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0) \\ \ldots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0) \ldots \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0) \end{bmatrix}$$

d'où l'on tire :

$$[H] = -\left[\frac{\partial f(X^0)}{\partial x}\right]^{-1} [F(X^0)].$$

Cela donne une nouvelle valeur de $[X]$ que l'on réinjecte ensuite dans le système (VI.2).

A l'itération r, on a :

$$[X^{r+1}] = [X^r] + [H]$$

soit :

$$[X^{r+1}] = [X^r] - \left[\frac{\partial f(X^r)}{\partial x}\right]^{-1} [F(X^r)]$$

Au bout d'un certain nombre d'itérations, on atteint la solution $[X^*]$ avec une précision ε que l'on s'est fixée à l'avance.

VI.3.2- Norme de calcul d'écart des courbes

Pour comparer l'estimation numérique des modèles avec l'expérience, nous cherchons à évaluer l'ajustement réalisé par un facteur de qualité qui soit plus objectif que l' "oeil". Pour cela, nous définissons la norme suivante :

$$\|X\| = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n}(\varepsilon_{calculée} - \varepsilon_{mesurée})^2}$$

où n est le nombre de points de mesure dans l'expérience considérée.

Nous ferons mention de cette norme dans les différents tableaux d'ajustement qui seront présentés par la suite.

VI.3.3- Démarche générale pour l'identification des modèles

Pour chacun des tests effectués, nous essayons dans un premier temps de reproduire le mieux possible la première phase du chargement. Puis les phases

suivantes sont calculées avec le même jeu de paramètres. Cela permet de juger du caractère prédictif des modèles, donc de leur aptitude à modéliser le fluage transitoire.

Cette démarche n'est pas la seule possible. Nous aurions pu également ajuster le modèle sur la totalité d'une courbe expérimentale particulière et tester le jeu de paramètres obtenu sur les autres courbes de fluage. Toutefois, étant donné la dispersion de nos mesures, cette procédure ne nous paraît pas adaptée ici. Dans un premier temps, il nous a paru plus rapide et plus simple de calculer le modèle sur la première mise en charge.

VI.4- Test du modèle de Sinha (1979)

VI.4.1- Ecriture du modèle

Dans le cas d'un chargement à contrainte imposée, ε désignant la déformation macroscopique dans la direction de compression, la formulation du modèle de Sinha (1979) modifiée par Ashby et Duval (1985) (cf Ch II, §2.1.2) est :

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_t + \varepsilon_v$$

où ε_e, ε_t et ε_v sont respectivement les déformations élastique, transitoire et permanente données par :

$$\varepsilon_e = \sigma/E \qquad \text{(VI.3)}$$

$$\varepsilon_t = A\left(\frac{\sigma}{E}\right)\left\{1-\exp\left[-\left(\frac{C\,\dot{\varepsilon}_{min}\,t}{\sigma/E}\right)^{1/n}\right]\right\} \qquad \text{(VI.4)}$$

$$\varepsilon_v = \overline{K}\,\sigma^3\,t \qquad \text{(VI.5)}$$

où :

- E : module d'élasticité;
- $\overline{K}$: coefficient de la loi de Glen;
- n : exposant de la loi de Glen;
- $\dot{\varepsilon}_{min}$: vitesse minimale donnée par la loi de Glen : $\dot{\varepsilon}_{min} = \overline{K}\sigma^n$;
- t : temps compté à partir de la mise en charge;
- A et C: paramètres du modèle.

Avec l'exposant n pris égal à 3 ($\dot{\varepsilon}_{min} = \overline{K}\sigma^3$), la déformation transitoire provoquée par la charge σ appliquée à t=0 s'écrit :

$$\varepsilon_t(\sigma, t) = A\left(\frac{\sigma}{E}\right)\left\{1-\exp\left[-\left(C\,\overline{K}\,E\,\sigma^2\,t\right)^{1/3}\right]\right\} \qquad \text{(VI.6)}$$

E et $\overline{K}$ étant connus, il reste donc deux paramètres à ajuster : A et C.

VI.4.2- Méthode de calcul

Sinha (1984) a précisé certains points concernant l'utilisation numérique de son modèle dans le cas d'un chargement monotone croissant. L'équation (VI.4) (ou VI.6) n'est valable que pour une charge constante σ appliquée à t=0. Dans nos expériences, la contrainte nominale varie en fonction du temps suivant une fonction en escaliers. A chaque incrément ou décrément de charge, une fonction de fluage supplémentaire de type (VI.6) doit être introduite. Le principe est le suivant:

Soit un chargement en deux étapes :

- Etape 1 : à t=0, on applique la charge $\sigma = \sigma_1$.
- Etape 2 : à $t=t_1$, on applique la charge $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$.

Jusqu'au temps t_1, ε_t est de la forme :

$$\varepsilon_t(\sigma_1, t) = A\left(\frac{\sigma_1}{E}\right)\left\{1-\exp\left[-\left(C\,\overline{K}\,E\,\sigma_1^2\,t\right)^{1/3}\right]\right\}$$

A $t>t_1$, ε_t est la somme de deux termes, l'un décrivant la déformation causée par σ_1 appliquée à t=0, l'autre donnant la déformation causée par σ_2 appliquée à $t=t_1$:

$$\varepsilon_t(\sigma_1+\sigma_2, t>t_1) = \varepsilon_t(\sigma_1, t) + \varepsilon_t(\sigma_2, t-t_1)$$

soit :

$$\varepsilon_t(\sigma_1+\sigma_2, t>t_1) = A\left(\frac{\sigma_1}{E}\right)\left\{1-\exp\left[-\left(C\,\overline{K}\,E\,\sigma_1^2\,t\right)^{1/3}\right]\right\}$$
$$+ A\left(\frac{\sigma_2}{E}\right)\left\{1-\exp\left[-\left(C\,\overline{K}\,E\,\sigma_2^2\,(t-t_1)\right)^{1/3}\right]\right\}$$

La déformation élastique s'exprime par :

$$\varepsilon_e(\sigma_1+\sigma_2, t>t_1) = \varepsilon_e(\sigma_1) + \varepsilon_e(\sigma_2) = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{E}$$

La déformation permanente est :

$$\varepsilon_v(\sigma_1+\sigma_2, t>t_1) = \varepsilon_v(\sigma_1, t_1) + \varepsilon_v(\sigma_1+\sigma_2, t-t_1)$$

soit :

$$\varepsilon_v(\sigma_1+\sigma_2, t>t_1) = \overline{K}\,\sigma_1^3\,t_1 + \overline{K}\,(\sigma_1+\sigma_2)^3(t-t_1)$$

et l'on a toujours :

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_t + \varepsilon_v$$

Dans le cas général, la contrainte nominale varie par pas successifs $\Delta\sigma_1$, $\Delta\sigma_2$, ..., $\Delta\sigma_N$ (éventuellement négatifs), qui sont appliqués respectivement aux temps t_0, t_1, ..., t_{N-1}.

En appliquant le principe de calcul précédent, on obtient au temps t, après N incréments de charge :

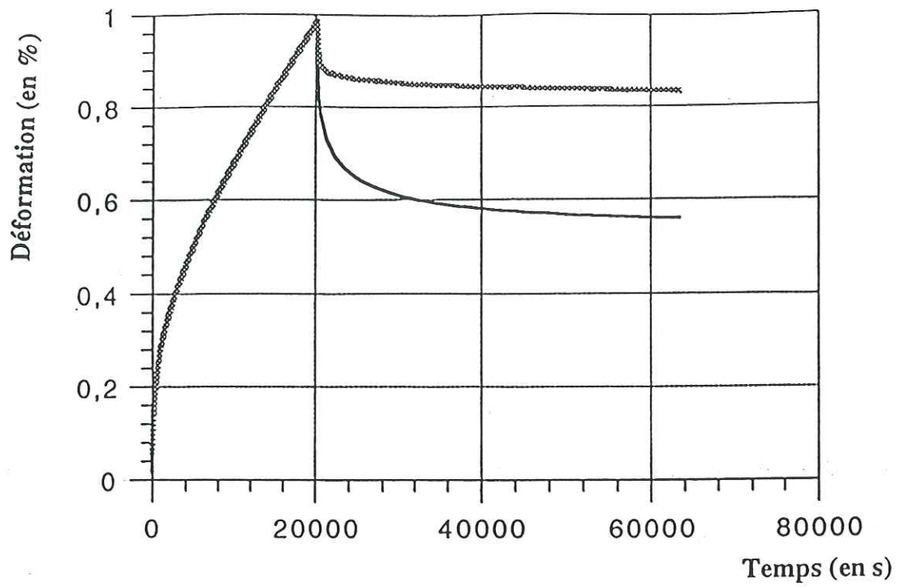


Figure VI-8: test du modèle de Sinha (1979) sur un essai de fluage suivi par une recouvrance (n°91.12)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

Ajustement sur : 91.12 (1er cycle)	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5,65.10^{-8}$
A	33,0
C	0,137
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 20200s : σ=1,65MPa)	$9,84.10^{-5}$
Décharge (20200 à 63500s : σ=0)	$2,54.10^{-3}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A et C les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-1 : ajustement du modèle de Sinha (1979) sur le premier cycle de l'essai 91.12

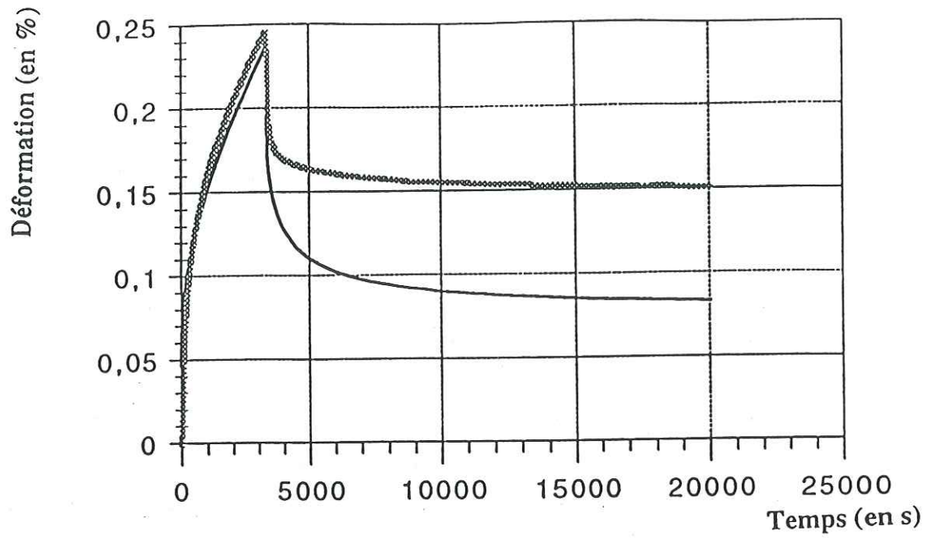


Figure VI-9: test du modèle de Sinha (1979) sur un essai de fluage suivi par une recouvrance (n°11A)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

Ajustement sur : 11A	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6,00.10^{-8}$
A	17,0
C	0,123
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 3300s : σ=1,50MPa)	$1,82.10^{-4}$
Décharge (3300 à 20050 s : σ=0)	$5,97.10^{-4}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A et C les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-2 : ajustement du modèle de Sinha (1979) sur l'essai 11A.

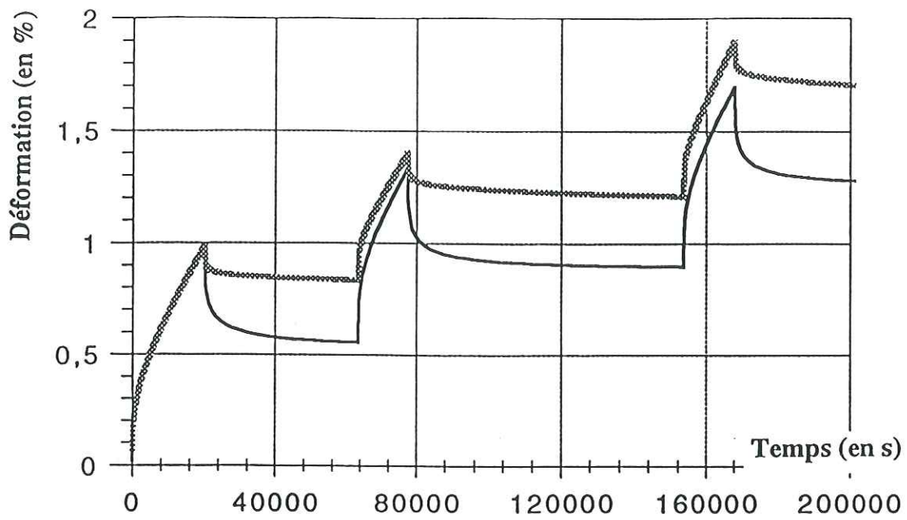


Figure VI-10: test du modèle de Sinha (1979) sur un essai de fluage quasi-cyclique (n°91.12)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

Ajustement sur : 91.12	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5{,}65.10^{-8}$
A	33,0
C	0,137
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 20200s : σ=1,65MPa)	$9{,}84.10^{-5}$
Décharge (20200 à 63500s : σ=0)	$2{,}54.10^{-3}$
Charge (63500 à 77400s : σ=1,65MPa)	$1{,}21.10^{-3}$
Décharge (77400 à 151700s : σ=0)	$3{,}07.10^{-3}$
Charge (151700 à 168200s : σ=1,65MPa)	$2{,}04.10^{-3}$
Décharge (168200 à 205100s : σ=0)	$4{,}05.10^{-3}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A et C les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-3 : ajustement du modèle de Sinha (1979) sur l'essai 91.12.

$$\varepsilon_e = \frac{1}{E}\sum_{i=1}^{i=N}\Delta\sigma_i$$

$$\varepsilon_t = A\sum_{i=1}^{i=N}\frac{\Delta\sigma_i}{E}\left\{1-\exp\left[-\left(C\,\overline{K}\,E\,\Delta\sigma_i^{\,2}\,(t-t_{i-1})\right)^{1/3}\right]\right\}$$

$$\varepsilon_v = \overline{K}\sum_{i=1}^{i=N-1}\left(\sum_{j=1}^{j=i}\Delta\sigma_j\right)^3(t_i-t_{i-1})+\left(\sum_{j=1}^{j=N}\Delta\sigma_j\right)^3(t-t_{N-1})$$

et $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_t + \varepsilon_v$

VI.4.3- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale est atteinte avant la recouvrance

Nous pouvons constater que la déformation recouvrée prédite par le modèle à la fin de l'expérience est trop importante par rapport à la réalité (cf Fig VI-8 et table VI-1).

En effet, la déformation transitoire est entièrement recouvrée au bout d'un temps infini :

$$\varepsilon_{t\infty} = \lim_{t\to\infty}\left(A\frac{\Delta\sigma_1}{E}\left\{1-\exp\left[-\left(C\,\overline{K}\,E\,\Delta\sigma_1^2\,t\right)^{1/3}\right]\right\} - A\frac{\Delta\sigma_1}{E}\left\{1-\exp\left[-\left(C\,\overline{K}\,E\,\Delta\sigma_1^2\,(t-t_1)\right)^{1/3}\right]\right\}\right)=0$$

Or, l'étude expérimentale de la composante transitoire de la déformation a montré que celle-ci comporte une partie non-recouvrable (Ch V, §3.2); il n'est donc pas surprenant que le modèle s'écarte autant de l'expérience lors de la décharge.

VI.4.4- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale n'est pas atteinte avant la recouvrance

L'ajustement a donné les résultats de la figure VI-9 et de la table VI-2.

Nous pouvons constater sur ce calcul, comme sur le précédent (§5.3), que l'identification du modèle donne des résultats acceptables à la charge mais non à la décharge.

En effet, les résultats expérimentaux étudiés dans le chapitre précédent (Ch V, §5.2) ne présentent pas des comportements symétriques en charge et en décharge contrairement au modèle de Sinha.

VI.4.5- Ajustement sur un essai de fluage quasi-cyclique

La figure VI-10 permet de dresser un constat plutôt négatif pour cette expérience. Lors de chaque décharge, le modèle s'écarte nettement de la réalité, pour la même raison que précédemment. A la charge, il se rapproche de nouveau de la courbe expérimentale.

Ajustement sur : 11B	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4,96.10^{-8}$
A	14,3
C	0,179
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 14100s : σ=1,54 MPa)	$8,79.10^{-5}$
Décharge (14100 à 14400s : σ=0)	$1,48.10^{-4}$
Surcharge (14400 à 14800s : σ=0,98 MPa)	$1,76.10^{-4}$
Décharge (14800 à 16900s : σ=0)	$3,71.10^{-4}$
Surcharge (16900 à 17700s : σ=0,93 MPa)	$4,63.10^{-4}$
Décharge (17700 à 22700s : σ=0)	$6,06.10^{-4}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A et C les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-4 : ajustement du modèle de Sinha (1979) sur l'essai 11B.

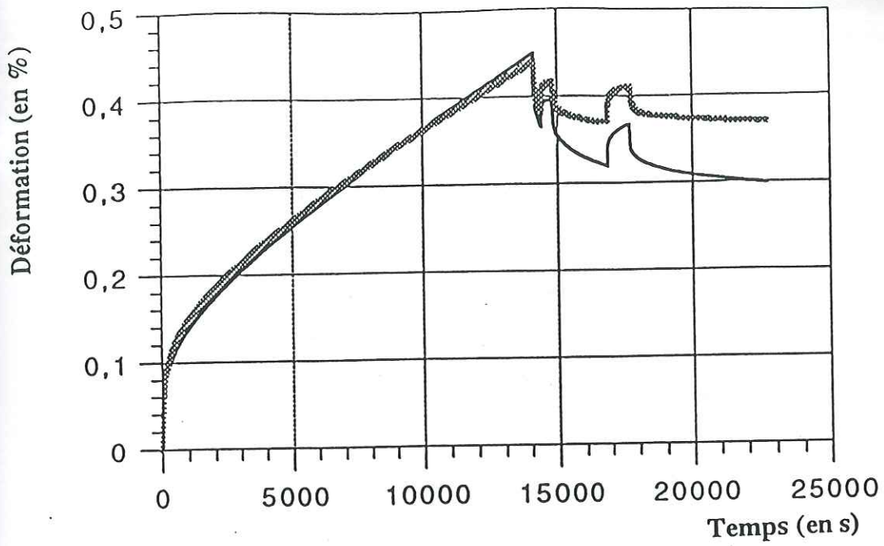


Figure VI-11: test du modèle de Sinha (1979) sur un essai de fluage suivi par une recouvrance avec variations de charge (n°11B)
- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

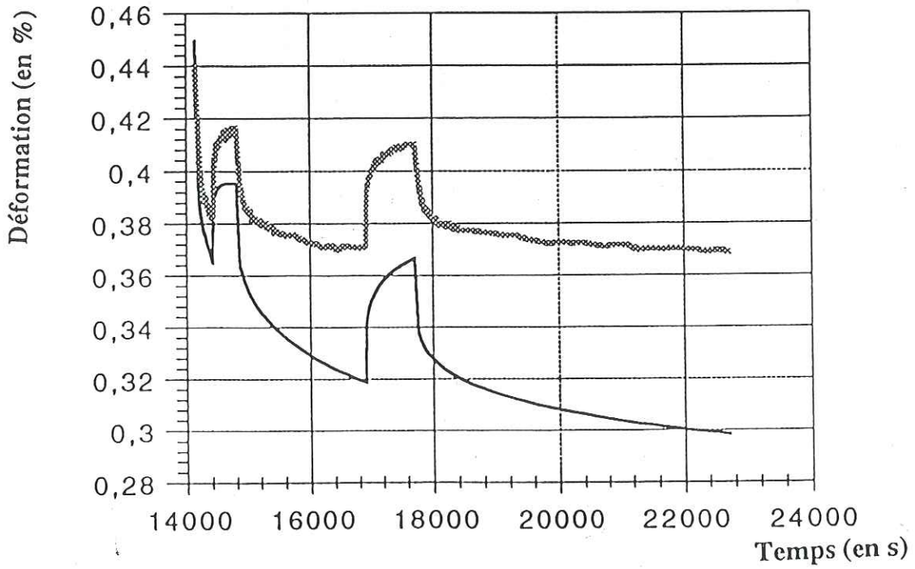


Figure VI-12: test du modèle de Sinha (1979) sur un essai de fluage suivi par une recouvrance avec variations de charge (n°11B)
- détail des ressauts
- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

Ajustement sur : 9C	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6{,}90.10^{-8}$
A	22
C	0,130
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 13600s : σ=1,52 MPa)	$1{,}28.10^{-4}$
Surcharge (13600 à 15000s : σ=1,90 MPa)	$1{,}88.10^{-4}$
Charge (15000 à 16130s : σ=1,54 MPa)	$3{,}44.10^{-4}$
Décharge partielle (16130 à 17210s : σ=1,12 MPa)	$4{,}22.10^{-4}$
Charge (17210 à 18960s : σ=1,53 MPa)	$4{,}83.10^{-4}$
Décharge (18960 à 19130s : σ=0)	$7{,}78.10^{-4}$
Surcharge (19130 à 19370s : σ=0,42 MPa)	$9{,}82.10^{-4}$
Décharge (19370 à 20330s : σ=0)	$1{,}20.10^{-3}$
Surcharge (20330 à 21180s : σ=0,42 MPa)	$1{,}43.10^{-3}$
Décharge (21180 à 27200s : σ=0)	$1{,}70.10^{-3}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A et C les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-5 : ajustement du modèle de Sinha (1979) sur l'essai 9C.

Etant donné le décalage des courbes à la fin de la décharge, cela signifie que la fonction de fluage initiale n'est en fait plus valable pour les chargements suivants (malgré l'apparente concordance des résultats). En effet, prenons le cas du premier cycle de l'expérience 91.12. En notant $\varepsilon_t(\Delta\sigma_1,t)$ la déformation transitoire causée par l'incrément de charge $\Delta\sigma_1$ appliquée à t=0, $\varepsilon_t(-\Delta\sigma_1,t-t_1)$ la déformation transitoire causée par la décharge $-\Delta\sigma_1$ appliquée à t_1, nous avons à la fin du cycle à t_2 :

$\varepsilon_t(\Delta\sigma_1,t_2)$=0,52% et $\varepsilon_t(-\Delta\sigma_1,t_2-t_1)$=-0,51%

soit au début du second cycle, une déformation transitoire totale de l'ordre de 10^{-4}.

Si l'on conserve la même fonction de fluage pour chaque cycle, les calculs vont donc donner des cycles presque identiques, ce qui n'est pas le cas en réalité : le cycle 2 dépend du cycle 1 où le matériau a été écrouï.

VI.4.6- Ajustement sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance

Les résultats du calcul sont résumés dans le tableau VI-4. La mise en charge est correctement modélisée, et l'allure des ressauts de déformation en décharge totale est bonne. Il est permis de supposer que la courbe calculée pourrait coïncider avec la courbe expérimentale si les phases de décharge étaient mieux reproduites (cf Fig VI-11 et VI-12).

VI.4.7- Ajustement sur un essai de fluage avec perturbations de charge autour de la contrainte nominale

Comme le montrent les figures VI-13 et VI-14 , l'allure de la courbe calculée correspond grossièrement à celle de l'expérience. Cependant, des différences quantitatives apparaissent dès la première surcharge et semblent s'amplifier lors des variations suivantes (cf table VI-5).

Lors de la décharge, outre le fait que la déformation recouvrée est trop importante, nous remarquons que l'allure des ressauts ne correspond pas à la réalité: après un accroissement quasi-instantané, la déformation continue à décroître, ce qui n'est pas le cas de la courbe expérimentale où il semblerait se produire une légère reprise du fluage. Ceci constitue une différence notable par rapport à l'essai précédent où l'allure des ressauts était bonne. Ici, il est vrai que l'incrément de contrainte imposé n'est que le tiers de la contrainte nominale avant décharge alors qu'il était des deux tiers dans l'expérience précédente. D'un point de vue numérique, l'effet de la nouvelle fonction de fluage introduite par le modèle est rapidement compensé par la fonction de fluage "négative" de la décharge.

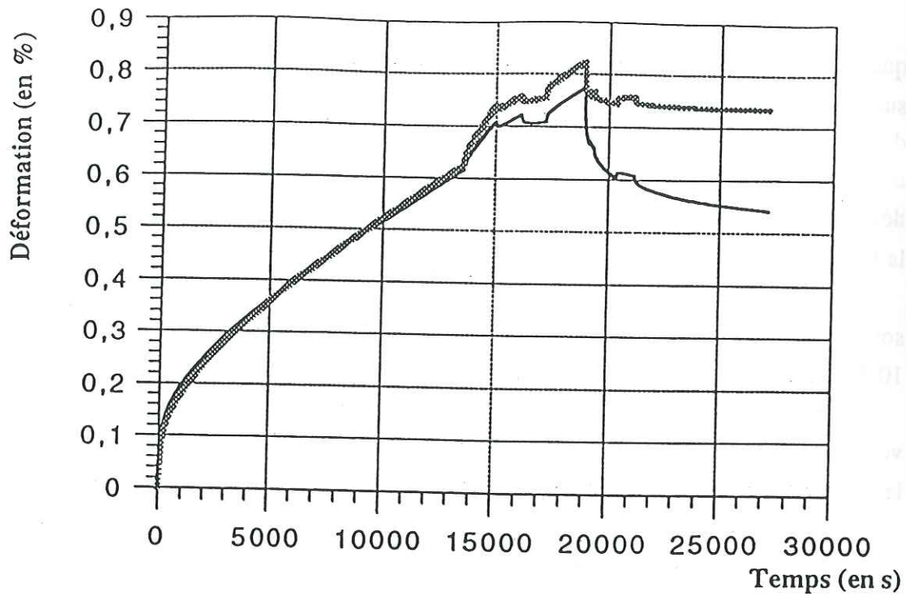


Figure VI-13: test du modèle de Sinha (1979) sur un essai de fluage avec variations de charge (n°9C)
- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

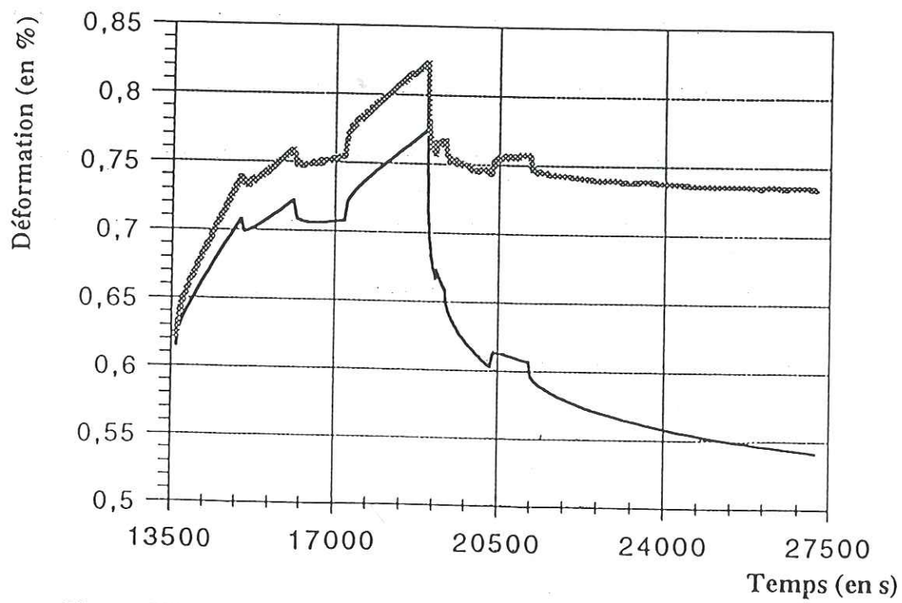


Figure VI-14: test du modèle de Sinha (1979) sur un essai de fluage avec variations de charge (n°9C) - détail des ressauts
- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

En négligeant la contribution des chargements antérieurs à la décharge totale (les fonctions de fluage associées sont arrivées à saturation), et en notant f_1 la fonction de fluage relative à la décharge totale survenue à t=18960 s, f_2 celle relative à la surcharge $\Delta\sigma$=0,42 MPa appliquée à t=20330 s, la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ est donnée par :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{df_1}{dt}(t-t_1) + \frac{df_2}{dt}(t-t_2)$$

avec, de façon générale :

$$\frac{df(t)}{dt} = A\frac{\Delta\sigma}{E}\frac{1}{3}\left(C\,\overline{K}\,E\,\Delta\sigma^2\right)^{1/3} t^{-2/3} \exp\left[-\left(C\,\overline{K}\,E\,\Delta\sigma^2\,t\right)^{1/3}\right]$$

A t=20500 s,

$$\frac{df_1}{dt}(t-t_1) = -2{,}57.10^{-7}\ s^{-1}$$

et $$\frac{df_2}{dt}(t-t_2) = 2{,}27.10^{-7}\ s^{-1}$$

Donc : $\dot{\varepsilon} = -2{,}98.10^{-8}\ s^{-1} < 0$ et la déformation décroît.

VI.4.8- Discussion

Finalement, le modèle de Sinha (1979) qui introduit une fonction de fluage afin de décrire la déformation transitoire est bien adapté à la première mise en charge du matériau. Dès la variation de charge suivante (positive ou négative), le modèle s'écarte de la réalité. L'écart est particulièrement important lors d'une décharge totale où la simulation prévoit une déformation recouvrée trop élevée. D'après le modèle, celle-ci est égale au bout d'un temps infini à :

$$\varepsilon_{rec\,\infty} = \frac{c_1\,d_1}{d}\frac{\sigma}{E}$$

La déformation recouvrée est donc proportionnelle à la contrainte appliquée σ et inversement proportionnelle à la taille de grains d. L'auteur ne fournit pas de justification expérimentale précise pour étayer cette formule. Les quelques résultats expérimentaux dont nous disposons suggèrent que la déformation recouvrée ε_{rec} dépend de σ^2 et qu'elle ne diminue pas avec la taille de grain d : elle n'est pas divisée par 3 si l'on passe de d=1 mm à d=3,5 mm (cf Ch V, §3.2). La fonction de fluage (VI.6) n'est donc pas adaptée à la phase de décharge.

En fait, il faut rappeler ici que l'auteur a identifié son modèle sur des essais de fluage de très courte durée (quelques minutes) avec de la glace columnaire. Il est possible que, dans ce cas, la déformation transitoire soit complètement recouvrée et soit approchée par la fonction donnée par Sinha (1979). Cependant, ce n'est plus le cas après plusieurs heures de chargement, ce qui constitue par conséquent une sérieuse limitation de ce modèle.

VI.5- Test du modèle de Lliboutry (1987)

VI.5.1- Ecriture du modèle

ε désignant la déformation macroscopique dans la direction de compression et σ la contrainte appliquée, les équations du modèle s'écrivent (cf Ch II, § 2.2.2) :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

où ε_1 est donné par :

$$\dot{\varepsilon}_1 = \overline{K}\,\sigma^3 \left(1 + \frac{\sigma^2}{\beta^2\,\varepsilon_1^{\,2}}\right)$$

et ε_2 est donné par :

$$\varepsilon_2 = \frac{\dot{\sigma}}{h} \otimes f(t)$$

avec :

$$\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon}^* \quad \text{et} \quad \dot{\varepsilon} = 0 \quad \text{si} \left|\varepsilon^*\right| < \varepsilon_c$$

$$\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon} \quad \text{et} \quad \dot{\varepsilon}^* = 0 \quad \text{si} \left|\varepsilon^*\right| = \varepsilon_c$$

et :

- $\overline{K}$: constante de la loi de Glen;
- f : fonction de fluage, de forme logarithmique à la décharge;
- h et β : paramètres du modèle.

L'auteur mentionne que ε_1 est une déformation non-recouvrable et résulte du mouvement des dislocations dans les cristaux; elle se produit dès que le chargement est non nul. ε_2 est une déformation recouvrable et provient du glissement aux joints de grains; elle est sensible à tout changement de la contrainte appliquée (Lliboutry, 1987).

Remarquons que la valeur initiale du buffer ε^* n'est pas précisée pour un matériau vierge. Nous la supposerons donc égale à $+\varepsilon_c$ afin d'obtenir une vitesse non nulle au début du chargement à t=0.

Récapitulatif des équations du modèle :

Cas 1 : première mise en charge

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \text{ avec } \dot{\varepsilon}_1 = \overline{K}\,\sigma^3 \left(1 + \frac{\sigma^2}{\beta^2\,\varepsilon_1^2}\right) \qquad \text{(VI.7)}$$

$$\varepsilon_2 = 0$$

et $\varepsilon^* = +\,\varepsilon_c$ (par hypothèse).

$\overline{K}$ étant connu, le seul paramètre à ajuster est β.

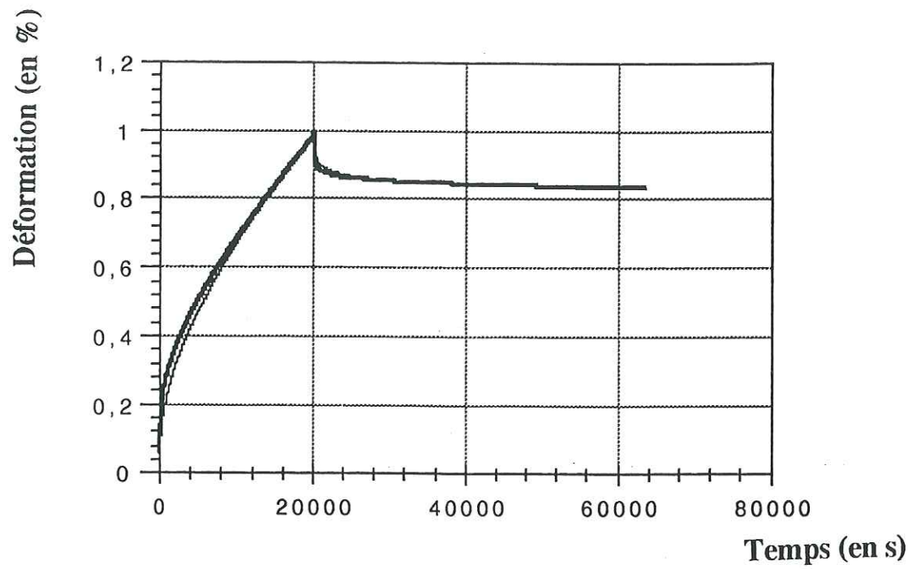


Figure VI-15: ajustement du modèle de Lliboutry (1987) sur un essai de fluage suivi par une recouvrance (après que la vitesse minimale soit atteinte) (n°91.12)

- en trait épais : courbe expérimentale - en trait fin : courbe calculée

Ajustement sur : 91.12 (1er cycle)	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5{,}65.10^{-8}$
β (MPa)	385
h (MPa)	950
t_1 (s)	1
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 20200s : σ=1,65MPa)	$2{,}11.10^{-4}$
Décharge (20200 à 63500 s : σ=0)	$6{,}23.10^{-5}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale; E le module d'Young; $\overline{K}$ le coefficient de Glen; β, h et t_1 les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-6 : ajustement du modèle de Lliboutry (1987) sur le premier cycle de l'essai 91.12

Cas 2 : décharge totale ou décharge partielle telle que : $\Delta\sigma > 0{,}2\sigma$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

où : ε_1 est toujours donné par (VI.7);

$$\varepsilon_2 = \frac{\dot{\sigma}}{h} \otimes \frac{\ln(1+t/t_1)}{\ln(1+t_M/t_1)} \qquad \text{(VI.8)}$$

et $\varepsilon^* = -\varepsilon_c$.

t_M est la durée de la décharge; h et t_1 sont des paramètres à ajuster.

Cas 3 : décharge partielle telle que : $\Delta\sigma < 0{,}2\sigma$

Soit t_0 l'instant de décharge, σ_0 et ε_0 la contrainte et la déformation correspondantes et t_M la durée de la décharge.

- pendant un "court intervalle de temps" $t_0 < t < t_R$, la déformation est restaurée suivant :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{\Delta\sigma}{h} \qquad \text{(VI.9)}$$

- pour $t_R < t < t_R + \Delta t$, Δt étant le temps nécessaire à ce que ε^* reprenne la valeur limite $+\varepsilon_c$, la déformation ε reste constante ($\dot{\varepsilon} = 0$) et le buffer ε^* évolue selon :

$$\varepsilon^* = \varepsilon_c - \frac{\Delta\sigma}{h} + \overline{K}\,\sigma_0^3 \left[1 + \frac{\sigma_0^2}{\beta^2 \varepsilon_0^2}\right](t - t_0) \qquad \text{(VI.10)}$$

- pour $t > \Delta t$ la déformation s'accroît de nouveau selon :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \text{ avec } \dot{\varepsilon}_1 = \overline{K}\,\sigma^3 \left(1 + \frac{\sigma^2}{\beta^2\,\varepsilon_1^2}\right) \qquad \text{(VI.11)}$$

$$\varepsilon_2 = 0$$

et $\varepsilon^* = +\varepsilon_c$.

Cas 4 : variation de charge positive

Soit t_0 l'instant de décharge et ε_0 la déformation correspondante.

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

où : $$\dot{\varepsilon}_1 = \overline{K}\,\sigma^3 \left(1 + \frac{\sigma^2}{\beta^2\,(\varepsilon - \varepsilon_0)^2}\right)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta\sigma}{h} \qquad \text{(VI.12)}$$

et $\varepsilon^* = +\varepsilon_c$.

VI.5.2- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale est atteinte avant la recouvrance

Les résultats du calcul sont très bons comme l'illustrent la figure VI-15 et la table VI-6.

