



**HAL**  
open science

**Simulation de l'usure et d'avaries sur des dentures  
d'engrenages cylindriques : Influence sur le  
comportement statique et dynamique de transmission  
par engrenages**

Thaer Osman

► **To cite this version:**

Thaer Osman. Simulation de l'usure et d'avaries sur des dentures d'engrenages cylindriques : Influence sur le comportement statique et dynamique de transmission par engrenages. Autre. INSA de Lyon, 2012. Français. NNT : 2012ISAL0006 . tel-00760062

**HAL Id: tel-00760062**

**<https://theses.hal.science/tel-00760062>**

Submitted on 3 Dec 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **THESE**

*présentée devant*

**L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON**

*Pour obtenir*

**LE GRADE DE DOCTEUR**

*École doctorale : Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)*

*Spécialité: MÉCANIQUE*

*Par*

**Thaer OSMAN**

*(Ingénieur de l'Université Tichreen - Syrie)*

---

**Simulation de l'usure et d'avaries sur des dentures d'engrenages  
cylindriques - Influence sur le comportement statique et  
dynamique de transmissions par engrenages**

---

Soutenue le **2 Février 2012** devant la Commission d'Examen

Jury :	<b>M. Louis FLAMAND</b>	<b>Professeur</b>	<b>Président</b>
	<b>M. François GUILLET</b>	<b>Professeur</b>	<b>Examineur</b>
	<b>M. Mohamed HADDAR</b>	<b>Professeur</b>	<b>Rapporteur</b>
	<b>M. Jorge SEABRA</b>	<b>Professeur</b>	<b>Rapporteur</b>
	<b>M. Philippe VELEX</b>	<b>Professeur</b>	<b>Directeur de thèse</b>
	<b>M. Fabrice VILLE</b>	<b>Docteur, HDR</b>	<b>Invité</b>

*LaMCoS - UMR CNRS 5259 - INSA de Lyon*

*18-20, rue des Sciences, 69621 Villeurbanne Cedex (FRANCE)*



## INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2011-2015

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	<p><b>CHIMIE DE LYON</b>  <a href="http://www.edchimie-lyon.fr">http://www.edchimie-lyon.fr</a></p> <p>Insa : R. GOURDON</p>	<p><b>M. Jean Marc LANCELIN</b>            Université de Lyon – Collège Doctoral            Bât ESCPE            43 bd du 11 novembre 1918            69622 VILLEURBANNE Cedex            Tél : 04.72.43 13 95  <a href="mailto:directeur@edchimie-lyon.fr">directeur@edchimie-lyon.fr</a></p>
E.E.A.	<p><b>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b>  <a href="http://edeea.ec-lyon.fr">http://edeea.ec-lyon.fr</a></p> <p>Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN            eea@ec-lyon.fr</p>	<p><b>M. Gérard SCORLETTI</b>            Ecole Centrale de Lyon            36 avenue Guy de Collongue            69134 ECULLY            Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17  <a href="mailto:Gerard.scorletti@ec-lyon.fr">Gerard.scorletti@ec-lyon.fr</a></p>
E2M2	<p><b>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b>  <a href="http://e2m2.universite-lyon.fr">http://e2m2.universite-lyon.fr</a></p> <p>Insa : H. CHARLES</p>	<p><b>Mme Gudrun BORNETTE</b>            CNRS UMR 5023 LEHNA            Université Claude Bernard Lyon 1            Bât Forel            43 bd du 11 novembre 1918            69622 VILLEURBANNE Cédex            Tél : 04.72.43.12.94  <a href="mailto:e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr">e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr</a></p>
EDISS	<p><b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE</b>  <a href="http://ww2.ibcp.fr/ediss">http://ww2.ibcp.fr/ediss</a></p> <p>Sec : Safia AIT CHALAL            Insa : M. LAGARDE</p>	<p><b>M. Didier REVEL</b>  <i>Hôpital Louis Pradel</i>            Bâtiment Central            28 Avenue Doyen Lépine            69677 BRON            Tél : 04.72.68 49 09 Fax :04 72 35 49 16  <a href="mailto:Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr">Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr</a></p>
INFOMATHS	<p><b>INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES</b>  <a href="http://infomaths.univ-lyon1.fr">http://infomaths.univ-lyon1.fr</a></p>	<p><b>M. Johannes KELLENDONK</b>            Université Claude Bernard Lyon 1            LIRIS - INFOMATHS            Bâtiment Nautibus            43 bd du 11 novembre 1918            69622 VILLEURBANNE Cedex            Tél : 04.72. 43.19.05 Fax 04 72 43 13 10  <a href="mailto:infomaths@bat710.univ-lyon1.fr">infomaths@bat710.univ-lyon1.fr</a></p>
Matériaux	<p><b>MATERIAUX DE LYON</b></p>	<p><b>M. Jean-Yves BUFFIERE</b>            Secrétaire : Mériem LABOUNE            INSA de Lyon            École Doctorale Matériaux            Mériem LABOUNE            Bâtiment Antoine de Saint-Exupéry            25bis Avenue Jean Capelle            69621 VILLEURBANNE            Tel : 04 72 43 71 70            Fax : 04 72 43 72 37  <a href="mailto:ed.materiaux@insa-lyon.fr">ed.materiaux@insa-lyon.fr</a></p>
MEGA	<p><b>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE (ED n°162)</b></p>	<p><b>M. Philippe BOISSE</b>            Secrétaire : Mériem LABOUNE            Adresse :            INSA de Lyon            École Doctorale MEGA            Mériem LABOUNE            Bâtiment Antoine de Saint-Exupéry            25bis Avenue Jean Capelle            69621 VILLEURBANNE            Tel : 04 72 43 71 70            Fax : 04 72 43 72 37  <a href="mailto:mega@insa-lyon.fr">mega@insa-lyon.fr</a>            Site web : <a href="http://www.ed-mega.com">http://www.ed-mega.com</a></p>



<p><b>ScSo</b></p>	<p><u>ScSo*</u></p> <p>M. OBADIA Lionel</p> <p>Sec : Viviane POLSINELLI Insa : J.Y. TOUSSAINT</p>	<p>M. OBADIA Lionel</p> <p>Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.76 Fax : 04.37.28.04.48 <a href="mailto:Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr">Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr</a></p>
--------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

## **Remerciements**

Cette thèse a été réalisée dans le Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides (LaMCoS) à l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (I.N.S.A de Lyon), dirigé par Monsieur le Professeur Alain COMBESCURE. Je tiens à le remercier pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire.

Toute ma gratitude va à mon directeur de thèse, Monsieur Philippe VELEX, Professeur à INSA de Lyon, pour sa patience pendant les quatre années de ma thèse. Ses conseils, sa disponibilité ainsi que son soutien moral ont été une aide précieuse durant l'étude et la réalisation de ce mémoire. Hors de l'activité de recherche, il m'a également beaucoup aidé dans la vie quotidienne. Je lui en suis très reconnaissant.

J'adresse toute ma reconnaissance aux membres du jury, en particulier, Monsieur Louis FLAMAND pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury.

Je suis extrêmement sensible à l'honneur que me font Monsieur Jorge SEABRA, Professeur au département de Génie Mécanique et Gestion Industrielle de l'Université de Porto, Portugal, et Monsieur Mohamed HADDAR, Professeur à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax, Université de Sfax, Tunisie, en acceptant d'être rapporteurs de cette étude et de faire partie du jury de cette thèse.

Je remercie également Monsieur François GUILLET, Professeur à l'Université de Jean Monnet, Saint-Etienne, pour avoir accepté d'examiner ce travail et de faire partie du jury de ma thèse. Merci également à Monsieur Fabrice VILLE, Maître de conférence au LaMCoS pour l'ensemble de ses conseils toujours pertinents et pour sa présence dans le jury.

Je remercie chaleureusement tous les membres du laboratoire, Professeurs, Maîtres de conférences, techniciens, ingénieurs, doctorants..., et particulièrement, avec lesquels j'ai partagé des moments d'enthousiasme.

Finalement, mon grand merci s'adresse à mon frère Mohammed, à mes parents et à mon épouse Souzan.



## Résumé

Les systèmes de transmission par engrenages sont largement utilisés pour transmettre de la puissance et adapter les vitesses de rotation entre organes moteurs et récepteurs. Dans ce contexte, les engrenages sont fréquemment les organes parmi les plus sensibles de la chaîne cinématique et peuvent être soumis à un grand nombre d'avaries (fatigue de contact, fatigue de flexion, usure...etc.) apparaissant lors du fonctionnement et dont les causes sont multiples.

L'objectif de ce travail est, d'une part, de simuler l'usure abrasive et la fatigue de contact conduisant à de l'écaillage (pitting) et, d'autre part, d'analyser les interactions entre ces avaries et le comportement statique et dynamique de transmission par engrenages. A cette fin, un modèle dynamique tridimensionnel d'engrenages de fortes largeurs est couplé à des modèles d'usure et d'avaries de contact.

L'usure est simulée en s'appuyant sur le modèle d'Archard modifié afin de tenir compte de l'influence du régime de lubrification. Les usures obtenues après un certain nombre de cycles de chargement sont considérées comme des écarts initiaux additionnels par rapport à la géométrie idéale du flanc de denture. Les phénomènes de fatigue de contact par pitting sont analysés en deux étapes; a) une période d'initiation de fissure simulée en s'appuyant sur plusieurs critères de fatigue multiaxiaux et b) une phase de propagation de fissure traitée par la mécanique linéaire élastique de la rupture. Les sollicitations dynamiques fournies par le modèle dynamique d'engrenages sont utilisées comme données d'entrée pour la simulation des périodes d'initiation puis de propagation. Un grand nombre d'exemples d'application sont présentés et les interactions entre comportement dynamique, usure et fatigue sur des engrenages cylindriques sont analysées.

**Mots clefs:** transmission par engrenages ; dynamique; statique ; usure ; fatigue ; désalignement ; correction de profil ; initiation de fissure ; propagation de fissure ; durée de vie.



## **Abstract**

Gear transmissions have high power-to-weight ratios, can be made very compact and match the speeds and torques of one machine to another with high efficiency. However, gears are one of the weakest links in a transmission and can develop a number of failures (wear, contact fatigue, bending fatigue, etc.) which downgrade the overall transmission performance.

The objective of this work is twofold; on the one hand, simulate abrasive wear on tooth flanks and contact fatigue leading to pitting, on the other hand, analyse the interactions between these damages and the dynamic and static behaviour of geared transmissions. To this end, a three dimensional gear dynamic model is used and coupled with several wear and fatigue models.

The wear on tooth flanks is simulated based on a modified Archard's law which includes the influence of the lubrication regime. Wear is accounted for via time- and position-varying distributions of normal deviations with respect to ideal flank geometry which are superimposed on profile and lead modifications. The occurrence of pitting is divided into two periods: a) a crack initiation period simulated by using several multi-axial fatigue criteria and, b) a crack propagation phase which is tackled using the theory of linear elastic rupture mechanics. The dynamic tooth loads delivered by the gear dynamic model are used as input data for the simulations of crack initiation and then crack propagation. A number of results are presented and the interactions between wear, contact fatigue and dynamic behaviour are investigated and commented upon.

**Key words:** geared transmission; dynamics; statics ; wear ; fatigue ; misalignment ; tip relief; crack initiation; crack propagation ; service life .



## Tables des matières

<b>REMERCIEMENTS.....</b>	<b>3</b>
<b>RESUME.....</b>	<b>5</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>7</b>
<b>TABLES DES MATIERES .....</b>	<b>9</b>
<b>PRINCIPALES NOTATIONS.....</b>	<b>13</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>17</b>

<b>PARTIE I :SIMULATION DE L'USURE DANS LES ENGRENAGES DROITS ET HELICOÏDAUX- INFLUENCE SUR LE COMPORTEMENT STATIQUE ET DYNAMIQUE .....</b>	<b>23</b>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------

### **CHAPITRE 1: USURE DES ENGRENAGES - UNE APPROCHE BIBLIOGRAPHIQUE.....**

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>27</b>
<b>2. GENERALITES SUR LES LOIS D'USURE .....</b>	<b>27</b>
<b>3. GENERALITES SUR LES MODES D'USURE .....</b>	<b>28</b>
<b>3.1. Usure par abrasion.....</b>	<b>29</b>
<b>3.2. Usure par transfert ou adhésion .....</b>	<b>29</b>
<b>3.3. Usure par fatigue .....</b>	<b>29</b>
<b>3.4. Usure par réactions tribochimiques.....</b>	<b>29</b>
<b>4. USURE DES DENTURES SUR DES ENGRENAGES DROITS ET HELICOÏDAUX .....</b>	<b>30</b>
<b>4.1. Lois d'usure pour les engrenages .....</b>	<b>30</b>
<b>4.2. Identification du coefficient d'usure .....</b>	<b>35</b>
<b>4.3. Etude expérimentale des faciès d'usure .....</b>	<b>37</b>
<b>4.4. Etude de l'influence d'usure.....</b>	<b>41</b>
4.4.1. Etudes analytiques.....	41
4.4.2. Etude expérimentale.....	43
<b>5. USURE DES ENGRENAGES ET FATIGUE DE FLEXION .....</b>	<b>46</b>
<b>6. CONCLUSION .....</b>	<b>48</b>

### **CHAPITRE 2: SIMULATION STATIQUE ET DYNAMIQUE D'USURE DES ENGRENAGES DROITS ET HELICOÏDAUX DE FORTES LARGEURS .....**

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>51</b>
<b>2. MODELISATION DYNAMIQUE DE TRANSMISSION PAR ENGRENAGES .....</b>	<b>51</b>
<b>2.1. Modélisation des éléments d'arbres.....</b>	<b>52</b>
<b>2.2. Modélisation des paliers .....</b>	<b>53</b>
<b>2.3. Modèle de moteur et de frein .....</b>	<b>53</b>
<b>2.4. Modélisation d'engrenage.....</b>	<b>53</b>



2.4.1. Géométrie des engrenages rigides.....	53
2.4.2. Définition des écarts géométriques .....	54
2.4.3. Détermination de champs de déplacements .....	56
2.4.4. Définition d'état déformée .....	57
<b>3. SIMULATION DE L'USURE ABRASIVE SUR LES DENTURES DES ENGRENAGES.....</b>	<b>59</b>
<b>3.1. Modèle quasi-statique de l'usure .....</b>	<b>59</b>
<b>3.2. Modèle dynamique de l'usure .....</b>	<b>61</b>
<b>3.3. Introduction des distributions d'usure sur les flancs de dents .....</b>	<b>63</b>
<b>4. RESOLUTION DES EQUATIONS DU MOUVEMENT .....</b>	<b>63</b>
<b>4.1. Equations du mouvement.....</b>	<b>63</b>
<b>4.2. Résolution numérique .....</b>	<b>65</b>
<b>5. CONCLUSION .....</b>	<b>67</b>

### **CHAPITRE 3: INTERACTION ENTRE L'USURE ET LE COMPORTEMENT STATIQUE ET DYNAMIQUE - RESULTATS ET DISCUSSIONS ..... 69**

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>71</b>
<b>2. CARACTERISTIQUES DES ENGRENAGES ETUDIES ET DU LUBRIFIANT .....</b>	<b>71</b>
<b>3. RESULTATS QUASI-STATIQUES .....</b>	<b>72</b>
<b>3.1. Distribution d'usure sur les flancs de dentures d'engrenages .....</b>	<b>72</b>
<b>3.2. Influence de l'usure sur la charge quasi-statique .....</b>	<b>78</b>
<b>3.3. Influence de l'usure sur les erreurs de transmission.....</b>	<b>80</b>
<b>3.4. Influence de la position de moteur et de frein sur la distribution d'usure .....</b>	<b>83</b>
<b>3.5. Usure et les écarts d'alignement .....</b>	<b>84</b>
<b>4. RESULTATS DYNAMIQUES .....</b>	<b>88</b>
<b>4.1. Influence de la réponse dynamique sur l'usure.....</b>	<b>88</b>
<b>4.2. Influence de l'usure sur le comportement dynamique .....</b>	<b>91</b>
4.2.1. Influence de l'incrément d'usure.....	92
4.2.2. Influence des écarts d'alignements.....	93
4.2.3. Influence de corrections de profil.....	94
<b>5. CONCLUSION .....</b>	<b>96</b>

<b>PARTIE II: SIMULATIONS DES INTERACTIONS ENTRE COMPORTEMENT DYNAMIQUE ET FATIGUE DE CONTACT DANS LES ENGRENAGES DROITS. .... 97</b>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

### **CHAPITRE 1: FATIGUE DE CONTACT DANS LES ENGRENAGES – UNE APPROCHE BIBLIOGRAPHIQUE ..... 99**

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>101</b>
<b>2. CLASSIFICATION DES CRITERES DE FATIGUE MULTIAxiaux .....</b>	<b>103</b>
<b>3. ANALYSE DE FATIGUE DE CONTACT SUR LES DENTURES D'ENGRENAGES.....</b>	<b>104</b>
<b>3.1. Période d'initiation de fissure .....</b>	<b>106</b>
3.1.1. Méthode de déformation – vie .....	108
3.1.2. Théorie basée sur les dislocations .....	111
3.1.3. Application des critères de fatigue .....	113
<b>3.2. Période de propagation de fissure.....</b>	<b>114</b>

3.2.1. Définition des modes de fissuration .....	115
3.2.2. Loi de propagation .....	116
<b>4. CONCLUSION .....</b>	<b>124</b>

**CHAPITRE 2: UN MODELE POUR LA SIMULATION DE LA FATIGUE DE CONTACT PAR PITTING SUR LES DENTURES D'ENGRENAGES DROITS .....** **125**

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>127</b>
<b>2. MODELE DE CONTACT ET CHAMP DES CONTRAINTES .....</b>	<b>128</b>
<b>3. SIMULATION DE LA FATIGUE DE CONTACT .....</b>	<b>131</b>
<b>3.1. Simulation de la période d'initiation de fissure .....</b>	<b>131</b>
3.1.1. Application des critères de fatigue multiaxiaux .....	131
3.1.1.1. Critère de Crossland (global macroscopique).....	132
3.1.1.2. Critère de Liu & Zenner (Approche intégrale) .....	133
3.1.1.3. Critère de Dang Van (Plan critique).....	134
3.1.2. Résistance du matériau .....	135
3.1.3. Degré de fatigue .....	136
3.1.4. Estimation du nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure ( $N_i$ ).....	137
<b>3.2. Simulation de la période de propagation de fissure .....</b>	<b>140</b>
3.2.1. Détermination du taux de propagation de fissure.....	141
3.2.2. Angle de direction de fissure.....	142
3.2.3. Incrément de fissure .....	143
<b>4. MODELE DYNAMIQUE D'ENGRENAGES .....</b>	<b>144</b>
<b>5. VALIDATION DU MODELE DE FATIGUE .....</b>	<b>147</b>
<b>5.1. Conditions expérimentales .....</b>	<b>147</b>
<b>5.2. Résultats du modèle numérique .....</b>	<b>148</b>
<b>5.3. Comparaison avec les résultats expérimentaux .....</b>	<b>153</b>
<b>6. REMARQUE.....</b>	<b>155</b>
<b>7. CONCLUSION .....</b>	<b>156</b>

**CHAPITRE 3: INTERACTIONS ENTRE LA FATIGUE DE CONTACT PAR PITTING ET LE COMPORTEMENT STATIQUE ET DYNAMIQUE .....** **157**

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>159</b>
<b>2. EXEMPLE D'APPLICATION .....</b>	<b>159</b>
<b>3. INFLUENCE DU COMPORTEMENT QUASI-STATIQUE ET DYNAMIQUE SUR LA FATIGUE DE CONTACT PAR PITTING .....</b>	<b>159</b>
<b>3.1. Influence du comportement quasi-statique .....</b>	<b>159</b>
3.1.1. Influence de corrections de profil.....	160
3.1.2. Influence d'écarts d'alignement .....	163
3.1.3. Influence d'erreurs de division (erreurs de pas).....	164
<b>3.2. Influence du comportement dynamique .....</b>	<b>169</b>
3.2.1. Période d'initiation de fissure .....	169
3.2.1.1. Dentures non corrigées .....	169
3.2.1.2. Dentures corrigées .....	174
3.2.2. Période de propagation de fissure .....	177
<b>4. CONCLUSION .....</b>	<b>181</b>

<b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>183</b>
<b>PUBLICATIONS .....</b>	<b>187</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>189</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>205</b>
<b>ANNEXE 1. ECARTS D'ALIGNEMENT.....</b>	<b>207</b>
<b>ANNEXE 2. SIMULATION DE L'USURE EN UTILISANT UN MODELE TORSIONNEL A 1DDL</b>	<b>209</b>
<b>ANNEXE 3. CHAMP DES CONTRAINTES .....</b>	<b>214</b>
<b>ANNEXE 4. METHODE DE PLUS PETIT CERCLE CIRCONSCRIT .....</b>	<b>218</b>
<b>ANNEXE 5 : INFLUENCE DE FROTTEMENT SUR LE DEGRE DE FATIGUE .....</b>	<b>221</b>

## Principales notations

### Usure des engrenages

$m$	: indice du mobile ( $m=1$ : pignon, $m=2$ : roue).
$i$	: indice d'une ligne de contact.
$j$	: indice d'une tranche mince du corps de l'engrenage.
$\Omega_m$	: vitesse de rotation du mobile $m$ .
$R_{bm}$	: rayon de base du solide $m$ .
$\beta_b$	: angle d'hélice de base.
$\alpha_t$	: angle de pression apparent de fonctionnement.
$b_m$	: largeur de la denture du mobile $m$ .
$P_0(M_{ij})$	: pression normale maximale au point $M_{ij}$ .
$s(M_{ij})$	: distance de glissement au point $M_{ij}$ .
$a_H(M_{ij})$	: demi-largeur de contact au point $M_{ij}$ .
$u'_m(M_{ij})$	: vitesse linéaire de point $M_{ij}$ dans la direction tangentielle en respectant les flancs actifs de dentures (ou direction normale dans la plan d'action) du solide $m$ .
$h_{\min}$	: épaisseur minimale de film lubrifiant (Hamrock-Dowson [76]) :
$\phi_T$	: facteur de réduction thermique de l'épaisseur de film de lubrifiant (Gupta et al [75]).
$R_q$	: moyenne quadratique des RMS des rugosités.
$\lambda = \frac{h_{\min} \phi_T}{R_q}$	: rapport Lambda.
$R'$	: rayon de courbure équivalent.
$E'$	: module de Young équivalent.
$k_0$	: coefficient d'usure initial.
$k_{ij}$	: coefficient d'usure local.
$N^*$	: nombre de cycles total pour calculer la profondeur d'usure.
$h_m(M_{ij})$	: profondeur d'usure au point $M_{ij}$ du solide $m$ .
$\Delta h_m^{in}(M_{ij})$	: profondeur d'usure calculée après $i$ séquence de cycles ( $n$ ).
$h_m^{N^*}(M_{ij})$	: profondeur d'usure totale cumulée après $N^*$ cycles au point $M_{ij}$ du solide $m$ .
$e_{fm}(M_{ij})$	: écart de forme au point $M_{ij}$ du solide $m$ .
$e_{dm}(M_{ij})$	: écart de désalignement au point $M_{ij}$ du solide $m$ .
$e_{xm}(M_{ij})$	: écart d'excentricité au point $M_{ij}$ du solide $m$ .
$e(M_{ij})$	: écart normal total au point $M_{ij}$ .
$M^*$	: point de contact dans la condition des corps rigides.

$\delta e(M_{ij})$	: écart relatif au point de contact $M_{ij}$ .
$\delta_m(M_{ij})$	: rapprochement ou éloignement du mobile $m$ au point de contact $M_{ij}$ .
$\Delta(M_{ij})$	: écrasement élastique au point de contact $M_{ij}$ .
$O_{mj}$	: centre de la tranche $j$ de la roue $m$ de l'engrenage.
$V(M_{ij})$	: vecteur de structure dépendant du point de contact $M_{ij}$ .
$ET$	: erreurs de transmission quasi-statique.
$R_{\max}$	: coefficient dynamique maximal.

### **Fatigue de contact**

$\sigma_{ij}$	: composants des contraintes dans les directions $x, y, z$ .
$\sigma^r$	: contraintes résiduelles.
$HV_c$	: dureté Vickers du cœur.
$HV_s$	: dureté Vickers de la surface.
$HV(y)$	: dureté Vickers en fonction de la profondeur sous la surface.
$\sigma_{eq,VM}$	: contraintes équivalentes de Von Mises.
$\sigma_{eq,DV}$	: contraintes équivalentes de critère Dang Van.
$\sigma_{eq,CRO}$	: contraintes équivalentes de critère Crossland.
$\sigma_{eq,LZ}$	: contraintes équivalentes de critère Liu & Zenner.
$\alpha_{DV}, \beta_{DV}$	: constants de critère Dang Van.
$\alpha_{CRO}, \beta_{CRO}$	: constants de critère Crossland
$a_{LZ}, b_{LZ}, m_{LZ}, n_{LZ}$	: constants de critère Liu & zenner.
$\sigma_w$	: limite de fatigue en flexion alternée.
$\tau_w$	: limite de fatigue en torsion alternée.
$\sigma_{w,0}$	: limite de fatigue en flexion répétée.
$\tau_{w,0}$	: limite de fatigue en torsion répétée.
$\sigma_u$	: résistance maximal en traction monotone.
$\sigma_Y$	: limite d'élasticité.
$D_f$	: degré de fatigue.
$D_{f,\max}$	: degré de fatigue maximal.
$\sigma'_a$	: coefficient de résistance de fatigue pour la tension compression
$\tau'_a$	: coefficient de résistance de fatigue pour la torsion
$b$	: exposant de la résistance de la fatigue
$a$	: longueur de fissure.
$a_0$	: longueur de fissure initiale.
$a_c$	: longueur de fissure critique.
$\Delta a$	: incrément de fissure.
$\alpha$	: angle de direction de propagation de fissure.

---

$r_p$	: rayon de zone plastique.
$U_{ouvr}$	: facteur de fermeture de fissure.
$K_{max}$	: facteur d'intensité de contraintes maximal.
$K_{min}$	: facteur d'intensité de contraintes minimal.
$R_c = \frac{K_{min}}{K_{max}}$	: rapport de charge ou contraintes.
$\Delta K_{th}$	: variation de facteur d'intensité de contraintes.
$\Delta K_{eff}$	: variation de facteur d'intensité de contraintes effectif.
$N_i$	: nombre de cycles requis d'initiation de fissure.
$N_p$	: nombre de cycles requis de propagation de fissure.
$N$	: nombre de cycles ou durée de vie total pour apparition de pitting sur le flanc de dentures des engrenages.



# Introduction générale






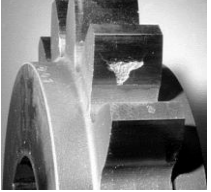
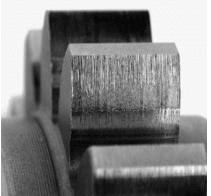

Les transmissions de puissance par engrenages constituent, sans doute, le meilleur compromis d'un point de vue rendement et précision lorsqu'il s'agit de transmettre des couples importants, de réaliser des réductions de vitesse ou de changer les directions de rotation. Les domaines d'application sont aussi variés que la mécanique générale, le secteur de la production d'énergie, les transports, l'électronique, la domotique ou encore l'industrie agro-alimentaire. Dans ce contexte toutefois, les engrenages sont l'un des composants les plus critiques dans la majorité des machines tournantes industrielles comme le montrent les statistiques sur les causes de défaillance et la localisation des avaries dans les transmissions mécaniques, Stewart [155], Sidahmed et Garnier [149], Tableau (0.1). Leur bon fonctionnement impacte donc fortement la durée de vie et la qualité d'un grand nombre de systèmes mécaniques, justifiant ainsi une demande croissante en termes d'analyse et contrôle des sollicitations et de la résistance de ces organes.

<b>Localisation des défauts</b>	<b>%</b>
<b>Dentures</b>	<b>60</b>
<b>Paliers</b>	<b>19</b>
<b>Arbres</b>	<b>10</b>
<b>Carters</b>	<b>7</b>
<b>Autres</b>	<b>4</b>

*Tableau (0.1) : Localisation des défauts dans les transmissions de puissance par engrenages*

Les engrenages peuvent être sujets à de nombreuses avaries apparaissant lors du fonctionnement dont les origines peuvent être multiples et, parfois, difficilement identifiables: défauts de fabrication, défaut d'assemblage ou de montage, défauts de matériaux, sollicitations plus importantes que prévues, etc... Les types d'avarie les plus courants concernent les phénomènes de fatigue en pied de dent (flexion) ou de contact (conduisant à du pitting ou du micro-pitting), l'usure et le grippage, Figure (0.1). Il est, en général, admis que le risque d'apparition d'avarie de surface est lié aux conditions de fonctionnement du contact entre les dentures. Les paramètres mécaniques caractérisant ce fonctionnement dépendent des conditions géométriques et cinématiques propres aux engrenages et de la charge transmise. La répartition de cette charge sur les différents contacts simultanés entre dentures est notamment liée aux déformations élastiques, aux défauts de fabrication et de montage et à la micro-géométrie des surfaces en contact.

De nombreuses études ont été effectuées afin de caractériser et simuler ces avaries mais les modélisations proposées demeurent toutefois relativement parcellaires et ne proposent pas, en particulier, d'approches générales susceptibles de rendre compte, à partir d'une même base théorique, des aspects statiques et dynamiques. Par ailleurs, la plupart des modélisations rencontrées dans la littérature se limitent à utiliser un modèle simplifié d'engrenages reproduisant les conditions géométriques et cinématiques sur un système de deux disques équivalents. De plus, les modèles proposés sont pratiquement tous valides pour un régime de fonctionnement quasi-statique et n'intègrent donc pas les éventuelles surcharges dynamiques et leurs conséquences sur l'apparition et l'évolution des avaries.

<u>Type d'avaries</u>	<u>Identification</u>
<p><b>Fatigue de flexion</b></p> 	<p>La fatigue de flexion résulte de fissures initiées en pied de dent qui peuvent entraîner la rupture de toute ou partie d'une dent. Cette avarie est généralement associée à une charge excessive conduisant à des contraintes en pied de dent supérieures à la limite d'endurance du matériau des engrenages.</p>
<p><b>Pitting (Piqûre)</b></p> 	<p>Il s'agit d'une avarie typique de la fatigue de contact produite par un nombre de cycles répétés de chargement. Elle se produit sur les surfaces soumises à des contacts avec roulement/glisserment fortement chargés (engrenages, paliers....).</p>
<p><b>Usure</b></p> 	<p>L'usure est un processus continu combinant un ensemble complexe de phénomènes conduisant à une émission de débris caractérisé par une perte de masse, de côtes, de forme ainsi que des transformations physico-chimiques des surfaces en lien avec l'évolution du nombre de cycles de sollicitation.</p>
<p><b>Grippage</b></p> 	<p>Il s'agit d'une avarie instantanée des surfaces de dentures (donc très brutale) qui est attribuée à une rupture du film lubrifiant en lien avec des températures de surface très élevées. Ce type d'avarie se produit dans les zones où les pressions et vitesses de glissement sont élevées.</p>

*Figure (0.1) : Principaux types d' avaries dans les engrenages.*

Les avaries telles que la fatigue de flexion et de contact sont une préoccupation majeure dans les procédures de conceptions des engrenages influant fortement sur la géométrie des dents et les niveaux de charges admissibles (via la norme ISO 6336 en particulier). Au contraire, l'usure et ses conséquences ou les interactions avec d'autres mécanismes de défaillance ont suscité moins d'intérêt en dépit de ses répercussions importantes sur la durabilité des transmissions mécaniques. Les conditions de contact entre les flancs de dents usées peuvent être sensiblement modifiées perturbant ainsi les distributions de charge et les contraintes mais également le bruit et les vibrations d'un engrenage, ce qui justifie des études statiques et dynamiques approfondies. Dans ce mémoire, nous nous préoccupons de l'usure abrasive caractérisée par des enlèvements de matière dus au mouvement relatif entre deux surfaces et qui constitue une source importante de défauts géométriques pour des dentures non traitées, susceptible d'interagir avec la fatigue de contact par pitting, Zhou et al. [180], Keer et Bryant [97], Kaneta et al. [93], Fajdiga et al. [51], Šraml

et al. [153-154], Glodež et al. [72]. A la différence des approches classiques dans la littérature, les simulations seront conduites en utilisant un modèle du comportement dynamique d'engrenages qui sera couplé avec des modèles de fatigue superficielle et d'usure.

Le texte se décompose en deux parties principales. La première partie concerne la simulation de l'usure abrasive sur les dentures des engrenages droits et hélicoïdaux et est organisée en trois chapitres. Le premier chapitre présente une analyse bibliographique relative à l'usure dans les engrenages : type d'usure, faciès d'usure sur les flancs de denture et principaux modèles utilisés dans la littérature. Un modèle d'usure statique et dynamique est présenté dans le chapitre 2. Il s'agit de combiner une loi de type Archard [6] incluant l'influence du film lubrifiant avec un modèle dynamique tridimensionnel d'engrenages droits et hélicoïdaux intégrant les corrections de formes ainsi que les distorsions des corps du pignon et de la roue. Les usures, dans ce contexte, jouent le rôle de distributions d'écart de forme initiaux qui influent sur le comportement dynamique des engrenages. Les efforts dynamiques générés contrôlent à leur tour le mécanisme d'usure pour partie. Ce problème couplé est résolu de manière itérative en combinant un schéma d'intégration pas à pas dans le temps, un algorithme de contact normal et la réactualisation des géométries avant déformation. Enfin, le troisième chapitre traite des exploitations numériques du modèle, des enseignements que l'on peut en tirer sur le degré d'interaction entre usure et comportement dynamique et des solutions permettant de limiter l'usure.

La seconde partie du mémoire est consacrée à l'analyse de la fatigue de contact par pitting sur les flancs de dentures d'engrenages droits et, comme la première partie, se divise en trois chapitres. Une analyse bibliographique portant sur les phases d'initiation et de propagation de fissure est présentée au chapitre 1. Le deuxième chapitre porte sur la simulation des interactions entre fatigue de contact et comportement dynamique d'engrenages. La période d'initiation est analysée en utilisant plusieurs critères de fatigue multiaxiaux (Crossland [32] Dang Van [33] et Liu –Zenner [109]) tandis que la propagation est supposée être contrôlée par l'état de contraintes en pointe de fissure et les paramètres du matériau en utilisant la théorie de la Mécanique Linéaire Élastique de la Rupture (MLER). L'ensemble est couplé aux résultats de charges dynamiques fournis par le modèle dynamique introduit dans l'étude sur l'usure. Ce modèle est testé au préalable pour un fonctionnement à vitesse réduite (quasi-statique) en comparant les résultats théoriques et les relevés expérimentaux obtenus par Glodež et al [72] sur un banc d'engrenages en boucle mécanique fermée. Finalement, le troisième et dernier chapitre est consacré à l'exploitation du modèle et en considérant des vitesses de rotation plus élevées et les influences des effets dynamiques sur les phases d'initiation et de propagation ainsi que sur les géométries de défauts sont analysées.



# **Partie I :**

Simulation de l'usure dans les  
engrenages droits et hélicoïdaux-  
Influence sur le comportement statique  
et dynamique



# **Chapitre 1:**

## **Usure des engrenages- Une approche bibliographique**

1. Introduction.
2. Généralités sur les lois d'usure.
3. Généralités sur les modes d'usure.
4. Usure des dentures sur des engrenages droits et hélicoïdaux.
5. Usure des engrenages et fatigue de flexion.
6. Conclusion.

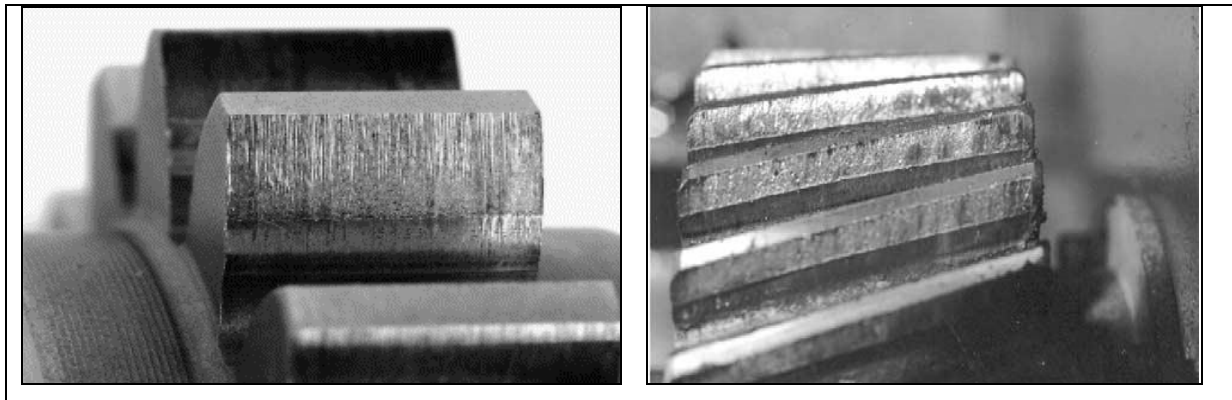




## **1. Introduction :**

L'usure est un processus continu accompagné d'un ensemble complexe de phénomènes amenant une émission de débris avec perte de masse et changements de forme ainsi que des transformations physiques et chimiques des surfaces au cours de l'engrènement. Ce phénomène complexe est généralement associé à des épaisseurs de film de lubrifiant insuffisantes pour garantir une séparation totale des surfaces en contact et se caractérise par des couplages entre propriétés mécaniques, physico-chimiques et topographiques des surfaces dans un contexte de sollicitations fréquemment multifformes : mécaniques, thermiques, chimiques, etc.

Suite à des enlèvements de matière éventuellement très importants de la surface de dents d'engrenages, figure (I.1.1), l'usure extrême peut notamment influencer sur les erreurs de transmission et le comportement dynamique de transmissions par engrenages.



*a* *b*  
**Figure (I.1.1) : Usure de dentures des engrenages ;**  
*a : Dentures droites (Höhn et Michaelis [78]).*  
*b : Dentures hélicoïdaux (Yesilyurt [176])*

Dans ce chapitre, nous décrivons un certain nombre d'approches analytiques et expérimentales de la littérature pour la simulation de l'usure des dentures des engrenages et l'étude de son influence sur le comportement dynamique et vibratoire de transmissions mécaniques.

## **2. Généralités sur les lois d'usure :**

L'usure est un phénomène évolutif et irréversible et elle fait intervenir un nombre important de mécanismes plus ou moins quantifiables pouvant être résumés comme présenté ci-dessous :

- La modification des surfaces par enlèvement de matière à l'interface.
- La présence de débris de troisième corps à l'interface.
- Le flux de ces débris à l'intérieur et vers l'extérieur du contact.
- Les mécanismes de transfert.
- L'influence de l'environnement.

- Le couplage entre les aspects thermodynamiques, physico-chimiques, mécaniques.

De nombreuses lois d'usure ont été présentées dans littérature. Meng et Ludema [121] ont dénombré plus de 300 lois relatives à l'usure de 1947 à 1995 et ont proposé un classement chronologique de ces lois en trois catégories :

- 1- Les lois à caractère empiriques (1947-1970) : ces lois prennent en compte principalement des paramètres relatifs aux conditions de test, pour cela, elles sont souvent précises, mais uniquement valables pour le type de matériau et les conditions du test qui les ont validées.
- 2- Les lois basées sur la mécanique des contacts et les propriétés des matériaux (1970-1980) telles que module de Young  $E$  ou dureté  $H$ .
- 3- Les lois basées sur les mécanismes d'endommagement (rupture) (1980-1995), ces lois incluent les mécanismes de dislocations et les propriétés en fatigue.

Doelling et al. [42], Dragon-Louiset et Stolz [43-44], Ling et al. [105] ont présenté des lois d'usure basées sur des analyses micromécaniques des interfaces, ces lois s'appuient sur la thermodynamique et considèrent l'endommagement comme un ensemble de processus irréversibles (usure, fracture).

Mohrbacher et al. [124], Huq et Celis [79], ont proposé des lois de calcul d'usure basées sur le concept d'énergie dissipé. Les auteurs ont ainsi confirmé qu'il existait une relation linéaire liant le volume usé et l'énergie dissipée, cette relation a été validée par Fouvry et Kapsa [62], Fouvry et al. [63].

### **3. Généralités sur les modes d'usure :**

Les tentatives de classification de l'usure en grandes catégories (usure abrasive, adhésive, corrosive, ...) se révèlent donc souvent insuffisantes pour identifier les mécanismes d'usure, d'autant que dans la plupart des cas, il est possible de montrer que les quantités moyennes de matière perdue par passage dans un contact sont de l'ordre d'un volume atomique.

Une tentative de classification des différents modes d'usure est représentée tableau (I.1.1).

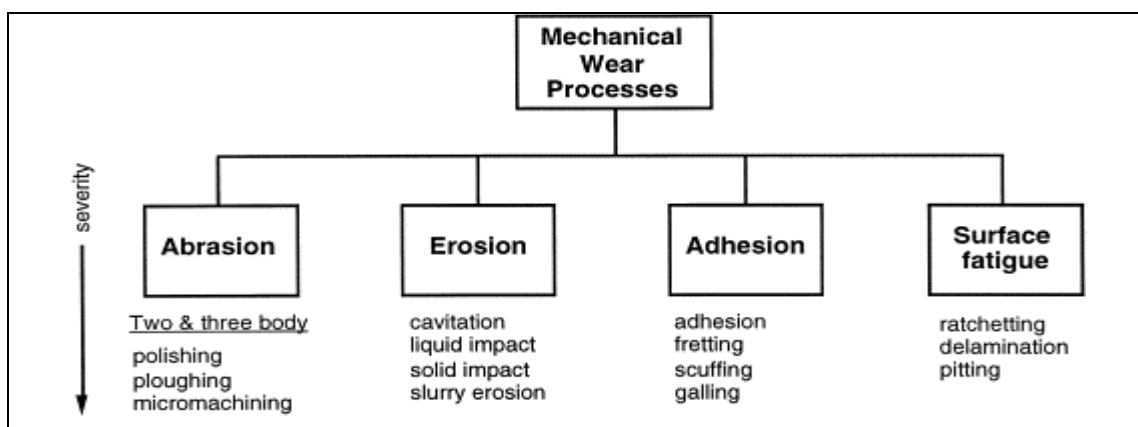


Tableau (I.1.1) : La classification de modes d'usure (Williams [168].)

D'après Barrau [13], nous pouvons distinguer les modes principaux suivants:

### **3.1. Usure par abrasion :**

Elle se caractérise par la présence dans le contact d'un état de surface rugueux ou par la pénétration dans le matériau le plus tendre de particules dures provenant des débris d'usure du contact ou lié à la pollution du milieu. Ce mécanisme de dégradation qui fait intervenir dans les premiers instants uniquement les corps antagonistes, devient rapidement une usure à trois corps. Ce mode d'usure est le plus rencontré sur les dentures des engrenages, il peut être lié à la vitesse de glissement et à la pression de contact.

### **3.2. Usure par transfert ou adhésion :**

Elle se caractérise par un transfert de débris d'un des deux corps antagonistes vers l'autre soit par un mécanisme d'origine purement mécanique, soit suite à une réaction physico-chimique. Pour le transfert mécanique, plusieurs hypothèses ont été développées. Les micro-aspérités présentes dans le contact peuvent conduire à la diminution des zones en contact et générer aux jonctions des énergies très élevées qui peuvent favoriser les réactions physicochimiques (micro soudage des aspérités en contact).

Lors du frottement, il existe entre les matériaux antagonistes une multitude de microcontacts qui supportent l'ensemble de la charge normale. En effet, dans ces régions, une constriction des lignes de forces engendre des concentrations de contraintes et l'augmentation de la température (températures 'flash'). L'évolution de ces aspérités dépend des conditions de sollicitation et de l'environnement.

### **3.3. Usure par fatigue :**

Elle est liée à l'action d'un mouvement cyclique et à la capacité des matériaux à absorber les énergies de déformation et les contraintes thermiques générées par frottement. L'usure par fatigue se manifeste par des fissures, des écailles et des changements de structure métallurgique.

Les comportements face à ce mécanisme d'usure dépendent de la nature du matériau. Dans le cas de matériaux ductiles (matériaux métalliques ou polymères), la rupture par fissuration (ou mécanisme de délaminage) a lieu en sous-couche, parallèlement à la surface de frottement, dans les zones où les contraintes de cisaillement sont maximales. La théorie de Hertz permet d'estimer la répartition des contraintes de cisaillement en sous-couche. L'analyse des transferts thermiques sur la microstructure (déplacement des lacunes, des dislocations, des plans de glissement, l'effet des joints de grains...) explique la formation de fissure associée à un écrouissage ou à un adoucissement de la surface.

### **3.4. Usure par réactions tribochimiques :**

C'est un système à trois composantes, où interviennent la réactivité chimique entre les surfaces, la réactivité chimique avec le milieu environnant et la réactivité physico-chimique avec les débris. Ce type de dégradation résulte d'une seule ou de plusieurs réactions chimiques sous l'effet d'agents corrosifs (environnement, lubrifiant) et des contraintes

mécaniques pendant le frottement. Suivant l'état structural superficiel, il se crée des oxydes réactionnels dépendant de l'environnement.

Suite au frottement entre les surfaces, la rupture des aspérités qui s'oxydent conduit à des débris en général très stables et très durs. Ces derniers jouent alors un rôle abrasif et viennent dégrader les surfaces antagonistes et donc entretenir l'usure. Par contre, il est possible de rencontrer une configuration moins agressive par la formation de films d'oxydes adhérents à la surface d'un des antagonistes et suffisamment résistants au cisaillement pour jouer un rôle protecteur.

#### **4. Usure des dentures sur des engrenages droits et hélicoïdaux:**

L'usure peut constituer un des modes de défaillance importants pour des transmissions par engrenages avec ou sans lubrification. De nombreux paramètres du système doivent être pris en compte pour décrire le phénomène d'usure des surfaces en contact avec, en particulier, les sollicitations mécaniques (liés à la géométrie et au chargement) et les conditions de lubrification entre dentures. La plupart des engrenages fonctionnent dans des régimes de lubrification élastohydrodynamique (EHD) mixtes ou limites pour lesquels des contacts directs entre aspérités sont possibles et où les interactions physico-chimiques entre surfaces et lubrifiant peuvent jouer un rôle prépondérant. D'autre part, les variations de géométrie des dentures d'engrenages consécutives à l'usure modifient les conditions d'engrènement de façon continue et, par là, les contraintes de flexion et de contact au niveau des dentures,

##### **4.1. Lois d'usure pour les engrenages :**

De nombreux auteurs se sont appuyés sur la loi d'Archard [6], (loi empirique), pour simuler l'usure sur les dentures des engrenages. Elle s'exprime:

$$Q = \frac{K}{H} \cdot W \quad (\text{I.1.1})$$

avec :

$K$  : coefficient d'usure adimensionnel dépendant du couple de matériaux en contact, de la lubrification, de la vitesse de glissement et de la pression de contact.

$Q = \frac{V}{s}$  : représente le volume d'usure ( $V$ ) par unité de distance glissée ( $s$ ).

$W$  : charge normale appliquée.

$H$  : dureté du matériau

La Figure (I.1.2) illustre le principe de ce modèle pour lequel l'usure sur les dentures des engrenages s'exprime en fonction de la pression et de la vitesse de glissement à chaque point sur les flancs de dent.

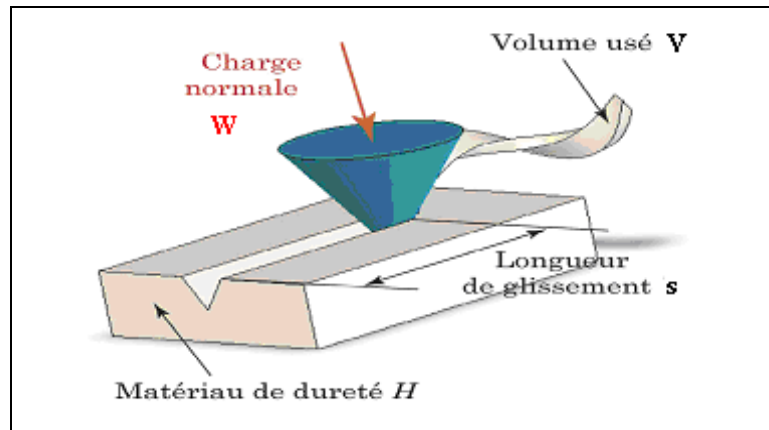


Figure (I.1.2) : Illustration du modèle d'Archard.

A partir de cette formulation initiale, des expressions globales ou locales de la loi d'usure ont été utilisées par différents auteurs. Flodin et Andersson [57-59], ont développé ce modèle, pour calculer la profondeur d'usure ( $h$ ) à chaque point sur la surface de dentures droites, et hélicoïdaux sous la forme:

$$\frac{dh}{ds} = k \cdot P \Rightarrow h = k \cdot \int_0^s P \cdot ds = k \cdot \int_0^t P \cdot v_s \cdot dt \quad (\text{I.1.2})$$

Avec :

$k$  : Coefficient d'usure ( $\text{m}^2/\text{N}$ ) ( $k = \frac{K}{H}$ ).

$P$  : Pression de contact ( $\text{N}/\text{m}^2$ ).

$s$  : Distance de glissement (m).

$v_s$  : Vitesse de glissement (m/s).

$t$  : Temps de glissement (s).

La pression de contact a été calculée en utilisant un modèle de fondation élastique (Winkler), Flodin [61], Flodin et Andersson [58-59], représenté sur la Figure (I.1.3) pour des conditions de fonctionnement quasi-statiques. La distance de glissement est déduite de la cinématique des corps rigides et des positions instantanées des lignes de contact sur les flancs de dentures.

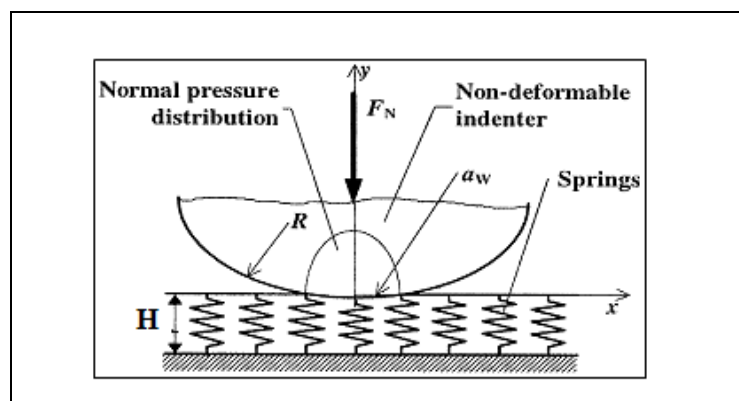


Figure (I.1.3) : Schéma de principe du modèle de fondation élastique de Winkler ( $F_N$  : charge normale ;  $R$  : Rayon équivalente ;  $H$  : Hauteur des ressorts)

Ding et Kahraman [40], Kuang et Lin [99], Lin et Kuang [104], ont simulé l'usure sur les dents d'engrenages droits en utilisant le modèle proposé par Flodin et Andersson [59] et l'on étendu à l'étude des interactions entre comportement dynamique et usure via un modèle torsionnel à un seul degré de liberté (1DDL), Figure (II.1.4). Dans le cas de [40], le coefficient d'usure ( $k$ ) est fonction de l'épaisseur de film de lubrification locale qui dépend de la vitesse de rotation et de la géométrie.

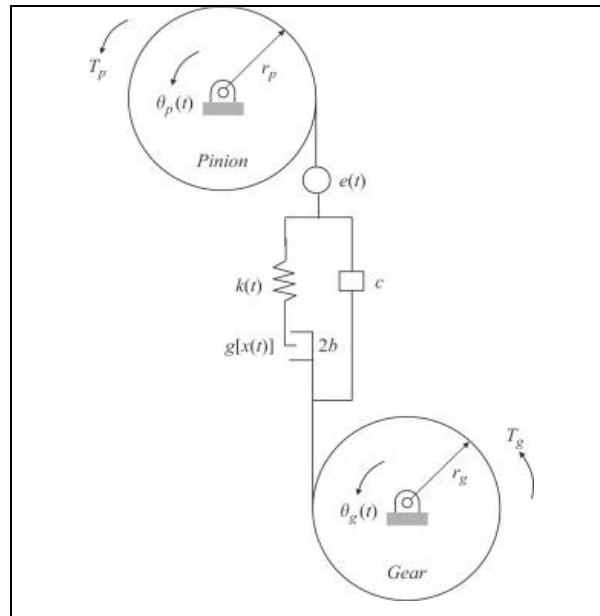


Figure (I.1.4) : Modèle dynamique d'engrenages à seul degré de liberté (Ding et Kahraman [40]).

Brauer et Andersson [23] ont simulé la charge au contact entre les dents d'engrenages droits en utilisant la méthode des éléments finis. La pression de contact est déterminée par la théorie de Hertz. L'usure en chaque point sur les flancs de dents est déduite par l'intégration du produit de la distance de glissement et de la pression pendant le temps de contact.

Bajpi et al. [11], ont présenté une méthodologie de prédiction de l'usure sur les dents d'engrenages droits et hélicoïdaux basée sur les calculs de déformations par éléments finis et la loi d'Archard. Les résultats sont comparés à relevés expérimentaux. Dans la continuité de cette approche, Kahraman et al. [92] ont étudié l'usure des engrenages hélicoïdaux et l'influence de déviations de profil. Pour des engrenages droits en fonctionnement quasi-statique, notons également les travaux de Dhanasekaran et Gnanamoorthy [38], Pödra et Andersson [136], basés sur la même loi d'Archard.

Onishchenko [132], Wojnarowski et Onishchenko [170] ont étudié l'usure des engrenages en se basant sur le concept d'intensité de dissipation de puissance en postulant que l'usure du matériau est contrôlée par la dissipation d'énergie due au frottement entre les surfaces. Il vient alors:

$$V = i_w \mu P v t \quad (\text{I.1.3})$$

Avec :

$V$  : Volume du matériau usé ( $\text{mm}^3$ ).

$i_w$  : Intensité de puissance de processus d'usure ( $\text{mm}^3/\text{j}$ ).

$P$  : Pression spécifique dans l'aire de contact ( $\text{N}/\text{mm}^2$ )

$\mu$  : Coefficient de frottement.

$t$  : Temps de processus d'usure (s).

$v$  : Vitesse du mouvement relatif sur la surface de contact (mm/s).

Wu et Cheng [171] ont développé un modèle d'usure pour les contacts élastohydrodynamiques (EHD) partiels incluant le rôle des aspérités et des températures locales dans le contact conduisant aux relations suivantes :

$$\frac{V_i}{L} = \left\{ \begin{array}{ll} k_m \cdot A_n \left\{ 1 - \exp \left[ - \frac{X}{v_s \cdot t_0} \exp \left( - \frac{E_s}{R_s \cdot T_i} \right) \right] \right\} \cdot \left( \frac{A_{ci}}{A_n} \right) & \text{Pour } T_i < 200C^o \\ \frac{A_0 \cdot A_n}{C_{3/4} \cdot v_s} \exp \left( - \frac{Q_0}{R_s \cdot T_i} \right) \cdot \left( \frac{A_{ci}}{A_n} \right) & \text{Pour } 200C^o \leq T_i < 350C^o \\ \frac{A_0 \cdot A_n}{C_{2/3} \cdot v_s} \exp \left( - \frac{Q_0}{R_s \cdot T_i} \right) \cdot \left( \frac{A_{ci}}{A_n} \right) & \text{Pour } 350 \leq T_i < 570C^o \\ \frac{A_0 \cdot A_n}{C_{1/2} \cdot v_s} \exp \left( - \frac{Q_0}{R_s \cdot T_i} \right) \cdot \left( \frac{A_{ci}}{A_n} \right) & \text{Pour } T_i \geq 570C^o \end{array} \right. \quad (I.1.4)$$

Le ratio de l'usure totale  $\left( \dot{W} \right)$  est :

$$\dot{W} = \left( \sum_i V_i \right) / L \quad (I.1.5)$$

Avec :

$V_i$  : Volume local d'usure pour l'aspérité  $i$  ( $m^3$ ).

$L$  : Distance de glissement (m).

$v_s$  : Vitesse de glissement (m/s).

$T_i$  : Température locale de contact pour l'aspérité  $i$  (Kelvin).

$A_n$  : Aire nominale du contact hertzien ( $m^2$ ).

$A_{ci}$  : Aire de contact pour l'aspérité  $i$  ( $m^2$ ).

$A_0$  : Constante représentative de l'oxydation ( $kg/m^2 \cdot s$ ).

$Q_0$  : Energie d'activation pour l'oxydation (j/mole).

$t_0$  : Temps fondamental de vibration des molécules dans la strate adsorbée.

$k_m$  : Coefficient d'usure pour l'aspérité de contact.

$E_s$  : Chaleur d'adsorption des molécules d'huile minérale sur les surfaces en acier.

$R_s$  : Constante des gaz.

A l'évidence, ce modèle repose sur de nombreux paramètres parfois difficilement quantifiables parmi lesquelles  $k_m$ ,  $X$ ,  $t_0$ ,  $E$ ,  $A_0$  et  $Q_0$  qui dépendent des propriétés physico-chimiques des interfaces. Parmi ces constantes, deux paramètres ont une importance particulière : i)  $k_m$  qui caractérise les contacts métal-métal et ii) le paramètre  $A_0$  qui devient

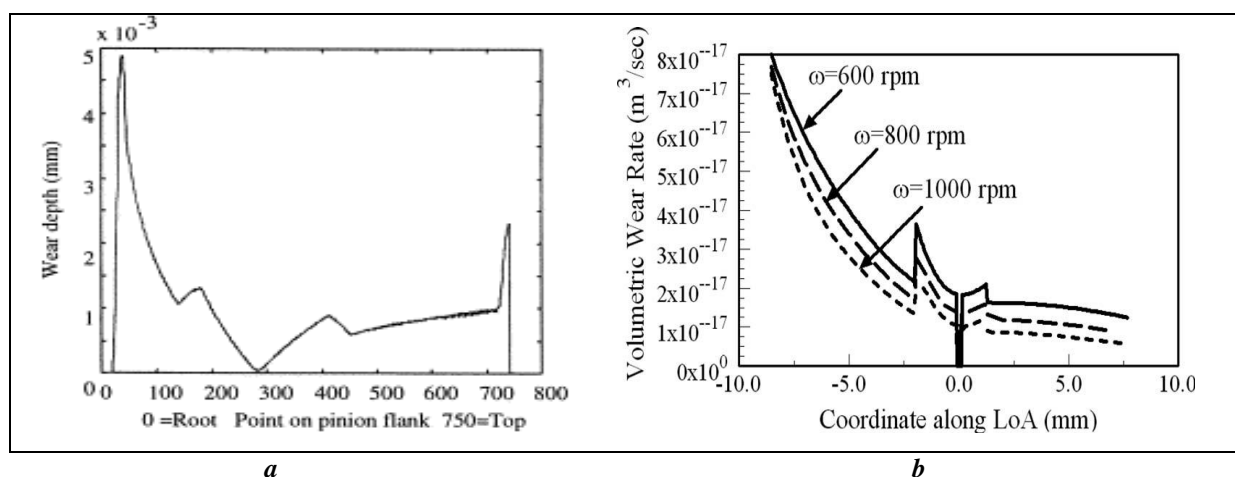


important dans les zones avec des températures élevées. A titre indicatif, les valeurs de paramètres utilisés par Wu et Cheng [171] sont listées dans le Tableau (I.1.2)

Paramètre	Valeur	Unité
$k_m$	5. E-4	
$A_0$	4. E10	kg.s/m <sup>2</sup>
$E_s$	49	KJ/mole
$Q_0$	193	KJ/mole
$R_s$	8.31	J.K/mole
$X$	3. E-10	m
$t_0$	3. E-12	s
$\rho_{Fe}$	7800	Kg/m <sup>3</sup>
$M_{O_2}$	32	Kg/kmole
$M_{Fe}$	56	Kg/kmole

Tableau (I.1.2) : Valeurs des paramètres du modèle d'usure proposé par Wu et Cheng [171].

Wu et Cheng [172], Akbarzadeh et Khonsari [3] ont appliqué ce modèle pour simuler et étudier l'usure sur des dents d'engrenages droits. Leurs résultats ont montré que l'usure est maximale à l'engagement. La Figure (I.1.5) représente les résultats de simulation d'usure sur des dents droites (pignon) obtenus par Flodin et Andersson [59] en utilisant la loi d'Archard et le modèle de Wu et Cheng [171]. Dans les deux configurations, l'usure est maximale au pied de dent (correspondant ici à l'engagement) et elle est minimale (voire nulle) au point primitif.



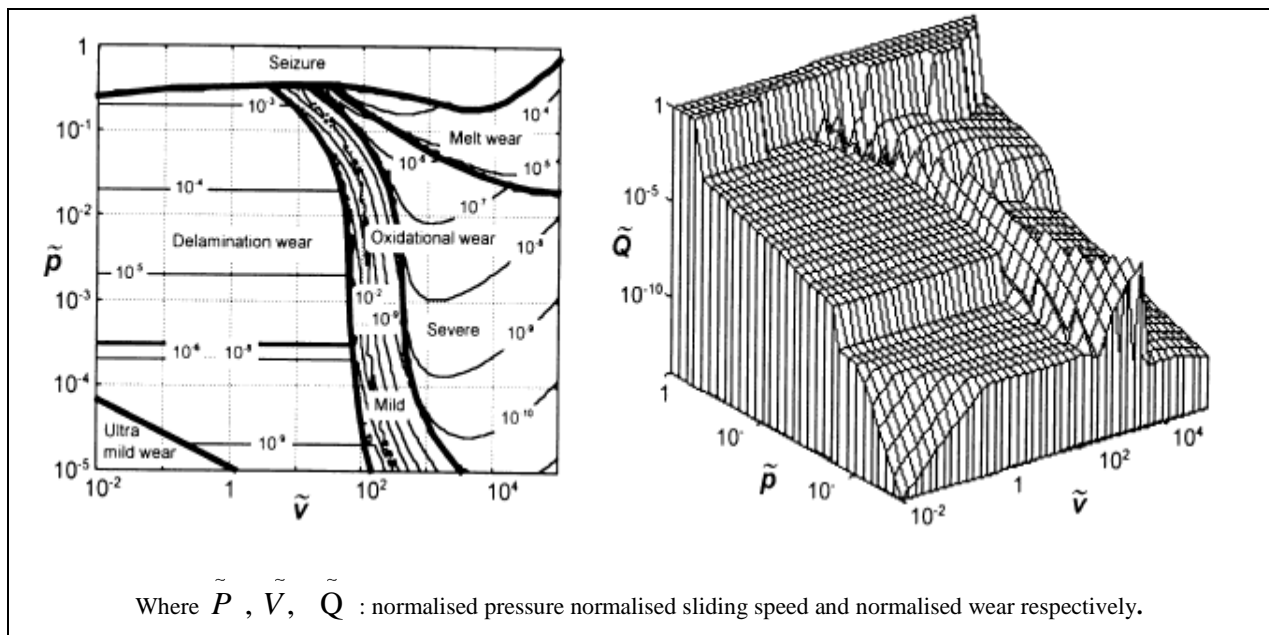
Figure(I.1.5) : distribution de l'usure sur les dents d'un pignon (engrenage droit) :  
 a : Loi d'Archard (Flodin et Andersson [57]).  
 b : Modèle de Wu et Cheng (Akbarzadeh et Khonsari [3]).

## 4.2. Identification du coefficient d'usure :

Dans le modèle d'Archard, le coefficient d'usure est clairement un paramètre clef qui recouvre nombre de propriétés/phénomènes physiques dépendant, entre autre, du couple de matériaux en contact, des conditions de lubrification, de la vitesse de glissement, de la pression de contact, température, etc.

En 1987, Lim et Ashby [103], ont présenté des diagrammes de mécanismes d'usure pour des contacts métal - métal donnant le taux d'usure en liaison avec le mécanisme d'usure dominant. L'objectif était de créer une base de données suffisamment large et d'identifier des domaines avec des comportements identiques et des transitions entre différents régimes d'usure. Les résultats sont donnés en termes de dégradation, d'une pression de contact et d'une vitesse adimensionnée, Figure (I.1.6-a). Sur cette base, Pödre [137] a construit un diagramme d'usure, Figure (I.1.6-b), où nous pouvons constater que

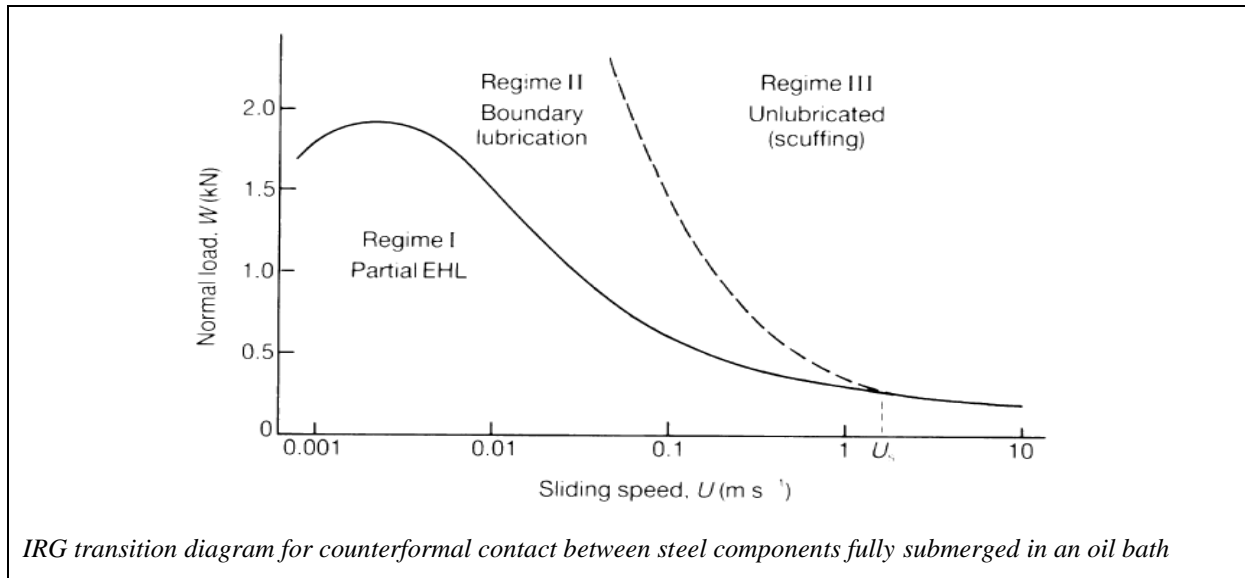
- l'usure dépend davantage de la pression adimensionnelle que de la vitesse de glissement normalisée.
- Pour des vitesses de glissement élevées, entre  $(10^2 \div 10^3)$  en valeurs adimensionnelles sur le graphe, l'usure devient fortement non linéaire.



*Figure (I.1.6) : a: Diagramme de mécanismes d'usure présenté par Lim et Ashby [103],  
b: Diagramme de mécanismes d'usure présenté par Pödre [137],*

Le coefficient d'usure doit être déterminé expérimentalement et les extrapolations à des conditions différentes de celles utilisées pour ces mesures doivent être considérées avec précautions. Pour le domaine des engrenages, il est possible de s'appuyer sur les résultats expérimentaux de Walton et Goodwin [164] qui ont testé plusieurs matériaux classiquement utilisés pour la fabrication d'engrenages. Le coefficient d'usure peut être estimé à partir de diagrammes IRG, Figure (I.1.7), qui définissent les conditions d'usure pour des contacts glissants lubrifiés à température constante. Les principaux constats sont :

1. Pour le régime I, le coefficient de frottement est normalement compris entre 0.02-0.1, et le coefficient d'usure est inférieur à  $10^{-18} m^2/N$ ,
2. Pour le régime II, le coefficient de frottement varie entre 0.3-0.4 avec un coefficient d'usure entre  $(10^{-15} - 10^{-17}) m^2/N$ .
3. Enfin, pour le régime III, le coefficient de frottement est élevé, et le coefficient d'usure est supérieur à  $10^{-14} m^2/N$ .



**Figure (I.1.7):** Diagramme IRG pour déterminer le coefficient d'usure en fonction du régime de lubrification, (Gee et al. [64]).

Wu et Cheng [173], Priest et Taylor [139] ont suggéré que le régime de lubrification pouvait être caractérisé par le ratio  $\lambda$  entre l'épaisseur minimale du film de lubrifiant entre les dents et l'amplitude des rugosités sur les surfaces en contact défini par :

$$\lambda = \frac{h_{\min}}{R_q} \quad (\text{I.1.6})$$

Avec:

$R_q = \sqrt{R_{ap}^2 + R_{ar}^2}$  : La moyenne quadratique des RMS des rugosités sur le pignon et la roue.

À partir de cette relation, Wu et Cheng [173], ont proposé la classification suivante :

- si  $\lambda > 3$ , le régime de lubrification est élastohydrodynamique à film complet et séparation complète des surfaces.
- si  $\lambda < 1$ , lubrification limite avec des interactions fortes entre aspérités
- si  $1 \leq \lambda \leq 3$ , le régime de lubrification est élastohydrodynamique partiel, intermédiaire entre les deux cas précédents.

Dans le cas des engrenages, le régime d'usure peut varier en fonction du régime de fonctionnement mais également, toute chose égale par ailleurs, en fonction de la position

locale des contacts sur le flanc de denture conduisant ainsi à des coefficients d'usure variables. Le tableau (I.1.3) ci-dessous recense les valeurs numériques du coefficient d'usure utilisées classiquement dans la littérature et souligne également l'extrême variabilité de ce paramètre selon les auteurs.

Coefficient d'usure $m^2/N$	bibliographie
$5.E-12$	Brauer et Andersson [23]
$(1.33 \pm 0.54).E-13$	Pödra et Andersson [136],
$k = (5-10).E-13$	Lin et Kuang [104],
$k = 1.E-16$	Flodin et Andersson [57]
$k = 5.E-16$	Flodin et Andersson [58-59] Kuang et Lin [99]
$k = 1.E-17$	Flodin [61]
$k = 1.E-18$	Yuksel et Kahraman [177]
$k = 2.5E-18$	Ding et Kahraman [40]
$k = 9.65E-19$	Kahraman et al. [92] Bajpai et al. [11]

Tableau (I.1.3) : Valeurs de coefficient d'usure extraites de la littérature.

Enfin, Vuong et Meehan [163] ont proposé un modèle analytique dépendant des régimes de transition d'usure et Cláudio et al. [29] ont traité, pour une charge constante, le coefficient d'usure d'Archard soit comme une variable aléatoire, soit comme une variable stochastique.

### **4.3. Etude expérimentale des faciès d'usure :**

D'un point de vue cinématique, les dents d'engrenages présentent des évolutions complexes de conditions de roulement et glissement selon la position des contacts sur les flancs de denture. Ainsi,

- Au dessus du point primitif (saillie) les directions de roulement et de glissement sont identiques,
- Au dessous du point primitif (creux), la direction de glissement est opposée à celle du roulement,
- Au point primitif, le glissement s'annule.

Le lien avec les faciès d'usure est relativement direct comme l'illustre la Figure (I.1.8) où l'on note un minimum d'usure au voisinage du primitif et une usure maximale dans la zone de glissement négatif.

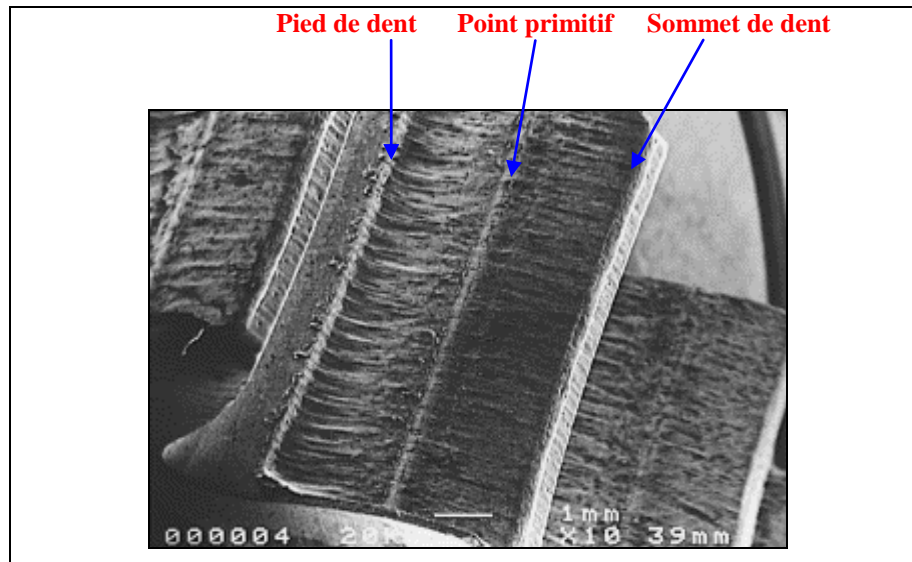


Figure (I.1.8) : Faciès d'usure sur dentures droites (SG iron) après 310h, couple moteur de 3 N.m et vitesse de rotation 500 tr/min (Walton et Goodwin [164]).

Des résultats similaires ont été obtenus par Flodin [61] qui a comparé les résultats de son modèle basé sur la loi d'Archard avec des résultats de mesure sur banc d'essai (Figure (I.1.9)). L'usure maximale apparaît aux pieds de denture.

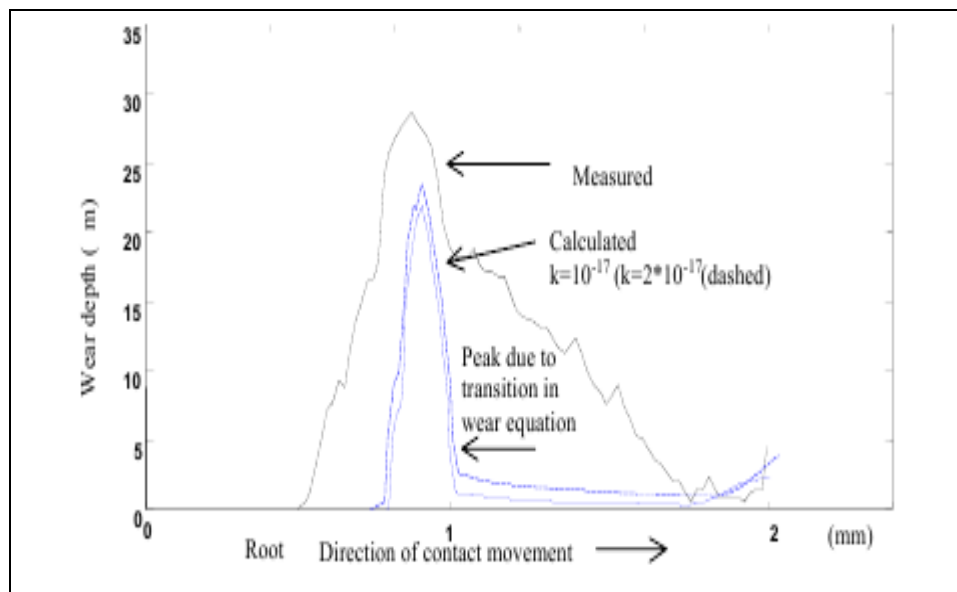
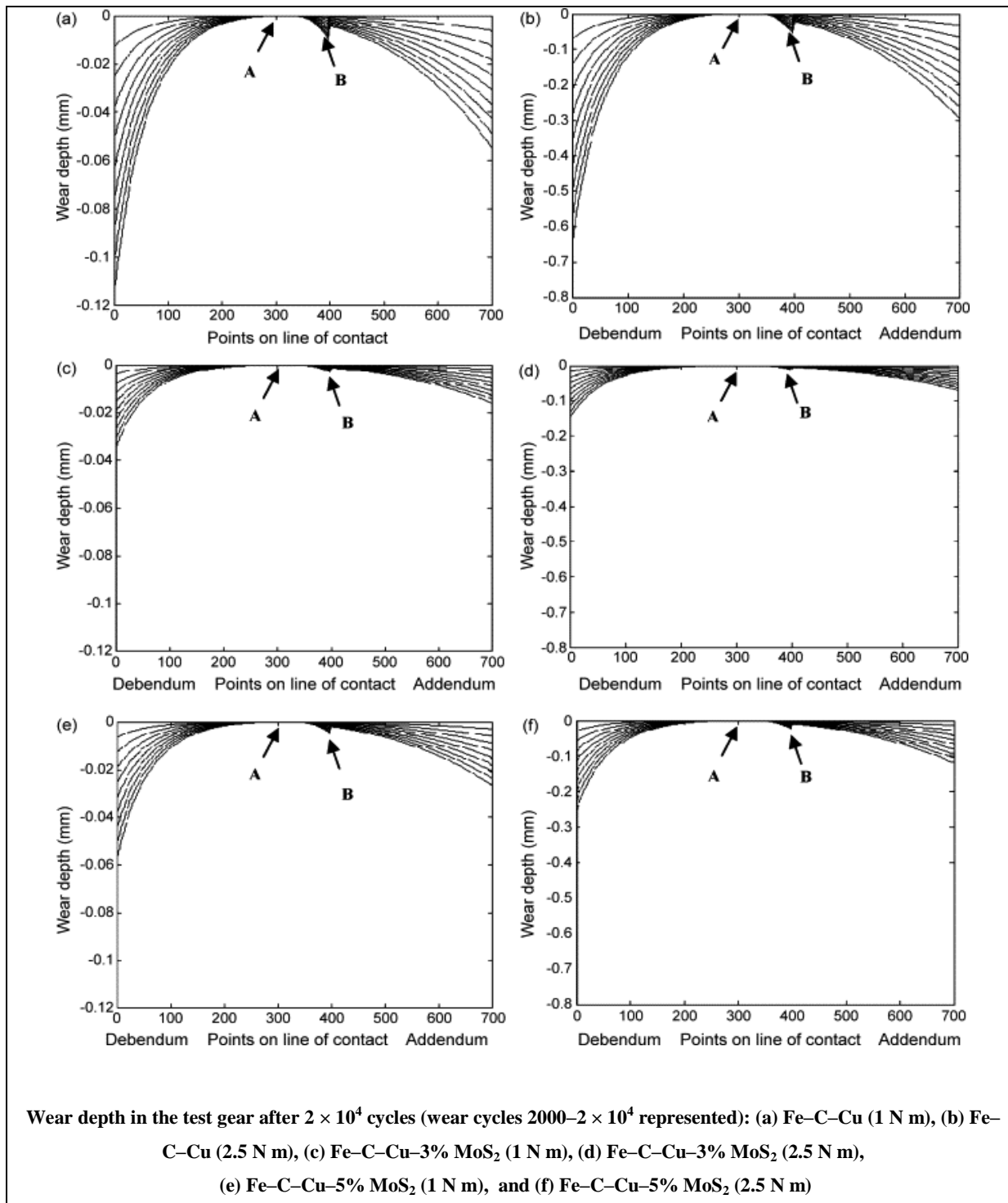


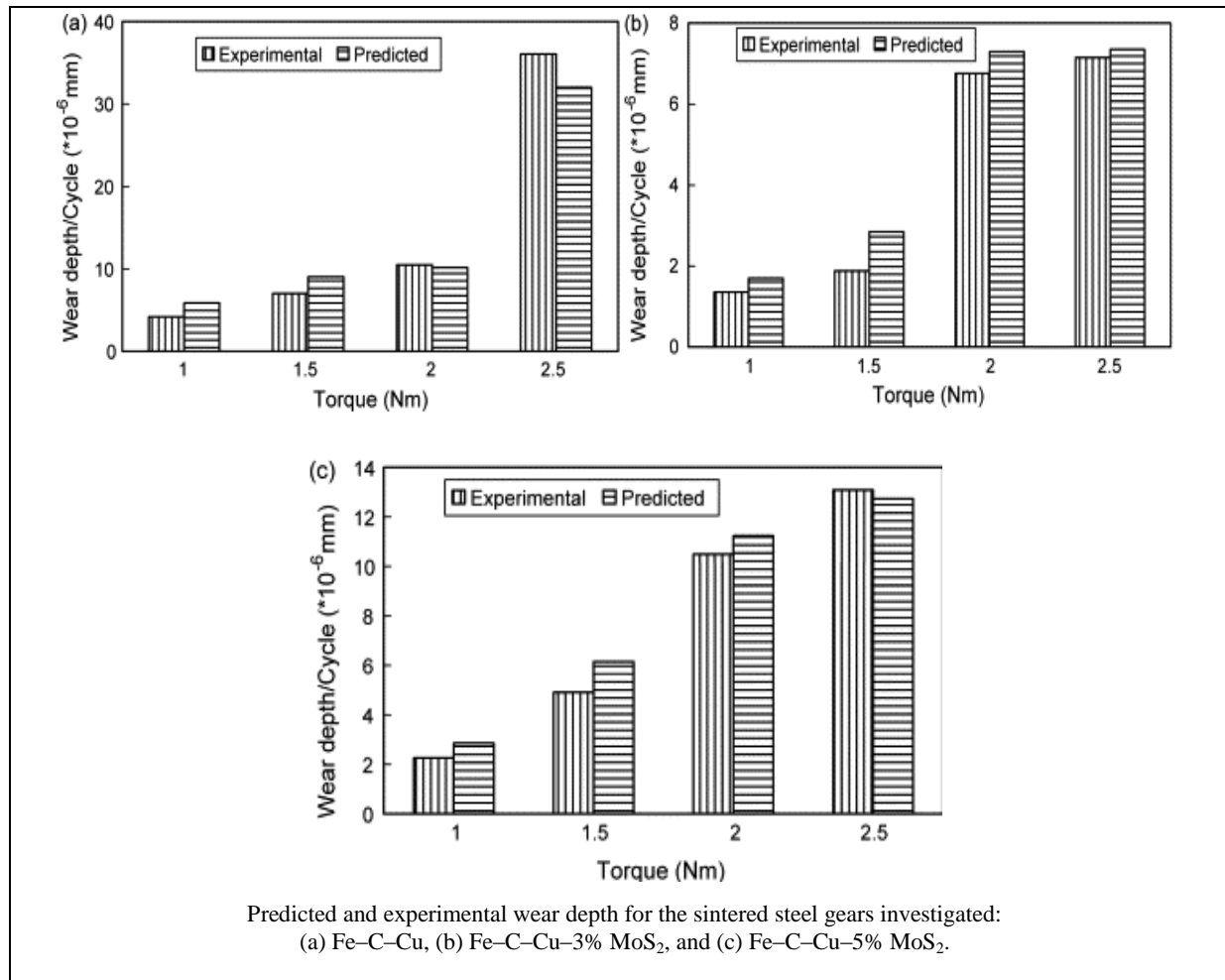
Figure (I.1.9) : Distribution de l'usure sur le creux des dentures d'engrenages. Une comparaison entre les résultats de calcul et de mesure (Flodin [61]).

Dhanasdekan et Gnanamoororthy [37-38] ont analysé l'usure des dentures d'engrenages droits dans les conditions de contact sec. Les résultats expérimentaux montrent que l'usure est maximale au pied et au sommet de dent où la vitesse de glissement est maximale avec une usure minimale voire nulle au point primitif, Figure (I.1.10). Les auteurs notent un bon accord entre leurs mesures et les résultats issus du modèle d'Archard, Figure

(I.1.11). Par ailleurs, les auteurs notent l'apport bénéfique de MoS<sub>2</sub> sur les performances en termes d'usure.



*Figure (I.1.10): Profondeurs d'usure obtenues expérimentalement d'après Dhanasdekar et Gnanamoorthy [38].*



**Figure (I.1.11): Profondeurs d'usure calculées et mesurées d'après Dhanasdekaran et Gnanamoorthy [38].**

L'influence spécifique de la pression de contact sur l'usure a été abordée par Imrek et Düzcükoğlu [80], qui ont conduit des expérimentations sur machine FZG (banc d'engrenages en boucle mécanique fermée) pour des dentures droites standards et des dentures présentant des modifications de largeur selon la hauteur de dent afin de garder un rapport charge/largeur et par conséquent une pression constante au cours de l'engrènement. Les résultats obtenus, Figure (I.1.12), montrent:

- Une usure maximale sur le pied et sommet de dent et une usure minimale au primitif en accord avec les résultats de [61], [38],
- Des distributions d'usure différentes selon que les dentures sont modifiées ou non ; l'usure étant plus faible sur les dentures modifiées, illustrant clairement la relation directe entre pression et usure sur des engrenages.

