



**HAL**  
open science

# La surveillance maritime en imagerie radar bistatique: théorie, simulation, contribution à la détection automatique du sillage des navires

Andreas Arnold-Bos

► **To cite this version:**

Andreas Arnold-Bos. La surveillance maritime en imagerie radar bistatique: théorie, simulation, contribution à la détection automatique du sillage des navires. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Bretagne occidentale - Brest, 2010. Français. NNT : 2010BRES2017 . tel-00763477

**HAL Id: tel-00763477**

**<https://theses.hal.science/tel-00763477>**

Submitted on 11 Dec 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



université de bretagne  
occidentale



**THÈSE / UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE**

*sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne*

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE**

*Mention : électronique*

École Doctorale : Santé, Information-Communications, Mathématiques, Matière  
(ED 373)

présentée par

**Andreas ARNOLD-BOS**

Préparée au laboratoire E<sup>3</sup>I<sup>2</sup> - Extraction et Exploitation de  
l'Information en Environnement Incertains (EA 3876)

École Nationale Supérieure des Ingénieurs des Études des  
Techniques d'Armement (ENSIETA)

**La surveillance maritime en  
imagerie radar bistatique :  
théorie, simulation,  
contribution à la détection  
automatique du  
sillage des navires**

**Thèse soutenue le 2 février 2010**

devant le jury composé de :

**Christian BROSSEAU, président du jury**  
Professeur, Université de Bretagne Occidentale

**Joseph SAILLARD, rapporteur**  
Professeur, École Polytechnique de l'Université de Nantes

**Marc SAILLARD, rapporteur**  
Professeur, Université du Sud, Toulon-Var

**Marc ACHEROY, examinateur**  
Professeur, École Royale Militaire, Bruxelles

**Philippe COURMONTAGNE, examinateur**  
Enseignant-chercheur, ISEN, Toulon

**Ali KHENCHAF, examinateur, directeur de thèse**  
Professeur, ENSIETA, Brest

**Arnaud MARTIN, examinateur, co-encadrant**  
Enseignant-chercheur ENSIETA, Brest

**Sylvain COLSON, invité**  
Responsable métier Direction Électromagnétique, Direction Générale de  
l'Armement

**François LE CHEVALIER, invité**  
Directeur scientifique, Thales, Division Aéronautique







université de bretagne  
occidentale



**THÈSE / UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE**

*sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne*

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE**

*Mention : électronique*

École Doctorale : Santé, Information-Communications, Mathématiques, Matière  
(ED 373)

présentée par

**Andreas ARNOLD-BOS**

Préparée au laboratoire E<sup>3</sup>I<sup>2</sup> - Extraction et Exploitation de  
l'Information en Environnement Incertains (EA 3876)

École Nationale Supérieure des Ingénieurs des Études des  
Techniques d'Armement (ENSIETA)

**La surveillance maritime en  
imagerie radar bistatique :  
théorie, simulation,  
contribution à la détection  
automatique du  
sillage des navires**

**Thèse soutenue le 2 février 2010**

devant le jury composé de :

**Christian BROSSEAU, président du jury**  
Professeur, Université de Bretagne Occidentale

**Joseph SAILLARD, rapporteur**  
Professeur, École Polytechnique de l'Université de Nantes

**Marc SAILLARD, rapporteur**  
Professeur, Université du Sud, Toulon-Var

**Marc ACHEROY, examinateur**  
Professeur, École Royale Militaire, Bruxelles

**Philippe COURMONTAGNE, examinateur**  
Enseignant-chercheur, ISEN, Toulon

**Ali KHENCHAF, examinateur, directeur de thèse**  
Professeur, ENSIETA, Brest

**Arnaud MARTIN, examinateur, co-encadrant**  
Enseignant-chercheur ENSIETA, Brest

**Sylvain COLSON, invité**  
Responsable métier Direction Électromagnétique, Direction Générale de  
l'Armement

**François LE CHEVALIER, invité**  
Directeur scientifique, Thales, Division Aéronautique





---

# Table des matières

|   |           |
|---|-----------|
| Table des matières  | i         |
| Glossaire et acronymes  | v         |
| Nomenclature  | vii       |
| Introduction  | 1         |
| <br>  |           |
| <b>I La modélisation et la simulation d'une liaison radar bistatique polarimétrique dans le milieu maritime</b> | <b>9</b>  |
| <br>  |           |
| <b>1 La chaîne d'acquisition</b>  | <b>11</b> |
| 1.1 Le signal émis . . . . .  | 12        |
| 1.1.1 Choix de la porteuse . . . . .  | 12        |
| 1.1.2 Bandes de fréquences couramment utilisées . . . . .   | 13        |
| 1.1.3 Forme d'onde émise. . . . .   | 14        |
| 1.1.4 Résolution et notion de compression d'impulsion . . . . .   | 14        |
| 1.2 Les antennes . . . . .  | 17        |
| 1.2.1 Généralités . . . . .   | 17        |
| 1.2.2 Cas simple de l'antenne à ouverture . . . . .   | 18        |
| 1.2.3 Antennes utilisées en mode réception . . . . .  | 25        |
| 1.3 La cible et le fouillis : interactions onde/environnement . . . . .   | 27        |
| 1.3.1 Interaction onde/atmosphère . . . . .   | 28        |
| 1.3.2 Interaction onde/surface . . . . .  | 30        |
| 1.4 Écriture de l'équation du radar bistatique . . . . .  | 31        |
| 1.5 La réception . . . . .  | 32        |
| 1.5.1 Expression du signal reçu, dans l'approximation "bande étroite" . . . . .                                 | 32        |
| 1.5.2 Durée $\Delta t$ du trajet émetteur-cible-récepteur. . . . .  | 32        |
| 1.5.3 L'effet Doppler . . . . .   | 33        |
| 1.6 Géométrie d'acquisition bistatique et notion de résolution au sol . . . . .                                 | 35        |
| 1.6.1 Ellipsoïde de Fresnel . . . . .   | 35        |
| 1.6.2 Résolution sur l'axe distal et résolution au sol . . . . .  | 36        |
| 1.7 Imagerie en antenne synthétique . . . . .   | 37        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 1.7.1    | Généralités . . . . .   | 37         |
| 1.7.2    | Imagerie SAR monostatique . . . . .   | 37         |
| 1.7.3    | Généralisation au cas bistatique . . . . .  | 42         |
| 1.8      | Conclusion du chapitre . . . . .  | 45         |
| <b>2</b> | <b>La modélisation et la description de la surface maritime</b>   | <b>49</b>  |
| 2.1      | Caractéristiques physiques de l'environnement marin . . . . .   | 50         |
| 2.1.1    | La température . . . . .  | 50         |
| 2.1.2    | La salinité . . . . .   | 50         |
| 2.1.3    | Caractérisation électromagnétique de l'eau de mer . . . . .   | 50         |
| 2.1.4    | Le vent . . . . .   | 52         |
| 2.2      | Caractéristiques géométriques de la surface de la mer : les vagues . . . . .                              | 55         |
| 2.2.1    | Configuration géométrique d'une surface de mer 1D . . . . .   | 56         |
| 2.2.2    | Équations de Navier-Stokes . . . . .  | 56         |
| 2.2.3    | Modélisation des vagues de capillarité . . . . .  | 69         |
| 2.2.4    | Modélisation spectrale de la mer . . . . .  | 70         |
| 2.2.5    | Probabilité des hauteurs des vagues. Spectre de densité d'énergie. . . . .                                | 79         |
| 2.2.6    | Probabilités des pentes : le modèle de Cox et Munk . . . . .  | 80         |
| 2.3      | Conclusions de ce chapitre . . . . .  | 82         |
| <b>3</b> | <b>L'apparence du sillage au radar et la modélisation du sillage de Kelvin</b>                            | <b>85</b>  |
| 3.1      | Les sillages de navire et leur image au radar : généralités . . . . .                                     | 85         |
| 3.1.1    | Le sillage de Kelvin et son image au radar . . . . .  | 86         |
| 3.1.2    | Les phénomènes causés par la viscosité . . . . .  | 89         |
| 3.2      | Calcul des amplitudes des vagues dans le sillage de Kelvin . . . . .                                      | 94         |
| 3.2.1    | Modélisation du navire . . . . .  | 94         |
| 3.2.2    | Obtenir les hauteurs de la surface : l'intégrale de Kochin . . . . .                                      | 97         |
| 3.2.3    | Schéma d'intégration de l'intégrale de Kochin . . . . .   | 98         |
| 3.2.4    | Validation et limites du calcul . . . . .   | 104        |
| 3.3      | Conclusions de ce chapitre . . . . .  | 104        |
| <b>4</b> | <b>La réflexion des ondes électromagnétiques sur la surface maritime</b>                                  | <b>109</b> |
| 4.1      | Obtention de la matrice de diffusion électromagnétique d'une surface maritime                             | 110        |
| 4.1.1    | Généralités . . . . .   | 110        |
| 4.1.2    | L'approximation de Kirchhoff . . . . .  | 110        |
| 4.1.3    | La méthode des petites perturbations . . . . .  | 112        |
| 4.1.4    | Les modèles composites . . . . .  | 114        |
| 4.2      | Une approximation de la matrice de diffusion utilisant un modèle hybride . . . . .                        | 116        |
| 4.2.1    | Motivation . . . . .  | 116        |
| 4.2.2    | Description . . . . .   | 117        |
| 4.2.3    | Validation . . . . .  | 118        |
| 4.3      | Conclusion . . . . .  | 120        |
| <b>5</b> | <b>La simulation d'une liaison radio-électrique bistatique en milieu maritime en présence de sillages</b> | <b>125</b> |
| 5.1      | Bref état de l'art de la simulation de signaux radar . . . . .  | 126        |
| 5.1.1    | Cartes de fouillis . . . . .  | 126        |
| 5.1.2    | Modélisation d'images radar basée facettes avec fonction de transfert                                     | 126        |
| 5.1.3    | Approche basée facette simplifiée . . . . .   | 128        |
| 5.1.4    | Simulateurs de signaux radar dans le domaine temporel . . . . .   | 128        |
| 5.2      | Description générale de la simulation . . . . .   | 129        |



|  |  |            |
|--|--|------------|
| 5.3  | La gestion de la carte des hauteurs . . . . .  | 129        |
| 5.3.1  | Génération de la surface . . . . .   | 132        |
| 5.3.2  | Gestion du sillage . . . . .   | 132        |
| 5.3.3  | Évolution temporelle de la carte d'élévation . . . . .   | 133        |
| 5.3.4  | Écriture du signal reçu dans le <i>buffer</i> "signal reçu". Gestion de l'effet<br>Doppler. . . . .              | 134        |
| 5.3.5  | Le choix des pas d'échantillonnage de la surface . . . . .   | 134        |
| 5.4  | Simulations et résultats . . . . .   | 140        |
| 5.4.1  | Images SAR monostatiques et bistatiques . . . . .  | 140        |
| 5.4.2  | Analyse du bruit de chatoiement . . . . .  | 144        |
| 5.4.3  | L'apparence du sillage dans les images radar simulées . . . . .  | 151        |
| 5.5  | L'implémentation du simulateur . . . . .   | 153        |
| 5.5.1  | Langage et architecture . . . . .  | 153        |
| 5.5.2  | Portabilité . . . . .  | 153        |
| 5.5.3  | Considérations sur le temps de calcul . . . . .  | 154        |
| 5.6  | Conclusions du chapitre . . . . .  | 156        |
| 5.6.1  | Vers une réponse au problème de la discrétisation . . . . .  | 157        |
| 5.6.2  | Possibilités de la simulation . . . . .  | 157        |
| 5.6.3  | Validation et limites de la simulation . . . . .   | 158        |
| 5.6.4  | Conclusion générale et perspectives . . . . .  | 159        |
| <br><b>II Contribution à la détection et à l'analyse automatique du sillage<br/>de navires</b> |  | <b>161</b> |
| <b>6</b>   | <b>La détection du sillage d'eau morte dans les images radar satellitaires</b>                                   | <b>167</b> |
| 6.1  | Réduction de la dimensionnalité du problème . . . . .  | 169        |
| 6.1.1  | La transformée de Radon . . . . .  | 169        |
| 6.1.2  | La transformée de Hough . . . . .  | 172        |
| 6.2  | Prétraitement de l'image avant transformation . . . . .  | 173        |
| 6.2.1  | Filtres linéaires . . . . .  | 174        |
| 6.2.2  | Le filtrage anisotropique par équations aux dérivées partielles . . . . .  | 174        |
| 6.2.3  | Filtres anti-bruit de chatoiement anisotropiques classiques . . . . .  | 175        |
| 6.2.4  | Méthodes basées sur les ondelettes . . . . .   | 176        |
| 6.3  | Seuillage dans l'espace $\rho - \theta$ . . . . .  | 181        |
| 6.3.1  | Seuillage $k \times \sigma$ . . . . .  | 181        |
| 6.3.2  | Seuillage après filtrage de Wiener . . . . .   | 181        |
| 6.3.3  | Le filtrage adapté stochastique . . . . .  | 182        |
| 6.4  | Comparaison des méthodes . . . . .   | 183        |
| 6.4.1  | Description des quatre chaînes de référence . . . . .  | 183        |
| 6.4.2  | Complexité algorithmique des quatre chaînes . . . . .  | 184        |
| 6.4.3  | Temps de calcul . . . . .  | 187        |
| 6.4.4  | Comparaison sur des images simulées . . . . .  | 188        |
| 6.5  | Discussion et conclusion . . . . .   | 191        |
| <b>7</b>   | <b>La détection du sillage de Kelvin dans les images radar et optiques à<br/>haute résolution</b>                | <b>203</b> |
| 7.1  | Choix de conception <i>a priori</i> permettant de mieux voir le sillage de Kelvin<br>en imagerie radar . . . . . | 204        |
| 7.1.1  | Choix de conception du radar . . . . .   | 204        |

---

|       |  |            |
|-------|--|------------|
| 7.1.2 | Choix opérationnels . . . . .  | 205        |
| 7.2   | Le problème de la détection et de l'analyse du sillage de Kelvin . . . . .                     | 208        |
| 7.2.1 | Carte de hauteurs du sillage de Kelvin dans le repère monde . . . . .                          | 208        |
| 7.2.2 | Fonction de modulation de transfert liant la carte des hauteurs et<br>l'image reçue . . . . .  | 210        |
| 7.3   | Un algorithme de détection du sillage de Kelvin dans les images optiques et<br>radar . . . . . | 211        |
| 7.3.1 | Problématique . . . . .  | 211        |
| 7.3.2 | L'algorithme . . . . .   | 211        |
| 7.4   | Amélioration du seuillage par filtrage adapté stochastique . . . . .                           | 213        |
| 7.4.1 | Construction des filtres adaptés stochastiques . . . . .                                       | 213        |
| 7.4.2 | Essais sur images réelles dans le cas optique : protocole . . . . .                            | 217        |
| 7.4.3 | Résultat des essais sur images optiques réelles . . . . .                                      | 217        |
| 7.5   | Conclusions et perspectives . . . . .  | 219        |
|       | <b>Conclusions et perspectives générales</b>   | <b>229</b> |
|       | <b>Annexes</b>   | <b>235</b> |
|       | <b>A Repères et géométrie</b>  | <b>235</b> |
|       | <b>B Caractéristiques de radars courants</b>   | <b>243</b> |
|       | <b>C Quelques équations fondamentales de l'électromagnétisme</b>                               | <b>249</b> |
|       | <b>D Le filtrage adapté stochastique</b>   | <b>265</b> |
|       | <b>E Fonction de transfert liant la carte des élévations à une image optique</b>               | <b>275</b> |
|       | <b>Bibliographie</b>   | <b>283</b> |
|       | <b>Production scientifique liée à la thèse</b>   | <b>297</b> |

---

## Glossaire et acronymes

La liste des acronymes utilisés dans ce manuscrit sont précisés dans le tableau suivant.

|                |  |  |
|----------------|--|--|
| <b>AK</b>      | Approximation de Kirchhoff   |  |
| <b>BiSAR</b>   | <i>Bistatic Synthetic Aperture Radar</i>                                 | Radar à synthèse d'ouverture bistatique  |
| <b>BSA</b>     | <i>Backscattering Alignment</i>  | Convention d'alignement "rétrodiffusion"   |
| <b>COR</b>     | Caractéristique Opérationnelle du Récepteur                              |  |
| <b>CPU</b>     | <i>Central Processing Unit</i>   | Processeur   |
| <b>DORIS</b>   | <i>Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite</i> | Détermination d'Orbite et Radiopositionnement Intégré par Satellite                                |
| <b>DCA</b>     | Défense Contre les Avions  |  |
| <b>DSP</b>     | Densité spectrale de puissance   |  |
| <b>DTMB</b>    | <i>David Taylor Model Basin</i>  | (nom propre, bassin d'essais de carènes américain)   |
| <b>EBCM</b>    | <i>Extended Boundary Condition Method</i>                                | Méthode de calcul de la réflectivité d'une surface rugueuse (Franceschetti <i>et al.</i> [70, 69]) |
| <b>Envisat</b> | <i>Environmental Satellite</i>   | (Nom propre, satellite d'observation de la Terre européen)   |
| <b>ERS</b>     | <i>European Radar Satellite</i>  |  |
| <b>ESA</b>     | <i>European Space Agency</i>   | Agence spatiale européenne   |
| <b>FAS</b>     | Filtrage Adapté Stochastique   |  |
| <b>FFBP</b>    | <i>Fast Factorised Back Projection</i>                                   | (Algorithme d'intégration en antenne synthétique, Ulander <i>et al.</i> [184])                     |
| <b>FFSW</b>    | <i>Far Field Ship Wave</i>   | (Code de calcul, Keramidas <i>et al.</i> Keramidas87)  |
| <b>FFT</b>     | <i>Fast Fourier Transform</i>  | Transformée de Fourier rapide  |
| <b>FFTW</b>    | <i>Fastest Fourier Transform in the West</i>                             | (Code de calcul, [74])   |
| <b>FPGA</b>    | <i>Field-Programmable Gate Array</i>                                     | Réseau logique programmable  |
| <b>FSA</b>     | <i>Forward Scattering Alignment</i>                                      | Convention d'alignement "diffusion avant"  |
| <b>GLONASS</b> | <i>GLobal'naya NAVigatsionnaya Sputnikovaya Sistema</i>                  | Système de positionnement par satellite russe  |
| <b>GLSL</b>    | <i>Graphics Library Shading Language</i>                                 | Langage de programmation de <i>shaders</i> associé à la bibliothèque OpenGL                        |

|                |  |   |
|----------------|--|---|
| <b>GPS</b>     | <i>Global Positioning System</i>   | Système de positionnement par satellite américain   |
| <b>GSM</b>     | <i>Global System for Mobile Communications</i>   | Norme de téléphonie mobile, historiquement établie par le “Groupe Spécial Mobile” français  |
| <b>HLSL</b>    | <i>High Level Shading Language</i>   | (Langage de programmation de <i>shaders</i> associé à la bibliothèque DirectX de Microsoft)   |
| <b>H-TSM</b>   | <i>Hybrid Two-Scales Model</i>   | Modèle des deux échelles hybride  |
| <b>IEEE</b>    | <i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>   | (Société savante américaine)  |
| <b>ISAR</b>    | <i>Inverse Synthetic Aperture Radar</i>  | Radar à ouverture synthétique inverse   |
| <b>JONSWAP</b> | Joint North Sea Wave Analysis Project  | Projet conjoint d’analyse des vagues et de l’atmosphère en mer du Nord  |
| <b>MaRS</b>    | <i>Marine Radar Simulator</i>  | (Code de calcul, Arnold-Bos <i>et al.</i> , présenté dans cette thèse)  |
| <b>MTI</b>     | <i>Moving Target Indicator</i>   | Caractérisation des cibles mobiles  |
| <b>NASA</b>    | <i>National Air and Space Administration</i>   | (Agence spatiale américaine)  |
| <b>NOAA</b>    | <i>National Oceanic and Atmospheric Administration</i>   | (Agence météorologique et océanographique américaine)   |
| <b>OpenGL</b>  | <i>Open Graphics Language</i>  | (Bibliothèque de programmation 3D standardisée)   |
| <b>OTAN</b>    | Organisation du Traité de l’Atlantique Nord  |   |
| <b>PRF</b>     | <i>Pulse Repetition Frequency</i>  | Période de répétition des impulsions  |
| <b>RAM</b>     | <i>Random Access Memory</i>  | Mémoire vive  |
| <b>RAR</b>     | <i>Real Aperture Radar</i>   | Radar à ouverture réelle  |
| <b>SAR</b>     | <i>Synthetic Aperture Radar</i>  | Radar à ouverture synthétique   |
| <b>SER</b>     | <i>Surface Équivalente Radar</i>   |   |
| <b>shader</b>  | Petit programme exécuté par un processeur de carte graphique au moment du rendu d’objets tridimensionnels. |   |
| <b>SIR</b>     | <i>Space Imaging Radar</i>   | (Expériences spatiales américaines, missions SIR-A, SIR-B et SIR-C)   |
| <b>SPECAN</b>  | <i>SPEctral ANalysis</i>   | (Algorithme d’intégration en antenne synthétique par analyse spectrale, Vidal <i>et al.</i> [187])                                      |
| <b>SPM</b>     | <i>Small Perturbations Method</i>  | Méthode des petites perturbations   |
| <b>SPOT</b>    | Satellite Pour l’Observation de la Terre   |   |
| <b>SSA</b>     | <i>Small Slopes Approximation</i>  | Approximation des faibles pentes  |
| <b>SWPE</b>    | <i>Sea Wave Pattern Evaluation</i>   |   |
| <b>TF</b>      | Transformée de Fourier   |   |
| <b>TH</b>      | Transformée de Hough   |   |
| <b>TR</b>      | Transformée de Radon   |   |
| <b>TRG</b>     | Transformée de Radon Généralisée   |   |
| <b>TSM</b>     | <i>Two-Scales Model</i>  | Modèle des deux échelles  |
| <b>ups</b>     | Unité pratique de salinité   |   |
| <b>USGS</b>    | <i>United States Geological Survey</i>   | (Agence gouvernementale américaine consacrée aux sciences de la Terre)  |
| <b>WiFi</b>    | <i>Wireless Fidelity</i>   | “Haute fidélité sans fil” : ensemble de normes de communications pour réseaux informatiques sans fil (norme IEEE 802.11 et extensions). |



---

## Nomenclature

Nous avons regroupé ci-dessous les principales notations employées dans les différents chapitres du document. Les repères utilisés sont décrits à l'annexe A.

### Conventions de notation

- Les repères sont indiqués en style calligraphié (exemple :  $\mathcal{R}$ ). Les seules exceptions à l'utilisation du style calligraphié sont les spectres : densité spectrale de puissance de la houle notée de manière générale  $\mathcal{S}$ , et densité d'énergie de la houle, notée de manière générale  $\mathcal{E}$ . La définition des repères est disponible à l'annexe A.
- Les points de l'espace sont écrits en police romaine majuscule :  $A$ . La distance entre un point  $A$  et un point  $B$  est notée  $\|AB\|$ .
- Les scalaires sont notés en italique. Si un scalaire et un vecteur partagent la même notation, mise à part l'absence ou la présence du gras, alors on considère le vecteur (pour l'écriture en gras) et la norme de ce vecteur (pour l'écriture normale). La seule exception concerne les puissances et les énergies, notées en police sans sérif (par exemple,  $P$ ), ainsi que le couple  $\mathbf{H}/H$  (vecteur champ magnétique / hauteur d'une vague) et  $\mathbf{B}/B$  (champ d'induction magnétique / état de mer).
- Les vecteurs sont donnés en gras :  $\mathbf{v}$ . Un accent circonflexe sur un vecteur indique que ce vecteur est unitaire :  $\hat{\mathbf{v}}$ . L'écriture  $\{\mathbf{v}\}_{\mathcal{R}}$  correspond aux coordonnées du vecteur  $\mathbf{v}$  dans le repère  $\mathcal{R}$ ; il s'agit alors d'un triplet de coordonnées scalaires sur lequel on peut venir réaliser une opération matricielle (qui n'a de sens qu'une fois spécifiées ces coordonnées).
- Les matrices sont données en police "machine à écrire" :  $\mathbf{M}$ .
- Les tenseurs sont donnés en gras "de tableau" :  $\mathbb{T}$ .
- $\angle(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  indique l'angle orienté formé par les vecteurs  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$ . La notation  $\tilde{\alpha}$  correspond à un angle de rotation (algébrique) autour du vecteur  $\mathbf{a}$ . En particulier, si l'on considère un repère  $\mathcal{R}(O, \hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{c}})$ , on note  $\tilde{c}$  le gisement et  $\tilde{b}$  le site d'un point par rapport à  $\mathcal{R}$ .



## Table des notations

On trouvera ici la liste des notations utilisés dans ce manuscrit. Les vecteurs définissant les repères sont définis à l'annexe A.

### Scalars

#### Lettres minuscules

|  |   |                     |
|--|---|---------------------|
| $a_1, a_2, a_3, a_4$                   | Constantes arbitraires ("Variables locales")  |                     |
| $b_1, b_2, b_3, b_4$                   | Constantes arbitraires ("Variables locales")  |                     |
| $c_0$                                  | Célérité de la lumière dans le vide, égale à 299 792 458 m/s  | [m/s]               |
| $c(K)$                                 | Vitesse de phase d'une vague de nombre d'onde $K$   | [m/s]               |
| $c_g(K)$                               | Vitesse de groupe d'une vague de nombre d'onde $K$  | [m/s]               |
| $c_m$                                  | Vitesse de phase d'une vague de nombre d'onde $K_m$   | [m/s]               |
| $c_p$                                  | Vitesse de phase d'une vague de nombre d'onde $K_m$   | [m/s]               |
| $c_{ij}$                               | Coefficients de la fonction de probabilité de Cox et Munk   |                     |
| $c_{\text{Anis.}}$                     | Fonction de contrôle (filtrage anisotropique)   |                     |
| $d$                                    | Profondeur de la mer  | [m]                 |
| $d_{\text{FFT}}$                       | Dimension de la FFT   |                     |
| $d_y, d_z$                             | Dimensions d'une antenne  | [m]                 |
| $d_y^{\text{SAR}}$                     | Longueur d'antenne synthétique équivalente  | [m]                 |
| $dr$                                   | Résolution sur l'axe distal   | [m]                 |
| $dr_{\text{sol}}$                      | Résolution distale au sol   | [m]                 |
| $dr_{\text{az.}}$                      | Résolution azimutale  | [m]                 |
| $dt_X$                                 | Différence de temps de parcours due à l'effet Doppler pour un signal émis à $t_X$                           | [s]                 |
| $dr_{\text{site}}, dr_{\text{azimut}}$ | Résolutions en site et en azimut  | [m]                 |
| $f_0$                                  | Porteuse du signal émis   | [Hz]                |
| $f(t)$                                 | Fréquence instantanée   | [Hz]                |
| $f_{\text{CM}}$                        | Fonction d'asymétrie de Cox et Munk   |                     |
| $f_{\text{RAR}}(t_X, s)$               | Image brute RAR   | [V]                 |
| $f_{\text{SAR}}(t_X, s)$               | Image SAR   | [V]                 |
| $f_D$                                  | Fréquence Doppler   | [Hz]                |
| $g_0$                                  | Accélération de la gravité  | [m/s <sup>2</sup> ] |
| $g_{V_b, \theta_b}(K_x, K_y)$          | Fonction décrivant le lieu du spectre de sillage  |                     |
| $h$                                    | Hauteur de l'antenne d'émission par rapport au sol  | [m]                 |
| $i, j$                                 | Notation générique pour les indices dans une image : $i$ est l'indice de ligne, $j$ est l'indice de colonne |                     |
| $k_k$                                  | Constante de Von Kármán, environ 0,4  |                     |
| $m$                                    | Nombre d'impulsions   |                     |
| $m_0, m_1$                             | Paramètres pour l'intégration de Filon de $P$ et $Q$ (chapitre 3)   |                     |

|                          |  |          |
|--------------------------|--|----------|
| $n$                      | Nombre de pixels d'une image   | [pixels] |
| $n_x \times n_y$         | Nombre de pixels d'une image par ligne et par colonne  | [pixels] |
| $m$                      | Nombre de pixels dans une fenêtre  | [pixels] |
| $n_\rho \times n_\theta$ | Nombre de pixels d'une transformée de Radon  | [pixels] |
| $n_t$                    | Nombre d'itérations temporelles (filtrage anisotropique)                                     |          |
| $p$                      | Pression de l'eau  | [Pa]     |
| $p_{FL}$                 | Exposant du spectre de capillarité de Fung et Lee, $p_{FL} = 3 - \log U_0$ avec $U_0$ en m/s |          |
| $p_0$                    | Pression atmosphérique   | [Pa]     |
| $r_0$                    | Distance émetteur-cible minimale   | [m]      |
| $r'_0$                   | Distance cible-récepteur minimale  | [m]      |
| $r_J$                    | Exposant du facteur d'amélioration JONS-WAP  |          |
| $r_{\min}$               | Distance émetteur-cible-récepteur minimale   | [m]      |
| $s$                      | Temps correspondant à une date d'arrivée sur l'axe distal SAR                                | [s]      |
| $s_d$                    | Seuil de détection   |          |
| $s_L$                    | Exposant du spectre directionnel de Longuet-Higgins  |          |
| $t$                      | Date générique   | [s]      |
| $t_X$                    | Date de début d'émission d'une impulsion   | [s]      |
| $t_P$                    | Date d'arrivée de l'impulsion à la cible   | [s]      |
| $t_R$                    | Date de réception de l'impulsion   | [s]      |

### Lettres majuscules

|                           |   |                     |
|---------------------------|---|---------------------|
| $A$                       | Aire de la surface maritime   | [m <sup>2</sup> ]   |
| $A_c(z)$                  | Solution de l'équation de continuité  | [m <sup>2</sup> /s] |
| $A_{V_b, Y}(\theta)$      | Fonction de Kochin d'un navire de carène $Y$ allant à la vitesse $V_b$                                    | [m]                 |
| $B$                       | État de mer sur l'échelle de Beaufort   |                     |
| $B_l, B_h$                | Composantes basses et hautes fréquences du spectre d'Elfouhaily   |                     |
| $B_b$                     | Largeur de la carène d'un navire  | [m]                 |
| $C_r$                     | "Corrélation des ondelettes" de Kuo et Chen   |                     |
| $D$                       | Déplacement fictif de l'antenne   | [m]                 |
| $D_b$                     | Tirant d'eau de la carène d'un navire   | [m]                 |
| $D_x, D_r$                | Directivités scalaires des antennes d'émission et de réception  |                     |
| $D_x, \text{max. Hertz.}$ | Directivité maximale du dipôle hertzien   |                     |
| $D_{pb}$                  | Déplacement d'un navire   | [kT]                |
| $D_j^h, D_j^v$ et $D_j^d$ | Images de détail horizontales, verticales et diagonales à l'échelle $j$ d'une décomposition en ondelettes |                     |
| $E_0$                     | Amplitude du signal émis  | [V]                 |

|  |   |                        |
|--|---|------------------------|
| $E_n(t)$                                     | Bruit à la réception (blanc, gaussien)  | [V]                    |
| $E_{n'}(t)$                                  | Bruit à la réception (blanc, gaussien) après compression d'impulsion  | [V]                    |
| $E_R$  | Signal reçu générique   | [V]                    |
| $E_X$  | Signal émis générique   | [V]                    |
| $E^{\text{sin}, f_0}$                        | Signal émis sinusoïdal tronqué de porteuse $f_0$  | [V]                    |
| $E^{\text{chirp}, f_0, \Delta f}$            | Signal émis <i>chirp</i> de porteuse $f_0$ et modulé sur $\Delta f$   | [V]                    |
| $E^{c', f_0, \Delta f}$                      | Signal émis <i>chirp</i> de porteuse $f_0$ et modulé sur $\Delta f$ , avec PRF infinie.                                   | [V]                    |
| $E_X$  | Énergie moyenne du signal émis  | [J]                    |
| $E_R$  | Énergie moyenne du signal reçu  | [J]                    |
| $E_{\text{houle}}$                           | Énergie mécanique d'une vague de houle  | [J]                    |
| $\mathcal{E}$                                | Spectre d'énergie mécanique de la houle   | [J/rad/m] ou [J/rad/s] |
| $F(x, \theta)$                               | Intégrale intervenant dans le calcul de la fonction de Kochin   |                        |
| $F_J$  | <i>Fetch</i>  | [m]                    |
| $F_p, F_m$                                   | Composantes du spectre d'Elfouhaily   |                        |
| Fr   | Nombre de Froude : $\text{Fr} = V_b / \sqrt{g_0 L_b}$   |                        |
| $G$  | Fonction de Green de l'équation de Helmholtz  |                        |
| $H$  | Hauteur d'une vague, éventuellement fonction du nombre d'onde de la vague : $H(K)$  | [m]                    |
| $H_{1/3}, H_{m_0}$                           | Deux définitions de la hauteur significative des vagues   | [m]                    |
| $H_{\text{flou}}$                            | Fonction de modulation de transfert entre une transformée de Radon idéalisée et une transformée de Radon floue            |                        |
| $H_{\text{MTF}}$                             | Fonction de modulation de transfert entre la carte des hauteurs et l'image observée par un capteur radar ou optique       |                        |
| $I$  | Image générique, de taille $n_x \times n_y$   |                        |
| $\bar{K}$                                    | Rapport entre le nombre d'onde d'une vague $K$ avec le nombre d'onde à la transition transition gravité-capillarité $K_m$ |                        |
| $K_b$  | Nombre d'onde correspondant à la vague du sillage de Kelvin dans la direction du navire                                   | [rad/m]                |
| $K_p$  | Nombre d'onde correspondant au maximum d'un spectre de gravité  | [rad/m]                |
| $K_m$  | Nombre d'onde correspondant à la transition gravité-capillarité : $K_m = 363 \text{ rad/m}$                               | [rad/m]                |
| $K_{\text{max}}$                             | Valeur maximale indicative de $K$ lors de la création d'une surface discrète de mer                                       | [rad/m]                |
| $K_{-3 \text{ dB}, 1}, K_{-3 \text{ dB}, 1}$ | Limites de la bande passante du spectre de gravité  | [rad/m]                |
| $L$  | Largeur du côté de la surface de mer imagée   | [m]                    |
| $L_b$  | Longueur de la carène d'un navire   | [m]                    |
| $L_{\text{min}}$                             | Largeur minimale de la surface à générer pour correctement capturer l'énergie des vagues                                  | [m]                    |
| $L_{\text{PM}}$                              | Spectre de forme de Pierson   |                        |
| $L_j^i$                                      | Longueur du $i$ -ème navire de la $j$ -ème classe   | [m]                    |

|                             |  |  |
|-----------------------------|--|--|
| $M$                         | Image lissée par une moyenne locale (filtre passe-bas)   |  |
| $M_j$                       | Module des trois composantes de l'image de détail de la décomposition en ondelette d'une image                       |  |
| $M_w(x, y)$                 | Masque permettant de mettre à zéro les élévations situées loin en dehors du cône du sillage de Kelvin, entre 0 et 1. |  |
| P                           | Point générique de l'espace (la cible)   |  |
| P'                          | Point générique à la surface de l'antenne  |  |
| $N$                         | Image de bruit   |  |
| $N_x$                       | Nombre de points dans la direction $x$ pour la discrétisation de la carène $Y$                                       |  |
| $N_z$                       | Nombre de points dans la direction $z$ pour la discrétisation de la carène $Y$                                       |  |
| $N_\theta$                  | Nombre de points dans la direction $\theta$ pour la discrétisation de l'intégrale de Kochin                          |  |
| $P(\theta)$                 | Intégrale intervenant dans le calcul de la fonction de Kochin  |  |
| P                           | Puissance générique  | [W]  |
| $P_X$                       | Puissance instantanée du signal émis   | [W]  |
| $P_R$                       | Puissance instantanée du signal reçu   | [W]  |
| $P_{\text{totale, 1d}}$     | Puissance totale d'un spectre de mer 1D  | [m <sup>2</sup> /rad/m] ou [m <sup>2</sup> /rad/s] |
| $Q(\theta)$                 | Intégrale intervenant dans le calcul de la fonction de Kochin  |  |
| R                           | Position du récepteur  |  |
| $R$                         | Image issue d'une transformée de Radon :<br>$R = \mathcal{R}I$   |  |
| $R'$                        | Transformée de Radon idéalisée où les pics correspondant à un sillage sont des pics de Dirac                         |  |
| $R_f$                       | Fonction de réflectance totale   |  |
| $R_a$                       | Fonction de réflectance, composante ambiante   |  |
| $R_d$                       | Fonction de réflectance, composante diffuse  |  |
| $R_s$                       | Fonction de réflectance, composante spéculaire   |  |
| $\hat{R}'$                  | Estimée d'une transformée de Radon "idéalisée" par filtrage de Wiener  |  |
| $S, S'$                     | Surface générique, et par abus de langage, leur superficie   | [m <sup>2</sup> ]                                  |
| $S_w, S_{nl}, S_t$ et $S_v$ | Termes de sources pour le calcul du sillage d'eau morte  | [J/rad/m/s]  |
| $S_X$                       | Surface de l'antenne d'émission, et par abus de langage, sa superficie   | [m <sup>2</sup> ]                                  |
| $S_{x_0, y_0}$              | Sinusoïde d'équation $x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta = \rho$  |  |
| [S]                         | Salinité   | [g/kg] ou [ppm] ou [ups]                           |
| [Cl]                        | Chlorinité   | [g/kg]   |
| $\mathcal{S}$               | Notation générique d'un spectre de mer   | [m <sup>2</sup> /rad/m]                            |
| $\mathcal{S}_{1d}$          | Notation générique d'un spectre de mer 1D  | [m <sup>2</sup> /rad/m] ou [m <sup>2</sup> /rad/s] |

|                             |  |  |
|-----------------------------|--|--|
| $\mathcal{S}_{2d}$          | Notation générique d'un spectre de mer 2D  | $[\text{m}^2/\text{rad}/\text{m}]$ ou $[\text{m}^2/\text{rad}/\text{s}]$ |
| $\mathcal{S}_{\text{omni}}$ | Notation générique d'un spectre de mer omnidirectionnel                          | $[\text{m}^2/\text{rad}/\text{m}]$ ou $[\text{m}^2/\text{rad}/\text{s}]$ |
| $T$                         | Température de la surface de l'eau   | $[^\circ\text{C}]$   |
| $T_I$                       | Durée séparant l'émission de deux impulsions                                     | $[\text{s}]$   |
| $T_X$                       | Durée d'une impulsion émise  | $[\text{s}]$   |
| $T'_X$                      | Durée d'une impulsion après compression  | $[\text{s}]$   |
| $U_0$                       | Vitesse de friction du vent  | $[\text{m}/\text{s}]$  |
| $U_{mn}$                    | Coefficients polarimétriques de l'approximation de Kirchhoff                     |  |
| $U_{\text{ref}}$            | Vitesse de vent de référence   | $[\text{m}/\text{s}]$  |
| $U_z$                       | Vitesse du vent à l'altitude $z$ prise en cm.                                    | $[\text{m}/\text{s}]$  |
| $U_r$                       | Nombre d'Ursell : $U_r = H\Lambda^2/d^3$   |  |
| $X$                         | Position de l'émetteur (de l'anglais <i>transmitter</i> , "X-mitter")            |  |
| $V_b$                       | Vitesse d'un navire  | $[\text{m}/\text{s}]$  |
| $V_j^i$                     | Vitesse du $i$ -ème navire de la $j$ -ème classe                                 | $[\text{m}/\text{s}]$  |
| $Y(x, z)$                   | Fonction décrivant la carène d'un navire   | $[\text{m}]$   |
| $V_j^i$                     | Carène du $i$ -ème navire de la $j$ -ème classe                                  |  |
| $Z_u, Z_c$                  | Pente de la surface de l'eau dans la direction <i>upwind</i> et <i>crosswind</i> |  |

### Lettres grecques minuscules

|               |   |                |
|---------------|---|----------------|
| $\alpha_c$    | Demi-angle au sommet du sillage d'eau morte   | $[\text{rad}]$ |
| $\alpha_{FL}$ | Constante de Philips du spectre de Fung et Lee, $2,810^{-3}$  |                |
| $\alpha_J$    | Constante de Philips du spectre de JONSWAP : $5/4$  |                |
| $\alpha_m$    | Paramètre d'équilibre généralisé de Philips-Kitaigorodskii  |                |
| $\alpha_{pq}$ | Coefficients polarimétriques du modèle des petites perturbations  |                |
| $\alpha_{PM}$ | Constante de Philips du spectre de Pierson-Moskowitz, $8,110^{-3}$  |                |
| $\beta$       | Demi-angle au sommet générique par rapport à l'axe du nacire et compté depuis sa proue (chapitre 3)                           | $[\text{rad}]$ |
| $\beta_c$     | Demi-angle au sommet du cône du sillage de Kelvin : $\beta_c = \arcsin 1/3 \approx 19,471^\circ$ en mer de profondeur infinie | $[\text{rad}]$ |
| $\beta_D$     | Paramètre de forme du spectre directionnel de Donelan   |                |
| $\beta_{FL}$  | Paramètre du spectre de Fung et Lee : $0,74$  |                |
| $\beta_J$     | Paramètre du spectre de JONSWAP   |                |
| $\beta_{PM}$  | Paramètre du spectre de Pierson-Moskowitz : $0,74$  |                |
| $\gamma_b$    | Angle entre la normale locale d'une facette, et la bissectrice ( $\Delta_b$ ) de l'angle $\widehat{XPR}$                      | $[\text{deg}]$ |



|                            |   |                      |
|----------------------------|---|----------------------|
| $\gamma_c$                 | Paramètre adimensionné caractérisant la valeur de $\beta_c$   |                      |
| $\gamma_s$                 | Terme de brillance (modèle de Phong)  |                      |
| $\gamma_J$                 | Paramètre du facteur d'amélioration de JONSWAP  |                      |
| $\epsilon$                 | Grandeur positive arbitrairement petite   |                      |
| $\epsilon_0$               | Constante diélectrique du vide : $\epsilon_0 = 8,85410^{-12}$ F/m   | [F/m]                |
| $\epsilon_r$               | Constante diélectrique relative de l'eau  | [F/m]                |
| $\epsilon_{rinf}$          | Limite haute fréquences de $\epsilon_s$ , approximativement 4,9 F/m   | [F/m]                |
| $\epsilon_s$               | Permittivité statique de l'eau de mer   | [F/m]                |
| $\epsilon_{EM}$            | Permittivité générique  | [F/m]                |
| $\zeta(x, y, t)$           | Fonction élévation de la surface de la mer  | [m]                  |
| $\zeta_t(x, y)$            | Fonction élévation de la surface de la mer pour la date $t$   | [m]                  |
| $\zeta_t(x, y, t)$         | Fonction élévation de la surface pour une vague élémentaire   | [m]                  |
| $\zeta_w(x, y)$            | Fonction élévation du sillage   | [m]                  |
| $\eta_0$                   | Impédance du vide : $\eta_0 = 119,9169832\pi \approx 376.7303$ $\Omega$   | [ $\Omega$ ]         |
| $\eta, \xi$                | Par définition : $\eta = Z_u/\sigma_u$ et $\xi = Z_c/\sigma_c$  |                      |
| $\theta$                   | Direction de propagation d'une vague de sillage (chapitre 3)  | [rad]                |
| $\lambda_0$                | Longueur d'onde électromagnétique correspondant à la porteuse   | [m]                  |
| $\lambda_i$                | Valeur propre associée au $i$ -ème filtre adapté stochastique   |                      |
| $\lambda_{Anis.}$          | Constante de diffusion (filtrage anisotrope)  |                      |
| $\kappa$                   | Terme de perte de transmission  |                      |
| $\kappa_1$                 | Terme de pondération lors du calcul de l'intégrale de Kochin (chapitre 3) : $\kappa_1$ vaut entre 0,025 et 0,1 environ        |                      |
| $\kappa_{FFT}$             | Constante d'atténuation de la FFT utilisée lors de la génération de la surface de la mer                                      |                      |
| $\kappa_p, \kappa_m$       | Termes de dépendance à la polarisation et au vent dans le modèle de facteur de forme du bruit de chatolement de Ward et Wicks |                      |
| $\nu$                      | 1) Angle de relèvement de la cible (intégration SAR) ; 2) facteur de forme de la loi K  | 1) [rad], 2) [-]     |
| $\xi_{site}, \xi_{azimut}$ | Termes d'ouverture angulaire à -3 dB, tels que $\Phi_{site} = \xi_{site}$ et $\Phi_{azimut} = \xi_{azimut}$                   |                      |
| $\rho$                     | Densité de l'eau de mer   | [kg/m <sup>3</sup> ] |
| $\rho_0$                   | Densité de l'air  | [kg/m <sup>3</sup> ] |
| $\rho_a$                   | Paramètre de réflectivité ambiante  |                      |
| $\rho_d$                   | Paramètre de réflectivité diffuse   |                      |
| $\rho_s$                   | Paramètre de réflectivité spéculaire  |                      |
| $\rho_{Doppler}$           | Taux de compression "Doppler"   |                      |
| $\rho_{EM}$                | Densité de charge électrique générique  | [C/m <sup>3</sup> ]  |

|   |   |                      |
|---|---|----------------------|
| $\rho_{EM,m}$                                     | Densité de charge magnétique générique  |                      |
| $\rho_{EM,ms}$                                    | Densité de charge magnétique de surface générique   |                      |
| $\sigma(\hat{\mathbf{r}}_x, -\hat{\mathbf{r}}_r)$ | Fonction “surface équivalente radar”  | [m <sup>2</sup> ]    |
| $\sigma$  | Écart-type d’une image (chapitres 6 et 7)   |                      |
| $\sigma_J$  | Paramètre du spectre de JONSWPAP  |                      |
| $\sigma_n$  | Écart-type de $n(t)$  |                      |
| $\sigma'_n$                                       | Écart-type de $n'(t)$   |                      |
| $\sigma_s$  | Conductivité statique de l’eau de mer   | [S.m <sup>-1</sup> ] |
| $\sigma_u, \sigma_c$                              | Écart-type des pentes de la mer dans les directions <i>upwind</i> et <i>crosswind</i>                                     | [m]                  |
| $\sigma_x, \sigma_r$                              | Fonction “surface équivalente” de l’antenne d’émission et de réception  | [m <sup>2</sup> ]    |
| $\sigma_\zeta$                                    | Écart-type de la fonction $\zeta$   | [m]                  |
| $\theta_1, \theta_2$                              | Angles donnant une phase stationnaire lors du calcul de l’intégrale de Kochin   | [rad]                |
| $\theta_{!+}$                                     | Valeur particulière de l’angle $\theta$ lors du calcul de l’intégrale de Kochin   | [rad]                |
| $\theta_i$  | Angle d’incidence générique   | [rad]                |
| $\theta_s$  | Angle d’émergence générique   | [rad]                |
| $\theta_i^l$                                      | Angle d’incidence local en P  | [rad]                |
| $\theta_s^l$                                      | Angle d’émergence local en P  | [rad]                |
| $\theta_i^v$                                      | Angle d’incidence dans le repère vent par rapport au niveau moyen de la mer   | [rad]                |
| $\theta_s^v$                                      | Angle d’émergence dans le repère vent par rapport au niveau moyen de la mer   | [rad]                |
| $\underline{\sigma}_x, \underline{\sigma}_r$      | Fonction “surface équivalente” normalisée de l’antenne d’émission et de réception : $\underline{\sigma}_x = S_x \sigma_x$ | [m <sup>2</sup> ]    |
| $\tau$  | Période d’une vague   | [s]                  |
| $\tau_r$  | Temps de relaxation de la surface   | [s]                  |
| $\tau_s$  | Tension de surface de l’eau   | [N/m]                |
| $\phi(\theta)$                                    | Phase de la fonction de Kochin  | [rad]                |
| $\phi_s$  | Angle générique formé par la direction du rayon réfléchi par la surface, avec l’axe des abscisses du repère considéré     | [rad]                |
| $\phi_s^l$  | Même signification que $\phi_s$ , par rapport au repère local à une facette   | [rad]                |
| $\phi_s^v$  | Même signification que $\phi_s$ , par rapport au repère vent (global par rapport au niveau moyen de la mer)               | [rad]                |
| $\phi_{rb}$                                       | Angle trajectoire du radar-trajectoire du navire  | [rad]                |
| $\phi_{SAR}(t)$                                   | Histoire de phase d’un point pendant l’intégration SAR  | [rad]                |
| $\psi$  | Direction d’une vague par rapport à la direction du vent  | [rad]                |
| $\psi_0$  | Direction du vent par rapport à $x$ dans le repère monde  | [rad]                |

|                         |   |         |
|-------------------------|---|---------|
| $\psi'$                 | Direction d'une vague par rapport à l'axe des $x$ dans le repère monde      | [rad]   |
| $\omega$                | Pulsation de l'onde électromagnétique                                       | [rad/s] |
| $\omega_0$              | Pulsation de la porteuse électromagnétique                                  | [rad/s] |
| $\omega_i, i = 0..N_z$  | Poids pour l'intégration de Filon dans le calcul de $F$ (chapitre 3)        |         |
| $\omega'_i, i = 0..N_x$ | Poids pour l'intégration de Filon dans le calcul de $P$ et $Q$ (chapitre 3) |         |

### Lettres grecques majuscules

|                              |   |                     |
|------------------------------|---|---------------------|
| $\Delta$                     | Rapport d'assymétrie “ <i>upwind/crosswind</i> ” d'Elfouhaily <i>et al.</i> |                     |
| $(\Delta_b)$                 | Droite bissectrice de l'angle $\widehat{XPR}$                               |                     |
| $\Delta d_{az.}$             | Largeur du lobe d'antenne en azimut au niveau de la cible                   | [s]                 |
| $\Delta f$                   | Bande passante du signal émis   | [Hz]                |
| $\Delta f_D$                 | Décalage de fréquence Doppler tel que $\Delta f_D = f_D - f_0$              | [Hz]                |
| $\Delta K$                   | Pas de discrétisation du nombre d'onde des vagues                           | [rad/m]             |
| $\Delta t$                   | Durée du trajet émetteur-cible-récepteur                                    | [s]                 |
| $\Delta t_{illum.}$          | Durée d'illumination d'une cible  | [s]                 |
| $\Delta T$                   | Différence de température   | [°C]                |
| $\Delta x$                   | Pas de discrétisation d'une image en largeur                                | [pixels]            |
| $\Delta y$                   | Pas de discrétisation d'une image en hauteur                                | [pixels]            |
| $\Delta \theta_d$            | Pas de discrétisation d'une transformée de Radon                            | [rad]               |
| $\Delta \rho_d$              | Pas de discrétisation d'une transformée de Radon selon les distances        | [pixel]             |
| $Z_w$                        | Transformée de Fourier de $\zeta_w$   |                     |
| $\Lambda$                    | Longueur d'onde d'une vague   | [m]                 |
| $\Lambda'$                   | Longueur d'onde d'une vague à la fréquence de Bragg                         | [m]                 |
| $\Lambda_b$                  | Longueur d'onde d'une vague de sillage dans l'axe du navire                 | [m]                 |
| $\Phi$                       | Fonction potentiel dont découle la houle                                    | [m <sup>2</sup> /s] |
| $\Phi_e$                     | Fonction potentiel élémentaire pour une vague 2D                            | [m <sup>2</sup> /s] |
| $\Phi_{azimut}, \Phi_{site}$ | Ouvertures angulaires en site et en aximut                                  | [rad]               |
| $\Omega$                     | Pulsation d'une vague   | [rad/s]             |
| $\Omega_p$                   | Pulsation de la vague au pic d'un spectre                                   | [rad/s]             |
| $\Omega_{wa}$                | Âge des vagues inverse  |                     |

### Vecteurs

#### Lettres minuscules

|     |                 |     |
|-----|-----------------|-----|
| $f$ | Force générique | [N] |
|-----|-----------------|-----|

|  |  |                     |
|--|--|---------------------|
| $\mathbf{h}_i$                                   | $i$ -ème filtre stochastique adapté, associé à la valeur propre $\lambda_i$  |                     |
| $\mathbf{j}$                                     | Densité de courant électrique  | [A/m <sup>2</sup> ] |
| $\mathbf{j}_m$                                   | Densité de courant magnétique  | [V/m <sup>2</sup> ] |
| $\mathbf{j}_s$                                   | Densité de courant électrique de surface   | [A/m <sup>2</sup> ] |
| $\mathbf{j}_{m^s}$                               | Densité de courant électrique de surface   | [A/m <sup>2</sup> ] |
| $\hat{\mathbf{d}}$                               | Direction spéculaire donnée par la loi de Snell-Descartes  |                     |
| $\hat{\mathbf{l}}$                               | Vecteur partant de la cible pointant vers la source lumineuse  |                     |
| $\hat{\mathbf{n}}$                               | Normale à une surface  |                     |
| $\hat{\mathbf{p}}_x = (0, \hat{p}_y, \hat{p}_z)$ | Vecteur polarimétrique de l'antenne d'émission   |                     |
| $\hat{\mathbf{p}}_r$                             | Vecteur polarimétrique de l'antenne de réception   |                     |
| $\mathbf{q}$                                     | Vecteur selon la bissectrice de l'angle formé par le rayon incident à la surface et le rayon réfléchi ; composantes $\{[q_u, q_c, q_\zeta]\}_\nu$                            |                     |
| $\mathbf{r}$                                     | Vecteur émetteur-cible ; $r = \ \mathbf{r}\ $ est la distance origine-point de la surface (au chapitre 3) ; $\mathbf{r}$ est le vecteur origine-point de l'espace (annexe C) | [m]                 |
| $\mathbf{r}'$                                    | Vecteur cible-récepteur (cas général) ; vecteur origine-point de la surface (annexe C)   | [m]                 |
| $\mathbf{s}$                                     | Vecteur de courant hydrodynamique  | [m/s]               |
| $\hat{\mathbf{v}}$                               | Vecteur partant de la cible et pointant vers la caméra   |                     |
| $\mathbf{w}$                                     | Fenêtre de signal  |                     |
| $\mathbf{z}$                                     | Vecteur observation  |                     |
| $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_x]$     | Vecteur pulsation d'une onde électromagnétique, ou d'un signal quelconque (en fonction du contexte)  | [rad/s]             |

### Lettres majuscules

|                           |   |                      |
|---------------------------|---|----------------------|
| $\mathbf{B}$              | Vecteur champ d'induction magnétique total                      | [Wb/m <sup>2</sup> ] |
| $\mathbf{D}$              | Vecteur champ d'induction magnétique total                      | [C/m <sup>2</sup> ]  |
| $\mathbf{E}$              | Vecteur champ électrique total                                  | [V/m]                |
| $\mathbf{E}^i$            | Vecteur champ électrique incident                               | [V/m]                |
| $\mathbf{E}^r$            | Vecteur champ électrique réfléchi                               | [V/m]                |
| $\mathbf{E}_X$            | Vecteur champ électrique sur la surface de l'antenne émettrice  | [V/m]                |
| $\mathbf{E}_R$            | Vecteur champ électrique sur la surface de l'antenne réceptrice | [V/m]                |
| $\mathbf{F}_E$            | Vecteur champ électrique diffracté                              | [V/m]                |
| $\mathbf{H}$              | Vecteur champ magnétique total                                  | [A/m <sup>2</sup> ]  |
| $\mathbf{K} = [K_x, K_y]$ | Vecteur d'onde d'une vague                                      | [rad/m]              |
| $\mathbf{K}'$             | Vecteur d'onde d'une vague à la fréquence de Bragg              | [rad/m]              |

|                              |   |       |
|------------------------------|---|-------|
| $\mathbf{V}$                 | Vecteur vitesse d'une particule d'eau, de composantes $[u(x, y, z, t), v(x, y, z, t), z(x, y, z, t)]$ | [m/s] |
| $\mathbf{V}_X, \mathbf{V}_R$ | Vitesse de l'émetteur et du récepteur (cas bistatique)  | [m/s] |

### Matrices, tenseurs

|                                       |  |                   |
|---------------------------------------|--|-------------------|
| $\mathbf{B}$                          | Matrice de passage de la convention <i>forward scattering</i> à la convention <i>backscattering</i>            |                   |
| $\mathbf{D}_x, \mathbf{D}_r$          | Directivités polarimétriques des antennes d'émission et de réception   |                   |
| $\mathbf{N}$                          | Matrice de bruit blanc gaussien complexe d'écart-type unité, dimension $n \times n$                            |                   |
| $\mathbf{P}$                          | Matrice de variance-covariance du signal   |                   |
| $\mathbf{P}_x$                        | Matrice polarimétrique de l'antenne d'émission   |                   |
| $\mathbf{P}_r$                        | Matrice polarimétrique de l'antenne de réception   |                   |
| $\mathbf{Q}$                          | Matrice de variance-covariance du bruit  |                   |
| $\mathbf{R}_{\theta_d}$               | Matrice de rotation d'angle $\theta_d$   |                   |
| $\mathbf{S} = [s_{pq}]$               | Matrice de diffusion polarimétrique en amplitude non normalisée, complexe                                      | [m <sup>2</sup> ] |
| $\mathbf{S}_{2d}$                     | Matrice de dimension $n \times n$ contenant le spectre de la surface simulée                                   |                   |
| $\mathbf{S}^0 = [s_{pq}^0]$           | Matrice de diffusion polarimétrique en amplitude normalisée, complexe  |                   |
| $\mathbf{\Sigma} = [\sigma_{pq}]$     | Matrice "surface équivalente radar" polarimétrique non normalisée, complexe                                    | [m <sup>2</sup> ] |
| $\mathbf{\Sigma}^0 = [\sigma_{pq}^0]$ | Matrice "surface équivalente radar" polarimétrique normalisée, complexe  |                   |
| $\mathbf{V}$                          | Matrice intrinsèque d'une caméra   |                   |
| $\mathbf{z}_{t=0}$                    | Matrice représentant la surface de la mer à $t = 0$ , taille $n \times n$ , largeur de la surface : $L$ mètres |                   |
| $\mathbf{Z}_{t=0}$                    | Transformée de Fourier de la matrice représentant les élévations, $\mathbf{z}_{t=0}$ , à $t = 0$ .             |                   |
| $\mathbb{T}$                          | Tenseur des contraintes visqueuses   | [N.m]             |
| $\mathbb{O}$                          | Tenseur nul  | [N.m]             |

### Fonctions, opérateurs et symboles divers

|                                    |   |
|------------------------------------|---|
| $j$                                | Nombre imaginaire : $j^2 = -1$                  |
| $\star$                            | Opérateur de transconjugaison                   |
| $x \mapsto \text{sinc}$            | Sinus cardinal ( $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ ) |
| $t \mapsto \wedge(t)$              | Fonction triangle (définition : éq. 1.5)        |
| $\langle \bullet, \bullet \rangle$ | Opérateur "corrélation croisée"                 |
| $\text{amb}(\bullet, \bullet)$     | Fonction d'ambiguïté                            |
| $\mathcal{F}[\bullet]$             | Opérateur "transformée de Fourier"              |
| $\mathcal{H}[\bullet]$             | Opérateur "transformée de Hough"                |



$\mathcal{R}[\bullet]$       Opérateur “transformée de Radon”



---

## Introduction

Behold, the sea itself,  
And on its limitless, heaving breast, the ships;  
See, where their white sails, bellying in the wind,  
speckle the green and blue,  
See, the steamers coming and going, steaming in  
or out of port,  
See, dusky and undulating, the long pennants of  
smoke.  
Behold, the sea itself,  
And on its limitless, heaving breast, the ships.

– Walt Whitman

Cette thèse a été débutée en 2004, alors que l'on célébrait les cent ans de l'invention de l'ancêtre direct du radar actuel, le *Telemobiloskop*, mis au point par Christian Hülsmeier [64]. Toutefois, comme toute invention, le radar n'est pas le fruit du travail d'une personne unique : il découle d'une longue chaîne de découvertes qu'il est impossible de résumer en quelques pages mais dont il convient malgré tout ici de donner les grandes lignes. Il est possible de placer – quelque peu arbitrairement – le début formel des travaux sur les ondes électromagnétiques en 1861, année à laquelle James Clerk Maxwell publia son article fondateur *On Physical Lines of Force* où sont unifiées les équations régissant les lois de l'électricité et du magnétisme découvertes antérieurement par Gauss, Ampère et Faraday, et qui furent plus tard mises sous leur forme définitive vectorielle, par Heaviside, en 1884 [137].

Commença ensuite la longue série d'innovations techniques, souvent faite de tâtonnements et de découvertes fortuites, qui marqua les débuts de l'histoire du radar et de la radio.

C'est donc en 1904 que Hülsmeier a déposé un brevet pour son *Telemobiloskop*, appareil conçu pour détecter la présence de navires dans la brume par la réflexion d'ondes électromagnétiques sur le métal et pour donner, en jouant sur l'orientation de l'antenne, la direction. Il s'agissait d'un appareil relativement rustique, puisqu'il ne permettait pas de mesurer la distance ; il utilisait, pour produire une onde, un éclateur, ainsi qu'une antenne primitive ressemblant à ce que nous appellerions aujourd'hui une antenne Yagi. L'intérêt des États et des armateurs pour ce type d'appareils ne fut cependant pas très vif, et

l'invention de Hülsemeyer se solda par un échec commercial.

Le potentiel d'un tel instrument en surveillance aérienne ne fut pas encore perçu, sans doute parce que celui-ci n'était pas encore au point. Durant la Première Guerre Mondiale et l'après-guerre, la veille antiaérienne reposait essentiellement sur un réseau de guetteurs humains, et ce n'est que fortuitement que l'on découvrit, en divers endroits du globe, que le passage d'un avion dans la ligne de trajet direct entre un émetteur radio et un récepteur pouvait perturber la transmission. Ces phénomènes furent ensuite étudiés, puis exploités dans un but de détection, en quadrillant le territoire d'un maillage d'émetteurs et de récepteurs, émettant en onde continue, et détectant le passage d'un avion par les battements provoqués par interférence de l'onde émise avec l'onde réfléchie [27].

C'est durant les années 1930 que le radar commença à acquérir sa forme finale, avec des travaux menés notamment aux États-Unis, en France, au Royaume Uni, au Japon et en Allemagne [27, 82, 196]. Ainsi, c'est juste à la veille de la Seconde Guerre Mondiale que le radar est né. La guerre permit d'en réaliser la première utilisation opérationnelle, d'en affiner la doctrine d'emploi, et d'entrevoir certains défauts et certaines nouvelles utilisations inattendues.

Au lendemain de la guerre, le radar trouva de nouvelles utilisations civiles, du contrôle aérien à la météorologie, à l'imagerie du sol terrestre et celui d'autres planètes. Il retrouva également la première fonction pour laquelle il avait été développée : la surveillance maritime. C'est également au cours des années 1950 que le concept d'imagerie en antenne synthétique fut formulé : en effet c'est en 1951 que Carl Wiley, ingénieur chez Goodyear, en formula la théorie [79]. Les premiers essais expérimentaux furent réalisés dès 1952 en utilisant des techniques holographiques, car la puissance de calcul nécessaire pour réaliser les algorithmes de manière numérique n'était alors pas disponible. Il aura aussi fallu attendre la redécouverte de l'algorithme de transformée de Fourier rapide par Cooley et Tukey en 1965 [44] pour pouvoir envisager une application numérique en temps réel. En effet cet algorithme joue un rôle essentiel pour le traitement de signaux radar.

C'est en 1978 que Seasat fit son vol. Ce satellite fut le premier mis en orbite avec un radar à ouverture synthétique à bord. De plus il était spécifiquement prévu pour imager la mer. On peut considérer que la mission fut un succès : elle mit en évidence la grande visibilité de la houle au radar, mais également des sillages de navires ou encore d'ondes internes générés par ce qui semblait être des sous-marins [170], ouvrant ainsi la possibilité d'applications de surveillance maritime depuis l'espace. Ce résultat inattendu – car la visibilité du sillage est nettement moindre dans les configurations traditionnelles de radar côtier ou de radar embarqué, du fait de l'angle de rasance plus faible – a suscité des commentaires ambivalents de la part du Pentagone. Le satellite a cessé de fonctionner au bout de trois mois, officiellement à cause d'une panne [212] ; mais de fait, de nombreux partisans de la "théorie du complot" suggèrent que cette panne n'était qu'une couverture montée par les services de renseignement américains afin d'empêcher la publication des images [31]. Depuis, la maîtrise de systèmes radars à haute résolution en orbite est une technologie jalousement gardée, qui offre de grandes possibilités en matière de surveillance maritime, à des fins civiles ou militaires. L'intérêt majeur d'un radar en orbite vient notamment de leur grande fauchée, qui permet de ratisser une grande surface rapidement : de l'ordre de plusieurs centaines de kilomètres. De plus, contrairement au capteurs optiques, le radar permet de s'affranchir de la couverture nuageuse. Les inconvénients d'un tel système sont cependant un coût très important ainsi que la faible période de récurrence au dessus d'un point du globe, empêchant par exemple d'imager le même navire sur deux passes successives et de suivre sa trajectoire aussi finement que ne le ferait un radar côtier. Pour pallier la faible période de récurrence, il est possible d'utiliser des constellations de satellites, ce qui a un impact sur les coûts. Toujours est-il que le radar satellitaire est un domaine très

à la mode dans la littérature scientifique, si l'on en juge par le nombre impressionnant de publications dans ce seul domaine.

Avec l'essor des avions sans pilotes (les "drones") depuis la fin des années 1990, on peut cependant concevoir une alternative intéressante aux satellites sous la forme d'une escadrille de drones surveillant une surface à l'aide de capteurs optiques, infra-rouges ou radar. L'avantage de tels systèmes est que leur coût est beaucoup plus faible qu'un satellite, car ils nécessitent des contraintes techniques plus faibles et peuvent faire usage de composants disponibles sur étagère. Des alternatives encore plus économiques sous forme de dirigeables ont également été envisagées (par exemple par les États-Unis, avec le programme de défense anti-missile de croisière JLENS – *Joint Land Attack Cruise Missile Defense Elevated Netted Sensor System*). Un avantage des systèmes aéroportés est qu'ils sont de meilleure résolution qu'un radar monté sur un satellite : leurs capteurs permettent donc de voir des choses qui seraient impossibles à discerner depuis l'espace. De plus un avion est beaucoup plus réactif et moins coûteux à repositionner sur une zone bien précise, qu'un satellite.

## Systèmes bistatiques et systèmes monostatiques

On distingue deux types de configurations radar (Skolnik [162]) : d'une part les configurations monostatiques, où l'émetteur et le récepteur sont situés au même endroit, souvent en partageant la même antenne ; et d'autre part les systèmes bistatiques, où l'émetteur et le récepteur sont situés à des endroits différents. L'immense majorité des radars est aujourd'hui monostatique, mais les systèmes bistatiques ont historiquement été utilisés en premier, avant que l'on abandonne cette technique. En effet la technologie ne permettait pas d'utiliser la même antenne en émission et en réception : il aura fallu attendre l'invention du *duplexeur* pour permettre de commuter le radar en deux modes, l'un capable d'émettre à haute puissance, et l'autre capable de traiter des signaux de faible puissance ; d'autre part, la technologie des "barrages radio" à ondes continue était fondamentalement bistatique. Néanmoins, le principe du radar bistatique a connu depuis plusieurs résurgences périodiques [199] (pp. 35-57) : une première résurgence de systèmes bistatiques a fait son apparition dans les années 1950, lorsque les premiers missiles furent mis au point. En effet, la technologie ne permettait pas alors de mettre un émetteur radar à bord d'un missile ; celui-ci était uniquement équipé d'une antenne de réception, et traitait les signaux radars émis par l'avion qui avait lancé le missile et qui se réfléchissait sur la cible adverse. La dernière résurgence a commencé au cours des années 1980 et continue toujours. Elle s'explique en partie par la démocratisation de moyens de calculs puissants (FPGA, "radio logicielle") et d'autre part par le besoin d'améliorer les performances des radars actuels, notamment face à des cibles furtives ou de très petite taille.

Les avantages de systèmes bistatiques couramment mis en avant sont les suivants [162, 199, 39]. D'une part, on peut positionner l'émetteur et le récepteur de telle manière à maximiser l'énergie réfléchi par la cible vers le récepteur. En théorie cela pourrait permettre de détecter des cibles "furtives" dont la forme est optimisée pour ne pas réfléchir d'énergie en direction de l'émetteur. D'autre part, le récepteur est purement passif. Ne rayonnant aucune onde, il n'est pas détectable par goniométrie, ce qui est un avantage certain pour des applications militaires. Enfin, un radar bistatique est potentiellement utilisable avec des sources d'opportunité, c'est-à-dire des émetteurs radio présents à proximité, mais n'émettant pas forcément un signal radar : stations de télévision, relais GSM, satellites GPS... Mais il y a également des inconvénients. Le premier, et non le moindre, est celui de la synchronisation de l'émetteur et du récepteur pour calculer précisément le temps de trajet de l'onde. Toutefois aujourd'hui la base de temps diffusée par GPS est un moyen utilisable relativement facilement. Le second inconvénient est que le signal émis par une source

d'opportunité a, en général, des caractéristiques qui le rendent peu adapté pour des applications radar. Quoiqu'il en soit, l'imagerie radar bistatique est aujourd'hui une des voies explorées dans la communauté radar pour améliorer les performances globale d'un système de surveillance.

## Le contexte de la surveillance maritime

**Fonction** La fonction d'un radar de surveillance maritime est de détecter des cibles à la surface de l'eau : navires, sous-marin en surface ; ou bien encore d'imager la mer à la recherche de manifestations d'origine humaine : sillages de navire, traînées d'hydrocarbures laissées à la suite d'un dégazage sauvage ou d'une marée noire, *etc.* Historiquement, la surveillance maritime a toujours eu pour but de sécuriser les zones de transit à fort trafic, comme le rail d'Ouessant en France, mais également d'empêcher la surexploitation des zones de pêche, de surveiller la zone économique exclusive des États. Le contexte géopolitique actuel fait que la surveillance maritime devient également cruciale pour limiter l'immigration illégale, ainsi que la piraterie. Dans ce contexte, ce sont en général de petits bateaux rapides ("*go-fast crafts*") qu'il faut détecter [210], voire même des semi-sousmersibles, une technologie qui commence actuellement à être utilisée par les passeurs de drogue [24].

**Moyens** En surveillance maritime, les capteurs couramment utilisés sont principalement les radars côtiers (typiquement montés sur des sémaphores) ou montés sur des navires de patrouille. L'avantage de tels systèmes est le coût de fonctionnement, relativement réduit (pour les stations côtières), la couverture horaire excellente, et la bonne disponibilité. La couverture spatiale est par contre réduite à une zone de quelques dizaines de kilomètres de rayon, qui ne change pas au cours du temps, et qui est fortement liée à la géographie locale. En effet, la côte peut partiellement masquer certaines zones et l'altitude du radar influe sur sa portée maximale. La veille optique et infrarouge joue également un rôle important dans le domaine militaire. Les satellites d'observation de la Terre sont appelés à jouer un rôle grandissant dans la surveillance maritime, à condition de disposer d'une chaîne de traitement allant d'un capteur adéquat, à une équipe d'intervention sur le terrain, en passant par des algorithmes adaptés et une chaîne de commandement et de transmission. Le journaliste Nicolas-Jean Brehon, dans un article du Monde (6 juin 2000), a résumé l'importance de cette chaîne en relatant les faits suivants : un dégazage sauvage par un pétrolier navigant hors d'une zone autorisée fut repéré par ERS-1 dès 1991 (année de son lancement), mais : "*faute de coordination et de réactivité, l'image de la double infraction ne fut pas exploitée*". Heureusement, la situation a un peu évolué depuis, sans être encore parfaite : "*En 1996, ERS sort une image de dégazage. Les autorités locales réagissent, font des prélèvements en mer et dans la soute. Les condamnations dépasseront 1 million de dollars et 13 mois d'emprisonnement*".

**Exigences opérationnelles** Nous décomposons les objectifs majeurs à atteindre pour un système de surveillance en dix points, autant de "commandements" à respecter pour en faire un système intéressant du point de vue opérationnel :

1. **maximiser la couverture spatiale**, exprimée en kilomètres carrés : on veut surveiller la plus grande zone possible ;
2. **maximiser la couverture horaire** : on souhaite idéalement surveiller la même zone en permanence, ce qui n'est pas possible avec un système aéroporté ou satellitaire,

qui est mobile de par sa conception même. Dans ce cas on souhaite alors maximiser la *période de récurrence*, durée qui sépare deux passages du porteur à portée du point du globe à surveiller ;

3. **maximiser la disponibilité** : notion complémentaire de la couverture horaire, elle exprime la capacité du système à fonctionner à tout moment et de n'être, par exemple, dépendante des conditions météorologiques (mauvais temps empêchant un avion de voler, par exemple, mais aussi nuages empêchant un capteur optique de voir la zone à surveiller), ou encore de subir des contraintes techniques empêchant le système de fonctionner : pannes, entretien, ravitaillement au sol ;
4. **avoir un bon taux de détection** : le système doit dans la mesure du possible éviter de manquer une cible dans la zone à surveiller ;
5. **avoir un faible taux de fausses alarmes** : on souhaite idéalement ne pas fournir de fausses détections, ce qui aurait pour effet de surcharger les opérateurs ou les acteurs amenés à décider d'une intervention suite à une détection ;
6. **avoir un délai de réaction faible** : dans le cas où les navires sont véloces, il est important que le délai entre l'acquisition du signal par le capteur, le traitement de ce signal, ainsi que le rapport à l'opérateur sur le terrain soit le plus réduit possible. Ce délai peut varier en fonction du type de cible à détecter. Pour un grand navire de type cargo, la vitesse de déplacement est de l'ordre de la vingtaine de nœuds, ce qui signifie que si le délai entre l'acquisition et la réaction est de l'ordre de la demi-heure, le navire aura bougé de 39 km avec une trajectoire facilement prédictible et il sera possible de le réacquérir, par exemple en redirigeant un navire ou un avion de patrouille équipés d'un radar. Dans le cas d'une petite cible rapide, le délai doit être diminué fortement ou bien l'information devient périmée. La nécessité d'une chaîne de traitement adéquate est surtout cruciale pour l'utilisation de signaux satellitaires.
7. **avoir un coût faible**, à la fois lors de la conception, de l'installation (frais de lancement pour un satellite, par exemple) mais également pour le fonctionnement (carburant du porteur, salaire du personnel, etc.) et pour l'entretien. On touche ici aux notions de coût d'acquisition et de coût total de possession, le second étant souvent négligé. Pedersen *et al.* [144] affirment que les coûts de mise en œuvre moyens au kilomètre carré d'un satellite et d'un avion sont plus ou moins les mêmes (environ 0,08 euros), mais rappellent que le choix doit aussi se faire sur la complémentarité des deux solutions. De plus la production en série permet également de diminuer les coûts fortement ; ainsi ERS-2, basé essentiellement sur les mêmes éléments que ERS-1, a pu être développé pour un coût 60 % moindre que ERS-1 [60], qui était lui-même basé sur la plate-forme SPOT. Le coût moyen d'opération annuel est estimé à 5,4 millions d'euros [49]<sup>1</sup> tandis que le coût global du programme ENVISAT, successeur d'ERS, est estimé à 2,9 milliards d'euros (même source, après correction de l'inflation).
8. **avoir une durée de vie longue** : la durée de vie garantie est en général de l'ordre de quelques années seulement pour un satellite, la durée de fonctionnement supplémentaire étant non garantie de manière contractuelle. Par exemple, la durée de vie effective du satellite ERS-1 a été de presque neuf ans, pour une durée de vie contractuelle de trois ans ; ERS-2, lancé en 1995, est toujours en vol, quoique de plus en plus souvent atteint par des pannes.

---

<sup>1</sup>Après conversion en euros des 30 millions de francs (an 2000) du rapport et correction de l'inflation (17,9 %) entre juin 2000 et décembre 2009.

9. **être discret** (dans les applications militaires). On montre que la diminution de la puissance reçue, en monostatique, est en  $1/r^4$  (où  $r$  est la distance radar-cible. En émission pure, l'atténuation est en  $1/r^2$  seulement, ce qui signifie qu'à puissance reçue égale, le radar est perçu de beaucoup plus loin par la cible que le radar ne la perçoit. Des solutions ont été proposées pour limiter la probabilité de détection des émissions du radar, comme par exemple des techniques d'agilité en fréquence.
10. **avoir une vulnérabilité faible** (dans les applications militaires). La vulnérabilité est inversement proportionnelle à la discrétion. On peut distinguer deux sortes de vulnérabilités. La première est une vulnérabilité "dure" qui se traduit par la possibilité de la destruction du radar par un missile anti-radar qui se guide sur ses émissions. Un radar bistatique est moins soumis à ce genre de menace. La seconde vulnérabilité est de type "douce", elle est liée à la sensibilité au brouillage. Pour un radar bistatique, le récepteur peut éventuellement être repositionné pour limiter l'influence d'un brouilleur. Pour un système monostatique, il n'est pas forcément possible de repositionner le capteur, mais il est parfois possible de reconfigurer dynamiquement le diagramme d'antenne, dans le cas d'une antenne active, de manière à limiter l'influence du brouilleur.

Dans le cadre de ce manuscrit, nous tâcherons de garder ces dix exigences à l'esprit. S'il va de soit que nous tenterons d'optimiser le taux de bonnes détections et de minimiser le taux de fausses alarmes, nous déclinons également autant que possible la contrainte du temps de réaction sur le temps de calcul, qui doit être faible et idéalement réalisable sur une plate-forme embarquée. De même, les exigences de couverture et de coût nous serviront pour déterminer une configuration utilisable de manière pratique, au dernier chapitre.

## Objectifs, approche et apports de notre travail

L'objectif de notre travail est de voir s'il est possible de contribuer à l'amélioration de la surveillance maritime par l'utilisation de systèmes bistatiques. Parmi l'ensemble des éléments détectables dans l'image, nous nous sommes intéressés aux sillages de navires : nous avons intentionnellement ignoré le problème de la détection du navire lui-même, car ce problème est déjà très largement traité dans la littérature. Crisp [48] résume ainsi les raisons pour lesquelles la détection du navire est aujourd'hui privilégiée à détection du sillage : d'une part la réflectivité du navire est indépendante de l'état de mer, d'autre part, les navires immobiles n'ont pas de sillage ; le sillage est souvent peu visible aux grands angles d'incidence ; et enfin, la détection du sillage est calculatoirement intensive. Néanmoins, plusieurs arguments peuvent aller en faveur de la détection du sillage. D'une part les sillages sont souvent visibles sur de grandes distances, plusieurs dizaines de kilomètres. D'autre part, un sillage fournit un grand nombre d'informations sur un navire : en premier lieu son cap et une indication de présence, mais également sa vitesse, ainsi que potentiellement ses dimensions et la forme de sa carène. Enfin, s'il est possible pour un navire d'avoir une forme "furtive", il lui sera plus difficile de masquer son sillage<sup>2</sup>.

Dans notre travail, nous avons adopté une approche en deux temps. Le premier temps concerne une modélisation du signal reçu à partir des paramètres de la scène : le navire,

---

<sup>2</sup>Cependant, lors de la conception d'un navire, on essaye d'optimiser la résistance à l'avancement, ce qui a pour effet collatéral de limiter l'amplitude des vagues de sillage. L'optimisation du navire ne peut se faire que pour une petite gamme de vitesses bien précises, ainsi il reste des vitesses où le navire a un sillage plus visible. Cela dit, la vitesse de croisière nominale – donc celle que le navire tendra le plus souvent à adopter – est bien dans cette gamme de vitesses optimales où la résistance à l'avancement est faible et le sillage réduit...

et son environnement. Le second temps a pour but d'explorer la possibilité de remonter à une partie des éléments de la scène (le sillage) à partir du signal reçu, à savoir de détecter le sillage et de retrouver les paramètres du mouvement du navire. C'est donc tout naturellement que le manuscrit a été découpé en deux parties. L'approche que nous avons mise en œuvre est illustrée à la figure 1.

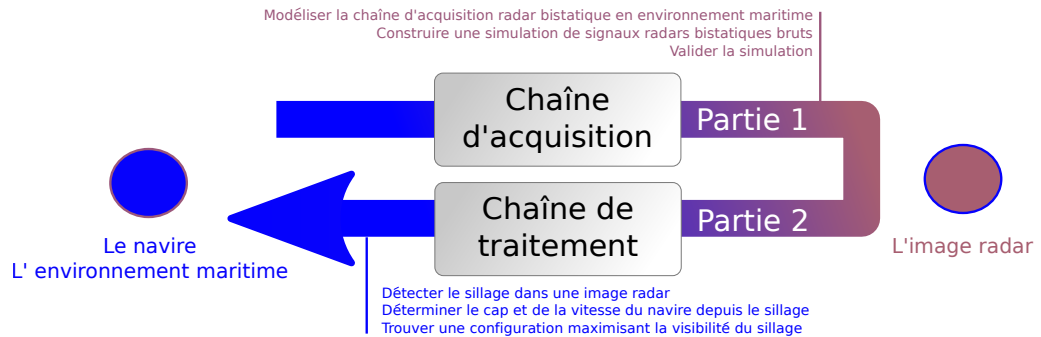


FIGURE 1: Principe de l'approche duale mise en œuvre dans le cadre de notre travail

**Première partie** On commence par modéliser l'ensemble de la chaîne d'acquisition radar, dont les éléments sont représentés à la figure 2. La chaîne dans son ensemble est discutée au chapitre 1, puis on s'est focalisé sur la modélisation de la surface maritime au chapitre 2, du sillage (chapitre 3) ainsi que de la réflexion des ondes radar sur la surface de la mer (chapitre 4). Dans le chapitre 5, on unifie les divers éléments décrits dans les chapitres précédents dans le cadre de la présentation d'un simulateur de signaux radar bistatiques bruts. Avec ce simulateur, nous avons obtenu ce qui nous semble être la première série d'images radar en antenne synthétique bistatique dans l'environnement maritime, dans la mesure où aucune image similaire n'a à notre connaissance encore été publiée dans la littérature. Nous avons ensuite validé cette simulation par rapport à des données expérimentales glanées dans la littérature dans le cas monostatique, notamment du point de vue du bruit de chatoiement (*speckle*). Dans la mesure où la scène est représentée par une carte de hauteurs de vagues découpée en facettes, nous avons également discuté le problème du choix des pas de discrétisation : il s'agit d'un problème récurrent dans le contexte, mais souvent traité de manière très légère dans la littérature.

**Seconde partie** Dans la seconde partie du manuscrit, on s'attache à retrouver l'information de présence d'un navire dans une image radar à partir de son sillage, ainsi que son cap et sa vitesse, si possible. Dans un premier temps (chapitre 6), nous nous sommes intéressés à la détection du sillage dit "d'eau morte" dans les images radar satellitaires. Ce sillage se présente comme une ligne sombre dans les images. Après un état de l'art, nous avons implémenté et testé quatre algorithmes typiques sur des données synthétiques afin de les évaluer comparativement. Dans un second temps (chapitre 7), nous avons considéré le problème de la détection du sillage de Kelvin dans des images haute résolution. Nous avons commencé par dégager un certain nombre de critères permettant de choisir *a priori* la meilleure configuration radar, éventuellement bistatique. Puis, nous avons proposé un algorithme de détection et d'analyse du sillage de Kelvin, permettant de retrouver la direction de déplacement du navire, ainsi que sa vitesse. Cet algorithme est basé sur les propriétés du lieu du spectre du sillage dans la transformée de Fourier des images. Il fait également usage d'une extension relativement récente de la notion de filtrage adapté : le *filtrage adapté stochastique* (Cavassilas et Xerri [35], Courmontagne [46]). L'algorithme



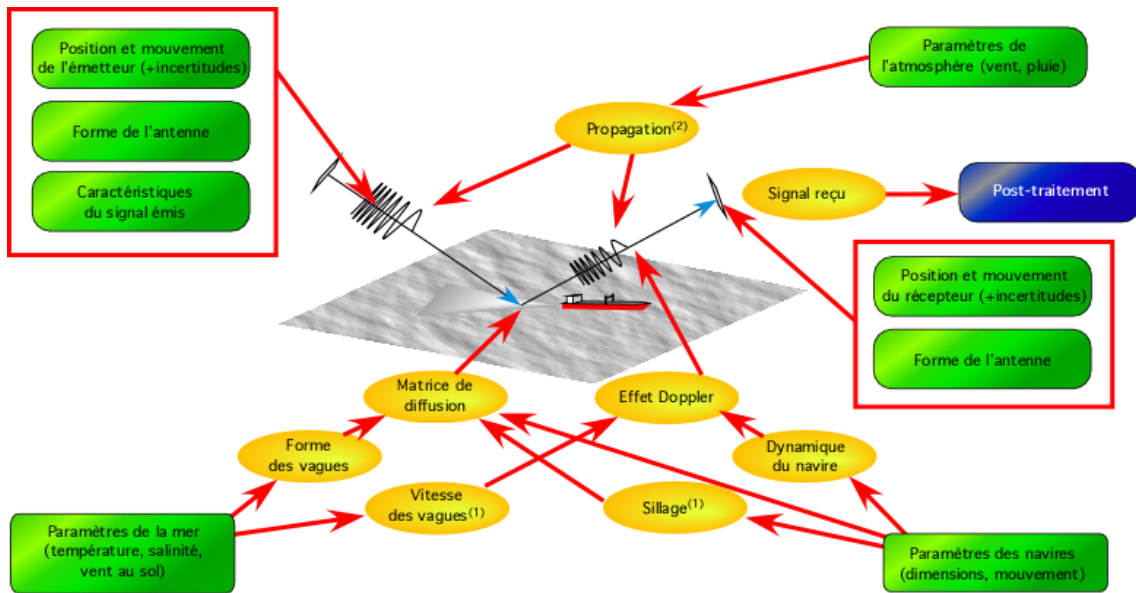


FIGURE 2: La chaîne d'acquisition radar bistatique décrite, modélisée et simulée dans la première partie. (1) modèle linéaire uniquement, (2) propagation en ligne droite sans absorption atmosphérique. Les boîtes en vert représentent les paramètres, les ellipses jaunes représentent les phénomènes, et les flèches rouges les relations de dépendance.

fonctionne également pour des images spatiales acquises dans le domaine optique et c'est sur de telles images qu'une première validation a été effectuée.

## Première partie

---

# La modélisation et la simulation d'une liaison radar bistatique polarimétrique dans le milieu maritime

---



---

# La chaîne d'acquisition

---

## Sommaire

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>1.1</b> | <b>Le signal émis</b>  | <b>12</b> |
| 1.1.1      | Choix de la porteuse   | 12        |
| 1.1.2      | Bandes de fréquences couramment utilisées                                | 13        |
| 1.1.3      | Forme d'onde émise.  | 14        |
| 1.1.4      | Résolution et notion de compression d'impulsion                          | 14        |
| <b>1.2</b> | <b>Les antennes</b>  | <b>17</b> |
| 1.2.1      | Généralités  | 17        |
| 1.2.2      | Cas simple de l'antenne à ouverture                                      | 18        |
| 1.2.3      | Antennes utilisées en mode réception                                     | 25        |
| <b>1.3</b> | <b>La cible et le fouillis : interactions onde/environnement</b>         | <b>27</b> |
| 1.3.1      | Interaction onde/atmosphère  | 28        |
| 1.3.2      | Interaction onde/surface   | 30        |
| <b>1.4</b> | <b>Écriture de l'équation du radar bistatique</b>                        | <b>31</b> |
| <b>1.5</b> | <b>La réception</b>  | <b>32</b> |
| 1.5.1      | Expression du signal reçu, dans l'approximation "bande étroite"          | 32        |
| 1.5.2      | Durée $\Delta t$ du trajet émetteur-cible-récepteur.                     | 32        |
| 1.5.3      | L'effet Doppler  | 33        |
| <b>1.6</b> | <b>Géométrie d'acquisition bistatique et notion de résolution au sol</b> | <b>35</b> |
| 1.6.1      | Ellipsoïde de Fresnel  | 35        |
| 1.6.2      | Résolution sur l'axe distal et résolution au sol                         | 36        |
| <b>1.7</b> | <b>Imagerie en antenne synthétique</b>                                   | <b>37</b> |
| 1.7.1      | Généralités  | 37        |
| 1.7.2      | Imagerie SAR monostatique  | 37        |
| 1.7.3      | Généralisation au cas bistatique   | 42        |
| <b>1.8</b> | <b>Conclusion du chapitre</b>  | <b>45</b> |

---

Dans ce chapitre, nous passons en revue les divers éléments de la chaîne d'acquisition radar bistatique présentée dans l'introduction à la figure 2. Cette figure sert tout naturellement de guide pour le plan de ce chapitre, et plus généralement de la première partie de ce travail.

Dans l'ordre, nous considérons les signaux émis (section 1.1), avec une discussion sur le choix des bandes de fréquences, ainsi qu'une introduction à la notion de compression d'impulsion. Puis nous nous intéressons aux antennes (section 1.2), en décrivant la forme du champ émis par une antenne dans le cadre du radar polarimétrique, ainsi que le cas de la réception. On discute dans un troisième temps (section 1.3) de l'interaction de l'onde émise avec l'atmosphère ainsi que la surface imagée. Dans la mesure où cette discussion requiert de modéliser la surface, ainsi que de discuter de modèles électromagnétiques, cette partie sert uniquement d'introduction au problème, et sera poussée plus avant dans les

chapitres 2, 3 et 4. Une fois ces points 1.1, 1.2 et 1.3 traités, on les unifie dans l'équation du radar bistatique polarimétrique, établie à la section 1.4. Cette équation est le pendant mathématique de la figure 2 de l'introduction. On s'intéresse ensuite à la forme du signal reçu (section 1.5), en particulier à la modélisation de l'effet Doppler, ainsi qu'à la géométrie de la configuration radar (section 1.6), ce qui permet de dégager la notion de résolution. L'ensemble des points développés jusque là seront utilisés dans la simulation présentée au chapitre 5.

On termine enfin, à la section 1.7, par exposer le concept d'intégration en antenne synthétique, que nous présentons brièvement dans le cadre monostatique ainsi que dans le cas bistatique, avec une application dans un cas bistatique simple. Le code de calcul utilisé dans cette démonstration est celui qui a été développé dans le cadre de ce travail pour traiter les signaux simulés au chapitre 5. Il correspond à la case "post-traitement" de la figure 2.

Une partie des éléments présentés dans ce chapitre a été publiée dans l'article "Bistatic radar imaging of the marine environment. Part I : theoretical background" [9].

## 1.1 Le signal émis

En fonction des applications, un radar peut émettre des formes d'ondes très diverses. Ces signaux sont généralement à bande étroite  $\Delta f$  centrée autour d'une fréquence porteuse  $f_0$ , dont la longueur d'onde associée est notée  $\lambda_0$ .

### 1.1.1 Choix de la porteuse

Diverses considérations entrent en jeu pour choisir la fréquence de l'onde porteuse. Ci-dessous, nous listons les facteurs plus importants venant influencer dans le choix.

**Visibilité de la cible** La cible est visible à partir du moment où la longueur d'onde est significativement plus petite que la taille typique des structures de la cible. Si, au contraire, la longueur d'onde est beaucoup plus grande que les structures de la cible, alors la diffusion de l'onde par la cible se fait par le mécanisme de la diffusion de Rayleigh. La réflectivité de la cible, dans la zone de Rayleigh, est en  $\lambda_0^{-4}$  et tend rapidement vers zéro. Concrètement cela signifie que les structures beaucoup plus petites que la longueur d'onde sont invisibles (transparentes). Par exemple, un radar aéroporté à ondes très longues utilisé pour imager une forêt ne verra que la surface du sol et non les arbres ; à fréquences intermédiaires, on verra les troncs et les branches, mais pas les feuilles ; tandis qu'aux très hautes fréquences, on ne verra que la canopée.

**Encombrement de l'émetteur et du récepteur** Pour être efficaces, les antennes ont une taille qui est au moins de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde du signal à émettre. Si l'antenne doit être de faible encombrement, il faudra se contenter de petites longueurs d'ondes. Des considérations mécaniques (efforts structuraux de type résistance au vent, puissance du moteur mettant l'antenne en rotation) peuvent aussi influencer sur la taille de l'antenne.

**Portée souhaitée par le radar** De manière générale, une grande longueur d'onde (bandes HF) permettra de profiter des phénomènes de propagation et de rebond sur l'ionosphère, ce qui permet de porter à des milliers de kilomètres (cas des radar trans-horizon). Les hautes fréquences sont plus sensibles aux phénomènes d'absorption atmosphérique, qui limitent la portée.

**La législation** L'utilisation des bandes de fréquences radioélectriques sont soumises à approbation de la part des États, eux-mêmes soumis aux délibérations ayant lieu au sein de l'Union Internationale des Télécommunications. Dans le cadre de la surveillance maritime, on constatera tout d'abord qu'il est difficile de choisir une fréquence arbitraire. L'annexe B, où sont présentées les caractéristiques de plusieurs radars actuels, montre bien que les fréquences et les bandes d'émissions sont normalisées. Dans notre travail, nous utiliserons donc ces fréquences dans nos simulations.

### 1.1.2 Bandes de fréquences couramment utilisées

Les bandes de fréquence suivent une classification conventionnelle mise en place durant la Seconde Guerre Mondiale par les Alliés pour catégoriser leurs propres systèmes et ceux des Allemands. Cette classification est utilisée depuis par la société savante IEEE (standard IEEE 521-1984) et l'Union Internationale des Télécommunications. Le tableau 1.1 présente quelques unes de ces bandes, couramment utilisées en radar. Des bandes de plus hautes et de plus basses fréquences existent, mais elles ne sont pas mentionnées car nous n'y faisons pas référence dans ce travail.

| Bande | $f_0$        | $\lambda_0$  | Commentaire  |
|-------|--------------|--------------|--|
| HF    | 3-30 MHz     | 10-100 m     | Radars trans-horizons  |
| P     | <300 MHz     | >1 m         | Pour " <i>Previous</i> ", utilisé <i>a posteriori</i> pour nommer les bandes utilisées par les radars primitifs anglais du dispositif <i>Chain Home</i> .  |
| VHF   | 50-330 MHz   | 0,9-6 m      | Radars à très longue portée ou à pénétration de sol.   |
| UHF   | 300-1000 MHz | 0,3-1 m      | Radars à longue portée, également pour la pénétration de sol ou de feuillage.  |
| L     | 1-2 GHz      | 15-30 cm     | Pour " <i>Long</i> ". Utilisé sur Seasat, et pour les systèmes GPS/Galileo/Glonass, WiFi, GSM.   |
| S     | 2-4 GHz      | 7,5-15 cm    | Pour " <i>Short</i> ".   |
| C     | 4-8 GHz      | 3,75-7,5 cm  | Pour " <i>Compromise</i> ", compromis entre la bande S et la bande X pour les transpondeurs satellitaires et les radars météorologiques ; également utilisé expérimentalement en imagerie radar océanique. |
| X     | 8-12 GHz     | 1,67-2,5 cm  | Durant la Seconde Guerre Mondiale, utilisée pour les autodirecteurs de DCA (X pour " <i>crosshair</i> ", viseur). Bande très souvent utilisée en radar de surveillance maritime.                           |
| Ku    | 12-18 GHz    | 1,67-2,5 cm  | Bande en dessous de la bande K (l'indice "u" étant pour <i>under</i> , en anglais), pour la cartographie à haute résolution  |
| K     | 18-27 GHz    | 1,11-1,67 cm | De l'allemand <i>Kurz</i> , court. Très utilisée en radar météorologique pour détecter les gouttelettes d'eau en suspension dans l'atmosphère.   |
| Ka    | 27-40 GHz    | 0,75-1,11 cm | Bande <i>Kurz (above)</i> . Utilisé pour les radars à haute résolution de courte portée : vélocimétrie sur route, radar anti-collision automobile.   |

TABLE 1.1: Appellation conventionnelle des bandes de fréquences couramment utilisées en radar de surveillance maritime. Nous travaillons principalement de la bande L à la bande K, en nous intéressant particulièrement à la bande X très utilisée en surveillance maritime.

### 1.1.3 Forme d'onde émise.

Nous notons par la suite  $E_X(t)$  le signal émis en fonction du temps. Distinguons tout d'abord les radars à onde continue des radars à impulsion.

**Les radars à onde continue** Ces radars fonctionnent typiquement en émettant un signal de fréquence porteuse  $f_0$  modulée en fréquence par un signal sinusoïdal sur une bande  $\Delta f$ . Ce signal émis est superposé au signal réfléchi par la cible. La période du battement entre le signal émis et le signal reçu permet alors de remonter à la distance. On utilise ce principe sur la plupart des radio-altimètres ainsi que sur certains radars utilisés par la police de la route.

**Les radars à impulsion** Ils constituent la majorité des radars. Ceux-ci émettent périodiquement des impulsions séparées par une période de silence. Chaque impulsion a une durée  $T_X$ . Ces impulsions sont répétées à une *fréquence de répétition des impulsions* (en anglais, *pulse repetition frequency, PRF*), c'est-à-dire qu'elles sont espacées d'un intervalle de temps  $T_I$ .

La forme la plus simple de train d'impulsions utilisée en radar est la sinusoïde tronquée, autrement dit, des trains d'impulsions sinusoïdales de fréquence  $f_0$  et d'amplitude  $E_0$  :

$$E_X^{\sin, f_0}(t) = \begin{cases} E_0 e^{j2\pi f_0 t} & \text{si } kT_I \leq t < kT_I + T_X, k \in \mathbb{N} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.1)$$

On utilise cependant aujourd'hui d'autres formes d'ondes, offrant de meilleures performances.

### 1.1.4 Résolution et notion de compression d'impulsion

Ce paragraphe permet d'illustrer les raisons derrière le choix d'une autre modulation<sup>1</sup>. Pour tout signal émis  $E_X(t)$ , le signal reçu peut toujours se mettre sous la forme :

$$E_R(t) = \kappa E_X(t - \Delta t) + E_n(t) \quad (1.2)$$

où  $\Delta t$  représente le temps du trajet émetteur-cible-récepteur<sup>2</sup> et  $\kappa$  est un facteur d'atténuation. Le signal reçu est de plus noyé dans un bruit  $E_n(t)$  considéré comme blanc, gaussien et additif, d'écart-type  $\sigma_n$  et de moyenne nulle. Ce bruit est par exemple du bruit thermique généré par l'agitation naturelle des porteurs de charge dans l'ensemble du circuit du récepteur. On montre<sup>3</sup> que le filtre permettant de maximiser le rapport signal à bruit est le filtre adapté qui est obtenu par intercorrélacion du signal reçu avec le signal émis ou, ce qui est équivalent, par convolution avec le signal émis retourné dans le temps et conjugué :

$$\langle E_X, E_R \rangle(t) = \int_{t=0}^{+\infty} E_X^*(t') E_R(t + t') dt' \quad (1.3)$$

Ce calcul peut être fait soit de manière logicielle, soit de manière analogique.

**Filtrage adapté pour un signal à impulsions sinusoïdales tronquées** En menant le calcul dans le cas d'une PRF infinie (ce qui ne change rien au résultat mais simplifie

<sup>1</sup>Ce paragraphe a un fort lien de parenté avec l'exposé réalisé dans l'article "*Compression d'impulsion*" de l'encyclopédie libre Wikipedia, pour laquelle la contribution initiale a été réalisée par l'auteur du présent manuscrit.

<sup>2</sup>Voir le paragraphe 1.5.2 pour le calcul de  $\Delta t$ .

<sup>3</sup>Dans l'annexe D, et dans un cas plus général.

grandement l'écriture), il vient :

$$\langle E_X^{\sin, f_0}, E_R^{\sin, f_0} \rangle(t) = \kappa E_0^2 \wedge \left( \frac{t - \Delta t}{T_X} \right) e^{j2\pi f_0(t - \Delta t)} + E_{n'}(t) \quad (1.4)$$

Dans cette expression,  $\wedge$  est la fonction triangle :

$$\wedge(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \in ]-\infty, -1/2[ \cup ]1/2, +\infty[ \\ 1 + x/2 & \text{si } x \in [-1/2, 0] \\ 1 - x/2 & \text{si } x \in ]0, 1/2] \end{cases} \quad (1.5)$$

et  $E_{n'}(t)$  est un bruit blanc gaussien additif, de moyenne nulle, et d'écart-type  $\sigma_{n'} = \sigma_n E_0 \sqrt{T_X}$ .

Dans la mesure où l'intercorrélacion est une opération linéaire, si deux impulsions reviennent quasiment en même temps, le résultat du filtrage adapté sera la somme des deux signaux intercorrélés élémentaires. Pour reconnaître l'enveloppe "triangle" d'une impulsion de l'autre enveloppe "triangle", on voit que les temps d'arrivée de ceux-ci doivent être séparés d'au moins  $T_X$  afin de pouvoir distinguer le sommet de l'un du sommet de l'autre. Si le temps d'arrivée est séparé de moins de  $T_X$ , les deux triangles seront combinés et impossibles à séparer. La conclusion logique est que, *pour augmenter la résolution, il faut diminuer la durée de l'impulsion*.

La puissance instantanée du signal émis est égale à :

$$P_X(t) = \frac{1}{2\eta_0} |E_X|^2(t) \quad (1.6)$$

Cette puissance s'exprime en Watts, et  $\eta_0$  est l'impédance du vide. L'énergie moyenne émise est égale à :

$$E_X = \int_0^T P_X(t) dt = \frac{1}{2\eta_0} E_0^2 T_X \quad (1.7)$$

Similairement, l'énergie moyenne du signal reçu vaut  $E_R = \kappa \frac{1}{2\eta_0} E_0^2 T_X$ . Le rapport signal à bruit à la réception est alors égal à :

$$\rho'_{\sin} = \frac{E_r^2}{\frac{1}{2\eta_0} \sigma_{n'}^2} = \frac{\kappa^2 E_0^2 T_X}{\sigma_n^2} \quad (1.8)$$

On voit que le rapport signal à bruit augmente avec la longueur de l'impulsion, les autres paramètres restant égaux par ailleurs. La conclusion est que pour que le signal reçu puisse rester exploitable, l'impulsion émise doit rester suffisamment longue, ce qui va à l'encontre du pouvoir de résolution.

**Filtrage adapté avec un signal modulé linéairement en fréquence** L'idée est de pouvoir émettre un signal combinant les deux propriétés suivantes : d'une part avoir une durée longue pour minimiser la puissance crête ; d'autre part avoir une fonction d'autocorrélacion la moins "large" possible (à -3 dB) de manière à avoir la meilleure résolution possible.

Un type d'onde permettant cela, est l'impulsion modulée en rampe de fréquence (en anglais, *linear frequency modulation* ou *chirp*). Il s'agit d'un signal dont la fréquence instantanée varie instantanément entre  $f_0 - \Delta f/2$  et  $f_0 + \Delta f/2$  sur la durée de l'impulsion. La fréquence instantanée est liée à la phase instantanée  $\phi$  par la relation :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{d\phi}{dt} \right]_t \quad (1.9)$$



Si on choisit une rampe de fréquence montante entre  $t = 0$  et  $t = T_X$  on a :

$$f(t) = f_0 - \frac{\Delta f}{2} + \frac{\Delta f}{T_X} t \quad (1.10)$$

La phase instantanée est alors obtenue par intégration par rapport à  $t$  :

$$\phi(t) = 2\pi \left[ \left( f_0 - \frac{\Delta f}{2} \right) t + \frac{\Delta f}{2T_X} t^2 \right] \quad (1.11)$$

Un *chirp* émis périodiquement s'écrit donc :

$$E_X^{\text{chirp}, f_0, \Delta f}(t) = \begin{cases} E_0 e^{j2\pi \left[ \left( f_0 - \frac{\Delta f}{2} \right) t + \frac{\Delta f}{2T_X} t^2 \right]} & \text{si } kT_I \leq t < k/T_I + T_X, k \in \mathbb{N} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.12)$$

Il est bien sûr possible d'utiliser des rampes descendantes; l'écriture d'un tel *chirp* est immédiat.

Comme pour l'impulsion "sinusoïdale tronquée", calculons à présent la fonction d'intercorrélation entre le signal émis et le signal reçu. Pour simplifier le calcul, on considère de plus que le *chirp* s'écrit non pas comme ci-dessus, mais sous la forme simplifiée suivante (le résultat final restera le même), et en considérant que la PRF est, à nouveau, nulle :

$$E_X^c(t) = \begin{cases} E_0 e^{j2\pi \left( f_0 + \frac{\Delta f}{2T_X} t \right) t} & \text{si } -T_X/2 \leq t < T_X/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.13)$$

Étant donné que cette autocorrélation est égale, à une translation et à une atténuation d'un facteur  $\kappa$  près, à l'autocorrélation de  $E_X^c$ , c'est celle-ci que l'on considère :

$$\langle E_X^c, E_X^c \rangle(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s^c \star (-t') E_X^c(t - t') dt' \quad (1.14)$$

On montre [91]<sup>4</sup> que la fonction d'autocorrélation de  $E_X^c$  vaut :

$$\langle E_X^c, E_X^c \rangle(t) = T_X \Lambda \left( \frac{t}{T_X} \right) \text{sinc} \left( \pi \Delta f t \Lambda \left( \frac{t}{T_X} \right) \right) e^{i2\pi f_0 t} \quad (1.15)$$

Le maximum de la fonction d'autocorrélation de  $E_X^c$  est atteint en 0 et autour de ce point, cette fonction varie comme le terme en sinus cardinal. La largeur temporelle de ce sinus cardinal à -3 dB est proche de  $T_X' = \frac{1}{\Delta f}$ . Tout se passe donc comme si après compression d'impulsion, on avait la résolution d'une impulsion sinusoïdale tronquée de durée  $T_X'$  qui, pour les choix courants de  $\Delta f$ , est plus petite que  $T_X$ , ce qui justifie le nom de "compression d'impulsion". La résolution distale après compression d'impulsion est donc :

$$dr = \frac{c_0}{2\Delta f} \quad (1.16)$$

On observe également un gain sur le rapport signal à bruit après compression d'impulsion. En effet, le maximum du signal après compression est  $T_X \kappa E_0$  et le nouveau écart type du bruit après compression est  $\sqrt{T_X} \sigma_n$ , d'où un rapport signal à bruit égal à :

$$\rho'_{\text{chirp}} = T \left( \frac{\kappa E_0}{\sigma_n} \right)^2 \quad (1.17)$$

---

<sup>4</sup>Pages 38 à 44. Démonstration très rigoureuse de l'autocorrélation du signal *chirp* et de ses propriétés. Noter que l'auteur divise son autocorrélation par deux car il travaille sur un signal réel, ce que nous ne faisons pas ici.

En injectant la relation 1.8 dans le cas du signal sinusoïdal, en prenant pour la durée du signal sinusoïdal la durée équivalente  $T'_X \frac{1}{\Delta f}$ , on observe que :

$$\rho'_{\text{chirp}} = \frac{T_X}{T'_X} \rho'_{\text{sin}} = \Delta f T_X \rho'_{\text{sin}} \quad (1.18)$$

Cela signifie que par rapport à un signal sinusoïdal tronqué de durée  $T_X$ , un *chirp* de même durée  $T_X$  mais modulé sur une bande  $\Delta f$  donnera un rapport signal à bruit  $\Delta f T_X$  fois supérieur, après compression d'impulsion. Ce gain  $\Delta f T_X$  s'ajoute au bilan de liaison : tout se passe comme si l'émetteur avait une puissance à l'émission d'autant plus élevée.

Nous avons vu que le signal compressé, dans le cas d'un *chirp*, donnait un signal ressemblant fortement à un sinus cardinal. Dans la mesure où le sinus cardinal peut avoir des lobes secondaires importants, il est d'usage d'apodiser le signal par convolution du résultat du filtrage adapté avec une fenêtre de type Chebychev, Hamming ou Hann ; en pratique, cette étape peut se faire en même temps que le filtrage adapté en multipliant le *chirp* de référence par la fenêtre de pondération avant corrélation. Le résultat de l'apodisation se traduit par un petit élargissement du pic principal de corrélation, donc une petite perte de résolution ; mais en contrepartie les lobes secondaires sont beaucoup plus atténués, ce qui améliore la qualité de l'image.

**Généralisation** Les résultats obtenus ici avec un signal modulé linéairement en fréquence se généralisent à tout signal de durée  $T_X$  occupant une bande passante de largeur  $\Delta f$ . Dans la relation 1.18, on notera que le cas particulier de l'impulsion sinusoïdale complexe est cohérent avec cette généralisation. En effet, on peut montrer que le spectre en amplitude d'un signal sinusoïdal tronqué de durée  $T_X$  et de fréquence porteuse  $\Delta f$ , est un sinus cardinal centré en  $f_0$  et de bande passante à -3 dB égale à  $\Delta f = 1/T_X$ . Ainsi, à part le *chirp* linéaire, d'autres modulations sont couramment utilisées en radar : codes de Barker [87], *chirps* hyperboliques, l'émission en saut de fréquences discrètes, etc.. Dans notre travail, nous avons uniquement utilisé les *chirps* linéaires.

## 1.2 Les antennes

### 1.2.1 Généralités

Une antenne est un transducteur : elle transforme un signal sous forme d'énergie électrique, en une onde radio-électrique, composée d'un champ magnétique et d'un champ électrique  $\mathbf{E}$  se propageant dans l'espace. La densité de puissance rayonnée par unité de surface est alors égale à :

$$\frac{dP}{dS} = \frac{1}{2\eta_0} |\mathbf{E}(\mathbf{P}, t)|^2 \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (1.19)$$

La transformation peut également se faire dans le sens inverse lorsque l'antenne fonctionne en mode de réception. Les antennes radar couramment utilisées de nos jours, en surveillance maritime, sont pour la plupart de la technologie des antennes à fentes (*slotted arrays*), sous la forme d'un guide d'ondes percé de fentes permettant d'émettre ou de recevoir directement les ondes. Une autre technologie actuellement utilisée est celle de l'antenne planaire (*patch antenna*), constituée d'une surface conductrice, apposée sur une face d'une surface plane diélectrique ; sur l'autre face se trouve un réflecteur conducteur : cette antenne ressemble donc à un circuit imprimé, se prêtant ainsi à une production industrielle facile et à des dérivés non plans, c'est-à-dire conformes à la surface d'un autre objet (la carlingue d'un avion, par exemple). D'autres types d'antennes plus anciens sont constitués par des réseaux de brins filaires, comme l'antenne Yagi (le "râteau de télévision") ; ou encore des antennes

qualifiées d'antenne à ouverture, formées par un réflecteur typiquement parabolique, éclairé par le cornet d'un guide d'onde.

Le fonctionnement d'une antenne est régi de manière générale par les lois de l'électromagnétisme, en particulier l'équation de Stratton et Chu, dont une démonstration est donnée en annexe C. Les mécanismes en jeu sont ceux de la diffraction et sont qualitativement les mêmes qu'en Optique.

Le choix d'une antenne est lié à plusieurs considérations. Tout d'abord, il y a l'encombrement : une antenne de taille importante offre une plus grande prise au vent (paramètre important pour les radars montés sur un navire) ou pèse plus lourd (un autre paramètre important, surtout si l'antenne est orientée mécaniquement). Un second paramètre important est le rendement, typiquement entre 0,6 ou 0,7, que l'on prend ici égal à un pour simplifier. Un troisième paramètre parfois important est le coût de fabrication. Et enfin, le dernier paramètre, et le plus important pour les performances, est sa directivité. En effet, comme on le verra plus bas, les dimensions de l'antenne influent sur son gain et sa résolution angulaire, c'est-à-dire sa capacité à émettre ou à recevoir dans une direction privilégiée.

### 1.2.2 Cas simple de l'antenne à ouverture

Afin de comprendre les phénomènes physiques à l'œuvre au niveau d'une antenne, on considère le cas canonique de l'antenne à ouverture. Sur ce type d'antenne, l'onde électromagnétique générée par le magnétron ou le klystron est conduite vers l'antenne par le biais d'un guide d'onde. Ce guide d'onde se termine par un cornet qui éclaire la surface d'une plaque ou d'un grillage métallique de grandes dimensions qui fait office de réflecteur. Le champ électrique  $\mathbf{E}_X$  qui se forme sur la surface du réflecteur va à son tour donner naissance à une onde électromagnétique qui va se propager dans l'espace. À noter que ce champ  $\mathbf{E}_X$  n'a aucune raison d'être constant sur l'ensemble de la surface réfléchissante.

Souvent le réflecteur est de forme parabolique sur une ou plusieurs de ses dimensions, avec le cornet au foyer de cette parabole. Cet agencement permet de réfléchir les ondes vers l'infini en minimisant la dispersion angulaire des ondes, de la même manière qu'un phare de voiture. Cependant, à la différence du phare de voiture, ce phénomène de dispersion angulaire ne peut être aussi bien minimisé. En effet, la taille du réflecteur de l'antenne radar est relativement petite devant la taille de la longueur d'onde radio, et l'on ne peut pas négliger les phénomènes de diffraction. Chaque point  $P'$  de la surface<sup>5</sup> de l'antenne  $S_X$  va alors rayonner comme une source ponctuelle, et le champ total en un point  $P$  de l'espace est la somme cohérente de tous les champs infinitésimaux créé par les points  $P'$  de  $S_X$ . Ce fonctionnement est, à des différences minimales près, celui des autres types d'antenne, ce qui permet de généraliser les concepts développés dans ce paragraphe. Calculons à présent le champ électrique généré par une antenne plane idéalisée en  $P$ .

#### 1.2.2.1 Repères et hypothèses

On se place dans le repère antenne émettrice  $\mathcal{X}(X, \hat{\mathbf{x}}_x, \hat{\mathbf{y}}_x, \hat{\mathbf{z}}_x)$ . Le point  $X$  est sur la surface de l'antenne et pris si possible au centre de symétrie de la surface, si un tel point existe. Dans la suite de cette section, les hypothèses suivantes sont prises :

1. On considère que le réflecteur est plan, de dimensions  $d_y$  et  $d_z$  et de superficie  $S_X$ . Cela permet de simplifier les équations ; d'autre part, pour un réflecteur non plan, il est toujours possible de considérer la surface plane virtuelle constituée par le maître-

<sup>5</sup>Dans la suite,  $S_X$  désignera à la fois la surface physique de l'antenne et la superficie de cette surface.

couple dudit réflecteur non plan, quitte à changer la distribution du champ électrique sur cette surface.

2. Le réflecteur est supposé être parfaitement conducteur.
3. On considère également que l'on se trouve en champ lointain de manière à ce que les conditions de Fraunhofer soient vérifiées (voir annexe C, page 256) :

$$r > \frac{2 \max(d_y, d_z)^2}{\lambda_0} \quad (1.20)$$

où  $r$  est la distance  $XP$  et  $\lambda_0$  est la longueur d'onde électromagnétique.

4. Enfin, on considère que le champ électrique à la surface de l'antenne est constant dans l'espace. Le champ surfacique en un point  $P'$  de  $S_X$  peut alors être écrit :

$$\mathbf{E}_X(P', t) = E_X(t) \hat{\mathbf{p}}_x \quad (1.21)$$

Le vecteur  $\hat{\mathbf{p}}_x$  est le *vecteur de polarisation* de l'antenne d'émission. Les coordonnées de  $\hat{\mathbf{p}}_x$  dans le repère  $\mathcal{X}$  sont notées  $(0, \hat{p}_y, \hat{p}_z)^t$ . Si  $\hat{p}_z = 0$  l'antenne est dite polarisée horizontalement, et si  $\hat{p}_z = 1$ , elle est polarisée verticalement.

La figure 1.1 illustre les notations qui ont été introduites ici.

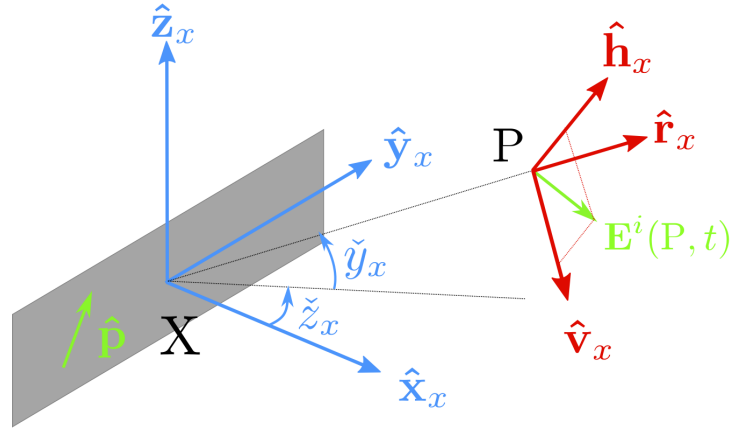


FIGURE 1.1: Configuration géométrique utilisée pour calculer le champ généré par une antenne en un point  $P$ .

### 1.2.2.2 Champ généré par l'antenne en un point

L'expression du champ électrique  $\mathbf{E}^i(P, t)$  généré par l'antenne en un point  $P$  de l'espace<sup>6</sup>, est donné par l'expression vectorielle de la diffraction de Fraunhofer ([1], voir aussi en annexe pour une démonstration du résultat, énoncé à l'équation C.84 de l'annexe C) :

$$\mathbf{E}^i(P, t) = \frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{2\pi r} (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{F}_E) \times \hat{\mathbf{r}}_x \quad (1.22)$$

où<sup>7</sup> :

$$\mathbf{F}_E(P, t) = \iint_{S_X} \mathbf{E}_X(\mathbf{X}P', t) e^{jk_0 \mathbf{X}P \cdot \mathbf{X}P'} dS' \quad (1.23)$$

avec :

<sup>6</sup>La notation  $\mathbf{E}^i$  correspond au champ électrique incident sur la surface éclairée par l'antenne.

<sup>7</sup>La signification de la notation prime dans l'intégrale est expliquée à la page 252.

- $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{x}}_x$ , un vecteur unitaire normal à la surface  $S_X$  de l'antenne ;
- P' est un point de la surface de  $S_X$  qui participe à l'intégrale ;
- $\mathbf{E}_X(P')$  est le champ à la surface de l'antenne.

Sous ces conditions, et en utilisant l'hypothèse selon laquelle le champ électrique est constant à la surface de l'antenne, on peut évaluer  $\mathbf{F}_E$  et on peut faire la simplification suivante :

$$\mathbf{F}_E(P, t) = E_X(t) \sigma_x(\hat{\mathbf{r}}_x) \hat{\mathbf{p}} \quad (1.24)$$

La grandeur  $\sigma_x$ , homogène à une surface – on verra plus loin pourquoi – permet d'obtenir l'amplitude de l'onde diffractée par l'ouverture dans la direction  $\hat{\mathbf{r}}_x$ , paramétrée en site  $\check{y}_x$  et en gisement  $\check{z}_x$  dans le repère antenne.

On pose à présent  $\hat{\mathbf{E}}^i = (\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{p}}) \times \hat{\mathbf{r}}_x$  ; étant donné que l'on se trouve en champ lointain,  $\hat{\mathbf{E}}^i$  est (quasiment) dans un plan. Dans le repère associé à l'onde émise  $\mathcal{P}_x(P, \hat{\mathbf{v}}_x, \hat{\mathbf{h}}_x, \hat{\mathbf{r}}_x)$ ,  $\hat{\mathbf{E}}^i$  est entièrement défini par les deux composantes  $\hat{E}_h^i$  et  $\hat{E}_v^i$  tandis que la troisième est toujours nulle. Aussi il existe une relation linéaire entre les deux coordonnées non nulles de  $\hat{\mathbf{p}}_x$  dans le repère  $\mathcal{X} : (\hat{p}_y, \hat{p}_z)$ , et les deux coordonnées non nulles de  $\hat{\mathbf{E}}^i$  dans  $\mathcal{P}_x$ . Cette relation s'écrit<sup>8</sup> de manière matricielle :

$$\begin{bmatrix} \hat{E}_v^i \\ \hat{E}_h^i \end{bmatrix}_{\mathcal{P}_x} = E_X(t) \sigma_x(\hat{\mathbf{r}}_x) \frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{2\pi r} \underbrace{\begin{bmatrix} -\cos \check{z}_x & 0 \\ \sin \check{y}_x \sin \check{z}_x & \cos \check{y}_x \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}_x} \begin{bmatrix} \hat{p}_z \\ \hat{p}_y \end{bmatrix}_{\mathcal{X}} \quad (1.25)$$

La matrice  $\mathbf{P}_x$  permet de donc de décrire la polarisation de l'onde émise en P, à partir du vecteur de polarisation  $\hat{\mathbf{p}}_x$  de l'onde sur l'antenne. Au final, le signal émis en un point P peut se calculer de la manière suivante :

$$\{\mathbf{E}^i\}_{\mathcal{P}_X}(t) = E_X(t) \sigma_x(\check{z}_r, \check{y}_r) \frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{2\pi r} \mathbf{P}_x \{\hat{\mathbf{p}}_x\}_{\mathcal{X}} \quad (1.26)$$

### 1.2.2.3 Directivité et gain de l'antenne

**Définition** On se rend compte au regard de l'équation 1.24 que c'est la fonction  $\sigma_x$  qui diffère d'une antenne à l'autre puisque elle seule dépend de sa forme. C'est cette fonction qui caractérise l'antenne. En fait, on utilise habituellement une expression dérivée de  $\sigma_x$  pour caractériser l'antenne : il s'agit de la directivité. On définit par *directivité* de l'antenne émettrice  $D_x(\hat{\mathbf{r}}_x)$ , le rapport de la densité de puissance émise par l'antenne dans une direction donnée, sur la puissance moyenne rayonnée par unité de surface sur une sphère de rayon  $4\pi r^2$ . On considère également le gain  $G_x(\hat{\mathbf{r}}_x)$ , qui est le produit de la directivité par le rendement. Nous supposons ici que le rendement vaut un, aussi il nous arrivera de confondre les deux notions.

**Calcul** La puissance totale émise au niveau de l'antenne est donnée par le flux du carré du vecteur de Poynting au travers de la surface de l'antenne  $S_X$  :

$$P_{\text{tot}}^i = \iint_{S_X} \frac{1}{2\eta_0} \|\mathbf{E}^i(\mathbf{P}', t)\|^2 dS' \quad (1.27)$$

<sup>8</sup>Le fait de mettre la composante  $\hat{E}_v^i$  en premier est une affaire d'habitude dans la communauté.

avec  $P'$  sur la surface de l'antenne. La puissance rayonnée dans une direction donnée est quant à elle donnée par la relation (1.19), qui donne en y injectant l'équation 1.22 :

$$\frac{dP^i}{dS}(P, t) = \frac{1}{2\eta_0 r^2 \lambda_0^2} \left\| \left( \hat{\mathbf{n}} \times \iint_{S_X} \mathbf{E}(\mathbf{X}P') e^{-jk_0 \mathbf{X}P \cdot \mathbf{X}P'} dS' \right) \times \hat{\mathbf{r}}_x \right\|^2 \quad (1.28)$$

Par la définition donnée plus haut :

$$D_x(\hat{\mathbf{r}}_x) = \frac{\frac{dP^i}{dS}}{P_{\text{tot}}/(4\pi r^2)} \quad (1.29)$$

ce qui donne alors :

$$D_x(\hat{\mathbf{e}}_r) = \frac{4\pi}{\lambda_0^2} \frac{\left\| \left( \hat{\mathbf{n}} \times \iint_{S_X} \mathbf{E}_X(P', t) e^{-jk_0 \mathbf{X}P'} dS' \right) \times \hat{\mathbf{r}}_x \right\|^2}{\iint_{S_X} \|\mathbf{E}_X(P')\|^2 dS'} \quad (1.30)$$

**Directivité maximale** Le maximum de rayonnement est obtenu lorsque tous les points de la surface de l'antenne rayonnent en phase. Dans le cas où la surface est parfaitement plane, le maximum de rayonnement est donc atteint dans la direction normale à la surface. Le gain maximal de l'antenne se calcule en utilisant cette information (qui se traduit mathématiquement par  $\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{n}}$ ) et en simplifiant l'expression du champ électrique dans la direction normale. On a en effet :

$$\frac{dP^i}{dS}(P, t) = \frac{1}{2\eta_0 \lambda_0^2} \|\mathbf{E}^i(P, t)\|^2 \quad (1.31)$$

$$= \frac{1}{2\eta_0 \lambda_0^2} \left\| (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{F}_E) \times \hat{\mathbf{r}}_x \right\|^2 \quad (1.32)$$

$$\frac{dP^i}{dS}(\mathbf{r}_x) = \frac{1}{2\eta \lambda^2} \|\mathbf{F}_E\|^2 \quad (1.33)$$

où  $\mathbf{F}_E$  se simplifie en :

$$\mathbf{F}_E = \iint_{S_X} \mathbf{E}_X(P') dS' \quad (1.34)$$

étant donné que le terme de phase,  $\exp(\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}})$  vaut 1 (par hypothèse). La directivité maximale est donc :

$$D_{x, \text{max}} = \frac{4\pi}{\lambda_0^2} \frac{\left\| \iint_{S_X} \mathbf{E}_X(P') dS' \right\|^2}{\iint_{S_X} \|\mathbf{E}_X(P')\|^2 dS'} \quad (1.35)$$

**Normalisation de la directivité** On considère souvent une antenne imaginaire qui aurait une directivité constante et égal à 1 dans toutes les directions. Or :

$$\forall \hat{\mathbf{r}}_x, D_x(\hat{\mathbf{r}}_x) = 1 \Rightarrow \underbrace{\frac{\left\| \left( \hat{\mathbf{n}} \times \iint_{S_X} \mathbf{E}_X(P') e^{jk_0 \mathbf{X}P'} dS' \right) \times \hat{\mathbf{r}}_x \right\|^2}{\iint_{S_X} \|\mathbf{E}_X(P')\|^2 dS'}}_{\text{homogène à une surface}} = \frac{\lambda_0^2}{4\pi} \quad (1.36)$$

Ce terme est homogène à une aire, que l'on assimile à l'aire de l'antenne isotrope. On peut donc voir le gain d'antenne comme un rapport de surfaces. Tout se passe comme si la puissance rayonnée par l'antenne réelle dans la direction  $\hat{\mathbf{r}}_x$  était celle émise une antenne isotrope dont on aurait multiplié la surface par la directivité :

$$D_x(\hat{\mathbf{r}}_x) = \frac{4\pi}{\lambda_0^2} \text{surface}(\hat{\mathbf{r}}_x) \quad (1.37)$$

L'antenne isotrope étant une vue d'esprit, on normalise quelque fois la directivité par rapport au *dipôle Hertzien*. Le dipôle Hertzien est constitué par un fil de longueur très petite devant la longueur d'onde électromagnétique, et un calcul simple montre que la directivité maximale théorique que l'on peut attendre d'une telle antenne est :

$$D_{x, \text{max. Hertz.}} = \frac{4\pi}{\lambda_0^2} \frac{3}{8\pi} \lambda_0^2 = \frac{3}{2} \quad (1.38)$$

Il y a donc une différence d'un facteur 3/2 entre les deux normalisations, soit environ +1,76 dB. C'est la convention "antenne isotrope" qui est généralement prise dans la communauté des radaristes.

**Forme vectorielle** Afin de tenir compte de la polarisation, on peut rendre vectorielle la notion de directivité et de gain :

$$\mathbf{D}_x = D_x(\hat{\mathbf{r}}_x)\mathbf{P}_x \quad (1.39)$$

$$\mathbf{G}_x = G_x(\hat{\mathbf{r}}_x)\mathbf{P}_x \quad (1.40)$$

#### 1.2.2.4 Directivité et ouverture d'antennes usuelles

Pour une antenne réelle, la directivité est le plus souvent déterminée expérimentalement, en utilisant un récepteur convenablement calibré placé loin de l'antenne dont on veut déterminer la directivité. Il est cependant possible de faire un calcul exact pour des antennes simples usuelles : rectangulaires et elliptiques, que nous avons utilisées dans notre travail.

**Directivité de l'antenne pour une ouverture rectangulaire** Soit une antenne rectangulaire de dimension  $d_y$  selon  $\hat{\mathbf{y}}_x$  et  $d_z$  selon  $\hat{\mathbf{z}}_x$ . On montre aisément que la fonction  $\sigma_x$  se met sous la forme  $\sigma_x = S_X \underline{\sigma}_x$  avec  $S_X = d_y \times d_z$  et :

$$\underline{\sigma}_x(\check{z}_x, \check{y}_x) = \text{sinc}\left(\pi \frac{d_y}{\lambda_0} \sin \check{z}_x \cos \check{y}_x\right) \text{sinc}\left(\pi \frac{d_z}{\lambda_0} \sin \check{y}_x\right) \quad (1.41)$$

La directivité d'une telle antenne est alors :

$$D_{x, \text{rect}}(\check{z}_x, \check{y}_x) = \frac{4\pi}{\lambda_0^2} \frac{\iint_{S_X} \|\mathbf{E}_X(\mathbf{P}')\|^2 dS'}{\iint_{S_X} \|\mathbf{E}_X(\mathbf{P}')\|^2 dS'} = \frac{4\pi}{\lambda_0^2} \frac{(S_X)^2 \underline{\sigma}_x^2(\check{z}_x, \check{y}_x)}{S_X} = \frac{4\pi}{\lambda_0^2} S_X \underline{\sigma}_x(\check{z}_x, \check{y}_x)^2 \quad (1.42)$$

**Directivité de l'antenne pour une ouverture elliptique** Si l'ouverture est une ellipse de grand-axe  $d_y$  selon  $\hat{\mathbf{y}}_x$  et de petit axe  $d_z$  selon  $\hat{\mathbf{z}}_x$ , alors la résolution de l'intégrale de la diffraction fait apparaître la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1, notée  $J_1$  [104]. La surface  $S_X$  vaut  $2\pi ab$  et la fonction  $\underline{\sigma}_x$  vaut :

$$\underline{\sigma}_x(\check{z}_x, \check{y}_x) = \frac{J_1(\text{arg})}{\text{arg}} \quad (1.43)$$

L'argument  $\text{arg}$  de la fonction de Bessel est :

$$\text{arg} = k_0 d_y \sqrt{(\cos \check{y}_x \sin \check{z}_x)^2 + \left(\frac{d_z}{d_y} \sin \check{y}_x\right)^2} \quad (1.44)$$

Cette formule s'adapte facilement au cas d'une antenne circulaire.

