

UNIVERSITE PARIS-SUD

ÉCOLE DOCTORALE : STITS  
Laboratoire des signaux et systèmes -SUPELEC

*DISCIPLINE: PHYSIQUE*

RESUME DE THÈSE DE DOCTORAT

soutenu le 19/10/2012

par

José SAAVEDRA

Multidiffusion et diffusion  
dans les systèmes OFDM sans fil

**Directeur de thèse :**  
**Co-Encadrant :**

Pierre DUHAMEL  
Anthony BUSSON

Directeur de recherche (LSS - SUPELEC)  
Professeur (Université de Lyon 1)

**Composition du jury :**

*Président du jury :*  
*Rapporteurs :*

Véronique VEQUE  
Anissa MOKRAOUI  
Jean-Pierre CANCES  
Benoit GELLER  
Véronique VEQUE

Professeur (Université de Paris Sud)  
Maitre de conférences (Université Paris 13)  
Professeur (Université de Limoges)  
Professeur (ENSTA Paris-TECH)  
Professeur (Université de Paris Sud)

*Examineurs :*

# Résumé en Français

## Motivation, problèmes et contributions

Dans les dernières années l'évolution des besoins de la part des utilisateurs associée à une augmentation de l'offre des opérateurs mobiles, a entraîné une demande croissante de services sur les dispositifs mobiles. Ceci pose de nouveaux problèmes de recherche scientifique et industrielle pour offrir de meilleurs produits répondant à cette nouvelle demande. Les services les plus demandés sont liés au streaming multimédia et au téléchargement. De telles applications nécessitent une très bonne qualité de service, ce qui signifie un haut débit de données, une communication fiable et une utilisation efficace de la puissance. Le signal transmis de la station de base vers l'utilisateur subit une atténuation et propagation par trajets multiples, qui peuvent dégrader le service. Afin d'avoir un système de communication efficace, capable de faire face aux difficultés apportés par les communications sans fil, les standards récents de communications conçus pour la transmission de paquets sur les canaux sans fils (tels que : IEEE 802.16, IEEE 802.11 ou des technologies mobiles comme : 3GPP Long Term Evolution -LTE-), utilisent les modulations multi-porteuses Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) en vue d'obtenir une communication fiable sur la liaison descendante.

Le principe de la technologie OFDM consiste à répartir le flux de données sur plusieurs sous-porteuses orthogonales [44]. Cela permet de transformer un canal sélectif en fréquence de large bande, en plusieurs canaux plats orthogonaux de bande étroite. Il est ainsi possible de traiter les sous-canaux indépendamment avec des égaliseurs et décodeurs simples. Un autre avantage est que cela permet d'effectuer la répartition de puissance sur l'ensemble des sous-canaux. On peut tirer partie de cette technologie dans les environnements difficiles comme les zones urbaines. Celles-ci produisent des retards, de l'interférence, du bruit et de l'atténuation sur le signal, ainsi que de l'interférence de entre symboles.

La technologie multi-porteuse OFDM a été initialement introduite pour les appareils munis d'une antenne, ce qui est encore la situation la plus fréquente. Les utilisateurs ont des smartphones, tablettes et netbooks qui sont pour la plupart d'entre eux équipés d'une antenne. Toutefois, une attention spéciale a été accordée dernièrement aux systèmes " Multiple Input Multiple Output (MIMO) " qui mettent en oeuvre des antennes multiples à l'émetteur et au récepteur. En effet, il a été démontré que les technologies MIMO permettent de transmettre des débits plus élevés avec la même énergie par rapport aux transmissions avec une seule antenne, également connu sous le nom de " Single Input Single Output(SISO) ".

Une utilisation classique des ressources est d'établir une liaison point à point entre la station de base et chaque utilisateur, même s'ils souhaitent recevoir le même signal. La situation de diffusion (Broadcast) peut être considérée comme un extrême opposé avec celle de multiples liaisons point a point, car il est probable que dans une station de base donnée le nombre d'utilisateurs simultanés d'un service vidéo ne sera pas trop grand. L'inconvénient de la situation de diffusion est qu'aucune connaissance

de canal n'est disponible à l'émetteur, ce qui empêche un réglage de la puissance de transmission sur des canaux réels. Nous allons considérer dans notre travail que le même service est requis par un groupe d'utilisateurs à partir de la station de base.

Ce problème est connu dans les réseaux câblés sous le nom de multidiffusion (multicast): lorsque un utilisateur souscrit aux mêmes services que d'autres personnes, le réseau répond à cette demande au moindre coût en partageant les ressources.

Dans ce travail, nous utilisons la théorie de l'information pour modéliser la situation de multidiffusion sur un système de communication sans fil OFDM. De toute évidence, un service de multidiffusion peut être modélisé comme étant une situation broadcast (ici, "broadcast" est dans le sens de la théorie de l'information). En théorie de l'information le canal de diffusion (broadcast channel) a été formalisé par Cover [16] et révisé par Van der Meulen dans [70].

Nous considérons que l'émetteur connaît la réalisation du canal (Channel State Information, CSI), de chaque utilisateur. Cela nous permet de développer des algorithmes qui optimisent la capacité, en prenant en compte que la puissance disponible à la station de base est limitée.

Dans le cas SISO [77], la technique du " bit loading " et l'allocation de puissance sur chaque sous-porteuse sont traitées, l'allocation étant faite pour un ensemble d'utilisateurs. Dans [34], les données de différents utilisateurs sont additionnées dans chaque sous-porteuse, une fonction de débit est déduite et optimisé par la méthode de Lagrange.

Dans le cas de la transmission multi-utilisateur dans un système MIMO-OFDM avec Channel State Information (CSI) à l'émetteur et au récepteur, le précodage " zéro forcing " est utilisé pour approcher la région de capacité du " dirty paper coding

” [12].

Dans cette thèse, l’allocation de puissance multi-utilisateurs pour un système OFDM-SISO et OFDM-MIMO sont étudiés tout d’abord, ce qui permet d’effectuer une étude statistique de la couverture de chaque schéma sur un canal réaliste. Ce travail apporte les outils nécessaires pour comparer les communications point à point, point à multipoints avec CSI connus, et point à multipoints avec CSI inconnus.

Pour le modèle multi-utilisateurs-SISO-OFDM nous proposons un algorithme efficace pour l’allocation de puissance sur chaque sous-porteuse, dans le cas où l’on veut envoyer le même bitstream imbriqué (”scalable”) modulé à chaque utilisateur. Les améliorations sont mises en évidence de manière statistique, basée sur les histogrammes.

Dans le cas multi-utilisateur-MIMO-OFDM, nous proposons une extension du travail de Kaviani [38] basé sur une approche du precodage ” Zero Forcing ” déjà étudié par [60, 13, 27, 12]. Enfin, nous fournissons des moyens de réglage pour la zone de couverture du cas classique de diffusion sans recourir à un grand nombre de simulations, au moyen d’outils de géométrie stochastique.

Dans tous les cas, nous simulons l’algorithme d’allocation de puissance sur les différents scénarios et effectuons de nombreuses réalisations de canaux. L’histogramme et les statistiques sont un outil pour comparer et décider du nombre d’utilisateurs à partir duquel la station de base continue ou non d’effectuer de l’allocation de puissance au lieu de la répartir uniformément sur tous les canaux.

## Background

La croissance du trafic de données demandé par les appareils mobiles a posé un grand défi pour l'industrie et le monde de la science. La flexibilité de l'OFDM permet de développer des algorithmes pratiques d'allocation de ressources. Notre objectif est de comparer l'efficacité de cette technique par rapport à celle à une seule porteuse. Nous étendons notre analyse au cas MIMO. Apparue en Décembre 1966, le papier précurseur de Chang [11] présente les principes de multiplexage orthogonal sur des données transmises sur multicanaux, pour une bande limitée. Cette technique a d'abord été mise en oeuvre par le biais de filtres analogiques, mais Weinstein [75] propose un algorithme numérique basé sur la transformée de fourier rapide (Fast Fourier Transform, FFT) et comprenant un intervalle de garde pour prévenir le chevauchement dans le domaine temporel. En 1980, Peled [52] introduit une extension cyclique dans le schéma numérique proposé par Weinstein [75]. Cela permet que la séquence reçue comporte exactement une période de la convolution cyclique de la séquence d'entrée par le canal ce qui permet à la FFT de diagonaliser exactement le canal. Ceci annule les interférences entre sous canaux.

La transmission sur une porteuse est fortement perturbée par l'interférence entre symboles (Inter Symbol Interference, ISI) lorsque le débit des données augmente. Il est possible de contourner ce problème avec des méthodes qui respectent le critère de Nyquist, mais la complexité de l'égaliseur augmente due au haut débit et le cot associé à la transmission devient prohibitif [12]. La transmission sur un canal sélectif en fréquence peut être combattue à l'aide de techniques multi-porteuses. Modulée sur des fréquences différentes, le canal peut être divisé en plusieurs sous-canaux plats à bande étroite. Puisque le débit total est partagé entre les sous-canaux, l'égalisation

est moins complexe. Cette configuration assure également une faible distorsion de la transmission de données dans le cas où l'orthogonalité entre les sous-porteuses est maintenu [12, 4, 44], ce qui est le cas en OFDM.

Le développement des techniques numériques permet actuellement d'effectuer cette décomposition et sa reconstruction via les algorithmes IFFT et FFT à l'aide d'un seul modulateur analogique haute fréquence. [75].

Des détails sur le fonctionnement de l'OFDM se trouvent dans le chapitre 2 dans la sous-section 2.1. Nous nous intéresserons aux résultats de capacité du canal lorsque nous considérons l'utilisation de cette technologie avec un intervalle de garde qui garantit l'orthogonalité des sous porteuses.

## SISO OFDM Capacité

Dans le cadre de la théorie de l'information, tous les signaux d'entrée sont supposés être gaussiens, car il est bien connu que ce choix maximise la capacité. Par conséquent, les résultats correspondants doivent être considérés comme des bornes supérieures des taux de transmission atteignables. Puisque dans le domaine fréquentiel les gains des canaux d'un système OFDM correspondent à un symbole modulé transmis, une transmission point à point peut être modélisée comme:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{z} \quad (1)$$

Don  $\mathbf{y} = (y^{(1)}, \dots, y^{(N)})$  est le vecteur de bande de base complexe reçu. La matrice  $\mathbf{H}$  est la matrice de canal orthogonale, c'est une matrice diagonale dont les éléments représentent le gain complexe sur chaque sous-porteuse, comme indiqué ci-dessous:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h^{(2)} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h^{(N)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Le symbole transmis est  $\mathbf{X} = (x^{(1)}, \dots, x^{(N)}) \sim \mathbb{C}\mathcal{N}(0, S_x)$ , où  $S_x$  est la matrice de covariance diagonale du vecteur  $\mathbf{X}$ , les éléments de la diagonale sont les puissances mise sur chaque symbole modulé. Tels que:

$$S_x = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & p_N \end{bmatrix} \quad (3)$$

Le signal reçu est affecté par un bruit blanc additif gaussien complexe  $Z \sim \mathbb{C}\mathcal{N}(0, S_z)$ . La matrice de covariance du bruit,  $S_z$ , pour ce modèle de canal parallèle, est diagonale puisque les canaux sont orthogonaux. L'information mutuelle  $I(\mathbf{x}; \mathbf{y})$  entre l'ensemble des signaux d'entrée et ceux reçus s'exprime comme suit:

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \log \left( 1 + \frac{|h^{(n)}|^2 p_n}{\sigma_z^2} \right) \quad \text{bits/s/Hz} \quad (4)$$

La somme des puissances sur les sous-porteuses doit satisfaire la contrainte sur la puissance :  $\sum_{n=1}^N p_n \leq P$ , où  $P$  est la puissance totale disponible à la station de base. Afin de maximiser l'information mutuelle, le problème est mis sous la forme d'un problème d'optimisation convexe[6]:



$$\min_{p_n} \left\{ -\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \log \left( 1 + \frac{|h^{(n)}|^2 p_n}{\sigma_z^2} \right) \right\} \quad (5)$$

$$\text{Subject to } \begin{cases} \sum_{n=1}^N p_n = P \\ -p_n \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

En faisant une optimisation Lagrangienne nous obtenons:

$$\frac{-1}{p_n + \frac{\sigma_z^2}{|h^{(n)}|^2}} + \lambda = 0 \quad (7)$$

En utilisant la positivité de la puissance mise sur chaque sous-porteuse, on obtient la formulation de l'algorithme "waterfilling". [17]:

$$p_n = \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{\sigma_z^2}{|h^{(n)}|^2} \right)^+ \quad (8)$$

La fonction  $(\cdot)^+$  est :

$$(x)^+ = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

La simplicité de cet algorithme permet une allocation optimale de la puissance, en supposant que l'état du canal est connu à l'émetteur.