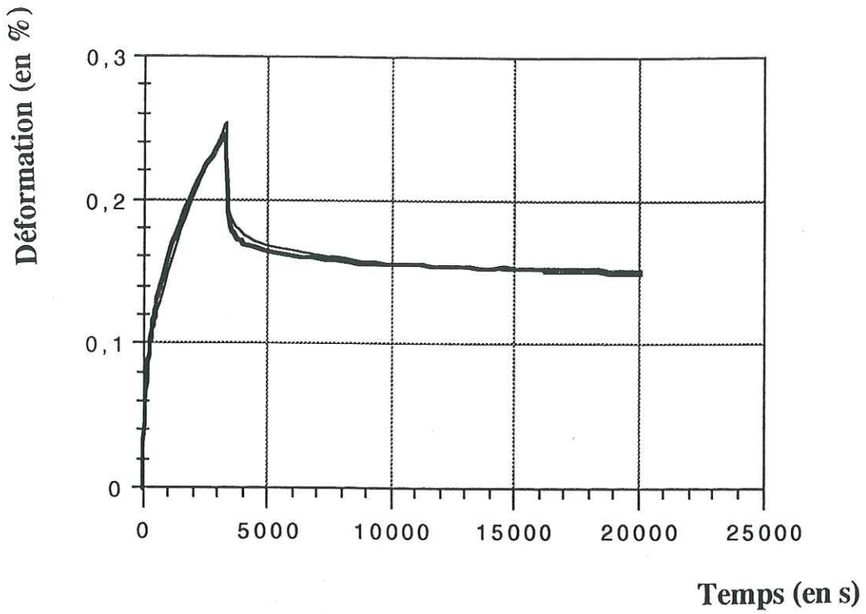


Figure VI-16: ajustement du modèle de Lliboutry (1987) sur un essai de fluage suivi par une recouvrance (avant que la vitesse minimale soit atteinte) (n°11A)

- en trait épais : courbe expérimentale - en trait fin : courbe calculée

Ajustement sur : 11A	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6{,}00.10^{-8}$
β (MPa)	700
h (MPa)	1400
t_1 (s)	0,1
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 3300s : σ=1,50MPa)	$1{,}06.10^{-4}$
Décharge (3300 à 20050 s : σ=0)	$5{,}67.10^{-5}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale; E le module d'Young; $\overline{K}$ le coefficient de Glen; β, h et t_1 les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-7 : ajustement du modèle de Lliboutry (1987) sur l'essai 11A.

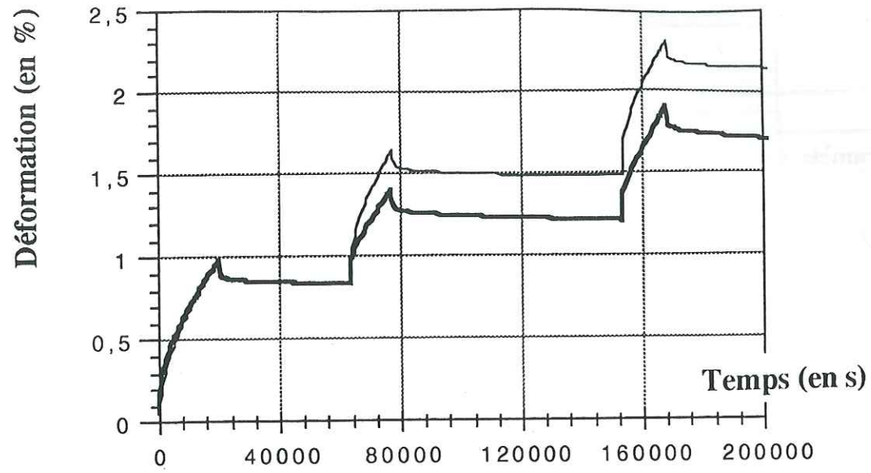


Figure VI-17: ajustement du modèle de Lliboutry (1987) sur un essai de fluage quasi-cyclique (n°91.12)

- en trait épais : courbe expérimentale - en trait fin : courbe calculée

Ajustement sur : 91.12	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5{,}65.10^{-8}$
β (MPa)	385
h (MPa)	950
t_1 (s)	1
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 20200s : σ=1,65MPa)	$2{,}11.10^{-4}$
Décharge (20200 à 63500s : σ=0)	$6{,}23.10^{-5}$
Charge (63500 à 77400s : σ=1,65MPa)	$1{,}90.10^{-3}$
Décharge (77400 à 151700s : σ=0)	$2{,}65.10^{-3}$
Charge (151700 à 168200s : σ=1,65MPa)	$3{,}90.10^{-3}$
Décharge (168200 à 205100s : σ=0)	$4{,}37.10^{-3}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, β, h et t_1 les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-8 : ajustement du modèle de Lliboutry (1987) sur l'essai 91.12.

Ajustement sur : 11B	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4{,}96.10^{-8}$
β (MPa)	950
h (MPa)	1300
t_1 (s)	1
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 14100s : σ=1,54 MPa)	$1{,}68.10^{-4}$
Décharge (14100 à 14400s : σ=0)	$4{,}07.10^{-4}$
Surcharge (14400 à 14800s : σ=0,98 MPa)	$4{,}35.10^{-5}$
Décharge (14800 à 16900s : σ=0)	$2{,}33.10^{-4}$
Surcharge (16900 à 17700s : σ=0,93 MPa)	$9{,}89.10^{-5}$
Décharge (17700 à 22700s : σ=0)	$1{,}35.10^{-4}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, β, h et t_1 les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-9 : ajustement du modèle de Lliboutry (1987) sur l'essai 11B.

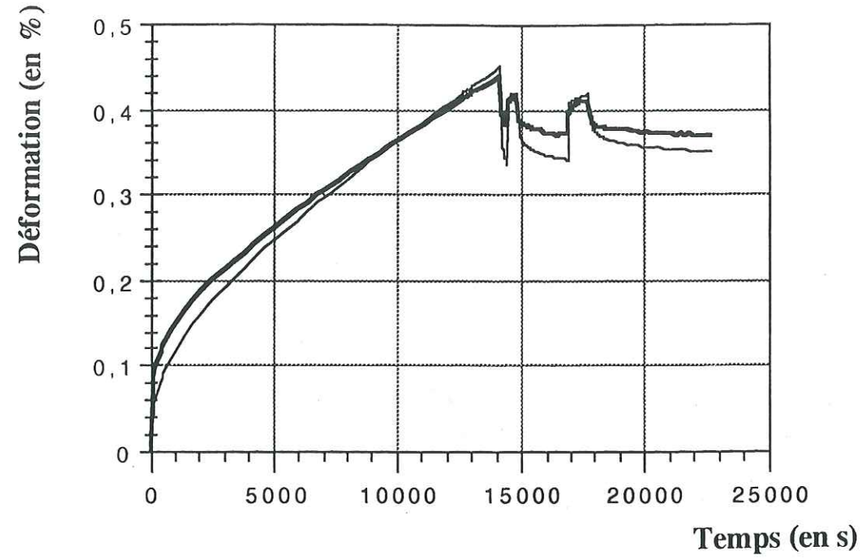


Figure VI-18: ajustement du modèle de Lliboutry (1987) sur un essai de fluage suivi par une recouvrance avec variations de charge (n°11B)
- en trait épais : courbe expérimentale - en trait fin : courbe calculée

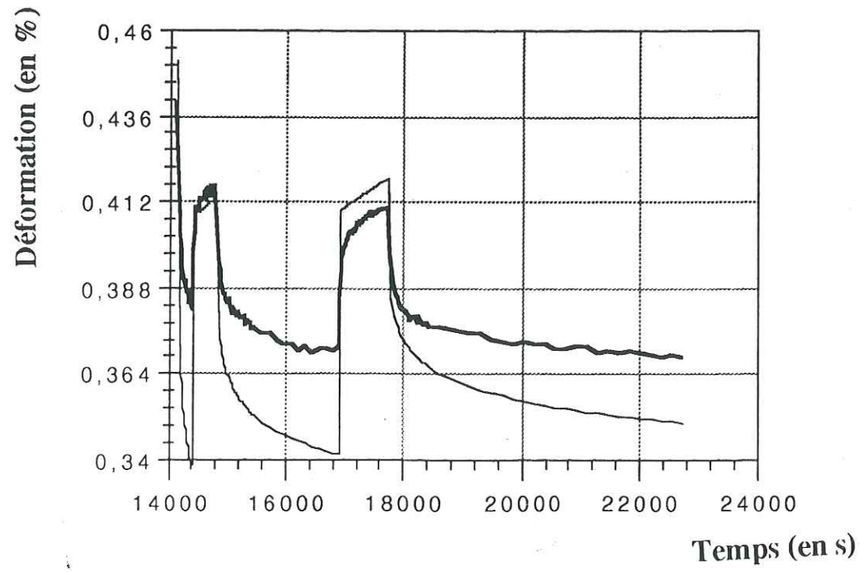


Figure VI-19: ajustement du modèle de Lliboutry (1987) sur un essai de fluage suivi par une recouvrance avec variations de charge (n°11B) - détail des ressauts
- en trait épais : courbe expérimentale - en trait fin : courbe calculée

Ajustement sur : 9C	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6{,}90.10^{-8}$
β (MPa)	600
h (MPa)	950
t_1 (s)	1
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 13600s : σ=1,52 MPa)	$6{,}31.10^{-5}$
Surcharge (13600 à 15000s : σ=1,90 MPa)	$1{,}41.10^{-3}$
Charge (15000 à 16130s : σ=1,54 MPa)	$1{,}54.10^{-3}$
Décharge partielle (16130 à 17210s : σ=1,12 MPa)	$1{,}12.10^{-3}$
Charge (17210 à 18960s : σ=1,53 MPa)	$2{,}11.10^{-3}$
Décharge (18960 à 19130s : σ=0)	$1{,}91.10^{-3}$
Surcharge (19130 à 19370s : σ=0,42 MPa)	$2{,}05.10^{-3}$
Décharge (19370 à 20330s : σ=0)	$1{,}91.10^{-3}$
Surcharge (20330 à 21180s : σ=0,42 MPa)	$2{,}17.10^{-3}$
Décharge (21180 à 27200s : σ=0)	$2{,}02.10^{-3}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, β, h et t_1 les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-10 : ajustement du modèle de Lliboutry (1987) sur l'essai 9C.

VI.5.3- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale n'est pas atteinte avant la recouvrance

Comme pour l'essai précédent, l'ajustement de la courbe expérimentale est bon (cf Fig VI-16, table VI-7).

Le modèle est donc apte à reproduire correctement des expériences de charge/décharge, ce qui constitue une amélioration sensible par rapport au modèle de Sinha (1979, §4).

En fait, ces résultats ne sont pas surprenants.

En effet, l'équation donnée à la charge n'est autre que la loi d'Andrade modifiée dans laquelle le temps n'apparaît plus. Dans les premiers instants du chargement, le second terme de l'équation (VI.7) est prépondérant sur le premier terme (loi de Glen) et l'on a :

$$\dot{\varepsilon} = \overline{K}\frac{\sigma^5}{\beta^2\,\varepsilon^2} \qquad \text{(VI.13)}$$

Par intégration, l'équation (VI.13) s'écrit en chargement $\sigma=C^{te}$:

$$\varepsilon = \left(\frac{3\,\overline{K}}{\beta^2}\right)^{1/3} \sigma^{5/3}\, t^{1/3}$$

On retrouve alors la loi d'Andrade du type $\dot{\varepsilon} = A\,\sigma^m\, t^{1/3}$ telle qu'elle a été présentée au Ch V, §1.2 avec $m = \frac{5}{3}$ et $A = \left(\frac{3\,\overline{K}}{\beta^2}\right)^{1/3}$.

Or, comme nous l'avons montré (Ch V, §1.2), la loi d'Andrade reproduit bien les courbes expérimentales à la charge.

En ce qui concerne la décharge, l'introduction d'une fonction de fluage logarithmique, et donc d'un nouveau paramètre h, permet également de reproduire la courbe expérimentale. Nous avons en effet pu constater que le fluage "négatif" peut être approché par une loi logarithmique (cf Ch V, §3.3).

VI.5.4- Ajustement sur un essai de fluage quasi-cyclique

Les résultats sont exposés dans le tableau VI-8 et sur la figure VI-17.

Nous constatons que des divergences apparaissent aux deuxième et troisième cycles. Les valeurs des paramètres β et h calculées lors du premier cycle ne permettent donc pas d'ajuster correctement la suite de l'expérience.

VI.5.5- Ajustement sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance

Les résultats sont présentés sur les figures VI-18 et VI-19 (et sur le tableau VI-9).

L'ajustement réalisé permet de reproduire de façon qualitative l'allure des ressauts observée en décharge.

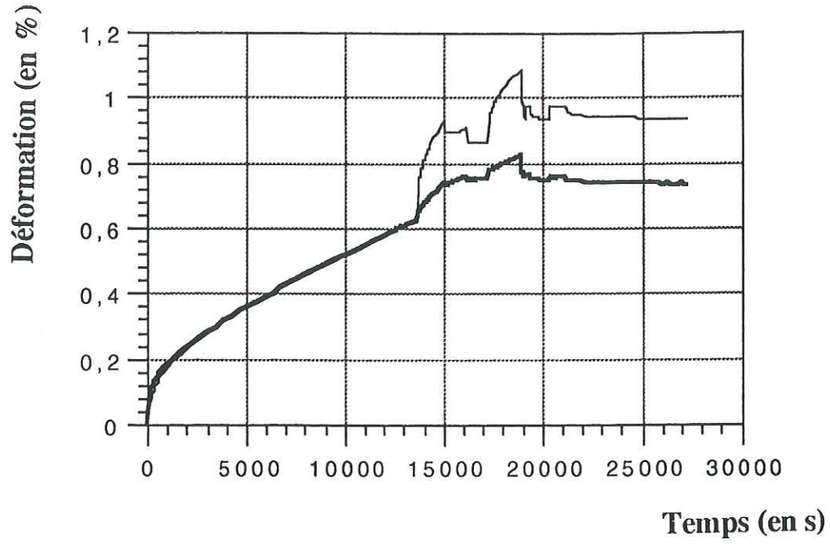


Figure VI-20: ajustement du modèle de Lliboutry (1987) sur un essai de fluage avec variations de charge pendant le régime permanent et pendant la recouvrance (n°9C)

- en trait épais : courbe expérimentale - en trait fin : courbe calculée

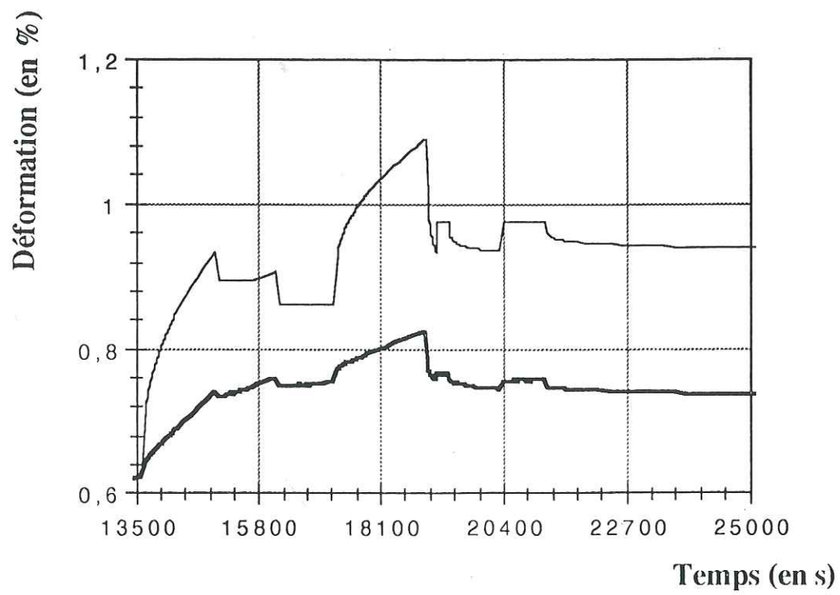


Figure VI-21: ajustement du modèle de Lliboutry (1987) sur un essai de fluage avec variations de charge pendant le régime permanent et pendant la recouvrance (n°9C) - détail des ressauts

- en trait épais : courbe expérimentale - en trait fin : courbe calculée

VI.5.6- Ajustement sur un essai de fluage avec perturbation de charge autour de la contrainte nominale

Les valeurs des paramètres sont reportées dans la table VI-10 et les figures VI-20 et VI-21 illustrent les calculs effectués.

L'ajustement réalisé, qui tient compte d'un temps d'incubation lors des décharges partielles effectuées en fluage, permet d'approcher de manière qualitative la courbe expérimentale.

VI.5.7- Discussion

En considérant le fluage d'Andrade à la charge et en introduisant une fonctionnelle logarithmique en décharge, le modèle de Lliboutry (1987) est capable de reproduire de façon remarquable les expériences simples de charge/décharge. L'ajustement devient plus qualitatif en chargement quasi-cyclique ou en perturbation de charge autour de la contrainte nominale, mais il est vrai que le modèle, dans sa formulation actuelle, n'est pas conçu pour approcher ce type de chargement.

Ajustement sur : 91.12 (1er cycle)		
Paramètres d'entrée	**1**	**2**
E (MPa)	9500	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5{,}65.10^{-8}$	$5{,}65.10^{-8}$
A ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$7{,}35.10^{-7}$	$4{,}55.10^{-7}$
B ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6{,}70.10^{-7}$	$8{,}40.10^{-7}$
C (MPa)	100	134
H (MPa)	630	945
k	0,43	0,50
k'	0,44	0,41
Qualité de l'ajustement		
Charge (0 à 20200s : σ=1,65MPa)	$1{,}23.10^{-4}$	$1{,}30.10^{-4}$
Décharge (20200 à 63500s : σ=0)	$9{,}84.10^{-4}$	$2{,}60.10^{-4}$

Ajustement sur : 91.12 (1er cycle)		
Paramètres d'entrée	**3**	**4**
E (MPa)	9500	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5{,}65.10^{-8}$	$5{,}65.10^{-8}$
A ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$2{,}62.10^{-7}$	$1{,}65.10^{-7}$
B ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$10{,}00.10^{-7}$	$56{,}40.10^{-7}$
C (MPa)	180	250
H (MPa)	1700	3000
k	0,60	0,70
k'	0,38	0,22
Qualité de l'ajustement		
Charge (0 à 20200s : σ=1,65MPa)	$1{,}91.10^{-4}$	$3{,}49.10^{-4}$
Décharge (20200 à 63500s : σ=0)	$1{,}08.10^{-3}$	$2{,}20.10^{-3}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A, B, C et H les coefficients du modèle (ajustés à 5% près); k et k' se déduisent des valeurs de A, B et $\overline{K}$ ainsi : $k = \left(\overline{K}/A\right)^{1/3}$ et $k' = \left(\overline{K}/B\right)^{1/3}$.

Table VI-11 : ajustement du modèle de Le Gac et Duval (1980) sur le premier cycle de l'essai 91.12

VI.6- Test du modèle de Le Gac et Duval (1980)

VI.6.1- Ecriture du modèle en compression uniaxiale

En désignant par σ la contrainte imposée, ε la déformation macroscopique, X la contrainte interne dans la direction de compression, R la contrainte interne isotrope et en posant Z = 3X/2 et n = 3, les équations du modèle (cf Ch II, §3.3) s'écrivent dans le cas de la compression uniaxiale :

$$\begin{aligned} &\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \\ &\varepsilon_e = \sigma/E \\ &\dot{\varepsilon}_p = K\left\langle |\sigma - Z| - R\right\rangle^3 \frac{\sigma - Z}{|\sigma - Z|} \\ &\dot{Z} = C\left(\dot{\varepsilon}_p - A\,Z^3\right) \\ &\dot{R} = H\left(\left|\dot{\varepsilon}_p\right| - B\,R^3\right) \end{aligned} \qquad \text{(VI.14)}$$

Ces équations sont résolues numériquement par une méthode d'Euler implicite comme indiqué au §3.

En raison du nombre de paramètres, l'ajustement du modèle se révèle assez hasardeux. En pratique, nous procédons par tâtonnement. Ainsi, après de nombreux essais, il apparaît que certains paramètres ont une influence sensible sur le calcul alors que d'autres n'en ont que très peu : A est le paramètre principal, puis viennent B et C et enfin H n'a d'importance que lors des perturbations de charge.

Par la suite, nous utiliserons plus volontiers les paramètres k et k' ainsi définis : $\overline{Z} = k\,\sigma$ et $\overline{R} = k'\,\sigma$ où $\overline{Z}$ et $\overline{R}$ désignent respectivement les valeurs des contraintes internes cinématique et isotrope en régime permanent et σ la contrainte nominale, plutôt que les paramètres A et B qui sont moins "parlants". Nous avons (cf Annexe II-1) :

$$k = \left(\overline{K}/A\right)^{1/3} \text{ et } k' = \left(\overline{K}/B\right)^{1/3}.$$

VI.6.2- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale est atteinte avant la recouvrance

L'ajustement sur un essai de charge/décharge est en principe un des plus simples qui soit et nous pouvons nous permettre de tester ici la sensibilité du modèle aux paramètres. Nous avons ainsi réalisé quatre ajustements en faisant varier le niveau de la contrainte interne cinématique (k varie entre 0,4 et 0,7). Ils sont regroupés dans le tableau VI-11 et illustrés par la courbe VI-22.

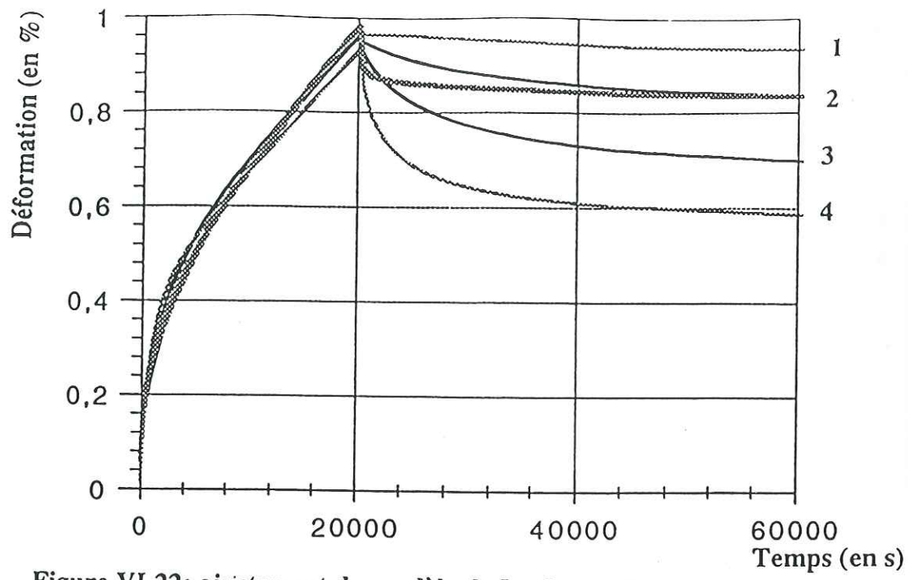


Figure VI-22: ajustement du modèle de Le Gac et Duval (1980) sur un essai de fluage suivi par une recouvrance (après que la vitesse minimale soit atteinte) (n°91.12)

- en grisé épais : courbe expérimentale - en grisé fin (haut) : calcul 1 - en noir fin (haut) : calcul 2 - en grisé fin (bas) : calcul 3 - en noir fin (bas) : calcul 4

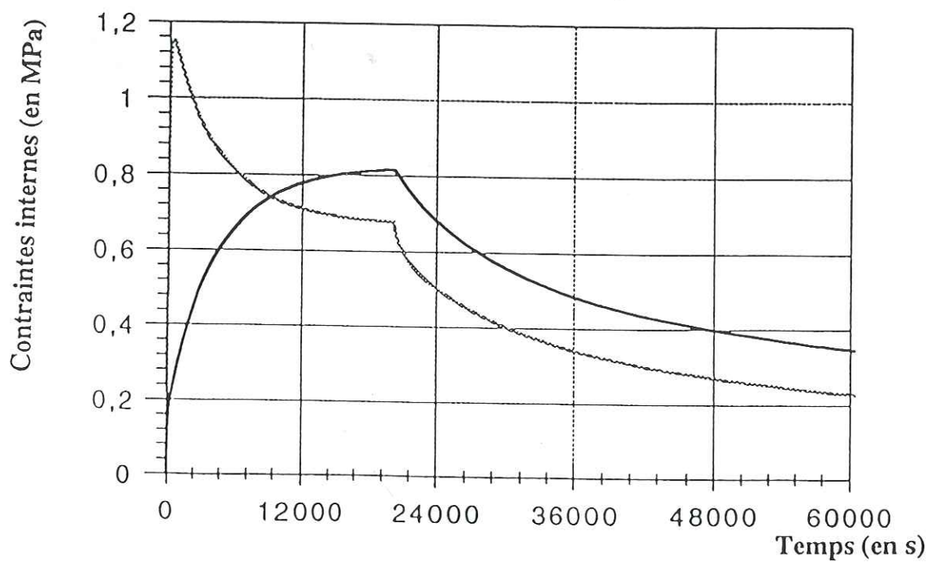


Figure VI-23: évolution des contraintes internes du modèle de Le Gac et Duval (1980) pendant un essai de fluage suivi par une recouvrance (après que la vitesse minimale soit atteinte) (n°91.12, calcul 2)

- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

Dans tous les cas, la mise en charge est assez bien reproduite, le premier ajustement étant le meilleur des quatre. Cependant, à la décharge, la courbe expérimentale décroît très vite dans les premiers instants, puis semble s'approcher lentement d'une asymptote horizontale. Aucune des courbes calculées ne présente une telle allure. La moins mauvaise correspond au deuxième ajustement car, bien qu'elle ne soit pas la meilleure à la charge, elle prédit une bonne valeur de la déformation macroscopique au temps où nous avons arrêté la décharge.

Nous avons reporté pour ce calcul l'évolution des contraintes internes sur la figure VI-23. Nous remarquons que la contrainte interne isotrope, initialement nulle, augmente brutalement dès la mise en charge, puis décroît progressivement, tandis que la contrainte interne directionnelle augmente régulièrement depuis sa valeur initiale (zéro ici). Dès lors, deux cas de figure sont possibles en fin de fluage :

- soit $k<k'$: la courbe de l'écrouissage cinématique reste toujours en-dessous de celle correspondant à l'écrouissage isotrope,
- soit $k>k'$: la contrainte interne cinématique finit par rejoindre puis dépasser la contrainte interne isotrope.

Il apparaît que la déformation restaurée prédite par le modèle est fonction de l'écart entre les valeurs respectives de la contrainte interne cinématique et isotrope en fin de charge (donc de k et k'). Plus cet écart est important, plus la déformation restaurée est grande. Les deux extrêmes sont donnés par les calculs 1 et 4.

Pour le premier calcul, k est légèrement inférieur à k'; cela n'a aucune incidence à la charge (l'ajustement est même bon) mais la déformation restituée à la décharge est très faible. Ceci est logique puisque la contrainte interne isotrope s'est stabilisée à une valeur plus élevée que la contrainte interne cinématique.

Pour le calcul 4, la courbe de décharge s'approche assez bien de la courbe expérimentale si nous nous limitons aux tous premiers instants de la décharge. Toutefois, en prolongeant l'expérience sur une durée de plusieurs heures (environ 10h ici), nous nous apercevons que la valeur de la déformation restaurée avec ce jeu de paramètres est beaucoup trop élevée par rapport à la réalité.

Dans tous les cas, la somme $k+k'$ est voisine de 0,9 (et inférieure à 1).

Enfin, à la décharge, il y a restauration de la contrainte interne cinématique et de la contrainte interne isotrope.

Ajustement sur : 11A		
Paramètres d'entrée	**1**	**2**
E (MPa)	9500	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6{,}00.10^{-8}$	$6{,}00.10^{-8}$
A ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$17{,}00.10^{-7}$	$4{,}60.10^{-7}$
B ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$11{,}50.10^{-7}$	$9{,}50.10^{-7}$
C (MPa)	120	275
H (MPa)	680	3150
k	0,33	0,51
k'	0,37	0,40
Qualité de l'ajustement		
Charge (0 à 3300s : σ=1,50MPa)	$9{,}66.10^{-5}$	$1{,}51.10^{-4}$
Décharge (3300 à 20050s : σ=0)	$7{,}24.10^{-4}$	$4{,}99.10^{-4}$

Ajustement sur : 11A		
Paramètres d'entrée	**3**	**4**
E (MPa)	9500	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6{,}00.10^{-8}$	$6{,}00.10^{-8}$
A ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$3{,}60.10^{-7}$	$2{,}77.10^{-7}$
B ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$120{,}00.10^{-7}$	$480{,}00.10^{-7}$
C (MPa)	350	428
H (MPa)	850	950
k	0,55	0,60
k'	0,17	0,11
Qualité de l'ajustement		
Charge (0 à 3300s : σ=1,50MPa)	$9{,}18.10^{-5}$	$7{,}66.10^{-5}$
Décharge (3300 à 20050s : σ=0)	$2{,}78.10^{-4}$	$2{,}36.10^{-4}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A, B, C et H les coefficients du modèle (ajustés à 5% près); k et k' se déduisent des valeurs de A, B et $\overline{K}$ ainsi : $k = \left(\overline{K}/A\right)^{1/3}$ et $k' = \left(\overline{K}/B\right)^{1/3}$.

Table VI-12 : ajustement du modèle de Le Gac et Duval (1980) sur l'essai 11A

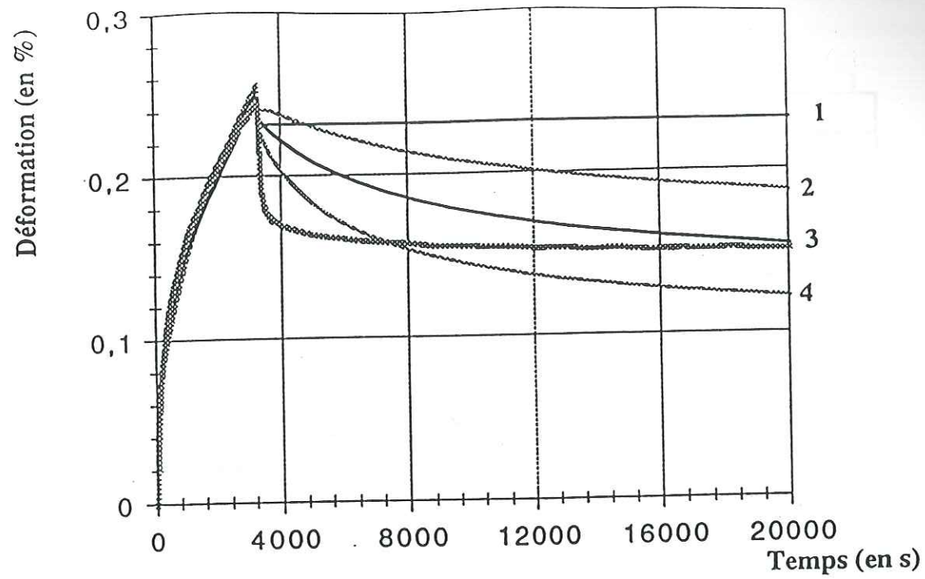


Figure VI-24: ajustement du modèle de Le Gac et Duval (1980) sur un essai de fluage suivi par une recouvrance (avant que la vitesse minimale soit atteinte) (n°11A)

- en grisé épais : courbe expérimentale - en noir fin (haut) : calcul 1 - en grisé fin (haut) : calcul 2 - en noir fin (bas) : calcul 3 - en grisé fin (bas) : calcul 4

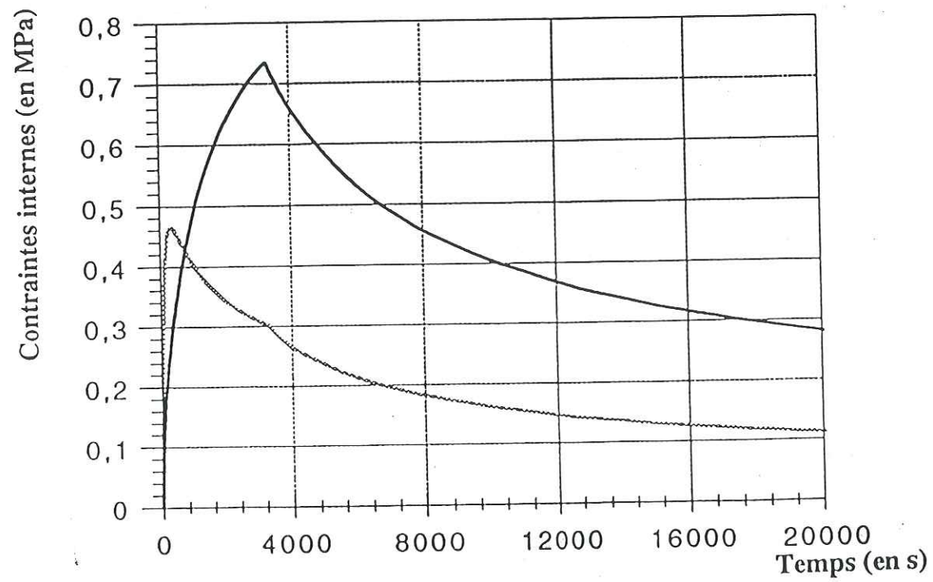


Figure VI-25: évolution des contraintes internes du modèle de Le Gac et Duval (1980) pendant un essai de fluage suivi par une recouvrance (avant que la vitesse minimale soit atteinte) (n°11A, calcul 3)

- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

Ajustement sur : 91.12		
Paramètres d'entrée	**1**	**2**
E (MPa)	9500	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5{,}65.10^{-8}$	$5{,}65.10^{-8}$
A ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4{,}55.10^{-7}$	$2{,}62.10^{-7}$
B ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$8{,}40.10^{-7}$	$10{,}00.10^{-7}$
C (MPa)	134	180
H (MPa)	945	1700
k	0,50	0,60
k'	0,41	0,38
Qualité de l'ajustement		
Charge (0 à 20200s : σ=1,65MPa)	$1{,}30.10^{-4}$	$1{,}91.10^{-4}$
Décharge (20200 à 63500s : σ=0)	$2{,}60.10^{-4}$	$1{,}08.10^{-3}$
Charge (63500 à 77400s : σ=1,65MPa)	$2{,}66.10^{-4}$	$8{,}08.10^{-4}$
Décharge (77400 à 151700s : σ=0)	$8{,}03.10^{-4}$	$1{,}39.10^{-3}$
Charge (151700 à 168200s : σ=1,65MPa)	$5{,}32.10^{-4}$	$1{,}31.10^{-4}$
Décharge (168200 à 205100s : σ=0)	$1{,}17.10^{-3}$	$1{,}83.10^{-3}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A, B, C et H les coefficients du modèle (ajustés à 5% près); k et k' se déduisent des valeurs de A, B et $\overline{K}$ ainsi : $k = \left(\overline{K}/A\right)^{1/3}$ et $k' = \left(\overline{K}/B\right)^{1/3}$.

