



Propagation de photons sous champs magnétiques intenses - Etude expérimentale de la biréfringence magnétique du vide quantique

Paul Berceau

► To cite this version:

Paul Berceau. Propagation de photons sous champs magnétiques intenses - Etude expérimentale de la biréfringence magnétique du vide quantique. Optique [physics.optics]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2012. Français. NNT: . tel-00766215

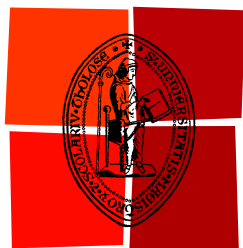
HAL Id: tel-00766215

<https://theses.hal.science/tel-00766215>

Submitted on 17 Dec 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)

Présentée et soutenue par :
Paul BERCEAU

Le lundi 17 septembre 2012

Titre :

Propagation de photons sous champs magnétiques intenses
Etude expérimentale de la biréfringence magnétique du vide quantique

ED SDM : Physique - COR 02

Unité de recherche :

Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses de Toulouse

Directeur(s) de Thèse :

Rémy BATTESTI - Maître de Conférences - Université Toulouse 3 Paul Sabatier

Carlo RIZZO - Professeur - Université Toulouse 3 Paul Sabatier

Rapporteurs :

Philippe BOUYER - Directeur de Recherche - LP2N, Université Bordeaux 1, Institut d'Optique

Stephan SCHILLER - Professeur - Heinrich Heine Universität, Düsseldorf

Autre(s) membre(s) du jury :

Bertrand GIRARD - Professeur - Université Toulouse 3 Paul Sabatier

Antoine HEIDMANN - Directeur de Recherche - LKB, Ecole Normale Supérieure, UPM C-Paris 6

Raffaele FLAMINIO - Chargé de Recherches - LMA, Université Lyon 1 Claude Bernard

Remerciements

Ce travail a été réalisé au Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses de Toulouse (UPR 3228). Je souhaite en premier lieu remercier son directeur, Geert Rikken, ainsi que son directeur adjoint, Oliver Portugal, pour m’avoir donné l’opportunité d’effectuer cette thèse au sein de leur établissement.

Je suis ensuite très reconnaissant envers l’ensemble des membres du jury qui m’ont fait l’honneur d’évaluer ce travail : Bertrand Girard qui a accepté de présider cette commission, mes rapporteurs, Stephan Schiller et Philippe Bouyer, pour l’intérêt qu’ils ont porté à mon manuscrit et mes examinateurs, Antoine Heidmann et Raffaele Flaminio. Leurs remarques constructives et leurs questions avisées se sont avérées très précieuses et profitables.

L’équipe BMV m’a accueilli pendant ces trois belles années.

Merci à toi, Carlo, qui la diriges et l’animes avec une fougue et un optimisme typiquement rossinesques, mais aussi avec une rigueur humaniste. Merci pour les innombrables discussions que nous avons eues ensemble et pour les belles leçons de vie que j’en ai tirées. Je te remercie également pour m’avoir permis de présenter mes travaux dans de nombreux congrès, nationaux ou internationaux, des expériences qui ont aussi contribué à ma progression.

Un grand merci à toi, Rémy, qui as su me guider en m’accordant ta confiance et en me donnant progressivement l’assurance dont j’avais besoin. Merci pour ta patience, ta disponibilité, ta bienveillance et ta vigilance. Tu as su me transmettre ta passion pour la science en général et pour la physique expérimentale en particulier, ce qui a conforté mon choix de poursuivre dans l’enseignement et la recherche. Merci d’avoir dirigé cette thèse au cours de laquelle tu m’as fait part de tes réflexions, de tes idées judicieuses et de ta motivation.

Merci à toi, Mathilde, qui as guidé mes premiers pas sur l’expérience, et plus particulièrement en optique. Je ne désespère pas un jour d’arriver à aligner une fibre ou un AOM aussi efficacement que toi. Ta gentillesse contribue à la bonne ambiance qui règne dans cette équipe.

Merci enfin à la petite nouvelle de la famille, Agathe, qui sait déjà faire fonctionner l’expérience toute seule. Ce fut un réel bonheur d’avancer ensemble sur la manip pendant ces quelques mois. Et je te souhaite autant de plaisir que celui que j’ai eu à travailler sur

BMV pendant ces trois ans.

Je salue enfin l'ensemble des stagiaires, ingénieurs, et néanmoins amis qui se sont succédés dans l'équipe (par ordre chornologique : Julien, Hugo, Erwan, Loïc, Agnès et Alexandre).

Je remercie également ma marraine de thèse, Béatrice Chatel, ainsi que mon parrain pédagogique, Michel Goiran, pour leur gentillesse, leur suivi et leurs précieux conseils.

Je ne saurais bien sûr oublier l'ensemble du personnel du laboratoire.

Les démarches administratives ont été grandement facilitées grâce à Séverine Bories et Françoise Moes, nos deux secrétaires dont la compétence et l'efficacité ne sont plus à prouver.

Merci ensuite à l'ensemble des services techniques du LNCMI, en particulier Géraldine, Sylvie et Maha pour leur gentillesse, Paul (dont la sonnerie de téléphone fait souvent sourire les couloirs), Marc (cryogéniste du weekend, sans l'être du dimanche), Ludovic et Jean Pierre pour leur aide efficace en informatique, Bertrand, Loïc, Julien et Aziz pour leur disponibilité et leur aide.

Je remercie également l'ensemble des enseignants et chercheurs du LNCMI pour leurs conseils, le partage de leurs expériences, ou tout simplement le sourire du matin ou le petit mot du soir (en particulier Baptiste, Renaud, Cyril, Gali, William,...).

Je n'oublie pas non plus tous les thésards et postdocs du laboratoire, en particulier Stéphane, Sven, Pierre Yves, David the Beef, Xavier et Gernot pour leur bonne humeur, Vladimir, Poupou, Nicolas (BOOOM!),...

Une pensée spéciale et amicale à mes deux acolytes du bureau 54 : Rebeca qui l'illumine, même aux heures tardives de la nuit ou du weekend et Jérôme, dont je reste autant friand des exquis Pépitos que des conseils et savoirs en bobines de toutes formes.

Il y a également des personnes qui marquent nos vies, même si cela ne dure qu'un moment. Et nous ne sommes plus jamais les mêmes. Le temps n'a pas d'importance mais certains moments en ont pour toujours. Je veux rendre hommage à tous ces enseignants géniaux qui m'ont inspiré, du collège à l'université en passant par le conservatoire, à tous ces chercheurs rigoureux et pédagogues enthousiastes, de Bordeaux I à Toulouse III en passant par l'Imperial College de Londres, qui ont su m'insuffler la passion pour la découverte, la réflexion et la transmission des connaissances.

Je souhaite ensuite exprimer toute ma gratitude envers ma famille qui m'a accompagné et épaulé durant toutes ces années.

Je remercie tout d'abord mes parents pour le soutien indéfectible de mes choix de vie. Merci à vous deux d'avoir fait l'adulte (disons plutôt le grand enfant) que je suis. Cet ouvrage ne pouvait pas être autre que vous être dédié. Je remercie ensuite mon gros Chuck (Wiernsk!) qui n'est pas seulement un petit frère mais également un grand ami et un

précieux confident. Je te souhaite d'être heureux auprès de tes deux amours, Naia, que j'embrasse, et la Musique : vive Bruckner, R. Strauss et Stravinski !

Un grand merci à mon papi Jacques chez qui il est si bon de venir s'asseoir un moment, discuter, se ressourcer, manger, et... prendre (en plus des kilos) quelques cours d'Histoire. Grand merci également à tatie Cathy (le lynx enragé des Pyrénées) et Henri, tonton Alain (le roi indétronable des palombes), Françoise (la spécialiste ès fines et belles lettres) et Jeannot. Votre déplacement jusqu'à Toulouse pour la soutenance m'a beaucoup touché. Je n'oublie pas non plus ceux qui étaient là par la pensée, Louis et Esther, Marie Hélène, Jean François, Claire, Laura et Pierre, Jacqueline et Lulu, Josy, Marie Germaine, Cécile et Yves et... probablement mes deux mamies, Carmen et Inès.

Je remercie également Arlette et Michel, Marie (l'écureuil le plus roux de la forêt des Landes), Seb (qui a initié une nouvelle ligne de chaussettes sur les vols Air France). Merci pour votre venue lors de la soutenance et l'accueil chaleureux dans votre belle famille qui va crescendo...

Un immense merci à toi, Emma, pour ton réconfort, ta sagesse, ta douceur et ton affection quotidienne. Notre complicité s'est construite autour de nos passions communes, la musique d'abord, avec Mozart, Fauré et Puccini (et peut être un jour Shostakovitch...), la science et les voyages ensuite. Puisse cette paisible émulation durer encore longtemps.

Viennent ensuite les amis. Je prends le risque de les nommer, pardon d'avance à ceux que j'aurai oubliés mais qui se reconnaîtront.

Tout d'abord mes ami(e)s des orchestres de Mont de Marsan, de Toulouse et de Biarritz, en particulier mes collègues de pupitre (Aurore - Marie Sara honoraire de la real maestranza del Moun - Laurette, Julie, Lucie, Amélie, Emilie, Claire,...), et ceux qui sont plus éloignés dans l'orchestre mais pas dans le coeur (Pauline et Adrien - merci d'être venus - Pascal, Malvina, Seb, les JBs, Pierre, Maxime, Harald - Prosit! -, Claire et Bat, Tom, Francis, Gilles, Jean Phi, Paco,...) avec qui nous avons partagé toutes ces aventures musicales intenses et uniques.

Je remercie également mes amis philanthropes du lundi, en particulier Régis, Camille et Eddy, mes amis des prépas agreg et CAPES de Bordeaux (Les Grumeaux, Coralie et Cédric, Maxence, Hélène,...), Damien (good badiste saint pierrois), Marion (salut patron et merci beaucoup), Paupau (il reste un peu de vaisselle ?) et Nathalie (qui effraie les staphylos de chez Pillon).

Sylvain, tu es mon ami de plus longue date. Même si nos rencontres se font plus rares, elles n'en demeurent pas moins plaisantes et réconfortantes. Je savoure chacune de nos retrouvailles et chaque moment de nos longues discussions complices qui m'apportent toujours beaucoup. Merci d'être là, merci d'être toi.

J'ai eu enfin la joie, au cours de mes études à Toulouse, de côtoyer des énergumènes hauts en couleurs, communément appelés « loulous ». Chers congénères, je vous remercie tous pour ces moments d'amitié gastronomiques, sportifs, nocturnes et bucoliques que nous avons partagés. Mick (je te lance un défi - avec des gants blancs sur un pré embrumé au lever du jour - de trouver enfin un endroit où nous n'aurons plus de fou rire), Cha (notre illustre pédagogue et gentille - c'est le mot - hôte castraise), Tof (notre mélomane psch pst kch!), Jean Philippe (merci pour les grands débats scientifiques et politiques hebdomadaires dans la nuit gersoise), Élise (skiiiiiiii! et oui, c'est tombé sur toi! tu t'calmes?), Vince (Chartreuse - au poteau 17 du télésiège - la santé par les plantes!), Fafounet (fan fou - et comme je le comprends - de Radio Gaga), Renaud (ouistiti aurait-il repris du café?), Mag (bon alors? il fait beau aujourd'hui?), Jess (groupie de MT : absolutely non négociable, isn't it ma chère?), Christine (dont la classe panachée n'a pas été égalée à ce jour, en espérant que tu voudras bien songer à daigner accepter ces modestes remerciements), Juju et Marie (bonne route à vous deux), Kévin et Lison (ah! la Corrèze... ses ânes et ses ananas!), Lise et Steven (peut-être se retrouvera-t-on en Californie?).

Ami... rien n'est plus commun que le nom, rien n'est plus rare que la chose. Je n'ai qu'un souhait, c'est de pouvoir encore tous vous retrouver, que ce soit à Toulouse, Mont de Marsan ou Bordeaux, à Seignosse ou Chèze, à Londres, Vienne ou Amsterdam, ou plus loin encore... un salut ému à vous tous.

*« Ce n'est pas la fin. Ce n'est même pas le commencement de la fin.
Mais c'est peut-être la fin du commencement. »*

Sir Winston Churchill (Discours, novembre 1942)

A mes parents.

Table des matières

1	Introduction et contexte expérimental	1
1.1	Le vide quantique	2
1.2	Interactions de la lumière avec le vide quantique en présence de champs externes	6
1.3	Mesure de la biréfringence magnétique du vide : un test de l'électrodyna- mique quantique	9
1.4	Un véritable défi expérimental	11
2	Caractérisation du dispositif expérimental	17
2.1	Introduction	18
2.2	Mesure d'ellipticité par polarimétrie croisée	18
2.2.1	Relation entre ellipticité et biréfringence : les paramètres clés	18
2.2.2	Description générale du montage optique	21
2.2.3	Mesure des intensités des faisceaux ordinaire et extraordinaire	23
2.2.4	Mesure d'ellipticité à partir des intensités des faisceaux ordinaire et extraordinaire	24
2.2.5	Polariseur et analyseur de l'expérience BMV	26
2.3	Champ magnétique transverse	27
2.3.1	Génération de champ magnétique pulsé et transverse	28
2.3.2	Caractérisation du champ magnétique	31
2.3.3	Cryogénie	35
2.4	Cavité Fabry-Perot ultrafine	38
2.4.1	Rappels sur l'interféromètre Fabry-Perot	38
2.4.2	Caractérisation de la cavité Fabry-Perot de l'expérience BMV	46
2.5	Système d'asservissement	76
2.5.1	Méthode de Pound-Drever-Hall	76
2.5.2	Éléments du système d'asservissement	80
2.5.3	Performances du système d'asservissement	82
2.6	Enceinte ultravide	88
2.6.1	Description de l'enceinte expérimentale	88
2.6.2	Pompage et contrôle de la pression de l'enceinte ultravide	89
2.6.3	Contrôle de la température des tubes traversant les cryostats	91

3	Mesures de biréfringences magnétiques	93
3.1	Introduction	94
3.2	Acquisition et analyse des données expérimentales	94
3.2.1	Acquisition des données	94
3.2.2	Analyse des données	95
3.3	Mesure de la biréfringence magnétique de gaz	99
3.3.1	Objectif	99
3.3.2	Biréfringence magnétique du diazote	100
3.3.3	Biréfringence magnétique de l'hélium	110
3.3.4	Effets systématiques	111
3.4	Limites supérieures de la biréfringence magnétique du vide	125
3.4.1	Résultats expérimentaux	125
3.4.2	Recherche d'effets systématiques	130
3.4.3	Limitations de notre sensibilité actuelle	141
3.4.4	Comparaison avec les autres limites établies dans le monde	144
3.4.5	Améliorations futures	147
4	Photons sous champs magnétiques et physique hors Modèle Standard	149
4.1	Introduction	150
4.2	De la théorie de l'électrodynamique quantique à la physique hors Modèle Standard	150
4.2.1	Le problème CP fort	150
4.2.2	L'axion	150
4.2.3	Dérivation du lagrangien : couplage entre champs axionique et photonique	151
4.3	Principales expériences à la recherche de l'axion dans le monde	153
4.3.1	Expériences astrophysiques à la recherche de l'axion	155
4.3.2	Expérience du mur brillant	156
4.4	A la recherche de l'axion à l'aide de rayons X	159
4.4.1	Dispositif expérimental	159
4.4.2	Résultats	162
4.4.3	Comparaison avec les autres expériences	164
4.5	Lien avec l'expérience BMV	164
5	Conclusions et perspectives	167
5.1	Conclusions	168
5.2	Perspectives	169
	Annexe A	173
	Annexe B	183
	Annexe C	195

Chapitre 1

Introduction et contexte expérimental

1.1 Le vide quantique

Depuis des temps très anciens, le concept de vide est l'une des questions scientifiques les plus fondamentales. Dans le livre *Physique* d'Aristote [1] on peut lire que « les questionnements au sujet du vide – à savoir si le vide est ou n'est pas, comment il est, et ce qu'il est – sont tenus d'appartenir au physicien ». Aristote affirme par ailleurs qu'« en admettant l'existence du vide, on affirme aussi celle de l'espace, puisqu'on définit le vide comme un lieu, un espace, où il n'y a pas de corps ».

Loin de ce préambule l'idée de rappeler l'évolution cyclique du concept de vide au cours de l'histoire de la physique, nous devons cependant donner une définition de ce que nous entendrons par « vide » dans la suite. Ce travail portant sur les propriétés électromagnétiques du vide, nous définirons celui-ci comme une zone de l'espace où la lumière se propage à la célérité c par rapport à n'importe quel référentiel d'inertie.

En électrodynamique classique, les propriétés électromagnétiques du vide sont simplement représentées par deux constantes fondamentales : sa permittivité diélectrique ϵ_0 et sa perméabilité magnétique μ_0 . Ces constantes sont reliées à la vitesse de la lumière dans le vide via la relation $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ et décrivent respectivement la colinéarité entre le vecteur déplacement électrique $\vec{D}$ et le champ électrique $\vec{E}$, et entre le vecteur excitation magnétique $\vec{H}$ et le champ magnétique $\vec{B}$.

Toute variation de la vitesse de la lumière par rapport à c est attribuée au fait que la lumière se propage dans un milieu matériel. Pour décrire un tel phénomène on introduit les tenseurs $\bar{\epsilon}$ et $\bar{\mu}$ caractérisant le milieu. On a alors :

$$\vec{D} = \bar{\epsilon}\vec{E} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P}, \quad (1.1)$$

où $\vec{P}$ est la polarisation du milieu, et

$$\vec{B} = \bar{\epsilon}\vec{H} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \quad (1.2)$$

où $\vec{M}$ est l'aimantation du milieu. La vitesse de la lumière est alors plus faible que la célérité c d'un facteur $n = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$. Le vide est donc un milieu qui, du point de vue de l'électrodynamique classique, est décrit par les relations $\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\mu}{\mu_0} = 1$ ce qui conduit à un indice de réfraction n égal à 1.

Depuis le milieu du XIX^{ème} siècle, lorsque Faraday découvrit qu'un champ magnétique externe modifiait la polarisation de la lumière se propageant dans de la matière [2], on sait qu'un champ statique induit une réponse de la part du milieu dépendant de l'intensité de ce champ. Cela signifie que les tenseurs $\bar{\epsilon}$ et $\bar{\mu}$ qui décrivent les propriétés optiques du milieu sont des fonctions des champs électriques et magnétiques à la fois appliqués et associés à l'onde électromagnétique qui s'y propage. L'indice de réfraction n dépend donc également de ces champs. A l'aide des équations de Maxwell [3], on peut alors complètement décrire les propriétés de l'onde électromagnétique se propageant dans le milieu.

Dans le cas où le milieu est le vide, on représente l'interaction des champs électroma-

gnétiques à l'aide de la densité effective de lagrangien $\mathcal{L}$. Le vide étant par définition un invariant relativiste, l'expression de ce lagrangien ne peut être qu'une combinaison linéaire des invariants de Lorentz $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$ [4] donnés par :

$$\mathcal{F} = \left(\epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right), \quad (1.3)$$

et :

$$\mathcal{G} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (\vec{E} \cdot \vec{B}). \quad (1.4)$$

A l'ordre le plus bas, la densité de lagrangien $\mathcal{L}_0$ est donnée par la théorie de l'électrodynamique classique et vaut :

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) = \frac{1}{2} \mathcal{F}. \quad (1.5)$$

Dans le cas d'une onde plane, les invariants $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$ sont nuls : comme attendu, la propagation de l'onde plane n'est donc pas affectée dans le vide puisque le lagrangien est nul. Le cas le plus simple dans lequel $\mathcal{L} \neq 0$, et donnant donc naissance à des interactions non linéaires dans le vide, est la propagation d'une onde plane en présence d'un champ électrique ou magnétique statique. L'application de ce champ externe crée alors une anisotropie, rendant possible l'apparition d'un effet non linéaire.

Un autre propriété que doit satisfaire le vide, dans le cadre du Modèle Standard, est l'invariance par application des opérateurs de symétries C (conjugaison de charge), P (parité, ou inversion de l'espace) et T (renversement du temps). La table 1.1 résume les propriétés de symétries satisfaites par les champs $\vec{E}$ (vecteur scalaire) et $\vec{B}$ (vecteur axial) et les invariants de Lorentz $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$. Les propriétés de symétrie des champs s'obtiennent respectivement en s'appuyant sur les formules de Coulomb (champ $\vec{E}$ créé par une charge q) puis Biot et Savart (champ $\vec{B}$ créé par une boucle de courant i). Les propriétés de symétrie des invariants de Lorentz sont déduites de celles des champs. Malgré l'invariance de $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$ sous l'application simultanée des opérateurs CPT , on remarque que $\mathcal{F}$ est invariant sous l'application séparée de C , P et T alors que $\mathcal{G}$ viole P et T .

	C	P	T	CPT
$\vec{E}$	-	-	+	+
$\vec{B}$	-	+	-	+
$\mathcal{F}$	+	+	+	+
$\mathcal{G}$	+	-	-	+

TABLE 1.1 – Propriétés de symétries des champs électrique, magnétique et des invariants de Lorentz.

La combinaison linéaire des invariants de Lorentz donnant la densité de lagrangien du vide présentera donc des puissances quelconques de $\mathcal{F}$ mais seulement paires de $\mathcal{G}$. Cela signifie que si certains effets non linéaires peuvent avoir lieu dans les milieux matériels, il

peuvent ne pas exister dans le vide.