## Modèle MIMO

La configuration Multiple Input Multiple Output (MIMO), permet d'augmenter le débit par rapport au cas SISO, en exploitant deux caractéristiques principales: le multiplexage et la diversité [29, 76]. Le multiplexage exploite la structure du gain du

canal pour augmenter le taux de données, car des flux de données indépendants sont transmis en parallèle en utilisant les différentes antennes. Les techniques de diversité visent à exploiter les informations de l'état du canal à l'émetteur ou au récepteur, ou les deux pour améliorer la fiabilité de transmission. Le modèle habituel présenté dans la littérature est le suivant:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & \dots & h_{1T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{R1} & \dots & h_{RT} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_R \end{pmatrix} \quad (10)$$

Où simplement:

$$\mathbf{y} = \bar{\mathbf{H}}\mathbf{x} + \mathbf{z} \quad (11)$$

Où  $\mathbf{y}$  est un vecteur complexe qui modélise le récepteur avec  $R$  antennes. L'émetteur est modélisé par le vecteur complexe  $\mathbf{x}$ , de taille  $T$ . Le signal transmis est envoyé sur le canal représenté par la matrice  $\bar{\mathbf{H}}$  de taille  $R \times T$ .

Les possibilités offertes par ce schéma MIMO sont différentes si nous disposons de l'information sur l'état du canal à l'émetteur (CSIT) et/ou au niveau du récepteur (CSIR). Les premiers résultats en théorie de l'information sur le canal MIMO ont été publiés par Telatar et Foschini [65, 23]. Dans ces publications, l'information mutuelle pour des canaux statiques est donnée par:

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \log_2 \det \left( \mathbf{I}_R + \frac{1}{\sigma_z^2} \bar{\mathbf{H}}\mathbf{S}_x\bar{\mathbf{H}}^H \right) \quad (12)$$

où  $\mathbf{S}_x$  est la matrice de covariance du vecteur  $\mathbf{x}$ . L'information mutuelle  $I(\mathbf{x}; \mathbf{y})$  est optimale lorsque le vecteur d'entrée est gaussien complexe circulaire symétrique

de moyenne nulle [65]. La capacité est obtenue en maximisant l'information mutuelle sur les matrices de covariance  $\mathbf{S}_x$  qui satisfont les contraintes de puissance. C'est à dire:

$$C_{MIMO} = \max_{\mathbf{S}_x: \text{Tr}(\mathbf{S}_x) \leq P} \log_2 \det \left( \mathbf{I}_R + \frac{1}{\sigma_z^2} \bar{\mathbf{H}} \mathbf{S}_x \bar{\mathbf{H}}^H \right) \quad (13)$$

Une valeur optimale de la capacité  $C_{MIMO}$  sera conditionnée à la connaissance ou non de l'état du canal à l'émetteur. Nous verrons quelques résultats, mais de plus amples détails peuvent être trouvés dans [68, 65, 50, 29, 27, 23, 24].

### MIMO avec CSIT et CSIR

Supposons que l'état du canal est connu à l'émetteur et au récepteur, l'émetteur peut préparer la transmission sur la base de cette connaissance. Ceci est obtenu par l'intermédiaire d'une décomposition en valeurs singulières du canal:

$$\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^H \quad (14)$$

où  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{R \times R}$  and  $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{T \times T}$  sont des matrices unitaires, et  $\Sigma \in \mathbb{C}^{R \times T}$  est une matrice diagonale contenant les valeurs singulières du canal (la racine carrée des valeurs propres):  $\sqrt{\gamma_1} \geq \dots \geq \sqrt{\gamma_J}$ ,  $J = \text{Rank}(\bar{\mathbf{H}})$ . Les colonnes de  $\mathbf{U}$  sont les vecteurs propres de  $\bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{H}}^H$ , tandis que les colonnes de  $\mathbf{V}$  sont les vecteurs propres de  $\bar{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{H}}$ . Si l'on remplace dans l'équation correspondante, nous obtenons:

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \log_2 \det \left( \mathbf{I}_R + \frac{1}{\sigma_z^2} \Sigma \mathbf{Q} \Sigma \right) \quad (15)$$

La matrice  $\mathbf{Q} = \mathbf{V}^H \mathbf{S}_x \mathbf{V}$ . Dans [65], L'auteur observe que  $\mathbf{Q}$  est une matrice

semi-définie positive et donc l'inégalité d'Hadamard peut être utilisée:

$$\det \left( \mathbf{I}_R + \frac{1}{\sigma_z^2} \Sigma \mathbf{Q} \Sigma \right) \leq \prod_j \left( 1 + \frac{Q_{jj} \gamma_j}{\sigma_z^2} \right) \quad (16)$$

En remplaçant dans (12), il résulte que l'information mutuelle est optimale quand  $\mathbf{Q}$  est une matrice diagonale, donc:

$$C = \sum_{j=1}^J \log_2 \left( 1 + \frac{Q_{jj} \gamma_j}{\sigma_z^2} \right) \quad (17)$$

Il est aussi observé que la capacité croît linéairement avec  $\text{Rank}(\bar{\mathbf{H}})$  [65, 23].

L'équation (17) peut être maximisée pour obtenir une répartition adéquate de la puissance sur chaque valeur propre [65, 29]:

$$\max_{P_j: \sum_{j=1}^J P_j \leq P} \sum_{j=1}^J \log_2 \left( 1 + \frac{P_j \gamma_j}{\sigma_z^2} \right) \quad (18)$$

Après une maximisation Lagrangienne nous avons:

$$P_j = \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{\sigma_z^2}{\gamma_j} \right)^+ \quad (19)$$

L'allocation de puissance sur les valeurs propres du canal est aussi l'algorithme du waterfilling, cette fois ci sur le schéma MIMO.

En l'absence de CSIT, l'allocation optimale est obtenue en répartissant de façon égale la puissance sur les antennes. La matrice de covariance devient  $\mathbf{S}_x = \frac{P}{\sigma_z^2 T} \mathbf{I}_T$ . En remplaçant par la matrice de covariance à répartition uniforme de puissance, l'équation (12) devient:

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \log_2 \det \left( \mathbf{I}_R + \frac{P}{\sigma_z^2 T} \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{H}}^H \right) \quad (20)$$

Utilisant la décomposition en valeurs singulières, nous avons:

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \sum_{j=1}^{N_Z} \log_2 \left( 1 + \frac{P}{\sigma_z^2 T} \gamma_j \right) \quad (21)$$

Dans la conception de systèmes de diffusion ou de multidiffusion, une quantité utile est la probabilité de coupure, définie comme suit:

$$\mathbb{P}_{out} = \mathbb{P} \left( \bar{\mathbf{H}} : \log_2 \det \left( \mathbf{I}_R + \frac{P}{\sigma_z^2 T} \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{H}}^H \right) < C_{out} \right) \quad (22)$$

La capacité  $C_{out}$  représente le débit nécessaire à l'obtention de certains services. Une mesure appropriée de l'efficacité d'un schéma donné est la probabilité que le débit obtenu est plus petit que celui requis (c'est à dire que le canal est en "outage" ou coupure). C'est la définition de la probabilité de coupure, comme définie par [48, 65, 29].

### Capacité MIMO OFDM

Le système MIMO OFDM peut être représenté dans le domaine fréquentiel en tant que  $N$  systèmes MIMO indépendants avec des matrices de taille  $R \times T$ , si l'on considère que le préfixe cyclique est suffisamment long [29, 63]. Une explication détaillée peut se trouver dans [63]. Si le système OFDM est bien conçu, une sous-porteuse du système MIMO OFDM est décrite comme suit:

$$\begin{pmatrix} y_1^{(n)} \\ \vdots \\ y_R^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11}^{(n)} & \dots & h_{1T}^{(n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{R1}^{(n)} & \dots & h_{RT}^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^{(n)} \\ \vdots \\ x_T^{(n)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_1^{(n)} \\ \vdots \\ Z_R^{(n)} \end{pmatrix} \quad (23)$$

ou simplement:

$$\mathbf{y}_{(n)} = \mathbf{H}_{(n)}\mathbf{x}_{(n)} + \mathbf{z}_{(n)} \quad (24)$$

où  $\mathbf{y}_{(n)}$  est un vecteur complexe qui correspond aux  $R$  signaux reçus par les antennes à la réception sur la sous-porteuse  $n$ . L'émetteur envoie le vecteur complexe  $\mathbf{y}_{(n)}$  sur ses  $T$  antennes. Le signal transmis est envoyé sur le canal représenté par la matrice  $\mathbf{H}_{(n)}$  de taille  $R \times T$ . Donc, sous les hypothèses mentionnées ci-dessus, la structure est semblable à (10) et (11); les formules développées dans la section ci-dessus sont pleinement valides.

## Le cas multi-utilisateurs sur la voie descendante ou Broadcast Channel

Cette section passe en revue les modèles utilisés pour le cas multi-utilisateurs (SISO-OFDM et MIMO-OFDM) ainsi que les principaux résultats disponibles dans ce contexte. On distingue deux situations principales, en fonction de la direction de la communication. Si la communication se fait à partir de la station de base vers les utilisateurs, on parle de la liaison descendante. A l'inverse, si la communication se fait depuis les utilisateurs vers la station de base on parle de liaison montante. En théorie de l'information la liaison descendante est connue sous le nom de canal de

diffusion ou Broadcast Channel (BC) et la liaison montante est connue sous le nom de canal d'accès multiple ou Multiple Access Channel (MAC). Dans ce résumé on mettra l'accent sur la voie descendante, celle-ci étant principalement abordée dans cette thèse. La bibliographie sur la voie montante et la dualité BC-MAC se trouve dans les sections 2.2 et 2.3.

## La voie descendante pour le cas multi-utilisateurs SISO-OFDM

Le canal de diffusion est décrit dans [17], en termes de canaux à évanouissement plats. Dans le contexte OFDM, en raison de l'orthogonalité entre les sous-porteuses, nous avons  $N$  canaux de diffusion indépendants. Le modèle mathématique pour l'OFDM sur chaque sous-porteuse est:

$$y^{(\ell,n)} = h^{(\ell,n)}x^{(n)} + z^{(\ell,n)} \quad (25)$$

où  $y^{(\ell,n)} \in \mathbb{C}$  est le signal de bande de base reçu sur la sous-porteuse  $n$  de l'utilisateur  $\ell$ . Le signal à diffuser est  $x^{(n)} \in \mathbb{C}$ , le symbole modulé complexe en bande base, sur la sous-porteuse  $n$ .

Dans un contexte SISO, ce signal atteint l'utilisateur  $\ell$  après avoir passé par  $h^{(\ell,n)} \in \mathbb{C}$ , qui est la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle du canal à temps invariant de l'utilisateur  $\ell$  sur la sous-porteuse  $n$ . Le symbole est contraint en puissance par:  $E \{|x^{(n)}|^2\} \leq P_n$ .