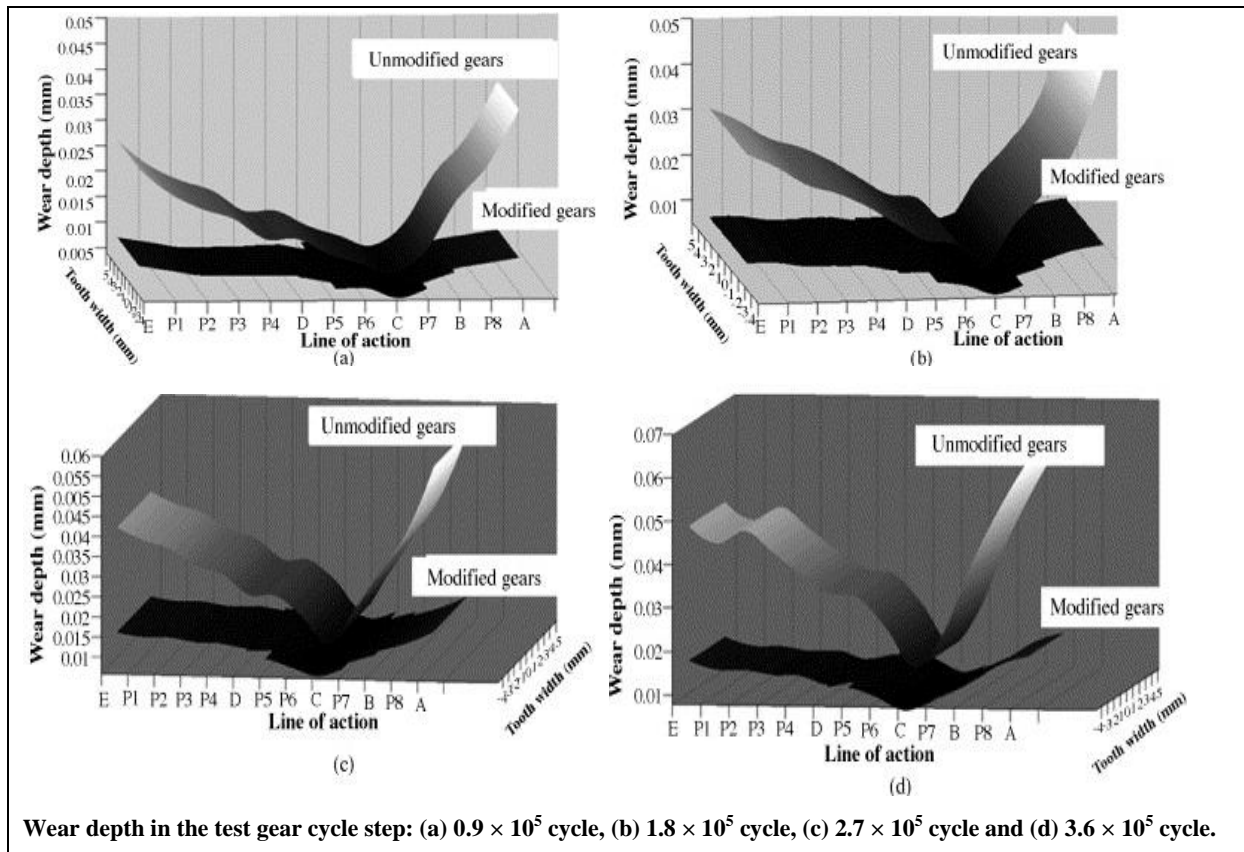


Figure (I.1.12): Profondeur d'usure obtenue expérimentalement (Imrek et Düzcükoğlu [80]). Les points : A, C et E sont le premier point de contact (pied), point primitif et le dernier point de contact (sommet) sur le profil actif respectivement.

#### 4.4. Etude de l'influence d'usure :

D'un point de vue fonctionnel, le degré d'usure acceptable dépend de la durée de vie requise, des contraintes en termes de bruit et vibration des engrenages. Ainsi, une usure excessive se caractérise-t-elle par une diminution de l'épaisseur de la dent qui peut influencer sur la fatigue par flexion en pied de dent parce que l'usure y est maximale, Flodin [61]. Par ailleurs, l'usure est un processus d'enlèvement de matière générant des écarts de forme par rapport aux profils théoriques des dentures. On peut donc s'attendre à des comportements dynamiques perturbés par rapport au comportement nominal ou théorique caractérisé pour des dentures sans usure. En retour, les modifications de charge dynamiques sont susceptibles d'influer sur le mécanisme d'usure et l'on constate ainsi l'interdépendance entre le comportement vibratoire et par là, les performances acoustiques d'engrenages et l'usure des dentures. Dans ce paragraphe, quelques études analytiques et expérimentales de l'influence d'usure sur le comportement dynamique et vibratoire des engrenages sont brièvement présentées et commentées.

##### 4.4.1. Etudes analytiques :

Kuang et Lin [99] ont étudié l'influence de l'usure sur les histogrammes de chargement dynamique et ses conséquences sur les spectres de réponse pour des engrenages droits. Les auteurs ont mis en évidence que le pic de chargement dynamique est fonction de



l'usure et que sa valeur diminue avec la progression de l'usure. D'autre part, les amplitudes associées à la fréquence d'engrènement augmentent significativement avec la progression de l'usure sur les flancs de dent, Figure (I.1.13).

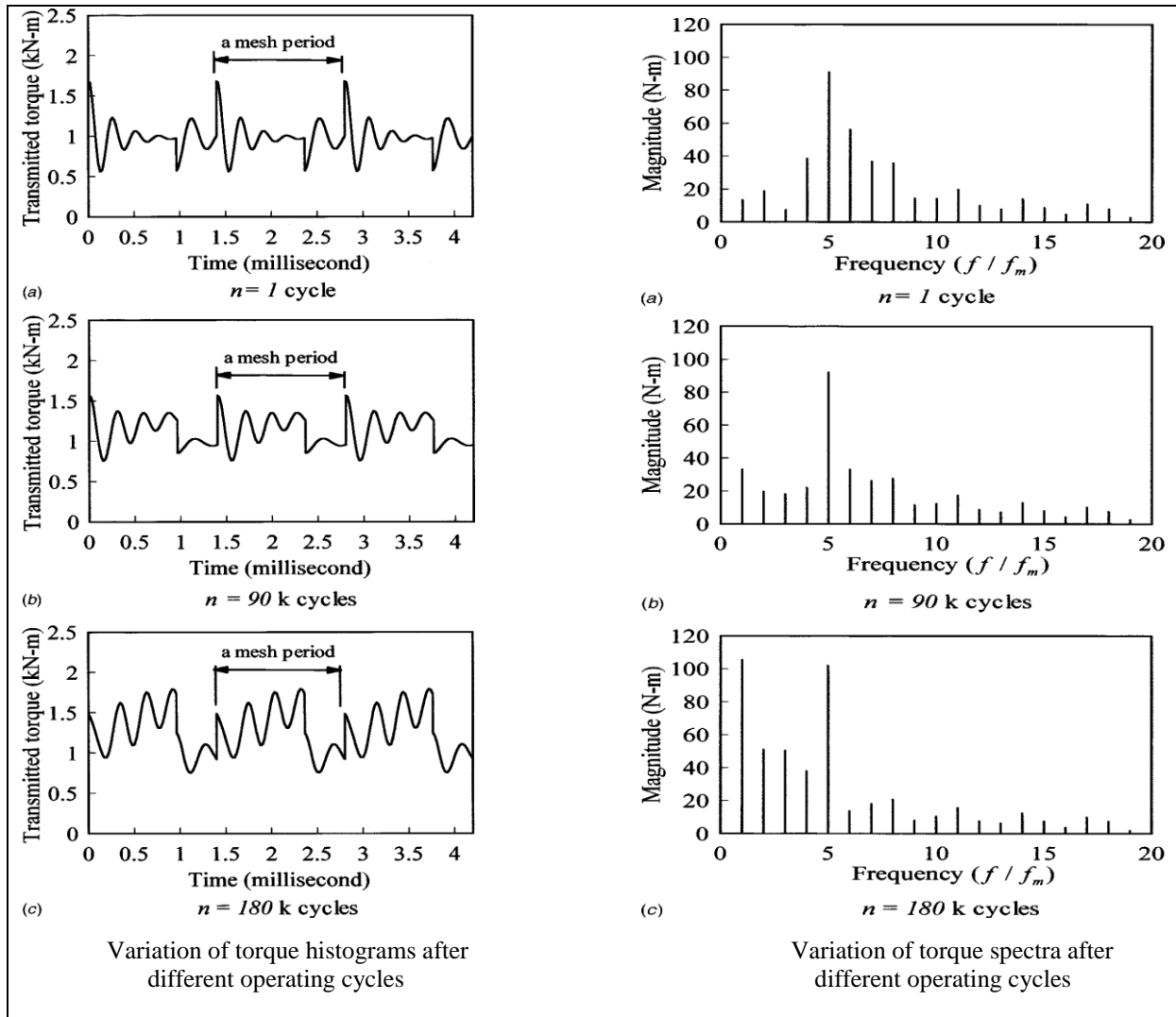


Figure (I.1.13): Influence de l'usure sur le chargement dynamique d'après Kuang et Lin [99].

Dans le même registre, Ding et Kahraman [40] ont étudié l'interaction entre l'usure et le comportement dynamique des engrenages droits sur la base d'un modèle dynamique à un seul degré de liberté (1DDL) en utilisant un coefficient d'usure local dépendant du rapport

$\lambda$  entre épaisseur de film lubrifiant et amplitude des rugosités  $\left( \lambda = \frac{h_{\min}}{R_q} \right)$ . Les auteurs

montrent que l'usure influence quantitativement et qualitativement le niveau vibratoire d'engrenages droits en réduisant les amplitudes dynamiques et les effets non linéaires (séparations et chocs entre dentures) au voisinage de la résonance principale.

Toujours dans le cas d'engrenages droits, Brauer et Andersson [23] ont étudié l'influence de l'usure sur le couple de frottement et ont trouvés un rôle bénéfique atténuant les excitations induites par les variations de sens du frottement, Figure (I.1.14).

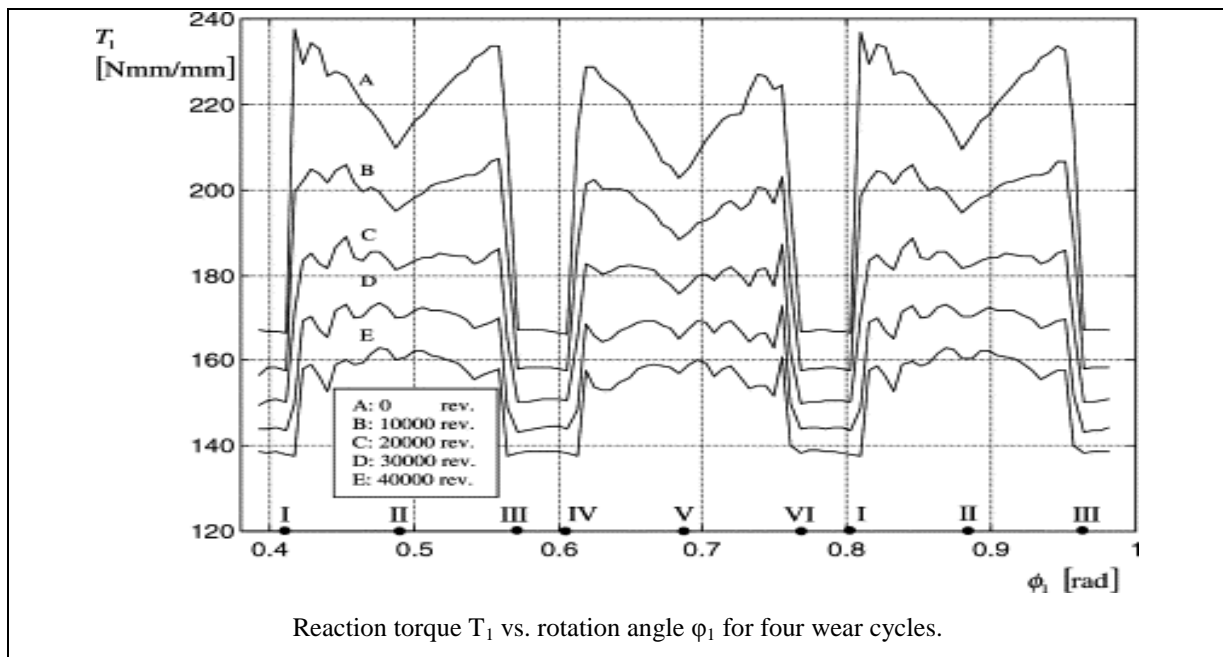


Figure (I.1.14): Influence de l'usure sur le couple de frottement (Brauer et Andersson [23]).

#### 4.4.2. Etude expérimentale :

Wojnarowski et Onishchenko [170], ont étudié analytiquement et expérimentalement l'influence de l'usure des engrenages droits sur les paramètres d'engrènement sur deux machines, Tableau (I.1.4). Le modèle dynamique d'engrenages est un modèle à un seul degré de liberté.

Case	Machine number	Time exploitation (h)	Volume of the tooth worm metal ( $\text{mm}^3$ )	
			Pinion	Wheel
0	-	0	0	0
1	342	3000	242	142
2	2224	12000	642	328

Tableau (I.1.4): Résultats expérimentaux relatifs à trois niveaux d'usure.

Les auteurs montrent que, dans le cas d'usures sévères, la zone d'engrènement est réduite et la ligne d'action réelle s'éloigne de sa valeur théorique pour devenir curviligne conduisant ainsi à un rapport de vitesse fluctuant, Figure (I.1.15). Les accélérations correspondantes produisent des effets dynamiques caractérisés par un facteur dynamique défini par :

$$K_{\psi} = 1 - \frac{\varepsilon_{\psi 1} J_{S,1}}{T_{S,1}} \quad (\text{I.1.7})$$

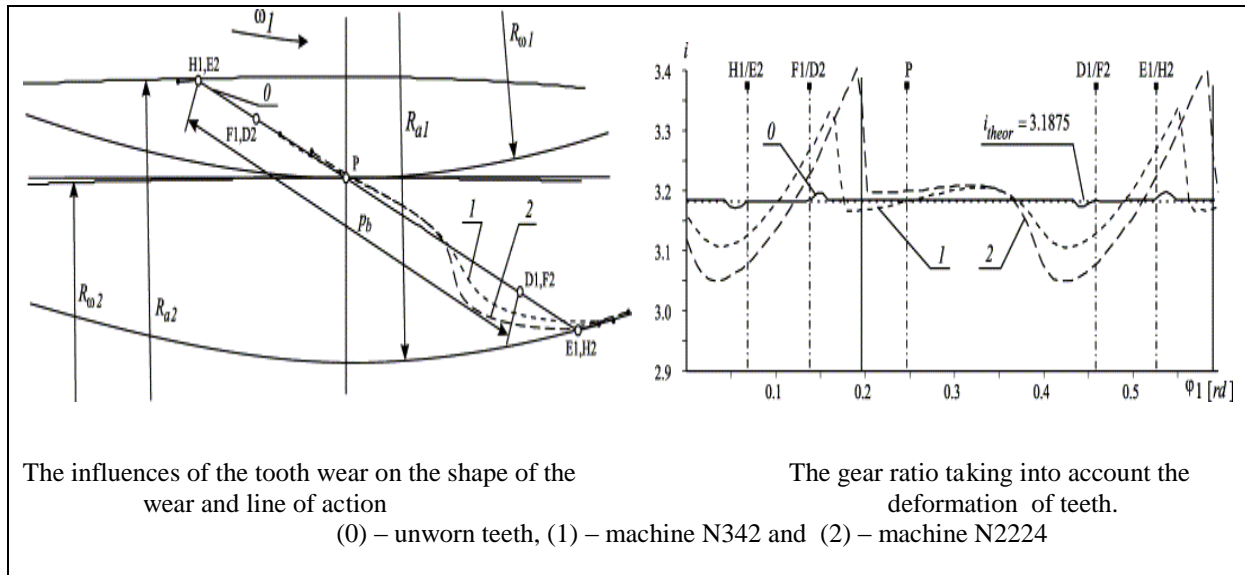
Avec :

$\varepsilon_{\psi 1}$  : Accélération angulaire du pignon ( $\text{rad}/\text{sec}^2$ ).

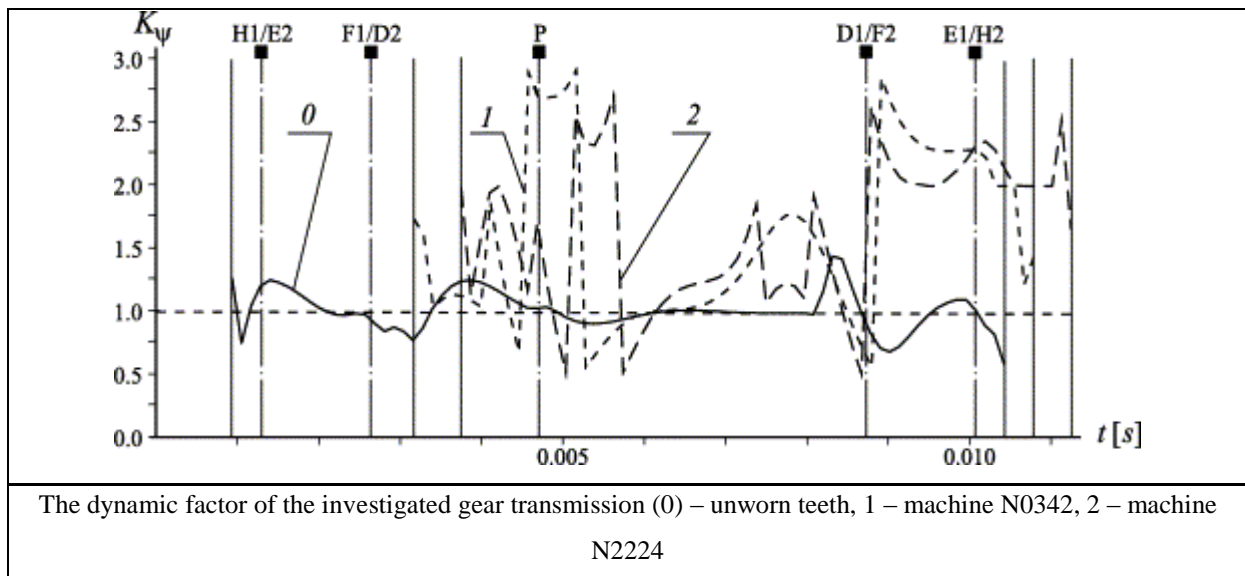
$J_{S,1}$  : Moments d'inertie polaire du pignon (Kg. m<sup>2</sup>).

$T_{S,1}$  : Couple moteur (N. m).

L'usure sévère induit donc des charges dynamiques dont les valeurs maximales sont à l'engagement et au déengagement comme illustré sur la Figure (I.1.16).



**Figure (I.1.15): Influence de l'usure sur la forme de la ligne d'action et le rapport d'engrènement ( $i$ ), (Wojnarowski et Onishchenko [170]).**



**Figure (I.1.16): Influence de l'usure sur le facteur dynamique (Wojnarowski et Onishchenko [170]).**

Dans leur étude expérimentale et théorique, Yesilyurt et al. [175] ont étudié l'influence de l'usure sur le niveau de vibration pour des engrenages droits. Les mesures d'accélération sur la Figure (I.1.17) montrent, pour des engrenages sans usure, que les vibrations sont des

ondes sinusoïdales sensiblement uniformes dans le temps. Après 3 h d'usure, l'amplitude des vibrations décroît sensiblement avec une réduction significative de l'amplitude des trois premiers harmoniques de la fréquence d'engrènement. Ces variations sont attribuables à de petites déviations dans la forme des dentures qui pourraient s'apparenter à des corrections de forme. Avec l'augmentation des durées d'usure (c'est à dire 6, 9 et 15 h d'essai), des changements importants sont observés sur les signaux avec une augmentation notable des amplitudes de vibration et des contenus spectraux plus larges. Le volume de matériau enlevé par usure est devenu important et conduit, à ce stade, à une détérioration du comportement dynamique de l'engrenage.

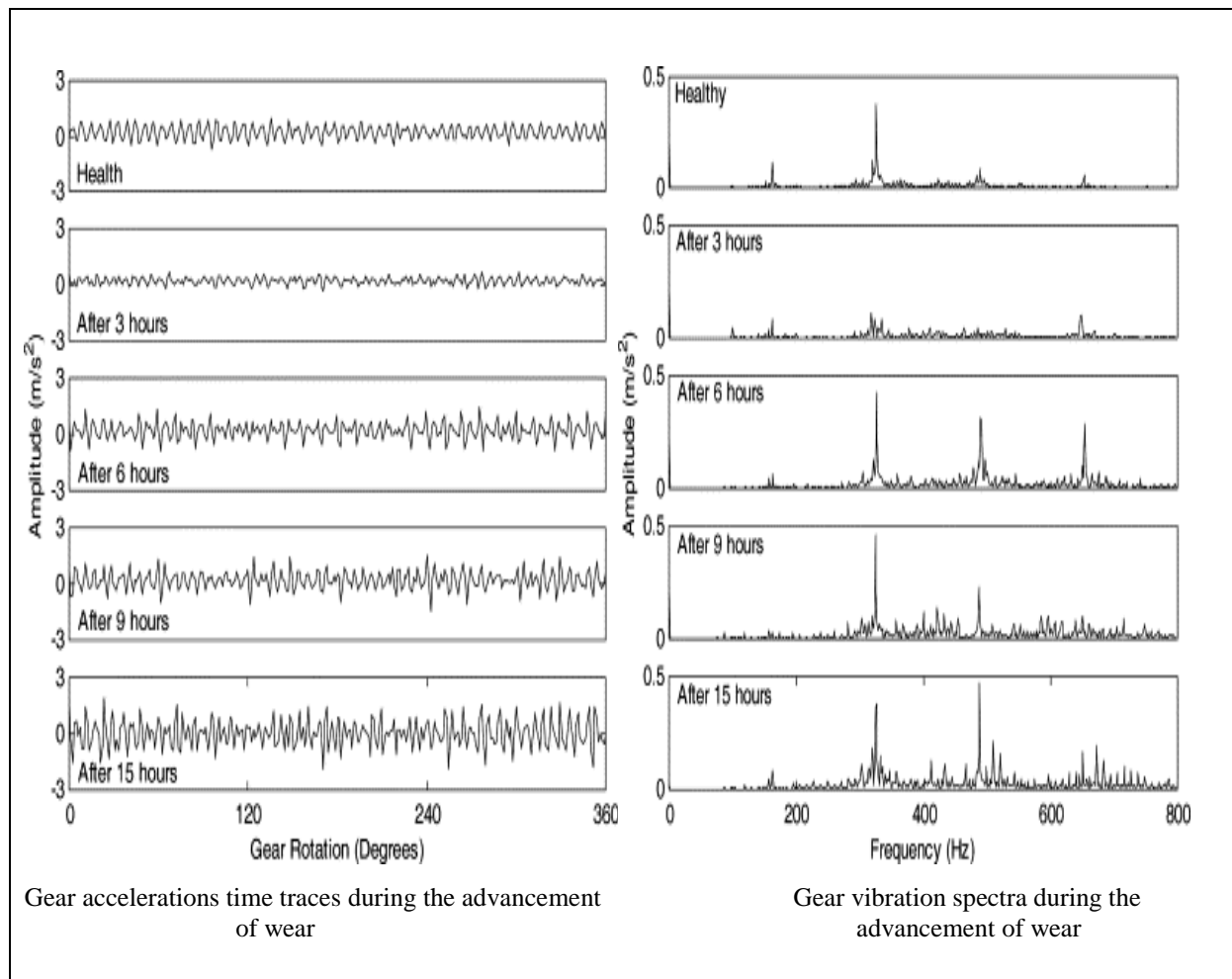


Figure (I.1.17): influence de l'usure sur le niveau de vibration pour des engrenages droits (Yesilyurt et al. [175]).

En ce qui concerne les dentures hélicoïdales, Yesilyurt [176], la Figure (I.1.18) montre que le niveau d'énergie instantanée diminue au cours de la première phase de l'usure comme illustré sur les spectrogrammes et scalogramme dans le domaine des hautes fréquences, principalement autour des troisième et quatrième harmoniques. D'autre part, les niveaux de la moyenne, de la médiane et la bande passante pour le spectrogramme et scalogramme, augmentent nettement par rapport aux valeurs sans usure. Ces tendances peuvent servir de base à des techniques de détection et de suivi d'usure sur des engrenages.

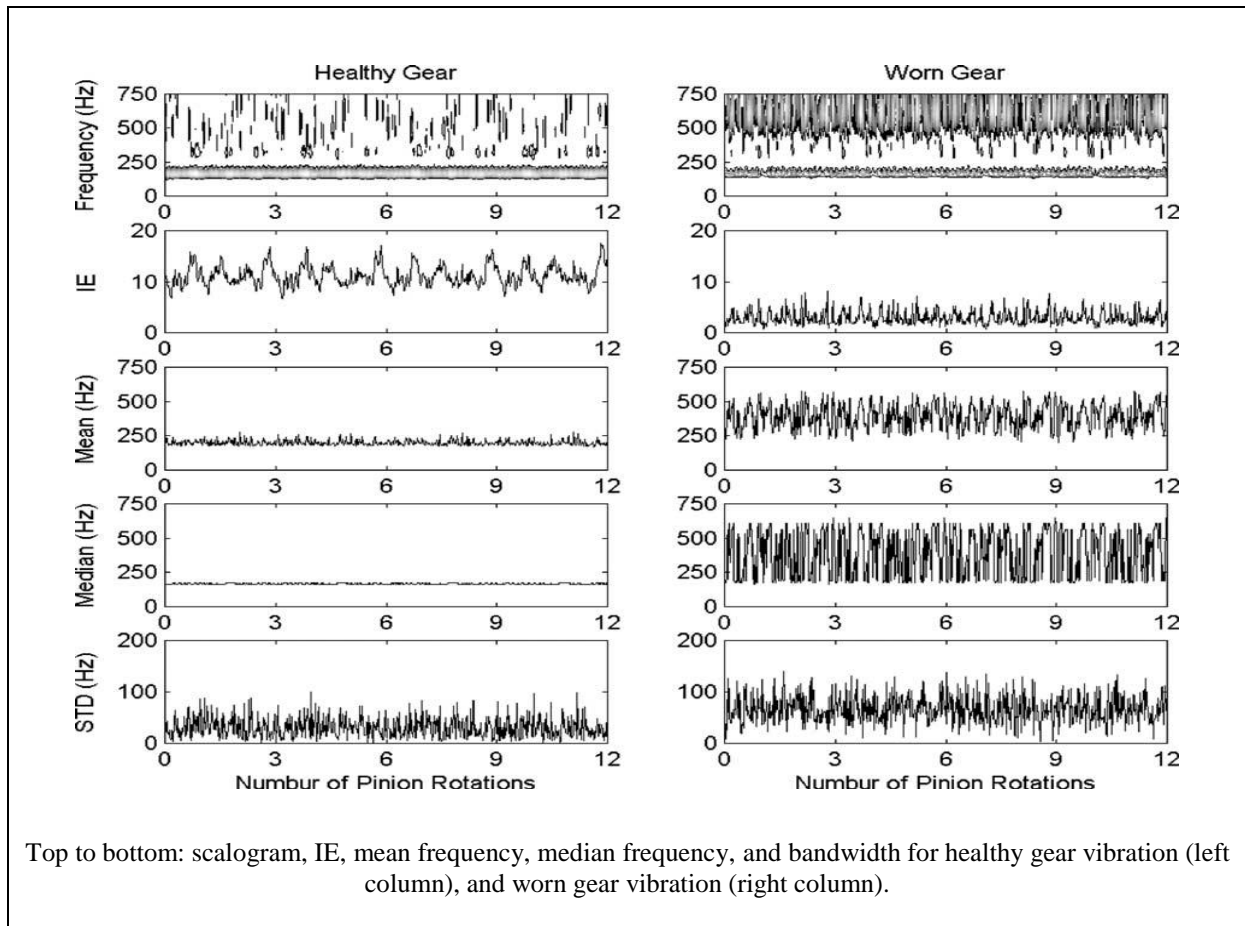
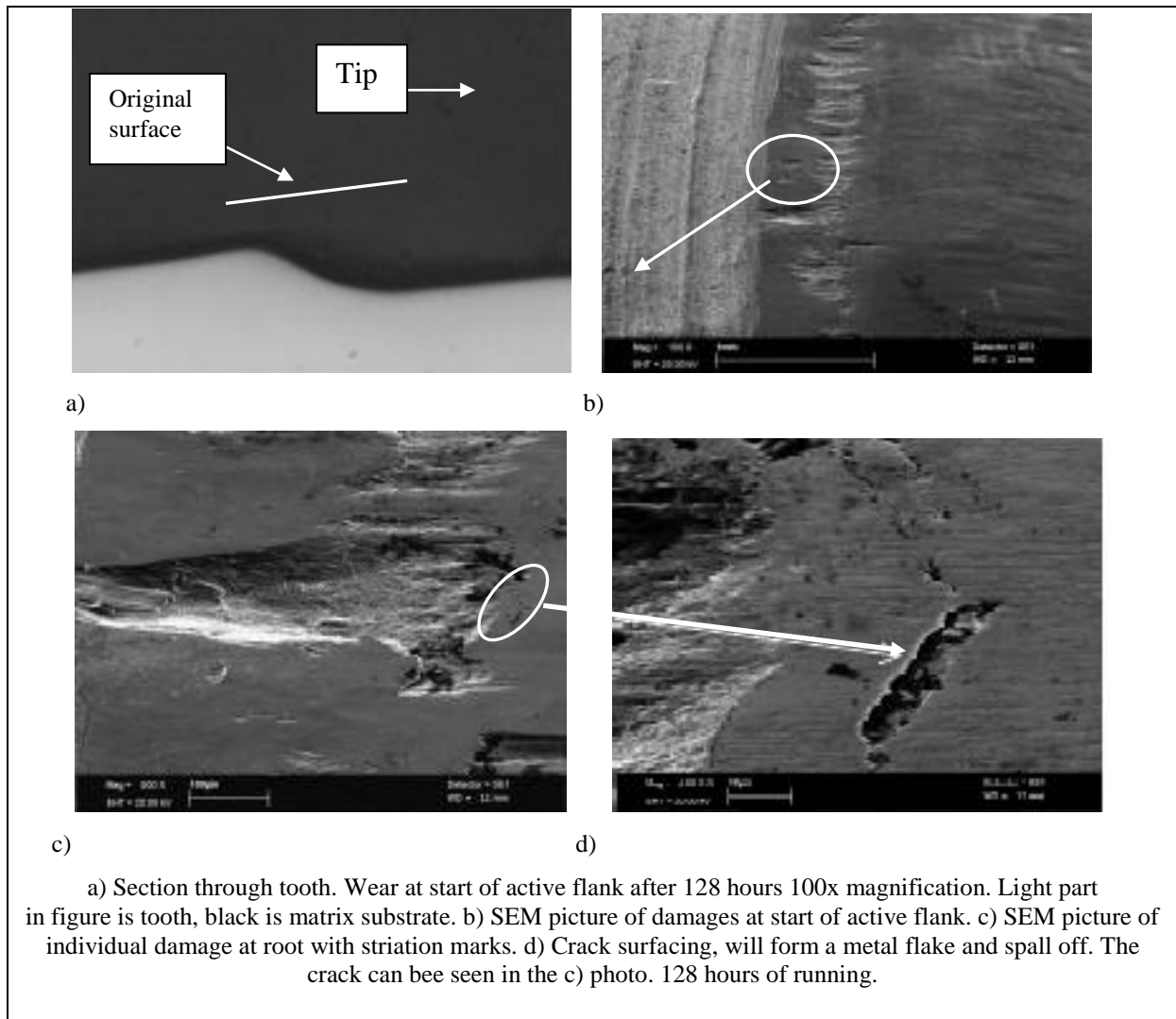


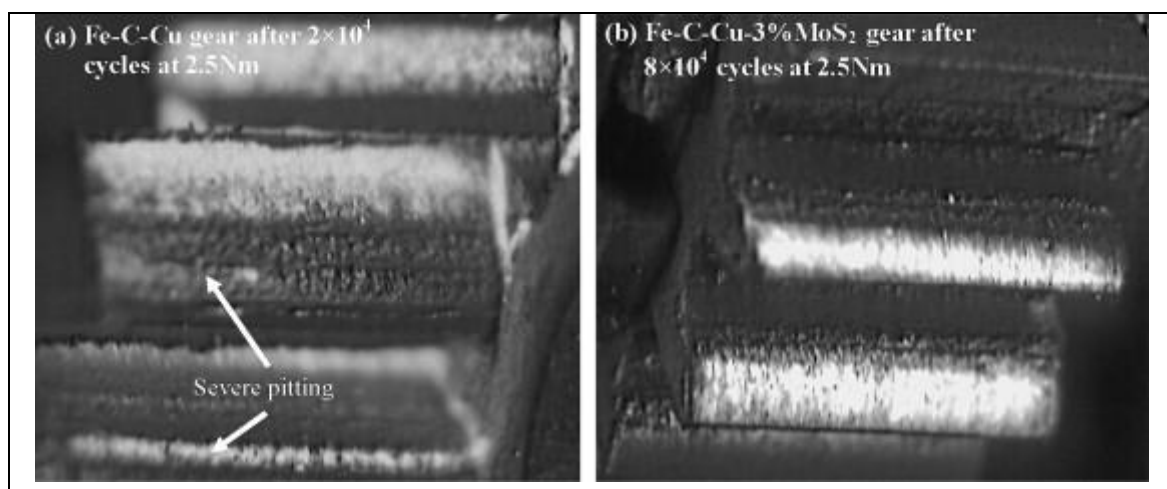
Figure (I.1.18) : Influence de l'usure sur le niveau vibratoire d'engrenages hélicoïdaux ( Yesilyurt [176]).

## 5. Usure des engrenages et fatigue de flexion :

Les interactions entre ces deux phénomènes sont complexes mais il semble possible de postuler que l'usure et la fatigue en pied de dent des dentures sont liées. En effet, il semble clairement établi que l'usure abrasive est maximale au creux de dentures et principalement au niveau de l'engagement (soit le pied de dent) à cause des valeurs de pression et des vitesses de glissement très élevées dans cette zone. Cette usure conduit donc à une perte d'épaisseur susceptible d'impacter les contraintes associées à la flexion des dentures, Flodin [60-61], Figure (I.1.19), et dans une moindre mesure la fatigue de contact par pitting, Figure (I.1.20), Dhanasdekan et Gnanamoororty [38]. A ce titre, l'usure peut apparaître comme un catalyseur pour la fatigue de surface.



**Figure (I.1.19): Distribution de l'usure au pied de dent d'engrenages droits, ( Flodin [61]).**



**Figure (I.1.20): Pitting localisée sur le creux des dents d'engrenages, Dhanasdekar and Gnanamoorthy [38].**

## **6. Conclusion :**

Au terme de cette introduction bibliographique, nous pouvons dégager quelques tendances, quant à la simulation de l'usure et aux études d'influence de l'usure sur le comportement dynamique et vibratoire de trains d'engrenages. Tout d'abord, la littérature concernant la modélisation, l'analyse de l'usure en régime quasi-statique sur des dents d'engrenages est riche. Dans la très large majorité des cas, la loi d'usure abrasive proposée par Archard est utilisée. Les résultats expérimentaux et analytiques convergent vers des faciès d'usure présentant des maxima dans les zones d'engagement et de déengagement où les glissements sont les plus importants. L'usure abrasive (douce) au voisinage du point primitif est normalement très faible. En ce qui concerne, les interactions entre usure des flancs de dentures et le comportement dynamique de transmissions par engrenages, les travaux sont beaucoup plus rares. Les résultats publiés montrent une influence éventuellement marquée de l'usure sur les niveaux de chargement instantanés sur les dents. Les modèles dynamiques trouvés dans la littérature sont généralement très simplifiés et, souvent, négligent les effets de flexion des arbres. De plus, les engrenages sont supposés être peu larges de sorte que les effets associés aux distorsions des corps du pignon et/ou de la roue peuvent être négligés.

Dans les chapitres suivants, nous développerons, sur la base du modèle d'usure d'Archard, des approches dynamiques tridimensionnelles plus sophistiquées permettant de tenir compte des effets listés plus haut. Enfin, des analyses paramétriques relativement exhaustives seront présentées afin de caractériser plus finement les interactions entre comportement dynamiques et usure sur les flancs de dentures d'engrenages.

## **Chapitre 2:**

### **Simulation statique et dynamique d'usure des engrenages droits et hélicoïdaux de fortes largeurs**

1. Introduction.
2. Modélisation dynamique de transmission par engrenages.
3. Simulation d'usure abrasive sur les dentures des engrenages.
4. Résolution des équations du mouvement.
5. Conclusion.





## **1. Introduction :**

L'usure par abrasion constitue une source importante de défaut pour des dentures non traitées en surface. Le développement de cette usure est lié au niveau de chargement appliqué sur les contacts, à la vitesse de glissement ainsi qu'à la présence d'éléments abrasifs dans le lubrifiant. L'usure normale est un phénomène lent et dépend entre autres des caractéristiques mécaniques superficielles (dureté en particulier).

Le comportement dynamique des engrenages peut être caractérisé dans certaines gammes de vitesses par des amplifications d'effort sur les contacts entre dents et des oscillations des niveaux de chargement qui peuvent influencer sur l'usure des flancs. A l'inverse, les variations de forme engendrées par l'usure des dentures va modifier les conditions de contact et par conséquent les efforts dynamiques aux contacts. Les deux phénomènes sont donc couplés et susceptibles d'évoluer de façon différente en fonction des vitesses de rotation.

Les résultats de la littérature portant sur les interactions entre comportement dynamique et usure s'appuient généralement sur des modèles simples à un seul degré de liberté dont le domaine de représentativité est éventuellement étroit. Dans ce chapitre, nous nous proposons donc de mettre en place une modélisation plus sophistiquée couplant mécanisme d'usure et comportement dynamique pour des conditions de fonctionnement réalistes tenant compte de corrections de forme, de défauts d'alignement et de distorsions des dentures sous charges.

Dans la première partie de ce chapitre, un modèle dynamique spécifique (à 72 DDL) prenant en compte les effets de traction – compression torsion et flexion des engrenages ainsi que les effets des arbres et paliers est présenté. La seconde partie décrit une simulation quasi-statique et dynamique de l'usure des dents d'engrenages et l'introduction des distributions d'usure comme écarts de forme sur les dentures. Enfin, la dernière partie de ce chapitre est consacrée à la mise au point d'un algorithme général de résolution numérique des équations de mouvements en présence d'usure.

## **2. Modélisation dynamique de transmissions par engrenages :**

Le modèle dynamique utilisé dans nos travaux pour simuler l'usure, repose sur un modèle développé au Laboratoire de Mécanique des Contacts et Solide (LaMCoS – INSA Lyon), Figure (I.2.1). Ce modèle original prend en compte les déformations du corps des mobiles et a pour principales caractéristiques le calcul d'une raideur d'engrènement dépendante du temps ainsi que la prise en compte des écarts de forme et des défauts.

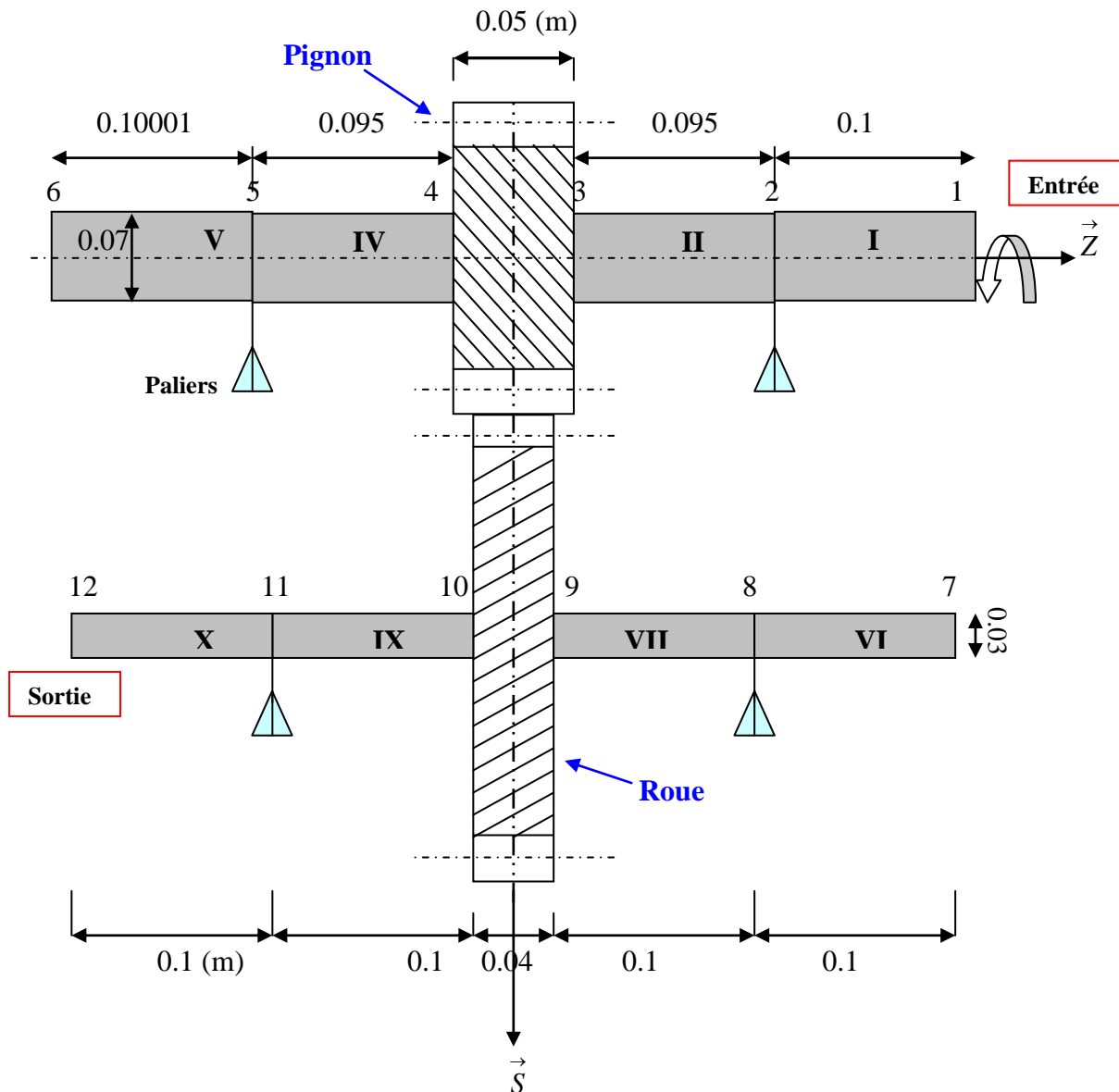


Figure (I.2.1) : Modèle de transmission de puissance par engrenages (72 DDL).

1, 2, ..., 12 : Numéros de nœud

I, II, ..., X : Numéros d'éléments d'arbres

## 2.1. Modélisation des éléments d'arbres :

Les arbres sont modélisés par des éléments de type poutre circulaire à deux nœuds en flexion, torsion et traction - compression avec effets de cisaillement (Velex [161], Bard [12]). Chaque nœud possède six degrés de liberté, trois translations ( $u, v, w$ ) et trois rotations ( $\varphi, \psi, \theta$ ) soit au total douze degrés de liberté par élément d'arbre, Figure (I.2.2) :

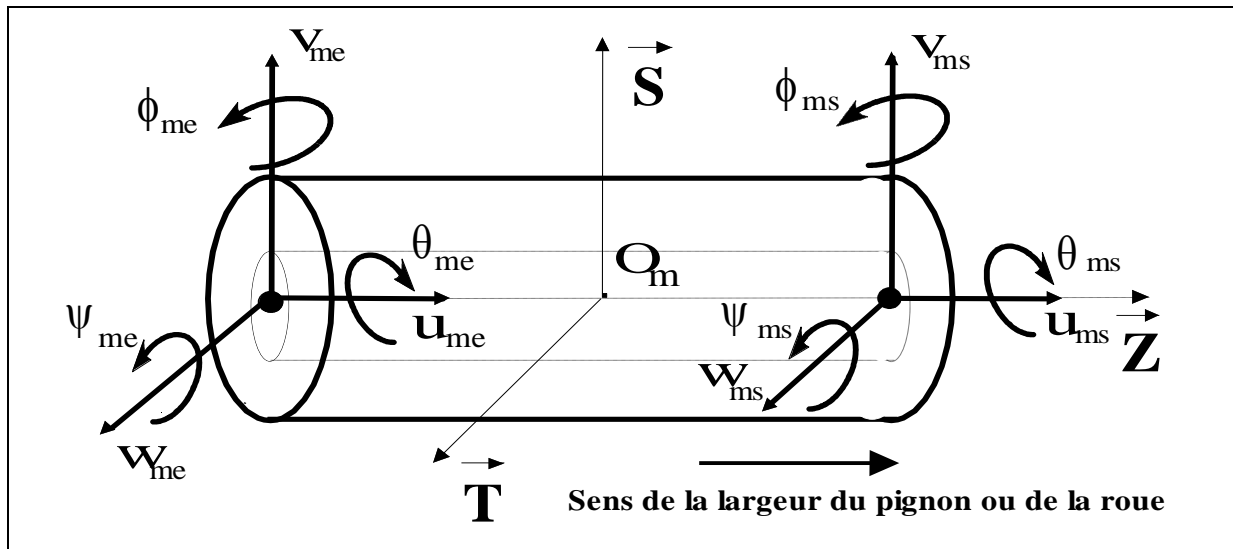


Figure (I.2.2) : Modélisation de l'élément d'arbre

Les matrices masse et raideur de ces éléments sont déterminées à partir de la théorie classique des poutres de Timoshenko.

## 2.2. Modélisation des paliers :

Les paliers sont représentés par des rigidités concentrées qui sont ajoutées au niveau des nœuds du modèle global du réducteur (les paliers sont placés aux nœuds 2, 5, 8 et 11, sur la Figure (I.2.1)). D'une manière générale, des raideurs de traction associées aux degrés de liberté de translation ( $u, v, w$ ) et des raideurs de rotation associées aux degrés de liberté en rotation ( $\varphi, \psi, \theta$ ) peuvent être insérées en tout nœud.

## 2.3. Modèle de moteur et de frein :

Le moteur et le frein sont caractérisés uniquement par leurs masses et leurs inerties. Ainsi, l'introduction dans le modèle global de ces éléments ne se fera que par ajout d'une matrice masse élémentaire diagonale  $M_{mot}$  pour le moteur et  $M_{fr}$  pour le frein

## 2.4. Modélisation d'engrenage :

### 2.4.1. Géométrie des engrenages rigides :

Le contact entre les profils conjugués de dentures s'effectue dans le plan tangent aux deux cylindres de base, appelé plan d'action. Ce contact est supposé linéique et les lignes de contact sont inclinées de l'angle d'hélice de base ( $\beta_b$ ) par rapport aux lignes de tangence entre le plan d'action et les cylindres de base. Ces lignes de contact se translatent sur le plan

d'action avec une vitesse linéique ( $V$ ) imposée par la vitesse de rotation du pignon, Figure (II.2.3) :

$$V = R_{b1}\Omega_1 \quad (I.2.1)$$

Avec :

$\Omega_1$  : Vitesse de rotation du pignon.

$R_{b1}$  : Rayon de base du pignon.

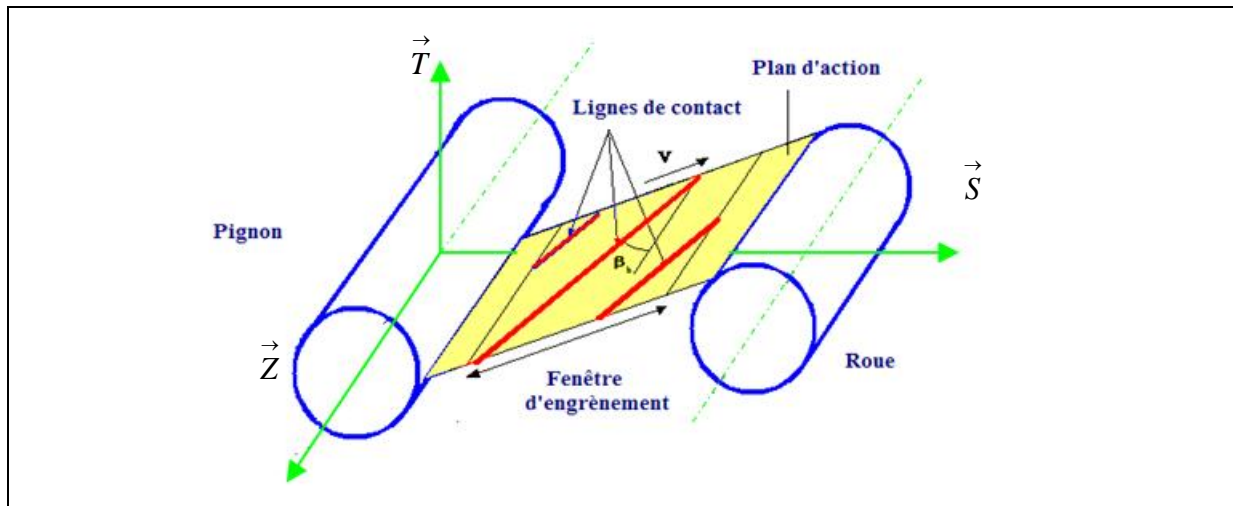


Figure (I.2.3) : Caractéristiques géométriques d'un engrenage extérieur.

### 2.4.2. Définition des écarts géométriques :

Les écarts géométriques sont classés en deux catégories :

- Les écarts de forme qui proviennent du processus de fabrication (erreurs de profil, erreurs de distorsion, erreurs de division....)
- Les écarts de montage qui dépendent de l'assemblage des différents constituants du réducteur (désalignement des axes de rotation du pignon et de la roue, excentricités du pignon et de la roue).

Chaque ligne de contact potentielle dans le plan d'action est discrétisée en un nombre fini de cellules élémentaires. A chaque cellule est associé un point de contact ( $M_{ij}$ ) auquel correspond un écart élémentaire éventuel  $e(M_{ij})$ . Cet écart est défini comme la distance algébrique suivant la normale extérieure  $\vec{n}_m$  au profil considéré, entre le point de contact réel et le point de contact théorique, Figure (I.2.4).

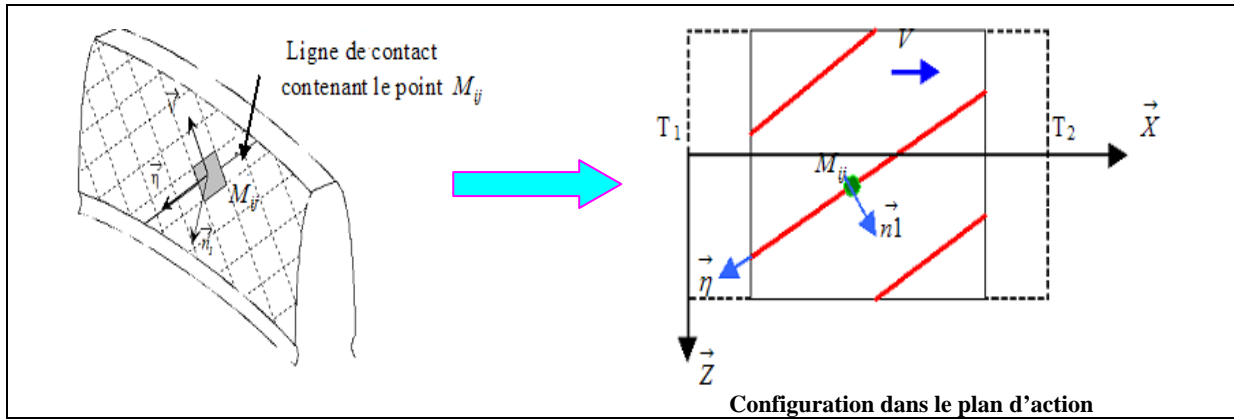


Figure (I.2.4): Discretisation du flanc actif d'une dent.

Dans les conditions de corps rigides, le(s) point(s) de contact correspond(ent), à chaque instant, au(x) point(s) pour lequel(s) l'écart normal total est maximum (l'écart étant défini positif dans la direction des normales sortantes par rapport aux flancs de dentures). Ce point, qui peut ne pas être unique, est noté  $M^*$  et son écart total  $e(M^*)$  est la somme des écarts de forme  $e_{fm}(M_{ij})$  des dentures des mobiles  $m$  ( $m=1$  pour le pignon,  $m=2$  pour la roue), des écarts de désalignement  $e_{dm}(M_{ij})$  (voir Annexe 1), et des écarts d'excentricité  $e_{xm}(M_{ij})$ , soit :

$$e(M_{ij}) = \sum_{m=1}^{m=2} (e_{fm}(M_{ij}) + e_{dm}(M_{ij}) + e_{xm}(M_{ij})) \quad (I.2.2)$$

avec,  $m = 1$  pour le pignon et  $m = 2$  pour la roue

L'écart relatif est alors défini, à chaque instant, comme la différence entre l'écart normal équivalent au point  $M_{ij}$  et l'écart normal maximum au point  $M^*$  (point de contact) dans les conditions des corps rigides, Figure (I.2.5) :

$$\delta e(M_{ij}) = e(M_{ij}) - e(M^*) \quad (I.2.3)$$

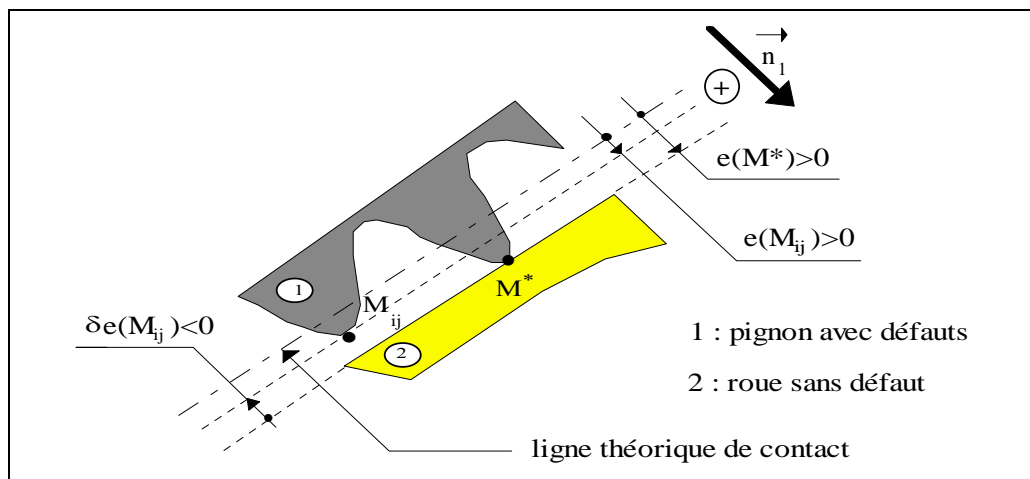


Figure (I.2.5) : Point de contact dans les conditions des corps rigides.

On constate que quelque soit le temps et le point  $M$  de la fenêtre d'engrènement, l'écart relatif est inférieur ou égal à zéro. On montrera, par la suite, comment ce terme intervient dans les équations du mouvement du système.

### 2.4.3. Détermination de champs de déplacements :

Pour déterminer la position du point étudié, les corps du pignon et de la roue sont discrétisés en un certain nombre de tranches cylindriques minces repérées par l'indice  $j$ , Figure (I.2.6).

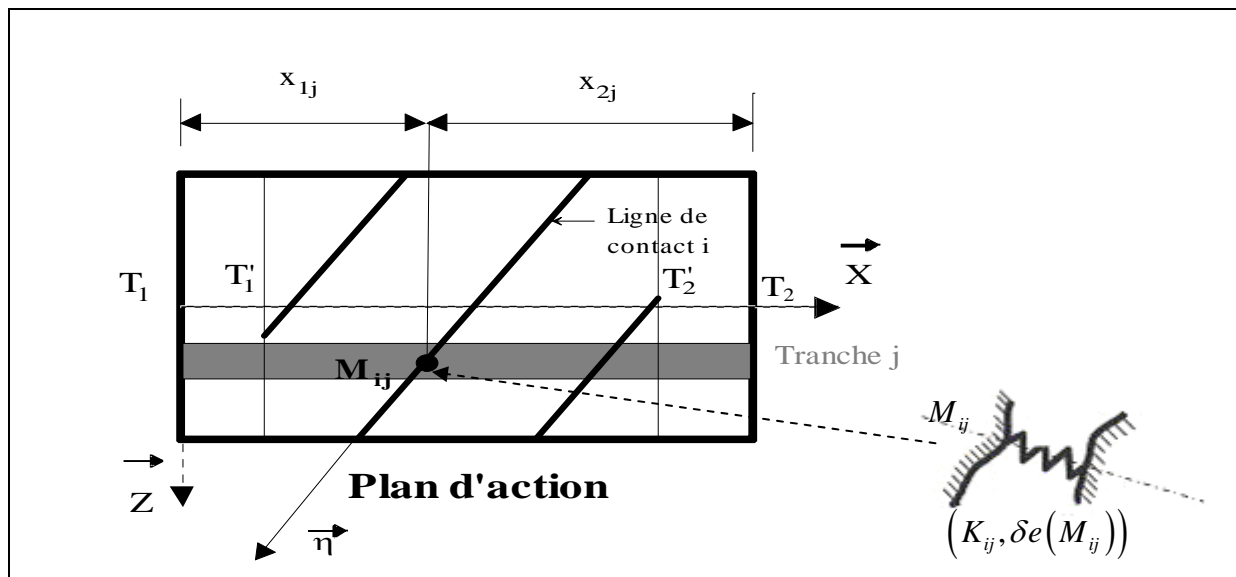


Figure (I.2.6) : Discrétisation des lignes de contact sur le plan d'action.

En isolant une tranche mince sur le pignon et la roue, Figure (I.2.7), il est possible de définir un engrenage infinitésimal dont le comportement est caractérisé par 12 degrés de libertés, six degrés de liberté sont attribués à chaque roue de l'engrenage (trois translations  $[v, w, u]$  et trois rotations  $[\phi, \psi, \theta]$ ). Ils correspondent aux déplacements généralisés du corps de l'engrenage en torsion, flexion, traction – compression.

Le déplacement sous charge au point de contact potentiel  $M_{ij}$  ( $i$  se rapporte au numéro de ligne de contact à un instant donné dans le plan d'action) peut s'exprimer à partir des torseurs de déplacements infinitésimaux  $\{\tau_{mj}\}$  associés à la  $j$ -ème tranche du pignon ( $m=1$ ) et de la roue ( $m=2$ ). Soit, par rapport aux mouvements de corps rigides, il vient, Velex et Maatar [162] :

$$\{\tau_{mj}\} = \begin{cases} \mathbf{u}_{mj}(O_{mj}) = v_{mj}\mathbf{S}_j + w_{mj}\mathbf{T}_j + u_{mj}\mathbf{Z} \\ \boldsymbol{\omega}_{mj} = \phi_{mj}\mathbf{S}_j + \psi_{mj}\mathbf{T}_j + \theta_{mj}\mathbf{Z} \end{cases} \quad (\text{I.2.4})$$

où  $O_{mj}$  est le centre de la tranche  $j$  élémentaire du corps  $m$ .

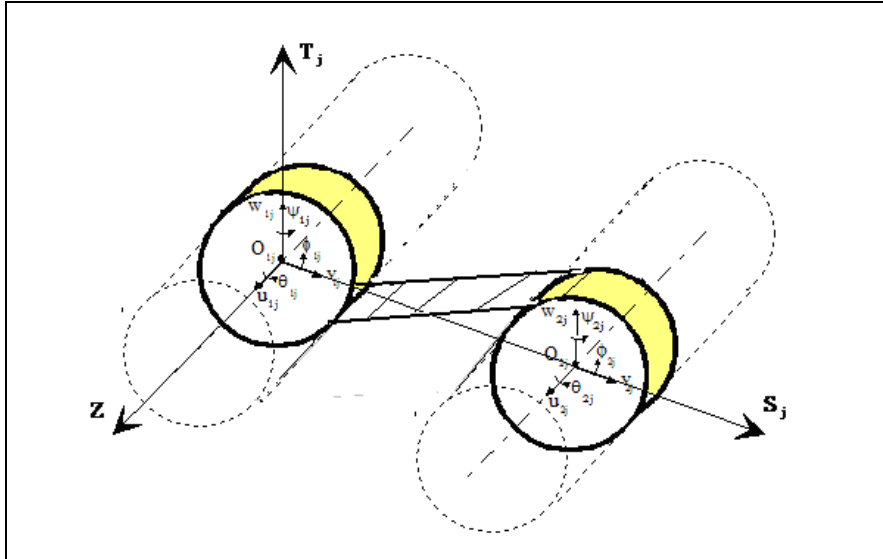


Figure (I.2.7) : Modélisation d'une tranche mince  $j$  du pignon et de la roue.

#### 2.4.4. Définition d'état déformée :

L'aire de contact réelle et la charge dynamique instantanée sur les dents en prise sont déterminées à partir du calcul de l'écrasement associé à chaque point de contact. Sous l'effet combiné de l'ensemble de ces perturbations, chaque point  $M_{ij}$  subit un déplacement normal, dans la direction du plan d'action, par rapport à l'état de référence. L'expression de ce déplacement s'écrit, Lipkin et Duffy [106] :

$$\delta(M_{ij}) = \sum_{m=1}^2 (\mathbf{u}_{mj}(O_{mj}) + \boldsymbol{\omega}_{mj} \times \mathbf{O}_{mj} M_{ij}) \cdot \mathbf{n}_m = \mathbf{V}(M_{ij})^T \mathbf{q}_j \quad (\text{I.2.5})$$

Avec :

$\mathbf{n}_m$  est normale unitaire sortante à la ligne d'intersection entre le flanc du corps et le plan d'action.

$\mathbf{q}_j^T = [v_{1j}, w_{1j}, u_{1j}, \phi_{1j}, \psi_{1j}, \theta_{1j}, v_{2j}, w_{2j}, u_{2j}, \phi_{2j}, \psi_{2j}, \theta_{2j}]$ , le vecteur des degrés de liberté de la tranche  $j$  du pignon et de la roue.

$\mathbf{V}(M_{ij})$ , le vecteur de structure dépendant de la géométrie du pignon et de la roue :



$$V(M_{ij}) = \begin{pmatrix} \sin \beta_b \\ \cos \beta_b \sin \alpha_t \\ \varepsilon \cos \beta_b \cos \alpha_t \\ -\varepsilon \sin \beta_b \left( R_{b1} \sin \alpha_t - x_{1j} \cos \alpha_t \right) \\ -\sin \beta_b \left( R_{b1} \sin \alpha_t + x_{1j} \sin \alpha_t \right) \\ \varepsilon R_{b1} \cos \beta_b \\ -\sin \beta_b \\ -\cos \beta_b \sin \alpha_t \\ -\varepsilon \cos \beta_b \cos \alpha_t \\ -\varepsilon \sin \beta_b \left( R_{b2} \sin \alpha_t - \left( T_1 T_2 - x_{2j} \right) \cos \alpha_t \right) \\ -\sin \beta_b \left( R_{b1} \sin \alpha_t + \left( T_1 T_2 - x_{2j} \right) \sin \alpha_t \right) \\ \varepsilon R_{b2} \cos \beta_b \end{pmatrix} \quad (\text{I.2.6})$$

Avec :

- $R_{bm}$  : rayon de base de la roue n°m (m=1,2).
- $\alpha_t$  : angle de pression apparent.
- $\beta_b$  : angle d'hélice de base.
- $\varepsilon = +1$  : pour une roue menante tournant dans le sens positif
- $\varepsilon = -1$  : pour une roue menante tournant dans le sens négatif

Les autres paramètres sont définis dans la Figure (I.2.6).

Les déplacements généralisés du centre de la tranche  $j$  s'écrivent en fonction des déplacements des deux nœuds extrêmes de la roue  $m$  par l'intermédiaire des fonctions de forme  $[P_f(M_{ij})]$  des éléments finis de poutre utilisés pour modéliser les corps du pignon et de la roue, Ajmi et Velex [2], soit,

$$\delta(M_{ij}) = V(M_{ij})^T [P_f(M_{ij})] q \quad (\text{I.2.7})$$

Le contact et la déflexion au point  $(M_{ij})$  n'existent que si  $\delta(M_{ij})$  est supérieur à l'écart relatif  $\delta e(M_{ij})$ . En ce cas, l'écrasement au point  $(M_{ij})$  s'écrit :

$$\Delta(M_{ij}) = \delta(M_{ij}) - \delta e(M_{ij}) \quad (\text{I.2.8})$$

et la condition de contact s'exprime :

$$\Delta(M_{ij}) > 0 \quad (I.2.9)$$

Pour chacune des cellules discrétisant les lignes de contacts dans le plan de base, la raideur d'engrènement élémentaire est  $K_{ij}$  et l'énergie de déformation élémentaire est déduite sous la forme :

$$dU_{ij} = \frac{1}{2} K_{ij} (\Delta(M_{ij}))^2 \quad (I.2.10)$$

L'énergie de déformation totale pour l'engrènement vaut donc :

$$U_{ij,tot}(t) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{N_c(t)} \left( K_{ij} (\Delta(M_{ij}))^2 \right) \quad (I.2.11)$$

avec  $N_c(t)$  est le nombre de cellules en contact à l'instant  $t$ .

### **3. Simulation de l'usure abrasive sur les dentures des engrenages :**

#### **3.1. Modèle quasi-statique de l'usure :**

Dans le premier chapitre, nous avons présenté les lois d'usure utilisées pour les engrenages. Il s'avère que la loi d'Archard est, de loin, la plus utilisée et que les comparaisons avec les résultats expérimentaux semblent satisfaisantes dans la mesure où un ou plusieurs coefficients d'usure réalistes peuvent être déterminés (Dhanasdekar et Gnanamoorthy [38]). Pour ces raisons, nous nous situerons dans la lignée des modèles les plus courants dans la littérature (en particulier ceux de Flodin et Andersson [58-59]) en utilisant également une loi d'Archard.

Dans ces conditions, la profondeur d'usure  $h(M_{ij})$  à chaque point de contact, Figure (I.2.6), sur le flanc de denture du pignon et de la roue est liée à la pression normale maximale  $P_0(M_{ij})$  et à la distance de glissement  $s(M_{ij})$  de sorte que:

$$h(M_{ij}) = k_{ij} P_0(M_{ij}) s(M_{ij}) \quad (I.2.12)$$

Avec

$k_{ij}$ , le coefficient d'usure local ( $m^2/N$ ).

En séparant les points sur la surface du pignon et de la roue, la distance de glissement pour chaque point peut être déterminée en supposant que i) les vitesses restent constantes lorsque les points se déplacent dans la zone de contact et ii) que, pendant cette transition, la largeur de contact dans la direction du profil ne varie pas.

La distance de glissement pour chaque point sur le flanc de pignon (indice 1) et la roue (indice 2) peut donc s'exprimer :

$$s_{1,2}(M_{ij}) \cong \|\mathbf{V}_2^1(M_{ij})\| \Delta t_{1,2} = 2 a_H(M_{ij}) \frac{\|\mathbf{V}_2^1(M_{ij})\|}{\|\mathbf{V}_{1,2}^0(M_{ij})\|} = 2 a_H(M_{ij}) \frac{|u_1'(M_{ij}) - u_2'(M_{ij})|}{u_{1,2}'(M_{ij})} \quad (\text{I.2.13})$$

Avec :

$a_H(M_{ij})$  : demi-largeur de contact.

$u_{1,2}'(M_{ij})$  : les vitesses linéaires des points de contact dans la direction tangentielle par rapport aux flancs actifs de dentures (c'est-à-dire la direction normale au plan d'action), Figure (I.2.4).

Pour chaque cycle de chargement ( $F^*$ ) en un point sur le pignon et la roue, la profondeur d'usure additionnelle s'exprime donc par:

$$\Delta h_m^{F^*}(M_{ij}) = 2 k_{ij} a_H^{F^*}(M_{ij}) P_0^{F^*}(M_{ij}) \frac{|u_1'(M_{ij}) - u_2'(M_{ij})|}{u_m'(M_{ij})} \quad (\text{I.2.14})$$

Avec :

$m = 1$  pour le pignon,  $m = 2$  pour la roue.

L'usure cumulée après  $N^*$  cycles de chargement est déduite sous la forme :

$$h_m^{N^*}(M_{ij}) = \sum_{F=1}^{N^*} \Delta h_m^{F^*}(M_{ij}) \quad (\text{I.2.15})$$

Dans la plupart des situations pratiques, nous pouvons raisonnablement supposer que l'usure est un phénomène suffisamment lent de sorte que la demi-largeur de contact  $a_H^{F^*}(M_{ij})$  et la pression normale maximale  $P_0^{F^*}(M_{ij})$  n'aient pas à être recalculées à chaque cycle de chargement. En notant ( $n$ ), le nombre de cycles sur le pignon pour lesquels ces paramètres peuvent être considérés comme sensiblement constants (le critère qualitatif permettant de fixer un ordre de grandeur de ( $n$ ) s'appuie sur les incertitudes de géométrie en fonction de la classe de précision des engrenages), le nombre des opérations de sommations dans (I.2.15) peut être fortement réduit et il vient alors:

*Pour le pignon*

$$\Delta h_1^{in}(M_{ij}) = 2 n k_{ij} a_H^{in}(M_{ij}) P_0^{in}(M_{ij}) \frac{|u_1'(M_{ij}) - u_2'(M_{ij})|}{u_1'(M_{ij})} \quad (\text{I.2.16-a})$$

*Pour la roue*

$$\Delta h_2^{in}(M_{ij}) = 2 n \frac{Z_1}{Z_2} k_{ij} a_H^{in}(M_{ij}) P_0^{in}(M_{ij}) \frac{|u_1'(M_{ij}) - u_2'(M_{ij})|}{u_2'(M_{ij})} \quad (\text{I.2.16-b})$$

Après chaque séquence, les géométries des flancs de dents du pignon et de la roue sont ajustées en soustrayant la distribution d'usure calculée en tout point des flancs du pignon et de

la roue et la profondeur d'usure cumulée après  $N^* = P'n$  cycles de chargement sur le pignon est calculée par sommation réduite  $P'(P' \ll N^*)$ :

$$h_m^{N^*}(M_{ij}) = \sum_{i=1}^{P'} \Delta h_m^{in}(M_{ij}) \quad (\text{I.2.17})$$

Cette relation est utilisée pour évaluer la profondeur de l'usure à tous points localisés sur les flancs des dents du pignon et de la roue.

### 3.2. Modèle dynamique de l'usure :

Le coefficient d'usure  $k_{ij}$  est souvent utilisé pour séparer l'usure douce de l'usure sévère et sa valeur est généralement déterminée à partir de l'expérimentation (voir tableau (I.1.3), chapitre 1). Les conditions de lubrification jouent un rôle très important et le régime d'usure varie en fonction de l'épaisseur de film de lubrifiant (qui dépend elle-même de la vitesse de rotation, de la géométrie et du lubrifiant). En nous appuyant sur les travaux de Priest et Taylor [139], les valeurs suivantes ont été retenues dans nos simulations en fonction du rapport  $\lambda$  ( $\lambda = \frac{h_{\min}}{R_q}$ ):

$$k_{ij} = \begin{cases} k_0 & \text{si } \lambda \leq 0.5 \\ \frac{2}{7}k_0(4 - \lambda) & \text{si } 0.5 < \lambda \leq 4 \\ 0 & \text{si } \lambda > 4 \end{cases} \quad (\text{I.2.18})$$

Avec :

$h_{\min}$  : l'épaisseur minimale de film lubrifiant (Hamrock-Dowson [76]) donnée par :

$$\frac{h_{\min}}{R} = 2.266G^{0.49} \cdot U^{0.68} \cdot W^{-0.073} (1 - e^{-0.68\kappa}) \quad (\text{I.2.19})$$

$U = \frac{\eta_0 \cdot (u_1 + u_2)}{E' \cdot R}$  : paramètre de vitesse.

$W = \frac{w}{E' \cdot R}$  : paramètre de charge.

$G = \alpha_{pv} E'$  : paramètre de matériaux.

$\kappa$  : paramètre d'ellipticité ( $\kappa = \infty$  dans le cas d'engrenages).

$\alpha_{pv}$  : coefficient de piézo-viscosité ( $\text{Pa}^{-1}$ ).

$\eta_0$  : viscosité à pression ambiante ( $\text{Pa} \cdot \text{sec}$ ).

$w$  : charge par unité de largeur ( $\text{N/m}$ ).

$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  : rayon de courbure équivalent.

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right] : \text{module d' Young équivalent.}$$

$R_1, R_2$  : rayon de courbure du pignon et de la roue respectivement.

$E_1, E_2$  : module d' Young du matériau de pignon et de roue respectivement.

$\nu_1, \nu_2$  : coefficient de Poisson du matériau de pignon et de roue respectivement.

$R_q = \sqrt{R_{q1}^2 + R_{q2}^2}$ , moyenne quadratique des RMS des rugosités sur le pignon et la roue.

L'écoulement de lubrifiant n'est pas parfaitement isotherme et l'échauffement du fluide dans la zone de génération de pression peut conduire à une diminution de l'épaisseur de film lubrifiant introduite via  $\phi_T$ , le facteur de réduction thermique défini par Gupta et al. [75], tel que:

$$\lambda = \frac{h_{\min} \phi_T}{R_q} \quad (\text{I.2.20-a})$$

et

$$\phi_T = \frac{1 - 13.2 \left( \frac{P_0}{E'} \right) L^{0.42}}{1 + 0.213 (1 + 2.23 S^{0.83}) L^{0.640}} \quad (\text{I.2.20-b})$$

$L$  est un paramètre sans dimension caractéristique de l'état thermique :

$$L = \left( -\frac{\partial \eta}{\partial T} \right) \frac{(u_1' + u_2')^2}{4K_f} \Rightarrow L = \eta \frac{\beta^* (u_1' + u_2')^2}{4K_f T^2} \quad (\text{I.2.21})$$

$S$  est un paramètre sans dimension caractéristique du glissement :

$$S = 2 \frac{u_1' - u_2'}{u_1' + u_2'} \quad (\text{I.2.22})$$

$K_f$  est la conductivité thermique de lubrifiant.

$\beta^*$  est le coefficient de thermo-viscosité de lubrifiant.

$T$  est la température absolue de fonctionnement.

$\eta$  est la viscosité dynamique du lubrifiant (Pa.s).

A partir de la relation (I.2.18), trois régimes de lubrification sont considérés, Figure (I.2.8):

a) lorsque la séparation par le lubrifiant empêche toute interaction directe entre les surfaces ( $\lambda > 4$ ), l'usure est considérée comme nulle ( $k_{ij} = 0$ ),

b) si à l'inverse les interactions sont fortes (rapport  $\lambda \leq 0.5$ ), l'usure sera importante et le coefficient d'usure locale  $k_{ij} = k_0$  est considérée dont la valeur est généralement déterminée sur la base de résultats expérimentaux

c) et enfin, un régime intermédiaire pour lequel une variation linéaire du coefficient d'usure local entre les deux cas a) et b) est introduite.

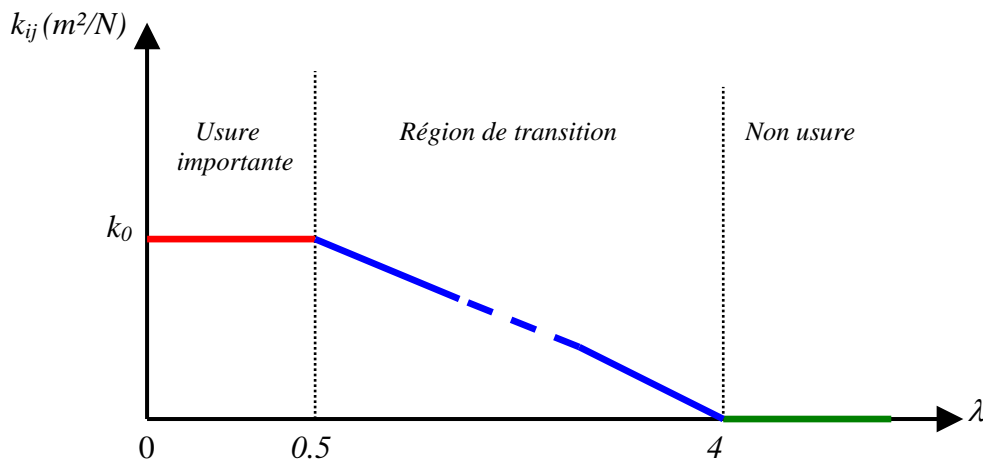


Figure (I.2.8): Estimation du coefficient d'usure locale en fonction du rapport  $\lambda$ .

On notera que le coefficient de frottement n'apparaît pas de manière explicite dans le modèle d'usure, mais que le coefficient d'usure est lié indirectement au coefficient de frottement par le régime de lubrification (comme illustré par les courbes de Stribeck donnant l'évolution du coefficient de frottement en fonction du régime de lubrification).

### **3.3. Introduction des distributions d'usure sur les flancs de dents :**

Les modèles dynamiques de transmission de puissance par engrenages utilisés pour simuler l'usure et étudier son influence doivent pouvoir tenir compte des écarts de surfaces éventuellement complexes générés par l'usure sur les surfaces de denture du pignon et de la roue. L'écart équivalent total au point de contact ( $M_{ij}$ ) sera donc la somme des contributions individuelles associées à chacun des mobiles, soit:

$$e(M_{ij}) = \sum_{m=1}^{m=2} (e_{fm}(M_{ij}) + e_{dm}(M_{ij}) + e_{xm}(M_{ij}) + h_m^N(M_{ij}, t)) \quad (\text{I.2.23})$$

Dans cette relation, les fonctions écarts sont considérées comme a) des fonctions du temps afin de simuler les évolutions selon les profils de denture et b) des fonctions dépendant de la position selon la largeur de dent.

## **4. Résolution des équations du mouvement :**

### **4.1. Equations du mouvement :**

L'assemblage des matrices masse et raideur de l'élément d'engrenage, des éléments d'arbres constituant le réducteur et l'adjonction des matrices de raideurs constantes des paliers

supportant les arbres et des autres constituants du réducteur conduit à un système d'équations représentatif de la structure mécanique réelle de la forme:

$$[M_{glob}]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K_{glob}(t, \{q\})]\{q\} = \{F_{0,1}(t)\} + \{F_2(t, \delta e(M_{ij}), \{q\})\} \quad (I.2.24)$$

Avec :

$[M_{glob}]$ : matrice masse globale du système (éléments d'arbres, engrenages, frein, moteur, paliers, d'accouplement élastique).

$[C]$ : matrice amortissement équivalent supposée constante (engrenages, éléments d'arbres, paliers, d'accouplement élastique).

$[K_{glob}(t, \{q\})]$ : matrice de rigidité globale du réducteur (engrenages, éléments d'arbres, paliers, accouplements).

$\{q\}$ : vecteur des variables d'état constitué par les coordonnées généralisées du système.

$\{F_{0,1}(t)\} = \{F_0(t) + F_1(t)\}$ : vecteur des efforts extérieurs généralisés, dépendant du temps et regroupant les termes des efforts statiques ainsi que les termes d'excitations introduits par les erreurs de montage.

$\{F_2(t, \delta e(M_{ij}), \{q\})\}$ : vecteur dépendant du temps introduisant l'effet des écarts géométriques et les écarts de forme générés par l'usure.

La matrice amortissement  $[C]$  est construite à partir de la matrice masse globale  $[M_{glob}]$  et de la matrice de rigidité globale du réducteur moyennée sur le temps et l'espace  $[\bar{K}_{glob}]$ . En supposant que la matrice amortissement est orthogonale par rapport aux modes propres du système avec raideurs moyennées, il vient :

$$c_{jk}^{\phi} = 2\xi_j \sqrt{k_{jk}^{\phi} m_{jk}^{\phi}} \quad \text{avec} \quad c_{jk}^{\phi} = 0 \quad \text{pour} \quad j \neq k \quad (I.2.25)$$

Où

$c_{jk}^{\phi}$  : composante de la matrice  $[C_{\phi}]$ .

$k_{jk}^{\phi}$  : composante diagonale de la matrice raideur modale  $[K_{\phi}] = {}^t[\phi] \cdot [\bar{K}_{glob}] \cdot [\phi]$ .

$m_{ij}^{\phi}$  : composante diagonale de la matrice masse modale  $[M_{\phi}] = [\phi]^T \cdot [M_{glob}] \cdot [\phi]$ .

$[\phi]$  : matrice des modes propres pour le système avec raideur moyennée.

$\xi_j$  : facteur d'amortissement modal relatif au mode j.

La matrice d'amortissement est alors exprimée dans la base physique par la transformation inverse :

$$[C] = [\phi]^T \cdot [C_{\phi}] \cdot [\phi]^{-1} \quad (I.2.26)$$

Pour des raisons de simplicité, une valeur du facteur d'amortissement  $\xi_j$  commune à l'ensemble de tous les modes retenus sera utilisée dans la suite de ce mémoire. Pour l'ensemble des applications numériques de ce mémoire une valeur de 0.1 sera utilisée, cette valeur correspond sensiblement à la borne supérieure des valeurs trouvées dans la littérature.

#### **4.2. Résolution numérique :**

Les équations du mouvement sont intégrées pas à pas dans le temps par le schéma implicite de Newmark couplé à un algorithme de contact normal unilatéral. À chaque pas de temps, deux contraintes sont appliquées, la première vérifie qu'il n'existe pas d'efforts de contact négatifs tandis que la seconde vérifie qu'en tout point extérieur à  $L_c$  (longueur de contact potentielle) il n'y a pas d'écrasement. A chaque pas de temps, les lignes de contact se déplacent dans le plan d'action selon la cinématique de corps rigides et, par conséquent, les caractéristiques géométriques (longueur de contact, distribution de déviations...) sont changées. Le principe de résolution et l'interdépendance entre les équations du mouvement et les conditions de contact sont explicitées dans la Figure (I.2.9).

Pendant la première séquence ( $n$  cycles), les changements de géométrie causés par l'usure sont négligés (les écarts induits par les usures ne sont réactualisés qu'après un certain nombre de cycles). Pour cela, les équations sont résolues en utilisant un nombre suffisant de périodes d'engrènement afin d'obtenir une réponse stable. Le champ de pression et les dimensions de contact sont déduits pour tous points de contact dans une période d'engrènement et l'écart normal équivalent (équation (I.2.23)) est appliqué pour évaluer la géométrie de dents modifiée après  $n$  cycles. Les écarts équivalents normaux par rapport aux flancs parfaits sont alors modifiés et le processus de solution est ensuite répété sur la séquence ( $n$  cycles) suivante.



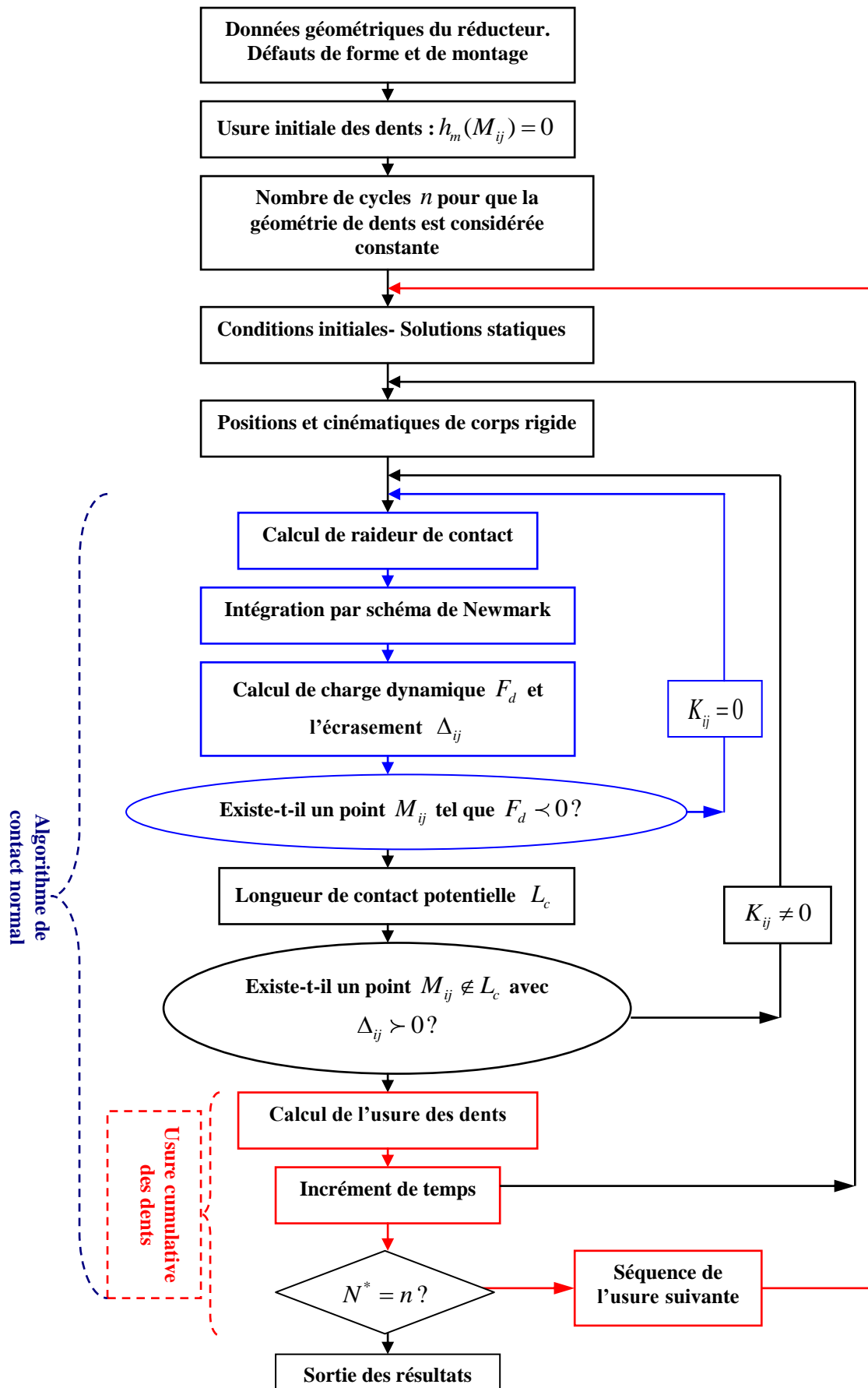


Figure (I.2.9) : Schéma de résolution de Newmark couplé à un algorithme de contact.