En 1933, des calculs d'absorption de rayons γ dus à la formation de paires électron-positron réalisés par J. R. Oppenheimer et M. S. Plesset [5] amenèrent une confirmation éclatante du modèle du vide élaboré par P. A. M. Dirac (qui est détaillé dans la référence [6]). Celui-ci suggérait que le vide quantique n'était pas un milieu désertique, mais pouvait plutôt être vu comme une mer remplie d'états d'énergies négatives tous occupés par des électrons et d'états d'énergies positives non occupés. Cet « océan électronique » reste virtuel et indétectable tant que rien ne le perturbe. Cependant, un photon qui s'y propage peut créer – s'il a une énergie suffisante – un trou (positron) dans la gamme des énergies négatives, c'est-à-dire une absence d'énergie négative, qui correspond en fait à un état d'énergie positive. Celui-ci se combine alors avec un état d'énergie négative afin de créer une paire électron-positron. Cette nouvelle vision du vide – quantique cette fois-ci – jeta les bases d'une nouvelle physique. On se rendit compte immédiatement qu'une importante prédiction de ce modèle pouvait être expérimentalement testée : l'existence de la diffusion photon-photon [7, 8].

La première formulation théorique des non-linéarités optiques dans le vide se basant sur le modèle de Dirac a été publiée en 1935 par H. Euler et B. Kochel [9, 10]. Un an plus tard [11], W. Heisenberg et H. Euler donnent une analyse théorique complète des phénomènes de conversion d'un rayonnement électromagnétique en matière et vice versa. L'idée maîtresse de ces calculs est l'impossibilité de séparer les processus qui peuvent avoir lieu dans le vide de ceux qui se produisent dans la matière puisque les champs électromagnétiques peuvent créer de la matière s'il sont assez intenses. S'ils ne le sont pas, ils peuvent également polariser le vide par le biais de création de paires virtuelles électron-positron.

Le point de départ de l'établissement de la densité de lagrangien par Heisenberg et Euler est le calcul de la modification de l'énergie du vide de Dirac en présence de champs électromagnétiques externes. Ce calcul est réalisé dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires. Les champs électrique E et magnétique B doivent varier très lentement sur une distance égale à la longueur de Compton réduite de l'électron $\lambda_e = \lambda_e/2\pi = \hbar/m_e c$, pendant le temps $t_e = \lambda_e/c$:

$$\frac{\hbar}{m_e c} |\nabla E(B)| \ll E(B) \quad \text{et} \quad \frac{\hbar}{m_e c^2} \left| \frac{\partial E(B)}{\partial t} \right| \ll E(B). \quad (1.6)$$

Les conditions données par les relations ci-dessus s'interprètent en considérant que les champs E et B doivent être suffisamment faibles afin de ne pas générer de paire électron-positron dans le vide :

$$\begin{aligned} E \ll E_{\text{cr}} &= \frac{m_e^2 c^3}{e \hbar}, \\ &\simeq 1.3 \times 10^{18} \text{ V/m}, \end{aligned} \quad (1.7)$$

et :

$$B \ll B_{\text{cr}} = \frac{E_{\text{cr}}}{c} = \frac{m_e^2 c^2}{e \hbar}, \quad (1.8)$$

$$\simeq 4.4 \times 10^9 \text{ T}.$$

Le champ électrique critique E_{cr} fixe l'énergie nécessaire pour créer un électron de masse m_e au repos sur la distance λ_e . Le champ magnétique critique B_{cr} est défini de la même manière : en égalisant l'énergie $\hbar\omega_C$ (où $\omega_C = \frac{eB_{\text{cr}}}{m_e}$ est la pulsation cyclotron) à l'énergie de l'électron au repos $m_e c^2$.

De plus, puisque le vide est invariant sous l'application des opérateurs C , P et T , on développe la densité de lagrangien $\mathcal{L}_{\text{HE}}$ en fonction des puissances quelconques de l'invariant $\mathcal{F}$ et paires de l'invariant $\mathcal{G}$:

$$\mathcal{L}_{\text{HE}} = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0, \text{ pair}}^{\infty} c_{i,j} \mathcal{F}^i \mathcal{G}^j. \quad (1.9)$$

Grâce aux calculs de Heisenberg et Euler, cette densité s'écrit aux ordres les plus bas en champs $E \ll E_{\text{cr}}$ and $B \ll B_{\text{cr}}$ comme :

$$\mathcal{L}_{\text{HE}} = c_{0,0} + c_{1,0}\mathcal{F} + c_{2,0}\mathcal{F}^2 + c_{0,2}\mathcal{G}^2, \quad (1.10)$$

$$= \frac{1}{2}\mathcal{F} + \frac{2}{45} \frac{\alpha^2 \hbar^3}{m_e^4 c^5} (\mathcal{F}^2 + 7\mathcal{G}^2), \quad (1.11)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) + \frac{2}{45} \frac{\alpha^2 \hbar^3}{m_e^4 c^5} \epsilon_0^2 \left[(E^2 - cB^2)^2 + 7c^2 (\vec{E} \cdot \vec{B})^2 \right], \quad (1.12)$$

$$\equiv \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{\text{EK}}. \quad (1.13)$$

Nous voyons donc ici l'extension du lagrangien $\mathcal{L}_0$ donné par la théorie de l'électrodynamique classique (voir la relation (1.5)). Les termes d'ordres supérieurs vont donner naissance à des effets non-linéaires dans le vide. Ils laissent donc imaginer que peuvent se produire dans celui-ci des phénomènes analogues à ceux que l'on observe dans les milieux matériels classiques.

Suite aux développements de la théorie de l'électrodynamique quantique dans les années 40 par R. Feynman, J. Schwinger, F. Dyson et S. I. Tomonaga [12], une confirmation du résultat d'Euler et Kochel a été apportée en 1950 par R. Karplus et M. Neuman [13]. Le lagrangien de Heisenberg et Euler a par ailleurs été validé par J. Schwinger en 1951 [14]. Finalement, le vide peut être perçu comme un milieu bouillonnant, à l'intérieur duquel le champ électromagnétique n'est nul qu'en moyenne et dont l'énergie peut fluctuer, en vertu du principe d'incertitude de Heisenberg. D'après le principe d'équivalence masse-énergie d'Einstein, ces fluctuations quantiques d'énergie peuvent être interprétées en termes de créations et annihilations de paires électron-positron. En d'autres termes, un quantum de

lumière peut être absorbé dans le vide puis transformé en matière. Notons que ce phénomène est tout à fait incompatible avec la théorie de l'électrodynamique classique. Pour la lumière qui le traverse, le vide est en effet classiquement indépendant du champ qui est présent. La linéarité des équations de Maxwell impose que plusieurs champs peuvent s'y superposer sans interagir.

La contribution non linéaire à l'ordre le plus bas du lagrangien $\mathcal{L}_{\text{HE}}$ peut être représentée par le diagramme de Feynman dessiné à gauche sur la figure 1.1. On peut y voir l'illustration de l'interaction entre quatre photons avec une paire électron-positron représentée par une boucle. Les deux lignes ondulées horizontales représentent les propagateurs des photons associés au champ électromagnétique. Les lignes ondulées verticales terminées par une croix représentent ceux des champs externes.

Remarque :

Le lagrangien d'Euler et Heisenberg ne prend pas en compte tous les effets microscopiques liés à l'interaction photon-photon dans le vide. En particulier, V.I. Ritus [15] apporta en 1976 des corrections aux coefficients du développement du lagrangien $\mathcal{L}_{\text{HE}}$ en prenant en compte les interactions radiatives au sein même des paires électron-positron du vide. Cette interaction peut être représentée par le diagramme de Feynman dessiné à droite sur la figure 1.1. Ces corrections affectent aux alentours de 1 % (facteur $\sim \alpha$) les coefficients du développement du lagrangien de Heisenberg et Euler (voir relation (1.11)). Elles sont cependant plus élevées que les termes d'ordres supérieurs du développement aux champs E et B faibles.

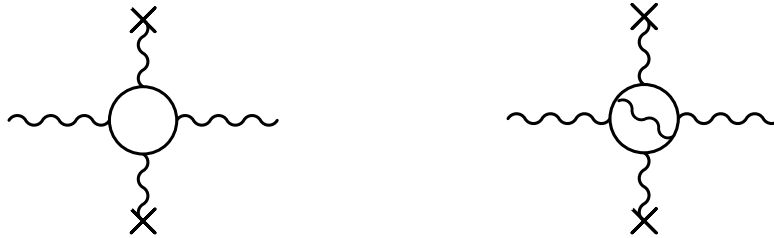


FIGURE 1.1 – A gauche : diagramme de Feynman correspondant à l'effet non linéaire à l'ordre le plus bas dans le lagrangien du vide $\mathcal{L}_{\text{HE}}$. Les deux lignes ondulées horizontales représentent les propagateurs des photons associés au champ électromagnétique. Les lignes ondulées verticales terminées par une croix représentent ceux des champs externes. La boucle représente une paire électron-positron. A droite : Diagramme de Feynman correspondant aux corrections radiatives du lagrangien $\mathcal{L}_{\text{HE}}$ par Ritus. L'interaction considérée est au sein même de la paire électron-positron.

1.2 Interactions de la lumière avec le vide quantique en présence de champs externes

Au vu des ordres de grandeur des corrections apportées par la théorie de l'électrodynamique quantique à sa prédécesseuse classique, on conçoit aisément que les tests ex-

périmentaux du lagrangien de Heisenberg et Euler requièrent des champs électriques et magnétiques très intenses.

De tels champs peuvent être atteints :

- avec des lasers très puissants, afin de s’approcher de la limite dite « de Schwinger » en intensité lumineuse, autorisant la création de paires électron-positron. Cette intensité critique I_{cr} est liée au champ électrique critique E_{cr} par :

$$I_{\text{cr}} \simeq \frac{1}{2} \epsilon_0 |E_{\text{cr}}|^2 \simeq 10^{29} \text{ W/cm}^2, \quad (1.14)$$

- en appliquant des champs électriques et/ou magnétiques intenses. Cependant, le même effet est obtenu dans le vide avec une densité d’énergie $\epsilon_0 E^2$ ou B^2/μ_0 . Cela signifie qu’appliquer un champ magnétique de 1 T revient à appliquer un champ électrique de 300 MV/m, ce qui est difficilement réalisable expérimentalement. Il apparaît donc plus efficace pour les expérimentateurs d’utiliser les champs magnétiques.

Nous étudions dans la suite les effets qui affectent la propagation de la lumière dans le vide qui sont prédits par le lagrangien de Heisenberg et Euler, et qui pourraient être observés dans des laboratoires terrestres. Nous nous plaçons alors dans l’approximation des champs électromagnétiques et des énergies $\hbar\omega$ de photons suffisamment faibles :

$$\frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \frac{B}{B_{\text{cr}}} = \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \frac{E}{E_{\text{cr}}} \ll 1. \quad (1.15)$$

Un grand nombre de phénomènes d’interaction entre champs électromagnétiques sont attendus dans un milieu non linéaire tel que le vide.

Certains font appel à un mélange impair d’ondes [16], comme les effets Faraday [2] et Pockels [17] (deux photons, un champ), le doublage de fréquence [18] ou encore l’amplification paramétrique optique [19] (trois photons). Ils seront interdits, en vertu du théorème de Furry [20], à cause des invariances C , P , T et de Lorentz que doit satisfaire le vide quantique.

Par contre, les processus mélangeant quatre ondes ou champs électromagnétiques seront autorisés : c’est le cas des interactions induisant une biréfringence du vide. Elle peut être causée par un champ électrique (effet Kerr), un champ magnétique (effet Cotton-Mouton), ou la combinaison des deux (biréfringence de Jones ou biréfringence magnéto-électrique).

Depuis 1875, on sait qu’un champ électrique $\vec{E}_0$ transverse induit une biréfringence Δn_K dans un milieu matériel [21]. L’indice de réfraction dépend alors de la polarisation de la lumière s’y propageant. La différence d’indices de réfraction de la lumière polarisée parallèlement ($n_{//}$) et perpendiculairement ($n_{\perp}$) au champ électrique est proportionnelle au carré de celui-ci : $\Delta n_K = n_{//} - n_{\perp} = k_K E_0^2$.

Il en est de même si l’on remplace le champ électrique par un champ magnétique transverse $\vec{B}_0$; celui-ci induit une biréfringence $\Delta n_{\text{CM}} = n_{//} - n_{\perp} = k_{\text{CM}} B_0^2$. Cet effet a été étudié en détail en 1905 par A. Cotton et H. Mouton [22, 23, 24, 25].

Plus récemment, l'existence d'une biréfringence induite par la combinaison de champs électrique et magnétique transverses par rapport à la direction de propagation de la lumière a été expérimentalement observée, à la fois lorsque les deux champs sont parallèles (biréfringence de Jones [26]) et lorsqu'ils sont perpendiculaires (biréfringence magnéto-électrique [27]).

Dans le premier cas, la lumière est polarisée linéairement à $\pm 45^\circ$ des champs $\vec{E}_0$ et $\vec{B}_0$. La biréfringence Δn_J s'exprime comme la différence entre les indices de réfraction de la lumière polarisée à $+45^\circ$ et à -45° des champs et elle est proportionnelle à leur amplitude : $\Delta n_J = n_{+45^\circ} - n_{-45^\circ} = k_J E_0 B_0$.

La biréfringence magnéto-électrique Δn_{ME} s'exprime quant à elle comme la différence des indices de réfraction de la lumière polarisée selon $\vec{B}_0$ et selon $\vec{E}_0$: $\Delta n_{ME} = n_{B_0} - n_{E_0} = k_{ME} E_0 B_0$. Des considérations de symétries imposent que la constante k_{ME} est égale à k_J [28].

Une particularité pour chacune de ces biréfringences est que l'indice de réfraction n dépend du sens ($+\vec{k}$ ou $-\vec{k}$) de propagation de la lumière dans les champs [29]. Tout milieu immergé dans ces champs présente donc également une biréfringence axiale : $\Delta n_a = n_{+\vec{k}} - n_{-\vec{k}} = k_a E_0 B_0$.

La table 1.2 résume, pour les quatre effets abordés ci-dessus, les champs externes impliqués ainsi que leur configuration par rapport au trajet de la lumière.

effet	champs impliqués	configuration
Kerr	$\vec{E}_0^2$ deux photons	$\vec{E}_0 \perp$ au trajet lumineux
Cotton-Mouton	$\vec{B}_0^2$ deux photons	$\vec{B}_0 \perp$ au trajet lumineux
Jones	$\vec{E}_0$ et $\vec{B}_0$ deux photons	$\vec{E}_0$ et $\vec{B}_0 \perp$ au trajet lumineux $\vec{E}_0 // \vec{B}_0$
Magnéto-électrique	$\vec{E}_0$ et $\vec{B}_0$ deux photons	$\vec{E}_0$ et $\vec{B}_0 \perp$ au trajet lumineux $\vec{E}_0 \perp \vec{B}_0$

TABLE 1.2 – Résumé des biréfringences magnéto-électriques pouvant être observés dans le vide quantique. Ils décrivent des processus à quatre ondes : deux champs transverses $\vec{E}_0$ et/ou $\vec{B}_0$ et deux photons (incident et sortant).

Tous les phénomènes exposés ci-dessus sont attendus dans le vide quantique [30, 31, 32]. On peut donc considérer que le vide quantique se comporte, en présence de champs électrique et magnétique externes comme un cristal biréfringent uniaxe, c'est à dire un milieu comportant un seul axe dit « optique » qui est la direction privilégiée pour laquelle l'indice de réfraction est indépendant de la direction de polarisation.

Dans la partie qui suit, nous allons nous focaliser sur la biréfringence magnétique (ou effet Cotton-Mouton) du vide quantique.

1.3 Mesure de la biréfringence magnétique du vide : un test de l'électrodynamique quantique

Considérons un faisceau laser polarisé linéairement. Son champ électromagnétique associé est noté $(\vec{E}_\gamma, \vec{B}_\gamma)$. Il se propage dans le vide selon la direction $\vec{k}$ à travers un champ magnétique transverse $\vec{B}_0$ (voir la figure 1.2). Nous étudions donc le vide soumis au champ électrique total $\vec{E} = \vec{E}_\gamma$ et au champ magnétique total $\vec{B} = \vec{B}_\gamma + \vec{B}_0$.

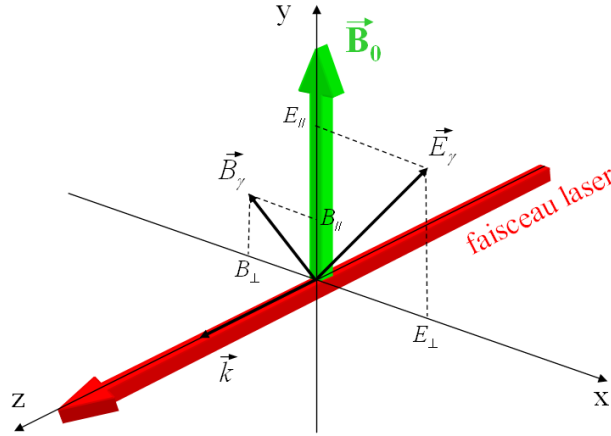


FIGURE 1.2 – Schéma illustrant la propagation d'un faisceau polarisé linéairement. Son champ électromagnétique associé est noté $(\vec{E}_\gamma, \vec{B}_\gamma)$. Il se propageant selon la direction $\vec{k}$ à travers un champ magnétique transverse $\vec{B}_0$.

Afin d'avoir accès aux propriétés magnéto et électro-optiques du vide, nous déterminons les vecteurs déplacement électrique $\vec{D}$ et excitation magnétique $\vec{H}$ en dérivant respectivement la densité de lagrangien $\mathcal{L}_{\text{HE}}$, donnée par la relation (1.12), par rapport aux champs électrique et magnétique totaux [4] :

$$\vec{D} = \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{HE}}}{\partial \vec{E}} \equiv \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}, \quad \text{et} \quad \vec{H} = -\frac{\partial \mathcal{L}_{\text{HE}}}{\partial \vec{B}} \equiv \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}, \quad (1.16)$$

où ϵ_r est la permittivité relative et μ_r est la perméabilité relative du milieu (différentes de 1, comme celles des milieux matériels classiques). Nous injectons alors l'expression des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$, en supposant [33] que le champ électromagnétique est faible devant le champ magnétique appliqué : $\|\vec{B}_\gamma\|$ et $\|\vec{E}_\gamma\|/c \ll \|\vec{B}_0\|$. Nous obtenons :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_\gamma - 4c_{2,0} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \vec{E}_\gamma \vec{B}_0^2 + 14c_{2,0} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\vec{E}_\gamma \cdot \vec{B}_0) \vec{B}_0, \quad (1.17)$$

et :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{B}_\gamma + \vec{B}_0) - \frac{4c_{2,0}}{\mu_0^2} \vec{B}_\gamma \vec{B}_0^2 - \frac{8c_{2,0}}{\mu_0^2} (\vec{B}_\gamma \cdot \vec{B}_0) \vec{B}_0, \quad (1.18)$$

Afin d'alléger les notations, nous avons posé $c_{2,0} = \frac{2}{45} \frac{\alpha^2 \hbar^3}{m_e^4 c^5}$, d'après la convention donnée par le développement (1.9). Nous calculons ensuite les permittivités $\epsilon_{//,\perp}$ et les perméabilités $\mu_{//,\perp}$ [34]. Les indices font référence à l'état de polarisation $\vec{E}_\gamma$ (parallèle ou perpendiculaire) par rapport au champ externe $\vec{B}_0$. Les permittivités ont pour expression :

$$\epsilon_{//} = \epsilon_0 \left(1 + 10c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0} \right) \quad \text{et} \quad \epsilon_{\perp} = \epsilon_0 \left(1 - 4c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0} \right), \quad (1.19)$$

et les perméabilités s'écrivent :

$$\mu_{//} = \mu_0 \left(1 + 4c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0} \right) \quad \text{et} \quad \mu_{\perp} = \mu_0 \left(1 + 12c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0} \right). \quad (1.20)$$

Nous déduisons ensuite les expressions des indices de réfraction du milieu au premier ordre en $c_{2,0}B_0^2/\mu_0$:

$$n_{//} = \frac{\sqrt{\epsilon_{//}\mu_{//}}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \left(1 + 7c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0} \right) \quad \text{et} \quad n_{\perp} = \frac{\sqrt{\epsilon_{\perp}\mu_{\perp}}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \left(1 + 4c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0} \right) \quad (1.21)$$

Finalement, l'expression de la biréfringence magnétique Δn est donnée par :

$$\Delta n = n_{//} - n_{\perp} = 3c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0}. \quad (1.22)$$

En prenant en compte les corrections radiatives (au premier ordre en α [15]), l'expression analytique de la biréfringence magnétique du vide devient :

$$\Delta n = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{15m_e^4 c^5} \left(1 + \frac{25\alpha}{4\pi} \right) \frac{B_0^2}{\mu_0}. \quad (1.23)$$

D'après les valeurs recommandées pour les constantes fondamentales par le CODATA [35], sa valeur est ¹ : $\Delta n = (4.0317 \pm 0.0009) \times 10^{-24} B_0^2 (\text{T})$. L'incertitude associée à cette valeur est supposée liée à la valeur de la correction radiative en α^2 (jamais calculée à ce jour), dont la proportion est présumée égale à la première correction (en α^1 dans la relation (1.23)) : environ 1.5 %. La considération des incertitudes associées aux constantes fondamentales [35] donnerait une incertitude relative sur Δn bien plus petite (inférieure à 0.5 ppm). La mesure de la biréfringence magnétique du vide revient donc à tester la validité du développement perturbatif donné par la théorie de l'électrodynamique quantique.