Dans son livre [17], Cover stipule que dans le but d'envoyer une information commune à tous les utilisateurs on peut tout simplement transmettre le même signal à une puissance permettant d'atteindre la capacité de l'utilisateur avec le pire canal. Une autre situation se présente quand on veut envoyer des signaux différents à chaque

utilisateur. Cela peut être fait par l'utilisation de codes superposés [17]. Le modèle plus simple permettant de résoudre ce problème, c'est la diffusion sur canal dégradé [25]. étant donné une fonction de permutation  $\pi(\cdot)$  qui permet de trier les canaux par l'amplitude de leurs gain d'atténuation dans un ordre décroissant, la diffusion sur canal dégradé est défini dans la situation où le signal d'émission est physiquement dégradé entre le canal et le premier récepteur et se dégrade plus encore au deuxième récepteur et ainsi de suite, formant une chaîne de Markov:

$$x^{(n)} \rightarrow y^{(\pi(1),n)} \dots \rightarrow y^{(\pi(L),n)} \quad (26)$$

On dit aussi que les canaux à diffusion sont stochastiquement dégradés, lorsque les canaux sont stochastiquement équivalents à une diffusion physiquement dégradé. Cela veut dire, qu'il existe une distribution de  $x^{(n)}$  vers  $y^{(L,n)}$  tel que :

$$p(y^{(1,n)}, \dots, y^{(L,n)} | x^{(n)}) = p(y^{(\pi(1),n)} | x^{(n)}) \prod_{\ell=2}^L p(y^{(\pi(\ell),n)} | y^{(\pi(\ell-1),n)}) \quad (27)$$

La région de capacité du canal à diffusion dégradé est bien connu [17, 25]. En prenant en compte que les gains des canaux des utilisateurs on été ordonnées du pire au meilleur utilisateur, avec un ordre de décodage:  $|h^{(\pi(1),n)}|^2 > \dots > |h^{(\pi(L),n)}|^2$  et une contrainte de puissance  $P_n$  sur la sous-porteuse  $n$ , la région de capacité est

$$C_{BC} = \bigcup_{\sum_{\ell}^L p_{(\ell),n} = P_n} \left\{ R : R_{\pi(\ell)} \leq \log_2 \left( 1 + \frac{|h^{(\pi(\ell),n)}|^2 p_{(\pi(\ell),n)}}{\sigma_{z^{(\ell)}}^2 + |h^{(\pi(\ell),n)}|^2 \sum_{j < \ell} p_{(\pi(j),n)}} \right) \right\} \quad (28)$$

Les points de la région de capacité peut être obtenus avec un codage à superposition et décodage successif [17, 25]. Dans ce contexte dégradé, il faut noter que les Bons utilisateurs (ceux avec un bon SNR) peuvent également recevoir les signaux



qui sont destinées aux utilisateurs qui ont des SNR moins bons. En d'autres termes, pour une source codée hiérarchiquement, les bons utilisateurs vont recevoir des signaux de bonne qualité, tandis que les mauvais utilisateurs recevront un signal, mais de moindre qualité.

## La voie descendante pour le cas multi-utilisateurs MIMO-OFDM

Suite à la sous-section précédente, nous faisons un aperçu de la voie descendante pour le cas multi-utilisateur MIMO et les principaux résultats du domaine.

Le schéma de ce cas pour l'utilisateur  $\ell$  sur la sous-porteuse  $n$  est modélisé de la façon suivante :

$$\mathbf{y}^{(\ell,n)} = \mathbf{H}_{(\ell,n)}\mathbf{x}_{(n)} + \mathbf{z}^{(\ell,n)} \quad (29)$$

Le vecteur  $\mathbf{y}^{(\ell,n)} = (y_1^{(\ell,n)T} \dots y_R^{(\ell,n)T})^T$  modélise le récepteur avec  $R$  antennes. Le signal transmis est  $\mathbf{x}_{(n)} = (x_1^{(n)T} \dots x_T^{(n)T})^T \sim \mathcal{CN}(0, S_{\mathbf{x}_{(n)}})$ , où  $S_{\mathbf{x}_{(n)}}$  est la matrice de covariance du signal à transmettre, qui est soumis à une contrainte de puissance :  $Tr(S_{\mathbf{x}_{(n)}}) \leq P_n$ , où  $P_n$  est la puissance totale dans la sous-porteuse  $n$ . Ce signal est diffusé à tous les utilisateurs et contient les informations pour chaque utilisateurs dans la sous-porteuse  $n$ .

Le canal de diffusion MIMO n'est pas dégradé en général. Par conséquent, le codage par superposition n'est pas utilisé pour atteindre la capacité. Une technique souvent utilisée est celle développée par Costa [15], le " Dirty Paper Coding " (DPC). En 2001, une région atteignable a été déduite par Yu et Cioffi [79]. La base de cette

méthode consiste à décomposer le canal de diffusion en une série de canaux individuels par utilisateurs avec des informations non-causales disponibles à l'émetteur et à utiliser une méthode de précodage basée sur la méthode de précodage de Tomlinson-Harashima [66, 31, 22]. Également basé sur le DPC, Caire et Shamai [7, 8, 9] ont développé une approche MIMO avec  $T$  antennes à l'émetteur et  $L$  utilisateurs, chacun avec une seule antenne. Ils explorent la possibilité de transmettre une information indépendante à l'aide d'une station de base avec des antennes multiples vers des utilisateurs avec une antenne. L'émetteur décompose le canal dans un ensemble ordonné de canaux à interférence, puisque cette opération est faite avant d'effectuer la transmission elle est connue sous le nom de technique non-causale, comme dans [15]. Les informations des utilisateurs sont successivement codées sur la base de la connaissance non-causale du canal. Les auteurs expliquent également que le cas à deux utilisateurs est une version spéciale de la région de capacité de Marton [40], qui peut atteindre la somme des capacités du système. D'une autre part, Goldsmith présente un aperçu des progrès sur le sujet jusqu'en 2003 [30]. En 2006 Weingarten et al. proposent une région de capacité atteignable pour le canal de diffusion [73], en utilisant DPC. Considérant un codage arbitraire  $\pi(\cdot)$ , où l'utilisateur  $\pi(1)$  est codé en premier, jusqu'à l'utilisateur  $\pi(L)$ , la capacité est l'union des bornes des débits atteignables qui composent le vecteur  $\mathbf{R} = (R_1, \dots, R_L)$  sur l'ensemble  $\mathcal{S} = \left\{ S_{\mathbf{x}(\ell,n)} \succeq 0, \forall \ell \in \mathcal{L} : \text{Tr}(\sum_{\ell=1}^L S_{\mathbf{x}(\ell,n)}) \leq P_n \right\}$ , qui contient les matrices de covariances  $S_{\mathbf{x}(\ell,n)}$  de chaque utilisateurs, et qui respectent les contraintes de puissance:

$$C_{BC}(H, P_n) = \bigcup_s \left\{ \mathbf{R} : R_\ell \leq \log_2 \frac{\det \left( \mathbf{I} + \mathbf{H}_{(\pi(\ell),n)} \left( \sum_{j \geq \ell} S_{\mathbf{x}^{(\ell),n}} \right) \mathbf{H}_{(\pi(\ell),n)}^H \right)}{\det \left( \mathbf{I} + \mathbf{H}_{(\pi(\ell),n)} \left( \sum_{j > \ell} S_{\mathbf{x}^{(\ell),n}} \right) \mathbf{H}_{(\pi(\ell),n)}^H \right)} \right\} \quad (30)$$

Du point de vue de Gesbert et al. [27], on peut comprendre que les résultats sur le schéma multi-utilisateurs MIMO sont principalement obtenus en utilisant le SDMA (Space Division Multiple Access), avec un précodage à l'émetteur. Evaluer combien d'utilisateurs peuvent obtenir un certain service implique un problème d'allocation de ressources. Le multiplexage spatial de flux de données peut être fait lorsque les utilisateurs ont une seule antenne, mais cette situation peut avoir un problème de dimension (rank problem) lorsque LOS est présent. La difficulté d'avoir pleinement du CSIT, fait sortir la nécessité d'étudier le cas CSIT-partiel.

L'allocation de ressources du schéma multi-utilisateur-MIMO tire parti de la CSIT en attribuant correctement la puissance  $P_{(\ell,n)}$  qui sera dédié à l'utilisateur  $\ell$  sur la sous-porteuse  $n$ . Le gain de multiplexage est de rang limitée à  $T$ , ce qui signifie que le nombre d'utilisateurs servis avec  $P_n$  à tout moment est lié au nombre d'antennes à la station de base. Dans [78], Yu et Rhee expliquent que le nombre optimal d'utilisateurs avec  $P_{(\ell,n)}$  est borné supérieurement par  $T^2$ .

Lorsque une technique précodage linéaire est utilisée, le nombre d'utilisateurs est limité par le nombre de degrés de liberté à la station de base, i.e.  $T$  [27]. Les métriques généralement optimisées par les schedulers sont principalement la somme des débits du système ou un débit spécifique par utilisateur, tout en minimisant la puissance d'émission.

La maximisation de la somme des débits sur le canal de diffusion peut être obtenue

par DPC [73], mais elle est difficile à mettre en pratique. Deux méthodes de précodage sont principalement employées, linéaire ou non linéaire.

Le précodage linéaire est une généralisation du schéma SDMA. Il est fait à la station de base, de telle sorte que le récepteur ne décode que le signal prévu pour lui.

Le signal reçu est:

$$\mathbf{y}^{(\ell,n)} = \mathbf{H}^{(\ell,n)} \sum_{j=1}^L \mathbf{W}^{(j,n)} \mathbf{u}^{(j,n)} + \mathbf{z}^{(\ell,n)} \quad (31)$$

$$\mathbf{y}^{(\ell,n)} = \mathbf{H}^{(\ell,n)} \mathbf{W}^{(\ell,n)} \mathbf{u}^{(\ell,n)} + \mathbf{H}^{(\ell,n)} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq \ell}}^L \mathbf{W}^{(j,n)} \mathbf{u}^{(j,n)} + \mathbf{z}^{(\ell,n)} \quad (32)$$

Le signal transmis,  $\mathbf{x}^{(n)} = \sum_{j=1}^L \mathbf{W}^{(j,n)} \mathbf{u}^{(j,n)}$ , est composé de l'ensemble de signaux des utilisateurs  $\{\mathbf{u}^{(j,n)}\}_{j=1}^L$ , celui-ci préfiltré par l'ensemble de filtres  $\{\mathbf{W}^{(\ell,n)}\}_{\ell=1}^L$ . Ici  $\mathbf{u}^{(\ell,n)} \in \mathbb{C}^{S \times 1}$ , est un vecteur où  $S$  est le nombre de signaux pour l'utilisateur  $\ell$  et  $\mathbf{W}^{(\ell,n)} \in \mathbb{C}^{T \times S}$ .

Le signal à transmettre est  $\mathbf{x}^{(n)} \in \mathbb{C}^{T \times 1}$ . L'objectif est de concevoir le filtre  $\mathbf{W}^{(\ell,n)}$ , de telle sorte que la partie de la somme de (32) soit nulle et que finalement l'utilisateur ne puisse 'voir' que le signal qui lui est destiné:

$$\mathbf{y}^{(\ell,n)} = \mathbf{H}^{(\ell,n)} \mathbf{W}^{(\ell,n)} \mathbf{u}^{(\ell,n)} + \mathbf{z}^{(\ell,n)} \quad (33)$$

Un exemple de précodage par zero forcing amplement connu est la diagonalisation par bloc, qui annule l'interférence à la station de base [60] [37]. Les méthodes de précodage non-linéaires sont basées sur la méthode de perturbation [51] ou sur l'extension spatiale du précodage Tomlinson-Harashima [27]. Ces méthodes ne seront pas examinées dans cette thèse.

## Contributions

### Multidiffusion ou diffusion dans un système multi-utilisateur SISO-OFDM

La situation où le même signal doit être envoyé à un certain nombre de récepteurs se pose de plus en plus souvent, en raison de l'utilisation croissante de l'Internet sans fil y compris pour la télévision. Les services sont souvent délivrés soit par communication point à point, soit par la diffusion de ceux-ci. Les deux solutions sont cependant sous-optimales du point de vue de la gestion de la puissance disponible à la station de base. L'une assure une communication fiable mais avec un gaspillage d'énergie, tandis que l'autre économise de l'énergie mais n'assure pas une communication trop fiable. Ceci pourrait être évité si l'émetteur connaissait les canaux des utilisateurs demandeurs du service, dans une situation similaire à la multidiffusion ou "multicast". Ce chapitre fournit les outils nécessaires à l'évaluation de l'amélioration de la performance apportée par la multidiffusion sans fil (Wireless multicast) par rapport à la diffusion classique. Nous fournissons aussi les résultats de simulation numérique pour le cas de la transmission sur des modèles réalistes de canaux OFDM. Nous proposons aussi des moyens de déterminer les cas où la multidiffusion serait utile dans les systèmes OFDM sans fil. On montre que cela dépend fortement du nombre d'utilisateurs, ce qui était attendu, mais aussi de leurs distances à l'émetteur. La définition précédente de la multidiffusion sans fil, est proche de celle des canaux à diffusion (Broadcast Channels) bien connus en théorie de l'information. Il y a cependant une différence entre les deux situations : Le canal à diffusion en théorie de l'information permet de modéliser le problème de codage qui a pour but d'envoyer des informations différentes

à chaque utilisateur présent dans le système.