## **5. Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous avons présenté une simulation couplant les mécanismes d'usure et un modèle dynamique spécifique d'engrenages droits et hélicoïdaux de fortes largeurs prenant en compte les effets de traction – compression torsion et flexion des engrenages ainsi que l'influence des arbres et paliers. Ce modèle est original et n'a, à notre connaissance, jamais été utilisé dans la littérature. Les évolutions d'usure sont déduites d'un modèle d'Archard local qui intègre l'influence des conditions de lubrification via un coefficient d'usure local dépendant de l'épaisseur de film lubrifiant rapportée à l'amplitude des rugosités de surface. Les évolutions en fonction des positions des points de contact sont introduites par des variations temporelles afin de suivre le mouvement relatif des profils des dentures en contact combinées à des fonctions dépendant de la position sur la largeur des dents. L'ensemble permet de simuler des distributions d'usure complexes sur la totalité des flancs de dentures. La sommation des usures instantanées sur le pignon et la roue conduit à définir des distributions d'écarts initiaux dans l'algorithme de contact utilisé dans la résolution dynamique. Afin d'accélérer les temps de calcul, la réactualisation des écarts de forme induits par l'usure n'est effectuée qu'après un certain nombre de cycles déterminé en fonction des incertitudes sur les formes de dentures en fonction des classes de qualité. La résolution numérique des équations de mouvement est conduite en couplant i) un schéma pas à pas de Newmark, ii) un algorithme de contact normal unilatéral et iii) le modèle d'évolution pour l'usure



# **Chapitre 3:**

## Interaction entre l'usure et le comportement statique et dynamique - Résultats et discussions

1. Introduction.
2. Caractéristiques des engrenages étudiés et du lubrifiant.
3. Résultats quasi-statiques.
4. Résultats dynamiques.
5. Conclusion.



## 1. Introduction :

Dans ce chapitre, les modèles présentés précédemment sont exploités sur différentes géométries d'engrenages pour des conditions de fonctionnement variées. Des analyses paramétriques sont présentées et les tendances principales en terme de sensibilité à l'usure sont commentées.

## 2. Caractéristiques des engrenages étudiés et du lubrifiant :

L'ensemble des résultats numériques qui suit à été obtenu en utilisant les données géométriques et fonctionnelles des engrenages droits et hélicoïdaux de fortes largeurs (largueur supérieure à 10 modules environ) répertoriées dans les Tableaux (I.3.1) et (I.3.2). Les dimensions des éléments des arbres de moteur et de frein sont définies sur la Figure (I.2.1). La valeur du coefficient d'usure  $k_0$  est issue des travaux de Flodin [61].

		<b>Pignon</b>	<b>Roue</b>
<b>Géométrique</b>	Nombre de dents	20	60
	Largeur de denture (mm)	140	138
	Module réel de l'engrenage (mm)	8.00	
	Angle d'hélice primitif (degré)	0 & 15	
	Angle de pression réel (degré)	20.00	
	Coefficients de creux	1.40	1.40
	Coefficient de saillie	1.0	1.0
	Grade de précision ISO	4	4
<b>Fonctionnelles</b>	Vitesse de rotation (rad/s)	20	
	Couple moteur (N.m)	1700	

*Tableau (I.3.1) : Caractéristiques des engrenages étudiés*

Coefficient initial d'usure $k_0$ , ( $m^2/N$ )	1. E-17
Nombre de cycles ( $n$ ) pour lequel la géométrie des engrenages est supposée inchangée	2. E6
Hauteur quadratique des rugosités des surfaces du pignon et de la roue, (m)	5. E-7
Coefficient de conductivité du pignon et de la roue, ( $W/(m. K)$ )	20.00
Chaleur spécifique par unité de masse du pignon et de la roue, ( $J/(kg.K)$ )	460.00
Coefficient de piezo-viscosité du lubrifiant, ( $m^2/N$ )	1.5 E-8
Conductivité thermique du lubrifiant, ( $W/(m. K)$ )	9. E-2
Température du lubrifiant à l'éjection, (K)	323
Viscosité du lubrifiant ( $N/m^2. sec$ )	0.037
Coefficient de thermo-viscosité du lubrifiant, (K)	6.1 E3

*Tableau (I.3.2): Données relatives au contact et au lubrifiant.*

### 3. Résultats quasi-statiques :

#### 3.1. Distribution d'usure sur les flancs de dentures d'engrenages :

La relation entre usure abrasive et glissement est bien connue et, dans notre modèle, l'évolution de l'usure aux points de contact est liée à la valeur de la pression hertzienne maximale et de la vitesse de glissement (ou de la distance de glissement). Pour les exemples définis Tableaux (I.3.1) et (I.3.2), les distributions de charge, pression maximale ( $P_0$ ), vitesse de glissement ( $|u_1' - u_2'|$ ) et distance de glissement ( $s$ ) sont portées sur la Figure (I.3.1). Nous pouvons constater que :

- La vitesse de glissement augmente vers le pied et le sommet de dent avec des maxima à l'engagement et au déengagement et qu'elle s'annule au point primitif.
- La pression hertzienne maximale est la plus élevée au pied de dent ainsi qu'au voisinage du point primitif.

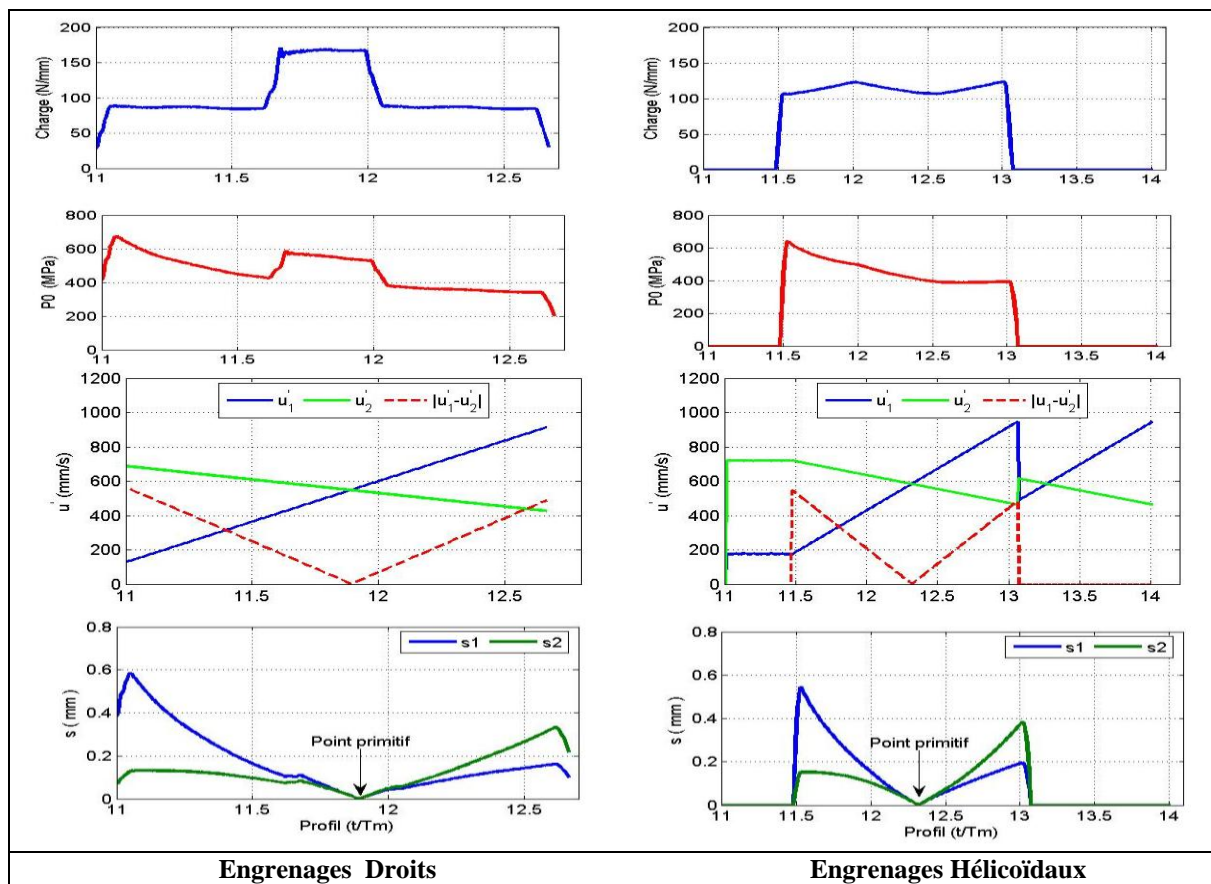


Figure : (I.3.1) : Distributions de charge, de pression maximale ( $P_0$ ). Evolutions de la vitesse de glissement ( $|u_1' - u_2'|$ ) et de la distance de glissement ( $s$ ) sur le profil de dentures droite et hélicoïdale ( $t/Tm$ : temps adimensionné par rapport à la période d'engrènement),  $\Omega_1 = 20\text{rad} / s$

La Figure (I.3.2) montre les distributions d'usure calculées sur les dentures des engrenages droits (Figure (I.3.2-a)) et hélicoïdaux (Figure (I.3.2.b)) en utilisant

respectivement un modèle dynamique 3D (72 DDL, chapitre 2) et un modèle torsionnel 1D (1DDL, voir Annexe 2).

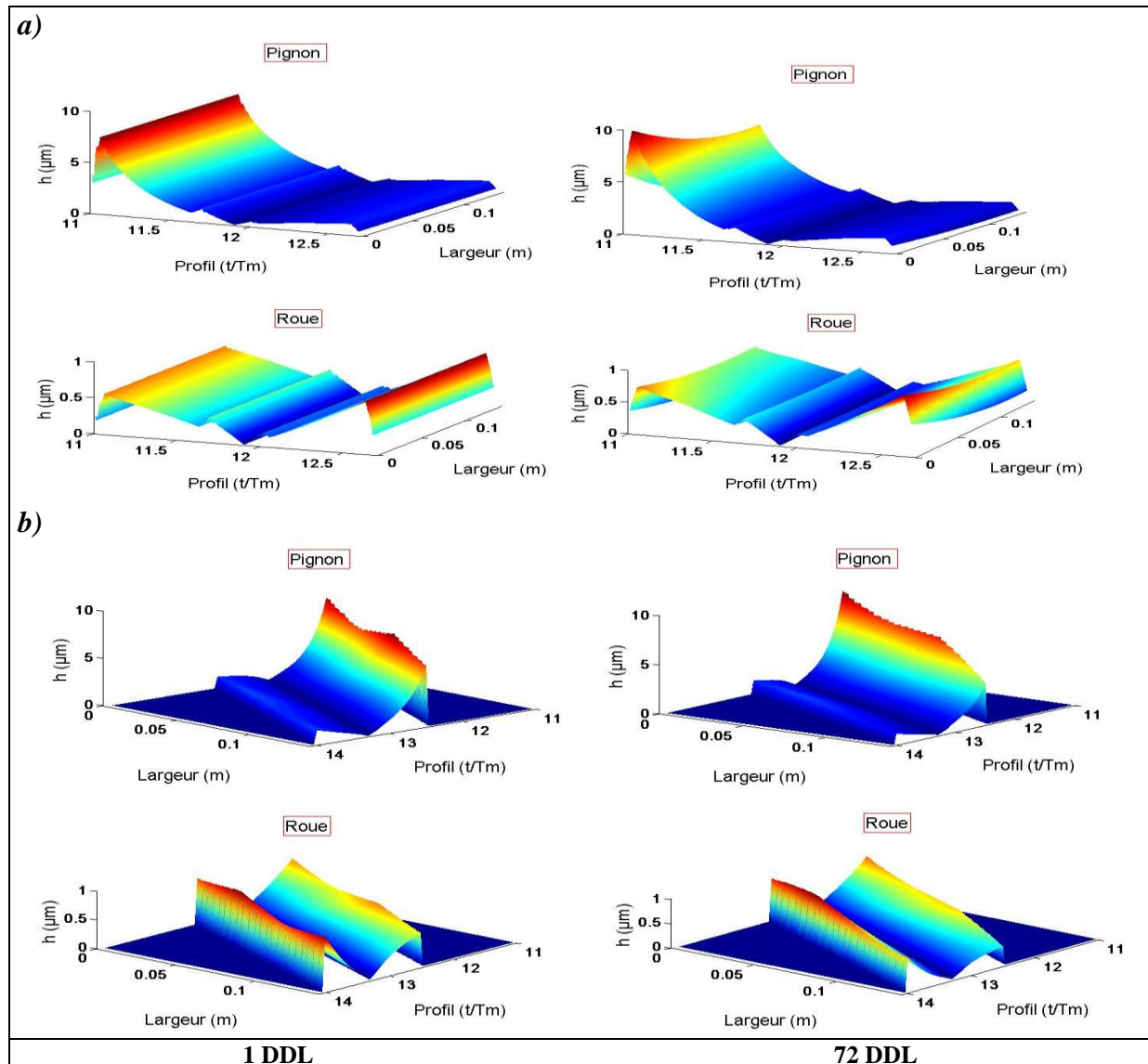


Figure (I.3.2) : Représentation 3D de la distribution d'usure sur des dents d'engrenages droits et hélicoïdaux en utilisant des modèles 1D et 3D de transmission par engrenages,  $n = 2E6$  cycles.

a) : Engrenages Droits, b) : Engrenage Hélicoïdaux

Deux constatations principales peuvent être déduites des résultats de la Figure (I.3.2):

- L'usure est effectivement maximale à l'engagement et au déengagement et elle est minimale au voisinage du point primitif en accord avec les résultats expérimentaux de Flodin [61], Li et Limmer [102], İmrek et Düzcükoğlu [80], Yesilyurt [176] et Karpas et Ekwaro-Osire [94].
- L'usure du pignon est maximale par rapport à celle de la roue. Ceci s'explique par la vitesse de rotation plus élevée du pignon qui conduit ainsi à un nombre de cycles de chargement supérieur à celui sur la roue. Par ailleurs, la distance de glissement aux points de contact localisés sur le pignon est plus grande que celle aux points de contact localisés sur la roue, Figure (I.3.1).



Les faciès d'usure obtenus par les modèles 1D et 3D sont très similaires avec toutefois des différences notables en termes de distribution selon la largeur des dentures sur le pignon et la roue, Figures (I.3.3) et (I.3.4). Ces écarts s'expliquent par les déformations des corps d'engrenages (prises en compte dans le modèle 3D) qui peuvent conduire, en l'absence de corrections de forme, à des concentrations de pression sur un bord de denture et par conséquent à une usure locale plus importante. Cette différence s'observe aussi bien pour les engrenages droits qu'hélicoïdaux. (Figures (I.3.3-b) et (I.3.4-b)).

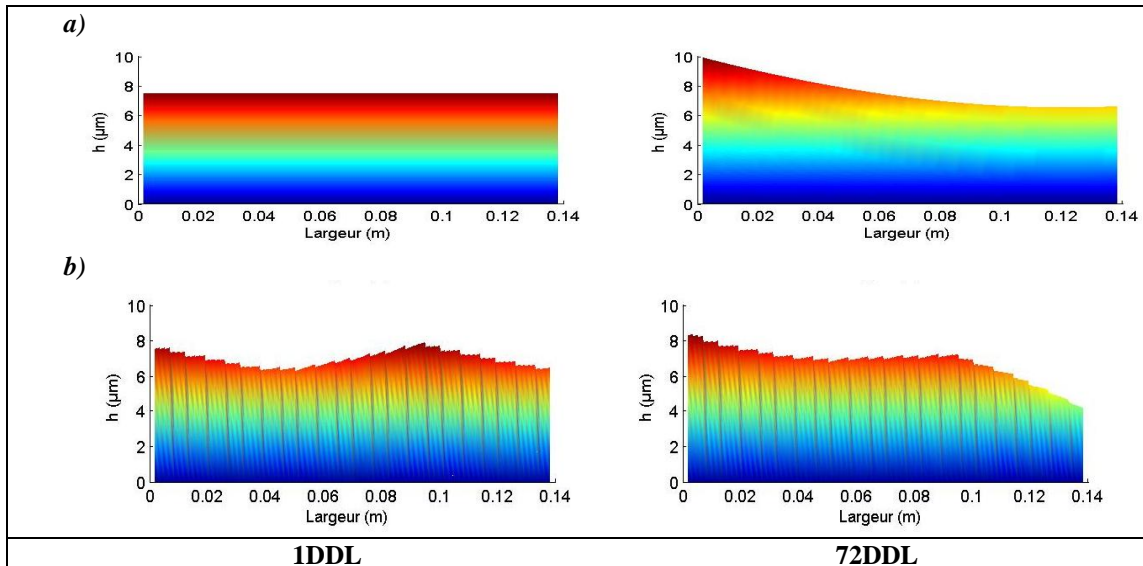


Figure (I.3.3) : Comparaison entre la distribution d'usure selon la largeur du pignon en utilisant un modèle dynamique à 1DDL et 72DDL.

a) Engrenage droit, b) Engrenages hélicoïdaux

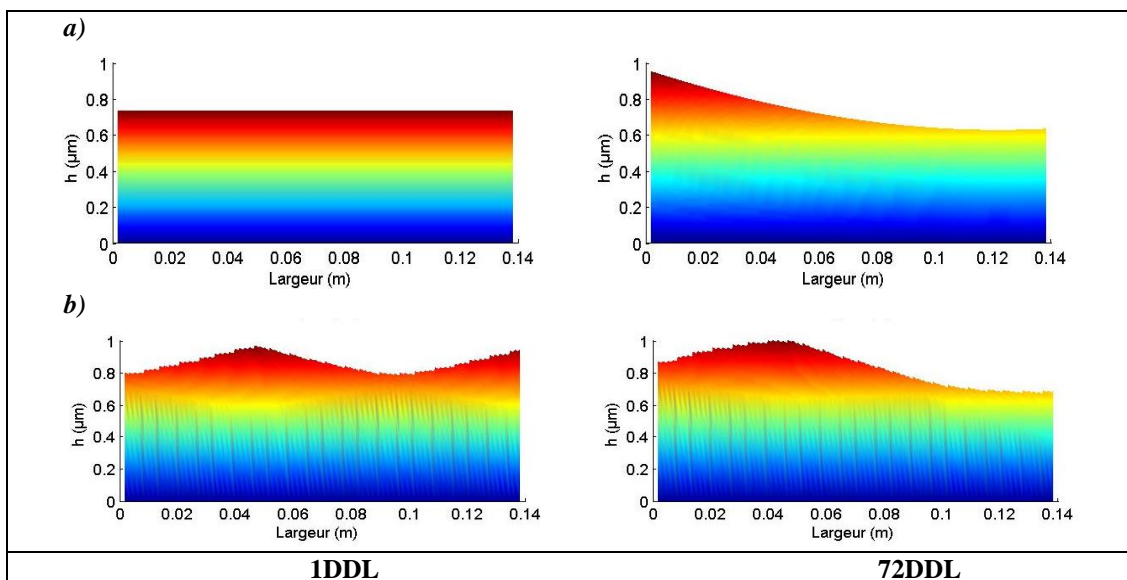


Figure (I.3.4) : Comparaison entre la distribution d'usure selon la largeur de la roue en utilisant un modèle dynamique à 1DDL et 72DDL.

a) Engrenage droit, b) Engrenages hélicoïdaux

Il apparaît donc que la largeur de denture est susceptible de jouer un rôle significatif sur les distributions d'usure du fait des effets de torsion et flexion des corps d'engrenages (du pignon principalement). Cette influence est illustrée en considérant les quatre cas suivants (les

caractéristiques des engrenages et du lubrifiant sont portées dans les Tableaux (I.3.1) et (I.3.2)):

- Cas 1 :  $b_1 = 0.04$  m,  $b_2 = 0.0380$  m.
  - Cas 2 :  $b_1 = 0.08$  m,  $b_2 = 0.0761$  m.
  - Cas 3 :  $b_1 = 0.11$  m,  $b_2 = 0.1047$  m.
  - Cas 4 :  $b_1 = 0.13$  m,  $b_2 = 0.1238$  m.
- ( $b_1$  : largeur du pignon,  $b_2$  : largeur de la roue)

Les résultats obtenus pour des engrenages droits sont représentés Figure (I.3.5).

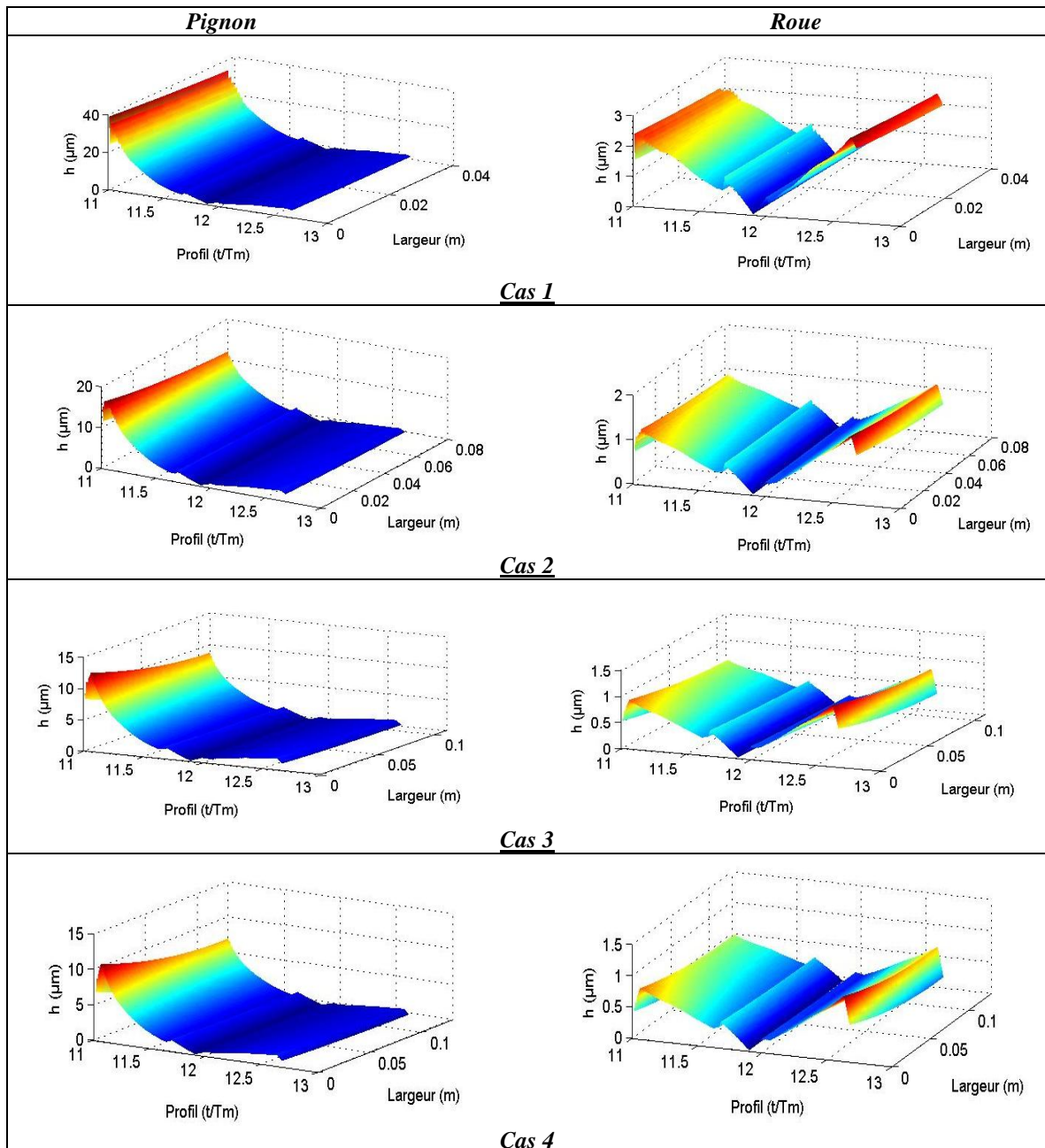


Figure (I.3.5) : Influence de la largeur de denture du pignon et de la roue sur la distribution d'usure, engrenages droits en utilisant un modèle 3D des engrenages.

Les principaux constats sont précisés ci-dessous:

- L'amplitude de l'usure se réduit fortement avec des largeurs de dentures plus importantes cela s'explique par la réduction des valeurs de pression de contact avec l'augmentation des largeurs de dentures.
- Les distributions d'usure deviennent dissymétriques avec une largeur de denture croissante suite aux déformations des corps d'engrenages.

Les zones d'engagement et de déengagement apparaissent comme particulièrement sensible en termes d'usure et il paraît intéressant d'analyser le rôle de corrections de profil dont une des fonctions est de réduire les charges ou surcharges éventuelles lors des prises de contact. Nous avons considéré des corrections symétriques au sommet des dentures du pignon et de la roue d'amplitude  $20\mu\text{m}$  au sommet de denture et portant sur 30% du profil actif. Les résultats obtenus, Figure (I.3.6), confirment l'intérêt de ces modifications de forme qui réduisent de manière très importante les usures à l'engagement et au déengagement (en comparaison avec les résultats de la Figure (I.3.2)).

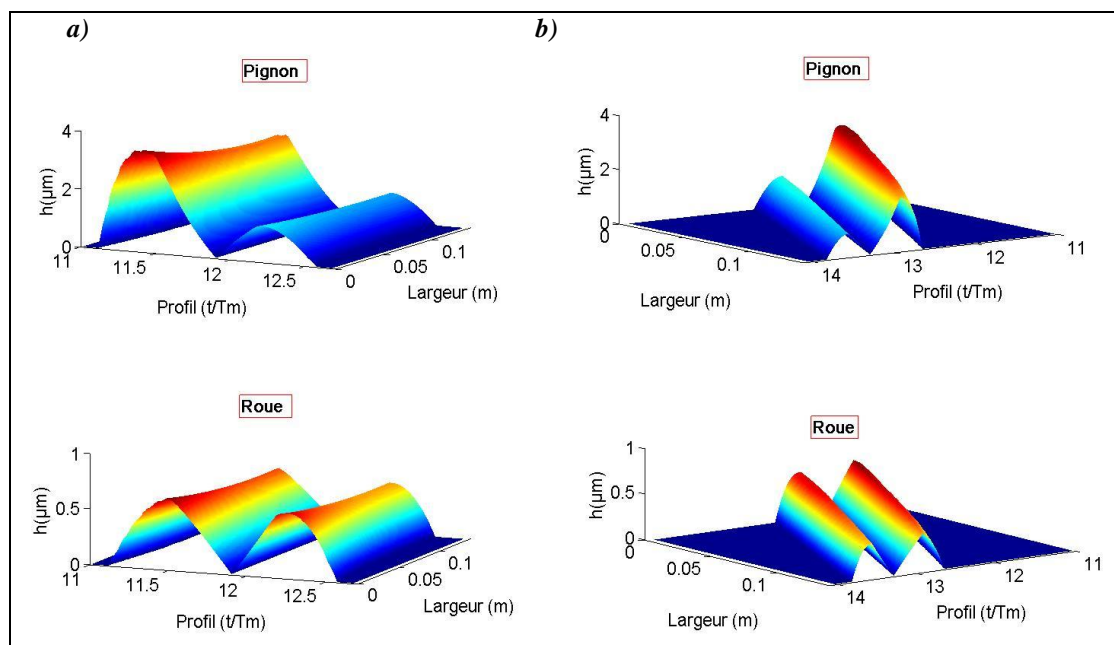
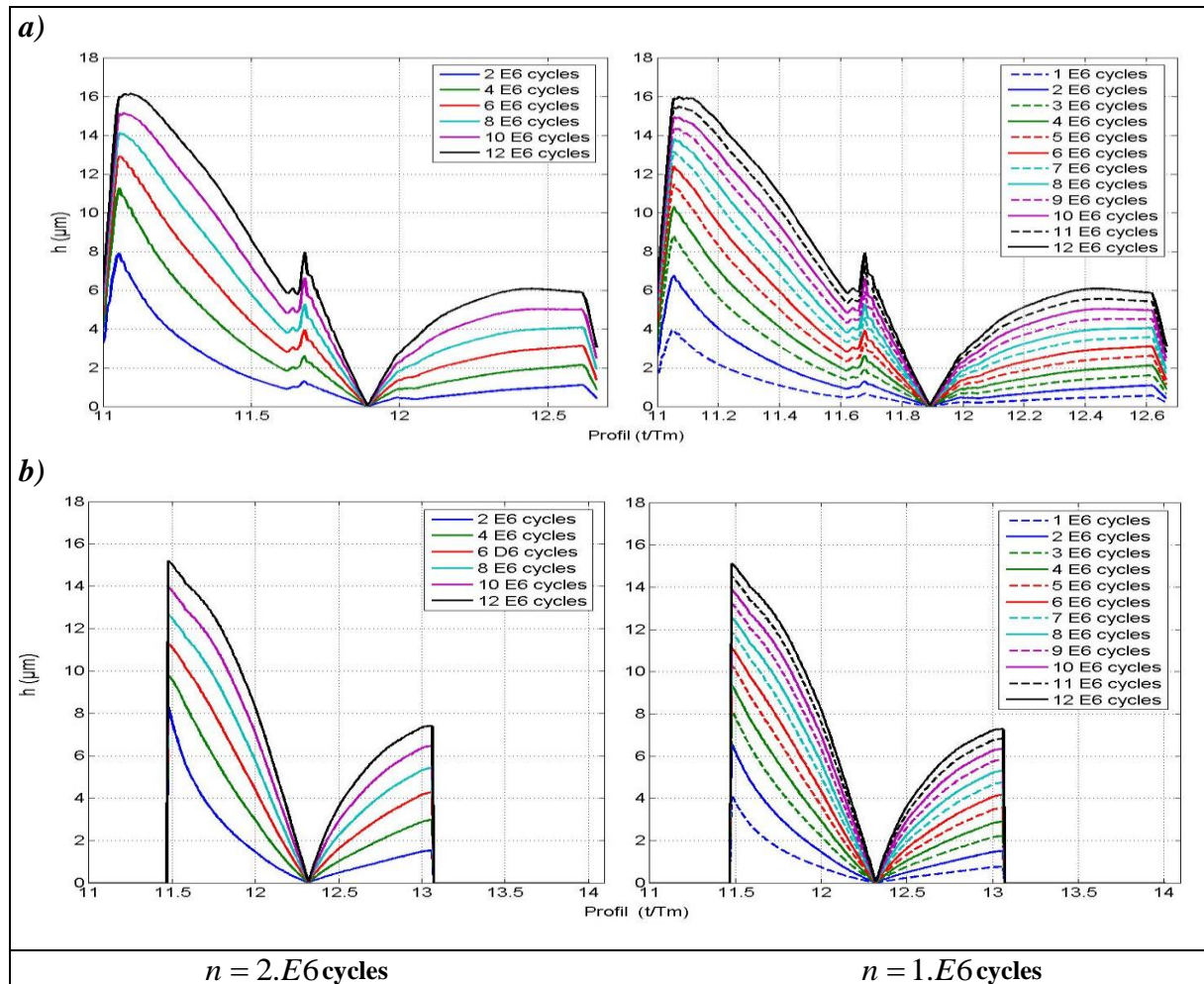


Figure (I.3.6) : Influence de corrections sur la distribution d'usure sur les dentures des engrenages  
a) : Engrenages droits ; b) : Engrenages hélicoïdaux

D'un point de vue technique, le nombre de cycles  $n$  pendant lequel l'influence des variations de géométrie peut être négligée sur le calcul du chargement sur les dentures joue un rôle important dans le processus de résolution. Il convient donc de s'assurer que les usures ne sont pas dépendantes de ce paramètre et que cette hypothèse simplificatrice n'affecte pas la précision des résultats de manière sensible. La Figure (1.3.7) présente les profils d'usure obtenus pour un engrenage droit et un engrenage hélicoïdal en utilisant  $n=1.E6$  et  $2.E6$  cycles. Dans les deux cas d'étude, les usures sont identiques pour des nombres de cycles identiques et il est donc légitime de penser que ce procédé de calcul n'affecte pas la précision de calcul (tout en réduisant considérablement les temps de calcul). D'un point de vue physique, on constate que les incréments d'usure pour un même nombre de cycles se réduisent avec le temps sans toutefois atteindre de régime établi où l'usure cesserait.



**Figure (I.3.7) : Influence de  $n$  sur l'évolution de l'usure sur le flanc du pignon.**  
**a) Engrenages droits   b) Engrenages hélicoïdaux**

Les résultats sur la Figure (I.3.8) représentent les faciès d'usure sur les surfaces des dents (par opposition aux résultats précédents qui étaient limités aux variations de géométrie sur les profils). On note une dissymétrie selon la largeur due à des concentrations de charge près d'un bord ; concentration qui a tendance à se réduire avec le nombre de cycles. Ce constat souligne l'apport éventuellement bénéfique de l'usure abrasive douce qui peut, dans une certaine mesure, être assimilée à du rodage.



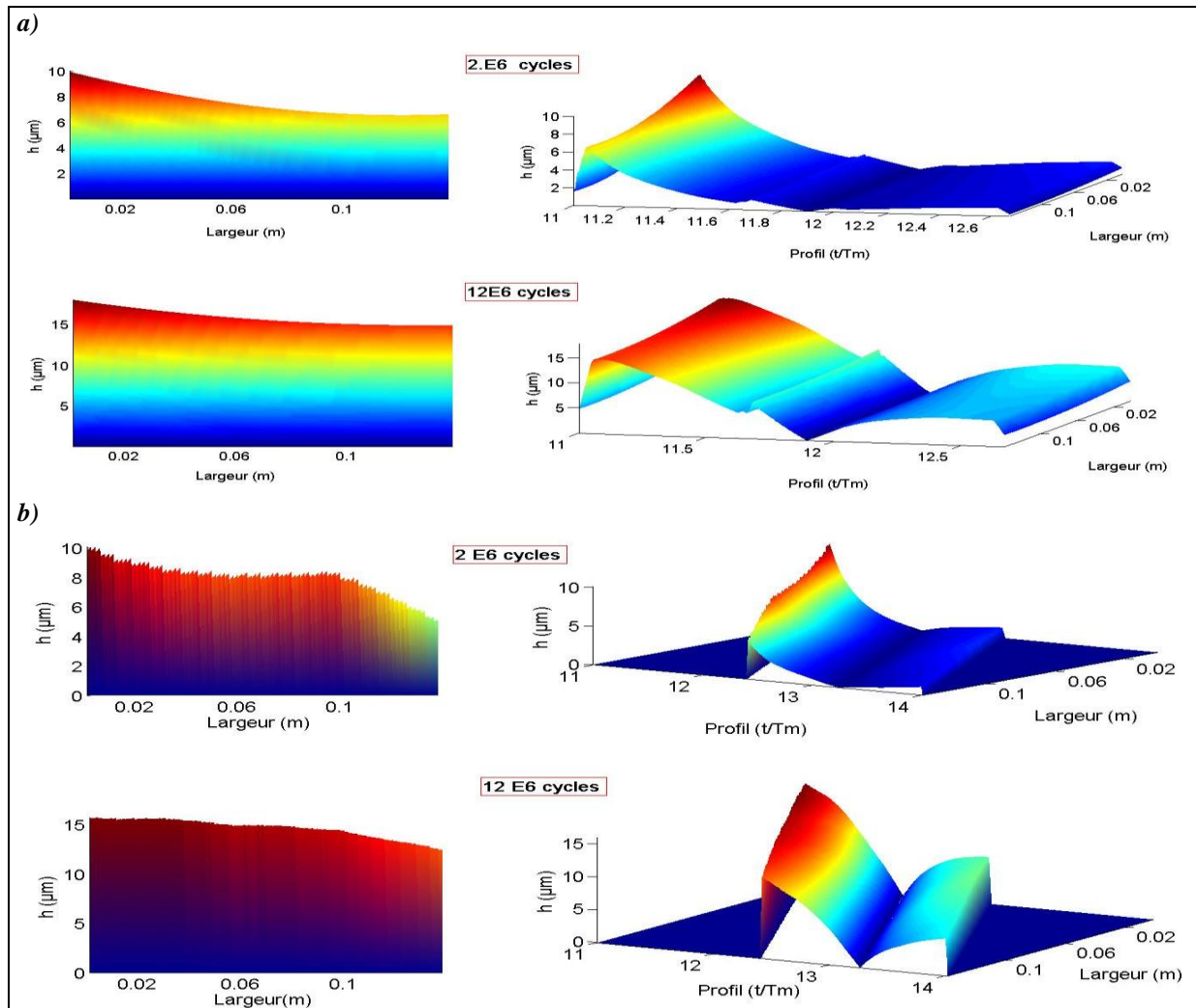


Figure (I.3.8) : Distribution d'usure sur les dents des engrenages droits et hélicoïdaux après 2.E6 et 12.E6 cycles,  $n = 2.E6$  cycles. a) Engrenages droits ; b) Engrenages hélicoïdaux

### 3.2. Influence de l'usure sur la charge quasi-statique :

La connaissance du chargement sur les dents est nécessaire pour toute analyse de durée de vie et/ou d'apparitions d'avarie. Suite aux évolutions de forme engendrées par l'usure progressive des flancs de denture, les distributions de charge sont modifiées comme illustré sur la Figure (I.3.9) pour des engrenages droits et hélicoïdaux. Pour l'exemple traité, le chargement sur les dents droites a tendance à devenir dissymétrique entre l'engagement et de déengagement ; on note que dans la partie centrale où il y a une seule dent en prise, le chargement est peu affecté. Pour ce qui concerne la denture hélicoïdale, la charge se concentre au voisinage de primitif à mesure que l'usure augmente ce qui peut favoriser l'apparition de pitting au voisinage du primitif comme souligné par Dudley [45]. La Figure (I.3.10) illustre ces mêmes tendances en ne considérant que les variations selon le profil (ou le temps).

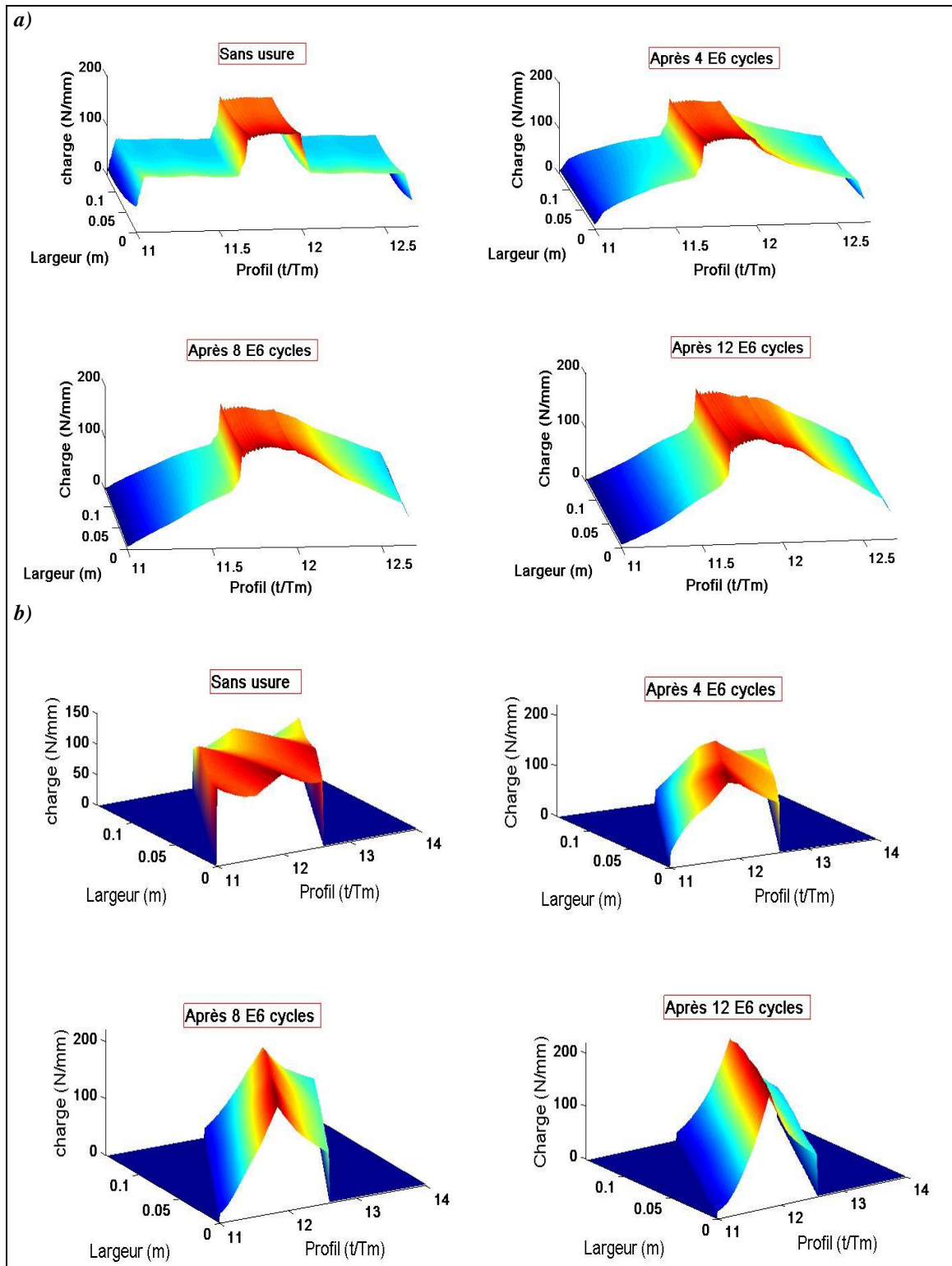


Figure (I.3.9) : Influence de l'incrément d'usure sur la distribution de la charge sur une denture  
 a) Engrenages droits ; b) Engrenage hélicoïdaux

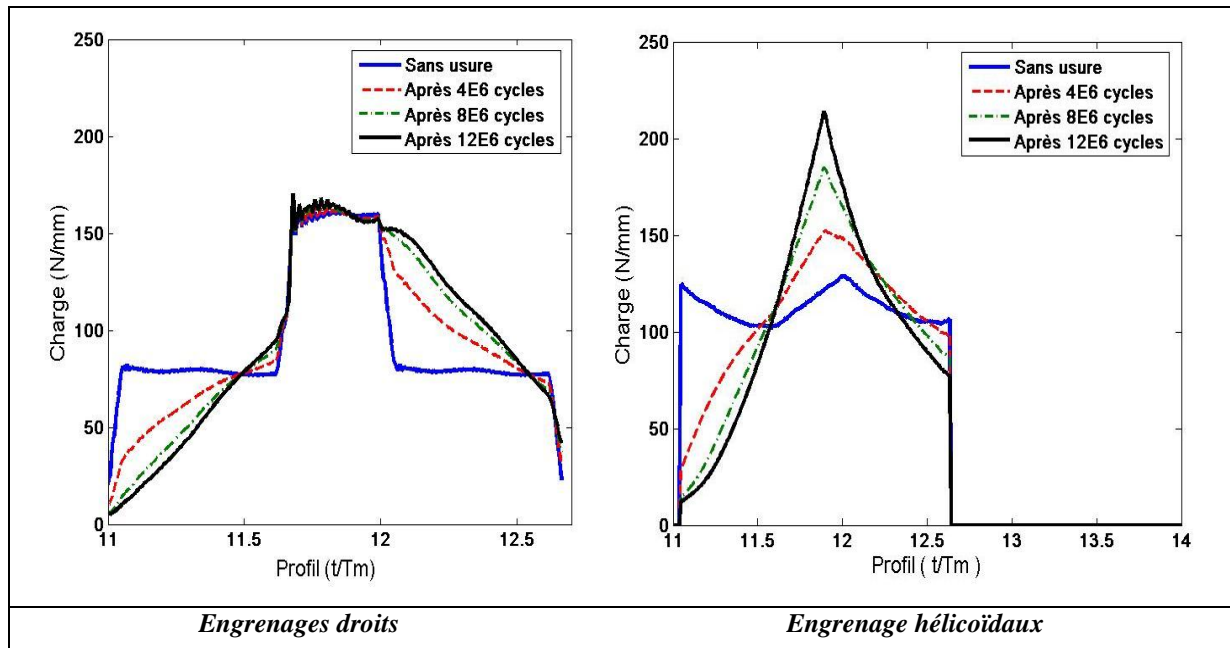


Figure (I.3.10) : Evolution de la distribution de charge sur le profil d'une denture avec l'incrément d'usure.

### 3.3. Influence de l'usure sur les erreurs de transmission :

L'erreur de transmission caractérise l'écart de la position de la roue menée, pour une position donnée du pignon, par rapport à la position qu'elle devrait occuper si les engrenages étaient rigides et indéformables. Dans notre étude, l'erreur de transmission est définie par l'extrapolation de la pratique expérimentale en introduisant des codeurs fictifs en certains nœuds du modèle comme représenté schématiquement sur la Figure (I.3.11). En introduisant les degrés de liberté de torsion et les rotations de corps rigides, on montre que l'erreur de transmission rapportée sur le plan d'action s'exprime sous la forme :

$$ET = R_{b1}\theta_I + R_{b2}\theta_{II} + ETSC \quad (I.3.1)$$

Avec :

$\theta_I, \theta_{II}$  : perturbations torsionnelles par rapport aux rotations de corps rigide (DDL) au nœud I sur l'arbre du pignon et au nœud II sur l'arbre de la roue respectivement ( $\theta_I = \theta_1$  et  $\theta_{II} = \theta_2$  en cas du modèle torsionnel à 1DDL, (Annexe 2).

$ETSC$  : erreur de transmission sans charge, cette erreur intègre l'influence des écarts géométriques des dentures ou arbre (erreurs de pas, excentricités, montage, correction de profil. etc.). Ajoutons également que les écarts de forme, qui résultent de l'usure, participent également à cette erreur.

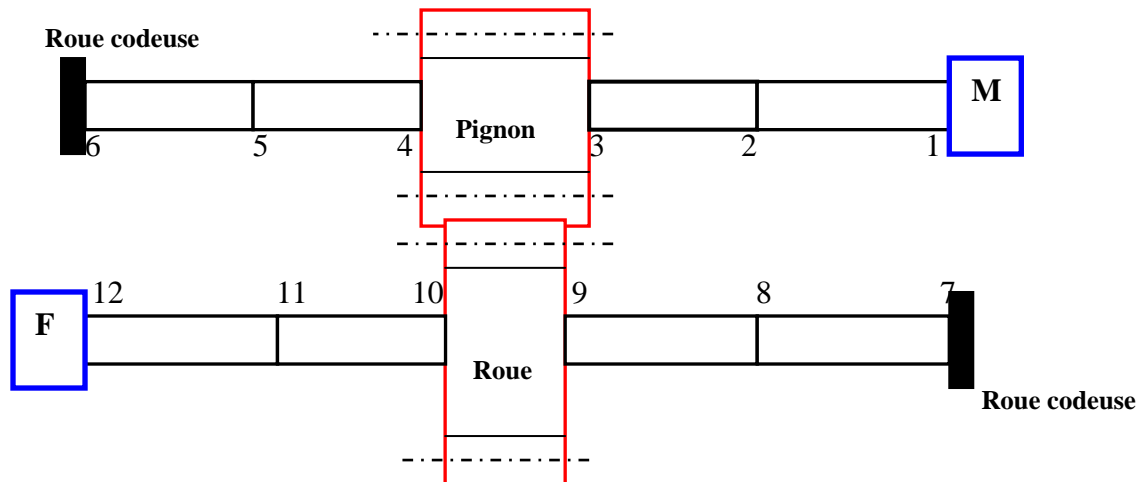


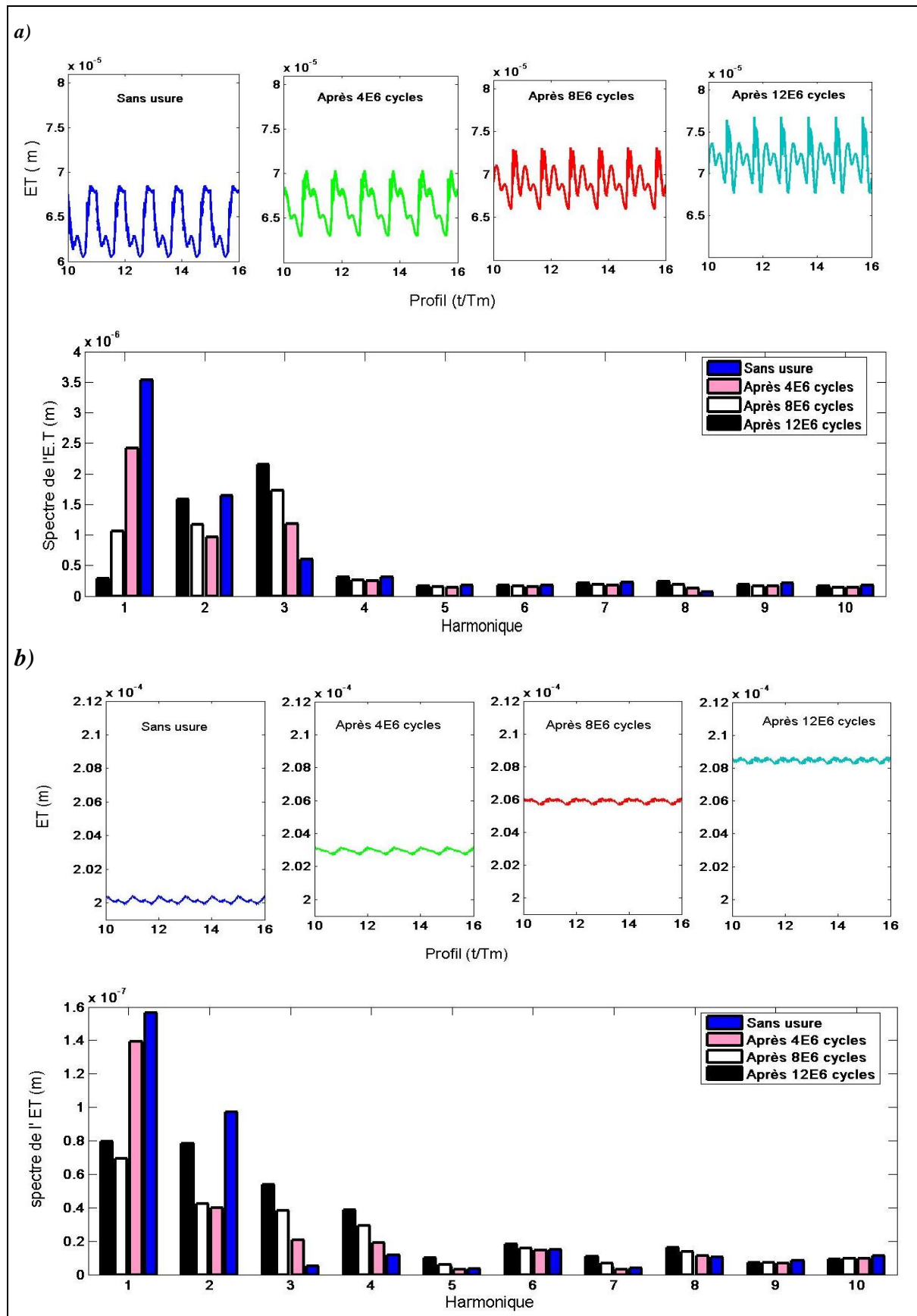
Figure (I.3.11) : Position des roues codeuses pour déterminer les erreurs de transmission.

L'influence de l'incrément d'usure sur l'erreur de transmission quasi-statique sous charge et sur son spectre pour des engrenages droits et hélicoïdaux est analysée dans la Figure (I.3.12).

Deux constatations principales ressortent de ces résultats :

- La valeur moyenne de  $ET$  quasi-statique augmente légèrement avec l'usure suite à la contribution croissante de l'erreur de transmission sans charge (erreurs de géométrie),
- Le contenu spectral de  $ET$ , traditionnellement associé aux niveaux de vibration et de bruit d'une transmission par engrenages, apparaît comme très sensible à l'usure. En fonction du nombre de cycles, les amplitudes associées à la fréquence d'engrènement et à ses harmoniques fluctuent. Ainsi, pour ces dentures non corrigées, la fondamentale d'engrènement domine avant usure puis elle est progressivement concurrencée par les harmoniques d'ordres supérieurs à mesure que l'usure devient plus marquée. Les contenus fréquentiels des réponses dynamiques évoluent donc avec le temps et les principaux pics de réponse peuvent également glisser en fonction de l'harmonique dominante dans le spectre d'excitation. En fonction du niveau d'usure de la transmission, on peut, selon toute vraisemblance, s'attendre à des comportements vibratoire et acoustique différents.





### 3.4. Influence de la position de moteur et de frein sur la distribution d'usure :

Le modèle dynamique utilisé permet également de positionner les entrées et sorties de puissance en différents points (nœuds du maillage) de la transmission et d'en analyser les conséquences en termes de chargement sur la denture (ce point ne peut pas être abordé par la très large majorité des modèles simplifiés de la littérature). L'étude ci-dessous a été réalisée pour un fonctionnement quasi-statique en envisageant les quatre configurations possibles référencées de la manière suivante:  $N_1/N_2$  où  $N_1$  est le numéro de nœud où s'applique le couple moteur et  $N_2$  celui correspondant au couple résistant (voir la Figure (I.3.11)). La Figure (I.3.13) montre la distribution d'usure calculée selon la largeur du pignon pour différentes positions du moteur et du frein.

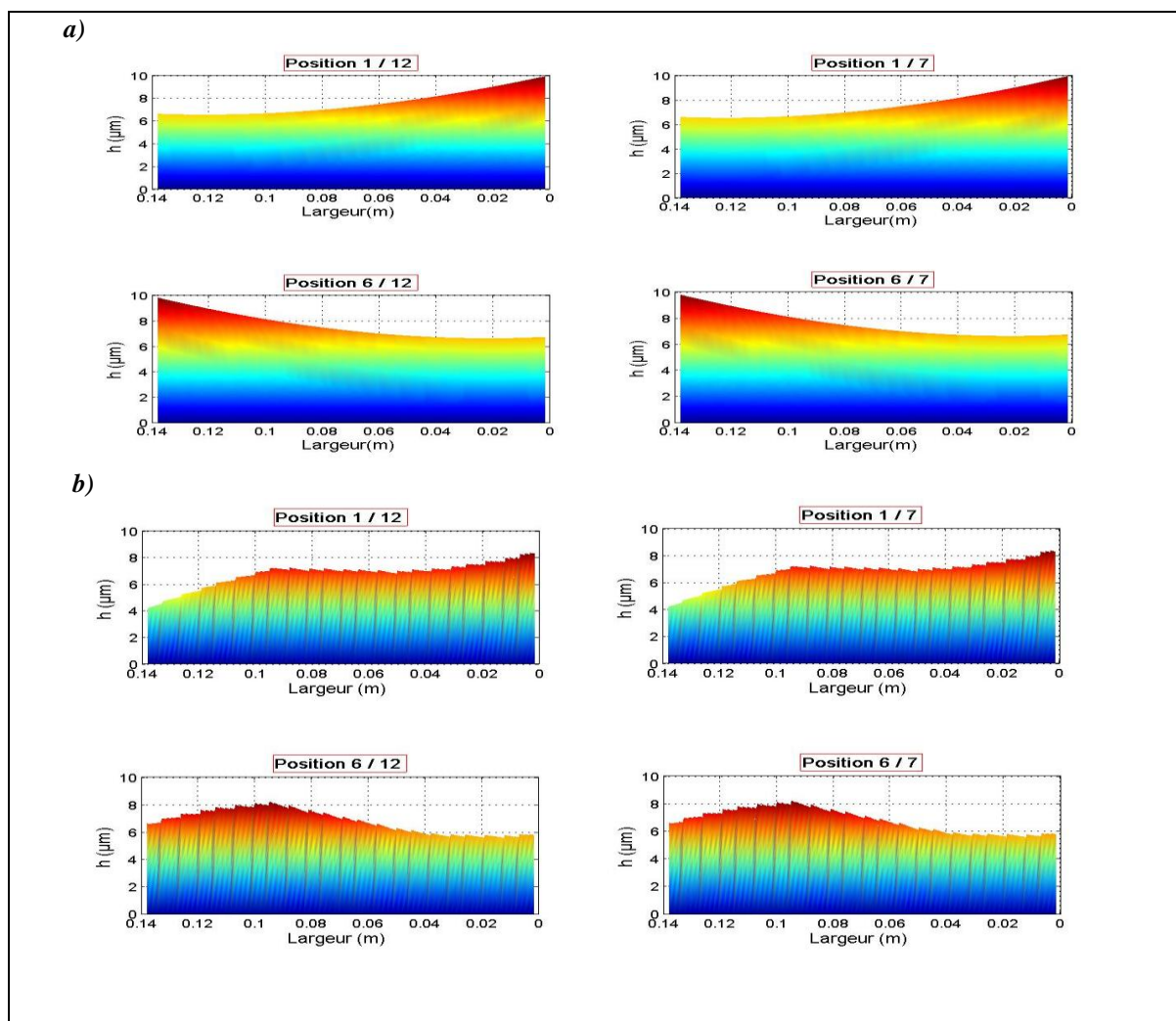


Figure (I.3.13): Distribution d'usure selon la largeur du pignon pour différentes position du moteur et du frein.

a) Engrenages droits ; b) Engrenage hélicoïdaux

Dans cet exemple, la rigidité du corps de roue est significativement plus élevée que celle du pignon (la roue est massive et de grande dimension, le rapport de réduction étant élevé) et les distributions d'usure sont uniquement contrôlées par la position du moteur. De façon générale, l'usure maximale se localise du côté de l'entrée de puissance et la circulation de puissance apparaît effectivement comme un paramètre influent sur la localisation et l'évolution de l'usure sur les dentures larges.

### 3.5. Usure et écarts d'alignement :

Les désalignements, qui caractérisent le non-parallélisme des axes supportant les engrenages, sont définis par deux angles (*Annexe I*) : angle de déviation et angle d'inclinaison. Ces défauts sont reconnus comme particulièrement critiques vis-à-vis du comportement dynamique des engrenages et conduisent généralement à des accroissements de niveaux vibratoires, Umezawa et al. [160]. Pour les géométries usuelles, l'angle de pression apparent  $\alpha_i$  est inférieur à 45 degrés et, par conséquent, l'écart normal à la denture induit par une déviation est plus important que celui causé par une inclinaison de même valeur.

Le but de ce paragraphe est d'étudier l'influence des écarts de déviation sur la distribution d'usure et ses conséquences sur la distribution de charge et les erreurs de transmission quasi-statiques (l'angle de pression pour notre exemple est de  $20^\circ$ ). Dans cette optique, une déviation de  $10^{-4}$  rad est imposée sur l'arbre du pignon (cette valeur, rapportée sur le plan d'action, correspond sensiblement à un écart linéaire d'amplitude maximale de  $14\mu\text{m}$ ). La Figure (I.3.14) montre l'influence de cette déviation sur la distribution d'usure qui se caractérise par une dissymétrie prononcée selon la largeur de denture.

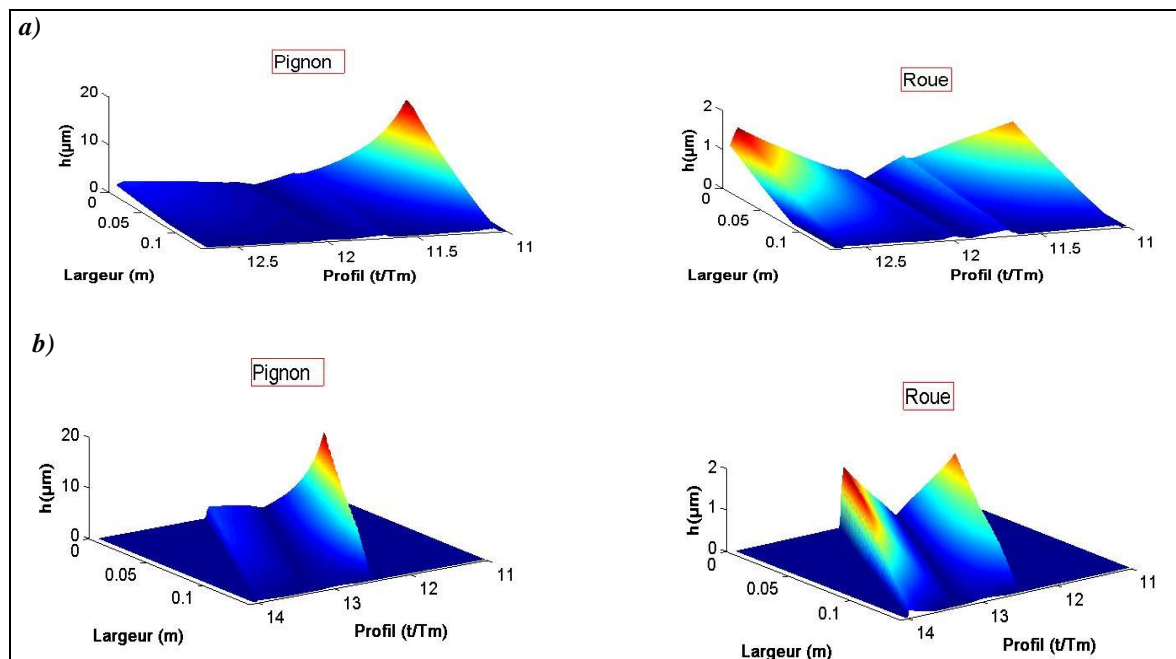
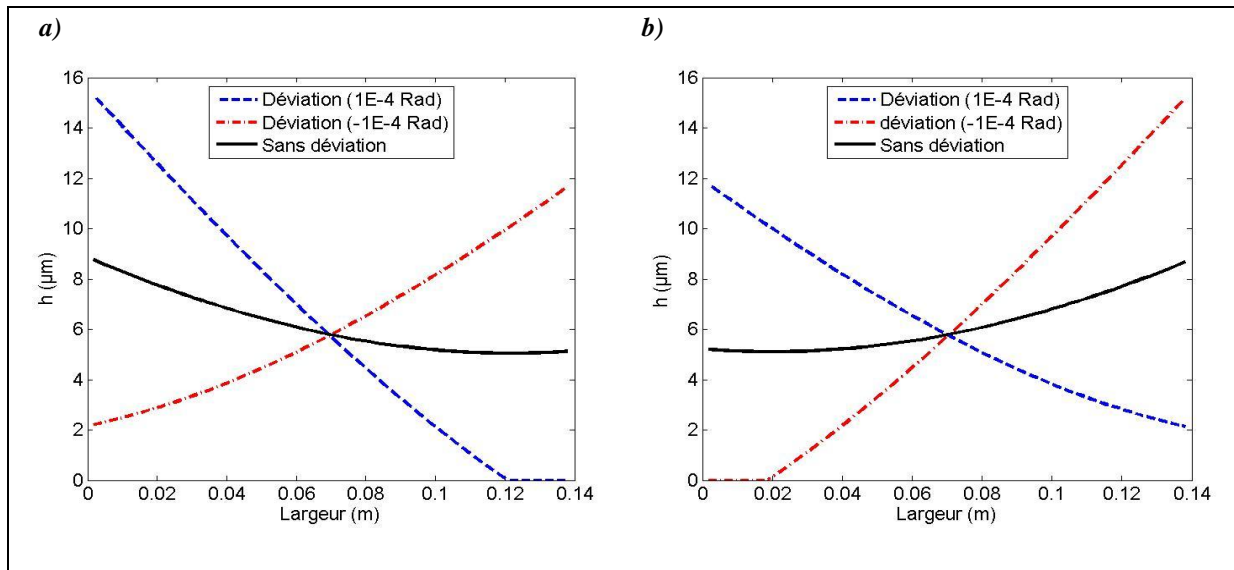


Figure (I.3.14) : Influence d'une déviation sur la distribution d'usure,  $n = 2.E6$  cycles,  $N1/N2=1/12$ , déviation de  $10^{-4}$  Rad

a) Engrenages droits ; b) Engrenages hélicoïdaux

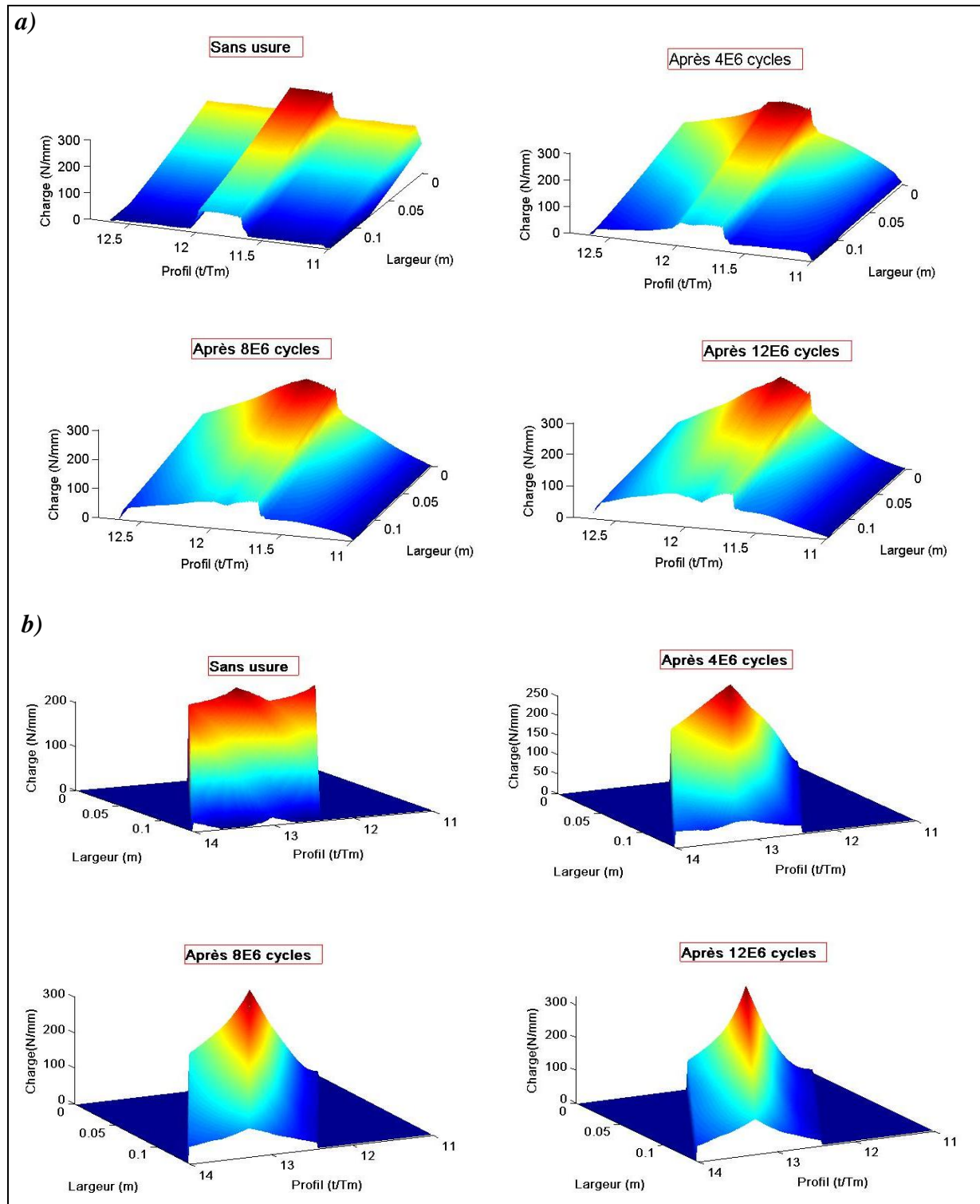
Un changement de signe sur la déviation conduit à une nappes de distribution d'usure notablement différente avec une usure concentrée sur l'autre bord de la denture. Cet effet lié au signe du défaut se combine avec la circulation de puissance qui module les surcharges, Figure (I.3.15).



**Figure (I.3.15) : Influence du signe de la déviation sur la distribution d'usure après  $2 \cdot E6$  cycles sur la denture du pignon droit pour deux positions du moteur et du frein :**

$$a : N_1/N_2 = 1/12 ; \quad b : N_1/N_2 = 6/12.$$

Les distributions de charge statique correspondantes sont portées sur les Figures (I.3.16) et (I.3.17). Dans le cas des engrenages droits, Figure (I.3.16- a) et Figure (I.3.17-a), le chargement est très dissymétrique et on observe une concentration de charge sur un bord pour une extrémité opposée pratiquement entièrement déchargée. A mesure que l'usure augmente, la situation s'améliore quelque peu dans la zone où deux paires de dents sont en contact et un réalignement partiel est remarqué. Cette tendance n'apparaît pas dans la zone où une seule dent est en contact (au voisinage de point primitif) qui présente une usure minimale insuffisante à compenser l'effet de désalignement. Le même résultat est obtenu pour les engrenages hélicoïdaux, Figure (I.3.16-b) et Figure (I.3.17-b), pour lesquels l'usure rétablit une répartition de charge plus équilibrée, même si la partie centrale de la denture présente une concentration de charge plus élevée sur un bord. Dans ces conditions, il est possible d'estimer que l'usure joue ici rôle positif, analogue dans une certaine mesure à celui joué par des corrections longitudinales, en permettant de rétablir des portées uniformes sur certaines parties des flancs de denture.



**Figure (I.3.16) : Influence de l'incrément d'usure sur la distribution de charge quasi-statique sur les dentures des engrenages désalignés. Déviation de  $10^{-4}$  Rad.**  
**a) Engrenages Droits   b) Engrenages Hélicoïdaux**



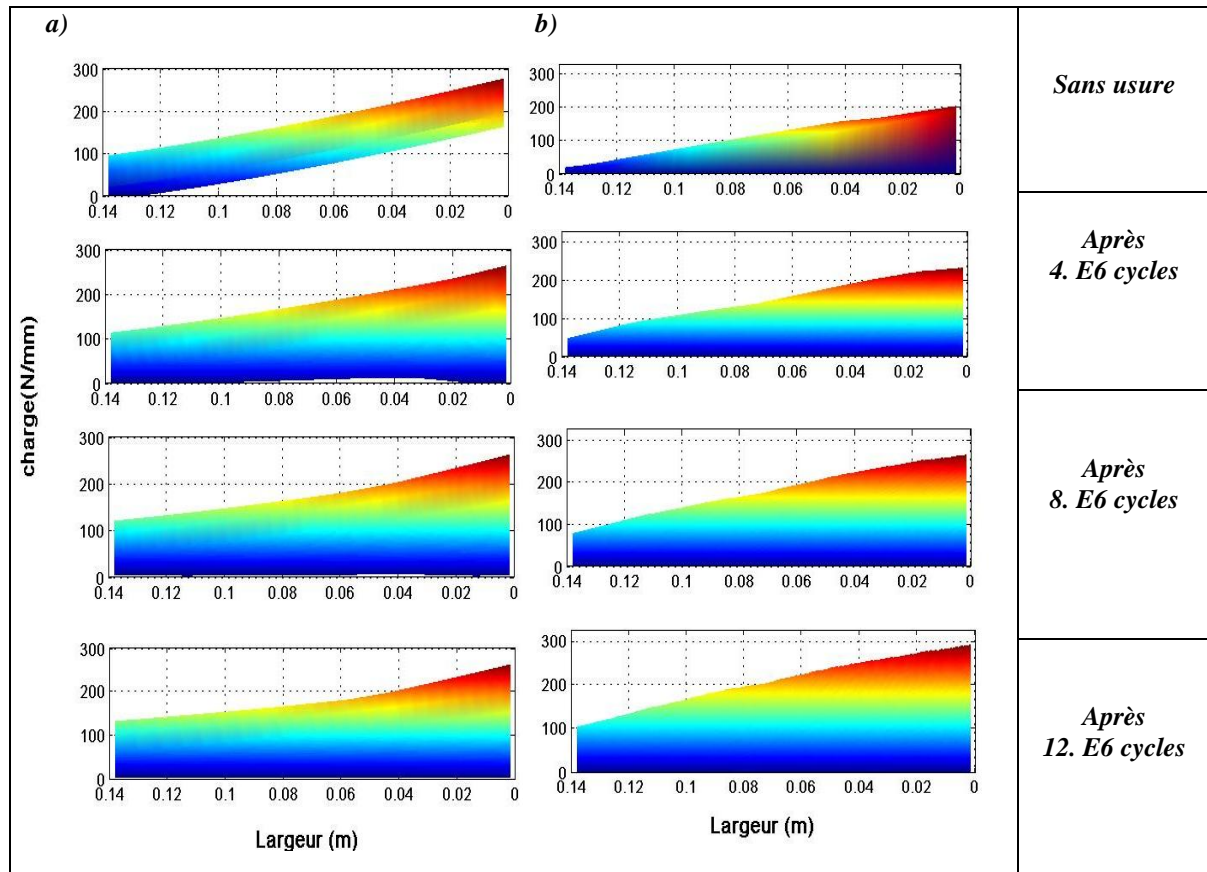


Figure (I.3.17) : Influence de l'incrément d'usure sur la distribution de charge quasi-statique selon la largeur des dents des engrenages désalignés. Déviation de  $10^{-4}$  Rad.  
 a) Engrenages Droits b) Engrenages Hélicoïdaux

En ce qui concerne l'erreur de transmission quasi-statique sous charge ( $ET$ ), Figure (I.3.18), les résultats indiquent une sensibilité différente selon que l'on considère des engrenages droits ou hélicoïdaux. Pour des engrenages droits, Figure (I.3.18-a), une déviation (de  $10^{-4}$  Rad) n'a qu'une influence très limitée sur les amplitudes du spectre de l'erreur de transmission ( $ET$ ) tandis que des engrenages hélicoïdaux, Figure (I.3.18-b), apparaissent comme beaucoup plus sensibles. On constate ainsi que :

- l'erreur de transmission sous charge ne semble pas être un indicateur particulièrement sensible de défaut d'alignement dans le cas d'engrenages droits avec ou sans usure.
- pour des engrenages hélicoïdaux, la situation est tout à fait différente et l'erreur de transmission sous charge peu être considérée comme un indicateur pertinent pour les désalignements et l'usure induite.

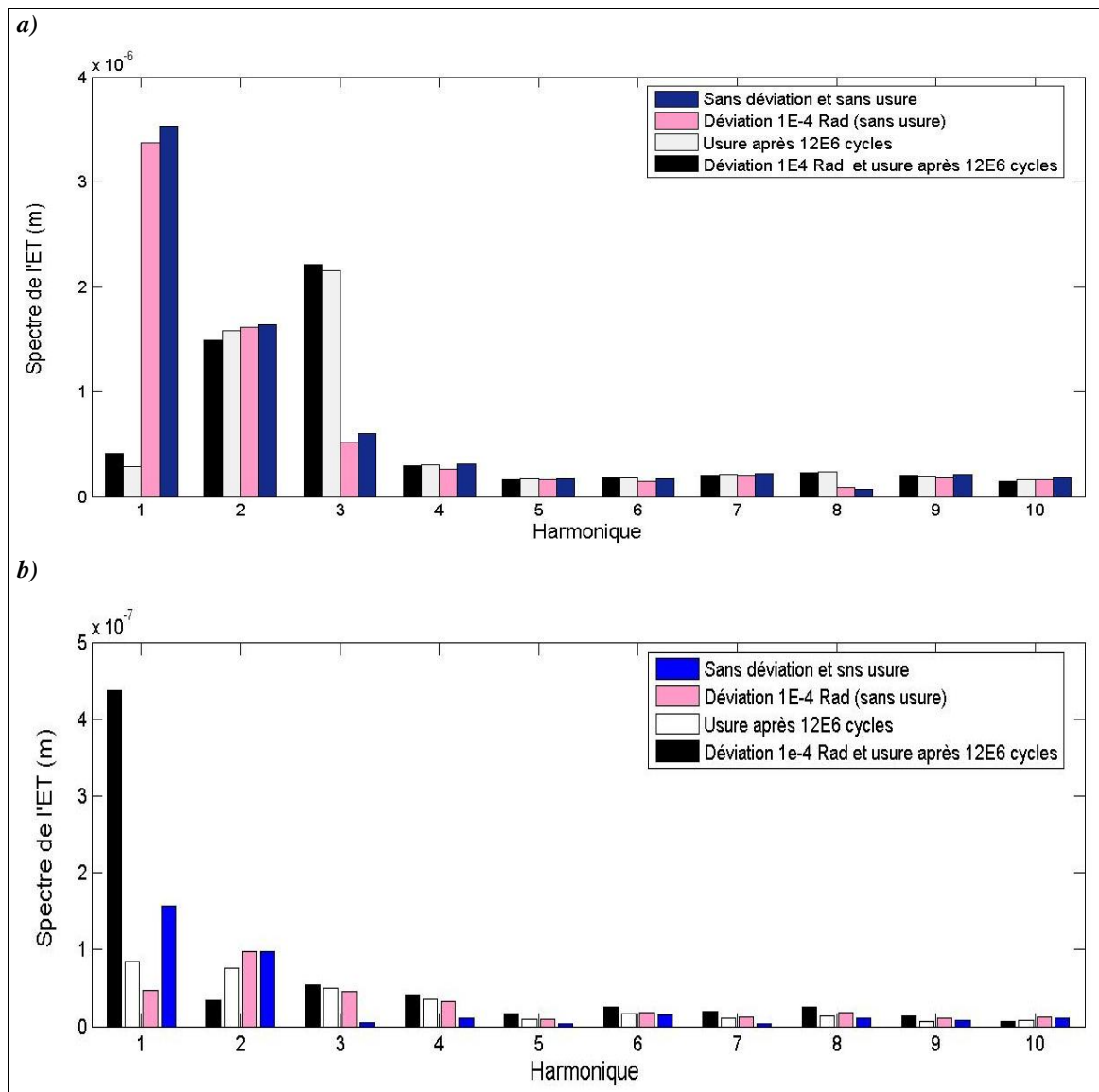


Figure (I.3.18) : Influence de l'usure combinée à une déviation (de  $10^{-4}$  Rad) sur le spectre de l'erreur de transmission (ET) quasi-statique sous charge.

a) Engrenage Droits, b) Engrenages Hélicoïdaux.

#### 4. Résultats dynamiques :

Dans ce paragraphe, les possibilités d'interactions entre usure et comportement dynamique d'engrenage sont abordées. L'influence de la réponse dynamique sur l'usure est tout d'abord considérée puis l'analyse du rôle de l'usure sur l'état vibratoire conclut ce chapitre.

##### 4.1. Influence de la réponse dynamique sur l'usure :

Les distributions d'usure et ses variations au cours du temps pour des engrenages droits et hélicoïdaux à différentes vitesses de rotation sont portées sur la Figure (I.3.19).

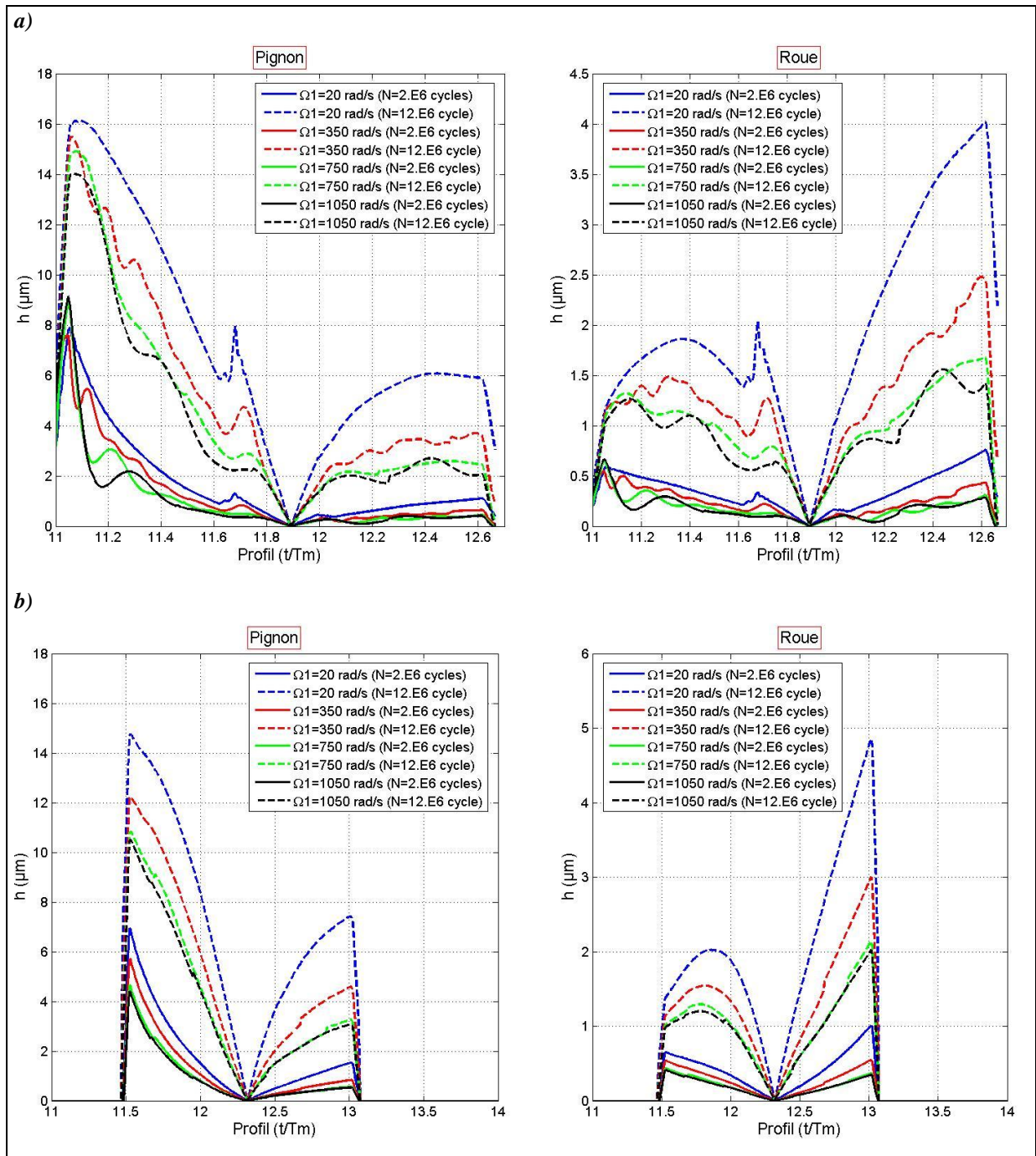


Figure (I.3.19) : Influence de réponse dynamique sur la distribution de l'usure sur le profil des dents des engrenages

a) Engrenages Droits

b) Engrenages hélicoïdaux

Nous pouvons constater que les distributions et les amplitudes d'usure changent fortement en fonction de la vitesse de rotation. La profondeur d'usure résultant des conditions quasi-statiques ( $\Omega_1=20$  rad/s) est plus élevée que celles obtenues à plus hautes vitesses. L'accroissement de la vitesse de rotation conduit à deux phénomènes différents qui, tous deux, influent sur le processus d'usure :



- a) Les conditions de lubrification s'améliorent avec la génération de films lubrifiants plus épais susceptibles de séparer davantage les surfaces en contact et, par là, de réduire le coefficient d'usure. Ce phénomène est clairement illustré sur la Figure (I.3.20) ci-dessous.
- b) Dans une moindre mesure, les conditions de chargement dynamiques sont différentes de celles relevées en fonctionnement à faibles vitesses avec des pics de charges qui se déphasent quelque peu par rapport aux zones de forts glissements.

L'usure apparaît donc comme un phénomène dynamique dont les évolutions sont liées au régime de fonctionnement et qui, par exemple, ne varie pas linéairement avec la vitesse de rotation.