Rappelons que cette dernière est une des théories les mieux testées expérimentalement, notamment dans les états liés qui mettent en jeu l'interaction électron/proton en présence des fluctuations quantiques du vide. Les expériences concernées ont atteint des niveaux de précision remarquables. Elles permettent de déterminer par exemple :

- la constante de structure fine α avec une précision relative de 3.2×10^{-10} [36], via la

1. La valeur de la biréfringence de Kerr, pour des raisons d'invariance de Lorentz, est égale et opposée à la biréfringence magnétique [32]. La biréfringence magnéto électrique a une valeur égale à deux fois celle de Cotton-Mouton, tout comme la biréfringence de Jones (pour les mêmes raisons).

détermination :

- du moment magnétique anomal de l'électron $g - 2$ [37],
- du rapport h/m_{Rb} , où h est la constante de Plank, et m_{Rb} la masse d'un atome de rubidium dont on mesure la vitesse de recul [38],
- le déplacement de Lamb des niveaux de l'hydrogène via les mesures complémentaires des fréquences de transition entre les niveaux hyperfins : $1S_{1/2} - 2S_{1/2}$ (incertitude relative de 1.4×10^{-14}) [39], et $1S_{1/2} - 3S_{1/2}$ (incertitude relative de 4.4×10^{-12}) [40].

Aujourd'hui, cette théorie semble donc parfaitement validée, tant du point de vue expérimental que théorique. Toutefois, une expérience récente [41] visant à mesurer le rayon du proton dans l'hydrogène muonique a montré un écart surprenant et inexpliqué entre théorie et expérience. Ce résultat majeur suscite un vif intérêt dans la communauté des physiciens de l'électrodynamique quantique. Cette théorie semble donc encore garder quelques points sombres.

1.4 Un véritable défi expérimental

Le lagrangien $\mathcal{L}_{\text{HE}}$ de Heisenberg et Euler décrivant l'interaction du photon avec le vide quantique n'a jamais été validé expérimentalement. Le test de ce lagrangien nécessite l'utilisation de champs électriques et magnétiques très élevés. Aujourd'hui, de nombreuses installations de lasers très intenses [42], dont les puissances sont de l'ordre de l'exawatt (10^{18} W) voire même le zettawatt (10^{21} W) voient le jour en Europe (programme *Extreme Light Infrastructure*) et au Japon (programme *Exawatt Laser in Japan*). La seule expérience réalisée à ce jour [43] visait à mesurer la diffusion photon/photon prédite par Euler et Kockel [9]. Toutefois, la sensibilité n'était pas suffisante et les auteurs ont donné une limite pour la section efficace de diffusion de 18 ordres de grandeur plus basse que celle de prédite par l'électrodynamique quantique ($\sigma_{\gamma\gamma_{\text{exp}}} < 1.5 \times 10^{-52} \text{ m}^2$ contre $\sigma_{\gamma\gamma_{\text{QED}}} < 7.3 \times 10^{-70} \text{ m}^2$). Une autre voie pour tester ce lagrangien est de mesurer la biréfringence magnétique du vide.

Différentes expériences ont été menées afin de mesurer directement la modification de l'indice de réfraction de la lumière en présence de champ magnétique avant même les prédictions de la théorie. Morley réalisa en 1898 des mesures à l'aide d'un interféromètre de Michelson dont l'un des bras était exposé à un champ magnétique [44]. Il n'observa aucun effet, avec une sensibilité relative en indice de 10^{-8} . C. C. Farr et C. J. Banwell [45] renouvelèrent l'expérience en 1932 et améliorèrent cette sensibilité : 2×10^{-9} , *i.e.* à quelques 15 ordres de grandeur de la sensibilité requise pour observer la valeur prédite par la théorie.

Vu la difficulté de l'expérience, il fallut se résoudre à mesurer la biréfringence magnétique du vide de manière indirecte. En 1967, T. Erber propose différentes méthodes expérimentales pour tester la polarisation du vide [46]. Outre des techniques d'interférométrie et de mesures de fréquences, il propose de mesurer l'ellipticité ψ acquise par une lumière, de longueur d'onde λ , linéairement polarisée et se propageant sur une distance L dans un champ magnétique. Si l'on appelle θ l'angle entre la polarisation et ce champ,

on peut montrer (voir la référence [47], dont la démonstration sera reprise dans la section 2.2.1) que l'ellipticité est donnée par :

$$\psi = \pi \frac{L}{\lambda} \Delta n \sin 2\theta. \quad (1.24)$$

Erber fait notamment le lien entre la mesure de la biréfringence magnétique du vide avec les mesures d'effets Cotton-Mouton réalisées dans les milieux matériels (comme les gaz par exemple [48]). Le champ magnétique appliqué, que nous noterons $\vec{B}$ dans la suite, crée une lame à retard de phase dont l'axe lent est parallèle au champ magnétique. La polarisation incidente peut être décomposée suivant les deux axes de la lame. Les deux composantes se propagent alors sans déformation dans le milieu à des vitesses différentes. La polarisation qui en ressort est elliptique, comme l'illustre la figure 1.3.

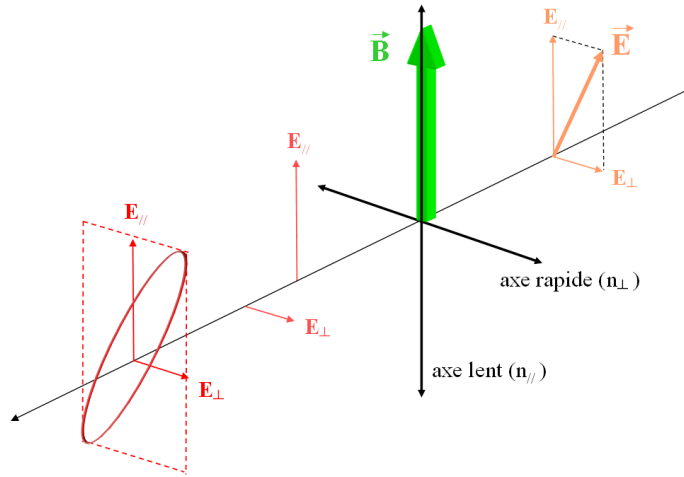


FIGURE 1.3 – Acquisition d'une ellipticité par un faisceau linéairement polarisé se propageant dans un milieu biréfringent. Le champ magnétique $\vec{B}$ crée une anisotropie qui induit un retard entre les composantes de la polarisation de la lumière incidente.

On peut interpréter naïvement cette différence de vitesse acquise dans le vide de la manière suivante : l'application du champ $\vec{B}$ rompt l'isotropie de la distribution et de l'orientation des paires virtuelles électron-positron dont le vide est constitué. Le champ électromagnétique associé au photon qui s'y propage interagit différemment en fonction de son orientation. C'est cette différence d'interaction qui est à l'origine du déphasage entre les composantes de ce champ électromagnétique, et donc de l'ellipticité acquise.

En 1979, E. Iacopini et E. Zavattini [49] posèrent les bases d'une expérience permettant de mesurer l'ellipticité, et dont le schéma de principe est donné sur en figure 1.4. L'idée consiste à mesurer une ellipticité par polarimétrie croisée et à l'amplifier à l'aide d'une cavité optique. Un faisceau laser est d'abord polarisé linéairement avec un polariseur P. Il traverse ensuite le milieu biréfringent avant de passer dans un analyseur A :

- lorsque A est parallèle à P, on mesure l'intensité du faisceau ordinaire transmis I_t ,
- lorsque A est perpendiculaire à P, on mesure l'intensité du faisceau extraordinaire I_e .

On peut alors ensuite remonter à l'ellipticité.

La différence avec les expériences précédentes [48] est que l'ellipticité $\psi(t)$ induite par le champ magnétique est mesurée via la technique hétérodyne. Cette dernière est d'abord modulée en faisant varier le courant d'alimentation d'un aimant supraconducteur à la pulsation Ω_1 . Après être sortie de la région de champ magnétique, la lumière traverse un système optique appliquant une seconde ellipticité $\eta(t)$ (porteuse), modulée à une pulsation Ω_2 différente d' Ω_1 .

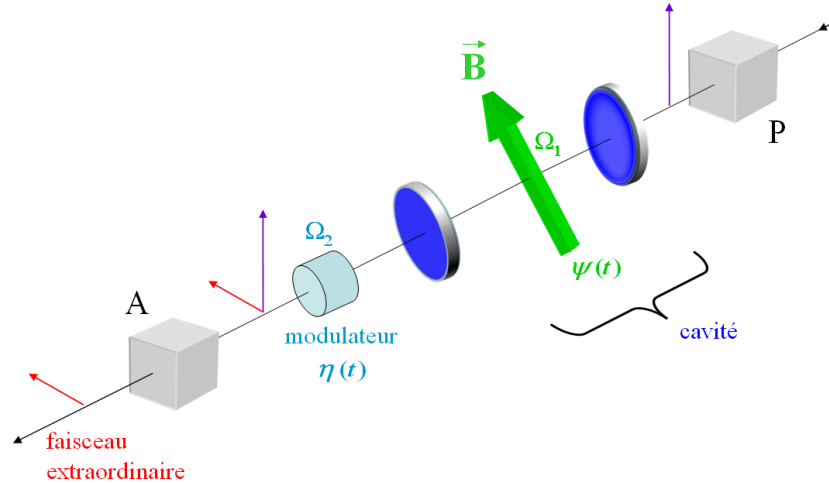


FIGURE 1.4 – Principe de la mesure d'ellipticité par polarimétrie. La lumière polarisée linéairement par le polariseur A, traverse le champ magnétique transverse $\vec{B}$ et en ressort avec une polarisation elliptique. Elle passe ensuite à travers l'analyseur A. On augmente l'effet du champ à l'aide d'une cavité multipassage. L'idée de Iacopini et Zavattini et de moduler à la pulsation Ω_1 l'ellipticité ψ induite par le champ et d'y rajouter une ellipticité $\eta(t)$ modulée à $\Omega_2 \neq \Omega_1$ (technique hétérodyne).

La relation entre les intensités I_t et I_e (nous la démontrerons par la suite) est donnée par la loi de Malus :

$$I_e(t) = I_t \left[\sigma^2 + \{\Theta + \psi(t) + \eta(t)\}^2 \right], \quad (1.25)$$

$$= I_t \left[\sigma^2 + \{\Theta + \psi_0 \cos(\Omega_1 t + \theta_1) + \eta_0 \cos(\Omega_2 t + \theta_2)\}^2 \right] \quad (1.26)$$

où ψ_0 est l'ellipticité à déterminer, η_0 est l'amplitude de la modulation d'ellipticité, θ_1 et θ_2 sont des phases arbitraires. Θ regroupe les différents « désalignements » possibles entre les optiques. Une analyse de Fourier permet finalement de déterminer l'ellipticité ψ_0 en extrayant les amplitudes des différentes composantes du signal extraordinaire d'intensité $I_e(t)$, résumées dans la table 1.3.

pulsation	amplitude
DC	$I_t \left(\sigma^2 + \Theta^2 + \frac{\psi_0^2}{2} + \frac{\eta_0^2}{2} \right)$
Ω_1	$I_t (2\Theta\psi_0^2)$
Ω_2	$I_t (2\Theta\eta_0^2)$
$\Omega_1 \pm \Omega_2$	$I_t (\psi_0\eta_0)$
$2\Omega_1$	$I_t \left(\frac{\psi_0^2}{2} \right)$
$2\Omega_2$	$I_t \left(\frac{\eta_0^2}{2} \right)$

TABLE 1.3 – Amplitudes et pulsations des composantes de l'intensité $I_e(t)$ du signal en sortie de l'analyseur A.

La première expérience de ce type a été réalisée en 1993, au Brookhaven National Laboratory près de New York [50] par le groupe BFRT (collaboration *Brookhaven - FermiLab - Rochester - Trieste*). Une cavité multi-passage a été utilisée, permettant à la lumière d'effectuer plusieurs allers et retours dans un champ magnétique généré par des aimants supraconducteurs. La valeur moyenne de ce champ était de 3.25 T et il était modulé à $\Omega_1/2\pi = 32$ mHz via la variation du courant d'alimentation de la bobine. L'amplitude de modulation du champ était de 1.24 T. La longueur totale sur laquelle le champ était appliqué était de 8.8 m. La cavité multipassage (miroirs à 14.9 m l'un de l'autre), allongeait le trajet du faisceau à près de 300 m dans le champ magnétique. Une cellule de Faraday précédée d'une lame quart d'onde générait l'ellipticité porteuse $\eta(t)$ modulée à $\Omega_2/2\pi = 312.5$ Hz. La sensibilité en ellipticité obtenue par cette expérience est de 7.9×10^{-8} rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$. La limite supérieure pour la biréfringence magnétique du vide correspondante, avec 34 réflexions dans la cavité, $2.2 \times 10^{-19} \text{ T}^{-2}$ (nous verrons dans la suite comment ces grandeurs sont reliées).

Différents projets similaires sont actuellement menés dans le monde.

Le projet PVLAS (*Polarizzazione del Vuoto con LASer*) a été mis en place en 1991 à Legnaro près de Padoue en Italie. Une cavité Fabry-Perot verticale de 6.4 m de long et de finesse $F = 70\,000$ est utilisée pour augmenter la longueur du trajet de la lumière à travers un aimant supraconducteur de 2.3 T et d'un mètre de long. La modulation du champ est effectuée par rotation de l'aimant permanent à une fréquence d'environ 0.5 Hz. Un support piezoélectrique génère une contrainte mécanique sur un verre borosilicaté qui, par effet photoélastique, génère la porteuse en ellipticité $\eta(t)$. Le groupe a publié en 2008 [51] un résultat à une longueur d'onde de $1.064 \mu\text{m}$, donnant une limite supérieure de la biréfringence magnétique du vide de $1.1 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ pour un temps d'intégration de 65 200 s. Ceci équivaut à une sensibilité en ellipticité de 3.7×10^{-6} rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$. En 2012, une nouvelle version de l'expérience, utilisant deux aimants permanents de 0.2 m de longueur et produisant chacun un champ magnétique de 2.3 T, ainsi qu'une cavité de finesse 245 000 et de 1.4 m de long [52], a permis d'atteindre des limites encore meilleures en biréfringence : $4.4 \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$ (en 8192 s d'intégration). Ceci correspond à une sensibilité en ellipticité de

$$3.1 \times 10^{-7} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$$

Une autre équipe, basée à Taiwan, a démarré en 1996 le projet Q & A (*Quantum electrodynamics test & search for Axion*). Le principe de l'expérience est très proche de celui du groupe PVLAS. La finesse de la cavité optique est de 30 000 (pour une longueur de 3.5 m). Un champ magnétique de 2.3 T est généré par un aimant supraconducteur de 0.6 m tournant à la fréquence proche de 7 Hz. Une cellule de Faraday précédée d'une lame quart d'onde module l'ellipticité à 290 Hz. Aucune limite sur la biréfringence magnétique du vide n'a été publiée à ce jour. Néanmoins, une sensibilité en ellipticité de $1 \times 10^{-6} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ est annoncée [53].

Enfin, le projet BMV (*Biréfringence Magnétique du Vide*) a débuté en 2000 à Toulouse [54] et est installé depuis 2005 au Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses. Le dispositif expérimental diffère des expériences précédentes notamment par l'utilisation de champs magnétiques pulsés [55]. Cette méthode permet d'atteindre des champs plus intenses qu'en régime continu (de l'ordre de la dizaine de Tesla), permettant ainsi de réduire la taille du dispositif expérimental. De plus, le fait de travailler en régime pulsé donne une modulation naturelle à l'ellipticité $\psi(t)$ à mesurer (technique homodyne), sans avoir besoin d'ajouter d'optique supplémentaire. En outre, le temps de variation du champ magnétique pulsé qui est de l'ordre de quelques millisecondes permet d'une part de réduire le bruit dit de « flicker² » variant comme l'inverse de la fréquence de modulation, mais aussi de s'affranchir de l'effet des dérives du dispositif de détection. La lumière infra-rouge d'un laser Nd :YAG est linéairement polarisée puis envoyée dans une cavité Fabry-Perot de très haute finesse (de l'ordre de 450 000) et de 2.3 m de longueur. La lumière est ensuite analysée et les intensités des faisceaux ordinaire et extraordinaire sont mesurées simultanément pendant chaque tir afin de remonter à l'ellipticité.

Ce travail de thèse s'articule autour du perfectionnement et de l'utilisation de ce dispositif expérimental.

Dans le chapitre 2, nous présentons d'abord en détail les propriétés de notre ellipso-mètre qui allie l'optique de grande précision à l'utilisation de champs magnétiques très intenses. La caractérisation de ces champs est en particulier réalisée. Nous décrivons également exhaustivement notre cavité optique, de la mesure de sa finesse à son comportement en régime dynamique, en passant par l'étude de sa biréfringence intrinsèque. Nous nous penchons également sur le système d'asservissement du laser sur cette cavité et sur les améliorations qui y ont été apportées, (*i.e.* les étapes importantes qui ont été franchies le concernant) : il permet de combiner l'utilisation de la cavité optique avec l'application des champs magnétiques intenses.

Dans le chapitre 3, nous donnons la méthode et les résultats de nos mesures d'effet Cotton-Mouton dans le diazote. Ces mesures permettent de tester le bon fonctionnement du dispositif expérimental. Nous dressons dans un second temps un bilan des incertitudes

2. Le bruit de flicker est aussi appelé « bruit de scintillation ».

associées à ces mesures. Nous présentons enfin les résultats des premières séries de tirs de champ magnétique effectués dans le vide et indiquons alors la sensibilité en ellipticité et en biréfringence magnétique de notre expérience. Nous listons aussi l'ensemble des effets systématiques auxquels est sujet notre dispositif. Puis, nous discutons des améliorations qui doivent y être apportées, tant au niveau de l'optique qu'au niveau des champs magnétiques.

En complément de cette expérience, mais toujours en rapport avec le comportement des photons se propageant sous champs magnétiques, nous faisons dans le chapitre 4 une excursion en dehors du Modèle Standard et étudions la possibilité d'oscillations de photons en particules massives : les axions. Ces derniers seraient de bons candidats comme constituants de la matière noire. Nous présentons en particulier les résultats de l'expérience du « mur brillant » réalisée avec des rayons X au synchrotron de Grenoble au début de cette thèse. Nous concluons alors sur l'analogie et la complémentarité de cette expérience avec le projet BMV pour la physique hors Modèle Standard.

Chapitre 2

Caractérisation du dispositif expérimental

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous caractérisons en détail le dispositif expérimental dédié à la mesure de biréfringences magnétiques. Comme nous l'avons spécifié dans le chapitre précédent, les biréfringences sont des grandeurs en général très faibles devant l'unité, la valeur de la biréfringence magnétique du vide en témoigne en particulier. Nous mesurons donc une grandeur qui lui est directement proportionnelle : l'ellipticité.

Nous définissons cette grandeur dans un premier temps. Ceci nous permettra d'une part d'introduire progressivement les notations utilisées dans tout le manuscrit, mais aussi d'identifier les paramètres clés de l'expérience. Nous décrivons ensuite le dispositif optique permettant de faire la mesure d'ellipticité par polarimétrie croisée. Nous étudions ensuite les deux éléments décisifs du montage : le champ magnétique et la cavité optique. Nous nous pencherons enfin sur le système d'asservissement du laser sur notre cavité avant de décrire l'enceinte à vide de l'expérience.

2.2 Mesure d'ellipticité par polarimétrie croisée

2.2.1 Relation entre ellipticité et biréfringence : les paramètres clés

Considérons une onde électromagnétique plane se propageant suivant un axe $O\vec{z}$ [47]. Définissons les axes $O\vec{x}$ et $O\vec{y}$ qui matérialisent deux directions orthogonales du plan d'onde. Le champ électromagnétique vérifie les équations de Maxwell. Les vibrations des champs électrique et magnétique sont intimement liées au sein de l'onde lumineuse et se font dans le plan d'onde perpendiculaire à la direction de propagation. En vertu des équations de Maxwell, la connaissance de l'un de ces deux champs suffit à caractériser l'onde électromagnétique. Nous allons donc nous focaliser uniquement sur le champ électrique. La direction de celui-ci caractérise la polarisation de l'onde lumineuse, définie comme le lieu géométrique décrit par le vecteur $\vec{E}$. Ce dernier satisfait l'équation de propagation de Laplace dans le vide :

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}, \quad (2.1)$$

où c est la célérité de l'onde dans le vide.

Afin de fixer les notations, considérons le cas d'une onde plane polarisée linéairement qui se propage dans le vide. La direction de polarisation fait un angle θ avec l'axe $O\vec{x}$ (voir la figure 2.1). Les composantes du champ électrique $\vec{E}^{\text{in}}$ s'écrivent en notation complexe au temps t' :

$$\vec{E}^{\text{in}} = \begin{cases} E_x^{\text{in}} = A_x \cos \theta e^{i\omega t'} \\ E_y^{\text{in}} = A_y \sin \theta e^{i\omega t'} \\ E_z^{\text{in}} = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

où ω est la pulsation de l'onde lumineuse.