**Notion d'ouverture** L'*ouverture* permet de caractériser les dimensions du cône dans lequel l'antenne rayonne ou reçoit de manière privilégiée. Elle est caractérisée soit par le

domaine angulaire où la perte en directivité est plus importante que -3 dB par rapport à la directivité maximale, soit par le domaine angulaire séparant les premiers minima autour du maximum. Des deux définitions, c'est la première qui est la plus usuelle. En général, on calcule l'ouverture angulaire en site  $\Phi_{\text{site}}$  (pour un azimut nul), et l'ouverture azimutale  $\Phi_{\text{azimut}}$  (pour un site nul). Pour les antennes symétriques :

$$\Phi_{\text{azimut}} = 2\check{z}_x^0 \text{ avec } D_x(\check{z}_x^0, 0) = \frac{1}{2}D_x(\check{z}_x = 0, \check{y}_x = 0) \quad (1.45)$$

Et de même, pour l'ouverture en site :

$$\Phi_{\text{site}} = 2\check{y}_x^0 \text{ avec } D_x(0, \check{y}_x^0) = \frac{1}{2}D_x(\check{z}_x = 0, \check{y}_x = 0) \quad (1.46)$$

Dans la mesure où beaucoup d'antennes usuelles font intervenir un terme  $\pi$ , on peut aussi écrire :

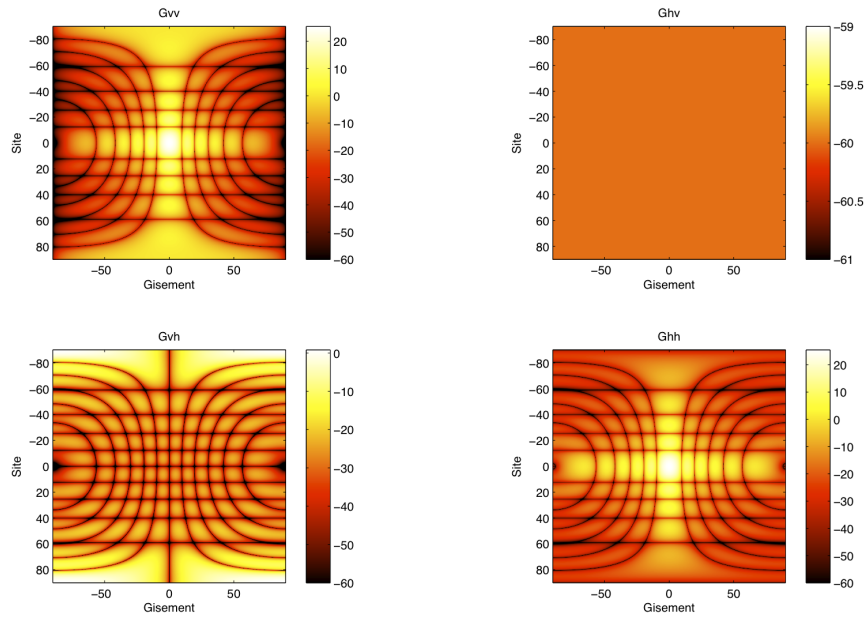
$$\Phi_{\text{site}} = 2\pi\xi_{\text{site}} \quad (1.47)$$

$$\Phi_{\text{azimut}} = 2\pi\xi_{\text{azimut}} \quad (1.48)$$

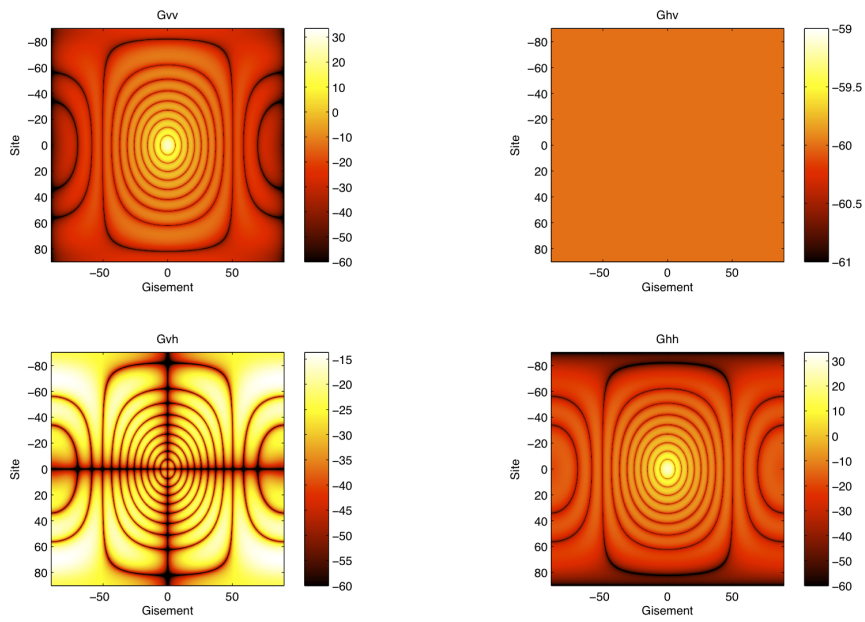
En général la valeur des termes  $\xi$  ne peut se trouver que par une approche numérique. Pour une antenne rectangulaire, on trouve que  $\xi_{\text{site}} = \xi_{\text{azimut}} = 0,442946471$ . On a alors  $\Phi_{\text{site}} \approx 0,886\lambda_0/d_z$  et  $\Phi_{\text{azimut}} \approx 0,886\lambda_0/d_y$ . Pour l'antenne circulaire, on trouvera une ouverture de  $1,02\lambda_0/d_y$  en site et en azimut. On notera que pour ces formules, on a utilisé l'hypothèse selon laquelle les ouvertures sont petites, de manière à pouvoir réaliser des approximations simplificatrices de type développement limité. La notion d'ouverture d'antenne est importante, car c'est elle qui permet de déterminer la capacité de l'antenne à discriminer l'angle de provenance de deux ondes, donc les deux sources les ayant émises. Si la différence d'angle d'arrivée est inférieur à l'ouverture, alors on ne pourra pas distinguer les deux sources. La résolution azimutale, en mètres, à une distance  $r$  de l'antenne est égale à  $dr_{\text{site}} = r\Phi_{\text{site}}$  (resp.  $dr_{\text{azimut}} = r\Phi_{\text{azimut}}$ ) en site (resp. en azimut), les ouvertures étant données en radians.

Dans les deux cas, il apparaît que pour diminuer l'ouverture angulaire, il faut soit augmenter la taille de l'antenne, soit diminuer la longueur d'onde  $\lambda_0$ . Ce résultat est valable pour toute antenne, quelle que soit sa technologie. La figure 1.2 montre le diagramme de gain pour une antenne rectangulaire et elliptique de mêmes dimensions ; ce diagramme fait bien apparaître le motif caractéristique composé d'un lobe principal (pour un site et un gisement nuls) et des lobes secondaires. L'annexe B donne les dimensions d'antennes glanées dans la littérature ouverte. Etant donné que les dimensions de l'antenne de la figure 1.2 ne sont pas réalistes pour un radar, on montre à la figure 1.3 le lobe principal d'une antenne rectangulaire de longueur  $d_y = 1,22$  m et de largeur  $d_z = 0,38$  cm. On constate que le lobe est bien plus étroit, ce qui est dû au fait que les dimensions sont plus grandes ; de même, le lobe est beaucoup plus étroit en gisement qu'en site, ce qui est dû au fait que l'antenne est plus large dans la direction horizontale. Un lobe étroit en gisement est une chose souhaitable, dans la mesure où cela permet de réduire l'ambiguïté angulaire sur la localisation de la cible. En contrepartie, avoir un lobe plus large permet, lorsque l'antenne est montée sur le mât d'un bateau, d'avoir une certaine latitude de visée sur l'horizon, indépendamment de l'état de la mer (ce qui permet d'éviter un système d'asservissement pour maintenir l'antenne pointée sur l'horizon). La longueur que l'on a prise pour la figure 1.3 correspond à la longueur d'antenne du radar embarqué Furuno FAR 2855 (4 pieds) ; la largeur à 3 dB du lobe est ici d'environ  $1,32^\circ$  en gisement. La documentation constructeur annonce une ouverture de  $1,8^\circ$  en gisement en bande X, ce qui donne un bon accord entre théorie et réalité ; on notera cependant que l'antenne n'est pas rectangulaire mais une ouverture à fentes.





(a) Antenne rectangulaire



(b) Antenne elliptique

FIGURE 1.2: Matrice  $\mathbf{G}_{\mathbf{x}}(\hat{\mathbf{r}}_{\mathbf{x}})$  à une fréquence de 10 GHz, pour une antenne de longueur 18 cm et de largeur 14 cm, dans le cas d'une ouverture rectangulaire (a) et elliptique (b).



- la surface éclairée va directement influencer sur le bilan de liaison donné par l'équation du radar, que nous verrons plus loin à la section 1.4 ;
- les paramètres de cette surface auront également une certaine importance lorsque l'on considère le mécanisme de l'intégration en antenne synthétique, car on verra que plus la surface éclairée est grande, et plus longue sera cette intégration (voir la section 1.7, et plus particulièrement le paragraphe 1.7.3.2).

En émission, cette taille correspond plus ou moins à la surface totale éclairée. En réception, ce sont les points de la surface situés sur l'empreinte au sol du lobe d'antenne de réception qui contribuent au signal reçu. Les notations que nous utilisons sont celles données par la figure 1.5. On souhaite déterminer les longueurs  $\Delta d$  (*fauchée au sol*) et  $\Delta d_{az}$  (*largeur de l'empreinte au sol, en azimuth*). On travaille ici avec l'antenne d'émission placée en X mais on peut faire un calcul analogue en réception. On suppose que l'antenne vise le point C au niveau du plan moyen de la mer, avec l'angle d'incidence  $\theta_i$ . On considère un point M quelconque du plan moyen de la mer. Dans le repère monde  $\mathcal{W} = (O, \hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ , les points X, C et M ont pour coordonnées :

$$\{X\}_{\mathcal{W}} = [0, 0, h]^t \quad (1.50)$$

$$\{C\}_{\mathcal{W}} = [h \tan \theta_i, 0, 0]^t \quad (1.51)$$

$$\{M\}_{\mathcal{W}} = [x_M, y_M, 0]^t \quad (1.52)$$

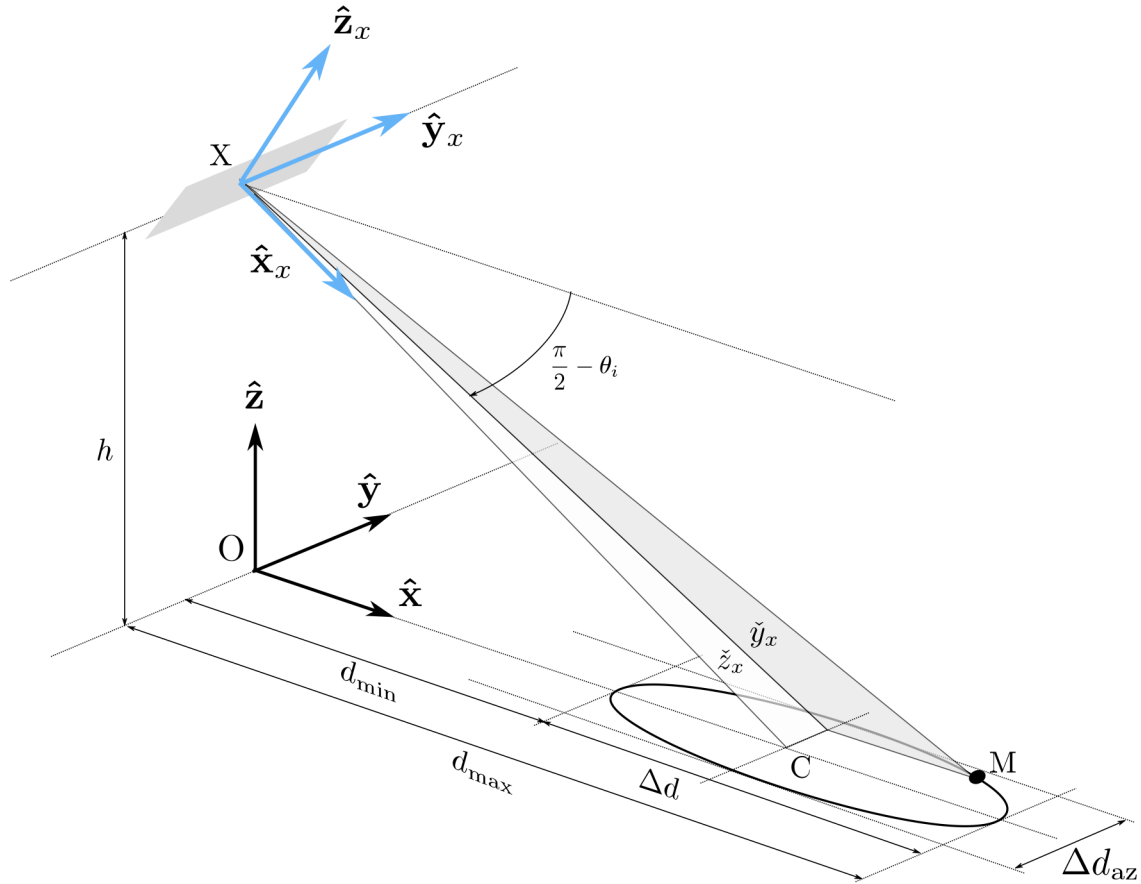


FIGURE 1.5: Géométrie d'acquisition.

Le point M a pour coordonnées, dans le repère de l'antenne  $\mathcal{X}$  :

$$\{M\}_{\mathcal{X}} = \begin{bmatrix} \sin \theta_i & 0 & -\cos \theta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos \theta_i & 0 & \sin \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_M \\ y_M \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_M \sin \theta_i + h \cos \theta_i \\ y_M \\ x_M \cos \theta_i - h \sin \theta_i \end{bmatrix} \quad (1.53)$$

On en tire le gisement et le site de M dans le repère antenne :

$$\check{z}_x = \operatorname{atan} \frac{y_M}{x_M \sin \theta_i + h \cos \theta_i} \quad (1.54)$$

$$\check{y}_x = \operatorname{atan} \frac{x_M \cos \theta_i - h \sin \theta_i}{\sqrt{(x_M \sin \theta_i + h \cos \theta_i)^2 + y_M^2}} \quad (1.55)$$

On considère la taille de l'empreinte au sol de la portion du lobe d'antenne où le gain est supérieur au gain maximal ôté de 3 dB. La fonction de gain scalaire de l'antenne est supposée connue ; elle est généralement exprimée en fonction de l'angle de gisement et de site comme exposé plus haut. Il suffit donc de déterminer l'angle pour lequel la perte de gain est inférieure à 3 dB. Pour une antenne rectangulaire de dimensions  $d_y \times d_z$  :

$$\sigma_x(\alpha_y, \alpha_z) = S_X \operatorname{sinc} \left( \pi \frac{d_z}{\lambda_0} k_y \right) \operatorname{sinc} \left( \pi \frac{d_y}{\lambda_0} k_z \right) \quad (1.56)$$

avec :

$$k_x = \cos \check{y}_x \cos \check{z}_x \quad (1.57)$$

$$k_y = \cos \check{y}_x \sin \check{z}_x \quad (1.58)$$

$$k_z = \sin \check{y}_x \sin \check{z}_x \quad (1.59)$$

Dans une direction donnée (site ou azimuth), nous avons vu que le gain chutait de 3 dB dès lors que l'argument  $x_0$  des sinus cardinaux est tel que  $x_0 = 0,442946471\pi = \pm\xi\pi$ . En azimuth, on a :

$$x_0^a = \pi \frac{d_y}{\lambda_0} \sin \check{y}_x \quad (1.60)$$

tandis qu'en site :

$$x_0^s = \pi \frac{d_z}{\lambda_0} \cos \check{y}_x \sin \check{z}_x \quad (1.61)$$

En calculant les valeurs correspondantes pour  $\check{y}_x$  et  $\check{z}_x$ , et en les injectant dans 1.55, on peut trouver que :

$$\Delta d = 2h\xi\lambda_0 \frac{\sqrt{d_y^2 - \lambda_0^2 \xi^2}}{(d_y \cos \theta_i)^2 - \lambda_0^2 \xi^2} \quad (1.62)$$

et :

$$\Delta d_{az} = 2h\xi\lambda_0 \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \theta_i}{d_z^2 - \xi^2 \lambda_0^2}} \quad (1.63)$$

### 1.3 La cible et le fouillis : interactions onde/environnement

De manière générale, les ondes produites par le module d'émission peuvent atteindre le récepteur soit par un trajet direct ne rencontrant aucune cible, soit en étant réfléchi par des éléments de la scène : l'atmosphère, la mer, ou un navire. Pour une cible solide, on utilise en général la notion de surface équivalente radar (SER), notée  $\sigma$ . La SER peut être

définie comme la surface apparente qu'il faudrait à une cible, pour réfléchir une puissance  $P'$  dans la direction  $-\hat{\mathbf{r}}_r$ , alors qu'elle est soumise à une onde incidente se propageant dans la direction  $\hat{\mathbf{r}}_x$  avec une densité de puissance surfacique donnée par l'équation 1.19 :

$$P'(-\hat{\mathbf{r}}_x) = \frac{dP}{dS}(\hat{\mathbf{r}}_x) \times \sigma(\hat{\mathbf{r}}_x, -\hat{\mathbf{r}}_r) \quad (1.64)$$

Il est important de voir que la SER n'est pas la surface physique de l'objet, mais une surface apparente qui fluctue en fonction de la direction  $\hat{\mathbf{r}}_x$  d'arrivée de l'onde incidente et de la direction  $-\hat{\mathbf{r}}_r$  de l'onde réfléchie.

La notion de SER peut se mettre sous forme vectorielle, afin de traduire les effets de polarisation : on considère alors la matrice  $\Sigma = [\sigma_{pq}]$  où  $p$  et  $q$  sont respectivement les polarisations à l'émission et à la réception. On considère alors le champ incident  $\mathbf{E}^i$ , et le champ réfléchi  $\mathbf{E}^s$  ; pour pouvoir donner un sens à la matrice  $\Sigma$ , il faut exprimer ces vecteurs dans des repères ; on utilise donc le repère polarimétrique "onde incidente"  $\mathcal{P}_I$  et le repère polarimétrique "onde réfléchie" dans la convention dite de diffusion avant (*forward scattering alignment*)  $\mathcal{P}_S^F$  (voir la figure 1.6 ou encore l'annexe A pour la définition de ces repères) :

$$\{\mathbf{E}^s\}_{\mathcal{P}_S^F} = \Sigma \{\mathbf{E}^i\}_{\mathcal{P}_I} \quad (1.65)$$

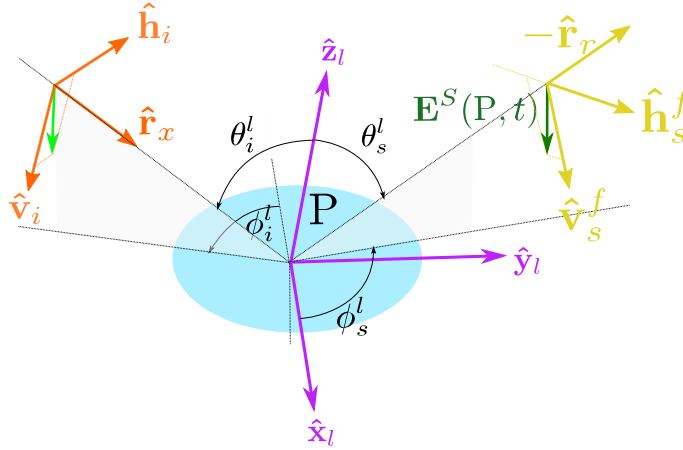


FIGURE 1.6: Repères utilisés pour exprimer le champ incident et le champ réfléchi à la surface. Le repère onde incidente est  $\mathcal{P}_I(\mathbf{P}, \hat{\mathbf{v}}_i, \hat{\mathbf{h}}_i, \hat{\mathbf{r}}_x)$  tandis que le repère onde réfléchie en convention diffusion avant est  $\mathcal{P}_S^F(\mathbf{P}, \hat{\mathbf{v}}_s^f, \hat{\mathbf{h}}_s^f, \hat{\mathbf{r}}_s^f)$ .

Dans le cas d'une surface infinie, on utilise la surface équivalente radar normalisée  $\Sigma^0 = [\sigma_{pq}^0]$ , qui fait intervenir la surface réellement éclairée  $A$ , et la surface du front d'onde  $4\pi r^2$  :

$$\Sigma^0 = \frac{4\pi r^2}{A} \Sigma \quad (1.66)$$

On peut également considérer une matrice de diffusion en amplitude,  $\mathbf{S} = [S_{pq}]$ , telle que  $\sigma_{pq} = S_{pq} S_{pq}^*$ . Dans le cas de l'atmosphère, on considère non pas une surface équivalente radar mais plutôt des notions d'atténuation et de diffusion volumiques.

### 1.3.1 Interaction onde/atmosphère

#### 1.3.1.1 Absorption et diffusion

Dans le cas de l'atmosphère, l'interaction entre l'onde et les molécules d'air, ou bien les éléments qui sont en suspension dans celle-ci (gouttelettes d'eau, poussières, ...) est à l'origine de deux phénomènes : l'absorption et la diffusion.

L'absorption se caractérise par l'excitation d'électrons d'atomes se trouvant dans le trajet de l'onde, ces électrons gagnant une énergie égale à celle du photon absorbé selon les lois de la mécanique quantique. L'absorption est d'autant plus grande que la densité des atomes dans le milieu traversé est grande. En supposant que les atomes sont répartis uniformément, on peut considérer qu'une certaine fraction  $a \cdot dz$  des photons sont absorbés dans une tranche d'épaisseur  $dz$  de milieu traversé ; ainsi l'intensité de l'onde perd une quantité  $dP = -aPdz$  lors de la traversée de cette tranche, ce qui permet d'aboutir à l'équation différentielle :

$$\frac{dP}{dz} = -aP \quad (1.67)$$

dont la solution est de la forme  $P_0 \exp -az$  : l'onde subit donc une atténuation exponentielle. Cette atténuation est surtout présente en cas de pluie ou de brouillard et atteint quelques décibels par kilomètres en bande X. En optique, l'atténuation est à l'origine d'une diminution de contraste pour les sources situées loin de l'émetteur, typiquement visible les jours de brume pour les objets situés à l'horizon : on voit les objets de moins loin. Ce phénomène est également vrai en radar.

La diffusion de l'onde dans l'atmosphère se caractérise par la déviation aléatoire  $d\theta$  de l'onde, supposée plane, en fonction de sa direction de propagation initiale  $\theta$ , que l'on prend nulle par la suite pour simplifier. La densité de probabilité est appelée *fonction de diffusion* ou plus simplement *diffusante*. La diffusante est théoriquement paramétrée en fonction des deux angles sphériques mais présente en général une symétrie axiale liée à l'isotropie du milieu et à l'orientation des particules, prise selon une loi uniforme. Cette symétrie permet ainsi de ne la représenter que pour un angle. La forme typique d'une diffusante est présentée à la figure 1.7 : elle présente un pic autour de la direction de propagation, mais on voit qu'il existe une possibilité pour que l'onde soit dérivée autour de cette direction  $\theta$ . Deux cas surviennent : si  $d\theta < \pi/2$  l'onde continue de se propager vers l'avant, on parle alors de diffusion avant (*forward scattering*) ; ou bien la déviation  $d\theta$  est plus grande que  $\pi/2$ , auquel cas l'onde repart vers l'émetteur : on parle alors de rétrodiffusion (*backscattering*). Par abus de langage, on parle aussi de configuration "*forward scattering*" quand l'émetteur et le récepteur pointent dans la même direction mais en sens opposé, ainsi que de configuration "*backscattering*" lorsque l'émetteur et le récepteur pointent dans la même direction et le même sens. En optique, la diffusion avant est à l'origine d'un flou sur les sources ponctuelles situées loin du récepteur, la largeur de la fonction de modulation de transfert du flou augmentant avec la distance parcourue dans l'onde. Toujours en optique, si le récepteur "regarde" dans la même direction que la source, alors la rétrodiffusion sera à l'origine d'un voile masquant la scène causé par la lumière renvoyée par le milieu diffusant : c'est ce qui permet à un conducteur de voiture de voir le brouillard réfléchir la lumière des phares de sa voiture. Les mêmes phénomènes sont valables en radar, bien qu'il aille de soi que la forme de la diffusante varie en fonction de la fréquence. La diffusion est causée par l'interaction entre l'onde et des particules dont l'ordre de grandeur est inférieur ou égal à la longueur d'onde. On parle alors, en fonction des régimes, de diffusion de Rayleigh ou de diffusion de Mie (dont la formulation moderne est fournie par Stratton [171], 9.25, p. 564). Des diffusantes semi-empiriques ont été créées pour mieux modéliser la diffusion d'une onde dans un milieu, comme la diffusante de Henyey-Greenstein [93] (paramétrable et générique) ; d'autres enfin sont purement expérimentales. En règle générale, l'effet de voile et de flou provoqué par la diffusion nuit à la bonne perception d'une cible ponctuelle et diminue la portée efficace d'un système utilisant les ondes électromagnétiques ; ceci est vrai à la fois dans le domaine optique, comme par exemple en optique sous-marine où ces phénomènes sont particulièrement gênants [59] ou dans le domaine du radar. Dans un contexte autre que le radar météorologique, le signal renvoyé par l'atmosphère est indésirable et considéré comme du bruit masquant la scène ; ce bruit est nommé "fouillis" (*clutter*).

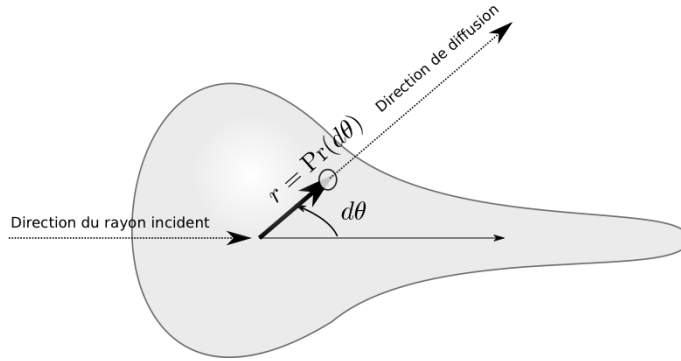


FIGURE 1.7: Allure typique d'une fonction de diffusion. La probabilité de déviation  $Pr$  dans la direction de diffusion  $d\theta$  est donnée par la distance  $r$  de la surface de la fonction de diffusion à l'origine ; le volume de la courbe est égal à un. La courbe présente une symétrie de révolution autour de la direction d'arrivée de l'onde.

### 1.3.1.2 Canaux de propagation atmosphériques (*ducts*). Interaction onde/ionosphère.

La variation d'indice électromagnétique dans l'atmosphère, en fonction du point où l'on se trouve, peut faire dévier les rayons, ce qui signifie qu'ils ne se propagent plus en ligne droite. Dans le domaine optique, ce phénomène est connu sous le nom de mirage. La variation d'indice est liée à la pression, à la température et à la présence de vapeur d'eau [163]. Dans notre cas, nous ferons néanmoins l'hypothèse de la propagation en ligne droite, qui a du sens pour des applications aéroportées en bande X.

D'autre part, l'ionosphère, divisée en plusieurs couches d'indice variable, peut réfléchir les ondes radioélectriques vers le sol. Ces ondes réfléchies peuvent à leur tour se réfléchir sur le sol pour repartir vers l'ionosphère, et ainsi de suite, permettant ainsi une propagation à longue portée. On montre néanmoins que l'influence de l'ionosphère est surtout importante aux basses fréquences (ondes décamétriques) et négligeable pour les ondes centimétriques, qui constitue le domaine dans lequel nous travaillons.

## 1.3.2 Interaction onde/surface

Pour simplifier notre propos, on qualifie dans cette partie par "interaction onde/surface" toute interaction entre l'onde et autre chose que l'atmosphère. La modélisation de la réflexion d'une onde par une surface étant un domaine complexe, on ne cherchera pas dans ce chapitre à réaliser en un état de l'art mais uniquement à présenter les phénomènes principaux. L'aspect de la diffusion des ondes sur la surface de la mer sera discuté plus loin, au chapitre 4.

### 1.3.2.1 Interaction onde/cible complexe

L'interaction d'une onde avec une cible complexe est une chose difficile à modéliser analytiquement. La détermination de la surface équivalente radar peut être faite de manière expérimentale sur maquette, en chambre anéchoïde ; ou bien numériquement, en utilisant des méthodes approchées (approximation par optique géométrique, par la théorie générale de la diffraction, par résolution des équations de Maxwell par la méthode des différences finies, *etc.*). Chaque méthode a un degré différent de réalisme, de simplicité et de rapidité de mise en œuvre.

Pour avoir un ordre d'idée de la SER d'un navire, il existe des formules empiriques. Skolnik [162] donne une telle formule, valable pour des cibles non furtives, en configuration

monostatique, pour des résolutions plus grandes que le navire, et en angles de rasance faibles, en ne précisant pas la polarisation. Cette formule empirique est la suivante :

$$\sigma = 52f_0^{1/2}Dp_b^{3/2} \quad (1.68)$$

où  $f_0$  est la fréquence radar en MHz et  $Dp_b$  le déplacement en milliers de tonnes. La formule a été validée pour des porteuses  $\lambda_0$  de 3,25, 10,7 et 23 cm et des déplacements de 2 à 17 kilotonnes. La surface équivalente radar est de l'ordre de  $10^4$  m<sup>2</sup> pour un cargo. Pour des résolutions de taille inférieure au navire, il faudrait utiliser des modèles plus fins : c'est la situation dans laquelle nous nous trouvons.

### 1.3.2.2 Interaction onde/surface rugueuse infinie

Dans la mesure où ce point mérite un développement plus important que de simples généralités, il est traité plus en détail au chapitre 4 dans le cadre d'une surface maritime. Qualitativement, une surface rugueuse infinie va également réfléchir l'onde. Deux types de réflexion sont possibles. Si la surface est très faiblement rugueuse par rapport à la longueur d'onde, c'est-à-dire si les variations de hauteur de la surface sont petites devant cette longueur d'onde, alors la réflexion aura tendance à être spéculaire : la surface se comporte comme un miroir en réfléchissant l'onde (principalement) dans la direction respectant les lois de Snel-Descartes. Si au contraire les variations de hauteur ne sont plus négligeables par rapport à la longueur d'onde, alors il y aura également un phénomène de réflexion diffuse : les ondes seront également réfléchies dans des directions autres que la direction spéculaire. Cette énergie réfléchie pourra revenir vers le radar ; et c'est en particulier le phénomène de réflexion diffuse qui permet à un radar monostatique de voir l'image de la surface maritime. Dans le cadre de la surveillance maritime où l'on considère que le navire est la cible, l'énergie contribué par la surface maritime est perçue comme un bruit qui porte également le nom de *fowillis*.

## 1.4 Écriture de l'équation du radar bistatique

L'équation du radar bistatique polarimétrique en amplitude, est obtenue en mettant bout à bout tous les éléments de la chaîne d'acquisition, afin d'obtenir l'expression du champ électrique au niveau de l'antenne réceptrice, en fonction du champ électrique sur l'antenne émettrice. On utilise pour cela les équations 1.26 à l'émission, 1.65 pour la surface, et 1.49 à la réception. On doit cependant veiller à bien traiter la suite de changements de repères entre l'antenne émettrice, et l'antenne réceptrice, telle qu'illustrée à la figure A.2, page 239, de l'annexe A. On aboutit à [1, 105, 13, 9] :

$$\{\mathbf{E}_R\}_{\mathcal{R}}(\mathbf{R}, t) = C \cdot \{\hat{\mathbf{p}}_r\}'_{\mathcal{R}} \mathbf{P}_r \mathbf{R}_{\mathcal{P}_S^{\mathcal{E}} \rightarrow \mathcal{P}_R} \mathbf{B} \Sigma \mathbf{R}_{\mathcal{P}_X \rightarrow \mathcal{P}_I} \mathbf{P}_x \{\hat{\mathbf{p}}_x\}_{\mathcal{X}} \quad (1.69)$$

avec :

$$C = -k_0^2 \frac{e^{-jk_0(r+r')}}{4\pi^2 r r'} \sigma_r(\check{z}_r, \check{y}_r) \sigma_x(\check{z}_x, \check{y}_x) E_X(t) \quad (1.70)$$

Cette équation fait apparaître les matrices de rotation  $\mathbf{R}_{\mathcal{P}_X \rightarrow \mathcal{P}_I}$  et  $\mathbf{R}_{\mathcal{P}_S^{\mathcal{E}} \rightarrow \mathcal{P}_R}$ , ainsi que la matrice de passage de la convention diffusion avant vers la convention diffusion arrière :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (1.71)$$

Cette convention diffusion arrière permet d'utiliser en réception, le même repère que l'antenne d'émission, en cas de configuration monostatique.



## 1.5 La réception

### 1.5.1 Expression du signal reçu, dans l'approximation "bande étroite"

On reprend l'expression du signal scalaire de l'équation 1.2 du paragraphe 1.1.4, en supposant qu'il y ait absence de bruit :

$$E_R(t) = \kappa E_X(t - \Delta t) \quad (1.72)$$

Sous l'approximation de la bande étroite, on suppose en outre que :

$$E_X(t) = \mu(t)e^{j2\pi f_0 t} \quad (1.73)$$

où  $\mu(t)$  est une fonction modulante, éventuellement complexe, de largeur de bande  $\Delta f$  petite devant la porteuse  $f_0$ . Le signal reçu est alors ([87], page 27) :

$$E_R(t) = \kappa \mu(t - \Delta t)e^{j2\pi f_0(t - \Delta t)} \quad (1.74)$$

### 1.5.2 Durée $\Delta t$ du trajet émetteur-cible-récepteur.

Pour calculer le signal reçu, il convient donc de connaître la durée totale  $\Delta t$  du trajet de l'onde entre l'émetteur, la cible et le récepteur. Cela est équivalent à calculer la distance totale  $r+r'$  parcourue par l'onde électromagnétique entre l'émetteur, la cible, et le récepteur puisque  $\Delta t = (r + r')/c_0$ . Cette distance  $r + r'$  intervient à la fois dans le calcul des pertes en distance et dans l'effet Doppler. Elle varie au cours du temps du fait du mouvement des objets.

En suivant Airiau et Khenchaf [1] et Arnold-Bos, Khenchaf et Martin [9], on se place dans le cadre d'une propagation en champ libre (ligne droite). On suppose connaître la position respective de l'émetteur, de la cible, et du récepteur à une date de référence  $t_0$  :  $\mathbf{T}(t_0)$ ,  $\mathbf{P}(t_0)$  and  $\mathbf{R}(t_0)$  ainsi que leurs vitesses (supposées constantes)  $\mathbf{V}_\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{V}_\mathbf{P}$  et  $\mathbf{V}_\mathbf{R}$ .

On s'intéresse à présent à un petit élément de signal émis entre  $t_X$  et  $t_X + dt_X$ , où  $t_X$  n'est pas nécessairement égale à  $t_0$ . Notre problème est de connaître  $t_R(t_X)$ , la date d'arrivée du signal et le temps du trajet  $\Delta t = t_R - t_X$ . Ce temps de trajet est fonction de  $t_X$ , de la position des objets ainsi que de leur vitesse. Si l'on note  $t_P$ , la date où le signal arrive à la cible, alors :

$$r = c_0 \times (t_P - t_X) \quad (1.75)$$

$$r = \|\mathbf{P}(t_P) - \mathbf{X}(t_X)\| \quad (1.76)$$

$$= \|\mathbf{XP}(t_X) + \mathbf{VP}(t_P - t_X)\| \quad (1.77)$$

avec :

$$\mathbf{XP}(t_X) = \mathbf{XP}(t_0) + (\mathbf{VP} - \mathbf{VX})(t_X - t_0) \quad (1.78)$$

En égalant (1.75) et (1.77), en élevant au carré, et en résolvant l'équation pour chercher  $t_P - t_X$ , on obtient :

$$t_P - t_X = \frac{\mathbf{XP}(t_X) \cdot \mathbf{VP} + \sqrt{\Delta_1}}{c_0^2 - V_P^2} \quad (1.79)$$

où

$$\Delta_1 = \|\mathbf{XP}(t_X) \cdot \mathbf{VP}\|^2 + (c_0^2 - V_P^2)\|\mathbf{XP}(t_X)\|^2 \quad (1.80)$$

De même :

$$r' = c_0 \times (t_R - t_P) \quad (1.81)$$

$$r' = \|\mathbf{R}(t_R) - \mathbf{P}(t_P)\| \quad (1.82)$$

$$= \|\mathbf{PR}(t_P) + (t_R - t_P)\mathbf{VX}\| \quad (1.83)$$

ce qui amène :

$$t_R - t_P = \frac{\mathbf{PR}(t_P) \cdot \mathbf{V}_R + \sqrt{\Delta_2}}{c_0^2 - V_R^2} \quad (1.84)$$

avec

$$\Delta_2 = \|\mathbf{PR}(t_P) \cdot \mathbf{V}_R\|^2 + (c_0^2 - V_R^2) \|\mathbf{PR}(t_P)\|^2 \quad (1.85)$$

et :

$$\mathbf{PR}(t_P) = \mathbf{PR}(t_X) + (\mathbf{V}_R - \mathbf{V}_P)(t_P - t_X) \quad (1.86)$$

### 1.5.3 L'effet Doppler

L'effet Doppler, nommé ainsi en hommage à son découvreur principal Christian Doppler (1803-1853), se caractérise par le décalage en fréquence d'un signal émis ou réfléchi par une source en mouvement, par rapport à la fréquence qu'aurait ce signal si la source était immobile.

#### 1.5.3.1 L'effet Doppler au premier ordre

La durée  $\Delta t$  du trajet entre X, P et R change avec la date d'émission  $t_X$  du fait du mouvement des objets. On peut évaluer la dérivée de la durée de trajet  $\Delta t$  en  $t = t_X$  à :

$$\left[ \frac{d\Delta t}{dt} \right]_{t=t_X} = \frac{1}{c_0} \left\{ \left[ \frac{dr}{dt} \right]_{t=t_X} + \left[ \frac{dr'}{dt} \right]_{t=t_X} \right\} \quad (1.87)$$

Dans le cas monostatique, on a simplement :

$$\left[ \frac{d\Delta t}{dt} \right]_{t=t_X} = 2 \frac{\mathbf{V}_P \cdot \mathbf{X} \mathbf{P}}{c_0} \quad (1.88)$$

Ce terme est négatif si la cible se rapproche du radar. Au niveau de la réception, la variation de la durée du trajet va avoir un double effet. D'une part, un train d'impulsions émis régulièrement va arriver à des intervalles de plus en plus rapprochés (si la cible se rapproche) et inversement. D'autre part, il y aura une "compression" de l'impulsion reçue, si la durée de trajet diminue ; réciproquement il y a une dilatation temporelle si la durée de trajet augmente. En effet :

- le temps de parcours de l'élément de signal émis à  $t_X$  est  $\Delta t(t_X)$
- le temps de parcours de l'élément de signal émis à  $t_X + dt_X$  est  $\Delta t(t_X + dt_X) = \Delta t(t_X) + dt_X \left[ \frac{d\Delta t}{dt} \right]_{t_X}$
- la différence de durée de trajet est donc :  $dt_X \left[ \frac{d\Delta t}{dt} \right]_{t_X}$ , soit une compression/dilatation locale de l'impulsion proportionnelle à :

$$\rho_{\text{Doppler}}(t_X) \approx 1 + \left[ \frac{d\Delta t}{dt} \right]_{t=t_X} \quad (1.89)$$

On baptise le terme  $\rho_{\text{Doppler}}(t_X)$  le "coefficient de compression Doppler". Si les vitesses sont constantes sur toute la durée de l'impulsion émise, ce terme sera constant (au premier ordre) :  $\rho_{\text{Doppler}}(t_X) = \text{cste} = \rho_{\text{Doppler}}(t_X)$ . On peut également calculer  $\rho_{\text{Doppler}}^{-1}$ , et par développement limité, on a à l'ordre un :

$$\rho_{\text{Doppler}}^{-1}(t_X) \approx 1 - \left[ \frac{d\Delta t}{dt} \right]_{t=t_X} \quad (1.90)$$

Le signal reçu sera alors de durée  $\rho_{\text{Doppler}} T_X$ . Il sera centré autour de la fréquence  $f_0 / \rho_{\text{Doppler}} = f_0 + f_D$  où  $f_D$  est la *fréquence Doppler*. Il balayera une bande de fréquences  $\Delta f / \rho_{\text{Doppler}}$ . La figure 1.8 illustre notre propos.

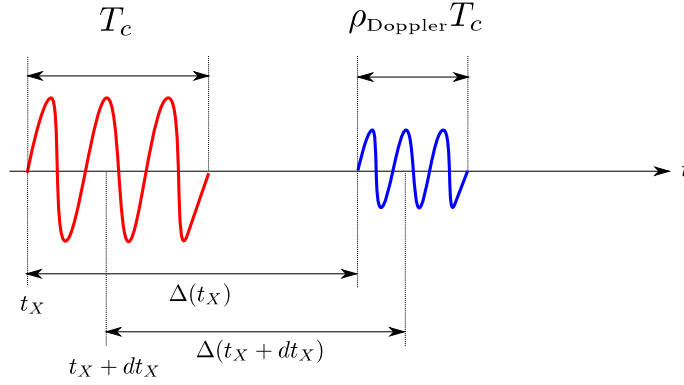


FIGURE 1.8: Illustration de l'effet Doppler avec nos notations. Le signal émis est en rouge, le signal reçu est bleu, la distance  $r + r'$  décroît. Les effets de compression sont exagérés.

### 1.5.3.2 Influence de l'effet Doppler sur le signal à la réception sous l'hypothèse de bande étroite

Les équations écrites plus haut sont générales. On travaille maintenant dans le cas des signaux de bande étroite et de durée courte. Dans ce cas, l'effet de réduction ou d'augmentation de la durée de l'impulsion par effet Doppler n'est pas appréciable car, lorsque le signal reçu est échantillonné (en général en bande de base), la variation de durée est en général très inférieure à la largeur temporelle d'un échantillon sur l'axe des temps de réception ou son équivalent sur l'axe des distances (*range bin*<sup>9</sup>). De même, si on considère les échos de plusieurs impulsions consécutives pour une même cible en mouvement, la variation de distance au cours du temps est souvent trop faible pour se traduire par un décalage au niveau des *range bins*, mais cela est perçu par un déphasage du signal échantillonné. Tout cela est dû au fait que le facteur  $\rho_{\text{Doppler}}$  est très proche de l'unité. Pour s'en convaincre, on peut faire une application numérique. Considérons un radar monostatique immobile avec une porteuse de 10 GHz, émettant sur une bande de 60 MHz et une cible se rapprochant à 800 km/h. On a :

$$\left[ \frac{d\Delta t}{dt} \right]_{t=t_X} \approx 3,710^{-7} \quad (1.91)$$

ce qui se traduit par un décalage en fréquence (pour la porteuse) de 3,7 kHz, la bande passante augmentant de 22 Hz ! En pratique donc, sous l'hypothèse de la bande étroite, on peut considérer que dans la fonction de modulation,  $\mu(t - \Delta t(t))$ , le terme  $\Delta t$  est constant ([87], page 28). Alors :

$$E_R(t) = \kappa \mu(t - \Delta t(t_X)) e^{j2\pi f_0(t - \Delta t(t))} \quad (1.92)$$

$$= \kappa \mu(t - \Delta t(t_X)) e^{j2\pi(f_0 + f_D)t - j2\pi \Delta t(t_X)} \quad (1.93)$$

soit *in fine* :

$$E_R(t) = \kappa E_X(t - \Delta t(t_X)) e^{j2\pi f_D t - j2\pi \Delta t(t_X)} \quad (1.94)$$

Cela signifie que le signal reçu avec effet Doppler subit simplement un décalage de la porteuse égal à  $f_D$ , les autres effets étant négligés. Le terme  $2\pi \Delta t(t_X)$  est le terme de différence de marche que l'on aurait eu de toutes manières, avec ou sans effet Doppler. Sous les mêmes hypothèses, et si on désire s'affranchir du formalisme de la fréquence Doppler, on peut adapter la définition initiale du signal reçu (de l'équation 1.74) :

$$E_R(t) = \kappa E_X(t - \Delta t(t_X)) e^{-j2\pi f_0 \Delta t(t)} \quad (1.95)$$

<sup>9</sup>Le terme anglais étant plus parlant, nous l'utiliserons dans la suite.

### 1.5.3.3 Notion de fonction d'ambiguïté

La fonction d'ambiguïté décrit le résultat du filtrage adapté (ou de la compression d'impulsion) du signal reçu décalé en fréquence Doppler, par rapport au signal que l'on a émis (Le Chevalier [118], pp. 53-59). C'est une généralisation de la fonction donnée à l'équation 1.3, qui s'écrit maintenant (sous l'hypothèse bande étroite) :

$$\text{amb}(E_X, E_R)(t, f_D) = \int_{t=0}^{+\infty} E_X^*(t') E_X(t+t') \exp^{j2\pi f_D t} dt' \quad (1.96)$$

La figure 1.9 montre la fonction d'ambiguïté dans le cas d'un signal *chirp*. On constate que le support de cette fonction est une droite. Ce résultat s'explique par le fait que dans le cas de la fonction *chirp*, la corrélation d'un *chirp* avec sa version soumise à un décalage Doppler, est le *chirp* d'origine, translaté temporellement. Pour d'autres fonctions, la fonction d'ambiguïté peut différer notablement.

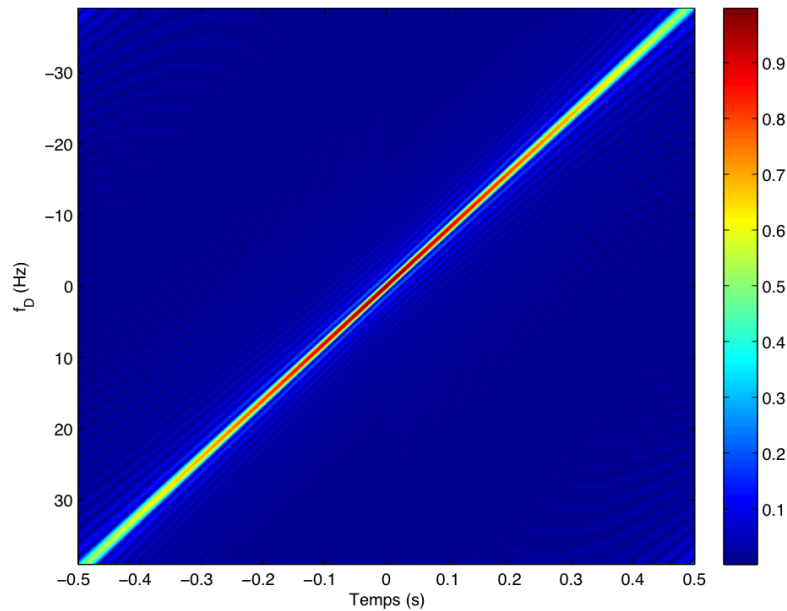


FIGURE 1.9: *Fonction d'ambiguïté pour un chirp de porteuse  $f_0 = 0$  Hz, de durée  $T = 1$  s, modulé sur  $\Delta f = 80$  Hz.*

Cette notion de fonction d'ambiguïté va se révéler importante lors de l'écriture des équations du radar à antenne synthétique, dans la suite du chapitre. Nous y reviendrons.

## 1.6 Géométrie d'acquisition bistatique et notion de résolution au sol

### 1.6.1 Ellipsoïde de Fresnel

Le lieu des points P tels que la somme des distances  $r = \|\mathbf{XP}\|$  et  $r' = \|\mathbf{PR}\|$  soit égale à une constante  $r_0$  donnée, est par définition un ellipsoïde, appelé *ellipsoïde de Fresnel*. L'émetteur et le récepteur sont les foyers de cet ellipsoïde. Dans le cas monostatique, cet ellipsoïde devient bien évidemment une sphère. L'intersection de l'ellipsoïde de Fresnel avec un plan est soit l'ensemble vide, soit un point, soit une ellipse. Les caractéristiques

géométriques de cette ellipse sont fournies à l'annexe A, paragraphe A.4. Par abus de langage, nous appellerons cette ellipse, si elle existe, l'*ellipse de Fresnel*.

### 1.6.2 Résolution sur l'axe distal et résolution au sol

Il y a deux types de résolution que l'on peut considérer : d'une part la résolution physique de l'instrument, c'est-à-dire la capacité à distinguer un réflecteur ponctuel d'un autre, voisin, pour un paramètre donné (distance ou angle) ; d'autre part la résolution d'échantillonnage. La première est liée uniquement à l'instrument ; la seconde est liée au signal enregistré, indépendamment du matériel, à savoir qu'augmenter la résolution d'échantillonnage ne permettra jamais de distinguer deux réflecteurs ponctuels, s'ils ont été imagés avec une résolution instrumentale trop faible. On s'intéresse ici à la première espèce de résolution, à savoir la résolution instrumentale.

**Résolution sur l'axe distal** La résolution en distance sur l'axe distal est liée à la largeur du signal après compression d'impulsion sur l'axe "distance de trajet total", correspondant au temps de trajet  $t_X + t_R$ . Après compression d'impulsion, la largeur temporelle de l'impulsion est égale à  $1/\Delta f$  où  $\Delta f$  est la bande de fréquence sur laquelle l'impulsion a été modulée. La résolution sur l'axe distance est alors donnée par ([81], p. 54) :

$$dr = \frac{1/\Delta f}{\|\mathbf{grad} \Delta t\|} = \frac{c_0}{\Delta f \|\hat{\mathbf{r}}_x(\mathbf{P}) + \hat{\mathbf{r}}_r(\mathbf{P})\|} \quad (1.97)$$

ce qui peut se réécrire sous la forme :

$$dr = \frac{c_0}{\sqrt{2}\Delta f \sqrt{1 + \cos^2 \vartheta(\mathbf{P})}} \quad (1.98)$$

avec  $\vartheta(\mathbf{P})$  l'angle  $\widehat{XPR}$ . Dans le cas monostatique, on retrouve la relation classique déjà établie à l'équation 1.16 :

$$dr = \frac{c_0}{2\Delta f} \quad (1.99)$$

On notera que le cas monostatique donnera toujours une résolution sur l'axe distal supérieure à toute autre configuration bistatique.

#### Résolution distale au sol

On suppose que le système radar image une surface plane d'équation  $z = 0$ . La résolution au sol est obtenue en projetant les vecteurs  $\hat{\mathbf{r}}_x$  et  $\hat{\mathbf{r}}_r$  au sol, c'est-à-dire en ne conservant que leur deux premières composantes. Notons  $\hat{\mathbf{r}}_x^s$  et  $\hat{\mathbf{r}}_r^s$  les projections au sol de  $\hat{\mathbf{r}}_x$  et  $\hat{\mathbf{r}}_r$ . Il vient alors [81] :

$$dr = \frac{1/\Delta f}{\|\mathbf{grad} \Delta t\|} = \frac{c_0}{\Delta f \|\hat{\mathbf{r}}_x^s(\mathbf{P}) + \hat{\mathbf{r}}_r^s(\mathbf{P})\|} \quad (1.100)$$

Dans le cas monostatique, la résolution au sol peut se calculer d'une manière explicite simple et vaut :

$$dr_{\text{sol}} = \frac{c_0}{2\Delta f \sin \theta_i(\mathbf{P})} \quad (1.101)$$

où  $\theta_i(\mathbf{P})$  est l'angle d'incidence en P. La résolution en distance perd son sens pour  $\theta_i = 0$ , cas où l'onde arrive orthogonalement à la surface (direction du nadir). Il existe de même une notion de nadir bistatique qui peut se calculer pour un point donné ; la direction du nadir est obtenue lorsque la projection au sol de  $\hat{\mathbf{r}}_x(\mathbf{P}) + \hat{\mathbf{r}}_r(\mathbf{P})$  vaut zéro, autrement dit lorsque le vecteur  $\hat{\mathbf{r}}_x(\mathbf{P}) + \hat{\mathbf{r}}_r(\mathbf{P})$  est orthogonal au plan  $z = 0$ .

## 1.7 Imagerie en antenne synthétique

### 1.7.1 Généralités

L'imagerie en antenne synthétique (en anglais, *synthetic aperture radar*, SAR) est une technique visant à augmenter la résolution d'une cible dans l'axe azimutal à la seule condition que la distance radar-cible varie au cours du temps. Autrement dit, on suppose que la fréquence Doppler de la cible varie au cours du temps. L'idée est alors de sommer de manière cohérente le signal correspondant à la cible pour plusieurs impulsions successives, de manière à augmenter la résolution de l'image le long de la direction azimutale.

En imagerie radar monostatique, deux configurations sont possibles : soit le radar est en mouvement, le plus souvent en ligne droite, et la cible est immobile : on parle alors d'imagerie en antenne synthétique ; si au contraire le radar est fixe et la cible est mobile, on parle d'imagerie en antenne synthétique inverse (mais l'approche mise en œuvre est la même). Plusieurs sous-configurations peuvent exister dans le cas de l'imagerie SAR :

1. mode balayage (*strip mode*) : l'antenne est orientée selon une direction orthogonale à la trajectoire et reste fixe par rapport au porteur ;
2. mode dépointé (*squint mode*) : l'antenne est orientée selon un angle différent de  $\pi/2$  avec le vecteur vitesse, mais reste également fixe par rapport au porteur ;
3. mode télescope (*spotbeam/spotlight mode*) : la direction de l'antenne est asservie à la position d'un objet bien précis de la scène, de manière à ce qu'il reste constamment dans la ligne de visée, ce qui permet de gagner en résolution azimutale, au prix d'une région imagée de taille plus réduite.
4. mode *scansar*, où la direction du faisceau est commutée électroniquement en site de manière très rapide afin d'augmenter la fauchée, au prix d'une couverture temporelle moindre de chaque objet, *i.e.* d'une résolution dégradée.

En imagerie radar bistatique, on a plusieurs degrés de liberté supplémentaires : la cible peut être mobile et les deux antennes immobiles ; l'une des antennes peut être mobile, ou les deux peuvent être mobiles. En outre, la trajectoire de l'émetteur et du récepteur ne se fait pas nécessairement dans la même direction.

### 1.7.2 Imagerie SAR monostatique

#### 1.7.2.1 Configuration

On considère le cas monostatique en mode balayage, comme illustré à la figure 1.10(a). Supposons que l'antenne vise un point P de coordonnées  $(x_P, y_P, 0)$ . Le radar R suit une trajectoire rectiligne, de sorte que  $R(t) = [0, V_X t, h]^T$ . On écrit à présent  $r(t) = \|\mathbf{PR}(t)\|$ . Alors :

$$r(t) = \sqrt{x_P^2 + (y_P - V_X t)^2 + h^2} \quad (1.102)$$

On peut toujours écrire  $r(t)$  de la manière suivante :

$$r(t) = \sqrt{(V_X t)^2 + r_0^2} \quad (1.103)$$

où  $r_0$  est la distance entre P et le point  $R_0$  minimisant  $r(t)$  (appelé *point of closest approach*, PCA dans la littérature anglo-saxonne), c'est-à-dire la projection orthogonale de P sur la trajectoire de R. On appelle  $r_0$  la distance d'approche minimale (*distance of closest approach*). On suppose également, pour plus de simplicité, que l'origine des temps est prise quand R est en  $R_0$ .

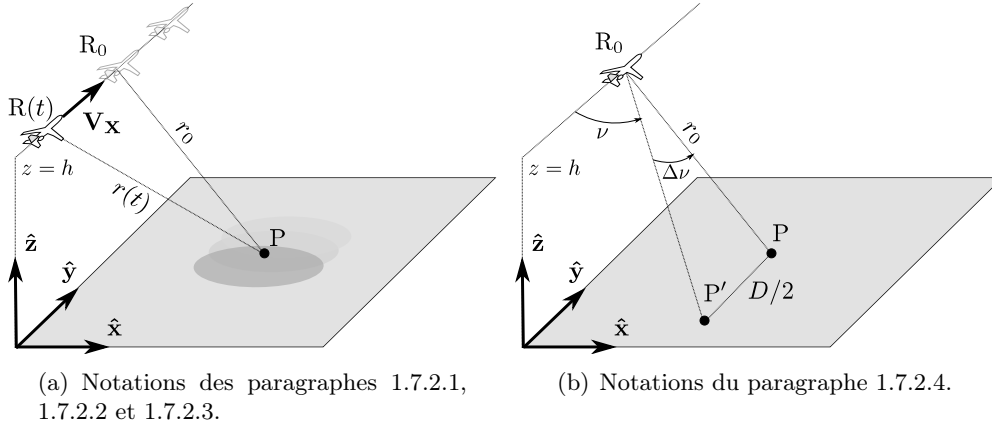


FIGURE 1.10: Configuration géométrique d'une scène observée par un radar à antenne synthétique monostatique en mode balayage.

### 1.7.2.2 Expression du signal reçu

On suppose que le radar émet une impulsion toutes les  $T_I$  secondes. On note  $t_X = nT_I$  la date de la  $n$ -ème impulsion. Il est toujours possible d'écrire  $t = t_X + s$ . On suppose maintenant que les durées  $T_I$ ,  $t$ ,  $s$  sont petites, soit encore que  $V_X t_X \ll 1$ , ce qui est parfaitement vrai en pratique. Écrivons à présent le signal reçu pour la  $n$ -ème impulsion émise. On part de l'équation 1.95, qui permet d'écrire :

$$E_R(t_X + s) = \kappa E_X(t_X + s - \Delta t(t_X)) \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{\lambda_0} r(t_X) \right\} \quad (1.104)$$

En réalisant un développement limité d'ordre 2 du terme  $r(t_X)$  pour  $t_X$  en zéro, on trouve :

$$r(t_X) = r_0 + \frac{1}{2} \frac{V_X^2 t_X^2}{r_0} + o(t_X^2) \quad (1.105)$$

Sous cette approximation, le signal reçu pour la  $n$ -ème impulsion est de la forme :

$$E_R(t_X + s) = \kappa E_X(t_X + s - 2r(t_X)/c_0) \exp \left\{ -j \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{V_X^2 t_X^2}{r_0} - \frac{4\pi}{\lambda_0} r_0 \right) \right\} \quad (1.106)$$

Comme enfin on a une relation temps-distance  $r_0 = 2c_0 s$ , il est possible d'écrire :

$$E_R(t_X + s) = \kappa E_X(t_X + s - 2c_0 r(t_X)) \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{V_X^2 t_X^2}{2c_0 s} - j \frac{8\pi}{\lambda_0} c_0 s \right\} \quad (1.107)$$

On note :

$$\phi_{\text{SAR}}(t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{V_X^2 t_X^2}{2c_0 s} \quad (1.108)$$

La figure 1.11 montre graphiquement l'évolution de  $\phi_{\text{SAR}}(t)$  au cours du temps, ainsi que la forme de  $\exp \{-j\phi_{\text{SAR}}(t)\}$ , dans le cas du SAR monostatique. On constate que ce battement se fait sous la forme d'un *chirp*.

### 1.7.2.3 L'intégration en pratique

On peut représenter le signal radar reçu donné par l'équation 1.107 non pas comme une fonction unidimensionnelle de  $t_X + s$ , mais comme une fonction à deux dimensions de  $t_X$  et de  $s$  :

$$f_{\text{RAR}}(t_X, s) = \kappa E_X(t_X + s - 2c_0 r(t_X)) \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{V_X^2 t_X^2}{2c_0 s} - j \frac{8\pi}{\lambda_0} c_0 s \right\} \quad (1.109)$$

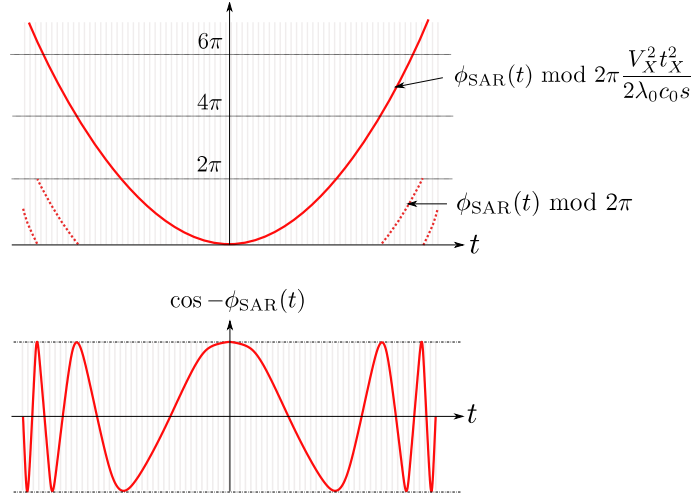


FIGURE 1.11: Évolution temporelle de  $\phi_{\text{SAR}}(t)$  et  $\cos -\phi_{\text{SAR}}(t)$  dans le cadre de l'intégration en antenne synthétique (adapté de [95]).

On trouvera une représentation graphique de  $f_{\text{RAR}}$  à la figure 1.12. On nomme communément l'axe des  $t_X$  l'axe *azimutal* : cette dénomination est due au fait que les radars fixes à balayage mécanique sont en général en rotation, chaque impulsion étant émise dans une direction différente. L'axe des  $s$  est appelé *axe distal* ; ainsi,  $f_{\text{RAR}}(t_X, s)$  contient le signal reçu à une date  $s$  après l'émission de la  $n$ -ième impulsion, à  $t_X$ .

**Migration en distance négligeable** Si durant la durée d'éclairement du point P, la différence des temps de trajet pour chaque impulsion est inférieure à la résolution  $1/\Delta f$  du signal sur l'axe temporel, on peut considérer que la migration en distance du point P est négligeable. Dans ce cas, le traitement du signal SAR se fait selon deux étapes que nous allons détailler : la compression en distance, et la compression azimutale.

La compression en distance est faite sur  $f_{\text{RAR}}(t_X, s)$ , à  $t_X$  fixée, selon la manière décrite au paragraphe 1.1.4. Une fois ce traitement effectué, on somme en phase le signal dans la direction azimutale pour augmenter la résolution du signal : c'est la compression azimutale. Si la scène ne contient qu'un seul point P dont la distance à la trajectoire du radar est  $r_0$ , l'intégration en antenne synthétique consiste à sommer de manière cohérente, pour tous les  $t_X$  où le signal reçu du point P est non négligeable, le signal reçu en compensant la phase. En supposant ici que P est visible en permanence :

$$f_{\text{SAR}}(t_X, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u, s) e^{j\phi_{\text{SAR}}(u)} du \quad (1.110)$$

Si on généralise maintenant l'intégration pour une scène comprenant plusieurs points, il faut réaliser l'intégration pour tous les points de distance d'approche minimale  $r_0$ . De manière générale, la distance  $r_0$  n'est pas atteinte à  $t = 0$ . La formule 1.110 se généralise donc comme l'intercorrélacion de  $f_{\text{RAR}}(t_X, s)$  (à  $s$  fixé), avec  $\exp j\phi_{\text{SAR}}(t)$  :

$$f_{\text{SAR}}(t_X, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\text{RAR}}(t_X + u, s) e^{j\phi_{\text{SAR}}(u)} du \quad (1.111)$$

En restant en ligne avec le paragraphe 1.1.4, on peut voir cela comme une compression d'impulsion en azimut. Cette compression peut être faite efficacement dans le domaine de Fourier d'une manière similaire à la compression d'impulsion en distance.



**Migration en distance non négligeable : cas général** Dans le cas plus général où la migration en distance n'est plus négligeable, il faut alors utiliser un algorithme prenant en compte explicitement cette migration. Diverses approches existent pour réaliser l'opération de compression SAR dans toute sa généralité. L'algorithme le plus connu est l'algorithme Range-Doppler (on pourra par exemple se référer à [91] pour une introduction à la plupart des algorithmes d'intégration SAR, dont celui-ci). La méthode que nous venons de décrire plus haut en cas de migration en distance négligeable n'est autre que l'algorithme Range-Doppler sans une étape connue sous le nom de correction de la migration en distance (*range cell migration correction*). La correction en migration est faite simplement, avant la compression azimutale. On travaille dans l'espace de Fourier dans la direction azimutale, c'est-à-dire dans l'espace des fréquences Doppler, tout en restant dans l'espace du temps ou des distances pour la direction axiale de l'antenne; c'est ce qui est à l'origine du nom de la méthode. On réinterpole alors le signal distance-Doppler de manière à ce que le lieu du spectre Doppler des points associés à une distance de référence  $r_0$ , soit ramené sur une droite située entièrement sur l'axe des fréquences Doppler, comme montré à la figure 1.12. On peut ensuite réaliser la compression azimutale directement dans le domaine de Fourier (voir la figure 1.12). En effet, une propriété intéressante du signal est que, pour une impulsion émise en  $t_X$ , la contribution reçue de deux points  $P_1$  et  $P_2$  distincts (et fixes) sera départagée par la composante Doppler, même si la contribution des deux points arrive en même temps. Aussi l'algorithme utilisé pour intégrer l'image pour un point est le même pour une scène composée d'une multitude de points. En effet, on montre que le lieu des composantes spectrales des contributions de tous les points ayant la même distance minimale au radar  $r_0$ , est le même.

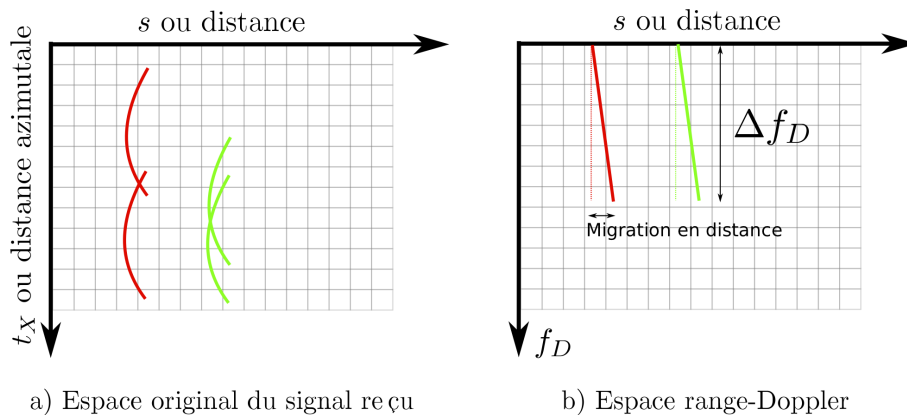


FIGURE 1.12: Espace du signal reçu  $f_{RAR}(t_X, s)$  et espace distance-Doppler. Le lieu de la contribution de tous les points ayant la même distance minimale au radar, est le même pour tout ces points.

D'autres algorithmes connus sont également utilisés. Le *Chirp Scaling Algorithm* [152, 51] permet de s'affranchir de l'étape d'interpolation en modifiant directement le *chirp* du signal azimutal pour compenser la migration en distance. L'algorithme  $\omega - k$  permet de réaliser le traitement de compression en azimut et en distance de manière simultanée en se basant sur la méthode de Stolt [198]. L'algorithme FFBP (*Fast Factorised Back Projection*) [184], et l'algorithme SPECAN (*SPECTral ANalysis*) [187] sont des approches rapides à l'intégration SAR. Dans le cadre de notre travail, seul l'algorithme Range-Doppler a été utilisé.

**Note sur les hypothèses utilisées** On constate également que l'on réalise lors de l'intégration une hypothèse sur la trajectoire du véhicule (ainsi que de la cible). Dans la réalité,

la trajectoire du véhicule n'est qu'imparfaitement connue. Aussi il est important d'avoir des algorithmes robustes et une approximation de la trajectoire à une précision supérieure à la longueur d'onde émise, ce qui est souvent difficile ! Pour cela on peut avoir recours à des instruments précis :

- dans le domaine aéroporté, une centrale inertielle de qualité, ce qui est un surcoût important – plusieurs dizaines de milliers d'euros ;
- dans le domaine spatial, une orbitographie précise, par exemple réalisée avec le système français DORIS (Détermination d'Orbite et Radiopositionnement Intégré par Satellite), qui permet de connaître sa position avec une précision centimétrique ;

On peut également restreindre (pour du SAR aéroporté) le domaine de vol de l'avion hors de la troposphère, pour limiter les turbulences – ce qui augmente également la fauchée. On peut enfin tenter de se servir du signal reçu au radar pour tenter d'estimer la trajectoire, en hybridation avec les moyens inertiels par exemple : par exemple une corrélation du signal reçu sur deux impulsions consécutives fournit une indication sur le déplacement transverse [25]. En pratique, en radar, ces problèmes de précision se font cependant un peu moins sentir que dans le cas du sonar à antenne synthétique, où ces techniques d'hybridation sont utilisées.

Pour ce qui est du mouvement de la cible, on se réfère à la fonction d'ambiguïté du signal émis. Dans le cas d'une rampe linéaire de fréquence, nous avons vu plus haut que l'effet du Doppler était de décaler l'instant d'arrivée mesuré de la cible, ce qui se traduit par une translation dans l'image. Ce résultat reste d'actualité en imagerie SAR : si la cible est mobile, alors son image sera parfaitement focalisée, mais pas à l'endroit où elle devrait être si elle était immobile. La mesure de ce décalage permet de remonter à la vitesse relative cible-radar.

#### 1.7.2.4 Résolution azimutale après intégration

En pratique, on ne réalise pas une sommation cohérente pour  $t_X \in ]-\infty, +\infty[$ , sauf si l'on dépointe l'antenne pour toujours la pointer sur P. Dans le cas contraire, le point P ne sera illuminé qu'une durée  $\Delta t_{\text{illum.}}$  dépendant de la vitesse  $V_X$  du porteur du radar, et de la largeur  $\Delta d_{\text{az}}(P)$  du lobe d'antenne en azimut au point P (cette largeur peut se calculer selon les formules du paragraphe 1.2.3.1) :

$$\Delta t_{\text{illum.}} = \Delta d_{\text{az}}/V_X \quad (1.112)$$

(en toute rigueur l'amplitude du signal reçue varie aussi avec la variation de réflectivité due au dépointage, mais cette variation est faible si la largeur du lobe d'antenne – réelle – est importante). De même, étant donné que l'on discrétise la fonction  $t \mapsto \exp j\phi(t)$  aux instants  $t_X$ , il faudra veiller à ce que l'inverse de l'intervalle entre les impulsions  $T_I$  soit supérieure à la fréquence maximale atteinte par le *chirp* azimutal durant la durée d'éclairissement : il ne s'agit en fait de rien d'autre d'une condition de Shannon-Nyquist.

La suite de ce paragraphe est largement tirée de Hovanessian [95] (pp. 18-19 et p. 22). La résolution après intégration est liée à la largeur de bande du *chirp* azimutal. On considère un point P' de coordonnées  $[x_P, y_P + D/2, 0]^t$ . En paramétrant les points en fonction de l'angle  $\nu$ , comme dans la figure 1.10(b), on peut calculer la fréquence Doppler du point P et au point P' comme suit :

$$f_D(P) = \frac{2V_X \cos \nu}{\lambda_0} \quad (1.113)$$

$$f_D(P') = \frac{2V_X \cos(\nu + \Delta\nu)}{\lambda_0} \quad (1.114)$$

En supposant  $\Delta t \ll 1$  on a :

$$\Delta f_D = f_D(P') - f_D(P) = \frac{2V_X}{\lambda_0} \Delta \nu \sin \nu \quad (1.115)$$

On peut approximer  $\Delta \nu$  par  $D/2r_0$ , ce qui donne :

$$\Delta f_D = \frac{V_X D}{\lambda_0 r_0} \sin \nu \quad (1.116)$$

d'où une résolution azimutale :

$$dr_{az.} = \frac{D}{2} = \frac{\lambda_0 r_0 \Delta f_D}{2V_X \sin \theta} \quad (1.117)$$

Cette résolution a une particularité : elle ne dépend pas de la largeur du lobe d'antenne, contrairement au cas de l'antenne sans intégration en antenne synthétique (paragraphe 1.2.2.4). On a vu que l'intégration était un cas de compression d'impulsion de *chirps* ; la durée d'illumination  $\Delta t_{illum.}$  doit donc être égale à  $1/\Delta f_D$ , ce qui signifie que le porteur vole sur une distance  $d_y^{SAR} = V_X \Delta t_{illum.}$ . On a alors :

$$d_y^{SAR} = V_X \Delta t_{illum.} = \frac{V_X}{\Delta f_D} = \frac{\lambda_0 r_0}{D \sin \nu} \quad (1.118)$$

En remaniant les équations on a :

$$dr_{az.} = \frac{\lambda_0 r_0}{2d_y^{SAR} \sin \nu} \quad (1.119)$$

On retrouve une relation équivalente à la résolution en azimut à la distance  $r_0$  d'une antenne de longueur  $d_y$ . La grandeur  $d_y^{SAR}$  peut être vue comme la longueur d'antenne synthétique nécessaire pour atteindre la résolution  $dr_{az.}$ . On peut également faire intervenir la longueur d'antenne réelle afin d'obtenir un minorant de  $dr_{az.}$ . Si on suppose le temps d'éclairement du point doit être supérieur à  $1/\Delta f_D$ , comme la durée d'éclairement est liée à la largeur du lobe d'antenne réelle, elle-même liée à la longueur d'antenne réelle  $d_y$  :

$$\frac{r_0 \lambda}{d_y} \geq d_y^{SAR} = \frac{\lambda_0 r_0}{D \sin \nu} \quad (1.120)$$

En remarquant que si  $\nu \approx \pi/2$  (éclairage maximum), alors la résolution vaut  $D/2$ , on en tire :

$$dr_{az.} \geq \frac{d_y}{2} \quad (1.121)$$

Cette valeur est une borne théorique servant à juger de la qualité de l'intégration. En effet si la durée d'éclairement est longue, on tend sensiblement vers l'hypothèse  $\nu \approx \pi/2$  et alors la résolution tend vers la borne maximale. Ce qui permet en outre d'avoir un effet intéressant : la résolution azimutale ne dépendra plus alors de la distance à l'antenne.

### 1.7.3 Généralisation au cas bistatique

#### 1.7.3.1 Configuration générale

Dans le cas bistatique, le principe de l'intégration en antenne synthétique est le même que dans le cas monostatique : on réalise d'une part une compression d'impulsion en distance, et d'autre part une intégration azimutale qui se ramène à une pseudo compression d'impulsion. On considère les notations de la figure 1.13, qui ne font que généraliser celles du cas

monostatique. On prend l'origine des temps lorsque la distance  $r(t) + r'(t)$  est minimale et vaut  $r_{\min}$ . Notons que l'instant  $t = 0$  n'est pas forcément celui où la distance vaut  $r_0 + r'_0$ . En fait, il n'est pas forcément possible d'atteindre cette distance du fait des vitesses différentes des porteurs des antennes. Comme dans le cas monostatique, le signal reçu à la  $n$ -ème impulsion émise se met sous la forme :

$$E_R(t_X + s) = E_X(t_X + s - \Delta t(t_X)) e^{-j(\phi_{\text{SAR}}(t) - \frac{2\pi}{\lambda_0} r_{\min})} \quad (1.122)$$

avec :

$$\phi_{\text{SAR}}(t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} [r(t) + r'(t) - r_{\min}] \quad (1.123)$$

En suivant [43], et en s'inspirant du cas monostatique, on réalise un développement limité à l'ordre 2 de  $r(t)$  et  $r'(t)$  autour de  $t = 0$ , pour aboutir à :

$$\phi_{\text{SAR}}(t) = -\frac{2\pi}{\lambda_0} \left( \frac{V_X^2 t^2}{2r_0} + \frac{V_R^2 t^2}{2r'_0} \right) \quad (1.124)$$

C'est ce terme que l'on utilise pour faire l'intégration en antenne synthétique : au lieu d'un *chirp* en rampe de fréquence linéaire, on a un *chirp* dont la fréquence instantanée est donnée par la dérivée de  $\phi_{\text{SAR}}(t)$ . Le reste du traitement est essentiellement le même qu'en monostatique. Et de fait, les algorithmes monostatiques ont pour la plupart été adaptés au cas bistatique (Ben Kassem [23] pour un cas parallèle simple abordé par la méthode Range-Doppler et par une intégration dans le domaine temporel; Yew *et al.* [204] pour le Range-Doppler, Wong *et al.* pour le Chirp Scaling Algorithm [200]).

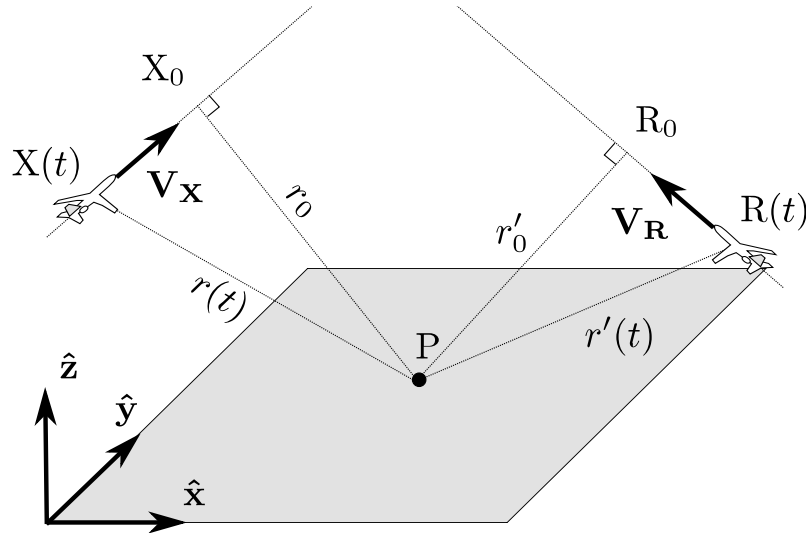


FIGURE 1.13: Configuration et notations pour l'imagerie en antenne synthétique bistatique

### 1.7.3.2 Configuration BiSAR dépointée où l'émetteur et le récepteur ont le même vecteur vitesse

L'équation 1.124 présente une limite : il n'y a pas de dépendance explicite entre les paramètres de  $\phi(t)$  et le temps  $s$  utilisé sur l'axe distance. En effet, on a :

$$s = \frac{r_{\min}}{c_0} \quad (1.125)$$

or les dénominateurs des termes de  $f_D$  sont  $r_0$  et  $r'_0$ . En pratique, il faut “ruser” pour se ramener à un paramétrage en fonction de  $s$ , et prendre une hypothèse sur le lieu des points pour lesquels on calcule l’histoire de la phase. Pour illustrer ce propos, on considère ici le cas particulier où l’émetteur et le récepteur ont le même vecteur vitesse :  $\mathbf{V}_X = \mathbf{V}_R$ . Cette configuration est illustrée à la figure 1.14. L’avantage de cette configuration est que l’histoire de la phase des points associés à un trajet d’approche minimale  $r_{\min}$ , ne changera pas au cours du temps. On peut donc calculer, pour chaque  $r_{\min}$ , cette histoire, et réaliser la compression d’impulsion pour l’ensemble des impulsions émises, en une seule fois.

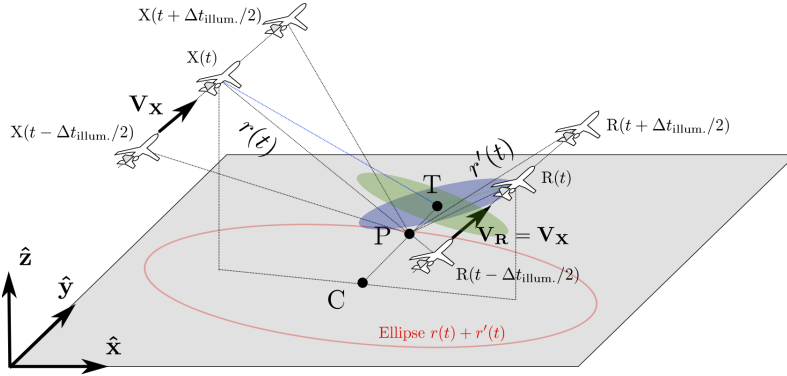


FIGURE 1.14: Configuration BiSAR parallèle. Les deux porteurs ne volent pas forcément à la même altitude ; ils ne pointent pas non plus forcément leur antenne à 90 degrés de leur cap.).

Cependant, dans une configuration bistatique donnée, il n’est pas dit que les antennes pointent dans la même direction. Si les deux antennes sont disposées en échelon, c’est-à-dire si elles n’ont pas la même abscisse, alors il est utile de dépointier l’une des deux antennes afin qu’elle pointe sur le même point T du plan  $z = 0$  que l’autre antenne. Ceci permet en effet d’assurer un bilan de liaison optimal par un recouvrement des lobes d’antenne.

Afin d’assurer au mieux la compression d’impulsion, il faut calculer l’histoire des phases autour des dates où un point est éclairé au mieux, et donc, pas forcément à la date d’approche minimale. Cela ne change pas les formules mais uniquement la fenêtre temporelle où la fonction  $\phi(t)$  est calculée : celle-ci n’est plus centrée en  $t = 0$ . Dans cette situation, on retrouve un pendant bistatique du mode dépointé monostatique (*squint mode*).

On réalise à présent une hypothèse sur la position du point pour lequel on calcule l’histoire des phases, sur l’ellipse de Fresnel. On considère pour cela l’histoire des points situés sur la demi-droite [CT), où C est le centre des ellipses de Fresnel et T le point où visent les deux antennes. Ces points sont en effet bien éclairés par les antennes. On aurait pu prendre toute autre demi-droite, du moment que les points qui s’y trouvent sont bien éclairés.

L’approche est alors la suivante :

1. Dans un repère fixe par rapport à l’émetteur et au récepteur, pour une distance  $r_{\min}$  donnée (ou encore une date  $s = r_{\min}/c_0$  donnée), calculer les paramètres de l’ellipse de Fresnel associée à cette distance ;
2. Déterminer les coordonnées du point P appartenant à la fois à cette ellipse, et à la demi-droite [CT) ;
3. En supposant P fixe et les antennes mobiles, calculer la distance  $r(t) + r'(t)$  pour  $t$  allant de  $-\Delta t_{\text{illum.}}/2$  à  $+\Delta t_{\text{illum.}}/2$  ;

| Variable                 | Valeur  |
|--------------------------|---|
| Vitesse vraie de l'avion | $V_X = 222 \text{ m/s}$ (800 km/h)  |
| Porteuse                 | $f_0 = 10,0 \text{ GHz}$ ( $\lambda_0 \approx 3 \text{ cm}$ )             |
| Modulation               | $\Delta f = 60 \text{ MHz}$ (rampe linéaire montante)                     |
| PRF                      | 222 Hz  |
| Durée de l'impulsion     | $T_X = 0,333 \mu\text{s}$   |
| Puissance crête          | 1 W   |
| Pertes                   | aucune  |
| Antennes                 | rectangulaires, uniformément éclairées, $4 \text{ m} \times 5 \text{ cm}$ |

TABLE 1.2: *Caractéristiques du matériel radar bistatique simulé dans notre travail*

4. Calculer la distance d'approche minimale  $r_{\min}$ , ce qui peut se faire de manière numérique ;
5. La fonction de phase associée à  $s$  est alors  $\phi_{\text{SAR}}(t) = 2\pi/\lambda_0(r(t) + r'(t) - r_{\min})$

Une fois connue la fonction de phase, l'intégration selon l'axe azimutal se fait comme dans le cas monostatique.

### 1.7.3.3 Illustrations d'un cas particulier de BiSAR "parallèle"

On présente à la figure 1.15 un exemple d'intégration en antenne synthétique bistatique pour la configuration suivante donnée au tableau 1.2. Au début de la simulation, l'émetteur est à  $X(0) = [-6000; 0; 3000]$  tandis que le récepteur est à  $R(0) = [-3000; 0; 3000]$ , configuration qui sera reprise au chapitre 5 et illustrée à la figure 5.4(d). L'émetteur vise avec une incidence de 45 degrés, et le récepteur avec une incidence de 63,4 degrés. La configuration des diffuseurs est donnée à la figure 1.15(a) ; ce sont des diffuseurs idéaux isotropes de SER unité. L'histoire des distances  $r(t) + r'(t)$  est illustrée à la figure 1.15(c). La figure 1.15(b) montre la partie réelle du signal reçu en bande de base ; on y voit bien les battements de phase causés par la variation de distance parcourue. La figure 1.15(d) montre le résultat de la compression d'impulsion en distance tandis que la figure 1.15(f) montre quant à elle l'image après compression en distance et en azimut. Enfin, la coupe azimutale du signal intégré pour la cible en (0,0) est donnée à la figure 1.15(e). On mesure une résolution de 2,25 m, ce qui est proche des 2 m idéaux que l'on obtiendrait en configuration monostatique (étant donné que l'antenne est de 4 m de long). La simulation présentée ici a l'intérêt de fournir une première validation de l'algorithme d'intégration bistatique dans une configuration géométrique non triviale, que nous avons par ailleurs mise en œuvre dans le chapitre 5, dédié à la simulation d'images radar.

## 1.8 Conclusion du chapitre

Ce chapitre est essentiellement un traitement détaillé de l'équation du radar bistatique. Il a permis ainsi de traiter des différents composants de la chaîne d'acquisition radar : le signal émis, les antennes, la cible. Il a également inclus un traitement de l'effet Doppler en configuration bistatique. Ce développement a été suivi par une brève introduction à la problématique de l'intégration en antenne synthétique monostatique et bistatique. Cette problématique n'est pas la contribution principale de notre travail aussi elle a été traitée rapidement, en tentant néanmoins d'illustrer le problème dans un cas bistatique simple,

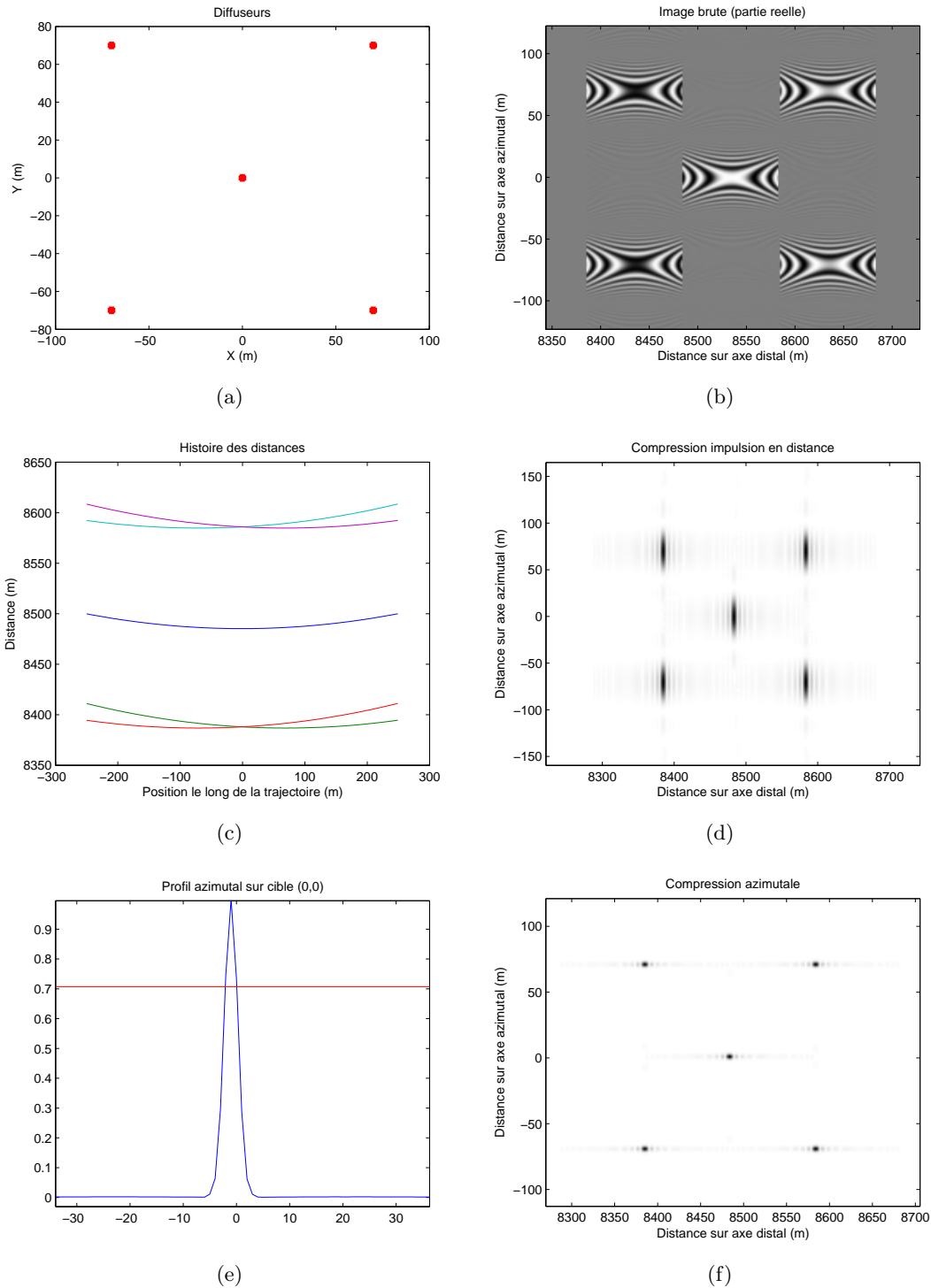


FIGURE 1.15: *Intégration BiSAR par la méthode Range-Doppler (sans compensation de la migration) pour un jeu de diffuseurs élémentaires de SER unité.*

ce qui est rarement réalisé dans la littérature, qui se concentre essentiellement sur le cas monostatique.

Les trois chapitres suivants de ce manuscrit seront essentiellement un approfondissement de la modélisation de la réflexion d'une onde radar sur une surface rugueuse, en l'occurrence la surface océanique avec des sillages de navire. Le chapitre 5 suivra de très près la trame du chapitre 1, puisqu'il traitera de l'implémentation des divers composants de la chaîne exposée dans ce chapitre, dans une simulation de signal brut, et exhibera des résultats obtenus sur ces signaux après intégration en antenne synthétique bistatique.





## La modélisation et la description de la surface maritime

### Sommaire

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>2.1</b> | <b>Caractéristiques physiques de l'environnement marin</b>                | <b>50</b> |
| 2.1.1      | La température  | 50        |
| 2.1.2      | La salinité   | 50        |
| 2.1.3      | Caractérisation électromagnétique de l'eau de mer                         | 50        |
| 2.1.4      | Le vent   | 52        |
| <b>2.2</b> | <b>Caractéristiques géométriques de la surface de la mer : les vagues</b> | <b>55</b> |
| 2.2.1      | Configuration géométrique d'une surface de mer 1D                         | 56        |
| 2.2.2      | Équations de Navier-Stokes  | 56        |
| 2.2.3      | Modélisation des vagues de capillarité                                    | 69        |
| 2.2.4      | Modélisation spectrale de la mer  | 70        |
| 2.2.5      | Probabilité des hauteurs des vagues. Spectre de densité d'énergie.        | 79        |
| 2.2.6      | Probabilités des pentes : le modèle de Cox et Munk                        | 80        |
| <b>2.3</b> | <b>Conclusions de ce chapitre</b>   | <b>82</b> |

Ce chapitre n'a pas la prétention de remplacer un bon cours d'océanographie. Cependant, la simulation du signal radar renvoyé par la mer nécessite de connaître un certain nombre de modèles avec leur domaine de validité ainsi que leurs limites. Dans une première partie (section 2.1), on exposera tout d'abord quelques caractéristiques physiques de la mer, telles que la température et la salinité. Ces deux paramètres ont une influence sur la permittivité électrique de la surface. Dans une seconde partie (2.2), on s'intéressera aux caractéristiques géométriques de la surface, qui auront elles aussi une influence sur l'apparence de la mer dans les images radar. Ces caractéristiques géométriques peuvent être décrites de plusieurs manières ; nous en présentons trois grandes familles. Nous commençons par étudier les équations de Navier-Stokes (section 2.2.2) et leurs solutions à plusieurs niveaux d'approximation, en s'intéressant plus particulièrement au modèle linéaire. Cette étude sera également l'occasion de démontrer un certain nombre de relations qui seront fondamentales dans la suite du manuscrit (notamment la relation de dispersion de la houle, la vitesse de phase et de groupe des composantes de la houle, *etc.*). Une seconde approche considère la mer comme un signal 2D statistique (section 2.2.4) dont on peut étudier la densité de probabilité des hauteurs d'un point de vue spectral, en fonction des divers paramètres influant sur la création des vagues : principalement la direction et la vitesse du vent. La dernière approche, probabiliste (section 2.2.6), modélise la probabilité des pentes des vagues en fonction du vent. Les deux dernières approches exposées ci-dessus sont celles qui sont utilisées dans les modèles électromagnétiques que nous exposerons ensuite dans le chapitre 4.

## 2.1 Caractéristiques physiques de l'environnement marin

### 2.1.1 La température

La température de la mer varie en fonction de la saison, de la position sur le globe terrestre, de la profondeur. Dans le cadre de la modélisation du signal radar, seule la température de surface importe réellement. En effet, elle influe sur la constante diélectrique de l'eau en surface, comme nous le verrons au paragraphe 2.1.3.2. Les cartes de température peuvent être obtenues soit par des bouées, soit par télédétection. La figure 2.1 donne la température moyenne à la surface de la mer pour l'année 2005. Dans la suite, la température sera notée  $T$  et sera exprimée en degrés Celsius.

### 2.1.2 La salinité

L'eau de mer étant un bon solvant, c'est un milieu dans lequel un grand nombre de substances peut se dissoudre et entrer en relation. La mer contient en moyenne 34,7 g de sels par kilogramme d'eau de mer. La salinité varie néanmoins en fonction des mers. Historiquement, la salinité [S] était déduite de la chlorinité [Cl], à savoir, de la quantité en g/kg ou en parties par millions d'ions chlore, brome et iode présents dans l'eau de mer et précipités par titrage au nitrate d'argent [8]. Cette relation entre [S] et [Cl] est linéaire :

$$[S] = 0,03 + 1,805[Cl] \text{ [g/kg] ou [ppm]} \quad (2.1)$$

Depuis 1978, la salinité de l'océan est définie par la conductivité de l'eau de mer, qui dépend directement de la quantité de sels dissous dans l'eau. On utilise l'échelle pratique de salinité (*Practical Salinity Scale*) définie en unités pratiques de salinité (ups). Cette unité est totalement adimensionnelle car elle est définie en fonction du rapport  $K_s$  entre la conductivité électrique de l'eau de mer à 15° C et à 1013,15 hPa, et celle d'une solution standard (aux mêmes conditions de pression et de température) de chlorure de potassium dans laquelle la fraction de masse de chlorure de potassium est 0,0324356. L'équation de la salinité pratique relie alors  $K_s$  à [S] [8] :

$$[S] = 0,0080 - 0,1692K_s^{1/2} + 25,3851K_s + 14,0,941K_s^{3/2} - 7,0261K_s^2 + 2,7081K_s^{5/2} \text{ [ups]} \quad (2.2)$$

L'échelle pratique de salinité est définie de telle sorte que [S] = 35 ups quand le rapport  $K_s$  vaut 1, ce qui permet de retrouver des valeurs similaires, mais non identiques, à l'ancienne échelle. La figure 2.2 présente une carte de la salinité moyenne des océans dans le monde. Dans la suite, la salinité sera prise à [S] = 35 ups.

### 2.1.3 Caractérisation électromagnétique de l'eau de mer

#### 2.1.3.1 Généralités

Du point de vue électromagnétique, la mer peut être décrite par les deux grandeurs que sont la permittivité électrique relative et la perméabilité magnétique relative. Étant donné que l'eau de mer est un milieu non magnétique, sa perméabilité magnétique est voisine de l'unité :  $\mu \approx 1$ , et nous la prendrons donc égale à un. L'eau de mer est donc uniquement décrite par sa constante diélectrique. La constante diélectrique relative  $\epsilon_r$  est le rapport de la constante diélectrique du milieu  $\epsilon_d$  à la constante diélectrique du vide  $\epsilon_0$ . C'est un nombre complexe où partie réelle et partie imaginaires sont sans unités.

## 2.1 Caractéristiques physiques de l'environnement marin

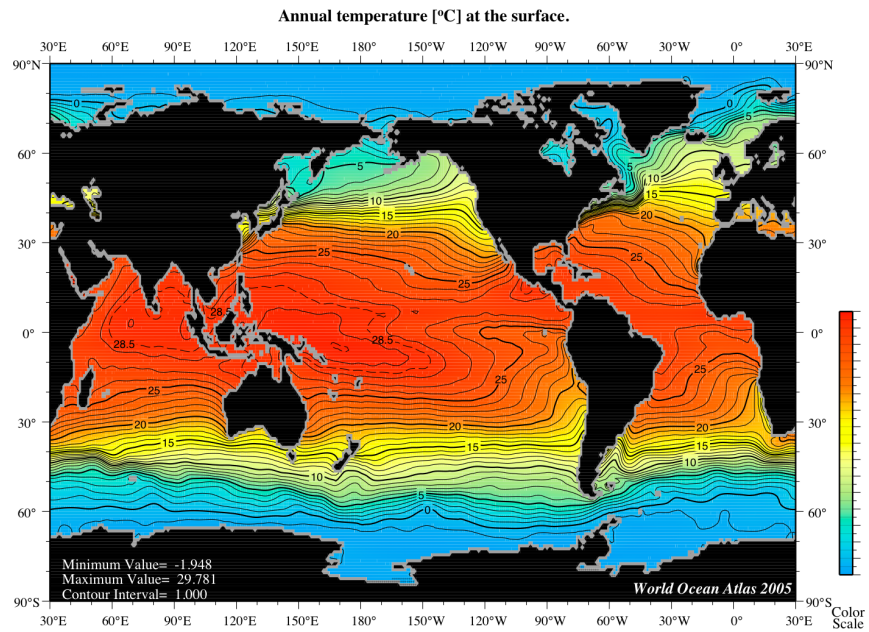


FIGURE 2.1: *Températures moyennes de la surface des océans pour l'année 2005, en degrés Celsius (données NOAA/National Oceanographic Data Center, libres de droits, [122]).*

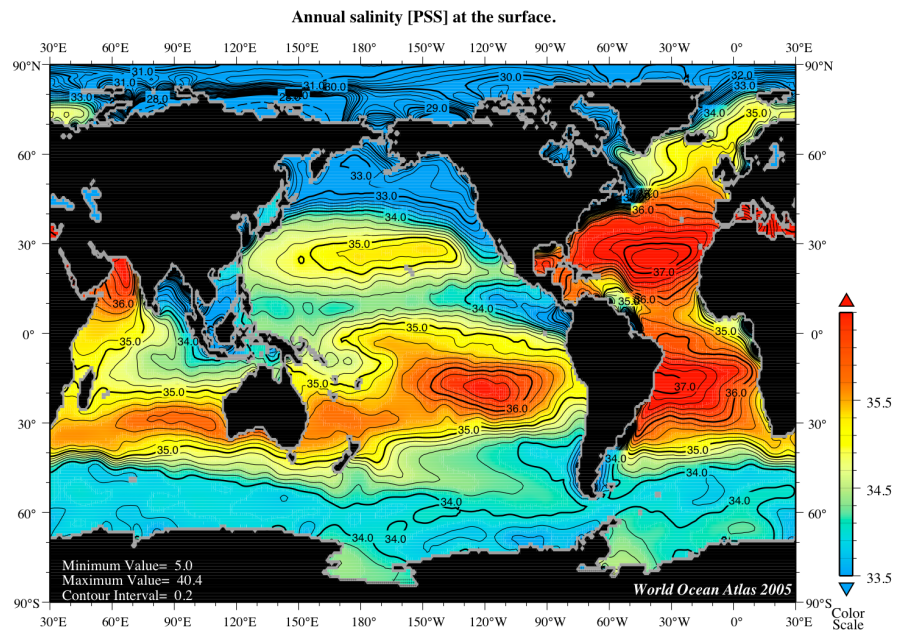


FIGURE 2.2: *Salinités moyennes de la surface des océans pour l'année 2005, en ups (données NOAA/National Oceanographic Data Center, libres de droits, [7]).*

### 2.1.3.2 Modèle utilisé

Dans le cas de l'eau de mer, la constante diélectrique relative  $\epsilon_r$  dépend de la salinité, de la température, et de la fréquence de l'onde électromagnétique incidente. Un certain nombre de considérations semi-empiriques ont permis d'établir la relation suivante [108, 50] :

$$\epsilon_r = \epsilon_{r \text{ inf}} + \frac{\epsilon_s - \epsilon_{r \text{ inf}}}{1 + (\omega\tau_r)^2} - j \left[ \frac{(\epsilon_s - \epsilon_{r \text{ inf}})\omega\tau_r}{1 + (\omega\tau_r)^2} + \frac{\sigma_s}{\omega\epsilon_0} \right] \quad (2.3)$$

où :

- $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$  F/m est la constante diélectrique du vide ;
- $\omega = 2\pi f$  est la pulsation de l'onde électromagnétique incidente en rad/s ;
- $\epsilon_s$  est la permittivité statique en F/m ; celle-ci est obtenue par la relation semi-empirique suivante :

$$\begin{aligned} \epsilon_s = & (87,134 - 1,94910^{-1}T - 1,27610^{-2}T^2 + 2,49110^{-4}T^3) \dots \\ & \times (1 + 1,61310^{-5}T[\text{S}] - 3,65610^{-3}[\text{S}] + 3,21010^{-5}[\text{S}]^2 - 4,23210^{-7}[\text{S}]^3) \end{aligned} \quad (2.4)$$

- $\sigma_s$  est la conductivité statique de l'eau de mer, obtenue par la relation semi-empirique suivante :

$$\sigma_s = \sigma_s^0 \exp(-g(T)) \quad (2.5)$$

$$\sigma_s^0 = 0,18252[\text{S}] - 1,461910^{-3}[\text{S}]^2 + 2,09310^{-5}[\text{S}]^3 - 1,28210^{-7}[\text{S}]^4 \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} g(T) = & 2,03310^{-2}\Delta T + 1,26610^{-4}\Delta T^2 + 2,46410^{-6}\Delta T^3 \dots \\ & - (1,84910^{-5} - 2,55110^{-7}\Delta T + 2,55110^{-8}\Delta T^2)[\text{S}]\Delta T \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\Delta T = 25 - T \quad (2.8)$$

- $\tau_r$  est le temps de relaxation de la surface en secondes ; physiquement, si l'on ajoute un excès de charges libres dans un milieu conducteur, cet excès disparaîtra exponentiellement avec une constante de temps  $\tau_r$ . Pour l'eau de mer, le temps de relaxation est obtenu par une relation semi-empirique :

$$\begin{aligned} \tau_r = & f \times (1,110910^{-10} - 3,82410^{-12}T + 6,93810^{-14}T^2 - 5,09610^{-16}T^3) \\ & \times \left( 1 + 2,28210^{-5}T[\text{S}] - 7,63810^{-4}[\text{S}] - 7,76010^{-6}[\text{S}]^2 + 1,10510^{-8}[\text{S}]^3 \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

- $\epsilon_{r \text{ inf}}$  est la limite haute fréquence de  $\epsilon_s$  ; elle est généralement prise égale à 4,9.

### 2.1.3.3 Limites du modèle

Le modèle a été validé dans une certaine plage de températures et de salinité. Il convient donc de prendre des températures réalistes (entre 1 et 40 degrés Celsius) ; la salinité peut aller de 4 g/kg à 35 g/kg, voire même 37 g/kg.

### 2.1.4 Le vent

C'est le vent qui est le principal responsable de la création de la houle. Comme la forme de la houle va directement influencer la rugosité de la mer et donc le signal radar réfléchi, le vent est un paramètre très important dans la modélisation du signal radio réfléchi par la surface maritime. On s'intéresse aux vents troposphériques de basse altitude puisque ce

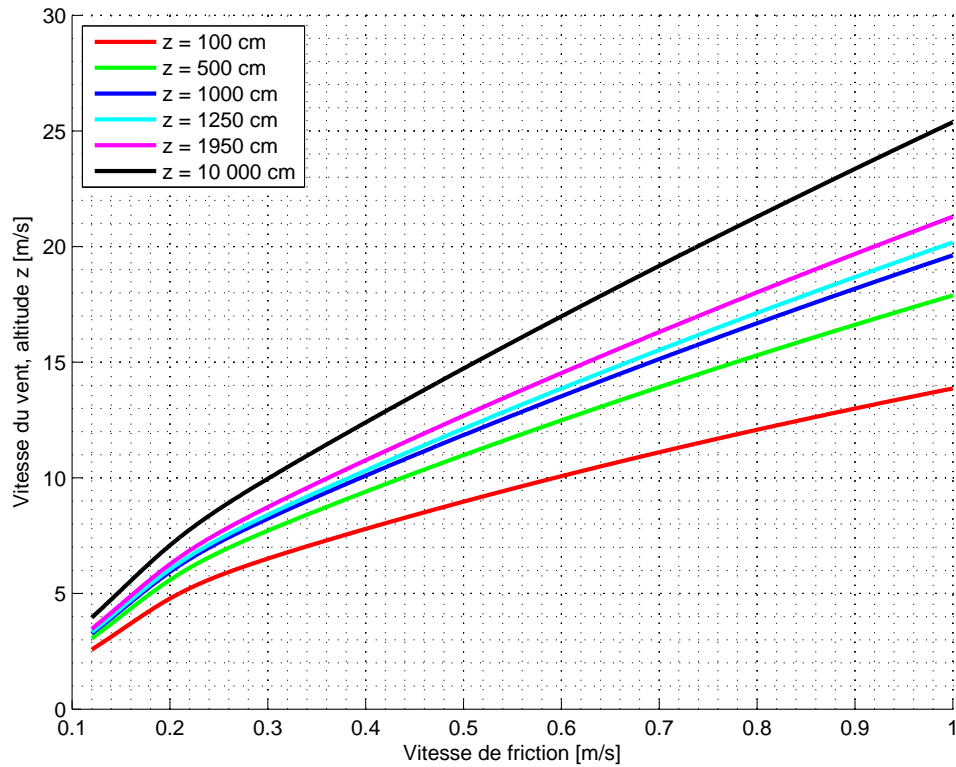


FIGURE 2.3: *Vitesse du vent en m/s en fonction de la vitesse de friction, pour plusieurs altitudes  $z$  en centimètres.*

sont eux qui sont directement en interaction avec la surface de la mer. Des phénomènes de couche limite au voisinage de la surface vont ralentir la vitesse de l'air de sorte qu'à la limite où l'altitude  $z$  tend vers zéro, la vitesse du vent n'est plus que de l'ordre de quelques centimètres par seconde : il s'agit de la vitesse de friction que l'on notera  $U_0$ . La vitesse du vent augmente ensuite rapidement avec l'altitude pour tendre asymptotiquement vers une limite que l'on notera  $U$ . Cette limite est bien sûr une vue de l'esprit. Dans la suite, on notera  $U_z$  la vitesse du vent en m/s à l'altitude  $z$  exprimée en centimètres.

Un modèle de relation vitesse/altitude couramment utilisé pour le vent pour le milieu maritime est le suivant [77] :

$$U_z = (U_0/k_k)\ln(z/z_0) \text{ [m/s]} \quad (2.10)$$

avec  $k_k$  la constante de Von Kármán valant environ 0,4 ;  $z$  en centimètres,  $U_0$  en m/s et :

$$z_0 = 6,8410^{-3}/U_0 + 4,2810^{-1}U_0^2 - 0,0443 \text{ [cm]} \quad (2.11)$$

Ce modèle a été validé expérimentalement pour des vitesses de friction de plus de 0,12 m/s. L'abaque donnée figure 2.3 permet d'obtenir la vitesse du vent  $U_z$  en m/s à partir de la vitesse de friction  $U_0$  pour plusieurs altitudes standards  $z$  en centimètres.

La force du vent peut être caractérisée par l'échelle de Beaufort, qui décrit par un nombre  $B$  (entier), une fourchette de vitesses et les effets typiques sur la mer et sur la terre. La formulation de cette échelle a évolué au cours des années ; celle qui est présentée ici est utilisée internationalement depuis 1946 (résolution 9 du Comité Météorologique

International, à Paris). L'échelle de Beaufort est reliée à la vitesse du vent par la formule empirique [22] :

$$U_{1000} = 0,836B^{3/2} \text{ [m/s]} \quad (2.12)$$

La table 2.1 décrit plus en détail cette échelle. L'état de mer est caractérisé par une autre échelle, l'échelle de Douglas, également normalisée par l'Organisation Météorologique Mondiale ([3], table 3700). Cette échelle est donnée à la table 2.2. L'échelle de Douglas, dans le cas où l'on se place au large dans le cas d'une mer pleinement développée, est conceptuellement équivalente à l'échelle de Beaufort, car elle fait intervenir la hauteur de la houle, laquelle peut être reliée à la force du vent comme nous le verrons au paragraphe 2.2.4. Dans la suite du manuscrit, c'est l'échelle Beaufort qui est utilisée.

| $B$ | Appellation       | $U_{1000}$ |         |           | $H_{m_0}^1$ | Description  |
|-----|-------------------|------------|---------|-----------|-------------|--|
|     |                   | kt         | km/h    | m/s       |             |  |
| 0   | Calme             | 0          | 0       | 0         | 0-0,2       | Mer plate.   |
| 1   | Très légère brise | 1-3        | 1-6     | 0,3-1,5   | 0,1         | Petites ondulations.   |
| 2   | Légère brise      | 4-6        | 7-11    | 1,6-3,3   | 0,2         | Vaguelettes ne se brisant pas.                                   |
| 3   | Petite brise      | 7-10       | 12-19   | 3,4-5,4   | 0,6         | Grandes vaguelettes commençant à se briser ; moutons épars.      |
| 4   | Jolie brise       | 11-15      | 20-29   | 5,5-7,9   | 1           | Petites vagues.  |
| 5   | Bonne brise       | 16-21      | 30-39   | 8,0-10,7  | 2           | Vagues modérées (1=1,2 m) ; un peu d'écume et d'embrun.          |
| 6   | Vent frais        | 22-27      | 40-50   | 10,8-13,8 | 3           | Grandes vagues avec écume et embrun.                             |
| 7   | Grand frais       | 28-33      | 51-62   | 13,9-17,1 | 4           | La mer devient grosse, l'écume plus fournie.                     |
| 8   | Coup de vent      | 34-40      | 63-75   | 17,2-20,7 | 5,5         | Vagues modérément hautes se brisant. Trainées d'écume et embrun. |
| 9   | Fort coup de vent | 41-47      | 76-87   | 20,8-24,4 | 7           | Grandes vagues, écume dense, premiers rouleaux.                  |
| 10  | Tempête           | 48-55      | 88-102  | 24,5-28,4 | 9           | Très grandes vagues, la mer blanchit, visibilité réduite.        |
| 11  | Violente tempête  | 56-63      | 103-117 | 28,5-32,6 | 11,5        | Vagues exceptionnellement grandes.                               |
| 12  | Ouragan           | >64        | >117    | >32,7     | >14         | Vagues énormes, mer totalement blanche, visibilité très réduite. |

TABLE 2.1: Force du vent en fonction de l'échelle de Beaufort ([158], page 415). (1) :  $H_{m_0}$  est la hauteur significative des vagues en mètres, au large, voir page 79, équation 2.111.

| Force | $H_{m_0}$ [m] | Description |
|-------|---------------|-------------|
| 0     | 0             | Calme       |
| 1     | 0 - 0,1       | Ridée       |
| 2     | 0,1 - 0,5     | Belle       |
| 3     | 0,5 - 1,25    | Peu agitée  |
| 4     | 1,25 - 2,5    | Agitée      |
| 5     | 2,5 - 4       | Forte       |
| 6     | 4 - 6         | Très forte  |
| 7     | 6 - 9         | Grosse      |
| 8     | 9 - 14        | Très grosse |
| 9     | >14           | Énorme      |

TABLE 2.2: État de la mer en fonction de l'échelle de Douglas.

## 2.2 Caractéristiques géométriques de la surface de la mer : les vagues

Dans cette section, nous allons nous intéresser à la géométrie de la surface de la mer ainsi qu'à son évolution temporelle. La modélisation de la surface maritime a été historiquement une des grandes applications de l'hydrodynamique, dans la mesure où la connaissance de la forme des vagues et du sillage a de nombreuses applications en architecture navale et *offshore* : prédiction de l'amplitude des vagues pour dimensionner une structure, calcul d'efforts, de résistance à l'avancement, *etc.* De manière générale, la catégorisation la plus simple des vagues peut se faire à partir de leur longueur d'onde  $\Lambda$  (voir figure 2.5). En fonction des longueurs d'onde, les mécanismes physiques à l'origine des vagues n'est pas la même. Pour l'application qui nous intéresse, trois régimes nous intéressent : *i*) les très petites longueurs d'onde, domaine des vagues de capillarité dominé par les forces de tension de surface, *ii*) les vagues de gravité, dominé par les forces d'inertie, et *iii*) les vagues de longueur d'onde intermédiaire. Ce sont les domaines qui sont observables au radar. La figure 2.4 donne une classification les différents types de vagues que l'on peut observer en fonction des forces en œuvre, de leur origine, et de leur longueur d'onde.

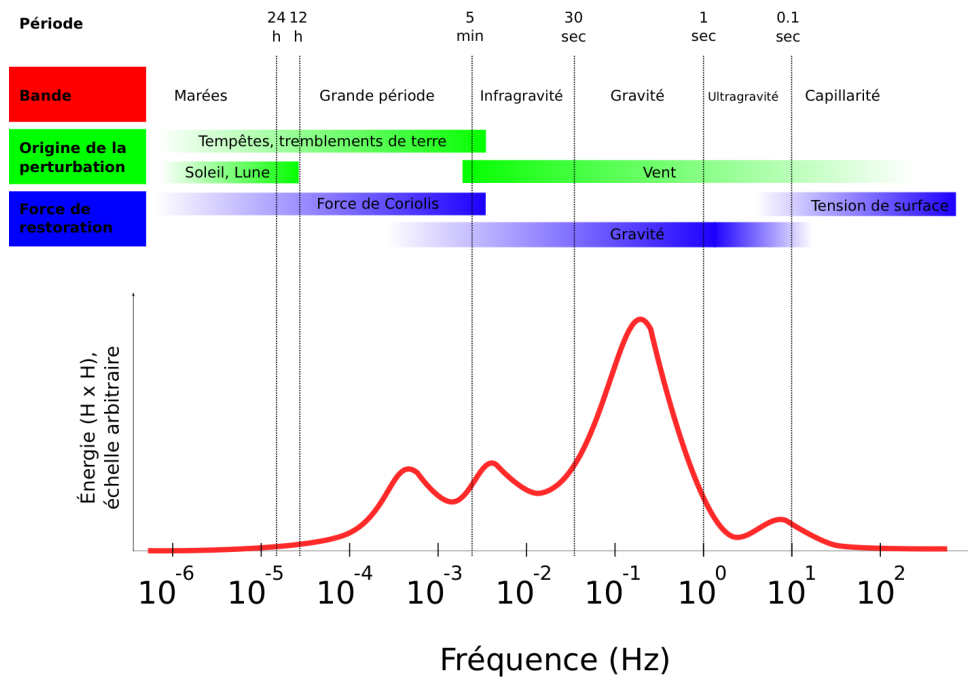


FIGURE 2.4: Classification des vagues en fonction de leur période, et des forces à leur origine, traduit et adapté de Kinsman [106].

La modélisation de ces vagues peut se faire dans le cadre le plus général possible, à savoir les équations de Navier-Stokes, mais la résolution directe de ces équations est le plus souvent impossible. On utilise donc des approximations, en fonction du type de phénomène que l'on veut modéliser : la houle ou les vagues de capillarité. Nous présentons dans la suite les équations de Navier-Stokes, ainsi que trois modèles approchés courant pour résoudre de manière approchée ces équations : la houle d'Airy, la houle de Gerstner, et la houle de Stokes. La houle d'Airy et de Gerstner sont traitées plus en détail car elles sont à la base de nombreux résultats utilisées dans la suite du présent manuscrit ; on se contentera uniquement d'évoquer les résultats les plus importants de la théorie de Stokes. On ne traitera pas les autres modèles de houles (houle cnoïdale, houle de Boussinesq, houle de



Korteweg-De Vries, *etc.*) plus spécifiques, ni à la théorie des vagues solitaires : on ne s'intéresse qu'au cas "nominal" en eaux profondes. De même, on ne fera que résumer les résultats liés aux vagues de capillarité. Enfin, et surtout, on ne traitera pas de la théorie du déferlement, qui est traitée plus en détail ailleurs (on trouvera par exemple quelques éléments dans [127]).

D'autres approches complémentaires existent pour modéliser la surface de l'eau. Plus empiriques, elles modélisent l'apparence de la surface sans chercher nécessairement à la relier à des bilans mécaniques. Ces approches sont : *i*) l'approche probabiliste, où l'on modélise la probabilité d'apparition d'une vague de hauteur  $H$ , *ii*) l'approche spectrale, qui est complémentaire de l'approche probabiliste, et *iii*) une seconde approche probabiliste, qui cherche à déterminer la densité de probabilité de l'apparition d'une pente donnée à la surface de l'eau. Ces trois approches, complémentaires de celles découlant des équations de Navier-Stokes, servent également lors de la modélisation des interactions d'une onde radio avec la surface de la mer.

### 2.2.1 Configuration géométrique d'une surface de mer 1D

On suppose l'espace muni d'un repère orthogonal direct  $\mathcal{W}(O, \hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ , tel que le plan moyen de la surface de la mer soit décrit par le plan d'équation  $z = 0$  ( $z$  positifs vers l'atmosphère). Le fond est supposé plat ; il est à une profondeur  $d$ . La direction du vent est donné par le vecteur unitaire  $\hat{u}$ , colinéaire au plan moyen de la mer. Dans ce repère, on décrit la mer comme une surface  $\zeta$ , fonction à deux variables spatiales  $x$  et  $y$  et une variable temporelle  $t$ . Cette description suppose que la mer est une surface "2D1/2", à savoir qu'il n'y a pas de rouleaux. On note  $\zeta_t$ , fonction de  $x$  et  $y$ , la surface décrite par la mer à l'instant  $t$  et supposée figée, c'est-à-dire uniquement décrite par les variables spatiales. De manière similaire, la notation  $\zeta_{x,y}$  correspond à l'élévation, fonction du temps, en un point de coordonnées  $(x, y)$ . La configuration est illustrée à la figure 2.5.

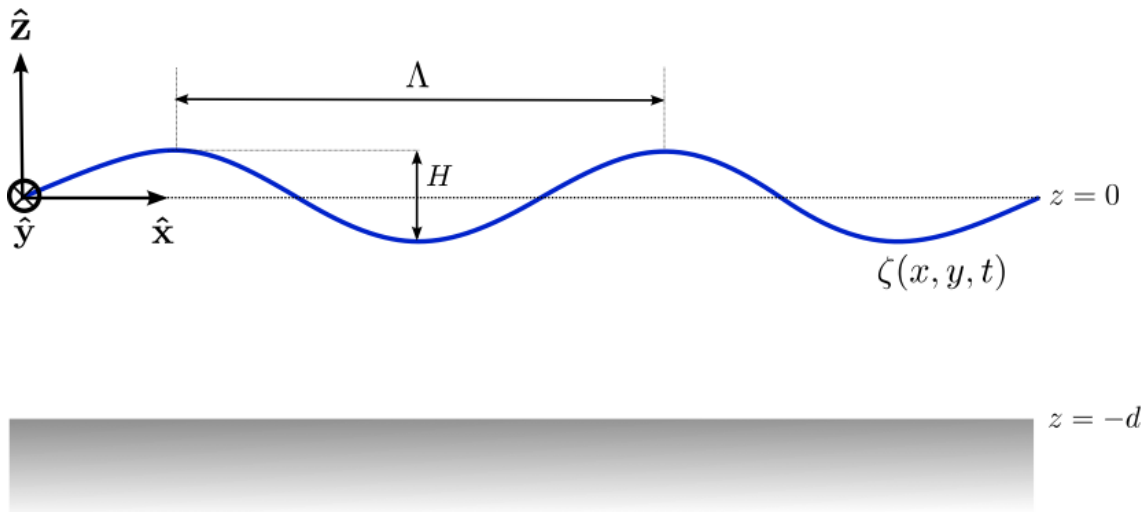


FIGURE 2.5: Configuration géométrique et notations utilisées dans ce paragraphe.

### 2.2.2 Équations de Navier-Stokes

Les équations de Navier-Stokes, nommées d'après Henri Navier (1785-1836) et Sir George Gabriel Stokes (1819-1903), décrivent le mouvement de substances fluides telles que les liquides et les gaz dans l'approximation des milieux continus. Elle décrivent le fait que les

variations de la quantité de mouvement de volumes infinitésimaux de fluides sont le résultat de l'action de forces visqueuses dissipatrices (similaires à de la friction), des changements de pression, ainsi que d'autres forces internes ou externes au fluide (telles que la gravité). Il existe plusieurs formes pour ces équations ; nous en présentons une forme utile dans la suite de ce manuscrit, donc adaptée à un modèle simplifié de l'océan. Étant donné que les équations de Navier-Stokes sont différentielles, celles-ci n'ont de sens que dans un domaine bien défini avec des conditions aux limites précises.

L'équation de Navier-Stokes décrit la conservation de la quantité de mouvement. Elle correspond à l'application de la seconde loi de Newton au volume de fluide dans un référentiel galiléen. Ce principe peut s'écrire pour un petit élément de volume d'eau centré en  $(x, y, z)$ , de densité  $\rho$ , et de dimensions  $dx, dy, dz$  (Stewart [169], section 7.6) :

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \mathbf{f} \quad (2.13)$$

où  $\mathbf{V}(x, y, z, t) = [u(t), v(t), w(t)]^t$  est le vecteur vitesse du petit volume d'eau,  $D/Dt$  est la dérivée totale, et  $\mathbf{f}$  la résultante des forces volumiques s'exerçant sur ce volume. On peut réécrire cette dérivée en fonction des dérivées partielles :

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \mathbf{f} \quad (2.14)$$

$$\Leftrightarrow \rho \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \frac{dz}{dt} \right) = \mathbf{f} \quad (2.15)$$

$$\Leftrightarrow \rho \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \right) = \mathbf{f} \quad (2.16)$$

$$\Leftrightarrow \rho \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \mathbf{grad} \mathbf{V} \right) = \mathbf{f} \quad (2.17)$$

Dans la vaste majorité des problèmes, la résultante des forces volumiques se décompose en :

$$\mathbf{f} = -\mathbf{grad} p + \mathbf{div} \mathbb{T} - \rho g_0 \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{f}' \quad (2.18)$$

où :

- $\mathbf{grad} p$  est le gradient de pression ;
- $\mathbb{T}$  est le tenseur des contraintes visqueuses ;
- $-\rho g_0 \hat{\mathbf{z}}$  est le poids volumique ;
- $\mathbf{f}'$  correspond aux autres forces volumiques.

L'équation de Navier-Stokes prise à elle seule ne permet pas de décrire à elle seule le fluide. Il faut lui adjoindre un certain nombre d'équations de conservation : conservation de la masse, conservation de l'énergie, ou une équation d'état (Stewart [169], section 7.1). L'équation de la conservation de la masse est presque toujours nécessaire et suffit dans notre cas, modulo un certain nombre d'hypothèses additionnelles. Cette équation correspond au fait que la variation de masse dans le volume  $dx dy dz$  durant  $dt$ , causée par un flux de particules liquides se déplaçant à la vitesse  $\mathbf{V}$ , est égale à la masse de fluide entrant dans le volume, à laquelle on retranche la masse sortante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{div}(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (2.19)$$

où  $\rho$  est la densité volumique du liquide.

### 2.2.2.1 Écriture des équations de Navier-Stokes pour le problème de la houle

#### 2.2.2.1.1 Hypothèses

Pour établir les équations de la houle, on peut ajouter en première approximation cinq hypothèses simplificatrices.

**Hypothèse sur le mouvement** On considère que le mouvement se fait dans le plan  $x - z$  uniquement. Cette hypothèse permet de simplifier notre propos dans la suite. La généralisation au cas 3D est immédiate.

**Hypothèse sur la densité** On considère que l'eau de mer est incompressible (en vérité, la compression est de 4 % pour 1000 bar), que la densité ne varie pas en fonction du temps, ni de l'espace<sup>2</sup> :  $\rho$  est supposé constant. L'équation de conservation de la masse 2.19 s'écrit alors :

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0 \quad (2.20)$$

**Hypothèses sur les forces** On néglige toute autre force que la gravité et la pression :

$$\mathbf{f} = -\operatorname{grad} p - \rho g_0 \hat{\mathbf{z}} = -\operatorname{grad} (p + \rho g_0 z) \quad (2.21)$$

Sous cette hypothèse, on néglige en particulier la force de Coriolis et les tensions de surface, ce qui ne donne qu'un premier niveau de réalisme à nos équations.

**Hypothèse sur la viscosité** On considère que le fluide est non-visqueux, c'est-à-dire que son tenseur des contraintes visqueuses est nul :  $\mathbb{T} = \mathbb{O}$ . En particulier, on suppose que la tension de surface est nulle. Il est possible de négliger celle-ci pour le problème de la houle, mais en revanche, il n'est pas possible de négliger la tension de surface pour les plus petites vagues, dites de capillarité.

**Hypothèse d'irrotationnalité** On considère que le fluide est irrotationnel ( $\operatorname{rot} \mathbf{V} = \mathbf{0}$ ). Physiquement, cela signifie que la vitesse angulaire locale du fluide est nulle ; cette hypothèse va de pair avec la non-viscosité. Cela implique que le champ de vitesses découle d'un potentiel scalaire  $\Phi$  :

$$\mathbf{V} = \operatorname{grad} \Phi \quad (2.22)$$

Donc l'équation 2.20 devient :

$$\Delta \Phi = 0 \quad (2.23)$$

L'équation de la conservation de la quantité de mouvement devient quant à elle :

$$\operatorname{grad} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\operatorname{grad} \Phi)^2 \right) = \mathbf{f} \quad (2.24)$$

Vu que la variable  $\Phi$  est pour le moment une inconnue, rien n'empêche de faire le changement de variable :  $\Phi \leftarrow \Phi/\rho$ . Avec l'écriture de  $\mathbf{f}$  que l'on a donné précédemment à l'équation 2.21, il vient alors :

$$\operatorname{grad} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\operatorname{grad} \Phi)^2 + \frac{p}{\rho} + g_0 z \right) = \mathbf{0} \quad (2.25)$$

soit encore :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\operatorname{grad} \Phi)^2 + \frac{p}{\rho} + g_0 z = C(t) \quad (2.26)$$

---

<sup>2</sup>Ce qui est faux en toute rigueur, puisque  $\rho$  dépend de la pression, de la température et de la salinité, qui varient en fonction des coordonnées géographiques, de la profondeur, et des saisons.

où  $C(t)$  est seulement fonction du temps. Comme  $\Phi$  est définie à une constante près, cette constante ne dépendant que du temps, on peut choisir cette constante de manière à ce qu'elle soit égale à la pression atmosphérique  $p_0$ , de sorte que l'équation 2.26 devienne :

$$p = \underbrace{(p_0 - \rho g_0 z)}_{(1)} - \rho \underbrace{\left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\mathbf{grad} \Phi)^2 \right)}_{(2)} \quad (2.27)$$

où le terme (1) correspond à la pression hydrostatique (avec  $p_0$  la pression atmosphérique) et le terme (2) correspond à la pression dynamique.

#### 2.2.2.1.2 Domaine et conditions aux limites

Pour que le problème de la houle puisse être résolu, il convient d'ajouter aux équations 2.23 et 2.27 un domaine de définition ainsi que des conditions aux limites (Dean et Dalrymple [52] section 3.2.2).

**Domaine de définition** On considère la zone de fluide entre  $z = \zeta$  et  $z = -d$ , pour  $-\infty < x < +\infty$ .

**Condition cinématique à la surface libre** La vitesse du fluide en  $z = \zeta$  est égale à la vitesse de l'interface eau-air (la surface libre) :

$$\underbrace{\frac{D\zeta}{Dt} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x}}_{\text{vitesse de la surface libre}} \approx \underbrace{w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}}_{\text{vitesse du fluide}} \quad (2.28)$$

d'où :

$$\left[ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]_{z=\zeta} = 0 \quad (2.29)$$

**Condition dynamique à la surface libre** La pression sur la surface libre est égale à la pression atmosphérique  $p_0$ . L'équation 2.27 du mouvement à la surface devient alors :

$$\left[ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right) + g_0 \zeta \right]_{z=\zeta} = 0 \quad (2.30)$$

**Relation à la surface libre** En dérivant 2.30 par rapport au temps, on obtient la dérivée de  $\zeta$  par rapport à  $t$ , que l'on peut injecter dans 2.29 :

$$\left[ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g_0 \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]_{z=\zeta} = \left[ -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left( \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right) + g_0 \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right]_{z=\zeta} \quad (2.31)$$

**Condition cinématique sur le fond** Le fluide ne pénètre pas dans le fond, donc la composante verticale du vecteur vitesse du fluide doit être nulle au fond :

$$\left[ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]_{z=-d} = 0 \quad (2.32)$$

### 2.2.2.2 Résolution des équations

On souhaite résoudre le problème constitué par le système d'équations 2.23, 2.27, 2.29, 2.30, 2.31 et 2.32. Il s'agit d'un système d'équations linéaires dont l'inconnue est le potentiel  $\Phi$ .

#### 2.2.2.2.1 Modèle linéaire d'Airy

Airy a proposé en 1845 une solution approchée à ce système en linéarisant les équations. On suppose alors que le terme  $\mathbf{V}^2$  est négligeable devant les autres. On verra que cela correspond à des vagues de petite amplitude.

La première constatation faite par Airy est que l'on ne connaît pas  $\zeta$  ; le domaine de définition des équations est donc inconnu. On peut supposer, en première approximation, que  $\zeta$  est très petit devant la profondeur  $d$  et devant la longueur d'onde  $\Lambda$  des vagues. La fonction potentiel est donc définie pour  $-d < z < 0$ . La condition dynamique en  $z = 0$  (eq. 2.30) devient alors :

$$\left[ g_0 \zeta + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right]_{z=0} = 0 \quad (2.33)$$

La relation à la surface 2.31 se simplifie elle aussi et prend alors le nom de *relation de Poisson* :

$$\left[ \frac{\partial \Phi^2}{\partial t^2} + g_0 \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]_{z=0} = 0 \quad (2.34)$$

**Solution élémentaire** On utilise ensuite la *méthode de la séparation des variables* (Dean et Dalrymple [52] section 3.4.1 ou Le Méhauté [127], 16-2.1.3) en supposant qu'une solution élémentaire  $\Phi_e$  est de la forme :

$$\Phi_e(x, z, t) = A_c(z) \cos(Kx - \Omega t) = \Re(A_c(z) e^{jKx - j\Omega t}) \quad (2.35)$$

Dans cette solution<sup>3</sup>,  $K$  est le nombre d'onde de la solution et  $\Omega$  est sa pulsation temporelle. En insérant l'expression de  $\Phi$  dans les équations, il vient :

$$\begin{aligned} \text{Équation de continuité 2.23} & \rightarrow -K^2 A_c(z) + \frac{d^2 A_c}{dz^2} = 0 \\ \text{Condition de non-pénétration au fond 2.32} & \rightarrow \left[ \frac{dA_c}{dz} \right]_{z=-d} = 0 \\ \text{Relation de Poisson 2.34} & \rightarrow -\Omega^2 A_c(z=0) = -g_0 \left[ \frac{\partial A_c}{\partial z} \right]_{z=0} \end{aligned}$$

Les solutions possibles de l'équation de continuité sont de la forme :

$$A_c(z) = a_1 e^{Kz} + b_1 e^{-Kz} \quad (2.36)$$

ou encore, de manière équivalente :

$$A_c(z) = a_2 \cosh(Kz) + b_2 \sinh(Kz) \quad (2.37)$$

Dans ces équations,  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $a_2$ ,  $b_2$  sont des constantes arbitraires. La seconde forme, une fois insérée dans les autres équations, donne le système :

$$\begin{cases} -a_2 K \sinh(Kd) + b_2 K \cosh(Kd) = 0 \\ -a_2 \Omega^2 + b_2 g_0 K = 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

Pour que ce système ait une solution en  $a_2$  et  $b_2$ , son déterminant doit être nul. Il vient :

$$\Omega^2 = g_0 K \tanh(Kd) \quad (2.39)$$

<sup>3</sup>On aurait tout aussi bien pu prendre un sinus au lieu d'un cosinus ; et la forme générale de la solution ne change pas.