Table VI-13 : ajustement du modèle de Le Gac et Duval (1980) sur l'essai 91.12

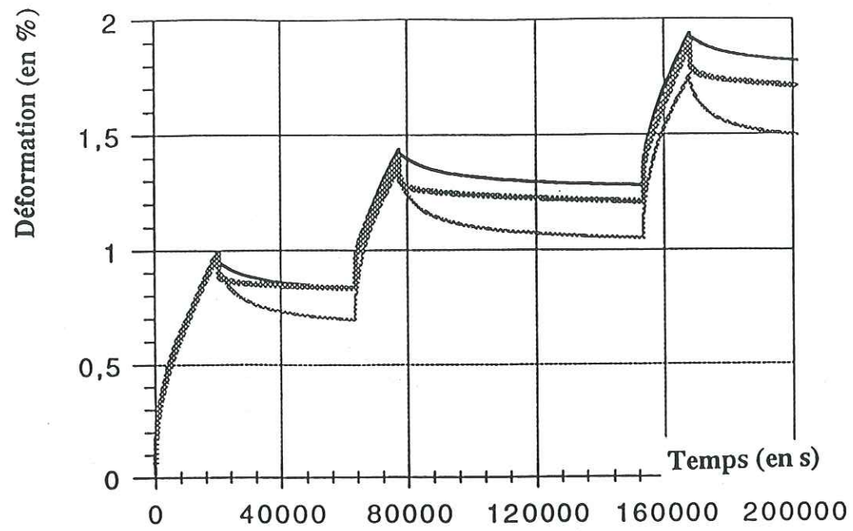


Figure VI-26: ajustement du modèle de Le Gac et Duval (1980) sur un essai de fluage quasi-cyclique (n°91.12)

- en grisé épais : courbe expérimentale - en noir fin (haut) : calcul 1 - en grisé fin (bas) : calcul 2

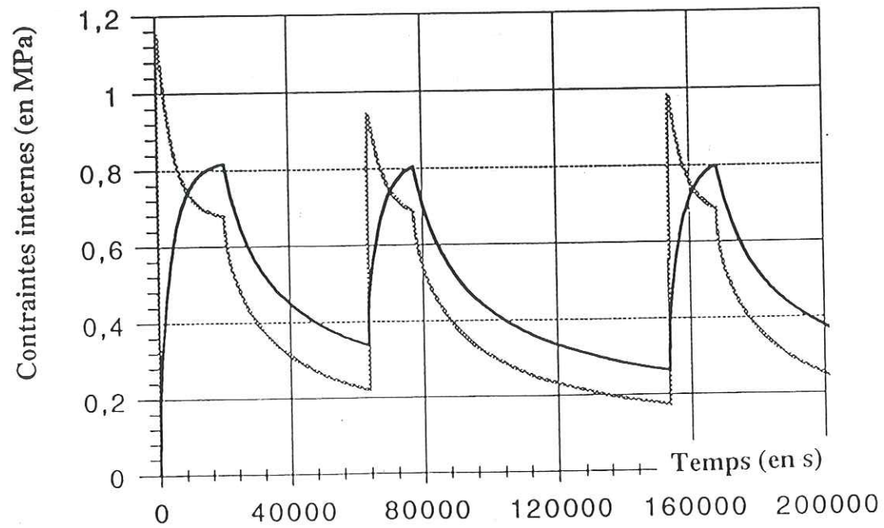


Figure VI-27: évolution des contraintes internes du modèle de Le Gac et Duval (1980) pendant un essai de fluage quasi-cyclique (n°91.12, calcul 1)

- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

Ajustement sur : 11B		
Paramètres d'entrée	**1**	**2**
E (MPa)	9500	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4{,}96.10^{-8}$	$4{,}96.10^{-8}$
A ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$3{,}00.10^{-7}$	$3{,}90.10^{-7}$
B ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$8{,}80.10^{-7}$	$4{,}50.10^{-7}$
C (MPa)	400	330
H (MPa)	2100	2400
k	0,55	0,50
k'	0,38	0,48
Qualité de l'ajustement		
Charge (0 à 14100s : σ=1,54 MPa)	$8{,}19.10^{-5}$	$9{,}30.10^{-5}$
Décharge (14100 à 14400s : σ=0)	$1{,}96.10^{-4}$	$3{,}27.10^{-4}$
Surcharge (14400 à 14800s : σ=0,98 MPa)	$7{,}25.10^{-5}$	$2{,}04.10^{-4}$
Décharge (14800 à 16900s : σ=0)	$9{,}46.10^{-5}$	$2{,}47.10^{-4}$
Surcharge (16900 à 17700s : σ=0,93 MPa)	$1{,}86.10^{-4}$	$5{,}32.10^{-5}$
Décharge (17700 à 22700s : σ=0)	$1{,}05.10^{-4}$	$1{,}18.10^{-4}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A, B, C et H les coefficients du modèle (ajustés à 5% près); k et k' se déduisent des valeurs de A, B et $\overline{K}$ ainsi : $k = \left(\overline{K}/A\right)^{1/3}$ et $k' = \left(\overline{K}/B\right)^{1/3}$.

Table VI-14 : ajustement du modèle de Le Gac et Duval (1980) sur l'essai 11B

VI.6.3- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale n'est pas atteinte avant la recouvrance

Nous avons réalisé quatre ajustements en faisant varier le niveau de la contrainte interne cinématique (k varie entre 0,3 et 0,6). Ils sont regroupés dans la table VI-12.

Les résultats de cet ajustement viennent corroborer les remarques formulées au paragraphe précédent. A savoir que le calcul 1 (k<k') s'avère aberrant à la décharge. Les meilleurs ajustements, sur l'intervalle de temps de notre essai, correspondent aux calculs 3 et 4 (cf Fig VI-24).

L'évolution des contraintes internes est donnée sur la figure VI-25. Nous pouvons remarquer que la contrainte interne isotrope augmentant brutalement dès la mise en charge, le modèle ne peut prédire une recouvrance de la déformation lors des premiers instants de la décharge. Les expériences de Sinha (1979) où la durée de fluage n'excède pas quelques minutes et où la déformation transitoire est complètement recouvrée seraient alors difficilement reproduites. Ceci constitue une limitation du modèle.

En conclusion, l'ajustement sur des essais de charge/décharge nous a permis de cerner les valeurs des paramètres possibles pour le modèle étudié :

- nécessairement : k>k' afin d'obtenir une déformation restaurée;
- k est compris entre 0,50 et 0,60;
- la somme k+k' est légèrement inférieure à 1.

VI.6.4- Ajustement sur un essai de fluage quasi-cyclique

Nous avons repris les paramètres choisis pour l'ajustement de l'essai de charge/décharge du §6.2 (il s'agit ici du prolongement de cette expérience) en tenant compte des conclusions précédentes (à savoir 0,50<k<0,60). Les deux ajustements réalisés sont regroupés dans le tableau VI-13.

La Fig VI-26 donne l'allure des courbes obtenues pour ces calculs. Dans l'ensemble, le jeu de paramètres n°1 s'approche le plus de la réalité bien qu'il ne soit pas le meilleur sur le dernier cycle. Le modèle prédit une phase transitoire assez voisine de la réalité lors de chaque chargement successif et la déformation recouvrée reste à peu près constante au cours des cycles, ceci étant permis par la restauration des contraintes internes lors de la décharge comme le montre la figure VI-27. Cependant, la courbe de décharge calculée reste approximative par rapport à la réalité, confortant ce qui a été souligné lors des calculs précédents.

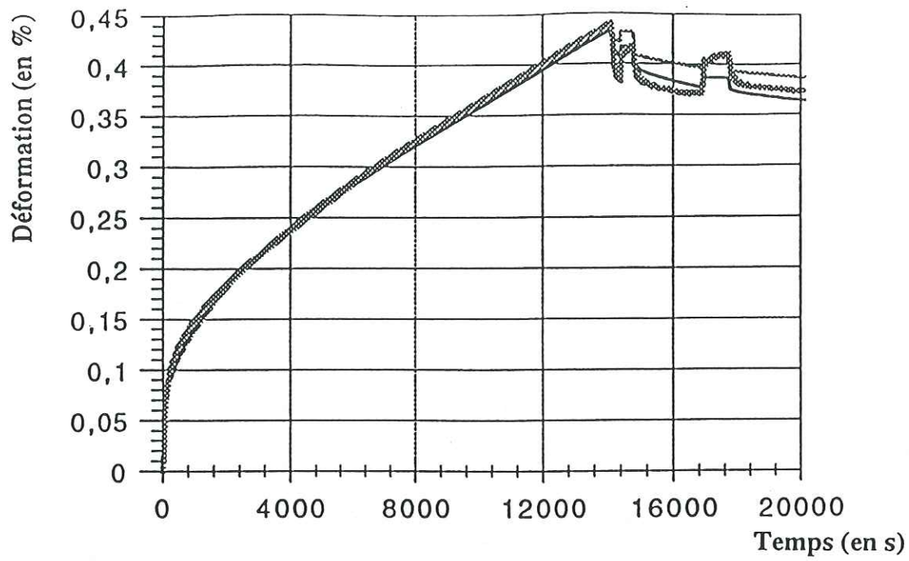


Figure VI-28: ajustement du modèle de Le Gac et Duval (1980) sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance (n°11B)

- en grisé épais : courbe expérimentale - en noir fin (bas) : calcul 1 - en grisé fin (haut) : calcul 2

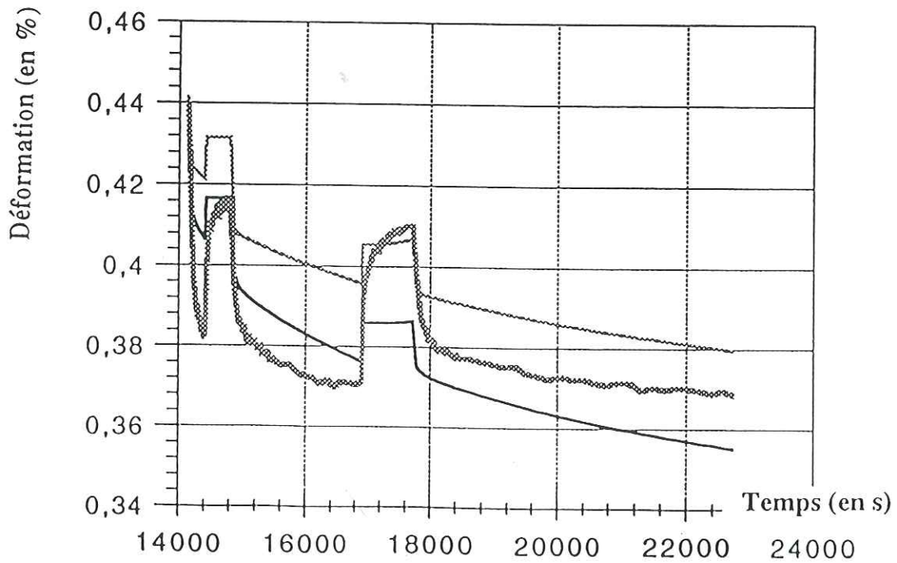


Figure VI-29: ajustement du modèle de Le Gac et Duval (1980) sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance (n°11B) - détail des ressauts

- en grisé épais : courbe expérimentale - en noir fin (bas) : calcul 1 - en grisé fin (haut) : calcul 2

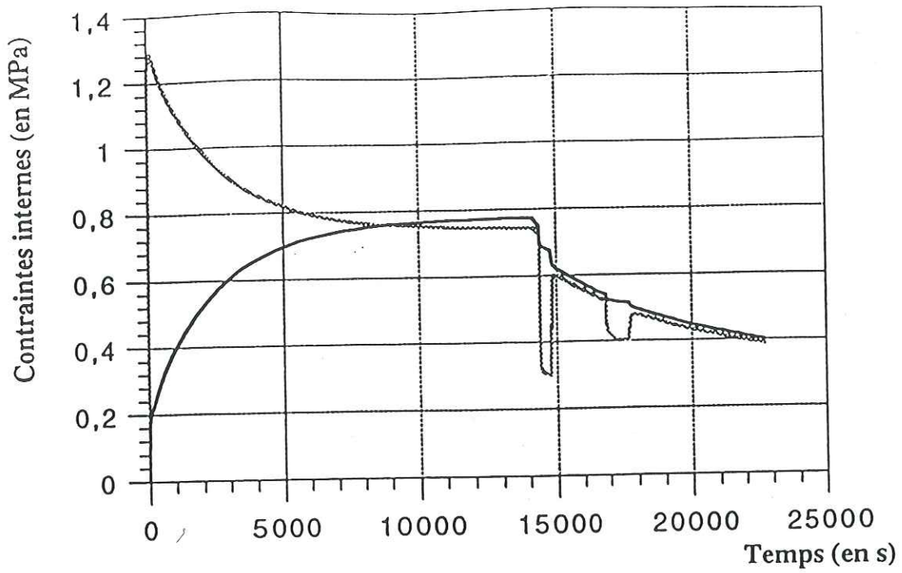


Figure VI-30: évolution des contraintes internes du modèle de Le Gac et Duval (1980) pendant un essai de fluage avec variations de charge lors de la recouvrance (n°11B, calcul 2)

- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

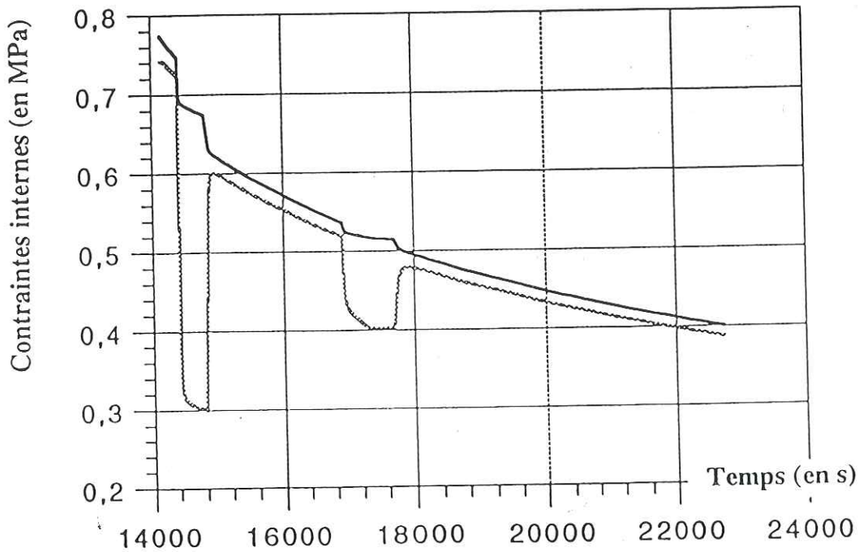


Figure VI-31: évolution des contraintes internes du modèle de Le Gac et Duval (1980) pendant un essai de fluage avec variations de charge lors de la recouvrance (n°11B, calcul 2) - détail des ressauts

- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

Ajustement sur : 9C		
Paramètres d'entrée	**1**	**2**
E (MPa)	9500	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6{,}90.10^{-8}$	$6{,}90.10^{-8}$
A ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5{,}50.10^{-7}$	$4{,}10.10^{-7}$
B ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5{,}65.10^{-7}$	$16{,}80.10^{-7}$
C (MPa)	200	250
H (MPa)	3200	2400
k	0,50	0,55
k'	0,50	0,35
Qualité de l'ajustement		
Charge (0 à 13600s : σ=1,52 MPa)	$1{,}46.10^{-4}$	$1{,}57.10^{-4}$
Surcharge (13600 à 15000s : σ=1,90 MPa)	$1{,}02.10^{-4}$	$2{,}23.10^{-4}$
Charge (15000 à 16130s : σ=1,54 MPa)	$1{,}53.10^{-4}$	$3{,}06.10^{-4}$
Décharge partielle (16130 à 17210s : σ=1,12 MPa)	$1{,}33.10^{-4}$	$3{,}22.10^{-4}$
Charge (17210 à 18960s : σ=1,53 MPa)	$2{,}13.10^{-4}$	$4{,}49.10^{-4}$
Décharge (18960 à 19130s : σ=0)	$1{,}37.10^{-4}$	$1{,}64.10^{-4}$
Surcharge (19130 à 19370s : σ=0,42 MPa)	$1{,}51.10^{-4}$	$1{,}57.10^{-4}$
Décharge (19370 à 20330s : σ=0)	$7{,}42.10^{-5}$	$2{,}14.10^{-4}$
Surcharge (20330 à 21180s : σ=0,42 MPa)	$3{,}73.10^{-5}$	$3{,}86.10^{-4}$
Décharge (21180 à 27200s : σ=0)	$2{,}60.10^{-4}$	$6{,}36.10^{-4}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A, B, C et H les coefficients du modèle (ajustés à 5% près); k et k' se déduisent des valeurs de A, B et $\overline{K}$ ainsi : $k = \left(\overline{K}/A\right)^{1/3}$ et $k' = \left(\overline{K}/B\right)^{1/3}$.

Table VI-15 : ajustement du modèle de Le Gac et Duval (1980) sur l'essai 9C

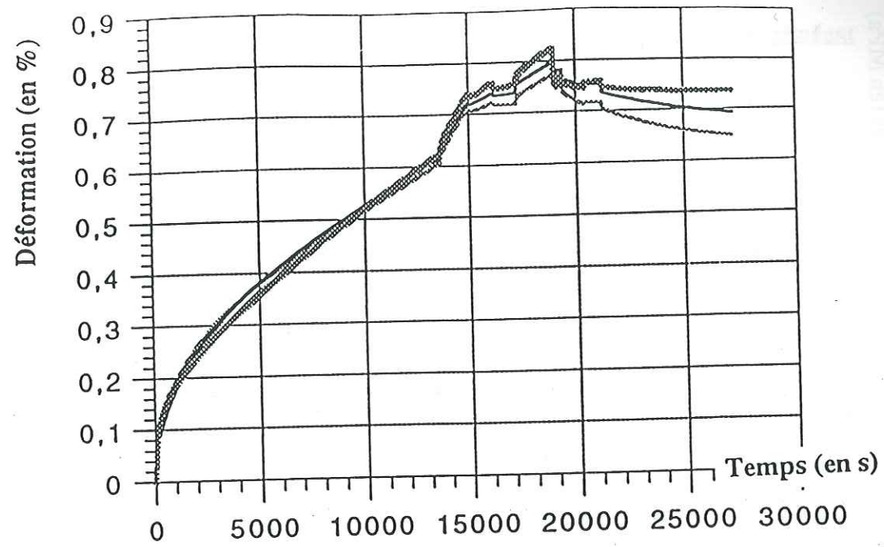


Figure VI-32: ajustement du modèle de Le Gac et Duval (1980) sur un essai de fluage avec variations de charge pendant le régime permanent et pendant la recouvrance (n°9C)

- en grisé épais : courbe expérimentale - en noir fin (haut) : calcul 1 - en grisé fin (bas) : calcul 2

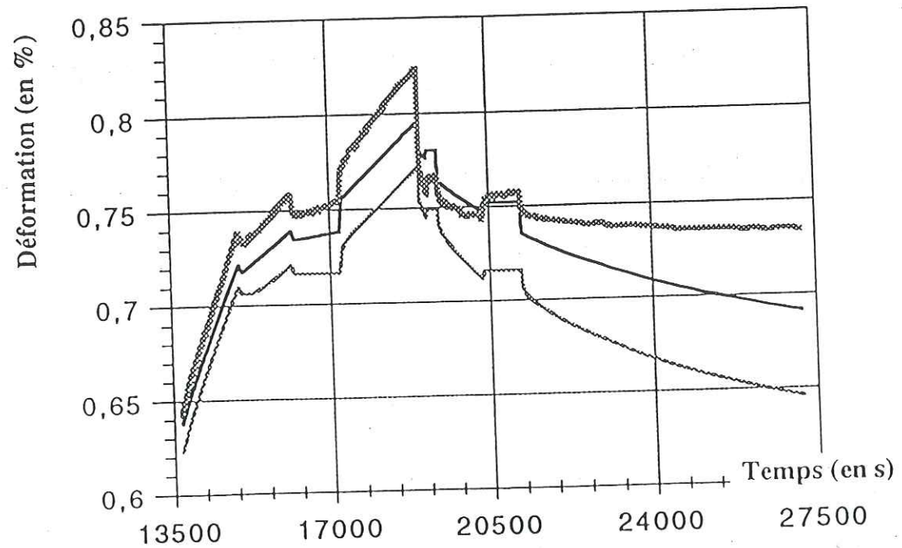


Figure VI-33: ajustement du modèle de Le Gac et Duval (1980) sur un essai de fluage avec variations de charge pendant le régime permanent et pendant la recouvrance (n°9C) - détail des ressauts

- en grisé épais : courbe expérimentale - en noir fin (haut) : calcul 1 - en grisé fin (bas) : calcul 2

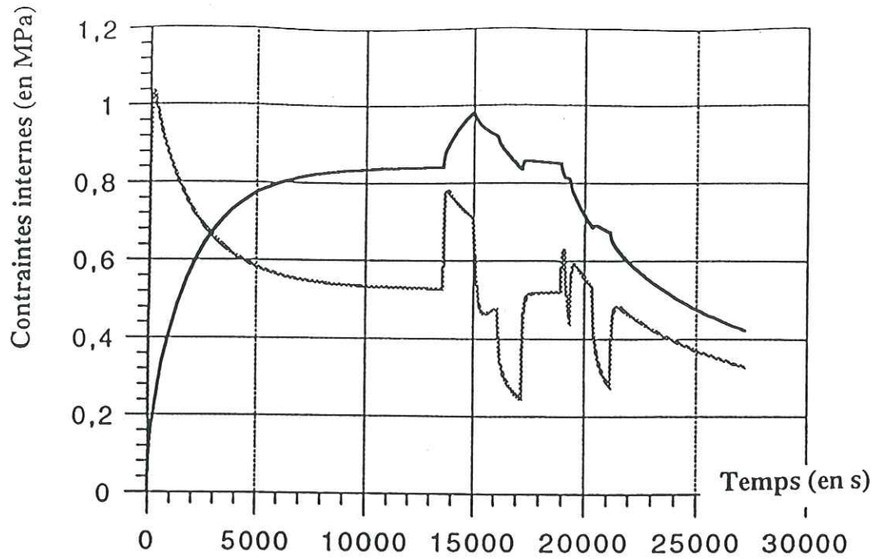


Figure VI-34: évolution des contraintes internes du modèle de Le Gac et Duval (1980) pendant un essai de fluage avec variations de charge lors du régime permanent et lors de la recouvrance (n°9C, calcul 2)
- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

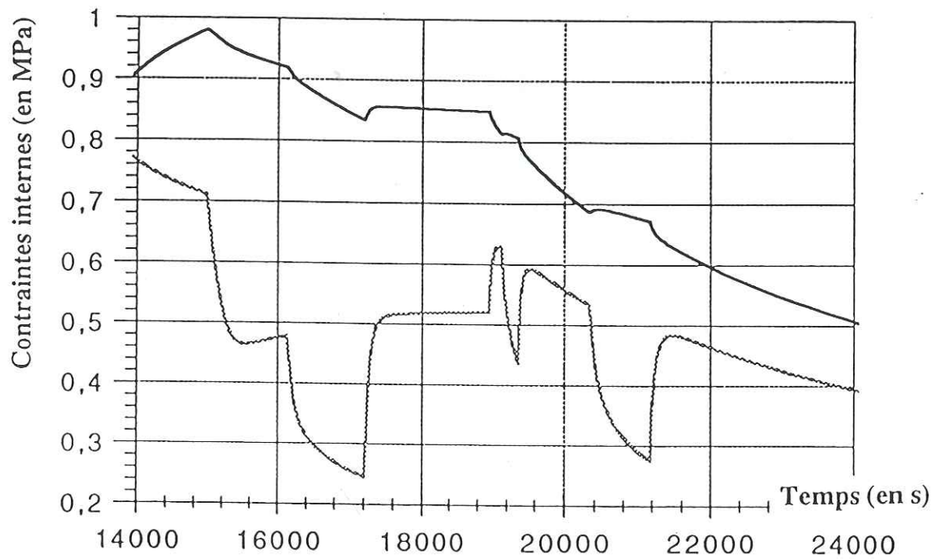


Figure VI-35: évolution des contraintes internes du modèle de Le Gac et Duval (1980) pendant un essai de fluage avec variations de charge lors du régime permanent et lors de la recouvrance (n°9C, calcul 2) - détail des ressauts
- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

VI.6.5- Ajustement sur un essai de fluage avec variation de charge pendant la recouvrance

Les ajustements précédents (§6.2 et 6.3) ont montré que le modèle reproduisait assez mal les phases de décharge totale. Qu'en est-il lorsque nous produisons des ressauts de contrainte lors de cette décharge ?

Nous avons réalisé deux calculs pour ajuster au mieux une expérience de ce type (cf table VI-14)

Les deux calculs effectués montrent que le modèle est capable de produire des ressauts de déformation consécutifs aux incréments de charge lors de la décharge (cf Fig VI-28 et VI-29). Ceci n'est possible que dans la mesure où k est légèrement supérieur à k', autrement dit, si la contrainte interne cinématique s'est stabilisée à l'issue de la charge à un niveau légèrement supérieur à la contrainte interne isotrope (cf Fig VI-30 et VI-31), et si, dans les premiers instants de la décharge, les contraintes internes cinématique et isotrope ont suffisamment décru pour que nous ayons :

$\Delta\sigma - X > 0$ et $\Delta\sigma - X > R$ (cf discussion du Ch V, §5.4).

Cependant, nous constatons que, d'une part la valeur de la déformation prédite est trop faible par rapport à la réalité et que d'autre part, l'allure des ressauts de déformation est assez éloignée de l'expérience : la courbe calculée présente un palier alors que la courbe expérimentale ressemble à une courbe de fluage primaire.

VI.6.6- Ajustement sur un essai de fluage avec perturbation de charge autour de la contrainte nominale

Pour cette expérience, nous avons cherché à tester le modèle sur son aptitude à reproduire les hésitations au fluage que nous constatons expérimentalement lorsque le régime secondaire est atteint. Les différents ajustements réalisés sont regroupés dans le tableau VI-15.

Les deux jeux de paramètres testés s'approchent assez de la réalité lors de la mise en charge initiale (cf Fig VI-32). Une différence quantitative apparaît dès l'incrément de charge suivant, même si l'allure de la courbe reproduite est satisfaisante (cf Fig VI-33). Les divergences s'affirment davantage par la suite. Puis à la décharge, les conclusions sont les mêmes que précédemment : le modèle reproduit qualitativement les ressauts de déformation mais la valeur de la déformation induite quasi-instantanément et l'allure de la courbe ne sont pas respectées.

L'évolution des contraintes internes est donnée sur les figures VI-34 et VI-35. Nous remarquons que la contrainte interne isotrope évolue brusquement lors de chaque changement de contrainte imposée.

VI.6.7- Discussion

Lors de nos différents essais d'identification, il est apparu que le modèle de Le Gac et Duval (1980) reproduit correctement chacune des mises en charges initiales du matériau. Si nous effectuons ensuite une décharge, les prévisions du modèle ne concordent plus avec la réalité : soit le temps de relaxation à la décharge est bon mais la déformation recouvrée à la fin de l'expérience est trop importante, soit le modèle prédit une bonne valeur de la déformation recouvrée mais avec un temps de relaxation trop long (essais 91.12 et 11A, §6.2 et 6.3). Lors d'un chargement cyclique, l'ajustement tout juste correct pour le premier cycle diverge lors des cycles suivants.

En ce qui concerne les fluctuations de charge, le modèle reproduit les courbes expérimentales de façon qualitative mais l'ajustement est mauvais (essais 11B, 9C, §6.5 et 6.6).

En conclusion, le modèle de Le Gac et Duval (1980) doit être amélioré afin de pouvoir reproduire des histoires de chargement complexes telles que des cycles de charge/décharge ou des perturbations de charge autour de la contrainte nominale, notamment en revoyant la modélisation des mécanismes intervenant lors des décharges.

VI.7- Test du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b)

VI.7.1- Ecriture du modèle en compression uniaxiale

En désignant par σ la contrainte imposée, ε la déformation macroscopique, X la contrainte interne dans la direction de compression, R la contrainte interne isotrope et en posant Z = 3 X/2 et n=3, les équations du modèle (cf Ch II, §3.4) s'écrivent dans le cas de la compression uniaxiale :

$$\begin{aligned}
&\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \\
&\varepsilon_e = \sigma/E \\
&\dot{\varepsilon}_p = \dot{\varepsilon}_v + \dot{\varepsilon}_t \\
&\dot{\varepsilon}_v = \overline{K}\,\sigma^3 \\
&\dot{\varepsilon}_t = \overline{K}\,((\sigma - Z)/R)^3 \\
&Z = A\,\varepsilon_t \\
&R = H\,|\varepsilon_t|/|\sigma - Z|
\end{aligned} \qquad \text{(VI.15)}$$

Ces équations sont résolues numériquement par une méthode d'Euler implicite comme indiquée au §3.

VI.7.2- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale est atteinte avant la recouvrance

L'un des paramètres du modèle qui semble le plus facile à ajuster est A puisque, selon la sixième équation du système (VI.15), on a $A = \sigma/\varepsilon_t$ lorsque le régime permanent est atteint ($Z=\sigma$). Dans l'expérience étudiée ici, σ=1,65 MPa et ε_t=0,44% (cf Ch V, §3.2), d'où A=375 MPa. Cela donne simplement un ordre de grandeur de ce coefficient puisque nous verrons ensuite que les valeurs optimales obtenues par nos calculs diffèrent légèrement de cette estimation.

Quant aux paramètres H et B_0, la pratique montre que leur influence est plutôt faible. Une fois que A est fixé (paramètre principal), H permet d'ajuster la vitesse à laquelle la déformation est recouvrée. B_0 a simplement de l'influence sur la vitesse de déformation au début du chargement.

Les calculs effectués sont regroupés dans le tableau VI-16. Le jeu de paramètres n°1 donne un très bon ajustement à la charge mais diverge nettement à la décharge en donnant une valeur de la déformation recouvrée beaucoup trop élevée. Le jeu de paramètres n°2 reproduit un peu moins bien la phase de fluage mais donne une bonne valeur de la déformation recouvrée à la décharge au temps correspondant à la fin de l'expérience (cf Fig VI-36). La valeur de H est alors légèrement plus élevée et celle de A légèrement plus faible par compensation.

Ajustement sur : 91.12 (1er cycle)		
Paramètres d'entrée	**1**	**2**
E (MPa)	9500	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5{,}65.10^{-8}$	$5{,}65.10^{-8}$
A (MPa)	252	220
H (MPa)	66,5	97
B_0	0,30	0,29
Qualité de l'ajustement		
Charge (0 à 20200s : σ=1,65MPa)	$1{,}30.10^{-4}$	$1{,}38.10^{-4}$
Décharge (20200 à 63500s : σ=0)	$5{,}55.10^{-4}$	$4{,}18.10^{-4}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A, H et B_0 les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-16 : ajustement du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b) sur le premier cycle de l'essai 91.12

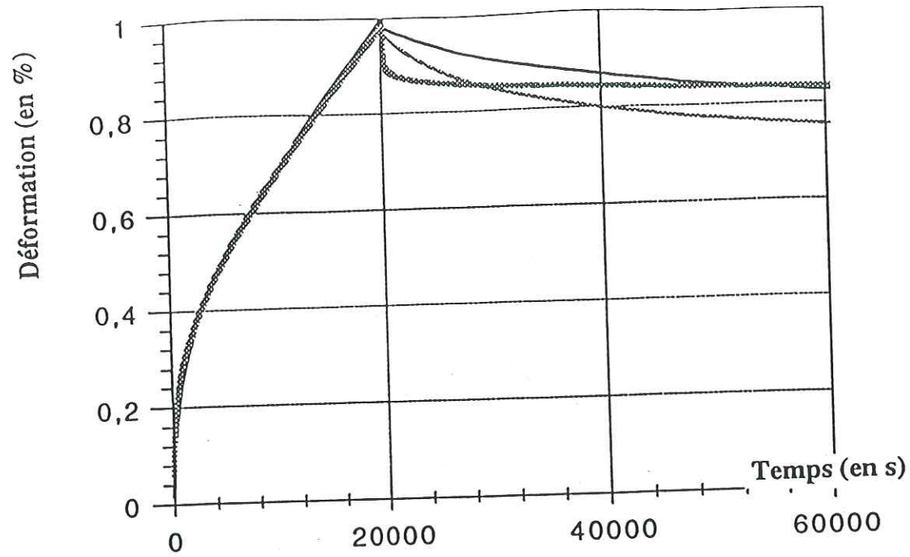


Figure VI-36: ajustement du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) sur un essai de fluage suivi par une recouvrance (après que la vitesse minimale soit atteinte) (n°91.12)

- en grisé épais : courbe expérimentale - en grisé fin (bas) : calcul 1 - en noir fin (haut) : calcul 2

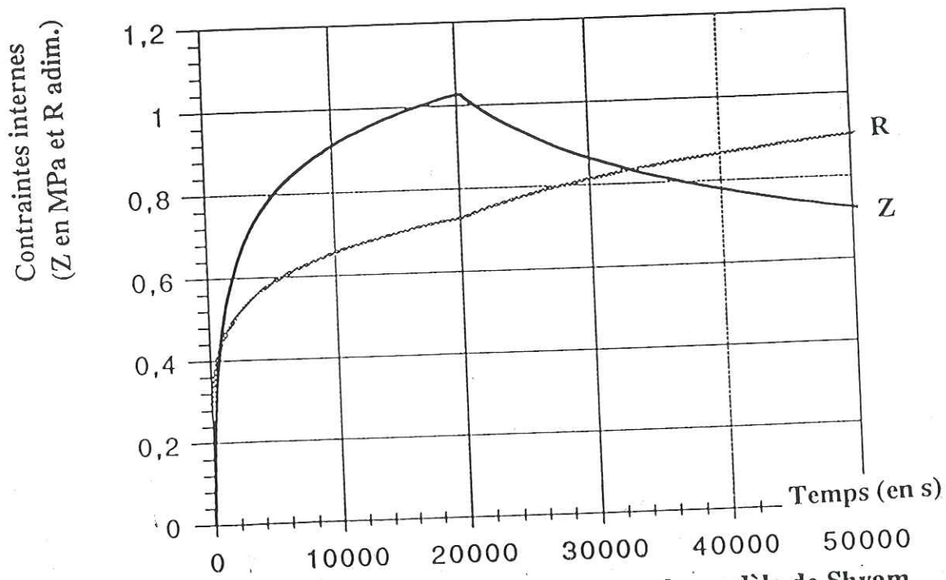


Figure VI-37: évolution des contraintes internes du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) pendant un essai de fluage suivi par une recouvrance (après que la vitesse minimale soit atteinte) (n°91.12, calcul 2)

- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

Ajustement sur : 11A	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6{,}00.10^{-8}$
A (MPa)	560
H (MPa)	155
B_0	0,30
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 3300s : σ=1,50MPa)	$8{,}63.10^{-5}$
Décharge (3300 à 20050 s : σ=0)	$2{,}19.10^{-4}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A, H et B_0 les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-17 : ajustement du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b) sur l'essai 11A.

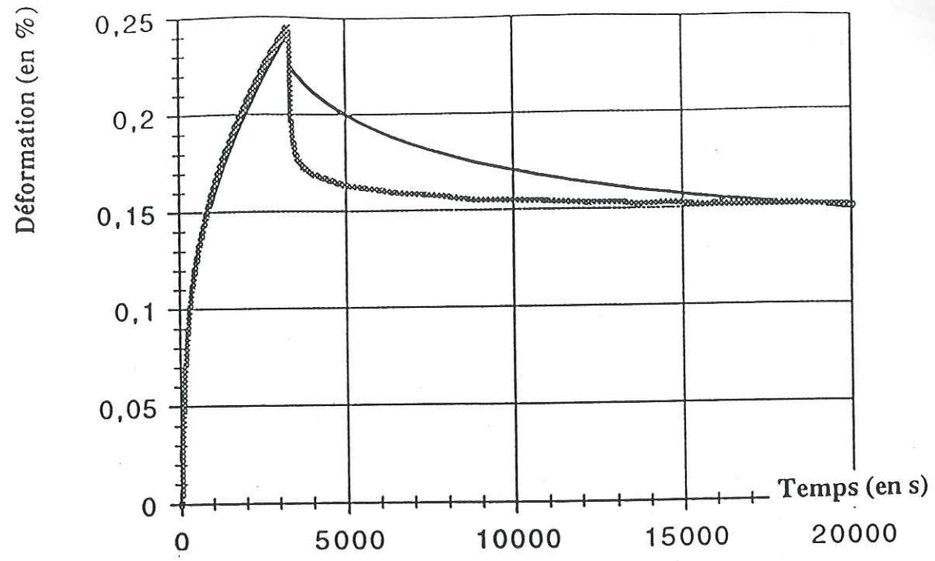


Figure VI-38: ajustement du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) sur un essai de fluage suivi par une recouvrance (avant que la vitesse minimale soit atteinte) (n°11A)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

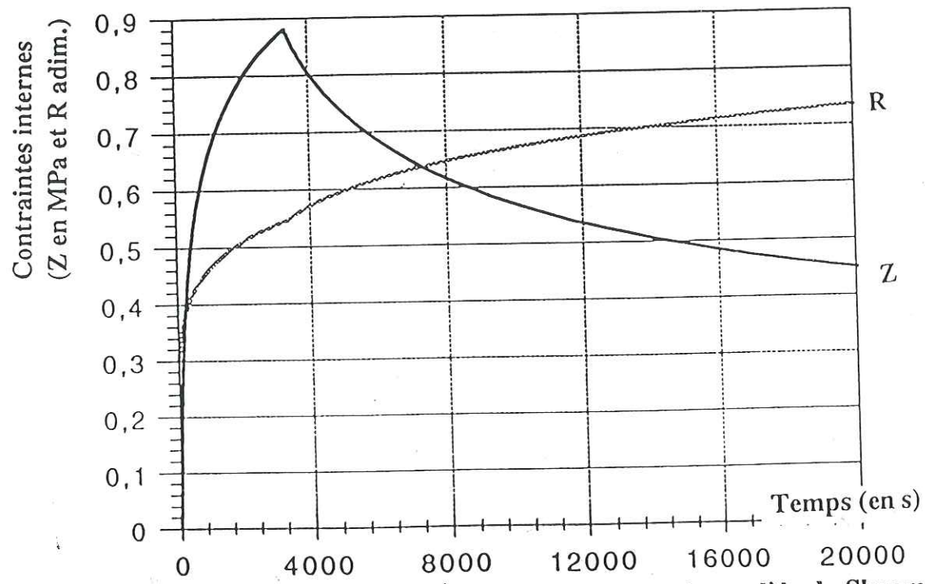


Figure VI-39: évolution des contraintes internes du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) pendant un essai de fluage suivi par une recouvrance (avant que la vitesse minimale soit atteinte) (n°11A)

- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

Ajustement sur : 91.12	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5{,}65.10^{-8}$
A (MPa)	220
H (MPa)	97
B_0	0,29
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 20200s : σ=1,65MPa)	$1{,}38.10^{-4}$
Décharge (20200 à 63500s : σ=0)	$4{,}18.10^{-4}$
Charge (63500 à 77400s : σ=1,65MPa)	$1{,}49.10^{-3}$
Décharge (77400 à 151700s : σ=0)	$5{,}42.10^{-4}$
Charge (151700 à 168200s : σ=1,65MPa)	$2{,}74.10^{-3}$
Décharge (168200 à 205100s : σ=0)	$1{,}80.10^{-3}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A, H et B_0 les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-18 : ajustement du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b) sur l'essai 91.12.