Nous abordons donc une situation intermédiaire. Un signal commun doit-être transmis, mais lorsque certains utilisateurs disposent d'un débit supplémentaire, ce débit peut être utilisé pour leur permettre d'obtenir une meilleure qualité de signal source grâce à un système de codage en couches [61]. Cela peut par exemple être utile pour de la vidéo. Pour aborder ce problème, nous avons choisi la somme des débits de tous les récepteurs en tant que critère d'optimisation, en proposant un algorithme d'allocation de puissance qui maximise ce critère du système multi-utilisateur SISO-OFDM. Nous illustrons à l'aide de simulations numériques les résultats du fonctionnement de l'algorithme d'allocation de puissance sur des scénarios différents et pour de nombreuses réalisations de canaux.

Nous ferons plusieurs réalisations de canal et nous travaillerons les statistiques des améliorations des capacités de ceux-ci via des histogrammes. On disposera donc des histogrammes de capacité de diffusion, de capacité optimisée et de pourcentage d'amélioration. Ce dernier est calculé en faisant le rapport entre la capacité de diffusion et la capacité de multidiffusion pour chaque échantillon. Ceci nous permet d'avoir un outil pour comparer et pouvoir ainsi décider si la multidiffusion est vraiment d'intérêt par rapport à la diffusion.

Le système étudié est constitué d'un émetteur et de  $L > 1$  récepteurs. Nous supposons que tous les récepteurs son équipés d'une antenne. Notre objectif est d'étudier le problème d'allocation de puissance lorsque l'émetteur utilise  $N$  sous-porteuses orthogonales pour envoyer des messages aux récepteurs. Le signal reçu par l'utilisateur  $\ell \in \{1, \dots, L\}$  peut être exprimé comme:

$$\mathbf{y}_\ell = \mathbf{H}_\ell \mathbf{x} + \mathbf{z}_\ell, \quad (34)$$

Où  $\mathbf{x} = (x^{(1)}, \dots, x^{(N)}) \sim \mathbb{C}\mathcal{N}(0, S_{\mathbf{x}})$  représente le vecteur d'entrée avec des symboles repartis sur  $N$  sous-porteuses OFDM, et  $S_{\mathbf{x}}$  est la matrice de covariance du vecteur  $\mathbf{x}$ . Cette matrice est une matrice diagonale  $S_{\mathbf{x}} = \text{diag}\{p_n\}$ ,  $n \in \{1, \dots, N\}$ , et  $p_n$  représente la puissance allouée à la sous-porteuse  $n$ . La puissance totale qui s'exprime comme la somme des puissances des sous-porteuses, doit respecter:

$$\sum_{n=1}^N p_n \leq P.$$

La matrice  $\mathbf{H}_\ell$  de taille  $N \times N$  représente le canal. Elle est diagonale et ses éléments sont la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle du canal, comme expliqué dans le chapitre de background, ( $\mathbf{H}_\ell = \text{diag}\{h^{(\ell, n)}\}$ ). Elle est supposée connue de l'émetteur. Le vecteur  $\mathbf{z}$ , est le bruit additif complexe gaussien à la réception, noté  $\mathbf{z}_\ell \sim \mathbb{C}\mathcal{N}(0, S_{\mathbf{z}})$  (on suppose que tous les récepteurs ont la même variance de bruit).

Puisque nous voulons transmettre la même information à des récepteurs multiples en respectant une contrainte de puissance au récepteur, nous cherchons à maximiser l'information mutuelle entre l'émetteur et les  $L$  récepteurs. D'après les résultats du chapitre 3, le critère à considérer est la somme des informations mutuelles de chaque utilisateur:

$$I(\mathbf{x}; (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_L)) = \sum_{\ell=1}^L I(\mathbf{x}; \mathbf{y}_\ell) \quad (35)$$

La capacité du système est donnée par l'information mutuelle (35), que l'on maximise sur l'ensemble des vecteurs  $\mathbf{x}$  qui respectent les contraintes d'allocation de puissance:

$$C = \max_{\mathbf{x}: \text{Tr}(S_{\mathbf{x}}) \leq P} \sum_{\ell=1}^L I(\mathbf{x}; \mathbf{y}_{\ell}) \quad (36)$$

Ce problème peut être réécrit sous la forme d'un problème d'optimisation convexe avec des contraintes linéaires :

$$\min_{\{p_n\}_n} \left\{ - \sum_{\ell=1}^L \sum_{n=1}^N \log \left( \frac{p_n}{\gamma_n^{(\ell)}} + 1 \right) \right\} \quad (37)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \sum_{n=1}^N p_n = P \\ -p_n \leq 0, \end{cases} \quad (38)$$

$$(39)$$

Avec  $\gamma_n^{(\ell)} = \frac{\sigma_z^2}{|h^{(\ell,n)}|^2}$  pour tout  $n$  et pour tout  $\ell$ .

Par optimisation lagrangienne, on constate que la répartition de puissance optimale dépend d'un paramètre  $\lambda \geq 0$ :

$$\forall n, \sum_{\ell=1}^L \frac{-1}{p_n + \gamma_n^{(\ell)}} + \lambda = 0 \quad (40)$$

où  $\lambda$  est choisi de telle sorte que la contrainte de puissance soit respectée:  $\sum_{n=1}^N p_n^* = P$ .

Nous pouvons voir que si  $L = 1$ , la solution de (40) est le water-filling. En revanche, dans le cas multi-utilisateurs, il n'existe pas de solution explicite pour l'allocation de puissance. Cependant une solution peut-être est obtenue par l'intermédiaire d'une méthode numérique, comme on le verra par la suite.

On définit tout d'abord les fonctions suivantes:

$$f(\lambda) = \sum_{n=1}^N p_n(\lambda) - P \quad (41)$$



et

$$\forall n, F_n(p_n, \lambda) = \sum_{\ell=1}^L \frac{-1}{p_n + \gamma_n^{(\ell)}} + \lambda \quad (42)$$

On cherche la solution du système:

$$\begin{cases} f(\lambda) = 0 \\ \forall n, F_n(p_n(\lambda), \lambda) = 0 \end{cases} \quad (43)$$

On doit donc résoudre une équation du type  $F_n(p_n(\lambda), \lambda) = 0$ . Pour cela, nous commençons par calculer la dérivée partielle de  $F_n(p_n(\lambda), \lambda)$  par rapport à  $p_n$ .

$$\frac{\partial F_n(p_n, \lambda)}{\partial p_n} = \sum_{\ell=1}^L \frac{1}{(p_n + \gamma_n^{(\ell)})^2}; \quad (44)$$

Nous analysons ensuite la fonction  $F_n(p_n, \lambda)$  intervalle par intervalle, par rapport à  $p_n$ . Nous devons d'abord trouver les points critiques des fonctions  $F_n(\cdot)$ , c.a.d. l'ensemble des points où la fonction tend vers l'infini. Le seul intervalle sur lequel on peut vérifier que  $p_n > 0$ , est l'intervalle:  $] - \gamma_n^{(1)}, +\infty[$ .

Puisque la dérivée est strictement positive dans tout l'intervalle, la fonction est monotone croissante et par conséquent si la fonction tend vers 0 ( $F_n(p_n, \lambda) \rightarrow 0$ ) pour une valeur de  $p_n$ , cette valeur est unique.

### simulations numériques MU-SISO OFDM et Conclusions

L'outil que nous utilisons pour comparer la multidiffusion et la diffusion classique (à allocation de puissance égale) est l'histogramme obtenu à partir de la l'optimisation de la somme des débits. Cela nous permet de comparer la fréquence (statistique) des valeurs de capacité optimisés et non optimisés, sur un grand nombre d'échantillons (5000). Nous avons établi un modèle de canal (Chap.2.4.3), fixé les caractéristiques

des utilisateurs (distance à l'émetteur, nombre d'utilisateurs) et généré aléatoirement des échantillons. Nous commençons par des échantillons avec un utilisateur dans le système et puis en augmentant le nombre d'utilisateurs, nous obtenons des histogrammes pour toutes les situations. Nous présentons ici les résultats pour 300 [m]. Plus de résultats sont disponibles dans le chapitre 3. Avec 1 utilisateur dans le système, le pourcentage d'amélioration est, en moyenne, de près de 107.26 % à 0.2 *bit/s/Hz*. Quand on passe de 2 à 5 utilisateurs le pourcentage d'amélioration se situe entre 61,47 % et 28,01 %, avec diminution de la capacité de 0.17 à 0.15 *bit/s/Hz* en moyenne. Si nous avons 10 utilisateurs dans le système, l'allocation de puissance a 14.96 % de pourcentage d'amélioration, avec 0,14 % *Bit/s/Hz*. Avec 15 utilisateurs, le pourcentage d'amélioration est de 9,95% et la capacité optimisée est de 0.14 *Bit/s/Hz*. Nous pouvons voir sur la Fig. 1(a), l'histogramme du pourcentage d'amélioration et sur la Fig. 1(b) la répartition de la capacité optimisée par utilisateur dans ce scénario.

Dans cette première contribution, nous avons dérivé un algorithme d'allocation de puissance qui permet de répartir la puissance de manière optimale sur les symboles OFDM transmis, ceci dans le cas multi-utilisateurs. Les résultats des simulations montrent que notre algorithme permet des améliorations en terme de capacité par rapport à une répartition uniforme de la puissance. Évidemment, lorsque le nombre d'utilisateurs augmente, l'optimisation sera de moins en moins utile. Cependant, il peut être observé que des améliorations notables sont obtenues pour les utilisateurs les moins avantagés dans une cellule (ceux qui sont loin du point d'accès) avec une limite d'environ 5 utilisateurs. Au-delà de ce nombre, la répartition uniforme de puissance semble être le choix le plus simple.

Dans la suite nous explorons le schéma Multiuser-Multiple Input Multiple Output OFDM (MU-OFDM), et nous verrons si les techniques de transmission actuelles nécessitent d'adopter une optimisation sur la puissance transmise ou bien une répartition égale de celle-ci sur toutes les sous-porteuses.

## Allocation de puissance dans un système MU-MIMO OFDM

La section précédente a abordé le cas MU-SISO OFDM, où l'émetteur et le récepteur ont une antenne unique et plusieurs sous-porteuses. Nous nous intéressons maintenant au cas MIMO-OFDM (Multiple Input Multiple Output - OFDM), pour lequel nous avons plusieurs antennes et plusieurs sous-porteuses tantôt à l'émetteur qu'au récepteur.

Nous avons choisi de travailler sur la situation où l'émetteur dispose de la CSIT pour effectuer un précodage linéaire, ce qui apporte de fortes contraintes sur le nombre d'antennes à l'émetteur et au récepteur. Par conséquent, l'ensemble des situations possibles est limité, mais les résultats montrent clairement des améliorations apportées par la CSIT dans tous les cas possibles.

Dans cette section nous définissons  $t = 1, \dots, T$  comme l'index d'une antenne d'émission,  $T$  étant le nombre total d'antennes à l'émission. L'index  $r = 1, \dots, R$  est l'index d'une antenne au récepteur, et  $R$  est le nombre total d'antennes de réception. Le système MIMO est modélisé comme ce qui suit. Pour l'utilisateur  $\ell$  dans la sous-porteuse  $n$ , le signal reçu est:

$$\mathbf{y}_{(\ell,n)} = \mathbf{H}_{(\ell,n)} \mathbf{x}^{(n)} + \mathbf{z}_{(\ell,n)} \quad (45)$$

où  $\mathbf{y}_{(\ell,n)} = (y_1^{(\ell,n)T} \dots y_R^{(\ell,n)T})^T$  est le vecteur reçu sur l'ensemble des  $R$  antennes

de réception. Le signal à transmettre est  $\mathbf{x}^{(n)} = (x_1^{(n)T} \dots x_T^{(n)T})^T \sim \mathcal{CN}(0, S_{\mathbf{x}^{(n)}})$ , où  $S_{\mathbf{x}^{(n)}}$  est la matrice de covariance du signal. Celle-ci doit respecter une contrainte de puissance  $Tr(S_{\mathbf{x}^{(n)}}) \leq P_n$  ; où  $P_n$  est la puissance totale dans la sous-porteuse  $n$ . Ce signal est diffusé à tous les utilisateurs sur la sous-porteuse  $n$ .