Cette équation est appelée *relation de dispersion* car elle relie la pulsation temporelle au nombre d'onde spatial de la houle. Cette équation, fondamentale, nous servira constamment dans la suite. Si  $d \rightarrow \infty$ , alors cette relation devient :

$$\Omega^2 = g_0 K \quad (2.40)$$

On peut du même coup calculer la vitesse de phase et la vitesse de groupe de la houle. On rappelle que la vitesse de phase correspond à la vitesse de déplacement du front d'onde d'une houle monochromatique, tandis que la vitesse de groupe correspond à la vitesse de déplacement de l'enveloppe d'une houle comportant au moins deux composantes de pulsation proche (c'est aussi la vitesse de propagation de l'énergie du paquet de vagues). La vitesse de phase  $c$  est par définition :

$$c(K) = \frac{\Omega}{K} = \sqrt{\frac{g_0}{K} \tanh(Kd)} \quad (2.41)$$

tandis que la vitesse de groupe est par définition :

$$c_g(K) = \frac{d\Omega}{dK} = \frac{\frac{dg_0}{K} \operatorname{sech}(Kd)^2 - \frac{g_0}{K^2} \tanh(Kd)}{2\sqrt{\frac{g_0}{K} \tanh(Kd)}} \quad (2.42)$$

La vitesse de groupe tend vers la moitié de la vitesse de phase lorsque la profondeur devient infinie :

$$c_g(K) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g_0}{K}} = \frac{1}{2} c(K) \quad (2.43)$$

Ce résultat nous servira au chapitre suivant (section 3.1.1.1) pour déterminer l'allure du sillage de Kelvin d'un navire.

Toujours est-il que, connaissant la relation de dispersion, l'expression de  $A_e$  devient :

$$A_e(z) = \gamma \frac{\cosh(K(z+d))}{\cosh(Kd)} \quad (2.44)$$

avec  $\gamma$  une constante quelconque. On obtient alors la fonction potentiel  $\Phi$  :

$$\Phi(x, z, t) = \gamma \frac{\cosh(K(z+d))}{\cosh(Kd)} \cos(Kx - \Omega t) \quad (2.45)$$

Pour obtenir la fonction élévation  $\zeta_e$  qui découle de  $\Phi_e$ , on utilise la condition dynamique à la surface libre 2.33 qui donne :

$$\zeta_e(x, t) = -\gamma \Omega \sin(Kx - \Omega t) \quad (2.46)$$

Si on fait intervenir la hauteur  $H$  de la vague, on obtient finalement :

$$\zeta_e(x, t) = -\frac{H}{2} \sin(Kx - \Omega t) \quad (2.47)$$

La solution élémentaire 3D est une vague sinusoïdale se propageant dans la direction donnée par un vecteur d'onde  $\mathbf{K} = [K_x, K_y]^t$  :

$$\zeta_e(x, y, t) = -\frac{H}{2} \sin(\mathbf{K} \cdot \mathbf{x} - \Omega t) \quad (2.48)$$

avec  $\mathbf{x} = [x, y]^t$ .

**Solution générale** Le cas 2D général (Le Méhauté [127], 16-3) est obtenu en sachant que les équations différentielles du problème sont linéaires, et que la solution imposée sur  $\Phi$  aurait pu tout aussi bien être obtenue en utilisant un sinus au lieu d'un cosinus dans l'équation 2.35. La solution générale est donc de la forme :

$$\zeta(\mathbf{x}, t) = \int_{K \in \mathbb{R}} -\frac{H(K)}{2} \sin(\mathbf{K} \cdot \mathbf{x} - \Omega(K)t + \phi_0(K)) dK \quad (2.49)$$

où  $\phi_0(K)$  est la phase à l'origine et  $H$  la fonction hauteur de la vague en fonction de  $K$ , la pulsation  $\Omega$  étant toujours liée à  $K$  par 2.39. Le cas 3D général est obtenu en considérant que la solution est la somme de vagues 2D indépendantes se propageant chacune dans leur plan. Elle peut alors s'écrire sous la forme :

$$\zeta(\mathbf{x}, t) = \iint_{K_x, K_y \in \mathbb{R}^2} -\frac{H(\mathbf{K})}{2} \sin(\mathbf{K} \cdot \mathbf{x} - \Omega(K)t + \phi_0(\mathbf{K})) d\mathbf{K} \quad (2.50)$$

L'idée sous-jacente expliquant la solution générale est illustrée graphiquement à la figure 2.6.

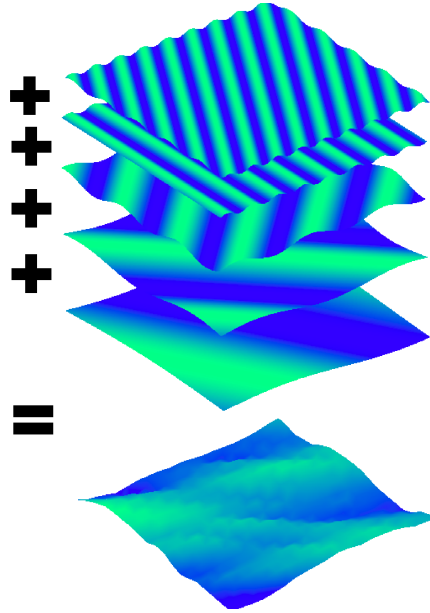


FIGURE 2.6: Principe de la décomposition de la surface de la mer en somme de vagues sinusoïdales indépendantes, image inspirée de [78].

**Vitesse des particules d'eau sous l'hypothèse d'Airy** Le vecteur vitesse local est donné par le gradient du potentiel donné à l'équation 2.22 (Dean et Dalrymple [52] section 4.1, Le Méhauté [127], 16-3.3, Gelpi et Norris [80]) :

$$\begin{cases} u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{cases} \quad (2.51)$$

En utilisant l'expression obtenue à l'équation 2.45, il vient, pour la solution élémentaire 1D :

$$\begin{cases} u(x, z, t) = -\frac{H}{2} \frac{g_0 K}{\Omega} \frac{\cosh(K(z+d))}{\cosh(Kd)} \sin(Kx - \Omega t) \\ w(x, z, t) = \frac{H}{2} \frac{g_0 K}{\Omega} \frac{\sinh(K(z+d))}{\sinh(Kd)} \cos(Kx - \Omega t) \end{cases} \quad (2.52)$$

Si l'eau est profonde, c'est-à-dire si  $Kd > \pi$ , alors les termes hyperboliques tendent vers 1 et la vitesse ne dépend alors plus de  $z$ . De plus, en réutilisant la relation de dispersion en eau profonde 2.40, on peut encore réécrire ces équations. On obtient alors :

$$\begin{cases} u(x, t) = -\frac{H}{2}\Omega \sin(Kx - \Omega t) \\ w(x, t) = \frac{H}{2}\Omega \cos(Kx - \Omega t) \end{cases} \quad (2.53)$$

En 3D, en considérant la solution élémentaire 2.50, la vitesse des particules formant cette vague élémentaire est donnée par :

$$\mathbf{V}_e(x, y, t) = \frac{H}{2}\Omega \left( -\sin(Kx - \Omega t) \frac{\mathbf{K}}{K} + \cos(Kx - \Omega t) \hat{\mathbf{z}} \right) \quad (2.54)$$

De par la linéarité de 2.22, le champ de vitesses général 3D associé à 2.50 est :

$$\mathbf{V}(x, y, t) = -\frac{\mathbf{K}}{K} \times \iint_{K_x, K_y \in \mathbb{R}^2} \frac{H(K)}{2} \Omega(K) \sin(\mathbf{K} \cdot \mathbf{x} - \Omega(K)t + \phi_0(K)) d\mathbf{K} \quad (2.55)$$

$$\dots + \hat{\mathbf{z}} \times \iint_{K_x, K_y \in \mathbb{R}^2} \frac{H(K)}{2} \Omega(K) \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{x} - \Omega(K)t + \phi_0(K)) d\mathbf{K} \quad (2.56)$$

L'expression du vecteur vitesse des particules d'eau trouve son utilité dans le calcul du décalage en fréquence Doppler des ondes radioélectriques frappant une surface maritime (Gelpi et Norris [80]), en appliquant les relations du chapitre 1, paragraphe 1.5.3. Une justification possible selon laquelle ce sont les particules d'eau qui sont responsables de l'effet Doppler, et non pas la surface libre de l'eau, pourra être trouvée au chapitre 5, dans le commentaire de la figure 5.12(b) (page 151).

**Trajectoire des particules d'eau sous l'hypothèse d'Airy** On considère la solution élémentaire 2D 2.47 et on note  $x_e(x, z, t)$  et  $z_e(x, z, t)$  la position d'une particule d'eau au cours du temps. On a :  $u = dx_e/dt$  et  $v = dy_e/dt$ . La position d'une particule élémentaire est donc obtenue, à une constante près, en intégrant le vecteur vitesse par rapport au temps. En utilisant les expressions de  $u$  et  $w$  trouvées en 2.52, il est immédiat de voir que l'on obtient la relation suivante entre  $x_e(t)$  et  $y_e(t)$  (Le Méhauté [127], 16-4.2.2) :

$$\frac{x_e(t)^2}{r_a^2} + \frac{y_e(t)^2}{r_b^2} = 1 \quad (2.57)$$

avec :

$$r_a = \left( \frac{H}{2} \right) \frac{\cosh(K(z+d))}{\sinh(kd)} \quad (2.58)$$

$$r_b = \left( \frac{H}{2} \right) \frac{\sinh(K(z+d))}{\sinh(kd)} \quad (2.59)$$

Cela signifie que la trajectoire des particules est elliptique. En eau profonde ( $dK > \pi$ ),  $\sinh(Kd) \approx \cosh(Kd) \approx \exp(Kd/2)$  et de même :  $\sinh(K(z+d)) \approx \cosh(K(z+d)) \approx \exp(K(z+d)/2)$ . Il vient alors :

$$r_a = r_b = \left( \frac{H}{2} \right) e^{\frac{Kz}{2}} \quad (2.60)$$

Le mouvement des particules est donc circulaire. Le rayon de la trajectoire décroît exponentiellement avec la profondeur de  $z$ . Une étude similaire peut être faite pour des profondeurs faibles, mais ce cas ne nous intéresse pas ici. Dans le modèle d'Airy général, la trajectoire d'une particule est une combinaison de mouvements circulaires d'amplitudes et de pulsations différentes.



2.2.2.2.2 Houle trochoïdale de Gerstner

La théorie d’Airy établit les équations de la dynamique des fluides dans un volume élémentaire  $dx dy dz$  centré autour d’un point fixe (approche eulérienne). Mais est également possible de suivre l’approche langrangienne, où l’on suit le mouvement d’une particule donnée dans le temps, pour tenter de reconstruire le mouvement de la surface. La théorie de la houle de Gerstner est un exemple d’une telle approche, où l’on suppose *a priori* que le mouvement des particules au cours du temps est un cercle (Le Méhauté [127], 17-1.4), ce qui revient à quelque part à partir des conclusions obtenues avec la houle d’Airy pour faire le chemin inverse et tenter de retrouver la surface originale.

Dans le cas unidimensionnel élémentaire, à une date  $t$  et pour une particule  $P(x, t)$  en rotation autour d’un point d’abscisse  $x$  et d’élévation nulle, les hypothèses de Gerstner donneront les coordonnées :

$$\begin{cases} x_P(x, t) &= x + \frac{H}{2} \sin(Kx - \Omega t - \phi_0) \\ z_P(x, t) &= -\frac{H}{2} \cos(Kx - \Omega t - \phi_0) \end{cases} \quad (2.61)$$

où :

- $H/2$  est l’amplitude du mouvement circulaire ;
- $K$  et  $\Omega$  sont obligatoirement liés par la relation de dispersion *ad hoc*, par exemple l’équation 2.40 ;
- $\phi_0$  est une phase à l’origine arbitraire.

La figure 2.7 illustre l’évolution spatio-temporelle d’une telle houle et la compare à une houle sinusoidale d’Airy.

**Condition d’accord entre le modèle de Gerstner et le modèle d’Airy** Si  $H \ll 1$ , on constate que les équations 2.61 donnent à l’ordre 2 :

$$\begin{cases} x_P(x, t) &= x \\ z_P(x, t) &= -\frac{HK}{2} - \frac{H}{2} \frac{(Kx - \Omega t - \phi_0)^2}{2} \end{cases} \quad (2.62)$$

Ce développement à l’ordre 2 est le même que celui de la courbe paramétrique suivante :

$$\begin{cases} x_P(x, t) &= x \\ z_P(x, t) &= -\frac{H}{2} \cos(Kx - \Omega t - \phi_0) \end{cases} \quad (2.63)$$

Ce développement est celui d’une courbe sinusoidale, comme dans le modèle d’Airy. On en déduit donc que si  $H \ll 1$ , la houle de Gerstner et la houle d’Airy se confondent à l’ordre deux et ne sont rigoureusement égaux qu’à la limite où  $H$  tend vers 0. Cette configuration est illustrée à la figure 2.8(a).

**Étude de la houle de Gerstner à  $t$  figé** La courbe  $\zeta_t$  représentative de la fonction  $x \rightarrow P(x, t)$  pour un instant  $t$  figé, est une courbe paramétrée par  $x$ . On reconnaît la forme d’une trochoïde. Il est alors aisé<sup>4</sup> de voir que si :

- $HK/2 < 1$  : la courbe ne présente aucun point double. Elle représente une surface physiquement acceptable de la mer, avec cependant des creux plus doux que dans le cas de la houle sinusoidale, et des crêtes plus pointues (*cf.* fig. 2.8(b)) ;

<sup>4</sup>Par exemple, en étudiant les vecteurs dérivés.

- $HK/2 = 1$  : la courbe présente des points de rebroussement pour  $x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ , c'est le cas limite d'une surface de mer physiquement acceptable (cf. fig. 2.8(c)) ;
- $HK/2 > 1$  : la courbe présente des points doubles, ce qui n'est pas acceptable physiquement (cf. fig. 2.8(d)). En fait, la mer devra déferler avant que ce cas ne se présente.

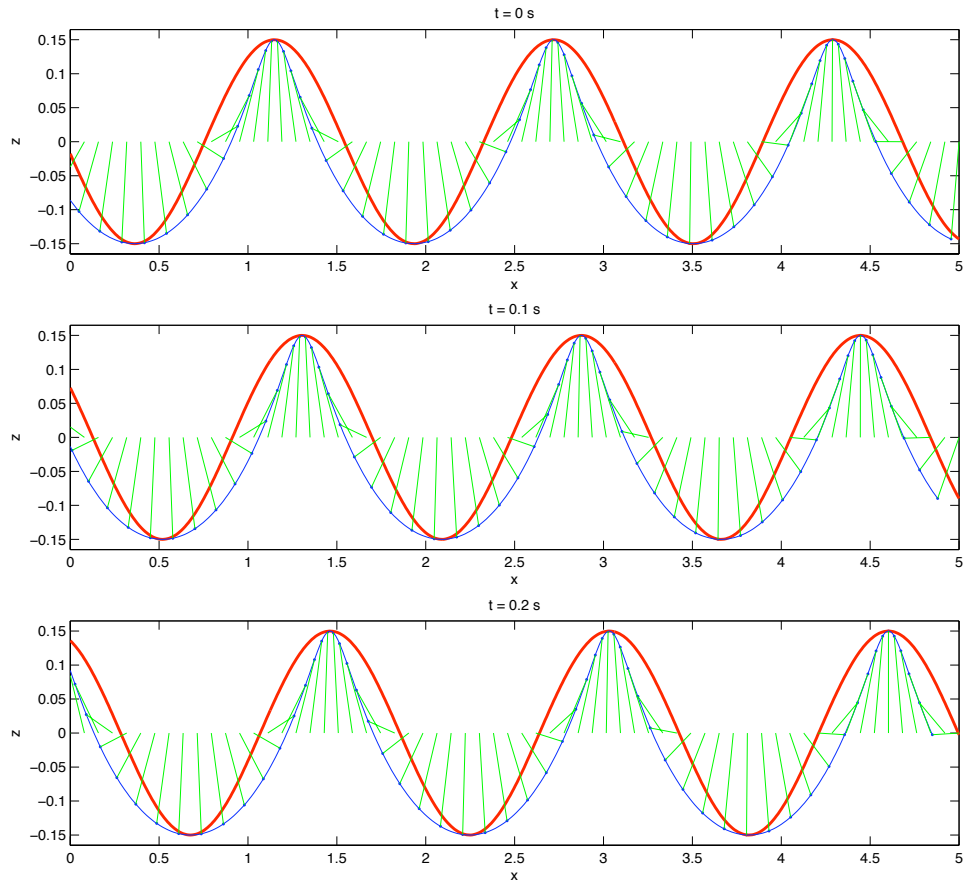
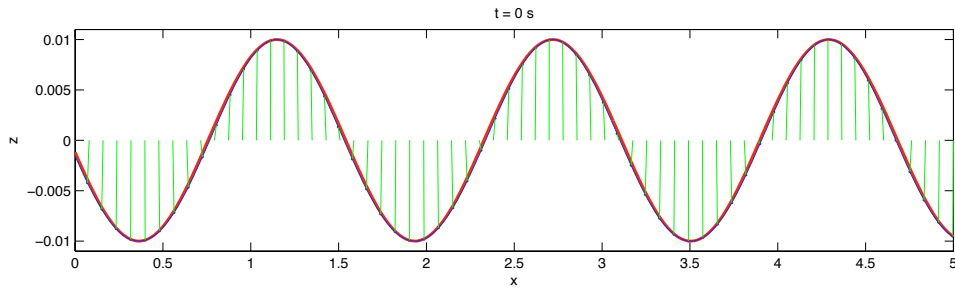


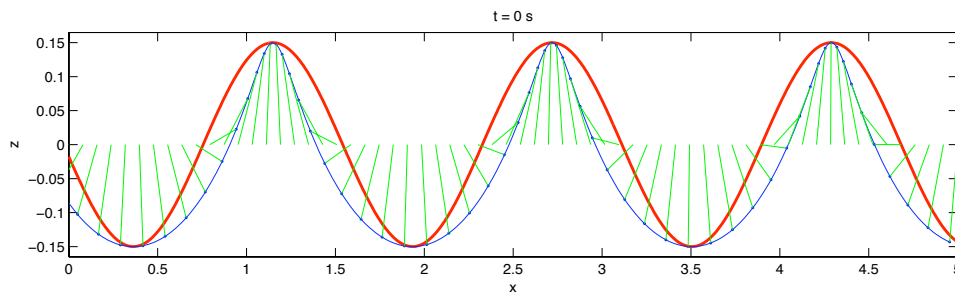
FIGURE 2.7: Simulation de l'évolution temporelle d'une houle de Gerstner pour une seule composante spectrale ( $K = 4 \text{ rad/m}$  et  $H = 0,3 \text{ m}$ ). Les points bleus représentent une particule d'eau ; les traits verts relient les particules à leur centre de rotation ; le trait rouge correspond à la vague sinusoidale de même paramètre  $H$  et  $K$ . Les particules tournent dans le sens horaire si la houle se propage vers la droite, comme ici.

**Cas général de la houle de Gerstner** Le cas général de la houle de Gerstner est donné par des particules ayant une superposition de mouvements circulaires.

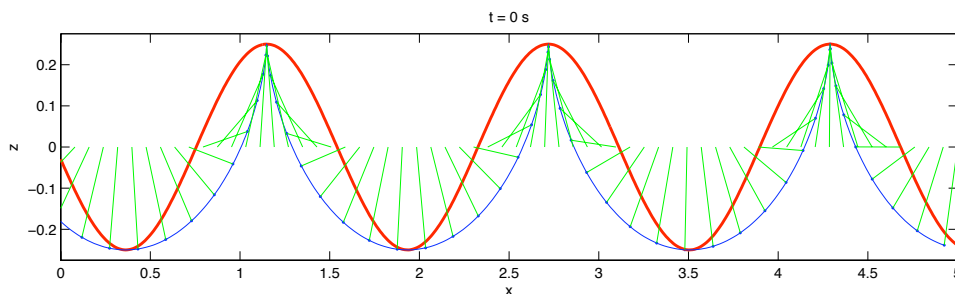
**Intérêt de la houle de Gerstner** Comme on l'a vu, l'approche de Gerstner va dans le sens contraire de celle d'Airy puisque l'on a une démarche lagrangienne et non eulérienne. Cela est très utile, car il est entendu que l'on souhaiterait que les deux approches coïncident. Il a été vu que sous les hypothèses d'Airy, et après résolution des équations de Navier-Stokes, on trouve bien que les particules ont un mouvement circulaire au voisinage de la surface, ce qui constitue les hypothèses de départ du modèle de Gerstner. On peut se servir du modèle de Gerstner afin de vérifier dans quelle mesure les hypothèses d'Airy sur l'amplitude des



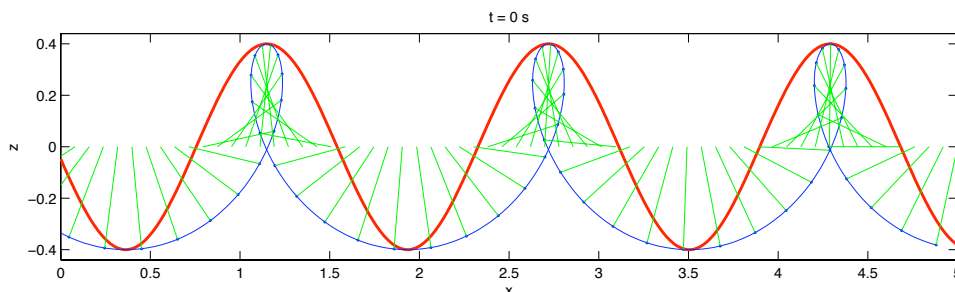
(a) Cas  $H \ll 1$  : on se confond avec la houle sinusoidale d'Airy (ici  $K = 4 \text{ rad/m}$  et  $H = 0,02 \text{ m}$ ; attention, les échelles ne sont pas les mêmes en  $x$  et en  $z$ ).



(b) Cas  $HK/2 < 1$  : la houle est réaliste, mais plus pointue qu'une vague sinusoidale (ici  $K = 4 \text{ rad/m}$  et  $H = 0,30 \text{ m}$ ).



(c) Cas  $HK/2 = 1$  : la houle est à la limite du déferlement, c'est une cycloïde (ici  $K = 4 \text{ rad/m}$  et  $H = 0,50 \text{ m}$ ).



(d) Cas  $HK/2 > 1$  : la houle de Gerstner n'est plus physique, la surface présente des points doubles (ici  $K = 4 \text{ rad/m}$  et  $H = 0,80 \text{ m}$ ).

FIGURE 2.8: Divers cas limites pour la houle de Gerstner. Mêmes notations que fig. 2.7.

vagues doivent être vérifiées et quel type d'erreur est commise si ces hypothèses ne sont pas respectées.

Les hypothèses d'Airy établissaient que l'élévation  $\zeta$  de la surface de l'eau devait être très petite devant la profondeur et la longueur d'onde des vagues. Le développement de l'équation 2.62 montre que cette amplitude doit surtout être petite devant la longueur unité pour que le modèle d'Airy et celui de Gerstner coïncident. Si cela n'est pas le cas, on observe un décalage entre la houle d'Airy, sinusoïdale, et la houle de Gerstner, trochoïdale. Cela a une première influence sur la forme de la houle, comme on l'a vu plus haut (la trochoïde est plus pointue que la sinusoïde). Cela a surtout une influence sur le calcul du champ des vitesses. En effet :

1. Les équations 2.53 donnent le vecteur vitesse d'une particule d'eau en un point d'abscisse  $x$ . Ce point est supposé être sur la surface d'Airy, qui est sinusoïdale. En intégrant par rapport au temps, on trouve une trajectoire circulaire par rapport à un centre fixe au cours du temps, comme indiqué à l'équation 2.57 modifiée pour une mer de grande profondeur.
2. Or si l'on applique l'hypothèse des centres de rotation fixes au cours du temps, on aboutit naturellement au modèle de Gerstner. On constate que sauf pour le cas limite  $H \rightarrow 0$ , la surface de Gerstner et la surface d'Airy ne coïncident pas.
3. Pour une élévation égale, et à un instant  $t$  figé, la distance horizontale séparant le point de la surface sinusoïdale de son homologue sur la trochoïde est  $\Delta x = H/2 \sin(Kx - \Omega t - \phi_0)$ .

On commet donc aussi une erreur de positionnement égale à  $\Delta x$  sur le champ des vecteurs vitesses ; cette erreur de positionnement est périodique et bornée par  $H/2$ . Cette erreur est présente lorsque, dans notre simulation, on cherchera à estimer le champ local des vitesses Doppler des particules d'eau.

### 2.2.2.2.3 Houle de Stokes

Contrairement au modèle d'Airy, le modèle de Stokes tient compte des termes non linéaires (Le Méhauté [127], 17-2). L'approche utilise un développement en série de puissance dépendant d'un paramètre  $\epsilon$ , petit. Stokes propose pour  $\epsilon$  le choix de la cambrure des vagues :  $\epsilon = HK/(2\pi)$ . On a alors :

$$\Phi = \epsilon\Phi_1 + \epsilon^2\Phi_2 + \dots + \epsilon^n\Phi_n + \dots \quad (2.64)$$

$$\zeta = \epsilon\zeta_1 + \epsilon^2\zeta_2 + \dots + \epsilon^n\zeta_n + \dots \quad (2.65)$$

Les termes du développement peuvent être découplés et pris séparément. On peut ainsi introduire de manière indépendante les termes  $\Phi_i$  et  $\zeta_i$  dans les équations de Navier-Stokes et calculer leur valeur comme si les termes d'ordre  $j \neq i$  étaient nuls.

Dans la mesure où les résultats analytiques de la houle de Stokes n'ont pas été utilisés, nous ne fournirons que des résultats qualitatifs dans cette partie. Un certain nombre de résultats méritent cependant d'être notés. Tout d'abord, on peut montrer que si l'on tronque le développement de Stokes à l'ordre un, on retrouve les solutions du modèle d'Airy. Les termes d'ordre supérieur sont ceux qui introduisent les non-linéarités ; en particulier, la trajectoire des particules ne sera plus fermée, et lorsque l'ordre devient plus élevée, la forme de la surface aura d'autant plus tendance à ressembler à une cycloïde (sans pour autant en être une), dans la mesure où les vagues ne sont plus symétriques par rapport au niveau  $\zeta = 0$  – on garde cependant une symétrie par rapport à la verticale passant par la crête

des vagues. En général, on utilise les ordres supérieurs du développement pour des mers de faible profondeur, notamment à l'ordre cinq ; Demirbilek et Vincent affirment en effet dans le Coastal Engineers Manual ([53], page II-1-32) que ce développement reste rapide à calculer et contient des expressions asymptotiques à la fois pour le domaine "mer profonde" et "mer peu profonde" qui donnent des résultats qui correspondent mieux aux observations que de nombreux autres modèles.

Un dernier résultat important est une limite au delà de laquelle la vague doit déferler. Ce paragraphe est un résumé d'éléments tirés du Coastal Engineers Manual ([53], page II-1-35) : Stokes a prédit que, théoriquement, la vague ne peut rester stable uniquement si la vitesse des particules d'eau à la crête des vagues est moindre que la vitesse de la vague ou de la vitesse de phase ; ce critère limite alors l'angle des vagues à la crête à 120 degrés (figure 2.9). Michell a quant à lui donné un critère selon lequel le rapport amplitude sur longueur d'onde ne peut excéder  $(H/\Lambda)_{\max} = 1/7$  en eau profonde, c'est à dire que la hauteur de la vague vaut 14 % de la longueur d'onde. Miche en 1944 a généralisé cette relation aux eaux de profondeur variable, par la relation :

$$\left(\frac{H}{\Lambda}\right)_{\max} = \frac{1}{7} \tanh\left(\frac{2\pi d}{\Lambda}\right) \quad (2.66)$$

On peut comparer ce résultat à celui obtenu pour la houle de Gerstner (figure 2.8), qui donne une limite  $HK/2 = 1$  soit  $(H/\Lambda)_{\max} = 1/\pi$  : la cambrure maximale autorisée par le modèle de Gerstner est beaucoup plus importante que dans le modèle de Stokes, et physiquement irréaliste. Cependant, le critère de Stokes généralisé par Miche semble lui aussi surévaluer la limite de déferlement, puisque expérimentalement, on a observé en laboratoire du déferlement, en condition d'eau profonde, lorsque la hauteur n'était que de 6 % de la longueur d'onde [195].

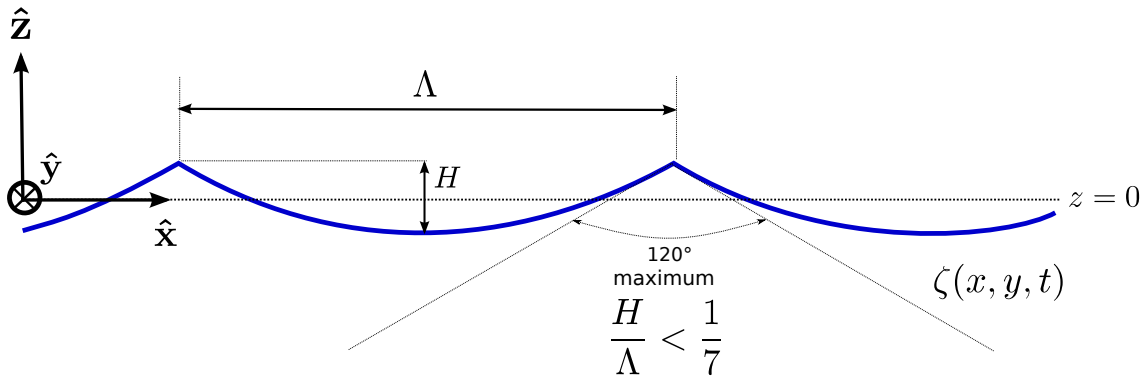


FIGURE 2.9: Allure typique de la houle de Stokes pour un ordre élevé, à la limite du déferlement, en mer de profondeur infinie.

### 2.2.2.3 Domaine de validité des modèles

Étant donné que l'on s'intéresse particulièrement au modèle linéaire, il est important de connaître les limites d'applicabilité du modèle. Ursell [185] a proposé en 1953 un nombre adimensionné, le nombre d'Ursell noté  $Ur$ , qui permet de quantifier le degré de non-linéarité de la théorie nécessaire pour modéliser une vague :

$$Ur = \frac{H\Lambda^2}{d^3} \quad (2.67)$$

Le Méhauté ([127], p. 204) considère que la théorie linéaire est valide des vagues ayant un petit nombre d'Ursell  $Ur \ll 1$  avec des ondes longues ( $\Lambda \gg d$ ). Il poursuit par une catégorisation plus générale des diverses théories, basée sur la valeur des deux nombres adimensionnés  $d/(g_0\tau^2)$  et  $H/(g_0\tau^2)$ , où  $\tau$  est la période des vagues. Cette catégorisation est faite sous la forme d'une abaque que nous reprenons à la figure 2.10. Le terme  $H/d \approx 0,8$  est une hauteur limite de déferlement. Nous ne traitons pas le cas du déferlement dans ce manuscrit. Néanmoins, le lecteur intéressé pourra consulter le travail de Tulin et Landrini [181] pour une introduction au sujet des vagues déferlantes en mer seule et en présence d'un navire.

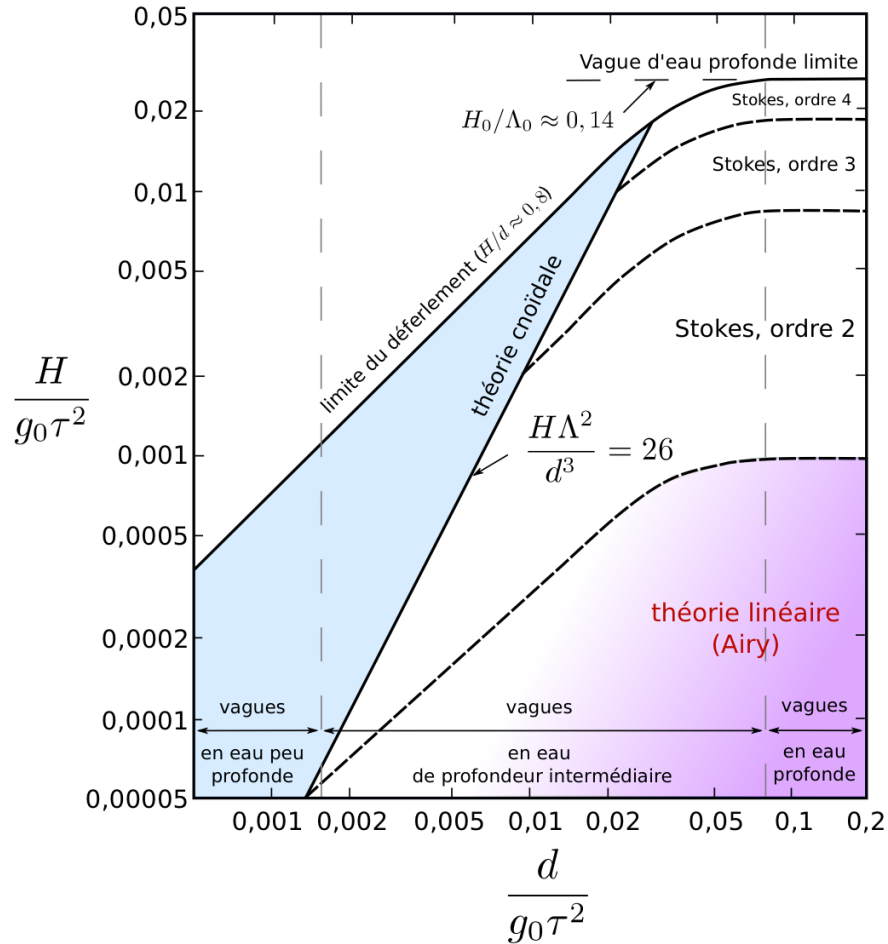


FIGURE 2.10: Une catégorisation de diverses théories représentant la houle, d'après Le Méhauté [127].

### 2.2.3 Modélisation des vagues de capillarité

Les vagues de capillarité sont des vagues présentes à la surface de l'eau, dont la dynamique est dominée par les tensions de surface que nous avons négligées dans la partie relative à la houle. Ces vagues sont de longueur d'onde plus petite, de l'ordre du centimètre. Il existe des vagues dites de gravité-capillarité dont la dynamique est également influencée par la gravité, et dont la longueur d'onde est intermédiaire entre celles de vagues de capillarité pure, et celle des vagues de houle. La modélisation des vagues de capillarité est connue

au moins depuis les travaux de Sir Horace Lamb (1849-1934) [117]. La description de ces vagues demande de modéliser plus finement l'interface entre l'eau et l'air. On commence par un bilan énergétique, qui fait intervenir trois énergies potentielles :

- l'énergie potentielle de la gravité, dont la valeur est obtenue en intégrant la densité d'énergie potentielle due à la gravité ; pour cela on garde l'hypothèse d'incompressibilité utilisée pour la houle, en ce qui concerne l'eau, ainsi que de l'invariabilité de l'accélération de la gravité ;
- l'énergie liée à la tension de surface  $\tau_s$  ; pour faciliter le calcul de la tension de surface, on suppose comme pour la houle que les variations de la hauteur de la surface sont petites ;
- l'énergie cinétique, pour laquelle on considère que la vitesse découle d'un potentiel (hypothèse du fluide irrotationnel, que l'on a également faite pour la houle).

On arrive alors à une équation sur le potentiel qui est l'équation de Laplace, que l'on résout avec les conditions aux limites *ad hoc* : la vitesse devient nulle loin de l'interface eau/air, et la composante verticale de la vitesse à l'interface correspond au mouvement de l'interface. On montre également que le régime est dispersif, avec la relation de dispersion suivante :

$$\Omega^2 = \|\mathbf{K}\| \left( \frac{\rho - \rho_0}{\rho + \rho_0} g_0 + \frac{\tau_s}{\rho + \rho_0} \mathbf{K}^2 \right) \quad (2.68)$$

où  $\rho$  est la densité de l'eau,  $\rho_0$  celle de l'air, et  $\tau_s$  la tension de surface.

## 2.2.4 Modélisation spectrale de la mer

### 2.2.4.1 Définitions et propriétés

Soit la fonction élévation  $\zeta_t(x, y)$  donnant la hauteur de la surface à un point  $(x, y)$  représentée dans le repère monde  $\mathcal{W}(\mathbf{O}, \hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}})$  (cf. l'annexe §A.2.1). Pour une surface de mer donnée, il est possible de considérer cette fonction comme une réalisation particulière d'un signal aléatoire 2D. Ce signal aléatoire est caractérisé par sa fonction *densité spectrale de puissance* (DSP), terme à prendre au sens de "transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation de  $\zeta_t$ " et non pas au sens de densité de puissance mécanique. On nomme, par abus de langage, un *spectre de houle* ou encore *spectre de mer* une densité spectrale de puissance qui représente bien la DSP d'une surface de mer.

**Spectre pour une mer 1D** On suppose que le vent souffle vers les  $x$  croissants. On rappelle que la DSP d'un signal aléatoire est définie comme étant la transformée de Fourier de l'autocorrélation de ce signal. Sous les hypothèses de stationnarité et d'ergodicité, on définit l'autocorrélation de la fonction élévation de la manière suivante :

$$\langle \zeta_t, \zeta_t \rangle(u) = \lim_{u \rightarrow \infty} \frac{1}{u} \int_{-u/2}^{+u/2} \zeta_t(x+u) \zeta_t^*(x) dx \quad (2.69)$$

L'autocorrélation est une fonction paire, car la fonction élévation est à valeurs réelles. La densité spectrale de puissance est quant à elle sa transformée de Fourier<sup>5</sup> :

$$\mathcal{S}_{1d}(K) = \frac{1}{2\pi} \int_{u \in \mathbb{R}} \langle \zeta_t, \zeta_t \rangle(u) e^{-jKu} du \quad (2.70)$$

<sup>5</sup>La transformée de Fourier est écrite ici par rapport au nombre d'onde  $K$  ; on multiplie par le facteur  $1/2\pi$  pour la transformée, la transformée inverse se faisant sans multiplier l'intégrale par  $1/2\pi$ . Voir le chapitre 5, paragraphe 5.3.1.

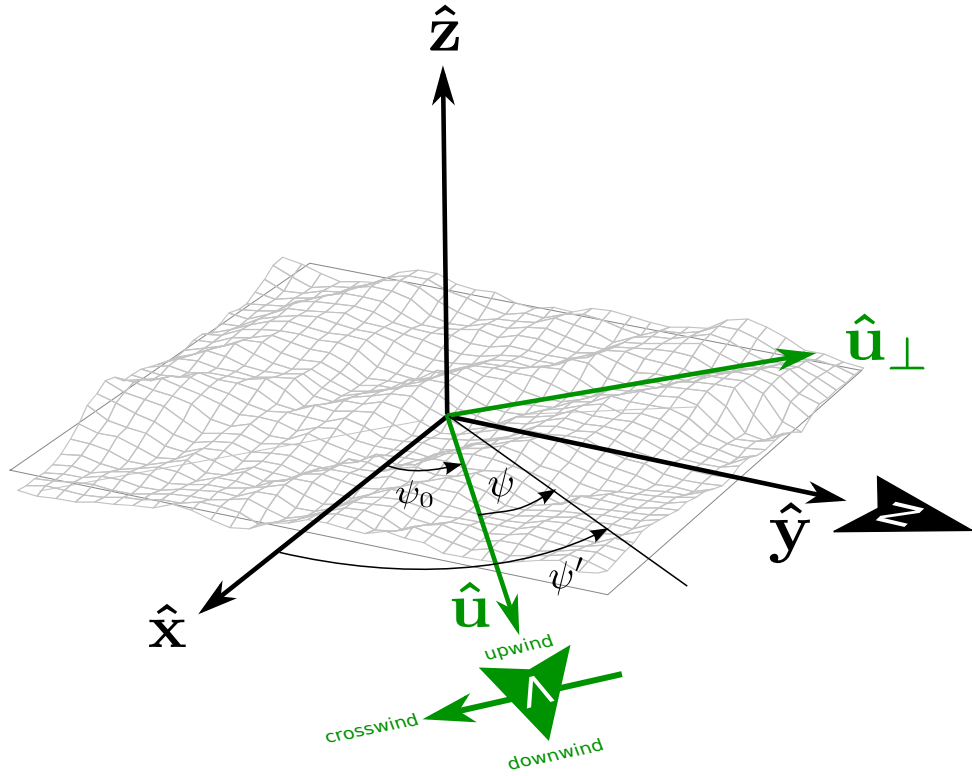


FIGURE 2.11: Repères utilisés dans les paragraphes 2.2.4 et 2.2.6, voir également l'annexe A. La flèche verte donne la direction du vent.

Une définition alternative mais équivalente du spectre permet de travailler directement avec les surfaces  $\zeta_t$  [2] :

$$\mathcal{S}_{1d}(K) = \lim_{u \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} E \left( \frac{1}{u} \left| \int_{-u/2}^{+u/2} \zeta_t(x) e^{-jKx} dx \right|^2 \right) \quad (2.71)$$

où  $E$  est l'opérateur espérance, sur l'ensemble des réalisations possibles  $\zeta_t$  de la mer. La densité spectrale de puissance s'exprime en  $[\text{m}^2/(\text{rad.m}^{-1})]$ . Cela correspond à la quantité de puissance<sup>6</sup> (proportionnelle à une amplitude au carré), par intervalle de nombre d'onde  $dK$  (en  $\text{rad.m}^{-1}$ ). La puissance totale générée par la totalité des vagues est alors :

$$P_{\text{totale, 1d}} = \int_0^{+\infty} \mathcal{S}_{1d}(K) dK \quad (2.72)$$

Il est également possible de réécrire ce spectre en fonction de la pulsation ; on le note alors  $\mathcal{S}_{1d,\Omega}$ . Pour cela, il faut écrire que le spectre en  $K$  et le spectre en  $\Omega$  doivent conserver l'énergie totale de la mer  $\mathcal{P}_{\text{totale, 1d}}$  après changement de variables [77, 62]. On a donc :

$$\mathcal{S}_{1d,\Omega}(\Omega) d\Omega = \mathcal{S}_{1d}(K) dK \quad (2.73)$$

soit encore :

$$\mathcal{S}_{1d,\Omega}(\Omega) = \mathcal{S}_{1d}(K) \frac{dK}{d\Omega} \quad (2.74)$$

<sup>6</sup> Terme à prendre au sens "traitement du signal", et non au sens "mécanique". La densité d'énergie mécanique, donnée plus bas à l'équation 2.113, est proportionnelle à  $\mathcal{S}_{1d}(K)$ .



et réciproquement. La dérivée  $dK/d\Omega$  se calcule en utilisant la relation de dispersion *ad hoc*, par exemple l'équation 2.40 pour la houle. Exprimé ainsi, la densité spectrale a pour dimension  $[\text{m}^2/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})]$ . Le spectre correspond alors à la densité spectrale de puissance de la fonction élévation  $\zeta_x(t)$  pour une abscisse  $x$  figée. La correspondance entre les deux espaces (pulsation et nombre d'onde) est plus qu'accessoire. En effet,  $\zeta_x(t)$  peut facilement être mesurée par une bouée éventuellement équipée d'un système de positionnement (par exemple un récepteur GPS) permettant de mesurer la position horizontale, et un accéléromètre pour mesurer les variations d'altitude au cours du temps. Ce système a longtemps été le moyen le plus utilisé pour établir des spectres expérimentaux.

**Spectre pour une mer 2D** Il est possible de généraliser les expressions précédentes à une mer 2D. Toujours sous les hypothèses de stationnarité et d'ergodicité, on écrit ainsi l'autocorrélation :

$$\langle \zeta_t, \zeta_t \rangle(u, v) = \lim_{u, v \rightarrow \infty} \frac{1}{uv} \int_{-u/2}^{+u/2} \int_{-v/2}^{+v/2} \zeta_t(x+u, y+v) \zeta_t(x, y) dx dy \quad (2.75)$$

et la densité spectrale de puissance 2D :

$$\mathcal{S}_{2d}(K_x, K_y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{u, v \in \mathbb{R}} \langle \zeta_t, \zeta_t \rangle(u, v) e^{-j(K_x u + K_y v)} du dv \quad (2.76)$$

où  $K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2}$  correspond au nombre d'onde d'une vague se propageant dans une direction  $\psi' \in ]-\pi, \pi]$  par rapport à l'axe des  $x$ , c'est-à-dire que :

$$K_x = K \cos \psi' \quad (2.77)$$

$$K_y = K \sin \psi' \quad (2.78)$$

La densité spectrale de puissance 2D possède les deux propriétés suivantes :

1.  $\forall \psi' \in ]-\pi, \pi], \mathcal{S}_{2d}(K, \psi') = \mathcal{S}_{2d}(K, \psi' + \pi)$  : parité, imposée par le fait que  $\zeta_t$  est réelle ;
2.  $\forall \psi' \in ]-\pi, \pi], \mathcal{S}_{2d}(K, \psi_0 - \psi') = \mathcal{S}_{2d}(K, \psi_0 + \psi')$  : symétrie par rapport à une direction privilégiée  $\psi_0$  qui s'avère être la direction vers où souffle le vent ; ce fait est imposé par les observations expérimentales. On note désormais  $\psi = \psi' - \psi_0$ .

On calcule à présent un *spectre de mer omnidirectionnel*, c'est-à-dire une densité spectrale de puissance uniquement fonction de  $K$  et s'exprimant donc en  $\text{m}^2/(\text{rad}\cdot\text{m}^{-1})$  :

$$\mathcal{S}_{\text{omni}}(K) = \int_{-\pi}^{+\pi} \mathcal{S}_{2d}(K, \psi') K d\psi' \quad (2.79)$$

Le spectre 2D peut alors se décomposer en une partie radiale et en une partie angulaire sous la forme suivante [62] :

$$\mathcal{S}_{2d}(K, \psi') = \frac{1}{K} \mathcal{S}_{\text{omni}}(K) \mathcal{S}_{\text{dir}}(\psi', \dots) \quad (2.80)$$

Le terme  $\mathcal{S}_{\text{omni}}$  correspond à un spectre 1D tel que défini au paragraphe précédent. Le terme  $\mathcal{S}_{\text{dir}}$  est la *fonction de répartition angulaire* ou encore le *spectre de mer directionnel* (en référence à l'anglais *directional wave spectrum*). Le facteur  $1/K$  additionnel permet de recréer la diminution d'énergie du spectre 2D pour l'ensemble des directions, du fait de l'accroissement du périmètre d'un cercle de rayon  $K$ . En fonction des modèles,  $\mathcal{S}_{\text{dir}}$  dépend

d'une quantité variable de paramètres autres que  $\psi_0$ . Cette fonction possède les mêmes propriétés de parité et de symétrie que  $\mathcal{S}_{2d}$ . De plus, elle est normalisée de telle sorte que son intégrale pour  $\psi' \in ]-\pi, \pi]$  vaille 1.

**Quel spectre utiliser ?** La littérature sur les spectres de mer est pléthorique et il est probablement impossible de lister l'ensemble des spectres proposés jusqu'à ce jour. En général, les spectres sont établis à partir de données expérimentales (séries temporelles, mesures radar) sur lesquels des modèles semi-empiriques sont adaptés. Il a été constaté qu'il n'existe pas de modèle semi-empirique universel, dans le sens où il n'existe pas de spectre particulier pouvant caractériser toute mer ou océan dans le monde, à cause des spécificités locales sur les conditions météorologiques, des courants dominants, et de la bathymétrie. Certains spectres sont cependant d'usage plus courant que d'autres. Dans la suite, nous allons présenter quelques spectres omnidirectionnels et directionnels usuels. On trouvera un passage en revue de quelques spectres usuels dans un article d'Elfouhaily et Chapron [61].

### 2.2.4.2 Quelques spectres omnidirectionnels

#### 2.2.4.2.1 Spectre de Pierson et Moskowitz

En supposant que le vent ait soufflé sur la même zone avec une vitesse constante pendant une durée suffisamment longue sur une surface suffisamment importante, on peut supposer que les vagues entreront en "équilibre" (au sens statistique) avec le vent : l'on arrive au concept idéalisé de *mer pleinement développée*. Pierson et Moskowitz ont proposé en 1964 [147] un spectre idéalisé pour une telle mer :

$$\mathcal{S}_{1d, PM, \Omega_p}(\Omega) = \frac{\alpha_{PM} g_0^2}{\Omega^5} \exp \left[ -\beta_{PM} \left( \frac{\Omega_p}{\Omega} \right)^4 \right] \quad (2.81)$$

où :

- $\alpha_{PM}$  est la constante de Philips (sans dimensions) prise à  $8,110^{-3}$  dans le cas du spectre de Pierson et Moskowitz ;
- $\beta_{PM}$  est une constante sans dimensions prise expérimentalement à 0,74 pour le spectre de Pierson et Moskowitz ;
- $\Omega_p = g_0/U_{1950}$  est la pulsation de la houle au niveau du pic (c'est-à-dire du maximum) du spectre.

Exprimé en nombre d'onde grâce à l'équation 2.74 avec la relation de dispersion 2.40, ce spectre devient :

$$\mathcal{S}_{1d, PM}(\Omega) = \frac{\alpha_{PM}/2}{K^3} \exp \left[ -\beta_{PM} \left( \frac{K_p^2}{K^2} \right) \right] \quad (2.82)$$

avec  $K_p$  le nombre d'onde associé à la pulsation  $\Omega_p$  :

$$K_p = \Omega_p^2/g_0 = g_0/U_{1950}^2 \quad (2.83)$$

Le spectre de Pierson et Moskowitz n'est vraiment adapté que pour la houle. D'autres spectres sont nécessaires pour modéliser finement les vagues de capillarité.

## 2.2.4.2.2 Spectre JONSWAP

Le spectre JONSWAP (Joint North Sea Wave Project) a été développé en 1973 afin de dimensionner la résistance des plate-formes pétrolières de la mer du Nord (Hasselmann *et al.* [89]). En observant les données expérimentales qu'ils ont acquises, Hasselmann *et al.* ont constaté que l'hypothèse de la mer pleinement développée est rarement vérifiée en pratique. En réalité, le processus de formation d'une mer pleinement développée se réalise au travers d'interactions non-linéaires complexes entre les vagues sur de grandes distances. Hasselmann *et al.* ont pour cela incorporé la notion de *fetch* dans leur modèle. Le *fetch*  $F_J$  correspond à la distance en mètres sur laquelle le vent a soufflé avec une vitesse et une direction constante. Il est alors possible de modifier le spectre de Pierson-Moskowitz en ajoutant un facteur  $\gamma_J^{r_J}$  qui modifie la forme du spectre en fonction du *fetch* :

$$\mathcal{S}_{1d, J, \Omega_p}(\Omega) = \frac{\alpha_J g_0^2}{\Omega^5} \exp \left[ -\beta_J \left( \frac{\Omega_p}{\Omega} \right)^4 \right] \gamma_J^{r_J} \quad (2.84)$$

L'exposant  $r_J$  est choisi comme suit :

$$r_J = \exp \left[ -\frac{(\Omega - \Omega_p)^2}{2\sigma_J^2 \Omega_p^2} \right] \quad (2.85)$$

On constate que pour  $\gamma_J = 1$ , on retrouve une équation similaire à celle de Pierson-Moskowitz. Mais en réalité, les données collectées pendant l'expérience JONSWAP ont permis de déterminer les valeurs suivantes pour les constantes ([169], section 16.4) :

- $\alpha_J = 0,076 \left( \frac{U_{1000}^2}{F_J g_0} \right)^{0,22}$
- $\beta_J = 5/4$
- $\Omega_p = 22 \left( \frac{g_0}{U_{1000} F_J} \right)^{1/3}$
- $\gamma_J = 3,3$
- $\sigma_J = \begin{cases} 0,07 & \text{si } \Omega \leq \Omega_p \\ 0,09 & \text{si } \Omega > \Omega_p \end{cases}$

où le *fetch*  $F_J$  est en mètres, la vitesse du vent à 10 mètres  $U_{1000}$  est en m/s et la pulsation  $\Omega$  est en radians par secondes.

## 2.2.4.2.3 Spectre de Fung et Lee

Fung et Lee [77] ont défini un spectre unifié permettant de représenter à la fois les vagues de gravité et les vagues de capillarité. Ce spectre est défini sur deux intervalles :

$$\mathcal{S}_{1d, FL} = \begin{cases} \mathcal{S}_{1d, FL, \text{gravité}}(K) & \text{si } K \leq 4 \text{ rad/m} \\ \mathcal{S}_{1d, FL, \text{capillarité}}(K) & \text{si } K > 4 \text{ rad/m} \end{cases} \quad (2.86)$$

où :

- $\mathcal{S}_{1d, FL, \text{gravité}}$  est un spectre de vagues de gravité repris d'après Pierson et Moskowitz :

$$\mathcal{S}_{1d, FL, \text{gravité}}(K) = \frac{\alpha_{FL}/2}{K^3} \exp \left[ -\beta_{FL} \frac{K_p^2}{K^2} \right] \quad (2.87)$$

mais avec une constante de Philips  $\alpha_{FL} = 2,810^{-3}$  et  $\beta_{FL} = 0,74$ , et  $K_p$  défini par l'équation 2.83 ;

- $\mathcal{S}_{1d, FL, \text{capillarité}}$  est un spectre de Philips modifié valide pour les vagues de capillarité :

$$\mathcal{S}_{1d, FL, \text{capillarité}}(K) = a_0(1 + 3\bar{K}^2) [K(1 + \bar{K}^2)]^{-(p_{FL}+1)/2} \quad (2.88)$$

avec  $K$  en radians par mètres,  $a_0 = 0,87510^{-4}(2\pi)^{p_{FL}-1}g_0^{(1-p_{FL})/2}$ ;  $p_{FL} = 3 - \log_{10}(U_0)$  avec  $U_0$  en m/s; et  $\bar{K} = K/K_m$  avec  $K$  en radians par mètres. La constante  $K_m$  est égale à  $\sqrt{g_0\rho/\tau}$ , où  $\rho$  est la densité de l'eau de mer et  $\tau_s$  la tension de surface;  $K_m$  est appelé "pic de gravité-capillarité" dans la littérature, sa valeur calculée est 363 rad/m.

#### 2.2.4.2.4 Spectre d'Elfouhaily

Le spectre d'Elfouhaily [62] est l'un des spectres les plus récents. Il généralise le modèle JONSWAP et, une fois incorporé dans les modèles de diffusion d'ondes électromagnétiques (*cf.* le chapitre 4), il est réputé donner des résultats en très bonne cohérence avec les mesures expérimentales. Contrairement au spectre JONSWAP, le spectre d'Elfouhaily est fourni en 2D, il y a donc un spectre omnidirectionnel et un spectre directionnel, lui-même étant dépendant de la longueur d'onde des vagues (*cf.* le paragraphe 2.2.4.3.4). Comme le spectre de Fung et Lee, un des principaux intérêts du spectre d'Elfouhaily est d'unifier au sein d'un même modèle, deux spectres adaptés respectivement aux basses et aux hautes fréquences :

$$\mathcal{S}_{1d, \text{Elf.}, \Omega_{wa}}(K) = \frac{(B_l + B_h)}{K^3} \quad (2.89)$$

où  $l$  et  $h$  correspondent respectivement aux basses et aux hautes fréquences. Ces deux spectres sont paramétrés par  $\Omega_{wa}$ , l'âge inverse des vagues adimensionné (*non-dimensional inverse wave age*), qui est une donnée d'entrée du spectre :  $0,84 \leq \Omega_{wa} \leq 5$ , la valeur 0,84 correspondant à une mer pleinement développée. Les deux composantes  $B_l$  et  $B_h$  sont données ci-dessous.

**Partie basses fréquences** La partie basses fréquences est donnée par la relation :

$$B_l = \frac{1}{2}\alpha_p \frac{c_p}{c(K)} F_p \quad (2.90)$$

où :

- $\alpha_p$  est le paramètre généralisé d'équilibre de Philips-Kitaigorodskii, pris à une valeur de  $6,010^{-3}\sqrt{\Omega_{wa}}$ ;
- $c(K)$  est la vitesse de phase d'une vague de nombre d'onde  $K$  :

$$c(K) = \sqrt{\frac{g_0}{K} \left( 1 + \left( \frac{K}{K_m} \right)^2 \right)} \quad (2.91)$$

- $K_m = 363$  rad/m est le nombre d'onde dudit pic de "gravité-capillarité", comme dans le cas du spectre de Fung et Lee ;
- $c_p = c(K_p) = U_{1000}/\Omega_{wa}$  est la vitesse de phase des vagues de nombre d'onde  $K_p$  correspondant au maximum du spectre :

$$K_p = \frac{g_0}{U_{1000}^2} \Omega_{wa}^2 \quad (2.92)$$

- $F_p$  est une fonction décrivant les vagues de gravité :

$$F_p = L_{PM} \gamma_J^{r_J} \exp \left\{ -\frac{\Omega_{wa}}{\sqrt{10}} \left( \sqrt{\frac{K}{K_P}} - 1 \right) \right\} \quad (2.93)$$

- $L_{PM}$  est le “spectre de forme” de Pierson :

$$L_{PM} = \exp \left( -\frac{5 K_p^2}{4 K^2} \right) \quad (2.94)$$

- $\gamma_J^{r_J}$  est le “facteur d’amélioration” proposé par Hasselmann *et al.* dans le spectre JONSWAP, avec des valeurs modifiées :

- $\gamma_J = 1,7$  si  $0,84 < \Omega_{wa} < 1$  ou  $\gamma_J = 1,7 + 6 \log \Omega_{wa}$  si  $1 \leq \Omega_{wa} < 5$ ;

- $r_J = \exp \left\{ -\frac{\left( \sqrt{\frac{K}{K_p}} - 1 \right)^2}{2\sigma_J^2} \right\}$

- $\sigma_J = 0,08(1 + 4\Omega_{wa}^{-3})$

**Partie hautes fréquences** La partie hautes fréquences est donnée par la relation :

$$B_h = \frac{1}{2} \alpha_m \frac{c_m}{c} F_m \quad (2.95)$$

où :

- $\alpha_m$  est le paramètre généralisé d’équilibre de Philips-Kitaigorodskii, pris à une valeur de  $0,14U_0/c_m$  (modèle linéaire) ou  $[1 + a \ln(U_0/c_m)]10^{-2}$ , avec  $a = 1$  si  $U_0 < c_m$  et 3 sinon (modèle non linéaire, qui est celui que nous avons utilisé) ;
- $c_m$  est la vitesse de phase de la vague du pic de gravité-capillarité, de nombre d’onde  $K_m$  :  $c_m = \sqrt{2g_0/K_m}$ , soit 0,23 m/s ;
- $F_m$  est une fonction décrivant les vagues de capillarité :

$$F_m = \exp \left\{ -\frac{1}{4} \left( \frac{K}{K_m} - 1 \right)^2 \right\} \quad (2.96)$$

#### 2.2.4.2.5 Comparaison des spectres

La figure 2.12 fournit une comparaison entre le spectre de Fung et Lee pour sa partie gravité :  $\mathcal{S}_{1d, FL, gravité}$ , tirée donc du spectre de Pierson ((figure 2.12, gauche) ; du spectre de Fung et Lee complet  $\mathcal{S}_{1d, FL}$  (figure 2.12, au centre), et du spectre d’Elfouhaily  $\mathcal{S}_{1d, Elf}$  avec l’âge des vagues inverse correspondant à une mer pleinement développée de manière à ce que la comparaison soit valable avec le spectre de Fung et Lee (figure 2.12, à droite). Ces spectres sont ceux que nous avons effectivement utilisés dans notre travail.

On peut remarquer que le spectre de Fung et Lee fournit plus d’énergie pour le spectre de capillarité, mais aussi que la décroissance est plus rapide, en comparaison avec la partie de gravité du spectre de Pierson. Le spectre d’Elfouhaily a le même aspect, avec une décroissance encore plus rapide, et encore plus d’énergie dans la partie capillarité. Pour tous ces spectres, quand le vent augmente, le spectre devient plus large (en unités non logarithmiques), ce qui explique pourquoi les vagues deviennent plus hautes. Il est intéressant

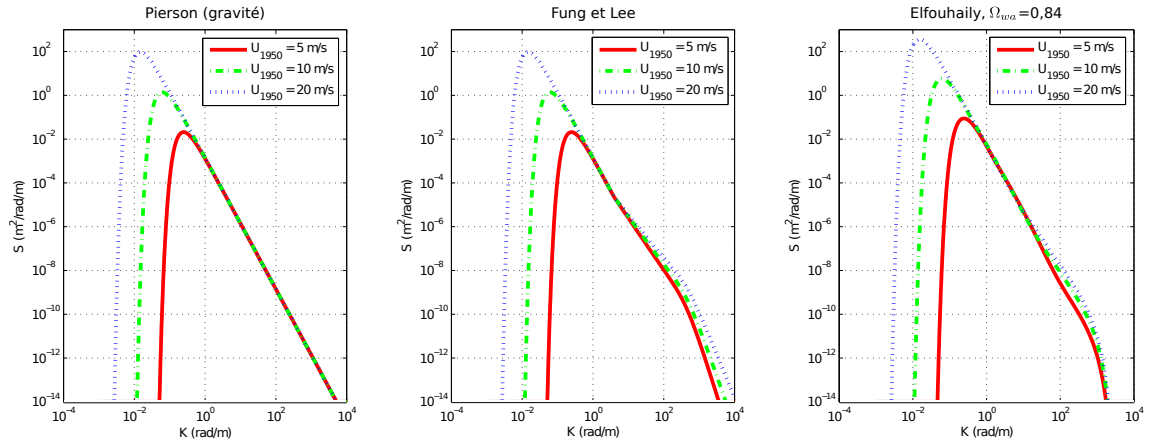


FIGURE 2.12: Comparaison des spectres de Pierson (partie gravité), de Fung et Lee, et d'Elfohaily

également d'observer, pour la partie purement gravité du spectre de Fung et Lee, que si le vent augmente, la courbe du spectre est simplement translatée le long d'une asymptote (dans le domaine logarithmique) : les courbes conservent une forme identique quelle que soit la vitesse du vent. Il s'agit d'un phénomène d'autosimilarité remarqué par Kitaigorodskii [107], et que nous allons exploiter au chapitre 5 pour déterminer comment discrétiser le spectre au mieux pour une application de simulation d'images radar.

### 2.2.4.3 Quelques spectres directionnels

Dans la mesure où le spectre 2D doit présenter une symétrie par rapport à l'axe de propagation du vent, la décomposition en série de Fourier du spectre directionnel ne peut comporter que des termes pairs [85]. Elle est donc de la forme :

$$\mathcal{S}_{\text{dir}}(\mathbf{K}, \psi) = \frac{1}{2\pi} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_{2n} \cos(2n\psi) \right] \quad (2.97)$$

Elfohaily, Chapron et Katsaros [62] ont en outre proposé une catégorisation des spectres directionnels basé sur un rapport d'asymétrie "*updown/crosswind*", qui est égal au coefficient du second terme de la série de Fourier :

$$\Delta(K) = a_2 = \frac{\mathcal{S}_{\text{dir}}(\mathbf{K}, 0) - \mathcal{S}_{\text{dir}}(\mathbf{K}, \frac{\pi}{2})}{\mathcal{S}_{\text{dir}}(\mathbf{K}, 0) + \mathcal{S}_{\text{dir}}(\mathbf{K}, \frac{\pi}{2})} \quad (2.98)$$

Elfohaily *et al.* ont alors montré que pour la plupart des spectres directionnels proposés pour la mer, le rapport  $\Delta(K)$  se mettait sous la forme :

$$\Delta(K) = \tanh f(K_p/K) \quad (2.99)$$

avec  $f$ , une fonction *ad hoc*. Nous suivons ici les travaux d'Elfohaily, Chapron et Katsaros dans [62] pour présenter quelques spectres directionnels usuels.

#### 2.2.4.3.1 Spectre directionnel de Longuet-Higgins

Le spectre directionnel le plus simple utilisé pour modéliser une vaste classe de surfaces rugueuses, dont la mer, a été proposé par Longuet-Higgins *et al.* en 1963 [126] :

$$\mathcal{S}_{\text{dir, LH}}(\mathbf{K}, \psi) = \left( \frac{2^{s_L-1}}{\pi} \right) \frac{\Gamma^2(s_L+1)}{\Gamma(2s_L+1)} \cos^{2s_L} \left( \frac{\psi}{2} \right) \quad (2.100)$$

où  $\Gamma$  est la fonction gamma d'Euler et  $s_L \geq 2$  est un paramètre entier. La dépendance est donc en cosinus, le facteur multiplicatif ne servant qu'à des fins de normalisation. Le rapport  $\Delta(K)$  se met sous la forme :

$$\Delta(K) = \tanh\left(\frac{\ln 2}{2}s_L\right) \quad (2.101)$$

On voit que dans ce spectre, il n'y a aucune dépendance à la longueur d'onde des vagues. C'est ce qui fait de ce modèle un modèle simple, expliquant son succès, malgré sa description simplifiée de la réalité.

#### 2.2.4.3.2 Spectre directionnel de Mitsuyasu

Dans leur article, Mitsuyasu *et al.* [133] reprennent et modifient le spectre de Longuet-Higgins pour introduire une dépendance au nombre d'onde dans l'exposant  $s_L$  :

$$s_L = 11,5 \left(\frac{c(K)}{U_{1000}}\right)^{2.5}, \quad K > K_p \quad (2.102)$$

ce qui donne :

$$\Delta(K) = \tanh\left(\left(3,98 \frac{c(K)}{U_{1000}}\right)^{2.5}\right) \quad (2.103)$$

#### 2.2.4.3.3 Spectre directionnel de Donelan

Donelan *et al.* ont trouvé qu'un spectre directionnel en sécante hyperbolique décrivait encore mieux les données obtenues lors d'essais menés dans le lac Ontario [55, 109], et proposent donc<sup>7</sup> :

$$\mathcal{S}_{\text{dir, Donelan, } \Omega}(\mathbf{K}, \psi) = \frac{K \beta_D(K)}{2} \text{sech}^2(\beta(K)\psi) \quad (2.104)$$

avec :

$$\beta_D(K) = \begin{cases} 2,61(K/K_p)^{2,6} & \text{si } \sqrt{0,56} < (K/K_p) < \sqrt{0,95} \\ 2,28(K/K_p)^{-2,6} & \text{si } \sqrt{0,95} < (K/K_p) < \sqrt{1,6} \\ 1,24 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.105)$$

Le rapport  $\Delta K$  d'Elfouhaily est alors égal à :

$$\Delta(K) = \frac{1 - \text{sech}^2\left(\beta_D(K)\frac{\pi}{2}\right)}{1 + \text{sech}^2\left(\beta_D(K)\frac{\pi}{2}\right)} \quad (2.106)$$

#### 2.2.4.3.4 Spectre directionnel d'Elfouhaily

Comme indiqué plus haut, l'article d'Elfouhaily *et al.* [62] fournit également un spectre directionnel, qui a la particularité de dépendre de la longueur d'onde des vagues. Le spectre est défini ainsi :

$$\mathcal{S}_{\text{dir, Elf.}}(K, \psi) = \frac{1}{2\pi} (1 + \Delta(K) \cos(2\psi)) \quad (2.107)$$

où  $\Delta(K)$  est le rapport “*updwind/crosswind*” introduit plus haut, qui fait introduire les paramètres également utilisés dans les spectres omnidirectionnels basse et hautes fréquences utilisés par Elfouhaily :

$$\Delta(K) = \tanh\left(a_0 + a_p(c/c_p)^{2.5} + a_m(c/c_m)^{2.5}\right); \quad (2.108)$$

<sup>7</sup>Une fois faite la transformation pour un spectre en nombre d'onde, l'original étant donné en pulsation.

Ici,  $a_0$  est une constante prise égale à  $(\ln 2)/4$ ,  $a_p$  vaut 4;  $a_m$  vaut  $0,13U_0/c_m$ , et  $c_p$ ,  $c_m$  sont tels que définis plus haut à l'équation 2.95. La figure 2.14 montre le comportement du spectre directionnel d'Elfouhaily *et al.*. On peut y remarquer que la distribution à  $K_p$  (maximum du spectre) ne dépend pas du vent. Pour d'autres longueurs d'onde, la distribution varie avec le vent.

### 2.2.5 Probabilité des hauteurs des vagues. Spectre de densité d'énergie.

Les observations expérimentales largement représentées dans la littérature ont permis de montrer que la distribution de la hauteur des vagues suit d'assez près une distribution de Rayleigh. Ceci devient d'autant plus vrai quand l'énergie des vagues est concentrée dans une petite bande de fréquences. Alors la distribution suit la forme ([53], p. II-1-74) :

$$\Pr(H) = \frac{2H}{\sigma_\zeta^2} \exp\left(-\frac{H^2}{2\sigma_\zeta^2}\right) \quad (2.109)$$

L'écart-type  $\sigma_\zeta$  des hauteurs de la surface générée par l'ensemble des vagues soit dans un intervalle de nombre d'ondes  $[K_1, K_2]$ , soit sur la totalité du spectre :

$$\sigma_\zeta = \sqrt{\int_0^{+\infty} \mathcal{S}_{1d}(K) dK} \quad (2.110)$$

On utilise souvent une définition alternative, qui est celle de la hauteur significative (*significant wave height*), notée  $H_{m_0}$ . Cette hauteur significative s'écrit :

$$H_{m_0} = 4\sigma_\zeta \quad (2.111)$$

A noter que dans des textes plus anciens, une autre définition de la hauteur significative est utilisée : elle correspond à la hauteur moyenne du tiers des vagues les plus fortes. Cette définition a été proposée par Sverdrup et Munk en 1947 suite à des études ayant initialement servi à préparer le débarquement des Alliés en Normandie durant la Seconde Guerre Mondiale; elle correspond assez bien aux observations empiriques faites par les marins. Cette hauteur significative était notée  $H_{1/3}$ . Qualitativement,  $H_{1/3}$  est proche de  $H_{m_0}$ . En effet, on montre que la densité de probabilité des hauteurs des vagues de la mer est proche d'une distribution de Rayleigh; or pour une telle distribution,  $H_{1/3}$  est exactement égale à  $H_{m_0}$  [53].

Le graphe de la figure 2.13 montre le tracé de  $H_{m_0}$  en fonction de l'état de mer Beaufort (ou, alternativement, de la vitesse du vent  $U_{1950}$ ). Les valeurs de  $H_{m_0}$  sont calculées par intégration sur pas logarithmique entre  $10^{-4}$  et  $10^4$  (8192 échantillons) à partir du spectre d'Elfouhaily, de Fung et Lee, ou de la partie "gravité" du spectre de Fung et Lee donnée par Pierson. Les hauteurs de mer descriptives associées à l'échelle Beaufort (donnée à la table 2.1) sont ajoutées à titre de référence. On constate d'une part que le spectre de Fung et Lee semble sous-évaluer légèrement la hauteur des vagues, par rapport aux autres spectres. Plus important, on constate une divergence des courbes correspondant aux prédictions obtenues grâce aux spectres, avec les hauteurs descriptives, dès lors que les états de mer deviennent élevés (environ pour  $B > 5$ ). Cette divergence s'explique par un comportement asymptotique différent entre les courbes théoriques données par intégration du spectre, et les données de référence expérimentales. Physiquement, cette différence peut s'interpréter par l'absence de la prise en compte du déferlement dans l'approche spectrale, ou bien le fait que le modèle n'a pas été adapté par régression aux états de mer élevés. Dans tous les cas, il semble que l'approche spectrale donne une mauvaise description de la surface



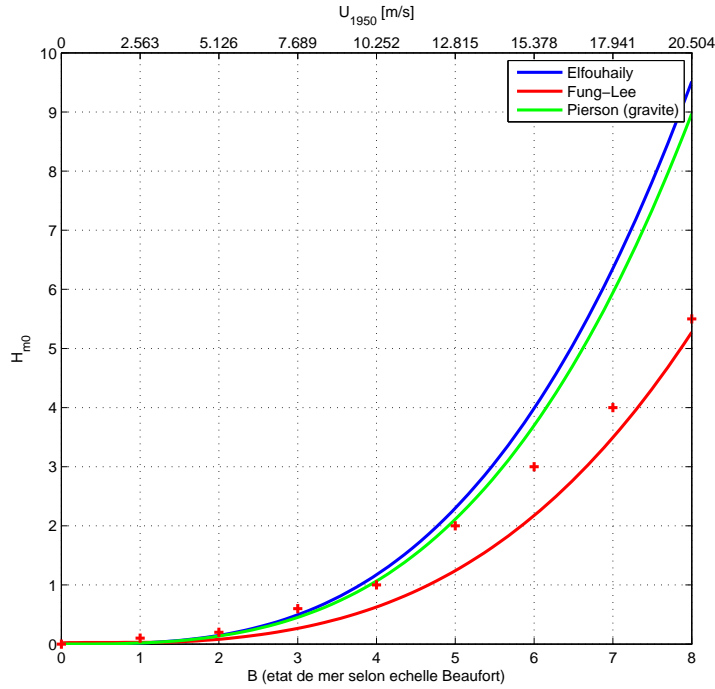


FIGURE 2.13: Hauteur significative en mètres en fonction de l'état Beaufort  $B$  (ou de la vitesse du vent à 19,5 m d'altitude), pour plusieurs spectres de mer. Les croix correspondent aux hauteurs de la table 2.1.

dès lors que  $B > 5$ ; cette remarque aura son importance au chapitre 5 quand il s'agira de simuler les signaux radar réfléchis par une surface maritime.

**Énergie d'une vague** Pour une vague sinusoïdale de petite hauteur  $H$ , l'énergie mécanique est égale à :

$$E_{\text{houle}} = \frac{1}{8} \rho g_0 H(K)^2 \quad (2.112)$$

On peut aussi définir la densité d'énergie moyenne en faisant introduire  $H_{m_0}$  : celle-ci vaut  $\bar{E}_{\text{houle}} = \rho g_0 \sigma_\zeta^2$  soit encore  $1/16 \rho g_0 H_{m_0}^2$ . Il est alors possible de définir un spectre de densité d'énergie, sous la forme :

$$\mathcal{E}(K) = \rho g_0 \mathcal{S}_{1d}(K) \quad (2.113)$$

### 2.2.6 Probabilités des pentes : le modèle de Cox et Munk

Mis à part l'approche spectrale, une autre approche pour caractériser la surface de l'eau consiste à déterminer la fonction de densité de probabilité des pentes des vagues de la surface de l'eau. Cox et Munk [47] ont déterminé en 1954 une telle statistique, empirique, à partir de photographies aériennes permettant de visualiser la réflexion spéculaire du soleil. Les pentes  $Z_u$  et  $Z_c$  correspondent respectivement à la pente de la fonction élévation  $\zeta$  dans la direction contraire à celle du vent (*i.e.*  $-\hat{\mathbf{u}}$  si le vent souffle dans la direction donnée par le vecteur  $\hat{\mathbf{u}}$  : c'est la direction appelée *upwind* dans la littérature anglo-saxonne) et à la pente dans la direction orthogonale au vent (direction *crosswind*, selon  $-\hat{\mathbf{u}}_\perp$ ). On pourra se référer à la figure 2.11 pour une illustration de ces concepts.

En première approximation, la répartition des pentes est *grosso modo* gaussienne; cependant, à cause de l'asymétrie de la houle, on constate que l'avant de la vague est plus

raide que le revers. Cette asymétrie s'accroît pour les vents élevés. La distribution des pentes est donc elle aussi asymétrique. Aussi, Cox et Munk ont suggéré d'utiliser une distribution de Gram-Charlier, qui correspond à une loi normale déformée par une fonction  $f_{CM}$  pour introduire des moments d'ordres supérieurs non nuls. Ils posent ainsi  $\xi = Z_c/\sigma_c$  et  $\eta = Z_u/\sigma_u$ , et alors :

$$\Pr_{\text{Cox \& Munk}}(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma_u\sigma_c}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\xi^2 + \eta^2)\right\} f_{CM}(\xi, \eta) \quad (2.114)$$

Dans cette équation,  $\sigma_u$  et  $\sigma_c$  sont les écarts-types des pentes dans les deux directions principales *upwind* et *crosswind* et dépendent de manière linéaire de la vitesse du vent  $U_{1250}$  mesurée en m/s à une altitude de 41 pieds (soit environ 1250 cm). La fonction de déformation  $f_{CM}$  est quant à elle de la forme [47] :

$$f_{CM}(\xi, \eta) = 1 - \frac{c_{21}}{2}(\xi^2 - 1)\eta - \frac{c_{03}}{6}(\eta^3 - 3\eta) + \frac{c_{40}}{24}(\xi^4 - 6\xi^2 + 3) \quad (2.115)$$

$$+ \frac{c_{22}}{4}(\xi^2 - 1)(\eta^2 - 1) + \frac{c_{04}}{24}(\eta^4 - 6\eta^2 + 3) \quad (2.116)$$

Deux campagnes de mesures ont été effectuées par l'équipe de Cox et Munk : la première a été effectuée sur une mer "propre", c'est-à-dire non polluée (*clean sea*), tandis que la seconde a été effectuée sur une mer d'huile (*slick sea*) au sens strict du terme, puisqu'une nappe de pétrole avait été déversée intentionnellement pour atténuer les vagues de capillarité et ne conserver que les vagues de gravité. La figure 2.15 montre la distribution des pentes pour une mer "propre". Noter que le maximum de la densité n'est pas situé à zéro, mais est décalé pour les  $Z_u$  négatifs, correspondant à l'avant de la vague. Le vent souffle en effet de droite à gauche. Il n'y a pas d'asymétrie dans la direction *crosswind*.

Après régression sur les mesures, les variances et coefficients  $c_{ij}$  pour la mer propre (distribution "*clean*") ont été déterminées comme étant les suivantes [47] :

$$\sigma_u^2 = 0,000 + 3,1610^{-3} \times U_{1250} \pm 0,002 \quad (2.117)$$

$$\sigma_c^2 = 0,003 + 1,9210^{-3} \times U_{1250} \pm 0,004 \quad (2.118)$$

$$\sigma_u^2 + \sigma_c^2 = 0,003 + 5,1210^{-3} \times U_{1250} \pm 0,004 \quad (2.119)$$

$$c_{21} = 0,01 - 0,0086U_{1250} \pm 0,03 \quad (2.120)$$

$$c_{03} = 0,04 - 0,033U_{1250} \pm 0,12 \quad (2.121)$$

$$c_{40} = 0,40 \pm 0,23 \quad (2.122)$$

$$c_{22} = 0,12 \pm 0,06 \quad (2.123)$$

$$c_{04} = 0,23 \pm 0,41 \quad (2.124)$$

tandis que les paramètres pour la distribution "*slick*" sont [47] :

$$\sigma_u^2 = 0,005 + 0,7810^{-3} \times U_{1250} \pm 0,002 \quad (2.125)$$

$$\sigma_c^2 = 0,003 + 0,8410^{-3} \times U_{1250} \pm 0,002 \quad (2.126)$$

$$\sigma_u^2 + \sigma_c^2 = 0,008 + 1,5610^{-3} \times U_{1250} \pm 0,004 \quad (2.127)$$

$$c_{21} = 0,00 \pm 0,02 \quad (2.128)$$

$$c_{03} = 0,02 \pm 0,05 \quad (2.129)$$

$$c_{40} = 0,36 \pm 0,24 \quad (2.130)$$

$$c_{22} = 0,10 \pm 0,05 \quad (2.131)$$

$$c_{04} = 0,26 \pm 0,31 \quad (2.132)$$

La forme mathématique de la distribution de probabilité de Cox et Munk est telle que la probabilité d’avoir des pentes importantes ne peut qu’augmenter avec l’état de mer. Cela signifie que les effets du déferlement ne sont pas pris en compte par le modèle de Cox et Munk.

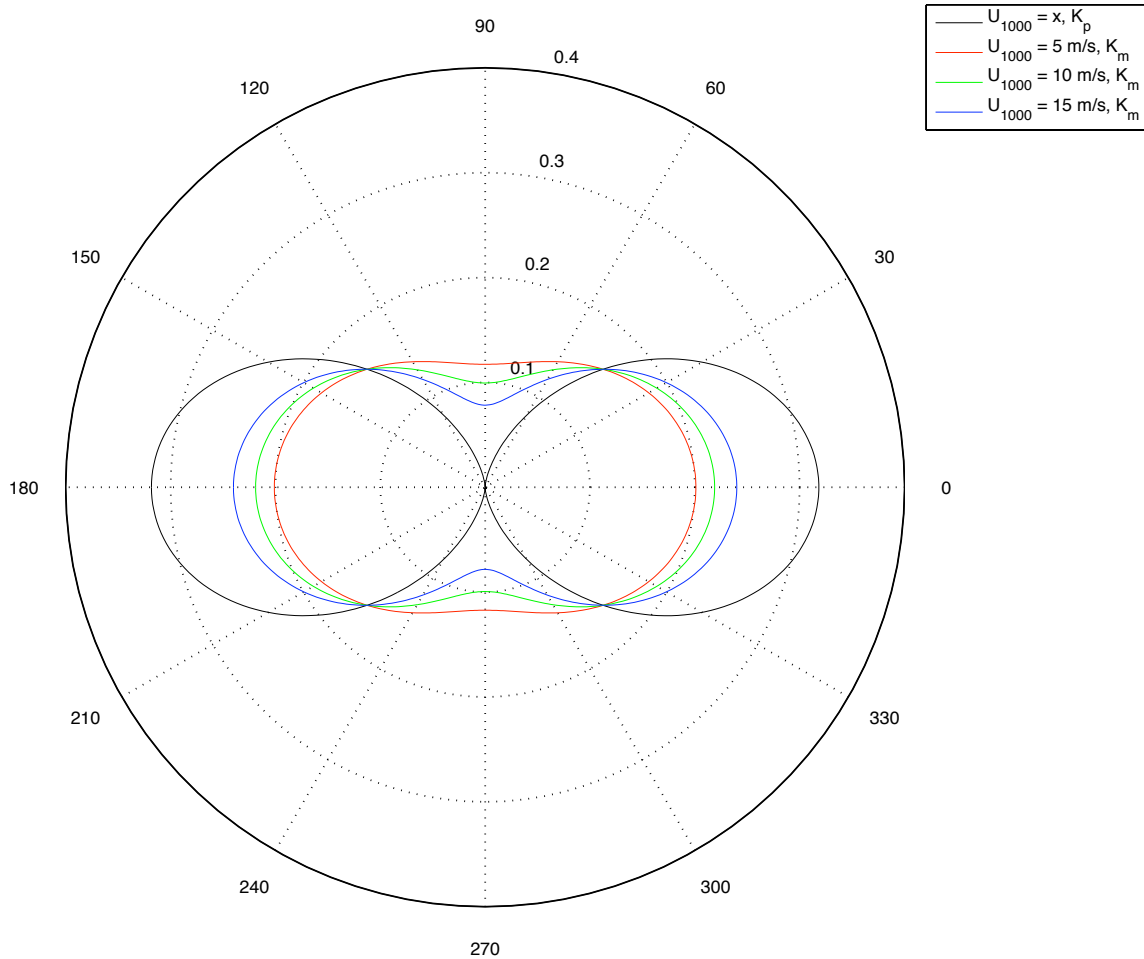


FIGURE 2.14: Valeurs du spectre directionnel d’Elfouhaily et al., pour diverses longueurs d’ondes et vitesses de vent.

## 2.3 Conclusions de ce chapitre

Ce chapitre a permis de mettre en évidence un certain nombre de paramètres et de modèles utilisables pour la modélisation de la mer en vue de la simulation de son image radar. Les paramètres d’entrée de ces modèles sont respectivement la température, la salinité, et la vitesse du vent. La température et la salinité ont une influence directe sur la constante diélectrique de l’eau de mer (relation 2.3). La vitesse du vent influe directement sur la forme de la surface.

Une grande partie du chapitre a justement été consacrée à l’étude de cette surface. Elle a permis de mettre en évidence une double modélisation des hauteurs des vagues : soit analytique – par un modèle issu de la résolution approchée des équations de Navier-Stokes – soit probabiliste, laquelle se décline en trois sous-approches : les probabilités des

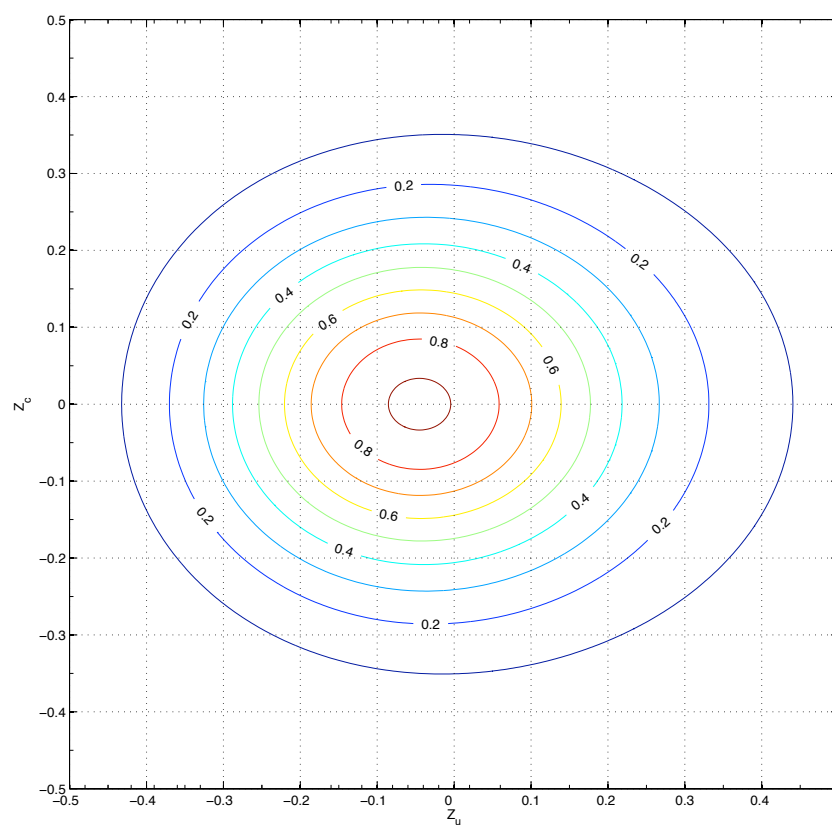


FIGURE 2.15: Probabilités des pentes selon Cox et Munk ( $U_{1250} = 15$  m/s, distribution clean). Le vent souffle vers les  $Z_u$  négatifs.

hauteurs, l'approche par densité spectrale de puissance, et les probabilités de pentes. Nous avons principalement illustré le cadre de travail linéaire, notamment par le cadre de la houle d'Airy et la houle de Gerstner, qui sont à la base des outils utilisés dans les modèles électromagnétiques mis en œuvre dans les chapitres suivants. Par un raisonnement sur la correspondance entre la hauteur des vagues données par les spectres, et celles observées en pratique, on se donne une limite qui stipule que l'état de mer ne doit pas dépasser environ  $B = 5$  (échelle Beaufort), sous peine de surévaluer les hauteurs et les pentes par rapport à la réalité physique. Une fois la mer modélisée, il ne reste plus qu'à modéliser les sillages de navires. Le chapitre suivant abordera ce sujet.

## L'apparence du sillage au radar et la modélisation du sillage de Kelvin

### Sommaire

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>3.1</b> | <b>Les sillages de navire et leur image au radar : généralités . . . . .</b> | <b>85</b>  |
| 3.1.1      | Le sillage de Kelvin et son image au radar . . . . .                         | 86         |
| 3.1.2      | Les phénomènes causés par la viscosité . . . . .                             | 89         |
| <b>3.2</b> | <b>Calcul des amplitudes des vagues dans le sillage de Kelvin . . . . .</b>  | <b>94</b>  |
| 3.2.1      | Modélisation du navire . . . . .   | 94         |
| 3.2.2      | Obtenir les hauteurs de la surface : l'intégrale de Kochin . . . . .         | 97         |
| 3.2.3      | Schéma d'intégration de l'intégrale de Kochin . . . . .                      | 98         |
| 3.2.4      | Validation et limites du calcul . . . . .                                    | 104        |
| <b>3.3</b> | <b>Conclusions de ce chapitre . . . . .</b>                                  | <b>104</b> |

Dans une image radar suffisamment résolue, les sillages comptent parmi les signes les plus visibles de la présence d'un navire. Dans la mesure où les sillages peuvent perdurer durant plusieurs heures, ils peuvent s'étendre sur des kilomètres. L'écho radar du sillage est souvent plus important (en surface) que celle du bateau lui-même et peut fréquemment être vu depuis l'espace. *A fortiori*, le sillage est également visible sur des images radar ou optiques acquises depuis une plate-forme aéroportée.

Dans ce chapitre, on s'intéresse à l'apparence du sillage au radar. On peut montrer que le sillage peut se décomposer en plusieurs composantes : le sillage de Kelvin, lié aux phénomènes hydrodynamiques non-visqueux, le sillage turbulent, dont l'origine vient des forces de viscosité, et le sillage d'eau morte qui peut s'étendre sur plusieurs dizaines de kilomètres. D'autres phénomènes enfin ayant trait au sillage sont visibles au radar. Ils sont liés à la présence d'ondes internes, dans des milieux où le volume d'eau est stratifié en couches de densité différentes.

Le but principal du chapitre est de modéliser la carte des hauteurs de la surface de l'eau en présence de sillage, ainsi que de relier cette carte aux paramètres physiques à l'origine du sillage : la forme de la carène du bateau, ainsi que sa vitesse. Dans toute la suite du chapitre, on fera une hypothèse fondamentale, à savoir que la dérive est nulle, de sorte que la route du navire et son cap soient confondus. On considérera dans un premier temps le sillage dans sa généralité, afin de catégoriser brièvement les différents phénomènes connus sous le nom très général de sillage, et l'on verra comment ces phénomènes se manifestent dans une image radar. On s'intéresse ensuite à la modélisation et à la simulation de la carte des hauteurs du sillage de Kelvin.

### 3.1 Les sillages de navire et leur image au radar : généralités

La figure 3.1 est une image optique à haute résolution d'un navire au large du port de Boston. Cette image illustre bien les divers phénomènes que l'on qualifie de sillage. On observe tout d'abord une structure en V, formée par un ensemble de vagues divergentes et

de vagues transverses, se propageant à l'intérieur d'un cône dont la pointe se situe à l'avant du navire et qui est symétrique par rapport à l'axe du navire. Il s'agit du sillage de Kelvin. Immédiatement à l'arrière du navire, ainsi que le long de la carène, l'écume blanche est une manifestation des phénomènes turbulents régnant à proximité du navire. On observe également une traînée sombre à l'arrière du navire : cette traînée a une largeur proche de celle du navire et se situe dans l'axe de la trajectoire. Il s'agit du sillage d'eau morte, qui apparaît environ à une longueur de navire derrière le bateau, et qui se prolonge sur une grande distance : plusieurs dizaines de kilomètres.

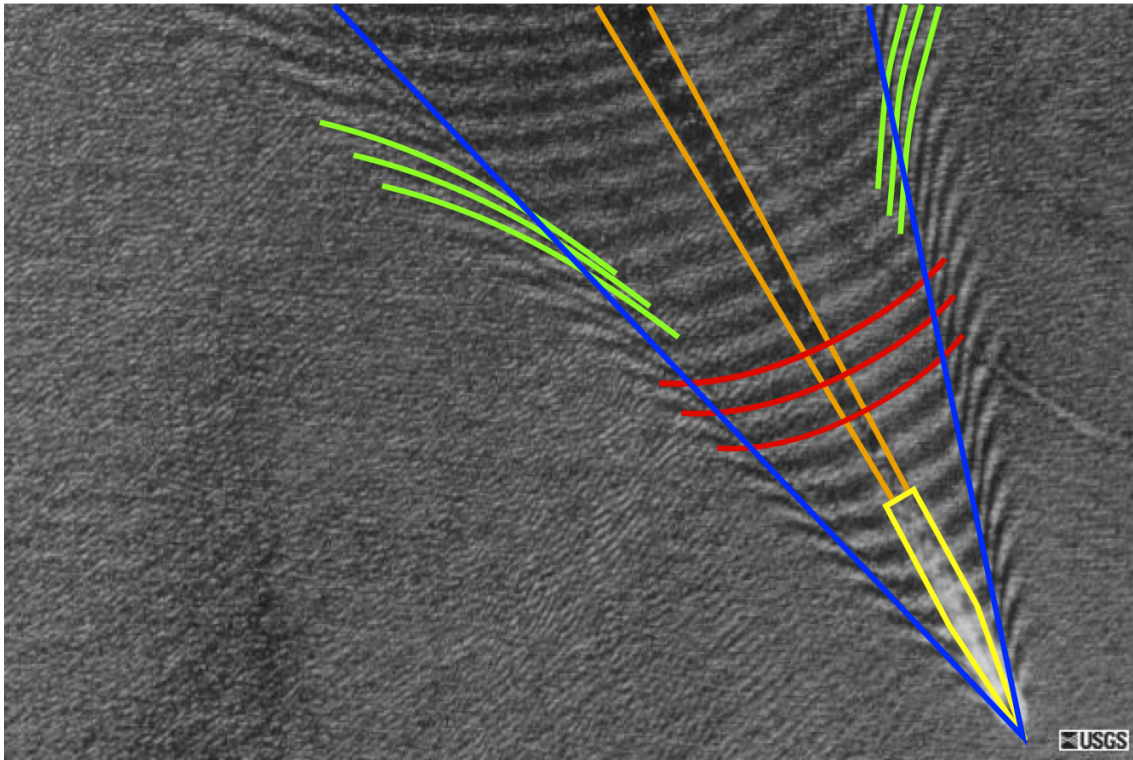


FIGURE 3.1: *Vagues divergentes de Kelvin (en vert) et vagues transverses (en rouge) existant dans le cône de Kelvin (en bleu). Le sillage turbulent est en jaune et le sillage d'eau morte en orange. Image de l'USGS, dans le domaine public.*

### 3.1.1 Le sillage de Kelvin et son image au radar

On commence par s'intéresser dans cette partie au sillage de Kelvin. L'étude théorique du sillage non turbulent a commencé par les travaux fondateurs de William Thomson, baron Kelvin, à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle; ces travaux ont eu un retentissement important en architecture navale car les forces mises en œuvre pour déplacer l'eau du sillage sont directement liées aux forces de résistance à l'avancement du navire. Le sillage de Kelvin a ensuite été traité plus en détail par Ursell, Wehausen et Laitone, et de nombreux autres auteurs au cours du vingtième siècle. Les équations du sillage de Kelvin peuvent être démontrées dans le cadre des équations de Navier-Stokes, sous les hypothèses de non-viscosité permettant de faire découler le champ des vitesses de l'eau d'un potentiel, et en modélisant la coque comme un ensemble de termes de sources (on pourra trouver une démonstration de ces équations par exemple dans [141]).

### 3.1.1.1 Caractérisation géométrique du sillage de Kelvin

Indépendamment de l'écriture des équations de Navier-Stokes pour le problème du sillage, il est possible de retrouver de nombreuses propriétés du sillage de Kelvin par des considérations purement géométriques et très simples. L'interprétation géométrique donnée ici est connue au moins depuis le travail de Lighthill [121] (p. 273). On commence par supposer travailler en champ lointain, de manière à ce que les fronts d'onde soient des droites. On continue en écrivant que les fronts d'onde du sillage ne se déplacent pas dans le référentiel du bateau : cette constatation est tirée de l'observation. Soit une vague de sillage se propageant dans une direction  $\theta$  avec l'axe de symétrie du navire. En suivant la figure 3.2, écrivons A, la position du navire à un instant  $t_0$  donné, et B(t) la position du navire à un instant  $t_0 + t$ . Écrivons C(t), la position du front d'onde commun à B(t), mais tel que  $\widehat{BAC} = \theta$ , de sorte que (AC) soit la direction de propagation de l'onde. Si C(t) est sur le même front d'onde que B(t), nécessairement (AC) est perpendiculaire à (BC). Le fait que le sillage soit stationnaire signifie que, par rapport à l'axe (AB), la vitesse de phase de la vague doit être égale à la vitesse  $V_b$  du navire. Cela signifie également que la vitesse du navire projetée sur (AC), est égale à la vitesse de phase de la vague de sillage se propageant dans la direction (AC) :

$$c(K) = V_b \cos \theta \quad (3.1)$$

En supposant la mer de profondeur infinie, il vient (relation 2.41 du chapitre 2) :

$$\sqrt{\frac{g_0}{K}} = V_b \cos \theta \quad (3.2)$$

d'où :

$$K = \frac{g_0}{V_b^2 \cos^2 \theta} = K_b \sec^2 \theta \quad (3.3)$$

où l'on note  $K_b = g_0/V_b^2$  le nombre d'onde associé au navire ou aux vagues de sillage allant dans la direction de la route du navire, et  $\sec x = 1/\cos x$  (fonction sécante). Cette relation permet de caractériser le *lieu du spectre* du sillage

On considère maintenant une seconde vague de sillage se propageant dans une direction  $\theta + d\theta$ . Elle aussi est supposée émise en A, et elle suivra également la relation 3.3. Notons  $\mathbf{K} + d\mathbf{K}$  le vecteur d'onde de cette seconde vague dans sa direction de propagation  $\theta + d\theta$  ; sa norme est :

$$K + dK = \frac{K_b}{\cos^2(\theta + d\theta)} \approx K \quad (3.4)$$

Alors, la norme de la projection de  $\mathbf{K} + d\mathbf{K}$  sur la direction  $\theta$  de la première vague sera elle aussi très proche de  $K$ . L'énergie du signal qui se propage dans la direction  $\theta$  est alors apportée par un paquet de vagues interférant entre elles, de longueur d'onde voisine de  $K = K_b/\cos^2 \theta$ . Cette énergie se propage à la vitesse de groupe  $c_g(K)$ . On se rappelle maintenant que la vitesse de groupe est deux fois moindre que la vitesse de phase (toujours en mer de profondeur infinie), comme le montre la relation 2.42 du chapitre 2. Il en ressort que l'énergie du paquet de vagues se propageant dans la direction (AC) est située majoritairement entre A et D(t), point tel que  $\mathbf{AD}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{AC}(t)$ . Si l'on considère l'ensemble des positions possibles de D en fonction de  $\theta$ , on constate que D se trouve sur un cercle de rayon  $r = 1/4\|\mathbf{AB}\|$ . L'écart maximal de D à (AB) est égal au rayon  $r$  de ce cercle. Notons  $D_{\max}(t)$  cette position. On peut alors calculer l'angle  $\beta_c = \widehat{D_{\max}BA}$ , correspondant à l'ouverture du cône. Il vaut :

$$\beta_c = \arcsin\left(\frac{r}{3r}\right) = \arcsin\frac{1}{3} \approx 19,471 \quad (3.5)$$



Cette relation est valable quelle que soit la durée  $t$  du déplacement du navire, on en déduit donc que l'enveloppe des vagues de Kelvin est un cône d'ouverture  $2\beta_c$  au sommet, soit environ 39 degrés. Le résultat important à retenir est que ce cône ne dépend ni de la vitesse du navire, ni de la forme de sa carène, mais uniquement de la profondeur de l'océan, que nous avons supposée ici infinie.

Un raisonnement similaire peut être fait en considérant la relation de dispersion en profondeur finie  $d$ , fournie au chapitre 2. On peut en toute rigueur montrer que la dépendance à la profondeur est définie par le facteur adimensionné  $\gamma_c$ , tel que :

$$\gamma_c^2 = \frac{V_b^2}{g_0 d} \quad (3.6)$$

On montre, par exemple dans [148] où  $\gamma_c$  est calculé analytiquement, que si  $\gamma_c^2 < 0,2$ , alors on peut considérer que l'on est en "profondeur infinie" et que l'angle du sillage  $\beta_c$  est bien 19,471 degrés. Si au contraire  $\gamma_c^2$  vaut 1, alors  $\beta_c$  vaut 90 degrés, et au delà, le système de vagues transverses disparaît et seules les vagues divergentes sont présentes, en présentant une forme particulière.

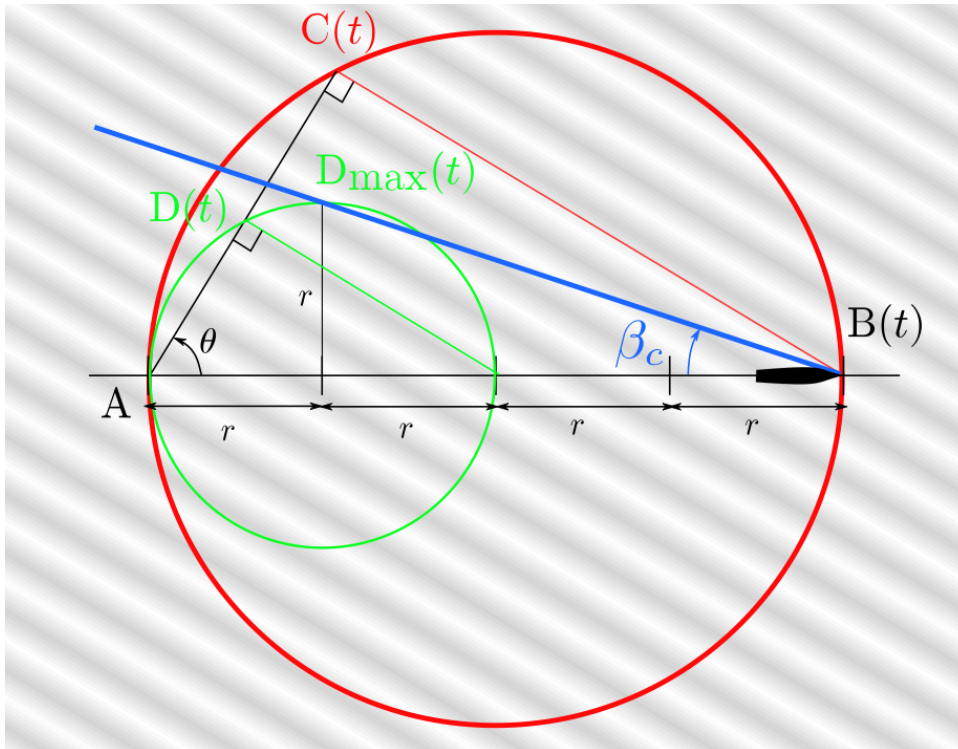


FIGURE 3.2: Principe géométrique du calcul des paramètres du sillage de Kelvin. On ne considère ici qu'une seule onde monochromatique, se déplaçant dans la direction  $\theta$ .

### 3.1.1.2 Le sillage de Kelvin au radar

Le sillage de Kelvin a pu être observé au radar à synthèse d'ouverture. L'étude de tels sillages vus au radar a commencé après le vol de Seasat, en 1978. Ce satellite, le premier équipé d'un radar à synthèse d'ouverture (en bande L), a aussi été le premier à montrer qu'il était possible de voir des sillages de navires au radar, et en particulier le sillage de Kelvin. Celui-ci se caractérise sur les images radar satellitaires monostatiques par une, ou deux lignes brillantes, dont l'angle d'ouverture est  $\beta_c$ , comme le montre la figure 3.3. Le système

de vagues divergentes et transverses est très rarement visible au radar, car il nécessite une longueur d'onde des vagues de sillage compatible avec la résolution du radar, ainsi qu'une mer très calme (de telles conditions existent, mais sont rares ; on pourra par exemple voir la figure 5.12(b), page 152 du chapitre 5, acquise par Seasat). Cependant, la fréquence d'observation du sillage de Kelvin au radar spatioporté est beaucoup plus faible que celle de l'observation du sillage d'eau morte. Melsheimer *et al.* rapportent dans [131] que sur un corpus de 400 images ERS 1 et 2 montrant un sillage, seulement 17 % présentaient un ou deux bras du sillage de Kelvin, alors que le sillage d'eau morte était visible en permanence. Ces données ont été acquises en bande C, et la visibilité varie quelque peu en fonction de la bande de fréquences, mais qualitativement les proportions restent les mêmes en bande L ou en bande X. En effet une étude antérieure réalisée sur une banque d'images Seasat a montré que sur 200 navires observés, la visibilité d'un ou deux bras du sillage de Kelvin était de l'ordre de 35 % [172]. En fait, la visibilité des bras du sillage de Kelvin dépend pour beaucoup de l'orientation de l'orbite du satellite par rapport à la direction du navire. Il faut cependant faire attention à la mise en relation de mesures Seasat avec des mesures venant des satellites ERS, car Seasat travaillait en polarisation HH tandis que les données ERS sont en polarisation VV. De manière générale, les sillages turbulents sont plus souvent visibles dans des images VV alors que les sillages de Kelvin sont plus souvent visibles en polarisation HH [92, 99]. C'est pour cela que, dans la littérature, on lira souvent des assertions selon lesquelles le sillage est "plus visible en polarisation VV qu'en polarisation HH" (voir par exemple [83, 48]) sans détailler qu'il ne s'agit que du sillage d'eau morte. En effet la plupart des articles se concentrent sur la visibilité du sillage en imagerie satellitaire, surtout ERS-1/2, où seul le sillage d'eau morte a un intérêt majeur.

#### 3.1.2 Les phénomènes causés par la viscosité

Le sillage turbulent est d'origine multiple [153] : il y a tout d'abord les effets de la viscosité à l'origine des courants turbulents le long de la carène, les tourbillons engendrés par les hélices des navires, ou encore les vagues créées par la proue et la poupe du navire qui, dans les faits, vont déferler, alors que cela n'est pas pris en compte dans le modèle des élévations de Kelvin. Le sillage turbulent est, en pratique, premier responsable de la zone agitée au voisinage du navire, qui se manifeste par exemple par la présence d'écume ou de bulles très visibles. En pratique, les turbulences en champ proche sont extrêmement délicats à modéliser, d'autant plus que ces turbulences existent non seulement à la surface, mais également dans le volume d'eau.

Il a cependant été constaté, au vu des images radar et d'images optiques haute résolution prises depuis l'espace ou depuis un avion, qu'il existe des phénomènes de grande ampleur en champ lointain, dont l'extension peut atteindre plusieurs dizaines, voire même une centaine de kilomètres. Ces phénomènes se manifestent par des systèmes de lignes sombres ou brillantes existant à l'intérieur du cône de Kelvin, et dont l'origine a longtemps été discutée.

##### 3.1.2.1 Le sillage d'eau morte

Le sillage d'eau morte se caractérise au radar monostatique par une traînée sombre directement dans l'axe du navire, à une distance suffisante pour que l'écume du sillage turbulent de champ proche ait disparue. La couleur sombre traduit une rugosité faible, due à l'absence de vagues de gravité dans cette zone, ce qui ne favorise pas la rétrodiffusion des ondes radar à la surface de l'eau. On peut voir cette bande sombre par exemple dans les images de la figure 5.12 du chapitre 5. Cette bande est également visible en bande optique.

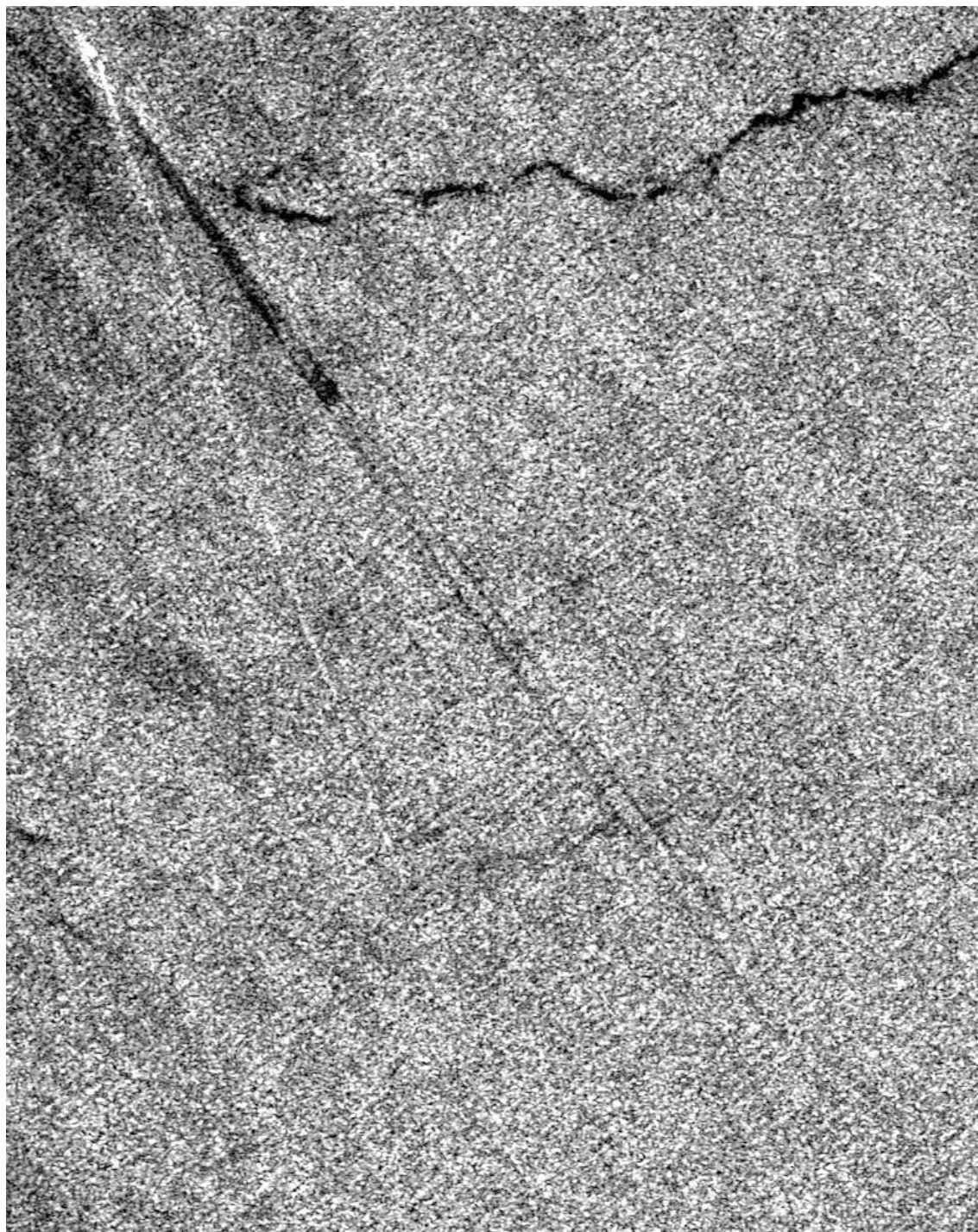


FIGURE 3.3: Navire au large du détroit de Malacca (image ERS-1, acquise le 4 mai 1996 à 15 h 59 UTC). Le sillage s'étend sur environ 12 kilomètres (source : ESA).

**Origine du sillage d'eau morte** L'origine de cette traînée a été source de débats durant les années 1980. La première hypothèse a été que ce sont les tourbillons générés par les hélices des navires qui cassent la dynamique des vagues de gravité. Swean en 1987 [173] (repris par Griffin *et al.* [84] et Reed *et al.* [153]), par des études sur un modèle numérique de destroyer à deux hélices, a montré que la durée de vie de ces tourbillons n'est pas suffisamment longue pour expliquer à elle seule le sillage d'eau morte. Griffin rapporte dans [84] une hypothèse plausible soutenue par une expérience en environnement réel : la persistance du sillage d'eau morte est causée par une redistribution, due au passage du bateau, des tensioactifs (*surfactants* en anglais) naturellement présents à la surface de l'eau. L'effet des tensioactifs est accru en cas de pollution d'origine humaine, à savoir des hydrocarbures divers.

**Largeur du sillage d'eau morte** Il a été montré de manière semi-empirique que la largeur du sillage turbulent et d'eau morte, en fonction de la distance  $x$  à la poupe, suit une loi en  $x^{1/a}$ , avec  $a$  une constante, dont la valeur va de 4 [32] à 5 [26] (chapitre 14). Ziloh et Milman [208] ont proposé en 2004 une formule empirique basée sur la compilation de plusieurs études antérieures, donnant la largeur du sillage d'eau morte en spécifiant les constantes cachées :

$$W(x) = \frac{\bar{w}_0}{\left(\frac{\bar{x}_0 L_b}{B_b}\right)^{1/a}} B_b^{a-1} x^{1/a} \quad (3.7)$$

où  $B_b$  est la largeur du navire,  $L_b$  sa longueur,  $\bar{x}_0 \approx 4$ , et  $\bar{w}_0 \approx 4$ . Comme indiqué ci-dessus,  $a$  vaut en théorie 5 mais varie en pratique de 4 à 5 dans l'équation 3.7.

**Caractéristiques de la surface d'eau morte** La relation 3.7 ne décrit que le lieu du sillage d'eau morte mais pas ses caractéristiques de surface, par exemple en terme de spectre de vagues. Pour cela, d'autres modèles existent. On peut par exemple se référer à Reed et Milgram [153], qui donne une formulation générique du bilan énergétique sur les vagues de surface de la mer dans la région du sillage d'eau morte. Pour cela, ils partent de l'équation liant la densité spectrale d'énergie des vagues  $\mathcal{E}$  (défini à l'équation 2.113 du chapitre 2) au vecteur d'onde  $\mathbf{K}$  et au temps  $t$ , avec  $c_g(\mathbf{K})$  est la vitesse de groupe (défini à l'équation 2.42) :

$$\frac{\partial \mathcal{E}(\mathbf{K})}{\partial t} + \mathbf{c}_g(\mathbf{K}) \mathbf{grad} \mathcal{E}(\mathbf{K}) = 0 \quad (3.8)$$

Ils modifient ensuite cette équation 3.8 en introduisant des termes de source :

$$\frac{\partial \mathcal{E}(\mathbf{K})}{\partial t} + \mathbf{c}_g(\mathbf{K}) \mathbf{grad} \mathcal{E}(\mathbf{K}) = S_w(\mathbf{K}) + S_{nl}(\mathbf{K}) - S_t(\mathbf{K}) - S_v(\mathbf{K}) \quad (3.9)$$

L'équation est composée de termes dont la signification est la suivante :

- $S_w$  est un terme de source pour les vagues de petite longueur d'onde, lié au vent ;
- $S_{nl}$  est un terme de source lié aux interactions non-linéaires entre vagues de capillarité et vagues de gravité ;
- $S_t$  est le terme d'atténuation des vagues de petite longueur d'onde par les turbulences ;
- $S_v$  est le terme d'atténuation visqueuse.

Il faut intégrer cette équation différentielle pour trouver la valeur du spectre modifié par le sillage à chaque d'onde  $\mathbf{K}$ , en fonction du temps. Reed et Milgram proposent la condition initiale  $\mathcal{E}(\mathbf{K}) = 0$  au début du sillage d'eau morte, c'est-à-dire une longueur de

bateau derrière la poupe. On travaille dans le référentiel bateau, donc on peut relier le temps à la position en utilisant la relation  $x = V_b t$ , où  $V_b$  est la vitesse du navire. Reed et Milgram donnent ensuite une formulation pour ces termes de source, certains dépendant de mesures expérimentales que nous ne reproduirons pas ici, n'ayant pas implémenté la méthode.

Griffin *et al.* [84] proposent une méthode supposant qu'au centre du sillage, il existe un courant qui en première approximation, en champ lointain et dans le sillage turbulent, se met sous la forme  $\mathbf{s}(x, y, z) = s(y)\hat{\mathbf{x}}_b$  (voir la figure 3.4). En partant de l'équation 3.8 modifiée pour faire apparaître le courant  $\mathbf{s}$  :

$$\frac{\partial \mathcal{E}(\mathbf{K})}{\partial t} + (\mathbf{s} + \mathbf{c}_g(\mathbf{K})) \mathbf{grad} \mathcal{E}(\mathbf{K}) = 0 \quad (3.10)$$

ils montrent que l'on peut écrire le spectre du sillage d'eau morte  $\mathcal{S}(K, \psi)$  en fonction du spectre de l'océan non modifié  $\mathcal{S}_\infty(K_\infty, \psi_\infty)$ , par la relation :

$$\mathcal{S}(K, \psi) = \left[ \frac{1 - \sqrt{1 - 4s\sqrt{K/g_0} \sin \theta_\infty}}{2} \right]^3 \mathcal{S}_\infty(K_\infty, \psi_\infty) \quad (3.11)$$

Dans cette équation, on considère le spectre du sillage pour une vague de nombre d'onde  $K$  et de direction  $\psi$  par rapport au vent, qui est donc lié au sillage à l'infini pour une vague arrivant initialement avec la direction  $\psi_\infty$  et la direction  $K_\infty$ , en étant lié par la relation  $K \sin \psi = K_\infty \sin \psi_\infty$ .

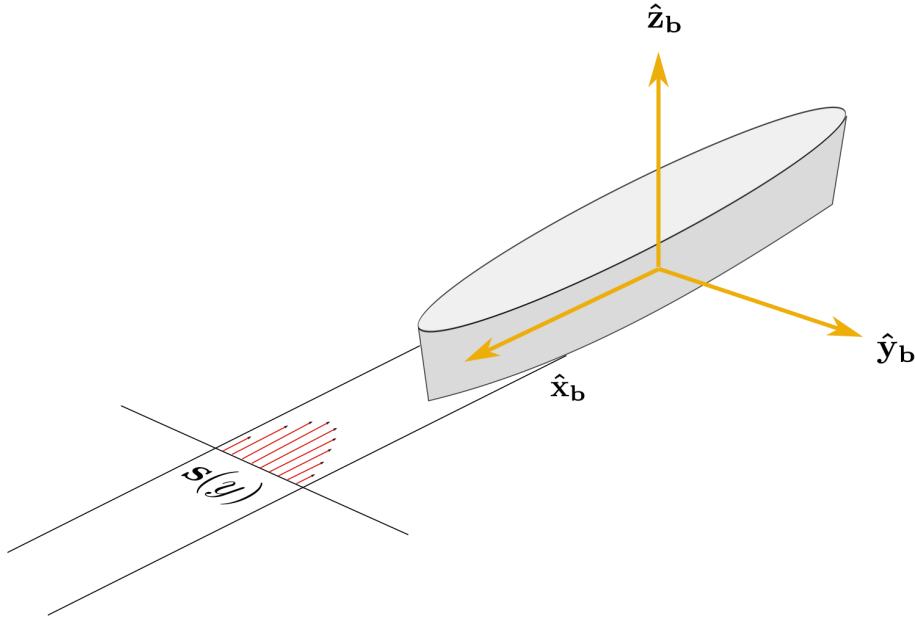


FIGURE 3.4: Courant de surface dans la zone d'eau morte (hypothèse de Griffin *et al.* [84]); schéma inspiré de Oumansour [141].

### 3.1.2.2 Le sillage en “V brillant”

Le sillage en “V brillant” (*bright V wake*) est une appellation réservée à un ensemble de lignes brillantes formant un cône en V ou en demi-V, et dont l'angle d'ouverture n'est pas consistant avec l'angle  $\beta_c$  d'un sillage de Kelvin. Ce type de lignes brillantes est courant

dans de nombreuses images radar. Dans les images Seasat, l'angle d'ouverture est typiquement dans un domaine de 14 à 17 degrés, et peut aller jusqu'à un domaine de 1 à 7 degrés [84]. Là aussi, beaucoup d'hypothèses ont été avancées pour expliquer ce phénomène. Toutes ces hypothèses reposent sur le même mécanisme pour ce qui concerne l'interaction scène-radar : la diffusion des ondes électromagnétiques en régime diffus est créée par la diffusion de Bragg [186] (voir également le chapitre 4, page 113) : les vagues qui, ayant plus ou moins la même longueur d'onde que l'onde radio incidente, vont diffracter l'onde en la faisant interférer constructivement dans la direction du récepteur, et être à l'origine d'un accroissement de l'énergie reçue, et donc des lignes brillantes.

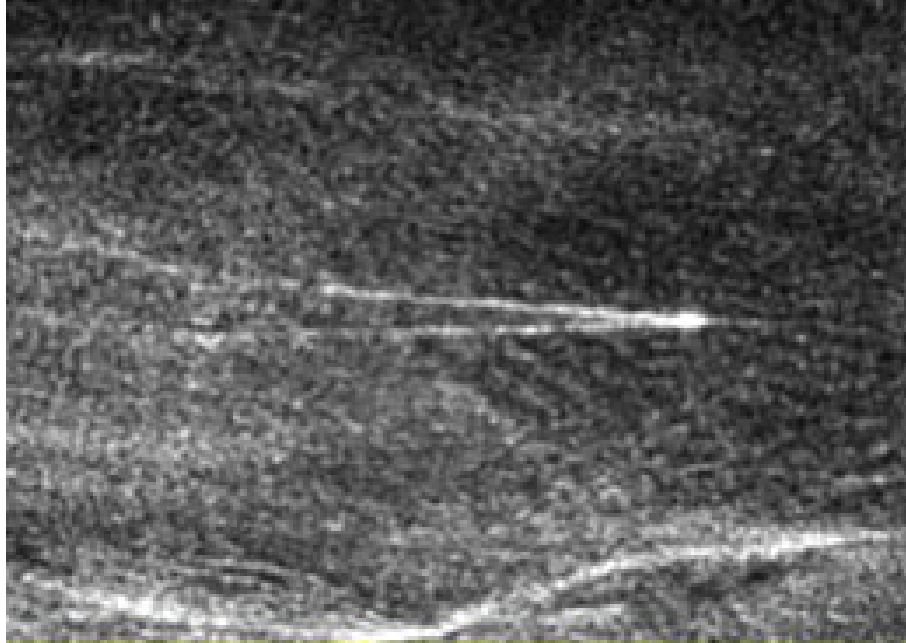


FIGURE 3.5: *Sillage en V brillant observé par Seasat [153].*

**Hypothèse du sillage de Kelvin interrompu** L'hypothèse du sillage de Kelvin interrompu, connu sous le nom de *Interrupted Kelvin Wake* (IKW) dans la littérature anglo-saxonne [168], repose uniquement sur le sillage de Kelvin et ne fait pas intervenir de mécanisme "turbulent". On part de l'observation selon laquelle le nombre d'onde des vagues du sillage de Kelvin comme donné à l'équation 3.3, augmente vers l'infini à mesure que l'on s'approche de la direction orthogonale à celle du navire. En l'occurrence il s'agit des vagues divergentes. Cela signifie *a contrario* que la longueur d'onde de ces vagues divergentes tend vers zéro en passant par la longueur d'onde de Bragg. On peut donc supposer que le sillage brillant en V est causé par les vagues du sillage de Kelvin en configuration de Bragg. Cette hypothèse a été proposée pour la première fois par Lyden *et al.* en 1985. Des éléments la confirmant ont été amenés par Munk en 1987 [136], après analyse de données radar SIR-B d'une mission de la navette spatiale *Challenger*. En prenant comme entrée le nombre d'onde  $K'$  des vagues de Bragg, qui dépend de la géométrie d'acquisition (voir le chapitre 4, équation 4.4), et en utilisant les considérations de la section 3.1.1.1, en particulier la vitesse de phase pour  $K'$ , on peut retrouver le demi-angle théorique  $\alpha_c$  du sillage en V brillant ; celui-ci étant égal (en configuration monostatique) à [125] :

$$\alpha_c = \arctan \left( \frac{c_g(K')}{V_b} \cos \phi_{rb} \right) \quad (3.12)$$

avec  $\phi_{rb}$  l'angle trajectoire du radar-trajectoire du navire, et  $V_b$  la vitesse du navire. Zilman et Miloh [207, 206] ont fait en 1996 une étude théorique sur l'apparence du "V brillant" sous l'hypothèse du sillage de Kelvin interrompu en calculant le sillage de Kelvin pour une coque simple et en introduisant l'influence de tensio-actifs qui semble également corroborer des données publiées antérieurement par Shemdin en 1990 [159].

**Hypothèse du sillage de Kelvin modifié par un courant de surface** Cette hypothèse est une suite de l'approche de Griffin *et al.* déjà mentionnée ci-dessus [84]. Elle consiste à poser qu'en champ lointain, au centre du sillage, un courant  $\mathbf{s}(y)$  (voir figure 3.4) vient perturber les vagues de sillage de Kelvin. Griffin *et al.* modifient le modèle développé pour intégrer la réfraction des ondes du sillage à l'intérieur de la zone de courant. Ils montrent alors que les lignes de phase constante du sillage de Kelvin, ainsi que les longueurs d'ondes et potentiellement les pentes sont modifiées à proximité de la zone de sillage en eau morte.

**Influence des ondes internes** Le mécanisme des ondes internes est un phénomène à part. En toutes circonstances le navire génère des ondes de sillage non seulement à la surface, mais aussi dans le volume d'eau tout entier. Ces ondes n'ont normalement que très peu d'effet sur la surface. Néanmoins, en présence d'un volume d'eau fortement stratifié en salinité ou en densité (ce qui revient au même), ces ondes internes peuvent moduler les ondes à la surface de manière à faire apparaître un sillage brillant, si les vagues à la surface sont à la fréquence de Bragg (voir l'exemple de la figure 3.6). Stapleton, en 1997 [168] a réalisé une étude sur des séries d'images SAR à plusieurs fréquences et pour des bateaux de plusieurs tailles (trois navires de pêche et un remorqueur de haute mer plus gros, l'Olmeda, voir la figure 3.7). Il a observé que l'angle théorique prédit par la théorie IKW ne correspondait pas à l'angle observé pour l'Olmeda tandis qu'il correspondait bien pour les sillages des navires plus petits. Cela semble suggérer que le mécanisme d'onde interne est celui qui prédomine pour les sillages en V brillant créés par les navires de taille importante, sans pour autant que l'on puisse tirer de grandes conclusions du fait de la petitesse de la base expérimentale.

**Autres hypothèses** Stapleton [168] rappelle que les hypothèses énumérées ci-dessus fonctionnent bien pour des vitesses de vent faible, moins de 5 m/s pour l'hypothèse IKW, en notant aussi que le sillage turbulent n'est pas très visible au delà de 10 m/s. Il y a donc d'autres mécanismes à étudier pour expliquer la visibilité du sillage turbulent pour des vitesses de vent un peu plus élevées.

## 3.2 Calcul des amplitudes des vagues dans le sillage de Kelvin

On s'intéresse maintenant au calcul analytique de la carte d'élévation d'un sillage de Kelvin. Dans toute cette partie, on se place dans le repère bateau  $\mathcal{B}$  décrit en annexe A (voir aussi la figure 3.8), orienté tel que l'axe des  $x$  soit positif dans la direction de la poupe. Ainsi si  $\theta$  est positif alors la vague se déplace vers le côté bâbord.

### 3.2.1 Modélisation du navire

Afin de modéliser le sillage de Kelvin, nous supposons que la carène du navire peut être décrite par une équation de la forme  $y = Y(x, z)$  dans le repère navire, tel qu'indiqué en figure 3.8. On notera qu'un corps complètement immergé est parfaitement modélisable par cette représentation, quitte à prendre un  $y$  nul partout où la carène "n'existe pas". On peut



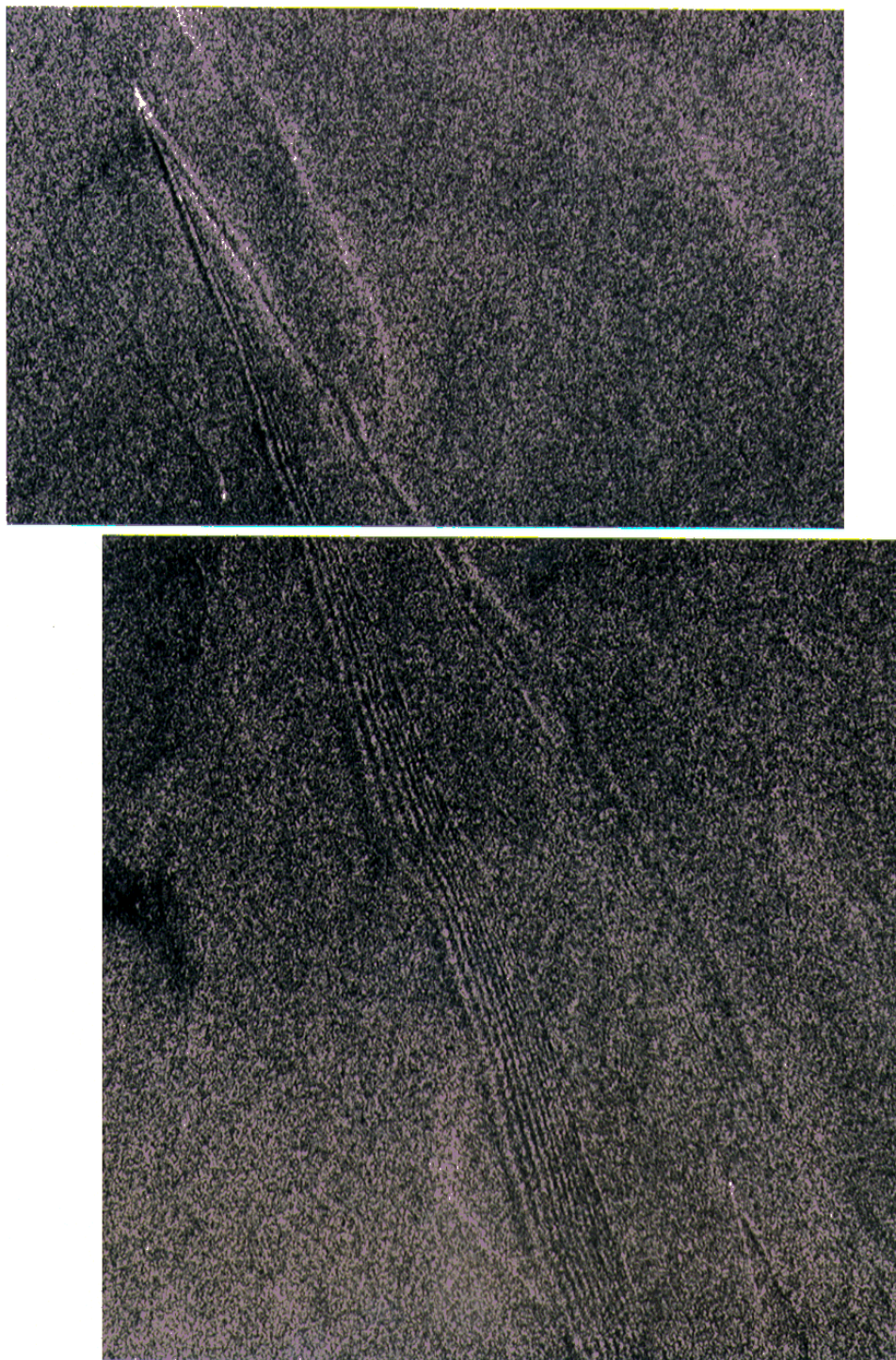


FIGURE 3.6: *Sillage interne observé par ERS 1 en bande C au large de la Suède, en 1991. Le sillage s'étend sur près de 40 km (image ©ESA/EURIMAGE/Spacetec, tirée de [65]).*



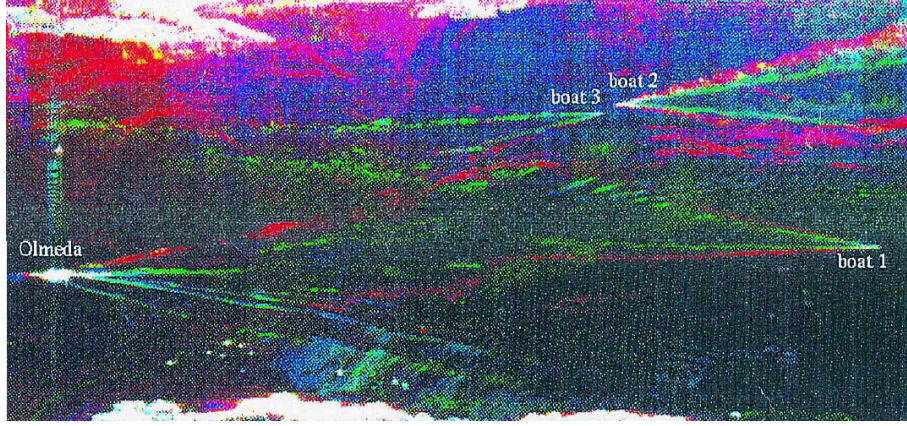


FIGURE 3.7: Sillages en V brillants observés à plusieurs fréquences (d'où l'image en couleur, composite) par Stapleton [168].