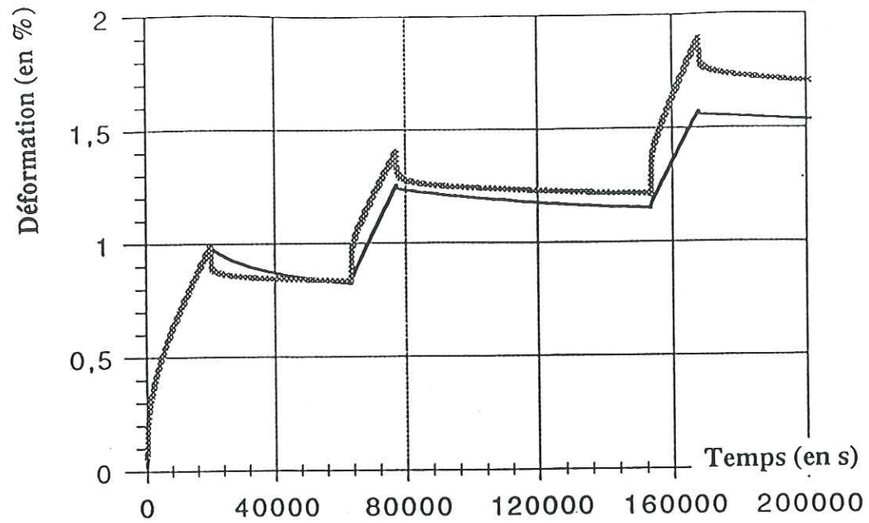


Figure VI-40: ajustement du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) sur un essai de fluage quasi-cyclique (n°91.12)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

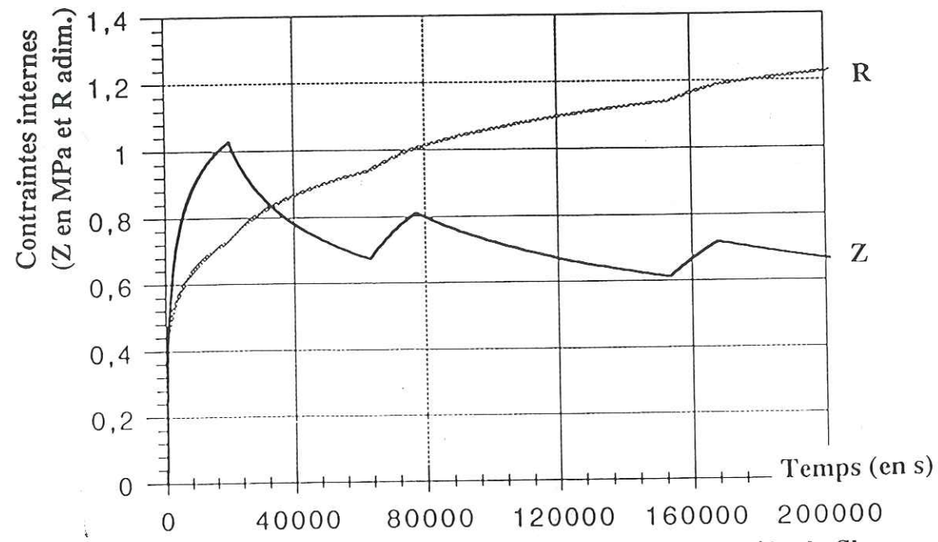


Figure VI-41: évolution des contraintes internes du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) pendant un essai de fluage quasi-cyclique (n°91.12)

- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

Ajustement sur : 11B	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4{,}96.10^{-8}$
A (MPa)	651
H (MPa)	158
B_0	0,30
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 14100s : σ=1,54 MPa)	$8{,}21.10^{-5}$
Décharge (14100 à 14400s : σ=0)	$3{,}66.10^{-4}$
Surcharge (14400 à 14800s : σ=0,98 MPa)	$2{,}39.10^{-4}$
Décharge (14800 à 16900s : σ=0)	$3{,}42.10^{-4}$
Surcharge (16900 à 17700s : σ=0,93 MPa)	$4{,}71.10^{-5}$
Décharge (17700 à 22700s : σ=0)	$9{,}68.10^{-5}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A, H et B_0 les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-19 : ajustement du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b) sur l'essai 11B.

VI.7.3- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale n'est pas atteinte avant la recouvrance

Les ajustements effectués sont présentés dans le tableau VI-17. Le jeu de paramètres donné dans ce tableau permet de reproduire correctement la charge avec une bonne valeur de la déformation recouvrée (cf Fig VI-38).

Nous remarquons pour cet essai, comme pour le précédent (§7.2), que la contrainte interne isotrope (R) augmente constamment, en charge comme en décharge. Par contre, il y a bien restauration de la contrainte interne directionnelle (Z) en décharge (cf Fig VI-37 et VI-39).

VI.7.4- Ajustement sur un essai de fluage quasi-cyclique

Nous avons repris ici le jeu de paramètres n°2 du §7.2 qui donnait une bonne valeur de la déformation recouvrée et nous avons prolongé l'expérience pour les phases suivantes. Le tableau VI-18 donne les résultats de l'ajustement.

Nous constatons que si l'ajustement du premier cycle est très moyen, des écarts croissants entre l'estimation numérique et l'expérience apparaissent par la suite (Fig VI-40). Notamment, lors du deuxième chargement, le modèle ne prédit pas une nouvelle phase transitoire telle qu'elle se déroule lors de la mise en charge initiale, à savoir une vitesse de déformation tout d'abord très élevée et qui diminue ensuite. Le modèle semble donner une vitesse de déformation constante, comme si l'on restait en régime permanent. Dès lors, la phase de décharge est également très différente de la réalité puisqu'il n'y a pratiquement plus de déformation recouvrée.

Si nous considèrons l'évolution des contraintes internes (cf Fig VI-41), nous comprenons mieux les prédictions du modèle. En effet, l'absence de restauration de la contrainte interne isotrope (R) fait que le matériau reste très écroui même après une décharge totale assez longue; lors du chargement suivant, il n'y a plus une phase transitoire aussi marquée que lors du chargement initial.

VI.7.5- Ajustement sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance

Le modèle est testé ici sur son aptitude à modéliser des ressauts de déformation observés en décharge totale suite à de faibles incréments de contrainte (cf table VI-19).

Les prédictions du modèle pour le jeu de paramètres testé sont assez mauvaises (cf Fig VI-42 et VI-43). La phase de fluage ainsi que la déformation recouvrée sont assez bien reproduites et le modèle prévoit des ressauts de déformation correspondants aux incréments de contrainte, mais les valeurs des déformations quasi-instantanées sont assez éloignées de la réalité. Ceci peut être

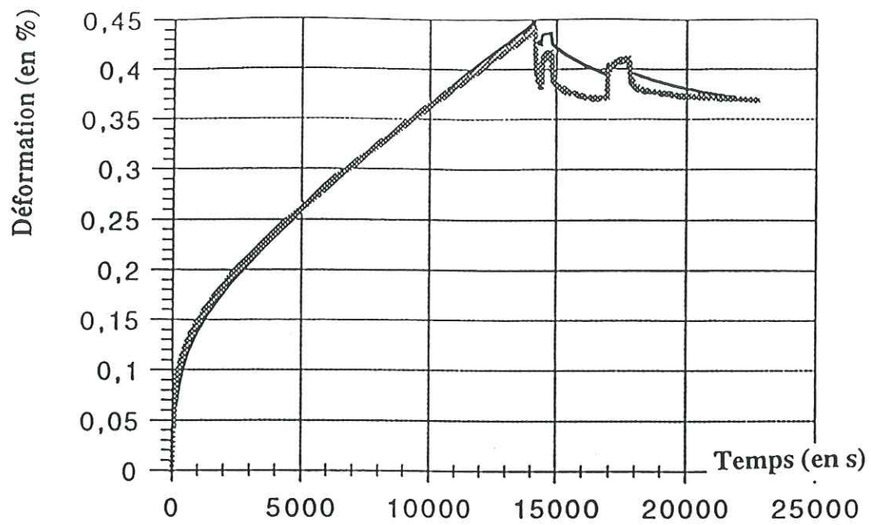


Figure VI-42: ajustement du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance (n°11B)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

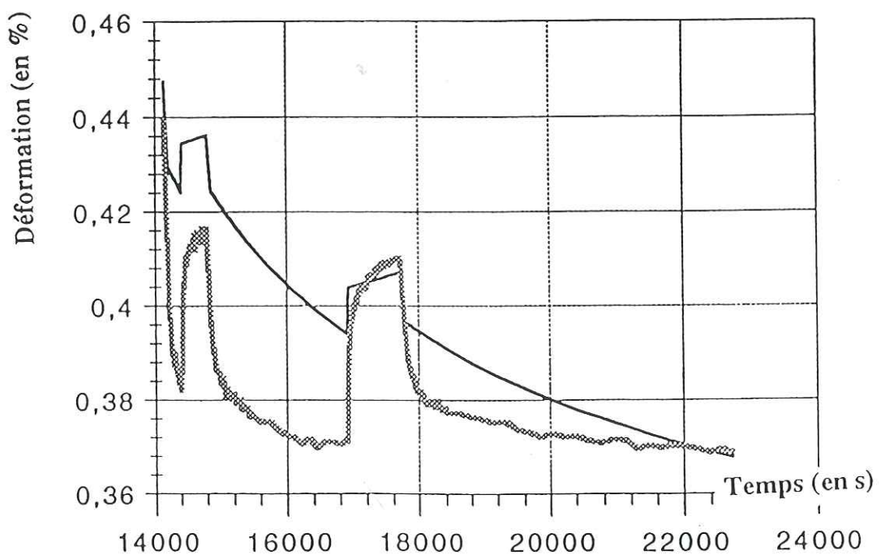


Figure VI-43: ajustement du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance (n°11B) - détail des ressauts

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

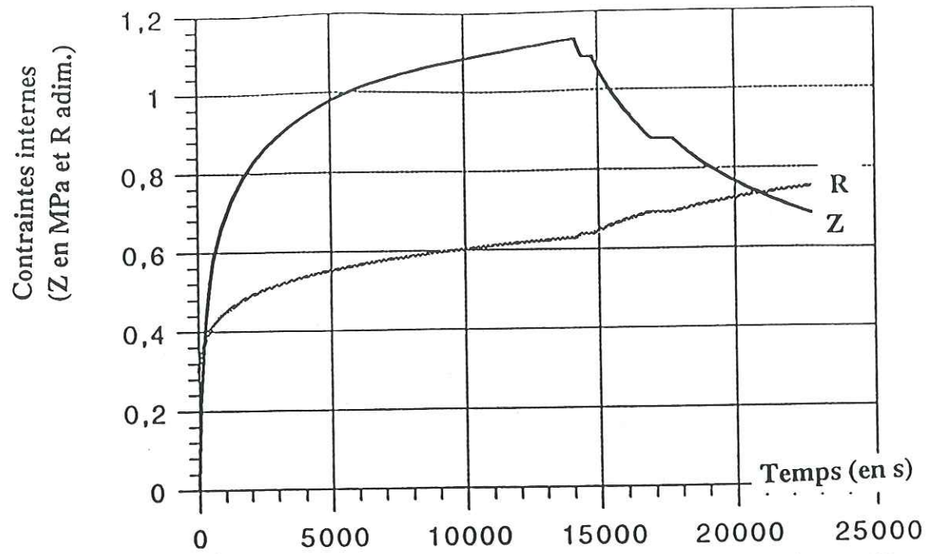


Figure VI-44: évolution des contraintes internes du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) pendant un essai de fluage avec variations de charge lors de la recouvrance (n°11B)

- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

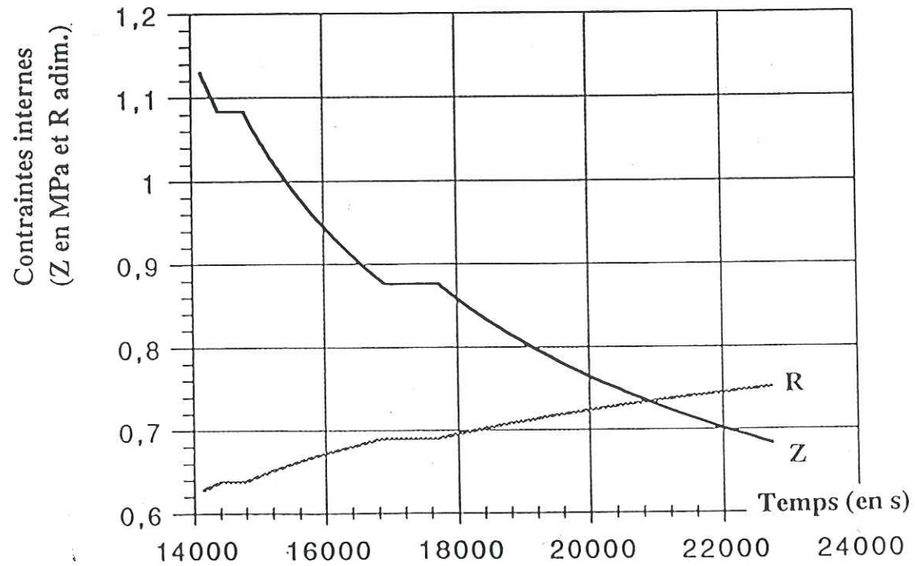


Figure VI-45: évolution des contraintes internes du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) pendant un essai de fluage avec variations de charge lors de la recouvrance (n°11B) - détail des ressauts

- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

Ajustement sur : 9C	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
$\overline{K}$ ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6{,}90.10^{-8}$
A	22
C	0,130
Qualité de l'ajustement	
Charge (0 à 13600s : σ=1,52 MPa)	$8{,}46.10^{-5}$
Surcharge (13600 à 15000s : σ=1,90 MPa)	$2{,}71.10^{-4}$
Charge (15000 à 16130s : σ=1,54 MPa)	$3{,}04.10^{-4}$
Décharge partielle (16130 à 17210s : σ=1,12 MPa)	$2{,}10.10^{-4}$
Charge (17210 à 18960s : σ=1,53 MPa)	$3{,}56.10^{-4}$
Décharge (18960 à 19130s : σ=0)	$5{,}16.10^{-5}$
Surcharge (19130 à 19370s : σ=0,42 MPa)	$2{,}17.10^{-5}$
Décharge (19370 à 20330s : σ=0)	$5{,}70.10^{-5}$
Surcharge (20330 à 21180s : σ=0,42 MPa)	$2{,}24.10^{-4}$
Décharge (21180 à 27200s : σ=0)	$4{,}73.10^{-4}$

Notations : σ désigne la contrainte nominale, E le module d'Young, $\overline{K}$ le coefficient de Glen, A, H et B_0 les coefficients du modèle (ajustés à 5% près).

Table VI-20 : ajustement du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b) sur l'essai 9C.

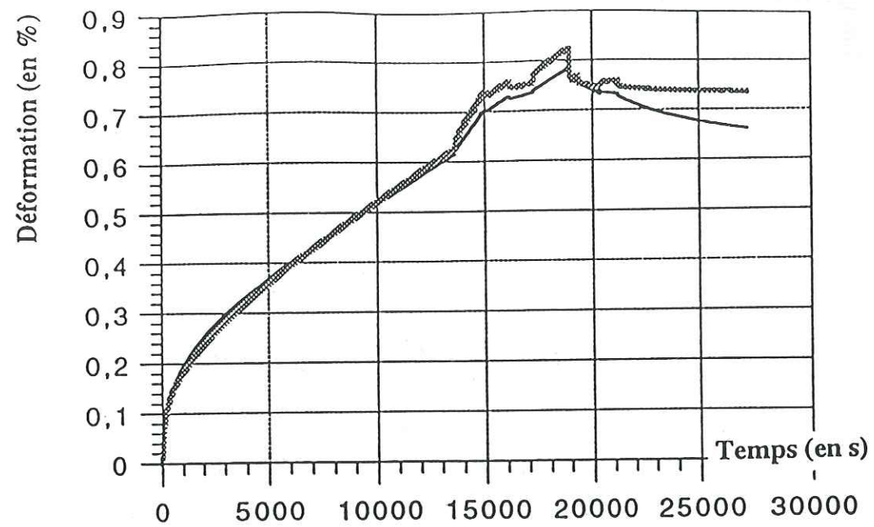


Figure VI-46: ajustement du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) sur un essai de fluage avec variations de charge pendant le régime permanent et pendant la recouvrance (n°9C)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

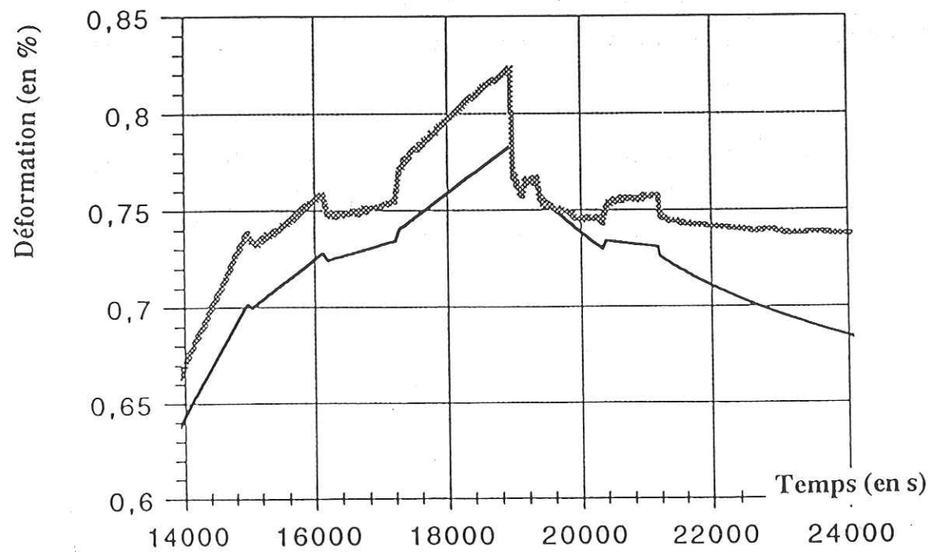


Figure VI-47: ajustement du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989)sur un essai de fluage avec variations de charge pendant le régime permanent et pendant la recouvrance (n°9C) - détail des ressauts

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

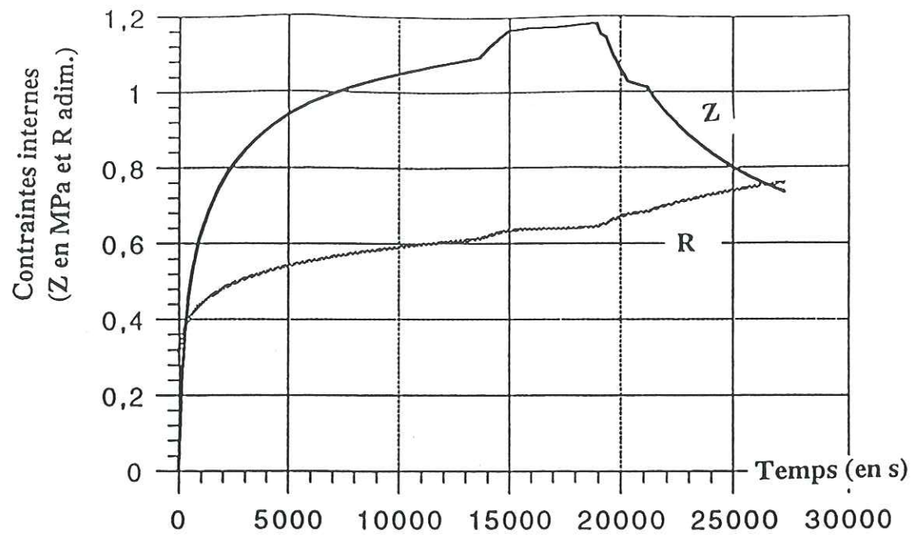


Figure VI-48: évolution des contraintes internes du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) pendant un essai de fluage avec variations de charge lors du régime permanent et lors de la recouvrance (n°9C)

- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

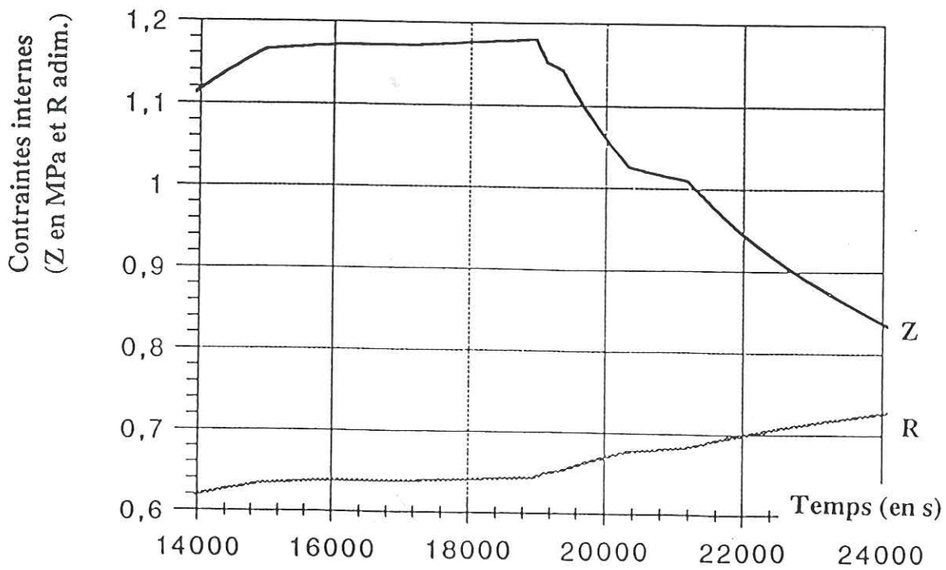


Figure VI-49: évolution des contraintes internes du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989) pendant un essai de fluage avec variations de charge lors du régime permanent et lors de la recouvrance (n°9C) - détail des ressauts

- en noir: contrainte interne cinématique - en grisé: contrainte interne isotrope

attribué à la non-restauration de la contrainte interne isotrope (cf Fig VI-44 et VI-45).

VI.7.6- Ajustement sur un essai de fluage avec perturbation de charge autour de la contrainte nominale

Nous cherchons ici à tester le modèle sur les hésitations au fluage observées lorsque nous faisons varier la contrainte appliquée en régime permanent (cf table VI-20).

La confrontation du calcul et de l'expérience est illustrée sur les figures VI-46 et VI-47 et les figures VI-48 et VI-49 donnent l'évolution des contraintes internes. Les accroissements de déformation lors du régime permanent sont mal reproduits car le modèle ne prévoit pas une nouvelle phase de fluage transitoire comme cela est constaté expérimentalement. De plus, les recouvrances de déformation suite à une diminution de la contrainte appliquée sont trop faibles par rapport à la réalité ainsi que les incréments de déformation en décharge totale comme nous l'avons signalé au paragraphe 7.5 précédent.

VI.7.7- Discussion

Le modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b) repose sur une approche thermodynamique de la déformation, similaire à celle du modèle de Le Gac et Duval (1980, §6). Des différences peuvent cependant être notées entre ces deux modèles.

Tout d'abord, la déformation transitoire étant directement proportionnelle à la contrainte interne cinématique (cf sixième équation du système VI.15, §7.1), le modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b) prévoit qu'elle est entièrement recouvrée lors d'une décharge totale, la contrainte interne directionnelle revenant à sa valeur initiale qui est nulle. Ce n'est pas le cas pour le modèle de Le Gac et Duval (1980).

De plus, le modèle ne prévoit pas de période de vitesse nulle suite à de faibles décréments de la contrainte nominale (hésitation au fluage) alors que le phénomène est possible dans le modèle de Le Gac et Duval (1980). En effet, d'après le système VI.15 (§7.1), si $\dot{\varepsilon}_p$ s'annule après une décharge partielle, nous avons nécessairement : $\dot{\varepsilon}_t = -\dot{\varepsilon}_v = C^{te} \neq 0$. Donc $\dot{\varepsilon}_p$ ne peut s'annuler que ponctuellement.

Ces deux critiques ont été formulées aux auteurs par Aubertin (1992); ceux-ci ont répondu de la manière suivante (Wu et Shyam Sunder, 1992).

D'une part, le modèle est capable de prédire qu'une partie de la déformation transitoire n'est pas recouvrée; la contrainte interne directionnelle pouvant ne pas être revenue à zéro à la fin de la décharge mais seulement au bout

d'un temps infini. Nos calculs viennent d'ailleurs corroborer ce point de vue puisque nous avons pu prédire une valeur de la déformation recouvrée en fin de décharge en accord avec l'expérience en choisissant un jeu de paramètres adéquat (par exemple dans l'essai 91.12, §7.2). (Ceci n'aurait pas été possible avec le modèle de Sinha, 1979 par exemple, cf §4). Cependant, il faut remarquer qu'alors la courbure de la courbe de décharge n'est pas respectée.

D'autre part, l'existence d'un temps d'incubation après un faible décrément de charge est très controversée, notamment pour les métaux, et il n'est pas certain que la vitesse soit exactement nulle pendant cette période (Takeuchi and Argon, 1976, p1557 in Wu et Shyam Sunder, 1992). L'identification du modèle de Lliboutry (1987, §5) sur nos résultats expérimentaux nous a d'ailleurs conduit aux mêmes conclusions : la vitesse peut être nulle à un instant donné (comme peut le prédire le modèle de Shyam Sunder et Wu, 1989a-b) mais par la suite, elle croît de nouveau très faiblement, ce qui est délicat à mesurer.

Aubertin (1992) émet également des doutes sur la réalité physique de la formulation du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b). La déformation plastique est en effet séparée en deux parties distinctes ε_t et ε_v, chacune ayant sa propre équation d'évolution. Cette approche est très pratique d'un point de vue mathématique et elle simplifie aussi beaucoup l'intégration numérique. Cependant, il semble établi que ce sont les mêmes mécanismes qui gouvernent les deux déformations et la distinction des deux termes est donc difficile à justifier physiquement parlant.

D'un point de vue pratique, les problèmes que nous avons rencontrés lors de l'identification du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b) sur nos résultats expérimentaux sont du même ordre que ceux du modèle de Duval et Le Gac (1980, §6). En effet, le modèle est effectivement capable de reproduire toutes les mises en charge initiales mais il diverge nettement de la réalité lors des chargements suivants : décharge partielle, décharge totale ou incrément de charge. Son caractère prédictif est donc très limité.

Ce mauvais comportement peut être en partie mis à l'actif de la non-restauration de la contrainte interne isotrope. Ainsi, le matériau restant très écrouï, il ne présente plus les phases transitoires observées expérimentalement lorsque la contrainte nominale varie : essais cycliques (91.12, §7.4) ou avec perturbations de charge (11B, 9C, §7.5 et §7.6). A ce titre, le modèle de Le Gac et Duval (1980) apparaît préférable puisque la restauration de la contrainte interne isotrope prédite par ce modèle permet de mieux simuler les phases transitoires faisant suite aux variations de la charge nominale.

CHAPITRE VII

Nouveaux modèles de comportement

VII.1- Introduction

Lors de l'analyse de nos essais expérimentaux au Chapitre V, nous avons pu souligner le caractère différent des courbes de déformation à la charge et à la décharge.

Au Chapitre VI, les tests des modèles existants ont montré que ceux-ci étaient encore loin d'être satisfaisants; en particulier, les modèles de comportement avec variables internes sont incapables de modéliser correctement un essai de charge/décharge.

Par conséquent, nous allons essayer ici de présenter deux nouveaux modèles, Parallèle et Série, qui sont susceptibles de pallier les insuffisances des modèles testés en prenant en compte un mécanisme d'écrouissage supplémentaire afin de mieux reproduire les étapes de décharge.

L'introduction de mécanismes supplémentaires signifie également ajout de paramètres. Ainsi, le modèle Parallèle comporte 8 paramètres et le modèle Série 11 paramètres. En partant d'un jeu de paramètres initial, nos calculs d'ajustement permettent de trouver un jeu optimal qui minimise l'écart du calcul avec l'expérience. Il s'agit alors d'un minimum relatif, mais non d'un minimum absolu (d'autres jeux de paramètres seraient sûrement possibles et donneraient des écarts voisins, voire inférieurs avec l'expérience). Ici, les ajustements sont effectués sur la totalité de l'expérience (et non plus sur la première étape comme au chapitre VI).

VII.2- Modèle Parallèle

VII.2.1- Idée générale

L'idée est d'ajouter une contrainte interne cinématique en parallèle sur un modèle du type de Le Gac et Duval (1980). Nous avons alors deux contraintes internes cinématiques et une contrainte interne isotrope. La contrainte interne cinématique supplémentaire peut jouer un rôle nouveau à la décharge.

VII.2.2- Equations du modèle

En reprenant les notations du Chapitre II, nous avons :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}_e + \underline{\underline{\varepsilon}}_p$$

Cherchons l'expression de la déformation visco-plastique $\underline{\underline{\varepsilon}}_p$. Le potentiel de dissipation est décomposé en une partie écoulement et une partie restauration selon $\varphi^* = \varphi_p^*\left(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}_1, \underline{\underline{X}}_2, R\right) + \varphi_r^*\left(\underline{\underline{X}}_1, \underline{\underline{X}}_2, R\right)$ avec :

$$\varphi_p^* = \frac{K}{n+1}\left\langle J_2\left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}_1 - \underline{\underline{X}}_2\right) - R\right\rangle^{n+1}$$

où : $\langle x \rangle = x$ si $x > 0$, $\langle x \rangle = 0$ si $x \leq 0$

et : $$\varphi_r^* = \frac{A_1}{n+1} J_2\left(\underline{\underline{X}}_1\right)^{n+1} + \frac{A_2}{n+1} J_2\left(\underline{\underline{X}}_2\right)^{n+1} + \frac{B}{n+1} R^{n+1}$$

L'énergie libre est écrite sous la forme :

$$\rho\psi = \rho\psi_e\left(\underline{\underline{\varepsilon}}_e, T\right) + (C_1/3)\,\underline{\underline{\alpha}}_1 : \underline{\underline{\alpha}}_1 + (C_2/3)\,\underline{\underline{\alpha}}_2 : \underline{\underline{\alpha}}_2 + (H/2)\,r^2$$

L'application de la règle de normalité donne :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \frac{3}{2}\dot{p}\,\frac{\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}_1 - \underline{\underline{X}}_2}{J_2\left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}_1 - \underline{\underline{X}}_2\right)}$$

$$\dot{p} = K\left\langle J_2\left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}_1 - \underline{\underline{X}}_2\right) - R\right\rangle^n$$

$$\dot{\underline{\underline{X}}}_1 = C_1\left(\frac{2}{3}\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p - A_1\, J_2\left(\underline{\underline{X}}_1\right)^{n-1}\underline{\underline{X}}_1\right)$$

$$\dot{\underline{\underline{X}}}_2 = C_2\left(\frac{2}{3}\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p - A_2\, J_2\left(\underline{\underline{X}}_2\right)^{n-1}\underline{\underline{X}}_2\right)$$

$$\dot{R} = H\left(\dot{p} - B\,R^n\right)$$

VII.2.3- Ecriture du modèle en compression uniaxiale

En désignant par σ la contrainte imposée, ε la déformation macroscopique, X_1 et X_2 les contraintes internes dans la direction de compression, R la contrainte interne isotrope et en posant $Z_1 = 3X_1/2$, $Z_2 = 3X_2/2$ et $n = 3$, les équations du modèle s'écrivent dans le cas de la compression uniaxiale :

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$$
$$\varepsilon_e = \sigma/E$$

$$\dot{\varepsilon}_p = K\left\langle\left|\sigma - Z_1 - Z_2\right| - R\right\rangle^3 \frac{\sigma - Z_1 - Z_2}{\left|\sigma - Z_1 - Z_2\right|}$$
$$\dot{Z}_1 = C_1\left(\dot{\varepsilon}_p - A_1\, Z_1^3\right)$$
$$\dot{Z}_2 = C_2\left(\dot{\varepsilon}_p - A_2\, Z_2^3\right)$$
$$\dot{R} = H\left(\left|\dot{\varepsilon}_p\right| - B\,R^3\right)$$

VII.2.4- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale est atteinte avant la recouvrance

Les résultats du calcul sont rassemblés dans la table VII-1. La figure VII-1 donne la comparaison de la courbe expérimentale avec la courbe calculée et l'évolution des contraintes internes est donnée sur la figure VII-2. L'ajustement est très bon.

De plus, nous pouvons remarquer, d'après les valeurs des coefficients, que les contraintes internes cinématiques jouent des rôles différents. La première (A_1, C_1) n'est restaurée que très lentement à la décharge : A_1, qui intervient dans le terme de restauration, prend une valeur très faible. Par contre, la seconde contrainte interne cinématique (A_2, C_2) diminue fortement lors de la décharge (elle devient même négative) et explique ainsi la déformation recouvrée.

VII.2.5- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale n'est pas atteinte avant la recouvrance

L'ajustement reste bon pour cet essai (cf Fig VII-3 et VII-4). Les coefficients de ce calcul s'approchent assez de ceux du calcul précédent (cf table VII-2). En effet, nous observons encore que la première contrainte interne cinématique (A_1, C_1) est restaurée lentement à la décharge contrairement à la seconde (A_2, C_2). Ainsi, nous parvenons à rendre compte des mécanismes distincts d'écrouissage qui se produisent à la charge et à la décharge. Par ailleurs, le fait que la contrainte interne isotrope soit davantage restaurée lors de ce calcul que dans le précédent (valeur de B plus élevée) vient probablement du fait que le régime permanent n'a pas été atteint.

VII.2.6- Ajustement sur un essai de fluage quasi-cyclique

L'ajustement est très bon pour cette expérience (cf Fig VII-5 et VII-6). Les coefficients calculés sont indiqués dans la table VII-3. Ils diffèrent légèrement des valeurs calculées sur l'ajustement du premier cycle de cette expérience (bien que les ordres de grandeurs soient les mêmes). Si l'on avait calculé les cycles 2 et 3 à partir du calcul sur le cycle 1, nous aurions obtenu un ajustement moins bon. Les rôles des contraintes internes cinématiques restent inchangés par rapport à ce qui a été dit précédemment (§2.4 et 2.5).

VII.2.7- Ajustement sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance

Avec le jeu de paramètres adopté dans la table VII-4, nous parvenons à nous rapprocher assez bien de la courbe expérimentale (cf Fig VII-7 à VII-10).

Ajustement sur : 91.12 (1er cycle)	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
K ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$3{,}90.10^{-5}$
A_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5{,}73.10^{-10}$
C_1 (MPa)	40
A_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4{,}84.10^{-7}$
C_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	695
B ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$8{,}07.10^{-6}$
H (MPa)	50
Qualité de l'ajustement	$4{,}05.10^{-5}$

Notations : E désigne le module d'Young et K, A_1, C_1, A_2, C_2, B et H sont les coefficients du modèle.

Table VII-1: ajustement du modèle Parallèle sur le premier cycle de l'essai 91.12

Ajustement sur : 11A	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
K ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6{,}64.10^{-5}$
A_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4{,}22.10^{-7}$
C_1 (MPa)	20
A_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$3{,}23.10^{-7}$
C_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	1240
B ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6{,}50.10^{-5}$
H (MPa)	1425
Qualité de l'ajustement	$3{,}86.10^{-5}$

Notations : E désigne le module d'Young et K, A_1, C_1, A_2, C_2, B et H sont les coefficients du modèle.

Table VII-2: ajustement du modèle Parallèle sur l'essai 11A.