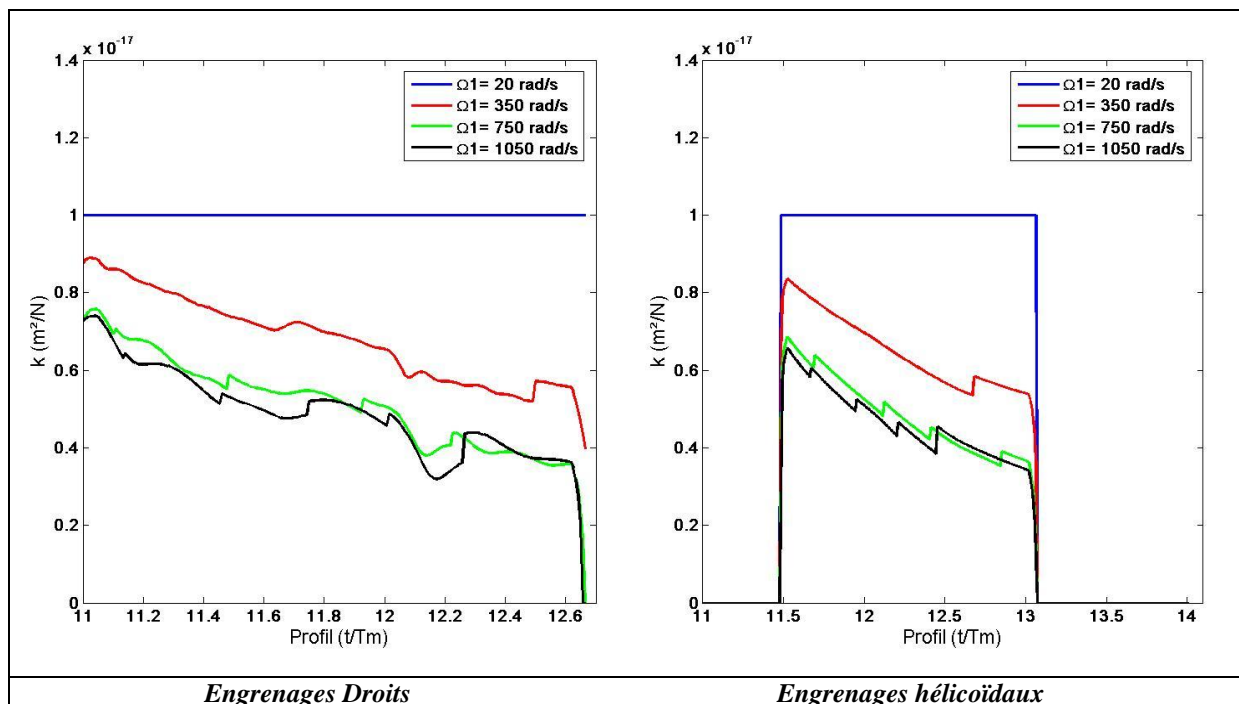


Figure (I.3.20) : Influence des vitesses de rotation sur le coefficient d'usure local aux points de contact localisés sur le profil de dentures des engrenages non usés.

Les conséquences en termes de chargement sur les flancs de dentures sont illustrées sur la Figure (I.3.21). Les principaux constats sont :

- Dans le cas des engrenages hélicoïdaux, l'usure tend à augmenter et concentrer le chargement au voisinage de point primitif (une seule dent en contact). Cet effet est légèrement atténué lorsque la vitesse de rotation augmente.
- Dans le cas des engrenages droits, les évolutions de charge sont plus complexes mais d'une façon générale, la zone d'engagement est moins sollicitée que pour des dents sans usure et le chargement, là aussi, se concentre au voisinage du primitif.

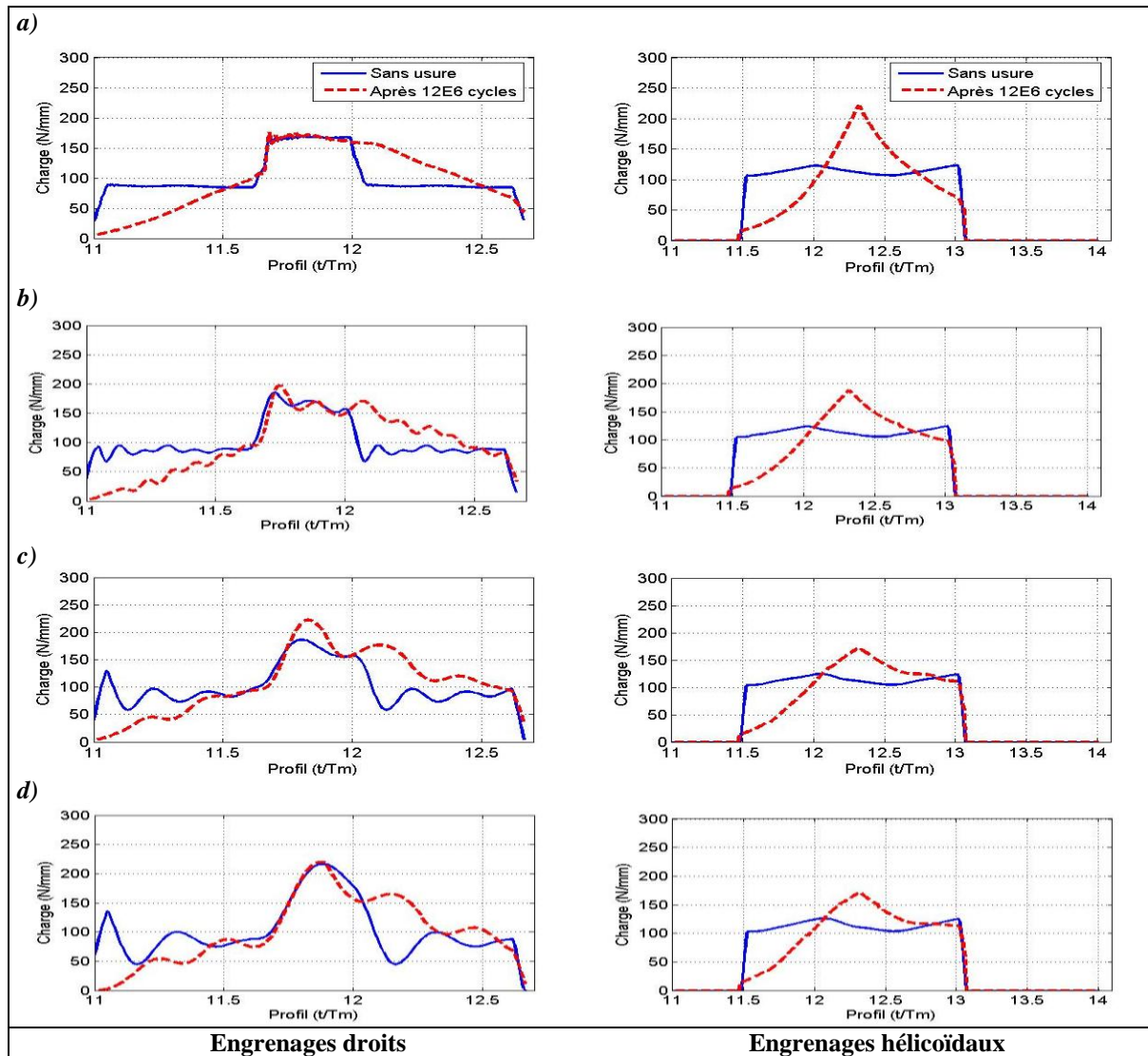


Figure (II.3.21) : Influence de l'usure calculée dans des conditions quasi-statiques et dynamiques après 12E6 cycles sur le chargement à la denture.

a)  $\Omega_1 = 20 \text{ rad/s}$ , b)  $\Omega_1 = 350 \text{ rad/s}$ , c)  $\Omega_1 = 750 \text{ rad/s}$ , d)  $\Omega_1 = 1050 \text{ rad/s}$ .

#### 4.2. Influence de l'usure sur le comportement dynamique :

L'étude paramétrique qui suit porter principalement sur le coefficient dynamique maximal ( $R_{\max}$ ) défini comme le rapport entre l'effort instantané maximum sur l'engrènement et l'effort statique sur ce même engrènement :

$$R_{\max} = \max \left[ \frac{f(t)}{F_s} \right] \quad (\text{I.3.2})$$

Avec :

$R_{\max}$  : coefficient dynamique maximal.

$f(t)$  : effort dynamique global.

$F_s$  : charge statique globale.

#### 4.2.1. Influence de l'incrément d'usure :

Les résultats obtenus pour des engrenages droits et hélicoïdaux sont portés sur la Figure (I.3.22) et la Figure (I.3.23). Deux conditions sont considérées :

- 1) l'usure, introduite comme des distributions d'écart de forme, est déterminée dans des conditions quasi-statiques (Figure (I.3.22)).
- 2) l'usure est déterminée dans des conditions dynamiques (Figure (I.3.23)).

La courbe d'évolution du coefficient dynamique maximal sans usure, dans les deux cas, est considérée comme la référence. Nous pouvons observer que :

##### Pour des engrenages droits :

Condition (1) : le coefficient dynamique maximal est profondément modifié en termes d'amplitude et de forme. Les amplitudes du chargement dynamique se réduisent généralement avec une usure croissante. On note également un léger déplacement des positions des vitesses critiques de denture vers les plus basses fréquences.

Condition (2) : les fréquences critiques de dentures et les amplitudes associées sont différentes par rapport au cas précédent (voit Figure (I.3.19)) mais l'amélioration du comportement dynamique avec une usure croissante est confirmée.

##### En cas des engrenages hélicoïdaux :

Condition (1) : les résultats sont plus contrastés en fonction de l'amplitude de l'usure et de la plage de vitesses considérée. Une usure faible semble favorable tandis qu'une évolution plus sévère va conduire à des charges dynamiques plus élevées pour des vitesses sous critiques.

Condition (2) : les différences de comportement sont beaucoup moins marquées que celles relevées pour les engrenages droits. Ceci s'explique vraisemblablement par la relative faiblesse des excitations d'engrènement pour des dentures hélicoïdales.

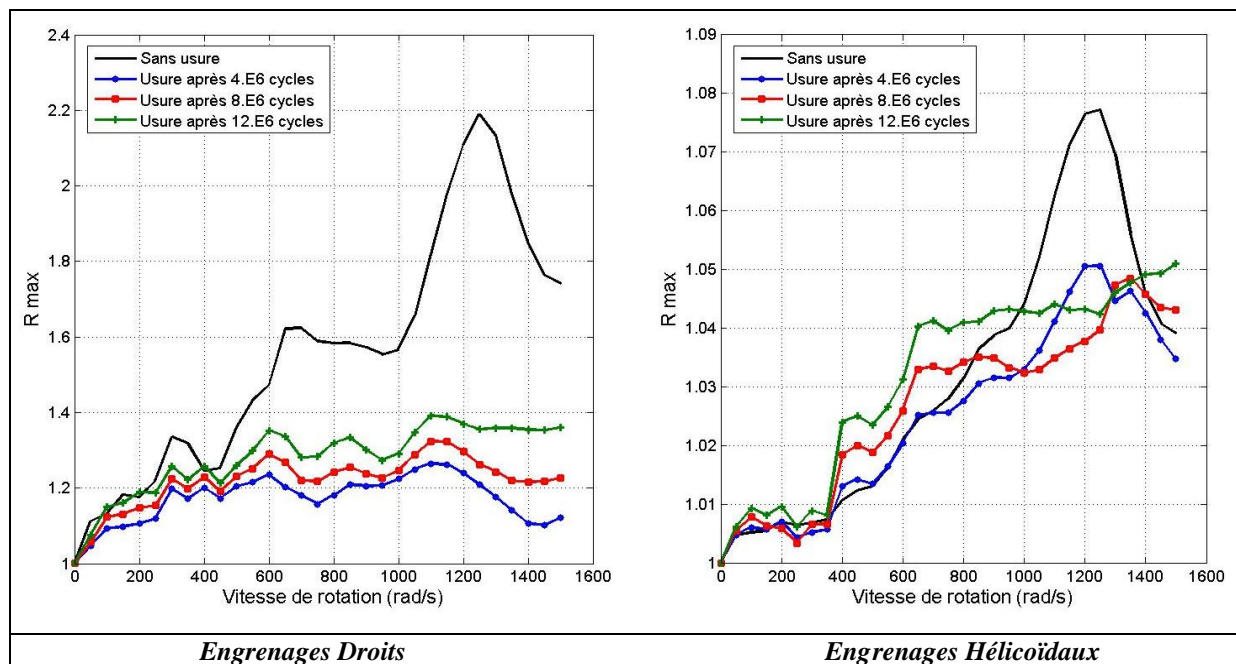


Figure (I.3.22) : Influence de l'usure calculée sous condition quasi-statiques ( $\Omega_1=20$  rad/s) sur le coefficient dynamique maximal en fonction de la vitesse de rotation du pignon.

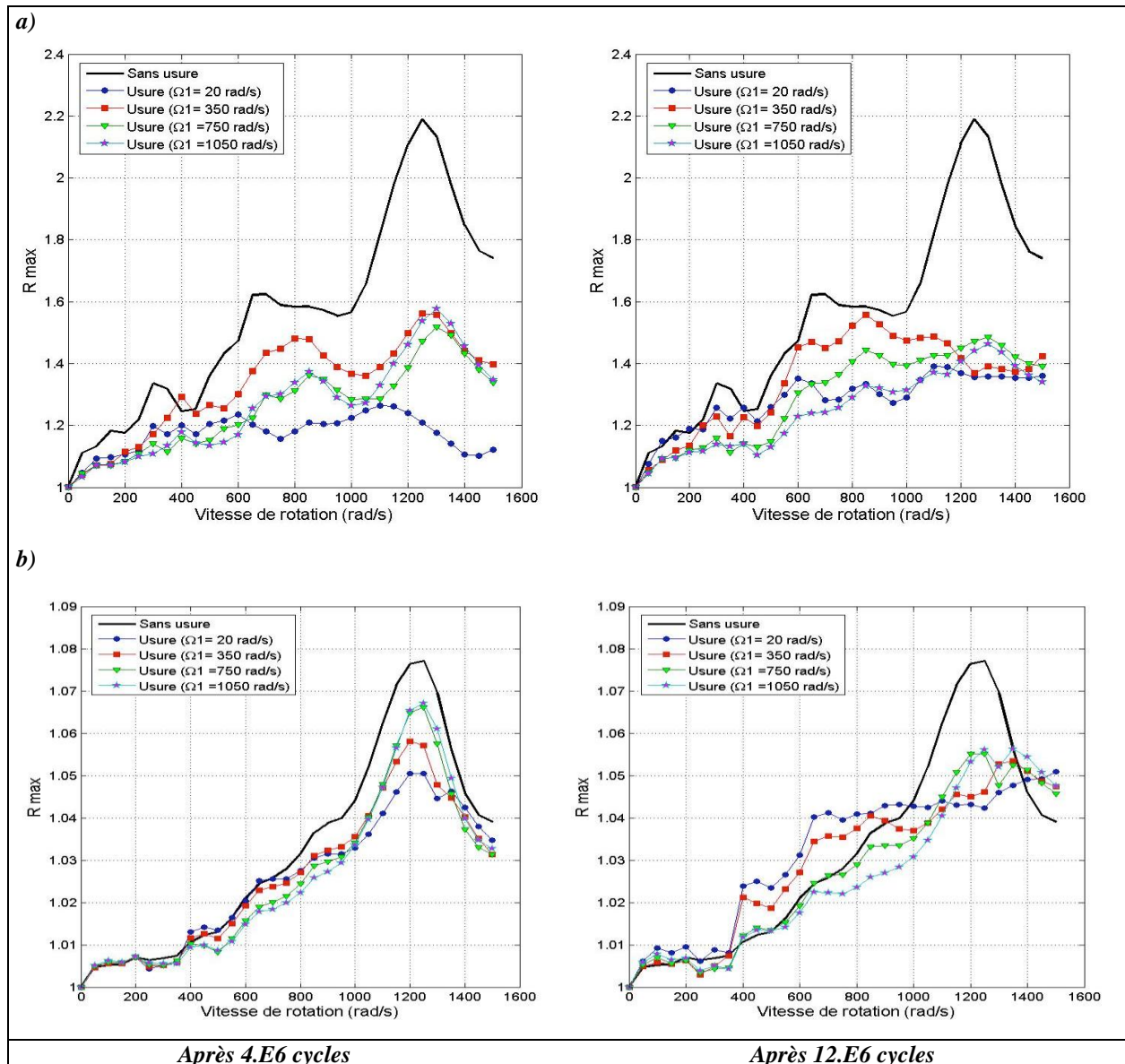


Figure (I.3.23) : Comparaison entre l'influence de l'usure calculée sous condition dynamique sur le coefficient dynamique maximal en fonction de la vitesse de rotation du pignon.

a) Engrenages droits, b) engrenages hélicoïdaux.

#### 4.2.2. Influence des écarts d'alignements :

La Figure (I.3.24) illustre l'influence de l'usure accompagnée de désalignement (déviations de  $10^{-4}$  Rad sur l'arbre du pignon) sur le chargement dynamique. Dans ce cas également, les engrenages droits et hélicoïdaux se comportent de façons différentes :

Cas des engrenages droits (Figure (I.3.24-a)): L'usure accompagnée de désalignement tend à réduire les amplitudes du coefficient dynamique de manière analogue à ce qui a été trouvé pour des engrenages alignés.

Cas des engrenages hélicoïdaux (Figure (I.3.24-b)): Le coefficient dynamique maximal (ou chargement dynamique) est plus fortement affecté et augmente



sensiblement avec le nombre de cycles d'usure et la vitesse de rotation. D'une manière générale, les différences de comportement sont plus marquées aux vitesses de rotation élevées (au-delà de 400 rad/s) et l'usure combinée à un désalignement détériore le comportement dynamique de l'engrenage hélicoïdal. Ce comportement s'explique probablement par des portées sur les flancs actifs plus réduites et, par conséquent, a) une rigidité moyenne d'engrènement plus faible et b) un rapport de conduite éventuellement réduit par instant (ce phénomène est visible sur les nappes de distribution de chargement quasi-statique Figure (I.3.16)).

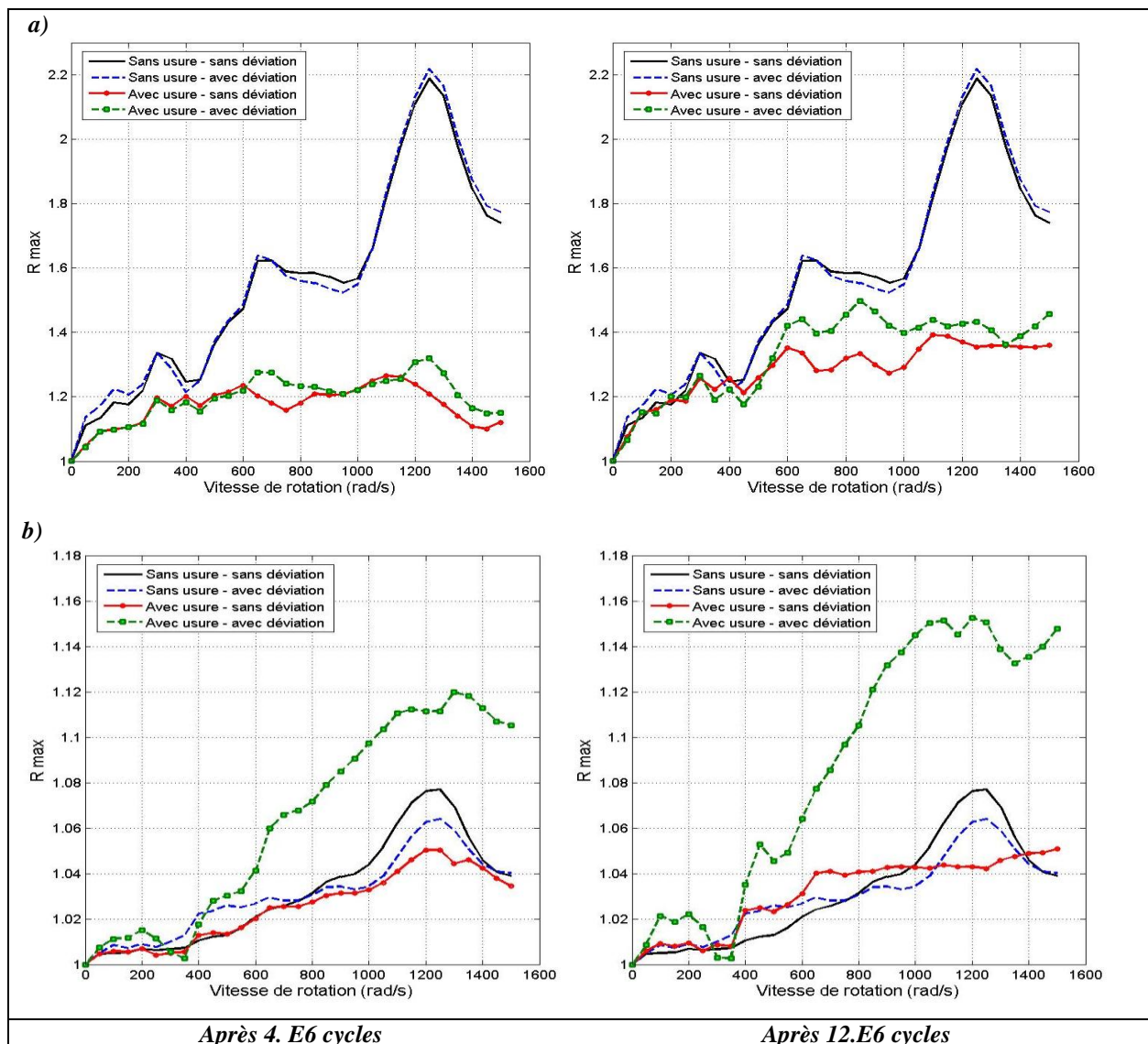


Figure (I.3.24) : Influence de l'usure accompagnée de désalignement sur le coefficient dynamique maximal en fonction de la vitesse de rotation du pignon.

a) Engrenages droits, b) engrenages hélicoïdaux.

#### 4.2.3. Influence de corrections de profil :

En ce qui concerne l'influence de corrections, Figure (I.3.25), une correction linéaire de profil de dentures ( $10\mu\text{m}$  au sommet du pignon et de la roue pour une longueur correspondant à 30% du profil actif) réduit considérablement les effets dynamiques, mais

l'usure apparaît toujours comme étant bénéfique et conduit à des amplifications de charges plus faibles. Là encore, la réponse dynamique dépend de la vitesse de rotation à laquelle l'usure est calculée. A ce titre, il faut noter que, dans le cas des engrenages droits particulièrement, l'usure peut être considérée comme une correction de profil et ainsi s'avérer bénéfique (pour des usures douces bien évidemment) pour le fonctionnement de l'engrenage.

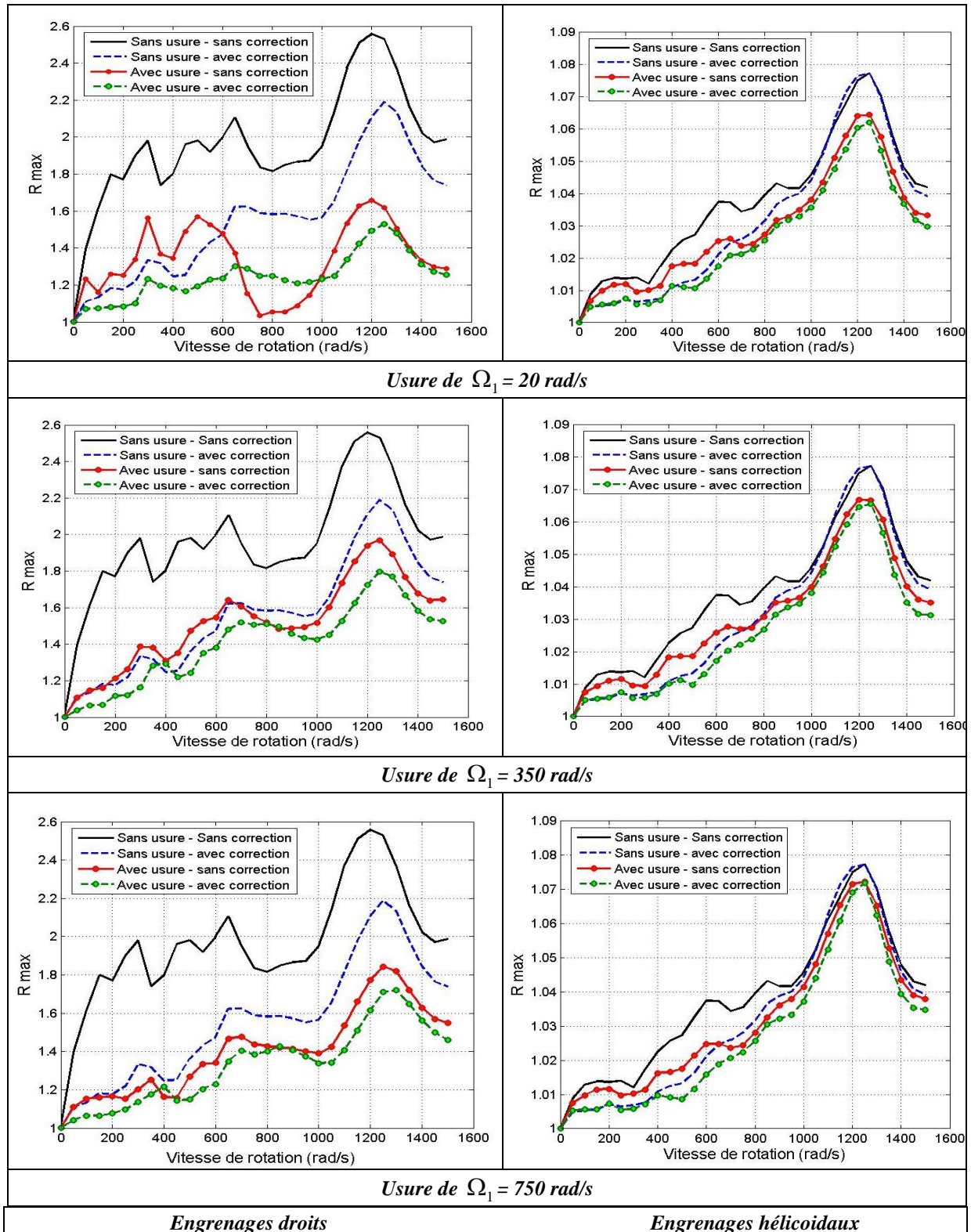


Figure (I.3.25) : l'influence de l'usure (après 2.E6 cycles) combinée à des corrections de profil sur le coefficient dynamique maximal en fonction de la vitesse de rotation du pignon.

## **5. Conclusion :**

Au terme de cette exploitation paramétrique, il apparaît de manière claire qu'usure et comportements statique et dynamique des engrenages interagissent. Les principaux résultats relatifs au comportement quasi-statique et dynamique d'engrenages droits et hélicoïdaux de forte largeur obtenus sont synthétisés ci-dessous:

1) L'usure est généralement maximale à l'engagement et au déengagement avec une distribution axiale influencée par la déformation des corps d'engrenages (du pignon principalement) pour les dentures de fortes largeurs. Dans ce contexte, quatre constatations principales peuvent être formulées:

- La circulation de puissance (les positions des entrées et sorties de couple) peut impacter significativement la distribution d'usure sur les dentures.
- La profondeur de l'usure peut être réduite en ajustant les corrections de profil.
- En termes d'estimation de l'usure, il a été montré que la distribution et la profondeur de l'usure sont largement influencées par la réponse dynamique (influence de vitesse de rotation).
- Avec l'augmentation de nombre de cycles (incrément de l'usure), l'asymétrie axiale de la distribution d'usure, selon la largeur, se réduit généralement.

2) L'usure modifie les distributions de charge quasi-statique sur le flanc de dentures et peut conduire à des concentrations de chargement dans la zone d'une paire de dents en contact en particulier au voisinage du primitif pour les engrenages hélicoïdaux.

3) L'usure, pour des engrenages droits, peut être considérée comme un phénomène dynamique qui interagit avec les vibrations des engrenages. Les valeurs moyennes de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge augmentent avec l'usure conduisant ainsi à une réduction de la rigidité moyenne de l'engrènement. Le contenu spectral des erreurs de transmission, traditionnellement associé aux niveaux de bruit et de vibration des engrenages, apparaît comme très largement sensible à l'usure et à ses évolutions.

4) L'usure dépend des conditions d'alignement entre les mobiles, et elle peut jouer, dans une certaine mesure, un rôle de correction longitudinale en permettant de rétablir des portées uniformes sur certaines parties des flancs. L'augmentation de l'usure accompagnée de désalignement sur les dentures des engrenages hélicoïdaux a une influence négative et elle conduit à un chargement dynamique amplifié.

5) Dans le cas d'engrenages droits non corrigés, l'usure peut être bénéfique au terme de vibration, car, dans une certaine mesure, elle peut agir comme une correction de profil et ainsi réduire les surcharges dynamiques au voisinage de l'engagement en particulier. Les engrenages hélicoïdaux se comportent différemment et l'usure semble systématiquement conduire à une dégradation des performances dynamiques.

## **Partie II:**

Simulations des interactions entre  
comportement dynamique et fatigue de  
contact dans les engrenages droits.





# **Chapitre 1:**

## **Fatigue de contact dans les engrenages – Une approche bibliographique**

1. Introduction.
2. Classification de critères de fatigue multiaxiaux.
3. Analyse de la fatigue de contact sur les dentures d'engrenages.
4. Conclusion.



## **1. Introduction:**

Le comportement mécanique des différents éléments de machines, comme les engrenages, roulements, roues, etc. est influencé par les interactions entre le chargement et les propriétés des surfaces. Les contacts roulants et / ou glissants sont particulièrement exposés à la fatigue de contact et aux dommages structurels qui en résultent. Plusieurs variables peuvent être utilisées pour décrire le dommage par fatigue :

- Des variables liées aux sollicitations telles que les contraintes et les déformations qui traduisent le chargement appliqué au composant mécanique.
- Des caractéristiques mécaniques monotones (module d'élasticité, coefficient de Poisson, résistance maximale en traction monotone...) et cycliques (limite d'endurance du matériau, nombre de cycles à la rupture...). Ces caractéristiques sont intrinsèques au matériau mais peuvent être modifiées en fonction de la nature des sollicitations.
- Des paramètres d'influence : ils regroupent les coefficients d'érouissage cyclique, les facteurs d'échelle, d'état de surface, de gradient de contraintes et de tri-axialité des contraintes.
- Des paramètres de service qui traduisent les conditions de fonctionnement du composant mécanique (température, fréquence de la sollicitation, surcharge...).

Le processus de fatigue de contact complet peut être divisé en plusieurs étapes, Shang et al. [148], Cheng et al. [26], Glodež et al. [67], [72], Podrug et al. [138]:

- Nucléation de microfissure.
- Progression de fissures courtes.
- Progression de fissures longues
- Rupture finale.

Dans le cas d'éléments mécaniques (engrenages, paliers ...), les deux premières étapes sont fréquemment regroupées sous le terme « initiation de fissure » tandis que la progression de fissures longues est appelée « propagation de fissure ».

Les travaux de Wöhler (1860) ont une grande importance historique et ont permis de relier le phénomène de fatigue et la notion de durée de vie aux amplitudes et cycles de contraintes, (Courbe de Wöhler), Figure (II.1.1). L'auteur s'est intéressé au problème de tenue en service des axes sollicités en flexion rotative et fut le premier à relier la durée de vie à la contrainte appliquée. Sur une courbe de Wöhler classique, figure (II.1.1), on distingue généralement trois domaines:

- Un domaine de fatigue oligocyclique, sous forte contrainte où la rupture survient après un très petit nombre d'alternances et est précédée par une déformation plastique notable.
- Un domaine d'endurance limitée correspondant à un nombre de cycles qui croit quand la contrainte décroît.
- Un domaine d'endurance illimitée (zone de sécurité), sous faible contrainte, pour laquelle la rupture ne se produit pas avant un nombre de cycles donné supérieur à la durée de vie envisagée pour la pièce

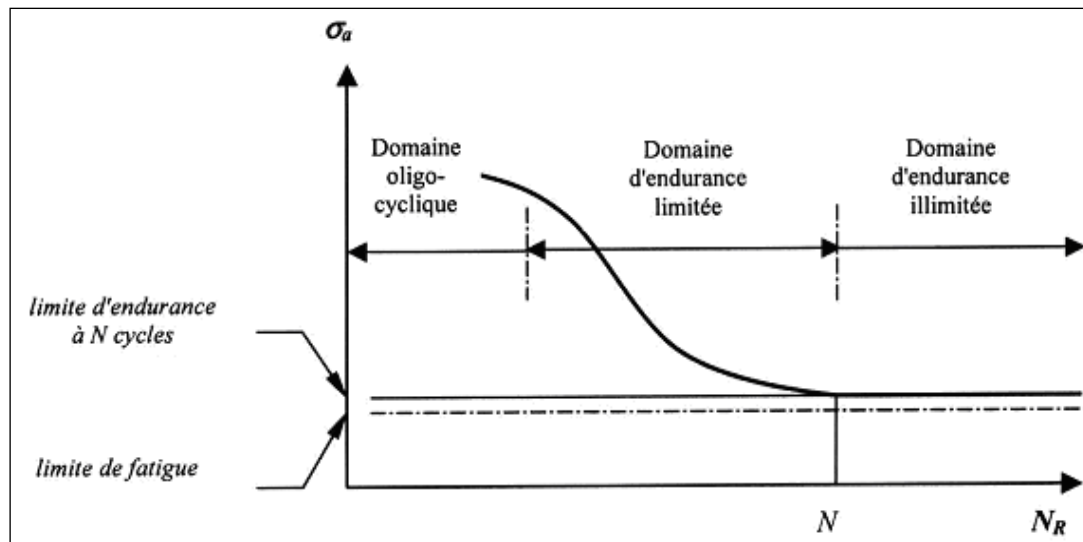


Figure (II.1.1) : Courbe de Wöhler.

La durée de vie totale d'un élément mécanique liée à la fatigue de chargement peut être divisée approximativement en la période requise pour l'initiation de fissures et la période de sa propagation jusqu'à la surface. Par conséquent, dans le cas particulier de la fatigue de contact, le nombre de cycles nécessaires à l'apparition de pitting peut être déterminée à partir du nombre de cycles nécessaires à l'apparition de la fissure initiale dans le matériau ( $N_i$ ) et le nombre de cycle requis pour qu'une fissure se propage à partir de la longueur initiale à la longueur critique de fissure ( $N_p$ ), Figure (II.1.2), Tel que :

$$N = N_i + N_p \quad (\text{II.1.1})$$

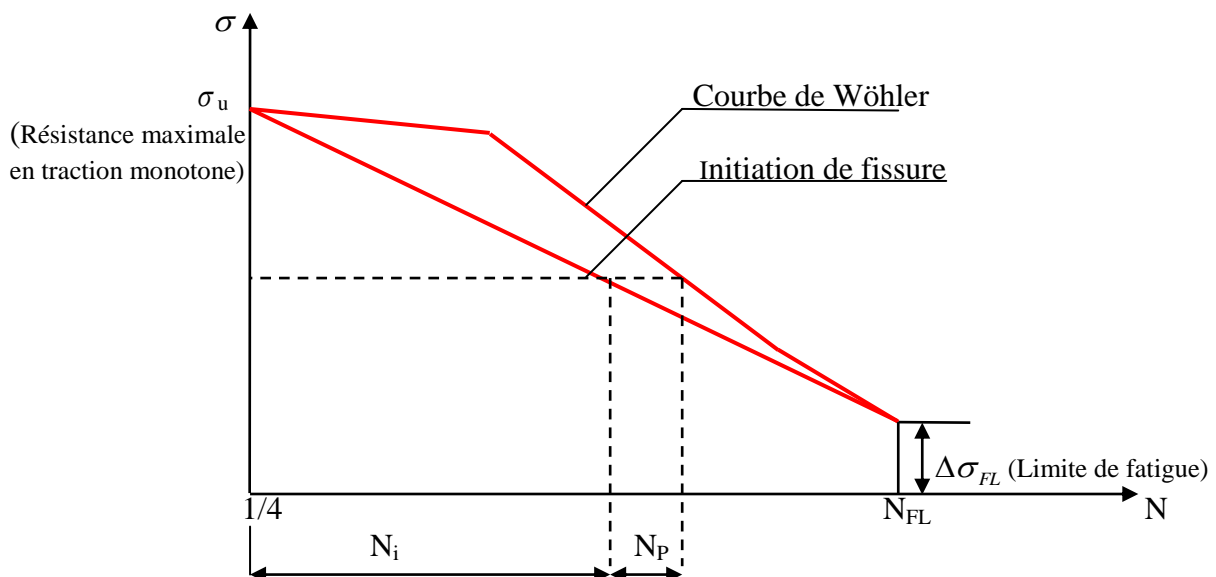


Figure (II.1.2) : Représentation schématique de la durée de vie des éléments mécaniques (Podrug et al. [138])

Toutefois, les engrenages opérant principalement dans le domaine de fatigue à nombres de cycles élevés, une attention particulière devra être portée à la caractérisation de la phase d'initiation, Podrug et al. [138].

## 2. Classification des critères de fatigue multiaxiaux :

Un critère de fatigue permet de savoir si la limite d'endurance ou plus généralement la limite de fatigue à  $N$  cycles du matériau est atteinte pour une succession d'états de contraintes définissant un cycle multiaxial. Ces critères sont plus complexes que les critères de résistance usuels (Tresca ou Von Mises, par exemple) du fait du caractère variable des contraintes au cours du cycle qui est une particularité du phénomène de fatigue. Un critère de fatigue peut être représenté à l'aide d'une fonction de fatigue ( $D_f$ ) dans laquelle intervient le cycle multiaxial de contraintes et plusieurs limites de fatigue du matériau. Cette fonction ( $D_f$ ) est prise égale à l'unité lorsque la limite de fatigue du matériau est atteinte:

$$D_f \left( \left[ \sigma_{ij}(t) \right]_T, \sigma_w, \tau_w, \sigma_{w,0}, \tau_{w,0}, \dots \right) = 1 \quad (\text{II.1.2})$$

Avec :

$\left[ \sigma_{ij}(t) \right]_T$ , des termes représentatifs du cycle multiaxial de contraintes définis sur la période  $T$  (valeurs moyennes, valeurs maximales, amplitudes, etc.).

$\sigma_w, \tau_w, \sigma_{w,0}, \tau_{w,0}$ , les limites d'endurance en flexion alternée symétrique, torsion alternée symétrique, flexion répétée et torsion répétée respectivement.

A partir de la relation (II.1.2) et pour un cycle multiaxial donné, nous pouvons distinguer les trois cas suivants :

- Si la fonction de fatigue est inférieure à l'unité ( $D_f < 1$ ), le critère prévoit l'amorçage d'une fissure au-delà du nombre  $N$  cycles définissant la limite de fatigue du matériau.
- Si la fonction de fatigue est supérieure à l'unité ( $D_f > 1$ ), le critère prévoit au contraire l'apparition d'une fissure avant d'application des  $N$  cycles correspondant à la limite de fatigue du matériau.
- Enfin, si la fonction de fatigue est égale à l'unité ( $D_f = 1$ ), la durée de vie du matériau soumis au cycle multiaxial considéré coïncide avec la durée de vie du matériau correspondant aux limites de fatigue utilisées pour le calcul de  $E$ .

Dans la littérature, de nombreux critères de fatigue multiaxiale sont présentés. En fonction des hypothèses et des méthodes utilisées, nous pouvons distinguer trois familles de critères, Papadopoulos et al. [133], Figure (II.1.3):

- *Les critères de type « plan critique »* : Ces critères cherchent le plan où l'endommagement causé par fatigue est maximum. Ils déterminent la durée de vie de la structure et la direction critique d'amorçage de fissure. Ces critères utilisent souvent une combinaison des contraintes normales et de cisaillement sur un plan considéré.
- *Les critères basés sur les invariants du tenseur des contraintes* : Les ingrédients de ces critères sont la contrainte hydrostatique et le seconde invariant du tenseur de contraintes.
- *Les critères de type intégral* : ces critères sont basés sur les moyennes des contraintes (normales et cisaillement) dans un volume élémentaire. Ces quantités

moyennes sont décrites à travers une double intégration s'étendant sur les coordonnées sphériques (deux angles) du vecteur unitaire normal à un plan.

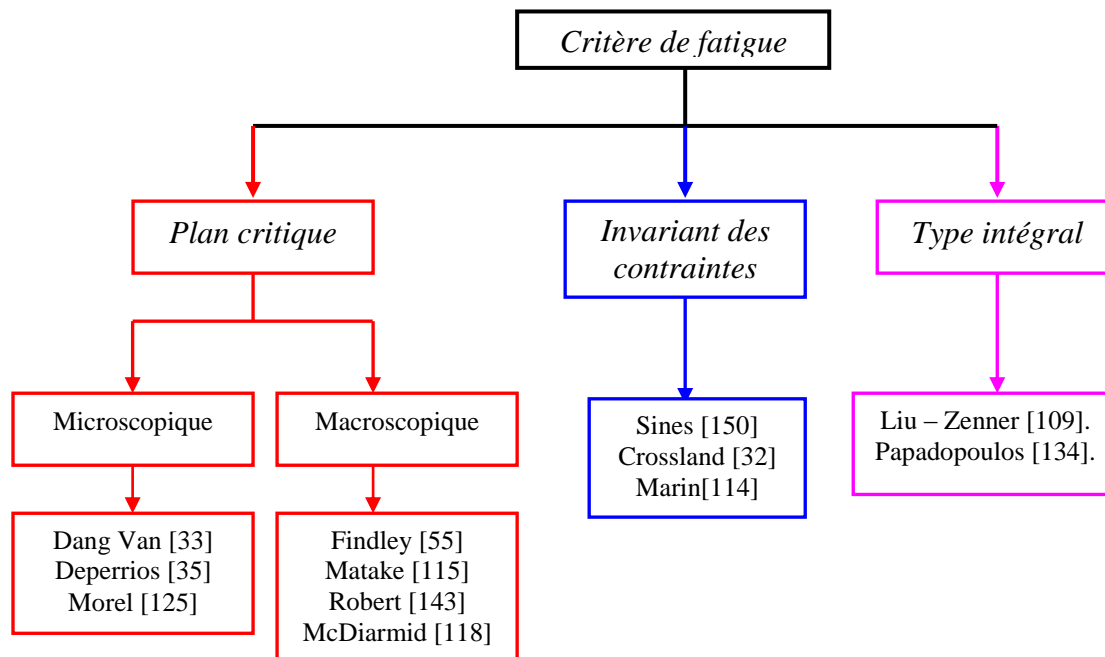


Figure (II.1.3) : Classification des différents critères de fatigue.

Weber [167], Caillet [24] ont proposé d'autres classifications pour les critères de fatigue existant dans la littérature et Weber [167], Alfredsson et Olsson [4], Bernasconi et al. [16] ont effectué des comparaisons entre plusieurs critères. Weber [167] en a ainsi testé un grand nombre sur une large gamme de chargements et a conclu qu'aucun d'entre eux ne donnait des résultats meilleurs pour l'ensemble des types d'essais réalisés. Certains critères ont été jugés trop conservatifs (Findley) par opposition avec ceux de Crossland et Papadopoulos en particulier. Les critères de Dang Van, de Crossland et de Papadopoulos semblent néanmoins donner de bons résultats dans un grand nombre de cas et sont assez faciles à mettre en œuvre. Enfin, des critères comme celui de Deperrois [35] présentent de meilleurs résultats pour des trajets plus complexes, au prix d'une mise en œuvre plus délicate.

### **3. Analyse de fatigue de contact sur les dentures d'engrenages :**

Les composants mécaniques soumis à des sollicitations de contact répétées, comme les engrenages par exemple, sont sensibles à l'endommagement par fatigue de contact avec, en particulier, l'apparition de pitting qui est un mode de défaillance classique, Zhou et al. [180], Keer et Bryant [97], Kaneta et al. [93], se caractérisant par l'apparition d'écaillures (trous) sur les surfaces de contact Figure (II.1.4). Au cours de l'engrènement, le pitting se propage et peut finir par occuper une partie importante de la surface de contact, Figure (II.1.5).

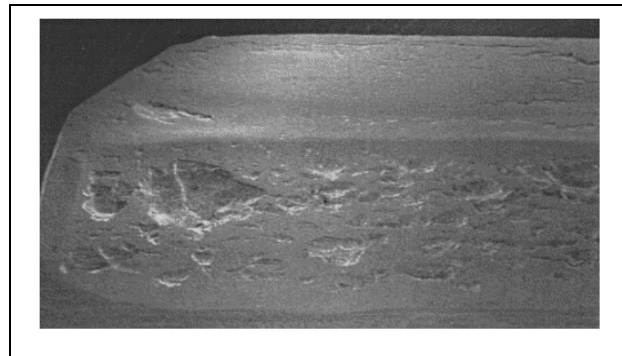


Figure (II.1.4): Exemple de pitting sur des dentures d'engrenage.

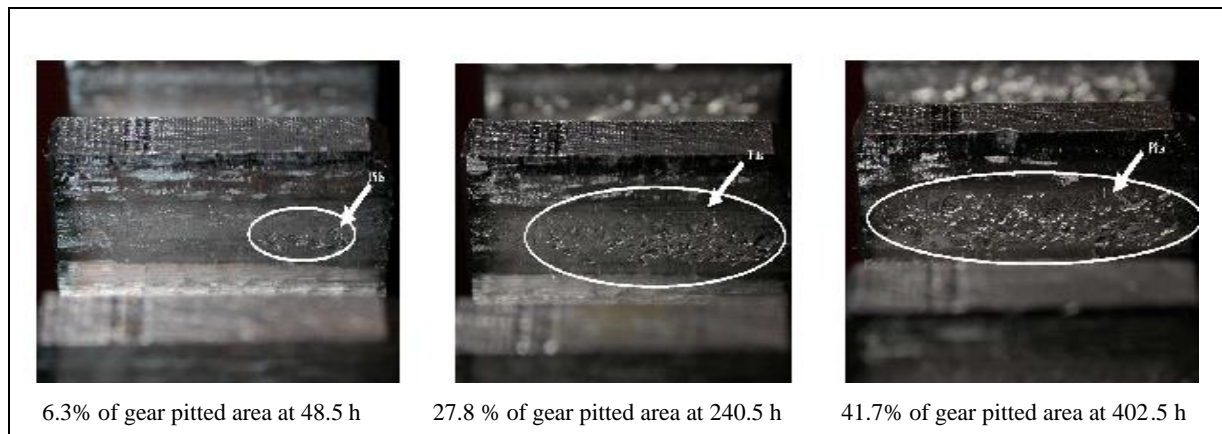


Figure (II.1.5): Progression du pitting sur des dentures d'engrenages droits, (Tan et al. [156])

Les dentures des engrenages sont soumises à des combinaisons complexes de roulement et de glissement qui évoluent au long du profil, Figure (II.1.6). Sur la saillie de la denture (partie haute), les directions du roulement et du glissement sont les mêmes (positifs), par contre, au voisinage du creux de denture, la direction du glissement (négatif) est opposée à celle du roulement. Il a été noté que la fatigue de contact par pitting apparaît de manière privilégiée dans les creux de dents, Fernandes et Mcduling [54], Aslantaş et al. [8], Zhou et al. [180], Figures (II.1.7).

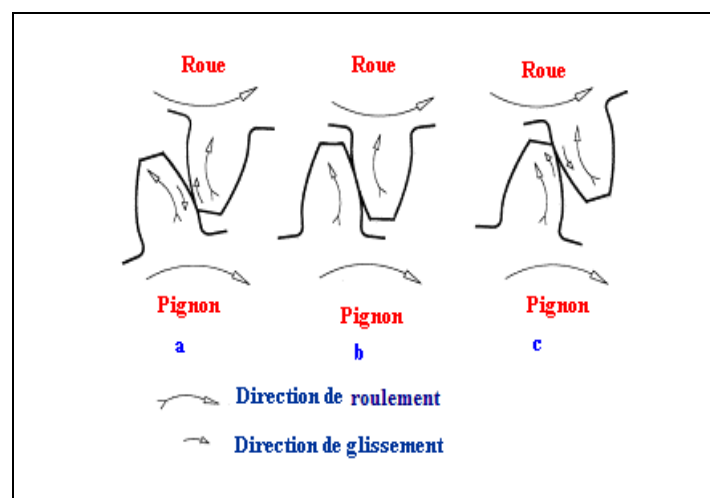
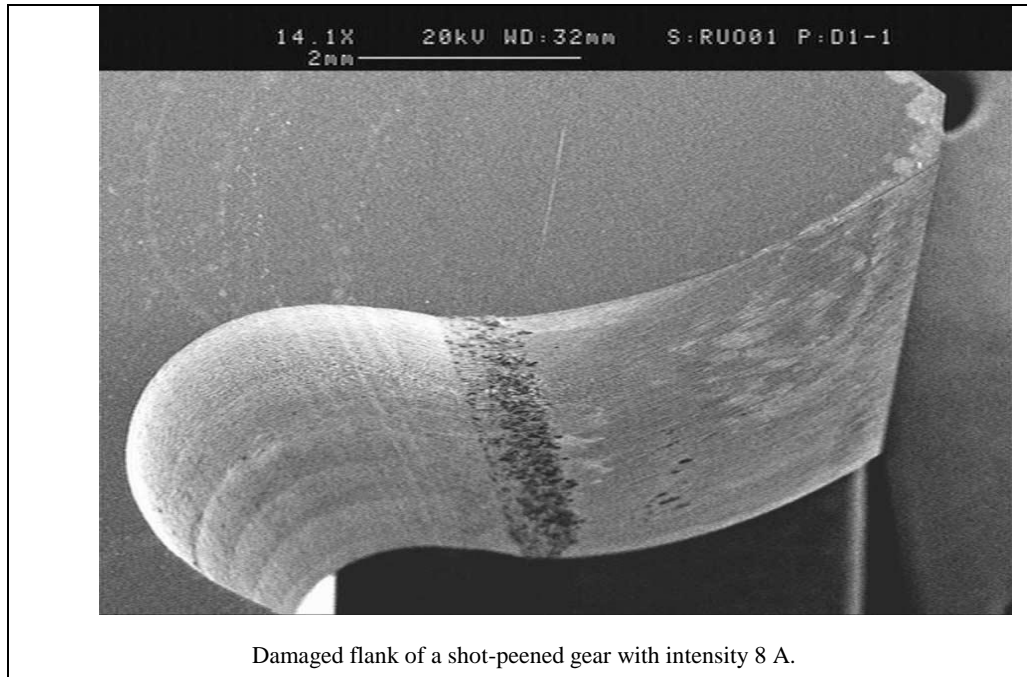


Figure (II.1.6) : Cinématique au contact entre dentures d'engrenage  
a: au premier point de contact ; b: au point primitif ; c: au dernier point de contact.





*Figure (II.1.7): Zone d'apparition de pitting sur le flanc de dentures des engrenages (Guagliano et al. [74]).*

Les dommages par fatigue de contact se produisent généralement vers le creux de dent des mobiles les plus petits (pignons) suite au nombre plus élevé de cycles de chargement auxquels ils sont soumis, Wulpi [174], ASM Metal handbook [9]. Afin d'éviter une défaillance prématurée dans de tels cas, le pignon est fréquemment plus dur que les autres engrenages. Le processus de fatigue de contact conduisant au pitting est complexe et dépend de nombreux paramètres comme :

- a) les conditions de lubrification,
- b) les propriétés du matériau,
- c) les rugosités de surface et le degré d'interaction entre aspérités,
- d) les contraintes résiduelles et le frottement.

La plupart des méthodes prédictives utilisées dans le cas des engrenages sont basées sur des résultats empiriques qui sont regroupés dans les procédures standardisés, ISO 6336 [86-88], DIN 3990 [39], ANSI/AGMA [5]. Ces approches demeurent toutefois dépendantes des conditions d'essais, des matériaux, des lubrifiants etc... et ne permettent pas toujours d'extrapoler les résultats obtenus pour un engrenage à d'autres géométries proches, Šraml et Flašker [152]. D'un point de vue scientifique, l'estimation de durée de vie totale dans le cas de fatigue de contact doit intégrer les deux phases d'initiation et de propagation de fissure qui sont décrites ci-dessous.

### **3.1. Période d'initiation de fissure :**

L'initiation de fissure de fatigue représente un des phases les plus importantes dans le processus d'endommagement par fatigue de contact pour le pitting ou micro-pitting et dépend,

entre autre, de la microstructure du matériau, du type de contraintes (ou chargement) appliquées et de la macro et micro géométrie de composants, Zhou et al [180].

La fissure peut être initiée à partir de la surface ou à une certaine profondeur sous la surface de contact (sous-couche) ; l'un et l'autre des mécanismes étant susceptibles d'interagir ou d'entrer en compétition afin de conduire à la dégradation finale. Les paramètres susceptibles d'influer sont très nombreux : les conditions de lubrification, le rôle des additifs et de la pollution solide dans le lubrifiant dans le cas d'une initiation en surface, l'ensemble des contraintes (dues au chargement, aux traitements thermiques, au frottement), les états de surface (rugosité, défauts de surfaces, l'usure), le matériau (inclusions, hétérogénéité en sous couche, etc.). A titre d'illustration, la Figure (II.1.8) représente l'influence croisée de la rugosité et du chargement sur le volume et la position de l'initiation de fissure (Nélias [130]).

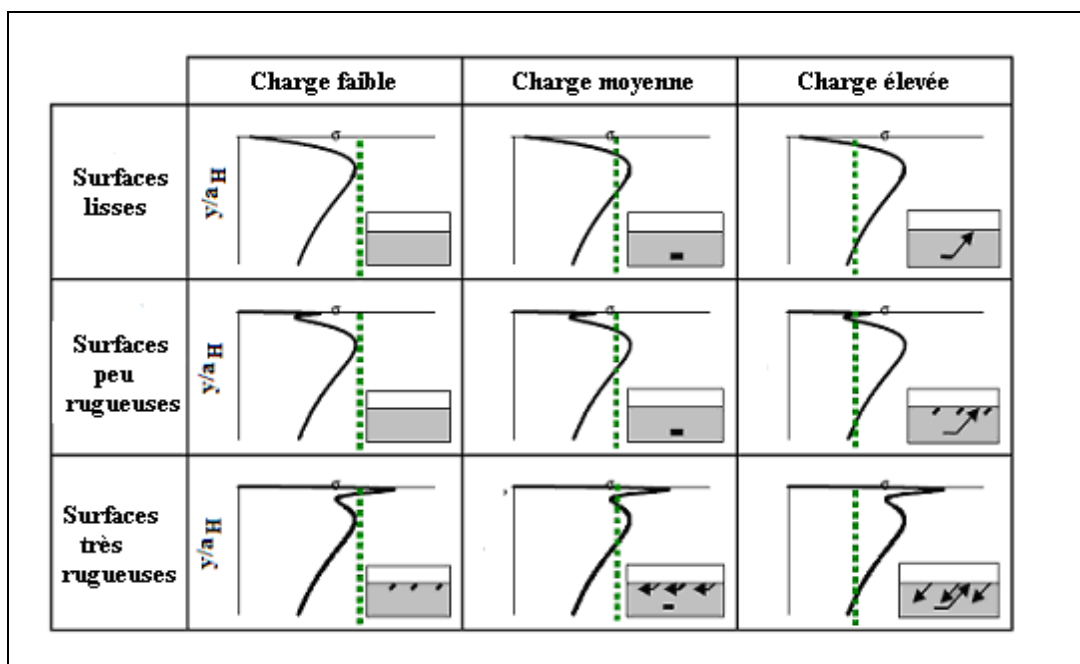


Figure (II.1.8) : Influence de la rugosité (de frottement) et du chargement sur le volume et la position de l'initiation de fissure. Le trait pointillé correspond à une contrainte limite, fonction du matériau, en deçà de laquelle aucun endommagement n'apparaît (Nélias [130]).

En revenant au cas des engrenages, on constate généralement:

- Que les surfaces des dents sont soumises à un chargement alternatif; les états de surface sont bons et la lubrification assure des niveaux de frottement faibles. Les contraintes de cisaillement qui jouent un rôle important, sont généralement maximales à une certaine profondeur sous la surface où le risque d'initiation sera le plus important, Glodež et al. [66-67, 69, 72], Glodež et Ren [70], Leng et al. [101], Cheng et al. [26]. Dans ce cas, la formation d'une fissure initiale est souvent associée à un mouvement de dislocations le long de frontières de grains ou d'interfaces d'inclusions, Figure (II.1.9-a).
- Si le frottement devient important, la zone critique où le cisaillement maximal est le plus élevé se rapproche de la surface pouvant induire, dans certaines conditions, une initiation en surface ou très près de la surface. L'influence des conditions de

lubrification doit alors être prise en compte. Fajdiga et al. [50-52], Fajdiga et Šraml [49], Flašker et al. [56], Ren et al. [141], Zafošnik et al. [178], Figure (II.1.9-b)

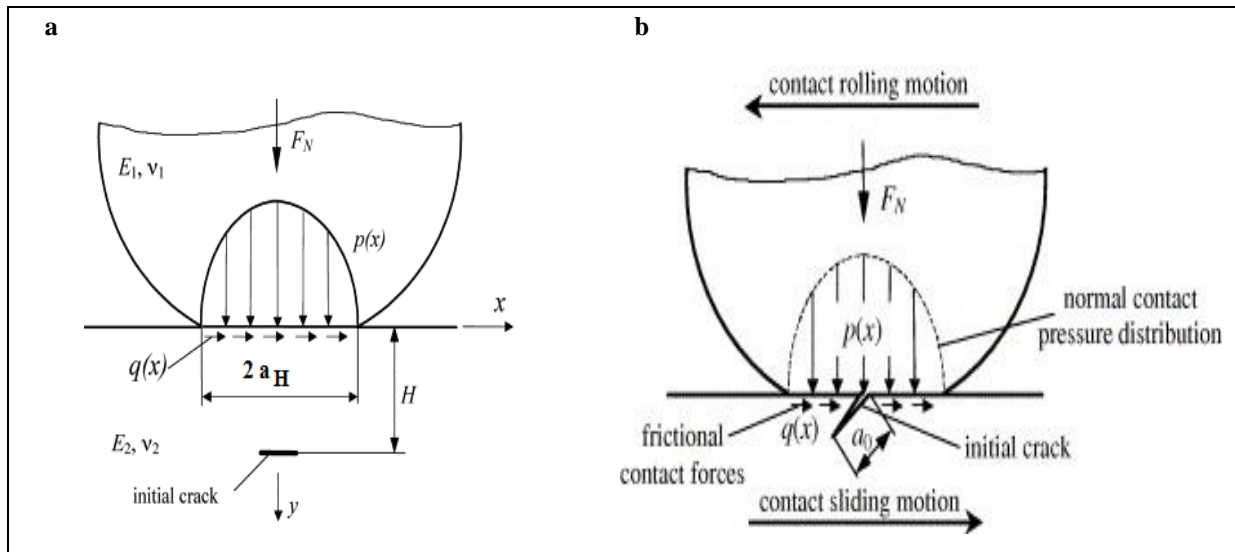


Figure (II.1.9) : Configuration de fissure initiale :  
a : sous la surface (Glodež et Ren [70]) ; b : sur la surface (Ren et al. [141]).

Les principaux modèles existant dans la littérature sont brièvement présentés ci-dessous.

### 3.1.1. Méthode de déformation – vie :

Šraml et al. [152-154] et Fajdiga et Šraml [49], ont présenté un modèle de calcul qui est basé sur l'analyse des contraintes de contact avec l'utilisation des paramètres de fatigue du matériau, pour simuler l'initiation de fatigue de contact sur le flanc de dentures pour des engrenages droits. Le matériau est supposé homogène sans imperfections (inclusions), le rôle des rugosités, des contraintes résiduelles...est négligé. Les auteurs analysent le problème d'initiation de fissure en utilisant un modèle équivalent de deux cylindres maillés par la méthode des éléments finis conduisant au champ des contraintes sous la surface généré par la distribution hertzienne de pression normale et traction tangentielle (loi de Coulomb). Le nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure est déterminé en utilisant la méthode de déformation - vie ( $\varepsilon - N$ ), où les incréments de déformation élastique ( $\Delta\varepsilon_e$ ) et plastique ( $\Delta\varepsilon_p$ ), Figure (II.1.10), et le nombre de cycles ( $N_i$ ) sont reliés par la relation suivante, Coffin [30], Manson [113]:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_i)^b + \varepsilon_f' (2N_i)^c \quad (\text{II.1.3})$$

Des variantes ont été introduite en utilisant:

- l'analyse de Morrow [126]:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_i)^b + \varepsilon_f' (2N_i)^c \quad (\text{II.1.4})$$

qui, en prenant en compte les contraintes moyennes  $\sigma_m$ , conduit à :

$$\varepsilon_a = \frac{(\sigma_f' - \sigma_m)}{E} (2N_i)^b + \varepsilon_f' (2N_i)^c \quad (\text{II.1.5})$$

- la méthode de Smith–Watson– Topper (méthode SWT) [151] donnant l'expression :

$$\sigma_1^{\max} \frac{\Delta \varepsilon_1}{2} = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_i)^{2b} + \sigma_f' \cdot \varepsilon_f' (2N_i)^{b+c} \quad (\text{II.1.6})$$

Avec :

$N_i$  : nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure.

$\varepsilon_a$  : amplitude de déformation totale.

$\sigma_m$  : contrainte moyenne.

$\sigma_1^{\max}$  : contrainte principale maximale.

$\Delta \varepsilon_1$  : amplitude de déformation principale maximale.

$\sigma_f'$  : coefficient de résistance à la fatigue.

$\varepsilon_f'$  : coefficient de ductilité.

$c$  : exposant lié à la ductilité.

$b$  : exposant de résistance à la fatigue.

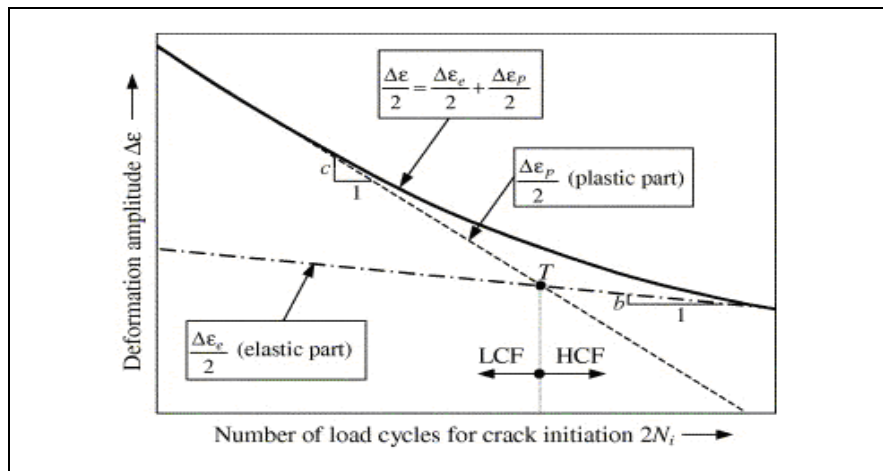
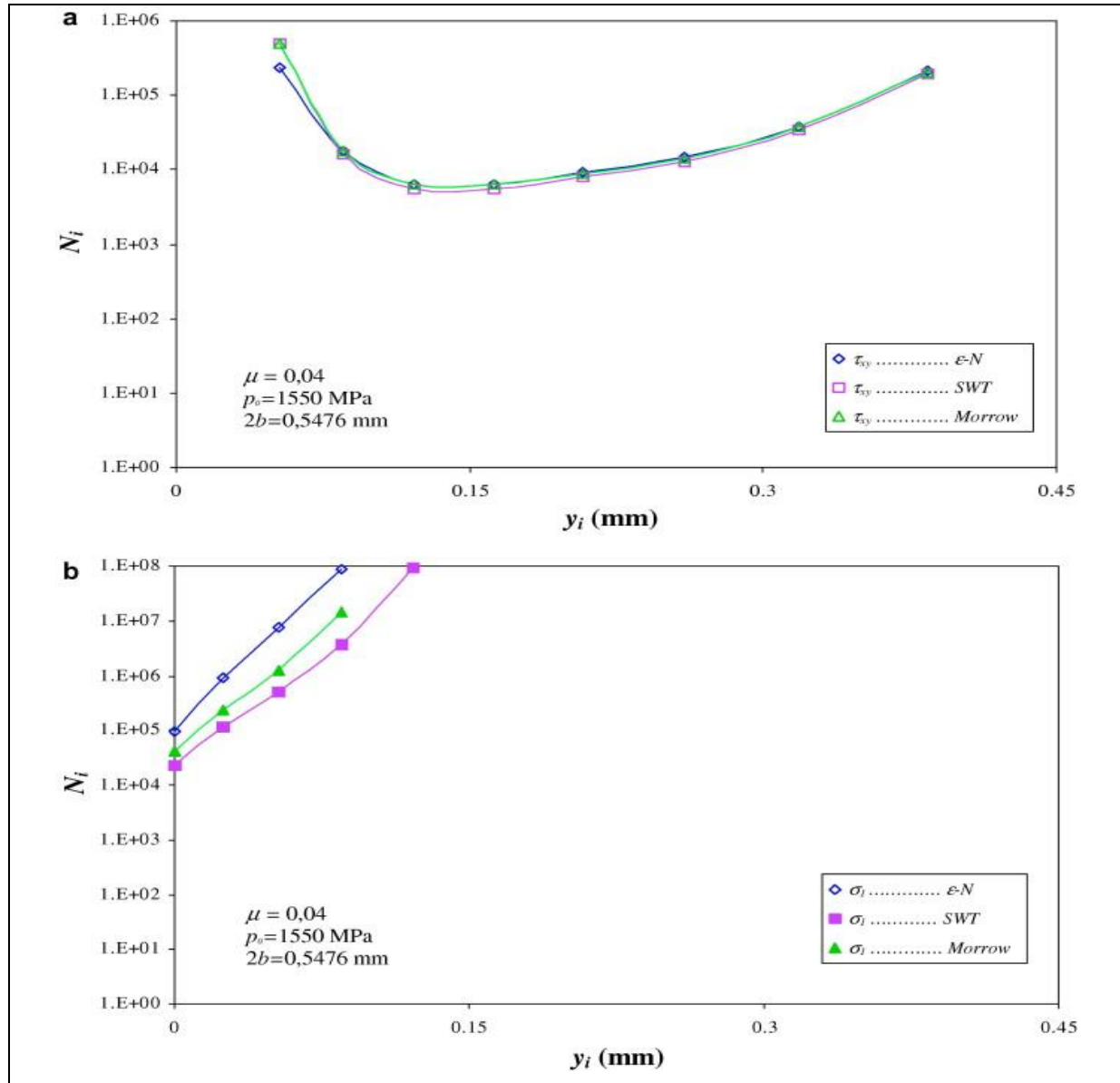


Figure (II.1.10) : Méthode déformation- vie pour l'initiation de fissure.

**Remarque:** Le point de transition T présente la limite entre le régime de fatigue à grand nombre de cycles (HCF : high-cycle fatigue) et le régime de fatigue à faibles nombre de cycles (LCF : low-cycle fatigue). En général, il n'y a pas de déformation irréversible dans le régime (HCF) à l'échelle macroscopique à l'opposé du régime (LCF).

Dans ces méthodes, les contraintes de cisaillement  $\tau_{xy}$ , de Tresca ( $\tau_{Tresca}$ ) et la contrainte principale maximale ( $\sigma_1$ ) peuvent être utilisées pour estimer le nombre de cycles requis pour l'apparition d'une fissure initiale. La Figure (II.1.11) montre les résultats obtenus en utilisant la méthode ( $\varepsilon - N$ ) et ses variantes pour des engrenages droits en  $42CrMo4$ .



Figure(II.1.11) : Nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure en utilisant la méthode ( $\varepsilon - N$ ) et ses modifications (Fajdiga et Šraml [49]):

a : Contraintes cisaillement ( $\tau_{xy}$ ), b : Contrainte principale maximale ( $\sigma_1$ ).

A partir des résultats sur la Figure (II.1.11), nous pouvons remarquer, dans cet exemple, que le nombre de cycles requis pour l'apparition de fissure ( $N_i$ ) en se basant sur la contrainte de cisaillement  $\tau_{xy}$  est compris entre 5524 et 6457 cycles et que le dommage initial se produit sous la surface (à environ 0.12 mm de profondeur). Ce nombre augmente considérablement ( $2.3 - 9.77 \times 10^4 \text{ cycles}$ ) en utilisant la contrainte principale maximale  $\sigma_1$ .

tandis que le dommage initial apparaît à la surface. Šrmel et al. [154], ont utilisé la méthode  $(\varepsilon - N)$  et ses modifications en s'appuyant sur les composantes de cisaillement  $(\tau_{xy})$  et  $(\tau_{Tresca})$  afin d'étudier l'influence de frottement. Leurs résultats montrent que le frottement réduit le nombre de cycles  $(N_i)$  et que la zone d'apparition de la fissure se rapproche de la surface à mesure que le niveau de frottement augmente.

### 3.1.2. Théorie basée sur les dislocations :

En cas d'initiation de fissure en sous couche, la formation de la fissure initiale est souvent associée à des mouvements de dislocation au long de frontières de grains ou des interfaces d'inclusion, Kaynak et al. [96], Melander [120], Bormetti et al. [20]. D'autre part, pour des aciers de résistance élevée, les examens fractographiques montrent que les sites d'initiation (*subsurface*) sont toujours localisés sur des inclusions à l'intérieur du matériau, Wang et al. [165], Cheng et al. [26]. Pour cette raison, un modèle basé sur la théorie des dislocations a été proposé par Tanaka et Mura [157] conduisant au nombre de cycles d'initiation suivant, Figure (II.1.12) :

$$N_i = \frac{A_m \cdot \gamma}{(\Delta\tau - 2\tau_f)^2} \quad (\text{II.1.7})$$

Avec :

$\gamma$  : coefficient d'énergie par unité d'aire (ce coefficient prend des valeurs entre 1 N/m pour des matériaux très fragiles, et  $10^3$  N/m pour les matériaux très durs, Mura et Nakason [127], Cheng et al [26]). .

$\Delta\tau = \tau_{\max} - \tau_{\min}$  : variation des contraintes qui peuvent être représentées par les contraintes cisaillement maximales, la contrainte principale maximale, ou les contraintes équivalentes de Von Mises, Mura et Nakason [127].

$\tau_f$  : résistance du matériau au mouvement de dislocations (de l'ordre de 25 MPa pour les métaux, Mura et Nakason [127]).

$A_m$  : fonction dépendante des propriétés du matériau et du type de fissure initiale qui, selon Zhou et al [180], peut s'exprimer:

$$A_m = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{4G}{\pi(l_1 - \nu)l_1} & \text{Au long du champ de zone glissée} \\ \frac{2G}{l_1} & \text{Au long des frontières de grain} \\ \frac{4G(G + G_v)l_2^2}{G_v(l_1 + l_2)^2 R_i} & \text{Au long de l'interface d'inclusion} \end{array} \right\} \quad (\text{II.1.8})$$

$G, G_v$  : module de cisaillement du matériau et de l'inclusion respectivement.

$l_1, l_2$  sont définis dans la Figure (II.1.12).

Les mouvements de dislocations étant souvent réversibles, le facteur d'irréversibilité ( $f_{in}$ ) doit être pris en compte dans l'équation ci-dessus. Les résultats expérimentaux montrent que ce facteur varie entre  $10^{-4}$  pour des amplitudes de déformation plastique très faibles et  $10^{-1}$  pour de grandes déformations plastiques, Cheng et al. [26]. Dans ces conditions, la relation (II.1.7) devient :

$$N_i = \frac{A_m \cdot \gamma}{(\Delta\tau - 2\tau_f)^2} \cdot \frac{2 - f_{in}}{f_{in}} \quad (\text{II.1.9})$$

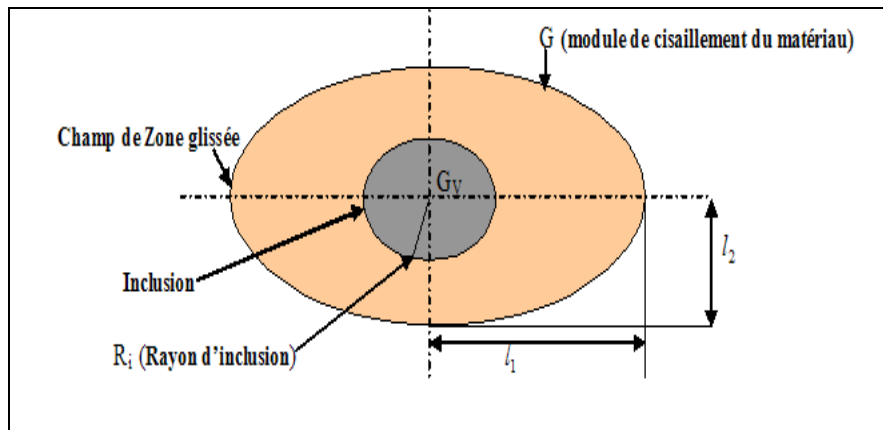


Figure (II.1.12) : Inclusion dans le champ de zone glissée ( Glodež et al [68]).

Glodež et al. [67-68] ont utilisé ce modèle pour estimer le nombre de cycles d'initiation en considérant que la fissure s'initie sur l'interface d'une inclusion. Leurs résultats sont portés sur la Figure (II.1.13) où l'on peut constater que le nombre de cycles d'initiation diminue avec l'augmentation du rayon de l'inclusion et son module de cisaillement.

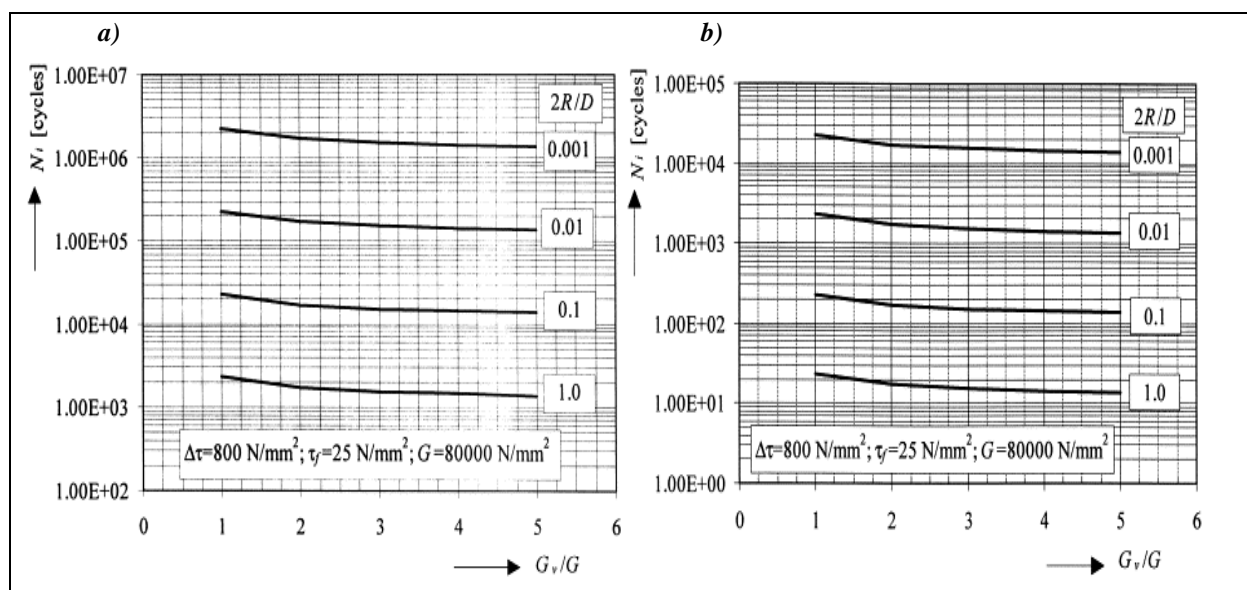


Figure (II.1.13) : Nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure, Glodež et al [68],

a:  $f_{in} = 10^{-3}$ ,  $\gamma = 1 \text{ N/m}$     b:  $f_{in} = 10^{-4}$ ,  $\gamma = 10 \text{ N/m}$

D'un point de vue pratique, on notera que ce type d'approche repose sur un nombre conséquent de paramètres matériaux et de géométrie qui, parfois, sont difficilement accessibles.

### 3.1.3. Application des critères de fatigue :

Les critères de fatigue multiaxiaux (Sines, Crossland, Dang Van, Liu – Zenner, par exemple) ont été largement utilisés pour la prédiction de l'initiation de dommage de fatigue de contact sur le flanc des dentures des engrenages. Batista et al. [15], ont développé un modèle éléments finis de dentures d'engrenages pour définir les contraintes résiduelles et les contraintes de contact incluant la distribution de frottement et de pression induite par les rugosités de la surface. En utilisant le critère de Dang Van pour caractériser la résistance du matériau sous la surface des dentures, les auteurs ont trouvé une probabilité très élevée d'endommagement à la surface ou au voisinage de la surface des engrenages, Figure (II.1.14), lorsque la distribution de pression de contact calculée intègre l'influence de la rugosité de surface.

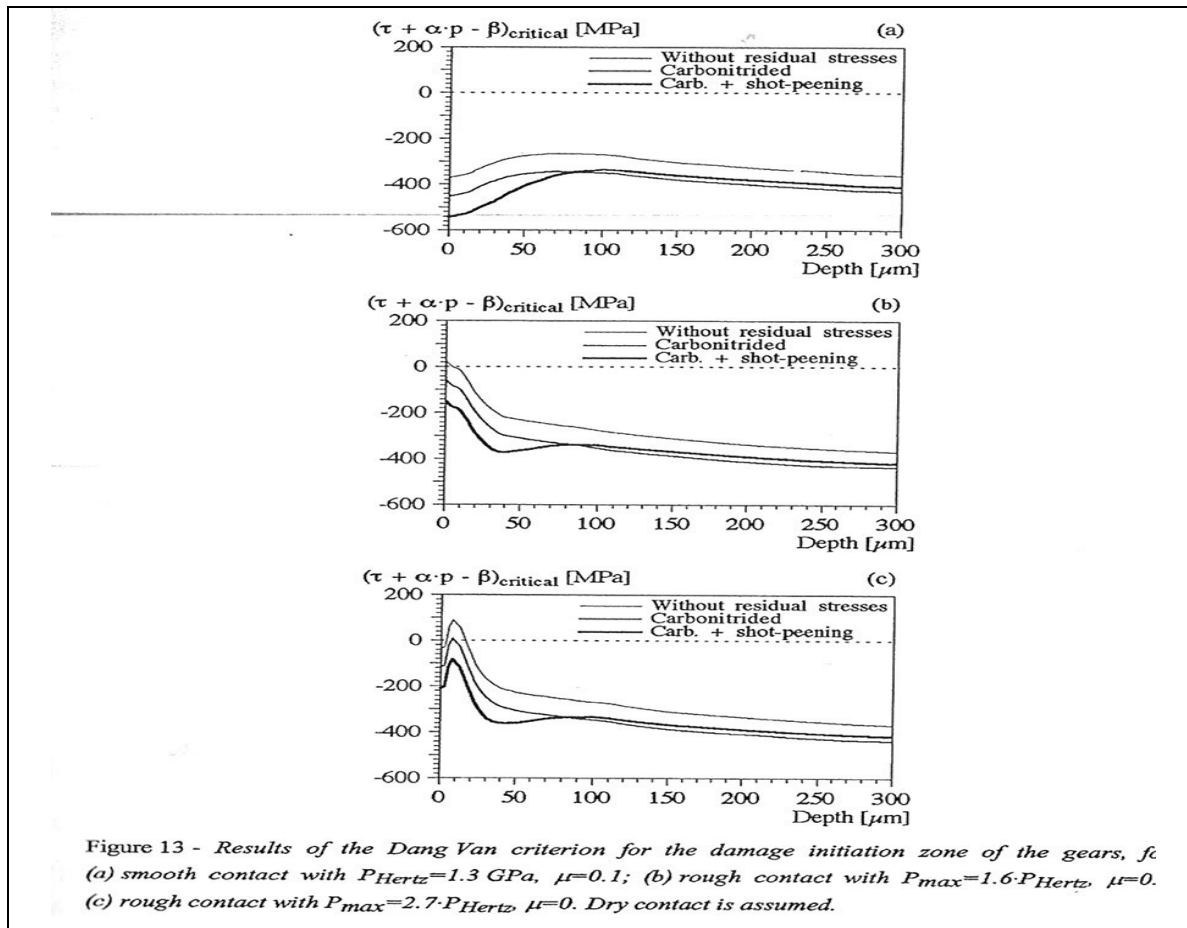


Figure (II.1.14): Influence de contraintes résiduelles sur la distribution des contraintes équivalentes de Dang Van sous la surface ( Batista et al [15]).

De la même façon, Davoli et al. [34], ont proposé un modèle équivalent de demi-plan élastique afin de calculer analytiquement les contraintes sous la surface des dentures en



prenant en compte l'influence des contraintes résiduelles considérées comme des contraintes moyennes. Les effets thermiques et élastohydrodynamiques ainsi que le rôle du frottement sont négligés, en revanche, le modèle inclut les variations de résistance et de contraintes résiduelles avec la profondeur qui sont reconnues comme des paramètres importants pour les engrenages cimentés trempés. Les critères de Dang Van et Sines sont utilisés afin d'estimer la résistance à la fatigue de contact.

Pour un régime de lubrification mixte, Brandão et al. [21-22] ont présenté un modèle numérique qui permet de prédire l'initiation de fatigue (micro-pitting) et les pertes de masses sur des dentures en appliquant le critère de Dang Van avec prise en compte de la rugosité de surfaces d'engrenages. Les résultats numériques ont été comparés avec ceux issus d'essais en micro-pitting sur un banc d'engrenages en boucle mécanique fermée (FZG). Les résultats permettent de connaître les directions d'initiation de fissures en cas d'initiation sur la surface.

Conrado [31], a présenté un modèle de calcul de résistance au pitting sur la surface d'engrenages droits basé sur le critère de Liu-Zenner. L'auteur a utilisé un modèle semi analytique permettant de déterminer les cycles de contraintes avec l'influence du frottement, de la température, des rugosités de surface et des contraintes résiduelles. La Figure (II.1.15) illustre l'influence de la rugosité sur la distribution de contraintes équivalentes adimensionnelles de Liu-Zenner ( $\sigma_{SIH}$ ) en sous couche.

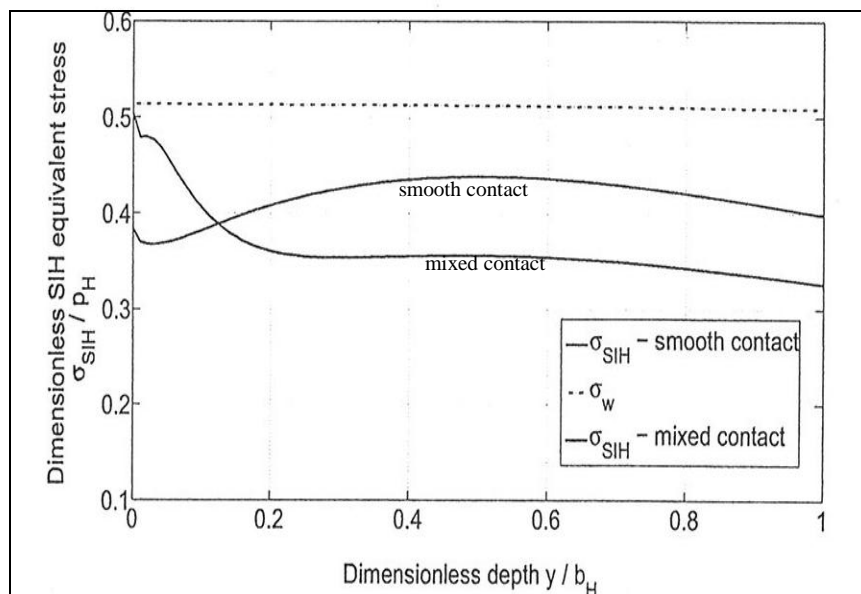


Figure (II.1.15): Influence de la rugosité sur la distribution de contrainte équivalente adimensionnée de Liu-Zenner (Conrado [31]).

### 3.2. Période de propagation de fissure :

Une fois la fissure initiée, l'avarie de contact se produira si elle peut se développer sur une distance suffisamment longue et être en mesure d'atteindre la surface. Le taux et la direction de propagation des fissures dépendent de l'amplitude du chargement Hertzien, de la longueur de la fissure et des propriétés de fatigue du matériau des engrenages. Une approche basée sur la mécanique de la rupture qui propose une solution pour estimer la valeur des

paramètres gouvernant la durée de vie des pièces fissurées, a été employée pour la simulation de la propagation des fissures. La fatigue au sens général du terme peut se traiter à l'aide de trois types de mécanique de la rupture : la mécanique microstructurale de la rupture (MMR), la mécanique non linéaire de la rupture (MNLR) et la mécanique linéaire de la rupture (MLR). Le choix du type de mécanique de la rupture dépend du type de fissure et du comportement du matériau, Miller [122-123].

### 3.2.1. Définition des modes de fissuration :

On distingue généralement trois modes de fissuration, figure (II.1.16), qui dépendent de la direction microscopique de propagation de fissure. Ces modes sont :

- 1- Mode I: mode de traction (mode d'ouverture). Figure *a* .
- 2- Mode II: mode de cisaillement plan. Figure *b* .
- 3- Mode III : mode de cisaillement anti-plan. Figure *c* .