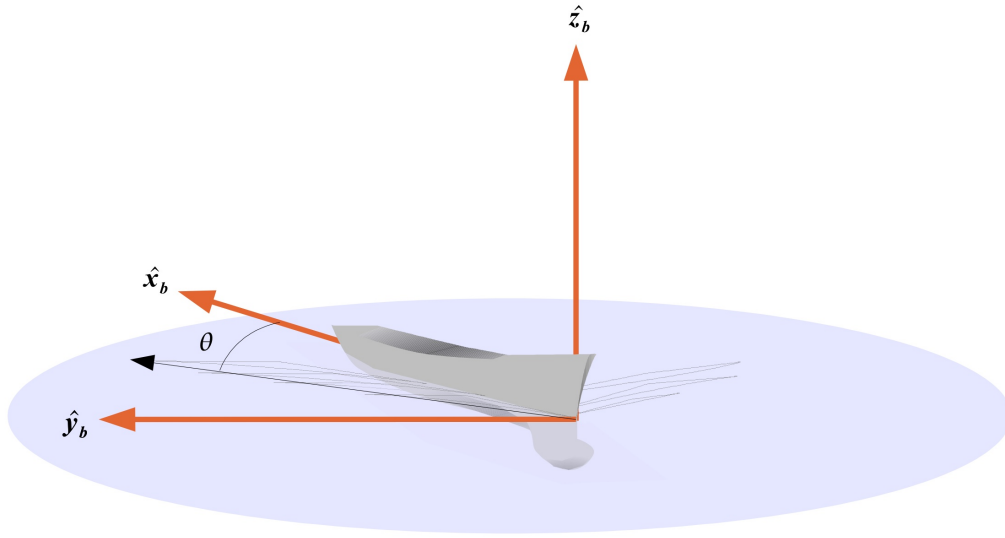


FIGURE 3.8: Notations utilisées pour le repère “corps immergé”, dans ce cas la carène DTMB 5415.

disposer d'une représentation analytique pour la carène dans des cas simples : carène de Wigley, carène cosinus-sinus, etc. (voir par exemple Wu [203], p. 83-84) :

**Carène de Wigley** La carène de Wigley (*Wigley hull*), est donnée par l'équation suivante :

$$Y(x, y) = \frac{B_b}{2} \left( 1 - \left( \frac{2x}{L_b} \right)^2 \right) \left( 1 - \left( \frac{z}{D_b} \right)^2 \right) \quad x \in [-L_b/2, L_b/2], z = [-D_b, 0] \quad (3.13)$$

où  $B_b$  est la largeur du navire (*beam* en anglais),  $L_b$  sa longueur (*length*), et  $D_b$  son tirant d'eau (*draught*).

**La carène cosinus-sinus** Cette carène est elle donnée par l'équation suivante :

$$Y(x, y) = \frac{B_b}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi z}{L_b} \right) \right) \left( 1 + \sin \left( \frac{\pi x}{2D_b} \right) \right) \quad x \in [-L_b/2, L_b/2], z = [-D_b, 0] \quad (3.14)$$

**Cas général** Dans un cas réel, représenter la carène d'un navire de manière analytique est impensable. On utilise alors une représentation discrétisée de la surface. Dans notre approche, on utilisera une série de  $N_x \times N_z$  points  $Y(x_i, z_i)$ , où les  $\{x_i\}$  et les  $\{z_i\}$  sont échantillonnés par pas constant  $\Delta x$  et  $\Delta z$ , respectivement, donnant ainsi  $N_x$  segments (soit  $n_x + 1$  points) en  $x$  et  $N_z$  segments pour les profondeurs. Il va de soi que l'on ne discrétise que la partie immergée de la carène. L'origine n'a pas d'importance, mais on suppose que la carène a un plan de symétrie et on placera l'origine du repère sur l'axe de symétrie du navire.

### 3.2.2 Obtenir les hauteurs de la surface : l'intégrale de Kochin

En se plaçant dans le cadre de la théorie linéaire des fluides non visqueux, on peut montrer que la perturbation générée par une carène est une somme de vagues sinusoïdales, chacune se déplaçant dans une direction  $\theta$  avec une amplitude donnée, avec un nombre d'onde suivant la relation 3.3. De manière simplifiée, on procède par le calcul du système de sillage généré par un seul point de pression à la surface de l'eau, et on généralise pour une carène entière en considérant que le système de sillage pour un point unique est la fonction de Green du problème différentiel décrivant le sillage, et qui découle des équations de Navier-Stokes convenablement écrites pour le sillage. On pourra se référer à la thèse de K. Oumansour [141] pour une présentation plus complète du calcul de cette fonction de Green depuis les équations de Navier-Stokes. Toujours est-il qu'après utilisation de la fonction de Green, on arrive à une représentation intégrale de la carte des élévations, que l'on nomme *l'intégrale de Kochin* :

$$\zeta_w(x, y) = \Re \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} A_{V_b, Y}(\theta) e^{-j\phi(\theta)} d\theta \quad (3.15)$$

avec :

$$\phi(\theta) = K(\theta)[x \cos \theta + y \sin \theta] \quad (3.16)$$

et  $K(\theta)$  donné par l'équation 3.3. Dans cette intégrale,  $A_{V_b, Y}(\theta)$  est fonction uniquement de  $\theta$  et paramétrée par la forme de la carène  $Y$ , et de la vitesse du navire  $V_b$ , ces deux paramètres étant fournis en entrée. Nous appellerons  $A_{V_b, Y}$  la *fonction d'amplitude* ; elle porte aussi le nom de *fonction de Kochin*. Il s'agit d'une forme analytique "fermée" permettant de calculer à elle seule la carte des élévations ainsi que la résistance à l'avancement de la carène – c'est d'ailleurs pour ce problème-là beaucoup plus important en architecture navale que la hauteur des vagues du sillage, que la théorie a été développée.

Par ailleurs, les composantes du vecteur vitesse du fluide  $[u(x, y, z), v(x, y, z), w(x, y, z)]$  dans le repère  $\mathcal{B}$  sont données par [180] :

$$u(x, y, z) = -\frac{g_0}{V_b} \Re \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} A_{V_b, Y}(\theta) e^{K_b z \sec^2 \theta} e^{-j\phi(\theta)} d\theta \quad (3.17)$$

$$v(x, y, z) = -\frac{g_0}{V_b} \Re \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} A_{V_b, Y}(\theta) e^{K_b z \sec^2 \theta} e^{-j\phi(\theta)} \tan \theta d\theta \quad (3.18)$$

$$w(x, y, z) = -\frac{g_0}{V_b} \Re \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} A_{V_b, Y}(\theta) e^{K_b z \sec^2 \theta} e^{-j\phi(\theta)} \sec \theta d\theta \quad (3.19)$$

En fonction des approximations qui sont réalisées, plusieurs formes plus ou moins approchées de  $A_{V_b, Y}$  peuvent être obtenues, pour une forme de carène donnée. Dans la suite du paragraphe 3.2, jusqu'à la section 3.2.3.4 (non incluse), on décrira une technique qui a été proposée par Tuck, Lazauskas et Scullen, de l'Université d'Adélaïde, dans une série

de sept rapports techniques décrivant leur code de calcul *Sea Wave Pattern Evaluation* (SWPE). On traitera plus spécifiquement de leur premier rapport [180], ainsi que d'une référence plus ancienne de Tuck [179]. L'approche qui a été suivie par Tuck, Lazauskas et Scullen a été de formuler l'intégrale de Kochin dans le cadre de la théorie des carènes fines de Michell (proposée en 1898 : [132]), qui consiste à supposer que la largeur  $B_b$  du navire est petite devant sa longueur, ou plus exactement que la dérivée selon  $x$  de la fonction  $Y$  est petite. En effet cette hypothèse simplifie grandement les calculs. Ce choix a été conforté par le fait qu'avec le recul, il a été constaté dans la communauté que l'approximation de Michell, malgré les grandes simplifications qu'elle engendre, a très souvent de nombreux résultats du même ordre de grandeur que des codes de calculs beaucoup plus complexes et plus évolués, pour un coût calculatoire bien moindre [178].

Tuck, Lazauskas et Scullen ont ensuite simplifié la fonction d'amplitude  $A_{V_b, Y}$  qui résulte de l'approximation de Michell à l'aide de plusieurs hypothèses simplificatrices, par ailleurs levées dans les derniers rapports de la série. Néanmoins, dans l'implémentation utilisée dans ce manuscrit, ces hypothèses ont été conservées. Ce sont :

1. l'hypothèse de la mer de profondeur infinie ;
2. l'hypothèse du champ lointain : on ne calcule les élévations du sillage que pour des points  $(x, y)$  situés à au moins deux longueurs de navire ;
3. l'hypothèse de l'absence de tableau arrière (*transom stern*) : c'est-à-dire que la fonction  $Y : (x, z) \mapsto Y(x, z)$  décroît continûment vers 0 à l'avant et à l'arrière du navire ;
4. l'hypothèse d'une carène admettant un plan de symétrie – afin de faciliter les calculs ; de plus cette hypothèse est très peu contraignante en pratique.

Sous ces hypothèses, la fonction d'amplitude s'écrit sous la forme :

$$A_{V_b, Y}(\theta) = -\frac{2j}{\pi} K_b^2 \sec^4(\theta) [P(\theta) + jQ(\theta)] \quad (3.20)$$

avec :

$$P(\theta) = \int F(x_b, \theta) \cos(K_b x_b \sec \theta) dx_b \quad (3.21)$$

L'intégrale  $Q$  est similaire à celui de  $P$ , mais utilise une fonction  $\sin(\cdot)$  au lieu de  $\cos(\cdot)$ . La fonction  $F$  est elle-même une intégrale :

$$F(x, \theta) = \int Y(x, z_b) \exp(K_b z_b \sec^2 \theta) dz_b \quad (3.22)$$

### 3.2.3 Schéma d'intégration de l'intégrale de Kochin

Dans la littérature, le calcul des intégrales ci-dessus est le plus souvent réalisé dans le cas de carènes définies par une formule mathématique, comme celles données au paragraphe 3.2.1, et pour lesquelles on peut trouver des formules analytiques. Néanmoins, dans le cas général, de telles formules n'existent pas et il faut réaliser une intégration numérique. Cependant, le choix du schéma est très délicat au vu de la nature des intégrales, car l'intégrande peut osciller rapidement à cause de la présence de termes en  $\exp(j \sec \theta)$ , par exemple. On ne peut pas utiliser un schéma d'intégration classique. Tuck *et al.* proposent pour chaque sous-intégrale un schéma d'intégration astucieux bien adapté au problème ; ces schémas sont tirés d'un travail antérieur de Tuck.

### 3.2.3.1 Calcul de $F$

Pour calculer  $F$ , Tuck *et al.* proposent d'utiliser une intégration inspirée du schéma de Filon, qui traite bien le cas d'intégrandes rapidement oscillants, dont la précision est équivalente à un schéma d'intégration par la règle des trapèzes :

$$F(x, \theta) = \sum_{j=0}^{N_x} \omega_j Y(x, z_j) \exp(K_b z_j \sec^2 \theta) \Delta z \quad (3.23)$$

Les poids  $\omega_i$  sont cette fois donnés par les équations :

$$\omega_0 = (e^{m_0} - 1 - m_0)/m_0^2 \quad (3.24)$$

$$\omega_{N_z} = (e^{-m_0} - 1 + m_0)/m_0^2 \quad (3.25)$$

$$(3.26)$$

et pour les autres valeurs de  $j$  :

$$\omega_j = (e^{m_0} + e^{-m_0} - 2)/m_0^2 \quad (3.27)$$

où  $m_0 = K_b \sec^2 \theta \Delta z$ . Ici aussi, si  $m_0$  tend vers zéro, il est important de coder les valeurs limites de  $\omega_j$  en dur pour éviter une divergence numérique :

$$\lim_{m_0 \rightarrow 0} \omega_0 = 1/2 \quad (3.28)$$

$$\lim_{m_0 \rightarrow 0} \omega_j = 1 \text{ si } j \neq 0, N_z \quad (3.29)$$

$$\lim_{m_0 \rightarrow 0} \omega_{N_z} = 1/2 \quad (3.30)$$

### 3.2.3.2 Calcul de $P$ et $Q$

Le calcul des intégrales  $P$  et  $Q$  (équation 3.21) se fait simultanément afin de mettre en commun le calcul de  $F(x, \theta)$ . Ici aussi, on utilise un schéma de Filon, cette fois exact. En utilisant l'hypothèse selon laquelle  $Y$  tend vers zéro aux extrémités de la carène, le schéma s'écrit :

$$P(\theta) \approx \sum_{i=1}^{i=N_x-1} \omega'_i F(x, \theta) \cos(K_b x_i \sec \theta) \Delta x \quad (3.31)$$

où on définit les pondérations  $\omega'_i$  pour  $i$  différent de 0 et de  $N_x - 1$ . Dans le cas où  $i$  est pair la pondération vaut :

$$\omega'_i = (3m_1 + m_1 \cos 2m_1 - 2 \sin 2m_1)/m_1^3 \quad (3.32)$$

et, si  $i$  est impair :

$$\omega'_i = 4(\sin m_1 - m_1 \cos m_1)/m_1^3 \quad (3.33)$$

avec  $m_1 = K_b \sec \theta \Delta x$ . On a des poids différents pour  $i = N_x$  si on a un tableau arrière ; mais dans notre cas nous supposons que ce n'est pas le cas donc les poids aux extrémités sont nuls. Nous remarquerons que si  $m_1$  tend vers zéro, il faudra faire attention : à l'implémentation, le passage à la limite pour les  $\omega'_i$  ne peut pas se faire. Il faudra donc coder les limites de  $\omega_i$  en dur, dès que  $m_1$  est inférieur à un seuil  $\epsilon$  (par exemple  $10^{-5}$ ). Ces limites sont respectivement  $2/3$  et  $4/3$  pour  $i$  pair et  $i$  impair. On constate que l'on retrouve alors les poids de la méthode d'intégration standard de Simpson. Une fois  $P$  et  $Q$  calculés, la valeur de  $A_{V_b, Y}(\theta)$  est alors immédiate.

### 3.2.3.3 Calcul de l'intégrale de Kochin

Le calcul de l'intégrale de Kochin est quant à lui beaucoup plus délicat. Comme nous l'avons mentionné plus haut, le problème survient à cause de la présence de termes en sécante de  $\theta$ , terme dont la fréquence des oscillations tend vers l'infini lorsque  $|\theta|$  tend vers  $\pi/2$ . Tuck, Collins et Wells proposent dans [179] une démarche inspirée de la méthode de la phase stationnaire. La méthode de la phase stationnaire est couramment utilisée en Analyse pour évaluer une intégrale dont l'intégrande est un terme rapidement oscillant autour de zéro et dont l'enveloppe est lentement variable. On peut alors considérer que là où l'intégrale oscille rapidement, les termes positifs de l'intégrale sont compensés par les termes négatifs, donnant ainsi une intégrale nulle. La seule contribution de l'intégrale provient alors des intervalles où l'intégrande oscille lentement, autrement dit, où la phase  $\phi(\theta)$  (dont l'expression est donnée par l'équation 3.16) évolue très doucement, ou encore là où la dérivée de la phase s'annule. On approxime alors l'intégrale par la somme des valeurs de la fonction à ces points où la phase admet une dérivée nulle. Il est possible d'obtenir une première approximation de la hauteur du sillage en utilisant la seule contribution des points où la phase est stationnaire (Oumansour [141]) mais on ne sait pas calculer la hauteur hors du cône de Kelvin, là où pourtant des vagues, bien que de faible hauteur, subsistent.

Dans la méthode proposée par Tuck dans l'article [179], antérieur aux rapports décrivant SWPE, on n'utilise pas uniquement les points de phase stationnaire, mais dans des intervalles centrés autour de ces points, avec une largeur adéquatement calculée, et surtout, en atténuant la fonction aux bords des intervalles pris autour des points de phase stationnaire, en la pondérant par une demi-gaussienne. Ceci permet alors de travailler hors du cône de Kelvin.

On montre [179, 141] que le nombre de points où la phase est stationnaire dans l'intégrale de Kochin dépend de la position où l'on se trouve par rapport au cône du sillage de Kelvin défini dans la partie 3.1.1.1. On définit la position du point  $(x, y)$  où l'on veut calculer la hauteur due au sillage, par les coordonnées polaires suivantes, définies par rapport à l'avant du bateau :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3.34)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (3.35)$$

que l'on compare à l'angle "critique"  $\beta_c$  définissant l'ouverture du cône, qui lui-même est défini plus haut.

**Intégration strictement dans le cône** Quand  $|\beta| < \beta_c$ , il n'y a pas de problème particulier. L'intégrande présente deux points stationnaires obtenus lorsque  $d\phi/d\theta = 0$ , qui sont données grâce aux relations :

$$\theta_{2,1} = \arctan\left[\frac{-1 \pm \sqrt{1 - 8 \tan^2 \beta}}{4 \tan \beta}\right] \quad (3.36)$$

On intègre autour de ces points en pondérant les valeurs de l'intégrande par un facteur gaussien qui dépend de la fréquence des oscillations. Plus spécifiquement, en notant  $\Delta\theta$  le pas d'intégration discrète :

1. on part d'un des points stationnaires  $\theta_i$  et l'on fait soit augmenter, soit diminuer  $\theta$  de  $\pm\Delta\theta$ , nous supposons ici que  $\theta$  augmente ;
2. tant que  $\phi(\theta) - \phi(\theta_i) < 0,6$ , on compte l'intégrande avec une pondération unitaire (cette valeur de 0,6 a été choisie empiriquement par Tuck *et al.*) ;

3. si pour un  $\theta$  donné, noté  $\theta_i^+$ , tel que  $\phi(\theta_i^+) - \phi(\theta_i) \leq 0,6$ , et  $\phi(\theta_i^+ - \Delta\theta) - \phi(\theta_i) < 0,6$ , alors pour tout  $\theta \leq \theta_i^+$  on pondèrera l'intégrande par un facteur  $\nu_w$  calculé ainsi :

$$\nu_w(\theta) = \exp[-\kappa_1(\phi(\theta) - \phi(\theta_i^+))^2] \quad (3.37)$$

où  $\kappa_1$  vaut entre 0,025 et 0,10, la valeur exacte n'ayant pas beaucoup d'influence sur l'intégrale.

On obtient un résultat similaire dans l'autre direction, en débutant l'intégration à  $\theta_i^-$ . On notera tout de même qu'il peut y avoir un problème dans la région  $\theta_1 < \theta < \theta_2$ . En effet, si la variation de phase entre  $\theta_1$  et  $\theta_2$  n'est pas excessive, on va garder une pondération égale à l'unité dans cette région. Sinon, on va utiliser une atténuation. Tuck *et al.* proposent de réaliser un test à la valeur  $\theta_f = (3\theta_1 + \theta_2)/4$ , valeur approchée du point d'inflexion de  $\phi(\theta)$  à l'intérieur du cône. Si  $|\phi(\theta_2) - \phi(\theta_f)| < \pi/2$  alors on met une pondération unitaire entre  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , sinon on utilise une pondération gaussienne comme indiqué plus haut.

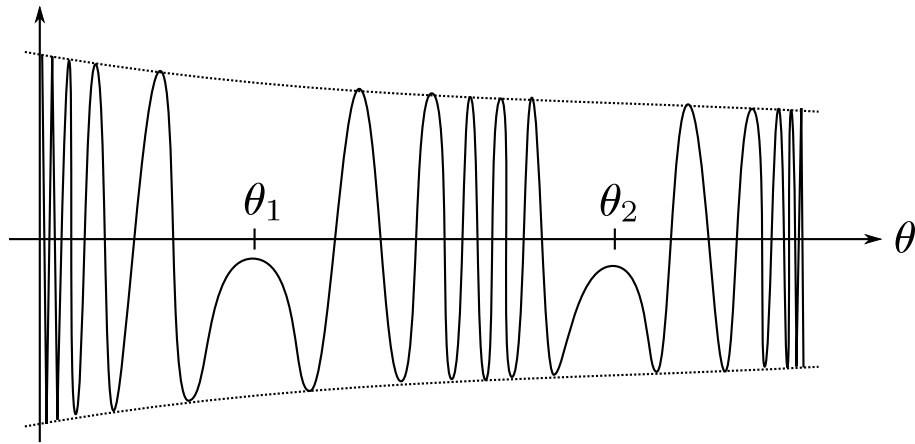


FIGURE 3.9: Allure de l'intégrande de la fonction  $\zeta_w$  (eq. 3.15) à l'intérieur du cône de Kelvin (inspiré de [179]).

**Intégration hors du cône** Lorsque l'on est hors du cône, il n'y a aucun point stationnaire. Dans ce cas de figure, l'élévation tend exponentiellement vers zéro lorsque  $r$  tend vers l'infini. Néanmoins, les hauteurs ne sont pas totalement nulles lorsque l'on se situe proche de la frontière du cône. Tuck *et al.* remarquent que ces hauteurs non nulles sont contribuées, lors de l'intégration, dans les intervalles où l'intégrande de l'intégrale de Kochin oscille aux fréquences les plus basses, c'est-à-dire au point d'inflexion où  $d^2\phi/d\theta^2$  est nul. Ce point est donné par :

$$-\tan\beta = \frac{1 + \sin^2\theta}{(\tan\theta)(5 + \sin^2\theta)} \quad (3.38)$$

L'équation donnant  $\theta$  ne pouvant être résolue de manière analytique, on doit la résoudre numériquement, sans qu'il n'y ait besoin d'une précision trop importante.

Nous avons adopté une autre approche. En remarquant que la valeur absolue de la fréquence ne fait qu'augmenter, on intègre tant que la fréquence instantanée de l'intégrande est compatible avec la fréquence de Shannon-Nyquist définie par la valeur  $1/(2\Delta\theta)$ . En pratique on prend une pondération unitaire tant que la fréquence instantanée est loin de la fréquence de Shannon, puis on pondère par une exponentielle décroissante de telle sorte que la pondération vaille 0 quand l'intégrande oscille à la fréquence de Shannon-Nyquist.

### 3.2.3.4 Amélioration de la robustesse du calcul

Afin de garantir une meilleure robustesse au calcul, nous avons pris les mesures additionnelles suivantes par rapport aux seuls éléments fournis dans [180] et [179]. D'une part on sait que les vagues de sillage ont une hauteur nulle pour des angles  $\beta \gg \beta_c$  et pour des  $x < 0$ . Pour garantir ce résultat et se prémunir contre le bruit numérique toujours présent, on multiplie le résultat numérique de l'intégrale  $\zeta_w(x, y)$  par la fonction masque  $M_w$  suivante :

$$M_w(x, y) = \begin{cases} \exp -\kappa_2(\beta - \beta_c)^2 & \text{si } |\beta| > \beta_c, x \leq 0 \\ 1 & \text{si } |\beta| \leq \beta_c, x \leq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (3.39)$$

Cette fonction masque impose une décroissance en exponentielle carré lorsque la valeur absolue de l'angle  $\beta$  est trop importante devant  $\beta_c$ . Ce résultat n'est pas forcément absolument physique mais permet de conserver les ordres de grandeur, ce qui est le plus important. Nous avons pris  $\kappa_2 = 1/9$  (pour  $\beta$  mesuré en degrés), soit un écart-type de 2,12 degrés, environ. Ce choix est empirique.

D'autre part, nous avons constaté un autre bruit numérique qui s'apparentait à un problème de repliement de spectre : en implémentant directement le schéma proposé par Tuck, Lazauskas et Scullen, la carte de sillage  $\zeta_w(x, y)$  présente, une fois transformée dans le domaine de Fourier 2D, des répliques du spectre qui viennent d'une part corrompre le signal en introduisant des vagues de direction irréalistes, et d'autre part perturber la valeur de la hauteur des vagues. Pour remédier à ce problème, la solution adoptée a été d'appliquer un masque autour du lieu des fréquences théoriques du spectre, tel que fourni par l'équation 3.3. Ce masque binaire, dont la largeur est d'un pixel autour du lieu théorique, est ensuite pondéré par une gaussienne de largeur typique égale à trois pixels, de manière à minimiser le phénomène de résonance de Gibbs, avant de réaliser le filtrage proprement dit.

Dans les simulations exhibées dans ce manuscrit, nous avons souvent utilisé la carène standard DTMB 5415, qui a l'immense avantage d'avoir été abondamment étudiée dans la littérature (voir, par exemple [153]), et dont le modèle numérique est disponible librement sur Internet (voir figure 3.10). Le calcul est réalisé en mettant la coque à l'échelle, de sorte que sa longueur hors-tout soit de cent mètres ; sa largeur est alors de 13,25 mètres.

La figure 3.11 montre la répartition des vagues de sillage engendrées par la carène à deux vitesses typiques. Pour la vitesse la plus basse, les vagues divergentes tendent à être plus visibles qu'à la vitesse la plus grande. Ce comportement est classique.

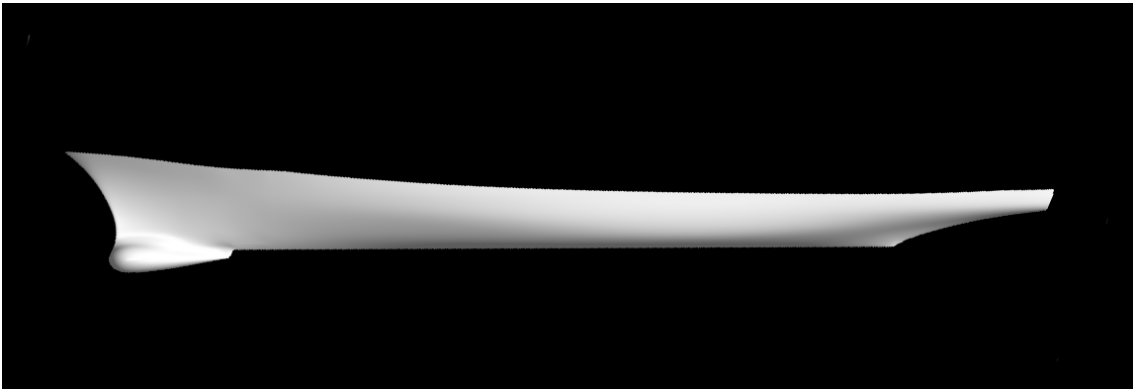


FIGURE 3.10: La carène David Taylor Model Basin (DTMB) 5415.

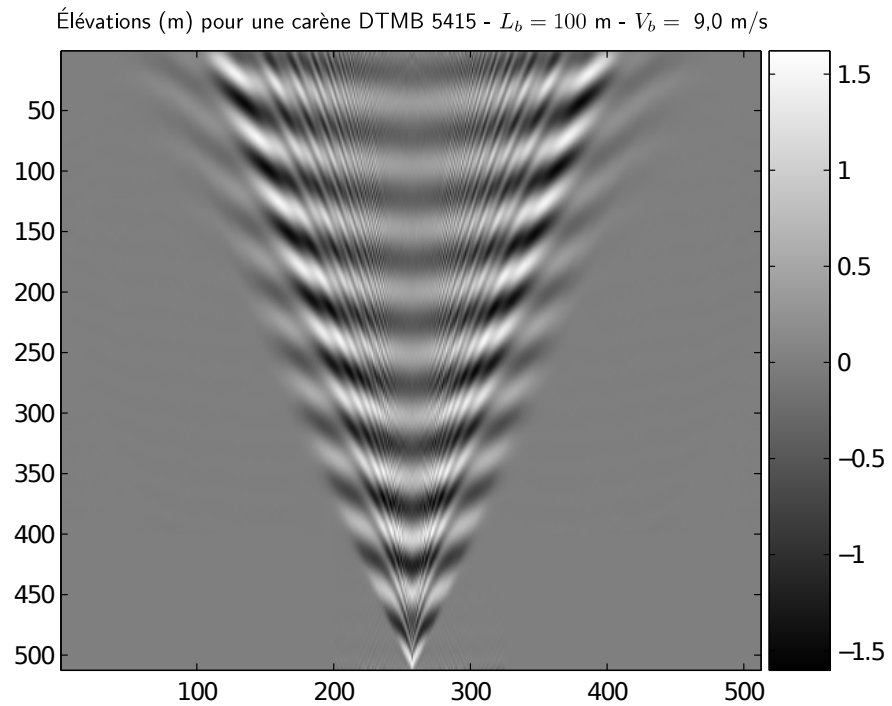
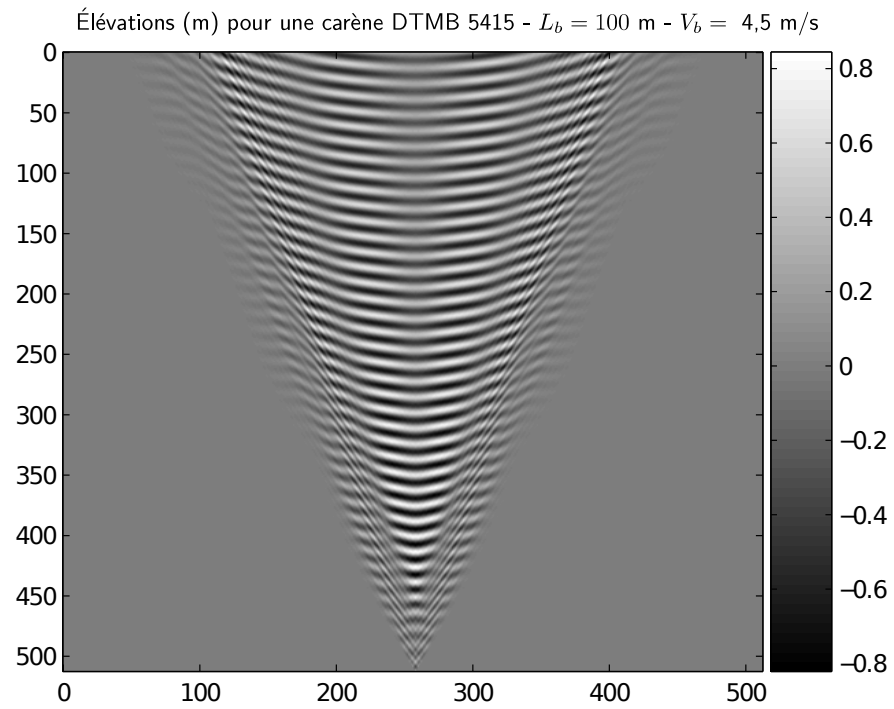


FIGURE 3.11: Vagues de sillage engendrées par la carène DTMB 5415, qui a été mise à l'échelle pour avoir une longueur de 100 m; la vitesse du navire est 4,5 m/s (8,7 noeuds,  $Fr = 0,143$ ) dans le premier cas et 9 m/s (17,5 noeuds,  $Fr = 0,287$ ) dans le second. Toutes les cotes sont données en mètres.



### 3.2.4 Validation et limites du calcul

On s'intéresse à présent à la validation de ces cartes de hauteurs. Dans la littérature, la longueur de la carène qui est utilisée n'est pas forcément la même que celle qui est utilisée dans notre code de calcul. Cela n'est pas un problème. En effet, les équations caractéristiques du sillage présentent une propriété fondamentale, qui est une relation d'échelle par rapport au nombre de Froude. Le nombre de Froude est un nombre adimensionné caractéristique de l'écoulement, qui donne l'importance relative des forces liées à la vitesse et à la force de pesanteur. Ce nombre est défini ainsi :

$$\text{Fr} = \frac{V_b}{\sqrt{g_0 L_b}} \quad (3.40)$$

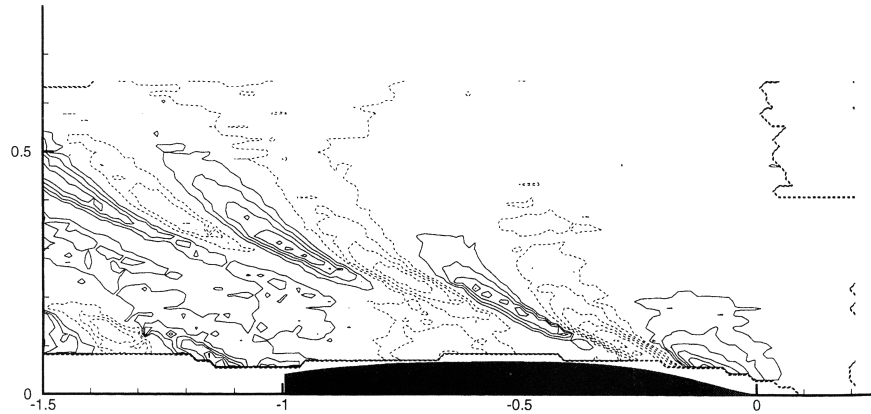
avec  $V_b$  la vitesse du navire, et  $L_b$  sa longueur. On montre alors que les caractéristiques du sillage – amplitude, longueurs d'onde – sont homothétiques d'un facteur  $L_b$  lorsque l'écoulement se réalise à nombre de Froude égal. Cette propriété est utilisée ici mais jouera également un rôle important au chapitre 7.

Nous effectuons la première série de comparaisons sur des mesures réalisées en bassin et rapportées dans [153], que nous reproduisons ici à la figure 3.12, avec les résultats obtenus avec notre implémentation de SWPE. Les mesures sont établies autour de la coque, ce qui signifie que le régime de fonctionnement est celui du champ proche. Or comme indiqué plus haut, les formules que nous avons implémentées ne sont valides qu'à de grandes distances du bateau (au moins deux longueurs de navire à l'arrière de celui-ci) et pour des bateaux sans tableau arrière. Les formules existent dans le cas général mais leur calcul nécessite un temps de calcul plus important et non justifié dans notre cas. On constate cependant que la forme des vagues reste proche de celle obtenue expérimentalement. Seule l'amplitude est quelque peu différente. Néanmoins, les hauteurs obtenues restent acceptables en terme d'ordre de grandeur même si elles ne sont pas rigoureusement exactes.

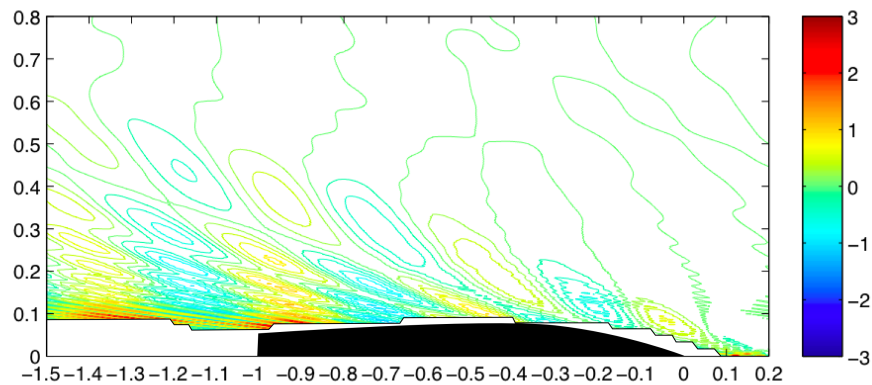
La seconde comparaison est effectuée en champ lointain entre nos résultats et ceux rapportés dans un article de Griffin *et al.* [84], pour une simulation effectuée avec un autre code de calcul utilisant la théorie des carènes élancées (*slender ship theory*) : il s'agit du code FFSW développé par Keramidas *et al.* [102]. La figure 3.13 reproduit les résultats de [84] et montre nos résultats dans la même configuration, en utilisant les mêmes unités afin de faciliter la comparaison. On constate que la forme générale des vagues est retrouvée (les vagues divergentes sont cependant difficiles à observer dans le schéma de Griffin *et al.*, bien qu'elles soient présentes). On constate surtout un bon accord au niveau de la hauteur maximale des vagues. En particulier, la hauteur maximale calculée par FFSW est de 6,41 pieds tandis que notre implémentation de SWPE revoie une hauteur de 6,61 pieds, soit une différence de l'ordre de 3 %.

## 3.3 Conclusions de ce chapitre

Ce chapitre a permis de dresser un bilan des différents phénomènes caractérisés sous le nom générique de "sillage", tout en discutant comment ces phénomènes sont perçus par un système radar à synthèse d'ouverture. Deux catégories de phénomènes ont été définis. D'une part il y a les phénomènes non-visqueux, qui se traduisent par le sillage de Kelvin, qui est déterministe et relativement bien connu. La seconde catégorie correspond aux phénomènes trouvant leur origine dans les turbulences. Ces phénomènes interagissent avec le sillage de Kelvin de manière complexe et toujours encore mal connue, engendrant ainsi des signatures typiques comme le "V brillant" typique du sillage d'un navire. Enfin, les interactions des ondes dans le volume d'eau sont également responsables de phénomènes visibles au radar.



(a) Mesures en bassin. Lignes de niveau en pointillés : niveaux négatifs; traits plein : niveaux positifs.



(b) Notre implémentation de SWPE

FIGURE 3.12: Comparaison entre la carte des hauteurs calculée avec notre implémentation de SWPE et des mesures en bassin (d'après [153]) pour une coque DTMB 5415 à  $Fr = 0,2755$ . Échelle en  $x, y$  : en longueurs de bateau  $L_b$ . Lignes de niveau :  $0,002L_b$ . Échelle des couleurs : une unité correspond à  $0,01L_b$ .

La dernière partie du chapitre a permis d'expliquer une technique d'évaluation numérique relativement rapide pour obtenir une carte d'élévation ainsi qu'une carte du champ des vitesses pour le sillage de Kelvin. Cette technique a été basée sur la description du code de calcul SWPE proposée par Tuck, Lazauskas et Scullen [180]. Bien que le code de calcul soit publié sous la forme d'un exécutable (*Michlet*), nous avons réimplémenté le code nous-même, pour plusieurs raisons : la meilleure compréhension des phénomènes, le fait que seul un exécutable soit disponible sans le code source ce qui limite la souplesse d'utilisation et de modification, *etc.* Les résultats obtenus avec notre implémentation ont été comparés avec quelques données disponibles dans la littérature ouverte, avec un accord satisfaisant. Nous avons limité l'implémentation au champ lointain et au cas des navires sans tableau arrière ; Leo Lazauskas, dans une communication personnelle, a souligné que ces hypothèses simplificatrices ne peuvent pas assurer, si on la tentait, une inversion correcte de l'intégrale de Kochin pour retrouver les paramètres de la carène, et que la formulation complète en champ proche est alors indispensable<sup>1</sup>. Cette inversion est effectivement une perspective

<sup>1</sup>Courrier électronique de Leo Lazauskas (décembre 2007, extrait) : “*There is also a very subtle mathe-*

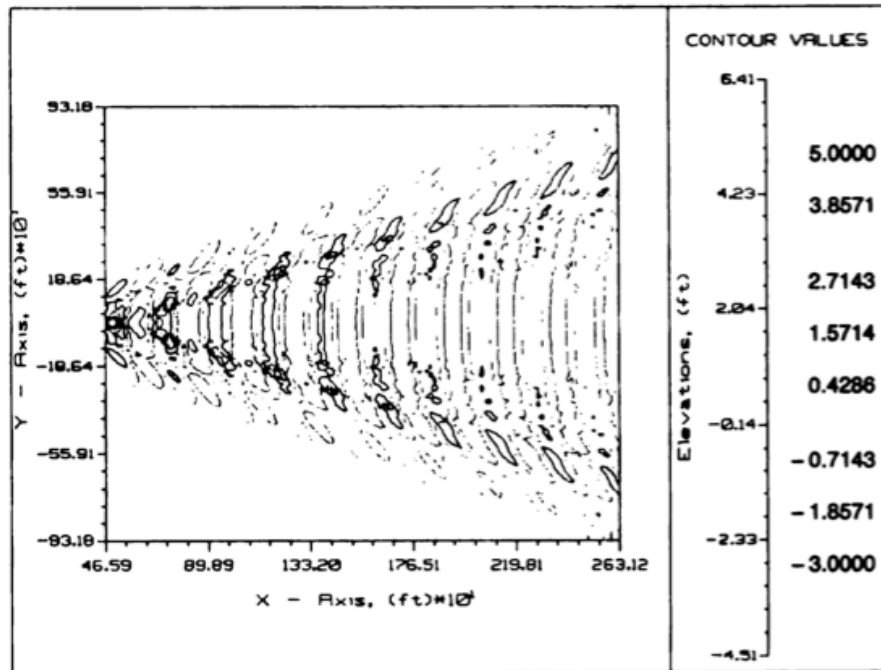
possible de notre travail, qui est également dans la mouvance d'une thèse antérieure [203], mais il faudra tenir compte de ce point si on souhaite la tenter.

Les résultats de cette seconde partie seront ensuite réutilisés au chapitre 5 dédié à la simulation du sillage de navire. Le modèle théorique d'élévation aura également une importance au chapitre 7, dédié à la détection du sillage de Kelvin dans une image radar ou une image optique.

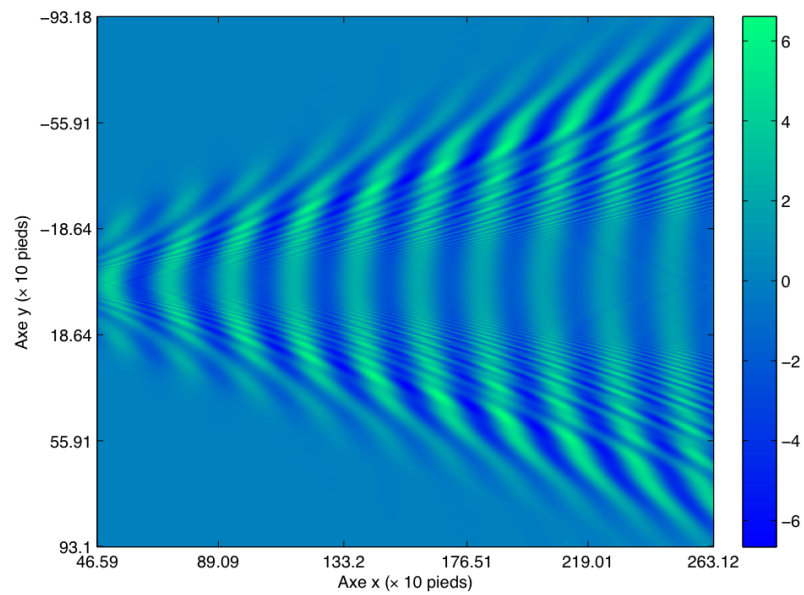
---

*mathematical matter to do with Fourier inversion of the ship-wave integral that was the subject of much heated debate back in the 1960's and 1970's. (Apparently. I'm old, but not old enough to have been an eye witness!) Mathematically, the correct inverse can only be obtained by including the near-field as well as the far-field. This is probably not a problem for your work, but you should be aware of it if you want to investigate the subtle maths involved in the process".*

---



(a) Simulation en champ lointain avec le code de calcul FFSW [102], d'après Griffin *et al.* [84]



(b) Notre implémentation de SWPE – hauteurs entre -6,66 pieds et 6,61 pieds

FIGURE 3.13: Comparaison entre la carte des hauteurs calculée avec notre implémentation de SWPE et résultat du code de calcul de sillage en champ lointain FFSW (d'après [84]) pour une coque DTMB 5415 de longueur  $L_b = 465,9$  pieds (142 m) à 20 nœuds (12,28 m/s). Les hauteurs sont en pieds. Le nombre de Froude est identique à celui de la figure 3.12.



## La réflexion des ondes électromagnétiques sur la surface maritime

### Sommaire

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>4.1</b> | <b>Obtention de la matrice de diffusion électromagnétique d'une surface maritime . . .</b> | <b>110</b> |
| 4.1.1      | Généralités . . . . .  | 110        |
| 4.1.2      | L'approximation de Kirchhoff . . . . .   | 110        |
| 4.1.3      | La méthode des petites perturbations . . . . .   | 112        |
| 4.1.4      | Les modèles composites . . . . .   | 114        |
| <b>4.2</b> | <b>Une approximation de la matrice de diffusion utilisant un modèle hybride . . . . .</b>  | <b>116</b> |
| 4.2.1      | Motivation . . . . .   | 116        |
| 4.2.2      | Description . . . . .  | 117        |
| 4.2.3      | Validation . . . . .   | 118        |
| <b>4.3</b> | <b>Conclusion . . . . .</b>  | <b>120</b> |

Le chapitre 1 a permis d'établir l'équation du radar, qui régit le bilan de liaison entre l'émetteur, la cible et le récepteur. En particulier, dans le paragraphe 1.3 du chapitre 1, nous avons introduit la notion de *surface équivalente radar* qui intervient dans le calcul de la réflectivité d'un objet aux ondes radio-électriques. Nous allons, dans le présent chapitre, développer ces notions, dans le cas particulier où l'objet est la surface de la mer. On considère la matrice de diffusion polarimétrique normalisée en puissance  $\Sigma^0 = [\sigma_{pq}^0]$ , pour une surface rugueuse infinie. Cette matrice décrit comment une onde incidente  $\mathbf{E}^i$  émise depuis une source située à une distance  $r$  d'une surface, est réfléchi par cette surface en formant une onde réfléchi  $\mathbf{E}^s$ .

Dans ce chapitre, après un bref état de l'art, on explique la démarche adoptée afin de calculer la matrice de diffusion polarimétrique dans le cas où la surface considérée est la mer. Ces explications seront ensuite suivies d'une validation croisée avec d'autres modèles et des données réelles publiées dans la littérature, dans le cas particulier d'une configuration monostatique.

En toute généralité, calculer la matrice de diffusion en puissance demande de revenir aux équation de Maxwell, que l'on doit résoudre en prenant en considération les conditions aux limites particulières à la surface. Il existe des méthodes qui intègrent numériquement ces équations : on citera par exemple la méthode des moments (dont une mise en œuvre récente, parmi d'autres, peut être trouvée dans Soriano et Saillard [165, 166]). Ces approches sont généralement relativement précises numériquement et tendent théoriquement vers la solution exacte des équations intégrales de l'électromagnétisme dérivées des équations de Maxwell, mais en contrepartie elles sont lentes et gourmandes en mémoire. On notera également que ces méthodes fonctionnent sur une surface déterministe, parfaitement connue ; cette surface peut aussi être une réalisation donnée et fixée une fois pour toutes, d'un processus stochastique. L'inconvénient majeur de ces méthodes au regard de notre application étant la lenteur du calcul, il nous faudra préférer des solutions asymptotiques, approchées, mais généralement plus rapides. Dans ce chapitre, on développe donc un certain nombre de

telles méthodes asymptotiques adaptées au calcul de la matrice de diffusion polarimétrique pour une surface rugueuse, en particulier la surface de la mer. Ces méthodes n'utilisent pas en entrée une surface de mer déterministe, mais uniquement une description statistique de la surface : densité spectrale, densité de probabilité des pentes, etc. Ces méthodes asymptotiques retournent la surface équivalente radar moyenne. Après un bref état de l'art, on s'attachera plus particulièrement au développement de deux méthodes : l'approximation de Kirchhoff et la méthode dite des Petites Perturbations. L'essentiel de ce chapitre a été publié dans l'article "Bistatic Radar Imaging of the Marine Environment. Part I : theoretical background" [9].

## 4.1 Obtention de la matrice de diffusion électromagnétique d'une surface maritime

### 4.1.1 Généralités

De manière générale, comme explicité dans le chapitre 1, il y a deux catégories de phénomènes de réflexion à prendre en compte et à simuler : la réflexion *spéculaire* et la réflexion *diffuse* [186]. La réflexion spéculaire est la manière dont une onde électromagnétique se réfléchit sur une surface très peu rugueuse : à l'extrême limite où cette surface est parfaitement lisse, celle-ci se comporte comme un miroir, d'où le nom de "spéculaire". Sur la mer, la réflexion spéculaire est causée par les vagues de grande longueur d'onde. Les vagues n'étant pas en configuration spéculaire sont elles aussi visibles, mais réfléchissent moins d'énergie, selon un mécanisme appelé "réflexion diffuse". Sur l'eau, la réflexion diffuse est elle provoquée par les vaguelettes qui, ayant plus ou moins la même longueur d'onde que l'onde radio incidente, vont diffracter l'onde en la faisant interférer constructivement dans la direction du récepteur : il s'agit du phénomène de *diffraction de Bragg*, que nous reverrons au paragraphe 4.1.3. La figure 4.1 illustre visuellement les concepts de réflexion spéculaire et de réflexion diffuse dans le cas d'une liaison optique au dessus de la mer.

Le calcul de la matrice de diffusion demande de prendre les deux phénomènes en compte. On peut faire cela soit en calculant leur contribution séparément, puis en cherchant à les joindre, soit en les prenant en compte simultanément. Avant de décrire la méthode qui a été implémentée, on s'attachera à établir un bref état de l'art concernant les méthodes d'évaluation de la matrice de diffusion des ondes sur les surfaces rugueuses. La configuration géométrique adoptée, ainsi que les notations, sont décrites à la figure 4.2.

### 4.1.2 L'approximation de Kirchhoff

L'approximation de Kirchhoff (AK), en anglais : *Kirchhoff Approximation*, *KA*, est une approche couramment utilisée pour calculer la contribution de la réflexion spéculaire. Cette méthode a été proposée par Brekovskikh en 1952 [29, 30], décrite en toute généralité par exemple dans l'ouvrage de Beckmann et Spizzichino [21], d'Ulaby [183], également dans un article de Fung [76], et adaptée au cas bistatique par Barrick [19].

L'approximation de Kirchhoff consiste à prendre une hypothèse simplificatrice pour faciliter cette évaluation. Concrètement, on suppose que le rayon de courbure des vagues de la mer est grand devant la longueur d'onde des ondes électromagnétiques, de telle sorte que la surface puisse localement être approximée par son plan tangent. Pour les hautes fréquences électromagnétiques, on peut alors utiliser les approximations de l'optique géométrique. L'hypothèse de l'AK est d'autant plus vraie que la fréquence de travail augmente et commence à devenir raisonnable au dessus du gigahertz pour la surface de l'eau. Cela signifie, par opposition, que nous ne considérons pas les fréquences inférieures au gigahertz



(a) Image optique en configuration bistatique "forward scattering" ( $\phi_i = \phi_s = 0$ ).

(b) Trajets des rayons lumineux : trajet direct en blanc, diffusion atmosphérique en rouge, réflexion spéculaire sur la mer en jaune, réflexion diffuse sur la mer en gris, zones non éclairées en noir. L'image a été segmentée manuellement.

FIGURE 4.1: *La vision optique est un cas typique de configuration bistatique. Ce lever de soleil derrière l'île de Porquerolles (Var) permet de bien mettre en évidence les divers trajets de la lumière de la source à l'objectif de l'appareil photo, et ses interactions avec l'environnement (photo ©Andreas Arnold-Bos, 2008).*

dans le cadre du travail effectué ici. En tout état de cause, l'approximation de Kirchhoff revient à considérer que seuls les points de la surface de la mer qui sont spéculaires vont contribuer au signal réfléchi. On peut également travailler dans le cadre de l'optique physique [183]. Dans ce cas, on tolère des surfaces dont la courbure est un peu plus importante au regard de la longueur d'onde électromagnétique ; néanmoins seule la première approche a été implémentée dans le cadre de notre travail, aussi seule celle-ci sera développée.

Dans le cadre de l'optique géométrique, en champ lointain, on observe que les coefficients de diffusion sont alors proportionnels à la probabilité de trouver de tels points spéculaires au vu de la configuration émetteur-récepteur :

$$\sigma_{pq} = \frac{\pi k_0^2 \|\mathbf{q}\|^2}{q_\zeta^4} |U_{mn}|^2 \Pr(Z_u, Z_c) \quad (4.1)$$

où  $\mathbf{q} = k_0(\hat{\mathbf{r}}_s^f - \hat{\mathbf{r}}_x)$ , vecteur dont les coordonnées dans le repère vent  $\mathcal{V}$  (défini dans l'annexe A) sont données par le triplet  $[q_u, q_c, q_\zeta]$  ; et  $\Pr(Z_u, Z_c)$  est la probabilité de déterminer une pente  $Z_u = -\partial\zeta/\partial x = -q_u/q_\zeta$  et  $Z_c = -\partial\zeta/\partial y = -q_c/q_\zeta$  à la surface de la mer, dans la direction *upwind* et *crosswind*, respectivement<sup>1</sup>. On peut utiliser pour cela la densité de probabilité des pentes donnée par Cox et Munk [47], telle que décrite au chapitre 2, section 2.2.6. Enfin  $U_{mn}$  est un coefficient polarimétrique qui dépend des angles bistatiques  $(\theta_i^v, \phi_i^v, \theta_s^v, \phi_s^v)$  déterminés dans le repère vent  $\mathcal{V}$  et des coefficients de Fresnel [183]. Le calcul complet des coefficients dans le cas bistatique est présenté dans l'annexe C, page 259.

L'approche AK est adéquate pour calculer la contribution spéculaire moyenne des vagues de gravité sur une surface de mer infinie. Les vagues de gravité sont celles satisfaisant au

<sup>1</sup>Ici la fonction  $\zeta$  est supposée donnée dans le repère vent  $\mathcal{V}$ .



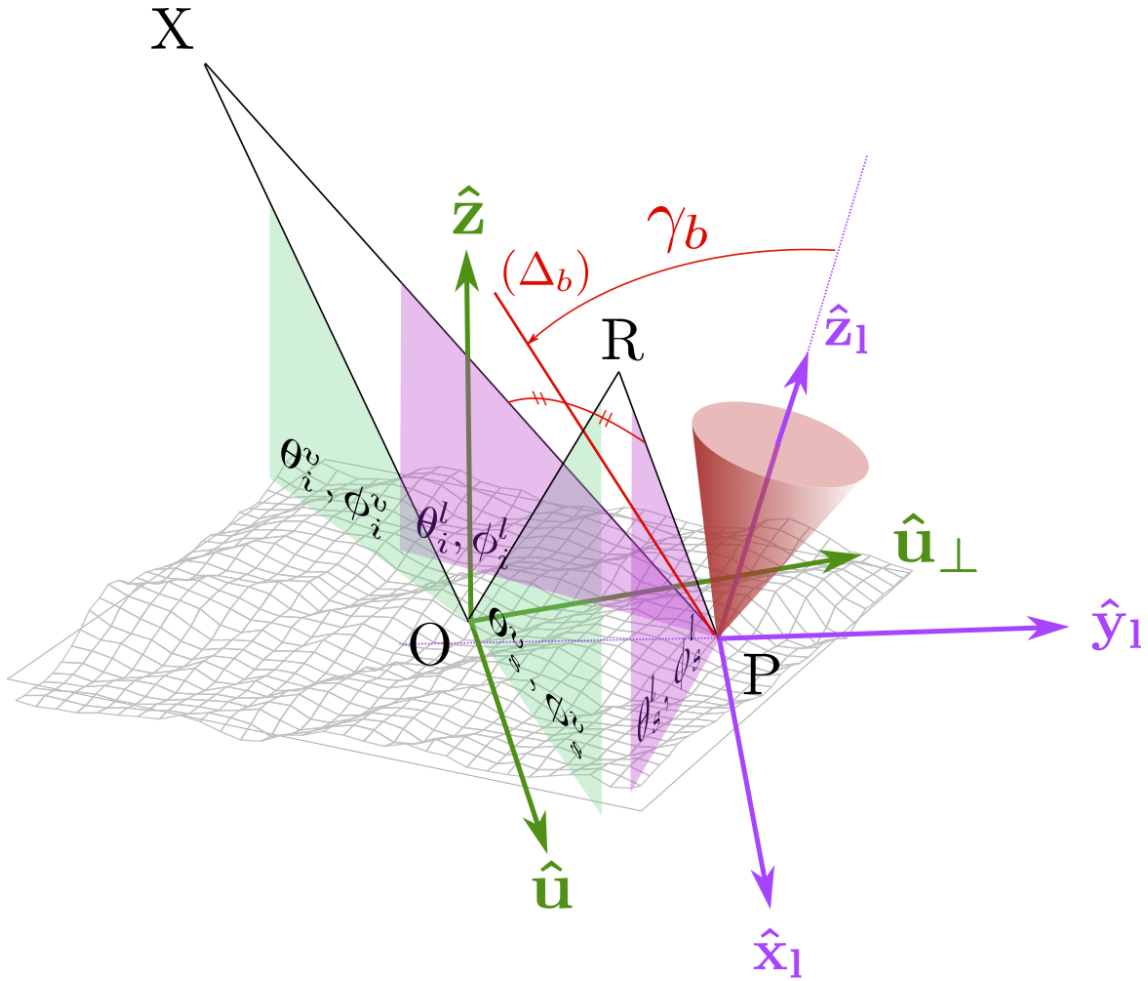


FIGURE 4.2: Repère vent  $\mathcal{V}$  (en vert) contre repère local  $\mathcal{L}$ . Le repère “vent” est défini par rapport au niveau moyen de la mer et à sa verticale, et à la direction du vent, par les vecteurs  $\hat{\mathbf{u}}$  (direction downwind),  $\hat{\mathbf{u}}_{\perp}$ ,  $\hat{\mathbf{z}}_g$ , et les “angles bistatiques globaux”  $(\theta_i^v, \theta_s^v, \phi_i^v, \phi_s^v)$ . On définit un “repère local” par les vecteurs  $\hat{\mathbf{x}}_l, \hat{\mathbf{y}}_l, \hat{\mathbf{z}}_l$  et les angles bistatiques  $(\theta_i^l, \theta_s^l, \phi_i^l, \phi_s^l)$ . le repère local est confondu avec le repère vent si la facette est confondue avec le niveau moyenn de la mer. L’émetteur est placé en  $X$  et le récepteur en  $R$ . La droite  $(\Delta_b)$  est la bissectrice de l’angle  $\widehat{XPR}$ . À l’intérieur du cône rouge, la réflexion est spéculaire.

critère du grand rayon de courbure. Il a été trouvé que la méthode donnait un bon accord avec les résultats expérimentaux lorsque l’on est proche de la direction spéculaire, c’est-à-dire celle donnée par la loi de Snel-Descartes ; cependant elle sous-estime la réflexion dans les autres directions. Numériquement, la différence commence à se faire sentir au delà de  $\pm 20$  degrés de la direction spéculaire.

### 4.1.3 La méthode des petites perturbations

La méthode des petites perturbations (en anglais : *Small-Perturbations Method*, SPM) est bien adaptée pour décrire la composante diffuse. Elle a été décrite pour la première fois pour des ondes radio par Rice [155]. La méthode est également bien développée théoriquement dans l’ouvrage d’Ishimaru [98]. Dans le cas de l’eau, il a été montré que la méthode était en accord avec des expériences réalisées en piscine et à l’extérieur [202, 201].

L'obtention des équations de la méthode des petites perturbations débute par le fait que le champ électrique total  $\mathbf{E}$  au voisinage de la surface peut être écrit comme la somme du champ électrique de l'onde incidente, du champ électrique de l'onde réfléchie (spéculaire et diffuse), ainsi que du champ transmis. On introduit ensuite une condition aux limites. Dans le cas où la surface est parfaitement conductrice, cette condition est que la composante tangentielle du champ électrique est nulle à la surface. Cette composante tangentielle peut s'écrire :

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E} - (\mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{z}}_l) \hat{\mathbf{z}}_l \quad (4.2)$$

où  $\hat{\mathbf{z}}_l$  est la normale locale à la surface. Ce vecteur  $\hat{\mathbf{z}}_l$  est ensuite exprimée comme un développement en puissances d'une petite quantité  $\epsilon$ , comme la hauteur de la surface ou de la pente locale – en fait, pour que le développement ait un sens, il faut que les deux quantités soient petites, ce qui signifie que la surface est quasiment plate.

Ce développement en série, injecté dans l'équation ci-dessus, permet également d'exprimer les ondes électromagnétiques incidentes, transmises et réfléchies comme un développement en puissances de  $\epsilon$ . À l'ordre zéro, l'onde réfléchie correspond simplement à la composante spéculaire réfléchie par une surface plate. La méthode des petites perturbations correspond, dans la littérature, à ce que l'on obtient en tronquant le développement à l'ordre un (comme dans notre travail), deux (comme proposé par exemple par Tsang et Kong [177]), ou plus : cela permet d'introduire une certaine quantité de diffusion. Il va de soi que plus l'ordre devient important, plus le temps de calcul devient important.

Revenons à  $\epsilon$ . Vu que cette grandeur est petite, cela revient à supposer que la hauteur typique des vagues est elle aussi petite en comparaison de la longueur des ondes électromagnétiques. Si l'on souhaite travailler avec une surface maritime, on ne pourra donc représenter qu'une mer quelque peu irréaliste, composée de vagues de capillarité, et autrement plate à grande échelle.

On montre alors que les vagues de la surface qui contribuent à la plus grande partie de l'énergie radioélectrique réfléchie, au premier ordre du développement en série de la surface, sont les vagues qui diffractent les ondes incidentes de telle manière que ces ondes interfèrent constructivement. Il s'agit d'un mécanisme dit "de Bragg", ainsi nommé par analogie avec le phénomène du même nom découvert dans le domaine de la cristallographie par Bragg père et fils en 1915 (Valenzuela [186]). Dans le cas monostatique, cette relation peut se retrouver par des considérations géométriques simples, comme montré à la figure 4.3. On considère une surface monochromatique de longueur d'onde  $\Lambda$ . Deux points P et P' séparés de  $\Lambda$  peuvent réfléchir une onde incidente de longueur d'onde  $\lambda_0$  arrivant à l'angle d'incidence  $\theta_i$  si la différence de marche du rayon réfléchi en P et du rayon réfléchi au point P' vérifie la relation :

$$\Lambda = \Lambda' \quad (4.3)$$

où la longueur d'onde de Bragg  $\Lambda'$  est définie par :

$$\Lambda' = \frac{n\lambda_0}{2 \sin \theta_i} \quad (4.4)$$

où  $n$  est un entier non nul.

Dans ce cas, l'amplitude de l'onde électrique réfléchie à  $\lambda_0$  est proportionnelle à l'amplitude des vagues de longueur d'onde  $\Lambda'$ , ainsi qu'aux coefficients de Fresnel. On parle souvent, par abus de langage, de *vagues de Bragg* pour les vagues responsables de la diffraction de Bragg pour la configuration radar considérée. Dans le cas bistatique, on généralise le critère ci-dessus. Les composantes de la matrice de diffusion sont données par :

$$\sigma_{mn} = 8k_0^4 \cos^2(\theta_i) \cos^2(\theta_s) |\alpha_{pq}|^2 \mathcal{S}(\|\mathbf{K}'\|, \angle(\mathbf{K}', \hat{\mathbf{u}})) \quad (4.5)$$

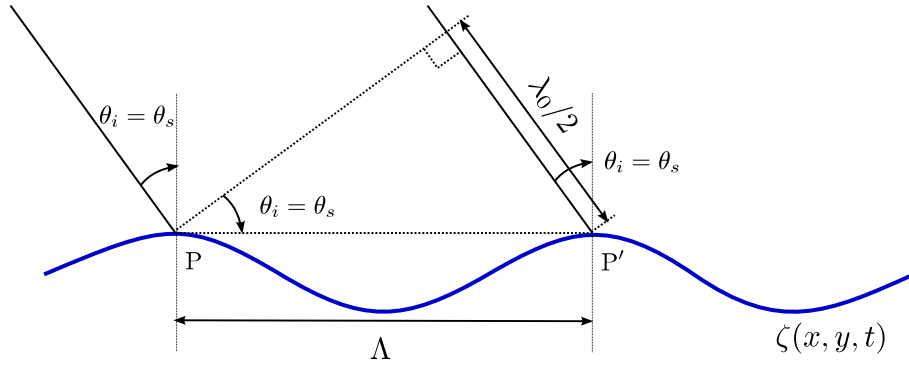


FIGURE 4.3: Principe du calcul du critère de la configuration de Bragg, en configuration monostatique ( $\theta_i = \theta_s$ ,  $\phi_i = 0$ ,  $\phi_s = \pi$ ).

où  $\alpha_{pq}$  est un coefficient polarimétrique qui dépend des angles bistatiques et de la permittivité de la mer [98, 38], que l'on donne dans le cas bistatique à l'annexe C, page 262; et  $\hat{\mathbf{u}}$  est le vecteur définissant la direction du vent. Le vecteur d'onde  $\mathbf{K}'$  correspond aux vaguelettes en configuration de Bragg bistatique, il est défini par :

$$\mathbf{K}' = \begin{bmatrix} k_0 \sin(\theta_s) \cos(\phi_s - \phi_i) - k_0 \sin(\theta_i) \\ k_0 \sin(\theta_s) \sin(\phi_s - \phi_i) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Cette relation généralise l'équation 4.4 dans le cas bistatique. Les angles bistatiques sont pris pour une surface moyenne plane; en fonction de l'usage que l'on veut faire de la méthode, on prendra  $(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s)$  égal soit à  $(\theta_i^v, \phi_i^v, \theta_s^v, \phi_s^v)$  ou à  $(\theta_i^l, \phi_i^l, \theta_s^l, \phi_s^l)$ . Numériquement, on peut constater que cette méthode convient pour l'estimation de la composante diffuse, mais qu'elle est invalide dans la zone spéculaire, où elle diverge et donne des valeurs qui sont beaucoup trop hautes dans certaines configurations. L'important à retenir concernant le phénomène de diffraction de Bragg modélisé par la méthode des petites perturbations, que ce soit en configuration monostatique ou bistatique quelconque, est que l'ordre de grandeur de longueurs d'ondes des vagues en configuration de Bragg est le même que celui de l'onde électromagnétique  $\lambda_0$ . Le domaine de validité de la méthode est obtenu pour des angles  $\gamma_b$  supérieurs à 20 degrés (en gros, c'est à dire hors du domaine spéculaire) et inférieurs à 60 ou 70 degrés, car au delà il faut prendre en compte les phénomènes d'ombre : les retours observés sont inférieurs à ceux prédits par le modèle des petites perturbations.

#### 4.1.4 Les modèles composites

##### 4.1.4.1 Le modèle des deux échelles

Le modèle des deux échelles (en anglais, *Two Scales Model*, TSM) a été proposé plus tard comme une évolution du modèle des petites perturbations (voir par exemple Bass et Fuks [20]) et appliqué aux surfaces maritimes par Valenzuela [186] ou Chan et Fung [36]. Le modèle des deux échelles a été récemment étendu à la fois au cas bistatique et au cas de la surface maritime par Khenchaf et Airiau [105, 103]. Ce modèle part du postulat que la mer peut être vue comme la superposition de deux catégories de vagues : les vagues de gravité qui ont un grand rayon de courbure, et les vagues de capillarité. Dans la réalité, bien sûr, la transition entre les vagues de gravité et les vagues de capillarité est continue et cette hypothèse n'est qu'une première approximation – en fait, il y a des études qui montrent qu'un modèle à trois échelles serait probablement plus approprié, voir par exemple [190], mais cela compliquerait les modèles et les rendraient plus lents lors de leur évaluation.

Un des arguments en faveur du modèle à deux échelles est d'augmenter le domaine de validité des résultats par rapport au modèle des petites perturbations. L'idée derrière le modèle des deux échelles est que les vagues contribuant au processus de la diffraction de Bragg sont localement inclinées par les vagues de plus grande longueur d'onde. On calcule alors les coefficients de diffusion en utilisant l'approche SPM, pour toutes les combinaisons possibles d'angles bistatiques "locaux"  $(\theta_i^l, \theta_s^l, \phi_i^l, \phi_s^l)$ . On réalise ensuite une moyenne pondérée de tous ces coefficients pour obtenir l'estimée du coefficient de diffusion de la mer. La pondération est obtenue au travers de la distribution des pentes.

De manière intéressante, les quelques combinaisons d'angles bistatiques locaux qui sont plutôt d'une nature spéculaire ne viennent pas corrompre la moyenne pondérée, parce que la pondération associée tend à être petite. Cela signifie aussi que le modèle des deux échelles tend à sous-évaluer la réflexion spéculaire. On peut résoudre ce problème simplement en ajoutant aux coefficients obtenus, ceux venant du modèle AK [186]. C'est dans ce contexte que l'on peut parler de modèle composite.

### 4.1.4.2 Autres méthodes

Il existe d'autres méthodes qui essaient d'unifier la réflexion diffuse et la réflexion spéculaire dans une théorie unique. Elfouhaily et Guérin ont publié une catégorisation relativement exhaustive de ces méthodes dans [63]. Une de ces méthodes est l'approximation des petites pentes, plus connue sous son appellation anglophone Small-Slope Approximation (SSA); elle a été présentée par Voronovich. Comme l'approche SPM, l'approche SSA procède par un développement en série de l'onde réfléchi et peut donc s'écrire à plusieurs ordres. Le lecteur intéressé pourra se référer à (par exemple) [188] pour l'approximation à l'ordre un (SSA-1) et [189] pour l'approximation à l'ordre deux (SSA-2), qui est un peu plus précise. SSA-1 a été comparé récemment à la méthode des deux échelles dans le cas bistatique par Awada [15]; les conclusions de cet article sont que la méthode des deux échelles donne des résultats proches de SSA-1, tout en étant plus robuste parce que SSA-1 dégénère mathématiquement dans certaines configurations bistatiques bien précises où la méthode des deux échelles se comporte bien. De plus SSA est une méthode plus lente au calcul que la méthode des deux échelles. On peut supposer que la méthode SSA à l'ordre deux donne probablement des résultats plus précis, mais à un coût calculatoire forcément plus important. Dans la suite, nous comparons d'ailleurs nos propres résultats à des résultats obtenus avec SSA en configuration monostatique. D'autres méthodes ont été proposées. On peut citer, par exemple, la méthode des conditions aux frontières étendue (*Extended Boundary Condition Method*) qui a été proposée et implémentée par Franceschetti *et al.* [70, 69]; elle a été essayée en particulier dans le cas de la mer par Guo et Wu [86]. Ces auteurs ont montré que l'approche ECBM donne des résultats similaires aux méthodes mentionnées plus haut mais elle ne fait pas d'hypothèse sur une division du spectre des vagues comme, par exemple, la méthode des deux échelles. Par contre, cette méthode a été essayée dans le cas d'un modèle fractal de la surface de la mer. L'inconvénient des méthodes fractales est qu'il n'y a pas de lien simple entre les paramètres du modèle et les paramètres physiques comme la vitesse du vent et sa direction. On citera enfin une autre méthode composite appelée en anglais *Weighted Curve Approximation*. Cette méthode a été proposée par Elfouhaily *et al.* mais nous ne la discuterons pas ici.

## 4.2 Une approximation de la matrice de diffusion utilisant un modèle hybride

### 4.2.1 Motivation

Toutes les méthodes mentionnées plus haut sont approchées, c'est-à-dire statistiques. La surface est décrite par sa rugosité, c'est à dire par des grandeurs telles que l'écart-type des hauteurs ou des pentes de la surface, ou la densité spectrale de puissance, ou la densité de probabilité des pentes... Dans le cas de la mer, ces grandeurs sont fonction de la vitesse et de la direction du vent. Pour réaliser le calcul, les angles bistatiques sont donnés par rapport au plan moyen de la mer :  $(\theta_i^v, \theta_s^v, \phi_i^v, \phi_s^v)$ , comme montré à la figure 4.2. Ces angles ont été qualifiés d'angles bistatiques "globaux" dans notre travail. Une fois que la configuration est définie, les coefficients de diffusion polarimétriques obtenues par ces méthodes que nous qualifions d'*approchées*, sont une moyenne, sur une surface infinie de mer, du vrai coefficient de diffusion (qui est en fait de nature locale). Cette moyenne prend en compte à la fois les vagues de gravité et les vagues de capillarité. L'avantage est que la mer n'a pas besoin d'être décrite localement, c'est-à-dire qu'aucune carte de hauteurs n'est nécessaire. Ces méthodes approchées sont donc particulièrement bien adaptées au calcul rapide d'un bilan de liaison. Elles ont, cependant, plusieurs inconvénients majeurs. D'une part, même si la SER moyenne de la mer est connue, on ne sait rien de la manière dont cette SER fluctue autour de sa moyenne quand le point où l'on se trouve sur la mer varie. D'autre part, quand il y a des structures déterministes et/ou locales présentes à la surface de la mer (par exemple, des sillages ou des nappes de pétrole), il est évident que la SER va changer à cet endroit. De plus le phénomène de bruit de chatoiement n'est pas pris en compte par cette approche.

Pour simuler ce genre de scènes, il faut avoir une description fine de la mer prenant en compte les variations locales. Pour cela, il est plus approprié d'utiliser une description par carte de hauteurs et découpage de la surface en petites facettes (ce qui permet de faire varier localement les paramètres de la surface). Cette approche est récurrente dans le domaine de la simulation ; le chapitre suivant fournit d'ailleurs un état de l'art étendu à ce sujet. On représente la surface de la mer comme une nappe de triangles, chaque sommet du triangle étant un point de la mer dont l'altitude est lue dans une matrice de dimensions  $n \times n$ . Les triangles sont de surface au sol égale, la valeur étant notée  $dS$ . La nappe est discrétisée de telle manière que les vagues de gravité soient bien représentées ; les structures de taille subpixelique sont considérées de manière statistique en utilisant un modèle approché. On calcule ensuite la signature électromagnétique de chaque triangle avec un modèle de diffusion approché adapté à des vagues de faible rugosité (modèle des petites perturbations, SSA, *etc.*), en utilisant les angles bistatiques locaux à la facette (rappelons que celle-ci est inclinée par rapport au niveau moyen de la mer). Comme ces modèles présupposent une mer infinie, on ramène le coefficient de diffusion à la surface  $dS$ . On procède donc par une émulation du modèle des deux échelles en utilisant non plus un modèle de pentes probabiliste (pour les vagues de gravité) mais la réalisation particulière de la mer qui a servi pour construire la carte d'élévation.

Dans les simulations utilisant cette approche, l'accent est souvent mis sur la réflexion diffuse [72, 71, 142, 42]. Cela peut se comprendre, puisque ces articles considèrent des radars monostatiques à visée latérale avec des incidences intermédiaires – cas classique des radars basés sur un satellite. Dans ces configurations, la réflexion diffuse domine largement. À la base, l'approche mise en œuvre dans ces articles consiste à émuler la méthode des deux échelles. On génère une carte d'élévation de la mer, la surface de la mer étant découpée en facettes suffisamment petites pour représenter les vagues de gravité. La réflexion est

alors calculée pour chaque facette avec le modèle des petites perturbations, en ramenant la contribution à la surface de cette facette, et en utilisant les angles bistatiques locaux à cette facette. Le problème est que la manière dont ces auteurs traitent les quelques facettes en configuration spéculaire est très peu claire de notre point de vue. Dans [142] et [42], seule la réflexion diffuse est traitée en utilisant le modèle des petites perturbations; dans [72] et [71], nous comprenons que la même approche a été utilisée. Or dans des configurations plus “exotiques”, comme par exemple celles rencontrées en radar bistatique, les réflexions spéculaires locales peuvent avoir une plus grande influence.

Dans la suite de ce paragraphe, on s’attachera à décrire plus précisément une approche basée sur des facettes, mais qui prend en compte les réflexions spéculaires. On compare ensuite cette méthode avec d’autres approches numériques et des données expérimentales recueillies dans la littérature, afin de la valider.

### 4.2.2 Description

Tout d’abord, on génère une carte des hauteurs de la surface de la mer. Cette carte est représentée sous la forme d’une matrice de taille  $n \times n$ . La projection au sol des facettes représentées par cette matrice ont toutes une surface au sol  $dS$ . On obtient les coefficients de diffusion pour chaque point de la surface en calculant les angles bistatiques locaux par rapport aux normales locales. On utilise ensuite le modèle AK et la méthode des petites perturbations en faisant l’hypothèse que les facettes sont, en fait, de surface infinie. On obtient alors pour chaque facette, une matrice de diffusion  $\Sigma_0$  (correspondant à cette mer infinie), que l’on multiplie par la surface  $dS$  pour avoir la contribution réelle de la facette.

Cette approche ressemble un peu à la méthode des deux échelles, à une différence significative près. Ici, comme une petite surface de mer est générée, la proportion de points en configuration spéculaire peut être suffisamment importante pour que les valeurs fausses, mais très élevées, données par l’approche SPM dans ces configurations, peuvent fausser de manière significative la contribution moyenne des surfaces. En effet, les coefficients fournis par l’approche SPM sont quelques fois du même ordre de grandeur que ceux fournis par le modèle AK (environ +10 dB), quelque fois même beaucoup plus fortes (+90 dB!). La conclusion est la suivante : on peut ajouter simplement la contribution du modèle AK à ceux fournis par le modèle des deux échelles, mais on ne peut pas ajouter les contributions de le modèle AK à ceux du modèle des petites perturbations.

Par conséquent, il faut choisir uniquement les coefficients de le modèle AK dans les directions presque spéculaires, et choisir ceux donnés par le modèle SPM dans les directions correspondant aux réflexions diffuses. La zone spéculaire se situe approximativement dans un cône de 20 d’ouverture autour de la normale locale  $\hat{\mathbf{z}}_l$ . De manière plus formelle, si l’on note P une facette, et  $\gamma_b$  l’angle formé par la bissectrice de l’angle  $\widehat{XPR}$  et la normale locale à la surface  $\hat{\mathbf{z}}_l$  en P, la réflexion est spéculaire quand  $\gamma_b$  est approximativement inférieur à 20 (voir la figure 4.2).

Cela dit, la transition entre la zone spéculaire et la zone diffuse doit être douce. En s’inspirant de l’approche proposée au Applied Physics Laboratory par Jackson pour modéliser la réflexion des ondes acoustiques sur le fond de la mer [211], nous avons choisi de calculer pour chaque configuration possible, une moyenne pondérée des coefficients obtenus par l’approche AK et l’approche SPM. Les poids que nous avons pris sont les suivants :

- pour les co-polarisations :

$$\sigma_{nn} = (1 - w_1)\delta_{SP}\sigma_{nn, SP} + w_1\delta_{AK}\sigma_{nn, K} \quad (4.7)$$

- pour les polarisations croisées :

$$\sigma_{nm} = (1 - w_2)\delta_{SP}\sigma_{nm, SP} + w_2\delta_{AK}\sigma_{nm, K} \quad (4.8)$$

avec :

$$\log_{10} w_1(\gamma_b) = -\left(\frac{\gamma_b}{6\pi}\right)^8 \quad (4.9)$$

$$\log_{10} w_2(\gamma_b) = -\left(\frac{\gamma_b}{20\pi}\right)^{1.5} \quad (4.10)$$

Les fonctions de pondération  $w_1$  et  $w_2$  ont été choisies de manière semi-empirique. Elles sont polynomiales dans l'espace logarithmique, afin de permettre un ajustement manuel relativement aisé. Les coefficients retenus ont été choisis à la main pour essayer de minimiser tout changement abrupt de la pente des courbes à la transition spéculaire/diffus. On observe de bons résultats pour toutes les combinaisons d'angles bistatiques locaux  $(\theta_i^l, \theta_s^l, \phi_i^l, \phi_s^l)$ .

La figure 4.4 montre la valeur des coefficients de diffusion pour des valeurs fixées de  $\theta_i^l$ ,  $\theta_s^l$ ,  $\phi_i^l$  et en faisant changer  $\phi_s$ . Comme affirmé plus haut, il apparaît clairement que le modèle AK sous-estime la réflexion diffuse (qui a lieu ici quand  $\phi_s$  est entre 20 et 160), en comparaison des valeurs obtenues avec le modèle des petites perturbations. Réciproquement, le modèle SPM ne se comporte pas bien dans la zone spéculaire. La moyenne pondérée donne de meilleurs résultats.

Dans les équations (4.7) et (4.8), deux facteurs apparaissent :  $\delta_{SP}$  et  $\delta_{AK}$ . Ce sont des facteurs de visibilité booléens. Leur signification est la suivante :

- $\delta_{AK}$  est un facteur de visibilité ‘‘macroscopique’’ qui joue sur la réflexion spéculaire. Pour une facette donnée  $\delta_{AK} = 1$  si et seulement si la facette est visible à la fois par l'émetteur et le récepteur, sans être cachée par une autre facette. On calcule ce facteur de visibilité par une procédure de lancer de rayons ou de Z-buffer classique.
- La réflexion diffuse a une nature locale et le masquage d'une facette par une autre ne joue pas un rôle important. Cependant, il se peut que l'inclinaison de certaines facettes, la configuration bistatique fasse que l'onde radio doive ‘‘traverser’’ la facette pour aller vers le récepteur. Ce comportement n'est pas physique. Seules les facettes telles que  $\hat{\mathbf{n}}_i^l \cdot \hat{\mathbf{z}}^l < 0$  et  $\hat{\mathbf{n}}_s^l \cdot \hat{\mathbf{z}}^l > 0$  peuvent contribuer au processus de réflexion diffuse. Cette condition est représentée par le booléen  $\delta_{SP}$ , qui est donc un facteur de visibilité ‘‘local’’.

Les facteurs de visibilité ne jouent pas le même rôle partout. Quand les angles  $\theta_i^v$  et  $\theta_s^v$  ne sont pas excessifs (disons en dessous de 65), toutes les vagues sont visibles et le facteur de visibilité macroscopique vaut 1 partout. On peut donc se passer de son calcul. Au contraire, si  $\theta_i^v$  et  $\theta_s^v$  sont proches de 90, comme dans des conditions de radar côtier, alors le facteur de visibilité macroscopique vaut zéro partout et on peut aussi se passer de son calcul. Par contre, dans la zone ‘‘critique’’ allant d'environ 65 à 85 pour l'angle d'incidence, certaines facettes peuvent être visibles et d'autres non ; dans cet intervalle il faut impérativement calculer le facteur de visibilité macroscopique.

### 4.2.3 Validation

Si on met l'émetteur et le récepteur très loin de la surface (ici,  $10^5$  m) et si on moyenne la contribution des facettes pour une grande surface de mer, on devrait intuitivement retrouver les résultats des méthodes approchées conventionnelles (méthode des deux échelles, modèle SSA, *etc.*). On considère ici une surface de  $512 \times 512$  facettes avec une résolution d'un mètre (expérimentalement, la moyenne ne dépend pas beaucoup du pas de discrétisation). Nous trouvons un accord excellent entre nos résultats et ceux obtenus par Voronovich

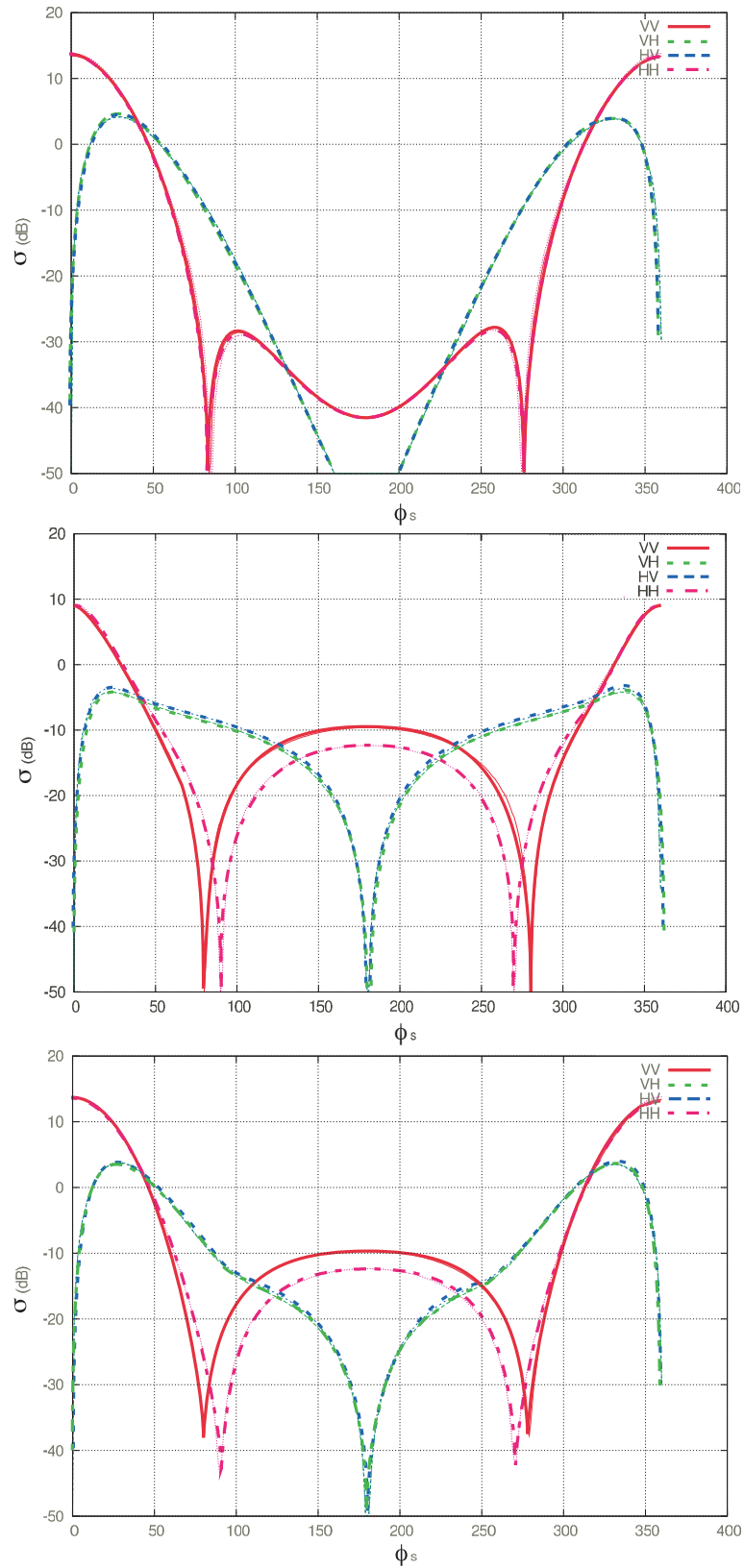


FIGURE 4.4: Coefficients de réflexions locaux normalisés pour  $\theta_i^l = 20$ ,  $\theta_s^l = 30$ ,  $\phi_i^l = 0$  et plusieurs  $\phi_s^l$ .  $U_{1950} = 4.53$  m/s,  $f_0 = 10$  GHz. Au dessus : Approximation de Kirchhoff, au centre : Petites Perturbations, en bas : moyenne pondérée de AK et SPM par une fonction de l'angle  $\gamma_b$ .



Voronovich et Zavorotni [189] dans un article où ils comparaient l'utilisation de SSA-2 avec des données expérimentales reproduites ici (voir la figure 4.5). Pour les graphes établis à une vitesse de vent de 15 m/s, on se situe à un état de mer Beaufort égal à 5, soit juste à la limite énoncée au chapitre 2 : on conserve malgré tout un bon accord entre le modèle et la réalité. Le choix du spectre de mer peut avoir une petite influence sur la SER, comme on le voit ici. L'utilisation du spectre de Fung et Lee donne une réflectivité moindre que celle du spectre d'Elfouhaily. On peut expliquer cela par le fait que l'énergie du spectre de capillarité est plus faible dans le cas du spectre de Fung et Lee, comme nous l'avons remarqué au chapitre 2. La figure 4.6 montre la dépendance du coefficient de diffusion avec la direction du vent, et reproduit des mesures expérimentales publiées par Moore et Fung [134] dans les mêmes conditions. L'accord est moins évident mais reste acceptable puisqu'il est connu que la SER peut fluctuer rapidement et de manière importante autour de sa moyenne. Long [123] (chapitre 6, p. 353) nous rappelle que dans le contexte de l'imagerie radar de la mer, la SER moyenne de la mer peut varier d'une amplitude allant jusqu'à 10 dB dans l'intervalle d'une minute<sup>2</sup>. Si l'on garde cela en tête, on peut légitimement se demander si le choix du spectre a une si grande importance pour ce qui concerne le calcul de la SER de la mer. Par contre, le spectre joue un rôle fondamental sur la texture de la surface ; c'est d'ailleurs le spectre directionnel qui joue le plus grand rôle dans cet aspect. On retrouve l'influence de la direction du vent à la figure 4.6 : il y a une différence de réflectivité entre la direction *upwind* et la direction *crosswind* (0 et 180) puisque les vraies vagues tendent à avoir des pentes plus "raides" sur l'avant. Le modèle de la superposition linéaire des vagues ne peut pas modéliser cela, ce qui explique pourquoi le modèle électromagnétique prédit des retours identiques dans les deux directions.

Enfin, notre méthode donne des résultats très similaires à ceux obtenus avec le modèle des deux échelles et SSA-1 dans des conditions bistatiques plus générales telles que celles présentées dans [15] mais que nous omettons ici par souci de brièveté.

### 4.3 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter un certain nombre de méthodes permettant de calculer les composantes de la matrice polarimétrique de diffusion (en puissance). L'ensemble des méthodes existantes a pu être catégorisée en trois ensembles : les méthodes exactes, les méthodes approchées, et les méthodes hybrides ; ces méthodes sont comparées dans le tableau 4.1.

| Méthodes   | Exemple de méthodes   | Avantages  | Inconvénients  |
|--|---|--|--|
| Exactes  | Méthodes des moments<br>Méthode des différences finies  | (Quasi-)exact pour la surface (déterministe) considérée                  | Très lent<br>Occupation mémoire Complexe             |
| Approchées (asymptotiques)                             | <b>Réflexion spéculaire</b> : AK<br><b>Réflexion diffuse</b> : SPM, TSM<br><b>Méthodes composites</b> : SSA, WCA<br>AK+SPM, AK+TSM. . . | Très rapide (AK, SPM)<br>Rapide (autres méthodes)<br>Relativement simple | Seulement coefficient moyen pour une surface infinie |
| Approchées avec surface de grande échelle déterministe | Pondération AK/SPM dans un repère local associé à une facette   | Assez rapide   | Pas rigoureusement exact                             |

TABLE 4.1: Comparaison des méthodes de calcul existantes pour calculer la surface équivalente radar d'une surface rugueuse.

C'est la dernière approche qui a été choisie dans le cadre de la simulation d'images radar,

<sup>2</sup>Citation originale : "The 'average' radar cross-section can change as much as 10 dB in a 1-minute interval."

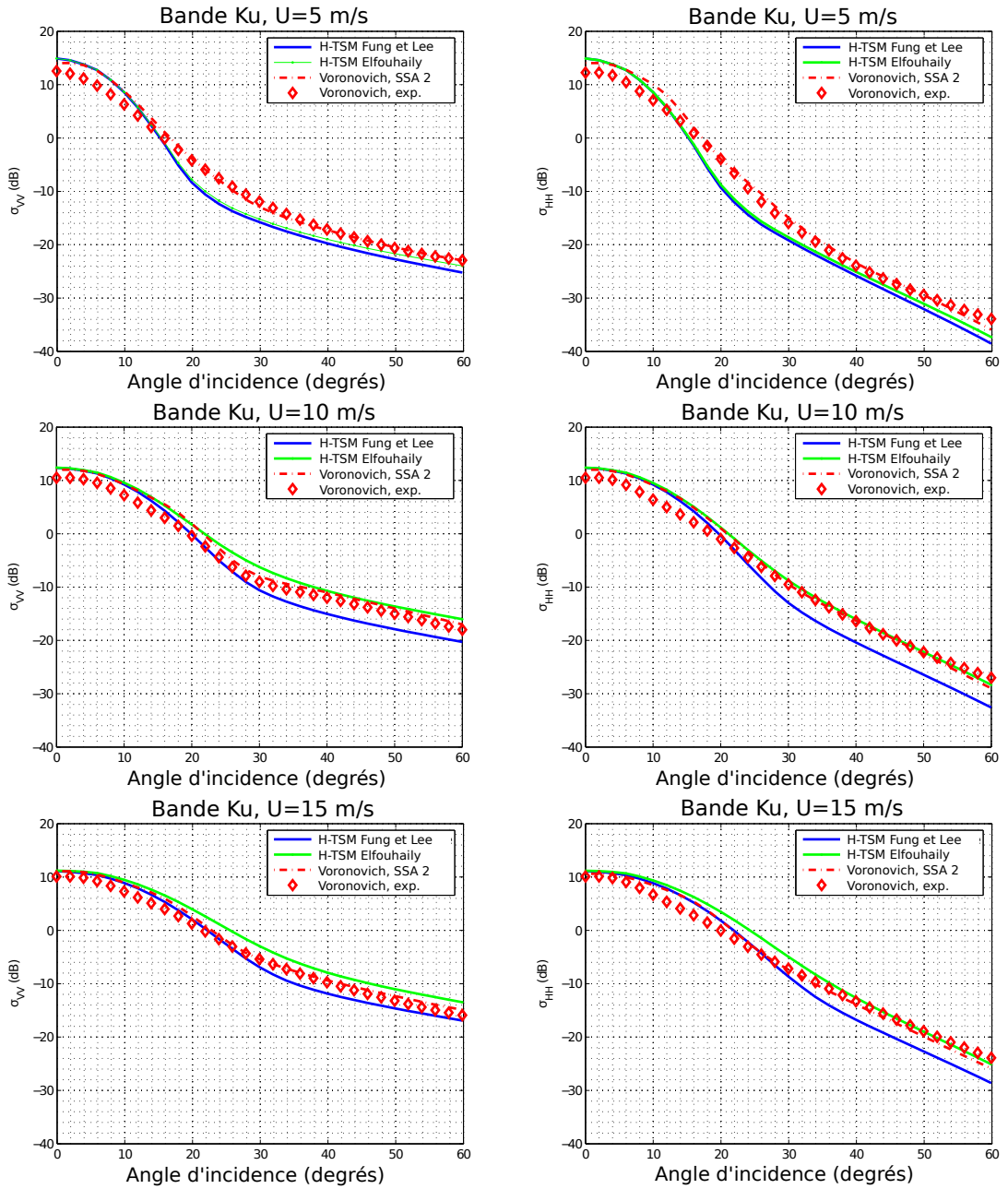


FIGURE 4.5: Comparaison entre la méthode des deux échelles hybride exposée ici (spectre de Fung et Lee [77] et spectre d'Elfouhaily [62]), et SSA-2 (valeurs citées d'après Voronovitch [189]), où le spectre d'Elfouhaily a été utilisé. Sont également représentées des données expérimentales tirées du même article [189]. La vitesse du vent est indiquée à  $z = 10$  m et la fréquence de travail est de 14 GHz. La colonne de gauche est en polarisation VV et celle de droite en HH. H-TSM : notre approche à deux échelles hybride.

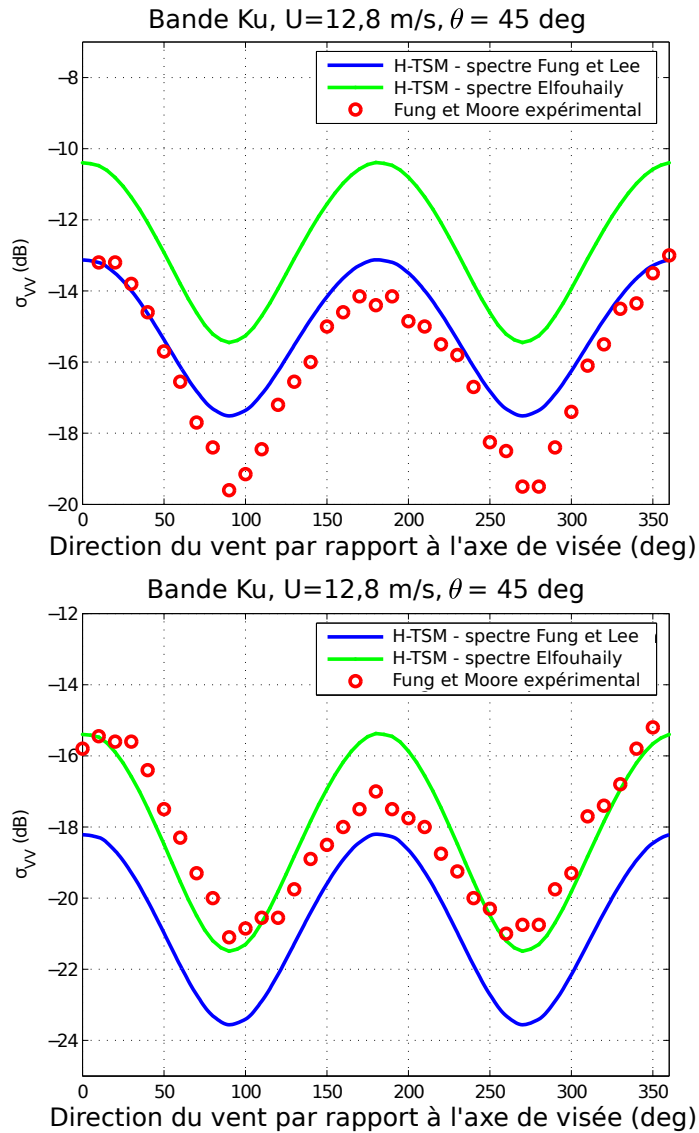


FIGURE 4.6: Comparaison entre notre méthode des deux échelles hybride (H-TSM) en utilisant le spectre de Fung et Lee [77] ou le spectre d'Elfouhaily [62], avec les valeurs expérimentales publiées dans [134] à 13,9 GHz. La vitesse du vent est donnée à  $z = 1950$  cm. H-TSM : notre approche à deux échelles hybride.

dans la mesure où elle permet d'obtenir un bon compromis entre la vitesse de calcul et la représentativité des coefficients obtenus. La plupart des simulateurs de radar existants n'utilisent que les coefficients de la réflexion diffuse : on montre que cela n'est pas viable dans des configurations bistatiques générales. La méthode que nous avons utilisée est pour cela basée sur une approche par facette : le coefficient de diffusion associé à cette facette est la moyenne pondérée entre le coefficient issu de l'Approximation de Kirchhoff et le coefficient issu de la méthode des Petites Perturbations, pris dans le repère local à la facette. Cette approche permet de tenir compte à la fois de la réflexion spéculaire et de la réflexion diffuse. La méthode utilisée n'est pas nouvelle, mais à notre connaissance, aucune validation convaincante n'a été proposée dans la littérature. Aussi, nous avons montré que notre approche hybride donne des résultats similaires à l'approximation des petites pentes et à des données réelles, lorsque l'on considère le coefficient de diffusion moyen pour une surface de grande dimension. Cette validation a été faite dans le cas monostatique, seul cas où des données sont facilement disponibles dans la littérature.



## La simulation d'une liaison radio-électrique bistatique en milieu maritime en présence de sillages

### Sommaire

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>5.1</b> | <b>Bref état de l'art de la simulation de signaux radar</b>                              | <b>126</b> |
| 5.1.1      | Cartes de fouillis   | 126        |
| 5.1.2      | Modélisation d'images radar basée facettes avec fonction de transfert                    | 126        |
| 5.1.3      | Approche basée facette simplifiée  | 128        |
| 5.1.4      | Simulateurs de signaux radar dans le domaine temporel                                    | 128        |
| <b>5.2</b> | <b>Description générale de la simulation</b>   | <b>129</b> |
| <b>5.3</b> | <b>La gestion de la carte des hauteurs</b>   | <b>129</b> |
| 5.3.1      | Génération de la surface   | 132        |
| 5.3.2      | Gestion du sillage   | 132        |
| 5.3.3      | Évolution temporelle de la carte d'élévation   | 133        |
| 5.3.4      | Écriture du signal reçu dans le <i>buffer</i> "signal reçu". Gestion de l'effet Doppler. | 134        |
| 5.3.5      | Le choix des pas d'échantillonnage de la surface   | 134        |
| <b>5.4</b> | <b>Simulations et résultats</b>  | <b>140</b> |
| 5.4.1      | Images SAR monostatiques et bistatiques  | 140        |
| 5.4.2      | Analyse du bruit de chatolement  | 144        |
| 5.4.3      | L'apparence du sillage dans les images radar simulées                                    | 151        |
| <b>5.5</b> | <b>L'implémentation du simulateur</b>  | <b>153</b> |
| 5.5.1      | Langage et architecture  | 153        |
| 5.5.2      | Portabilité  | 153        |
| 5.5.3      | Considérations sur le temps de calcul  | 154        |
| <b>5.6</b> | <b>Conclusions du chapitre</b>   | <b>156</b> |
| 5.6.1      | Vers une réponse au problème de la discrétisation  | 157        |
| 5.6.2      | Possibilités de la simulation  | 157        |
| 5.6.3      | Validation et limites de la simulation   | 158        |
| 5.6.4      | Conclusion générale et perspectives  | 159        |

Les simulateurs de radars en milieu maritime sont une tendance déjà bien établie dans la littérature. Ces outils sont utiles pour valider des modèles de formation d'image radar ; puisque pour écrire le simulateur, il faut d'abord savoir modéliser le phénomène, la simulation permettant ensuite de valider le modèle en comparant les résultats avec les données vraies. Il y a d'autres utilisations possibles pour un simulateur. Par exemple, un simulateur de données radar brutes permet de tester des algorithmes de formation de voies, de focalisation, et d'intégration en antenne synthétique en ayant une connaissance parfaite de la scène : une pseudo-vérité terrain. Avec une telle pseudo-vérité, on peut également tester des algorithmes d'inversion, permettant de remonter aux paramètres de la scène (vitesse et direction du vent, cartes de hauteur des vagues, *etc*), et vérifier l'exactitude des résultats obtenus.

Avec l'intérêt actuel porté par la communauté aux radars bistatiques, il y a aujourd'hui une nécessité de disposer de simulateurs adaptés à de telles configurations. À notre connaissance, alors qu'il existe de nombreux simulateurs de radars monostatiques, nous n'en connaissons aucun pour le radar bistatique, à tout le moins dans le milieu océanique, à l'exception des travaux de Wang *et al.* [191] proposés en 2007 – toutefois ces travaux sont une simulation d'image radar et non de signaux radars : nous verrons la distinction entre ces deux éléments un peu plus loin.

Pour développer un tel outil, il faut connaître la théorie permettant de modéliser chaque élément de la chaîne d'acquisition dans le cas bistatique. Ces différents éléments ont été développés dans les chapitres précédents. Nous les réutilisons ici pour décrire l'implémentation d'un simulateur radar polarimétrique bistatique fonctionnant dans le milieu maritime, incluant donc la modélisation de l'océan, mais aussi des sillages. Ce simulateur a été baptisé par le nom "MaRS" pour *Marine Radar Simulator*. Ce chapitre est structuré de la manière suivante. Tout d'abord on dresse un état de l'art de la simulation d'images radar, qui permet de justifier les choix qui ont été réalisés. On décrit ensuite le fonctionnement global de la simulation. Le paragraphe 5.3 couvre en détail les aspects concernant la carte d'élévation de terrain. En particulier on expose des considérations sur le choix du pas de discrétisation de la scène dans le sous-paragraphe 5.3.5. La dernière partie est dédiée à l'analyse de résultats de simulation et des coûts de complexité algorithmique. La majeure partie de ce chapitre a servi de base à la publication "Bistatic radar imaging of the marine environment. Part 2 : simulations and results analysis" [12], ainsi qu'à la communication "Investigating Possible Bistatic Configurations For Ship Wake Imaging Through Simulation" [10].

## 5.1 Bref état de l'art de la simulation de signaux radar

En restant très général, on peut distinguer plusieurs catégories de simulateurs (on pourra par exemple se référer à [209] pour une première revue et comparaison).

### 5.1.1 Cartes de fouillis

Il y a tout d'abord des outils pour simuler l'aspect du fouillis dans une image radar. Ce sont principalement des modèles statistiques évolués du bruit de chatoiement [6], la scène étant généralement considérée comme étant plate. Cependant vu que l'on sait qu'une scène est corrélée spatialement, il y aura nécessairement une corrélation spatiale au niveau du bruit de chatoiement qu'il faut prendre en compte et essayer de simuler [149]. Au final on obtient une image 2D où chaque pixel est une réalisation particulière de la statistique de bruit de chatoiement qui a été adoptée (avec éventuellement la corrélation spatiale *ad hoc*). Ces cartes sont utiles pour, par exemple, développer des algorithmes de détection et de pistage de cibles dans un environnement bruité, mais ce ne sont pas à proprement parler des simulateurs de radar puisqu'ils ne cherchent qu'à modéliser l'aspect de l'image finale de manière statistique.

### 5.1.2 Modélisation d'images radar basée facettes avec fonction de transfert

Beaucoup de publications se concentrent sur la modélisation d'images de radar à visée latérale, souvent à antenne synthétique. Les images prises par de tels radars sont souvent de bonne résolution et couvrent une large surface, ils sont donc d'un intérêt opérationnel important pour détecter, disons, des sillages de bateaux, des nappes de pétrole suite à une marée noire, ou pour détecter des dégazages sauvages [154, 115, 45]. Puisque l'on veut simuler des images couvrant une grande surface à moindre coût algorithmique, ces

outils ne vont pas nécessairement émuler toutes les étapes de la chaîne d'acquisition. Là aussi, on peut adopter plusieurs niveaux de complexité. L'approche canonique pour de tels simulations a été exposée par Franceschetti [73]. Voici ce qu'il propose. Tout d'abord, on modélise la scène comme un ensemble de facettes triangulaires ou quadrangulaires. On calcule pour chacune de ces facettes, la réflectivité pour l'angle d'incidence sous laquelle elles se trouvent, en prenant en compte les ombres et, pour les modèles les plus évolués, les réflexions multiples. On convolue ensuite la carte de réflectivités avec une fonction de modulation de transfert qui tient en compte du gain de l'antenne (éventuellement synthétique). On introduit des déphasages aléatoires de l'onde au niveau de chaque facette pour simuler le bruit de chatolement. La convolution peut être faite de manière efficace dans le domaine fréquentiel en utilisant la transformée de Fourier. Le cas de l'environnement marin a aussi été exploré par Franceschetti et son équipe, soit pour une mer non polluée [72], soit avec du pétrole [71].

Dans le cas maritime, la situation est plus compliquée parce que la scène, c'est-à-dire la surface de l'eau, est en mouvement. Cependant il existe une écriture explicite de la fonction de transfert liant la fonction hauteur de l'eau à la fonction "image radar", ce qui n'est pas le cas avec une surface arbitraire [5, 90]. Cette fonction de transfert est découpée en plusieurs parties. La première, qui prédomine, simule la modulation de la surface équivalente radar par la variation des pentes des vagues. La seconde permet de modéliser les interactions hydrodynamiques non linéaires, tandis que la troisième, qui est le processus dit de *velocity bunching*, n'intervient qu'en imagerie SAR.

- Le mécanisme de *velocity bunching* se manifeste exclusivement en imagerie en antenne synthétique : il se manifeste par la formation de motifs similaires à des vagues dans l'image radar même en l'absence d'une variation de réflectivité provoquée par une variation de pente (ce dernier phénomène est connu sous le nom de *tilt modulation* dans la littérature anglo-saxonne). Ce phénomène est dû au fait que le SAR positionne un réflecteur sur l'axe distance par l'effet Doppler, et que le mouvement orbital des particules va modifier ce positionnement. Aussi, des trains de vagues se déplaçant dans la direction orthogonale à la trajectoire du radar (en configuration monostatique), vont se déplacer sur l'image SAR. Comme les particules d'eau ont toutes une vitesse orbitale différente, mais spatialement légèrement corrélée, ces déplacements seront différents, et déplaceront la position des réflecteurs selon un motif similaire à des vagues.
- Le mécanisme d'interaction hydrodynamique non linéaire est provoqué par une variation locale du bilan des forces s'exerçant sur les vagues de capillarité lorsqu'elles sont entraînées par le mouvement des vagues de gravité. En particulier, il faut tenir compte d'une accélération centrifuge créée par le mouvement orbital des particules. Cette accélération n'ayant pas la même direction partout, cela va causer une modulation périodique de la longueur d'onde des vagues de capillarité [4]. Cet effet est visible en radar (à antenne réelle ou synthétique) car il se peut que par modulation, la longueur d'onde des vagues de capillarité correspond localement à la longueur d'onde de Bragg, rendant ainsi la vague très visible au radar.

Toujours est-il que l'approche par fonction de transfert est très efficace en simulation, car elle relie le spectre de l'image radar à simuler au spectre de la mer par une simple transformée de Fourier, très rapide à calculer. De plus le modèle de la fonction de transfert permet d'espérer de faire une inversion de modèle et de retrouver la hauteur de l'eau à partir de l'image radar. Le problème est que, le plus souvent, on considère un mouvement parfait de l'antenne radar (une ligne droite), or on sait que les turbulences atmosphériques



peuvent faire bouger l'avion et donc défocaliser l'image. Il est difficile d'introduire de tels mouvements dans l'approche basée "fonction de transfert". Une solution a néanmoins été proposée récemment par Franceschetti et son équipe pour l'imagerie du sol avec un mouvement faiblement perturbé [67, 68].

Notons bien que dans tous les cas cette approche est une simulation d'images radar mais pas un simulateur de radar puisque les étapes de plus bas niveau (compression d'impulsion, intégration en image SAR, *etc*) ne sont pas réellement effectués : seul leur effet est émulé.

### 5.1.3 Approche basée facette simplifiée

Dans cette approche, comme dans la précédente, on commence par modéliser la scène comme un ensemble de triangles, pour lesquels on calcule la visibilité et la réflectivité en tenant compte des angles d'incidence locaux, et éventuellement des réflexions secondaires. Cependant on suppose que l'on travaille à la résolution du radar et que la fonction de directivité de l'antenne est une fonction porte (pas de lobes secondaires). Le bruit de chatolement est de plus simulé par multiplication terme à terme des réflectivités des différentes facettes, avec une réalisation particulière de la loi de bruit de chatolement (en supposant la loi multiplicative). Timo Balz a montré en 2007 dans sa thèse [18] qu'il est possible aujourd'hui de simuler l'intégralité de ces étapes directement au niveau des cartes graphiques en programmant dans le langage de *shading* de la librairie graphique utilisée (GLSL pour OpenGL, HLSL pour DirectX) : la carte graphique permet de calculer les ombres ainsi que la réflectivité ; les réalisations de la loi de bruit de chatolement sont chargées dans la carte par le biais d'une matrice de texture d'image. Cela permet d'aboutir à une simulation d'images radar en temps quasi-réel. Balz a notamment pu prendre en compte les réflexions multiples et des configurations bistatiques. Moins récemment, Tunaley [182] (1991) a traité le cas du sillage en prenant une réflexion purement diffuse, dans le cas monostatique, sur un sillage de Kelvin réaliste et une mer simulée avec un spectre de Pierson Moskowitz, en prenant également en compte le sillage turbulent et les phénomènes de *velocity bunching* résultant de l'effet Doppler de l'onde radio interagissant avec les particules d'eau en mouvement orbital. Oumansour [142] a réalisé dans sa thèse une étude similaire, en prenant néanmoins un sillage de Kelvin très simplifié en limitant la contribution au sillage à la proue et à la poupe du bateau et en n'intégrant pas sur toute la carène, ainsi qu'en supposant que le sillage est nul hors du cône de Kelvin, ce qui introduit une discontinuité à la limite du cône. De plus, la scène était supposée stationnaire.

### 5.1.4 Simulateurs de signaux radar dans le domaine temporel

Cette dernière catégorie cherche à émuler tous les éléments de la chaîne d'acquisition explicitement et sortent comme résultat un signal "brut" tel qu'il serait obtenu par un radar à ouverture réelle après démodulation en bande de base. Ce signal peut ensuite être traité exactement comme s'il avait été acquis par un vrai radar. L'avantage d'une telle simulation est que l'évolution de la position du capteur du radar peut librement évoluer au cours du temps ce qui permet, par exemple, de simuler l'effet d'une embardée brusque d'un avion porteur due aux turbulences. On simule la transmission périodique de l'impulsion, la forme de cette impulsion étant un paramètre du système. La scène est décrite comme une liste de facettes et la position de ces facettes est mise à jour à chaque fois qu'une impulsion est émise. Pour chaque facette on résout l'équation du radar ; ensuite, la contribution de chacune de ces facettes (un chirp convenablement atténué, déphasé et ayant subi l'effet Doppler) est ajoutée dans un tampon qui représente le signal reçu brut. C'est pour cela que l'on parle de simulateur de signaux radar dans le domaine temporel. L'inconvénient

majeur d'un simulateur de radar brut est le coût en temps de calcul, ce qui explique pourquoi on ne s'y est intéressé que récemment [135]. Néanmoins il s'agit de calculs hautement parallélisables et en utilisant les possibilités offertes par des *clusters* de calculateurs, des processeurs multi-cœurs, auxquels on peut ajouter la puissance des cartes graphiques, il est possible d'avoir des gains de performance très appréciables dans le contexte de la simulation de signaux radars bruts [101].

Dans notre cas on désire simuler des configurations bistatiques, où l'émetteur et le récepteur ne sont pas nécessairement au même endroit. Contrairement aux radars monostatiques, les radars bistatiques peuvent être utilisés dans des configurations beaucoup plus diverses. On peut par exemple imaginer une configuration où un radar côtier illuminerait une scène, le récepteur étant à bord d'un avion. Ou encore, que l'émetteur est à bord d'un satellite et que le récepteur est à bord d'un avion. On peut encore imaginer le cas de deux avions, l'un avec l'émetteur et l'autre avec le récepteur, qui volent sur une trajectoire parallèle [43]. En fait, les configurations possibles sont trop nombreuses pour pouvoir être énumérées. Cette diversité va à l'encontre de l'efficacité. On peut imaginer des simulateurs utilisant une approche optimisée à base de fonctions de transfert dans certains cas bistatiques et de fait cette approche a déjà été proposée en 2007 par Wang *et al.* [191]. Un simulateur de radar dans le domaine temporel est très général et permet de traiter toutes les configurations possibles en apportant de plus la possibilité de tester des algorithmes fonctionnant sur des signaux bruts, ce que ne permettent pas les simulateurs d'images radar. C'est donc l'approche que nous avons adoptée. Au final nous montrons qu'il est parfaitement viable de simuler des acquisitions sur des scènes bien résolues (résolution de l'ordre du mètre) et suffisamment larges ( $500 \times 500$  m) pour que ces pseudo-acquisitions puissent servir un but utile.

## 5.2 Description générale de la simulation

Les éléments principaux qui interagissent dans le processus de formation d'image sont illustrés à la figure 5.1. On notera en particulier la présence des sillages de navire, car ils sont bien visibles dans les images SAR [168, 153]. On ne couvrira pas, en revanche, la simulation de l'image radar d'un navire ni les interactions mer/navire. Les étapes principales de la simulation sont présentées dans la table 5.1. À côté de chaque étape, on indique les chapitres et les paragraphes où l'on discute les étapes plus en détail.

Comme l'on peut le constater, la simulation suit de très près les étapes principales de la chaîne d'acquisition telle que présentée au chapitre 1 (parties 1.1 à 1.5), les différents modules étant développés dans les chapitres 2, 3 et 4. On voit en particulier l'apparition de la carte d'élévation qui est un aspect important de la simulation puisqu'elle permet d'influer localement sur la représentation de la scène pour y ajouter un sillage. Il n'y a pas d'autre approche possible qu'une carte si l'on souhaite introduire un sillage. Les antennes sont quant à elles modélisées soit de façon analytique pour des ouvertures canoniques (rectangulaire, circulaire, elliptique), soit de façon numérique par lecture d'un fichier sur disque.

## 5.3 La gestion de la carte des hauteurs

La description de la scène sous forme d'une carte des hauteurs soulève plusieurs questions, comme par exemple *i)* comment générer cette surface, *ii)* comment la faire évoluer dans le temps et *iii)* de manière plus cruciale, comment choisir les pas de discrétisation et la taille de la scène, ce qui est une question récurrente mais très rarement traitée dans la littérature.

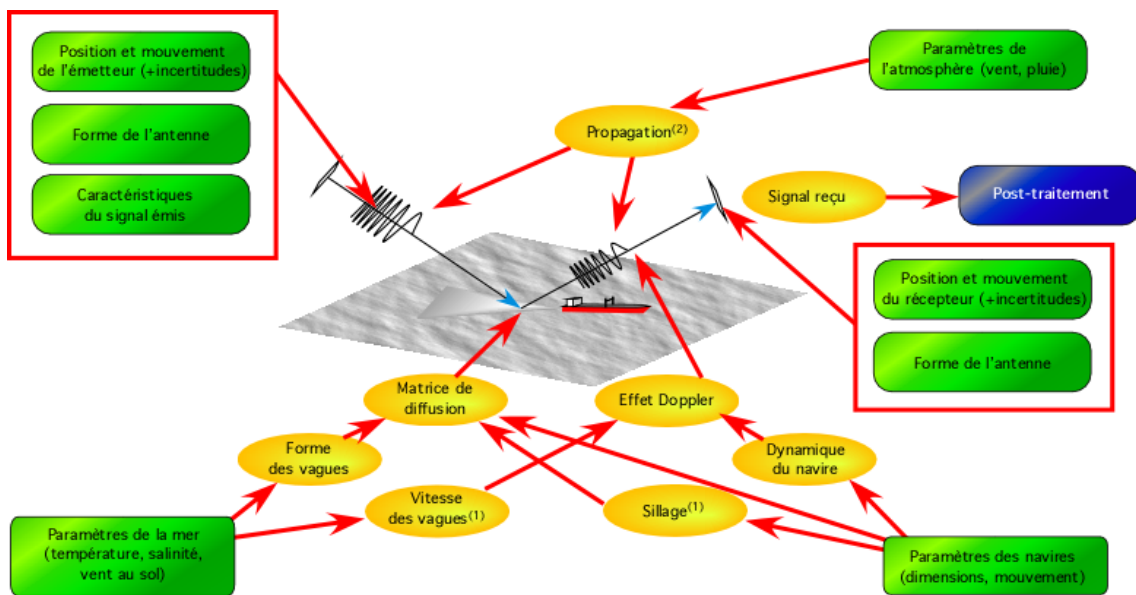


FIGURE 5.1: Configuration simulée. Les flèches rouges indiquent les relations de dépendance (certaines sont omises pour alléger). (1) : partiellement simulé, interactions non-linéaires non prises en compte, première approximation seulement pour le sillage turbulent ; (2) pas simulé. Les éléments en vert sont les données paramétrables en entrée, les sorties sont en bleu, les phénomènes à modéliser sont en jaune.

|  |                   |
|--|-------------------|
| INITIALISATION   |                   |
| · initialiser l'émetteur et le récepteur   |                   |
| · choisir les pas de discrétisation  | paragraphe 5.3.5, |
| · générer la carte de hauteur des vagues à $t = 0$                                       | paragraphe 5.3.1, |
| · générer la carte de hauteur du sillage de Kelvin à $t = 0$                             | chapitre 3        |
| · enregistrer les cartes pour réutilisation future                                       |                   |
| SIMULATION   |                   |
| <b>pour chaque t de <math>t_0</math> à <math>t_{fin}</math> pas <math>1/PRF</math> :</b> |                   |
| mettre à jour carte des vagues   | paragraphe 5.3.3  |
| translater carte du sillage par interpolation  | paragraphe 5.3.2  |
| carte de surface $\leftarrow$ carte des vagues + carte du sillage de Kelvin              | paragraphe 5.3.2  |
| changer spectre dans la zone de sillage turbulent  | paragraphe 5.3.2  |
| bouger émetteur et récepteur   |                   |
| <b>pour chaque</b> facette <b>de</b> carte de surface :                                  |                   |
| calculer gains & pertes,   | chapitre 1        |
| ...en particulier les gains d'antenne  | paragraphe 1.2    |
| ...et les coefficients de diffusion  | chapitre 4        |
| calcul temps de propagation  | paragraphe 1.5.3  |
| ajouter signal reçu au tampon de réception   | paragraphe 5.3.4  |
| <b>fin de pour</b>   |                   |
| enregistrer tampon de réception sur disque   |                   |
| <b>fin de pour</b>   |                   |
| POST-PROCESSING (HORS SIMULATION)  |                   |
| · Intégration en antenne synthétique (si désiré), détection, <i>etc.</i>                 |                   |

TABLE 5.1: *Étapes de la simulation sous forme de pseudo-code.*

Ce dernier point est très important parce qu'un pas de discrétisation trop important va donner des résultats non représentatifs de la réalité ; d'un autre côté, un maillage trop fin va augmenter les coûts de calcul. Nous montrons en particulier que la taille minimale de la scène évolue comme une fonction du carré de la vitesse du vent.

### 5.3.1 Génération de la surface

Au début de la simulation ( $t = 0$ ), une surface aléatoire est générée à partir d'un spectre de mer, comme décrit au chapitre 2. L'approche suivie est classique et bien avérée dans la littérature, au moins depuis Mastin *et al.* en 1987 [130]. Voici comment elle fonctionne. Nous connaissons la densité spectrale de puissance (DSP) en 2D de la fonction hauteur de la mer (notée  $\mathcal{S}$ ) ; c'est une fonction du vecteur d'onde 2D  $\mathbf{K}$  et de paramètres physiques comme la vitesse du vent et sa direction. Une pratique courante est alors de générer une carte des hauteurs des vagues pour  $t = 0$  en filtrant du bruit blanc [130, 182, 175]. L'algorithme est le suivant. Tout d'abord on génère une matrice  $\mathbf{N}$ , de taille  $n \times n$  de nombres complexes où les parties réelles et les parties imaginaires sont réparties selon une distribution normale de moyenne nulle et d'écart-type unité ; la taille de la matrice est égale à la dimension de la carte. On construit ensuite une matrice  $\mathbf{S}_{2d}$  contenant les valeurs du spectre  $\mathcal{S}$  pour les vecteurs d'onde  $\mathbf{K}$  des vagues, telles que les amplitudes des  $\mathbf{K}$  aillent de  $-\pi n/L$  à  $+\pi n/L$  avec un pas  $\Delta K = 2\pi/L$  ;  $L$  représente la largeur physique de la surface en mètres. Les règles pour choisir correctement  $\Delta K$  et  $n$  feront l'objet d'une discussion au paragraphe 5.3.5. Une fois  $\mathbf{S}_{2d}$  calculée, on multiplie terme à terme sa racine carrée par  $\mathbf{N}$  :

$$\mathbf{Z}_{t=0} = \sqrt{\mathbf{S}_{2d}}\mathbf{N} \quad (5.1)$$

Après transformée de Fourier inverse, on obtient la carte des hauteurs à  $t = 0$  :

$$\mathbf{z}_{t=0}(x, y) = \kappa_{\text{FFT}}\mathcal{F}^{-1}[\mathbf{Z}_{t=0}](x, y) \quad (5.2)$$

La constante  $\kappa_{\text{FFT}}$  est un facteur de normalisation qui dépend de l'implémentation de la transformée de Fourier rapide<sup>1</sup>. Par exemple avec la bibliothèque FFTW [74],  $\kappa_{\text{FFT}} = \sqrt{(\Delta K)^{d_{\text{FFT}}}}$  où  $\Delta K$  est le pas de discrétisation pour le nombre d'onde spatial des vagues et  $d_{\text{FFT}}$  est la dimension de la transformée (par exemple  $d_{\text{FFT}} = 2$  pour une mer 2D). Les non-linéarités sont ici laissées hors du modèle, mais des approches basées sur une transformée de Fourier et qui prennent en compte certains phénomènes non linéaires ont été proposées par exemple par Toporkov [175] et Saillard *et al.* [157].

### 5.3.2 Gestion du sillage

**Le sillage de Kelvin** Il est généré en suivant la procédure décrite au chapitre 3, paragraphe 3.2, Ce calcul livre une carte des hauteurs, ainsi qu'une carte du champ des vitesses des vagues de sillage. La première est utilisée pour le calcul des réflectivités, et la seconde est utilisée pour le calcul du Doppler. On travaille dans le domaine linéaire et donc la carte des surfaces "mer+sillage" est tout simplement obtenue par addition des composantes prises séparément ; de même pour le champ des vitesses. Si le temps d'éclairage est suffisamment long, il faudra veiller à ce que le sillage soit translaté. Plutôt que de régénérer la carte, ce qui est long – entre quarante secondes et une minute, typiquement – il vaut mieux réinterpoler la carte à partir de points connus dans une carte de sillage de Kelvin de référence. Cela est possible car, rappelons-le, le sillage est stationnaire dans le repère du navire.

<sup>1</sup>Certaines implémentations multiplient souvent la valeur des harmoniques par la surface en pixels de la matrice du signal, ce qui permet d'accélérer le calcul ; il faut donc tenir compte de ce facteur additionnel, mais ce n'est pas un cas général.

**Simulation du sillage d'eau morte** Etant donné que les turbulences ont pour effet d'atténuer les vagues de capillarité à l'arrière du bateau, il faut diminuer l'énergie mise dans la partie capillaire du spectre. Nous avons utilisé une manière simple et qualitative de réaliser cela en faisant comme si le vent soufflait moins fort dans la zone de la carte qui correspond au sillage d'eau morte. Autrement dit, sans changer la carte des hauteurs, on a calculé la réflectivité des points situés dans le sillage d'eau morte de la même manière que celle présentée précédemment, en utilisant l'approximation de Kirchhoff (pour la partie spéculaire, avec une probabilité de pentes correspondant à une mer lisse, telle que celle fournie par Cox et Munk), et le modèle des petites perturbations pour la partie diffuse. On suppose alors que le sillage en prenant une vitesse de vent plus faible, par exemple en divisant celle-ci par deux, par rapport au reste de la carte. Cette approche n'est certes qu'une première approximation, mais elle est robuste et donne des résultats visuels convaincants comme le montrent les images radar simulées fournies dans la section 5.4. En toute rigueur, il faudrait calculer le spectre de manière plus précise, par exemple en utilisant une des formulations énergétiques présentées au chapitre 3, au paragraphe 3.1.2.1, ce qui revient tout de même à intégrer une équation différentielle et à redéfinir un spectre pour tout point du sillage d'eau morte. Une manière alternative et beaucoup plus adaptée à la simulation serait de développer un modèle semi-empirique de spectre dans la zone d'eau morte, fonction de la vitesse du vent, de la vitesse du navire, de la distance au navire et éventuellement de la tension de surface. Néanmoins, un tel spectre n'a pas encore été publié sous une forme explicite dans la littérature à notre connaissance.

**Simulation du sillage en V brillant** Le mécanisme du sillage en V brillant tel que décrit au chapitre 3 n'a *pas* été simulé. En anticipant un peu sur la suite du chapitre, on constate que le pas de discrétisation de la carte des hauteurs ne descend pas en dessous du mètre. Par conséquent, les vagues de longueur d'onde inférieures ne seront pas représentées par cette carte des hauteurs. Il faudra donc les modéliser statistiquement, par une approche spectrale. Or pour le sillage de Kelvin, la longueur d'onde des vagues dominantes dépend d'où on se trouve par rapport au navire et à l'axe médian du sillage. Le sillage en V brillant étant causé par les vagues à la fréquence de Bragg (par rapport à la configuration émetteur-récepteur), il faudrait trouver le lieu de ces vagues pour pouvoir ensuite calculer leur hauteur et ainsi retrouver l'intensité réfléchie. Pour cela, deux approches seraient théoriquement possibles :

1. déterminer, pour chaque point à l'intérieur du cône de Kelvin, le vecteur d'onde correspondant à la configuration de Bragg, et chercher l'amplitude des vagues du sillage de Kelvin associée à cette longueur d'onde. Pour cela il est idéal d'avoir une formule analytique explicite de fonction d'élévation du sillage  $\zeta_w$ . De telles formules existent pour des carènes simples, on en trouvera les expressions par exemple dans le cas d'une carène de Wigley ou d'une carène parabolique dans Wu [203], p. 83-85.
2. calculer, a priori, quel est l'ouverture du V brillant, à l'aide de la relation 3.12 (page 93) généralisée dans le cas bistatique ; puis déterminer l'amplitude des composantes uniquement sur ces points.

L'inconvénient de la première méthode est d'être plus lente que la seconde ; mais en contrepartie la seconde impose d'une certaine manière *a priori* l'image que l'on souhaite recevoir, ce qui supprime toute utilisation prédictive au simulateur.

### 5.3.3 Évolution temporelle de la carte d'élévation

Une fois que la carte  $\mathbf{z}_{t=0}$  est connue, la carte à une date quelconque  $t$  peut être déduite de  $\mathbf{z}_{t=0}$  en multipliant terme à terme sa transformée de Fourier  $\mathbf{Z}_{t=0}$  par un facteur de

déphasage  $\exp(-j\Omega t)$ . En supposant que la profondeur de la mer est infinie, la pulsation temporelle  $\Omega$  d'une vague individuelle est lié au module  $K$  du vecteur d'onde spatial par la relation de dispersion suivante ([174], voir également chapitre 2, équation 2.40) :

$$\Omega^2 = g_0 K \quad (5.3)$$

Le tableau contenant les  $\Omega$  n'a besoin d'être calculé qu'une seule fois, tout comme la transformée  $Z_{t=0}$ .

#### 5.3.4 Écriture du signal reçu dans le *buffer* "signal reçu". Gestion de l'effet Doppler.

En supposant l'impulsion émise à  $t_X$ , la fonction signal reçu  $E_R(t)$ , qui pour un radar polarimétrique est un vecteur de dimension deux (canal  $h$  et canal  $v$ ), est stockée dans un tableau  $\mathbf{E}_R$ . Pour simplifier, dans la suite du paragraphe, on suppose que le radar n'est pas polarimétrique. Le tableau  $\mathbf{E}_R$  est dimensionné afin de pouvoir stocker les échantillons arrivant pour des dates comprises entre  $t_X + s_{\min}$  et  $t_X + s_{\max}$ . Le pas de discrétisation  $\delta t$  choisi pour obéir au critère de Shannon-Nyquist<sup>2</sup> correspondant à la bande passante de la modulation du signal émis. On travaille en effet en bande de base, en supprimant toute référence à la porteuse hors du calcul du coefficient de compression Doppler  $\rho_{\text{Doppler}}(t_X)$  tel que donné au chapitre 1 à la partie 1.5.3. Ceci permet de réduire considérablement le pas de discrétisation et donc d'économiser sur la taille du tableau et de gagner en vitesse de temps de calcul. Ainsi, l'entrée  $i$  de  $\mathbf{E}_R$  correspond à l'intervalle de temps d'arrivée  $[s_{\min} + i\delta t, s_{\min} + (i + 1)\delta t]$ .

Le tableau  $\mathbf{E}_R$  est initialement rempli de zéros. On réalise le travail suivant pour chaque facette de la scène. Pour la  $n$ -ème facette, on va réaliser le bilan de liaison, amenant un coefficient de gain  $K_n$ , calculer le temps de trajet  $\Delta t(t_X)$  entre l'émetteur, la facette et le récepteur pour le "fragment" de signal émis au début de l'impulsion (à la date  $t_X$ ), ainsi que le calcul de  $\rho_{\text{Doppler}}(t_X)$ . Ce dernier calcul nécessite de connaître la vitesse de la facette, ou plus exactement la vitesse orbitale des particules d'eau à l'intérieur de ces facettes, car c'est elle qui est à l'origine de l'effet Doppler (Gelpi et Norris [80]). Ces vitesses orbitales peuvent se calculer efficacement par transformée de Fourier en utilisant la relation 2.52 démontrée au chapitre 2 (pour une mer seule) ou en utilisant la relation *ad hoc* pour le sillage de Kelvin, fournie au chapitre 3 (équations 3.17, 3.18 et 3.19). La vitesse totale des particules est alors la somme des composantes des vagues de mer seule, et des vagues de sillage. Afin d'être plus rigoureux, il conviendrait de prendre en compte les effets de non-linéarité de la surface océanique dans le calcul de la fréquence Doppler. Un raisonnement dans le cas 1D tenant en compte de ces non-linéarités a été proposé par Gelpi et Norris en 2003 [80]. Ayant à présent tous les éléments en main, on écrit à présent le signal dans  $\mathbf{s}$ , en utilisant les considérations du paragraphe 1.5.3.2 du chapitre 1.