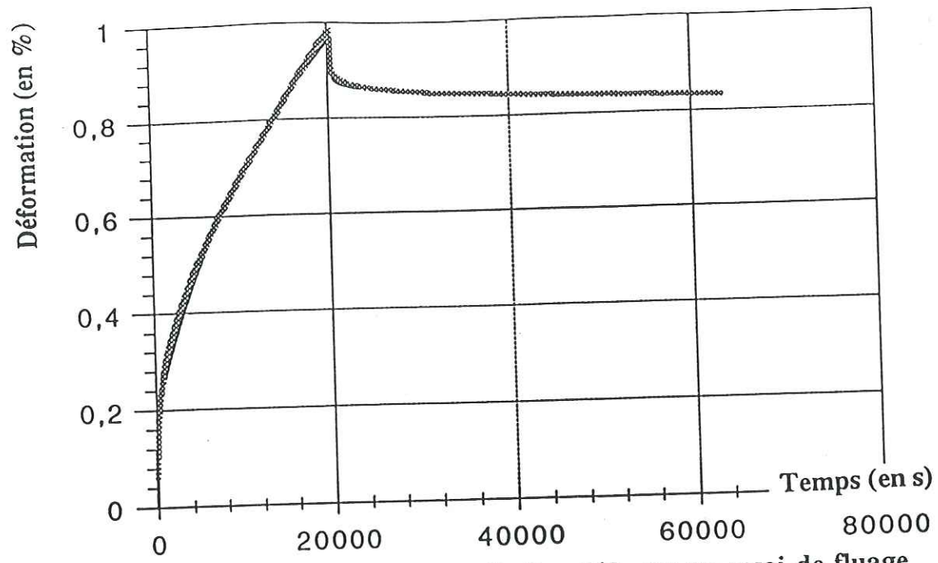


Figure VII-1: ajustement du modèle Parallèle sur un essai de fluage suivi par une recouvrance (après que la vitesse minimale soit atteinte) (n°91.12)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

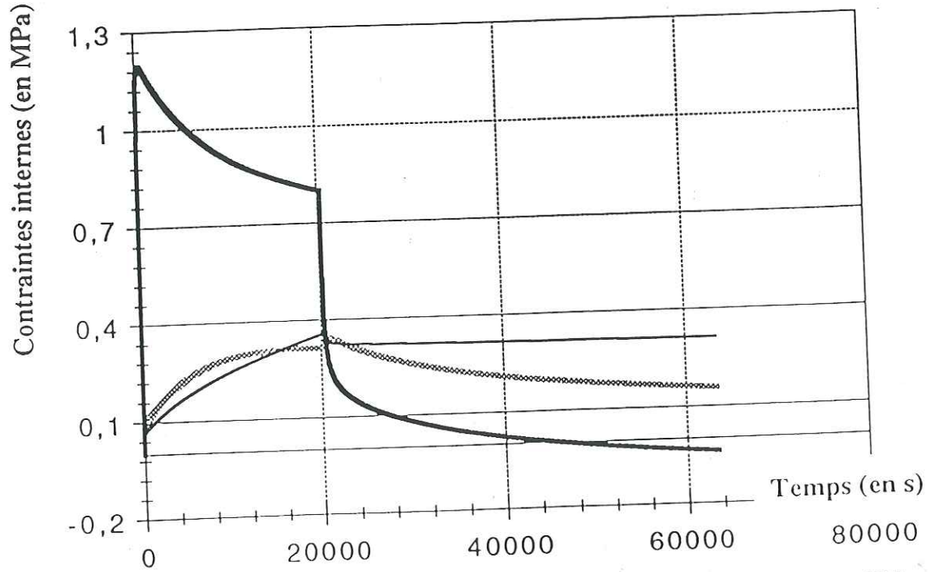


Figure VII-2: évolution des contraintes internes du modèle Parallèle pendant un essai de fluage suivi par une recouvrance (après que la vitesse minimale soit atteinte) (n°91.12)

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope

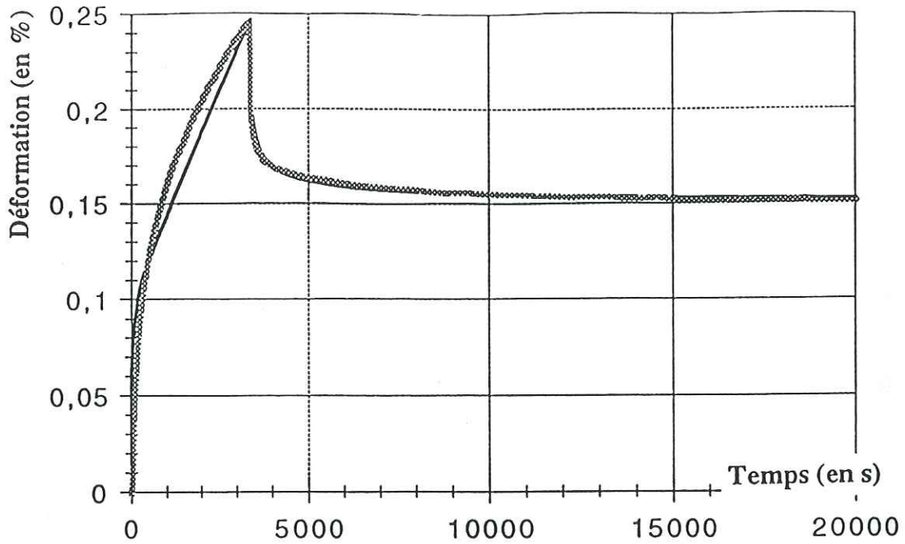


Figure VII-3: ajustement du modèle Parallèle sur un essai de fluage suivi par une recouvrance (avant que la vitesse minimale soit atteinte) (n°11A)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

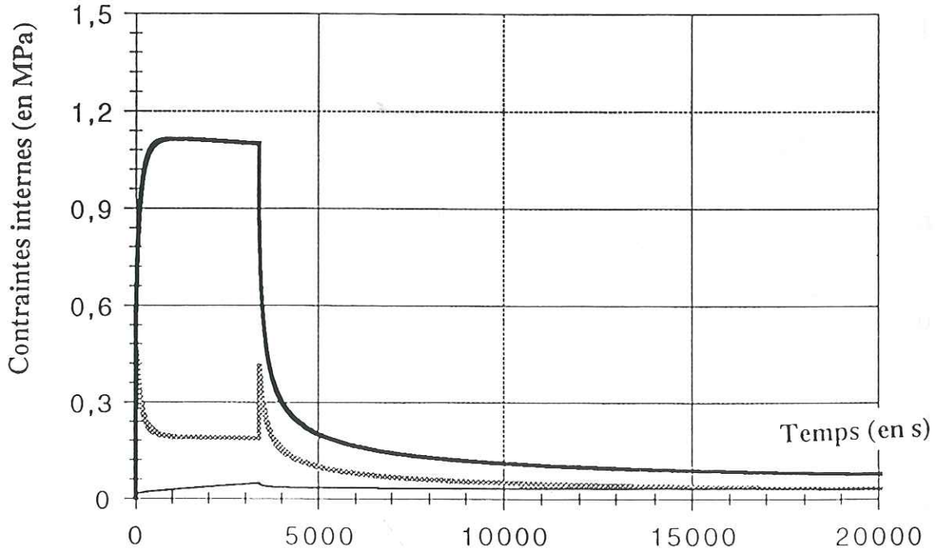


Figure VII-4: évolution des contraintes internes du modèle Parallèle pendant un essai de fluage suivi par une recouvrance (avant que la vitesse minimale soit atteinte) (n°11A)

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope

Ajustement sur : 91.12	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
K ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$7{,}71.10^{-5}$
A_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5{,}18.10^{-6}$
C_1 (MPa)	30
A_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$3{,}59.10^{-7}$
C_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	540
B ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$1{,}04.10^{-5}$
H (MPa)	70
Qualité de l'ajustement	$1{,}27.10^{-4}$

Notations : E désigne le module d'Young et K, A_1, C_1, A_2, C_2, B et H sont les coefficients du modèle.

Table VII-3: ajustement du modèle Parallèle sur l'essai 91.12.

Ajustement sur : 11B	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
K ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$8{,}26.10^{-5}$
A_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$1{,}97.10^{-7}$
C_1 (MPa)	80
A_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$2{,}79.10^{-7}$
C_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	1580
B ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$1{,}56.10^{-7}$
H (MPa)	120
Qualité de l'ajustement	$3{,}43.10^{-5}$

Notations : E désigne le module d'Young et K, A_1, C_1, A_2, C_2, B et H sont les coefficients du modèle.

Table VII-4: ajustement du modèle Parallèle sur l'essai 11B.

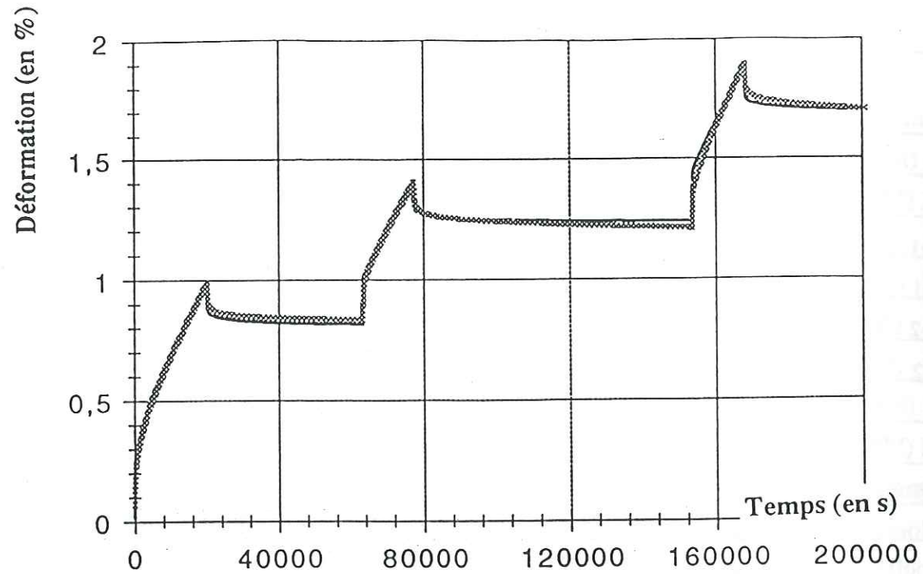


Figure VII-5: ajustement du modèle Parallèle sur un essai de fluage quasi-cyclique (n°91.12)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

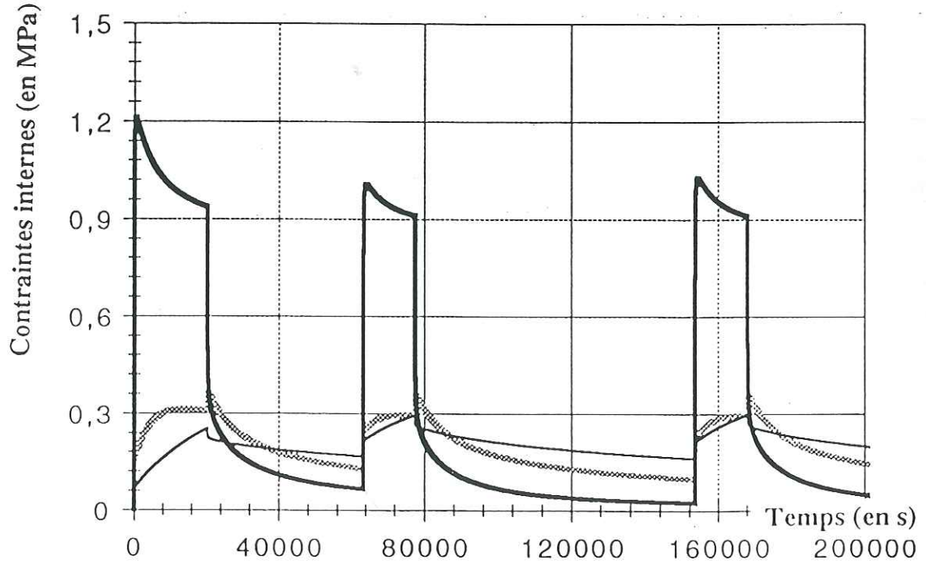


Figure VII-6: évolution des contraintes internes du modèle Parallèle pendant un essai de fluage quasi-cyclique (n°91.12)

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope

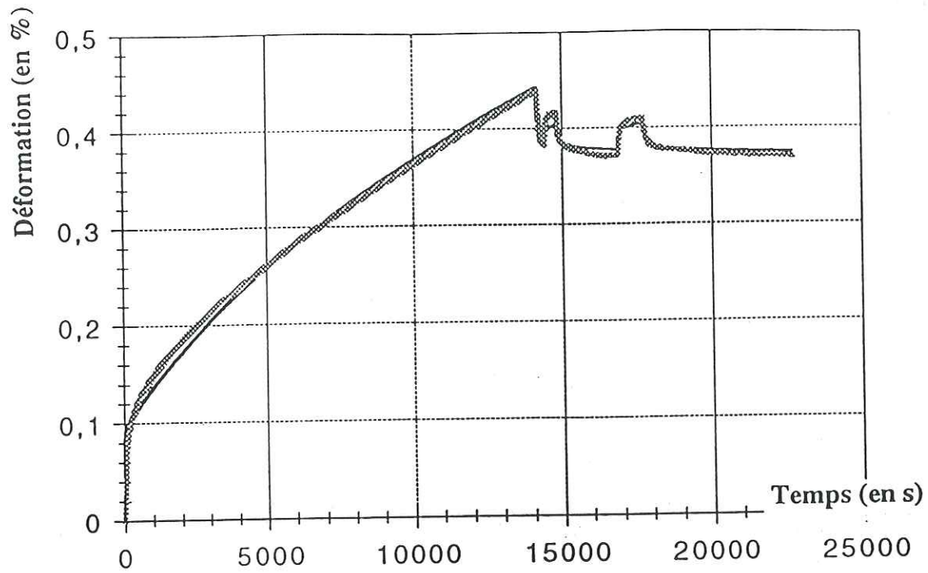


Figure VII-7: ajustement du modèle Parallèle sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance (n°11B)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

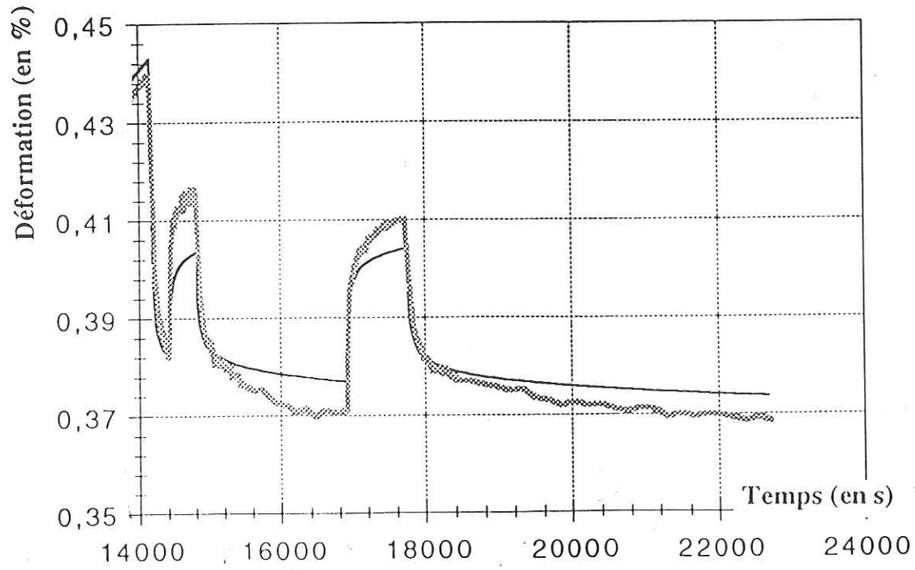


Figure VII-8: ajustement du modèle Parallèle sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance (n°11B) - détail des ressauts

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

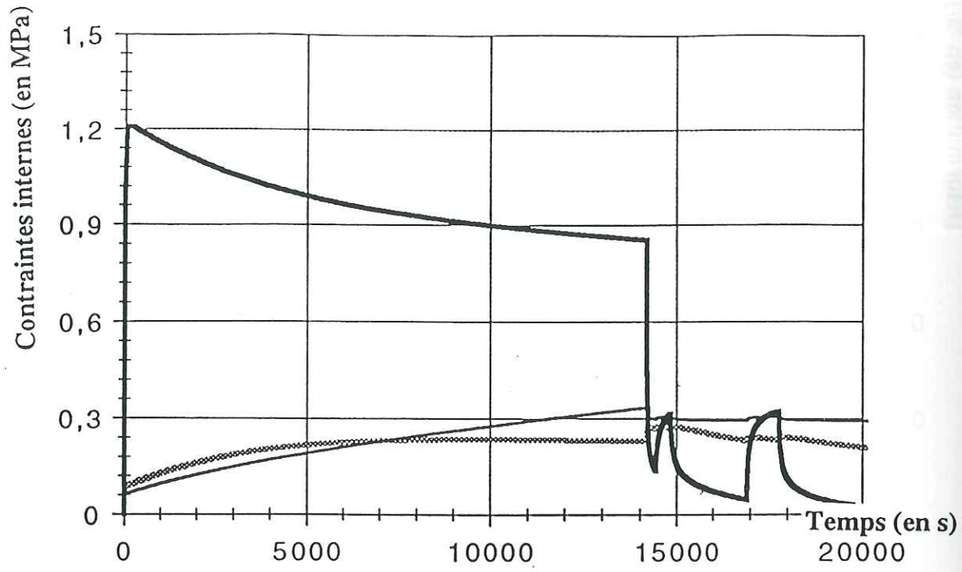


Figure VII-9: évolution des contraintes internes du modèle Parallèle pendant un essai de fluage avec variations de charge lors de la recouvrance (n°11B)

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope

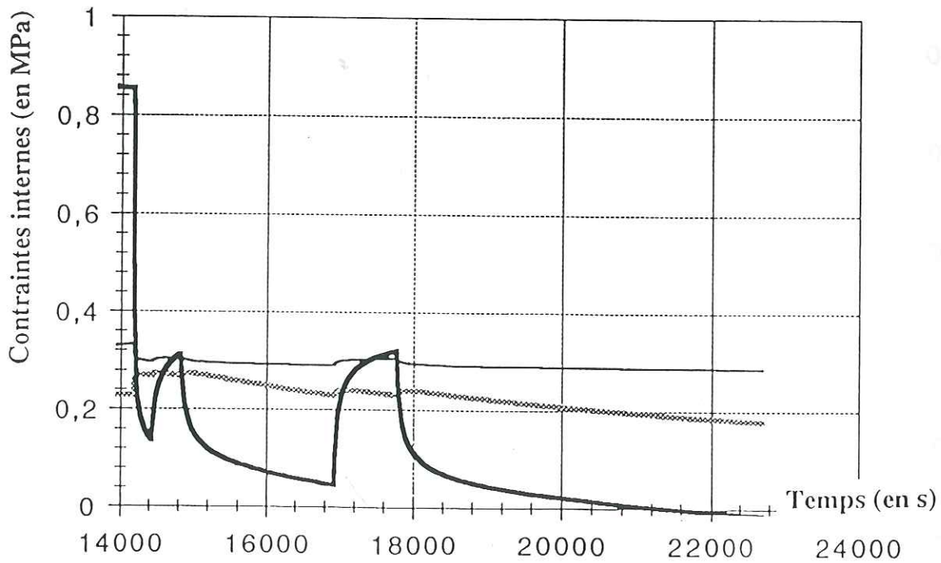


Figure VII-10: évolution des contraintes internes du modèle Parallèle pendant un essai de fluage avec variations de charge lors de la recouvrance (n°11B) - détail des ressauts

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope

Ajustement sur : 9C	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
K ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$7{,}65.10^{-5}$
A_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$2{,}89.10^{-5}$
C_1 (MPa)	35
A_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$3{,}58.10^{-7}$
C_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	1240
B ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$1{,}58.10^{-5}$
H (MPa)	70
Qualité de l'ajustement	$4{,}05.10^{-5}$

Notations : E désigne le module d'Young et K, A_1, C_1, A_2, C_2, B et H sont les coefficients du modèle.

Table VII-5: ajustement du modèle Parallèle sur l'essai 9C.

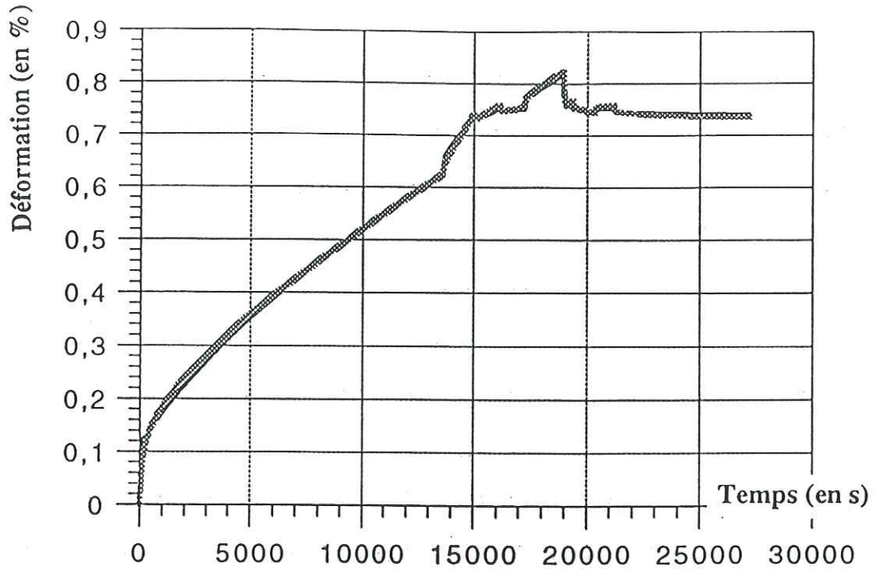


Figure VII-11: ajustement du modèle Parallèle sur un essai de fluage avec variations de charge pendant le régime permanent et pendant la recouvrance (n°9C)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

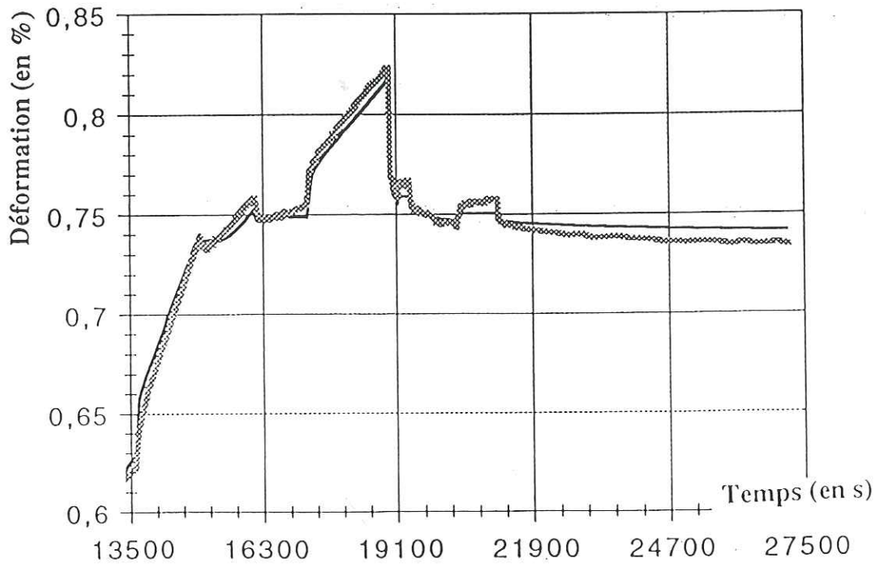


Figure VII-12: ajustement du modèle Parallèle sur un essai de fluage avec variations de charge pendant le régime permanent et pendant la recouvrance (n°9C) - détail des ressauts

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

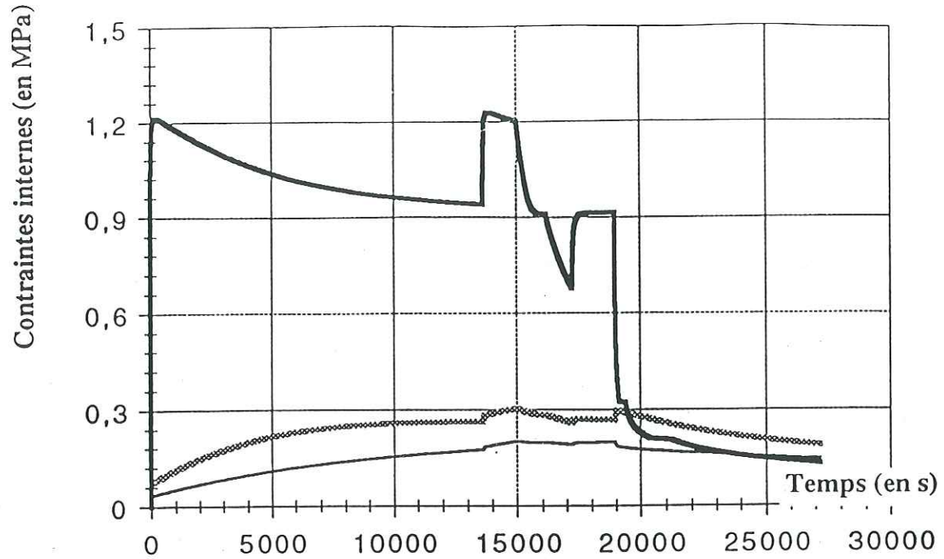


Figure VII-13: évolution des contraintes internes du modèle Parallèle pendant un essai de fluage avec variations de charge lors du régime permanent et lors de la recouvrance (n°9C)

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope

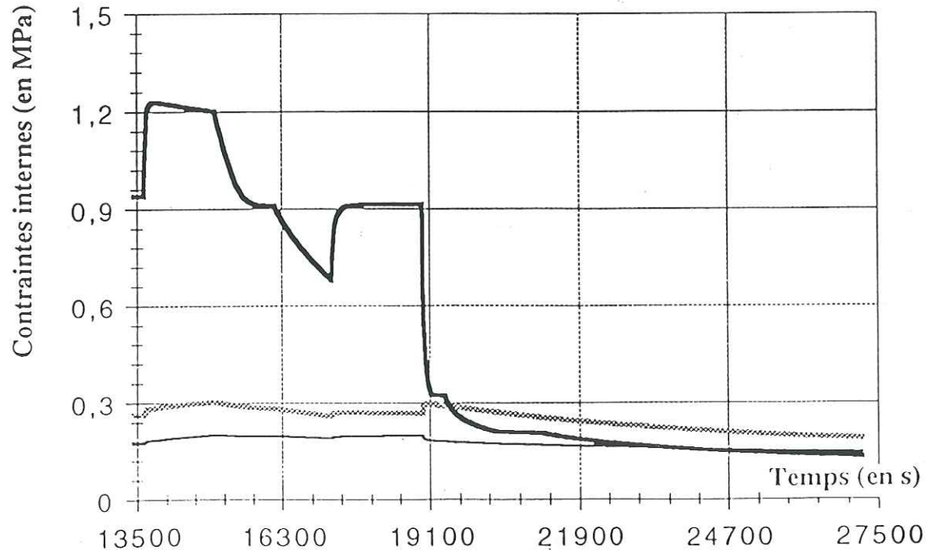


Figure VII-14: évolution des contraintes internes du modèle Parallèle pendant un essai de fluage avec variations de charge lors du régime permanent et lors de la recouvrance (n°9C) - détail des ressauts

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope

Cependant, bien que la décharge soit correctement reproduite grâce à une restauration rapide de la seconde contrainte interne cinématique (B_2, H_2), les faibles variations de la contrainte nominale lors de la décharge ne sont approchées qu'approximativement : la valeur absolue du ressaut de déformation calculé reste trop faible par rapport à la réalité. Cela laisserait supposer qu'un troisième mécanisme de déformation est nécessaire à la modélisation de ces incréments de déformation.

VII.2.8- Ajustement sur un essai de fluage avec perturbation de charge autour de la contrainte nominale

L'ajustement réalisé sur cet essai et illustré par les figures VII-11 à VII-14 est globalement correct. Toutefois, nous remarquons que la courbe calculée a nettement tendance à minimiser l'écart par rapport à la courbe expérimentale en réduisant l'amplitude des variations de déformations consécutives aux faibles variations de la contrainte nominale. Notamment, lors des décharges partielles en régime permanent, la déformation restaurée reste insuffisante et les ressauts de déformation en décharge totale sont trop faibles par rapport à la réalité, comme pour l'essai précédent (cf §2.7).

VII.2.9- Discussion

Grâce à l'introduction d'une contrainte interne cinématique supplémentaire, le modèle Parallèle est capable d'approcher correctement des expériences simples de charge/décharge, y compris des chargements quasi-cycliques. Bien que donnant des résultats tout à fait acceptables, il présente certaines limites dans des cas de variations de charge autour de la contrainte nominale. Les résultats du calcul suggèrent qu'il serait nécessaire d'introduire un mécanisme d'écrouissage supplémentaire qui puisse modéliser les variations de déformation consécutives à de faibles variations de charge.

VII.3- Modèle Série

VII.3.1- Idée générale

L'idée est d'introduire deux mécanismes d'écrouissage agissant en série, chacun d'eux étant identique à celui du modèle de Le Gac et Duval (1980) :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{p1} + \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{p2}$$

Nous avons donc deux contraintes internes cinématiques et deux contraintes internes isotropes. Les deux mécanismes sont censés jouer des rôles différents à la charge et à la décharge afin de pouvoir modéliser correctement des essais de charge/décharge.

VII.3.2- Equations du modèle

Le potentiel de dissipation est décomposé en une partie écoulement et une partie restauration selon $\varphi^* = \varphi_p^*\left(\underline{\underline{\sigma}},\underline{\underline{X}}_1,\underline{\underline{X}}_2,R_1,R_2\right) + \varphi_r^*\left(\underline{\underline{X}}_1,\underline{\underline{X}}_2,R_1,R_2\right)$ avec :

$$\varphi_p^* = \frac{K_1}{n+1}\left\langle J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}-\underline{\underline{X}}_1\right)-R_1\right\rangle^{n+1} + \frac{K_2}{n+1}\left\langle J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}-\underline{\underline{X}}_2\right)-R_2\right\rangle^{n+1}$$

avec : $\langle x\rangle = x$ si $x>0$, $\langle x\rangle = 0$ si $x \le 0$

$$\varphi_r^* = \frac{A_1}{n+1} J_2\left(\underline{\underline{X}}_1\right)^{n+1} + \frac{A_2}{n+1} J_2\left(\underline{\underline{X}}_2\right)^{n+1} + \frac{B_1}{n+1} R_1^{n+1} + \frac{B_2}{n+1} R_2^{n+1}$$

L'énergie libre est écrite sous la forme :

$$\rho\psi = \rho\psi_e\left(\underline{\underline{\varepsilon}}_e,T\right) + \left(C_1/3\right)\underline{\underline{\alpha}}_1:\underline{\underline{\alpha}}_1 + \left(C_2/3\right)\underline{\underline{\alpha}}_2:\underline{\underline{\alpha}}_2 + \left(H_1/2\right)r_1^2 + \left(H_2/2\right)r_2^2$$

L'application de la règle de normalité donne :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \frac{3}{2}\dot{p}_1 \frac{\underline{\underline{\sigma}}'-\underline{\underline{X}}_1}{J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}-\underline{\underline{X}}_1\right)} + \frac{3}{2}\dot{p}_2 \frac{\underline{\underline{\sigma}}'-\underline{\underline{X}}_2}{J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}-\underline{\underline{X}}_2\right)}$$

avec :

$$\dot{p}_1 = K_1\left\langle J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}-\underline{\underline{X}}_1\right)-R_1\right\rangle^n$$

$$\dot{p}_2 = K_2\left\langle J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}-\underline{\underline{X}}_2\right)-R_2\right\rangle^n$$

Et les lois d'évolution des contraintes internes sont :

$$\dot{\underline{\underline{X}}}_1 = C_1\left(\frac{2}{3}\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{p1} - A_1 J_2\left(\underline{\underline{X}}_1\right)^{n-1}\underline{\underline{X}}_1\right)$$

$$\dot{\underline{\underline{X}}}_2 = C_2\left(\frac{2}{3}\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{p2} - A_2 J_2\left(\underline{\underline{X}}_2\right)^{n-1}\underline{\underline{X}}_2\right)$$

$$\dot{R}_1 = H_1\left(\dot{p}_1 - B_1 R_1^n\right)$$

$$\dot{R}_2 = H_2\left(\dot{p}_2 - B_2 R_2^n\right)$$

Ajustement sur : 91.12 (1er cycle)	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
K_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$2,77.10^{-5}$
A_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$6,31.10^{-8}$
C_1 (MPa)	830
B_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$2,84.10^{-5}$
H_1 (MPa)	545
K_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$8,56.10^{-6}$
A_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4,97.10^{-7}$
C_2 (MPa)	4470
B_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$3,16.10^{-7}$
H_2 (MPa)	190
Qualité de l'ajustement	$6,86.10^{-5}$

Notations : E désigne le module d'Young et K_1, A_1, B_1, C_1, H_1, K_2, A_2, B_2, C_2, et H_2 sont les coefficients du modèle.

Table VII-6: ajustement du modèle Série sur le premier cycle de l'essai 91.12

Ajustement sur : 11A	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
K_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$8,77.10^{-5}$
A_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$9,08.10^{-9}$
C_1 (MPa)	1563
B_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$2,15.10^{-5}$
H_1 (MPa)	1627
K_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$3,35.10^{-5}$
A_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4,05.10^{-7}$
C_2 (MPa)	$14,2.10^{8}$
B_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$1,52.10^{-9}$
H_2 (MPa)	369
Qualité de l'ajustement	$2,35.10^{-5}$

Notations : E désigne le module d'Young et K_1, A_1, B_1, C_1, H_1, K_2, A_2, B_2, C_2, et H_2 sont les coefficients du modèle.

Table VII-7: ajustement du modèle Série sur l'essai 11A.

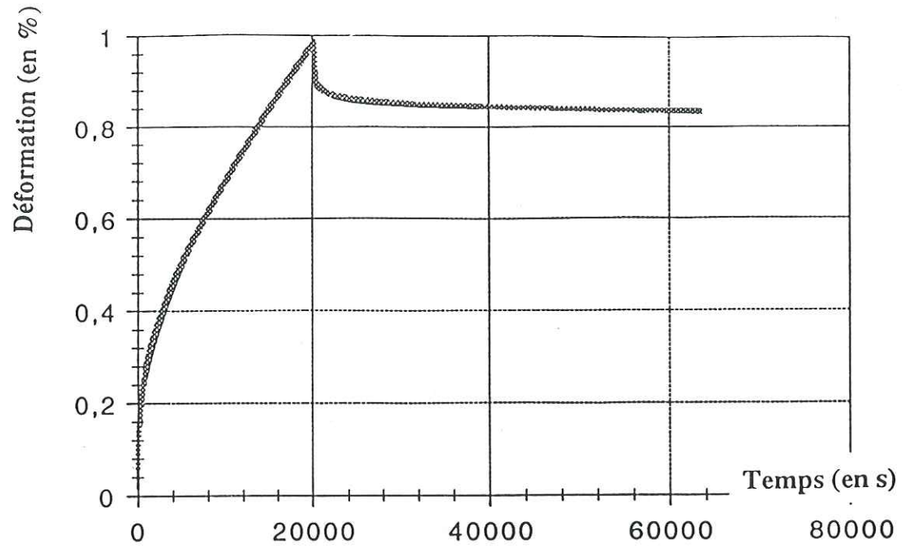


Figure VII-15: ajustement du modèle Série sur un essai de fluage suivi par une recouvrance (après que la vitesse minimale soit atteinte) (n°91.12)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

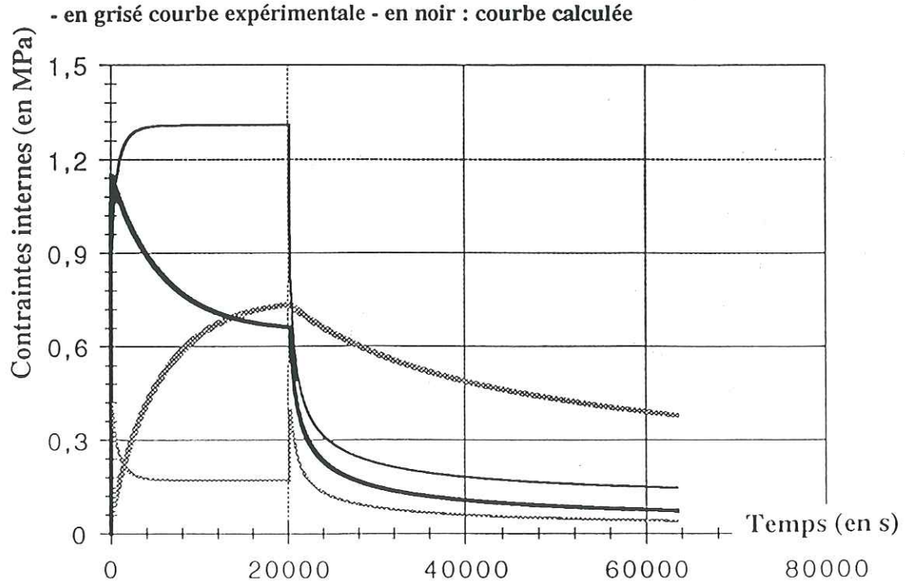


Figure VII-16: évolution des contraintes internes du modèle Série pendant un essai de fluage suivi par une recouvrance (après que la vitesse minimale soit atteinte) (n°91.12)

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en grisé fin: contrainte interne isotrope 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope 2

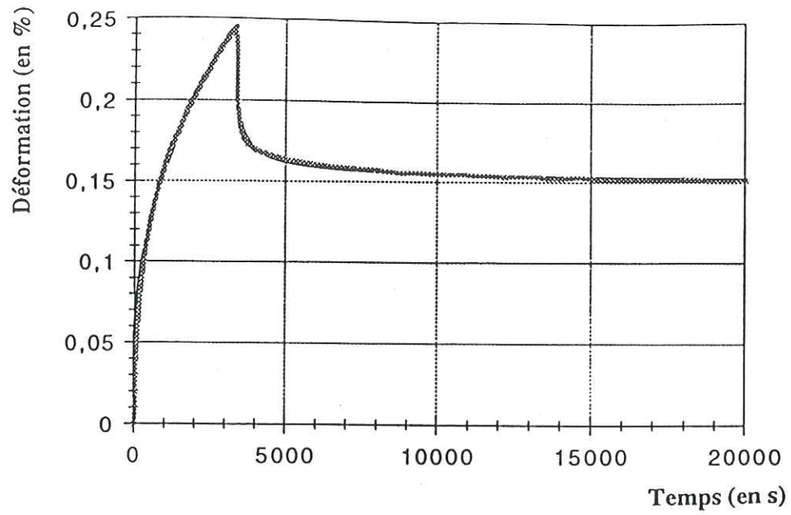


Figure VII-17: ajustement du modèle Série sur un essai de fluage suivi par une recouvrance (avant que la vitesse minimale soit atteinte) (n°11A)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

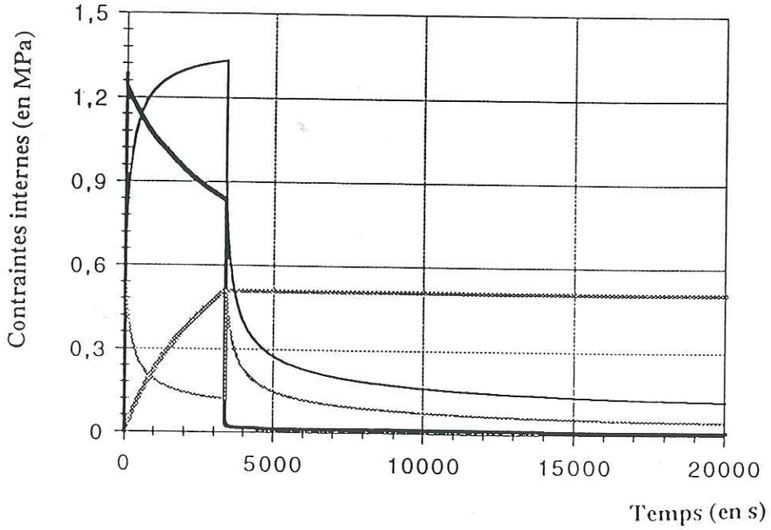


Figure VII-18: évolution des contraintes internes du modèle Série pendant un essai de fluage suivi par une recouvrance (avant que la vitesse minimale soit atteinte) (n°11A)

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en grisé fin: contrainte interne isotrope 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope 2

VII.3.3- Ecriture du modèle en compression uniaxiale

En désignant par σ la contrainte imposée, ε la déformation macroscopique, X_1 et X_2 les contraintes internes dans la direction de compression, R_1 et R_2 les contraintes internes isotropes et en posant $Z_1 = 3X_1/2$, $Z_2 = 3X_2/2$ et $n = 3$, les équations du modèle s'écrivent dans le cas de la compression uniaxiale :

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$$
$$\varepsilon_e = \sigma/E$$

$$\dot{\varepsilon}_p = \dot{\varepsilon}_{p1} + \dot{\varepsilon}_{p2}$$
$$\dot{\varepsilon}_{p1} = K_1 \left\langle |\sigma - Z_1| - R_1 \right\rangle^3 \frac{\sigma - Z_1}{|\sigma - Z_1|}$$
$$\dot{\varepsilon}_{p2} = K_2 \left\langle |\sigma - Z_2| - R_2 \right\rangle^3 \frac{\sigma - Z_2}{|\sigma - Z_2|}$$
$$\dot{Z}_1 = C_1 \left(\dot{\varepsilon}_{p1} - A_1 Z_1^3\right)$$
$$\dot{Z}_2 = C_2 \left(\dot{\varepsilon}_{p2} - A_2 Z_2^3\right)$$
$$\dot{R}_1 = H_1 \left(|\dot{\varepsilon}_{p1}| - B_1 R_1^3\right)$$
$$\dot{R}_2 = H_2 \left(|\dot{\varepsilon}_{p2}| - B_2 R_2^3\right)$$

VII.3.4- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale est atteinte avant la recouvrance

Le jeu de paramètres calculé est donné dans la table VII-6 et les résultats du calcul sont illustrés sur la figure VII-15. Nous constatons que l'ajustement de la courbe expérimentale est très bon.