Cette onde traverse ensuite une lame biréfringente d'épaisseur L . Un matériau biréfringent possède une anisotropie que l'on matérialise à l'aide de deux axes neutres (rapide et lent) qui sont respectivement orientés selon les axes $O\vec{x}$ et $O\vec{y}$ (voir la figure 2.1). Les composantes du champ électrique incident $\vec{E}^{\text{in}}$ subissent un déphasage différent lors de la traversée. Le champ électrique $\vec{E}^{\text{out}}$ émergent de la lame s'écrit :

$$\vec{E}^{\text{out}} = \begin{cases} E_x^{\text{out}} = A_x \cos \theta e^{i\omega t'} e^{-i2\pi \frac{L}{\lambda} n_{//}} \equiv A_x \cos \theta e^{i\omega t - i\phi} \\ E_y^{\text{out}} = A_y \sin \theta e^{i\omega t'} e^{-i2\pi \frac{L}{\lambda} n_{\perp}} \equiv A_y \sin \theta e^{i\omega t} \\ E_z^{\text{out}} = 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

où λ est la longueur d'onde de la vibration lumineuse, $n_{//}$ et $n_{\perp}$ sont respectivement les indices de réfraction associés à la propagation de l'onde polarisée selon l'axe rapide et à l'axe lent du milieu. Nous avons changé l'échelle des temps afin de simplifier les notations : $t = t' - 2\pi \frac{L}{\lambda \omega} n_{\perp}$. La biréfringence Δn du milieu est définie par la différence : $\Delta n = n_{//} - n_{\perp}$. Le déphasage ϕ entre les deux composantes du champ s'écrit :

$$\phi = 2\pi \frac{L}{\lambda} \Delta n. \quad (2.4)$$

Les composantes du champ $\vec{E}^{\text{out}}$ vérifient alors l'équation suivante¹ :

$$\left(\frac{\Re(E_x^{\text{out}})}{A_x \cos \theta} \right)^2 + \left(\frac{\Re(E_y^{\text{out}})}{A_y \sin \theta} \right)^2 - 2 \left(\frac{\Re(E_x^{\text{out}})}{A_x \cos \theta} \right) \left(\frac{\Re(E_y^{\text{out}})}{A_y \sin \theta} \right) \cos \phi = \sin^2 \phi, \quad (2.5)$$

qui est l'équation d'une ellipse. La lumière émerge donc du milieu avec une polarisation elliptique.

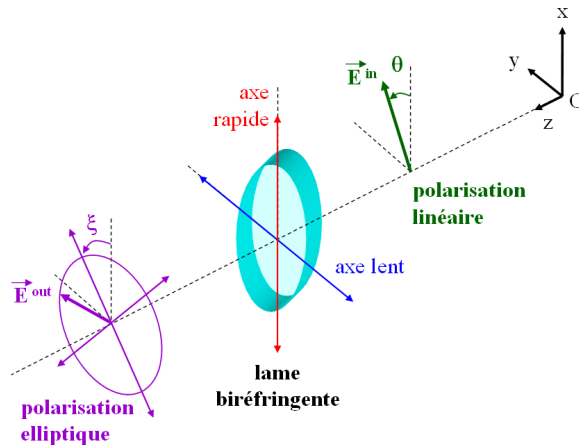


FIGURE 2.1 – Propagation d'une onde lumineuse linéairement polarisée (angle θ par rapport à l'axe $O\vec{x}$) qui traverse une lame biréfringente. L'axe rapide de la lame est orienté selon $O\vec{x}$ et l'axe lent selon $O\vec{y}$. La lumière émerge de la lame avec une polarisation elliptique (angle ξ entre le grand axe de l'ellipse et l'axe $O\vec{x}$).

1. La notation « $\Re$ » désigne la partie réelle.

Le sens de rotation de la polarisation $\vec{E}$ dépend de la valeur de ϕ . Si $0 < \phi < \pi$, l'onde est polarisée elliptiquement droite, et si $-\pi < \phi < 0$, l'onde est polarisée elliptiquement gauche. En général, les axes de l'ellipse ne sont pas alignés avec les axes $O\vec{x}$ et $O\vec{y}$. On décrit cette ellipse par le jeu de variables (a, b, ξ) , où a et b sont les longueurs respectives des demi-grand et demi-petit axes de l'ellipse, et l'angle azimuthal ξ repère l'orientation du grand axe de l'ellipse par rapport à l'axe $O\vec{x}$, comme l'illustre la figure 2.2.

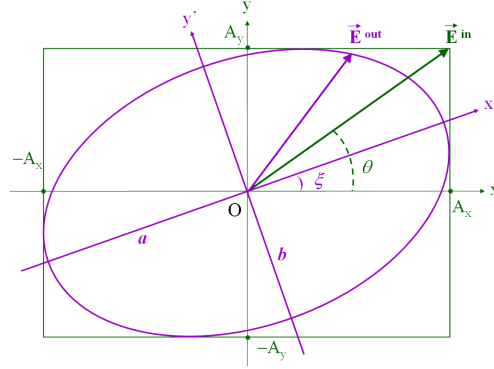


FIGURE 2.2 – En vert : polarisation linéaire de l'onde incidente, orientée d'un angle θ par rapport à l'axe $O\vec{x}$. En violet : polarisation elliptique de l'onde émergente. Le demi-grand axe et le demi-petit axe de l'ellipse ont pour longueurs respectives a et b . Le grand axe $O\vec{x}'$ est orienté d'un angle ξ par rapport à l'axe $O\vec{x}$. En général, ξ est différent de θ .

L'ellipticité ψ est définie par le rapport :

$$\tan \psi = \frac{b}{a}. \quad (2.6)$$

Il est possible de montrer [47] qu'elle est reliée aux paramètres de l'ellipse par :

$$\sin 2\psi = \sin 2\theta \sin \phi, \quad (2.7)$$

où la phase ϕ a été définie plus haut, et l'angle θ est donné par :

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}, \quad (2.8)$$

$$\text{et } \tan 2\theta = \frac{\tan 2\xi}{\cos \phi}. \quad (2.9)$$

La relation 2.7 devient, pour des déphasages ϕ (et par conséquent des ellipticités ψ) faibles devant l'unité :

$$\psi \simeq \frac{\phi}{2} \sin 2\theta. \quad (2.10)$$

Elle s'exprime en fonction de la biréfringence Δn (cf relation (2.4)) :

$$\psi = \pi \frac{L}{\lambda} \Delta n \sin 2\theta. \quad (2.11)$$

Nous voyons avec cette formule le lien entre biréfringence Δn et ellipticité ψ . Dans notre cas la biréfringence induite est également proportionnelle au carré du champ magnétique appliqué. Nous pouvons écrire : $\Delta n \equiv \Delta n_b B^2$, avec $\Delta n_b = \frac{3c_{2,0}}{\mu_0} = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{15\mu_0 m_e^4 c^5}$ (voir le chapitre 1). La relation 2.11 s'écrit donc :

$$\psi = \frac{\pi}{\lambda} B^2 L \sin 2\theta \Delta n_b. \quad (2.12)$$

Le choix de la longueur d'onde $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ a été fixée par les miroirs utilisés pour la cavité optique. Ce type de miroirs a profité des avancées technologiques réalisées pour l'interféromètre à ondes gravitationnelles VIRGO. L'ellipticité à mesurer dépend donc de deux paramètres ajustables (si nous fixons $\sin 2\theta = 1$) qui sont :

- le carré du champ magnétique,
- la longueur totale L d'interaction de la lumière avec le champ magnétique.

Notre expérience est basée sur l'optimisation du produit $B^2 L$ comme nous allons le voir dans les paragraphes suivants.

Nous décrirons dans un premier temps le montage optique pour la mesure d'ellipticité par la méthode de polarimétrie croisée. Nous caractériserons ensuite le champ magnétique utilisé, avant de présenter la cavité Fabry-Perot ultrafine à l'aide de laquelle nous augmentons la longueur d'interaction L .

2.2.2 Description générale du montage optique

Le dispositif expérimental est monté sur deux tables optiques différentes : une table « laser » et une table « cavité » reliées par une fibre optique [55]. Nous représentons sur la figure 2.3 les éléments optiques de l'expérience.

La lumière infrarouge ($\lambda = 1.064 \mu\text{m}$) est émise par un laser Nd :YAG (modèle *Mephisto-M1000*, de la marque *Innolight*). Le faisceau est polarisé suivant la direction verticale. La puissance lumineuse émise peut atteindre 1 W. Ce laser est protégé de toute rétro réflexion par l'isolateur de Faraday FI₁. Ce faisceau passe ensuite dans une première lame demi-onde HWP₁ avant d'entrer dans le cube séparateur de polarisation PSC₁ qui la réfléchit.

Il est focalisé à l'aide de la lentille L₁ sur un modulateur acousto-optique (AOM) [56] et le traverse une première fois. Le modulateur acousto-optique se trouve également au foyer objet de la lentille L₂. Celle-ci achemine le faisceau dans la lame quart d'onde QWP qui transforme la polarisation linéaire en polarisation circulaire. Le sens de cette polarisation est inversé par réflexion sur le miroir M. La lumière ressort de la lame QWP avec une polarisation linéaire (mais perpendiculaire à celle qu'elle avait lors du premier passage), traverse une seconde fois le modulateur AOM, puis le cube PSC₁.

Le mode du laser est adapté dans les deux directions orthogonales au trajet lumineux par les lentilles cylindriques L_{3x}, L_{4x} d'une part et L_{3y}, L_{4y} d'autre part. La lumière traverse ensuite la lame demi-onde HWP₂ qui sert à aligner sa polarisation sur les axes neutres de la fibre monomode à maintien de polarisation dans laquelle elle est injectée. La fibre permet à la fois de filtrer spatialement le faisceau et d'isoler mécaniquement la table « laser » de

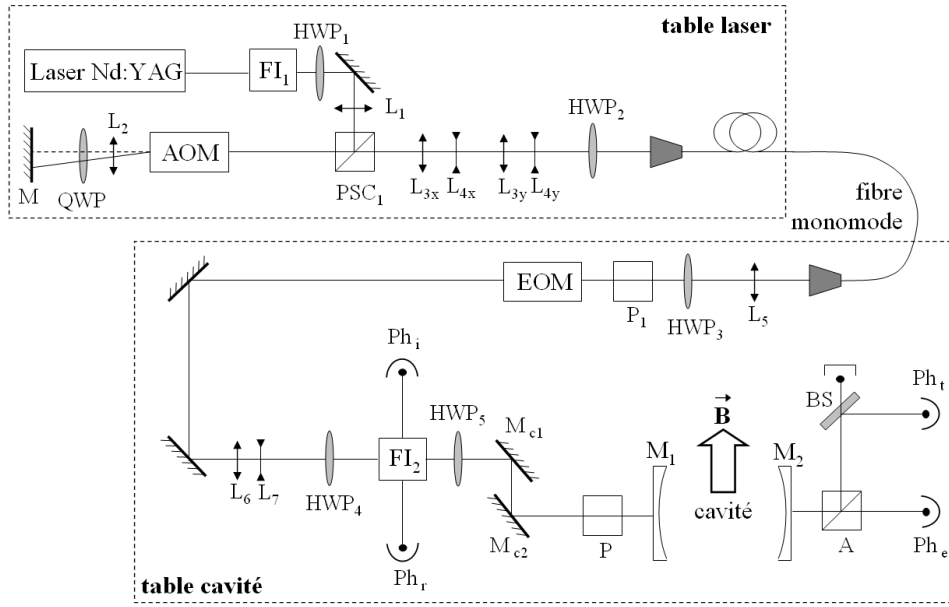


FIGURE 2.3 – Schéma du dispositif expérimental. Il est constitué de deux tables : la table « laser » sur laquelle se trouve un laser Nd :YAG et le modulateur acousto-optique (AOM) et la table « cavité » comportant le modulateur électro-optique (EOM), la cavité Fabry-Perot à l'intérieur de laquelle est appliqué un champ magnétique transverse, et les photodétecteurs (voir le texte).

la table « cavité » sur laquelle nous décrivons maintenant le trajet optique du faisceau.

Celui-ci est focalisé à l'aide de la lentille L₅ sur un modulateur électro-optique (EOM), nous verrons son rôle dans la partie 2.5. La polarisation est alignée sur les axes neutres de l'EOM avec la lame demi-onde HWP₃ et le polariseur P₁. La lame demi-onde HWP₄ sert à ajuster la polarisation de la lumière avant de la faire traverser l'isolateur de Faraday à double étage FI₂.

Une partie du faisceau émergeant de cet isolateur est focalisée sur la photodiode Ph_i permettant de mesurer l'intensité lumineuse incidente. L'autre partie est acheminée dans une enceinte à vide où elle est linéairement polarisée par le polariseur P avant de rentrer dans la cavité Fabry-Perot linéaire de très haute finesse constituée des miroirs M₁ et M₂ (que nous décrirons plus amplement dans la section 2.4). A l'intérieur de cette cavité règne un champ magnétique transverse $\vec{B}$ que nous décrirons dans la partie 2.3. Le télescope constitué des lentilles L₆ et L₇ adapte le mode du laser à celui de la cavité, la position et la distance focale de ces lentilles est judicieusement calculée par un programme mis au point par le groupe. Il applique les lois de propagation des faisceaux lasers en optique gaussienne [57] (nous ne décrirons pas ici ses fonctionnalités). Les deux miroirs de contrôle M_{c1} et M_{c2} servent à aligner au mieux le faisceau avec l'axe de la cavité. Nous ajustons sa polarisation sur le polariseur P à l'aide de la lame demi-onde HWP₅.

La lumière réfléchie par la cavité est renvoyée vers l'isolateur FI₂ puis focalisée sur la photodiode Ph_r. Des densités permettent d'ajuster la puissance lumineuse reçue. Cette

photodiode permettra d'asservir la fréquence du laser sur la résonance de la cavité (le système d'asservissement est décrit dans la partie 2.5).

Après être sortie de la cavité Fabry-Perot, la lumière est analysée par l'analyseur A croisé par rapport à P et qui a la particularité d'extraire à la fois :

- le faisceau extraordinaire, d'intensité I_e , qui le traverse et est focalisé sur la photodiode en extinction Ph_e ultra bas bruit (modèle *OE-200-IN1*, de la marque *LINOS*),
- le faisceau ordinaire, d'intensité I_t , qui est extrait et redirigé à l'aide d'un petit miroir vers la photodiode Ph_t (modèle *2011*, de la marque *New Focus*).

2.2.3 Mesure des intensités des faisceaux ordinaire et extraordinaire

Une partie du faisceau ordinaire est prélevée à l'aide de la lame semi-réfléchissante BS de façon à visualiser (en transmission) avec une caméra infrarouge le niveau d'intensité lumineuse qui sort de la cavité. La partie réfléchiée par la lame est focalisée sur la photodiode Ph_t . La mesure de l'intensité I_t doit prendre en compte le coefficient de réflexion de la lame BS. Celui-ci est régulièrement mesuré à l'aide d'un puissance-mètre.

Nous résumons dans la table 2.1 les caractéristiques des deux photodiodes à avalanche Ph_t et Ph_e de l'expérience.

photodiode	Ph_t	Ph_e
détecteur	InGaAs	InGaAs
sensibilité à $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ (A/W)	0.69	0.69
gain ajustable	$G_t \in [1; 3 \times 10^4]$	$G_e \in [10^3; 10^{11}]$
facteur de conversion (V/W)	$g_t \sim G_t \times 550$	$g_e \sim G_e \times 0.95$
NEP (fW/ $\sqrt{\text{Hz}}$)	500	< 100 (pour $G_e > 10^7$)

TABLE 2.1 – Caractéristiques des photodiodes Ph_t et Ph_e . Les sensibilités et les NEP sont spécifiés par les constructeurs. Les facteurs de conversions sont régulièrement mesurés.

Les facteurs de conversion g_t et g_e sont régulièrement mesurés avec un puissance-mètre (chaque fois que le niveau d'intensité lumineuse le permet).

Le NEP (Noise Equivalent Power) de la photodiode est défini comme étant l'intensité lumineuse qu'elle reçoit correspondant à un photocourant égal à celui de son bruit électronique. Il dépend de la bande passante et du gain du photodétecteur. Il s'agit d'une limite séparant deux régimes : le régime shot-noise, où la détection n'est limitée que par la nature quantique de la génération des porteurs de charges à partir des photons incidents sur le photodétecteur, et le régime où le bruit électronique du photodétecteur est prépondérant par rapport au signal à détecter. La valeur du NEP de la photodiode en extinction est un paramètre crucial pour l'expérience, au vu de l'intensité du faisceau extraordinaire qui est de quelques μW à quelques centaines de pW en pratique. A partir du NEP, il est possible de déterminer le niveau minimal d'intensité nécessaire pour se situer dans le régime shot-noise de détection. Rappelons que la densité spectrale de puissance S_e dans ce régime est

donnée par [58] :

$$S_e = \sqrt{2\eta \frac{hc}{\lambda} I_e}, \quad (2.13)$$

où η est l'efficacité quantique du détecteur, h est la constante de Planck, et c la célérité de la lumière dans le vide. Si l'intensité² lumineuse incidente I_e est exprimée en W, S_e s'exprime en $\text{W}/\sqrt{\text{Hz}}$. On définit alors l'intensité minimale $I_{e,\min}$ détectable comme l'intensité pour laquelle la densité spectrale de puissance S_e est égale au NEP. Elle est donnée par l'expression :

$$I_{e,\min} = \frac{\lambda}{2\eta hc} (\text{NEP})^2. \quad (2.14)$$

Le NEP a été mesuré en plaçant la photodiode Ph_e dans l'obscurité puis en intégrant la densité spectrale de bruit. Nous résumons dans la table 2.2 nos mesures du NEP, qui sont en accord avec les spécifications des constructeurs, ainsi les valeurs déduites (pour $\eta = 1$) de l'intensité lumineuse $I_{e,\min}$ la plus faible qui soit détectable pour les valeurs de gain G_e les plus fréquemment utilisées.

G_e	NEP ($\text{fW}/\sqrt{\text{Hz}}$)	$I_{e,\min}$ (nW)
10^5	560	690
10^6	170	65
10^7	52	6
10^8	20	0.9
10^9	13	0.4

TABLE 2.2 – Valeurs du NEP et de l'intensité lumineuse minimale $I_{e,\min}$ détectable par la photodiode Ph_e pour les valeurs du gain G_e les plus fréquemment utilisées. On a considéré ici une efficacité quantique maximale : $\eta = 1$.

Nous veillons toujours dans la pratique à ne pas avoir une intensité I_e située en dessous de ces seuils, de façon à ne pas être limités par le bruit électronique de la photodiode en extinction. Les valeurs $I_{e,\min}$ fixent l'intensité minimale du faisceau ordinaire en sortie de la cavité optique : elle est typiquement comprise entre 1 et 10 mW.

Voyons maintenant comment la mesure de ces intensités I_t et I_e permet de remonter à l'ellipticité ψ .

2.2.4 Mesure d'ellipticité à partir des intensités des faisceaux ordinaire et extraordinaire

Établissons à l'aide du formalisme de Jones [59] (plus commode car plus compact) la relation entre les intensités I_t et I_e et l'ellipticité ψ .

Le faisceau incident se propage selon l'axe $O\vec{z}$ et est polarisé linéairement selon l'axe

2. Il s'agit en réalité d'un flux lumineux, mais nous emploierons par commodité le terme d'intensité dans le manuscrit, qui est couramment utilisé par abus de langage.

$O\vec{x}$, nous écrivons le vecteur de Jones du champ électrique correspondant dans le repère $(O, \vec{x}, \vec{y})$:

$$\vec{E}^{\text{in}} = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Le milieu biréfringent induit la phase ϕ entre les composantes lente et rapide du champ électrique incident $\vec{E}^{\text{in}}$. L'axe rapide étant orienté d'un angle θ par rapport à l'axe $O\vec{x}$, la matrice de Jones $\mathbf{M}$ d'un tel milieu s'écrit, dans le repère $(O, \vec{x}, \vec{y})$:

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}(-\theta) \begin{pmatrix} e^{i\frac{\phi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\phi}{2}} \end{pmatrix} \mathbf{R}(\theta), \quad (2.16)$$

où $\mathbf{R}(\theta)$ est la matrice de rotation qui permet de transposer la matrice de la lame dans le repère $(O, \vec{x}, \vec{y})$. Nous avons donc :

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\phi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\phi}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \\ &= \begin{pmatrix} e^{i\frac{\phi}{2}} \cos^2 \theta + e^{-i\frac{\phi}{2}} \sin^2 \theta & -i \sin 2\theta \sin \frac{\phi}{2} \\ -i \sin 2\theta \sin \frac{\phi}{2} & e^{-i\frac{\phi}{2}} \cos^2 \theta + e^{i\frac{\phi}{2}} \sin^2 \theta \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

qui donne, après simplification :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} + i \cos 2\theta \sin \frac{\phi}{2} & -i \sin 2\theta \sin \frac{\phi}{2} \\ -i \sin 2\theta \sin \frac{\phi}{2} & \cos \frac{\phi}{2} - i \cos 2\theta \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

En sortie, l'analyseur A sélectionne les composantes ordinaire ; E_t et extraordinaire ; E_e du champ $\vec{E}^{\text{out}}$ émergeant du milieu. Ces dernières ont pour expression (avec $\phi \ll 1$) :

$$E_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{M} \vec{E}^{\text{in}} = \begin{pmatrix} 1 + i\frac{\phi}{2} \cos 2\theta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

et

$$E_e = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{M} \vec{E}^{\text{in}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -i\frac{\phi}{2} \sin 2\theta \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Les intensités I_t et I_e ont donc pour expression :

$$I_t = |E_t|^2 = |E_0|^2 \equiv I_0, \quad (2.21)$$

et :

$$I_e = |E_e|^2 = I_0 \left(-\frac{\phi}{2} \sin 2\theta \right)^2 = I_0 \psi^2. \quad (2.22)$$

Une relation préliminaire que nous pouvons établir entre ces deux intensités et l'ellipticité est la suivante :

$$\psi^2 = \frac{I_e}{I_t}. \quad (2.23)$$

Nous avons supposé l'absence d'absorption du milieu ainsi qu'une transmission et une extinction parfaites du polariseur et de l'analyseur. Ce n'est pas le cas en pratique (voir le paragraphe qui suit). Nous devons en réalité écrire l'expression du rapport I_e/I_t comme :

$$\frac{I_e}{I_t} = \psi^2 + \sigma^2, \quad (2.24)$$

où σ est le pouvoir d'extinction des polariseurs dont nous présentons la mesure dans le paragraphe qui suit.