#### 5.3.5 Le choix des pas d'échantillonnage de la surface

Notons  $L$ , la largeur de la surface de mer que nous simulons et  $n$  le nombre de facettes par côté (pour plus de simplicité, nous ne considérons que les surfaces carrées). Le choix de ces paramètres est important. Un grand nombre de facettes va augmenter la durée de la simulation et des valeurs de  $L$  et de  $n$  prises au hasard peuvent donner des résultats non

<sup>2</sup>On rappelle que le signal reçu étant complexe, la fréquence d'échantillonnage peut descendre jusqu'à la fréquence maximale du signal en bande de base, et ne pas être au moins deux fois supérieure comme pour un signal réel.

physiques. L'échantillonnage de la carte des hauteurs est directement lié à l'échantillonnage du spectre de mer par les relations

$$\Delta K = \frac{2\pi}{L} \quad (5.4)$$

$$K_{\max} = \pi \frac{n}{L} \quad (5.5)$$

où  $\Delta K$  est le pas d'échantillonnage des nombres d'ondes spatiaux et  $K_{\max}$  est le nombre d'onde maximal représenté dans le domaine fréquentiel : pour des nombres d'ondes supérieurs à  $K_{\max}$ , la carte est représentée de manière statistique et non déterministe. Dans cette partie nous allons déterminer des valeurs indicatives pour la valeur minimale de  $L$  (notée  $L_{\min}$ ), ainsi que de la valeur de  $K_{\max}$ .

### 5.3.5.1 Pas d'échantillonnage minimal $\Delta K$ du spectre

Le pic basse fréquence qui correspond à la fréquence de houle dominante s'étend sur un petit intervalle de nombres d'ondes. L'énergie dans cet intervalle doit être suffisamment bien "capturée" lorsque l'on génère la carte de mer ; autrement, la carte de hauteurs résultante ne correspondrait pas à une mer assez "agitée". Il y a plusieurs possibilités pour arriver à faire cela :

- utiliser un pas fixe  $\Delta K$  avec une approximation de la DSP par échelons (c'est-à-dire que, lorsque l'on génère la mer, on capture l'énergie du spectre par une simple intégration par rectangles). Cette approche est facile, mais la taille des rectangles doit être adaptée aux variations du spectre, autrement une grande partie de l'énergie serait perdue.
- utiliser une intégration à pas variable, tout en conservant une interpolation rectangle. Il est plus dur d'implémenter cela par une transformée de Fourier rapide.
- utiliser un pas d'échantillonnage constant, mais allouer pour chaque intervalle de fréquence, la moyenne de la valeur du spectre dans cet intervalle. Pour cela il faut intégrer le spectre numériquement. Cela dit, si le pas d'échantillonnage de la mer est trop faible, cela résultera en une mer quasiment monochromatique, ce qui peut ne pas être acceptable en fonction de ce que l'on désire faire.

La première solution est utilisable le plus souvent, si  $\Delta K$  est choisi avec suffisamment d'attention, comme nous allons le montrer. En effet, nous avons au chapitre 2 (paragraphe 2.2.4.2) que la plupart des spectres de gravité (Pierson, JONSWAP, Elfouhaily) ont la forme

$$f(K, U) = \frac{a_1/2}{K^3} \exp\left(-\frac{b_1 g_0^2}{K^2 U^4}\right) \quad (5.6)$$

où  $a_3$  et  $a_4$  sont des scalaires dont la valeur exacte dépend du spectre considéré. La fonction  $f$  a la propriété suivante :

$$\forall a, K, U > 0, f(Ka^2, U) = f(K, aU)/a^6 \quad (5.7)$$

ce qui signifie que si la vitesse du vent change, la bande passante en échelle logarithmique du spectre ne change pas ; si la vitesse du vent  $U$  est multipliée par un facteur  $a$  la courbe logarithmique du spectre est simplement translatée le long de son asymptote en  $+\infty$  par un vecteur de coordonnées  $[-2 \log a; 6 \log a]$ . Ce résultat est une manifestation de la théorie de l'auto-similarité du spectre remarquée par Kitaigorodskii [107]. On peut observer cette autosimilarité à la figure 2.12 du chapitre 2. On peut aussi la voir à la figure 5.2, qui



montre du même coup les notations utilisées ici. Supposons que nous connaissions la bande passante à -3 dB  $[K_{-3 \text{ dB},1}(U_{\text{ref}}), K_{-3 \text{ dB},2}(U_{\text{ref}})]$  pour une vitesse du vent  $U_{\text{ref}}$  prise comme référence. Une conséquence de l'autosimilarité est que l'on peut alors en déduire la bande passante à -3 dB  $[K_{-3 \text{ dB},1}(U), K_{-3 \text{ dB},2}(U)]$  pour une vitesse de vent  $U$  quelconque :

$$K_{-3 \text{ dB},1}(U) = K_{-3 \text{ dB},1}(U_{\text{ref}}) \frac{K_p(U)}{K_p(U_{\text{ref}})} \quad (5.8)$$

$$K_{-3 \text{ dB},2}(U) = K_{-3 \text{ dB},2}(U_{\text{ref}}) \frac{K_p(U)}{K_p(U_{\text{ref}})} \quad (5.9)$$

où  $K_p(U)$  est le nombre d'onde qui correspond au maximum du spectre. Afin de capturer l'énergie contenue dans le pic basses fréquences, il est possible de prendre le pas d'échantillonnage  $\Delta K$  de telle manière qu'il soit plus petit que, disons,  $\alpha$  pour-cent de la bande passante à -3 dB du spectre :

$$\Delta K = \alpha \times (K_{-3 \text{ dB},2}(U) - K_{-3 \text{ dB},1}(U)) \quad (5.10)$$

Alors, en utilisant par exemple l'équation (5.4), en y injectant la valeur de  $\Delta K$  donnée à l'équation 5.10, on obtient :

$$L_{\min} = \alpha \frac{2\pi}{K_{-3 \text{ dB},2}(U_{\text{ref}}) - K_{-3 \text{ dB},1}(U_{\text{ref}})} \left( \frac{U}{U_{\text{ref}}} \right)^2 \quad (5.11)$$

L'interprétation de l'équation 5.11 est la suivante : *la largeur  $L_{\min}$  de la surface à générer suit uniquement une dépendance à la vitesse du vent  $U$ , et cette dépendance est quadratique.* En particulier, la largeur  $L_{\min}$  ne dépend pas directement du nombre de facettes  $n$  par côté de la surface discrétisée. Afin d'avoir une idée de l'ordre de grandeur de  $L_{\min}$ , nous utilisons le spectre de gravité de Fung et Lee (voir paragraphe 2.2.4.2.3 du chapitre 2) ; ce choix s'explique par le fait que nous allons utiliser également le spectre de capillarité de Fung et Lee un peu plus loin. Par résolution numérique (annulation de la dérivée), on trouve que le pic du spectre de Fung et Lee est à :

$$K_p(U) = 0,702g_0/U^2 \text{ [rad/m]} \quad (5.12)$$

Si on prend arbitrairement la vitesse de référence  $U_{\text{ref}}$  à 10,0 m/s, on trouve numériquement :

$$K_{-3 \text{ dB},1}(10) = 4,5510^{-2} \text{ rad/m} \quad (5.13)$$

$$K_{-3 \text{ dB},2}(10) = 1,2210^{-1} \text{ rad/m} \quad (5.14)$$

Finalement, si  $\alpha = 25,0\%$  (ce qui est un bon compromis) on a :

$$L_{\min} = 3,28U^2 \quad (5.15)$$

Cela donne des valeurs de 82,1, 328 et 739 mètres pour  $L_{\min}$  avec des vitesses de vent égales à 5, 10 et 15 m/s (à 19,5 m d'altitude) respectivement. Un résultat numérique similaire devrait être obtenu avec les autres spectres. Ces dimensions sont parfaitement acceptables vis-à-vis du temps de calcul pour la plupart des configurations, excepté peut-être pour les vitesses de vent les plus élevées où, de toutes manières, le modèle linéaire atteint ses limites. Il est important de noter que ces valeurs pour  $L_{\min}$  sont indicatives, pas impératives.

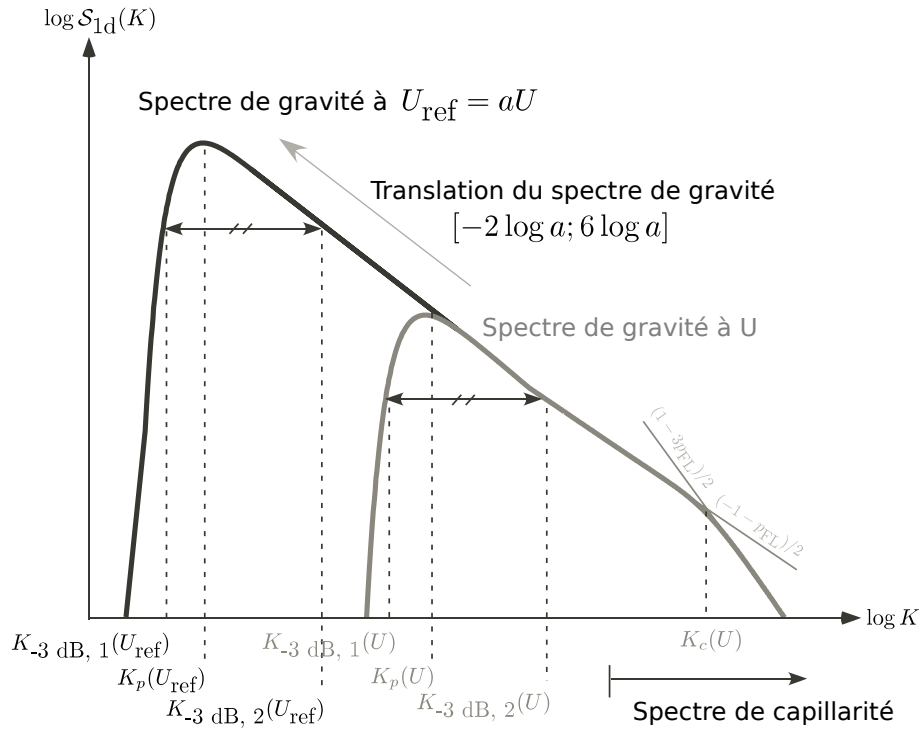


FIGURE 5.2: Notations et paramètres utilisés dans cette partie pour les nombres d'ondes. Le spectre de Fung et Lee est représenté avec ses asymptotes.

### 5.3.5.2 Nombre d'onde maximal $K_{\text{max}}$

La valeur maximale du nombre d'onde  $K_{\text{max}}$  va directement influencer sur la densité des facettes,  $n/L$ . Idéalement, on aimerait pouvoir effectuer une somme cohérente des contributions de chaque facette, parce que ce serait plus rigoureux. Pour que cela soit possible, il faut que les structures représentées statistiquement (les vagues de capillarité) aient une hauteur typique  $H$  telle que la différence de phase des ondes réfléchies par deux points de la surface soit petite devant  $2\pi$ . Si on utilise le critère de Rayleigh on accepte un déphasage maximum de  $\pi/2$  ce qui signifie que :

$$H < \frac{\lambda_0}{8 \cos \theta_i^g} \quad (5.16)$$

...où  $\theta_i^g$  est l'angle d'incidence par rapport au plan moyen de la surface. On écrit cette relation dans le cas monostatique parce qu'il n'est pas nécessaire d'avoir plus ici. On note  $H_{\text{Rayleigh}} = \lambda/8$ . En utilisant la définition de la hauteur significatives des vagues (*significant wave height*), qui est une définition parmi d'autres, la hauteur typique développée par des vagues de nombre d'onde supérieur à  $K$  est :

$$H_{>K}(K) = 4 \sqrt{\int_K^{+\infty} \mathcal{S}_{1d}(K') \cdot dK'} \quad (5.17)$$

Il est possible d'inverser cette relation analytiquement ou numériquement, c'est-à-dire d'obtenir une relation qui permet d'obtenir  $K$  à partir de  $H_{>K}(K)$  et en particulier  $K_{\text{Rayleigh}}$  de  $h(K_{\text{Rayleigh}})$ . Alors, si des vagues de nombre d'onde plus petit que  $K_{\text{Rayleigh}}$  doivent être représentées de manière déterministe dans la carte des hauteurs, l'équation (5.5) peut être utilisée pour avoir la densité des facettes en facettes/mètre.

Ici, on pourrait utiliser n'importe quel spectre mais puisque nous n'avons besoin que d'un ordre de grandeur, on choisit une approche analytique avec un spectre simple pour les vagues de capillarité, à savoir le spectre de Philips modifié par Fung et Lee (équation 2.88 du chapitre 2), que nous rappelons ici :

$$\mathcal{S}_{\text{Id, FL, capillarité}}(K) = a_0(1 + 3\bar{K}^2) [K(1 + \bar{K}^2)]^{-(p_{\text{FL}}+1)/2} \quad (5.18)$$

où  $a_0 = 0,87510^{-4}(2\pi)^{p_{\text{FL}}-1}g_0^{(1-p_{\text{FL}})/2}$ ,  $K$  en radians par mètres,  $\bar{K} = K/K_m$ ,  $K_m = 363$  [rad/m] et  $p_{\text{FL}} = 3 - \log_{10}(U_0)$ , avec  $U_0$  la vitesse de friction du vent en m/s. Il n'est pas trivial d'intégrer cette fonction de manière analytique selon l'équation (5.17). Par contre, il est facile de voir que dans le domaine logarithmique, cette fonction est pratiquement linéaire par parties. On peut montrer que :

$$\mathcal{S}_{\text{Id}}(K) \approx a_0 K^{-\frac{p_{\text{FL}}+1}{2}} \text{ si } K < K_c \quad (5.19)$$

$$\mathcal{S}_{\text{Id}}(K) \approx 3a_0 K_m^{p_{\text{FL}}-1} K^{\frac{1-3p_{\text{FL}}}{2}} \text{ si } K \geq K_c \quad (5.20)$$

où  $K_c$  est le nombre d'onde où les deux droites approximantes vont s'intersecter dans le domaine logarithmique :

$$K_c = K_m \times 3^{\frac{1}{p_{\text{FL}}-1}} \quad (5.21)$$

Il est bien plus facile d'intégrer cette approximation et, mis à part la différence entre le vrai spectre et l'approximation (qui est négligeable), on obtient après intégration :

$$H_{>K}(K) = 4\sqrt{\frac{2a_0}{p_{\text{FL}}-1} \left( K^{\frac{1-p_{\text{FL}}}{2}} - \frac{2\sqrt{3}}{9} K_m^{\frac{1-p_{\text{FL}}}{2}} \right)} \text{ si } K < K_c \quad (5.22)$$

$$H_{>K}(K) = 4\sqrt{\frac{2a_0}{p_{\text{FL}}-1} K_m^{p_{\text{FL}}-1} K^{\frac{3}{2}(1-p_{\text{FL}})}} \text{ si } K \geq K_c \quad (5.23)$$

Si  $K = K_c$ , alors la hauteur est égale à :

$$H_{>K}(K_c) = 4\sqrt{\frac{2\sqrt{3}}{9} \frac{a_0}{p_{\text{FL}}-1} K_m^{\frac{1-p_{\text{FL}}}{2}}} \quad (5.24)$$

Si on égale ces expressions à  $H_{\text{Rayleigh}}$ , on obtient alors :

$$K_{\text{Rayleigh}} = \left( \frac{(p_{\text{FL}}-1)H_{\text{Rayleigh}}^2}{32a_0 K_m^{p_{\text{FL}}-1}} \right)^{\frac{2}{3(1-p_{\text{FL}})}} \text{ si } H_{\text{Rayleigh}} \leq H_{>K}(K_c) \quad (5.25)$$

$$K_{\text{Rayleigh}} = \left( \frac{(p_{\text{FL}}-1)H_{\text{Rayleigh}}^2}{32a_0} + \frac{2}{9}\sqrt{3}K_m^{\frac{1-p_{\text{FL}}}{2}} \right)^{\frac{2}{1-p_{\text{FL}}}} \text{ autrement} \quad (5.26)$$

Numériquement, on obtient les résultats donnés à la figure 5.3, où la hauteur de Rayleigh est celle obtenue à l'angle d'incidence nul<sup>3</sup> :

Dans le cas des spectres de mer, il apparaît que la largeur typique d'une facette telle que le critère de Rayleigh soit respecté, est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde de la porteuse. Il est donc très douteux que l'utilisation du modèle des petites perturbations sur une petite facette donne un résultat très physique (*quid*, par exemple,

<sup>3</sup>Il s'agit du minorant de toutes les hauteurs de Rayleigh possibles à longueur d'onde  $\lambda_0$  constante.

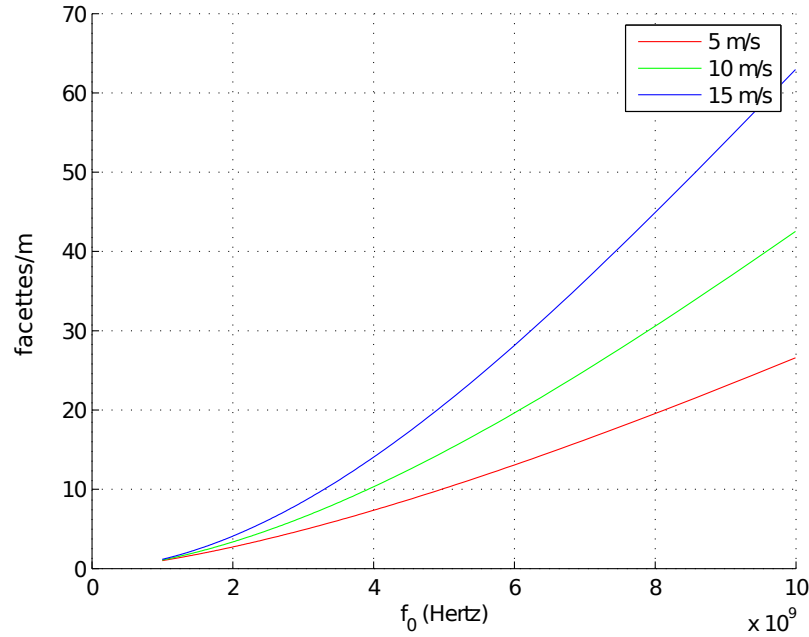


FIGURE 5.3: Densité des facettes [facettes/m] en fonction de la fréquence porteuse  $f_0$  [Hz] du radar, telle que les vagues de longueur d'onde plus petite qu'une facette développent une hauteur inférieure à  $H_{\text{Rayleigh}}$ , pour plusieurs vitesses de vent à 19.5 m d'altitude. On utilise la forme asymptotique du spectre de Fung et Lee [77].

de la diffraction ?), puisque cette méthode a été développée pour des surfaces infiniment larges, ou à tout le moins très grandes par rapport à la longueur d'onde électromagnétique.

Pour cette raison, il est préférable d'utiliser des densités de facettes moins élevées et d'utiliser une somme incohérente. En utilisant les notations de l'équation (1.69), la matrice complexe de diffusion en amplitude  $\mathbf{S}$  est approchée en prenant la racine carrée terme à terme de la matrice de diffusion en puissance  $\Sigma^0$ . Ensuite, puisque la somme est incohérente, on ajoute une phase aléatoire  $\phi(x, y)$ , répartie uniformément entre 0 et  $2\pi$ , au signal réfléchi par la facette en  $(x, y)$ . On notera que la somme est incohérente spatialement, mais il y a forcément un certain degré de cohérence temporel, au moins sur de petites durées, car autrement il ne serait pas possible de faire l'intégration du signal en antenne synthétique au dessus de la mer. Dans notre simulation, on a pris  $\phi(x, y)$  constant dans le temps puisque la durée typique d'illumination d'une facette est inférieure à 0.5 s. Malgré tout,  $\phi(x, y)$  n'a aucune raison *a priori* de ne pas dépendre du temps.

Cependant, on ne peut pas augmenter la taille des facettes de manière arbitraire. Afin d'observer la variation locale de réflectivité due à l'inclinaison des vagues, il faut que la densité des facettes soit plus haute que la résolution finale de l'image (qui peut éventuellement résulter de l'intégration en image synthétique). Cette résolution dépend du choix des paramètres du radar ; dans le cas de l'antenne synthétique, c'est la résolution de l'antenne synthétique qui importe. De plus, la densité des facettes va influencer la nature du bruit de chatoiement : il faut un nombre suffisant de facettes par cellule de résolution pour que le bruit de chatoiement commence à devenir développé. Il est aisé de vérifier que si l'on somme les signaux complexes venant de six diffuseurs avec la même amplitude moyenne mais avec une phase aléatoire, alors l'amplitude du signal résultat suit déjà bien la loi de Rayleigh. C'est une bonne valeur indicative de la densité des facettes que l'on doit avoir. Tunaley [182] allait néanmoins jusqu'à 16 facettes par cellule de résolution.

## 5.4 Simulations et résultats

Dans cette partie, nous allons tout d'abord montrer quelques images monostatiques et bistatiques simulées par MaRS puis intégrées en antenne synthétique par l'algorithme décrit au paragraphe 1.7 du chapitre 1. Nous comparons ensuite le bruit de chatoiement des images synthétisées par MaRS par rapport à des modèles et des données expérimentales obtenues dans des configurations que nous avons simulées (paragraphe 5.4.2) ; cette comparaison permet de discuter de la validité de l'apparence des images d'un point de vue quantitatif. Dans le paragraphe 5.4.3, nous comparons qualitativement l'apparence du sillage dans les images simulées avec celui de quelques images réelles glanées dans la littérature.

### 5.4.1 Images SAR monostatiques et bistatiques

#### 5.4.1.1 Configurations

Nous présentons dans cette section quatre des configurations que nous avons simulées (voir la figure 5.4). Il s'agit de deux configurations monostatiques aéroportées, l'une avec un angle d'incidence de 45 et l'autre de 63,4 ; et de deux configurations de radar à antennes synthétiques bistatiques (BiSAR). La première configuration bistatique est un compromis entre les deux configurations monostatiques mentionnées précédemment, avec deux porteurs volant de concert sur une trajectoire parallèle. Ce genre de configuration a été expérimenté lors d'une expérience conjointe entre l'ONERA et le DLR (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt) en 2004 [57], avec des radars légèrement différents que ceux de notre simulation et au dessus de la terre seulement. La seconde configuration bistatique est une coordination entre un radar aéroporté et un radar de type côtier : le porteur aérien vole sur une ligne droite avec un radar à visée latérale, et le radar au sol vise dans la direction où pointe l'antenne aéroportée de manière à ce que les lobes d'antennes soient toujours superposés le mieux possible. Cette dernière configuration est aux limites du domaine de validité de la simulation car la réflexion aux faibles angles de rasance n'est pas modélisée de manière rigoureusement exacte ; néanmoins, elle permettra de mettre en évidence de nombreux aspects qualitatifs.

Les caractéristiques utilisées pour simuler les capteurs ainsi que l'environnement sont résumés dans les tables 5.2 et 5.3 ; on constate que pour le radar, on réutilise les paramètres déjà présentés au premier chapitre. Dans le cas présent, les caractéristiques du radar ont été plus ou moins inspirées de la série des radars côtiers Furuno FAR 28x7 avec le réglage courte portée (sauf pour la fréquence de répétition des impulsions). Le sillage est créé par une carène de destroyer rapide type DTMB 5415 mise à l'échelle de telle sorte que sa longueur soit de cent mètres ; le navire va à une vitesse de 4,5 m/s afin de créer des vagues transverses clairement visibles. La carte d'élévation obtenue à  $t = 0$  est exhibée à la figure 5.5.

#### 5.4.1.2 Résultats obtenus

La figure 5.6 montre quant à elle la contribution de chaque facette de la carte à l'équation du radar bistatique telle que définie dans l'équation du radar bistatique (1.69) du chapitre 1. Vu que l'émetteur a un angle de rasance très faible, beaucoup de facettes sont cachées et ne contribuent pas à la réflexion. La superposition des lobes de l'antenne émettrice avec l'antenne réceptrice est clairement visible ici, ainsi que les lobes secondaires, qui ne se recouvrent pas parfaitement puisque les deux antennes sont séparées. Une fois que le signal est obtenu, il est transmis à une chaîne de post-traitement afin d'obtenir une image intégrée en antenne synthétique. Vu la configuration que nous avons ici, un simple

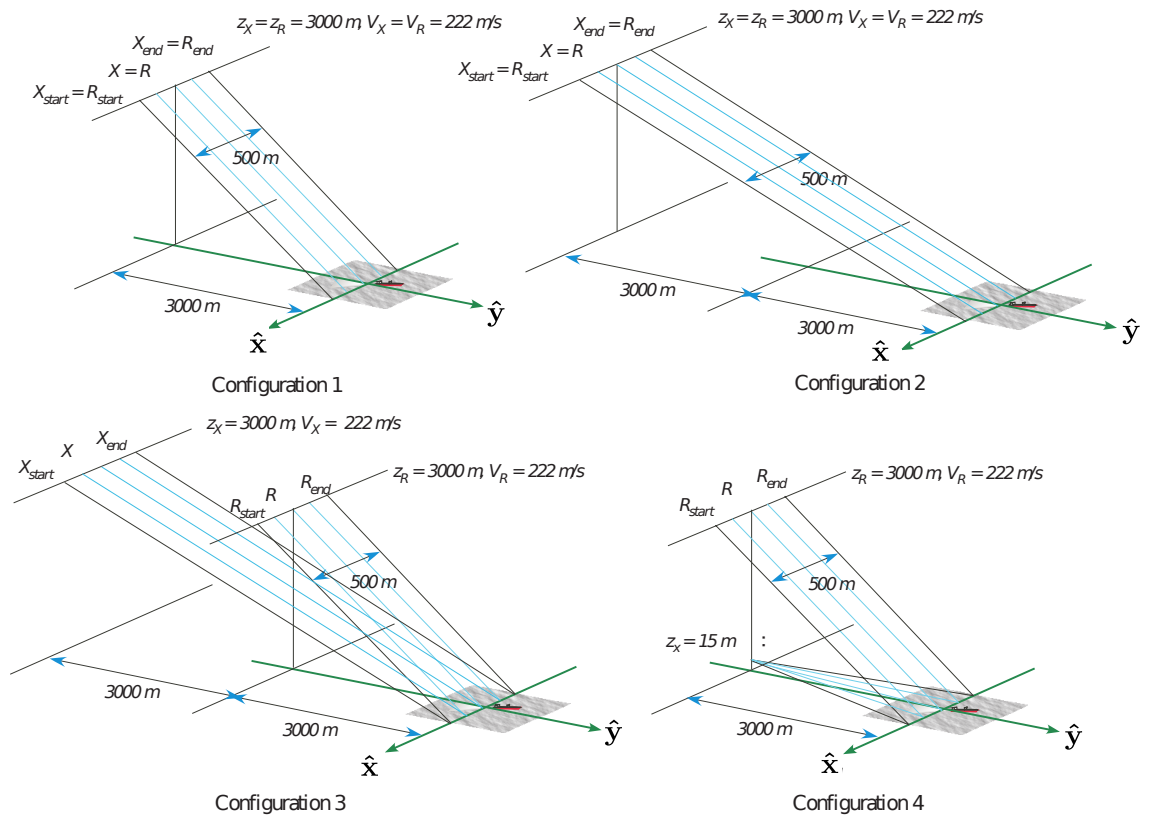


FIGURE 5.4: Configurations simulées dans cette section. 1) SAR monostatique,  $\theta_i = 45$ , 2) SAR monostatique,  $\theta_i = 63,4$ , 3) Configuration BiSAR type "ONERA-DLR", 4) Configuration BiSAR "aérien-côtier"

| Variable                 | Valeur  |
|--------------------------|---|
| Vitesse vraie de l'avion | $V = 222$ m/s (800 km/h)  |
| Porteuse                 | $f_0 = 10,0$ GHz ( $\lambda_0 \approx 3$ cm)                              |
| Modulation               | $\Delta f = 60$ MHz (rampe linéaire montante)                             |
| PRF                      | 222 Hz  |
| Durée de l'impulsion     | $T_X = 0,333$ $\mu$ s   |
| Puissance crête          | 1 W   |
| Pertes                   | aucune  |
| Antennes                 | rectangulaires, uniformément éclairées, $4 \text{ m} \times 5 \text{ cm}$ |

TABLE 5.2: *Caractéristiques du matériel radar bistatique simulé*

| Variable              | Valeur  |
|-----------------------|---|
| Température           | 20C   |
| Salinité              | 35 ups  |
| Profondeur de l'océan | $d = \infty$  |
| Vitesse du vent       | $U_0 = 36$ cm/s, $U_{1950} \approx 10$ m/s (5 Beaufort)                             |
| Direction du vent     | $\psi_0 = 30$   |
| Spectre :             | Elfouhaily, $\Omega_{wa} = 0.84$ (omnidirectionnel)<br>et Fung & Lee (directionnel) |

TABLE 5.3: *Caractéristiques simulées pour l'environnement*

l'algorithme Range-Doppler est suffisant pour faire l'intégration en antenne synthétique, comme nous l'avons vu au chapitre 1 (paragraphe 1.7.3.3). L'intégration a été faite pour des cibles considérées comme étant fixes. L'histogramme des intensités des images a ensuite été tronqué de telle sorte que l'intensité qui correspond au 98<sup>ème</sup> centile devienne le nouveau maximum.

Les images obtenues dans les configurations monostatiques sont montrées aux figures 5.7(a) et 5.7(b). L'apparence du sillage dans ces images est comparée à des images réelles au paragraphe 5.4.3 dans le cas HH ; pour ce qui est des images en polarisation HV et VH une comparaison est impossible : la plupart des capteurs étant co-polarisés, les images de sillages en polarisation croisées sont très rares et à notre connaissance, introuvables dans la littérature. La simulation suggère qu'un contraste excellent peut être obtenu avec des images obtenues en polarisation croisée mais cela reste à comparer avec des mesures réelles lorsqu'elles seront disponibles. D'autre part, vu que la réflectivité en zone diffuse est la plus importante en polarisation VV, cette configuration est probablement la pire pour imager des sillages de Kelvin : les retours des vagues du sillage sont perdus dans ceux du reste de la mer, il ne reste donc que le défaut de réflectivité du sillage turbulent pour rendre ce sillage visible en configuration VV. À en juger d'autres simulations non présentées ici, nous avons trouvé que ces conclusions sont généralement valables pour n'importe quelle configuration (bistatique ou monostatique), n'importe quelle fréquence porteuse et n'importe quel état de mer.

L'image obtenue en configuration 3 est montrée à la figure 5.8(a) et ne diffère pas trop qualitativement des images obtenues dans les configurations monostatiques 1 et 2. En fait, dans un sens, la configuration 3 n'est que faiblement bistatique puisque l'émetteur et le récepteur ne sont pas très éloignés. L'image reçue est donc un compromis entre les deux images monostatiques et n'apporte pas d'information supplémentaire sur la scène. D'un autre côté, la configuration 4 peut quant à elle être considérée comme étant "vraiment"

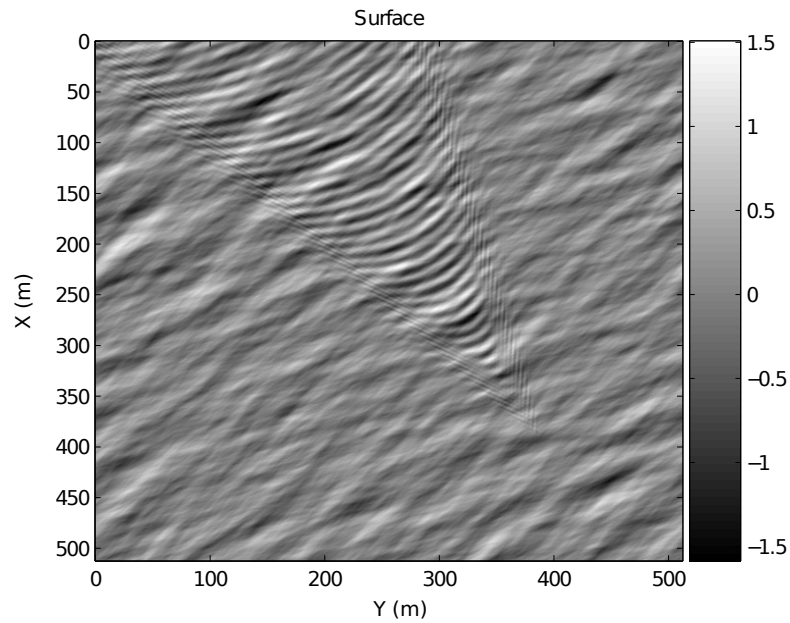


FIGURE 5.5: Carte d'élévation (en mètres) utilisée dans les simulations ( $512 \times 512$  facettes de largeur 1 m). Le navire a une longueur de 100 m et une vitesse lente (4,5 m/s soit 8,7 nœuds). Le navire lui-même n'est pas simulé.

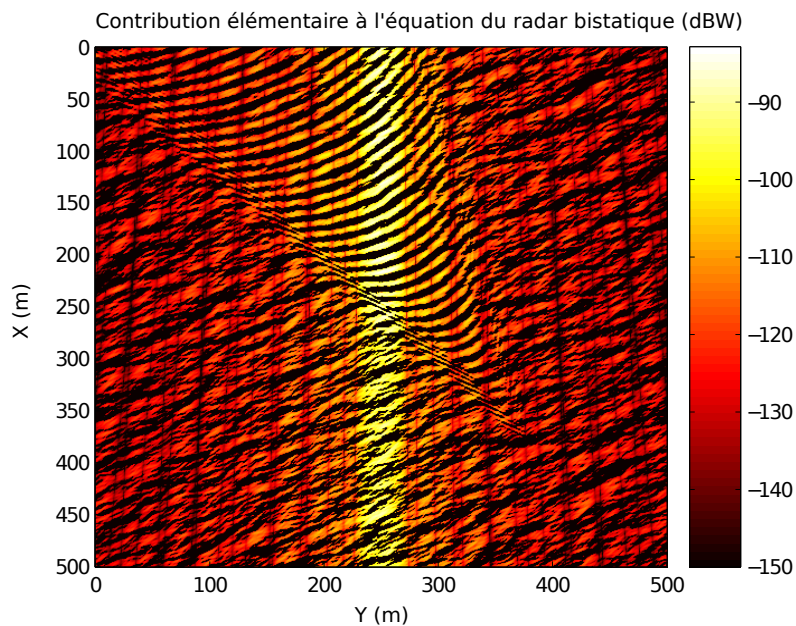


FIGURE 5.6: Contribution élémentaire des diffuseurs dans l'équation du radar bistatique (eq. 1.69 du chapitre 1 prise en puissance) pour la configuration 4, quand les deux antennes se trouvent dans le même plan vertical. Les lobes d'antennes et les facettes masquées sont clairement visibles.



bistatique. L'utilisation du radar côtier implique que la réflexion soit totalement diffuse (vu que l'angle d'incidence est grand pour le récepteur aéroporté). Contrairement aux configurations 1, 2 et 3, le revers des vagues n'est pas visible de l'émetteur, ce qui les rend peu réfléchissants. Le contraste ainsi obtenu entre l'avant et le revers des vagues rend celles-ci beaucoup plus visibles et ce, quelle que soit la polarisation. En fait, cette quatrième configuration montre un des avantages théoriques du radar bistatique : l'utilisation d'un avion pour récupérer le signal permet l'intégration en antenne synthétique bistatique et donc d'augmenter la résolution de l'image par rapport à ce qui aurait été obtenu en radar côtier seul (environ 2,25 m au centre de l'image contre 27,5 m). En même temps, on conserve le contraste excellent qui est obtenu aux faibles angles rasants. L'inconvénient est que l'antenne du radar côtier doit être asservie sur l'antenne de l'avion, ce qui est un problème technologique hautement non trivial qui exclut également, au moins dans un premier temps, les applications où l'avion ne coopère pas avec le récepteur au sol.

## 5.4.2 Analyse du bruit de chatolement

### 5.4.2.1 Lois de bruit de chatolement

Il est intéressant d'analyser les caractéristiques du bruit de chatolement (*speckle*) obtenues dans les images simulées, afin de tester les limites de la simulation. Les modèles traditionnels de bruit de chatolement dans les images radar marines comptent traditionnellement la distribution de Rayleigh, la distribution de Weibull et la distribution K [192] ; on trouvera un bon passage en revue de ces modèles dans l'ouvrage de référence de Ward, Tough et Watts [194], ainsi que dans [6] et [56]. De ces lois, seules la loi de Rayleigh et la loi K ont un fondement "physique". La première résulte de la somme cohérente des ondes réfléchies par un grand nombre de diffuseurs indépendants dans la même cellule de résolution, chaque onde ayant la même amplitude moyenne que les autres mais une phase aléatoire. La loi K résulte de la composition d'une loi de type gamma, qui traduit les variations de réflectivité spatio-temporelles de faible fréquence directement liées aux vagues de gravité, et une composante variant rapidement modélisée par une distribution de Rayleigh. Ce modèle est particulièrement bien adapté à l'environnement marin et a donc reçu beaucoup d'attention dans la communauté. La distribution de la densité de probabilité de l'amplitude  $z$  d'un pixel sous l'hypothèse de la loi K est donné par :

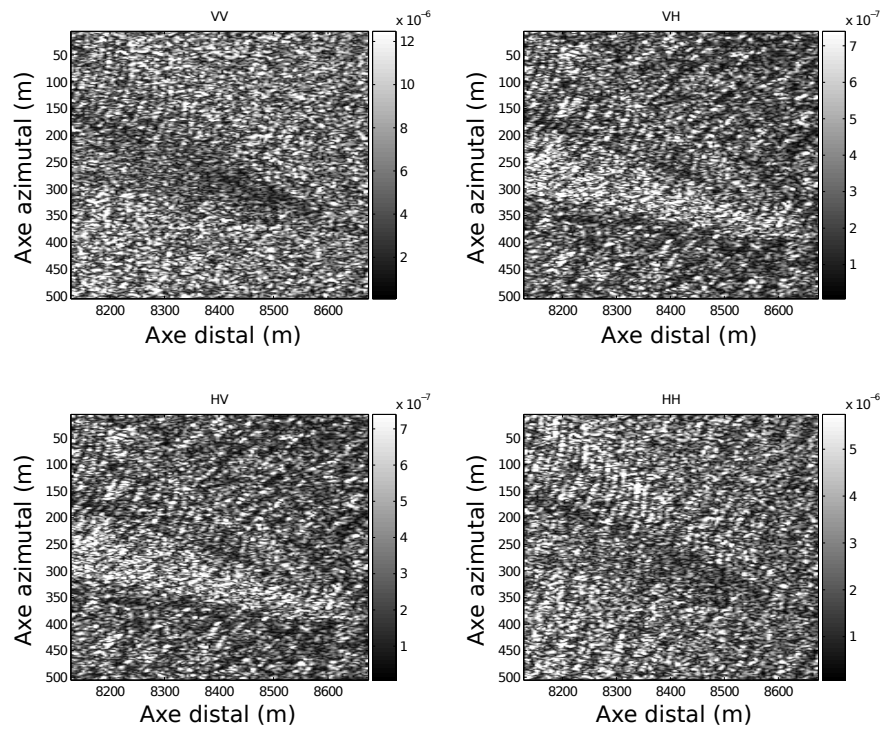
$$\Pr(z) = \frac{2b}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{bz}{2}\right)^\nu K_{\nu-1}(bz) \quad (5.27)$$

où  $b$  est un facteur d'échelle,  $\nu$  contrôle la forme de la distribution, et  $K_{\nu-1}$  est la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce d'ordre  $\nu - 1$ . Quand  $\nu$  est grand ( $>10$ ), la loi converge rapidement vers une distribution de Rayleigh ; quand au contraire  $\nu$  est petit ( $<2$ ), la distribution devient beaucoup plus pointue (*spiky*), c'est-à-dire que l'image a une amplitude presque uniforme, mis à part quelques rares pixels très brillants.

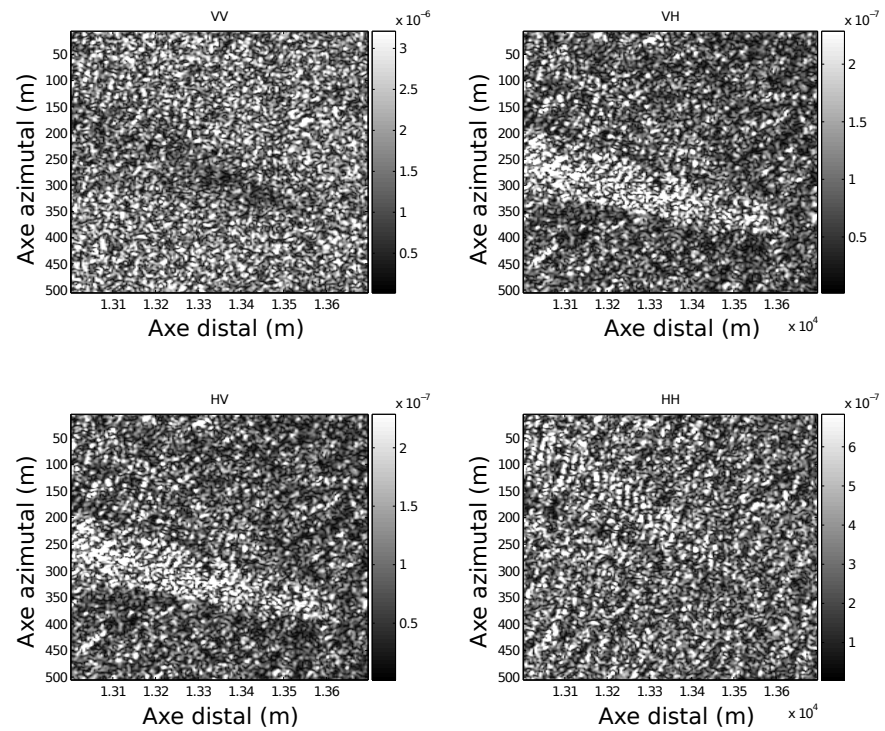
### 5.4.2.2 Comparaison avec des lois théoriques, aux fortes incidences

Faisons, pour terminer, une remarque très importante : le modèle de diffusion des ondes électromagnétiques qui a été utilisé dans le simulateur n'a pas été validé formellement pour de forts angles d'incidences, aussi il faudra se garder de tirer des conclusions trop hâtives. On montrera néanmoins que les grandes tendances connues dans la littérature se retrouvent dans la simulation.

Nous avons calculé l'histogramme de la distribution des amplitudes des images en l'absence de sillage puis, pour chaque distribution de référence (Rayleigh, K ou Weibull), nous

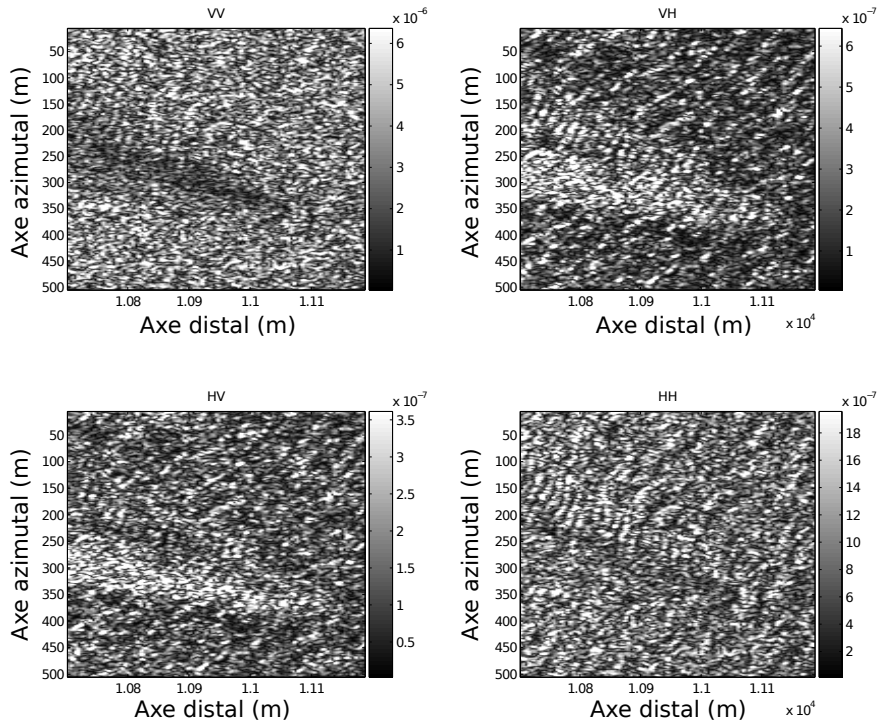


(a) Configuration 1 : SAR monostatique,  $\theta_i = 45$

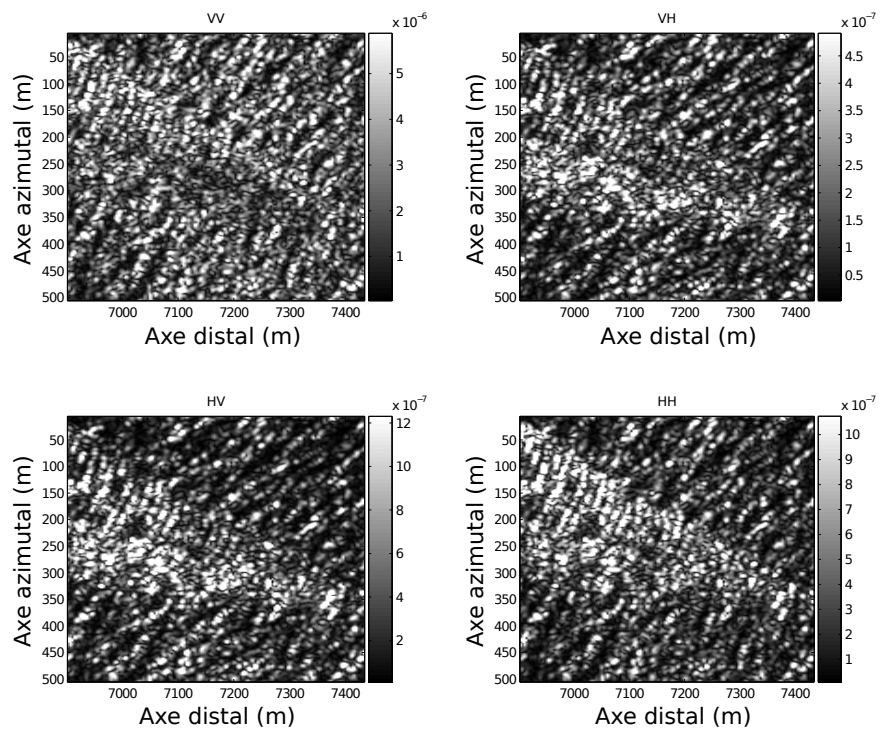


(b) Configuration 2 : SAR monostatique,  $\theta_i = 63,4$

FIGURE 5.7: Résultats des simulations pour les configurations 1 et 2 définies à la figure 5.4



(a) Configuration 3 : SAR bistatique, trajectoire parallèle des porteurs,



(b) Configuration 4 : SAR bistatique avec coopération antenne côtière/antenne aéroportée. Noter le contraste élevé et la résolution élevée, deux avantages de cette configuration.

FIGURE 5.8: Résultats des simulations pour les configurations 3 et 4 définies à la figure 5.4

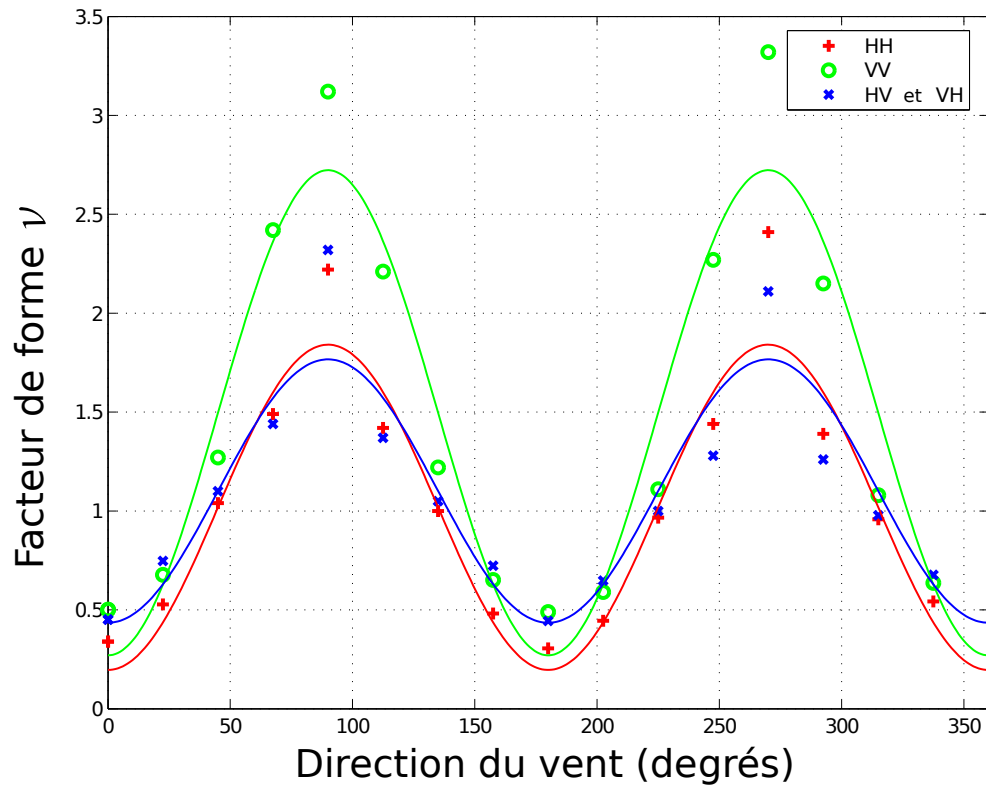


FIGURE 5.9: Paramètre de forme de la loi K “ $\nu$ ” en fonction de la direction du vent pour un angle de rasance d’un degré (cas monostatique). La régression vers une courbe cosinus a été faite par moindres carrés.

avons estimé les paramètres de cette distribution par un algorithme d’optimisation 2-d qui cherche à minimiser l’écart quadratique moyen entre l’histogramme mesuré et la loi de référence. Puis, on teste si la loi est acceptable en utilisant le test de Kolmogoroff-Smirnoff. Il est apparu que la loi K était le modèle le plus approprié pour modéliser le bruit de chatoiement dans les images simulées, puisqu’il passe systématiquement le test avec une probabilité d’erreur inférieure à  $10^{-5}$ . Pour chaque simulation, le paramètre de forme  $\nu$  est systématiquement plus petit pour la polarisation HH et plus grand pour la polarisation VV, ce qui signifie que les images radar HH sont plus “*spiky*” que les images VV. Cette observation est cohérente avec la littérature [6, 56].

Nous montrons à la figure 5.9 les valeurs de  $\nu$  calculées pour des surfaces de  $500 \times 1500$  pixels (résolution au sol de 1 m en azimuth et de 0,75 m en distance) à 10 GHz, et un angle d’incidence angle  $\theta_i^g$  de 89 ce qui émule les conditions de travail d’un radar côtier (on utilise ici une configuration hypothétique de type SAR uniquement pour avoir une direction de visée uniforme sur une grande surface, ce qui n’est pas le cas d’un radar côtier qui tourne sur lui-même). Il y a une moyenne de 3,1 facettes par cellule de résolution après intégration en antenne synthétique, et il a été vérifié que les résultats ne changeaient pas significativement pour des densités de facettes plus grandes. Les conditions de l’environnement sont toujours celles de la table 5.3.

Cette configuration a été choisie pour comparer nos résultats au modèle empirique dé-

veloppé par Ward, Baker et Watts [193] pour des configurations monostatiques :

$$\log \nu = \frac{2}{3} \log(90 - \theta_i^g) + \frac{5}{8} \log \left( \frac{dr_{az.} dr}{4.2} - \kappa_m - \kappa_p \right) \quad (5.28)$$

où  $\theta_i^g$  est l'angle d'incidence en degrés (de 80 à 89,1),  $dr$  et  $dr_{az.}$  sont les résolutions distales et azimutales (en mètres),  $\kappa_p = 1$  pour une polarisation VV et 1,7 en polarisation HH;  $\kappa_m$  est un terme de dépendance au vent que Watts et Wicks [197] ont modélisé par une sinusoïde d'après leurs mesures :

$$\kappa_m = \frac{1}{3} \cos(2\psi) \quad (5.29)$$

où  $\psi$  est la direction du vent par rapport à la direction de visée du radar (0 est la direction *downwind*, 180 la direction *upwind*). Le niveau moyen de  $\nu$  est légèrement plus élevé que prédit par le modèle ( $\nu = 0,0657 \pm 0,0423$  en HH,  $\nu = 0,1324 \pm 0,0851$  en VV); cela signifie que le fouillis de mer est légèrement plus ressemblant à une loi de Rayleigh que ce qui est attendu, surtout en polarisation VV. L'écart entre la simulation et l'expérience est sans doute dû à l'une des approximations qui a été réalisée dans la simulation (la linéarité du modèle, pas de vagues se brisant, pas d'écume) ou bien la limite d'une des approches (mauvaise modélisation de la réflectivité aux incidences considérées, remise en cause possible de la simulation du bruit de chatoiement par la somme de termes avec phase aléatoire, *etc*). Cela dit, l'évolution du terme  $\nu$  par rapport à la direction du vent est consistante avec le modèle proposé par Watts et Wicks. Il est intéressant de relier cette évolution avec celle de l'évolution de la réflectivité de la mer avec la direction du vent, puisque cette évolution suit elle aussi une loi sinusoïdale dans le cadre linéaire, voir par exemple la figure 4.6 du chapitre 4. En règle générale, la dépendance au vent reste la même pour des angles d'incidence plus petits, le fouillis dans le canal VV suivant de plus en plus une loi de Rayleigh à mesure que l'angle d'incidence décroît.

### 5.4.2.3 Comparaison avec des données réelles dans le cas monostatique – incidences moyennes

Les comportements évoqués dans le paragraphe précédent semblent se retrouver également dans des expériences sur le terrain. Nous avons comparé des résultats provenant d'une expérience faite en Australie (Stacy *et al.* [167]) Dans cette expérience, les données ont été acquises avec un radar aéroporté (la plate-forme Ingara) qui imageait la surface de la mer à incidence constante en tournant autour du même point. Les données ont été acquises à une résolution de 1 m à une fréquence de 10 GHz pour plusieurs polarisations. Les données ont été acquises sur plusieurs jours et les vitesses de vent mesurées variaient entre 6,1 m/s et 13,2 m/s. La figure 5.10 reproduit des résultats publiés par Stacy *et al.* (la vitesse du vent n'est pas précisée dans [167], nous supposons qu'elle vaut environ 10 m/s).

Comme précédemment, nous avons simulé une série d'images radar à visée latérale intégrés en antenne synthétique (une image par direction de vent), en reprenant une résolution au sol métrique et une fréquence porteuse de 10 GHz, le vent étant pris à 10 m/s ce qui est une bonne moyenne des vitesses observées lors de l'expérience sur le terrain. Les résultats sont exhibés à la figure 5.11. On présente également les résultats obtenus pour d'autres fréquences porteuses.

On note que le facteur de forme prédit à une incidence de 60 degrés est très grand et tend vers l'infini en VV, ce qui signifie que la simulation prédit un fouillis de type Rayleigh à ces incidences alors que l'expérience tend à suggérer que le fouillis reste plus ressemblant à une distribution K. On note aussi un écart sur la forme du fouillis en polarisation croisée,

puisque son facteur de forme est en général le plus faible sur le simulateur, alors qu'il devrait être le plus élevé si l'on s'en réfère aux expériences. On notera cependant que la validation a été faite avec des données expérimentales où l'état de mer était déjà très élevé, suffisamment pour mettre en doute la validité des modèles utilisés.

Cependant, on constate bien là aussi que la relation entre  $\nu$  et la direction du vent est corrélée à la dépendance réflectivité/direction du vent, à savoir que la réflectivité est la plus grande quand on regarde dans la direction d'où provient le vent. Dans les simulations faites dans des conditions équivalentes à celles de Stacy *et al.*, le facteur de forme pour les simulations est là encore surévalué par rapport aux données expérimentales et, quand  $\nu$  était trop grand, il vaut mieux utiliser le modèle de Weibull sur ces données simulées. Cela dit, on retrouve la dépendance du facteur de forme à l'incidence : le bruit de chatolement devient plus de type "Rayleigh" ou "Weibull" si l'incidence diminue ou la vitesse du vent augmente. Aussi, même si le résultat numérique est un peu différent entre la simulation et la réalité, on retrouve qualitativement le comportement attendu.

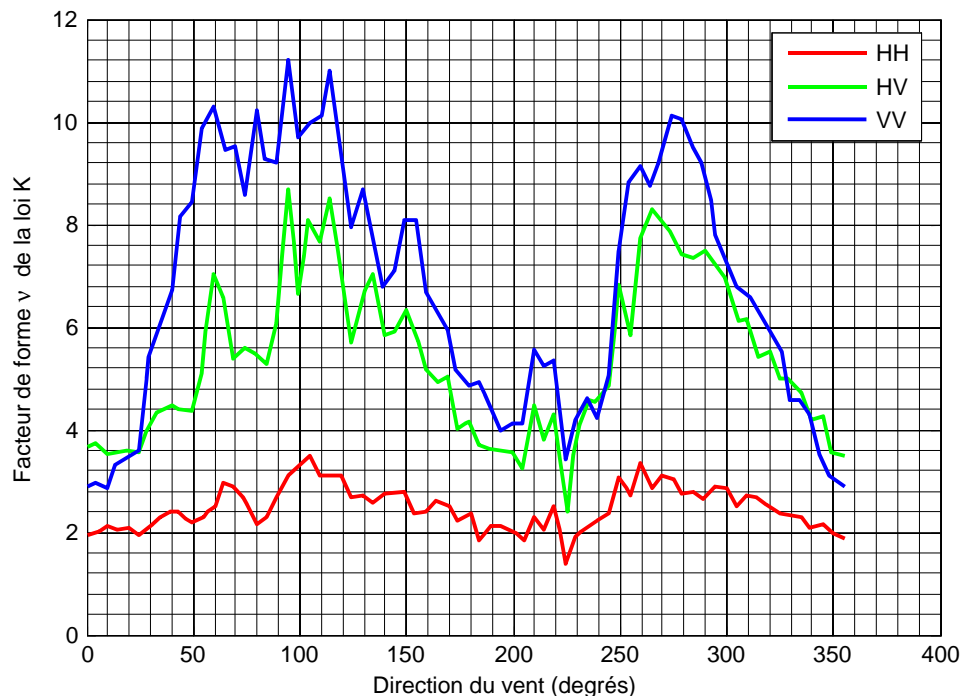


FIGURE 5.10: *Facteur de forme de la loi K obtenu lors de l'expérience de Stacy et al. [167] au dessus de la mer (incidences 55 à 65 degrés,  $f_0 = 10$  GHz).*

La comparaison simulation-expériences dans des cas bistatiques est très difficile dans la mesure où peu de mesures expérimentales ont été publiées dans la littérature. Cependant certaines tendances peuvent déjà être vues dans les deux configurations bistatiques exposées plus haut. Dans la configuration 3 (BiSAR avec trajectoires parallèles), les caractéristiques du bruit de chatolement sont numériquement et qualitativement comparables avec les résultats obtenus dans les configurations monostatiques 1 et 2. La configuration 4 (BiSAR hybride côtier/aéroporté) a des caractéristiques qui sont numériquement comparables avec ce qui est obtenu avec une configuration monostatique en radar côtier, ce qui est conforme à l'intuition.

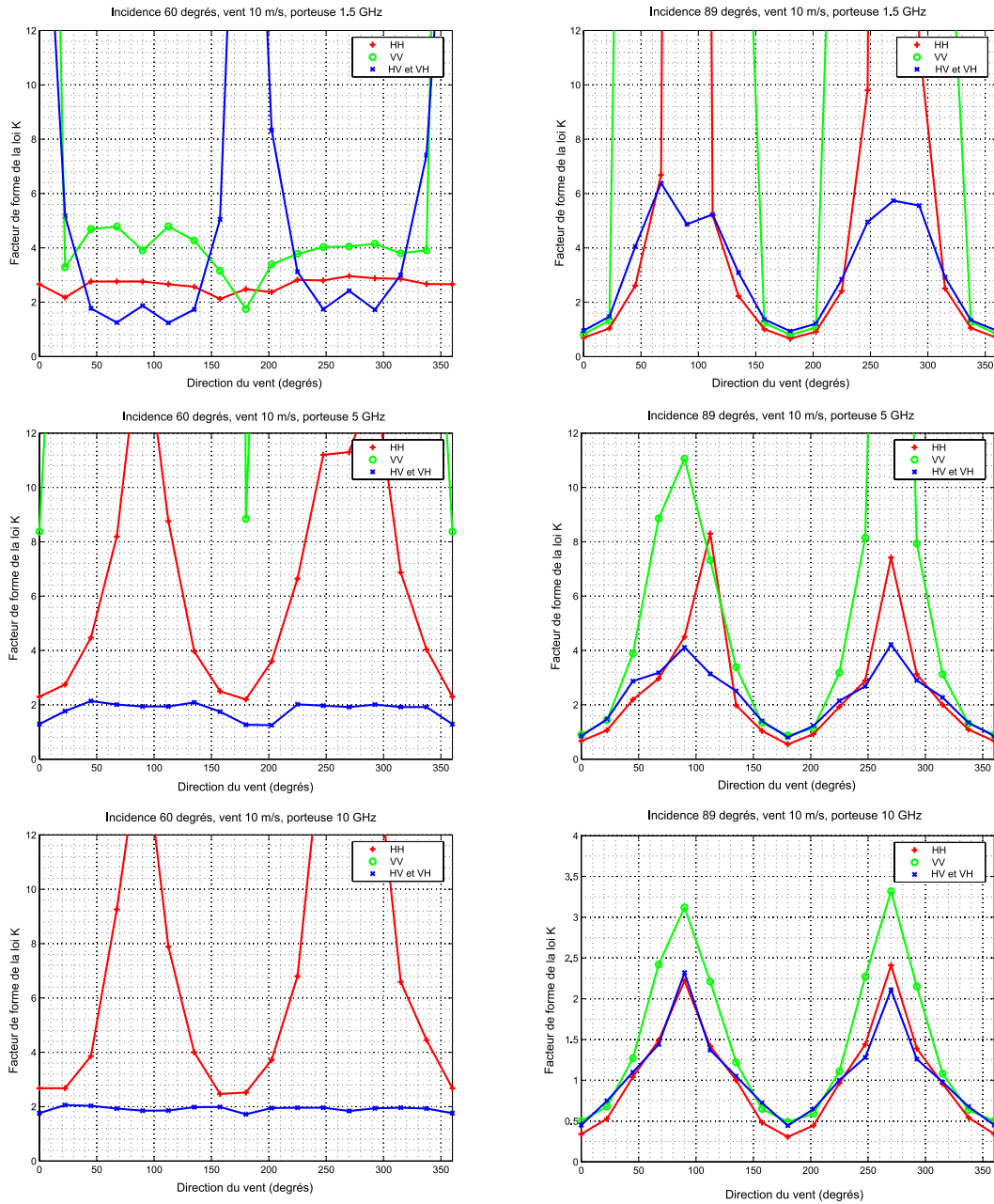


FIGURE 5.11: *Facteur de forme de la loi K obtenu avec MaRS pour différentes fréquences et plusieurs incidences.*

### 5.4.3 L'apparence du sillage dans les images radar simulées

Commentons à présent l'apparence du sillage de Kelvin dans les images simulées. À titre de comparaison, nous nous référons à des données disponibles dans la littérature, données malheureusement fort peu répandues. Les deux images de la figure 5.12 sont quelques unes des rares images radar publiées dans la littérature où le sillage de Kelvin est vu dans son intégralité, c'est-à-dire en montrant le système de vagues transverses et divergentes et non pas juste les lignes "brillantes" et les "lignes sombres" habituellement visibles dans les images radar satellitaires.

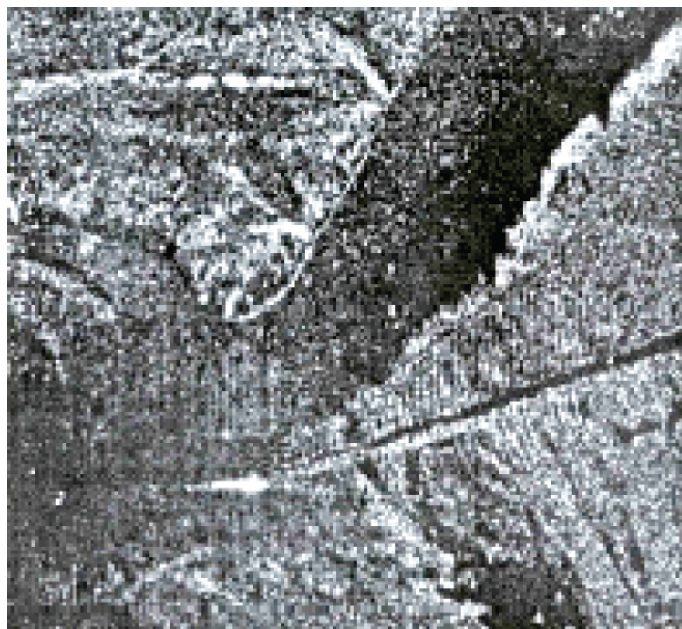
La rareté de telles images s'explique probablement par plusieurs éléments. D'une part il est aisément compréhensible que pour la plupart des navires, la visibilité du sillage de Kelvin exige une résolution élevée qui est pour le moment uniquement disponible à bord de radars à ouverture synthétique aéroportés : on pourra voir le chapitre 7, paragraphe 7.1 pour une discussion sur ces exigences. Malheureusement, les données issues de radars aéroportés sont moins largement distribués que les données issues de radar satellitaires ; en effet, ces dernières ont un rôle reconnu dans l'étude et la protection de l'environnement et sont donc diffusées à de nombreuses agences gouvernementales et instituts de recherche de par le monde à un faible coût ; tandis que les données aéroportées plutôt destinées à des applications militaires ne sont pas mises à la disposition du public scientifique de manière systématique, mais uniquement lors de campagne d'essais. Il y a donc un net biais en faveur de l'étude des sillages dans des images satellitaires plutôt que dans des images aéroportées [48].

L'image de la figure 5.12(a) a été acquise lors d'une campagne d'essais de 1985 par radar à ouverture synthétique en bande L (afin d'avoir des images de type Seasat, donc probablement en bande HH) où le navire était coopératif et parfaitement connu. Il s'agit de l'USS Quapaw, un remorqueur de haute mer dont la carène avait une longueur de 59,4 m. Lors de la prise de vue, le navire opérait à 16,5 nœuds ( $Fr = 0,352$ ) [153]. Le système divergent est parfaitement visible sur cette image comme une alternance de lignes claires et sombres. Le sillage turbulent est également bien visible, comme une ligne sombre divisant le sillage en deux parties quasiment symétriques. Le sillage de Kelvin est visible dans son intégralité avec le cône "canonique" de 39 degrés d'ouverture.

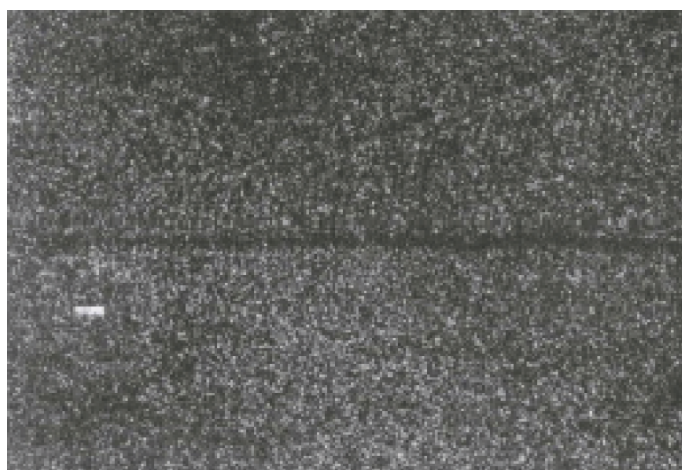
La seconde image 5.12(b) a été acquise par le satellite Seasat. Elle est intéressante car elle montre clairement un décalage entre l'écho du navire et le sillage de Kelvin. Ce phénomène peut se produire dans les images radar à ouverture synthétique. Cette image est intéressante car elle montre que même si le sillage de Kelvin est fixe dans le référentiel du navire, ce n'est pas le front de la surface qui est responsable du déphasage Doppler de l'onde radio, mais bien chaque particule d'eau. En effet, si c'était la surface qui était à l'origine du déphasage Doppler, alors l'image du sillage de Kelvin serait "collée" à celle de l'écho du navire, car le sillage voyage à la même vitesse que le navire dans la direction longitudinale. Or ce n'est pas le cas. Les particules d'eau qui sont en mouvement et qui interagissent avec l'onde radio se déplacent à la vitesse orbitale des vagues, qui est sensiblement plus faible que la vitesse du navire : par exemple, pour un navire voyageant à  $4,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  (soit 8,7 nœuds), la vitesse orbitale des vagues de sillage a pour valeur maximale  $1,53 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Il va de soit que l'on peut utiliser ce décalage comme un moyen d'estimer la vitesse du navire, et cette technique est largement répandue dans la littérature.

Les images obtenues par simulation (figures 5.7(a), 5.7(b), 5.8(a), 5.8(b)) ont été calculées en bande X. Les images simulées en bande L, non présentées ici, présentent une similarité suffisamment grande au niveau de l'apparence, avec les images simulées en bande X, pour que nous les omettions. On pourrait arguer que les images simulées en polarisation HH présentent une ressemblance avec les images de la figure 5.12 mais il est également possible





(a) Image 1, d'après Lyden *et al.* [125].



(b) Image 2, d'après Case *et al.*, [34]

FIGURE 5.12: *Images de sillage de Kelvin vues au radar à ouverture synthétique à haute résolution..*

de faire le contraire. Ici le manque de données réelles se fait cruellement ressentir et ne permet pas de tirer de conclusion probante car il n'y a pas suffisamment de données pour tirer des observations statistiques.

## 5.5 L'implémentation du simulateur

La question de l'implémentation du simulateur est à proprement parler hors du digramme présenté à la figure 5.1 du début de ce chapitre. Néanmoins, il est intéressant de s'y attarder, car de nombreuses questions, notamment la vitesse de calcul, influent sur le choix d'une méthode de simulation similaire à celle que nous avons développée. Nous discutons notamment dans cette partie de pistes futures pour réaliser un simulateur similaire à MaRS avec une implémentation plus efficace encore.

### 5.5.1 Langage et architecture

Le temps de calcul est une préoccupation majeure lorsque l'on conçoit un simulateur. En général, on cherche un compromis entre le temps de calcul et la précision des modèles utilisés dans le simulateur. Afin de maximiser les performances, les fonctions principales de MaRS ont été codées en C++, mais elles sont appelées par un langage de script (un interpréteur de langage Lua [96] est inclus dans le logiciel). Le fait d'utiliser un langage de script donne une modularité extrêmement importante à MaRS, cela permet également de rédiger des tests unitaires et des tests de non régression très facilement. Enfin, les fichiers contenant les paramètres des simulations sont directement rédigés en Lua et chargés dynamiquement par l'interpréteur, ce qui est un gain de temps appréciable.

Il convient de souligner la grande modularité de l'implémentation de MaRS. L'application accepte de nombreux spectres, caractéristiques de surface (permittivité, rugosité, *etc.*) et modèles de calcul de la matrice de diffusion. Le logiciel MaRS tire pleinement parti de l'approche orientée objet offerte par le langage C++ : la surface à simuler étant divisée en facettes, on associe à chacune de ces facettes une classe abstraite de calcul de la réflectivité. On fournit des implémentations de ces classes pour les divers modèles (Approximation de Kirchhoff, méthodes des Petites Perturbations, moyenne pondérée des deux approches précédentes). Il est alors immédiatement possible d'utiliser des modèles différents pour chaque facette ; c'est-à-dire que localement, par exemple à l'intérieur du sillage, on pourrait utiliser un modèle de calcul électromagnétique différent de celui que l'on utiliserait sur le reste de la mer, par exemple. Il en va de même pour les propriétés de la surface (rugosité, permittivité, salinité, température, *etc.*), qui peuvent elles aussi différer d'une facette à une autre. On peut dès lors imaginer d'autres types de simulations que celles imaginées ici, comme par exemple des surfaces maritimes localement polluées par du pétrole, à condition de disposer des modèles et permittivités adéquates (on peut se référer par exemple à [16] pour de tels modèles). Dans tous les cas, cette approche orientée objet couplée à l'utilisation d'un langage de script rend l'utilisation du simulateur très adaptable à d'autres usages.

### 5.5.2 Portabilité

Le code est portable dans tous les environnements compatibles avec la norme POSIX. Il a été testé avec succès sous Windows 2000 et XP (avec l'environnement Cygwin), sous GNU/Linux (*cluster* de calcul de l'ENSIETA), sous DEC ULTRIX (*cluster* de calcul "Nymphéa" de l'IFREMER) et sous MacOS X.

### 5.5.3 Considérations sur le temps de calcul

Les temps de calcul sont très en dessous de ce qui avait été imaginé au début du projet, tout en ne restant pas négligeables. Dans ce paragraphe, on cherche d'abord à déterminer la complexité algorithmique théorique des différentes étapes du calcul, puis l'on fournit les temps de calcul observés en pratique. Ensuite on expose quelques pistes d'amélioration possibles.

#### 5.5.3.1 Complexité algorithmique théorique et résultats pratiques

Pour une session typique, les étapes suivantes sont réalisées. Tout d'abord, on génère une carte de surface pour une matrice de  $n$  facettes ; la complexité du calcul est théoriquement dominée par celle de la transformée de Fourier rapide qui est un  $\mathcal{O}(n \log n)$ , mais il s'est avéré que la constante cachée derrière les  $n$  appels à la fonction calculant le spectre joue également un très grand rôle en pratique. On calcule ensuite une carte d'élévation pour le sillage en suivant la procédure décrite au chapitre 3. En réutilisant les notations de ce chapitre, les intégrales internes  $P$  et  $Q$  de la fonction élévation (équation 3.21 du chapitre 3) sont précalculées sur la carène du navire, qui est discrétisée sur  $N_x \times N_z$  points. Les intégrales sont calculées pour  $N_\theta$  valeurs de  $\theta$  entre 0 et  $\pi/2$ . Puis l'élévation est évaluée pour les  $n$  facettes de la carte. Ce processus est essentiellement en  $\mathcal{O}(N_\theta)$  et reste assez rapide (de 40 s à 45 s, environ). On ne calcule la carte d'élévation du sillage qu'une seule fois puisqu'elle est statique par rapport à son origine, il faudra néanmoins la réinterpoler pour simuler le déplacement du navire dans le référentiel monde : là aussi, il s'agit d'un processus linéaire. Enfin, on tire autant d'impulsions que nécessaire sur la surface. Pour chacun des  $m$  impulsions émises, il faut calculer la contribution des  $n$  facettes. C'est typiquement l'étape qui demande une grande optimisation, puisque c'est là que la majeure partie du temps de calcul est dépensée. Il a été trouvé que les fonctions trigonométriques comptaient pour environ 30 % du temps de calcul et leur tabulation a permis une optimisation d'un facteur 8 de la boucle de calcul la plus interne dans le simulateur. Les temps de calcul pour un seul CPU sont résumés à la table 5.4.

| Opération   | Complexité                      |  |
|---|---------------------------------|--|
| Génération de la carte de la mer                    | $\mathcal{O}(n \log n)$         |  |
| Déphasage spatial de la carte de la mer             | $\mathcal{O}(n \log n)$         |  |
| Carte du sillage : $P$ & $Q$ pour tous les $\theta$ | $\mathcal{O}(N_\theta N_x N_z)$ |  |
| Carte du sillage : calcul des élévations            | $\mathcal{O}(n N_\theta)$       |  |
| Envoi d'une impulsion                               | $\mathcal{O}(n)$                |  |

| Opération   | Temps (s) | Valeurs                                 |
|---|-----------|---|
| Génération de la carte de la mer                    | 5         | $n^2 = 512 \times 512$                  |
| Déphasage spatial de la carte de la mer             | 0,13      | $n^2 = 512 \times 512$                  |
| Carte du sillage : $P$ & $Q$ pour tous les $\theta$ | 0,2       | $N_\theta = 300, N_x = 50, N_z \leq 28$ |
| Carte du sillage : calcul des élévations            | 45        | $n^2 = 512 \times 512, N_\theta = 300$  |
| Envoi d'une impulsion                               | 6,6       | $n^2 = 512 \times 512$                  |
| TOTAL pour $m$ impulsions                           | 3497      | $m = 500$                               |

TABLE 5.4: Complexités algorithmiques (en nombre d'accès tableau) et temps de calcul typiques sur un Pentium 4 monocœur cadencé à 3 GHz, sous Cygwin, mesures avec l'utilitaire *gprof*. Le code de calcul est en C++.

### 5.5.3.2 Pistes d'amélioration du temps de calcul

Il est clair que si la largeur de la carte augmente d'un facteur  $a$ , le temps de calcul augmente d'un facteur  $a^2$ , ce qui rend une simulation dans le domaine temporelle inadaptée pour des calculs sur de très grandes surfaces. Dans le cadre de notre travail, les pistes utilisées pour rendre le calcul plus rapide ont été les suivantes : d'une part le précalcul des données dans la mesure du possible, notamment avec des tables de fonction ; d'autre part une parallélisation faible des calculs (calcul simultané de plusieurs configurations et/ou polarisations sur un *cluster* de calcul).

Il y a cependant plusieurs stratégies pour diminuer le temps de calcul d'un simulateur de signaux radar : la parallélisation et l'utilisation des cartes graphiques. Ces deux stratégies de parallélisation et d'utilisation des cartes graphiques sont en accord avec les tendances actuelles de l'évolution du matériel informatique. De plus, l'état de l'art réalisé au début de ce chapitre montre qu'elles sont également très bien adaptées au domaine du radar, comme le montrent les travaux de Kalkuhl *et al.* [101] et Balz [18] (respectivement pour la parallélisation et l'utilisation des cartes graphiques).

En effet le problème de la simulation de signaux radars bruts est hautement séparable, tant dans le temps que dans l'espace. Autrement dit, le résultat du calcul correspondant à la surface à une date  $t + \Delta t$  ne dépend pas du calcul fait à la date  $t$  puisque le modèle linéaire permet de calculer les positions et les caractéristiques des deux scènes directement depuis les éléments à la date  $t = 0$ . On peut donc paralléliser les calculs correspondant à des instants séparés sur deux processeurs distincts. D'autre part, le signal retourné par une facette ne dépend pas du signal renvoyé par une facette voisine. Il est donc possible de partitionner l'espace de la scène à un instant donné en petites zones qui peuvent être simulées par différents processeurs ; dans ce cas seul l'accès à la mémoire où est stocké le signal reçu, doit être partagée. La programmation sur une architecture parallèle est bien connue et standardisée ; elle peut se faire par exemple soit par l'utilisation directe de la norme POSIX, soit grâce à d'autres standards ouverts afin de distribuer la charge de calcul entre plusieurs nœuds d'un *cluster* de calcul (standard MPI<sup>4</sup> de Stanford), ou plusieurs cœurs d'un même processeur (standard OpenMP<sup>5</sup> ou technologie open source *Grand Central Dispatch* d'Apple).

Pour ce qui est de l'évolution récente du matériel informatique, il apparaît que la loi de Moore<sup>6</sup> semble aujourd'hui atteindre ses limites pour les processeurs génériques<sup>7</sup>, ce qui explique pourquoi l'amélioration des performances de calcul se fait par la multiplication du nombre de processeurs (architectures dites "multi-cœurs"). Or les performances des processeurs de cartes graphiques – en anglais, *Graphical Processing Unit*, ou GPU – subissent aujourd'hui une stagnation moindre que celle des processeurs généraux (figure 5.13), car ce sont des processeurs plus spécialisés donc plus facilement optimisables, de plus l'industrie du jeu vidéo fournit une incitation extrêmement importante à l'amélioration des performances. Un GPU réalise des opérations hautement vectorisées qui peuvent être détournées pour d'autres applications, avec des gains de performances élevés dans le cas de calculs se prêtant bien à la parallélisation (comme notre problème) : il s'agit du *General Purpose programming on Graphical Processing Units* (GPGPU), un terme qui d'après [ggpu.org](http://ggpu.org) aurait été proposé pour la première fois par Mark Harris en 2002 lors de ses travaux en vue de sa thèse de doctorat sur la simulation temps réel de nuages [88]. Dans le cas de

---

<sup>4</sup>MPI : *Message Passing Interface*.

<sup>5</sup>OpenMP : *Open Multi-Processing*.

<sup>6</sup>La "loi de Moore" est une conjecture stipulant que le nombre moyen de transistors dans les processeurs disponibles sur le marché, double tous les dix-huit mois.

<sup>7</sup>On entend par "processeur générique" un processeur non spécialisé dans un calcul quelconque, il s'agit du *Central Processing Unit* (CPU).

la simulation de signaux radar, on notera de plus une grande similarité avec la simulation d'images optiques 3D dans les opérations à réaliser, par exemple au niveau du calcul des normales, des angles de réflexion, *etc.*

Il existe une limitation à cette approche, qui est liée au fait que la discipline du GPGPU est relativement nouvelle et que jusqu'ici aucun standard n'a été réellement disponible. Aussi, le calcul scientifique sur carte graphique était jusqu'ici une activité "artisanale" du fait de la non-normalisation des interfaces de programmation ou de l'architecture des cartes graphiques. Cette situation devrait changer dans un proche avenir, par exemple le standard CUDA (*Compute Unified Device Architecture*) de NVIDIA (dont la première implémentation fut proposée au public en février 2007), ou encore avec l'apparition du standard OpenCL, proposé par un consortium industriel comprenant en particulier Apple, NVIDIA et Intel. Ce dernier standard devrait permettre de développer rapidement et simplement des applications de calcul très générales avec une abstraction de la couche matérielle, en prenant en charge de manière transparente les architectures multicœurs et les cartes graphiques. La première implémentation d'OpenCL est disponible sur OS X 10.6 "Snow Leopard", sorti le 28 août 2009. Il reste que ce domaine reste très pointu et pas forcément accessible à l'ensemble de la communauté scientifique.

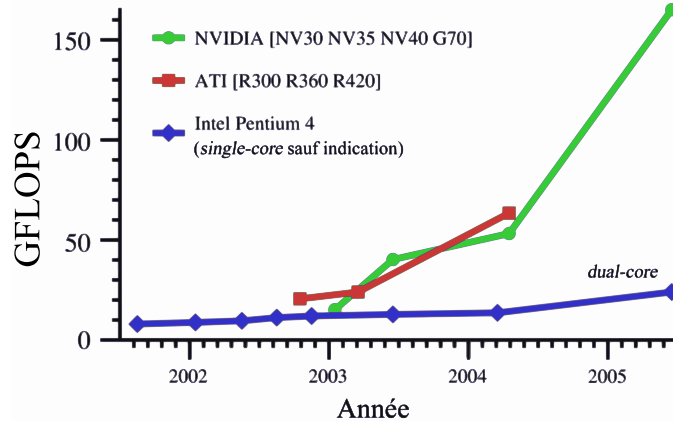


FIGURE 5.13: Évolution de la puissance de calcul en milliards d'opérations en virgule flottante par seconde (GFLOPS) de quelques GPU, comparés à celle du processeur Intel Pentium 4 (d'après Luebke [124]).

## 5.6 Conclusions du chapitre

Les techniques de simulations mises en œuvre ne sont pas nouvelles : comme indiqué en introduction, l'approche la plus similaire à la nôtre a déjà été proposée en 1991 par Tunaley [182]. La simulation présentée ici a néanmoins le mérite de permettre de montrer ce qui est sans doute la première série d'images simulées en environnement maritime avec des configurations bistatiques. La simulation prend également en compte la réflexion spéculaire, ce qui permet de travailler dans des configurations bistatiques quelconques. D'autre part, le chapitre présente une discussion approfondie du problème de la discrétisation des surfaces dans le cas d'une simulation d'image radar basée sur des facettes.

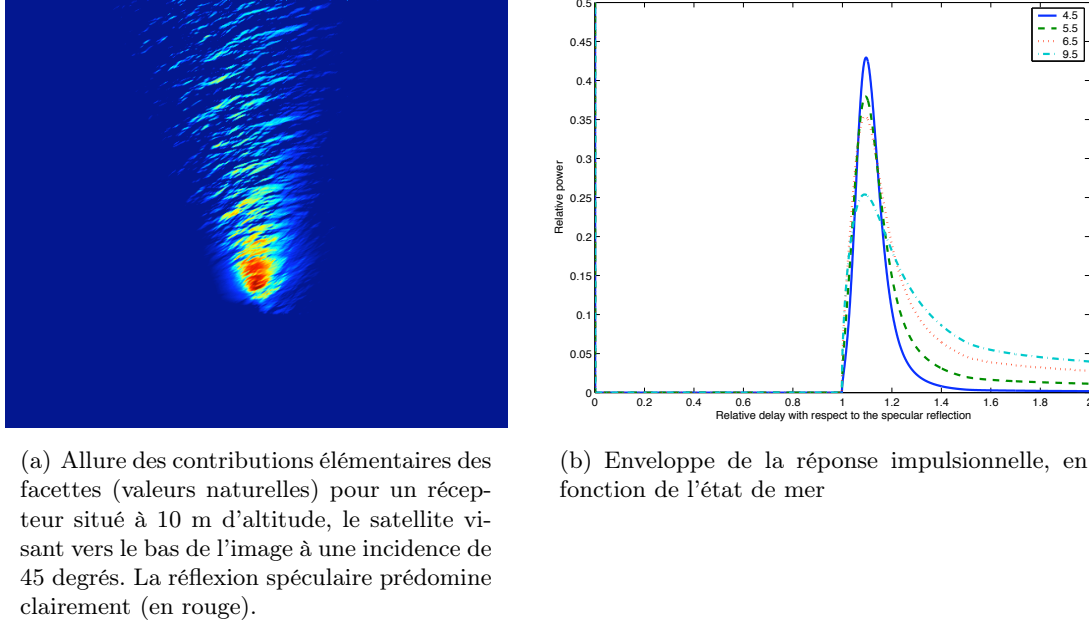
### 5.6.1 Vers une réponse au problème de la discrétisation

Le problème de la discrétisation est récurrent et intervient pour la plupart des approches de simulation réalisables dans notre problème (et donc pas uniquement pour l'approche qui a été choisie). Or il s'avère que dans la littérature, ce point est souvent ignoré. La conclusion que l'on peut tirer de la discussion est la suivante : les dimensions de la surface à simuler doit augmenter de façon quadratique avec la vitesse du vent ; et la densité des facettes doit augmenter avec la fréquence de travail (ce qui est intuitif) mais aussi avec la vitesse du vent, en suivant une relation analytique que nous avons explicitée dans un cas simplifié juste suffisamment pour donner une forme facilement utilisable à la relation.

### 5.6.2 Possibilités de la simulation

Les dernières avancées au niveau des vitesses de calcul des ordinateurs rendent possible aujourd'hui de simuler du signal radar brut en un temps qui commence à devenir acceptable pour un certain nombre d'applications, tout en permettant de garder la main sur chaque paramètre de la chaîne d'acquisition et en faisant de moins en moins d'approximations. Le signal simulé peut ensuite être transmis à des chaînes de post-traitement, comme par exemple des algorithmes d'intégration en antenne synthétique, ou des chaînes d'exploitation des données (détection et localisation de cibles, par exemple). Le simulateur peut être facilement spécialisé pour représenter des radars côtiers, aéroportés, ou portés sur un satellite, ou encore un mélange de ces configurations. La prise en compte des effets spéculaires a d'ailleurs permis de mettre en œuvre la simulation dans le cas particulier d'une transmission d'un signal GPS reçu au voisinage de la surface de la mer (Coatanhay, Arnold-Bos et Khenchaf [41, 40]). La simulation a permis de montrer une dépendance claire entre la réponse impulsionnelle de la surface maritime, et l'état de mer (figure 5.14), laissant la possibilité d'étudier des schémas d'inversion pour retrouver la vitesse du vent (comme proposé par Zavorotny *et al.* [205]) à l'aide d'une simulation contrôlée. Cette simulation n'aurait pas pu être possible avec un simulateur d'images SAR, ou un simulateur de données brutes ne prenant en compte que les réflexions diffuses, car la configuration utilisée est hautement spéculaire (on pourra se référer au chapitre 4, paragraphe 4.2 pour une discussion sur ce point).

Cependant, même si la simulation est possible vis à vis du temps de calcul, elle n'est de loin pas instantanée et ne peut être utilisée pour générer rapidement une grande base de données d'images. La simulation reste donc plus un outil d'étude (des configurations, des stratégies d'acquisition) qu'un outil de production d'images pour, par exemple, servir de base d'apprentissage à un algorithme de reconnaissance. Il reste donc une niche très claire pour des simulateurs rapides d'images soit basés sur la fonction de modulation de transfert liant carte de hauteur et image radar, soit fondés sur le détournement de la puissance de calcul des cartes graphiques. Cette dernière approche est d'ailleurs probablement la plus convaincante aujourd'hui et semble promise à un bel avenir. Il reste, malheureusement, une frontière très marquée entre la communauté scientifique liée au radar, c'est-à-dire qualifiée dans le domaine de la Physique, et celle de la communauté de la programmation 3D, c'est-à-dire en pratique celle de l'industrie du jeu vidéo. En effet, le GPGPU est une discipline hautement pointue et en évolution rapide pour laquelle les scientifiques ne sont pas formés. On pourrait certes imaginer de recruter du personnel expert plus apte à réaliser un tel code, ou sous-traiter, avec un problème double : d'une part celui du vocabulaire, qui n'est pas nécessairement exactement le même entre les deux communautés, et d'autre part le problème des ressources humaines, autrement dit celui de la rémunération faible dans le domaine scientifique, ne permettant pas d'attirer les experts en programmation graphique, qui sont principalement attirés par l'industrie du jeu vidéo. Au final, on pourrait envisager



(a) Allure des contributions élémentaires des facettes (valeurs naturelles) pour un récepteur situé à 10 m d'altitude, le satellite visant vers le bas de l'image à une incidence de 45 degrés. La réflexion spéculaire prédomine clairement (en rouge).

(b) Enveloppe de la réponse impulsionnelle, en fonction de l'état de mer

FIGURE 5.14: *Réflexion d'une onde GPS au dessus d'une surface maritime (extrait de Coatanhay, Arnold-Bos et Khenchaf [41]).*

une possibilité où seuls quelques laboratoires de part le monde seront à même de produire un code de calcul rapide et performant utilisant ces technologies. Cela pourrait alors aboutir à une situation de monopole qui serait gênante si le code n'était pas distribué dans la communauté.

### 5.6.3 Validation et limites de la simulation

Pour ce qui est du réalisme de la simulation, la validation a été réalisée en trois points. Tout d'abord il y a eu la validation des différents étages de la simulation pris séparément, dans les premiers chapitres. La validation principale concerne celle du modèle de réflexion sur la surface rugueuse. Le test mené au chapitre 4, section 4.2.3, a montré que la réflexion moyenne sur une surface discrétisée correspond bien à la moyenne prédite par les modèles statistiques classiques. De là découle la validation du bilan de liaison moyen en puissance. La validation proprement dite de la simulation a été faite sur le paramètre de forme du bruit de chatoiement, et également l'aspect visuel.

Le bruit de chatoiement correspond aux fluctuations de la puissance autour de la moyenne. Le comportement du bruit de chatoiement n'a pas pu mettre en concordance exacte avec un modèle ou bien des données expérimentales. Seule l'allure générale en sinus de la fonction de dépendance à la direction du vent du paramètre de forme du bruit de chatoiement, a été retrouvée, mais l'accord numérique quantitatif n'est pas atteint. Le désaccord pourrait s'expliquer soit par l'absence de la prise en compte des non-linéarités, ou bien du déferlement ou de la présence d'écume, soit peut-être parce que la validation a été réalisée pour des incidences et des états de mer à la limite du domaine de validité de la simulation.

La dernière validation, enfin, a concerné l'aspect visuel des images par rapport à des données réelles de sillage. Ce dernier point n'est pas satisfaisant dans la mesure où peu d'images de sillage dans des conditions équivalentes – des images radar à haute résolution – sont disponibles avec un sillage de Kelvin bien visible à titre de comparaison. Le problème du manque de données se pose également dans les configurations bistatiques, que le sillage

soit présent ou non : il n’y a tout simplement pas de données disponibles pour valider l’aspect visuel de la simulation. L’impossibilité de valider *in extenso* cet aspect visuel, couplée aux problèmes pour retrouver un bruit de chatolement convaincant, jette un voile de doute sur la capacité prédictive de la simulation proposée dans ce chapitre. Il faut donc améliorer les modèles et les approches de simulation du signal radar réfléchi par la surface océanique. Il reste également d’autres aspects à améliorer dans la simulation présentée ici, notamment la simulation du sillage turbulent ou du “V brillant” ; ainsi que la prise en compte des non-linéarités du modèle de surface de mer. Mis à part son importance pour obtenir des données fiables, ce double travail d’amélioration des modèles et de leur validation peut aussi ouvrir des perspectives majeures pour ce qui concerne l’inversion, à savoir le fait de retrouver les paramètres physiques de la scène à partir de l’image radar.

Les limites théoriques du simulateur résultent de la concaténation des limites des divers modèles mis en œuvre. La surface maritime simulée peut aller en toute rigueur de l’état 1 à l’état 2 car il faut que le modèle linéaire soit valide et qu’il n’y ait pas d’écume à la surface de la mer ; cependant la transition entre la “validité” et la “non validité” n’est pas abrupte et en violant le modèle, il est possible d’obtenir des images qui restent raisonnablement correctes jusqu’à l’état de mer 3 à 4. Les incidences ont été validées formellement jusqu’à 60 degrés au chapitre 4, mais nous avons pris en compte le masquage des facettes ce qui permet d’espérer d’étendre la validité du modèle jusqu’à 70 à 80 degrés environ ; nous avons néanmoins présenté dans ce chapitre des résultats dans des configurations très rasantes afin de les comparer avec un modèle théorique de bruit de chatolement. Pour ce qui est de la fréquence de la porteuse, la limite basse-fréquences est donnée par la validité de l’approximation de Kirchhoff, validité qui n’est raisonnablement vraie qu’à partir du gigahertz, environ. La limite très haute fréquence des modèles n’a pas été étudiée formellement ; nous estimons donc que le modèle de diffusion devrait rester raisonnablement valide jusqu’à 20 ou 30 gigahertz.

### 5.6.4 Conclusion générale et perspectives

Quoi qu’il en soit, MaRS est un premier pas vers la réponse à deux questions majeures concernant le radar bistatique.

La première question concerne les bénéfices opérationnels apportés par les configurations bistatiques. Le fait que le récepteur soit passif est déjà intéressant en soi, mais d’autres arguments en faveur des configurations bistatiques ont été mises en avant, comme leur coût réduit (à condition de ne pas fournir l’émetteur), les images potentiellement meilleures dans certains cas, encore que la signification des expressions “meilleures” et “dans certains cas” reste encore vague, subjective, et au mieux hautement dépendante des applications. La réponse à ces question demande au moins des images permettant de se forger l’intuition, et au mieux des métriques qui ne peuvent être vraiment développées que lorsqu’une vérité terrain est disponible (ou bien une pseudo-vérité terrain fournie par un simulateur). Dans les deux cas, les configurations où le radar bistatique n’est pas intéressant devraient apparaître rapidement, et inversement.

La deuxième question concerne les exigences opérationnelles et les problèmes techniques à résoudre lorsque de l’imagerie bistatique est réalisée. La simulation permet de voir quels sont les paramètres qui sont importants et quels ordres de grandeur sont acceptables ou non. Pour fixer les idées, le genre de question que l’on pourrait se poser seraient :

- comment est-ce que l’image deviendrait si l’on n’utilisait pas des impulsions bien contrôlées mais des ondes continues ?
- quelle est l’influence de la précision de la localisation des capteurs sur la qualité de



l'image finale ?

- comment améliorer la qualité de l'image dans ces cas de mauvaise localisation ?
- *etc.*

Ces incertitudes et limites peuvent à présent être simulées et aider les concepteurs à concevoir des configurations viables et à développer des algorithmes qui tentent de repousser les limites de ces configurations.

## Deuxième partie

---

# Contribution à la détection et à l'analyse automatique du sillage de navires

---





---

## Introduction

Dans les systèmes actuellement proposés dans la littérature ou même opérationnels, peu cherchent à détecter le sillage et aucun ne se sert exclusivement du sillage pour détecter les navires. Cette absence ne s'explique pas par la paresse des concepteurs ! Le sillage est un phénomène visible au radar, certes, mais dont la visibilité n'est pas garantie et en tout cas bien moindre que celle des navires. De plus, la détection des navires utilise des schémas de détection à taux de fausse alarme constant dont l'implémentation est rapide et robuste : elle se prête donc bien à l'analyse d'une vaste quantité de données, comme une image satellitaire brute dont la taille atteint  $4000 \times 4000$  pixels de manière routinière. Or, comme nous allons le voir, la détection des sillages est beaucoup plus complexe algorithmiquement, ce qui nécessite une puissance de calcul lourde. Aujourd'hui, à notre connaissance, la seule société proposant la détection de sillages de navires dans des produit de surveillance maritime par satellite radar, est Kongsberg Satellite Services, avec un temps de traitement utile (une heure depuis l'acquisition à l'alerte) mais avec une "ferme" de calculateurs pour réaliser le traitement. En général, la détection du sillage se réalise dans une imagerie entourant un navire détecté par un algorithme dédié. Si à ce moment-là le sillage est détecté, alors on peut commencer à envisager l'utilisation de l'information supplémentaire dans une optique de fusion d'information. Cette information supplémentaire est obtenue de manière occasionnelle, avec de fortes incertitudes, ce qui a amené des auteurs versés dans le domaine comme Tunaley à la qualifier de "moindre choix" ("*low grade*").

Malgré ces remarques préliminaires, il demeure que le sillage apporte une quantité d'informations supplémentaires qu'il serait dommage de ne pas prendre en compte lorsque cela est possible. En effet, si le sillage est détecté, on obtient une quantité d'informations supplémentaires non négligeable sur le navire qui en a été la cause. Voici le genre d'informations qu'il est possible en théorie de tirer du sillage :

1. **Une confirmation de la présence d'un navire** : un navire ne crée pas toujours un sillage visible mais si celui-ci l'est, alors la probabilité qu'un navire soit présent sera d'autant plus forte.
2. **Le cap du navire** : la direction du sillage permet d'obtenir une information sur le cap du navire, information qui peut être fournie à une chaîne de suivi de cibles.
3. **La largeur du navire** : Zilman et Miloh [208] ont montré que la largeur du sillage sombre à une distance donnée de la poupe du navire, était fonction directe de la largeur du navire (équation 3.7 du chapitre 3) ; aussi s'il est possible de segmenter le

sillage et de retrouver la largeur du sillage sombre, on peut théoriquement aboutir à une estimation de la largeur du navire.

4. **La vitesse du navire** : le spectre du sillage de Kelvin fournit des informations sur la vitesse du navire. S'il est possible de l'analyser (c'est-à-dire encore, s'il est visible dans l'image, ce qui suppose une résolution suffisante), alors il est possible de remonter à la vitesse du navire et aussi d'obtenir une confirmation du cap. La méthode de Zilman évoquée au point précédent permet aussi de retrouver la vitesse, en théorie du moins. Enfin, l'écart de la position du navire au sillage dans l'image radar (par effet Doppler) permet aussi d'estimer sa vitesse.
5. **La localisation du navire** : le sillage est composé de vagues dont la vitesse est faible et ne subissant pratiquement pas de décalage Doppler dans l'image (contrairement au navire) : la pointe du sillage fournit donc une meilleure indication sur la position du navire.
6. **L'identification de la carène** : par une analyse plus poussée du sillage de Kelvin, il est, au moins en théorie, possible d'identifier la carène du navire [203].

Un autre élément intéressant concerne le sillage d'eau morte – la traînée sombre derrière le navire – qui est visible depuis l'espace. En effet, mis à part le fait qu'il permet de détecter le navire et de fournir son cap, il y a aussi le fait que son image au radar est fortement similaire à ce qui est observé lorsqu'un navire laisse une traînée d'huile ou de pétrole dans son sillage, par exemple à cause d'un dégazage sauvage. Donc, détecter un sillage sombre ou détecter un dégazage sauvage revient plus ou moins à utiliser les mêmes algorithmes, que l'on doit donc chercher à optimiser.

Formellement, on peut considérer que la seconde partie de ce manuscrit est dédiée à l'opération inverse de celle décrite dans la première partie. En effet, la première partie était dédiée à la modélisation et la simulation d'une image radar de sillage en imagerie radar polarimétrique (éventuellement bistatique) à partir des caractéristiques d'une scène fournie en entrée. Cette seconde partie est, quant à elle, consacrée à la question de retrouver les paramètres de la scène (*i.e.* du navire) à partir d'une image radar.

Mis à part le simple fait de s'intéresser à la détection du sillage, il y a aussi la problématique de la visibilité du sillage qui reste à résoudre : on utilise peu le sillage car jusqu'à présent sa visibilité est plus due à la "chance" qu'à une réelle volonté de l'imager. On conçoit donc qu'il faille d'abord optimiser la visibilité du sillage avant de l'utiliser dans une application de détection. Cette optimisation doit permettre d'évaluer la meilleure géométrie d'acquisition, la meilleure fréquence, la meilleure antenne, bref, tous les éléments de la chaîne d'acquisition décrite au chapitre 1. Or le processus de recherche d'une bonne configuration est en réalité un processus d'optimisation, optimisation qui demande une métrique cohérente avec l'usage dont on veut faire du sillage : la détection. Il est tout à fait possible de concevoir d'utiliser des éléments comme la probabilité de détection (à maximiser) ou la probabilité de fausse alarme (à minimiser) comme les éléments de la métrique recherchée. En somme, on se constitue un programme de travail à trois temps :

1. on développe un bon algorithme de détection et de caractérisation du sillage ; "bon" est à entendre au sens des dix "commandements" détaillés dans l'introduction générale du manuscrit et qui peuvent être déclinés en sous-objectifs spécifiques. On peut décliner cette étape en deux sous-étapes :
  - (a) conception d'un ou plusieurs algorithmes ;
  - (b) essai sur une base restreinte pour tester l'algorithme et choisir le meilleur ;

2. on applique ce détecteur dans plusieurs configurations (typiquement simulées) pour trouver pour quelle configuration il pourrait marcher le mieux : dans cette étape on considère le détecteur comme étant figé et parfait et c'est la configuration qui est optimisée ;
3. une fois la meilleure configuration trouvée, on la valide dans des conditions expérimentales, si on juge qu'elle a un intérêt suffisant.

Cette approche justifie à elle seule la démarche tentée dans cette seconde partie, qui couvre seulement la première étape du programme, et tente uniquement de répondre partiellement à la seconde par une réflexion théorique et non par des tests. Ces limitations (recherche de la meilleure configuration, tests sur bases) découlent des limites de l'outil de simulation développé durant la première partie. En effet, d'une part, la validation du modèle n'a pu se faire que dans des configurations bien précises qui ne sont qu'un sous-ensemble des configurations explorables ; il y a donc un voile de doute jeté sur sa capacité de "prédiction" qui de toute manière peut difficilement se substituer à l'expérience. D'autre part le temps de calcul pour une seule image reste tout de même très long en pratique, même si les temps obtenus étaient meilleurs que ceux prévus *a priori* : cela empêche de générer une vaste base d'images. De plus, l'ensemble des phénomènes liés au sillage n'ont pas été pris en compte (en particulier le sillage turbulent, ce qui limite l'application de la simulation à des configurations haute résolution où ce sillage n'est pas prédominant). Enfin l'espace des paramètres caractérisant une configuration d'acquisition est trop grand à explorer. La troisième étape du programme de travail (validation expérimentale) est hors du cadre de ce manuscrit.

Pour résumer, la seconde partie de ce manuscrit est intégralement dédiée au problème de la détection et de l'analyse du sillage. Elle est subdivisée en deux chapitres : le chapitre 6 et le chapitre 7. Le premier chapitre est consacré à l'étude de la détection du sillage turbulent dans les images radar satellitaires. Il réalise un bref état de l'art du domaine et présente une comparaison tant théorique que numérique (sur données simulées) de quatre algorithmes classiques de détection de sillages. Le chapitre suivant est dédié à la caractérisation du sillage de Kelvin dans les images haute résolution, à la fois des images optiques et des images radar. Il débute par une petite réflexion sur la meilleure configuration géométrique à utiliser afin de mieux détecter le sillage de Kelvin dans des images radar à haute résolution. Il expose ensuite une méthode permettant d'analyser le sillage de Kelvin, ceci afin de retrouver la vitesse et le cap du navire.



## La détection du sillage d'eau morte dans les images radar satellitaires

### Sommaire

|            |   |            |
|------------|---|------------|
| <b>6.1</b> | <b>Réduction de la dimensionnalité du problème</b>              | <b>169</b> |
| 6.1.1      | La transformée de Radon   | 169        |
| 6.1.2      | La transformée de Hough   | 172        |
| <b>6.2</b> | <b>Prétraitement de l'image avant transformation</b>            | <b>173</b> |
| 6.2.1      | Filtres linéaires   | 174        |
| 6.2.2      | Le filtrage anisotropique par équations aux dérivées partielles | 174        |
| 6.2.3      | Filtres anti-bruit de chatoiement anisotropiques classiques     | 175        |
| 6.2.4      | Méthodes basées sur les ondelettes                              | 176        |
| <b>6.3</b> | <b>Seuillage dans l'espace <math>\rho - \theta</math></b>       | <b>181</b> |
| 6.3.1      | Seuillage $k \times \sigma$                                     | 181        |
| 6.3.2      | Seuillage après filtrage de Wiener                              | 181        |
| 6.3.3      | Le filtrage adapté stochastique                                 | 182        |
| <b>6.4</b> | <b>Comparaison des méthodes</b>                                 | <b>183</b> |
| 6.4.1      | Description des quatre chaînes de référence                     | 183        |
| 6.4.2      | Complexité algorithmique des quatre chaînes                     | 184        |
| 6.4.3      | Temps de calcul   | 187        |
| 6.4.4      | Comparaison sur des images simulées                             | 188        |
| <b>6.5</b> | <b>Discussion et conclusion</b>                                 | <b>191</b> |

Nous avons vu au chapitre 3 que dans les images radar à résolution relativement basse, telles que celles acquises par un satellite, le sillage d'eau morte se présente dans une image radar comme une ligne sombre éventuellement accolée à une ligne brillante correspondant au "V brillant", qui est elle-même la région où les vagues de Kelvin sont à la fréquence de Bragg de l'onde radioélectrique du radar. Le reste du système de Kelvin n'est pas visible, sauf éventuellement le bord du cône, qui se présente comme une autre ligne brillante. Toujours est-il qu'il est alors possible d'utiliser des algorithmes de détection de lignes afin de mettre ces éléments en évidence. Dans des images mieux résolues, le sillage d'eau morte prend l'apparence d'une bande sombre plus large. Cependant dans ce chapitre, nous allons considérer uniquement le cas de l'imagerie radar satellitaire à basse résolution. Le processus de détection du sillage suit un schéma générique qui est commun à la plupart des problèmes de détection en Vision par Ordinateur. Ce schéma est décrit à la figure 6.1.

Pour la détection du sillage d'eau morte, le contenu de chaque "boîte" de la figure 6.1 est le suivant :

**Prétraitement :** Cette étape vise à réduire la quantité de bruit de chatoiement tout en préservant, voire même en améliorant, la visibilité du sillage. Cette étape est optionnelle, si les étapes suivantes suffisent à suffisamment bien discriminer le sillage du bruit.



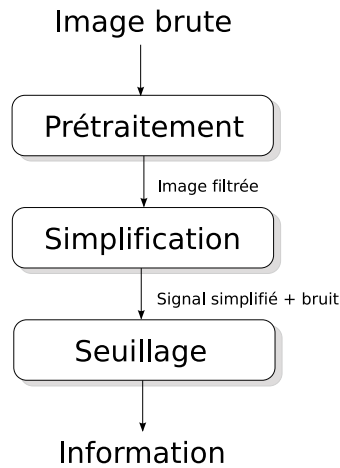


FIGURE 6.1: Principe général d'un système de détection en Vision par Ordinateur

**Simplification :** Dans un second temps, on réalise une transformation de l'image afin de réduire la dimension du problème. On choisit une autre paramétrisation pour représenter une droite : au lieu de la décrire comme une collection de pixels, on préfère une représentation analytique. Les droites sont alors représentées par l'équation réduite :  $\rho_d = x \cos \theta_d + y \sin \theta_d$  où  $\rho_d \in \mathbb{R}$  est la distance de la droite à l'origine de l'image et  $\theta_d \in [0; \pi[$  est l'angle entre la normale à la droite, et l'axe des abscisses. La droite est donc représentée par un couple  $(\rho_d, \theta_d)$ , à savoir, un point unique dans un espace angle-distance, et non comme une collection de pixels. Il faut noter qu'en pratique le plan angle-distance sera discrétisé sur un pas  $\Delta\theta_d \times \Delta\rho_d$ . Le problème est alors de trouver une méthode permettant de passer du plan cartésien  $(x, y)$  d'origine, à la représentation dans le plan angle-distance  $(\rho_d, \theta_d)$ . Deux méthodes sont habituellement utilisées : la transformée de Radon (TR) et la transformée de Hough (TH).

**Seuillage :** Que l'on utilise l'une ou l'autre des transformées, il faudra ensuite seuiller le plan angle-distance pour isoler les quelques points  $(\rho, \theta)$  qui correspondent réellement à une droite dans l'image d'origine. Ces points se traduisent par un pic. Si le rapport signal à bruit n'est pas bon, alors plusieurs fausses alarmes risquent d'être détectées dans l'image. Afin d'augmenter le rapport signal à bruit dans la transformée, on fait souvent précéder le seuillage par une autre étape de débruitage. On peut également utiliser ensuite un algorithme de *clustering* pour réunir en un seul point les pics de l'image qui sont trop proches.

Au final, la sortie de l'algorithme consiste en l'équation de la droite du sillage. Cette équation de droite donne la direction du navire (par le paramètre  $\theta$ ). Or cette direction donne deux possibilités de cap :  $\theta_b = \theta + \pi/2$  ou  $\theta_b = \theta + 3\pi/2$ . Le sillage est généralement un segment de droite, qui débute au navire. On peut éventuellement détecter le navire et/ou l'interruption du segment. Or le sillage va aussi s'interrompre lorsque les vagues auront dissipé la zone turbulente, à une grande distance du navire, donc l'interruption du segment est un critère risqué. Si l'on se base sur la détection du navire par son écho, il se peut que celui-ci soit absent de l'image ou de la sous-image que l'on traite. Pour simplifier, on va donc considérer que l'on ne cherche que la direction de déplacement du navire et non le sens.

Dans ce chapitre, nous établirons un tour d'horizon des quelques méthodes existantes pour chacune des étapes détaillées ci-dessus, ce qui correspond tout naturellement à trois paragraphes (6.1 : réduction de la dimensionnalité, 6.2 : prétraitement et 6.3 : seuillage). La

réduction de la dimensionnalité est présentée en premier car idéalement elle peut se passer du prétraitement et car elle est au cœur du problème. On s'intéressera ensuite (section 6.4) à quatre chaînes de traitement en particulier, ces approches étant très représentatives de l'ensemble des méthodes disponibles à ce jour, que nous comparerons sur le plan théorique ainsi que sur les résultats numériques. Le chapitre conclura sur la possibilité d'utiliser ces méthodes dans un cadre de surveillance maritime opérationnel. Une ébauche de ce chapitre a été publiée lors de la conférence Caractérisation du Milieu Marin 2006 [11].

## 6.1 Réduction de la dimensionnalité du problème

### 6.1.1 La transformée de Radon

#### 6.1.1.1 Définition et propriétés de base

C'est en 1917 que Johann Radon a proposé la transformée qui porte son nom [150, 151], transformée qui est aujourd'hui d'un usage fondamental en particulier dans le domaine de l'imagerie médicale [100]. En toute généralité, on définit la transformée de Radon d'une fonction réelle 2D  $I : (x, y) \mapsto I(x, y)$  de telle manière que la valeur de la transformée en  $(\rho_d, \theta_d)$ , soit égale à l'intégrale de la fonction  $I$  le long de la droite d'équation  $\rho_d = x \cos \theta_d + y \sin \theta_d$ . Dans ce cas,  $\rho_d$  est la distance de la droite à l'origine du repère ( $x = 0, y = 0$ ) et  $\theta_d$  est l'angle de l'axe des  $x$  à une normale à la droite. Mathématiquement, cela peut s'écrire sous la forme :

$$\mathcal{R}[I](\rho_d, \theta_d) = \iint_{x,y} I(x, y) \delta_0(x \cos \theta_d + y \sin \theta_d - \rho_d) dx dy \quad (6.1)$$

Les hypothèses rigoureuses garantissant l'existence de cette intégrale sont fournies dans l'article de Radon [150, 151] :

- la fonction  $I$  est continue en tout point ;
- l'intégrale  $\iint |I(x, y)| / \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , prise sur tout le plan, converge ;
- pour tout point  $P(x, y)$  et tout  $\rho \geq 0$ , la fonction  $\bar{I}_P(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I(x + \rho \cos \theta, y + \rho \sin \theta) d\theta$  est telle que  $\lim_{\rho \rightarrow \infty} \bar{I}_P(\rho) = 0$ .

Dans ce cas,  $\mathcal{R}[I]$  existe presque partout. Dans la pratique, en traitement d'images, ces hypothèses sont violées – par exemple, en cas de présence de contours,  $I$  est discontinue – mais les résultats énoncés dans ce paragraphe restent utilisables en pratique.

**Linéarité** La linéarité de l'intégrale 6.1 implique également la linéarité de la transformée de Radon, c'est-à-dire que :

$$\mathcal{R}[aI_1 + bI_2] = a\mathcal{R}[I_1] + b\mathcal{R}[I_2] \quad (6.2)$$

quelles que soient les fonctions  $I_1$  et  $I_2$  (de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$ ) et les constantes réelles  $a$  et  $b$ .

**Algorithme de calcul naïf dans le cas discret** On peut voir la transformée de Radon d'une autre manière, qui permet d'en déduire une première implémentation informatique de l'algorithme. Supposons que la fonction est nulle partout sauf en un point de coordonnées  $(x_0, y_0)$ , où elle vaut 1. Il passe par ce point une infinité de droites, qui auront pour équation :

$$S_{x_0, y_0}(\rho, \theta) : x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta = \rho \quad (6.3)$$

L'intégrale sur la fonction  $I$  le long de chacune de ces droites vaudra nécessairement 1, ce qui signifie que la transformée de Radon d'un pic de Dirac  $\delta(x_0, y_0)$  est la sinusoïde  $S_{x_0, y_0}$  d'équation (6.3). La linéarité de la transformée permet d'en déduire que la transformée de Radon est la superposition (par combinaison linéaire) de l'ensemble des sinusoïdes  $S_{x, y}$  pour tous les couples  $(x, y)$ , chaque sinusoïde étant pondérée par la valeur de la fonction  $I$  au point  $(x, y)$ . On en déduit également la réciproque de la transformée. Si  $x$  et  $y$  sont fixés, l'intégrale le long de la sinusoïde  $S_{x, y}(\rho, \theta)$  dans le plan angle-distance, divisée par la longueur de cette sinusoïde, permet de retrouver la valeur de la fonction  $I$  au point  $(x, y)$ .

La remarque réalisée au paragraphe précédent permet de décrire un premier algorithme de calcul numérique de la transformée de Radon. Supposons que la fonction  $I$  soit discrétisée sur  $n_x \times n_y$  éléments (sur une grille de pas  $\Delta x \times \Delta y$ ).

1. **Initialisation** On crée un tableau  $T$  de dimension  $n_\rho \times n_\theta$  initialement rempli de zéros, représentant le plan angle-distance discrétisé sur un pas  $\Delta\theta \times \Delta\rho$ . Ce tableau est nécessairement de longueur finie car les angles sont dans  $[0; 2\pi[$  et les distances des droites à l'origine sont majorées par la longueur de la diagonale de l'image ;
2. **Calcul** Pour chaque point de coordonnées discrètes  $(i, j), i \in [1..n_y], j \in [1..n_x]$  de la fonction à transformer, on incrémente le tableau  $T$  d'une valeur  $I(i, j)$  pour toutes les cases qui se trouvent sur la sinusoïde (discrétisée)  $S_{i, j}$ . Les coordonnées de ces cases sont calculées en balayant l'intervalle  $[0, \pi[$  par un pas  $\Delta\theta$ , pour la variable  $\theta$  ;
3. **Résultat** A la fin,  $T$  contiendra la transformée de Radon discrétisée de la fonction  $I$ .

**Inversibilité** Il est possible d'inverser la transformée de Radon, *i.e.* de retrouver une fonction égale à  $I$  à partir de  $\mathcal{R}[I]$ . Cette possibilité a également été prouvée par Radon [150, 151]. Numériquement, l'algorithme de transformée inverse naïf est similaire à la transformée directe. Dans les deux cas, la complexité de l'algorithme en nombre d'accès tableau est un  $\mathcal{O}(n_x n_y n_\theta)$ , ce qui est très onéreux. On remarquera que la périodicité des fonctions trigonométriques implique que la transformée de Radon soit périodique (de période  $2\pi$ ) pour la variable angulaire. De plus, il est trivial de montrer qu'une rotation d'angle  $\theta_d$  de  $I$  autour de l'origine se traduit par une translation de valeur  $\theta_d$  de la transformée de Radon dans le plan angle-distance.

### 6.1.1.2 Lien entre la transformée de Radon et la transformée de Fourier

Soit la transformée de Fourier d'une fonction  $I$  de deux variables  $\mathbf{x} = (x, y)^t$  :

$$\mathcal{F}[I](\nu) = \iint_{-\infty}^{\infty} I(\mathbf{x}) e^{-j2\pi\mathbf{x}^t \cdot \nu} d\mathbf{x} \quad (6.4)$$

avec  $\nu = (\nu_x, \nu_y)$  le vecteur fréquence spatiale.

**Rotation du plan de Fourier** Supposons que l'on considère  $I'$ , la fonction obtenue après rotation d'angle  $\theta_d$  du plan des variables autour de l'origine. Cette rotation peut être représentée par la matrice :

$$\mathbf{R}_{\theta_d} = \begin{bmatrix} \cos \theta_d & \sin \theta_d \\ -\sin \theta_d & \cos \theta_d \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

telle que  $\mathbf{x}' = \mathbf{R}_{\theta_d} \mathbf{x}$ , où  $\mathbf{x}'$  représente les variables de  $I'$ .  $\mathbf{R}_{\theta_d}^t$  désigne la transposée de  $\mathbf{R}_{\theta_d}$ , qui est aussi son inverse. La définition même de  $I'$  veut que :

$$I'(\mathbf{x}') = I(\mathbf{x}) = I(\mathbf{R}_{\theta_d}^t \mathbf{x}') \quad (6.6)$$

La transformée de Fourier de  $I'$  est :

$$\mathcal{F}[I'](\nu') = \iint_{-\infty}^{\infty} I'(\mathbf{x}') e^{-j2\pi \mathbf{x}'^t \cdot \nu'} d\mathbf{x}' \quad (6.7)$$

Le terme de phase est ici :

$$\mathbf{x}'^t \cdot \nu' = (\mathbf{R}_{\theta_d} \mathbf{x})^t \cdot \nu' = \mathbf{x}^t \cdot \mathbf{R}_{\theta_d}^t \cdot \nu' \quad (6.8)$$

et il vient donc :

$$\mathcal{F}[I'](\nu') = \mathcal{F}[I](\mathbf{R}_{\theta_d}^t \cdot \nu') \quad (6.9)$$

Cela signifie que “la transformée de Fourier de  $I'$  est déduite de celle de  $I$  par rotation d’angle  $\theta_d$  autour de l’origine des pulsations.”

**Le “Fourier slice theorem”** On considère à présent la transformée de Fourier le long de la droite d’équation  $\nu_y = 0$ . On a alors :

$$\mathcal{F}[I](\nu_x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) e^{-j2\pi x \nu_x} dx dy \quad (6.10)$$

Comme le terme de phase ne dépend plus de  $y$ , il est possible d’écrire :

$$\mathcal{F}[I](\nu_x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) dy \right] e^{-j2\pi x \nu_x} dx \quad (6.11)$$

La transformée de Radon de l’image  $I$  correspondant à l’ensemble des droites d’équation :

$$x \cos 0 + y \sin 0 = \rho \Leftrightarrow x = \rho = \text{cte} \quad (6.12)$$

est donnée par :

$$\mathcal{R}[I](\rho, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) dy \quad (6.13)$$

et on a :

$$\mathcal{F}[I](\nu_x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{R}[I](\rho, 0) e^{-j2\pi x \nu_x} dx \quad (6.14)$$

Autrement dit, la transformée de Fourier 2-D de  $I$  le long de l’axe  $\nu_y = 0$  est la transformée de Fourier 1-D, de la transformée de Radon de  $I$  pour l’ensemble des droites paramétrées par  $\theta = 0$ .

En appliquant la remarque préliminaire sur la rotation du plan de Fourier, il est possible de généraliser ce résultat aux droites paramétrées par un angle  $\theta_d$  non nul. Le résultat devient le suivant : la transformée de Fourier 1-D, le long de la droite  $\theta = \theta_d$ , de la

transformée de Radon de  $I$ , est la transformée de Fourier 2-D de  $I$  lue le long de la droite passant par l'origine des fréquences et de pente  $\theta_d$  :

$$\mathcal{F}[I](\nu_x, \nu_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{R}[I](\rho, \theta) e^{-j2\pi(x\nu_x + y\nu_y)} dx dy \quad (6.15)$$

avec :

$$\begin{cases} \nu_x &= \rho \cos \theta_d \\ \nu_y &= \rho \sin \theta_d \end{cases} \quad (6.16)$$

Cette propriété est connue dans le monde anglo-saxon sous le nom de “*Fourier slice theorem*”. On pourra se référer à Kak et Slaney [100] (chapitre 4, p. 56) pour une explication analogue à la nôtre de cette propriété. Le *Fourier slice theorem* est important, car il fournit une méthode de calcul rapide de la transformée de Radon :

1. On calcule la transformée de Fourier rapide 2D de la fonction (complexité en  $\mathcal{O}(n \log n)$  où  $n$  est la largeur ou la hauteur typique de l'image).
2. On récupère la valeur de la transformée de Fourier 2D le long de  $n$  droites de l'espace des fréquences, passant par l'origine des fréquences, la  $i$ -ème droite formant un angle  $\theta = \pi i/n$  avec l'axe des  $\nu_x$  (nombre d'accès tableaux proportionnel au nombre de pixels de l'image).
3. On réalise la transformée de Fourier inverse de long de chacune de ces droites.

Au final, la complexité algorithmique du calcul de la transformée de Radon est du même ordre que celle de la transformée de Fourier rapide, ce qui est un résultat important dès lors que l'on se préoccupe de la rapidité du calcul. Nous réutiliserons ce résultat plus loin dès que nous nous intéresserons à la complexité algorithmique de nos algorithmes.

### 6.1.1.3 Utilisation de la transformée de Radon en détection de sillages

La transformée de Radon est bien adaptée pour détecter les lignes de sillage car celles-ci sont soit très brillantes soit très sombres. De manière intuitive, si tous les pixels d'une ligne donnée sont brillants, et les autres n'ont qu'une valeur faible, alors la transformée de Radon de l'image donnera une somme importante pour le jeu de paramètres  $(\rho, \theta)$  qui correspond à la droite, et des valeurs modérées ailleurs. Autrement dit, un pic apparaît dans la transformée de Radon pour les jeux de paramètres correspondant aux droites à détecter dans l'image. De la même manière, une droite très sombre donnera un pic négatif fort. Au contraire, par le processus de sommation, le bruit de chatoiement devient gaussien, par application de la loi des grands nombres, encore que cela ne soit vrai que pour les  $(\rho, \theta)$  correspondant aux droites ayant une longueur suffisamment longue dans l'image.

### 6.1.2 La transformée de Hough

La transformée de Hough a été brevetée en 1966 par Paul Hough, et utilise également une représentation paramétrique des droites. Dans son brevet, Hough a suggéré l'utilisation de la représentation  $y = ax + b$  ce qui pose un problème évident quand la droite est verticale car  $a$  devient infini. Duda et Hart [58] ont suggéré d'utiliser la même représentation que la transformée de Radon, et c'est de cette manière que la transformée de Hough est la plus connue aujourd'hui. Il est possible de généraliser la transformée de Hough à toute courbe pouvant être mise sous la forme d'une équation implicite  $f(\mathbf{u}) = 0$ , où  $\mathbf{u}$  est un vecteur de paramètres de dimension  $n$  à estimer [17].

Le calcul de la transformée de Hough commence généralement par l'utilisation sur l'image d'un algorithme de détection de contour, ce qui peut être vu comme un cas particulier de prétraitement si l'on désire rester dans le cadre exposé au début de la section puisque la détection des contours est déjà en soit un processus de filtrage du signal utile. Après cette étape, on obtient une image binaire : un pixel de coordonnées  $(x_0, y_0)$  a une valeur égale à l'unité s'il est sur un contour, et zéro partout ailleurs.

Ce pixel  $(x_0, y_0)$  peut appartenir à une infinité de droites dont l'équation est de la forme :  $\rho = x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta$ , ce qui est une sinusoïde dans l'espace  $\rho - \theta$ . Comme pour la transformée de Radon, on représente l'espace  $\rho - \theta$  par un tableau discrétisé de pas  $\Delta\rho \times \Delta\theta$ . Chaque case du tableau (initialement nul) qui intersectent la sinusoïde sont incrémentés de un lors d'un processus connu sous le nom de "vote". En pratique, il est souvent possible d'obtenir l'orientation  $\theta'$  d'un contour local avec une certaine précision  $\Delta\theta$  à partir de la direction du gradient local (qui est orthogonal au contour). Par conséquent, le vote n'a besoin d'être réalisé que sur la portion de la sinusoïde entre  $[\theta' - \Delta\theta/2; \theta' + \Delta\theta/2]$ , ce qui accélère sensiblement le temps de calcul et augmente le rapport signal à bruit dans la transformée finale (O'Gorman et Clowes [139]). Au final, si de nombreux pixels sont situés dans l'espace image sur une droite d'équation  $\rho_d = x \cos \theta_d + y \sin \theta_d$ , la case correspondante à  $(\rho_d, \theta_d)$  aura un grand nombre de votes par rapport aux autres cases. Après un processus de seuillage, il est donc possible de retrouver cette case et d'obtenir les paramètres de la droite à partir de ses coordonnées. Contrairement à la transformée de Radon, la transformée de Hough n'est par contre clairement pas inversible.

La complexité algorithmique du calcul naïf, dans la pratique, ne se traduit pas par un temps de calcul prohibitif. La méthode d'O'Gorman et Clowes permet de diminuer le temps de calcul en restreignant l'intervalle des votes par l'estimation de la direction locale du contour à l'aide du gradient. En pratique, l'estimation du gradient n'est pas très précise et il faut également incrémenter les cases dans un certain voisinage (typiquement à  $\pm 20$  degrés autour de l'estimée de l'angle). Dans le cas des images radar maritimes, il faut cependant faire attention au fait que la présence de bruit perturbe fortement l'estimation de la direction du gradient. La variante d'O'Gorman et Clowes n'a pour cela pas été utilisée dans notre travail.

## 6.2 Prétraitement de l'image avant transformation

La présence du bruit de chatoiement rend les images radar plus difficiles à traiter car la signature du sillage peut être noyée dans le bruit. Si l'on désire utiliser la transformée de Hough, ou la transformée de Radon, l'élimination du bruit est d'autant plus importante que les contours doivent être particulièrement bien détectables et le bruit ne doit pas être considéré comme du bruit. Pour cette raison, on trouvera dans ce paragraphe un petit état de l'art des méthodes existant pour prétraiter une image radar dans l'optique d'une détection de contours. Cet état de l'art est relativement général. Il fait apparaître des méthodes effectivement utilisées dans la littérature pour la détection de sillage ainsi que des méthodes qui n'ont pas forcément été mises en œuvre pour cette application-là, mais qui ont été proposées dans la littérature pour des problèmes de prétraitement globalement similaires et que nous jugeons donc représentatives. Dans le cadre de la détection de sillage, le prétraitement est fonction du traitement qui est appliqué ultérieurement : transformée de Radon ou transformée de Hough.

Dans le cas de la transformée de Radon, le signal d'entrée est une image en niveaux de gris ; si la transformée de Radon dispose d'une certaine robustesse au bruit par sa conception même (la sommation des pixels le long des droites permettant de diminuer l'influence du bruit par effet de moyenne), cette robustesse n'est pas parfaite et la suppression du bruit

avant la transformée de Radon peut être éventuellement bénéfique. On veut en particulier diminuer l'influence du bruit de chatoiement et augmenter la visibilité du signal utile, ce qui est réalisé par filtrage.

Considérons à présent le cas de la transformée de Hough. L'entrée de cet algorithme est une image binaire qui résulte d'un seuillage (typiquement, on seuille la sortie d'un détecteur de contours). Cette détection de contours doit faire apparaître les contours du signal et essayer, dans la mesure du possible, d'éliminer les contours parasites dus au bruit. On peut concevoir cette détection de contours de deux manières : soit on débruite l'image comme pour la transformée de Radon avant d'appliquer un détecteur de contour, soit on conçoit un détecteur de contour disposant d'une "robustesse intégrée" au bruit c'est-à-dire prenant explicitement en compte le bruit, soit on réalise une détection de contour suivie d'un filtrage de la sortie du détecteur de contours.

### 6.2.1 Filtres linéaires

Les détecteurs de contours classiques s'attachent à détecter les points de l'image où le gradient local de l'intensité est fort, car cela se traduit visuellement par la présence d'un contour. Les filtres les plus simples (Prewitt, Sobel) ne calculent que le gradient, tandis que des filtres plus évolués, comme le filtre de Canny-Deriche [54] ou celui de Shen et Castan [160] réalisent un lissage de l'image par application d'un filtre voisin d'une gaussienne dans la direction orthogonale à laquelle le gradient est calculé, afin de débruiter l'image en même temps que se fait la détection de contours. Ces deux derniers filtres "lissent" bien l'image en même temps que le gradient est calculé mais vu qu'il est basé sur un filtre linéaire, la même quantité de "lissage" est appliquée sur toute l'image. Or un contour, comme les droites de sillage, se traduisent localement par un gradient d'intensité fort par rapport au fond qui correspond à la mer ; l'application du lissage aura tendance à atténuer ce gradient et à empêcher la bonne détection du sillage. Il n'est donc pas possible de pousser le lissage très loin sous peine de gommer le signal utile. Si, au contraire, le bruit est trop important, le fait de ne pas nettoyer suffisamment l'image continuera à laisser le sillage masqué au milieu du bruit. Le filtrage peut se faire dans le domaine spatial ou dans le domaine fréquentiel ; dans le premier cas il est de complexité en  $\mathcal{O}(nm)$  où  $n$  est le nombre de points du signal et  $m$  la taille de la fenêtre utilisée pour le filtre linéaire ; dans le domaine fréquentiel la complexité du calcul est dominée par celle de la transformée de Fourier – donc un  $\mathcal{O}(n \log n)$  – ce qui est meilleur que le calcul dans le domaine spatial dès lors que  $m$  est grand (typiquement  $m > 64$  aujourd'hui).