Pour transmettre sur la voie descendante, nous avons choisi une méthode de précodage (ou préfiltrage) par zero-forcing, la diagonalisation par bloc [60, 13, 27, 38, 12].

La méthode est appliquée à la station de base sur chaque sous-porteuse et pour tous les utilisateurs du système. Le signal à diffuser est construit de la façon suivante :

$$\mathbf{x}^{(n)} = \mathcal{W}^{(n)} \mathbf{u}^{(n)} \quad (46)$$

où  $\mathbf{x}^{(n)} \in \mathbb{C}^{T \times 1}$ ,  $\mathcal{W}^{(n)} \in \mathbb{C}^{T \times LS}$  et  $\mathbf{u}^{(n)} \in \mathbb{C}^{LS \times 1}$ . La super-matrice  $\mathcal{W}^{(n)} = (\mathbf{W}_{(1,n)} \dots \mathbf{W}_{(L,n)})$ , contient l'ensemble de matrices de préfiltrage  $\{\mathbf{W}_{(\ell,n)}\} \in \mathbb{C}^{T \times S}$  et le super-vecteur  $\mathbf{u}^{(n)} = (\mathbf{u}_{(1,n)}^T \dots \mathbf{u}_{(L,n)}^T)^T$ , contient la concaténation des vecteurs de symboles  $\{\mathbf{u}_{(\ell,n)}\} \in \mathbb{C}^{S \times 1}$  de dimension  $S$ , qui seront transmis aux  $L$  utilisateurs.

La matrice de canal MIMO qui relie la station de base à l'utilisateur  $\ell$  sur la sous-porteuse  $n$  est :

$$\mathbf{H}_{(\ell,n)} = \begin{pmatrix} h_{11}^{(\ell,n)} & \dots & h_{1T}^{(\ell,n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{R1}^{(\ell,n)} & \dots & h_{RT}^{(\ell,n)} \end{pmatrix} \quad (47)$$

Les éléments  $h_{rt}^{(\ell,n)}$  sont les coefficients d'atténuation entre l'antenne d'émission  $t$  et l'antenne de réception  $r$ . L'atténuation est modélisée suivant le modèle présenté

dans la section 2.4.3.

Le vecteur  $\mathbf{z}_{(\ell,n)} = (z_1^{(\ell,n)T} \dots z_R^{(\ell,n)T})^T \sim \mathcal{CN}(0, S_{\mathbf{z}(n)})$  est le vecteur de bruit blanc additif gaussien présent à la réception. On considère que le bruit entre les antennes et les utilisateurs est decorrélié. La matrice de covariance du bruit est donc diagonale :  $S_{\mathbf{z}(n)} = \sigma^2 \mathbf{I}_R$ . Nous simplifions en normalisant (45) par la variance du bruit  $\sigma$ . Grâce à cela, nous obtenons un système normalisé avec une matrice de covariance de bruit  $\mathbf{I}_R$  et une matrice de canal  $\mathbf{H}_{(\ell,n)} = \frac{1}{\sigma} \mathbf{H}_{(\ell,n)}$ .

La diagonalisation par bloc est expliquée en détail dans le chapitre 4. Sachant que le vecteur transmis vers tous les utilisateurs (46), contient des symboles qui ne concernent pas forcément l'utilisateur  $\ell$  en question, le signal reçu par l'utilisateur  $\ell$  dans la soup-porteuse  $n$  peut être exprimé comme:

$$\mathbf{y}_{(\ell,n)} = \mathbf{H}_{(\ell,n)} \mathbf{W}_{(\ell,n)} \mathbf{u}_{(\ell,n)} + \mathbf{H}_{(\ell,n)} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq \ell}}^L \mathbf{W}_{(j,n)} \mathbf{u}_{(j,n)} + \mathbf{z}_{(\ell,n)} \quad (48)$$

Pour que l'utilisateur  $\ell$  puisse récupérer ses données, nous avons besoin que la partie somme de (48), soit égale à zéro.

Si  $\mathbf{W}_{(\ell,n)}$  est judicieusement choisi cette équation devient:

$$\mathbf{y}_{(\ell,n)} = \mathbf{H}_{(\ell,n)} \mathbf{W}_{(\ell,n)} \mathbf{u}_{(\ell,n)} + \mathbf{z}_{(\ell,n)} \quad (49)$$

Les contraintes de conception du préfiltrage sont données par le nombre d'antennes à l'émetteur et au récepteur, par le nombre d'utilisateurs et par la taille des vecteurs de symboles à transmettre. Dans notre cas, la longueur du vecteur de symboles à transmettre est fixée à  $S$  pour tous les utilisateurs. Puisque nous précodons avec  $\mathcal{W}^{(n)}$  pour rassembler tous les symboles sur  $\mathbf{x}^{(n)}$ , nous avons besoin de  $LS$  précodeurs

linéairement indépendants, qui doivent être appliqués au niveau des  $T$  antennes d'émission. La condition est que  $T \geq LS$ . Pour un nombre  $T$  d'antennes, la matrice de precodage  $\mathbf{W}_{(\ell,n)}$  doit mapper les signaux vers le canal  $\mathbf{H}_{(\ell,n)}$ . Le produit  $\mathbf{H}_{(\ell,n)}\mathbf{W}_{(\ell,n)}$  a donc besoin de  $R$  filtres linéairement indépendants pour transmettre les  $S$  symboles concernés. La condition est que  $R \geq S$ . Pour concevoir  $\mathbf{W}_{(\ell,n)}$  nous définissons la super-matrice  $\mathbf{H}_{(\bar{\ell},n)} \in \mathbb{C}^{(L-1)R \times T}$  qui regroupe toutes les matrices de canal du système, en excluant celle de l'utilisateur  $\ell$ . Si nous voulons que la partie de la somme de l'équation (48) soit égale à zéro, la condition  $\mathbf{W}_{(\ell,n)} \in \text{Kern}(\mathbf{H}_{(\bar{\ell},n)})$  doit être vérifiée.

La décomposition en valeurs singulières (SVD) de  $\mathbf{H}_{(\bar{\ell},n)}$  est définie comme:

$$\mathbf{H}_{(\bar{\ell},n)} = \mathbf{U}_{(\bar{\ell},n)} \mathbf{\Sigma}_{(\bar{\ell},n)} [\mathbf{V}_{(\bar{\ell},n)}^{(1)} \mathbf{V}_{(\bar{\ell},n)}^{(0)}]^T \quad (50)$$

Les colonnes de  $\mathbf{V}_{(\bar{\ell},n)}^{(0)} \in \mathbb{C}^{T \times T - \text{Rank}(\mathbf{H}_{(\bar{\ell},n)})}$  forment une base dans le noyau de  $\mathbf{H}_{(\bar{\ell},n)}$ . N'importe quelle combinaison linéaire de  $\mathbf{V}_{(\bar{\ell},n)}^{(0)}$  peut donc être utilisée pour construire  $\mathbf{W}_{(\ell,n)}$ , par exemple:

$$\mathbf{W}_{(\ell,n)} = \mathbf{V}_{(\bar{\ell},n)}^{(0)} \boldsymbol{\sigma}_{(\ell,n)} \quad (51)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}_{(\ell,n)} \in \mathbb{C}^{T - \text{Rank}(\mathbf{H}_{(\bar{\ell},n)}) \times S}$ , est une matrice arbitraire qui respecte les contraintes de puissance du vecteur de symbole  $\mathbf{u}_{(\ell,n)}$ , de façon que  $\mathbf{P}_{(\ell,n)} = \boldsymbol{\sigma}_{(\ell,n)} \boldsymbol{\sigma}_{(\ell,n)}^H$ . Dans ce cas  $\mathbf{P}_{(\ell,n)} \in \mathbb{C}^{T - \text{Rank}(\mathbf{H}_{(\bar{\ell},n)}) \times T - \text{Rank}(\mathbf{H}_{(\bar{\ell},n)})}$ .

À la réception l'équation (49) peut être réécrite de la manière suivante:

$$\mathbf{y}_{(\ell,n)} = \mathbf{H}_{(\ell,n)} \mathbf{V}_{(\bar{\ell},n)}^{(0)} \boldsymbol{\sigma}_{(\ell,n)} \mathbf{u}_{(\ell,n)} + \mathbf{z}_{(\ell,n)} \quad (52)$$

En prenant en compte tous les utilisateurs sur toutes les sous-porteuses et en

considérant  $\mathbf{G}_{(\ell,n)} = \mathbf{H}_{(\ell,n)} \mathbf{V}_{(\bar{\ell},n)}^{(0)}$  [38], nous cherchons à maximiser la somme des capacités du système, qui s'exprime de la manière suivante:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{\ell=1}^L \sum_{n=1}^N \log |\mathbf{G}_{(\ell,n)} \mathbf{P}_{(\ell,n)} \mathbf{G}_{(\ell,n)}^H + \mathbf{I}_R| \\ \text{t.q.} \quad & \sum_{\ell=1}^L \sum_{n=1}^N \text{Tr}(\mathbf{P}_{(\ell,n)}) \leq P \\ & \mathbf{P}_{(\ell,n)} \succeq 0; \quad \ell = \{1, \dots, L\}, n = \{1, \dots, N\}. \end{aligned} \quad (53)$$

Il s'agit d'un problème d'optimisation convexe, donc les conditions KKT sont nécessaires et suffisantes pour caractériser une solution [81] [6].

L'application de conditions KKT nous mène à l'expression suivante pour la matrice de puissance associé aux symboles:

$$\mathbf{P}_{(\ell,n)} = (\lambda \mathbf{I}_{T-\text{Rank}(\mathbf{H}_{(\bar{\ell},n)})} + \mathbf{Q}_{(\ell,n)})^{-1} - \mathbf{G}_{(\ell,n)}^{-1} \mathbf{G}_{(\ell,n)}^{-H} \quad (54)$$

Comme les matrices  $\mathbf{G}_{(\ell,n)} \mathbf{G}_{(\ell,n)}^H \in \mathbb{C}^{J \times J}$  et  $\mathbf{Q}_{(\ell,n)} \in \mathbb{C}^{J \times J}$  sont des matrices commutantes, elles peuvent partager les mêmes vecteurs propres ( $J = T - \text{Rank}(\mathbf{H}_{(\bar{\ell},n)})$ ). Si  $\mathbf{U}_{(\ell,n)}$  est une matrice de vecteurs propres, nous faisons une décomposition en valeurs propres tel que :  $\mathbf{G}_{(\ell,n)} \mathbf{G}_{(\ell,n)}^H = \mathbf{U}_{(\ell,n)} \Gamma_{(\ell,n)} \mathbf{U}_{(\ell,n)}^H$  et  $\mathbf{Q}_{(\ell,n)} = \mathbf{U}_{(\ell,n)} \Delta_{(\ell,n)} \mathbf{U}_{(\ell,n)}^H$ . En appliquant les conditions KKT nous obtenons ainsi:

$$\mathbf{P}_{(\ell,n)} = \mathbf{U}_{(\ell,n)} \text{diag} \left[ \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\gamma_{(\ell,n)_1}} \right)^+, \dots, \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\gamma_{(\ell,n)_J}} \right)^+ \right] \mathbf{U}_{(\ell,n)}^H \quad (55)$$

où  $(x)^+ = \max(x, 0)$  est une fonction qui prend en compte uniquement la partie

positive. En remplaçant cette dernière équation dans la contrainte de puissance, nous obtenons :

$$\sum_{\ell=1}^L \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\gamma_{(\ell,n)_j}} \right)^+ \leq P \quad (56)$$

qui est l'expression du waterfilling sur les valeurs propres pour les  $L$ -utilisateurs, sur les  $N$ -sous porteuses et les  $J$ -modes de transmission, pour un precodage zero-forcing. Ceci est une conséquence des travaux précédents de [60, 38].