2.2.5 Polariseur et analyseur de l'expérience BMV

Les polariseurs P et A sont des prismes de Glan-laser fournis par la société allemande *Karl Lambrecht*. Ils sont chacun formés de deux prismes dont la base est un triangle rectangle, séparés par une fine couche d'air le long de leur grand côté. Ces prismes sont taillés dans un matériau biréfringent : la calcite. Ils présentent un axe privilégié, choisi perpendiculaire au rayon lumineux incident, et contenu dans le plan d'incidence. Le faisceau lumineux est séparé au niveau de la couche d'air en deux rayons de polarisations perpendiculaires : le faisceau ordinaire, de polarisation s , est réfléchi dans le premier prisme (angle de Brewster), et le faisceau extraordinaire, de polarisation p , est transmis puis redressé par le second prisme (voir la figure 2.4).

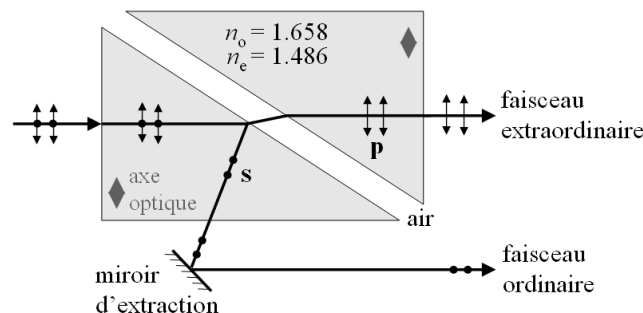


FIGURE 2.4 – Polariseur de Glan-laser. Il est constitué de deux prismes taillés dans de la calcite. Ce matériau biréfringent permet d'extraire à la fois le faisceau ordinaire de polarisation s (réfléchi à l'interface d'air entre les deux prismes) et le faisceau extraordinaire de polarisation p (transmis puis redressé). Un miroir d'extraction permet de rediriger le faisceau ordinaire hors de l'enceinte à vide.

Grâce à un miroir d'extraction, nous pouvons guider le faisceau ordinaire hors de l'enceinte à vide. Ceci nous permet de mesurer simultanément les intensités des deux faisceaux. Les deux polariseurs sont fixés sur des montures rotatives de grande précision. La monture

du polariseur P peut-être tourné à l'aide d'une vis sans fin (avec un pas de 1.3 mrad). Le pas de la monture de l'analyseur A (modèle *AG-PR100* de la marque *Agilis*) est de $5 \mu\text{rad}$. Nous mesurons régulièrement le pouvoir d'extinction σ de nos polariseurs. Le graphe de la figure 2.5 montre l'évolution typique du rapport I_e/I_t obtenu en fonction de l'angle de rotation θ_a de l'analyseur par rapport au polariseur P. Pour cela aucun dispositif ou effet optique n'est inséré entre P et A. On constate que ce rapport suit bien la loi de Malus :

$$\frac{I_e}{I_t} = \cos^2 \theta_a + \sigma^2, \quad (2.25)$$

L'incertitude associée à ce rapport est de l'ordre de 10^{-8} . Elle est évaluée en tournant A par rapport à P dans les deux sens, elle est causée par les fluctuations d'intensité dues à la lumière ambiante. Au niveau de l'extinction ($\theta_a = 90^\circ$), σ^2 descend jusqu'à 2×10^{-7} (en accord avec les spécifications du fabricant).

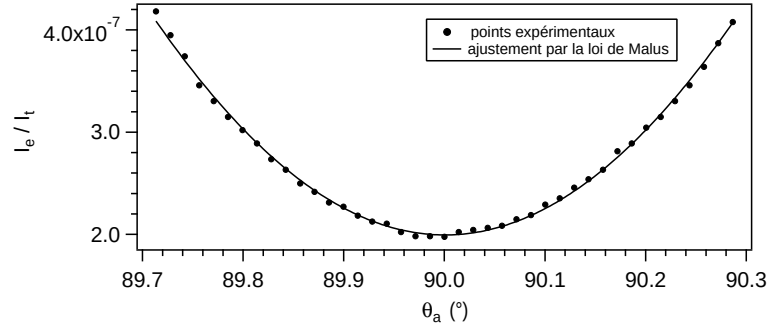


FIGURE 2.5 – Evolution du rapport I_e/I_t (•) en fonction de l'angle de rotation θ_a de l'analyseur. La courbe d'ajustement (en trait plein) est donnée par la loi de Malus (2.25). A l'extinction, $\sigma^2 = (2.0 \pm 0.1) \times 10^{-7}$.

Abordons maintenant un élément central de l'expérience BMV : le champ magnétique transverse et pulsé.

2.3 Champ magnétique transverse

Avant de présenter la technique utilisée dans le laboratoire, rappelons que le champ magnétique terrestre avoisine les $0.5 \text{ Gauss} = 5 \times 10^{-5} \text{ T}$ et que certaines étoiles à neutrons peuvent générer des champs allant jusqu'à 10^9 T . Sur Terre [60], les outils disponibles pour produire des champs magnétiques vont de l'aimant permanent (de l'ordre de 10 mT pour certaines ferrites à $\sim 1 \text{ T}$ pour les alliages de NdFeB ou SmFeCo), aux champs destructifs utilisant la technique de compression de flux permettant d'atteindre quelques 1000 T . Les plus forts champs statiques sont produits à l'aide de bobines supraconductrices (pouvant aller jusqu'à 25 T), ou résistives (35 T), ou encore hybrides (*i.e.* combinant les deux techniques, le record actuel étant de 45 T). Ces systèmes de champs statiques sont limités par la pression magnétique de Lorentz et l'effet Joule dans le cas des bobines résistives, et la

valeur du champ critique dans le cas des bobines supraconductrices.

2.3.1 Génération de champ magnétique pulsé et transverse

Le principe

Pour atteindre des champs plus intenses, il est nécessaire de travailler en régime pulsé : pour cela, on décharge (en quelques millisecondes) l'énergie emmagasinée dans des condensateurs dans des bobines résistives renforcées mécaniquement. Cette technique non destructive a permis d'atteindre jusqu'à 81 T dans la configuration longitudinale de Faraday au LNCMI-T

On présente sur la partie gauche de la figure 2.6 la photographie d'un des générateurs BMV, et à droite le schéma du circuit électrique correspondant. Le générateur est constitué d'une alimentation en courant qui vient charger un ensemble de modules en parallèle. Chaque module est composé d'un condensateur (de capacité C_m) et d'une inductance de protection (L_m), la résistance de chaque module est notée R_m . L'expérimentateur pilote la décharge des modules via une fibre optique. Le déclenchement du tir s'opère via l'envoi d'un courant dans la gâchette d'un thyristor (un par module), qui est un interrupteur rapide basé sur la technologie des transistors. La synchronisation parfaite des thyristors permet de libérer l'énergie stockée dans les condensateurs des modules vers la bobine. Un courant d'intensité I s'établit dans le circuit et traverse la bobine (de résistance R_b et inductance L_b) qui génère le champ magnétique.

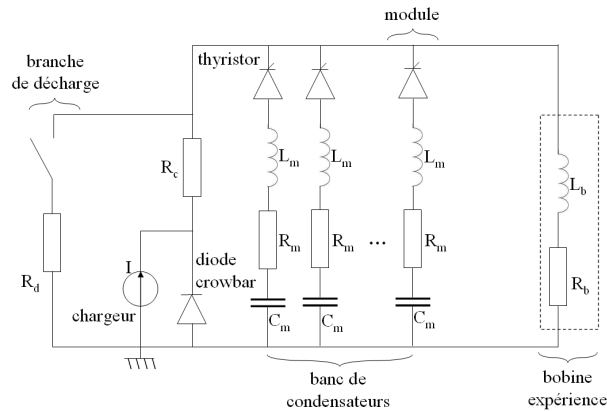


FIGURE 2.6 – A gauche, photographie des modules d'un générateur BMV. On distingue derrière les condensateurs (parallélépipèdes), les bobines cylindriques de protection et au premier plan un des thyristors. A droite, schéma du circuit électrique comprenant la bobine de l'expérience et le générateur. Celui-ci est composé de plusieurs modules de condensateurs que l'on décharge via la commande d'un thyristor dans la bobine. La diode crowbar empêche l'inversion du courant et la recharge des condensateurs.

Sur la figure 2.7, nous traçons les profils temporels de l'intensité I du courant et de la tension $U = L_b \frac{dI}{dt} + R_b I$ aux bornes de la bobine.

Entre $t = 0$ et $t = t_{\max}$, le courant décrit le quart d'une sinusoïde caractérisant le début

de l'oscillation d'un dipôle (L_t, R_t, C_t) , où L_t , R_t et C_t désignent respectivement l'inductance, la résistance et la capacité totales du circuit. Le temps d'établissement du courant maximum $I_{\max}$ dans la bobine est donc donné par : $t_{\max} = \frac{\pi}{2}\sqrt{L_t C_t}$.

Pour $t > t_{\max}$, la branche crowbar, de résistance R_c et constituée d'une diode crowbar, devient passante suite à l'inversion de la tension aux bornes de la bobine. Cette branche empêche alors la recharge des condensateurs et renvoie le courant vers la bobine. S'en suit la décharge classique du dipôle $(R_c + R_b, L_b)$: I suit une décroissance exponentielle jusqu'à s'annuler.

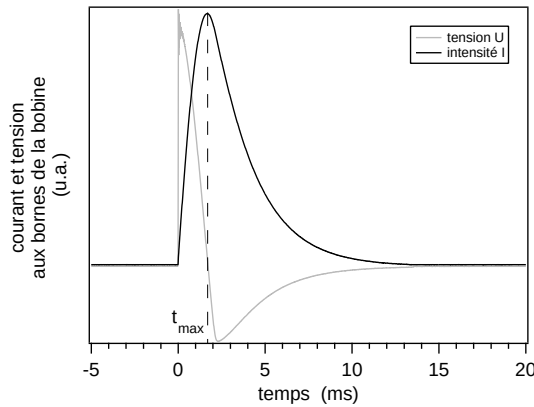


FIGURE 2.7 – Profils temporels de la tension U (en gris) aux bornes de la bobine, et du courant I (en noir) qui la traverse. Avant $t_{\max}$ le courant suit le quart d'une oscillation d'un dipôle (R, L, C) . Après $t_{\max}$ il suit la décroissance exponentielle caractéristique d'un dipôle (R, L) .

L'équipe BMV dispose au laboratoire de deux générateurs pouvant chacun alimenter une bobine, il est possible de mettre en parallèle jusqu'à 6 modules pour chaque générateur. La capacité de chaque module est de $880 \mu\text{F}$, sa résistance R_m est de l'ordre de $30 \text{ m}\Omega$ et son inductance L_m est de $75 \mu\text{H}$. La résistance R_c d'une branche crowbar est de l'ordre de $1 \text{ m}\Omega$. Les valeurs de la tension de charge des condensateurs et du courant $I_{\max}$ dépendent du champ désiré, elles peuvent monter respectivement jusqu'à 6 kV et 8 kA . L'énergie correspondante pouvant être atteinte est alors proche de 100 kJ . Le temps de montée du champ $t_{\max}$ est quant-à lui dépendant du nombre de modules mise en jeu pour le tir. Il est de l'ordre de 2 ms .

Il est également possible, en cas de problème, de décharger les modules dans une résistance de décharge R_d de 42Ω . Cette configuration d'un dipôle (R_d, C_t) amène alors le courant à décroître exponentiellement en moins d'une seconde.

La bobine « X-coil »

La différence essentielle entre les champs magnétiques utilisés par l'équipe BMV et les champs usuellement générés au laboratoire tient de leur configuration qui doit être transverse (également appelée « configuration de Voigt »). Rappelons de surcroît que l'ellipticité

à mesurer est directement proportionnelle à la longueur du trajet parcouru par la lumière dans la région où s'applique le champ magnétique. Les équipes du laboratoire ont mis au point une bobine en forme de X permettant de générer un champ transverse sur la plus grande longueur possible [61]. Nous donnons sur la figure 2.8 un schéma tridimensionnel de cette bobine, appelée « X-coil ». Elle est constituée de $n_b = 2$ branches en G10 sur lesquelles est continûment bobiné un fil de cuivre. Chaque branche du X comporte $n_s = 7$ spires contiguës enroulées sur $n_c = 4$ couches. La longueur de la bobine est de 250 mm, sa hauteur est de 95 mm et son épaisseur de 46 mm. Le long de l'axe $O\vec{z}$ est percé un puits cylindrique de 17 mm de diamètre. C'est dans cet espace que le faisceau lumineux se propage. Le courant qui parcourt les deux branches génère un champ magnétique transverse par rapport à l'axe de propagation de la lumière (voir la partie droite de la figure 2.8).

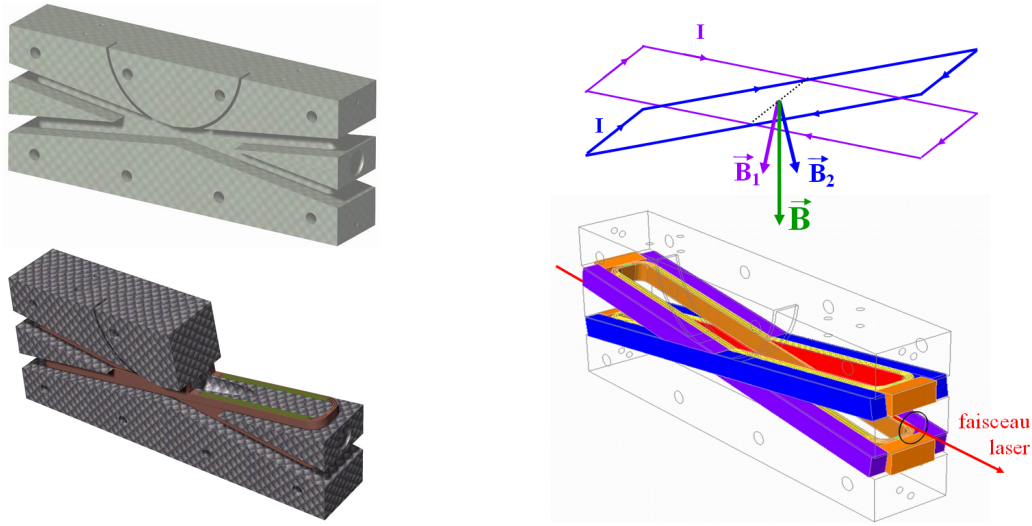


FIGURE 2.8 – Modèle tridimensionnel d'une bobine X-coil de l'expérience BMV le corps en G10 est percé d'un puits le traversant de part en part (en haut à gauche), le fil de cuivre est bobiné dans les gorges (coupe en bas à gauche). A droite, schéma de principe de la génération d'un champ magnétique transverse (en haut), le trajet du faisceau laser lui est perpendiculaire (en bas).

L'ordre de grandeur du rapport de forme B/I au milieu O de la bobine peut être approximé en considérant la somme des champs générés par tous les fils de cuivre sur les branches et considérés comme infinis. On obtient, ce rapport en appliquant la loi de Biot et Savart :

$$\frac{B}{I} \simeq 2 n_s n_c n_b \frac{\mu_0 \cos \alpha}{2\pi d}, \quad (2.26)$$

$$\simeq 2 \text{ mT} \cdot \text{A}^{-1}, \quad (2.27)$$

où $d \simeq 1 \text{ cm}$ est la distance moyenne entre les spires et le centre O de la bobine et $\alpha = 15^\circ$ est l'angle d'inclinaison des branches par rapport à l'axe $O\vec{z}$. Nous présenterons brièvement dans la section 2.3.2 les mesures plus précises de ce facteur de forme.

Calculons également l'ordre de grandeur de la force F exercée entre les fils de la bobine X-coil. Elle tend à écarter les fils de leur gorge, et est particulièrement élevée au niveau du milieu de la bobine. On considère pour cela les fils des deux parties de la bobine symétriques par rapport au puits la traversant, et distantes d'environ $2d$. D'après la loi de Biot et Savart (voir la relation 2.26), le champ magnétique B produit par l'une des deux parties a pour expression, au niveau de l'autre partie :

$$B \simeq n_s n_c n_b \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\cos \alpha}{2d} I. \quad (2.28)$$

D'après la loi de Laplace, la force F a pour expression :

$$F \simeq B \times n_s n_c n_b I \times l, \quad (2.29)$$

où l est la longueur de la bobine. On obtient alors la force par unité de longueur l et de courant I :

$$\frac{F}{I^2 \times l} \simeq (n_s n_c n_b)^2 \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\cos \alpha}{2d}, \quad (2.30)$$

$$\simeq 0.03 \text{ N.A}^{-2}.\text{m}^{-1}. \quad (2.31)$$

Si l'on considère un courant de 5 kA, sur une demi-longueur de bobine, la force F générée avoisine les 100 000 N. On a ici une idée des énormes contraintes mises en jeu à l'intérieur de la bobine X-coil. Pour supporter ces 10 tonnes de poussée, des renforts en G 10 (mélange de fibre de verre et d'époxy) sont placés de part et d'autre de l'aimant et du stycast (résine thermodurcissante) est coulé directement sur les fils.

Nous traçons sur la figure 2.9 les profils temporels de champs magnétiques mesurés au centre de la bobine durant la phase de tests, en fonction de la consigne en tension de charge du banc de condensateurs. La durée totale d'un tir de champ magnétique dépend de la tension de consigne de charge des condensateurs, elle varie de 6 à 18 ms. Le champ est d'autant plus court qu'il est intense. Les champs magnétiques obtenus peuvent atteindre 14 T, ce qui est un record pour la génération de champs magnétiques pulsés dans la configuration de Voigt sur une telle longueur.

2.3.2 Caractérisation du champ magnétique

Valeur du champ : profil spatial

Au cours d'un tir, la mesure du champ magnétique s'effectue via la mesure du courant $I(t)$ de l'ordre de 5 kA circulant dans la bobine à l'aide d'une résistance en série dite « de shunt » d'environ $1 \text{ m}\Omega$. Le rapport B/I permettant de passer d'une grandeur à l'autre a été mesuré de trois façons pendant la phase de tests. La connaissance de ce facteur de forme est primordiale pour l'exactitude de la valeur du champ magnétique.

- i) Il a été déterminé via une simulation numérique, à partir de la géométrie de la bobine,

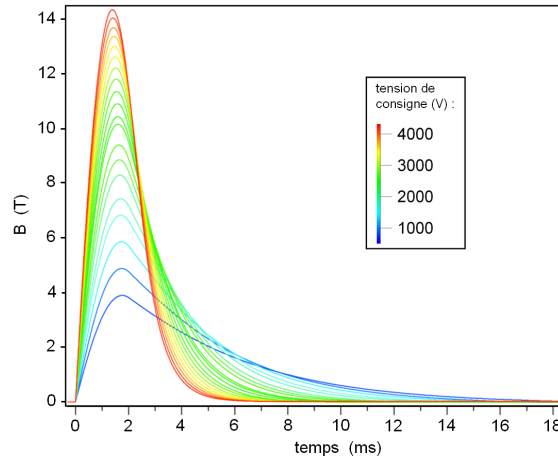


FIGURE 2.9 – Profils temporels des champs magnétiques mesurés pendant la phase de tests au centre d'une des bobines de l'expérience en fonction de la consigne en tension de charge du banc de condensateurs.

qui donne 1.571 mT/A pour la bobine n°1 et 1.622 mT/A pour la bobine n°2 (pas d'incertitude donnée).

- ii) Il a été également mesuré par détection synchrone et à température ambiante : un courant $I(t)$ modulé a été envoyé dans la bobine, et nous avons mesuré la tension aux bornes d'une petite bobine calibrée appelée « pick-up » placée en son centre. Cette tension est induite par la variation d'un flux $\Phi_B(t)$ de champ magnétique pulsé $\vec{B}$ à travers la surface S :

$$V_{\text{pk}}(t) = -\frac{\partial \Phi_B(t)}{\partial t}, \quad (2.32)$$

$$= -\iint_S \frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} \cdot d\vec{S}. \quad (2.33)$$

Nous avons obtenu le champ magnétique par intégration de la tension aux bornes de la pick-up. Si celle-ci est constituée de N_s spires de fil suffisamment fin (de manière à négliger sa section lors de la mesure du flux) et jointives (de manière à négliger l'angle d'hélicité dû au bobinage) et de section S_s , on a :

$$|B(t)| = \frac{1}{N_s S_s} \int V_{\text{pk}}(t) dt. \quad (2.34)$$

$N_s S_s$ est appelée la section effective de la pick-up. Les mesures ont donné un rapport $B/I = (1.56 \pm 0.01) \text{ mT/A}$ pour la bobine n°1 et $(1.64 \pm 0.01) \text{ mT/A}$ pour la bobine n°2.