### 6.2.2 Le filtrage anisotropique par équations aux dérivées partielles

L'approche du filtrage anisotropique par résolution d'équations aux dérivées partielles a été introduite par Perona et Malik [145] pour répondre aux inconvénients de l'isotropie du filtrage linéaire et en particulier sa non préservation du signal dans les zones de variations fortes. Elle est basée sur le principe suivant : on sait que la solution à une date  $t$  de l'équation de la chaleur sur une distribution de sources connue à  $t_0 = 0$ , est la convolution de la distribution initiale des sources avec une gaussienne dont la largeur est proportionnelle à  $|t - t_0|$ . En traitement d'images, chaque pixel de l'image brute peut être vu comme un terme de source à  $t_0$  et l'on peut effectivement retrouver le résultat d'un flou gaussien par résolution de l'équation de la chaleur 2D. Il est possible, cependant, d'intervenir sur la constante de diffusion pour la rendre nulle là où le gradient est fort (donc là où les contours sont présents) ou, au contraire, forte dans les zones de gradient faible, là où l'image est quasiment uniforme et seul le bruit est présent. Cela peut se faire grâce à une fonction de

contrôle  $c_{\text{Anis.}}$  (à valeurs entre 0 et 1) multipliant la constante de diffusion  $\lambda_{\text{Anis.}}$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} = \lambda_{\text{Anis.}} \operatorname{div} (c_{\text{Anis.}}(|\mathbf{grad} I|^2) \mathbf{grad} I) \\ I(t=0, x, y) = I_0(x, y) \end{cases} \quad (6.17)$$

Dans cette équation,  $I_0$  représente l'image originale bruitée et  $I(t)$  l'image à l'itération  $t$ . Le lissage augmente avec la date  $t$  et la constante de diffusion  $\lambda_{\text{Anis.}}$ . De nombreuses formes ont été proposées pour la fonction de contrôle  $c_{\text{Anis.}}$ . Nous avons testé la fonction proposée par Sochen, Kimmel et Malladi [164] car elle optimise le compromis entre une diffusion faible dans la direction du gradient, et une bonne diffusion dans la direction tangentielle :

$$c_{\text{Anis.}}(|\mathbf{grad} I|) = \frac{1}{\sqrt{1 + |\mathbf{grad} I|^2}} \quad (6.18)$$

Le filtrage s'effectue en résolvant de manière itérative l'équation différentielle par un schéma aux différences finies sur le temps. Si les paramètres sont bien réglés, la convergence de ces méthodes est rapide. L'inconvénient de la méthode est l'adaptation du nombre d'itérations (donc de la quantité de filtrage) ainsi que du paramètre  $\lambda_{\text{Anis.}}$ . Cette adaptation se fait par essais/erreurs. Le résultat sur des images de bruit de chatoisement n'est pas forcément le meilleur comparé à d'autres méthodes. Le temps de calcul est un  $\mathcal{O}(n \times n_t)$  où  $n$  est le nombre de points de l'image et  $n_t$  le nombre d'itérations temporelles.

### 6.2.3 Filtres anti-bruit de chatoisement anisotropiques classiques

Un certain nombre de filtres anti-bruit de chatoisement ont été développés au cours des années, à peu près en même temps que les signaux de radars à antenne synthétique aient commencés à être disponibles et que la puissance de calcul des ordinateurs ait commencé à devenir suffisante. Parmi les filtres les plus connus, on citera notamment le filtre de Lee [119], le filtre de Frost *et al.* [75], ainsi que le filtre de Kuan *et al.* [114]. Ces filtres sont décrits dans le domaine spatial par leur réponse impulsionnelle qui varie en fonction de la position du pixel qui est filtré. Cela signifie que ces filtres sont non linéaires. On note :

- $(x, y)$  les coordonnées du pixel à filtrer dans l'image,
- $(x', y')$  les coordonnées des pixels dans un repère centré sur le pixel à filtrer  $(x, y)$ ,
- $I(x, y)$  l'intensité en  $(x, y)$ ,
- $M_{\mathbf{w}}(x, y)$  la moyenne des pixels sur la fenêtre  $\mathbf{w}$  centrée en  $(x, y)$
- $\Sigma_{\mathbf{w}}(x, y)$  l'écart-type des pixels sur la fenêtre
- $I_f(x, y)$  l'intensité du pixel après filtrage.

Dans les images SAR, on suppose en général que le bruit est multiplicatif. Dans le cas d'un bruit de chatoisement développé, la distribution des amplitudes suit une loi de Rayleigh. Si de plus tous les pixels de la fenêtre sont tirées indépendamment selon une loi de Rayleigh de même paramètre, on sait que  $M_{\mathbf{w}}$  et  $\Sigma_{\mathbf{w}}$  seront liés par la relation suivante :

$$M_{\mathbf{w}} = \Sigma_{\mathbf{w}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (6.19)$$

Si par contre le pixel central de la fenêtre a une réflectivité notablement différente, parce qu'il s'agit d'un point brillant, alors  $\eta_{\text{Anis.}} = \Sigma_{\mathbf{w}}/M_{\mathbf{w}}$  sera plus grand. Ce rapport aura aussi tendance à être plus grand dans les zones où l'image présente des transitions rapides



(échos/ombre ou contours) que l'on souhaite préserver. Ainsi, si le rapport  $\eta_{Anis.}$  est grand, il faudra que la réponse impulsionnelle du filtre s'approche d'un pic de Dirac.

**Le filtre de Lee** Il s'agit d'une première approche simplifiée du problème qui fait l'approximation du modèle linéaire. Ensuite on applique le critère de la minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre le signal filtré et le signal vrai ; on arrive à une expression où le pixel filtré est une moyenne entre le pixel original, et la moyenne des intensités sur la fenêtre  $M_{\mathbf{w}}(x, y)$  :

$$I_f(x, y) = \lambda_{Lee}(x, y)I(x, y) + (1 - \lambda_{Lee}(x, y))M_{\mathbf{w}}(x, y) \quad (6.20)$$

Le poids  $\lambda_{Lee}(x, y)$  dépend du nombre de vues  $N_v$  utilisées pour construire l'image à débruiter, et le rapport  $\eta_{Anis.}(x, y)$  :

$$\lambda_{Lee}(x, y) = 1 - \left[ \frac{\nu_{Anis.}}{\eta_{Anis.}} \right]^2 \quad (6.21)$$

avec  $\nu_{Anis.} = \sqrt{\frac{1}{N_v}}$ . Si  $\eta_{Anis.}(x, y)$  est grand,  $\lambda_{Lee}(x, y)$  tend vers 1 et on privilégie  $I(x, y)$  ; de même si le nombre de vues  $N_v$  est important, l'image aura naturellement tendance à être lissée et les zones de variations rapides seront d'autant plus significatives, c'est-à-dire le fait de la présence de signal variant rapidement, et non de bruit.

**Le filtre de Frost** Ce filtre a une réponse impulsionnelle  $f_{x,y}^{Frost}(x', y')$  qui est une exponentielle 2D valant 1 en  $(x', y')$  et décroissante à mesure que l'on s'éloigne de ce point. La distance d'atténuation typique varie en fonction du rapport entre la moyenne  $M_{\mathbf{w}}(x', y')$  des pixels sur la fenêtre du filtre, à l'écart type  $\Sigma_{\mathbf{w}}(x', y')$  des intensités des pixels dans la fenêtre.

$$f_{x,y}^{Frost}(x', y') = \exp\left(-\frac{\sqrt{x'^2 + y'^2} s(x, y)^2 / m(x, y)^2}{\tau_{Frost}}\right) \quad (6.22)$$

Dans l'équation 6.22,  $\tau_{Frost}$  est une constante d'atténuation dont le réglage se fait en général par essais-erreurs. On constate là aussi que plus  $\eta_{Anis.}$  est grand, plus la largeur du filtre diminue, le rendant similaire à un pic de Dirac.

**Le filtre de Kuan** Ce filtre peut être vu comme une variante du filtre de Lee, dans le sens où il procède lui aussi à une moyenne pondérée entre le pixel central et la moyenne sur la fenêtre en suivant 6.20. La formulation du poids est cependant différente car elle résulte d'un modèle additif local, c'est-à-dire qui dépend du signal. Dans la formulation de Kuan, le poids devient :

$$\lambda_{Kuan} = \frac{1 - \nu_{Anis.}^2 / \eta_{Anis.}^2}{1 + \nu_{Anis.}^2} \quad (6.23)$$

#### 6.2.4 Méthodes basées sur les ondelettes

Une autre catégorie de filtres adaptatifs sont basés sur l'application de la théorie des ondelettes, qui est aujourd'hui classique dans le domaine du traitement d'images et sur laquelle nous ne nous étendrons pas. Il y a cependant plusieurs approches possibles mettant en œuvre des ondelettes à un point ou un autre de l'algorithme.

### 6.2.4.1 Filtres par ondelettes dédiés au filtrage de bruit de chatolement

Le principe de ces méthodes est d'appliquer une transformée en ondelettes sur l'image, puis de seuiller les coefficients de la transformée avant de reconstruire l'image. Les approches basées sur les ondelettes ont aussi été essayées sur des images bruitées par du bruit de chatolement. En fonction de l'ondelette choisie, les résultats sont plus ou moins meilleurs, certaines ondelettes se comportant mieux que d'autres dans certaines circonstances et se comportant moins bien dans d'autres. Une approche récemment proposée est donc de réaliser une décomposition simultanée sur plusieurs bases et de choisir localement la meilleure de ces bases : c'est le principe de la Transformée en Ondelettes Discrètes à Diversité Enrichie (TODDE) qui donne de bons résultats sur des images sonar [97]. Une fois l'image débruitée, on peut alors éventuellement utiliser un filtre dérivateur linéaire pour détecter la ligne de sillage turbulent. Le coût de calcul de ces méthodes est variable en fonction du type d'ondelettes choisi ; dans le meilleur des cas l'ondelette se calcule par un algorithme polyphase comme l'algorithme de Mallat ([128], on pourra voir aussi [176]) dont le coût est linéaire avec le nombre de points de l'image ; au pire des cas il faut travailler par convolution.

### 6.2.4.2 La congruence et la symétrie de phase

On considère en général qu'un contour est caractérisé par une forte variation d'intensité dans l'image (un fort gradient) et c'est pour cela que la plupart des méthodes de détection de contours est basée sur l'estimation robuste de ce gradient, suivie d'un seuillage. Kovési [110] a cependant proposé un autre critère de caractérisation de contours : la congruence de phase. Pour comprendre ce concept, considérons la décomposition en série de Fourier d'un signal périodique de type créneau. Pour une période unité et un rapport de modulation  $1/2$ , cette décomposition a pour forme :

$$\text{créneau}(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{4}{(2n+1)\pi} \sin(2\pi(2n+1)t) \quad (6.24)$$

Lors des transitions niveau haut/niveau bas, ce créneau a des pentes infinies, comme le contour idéal. Ces pentes infinies sont synthétisées dans le domaine de Fourier par la superposition d'harmoniques en phase : dans notre cas, toutes les harmoniques ont une phase de  $\pi/2$  (il n'y a que des sinus dans la série, et pas de cosinus). Cette remarque se généralise aux signaux non périodiques 2D de la manière suivante : un contour dans une image correspond à une zone où un grand nombre d'harmoniques spatiales du signal sont localement toutes en phase dans la direction orthogonale au contour : c'est la notion de congruence de phase. Kovési propose d'estimer la phase locale de l'ensemble des harmoniques par une transformée en ondelettes complexes, en l'occurrence des ondelettes de Gabor ou log-Gabor. On peut alors construire un critère estimant le degré de congruence de la phase de ces harmoniques qui, une fois seuillé, fournit les contours. De plus, les coefficients de la décomposition en ondelettes peuvent être seuillés pour débruiter l'image (comme les approches du paragraphe 6.2.4.1), et cela simultanément à l'estimation du degré de congruence de phase. Une notion voisine de la congruence de phase, est celle de la symétrie de phase (Kovési [111]). Cette notion utilise le fait que dans une image, une symétrie ou une asymétrie locale va se traduire par des motifs aisément remarquables dans le domaine de la phase, ces motifs étant indépendants du contraste local. On calcule la phase de manière multi-échelle et multi-orientations exactement comme pour la congruence de phase. La symétrie de phase est particulièrement bien adaptée pour la mise en évidence de segments de droites. Quand l'image ne contient pas trop de bruit de chatolement, ou bien après application d'un filtre médian, la congruence ou la symétrie de phase permet de détecter les contours suffisamment bien pour que la transformée de Hough devienne raisonnable.

La complexité de calcul est celle de la FFT car il n'est pas possible d'appliquer un algorithme polyphase du type de l'algorithme de Mallat pour calculer la transformée en ondelettes et donc il faut faire le calcul brut ; il faut en outre autant de transformées de Fourier que le produit du nombre d'échelles par le nombre d'orientations. La méthode est donc relativement coûteuse en temps de calcul.

### 6.2.4.3 La corrélation intra-échelle par ondelettes

Kuo et Chen [115] ont proposé un critère basé sur ce qu'ils nomment une "corrélacion intra-échelle" d'une décomposition en ondelettes orthogonales de l'image pour améliorer la visibilité d'éléments linéiques présentes dans des images radar de sillages, avant d'appliquer une transformée de Radon. L'idée est de calculer une transformée en ondelettes discrètes de l'image sur  $n$  échelles, typiquement par l'algorithme de Mallat, ce qui fournit quatre imageries par échelle : une image d'approximation  $A_j$ , et trois images de détail  $D_j^h$ ,  $D_j^v$  et  $D_j^d$  (détails horizontaux, verticaux et diagonaux). L'effet de bord est que la dimension des imageries à l'échelle  $j$  est réduite d'un facteur  $2^{-j}$  par rapport à la taille initiale de l'image. Ensuite, on calcule le module de l'image de détail  $M_j$  à chaque échelle  $j$  (les opérations sont terme à terme) :

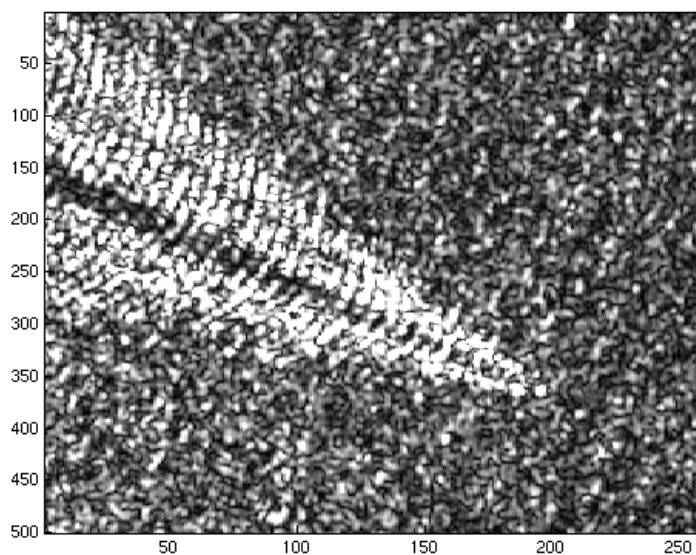
$$M_j = \sqrt{|D_j^h|^2 + |D_j^v|^2 + |D_j^d|^2} \quad (6.25)$$

La "corrélacion des ondelettes"  $r$  à la position  $(x, y)$  est calculée en multipliant sur l'ensemble des échelles, tous les modules  $M_j$  calculés à partir de coefficients de décomposition en ondelette pour lesquels le point de coordonnées  $(x, y)$  a contribué. Cela demande de rééchantillonner les imageries de module  $M_j$ ,  $j > 1$  pour qu'elles aient la même taille que  $M_1$  : cette opération est symbolisée par l'opérateur  $[\uparrow 2^x]$  :

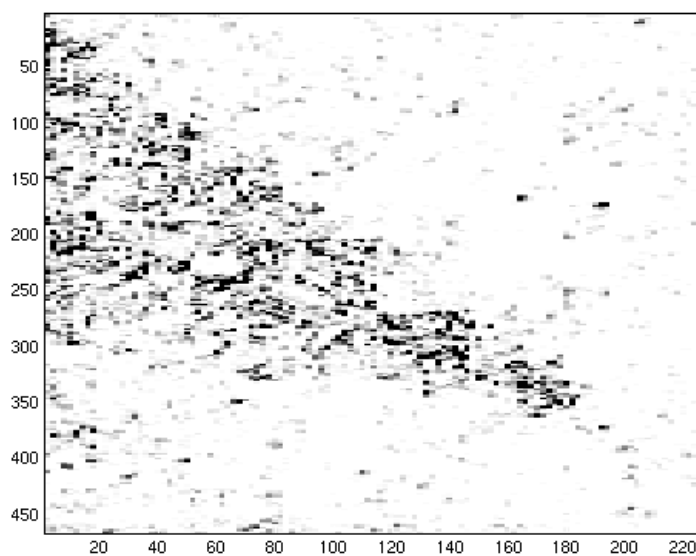
$$r = \prod_{j=1}^n [\uparrow 2^{j-1}] M_j \quad (6.26)$$

Cette corrélation intra-échelle peut ensuite être (en théorie) seuillée sur les fortes valeurs pour ne faire apparaître que les contours du sillage. La figure 6.3 montre le résultat du traitement de Kuo et Chen sur une image ERS-1 tandis que la figure 6.2 montre un résultat sur une image SAR haute résolution, plus proche de la configuration illustrée dans leur article où seul le cas de la haute résolution a été traité. On constate que dans le cas satellitaire, le sillage d'eau morte n'est pas mis en évidence, contrairement au navire qui est lui bien dissocié du fond. La méthode est donc plus un "détecteur de navires" qu'un "détecteur de sillages" ! Ce comportement peut s'expliquer par le fait que les ondelettes sont une théorie à l'origine développée pour le cas unidimensionnel pour détecter des singularités dans le signal (discontinuités, etc.). Une fois "plongées" dans l'espace 2D, les ondelettes ne seront pas en mesure de détecter l'ensemble des singularités 2D (droites et contours) et ne seront efficaces que sur les points [33]. D'où la meilleure détection du navire. Dans le cas de l'image simulée de haute résolution, le système de Kelvin tout entier est mis en évidence comme un ensemble de "points remarquables" mais le sillage d'eau morte n'est pas mis en évidence alors que le contraste sillage de Kelvin/sillage d'eau morte est important et aurait pu laisser présager une bonne détection. L'utilisation d'une transformée de Radon n'est en tout cas pas améliorée après le traitement de Kuo et Chen.

D'autres approches adaptant les ondelettes et spécifiquement dédiées au traitement d'images 2D ont été proposées dans la littérature, comme par exemple les *ridgelets* – de l'anglais *ridge*, "crête (de montagne)" et *wavelet* (ondelette) – proposées par Candès et Donoho [33]. Le calcul des *ridgelets* se fait de manière très simple en appliquant la transformée de Radon aux images puis en appliquant une transformée en ondelettes 1D le long

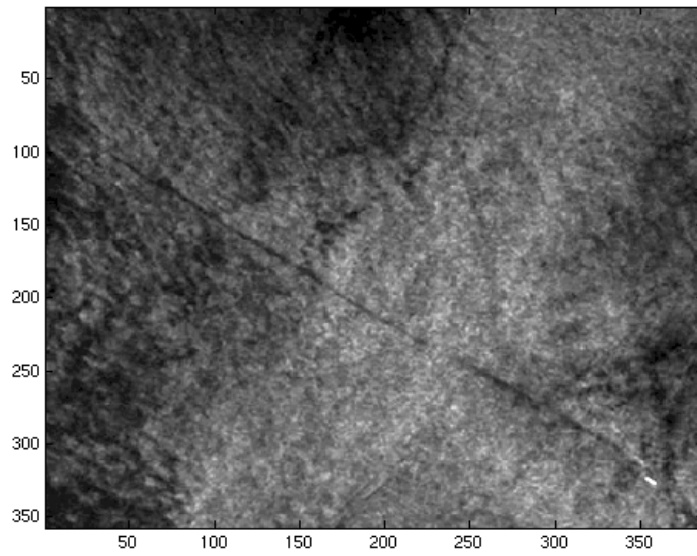


(a) Image SAR simulée avec MaRS, résolution  $\approx 2 \times 2$  m, état de mer 2

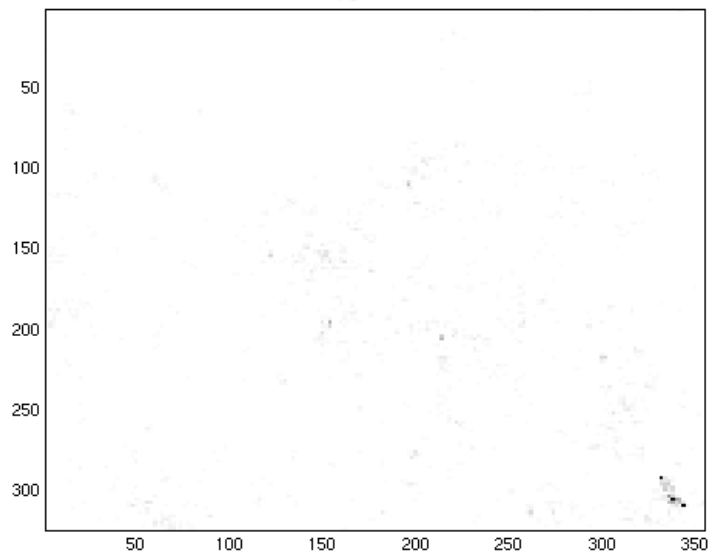


(b) Résultat de la corrélation par ondelettes sur cinq échelles.

FIGURE 6.2: *Corrélation multiéchelles d'ondelettes sur une image SAR haute résolution. Plus l'image est sombre, plus forte est la corrélation.*



(a) Image ERS-1 (détroit de Messine). Un pétrolier laisse une traînée d'hydrocarbures dans son sillage (© ESA).



(b) Corrélation multiéchelle par ondelettes de Daubechies d'ordre 3 sur quatre échelles. Plus l'image est sombre, plus forte est la corrélation. Seul le navire est mis en évidence (en bas, à droite).

FIGURE 6.3: *Corrélation multiéchelle d'ondelettes sur une image SAR satellitaire*

des axes  $\theta = \text{constante}$ , de sorte que les ondelettes ne s'appliquent non plus aux droites dans l'image mais aux pics correspondant à ces droites dans la transformée de Radon, pics qui constituent des singularités ponctuelles pour lesquels les ondelettes sont efficaces en détection. L'intérêt potentiel des méthodes basées sur les *ridgelets* et les *curvelets* est double, puisque d'une part elles s'attachent à préserver les droites (qui sont justement une des "signatures" du sillage dans des images radar spatiales peu résolues) ; et d'autre part elles s'applique après calcul d'une transformée de Radon, opération que nous utilisons par ailleurs déjà.

### 6.3 Seuillage dans l'espace $\rho - \theta$

Après l'application de la transformée de Radon ou celle de Hough, il convient de détecter les pics correspondant aux lignes de sillage. Cela peut être réalisé de diverses manières ; nous en énumérons quelques-unes ici. On s'attachera plus particulièrement au cas de la transformée de Radon mais il est facile d'adapter les méthodes au cas de la transformée de Hough.

#### 6.3.1 Seuillage $k \times \sigma$

Cette première approche très simple est la plus couramment utilisée pour détecter le sillage d'eau morte dans une image satellitaire (Rey *et al.* [154]). On calcule la moyenne locale  $M$  de la transformée de Radon<sup>1</sup>  $R$  sur une fenêtre de taille typique  $3 \times 3$ , avant de la soustraire à celle-ci, c'est-à-dire que l'on réalise un filtrage passe-haut. Ceci permet de mettre en évidence les pics et de s'affranchir des variations du niveau moyen de la transformée. Ensuite, on calcule l'écart-type  $\sigma$  de l'image  $R - M$ . Chaque pixel de  $R - M$  qui a un module supérieur à  $k \times \sigma$  ( $k \approx 3 - 4$ ) est réputé être un pic et correspond donc à une droite dans l'image originale.

#### 6.3.2 Seuillage après filtrage de Wiener

Etant donné que *i*) la transformée de Radon est calculée, dans la pratique, sur un espace discrétisé de pas  $\Delta\rho \times \Delta\theta$ , et que *ii*) les lignes de sillage ont une largeur qui n'est pas forcément infiniment fine, le pic qui correspond à une droite de sillage n'est pas forcément un pic de Dirac : il peut déborder sur des cases voisines. Rey *et al.* [154] proposent d'imaginer que la transformée de Radon (dont la transformée de Fourier sera notée  $\mathcal{F}[R]$  et la densité spectrale de puissance moyenne  $|\mathcal{F}[\bar{R}]|^2$ ) est une version floue d'une transformée de Radon idéale (de transformée de Fourier  $\mathcal{F}[R']$ ) où les pics correspondant au sillage sont des pics de Dirac. Le flou est créé par convolution de la transformée de Radon idéale par une fonction de transfert que l'on modélise *a priori* (transformée de Fourier :  $\mathcal{F}[H_{\text{flou}}]$ ). Le reste de la transformée de Radon, à savoir, la partie ne correspondant pas aux pics, est modélisée comme du bruit (transformée de Fourier notée  $\mathcal{F}[N]$ , densité spectrale de puissance moyenne notée  $|\mathcal{F}[\bar{N}]|^2$ ). On a donc :

$$\mathcal{F}[R] = \mathcal{F}[H_{\text{flou}}]\mathcal{F}[R'] + \mathcal{F}[N] \quad (6.27)$$

Sous cette hypothèse, Rey *et al.* [154] utilisent une déconvolution de Wiener pour retrouver l'estimée du pic original. L'intérêt de la déconvolution de Wiener, par rapport à la déconvolution naïve, est le suivant. La déconvolution naïve fonctionne par inversion :

$$\mathcal{F}[\hat{R}'] = \frac{\mathcal{F}[R]}{\mathcal{F}[H_{\text{flou}}]} \quad (6.28)$$

---

<sup>1</sup>Ou bien de la transformée de Hough...

où  $\mathcal{F}[\hat{R}']$  représente la transformée de Fourier de l'estimée de  $R'$  et où les opérations sont à réaliser terme à terme dans le domaine fréquentiel. Cependant on voit que ce filtre est équivalent à :

$$\mathcal{F}[\hat{R}'] = \mathcal{F}[R'] + \frac{\mathcal{F}[N]}{\mathcal{F}[H_{\text{flou}}]} \quad (6.29)$$

...de sorte que dans les fréquences où  $\mathcal{F}[H_{\text{flou}}]$  tend vers zéro, le bruit sera amplifié. L'utilisation du filtre de Wiener a pour but d'inverser le processus de flou sans (trop) augmenter le niveau de bruit lors de l'inversion, en atténuant les fréquences où le bruit prédomine. L'expression obtenue, optimale au sens des moindres carrés, est la suivante ([156], éq. 6.13, page 383 ; on trouvera également une bonne introduction à la théorie de Wiener dans [116], chapitre VIII) :

$$\mathcal{F}[\hat{R}'] = \frac{1}{\mathcal{F}[H_{\text{flou}}]} \frac{(\mathcal{F}[H_{\text{flou}}])^*}{|\mathcal{F}[H_{\text{flou}}]|^2 + \frac{|\mathcal{F}[\bar{N}]|^2}{|\mathcal{F}[\bar{R}]|^2}} \mathcal{F}[R] \quad (6.30)$$

où  $\star$  désigne le transposé conjugué. On constate que le dénominateur fait apparaître l'inverse du rapport signal à bruit moyen<sup>2</sup>  $|\mathcal{F}[\bar{R}]|^2/|\mathcal{F}[\bar{N}]|^2$ . Lorsque ce rapport signal à bruit tend vers zéro, l'équation 6.30 est équivalente à 6.28. Au contraire, si ce rapport signal à bruit augmente,  $\hat{R}'$  tend vers  $R$  de sorte que le bruit n'est pas amplifié.

Concrètement dans notre situation, le filtre  $H_{\text{flou}}$  est pris comme une gaussienne d'écart-type semblable à celui du pic observé dans la transformée de Radon (nous avons pris 0,5 pixels, le support du filtre étant pris sur 5 pixels ; Rey *et al.* utilisaient 7 pixels). Dans l'article original de Rey, le filtrage de Wiener n'était appliqué que sur des fenêtres centrées autour de pics de  $R$  passant un sillage  $k \times \sigma$  avec  $k$  égal à 4,5 ; dans notre approche, nous avons réalisé une déconvolution sur l'ensemble de l'image.

### 6.3.3 Le filtrage adapté stochastique

L'utilisation du filtrage adapté stochastique (Cavassilas et Xerri [35]) peut être intéressante dans beaucoup de situations, se ramenant au cas suivant. On réalise l'observation d'un canal où du signal, additionné à du bruit peut être présent. Le signal est typiquement de durée courte, de nature quasi-impulsionnelle ; de sorte que l'on puisse considérer que ce signal "vit" dans une fenêtre de taille finie connue *a priori*. Le problème que l'on se donne est d'augmenter le rapport signal à bruit du canal, typiquement de manière à pouvoir localiser la présence du signal. Deux cas peuvent alors se présenter :

1. soit le signal à détecter est parfaitement connu : on se place alors dans le cas du filtrage adapté que nous qualifierons ici de "traditionnel". Par exemple, on peut considérer le cas de la compression d'impulsion où le signal à détecter est un *chirp*.
2. soit le signal à détecter n'est qu'imparfaitement connu, typiquement car il est difficile à modéliser analytiquement, ou parce qu'il fluctue légèrement au cours du temps. Si néanmoins, les moments d'ordre deux du signal sont constants dans le temps, alors il est possible de trouver un certain nombre de filtres augmentant le rapport signal à bruit ; c'est ce que l'on nomme le filtrage adapté stochastique. Un exemple d'application serait la détection de *chirps* ayant subi un décalage Doppler inconnu.

L'utilisation du filtrage adapté stochastique dans le cadre de la détection du sillage a été proposée par Courmontagne [45]. Dans la mesure où le filtrage adapté stochastique est

<sup>2</sup>En pratique ce rapport signal à bruit est souvent pris constant sur tout le spectre, ce qui est correct si le bruit est blanc. La valeur exacte du rapport signal à bruit est souvent déterminée empiriquement, *i.e.* sur un critère visuel.

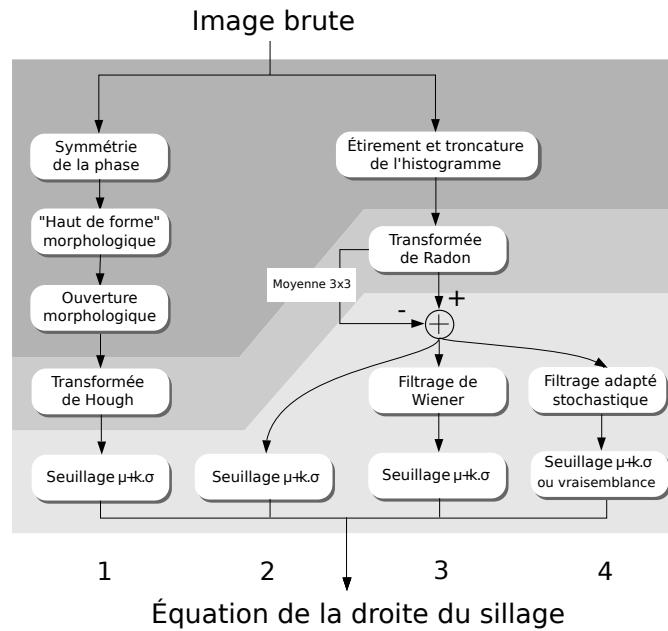


FIGURE 6.4: Déroulement des quatre chaînes  $\{1, 2, 3, 4\}$  présentés ici.

également mise en œuvre dans le chapitre suivant, un exposé détaillé de la méthode est proposé en annexe D. Dans la suite du présent chapitre, à chaque fois qu'une référence est faite au filtrage adapté stochastique, on utilise les notations de l'annexe D. On prend comme fenêtre  $\mathbf{w}$ , l'ensemble des pixels d'une sous-image carrée de taille  $n \times n$ . En pratique,  $n$  est de l'ordre de neuf.

## 6.4 Comparaison des méthodes

Nous avons implémenté quatre chaînes distinctes, comme indiqué à la figure 6.4, faisant utilisation des méthodes développées ci-dessus d'une manière cohérente, et représentative. Il faut cependant garder à l'esprit que certaines étapes peuvent être échangées entre deux algorithmes, ce qui multiplierait le nombre d'algorithmes à tester : c'est pour cette raison que nous nous limitons à quatre chaînes. Le paragraphe 6.4.1 décrit plus en détail les algorithmes, en les illustrant sur une image réelle (figure 3.3 du chapitre 3, montrant un sillage d'eau morte au large du détroit de Malacca), tandis que les paragraphes suivants résument les divers points de comparaison des algorithmes ainsi que les résultats sur des données simulées.

### 6.4.1 Description des quatre chaînes de référence

#### 6.4.1.1 Chaîne 1 : TH

Cette chaîne a pour but de tester la transformée de Hough. Elle débute par le calcul de l'indicateur de symétrie de phase tel que décrit par Kovési dans [111]. Cet indicateur est suivi d'une opération morphologique (un chapeau haut de forme, avec un élément structurant circulaire de rayon 2 (paramètre ajustable)). Ce traitement permet de maximiser la visibilité du sillage et de minimiser le bruit. On seuille ensuite le résultat (non indiqué dans le schéma), en prenant les 10% des valeurs les plus fortes ; le choix de ce pourcentage peut être ajusté. L'image seuillée est ensuite traitée par une autre opération morphologique,



une ouverture par un élément structurant d'un pixel de rayon, afin de combler les trous de continuité dans la ligne du sillage causés par le seuillage. On poursuit ensuite par une transformée de Hough classique avec la paramétrisation  $(\rho, \theta)$  de Duda et Hart. Le pic dans la transformée de Hough est ensuite détecté par seuillage " $k \times \sigma$ ". La figure 6.5 montre la transformée de Hough de l'image de référence, le résultat final, ainsi que le résultat du prétraitement.

#### 6.4.1.2 Chaîne 2 : TR "classique"

Cette chaîne a pour but de tester la transformée de Radon. C'est l'approche la plus simple et la plus classique, sans post-traitement de la transformée de Radon. Elle commence par un traitement de l'histogramme afin d'utiliser au mieux la dynamique disponible (troncature des percentiles les plus élevés de l'histogramme initial, étirement). On peut, à cette étape, envisager une transformation de l'histogramme afin de ramener le bruit de chatoiement à une loi de référence, par exemple la loi de Rayleigh. On procède ensuite à la transformée de Radon, suivie ensuite par un filtrage passe-haut que l'on calcule en soustrayant à la transformée de Radon, la moyenne locale sur une fenêtre  $3 \times 3$  (par exemple). Ce filtrage passe-haut permet de ne conserver que les variations autour de la moyenne locale de la transformée de Radon, moyenne locale qui dépend fortement de la longueur du segment de droite sur lequel on a réalisé la somme de l'image. Ceci permet de mettre en évidence les pics correspondant au sillage. On termine ensuite par un seuillage " $k \times \sigma$ ". Cette méthode est directement inspirée de la description qu'en font Rey *et al.* [154]. La figure 6.6 montre la transformée de Radon de l'image de référence, avec le résultat du seuillage aboutissant à la détection du sillage.

#### 6.4.1.3 Chaîne 3 : TR + Wiener

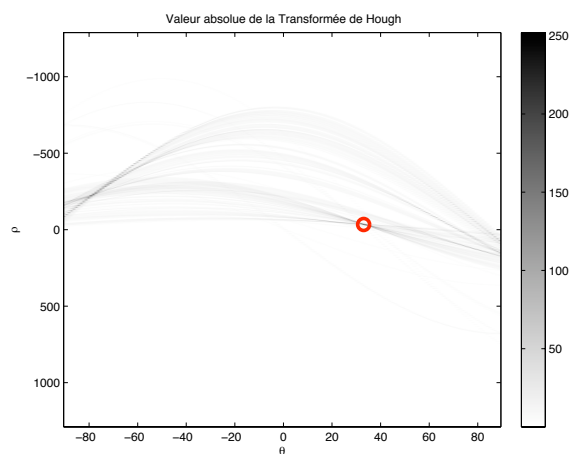
Cette troisième chaîne est dérivée de la seconde et ajoute un post-traitement de la transformée de Radon par un filtre de Wiener, conformément à la proposition de Rey *et al.* [154] pour améliorer l'approche classique (chaîne 2). La figure 6.7 montre le résultat de la déconvolution sur une petite fenêtre centrée autour du pic de la transformée de Radon obtenue à la fin de la chaîne 2.

#### 6.4.1.4 Chaîne 4 : TR + FAS

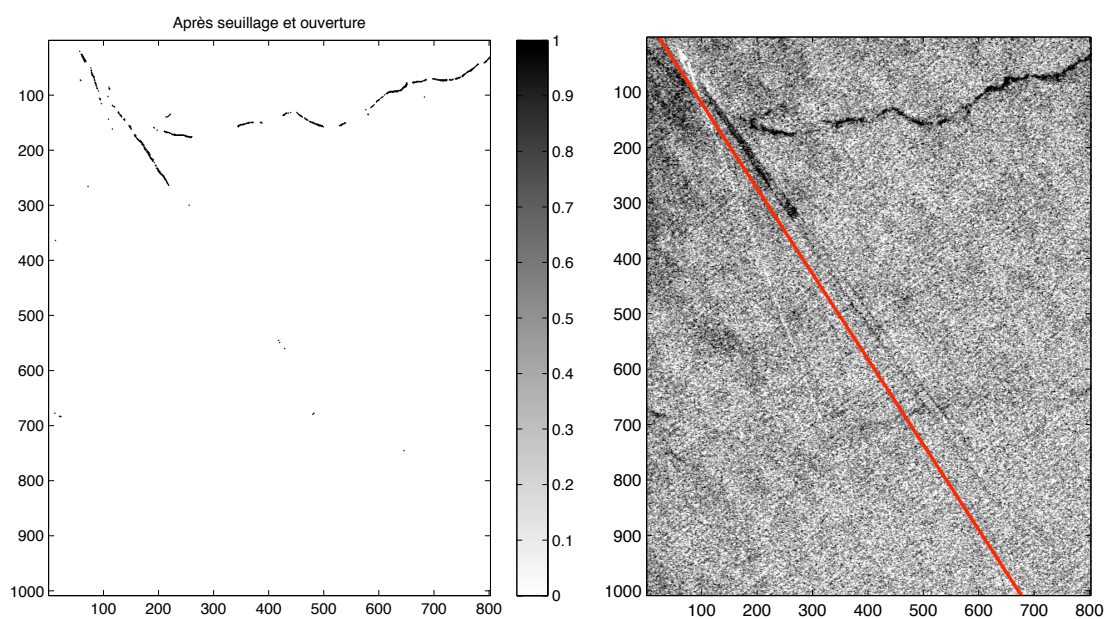
La quatrième chaîne substitue au filtrage de Wiener, un filtrage adapté stochastique, en suivant Courmontagne [45]. Comme indiqué dans cet article, le résultat du filtrage adapté stochastique peut ensuite être seuillé en tenant compte du rapport de vraisemblance des deux hypothèses {présence de bruit seul, présence de signal et de bruit}. Cette opération est décrite en annexe D, paragraphe D.6. Afin de comparer le résultat de cette chaîne avec celui des autres chaînes, on se contentera de faire un seuillage  $k \times \sigma$ . Dans les tests que nous avons réalisés, nous avons considéré que le pic correspondant au sillage avait une étendue de taille  $9 \times 9$ . Le filtre adapté stochastique n'a pas été testé sur image réelle.

### 6.4.2 Complexité algorithmique des quatre chaînes

Toutes les opérations de filtrage sont effectuées en utilisant une transformée de Fourier rapide. C'est donc la complexité de la transformée de Fourier qui domine. Pour une image de taille  $N \times N$ , cela donne une complexité en nombre d'accès tableaux égale à  $\mathcal{O}(N \log N)$ . Cependant cette métrique laisse de côté la "constante cachée" qui permet de classer les algorithmes entre eux.



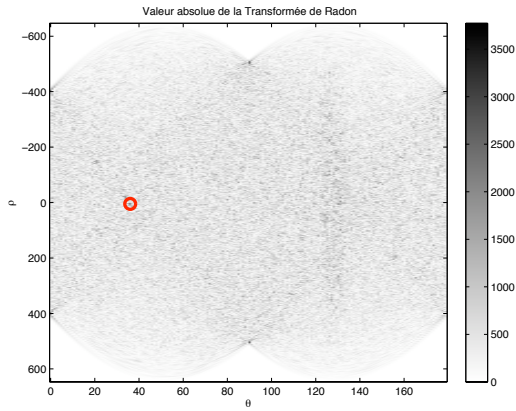
(a) Transformée de Hough, le maximum est indiqué par le cercle rouge



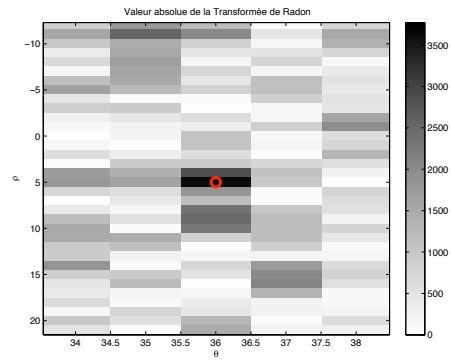
(b) Résultat du prétraitement

(c) Image d'entrée et droite détectée

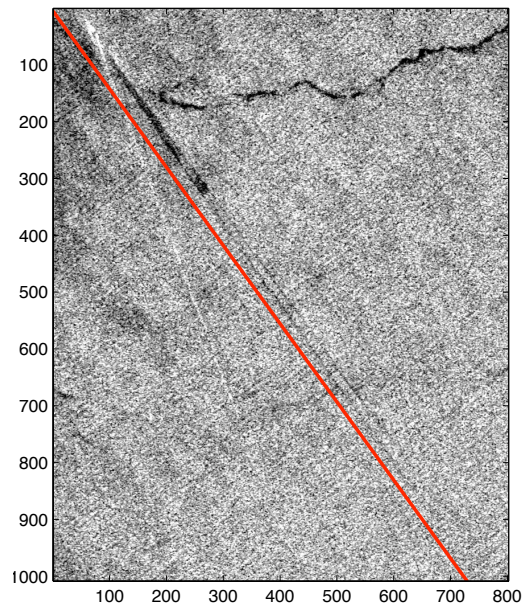
FIGURE 6.5: *Test de la chaîne 1 : transformée de Hough*



(a) Valeur absolue de la transformée de Radon après filtrage passe-haut  $3 \times 3$ . Le maximum est indiqué par le cercle rouge.



(b) Gros plan sur le maximum



(c) Image d'entrée et droite résultat (correspondant au maximum de la transformée)

FIGURE 6.6: Test de la chaîne 2 : transformée de Radon

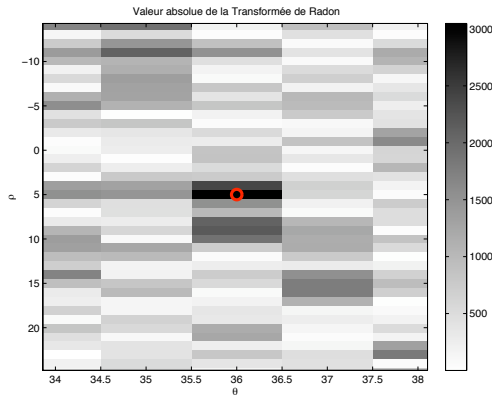


FIGURE 6.7: Gros plan sur le résultat du filtrage de Wiener (chaîne 3) après déconvolution sur un filtre gaussien d'écart-type 0,5 pixel. L'image d'entrée est la même que pour les autres chaînes.

La symétrie de phase est calculée par une décomposition en ondelettes de Gabor et cette décomposition se fait à l'aide d'autant de transformées de Fourier que le produit nombre d'échelles par nombre d'orientations (typiquement  $6 \times 6$ ).

La transformée de Hough ne peut pas être calculée par FFT, ce qui lui donne une complexité en  $\mathcal{O}(N^2M)$  ( $M$  : nombre d'intervalles sur lequel on discrétise l'ensemble des angles), mais vu qu'un nombre faible de points de l'image appartient réellement à un contour, la constante cachée est faible, ce qui rend l'algorithme rapide et équivalent en temps de calcul à la transformée de Radon optimisée. Cela dit, la transformée de Hough nécessite un prétraitement qui, nous venons de le voir, est très coûteux, contrairement aux chaînes utilisant la transformée de Radon.

Un cas particulier est celui du filtrage stochastique adapté (FAS). En utilisant les notations de l'annexe D, on note que même si le FAS est calculé en utilisant une série de transformées de Fourier rapides (une par filtre  $\mathbf{h}_i$ ), la phase de préparation elle-même demande plus de temps. Dans les exemples appliqués ci-dessous, le filtre est appliqué sur une fenêtre de taille  $9 \times 9$ , ce qui demande le calcul de deux matrices de corrélation de taille  $9^2 \times 9^2$ . Pour que ces matrices soient représentatives, il faut simuler l'apparence d'un grand nombre de signatures de lignes dans le plan de Radon, ce qui demande de réaliser autant de transformées de Radon (dans notre cas, au moins plus que  $9^2 = 81$ , car autrement, la matrice de covariance serait presque singulière et certaines valeurs propres tendraient vers zéro ou une valeur indéfinie d'un point de vue informatique).

### 6.4.3 Temps de calcul

Les temps de calcul des algorithmes proprement dits ont été déterminés sous Matlab, avec un processeur Intel Core Duo à 2 GHz, sans optimisation particulière. Ils sont donnés à la table 6.1. Le temps de calcul de l'algorithme 1 basé sur la transformée de Hough est le plus long et de loin. Toutefois la majeure partie du temps de calcul est passé dans le calcul de la symétrie de phase (32,35 secondes en moyenne). Ce temps prend en compte le calcul des 36 ondelettes de Gabor (6 orientations, 6 échelles), ce qui correspond à autant de transformées de Fourier ; en pratique cette étape peut être précalculée. L'algorithme 4 (transformée de Radon et filtrage adapté stochastique avec un filtre) n'est pas beaucoup plus long que le filtrage de base car le filtre adapté stochastique est calculé hors ligne. Le temps de calcul du filtrage adapté stochastique est directement lié à la quantité d'images de référence qui sont

| Algorithme | Temps de calcul moyen (s) |
|------------|---------------------------|
| 1          | 34,77                     |
| 2          | 3,68                      |
| 3          | 5,75                      |
| 4          | 3,92                      |

TABLE 6.1: *Temps de calcul pour les quatre algorithmes de détection de sillage d'eau morte (mesure sur un ordinateur Intel Core Duo, MacOS X 10.5 + Matlab 7.5).*

simulées. Le temps de calcul des matrices de covariance du signal et du bruit permettant d'aboutir aux filtres sont eux négligeables. Le calcul de la matrice de covariance  $P$  prend environ 1500 s pour 1000 essais (et autant de transformées de Radon). Le calcul de la matrice de covariance  $Q$  ne prend qu'une à deux minutes car une seule transformée de Radon est calculée, à savoir celle de l'image à filtrer, celle d'où l'information de bruit est extraite.

On se rend compte toutefois que le temps de traitement (environ trois secondes par images au mieux) reste très important. En pratique, en effet, il faut balayer une grande image, de plusieurs milliers de pixels de large. Le balayage ne peut se faire sur une fenêtre glissante pour des raisons évidentes de temps de calcul. On travaille donc sur des blocs de sous-images, mais il faudra alors tenir compte d'une certaine zone de recouvrement entre blocs afin de traiter le cas où un sillage tombe entre deux blocs. On se rend également compte qu'une autre solution pourrait consister en une détection préliminaire du navire, suivie de la détection de sillage dans une fenêtre centrée autour de la position du bateau.

#### 6.4.4 Comparaison sur des images simulées

Mis à part la comparaison sur images réelles, une comparaison plus poussée a été réalisée sur des images de sillage synthétiques qui ont de toutes manières été générées afin de fournir les données *a priori* nécessaires pour construire le filtre adapté stochastique utilisé dans la chaîne de référence 4. Le bruit est supposé multiplicatif, selon la loi de Rayleigh, générée en prenant la norme d'un bruit gaussien complexe d'écart-type unité. On suppose que le sillage d'eau morte se présente comme une ligne de quelques pixels de large, accolée à une ligne brillante, aléatoirement placée immédiatement à gauche ou à droite (de manière équiprobable). Le sillage est supposé être toujours présent dans l'image. Pour chaque jeu de paramètres, on génère un grand nombre  $n_{bt}$  d'images ( $n_{bt} = 1000$  dans notre cas) en faisant varier aléatoirement le bruit, ainsi que la position et l'orientation du sillage. Les paramètres utilisés sont résumés à la 6.2.

On teste ensuite les quatre chaînes de référence en faisant varier le rapport signal à bruit, c'est-à-dire le contraste des lignes de sillage par rapport au niveau de fouillis, sur quatre niveaux : 0, 5 dB, 1 dB, 2 dB, 3 dB et 6 dB. On fait également varier la taille  $N$  de l'image, en testant deux tailles (respectivement 128 et 256 pixels de large). Ceci permet en effet de tester l'influence de la longueur des droites de sillage sur l'intégration réalisée durant la transformée de Radon et, dans une certaine mesure, dans la transformée de Hough. Pour réaliser le test, on dresse un certain nombre de statistiques en termes de détection ou de fausses alarmes.

Voici comment les détections sont comptabilisées. À la fin de chaque chaîne, on termine le traitement par un seuillage, en posant le seuil à  $s_d = k \times \sigma$ . On considère que  $s_d$  est un paramètre, que l'on peut faire varier. Pour une valeur donnée de  $s_d$ , on ne conserve que les couples de valeurs  $(\rho, \theta)$  passant le seuillage. On détermine ensuite si chacun de ces couples

(a) Paramètres ne variant pas sur l'ensemble des bases de test

| Paramètre | Signification                             | Valeur |
|-----------|---|--------|
| $a_c$     | amplitude du fouillis                     | 1      |
| $W_s$     | largeur de la ligne sombre (en pixels)    | 3      |
| $W_b$     | largeur de la ligne brillante (en pixels) | 2      |

(b) Paramètres variant pour chaque base de test

| Paramètre     | Signification                              | Valeur                             |
|---------------|--|------------------------------------|
| $N$           | côté de l'image (carrée) en pixels         | 128 ou 256                         |
| $\rho_{\max}$ | valeur maximale de $\rho$                  | $\lfloor N/2 \rfloor$              |
| $C_b$         | contraste sillage brillant/ fouillis (dB)  | 0,5 dB ; 1 dB ; 2 dB ; 3 dB ; 6 dB |
| $a_b$         | amplitude de la ligne brillante sans bruit | $a_b = 10^{\frac{C_b}{20}}$        |
| $C_s$         | contraste ligne sombre sur fouillis (dB)   | $C_s = C_b$                        |
| $a_s$         | amplitude de la ligne brillante sans bruit | $a_s = 10^{\frac{C_s}{20}}$        |

(c) Paramètres variant pour chacune des  $n_{bt}$  images d'une base de test. Les variables  $u_1$  et  $u_2$  sont des variables aléatoires indépendantes dont la réalisation change pour chaque image, et tirées selon la loi uniforme entre 0 et 1.

| Paramètre | Signification                               | Valeur                   |
|-----------|---|--------------------------|
| $\theta$  | Angle de l'axe $x$ à la normale au sillage  | $u_1 \times \pi$         |
| $\rho$    | Distance de la droite à l'origine du repère | $u_2 \times \rho_{\max}$ |

TABLE 6.2: Paramètres utilisés pour la génération d'images synthétiques.

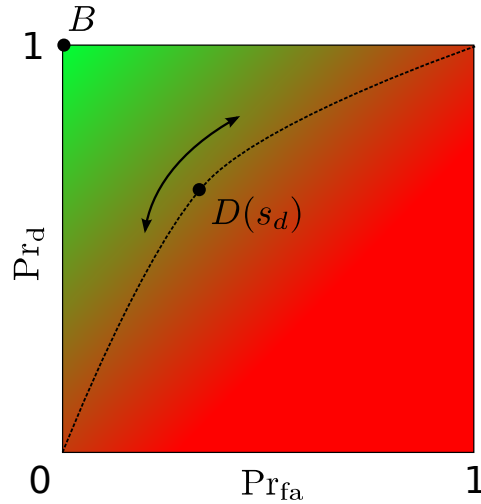


FIGURE 6.8: *Interprétation d'une courbe COR : le point de fonctionnement  $D$  se déplace le long d'une courbe, l'abscisse curviligne dépendant du seuil  $s$ . On souhaite maximiser la probabilité de détection  $Pr_d$  tout en minimisant la probabilité de fausse alarme  $Pr_{fa}$ , c'est-à-dire trouver un seuil  $s$  tel que  $D$  se trouve le plus possible du point fonctionnement optimal  $B$ , c'est-à-dire dans la zone en vert clair.*

de valeurs est bien détecté ou non. On considère qu'une détection est bonne si :

- un sillage est visible dans l'image (hypothèse toujours vraie dans notre cas) ;
- la droite détectée est suffisamment proche de la droite réelle, telle qu'indiquée dans la base de donnée d'image de test pour l'image considérée. Pour cela, on considère une marge de tolérance de 10 pixels pour  $\rho$  et de 3 degrés pour  $\theta$ . La tolérance pour  $\theta$  est à prendre modulo  $\pi$ .

Au contraire, une détection est comptée comme fausse si :

- elle est renvoyée alors qu'aucun sillage n'est présent dans l'image ;
- les paramètres  $(\rho, \theta)$  sont hors du domaine de tolérance autorisés pour les paramètres du sillage effectivement présent dans l'image.

On compile alors, pour une valeur donnée de  $s_d$  du seuillage, le nombre de bonnes détections et le nombre de fausses détections pour l'ensemble des images de la base, ce qui permet de calculer la probabilité de détection du sillage  $Pr_d$  et la probabilité de fausse alarme  $Pr_{fa}$  en fonction du seuil  $k \times \sigma$  :

$$Pr_d(s_d) = \frac{n_{bd}(s_d)}{n_{bt}(s_d)} \quad (6.31)$$

$$Pr_{fa}(s_d) = \frac{n_{fa}(s_d)}{n_{det}(s_d)} \quad (6.32)$$

où  $n_{bd}$  est le nombre de bonnes détections comptabilisés sur la base de test,  $n_{fa}$  le nombre de fausses alarmes et  $n_{det}$  le nombre total de sillage détectés (à tort ou à raison). On représente alors la courbe Caractéristique Opérationnelle du Récepteur (COR) de chaque algorithme, ce qui permet de les comparer entre eux. La figure 6.8 rappelle comment interpréter une telle courbe. Les courbes COR proprement dites sont données pour les quatre algorithmes

en fonction du contraste du sillage, pour une taille d'image de 256 pixels (figures 6.9 à 6.13) et de 128 pixels (figures 6.14 à 6.18).

Le classement évident des algorithmes qui ressort de la comparaison des courbes COR est le suivant :

1. chaîne 4 : Transformée de Radon + filtrage adapté stochastique
2. chaîne 2 : Transformée de Radon seule
3. chaîne 1 : Transformée de Hough
4. chaîne 3 : Transformée de Radon + filtrage de Wiener

On constate que le filtrage adapté stochastique permet de gagner légèrement en robustesse par rapport à l'algorithme classique où la transformée de Radon est faite seule. Néanmoins, pour un contraste de sillage en dessous de 2 dB, il devient difficile d'obtenir un bon compromis entre la probabilité de détection et celle de fausse alarme même pour la chaîne 4. Au delà de 3 dB, le compromis devient par contre excellent. On remarque surtout le mauvais fonctionnement du filtrage de Wiener pour améliorer la visibilité du sillage. En fait, si le filtre est mal adapté, on viendra aussi amplifier le bruit. Cette adaptation est très difficile car, dans le plan de Radon après le filtrage passe haut, le bruit est lui aussi composé de pics importants, qui vont être eux aussi rendus plus forts par déconvolution (on peut commencer à s'en convaincre en comparant la figure 6.6(b) à la figure 6.7). Si on a une adaptation parfaite du filtre de déconvolution (c'est-à-dire que l'on n'utilise plus une gaussienne, mais un filtre plus proche de la réalité), on tend vers le concept de filtre adapté. C'est ce qui explique la supériorité de la chaîne 4 sur la chaîne 3. On peut terminer cette comparaison, enfin, en notant que la taille de l'image a une certaine influence sur le taux de bonne détection, puisque les taux à niveau de contraste équivalent sont meilleurs pour les images de taille  $256 \times 256$  ; cela dit pour les contrastes les plus forts, la différence en terme de probabilité de détection reste minime.

## 6.5 Discussion et conclusion

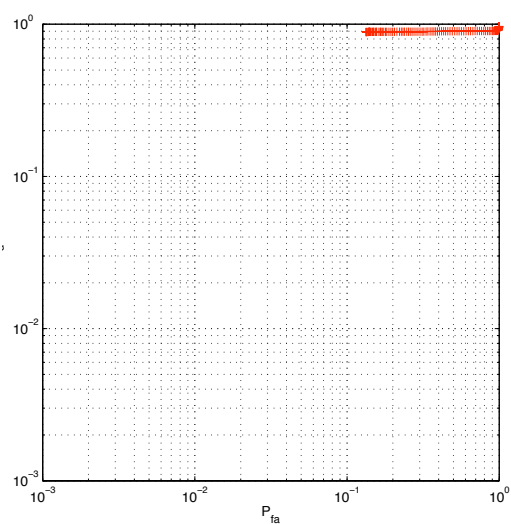
Ce chapitre a permis de présenter un état de l'art des méthodes de détection de sillages, suivi d'une comparaison de quatre chaînes de référence mettant en œuvre un certain nombre d'approches classiques. Il a également permis de dresser un état de l'art des méthodes de filtrage, permettant de supprimer le bruit de chatolement dans une image radar, ainsi que d'améliorer la visibilité du sillage.

Le résultat de notre comparaison fait apparaître que le filtrage stochastique adapté est l'algorithme de détection le plus prometteur parmi ceux qui ont été testés, mais le gain en détection qui est obtenu vient avec un prix : le signal doit être modélisé *a priori* par simulation. Cela est cependant réalisable hors ligne avant la détection proprement dite, au prix d'une modélisation du sillage et d'une détermination de paramètres représentatifs du signal. Dans notre évaluation, l'algorithme le plus classiquement utilisé en détection de sillages (l'algorithme 2) prend la seconde place ; il a le mérite d'être simple et rapide. La transformée de Hough est inadaptée en détection de sillages, car elle demande un prétraitement trop coûteux pour être réellement intéressante, même si elle fonctionne pour des contrastes suffisamment importants. La comparaison a également été faite du point de vue de la complexité algorithmique, qui positionne en première place la chaîne "classique" numéro deux, tandis que le filtrage adapté stochastique prend la seconde place (pour le traitement en ligne, en supposant que les filtres sont précalculés). Le temps de calcul reste cependant trop important pour que l'on puisse faire un traitement sur une fenêtre

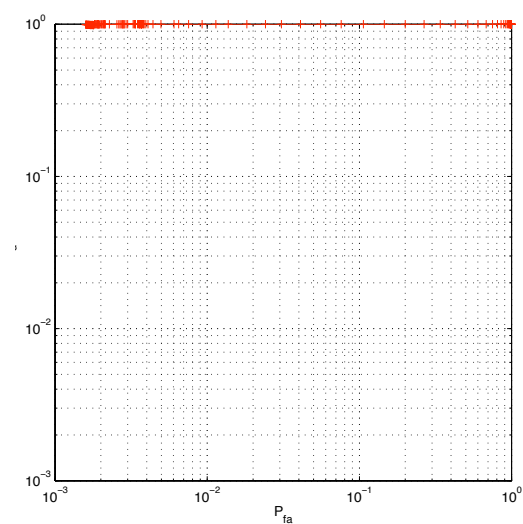


glissante. Il faut impérativement travailler sur des blocs d'images, avec une gestion soignée des recouvrements afin d'éviter de travailler sur un sillage tronqué. On souligne que l'*a priori* apporté par une détection de navires (non traitée ici) peut faire une grosse différence : il suffit de détecter le sillage dans une fenêtre centrée sur la détection du navire.

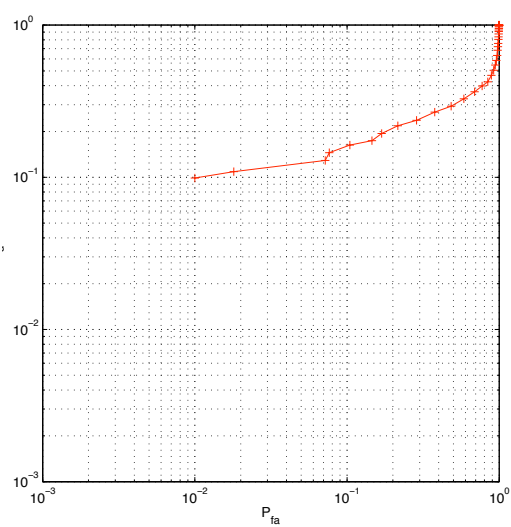
Un point à améliorer est l'évaluation des algorithmes. Seule une première évaluation a été réalisée ici, sur une batterie d'images simulées. Il serait bon de compléter cette évaluation par des tests sur données réelles (à supposer que l'on puisse en acquérir). Dans cette situation, les algorithmes seraient évalués par rapport au résultat d'une segmentation manuelle. Deux points sont à noter : d'une part nous ne disposons pas d'une telle banque d'images, et d'autre part, il faut avoir une métrique permettant de comparer les résultats automatiques à la segmentation manuelle. Une piste pour réaliser ce travail a été proposée par Martin, Laanya et Arnold-Bos [129] ; elle consiste à faire annoter des images manuellement par des opérateurs humains, puis fusionner les annotations en tenant compte du degré de détail ou d'incertitude des annotations, afin d'aboutir à une annotation de référence, que l'on peut comparer aux sorties des algorithmes à tester.



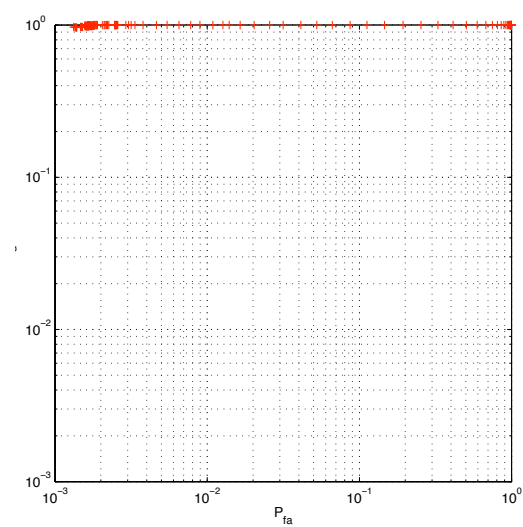
(a) Algorithme 1



(b) Algorithme 2

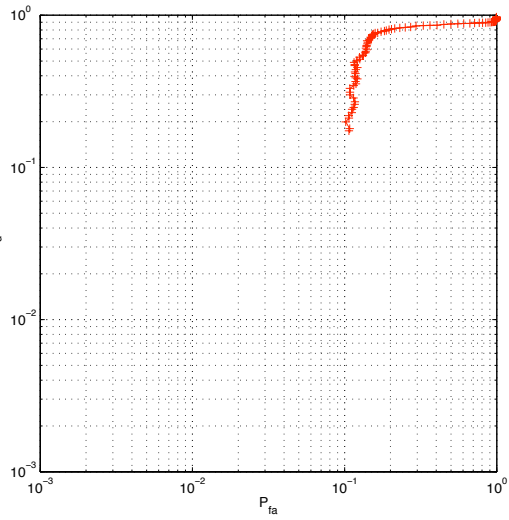


(c) Algorithme 3

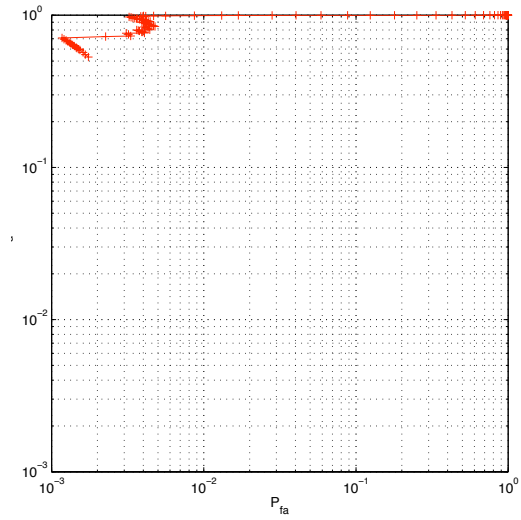


(d) Algorithme 4

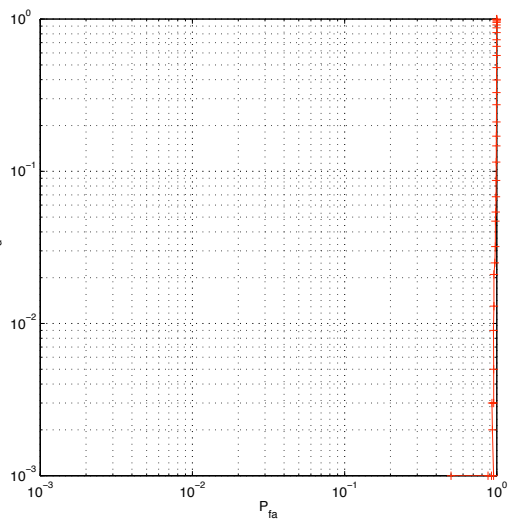
FIGURE 6.9: Résultats pour des images de taille  $256 \times 256$ , contraste de 6 dB



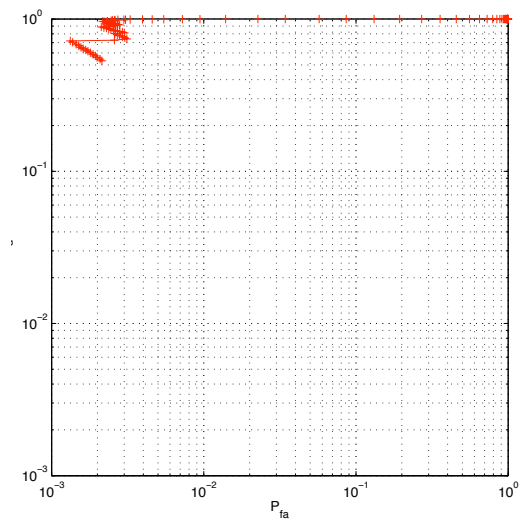
(a) Algorithme 1



(b) Algorithme 2

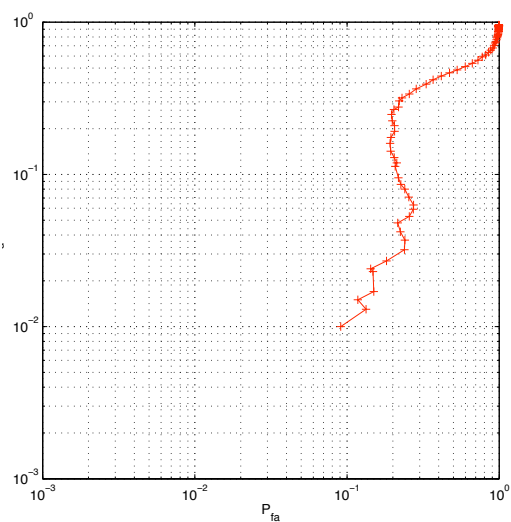


(c) Algorithme 3

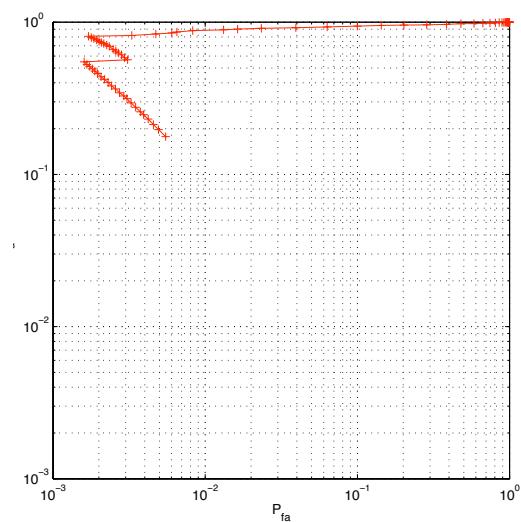


(d) Algorithme 4

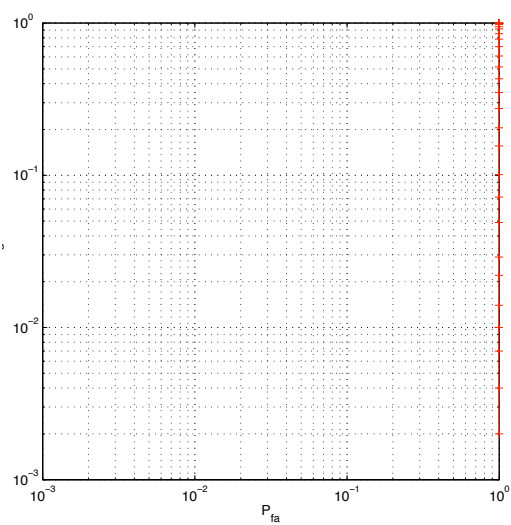
FIGURE 6.10: Résultats pour des images de taille  $256 \times 256$ , contraste de 3 dB



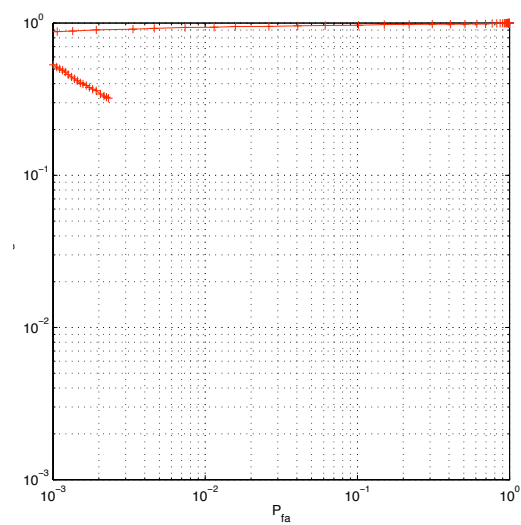
(a) Algorithme 1



(b) Algorithme 2

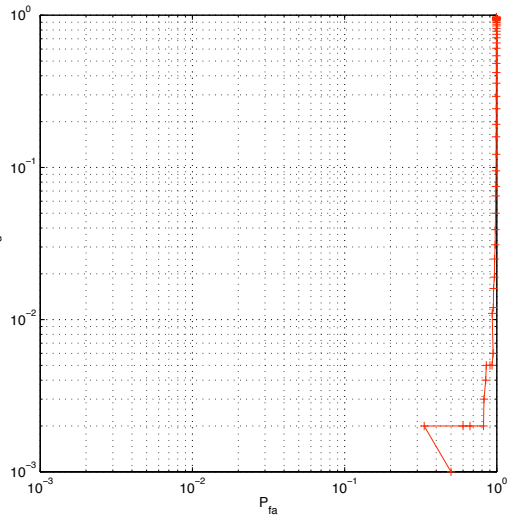


(c) Algorithme 3

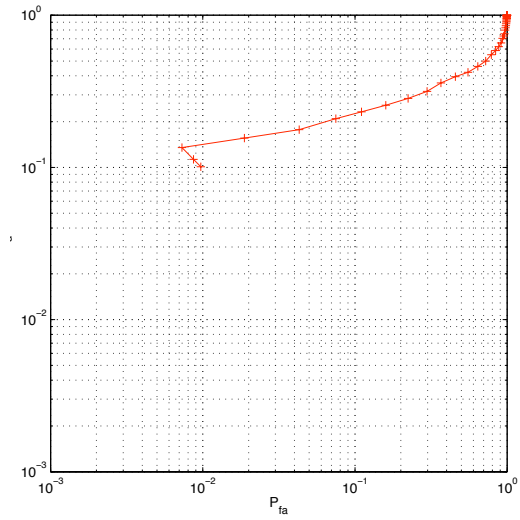


(d) Algorithme 4

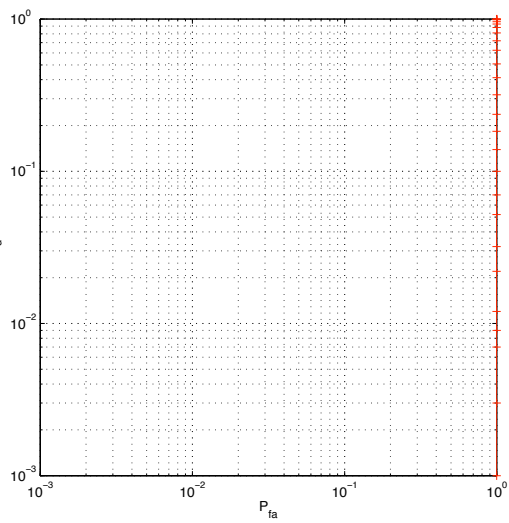
FIGURE 6.11: Résultats pour des images de taille  $256 \times 256$ , contraste de 2 dB



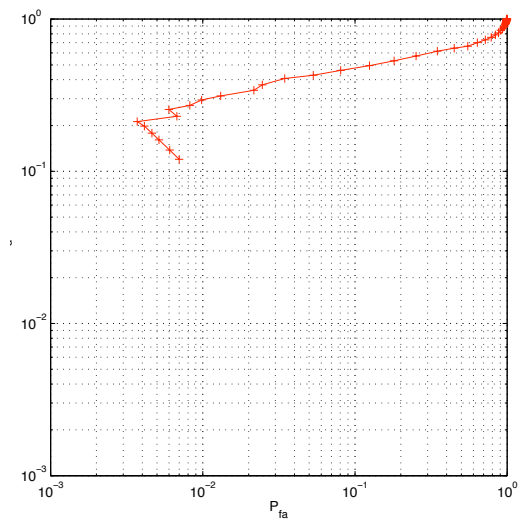
(a) Algorithme 1



(b) Algorithme 2



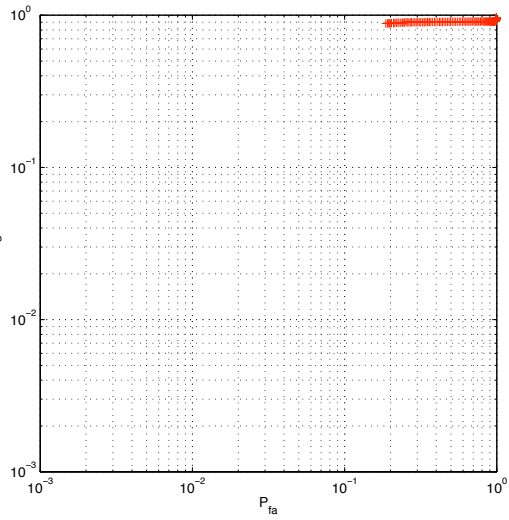
(c) Algorithme 3



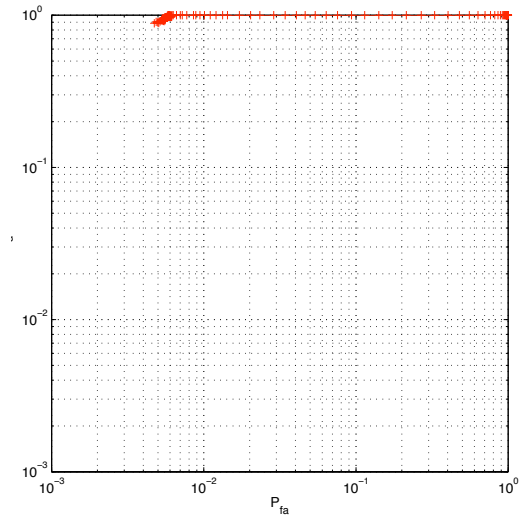
(d) Algorithme 4

FIGURE 6.12: Résultats pour des images de taille  $256 \times 256$ , contraste de 1 dB

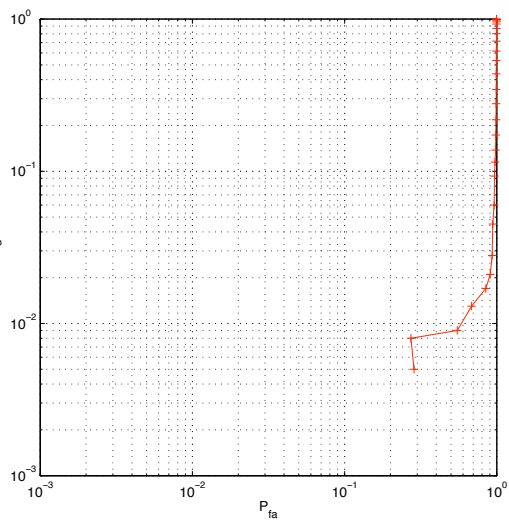




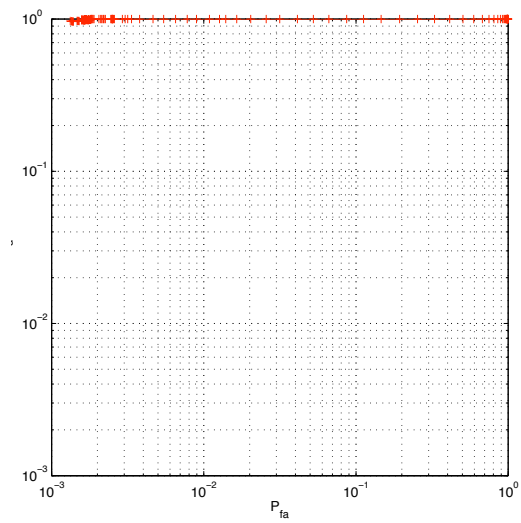
(a) Algorithme 1



(b) Algorithme 2

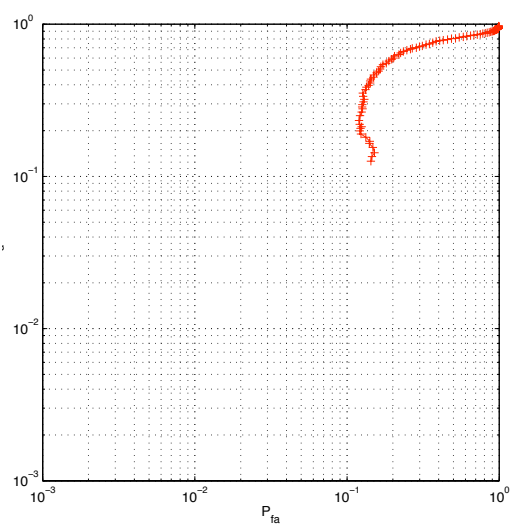


(c) Algorithme 3

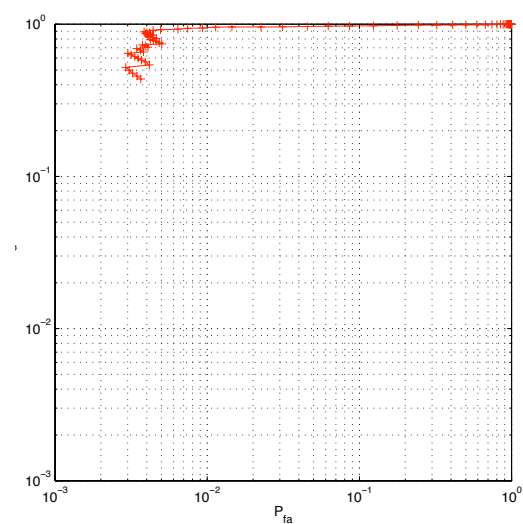


(d) Algorithme 4

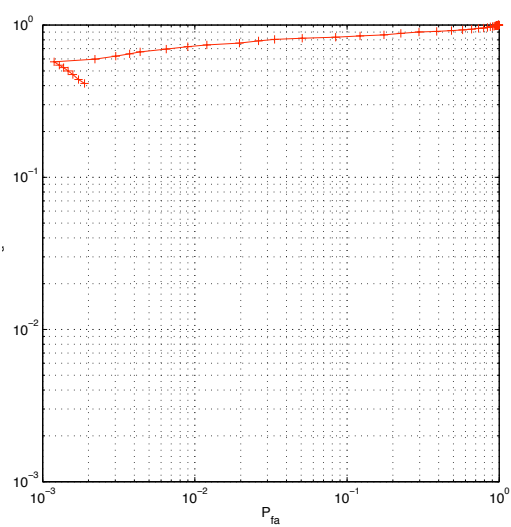
FIGURE 6.14: Résultats pour des images de taille  $128 \times 128$ , contraste de 6 dB



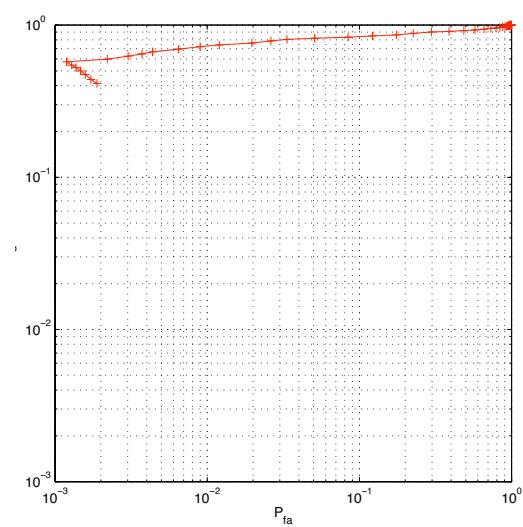
(a) Algorithme 1



(b) Algorithme 2



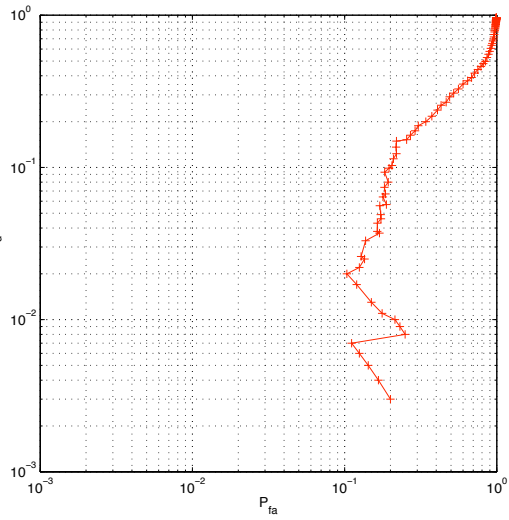
(c) Algorithme 3



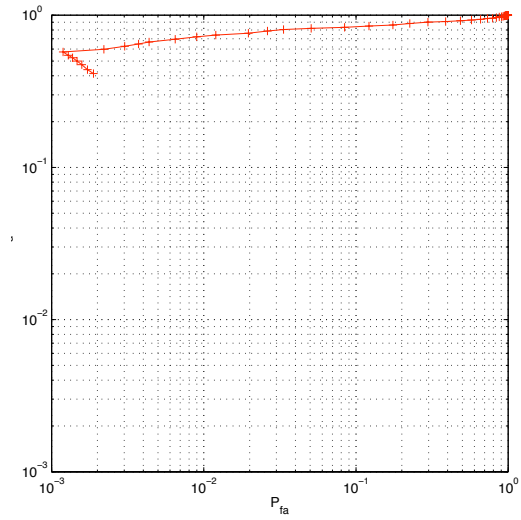
(d) Algorithme 4

FIGURE 6.15: Résultats pour des images de taille  $128 \times 128$ , contraste de 3 dB

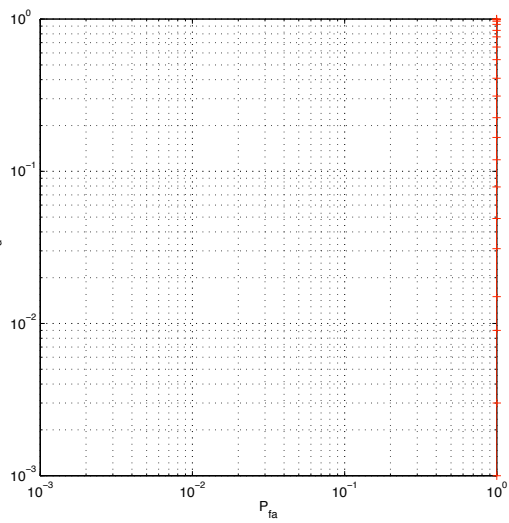




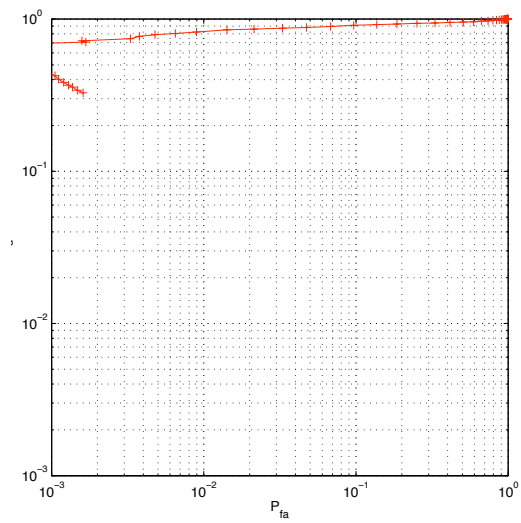
(a) Algorithme 1



(b) Algorithme 2

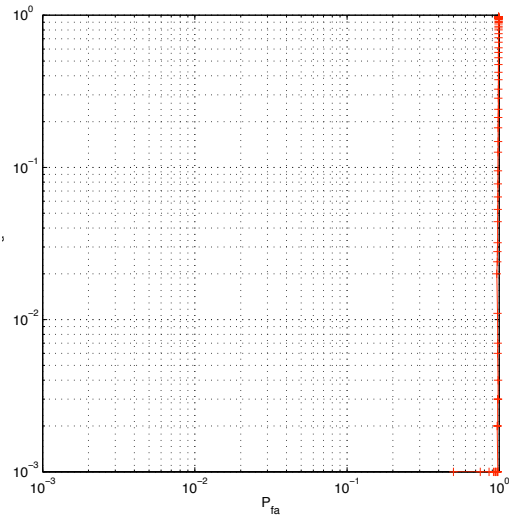


(c) Algorithme 3

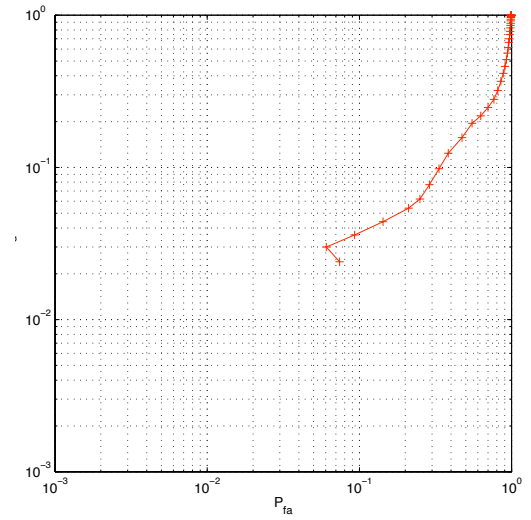


(d) Algorithme 4

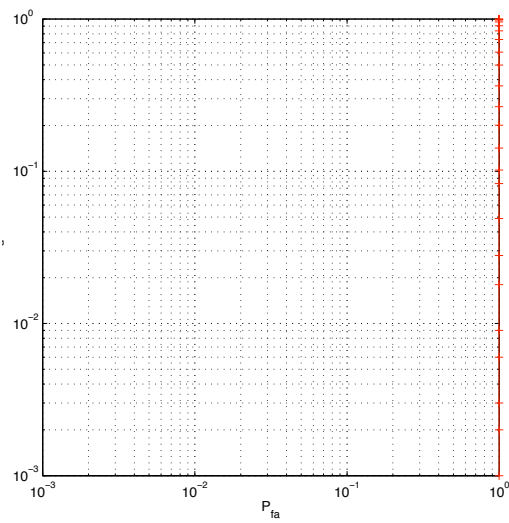
FIGURE 6.16: Résultats pour des images de taille  $128 \times 128$ , contraste de 2 dB



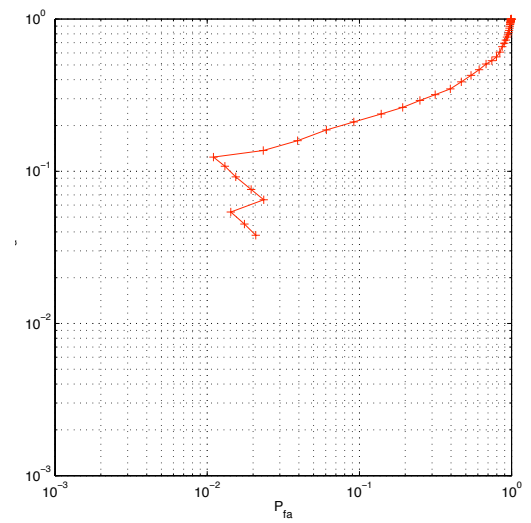
(a) Algorithme 1



(b) Algorithme 2

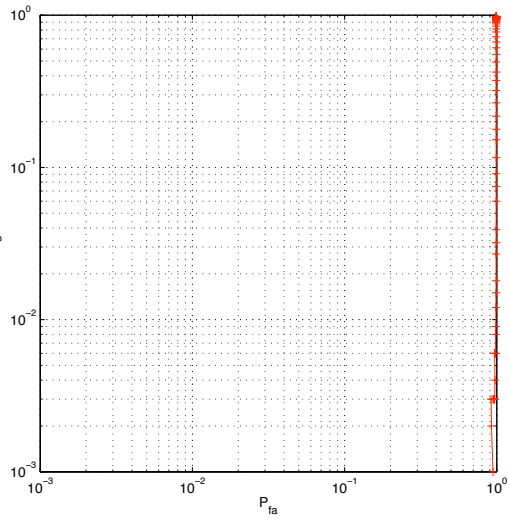


(c) Algorithme 3

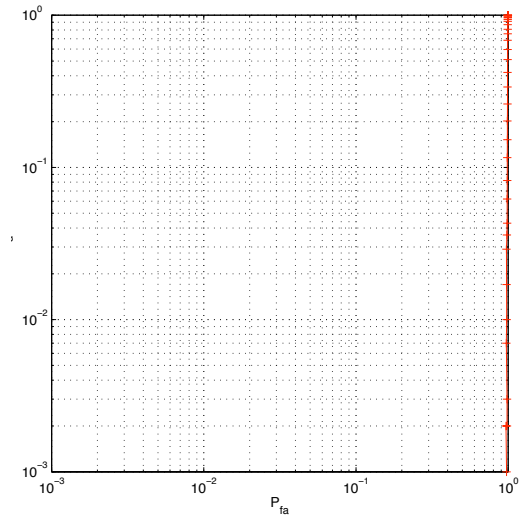


(d) Algorithme 4

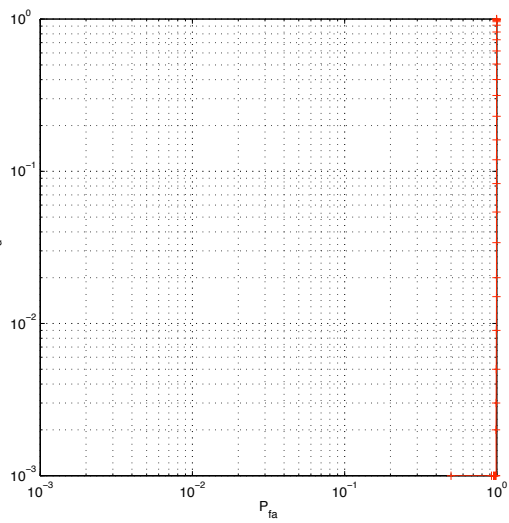
FIGURE 6.17: Résultats pour des images de taille  $128 \times 128$ , contraste de 1 dB



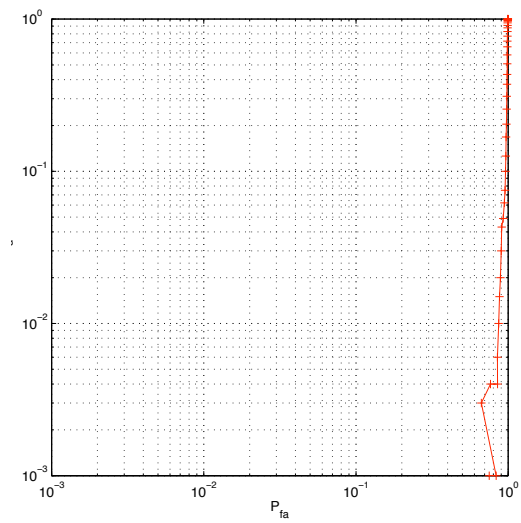
(a) Algorithme 1



(b) Algorithme 2



(c) Algorithme 3



(d) Algorithme 4

FIGURE 6.18: Résultats pour des images de taille  $128 \times 128$ , contraste de 0,5 dB

## La détection du sillage de Kelvin dans les images radar et optiques à haute résolution

### Sommaire

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>7.1</b> | <b>Choix de conception <i>a priori</i> permettant de mieux voir le sillage de Kelvin en imagerie radar</b> | <b>204</b> |
| 7.1.1      | Choix de conception du radar   | 204        |
| 7.1.2      | Choix opérationnels  | 205        |
| <b>7.2</b> | <b>Le problème de la détection et de l'analyse du sillage de Kelvin</b>                                    | <b>208</b> |
| 7.2.1      | Carte de hauteurs du sillage de Kelvin dans le repère monde  | 208        |
| 7.2.2      | Fonction de modulation de transfert liant la carte des hauteurs et l'image reçue                           | 210        |
| <b>7.3</b> | <b>Un algorithme de détection du sillage de Kelvin dans les images optiques et radar</b>                   | <b>211</b> |
| 7.3.1      | Problématique  | 211        |
| 7.3.2      | L'algorithme   | 211        |
| <b>7.4</b> | <b>Amélioration du seuillage par filtrage adapté stochastique</b>  | <b>213</b> |
| 7.4.1      | Construction des filtres adaptés stochastiques   | 213        |
| 7.4.2      | Essais sur images réelles dans le cas optique : protocole  | 217        |
| 7.4.3      | Résultat des essais sur images optiques réelles  | 217        |
| <b>7.5</b> | <b>Conclusions et perspectives</b>   | <b>219</b> |

Comme nous l'avons vu au chapitre 3, les sillages sont des éléments très visibles dans les images radar. Dans les images radar de basse résolution telles que celles obtenues par des satellites d'observation, il est possible de voir des sillages s'étendant sur une dizaine de kilomètres derrière le navire. Ce sillage prend l'apparence de droites. On voit tout d'abord une droite sombre dans la direction de voyage du navire, éventuellement encadrée d'une ou deux lignes brillantes : c'est le sillage turbulent. On voit aussi une, parfois deux lignes brillantes s'étendant de part et d'autre du sillage turbulent de manière à former un cône de typiquement 39 d'ouverture dont la pointe se situe à la poupe du navire : c'est l'image radar du sillage de Kelvin. Le chapitre précédent montre que des algorithmes de détection de droite, appuyés par des prétraitements et des post-traitements adéquats, permettent de détecter ces lignes et donc de remonter à l'information de présence d'un navire ainsi qu'à sa position et son cap.

Par contre, dans les images basse résolution, on ne voit pas le système des vagues de Kelvin à l'intérieur du cône. Ces vagues-là ne sont uniquement visibles qu'avec des radars à visée latérale à plus haute résolution, typiquement aéroportés. L'intérêt de la détection des vagues internes est de pouvoir remonter au spectre du sillage, dont on sait que le lieu ne dépend que de la vitesse du navire. La vitesse du navire est un élément supplémentaire pouvant potentiellement servir à l'estimation des paramètres du modèle de déplacement du navire afin de prévoir sa trajectoire.

Dans ce chapitre, qui prend la suite du précédent, on tente de répondre à la question de la détection et à l'analyse des vagues du sillage de Kelvin dans les images radar haute résolution (ainsi que dans les images optiques haute résolution, puisque la méthode exposée

dans ce chapitre est valable également pour ces données-là). Dans un premier temps, on s'intéresse aux conditions d'acquisition d'images permettant de maximiser la visibilité de ces vagues (paragraphe 7.1); les réflexions exposées dans ce paragraphe ont été publiées dans notre article "Investigating Possible Bistatic Configurations For Ship Wake Imaging Through Simulation" [10] lors de la conférence IEE Radar 2007. Dans un second temps (paragraphe 7.2 à 7.4), on expose un algorithme permettant de retrouver les paramètres de vitesse du navire à partir d'images radar ou optiques brutes. Cet algorithme utilise une étape de prétraitement basé sur la transformée de Radon généralisée du sillage, qui sera ensuite seillée par l'utilisation du filtrage stochastique adapté. Cet algorithme a été proposé dans "Obtaining a Ship's Speed and Direction From Its Kelvin Wake Spectrum Using Stochastic Matched Filtering" [12], que nous avons communiqué lors de la conférence IGARSS 2007. Des réflexions supplémentaires sur ce travail sont proposées à la fin du chapitre.

## 7.1 Choix de conception *a priori* permettant de mieux voir le sillage de Kelvin en imagerie radar

La taille de l'espace des variables influant sur la qualité de l'image reçue est très grand et nous ne reviendrons pas dessus, ces éléments étant explicités dans les premiers chapitres de ce manuscrit. Il est donc extrêmement difficile, voire irréaliste, de choisir l'approche "brutale" qui consiste à faire des tests en faisant varier chaque paramètre un à un. Il vaut mieux commencer par un certain nombre de considérations *a priori* simples permettant de sélectionner un certain nombre de configurations, puis de valider ces configurations par une simulation plus détaillée puis des essais à la mer, si cela est possible. La suite de ce paragraphe détaille les paramètres qui sont importants et qui vont influencer la qualité de l'image finale.

### 7.1.1 Choix de conception du radar

Il y a des choix de conception du matériel radar qui vont influencer directement sur la visibilité d'éléments désirables dans l'image, comme par exemple la fréquence porteuse, la polarisation, la modulation et l'antenne (qui joueront sur la résolution), *etc.* Ces éléments sont fixés avant de prendre des mesures, c'est-à-dire au moment de la conception du matériel, et ne dépendent ni du porteur ni de la géométrie d'acquisition. Or quand on image la mer, la possibilité de mesurer directement des hauteurs par une variation de la distance parcourue par l'onde, est souvent d'importance moindre par rapport à la possibilité de distinguer les vagues en utilisant les ombres et/ou les différences de contraste entre un côté et l'autre des vagues. En effet ce sont ces différences de contrastes qui créent un effet de périodicité visible, par exemple, dans une transformée de Fourier. C'est pour cette raison que nous proposons le contraste comme le premier critère à optimiser. Le choix des paramètres est donc fait en fonction de ce critère.

#### 7.1.1.1 La polarisation

Certaines polarisations sont meilleures que d'autres en imagerie de la surface maritime. Pour des radars monostatiques, par exemple, comme nous l'avons vu au chapitre 3 (paragraphe 3.1.1.2), la polarisation HH est considérée comme meilleure pour imager le sillage de Kelvin que la polarisation VV, dans la mesure où la polarisation HH donne un meilleur contraste entre la zone spéculaire et la zone diffuse, soit encore entre des pentes plutôt raides et des pentes modérées. Cela permet de mieux voir les vagues du sillage de Kelvin.

En effet, les retours spéculaires tendront à être comparativement plus importants que les retours diffus. La polarisation HH privilégie également la visibilité des navires. En revanche, la polarisation VV est considérée comme meilleure pour la visibilité du sillage d'eau morte, ainsi que des nappes d'hydrocarbures. La polarisation croisée n'est pas encore très utilisée sur les radars grand public, même si elle commence à être disponible sur des produits satellitaires car elle permet un contraste encore meilleur pour des angles d'incidence moyens. Le simulateur MaRS confirme cela dans le cas monostatique et suggère que les cas bistatiques donnent des résultats semblables.

### 7.1.1.2 La fréquence

La bande X est la bande de fréquences la plus fréquemment utilisée en radar maritime, mais on a aussi pu montrer que la bande L, avec des fréquences plus faibles, permettait de mettre en évidence un certain nombre d'éléments du sillage de Kelvin, sous la forme de lignes brillantes formant un cône d'environ 12 degrés autour de la direction de déplacement du navire (voir le chapitre 3). Cela provient du fait qu'à ces fréquences, les vagues de cet endroit du sillage entrent en résonance de Bragg avec les ondes radio. De plus, cette bande est également utilisée par les satellites de positionnement (GPS, Galileo, *etc.*), même si la résolution d'un radar bistatique utilisant ces émetteurs d'opportunité sera de très faible résolution vu que l'émission est de faible largeur de bande (environ un mégahertz), beaucoup moins qu'un système radar dédié. Un des autres avantages est que la réflexion diffuse tend à diminuer avec la fréquence, ce qui tend encore à maximiser le contraste entre la zone spéculaire et la zone diffuse.

### 7.1.1.3 L'exigence de résolution

En fonction de ce que l'on souhaite observer, les exigences de résolution ne sont pas les mêmes. Avec les résolutions dont on dispose actuellement avec des satellites radar (environ 30 m, puisque l'on utilise généralement de l'imagerie multivue pour diminuer le bruit de chatoiement), on voit bien le sillage turbulent, ainsi que la transition entre le sillage et la zone non perturbée en avant du cône de Kelvin – mais moins souvent que le sillage turbulent. Par contre, on ne voit pas les vagues du sillage de Kelvin, c'est-à-dire celles qui sont "à l'intérieur" du cône. Pour avoir une chance de voir ces vagues, il faut que la résolution au sol soit compatible avec la longueur d'onde du sillage de Kelvin. Par exemple, un navire allant à une vitesse  $V_b = 10$  nœuds génère des vagues transverses dans la direction du navire avec une longueur d'onde qui sera égale à  $2\pi V_b^2/g_0 = 17.2$  m, ce qui signifie que la résolution au sol doit être au moins de 8,5 à 9 m pour que l'image soit échantillonnée en respectant le critère de Shannon-Nyquist. Ce critère de résolution au sol va se répercuter sur une exigence de résolution sur l'axe distance (donc sur la modulation du signal), ainsi que sur la modulation en azimut (donc sur la taille de l'antenne).

## 7.1.2 Choix opérationnels

Les choix opérationnels sont ceux qui vont influencer sur la configuration d'observation, c'est-à-dire à la fois sur la position de l'émetteur et de celle du récepteur, de l'angle d'incidence, de la distance à la cible, *etc.*, afin de maximiser la visibilité des éléments que l'on désire observer.

### 7.1.2.1 La résolution

En configuration monostatique, la résolution en distance au sol augmente avec l'angle d'incidence  $\theta$  selon la relation bien connue :

$$dr_{\text{sol}} = \frac{dr}{\sin \theta} \quad (7.1)$$

où  $dr$  est la résolution sur l'axe distal (dans le cas bistatique, l'expression est donnée au chapitre 1, partie 1.6.2). Cela suggère, du moins en configuration monostatique, l'utilisation de grands angles d'incidence (dit autrement, de faibles angles de rasance) pour maximiser la résolution. De plus, la pente des vagues est ce qui va influencer sur leur réflectivité. Cette pente va varier avec la vitesse du vent (pour la mer en général) et la forme de la carène des navires, dans la zone de sillage. Si l'on souhaite maximiser le contraste des vagues, alors là encore une incidence très rasante est souhaitable, car le dos des vagues aura plus tendance à apparaître sombre alors que les faces visibles seront lumineuses. Ce contraste, une fois maximisé, permettra de mieux estimer la fréquence spatiale des vagues.

### 7.1.2.2 L'altitude du porteur

Un angle de rasance faible s'obtient plus facilement pour un porteur volant à altitude basse. Dans le cas d'un avion, il faut cependant tenir compte des turbulences atmosphériques dans la troposphère, qui pourraient rendre les images floues à cause des mouvements subits de la direction de pointage de l'antenne. Dans le cas d'un satellite, voler à faible altitude (par exemple 200 km) coûte cher, car la friction de l'atmosphère résiduelle aura tendance à ralentir le satellite : il faudra donc dépenser beaucoup de carburant pour maintenir le satellite à poste. Cela se traduit en une durée de vie plus courte qu'un satellite volant à plus forte altitude. De plus pour alimenter le système radar, il est préférable d'utiliser les panneaux solaires en permanence, plutôt qu'une batterie, ce qui impose une orbite héliosynchrone de 800 km d'altitude environ. L'annexe B montre que la plupart des satellites radars d'observation de la Terre utilisent une orbite polaire héliosynchrone.

### 7.1.2.3 La minimisation du fouillis de mer en fonction de la position

Le dernier point à traiter concerne la limitation du fouillis de mer. Les simulations du chapitre 5 ainsi que les données expérimentales montrent une forte dépendance entre la forme du fouillis de mer de mer et l'angle d'incidence (d'une part) et l'angle entre la direction de visée du radar et la direction du vent. Comme on l'a vu au paragraphe 5.4.2.2, le fouillis de mer tend d'autant plus vers une loi de Rayleigh que l'incidence diminue et que le radar regarde dans la direction de propagation des vagues, ce qui donne une dispersion beaucoup plus faible de l'intensité des pixels de l'image.

### 7.1.2.4 La fauchée et le temps de présence sur zone

Pour une application concrète, on souhaite maximiser la zone surveillée. La plus grande fauchée est obtenue soit pour les radars en orbite (jusqu'à 500 kilomètres, mais à base résolution – 100 mètres typiquement), soit pour les radars trans-horizon émettant en bande HF (mais là aussi, avec une résolution faible). L'exigence de résolution étant la plus forte pour l'application de la détection de sillage, il faudra donc se contenter d'une fauchée limitée.

Néanmoins, il est possible de trouver un bon compromis fauchée résolution sur un système SAR aéroporté à haute altitude. Pour se fixer les idées avec un système actuel, le drone haute altitude, longue endurance RQ-4A *Global Hawk* américain est, d'après certaines sources, capable de couvrir 40 000 nautiques carrés par jours, soit 137 000 km<sup>2</sup>,

environ le quart de la France métropolitaine, à une résolution de  $6 \times 6$  mètres en mode balayage, et plus encore en mode *spotlight* (voir annexe B pour des caractéristiques plus détaillées). Le bilan n'est donc pas si négatif.

Pour ce qui est des satellites radar actuels, qui volent en orbite héliosynchrone, il y a également un impact sur le temps de présence sur zone. L'orbite polaire héliosynchrone permet d'imager la Terre entière : à chaque orbite, dont la durée est d'environ 100 minutes, la Terre aura tourné un peu sur elle-même (environ 2800 km à l'équateur), et la trace au sol du satellite sera différente. Le satellite passera à la verticale d'un même point après un cycle dont l'ordre de grandeur est de l'ordre de 30 jours, et repassera au voisinage (à quelques kilomètres près) de ce point au bout d'un sous-cycle de l'ordre de trois jours. Cette granularité est très faible, et ne permet pas d'imager une même zone en permanence avec un seul satellite. De plus la date et l'heure de passage de ces satellites au dessus d'une zone est bien connue, ce qui permet de réagir dans le cas où l'on cherche à éviter la détection par ces satellites.

### 7.1.2.5 Exigences opérationnelles pour les cas bistatiques

Les configurations bistatiques pourraient être choisies pour deux raisons : d'une part pour optimiser la visibilité du sillage, d'autre part pour des raisons de coût – dans l'espoir de n'utiliser qu'un émetteur d'opportunité – ou encore pour des raisons de discrétion.

**Utilisation d'émetteurs d'opportunité** Si on utilise un émetteur d'opportunité, il faut privilégier des émissions bien connues, et disponibles en permanence, ceci afin de maximiser le temps d'utilisation du système bistatique. On pourrait penser aux émissions GPS, ou encore aux stations radio grand public, ou de télévision, ou aux relais GSM. De plus, en général, ces émissions sont omnidirectionnelles, ce qui permet de placer le récepteur n'importe où tant que le bilan de liaison reste bon. Malheureusement, ces émissions sont souvent à bande très étroite, pour des raisons de minimisation d'encombrement de spectre :

- GPS : la bande est de l'ordre du mégahertz, ce qui donne une résolution en distance inférieure à 150 m après compression ;
- télévision numérique terrestre : le standard européen DVB-T permet des émissions sur des canaux de 5, 6, 7 ou 8 MHz de large, soit moins de 30 m à 18,75 m de résolution en distance.
- stations GSM : 25 MHz de bande, subdivisée en 125 canaux de 200 kHz ;
- stations de radio "FM" : 100 kHz de bande au mieux ;

Le fait que souvent, ces modulations sont en continu complique la chose. De plus il faut se rappeler que ces émissions ne sont disponibles que proches de la côte (sauf pour le GPS). Au final, les expériences bistatiques utilisant ces sources d'opportunité ont eu des résultats mitigés, dans les applications où il y a une forte exigence de résolution.

**Utilisation d'émetteurs coopératifs dans le domaine atmosphérique** L'utilisation de sources coopératives simplifie notablement la mise en œuvre du système radar bistatique. Pour choisir la configuration idéale, on peut commencer par étudier la résolution. En configuration bistatique, la résolution se dégrade avec l'angle que font l'axe de visée des antennes de l'émetteur et du récepteur (voir le chapitre 1, paragraphe 1.6). Cette remarque tend à privilégier, dans le cas bistatique, les configurations où les axes de visée des antennes sont dans le même plan (configurations 3 et 4 du chapitre 5). Les configurations BiSAR non parallèles (telle que celle illustrée à la figure 1.13 du chapitre 1) supposent que les



antennes de l'émetteur et du récepteur sont asservies pour éclairer au même endroit, ce qui est un problème technique dur. Ce genre de configuration privilégie également le travail en mode *spotlight* (les deux antennes pointent vers un point fixe de la scène), ce qui permet de gagner en résolution et en souplesse d'emploi, mais limite la fauchée.

De plus, dans le cas où deux porteurs volent de concert en parallèle, les images obtenues sont qualitativement similaires au cas monostatique, comme l'a montré le chapitre 5 lors de la comparaison de la configuration 3 avec les configurations SAR 1 et 2. Comme on ne pourra en général pas se permettre le luxe de faire voler deux avions de concert pour imager une zone, il semble donc logique de se contenter de la configuration SAR monostatique pour faire le travail.

**Utilisation d'émetteurs spatioportés** Le temps de disponibilité du satellite au sol pour des applications bistatiques est lié à l'orbite des satellites. En orbite polaire héliosynchrone, ce temps est de faible durée avec une faible répétitivité dans le temps (tous les trois jours). Cette répétitivité augmente néanmoins avec le nombre de satellites en vol. On peut aussi imaginer mettre des émetteurs en orbite géostationnaire pour éclairer une plus large zone, mais le bilan de puissance sera moindre. Il suffit d'un nombre réduit de tels émetteurs, trois ou quatre, pour éclairer la majeure partie de la Terre (sauf aux pôles), puisque la Terre est vue sous un angle de 17 degrés environ depuis l'orbite géostationnaire, ce qui permet de voir 42 % de la planète. Des satellites radar dédiés (c'est-à-dire émettant un signal pulsé large bande) ne sont pas en vol aujourd'hui. Néanmoins des applications BiSAR avec des satellites géostationnaires relais ont déjà été testées récemment [120].

**Bilan** Dans le contexte de l'imagerie du sillage de Kelvin, il semble que l'imagerie SAR aéroportée soit idéale d'un point de vue opérationnel. Si l'on souhaite utiliser un système bistatique, la seule configuration bistatique qui nous semble à première vue avoir un certain intérêt opérationnel pour imager le sillage est alors la configuration 4 du chapitre 5 : un émetteur au sol, un récepteur en vol, ou vice-versa. Cette configuration a en plus l'avantage de bien mettre en évidence les vagues du sillage par l'alternance des pentes bien éclairées et des pentes non éclairées, ce qui permet de facilement les détecter et de calculer leur période. En contrepartie il faudra asservir les antennes, et donc prévoir un lien de communication dédié entre l'émetteur et le récepteur. Ce lien n'est pas existant aujourd'hui. De fait, au vu des difficultés de mise en œuvre, le gain apporté par une configuration bistatique semble *extrêmement marginal* pour une application d'imagerie du sillage de Kelvin.

## 7.2 Le problème de la détection et de l'analyse du sillage de Kelvin

Dans la suite, on suppose que l'on souhaite détecter et analyser le sillage de Kelvin d'un navire dans une image suffisamment bien résolue, acquise au radar, ou bien avec un capteur optique. Le principe de la méthode que nous allons développer est, à quelques adaptations près, le même dans le cas de l'imagerie radar (éventuellement bistatique) et dans le cas optique.

### 7.2.1 Carte de hauteurs du sillage de Kelvin dans le repère monde

La théorie montre que la fonction d'élévation  $\zeta_w$  de la surface de la mer au point  $(x, y)$  peut être décrite comme la superposition de vagues sinusoïdales, chacune ayant une certaine direction  $\theta$ , une certaine amplitude et une certaine phase  $\phi(\theta)$ . Dans le cas d'une mer

parfaitement plate en présence du seul sillage de Kelvin, le chapitre 3, page 97, équation 3.15 a permis d'établir que dans le repère  $\mathcal{B}$  associé au navire :

$$\zeta_w(x_b, y_b) = \Re \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} A_{V_b, Y}(\theta) e^{-j\phi(\theta)} d\theta \quad (7.2)$$

avec :

$$\phi(\theta) = \frac{g_0}{(V_b \cos \theta)^2} [x_b \cos \theta + y_b \sin \theta] \quad (7.3)$$

où  $A_{V_b, Y}$  est la fonction de Kochin, paramétrée par la vitesse du navire  $V_b$  et la fonction forme de la carène  $Y$ . Dans le repère monde  $\mathcal{W}$ , en appelant  $\theta_b$  le cap du navire, on peut toujours écrire :

$$\begin{cases} \zeta_w(x, y) = \Re \int_{-\pi/2}^{\pi/2} A_{V_b, Y}(\theta) \exp(-\phi(\theta)) d\theta \\ \phi(\theta) = jK_{V, \theta_b}(\theta) [x \cos(\theta - \theta_b) + y \sin(\theta - \theta_b)] \end{cases} \quad (7.4)$$

Ici,  $K_{V_b, \theta_b}(\theta)$  est le nombre d'onde des vagues voyageant dans la direction  $\theta$  le repère bateau :

$$K_{V_b, \theta_b}(\theta) = \frac{K_b}{\cos(\theta - \theta_b)^2} \quad (7.5)$$

avec  $K_b = g_0/V_b^2$  le nombre d'onde associé au navire et  $g_0$  l'accélération de la pesanteur. On rappelle que cette expression vient du fait que le sillage de Kelvin voyage à la même vitesse que le navire. Il est utile de considérer la *représentation analytique*  $\tilde{\zeta}_w$  de  $\zeta_w$  :

$$\tilde{\zeta}_w(x, y) = \zeta_w(x, y) + j\check{\zeta}_w(x, y) \quad (7.6)$$

où  $\check{\zeta}_w$  est obtenu par transformée de Hilbert de  $\zeta_w$  [203]. On a alors :

$$\check{\zeta}_w(x, y) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} A_{V_b, Y}^*(\theta) \exp(-\phi(\theta)) d\theta \quad (7.7)$$

où  $\star$  désigne le conjugué. On montre alors que la transformée de Fourier  $\tilde{Z}_w$  de  $\zeta_w$ , en utilisant  $(K_x, K_y)$  comme les coordonnées dans le plan de Fourier, est :

$$\tilde{Z}_w(K_x, K_y) = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} A_{V_b, Y}^*(\theta) \delta(g_{V_b, \theta_b}(K_x, K_y)) d\theta \quad (7.8)$$

où  $\delta$  est la distribution de Dirac et la fonction  $g_{V_b, \theta_b}$  définit le lieu  $(k, \theta)$  du spectre du sillage ; cette fonction doit vérifier l'équation (7.5), donc :

$$g_{V_b, \theta_b}(K_x, K_y) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{K_x^2 + K_y^2} - \frac{K_b}{\cos^2(\arctan(K_y/K_x) - \theta_b)} = 0 \quad (7.9)$$

Ce spectre vit dans le demi-plan défini par l'inégalité :

$$K_x \cos \theta_b + K_y \sin \theta_b \geq 0 \quad (7.10)$$

Il est possible ensuite de revenir à la transformée de Fourier  $Z_w$  de  $\zeta_w$ . En effet ces transformées sont liées par une propriété fondamentale de la transformée de Hilbert : pour toute fonction  $s$  de représentation analytique  $\tilde{s} = s + j\check{s}$ , sa transformée de Fourier est :

$$\tilde{S} = S + j\check{S} \quad (7.11)$$

où :

$$\tilde{S}(f) = [1 + \text{sgn}(f)]S(f) \quad (7.12)$$

$$\check{S}(f) = -j\text{sgn}(f)S(f) \quad (7.13)$$

Cette relation (7.11) peut s'adapter en 2D par l'ensemble des relations suivantes [203] :

- pour  $K_x, K_y$  tels que  $K_x \cos \theta_b + K_y \sin \theta_b > 0$  :

$$\check{Z}_w(K_x, K_y) = -jZ_w(K_x, K_y) \quad (7.14)$$

$$\tilde{Z}_w(K_x, K_y) = 2Z_w(K_x, K_y) \quad (7.15)$$

$$Z_w(K_x, K_y) = \frac{1}{2}Z_w(K_x, K_y) \quad (7.16)$$

- pour  $K_x, K_y$  tels que  $K_x \cos \theta_b + K_y \sin \theta_b > 0$  :

$$\check{Z}_w(K_x, K_y) = 0 \quad (7.17)$$

$$\tilde{Z}_w(K_x, K_y) = Z_w(K_x, K_y) \quad (7.18)$$

- pour  $K_x, K_y$  tels que  $K_x \cos \theta_b + K_y \sin \theta_b < 0$  :

$$\check{Z}_w(K_x, K_y) = jZ_w(-K_x, -K_y) \quad (7.19)$$

$$\tilde{Z}_w(K_x, K_y) = 0 \quad (7.20)$$

$$Z_w(K_x, K_y) = \frac{1}{2}Z_w(-K_x, -K_y) \quad (7.21)$$

La figure 7.1(b) illustre ce résultat en montrant la transformée de Fourier de la figure 7.1(a), avec le lieu du spectre, qui vérifie l'équation (7.9).

### 7.2.2 Fonction de modulation de transfert liant la carte des hauteurs et l'image reçue

En télédétection, seule une image  $I(i, j)$  de la surface d'équation  $z = \zeta(x, y)$  est connue ; cette image est celle acquise par une caméra ou par un radar. Les coordonnées  $i, j$  sont les coordonnées en pixel dans l'image à la résolution d'acquisition. La carte des hauteurs du sillage  $\zeta_w(x, y)$  n'est elle pas connue. En imagerie SAR, on peut néanmoins relier le spectre de  $I$  au spectre de  $\zeta_w$  par une fonction de modulation de transfert  $\mathcal{F}[H_{\text{MTF}}]$  [5, 90] ; on peut aussi faire la même chose avec des images optiques. On a alors dans tous les cas :

$$\mathcal{F}[I](\kappa_i, \kappa_j) = \mathcal{F}[H_{\text{MTF}}](K_x, K_y)\mathcal{F}[\zeta](K_x, K_y) \quad (7.22)$$

Dans 7.22, le terme de gauche est une transformée de Fourier dans le plan des fréquences spatiales dans l'image  $\kappa_i$  et  $\kappa_j$  ; et le terme de droite une transformée de Fourier dans le plan des fréquences de la carte des élévations.

Afin d'illustrer le concept de fonction de modulation de transfert, nous avons principalement développé la théorie dans le cadre de l'Optique. Les fonctions en jeu en Optique sont plus simples que dans le cas du Radar, ce qui permet de facilement se fixer les idées, tout en sachant que les résultats qui nous sont utiles dans la suite sont qualitativement les mêmes dans les deux domaines. Néanmoins, afin de ne pas perdre de vue la ligne directrice de notre exposé, ce travail est rélégué à l'annexe E. De plus, le problème de la fonction de transfert a probablement été plus étudié dans la littérature dans le domaine du Radar que dans le domaine de l'Optique. Le lecteur intéressé pourra par exemple se tourner vers Hasselmann et Hasselmann [90] ou Krogstad [112, 113] pour la théorie de la fonction de modulation de transfert en radar monostatique, et vers Wang *et al.* [191] pour des éléments de calcul dans le cas bistatique. Un des intérêts de cette digression vers le domaine de l'Optique est de montrer que le travail exposé dans la suite de ce chapitre peut servir à la fois pour les images optiques et pour les images radar. Un autre intérêt est qu'il est également très facile de se procurer des images optiques réelles en grande quantité pour valider notre approche, ce qui n'est pas le cas pour des images radar.

## 7.3 Un algorithme de détection du sillage de Kelvin dans les images optiques et radar

### 7.3.1 Problématique

Si l'on suppose que la fonction de transfert de modulation  $\mathcal{F}[H_{\text{MTF}}]$  est presque linéaire – ce qui est le cas en Optique comme en Radar – alors le lieu du spectre du sillage, dans le spectre Fourier de l'image  $I$ , est globalement le même que dans  $Z_w$ . Il peut y avoir une déformation triviale si l'image n'a pas la même résolution sur ses deux côtés, mais nous allons supposer par la suite que les résolutions sont identiques.

Le problème de la détection du sillage de Kelvin dans l'image est alors équivalent à celui de la détection du spectre du sillage dans le spectre de l'image. Il est cependant très important de faire cela de manière robuste, puisque le spectre du sillage sera perdu dans les composantes spectrales venant des autres vagues. La seule approche que nous connaissons jusqu'ici, utilisant l'approche spectrale, a été proposée par Wu *et al.* [203] ; à notre connaissance, c'est également le seul document s'intéressant de près à l'exploitation du sillage de Kelvin dans des données de haute résolution. L'approche de Wu consiste à détecter des couples de points  $(P_{1i}, P_{2i})$  présents sur le lieu du spectre du sillage, en seuillant ce spectre, puis en utilisant ces points pour déterminer une estimée  $(V_i, \theta_0^i)$  de la vitesse et du cap du navire. L'estimée finale de  $V_b$  et  $\theta_b$  étant obtenue en moyennant les  $V_i$  et les  $\theta_b^i$ . Nous pensons que cette méthode est peu robuste puisque seul un petit nombre de points détectés au mauvais endroit suffisent à corrompre la moyenne. Même si un schéma du type RANSAC [66] est utilisé pour rejeter les mauvais points, il vaut mieux essayer de revenir à la base de la méthode en améliorant la détection du sillage.

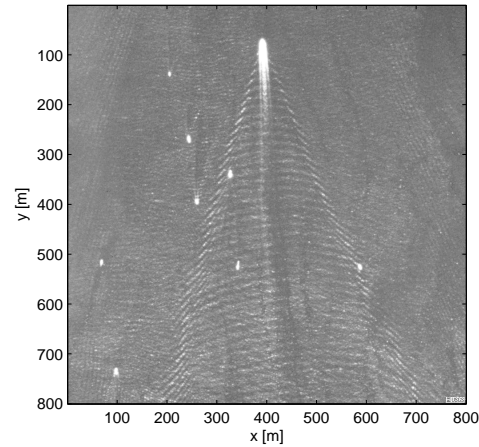
### 7.3.2 L'algorithme

Dans la suite de ce paragraphe, nous allons détailler les étapes mises en œuvre dans l'algorithme que nous proposons afin d'améliorer la détection du lieu du spectre du sillage. L'entrée de l'algorithme est une image optique ou radar notée  $I$  dont les caractéristiques géométriques sont celles d'une image de la surface "vue de dessus" (ce qui suppose éventuellement de corriger la perspective en optique, et de passer en résolution sol pour le radar). L'algorithme est lui-même divisé en trois étapes. Tout d'abord, une étape de prétraitement sur la transformée de Fourier de l'image est effectuée. Ensuite, on réalise une transformée de Radon généralisée (TRG) de cette transformée de Fourier. Enfin, on seuille cette transformée pour détecter un pic correspondant à un sillage. La sortie de l'algorithme est une information de présence ou d'absence du sillage, et en cas de présence, on fournit la vitesse et la direction de la trajectoire du navire.

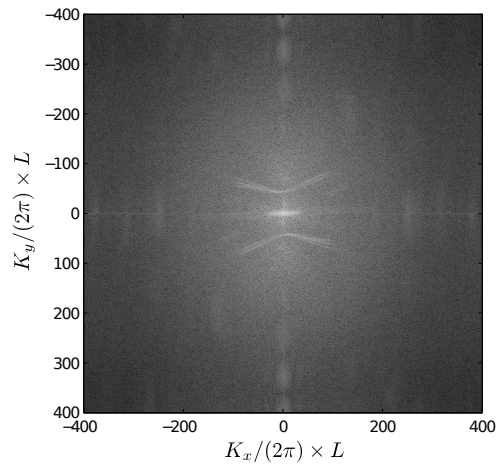
#### 7.3.2.1 Prétraitement

On commence par calculer l'amplitude de la transformée de Fourier 2D de  $I$ . On atténue ensuite les basses fréquences dans la transformée de Fourier pour limiter de fausses alarmes ultérieures (dans notre implémentation, la fréquence de coupure était prise à 10 cycles<sup>1</sup>. Le contraste de la transformée de Fourier est ensuite amélioré en utilisant un filtre passe-haut. On note  $F(K_x, K_y)$  le résultat de ce pré-traitement.

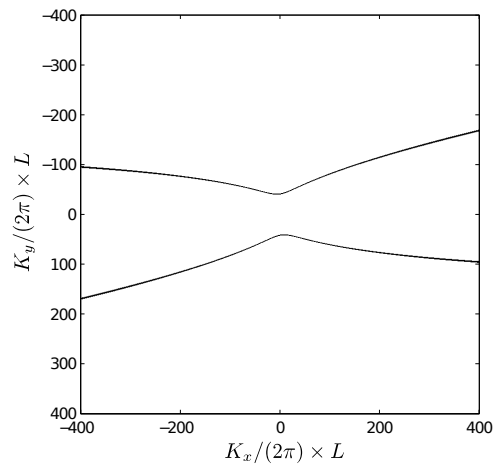
<sup>1</sup>Pour une image dont la largeur  $n$  correspond à une unité de longueur.



(a) Image optique originale, longueur du côté  $L=800$  m



(b) Module de sa transformée de Fourier 2D



(c) Lieu du spectre dans la transformée

FIGURE 7.1: Une image optique de sillage de Kelvin (source : USGS) et le lieu du spectre dans le plan de Fourier. On mesure environ 50 cycles sur 800 m, soit une longueur d'onde d'environ 15 mètres, correspondant à ce que l'on trouve dans l'image originale a).

### 7.3.2.2 La transformée de Radon généralisée

Afin de détecter le sillage, deux choses sont désirables : tout d'abord, on souhaite améliorer le rapport signal à bruit de la signature spectrale du sillage ; ensuite on veut réduire l'éendue spatiale de cette signature afin de la détecter plus aisément. L'idée générale est de concentrer toute l'énergie du spectre du sillage en un pic le plus concentré possible afin que ce pic puisse se démarquer du reste des composantes spectrales, qui sont vues comme du bruit. Pour cela, on va calculer la somme du spectre de  $F$  pour tous ses lieux possibles, soit encore pour tous les couples  $(V_b, \theta_b)$  possibles, puisque ces deux paramètres définissent un sillage de manière unique. Si un sillage est vraiment présent dans l'image, alors la somme sera très importante pour la valeur particulière de  $V_b$  et  $\theta_b$  qui correspond à ce sillage, et faible pour toutes les autres valeurs de  $V_b$  et  $\theta_b$ . Il ne s'agit donc de rien d'autre que de la transformée de Radon généralisée (TRG) de l'image pour une famille de courbes de paramètres  $(V_b, \theta_b)$  avec  $g_{V_b, \theta_b}(K_x, K_y) = 0$  comme équation implicite. La transformée  $R$  de  $F$  pour un sillage de paramètres  $(V_b, \theta_b)$ , sera :

$$R(K_{V_b}, \theta_b) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} F(K_x, K_y) \delta(g_{V_b, \theta_b}(K_x, K_y)) dK_x dK_y \quad (7.23)$$

où  $\delta$  est la distribution de Dirac. De manière alternative, on peut remarquer qu'un point particulier de  $F$  localisé aux coordonnées  $(K_x, K_y)$  peut intercepter toute une famille de lieux de sillage dont les paramètres  $(V, \theta_b)$ , ou encore  $(K_b^0, \theta_b)$ , sont définies par l'équation

$$K_b(\theta_b) = \sqrt{K_x^2 + K_y^2} \cos^2(\arctan(K_y/K_x) - \theta_b) \quad (7.24)$$

Ces courbes sont des sinusoides dans le plan d'axes  $(K_b, \theta_b)$ . Après avoir calculé la TRG de  $F$ , la moyenne locale est soustraite au résultat  $R$  afin de donner une fonction  $R'$ , ce qui permet d'améliorer la visibilité du pic qui est présent si un sillage est dans l'image.

### 7.3.2.3 Le seuillage

La problématique du seuillage de la transformée de Radon est exactement la même que dans le chapitre précédent. La position  $(K_b, \theta_b)$  dans la TRG d'un pic détecté donne bien sûr la vitesse et la direction du navire. On ne reviendra donc pas sur l'état de l'art et la discussion qui a été réalisée au sujet du seuillage dans le chapitre précédent. Néanmoins, comme il s'agit d'une des étapes les plus importantes de l'algorithme, nous allons dédier le paragraphe suivant à l'amélioration de la visibilité du pic par filtrage adapté stochastique. Au final, l'algorithme suit la chaîne présentée à la figure 7.2.

## 7.4 Amélioration du seuillage par filtrage adapté stochastique

On se retrouve, au niveau du paragraphe 7.3.2.3, dans une situation tout à fait analogue à celle de la chaîne 4 du chapitre 6, et du cadre théorique défini à l'annexe D, dont nous reprenons les notations. Ici le bruit correspond à la TRG du spectre de la houle dans l'image, tandis que le signal correspond à la signature du sillage des navires, apparaissant comme un pic dont la forme peut varier. En effet la forme du signal fluctue non seulement de par sa position dans la transformée, mais également et surtout par la diversité de la forme des carènes de navires, ainsi que la vitesse des bateaux dans la scène.