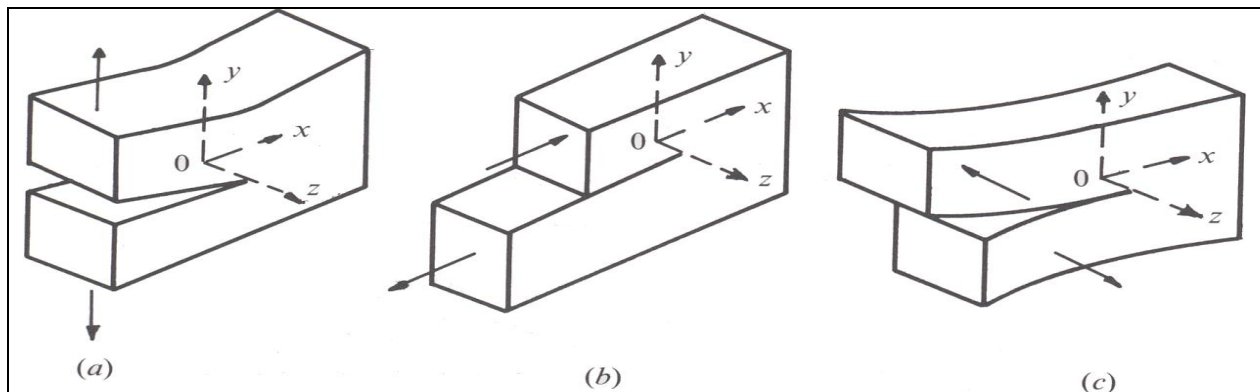


Figure (II.1.16): Les différents modes de sollicitations d'une fissure.

Irwin [83] a montré que les contraintes et les déplacements dans la zone singulière peuvent s'exprimer en fonction des facteurs d'intensité de contraintes qui, pour les 3 modes de propagation considérés, s'expriment, Figure (II.1.17-a) :

$$\begin{aligned}
 K_I &= \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{ij} \sqrt{2\pi r}) = \lim_{r \rightarrow 0} \left( \frac{E}{8C'} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_y] \right) \\
 K_{II} &= \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{ij} \sqrt{2\pi r}) = \lim_{r \rightarrow 0} \left( \frac{E}{8C'} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_x] \right) \\
 K_{III} &= \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{ij} \sqrt{2\pi r}) = \lim_{r \rightarrow 0} \left( \frac{E}{8C'} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_z] \right)
 \end{aligned} \tag{II.1.10}$$

Avec :

$C' = 1$  en contraintes planes et  $C' = 1 - \nu^2$  en déformation planes.  
 $K_I, K_{II}$  et  $K_{III}$ , les facteurs d'intensité des contraintes.

$E$ , le module d'élasticité.

$\nu$ , le coefficient de Poisson.

$[u_{x,y,z}]$  : discontinuité de champ de déplacement selon les axes  $x, y, z$ .

$r$ : distance entre chaque point et la pointe de fissure, figure (II.1.17-b)

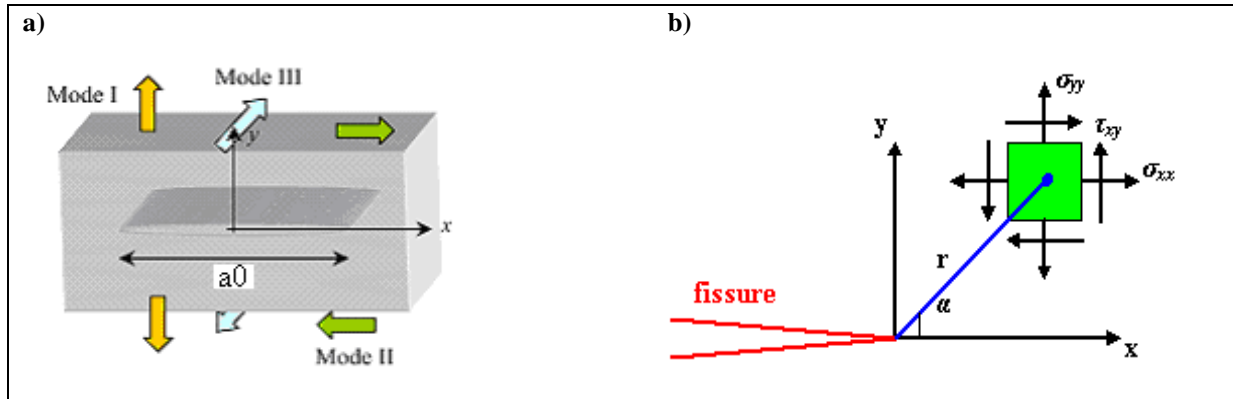


Figure (II.1.17) : a) Direction des modes de sollicitations d'une fissure initiale, b) les coordonnées de pointe de fissure ( $a_0$  : longueur de fissure initiale,  $\alpha$  : angle de fissure).

### 3.2.2. Loi de propagation :

La fissure progresse avec un taux de croissance par cycle  $da/dN$  qui augmente avec la longueur de la fissure. Si la fissure initiale est non compatible avec le chargement appliqué, un certain nombre de cycles sont nécessaires pour initier la propagation et lorsque la longueur de fissure associée à l'effort remplit les conditions d'instabilité, il y a rupture brutale. Le modèle le plus utilisé est le modèle de Paris [Paris et Erdogan [135]] qui lie la vitesse de propagation à la variation du facteur d'intensité des contraintes, telle que :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (\text{II.1.11})$$

$\Delta K$  étant la variation du facteur d'intensité des contraintes au cours d'un cycle qui induit une avancée  $da$  de la fissure,  $C$  et  $m$  sont deux paramètres du matériau définissant respectivement la position et la pente de la droite de Paris.

D'après Bathias et Baïlon [14], il existe trois domaines distincts en termes de vitesse de propagation qui sont liés aux trois étapes de l'endommagement par fatigue précédemment citées, Figure (II.1.18):

- Un régime qui fait apparaître un seuil de propagation  $\Delta K_{th}$ , en deçà duquel les fissures s'arrêtent.
- Un régime où la vitesse de propagation présente une évolution linéaire avec  $\Delta K$  (régime de Paris).
- Un régime de propagation instable où  $K_{max}$  ( $K_{max}$  : facteur d'intensité de contrainte maximale) atteint la ténacité du matériau (facteur de rugosité)  $K_{IC}$ .

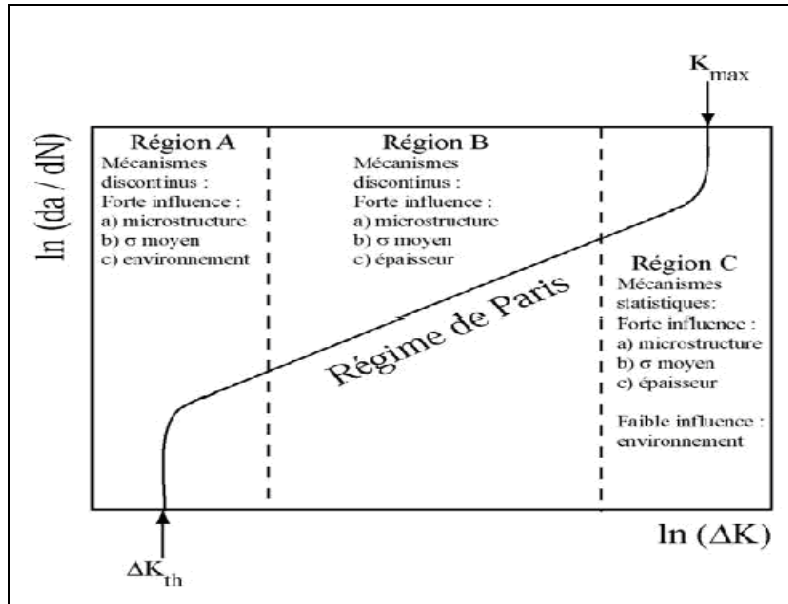


Figure (II.1.18): Représentation générale de l'évolution du taux de croissance de fissure en fonction de l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes :  $da/dN = f(\Delta K)$ . Bathias et Baïlon [14].

En général, dans la région où  $\Delta K_{th}$  est constant, la mécanique linéaire élastique de rupture (MLER) peut être utilisée pour analyser la croissance de fissure pour des longueurs de fissure supérieur à un seuil  $a_{th}$  qui peut être déterminé en fonction de la limite de fatigue ( $\Delta\sigma_{FL}$ ), Bhattacharya et Ellingwood [17], El-Haddad et al. [48], tel que :

$$a_{th} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{th}}{\Delta\sigma_{FL}} \right)^2 \quad (\text{II.1.12})$$

$a_{th}$  est considérée comme un point de transition entre les fissures courtes et longues (ou entre les périodes d'initiation et de propagation).

La condition de propagation (croissance) d'une fissure peut donc s'exprimer sous la forme : Wang et Hadfield [166], Figure (II.1.19)

$$\begin{aligned} \text{si } \Delta K_{eff} > \Delta K_{th} &\Rightarrow \frac{da}{dN} > 0 \quad \text{la fissure se propage} \\ \text{si } \Delta K_{eff} < \Delta K_{th} &\Rightarrow \frac{da}{dN} = 0 \quad \text{la fissure ne se propage pas} \end{aligned} \quad (\text{II.1.13})$$

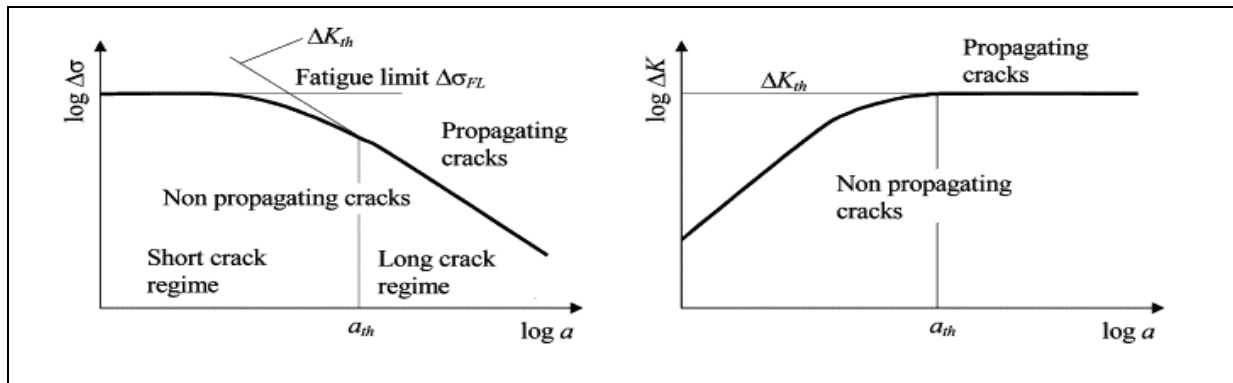


Figure (II.1.19) : Variation de contrainte appliquée à la longueur de fissure (a) et variation du facteur d'intensité de contrainte seuil en fonction de la longueur de fissure (b), ( Glodež et al. [71]).

Pour la détermination du facteur d'intensité de contraintes seuil, plusieurs formules empiriques ont été proposées dans la littérature. Ces relations dépendent des propriétés mécaniques du matériau (en fonction du changement, de la dureté du matériau et de la limite en fatigue, par exemple) et sont recensées dans le Tableau (II.1.1) ci-dessous.

référence	formule
Inoue et al [81-82] Kato et al [95]	$\Delta K_{th} = 2.45 + 3.41 \cdot 10^{-3} HV$ <i>HV</i> : dureté Vickers du matériau (HV).
Llorca et Sanchez-Galvez [111]	$\Delta K_{th} = 5.54 - 3.43 R_c$ <i>R<sub>c</sub></i> : rapport de la charge (ou contraintes).
Murakami et Endo [128]	$\Delta K_{th} = 3.3 \cdot 10^{-3} (HV + 120) (\sqrt{area})^{1/3}$ <i>area</i> : aire de la projection du défaut sur un plan perpendiculaire à la contrainte normale maximale.
Navarro et al [129]	$\Delta K_{th} = \Delta \sigma_{FL} \sqrt{\pi \frac{D^*}{2}}$ <i>D*</i> : diamètre de grain du matériau. $\Delta \sigma_{FL}$ : limite de fatigue du matériau
Rodopoulos et al [144]	$\Delta K_{th} = Y \frac{m_i}{m_1} (1 - R_c)^{\alpha^*} \Delta \sigma_{FL(R=0)} \sqrt{\pi \frac{D^*}{2}} \quad \text{pour } R_c \geq 0$ $\Delta K_{th} = Y \frac{m_i}{m_1} (1 - R_c) \Delta \sigma_{FL(R=0)} \sqrt{\pi \frac{D^*}{2}} \quad \text{pour } R_c < 0$ <i>R<sub>c</sub></i> : Rapport de la charge (ou contraintes). $\Delta \sigma_{FL(R=0)}$ : limite de fatigue du matériau avec <i>R</i> =0. <i>Y</i> : facteur de correction de fissure. <i>m<sub>i</sub></i> : facteur d'orientation de grain. <i>m<sub>1</sub></i> : facteur d'orientation de grain de la nucléation de fissure (initiation de fissure) (il est supposé que <i>m<sub>1</sub></i> = 1). $\alpha^*$ : paramètre de matériau qui varie entre 0 et 1 ( $\alpha^* \approx 0.5$ pour les aciers martensitiques)

Tableau (II.1.1) : Formules empiriques pour la détermination du facteur d'intensité de contrainte seuil.

Les facteurs élastiques linéaires ont été adoptés pour modéliser le comportement de croissance de fissure en fatigue. Les facteurs d'intensités maximales ( $K_{\max}$ ) et minimales ( $K_{\min}$ ) sont linéairement liés aux contraintes maximales ( $\sigma_{\max}$ ) et minimales ( $\sigma_{\min}$ ) appliqués respectivement. Selon la mécanique de la rupture élastique linéaire, les facteurs d'intensité sont estimés par:

$$\begin{aligned} K_{\max} &= f \cdot \sigma_{\max} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \\ K_{\min} &= f \cdot \sigma_{\min} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \end{aligned} \quad (\text{II.1.14})$$

Avec :

$f$  : fonction dépendante des conditions de chargement et de la géométrie.

$a$  : longueur de fissure.

La variation du facteur d'intensité est définie comme :

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = K_{\max} (1 - R_c) \quad (\text{II.1.15})$$

où  $R_c$  est le rapport de charge (ou contraintes) qui s'exprime:

$$R_c = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{K_{\min}}{K_{\max}} \quad (\text{II.1.16})$$

De nombreuses lois ont été utilisées afin de calculer la vitesse de propagation de fissures. Ces lois peuvent être considérées comme des extensions de la loi de Paris pour prendre en compte l'effet de différents paramètres sur le taux de croissance des fissures (facteur d'intensité de contraintes seuil  $\Delta K_{th}$ , facteur de rugosité  $K_{IC}$ , propriétés du matériau, rapport de contraintes, par exemple). Bathias et Bailon [14] ont regroupé et classé la plupart des lois de propagation de fissures de fatigue existant dans la littérature. Dans le cas particulier des engrenages, de nombreuses études, fréquemment basées sur l'utilisation de la méthode des éléments finis, ont été présentées pour analyser la période de propagation de fissure en cas de fatigue de contact (sur le flanc de denture). Glodež et al. [66-72], Ren et al. [141], Flašker et al. [56], Fajdiga et al. [51], ont simulé le processus de propagation de fissures sur des dentures droites en utilisant un modèle bidimensionnel équivalent à deux cylindres. Les conditions de charge suivantes ont été considérées :

- Pour une fissure initiée sous la surface, une distribution de pression normale semi elliptique combinées à une distribution de cisaillement créée par le frottement entre les surfaces (voir Figure (II.1.9-a)),
- Pour une fissure initiée sur la surface, une distribution de pression élastohydrodynamique (EHD) couplée aux tractions tangentielle dues au frottement entre les surfaces, la pression n'est pas constante et dépend également de la position de la fissure superficielle dans la zone de contact, Figure (II.1.20).

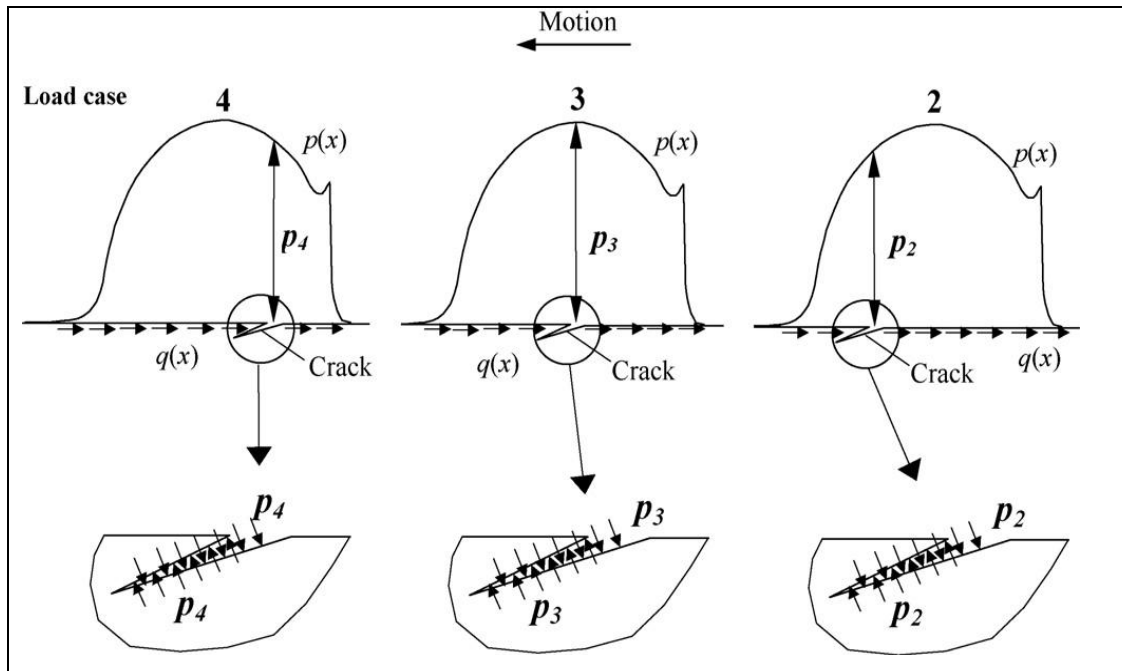


Figure (II.1.20): Différents cas de charge et pression dans le lubrifiant agissant sur la face d'une fissure ( Fajdiga et al. [51]).

Pour une fissure initiée en sous couche, les auteurs ont adopté la théorie de la croissance d'une fissure courte telle que la vitesse de croissance de fissure  $\frac{da}{dN}$  soit proportionnelle du déplacement plastique en pointe de fissure  $\Delta\delta_{pl}$  :

$$\frac{da}{dN} = C_0 (\Delta\delta_{pl})^{m_0} \quad (\text{II.1.17})$$

Où,  $C_0$  and  $m_0$  sont des constantes du matériau (déterminées expérimentalement).

Le déplacement plastique en pointe de fissure est fonction du facteur d'intensité de contraintes  $K$  lié à la longueur de fissure tel que :

$$\Delta\delta_{pl} = \frac{2(1-\nu) \cdot \sqrt{1-n^2}}{G \cdot n \cdot \sqrt{\pi}} \cdot K \cdot \sqrt{a} \quad (\text{II.1.18})$$

Avec :

$n$  : paramètre décrivant la position relative de la pointe de fissure à la frontière de grain, Figure (II.1.21).

$G$  : module de cisaillement.

$\nu$  : coefficient de Poisson.

$a$  : longueur de fissure.

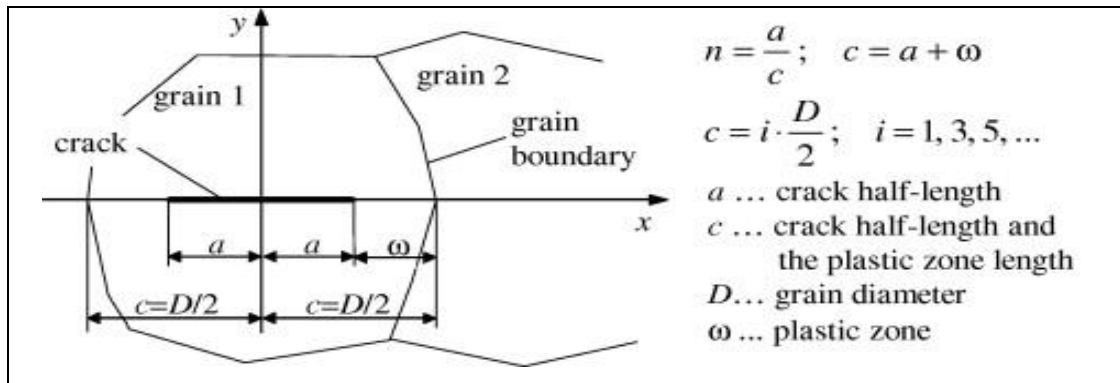


Figure (II.1.21): Configuration de fissure initiale dans un grain (Glodež et al [72]).

Les résultats obtenus en termes de durée de vie et de forme d'avarie sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux issus d'un banc d'essai FZG en boucle mécanique fermée, Figure (II.1.22).

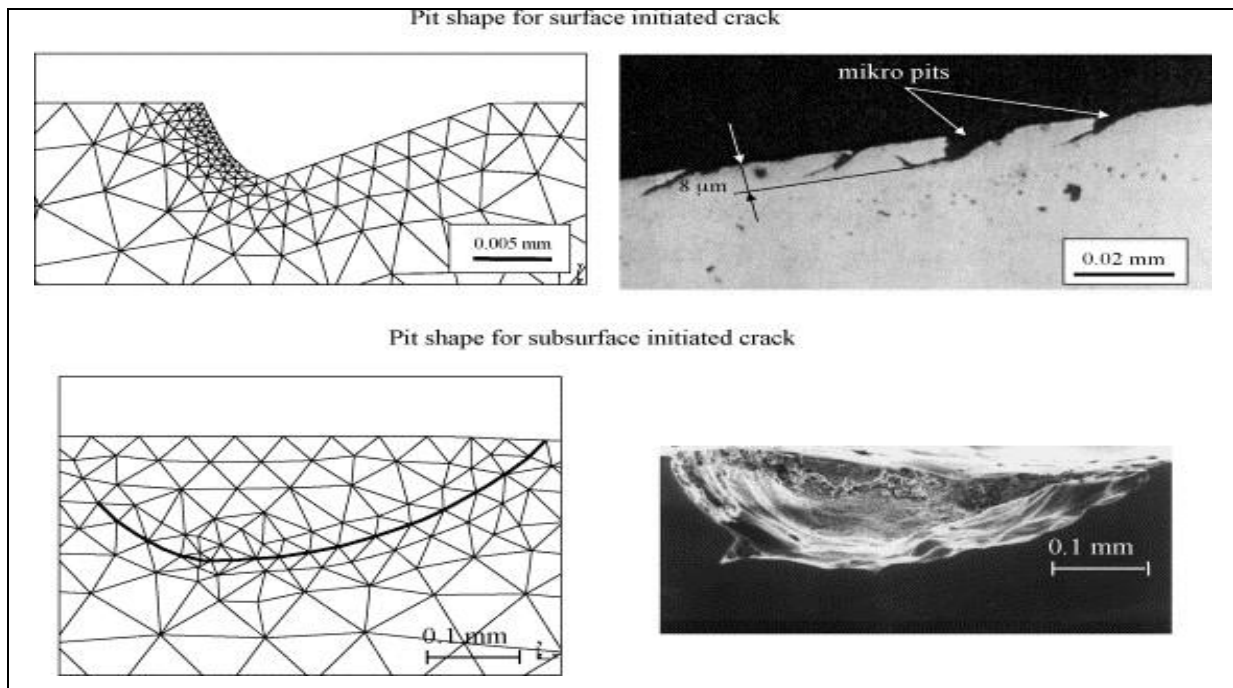


Figure (II.1.22) : Comparaison entre la forme de pitting obtenue numériquement et expérimentalement (Fajdiga et al. [51]).

Dans le cas d'une propagation de fissure en mode de chargement mixte (mode de cisaillement et mode de traction), la variation du facteur d'intensité de contraintes  $\Delta K$  dans la loi de Paris est remplacée par la variation effective du facteur d'intensité de contraintes  $\Delta K_{eff}$  :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eff})^m \quad (\text{II.1.19})$$



Ainsi Aslantaş et Taşgetiren [7] ont étudié la propagation de fissure à partir d'une fissure initiée sous la surface (en sous couche), Figure (II.1.23), sur des dentures des engrenages droits en fonte à graphite sphéroïdal (alliée à du nickel et du molybdène) et ont déterminé  $\Delta K_{eff}$  sous la forme :

$$\Delta K_{eff}^4 = \Delta K_I^4 + 8\Delta K_{II}^4 \quad (\text{II.1.20})$$

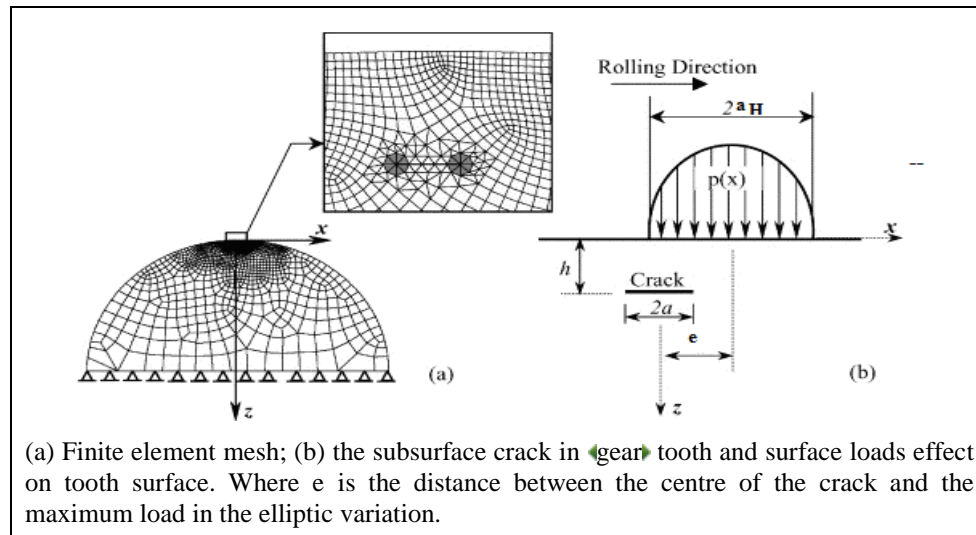


Figure (II.1.23): Modèle de simulation de fatigue de contact par pitting sur des dentures d'engrenages droits, Aslantaş et Taşgetiren [7].

Au cours de la simulation,  $K_I$  prend des valeurs négatives, Figure (II.1.24) et n'influe donc plus sur la propagation qui devient alors dépendante du seul mode de cisaillement et de  $\Delta K_{II}$ . Le critère de la contrainte maximale tangentielle a été utilisé pour déterminer l'angle de fissure au cours de la propagation des fissures sous chargement cyclique. Les résultats sont en bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus sur une machine FZG, Figure (II.1.25).

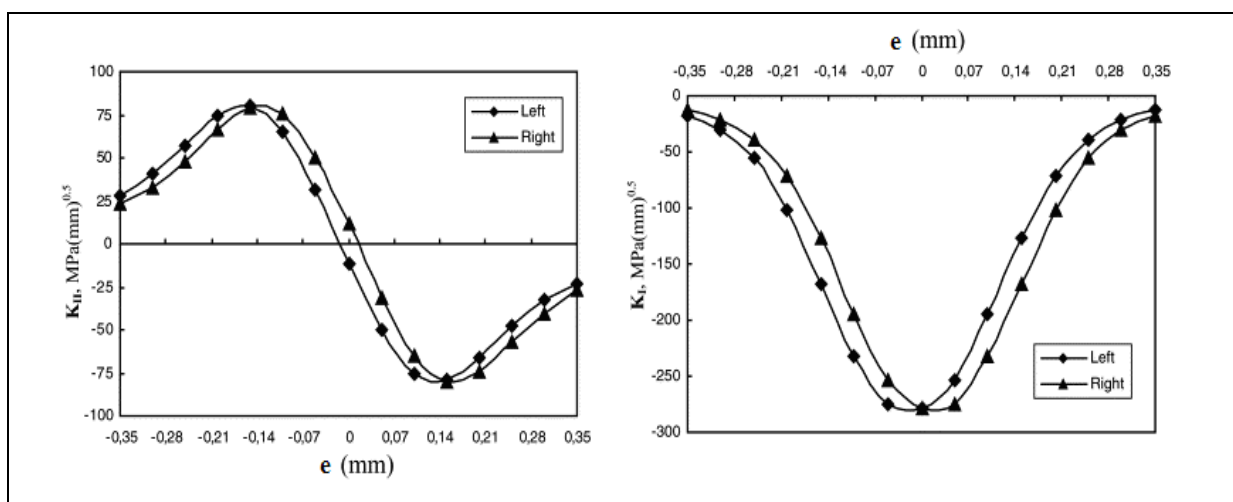


Figure (II.1.24) : Variation de  $K_I$  et  $K_{II}$  à la pointe gauche et droite de la fissure par rapport à la position de la charge, (Aslantaş et Taşgetiren [7]).

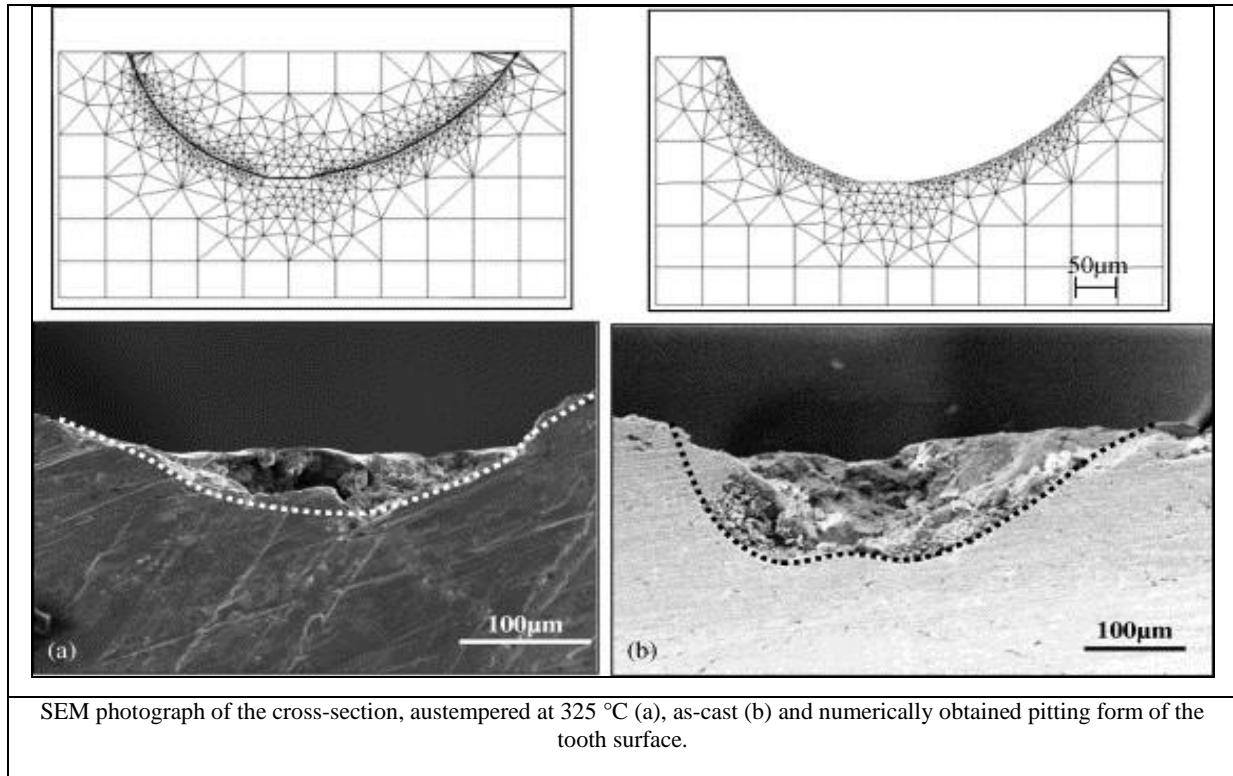


Figure (II.1.25): Comparaison entre résultats numériques et expérimentaux (Aslantaş et Taşgetiren [7]).

De la même façon, mais afin de prendre en compte l'influence des rugosités de surface et d'inclusions sur la formation du pitting, Blake et Cheng [18-19] ont étudié la propagation de fissures sur les dentures d'engrenages droits en utilisant le même modèle simple de deux cylindres en considérant que:

- Le nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure est négligeable et que, par conséquent, le nombre de cycles requis pour la propagation de fissure est égal à la durée de vie total au pitting.
- la propagation de fissure est fonction du seul mode du cisaillement ( $K_{II}$ ) et que  $\Delta K_{eff}$  devient:

$$\Delta K_{eff} = \Delta K_{II} = f \cdot C_K \cdot \Delta \tau \sqrt{\pi a} \quad (II.1.21)$$

Avec :

$f$  : facteur géométrique ( $f = 1.12$ ).

$\Delta \tau$  : variation des contraintes de cisaillement calculées dans un demi - plan élastique sans fissure.

$C_K$  : coefficient de correction pour  $\Delta \tau$  qui considère la présence de fissure.

La durée de vie obtenue en utilisant ce modèle est très inférieure aux valeurs expérimentales et laisse à penser que l'on ne peut pas négliger la phase d'initiation. Ding et al. [41] ont utilisé la même approche en ne considérant que le seul mode de cisaillement ( $K_{II}$ ) et ont montré que ce paramètre diminuait si le frottement entre les lèvres de la fissure était pris en compte.

Enfin, en se basant sur les travaux de Griffith [73], il est possible de lier la propagation de fissure à la dissipation d'énergie  $\Delta G$  qui selon Griffith est une caractéristique intrinsèque du matériau. La vitesse de croissance de fissure peut en être déduite sous la forme, Hanson et Keer [77]:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta G)^m = C\left(\left[(1-\nu) \cdot (\Delta K_{I,max}^2 + \Delta K_{II}^2) + \Delta K_{III}^2\right] / 2\mu\right)^m \quad (\text{II.1.22})$$

Avec :

$\mu$  : coefficient de frottement.

$\Delta K_I, \Delta K_{II}, \Delta K_{III}$  : variations des facteurs d'intensités de contraintes pour les trois modes différents de propagation de fissure.

#### **4. Conclusion :**

Au terme de cette introduction bibliographique, nous pouvons dégager quelques grandes tendances quant à la méthode de modélisation de fatigue de contact et à la prédiction de la durée de vie totale.

Tout d'abord, la fatigue de contact se manifestera de manière privilégiée dans les creux de denture où la direction du glissement est opposée à celle du roulement. La durée de vie totale en terme de pitting peut être divisée en deux périodes : i) une période d'initiation suivie ii) d'une période de propagation de fissure :

- Selon les conditions de contact, les fissures peuvent être initiées soit sous la surface de flanc de dentures, soit à la surface.
- La période d'initiation de fissure peut être analysée par la méthode déformation – vie, les méthodes basées sur la théorie des dislocations ou par l'utilisation de critères de fatigue
- La phase de propagation est généralement abordée en utilisant une théorie élastique linéaire et la méthode des éléments finis.

D'autre part, la plupart des modélisations et des analyses de fatigue de contact rencontrées dans la littérature ont été effectuées en utilisant des modèles simplifiés d'engrenages assimilés à deux disques équivalents. De plus, l'influence de comportement dynamique sur l'apparition de fatigue de contact est généralement négligée. Pour ces raisons, nous nous proposons donc d'étudier l'influence du comportement statique et dynamique sur la fatigue de contact d'engrenages droits (en particulier, le pitting), en utilisant un modèle spécifique d'engrenages avec 72 degrés de libertés (72 DDL) qui nous donne une possibilité d'accéder aux contraintes instantanées sur une large gamme de vitesses de rotation, tout en intégrant le rôle de défauts et de corrections de formes sur les dentures.

## **Chapitre 2:**

### Un modèle pour la simulation de la fatigue de contact par pitting sur les dentures d'engrenages droits

1. Introduction.
2. Modèle de contact et champ de contraintes.
3. Simulation de la fatigue de contact.
4. Modèle dynamique d'engrenages.
5. Validation du modèle de pitting.
6. Remarque.
7. Conclusion.



## 1. Introduction :

La pitting apparaît généralement dans les zones soumises à des pressions de contact élevées et à des glissements relativement importants (surtout dans la zone de glissement négatif au long du profil de denture). Le processus de pitting peut être visualisé comme une formation de fissures initiales sur ou sous la surface de contact qui se développent sous l'influence d'un chargement cyclique pour aboutir au détachement d'une couche de la surface du matériau. Le nombre de cycles requis pour l'apparition de pitting sur les flancs de dentures d'engrenages, Figure (II.2.1), peut être alors défini comme la somme du nombre de cycles requis pour l'initiation ( $N_i$ ) et la propagation de fissure ( $N_p$ ) depuis la longueur initiale jusqu'à la longueur critique caractérisant l'apparition d'une écaille:

$$N = N_i + N_p \quad (\text{II.2.1})$$

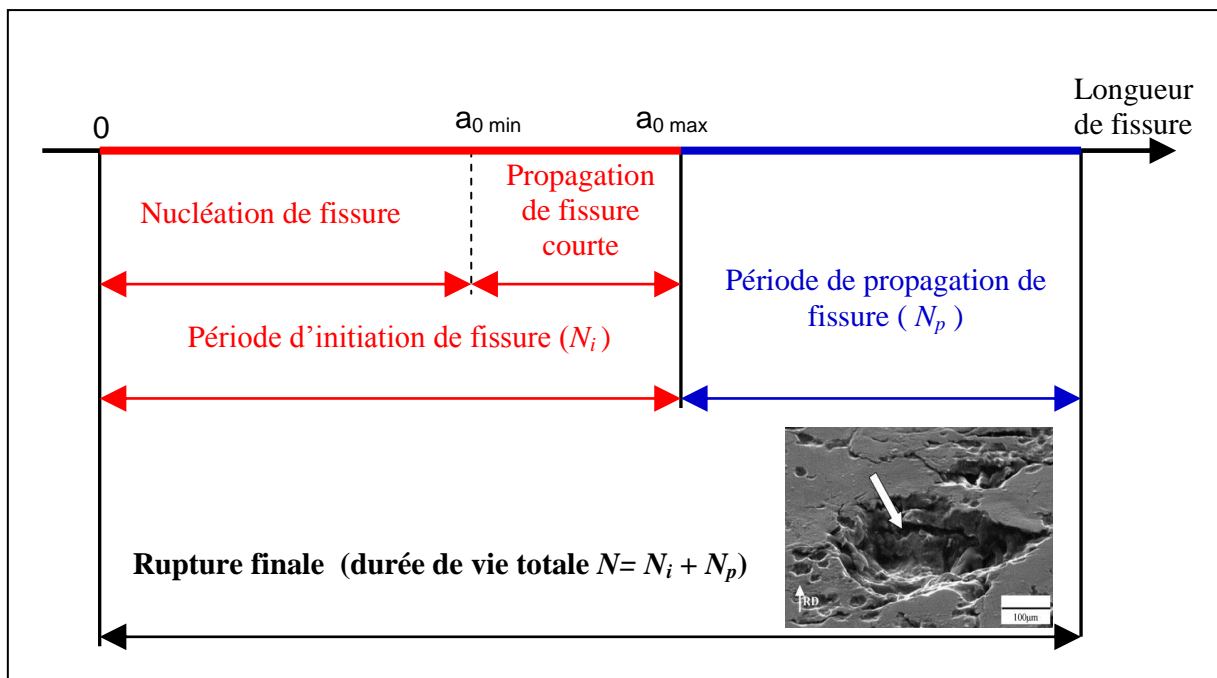


Figure (II.2.1) : Les différentes périodes de l'endommagement en fatigue.

Le but de ce chapitre est de présenter un modèle pour simuler la période totale de fatigue de contact par pitting en utilisant un modèle spécifique d'engrenages (72 DDL) pour analyser les interactions possibles entre la fatigue de contact et le chargement instantané subis par les flancs de dentures au cours du mouvement. Cette approche de la fatigue de contact se différencie de la plupart des méthodes de simulations proposées dans la littérature qui reposent a) sur des cinématiques simplifiées comme un système de deux disques équivalents et b) sur des modèles de chargement quasi-statiques.

Dans un premier temps, un modèle de contact nécessaire pour déterminer les champs des contraintes est présenté. Une analyse des périodes d'initiation et de propagation de fissure est ensuite proposée. Enfin, les résultats obtenus en utilisant cette simulation sont testés en comparant avec les résultats issus d'un banc d'essai back-to-back, Glodež et al. [72].

## 2. Modèle de contact et champ des contraintes :

Un modèle global pour la prédiction de la fatigue de contact sur les engrenages doit considérer l'historique du chargement sur les contacts tout en actualisant les géométries et les cinématiques (rayon de courbure, nombre de dents en contact, vitesse de roulement et de glissement...etc.) en fonction du temps. Au cours de l'engrènement, les flancs de dentures sont soumis à des distributions de pressions normales et tangentielles qui induisent des contraintes cycliques dans les couches du matériau susceptibles de conduire à des phénomènes de fatigue. Après avoir calculé les forces de contact dynamiques, les distributions de pressions dynamiques  $P(x)$  sont déterminées en utilisant la théorie d'Hertz tandis que la pression de contact tangentielle  $q(x)$  peut être déduite d'une loi de frottement de type Coulomb soit :

$$P(x) = P_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a_H}\right)^2} = \frac{2}{\pi} \frac{w}{a_H d} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a_H}\right)^2} \quad (\text{II.2.2})$$

$$q(x) = \mu \cdot P(x) \quad (\text{II.2.3})$$

Avec :

$P_0$  : pression hertzienne maximale.

$\frac{w}{d}$  : charge par unité de largeur de contact.

$a_H = \sqrt{8 \cdot \frac{w}{b} \cdot \frac{R'}{\pi E'}}$  : demi-largeur du contact hertzien.

$\mu$  : coefficient de frottement.

$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  : rayon de courbure équivalent au point de contact considéré.

$R_1, R_2$  : rayon de courbure du pignon et de la roue respectivement.

$E' = \frac{2E_1 E_2}{E_1(1 - \nu_2^2) + E_2(1 - \nu_1^2)}$  : module d'Young équivalent.

$E_1, E_2$  : module d'Young du pignon et de la roue respectivement.

$\nu_1, \nu_2$  : coefficient de Poisson du pignon et de la roue respectivement.

En appliquant ces conditions de chargement de contact, le tenseur des contraintes peut être déterminé à chaque point matériel sur ou sous la surface de contact en utilisant les résultats classiques du demi plan élastique ici considéré dans un état de déformations planes. Ce processus est répété à chaque pas de temps et les cycles des contraintes de chargement pour chaque point matériel observé en sont déduits, Figure (II.2.2). Il faut noter que le champ de pression peut varier avec le temps non seulement en raison du passage d'une à deux paires de dents en prise mais également suite à des effets dynamiques marqués au voisinage d'une vitesse critique de denture en particulier.

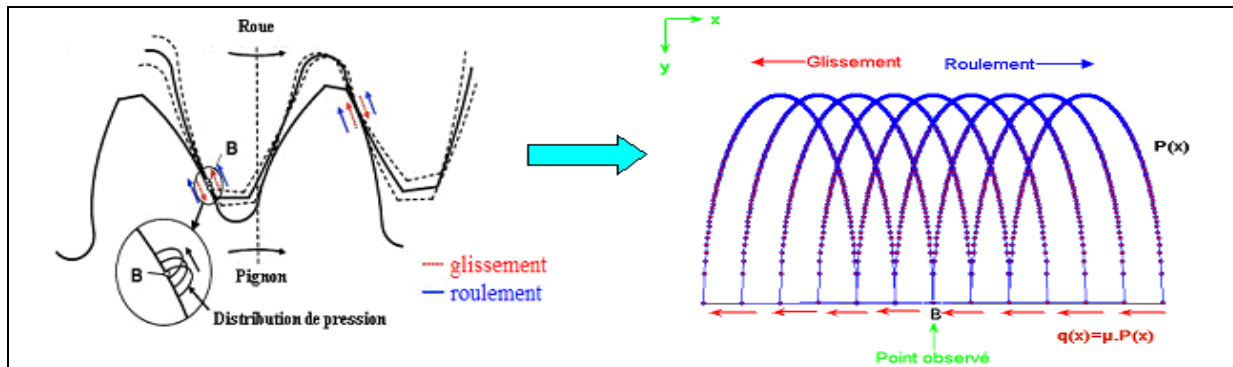


Figure (II.2.2) : Simulation de mouvement de contact pour la détermination des champs des contraintes au point étudié B localisé sur le profil du pignon.

Le champ de contraintes total est la somme des contraintes qui résultent du chargement normal ( $\sigma_{i'j'}^n(x, y)$ ) et des charges tangentielles ( $\sigma_{i'j'}^t(x, y)$ ), (voir Annexe 3) auxquels s'ajoutent les éventuelles contraintes résiduelles  $\sigma_{i'j'}^r(x, y)$  résultant de traitements thermiques de surface des engrenages:

$$\sigma_{i'j'}(x, y) = \sigma_{i'j'}^n(x, y) + \sigma_{i'j'}^t(x, y) + \sigma_{i'j'}^r(x, y) \quad \forall i' j' \in x, y, z \quad (\text{II.2.4})$$

Il est bien connu que la résistance en fatigue de contact est fortement influencée par les contraintes résiduelles introduites par les traitements thermiques. Généralement, les traitements thermo-chimiques utilisés pour les surfaces trempées des engrenages tels que la nitruration ou la cémentation, introduisent des contraintes résiduelles compressives dans les couches sous la surface conduisant à une augmentation de la résistance en fatigue.

Afin d'étudier l'influence des contraintes résiduelles sur le comportement de fatigue sur les dentures des engrenages, des techniques expérimentales comme la technique de diffraction par rayons X sont généralement employées pour évaluer le champ des contraintes résiduelles. On peut trouver quelques relations empiriques dans la littérature qui donnent une estimation des variations des contraintes résiduelles en fonction des variations de dureté sous la surface. Ces relations sont différentes selon le type de traitement de surface des engrenages (trempées, nitrurées, cémentées...etc.), Lang [100], Tobe et al. [158].

Dans notre étude et selon le type de traitement thermique des surfaces des engrenages (trempé ou nitruré), les contraintes résiduelles seront déterminées en utilisant les relations empiriques proposées par Lang [100]. Les contraintes résiduelles sont essentiellement causées par les changements de volume pendant la transformation austénitique qui se produit à des moments différents selon que l'on considère la surface ou le cœur, suggérant qu'il existe une corrélation entre les contraintes résiduelles et les différences de dureté entre le cœur et la surface. Les relations empiriques de Lang [100] pour l'évaluation du changement de dureté du matériau et en conséquence l'estimation des contraintes résiduelles en fonction du type de traitement thermique s'écrivent:



Cas de la cémentation :Dureté du matériau [HV]

$$HV(y) = HV_c + (HV_s - HV_c) 10^{\left( \frac{-0.038 + 0.2662 \frac{y}{y_{eff}}}{y_{eff}} \right) \frac{y}{y_{eff}}}$$

Les contraintes résiduelles [MPa] :

$$\begin{aligned} \sigma^r &= -1.25(HV(y) - HV_c) && \text{Pour } HV - HV_c \leq 300HV \\ \sigma^r &= 0.2857(HV(y) - HV_c) - 460 && \text{Pour } HV - HV_c > 300HV \end{aligned}$$

(II.2.5)

Cas de la nitruration :Dureté du matériau [HV] :

$$HV(y) = HV_c + (HV_s - HV_c) 10^{\left( \frac{0.223 - 0.4218 \frac{y}{y_{eff}}}{y_{eff}} \right) \frac{y}{y_{eff}}}$$

Les contraintes résiduelles [MPa] :

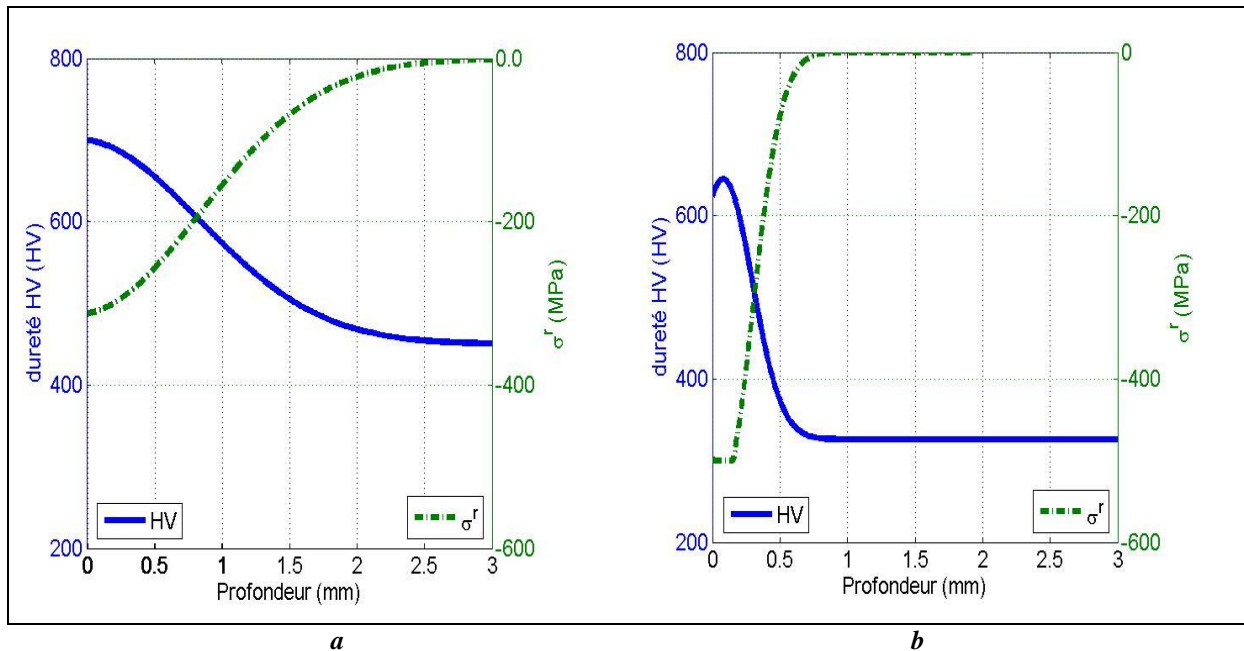
$$\begin{aligned} \sigma^r &= -1.667(HV(y) - HV_c) && \text{Pour } HV - HV_c \leq 300HV \\ \sigma^r &= -500 && \text{Pour } HV - HV_c > 300HV \end{aligned}$$

(II.2.6)

Avec

 $HV_c$  : dureté Vickers à cœur. $HV_s$  : dureté Vickers de la surface. $y_{eff}$  : profondeur effective de durcie (*effective case depth*). $y$  : profondeur sous la surface.

La Figure (II.2.3) montre les distributions de contraintes résiduelles et de dureté du matériau issues des relations (II-2-5 & 6) pour deux matériaux couramment utilisés dans la fabrication des engrenages ( $18NiCrMo5$ : acier de cémentation et  $42CrMoS4$  pour la nitruration). Sur ces exemples, on constate que la valeur de dureté superficielle est plus grande dans le cas de la cémentation pour des contraintes résiduelles plus faibles. On note également un gradient plus élevé dans le cas de la nitruration et, par conséquent, une zone durcie plus importante pour la cémentation.



**Figure (II.2.3) : Changement de la dureté et des contraintes résiduelles sous la surface.**  
*a : cas cimenté trempé (18NiCrMo5,  $HV_s=700$  HV,  $HV_c=450$  HV,  $=1$  mm), Lang [100].*  
*b : cas nitruré (42CrMoS4,  $HV_s=624$  HV,  $HV_c=326$  HV,  $=0.5$  mm), Lang [100].*

Dans le cas particulier d'engrenages cimentés, le modèle proposé par Tobe et al. [158], pour déterminer la distribution des contraintes résiduelles est largement utilisé.

Par la suite, afin de prendre en compte l'influence des contraintes résiduelles sur la résistance en fatigue, celles-ci seront considérées comme équi-biaxial (avec des composantes normales égales dans les directions tangentielles et axiales) et, de plus, seront supposées inchangées pendant le cycle de changement (Batista et al. [15], Tobie [159], Conrado [31]).

### **3. Simulation de la fatigue de contact :**

#### **3.1. Simulation de la période d'initiation de fissure :**

Dans ce mémoire, la période d'initiation de fissure est totalement analysée en utilisant les critères de fatigue multiaxiaux, selon les deux étapes suivantes:

- 1- Estimation du degré de fatigue à chaque point matériel en fonction de la profondeur sous la surface.
- 2- Calcul du nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure en couplant les critères de fatigue et la courbe d'endurance de Wöhler.

##### **3.1.1. Application des critères de fatigue multiaxiaux :**

Avant de présenter les critères de fatigue utilisés, nous allons introduire certaines grandeurs caractéristiques associées aux invariants du tenseur des contraintes :

- Le tenseur des contraintes macroscopique peut être décomposé en une partie déviatorique et une partie sphérique:

$$\sigma = S + \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma) I \quad (\text{II.2.7})$$

avec  $S$  est la partie déviatorique du tenseur des contraintes macroscopique.

- Le premier invariant  $J_1$  correspond à la partie hydrostatique  $P_H$  :

$$J_1 = P_H = \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma) \Rightarrow P_H(t) = \frac{1}{3} [\sigma_{xx}(t) + \sigma_{yy}(t) + \sigma_{zz}(t)] \quad (\text{II.2.8})$$

Pour un cycle de chargement,  $P_H(t)$  est une fonction périodique du temps de période  $T$  dont l'amplitude  $P_{H,a}$  et la valeur moyenne  $P_{H,m}$  sont définies par:

$$P_{H,a} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T} \frac{\text{tr}(\sigma(t))}{3} - \min_{t \in T} \frac{\text{tr}(\sigma(t))}{3} \right\} \quad (\text{II.2.9})$$

$$P_{H,m} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T} \frac{\text{tr}(\sigma(t))}{3} + \min_{t \in T} \frac{\text{tr}(\sigma(t))}{3} \right\} \quad (\text{II.2.10})$$

La valeur maximale de la pression hydrostatique est donc donnée par :

$$P_{H,\max} = P_{H,a} + P_{H,m} \quad (\text{II.2.11})$$

- Le deuxième invariant  $J_2$  de la partie déviatorique du tenseur des contraintes représente une norme associée à la notion d'énergie de distorsion utilisée dans certains critères, soit :

$$\sqrt{J_2} = \sqrt{\frac{1}{2} S : S} \quad (\text{II.2.12})$$

L'amplitude du deuxième invariant du déviateur des contraintes  $J_{2,a}$  correspond généralement à la valeur maximale du deuxième invariant du déviateur des contraintes alternée soit :

$$\sqrt{J_{2,a}} = \max_{t \in T} \sqrt{J_{2,a}(t)} \quad (\text{II.2.13})$$

### 3.1.1.1. Critère de Crossland (macroscopique global):

Le critère de Crossland [32], basé sur le critère d'élasticité de Von Mises, présente l'avantage d'être multiaxial et d'être en bon accord avec nombre de résultats expérimentaux. La description du critère de Crossland considère le chemin de chargement macroscopique. Le risque de fissure est exprimé comme une combinaison linéaire de l'amplitude du deuxième

invariant du déviateur des contraintes et de la valeur maximale de la pression hydrostatique pendant le cycle de chargement sous la forme :

$$\sigma_{eq,CRO} = \sqrt{J_{2,a}} + \alpha_{CRO} P_{H,max} \leq \beta_{CRO} \quad (\text{II.2.14})$$

$\alpha_{CRO}, \beta_{CRO}$  : paramètres du matériau qui peuvent être identifiés par un test de torsion alternée ( $\sqrt{J_{2,a}} = \tau_w; P_{H,max} = 0$ ) et de flexion alternée ( $\sqrt{J_{2,a}(t)} = \frac{\sigma_w}{\sqrt{3}}; P_{H,max} = \frac{\sigma_w}{3}$ ) conduisant aux relations suivantes :

$$\alpha_{CRO} = \frac{3\tau_w}{\sigma_w} - \sqrt{3}; \quad \beta_{CRO} = \tau_w \quad (\text{II.2.15})$$

où  $\sigma_w, \tau_w$  sont les limites de fatigue en flexion alternée et en torsion alternée respectivement.

Pour être valide, le critère de Crossland impose la condition  $\frac{\tau_w}{\sigma_w} > \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

### 3.1.1.2. Critère de Liu & Zenner (Approche intégrale) :

Le critère de Liu & Zenner est exprimé par la relation suivante :

$$\sigma_{eq,LZ} = a_{LZ} \tau_{eq,a}^2 + b_{LZ} \sigma_{eq,a}^2 + m_{LZ} \tau_{eq,m}^2 + n_{LZ} \sigma_{eq,m} \leq \beta_{LZ}^2 \quad (\text{II.2.16})$$

Les valeurs d'amplitude des contraintes cisaillement équivalentes  $\tau_{eq,a}$ , des contraintes cisaillement moyennes équivalentes  $\tau_{eq,m}$ , d'amplitude des contraintes normale équivalentes  $\sigma_{eq,a}$  et des contraintes normales moyennes équivalentes sont données par Liu et Zenner [109], Liu [110]:

$$\begin{aligned} \tau_{eq,a} &= \left[ \frac{15}{8\pi} \int_{\gamma=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi} \tau_{\varphi\gamma,a}^2 \cdot \sin \gamma \cdot d\varphi \cdot d\gamma \right]^{\frac{1}{2}} \\ \tau_{eq,m} &= \frac{1}{\tau_{eq,a}} \left[ \frac{15}{8\pi} \int_{\gamma=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi} \tau_{\varphi\gamma,a}^2 \cdot \tau_{\varphi\gamma,m}^2 \cdot \sin \gamma \cdot d\varphi \cdot d\gamma \right]^{\frac{1}{2}} \\ \sigma_{eq,a} &= \left[ \frac{15}{8\pi} \int_{\gamma=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi} \sigma_{\varphi\gamma,a}^2 \cdot \sin \gamma \cdot d\varphi \cdot d\gamma \right]^{\frac{1}{2}} \\ \sigma_{eq,m} &= \frac{1}{\sigma_{eq,a}^2} \left[ \frac{15}{8\pi} \int_{\gamma=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi} \sigma_{\varphi\gamma,a}^2 \cdot \sigma_{\varphi\gamma,m} \cdot \sin \gamma \cdot d\varphi \cdot d\lambda \right] \end{aligned} \quad (\text{II.2.17})$$

Où  $\tau_{\varphi\gamma,a}$ ,  $\tau_{\varphi\gamma,m}$ ,  $\sigma_{\varphi\gamma,a}$  et  $\sigma_{\varphi\gamma,m}$  sont les contraintes normales et tangentielles définies sur une frontière sphérique d'un volume élémentaire du matériau, voir *Annexe 4*.

Les paramètres du matériau  $a_{LZ}$ ,  $b_{LZ}$ ,  $m_{LZ}$  et  $n_{LZ}$  sont calculés à partir de la limite de fatigue en torsion alternée  $\tau_w$ , de la limite de fatigue en flexion (tension-compression) alternée  $\sigma_w$ , de la limite de fatigue en torsion répétée  $\tau_{w,0}$  et de la limite de fatigue en flexion répétée  $\sigma_{w,0}$ , (Liu et Zenner [109]) conduisant aux expressions ci-dessous:

$$\begin{aligned} a_{LZ} &= \frac{1}{5} \left[ 3 \left( \frac{\sigma_w}{\tau_w} \right)^2 - 4 \right]; & b_{LZ} &= \frac{1}{5} \left[ 6 - 2 \left( \frac{\sigma_w}{\tau_w} \right)^2 \right] \\ m_{LZ} &= \frac{\sigma_w^2 - \left( \frac{\sigma_w}{\tau_w} \right)^2 \left( \frac{\tau_{w,0}}{2} \right)^2}{\frac{4}{7} \left( \frac{\tau_{w,0}}{2} \right)^2}; & n_{LZ} &= \frac{\sigma_w^2 - \left( \frac{\sigma_{w,0}}{2} \right)^2 - \frac{4m_{LZ}}{21} \left( \frac{\sigma_{w,0}}{2} \right)^2}{\frac{5}{7} \left( \frac{\sigma_{w,0}}{2} \right)} \end{aligned} \quad (\text{II.2.18})$$

### 3.1.1.3. Critère de Dang Van (Plan critique) :

Le critère de Dang Van postule que le paramètre de base pour la nucléation de microfissures de fatigue est la contrainte de cisaillement maximum sur le monocristal le plus défavorable en place (ou grains). Selon l'auteur, une microfissure de fatigue apparaît lorsque le monocristal sort de son adaptation élastique produite lors des premiers cycles. Ce critère est basé sur une approche d'échelle mésoscopique. Dans ce mémoire, nous utilisons la deuxième version de ce critère publiée en 1989 (Dang Van et al. [33]) qui peut être exprimée comme suit:

$$\sigma_{eq,DV} = \max_{t \in T} \left( \tau(t) + \alpha_{DV} P_H(t) \right) \leq \beta_{DV} \quad (\text{II.2.19})$$

Avec

$\tau(t) = \frac{1}{2} |s_{\max}(t) - s_{\min}(t)|$ , la différence entre la valeur maximale et minimale des contraintes principales du tenseur déviatorique mésoscopique au temps t, Dang Van et al. [33], tandis que  $P_H(t)$  est la pression hydrostatique au même instant t.

L'application de ce critère dans les conditions de torsion alternée (limite  $\tau_w$ ) et de flexion alternée (limite  $\sigma_w$ ) conduit aux paramètres matériaux suivants:

$$\alpha_{DV} = 3 \left( \frac{\tau_w}{\sigma_w} - \frac{1}{2} \right); \quad \beta_{DV} = \tau_w \quad (\text{II.2.20})$$

La condition de validité du critère de Dang Van correspond à  $\frac{\tau_w}{\sigma_w} > \frac{1}{2}$ .

### 3.1.2. Résistance du matériau :

En l'absence de traitements superficiels, les propriétés mécaniques des matériaux sont réparties de façon homogène et les résultats classiques de fatigue provenant de tests ou bien disponibles dans la littérature peuvent être utilisés pour caractériser la résistance locale du matériau. Dans le cas de matériaux durcis en surface et fréquemment utilisés dans les engrenages de transmissions, les propriétés mécaniques ne peuvent plus être considérées comme homogènes, même à l'échelle macroscopique. Ces propriétés varient avec la profondeur sous la surface et elles dépendent du type et des conditions de traitement thermique (cémentation, nitruration en particulier). On trouve ainsi, dans la littérature, un certain nombre de résultats empiriques qui permettent d'estimer le limite en flexion alternée  $\sigma_w$  et la limite de fatigue en torsion alternée  $\tau_w$  en fonction des variations de dureté en sous couche. Le Tableau (II.2.1) reproduit quelques unes des ces formules empiriques permettant d'évaluer cette limite de fatigue.

Référence	Limite de Fatigue		
Roessle- Fatemi [145]	$\sigma_w = 1.36 * HV$	[MPa]	pour $HV \leq 735HV$
Mitchell- Socie (de référence [145])	$\sigma_w = 1.63 * HV$	[MPa]	pour $HV \leq 735HV$
Atzori et al. [10]	$\sigma_w = 0.475 * \sigma_u$	[MPa]	
	$\sigma_u$ : Résistance maximal en traction monotone définie par Lang [100]		
	$\sigma_u = 3.525HV - 400$	[MPa]	
Winderlich [169]	$\sigma_w = 1.61 \frac{HV}{(1 + 20.7 / HV)}$	[MPa]	pour $HV \leq 340HV$
	$\sigma_w = \frac{1.98HV - 0.0011HV^2}{(1 + 20.7 / HV)}$	[MPa]	pour $HV > 340HV$
Sandberg [146]	$\tau_w = 0.773 * HV - \frac{HV^2}{3170}$	[MPa]	pour $HV \leq 700HV$
Tobie [159]	$\tau_w = 0.5 * HV$	[MPa]	

Tableau (II.2.1) : Relations empiriques pour l'estimation de la limite de fatigue en torsion alternée  $\tau_w$  et en flexion alternée  $\sigma_w$ .

Le rapport de limite de fatigue en torsion alternée  $\tau_w$  et en flexion alternée  $\sigma_w$  est généralement compris entre :  $0.577 \leq \frac{\tau_w}{\sigma_w} \leq 0.866$  selon Zenner et al. [179], et dans notre étude, nous retiendrons la valeur  $\tau_w = 0.6 * \sigma_w$ .

D'autre part, les limites de fatigue en flexion répétée  $\sigma_{w,0}$  et torsion répétée  $\tau_{w,0}$ , peuvent être estimées en utilisant les formules de Winderlich [169] :

$$\sigma_{w,0} = 2 \frac{\sigma_w}{1 + \frac{HV}{1000}} \quad (\text{II.2.21})$$

$$\tau_{w,0} = \frac{4\tau_w}{\frac{2\sigma_w}{\sigma_{w,0}} + 1} \quad (\text{II.2.22})$$

ou par les formules de la norme ISO 6336-5 [88] où les limites de fatigue en cas alterné se déduisent des limites en cas répété par un coefficient multiplicatif de 0.7.

La Figure (II.2.4) montre une comparaison entre la limite de fatigue calculée en utilisant les formules empiriques et les valeurs de limite de fatigue données par ISO 6336 en fonction de la dureté du matériau.

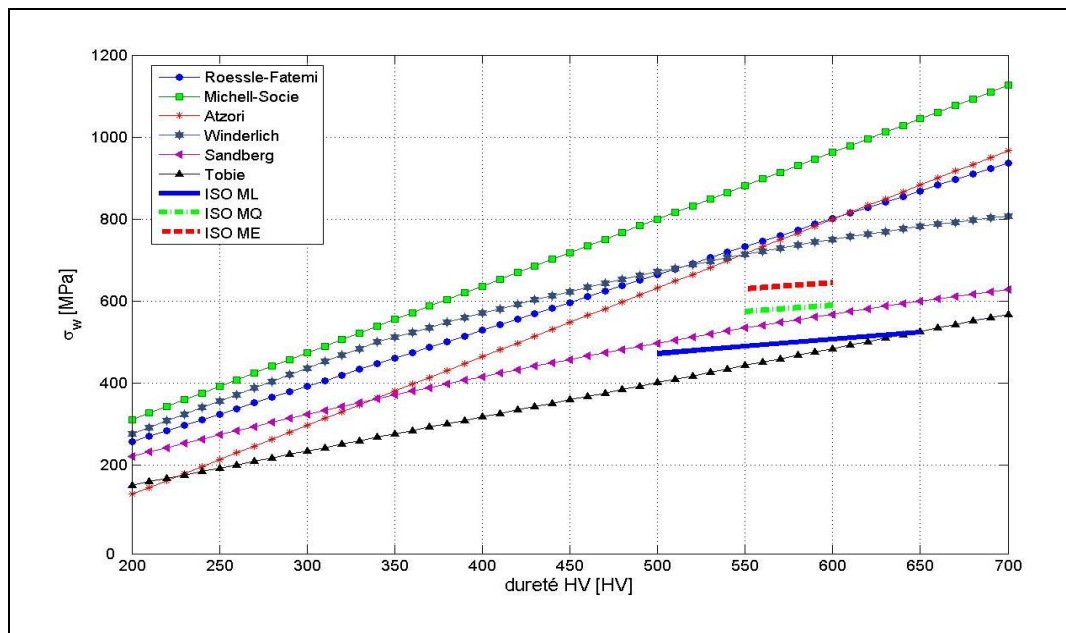


Figure (II.2.4): Limite de fatigue  $\sigma_w$  en fonction de la dureté du matériau.

Nous pouvons remarquer que la formule proposée par Sandberg [146] encadre assez bien les résultats de la norme ISO 6336 pour des aciers de types ML et MQ (bonne qualité) ; pour cette raison, elle sera largement utilisée dans les exemples d'application qui suivent.

### 3.1.3. Degré de fatigue :

Un critère de fatigue définit une contrainte équivalente qui est fonction du trajet du tenseur des contraintes et des caractéristiques mécaniques du matériau et permet de déterminer s'il y a risque d'endommagement ou non. On introduit ainsi la notion de degré de fatigue  $D_f$  de sorte que si:

$$D_f = \frac{\sigma_{eq,i}}{\sigma_{LT}} \geq 1 \quad \rightarrow \text{il existe un risque d'initiation de fissure}$$

$$D_f = \frac{\sigma_{eq,i}}{\sigma_{LT}} < 1 \quad \rightarrow \text{il n'existe pas de risque d'initiation de fissure}$$
(II.2.23)

Avec

$\sigma_{eq,i}$  : contrainte équivalente correspondant au critère de fatigue utilisé  $i$  ( $\sigma_{eq,DV}$ ,  $\sigma_{eq,CRO}$ ,  $\sigma_{eq,LZ}$ ).

$\sigma_{LT,i}$  : Limite de fatigue correspondant au critère utilisé  $i$  ( $\tau_w$  : pour le critère de Dang Van et Crossland.  $\sigma_w$  : pour le critère de Liu & Zenner).

### 3.1.4. Estimation du nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure ( $N_i$ ) :

La méthode déformation-vie et la méthode de dislocation sont souvent utilisées pour l'estimation de nombre de cycles ( $N_i$ ) requis pour l'initiation de fissure (voir chapitre 1 de partie II). Dans notre étude, nous proposons d'appliquer les critères de fatigue pour estimer ce paramètre ( $N_i$ ). A cette fin, la limite du nombre de cycles de rupture par fatigue (apparition de fissure) sera déduite des courbes de Wöhler qui peuvent être approximées par des relations de la forme :

$$\tau_a = \tau'_f \cdot (2N_i)^{b_\tau}$$

$$\sigma_a = \sigma'_f \cdot (2N_i)^{b_\sigma}$$
(II.2.24)

Suivant Kluger et Lagoda [98], nous supposons que :  $b_\tau = b_\sigma = b$  de sorte que :

$$\tau_a = \tau'_f \cdot (2N_i)^b$$

$$\sigma_a = \sigma'_f \cdot (2N_i)^b$$
(II.2.25)

Avec :

$N_i$  : Nombre de cycles à la rupture par fatigue

$\sigma'_a$  : Coefficient de résistance en fatigue pour la traction compression

$\tau'_a$  : Coefficient de résistance en fatigue pour la torsion

$b$  : Exponent de la résistance de la fatigue ( $b = - (0.04 - 0.15)$  pour les métaux).

A partir de la relation (II.2.25), les critères de Crossland et Dang Van peuvent être représentés en fonction des paramètres de fatigue du matériau. En considérant, dans un premier temps le critère de Crossland qui s'écrit:

$$\sqrt{J_{2,a}} + \alpha_{CRO} \cdot P_{H,max} = \beta_{CRO}$$
(II.2.26)



Il est alors possible d'obtenir la valeur de la constante  $\beta_{CRO}$  en ne considérant que la sollicitation de torsion (Figure (II.2.5)) :

$$\sqrt{J_{2,a}} + \alpha_{CRO} \cdot 0 = \beta_{CRO} \Rightarrow \sqrt{J_{2,a}} = \beta_{CRO} \Rightarrow \beta_{CRO} = \tau'_f \cdot (2N_i)^b \quad (\text{II.2.27})$$

et, dans le cas de traction-compression simple avec  $R_c = -1$  ( $R_c$  : rapport de contraintes), Figure (II.2.5), le critère prend la forme:

$$\frac{\sigma_a}{\sqrt{3}} + \alpha_{CRO} \cdot \frac{\sigma_a}{3} = \beta_{CRO} \Leftrightarrow \frac{\sigma'_f \cdot (2N_i)^b}{\sqrt{3}} + \alpha_{CRO} \cdot \frac{\sigma'_f \cdot (2N_i)^b}{3} = \tau'_f \cdot (2N_i)^b \quad (\text{II.2.28})$$

conduisant alors à la valeur du paramètre  $\alpha_{CRO}$ , à savoir :

$$\alpha_{CRO} = \frac{\tau'_f \cdot (2N_i)^b - \frac{\sigma'_f \cdot (2N_i)^b}{\sqrt{3}}}{\frac{\sigma'_f \cdot (2N_i)^b}{3}} = 3 \cdot \left( \frac{\tau'_f}{\sigma'_f} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \Rightarrow \alpha_{CRO} = \frac{3 \cdot \tau'_f}{\sigma'_f} - \sqrt{3} \quad (\text{II.2.29})$$

En combinant les relations (II.2.27) et (II.2.29), le critère de Crossland peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\sqrt{J_{2,a}} + \left( \frac{3 \cdot \tau'_f}{\sigma'_f} - \sqrt{3} \right) \cdot P_{H,\max} = \tau'_f \cdot (2N_i)^b \quad (\text{II.2.30})$$

d'où le nombre de cycles pour l'initiation qui peut être déduit comme :

$$N_i = N_{i,CRO} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{\sqrt{J_{2,a}} + \left( \frac{3 \cdot \tau'_f}{\sigma'_f} - \sqrt{3} \right) \cdot P_{H,\max}}{\tau'_f} \right]^{1/b} \quad (\text{II.2.31})$$

Des développements similaires peuvent être conduits en utilisant le critère de Dang Van dont les constantes s'expriment alors :

$$\alpha_{DV} = 3 \left( \frac{\tau'_f}{\sigma'_f} - \frac{1}{2} \right); \quad \beta_{DV} = \tau'_f \cdot (2N_i)^b \quad (\text{II.2.32})$$

qui, reportées dans l'expression du critère, conduisent à :

$$\max_{t \in T} \left( \tau(t) + 3 \cdot \left( \frac{\tau'_f}{\sigma'_f} - \frac{1}{2} \right) \cdot P_H(t) \right) = \tau'_f \cdot (2N_i)^b \quad (\text{II.2.33})$$

et permettent enfin d'accéder au nombre de cycles pour l'initiation sous la forme :

$$N_i = N_{i,DV} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{\max_{t \in T} \left( \tau(t) + 3 \cdot \left( \frac{\tau_f'}{\sigma_f'} - \frac{1}{2} \right) \cdot P_H(t) \right)}{\tau_f'} \right]^{1/b} \quad (\text{II.2.34})$$

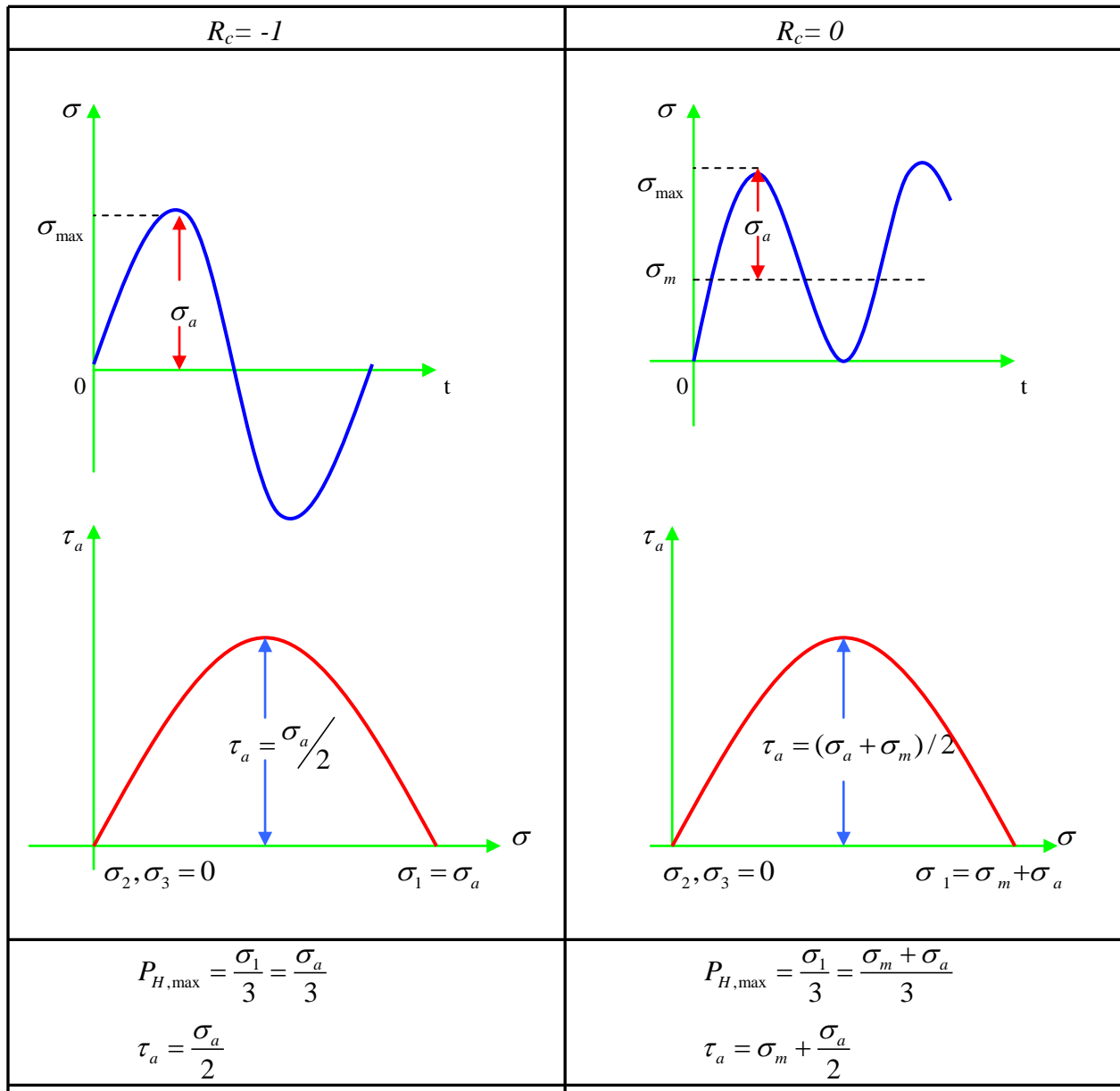


Figure (II.2.5) : Dépendance de  $\tau_a$  et  $P_{H,\max}$  en fonction du rapport de contraintes ( $R_c = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ ).

### 3.2. Simulation de la période de propagation de fissure :

Le taux et la direction de propagation des fissures dépendent du chargement, de la longueur de la fissure et des propriétés de fatigue du matériau des engrenages. A ce titre, la simulation de la propagation de fissure nécessite une bonne estimation du plan critique d'initiation de fissure et du taux de la propagation. La définition du plan critique d'initiation de fissure est toutefois ambiguë car il peut s'agir du le plan avec la plus grande amplitude de la contrainte de cisaillement ou bien le plan avec l'amplitude de contrainte principale maximale, ou encore le plan où le paramètre de fatigue (le degré de fatigue  $D_f$  dans notre cas) possède sa valeur maximale, Ringsberg et al. [142], Jiang et Sehitoglu [90]. En se basant sur des résultats expérimentaux, Chen et al. [25], Jiang et al. [89], Leng et al. [101], ont postulé que ce plan était lié à la dureté du matériau et aux contraintes critiques (contraintes de cisaillement maximales ou contraintes équivalentes de Von Mises) ce qui a conduit à considérer que l'initiation se faisait dans le plan où le rapport contraintes équivalentes de Von Mises sur dureté était maximum avec une longueur initiale de fissure calculée par Bhattacharya et Ellingwood [17] :

$$a_0 = a_{th} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_{FL}} \right)^2 \quad (\text{II.2.35})$$

En ce qui concerne l'orientation de cette fissure initiale, les données expérimentales suggèrent que l'angle entre la fissure initiale et la direction de la force de frottement n'excède pas  $21^\circ$  (Leng et al. [101]). Toutefois, son influence sur le trajet de fissuration apparaît faible ; des analyses comparatives ont montré que la fissure finale n'était que peu impactée pour des angles compris entre  $0^\circ$  et  $20^\circ$  car la longueur initiale est faible par rapport à la longueur de fissure finale. En conséquence, et pour des raisons de simplicité d'application, nous avons considéré en nous appuyant sur les modèles de Aslantaş et Taşgetiren [7], Glodež et al. [66-67, 69,72] que l'angle de la fissure initiale était nul, c'est à dire une fissure initiale parallèle à l'axe des abscisses, Figure (II.2.6).

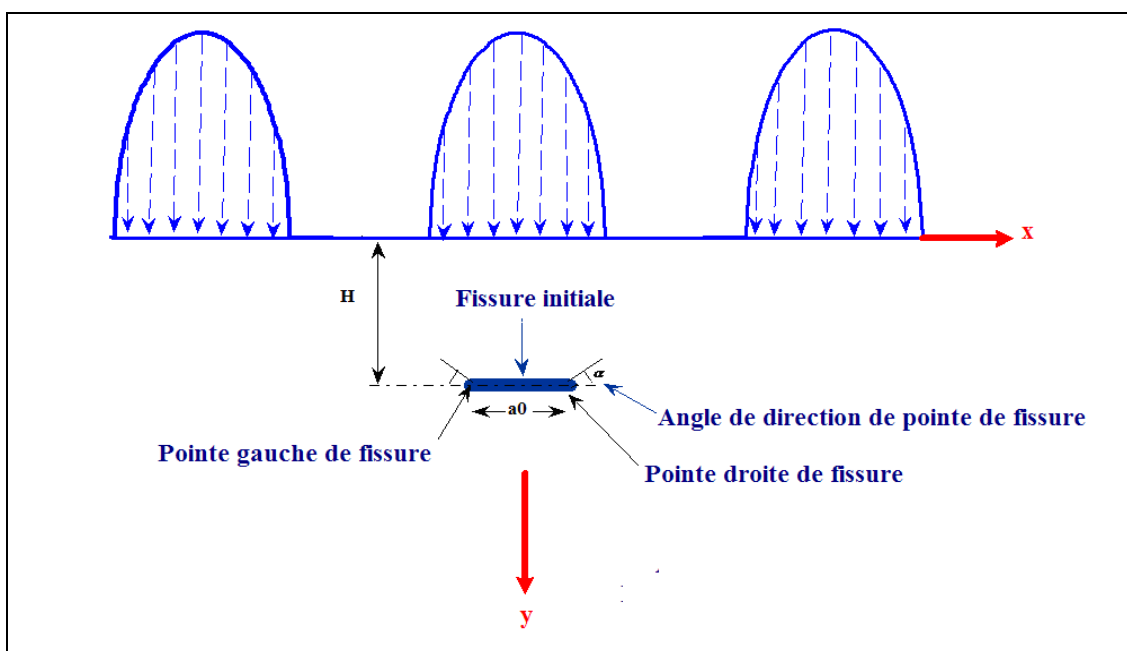


Figure (II.2.6) : Géométrie de fissure initiale.

### 3.2.1. Détermination du taux de propagation de fissure :

Après avoir été initiée, la fissure se développe sur une distance suffisamment longue et peut atteindre la surface. La mécanique linéaire de la rupture (MLR) a été largement utilisée pour estimer le taux de propagation de fissure.

Les facteurs d'intensité de contraintes à la pointe de fissure sont exprimés sous la forme:

$$K = f \frac{\sigma_{eq,VM}^2}{HV(y)} \sqrt{\pi a} = \frac{\sigma_{eq,VM}^2}{HV(y)} \sqrt{\pi a} \quad (\text{II.2.36})$$

Avec

$f$  : le facteur géométrique supposé égal à 1 ( $f \approx 1$ ), parce que la géométrie de fissure est traitée en solide infini.

$a$  : la longueur de fissure.