### simulations numériques MU-MIMO OFDM et Conclusions

Comme on l'a vu, la conception d'un precodage zero-forcing pour un système MIMO multi-utilisateurs implique beaucoup de contraintes que nos simulations respectent. Le nombre d'antennes à la réception est égale à la dimension du signal transmis sur la sous-porteuse  $n$ , c.a.d.  $R = S$ . On considère un scénario réaliste avec  $T = 8$ . Les contraintes que posent les dimensions des matrices nous conduisent à séparer le système en sous-systèmes comparables, en termes de nombre d'utilisateurs et de nombre d'antennes de réception. Le tableau 1 résume les résultats pour des utilisateurs sur des distances moyennes à l'émetteur de 100, 200 et 300 mètres. Le tableau est divisé en fonction de sous-systèmes comparables. Lorsque les utilisateurs disposent d'une antenne, la station de base peut assurer jusqu'à 8 utilisateurs avec un precodage zero-forcing. Si l'on ajoute une antenne aux récepteurs, le système MIMO multi-utilisateurs peut recevoir jusqu'à 4 utilisateurs en respectant les contraintes. Lorsque le récepteur possède 3 ou 4 antennes, le système peut accepter jusqu'à 2 utilisateurs. Nous exposons les résultats en pourcentage d'amélioration, par rapport au cas uniforme, sur le tableau suivant et de bits par sous porteuses.



Table 1: résultats pour le schéma MU-MIMO OFDM

$\ell$ Ant	100 meters		200 meters		300 meters	
	% Inc.	B\S.c.	% Inc.	B\S.c.	% Inc.	B\S.c.
1 1	269,40	24,31	581,58	7,49	787,73	0,37
2 1	317,45	17,59	775,74	5,21	1121,57	0,26
3 1	370,57	13,92	941,15	3,98	1404,39	0,20
4 1	428,16	11,39	1113,37	3,13	1690,82	0,16
5 1	504,42	9,13	1310,71	2,37	2005,65	0,12
6 1	607,15	7,20	1573,75	1,82	2418,25	0,09
7 1	765,68	5,46	1981,08	1,35	3067,02	0,07
8 1	1108,16	3,49	2868,99	0,84	4497,37	0,04
1 2	160,64	18,00	337,29	4,97	458,05	0,47
2 2	208,00	12,01	500,40	3,19	724,26	0,31
3 2	279,49	8,23	700,74	2,14	1042,34	0,21
4 2	431,87	5,03	1099,58	1,27	1657,00	0,12
1 3	112,14	14,90	242,09	3,93	333,08	0,55
2 3	169,61	8,73	415,45	2,25	603,27	0,32
1 4	84,10	13,01	190,59	3,39	265,98	0,64
2 4	157,54	6,89	389,57	1,76	567,50	0,33

Pour le système MIMO avec 8 antennes d'émission et 1 antenne de réception, aussi appelé MISO (Multiple Input Single Output), nous pouvons immédiatement constater que le pourcentage d'amélioration est beaucoup plus grand que celui obtenu dans le cas de communications SISO. A titre d'exemple, avec 5 utilisateurs l'amélioration est de 504,42% , avec la possibilité d'allouer 9,13 bits par sous-porteuse à une distance de 100 mètres en moyenne. Cela est due à la configuration MIMO. On constate donc que par la stratégie d'allocation de puissance uniforme est loin d'être optimale. Quand le nombre d'utilisateurs augmente, la capacité en bits par porteuse diminue car l'énergie doit être partagée entre l'ensemble des utilisateurs qui arrivent dans le système. D'autre part, lorsque la distance augmente, le pourcentage d'amélioration due à l'allocation de puissance augmente également, mais la capacité diminue en conséquence. Ce phénomène a déjà été observé dans le cas SISO.

Pour un système avec 8 antennes d'émission et 2 à la réception, les contraintes font

que dans ce schéma le système peut accepter jusqu'à 4 utilisateurs. Le pourcentage d'augmentation en capacité est inférieure en relation à la même quantité d'utilisateurs du cas précédent. À 300 mètres, même si le pourcentage d'amélioration est inférieur, la méthode assure plus de bits en moyenne par sous-porteuse.

En résumé et en conclusion le chapitre 4, est une extension du travail effectué par Kaviani [38], du schéma MU-MIMO au MU-MIMO OFDM. L'algorithme développé est basé sur le precodage zero-forcing et présente beaucoup de contraintes lorsqu'il s'agit d'incorporer des utilisateurs disposant de plusieurs antennes dans le système. On observe que l'amélioration est assez importante dans la plupart des cas. Ce genre de "broadcast" est toujours plus efficace que la mise en place de plusieurs liens de communications points à point, même si l'on tient compte du fait que dans le cas multi-utilisateurs, l'optimisation est moins efficace que dans le cas mono-utilisateur.

### **Couverture réaliste d'un système OFDM**

En pratique, l'estimation de la couverture d'un point d'accès ou d'une station de base peut se faire via un grand nombre de simulations. Mais récemment, des techniques de "géométrie stochastique" [62] ont été introduites. Elles permettent de résoudre analytiquement ces problèmes dans des cas simples. Nous visons donc à étendre ces techniques pour les canaux OFDM. Nous montrerons que les solutions analytiques obtenues ne sont pas tout à fait faciles à gérer. En revanche des solutions numériques sont obtenues. Nous faisons l'hypothèse que les utilisateurs sont répartis autour de la station de base selon une loi uniforme, à partir de laquelle nous déduisons la fonction de distribution de la capacité. Ensuite, pour un utilisateur typique, nous calculons une zone de couverture pour laquelle une capacité minimale est assurée

avec une certaine probabilité, dite de coupure. Cette probabilité de coupure peut aussi être interprétée comme la proportion d'utilisateurs pour lesquels cette valeur de capacité fixe est assurée. Il s'agit précisément du critère de conception requis pour les transmissions par diffusion.

L'objectif est de trouver une expression analytique pour calculer la couverture, et d'obtenir un critère pour déterminer si l'optimisation lors de la multidiffusion est toujours utile quand on considère que les utilisateurs ont une répartition spatiale donnée, pour un débit de coupure fixé. La probabilité,  $\mathbb{P}(C \geq C_{out})$ , que la capacité  $C$  d'un utilisateur quelconque soit plus grande qu'une valeur prédéterminée  $C_{out}$  est nommée probabilité de coupure [29, 68]. Si on fixe une capacité à garantir  $C_{out}$  et une probabilité de coupure, on peut calculer la couverture maximale, c'est à dire la distance maximale où les utilisateurs peuvent être distribués et statistiquement répondre à ces deux contraintes.

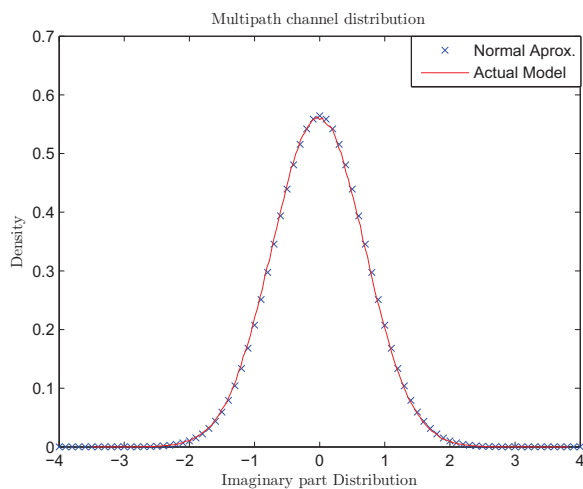
Pour obtenir cette capacité nous devons disposer de la distribution de probabilité de la capacité. L'expression de la capacité en considérant le path loss et les multitrajets est la suivante :

$$C = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \log \left( 1 + \frac{1}{L(D)} |g^{(n)}|^2 \frac{P_n}{\sigma_z^2} \right) \quad \text{bits/s/Hz} \quad (57)$$

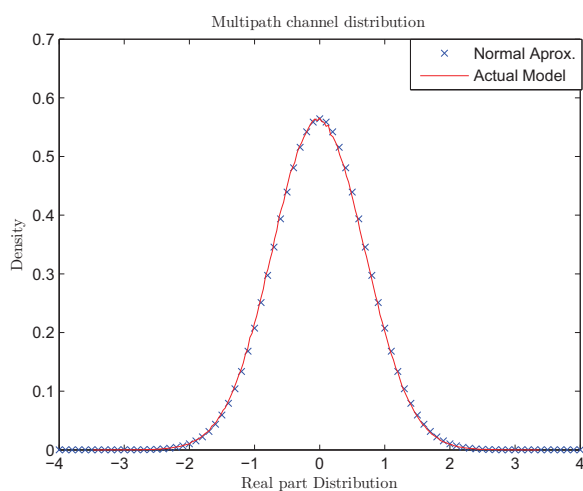
Le path loss  $L(D)$  et la perte par multitrajets  $g^{(n)}$  sont données dans [21],[57],[56],[53] et expliquées dans la sous-section 2.4.3. Pour caractériser l'équation de la fonction de distribution de la capacité, nous approximons la perte de multitrajets par une fonction de distribution Gaussienne complexe, en considérant les valeurs des variances du modèle E décrit dans [41] :

$$f_{g^{(n)}}(z) = \frac{1}{\pi \sum_{i=1}^I \sigma_i^2} \exp \left\{ -\frac{\bar{z}z}{\sum_{i=1}^I \sigma_i^2} \right\} \quad (58)$$

Nous pouvons montrer par simulations que cette approximation est suffisamment précise. Nous avons illustré dans la Figure 2 on the next page, la partie réelle et imaginaire de l'équation de distribution précédente. Nous voyons en rouge la distribution empirique du modèle et en bleu la courbe faite avec notre approximation.



(a) Partie imaginaire de la distribution multi-trajets



(b) Partie réelle de la distribution multi-trajets

Figure 2: Distribution d'un canal à multi-trajets

L'autre variable aléatoire qui influe sur la capacité est la distance  $D$ . Entre l'utilisateur et la station de base, qui paramétrise le path-loss. Nous considérons que les utilisateurs sont indépendamment et uniformément distribués dans une boule de rayon  $R$  avec la fonction de distribution suivante :

$$f_D(d) = \frac{2d}{R^2} \quad (59)$$

avec  $d \in [0, R]$ .

Malheureusement, le calcul analytique de la distribution de probabilité de la capacité n'est pas possible pour ce modèle. A la place, nous cherchons à l'approcher avec une distribution connue. Les paramètres de cette distribution seront déduits de l'espérance et la variance de la capacité.

L'espérance de la capacité est donnée par :

$$\mathbb{E}[C] = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbb{E} \left[ \log_2 \left( 1 + \frac{1}{L(D)} |g^{(n)}|^2 \frac{P_n}{\sigma_z^2} \right) \right] \quad (60)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \int_0^R \int_{\mathbb{C}} \log_2 \left( 1 + \frac{1}{L(d)} |z|^2 \frac{P_n}{\sigma_z^2} \right) f_{g^{(n)}}(z) f_D(d) dz dd \quad (61)$$

et la variance par :

$$Var(C) = \sum_{n=1}^N Var(C_n) + 2 \sum_{n=1, i>n}^{N-1, N} Cov(C_i, C_n) \quad (62)$$

Où  $C_n$  est la capacité sur une sous-porteuse.

Etant donné que les canaux peuvent avoir une corrélation entre les sous-porteuses, les covariances ne sont pas nulles. La covariance a la forme suivante :

$$Cov(C_i, C_n) = \int_0^R \int_{\mathbb{C}} \int_{\mathbb{C}} c_n(z^n, d) c_i(z^i, d) f_{g^{(n)}, g^{(i)}}(z^{(n)}, z^{(i)}) f_D(d) dz^{(n)} dz^{(i)} dd \quad (63)$$

Dans la formule précédente,  $c_n(z^n, d)$  représente la capacité pour la sous-porteuse  $n$  pour une réalisation de la variable aléatoire  $g^n$  (égale à  $z^n$ ) et pour une réalisation  $d$  de la variable aléatoire  $D$ . La fonction  $f_{(g^{(n)}, g^{(i)})}(z^{(n)}, z^{(i)})$ , est la distribution de

probabilité jointe des variables aléatoires  $(g^n, g^i)$ .