- iii) Une mesure analogue a été réalisée en mode pulsé et à la température de l'azote liquide. Nous avons envoyé une décharge de courant dans la bobine, puis nous avons mesuré le champ magnétique (de valeur maximale B_{max}) à l'aide de la bobine pick-up

calibrée. Nous avons alors déduit le rapport de forme B/I par mesure du courant de shunt (de valeur maximale $I_{\max}$), grâce à la relation $B/I = B_{\max}/I_{\max}$. En répétant à différentes consignes de courant les mesures, nous avons obtenu un rapport $B/I = (1.56 \pm 0.01) \text{ mT/A}$ pour la bobine n°1 et $(1.63 \pm 0.03) \text{ mT/A}$ pour la bobine n°2.

A chaque tir, nous mesurons également la tension $V_{\text{pk}}(t)$ aux bornes d'une autre bobine pick-up. Celle-ci, assez compacte, est fixée à l'intérieur du corps en G10 de la bobine X-coil. Après étalonnage, elle permet de remonter à la valeur du champ magnétique par intégration de la tension $V_{\text{pk}}(t)$. Nous contrôlons également les irrégularités éventuelles du signal $V_{\text{pk}}(t)$ afin de détecter un problème éventuel au niveau de la bobine X-coil.

Nous mesurons enfin la haute tension aux bornes de la bobine, délivrée par le générateur. Cette mesure est complémentaire de la mesure de courant (la tension est maximale au tout début du tir, lorsque le courant ne s'est pas établi), et permet en outre de détecter un problème au niveau du générateur.

Pour des raisons géométriques évidentes, le champ magnétique n'est pas uniforme le long de l'axe longitudinal $O\vec{z}$, qui correspond à l'axe de propagation du faisceau lumineux. Son profil a été mesuré à l'aide d'une pick-up préalablement calibrée et translatée dans le sens des z croissants puis décroissants [62]. Le profil normalisé du carré du champ magnétique pour une des bobines X-coil est reporté sur la figure 2.10.

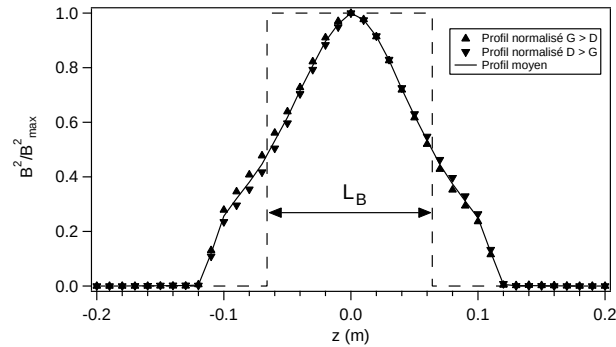


FIGURE 2.10 – Profils normalisés du carré du champ magnétique selon l'axe $O\vec{z}$ à l'intérieur d'une bobine X-coil. Profils réalisés de gauche à droite ($\blacktriangle$) et de droite à gauche ($\blacktriangledown$). La moyenne des deux profils est en trait continu. Le profil équivalent à un champ magnétique uniforme sur la longueur L_B est reporté en pointillés.

Nous définissons $B_{\max}$ comme la valeur maximale du champ (produit au milieu de la bobine) et L_B la longueur d'un aimant équivalent à notre X-coil produisant le champ $B_{\max}$ uniforme :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B^2(z) dz = B_{\max}^2 L_B. \quad (2.35)$$

L_B est environ égale à la moitié de la longueur d'une bobine. Chacune des deux X-coils peut atteindre une valeur maximale $B_{\max} = 14 \text{ T}$ sur les longueurs effectives respectives $L_B = (0.137 \pm 0.003) \text{ m}$ et $L_B = (0.137 \pm 0.001) \text{ m}$. Ceci correspond pour chacune d'entre elle à un paramètre $B_{\max} L_B$ de $26.9 \text{ T}^2 \text{ m}$.

Orientation absolue du vecteur champ magnétique

La mesure de l'orientation absolue du champ magnétique (qui est a priori inconnue) se fait à l'aide d'une bobine-pickup transverse fixée sur une tige rotative que l'on glisse à l'intérieur du puits de la bobine X-coil jusqu'à son centre. L'axe de la pick-up (repéré par le vecteur $\vec{S}$ et perpendiculaire à sa section) est orienté par rapport à la verticale (elle parfaitement connue, et visualisée à l'aide d'un fil à plomb) d'un angle variable Θ_V . L'angle complémentaire mesurant l'orientation par rapport à la direction horizontale est appelé Θ_H (voir figure 2.11).

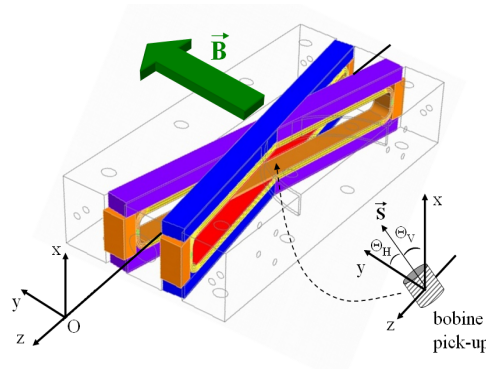


FIGURE 2.11 – Schéma de la bobine X-coil et de la bobine pick-up que l'on glisse en son centre. L'orientation de la pick-up est mesurée par rapport à la verticale par l'angle Θ_V et par rapport à l'horizontale par l'angle Θ_H .

Nous effectuons des tirs de champ magnétique à 3 T pour différents angles $\Theta_{V,H}$ et on mesure à chaque fois :

- la dérivée temporelle du champ magnétique $\frac{dB(t)}{dt}$.
- la tension $V_{pk}(t)$ aux bornes de la bobine pick-up,

Nous donnons à titre d'exemple pour l'angle $\Theta_V = 34^\circ$ le graphe temporel de ces grandeurs en haut de la figure 2.12. Nous calculons ensuite la moyenne du rapport entre ces deux grandeurs entre 3 et 6 ms, *i.e.* où les signaux ne varient pas brutalement. On reporte cette moyenne pour chaque tir en fonction des angles Θ_V et Θ_H dans en bas de la figure 2.12. Le zoom pour Θ_V proche de 0° est donné en bas à droite. L'incertitude associée à la mesure de la moyenne est de l'ordre de 10^{-5} m^2 et celle des angles est estimée à 1° .

Nous ajustons les données expérimentales de la figure 2.12 par une fonction sinusoïdale. Ceci permet de donner l'orientation absolue Θ_{H_0} du champ magnétique par rapport à l'horizontale par exemple. La courbe d'ajustement passe parfaitement par les points expérimentaux et donne $\Theta_{H_0} = (-1.39 \pm 0.01)^\circ$. En d'autres termes, cela signifie que le champ généré par notre bobine X-coil est quasiment horizontal (à $\sim 1^\circ$ près). La valeur de l'amplitude de cette fonction sinusoïdale n'est autre que la section effective $N_s S_s$ de la pick-up, on trouve $N_s S_s = (274 \pm 5) \times 10^{-6} \text{ m}^2$, ce qui correspond bien au rayon de bobinage $r_s = \sqrt{S_s/\pi} = 2.2 \text{ mm}$ des $N_s = 12$ spires jointives de fil de cuivre.

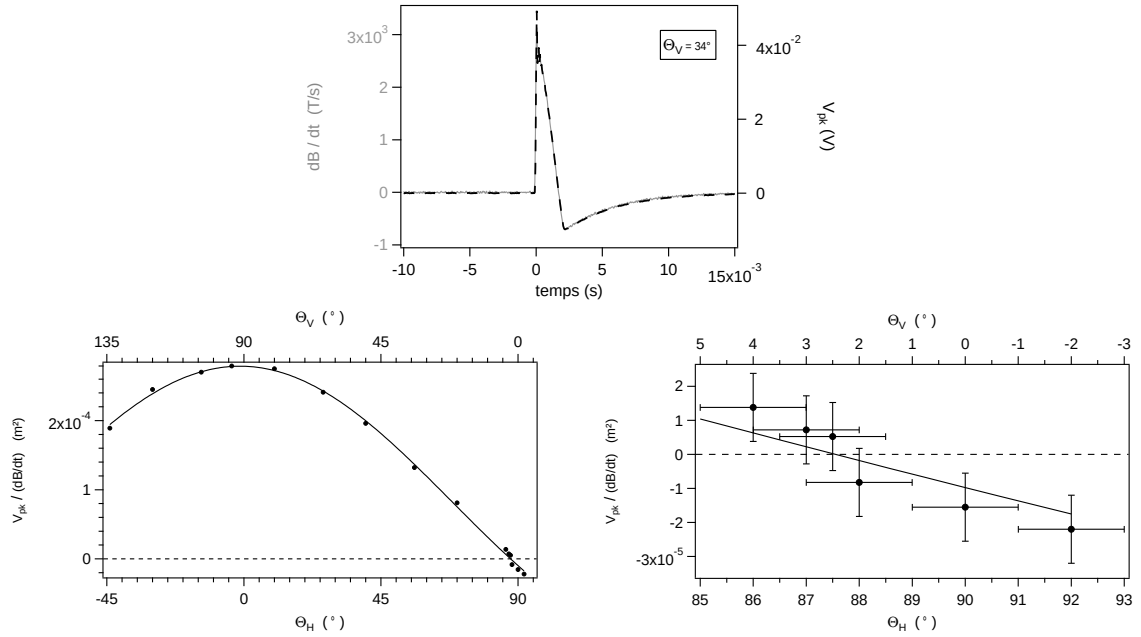


FIGURE 2.12 – En haut : graphes de la tension aux bornes de la bobine pick-up (en noir) et de la dérivée temporelle du champ magnétique (en gris) en fonction du temps pour l'angle $\Theta_V = 34^\circ$. En bas à gauche : moyenne du rapport des deux grandeurs précédentes (•) en fonction de l'angle d'orientation de la pick-up, et courbe d'ajustement par une fonction sinusoïdale (en trait continu). En bas à droite : zoom de ce même rapport pour Θ_V proche de 0° . L'incertitude du rapport est de $10^{-5} m^2$, celle des angles est d'environ 1° . La courbe d'ajustement (en trait continu) donne l'orientation absolue du champ magnétique par rapport à l'horizontale : $\Theta_{H_0} = (-1.39 \pm 0.01)^\circ$.

Notons enfin que la géométrie des bobines X-coil, génère une composante longitudinale du champ magnétique. En effet, les enroulements des spires ne sont pas parfaitement symétriques à cause de l'épaisseur des fils. Des simulations numériques ont donné un facteur de forme B/I longitudinal de $6.69 \mu T \cdot A^{-1}$ au niveau du centre. La composante transverse du champ est plus de 230 fois plus importante que la composante longitudinale.

2.3.3 Cryogénie

Afin de bénéficier d'une meilleure conductivité du cuivre à basse température et d'une plus grande marge d'échauffement pendant le tir, les bobines sont immergées dans de l'azote liquide. Chaque bobine X-coil est montée dans un cryostat spécial, assemblé au laboratoire, et permettant au faisceau laser d'accéder à l'intérieur de l'aimant [61]. Ce cryostat est fixé sur un bâti non solidaire de la table optique de façon à éviter de transmettre lui transmettre toute vibration mécanique due à la décharge rapide des condensateurs. Le schéma et la photographie d'un cryostat BMV sont donnés sur la figure 2.13. Le diamètre des cryostats est de 60 cm et leur hauteur de 1 m (volume proche de 300 L). Ils possèdent une double paroi à l'intérieur de laquelle règne un vide poussé (et régulièrement entretenu) qui permet d'isoler le réservoir d'azote liquide de l'extérieur. Comme nous le verrons dans la section

2.6, le faisceau laser se propage dans une enceinte à vide, et doit traverser les bobines. A cette fin, un tube en inox de 8 mm de diamètre, et connecté à l'enceinte à vide, pénètre de part en part le puits du corps de la X-coil (de 17 mm de diamètre). Il est d'abord mécaniquement dissocié de celle-ci par un espacement d'environ 1 mm, puis thermiquement isolé de l'azote liquide dans laquelle est immergée la bobine par un interstice que l'on pompe régulièrement. L'ensemble des tubes qui constituent ces éléments d'isolation a entièrement été imaginé, soudé et testé par l'équipe cryogénie du laboratoire.

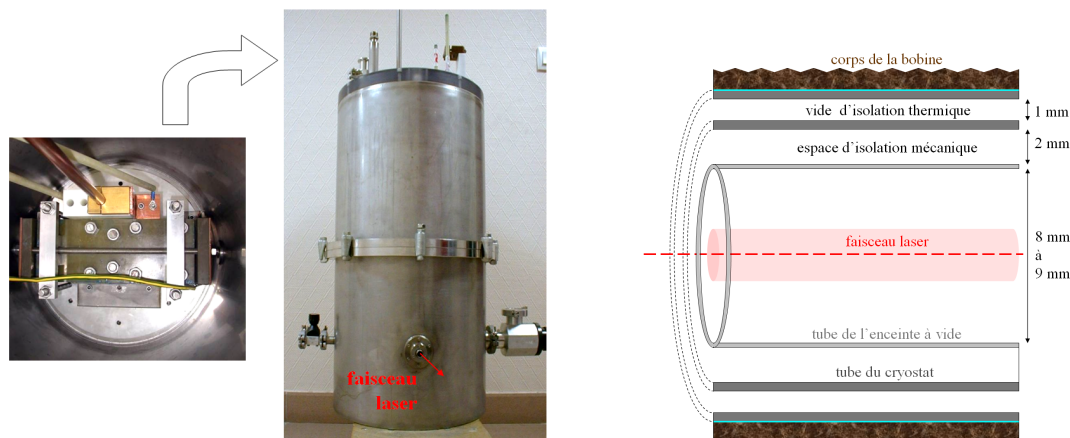


FIGURE 2.13 – A gauche : photographies d'un cryostat BMV (vu de haut, avec la bobine X-coil) et de face, où nous avons pointé en rouge le trajet du faisceau laser. A droite : coupe du système d'amenée du faisceau laser à l'intérieur de l'aimant. Le tube de l'enceinte à vide (de 8 ou 9 mm de diamètre interne), dans lequel se propage la lumière, passe dans le puits traversant la bobine X-coil. Ce tube est mécaniquement dissocié de la bobine par un espacement d'épaisseur avoisinant les 2 mm, et thermiquement isolé par un interstice régulièrement pompé. Les lignes bleues soulignent la circulation d'azote entre cet interstice et le corps de la bobine.

A la vue du jeu très étroit entre le tube isolant du cryostat et celui de l'enceinte à vide de l'expérience, l'alignement reste très critique. Il consiste à rendre concentriques au dixième de millimètre près deux tubes d'environ 60 cm de longueur : celui de plus gros diamètre qui est lié au cryostat de près de 400 kg, et le tube de l'enceinte à vide qui est solidaire de la table optique expérimentale (pesant plus d'une tonne). Il est de surcroît crucial d'aligner au mieux la bobine avec le trajet optique de façon à minimiser toute composante magnétique longitudinale. Ces réglages minutieux sont réalisés en ajustant la hauteur des pieds des bâtis des cryostats (vis de réglage millimétrique) et ceux de la table optique (pieds pneumatiques réglés à la dizaine de microns près). Des comparateurs micrométriques nous permettent de contrôler le jeu entre chaque bâti et le marbre optique.

Le tir induit une forte augmentation de la température (ΔT) de la bobine. L'échauffement se calcule en égalisant :

- l'énergie électrique W_e envoyée dans la bobine entre le début du tir à $t = 0$ et le

sommet du champ à $t = t_{\max}$, et donnée par :

$$W_e = \int_0^{t_{\max}} R_b(T) I^2(t) dt, \quad (2.36)$$

où $R_b(T)$ est la résistance de la bobine et I le courant qui la parcourt,
– l'énergie thermique W_T :

$$W_T = m_b C_p(T) \Delta T, \quad (2.37)$$

où $C_p(T)$ est la capacité calorifique massique du cuivre à pression constante, avec $m_b \simeq 250$ g la masse totale du cuivre bobiné.

Connaissant l'évolution thermique des quantités $R_b(T)$ et $C_p(T)$ [63], on trouve un échauffement de l'ordre de 100 K pour un courant $I_{\max}$ de 5 kA. Il faut attendre que la bobine se thermalise à nouveau à la température de l'azote liquide (*i.e.* le retour de sa résistance à sa valeur à froid) avant d'effectuer le tir suivant. Ce délais impose un nombre de quatre à cinq tirs réalisables par heure au maximum pour un champ de 7 T.

Il est en général très ardu de connaître la durée de vie d'une bobine, au vu de la résistance des matériaux qui la composent aux changements brusques de température, et de leur comportement face aux déformations qui leur sont infligées. En pratique, si nos bobines X-coils sont réalisées pour fournir plus de 14 T, nous choisissons de tirer à des champs ne dépassant pas les 10 T, de manière à pouvoir réaliser plusieurs milliers de tirs sans risque d'explosion.

Champ magnétique de fuite et protection

Afin de minimiser toute présence de champ magnétique à l'extérieur du cryostat, on place autour de la bobine une structure cylindrique de cuivre. Le champ magnétique pulsé génère des boucles de courants de Foucault dans le matériau. Ces courants, dissipent l'énergie magnétique en créant des forces de Laplace. Celles-ci s'appliquent sur le bouclier et tendent à l'ovaliser. L'efficacité du blindage magnétique est caractérisée par la décroissance de la densité des courants de Foucault sur l'épaisseur du bouclier et quantifiée par la longueur de peau l_p du cuivre, dont l'expression est :

$$l_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \sigma \mu_0 \mu_{Cu} \nu_B}}, \quad (2.38)$$

où $\sigma = 4.8 \times 10^8 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ est la conductivité du cuivre à la température de l'azote liquide [64] et $\mu_0 \mu_{Cu} \simeq \mu_0$ est sa perméabilité magnétique. La fréquence caractéristique ν_B du champ est de l'ordre de 125 Hz (son temps de montée de 2 ms correspond au quart de la période d'une sinusoïde). La longueur de peau vaut donc $l_p = 2$ mm ; c'est l'épaisseur du cylindre de cuivre.

L'intensité du champ magnétique au niveau de l'écran de cuivre est typiquement 20 fois moins élevée qu'au centre de la bobine. Le calcul des forces s'appliquant sur la structure

de cuivre ne peut se faire que par des simulations numériques, ces forces sont, pour un champ magnétique de 10 T de l'ordre de 600 N. Cela signifie que pendant un tir de champ magnétique, 60 kg de poussée induisent brutalement une compression puis une distension du bouclier de cuivre. Les renforts mécaniques sont placés en conséquence pour éviter cette « respiration ».

Le champ de fuite au niveau de la paroi externe du cryostat est typiquement de l'ordre du dix-millième de la valeur du champ au centre de la bobine. Nous reviendrons plus en détails dans le chapitre 3 sur la caractérisation de ce champ et sur son incidence sur nos mesures de biréfringences magnétiques.

Nous abordons dans le paragraphe suivant le second élément clé du dispositif expérimental : la cavité Fabry-Perot.

2.4 Cavité Fabry-Perot ultrafine

Comme nous l'avons vu précédemment, la mesure de biréfringence se ramène à une mesure de déphasage. Ce déphasage est amplifié grâce à la cavité optique linéaire de très grande finesse : l'effet est accumulé à chaque aller et retour entre les miroirs de celle-ci. Le repliement du trajet optique permet en outre de réaliser une expérience sur une table optique de taille raisonnable. La cavité Fabry-Perot de haute finesse est avec le champ magnétique transverse un élément central de l'expérience BMV.

Avant de décrire plus en détail notre cavité optique, nous allons rappeler quelques généralités sur l'interféromètre de Fabry-Perot.