La courbe VII-16 permet d'analyser l'évolution des contraintes internes. Celles correspondant au premier module de type "Le Gac et Duval" se comportent globalement de la même façon que pour le calcul du modèle de Le Gac et Duval (1980) (cf Ch VI, Fig VI-23) : la contrainte interne cinématique augmente pendant la charge tandis que la contrainte interne isotrope décroît; puis les deux contraintes internes se relaxent pendant la décharge.

Par contre, le comportement des contraintes internes correspondant au deuxième module est complètement inversé : c'est la contrainte interne cinématique qui décroît pendant la charge tandis que la contrainte interne isotrope augmente. A la décharge, ces deux contraintes internes diminuent.

Cette dissemblance du comportement des deux modules d'écrouissage permet de rendre compte de la déformation du matériau en charge/décharge, ce qui était le but recherché.

Ajustement sur : 91.12	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
K_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$8,82.10^{-6}$
A_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5,27.10^{-8}$
C_1 (MPa)	600
B_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5,86.10^{-6}$
H_1 (MPa)	245
K_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$1,08.10^{-5}$
A_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4,98.10^{-7}$
C_2 (MPa)	$5,90.10^{5}$
B_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$2,64.10^{-7}$
H_2 (MPa)	155
Qualité de l'ajustement	$1,27.10^{-4}$

Notations : E désigne le module d'Young et K_1, A_1, B_1, C_1, H_1, K_2, A_2, B_2, C_2, et H_2 sont les coefficients du modèle.

Table VII-8: ajustement du modèle Série sur l'essai 91.12.

Ajustement sur : 11B	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
K_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$1,33.10^{-5}$
A_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$1,25.10^{-8}$
C_1 (MPa)	2315
B_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	21,38
H_1 (MPa)	2
K_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$3,16.10^{-5}$
A_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4,12.10^{-7}$
C_2 (MPa)	11530
B_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5,90.10^{-7}$
H_2 (MPa)	430
Qualité de l'ajustement	$3,43.10^{-5}$

Notations : E désigne le module d'Young et K_1, A_1, B_1, C_1, H_1, K_2, A_2, B_2, C_2, et H_2 sont les coefficients du modèle.

Table VII-9: ajustement du modèle Série sur l'essai 11B.

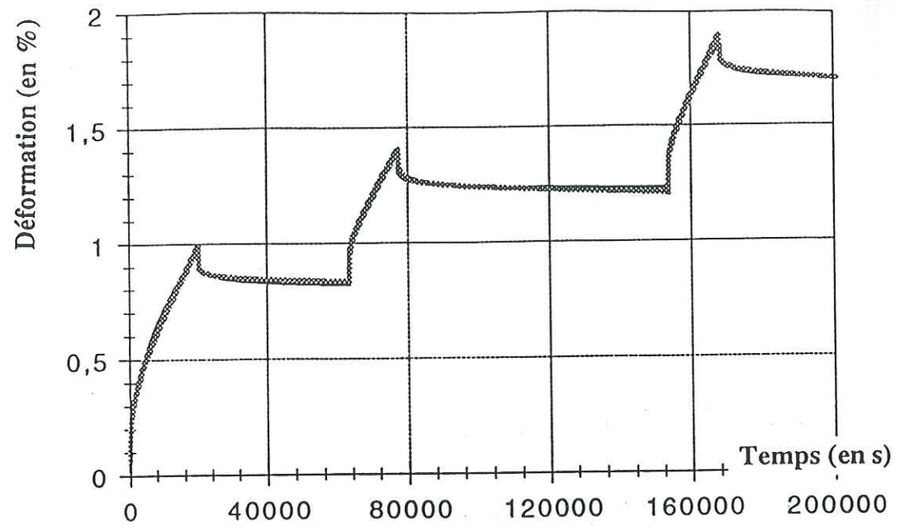


Figure VII-19: ajustement du modèle Série sur un essai de fluage quasi-cyclique (n°91.12)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

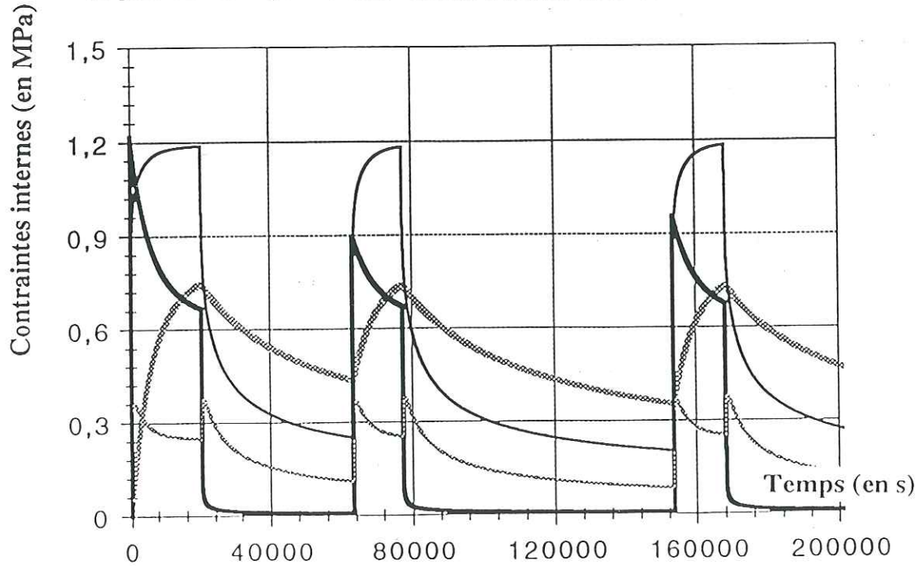


Figure VII-20: évolution des contraintes internes du modèle Série pendant un essai de fluage quasi-cyclique (n°91.12)

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en grisé fin: contrainte interne isotrope 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope 2

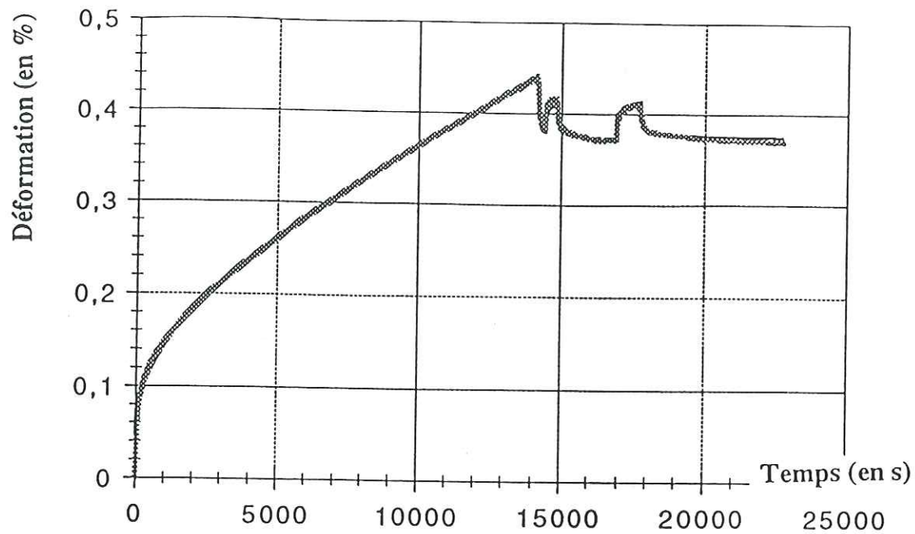


Figure VII-21: ajustement du modèle Série sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance (n°11B)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

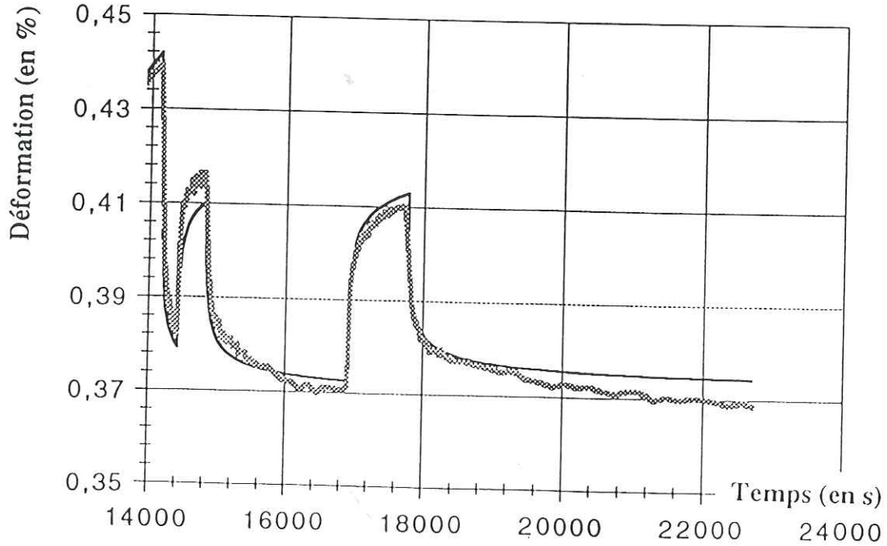


Figure VII-22: ajustement du modèle Série sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance (n°11B) - détail des ressauts

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

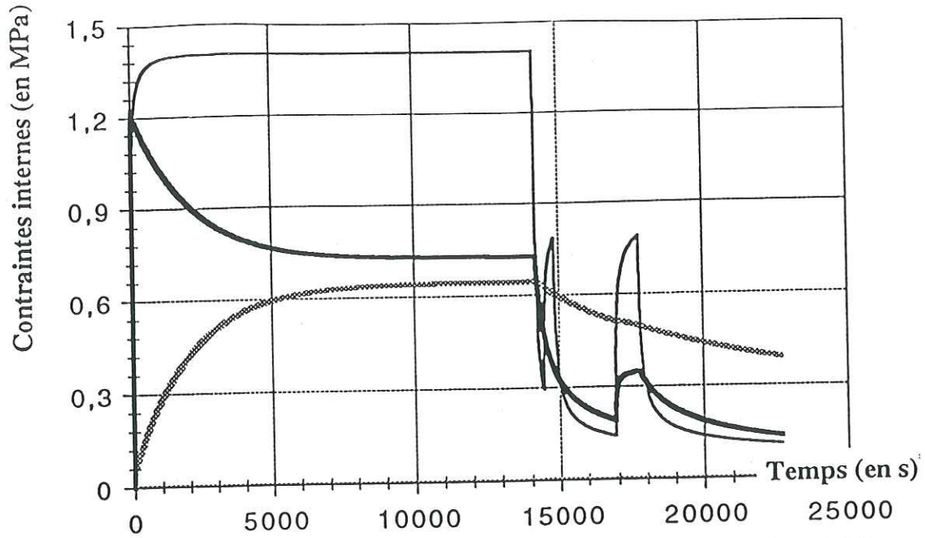


Figure VII-23: évolution des contraintes internes du modèle Série pendant un essai de fluage avec variations de charge lors de la recouvrance (n°11B)

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en grisé fin: contrainte interne isotrope 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope 2

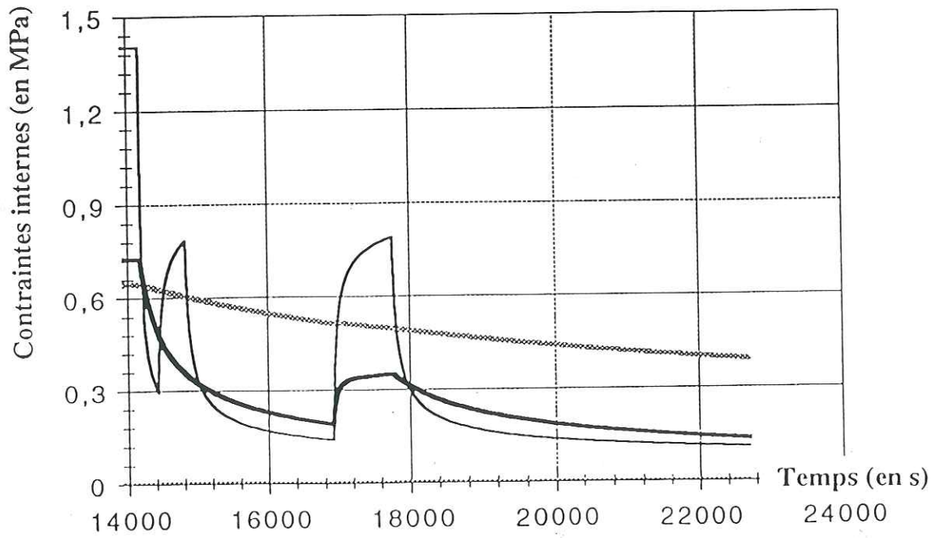


Figure VII-24: évolution des contraintes internes du modèle Série pendant un essai de fluage avec variations de charge lors de la recouvrance (n°11B) - détail des ressauts

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope

Ajustement sur : 9C	
Paramètres d'entrée	
E (MPa)	9500
K_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$2,73.10^{-5}$
A_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$4,75.10^{-8}$
C_1 (MPa)	1465
B_1 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$2,67.10^{-5}$
H_1 (MPa)	915
K_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$1,69.10^{-5}$
A_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$5,18.10^{-7}$
C_2 (MPa)	6085
B_2 ($MPa^{-3}.s^{-1}$)	$1,23.10^{-6}$
H_2 (MPa)	245
Qualité de l'ajustement	$4,05.10^{-5}$

Notations : E désigne le module d'Young et K_1, A_1, B_1, C_1, H_1, K_2, A_2, B_2, C_2, et H_2 sont les coefficients du modèle.

Table VII-10: ajustement du modèle Série sur l'essai 9C.

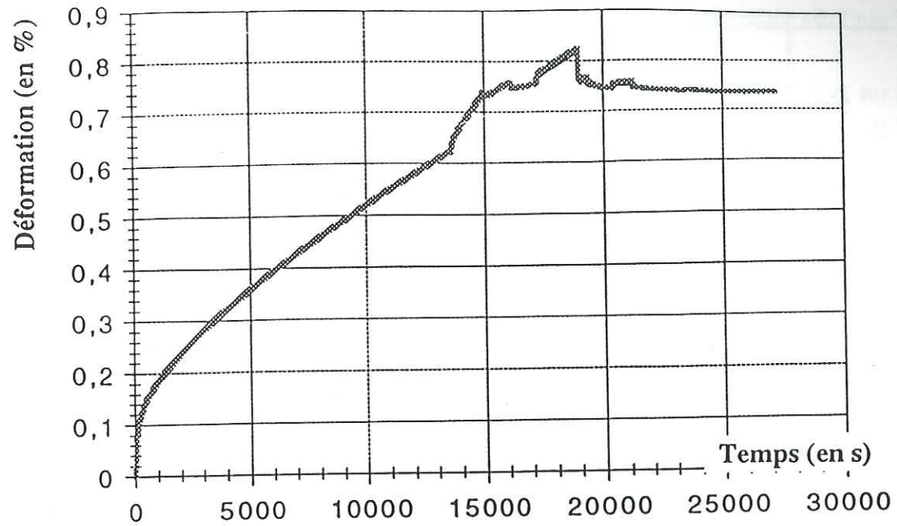


Figure VII-25: ajustement du modèle Série sur un essai de fluage avec variations de charge pendant le régime permanent et pendant la recouvrance (n°9C)

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

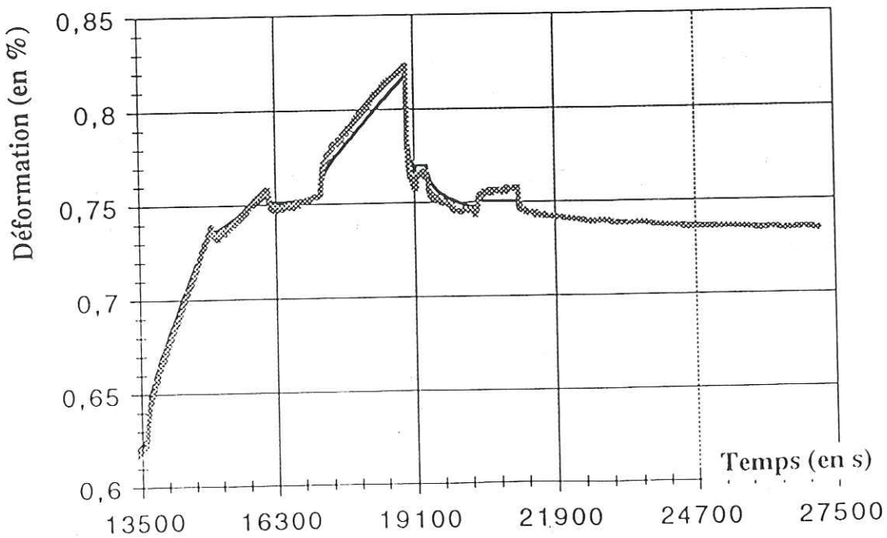


Figure VII-26: ajustement du modèle Série sur un essai de fluage avec variations de charge pendant le régime permanent et pendant la recouvrance (n°9C) - détail des ressauts

- en grisé courbe expérimentale - en noir : courbe calculée

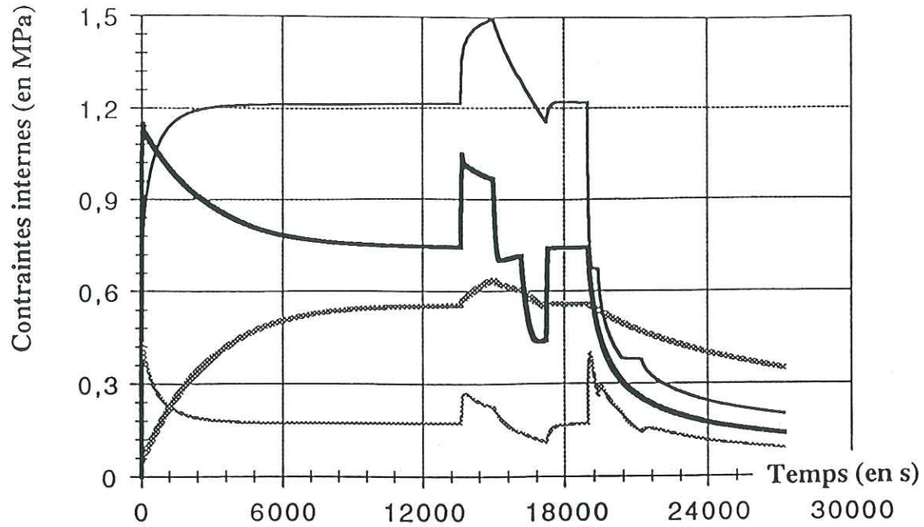


Figure VII-27: évolution des contraintes internes du modèle Série pendant un essai de fluage avec variations de charge lors du régime permanent et lors de la recouvrance (n°9C)

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en grisé fin: contrainte interne isotrope 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope 2

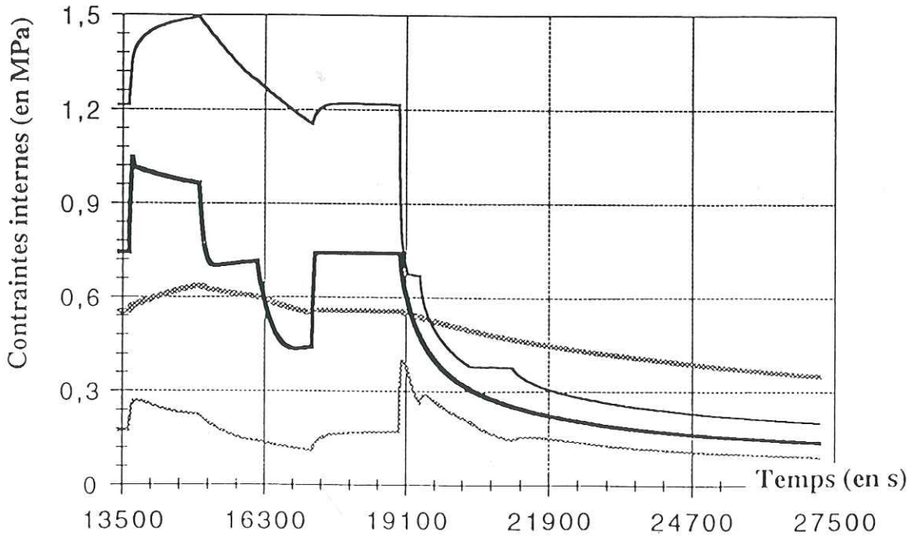


Figure VII-28: évolution des contraintes internes du modèle Série pendant un essai de fluage avec variations de charge lors du régime permanent et lors de la recouvrance (n°9C) - détail des ressauts

- en noir fin: contrainte interne cinématique 1 - en grisé fin: contrainte interne isotrope 1 - en noir épais: contrainte interne cinématique 2 - en grisé: contrainte interne isotrope 2

VII.3.5- Ajustement sur un essai de fluage où la vitesse minimale n'est pas atteinte avant la recouvrance

Les résultats de l'ajustement de cet essai donnés dans la table VII-7 et sur la figure VII-17 sont tout à fait acceptables, bien que légèrement moins bon que le précédent.

La figure VII-18 donne l'évolution des contraintes internes. Nous n'observons pas de différence particulière par rapport au calcul précédent, il existe toujours une sorte de "comportement croisé" entre les contraintes internes correspondant aux deux modules de type "Le Gac et Duval" placés en série.

VII.3.6- Ajustement sur un essai de fluage quasi-cyclique

Les coefficients optimisés, indiqués dans la table VII-8, ont permis d'obtenir la courbe ajustée illustrée sur la figure VII-19. Les valeurs diffèrent de celles obtenues sur le premier cycle de l'essai 91.12. En fait, si l'on avait calculé la courbe complète avec le jeu de paramètres optimisé sur le premier cycle seulement, l'ajustement aurait été nettement moins bon.

De plus, la valeur élevée du coefficient C_2 signifie simplement que la branche correspondante du modèle est très rigide et n'intervient pratiquement pas dans le calcul. Nous avons :

$C_2 >> E$ (E, module d'élasticité, égal à 9500 MPa).

L'évolution des contraintes internes donnée par la figure VII-20 est conforme aux remarques formulées précédemment (cf §3.4 et 3.5).

VII.3.7- Ajustement sur un essai de fluage avec variations de charge pendant la recouvrance

L'ajustement de la courbe expérimentale est très bon (cf Table VII-9, fig VII-21 et VII-22). Les ressauts de déformation en décharge sont correctement modélisés, ce qui est un progrès par rapport au modèle précédent (cf §2.7).

L'analyse des contraintes internes (Fig VII-23 et VII-24), nous montre que c'est la contrainte interne cinématique du premier module qui intervient lors des faibles incréments de charge tandis que la contrainte interne isotrope reste voisine de 0 et ne joue donc pratiquement aucun rôle dans le calcul.

VII.3.8- Ajustement sur un essai de fluage avec perturbation de charge autour de la contrainte nominale

Pour cet essai, l'ajustement de la courbe expérimentale est tout à fait acceptable (cf Table VII-10 et Fig VII-25 à VII-28). Des écarts avec l'expérience sont notés toutefois lors des décharges partielles en régime permanent où la valeur de la déformation recouvrée calculée reste insuffisante et lors des incréments de

charge pendant la recouvrance où les valeurs des ressauts de déformation calculées sont trop petites.

VII.3.9- Discussion

Dans l'ensemble, le comportement du modèle Série est tout à fait satisfaisant: il permet d'approcher des essais simples de charge/décharge, des essais cycliques et même des expériences de perturbation de charge autour de la contrainte nominale, ce qui constitue un progrès par rapport au modèle précédent (cf §VII-2).

Mais, si les deux modules du modèle placés en série permettent de rendre compte des comportements différents qui apparaissent expérimentalement à la charge et à la décharge, l'interprétation physique des différentes composantes du modèle reste délicate.

Ainsi, pour pallier aux insuffisances du modèle qui peuvent se percevoir lors du dernier ajustement réalisé (cf §3.8), il conviendrait peut-être d'essayer diverses combinaisons des éléments du modèle (par exemple un modèle mixte Parallèle-Série) avant d'ajouter des éléments supplémentaires qui introduisent dans le même temps des paramètres nouveaux. Ceux-ci viennent alors compliquer les calculs et rendent difficile une interprétation physique.

CHAPITRE VIII

Conclusions et perspectives d'avenir

Au cours de ce travail, nous nous sommes intéressés au comportement mécanique transitoire de la glace polycristalline à la limite du domaine de transition ductile-fragile. Le terme transitoire désigne dans notre étude la phase de la déformation qui précède l'établissement d'un régime permanent et qui fait suite en pratique à tout changement de la contrainte appliquée sur l'échantillon. En utilisant les moyens techniques disponibles au laboratoire, nous avons conduit une série d'essais expérimentaux en compression uniaxiale. Etant donné le domaine relativement nouveau étudié et la précision requise, nous avons pu constater que nos mesures restent entachées d'une importante dispersion. Quelques caractéristiques de la déformation transitoire ont cependant été mises en évidence. Celle-ci peut ainsi se décomposer en une partie recouvrable et une partie irréversible. L'analyse des quelques expériences cycliques que nous avons réalisées semble montrer que la partie permanente de cette déformation est acquise lors du premier chargement puis augmente légèrement au cours des cycles tandis que la partie recouvrable reste à peu près constante. Les quelques essais corrects de charge/décharge et de décharge partielle dont nous disposons semblent indiquer que la déformation recouvrée est fonction d'une loi quadratique du décrément de contrainte appliqué. Mais le faible nombre de points expérimentaux obtenus nous oblige à être réservés à propos de cette loi et des essais supplémentaires seraient nécessaires afin de la confirmer.

Disposant d'un certain nombre d'expériences en fluage, nous avons également évalué les principaux modèles publiés à ce jour pour le fluage transitoire, sur quelques courbes expérimentales types.

Tout d'abord, il est apparu que le modèle de Sinha (1979) diverge nettement de la réalité : à chaque décharge, la simulation prévoit que la déformation transitoire est entièrement recouvrée, or nos résultats expérimentaux montrent que celle-ci comporte une partie non-recouvrable. La fonction de fluage choisie à la charge n'est donc pas du tout adaptée à la décharge (du moins pour la glace équiaxe).

L'approche de Lliboutry (1987) qui inclut la loi d'Andrade à la charge et une fonction logarithmique à la décharge reproduit nettement mieux nos courbes expérimentales de charge/décharge. Les tests effectués sur des chemins de contrainte plus complexes se sont révélés plus approximatifs mais il est vrai que le modèle n'a réellement été conçu que pour une expérience simple de charge/décharge.

Mais, pour une utilisation ultérieure à trois dimensions dans un code aux éléments finis, et pour une extension au cas de l'endommagement, nous devons également approfondir les lois de comportement reposant sur une approche thermodynamique de la déformation avec utilisation de "variables cachées" qui sont plus simples à utiliser numériquement que les lois précédentes.

Cependant, les deux principaux modèles existants à ce jour pour la glace (Le Gac et Duval, 1980 et Shyam Sunder et Wu, 1989a-b), donnent encore des résultats

trop approximatifs dans le cas de la compression uniaxiale. Aucun des deux modèles n'est capable de reproduire correctement une expérience de charge/décharge. Les variations de la déformation faisant suite aux perturbations de la contrainte nominale sont également très mal modélisées. Notamment, le modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b), dont la variable interne d'écrouissage n'est pas restaurée lors d'une décharge prédit une phase transitoire trop courte lors des mises en charge suivantes. Le modèle de Le Gac et Duval (1980) nous paraît ainsi plus prometteur si l'on désire élaborer une loi de comportement satisfaisante.

La nouveauté essentielle à apporter est la prise en compte de nouveaux mécanismes de déformation qui puissent modéliser la décharge et réagir quasi-instantanément à chaque variation de la contrainte appliquée. Les modèles proposés au chapitre VII prennent en compte un mécanisme d'écrouissage supplémentaire et de ce fait reflètent mieux la réalité observée (notamment pour les expériences de charge/décharge). Les imperfections résiduelles des ajustements réalisés sur des expériences d'hésitation au fluage laissent supposer que le mécanisme supplémentaire n'est pas suffisant et qu'un nouveau module doit être rajouté. Celui-ci jouerait alors un rôle seulement lors des faibles perturbations de charge autour de la contrainte nominale. Toutefois, la complexité des nouveaux modèles proposés, tant du point de vue du calcul numérique que de l'interprétation physique, doit nous inciter dans un premier temps à envisager d'autres types de lois de comportement, par combinaison des éléments existants, en essayant de ne pas augmenter le nombre de paramètres à ajuster.

Ainsi, un modèle a dernièrement été envisagé comprenant un nombre réduit de paramètres à ajuster : 7 (Meyssonnier et Goubert, 1993, cf Annexe VIII-1). Son approche repose sur une partition de la déformation visco-plastique ε_p en deux parties : l'une ε_k est gouvernée par l'écrouissage cinématique et l'autre ε_i par l'écrouissage isotrope : $\varepsilon_p = \varepsilon_k + \varepsilon_i$. Les calculs numériques effectués sur les essais 91.12 et 11B sont tout à fait satisfaisants : le modèle se révèle plus proche de la réalité que les modèles de Le Gac et Duval (1980) et Shyam Sunder et Wu (1989a-b) et il reste aussi bon que les modèles présentés au chapitre VII. Ses principales améliorations par rapport à ces derniers sont le nombre moindre de degrés de liberté et l'interprétation physique plus claire. En effet, nos expériences ont montré que la déformation transitoire peut être divisée en une composante irréversible et une composante recouvrable, la première résultant de l'écrouissage isotrope et en partie de l'écrouissage cinématique tandis que la seconde est dûe uniquement à l'écrouissage cinématique.

Finalement, cette étude est encore loin de résoudre tous les problèmes qui se posent lors de la modélisation du fluage transitoire. Si quelques hypothèses ont été émises pour caractériser la déformation transitoire, des essais supplémentaires dans

une gamme de contrainte étendue (de 0,1 à 2 MPa) et éventuellement sur d'autres types de glace (glace columnaire) seraient nécessaires pour confirmer et approfondir ces résultats, ainsi qu'une étude de l'influence de la température et de la taille de grain.. Des expériences en torsion et en torsion-compression devraient également être menées afin de pouvoir travailler à l'élaboration d'un modèle multiaxial. Enfin, des essais sur le matériau endommagé seraient aussi indispensables à l'extension d'un modèle de comportement avec variables internes au cas de l'endommagement. Toutefois, avant d'élargir le champ des essais expérimentaux, un effort préalable doit être fait afin de réduire la dispersion des mesures. Nous avons suggéré des propositions afin d'améliorer la procédure expérimentale. Celles-ci nécessitent des investissements aussi bien en argent qu'en personnel et il est probable que nous n'arriverons pas à réaliser des expériences réellement satisfaisantes (c'est-à-dire donnant des résultats quantitatifs) avant encore quelques années d'efforts.

Références bibliographiques

ASHBY, M. F. and DUVAL, P., 1985 : "The creep of polycrystalline ice" - *Cold Regions and Science Technology*, 11, pp285-300.

AUBERTIN, M., 1992 : "On the constitutive modeling of transient creep in polycrystalline ice by S. Shyam Sunder and M.S. Wu" - *Cold Regions and Science Technology*, 20, pp225-227.

BRILL, R. and CAMP, P. R., 1961 : "Properties of Ice" - *US Army Snow and Permafrost Research Establishment* - Research Report n°68, 48pp.

COLE, D. M., 1979 : "Preparation of polycristalline ice specimens for laboratory experiments" - *Cold Regions and Science Technology*, 1, pp153-159.

COLE, D. M., 1989 : "Microfracture and the compressive failure of polycrystalline ice" - *Presented at the IUTAM/IAHR Symposium on ice-structure interaction, St John's, Newfoundland, August 14-18.*

COLE, D. M., 1990 : "Reversed direct-stress testing of ice : initial experimental results and analysis" - *Cold Regions and Science Technology*, 18, pp303-321.

COLE, D. M., 1991 : "Anelastic straining in polycristalline ice" - *Proceedings of the Sixth International Cold Regions Engineering Specialty Conference, ASCE, February 26-28, W. Lebanon, NH,* pp505-518.

DUVAL, P., 1976 : "Lois du fluage transitoire ou permanent de la glace polycristalline pour divers états de contrainte" - *Annales Geophysicae*, Vol 32, pp335-350.

DUVAL, P., 1978 : "Anelastic behavior of polycrystalline ice" - *Journal of Glaciology*, Vol 21, n°85, pp621-628.

DUVAL, P. and LE GAC, H., 1980 : "Does the permanent creep-rate of polycrystalline ice increase with crystal size ?" - *Journal of Glaciology*, Vol 25, n°91.

DUVAL, P., 1981 : "Creep and fabrics of polycrystalline under shear and compression" - *Journal of Glaciology*, Vol 27, n°95, pp129-140.

DUVAL, P., ASHBY, M. F., ANDERMAN, I., 1983 : "Rate-controlling processes in the creep of polycristalline ice" - *Journal of Physical Chemistry*, Vol 87, pp4066-4074.

DUVAL, P., KALIFA, P., LESTRINGANT, R., 1991 : "Visco-elasticity and the compressive failure of polycrystalline ice" - *Proceedings of the Sixth International Cold Regions Engineering Specialty Conference, ASCE, February 26-28, W. Lebanon, NH,* pp 494-503.

FUKUDA, A., HONDOH, T. and HIGASHI, A., 1987 : "Dislocation mechanisms of plastic deformation of ice" - *Journal de Physique*, C1, n°3, pp163-173.

GLEN, J. W., 1955 : "The creep of polycristalline ice" - *Proceedings of the Royal Society*, Vol 228, n°1175, pp519-538.

GLEN, J. W., 1975 : "The mechanics of ice" - *Cold Regions Research and Engineering Laboratory,* Monograph II-C2b, pp1-43.

GOLD, L. W., 1972 : "The process of failure of columnar-grained ice" - *Philosophical Magazine*, Vol 26, n°2, pp311-327.

GOODMAN, D. J., FROST, H. J., ASHBY, M. F., 1981 : "The plasticity of polycristalline ice" - *Philosophical Magazine A,* Vol 43, n°3, pp665-695.

HAWKES, I. et MELLOR, M., 1972 : "Deformation and fracture of ice under uniaxial stress" - *Journal of Glaciology,* Vol 11, n°6, pp103-131.

HOOKE, R. et al, 1980 : "Mechanical properties of polycristalline ice : an assessment of current knowledge and priorities for research" - *Cold Regions and Science Technology,* 3, pp263-275.

HUTCHINSON, J. W., 1977 : "Creep and plasticity of hexagonal polycristals as related to single crystal slip" - *Metallurgical Transaction A,* Vol 8, pp1465-1469.

JACKA, T. H., 1984 : "The time and strain required for development of minimum strain rates in ice" - *Cold Regions and Science Technology,* 8, pp261-268.

JACKA, T. H. and LILE, R. C., 1984 : "Sample preparation techniques and compression apparatus for ice flow studies" - *Cold Regions and Science Technology,* 8, pp235-240.