La variation du facteur d'intensité de contraintes à la pointe de chargement durant un cycle, pour toute longueur de fissure, est donnée par la relation suivante:

$$\begin{aligned} \Delta K &= K_{\max} - K_{\min} = K_{\max} (1 - R_c) && \text{si } K_{\min} > 0 \\ \Delta K &= K_{\max} && \text{par ailleurs} \end{aligned} \quad (\text{II.2.37})$$

Avec

$$R_c = \frac{K_{\min}}{K_{\max}} : \text{rapport de charge (ou contraintes)}$$

$K_{\max}$  : facteur d'intensité de contrainte maximal

$K_{\min}$  : facteur d'intensité de contrainte minimal

L'expérience montre que la vitesse de propagation d'une fissure n'est pas proportionnelle à la variation du facteur d'intensité des contraintes  $\Delta K$  appliquée mais plutôt au facteur d'intensité des contraintes effectif  $\Delta K_{eff}$  vu par la fissure. En effet, seule une fraction du cycle de fatigue est efficace, la fissure restant fermée pendant l'autre partie. La fermeture de la fissure peut avoir plusieurs sources comme la plasticité, la rugosité de ses faces, l'oxydation ou une transformation de phase induite par le chargement mécanique à l'extrémité de la fissure. Par ailleurs, Gerbert et Fritzson [65] ont considéré qu'une fissure est fermée si les contraintes normales à la pointe de fissure sont négatives sinon, la fissure est ouverte. La variation de facteur d'intensité de contrainte ( $\Delta K$ ) doit donc être remplacée par la variation de facteur d'intensité de contrainte effective ( $\Delta K_{eff}$ ) en utilisant un facteur de fermeture de fissure  $U_{ouvr}$  :

$$U_{ouvr} = \frac{\Delta K_{eff}}{\Delta K} \Rightarrow \Delta K_{eff} = \Delta K \cdot U_{ouvr} \quad (\text{II.2.38})$$

De nombreuses relations permettant d'estimer  $U_{ouv}$  peuvent être trouvées dans la littérature en fonction du rapport de charge ( $R_c$ ), Elber [46-47], Schijve [147], R5 [140] ou de la longueur de fissure ( $a$ ) Newman [131], Dans ce mémoire nous utiliserons la relation empirique proposée par Newman [131] qui s'écrit :

$$U_{ouv} = 0.89 \left[ 1 + 0.11 \cdot \exp\left(-\frac{a}{20}\right) \right] \quad (\text{II.2.39})$$

avec  $a$  : longueur de fissure en  $\mu\text{m}$ .

Suivant le modèle de McEvily et Yang [119] basée sur une loi de Paris modifiée, la relation (II.1.11) contrôlant la vitesse de propagation de fissure s'écrit alors :

$$\frac{da}{dN_p} = C \left( \Delta K_{eff}^m - \Delta K_{th}^m \right) \quad (\text{II.2.40})$$

Où  $C$ ,  $m$  sont les constants du matériau et  $\Delta K_{th}$  est le facteur d'intensité de contraintes seuil qui est calculé en utilisant le modèle proposé par Navarro et al [129] :

$$\Delta K_{th} = \Delta \sigma_{FL} \sqrt{\pi \frac{D^*}{2}} \quad (\text{II.2.41})$$

A partir de cette loi, la fissure se propage si le taux de propagation de fissure  $\frac{da}{dN_p}$  est positif, c'est-à-dire, si  $\Delta K_{eff} > \Delta K_{th}$ .

### 3.2.2. Angle de direction de fissure :

Au cours de la propagation, il est important de déterminer l'orientation de la fissure et ses éventuelles variations au cours du cycle de charge. Leng et al. [101] ont estimé cet angle en utilisant la théorie des dislocations et ont trouvé une valeur sensiblement égale à  $17.2^\circ$  corroborée par les mesures d'Agha [1]. Choi [27], Choi et Liu [28], Liu et Choi [107-108] ont utilisé cette valeur constante dans leurs simulations de propagation. En ce qui nous concerne, nous avons opté pour un angle déterminé à partir de la théorie des lignes de glissement. Sur le cercle de Mohr, Figure (II.2.7), chaque point  $P_n(\sigma, \tau)$  est représentatif de l'état de contrainte dans une direction  $\vec{n}$ .  $P_\phi$  et  $P_\psi$  sont représentatifs de l'état de contrainte dans les directions  $\vec{\phi}$  et  $\vec{\psi}$  correspondantes aux directions de cisaillement maximum. Si, sur le cercle de Mohr, autrement dit dans le plan des contraintes nous avons l'angle  $(CP_x, CP_\phi) = -2\alpha$ , dans le plan physique on aura l'angle  $(\vec{X}, \vec{\phi}) = \alpha$ . Les lignes de glissement constituent un réseau de courbes orthogonales  $\mathcal{G}$  et  $\phi$  tangentes en tout point aux directions de cisaillement maximum  $\vec{\mathcal{G}}$  et  $\vec{\phi}$ .

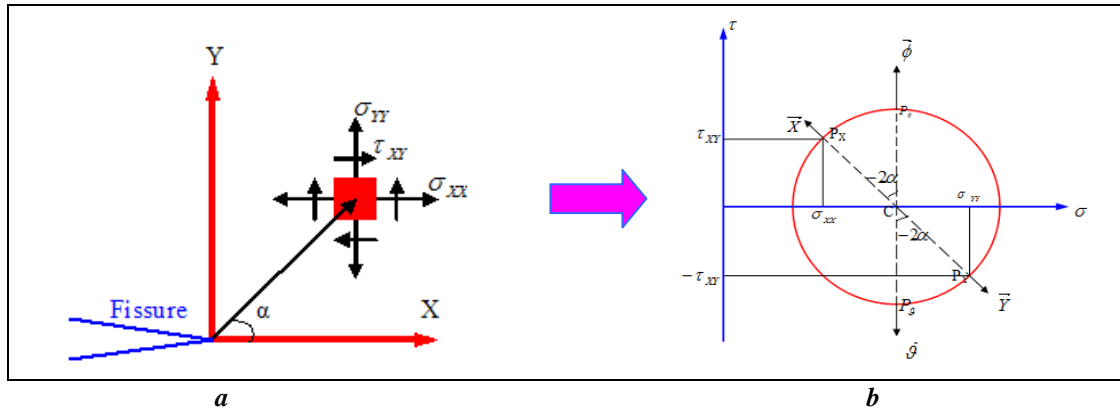


Figure (II.2.7) : Estimation d'angle de direction de propagation de fissure.  
 a : Etat de contraintes à pointe de fissure ; b : Cercle de Mohr des contraintes.

Dans l'hypothèse d'un solide rigide plastique parfait, le critère de Von Mises impose, lorsqu'on atteint le seuil d'écoulement plastique, que le cercle de Mohr ait un rayon constant égal à  $R_{Mohr} = \frac{\sigma_{eq,VM}}{2}$ , ( $\sigma_{eq,VM}$  : contraintes équivalentes de Von Mises). Puisque les contraintes normales sont négatives, les contraintes de cisaillement  $\tau_{XY}$  sont considérées comme des contraintes critiques de fissure, pour cela, l'angle de direction de propagation de fissure peut être déterminé à partir des contraintes cisaillement, Figure (II.2.7-b), tel que :

$$\alpha = 0.5 \cdot \cos^{-1} \left[ \frac{\tau_{XY}}{R_{Mohr}} \right] \quad (\text{II.2.42})$$

A partir de cette relation (II.2.42), on voit que l'angle ( $\alpha$ ) est susceptible de varier selon la position de la pointe de fissure au cours de la propagation.

### 3.2.3. Incrément de fissure :

En élasticité, les solutions asymptotiques présentent une singularité à l'extrémité de la fissure car les contraintes tendent vers une valeur infinie. En réalité le niveau de contrainte n'est pas infini et il se développe une zone plastique à l'extrémité de la fissure. La forme et la dimension de cette zone plastifiée dépendent du chargement ainsi que des caractéristiques du comportement élastoplastique du matériau. Cette zone joue un rôle très important dans la propagation dans les matériaux élastoplastiques car elle est, en particulier, à l'origine de l'interaction entre cycles et phénomène de retard observé après surcharge. D'autre part, la justification de l'utilisation des facteurs élastiques linéaires est liée au rapport entre la demi-longueur de fissure et la taille de la zone plastique. Si ce rapport de la taille est très petit, les facteurs d'intensité de contrainte caractérisent alors l'état des contraintes à coté de la pointe de la fissure. McClung et Sehitoglu [116-117] ont proposé que l'incrément de fissure, dans la simulation de fissure fermée, devait satisfaire le critère suivant:

$$\frac{\Delta a}{r_p} \leq 0.1 \quad \text{avec } \Delta a \ll a \quad (\text{II.2.43})$$

Où  $2r_p$  est la diamètre de zone plastique (supposée être un disque), Figure (II.2.8), qui peut être estimée en utilisant la formule proposé par Irwin [84-85] :

$$r_p = \frac{1}{\chi \cdot \pi} \cdot \left[ \frac{K_{\max}}{\sigma_E} \right]^2 \quad (\text{II.2.44})$$

Avec  $\sigma_E$ , la limite d'élasticité du matériau;  $\chi = 2$  pour les conditions de contraintes planes et  $\chi = 6$  pour les conditions de déformations planes. Dans notre étude, l'incrément de fissure ( $\Delta a$ ) sera pris comme :

$$\Delta a = 0.1 * r_p \quad (\text{II.2.45})$$

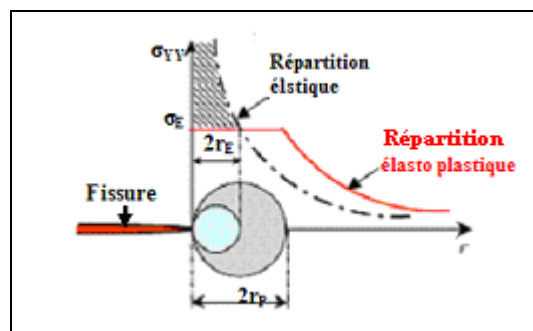


Figure (II.2.8) : Représentation schématique de zone plastique à la pointe de fissure ( $r_E$ : estimation élastique,  $r_p$ : estimation plastique).

#### **4. Modèle dynamique d'engrenages :**

Contrairement à la majorité des modèles d'engrenages proposés dans la littérature pour simuler la fatigue de contact, l'analyse de fatigue (phases de propagation et d'initiation) est effectuée en utilisant un modèle dynamique spécifique (72 DDL) qui couple les mouvements de flexion, torsion et traction –compression, Figure (II.2.9). Une des caractéristiques importantes du modèle est la résolution qui combine un schéma d'intégration pas à pas dans le temps et un algorithme de contact normal. Les distorsions des corps d'engrenages pour les mobiles de fortes largeurs sont prises en compte ainsi que les écarts de forme les plus courants (défauts et corrections de forme). Ce modèle a été également utilisé dans le cadre de l'analyse de l'usure dans la première partie de ce mémoire. Pour étudier l'influence de comportement dynamique sur la fatigue de contact, les efforts dynamiques obtenus sont alors utilisés comme données d'entrée pour un modèle d'initiation puis de propagation de fissures comme décrit dans le Tableau (II.2.2).

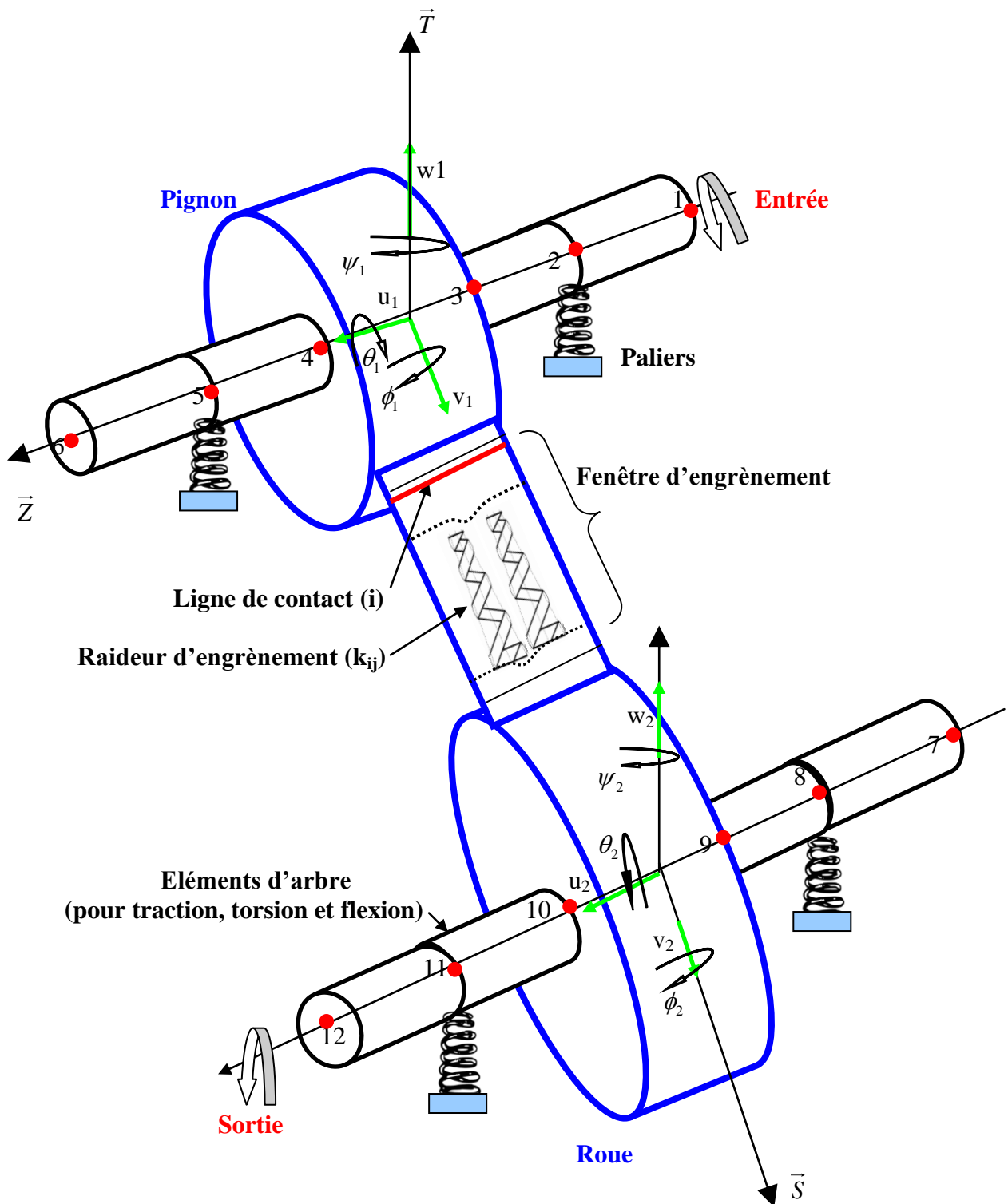


Figure (II.2.9) : Modèle dynamique d'engrenages :

1,2...12 : numéro de nœuds.

$u_1, u_2$  DDL en traction-compression.

$\theta_1, \theta_2$  DDL en torsion.

$v_1, v_2, w_1, w_2, \phi_1, \phi_2, \psi_1, \psi_2$  DDL en flexion.



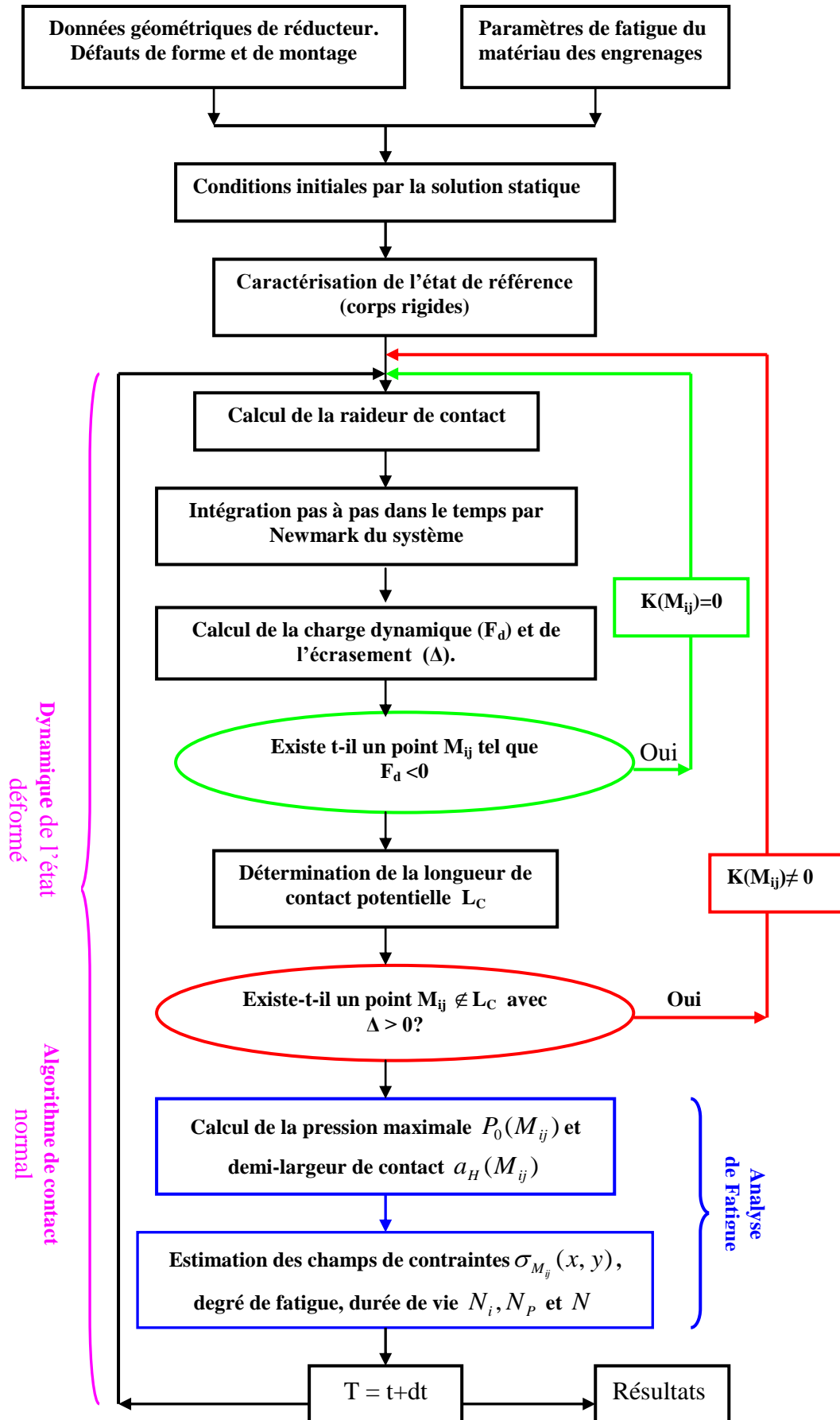


Tableau (II.2.2): Analyse du problème de fatigue en utilisant de résolution de Newmark couplée à un algorithme de contact.

## 5. Validation du modèle de fatigue:

### 5.1. Conditions expérimentales:

Avant d'étudier l'influence du comportement dynamique sur la fatigue de contact, les résultats du modèle proposé sont confrontés à des résultats expérimentaux issus de la littérature (Glodež et al. [72]). Les données géométriques des engrenages d'essai sont portées dans le Tableau (II.2.3). Ces engrenages sont fabriqués en alliage d'acier à haute résistance (*42CrMo4*) avec un diamètre moyen de grain d'austénite  $D^* \cong 50\mu\text{m}$  et une dureté de surface d'environ 55 HRC. Les paramètres de fatigue du matériau des engrenages et sa composition chimique (wt %) sont reportés dans le Tableau (II.2.4) et le Tableau (II.2.5) respectivement.

Nombre de dents		Largeur de Denture (mm)		Module réel (mm)	Angle de pression réel (°)	Coefficient de déport	
$Z_1$	$Z_2$	$b_1$	$b_2$			$x_{c1}$	$x_{c2}$
16	24	14	14	4.5	20	0.182	0.171

Tableau (II.2.3): Données géométriques des engrenages testés, Glodež et al. [72].

<b><i>42CrMo4</i></b>					
E (Mpa)	206000	$\sigma_f'$ (Mpa)	1820	$\sigma_E$ (Mpa)	900
$\nu$	0.3	$\tau_f'$ (Mpa)	1051	b	-0.08

Tableau (II.2.4): Paramètres matériau des engrenages

<b><i>42CrMo4</i></b>	
C (%)	0.43
Si (%)	0.22
Mn (%)	0.59
Cr (%)	1.04
Mo (%)	0.17

Tableau (II.2.5): Composition chimique du matériau des engrenages

Les essais ont été conduits par Glodež et al. [72] sur un banc FZG en boucle mécanique fermée Figure (II.2.10) pour les conditions de fonctionnement suivantes :

- Vitesse de rotation du pignon = 2175 tr/min.
- Couple sur le pignon de 183.4 Nm
- Pression nominale de contact au point le plus bas d'une seule paire de dents en contact (*lowest point of single tooth contact*) de 1406 MPa (selon DIN 3990 [39]).
- Coefficient du frottement = 0.04.

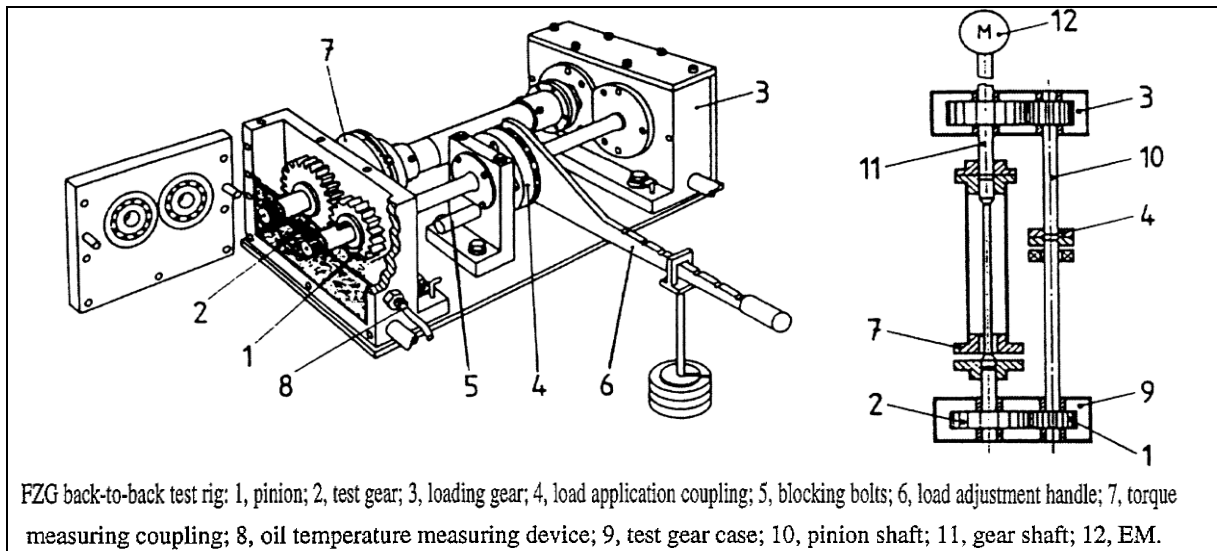


Figure (II.2.10): Machine FZG pour le test de pitting sur engrenages cylindriques.

Le test a été effectué sur quatre paires d'engrenages identiques avec le même lubrifiant (INA-EPOL SP 220 avec une viscosité cinématique à 40C° et 100C° de  $\nu_{40} = 220\text{mm}^2\text{s}^{-1}$  et  $\nu_{100} = 17.9\text{mm}^2\text{s}^{-1}$  respectivement). Pendant les tests, si la zone de pitting observée sur le flanc de denture est  $\sim 500 \mu\text{m}$ , le test est arrêté et le nombre de cycles correspondant est enregistré, cf. Tableau (II.2.6).

N° d'expérimentation	Nombre de cycles requis pour l'apparition du pitting sur le flanc de denture
1	$3.262 \times 10^6$ (25h)
2	$3.915 \times 10^6$ (30h)
3	$3.001 \times 10^6$ (23h)
4	$2.610 \times 10^6$ (20h)

Tableau (II.2.6) : Résultats expérimentaux de test de pitting sur la machine FZG (Glodež et al. [72]).

## 5.2. Résultats du modèle numérique :

La Figure (II.2.11) montre la distribution de dureté du matériau et des contraintes résiduelles estimées en utilisant les relations empiriques proposées par Lang [100] pour un traitement par cémentation.

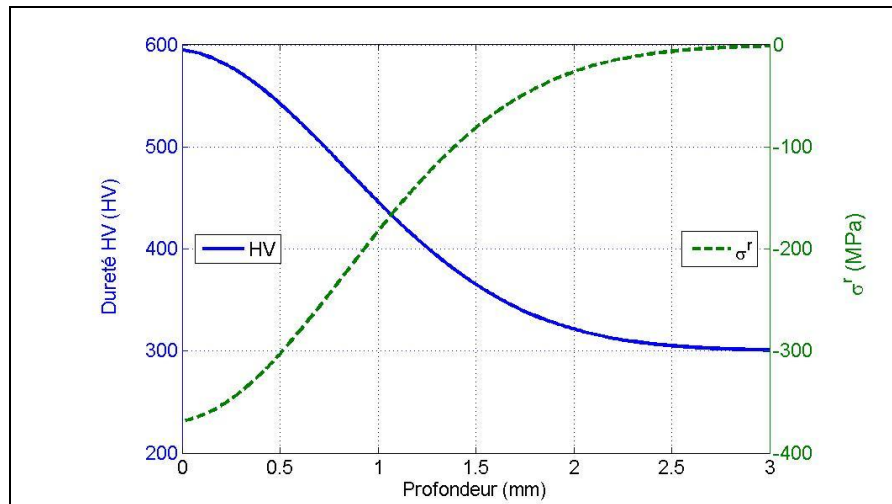


Figure (II.2.11) : Distribution de la dureté et des contraintes résiduelles en fonction de la profondeur sous la surface pour le matériau 42CrMo4.

Après avoir estimé la distribution de dureté du matériau, les limites de fatigue en torsion ( $\tau_w$ ) et flexion ( $\sigma_w$ ) alternée ainsi que le facteur d'intensité des contraintes seuil ( $\Delta K_{th}$ ) peuvent être évalués. La Figure (II.2.12-a) présente la distribution des limites de fatigue en utilisant les formules de Sandberg [146] et Winderlich [169] en cas de torsion alternée ( $\tau_w$ ) et flexion alternée ( $\sigma_w$ ), Tableau (II.2.1), avec un rapport de  $\tau_w / \sigma_w = 0.6$ . Nous pouvons constater que la valeur de résistance à la fatigue est maximale à la surface et se réduit en fonction de la profondeur dans le matériau jusqu'à arriver à une valeur constante à environ  $y \approx 2.6mm$  sous la surface. On note également que la résistance à la fatigue selon les formules de Winderlich est plus élevée que celle reposant sur les résultats de Sandberg. De manière analogue, le facteur d'intensité des contraintes seuil ( $\Delta K_{th}$ ) calculé par la formule de Navarro et al. [129] (équation (II.2.41) (avec prise en compte de  $\Delta\sigma_{FL} = \sigma_{w,Sandberg}$  et  $\Delta\sigma_{FL} = \sigma_{w,Winderlich}$ ) est maximum sur la surface et voit sa valeur se réduire avec la profondeur à l'intérieur du matériau, Figure (II.2.12-b).

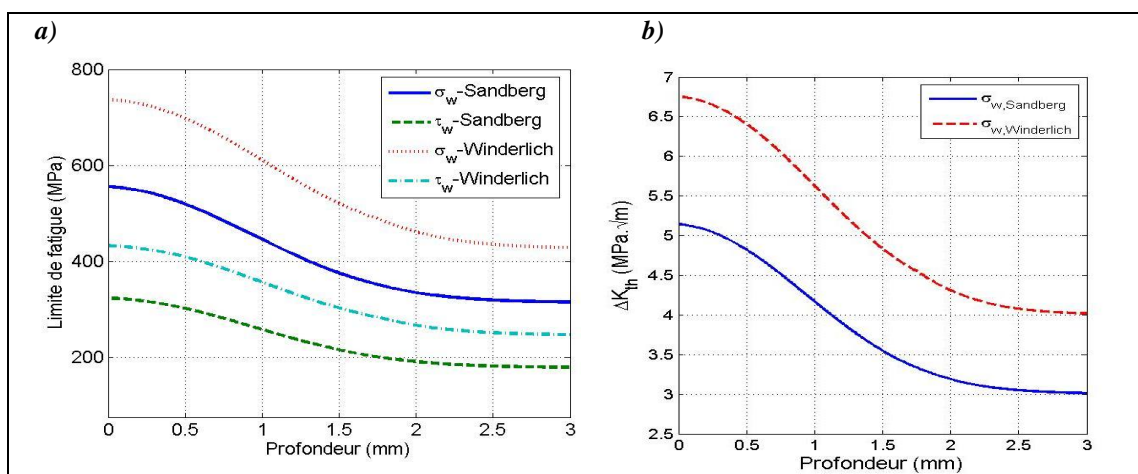


Figure (II.2.12) : a) : Limites de fatigue en torsion alternée ( $\tau_w$ ) et flexion alternée ( $\sigma_w$ ) avec ( $\tau_w / \sigma_w = 0.6$ ). b) : Facteur d'intensité des contraintes seuil ( $\Delta K_{th}$ )

Après avoir déterminé la résistance à la fatigue et les contraintes du cycle du chargement, les analyses des périodes d'initiation et de propagation de fatigue peuvent être réalisées à chaque point matériel localisé sur le flanc de denture. Les résultats obtenus pour l'estimation du degré de fatigue en utilisant les critères de fatigue multiaxiaux (critère de Crossland, de Dang Van et de Liu –Zenner) sont portés sur la Figure (II.2.13). Nous pouvons constater clairement que le degré de fatigue maximum (correspondant aux contraintes équivalentes maximales pour chacun des critères) se localise en sous couche dans ce cas où le frottement est très faible (*voir Annexe 5* pour l'influence de frottement sur le degré de fatigue). La position exacte sous la surface et la valeur du degré de fatigue sont différentes selon le critère de fatigue utilisé parce que l'influence de chaque composante des contraintes (contraintes cisaillement, contraintes normales, contraintes compressives..., pression hydrostatique), est spécifique et que chacune d'elle impacte les contraintes équivalentes et, par conséquent, le degré de fatigue. On notera une influence relativement secondaire du critère utilisé et une influence majeure des limites en fatigue puisque, selon le cas, il y a endommagement (Sandberg [146]) ou non (Winderlich [169]).

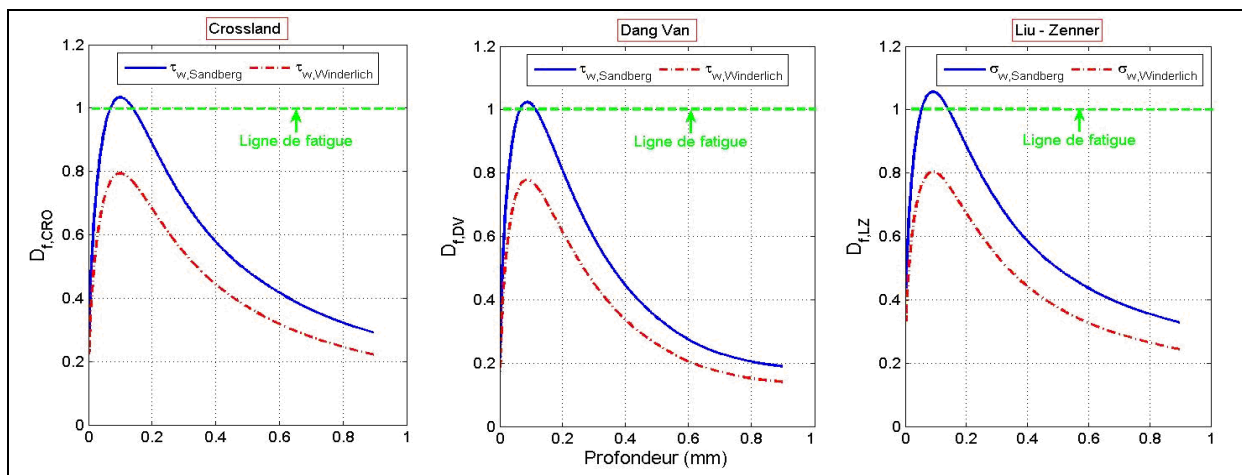


Figure (II.2.13) : Degré de fatigue  $D_f$  estimé en utilisant les critères de fatigue multiaxiaux en fonction de la profondeur sous la surface.

Pour calculer le nombre de cycles requis pour l'initiation de fissures, les équations (II.2.31) et (II.2.34), ont été utilisées et les résultats obtenus sont portés sur la Figure (II.2.14). On peut observer que le nombre de cycles  $N_i$  minimal se trouve sous la surface à la position correspondant au degré de fatigue maximal. En termes de choix de critère, les critères de Dang Van et Crossland conduisent à des résultats sensiblement différents respectivement  $N_{i,DV} = 9.42 \cdot 10^5$  cycles,  $N_{i,CRO} = 7.64 \cdot 10^5$  cycles. Glodež et al. [67], [68] ont, quant à eux, utilisé la théorie des dislocations qui, au vu de la difficulté à obtenir l'ensemble des paramètres pertinents (cf. équation (II.1.9)), a conduit à une dispersion importante des résultats comme illustré sur la Figure (II.1.13).

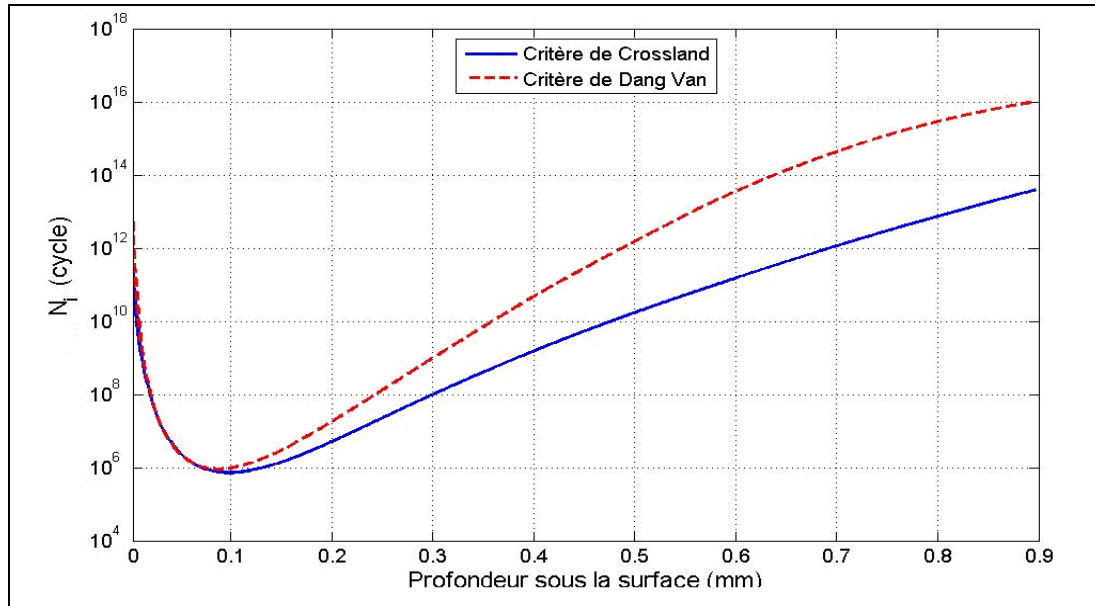


Figure (II.2.14) : Nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure en fonction de la profondeur sous la surface.

Avant d'aborder la phase de propagation, la longueur de fissure initiale  $a_0$  et sa position doivent être déterminées. On obtient la valeur  $a_0 = 25\mu\text{m}$  en utilisant la relation (II.2.35) et la limite en fatigue de Sandberg [146], valeur conforme au résultat de Glodež et al. [67], [72]), située à une profondeur  $y \approx 119\mu\text{m}$ . A partir de cette fissure initiale en sous couche, la fissure se propagera à partir des pointes droite et gauche (voir Figure (II.2.6)). Dans notre modèle numérique, nous considérerons successivement l'une et l'autre de ces directions de propagation en se basant sur l'angle de direction de fissuration et l'incrément de longueur fissurée susceptibles de varier tous deux au cours du trajet. Nous retenons pour la suite la formule de Sandberg [146] qui conduit à un risque d'initiation de fissure ( $D_f \geq 1$ ) et qui sera donc utilisée pour estimer le facteur d'intensité de contraintes seuil ( $\Delta K_{th}$ ) dans l'équation (II.2.41), (voir la Figure (II.2.12-b)). La Figure (II.2.15) montre la fissure initiale et la forme de fissure qui résulte de sa propagation dans le matériau à partir des pointes gauche (c) et droite (b).

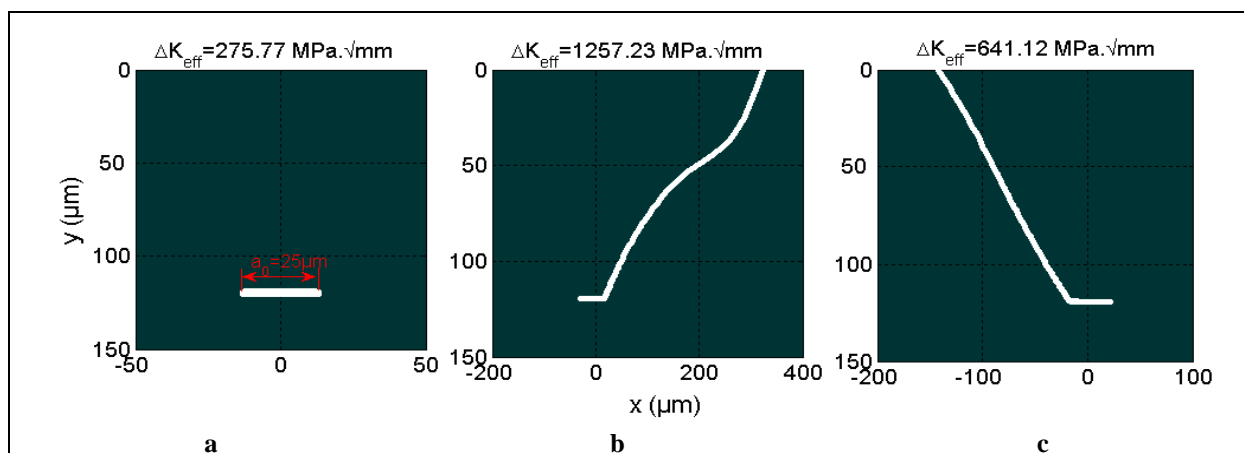


Figure (II.2.15): Simulation numérique de la propagation de fissure.  
a : Fissure initiale ; b : Propagation de fissure depuis la pointe droite de fissure initiale.  
c : Propagation de fissure depuis la pointe gauche de fissure initiale.

Deux constatations principales ressortent de l'analyse des résultats portés sur la Figure (II.2.15):

1. Les facteurs d'intensité des contraintes effectifs commencent avec des valeurs minimales qui augmentent largement au cours de la propagation vers la surface suite à l'augmentation de la longueur de fissure.
2. Quand la fissure arrive à la surface, la valeur du facteur d'intensité de contrainte effectif à la pointe droite est plus élevée que celle à la pointe gauche ce qui indique que la pointe droite est la direction privilégiée de propagation, (Glodež et Ren. [70], Aslantaş et Taşgetiren [7]). La longueur critique de fissure correspond à la longueur à l'arrivée à la surface qui, ici, vaut sensiblement  $a_c \approx 376\mu\text{m}$ .

La propagation de la fissure à partir de la pointe droite conditionne donc la durée de la phase de propagation qui, comme représenté sur la Figure (II-2-16), prend la valeur de  $N_p = 2.193 \times 10^6$  cycles (en prenant les valeurs des constantes du matériau

$$C = 3.31 * 10^{-17} \frac{\text{mm}}{\text{cycle} (\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{mm}})^m} \text{ et } m = 4.16).$$

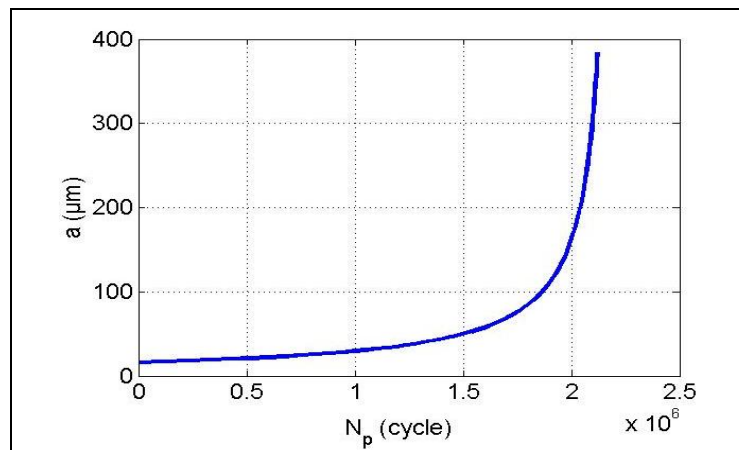


Figure (II.2.16) : Nombre de cycles requis pour la propagation de fissure ( $N_p$ ).

En conséquence, la durée de vie totale sera définie comme la somme des nombres de cycles requis pour les deux phases d'initiation et de propagation qui sont synthétisés dans le Tableau (II.2.7) ci-dessous.

$N_i$ (nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure)	$N_p$ (nombre de cycles requis pour la propagation de fissure)	Durée de vie totale (cycles) $N = N_i + N_p$
$N_{i,DV} = 9.42 \times 10^5$	$N_p = 2.193 \times 10^6$	$N_{i,DV} + N_p = 3.135 \times 10^6$
$N_{i,CRO} = 7.64 \times 10^5$		$N_{i,CRO} + N_p = 2.957 \times 10^6$

Tableau (II.2.7) : Durée de vie totale (apparition de pitting sur le flanc de denture).

### 5.3. Comparaison avec les résultats expérimentaux :

Les résultats expérimentaux sur l'apparition de pitting, Tableau (II.2.6), ont été analysés statistiquement par Glodež et al. [72]. Les intervalles de cycles de chargement  $[N_1, N_2]$  dans lequel le pitting aura lieu avec une probabilité  $P_{ro}(N)$  ont été déterminés en utilisant les distributions de Weibull et Lognormale pour la fonction de fréquence  $f_e(N)$ , Figure (II.2.17).

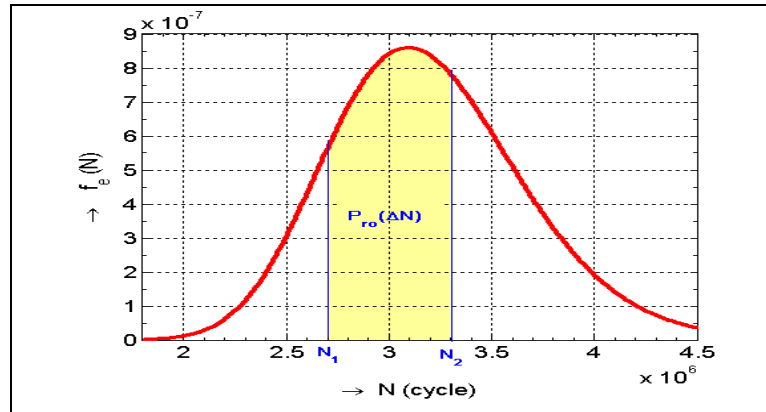


Figure (II.2.17) : Détermination de l'intervalle  $[N_1, N_2]$  avec une probabilité  $P_{ro}(\Delta N)$

La probabilité  $P_{ro}(N)$  est donnée par la relation suivante :

$$\int_{N_1}^{N_2} f_e(N) dN = P_{ro}(N_1 < N < N_2) \quad (\text{II.2.47})$$

Sous les conditions suivantes :

1.  $f_e(N) \geq 0$
2.  $\int_{-\infty}^{+\infty} f_e(N) dN = 1$  (II.2.48)

(voir Glodež et al. [72] pour plus de détails).

Les comparaisons entre les représentations statistiques des nombres des cycles déterminés expérimentalement et la simulation numérique ainsi que les formes d'écaille observée sont portées sur la Figure (II.2.18) et dans le Tableau (II.2. 8)



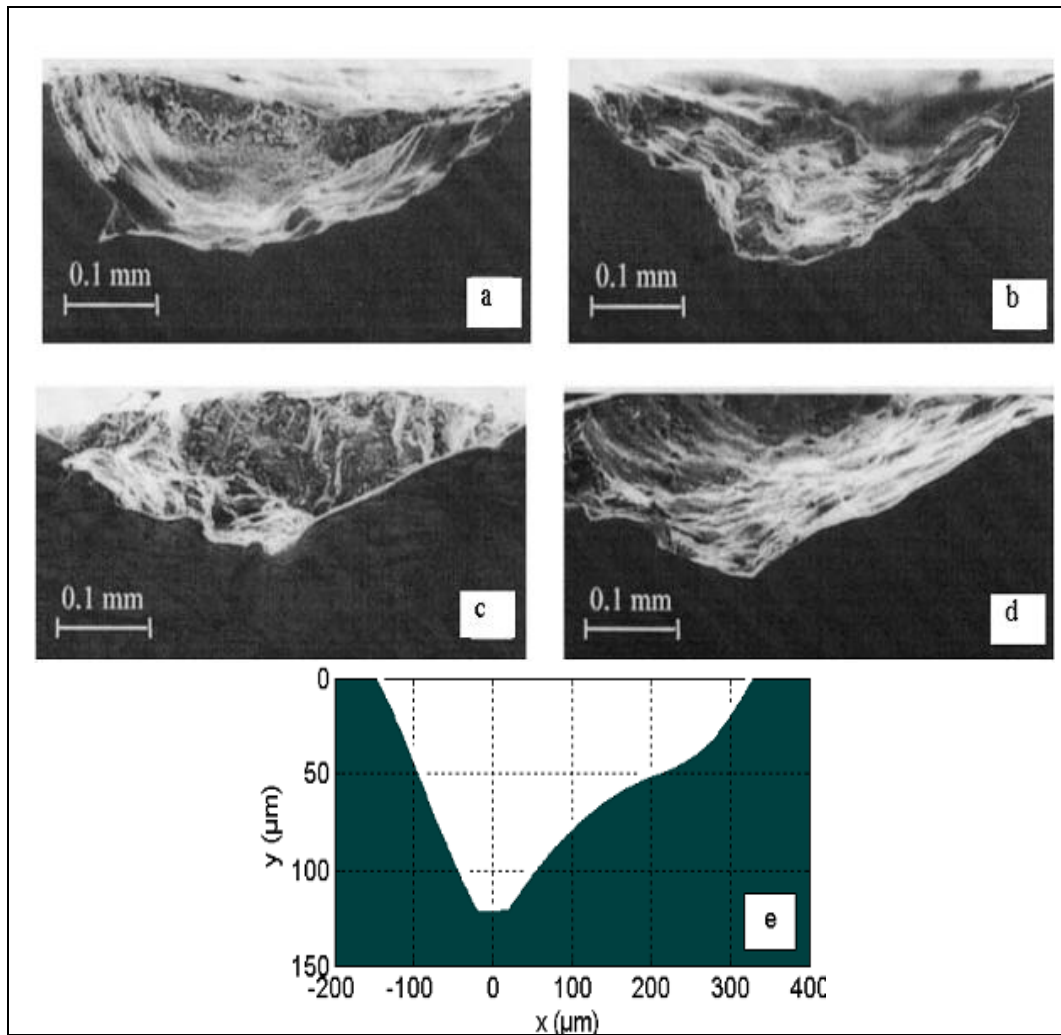


Figure (II.2.18): Comparaison entre la forme de pitting expérimentale (a, b, c, d) et numérique (e).

N : Durée de vie totale (cycles)		Taille de pitting ( $\mu\text{m}$ )	
Test (FZG), Glodež et al. [72]		Calcul numérique	
N (cycles)	Probabilité (%)	$N = N_i + N_p$ (cycle)	
$(2.900 \text{ à } 3.494) \times 10^6$	50	$(2.957 \text{ à } 3.135) \times 10^6$	500
$(2.835 \text{ à } 3.558) \times 10^6$	60		
$(2.771 \text{ à } 3.622) \times 10^6$	70		
$(2.700 \text{ à } 3.693) \times 10^6$	80		
$(2.629 \text{ à } 3.765) \times 10^6$	90		
$(2.590 \text{ à } 3.803) \times 10^6$	95		
$(2.558 \text{ à } 3.835) \times 10^6$	99		
			476

Tableau (II.2.8): Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux.

En se basant sur ces comparaisons, nous pouvons constater un bon accord en termes de nombre de cycles mais également en termes de forme de défaut ce qui valide le modèle de fatigue de contact mis en place et autorise des exploitations en régimes dynamiques.

## 6. Remarque :

Le type de traitement thermique joue un rôle très important vis-à-vis de la résistance à la fatigue de contact via les distributions de dureté et les limites en fatigue correspondantes (Tableau (II.2.1)) selon la profondeur ainsi que les contraintes résiduelles induites (équation (II.2.5) et (II.2.6)). Cette influence est illustrée en comparant les performances d'un traitement par cémentation et trempé (42CrMo4 avec  $HV_s = 595 \text{ HV}$ ,  $HV_c = 300 \text{ HV}$ ,  $y_{eff} = 1 \text{ mm}$ ) et d'un traitement de nitruration (42CrMoS4 avec  $HV_s = 624 \text{ HV}$ ,  $HV_c = 326 \text{ HV}$ ,  $y_{eff} = 0.5 \text{ mm}$ , Conrado [31]). Les résultats sont portés sur la Figure (II.2.19) où l'on vérifie que le traitement thermique a une influence prépondérante sur la tenue en fatigue car, dans le cas de l'acier cémenté trempé, il y a risque d'endommagement ( $D_f > 1$ ) tandis qu'un traitement de nitruration conduit à des valeurs de  $D_f$  toujours inférieures à l'unité donc sans initiation de fissure en sous couche.

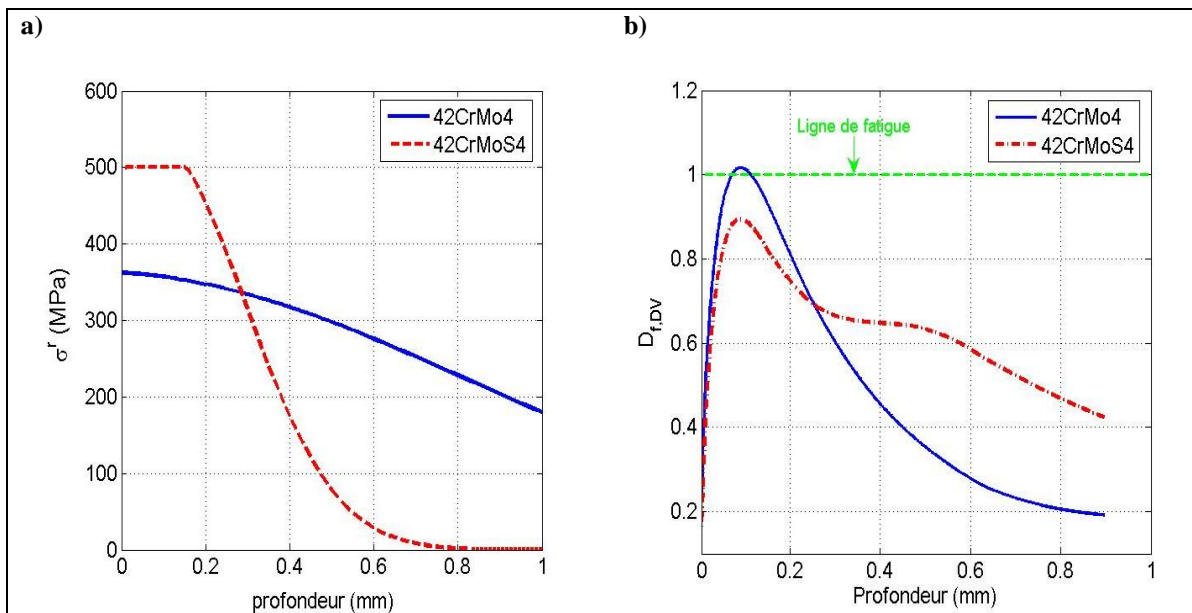


Figure (II.2.19) : L'influence de type de traitement sur la distribution les contraintes résiduelles ( $\sigma^r$ ) en valeurs absolues (a) et sur le degré de fatigue de Dang Van (b) en fonction de la profondeur sous la surface de contact.  $n_1 = 2175 \text{ tr/min}$ , Limite de fatigue de Sandberg.

Enfin, il faut noter que l'influence des contraintes résiduelles réside seulement dans la partie hydrostatique  $\sigma_H(t)$  du critère de Dang Van, Desimone et al. [36], Davoli et al. [34], Fathallah et al. [53] qui, en présence de contraintes résiduelles, devient :

$$\sigma_{eq,DV} = \max_{t \in T} \left( \tau(t) + \alpha_{DV} (P_H(t) + \sigma_H^r) \right) \leq \beta_{DV} \quad (\text{II.2.49})$$

avec  $\sigma_H^r$ , la partie hydrostatiques des contraintes résiduelles

## **7. Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle numérique pour la simulation de la période totale de la fatigue de contact par pitting sur le flanc des dentures des engrenages droits. Cette simulation a été réalisée en utilisant un modèle dynamique d'engrenages cylindriques possédant 72 DDL. La période d'initiation de fissure a été analysée en utilisant des critères de fatigue multiaxiaux (Crossland, Dang Van et Liu-Zenner) pour estimer le degré de fatigue ainsi que le nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure. La période de propagation de fissure a été étudiée en utilisant les mécaniques des facteurs linéaires élastiques.

Les résultats de simulation à faibles vitesses de rotation sont en bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus sur banc d'engrenages, à la fois, en termes de durée de vie et de géométrie d'écaille résultante. Nous pouvons donc exploiter ce modèle pour des régimes de rotation différents afin d'appréhender l'influence éventuelle du comportement dynamique sur la fatigue de contact, ce qui est l'objet du chapitre suivant.

## **Chapitre 3:**

# Interactions entre la fatigue de contact par pitting et le comportement statique et dynamique

1. Introduction.
2. Exemple d'application.
3. Influence de comportement quasi - statique et dynamique sur la fatigue de contact par pitting.
4. Conclusion.



## **1. Introduction :**

Les efforts dynamiques sur les dentures d'engrenages droits peuvent être en certains points du profil significativement plus élevés que le chargement quasi-statique nominal et, par là, influencer fortement sur l'apparition de pitting et la durée de vie. Par ailleurs, les efforts dynamiques évoluent avec la vitesse de rotation et l'on peut s'attendre à un comportement en fatigue dépendant du régime de vitesse.

Dans ce chapitre, nous exploitons le modèle de simulation de fatigue de contact mis en place au chapitre précédent dans le cas d'engrenages droits à différentes vitesses de rotation. Les efforts dynamiques, et par conséquent les distributions de pressions normales et tangentielles dynamiques, obtenus après la résolution des équations du mouvement sont utilisés comme données d'entrée pour les modèles d'initiation puis de propagation de fissures. Une partie importante de l'analyse porte sur l'influence de corrections de profil, d'écarts de désalignement et d'erreurs de pas sur la durée de vie des engrenages, l'influence des vitesses de rotation sur l'initiation de fissure ainsi que sur la propagation de fissure est également abordée.

## **2. Exemple d'application :**

L'ensemble des exploitations numériques qui suit à été réalisé en utilisant les mêmes données géométriques et propriétés du matériau que celles testées dans le chapitre 2 (Tableaux (II.2.3), (II.2.4), et (II.2.5)). Les engrenages sont en **42CrMo4** et un coefficient de frottement de 0.04, typique pour des engrenages correctement lubrifiés, a été retenu.

## **3. Influence du comportement quasi-statique et dynamique sur la fatigue de contact par pitting:**

### **3.1. Influence du comportement quasi-statique :**

Au cours de l'engrènement, la charge au contact sur une paire de dent ne reste pas constante principalement à cause des facteurs suivants :

- l'alternance entre une seule paire et deux paires de dents en contact,
- la variation de la rigidité d'engrènement selon le profil des dentures,
- les écarts géométriques (écarts ou défauts de forme par exemple).

Dans ce paragraphe, nous présentons une étude paramétrique de l'influence de comportement quasi-statique sur la fatigue de contact par pitting afin, entre autre, d'illustrer le rôle de la précision géométrique des dentures sur la durée de vie. L'influence de corrections de profil, d'écarts d'alignement et d'erreurs de division (erreurs de pas) sera successivement abordée pour une vitesse de rotation du pignon constante égale à  $\Omega_1 = 150 \text{ rad} / \text{s}$ . Par la suite, nous considérerons que le point de contact le plus dangereux (critique) pour l'apparition de pitting sur le flanc de denture est le point ayant de valeur plus élevée de la pression de contact, où la durée de vie totale sera calculée.

### 3.1.1. Influence de corrections de profil :

Des corrections de profil classiques linéaires en tête de dents sont considérées, elles sont identiques sur le pignon et la roue, leur amplitude en tête de dent est de  $25\ \mu\text{m}$  et les longueurs de correction correspondent sensiblement à 30% de la longueur du profil actif. La Figure (II.3.1) illustre l'influence de ces corrections sur la distribution de pression maximale de contact sur le profil de dentures droites. Nous pouvons remarquer que :

- les corrections de profil modifient la distribution de pression sur le flanc de denture de façon très importante,
- les valeurs de pression maximales sont fortement réduites au voisinage du pied et du sommet de dentures et demeurent, par contre, inchangées vers le primitif (c'est-à-dire la zone non corrigée),
- le point critique d'apparition de pitting se déplace de l'engagement, en l'absence de corrections de profil, vers la zone de transition entre deux et une paire de dents en prise située en dessous du primitif pour un profil corrigé.

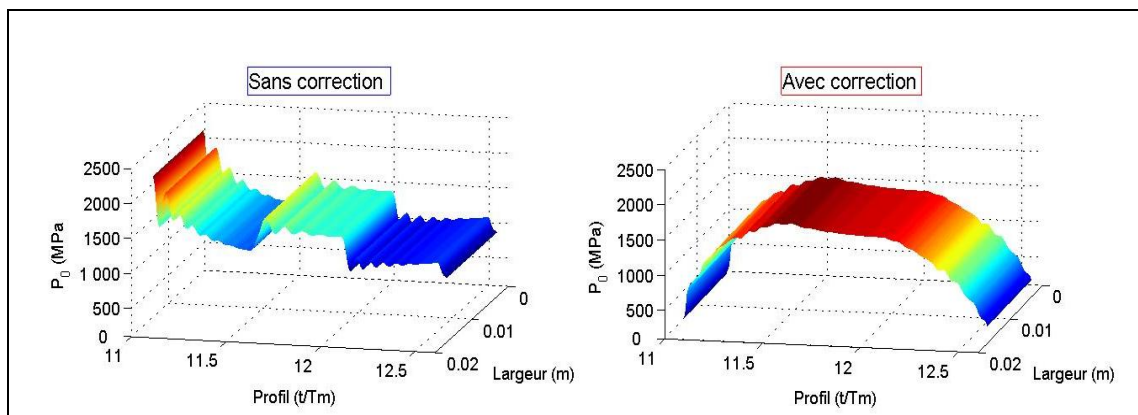


Figure (II.3.1) : Influence de corrections linéaires de profil sur la distribution de pression de contact maximale  $P_0$  sur le profil de denture d'engrenages droits ( $T_m$  : période d'engrènement).

A cause de ce changement de position du point critique sur le profil de denture (et par conséquent, de pression maximale et demi-largeur de contact), les durées requises pour l'apparition de pitting sont tout à fait différentes selon que les profils sont corrigés ou non. Les constats principaux sont:

- *pour la période d'initiation de fissure* : pour des dentures non corrigées, le point critique est à l'engagement (pied de dent du pignon dans ce cas) pour un point situé à une faible profondeur et avec une phase d'initiation très courte, Figure (II.3.2-a). Les corrections de profil ont pour effet de déplacer le point critique sur le flanc de denture (cf. ci-dessus) d'une part et, d'autre part, de conduire à une initiation à une profondeur plus importante.
- *pour la période de propagation de fissure*: le facteur d'intensité de contraintes effectif ( $\Delta K_{eff}$ ) est beaucoup plus élevé en l'absence de corrections, Figure (II.3.2-b), et l'amorçage de fissure se faisant à une faible profondeur, la durée

de propagation est beaucoup plus courte que celle relevée dans le cas de dentures corrigées, Figure (II.3.2-c).

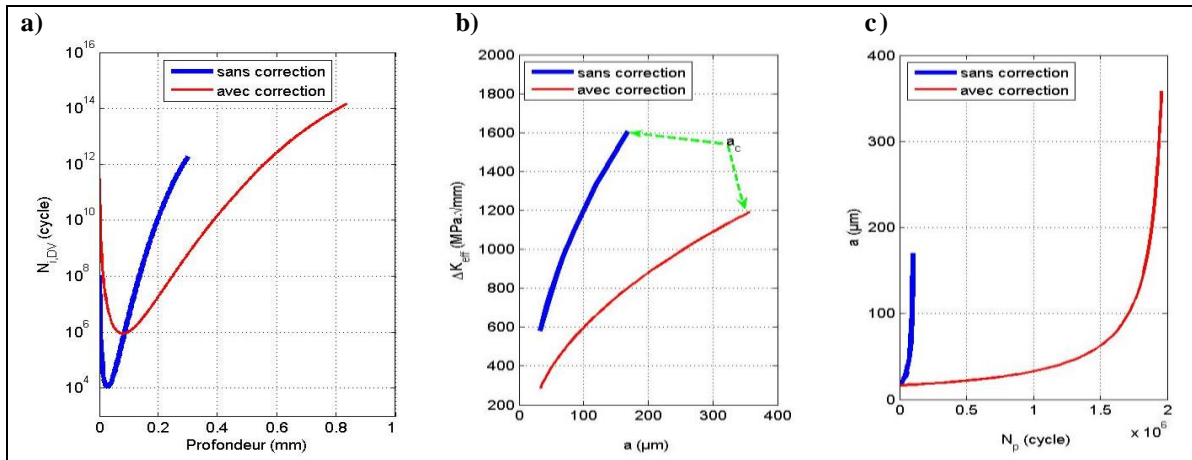


Figure (II.3.2) : Influence de corrections de profil sur : a) le nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure  $N_{i,DV}$  (profondeur  $=5*a_H$ ) ; b) le facteur d'intensité de contraintes effectif  $\Delta K_{eff}$  ; c) le nombre de cycle requis pour la propagation de fissure  $N_p$ . (NB : a : longueur de fissure ;  $a_c$  : longueur de fissure critique).

Nous pouvons donc conclure que les corrections de profil jouent un rôle très important sur la fatigue de contact ce qui, en soi, n'est pas un résultat nouveau mais qui montre la capacité du modèle à reproduire des situations observées en pratique. La Figure (II.3.3) synthétise les valeurs de durée de vie obtenues avec et sans corrections de profil.

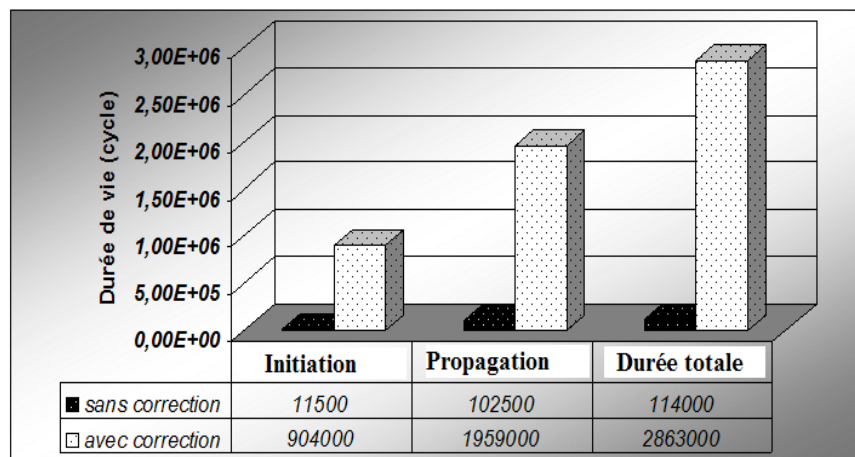
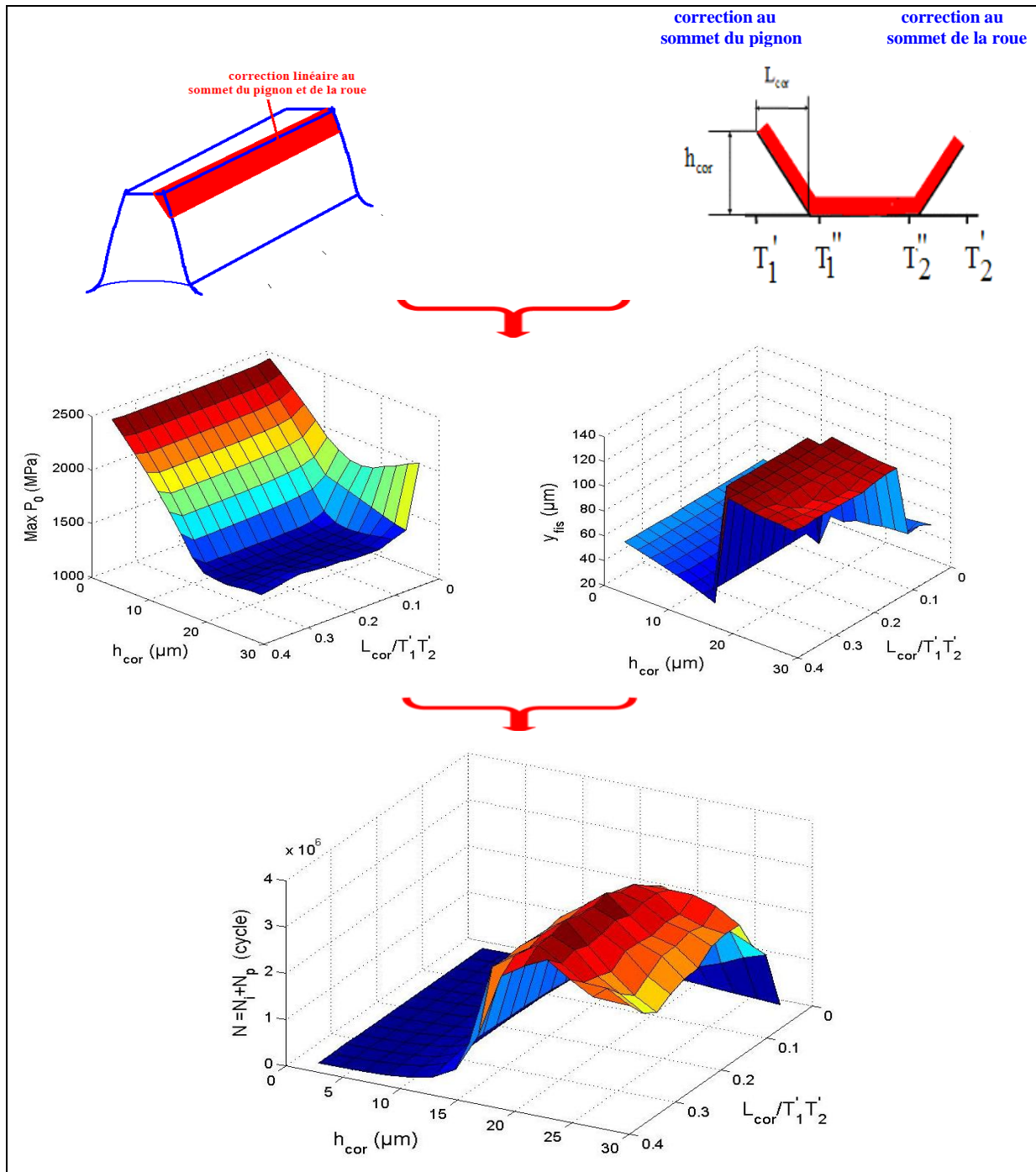


Figure (II.3.3) : Durée de vie estimée pour l'apparition de pitting sur les dentures d'engrenages avec et sans correction.

S'il l'on fait varier les paramètres géométriques qui définissent les corrections de profil, à savoir, la profondeur en tête ( $h_{cor}$ ) et la longueur sur le profil ( $L_{cor}$ ), on obtient les résultats synthétisés sur la Figure (II.3.4). On constate que l'introduction de corrections de profil déplace généralement la zone critique vers la partie centrale de la dent (légèrement sous



le primitif ici) et augmente la durée de vie. Le paramètre de profondeur ( $h_{cor}$ ) semble prépondérant mais il convient de noter, qu'au-delà d'une certaine longueur (environ 10 %) et d'un seuil en amplitude de correction en tête aux environs de 15-20  $\mu\text{m}$ , la forme de correction ne joue plus qu'un rôle secondaire et la durée de vie devient relativement indépendante des modifications de forme de denture.



**Figure (II.3.4): Influence de la profondeur ( $h_{cor}$ ) et longueur ( $L_{cor}$ ) de la correction linéaire sur la valeur maximale de la pression de contact maximale ( $P_0$ ), la position de fissure initiale ( $y_{fis}$ ) sous la surface de contact et sur la durée de vie totale ( $N$ ).**

$T_1'T_2'$  : Longueur de contact sur le plan d'action.

### 3.1.2. Influence d'écart d'alignement :

Le deuxième paramètre abordé dans le cadre d'analyse d'influence sur le comportement quasi-statique est le désalignement des mobiles (*Annexe I*). Une déviation de  $10^{-3}$  radian est imposée sur l'arbre du pignon qui conduit à une concentration de charge (et donc une pression maximale de contact) sur un bord de denture tandis que l'extrémité opposée est, par endroit, pratiquement entièrement déchargée, Figure (I.3.5).

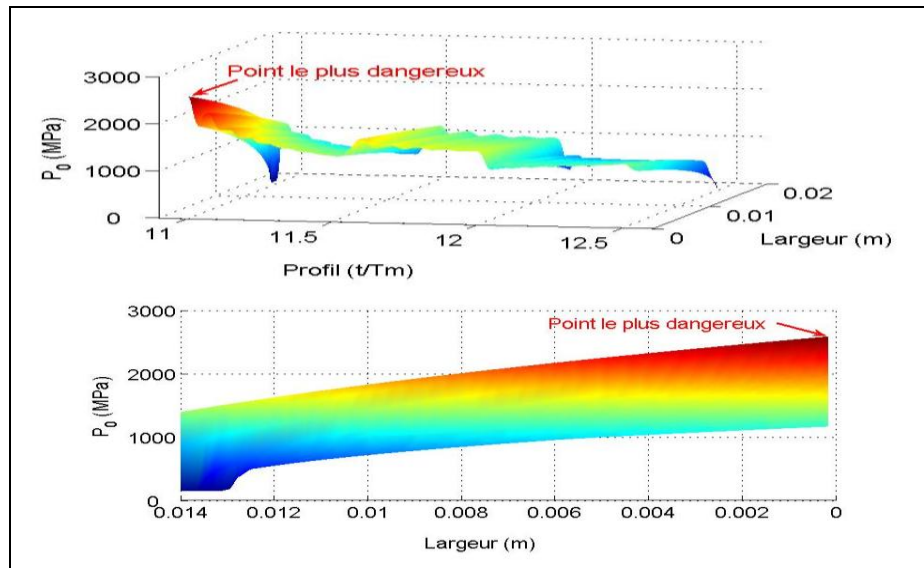


Figure (II.3.5) : Influence d'une déviation d'arbre de pignon sur la distribution de pressions de contact maximales.

En l'absence de corrections, le point critique se situe logiquement vers l'engagement sur le bord de denture le plus chargé. Les durées d'apparition pour l'écaillage sont considérablement réduites car le point d'initiation se rapproche encore plus de la surface, Figures (II.3.6) et (II.3.7). Ces résultats étaient bien sûr attendus mais ils illustrent le potentiel du modèle à tenir compte de situations qui généralement ne sont pas prises en compte dans les approches classiques de la littérature.

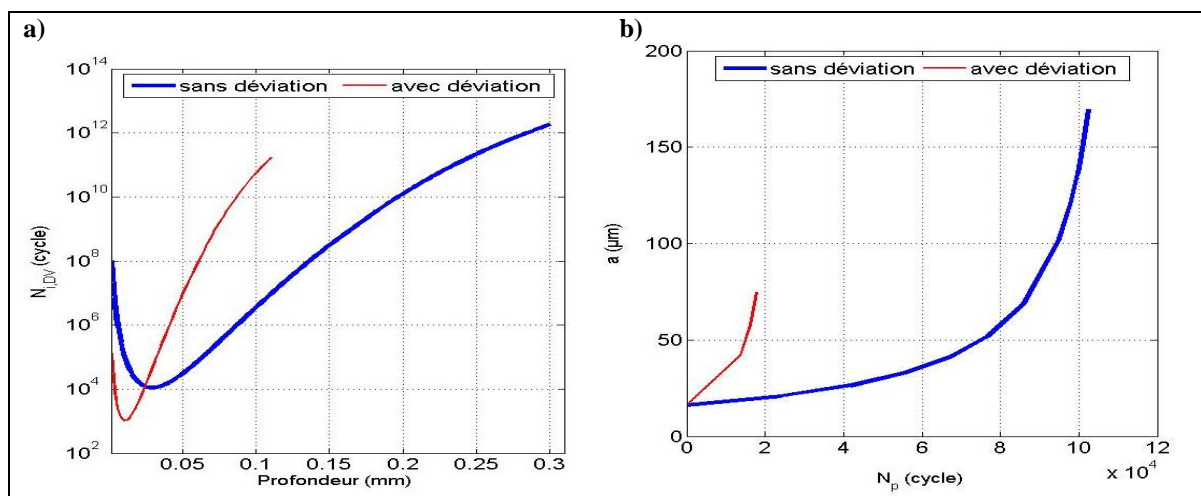


Figure (II.3.6) : Influence d'une déviation sur a) le nombre de cycle requis d'initiation de fissure  $N_{i,DV}$  (profondeur  $=5*a_H$ ), et sur b) la durée de vie de propagation de fissure  $N_p$ .

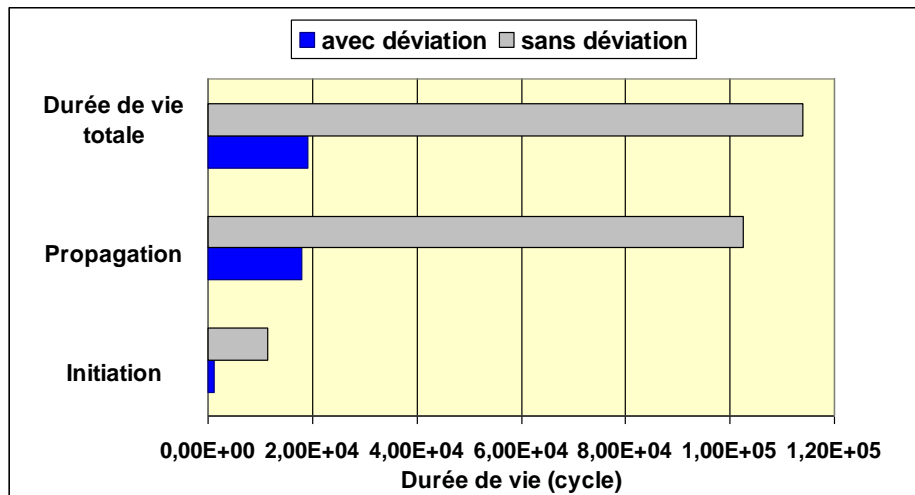


Figure (II.3.7) : Comparaison entre l'influence de déviation sur la durée d'apparition de pitting sur la surface des dentures des engrenages.

### 3.1.3. Influence d'erreurs de division (erreurs de pas):

La modélisation proposée suppose que le pitting se produit (en respectant la condition d'initiation de fissure ( $D_f \geq 1$ ) et de propagation de fissure ( $\Delta K_{eff} > \Delta K_{th}$ )) sur toutes les dents du pignon de manière uniforme puisque les conditions de charge et la géométrie sont identiques. Pour un engrenage réel, il en va différemment et des erreurs de fabrication pratiquement inévitables viennent individualiser le comportement de chacune des dents vis-à-vis de la fatigue de contact. Parmi ces défauts de forme classiques, les erreurs de division (ou de pas) sont parmi les plus fréquentes. La Figure (II.3.8) représente la distribution d'erreurs de pas cumulées sur le pignon utilisée dans les simulations qui suivent. Pour des raisons de simplicité, une variation de forme sinusoïdale destinée à reproduire la condition de périodicité sur un tour de pignon a été retenue. L'amplitude crête à crête est d'environ 45  $\mu\text{m}$  et correspond à une denture de qualité médiocre.

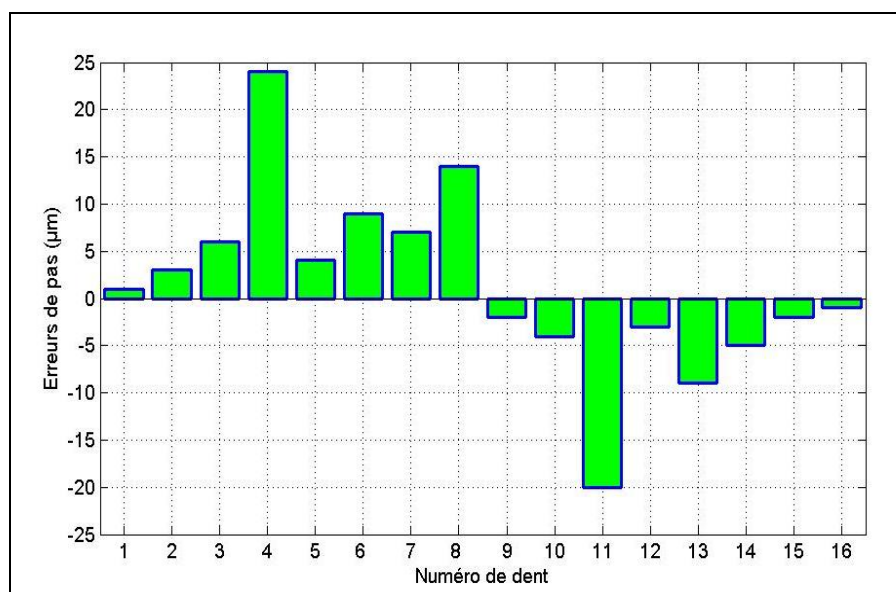


Figure (II.3.8) : Erreurs de pas sur le pignon.

La courbe d'influence des erreurs de division sur la pression de contact maximale sur chacune des dents au cours de l'engrènement est présentée sur la Figure (II.3.9). Nous constatons que les erreurs de division module les distributions de pression de contact et, par conséquent, change les positions des points critiques pour l'amorçage de fissure d'une dent sur l'autre avec des positions extrêmes variant entre la zone d'engagement et la zone de transition entre une et deux paires de dents en prise, Figure (II.3.9), Tableau (II.3.1).

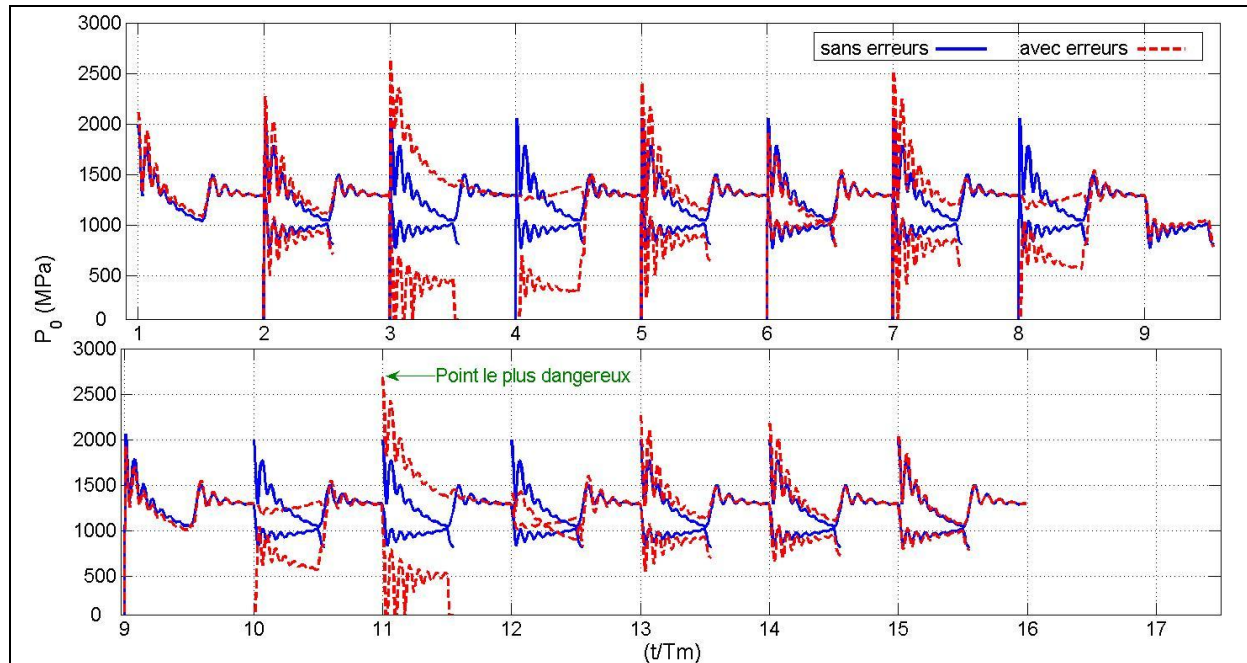


Figure (II.3.9) : Influence d'erreurs de pas cumulées sur la distribution de pressions de contact maximales.

Numéro de dent	Point le plus dangereux en fatigue	Numéro de dent	Point le plus dangereux en fatigue
1	Point d'engagement	9	Point d'engagement
2	Point d'engagement	10	Point le plus bas d'une paire de dent en contact
3	Point d'engagement	11	Point d'engagement
4	Point le plus bas d'une paire de dents en contact	12	Point le plus bas d'une paire de dents en contact
5	Point d'engagement	13	Point d'engagement
6	Point d'engagement	14	Point d'engagement
7	Point d'engagement	15	Point d'engagement
8	Point le plus bas d'une paire de dents en contact		

Tableau (II.3.1) : Influence d'erreurs de pas sur la position du point critique d'apparition du pitting.

Ces modifications conduisent à des durées de vie relativement contrastées en fonction de la dent considérée suite aux variations du nombre de cycles pour l'initiation, Figure (II.3.10) et la propagation, Figure (II.3.11). Les durées de vie totales pour les différentes dents sont portées sur le Tableau (II.3.2) et la Figure (II.3.12). On constate, d'un point de vue pratique, que l'amplitude du saut entre dent (écart de pas entre deux dents voisines) est corrélée aux performances en durée de vie.

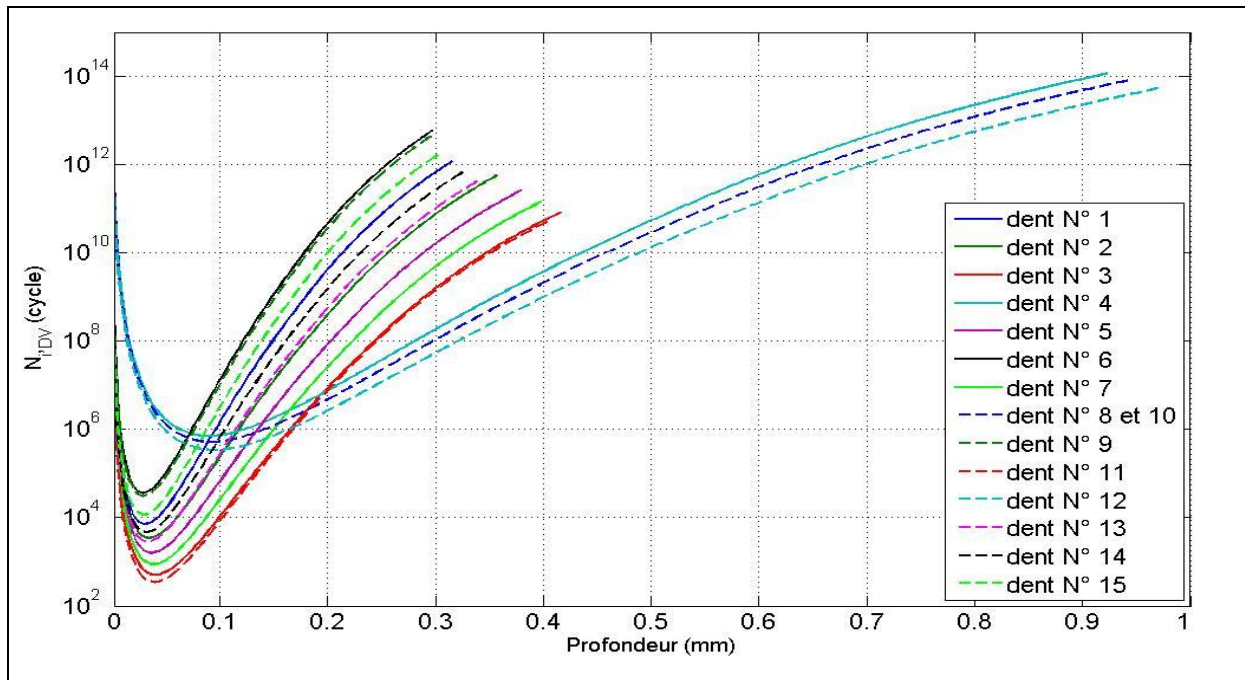


Figure (II.3.10) : Nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure ( $N_{i,DV}$ ) en échelle logarithmique au point critique pour chaque dent en présence d'erreur de pas. (Profondeur =  $5 * a_H$ ).