### 7.4.1 Construction des filtres adaptés stochastiques

La construction de la batterie de filtres adaptés stochastiques requiert l'estimation de la matrice de variance-covariance du signal ainsi que celle du bruit. Cette estimation peut

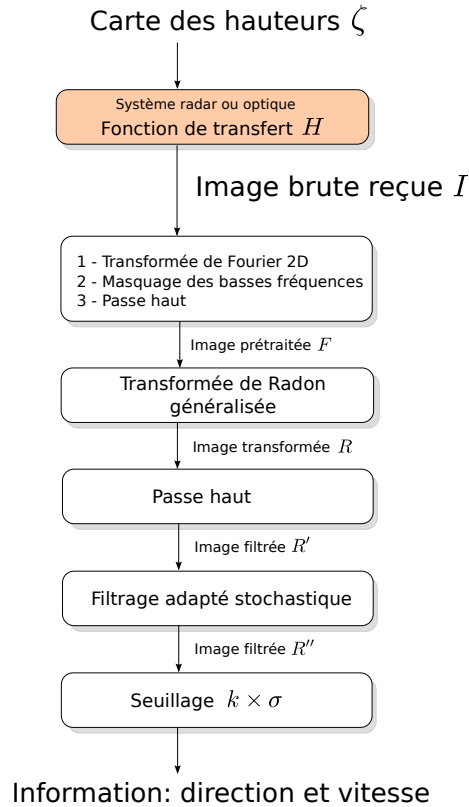


FIGURE 7.2: Schéma-bloc résumant la chaîne d'acquisition et de traitement avec notre algorithme de détection et d'analyse du sillage de Kelvin. À noter que l'on acquiert non pas la carte des hauteurs, mais bien l'image brute après la fonction de transfert  $H_{MTF}$ .

se faire pour une fenêtre de taille fixe adaptée à la taille du signal à détecter. On utilise pour cela des outils de simulation ainsi que des images réelles. Ce processus peut s'avérer long (une journée, dans notre cas), mais il peut être fait hors-ligne. En suivant l'annexe D, on note dans la suite  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{Q}$  les matrices de variance-covariance du signal et du bruit, respectivement.

Tout d'abord, il faut estimer la taille typique de la fenêtre adaptée au signal. On peut réaliser cela par essais/erreurs ; dans notre cas, nous avons choisi une fenêtre carrée de neuf pixels de large (soit  $n = 9 \times 9 = 81$  entrées). Il faut que la fenêtre permette de capturer l'essentiel de l'énergie du signal, sans pour autant être trop grande, pour ne pas demander trop d'échantillons pour l'estimée de la matrice de variance-covariance. Il faut au moins  $n$  réalisations d'une fenêtre de signal et de bruit car pour une taille inférieure les estimées des matrices de variance-covariance deviendraient singulières. On peut ensuite calculer les filtres adaptés stochastiques  $\{\mathbf{h}_i\}$  associés aux valeurs propres du problème,  $\{\lambda_i\}$ , ces valeurs propres permettant de seuiller le signal (voir l'annexe D, paragraphe D.6).

#### 7.4.1.1 Estimation de $\mathbf{Q}$

On applique l'ensemble de la chaîne de prétraitement et de transformée de Radon généralisée sur un corpus d'images réelles ne contenant pas de sillage. Les images ont été prises dans plusieurs conditions de mer, plusieurs directions d'observation, et avec éventuellement des caractéristiques telles que la présence d'ondes internes ou de zones de risées, perturbant localement la forme de la surface.

Nous avons travaillé avec 64 images optiques sans sillage, de taille  $600 \times 400$  et de

résolution 1 m (figures 7.9 et 7.9), en prenant plusieurs fenêtres au hasard dans le plan  $R'$  par image de manière à échantillonner le bruit dans le plan  $R'$ ; on aboutit au final à 1000 fenêtres de bruit pur. Notons que le nombre d'échantillons pris pour générer les fenêtres de signal pur et le bruit pur est relativement arbitraire, l'essentiel étant d'arriver à un compromis entre diversité et temps de calcul raisonnable.

Pour chaque image, on a ensuite choisi un certain nombre de sous-fenêtres dans lesquelles on est certain qu'il n'y a pas de bruit. On calcule ensuite la matrice de variance-covariance  $C_n$ . Cette matrice est à diagonale largement dominante ce qui montre que le bruit dans la transformée de Radon est spatialement peu corrélé.

#### 7.4.1.2 Estimation de P

Pour estimer le signal, il faut travailler en absence de bruit, ce qui nous force à travailler avec un modèle. Nous avons donc considéré neuf classes  $C_i, i \in [1..9]$  de carènes "représentatives" : voilier de plaisance, paquebot, navire de patrouille côtière, frégate/destroyer, pétrolier, sous-marin d'attaque à immersion périscopique, et des carènes paraboliques de type Wigley avec plusieurs rapport longueur/largeur (4, 5 et 6). Pour chaque classe  $C_i$ , on se donne un modèle de carène prototype  $Y_0^i$ ; par exemple pour la classe sous-marin d'attaque, il s'agit d'un sous-marin de classe Los Angeles (SSN 688); pour la classe frégate/destroyer, la carène choisie est la DTMB 5415; pour les autres classes, des modèles 3D génériques ont été utilisés. Les autres navires  $Y_j^i, j \geq 1$  sont des versions de  $Y_0^i$  mises à l'échelle, avec une longueur  $L_j^i$  et une vitesse  $V_j^i$ .

Voici comment les navires de chaque classe sont générés. On veut faire varier le paramètre longueur et le paramètre vitesse (on considère que le paramètre largeur est proportionnel au paramètre longueur, le facteur de proportionnalité étant lié à la classe  $i$ ; il s'agit d'un choix quelque peu arbitraire mais nettement simplificateur). Les vitesses  $V_b$  sont choisies de manière à ce que les nombres d'onde associés  $K_b = g_0/V_b^2$  évoluent avec un pas d'un mètre par seconde entre 1 m/s et 13 m/s. Pour chaque vitesse, on génère (arbitrairement) 50 navires, ce qui fait un total de 650 navires. La longueur de ces navires est tirée selon une loi normale, dont la moyenne est la longueur du prototype de la classe, et l'écart-type  $\sigma_i^{L_b}$  un paramètre de la classe choisi pour être représentatif de la taille typique des navires de cette classe. De même, le domaine des vitesses pour une classe de navires est défini comme une gaussienne centrée en zéro et d'écart-type  $\sigma_i^{V_b}$  (dans le cas de vitesses négatives, on retire une nouvelle valeur). La figure 7.3 montre la distribution des navires utilisée ici. Pour chaque modèle de référence  $Y_0^i$ , on peut calculer la fonction d'amplitude des vagues de sillage  $A_{Y_0^i}(V_b, \theta)$  (cf. 7.4) pour tous les angles  $\theta$  et une large gamme de vitesses  $V_b$  très finement échantillonnée. On réalise cela par intégration sur la carène du navire comme expliqué au chapitre 3. Cette opération prend un certain temps (environ 40 s dans notre cas) donc on ne la réalise que pour les prototypes de classe. La figure 7.4(a) montre le prototype de la classe sous-marin d'attaque en immersion périscopique, tandis que la figure 7.4(b) montre le module de sa fonction de Kochin  $|A_{Y_0^i}(V_b, \theta)|$ , avec  $\theta \in [-\pi/2, +\pi/2]$  et  $V_b$  entre 0.3 et 12.8 m/s.

On peut déduire la fonction d'amplitude  $A_{Y_j^i}(V_b, \theta)$  pour le navire  $Y_j^i$  de celle du prototype de classe  $Y_0^i$ . En effet, deux navires ne différant que de leur échelle, et partageant le même nombre de Froude  $Fr = V_b/\sqrt{g_0 L_b}$ , auront le même sillage avec des vagues dont l'amplitude est en proportion avec la longueur du navire. Donc, si l'on a en entrée la vitesse  $V_j^i$ , la longueur  $L_j^i$  du  $i$ -ème navire de la classe  $j$ , et que l'on connaît la longueur du prototype de classe  $L_0^i$ , on peut calculer la vitesse correspondante pour le prototype  $V_0^i$  en utilisant l'égalité des nombres de Froude et la fonction d'amplitude du navire de carène  $Y_j^i$



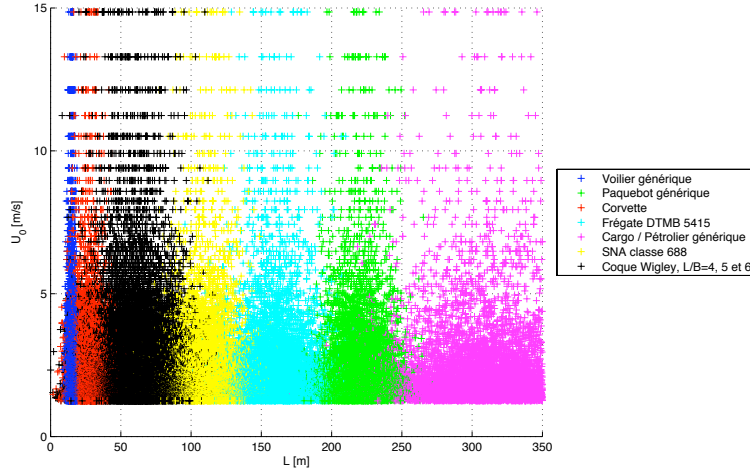


FIGURE 7.3: Distribution des 650 navires utilisés pour générer une banque de signaux purs. La légende indique la classe des navires.

devient :

$$A_{Y_j^i}(V_j^i, \theta) = \frac{L_j^i}{L_0^i} A_{Y_0^i} \left( \sqrt{\frac{L_j^i}{L_0^i}} V_0^i, \theta \right) \quad (7.25)$$

En connaissant la fonction d'amplitude  $A_{Y_j^i}(V_j^i, \theta)$  et le lieu du spectre  $g_{V_j^i}(K_x, K_y)$ , on peut simuler une image  $F$  telle qu'elle serait obtenue par le prétraitement obtenu au paragraphe 7.3.2.1 ; ensuite on peut calculer la transformée de Radon généralisée  $R'$  de  $F$  ; et ensuite on peut extraire une fenêtre contenant le pic de  $R'$  correspondant au sillage. On peut alors ajouter cette fenêtre dans l'ensemble des signaux sans bruit que l'on utilisera pour calculer la matrice de variance-covariance du signal pur  $P$ . La figure 7.5 montre un exemple d'un tel signal idéal.

La fonction d'amplitude  $A_{Y_j^i}(V_j^i, \theta)$  ne suffit pas à elle seule pour définir l'image reçue, comme on l'a vu plus haut ; il faut pour cela appliquer la fonction de transfert spécifique au capteur (*cf.* le paragraphe 7.2). Ceci requiert également de considérer l'angle d'incidence et la direction du capteur (en optique) ou du système radar (éventuellement bistatique), comme des variables aléatoires. Étant donné que l'on dispose analytiquement de la transformée de Fourier du sillage et que celui-ci est situé que sur une courbe de l'espace complexe, il est beaucoup plus avantageux de travailler par l'approche "fonction de transfert", plutôt que de générer une carte de sillage  $\zeta_w$  et de travailler dans l'espace naturel. On génère donc directement la transformée de Fourier de l'image observée, sans générer une carte de sillage ni calculer le rendu de cette carte.

Une fois obtenus ces signaux purs, on peut également directement appliquer le traitement de notre chaîne de détection, dans le plan de Fourier, puis calculer la transformée de Radon généralisée, de manière à aboutir *in fine* au signal dans le plan  $R'$ . Ce signal forme un pic, de taille et de forme variables, mais vivant sur un espace de faible dimension : une fenêtre  $W$  de  $9 \times 9$  pixels au plus. La figure 7.5 illustre ces propos en montrant l'allure de la transformée de Radon généralisée d'un tel sillage en l'absence de bruit.

### 7.4.2 Essais sur images réelles dans le cas optique : protocole

**Données utilisées** Nous disposons de deux bases de données : l'une contenant des images de mer sans sillage (figures 7.9 et 7.10), l'autre contenant des images de sillage (figures 7.11 et 7.12). Ces images ont été obtenues sur `teraserver-usa.com`<sup>2</sup>, et sont de taille et de résolution identiques :  $600 \times 400$  pixels à 1 m de résolution. Il y a 64 images dans chaque base.

**Une limitation du test du filtrage adapté stochastique sur données réelles** Les images réelles ont l'immense avantage de ne pas être un modèle simplifié. Cependant, on ne dispose pas toujours de toute l'information souhaitable, surtout si l'on travaille avec des données non explicitement acquises pour faire des essais. Dans le cas présent, il apparaît un grand problème lié au gain global de la chaîne de simulation du signal. Sur des données simulées, le calcul de ce gain est possible. Sur des données réelles telles que celles glanées sur Internet – les seules aisément disponibles en quantité – un inconvénient majeur est que l'information de gain n'est pas disponible. Les images sont en effet représentées typiquement sur 8 bits ou  $3 \times 8$  bits en couleurs, et ajustées de manière à être correctement exposées, avec éventuellement un histogramme tronqué pour les valeurs extrêmes (*clamping* ou *histogram clipping*). Cet ajustement, ou gain, est différent d'une image à l'autre, et inconnu. On ne peut donc pas revenir au niveau du signal ou de bruit intrinsèque, c'est-à-dire celui obtenu dans une acquisition idéalisée sans gain.

Si le niveau de bruit intrinsèque était constant d'une image à l'autre, on aurait pu imaginer de normaliser les images reçues par la puissance du bruit, qu'il est facile d'estimer, et donc s'affranchir du gain (mais pas de la troncature de l'histogramme). En effet, globalement le signal est fait de bruit. La quantité de pixels correspondant à du signal est en proportion très faible. Le calcul d'une grandeur telle que l'écart-type ne sera donc pas beaucoup biaisé par la présence du signal et correspondra assez bien à l'écart-type du bruit seuil. Cependant, le niveau de bruit intrinsèque varie (avec l'état de mer), tandis que le niveau de signal ne varie pas en fonction de l'état de mer : cette dépendance asymétrique à l'état de mer signifie que si l'on normalisait le niveau de bruit, on reporterait l'inconnu sur le niveau de signal, ce qui n'est pas souhaitable. Globalement donc, sur des images réelles acquises de manière non contrôlée, il faut travailler à terme de gain inconnu. Ceci ne changera pas l'expression des filtres adaptés stochastiques, ni le rapport signal à bruit réellement obtenu, mais uniquement celui du rapport signal à bruit *prédit* à partir des valeurs propres  $\{\lambda_i\}$ , qui ne veut plus rien dire.

Concrètement donc, si l'on utilise de telles données réelles, il ne reste qu'à calculer les filtres  $\{\mathbf{h}_i\}$  et à les essayer, en ne conservant de manière empirique que ceux qui apportent bien une amélioration du rapport signal à bruit. Nous avons donc réalisé cet essai en calculant la matrice de variance co-variance du bruit sur notre base de test de 64 images réelles (figures 7.9 et 7.9), en prenant plusieurs fenêtres au hasard dans le plan  $R'$  par image de manière à échantillonner le bruit dans le plan  $R'$  ; on aboutit au final à 1000 fenêtres de bruit pur. Notons que le nombre d'échantillons pris pour générer les fenêtres de signal pur et le bruit pur est relativement arbitraire, l'essentiel étant d'arriver à un compromis entre diversité et temps de calcul raisonnable.

### 7.4.3 Résultat des essais sur images optiques réelles

La figure 7.6 présente le résultat du traitement sur l'image présentée à la figure 7.1(a). Les images sont mises à l'échelle de manière à ce que l'écart-type du bruit soit unitaire.

<sup>2</sup>Les images provenant du U.S. Geographical Service, elles sont dans le domaine public.

On constate que le contraste dans l'image est meilleur après utilisation du FAS, et que pic correspondant au sillage détecté est plus visible. L'amélioration du rapport signal à bruit est de 3,28 dB sur cette image, après utilisation du filtrage adapté stochastique.

### 7.4.3.1 Performances

Afin de se faire une idée des performances de l'algorithme sur un plus grand nombre de cas de figure, on présente les résultats obtenus sur les 64 images avec sillage et les 64 images sans sillage. Les résultats sont synthétisés à la figure 7.7 et 7.8. Les données représentées sont les suivantes :

**Figure 7.7** : on annote chaque image manuellement pour le couple (cap  $\theta_b$ , nombre d'onde  $K_b$ ). Une fois calculé le plan de la TRG (noté  $R'$ ), on normalise  $R'$  en soustrayant la moyenne et en divisant par son écart-type. On se place donc dans la situation d'un seuillage de type  $k \times \sigma$ . On détecte alors le maximum de l'image ainsi obtenue. Dans le cas où le filtrage adapté stochastique n'est pas utilisé, le maximum est noté  $m_1$  ; et si le FAS est activé, il est noté  $m_2$ . Ces maximums sont tracés dans le second graphe. On affiche à la troisième ligne le gain en dB entre les deux méthodes : ce gain vaut  $20 \log m_2/m_1$ . La première ligne permet de déterminer si le maximum de l'image correspond effectivement au sillage annoté manuellement.

**Figure 7.8** : on affiche les mêmes graphes, mais il n'est plus question de sillage bien positionné ou non.

Les commentaires que l'on peut effectuer sur les deux graphiques sont les suivants. On constate tout d'abord que le filtrage adapté stochastique apporte effectivement une petite amélioration en terme de bonne localisation du sillage, lorsque ce sillage est présent : 36 images où le sillage est bien localisé avant FAS, et 48 après. Cette bonne détection s'accompagne d'une amélioration de l'écart du maximum à la moyenne de l'image (2,40 dB en moyenne sur les 64 images de sillage). La déviation par rapport à la moyenne de  $R'$  est de 13,5 en moyenne sur les 64 images de sillage.

Dans le cas de la mer seule, la déviation par rapport à la moyenne de  $R'$  n'est que de 7,97 en moyenne ; et le gain apporté par le FAS n'est que de 0,86 dB. On constate alors que la marge entre les images contenant des sillages et celles n'en contenant pas augmente, ce qui signifie qu'il y a également diminution du taux de fausse alarme en plus de l'augmentation du taux de bon positionnement du sillage.

### 7.4.3.2 Temps de traitement

Le temps de traitement moyen constaté pour 128 images, sous Matlab<sup>3</sup>, a été de 1,27 secondes pour l'ensemble des traitements, dont 1,06 secondes dans la TRG. Les images d'entrée avaient pour taille  $600 \times 400$  pixels ; les images de sortie étaient calculés sur 180 angles par pas de un degré, et 360 pixels pour les vitesses, soit la demi-diagonale de l'image d'entrée. La TRG a été implémentée en langage C par l'algorithme naïf<sup>4</sup> en prenant néanmoins soin de précalculer autant que possible les éléments dans les boucles les plus externes, en particulier en tabulant les fonctions trigonométriques. Cette optimisation simple nous a fait gagner un facteur 8 dans le temps de calcul. La complexité algorithmique de l'opération est en  $\mathcal{O}(n^2)$  où  $n$  est la taille du côté de l'image ; il s'agit de la complexité

<sup>3</sup>Machine équipée d'un processeur Intel Core Duo, bi-cœur, cadencé à 2,0 GHz, sous MacOS X 10.5, 2 Go de RAM, avec une charge CPU standard.

<sup>4</sup>Il n'est pas possible d'optimiser la TRG comme dans le cas linéaire, où l'on peut utiliser le *Fourier slice theorem*, cf. le chapitre précédent.

de la transformée de Radon généralisée qui ne peut être calculée par une transformée de Fourier comme la transformée de Radon pour les droites. La complexité de la TRG prédomine sur celle de la transformée de Fourier en  $\mathcal{O}(n \log n)$ . Il convient de noter ici qu’une complexité quadratique commence à être préoccupante pour une application temps réel.

## 7.5 Conclusions et perspectives

Ce chapitre a présenté un certain nombre de considérations concernant la détection du sillage de Kelvin dans des images haute résolution, à la fois acquises par radar ou bien acquises par imagerie optique.

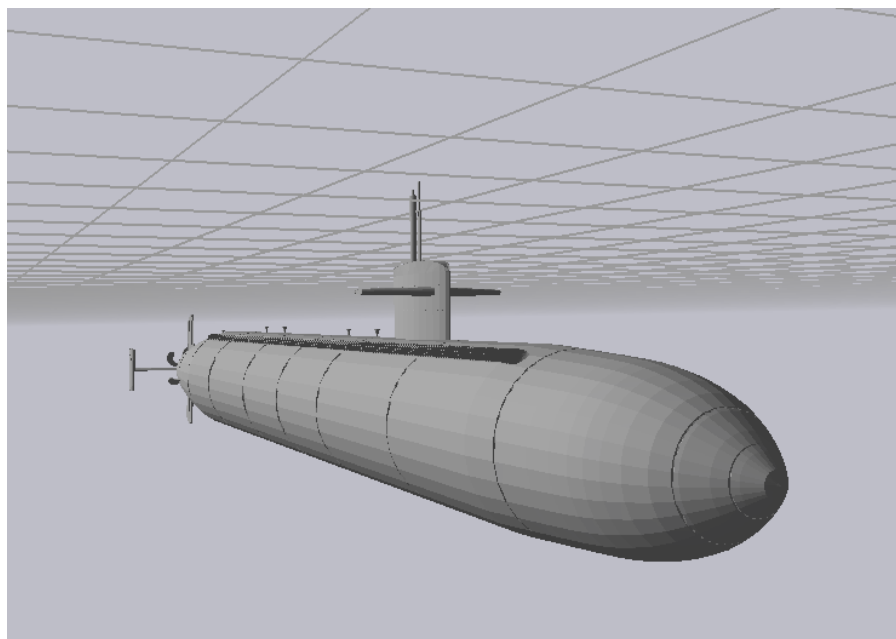
Dans une première partie, nous avons succinctement listé un certain nombre de paramètres influant sur la bonne visibilité du sillage de Kelvin, que l’on doit optimiser. Les conclusions qui ressortent de cette analyse sont les suivantes. Tout d’abord, il est souhaitable d’avoir une incidence suffisamment grande pour augmenter la visibilité des vagues du système de Kelvin par les ombres, et de minimiser l’importance du fouillis. On recommande également la polarisation HH ou bien une polarisation croisée. Enfin, la résolution au sol conditionne également la bonne visibilité des navires évoluant à vitesse faible : plus la résolution est importante, plus les navires lents seront visibles. L’exigence de résolution, ainsi que du coût du système, semble privilégier les systèmes SAR monostatiques aéroportés, ou bien la configuration BiSAR aéroportée avec une des deux composantes (émetteur ou récepteur) au sol, à l’exclusion de toute autre configuration bistatique. Cependant la configuration bistatique choisie nécessite un émetteur coopératif, d’où un gain seulement marginal d’un point de vue opérationnel.

Dans une seconde partie, nous avons présenté un nouvel algorithme de détection du sillage de Kelvin, construit pour retrouver la vitesse et la direction du navire (c’est-à-dire le cap avec une ambiguïté de  $\pi$  près). Cet algorithme est basé sur l’exploitation du lieu du spectre du sillage, ce lieu ne dépendant que du cap et de la vitesse, mais pas de la forme de la carène. L’énergie contenue dans le spectre est ensuite “compressée” en un pic dans le plan d’une transformée de Radon généralisée adaptée au sillage. On a ensuite testé la possibilité d’améliorer la visibilité de ce pic par l’utilisation d’un filtrage adapté stochastique. La construction de ce filtre adapté stochastique fait intervenir la construction d’une base de donnée de sillages de références. Afin de simplifier la construction de cette base, nous travaillons directement dans la transformée de Fourier de la carte des hauteurs. Nous utilisons un schéma permettant de générer rapidement un grand nombre de types de navires différents à partir d’un nombre réduit de classes de navires de référence dont on connaît la fonction d’amplitude du sillage en fonction de la vitesse, ceci en utilisant une paramétrisation par le nombre de Froude. On montre ensuite l’influence de la fonction de transfert permettant de passer de l’espace de la carte des hauteurs à l’espace du signal reçu. Une fonction de transfert dans le cas optique est présentée, il s’agit d’une généralisation du modèle de Kube et Pentland modifié par Chantler *et al.* intégrant la réflexion spéculaire (voir annexe E). Le cas de la fonction de transfert du radar est traité par un renvoi à la littérature.

En ce qui concerne la validation de cette méthode, nous avons proposé un premier essai sur une banque de données d’images optiques réelles, montrant le potentiel d’amélioration apporté par le filtrage adapté stochastique. On pourra néanmoins critiquer la portée de cet essai, dans la mesure où les images utilisées ne sont pas étiquetées en terme de type de navire, d’état de mer, ou de configuration du capteur. De plus, il a été expliqué qu’il n’est pas possible d’utiliser le sous-produit du filtrage adapté stochastique qui est la prédiction de l’amélioration du rapport signal à bruit. Nous sommes donc réduits à poser les seuils à la

main en tâtonnant. Afin de tester plus en profondeur l'algorithme, il faut donc avoir recours à la simulation. De même, nous n'avons pas répondu à une question importante, qui est de déterminer le rapport minimum entre l'amplitude des vagues de sillage et l'amplitude des vagues de la mer, permettant de détecter le sillage de Kelvin. Cette question est cruciale car elle permet de déterminer jusqu'à quel état de mer et jusqu'à quelle vitesse, pour un navire donné, il est possible de détecter le sillage.

Nous avons également discuté du temps de calcul de la méthode, évaluée à une complexité quadratique en nombre de pixels sur le côté de l'image, pour un temps de calcul légèrement supérieur à la seconde pour une image de  $600 \times 400$  pixels (sous Matlab). On notera qu'en théorie, l'application brutale du schéma de filtrage présenté ici devrait s'appliquer sur une fenêtre glissante, ou du moins sur une image brute de grande taille partitionnée en imagerie avec une gestion du recouvrement pour le cas où le sillage se trouverait en bord d'image. Tout cela peut rendre le temps de calcul important sur une grande image, mais étant donné que les imagerie seraient traitées de manière indépendante, cela ouvre néanmoins la perspective à un traitement parallèle. On peut également imaginer de n'utiliser l'analyse du sillage de Kelvin qu'après avoir détecté un navire, ce qui serait sans doute bien plus robuste. On pourrait enfin imaginer utiliser le filtrage proposé ici comme un outil laissé à un opérateur humain : cet opérateur dessinerait un cadre autour d'un contact où le sillage de Kelvin est bien visible, et l'information de vitesse et de cap serait automatiquement calculée.



(a) Sous-marin en situation dans l'interface graphique de MaRS.

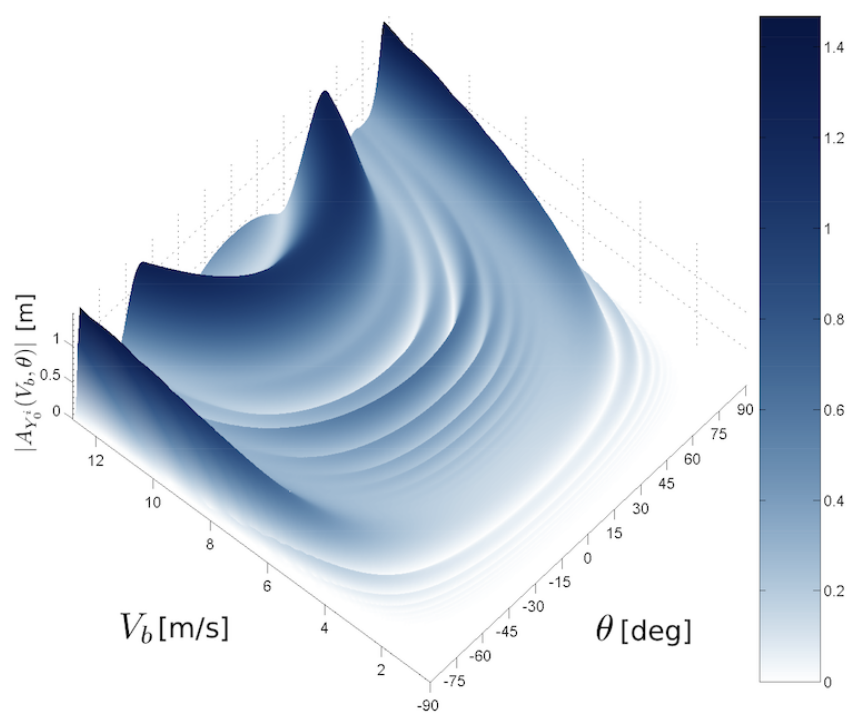
(b) Amplitude de la fonction de Kochin  $|A_{Y_0^i}(V_b, \theta)|$  du sous-marin.

FIGURE 7.4: *Prototype de la classe sous-marin d'attaque de classe 688 (longueur  $L_b = 110$  m, largeur  $B_b = 9,75$  m) en immersion périscopique, et sa fonction d'amplitude. L'angle  $\theta$  est pris dans le repère bateau  $\mathcal{B}$ .*

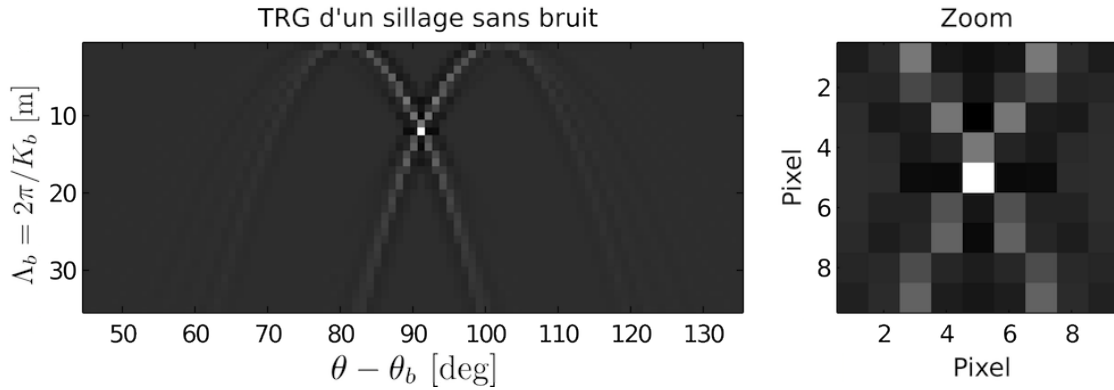


FIGURE 7.5: Transformée de Radon généralisée d'un sillage typique

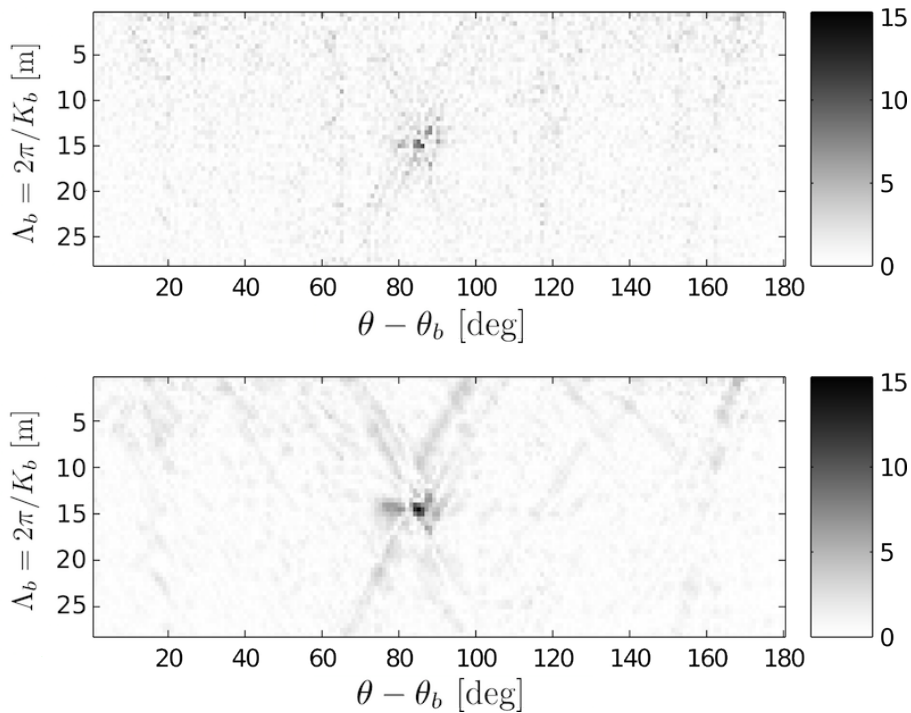


FIGURE 7.6: Transformée de Radon généralisée de l'image présentée à la figure 7.1(a) (en haut) et résultat du filtrage de cette transformée par le meilleur filtre adapté stochastique (en dessous). Les images sont mises à l'échelle de manière à ce que l'écart-type du bruit soit unitaire. L'amélioration du rapport signal à bruit est de 3,28 dB après utilisation du filtrage adapté stochastique. Sur l'axe du navire, le sillage a une longueur d'onde  $\Lambda_b = 15$  m cohérente avec les mesures dans l'image d'origine; cela correspond à une vitesse de 9,4 nœuds.

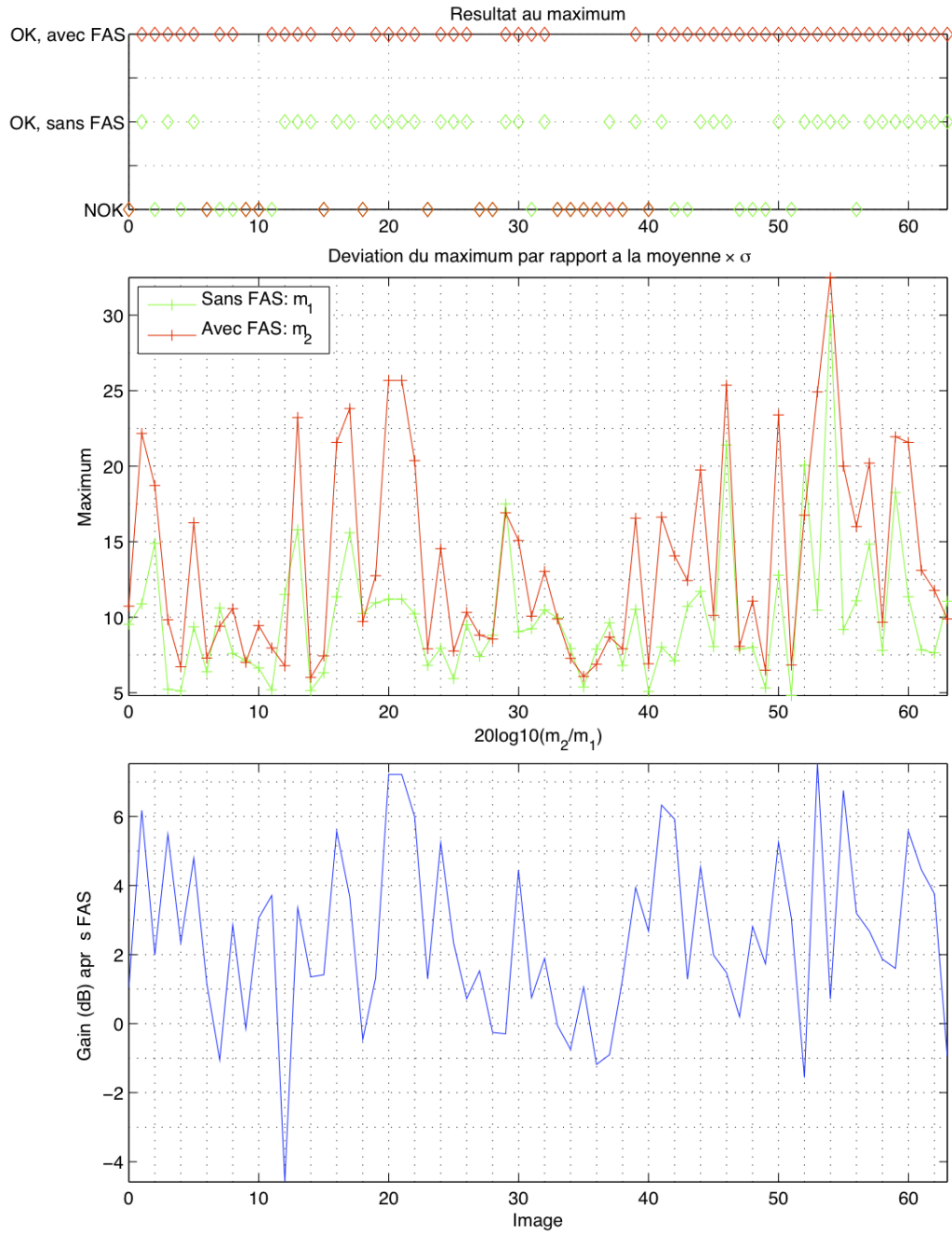


FIGURE 7.7: Résultats obtenus sur les images de sillage des figures 7.11 et 7.12



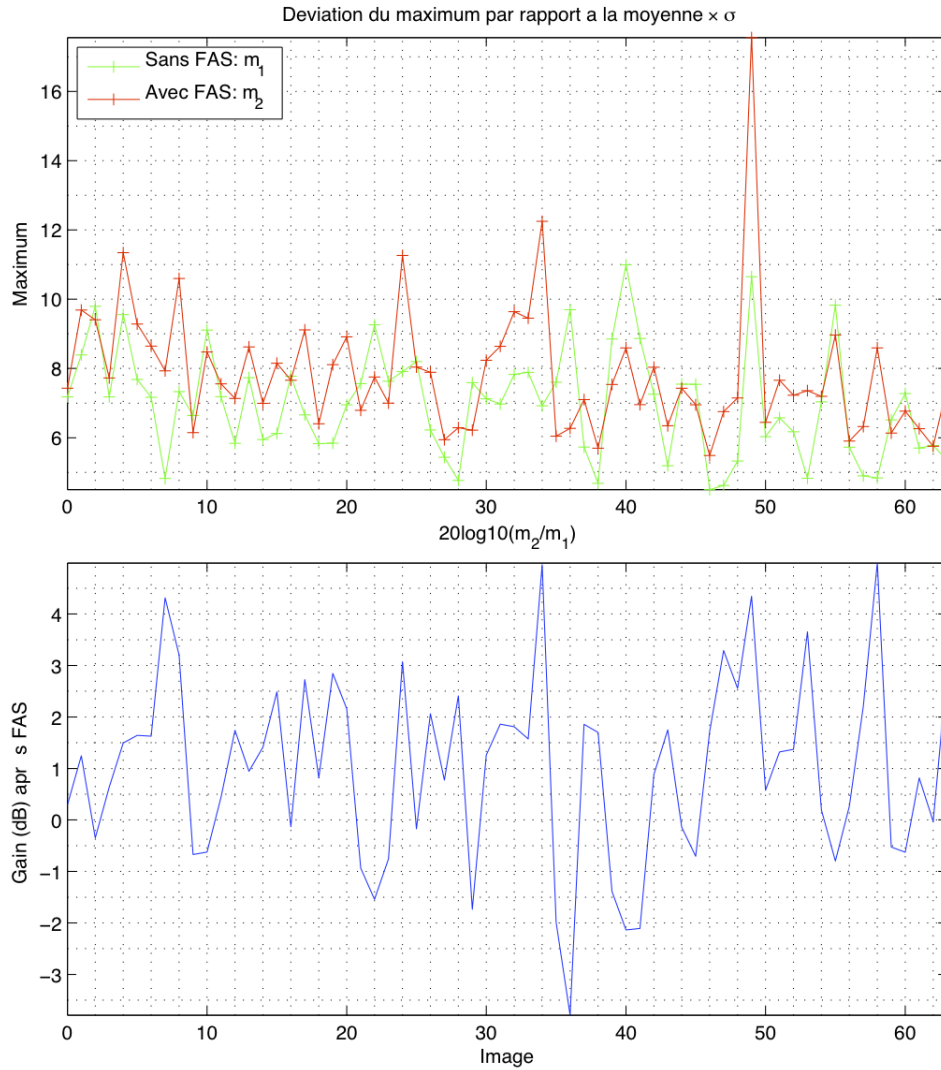


FIGURE 7.8: Résultats obtenus sur les images de sillage des figures 7.9 et 7.10

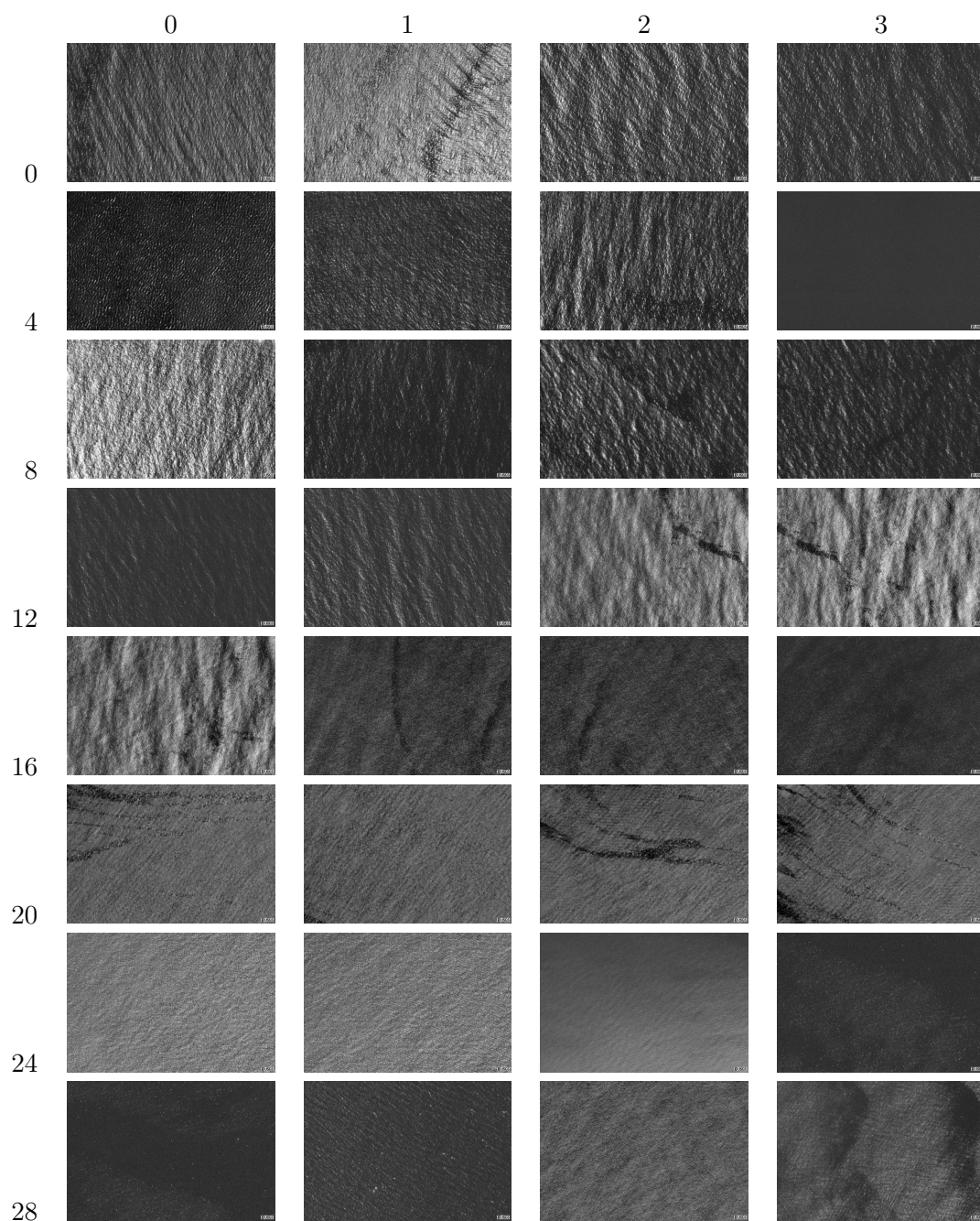


FIGURE 7.9: *La base de données des images de mer sans sillage en imagerie optique*

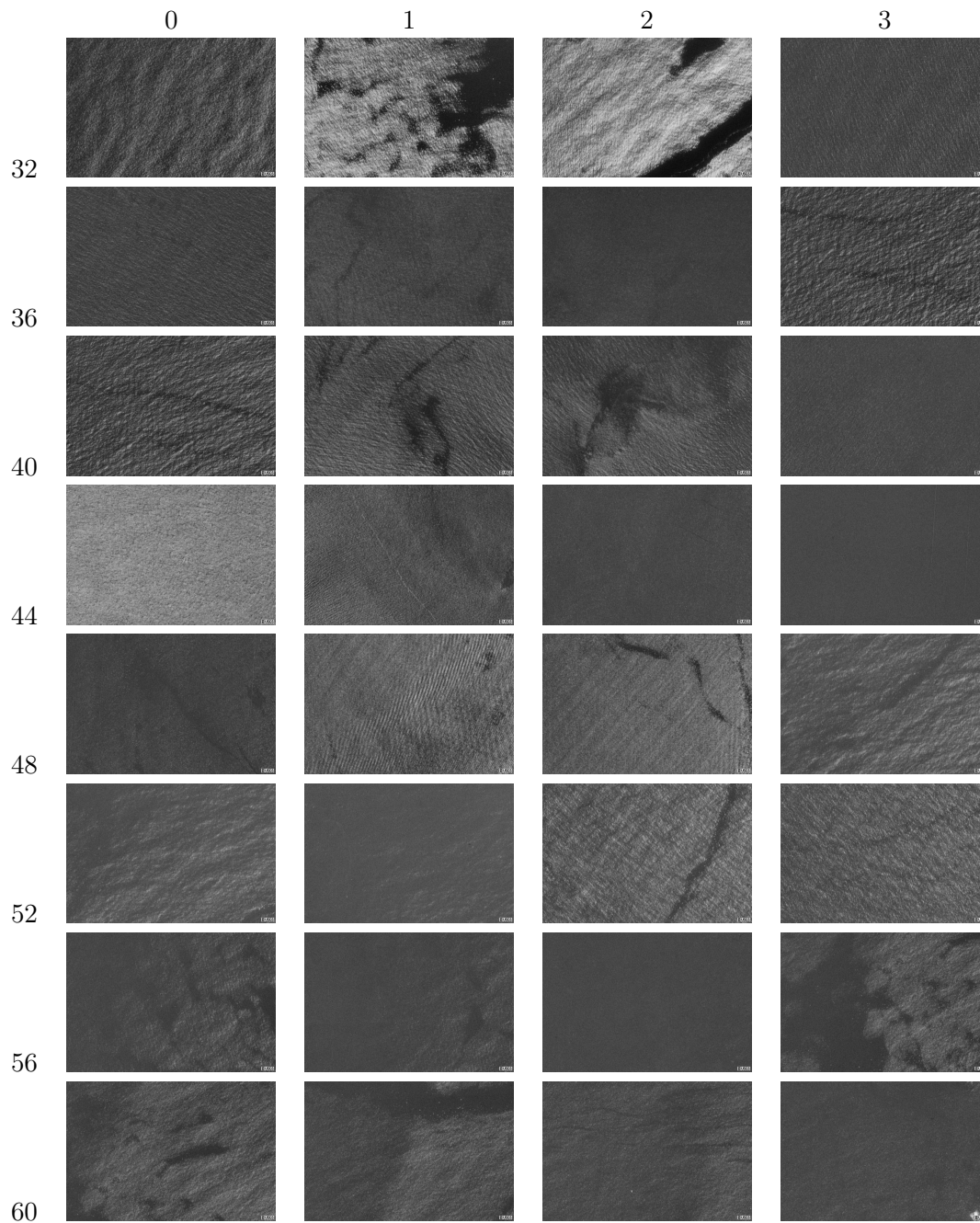


FIGURE 7.10: *La base de données des images de mer sans sillage en imagerie optique (suite)*

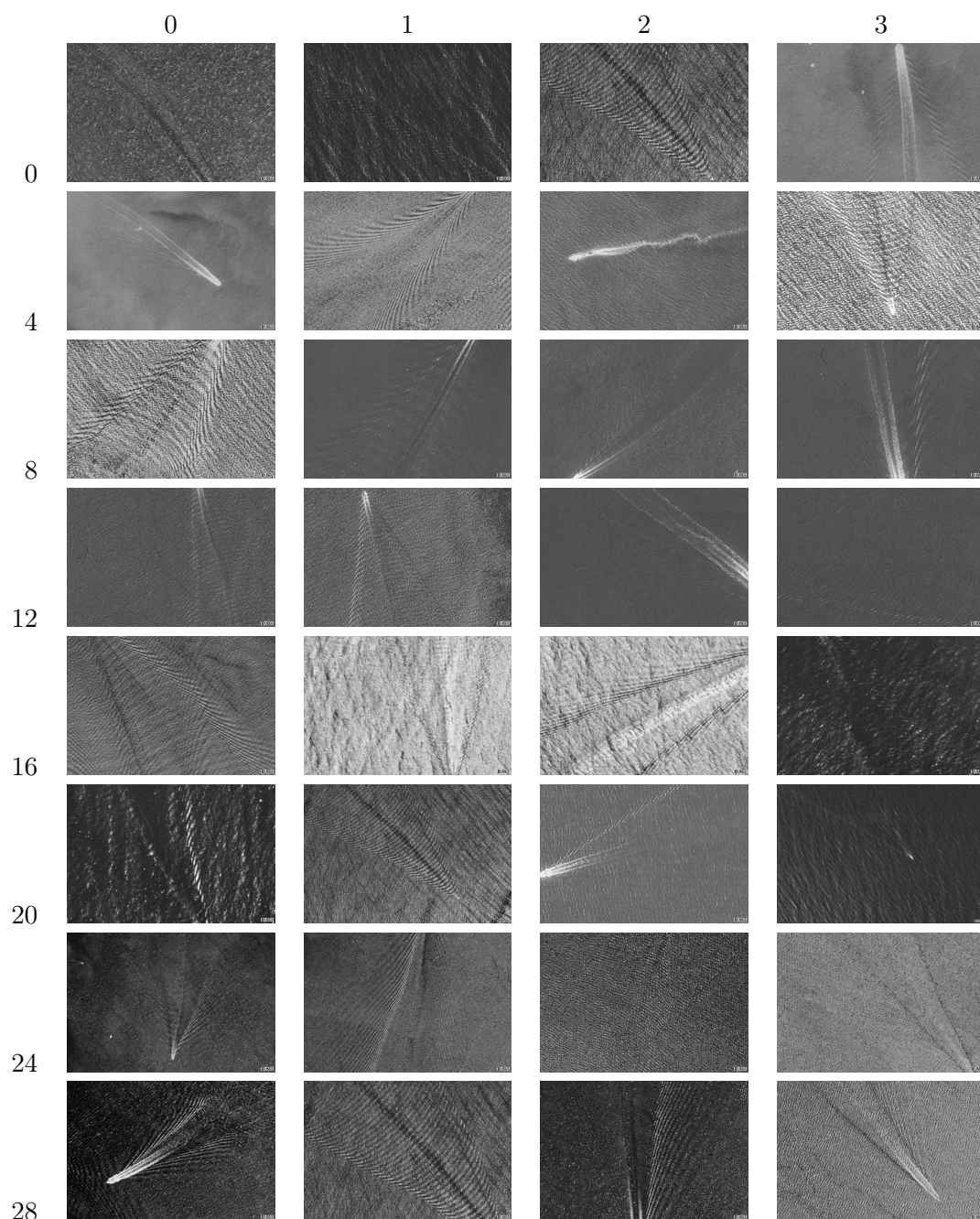


FIGURE 7.11: *La base de données des sillages de Kelvin en imagerie optique*

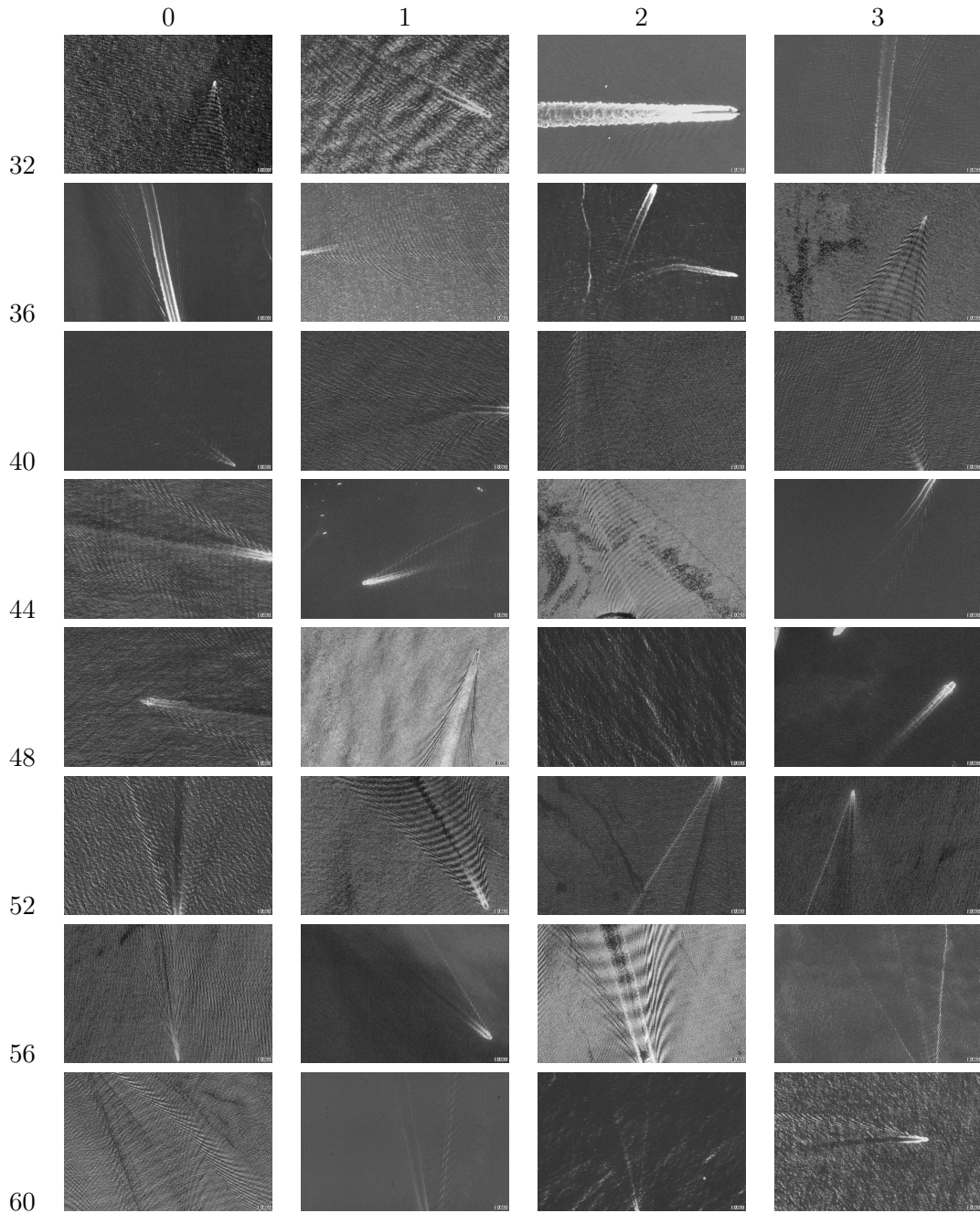


FIGURE 7.12: *La base de données des sillages de Kelvin en imagerie optique (suite)*



---

## Conclusions et perspectives générales

Hardin remained silent for a short while. Then he said, 'When did Lameth write his book?'

'Oh – I should say about eight hundwed yeahs ago. Of cohse, he has based it lahgely on the pprevious wuhk of Gleen.'

'Then why rely on him? Why not go to Arcturus and study the remains for yourself?'

Lord Dorwin raised his eyebrows and took a pinch of snuff hurriedly. 'Why, whatevah foah, my deah fellow?'

'To get the information firsthand, of course.'

'But wheahs the necessity? It seems an uncommonly woundabout and jopelessly wigmawolish method of getting anywheahs. Look heah now, I've dot the wuhks of the mastahs – the gweat ahchaeologists of the past. I wigh them against each othah – balance of the disagweements – analyze the conflicting statements – decide which is pwobably cowwect – and come to a conclusion. That is the scientific method. At least' – patronizingly – 'as *I* see it. How insuffewably cwude it would be to go to Ahctuusus, oah to Sol, foah instance, and blundah about, when the old mastahs have covahed the gwound so much moah effectually than we could possibly hope to.'

– Isaac Asimov, *Foundation 2*, IV.

Dans notre travail, nous nous sommes intéressés à la possibilité d'utiliser le sillage comme un outil d'aide à la surveillance maritime, en complément de la détection de navires. Nous avons également considéré le cas de l'imagerie bistatique. Il s'agit de deux thèmes légèrement en marge des approches usuelles en surveillance maritime. Nous avons vu en effet que le sillage n'est qu'un complément à la détection de navires, bien qu'il puisse apporter des informations très utiles lorsqu'il est correctement détecté. D'autre part, les radars de surveillance maritime sont, à quelques rares exceptions près, tous monostatiques. Aussi, il est intéressant de voir ce qu'une discussion combinant ces deux éléments a pu apporter.

L'approche que nous avons utilisée peut être considérée comme duale : la première partie du manuscrit a présenté une voie directe, partant de la modélisation de l'environnement pour en déduire le signal reçu, à l'aide d'un simulateur. La seconde partie est la voie indirecte, où l'on tente de retrouver les paramètres de cap et de vitesse du navire à partir des données radar.

Nous avons commencé par exposer individuellement l'ensemble des modèles et des phénomènes en jeu dans la chaîne d'acquisition radar bistatique. Cette discussion, a été partagée en quatre chapitres. Le premier a traité du système radar et du traitement des données (par exemple pour réaliser l'intégration en antenne synthétique) d'un point de vue "traitement de signal". Le second a discuté de la modélisation de la surface de la mer, en particulier de modèles de mécanique des fluides. Le troisième a permis de traiter du sillage et de sa



modélisation. Le quatrième enfin a permis d'aborder la réflexion des signaux radar d'un point de vue électromagnétique. Cette discussion était, de notre point de vue, nécessaire afin de comprendre l'inter-dépendance des divers phénomènes. Elle était également importante pour réaliser "l'unification" de ces divers domaines au sein d'une même application, ce que nous avons présenté au cinquième chapitre dédié à la simulation de signaux radars bruts. Nous pensons également que cette "unification" a un certain apport didactique.

Les résultats de nos travaux sur la simulation sont les suivants. Nous avons montré que le temps de calcul d'un simulateur de signaux bruts pour une scène de  $500 \times 500$  mètres est aujourd'hui de l'ordre de la demi-heure. Tel quel, ce temps de calcul est aujourd'hui très utilisable pour une simulation ponctuelle, ce qui n'était pas le cas il y a quelques années encore. Ce temps reste par contre trop long pour la construction d'une base de données de signaux et la recherche exhaustive d'une configuration optimale. Cela dit, le mécanisme de la simulation est fortement parallélisable. La parallélisation et l'utilisation intensive des cartes graphiques comme co-processeurs sont ainsi deux pistes à explorer absolument pour améliorer les temps de calcul. D'autre part, si la simulation n'a pas servi de manière intensive pour construire une base de données, elle a malgré tout permis d'exhiber des images radar simulées de la surface maritime en configuration SAR bistatique polarimétrique, ce qui est n'a encore jamais été proposé jusqu'ici à notre connaissance. Notre simulation n'est pas limitée aux applications radar : elle a, par exemple, également été utilisée pour étudier la réflexion de signaux de type GPS sur la surface de la mer (Coatanhay, Arnold-Bos et Khenchaf [41, 40]).

Les modèles (électromagnétiques, de mécanique des fluides, *etc.*) que nous avons utilisés ont été validés individuellement, ce qui permet d'assurer que le signal simulé est correct du point de vue du bilan de liaison moyen. Nous avons également comparé les images avec des modèles et des données réelles dans le cas monostatique, du point de vue des caractéristiques du bruit de chatolement. Le résultat de cette comparaison est que l'on peut retrouver le comportement qualitatif des modèles du bruit de chatolement, en particulier l'évolution de la forme de la distribution de bruit de chatolement avec l'incidence, la vitesse du vent et l'angle au vent. Néanmoins nous n'avons pas trouvé un accord numérique parfait. Nous conjecturons que cet écart pourrait s'expliquer soit par la non prise en compte des non-linéarités de la surface de la mer, soit par la limitation des modèles statistiques utilisés quand la surface simulée est composée de facettes très petites. Nous soulignons l'importance de la comparaison entre les données simulées et des mesures réelles, et la nécessité d'investiguer plus avant l'origine des différences observées dans le cadre d'une simulation "physique" basée sur un découpage en facettes. La simulation seule ne peut en aucun cas se substituer à l'expérience sur le terrain ! Un autre résultat important de notre étude est la prise en compte explicite de la réflexion spéculaire. Dans la littérature, l'accent est mis sur la réflexion diffuse, ce qui est correct pour des applications de radar à visée latérale, mais dans le cas bistatique général, la réflexion spéculaire ne peut être ignorée. Enfin, nous avons également porté un soin particulier à l'étude des pas de discrétisation de la surface maritime utilisée dans la simulation. Il est de notre avis que cette discrétisation est un point souvent négligé dans la littérature.

Pour ce qui concerne la détection du sillage dans les images radar, voici les conclusions de notre travail. Nous avons commencé par comparer quatre chaînes de référence typiques pour la détection du sillage d'eau morte. Le résultat de cette comparaison est que la méthode classique consistant à utiliser une transformée de Radon (Rey *et al.* [154]) donne un très bon rapport entre vitesse de calcul et résultats, par rapport à d'autres méthodes proposées ultérieurement dans la littérature. Il est possible d'augmenter significativement le taux de bonnes détection en améliorant le seuillage de la transformée de Radon. Pour cela, la méthode du filtrage adapté stochastique telle que proposée par Courmontagne [45]

est une alternative intéressante, qui ne ralentit pas significativement le temps d'exécution par rapport à la méthode de base. Néanmoins, elle nécessite un apprentissage sur une base d'images réelles ou simulées. Cet apprentissage peut être lourd à mettre en place, mais il peut être fait une fois pour toutes, hors ligne. Dans tous les cas, la détection du sillage reste une opération coûteuse. Afin de limiter le temps de calcul, il semble donc intéressant de subordonner la détection du sillage à la détection des navires dans l'image, c'est-à-dire de ne déclencher l'utilisation de l'algorithme de détection de sillage que sur détection d'un navire. Notons enfin que la problématique de la détection du sillage sombre est similaire à celle de la détection de dégazages sauvages, ce qui ouvre d'autres perspectives d'utilisation intéressantes.

Dans le dernier chapitre du manuscrit, nous avons discuté de la détectabilité du sillage de Kelvin dans les images radar haute résolution, ainsi que des images optiques.

Dans un premier temps, nous avons discuté des éléments à prendre en compte pour un choix *a priori* d'une configuration permettant d'imager le sillage de Kelvin en imagerie SAR, éventuellement bistatique. Il est ressorti de cette analyse qu'aujourd'hui, deux types de configurations peuvent être envisagées. L'une, déjà disponible, est celle du SAR aéropporté, avec une bonne résolution (de l'ordre du mètre), en polarisation HH ou croisée. L'autre est une configuration bistatique avec une antenne aéropportée et une autre placée au niveau du sol. Cette configuration ferait usage de signaux radar dédiés pour avoir une bonne résolution, ce qui exclurait l'utilisation de sources d'opportunité. Notre simulateur semble suggérer que cette configuration permet de concilier les avantages de la configuration à faible angle de rasance et de l'imagerie en antenne synthétique, à savoir un contraste supérieur et une bonne résolution. Néanmoins il faut que l'émetteur et le récepteur coopèrent pour synchroniser la direction des antennes. De notre point de vue, les considérations opérationnelles doivent cependant primer sur les considérations théoriques. Aussi, au vu des contraintes qu'elle impose, l'apport de cette configuration bistatique nous semble extrêmement marginal dans le cadre de la surveillance maritime. Elle pourrait cependant être intéressante ponctuellement dans le cadre scientifique pour l'étude des sillages, étude qui pourrait avoir des retombées en architecture navale. Dans un tel contexte expérimental, il n'est par contre pas dit que d'autres systèmes<sup>5</sup> ne permettraient une telle étude avec des performances encore meilleures et à un moindre coût. Cela dit, il y a fort à parier que ces divers systèmes seraient complémentaires plutôt que redondants. Le radar a donc toute sa place dans le domaine, malgré les difficultés de mise en œuvre.

Dans un second temps, nous avons proposé un algorithme de détection des sillages de Kelvin, permettant d'obtenir la direction de la trajectoire du navire ainsi que sa vitesse. L'algorithme est basé sur l'utilisation des propriétés du lieu du spectre du sillage dans la transformée de Fourier de l'image reçue, en introduisant une transformée de Radon généralisée adaptée au sillage. Nous avons également proposé d'améliorer la visibilité de ce sillage par l'utilisation du filtrage adapté stochastique. L'algorithme proposé fonctionne en principe sur des images SAR, BiSAR et en imagerie spatiale optique. De premiers essais sur des images optiques réelles semblent confirmer la faisabilité de la méthode. En guise de perspective, nous suggérons de pousser plus avant les essais, au moins dans le domaine optique, où les images sont plus faciles à simuler. Ceci permettrait de déterminer les domaines d'utilisation de la méthode (taille et domaines de vitesse du navire, état de mer, *etc.*). Remarquons là aussi que la méthode que nous proposons reste encore lourde en temps de calcul. Il n'est donc pas question de l'utiliser sur une fenêtre glissante dans une image, et il vaut mieux subordonner son utilisation à la détection des navires. On peut également utiliser cet algorithme comme un outil fourni à un opérateur humain, qui

---

<sup>5</sup>On pourrait envisager la télémétrie lidar, ou encore acoustique avec une rampe de transducteurs fixés au fond de l'eau sur un polygone d'essais et visant la surface, ou encore l'utilisation de l'imagerie optique,...



sélectionnerait manuellement une zone où un sillage est présent.

---

# Annexes

---



## Repères et géométrie

### A.1 Transformations entre repères.

Soit deux repères  $\mathcal{R}_1(O_1, \hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{y}}_1, \hat{\mathbf{z}}_1)$  et  $\mathcal{R}_2(O_2, \hat{\mathbf{x}}_2, \hat{\mathbf{y}}_2, \hat{\mathbf{z}}_2)$ . Alors on définit le changement de repères de la manière suivante :

$$\{\mathbf{O}_1 \mathbf{A}\}_{\mathcal{R}_2} = \mathbf{R}_{1 \rightarrow 2} \times \{\mathbf{O}_1 \mathbf{A} - \mathbf{O}_1 \mathbf{O}_2\}_{\mathcal{R}_1} \quad (\text{A.1})$$

La matrice de rotation  $\mathbf{R}_{1 \rightarrow 2}$  est définie de la manière suivante :

$$\mathbf{R}_{1 \rightarrow 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \check{x}_1 & \sin \check{x}_1 \\ 0 & -\sin \check{x}_1 & \cos \check{x}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \check{y}_1 & 0 & \sin \check{y}_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \check{y}_1 & 0 & \cos \check{y}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \check{z}_1 & \sin \check{z}_1 & 0 \\ -\sin \check{z}_1 & \cos \check{z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Les angles  $\check{x}_1, \check{y}_1, \check{z}_1$  correspondent aux angles d'Euler du changement de repère. Ainsi,  $\check{x}_1$  correspond à une rotation autour du vecteur  $\hat{\mathbf{x}}_1$ , les deux autres angles étant nuls, *etc.*

### A.2 Repères utilisés

Tous les repères utilisés dans ce document sont orthonormaux et directs. On fournit une illustration de la plupart des repères introduits dans cette thèse à la figure A.2, page 239.

#### A.2.1 Repère global $\mathcal{W}(O, \hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}})$

L'origine  $O$  est placée au niveau moyen de la mer. Le vecteur  $\hat{\mathbf{z}}$  pointe vers le ciel. Le vecteur  $\hat{\mathbf{x}}$  pointe vers l'Est, le vecteur  $\hat{\mathbf{y}}$  vers le Nord.

#### A.2.2 Repère vent $\mathcal{V}(O, \hat{\mathbf{u}}, \hat{\mathbf{u}}_{\perp}, \hat{\mathbf{z}})$

$O$  désigne un point de la surface moyenne de la mer pris comme référence. Le vecteur  $\hat{\mathbf{u}}$  pointe dans la direction vers laquelle souffle le vent (*downwind*). Le vecteur  $\hat{\mathbf{u}}_{\perp}$  pointe dans la direction vent de travers (*crosswind*). Le troisième vecteur est le même que pour le repère monde. La direction du vent est définie par l'angle  $\psi_0 = (\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{u}})$ .

#### A.2.3 Repère local $\mathcal{L}(P, \hat{\mathbf{x}}_l, \hat{\mathbf{y}}_l, \hat{\mathbf{z}}_l)$

L'origine est un point  $P$  de la surface de la mer.  $\hat{\mathbf{z}}_l$  est selon la normale local à la surface de la mer en  $P$  et pointe vers le ciel.  $\hat{\mathbf{x}}_l$  est dirigé dans la direction *downwind*, c'est-à-dire que  $(\hat{\mathbf{x}}_l - \hat{\mathbf{z}}_l \cdot \hat{\mathbf{x}}_l) / \|\hat{\mathbf{x}}_l - \hat{\mathbf{z}}_l \cdot \hat{\mathbf{x}}_l\| = \hat{\mathbf{z}}$  (à supposer que la surface locale n'est pas verticale, ce qui n'a pas lieu d'arriver pour une mer non déferlante).

#### A.2.4 Repère antenne émettrice $\mathcal{X}(X, \hat{\mathbf{x}}_x, \hat{\mathbf{y}}_x, \hat{\mathbf{z}}_x)$

L'origine du repère est confondu avec l'origine de l'antenne, en général son centre de symétrie s'il y en a un. Le vecteur  $\hat{\mathbf{x}}_x$  donne la direction de visée de l'antenne. Le vecteur  $\hat{\mathbf{y}}_x$  est orienté selon la plus grande dimension de l'antenne.

#### A.2.5 Repère polarimétrique de l'antenne émettrice $\mathcal{P}_X(P, \hat{\mathbf{v}}_x, \hat{\mathbf{h}}_x, \hat{\mathbf{r}}_x)$

Ce repère est défini pour un point P de l'espace, repéré dans le repère  $\mathcal{X}$  par un gisement  $\check{z}_x$  et un angle de site  $\check{y}_x$ . Le vecteur  $\hat{\mathbf{r}}_x$  est égal à  $\mathbf{XP}/\|\mathbf{XP}\|$ . Le vecteur  $\hat{\mathbf{v}}_x$  est dans le plan défini par  $\hat{\mathbf{r}}_x$  et  $\hat{\mathbf{z}}_x$ ; il est égal à  $-\hat{\mathbf{z}}_x$  si  $\check{y}_x = 0$ . Le vecteur  $\hat{\mathbf{h}}_x$  est tel que  $\mathcal{P}_x$  soit orthonormal direct.

#### A.2.6 Repère polarimétrique de l'onde incidente $\mathcal{P}_I(P, \hat{\mathbf{v}}_i, \hat{\mathbf{h}}_i, \hat{\mathbf{r}}_x)$

Ce repère a pour origine un point P de l'espace, le vecteur  $\hat{\mathbf{h}}_i$  étant égal à  $\hat{\mathbf{r}}_x \times \hat{\mathbf{z}}_x$ , et le vecteur  $\hat{\mathbf{v}}_i$  étant orthogonal aux deux autres vecteurs.

#### A.2.7 Repère polarimétrique de l'onde réfléchie, convention "forward scattering alignment" $\mathcal{P}_S^F(P, \hat{\mathbf{v}}_s^f, \hat{\mathbf{h}}_s^f, \hat{\mathbf{r}}_s^f)$

Le vecteur  $\hat{\mathbf{r}}_s^f$  est égal à  $\mathbf{PR}/\|\mathbf{PR}\|$  où R est l'origine du repère polarimétrique de l'antenne réceptrice. Le vecteur  $\hat{\mathbf{h}}_s^f$  est égal à  $\hat{\mathbf{z}}_l \times \hat{\mathbf{r}}_s^f$ . Le vecteur  $\hat{\mathbf{v}}_s^f$  est orthogonal aux deux autres vecteurs.

#### A.2.8 Repère polarimétrique de l'onde réfléchie, convention "backscattering alignment" $\mathcal{P}_S^B(P, \hat{\mathbf{v}}_s^b, \hat{\mathbf{h}}_s^b, \hat{\mathbf{r}}_r)$

Le vecteur  $\hat{\mathbf{r}}_r$  est égal à  $-\hat{\mathbf{r}}_s^f$ . Le vecteur  $\hat{\mathbf{h}}_s^b$  est égal à  $\hat{\mathbf{z}}_l \times \hat{\mathbf{r}}_r$ . Le vecteur  $\hat{\mathbf{v}}_s^b$  est orthogonal aux deux autres vecteurs. La raison de ce deuxième repère, est que si  $X = R$ , alors  $\mathcal{P}_X$  et  $\mathcal{P}_R^B$  sont identiques, ce qui est une écriture plus pratique en radar monostatique.

#### A.2.9 Repère polarimétrique de l'antenne réceptrice $\mathcal{P}_R(P, \hat{\mathbf{v}}_r, \hat{\mathbf{h}}_r, \hat{\mathbf{r}}_r)$

Ce repère est défini pour un point P de l'espace, repéré dans le repère  $\mathcal{R}$  par un gisement  $\check{z}_r$  et un angle de site  $\check{y}_r$ . Le vecteur  $\hat{\mathbf{r}}_r$  est égal à  $\mathbf{RP}/\|\mathbf{RP}\|$ . Le vecteur  $\hat{\mathbf{v}}_r$  est dans le plan défini par  $\hat{\mathbf{h}}_r$  et  $\hat{\mathbf{z}}_r$ ; il est égal à  $-\hat{\mathbf{z}}_r$  si  $\check{y}_r = 0$ . Le vecteur  $\hat{\mathbf{h}}_r$  est tel que  $\mathcal{P}_r$  soit orthonormal direct.

#### A.2.10 Repère de l'antenne réceptrice $\mathcal{R}(R, \hat{\mathbf{x}}_r, \hat{\mathbf{y}}_r, \hat{\mathbf{z}}_r)$

L'antenne réceptrice a pour origine R, en général son centre de symétrie s'il y en a un. Le vecteur  $\hat{\mathbf{x}}_r$  donne la direction de visée de l'antenne. Le vecteur  $\hat{\mathbf{y}}_r$  est orienté selon la plus grande dimension de l'antenne, et de telle sorte que si l'antenne réceptrice était confondu avec l'antenne émettrice et visait dans la même direction et le même sens, alors  $\hat{\mathbf{y}}_r$  aurait le même sens que  $\hat{\mathbf{y}}_x$ .

#### A.2.11 Repère bateau $\mathcal{B}(B, \hat{\mathbf{x}}_b, \hat{\mathbf{y}}_b, \hat{\mathbf{z}}_b)$

L'origine du repère est situé à l'avant du bateau, sur son axe de symétrie, à la ligne de flottaison. Le vecteur  $\hat{\mathbf{x}}_b$  selon l'axe principal du navire, sur son axe de symétrie, et pointe vers la poupe. Le vecteur  $\hat{\mathbf{y}}_b$  pointe vers tribord. Le vecteur  $\hat{\mathbf{z}}_b$  est confondu avec  $\hat{\mathbf{z}}$ . Le

repère bateau est illustré à la figure A.1. L'angle  $\theta$  de propagation d'une vague de sillage élémentaire est mesuré à partir du vecteur  $\hat{\mathbf{x}}_b$ .

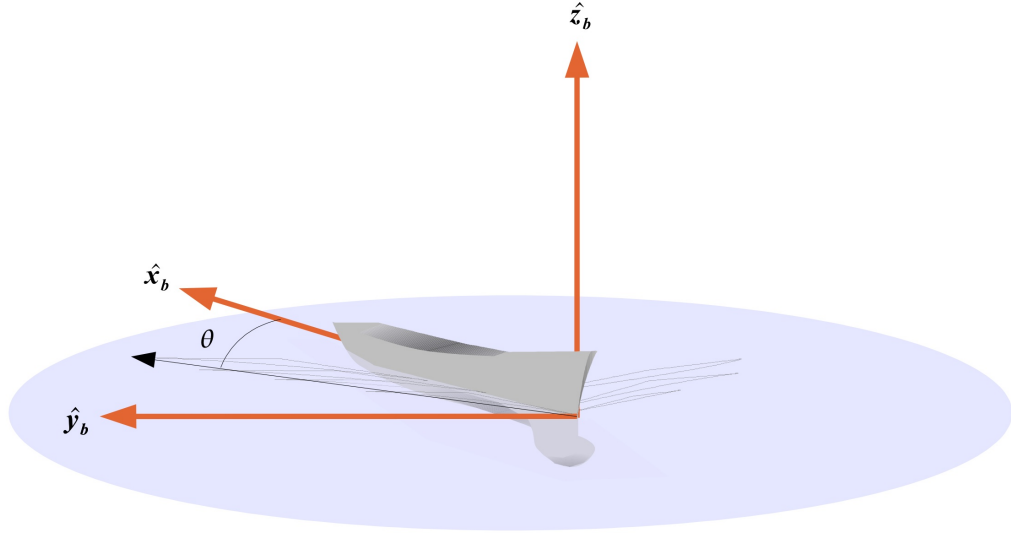


FIGURE A.1: Définition du repère bateau  $\mathcal{B}$ .

## A.3 Angles bistatiques

### A.3.1 Généralités

Les angles bistatiques permettent de définir la géométrie de la diffusion. On distingue deux séries d'angles bistatiques : l'une est définie par rapport au repère vent  $\mathcal{V}$  qui, rappelons-le, a pour verticale  $\hat{\mathbf{z}}$  et qui est défini par rapport au niveau moyen de la mer. On parle donc d'angles bistatiques globaux  $(\theta_i^v, \phi_i^v, \theta_s^v, \phi_s^v)$ . Cette série d'angles est utilisée pour tous les modèles statistiques tels que l'approximation de Kirchhoff ou la méthode des deux échelles. L'autre série d'angles est définie par rapport au repère local à un point, c'est celle qui est utilisée pour le modèle des petites perturbations. On parle donc d'angles bistatiques locaux  $(\theta_i^l, \phi_i^l, \theta_s^l, \phi_s^l)$ . On notera que les deux séries d'angles bistatiques sont égaux si  $\hat{\mathbf{z}}_l = \mathbf{z}$  et P est à l'intersection des "droites de visée" des deux antennes. On renvoie le lecteur à la figure 4.2 du chapitre 4, page 112, pour une illustration graphique des deux repères, et à la figure A.2 pour l'illustration des angles bistatiques locaux.

### A.3.2 Définition

Les angles bistatiques globaux sont définis uniquement par la direction des antennes par rapport aux axes du repère  $\mathcal{V}$  :

- $\theta_i^v$  est l'angle d'incidence, à savoir l'angle allant de  $\hat{\mathbf{z}}$  à  $\hat{\mathbf{x}}_x$  (à noter que l'on considère parfois l'angle de rasance  $\pi/2 - \theta_i^v$ ) ;
- $\phi_i^v$  est la direction de visée de l'émetteur, à savoir l'angle allant de  $-\hat{\mathbf{x}}$  à la projection  $\hat{\mathbf{x}}_x - \hat{\mathbf{x}}_x \cdot \hat{\mathbf{z}}$  de  $\hat{\mathbf{x}}_x$  sur le plan x-y de  $\mathcal{V}$  ;
- $\theta_s^v$  est l'angle d'émergence, à savoir l'angle allant de  $\hat{\mathbf{z}}$  à  $-\hat{\mathbf{x}}_r$  ;

- $\phi_s^v$  est la direction du récepteur depuis l'origine de  $\mathcal{V}$ , à savoir l'angle allant de  $\hat{\mathbf{x}}$  à la projection  $\hat{\mathbf{x}}_r - \hat{\mathbf{x}}_r \cdot \hat{\mathbf{z}}$  de  $\hat{\mathbf{x}}_r$  sur le plan x-y de  $\mathcal{V}$ .

Pour les angles locaux, on considère un point P qui n'est pas nécessairement à l'intersection des axes de visée des deux antennes, ainsi que le repère local  $\mathcal{L}(P)$  en P qui est localement tangent à la surface :

- $\theta_i^l$  est l'angle d'incidence local, à savoir l'angle allant de  $\hat{\mathbf{z}}_l$  à  $\hat{\mathbf{r}}_x(P)$  (on peut aussi définir l'angle de rasance local  $\pi/2 - \theta_i^l$ );
- $\phi_i^l$  est la direction de visée local de l'émetteur, à savoir l'angle allant de  $-\hat{\mathbf{x}}_l$  à la projection  $\hat{\mathbf{r}}_x(P) - \hat{\mathbf{r}}_x(P) \cdot \hat{\mathbf{z}}$  de  $\hat{\mathbf{r}}_x(P)$  sur le plan x-y de  $\mathcal{V}$ ;
- $\theta_s^l$  est l'angle d'émergence local, à savoir l'angle allant de  $\hat{\mathbf{z}}_l$  à  $-\hat{\mathbf{r}}_r(P)$ ;
- $\phi_s^l$  est la direction du récepteur depuis P, à savoir l'angle allant de  $\hat{\mathbf{x}}_l$  à la projection  $\hat{\mathbf{r}}_r(P) - \hat{\mathbf{r}}_r(P) \cdot \hat{\mathbf{z}}_l$  de  $\hat{\mathbf{r}}_r(P)$  sur le plan x-y de  $\mathcal{L}(P)$ .

### A.3.3 Abus de langage

Dans le cadre de la démonstration de formules relevant de la diffusion par rapport au repère vent (avec des angles bistatiques globaux), il arrivera d'utiliser les repères polarimétriques onde incidente et onde réfléchie bien que ceux-ci soient normalement définis par rapport à un point P quelconque de la surface. Dans ce cas bien précis, le point considéré est l'origine O du repère vent.

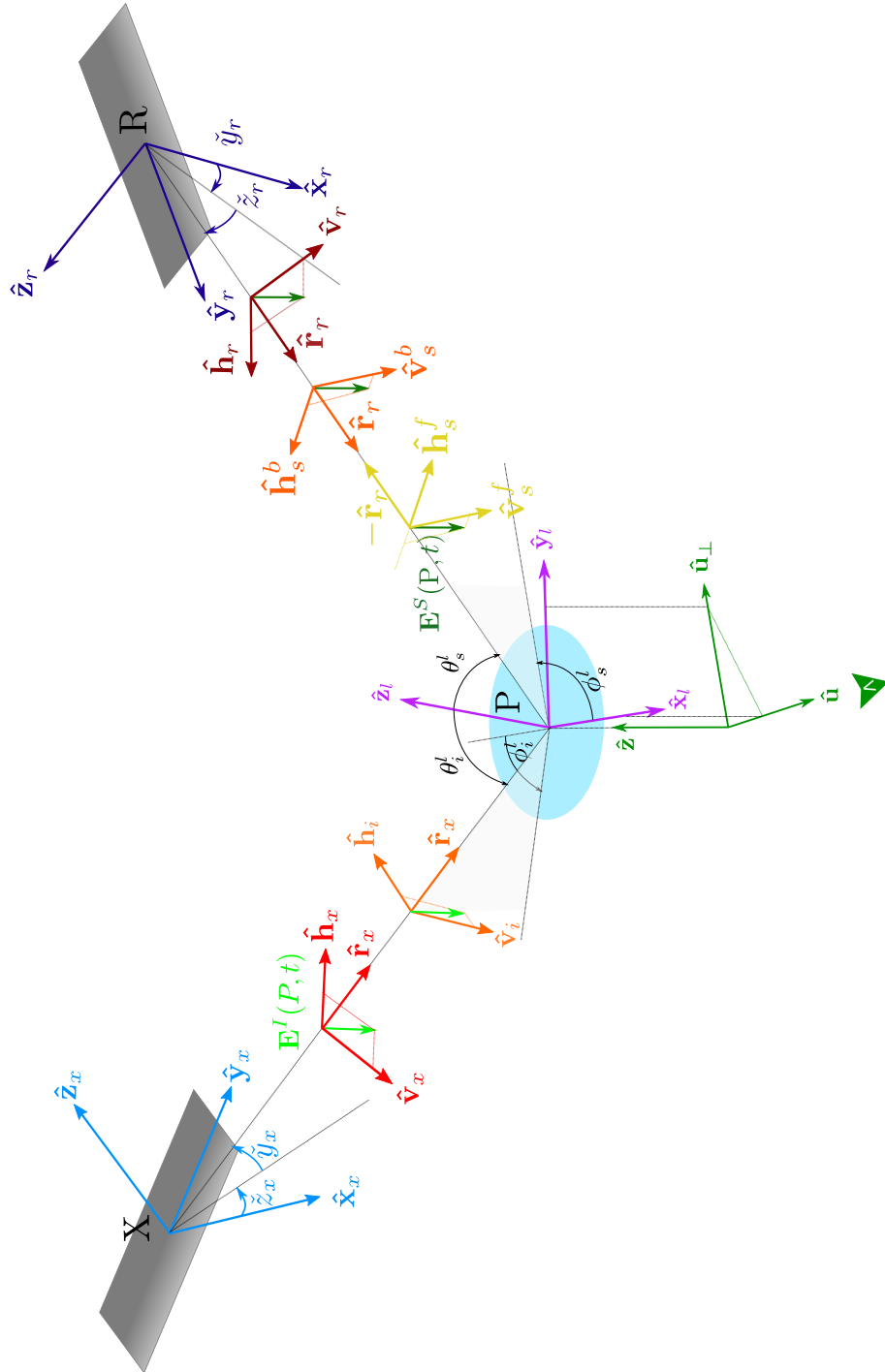


FIGURE A.2: Repères  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{X}$ ,  $\mathcal{P}_x$ ,  $\mathcal{P}_I$ ,  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{P}_S^E$ ,  $\mathcal{P}_S^B$ ,  $\mathcal{P}_r$ ,  $\mathcal{R}$ .



## A.4 Intersection de l'ellipsoïde de Fresnel avec un plan

Cette partie fournit les paramètres de l'ellipse équidistance, intersection de l'ellipsoïde de Fresnel avec un plan. Les notations sont celles de la figure A.3, ci-dessous. Le lecteur intéressé pourra se tourner vers l'article de Norton et Omberg [138], qui utilise une formulation différente mais néanmoins équivalente.

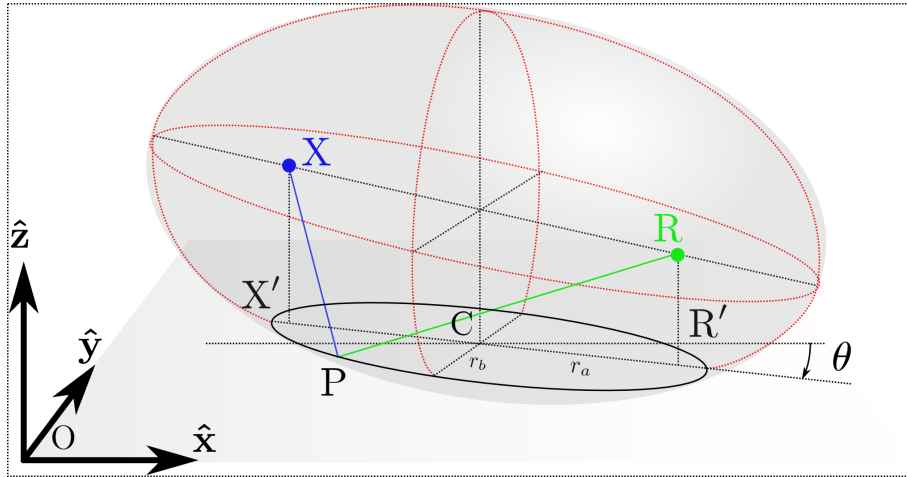


FIGURE A.3: Ellipsoïde de Fresnel pour une distance  $r$  et son intersection avec le plan  $z = 0$ .

### A.4.1 Énoncé du problème

Soit  $\mathcal{P}$  le plan d'équation  $z = 0$  dans le repère monde  $\mathcal{W}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ . Dans ce même repère, on considère un émetteur  $X$  de coordonnées  $(x_X, y_X, z_X)$  et un récepteur  $R$  de coordonnées  $(x_R, y_R, z_R)$ . Soit à déterminer l'intersection de  $\mathcal{P}$  avec l'ellipsoïde de Fresnel associé à la portée  $r$ , défini par l'ensemble des points  $P$  de l'espace tels que :

$$XP + PR = r \quad (\text{A.3})$$

### A.4.2 Solution

On sait que l'intersection d'un plan avec un ellipsoïde, s'il existe, est une ellipse, éventuellement dégénérée en un point. Le grand-axe de cette ellipse est sur la même droite, que la projection du grand-axe de l'ellipsoïde de Fresnel. Cette ellipse est entièrement définie par :

1.  $\theta$ , l'angle entre l'axe des abscisses et le grand-axe de l'ellipse ;
2.  $r_a$  et  $r_b$ , respectivement le grand et le petit axe de l'ellipse ;
3.  $x_C$  et  $y_C$ , les coordonnées du centre de l'ellipse dans  $\mathcal{W}$

Dans la suite, on notera  $X'$  (resp.  $R'$ ), la projection de  $X$  (resp.  $R$ ) sur le plan  $z = 0$ . Tout d'abord, effectuons un changement de repère pour aller du repère monde, au repère intermédiaire  $\mathcal{I}(X', \hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i)$ , avec :

- $\hat{x}_i = \mathbf{X}'\mathbf{R}'/X'R'$
- $\hat{z}_i = \hat{x}_i \times \hat{y}_i = \hat{z}$  ;

Le centre de l'ellipse sera situé sur le segment  $[X'P']$ ; ses coordonnées seront  $(x'_C, 0, 0)$  dans  $\mathcal{I}$  et  $(x_C, y_C, 0)$  dans  $\mathcal{W}$ . On a :

$$\theta = \angle(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_i) = \arctan \frac{y_R - y_X}{x_R - x_X} \quad (\text{A.4})$$

Dans le repère  $\mathcal{I}$  :

$$\begin{aligned} \{X'\}_{\mathcal{I}} &= \begin{pmatrix} x'_X \\ y'_X \\ z'_X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \{R'\}_{\mathcal{I}} &= \begin{pmatrix} x'_R \\ y'_R \\ z'_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x_R - x_X) \cos \theta + (y_R - y_X) \sin \theta \\ -(x_R - x_X) \sin \theta + (y_R - y_X) \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On introduit  $r_0$ , la plus petite distance que l'on peut parcourir pour partir de  $X$ , frapper le plan d'équation  $z = 0$ , puis rejoindre  $R$  :

$$r_0 = \sqrt{(x'_X - x'_R)^2 + (y'_X - y'_R)^2 + (z'_X + z'_R)^2} \quad (\text{A.5})$$

Alors trois cas peuvent se produire :

**Cas 1** :  $r < r_0$  : Dans ce cas, l'ellipsoïde n'a aucune intersection avec le plan.

**Cas 2** :  $r = r_0$  : L'intersection est un point. Ce point est le point de réflexion spéculaire, qui respecte les conditions de la loi de Snel-Descartes.

**Cas 3** :  $r > r_0$  : L'intersection est bien une ellipse. Dans le repère intermédiaire  $\mathcal{I}$ , l'équation de cette ellipse est donnée par l'équation :

$$ax^2 + y^2 + cx = f \quad (\text{A.6})$$

définie avec :

$$\begin{aligned} a &= 1 - \left( \frac{x'_X - x'_R}{r} \right)^2 \\ c &= x'_R + x'_R \frac{-x'^2_R + (z_X + z_R)(z_X - z_R)}{r^2} \\ f &= \frac{r^4 - 2(x'^2_R + z'^2_X + z'^2_R) r^2 + (-x'^2_R + z'^2_X - z'^2_R)^2}{4r^2} \end{aligned}$$

L'équation A.6 peut aussi être mise sous la forme :

$$\frac{\left(x - \frac{c}{2a}\right)^2}{\frac{\left(f + \frac{c^2}{4a}\right)}{a}} + \frac{y^2}{\left(f + \frac{c^2}{4a}\right)} \quad (\text{A.7})$$

où l'on reconnaît :

- $r_a = \sqrt{(f + c^2/(4a))/a}$ , le grand-axe de l'ellipse ;
- $r_b = \sqrt{f + c^2/(4a)}$ , le petit-axe de l'ellipse ;
- $x'_C = c/(2a)$ , l'abscisse du centre de l'ellipse dans  $\mathcal{I}$ .

Dans le repère monde  $\mathcal{W}$ , le centre de l'ellipse a pour coordonnées :

$$\begin{aligned} x_C &= x_X + \frac{c}{2a} \cos \theta \\ y_C &= y_X + \frac{c}{2a} \sin \theta \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$



---

## Caractéristiques de radars courants

Cette annexe présente une sélection de systèmes radars représentatifs, avec leurs caractéristiques principales. Ces systèmes sont tous conçus pour des applications maritimes et, pour la majorité d'entre eux (c'est-à-dire sauf pour le satellite Seasat), en utilisation actuellement. Cette sélection permet de se faire une idée des performances des systèmes radars de surveillance maritime actuels, en particulier au niveau des directivités d'antennes, ainsi que des fréquences et des bandes passantes disponibles. On notera qu'aucun radar bistatique n'est présent dans la liste : de tels systèmes n'ayant à notre connaissance jamais été mis en œuvre dans le domaine maritime, ils ne sont *a fortiori* pas commercialisés.

### B.1 Radars côtiers de surveillance maritime

#### B.1.1 FIKA

- Source : [www.mil.fi](http://www.mil.fi) (Département de la Défense finlandaise);
- Puissance crête 200 kW [sic];
- Bande X;
- Antenne : 5 m × 0.8 m;
- Portée efficace : 50-70 km;
- Polarisation modifiable.

#### B.1.2 Hyperion

- Fabricant : Singapore Technologies Electronics (Satcom & Sensors Systems), [www.stee.stengg.com](http://www.stee.stengg.com);
- Puissance crête 25 kW;
- Porteuse  $f_0 = 9,410$  GHz, bande  $B = 60$  MHz;
- Portée : 96 nautiques / 178 km;
- Antenne : 6 à 12 pieds de long selon versions;
- Précision : 10 en distance, 0,3 degrés en azimut.

### B.1.3 Scanter 2001

- Fabricant : Terma A/S, [www.terma.com](http://www.terma.com) ;
- Puissance crête 25 kW (bande X), 30 kW (bande S) ;
- Porteuse  $f_0$  :
  - en bande X : 9,170 ou 9,375 ou 9,410 ou 9,438 ou 9,4900 GHz
  - en bande S : 3050 MHz
- Portée : 96 nautiques / 178 km ;
- Antennes :
  - 7 pieds :  $\Phi_{\text{azimut}} = 1,2^\circ$ ,  $\Phi_{\text{site}} = 19^\circ$
  - 12 pieds :  $\Phi_{\text{azimut}} = 0,6^\circ$ ,  $\Phi_{\text{site}} = 19^\circ$
  - 18 pieds :  $\Phi_{\text{azimut}} = 0,41^\circ$ ,  $\Phi_{\text{site}} = 11^\circ$
- PRF : 80 à 8000 Hz
- Modulation B : 3, 8 ou 20 MHz

## B.2 Radars embarqués

### B.2.1 Furuno 1623 : radar de plaisance d'entrée de gamme

- Fabricant : Furuno, [www.furuno.com](http://www.furuno.com) ;
- Portée maximum : 16 nautiques ;
- Antenne à technologie microruban dans radôme de diamètre 388 mm ;
- Ouvertures  $\Phi_{\text{azimut}} = 6,2^\circ$ ,  $\Phi_{\text{site}} = 25^\circ$  ;
- Porteuse  $f_0 = 9,410$  GHz, bande 60 MHz ;
- Couples T/PRF : (0,08  $\mu\text{s}$ , 3000 Hz), (0,3  $\mu\text{s}$ , 1200 Hz), (0,8  $\mu\text{s}$ , 600 Hz),
- Puissance crête : 2,2 kW

### B.2.2 Furuno 1912 Mk 2 : radar embarqué de milieu de gamme

- Fabricant : Furuno, [www.furuno.com](http://www.furuno.com) ;
- Antenne de 4 pieds à fentes ;
- Ouvertures  $\Phi_{\text{azimut}} = 1,9^\circ$ ,  $\Phi_{\text{site}} = 22^\circ$  ;
- Porteuse  $f_0 = 9,410$  GHz, bande 60 MHz ;
- Couples T/PRF : (0,08  $\mu\text{s}$ , 2100 Hz), (0,3  $\mu\text{s}$ , 1200 Hz), (0,8  $\mu\text{s}$ , 600 Hz),
- Puissance crête : 6 kW

### B.2.3 Furuno FAR2167DS : radar embarqué pour navire lourd

- Fabricant : Furuno, [www.furuno.com](http://www.furuno.com) ;
- Antennes :
  - Bande X : 10 pieds,  $\Phi_{\text{azimut}} = 0,75^\circ$ ,  $\Phi_{\text{site}} = 20^\circ$  ;
  - Bande S : 12 pieds,  $\Phi_{\text{azimut}} = 1,8^\circ$ ,  $\Phi_{\text{site}} = 25^\circ$  ;
- Porteuses  $f_0 = 9,410$  GHz,  $B = 60$  MHz (bande X) ou  $f_0 = 3,050$  GHz  $B = 60$  MHz (bande S) ;
- Couples T/PRF : (0,08  $\mu\text{s}$ , 1900 Hz) à (1,2  $\mu\text{s}$ , 500 Hz),
- Puissance crête : 60 kW

## B.3 Radars aéroportés de surveillance maritime

### B.3.1 AN/APS 134, également connu sous le nom “SeaVue”

- Fabricant : Raytheon, [www.raytheon.com](http://www.raytheon.com) ;
- Antenne : dimension 124×65 cm (probablement dimensions hors tout)
- Bande X ;
- Puissance crête : 8 kW, 15 kW ou 50 kW ;
- Capacité SAR, ISAR, MTI (*Moving Target Indicator*), émission en chirp ou formes plus complexes, avec agilité de fréquences
- Portées de détection : radeau de sauvetage 67 nautiques ; navire de patrouille : 119 nautiques ; cargo : 230 nautiques.
- Balayage sur 360 degrés

### B.3.2 Ocean Master

- Fabricant : Thales Airborne Systems, [www.thalesgroup.com](http://www.thalesgroup.com) ;
- Antenne : bande passante de 600 MHz, polarisation HH ;
- précision 0,5 degrés en azimut, 100 m en distance après pistage de Kalman (200 pistes possibles) ;
- Bande X, modulation jusqu'à 70 MHz, porteuse modifiable sur 1 GHz ;
- PRF jusqu'à 60 kHz ;
- Puissance crête : 8 kW, 15 kW ou 50 kW ;
- Capacité SAR, ISAR, MTI, émission en chirp ou formes plus complexes, avec agilité de fréquences ;
- Portée maximale 200 nautiques sur cibles importantes, 60 nautiques sur petites cibles (périscopes, *etc* ;
- Balayage sur 360 degrés.

### B.3.3 Drone de haute altitude et longue endurance RQ-4A *Global Hawk* + radar HISAR

- Fabricant : Northrop Grumman (drone), Raytheon (radar)<sup>1</sup>;
- Fauchée : 37 km jusqu'à 110 km de portée;
- Résolution : 6×6 m en mode SAR balayage, 1,8×1,8 m en mode spotlight (zone imagée en spotlight : 2,5 km<sup>2</sup>);
- Altitude de vol : 65 000 pieds (20 km);
- Vitesse de patrouille : 343 nœuds (vitesse vraie);
- Autonomie : 42 heures, 24 sur zone avec transit de 3000 nautiques.
- Surface couverte : 40 000 nautiques carrés par jour;

## B.4 Satellites d'observation radar

**Notes** La *période orbitale* est la durée pour effectuer une révolution. Le *cycle* est la durée pour que le satellite repasse exactement à la verticale d'un même point de la Terre. Le *sous-cycle* est la durée pour que le satellite repasse au plus près d'un point considéré (à quelques kilomètres près). L'orbite étant héliosynchrone, un satellite sera toujours vu du sol à la même heure solaire locale.

### B.4.1 Seasat (1978)

- Source : <http://southport.jpl.nasa.gov/scienceapps/seasat.html>
- Polarisation HH;
- Résolution : 30 m;
- Fauchée : 100 km;
- Antenne : 10,74×2,16 m
- Porteuse : 1,275 GHz (bande L);
- Puissance crête : 1 kW
- Durée de l'impulsion : 33,4  $\mu$ s
- PRF : 1463-1640 Hz
- Orbite polaire héliosynchrone, altitude 800 km environ, inclinaison 108 degrés;
- Incidence à la surface de la Terre : 23°(±3°).

Seulement 42 heures de données ont été enregistrées avant la panne du système.

<sup>1</sup>Source des données : <http://www.airforce-technology.com/projects/global/specs.html> et <http://www.global-defence.com/1997/HughesHISAR.html>. La véracité des valeurs est à prendre avec précaution et comme des ordres de grandeur uniquement.

#### **B.4.2 ERS 1 et 2 (1992-2000 et 1995-présent, en fin de vie)**

- Source : Attema [14]
- Polarisation VV ;
- Résolution : 30 m ;
- Fauchée : 100 km ;
- Porteuse : 5,3 GHz (bande C) ;
- Durée de l'impulsion : 37,1  $\mu s$
- PRF 98 Hz et 115 Hz, en fonction de l'incidence (plusieurs antennes)
- Incidences : 20-26° ;
- Orbite polaire héliosynchrone, altitude 782 à 785 km, inclinaison 98,52°, période 100 min, cycle de 35 jours, sous-cycle de 3 jours.

#### **B.4.3 Radarsat 1 et 2 (1995-présent ; 2000-présent)**

- Polarisation HH, VV, VH, HV ;
- Antenne : 15 m par 1,5 m (Radarsat 2), avec balayage électronique ;
- Résolution maximale : 8 m à 100 m (Radarsat 1), 3 m (Radarsat 2) ; la plus fine résolution est atteinte en mode spotlight, le mode de balayage normal est à 50 ou 100 m de résolution.
- Fauchée : 50-500 km ;
- Porteuse : 5,3 GHz (bande C) ;
- Incidences : 10 à 59° (pas forcément toute la gamme simultanément) ;
- Orbite polaire héliosynchrone, altitude 791 à 793 km, inclinaison 98,6°, période 100 min environ, cycle de 24 jours, sous-cycle de 3 jours.
- Modulation : 11,6 MHz, 17,5 MHz, 30 MHz, 50 MHz, 100 MHz ;
- PRF : 1257 Hz ;





## Quelques équations fondamentales de l'électromagnétisme

Cette annexe présente les équations de Maxwell, et à partir de celles-ci, propose une démonstration des équations de Kirchhoff et de Stratton et Chu, qui sont les équations fondamentales permettant de calculer le champ rayonné par une antenne, ou bien de calculer le champ diffusé par une surface quelconque, en particulier la surface de la mer. La rédaction de l'ensemble des démonstrations doit beaucoup à l'ouvrage de Sophocles J. Orfanidis, *Electromagnetic Waves and Antennas*, disponible exclusivement en ligne<sup>1</sup>, en particulier le chapitre 1 pour les parties C.1.1, C.1.2, et le chapitre 17 pour le reste. On détaille cependant certaines démonstrations laissées en exercice au lecteur dans l'ouvrage d'Orfanidis, en particulier le passage de l'équation de Kirchhoff à l'équation de Stratton et Chu. Une fois les équations de Stratton et Chu démontrées, on établit les équations de l'approximation de Kirchhoff pour le cas d'une surface maritime ; ces équations sont celles référencées au chapitre 4. L'annexe termine sur les paramètres du modèle des petites perturbations dans le cas de la surface maritime.

### C.1 Equations de Maxwell

#### C.1.1 Forme générale

L'ensemble des phénomènes électromagnétiques classiques sont déterminés par les quatre équations de Maxwell, auxquelles l'on ajoute un certain nombre de conditions aux limites permettant de déterminer le comportement des grandeurs lors du passage d'un milieu à un autre. Dans la mesure où ces équations font apparaître une dépendance au temps, elles ne sont valables que pour une mécanique non relativiste, ce qui correspondra cependant avec l'utilisation dont on en fera. Ces quatre équations sont les suivantes :

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0 \quad (\text{Conservation du flux}) \quad (\text{C.1})$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{Maxwell-Ampère}) \quad (\text{C.2})$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho_{EM} \quad (\text{Maxwell-Gauss}) \quad (\text{C.3})$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{Maxwell-Faraday}) \quad (\text{C.4})$$

où :

<sup>1</sup>A l'heure de la rédaction de ce manuscrit, le document est disponible à l'adresse <http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/>.

|              |                            |                               |
|--------------|----------------------------|-------------------------------|
| $\mathbf{E}$ | [Volts/m]                  | champ électrique              |
| $\mathbf{H}$ | [Ampères/m]                | champ magnétique              |
| $\mathbf{D}$ | [Coulombs/m <sup>2</sup> ] | champ d'induction électrique  |
| $\mathbf{B}$ | [Webers/m <sup>2</sup> ]   | champ d'induction magnétique  |
| $\rho_{EM}$  | [Coulombs/m <sup>3</sup> ] | densité de charge électrique  |
| $\mathbf{j}$ | [Ampères/m <sup>3</sup> ]  | densité de courant électrique |

Les champs peuvent être reliés aux champs d'induction par les relations :

$$\mathbf{D} = \epsilon_{EM} \mathbf{E} \quad (\text{C.5})$$

$$\mathbf{B} = \mu_{EM} \mathbf{H} \quad (\text{C.6})$$

où  $\epsilon_{EM}$  et  $\mu_{EM}$  sont respectivement la permittivité (en Faradays/m) et la perméabilité du milieu (en Henrys/m) considéré.

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (\text{C.7})$$

$$\text{rot } \mathbf{B} = \mu_{EM} \mathbf{j} + \mu_{EM} \epsilon_{EM} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{C.8})$$

$$\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho_{EM}}{\epsilon_{EM}} \quad (\text{C.9})$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{C.10})$$

### C.1.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites pour les champs électromagnétiques traversant la frontière entre deux milieux sont données ci-dessous :

$$\mathbf{E}_{1t} - \mathbf{E}_{2t} = \mathbf{0} \quad (\text{C.11})$$

$$\mathbf{H}_{1t} - \mathbf{H}_{2t} = \mathbf{j}_s \times \hat{\mathbf{n}} \quad (\text{C.12})$$

$$\mathbf{E}_{1n} - \mathbf{E}_{2n} = \rho_{EM,s} / \epsilon_{EM} \quad (\text{C.13})$$

$$\mathbf{H}_{1n} - \mathbf{H}_{2n} = \mathbf{0} \quad (\text{C.14})$$

Les indices  $t$  et  $n$  dénotent respectivement les composantes tangentielles et normales à la surface de l'interface entre le milieu 1 et le milieu 2.  $\rho_{EM,s}$  et  $\mathbf{j}_s$  sont respectivement la densité de charges et la densité de courant à l'interface entre les deux milieux.

### C.1.3 Théorème de dualité

Le théorème de dualité est un artifice mathématique permettant de rendre les équations de Maxwell invariantes par un changement de variables entre les termes électriques et les termes magnétiques. Afin de rendre les équations de Maxwell symétriques, il est possible d'y ajouter des termes de source magnétiques purement fictifs (c'est-à-dire nuls) :  $\rho_{EM,m}$  et  $\mathbf{j}_m$ , appelés respectivement densités de charges magnétiques et densités de courant magnétiques. La forme généralisée des équations de Maxwell est alors la suivante :

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = \frac{\rho_{EM,m}}{\mu_{EM}} \quad (\text{C.15})$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \epsilon_{EM} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{C.16})$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho_{EM}}{\epsilon_{EM}} \quad (\text{C.17})$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mathbf{j}_m - \mu_{EM} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (\text{C.18})$$

A présent, il est aisé de constater que les équations sont invariantes par le jeu de changement de variables suivant :

$$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H} \quad \mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{E} \quad (\text{C.19})$$

$$\mathbf{j} \rightarrow \mathbf{j}_m \quad \mathbf{j}_m \rightarrow -\mathbf{j} \quad (\text{C.20})$$

$$\epsilon_{EM} \rightarrow \mu_{EM} \quad \mu_{EM} \rightarrow \epsilon_{EM} \quad (\text{C.21})$$

$$\rho_{EM,m} \rightarrow -\rho_{EM} \quad \rho_{EM} \rightarrow \rho_{EM,m} \quad (\text{C.22})$$

En effet, après ce changement de variables, les deux premières équations de Maxwell sont transformées en les deux autres, et vice-versa. De même, tout résultat obtenu après manipulation de la première version des équations, reste valable après la substitution formelle des termes telle que donnée ci-dessus. Ce résultat important est appelé le *théorème de dualité* des équations de Maxwell. Cette substitution permet, par exemple, d'obtenir aisément des relations sur  $\mathbf{H}$  à partir de relations établies pour  $\mathbf{E}$ , et réciproquement.

## C.2 Equation d'onde

En prenant le rotationnel de l'équation de Maxwell-Faraday, puis en appliquant la relation  $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{V} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{V} - \Delta \mathbf{V}$  (valable quelque soit le vecteur  $\mathbf{V}$ , le laplacien vectoriel  $\Delta \mathbf{V}$  étant obtenu par le calcul du laplacien scalaire sur chacune des composantes de  $\mathbf{V}$ ), il vient :

$$\Delta \mathbf{E} - \epsilon_{EM} \mu_{EM} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_{EM} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon_{EM}} \operatorname{grad} \rho_{EM} + \operatorname{rot} \mathbf{j}_m \quad (\text{C.23})$$

$$\Delta \mathbf{H} - \epsilon_{EM} \mu_{EM} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = \epsilon_{EM} \frac{\partial \mathbf{j}_m}{\partial t} + \frac{1}{\mu_{EM}} \operatorname{grad} \rho_{EM,m} - \operatorname{rot} \mathbf{j} \quad (\text{C.24})$$

Si l'on suppose que les grandeurs varient dans le temps avec une pulsation  $\omega$ , on obtient (en utilisant la notation complexe) l'équation suivante :

$$\Delta \mathbf{E} + \epsilon_{EM} \mu_{EM} \omega^2 \mathbf{E} = \mu_{EM} \omega \mathbf{j} + \frac{1}{\epsilon_{EM}} \operatorname{grad} \rho_{EM} + \operatorname{rot} \mathbf{j}_m \quad (\text{C.25})$$

$$\Delta \mathbf{H} + \epsilon_{EM} \mu_{EM} \omega^2 \mathbf{H} = \epsilon_{EM} \omega \mathbf{j}_m + \frac{1}{\mu_{EM}} \operatorname{grad} \rho_{EM,m} - \operatorname{rot} \mathbf{j} \quad (\text{C.26})$$

On reconnaît là une équation d'onde (ou de Helmholtz) inhomogène. Cette équation traduit le champ créé en un point de l'espace, produit par la source de courant  $\mathbf{j}$  et la distribution de charges  $\rho_{EM}$ .

Avant de résoudre l'équation pour une distribution quelconque de sources, on la résout en général pour une source ponctuelle :

$$\Delta G + k^2 G = -\delta_3(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (\text{C.27})$$

où  $k = \epsilon_{EM} \mu_{EM} \omega^2$ ,  $G$  est une fonction scalaire, et  $\delta_3$  la distribution de Dirac 3D (valant 1 si les trois composantes de l'argument sont nulles, 0 sinon). Cette solution admet plusieurs solutions. On en prend une, déterministe, sous la forme :

$$G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \frac{e^{j\omega t - jk|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (\text{C.28})$$

La solution traduit physiquement la perturbation ayant lieu au point  $\mathbf{r}$ , créé par une charge ponctuelle en  $\mathbf{r}'$ . La perturbation varie à la même fréquence, mais avec un déphasage  $k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  (lié au temps de trajet de l'onde) et avec une variation d'amplitude inversement proportionnelle à la distance parcourue par l'onde. L'onde se propage de manière isotrope, on a donc une onde sphérique. Dorénavant, cependant, on omettra le terme de la porteuse  $j\omega t$  dans l'exponentielle, afin d'alléger les notations.

### C.3 Equation de Kirchhoff et de Stratton-Chu

On souhaite à présent trouver le champ rayonné en un point de l'espace, pour une distribution de sources plus complexe. Il est possible d'obtenir plusieurs représentations intégrales, toutes équivalentes, donnant le champ électrique (ou magnétique, mais cela est équivalent, en vertu du principe de dualité énoncé plus haut) en fonction des termes de source. On pourra ensuite simplifier ces équations en fonction de la configuration du problème à traiter.

#### C.3.1 Obtention de l'équation

L'obtention de ces formes intégrales est faite de manière un peu artificielle en posant l'intégrale suivante :

$$I(\mathbf{r}) = \int_V [G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \Delta' \mathbf{E}(\mathbf{r}') - \mathbf{E}(\mathbf{r}') \Delta' G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')] dV' \quad (\text{C.29})$$

L'intégrale est prise sur un volume  $V$  *absolument quelconque*. Dans cette intégrale, la variable d'intégration est le vecteur  $\mathbf{r}'$ , et le symbole prime signifie que l'opérateur (Laplacien, gradient, *etc.*) est pris par rapport aux variables d'intégration. Pour simplifier l'écriture de l'intégrale, on notera dans la suite  $G = G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ ,  $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}')$ , *etc.* (mis à part  $G$ , toutes les autres grandeurs sont évaluées en  $\mathbf{r}'$  uniquement). En ajoutant et en soustrayant le terme  $k^2 G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}')$ , il vient :

$$I = \int_V [G (\Delta' \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E}) - \mathbf{E} (\Delta' G + k^2 G)] dV' \quad (\text{C.30})$$

Si l'on utilise l'équation C.28, le second terme de l'intégrande se réduit à :

$$- \int_V \mathbf{E} (\Delta' G + k^2 G) dV' = \int_V \mathbf{E} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') dV' = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (\text{C.31})$$

d'où :

$$I = \int_V G (\Delta' \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E}) dV' + \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (\text{C.32})$$

On repart à présent de l'intégrale d'origine C.29 pour lui appliquer le second théorème de Green :

$$I = - \oint_{S+S_\infty} \left[ \mathbf{E} \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}'} - G \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{n}'}(\mathbf{r}') \right] dS' \quad (\text{C.33})$$

où la notation  $\partial/\partial \mathbf{n}'$  est en fait un raccourci pour la notation  $\mathbf{n}' \cdot \mathbf{grad}'$ , à savoir la dérivée dans la direction  $\mathbf{n}'$ ; on notera également la présence du signe moins, dû au fait que la normale pointe *vers l'intérieur* du volume d'intégration. Les surfaces  $S$  et  $S_\infty$  sont les enveloppes extérieures du volume considéré. La notation  $S_\infty$  désigne une surface située infiniment loin des termes de source. Étant donné que l'amplitude du champ décroît en  $1/r$ , on pourra négliger l'intégrale sur  $S_\infty$ ; ce terme ne figurera donc plus dans l'équation dans la suite.

En égalant les deux membres de droite de C.32 et C.33, puis en injectant C.25, il vient *in fine* :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = - \int_V \left[ \mu_{EM} j \omega G \mathbf{j} + \frac{1}{\epsilon_{EM}} G \mathbf{grad}' \rho_{EM} - G \mathbf{rot}' \mathbf{j}_m \right] dV' \quad (\text{C.34})$$

$$+ \oint_S \left[ \mathbf{E} \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}'} - G \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{n}'} \right] dS' \quad (\text{C.35})$$

Cette équation porte le nom d'*équation de la diffraction de Kirchhoff*. Le nom de cette équation sera justifié un peu plus loin. Cette équation est intéressante mais peu parlante. Il va falloir fournir encore un petit effort afin d'aboutir à une forme plus élégante, connue sous le nom de formule de Stratton-Chu.

On a les identités vectorielles :

$$\int_V \mathbf{rot} \mathbf{A} dV = \oint_S \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{A} dS' \quad (\text{C.36})$$

$$\int_V \mathbf{grad} \psi dV = \oint_S \psi \hat{\mathbf{n}} dS' \quad (\text{C.37})$$

$$\mathbf{grad} (\phi \psi) = \phi \mathbf{grad} \psi + \psi \mathbf{grad} \phi \quad (\text{C.38})$$

En appliquant ces identités à la première intégrale de C.35, il vient :

$$\int_V \left[ \mu_{EM} j \omega G \mathbf{j} + \frac{1}{\epsilon_{EM}} G \mathbf{grad}' \rho_{EM} + G \mathbf{rot}' \mathbf{j}_m \right] dV' \quad (\text{C.39})$$

$$= \int_V \left[ \mu_{EM} j \omega G \mathbf{j} - \frac{\rho_{EM}}{\epsilon_{EM}} \mathbf{grad}' G + \mathbf{j}_m \times \mathbf{grad}' G \right] dV' \quad (\text{C.40})$$

$$- \oint_S \left[ \frac{\rho_{EM}}{\epsilon_{EM}} G \hat{\mathbf{n}} + \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{j}_m G \right] dS' \quad (\text{C.41})$$

On utilise ensuite l'identité suivante (valable en fait pour toute fonction  $G$  et tout champ de vecteur  $\mathbf{E}$ ) :

$$\oint_S \left[ G \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{n}} - \mathbf{E} \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}} \right] dS' \quad (\text{C.42})$$

$$= \oint_S \left[ \hat{\mathbf{n}} G \mathit{div}' \mathbf{E} - (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}) \times \mathbf{grad}' G - G \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{rot}' \mathbf{E} - (\hat{\mathbf{n}} \mathbf{E}) \mathbf{grad}' G \right] dS' \quad (\text{C.43})$$

Si l'on applique ensuite les relations suivantes, qui nous viennent directement des équations de Maxwell :

$$\rho_{EM}/\epsilon_{EM} = \text{div}' \mathbf{E} \quad (\text{C.44})$$

et :

$$\text{rot}' \mathbf{E} + \mathbf{j}_m = -\mu_{EM} j \omega \mathbf{H} \quad (\text{C.45})$$

...on aboutit au final au résultat suivant, obtenu pour la première fois par Stratton et Chu :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_V \left[ -\mu_{EM} j \omega G \mathbf{j} + \frac{\rho_{EM}}{\epsilon_{EM}} \mathbf{grad}' G - \mathbf{j}_m \times \mathbf{grad}' G \right] dV' \quad (\text{C.46})$$

$$+ \oint_S \left[ -\mu_{EM} j \omega G (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}) - (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{grad}' G + (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}) \times \mathbf{grad}' G \right] dS' \quad (\text{C.47})$$

Si l'on se rappelle du principe de dualité exprimé plus haut, on obtient directement :

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \int_V \left[ -\mu_{EM} j \omega G \mathbf{j}_m + \frac{\rho_{EM,m}}{\mu_{EM}} \mathbf{grad}' G + \mathbf{j} \times \mathbf{grad}' G \right] dV' \quad (\text{C.48})$$

$$+ \oint_S \left[ \mu_{EM} j \omega G (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}) + (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{H}) \mathbf{grad}' G + (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}) \times \mathbf{grad}' G \right] dS' \quad (\text{C.49})$$

### C.3.2 Modification des équations de Stratton-Chu pour des surfaces ouvertes

En fait, l'équivalence entre les équations de Kirchoff et de Stratton-Chu n'est vraie que dans le cas où la surface est fermée (par exemple, la surface d'une sphère). Si, au contraire, la surface est ouverte, c'est-à-dire bornée par un contour  $C$ , ou bien si la répartition des charges est non nul uniquement sur une portion de la surface, il faut en toute rigueur ajouter une intégrale linéique sur  $C$  aux équations de Stratton-Chu pour conserver cette équivalence. On obtient, pour le champ électrique :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_V \left[ -\mu_{EM} j \omega G \mathbf{j} + \frac{\rho_{EM}}{\epsilon_{EM}} \mathbf{grad}' G - \mathbf{j}_m \times \mathbf{grad}' G \right] dV' \quad (\text{C.50})$$

$$+ \int_S \left[ -\mu_{EM} j \omega G (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}) + (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{grad}' G + (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}) \times \mathbf{grad}' G \right] dS' \quad (\text{C.51})$$

$$- \frac{1}{j \omega \epsilon_{EM}} \oint_C (\mathbf{grad}' G)(\mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}) \quad (\text{C.52})$$

...et pour le champ magnétique :

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \int_V \left[ -\mu_{EM} j \omega G \mathbf{j}_m + \frac{\rho_{EM,m}}{\mu_{EM}} \mathbf{grad}' G + \mathbf{j} \times \mathbf{grad}' G \right] dV' \quad (\text{C.53})$$

$$+ \oint_S \left[ \mu_{EM} j \omega G (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}) + (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{H}) \mathbf{grad}' G + (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}) \times \mathbf{grad}' G \right] dS' \quad (\text{C.54})$$

$$+ \frac{1}{j \omega \mu_{EM}} \oint_C (\mathbf{grad}' G)(\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}) \quad (\text{C.55})$$

En pratique, il se trouve que la modification apportée au champ par ce terme intégral est le plus souvent négligeable, et on peut donc ignorer ce terme, sauf s'il permet de simplifier l'écriture des équations, comme on le verra dans la suite.

### C.3.3 Interprétation de l'équation de Stratton-Chu

En identifiant terme à terme les termes de l'intégrale de volume et de l'intégrale de surface, on peut noter :

$$\mathbf{j}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H} \quad (\text{C.56})$$

$$\mathbf{j}_{ms} = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} \quad (\text{C.57})$$

$$\rho_{EM,s} = \epsilon_{EM}(\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}) \quad (\text{C.58})$$

$$\rho_{EM,ms} = \mu_{EM}(\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{H}) \quad (\text{C.59})$$

où  $\mathbf{j}_s$  et  $\mathbf{j}_{ms}$  sont d'une part la densité de courant électrique de surface et la densité de courant magnétique de surface, et  $\rho_{EM,s}$ ,  $\rho_{EM,ms}$  les densités de charges électriques et magnétiques surfaciques. On arrive alors à une forme très élégante qui a pour effet de bien mettre en évidence le rôle équivalent des sources présentes en volume et en surface :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_V \left[ -\mu_{EM} \mathcal{J} \omega G \mathbf{j} + \frac{\rho_{EM}}{\epsilon_{EM}} \mathbf{grad}' G - \mathbf{j}_m \times \mathbf{grad}' G \right] dV' \quad (\text{C.60})$$

$$+ \oint_S \left[ -\mu_{EM} \mathcal{J} \omega G \mathbf{j}_s + \frac{\rho_{EM,s}}{\epsilon_{EM}} \mathbf{grad}' G - \mathbf{j}_{ms} \times \mathbf{grad}' G \right] dS' \quad (\text{C.61})$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \int_V \left[ -\mu_{EM} \mathcal{J} \omega G \mathbf{j}_m + \frac{\rho_{EM}}{\mu_{EM}} \mathbf{grad}' G + \mathbf{j} \times \mathbf{grad}' G \right] dV' \quad (\text{C.62})$$

$$+ \oint_S \left[ -\mu_{EM} \mathcal{J} \omega G \mathbf{j}_{ms} + \frac{\rho_{EM,ms}}{\mu_{EM}} \mathbf{grad}' G + \mathbf{j}_s \times \mathbf{grad}' G \right] dS' \quad (\text{C.63})$$

Arrivé à ce point, on peut récapituler les étapes parcourues. Nous sommes partis des équations de Maxwell ; et l'unique hypothèse que nous avons prise est que l'intensité des termes de source varie temporellement avec une pulsation  $\omega$  ; on considère donc un régime harmonique. Sous cette hypothèse, il est possible de relier le champ électrique ou magnétique en un point  $\mathbf{r}$  aux termes de source (électriques ou magnétiques) présentes dans l'espace considéré. Ces sources peuvent être décrites par des densités volumiques ou bien des densités surfaciques, d'où la présence d'une intégrale volumique et d'une intégrale surfacique. On notera cependant le rôle équivalent joué par chaque terme de l'intégrale.

Dans la pratique, on choisira  $V$  de manière judicieuse afin de simplifier les équations. On peut choisir en particulier de décrire l'ensemble de l'espace comme l'union de deux volumes  $V \cup V_1$  (ces deux volumes n'étant pas forcément connexes), avec  $V_1$ , le volume occupé par les sources ; et  $V$  le volume dépourvu de sources. Dans ce cas, si l'on travaille sur le volume  $V$ , il ne restera que des sources surfaciques réparties sur la surface  $S$  formant l'interface entre  $V$  et  $V_1$  (voir la figure C.1). On pourra alors éliminer l'intégrale volumique, et les équations de Stratton-Chu deviennent :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \oint_S \left[ -\mu_{EM} \mathcal{J} \omega G \mathbf{j}_s + \frac{\rho_{EM,s}}{\epsilon_{EM}} \mathbf{grad}' G - \mathbf{j}_{ms} \times \mathbf{grad}' G \right] dS' \quad (\text{C.64})$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \oint_S \left[ -\mu_{EM} \mathcal{J} \omega G \mathbf{j}_{ms} + \frac{\rho_{EM,ms}}{\mu_{EM}} \mathbf{grad}' G + \mathbf{j}_s \times \mathbf{grad}' G \right] dS' \quad (\text{C.65})$$

La figure C.2 montre quelques possibilités de choix de surfaces  $S$  et de contours d'intégration  $C$ . Lorsque l'on travaille dans de telles conditions, le choix implicite du volume d'intégration est soit l'espace vide de sources (cas a, c et d), soit le demi-espace vide de sources (cas b, où le volume d'intégration est l'atmosphère et non le volume d'eau).



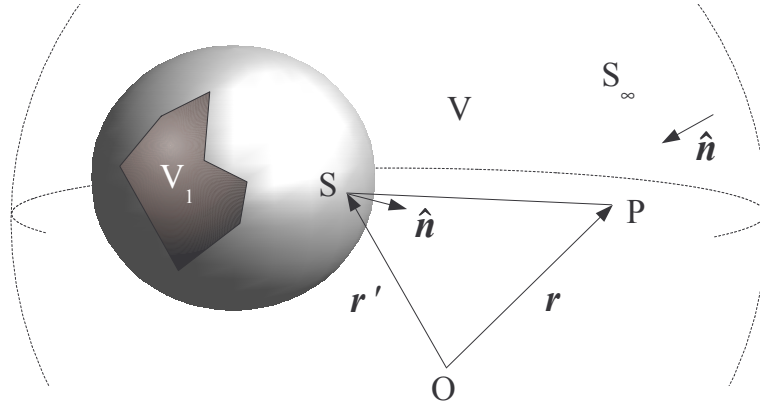


FIGURE C.1: Description des volumes d'intégration. Les sources électromagnétiques sont réparties dans le volume  $V_1$  (qui n'est pas forcément d'un seul tenant), de surface extérieure  $S$ . Le volume  $V$  est libre de sources. La surface  $S_\infty$  est rejetée à l'infini.

### C.3.4 Equation de Stratton-Chu en champ lointain

Pour simplifier les équations de Stratton et Chu, on réalise souvent l'approximation du champ lointain, qui consiste à considérer que l'onde est plane. On aboutit alors à une forme proposée pour la première fois par Silver [161] (p. 161, eq. 103).

#### C.3.4.1 Zone de Fraunhofer

On approxime l'onde sphérique par une onde plane progressive à la suite du développement limité suivant (avec  $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/r$ ) :

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = r \times \left[ 1 - \frac{\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'}{r} + \frac{r'^2}{2r^2} - \frac{1}{8} \left( \frac{2\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'}{r} \right)^2 + \dots \right] \quad (\text{C.66})$$

...où l'on a conservé tous les termes jusqu'à l'ordre 2. Les termes quadratiques peuvent être négligés tant qu'ils ne contribuent pas une phase très largement inférieure à  $\pi/2$  (certains ouvrages prennent une limite de  $2\pi$ ). Si l'on place l'origine du repère au centre de la distribution de sources électromagnétiques, et si l'on suppose que le diamètre de cette distribution est  $D$ , alors le déphasage induit par la partie quadratique du développement limité peut être considéré comme étant égal à :

$$\Delta\phi = kr \left[ \frac{r'^2}{2r^2} - \frac{1}{8} \left( \frac{2\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'}{r} \right)^2 \right] \sim k \frac{r'^2}{2r} \quad (\text{C.67})$$

avec  $k = 2\pi/\lambda$  le nombre d'onde électromagnétique. Alors :

$$\Delta\phi \ll \frac{\pi}{2} \Rightarrow r \gg \frac{D^2}{2\lambda} \quad (\text{C.68})$$

et, avec l'autre convention :

$$\Delta\phi \ll 2\pi \Rightarrow r \gg \frac{D^2}{8\lambda} \quad (\text{C.69})$$

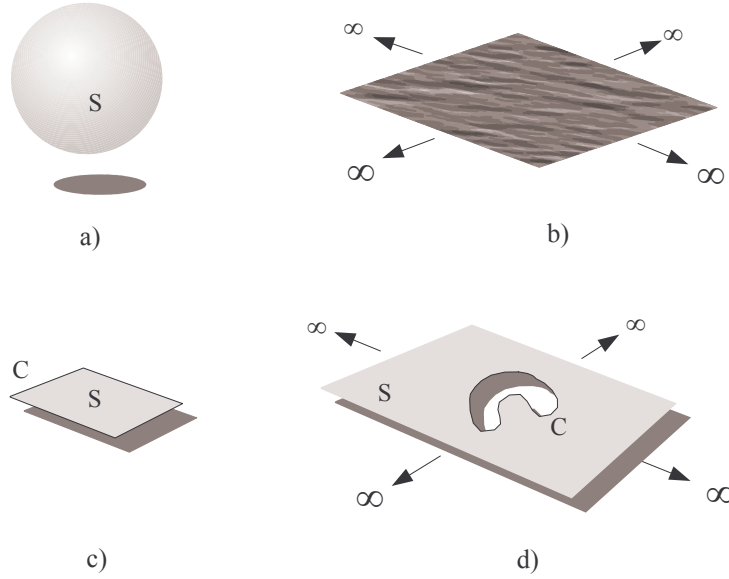


FIGURE C.2: Quelques surfaces possibles pour l'intégration. a) Surface ouverte finie b) Surface ouverte infinie (par exemple, la mer), c) Surface finie avec un contour extérieur  $C$ , d) Surface infinie avec un contour intérieur  $C$ . En réalité, les surfaces ne sont pas forcément d'un seul tenant, ni planes.