JONES, S. J. and GLEN, J. W., 1969 : "The mechanical properties of single crystals of pure ice" - *Journal of Glaciology,* Vol 8, n°54, pp463-473.

KALIFA, P., 1988 : "Contribution à l'étude de la fissuration dans la glace polycristalline en compression" - *Thèse de doctorat de l'Université de Grenoble I.*

LE GAC, H., 1980 : "Contribution à la détermination des lois de comportement de la glace polycristalline" - *Thèse de troisième cycle de l'Université de Grenoble I.* Publication LGGE, n°293.

LE GAC, H. and DUVAL, P., 1980 : "Constitutive relations for the non-elastic deformation of polycrystalline ice" - In *Physics and Mechanics of Ice, IUTAM Symposium, Copenhagen, 1979* (P. Tryde Ed.), Springer Verlag, Berlin, pp51-59.

LEGRAS, J., 1971 : "Méthodes et techniques de l'analyse numérique" - *Dunod,* 321pp.

LEMAITRE, J., and CHABOCHE, J.-L., 1985 : "Mécanique des matériaux solides" - *Dunod*, 544pp.

LLIBOUTRY, L., et DUVAL, P., 1985 : "Various isotropic and anisotropic ices found in glaciers and polar ice caps and their corresponding rheologies" - *Annales Geophysicae,* Vol 3, n°2, pp207-224.

LLIBOUTRY, L. A., 1987 : "Very Slow Flows of Solids" - *Martinus Nijhoff Publishers,* 510pp.

MELLOR, M., and COLE, D. M., 1982 : "Deformation and failure of ice under constant stress or constant strain-rate" - *Cold Regions and Science Technology*, 5, pp201-219.

MEYSSONNIER, J., GOUBERT, A., DUVAL, P., LESTRINGANT, R., 1990 : "Fluage transitoire de la glace polycristalline en compression" - *25ème Colloque du Groupe Français de Rhéologie : "Rhéologie des Matériaux du Génie Civil, Grenoble, 28-30 Novembre 1990.*

MEYSSONNIER, J., and GOUBERT, A., 1993 : "Transient creep of polycrystalline ice under uniaxial compression : an assessment of internal state variable models" - *Annals of Glaciology* (accepté).

MICHEL, B. et RAMSEIER, R. O., 1969 : "Classification of river and lake ice based on its genesis, structure and texture" - *Departement de Génie Civil, Université Laval, Québec, Canada,* Report S-15.

MUGURAMA, J., and HIGASHI, A., 1963 : "Non basal glide bands in ice crystal" - *Nature*, n°198, p573.

NEVEL, D. E., 1976 : "Creep theory for a floating ice sheet" - *Cold Regions Research and Engineering Laboratory,* Report, n°76-4, Hanover, New Hampshire, 98pp.

OGURO, M., and HIGASHI, A., 1971 : "Concentric dislocation loops with [0001] Burger vectors in ice single crystals doped with NH3" - *Philosophical Magazine,* 24, pp713-718.

OROWAN, E., 1947 : "The creep of metals" - *Journal of West Scotland Iron and Steel Institute*, n°54, pp45-96.

SANTAOJA, K., 1991 : "Thermodynamical considerations on the material model for creep proposed by Le Gac and Duval" - *Technical Research Center of Finland, Espoo,* VTT Research Report n°731.

SHYAM SUNDER, S. et WU, M. S., 1989a : "A differential flow model for polycrystalline ice" - *Cold Regions and Science Technology*, Vol 16, pp45-62.

SHYAM SUNDER, S. et WU, M. S., 1989b : "A multiaxial differential model of flow in orthotropic polycrystalline ice" - *Cold Regions and Science Technology*, 16, pp223-235.

SINHA, N. K., 1978a : "Rheology of columnar-grained ice" - *Experimental Mechanics*, Vol 18, n°12, pp464-470.

SINHA, N. K., 1978b : "Observations of basal dislocations in ice by etching and replicating" - *Journal of Glaciology*, Vol 21, n°85, pp385-395.

SINHA, N. K., 1978c : "Short-term rheology of polycrystalline ice" - *Journal of Glaciology*, Vol 21, n°85, pp457-473.

SINHA, N. K., 1979 : "Grain boundary sliding in polycristalline materials" - *Philosophical Magazine A*, Vol 40, n°6, pp825-842.

SINHA, N. K., 1983 : "Creep model of ice for monotonically increasing stress" - *Cold Regions and Science Technology*, 8, pp25-33.

SINHA, N. K., 1984 : "Intercrystalline cracking, grain-boundary sliding and delayed elasticity at high temperatures" - *Journal of Material Science*, n°19, pp359-376.

WEERTMAN, J., 1983 : "Creep deformation of ice" - *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, 11, pp215-240.

WHITE, C. S., BRONKHORST, C. A., ANAND, L., 1990 : "An improved isotropic-kinematic hardening model for moderate deformation metal plasticity" - *Mechanics of Materials*, 10, pp127-147.

WU, M. S., SHYAM SUNDER, S., 1992 : "On the constitutive modeling of transient creep in polycrystalline ice : reply to the comments of M. Aubertin" - *Cold Regions and Science Technology,* 20, pp315-319.

ANNEXE II-1

Relations données en état de régime permanent pour le modèle de Duval et Le Gac (1980)

Les équations du modèle sont (cf Ch II, §3.3, eq II.5) :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \frac{3}{2}\,\dot{p}\,\frac{\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}}{J_2\left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}\right)}$$

$$\dot{p} = K\left\langle J_2\left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}\right) - R\right\rangle^n \qquad \text{(A-II-1.1)}$$

$$\dot{\underline{\underline{X}}} = C\left(\frac{2}{3}\,\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p - A\,\underline{\underline{X}}\,J_2\left(\underline{\underline{X}}\right)^{m-1}\right)$$

$$\dot{R} = H\left(\dot{p} - B\,R^q\right)$$

La loi de Glen s'écrit (cf Ch II, §3.2, eq II.4) :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v = \frac{3}{2}\,\overline{K}\,J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right)^{n-1}\,\underline{\underline{\sigma}}'$$

Tout d'abord, remarquons que la loi d'évolution de $\underline{\underline{X}}$ donnée par la troisième équation du système (A-II-1.1) ajoutée à l'hypothèse d'incompressibilité plastique ($\mathrm{Tr}\left(\underline{\underline{\varepsilon}}_p\right) = 0$) entraînent que si $\underline{\underline{X}}(t=0)$ est déviatoire, $\underline{\underline{X}}$ reste déviatoire. Dans le cas où $\underline{\underline{X}}(t=0)$ n'est pas déviatoire, c'est le déviateur de $\underline{\underline{X}}$, soit $\underline{\underline{X}}'$, qui intervient dans les équations du système précédent (A-II-1.1) et non plus $\underline{\underline{X}}$ mais le modèle reste inchangé dans sa formulation. Pour simplifier l'écriture des équations, nous supposons donc que $\underline{\underline{X}}$ est déviatoire.

En état de régime permanent, la vitesse de déformation plastique est donnée par la loi de Glen et les contraintes internes se sont stabilisées à des valeurs constantes, autrement dit :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v,\ \dot{\underline{\underline{X}}} = 0 \text{ et } \dot{R} = 0$$

En appelant $\overline{\underline{\underline{X}}}$ et $\overline{R}$ les valeurs limites des contraintes internes, nous pouvons écrire :

$$\overline{\underline{\underline{X}}} = k\,\underline{\underline{\sigma}}' \qquad \text{(A-II-1.2)}$$

et $$\overline{R} = k'\,J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right) \qquad \text{(A-II-1.3)}$$

où k et k' sont des scalaires qui peuvent éventuellement dépendre de $\underline{\underline{\sigma}}$.

Le système (A-II-1.1) s'écrit alors :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \frac{3}{2}\,\dot{p}\,\frac{\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{\overline{X}}}}{J_2\left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\overline{X}}}\right)} \qquad \text{(A-II-1.4)}$$

$$\dot{p} = K\left(J_2\left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\overline{X}}}\right) - \overline{R}\right)^n \quad (\dot{p} \text{ est supposé non nul}) \qquad \text{(A-II-1.5)}$$

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \frac{3}{2} A\,\underline{\underline{\overline{X}}}\,J_2\left(\underline{\underline{\overline{X}}}\right)^{m-1} \qquad \text{(A-II-1.6)}$$

$$\dot{p} = B\,\overline{R}^q \qquad \text{(A-II-1.7)}$$

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \frac{3}{2}\,\overline{K}\,J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right)^{n-1}\underline{\underline{\sigma}}' \qquad \text{(A-II-1.8)}$$

Nous cherchons dans un premier temps les expressions de k et k'. Les relations (A-II-1.2), (A-II-1.6) et (A-II-1.8) donnent :

$$\overline{K}\,J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right)^{n-1}\underline{\underline{\sigma}}' = A\,k^m\,J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right)^{m-1}\underline{\underline{\sigma}}'$$

d'où :

$$k = \left(\frac{\overline{K}}{A}\right)^{1/m} J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right)^{n/m-1} \qquad \text{(A-II-1.9)}$$

Les relations (A-II-1.4) et (A-II-1.7) donnent :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \frac{3}{2}\,B\,\overline{R}^q\,\frac{\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{\overline{X}}}}{J_2\left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\overline{X}}}\right)}$$

or, $\underline{\underline{X}}$ étant déviatoire :

$$J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{\overline{X}}}\right) = J_2\left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\overline{X}}}\right)$$

d'où :

$$J_2\left(\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p\right) = \frac{3}{2}\,B\,\overline{R}^q$$

En tenant compte de (A-II-1.3) et de (A-II-1.8), nous obtenons :

$$\overline{K}\,J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right)^n = B\,k'^q\,J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right)^q$$

d'où :

$$k' = \left(\frac{\overline{K}}{B}\right)^{1/q} J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right)^{n/q-1} \qquad \text{(A-II-1.10)}$$

Les relations (A-II-1.4) et (A-II-1.5) donnent :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \frac{3}{2}\,K\left(J_2\left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\overline{X}}}\right) - \overline{R}\right)^n \frac{\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{\overline{X}}}}{J_2\left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\overline{X}}}\right)}$$

d'où, avec (A-II-1.2), (A-II-1.3), (A-II-1.9) et (A-II-1.10) :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \frac{3}{2}\,K\left(1 - \left(\frac{\overline{K}}{A}\right)^{1/m} J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right)^{n/m-1} - \left(\frac{\overline{K}}{B}\right)^{1/q} J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right)^{n/q-1}\right)^n J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right)^{n-1}\underline{\underline{\sigma}}'$$

Par identification avec (A-II-1.8), il vient :

$$\left(\frac{\overline{K}}{K}\right)^{1/n} = 1 - \left(\frac{\overline{K}}{A}\right)^{1/m} J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right)^{n/m-1} - \left(\frac{\overline{K}}{B}\right)^{1/q} J_2\left(\underline{\underline{\sigma}}\right)^{n/q-1} \qquad \text{(A-II-1.11)}$$

Or les constantes $\overline{K}$, K, A et B sont indépendantes de $\underline{\underline{\sigma}}$, d'où nécessairement :

$$\boxed{n=m=q}$$

et les relations (A-II-1.9), (A-II-1.10) et (A-II-1.11) deviennent :

$$\boxed{\begin{aligned} &\left(\frac{1}{\overline{K}}\right)^{1/n} = \left(\frac{1}{K}\right)^{1/n} + \left(\frac{1}{A}\right)^{1/n} + \left(\frac{1}{B}\right)^{1/n} \\ &k = \left(\frac{\overline{K}}{A}\right)^{1/n} \\ &k' = \left(\frac{\overline{K}}{B}\right)^{1/n} \end{aligned}}$$

ANNEXE II-2

Expression de la fonction g(r) de l'énergie libre spécifique du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b)

Rappelons dans un premier temps quelques lois d'évolution du modèle de Shyam Sunder et Wu (1989a-b) présentées au Chapitre II.

La partie transitoire du potentiel viscoplastique de dissipation s'écrit :

$$\varphi_t^* = \frac{\overline{K}}{n+1} \frac{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})^{n+1}}{R^n} \qquad \text{(A-II-2.1)}$$

La déformation visco-plastique se décompose en :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_t + \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v \qquad \text{(A-II-2.2)}$$

avec :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_t = \frac{3}{2} \overline{K} \left(\frac{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})}{R} \right)^n \frac{\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} \qquad \text{(A-II-2.3)}$$

et :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v = \frac{3}{2} \overline{K} J_2(\underline{\underline{\sigma}})^{n-1} \underline{\underline{\sigma}}' \qquad \text{(loi de Glen)} \qquad \text{(A-II-2.4)}$$

La loi d'évolution de $\underline{\underline{X}}$ est donnée par :

$$\underline{\underline{X}} = \frac{2}{3} A \underline{\underline{\varepsilon}}_t \qquad \text{(A-II-2.5)}$$

Formulons une remarque préliminaire. D'après l'hypothèse d'incompressibilité plastique : $Tr(\underline{\underline{\varepsilon}}_p) = 0$. Puis, $Tr(\underline{\underline{\varepsilon}}_v) = 0$, d'après (A-II-2.4), donc $Tr(\underline{\underline{\varepsilon}}_t) = 0$ et $\underline{\underline{X}}$ est déviatoire.

La règle de normalité des matériaux standards généralisés donne :

$$\dot{r} = -\frac{\partial \varphi_t^*}{\partial R}$$

soit, d'après (A-II-2.1) :

$$\dot{r} = \overline{K} \frac{n}{n+1} \frac{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})^{n+1}}{R^{n+1}} \qquad \text{(A-II-2.6)}$$

$\underline{\underline{X}}$ étant déviatoire,

$$J_2(\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}) = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}),$$

l'équation (A-II-2.3) donne alors :

$$J_2(\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_t) = \frac{3}{2} \overline{K} \left(\frac{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})}{R} \right)^n \qquad \text{(A-II-2.7)}$$

Par combinaison de (A-II-2.6) et (A-II-2.7), on peut écrire $\dot{r}$ sous la forme :

$$\dot{r} = \frac{n}{n+1} \overline{K} \left(\frac{2}{3\overline{K}} J_2(\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_t) \right)^{(n+1)/n} \qquad \text{(A-II-2.8)}$$

A ce stade, afin d'introduire une possible restauration de la contrainte interne isotrope R, Shyam Sunder et Wu (1989a-b) semblent postuler une loi d'évolution de R comme suit :

$$\dot{R} = \frac{2}{3}\frac{H}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} J_2(\underline{\underline{\varepsilon}}_t) \qquad \text{(A-II-2.9)}$$

Ainsi, R qui est initialement égal à R_0 (contrainte interne résiduelle non nulle), augmente lors du chargement (le chargement étant défini comme une augmentation de $J_2(\underline{\underline{\varepsilon}}_t)$, soit $\dot{J}_2(\underline{\underline{\varepsilon}}_t) > 0$). Si une décharge se produit (c'est-à-dire $\dot{J}_2(\underline{\underline{\varepsilon}}_t) < 0$), le "signe de l'équation (A-II.2.9) est alors inversé" et R diminue (mais que signifie le "signe de l'équation" selon les propres termes des auteurs ?).

Dès lors, on doit remarquer que la condition R>0 n'est plus nécessairement vérifiée et le modèle n'est plus thermodynamiquement admissible car le respect du second principe n'est plus garanti. En effet :

Puissance fournie - Puissance interne = Dissipation ≥ 0 (second principe)

soit :

$$\underline{\underline{\sigma}}:\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p - \underline{\underline{X}}:\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_t - R\dot{r} \geq 0$$

en tenant compte de (A-II-2.2) :

$$\underline{\underline{\sigma}}:\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v + (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}):\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_t - R\dot{r} \geq 0$$

avec (A-II-2.3), (A-II-2.4) l'inégalité devient :

$$\overline{K}\, J_2(\underline{\underline{\sigma}})^{n+1} + \frac{\overline{K}}{n+1}\frac{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})^{n+1}}{R^n} \geq 0 \qquad \text{(A-II-2.10)}$$

Si R peut s'annuler ou changer de signe, l'inégalité (A-II-2.10) n'est pas inconditionnellement vérifiée.

D'ailleurs, les calculs numériques effectués avec cette formulation de $\dot{R}$ ont révélé que R peut s'annuler lors des décharges ($\underline{\underline{\sigma}} = 0$) pour des jeux de paramètres physiquement admissibles.

Finalement, afin d'assurer le respect du second principe, on doit nécessairement postuler une loi d'évolution de R de la forme :

$$\dot{R} = \frac{2}{3}\frac{H}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} J_2(\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_t) \qquad \text{(A-II-2.11)}$$

R ne fait alors qu'augmenter lors des chargements successifs, y compris lors des décharges et avec R_0>0, R reste constamment positif.

Dans la suite de leurs calculs, les auteurs prennent en fait la relation (A-II-2.11) pour aboutir à l'expression de g(r) (Shyam Sunder et Wu, 1989b). Il subsiste donc une ambiguïté notable sur l'expression de $\dot{R}$ dans la formulation de ce modèle.

La combinaison des équations (A-II-2.6), (A-II-2.8) et (A-II-2.11) permet d'établir une relation indépendante de $J_2(\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_t)$ et de $J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})$ entre R, $\dot{R}$ et $\dot{r}$, comme suit:

$$\left(\frac{\dot{r}}{\overline{K}}\right)^{\frac{n-1}{n+1}} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^{\frac{n-1}{n+1}} \frac{R\,\dot{R}}{\overline{K}\,H}$$

Une intégration par variables séparées donne :

$$R^2 = R_0^2 + \overline{K}\,H\left(\frac{n+1}{n}\right)^{\frac{n-1}{n+1}} \int \left(\frac{\dot{r}}{\overline{K}}\right)^{\frac{n-1}{n+1}} dt$$

L'expression de g(r) est alors obtenue par intégration de R par rapport à r :

$$\boxed{g(r) = \int R\, dr = \int \left[R_0^2 + \overline{K}\,H\left(\frac{n+1}{n}\right)^{\frac{n-1}{n+1}} \int \left(\frac{\dot{r}}{\overline{K}}\right)^{\frac{n-1}{n+1}} dt \right]^{1/2} dr}$$

ANNEXE III-1

Calcul de l'erreur sur la contrainte appliquée causée par un excentrement de l'axe d'application de la force par rapport à l'axe du cylindre de glace

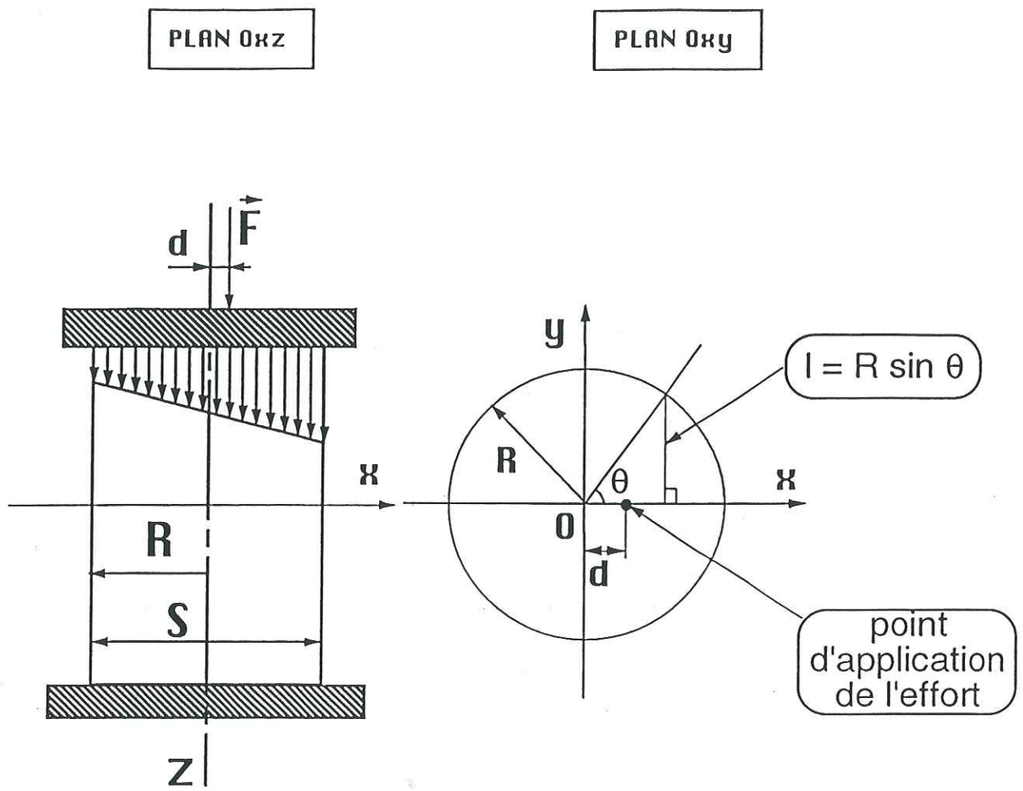


Fig A-III-1.1: Notations du calcul de l'excentrement

Pour estimer l'erreur sur la contrainte appliquée dûe à un excentrement du point d'application de l'effort, nous pouvons effectuer le calcul dans lequel une charge ponctuelle F est appliquée à une distance d de l'axe neutre z d'un échantillon de rayon R et de surface S. Celui-ci est considéré comme une poutre soumise à une compression uniaxiale et à un moment de flexion parasite. On introduit le repère (Oxy) dans le plan perpendiculaire à z. (Les notations sont illustrées sur la figure A-III-1.1).

σ étant la contrainte nominale, on suppose qu'elle varie linéairement suivant x selon :

$$\sigma(x) = a\,x + b$$

Calculons les coefficients a et b :

$$\sigma = \frac{1}{S}\int \sigma(x)\,ds \qquad \text{avec : } ds = 2\,l\,dx$$

donc :

$$b = \sigma$$

Le moment de flexion de σ par rapport au plan (Oyz) est :

$$M = \int_{-R}^{+R} \sigma(x)\,x\,ds$$

En coordonnées polaires dans Oxy, on a:

$$l = R\sin\theta \quad \text{et} \quad x = R\cos\theta$$

d'où :

$$M = -2\int_{0}^{+\pi} (a\,R\cos\theta + b)\,R^3 \sin^2\theta\,\cos\theta\,d\theta$$

soit :

$$M = -\int_{0}^{+\pi} 2a\,R^4 \sin^2\theta\,\cos^2\theta\,d\theta$$

d'où :

$$M = -\frac{\pi\,a\,R^4}{4}$$

or :

$$M = -F\,d,$$

donc :

$$a = \frac{4\,F\,d}{\pi\,R^4} = \frac{4\,F\,d}{S\,R^2}$$

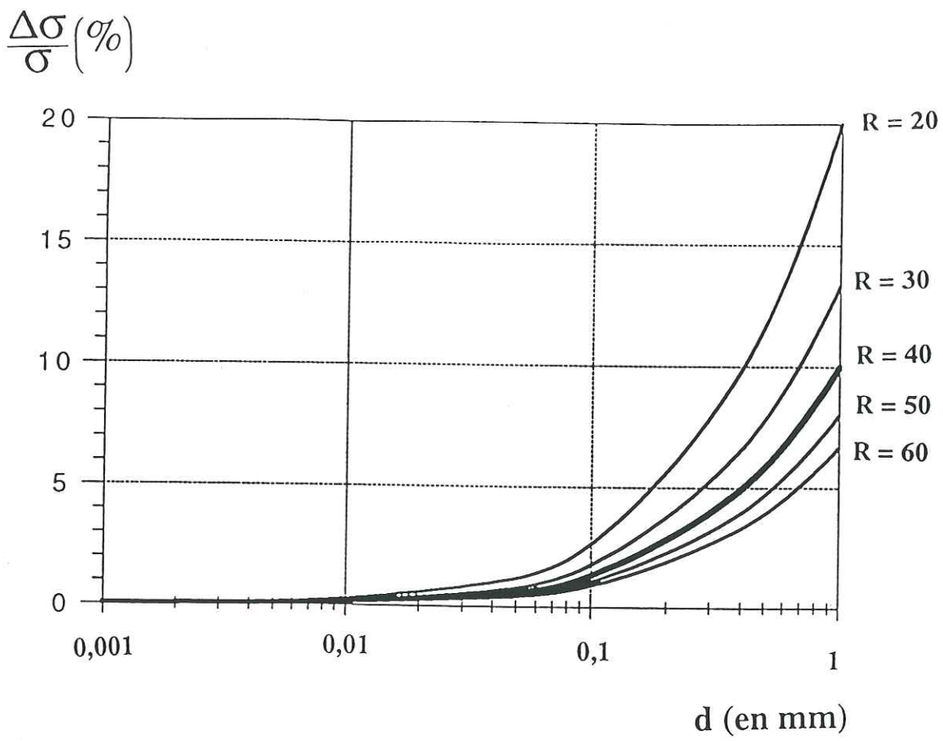


Fig A-III-1.2: Erreur relative sur la contrainte appliquée en fonction de l'excentrement, pour différentes valeurs du rayon R du cylindre (en mm)

(la courbe en gras correspond à notre cas expérimental)

Finalement, l'écart maximal sur σ (en X=±R) est :

$$\boxed{\Delta\sigma = \frac{4\,F\,d}{S\,R}}$$

ou :

$$\boxed{\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{4\,d}{R}}$$

La figure A-III-1.2 permet de se rendre compte de l'erreur commise sur σ en fonction de l'excentrement d pour différentes valeurs du rayon du cylindre R.

ANNEXE IV-1

Présentation des résultats expérimentaux publiés jusqu'à présent concernant le fluage (secondaire) de la glace polycristalline en compression uniaxiale.

Les notations sont les suivantes :

- σ : contrainte appliquée ;
- $\dot{\varepsilon}_{min}$: vitesse de déformation minimale ;
- ε_{min} : déformation macroscopique du matériau lorsque la vitesse minimale est atteinte ;
- t_{min} : temps de chargement pour arriver à la vitesse minimale ;
- d : taille de grains de l'échantillon utilisé ;
- $\overline{K}$: coefficient de la loi de Glen écrite sous la forme (cf Ch I, §2.3.2) :

$$\dot{\varepsilon}_{min} = \overline{K}(T)\,\sigma^3$$

Résultats de LeGac (1980)

Expériences à T=-7°C :

σ	$\dot{\varepsilon}_{min}$	d	$\overline{K}$
(en MPa)	(en s-1)	(en mm)	(en $MPa^{-3}\ s^{-1}$)
0,48	$9{,}09.10^{-9}$	4,60	$8{,}22.10^{-8}$
0,50	$8{,}56.10^{-9}$	5,06	$6{,}84.10^{-8}$
0,49	$1{,}28.10^{-8}$	3,96	$10{,}86.10^{-8}$
0,48	$9{,}82.10^{-9}$	1,07	$8{,}88.10^{-8}$
0,50	$1{,}16.10^{-8}$	1,10	$9{,}28.10^{-8}$
0,48	$8{,}14.10^{-9}$	1,40	$7{,}37.10^{-8}$
0,48	$1{,}11.10^{-8}$	8,90	$10{,}03.10^{-8}$
0,49	$4{,}09.10^{-9}$	7,00	$3{,}48.10^{-8}$
0,49	$7{,}38.10^{-9}$	1,88	$6{,}28.10^{-8}$
Moyenne	**$9{,}17.10^{-9}$**	-	**$7{,}91.10^{-8}$**
Ecart-type	**27%**	-	**27%**

Expériences à T=-4,6°C :

σ	$\dot{\varepsilon}_{min}$	d	$\overline{K}$
(en MPa)	(en s-1)	(en mm)	(en $MPa^{-3}\ s^{-1}$)
0,50	$1{,}88.10^{-8}$	1,80	$1{,}51.10^{-7}$
0,50	$2{,}92.10^{-8}$	9,80	$2{,}33.10^{-7}$
Moyenne	**$2{,}40.10^{-8}$**	-	**$1{,}92.10^{-6}$**
Ecart-type	**22%**	-	**22%**

Résultats de Mellor et Cole (1982)

Expériences à T=-5°C, et d=1,2mm

σ	$\dot{\varepsilon}_{min}$	ε_{min}	t_{min}	$\overline{K}$
(MPa)	(s-1)	(%)	(s)	(en $MPa^{-3}\ s^{-1}$)
3,76	$2,17.10^{-5}$	1,01	275	$4,08.10^{-7}$
3,68	$2,44.10^{-5}$	0,80	273	$4,90.10^{-7}$
3,67	$2,64.10^{-5}$	0,84	240	$5,34.10^{-7}$
3,67	$2,47.10^{-5}$	0,98	280	$5,00.10^{-7}$
3,65	$1,27.10^{-5}$	0,83	528	$2,61.10^{-7}$
3,26	$1,65.10^{-5}$	0,83	315	$4,76.10^{-7}$
3,11	$6,33.10^{-6}$	0,85	800	$2,10.10^{-7}$
3,07	$6,57.10^{-6}$	0,95	828	$2,27.10^{-7}$
3,06	$6,02.10^{-6}$	0,69	813	$2,10.10^{-7}$
2,63	$8,34.10^{-6}$	0,95	700	$4,59.10^{-7}$
2,35	$2,51.10^{-6}$	0,64	1700	$1,93.10^{-7}$
2,34	$2,60.10^{-6}$	0,96	2200	$2,03.10^{-7}$
2,11	$3,45.10^{-6}$	0,94	1850	$3,68.10^{-7}$
2,00	$1,80.10^{-6}$	0,84	3360	$2,26.10^{-7}$
2,00	$1,67.10^{-6}$	0,71	2750	$2,09.10^{-7}$
1,86	$1,63.10^{-6}$	1,10	4100	$2,53.10^{-7}$
1,84	$1,16.10^{-6}$	0,66	4400	$1,87.10^{-7}$
1,54	$5,29.10^{-7}$	0,72	9540	$1,44.10^{-7}$
1,54	$7,80.10^{-7}$	0,94	8200	$2,13.10^{-7}$
1,25	$5,83.10^{-7}$	1,08	1250	$2,99.10^{-7}$
1,00	$2,25.10^{-7}$	0,84	24000	$2,26.10^{-7}$
1,00	$2,27.10^{-7}$	0,95	3280	$2,27.10^{-7}$
0,80	$1,03.10^{-7}$	1,02	105000	$2,01.10^{-7}$
0,80	$1,02.10^{-7}$	1,01	70000	$1,99.10^{-7}$
Moyenne	-	**0,88**	-	**$2,89.10^{-7}$**
Ecart-type	-	**15%**	-	**41%**

Résultats de Jacka (1984)

Expériences à T=-5°C :

σ	$\dot{\varepsilon}_{min}$	ε_{min}	t_{min}	$\overline{K}$
(MPa)	(s-1)	(%)	(s)	(en $MPa^{-3}\ s^{-1}$)
1,70	$9,90.10^{-7}$	0,57	$3,60.10^{3}$	$2,02.10^{-7}$
1,27	$2,69.10^{-7}$	0,69	$1,33.10^{4}$	$1,30.10^{-7}$
0,64	$5,51.10^{-8}$	0,68	$7,20.10^{4}$	$2,13.10^{-7}$
0,42	$1,23.10^{-8}$	0,78	$4,32.10^{5}$	$1,61.10^{-7}$
0,28	$2,83.10^{-9}$	1,06	$2,52.10^{6}$	$1,34.10^{-7}$
0,21	$1,31.10^{-9}$	1,27	$7,20.10^{6}$	$1,38.10^{-7}$
0,15	$6,36.10^{-10}$			$1,94.10^{-7}$
0,11	$3,68.10^{-10}$			$3,08.10^{-7}$
Moyenne	-	**0,84**	-	**$1,86.10^{-7}$**
Ecart-type	-	**29%**	-	**30%**

Expériences à T=-10,6°C :

σ	$\dot{\varepsilon}_{min}$	ε_{min}	t_{min}	$\overline{K}$
(MPa)	(s-1)	(%)	(s)	(en $MPa^{-3}\ s^{-1}$)
2,12	$5,66.10^{-7}$	1,06	$9,72.10^{3}$	$5,92.10^{-8}$
1,70	$3,68.10^{-7}$	0,93	$1,48.10^{4}$	$7,52.10^{-8}$
1,27	$1,41.10^{-7}$	0,89	$4,32.10^{4}$	$6,86.10^{-8}$
0,85	$4,10.10^{-8}$	0,95	$1,44.10^{5}$	$6,71.10^{-8}$
0,64	$1,70.10^{-8}$	0,82	$5,04.10^{5}$	$6,58.10^{-8}$
0,42	$4,95.10^{-9}$	0,88	$1,73.10^{6}$	$6,48.10^{-8}$
Moyenne	-	**0,92**	-	**$6,68.10^{-8}$**
Ecart-type	-	**8%**	-	**7%**

Expériences à T=-17,8°C :

σ	$\dot{\varepsilon}_{min}$	ε_{min}	t_{min}	$\overline{K}$
(MPa)	(s-1)	(%)	(s)	(en $MPa^{-3}\ s^{-1}$)
2,55	$2,97.10^{-7}$	1,08	$2,16.10^{4}$	$1,80.10^{-8}$
1,70	$8,20.10^{-8}$	0,96	$9,72.10^{4}$	$1,68.10^{-8}$
1,27	$3,68.10^{-8}$	1,13	$2,34.10^{5}$	$1,78.10^{-8}$
0,85	$1,02.10^{-8}$	0,85	$5,40.10^{5}$	$1,67.10^{-8}$
0,64	$4,67.10^{-9}$	0,88	$1,12.10^{6}$	$1,81.10^{-8}$
0,28	$4,67.10^{-10}$	0,78	$1,19.10^{6}$	$2,22.10^{-8}$
Moyenne	-	**0,95**	-	**$1,82.10^{-8}$**
Ecart-type	-	**13%**	-	**10%**

Expériences à T=-32,5°C :

σ	$\dot{\varepsilon}_{min}$	ε_{min}	t_{min}	$\overline{K}$
(MPa)	(s-1)	(%)	(s)	(en $MPa^{-3}\ s^{-1}$)
2,12	$2,97.10^{-8}$	1,10	$2,56.10^{5}$	$3,11.10^{-9}$
1,70	$1,41.10^{-8}$	9,91	$5,04.10^{5}$	$2,89.10^{-9}$
1,27	$7,78.10^{-9}$	7,08	$9,00.10^{5}$	$3,77.10^{-9}$
1,06	$4,67.10^{-9}$	7,22	$1,73.10^{6}$	$3,91.10^{-9}$
0,76	$1,84.10^{-9}$	8,36	$3,28.10^{6}$	$4,12.10^{-9}$
0,42	$4,52.10^{-10}$	1,01	$1,44.10^{7}$	$5,92.10^{-9}$
0,28	$2,12.10^{-10}$	8,50	$4,68.10^{7}$	$10,11.10^{-9}$
0,21	$1,56.10^{-10}$	8,50	$7,56.10^{7}$	$16,33.10^{-9}$
0,15	$7,07.10^{-11}$	8,21	$9,00.10^{7}$	$21,56.10^{-9}$
Moyenne	-	**0,88**	-	**$7,97.10^{-9}$**
Ecart-type	-	**14%**	-	**80%**

ANNEXE VIII-1

Article : "Transient creep of polycrystalline ice under uniaxial compression : an assessment of internal state variable models" - Annals of Glaciology V-19 .

TRANSIENT CREEP OF POLYCRYSTALLINE ICE UNDER UNIAXIAL COMPRESSION: AN ASSESSMENT OF INTERNAL STATE VARIABLE MODELS.

J.Meyssonnier and A.Goubert

Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement

Rue Molière, BP96 38402 St Martin d'Hères Cedex, France.

ABSTRACT

The efforts to develop damage models for ice cannot be disconnected from a better knowledge of the undamaged ice behaviour. In this respect the transient behaviour of polycrystalline ice still needs to be investigated.

The present paper is a contribution to the development of rheological models which can be used in varying load situations. The deformation processes which should be the foundation of the models are described. The models of LeGac and Duval (1980) and of Shyam Sunder and Wu (1989a) are tested against two uniaxial compression tests on isotropic granular ice under varying load. They fail to describe both primary creep and the response to increments / decrements of the applied load.

A new model based on a decomposition of the viscoplastic strain into two components which account separately for kinematic and isotropic hardenings is shown to give better results.

INTRODUCTION

Civil-Engineering problems involving ice as a damaging material have been recently addressed. At very high strain rates brittle behaviour is predominant and existing models for continuous damage of rocks or ceramics (and possibly concrete) can be adapted without a big risk. At moderate strain rates, of the order of 10^{-4} s^{-1} , the ductile behaviour of ice cannot be neglected. If the steady creep law of undamaged ice is now well established, at least in the range of stresses relevant to engineering problems, including it in a damage model is not straightforward (Sinha, 1988; Meyssonnier and Duval, 1989). Concerning the ductile-brittle transition zone, which is probably involved in most of the ice-structure interaction events, the transient behaviour of undamaged ice has been the object of extensive experimental and theoretical studies (Traetteberg and al., 1975; Duval, 1978; Sinha, 1978; Cole, 1991) and still needs to be investigated (Gold, 1994, this Symposium). So far, two kinds of models have been published which describe the transient creep of ice by means of creep functions (Sinha, 1978) or internal state variables (LeGac and Duval, 1980; Shyam Sunder and Wu, 1989a). Although these models are quite different from each other, their respective authors have shown them to work well in simple loading

cases. In our opinion, their ability to reproduce ice behaviour correctly in complex loading situations remains to be proven.