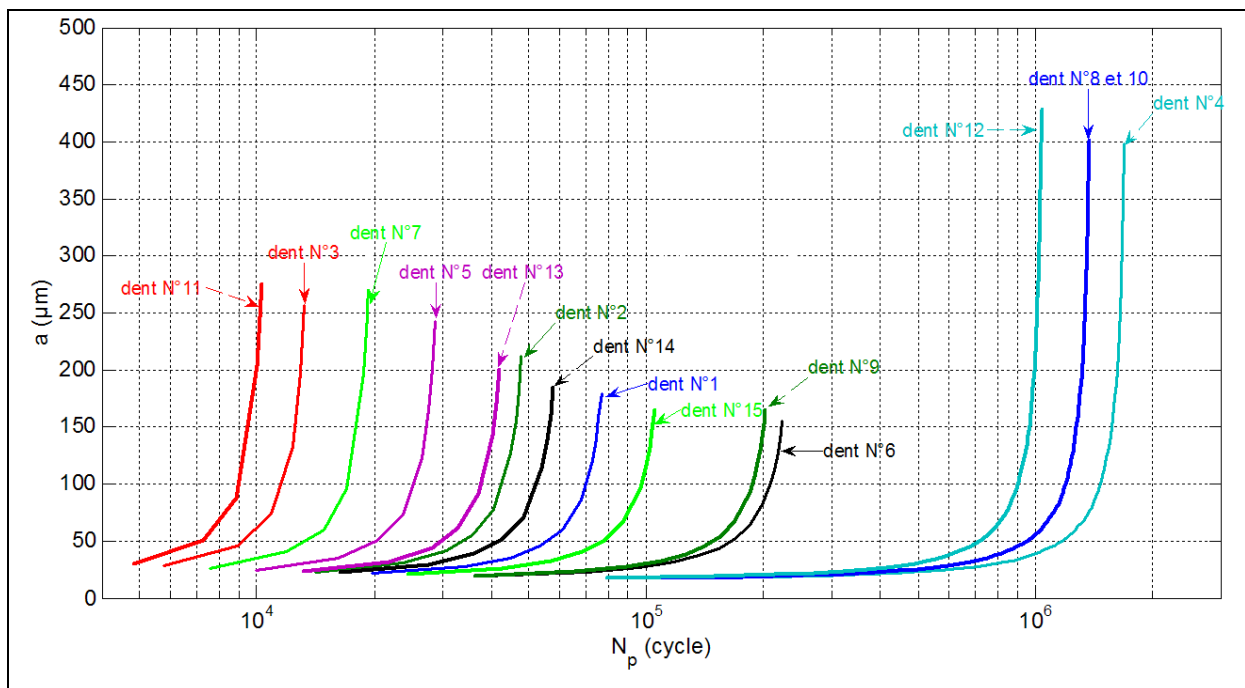


Figure (II.3.11) : Nombre de cycle requis pour la propagation de fissure ( $N_p$ ) en échelle logarithmique au point critique pour chaque dent en présence d'erreur de pas en fonction de la longueur de fissure.



Numéro de dent	Sans erreur de pas			Avec erreurs de pas		
	Durée de vie (cycle)			Durée de vie (cycle)		
	$N_i$	$N_p$	$N$	$N_i$	$N_p$	$N$
1	1.150.10 <sup>4</sup>	1.025.10 <sup>5</sup>	1.140.10 <sup>5</sup>	7.357.10 <sup>3</sup>	7.675.10 <sup>4</sup>	8.4107.10 <sup>4</sup>
2				3.536.10 <sup>3</sup>	4.761.10 <sup>4</sup>	5.1146.10 <sup>4</sup>
3				5.160.10 <sup>2</sup>	1.323.10 <sup>4</sup>	1.3746.10 <sup>4</sup>
4				7.259.10 <sup>5</sup>	1.691.10 <sup>6</sup>	2.417.10 <sup>6</sup>
5				1.634.10 <sup>3</sup>	2.864.10 <sup>4</sup>	3.0274.10 <sup>4</sup>
6				3.720.10 <sup>4</sup>	2.235.10 <sup>5</sup>	2.607.10 <sup>5</sup>
7				9.025.10 <sup>2</sup>	1.947.10 <sup>4</sup>	2.0373.10 <sup>4</sup>
8				5.332.10 <sup>5</sup>	1.374.10 <sup>6</sup>	1.9072.10 <sup>6</sup>
9				3.179.10 <sup>4</sup>	2.206.10 <sup>5</sup>	2.3439.10 <sup>5</sup>
10				5.332.10 <sup>5</sup>	1.374.10 <sup>6</sup>	1.9072.10 <sup>6</sup>
11				3.540.10 <sup>2</sup>	1.029.10 <sup>4</sup>	1.0644.10 <sup>4</sup>
12				3.506.10 <sup>5</sup>	1.040.10 <sup>6</sup>	1.391.10 <sup>6</sup>
13				2.940.10 <sup>3</sup>	4.183.10 <sup>4</sup>	4.477.10 <sup>4</sup>
14				4.807.10 <sup>3</sup>	5.773.10 <sup>4</sup>	6.254.10 <sup>4</sup>
15				1.195.10 <sup>4</sup>	1.052.10 <sup>5</sup>	1.1715.10 <sup>5</sup>

Tableau (II.3.2) : Influence des erreurs de division (erreurs de pas) sur la durée pour l'apparition de pitting sur les dentures du pignon.

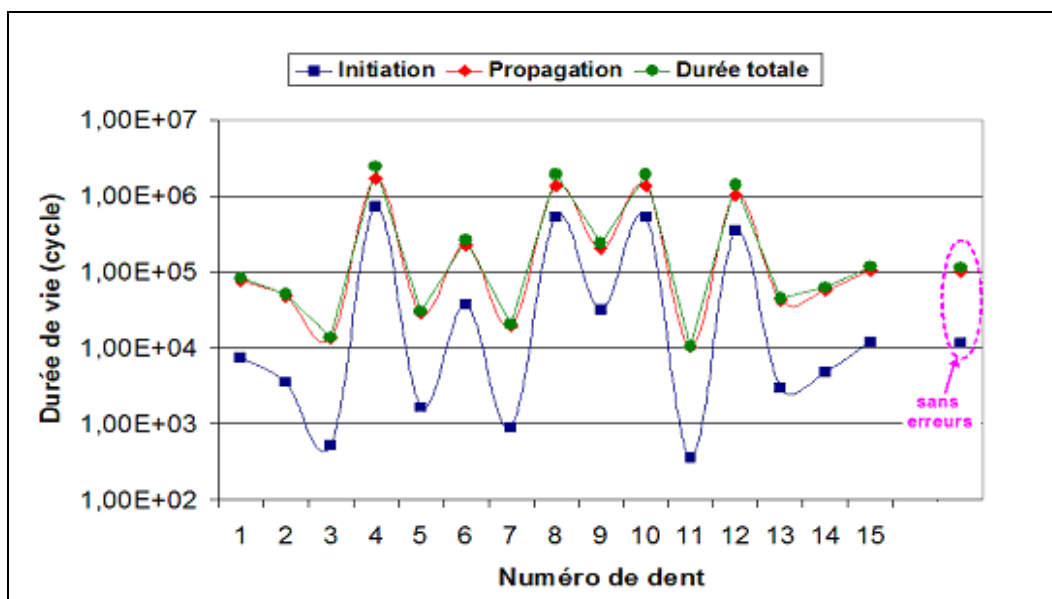


Figure (II.3.12): Influence des erreurs de pas sur la durée de vie pour l'apparition de pitting sur le flanc de chaque dent du pignon.

Dans un deuxième temps, les corrections de profil sont réintroduites en tête des dents du pignon et de la roue (correction linéaire avec 25  $\mu\text{m}$  au sommet de denture pour une longueur sur le profil correspondant à 30% du profil actif des dentures du pignon et de la roue). L'étude d'influence est menée sur la dent numéro 11 présentant la durée de vie la plus courte en l'absence de corrections et la dent numéro 2 qui se positionne un peu mieux. La

Figure (II.3.13) montre l'influence des corrections de profil sur la distribution de pression de contact sur le profil des dents numéro 11 et 2 avec et sans erreurs de divisions. Nous constatons clairement que la correction réduit les valeurs de pression au voisinage du pied et du sommet de denture. Par contre, la position du point critique pour la dent numéro 11 reste identique (à l'engagement) tandis que celle associée à la dent n°2 se déplace vers la zone de transition entre une paire et deux paires de dents en prise. Les résultats portés sur la Figure (II.3.14) montrent que, d'une manière générale, les corrections tendent à augmenter la durée de vie en présence d'erreurs de pas.

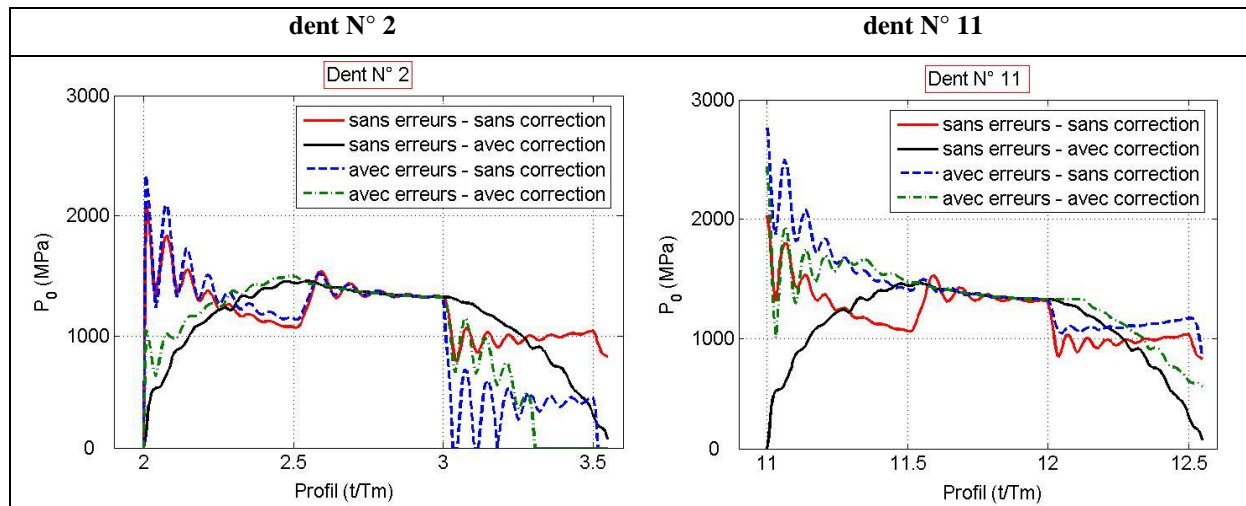


Figure (II.3.13) : Influence de corrections de profil sur la distribution de pressions de contact en présence et absence d'erreurs de pas.

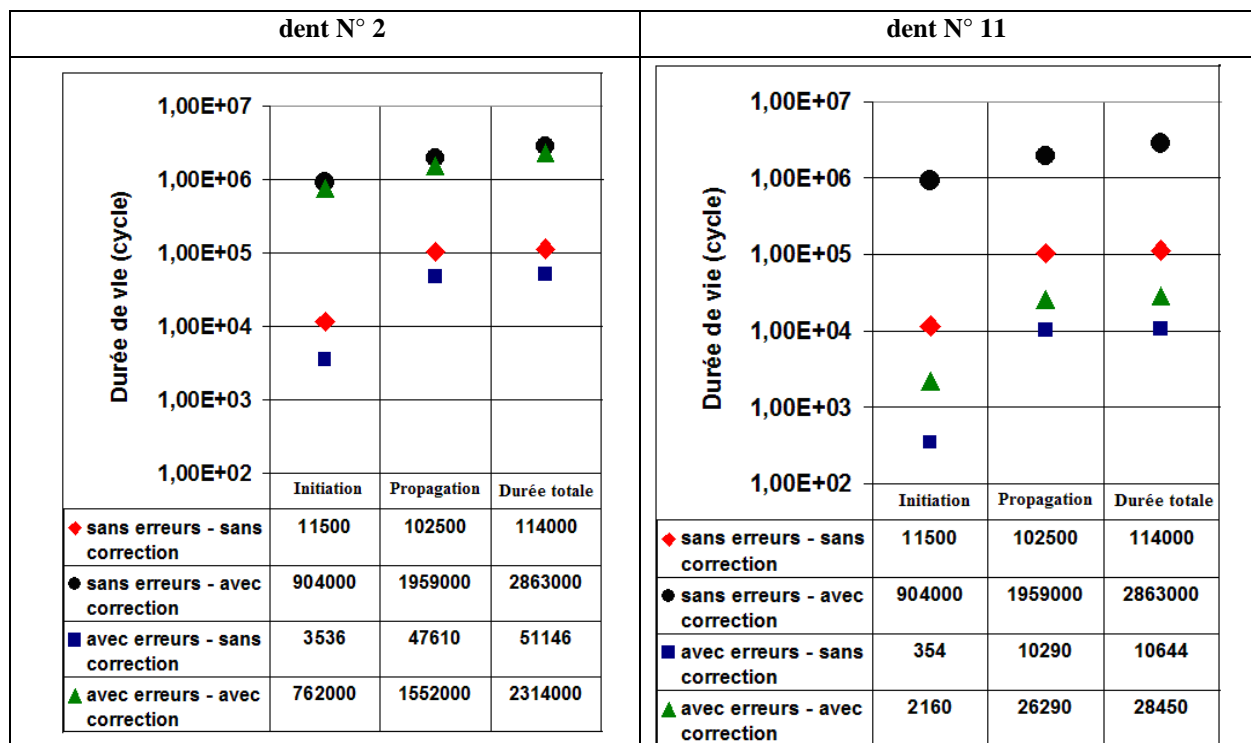


Figure (II.3.14) : Comparaison entre l'influence des erreurs de pas avec et sans correction sur la durée d'apparition du pitting.

En ce qui concerne la durée de vie totale d'apparition de pitting sur le flanc de denture, Figure (II.3.14), elle croit, si les erreurs de divisions sont accompagnées par des corrections de profil qui, toutefois, ne parviennent pas à gommer les disparités de sollicitations entre dents.

### **3.2. Influence du comportement dynamique :**

#### **3.2.1. Période d'initiation de fissure :**

Dans ce paragraphe, l'influence du comportement dynamique sur une plage de vitesses de rotation importante est abordée. En se basant sur les comparaisons avec l'expérimentation (chapitre 2), la formule proposée par Sandberg [146] est retenue afin de caractériser les limites de fatigue. Dans les exemples qui suivent, nous allons utiliser la notion de degré de fatigue maximal ( $D_{f,max}$ ) pour chaque point de contact qui est défini comme :

$$D_{f,max} = \max(D_f(y)) \quad (\text{II.3.1})$$

Avec

$D_f$  : degré de fatigue défini en utilisant l'équation (II.2.23).

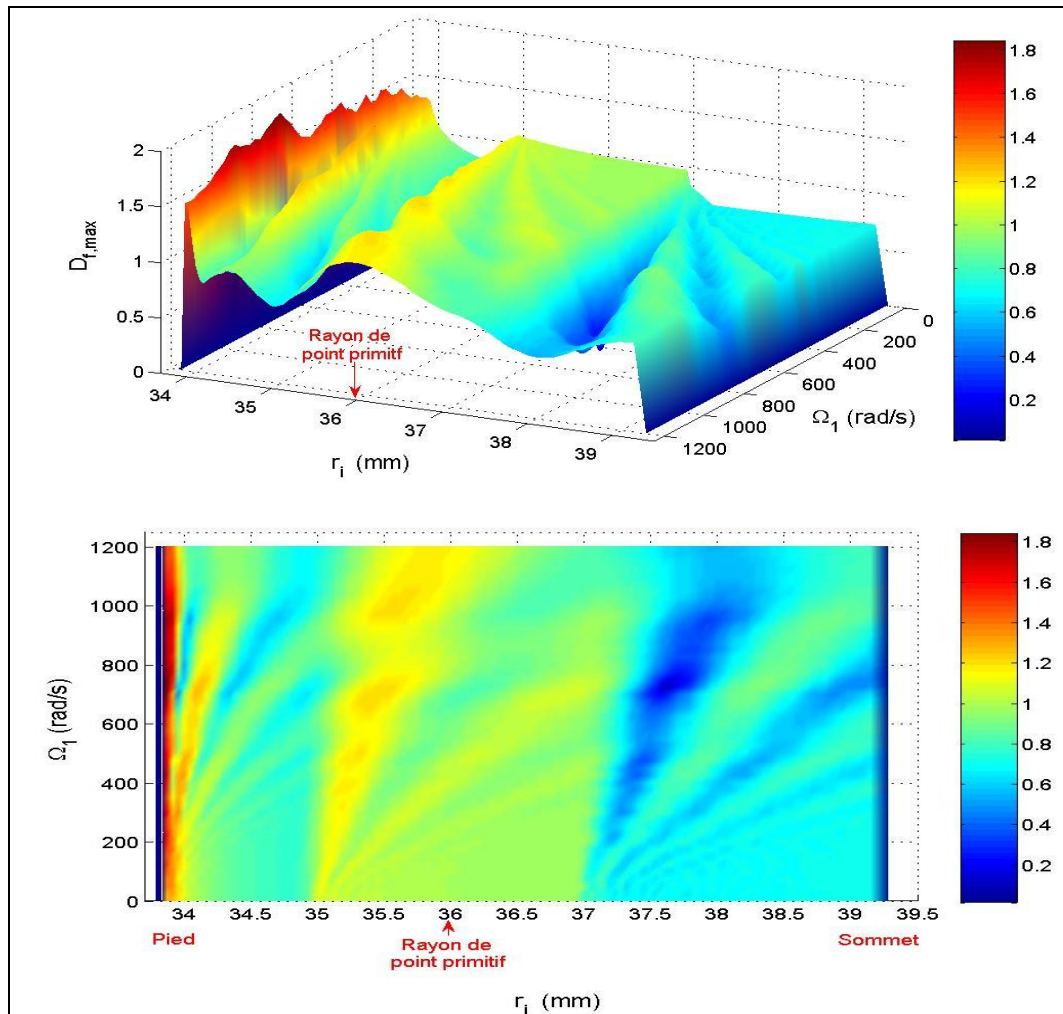
$y$  : profondeur sous la surface de contact pour chaque point de contact.

##### **3.2.1.1. Dentures non corrigées :**

Les résultats obtenus pour un fonctionnement en régime dynamique en termes de degré de fatigue maximal  $D_{f,max}$  calculé en utilisant le critère de Dang Van et la limite de fatigue de Sandberg, sont portés sur la Figure (II.3.15). En respectant la condition d'initiation de fatigue ( $D_f \geq 1$ ), nous pouvons constater que

- les valeurs les plus élevées du degré de fatigue se localisent dans la zone voisine du pied de dent (engagement) et dans la zone d'une seule paire de dents en contact légèrement en dessous du point primitif. L'initiation est plus rapide au voisinage du pied de dent du pignon et on note que, pour les points situés au dessus du primitif, le degré de fatigue est très faible.
- la valeur de degré de fatigue maximal évolue avec la vitesse de rotation suite aux variations de chargement instantané sur les profils. On remarque la présence de vitesses de rotation critiques avec des maxima de degrés de fatigue relativement prononcés. Par ailleurs, les positions sur le flanc de denture évoluent avec la vitesse de rotation à l'exception notable de la zone critique à l'engagement.





**Figure (II.3.15) : Représentation 3D du degré de fatigue maximal  $D_{f,max}$  aux points de contact sur le profil de denture en fonction de la vitesse de rotation. Critère de Dang Van. Limite de fatigue de Sandberg.  $r_i$  est le rayon du point sur le profil de denture.**

Après avoir estimé le degré de fatigue maximal ( $D_{f,max}$ ), il est, en pratique, intéressant de connaître la position des points sous la surface de contact présentant le degré de fatigue maximal. La Figure (II.3.16) montre la profondeur à laquelle le degré de fatigue maximal de Dang Van est atteint pour tous les points de contact sur le profil de denture en fonction de la vitesse de rotation. On constate que les points dans la zone d'engagement sont très proches de la surface et vont, par conséquent, avoir un temps de propagation vers la surface très court. L'apparition de fatigue de contact (pitting) en ces points est donc fortement probable.

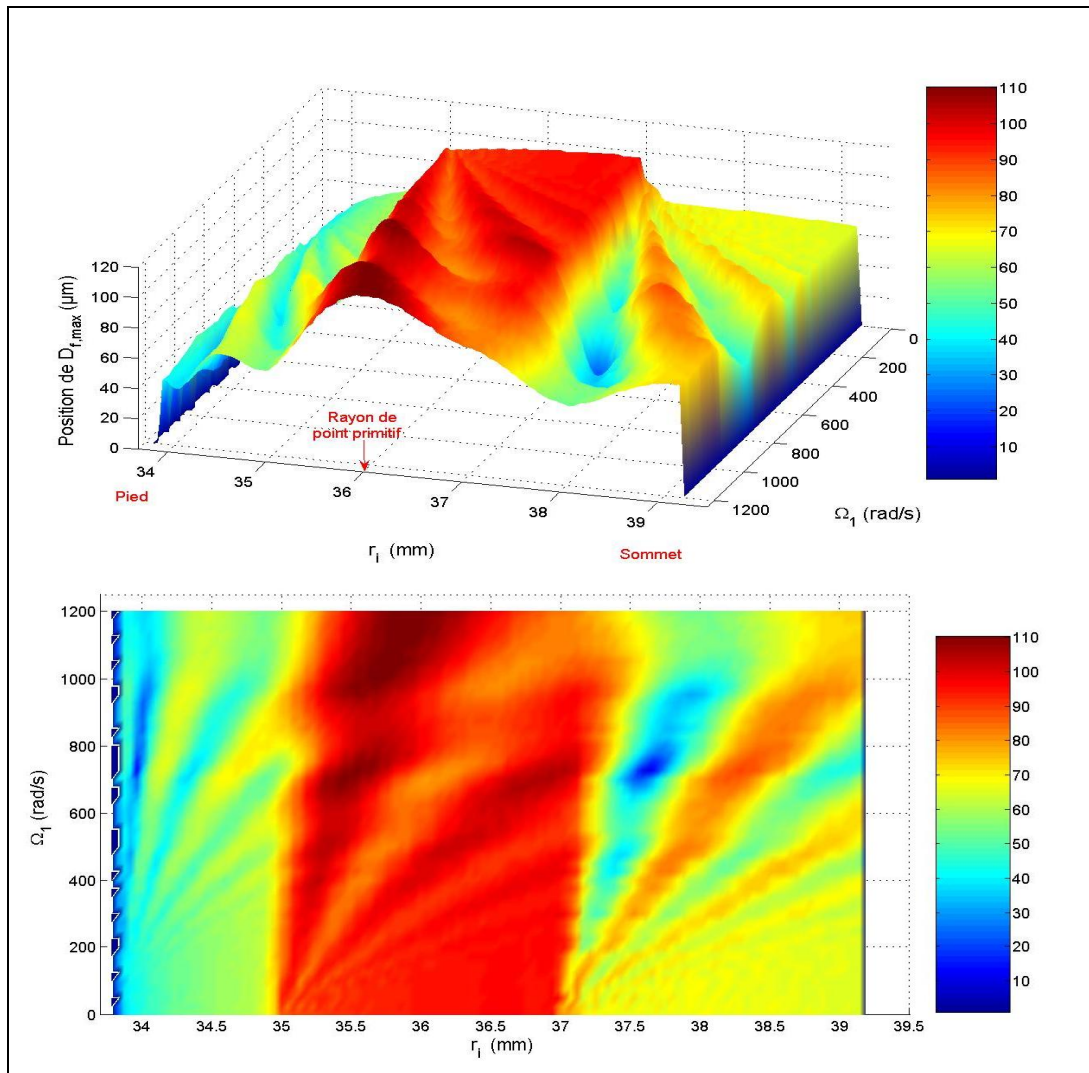


Figure (II.3.16) : Position du degré de fatigue maximal sous la surface de contact pour tous les points de contact sur le profil de denture en fonction des vitesses de rotation- Critère de Dang Van.

A fins d'illustration, nous suivons le comportement dynamique en fatigue de cinq points matériels le long du profil de denture, Figure (II.3.17) et Tableau (II.3.3). Ces points sont tels que :

- point 1 : au pied de dent (zone d'engagement).
- point 2 : point bas de transition entre une et deux paires de dents en prise (*lowest point of single tooth contact*).
- point 3 : point primitif (*pitch point*).
- point 4 : point haut de transition entre une et deux paires de dents en prise (*highest point of single tooth contact*).
- point 5 : vers le sommet de dent.

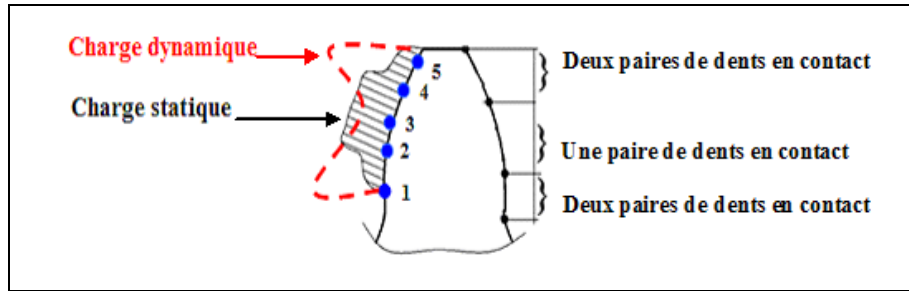


Figure (II.3.17) : Position des points étudiés sur le profil actif de denture.

Point	Rayon de courbure (mm)	Rayon du point /Rayon primitif	Position	Rayon de base (mm)
<u>1</u>	33.885	0.941	Creux	33,83
<u>2</u>	35.018	0.972	Creux	
<u>3</u>	36.000	1.000	Primitif	
<u>4</u>	36.832	1.023	Saillie	
<u>5</u>	37.800	1.050	Saillie	

Tableau (II.3.3) : Rayon des points étudiés sur le profil de denture.

Les contraintes équivalentes maximales de Von Mises pour les cinq points en conditions quasi-statiques sont portées sur la Figure (II.3.18). Le point 1 à l'engagement ressort clairement comme le point le plus sollicité.

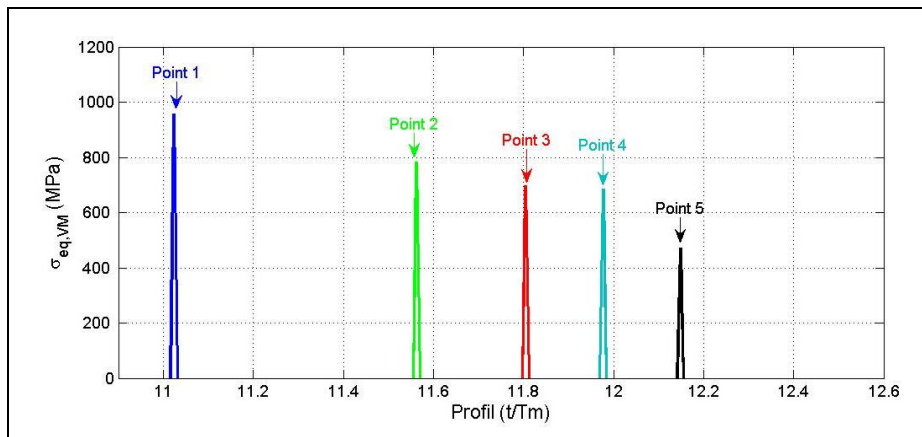


Figure (II.3.18) : Contraintes équivalentes maximales de Von Mises pour les points étudiés à une vitesse de rotation  $\Omega_1 = 20 \text{ rad/s}$  (quasi-statique).

L'influence de la vitesse de rotation est illustrée sur la Figure (II.3.19) qui montre les évolutions du degré de fatigue maximal  $D_{f,\max}$  pour les cinq points sur le profil définis plus haut en utilisant trois critères de fatigue (Crossland, Dang Van et Liu-Zenner).

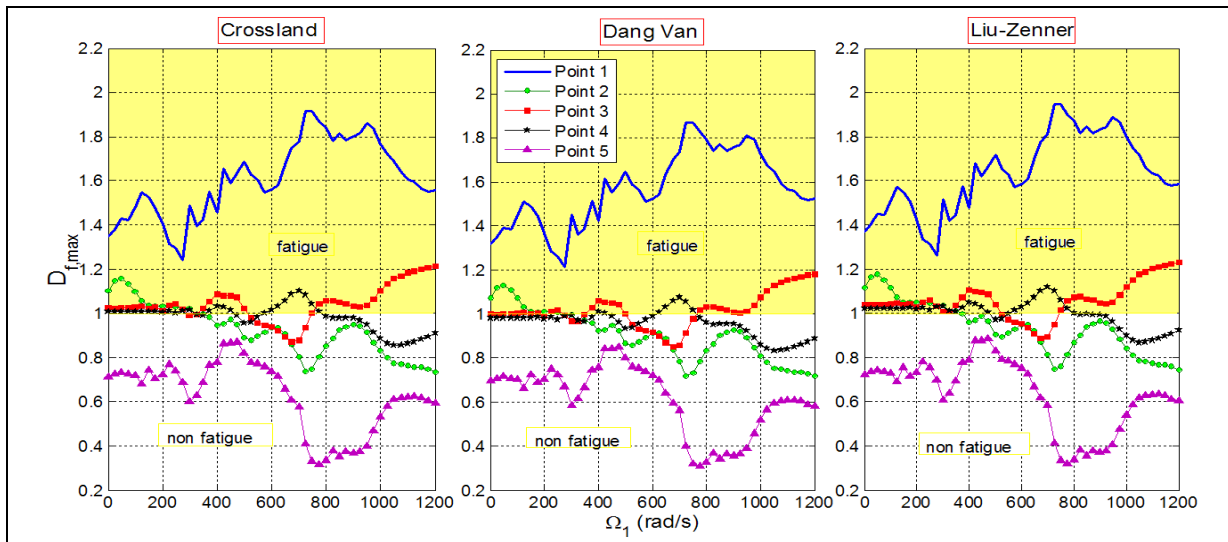


Figure (II.3.19) : Degré de fatigue maximal ( $D_{f,max}$ ) en fonction de la vitesse de rotation pour cinq points localisés sur le profil de denture. Limite de fatigue de Sandberg

Nous pouvons remarquer que :

- les tendances obtenues par les trois critères de fatigue sont proches avec, toutefois, des valeurs un peu plus élevées pour le critère de Liu-Zenner.
- le point **1**, en pied de dent, présente les valeurs de  $D_{f,max}$  les plus élevées et des amplifications significatives pour un certain nombre de vitesses critiques. Les résultats en termes d'initiation de fatigue sont plus contrastés pour les autres points sur le profil de denture. Le point en sommet de dent ne présente aucune valeur de  $D_{f,max}$  supérieure à 1 et ne semble pas concerné par la fatigue de contact. Les autres points peuvent être susceptibles de conduire à de l'écaillage pour certaines vitesses : basses vitesses pour le point **2**, vitesses plus élevées pour les points **3** et **4**.
- L'analyse dynamique apporte donc des informations supplémentaires en termes de fatigue de contact par rapport aux approches quasi-statique usuelles.

Des commentaires analogues peuvent être faits pour ce qui concerne l'évolution de la profondeur où le degré de fatigue est maximal, Figure (II.3.20). Les profondeurs critiques minimales sont obtenues pour les points **1** et **5** mais seul le point **1** (pied de dent) peut présenter un endommagement. Par ailleurs, on note une décroissance monotone de la profondeur critique avec la vitesse de rotation pour le point **2**.

Ayant déterminé le degré de fatigue maximal et confirmé la condition d'initiation de fissure ( $D_{f,max} \geq 1$ ) en fonction de la vitesse de rotation, le nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure ( $N_i$ ) peut être déterminé. Les résultats obtenus en utilisant les équations (II.2.31) et (II.2.34) sont portés sur la Figure (II.3.21). Nous pouvons remarquer que i)  $N_i$  est effectivement minimal au point **1** (pied de dent) et ceci quelque soit le régime de rotation et, ii) le risque d'endommagement pour les autres points n'existe qu'à certaines vitesses et pour des nombres de cycles beaucoup plus élevés.



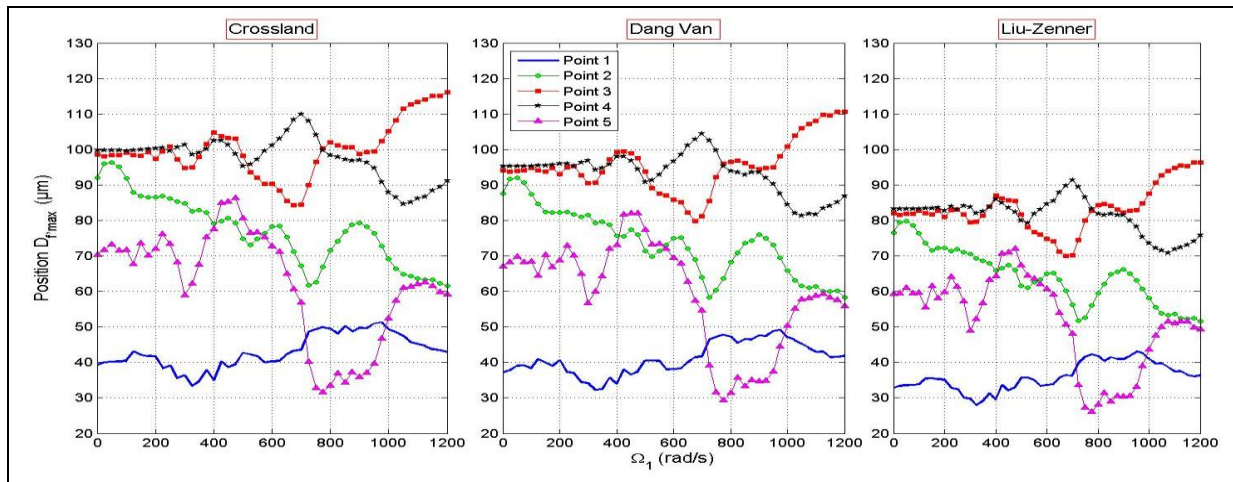


Figure (II.3.20) : Position du Degré de fatigue maximal ( $D_{f,max}$ ) sous la surface de contact en fonction de la vitesse de rotation pour cinq points localisés sur le profil de denture. Limite de fatigue de Sandberg

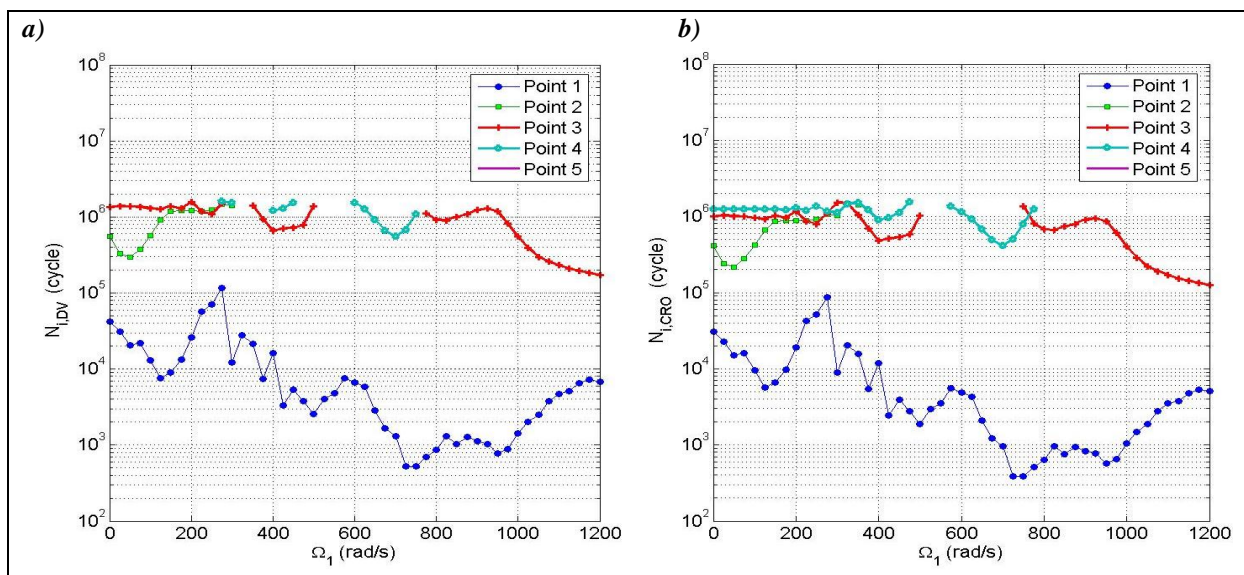


Figure (II.3.21) : Nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure en échelle logarithmique à la position de degré de fatigue maximal en fonction de la vitesse de rotation pour les cinq points localisés sur le profil de denture.

a : critère de Dang Van (équation (II.2.34)).

b : critère de Crossland (équation (II.2.31)).

### 3.2.1.2. Dentures corrigées :

L'influence de corrections de profil (correction linéaire symétriques d'amplitude 25  $\mu\text{m}$  en sommet de dent sur 30% du profil actif) sur le comportement dynamique en fatigue est illustrée sur la Figure (II.3.22) (critère de Dan Vang). L'introduction de corrections de profil change la distribution du risque de fatigue qui passe de la zone d'engagement à une partie de denture située sous le primitif de manière analogue à ce qui a été observé en régime quasi-statique. L'influence de la vitesse est visible sur la Figure (II.3.22) où les maxima de  $D_{f,max}$  se décalent légèrement vers le haut de la dent avec une vitesse croissante sans remettre en

cause, toutefois, les tendances générales relevées à faibles vitesses. On vérifie, sur ce cas, l'apport bénéfique de corrections en tête de dent qui éliminent les surcharges importantes (pratiquement assimilables à des chocs) associés à un engagement brutal.

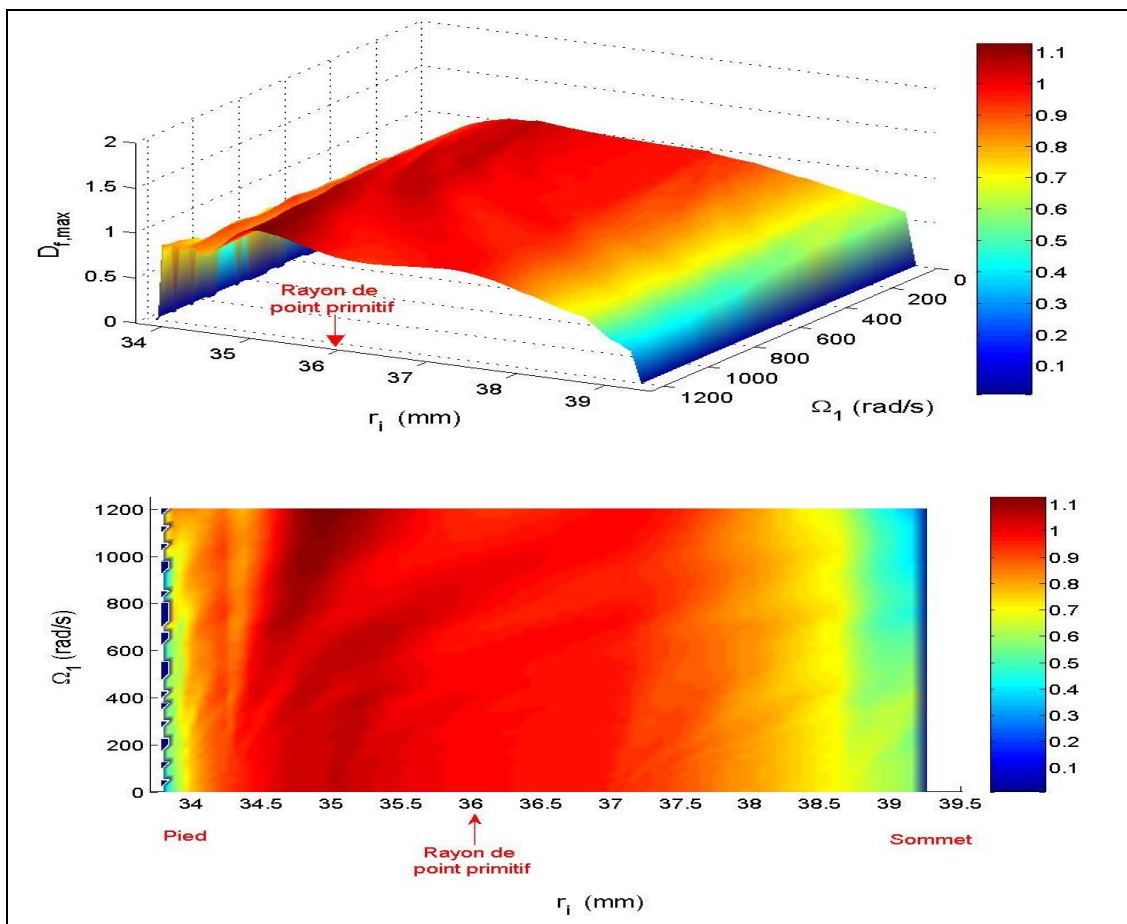


Figure (II.3.22) : Influence de correction de profil sur le degré de fatigue maximal  $D_{f,max}$  estimé en utilisant le critère de Dang Van et limite de fatigue de Sandberg.

Reprenons les cinq points étudiés à la Figure (II.3.17) dont les résultats obtenus pour estimer le degré de fatigue maximal sont portés sur la Figure (II.3.23). Sur cet exemple, la bande ombragée sur les figures représente le facteur limite de fatigue égal à 1 obtenu en utilisant les formules de Sandberg [146] (limite inférieure) et de Winderlich [169] (limite supérieure). Cette bande peut être interprétée comme une zone d'incertitude quant aux dommages pouvant se produire selon la qualité du matériau et des traitements thermiques. En dessous de cette zone, une fissure est très peu probable, tandis qu'au-dessus, la probabilité de fatigue de contact est très élevée. Nous pouvons remarquer de façon très claire l'influence de corrections de profil sur le risque d'initiation de fatigue qui, de manière générale, diminuent le risque d'endommagement en tout point des zones corrigées. Par contre, le degré de fatigue maximal augmente au point **2** où la probabilité de fatigue devient plus marquée, la courbe se situant dans la zone de risque pour des qualités de matériaux médiocres. Ces observations peuvent être étendues au point **3** (point primitif), où  $D_{f,max}$  augmente pour les vitesses de rotations inférieures à 1000 rad/s ( $D_{f,max} > 1$ ).

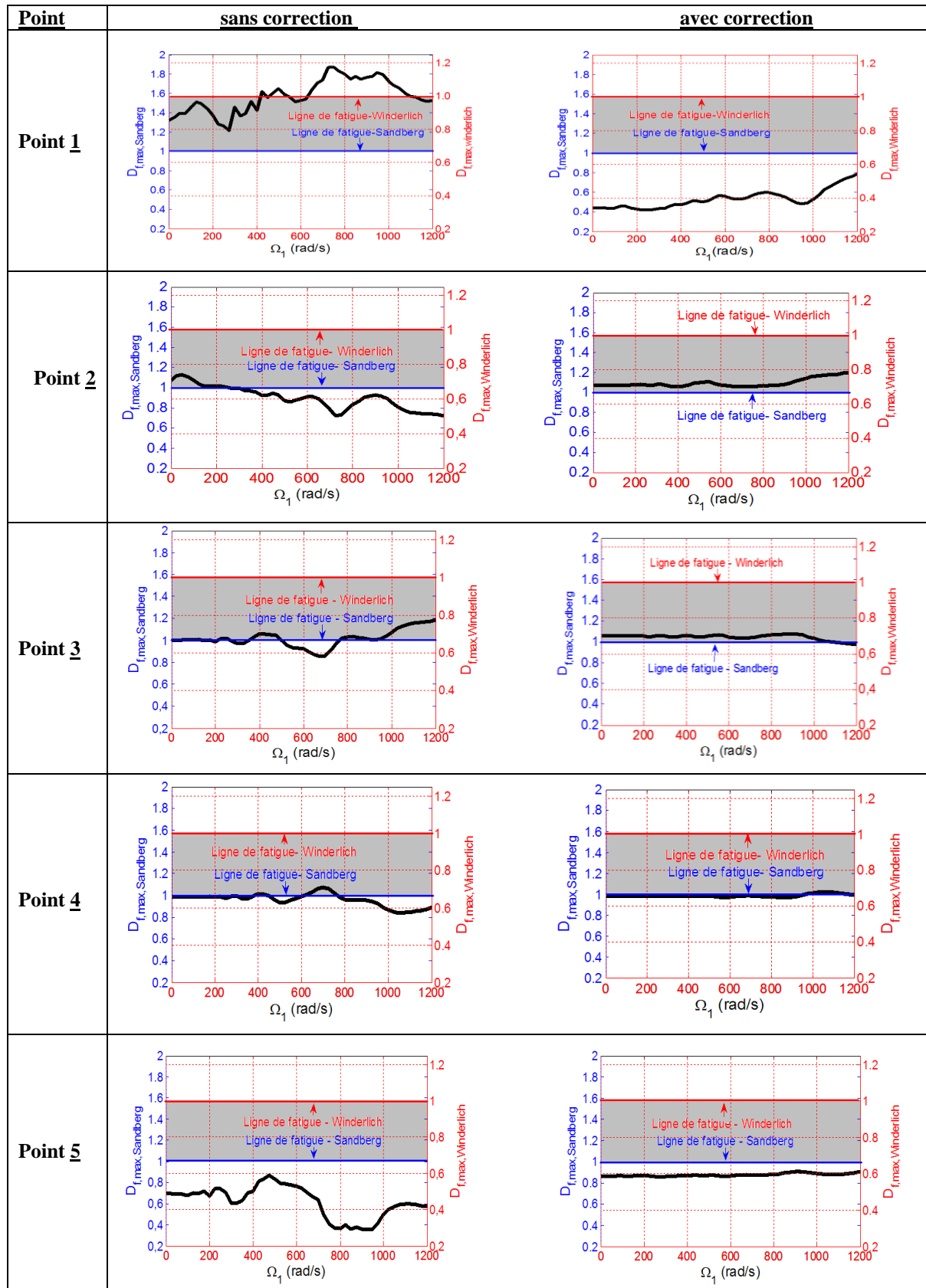


Figure (II.3.23): Influences de corrections de profil sur le degré de fatigue maximal calculé en utilisant le critère de Dang Van pour les cinq points localisés sur le profil de denture.

De la même façon, les corrections de profil modifient le nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure  $N_i$ , Figure (II.3.24) où les courbes de nombre de cycles ( $N_i$ ) correspondantes au point **1** avec correction et au point **5** avec et sans correction n'apparaissent pas car  $D_{f,max} < 1$  et, par conséquent, le risque d'endommagement n'existe pas.

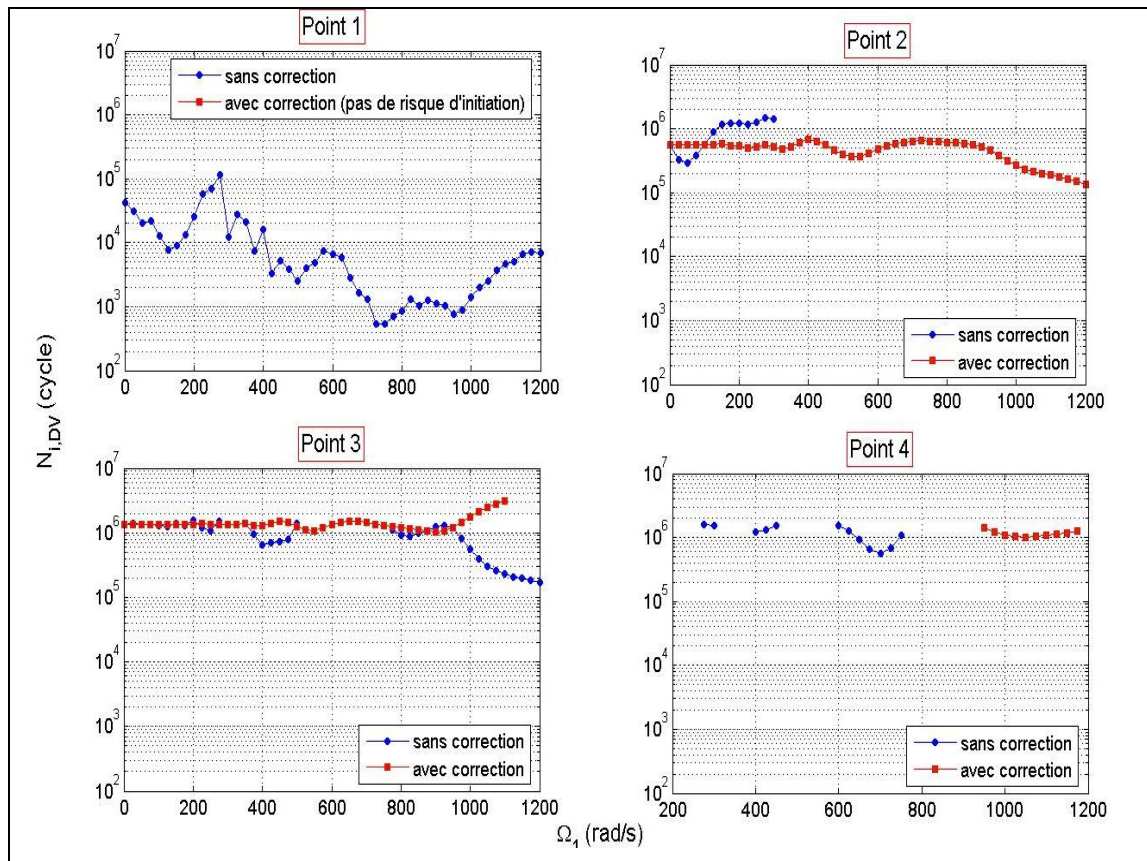


Figure (II.3.24): Comparaison entre l'influence de profils corrigés et non corrigés sur le nombre de cycles requis pour l'initiation de fissure ( $N_i$ ) correspondant à la position de degré de fatigue maximal en fonction de la vitesse de rotation. Critère de Dang Van.

### 3.2.2. Période de propagation de fissure :

Comme pour la période d'initiation de fissure, la période de propagation de fissure est influencée par les changements de vitesse de rotation (en conséquence le comportement dynamique) qui conduisent à des variations des valeurs de pression de contact et de demi-largeur de contact ( $a_H$ ) comme illustré sur la Figure (II.3.25) pour les points **1** et **3**.



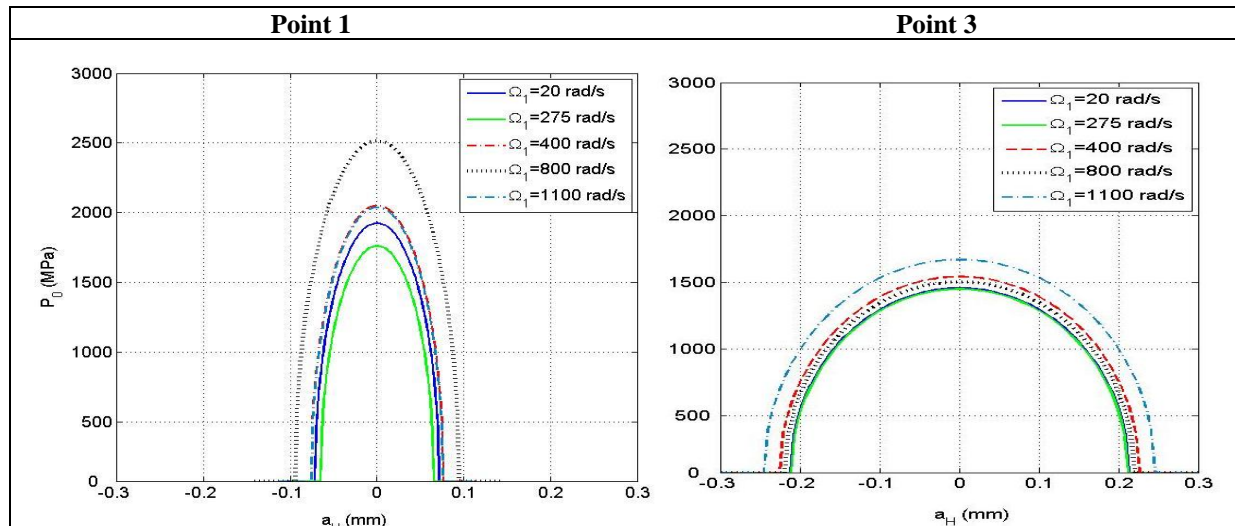


Figure (II.3.35) : Influence de la vitesse de rotation sur la distribution de pression de contact hertzienne.

Ces modifications des champs de pression dynamiques conduisent aux conséquences suivantes :

- a) la longueur de fissure critique (et donc la taille des écailles sur les flancs de denture) est changée en fonction de la vitesse de rotation suite à des positions de fissure initiale en sous-couche qui évoluent.
- b) le facteur d'intensité de contraintes effective  $\Delta K_{eff}$  évolue également en fonction de la vitesse (il est dépendant de la longueur de fissure et de la contrainte équivalente de Von Mises qui dépend elle-même de la valeur de la pression de contact).

Ces remarques sont illustrées sur la Figure (II.3.26), qui montrent l'influence de la vitesse de rotation (les vitesses de rotation ont été choisies en respectant la condition d'initiation de fissure ( $D_{f,DV} \geq 1$ ) et la condition de propagation de fissure ( $\Delta K_{eff} > \Delta K_{th}$ ) respectivement) sur le facteur d'intensité de contraintes effective  $\Delta K_{eff}$  pour les deux points matériels 1 (point à côté du pied de dent) et 3 (point primitif).

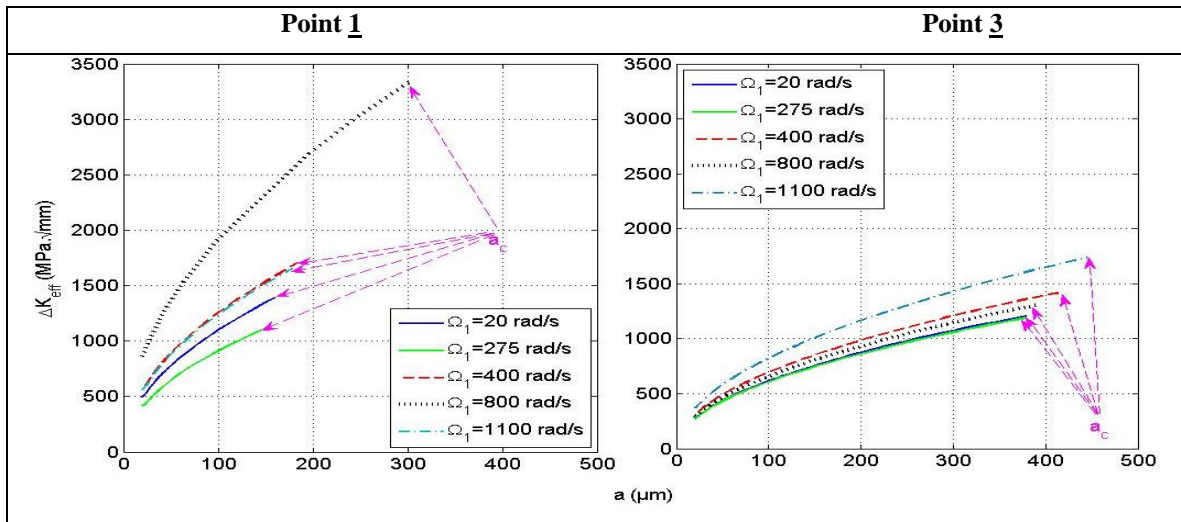


Figure (II.3.26) : Facteurs d'intensité de contraintes effectifs en fonction de la longueur de fissure pour différentes vitesses de rotation ( $a_c$  : longueur de fissure critique).

D'un point de vue physique, les faciès d'écaillage sont également modifiés comme le montre la Figure (II.3.27) ci-dessous.

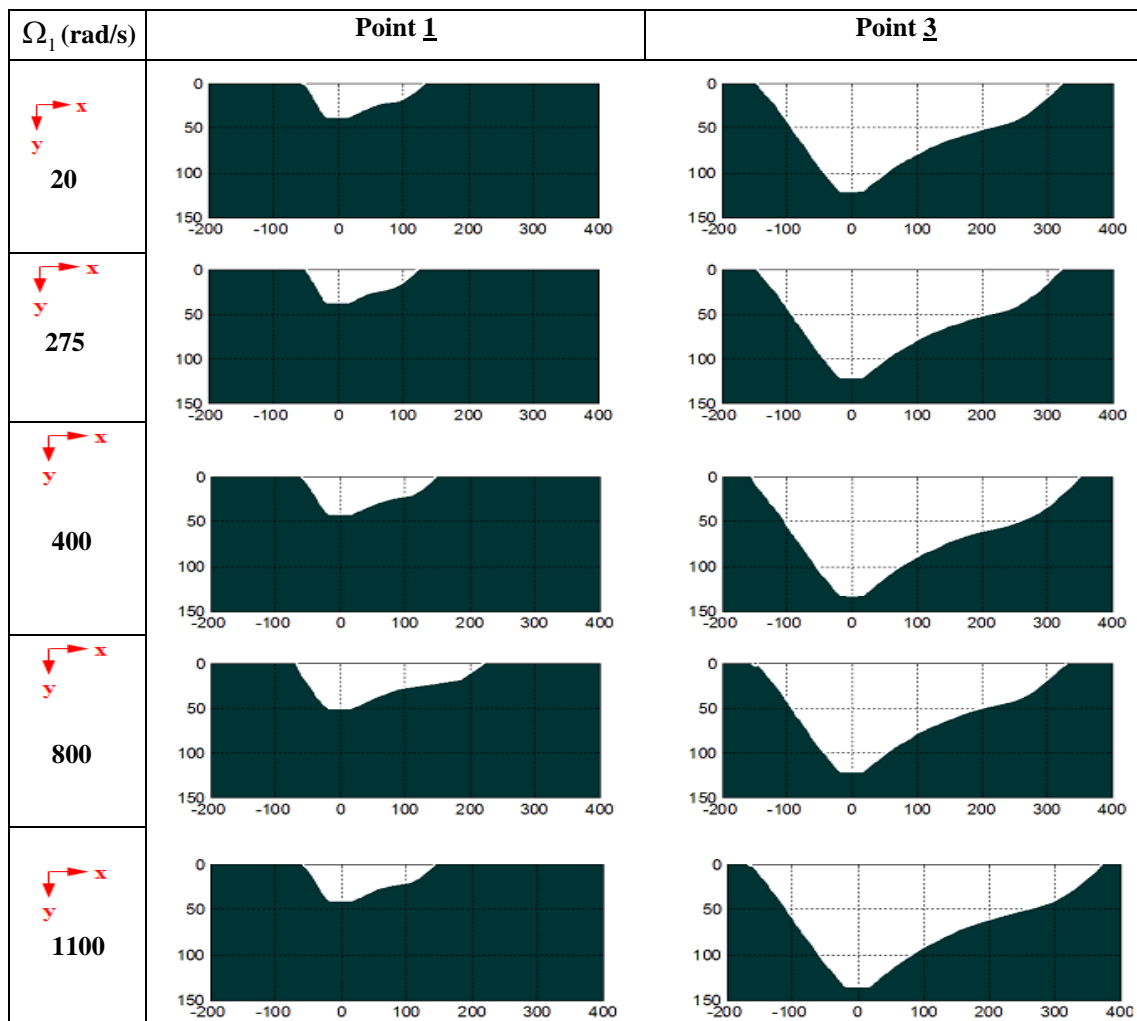


Figure (II.3.27) : Formes d'écaillures (pitting) générées sur le flanc de denture à différentes vitesses de rotation.

L'incrément de longueur de fissure ( $\Delta a$ ) au cours de la propagation est calculé en fonction de la zone plastique qui dépend, elle-même, de la valeur des facteurs d'intensité de contrainte à la pointe de fissure (voir la relation (II.2.45)). Par conséquent, des valeurs élevées de facteurs d'intensité de contrainte conduisent à des incréments de longueur fissurée plus importants et des durées de propagation plus faibles comme illustré sur la Figure (II.3.28). A titre d'exemple, on note que, pour le point 1 et une vitesse de rotation de 800 rad/s, les valeurs de ( $\Delta a$ ) augmentent au cours de la propagation de sorte qu'après six incréments seulement la fissure débouche à la surface, conduisant ainsi à une durée de vie très courte, Figure (II.3.29).

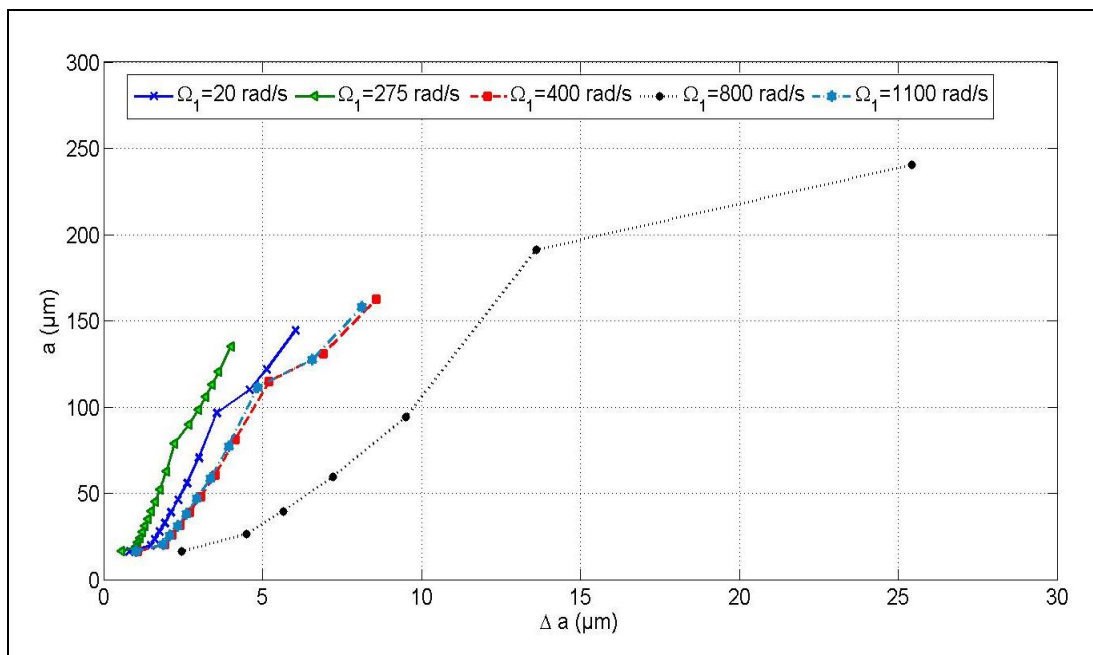


Figure (II.3.28) : Longueur de fissure en fonction de l'incrément de fissure ( $\Delta a$ ) au cours de propagation pour différentes vitesses de rotation. Point 1.

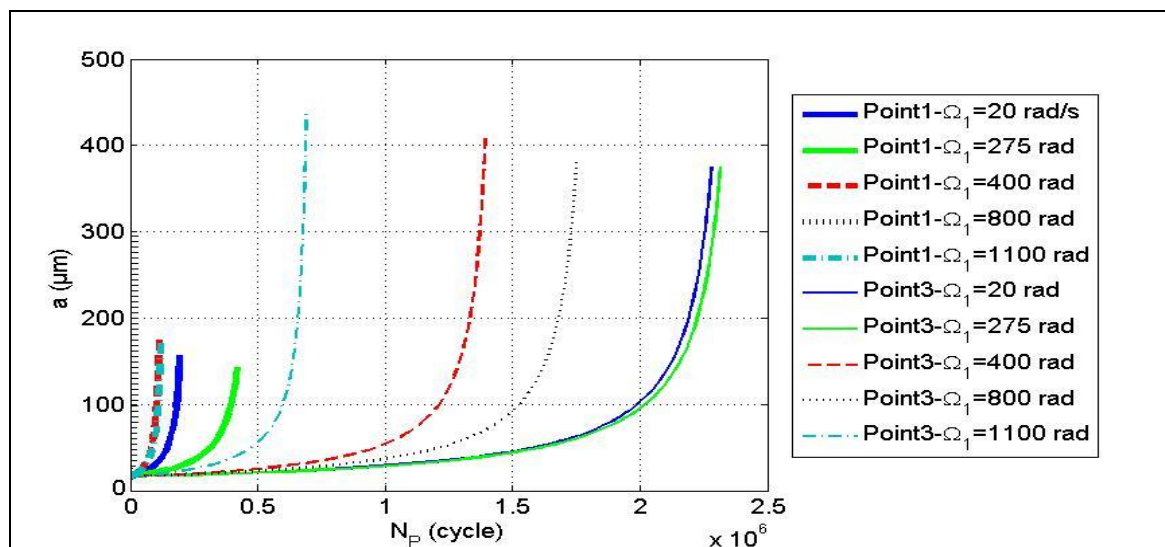


Figure (II.3.29) : nombre de cycles  $N_p$  en fonction de la longueur de fissure pour différentes vitesses de rotation.

## **4. Conclusion :**

Une analyse des interactions possibles entre comportements quasi-statique et dynamique et fatigue de contact par pitting pour des engrenages droits correctement lubrifiés a été présentée dans ce chapitre. Le modèle numérique de simulation de fatigue de contact, présenté dans le chapitre 2, couplé avec la simulation dynamique de transmission par engrenages (72 DDL) a été exploité pour analyser ces interactions.

Il apparaît de manière évidente au vu de l'ensemble des résultats présentés que :

- 1) En l'absence de corrections de profil, les points situés au voisinage de la zone d'engagement sur le pignon sont susceptibles de présenter des risques élevés de fatigue de contact qui se matérialisent sous la forme d'avaries de faibles profondeurs à évolution rapide. Les points localisés en dessous du primitif sont également sensibles et mais ne sont que peu impactés par des corrections de forme. Les écailles générées sont plus profondes et à évolutions plus lentes (typiquement plusieurs millions de cycles).
- 2) Le risque de fatigue sur les flancs de dentures des engrenages droits est largement fonction du comportement dynamique et quasi-statique. Le degré et la position du risque de fatigue maximal dépendent du chargement dynamique, à savoir du régime de vitesse.
- 3) Les conditions géométriques (les écarts d'alignement et erreurs de pas, etc.) influent fortement sur l'apparition du pitting et la durée de vie correspondante. Dans la mesure du possible, la géométrie et la précision des dentures d'engrenages droites doivent être optimisées vis-à-vis de l'écaillage initié en sous-couche.
- 4) Les corrections de profil jouent un rôle important sur la réduction des risques d'endommagement principalement dans la zone d'engagement. La profondeur de correction en tête de dent est le paramètre clef tandis que la longueur corrigée semble secondaire.
- 5) La taille et la forme de pitting se produisant sur les flancs de denture dépendent du chargement dynamique et par conséquent des vitesses de rotation.



# **Conclusion générale et perspectives**



Dans ce mémoire, une approche permettant d'appréhender les interactions entre usure abrasive, fatigue de contact et comportement dynamique d'engrenages a été présentée. D'un point de vue modélisation, l'usure est quantifiée par une loi d'Archard modifiée tandis que les avaries de surface sont étudiées via des critères multi-axiaux pour l'initiation et la Mécanique de la Rupture Linéaire pour la phase de propagation. Une des spécificités de ce travail est de coupler ces lois d'endommagement avec un modèle du comportement dynamique permettant d'accéder aux sollicitations instantanées sur les contacts entre dents et de réactualiser les géométries des dentures avec l'évolution de l'usure. Un schéma de résolution numérique a été développé dans lequel l'intégration pas à pas dans le temps des équations du mouvement est combinée à un algorithme de contact normal unilatéral vérifiant que les efforts de contact sont tous compressifs et qu'il n'y a pas d'interférences à l'extérieur des aires de contact.

**La première partie de ce mémoire** a été consacrée à l'analyse de l'usure abrasive sur des dentures droites et hélicoïdales et à la construction d'un modèle simplifié permettant d'introduire ce phénomène et d'analyser ses liens éventuels avec le comportement statique et dynamique d'une transmission par engrenages. L'usure a été simulée en se basant sur le modèle d'Archard qui lie la profondeur usée à la pression de contact maximale, à la distance de glissement et à un coefficient d'usure intégrant l'influence de la lubrification. Les usures calculées après un certain nombre de cycles, pour chaque point de contact, sont introduites comme des distributions d'écart initiaux et la géométrie de flanc des dentures est périodiquement réactualisée afin de suivre les évolutions de l'usure au cours du temps. Les résultats principaux obtenus sont listés ci-dessous:

- Les corrections de profil jouent un rôle très important sur le contrôle de l'usure.
- La vitesse de rotation a une influence très forte sur la distribution et l'amplitude de l'usure. Bien que les charges maximales aient tendance à augmenter avec la vitesse, l'usure se réduit grâce à l'augmentation de l'épaisseur de film de lubrifiant et, par conséquent, la réduction du coefficient de l'usure.
- En termes de distribution de charge, l'usure peut s'avérer bénéfique en particulier pour des dentures non corrigées présentant des défauts d'alignement pour lesquelles l'usure peut, dans une certaine mesure, jouer un rôle de correction longitudinale et permettre ainsi d'uniformiser les portées sur certaines parties des flancs.
- L'usure peut modifier les valeurs moyennes des erreurs de transmission statiques (et en conséquence la rigidité moyenne d'engrènement) ainsi que son contenu spectral ce qui suggère que les fréquences critiques des dents et les excitations peuvent être affectés par l'usure. Dans ce contexte, des niveaux de vibrations et bruit contrastés peuvent être attendus pour une même vitesse en fonction selon que les dents sont usées ou non.
- L'influence de l'usure sur le chargement dynamique peut être bénéfique (dentures droites sans correction) ou négative (dentures hélicoïdales).

Pour conclure, l'usure apparaît comme un phénomène dynamique influencé par le comportement dynamique et qui, en retour, modifie l'état vibratoire de la transmission, particulièrement pour les dentures droites. L'usure, selon les cas, peut être soit bénéfique (dentures droites non corrigées), soit, au contraire, avoir un rôle négatif (sur les dentures hélicoïdales).

**Dans la deuxième partie de ce texte,** un modèle de simulation des interactions entre la fatigue de contact par pitting et le chargement instantané subis par les flancs de dentures



droites a été proposé. La période totale d'apparition de pitting sur la surface des dentures a été divisée à deux périodes :

- Une phase d'initiation analysée en s'appuyant sur plusieurs modèles de fatigue multiaxiaux faisant intervenir le cycle de charge réelle et les propriétés du matériau (limite de fatigue et gradient de dureté, en particulier).
- Une période de propagation supposée être contrôlée par l'état de contrainte en pointe de fissure et les paramètres du matériau. Le modèle tient compte des variations continues d'angle de propagation et d'incrément de longueur en fonction de l'avancée de la fissure.

Pour un régime de fonctionnement quasi-statique, les résultats théoriques ont été comparés avec les résultats issus d'un banc d'essai en boucle mécanique fermée (back-to-back) et un très bon accord a été obtenu sur la durée de vie et sur la géométrie d'écaillage correspondante. Les principaux constats sont listés ci-dessous :

- La fatigue de contact par pitting peut être sensible aux effets dynamiques mettant ainsi en évidence une influence de la vitesse de rotation sur
  - l'apparition des avaries de surface.
  - la taille et la forme du pitting observé sur les flancs de denture.
- Les corrections de profil ont une influence bénéfique sur le risque de défaillance surtout dans les zones voisines du pied de dent.
- Les écarts de montage (déviations) et les erreurs de division sont susceptibles d'influer fortement sur la durée de vie des engrenages et le mode de défaillance.

Naturellement, ce travail de thèse ouvre des perspectives qui peuvent être regroupées en fonction des deux thématiques abordées.

***a) L'usure des engrenages :*** Une large part de la modélisation repose sur un ou des coefficients d'usure dont on peut dire qu'ils demeurent assez largement mal connus et maîtrisés. Des campagnes d'essais sur machine à engrenages semblent nécessaires afin de constituer des bases de données réalistes pour cette application particulière. D'une manière générale, les résultats expérimentaux sont rares ou parfois sujets à caution, un effort dirigé vers la validation expérimentale des modèles d'usure sur engrenages semble indispensable.

***b) La fatigue de contact :*** En soi, ce thème constitue un axe de recherche majeur en Mécanique et les développements présentés dans ce mémoire demeurent relativement globaux. Pour le cas particulier d'engrenages, le rôle de la microgéométrie des surfaces et celui du film lubrifiant sont sans doute importants et il serait intéressant de les intégrer (plus ou moins précisément compte tenu des contraintes en termes de temps de calcul) dans les modèles que nous avons présentés ici. Une meilleure connaissance des propriétés des matériaux (limites en fatigue, filiation de dureté, etc.) semble également indispensable. D'un point de vue théorique, une approche spécifique pour la propagation de fissures courtes et la prise en compte des discontinuités aux interfaces de grains pourrait s'avérer nécessaire. Enfin, il serait intéressant d'étendre les travaux présentés dans ce mémoire aux engrenages hélicoïdaux ce qui nécessiterait alors des calculs tridimensionnels conséquents et la mise en place de méthodes numériques spécifiques afin de les accélérer.

---

## Publications

### Usure des engrenages :

- [1] **OSMAN, T., VELEX, Ph.** “*Static and dynamic simulations of mild abrasive wear in wide-faced spur and helical gears*”, Mechanism and Machine Theory, 2010, Vol. 45, p. 911-924.
- [2] **OSMAN, T., VELEX, Ph., VILLE, F.** “*Simulations of the Interactions between Vibrations and Wear in Spur and Helical Gears*”, Proc. Symposium on Integrity, Reliability and Failure of Gears and Transmissions’, 20-24 July 2009, Porto (Portugal).
- [3] **OSMAN, T., VELEX, Ph.** “*Simulations de l’usure sur des engrenages droits et hélicoïdaux – Influences sur le comportement statique et dynamique*”, XVI<sup>th</sup> Symposium on Vibration, Shocks and Noise, 10-12 June 2008, Ecole Centrale de Lyon, Lyon (France).

### Fatigue de contact:

- [1] **OSMAN, T., VELEX, Ph.** “*A model for the simulation of the interactions between dynamic tooth loads and contact fatigue in spur gears*”, Tribology International, 2012, Vol. 46, p. 84-96.
- [2] **OSMAN, T., VELEX, Ph.** “*Coupling between dynamic behaviour and contact fatigue in spur gears*”, Proceeding of the ASME International Engineering Technical Conference & Computers and Information in Engineering Conference, August 28-31, 2011, Washington, DC, USA. 11 p, IDETC/CIE 2011, DETC2011-47314.
- [3] **OSMAN, T., VELEX, Ph.** “*A model for the simulation of the interactions between dynamic tooth loads and contact fatigue in spur gears*”, 37<sup>th</sup> Leeds – Lyon Symposium on Tribology, 7-10 September 2010, Leeds (Royaume-Uni).
- [4] **OSMAN, T., VELEX, Ph.** “*Simulations des interactions entre comportement dynamique et avaries de surface dans des engrenages droits*”, XVII<sup>th</sup> Symposium on Vibration, Shocks and Noise, 15-17 Juin 2010, Ecole Centrale de Lyon, Lyon (France).



# Références bibliographiques



- 
- [1] **Agha, S.R.** *Fatigue performance of superfinish hard turned surfaces in rolling contact*. Ph.D. Thesis, Purdue University, West Lafayette, USA, 2000.
- [2] **Ajmi, M., Velex, P.** *A model for simulating the quasi-static and dynamic behaviour of wide-faced solid gears*. Mechanism and Machine Theory, 2005, Vol. 40, p. 173–190.
- [3] **Akbarzadeh, S., Khonsari, M.M.** *Prediction of Steady State Adhesive Wear in Spur Gears Using the EHL Load Sharing Concept*. ASME, Journal of Tribology, 2009, Vol. 131, p. 1-5.
- [4] **Alfredsson, B., Olsson, M.** *Applying multiaxial fatigue criteria to standing contact fatigue*. International Journal of Fatigue, 2001, Vol. 23, p. 533-548.
- [5] **ANSI/AGMA.** *American National Standards (2001). Appearance of gear teeth: Terminology of wear and failure*. ANSI/AGMA 2001-B52, AGMA, Alexandria, VA.
- [6] **Archard, J.F.** *Contact and rubbing of flat surfaces*. Journal of Applied Physics, 1953, Vol. 24, p. 981-988.
- [7] **Aslantaş, K., Taşgetiren, S.** *A study of spur gear pitting formation and life prediction*. Wear, 2004, Vol. 257, p. 1167-1175.
- [8] **Aslantaş, K., Taşgetiren, S., Yalçın, Y.** *Austempering retards pitting failure in ductile iron spur gears*. Engineering Failure Analysis, 2004, Vol. 11, p. 935-941.
- [9] **ASM Metals Handbook.** *Failure of Gears, Vol. 10, Failure analyse and prevention*. 8th edn, American Society for Metals, Metals Park, OH, 1975, p. 507-524.
- [10] **Atzori, B., Meneghetti, G., Susmel, L.** *Material fatigue properties for assessing mechanical components weakened by notches and defects*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2005, Vol. 28, p. 83-97.
- [11] **Bajpai, P., Kahraman, A., Anderson, N. E.** *A surface wear prediction methodology for parallel-axis gear pairs*. ASME, Journal of Tribology, 2004, Vol. 126, p. 597-605.
- [12] **Bard, C.** *Modélisation du comportement dynamique des transmissions par engrenages*. Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, N° 95 ISAL 0031, 1995, 295p.
- [13] **Barrau, O.** *Etude tribologique de revêtement en régulation de turbines*. Rapport de stage Turboméca-ENIT, 1999.
- [14] **Bathias, C., Bailon, J-P.** *La fatigue des matériaux et des structures*. Paris, HERMES, Eds (1981),
- [15] **Batista, A.C., Dias, A.M., Lebrun, J.C., le Flour, J.C.** *Contact fatigue of automotive gears: Evolution and effects residual stresses introduced by surface treatments*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2000, Vol. 23, p. 217-228.

- [16] **Bernasconi, A., Foletti, S., Papadopoulos, I.V.** *Multiaxial fatigue tests under combined torsion and axial load with different frequencies*. XXXIV Convegno Nazionale, 2005 (<http://www.aiasonline.org/AIAS2005/Articoli/art069.pdf>).
- [17] **Bhattacharya, B., Ellingwood, B.** *Continuum damage mechanics analysis of fatigue crack initiation*. International Journal of Fatigue, 1998, Vol. 20, p. 631–639.
- [18] **Blake, J.W., Cheng, H.S.** *A surface pitting life model for spur gears: Part I- Life prediction*. ASME, Journal of Tribology, 1991, Vol. 113, p. 712-718.
- [19] **Blake, J.W., Cheng, H.S.** *A surface pitting life model for spur gears: Part II- Failure probability prediction*. ASME, Journal of Tribology, 1991, Vol. 113, p. 719-724.
- [20] **Bormetti, E., Donzella, G., Mazzu, A.** *Surface and subsurface cracks in rolling contact fatigue of hardened components*. Tribology Transactions, 2002, Vol. 45, p. 274-283.
- [21] **Brandão, J.A., Seabra, J.H.O., Castro, J.** *Surface initiated tooth flank damage. Part I: Numerical model*. Wear, 2010, Vol. 268, p. 1–12.
- [22] **Brandão, J.A., Seabra, J.H.O., Castro, J.** *Surface initiated tooth flank damage. Part II: Prediction of micropitting initiation and mass loss*. Wear, 2010, Vol. 268, p. 13–22.
- [23] **Brauer, J., Andersson, S.** *Simulation of wear in gears with flank interference- a mixed FE and analytical approach*. Wear, 2003, Vol. 254, p. 1216-1232.
- [24] **Caillet, N.** *Prise en compte spécificités des pièces forgées en fatigue illimitée*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 2007, 185 p.
- [25] **Chen, Q., Leng, X., Shao, E.** *Influence of microstructure and residual stress on the stages of case crushing*. Wear, 1988, Vol. 122, p. 45-55.
- [26] **Cheng, W., Cheng, H.S., Mura, T., Keer, L.M.** *Micromechanics modelling of crack initiation under contact fatigue*. ASME, Journal of Tribology, 1994, Vol. 116, p. 2–8.
- [27] **Choi, Y.** *Influence of tool flank wear on performance of finish hard machined surfaces in rolling contact*. International Journal of Fatigue, 2010, Vol. 32, p. 390-397.
- [28] **Choi, Y., Liu, C.R.** *Rolling contact fatigue life of finish hard machined surface. Part I: Model development*. Wear, 2006, Vol. 261, p. 485-491.
- [29] **Cláudio, R., Ávila da Silva, J.R., Pintaude, G.** *Uncertainly analysis on the wear coefficient of Archard model*. Tribology International, 2008, Vol. 41, p. 473-481.
- [30] **Coffin, L.F.** *A study of the effect of cyclic thermal stresses on a ductile metals*. Transactions of ASME, 1954, Vol. 76, p. 931–950.
- [31] **Conrado, E.** *Gears surface damages: Theoretical and experimental investigations*. Ph. D Thesis, Politecnico di Milano, Italy, 2008, 117 p.

- [32] **Crossland, B.** *Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel.* Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, Institution of Mechanical Engineers, London, 1956, p. 138-149.
- [33] **Dang Van, K., Griveau, B., Message, O.** *On a new multiaxial fatigue limit criterion: Theory and application.* Biaxial and multiaxial fatigue, In: M.W. Brown and K.J. Miller, Editors, EGF 3, Mechanical Engineering Publications, London, 1989, p. 479-496.
- [34] **Davoli, P., Bernasconi, A., Carnevali, L.** *Application of multiaxial criteria to contact fatigue assessment of spur gears.* Proceeding of DETC'03 ASME, Chicago, USA, September 2-6, 2003.
- [35] **Deperrois, A.** *Sur le calcul de limites d'endurance des aciers.* Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, Palaiseau, 1991, 259 p.
- [36] **Desimone, H., Bernasconi, A., Beretta, S.** *On the application of Dang Van criterion to rolling contact fatigue.* Wear, 2006, Vol. 260, p. 567-572.
- [37] **Dhanasekaran, S., Gnanamoorthy, R.** *Abrasive wear behaviour of sintered steels prepared with MoS<sub>2</sub> addition.* Wear, 2007, Vol. 262, p. 617-623.
- [38] **Dhanasekaran, S., Gnanamoorthy, R.** *Gear tooth wear in sintered spur gears under dry running conditions.* Wear, 2008, Vol. 265, p. 81-87.
- [39] **DIN 3990.** *Calculation of load capacity of cylindrical gears, German Standard.* Beuth, Berlin, 1987.
- [40] **Ding, H., Kahraman, A.** *Interactions between nonlinear spur gear dynamics and surface wear.* Journal of Sound and vibration, 2007, Vol. 307, p. 662-679.
- [41] **Ding, Y., Jones, R., Kuhnell, B.** *Numerical analysis of subsurface crack failure beneath the pitch line of a gear tooth during engagement.* Wear, 1995, Vol. 185, p. 141-149.
- [42] **Doelling, K.L., Ling, F.F., Bryant, M.D., Heilmanb, P.** *An experimental study on the correlation between wear and entropy flow in machinery components.* Journal of Applied Physics, 2000, Vol. 88, p. 2999-3003.
- [43] **Dragon-Louiset, M., Stolz, C.** *Approche énergétique et simulation de l'usure continue.* Acte du 4<sup>ième</sup> colloque national en calcul de structure de Giens, 18-21 mai 1999, p.473-478.
- [44] **Dragon-Louiset, M., Stolz, C.** *Approche thermodynamique des phénomènes liés à l'usure de contact.* C.R. Acad. Sci. Paris, t.327, Série II b, 1999, p. 1275-1280.
- [45] **Dudley, D.W.** *Handbook of practical gear design.* CRC Press, 1994, p.7.23- 7.28.
- [46] **Elber, W.** *Fatigue crack closure under cyclic tension.* Engineering Fracture Mechanics, 1970, Vol. 2, p. 37-45.