Si nous faisons l'hypothèse que le vecteur aléatoire  $(g^n, g^i)$  est Gaussien complexe, la distribution jointe est donnée par:

$$f_{(g^n, g^i)}(z^{(n)}, z^{(i)}) = \frac{1}{\pi^2 \det(\Gamma)} \exp \left\{ \frac{\sum_{i=1}^I \sigma_i^2}{\det(\Gamma)} \left( z^{(n)} \overline{z^{(n)}} + z^{(i)} \overline{z^{(i)}} \right) - 2\text{Re}(\gamma_{n,i} z^{(i)} \overline{z^{(n)}}) \right\} \quad (64)$$

avec  $\det(\Gamma) = \left( \sum_{i=1}^I \sigma_i^2 \right)^2 - |\gamma_{n,i}|^2$  et

$$\gamma_{n,i} = \sum_{u=1}^l \sigma_u^2 \exp \{ -j2\pi(f_n - f_i)\tau_u \} \quad (65)$$

La distribution jointe est obtenue sous l'hypothèse que le vecteur aléatoire  $(g^n, g^i)$  est normal complexe [69, 54].

Les intégrales qui composent la moyenne et la variance sont difficiles à développer sous une forme explicite. Nous les calculons donc numériquement.

Une fois que l'on obtient les valeurs numériques de la moyenne et de la variance, on peut paramétrer une fonction usuelle et la comparer avec la distribution empirique de la capacité. Soit  $f(E[C], Var[C], x)$ , la densité de probabilité paramétrée avec la moyenne  $E[C]$  et la variance  $Var[C]$ . Pour calculer la probabilité de coupure dans une situation donnée, nous utilisons la formule suivante:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(C \geq C_{out}) &= 1 - \mathbb{P}(C \leq C_{out}) \\ &= 1 - \int_0^{C_{out}} f(E[C], Var[C], x) dx \end{aligned} \quad (66)$$

Pour  $f(E[C], Var[C], x)$ , on peut choisir par exemple la distribution log-normale:

$$f(E[C], Var[C], x) = \frac{1}{x\sigma_V} \exp - \left( \frac{(\ln(x) - \mu_E)^2}{2\sigma_V} \right) \quad (67)$$

$$\text{où } \mu_E = \ln \left( \frac{E[C]^2}{\sqrt{Var[C] + E[C]^2}} \right) \quad (68)$$

$$\sigma_V = \ln \left( \frac{Var[C]}{E[C]^2} + 1 \right) \quad (69)$$

On voit que les paramètres  $\mu_E$  et  $\sigma_V$  de cette fonction sont déduits à partir de la moyenne et de la variance de la capacité. Pour des utilisateurs distribués uniformément sur une boule de rayon  $R = 200$  on obtient  $E[C] = 0.4529$  et  $Var[C] = 0.8827$ .

D'autre part, pour vérifier ces résultats, nous avons effectué des tirages aléatoires issus de valeurs empiriques. On obtient une moyenne empirique  $E[C] = 0.4525$  et une variance empirique  $Var[C] = 0.9996$ . La différence est essentiellement due aux itérations nécessaires pour effectuer les intégrations. La distribution log-normale est ensuite paramétrée avec cette moyenne et cette variance. Les distributions empiriques et log-normale sont tracées sur la Figure on the next page.

La courbe *bleu* est la distribution empirique, obtenue avec un grand nombre d'échantillons. La courbe *magenta* est la distribution log-normale paramétrée avec les valeurs empiriques de la moyenne et la variance. La courbe en *noir* représente la fonction log-normale paramétrée avec les valeurs calculées théoriquement, par intégration numérique.



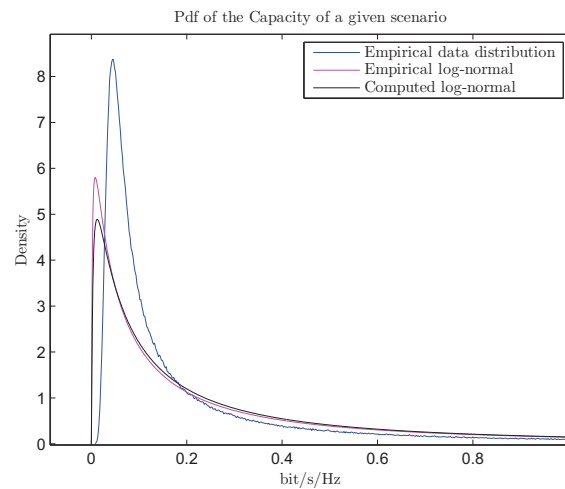


Figure 3: PDF de la capacité pour un scénario donné

Pour finir, la formule (66) peut être utilisée de différentes manières. Elle donne la distribution de probabilité de capacité pour un système de diffusion, lorsque l'on connaît les paramètres du canal. Mais elle peut aussi être utilisée pour paramétrer un système pour garantir une certaine qualité de service avec une certaine probabilité.

### Simulations numériques pour une couverture réaliste SISO-OFDM

Nous présentons des résultats pour deux niveaux de bruit différents, en considérant que les utilisateurs sont distribués uniformément sur un cercle de diamètre  $R = 200$ . Pour un SNR cible de 10 dB, la puissance du bruit est fixée à  $1.0 \times 10^{-12}[W]$ . Et pour un SNR cible de 15 dB, elle est fixée à  $1.0 \times 10^{-13}[W]$ . Dans ce résumé, nous présentons les résultats pour un SNR cible de 10 dB. On fixe une probabilité de coupure de 95%, c.a.d.  $\mathbb{P}(C \geq C_{out}) = 0.95$  puis on calcule  $C_{out}$ .

L'objectif est de vérifier si le critère d'optimisation (la capacité somme) coïncide avec le critère de diffusion (capacité de coupure). Nous verrons aussi si l'extrapolation de la distribution de probabilité de la capacité avec une distribution de probabilité

connue est utile pour établir un critère de conception pour une transmission par diffusion.

La Figure 4 montre les résultats des simulation pour des scenarios réalistes et théoriques. Les concepts présentés sont les suivants:

- Capacité de coupure  $C_{out}$  pour une probabilité de coupure à de 95% dans un schéma de diffusion, Cercle-Marron.
- Capacité de coupure  $C_{out}$  pour une probabilité de coupure à de 95% dans un schéma de multidiffusion, Etoile-Rouge foncé.
- Capacité moyenne de diffusion quand la probabilité de coupure est supérieure à 95 %, Croix-Cyan.
- Capacité moyenne de multidiffusion quand la probabilité de coupure est supérieure à 95 % , Carré-Rose.
- Capacité moyenne de diffusion (100 %), Triangle-Jaune.
- Capacité moyenne de multidiffusion (100 %), Losange-Bleu.
- Capacité de coupure calculée avec une distribution log-normale théorique, Plus-Bleu-Vert.
- Capacité de coupure calculée avec une distribution log-normale empirique, Tiret-Rouge.

Tout d'abord, on peut voir que le gain en capacité est faible en moyenne. Sur la Figure 4, on peut voir 20% d'augmentation pou un seul utilisateur et 13 % lorsque il y en a 2. La moyenne du sous-ensemble qui est sur le 95 % de probabilité est

égale à celle qui considère le 100% des échantillons. La moyenne de la capacité de multidiffusion montre une amélioration faible entre 1 et 8 utilisateurs. La valeur empirique de la capacité de coupure est proche de 0.03 [bits/s/Hz]. On cherche à approcher la distribution réelle avec une distribution log-normale. Quand on paramétrise la distribution log-normale avec la moyenne et la variance des échantillons, la capacité de coupure empirique est 0.0103 [bits/s/Hz]. Et quand on paramétrise avec la moyenne et la variance obtenus par nos calculs, c.a.d.  $E[C] = 0.4529$  et  $Var[C] = 0.8827174$ , la capacité de coupure théorique basée sur la log-normale est 0.0127 [bits/s/Hz].

D'autre part, nous nous intéressons au *pourcentage d'amélioration* (Figure 5). Nous le calculons pour tous les échantillons avec la formule:

$$\left( \frac{\text{Capacite Optimisee}}{\text{Capacite de Diffusion}} - 1 \right) \cdot 100$$

La Figure 5 montre la distribution du pourcentage d'amélioration. Un pourcentage d'amélioration de 0 % signifie que la capacité optimisée et de diffusion sont les mêmes (le rapport est de 1).

Nous pouvons observer que pour environ 30 % des échantillons, on observe un pourcentage d'amélioration supérieur à 100 %, ce qui signifie que la capacité optimisée est au moins deux fois supérieure à la capacité de diffusion. En outre, il convient de noter que pour un seul utilisateur le pourcentage d'amélioration, est en moyenne de 72 %. La différence avec les résultats présentés dans la Figure 4, peut s'expliquer par le fait que ces améliorations concernent principalement les utilisateurs à faible capacité mais qui gardent une capacité moyenne constante. On peut le constater en comparant les histogrammes de la Figure 5.5, pour un seul utilisateur. Il apparaît clairement que la distribution de la capacité est différente de la première partie (environ pour

une capacité de moins de 0.5 bits/s/Hz, voir figure 4), et de même pour des capacités supérieures.

Plus précisément, pour un utilisateur, la capacité moyenne optimisée est de 0.55 bits/s/Hz alors que la capacité moyenne de diffusion est de 0.46 bits/s/Hz. Si l'on compare les moyennes, nous avons 20 % d'augmentation. Pour 2, 3, 4 et 5 utilisateurs ce rapport donne 13 %, 8.7 %, 8.8 % et 6.66 % respectivement.

Pour conclure, dans ce chapitre on a exploité la capacité SISO-OFDM avec de nouveaux éléments. L'utilisateur est placé uniformément sur une balle à rayon fixe par rapport à la station de base. Avec l'idée de caractériser la probabilité de coupure, nous trouvons des expressions pour l'espérance et la variance de la capacité. Ces valeurs peuvent être utilisées pour faire une extrapolation de la distribution de la capacité. En utilisant cette distribution, la transmission par diffusion peut être utilisée pour assurer une certaine qualité de service. Par exemple, le système peut être réglé pour assurer qu'un certain pourcentage d'utilisateurs ait sur un rayon donné une certaine capacité. La comparaison entre la capacité optimisée et la capacité de diffusion montre qu'il n'y a pas d'amélioration significative en moyenne. La capacité moyenne croît 20 % pour un utilisateur et décroît lentement avec une augmentation des utilisateurs. Néanmoins, une étude plus approfondie montre que cette amélioration est importante pour une grande partie des utilisateurs. Mais, il s'agit d'utilisateurs à faible capacité. Ce qui explique une pauvre amélioration en moyenne, et est compatible avec les travaux effectués dans les chapitres précédents.

Une extension logique de ce travail peut consister à comparer l'amélioration en capacité sur des distributions spatiales différentes. Puisqu'il est clair que la distance entre les utilisateurs et la station de base joue énormément sur la capacité.

## Conclusions

Le sujet principal de cette thèse porte sur l'utilité de l'allocation de puissance sur la voie descendante d'un système OFDM où l'on vise à transmettre un signal commun à tous les utilisateurs.

Nous examinons d'abord les systèmes SISO et MIMO OFDM, avec un regard particulier sur l'orthogonalité et leur capacité. Notre objectif est d'obtenir des conclusions pour des situations concrètes à travers la modélisation de canal, ceci en considérant des paramètres réalistes. Nous proposons tout d'abord une allocation de puissance à l'émetteur dans le cas MU-SISO OFDM et nous étendons notre étude au cas MU-MIMO OFDM en utilisant un précodage linéaire. Finalement, nous revenons sur le schéma MU-SISO OFDM et nous incorporons des éléments de géométrie stochastique, en essayant de trouver une expression pour évaluer zone de couverture d'une station de base. On veut garantir un débit minimum dit capacité de coupure, en considérant une contrainte de probabilité de coupure.

Nos contributions développent trois aspects, et sont l'extension de résultats connus d'allocation de ressources au cas multi-utilisateurs.