The present paper focuses only on models involving internal variables, since they lead to constitutive equations which can be easily implemented into numerical codes. They can summarize and bring out, at the macroscopic level, the microscopic processes that control the ice deformation, a brief review of which is given below.

DEFORMATION MECHANISMS OF POLYCRYSTALLINE ICE

Single crystal deformation.

The ice Ih single crystal deforms essentially by slip on the basal plane (0001) normal to the hexagonal symmetry axis <0001>. Crystals well oriented for basal glide exhibit an accelerating transient creep until a steady creep rate, proportional to the square of the stress, is reached. The accelerating transient creep is explained by the increase in the dislocation density up to a steady value (Weertman, 1983). According to Duval and others (1983) the non basal deformation under a prescribed stain rate at -10°C, requires stresses 60 times larger than that for an easy-glide oriented crystal. Data reviewed by these authors show that the steady creep rate of easy-glide oriented crystals subject to a constant stress, can be more than 1000 times that of polycrystalline ice.

Polycrystal deformation.

Under stresses larger than 0.05 MPa at -10°C (Duval and others, 1983), the deformation of polycrystalline ice is due to the movement of dislocations in each grain. Because of the strong anisotropy of ice single-crystals, the grains of polycrystalline ice have only two slip systems available for deformation, and these are in the basal plane. Duval and others (1983) suggest that dislocation climb on planes normal to the basal plane, and possibly on the prismatic planes, is the most likely process to accommodate an imposed deformation. Since the dislocations experience a smaller resistance to glide motion, the steady creep rate is then controlled by dislocation climb.

According to Duval and others (1983) the initial strain rate of primary creep corresponds to that of the easy-glide oriented grains. Then, because of the grain anisotropy, the macroscopically isotropic polycrystal has to cope with the strain incompatibilities of easy-glide versus hard oriented crystals which cause an increasingly non-uniform stress field to develop at the grain scale. These internal stresses oppose forward deformation giving kinematic hardening. The recoverable strain observed when unloading a polycrystal corresponds to the relaxation of the internal stresses. It is many times the pure elastic strain corresponding to the same loading conditions (Duval, 1978; Sinha, 1978; Ashby and Duval, 1985; Cole, 1991). The energy storage inside the grains, the release of which permits strain

recovery, is generally explained by the bowing of dislocation segments in a substructure network or by the piling of dislocations against obstacles such as grain boundaries and sub-boundaries (Poirier, 1977). The recovery processes limiting the stored energy level are, beside recrystallization and microcracking which result in irreversible changes of the structure, dislocation climb and possibly grain boundary sliding.

According to Sinha (1978) the delayed elastic strain has its origin in the latter mechanism. Sliding occurs at grain boundaries until local stresses, due to irregularities and triple junctions, increase to equilibrate the applied stress. Crystal accommodation being purely elastic, the resulting recoverable strain should be of the order of the pure elastic strain. This reasoning is consistent with Sinha's (1978) observations on columnar ice for short loading durations (10 min).

Along with the long range processes which yield kinematic hardening, short range interactions between the moving dislocations and the crystal lattice generate friction forces which act independent of the direction of motion. According to Duval and others.(1983) this isotropic hardening is responsible for the zero creep rate periods they observed during stress drop experiments. The relaxation of the internal stresses associated with isotropic hardening is linked to the recovery of the dislocation substructures.

INTERNAL STATE VARIABLE MODELS FOR ICE

An interesting feature of such models is that they can be handled using the general framework of thermodynamics. They consist of constitutive and evolution equations which involve stress, strain and state variables which characterize the current state of work-hardening. The present study focuses on the models of LeGac and Duval (1980) and Shyam Sunder and Wu (1989a). For convenience they are referred to as LGD and SSW models in the following, and the same notation is used, when possible, for the two models.

Common bases for the models

In the absence of microcracking the minimum creep rate is given by Norton-Hoff's law, expressed in a multiaxial form as:

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v = \frac{3}{2}\bar{A}\, J_2(\underline{\underline{\sigma}})^{n-1}\underline{\underline{\sigma}}' \qquad (1)$$

where $\underline{\underline{\sigma}}'$ is the deviatoric part and $J_2(\underline{\underline{\sigma}})$ the second invariant of the applied stress tensor $\underline{\underline{\sigma}}$. J_2 is defined by:

$$J_2(\underline{\underline{\sigma}})^2 = \frac{3}{2}(\sigma'_{ij}.\sigma'_{ij}) = \frac{3}{2}\underline{\underline{\sigma}}':\underline{\underline{\sigma}}' \qquad (2)$$

The parameter $\bar{A}$ is temperature dependent and the value of exponent n is close to 3. In the following we consider only deformation at a constant temperature. Also we consider neither microcracking nor the dynamic recrystallization processes which occur after the minimum creep rate has been reached. In this respect the minimum creep rate is then seen as a steady creep rate.

The total strain $\underline{\underline{\varepsilon}}$ is split into a pure elastic $\underline{\underline{\varepsilon}}_e$ and a visco-plastic $\underline{\underline{\varepsilon}}_p$ components as:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}_e + \underline{\underline{\varepsilon}}_p \qquad (3)$$

By convention the transient creep strain $\underline{\underline{\varepsilon}}_t$ is defined as:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_t = \underline{\underline{\varepsilon}}_p - \underline{\underline{\varepsilon}}_v \qquad (4)$$

where $\underline{\underline{\varepsilon}}_v$ is the creep strain resulting from Equation (1).

The internal state variables of the models are the visco-plastic strain $\underline{\underline{\varepsilon}}_p$ and the variables $\underline{\underline{\alpha}}$ and r which describe, respectively, the kinematic and isotropic hardening.

The thermodynamic forces are the stress $\underline{\underline{\sigma}}$, the kinematic internal stress $\underline{\underline{X}}$ and the isotropic internal stress R associated with $\underline{\underline{\alpha}}$ and r respectively. They are defined by the set of equations:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}_e} \qquad \underline{\underline{X}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\alpha}}} \qquad R = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial r} \qquad (5)$$

where $\Psi(\underline{\underline{\varepsilon}}_e, T, \underline{\underline{\alpha}}, r)$ is the Helmotz free energy potential.

If an expression for the dual dissipation potential $\varphi^*(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}, R)$ can be found, the evolution equations of the model are derived by applying the normality rule, i.e.:

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \qquad \dot{\underline{\underline{\alpha}}} = -\frac{\partial \varphi^*}{\partial \underline{\underline{X}}} \qquad \dot{r} = -\frac{\partial \varphi^*}{\partial R} \qquad (6)$$

Clausius-Duhem's inequality is then automatically verified, provided that φ^* is positive, convex and null at the origin ($\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{X}} = R = 0$).

LGD model.

The dissipation potential is written as the sum of a flow potential and a recovery term as :

$$\varphi^* = \varphi^*_p + \varphi^*_r$$

$$\varphi^*_p = \frac{A}{n+1} < J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - R >^{n+1} \qquad (7)$$

$$\varphi^*_r = \frac{B}{n+1} J_2(\underline{\underline{X}})^{n+1} + \frac{C}{n+1} R^{n+1}$$

where $<x> = x$ if $x > 0$; $<x> = 0$ if $x \leq 0$.

The free energy Ψ is taken as:

$$\rho\Psi = \rho\Psi_e(\underline{\underline{\varepsilon}}_e) + \frac{1}{2} H\, \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{\alpha}} + \frac{1}{2} K r^2 \qquad (8)$$

where Ψ_e denotes the component relative to the purely elastic (Hookean) deformation.

The model parameters A, B, C, H, K are positive constants (which may depend on the temperature T).

Since Norton's law (1) has to be satisfied at steady state, the following relations hold:

$$\bar{A}^{-1/n} = A^{-1/n} + B^{-1/n} + C^{-1/n}$$

$$\bar{\underline{\underline{X}}}' = \left(\frac{\bar{A}}{B}\right)^{1/n} \underline{\underline{\sigma}}' \qquad (9)$$

$$\bar{R} = \left(\frac{\bar{A}}{C}\right)^{1/n} J_2(\underline{\underline{\sigma}})$$

in which $\bar{\underline{\underline{X}}}$ and $\bar{R}$ are the steady values of $\underline{\underline{X}}$ and R.

Adopting the value n=3, the multiaxial model derived from Equations (7) and (8) reduces, in the case of uniaxial compression, to:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$$
$$\varepsilon_e = \sigma/E$$
$$\dot{\varepsilon}_p = A < |\sigma - X| - R >^3 \frac{\sigma - X}{|\sigma - X|} \qquad (10)$$
$$\dot{X} = H(\dot{\varepsilon}_p - BX^3)$$
$$\dot{R} = K(|\dot{\varepsilon}_p| - CR^3)$$

where σ, X, ε, ε_e, ε_p are the tensor components relative to the direction of loading, and E is the Young's modulus.

SSW model.

The dissipation potential is decomposed into a component φ_v^* which corresponds to the steady-state flow, and a transient flow potential φ_t^* as:

$$\varphi^* = \varphi^*_v + \varphi^*_t$$

$$\varphi^*_v = \frac{\bar{A}}{n+1} J_2(\underline{\underline{\sigma}})^{n+1} \qquad (11)$$

$$\varphi^*_t = \frac{\bar{A}}{n+1} \frac{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})^{n+1}}{R^n}$$

The last expression implies that the isotropic stress R is strictly positive.

Using the normality rule, it is shown that the internal variable $\underline{\underline{\alpha}}$ is identical to the transient strain $\underline{\underline{\varepsilon}}_t$ as defined by Equation (4).

The free energy function is

$$\rho\Psi = \rho\Psi_e(\underline{\underline{\varepsilon}}_e) + \frac{1}{2} H\, \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{\alpha}} + g(r) \qquad (12)$$

where H is a positive constant and g is a function of r only.

As a consequence of $\underline{\underline{\varepsilon}}_t = \underline{\underline{\alpha}}$ and Equation (12), the transient strain is totally recoverable.

The rate equation for R is taken independently as:

$$\dot{R} = \frac{2}{3} K \frac{J_2(\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_t)}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} \qquad (13)$$

Since $J_2(\,)$ is strictly positive, the condition $R > 0$ is fulfilled as long as the initial value R_0 of R is positive.

Equation (13) is essentially the same as Equation (53) in Shyam Sunder and Wu (1989b), on the obvious condition that the equivalent quantities σ_{eq} and ε_{eq}, defined in the original paper are effectively tensor invariants (that reduce to $|\sigma|$ and $|\varepsilon|$ in the uniaxial case, instead of σ and ε, as stated by these authors).

The uniaxial equations derived from Equations (11),(12) and (13) are, with n=3:

$$\begin{aligned}
&\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_v + \varepsilon_t \\
&\varepsilon_e = \sigma/E \\
&\dot{\varepsilon}_v = \bar{A}\,\sigma^3 \\
&\dot{\varepsilon}_t = \bar{A}\left(\frac{\sigma - X}{R}\right)^3 \\
&\dot{X} = H\dot{\varepsilon}_t \\
&\dot{R} = K\frac{|\dot{\varepsilon}_t|}{|\sigma - X|}
\end{aligned} \qquad (14)$$

The last equation does not match identically Equation (41) in Shyam Sunder and Wu (1989a), which is given for arbitrary loading histories and in which the absolute values are dropped. Nevertheless the two formulations are equivalent if n=3 and as long as $R_0 > 0$ since $\dot{\varepsilon}_t/(\sigma - X) = \bar{A}\,(\sigma - X)^2 / R^3$.

EVALUATION OF THE MODELS

The LGD and SSW models have been tested by Shyam Sunder and Wu (1990) against the master curves drawn by Ashby and Duval (1985) from the data of Jacka (1984) obtained from constant stress experiments. The two models have a sufficient number of parameters to provide a good fit to these relatively simple and smooth master curves. The present analysis examines their ability to reproduce relatively complex loading cases.

Experimental data

Since published data concerning varying load experiments are scarce, a series of uniaxial compression tests was performed.

Samples of granular isotropic ice were prepared by freezing a mixture of sieved crystals and deaerated-deionized water. The ice density was 0.914 ± 0.005. Specimens of two average grain sizes, 1 and 3.5 mm, were prepared. The mean grain size was determined by counting the number of grains in a given area on photographs of thin sections cut from each specimen. In order to obtain cylindrical specimens, approximately 120 mm long and 65 mm in diameter, the moulded samples were frozen on a circular steel platen, designed to fit the upper platen of the testing machine, then machined on a lathe. The specimens were stored at -10°C during 2 days before testing.

The tests were performed in a cold room at the same temperature with a lever operated machine. The axial force was measured by a load transducer mounted under the lower fixed steel platen. The axial strain was measured by 2 or 3 LVDTs mounted on the middle part of the specimens. The error in the strain measurements was within $\pm 2 \times 10^{-5}$. The stress and strain measurements were stored in a data acquisition system.

Although the specimens were centered carefully, most tests exhibited a large difference between the strains measured for each specimen (i.e. during the same test, at the same time). This reveals a lack of uniformity in the strain measurements, which may have several causes, e.g. departure of the load from uniaxial, the testing machine being too compliant at high stresses; misalignment of the strain transducers; small inhomogeneities in the specimens, increasing during the test. This discrepancy can be quantified by the ratio $\Delta\varepsilon/\varepsilon = (\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min})/(\varepsilon_{max} + \varepsilon_{min})$, where ε_{max} and ε_{min} are the maximum and minimum strains, measured for a specimen, at the end of the first loading phase. $\Delta\varepsilon/\varepsilon$ was less than 10% for only one half of the tests. Compared with this, the error associated with the measuring device ($\pm 2 \times 10^{-5}$) was negligible, since the total strains were always higher than $3. \times 10^{-3}$.

For comparison with model predictions, two tests were used consisting of constant stress loading followed by total unloading; during Test_2 two stress jumps and

drops were applied during unloading. The corresponding measured strain curves are shown in Figures 1 and 2, along with the loading histories. Test_1 (grain size 1mm) was selected because of its very low ratio $\Delta\varepsilon/\varepsilon$ (<2%). Test_2 was taken as representative of "acceptable" tests, with $\Delta\varepsilon/\varepsilon = 12\%$, for specimens of average grain diameter 3.5 mm.

The evaluations were made by using, for each test, the mean arithmetic strain curve calculated as the point-by-point average (at the same time) of the strains measured with the extensometers. No smoothing procedure was used in the calculation of this curve. The mean curve relative to Test_2 is shown in Figure 2; that of Test_1 was not drawn on Figure 1, for clarity.

Numerical solutions

Both models were applied using an implicit scheme for the integration of the sets of differential equations. An adaptative time step was used so as to ensure numerical stability. The adjustment of model parameters was done using an iterative procedure which examined each parameter in turn and computed the best estimate so as to minimize the mean square deviation between the computed strain and the mean strain curve. This procedure does not require that the mean strain curve be smoothed before processing, since it constitutes a regression procedure by itself.

The values of parameters H and K (Equations (10)-(14)) displayed on the figures are scaled with the conventional Young's modulus E=9500 MPa (Sinha, 1979). The fluidity parameters $\bar{A}$, A, B, C (Equations (1), (10), (14)) are scaled with $\bar{A}_{th} = 6.x\ 10^{-8}\ MPa^{-3}\ s^{-1}$. This value was derived from our experimental data at -10°C and is a little less than that given by Jacka (1984).

Evaluation of LGD model

When optimized to fit only the loading part of Test_1, the model exhibits a relaxation time that is too long for the recoverable part of the transient strain (see Figure 3, curve (b)). This trend is removed when fitting the model over the whole curve, but then the steady state is reached too early at a strain near $4.x\ 10^{-3}$ (instead of 1% as is generally agreed) with a strain rate a little too high (see Figure 3, curve (a)).

Figure 4 shows that the model fails to simulate the ice response to the stress jumps applied during the unloading phase of Test_2. The corresponding strain increments are lower than expected. Moreover since the model has to respond quickly to applied stress increments, its response on first loading is also very fast and does not give a good description of primary creep (as in Test_1).

This behaviour is explained by the fact that all the rapid strain variations following stress changes are controlled by the fluidity parameter, A, in Equation (10), which characterizes the mobility of the dislocations in the basal planes of the crystals.

Evaluation of SSW model

The ability of the model to describe the loading-unloading cycle of Test_1 was evaluated by computing the optimized sets of parameters which fit either the whole cycle, or only the strain recovery branch. The results shown in Figure 5 indicate that this model cannot reproduce adequately both the loading and unloading parts of the strain curve. It can be argued that this result has no general value since it concerns a single experiment. Nevertheless, the shape shown in Figure 1 is always observed when granular ice is unloaded after the steady creep rate has been reached. The two simulations shown in Shyam Sunder and Wu (1989a, Fig.8), concern tests in which the steady state was not reached when unloading occured at a strain of 10^{-4}, and seem reasonably good because the creep parameter $\bar{A}$ was overestimated by a factor 3.

When tested against Test_2 (see Figure 6), the model shows a good ability to reproduce the fast response to the increments of stress which were made during unloading. In contrast, the steady creep rate is too high and attained too quickly, at a strain of about $1.x\ 5\ 10^{-3}$, which renders the computed primary creep curve quite unrealistic.

For the SSW model the viscoplastic strain is decomposed as $\varepsilon_p = \varepsilon_v + \varepsilon_t$, and all the rapid variations in the total strain rate are governed primarily by ε_t. Because ε_t reaches its limiting value very soon on first loading, the steady state is achieved too quickly. In addition, since the observed recoverable strain is small, and the model assumes that ε_t is totally recoverable, the steady state is obtained at too low a value of the total strain.

ALTERNATIVE MODEL

From this brief evaluation it appears that LGD and SSW models are unable to provide a correct description of both fast responses to stress jumps and primary creep.

In order to uncouple the first loading and long term behaviour from the short term response to fast changes in stress, we propose to split the viscoplastic strain $\underline{\underline{\varepsilon}}_p = \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_e$ into two components as:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_p = \underline{\underline{\varepsilon}}_k + \underline{\underline{\varepsilon}}_i \qquad (15)$$

where $\underline{\underline{\varepsilon}}_k$ is related to the kinematic hardening processes and provides the fast variations of strain, and $\underline{\underline{\varepsilon}}_i$ is related to the isotropic hardening.

The dissipation potential is then decomposed as

$$\varphi^* = \varphi^*_k + \varphi^*_i$$

$$\varphi^*_k = \frac{A_k}{n+1} J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})^{n+1} + \frac{B}{n+1} J_2(\underline{\underline{X}})^{n+1} \qquad (16)$$

$$\varphi^*_i = \frac{A_i}{n+1} < J_2(\underline{\underline{\sigma}}) - R >^{n+1} + \frac{C}{n+1} R^{n+1}$$

with $<x> = x$ if $x > 0$; $<x> = 0$ if $x \leq 0$,

and the free energy potential is written as:

$$\rho\Psi = \rho\Psi_e(\underline{\underline{\varepsilon}}_e) + \frac{1}{2} H\, \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{\alpha}} + \frac{1}{2} K r^2 \qquad (17)$$

where ($\underline{\underline{\alpha}}$, $\underline{\underline{X}}$) and (r , R) are conjugate internal variables relative to kinematic and isotropic hardening.

Using Equations (16) and (17) and applying the normality rule, leads to the multiaxial equations of the model. In the uniaxial case, with n=3, they reduce to:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_k + \varepsilon_i$$

$$\varepsilon_e = \sigma/E$$

$$\dot{\varepsilon}_k = A_k (\sigma - X)^3$$

$$\dot{\varepsilon}_i = A_i <|\sigma| - R>^3 \frac{\sigma}{|\sigma|} \qquad (18)$$

$$\dot{X} = H (\dot{\varepsilon}_k - BX^3)$$

$$\dot{R} = K (|\dot{\varepsilon}_i| - CR^3)$$

where σ , X, ε, ε_e, ε_k, ε_i are the tensor components along the direction of loading.

Since the model has to be equivalent to Norton's law (1) at steady-state ($\dot{X}$=0, $\dot{R}$=0), the following constraint on the fluidities can be derived:

$$\bar{A} = (A_k^{-1/3} + B^{-1/3})^{-3} + (A_i^{-1/3} + C^{-1/3})^{-3} \qquad (19)$$

and the steady values of the internal stresses are:

$$\bar{X} = \sigma / (1 + (B/A_k)^{1/3})$$

$$\bar{R} = \sigma / (1 + (C/A_i)^{1/3}) \qquad (20)$$

The physical interpretation which can be given is that the ε_k component, which includes all the kinematic effects, is produced only by a fraction of the total mobile dislocations. These dislocations are trapped in the networks and pile-ups capable of storing energy. The rate at which this energy is stored and released is controlled by glide in the basal planes. A part of ε_k is unrecoverable as dislocations can escape (by climb) from the substructure traps. In that sense the model for ε_k is the same as in LGD model, except that the isotropic hardening acting on the basal movement of the dislocations is neglected. The second component ε_i can be seen as the deformation resulting from the fraction of dislocations whose basal motion is impeded by local kinematic stresses and which escape directly by climb, taking no

part in the anelastic processes. It is subject to isotropic hardening which increases with the dislocation density.

Comparison of this model with experimental data from Test_1 and Test_2 is shown in Figures 7 and 8. Test_1 is very well reproduced by the model, with parameters optimized to fit only the loading part of the strain curve. For Test_2, the strain response to stress jumps during total unloading is quite satisfactory as well as the simulation of the primary creep curve.

Clearly, better results should be achieved if ε_k and ε_i were described by a full LGD model, but with a major price to pay as regards to the great number of parameters to deal with.

DISCUSSION

Contrary to the SSW model, the LGD and the proposed models do not involve explicitly the transient creep strain ε_t in their formulations. For these models, ε_t must be calculated as $\varepsilon_t = \varepsilon - \varepsilon_e - \bar{A}\sigma^3 t$. In the LGD model, ε is the solution of Equations (10) and $\bar{A}$ is given by Equation (9). In the present model the corresponding equations are (18) and (19).

Sinha's (1979) equation gives the total strain as $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_d + \varepsilon_v$ where ε_v is the (steady) creep strain resulting from Equation (1). The delayed elastic strain ε_d is thus formally identical to ε_t as defined by Equation (4). This component, as well as the anelastic moduli studied by Gold and Traetteberg (1975), exhibits an exponential time dependence in the form $Exp(-a.t^{1/3})$. In the absence of dislocation creep and recovery processes, the present model, with $A_i = B = 0$ in Equations (18), does not involve the same time dependence, since it then reduces to $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_k$ and $\dot{\varepsilon}_k = A_k(\sigma - H\varepsilon_k)^3$. Nevertheless this model was shown to be able to give acceptable responses to varying loads, at the scale of the total strains achieved during the tests ($\varepsilon \geq 5.x\ 10^{-3}$) and for loading durations higher than 3 hours. To conform to Sinha's (1979) or Gold and Traetteberg's (1975) results, while keeping the framework of internal state variable models, more complexity must be added in the formulation of the kinematic strain component .

The SSW model and Sinha's (1979) equation, describe the transient creep strain, or the delayed elastic strain, as totally recoverable. This is not the case for the LGD and the proposed models, in which recovery processes for kinematic hardening, and the existence of isotropic hardening, render part of the transient strain unrecoverable. This latter point seems to be in accordance with our observations (i.e. for total strains higher than 5. x 10^{-3}).

CONCLUSION

An evaluation of the models of LeGac and Duval (1980) and Shyam Sunder and Wu (1989a) has been presented. It was based on the simulation by the models of two uniaxial compression tests performed on isotropic granular ice under varying load at -10°C.

Examination of the computed optimized strain curves showed that the two models fail to reproduce correctly both the fast variations of strain following stress jumps, and primary creep.

A new model, involving 6 parameters (instead of 5 for LGD model and 4 for SSW model), based on a decomposition of the viscoplastic strain into two components which account separately for the kinematic and isotropic hardenings, was shown to improve the quality of the simulations.

Much work remains to be done to obtain the reliable data required to confirm the validity of this model for uniaxial situations involving relatively high total strains, and to establish its correspondence with rheological models using delayed elastic and plastic terms.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was supported by the Centre National de la Recherche Scientifique, CNRS_SPI, France. The authors are particularly grateful to Dr.P.Duval, Dr.L.W. Gold and the anonymous reviewers for very helpful comments and discussion. Special thanks are due to Dr.L.W.Gold and an anonymous reviewer for English corrections.

REFERENCES

Ashby, M.F. and Duval, P., 1985. The creep of polycrystalline ice. *Cold Reg. Sci. Technol., 11(3)*, 285-300.

Cole, D.M., 1991. Anelastic straining in polycrystalline ice. *In Cold Regions Engineering, Proc. 6th Int.Spec.Conf., West Lebanon, NH,Feb.26-28 1991, Ed. D.S.Sodhi, ASCE Publ.*, 504-518.

Duval, P., 1978. Anelastic behaviour of polycrystalline ice. *J. Glaciol., 21(85)*, 621-628.

Duval, P., Ashby, M.F. and Anderman, I., 1983. Rate-controlling processes in the creep of polycrystalline ice. *J.Phys.Chemistry, 87(21)*, 4066-4074.

Gold, L.W. , 1994. The elastic modulus of columnar-grain fresh-water ice. *Annals of Glac. 19.*

Gold, L.W. and Traetteberg, A., 1975. Young's modulus of ice and ice engineering problems. *2nd Symp. on Applications of solid mechanics, Hamilton,*

Ontario, June 17-18 1974, Ed. D.S.Weaver, Fac.of Eng., McMaster University, 1, 1-16.

Jacka, T.H., 1984. The time and strain required for development of minimum strain-rates in ice. *Cold Reg. Sci. Technol., 8(3)*, 261-268.

LeGac, H. and Duval, P., 1980. Constitutive relations for the non-elastic deformation of polycrystalline ice. *In Physics and Mechanics of Ice, Proc. IUTAM Symp. Copenhagen, Aug. 6-10 1979, Ed. P.Tryde, Springer Verlag*, 51-59.

Meyssonnier and Duval, 1989. Creep behaviour of damaged ice under uniaxial compression: a preliminary study. *Proc. 10th Int.Conf. on Port and Ocean Eng. under Arctic Conditions, Lulea, Sweden, June 12-16 1989, Ed.K.Axelsson-L.Fransson, 1*, 225-234.

Poirier, J.P., 1977. Microscopic creep models and the interpretation of stress-drop tests during creep. *Acta Metall. 25*, 913-917.

Shyam Sunder, S. and Wu, M.S. 1989a. A differential flow model for polycrystalline ice. *Cold Reg. Sci. Technol. 16(1)*, 45-62.

Shyam Sunder, S. and Wu, M.S. 1989b. A multiaxial differential model of flow in orthotropic polycrystalline ice. *Cold Reg. Sci. Technol. 16(2)*, 223-235.

Shyam Sunder, S. and Wu, M.S. 1990. On the constitutive modeling of transient creep in polycrystalline ice. *Cold Reg. Sci. Technol. 18(3)*, 267-294.

Sinha, N.K., 1978. Rheology of columnar-grained ice. *Exp. Mechanics, 18(12)*, 464-470.

Sinha, N.K., 1979. Grain boundary sliding in polycrystalline materials. *Phil. Mag. A, 40(6)*, 825-842.

Sinha, N.K., 1988. Crack-enhanced creep in polycrystalline material: strain-rate sensitive strength and deformation of ice. *J.Mater.Sci., 23(12)*, 4415-4428.

Traetteberg, A., Gold, L.W. and Frederking, R., 1975. The strain rate and temperature dependence of Young's modulus of ice. *Proc. IAHR 3rd Int.Symp. on Ice Problems, Hanover, NH, Aug. 18-21 1975, Ed. G.E. Frankenstein*, 479-486.

Weertman, J., 1983. Creep deformation of ice. *Ann. Rev. Earth Planet. Sci., 11*, 215-240.

FIGURE CAPTIONS

Figure 1 : Test_1 LVDT creep and recovery measurements; the loading conditions are shown by shaded area (1,65_0,07 MPa).

Figure 2 : Test_2 LVDT measurements with stress jumps during unloading and mean curve used for model comparisons; the loading conditions are shown by shaded area (1,54_0,05_0.98_0.05_0.93_ 0.05 MPa).

Figure 3 : Comparison of LeGac and Duval's model with Test_1 data.

(a) computed strain curve fitted on the entire observed curve.

(b) computed recovered strain when the parameters are optimized so as to fit only the loading branch.

Figure 4 : Comparison of LeGac and Duval's model with Test_2 data. Optimized strain curve (thick curve).

Figure 5 : Comparison of Shyam Sunder and Wu's model with Test_1 data.

(a) computed strain curve, fitted on entire observed curve, along with its transient and steady-creep components.

(b) computed primary creep branch with parameters optimized to fit only the observed strain recovery.

Figure 6 : Comparison of Shyam Sunder and Wu's model with Test_2 data. Optimized strain curve and transient and steady-creep components.

Figure 7 : Comparison of the proposed model with Test_1 data. Optimized strain curve and strain components.

Figure 8 : Comparison of the proposed model with Test_2 data. Optimized strain curve and strain components.

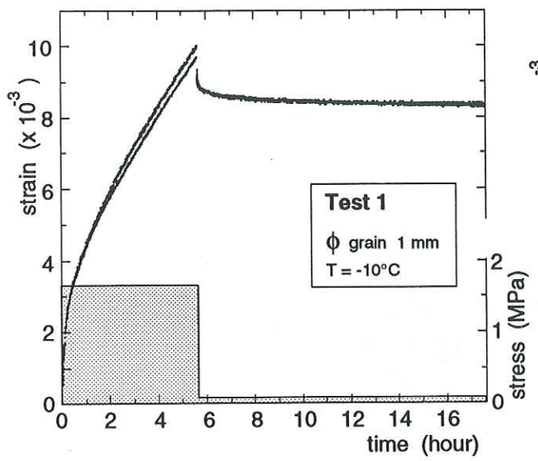


Figure 1 Meyssonnier and Goubert

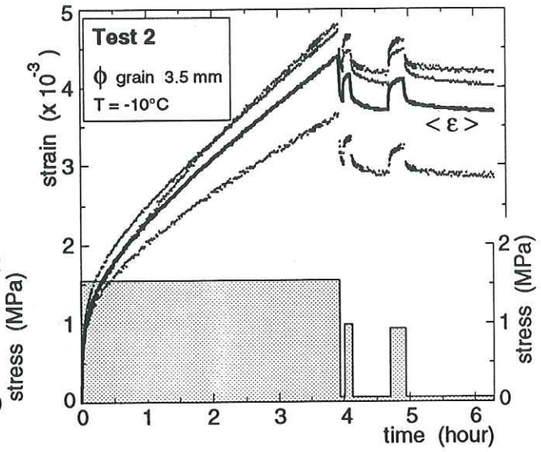


Figure 2 Meyssonnier and Goubert

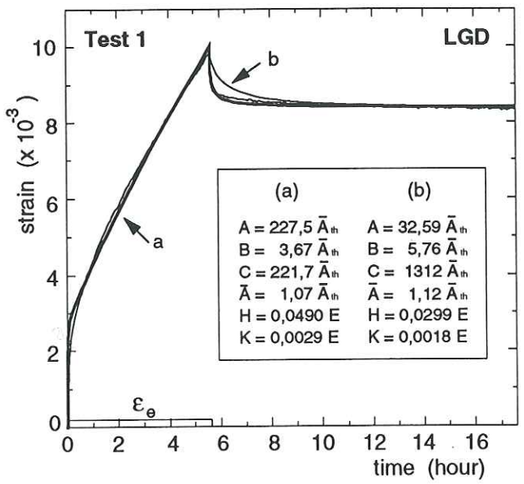


Figure 3 Meyssonnier and Goubert

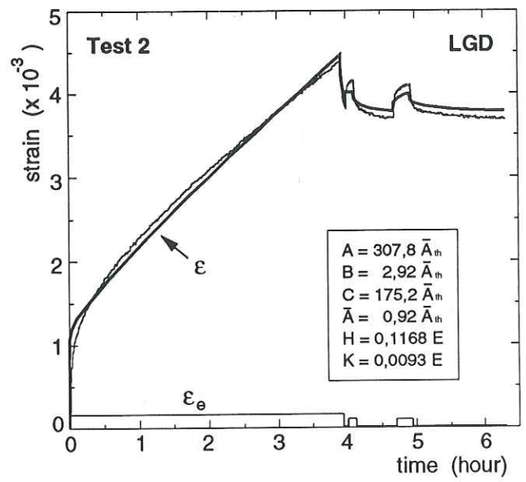


Figure 4 Meyssonnier and Goubert

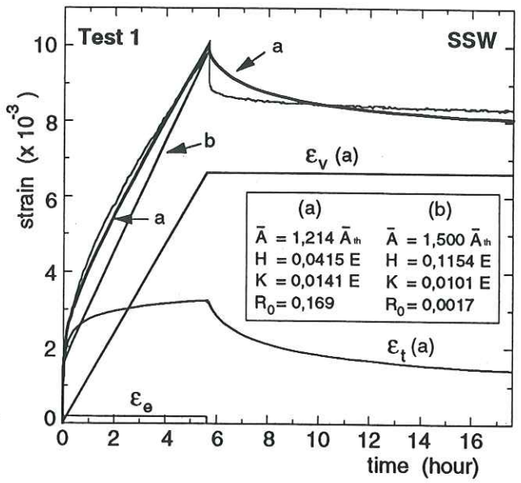


Figure 5 Meyssonnier and Goubert

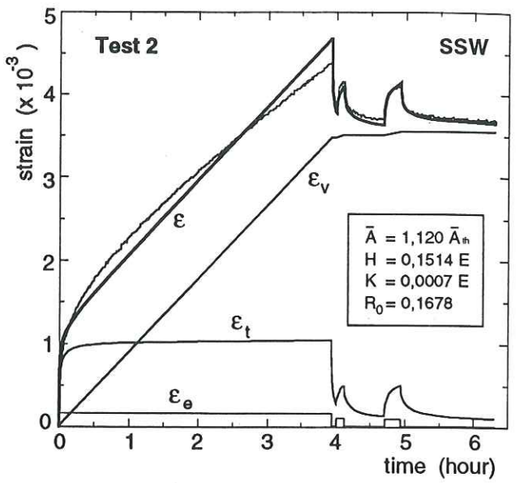


Figure 6 Meyssonnier and Goubert

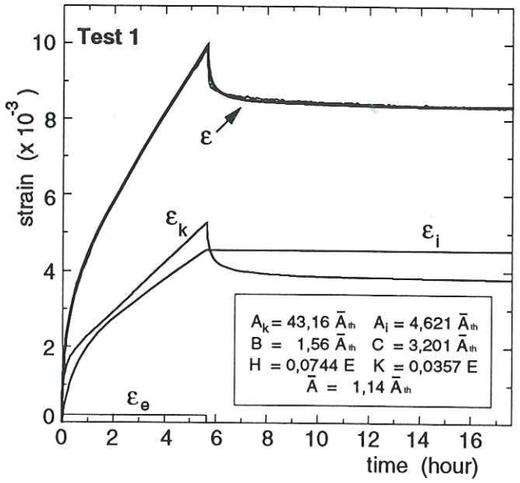


Figure 7 Meyssonnier and Goubert

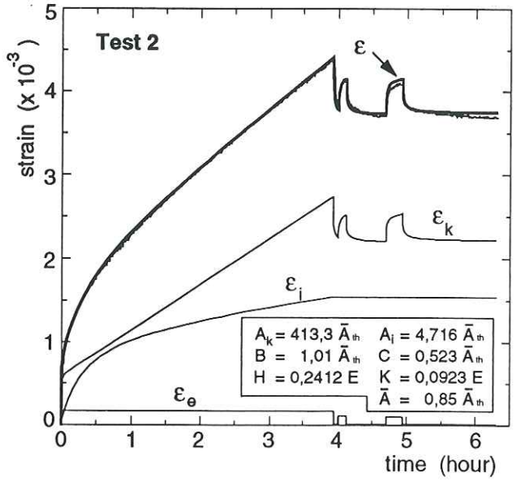


Figure 8 Meyssonnier and Goubert

FLUAGE TRANSITOIRE DE LA GLACE POLYCRISTALLINE EN COMPRESSION UNIAXIALE

Résumé

Les problèmes spécifiques qui se posent lors de la modélisation de l'interaction glace-structure sont relatifs à la prise en compte du matériau endommagé. Une étape préliminaire est la validation d'une loi de comportement du fluage transitoire de la glace polycristalline non-endommagée. Pour cela, et en première approche, une série d'essais de fluage en compression uniaxiale a été menée. Les résultats expérimentaux obtenus permettent de caractériser la déformation transitoire. Celle-ci se décompose en une partie recouvrable et une partie non-recouvrable. Les essais quasi-cycliques montrent que la partie irréversible de la déformation est acquise essentiellement au cours du premier cycle, puis augmente faiblement par la suite tandis que la partie recouvrable reste à peu près constante. De plus, il semble que la déformation recouvrée suive une loi quadratique en fonction du décrément de contrainte appliqué. Les modèles existants, soit formulés en termes de fonctions de fluage, soit basés sur une description de l'écrouissage par le biais de variables internes, ont été testés sur les courbes expérimentales obtenues. Les calculs montrent que ces modèles ne peuvent reproduire des essais de charge/décharge et de perturbation de charge autour de la contrainte nominale. Deux nouveaux modèles de comportement sont proposés. Ils peuvent être parfaitement ajustés sur les courbes expérimentales, cependant, le nombre de paramètres à ajuster étant très élevé, se pose le problème de leur identification.

Mots-clés

Mécanique
Fluage transitoire
Interaction Glace-Structure
Fluage
Glace polycristalline
Modélisation