2.4.1 Rappels sur l'interféromètre Fabry-Perot

Définition des grandeurs optiques caractéristiques

Nous considérons une cavité Fabry-Perot [58] constituée de deux miroirs M_1 et M_2 et séparés d'une distance L_c (longueur de la cavité). Les propriétés optiques du miroir M_j sont définies comme suit :

- d'une réflectivité en amplitude r_j (coefficient de réflexion en intensité $R_j = r_j^2$)
- d'une transmittivité en amplitude t_j (coefficient de transmission en intensité $T_j = t_j^2$)
- coefficient de pertes en intensité $P_j = p_j^2$ tel que $R_j + T_j + P_j = 1$

Considérons une onde monochromatique plane incidente sur la cavité. Cette onde se propage dans le vide à la vitesse c , sa pulsation est donnée par $\omega = kc = 2\pi c/\lambda$, où k et λ représentent respectivement le vecteur et la longueur d'onde. Le champ électrique associé à cette onde a pour expression : $E_i(t) = E_0 e^{i\omega t}$ où E_0 représente l'amplitude. L'onde transmise par la cavité est constituée de la somme de toutes les ondes qui ont pénétré à l'intérieur de la cavité via le miroir M_1 , subi un nombre p d'allers et retours à l'intérieur, puis qui ont été transmises par le miroir M_2 et interfèrent entre elles. Ainsi, l'amplitude

$E_t(t)$ de l'onde transmise s'écrit :

$$E_t(t) = E_0 t_1 t_2 e^{i\omega(t - \frac{L_c}{c})} \sum_{p=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{i\omega(t - 2\frac{L_c}{c})} \right)^p, \quad (2.39)$$

$$= E_0 e^{i\omega t} \frac{t_1 t_2 e^{-i\omega \frac{L_c}{c}}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\omega \frac{L_c}{c}}}. \quad (2.40)$$

Nous définissons alors la transmittivité en amplitude t_c de la cavité [47] tel que :

$$t_c = \frac{E_t(t)}{E_i(t)}, \quad (2.41)$$

$$= \frac{t_1 t_2 e^{-i\omega \frac{L_c}{c}}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\omega \frac{L_c}{c}}} \equiv t_c(\omega). \quad (2.42)$$

Le coefficient de transmission en intensité de la cavité s'écrit alors :

$$T_c(\omega) = |t_c|^2, \quad (2.43)$$

$$= \frac{|t_1 t_2|^2}{|1 - r_1 r_2 e^{-2i\omega \frac{L_c}{c}}|^2}, \quad (2.44)$$

$$= \frac{(t_1 t_2)^2}{(1 - r_1 r_2)^2 + 4r_1 r_2 \sin^2(\omega \frac{L_c}{c})}, \quad (2.45)$$

également appelée fonction d'Airy. La transmission de la cavité est maximale à résonance *i.e.* lorsque $\omega \frac{L_c}{c} = q\pi$ où q est un entier (numéro du pic). La fréquence du laser $\nu = \omega/2\pi$ vaut alors :

$$\nu = q \frac{c}{2L_c} \equiv q\Delta^{\text{ISL}}, \quad (2.46)$$

où la grandeur $\Delta^{\text{ISL}} = c/2L_c$ définit l'intervalle spectral libre de l'interféromètre, *i.e.* l'écart de fréquence entre deux pics de résonance. La valeur maximale de la transmission, à résonance vaut alors :

$$T_c = \left(\frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2} \right)^2. \quad (2.47)$$

Il est à noter que la transmission de la cavité ne change pas si l'on intervertit les miroirs M_1 et M_2 .

La largeur à mi-hauteur en fréquence $\Delta\nu$ du pic de résonance s'obtient en appliquant la condition :

$$T \left(\nu = q\Delta^{\text{ISL}} \pm \frac{\Delta\nu}{2} \right) = \frac{T_c}{2}, \quad (2.48)$$

c'est à dire, d'après la relation (3.38), lorsque :

$$4r_1r_2\sin^2\left[2\pi\frac{L_c}{c}\left(q\Delta^{\text{ISL}}\pm\frac{\Delta\nu}{2}\right)\right] = (1-r_1r_2)^2. \quad (2.49)$$

En supposant que $\Delta\nu$ est très petite devant c/L_c , nous obtenons :

$$\Delta\nu = \frac{1-r_1r_2}{\pi\sqrt{r_1r_2}}\Delta^{\text{ISL}}. \quad (2.50)$$

Nous définissons alors la finesse F de l'interféromètre [47] comme le rapport entre l'intervalle spectral libre et la largeur à mi-hauteur précédemment calculée :

$$F = \frac{\Delta^{\text{ISL}}}{\Delta\nu} = \frac{\pi\sqrt{r_1r_2}}{1-r_1r_2}. \quad (2.51)$$

La finesse d'une cavité n'est liée qu'aux propriétés des miroirs qui la constituent. Des miroirs ayant une très bonne réflectivité ($1-r_1r_2 \ll 1$) formeront une cavité de grande finesse ($F \simeq \pi/(1-r_1r_2)$). On peut également définir la finesse F en fonction des coefficients de pertes P_j et de transmissions T_j des miroirs M_j :

$$\begin{aligned} F &= \frac{\pi}{1-\sqrt{1-T_1-P_1}\sqrt{1-T_2-P_2}}, \\ &\simeq \frac{2\pi}{T_1+P_1+T_2+P_2}, \end{aligned} \quad (2.52)$$

avec un développement limité à l'ordre 1 en P_j et $T_j \ll 1$.

Nous rappelons enfin la définition du facteur de qualité Q de l'interféromètre [47] :

$$Q = \frac{\nu}{\Delta\nu} = qF. \quad (2.53)$$

Nous pouvons également calculer la réflectivité r_c d'une cavité Fabry-Perot en calculant la somme $E_r(t)$ des ondes réfléchies par la cavité et interférant entre elles. En utilisant la même méthode que celle pour établir la relation (2.42), on obtient :

$$r_c = \frac{E_r(t)}{E_i(t)}, \quad (2.54)$$

$$= -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-2i\omega\frac{L_c}{c}}}{1-r_1r_2e^{-2i\omega\frac{L_c}{c}}}, \quad (2.55)$$

$$= r_1 \left(-1 + \frac{t_1}{t_2} \frac{r_2}{r_1} t_c e^{-i\omega\frac{L_c}{c}} \right) \equiv r_c(\omega). \quad (2.56)$$

A résonance, *i.e.* lorsque $\omega \frac{L_c}{c} = m\pi$, le coefficient de réflexion en intensité R_c vaut quant à lui :

$$R_c = \left(-r_1 + \frac{t_1^2 r_2}{1 - r_1 r_2} \right)^2, \quad (2.57)$$

$$= R_1 \left(-1 + \frac{t_1 r_2}{t_2 r_1} \sqrt{T_c} \right)^2. \quad (2.58)$$

Nous pouvons alors noter que la réflexion de la cavité change si l'on intervertit les miroirs M_1 et M_2 .

Il est également possible, à partir des relations (2.47), (2.51) et (2.58) de donner l'expression de la transmission et de la réflexion en fonction de la finesse F de la cavité :

$$T_c = \left(\frac{t_1 t_2 F}{\pi} \right)^2, \quad (2.59)$$

et :

$$R_c = R_1 \left(-1 + T_1 \frac{r_2 F}{r_1 \pi} \right)^2, \quad (2.60)$$

$$\simeq \left(-1 + T_1 \frac{F}{\pi} \right)^2, \text{ si les miroirs sont semblables.} \quad (2.61)$$

Fonctions de transfert en transmission et en réflexion

Afin de bien comprendre le comportement de la cavité Fabry-Perot en régime pulsé, il convient maintenant de calculer les fonctions de transfert en transmission et en réflexion dans l'espace réciproque de Fourier. Traitons d'abord le cas de la fonction de transfert en transmission [65]. Nous définissons la pulsation ω' comme une pulsation de travail quelconque. En utilisant la transformée de Fourier $\tilde{E}_i(\omega')$ du champ incident, l'expression du champ transmis $E_t(t)$ devient :

$$E_t(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} t_c(\omega') \tilde{E}_i(\omega') e^{i\omega' t} d\omega'. \quad (2.62)$$

Supposons maintenant que le champ électrique incident soit modulé en amplitude à la pulsation ω_m , la profondeur de modulation μ étant petite devant l'unité (de façon à imposer une modulation similaire en intensité lumineuse) :

$$E_i(t) = E_0 e^{i\omega t} [1 + 2\mu \cos(\omega_m t)], \quad (2.63)$$

$$= E_0 e^{i\omega t} [1 + \mu e^{i\omega_m t} + \mu e^{-i\omega_m t}]. \quad (2.64)$$

Écrivons la transformée de Fourier $\tilde{E}_i(\omega')$ de ce champ incident :

$$\tilde{E}_i(\omega') = \int_{-\infty}^{+\infty} E_i(t) e^{-i\omega' t} dt, \quad (2.65)$$

$$= E_0 [\delta(\omega' - \omega) + \mu \delta(\omega' - (\omega + \omega_m)) + \mu \delta(\omega' - (\omega - \omega_m))], \quad (2.66)$$

où δ désigne la fonction de Dirac.

On déduit alors le champ transmis :

$$E_t(t) = E_0 e^{i\omega t} [t_c(\omega) + \mu t_c(\omega + \omega_m) e^{i\omega_m t} + \mu t_c(\omega - \omega_m) e^{-i\omega_m t}]. \quad (2.67)$$

De plus, si le laser est en résonance avec la cavité, on a les relations :

$$t_c(\omega) = t_c(0) \quad \text{et} \quad t_c(\omega \pm \omega_m) = t_c(\pm \omega_m). \quad (2.68)$$

Ainsi le champ transmis devient :

$$E_t(t) = E_0 e^{i\omega t} [t_c(0) + \mu t_c(\omega_m) e^{i\omega_m t} + \mu t_c(-\omega_m) e^{-i\omega_m t}]. \quad (2.69)$$

La composante à la pulsation ω_m de l'intensité lumineuse transmise par la cavité (obtenue pour $\mu \ll 1$) a pour expression :

$$I_t(t)^{(\omega_m)} = [E_t^*(t) E_t(t)]^{(\omega_m)}, \quad (2.70)$$

$$= 2|E_0|^2 \mu t_c(0) t_c(\omega_m) e^{i\omega_m t}. \quad (2.71)$$

Or, l'intensité lumineuse s'écrit, pour $\mu \ll 1$:

$$I_i(t) = E_i^*(t) E_i(t) = |E_0|^2 (1 + 2\mu e^{i\omega_m t} + 2\mu e^{-i\omega_m t}) + O(\mu^2), \quad (2.72)$$

et sa composante à la pulsation ω_m est donc :

$$I_i(t)^{(\omega_m)} = 2|E_0|^2 \mu e^{i\omega_m t}. \quad (2.73)$$

Finalement, la fonction de transfert complexe en transmission $\underline{T}(\omega_m)$ d'une cavité Fabry-Perot a pour expression :

$$\underline{T}(\omega_m) \equiv \frac{I_t(t)^{(\omega_m)}}{I_i(t)^{(\omega_m)}}, \quad (2.74)$$

$$= t_c(0) t_c(\omega_m), \quad (2.75)$$

$$= \frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2} \times \frac{t_1 t_2 e^{-i\omega_m \frac{L_c}{c}}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\omega_m \frac{L_c}{c}}}. \quad (2.76)$$

en utilisant la relation (2.42).

Nous simplifions cette expression en imposant une modulation suffisamment lente pour que la condition $\omega_m \frac{L_c}{c} \ll 1$ soit satisfaite. Ainsi, il vient :

$$\underline{T}(\omega_m) = \frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2} \times \frac{t_1 t_2 (1 - i\omega_m \frac{L_c}{c})}{1 - r_1 r_2 (1 - 2i\omega_m \frac{L_c}{c})}, \quad (2.77)$$

$$= \left(\frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2} \right)^2 \times \frac{1 - i\omega_m \frac{L_c}{c}}{1 + i \frac{2\omega_m \frac{L_c}{c} r_1 r_2}{1 - r_1 r_2}}. \quad (2.78)$$

Réinjectons alors l'expression de la finesse définie par la relation (2.51) :

$$\underline{T}(\omega_m) = \left(\frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2} \right)^2 \times \frac{1 - i\omega_m \frac{L_c}{c}}{1 + i \frac{2FL_c \sqrt{r_1 r_2}}{\pi c} \omega_m}. \quad (2.79)$$

Nous simplifions cette relation avec les deux conditions ; $\omega_m \frac{L_c}{c} \ll 1$ et une très bonne réflectivité des deux miroirs ; $\sqrt{r_1 r_2} \approx 1$:

$$\underline{T}(\omega_m) = \left(\frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2} \right)^2 \times \frac{1}{1 + i \frac{\omega_m}{\omega_c}}, \quad (2.80)$$

$$= \frac{T_c}{1 + i \frac{\omega_m}{\omega_c}}. \quad (2.81)$$

Vis à vis de l'intensité lumineuse transmise, une cavité Fabry-Perot peut donc être décrite comme un filtre passe bas du premier ordre en fréquence, et ce quelque soit la configuration des miroirs. ω_c désigne la pulsation de coupure de la cavité, reliée à la fréquence de coupure ν_c dont l'expression est donnée par :

$$\nu_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{c}{4L_c F} = \frac{\Delta\nu}{2}. \quad (2.82)$$

Remarque :

Il est possible de réitérer le même calcul pour étudier la fonction de transfert en réflexion $\underline{R}(\omega_m)$ de la cavité. Nous obtenons après quelques calculs :

$$\underline{R}(\omega_m) = R_c \times \frac{1 - i \frac{2r_2 \omega_m \frac{L_c}{c} (1 - P_1)}{-r_1 + r_2 (1 - P_1)}}{1 + i \frac{2\omega_m \frac{L_c}{c} r_1 r_2}{1 - r_1 r_2}}. \quad (2.83)$$

En supposant les pertes en intensités P_1 du miroir M_1 petites devant 1, et en extrayant l'expression de la finesse F nous simplifions l'expression ci-dessus :

$$\underline{R}(\omega_m) = R_c \times \frac{1 + i \frac{\omega_m}{\omega_c} \frac{1 - r_1 r_2}{r_1 - r_2} \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}}{1 + i \frac{\omega_m}{\omega_c}}. \quad (2.84)$$

Nous constatons ici que la fonction de transfert en réflexion d'une cavité Fabry-Perot dépend de la configuration et des caractéristiques relatives r_j des miroirs.

Temps de vie des photons à l'intérieur d'une cavité Fabry-Perot

La lumière accumule l'effet du champ magnétique grâce aux nombreux allers et retours des photons à l'intérieur de la cavité. Nous considérons dans la suite [66], afin de simplifier les calculs que les miroirs M_j ont un coefficient de réflexion en intensité identique : $R = r_1 r_2$. Si $R = 1$, aucun photon présent dans la cavité ne peut en sortir. La probabilité que le photon sorte (*i.e.* soit transmis ou perdu) à travers le miroir est proportionnelle à $(1-R)$. Puisqu'en pratique R est légèrement inférieur à 1, le faisceau s'égraine à chaque réflexion sur les miroirs de la cavité. Définissons la probabilité p par unité de temps qu'un photon sorte de la cavité :

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1-R}{\frac{L_c}{c}} \equiv \frac{1}{\tau}. \quad (2.85)$$

L_c/c représente le temps d'un aller simple entre les deux miroirs et sépare temporellement deux réflexions. On définit τ comme le temps de vie des photons estimé dans la cavité. De surcroît, plus il y a de photons dans la cavité, plus il y en a qui sont perdus ou transmis lorsqu'ils rencontrent un miroir. Nous avons donc une forte analogie entre l'évolution de l'intensité lumineuse I (directement reliée au nombre de photons) et par exemple une quantité de radionucléides donnés lors d'une décroissance nucléaire :

$$dI(t) = -I(t) \frac{dt}{\tau}, \quad (2.86)$$

$$\Rightarrow I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (2.87)$$

où I_0 est l'intensité intra-cavité initiale. Exprimons maintenant ce temps de vie des photons en fonction des paramètres de la cavité. Après avoir fait un aller retour dans la cavité (le faisceau s'est réfléchi deux fois), l'intensité vaut $I_1 = R^2 I_0$. Après p allers retours, l'intensité vaut :

$$I_p = R^{2p} I_0. \quad (2.88)$$

Nous identifions donc les relations (2.87) et (2.88) :

$$I_p = I_0 R^{2p} = I_0 e^{-\frac{t_p}{\tau}}, \quad (2.89)$$

où t_p est le temps mis pour faire p allers retours : $t_p = p \frac{2L_c}{c}$. Ainsi :

$$R^{2p} = e^{2p \ln R} = e^{-p \frac{2L_c}{c\tau}}. \quad (2.90)$$

D'où :

$$\tau = -\frac{L_c}{c \ln R} \simeq \frac{L_c}{c(1-R)} \quad (2.91)$$

au premier ordre et pour R proche de 1. Or, l'expression de la finesse de la cavité déduite de la relation (2.51) est : $F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \simeq \frac{\pi}{1-R}$. Le temps de vie τ des photons dans la cavité est donc donné par :

$$\tau = \frac{L_c F}{\pi c}. \quad (2.92)$$

Remarque :

L'expression de ce temps de vie est donnée pour le vide. Dans le cas où les photons se propagent dans un milieu d'indice n , leur temps de vie intracavité devient :

$$\tau' = \frac{n L_c F}{\pi c}. \quad (2.93)$$

Nous donnerons dans la section 2.4.2 les caractéristiques de la cavité utilisée pour l'expérience BMV.

Phase de l'onde transmise par la cavité

Comme nous l'avons vu précédemment, l'effet de la biréfringence d'un milieu est d'induire une phase ϕ et donc une ellipticité ψ entre les deux composantes (lentes et rapides) d'un faisceau lumineux s'y propageant. Évaluons l'effet, sur cette phase, du piégeage du faisceau à l'intérieur d'une cavité résonante. La phase ϕ_1 acquise au cours d'un aller simple dans la cavité (et en traversant le milieu biréfringent) s'écrit :

$$\phi_1 = \omega \frac{L_c}{c} + \phi, \quad (2.94)$$

avec $\phi \ll \omega L_c/c$. Réécrivons l'expression (2.42) du coefficient de transmittivité t_c de la cavité :

$$t_c = \frac{t_1 t_2 e^{-i\phi_1}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi_1}}, \quad (2.95)$$

$$= \sqrt{T_c} \frac{(1 - r_1 r_2) \cos \phi_1 + (1 + r_1 r_2) \sin \phi_1}{1 - r_1 r_2}, \quad (2.96)$$

$$\equiv \sqrt{T_c} e^{i\Phi}, \quad (2.97)$$

où T_c est donné par l'équation (2.47) et Φ est reliée à ϕ_1 par :

$$\tan \Phi = \frac{1 + r_1 r_2}{1 - r_1 r_2} \tan \phi_1. \quad (2.98)$$

Si le laser est à résonance avec la cavité ($\omega L_c/c = q\pi$, $q \in \mathbb{N}$) et si l'on considère les phases Φ et ϕ petites devant 1, on a alors :

$$\Phi = \frac{1 + r_1 r_2}{1 - r_1 r_2} \phi. \quad (2.99)$$

En utilisant l'expression (2.51) de la finesse F de la cavité que l'on suppose grande ($r_1 r_2 \simeq 1$), nous obtenons en première approximation :

$$\Phi \simeq \frac{2F}{\pi} \phi. \quad (2.100)$$

Nous comprenons ici l'intérêt de la cavité Fabry-Perot de haute finesse : celui de multiplier l'ellipticité ψ induite par le milieu biréfringent par le facteur de gain $2F/\pi$ [67]. On peut également voir ce facteur de gain comme le nombre d'allers et retours du champ électromagnétique dans la cavité. Il est aussi le double du nombre d'allers et retours des photons dans la cavité dont le temps de vie est τ (voir équation 2.92).

Finalement, la nouvelle expression de l'ellipticité $\Psi(t)$ est donc, d'après les relations (2.12) et (2.35) :

$$\Psi(t) = \frac{2F}{\lambda} B^2(t) L_B \sin 2\theta \Delta n_b, \quad (2.101)$$

D'après la définition (2.46) de l'intervalle spectral libre Δ^{ISL} et de la finesse (2.92), nous réécrivons l'expression de l'ellipticité :

$$\Psi(t) = \frac{4\pi\tau}{\lambda \Delta^{\text{ISL}}} B^2(t) L_B \sin 2\theta \Delta n_b. \quad (2.102)$$

Cette expression regroupe tous les paramètres qui nous sont expérimentalement accessibles, et dont la mesure (comme nous le verrons dans la suite) permet de déduire la biréfringence Δn_b à partir de l'ellipticité Ψ .

2.4.2 Caractérisation de la cavité Fabry-Perot de l'expérience BMV

Miroirs de la cavité

La cavité de l'expérience BMV est constituée de deux miroirs plans-concaves de rayon de courbure $C_j = 8$ m. Ceci nous permet de réaliser une cavité longue (de longueur $L_c = 2.27$ m) qui satisfait au critère gaussien de stabilité :

$$\left(1 - \frac{L_c}{C_1}\right) \left(1 - \frac{L_c}{C_2}\right) = 0.51 \in [0; 1]. \quad (2.103)$$

L'intervalle spectral libre de notre cavité vaut $\Delta^{\text{ISL}} = 66$ MHz (voir la section 2.4.2 pour sa mesure). Les miroirs interférentiels sont fabriqués par dépôt sous vide de couches successives de $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ d'épaisseur $\lambda/4$ sur un substrat de BK7 (verre borosilicaté). Sur la figure 2.14, un de nos miroirs (d'un pouce de diamètre) a été photographié. On le voit ensuite inséré dans son barillet qui est lui-même fixé sur sa monture rotative dans l'enceinte à vide. Cette monture permet de régler les trois angles d'Euler (un premier pour la rotation manuelle Θ_z selon l'axe de la cavité, au milliradian près, et deux pour l'alignement au microradian près en Θ_x et Θ_y des miroirs).

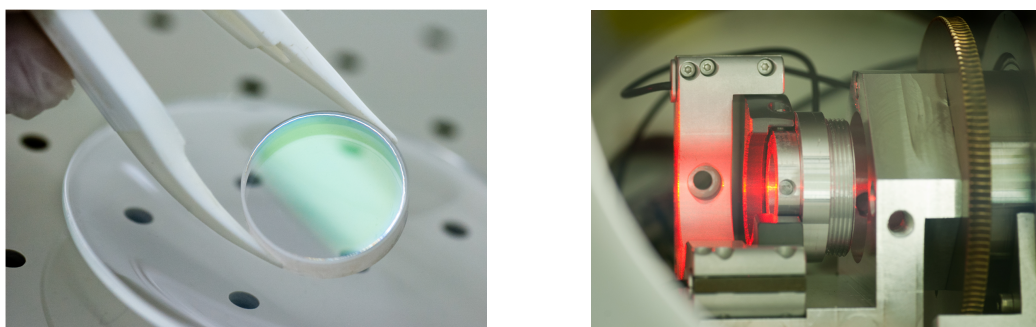


FIGURE 2.14 – A Gauche, photographie d'un miroir de la cavité optique BMV. Ce miroir est inséré dans son barillet, lui même fixé (photographie à droite) sur une monture rotative permettant de régler l'orientation dans les trois directions du miroir..