- [47] **Elber, W.** *The significance of fatigue crack growth.* ASTM STP 486, American Society for Testing and Materials, 1971, p. 230-242.
- [48] **El-Haddad, M.H., Smith K.N., Topper, T.H.** *Fatigue crack propagation of short cracks.* Journal of Engineering Materials and Technology, 1979, Vol. 101, p. 42-46.
- [49] **Fajdiga, G., Šraml, M.** *Fatigue crack initiation and propagation under cyclic contact loading.* Engineering Fractures Mechanics, 2009, Vol. 76, p. 1320-1335.
- [50] **Fajdiga, G., Flašker, J., Glodež, S.** *The influence of different parameters on surface pitting of contacting mechanical elements.* Engineering Fracture Mechanics, 2004, Vol. 71, p. 747-758.
- [51] **Fajdiga, G., Glodež, S., Kramar, J.** *Pitting formation due to surface and subsurface initiated fatigue crack growth in contacting mechanical elements.* Wear, 2007, Vol. 262, p. 1217-1224.
- [52] **Fajdiga, G., Ren, Z., Kramar, J.** *Comparison of Virtual extension and strain energy density methods applied contact surface crack growth.* Engineering Fracture Mechanics, 2007, Vol. 74, p. 2721-2734.
- [53] **Fathallah, R., Laamouri, A., Sidhom, H., Braham, C.** *High cycle fatigue behaviour prediction of shot-peened parts.* International Journal of Fatigue, 2004, Vol. 26, p. 1053-1067.
- [54] **Fernandes, P.J.L., Mcduling, C.** *Surface contact fatigue failures in gears.* Engineering Failure Analysis, 1997, Vol. 4, p. 99-107.
- [55] **Findely, W.N.** *Fatigue of metals under combinations of stresses.* Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 1959, Vol. 79, p. 1337-1348.
- [56] **Flašker, J., Fajdiga, G., Glodež, S., Hellen, T.K.** *Numerical simulation of surface pitting due to contact loading.* International Journal of Fatigue, 2001, Vol. 23, p. 599-605.
- [57] **Flodin, A., Andersson, S.** *A simplified model for wear prediction in helical gears.* Wear, 2001, Vol. 249, p. 285-292.
- [58] **Flodin, A., Andersson, S.** *Simulation of mild wear in helical gears.* Wear, 2000, Vol. 241, p. 123-128.
- [59] **Flodin, A., Andersson, S.** *Simulation of mild wear in spur gears.* Wear, 1997, Vol. 207, p. 16-23.
- [60] **Flodin, A.** *Wear Investigation of Spur Gear Teeth.* Trobotest journal, 1999, Vol. 7, p. 45-60.
- [61] **Flodin, A.** *Wear of spur and helical gears.* Ph.D. Thesis, KTH Stockholm, 2000, 39 p.

- [62] **Fouvry, S., Kapsa, P.** *An energy description of hard coatings wear mechanisms.* Surface and Coatings Technology, 2001, Vol. 138, p.141-148.
- [63] **Fouvry, S., Kapsa, P., Zahouani, H., Vincent, L.** *Wear analysis in fretting of hard coatings through a dissipated energy concept.* Wear, 1997, Vol. 203-204, p. 393-403.
- [64] **Gee, A.W.J., Begelinger, A., Salomon, G.** *Failure Mechanisms in Sliding Concentrated Contacts.* Proceedings 11<sup>th</sup> Leeds-Lyon symposium on tribology, Butterworths, 1985, p.105–116.
- [65] **Gerbert, G., Fritzon, D.** *Failure mode related power rating of V-Belts.* International Power Transmission and Gearing Conference, 1989, p. 45-58.
- [66] **Glodež, S., Aberšek, B., Flašker, J., Ren, Z.** *Evaluation of the service life of gears in regard to surface pitting.* Engineering Fracture Mechanics, 2004, Vol. 71, p. 429-438.
- [67] **Glodež, S., Flašker, J., Ren, Z.** *A new model for the numerical determination of pitting resistance of gear teeth flanks.* Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structure, 1997, Vol. 20, p. 71–83.
- [68] **Glodež, S., Ren, Z., Flašker, J.** *Surface fatigue of gear teeth flanks.* Computers & Structure, 1999, Vol. 73, p. 475-483.
- [69] **Glodež, S., Ren, Z., Flašker, J.** *Simulation of surface pitting due to contact loading.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1998, Vol. 43, p. 33-50.
- [70] **Glodež, S., Ren, Z.** *Modelling of crack growth under cyclic contact loading.* Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 1998, Vol. 30, p. 159-173.
- [71] **Glodež, S., Šraml, M., Kramberger, J.** *A computational model for determination of service life of gears.* International Journal of Fatigue, 2002, Vol. 24, p. 1013-1020.
- [72] **Glodež, S., Winter, H., Stüwe, H.P.** *A fracture mechanics model for the wear of gear flanks by pitting.* Wear, 1997, Vol. 208, p. 177–183.
- [73] **Griffith, A.A.** *The phenomena of rupture and flow in solids.* Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1921, Series A, 221, p. 163-198.
- [74] **Guagliano, M., Riva, E., Guidetti, M.** *Contact fatigue failure analysis of shot-peened gears.* Engineering Failure Analysis, 2002, Vol. 9, p. 147–158.
- [75] **Gupta, P.K., Cheng, H.S., Forster, N.H.** *Viscoelastic effects in MIL-L-7808-Type lubricant, Part I: Analytical formulation.* Tribology Transactions, 1992, Vol. 35, p. 269-274.
- [76] **Hamrock, B.J., Dowson, D.** *Isothermal elastohydrodynamic lubrication of point contacts, Part I: Theoretical formulation.* ASME, Journal of Lubrication Technology, 1976, Vol. 98, p. 223-229.

- [77] **Hanson, M.T., Keer, L.M.** *An analytical life prediction model for the crack propagation occurring in contact fatigue failure.* Tribology Transactions, 1992, Vol. 35, p. 451-461.
- [78] **Höhn, B.R., Michaelis, K.** *Influence of oil temperature on gear failures.* Tribology International, 2004, Vol. 37, p. 103–109.
- [79] **Huq, M.Z., Celis, J.P.** *Expressing wear rate in sliding contacts based on dissipated energy.* Wear, 2002, Vol. 252, p. 375-383.
- [80] **İmrek, H., Düzcükoğlu, H.** *Relation between wear and tooth width modification in spur gears.* Wear, 2007, Vol. 262, p. 390-394.
- [81] **Inoue, K., Kato, M., Deng, G., Takatsu, N.** *Fracture mechanics based evaluation of strength of carburised gear teeth.* International Conference on Motion and Power transmissions, JSME, 1991, p. 801-806.
- [82] **Inoue, K., Lyu, S., Deng, G., Kato, M.** *Fracture mechanics based evaluation of the effect of the surface treatments on the strength of carburized gears.* Proc VDI Berichte 1320 (1996), p. 357–369.
- [83] **Irwin, R.G.** *Analysis of stresses and strains near the end of crack traversing a plate.* Journal of applied mechanics, 1957, Vol. 24, p. 301-364.
- [84] **Irwin, R.G.** *Linear fracture mechanics, fracture translation and fracture control.* Engineering Fracture Mechanics, 1968, Vol. 1, p.241-257.
- [85] **Irwin, R.G.** *Plastic zone near a crack and fracture toughness.* In Mechanical and Metallurgical behaviour of sheet Materials, Seventh Sagamore Ordnance Materials Research Conference. 1960, Vol. IV, p. 63-78.
- [86] **ISO 6336-1:2006.** *Calculation of load capacity of spur and helical gears- Part 1: Basic principles. Introduction and general influence factors.*
- [87] **ISO 6336-2:2006.** *Calculation of load capacity of spur and helical gears- Part 2: Calculation of surface durability.*
- [88] **ISO 6336-5:1996.** *Calculation of load capacity of spur and helical gears, Part 5: Strength and quality of materials.*
- [89] **Jiang, B., Zheng, X., Wang, M.** *Calculation for rolling contact fatigue life and strength of case-hardened gear materials by computer.* Journal of Testing and Evaluation, 1993, Vol. 21, p. 9-13.
- [90] **Jiang, Y., Sehitoglu, H.** *A model for rolling contact failure.* Wear, 1999, Vol. 224, p. 38-49.
- [91] **Johnson, K.L.** *Contact mechanics.* Cambridge University Press, Cambridge UK, 1985.

- [92] **Kahraman, A., Bajpai, P., Anderson, N.E.** *Influence of tooth profile deviations on helical gear wear.* Journal of Mechanical Design, 2005, Vol. 127, p. 656-663.
- [93] **Kaneta, M., Yatsuzuka, H., Murakami, Y.** *Mechanism of crack growth in lubricated rolling/sliding contact.* ASLE Transactions, 1985, Vol. 28, p. 407-414.
- [94] **Karpat, F., Ekwaro-Osire, S.** *Influence of tip relief modification on the wear of spur gears with asymmetric teeth.* Tribology Transactions, 2008, Vol. 51, p. 581-588.
- [95] **Kato, M., Deng, G., Inoue, K., Takatsu, N.** *Evaluation of the strength of carburized spur gear teeth based on fracture mechanics.* JSME, Series C, 1993, Vol. 36, p. 233-240.
- [96] **Kaynak, C., Ankara, A., Baker, T.J.** *Initiation and early growth of short fatigue cracks at inclusions.* Materials Science and Technology, 1999, Vol. 12, p. 421-426.
- [97] **Keer, L.M., Bryant, M.D.** *A pitting model for rolling contact fatigue.* ASME, Journal of Lubrication Technology 1983, Vol. 105, p. 198-205.
- [98] **Kluger, K., Lagoda, T.** *Application of the Dang Van criterion for life determination under uniaxial random tension-compression with different mean values.* Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2004, Vol. 27, p. 505-512.
- [99] **Kuang, J.H., Lin, A.D.** *The effect of tooth wear on the vibration spectrum of a spur gear pair.* ASME Journal of Vibration and Acoustics, 2001, Vol. 123, p. 311-317.
- [100] **Lang, O.R.** *The dimensioning of complex steel members in the range of endurance strength and fatigue life.* Zeitschrift fuer Werkstofftechnik, 1979, Vol. 10, p. 24-29.
- [101] **Leng, X., Chen, Q., Shao, E.** *Initiation and propagation of case crushing cracks in rolling contact fatigue.* Wear, 1988, Vol. 122, p. 33-43.
- [102] **Li, C.J., Limmer, J.D.** *Model-based condition index for tracking gear wear and fatigue damage.* Wear, 2000, Vol. 241, p. 26-32.
- [103] **Lim, S.C., Ashby, M.F.** *Wear Mechanism Maps.* Acta Metallurgica, 1987, Vol. 35, p. 1-24.
- [104] **Lin, A.D., Kuang, J.H.** *Dynamic interaction between contact loads and tooth wear engaged plastic gear pairs.* International Journal of mechanical Sciences, 2008, Vol. 50, p. 205-213.
- [105] **Ling, F.F., Bryant, M.D., Doelling, K.L.** *On irreversible thermodynamics for wear prediction.* Wear, 2002, Vol. 253, p. 1165-1172.
- [106] **Lipkin, H., Duffy, j.** *Sir Robert Stawell Ball and methodologies of modern screw theory.* Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part (C): Journal of Mechanical Engineering Science, 2002, Vol. 216, p. 1-11.

- [107] **Liu, C.R., Choi, Y.** *A new methodology for predicting crack initiation life for rolling contact fatigue based on dislocation and crack propagation.* International Journal of Mechanical Sciences, 2008, Vol. 50, p. 117-123.
- [108] **Liu, C.R., Choi, Y.** *Rolling contact fatigue life model incorporating residual stress scatter.* International Journal of Mechanical Sciences, 2008, Vol. 50, p. 1572-1577.
- [109] **Liu, J., Zenner, H.** *Fatigue Limit of ductile metals under multiaxial loading.* In: Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture, ESIS Publication 31, A. Carpinteri, M. de Freitas, A. Spagnoli (cur.), Elsevier, Amsterdam, 2003, p. 147-163.
- [110] **Liu, J.** *Weakest link theory and multiaxial criteria.* 5<sup>th</sup> International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue & Fracture, 1997, Vol. I, p. 45-62.
- [111] **Llorca, J., Sanchez-Galvez, V.** *Fatigue threshold determination in high strength cold drawn eutectoid steel wires.* Engineering Fracture Mechanics, 1987, Vol. 26, p. 869-882.
- [112] **Maatar, M.** *Contribution à l'analyse du comportement dynamique de réducteurs à engrenages simple étage. Influence des écarts de forme et des défauts de montage.* Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, N°95 ISAL 0028, 1995, 192 p.
- [113] **Manson, S.S.** *Fatigue: a complex subject-some simple approximation.* Experimental Mechanics, 1965, Vol. 5, p. 193-226.
- [114] **Marin, J.** *Interpretation of fatigue strengths for combined stresses.* The American Society of Mechanical Engineers, New York, 1956, p. 28-30.
- [115] **Matake, T.** *An explanation on fatigue limit under combined stress.* Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers, 1977, Vol. 20, p. 257-263.
- [116] **McClung, C.R., Sehitoglu, H.** *On the finite element analysis of fatigue crack closure-1: basic modelling issues.* Engineering Fracture Mechanics, 1989, Vol. 33, p. 237- 252.
- [117] **McClung, C.R., Sehitoglu, H.** *On the finite element analysis of fatigue crack closure-2: numerical results.* Engineering Fracture Mechanics, 1989, Vol. 33, p. 253- 272.
- [118] **McDiarmid, D.L.** *A general criterion of fatigue failure under multiaxial stress.* Proceedings of Second International Conference on Pressure Vessel Technology, American Society of Mechanical Engineers, San Antonio, Texas, 1973, Vol. II-61, p. 851-862.
- [119] **McEvily, A.J., Yang, Z.** *In Short fatigue crack.* ESIS 13 (ED. Miller K.J.), MEP, London, p. 439.

- [120] **Melander, A.** *A finite element study of short cracks with different inclusion types under rolling contact fatigue load.* International Journal of Fatigue, 1997, Vol. 19, p. 13-24.
- [121] **Meng, H.C., Ludema, K.C.** *Wear models and predictive equations: their form and content.* Wear, 1995, Vol. 181-183, p.443-457.
- [122] **Miller, K.J.** *A brief history of metal fatigue.* Ecole d'été d'Oléron ,1997.
- [123] **Miller, K.J.** *The three thresholds for fatigue crack propagation.* Fatigue Fracture Mechanics. R. S. Piascik, J. C. Newman et N. E. Dowling (Eds.), ASTM STP 1296, 1997, Vol. 27, p. 267-286.
- [124] **Mohrbacher, H., Blanpain, B., Celis, J.P., Roos, J.R., Stals, L., Vanstappen, M.** *Oxidational wear tin coatings on tool steel and nitrided tool steel in unlubricated fretting.* Wear, 1995, Vol. 188, p. 130-137.
- [125] **Morel, F.** *A critical plane approach for life prediction oh high cycle fatigue under multiaxial variable amplitude loading.* International Journal of Fatigue, 2000, Vol. 22, p. 101-119.
- [126] **Morrow, J. D.** *Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals.* In: Internal friction, damping, and cyclic plasticity, ASTM, 1965, p. 45–86.
- [127] **Mura, T., Nakasone, Y.** *A theory of fatigue crack initiation in solids.* ASME Journal of Applied Mechanics, 1990, Vol. 57, p. 1-6.
- [128] **Murakami, Y., Endo, M.** *Quantitative evaluation of fatigue strength of metals containing various small defects or cracks.* Engineering Fracture Mechanics, 1983, Vol. 17, p. 1-15.
- [129] **Navarro, A., Vallellano, C., de los Rios E.R., Xin, X.J.** *Notch sensitivity and size effects described by a short crack propagation model.* In: Beynon J.H, Brown M.W, Lindley T.C, Smith R.A and Tomkins B, editors. Engineering against fatigue. The Netherlands: Balkema, 1999.
- [130] **Nélias, D., Dumont, M.-L., Couhier, F., Dudragne, G., Flamand, L.** *Experimental and theoretical investigation on rolling contact fatigue of 52100 and M50 under EHL or micro-EHL conditions.* ASME, Journal of Tribology, 1998, Vol. 120, p. 184-190.
- [131] **Newman, C.J.** *In small-crack test methods.* ASTM STP 1149 (Eds: Larsen J and Allison J. E), ASTM, Philadelphia, P. 6.
- [132] **Onishchenko, V.** *Tooth wear modeling and prognostication parameters of engagement of spur gear power transmissions.* Mechanism and Machine Theory, 2008, Vol. 43, p. 1639–1664.
- [133] **Papadopoulos, I.V., Davoli, P., Gorla, C., Filippini, M., Bernasconi, A.** *A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals.* International Journal of Fatigue, 1997, Vol. 19, p. 219-235.

- [134] **Papadopoulos, I.V.** *A new criterion of fatigue strength for out-of-phase bending and torsion of hard metals.* International Journal of Fatigue, 1994, Vol. 16, p. 337-384.
- [135] **Paris, P.C., Erdogan, F.** *A critical analysis of crack propagation laws.* Journal of Basic Engineering, 1963, Vol. 85, p. 528-534.
- [136] **Põdra, P., Andersson, S.** *Simulation sliding wear with finite element method.* Tribology International, 1999, Vol. 32, p. 71-81.
- [137] **Põdra, P.** *FE Wear Simulation of Sliding Contacts.* Ph.D Thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, ISSN 1400-1179, 1997.
- [138] **Podrug, S., Jelaska, D., Glodež, S.** *Influence of different load models on gear crack path shapes and fatigue lives.* Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structure, 2008, Vol. 31, p. 327-339.
- [139] **Priest, M., Taylor, C.M.** *Automobile engine tribology – approaching the surface.* Wear, 2000, Vol. 241, p. 193-203.
- [140] **R5.** *Assessment procedure for the high temperature response of structures.* Issue 3, British Energy Generation Ltd., Gloucester, UK, 2003.
- [141] **Ren, Z., Glodež, S., Fajdiga, G., Ulbin, M.** *Surface initiated crack simulation in moving lubricated contact.* Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2002, Vol. 38, p. 141-149.
- [142] **Ringsberg, J.W., Loo-Morrey, M., Josefson, B.L., Kapoor, A., Beynon, J.H.** *Prediction of fatigue crack initiation for rolling contact fatigue.* International Journal of Fatigue, 2000, Vol. 22, p. 205-215.
- [143] **Robert, J.L.** *Contribution à l'étude de la fatigue multiaxiale sous sollicitation périodiques ou aléatoires.* Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, N° 92 ISAL 0004, 1992, 229 p.
- [144] **Rodopoulos, C.A., Choi, J.H., de los Rios, E.R., Yates, J.R.** *Stress ration and the fatigue damage map- Part I: Modelling.* International Journal of Fatigue, 2004, Vol. 26, p. 739-746.
- [145] **Roessle, M.L., Fatemi, A.** *Strain-controlled fatigue properties of steel and some simple approximations.* International Journal of Fatigue, 2000, Vol. 22, p. 495-511.
- [146] **Sandberg, A.** *A calculation method for subsurface fatigue.* In procs of the International Symposium on Gearing and Power Transmission, 1981, Vol. I, p. 429-434.
- [147] **Schijve, J.** *Some formulas for the crack opening stress level.* Engineering Fracture Mechanics, 1981, Vol. 14, p. 461-465.

- [148] **Shang, D.G., Yao, W.X., Wang, D.J.** *A new approach to the determination of fatigue crack initiation size.* International Journal of Fatigue, 1998, Vol. 20, p. 683–687.
- [149] **Sidahmed, M., Garnier, C.** *Détection de défauts dans les engrenages.* CETIM information, 1991, n° 124, p. 71-74.
- [150] **Sines, G., Ohgi, G.** *Fatigue criteria under combined stresses or strains.* Journal of Engineering Materials and Technology, 1981, Vol. 103, p. 82-90.
- [151] **Smith, K.N., Watson, P., Topper, T.H.** *A stress–strain function for the fatigue of metals.* J. Mater, JMLSA, 1970, Vol. 5, p. 767–78.
- [152] **Šraml, M., Flašker, J.** *Computational approach to contact fatigue damage initiation analysis of gear teeth flanks.* International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2007, Vol. 31, p. 1066-1075.
- [153] **Šraml, M., Flašker, J., Potrč, I.** *Critical plan modelling of fatigue initiation under rolling and sliding contact.* Journal of Strain Analysis, 2004, Vol. 39, p. 225-236.
- [154] **Šraml, M., Flašker, J., Potrč, I.** *Numerical procedure for predicting the rolling contact fatigue crack initiation.* International Journal of Fatigue, 2003, Vol. 25, p. 585-595.
- [155] **Stewart, R.M.** *The specification and developpement of a standard gearbox monitoring.* 2<sup>nd</sup> International Conference on Vibration in Rotating Machines, Cambridge, 1980, p. 353-358.
- [156] **Tan, C.K., Irving, P., Mba, D.** *A comparative experimental study on the diagnostic and prognostic capabilities of acoustics emission, vibration and spectrometric oil analysis for spur gears.* Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, Vol. 21, p. 208–233
- [157] **Tanaka, K., Mura, T.** *Dislocation model for fatigue crack initiation.* ASME, Journal of Applied Mechanics, 1981, Vol. 48, p. 97-103.
- [158] **Tobe, T., Kato, M., Inoue, K., Takatsu, N., Morita, I.** *Bending strength of carburised SCM420H spur gear teeth.* JSME, 1986, Vol. 29, p. 273-280.
- [159] **Tobie, T.** *Case depth and load capacity of case-carburized gears.* IV World Congress on Gearing and Power Transmission, 1999, Vol. 1, p. 5-15.
- [160] **Umezawa, K., Suzuki, T., Houjoh, H., Bagiasna, K.** *Influence of misalignment on vibration of helical gear.* Proceedings of the 2<sup>nd</sup> World Congress on Gearing, Paris, 1986, p. 615-626.
- [161] **Velex, P.** *Contribution à l'analyse du comportement dynamique de réducteurs à engrenages à axes parallèles.* Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, N° 88 ISAL 0032, 1988, 188 p.



- [162] **Velex, P., Maatar, M.** *A mathematical model for analyzing the influence of shape deviations and mounting errors on gear dynamic behaviour.* Journal of Sound and Vibration, 1996, Vol. 191, p. 629–660.
- [163] **Vuong, T.T., Meehan, P.A.** *Wear transitions in a wear coefficient model.* Wear, 2009, Vol. 266, p. 898-906.
- [164] **Walton, D., Goodwin, A.J.** *The wear of unlubricated metallic spur gears.* Wear, 1998, Vol. 222, p. 103-113.
- [165] **Wang, Q.Y., Bathias, C., Kawagoishi, N., Shen, Q.** *Effect of inclusion on subsurface crack initiation and gigacycle fatigue strength.* International journal of Fatigue, 2002, Vol. 24, p. 1269-1274.
- [166] **Wang, Y., Hadfield, M.** *The influence of ring crack location on the rolling contact fatigue failure of lubricated silicon nitride: fracture mechanics analysis.* Wear, 2000, Vol. 243, p. 167-174.
- [167] **Weber, B.** *Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque.* Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, N° 99 ISAL 0056, 1999, 248 p.
- [168] **Williams, J.A.** *Wear modelling: analytical, computational and mapping: a continuum mechanics approach.* Wear, 1999, Vol. 225-229, p.1-17.
- [169] **Winderlich, B.** *The local fatigue strength concept and its application to martensitic surface layers, especially laser hardened layers.* Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, 1990, Vol. 21, p. 378-389.
- [170] **Wojnarowski, J., Onishchenko, V.** *Tooth wear effects on spur gear dynamics.* Mechanism and Machine Theory, 2003, Vol. 38, p. 161–178.
- [171] **Wu, S., Cheng, H.S.** *A Sliding wear model for partial EHD contact.* Transactions of the ASME, 1991, Vol. 113, p. 134–141.
- [172] **Wu, S., Cheng, H.S.** *Sliding wear calculation in spur gears.* ASME, Journal of Tribology, 1993, Vol. 115, p. 493–500.
- [173] **Wu, S., Cheng, H.S.** *A friction model of partial-EHL contacts and its application to power loss in spur gears.* Tribology Transactions, 1991, Vol. 34, p. 398–407.
- [174] **Wulpi, D.J.** *Understanding how components fail.* American Society for Metals, Metals Park, OH, 1985, p. 183-204.
- [175] **Yesilyurt, I., Gu, F., Ball, A.D.** *Gear tooth stiffness reduction measurement using modal analysis and its use in wear fault severity assessment of spur gears.* NDT & E International, 2003, Vol. 36, p. 357-372.

- [176] **Yesilyurt, I.** *The application of the conditional moments analysis to gearbox fault detection- a comparative study using the spectrogram and scalogram.* NDT & E International, 2004, Vol. 37, p. 309-320.
- [177] **Yuksel, C., Kahraman, A.** *Dynamic tooth loads of planetary gear sets having tooth profile wear.* Mechanism and Machine theory, 2004, Vol. 39, p. 695-715.
- [178] **Zafošnik, B., Glodež, S., Ulbin, M., Flašker, J.** *A fracture mechanics model for the analysis of micro-pitting in regard to lubricated rolling–sliding contact problems.* International Journal of Fatigue, 2007, Vol. 29, p. 1950–1958.
- [179] **Zenner, H., Simbürger, A., Liu, J.** *On the fatigue limit of ductile metals under complex multiaxial loading.* International Journal of Fatigue, 2000, Vol. 22, p. 137-145.
- [180] **Zhou, R.S., Cheng, H.S., Mura, T.** *Micropitting in rolling and sliding contact under mixed lubrication.* ASME, Journal of Tribology, 1989, Vol. 111, p. 605–613.



# Annexes

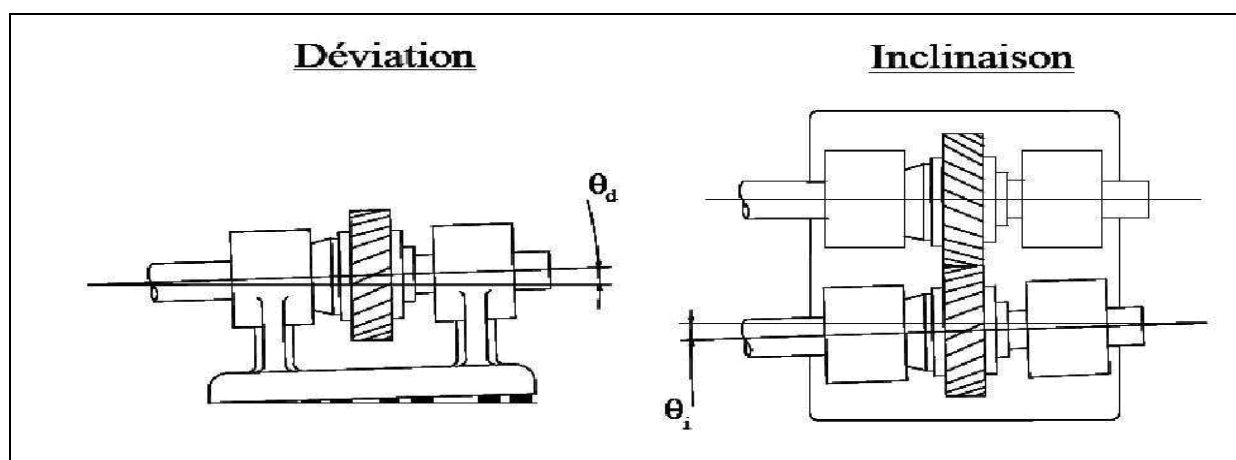
1. Ecart d'alignement.
2. Simulation de l'usure en utilisant un modèle torsionnel à 1DDL.
3. Champ des contraintes.
4. Méthode de plus petit cercle circonscrit.
5. Influence de frottement sur le degré de fatigue.



## Annexe 1. Ecart d'alignement

L'écart d'alignement caractérise le non parallélisme des axes supportant les engrenages. Il peut être défini par deux angles :

- L'angle d'inclinaison (Figure (A1.1)) correspondant à un écart angulaire entre l'axe réel de l'arbre et son axe théorique dans le plan des deux axes de rotation de référence des engrenages.
- L'angle de déviation (Figure (A1.1)) correspondant à un écart angulaire entre l'axe réel de l'arbre et son axe théorique mais dans un plan normal au précédent et parallèles aux axes.



*Figure (A1.1) : Définition des angles de déviation et d'inclinaison (Umezawa [160]).*

Les désalignements relatifs au solide  $m$  sont simulés par des rotations infinitésimales constantes  $\phi_m^*$  et  $\psi_m^*$  autour des axes  $\vec{S}$ ,  $\vec{T}$  (Figure (A1.2)). Selon la terminologie usuelle  $\phi_m^*$  correspond à une déviation et  $\psi_m^*$  à une inclinaison. Il vient d'après Vexex [161], Maatar [112]:

$$e_d(M_{ij}) = \begin{Bmatrix} -\sin \beta_b \cdot (Rb_1 \cdot \sin \alpha_t - l_1(M_{ij}) \cdot \cos \alpha_t) - \eta(M_{ij}) \cdot \cos \alpha_t \\ -\sin \beta_b \cdot (Rb_1 \cdot \cos \alpha_t + l_1(M_{ij}) \cdot \sin \alpha_t) + \eta(M_{ij}) \cdot \sin \alpha_t \\ -\sin \beta_b \cdot (Rb_2 \cdot \sin \alpha_t - l_2(M_{ij}) \cdot \cos \alpha_t) + \eta(M_{ij}) \cdot \cos \alpha_t \\ -\sin \beta_b \cdot (Rb_2 \cdot \cos \alpha_t + l_2(M_{ij}) \cdot \sin \alpha_t) - \eta(M_{ij}) \cdot \sin \alpha_t \end{Bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} \phi_1^* \\ \psi_1^* \\ \phi_2^* \\ \psi_2^* \end{Bmatrix} \quad (A1.1)$$

avec :

$R_{b1}$ ,  $R_{b2}$  : rayons de base du pignon et de la roue respectivement.

$\alpha_t$  : angle de pression apparent de fonctionnement

$\beta_b$  : angle d'hélice de base.

$\eta(M_{ij})$ ,  $l_1(M_{ij})$  et  $l_2(M_{ij})$  sont définis dans la figure (A1.2).

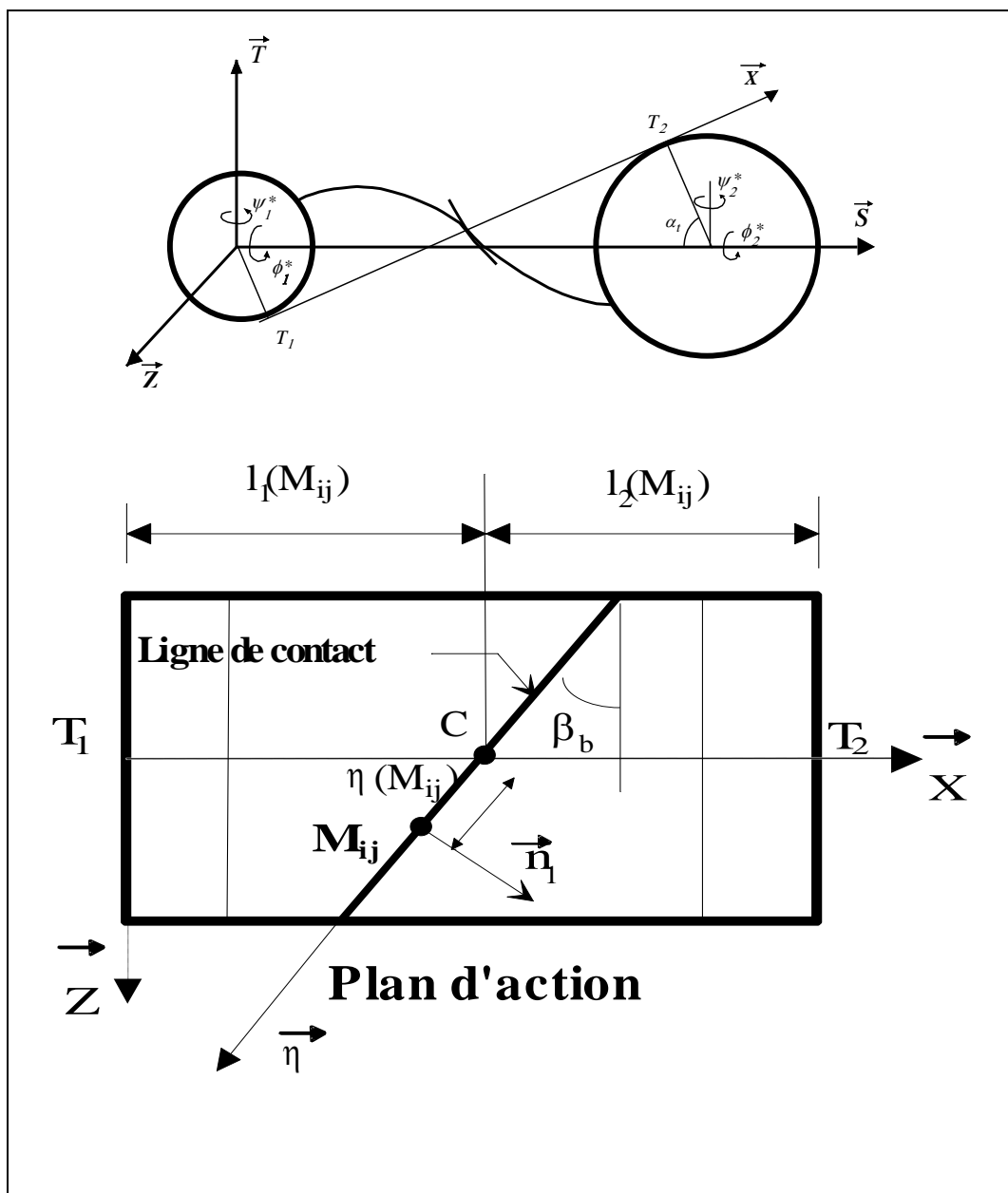


Figure (A1.2): Définition des paramètres d'excentricité et des désalignements

## Annexe 2. Simulation de l'usure en utilisant un modèle torsionnel à 1DDL

Les modèles torsionnels reposent sur des approches traditionnelles de types masses - ressorts - amortisseurs à paramètres concentrés (Figure (A2.1)). Les engrenages ne comportent qu'un seul degré de liberté de torsion ( $\theta_1$  pour le pignon et  $\theta_2$  pour la roue) et sont couplés entre eux par une raideur d'engrènement.

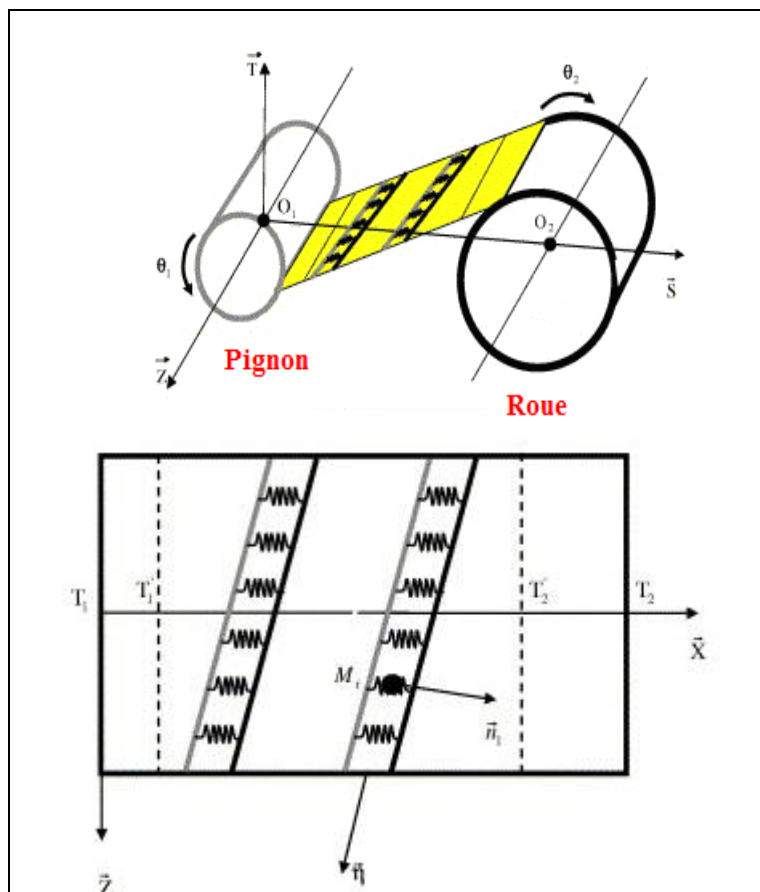


Figure (A2. 1) : Modèle dynamique des engrenages avec un seul degré de liberté

L'équation de mouvement peut être écrite sous la forme différentielle :

$$\Omega_1^2 m_{eq} x'' + \Omega_1 c x' + \left( \sum_i k_i \right) \cos^2 \beta_b x = F_t + \left( \sum_i k_i \delta e(M_i) \right) \cos \beta_b - \Omega_1^2 \frac{J_2}{R_{b2}^2} ETSC \quad (A2.1)$$

Avec :

$$x = R_{b1} \theta_1 + R_{b2} \theta_2$$

$$m_{eq} = \frac{J_1 J_2}{J_1 R_{b2}^2 + J_2 R_{b1}^2} : \text{Masse équivalente.}$$

$$F_t = \frac{C_m}{R_{b1}} = \frac{C_r}{R_{b2}} : \text{Force tangentielle d'engrènement statique.}$$

$ETSC$  : Erreur de transmission sans charge.



$R_{b1}$ ,  $R_{b2}$  : Rayon de base de pignon et de la roue respectivement.

$\beta_b$  : angle d'hélice de base.

$\delta e(M_{ij})$  : Ecart relatif au point de contact potentiel  $M$ .

$J_1, J_2$  : Moment d'inertie polaire du pignon et de la roue respectivement.

$C_m, C_r$  : Couple moteur et résistant respectivement.

$k_i$  : Raideur d'engrènement au point de contact  $M$ .

Le modèle d'usure (présenté dans la partie I, chapitre 2) est introduit dans ce modèle dynamique qui intègre les fluctuations de raideur d'engrènement au cours du temps et les non-linéarités associées aux contacts Hertiens, aux contacts partiels ou aux pertes de contact totales entre les dentsures. Les équations du mouvement sont résolues par un schéma itératif de Newmark combiné à un algorithme de contact normal qui vérifie i) que tous les efforts de contact sont positifs ou nuls et ii) qu'il n'y a pas d'écrasement à l'extérieur de la zone de contact (Figure (I.2.9) dans la partie I, chapitre 2)).

Des résultats en régimes quasi-statique et dynamique sont présentés pour des dentsures droites et hélicoïdales. Les caractéristiques des engrenages et lubrifiant sont identiques à celles utilisées au chapitre 3, partie I (voir le Tableau (I.3.1) et le Tableau (I.3.2)).

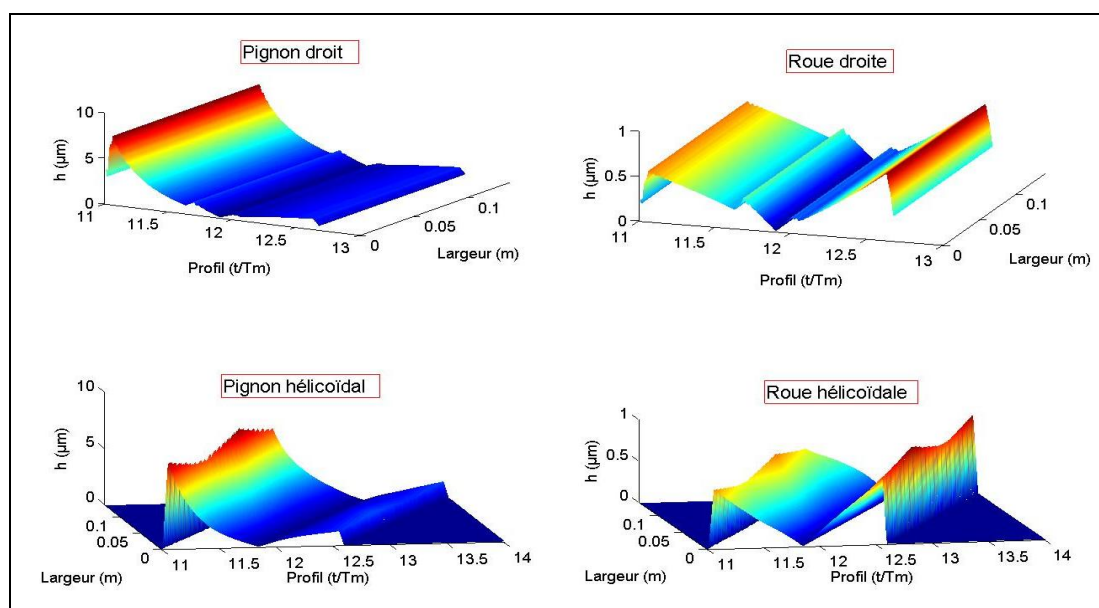


Figure (A2.2) : Distribution de l'usure sur les dentsures des engrenages, après  $2.E6$  cycles

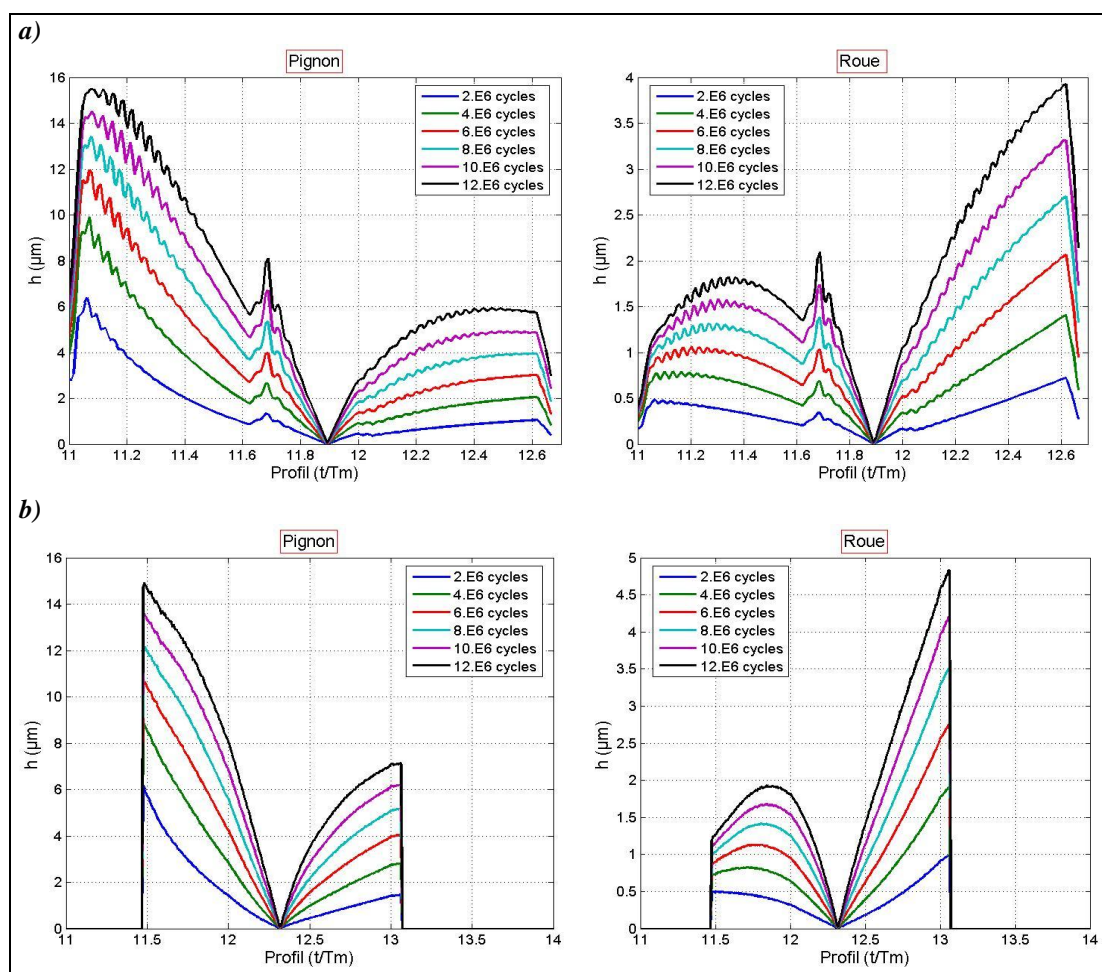


Figure (A2.3) : Incrément d'usure sur le profil de dentures d'engrenages :  
 a) Engrenages droits, b) Engrenages hélicoïdaux.

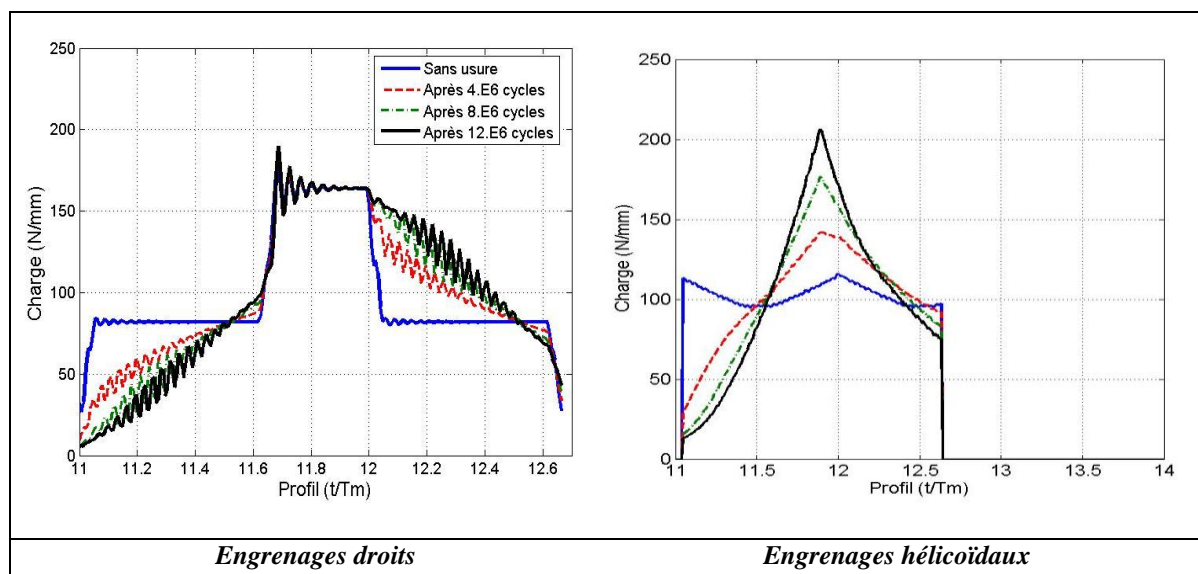
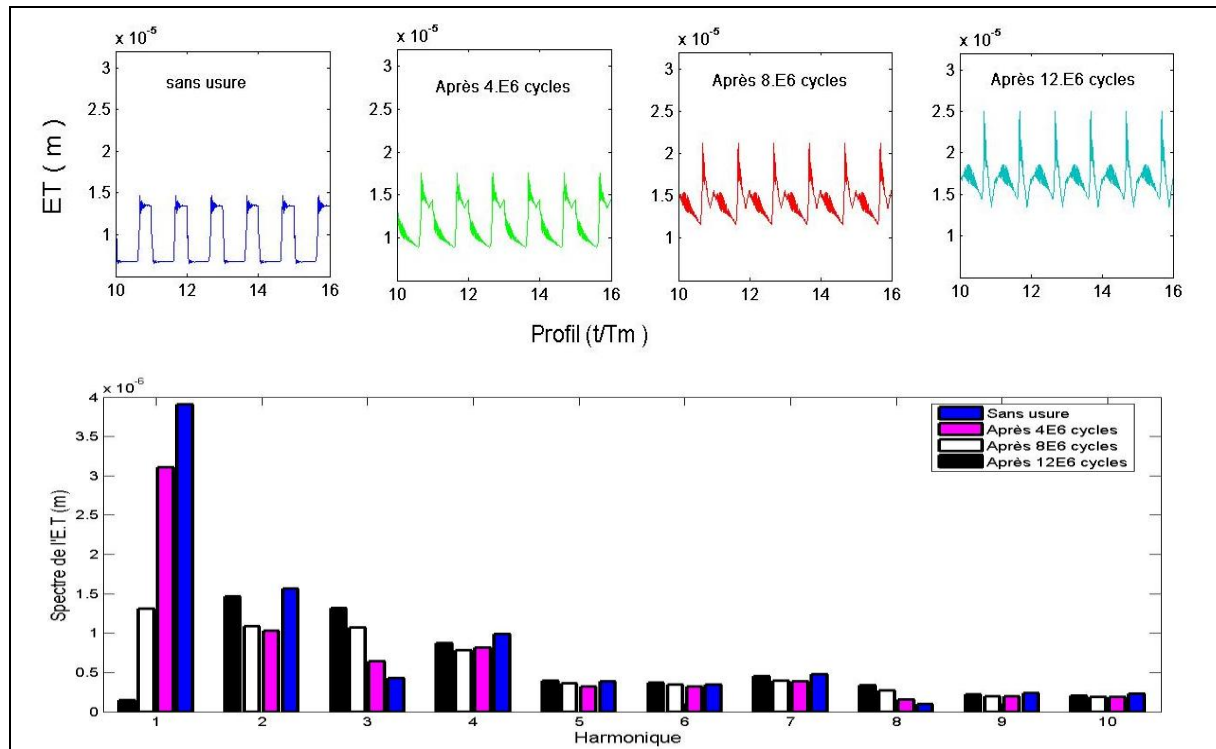
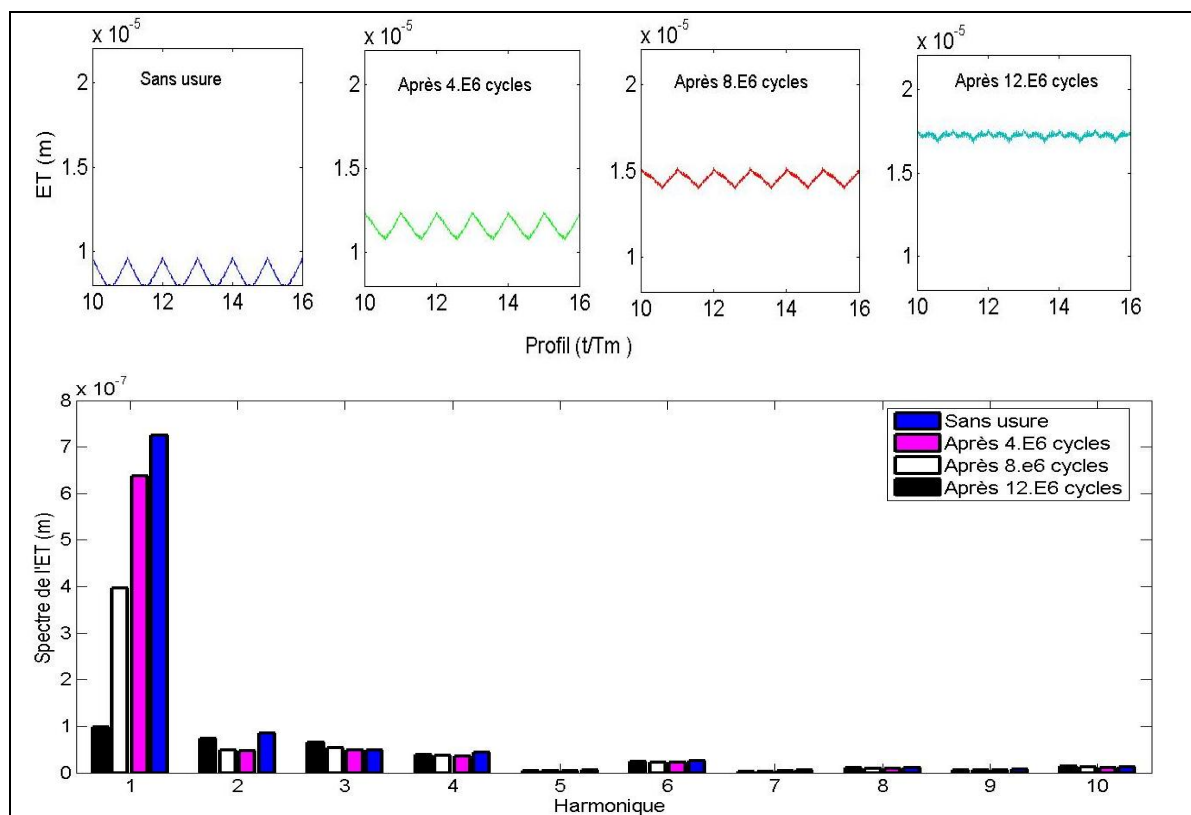


Figure (A2.4) : Influence de l'incrément d'usure sur la distribution de la charge quasi-statique sur le profil de dentures.



**Figure (A2.5) : Influence de l'incrément d'usure sur l'erreur de transmission ( $ET$ ) quasi-statique sous charge et son spectre – Engrenages droits.**



**Figure (A2.6) : Influence de l'incrément d'usure sur l'erreur de transmission ( $ET$ ) quasi-statique sous charge et son spectre – Engrenages hélicoïdaux.**

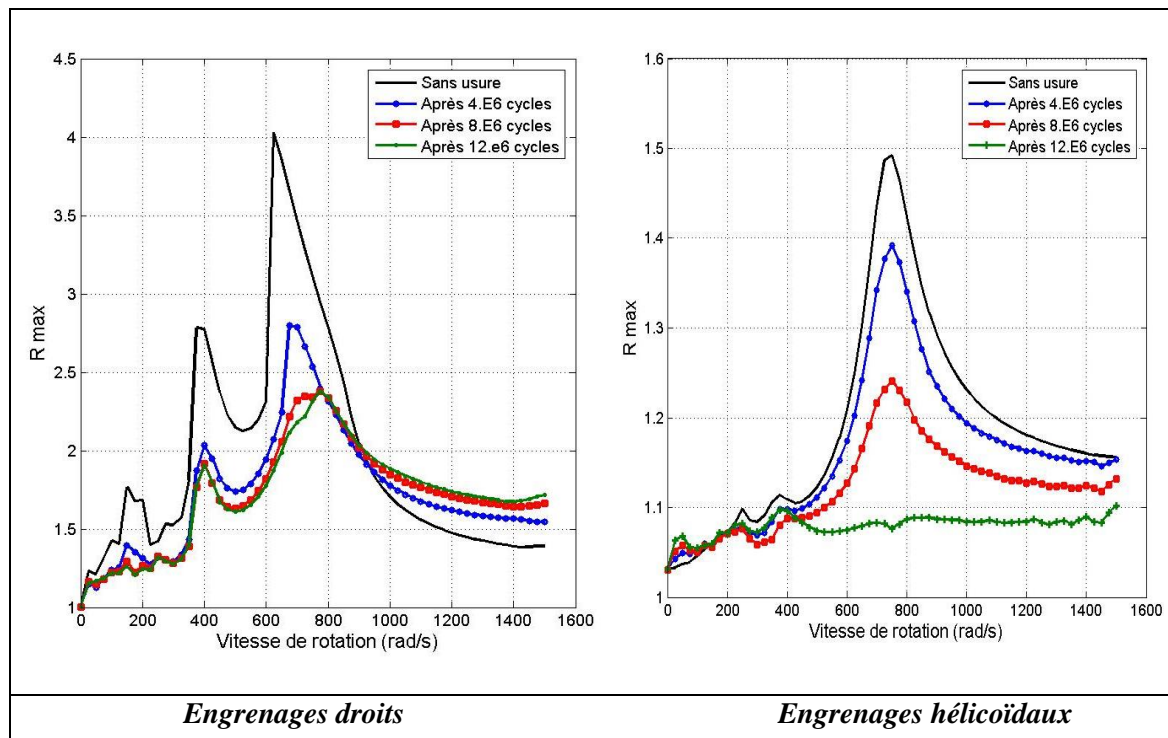


Figure (A2.7) : Influence de l'incrément d'usure calculé sous conditions quasi-statiques ( $\Omega_1 = 20 \text{ rad/s}$ ) sur le coefficient dynamique maximal pour différentes vitesses de rotation du pignon

### Annexe 3. Champ des contraintes

Pour déterminer les contraintes en chaque point matériel, les dentures des engrenages sont simulées comme un demi-plan élastique dans les conditions de déformations planes soumises à une distribution de pression Hertzienne instantanée, Figure (A3.1).

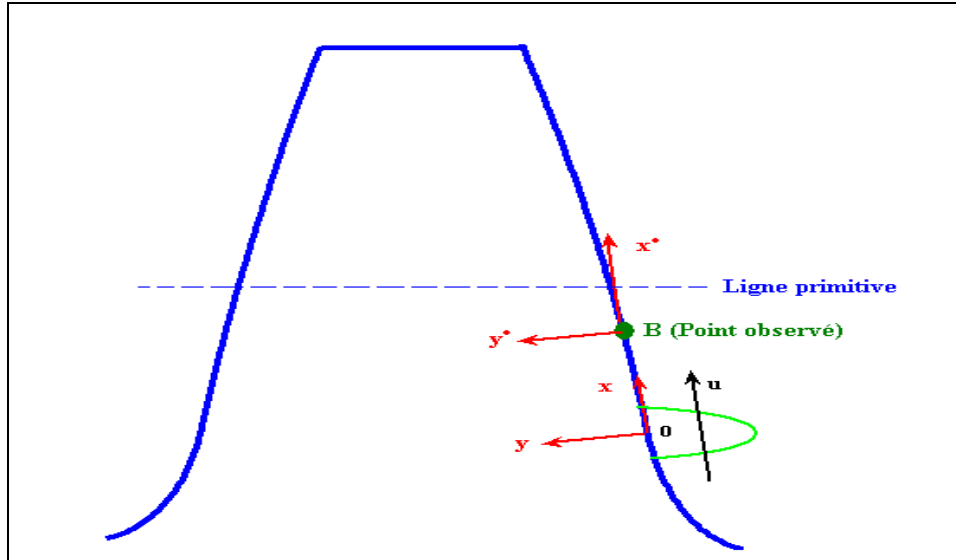


Figure (A3.1) : Simulation du mouvement de contact pour la détermination des champs des contraintes.

Selon Johnson [91], en considérant la distribution du chargement normale comme semi-elliptique, les contraintes sans dimension s'expriment :

$$\begin{aligned}
 \bar{\sigma}_{xx}^n(\bar{x}, \bar{y}) &= -[\bar{m}(1 + \frac{\bar{y}^2 + \bar{n}}{\bar{m}^2 + \bar{n}^2}) - 2\bar{y}]; \\
 \bar{\sigma}_{yy}^n(\bar{x}, \bar{y}) &= -[\bar{m}(1 - \frac{\bar{y}^2 + \bar{n}}{\bar{m}^2 + \bar{n}^2})]; \\
 \bar{\tau}_{xy}^n(\bar{x}, \bar{y}) &= [\bar{n}(\frac{\bar{m}^2 - \bar{y}^2}{\bar{m}^2 + \bar{n}^2})]; \\
 \bar{\sigma}_{zz}^n(\bar{x}, \bar{y}) &= \nu(\bar{\sigma}_{xx}^n + \bar{\sigma}_{yy}^n); \\
 \bar{\sigma}_{xz}^n(\bar{x}, \bar{y}) &= \bar{\sigma}_{yz}^n(\bar{x}, \bar{y}) = 0
 \end{aligned} \tag{A3.1}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 \bar{m}^2 &= \frac{1}{2} \{ [(1 - \bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2 + 4\bar{x}^2\bar{y}^2]^{1/2} + (1 - \bar{x}^2 + \bar{y}^2) \} \\
 \bar{n}^2 &= \frac{1}{2} \{ [(1 - \bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2 + 4\bar{x}^2\bar{y}^2]^{1/2} - (1 - \bar{x}^2 + \bar{y}^2) \} \\
 \bar{\sigma}_{ij}^n &= \frac{\sigma_{ij}^n}{P_0}; \quad \bar{x} = \frac{x}{a_H}; \quad \bar{y} = \frac{y}{a_H}
 \end{aligned}$$

Où :  $P_0$  : pression hertzienne maximale.  
 $a_H$  : demi largeur de contact.

Les contraintes principales sans dimensions sont calculées sous la forme :

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_1 &= \frac{(\bar{\sigma}_{xx} + \bar{\sigma}_{yy}) + \sqrt{(\bar{\sigma}_{xx} - \bar{\sigma}_{yy})^2 + 4\bar{\tau}_{xy}^2}}{2} \\ \bar{\sigma}_2 &= \frac{(\bar{\sigma}_{xx} + \bar{\sigma}_{yy}) - \sqrt{(\bar{\sigma}_{xx} - \bar{\sigma}_{yy})^2 + 4\bar{\tau}_{xy}^2}}{2} \\ \bar{\sigma}_3 &= \bar{\sigma}_{zz}\end{aligned}\tag{A3.2}$$

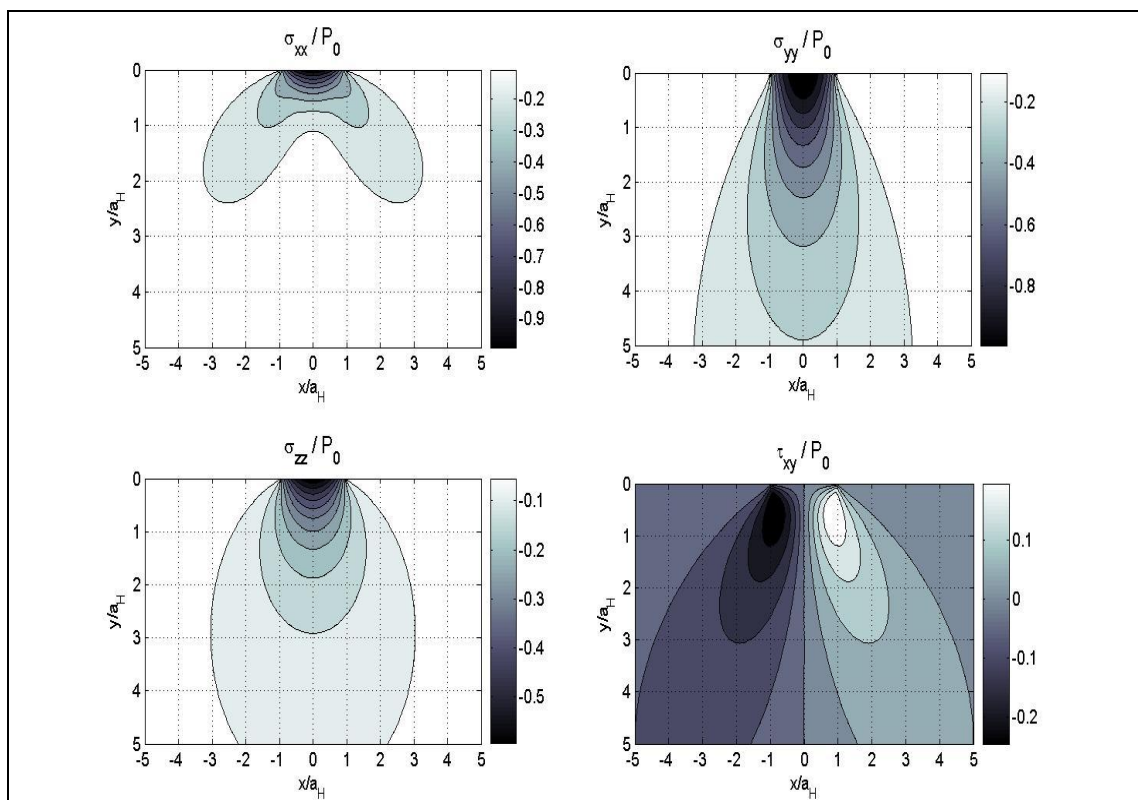


Figure (A3.2) : Courbes d'iso-valeurs pour les différentes contraintes adimensionnelles.



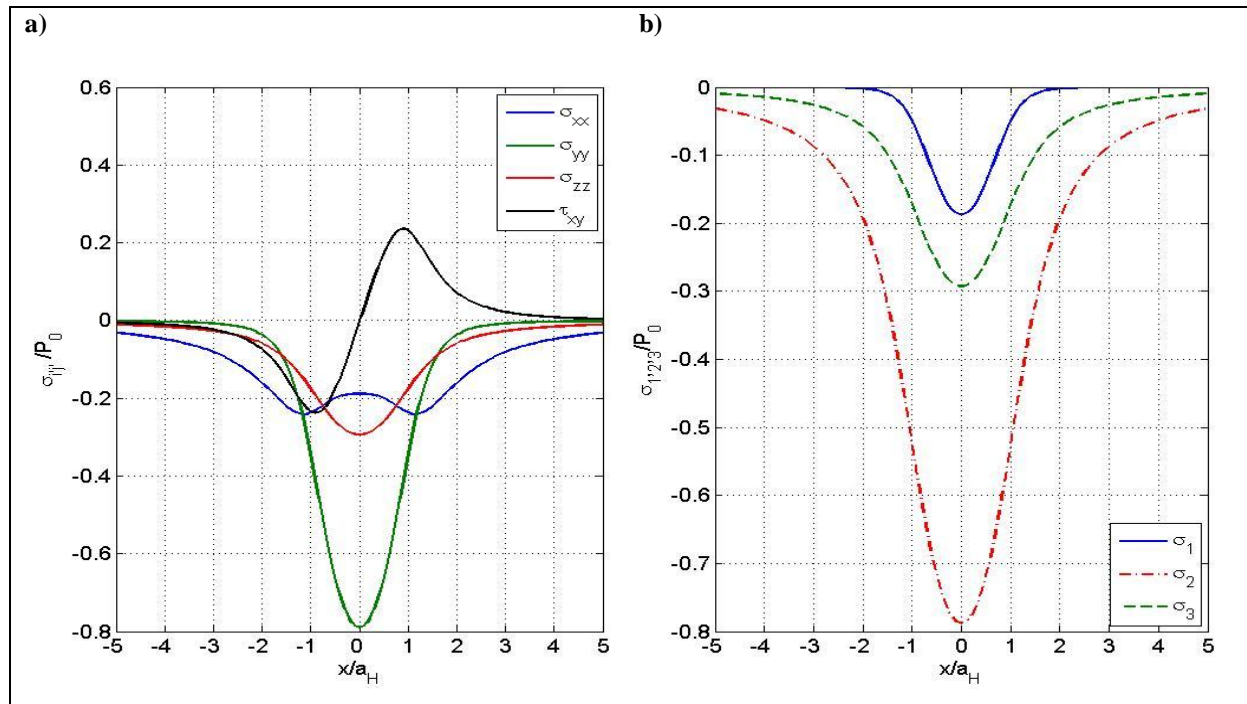


Figure (A3.3) : a) Contraintes adimensionnelles  $\sigma_{ij}/P_0$  et b) Contraintes principales adimensionnelles

$\sigma_{1,2,3}/P_0$  à la profondeur  $y/a_H = 0.78$  en fonction de  $x/a_H$

En présence de frottement, les contraintes résultant du chargement tangentiel doivent être prises en compte. En considérons la distribution de chargement tangentiel comme semi-elliptique, les contraintes sont :

$$\begin{aligned}
 \bar{\sigma}_{xx}^t(\bar{x}, \bar{y}) &= -\mu \cdot [2\bar{x} - \bar{n} \left(2 - \frac{\bar{y}^2 - \bar{m}^2}{\bar{m}^2 + \bar{n}^2}\right)] \\
 \bar{\sigma}_{yy}^t(\bar{x}, \bar{y}) &= -\mu \cdot [\bar{n} \left(\frac{\bar{m}^2 - \bar{y}^2}{\bar{m}^2 + \bar{n}^2}\right)] \\
 \bar{\tau}_{xy}^t(\bar{x}, \bar{y}) &= -\mu \cdot [2\bar{y} - \bar{m} \left(1 + \frac{\bar{y}^2 + \bar{n}^2}{\bar{m}^2 + \bar{n}^2}\right)] \\
 \bar{\sigma}_{zz}^t(\bar{x}, \bar{y}) &= \nu (\bar{\sigma}_{xx}^t + \bar{\sigma}_{yy}^t)
 \end{aligned} \tag{A3.3}$$

Le champ de contraintes est maintenant la somme des champs des contraintes qui résultent du chargement normal et du chargement tangentiel, soit :

$$\sigma_{i,j}(x, y) = \sigma_{i,j}^n(x, y) + \sigma_{i,j}^t(x, y) \quad \forall i, j \in x, y, z \tag{A3.4}$$

Les Figures (A3.4) montrent l'influence du frottement sur la distribution des contraintes équivalentes de Von Mises ( $\sigma_{eq,VM}$ ) qui s'expriment :

$$\sigma_{eq,VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \quad (A3.5)$$

Les résultats sur la Figure (A3.4) illustre l'influence du frottement qui augmente les contraintes et tend à rapprocher les zones de contraintes maximales de la surface.

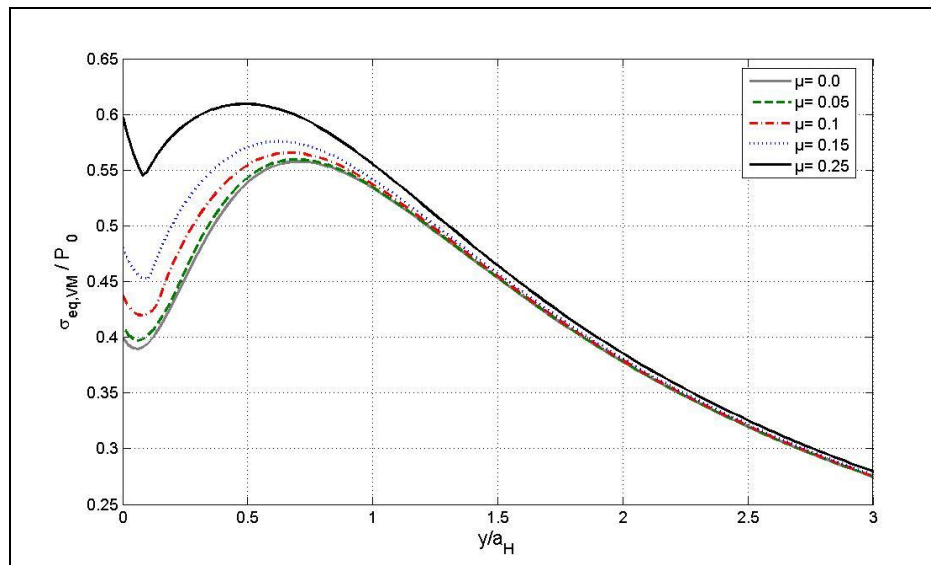


Figure (A3.4) : Influence du frottement sur la variation des contraintes équivalentes de Von Mises sans dimensions ( $\sigma_{eq,VM} / P_0$ ) en fonction de la profondeur ( $y / a_H$ ).



### Annexe 4. Méthode de plus petit cercle circonscrit

Cette méthode est utilisée pour les critères utilisant une combinaison de la contrainte de cisaillement et de la contrainte normale sur un plan considéré. Un plan physique passant par un point matériel (P) est généralement orienté par son vecteur normal unitaire (h), Figure (A4.1-a).

Deux angles ( $\gamma, \varphi$ ) peuvent être utilisées pour décrire l'orientation du vecteur (h) par rapport au repère de référence (P, x, y, z).

u, v : sont deux vecteurs unitaires normaux, le vecteur u est pris dans le plan (P, x, y), avec  $v = h \wedge u$ .

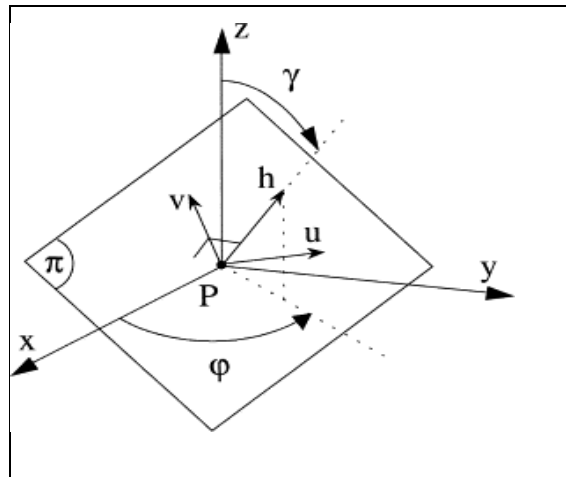


Figure (A4.1) : Définition de (P, u, v, h) reliés au plan matériel.

Le repère (u, v, h) lié au plan est défini dans le repère global (x, y, z) par :

$$h = \begin{cases} h_x \\ h_y \\ h_z \end{cases} = \begin{cases} \sin \gamma \cos \varphi \\ \sin \gamma \sin \varphi \\ \cos \gamma \end{cases}; \quad u = \begin{cases} u_x \\ u_y \\ u_z \end{cases} = \begin{cases} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ 0 \end{cases}; \quad v = \begin{cases} v_x \\ v_y \\ v_z \end{cases} = \begin{cases} -\cos \gamma \cos \varphi \\ -\cos \gamma \sin \varphi \\ \sin \gamma \end{cases} \quad (\text{A4.1})$$

Les composants des contraintes sur le plan ( $\pi$ ) sont données (avec prise en compte du tenseur de contraintes  $\sigma(t)$ ), tel que, Figure (A4.2)

La contrainte totale (vecteur - contraintes)  $\phi_h(t)$  :

$$\phi_h(t) = \sigma(t).h = \begin{vmatrix} \sigma_{xx}(t) & \sigma_{xy}(t) & 0 \\ \sigma_{yx}(t) & \sigma_{yy}(t) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz}(t) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \sin \gamma \cos \varphi \\ \sin \gamma \sin \varphi \\ \cos \gamma \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_{xx}(t) \sin \gamma \cos \varphi + \sigma_{xy}(t) \sin \gamma \sin \varphi \\ \sigma_{yx}(t) \sin \gamma \cos \varphi + \sigma_{yy}(t) \sin \gamma \sin \varphi \\ \sigma_{zz}(t) \cos \gamma \end{vmatrix} \quad (\text{A4.2})$$

La contrainte normale est donnée par la relation suivante :

$$\begin{aligned}\sigma_{hh}(t) = h \cdot \phi_h(t) = h \cdot \sigma(t) \cdot h = & \sigma_{xx}(t) \sin^2 \gamma \cos^2 \varphi + \sigma_{xy}(t) \sin^2 \gamma \cos \varphi \sin \varphi \\ & + \sigma_{yx}(t) \sin^2 \gamma \sin \varphi \cos \varphi + \sigma_{yy}(t) \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi + \sigma_{zz}(t) \cos^2 \gamma\end{aligned}\quad (\text{A4.3})$$

Il vient :

$$\sigma_{hh}(t) = \sin^2 \gamma (\sigma_{xx}(t) \cos^2 \varphi + \sigma_{xy}(t) \sin 2\varphi + \sigma_{yy}(t) \sin^2 \varphi) + \sigma_{zz}(t) \cos^2 \gamma \quad (\text{A4.4})$$

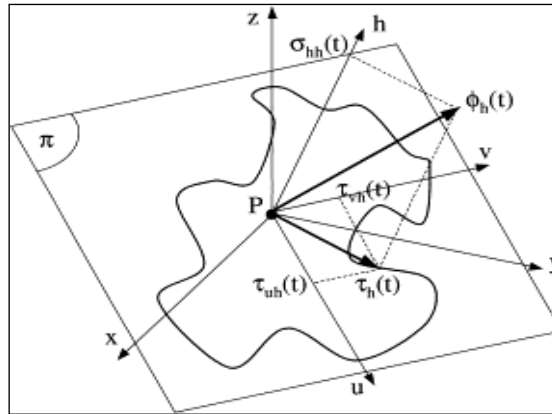


Figure (A4.2) : Décomposition du trajet de contrainte sur le plan concerné.

L'amplitude et la moyenne des contraintes normales sont données par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}\sigma_{\phi\gamma,a} = \sigma_{hh,a}(t) &= \frac{1}{2} \left( \max_{t \in T} \{ \sigma_{hh}(t) \} - \min_{t \in T} \{ \sigma_{hh}(t) \} \right) \\ \sigma_{\phi\gamma,m} = \sigma_{hh,m}(t) &= \frac{1}{2} \left( \max_{t \in T} \{ \sigma_{hh}(t) \} + \min_{t \in T} \{ \sigma_{hh}(t) \} \right) \\ \sigma_{hh,max}(t) &= \sigma_{hh,a}(t) + \sigma_{hh,m}(t)\end{aligned}\quad (\text{A4.5})$$

La contrainte tangentielle  $\tau_h(t)$  existant sur le plan physique se décompose en deux contraintes portées par les axes  $u$  et  $v$  formant une base dans le plan de normal  $(h)$  ( $h \cdot u = h \cdot v = 0$ ) :

$$\tau_h(t) = \sqrt{\tau_{uh}^2(t) + \tau_{vh}^2(t)} \quad (\text{A4.6})$$

Avec :

$$\tau_{uh}(t) = u \cdot \sigma(t) \cdot h = \begin{vmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \sigma_{xx}(t) \sin \gamma \cos \varphi + \sigma_{xy}(t) \sin \gamma \sin \varphi \\ \sigma_{yx}(t) \sin \gamma \cos \varphi + \sigma_{yy}(t) \sin \gamma \sin \varphi \\ \sigma_{zz}(t) \cos \gamma \end{vmatrix} \quad (\text{A4.7})$$

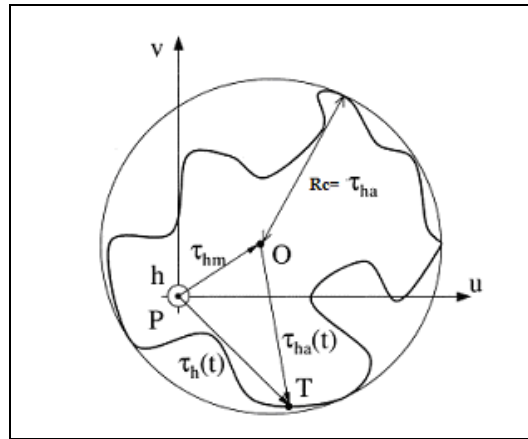
$$\tau_{vh}(t) = v \cdot \sigma(t) \cdot h = \begin{vmatrix} -\cos \gamma \cos \varphi \\ -\cos \gamma \sin \varphi \\ \sin \gamma \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \sigma_{xx}(t) \sin \gamma \cos \varphi + \sigma_{xy}(t) \sin \gamma \sin \varphi \\ \sigma_{yx}(t) \sin \gamma \cos \varphi + \sigma_{yy}(t) \sin \gamma \sin \varphi \\ \sigma_{zz}(t) \cos \gamma \end{vmatrix}$$

Ce nous donne :

$$\tau_{uh}(t) = -\frac{1}{2}\sigma_{xx}(t)\sin\gamma\sin 2\varphi + \sigma_{xy}(t)\sin\gamma\cos 2\varphi + \frac{1}{2}\sigma_{yy}(t)\sin 2\varphi\sin\gamma \quad (\text{A4.8})$$

$$\begin{aligned} \tau_{vh}(t) = & -\frac{1}{2}\sigma_{xx}(t)\cos^2\varphi\sin 2\gamma - \frac{1}{2}\sigma_{xy}(t)\sin 2\varphi\sin 2\gamma \\ & -\frac{1}{2}\sigma_{yy}(t)\sin^2\varphi\sin 2\gamma + \sigma_{zz}(t)\cos\gamma\sin\gamma \end{aligned} \quad (\text{A4.9})$$

Le problème ici réside dans la définition de l'amplitude et de la valeur moyenne des contraintes de cisaillement. Pour définir ces valeurs, nous avons utilisé la méthode du plus petit cercle circonscrit, Papadopoulos [133], Figure (A4.3), selon de cette proposition, la pointe du vecteur de contrainte de cisaillement moyenne correspond au centre du plus petit cercle circonscrit de la courbe qui représente le chemin de contrainte de cisaillement sur le plan donné.



**Figure (A4.3) : Définition de l'amplitude et la valeur moyenne des contraintes de cisaillement selon la méthode de plus petit cercle circonscrit.**

Mathématiquement, nous pouvons définir la valeur moyenne de contraintes de cisaillement (vecteur OP sur la Figure (A4.3)), telle que :

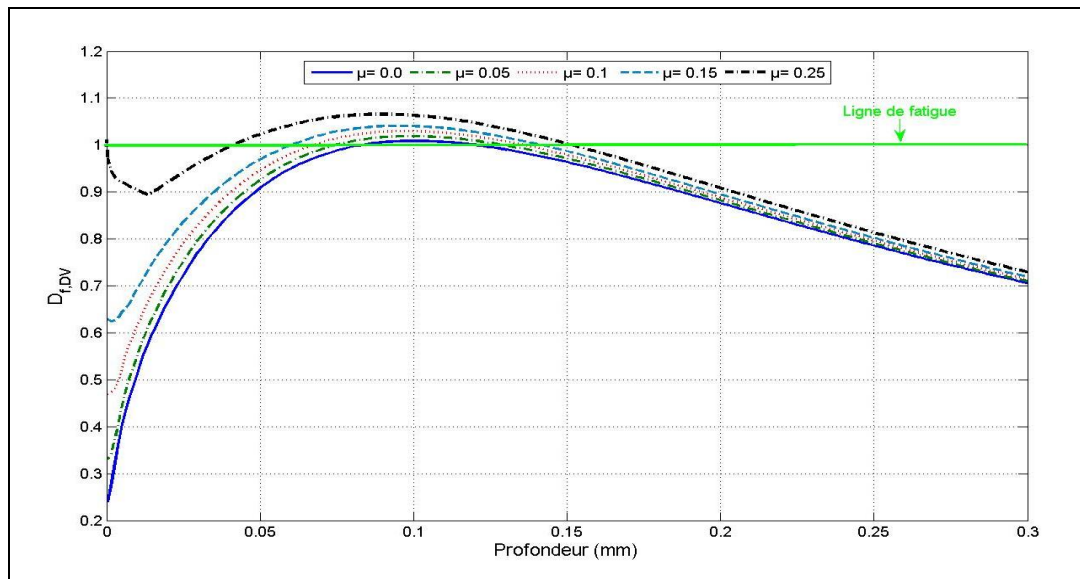
$$\tau_{\varphi\gamma,m} = \tau_{hm} = \min_{\tau \in \mathbb{R}^2} \left\{ \max_{t \in T} \|\tau_h(t) - \tau\| \right\} \quad (\text{A4.10})$$

Donc, l'amplitude des contraintes de cisaillement (correspondante au rayon de plus petit cercle circonscrit au trajet de charge), est donnée par:

$$\tau_{\varphi\gamma,a} = \tau_{ha} = \max_{t \in T} \left\{ \|\tau_h(t) - \tau_{hm}\| \right\} \quad (\text{A4.11})$$

## Annexe 5 : Influence de frottement sur le degré de fatigue

La Figure (A5.1) montre l'influence du frottement sur le degré de fatigue au point le plus bas d'une seule paire de dents en contact estimée en utilisant le critère de Dang Van. L'influence principale est une augmentation des niveaux des contraintes et donc du degré de fatigue dans les régions plus proches de la surface. Toutefois, pour des engrenages correctement lubrifiés, le coefficient de frottement ne dépasse pas la valeur de 0.05 et son influence sur la fatigue de contact semble secondaire.



**Figure (A5.1) : Influence du frottement sur le degré de fatigue estimé au point le plus bas d'une seule paire de dents en contact en utilisant le critère de Dang Van. Cas cimenté trempé (42CrMo4),  $n_1 = 2175$  tr/min, Limite de fatigue de Sandberg.**



## FOLIO ADMINISTRATIF

### THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : **OSMAN**

DATE de SOUTENANCE : **2 Février 2012**

(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

Prénoms : **Thaer**

TITRE : Simulation d'usure et d'avaries sur des dentures d'engrenages cylindriques – Influence sur le comportement statique et dynamique de transmissions par engrenages.

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : ISAL

Ecole doctorale : MEGA de Lyon

Spécialité : Génie Mécanique

RESUME :

Les systèmes de transmission par engrenages sont largement utilisés pour transmettre de la puissance et adapter les vitesses de rotation entre organes moteurs et récepteurs. Dans ce contexte, les engrenages sont fréquemment les organes parmi les plus sensibles de la chaîne cinématique et peuvent être soumis à un grand nombre d'avaries (fatigue de contact, fatigue de flexion, usure...etc.) apparaissant lors du fonctionnement et dont les causes sont multiples.

L'objectif de ce travail est, d'une part, de simuler l'usure abrasive et la fatigue de contact conduisant à de l'écaillage (pitting) et, d'autre part, d'analyser les interactions entre ces avaries et le comportement statique et dynamique de transmission par engrenages. A cette fin, un modèle dynamique tridimensionnel d'engrenages de fortes largeurs est couplé à des modèles d'usure et d'avaries de contact.

L'usure est simulée en s'appuyant sur le modèle d'Archard modifié afin de tenir compte de l'influence du régime de lubrification. Les usures obtenues après un certain nombre de cycles de chargement sont considérées comme des écarts initiaux additionnels par rapport à la géométrie idéale du flanc de denture. Les phénomènes de fatigue de contact par pitting sont analysés en deux étapes; a) une période d'initiation de fissure simulée en s'appuyant sur plusieurs critères de fatigue multiaxiaux et b) une phase de propagation de fissure traitée par la mécanique linéaire élastique de la rupture. Les sollicitations dynamiques fournies par le modèle dynamique d'engrenages sont utilisées comme données d'entrée pour la simulation des périodes d'initiation puis de propagation. Un grand nombre d'exemples d'application sont présentés et les interactions entre comportement dynamique, usure et fatigue sur des engrenages cylindriques sont analysées.

MOTS-CLES : transmission par engrenages ; dynamique; statique ; usure ; fatigue ; désalignement ; correction de profil ; initiation de fissure ; propagation de fissure ; durée de vie.

Laboratoire (s) de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides (LaMCoS)

UMR CNRS-INSA n° 5514

Directeur de thèse : Professeur Philippe VELEX

Président de jury : Professeur Louis FLAMAND

Composition du jury : Louis FLAMAND; François GUILLET ; Mohamed HADDAR; Jorge SEABRA;  
Philippe VELEX; Fabrice VILLE.