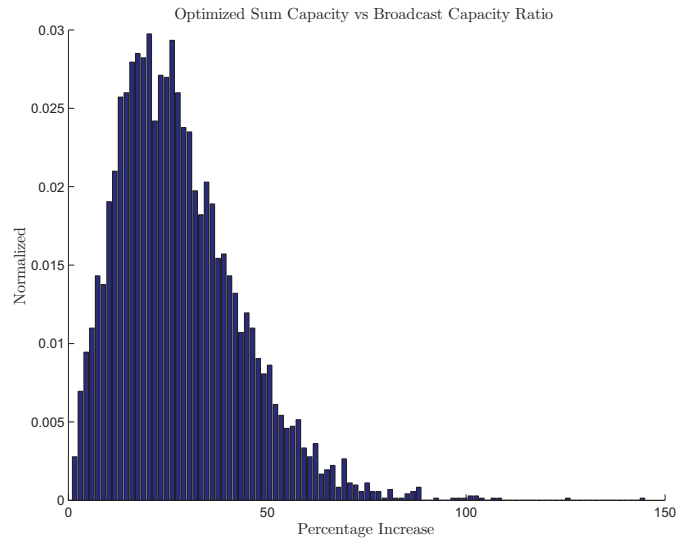
Pour le cas MU-SISO OFDM, nous proposons un algorithme d'allocation de puissance. Cet algorithme n'a pas une forme explicite comme le waterfilling, mais a une structure très simple et garantie une convergence. Les simulations montrent que notre algorithme apporte une amélioration substantielle par rapport à une allocation de puissance uniforme. Nous faisons une étude statistique en utilisant des histogrammes de la capacité des utilisateurs par rapport à leur distance du point d'accès. Nous observons qu'au fur et à mesure que des utilisateurs intègrent le système, l'optimisation

n'apporte pas beaucoup plus d'amélioration en termes de capacité et une allocation de puissance uniforme est la meilleure option. Sinon, pour 5 utilisateurs des améliorations appréciables sont obtenues sur l'optimisation de la somme des capacités. Il est observé que les meilleures améliorations sont obtenues par les utilisateurs ayant les moins bon canaux.

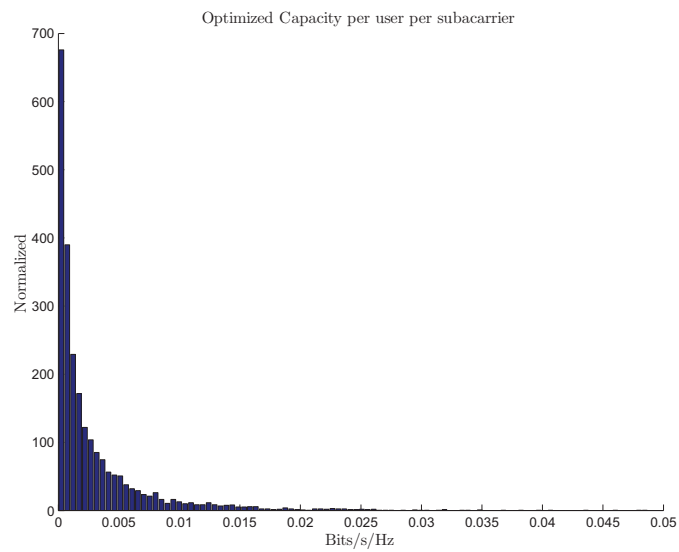
Le cas MU-MIMO OFDM présente des contraintes qui rendent difficile la prise en main du sujet. Le gain de diversité et de multiplexage sont de vastes sujets sur le domaine. Nous étudions ces sujets dans le chapitre 2, puis nous choisissons d'étendre le travail de Kaviani [38] au cas OFDM. Nous développons un algorithme d'allocation de puissance sous les contraintes que l'émetteur implémente un precodeur par zero forcing. Les contraintes données par les dimensions des matrices qui participent du schéma MIMO, limitent le nombre d'utilisateurs que l'on peut servir. Malgré ces contraintes, pour les situations possibles, l'algorithme d'allocation de puissance donne des améliorations substantielles par rapport à celle d'une allocation de puissance uniforme.

La question de la couverture du système MU-MIMO OFDM est abordée dans la dernière contribution. La densité de probabilité de la distance de l'utilisateur par rapport à la station de base et celle du canal est prise en compte. Le but étant d'obtenir une expression pour la distribution de probabilité de la capacité et pouvoir ainsi calculer la capacité de coupure en ayant une probabilité de coupure comme contrainte. On obtient les expressions pour l'espérance et la variance de la capacité sur le scénario étudié. Nous paramétrons une distribution connue qui pourrait s'approcher de la distribution empirique. Ceci permet une évaluation rapide du débit qui peut être transmis sur un scénario donné, ceci seulement avec deux paramètres. Les simulations

numériques confirment les résultats précédents: le débit moyen n'est pas sensiblement augmenté car les meilleurs utilisateurs (dominants dans la moyenne) n'ont pas d'amélioration sensible, alors que ce sont les plus mauvais utilisateurs (les plus lointains) qui bénéficient de l'optimisation. On peut donc s'attendre à une couverture plus grande avec une optimisation de type "multicast".



(a) Pourcentage d'amélioration



(b) Capacité en Bit/s/Hz

Figure 1: Histogrammes pour 5 Utilisateurs a 300 [m] de la station de base



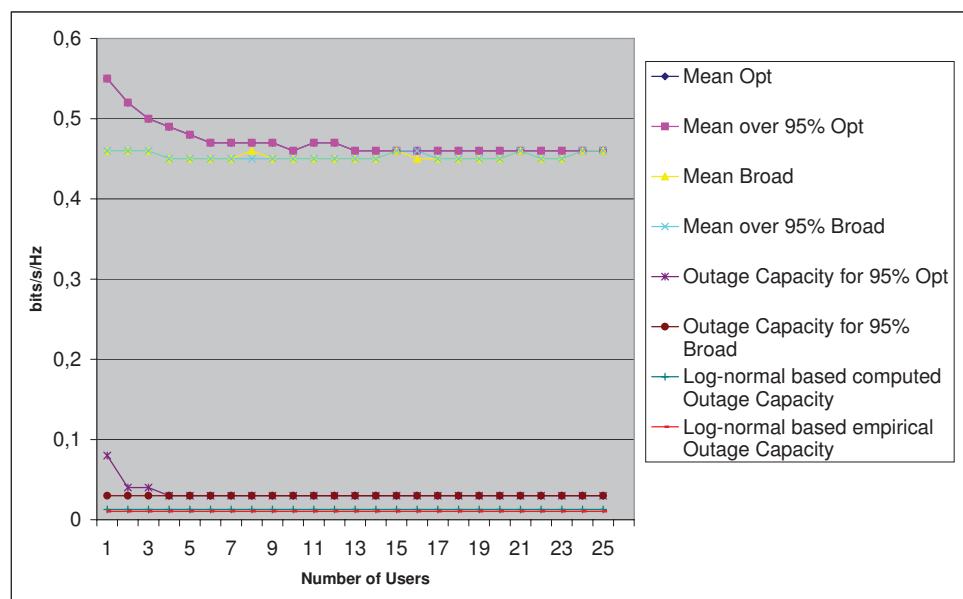
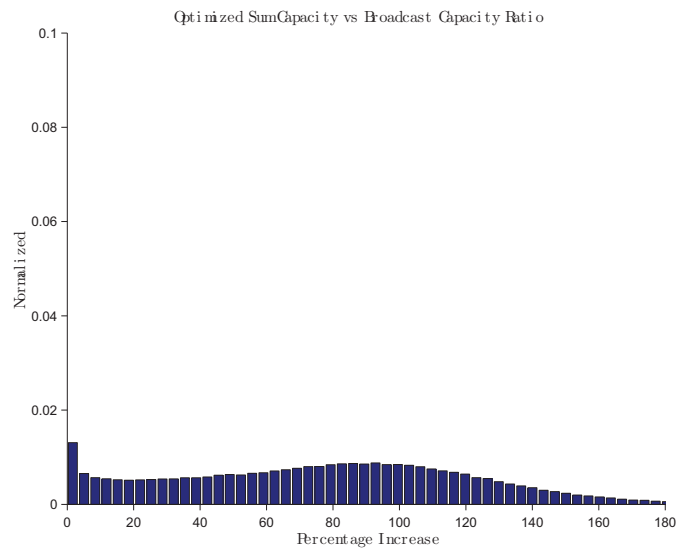
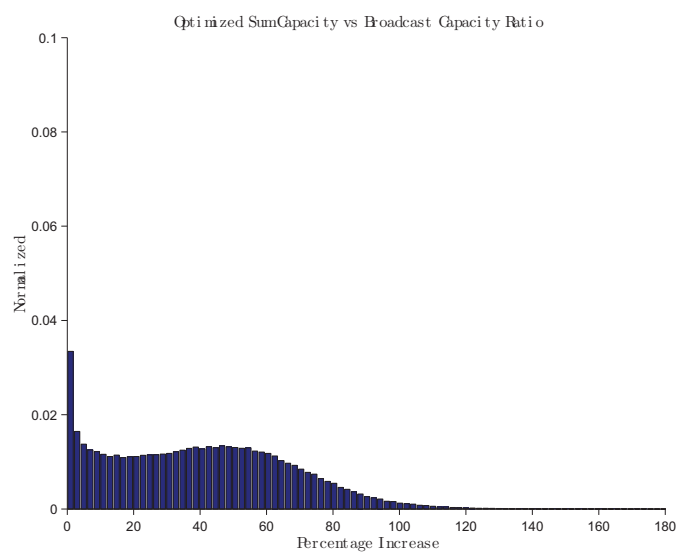


Figure 4: Capacité moyenne, Capacité de coupure pour 95 % et moyenne de Capacité sur 95 % pour un SNR 10 dB

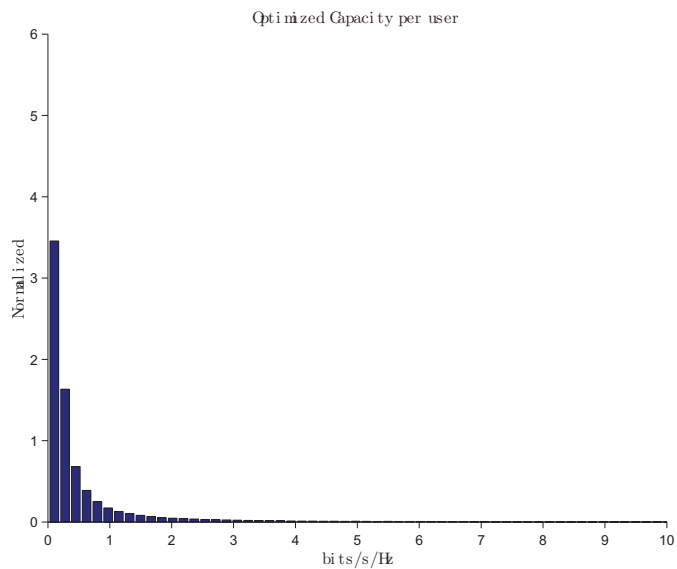


(a) 1 Utilisateur

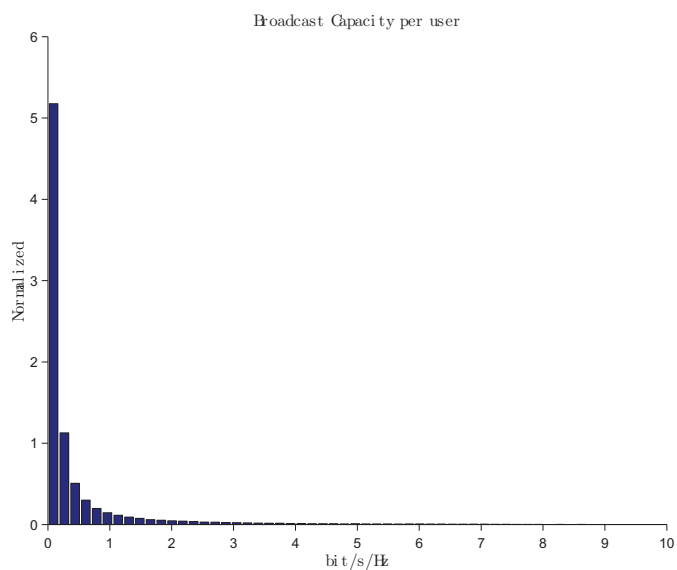


(b) 2 Utilisateur

Figure 5: Pourcentage d'amélioration à 10 dB



(a) Capacité optimisée pour un utilisateur



(b) Capacité de diffusion pour un utilisateur

Figure 6: Capacité optimisée et de diffusion pour un utilisateur à 10 dB