Dans la suite, on conservera la première convention. On distingue alors trois zones de travail :

- *zone de Rayleigh*, ou zone de champ proche, si  $r < \frac{D^2}{2\lambda}$ . Dans cette zone, il faudra réaliser un traitement exact tenant compte des effets de bords ;
- *zone de Fresnel*, ou zone intermédiaire, si  $\frac{D^2}{2\lambda} < r < \frac{2D^2}{\lambda}$  ;
- *zone de Fraunhofer*, ou zone de champ lointain, si  $\frac{2D^2}{\lambda} < r$

En zone de Fraunhofer, il est possible d'approximer l'onde électromagnétique par une onde plane progressive, c'est-à-dire que :

$$G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \sim \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'} \quad (\text{C.70})$$

Sous cette approximation, on a :

$$\mathbf{grad}' G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = j\mathbf{k}G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \frac{j\mathbf{k}e^{-jkr}}{4\pi r} e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'} \quad (\text{C.71})$$

...avec  $\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{r}}$ . On peut également montrer que l'opérateur rotationnel peut être approximé par un produit vectoriel :

$$\mathbf{rot} V \simeq -j\mathbf{k} \times V \quad (\text{C.72})$$

### C.3.4.2 Simplification des équations de Stratton-Chu

En appliquant les deux approximations ci-dessus à l'équation C.47, on obtient :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{j e^{-jkr}}{4\pi r} \oint_S [(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}) \times \mathbf{k} - \omega \mu_{EM} (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}) + (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{k}] e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'} dS' \quad (\text{C.73})$$

Si la surface est ouverte, c'est-à-dire si elle est bornée par un contour  $C$ , il faudra tenir compte de l'intégrale linéique. Bien que l'on puisse en pratique négliger ce terme, il est judicieux de le conserver, car il amène une simplification de l'équation. En effet, en appliquant le théorème de Stokes :

$$\oint_C (\mathbf{grad}' G)(\mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}) = \frac{jk e^{-jkr}}{4\pi r} \int_S [\mathbf{rot}' (\mathbf{H} e^{jkr'})] \hat{\mathbf{n}} dS' \quad (\text{C.74})$$

$$= \frac{jk e^{-jkr}}{4\pi r} \int_S [(\mathbf{grad}' e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'} \times \mathbf{H} + e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'} \mathbf{rot}' \mathbf{H}) \hat{\mathbf{n}} dS' \quad (\text{C.75})$$

$$= \frac{jk e^{-jkr}}{4\pi r} \int_S [j\mathbf{k} \times \mathbf{H} + j\omega \epsilon_{EM} \mathbf{E}] e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'} \hat{\mathbf{n}} dS' \quad (\text{C.76})$$

$$(\text{C.77})$$

...le passage de l'avant-dernière équation à la dernière se faisant en utilisant l'équation de Maxwell-Ampère en l'absence de termes de sources. Au final, l'intégrale linéique devient :

$$- \frac{1}{j\omega \epsilon_{EM}} \oint_C (\mathbf{grad}' G)(\mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}) = \frac{j e^{-jkr}}{4\pi r} \int_S \left[ \frac{((\mathbf{k} \times \mathbf{H}) \hat{\mathbf{n}}) \mathbf{k}}{\omega \epsilon_{EM}} + (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{k} \right] e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'} dS' \quad (\text{C.78})$$

et l'équation de Stratton-Chu en champ lointain pour une surface ouverte devient alors<sup>2</sup> :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{j e^{-jkr}}{4\pi r} \int_S \left[ (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}) \times \mathbf{k} - \omega \mu_{EM} (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}) + \frac{((\mathbf{k} \times \mathbf{H}) \hat{\mathbf{n}}) \mathbf{k}}{\omega \epsilon_{EM}} \right] e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'} dS' \quad (\text{C.79})$$

$$= \frac{jk e^{-jkr}}{4\pi r} \left[ \int_S [(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}) - \eta \hat{\mathbf{r}} \times (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H})] e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'} dS' \right] \times \hat{\mathbf{r}} \quad (\text{C.80})$$

Dans le cas particulier où la surface est plane, *i.e.* où  $\hat{\mathbf{n}}$  ne dépend pas de  $\mathbf{r}'$ , on peut également écrire cette équation sous la forme :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{jk e^{-jkr}}{4\pi r} [\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{F}_E - \eta \hat{\mathbf{r}} \times (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{F}_H)] \times \hat{\mathbf{r}} \quad (\text{C.81})$$

ce qui fait apparaître les termes :

$$\mathbf{F}_E = \int_S \mathbf{E}(\mathbf{r}') e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'} dS' \quad (\text{C.82})$$

$$\mathbf{F}_H = \int_S \mathbf{H}(\mathbf{r}') e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'} dS' \quad (\text{C.83})$$

On notera que ces deux intégrales ne sont rien d'autre que des transformées de Fourier.

<sup>2</sup>Le passage de l'équation C.79 à C.80 se fait en utilisant une définition du nombre d'onde :  $k = c/\omega$  où  $c$  est la célérité de l'onde dans le milieu, avec  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_{EM} \epsilon_{EM}}}$  ; et d'autre part en utilisant le fait que  $\eta = \sqrt{\mu_{EM} / \epsilon_{EM}}$  est l'impédance du milieu  $V$  considéré. On a alors  $\omega \mu_{EM} = \eta k$  et  $\frac{1}{\omega \eta} = \eta / k$ . On utilise ensuite la relation vectorielle :  $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$ , valable pour tout vecteur  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ , en posant ici  $\mathbf{A} = \mathbf{k}$ ,  $\mathbf{B} = \hat{\mathbf{r}} = \mathbf{k}/k$  et  $\mathbf{C} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}$ .

### C.3.4.3 Diffraction de Fraunhofer

Dans le cas où la surface est électriquement parfaitement conductrice, on obtient le champ électrique en supprimant le terme  $\mathbf{F}_H$  et en doublant le terme en  $\mathbf{F}_E$  (pour des raisons de conservation d'énergie) :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{jk e^{-jkr}}{2\pi r} (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{F}_E) \times \hat{\mathbf{r}} \quad (\text{C.84})$$

On réalise le contraire dans le cas d'une surface magnétiquement parfaitement conductrice :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\frac{jk e^{-jkr}}{2\pi r} [\eta \hat{\mathbf{r}} \times (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{F}_H)] \times \hat{\mathbf{r}} \quad (\text{C.85})$$

Dans le premier cas, si l'on prend le module de  $\mathbf{E}$ , on retrouve la formule classique donnant le champ diffracté à l'infini par une surface de taille non négligeable devant la longueur d'onde, par application du principe d'Huygens-Fresnel (selon lequel tout point de  $S$  peut être considéré comme une source ponctuelle ayant la phase et l'amplitude du champ sur la surface  $S$ ) :

$$\|\mathbf{E}(\mathbf{k})\|^2 \propto I_0 \int_S \|\mathbf{E}(\mathbf{r}')\|^2 \exp[j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'] dS' \quad (\text{C.86})$$

## C.4 L'approximation de Kirchhoff

On commence par écrire l'onde incidente à une surface, que l'on considère comme étant plane progressive :

$$\mathbf{E}^i(\mathbf{r}) = E_0 \hat{\mathbf{e}}^i \exp j(\omega t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}) \quad (\text{C.87})$$

où  $E_0$  est l'amplitude de l'onde incidente au voisinage de la surface,  $\omega$  sa pulsation,  $\mathbf{k}_i$  le vecteur d'onde incidente, que l'on définit comme étant  $\mathbf{k}_i = k_0 \hat{\mathbf{r}}_x$  où  $k_0$  est le nombre d'onde de la porteuse du signal (voir également la définition des repères dans l'annexe A),  $\mathbf{r}$  le vecteur donnant la position du point où l'on évalue le champ incident ; et  $\hat{\mathbf{e}}^i$  le vecteur donnant la polarisation du champ électrique ( $\hat{\mathbf{e}}^i$  est orthogonal à  $\mathbf{k}_i$ ). L'onde incidente crée à la surface des courants de surface, eux mêmes générateurs d'une onde diffusée notée  $\mathbf{E}^s$ , se propageant dans la direction  $\mathbf{k}_s = k_0 \hat{\mathbf{r}}_s^f$ . Il est possible d'utiliser l'équation de Stratton et Chu pour évaluer le champ  $\mathbf{E}^s$  généré par ces courants de surface. On prend ces équations dans leur forme "champ lointain" en adaptant l'équation C.80). On a alors :

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = \frac{jk e^{-jkr}}{4\pi r} \left[ \int_S [(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}) - \eta \hat{\mathbf{r}} \times (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H})] e^{j\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}'} dS' \right] \times \hat{\mathbf{r}} \quad (\text{C.88})$$

Le champ électrique total  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  au voisinage et immédiatement au dessus de la surface (*i.e.* dans l'air), est la somme du champ incident et du champ diffusé :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^s(\mathbf{r}). \quad (\text{C.89})$$

Il s'agit de ce champ total, à la surface de l'eau, qui est utilisé dans l'intégrale de l'équation C.88. Pour évaluer cette intégrale, il faut évaluer les composantes  $\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}$  et  $\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}$ .

Étant faite cette hypothèse, on peut considérer un repère local à la surface de l'eau  $\mathcal{L}(P, \hat{\mathbf{x}}_l, \hat{\mathbf{y}}_l, \hat{\mathbf{z}}_l)$  (voir l'annexe A). On suppose que localement tout se passe comme si la surface était plate *i.e.*, approximée par son plan tangent. On peut alors écrire le champ diffusé en fonction du champ incident. Pour cela, on décompose le vecteur  $\mathbf{E}^s$  en ses composantes

polarimétriques dans le repère polarimétrique de l'onde incidente  $\mathcal{P}_I(\mathbf{P}, \hat{\mathbf{v}}_i, \hat{\mathbf{h}}_i, \hat{\mathbf{r}}_x)$ , à savoir la projection de  $\mathbf{E}^i$  sur  $\hat{\mathbf{h}}_i$  et  $\hat{\mathbf{v}}_i$  :

$$\mathbf{E}^i(\mathbf{r}) = E_0 e^{j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} (\hat{\mathbf{e}}^i \cdot \hat{\mathbf{h}}_i \hat{\mathbf{h}}_i + \hat{\mathbf{e}}^i \cdot \hat{\mathbf{v}}_i \hat{\mathbf{v}}_i) \quad (\text{C.90})$$

De même pour le champ réfléchi, qui fait intervenir les coefficients de Fresnel  $R_h$  et  $R_v$  (voir par exemple [140], chapitre 7, eq. 7.4.4), écrits ici dans le cas où le premier milieu est l'air et le second de constante diélectrique relative  $\epsilon_r$  (définie au chapitre 2, équation 2.3) :

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = E_0 e^{j\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}} (R_h (\hat{\mathbf{e}}^i \cdot \hat{\mathbf{h}}_i) \hat{\mathbf{h}}_i - R_v (\hat{\mathbf{e}}^i \cdot \hat{\mathbf{v}}_i) \hat{\mathbf{v}}_i) \quad (\text{C.91})$$

avec :

$$R_h = \frac{\cos \theta_i^l - \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_i^l}}{\cos \theta_i^l + \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_i^l}} \quad (\text{C.92})$$

$$R_v = \frac{\epsilon_r \cos \theta_i^l - \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_i^l}}{\epsilon_r \cos \theta_i^l + \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_i^l}} \quad (\text{C.93})$$

On a donc :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \hat{\mathbf{n}} = E_0 e^{j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} ((1 + R_h) (\hat{\mathbf{e}}^i \cdot \hat{\mathbf{h}}_i) \hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{h}}_i - (1 - R_v) (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_x) (\hat{\mathbf{e}}^i \cdot \hat{\mathbf{v}}_i) \hat{\mathbf{h}}_i) \quad (\text{C.94})$$

De même on peut montrer que :

$$\eta \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -E_0 e^{j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} ((1 - R_h) (\hat{\mathbf{e}}^i \cdot \hat{\mathbf{h}}_i) (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_x) \hat{\mathbf{h}}_i + (1 + R_v) (\hat{\mathbf{e}}^i \cdot \hat{\mathbf{v}}_i) \hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{h}}_i) \quad (\text{C.95})$$

En posant l'équation de Stratton-Chu C.88 dans la direction de la diffusion ( $\mathbf{r} \leftarrow \mathbf{r}_s = r \hat{\mathbf{r}}_s^f$ ), et en posant  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \bar{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) e^{-j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}}$ ,  $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \bar{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) e^{-j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}}$ , il vient :

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = \frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \left[ \int_S [(\hat{\mathbf{n}} \times \bar{\mathbf{E}}) - \eta \hat{\mathbf{r}}_s \times (\hat{\mathbf{n}} \times \bar{\mathbf{H}})] e^{j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}'} dS' \right] \times \hat{\mathbf{r}}_s^f \quad (\text{C.96})$$

Arrivé ici, plusieurs traitements sont ensuite envisageables. Le premier découle de l'optique géométrique. On considère pour cela le terme de phase :

$$Q = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}' \quad (\text{C.97})$$

Là où la phase  $Q$  évolue rapidement, les termes positifs de la somme s'annulent avec les termes négatifs, et seuls les points où cette phase évolue lentement contribuent à la somme : c'est l'approximation de la phase stationnaire. Physiquement, les points où la phase évolue lentement sont ceux qui sont spéculaires par rapport à la configuration bistatique considérée. Le second traitement possible découle de l'optique physique, qui consiste à développer l'équation C.96 en série autour des termes de pente nulle, série que l'on tronque à l'ordre voulu. Le résultat obtenu a un domaine de validité légèrement plus large, permettant d'avoir des rayons de courbure plus faibles par rapport à ceux supportés par l'optique géométrique [183]. Dans notre travail, seule la première approche a été implémentée, aussi elle sera détaillée brièvement. Dans le repère vent  $\mathcal{V}$  :

$$Q = q_x x' + q_y y' + q_\zeta \zeta(x', y') \quad (\text{C.98})$$

avec  $\{\mathbf{r}'\}_\mathcal{V} = [x', y', z']$ ,  $\{\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i\}_\mathcal{V} = [q_x, q_y, q_\zeta]$ , et  $\zeta(x', y')$  la fonction élévation de la mer dans le repère vent. La phase est stationnaire si :

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 = q_x + q_\zeta \frac{\partial \zeta}{\partial x} = q_x - q_\zeta Z_u \\ \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 = q_y + q_\zeta \frac{\partial \zeta}{\partial y} = q_y - q_\zeta Z_c \end{cases} \quad (\text{C.99})$$

On notera que la pente  $Z_u$  et  $Z_c$  a un signe négatif, ceci est pour faciliter le lien avec le modèle probabiliste de pentes du chapitre 2, où les pentes sont prises par rapport à la direction *upwind*. Avec cette hypothèse de stationnarité, les vecteurs unitaires  $\hat{\mathbf{n}}$ ,  $\hat{\mathbf{h}}_i$  et  $\hat{\mathbf{v}}_i$  ne dépendent plus de  $\mathbf{r}$  mais uniquement de la direction spéculaire ; et donc :

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{n}} &= \frac{k|q_\zeta|}{q^2 q_\zeta} (\hat{\mathbf{r}}_i - \hat{\mathbf{r}}_s^f) \\ \hat{\mathbf{h}}_i &= \frac{|q_\zeta|}{D q_\zeta} (\hat{\mathbf{r}}_i \times \hat{\mathbf{r}}_s^f) \\ \hat{\mathbf{v}}_i &= \frac{|q_\zeta|}{D q_\zeta} \left( (\hat{\mathbf{r}}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_s^f) - \hat{\mathbf{r}}_s^f \right) \end{cases} \quad (\text{C.100})$$

avec  $q$  la norme de  $Q$  et  $D = \sqrt{(\hat{\mathbf{r}}_i \cdot \hat{\mathbf{v}}_s^f)^2 + (\hat{\mathbf{r}}_i \cdot \hat{\mathbf{h}}_s^f)^2}$ . On a alors :

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = \frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{4\pi r} [(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}) - \eta \hat{\mathbf{r}}_s \times (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H})] \times \hat{\mathbf{r}}_s^f \int_S e^{jQ} dS' \quad (\text{C.101})$$

En développant ces équations on peut montrer que l'on a une relation entre le champ incident, exprimé dans le repère polarimétrique "onde incidente", et le champ diffusé, exprimé dans le repère polarimétrique "onde diffusée" dans la convention dite de "diffusion avant" (*forward scattering alignment*)  $\mathcal{P}_S^F(\mathbf{P}, \hat{\mathbf{v}}_r^f, \hat{\mathbf{h}}_r^f, \hat{\mathbf{r}}_s^f)$  :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_v^s \cdot \hat{\mathbf{v}}_i \\ \mathbf{E}_h^s \cdot \hat{\mathbf{h}}_i \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{4\pi r} I E_0 \begin{pmatrix} U_{vv} & U_{vh} \\ U_{hv} & U_{hh} \end{pmatrix}}_{\text{matrice de diffusion polarimétrique } \mathbf{S}} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_v^s \cdot \hat{\mathbf{v}}_s^f \\ \mathbf{E}_h^s \cdot \hat{\mathbf{h}}_s^f \end{bmatrix} \quad (\text{C.102})$$

avec :

$$I = \frac{q}{|q_\zeta|} \int_S \exp \{ (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}' \} dS' \quad (\text{C.103})$$

et :

$$U_{hh} = \frac{q \times \text{sgn}(q_\zeta) \left\{ R_v(\hat{\mathbf{h}}_s^f \cdot \hat{\mathbf{r}}_x)(\hat{\mathbf{h}}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_s^f) + R_h(\hat{\mathbf{v}}_s^f \cdot \hat{\mathbf{r}}_x)(\hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_s^f) \right\}}{kD^2} \quad (\text{C.104})$$

$$U_{vh} = \frac{q \times \text{sgn}(q_\zeta) \left\{ R_v(\hat{\mathbf{v}}_s^f \cdot \hat{\mathbf{r}}_x)(\hat{\mathbf{h}}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_s^f) - R_h(\hat{\mathbf{v}}_s^f \cdot \hat{\mathbf{r}}_x)(\hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_s^f) \right\}}{kD^2} \quad (\text{C.105})$$

$$U_{hv} = \frac{q \times \text{sgn}(q_\zeta) \left\{ R_v(\hat{\mathbf{v}}_s^f \cdot \hat{\mathbf{r}}_x)(\hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_s^f) + R_h(\hat{\mathbf{v}}_s^f \cdot \hat{\mathbf{r}}_x)(\hat{\mathbf{h}}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_s^f) \right\}}{kD^2} \quad (\text{C.106})$$

$$U_{vv} = \frac{q \times \text{sgn}(q_\zeta) \left\{ R_v(\hat{\mathbf{h}}_s^f \cdot \hat{\mathbf{r}}_x)(\hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_s^f) - R_h(\hat{\mathbf{v}}_s^f \cdot \hat{\mathbf{r}}_x)(\hat{\mathbf{h}}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_s^f) \right\}}{kD^2} \quad (\text{C.107})$$

On calcule maintenant les coefficients *moyens* de la matrice de diffusion polarimétrique en puissance  $\Sigma^0$ . Par définition :

$$\sigma_{pq} = \frac{4\pi r_r^2}{A} \frac{\langle E_{pq}^s E_{pq}^{s*} \rangle}{E_q^i E_q^{i*}} \quad (\text{C.108})$$

où  $\star$  est l'opérateur de conjugaison. On est donc amené à calculer l'espérance mathématique de  $|I|^2$  :

$$\langle |I|^2 \rangle = \frac{q^2}{q_\zeta^2} \iint_S e^{j(q_x(x' - x'') + q_y(y' - y''))} \langle e^{j(\zeta(x', y') - \zeta(x'', y''))} \rangle dS' dS'' \quad (\text{C.109})$$

Pour mener la suite du calcul, il faut une hypothèse sur la forme de la surface. Historiquement (voir par exemple Fung et Chan [76], repris par Khenchaf [104], p. 105) on considère que la surface suit un *processus gaussien*, i.e. que  $\zeta(x, y)$  est une variable gaussienne, tirée selon une distribution de moyenne nulle, dont la variance est  $\sigma^2$  et dont la fonction de corrélation est notée  $\rho_{EM}$ . Alors :

$$\langle e^{j(\zeta(x',y')-\zeta(x'',y''))} \rangle = e^{-q_\zeta \sigma^2 (1-\rho_{EM}(x'-x'',y'-y''))} \quad (\text{C.110})$$

avec  $q_\zeta^2 \sigma^2 = (k_0 \sigma)^2 (\cos \theta_i^v + \cos \theta_s^v)^2$ , ce dernier paramètre  $q_\zeta \sigma$  caractérisant la rugosité de la surface considérée. Sous un certain nombre d'hypothèses :

1. stationnarité du processus
2. taille finie de la surface (aire  $A = 2a \times 2a$ )
3. surface isotrope
4. valeur de  $q_\zeta^2 \sigma^2$  suffisamment importante pour que sa contribution ne soit significative que pour de petites valeurs de  $x' - x''$  et  $y' - y''$

... on montre que :

$$\langle |I|^2 \rangle = 2\pi \frac{q_\zeta^4 m^2}{q_\zeta} A e^{-\frac{q_x^2 + q_y^2}{2m^2}} \quad (\text{C.111})$$

avec  $m = \sigma \sqrt{|\rho'_{EM}(0)|}$  est l'écart-type des pentes de surface. Au final on arrive à :

$$\sigma_{pq} = \frac{k_0^2 q^2 |U_{pq}|^2}{2q_\zeta^2 m^2} e^{-\frac{q_x^2 + q_y^2}{2m^2}} \quad (\text{C.112})$$

En identifiant la distribution de Gauss que l'on voit apparaître dans cette expression, on arrive à la forme :

$$\sigma_{pq} = \frac{\pi k_0^2 q^2 |U_{pq}|^2}{q_\zeta^2} \text{Pr}(Z_u, Z_c) \quad (\text{C.113})$$

La fonction Pr est une probabilité d'apparition des pentes  $Z_u = -\partial\zeta/\partial x = -q_x/q_\zeta$  et  $Z_c = -\partial\zeta/\partial y = -q_y/q_\zeta$ , par exemple la distribution de Cox et Munk (chapitre 2, p. 80). C'est l'équation C.113 qui est ensuite utilisée dans le chapitre 4.

## C.5 Coefficients polarimétriques de la méthode des petites perturbations

On fournit dans cette partie, sans aucune démonstration, la valeur des coefficients  $\alpha_{pq}$  permettant de calculer le champ diffusé par la méthode des petites perturbations, grâce à la formule 4.5 du chapitre 4, page 113. Le lecteur intéressé pourra se référer par exemple à Khenchaf [1, 104] pour une démonstration complète. On introduit tout d'abord deux termes intermédiaires :

$$a_i = \sqrt{\epsilon_r \mu_r + \sin^2 \theta_i^v} \quad (\text{C.114})$$

$$a_s = \sqrt{\epsilon_r \mu_r + \sin^2 \theta_s^v} \quad (\text{C.115})$$

On a alors pour le canal VV :

$$n_1^{vv} = (\epsilon_r - 1)(\epsilon_r \sin \theta_i^v \sin \theta_s^v - a_i a_s \cos \phi_s^v) \quad (\text{C.116})$$

$$n_2^{vv} = \epsilon_r^2 (\mu_r - 1) \cos \phi_s^v \quad (\text{C.117})$$

$$d_1^{vv} = \epsilon_r \cos \theta_i^v + a_i \quad (\text{C.118})$$

$$d_2^{vv} = \epsilon_r \cos \theta_s^v + a_s \quad (\text{C.119})$$

$$\alpha_{vv} = \frac{n_1^{vv} + n_2^{vv}}{d_1^{vv} d_2^{vv}} \quad (\text{C.120})$$

Pour le canal VH :

$$n_1^{vh} = (\mu_r - 1) \epsilon_r a_i \quad (\text{C.121})$$

$$n_2^{vh} = (\epsilon_r - 1) \mu_r a_s \quad (\text{C.122})$$

$$d_1^{vh} = a_i + \mu_r \cos \theta_i^v \quad (\text{C.123})$$

$$d_2^{vh} = a_s + \epsilon_r \cos \theta_s^v \quad (\text{C.124})$$

$$\alpha_{vh} = \frac{n_1^{vh} + n_2^{vh}}{d_1^{vh} d_2^{vh}} \sin \phi_s^v \quad (\text{C.125})$$

Pour le canal HV :

$$n_1^{hv} = (\epsilon_r - 1) \mu_r a_i \quad (\text{C.126})$$

$$n_2^{hv} = (\mu_r - 1) \epsilon_r a_s \quad (\text{C.127})$$

$$d_1^{hv} = a_i + \epsilon_r \cos \theta_i^v \quad (\text{C.128})$$

$$d_2^{hv} = a_s + \mu_r \cos \theta_s^v \quad (\text{C.129})$$

$$\alpha_{hv} = \frac{n_1^{hv} + n_2^{hv}}{d_1^{hv} d_2^{hv}} \sin \phi_s^v \quad (\text{C.130})$$

Et enfin pour le canal HH :

$$n_1^{hh} = (\mu_r - 1)(a_i a_s \cos \phi_s^v - \mu_r \sin \theta_i^v \sin \theta_s^v) \quad (\text{C.131})$$

$$n_2^{hh} = \mu_r^2 (\epsilon_r - 1) \cos \phi_s^v \quad (\text{C.132})$$

$$d_1^{hh} = a_i + \mu_r \cos \theta_i^v \quad (\text{C.133})$$

$$d_2^{hh} = a_s + \mu_r \cos \theta_s^v \quad (\text{C.134})$$

$$\alpha_{hh} = -\frac{n_1^{hh} + n_2^{hh}}{d_1^{hh} d_2^{hh}} \quad (\text{C.135})$$

En pratique, dans le cas qui nous intéresse (interface eau-air), la constante  $\mu_r$  est prise égale à 1. On notera que les angles bistatiques utilisés correspondent à une surface plane. Aussi, lorsque l'on calcule les coefficients du modèle des petites perturbations, on prendra soin à prendre les angles bistatiques dans le repère local  $\mathcal{L}$ , associé à la facette, et qui correspondrait au repère vent  $\mathcal{V}$  uniquement si la facette était totalement confondue avec la surface moyenne de la mer.





## Le filtrage adapté stochastique

Le filtrage adapté stochastique est une généralisation du filtrage adapté traditionnel au cas où le signal à détecter n'est pas déterministe. On présente dans cette annexe quelques bases concernant le filtrage adapté stochastique. Ces éléments forment la synthèse de plusieurs articles : [35], [46], [45], ainsi que le cours sur le filtrage adapté stochastique de Jean-François Cavassilas publié sur sa page web personnelle<sup>1</sup>. La théorie est présentée dans le cadre des signaux discrets uniquement.

### D.1 Cadre du problème et définitions préliminaires

On considère que l'on représente un signal  $\mathbf{z}$  mesuré par un capteur (une observation), sous la forme d'un vecteur de taille infinie :

$$\mathbf{z} = [z_0, z_1, z_2, \dots, z_n, \dots] \quad (\text{D.1})$$

Ce signal représente la version discrétisée d'un signal continu  $z$  :

$$z_n = z(nT) \quad (\text{D.2})$$

où  $T$  est la période d'échantillonnage du système. On suppose également que le signal échantillonné est quantifié sur  $M$  niveaux de valeurs  $v_0, \dots, v_{M-1}$  (pas nécessairement espacés uniformément). On suppose que pour chaque échantillon  $z_n$ , l'une des deux hypothèses suivante est vraie :

- **Hypothèse  $H_1$**  : l'échantillon ne contient que du bruit, c'est-à-dire de l'information non désirée :  $z_n = b_n$
- **Hypothèse  $H_2$**  : l'échantillon contient de l'information désirée (du signal), mais ce signal est corrompu par du bruit additif :  $z_n = s_n + b_n$

En général, on mesure rarement du signal sur un échantillon unique. Quand du signal arrive dans un instrument de mesure, il a une certaine durée qui lui permet d'être mesuré sur plusieurs échantillons consécutifs. Dans la suite, on considère que le signal s'étend typiquement sur  $N = 2l + 1$  échantillons consécutifs centrés autour de l'échantillon  $s_n$  et on définit alors la fenêtre  $\mathbf{w}(n)$  comme le vecteur :

$$\mathbf{w}(n) = [z_{n-l}, z_{n-l+1}, \dots, z_n, \dots, z_{n+l-1}, z_{n+l}] \quad (\text{D.3})$$

(le fait de prendre une longueur  $N$  impaire et une fenêtre centrée n'est qu'une commodité). Il arrivera aussi de noter, dans la suite du document :

$$\mathbf{w}(n) = [w_0, w_1, \dots, w_n, \dots, w_{N-2}, w_{N-1}] \quad (\text{D.4})$$

Selon les hypothèses, on peut toujours écrire :

<sup>1</sup><http://cava.univ-tln.fr/>

- Hypothèse  $H_1$  :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{b}(n) \quad (\text{D.5})$$

avec :

$$\mathbf{b}(n) = [b_{n-l}, b_{n-l+1}, \dots, b_n, \dots, b_{n+l-1}, b_{n+l}] \quad (\text{D.6})$$

- Hypothèse  $H_2$  :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n) \quad (\text{D.7})$$

avec :

$$\mathbf{s}(n) = [s_{n-l}, s_{n-l+1}, \dots, s_n, \dots, s_{n+l-1}, s_{n+l}] \quad (\text{D.8})$$

On suppose en outre que le choix de l'hypothèse  $H_1$  ou  $H_2$  n'influe pas sur la nature de  $\mathbf{b}$ .

### D.1.1 Grandeurs associées aux fenêtres

Les fenêtres  $\mathbf{w}(n)$  sont de longueur  $N$ . Le signal est supposé échantillonné sur  $M$  niveaux. Pour un  $n$  donné, il y a donc  $N^M$  configurations différentes possibles de  $\mathbf{w}(n)$  que l'on peut observer. On note  $\mathbf{w}_i$  la  $i$ -ème configuration de fenêtre, avec  $i \in \langle 1..N^M \rangle$ . Chaque configuration a une certaine probabilité d'apparaître. On note  $r_i$  la probabilité d'apparition de la  $i$ -ème configuration (il va donc de soi que  $r_0 + r_1 + \dots + r_{N^M-1} = 1$ ). On décrit la  $i$ -ème fenêtre comme suit :

$$\mathbf{w}_i = [w_{i,1}, \dots, w_{i,N}] \quad (\text{D.9})$$

On a également  $N^M$  constructions possibles pour  $\mathbf{s}$  et pour  $\mathbf{b}$ . On note  $p_i$  la probabilité d'apparition de la  $i$ -ème configuration  $\mathbf{s}_i$  de  $\mathbf{s}$  et  $q_i$  son homologue pour  $\mathbf{b}$ . On construit les fonctions et les grandeurs suivantes :

- la fonction "puissance de  $\mathbf{w}_i$ ", scalaire :

$$P_{\mathbf{w}}(i) = \sum_{j=1}^{j=N} w_{i,j}^2 = \mathbf{w}_i^t \mathbf{w}_i \quad (\text{D.10})$$

- la fonction "moyenne de  $\mathbf{w}_i$ ", scalaire :

$$M_{\mathbf{w}}(i) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{j=N} w_{i,j} \quad (\text{D.11})$$

- le "vecteur  $\mathbf{w}$  moyen" :

$$\bar{\mathbf{w}} = \sum_{i=1}^{i=N^M} r_i \mathbf{w}_i = E(\mathbf{w}) \quad (\text{D.12})$$

où  $E$  est l'opérateur "espérance". Ce vecteur a pour longueur  $N$ .

- la matrice de variance-covariance de  $\mathbf{w}$  dont l'entrée  $(i, j)$  est :

$$\Sigma_{\mathbf{w}}(i, j) = [r_i(\mathbf{w}_i - \bar{\mathbf{w}})][r_j(\mathbf{w}_j - \bar{\mathbf{w}})]^t \quad (\text{D.13})$$

où  $t$  désigne le transposé-conjugué. Cette matrice est symétrique.

- et enfin, la puissance moyenne de  $\mathbf{w}$ , scalaire :

$$\bar{P}_{\mathbf{w}} = \sum_{i=1}^{i=N^M} r_i \mathbf{w}_i^2 = \sum_{i=1}^{i=N^M} r_i P_{\mathbf{w}}(i) = E(\mathbf{w}\mathbf{w}^t) \quad (\text{D.14})$$

On peut faire pareil pour  $\mathbf{s}$  et  $\mathbf{b}$ . On définit enfin le rapport signal à bruit  $\rho$  de  $\mathbf{s}$  sur  $\mathbf{b}$  comme le rapport :

$$\rho = \frac{\bar{P}_{\mathbf{s}}}{\bar{P}_{\mathbf{b}}} \quad (\text{D.15})$$

## D.2 Problème du filtrage adapté stochastique

Soit un “filtre”  $\mathbf{h}$  défini comme le vecteur :

$$\mathbf{h} = [h_N^*, \dots, h_1^*] \quad (\text{D.16})$$

On peut filtrer  $\mathbf{w}$  par  $\mathbf{h}$  ce qui est simplement un produit scalaire :  $\mathbf{h}^t \mathbf{w} = \mathbf{w}^t \mathbf{h}$ .

**Note** En appelant  $\mathbf{h}$  un filtre et en utilisant la notion de produit scalaire, on commet un abus de langage. A proprement parler, le filtrage s’écrit par convolution d’un signal par une réponse impulsionnelle. Or cette convolution est équivalente au produit scalaire du signal avec le conjugué retourné de la réponse impulsionnelle du filtre. Donc,  $\mathbf{h}$  est ici appelé “filtre” alors qu’il s’agit vraiment du conjugué retourné de la réponse impulsionnelle de ce filtre. Il faut avoir cet abus à l’esprit si l’on implémente le filtrage par transformée de Fourier.

**Le problème du filtrage adapté stochastique** La puissance moyenne des fenêtres  $\mathbf{w}$  filtrées par  $\mathbf{h}$  est :

$$\bar{P}_{\mathbf{w}^t \mathbf{h}} = \sum_{i=1}^{i=N^M} r_i (\mathbf{w}_i^t \mathbf{h})^2 \quad (\text{D.17})$$

Le problème du filtrage adapté stochastique est de trouver  $\mathbf{h}$  tel que :

$$\rho' = \frac{\bar{P}_{\mathbf{s}^t \mathbf{h}}}{\bar{P}_{\mathbf{b}^t \mathbf{h}}} > \rho \quad (\text{D.18})$$

où l’on a  $\bar{P}_{\mathbf{s}^t \mathbf{h}}$  et  $\bar{P}_{\mathbf{b}^t \mathbf{h}}$  définis comme dans l’équation D.17 aux changements de notations près.

**Lemme :** la puissance moyenne  $\bar{P}_{\mathbf{w}^t \mathbf{h}}$  des fenêtres  $\mathbf{w}_i$  filtrées par  $\mathbf{h}$  est aussi égale à :

$$\bar{P}_{\mathbf{h}^t \mathbf{w}} = \mathbf{h}^t (\Sigma_{\mathbf{w}} + \bar{\mathbf{w}}^t \bar{\mathbf{w}}) \mathbf{h} \quad (\text{D.19})$$

Démonstration :

$$\bar{P}_{\mathbf{w}^t \mathbf{h}} = \sum_{i=1}^{i=N^M} r_i [\mathbf{w}_i^t \mathbf{h}]^2 \quad (\text{D.20})$$

$$= \sum_{i=1}^{i=N^M} r_i \mathbf{h}^t \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^t \mathbf{h} \quad (\text{D.21})$$

$$\bar{P}_{\mathbf{w}^t \mathbf{h}} = \sum_{i=1}^{i=N^M} r_i \mathbf{h}^t (\mathbf{w}_i - \bar{\mathbf{w}} + \bar{\mathbf{w}}) (\mathbf{w}_i - \bar{\mathbf{w}} + \bar{\mathbf{w}})^t \mathbf{h} \quad (\text{D.22})$$

Après développement :

$$\bar{\mathbf{P}}_{\mathbf{w}^t \mathbf{h}} = T_1 + T_2 + T_3 \quad (\text{D.23})$$

avec :

- Terme  $T_1$  :

$$T_1 = \sum_{i=1}^{i=N^M} r_i \mathbf{h}^t (\mathbf{w}_i - \bar{\mathbf{w}}) (\mathbf{w}_i - \bar{\mathbf{w}})^t \mathbf{h} \quad (\text{D.24})$$

$$= \mathbf{h}^t \left( \sum_{i=1}^{i=N^M} r_i (\mathbf{w}_i - \bar{\mathbf{w}}) (\mathbf{w}_i - \bar{\mathbf{w}})^t \right) \mathbf{h} \quad (\text{D.25})$$

$$T_1 = \mathbf{h}^t \Sigma_{\mathbf{w}} \mathbf{h} \quad (\text{D.26})$$

- Terme  $T_2$  :

$$T_2 = \sum_{i=1}^{i=N^M} r_i \mathbf{h}^t \bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{w}}^t \mathbf{h} \quad (\text{D.27})$$

$$= \left( \sum_{i=1}^{i=N^M} r_i \right) \mathbf{h}^t \bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{w}}^t \mathbf{h} \quad (\text{D.28})$$

$$T_2 = \mathbf{h}^t \bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{w}}^t \mathbf{h} \quad (\text{D.29})$$

- Terme  $T_3$  :

$$T_3 = \sum_{i=1}^{i=N^M} r_i \mathbf{h}^t (\mathbf{w}_i - \bar{\mathbf{w}}) \bar{\mathbf{w}}^t \mathbf{h} + r_i \mathbf{h}^t \bar{\mathbf{w}} (\mathbf{w}_i - \bar{\mathbf{w}})^t \mathbf{h} \quad (\text{D.30})$$

$$= 2 \mathbf{h}^t \bar{\mathbf{w}} \left( \sum_{i=1}^{i=N^M} r_i \mathbf{w}_i \right) \mathbf{h}^t - 2 (\bar{\mathbf{w}}^t \mathbf{h})^2 \quad (\text{D.31})$$

$$= 2 (\bar{\mathbf{w}}^t \mathbf{h})^2 + 2 (\bar{\mathbf{w}}^t \mathbf{h})^2 - 2 (\bar{\mathbf{w}}^t \mathbf{h})^2 \quad (\text{D.32})$$

$$T_3 = 0 \quad (\text{D.33})$$

En factorisant  $T_1$  et  $T_2$ , on a ce que l'on s'est proposé de démontrer.  $\square$

Le problème du filtrage adapté stochastique se ramène donc à trouver un vecteur  $\mathbf{h}$  maximisant le rapport :

$$\rho' = \frac{\mathbf{h}^t (\Sigma_{\mathbf{s}} + \bar{\mathbf{s}} \bar{\mathbf{s}}^t) \mathbf{h}}{\mathbf{h}^t (\Sigma_{\mathbf{b}} + \bar{\mathbf{b}} \bar{\mathbf{b}}^t) \mathbf{h}} \quad (\text{D.34})$$

La solution à ce problème est très simple. Tout d'abord, on note :

$$\mathbf{P} = \Sigma_{\mathbf{s}} + \bar{\mathbf{s}} \bar{\mathbf{s}}^t \quad (\text{D.35})$$

$$\mathbf{Q} = \Sigma_{\mathbf{b}} + \bar{\mathbf{b}} \bar{\mathbf{b}}^t \quad (\text{D.36})$$

(le rapport  $\mathbf{h}^t \mathbf{P} \mathbf{h} / \mathbf{h}^t \mathbf{Q} \mathbf{h}$  est un quotient dit de Rayleigh). Rien n'empêche de contraindre le dénominateur à 1 ; on maximisera ensuite le numérateur. Cette contrainte s'écrit :

$$1 - \mathbf{h}^t \mathbf{Q} \mathbf{h} = 0 \quad (\text{D.37})$$

Le problème peut s'écrire comme un lagrangien :

$$\mathcal{L}(\mathbf{h}) = \mathbf{h}^t \mathbf{P} \mathbf{h} + \lambda(1 - \mathbf{h}^t \mathbf{Q} \mathbf{h}) \quad (\text{D.38})$$

On dérive ce lagrangien par rapport à  $\mathbf{h}$  et on cherche où il s'annule :

$$\nabla \mathcal{L}(\mathbf{h}) = 2(\mathbf{P} \mathbf{h} + \lambda \mathbf{Q} \mathbf{h}) = 0 \quad (\text{D.39})$$

On se ramène donc à un problème de valeurs propres généralisé :

$$\mathbf{P} \mathbf{h} = \lambda \mathbf{Q} \mathbf{h} \quad (\text{D.40})$$

et l'on a :

$$\rho' = \frac{\mathbf{h}^t \mathbf{P} \mathbf{h}}{\mathbf{h}^t \mathbf{Q} \mathbf{h}} = \frac{\lambda \mathbf{h}^t \mathbf{Q} \mathbf{h}}{\mathbf{h}^t \mathbf{Q} \mathbf{h}} = \lambda \quad (\text{D.41})$$

Si  $\mathbf{Q}$  est inversible (symétrique définie positive), sont solution du problème des vecteurs propres généralisés, tous les vecteurs  $\mathbf{h}$  vérifiant :

$$\begin{cases} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{h} = \lambda \mathbf{h} \\ \lambda > \rho \\ \mathbf{h}^t \mathbf{Q} \mathbf{h} = 1 \end{cases} \quad (\text{D.42})$$

Il y a  $N$  tels vecteurs puisque  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{Q}$  sont symétriques, donc  $\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{P}$  l'est aussi, et cette matrice est donc diagonalisable. En notant  $\mathbf{R} = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{P}$  :

$$\mathbf{R} = \mathbf{H} \mathbf{D} \mathbf{H}^{-1} \quad (\text{D.43})$$

Les vecteurs  $\mathbf{h}$  solution de notre problème, sont les colonnes de  $\mathbf{H}$ . Parmi les  $N$  vecteurs solutions, il y a un sous ensemble de  $N_f$  vecteurs ( $N_f \leq N$ )  $\mathbf{h}_1 \dots \mathbf{h}_{N_f}$  associés aux valeurs propres  $\lambda_1 \dots \lambda_{N_f}$  supérieures à  $\rho$  (sous la contrainte :  $\mathbf{h}^t \mathbf{Q} \mathbf{h} = 1$ ). Ces  $N_f$  vecteurs vont augmenter le rapport signal à bruit  $\rho'$  après filtrage. Ce sont les filtres adaptés stochastiques au signal.

### D.3 Le filtrage adapté "classique"

Jusqu'ici il a été supposé en toute généralité que le signal pouvait prendre  $N^M$  apparences  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2 \dots, \mathbf{s}_{N^M}$ , chacune survenant avec la probabilité  $p_1, p_2, \dots, p_{N^M}$ . Si le signal parfaitement connu, c'est-à-dire qu'il ne prend qu'une seule apparence, alors il est possible d'écrire que  $\mathbf{s} = \mathbf{s}_1, p_1 = 1$  et  $p_2, \dots, p_{N^M} = 0$ . On aura aussi  $\bar{\mathbf{s}} = \mathbf{s}$ . Sous ces conditions, la matrice  $\mathbf{P}$  introduite plus haut est :  $\mathbf{P} = \mathbf{s} \mathbf{s}^t$ . On cherche à donc maximiser le quotient de Rayleigh :

$$\rho' = \frac{\mathbf{h}^t \mathbf{s} \mathbf{s}^t \mathbf{h}}{\mathbf{h}^t \mathbf{Q} \mathbf{h}} \quad (\text{D.44})$$

On peut résoudre ce problème de la même manière que précédemment. La matrice  $\mathbf{s} \mathbf{s}^t$  est de rang unité donc il n'y aura qu'un seul vecteur propre  $\mathbf{h}$  pour  $\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{P}$ . Ce vecteur propre est appelé le filtre adapté. On cherche néanmoins une expression explicite de ce vecteur propre. L'obtention de ce vecteur propre nécessite une résolution alternative du problème qui ne marche que dans le cas d'un signal parfaitement connu. Cette résolution utilise la symétrie hermitienne de  $\mathbf{Q}$ , qui permet d'écrire :

$$\rho' = \frac{|(\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})^t (\mathbf{Q}^{-1/2} \mathbf{s})|^2}{(\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})^t (\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})} \quad (\text{D.45})$$

On cherche à maximiser ce quotient. Pour cela on va d'abord en chercher un majorant en utilisant l'inégalité de Cauchy-Schwartz, qui s'écrit ainsi pour deux vecteurs  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$  :

$$|\mathbf{a}^t \mathbf{b}|^2 \leq (\mathbf{a}^t \mathbf{a})(\mathbf{b}^t \mathbf{b}) \quad (\text{D.46})$$

Dans notre cas, on aura :

$$\rho' = \frac{|(\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})^t (\mathbf{Q}^{-1/2} \mathbf{s})|^2}{(\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})^t (\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})} \leq \frac{[(\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})^t (\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})] [(\mathbf{Q}^{-1/2} \mathbf{s})^t (\mathbf{Q}^{-1/2} \mathbf{s})]}{(\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})^t (\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})}. \quad (\text{D.47})$$

L'expression de la borne supérieure peut se simplifier :

$$\rho' = \frac{|(\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})^t (\mathbf{Q}^{-1/2} \mathbf{s})|^2}{(\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})^t (\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})} \leq \mathbf{s}^t \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{s}. \quad (\text{D.48})$$

On peut en fait atteindre ce majorant si on choisit :

$$\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h} = \alpha \mathbf{Q}^{-1/2} \mathbf{s} \quad (\text{D.49})$$

où  $\alpha$  est un réel arbitraire. En effet, si l'on introduit cette expression dans l'équation D.48, il vient :

$$\rho' = \frac{|(\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})^t (\mathbf{Q}^{-1/2} \mathbf{s})|^2}{(\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})^t (\mathbf{Q}^{1/2} \mathbf{h})} \quad (\text{D.50})$$

$$= \frac{\alpha^2 |(\mathbf{Q}^{-1/2} \mathbf{s})^t (\mathbf{Q}^{-1/2} \mathbf{s})|^2}{\alpha^2 (\mathbf{Q}^{-1/2} \mathbf{s})^t (\mathbf{Q}^{-1/2} \mathbf{s})} \quad (\text{D.51})$$

$$= \frac{|\mathbf{s}^t \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{s}|^2}{\mathbf{s}^t \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{s}} \quad (\text{D.52})$$

$$\rho' = \mathbf{s}^t \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{s}. \quad (\text{D.53})$$

Notre filtre optimal est donc :

$$\mathbf{h} = \alpha \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{s}. \quad (\text{D.54})$$

On peut, comme dans le cas du filtrage adapté stochastique, souhaiter normaliser la puissance du bruit filtré par  $\mathbf{h}$ , c'est-à-dire que l'on met la contrainte :

$$\mathbf{h}^t \mathbf{Q} \mathbf{h} = 1. \quad (\text{D.55})$$

Ceci donne une valeur pour  $\alpha$  :

$$\mathbf{h}^t \mathbf{Q} \mathbf{h} = \alpha^2 \mathbf{s}^t \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{s} = 1, \quad (\text{D.56})$$

ce qui donne :

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{s}^t \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{s}}}, \quad (\text{D.57})$$

et donc le filtre adapté normalisé est :

$$\mathbf{h} = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{s}^t \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{s}}} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{s} \quad (\text{D.58})$$

**Cas particulier du bruit blanc gaussien** Si le bruit est un bruit blanc gaussien de variance  $\sigma_b^2$  :

$$\mathbf{Q}^{-1} = \frac{1}{\sigma_b^2} \mathbf{I} \quad (\text{D.59})$$

D'autre part :

$$\mathbf{s}^t \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{s} = \frac{P_s}{\sigma_b^2} \quad (\text{D.60})$$

La réponse impulsionnelle du filtre adapté est, à une constante multiplicative près, proportionnelle à  $\mathbf{s}$  retourné conjugué :

$$\mathbf{h} = \frac{1}{\sigma_b \sqrt{P_s}} \mathbf{s} \quad (\text{D.61})$$

## D.4 Propriétés additionnelles du filtrage adapté stochastique

**Bases** Les vecteurs propres  $\mathbf{h}_1 \dots \mathbf{h}_{N_f}$  de la matrice  $\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{P}$  sont par définition linéairement indépendants et forment donc une base. Cette base n'est pas nécessairement orthogonale (des contre-exemples sont aisément exhibables en prenant des valeurs numériques au hasard). Les vecteurs  $\mathbf{j}_i = \mathbf{Q} \mathbf{h}_i$  forment également une base. Cette propriété est aisément démontrable par le fait que  $\det \mathbf{H} \neq 0$  puisque les  $\mathbf{h}_i$  sont linéairement indépendants. Or  $\mathbf{Q}$  est supposée inversible donc  $\det \mathbf{Q} \neq 0$ . Donc  $\det \mathbf{Q} \mathbf{H} \neq 0$  et les  $\mathbf{j}_i$  sont linéairement indépendants.

**Biorthogonalité** On peut aussi montrer que les vecteurs  $\mathbf{h}_i$  et les vecteurs  $\mathbf{j}_i = \mathbf{Q} \mathbf{h}_i$  vérifient la propriété :

$$\mathbf{h}_i^t \mathbf{j}_j = \delta_{ij} \quad (\text{D.62})$$

où  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker. On dit que la base des  $\mathbf{h}_i$  et la base des  $\mathbf{j}_i$  est biorthogonale. En effet, on a :

$$\forall i \in \langle 1..N \rangle, \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{h}_i = \lambda_i \mathbf{h}_i \quad (\text{D.63})$$

En posant  $\mathbf{j}_i = \mathbf{Q} \mathbf{h}_i$ , on a aussi :

$$\forall i \in \langle 1..N \rangle, \mathbf{P} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{j}_i = \lambda_i \mathbf{j}_i \quad (\text{D.64})$$

Les matrices  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{Q}$  sont symétriques :  $\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}'$ ,  $\mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{q}^t$ . On a  $\mathbf{R}^t = (\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{P})^t = \mathbf{P}^t (\mathbf{Q}^{-1})^t = \mathbf{P} \mathbf{Q}^{-1}$ . Alors les relations D.63 et D.64 s'écrivent :

$$\begin{cases} \forall i \in \langle 1..N \rangle, \mathbf{R} \mathbf{h}_i = \lambda_i \mathbf{h}_i \\ \forall i \in \langle 1..N \rangle, \mathbf{R}' \mathbf{j}_i = \lambda_i \mathbf{j}_i \end{cases} \quad (\text{D.65})$$

Rien n'empêche de faire un changement de variables sur la seconde ligne :

$$\begin{cases} \forall i \in \langle 1..N \rangle, \mathbf{R} \mathbf{h}_i = \lambda_i \mathbf{h}_i \\ \forall j \in \langle 1..N \rangle, \mathbf{R}' \mathbf{j}_j = \lambda_j \mathbf{j}_j \end{cases} \quad (\text{D.66})$$

Prémultiplions la première ligne du système par  $\mathbf{j}_j^t$  et la seconde par  $\mathbf{h}_j^t$  :

$$\begin{cases} \mathbf{j}_j^t \mathbf{R} \mathbf{h}_i = \lambda_i \mathbf{j}_j^t \mathbf{h}_i \\ \mathbf{h}_i^t \mathbf{R}' \mathbf{j}_j = \lambda_j \mathbf{h}_i^t \mathbf{j}_j \end{cases} \quad (\text{D.67})$$

Les membres de gauche des deux lignes sont égaux, donc on a, par différence des deux lignes :

$$\forall (i, j) \in \langle 1..N \rangle^2, (\lambda_i - \lambda_j) \mathbf{h}_i^t \mathbf{j}_j = 0 \quad (\text{D.68})$$

Et donc :

$$\forall (i, j) \in \langle 1..N \rangle^2, \mathbf{h}_i^t \mathbf{j}_j = \delta_{ij} \quad (\text{D.69})$$

ce qui achève la démonstration.  $\square$



**Décomposition conjointe du signal et du bruit** Il est possible de décomposer le signal sur la base des  $\mathbf{h}_i$  et le bruit sur la base des  $\mathbf{j}_i$ . Une fenêtre  $\mathbf{b}$  ne contenant que du bruit peut s'écrire comme une combinaison linéaire des  $\mathbf{j}_i, i \in \langle 1..N \rangle$  :

$$\mathbf{b} = \sum_{j=1}^N b'_j \mathbf{j}_j \quad (\text{D.70})$$

On notera la notation prime sur les coefficients  $b'_j$  pour bien marquer le fait que les coefficients correspondent à la décomposition dans une base différente à la base originale. Cette fenêtre filtrée par un des  $\mathbf{h}_i$  s'écrira :

$$\mathbf{h}_i^t \mathbf{b} = \mathbf{h}_i^t \sum_{j=1}^N b'_j \mathbf{j}_j = \sum_{j=1}^N b'_j \mathbf{h}_i^t \mathbf{j}_j = \sum_{j=1}^N b'_j \delta_{ij} = b'_i \quad (\text{D.71})$$

D'où les coefficients  $b'_i$ . De même, dans cette base :

$$E(b'_j b'_i) = E(\mathbf{h}_j^t \mathbf{b} \mathbf{b}^t \mathbf{h}_i) = \mathbf{h}_j^t E(\mathbf{b} \mathbf{b}^t) \mathbf{h}_i = \mathbf{h}_j^t \mathbf{Q} \mathbf{h}_i = \delta_{i,j} \quad (\text{D.72})$$

Cela signifie que les coefficients  $b'_i$  de la décomposition de  $\mathbf{b}$  sur la base des  $\mathbf{j}_i$  sont des variables aléatoires décorréées de puissance égale à un. Autrement dit, le bruit filtré est blanchi et de puissance unitaire. Enfin, une fenêtre  $\mathbf{s}$  ne contenant que du signal peut aussi s'écrire comme une combinaison linéaire des  $\mathbf{j}_i, i \in \langle 1..N \rangle$  :

$$\mathbf{s} = \sum_{j=1}^N s'_j \mathbf{j}_j \quad (\text{D.73})$$

Le signal filtré est alors :

$$\mathbf{h}_i^t \mathbf{s} = \mathbf{h}_i^t \sum_{j=1}^N s'_j \mathbf{j}_j = \sum_{j=1}^N s'_j \mathbf{h}_i^t \mathbf{j}_j = \sum_{j=1}^N s'_j \delta_{ij} = s'_i \quad (\text{D.74})$$

D'où les coefficients  $s'_i$ . Pareillement, dans cette base :

$$E(s'_j s'_i) = E(\mathbf{h}_j^t \mathbf{s} \mathbf{s}^t \mathbf{h}_i) = \mathbf{h}_j^t E(\mathbf{s} \mathbf{s}^t) \mathbf{h}_i = \mathbf{h}_j^t \mathbf{P} \mathbf{h}_i = \lambda_i \mathbf{h}_j^t \mathbf{Q} \mathbf{h}_i = \lambda_i \delta_{i,j} \quad (\text{D.75})$$

Cela signifie que les coefficients  $s'_i$  de la décomposition de  $\mathbf{s}$  sur la base des  $\mathbf{j}_i$  sont elles aussi des variables aléatoires décorréées de puissance égale  $\lambda_i$ . Autrement dit, le signal filtré est lui aussi blanchi.

## D.5 Remarques

### D.5.1 Implémentation concrète du filtre adapté stochastique

Nous avons constaté que numériquement, le schéma de calcul des vecteurs propres de la matrice  $\mathbf{H}$  (équation D.43) pouvait diverger (c'est-à-dire donner des solutions erronées) dans certains cas où le vecteur moyen du bruit est non nul ; c'est-à-dire que dans l'équation D.36 :  $\bar{\mathbf{b}} \bar{\mathbf{b}}^t \neq \mathbf{0}$ . Le problème s'arrange quand, au contraire, le vecteur moyen du bruit est nul. En pratique donc, il convient donc d'estimer les filtres adaptés stochastiques en prenant :

$$\mathbf{P} = \Sigma_{\mathbf{s}} + \bar{\mathbf{s}} \bar{\mathbf{s}}^t \quad (\text{D.76})$$

$$\mathbf{Q} = \Sigma_{\mathbf{b}} \quad (\text{D.77})$$

puis en filtrant le signal en soustrayant d'abord le vecteur moyen du bruit, c'est-à-dire que la version filtrée de  $\mathbf{w}(n)$  est  $\mathbf{h}^t \cdot (\mathbf{w}(n) - \bar{\mathbf{b}})$ . Ce procédé a l'inconvénient de rendre le filtrage non linéaire c'est-à-dire non calculable à l'aide d'une transformée de Fourier.

### D.5.2 Filtrage adapté stochastique sur des signaux non scalaires

La notion de matrice de variance-covariance est plus délicate pour des signaux vivant dans un espace de dimensions plus grandes que l'unité :

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_n, \dots] \quad (\text{D.78})$$

où les  $\mathbf{z}_i$  sont de dimension  $L$ . Dans ce cas, la fenêtre observée est une concaténation de vecteurs :

$$\mathbf{W} = [\mathbf{z}_{n-l}, \mathbf{z}_{n-l+1}, \dots, \mathbf{z}_n, \dots, \mathbf{z}_{n+l-1}, \mathbf{z}_{n+l}] \quad (\text{D.79})$$

Par exemple si le signal est 2D, la fenêtre que l'on observe n'est plus un vecteur mais une matrice, de taille  $L \times (2l + 1)$  dans le cas précédent. Une possibilité pour utiliser les résultats démontrés plus haut, est de "déplier" la fenêtre de façon à la rendre de dimension un, c'est-à-dire de concaténer l'ensemble des colonnes de  $\mathbf{W}$  :

$$\mathbf{w} = [\mathbf{W}_{n-l}, \mathbf{W}_{n-l+1}, \dots, \mathbf{W}_i, \dots, \mathbf{W}_{n+l-1}, \mathbf{W}_{n+l}] \quad (\text{D.80})$$

avec  $-l \leq i \leq l$ . Par exemple, la matrice suivante :

$$\mathbf{W} = \left[ \begin{array}{c|cc} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{array} \right] \quad (\text{D.81})$$

se compose de trois vecteurs  $\mathbf{W}_0^t = [1, 2, 3]$ ,  $\mathbf{W}_1^t = [4, 5, 6]$  et  $\mathbf{W}_2^t = [7, 8, 9]$ , et se "déplie" ainsi :

$$\mathbf{w} = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]^t \quad (\text{D.82})$$

On peut alors calculer les filtres et réaliser les filtrages en dimension un, ou revenir dans la dimension d'origine en "repliant" les filtres en réalisant l'opération inverse de l'équation D.80.

## D.6 Utilisation du filtrage adapté stochastique en détection

Exprimée dans la base des  $\mathbf{j}_i$ , la matrice de covariance du bruit est la matrice identité :

$$\{\mathbf{Q}\}_{\mathbf{j}} = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & & 0 \\ & 1 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & 1 \end{array} \right] \quad (\text{D.83})$$

Ceci est une conséquence directe de la relation D.62. De même, dans la base des  $\mathbf{j}_i$ , la matrice de covariance du signal s'exprime sous la forme :

$$\{\mathbf{P}\}_{\mathbf{j}} = \left[ \begin{array}{ccc} \lambda_1 & & 0 \\ & \lambda_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & \lambda_N \end{array} \right] \quad (\text{D.84})$$

La matrice de covariance du signal additionné au bruit est, si on suppose les deux processus indépendants :

$$\{\mathbf{R}\}_{\mathbf{j}} = \left[ \begin{array}{ccc} 1 + \lambda_1 & & 0 \\ & 1 + \lambda_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & 1 + \lambda_N \end{array} \right] \quad (\text{D.85})$$

Etant donné un vecteur  $\mathbf{w}$ , on souhaite déterminer si ce vecteur a été tiré sous l'hypothèse ( $H_1$ ) (ne contient que du bruit) :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{b}(n) \quad (\text{D.86})$$

ou sous l'hypothèse ( $H_2$ ) (contient du bruit et du signal). On suppose à partir d'ici que l'on approxime la loi de  $\mathbf{s}$  et  $\mathbf{b}$  par une distribution gaussienne. En pratique cette approximation est en général bien vérifiée. Sous l'hypothèse ( $H_1$ ), le signal suit alors la loi de densité :

$$f_1(W) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{w}^t\mathbf{w}\right) \quad (\text{D.87})$$

Sous l'hypothèse  $H_2$ , ce sera :

$$f_1(\mathbf{w}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}\sqrt{\det \mathbf{R}}} \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{w}^t\mathbf{R}\mathbf{w}\right) \quad (\text{D.88})$$

On est amené à considérer le rapport de vraisemblance :

$$\Lambda(\mathbf{w}) = \frac{f_2(\mathbf{w})}{f_1(\mathbf{w})} \quad (\text{D.89})$$

Si  $\Lambda(\mathbf{w}) > 1$  on considère que l'hypothèse 2 est vraie et que l'observation  $\mathbf{w}$  contient du signal ; sinon, c'est l'hypothèse 1 qui est vraie et le signal ne contient que du bruit. Il est plus simple de considérer la fonctionnelle  $\log \Lambda$ , c'est-à-dire le rapport de vraisemblance dans le domaine logarithmique. On montre aisément que le critère " $\log \Lambda(\mathbf{w}) > 1$ " est équivalent à :

$$\sum_{i=1}^{i=N} w_i^2 \frac{\lambda_i}{1 + \lambda_i} > \sum_{i=1}^{i=N} (1 + \lambda_i) \quad (\text{D.90})$$

Pour être sûr que  $\Lambda(\mathbf{w})$  est bien plus grand que 1 sous l'hypothèse 2, on tronque la série à l'ordre  $N_f$ . Dans ce cas, le test d'hypothèse se fera sur :

$$\sum_{i=1}^{i=N_f} w_i^2 \frac{\lambda_i}{1 + \lambda_i} > \sum_{i=1}^{i=N_f} (1 + \lambda_i) \quad (\text{D.91})$$

## Fonction de transfert liant la carte des élévations à une image optique

Cette annexe vient en complément du chapitre 7, section 7.2.2. Elle a pour but de présenter le calcul de la fonction de transfert  $\mathcal{F}[H_{\text{MTF}}]$  reliant la transformée de Fourier de la carte des hauteurs de la surface océanique, à la transformée de Fourier d'une image optique typiquement acquise dans le cadre de l'imagerie satellitaire ou aéroportée haute résolution. On rappelle ici l'équation 7.22 du chapitre 7 :

$$\mathcal{F}[I](\kappa_i, \kappa_j) = \mathcal{F}[H_{\text{MTF}}](K_x, K_y) \mathcal{F}[\zeta](K_x, K_y) \quad (\text{E.1})$$

où  $K_x, K_y$  sont les nombres d'ondes de la houle,  $\zeta$  est la fonction élévation,  $I$  est l'image optique et  $\kappa_i, \kappa_j$  les nombres d'onde des composantes spectrales de l'image. Avant de construire la fonction de modulation de transfert  $\mathcal{F}[H_{\text{MTF}}]$ , il convient de considérer la géométrie du problème et le bilan de liaison. Le modèle de chaîne de vision optique le plus général est constitué par la suite de plusieurs étapes, qui sont philosophiquement proches de ce qui est réalisé en Radar : on commence par un bilan de liaison, et l'on termine par une projection qui est spécifique à l'imagerie optique. Le bilan de liaison se fait en toute rigueur comme en Radar puisque l'optique n'est que de l'électromagnétisme en hautes fréquences ; mais comme la plupart des caméras n'utilisent pas la polarisation, on va travailler avec un formalisme scalaire. D'autre part, on va utiliser un modèle de réflectivité simplifié. Une fois le modèle de réflectivité construit, on va le linéariser, ce qui permettra de faire apparaître la fonction de transfert  $\mathcal{F}[H_{\text{MTF}}]$ .

### E.1 Bilan de liaison et géométrie d'acquisition dans le cadre de l'imagerie optique

Voici les étapes en jeu dans la chaîne d'acquisition de l'image optique :

**1-Le calcul de la carte d'illumination** Cela consiste à évaluer la densité de puissance lumineuse incidente en chaque point de la carte des hauteurs. On va supposer que la source lumineuse est située à l'infini : dans notre cas, il s'agit du soleil, l'hypothèse est donc raisonnable. Sa direction sera donnée par le vecteur unitaire  $\hat{\mathbf{I}}$ , vecteur qui pointe vers la source. On suppose également que l'illumination sur la carte est constante et égale à  $I_0$ , en  $[\text{W}/\text{m}^2]$ .

**2-Le calcul de l'intensité réfléchie** L'intensité réfléchie est le produit de l'illuminance par la réflectance notée  $R_f$ , et sans dimension :

$$I_r(x, y) = I(x, y)R_f(x, y) \quad (\text{E.2})$$

On utilise pour cela un modèle de réflectivité simple. Nous avons choisi un modèle classique, le modèle de Phong modifié par Blinn. Le modèle de Phong [146], couramment utilisé en

image de synthèse 3D temps réel, est un modèle semi-empirique qui fonctionne bien pour de nombreux matériaux. Il se décompose en trois composantes additives :

$$R_f(x, y) = R_a(x, y) + R_d(x, y) + R_s(x, y) \quad (\text{E.3})$$

Ces composantes sont :

- La composante “ambiante” est un terme constant ne dépendant pas de la direction de la lumière, sensé représenter la contribution des sources secondaires présentes dans la scène et se réfléchissant sur l'objet considéré :

$$R_a(x, y) = \rho_a \quad (\text{E.4})$$

où  $\rho_a$  est un terme positif.

- La composante “diffuse” est modélisée selon la loi de Lambert, et fait intervenir la normale locale à la surface en  $(x, y)$ , notée  $\hat{\mathbf{n}}$  :

$$R_d(x, y) = \rho_d \hat{\mathbf{n}}(x, y) \cdot \hat{\mathbf{l}}(x, y) \stackrel{\text{ici}}{=} \rho_d \hat{\mathbf{n}}(x, y) \cdot \hat{\mathbf{l}} \quad (\text{E.5})$$

où  $\rho_d$  est un terme positif.

- La composante “spéculaire” est inspirée de la loi de Lambert, mais en prenant une décroissance en  $\cos^{\gamma_s}$  autour de la direction  $\hat{\mathbf{d}}$  donnée par la loi de Snel-Descartes, qui peut s'exprimer en fonction de  $\hat{\mathbf{l}}$  et de la normale locale  $\hat{\mathbf{n}}$  :

$$\hat{\mathbf{d}}(x, y) = -\hat{\mathbf{l}}(x, y) + 2(\hat{\mathbf{l}}(x, y) \cdot \hat{\mathbf{n}}(x, y))\hat{\mathbf{n}}(x, y) \quad (\text{E.6})$$

$$\stackrel{\text{ici}}{=} -\hat{\mathbf{l}} + 2(\hat{\mathbf{l}} \cdot \hat{\mathbf{n}}(x, y))\hat{\mathbf{n}}(x, y) \quad (\text{E.7})$$

où  $\rho_s$  est un terme positif. La réflexion spéculaire est, dans le modèle de Phong pur :

$$R_s(x, y) = \rho_s (\hat{\mathbf{d}}(x, y) \cdot \hat{\mathbf{v}}(x, y))^{\gamma_s} \quad (\text{E.8})$$

avec  $\hat{\mathbf{v}}(x, y)$  le vecteur unitaire partant de  $(x, y, \zeta(x, y))$  et pointant vers la caméra. Le terme  $\gamma_s$  est le terme de brillance (*shininess*) ; plus il est grand, et plus la réflexion spéculaire est proche de la loi de Snel-Descartes. Dans le modèle de Phong modifié par Blinn [28], on approxime la réflexion spéculaire par :

$$R_s(x, y) \approx \rho_s (\hat{\mathbf{h}} \cdot \hat{\mathbf{n}}(x, y))^{\gamma_s} \quad (\text{E.9})$$

où le vecteur  $\hat{\mathbf{h}}$  est défini par :

$$\hat{\mathbf{h}}(x, y) = \frac{\hat{\mathbf{l}} + \hat{\mathbf{v}}(x, y)}{\|\hat{\mathbf{l}} + \hat{\mathbf{v}}(x, y)\|} \quad (\text{E.10})$$

Cette représentation permet de simplifier le calcul, tout en donnant des résultats très corrects ; en pratique c'est ce modèle qui est implémenté. On voit donc qu'en supprimant les termes constants, on peut toujours écrire le modèle de Blinn-Phong sous la forme :

$$R_f(x, y) = \rho_d \hat{\mathbf{n}}(x, y) \cdot \hat{\mathbf{l}} + \rho_s (\hat{\mathbf{h}}(x, y) \cdot \hat{\mathbf{n}}(x, y))^{\gamma_s} \quad (\text{E.11})$$

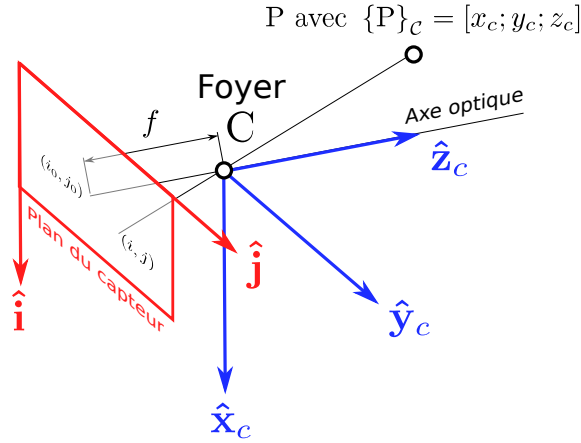


FIGURE E.1: Notations utilisées pour définir le repère  $\mathcal{C}$  de la caméra et la géométrie projective du modèle sténopé.

**Le modèle de caméra** C'est ici que le formalisme diverge notablement de l'imagerie radar (dans le cas général). Le point principal est qu'une image optique acquise par une caméra est fondamentalement une projection. Un modèle classique de caméra optique idéale est le modèle sténopé ; il consiste à considérer l'ensemble des rayons lumineux passant par le centre optique  $C$  de la caméra, et interceptés par un capteur plan. Un ouvrage de référence dans ce domaine est le livre *Vision par ordinateur : outils fondamentaux* de Horaud et Monga [94]. On considère maintenant une source lumineuse située au point  $P$  de coordonnées  $[x_c, y_c, z_c]$  dans le repère de la caméra  $\mathcal{C}$  (voir la figure E.1). Le rayon partant de  $P$  et passant par le foyer  $C$  de la caméra va frapper le pixel de coordonnées  $(i, j)$ , donné par la relation matricielle :

$$\begin{pmatrix} si \\ sj \\ s \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -k_i f & 0 & i_0 & 0 \\ 0 & -k_j f & j_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{v}} \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.12})$$

On note  $\mathbf{V}$  la matrice  $3 \times 4$  de l'application de projection ; elle porte le nom de *matrice intrinsèque* de la caméra. Le terme  $s$  est un paramètre d'échelle, égal à  $z_c$ , qui est perdu par projection. Le terme  $f$  désigne la *focale* de la caméra, c'est-à-dire la distance du plan du capteur au centre optique. Les termes  $k_i$  et  $k_j$  sont les densités pixelliques du capteur, en pixels par mètre<sup>1</sup>. Enfin les termes  $i_0$  et  $j_0$  représentent les coordonnées pixelliques du centre optique de la caméra ; ce sont les coordonnées de la droite passant par le foyer et orthogonale au plan du capteur. On peut également utiliser un autre modèle de caméra, à savoir le modèle affine. La projection se met sous la forme :

$$\begin{pmatrix} i \\ j \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & i_0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & j_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.13})$$

avec les  $a_{ij}$  des paramètres de la caméra. Le modèle affine est une bonne simplification du modèle sténopé valide lorsque les variations de hauteur de la surface observée sont petits

<sup>1</sup>Ordre de grandeur : pour un capteur CCD  $24 \times 36$  mm à 20 millions de pixels au total (ce qui correspond à un appareil photographique réflex numérique haut de gamme actuel) :  $k_i = 1,52 \times 10^5$  pixels/m.

devant la distance de la caméra au plan moyen de la surface. Cela est typiquement vrai dans le cas de l'observation des vagues par avion ou par satellite<sup>2</sup>. Aussi, nous travaillerons dorénavant avec le modèle affine.

Il convient de convertir les coordonnées de la scène, dans le repère monde  $\mathcal{W}$  en coordonnées dans le repère caméra  $\mathcal{C}$ . Pour un point  $P$ , le changement de repère peut être représenté par la composition d'une rotation et d'une translation, comme ceci (voir également l'annexe A) :

$$\{\mathbf{OP}\}_{\mathcal{C}} = \mathbf{R}_{W \rightarrow C} \times \{\mathbf{OP} - \mathbf{OC}\}_{\mathcal{W}} \quad (\text{E.14})$$

On peut représenter cela sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} i \\ j \\ 1 \end{pmatrix} \{\mathbf{OP}\}_{\mathcal{C}} = \underbrace{\left( \begin{array}{ccc|c} \mathbf{R}_{W \rightarrow C} & & & -\mathbf{R}_{W \rightarrow C} \times \{\mathbf{OC}\}_{\mathcal{W}} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)}_{\mathbf{E}} \begin{pmatrix} \{\mathbf{OP}\}_{\mathcal{W}} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.15})$$

La matrice  $\mathbf{E}$  (dimension  $4 \times 4$ ) de changement de repère ainsi obtenue est appelée *matrice extrinsèque*. Donc, toute l'opération de projection peut se coder ainsi :

$$\begin{pmatrix} \{\mathbf{OP}\}_{\mathcal{C}} \\ 1 \end{pmatrix} = \{\mathbf{OP}\}_{\mathcal{C}} = \mathbf{VE} \begin{pmatrix} \{\mathbf{OP}\}_{\mathcal{W}} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.16})$$

On peut alors écrire la puissance lumineuse reçue au pixel de coordonnées  $(i, j)$  :

$$I_r(i, j) = \iint_{x, y \in S(i, j)} I_0 R_f(x, y) dx dy \quad [\text{W}] \quad (\text{E.17})$$

où  $S(i, j)$  est l'ensemble des points dans l'angle solide ayant pour origine le centre optique de la caméra et formé par l'aire du pixel  $(i, j)$ . On ajoute à l'hypothèse du modèle affine l'hypothèse selon laquelle la caméra regarde dans la direction verticale, autrement dit, que  $\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{z}}$ . Dans ce cas, on sent bien que l'aire au sol des  $S(i, j)$  est sensiblement la même partout et égale à  $a$  [m<sup>2</sup>]. En supposant encore que la réflectivité de la surface varie peu sur le domaine  $S(i, j)$ , on peut finalement écrire :

$$I_r(i, j) = a I_0 R_f(x_i, y_i) \quad (\text{E.18})$$

où  $(x_i, y_i)$  est le centre de  $S(i, j)$ , ses coordonnées étant obtenues par l'équation de projection (E.16). Dans la suite, on va supposer de plus que les axes de la caméra sont les mêmes que les axes du repère monde, ce qui simplifiera le traitement du problème sans perdre de généralité.

## E.2 Fonction de modulation de transfert dans le cas optique

Nous considérons ici une approche initialement proposée par Kube et Pentland [143] pour le cas de la diffusion lambertienne, reprise, simplifiée et étendue par Chantler *et al.* [37] (toujours en diffusion lambertienne), et que nous modifions à notre tour pour incorporer la réflexion spéculaire, afin d'obtenir la fonction de modulation de transfert correspondant au modèle de Blinn-Phong.

<sup>2</sup>Sur un satellite, l'acquisition se fait par un capteur linéaire, la scène défilant sous le satellite. Mais l'image finale reste modélisable par le modèle affine...

**Composante diffuse** On commence par le cadre de la réflexion diffuse, en exposant ici les idées de Chantler *et al.* [37] avec nos notations. On a vu à l'équation E.5 que :

$$R_d(x, y) = \rho_d \hat{\mathbf{n}}(x, y) \cdot \hat{\mathbf{I}} \quad (\text{E.19})$$

Cette équation peut se mettre aussi sous la forme :

$$R_d(x, y) = \rho_d \frac{-p \cos \phi_i \sin \theta_i - q \sin \phi_i \sin \theta_i + \cos \theta_i}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}} \quad (\text{E.20})$$

où :

- $p = \left[ \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right]_{x,y}$
- $q = \left[ \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right]_{x,y}$
- $\left\{ \hat{\mathbf{I}} \right\}_{\mathcal{W}} = [\cos \phi_i \sin \theta_i, \sin \phi_i \sin \theta_i, \cos \theta_i]^t$ , en reprenant les notations du chapitre 4, et en supposant que le repère vent  $\mathcal{V}$  est ici confondu avec le repère monde  $\mathcal{W}$ .

Les dérivées partielles sont prises par rapport aux axes du repère monde. Rien n'empêche cependant de considérer un repère "lumière"  $\mathcal{L}$  dont l'axe des abscisses est parallèle à la projection de  $\mathbf{I}$  sur le plan moyen de la surface. En notant  $(x', y')$  les coordonnées dans le repère  $\mathcal{L}$ , on a alors une expression plus simple :

$$R_d(x', y') = \rho_d \frac{-r \sin \theta_i + \cos \theta_i}{\sqrt{r^2 + t^2 + 1}} \quad (\text{E.21})$$

avec :

- $p = \left[ \frac{\partial \zeta}{\partial x'} \right]_{x',y'}$
- $q = \left[ \frac{\partial \zeta}{\partial y'} \right]_{x',y'}$

En utilisant un développement de Taylor, on a :

$$R_d(x', y') = \rho_d (-r \sin \theta_i + \cos \theta_i) \left[ 1 - \frac{(r^2 + t^2)}{2!} + \frac{9(r^2 + t^2)^2}{4!} + \dots \right] \quad (\text{E.22})$$

On montre alors que si l'on a des pentes de moins de 15 degrés à la surface, alors  $r^2$  et  $t^2$  sont petits devant l'unité, et l'on peut alors tronquer tous les termes quadratiques en ne commettant pas plus de 3,5 % d'erreur. Alors :

$$R_d(x', y') \approx -\rho_d \left[ \frac{\partial \zeta}{\partial x'} \right]_{x,y} \sin \theta + \cos \theta \quad (\text{E.23})$$

On peut alors calculer cette pente dans le domaine de Fourier. L'opérateur dérivée est un opérateur linéaire : c'est ce qui permet d'avoir une fonction de modulation de transfert linéaire. Dans le repère  $\mathcal{L}$ , on a :

$$\mathcal{F} \left[ \frac{\partial \zeta}{\partial x'} \right] (K'_x, K'_y) = \rho_d j K'_x \mathcal{F} [\zeta] (K'_x, K'_y) \quad (\text{E.24})$$

On revient dans le repère monde  $\mathcal{W}$ . On peut continuer à garder une représentation dans le domaine de Fourier, mais pour cela, il faut exprimer  $K'_x$  en fonction des nombres d'onde  $K_x$  et  $K_y$  dans le domaine de Fourier associé au repère monde  $\mathcal{W}$ . On a :

$$K'_x = K_x \cos \phi_i + K_y \sin \phi_i = \sqrt{K_x^2 + K_y^2} \cos(\phi - \phi_i) \quad (\text{E.25})$$



avec  $\phi$  égal à l'arctangente généralisée de  $K_y/K_x$ . En négligeant le terme constant dans l'équation E.23, et en y injectant la nouvelle transformée de Fourier, on a *in fine* :

$$\mathcal{F}[R_d](K_x, K_y) \approx \rho_d \underbrace{[-jK_x \cos(\phi - \phi_i) \sin \theta_i]}_{H_s(K_x, K_y, \theta_i, \phi_i)} \mathcal{F}[\zeta](K_x, K_y) \quad (\text{E.26})$$

On conclut en se rappelant que l'on avait décidé de prendre les axes de la caméra parallèles aux axes du repère monde. Les fréquences dans le domaine image sont alors  $\kappa_i = \alpha_i K_y$  et  $\kappa_j = \alpha_j K_x$ . On a aussi :

$$\phi = \arctan(\kappa_i/\kappa_j) = \arctan \frac{\alpha_i K_y}{\alpha_j K_x} \quad (\text{E.27})$$

**Composante spéculaire** Nous étendons à présent le modèle à la réflexion spéculaire, ce qui n'a pas été fait par Chantler *et al.*. On part de la composante spéculaire de Blinn-Phong, donné à l'équation E.9 :

$$R_s(x, y) \approx \rho_s (\hat{\mathbf{h}}(x, y) \cdot \hat{\mathbf{n}}(x, y))^{\gamma_s} \quad (\text{E.28})$$

où le vecteur  $\mathbf{h}$  est le vecteur  $\hat{\mathbf{h}} = (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{v}}(x, y))/\|\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{n}}(x, y)\|$ ,  $\hat{\mathbf{v}}$  pointant vers la caméra. Puisque la caméra est supposée être à l'infini (modèle affine), alors  $\hat{\mathbf{I}}$  est constant et donc  $\hat{\mathbf{h}}$  aussi! On écrit alors les coordonnées  $\hat{\mathbf{h}}$  dans  $\mathcal{W}$  ainsi :  $[\cos \phi_i \sin \theta_i, \sin \phi_i \sin \theta_i, \cos \theta_i]'$ . On peut alors reprendre toute la démonstration précédente, en écrivant :

$$R_s(x', y') = \rho_s \left( \frac{-r \sin \theta_{is} + \cos \theta_{is}}{\sqrt{r^2 + t^2 + 1}} \right)^{\gamma_s} \quad (\text{E.29})$$

En développant le dénominateur en série de Taylor :

$$\begin{aligned} R_s(x', y') &= (-r \sin \theta_i + \cos \theta_i)^{\gamma_s} \left[ 1 - \frac{\gamma_s (r^2 + t^2)}{2} + \frac{(\gamma_s^2 + 2\gamma_s)(r^2 + t^2)^2}{8} + \dots \right] \\ &\approx (-r \sin \theta_i + \cos \theta_i)^{\gamma_s} \end{aligned} \quad (\text{E.30})$$

...ce qui correspondait au numérateur de E.29. On développe à son tour E.30 en série de Taylor :

$$R_s(x', y') = -\rho_s \gamma_s \cos^{\gamma_s - 1} \theta_{is} \sin \theta_{is} \left[ \frac{\partial \zeta}{\partial x'} \right]_{x, y} + \cos^{\gamma_s} \theta_{is} \quad (\text{E.31})$$

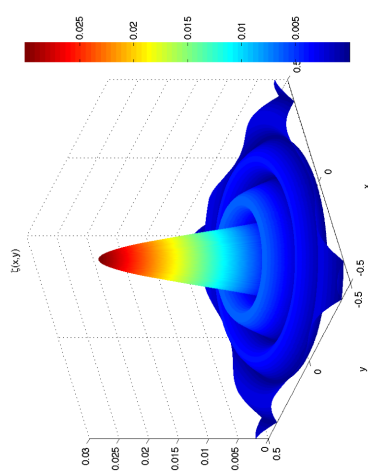
Dans le domaine de Fourier, en négligeant le terme constant, on a donc :

$$\mathcal{F}[R_s](\kappa_i, \kappa_j) \approx \rho_s \underbrace{[-jK_x \gamma_s \cos^{\gamma_s - 1} \theta_{is} \sin \theta_{is}]}_{\mathcal{F}[H_s](K_x, K_y, \theta_{is}, \phi_{is})} \mathcal{F}[\zeta](K_x, K_y) \quad (\text{E.32})$$

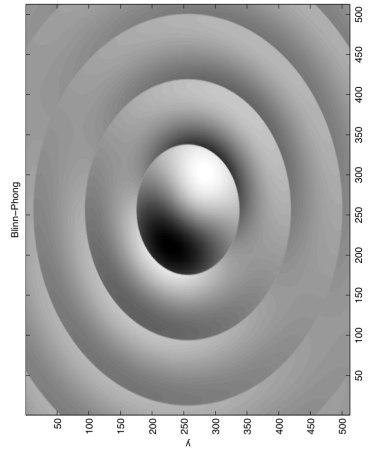
Pour terminer, on constate bien que la transformée de Fourier de l'image reçue – puisqu'elle est proportionnelle à la réflectance sous nos hypothèses – peut être liée à la transformée de Fourier de la carte des élévations. On a bien au final une relation par une fonction de modulation de transfert comme dans l'équation 7.22, avec :

$$\mathcal{F}[H_{\text{MTF}}](K_x, K_y) = a[\mathcal{F}[H_d](K_x, K_y) + \mathcal{F}[H_s](K_x, K_y)] \quad (\text{E.33})$$

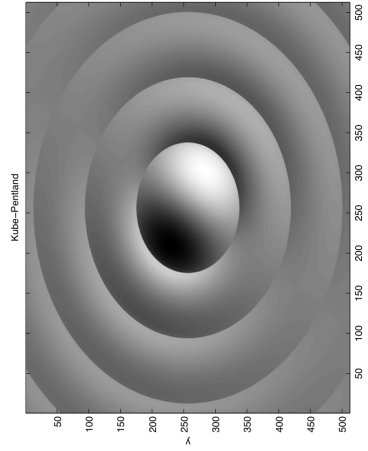
La figure E.2 compare l'approche basée sur le modèle de Blinn-Phong exact avec le rendu par fonction de transfert de modulation pour une surface mathématique simple et pour une surface océanique. Dans les deux cas, l'éclairage est le même :  $\phi_i = \pi/3$  et  $\theta_i = \pi/4$ . On notera que dans le second cas, on est au delà de la limite des 15 degrés préconisée par Chantler *et al.* pour l'utilisation de la fonction de transfert de modulation (et de même, on est à la limite de la déferlement des vagues, d'un point de vue hydrodynamique) ; cependant, le rendu reste correct.



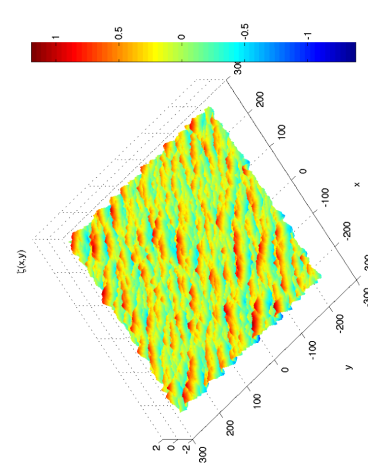
(a) Fonction  $\zeta(x, y) = 0,03 \left| \text{sinc}(2\pi\sqrt{x^2 + y^2}) \right|$ , pente maximale 14,48 deg.



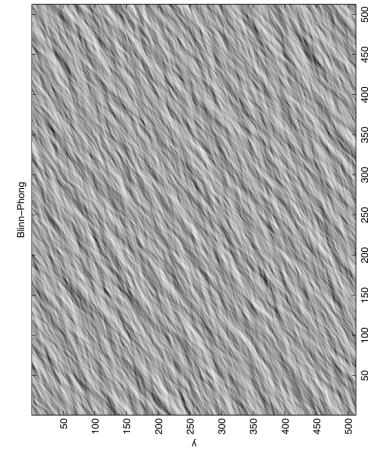
(b) Rendu par modèle de Blinn-Phong



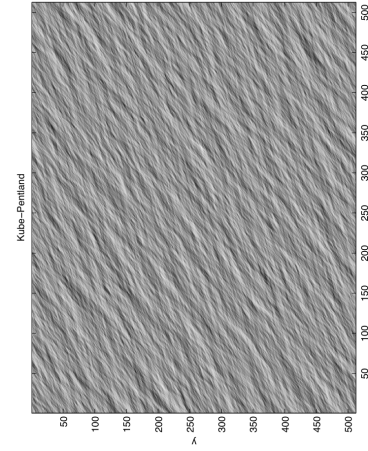
(c) Rendu par modèle de Kube-Pentland avec composante spéculaire



(d) Mer, état 3, pente max. 23,04 deg.



(e) Rendu par modèle de Blinn-Phong



(f) Rendu par modèle de Kube-Pentland avec composante spéculaire

FIGURE E.2: Comparaison entre le modèle de Blinn-Phong et le modèle de Kube-Pentland modifié avec la réflexion spéculaire présentée dans ce chapitre, sur deux surfaces. La direction vers la source est  $\phi_i = \pi/3$  et  $\theta_i = \pi/4$  depuis le centre de la surface.





---

## Bibliographie

- [1] O. Airiau et A. Khenchaf, “A methodology for modeling and simulating target echoes with a moving polarimetric bistatic radar,” *Radio Science*, vol. 35, n. 3, pp. 773–782, mai-juin 2000.
- [2] E. I. Thorsos, “The validity of the kirchhoff approximation for rough surface scattering using a gaussian roughness spectrum,” *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 83, n. 1, pp. 78–92, janvier 1988.
- [3] “Manuel des codes - codes internationaux, volume I.1 (annexe II du règlement technique de l’OMM), partie A - codes alphanumériques,” Organisation Météorologique Mondiale, Genève, Suisse, Rapport technique OMM-No. 306, 2009.
- [4] W. Alpers, *Satellite Microwave Remote Sensing*. Chichester, U.K. : Ellis Horwood, 1983, ch. Imaging ocean surface waves by synthetic aperture radar – A review, pp. 107–119.
- [5] W. R. Alpers, D. B. Ross, et C. L. Rufenach, “On the detectability of ocean surface waves by real and synthetic aperture radar,” *Journal of Geophysical Research*, vol. 86, pp. 6481–6498, 1981.
- [6] I. Antipov, “Analysis of sea clutter data,” Defence Science and Technology Organisation (Department of Defence, Australia), Rapport technique DSTO-TR-0647, mars 1998.
- [7] J. I. Antonov, R. A. Locarnini, T. P. Boyer, A. V. Mishonov, et H. E. Garcia, *World Ocean Atlas 2005, Volume 2 : Salinity*. U.S. Government Printing Office, Washington, D.C. : NOAA Atlas NESDIS 62, 2006.
- [8] A.-S. Archambeau, *Les Océans*, sér. Que sais-je? Presses Universitaires de France, 2004, n. 92.
- [9] A. Arnold-Bos, A. Khenchaf, et A. Martin, “Bistatic radar imaging of the marine environment. Part I : theoretical background,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, EUSAR '06 Special Issue*, vol. 45, n. 11, pp. 3372 – 3383, novembre 2007.

- 
- [10] —, “Investigating possible bistatic configurations for ship wake imaging through simulation,” in *Proceedings of the IEE International Conference on Radar*, Edimbourg, Royaume Uni, octobre 2007.
- [11] —, “An evaluation of current ship wake detection algorithms in SAR images,” in *Caractérisation du Milieu Marin / Marine Environment Characterization, SeaTech-Week '06*, Brest, France, novembre 2006.
- [12] A. Arnold-Bos, A. Martin, et A. Khenchaf, “Obtaining a ship’s speed and direction from its Kelvin wake spectrum using stochastic matched filtering,” in *Proceedings of the International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, Barcelone, Espagne, juillet 2007.
- [13] —, “A versatile bistatic & polarimetric marine radar simulator,” in *Proceedings of the IEEE Conference on Radars*, Verona, NY, avril 2006.
- [14] E. Attema, “The active microwave instrument on-board the ERS-1 satellite,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 79, n. 6, pp. 791–799, jun 1991.
- [15] A. Awada, M. Y. Ayari, A. Khenchaf, et A. Coatanhay, “Bistatic scattering from an anisotropic sea surface : Numerical comparison between the first-order SSA and the TSM models,” *Waves in Random Media*, vol. 16, n. 3, pp. 383–394, novembre 2006.
- [16] M. Y. Ayari, “Détection électromagnétique d’éléments polluants au dessus de la surface maritime,” Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale, février 2006.
- [17] D. H. Ballard, “Generalized Hough transform to detect arbitrary patterns,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 13, n. 2, pp. 111–122, avril 1981.
- [18] T. Balz, “Echtzeitvisualisierung von SAR-Effekten mittels programmierbarer Grafikkhardware,” Thèse de doctorat, Universität Stuttgart, décembre 2007.
- [19] D. E. Barrick, “Rough surface scattering based on the specular point theory,” *IEEE Transactions*, vol. AP-16, pp. 449–454, 1968.
- [20] F. G. Bass et I. M. Fuks, *Wave Scattering from Statistically Rough Surfaces*. New York : Pergamon Press, 1979.
- [21] P. Beckmann et A. Spizzichino, *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*. New York, NY : Macmillan Co., 1963.
- [22] T. Beer, *Environmental Oceanography*. CRC Press, 1997, ISBN 0849384257.
- [23] M. J. Ben Kassem, “SAR monostatique et bistatique - étude et analyse des méthodes de reconstruction d’imagerie radar,” Thèse de doctorat., Université de Nantes, 2004.
- [24] B. Bender, “For us, a terror threat lurks in drug smuggling subs,” *the Boston Globe*, 17 août 2008.
- [25] D. Billon et F. Fohanno, “Two improved ping-to-ping cross-correlation methods for synthetic aperture sonar : theory and sea results,” in *Proceedings of IEEE Oceans'02*, vol. 4, 2002, pp. 2284–2293.
- [26] G. Birkhoff et E. Zarantello, *Jet, Wakes and Cavities*. Academic Press, 1957.
-

- [27] Y. Blanchard, *Le radar 1904-2004*. Paris : Editions Ellipses, 2004.
- [28] J. F. Blinn, "Models of light reflection for computer synthesized pictures," in *Proc. 4th annual conference on computer graphics and interactive techniques*, 1977.
- [29] L. M. Brekovskikh, "Difrakciya voln na neronoj poverhnosti : 1. obschaya teoriya," *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, vol. 23, pp. 275–288, 1952.
- [30] —, "Difrakciya voln na neronoj poverhnosti : 2. prilosheniya obschej teorii," *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, vol. 23, pp. 289–304, 1952.
- [31] W. J. Broad, "U.S. loses hold on submarine-exposing radar techniques," Mardi 11 mai 1999, The New York Times. [En ligne] Adresse : <http://www.nytimes.com/1999/05/11/world/us-loses-hold-on-submarine-exposing-radar-technique.html?pagewanted=1>
- [32] E. H. Buller et J. K. Tunaley, "The effect of the ships screws on the ship wakes and its implication for the radar image of the ship wake," in *Proceedings of the International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 1989.
- [33] E. J. Candès et D. L. Donoho, "Ridgelets : a key to higher-dimensional intermittency?" *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Mathematical, physical and engineering sciences*, vol. 357, n. 1760, pp. 2495–2509, 1999.
- [34] K. Case, R. Dashen, W. Munk, J. Vesecky, et K. Watson, "SEASAT report." MITRE Corporation, Rapport technique, 1985.
- [35] J.-F. Cavassilas et B. Xerri, "Extension de la notion de filtre adapté. Contribution à la détection de signaux courts en présence de termes perturbateurs." *Traitement du signal*, vol. 10, n. 3, pp. 215–221, 1993.
- [36] H. Chan et A. K. Fung, "A theory of sea scatter at large incident angles," *Journal of Geophysical Research*, vol. 82, pp. 3439–3444, 1977.
- [37] M. Chantler, G. Russell, et L. Linnett., "Illumination : a directional filter of texture?" in *Proceedings of the British Machine Vision Conference*, 1994.
- [38] K. Chen, A. Fung, et D. E. Weissman, "A backscattering model for ocean surface," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 30, n. 4, pp. 811–817, jul 1992.
- [39] M. Cherniakov, *Bistatic radar : emerging technology*. Wiley, 2008.
- [40] A. Coatanhay, A. Arnold-Bos, et A. Khenchaf, "Modeling of the GALILEO signals near a sea surface," in *European Navigation Conference - Global Navigation Satellite Systems*, Toulouse, France, 2008.
- [41] —, "Simulation of a GNSS signal for a receiver near a time-evolving sea surfaces," in *Proc. International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications*, Turin, Italie, septembre 2007.
- [42] C. Cochin, T. Landeau, G. Delhommeau, et B. Alessandrini, "Simulator of ocean scenes observed by polarimetric SAR," in *Proceedings of the Comitee on Earth Observation Satellites SAR Workshop*, Toulouse, France, octobre 1999.

- 
- [43] F. Comblet, M. Y. Ayari, F. Pellen, et A. Khenchaf, "Bistatic radar imaging system for sea surface target detection," in *Proceedings of the IEEE Conference on Oceans 2005 (Europe)*, Brest, France, juin 2005.
- [44] J. W. Cooley et J. W. Tukey, "An algorithm for the machine calculation of complex fourier series," *Math. Comput.*, vol. 19, pp. 297–301, 1965.
- [45] P. Courmontagne, "An improvement of ship wake detection based on the Radon transform," *Signal Processing*, vol. 85, n. 8, pp. 1634–1654, 2005.
- [46] —, "Le filtrage adapté stochastique adaptatif appliqué aux images bruitées," *Traitement du Signal*, vol. 16, n. 4, pp. 303–318, 1999.
- [47] C. Cox et W. Munk, "Statistics of the sea surface derived from sun glitter," *Journal of Marine Research*, vol. 13, pp. 198–227, 1954.
- [48] D. J. Crisp, "The state-of-the-art in ship detection in synthetic aperture radar imagery," DSTO Australia, Intelligence, Surveillance and Reconnaissance Division, Information Sciences Laboratory, Rapport technique DSTO-RR-0272, 2004.
- [49] C. Cuvilliez et R. Trégouët, "Rapport sur les conditions d'implantation d'un nouveau synchrotron et le rôle des très grands équipements dans la recherche publique ou privée, en France et en Europe - tome II : le rôle des très grands équipements dans la recherche publique ou privée en France et en Europe," Office parlementaire d'évaluation des choix scientifiques et technologiques, Rapport technique 2821, décembre 2000. [En ligne] Adresse : <http://www.assemblee-nationale.fr/11/dossiers/002821.asp>
- [50] F. Daout, "étude de la dépolarisation des ondes centimétriques par une surface rugueuse - application au domaine maritime," Thèse de doctorat, Université de Nantes, Novembre 1996.
- [51] G. Davidson, I. Cumming, et M. Ito, "A chirp scaling approach for processing squint mode SAR data," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 32, n. 1, pp. 121–133, janvier 1996.
- [52] R. G. Dean et R. A. Dalrymple, *Water wave mechanics for engineers and scientists*, sér. Advanced Series on Ocean Engineering. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., janvier 1991, vol. 2, ISBN 981-02-0421-3.
- [53] Z. Demirbilek et C. L. Vincent, *Coastal Engineering Manual, Part II, Chapter II-1 : Water waves mechanics, Engineer Manual 1110-2-1100*,. Washigton, DC : U.S. Army Corps of Engineers, 2008, ch. II.
- [54] R. Deriche, "Using Canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector," *International Journal of Computer Vision*, vol. 1, n. 2, pp. 167–187, mai 1987.
- [55] M. A. Donelan, J. Hamilton, W. H. Hui, et R. W. Stewart, "Directional spectra of wind-generated waves," *Philosophical transactions of the royal society of London, series A : mathematical and physical sciences*, vol. 315, n. 1534, pp. 509–562, 1985.
- [56] Y. Dong, "Distribution of X-band high resolution and high grazing angle sea clutter," Defence Science and Technology Organisation (Department of Defence, Australia), Rapport technique DSTO-RR-0316, juillet 2006.
-

- [57] P. Dubois-Fernandez, H. Cantalloube, O. R. du Plessis, M. Wendler, R. Horn, B. Vainzan, C. Coulombeix, D. Heuzé, et G. Krieger, "Analysis of bistatic scattering behavior of natural surfaces," in *Proceedings of the IEEE conference on Radars*, Toulouse, France, octobre 2004.
- [58] R. O. Duda et P. E. Hart, "Use of the Hough transform to detect lines and curves in pictures," *Communications of the ACM*, vol. 15, pp. 11–15, 1972.
- [59] S. Q. Duntley, "Light in the sea," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 53, n. 2, pp. 214–233, 1963.
- [60] C. on Earth Observation Satellites, "Resources in earth observation 2000," CD-ROM, 2000, disponible en ligne : <http://ceos.cnes.fr:8100/html/cd00.htm>.
- [61] T. Elfouhaily et B. Chapron, "A comparison of wind wave spectra used in ocean remote sensing modeling," in *Proceedings of the International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 1996.
- [62] T. Elfouhaily, B. Chapron, K. Katsaros, et D. Vandemark, "A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves," *Journal of Geophysical Research*, vol. 102, n. C7, pp. 15 781–15 796, juillet 1997.
- [63] T. M. Elfouhaily et C.-A. Guérin, "A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces," *Waves in Random Media*, vol. 14, n. 4, pp. R1–R40(1), octobre 2004.
- [64] J. Ender, "Huelsmeyer memorial speech in the town hall of cologne," in *Proceedings of the EUSAR conference*, 2002.
- [65] D. Evans, "Spaceborne synthetic aperture radar : Current status and future directions," NASA - JPL, Rapport technique 4679, 1995.
- [66] M. A. Fischler et R. C. Bolles, "Random sample consensus : A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography," *Communications of the American Mathematical Society*, vol. 24, pp. 381–395, juin 1981.
- [67] —, "SAR sensor trajectory deviations : Fourier domain formulation and extended scene simulation of raw signal," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 44, pp. 2323– 2334, septembre 2006.
- [68] —, "Efficient simulation of airborne SAR raw data of extended scenes," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 44, pp. 2851–2860, octobre 2006.
- [69] G. Franceschetti, A. Iodice, D. Riccio, et G. Ruello, "Extended boundary condition method for scattering and emission for natural surfaces modeled by fractals," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 43, n. 5, pp. 115–1125, mai 2005.
- [70] —, "Fractal surfaces and electromagnetic extended boundary conditions," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 40, n. 5, pp. 1018–1031, mai 2002.
- [71] G. Franceschetti, A. Iodice, D. Riccio, G. Ruello, et R. Siviero, "SAR raw signal simulation of oil slicks in ocean environments," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 40, n. 9, pp. 1935–1949, septembre 2002.



- 
- [72] G. Franceschetti, M. Migliaccio, et D. Riccio, "On ocean SAR raw signal simulation," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 36, n. 1, pp. 84–100, janvier 1998.
- [73] G. Franceschetti, M. Migliaccio, D. Riccio, et G. Schirinzi, "SARAS : A Synthetic Aperture Radar (SAR) raw signal simulator," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 30, n. 1, pp. 110–123, janvier 1992.
- [74] M. Frigo et S. G. Johnson, "The design and implementation of FFTW3," *Proceedings of the IEEE*, vol. 93, n. 2, pp. 216–231, 2005, special issue on "Program Generation, Optimization, and Platform Adaptation".
- [75] V. Frost, J. Stiles, K. Shanmugan, et J. Holtzman, "A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 4, n. 2, pp. 157–166, mars 1982.
- [76] A. K. Fung et H. Chan, "Backscattering of waves by composite rough surfaces," *IEEE Transactions*, vol. AP-17, pp. 590–597, 1969.
- [77] A. K. Fung et K. K. Lee, "A semi-empirical sea-spectrum model for scattering coefficient estimation," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 7, n. 4, pp. 166–176, 1982.
- [78] F. Gérard, "La houle, théorie et prévision," *Met. Mar.*, vol. 117, pp. 5–23, 1982.
- [79] J. H. Gart, "Electronics and aerospace industry in cold war arizona, 1945-1968 : Motorola, hughes aircraft, goodyear aircraft." Thèse de doctorat, Arizona State University, 2006.
- [80] C. Gelpi et K. Norris, "Estimated surface-wave contributions to radar Doppler velocity measurements of the ocean surface," *Remote Sensing of Environment*, vol. 87, pp. 99–110, 2003.
- [81] C. H. Gierull, "Bistatic synthetic aperture radar tif - report (phase i)," Defence R&D Canada, Rapport technique DRDC Ottawa TR 2004-190, novembre 2004.
- [82] E. Girardeau, *Souvenirs de longue vie*. Berger-Levrault, 1968, chapitre 9.
- [83] H. Greidanus, "Assessing the operability of ship detection from space," in *Proceedings of the Symposium on New Space Services for Maritime Users : The Impact of Satellite Technology on Maritime Legislation*. UNESCO, 2005.
- [84] O. Griffin, R. Skop, G. Keramidas, T. Swean, Jr., H. Wang, et Y. Leipold, "Ocean and ship wake modification by a surface wake flow pattern," in *Seventeenth Symposium on Naval Hydrodynamics : wakes, free surface effects - Office of Naval Research, États Unis*, 1989.
- [85] A. Guissard, "Directional spectrum of the sea surface and wind scatterometry," *International Journal of Remote Sensing*, vol. 14, n. 8, pp. 1615–1633, 1993.
- [86] L. Guo et Z. Wu, "Application of the extended boundary condition method to electromagnetic scattering from rough dielectric fractal sea surface," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 18, n. 9, pp. 1219–1234, 2004.
- [87] J.-P. Hardange, P. Lacomme, et J.-C. Marchais, *Radars Aéroportés et Spatiaux*, sér. Collection scientifique et technique Thomson-CSF. Paris : Masson, 1995.
-

- [88] M. J. Harris, “Real-time cloud simulation and rendering,” University of North Carolina, Rapport technique TR03-040, 2003.
- [89] K. Hasselmann, T. P. Barnett, E. Bouws, H. Carlson, D. E. Cartwright, K. Enke, J. A. Ewing, H. Gienapp, D. E. Hasselmann, P. Kruseman, A. Meerburg, P. Müller, D. J. Olbers, K. Richter, W. Sell, et H. Walden, “Measurements of wind-wave growth and swell during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP),” *Deutsche Hydrographische Zeitung*, vol. 8, n. 12, pp. 1–95, 1973, suppl. A.
- [90] K. Hasselmann et S. Hasselmann, “On the nonlinear mapping of an ocean wave spectrum into a synthetic aperture radar image spectrum and its inversion,” *Journal of Geophysical Research*, vol. 96, n. C6, pp. 10,713–10,729, juin 1991.
- [91] A. Hein, *Processing of SAR Data : Fundamentals, Signal Processing, Interferometry*. Springer, 2004, ISBN 3-540-05043-4, pp. 38 à 44.
- [92] I. Hennings, R. Romeiser, W. Alpers, et A. Viola, “Radar imaging of Kelvin arms of ship wakes,” *International Journal of Remote Sensing*, vol. 20, n. 13, pp. 2519–2543, 1999.
- [93] L. Henyey et J. L. Greenstein, “Diffuse radiation in the galaxy,” *Astrophys. Journal*, vol. 93, pp. 70–83, 1941.
- [94] R. Horaud et O. Monga, *Vision par Ordinateur : Outils Fondamentaux*, 2è ed. Hermès Sciences Publications, 1995, ISBN 978-2866014810.
- [95] S. A. Hovanesian, *Introduction to Synthetic Arrays and Imaging Radars*. Dedham, WA : Artech House, Inc, 1980.
- [96] R. Ierusalimschy, L. H. de Figueiredo, et W. Celes, “Lua - an extensible extension language,” *Software : Practice & Experience*, vol. 26, n. 6, pp. 635–652, 1996.
- [97] A. Isar, A. Quinquis, M. Legris, et D. Isar, “Débruitage des images SAR : applications de la TODDE (Transformée en ondelettes discrète à diversité enrichie),” *Revue Scientifique et Technique de la Défense*, vol. 64, pp. 139–148, 2004.
- [98] A. Ishimaru, *Wave Propagation and Scattering In Random Media (Vol. 2)*. Academic Press, 1978.
- [99] C. R. Jackson et J. R. Apel, *Synthetic Aperture Radar Marine User’s Manual*. Commerce Dept., NOAA, National Environmental Satellite, Data, and Information Service, Office of Research and Applications, 2005, ISBN 0-16-073214-X, disponible en ligne : <http://www.sarusersmanual.com/>.
- [100] A. C. Kak et M. Slaney, *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. IEEE Press, 1988, disponible en ligne : <http://www.slaney.org/pct/index.html>.
- [101] M. Kalkuhl, P. Droste, W. Wiechert, H. Nies, O. Loffeld, et M. Lambers, “Parallel computation of synthetic SAR raw data,” in *Proceedings of the International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Barcelone, Espagne, juillet 2007, pp. 536–539.
- [102] G. Keramidas et W. Bauman, “FFSW : A computer code for far field ship wave calculations,” Naval Research Laboratory, États Unis, Rapport technique NRL 6007, 1987.

- 
- [103] A. Khenchaf, "Bistatic scattering and depolarization by randomly rough surfaces : application to the natural rough surfaces in X-band," *Waves in Random Media*, vol. 11, pp. 61–89, 2001.
- [104] ———, "Modélisation électromagnétique, radar bistatique et traitement de l'information," Habilitation à diriger des recherches, Université de Nantes, 2000.
- [105] A. Khenchaf et O. Airiau, "Bistatic radar moving returns from sea surface," *IEICE Transactions on Electronics*, vol. E83-C, n. 12, pp. 1827–1835, décembre 2000.
- [106] B. Kinsman, *Wind waves*. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, Inc., 1965.
- [107] S. A. Kitaigorodskii, *The Physics of Air-Sea Interaction*. Israel Program for Scientific Translations Ltd., 1973.
- [108] L. A. Klein et C. T. Swift, "An improved model for the dielectric constant of sea water at microwave frequencies," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-25, n. 1, pp. 104–111, 1977.
- [109] G. J. Komen, L. Cavaleri, M. Donelan, K. Hasselmann, S. Hasselmann, et P. A. E. M. Janssen, *Dynamics and modelling of ocean waves*. Cambridge University Press, 1994.
- [110] P. Kovesi, "Image features from phase congruency," *Videre : A Journal of Computer Vision Research*, vol. 1, n. 3, Summer 1999.
- [111] ———, "Symmetry and asymmetry from local phase," in *Proc. AI'97, Tenth Australian Joint Conference on Artificial Intelligence.*, décembre 1997.
- [112] H. E. Krogstad, "A simple derivation of Hasselmann's nonlinear ocean-synthetic aperture radar transform," *J. Geophys. Res.*, vol. 97, n. C2, pp. 2421–2425, 1992.
- [113] H. E. Krogstad et H. Schyberg, "On Hasselmann's nonlinear ocean-SAR transformation," in *Proc. IGARSS '91*, 1991.
- [114] D. Kuan, A. Sawchuk, T. Strand, et P. Chavel, "Adaptive restoration of images with speckle," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 35, n. 3, pp. 373–383, mars 1987.
- [115] J. M. Kuo et K.-S. Chen, "The application of wavelets correlator for ship wake detection in SAR images," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 41, n. 6, pp. 1506–1511, juin 2003.
- [116] M. Labarrere, J. Krief, et B. Gimonet, *Le filtrage et ses applications*, sér. Collection SUPAERO. Cepadues éditions, 1988.
- [117] H. Lamb, *Hydrodynamics (6th ed.)*. Cambridge University Press., 1994, ISBN 9780521458689.
- [118] F. Le Chevalier, *Principles of radar and sonar processing*. Artech House, 2002, ISBN 1-58053-338-8.
- [119] J.-S. Lee, "Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics," *IEEE Journal on Pattern Recognition*, vol. PAMI-2, n. 2, pp. 165–168, 1980.
- [120] G. Li, J. Xu, P. Ying-Ning, et X. Xiang-Gen, "Bistatic linear antenna array SAR for moving target detection, location, and imaging with two passive airborne radars," *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*, vol. 45, n. 3, pp. 554–565, 2007.
-

- [121] J. Lighthill, *Waves in Fluids*. Cambridge University Press, 1978.
- [122] R. A. Locarnini, A. V. Mishonov, J. I. Antonov, T. P. Boyer, et H. E. Garcia, *World Ocean Atlas 2005, Volume 1 : Temperature*. U.S. Government Printing Office, Washington, D.C. : NOAA Atlas NESDIS 61, 2006.
- [123] M. W. Long, *Radar Reflectivity of Land and Sea*, 3è ed. Artech House, 2001, ch. 6, p. 353.
- [124] D. Luebke, "Full day GPU course (introduction)," in *SIGGRAPH conference*, 2005.
- [125] J. Lyden, "Synthetic aperture radar imaging of surface ship wakes," *Journal of Geophysical Research*, vol. 93, n. 12, pp. 12,293–12,303, 1988.
- [126] M. S. Longuet-Higgins et al., *Ocean Wave Spectra*. Prentice-Hall, Inc., 1963, ch. Observations of the Directional Spectrum of Sea Waves Using the Motions of a Floating Buoy, pp. 111–136.
- [127] B. L. Méhauté, *Introduction to Hydrodynamics and Water Waves*. Springer Verlag, janvier 1976.
- [128] S. G. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11, n. 7, pp. 674–693, 1989.
- [129] A. Martin, H. Laanya, et A. Arnold-Bos, "Evaluation for uncertain image classification and segmentation," *Pattern Recognition*, vol. 39, n. 11, pp. 1987–1995, novembre 2006.
- [130] G. A. Mastin, P. Watterberg, et J. Mareda, "Fourier synthesis of ocean scenes," *IEEE Computer Graphics and Applications Magazine*, vol. 7, n. 3, pp. 16–23, mars 1987.
- [131] C. Melsheimer, H. Lim, et C. Shen, "Observation and analysis of ship wakes in ERS SAR and SPOT images," in *Proceedings of the 20th Asian Conference on Remote Sensing*, Hong Kong, China, 1999, pp. 554–559.
- [132] J. H. Michell, "The wave-resistance of a ship," *Philosophical Magazine, Series 5*, vol. 45, pp. 106–123, 1898.
- [133] H. Mitsuyasu, F. Tasai, T. Suhara, S. Misuno, M. Ohkuso, T. Honda, et K. Rindiishi, "Observation of the directional spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy," *Journal of Physical Oceanography*, vol. 5, pp. 750–760, 1975.
- [134] R. K. Moore et A. K. Fung, "Radar determination of winds at sea," *Proceedings of the IEEE*, vol. 67, n. 11, pp. 1504–1521, novembre 1979.
- [135] A. Mori et F. D. Vita, "A time-domain raw signal simulator for interferometric SAR," *IEEE Geoscience and Remote Sensing*, vol. 42, n. 9, pp. 1811–1817, septembre 2004.
- [136] W. Munk, P. Scully-Power, et P. Zachariassen, "Ships from space," *Proceedings of the Royal Society of London A*, vol. 412, pp. 231–254, 1987.
- [137] P. J. Nahin, *Oliver Heaviside : the life, work, and times of an electrical genius of the Victorian age*. JHU Press, 2002, p. 108D112. ISBN 9780801869099.
- [138] K. Norton et A. Omberg, "The maximum range of a radar set," *Proceedings of the IRE*, vol. 35, n. 1, pp. 4–24, janvier 1947.

- 
- [139] F. O’Gorman et M. Clowes, “Finding picture edges through collinearity of feature points,” *IEEE Transactions on Computers*, vol. C-25, n. 4, pp. 449–456, avril 1976.
- [140] S. J. Orfanidis, “Electromagnetic waves and antennas,” <http://www.ece.rutgers.edu/orfanidi/ewa/>.
- [141] K. Oumansour, “Modélisation de la rétrodiffusion des sillages de navire en imagerie radar polarimétrique,” Thèse de doctorat, Université de Nantes, juillet 1996.
- [142] K. Oumansour, Y. Wang, et J. Saillard, “Multifrequency SAR observation of a ship wake,” *Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings*, vol. 143, n. 4, pp. 275–280, août 1996.
- [143] P. P. Kube et A. Pentland, “On the imaging of fractal surfaces,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 10, n. 5, pp. 704–707, septembre 1988.
- [144] J. Pedersen, T. Bauna, L. Seljelv, L. Steinbakk, et R. T. Enoksen, “The ERS contribution to oil spill monitoring - from R&D towards an operational service,” in *Proceedings of the ESA-ENVISAT Symposium : "Looking down to Earth in the new Millenium"*, Gothenburg, Suède, 2000.
- [145] ———, “Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Maching Intellignce*, vol. 12, n. 7, pp. 629–639, juillet 1990.
- [146] B. Phong, “Illumination for computer generated pictures,” *Comm. ACM*, vol. 18, n. 6, pp. 311–317, juin 1975.
- [147] W. J. Pierson et L. Moskowitz, “A proposed spectral form of fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii,” *Journal of Geophysical Reasearch*, vol. 69, n. 64, pp. 5181–5190, 1964.
- [148] T. Radko, “Ship waves in a stratified fluid,” *Journal of ship research*, vol. 45, n. 1, pp. 1–12, mars 2001.
- [149] E. Radoi, A. Quinquis, et P. Saulais, “Analysis and simulation of sea clutter at high range resolution and low grazing angles,” in *Proceedings of the International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, Toulouse, France, juillet 2003.
- [150] J. H. Radon, “Über die Bestimmung von Funktionen durch Ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten,” *Berichte über die Verhandlungen der Sächsische Akademie der Wissenschaften*, vol. 69, pp. 262–277, 1917.
- [151] J. H. Radon et P. C. Parks (traducteur), “On the determination of functions from their integral values along certain manifolds,” *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 5, n. 4, pp. 170–176, 1986.
- [152] R. K. Raney, H. Runge, R. Blamer, I. Cumming, et F. Wong, “Precision sar processing using chirp scaling,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 32, n. 4, pp. 786–799, 1994.
- [153] A. M. Reed et J. H. Milgram, “Ship wakes and their radar images,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 34, n. 34, pp. 469–502, 2002.
-

- [154] M. T. Rey, J. K. Tunaley, J. T. Folinsbee, P. A. Jahans, J. A. Dixon, et M. R. Vant, "Application of Radon transform techniques to wake detection in Seasat-A SAR images," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 28, n. 4, pp. 553–560, juillet 1990.
- [155] S. O. Rice, "Reflection of electromagnetic waves from slightly rough surfaces," *Comm. Pure Appl. Math.*, vol. 4, n. 4, pp. 351–378, 1951.
- [156] J. C. Russ, *The image processing handbook*, 5è ed. CRC Press, 2007.
- [157] M. Saillard, P. Forget, G. Soriano, M. Joelson, P. Broche, et P. Currier, "Sea surface probing with L-band Doppler radar : experiment and theory," *C. R. Physique*, vol. 6, n. 6, pp. 675–682, 2005.
- [158] W. J. Saucier, *Principles of Meteorological Analysis*. Dover Phoenix Editions, 2003, ISBN : 0486495418, reproduction identique de l'édition de 1955.
- [159] O. Shemdin, "Synthetic aperture radar imaging of ship wakes in the gulf of Alaska," *Journal of Geophysical Research*, vol. 95, n. C9, pp. 16 319–16 338, 1990.
- [160] J. Shen et S. Castan, "An optimal linear operator for step edge detection," *CVGIP : Graphical Models and Image Processing*, vol. 54, n. 2, pp. 112–133, mars 1992.
- [161] S. Silver, *Microwave Antenna Theory and Design*, 1er ed. McGraw-Hill Book Company, Inc, 1949.
- [162] M. I. Skolnik, *Radar Handbook*, deuxième ed. New York : McGraw-Hill Publishing Company, 1990.
- [163] E. Smith et S. Weintraub, "The constants in the equation for atmospheric refractive index at the radio frequencies." *Proc. IRE*, vol. 41, pp. 1035–1037, 1953.
- [164] N. Sochen, R. Kimmel, et R. Malladi, "A geometrical framework for low-level vision," *IEEE Transactions on Image Processing, Special Issue on PDE-based Image Processing*, vol. 7, n. 3, pp. 310–318, mars 1998.
- [165] G. Soriano, C.-A. Guérin, et M. Saillard, "Scattering by two-dimensional rough surfaces : comparison between the method of moments, the Kirchhoff and the small-slope approximation," *Waves in Random Media*, vol. 12, n. 1, pp. 63–83, janvier 2002.
- [166] G. Soriano et M. Saillard, "Modelization of the scattering of electromagnetic waves from the ocean surface," *Progress in Electromagnetics Research*, vol. X, chapitre 4, pp. 102–128, 2003.
- [167] N. Stacy, D. Crisp, A. Goh, D. Badger, et M. Preiss, "Polarimetric analysis of fine resolution X-band SAR sea clutter data," in *Proceedings of the International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, juillet 2005, pp. 2787– 2790.
- [168] N. R. Stapleton, "Ship wakes in radar imagery," *International Journal of Remote Sensing*, vol. 18, n. 6, pp. 1381–1386, 1997.
- [169] R. H. Stewart, "Introduction to physical oceanography," Cours. Department of Oceanography, Texas A&M University, 2008, disponible en ligne : [http://oceanworld.tamu.edu/home/course\\_book.htm](http://oceanworld.tamu.edu/home/course_book.htm).

- 
- [170] —, “Seasat : results of the mission,” *Bulletin of the American Meteorological Society*, vol. 69, n. 12, pp. 1441–1447, 1988.
- [171] J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, premi ère ed., sér. International Series in Physics. McGraw-Hill Book Company, Inc, 1941.
- [172] K. E. T. Wahl et K. Asknes, “SAR detection of ships and wakes,” in *Proceedings of the SAR applications workshop, Frascati, Italie*, 1986.
- [173] J. T.F. Swean, “Numerical simulations of the wake downstream of a twin-screw destroyer model,” Naval Research Laboratory, Rapport technique NRL 6131, 1987.
- [174] R. Timman, A. J. Hermans, et G. C. Hsiaco, *Water waves and ship hydrodynamics*, sér. Mechanics of Fluids & Transport processes. Martins Nijhoff Publishers & Delft University Press, 1985.
- [175] —, “Numerical simulations of scattering from time-varying, randomly rough surfaces,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 38, n. 4, pp. 1616 – 1625, juillet 2000.
- [176] F. Truchetet, *Ondelettes pour le signal numérique*. Hermes Sciences Publications, 1998, ISBN : 978-2866016722.
- [177] L. Tsang et J. Kong, *Scattering of Electromagnetic Waves, Vol. 3 : Advanced Topics*. Wiley Interscience, 2001.
- [178] E. O. Tuck, “The wave resistance formula of J. H. Michell (1898) and its significance to recent research in ship hydrodynamics,” *J. Austral. Math. Soc. Ser. B*, vol. 30, pp. 365–377, 1989.
- [179] E. O. Tuck, J. I. Collins, et W. H. Wells, “On ship wave patterns and their spectra,” *Journal of Ship Research*, vol. 15, pp. 11–21, mars 1971.
- [180] E. O. Tuck, L. Lazauskas, et D. C. Scullen, “Sea wave pattern evaluation, part I report, primary code and test results (surface vessels),” Applied Mathematics Department, The University of Adelaide, Rapport technique, avril 1999.
- [181] M. P. Tulin et M. Landrini, “Breaking waves in the ocean and around ships,” in *Proceedings of the Twenty-Third Symposium on Naval Hydrodynamics*, 2001.
- [182] J. K. E. Tunaley, E. H. Buller, K. H. Wu, et M. T. Rey, “The simulation of the SAR image of a ship wake,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 29, n. 1, pp. 149–155, janvier 1991.
- [183] F. T. Ulaby, R. K. Moore, et A. K. Fung, *Microwave Remote Sensing : Active and Passive, vol. II*. Artech House, 1986.
- [184] L. M. H. Ulander, H. Hellsten, et G. Stenstrom, “SAR processing using fast factorized backprojection,” *IEEE Trans. on Aerospace and Electron. Syst.*, vol. 39, pp. 760–776, 2003.
- [185] F. Ursell, “The long-wave paradox in the theory of gravity waves,” *Proc. Cambridge. Phil. Soc.*, vol. 49, pp. 685–694, 1953.
- [186] G. R. Valenzuela, “Theories for the interactions of electromagnetic and oceanic waves – a review,” *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 13, pp. 61–85, 1978.
-

- [187] A. Vidal-Pantaleoni et M. Ferrando, "SPECAN techniques for range and azimuth ScanSAR processing," *Proceedings of SPIE, the International Society for Optical Engineering*, vol. 4173, pp. 54–63, 2000.
- [188] A. G. Voronovich, "Small-slope approximation for electromagnetic wave scattering at a rough interface of two dielectric interfaces," *Waves in Random Media*, vol. 4, pp. 337–367, 1994.
- [189] A. G. Voronovitch et V. U. Zavorotni, "Theoretical model for scattering of radar signals in Ku- and C-bands from a rough sea surface with breaking waves," *Waves in Random Media*, vol. 11, n. 3, pp. 247–269, 2001.
- [190] E. J. Walsh, M. L. Banner, J. H. Churnside, J. A. Straw, D. C. Vandemark, C. W. Wright, J. B. Jensen, et S. Lee, "Visual demonstration of three scales sea-surface roughness under light wind conditions," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 43, n. 8, pp. 1751 – 1762, août 2005.
- [191] X. Wang, Y. Yu, Y. Chen, J. Xiao, et M. Zhu, "Bistatic SAR raw data simulation for ocean," in *Proceedings of the International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Barcelone, Espagne, juillet 2007, pp. 871–874.
- [192] K. D. Ward, "Compound representation of high resolution sea clutter," *Electron. Lett.*, vol. 17, n. 16, pp. 561–563, 1981.
- [193] K. D. Ward, C. Baker, et S. Watts, "Maritime surveillance radar. Part 1 : Radar scattering from the ocean surface," *IEE Proceedings*, vol. 137, Pt. F, n. 2, pp. 51–62, avril 1990.
- [194] K. D. Ward, R. J. Tough, et S. Watts, *Sea Clutter : scattering, the K-distribution and radar performance*. The Institution of Engineering and Technology, 2006.
- [195] R. Rapp et W. Melville, "Laboratory measurements of deep water breaking waves," *Philos. Trans. R. Soc. London*, vol. A, n. 331, pp. 735–780, 1990.
- [196] R. Watson-Watt, *Three steps to victory*. Odhams Press, 1958.
- [197] S. Watts et D. C. Wicks, "Empirical models for prediction in K-distribution radar sea clutter," in *IEEE International Radar Conference*, 1990, pp. 189–194.
- [198] D. R. Wilkinson, "Efficient image reconstruction techniques for a multiple receiver synthetic aperture sonar," Mémoire de master, University of Canterbury, 2001.
- [199] N. J. Willis, *Bistatic Radar*, 2è ed. SciTech Publishing Inc., 2005, ISBN 978-1891121456.
- [200] F. H. Wong, I. G. Cumming, et L. N. Yew, "Focusing bistatic SAR data using the nonlinear chirp scaling algorithm," *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*, vol. 46, n. 9, pp. 2493–2505, 2008.
- [201] J. W. Wright, "A new model for sea clutter," *IEEE Transactions*, vol. AP-16, pp. 217–223, 1968.
- [202] —, "Backscattering from capillary waves with application to sea clutter," *IEEE Transactions*, vol. AP-14, pp. 749–754, 1966.



- 
- [203] Z. Wu, "On the estimation of a moving ship's velocity and hull geometry information from its wave spectra," Thèse de doctorat, The University of Michigan, 1991.
- [204] L. N. Yew, F. H. Wong, et I. G. Cumming, "Processing of azimuth-invariant bistatic SAR data using the range doppler algorithm," *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*, vol. 46, n. 1, pp. 14–21, 2008.
- [205] Z. Zavorotny, A. Voronovich, S. Katzberg, J. Garrison, et A. Komjathy, "Extraction of sea state and wind speed from reflected GPS signals : modeling and aircraft measurements," in *Proc. IEEE 2000 International Geoscience and Remote Sensing Symposium IGARSS 2000*, vol. 4, 2000, pp. 1507–1509 vol. 4.
- [206] G. Zilman et T. Miloh, "Kelvin and V-like ship wakes affected by surfactants," *Journal of Ship Research*, vol. 45, n. 2, pp. 150–163, juin 2001.
- [207] ———, "Radar backscatter of a V-like ship wake from a sea surface covered by surfactants," in *Proceedings of the Twenty-First Symposium on Naval Hydrodynamics*, 1997, pp. 235–248.
- [208] G. Zilman, A. Zapolski, et M. Marom, "The speed and beam of a ship from its wake's SAR images," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 42, n. 10, pp. 2335–2343, octobre 2004.
- [209] L. M. Zurk et W. Plant, "Comparison of actual and simulated synthetic aperture radar image spectra of ocean waves," *Journal of Geophysical Research*, vol. 101, n. C4, pp. 8913–8931, 1996.
- [210] "Tracking down drug smugglers in the mediterranean," *France 24*, 12 décembre 2008, 19 h 34.
- [211] "APL-UW high-frequency ocean environmental acoustic models handbook," Advanced Physics Laboratory, University of Washington, Rapport technique TR 9407, octobre 1994.
- [212] "Report of the Seasat failure review board," NASA, Rapport technique, 1978, [http://klabs.org/richcontent/Reports/Failure\\_Reports/seasat/seasat.pdf](http://klabs.org/richcontent/Reports/Failure_Reports/seasat/seasat.pdf).

### Journaux

- [A1] **A. Arnold-Bos**, A. Khenchaf, et A. Martin, “Bistatic radar imaging of the marine environment. Part I : theoretical background,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 45, n. 11, pp. 3372 – 3383, novembre 2007.
- [A2] —, “Bistatic radar imaging of the marine environment. Part II : simulation and results analysis,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 45, n. 11, pp. 3372 – 3383, novembre 2007.
- [A3] A. Martin, H. Laanya, et **A. Arnold-Bos**, “Evaluation for uncertain image classification and segmentation,” *Pattern Recognition*, vol. 39, n. 11, pp. 1987–1995, novembre 2006.
- [A4] G. Soares, **A. Arnold-Bos**, L. Jaulin, J. A. Vasconcelos, et C. A. Maia, “An interval-based target tracking approach for range-only multistatic radar,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 44, n. 6, pp. 1350–1353, juin 2008.

### Articles de conférence

- [A5] **A. Arnold-Bos**, A. Khenchaf, et A. Martin, “Investigating possible bistatic configurations for ship wake imaging through simulation,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Radar*, Edimbourg, Royaume Uni, octobre 2007.
- [A6] —, “An evaluation of current ship wake detection algorithms in SAR images,” in *Proceedings of the Caractérisation du Milieu Marin / Marine Environment Characterization conference, “SeaTechWeek ’06”*, Brest, France, novembre 2006.
- [A7] **A. Arnold-Bos**, A. Martin, et A. Khenchaf, “Obtaining a ship’s speed and direction from its Kelvin wake spectrum using stochastic matched filtering,” in *Proceedings of the International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, Barcelone, Espagne, juillet 2007.
- [A8] —, “A versatile bistatic & polarimetric marine radar simulator,” in *Proceedings of the IEEE Conference on Radars*, Verona, NY, États Unis, avril 2006.

- [A9] A. Coatanhay, **A. Arnold-Bos**, et A. Khenchaf, “Modeling of the GALILEO signals near a sea surface,” in *Proceedings of the European Navigation Conference - Global Navigation Satellite Systems*, Toulouse, France, avril 2008.
- [A10] —, “Simulation of a GNSS signal for a receiver near a time-evolving sea surface,” in *Proceedings of the International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications*, Turin, Italie, septembre 2007.

## Ateliers scientifiques

- [A11] **A. Arnold-Bos**, A. Khenchaf, et A. Martin, “Investigating possible bistatic configurations for ship wake imaging through simulation,” in *4th MATHERON workshop on Airborne and Spatial Imaging*, Thales Research and Technology, Palaiseau, France, novembre 2007.
- [A12] —, “Surveillance maritime et suivi de navires en multistatique,” in *Manifestation scientifique 2006 du métier détection électromagnétique*, ENSTA, Paris, France, novembre 2006.



## **La surveillance maritime en imagerie radar bistatique : théorie, simulation, contribution à la détection automatique du sillage de navires.**

Nous étudions la faisabilité de la détection du sillage de navires en imagerie radar, éventuellement bistatique, afin d'obtenir des paramètres tels que le cap et la vitesse du navire. Dans un premier temps, on décrit la chaîne d'acquisition radar bistatique ainsi que l'environnement maritime, en particulier les modèles de diffusion des ondes électromagnétiques sur des surfaces océaniques et la manière d'obtenir une carte des hauteurs des vagues de sillage de Kelvin d'un navire. On décrit ensuite un simulateur de signaux radars bruts en configuration bistatique, en validant les résultats obtenus avec des données radar monostatiques disponibles dans la littérature.

La seconde partie de la thèse est dédiée à l'étude de la détectabilité du sillage de navires. On traite tout d'abord du cas de la détection du sillage d'eau morte, en réalisant un test comparatif de quatre chaînes de référence représentatives. On traite ensuite la détectabilité du sillage de Kelvin dans des images radar de haute résolution, en commençant par discuter le choix d'une configuration radar optimisant la visibilité du sillage, puis en présentant un algorithme de détection et de traitement basé sur la théorie du filtrage adapté stochastique. Cet algorithme fonctionne également sur des données d'imagerie spatiale optiques haute résolution.

**Mots-clés :** Surveillance maritime, radar à synthèse d'ouverture bistatique, simulation de signaux radar bruts, sillage de Kelvin, sillage d'eau morte, filtrage adapté stochastique, détection assistée par ordinateur.

---

## **Marine surveillance with bistatic radar : theory, simulation, contribution to computer-aided ship wakes detection.**

We study the feasibility of ship wake detection in monostatic or bistatic radar images to get parameters such as the ship's heading and speed. We begin by describing the bistatic radar acquisition chain in the marine environment, in particular the electromagnetic wave scattering models applied to ocean surfaces and how to obtain an elevation map of the Kelvin ship wake. Then we describe a raw radar signal simulator able to tackle bistatic configurations, and we compare our results with data obtained from literature.

The second part of the thesis is a study on ship wake detectability in radar images. First we consider the case of the so-called "dead water" wake, by benchmarking four typical reference chains. Then we study the detectability of Kelvin ship wakes in high resolution radar images : we discuss the choice of a radar configuration to optimize the visibility of the wake, and then we present an algorithm able to obtain the ship's heading and speed from the images. The algorithm is based on the stochastic matched filtering theory, and it also operates on high resolution optical images acquired from space.

**Keywords :** Marine surveillance, bistatic synthetic aperture radar, raw radar signal simulation, Kelvin ship wake, dead water ship wake, stochastic matched filtering, computer-aided detection.