En vue de réaliser une cavité optique de très haute finesse, les miroirs utilisés possèdent une très grande réflectivité. Ils doivent être manipulés avec une extrême précaution, et être protégés de toute poussière. A cette fin, tout le dispositif expérimental est placé dans une salle blanche équipée (voir la photographie sur la figure 2.15), et les membres de l'équipe travaillent en combinaison spéciale (équipement enfilé dans un sas avant de pénétrer dans la salle).

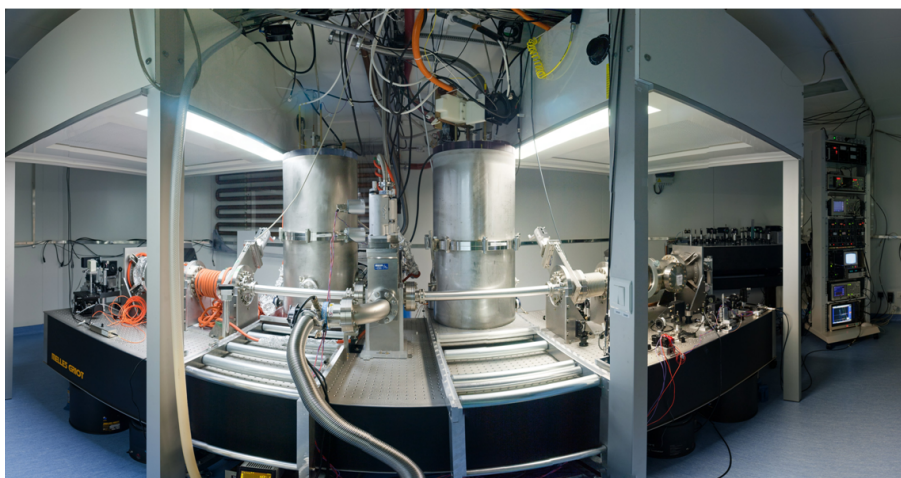


FIGURE 2.15 – Photographie de la salle blanche dans laquelle est montée l'expérience BMV. On visualise les deux cryostats (placés ici en retrait de la cavité optique) et les deux caissons soufflants. Cette salle blanche a pour objectif de protéger les miroirs de la cavité de toute poussière.

L'air ambiant de la salle est constamment renouvelé (70 % venant de l'intérieur, 30 % venant de l'extérieur), filtré et thermalisé : une centrale de traitement assure un flux régulier de cet air à l'intérieur de la salle d'expériences. De plus une légère surpression de 25 Pa existe entre la salle et le sas d'équipement d'une part, et entre ce sas et l'extérieur d'autre part. Nous disposons également de plusieurs hottes afin d'éliminer le maximum de poussière dans les endroits clés de l'expérience.

premier ordre à un échelon descendant de Heaviside (voir la relation (2.81)). Nous verrons plus en détail dans la section 2.4.2 ce rôle de filtre passe bas joué par la cavité.

La courbe d'ajustement se superpose parfaitement aux points expérimentaux et nous permet de mesurer le temps de vie des photons. L'ajustement donne ici une valeur de $\tau = (1.16 \pm 0.03)$ ms (nous verrons plus loin l'évaluation de l'incertitude qui lui est associée). A l'aide de la formule (2.92), et en prenant comme valeur de longueur de cavité $L_c = 2.27$ m, nous déduisons la finesse : $F = (481\,000 \pm 9000)$. Les valeurs typiques de τ sont en pratique comprises entre 0.95 et 1.16 ms (finesses comprises entre 395 000 et 481 000).

Pour caractériser notre cavité Fabry-Perot, les grandeurs qui sont accessibles directement par l'expérience sont la finesse (via la mesure du temps de vie de photons), les facteurs de transmission et de réflexion de notre cavité (via un rapport d'intensités). Nous disposons de différents jeux de miroirs interférentiels donc nous listons les caractéristiques dans la table 2.3 :

- Nous nous sommes procurés des miroirs commerciaux produits par les sociétés *Layer-tek* (en Allemagne) et *ATFilms* (aux USA). Les valeurs des finesesses F_{exp} que nous avons mesurées sont en accord avec les certifications F_{cer} fixés par les fabricants (qui ont pris une certaine marge d'erreur).
- Le Laboratoire des Matériaux Avancés *LMA* de Lyon nous a également fourni des miroirs avec une carte détaillée de leur propriétés optiques. Il assure également un suivi régulier de leur qualité optique. La finesse de ces miroirs que nous avons mesurée expérimentalement est en accord avec les besoins que nous leur avons spécifiés. de plus, c'est avec ces miroirs que nous avons atteint notre record de finesse : 529 000.

Une permutation circulaire des divers miroirs permet par triangularisation de remonter à leurs caractéristiques propres en appliquant les relations (2.51), (2.59) et (2.61). La table 2.3 résume les performances typiques des cavités et les caractéristiques des miroirs qui les constituent.

miroirs				cavité			
fabricant	T_j (ppm)	P_j (ppm)	R_j	F_{cer}	F_{exp}	T_c (%)	R_c (%)
<i>Layertek</i>	6	25	0.999969	35 000	100 000	3.6	66
<i>ATFilms</i>	4	3	0.999993	200 000	480 000	35	17
<i>LMA</i>	1	5	0.999994	500 000	530 000	0.1	94

TABLE 2.3 – Caractéristiques typiques (coefficients de transmission, de pertes, et de réflexion en intensité) des miroirs et performances des cavités (finesses, transmission et réflexion en intensité) obtenues. Les finesesses F_{cer} sont certifiées par les fabricants et les finesesses F_{exp} ont été mesurées expérimentalement.

Au cours des années les performances de la cavité BMV se sont considérablement améliorées. La cavité actuellement utilisée a vu sa finesse F augmenter d'un facteur ~ 5 et sa transmission T_c d'un facteur ~ 10 par rapport à celle utilisée en 2009 (voir la figure 2.17).

Dans l'utilisation quotidienne de notre interféromètre, nous avons opté pour des miroirs provenant de la société *ATFilms* qui possèdent une meilleure transmission que les miroirs

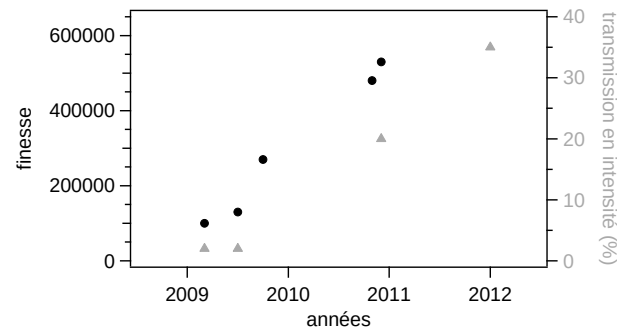


FIGURE 2.17 – Evolution des caractéristiques de la cavité BMV de l'année 2009 à 2012. La finesse F a augmenté d'un facteur ~ 5 (points noirs). La transmission en intensité T_c a augmenté d'un facteur ~ 10 (triangles gris).

du *LMA*, malgré une finesse légèrement inférieure.

Les autres cavités Fabry-Perot dans le monde

Nous résumons dans la table 2.4 les performances des meilleures cavités Fabry-Perot dans le monde, à $\lambda = 1064 \text{ nm}$. Notre cavité optique est à ce jour la plus étroite en fréquence.

cavités	références	L_c (m)	Δ^{ISL} (kHz)	F	τ (μs)	$\Delta\nu$ (Hz)	Q ($\times 10^{11}$)
VIRGO	[68]	3000	50	50	160	1000	2.8
TAMA300	[69]	300	500	500	160	1000	2.8
PVLAS	[51]	6.4	23 400	70 000	475	335	8.4
LIGO	[70]	4000	37	230	975	163	17
BMV	valeurs typiques	2.27	66 000	450 000	1084	147	20
	valeurs optimales			531 000	1280	124	23

TABLE 2.4 – Résumé des caractéristiques des meilleures cavités Fabry-Perot du monde dans le domaine infrarouge. L_c est la longueur de la cavité, Δ^{ISL} est son intervalle spectral libre, F désigne sa finesse, τ est le temps de vie des photons dans la cavité, $\Delta\nu$ est la largeur en fréquence des pics de transmission et $Q = \nu/\Delta\nu$ est le facteur de qualité de l'interféromètre, avec ν la fréquence du laser.

Dans les paragraphes suivants, nous étudions d'autres propriétés de notre cavité Fabry-Perot. Cela nous permettra ensuite de quantifier les pertes en intensité possibles du faisceau lumineux qui se réfléchit un grand nombre de fois à l'intérieur de notre interféromètre.

La cavité en optique gaussienne

Les deux miroirs sphériques de la cavité Fabry-Perot imposent des conditions aux limites pour la structure de l'onde (de pulsation ω et de vecteur d'onde $k = \omega/c$) qui s'y établit. On se place dans le repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, l'axe $(O\vec{z})$ étant l'axe de propagation de la lumière, son

origine est le centre de la cavité. Les solutions $\vec{E}_{m,n}(x, y, z)$ de l'équation de propagation de Laplace sont les modes hermito-gaussiens [57, 58, 71] :

$$\begin{aligned} \vec{E}_{m,n}(x, y, z) &= \vec{E}_0 \frac{w(0)}{w(z)} e^{i(\omega t - kz)} e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}} e^{-ik \frac{x^2+y^2}{2R^2(z)}} \\ &\times H_m \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) H_n \left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) e^{i(m+n+1)\varphi(z)}. \end{aligned} \quad (2.105)$$

On rappelle les grandeurs caractéristiques et on donne quelques valeurs pour la cavité optique BMV.

– Le rayon au col (waist) $w(z)$ caractérise la dimension transversale du faisceau a pour expression :

$$w(z) = w(0) \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2} \quad (2.106)$$

où $w(0)$ est le rayon du faisceau au centre de la cavité. Il s'exprime en fonction du rayon de courbure C des miroirs et de la longueur de la cavité L_c et vaut pour la cavité BMV :

$$w(0) = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{L_c}{2} \left(C - \frac{L_c}{2} \right)}} \equiv w_0. \quad (2.107)$$

Le rayon du faisceau varie de 0.97 mm (au centre de la cavité) à 1.05 mm (au niveau des miroirs). La longueur de Rayleigh $z_R = \pi w(0)^2 / \lambda$ caractérise la divergence du faisceau et vaut 2.79 m.

– Le rayon de courbure $R(z)$ de l'onde sphérique est donné par :

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_R}{z} \right)^2 \right) \quad (2.108)$$

– La phase de Gouy $\varphi(z)$ est donnée par :

$$\varphi(z) = \arctan \left(\frac{z}{z_R} \right) \quad (2.109)$$

La figure 2.18 montre le profil théorique du waist $w(z)$, du rayon de courbure $R(z)$ et de la phase de Gouy $\varphi(z)$ du faisceau laser entre les deux miroirs de la cavité.

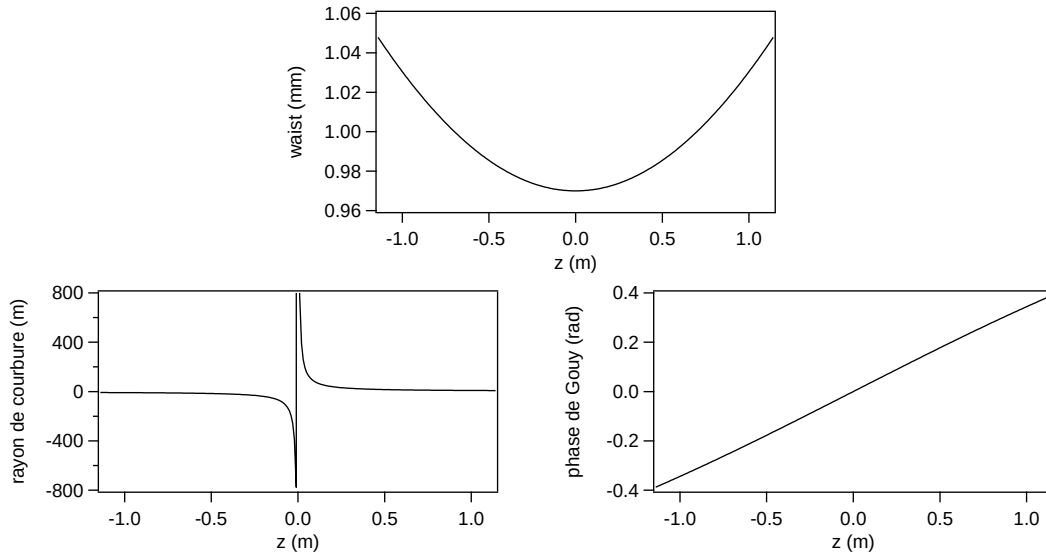


FIGURE 2.18 – Profils théoriques du waist $w(z)$, du rayon de courbure $R(z)$ et de la phase de Gouy $\varphi(z)$ du faisceau laser entre les deux miroirs de la cavité BMV. Le waist est de 0.97 mm au centre et de 1.05 mm au niveau des deux miroirs.

– Les polynômes d’Hermite H_m et H_n d’ordre m ou n respectivement ($m, n \in \mathbb{N}$) caractérisent la dépendance transversale de l’amplitude des modes de la cavité : on les appelle modes transverses électromagnétiques et on les note TEM_{mn} . Les profils d’intensité des modes TEM_{00} et TEM_{01} de notre cavité ont été observés à l’aide d’un analyseur de faisceau. Nous les reportons en figure 2.19.

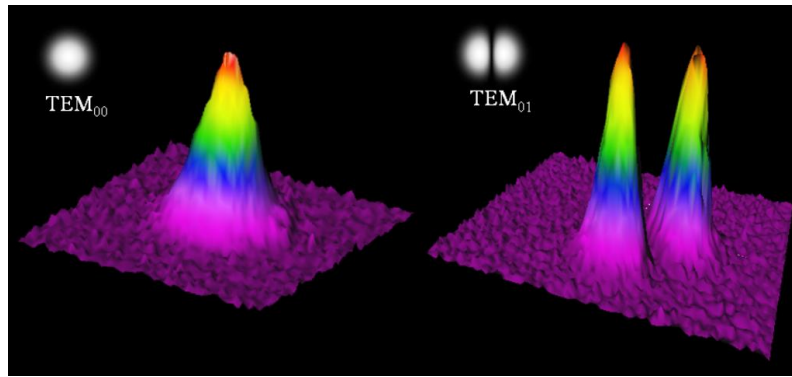


FIGURE 2.19 – Profil d’intensité des modes TEM_{00} et TEM_{01} de la cavité optique BMV.

Nous pouvons également montrer qu’à résonance, *i.e.* à $\nu = q\Delta^{\text{ISL}}$, pour un même numéro de pic q , la différence de fréquence entre deux modes transverses TEM_{mn} et $\text{TEM}_{m'n'}$ s’écrit dans le vide :

$$\nu_{qmn} - \nu_{qm'n'} = \frac{c}{\pi L_c} \arctan\left(\frac{\lambda L_c}{2\pi w^2(0)}\right) \times (m' - m + n' - n), \quad (2.110)$$

et vaut $16,3 \times (m' - m + n' - n)$ [MHz], dans le cas de notre cavité. Les modes transverses que l'on visualise le plus fréquemment dans notre cavité sont le mode fondamental TEM_{00} , le TEM_{01} (dégénéré avec le TEM_{10}) et le TEM_{02} (dégénéré avec le TEM_{20} et le TEM_{11}), comme l'illustre la figure 2.20.

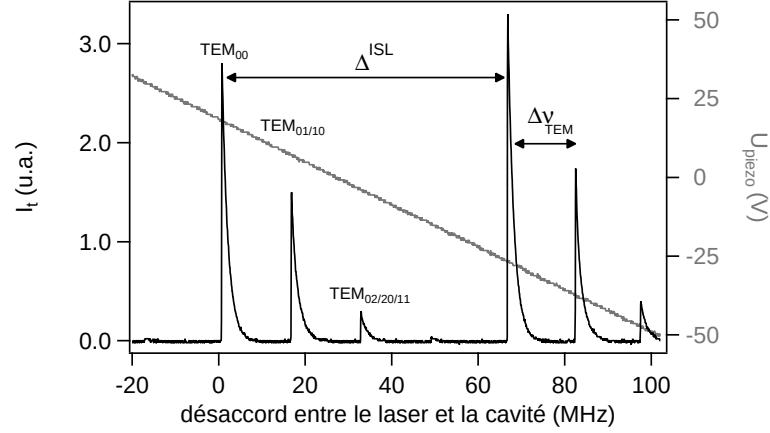


FIGURE 2.20 – En noir, pics de transmission de la cavité BMV (mode transverse fondamental et modes transverses secondaires). La fréquence du faisceau laser est modulée à 5 Hz à l'aide de la rampe en tension U_{piezo} appliquée sur la cale piezoélectrique du cristal du laser. Deux séries de pics sont séparées d'un intervalle spectral libre Δ^{ISL} . Pour un même numéro de pic q , la différence entre deux modes transverses consécutifs est bien $\Delta\nu_{\text{TEM}} = 16.3$ MHz.

Pour cela, nous faisons varier la fréquence du laser en modulant la tension appliquée à la cale piezoélectrique fixée au cristal du laser, la fréquence de modulation est de 5 Hz, et l'intervalle spectral relatif exploré est de ± 75 MHz soit plus de 2 fois Δ^{ISL} . La différence de fréquence $\Delta\nu_{\text{TEM}}$ entre deux modes transverses consécutifs et pour un même numéro de pic q est bien de 16.3 MHz. Nous remarquons que les pics d'intensité (en noir) présentent tous une décroissance exponentielle. En effet, le temps caractéristique de la variation de la fréquence du laser est du même ordre de grandeur que le temps de vie des photons dans la cavité.

L'alignement des deux miroirs M_1 et M_2 de la cavité est une étape fondamentale qui vise à maximiser la puissance lumineuse dans le mode transverse fondamental. On cherche à minimiser les modes transverses TEM_{mn} ($m, n \neq 0$) en réglant les angles d'inclinaison des miroirs. Leurs montures sont fixées sur des supports piezoélectriques (modèle *AG-M100* de la marque *Agilis*) nous assurant une grande précision en angles : $\pm 1 \mu\text{rad}$.

Excentrage d'un faisceau gaussien par rapport à un diaphragme

Nous avons vu dans la partie 2.6 que faisceau gaussien passe au travers d'un tube en inox (entouré par la bobine générant le champ magnétique) à chacun de ses multiples allers et retour à l'intérieur de la cavité Fabry-Perot. Un tel faisceau gaussien ayant en théorie une expansion transversale plus grande que le diamètre du tube, car décrit par une fonction gaussienne, il est important d'évaluer les pertes par absorption causées par la taille fine du

diamètre du tube qui joue le rôle de diaphragme, et de quantifier l'incidence de ces pertes sur la valeur de la finesse F de la cavité. Nous définissons dans cette partie les pertes en intensité suivant :

- i) la taille du waist w du faisceau, celui-ci étant centré et aligné sur l'axe du tube,
- ii) un excentrage d'une distance y_0 du faisceau par rapport au centre du tube,
- iii) une inclinaison d'un angle ς du faisceau par rapport à l'axe du tube.

On considère dans la suite que le mode fondamental TEM_{00} est en résonance dans la cavité. On n'étudie pas ici l'effet de la sphéricité du front d'onde sur l'expansion en x et en y du faisceau. On définira alors les pertes en intensité ρ comme le carré du rapport de la projection surfacique du champ $\vec{E}(x, y, z)$ sur la surface Σ (définie comme la section du tube équivalent à un diaphragme, voir la figure 2.21) par la projection du même champ sur une surface infinie :

$$\rho = \left[\frac{\iint_{\Sigma} \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{S}}{\iint_{\mathbb{R}^2} \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{S}} \right]^2. \quad (2.111)$$

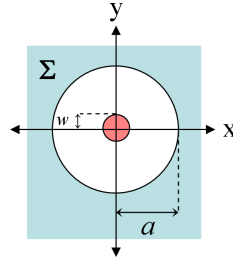


FIGURE 2.21 – Définition de la surface Σ , en bleu, où le faisceau (en rouge sur le schéma et de waist w) est absorbé. Le rayon du tube est $a = 4$ mm.

i) On appelle a le rayon du tube. Le champ laser, exprimé en coordonnées cylindriques (r, z) , s'écrit :

$$\vec{E}(x, y, z) = \vec{E}_0 \frac{w_0}{w} e^{i(\omega t - kz - \varphi(z))} e^{-\frac{r^2}{w^2}} \quad (2.112)$$

$$\equiv \vec{E}(r, z), \quad (2.113)$$

en ayant posé $w(z) = w$ afin d'alléger les notations. Les distributions radiales en champ interviennent dans l'expression des pertes $\rho(w, a)$ en intensité :

$$\begin{aligned} \rho(w, a) &= \left[\frac{\int_a^{+\infty} r E(r, z) dr}{\int_0^{+\infty} r E(r, z) dr} \right]^2, \\ &= e^{-\frac{2a^2}{w^2}}. \end{aligned} \quad (2.114)$$

Nous traçons l'évolution des pertes $\rho(w, a)$ en fonction du waist w sur la figure 2.22. Le rayon du tube vaut $a = 4$ mm.

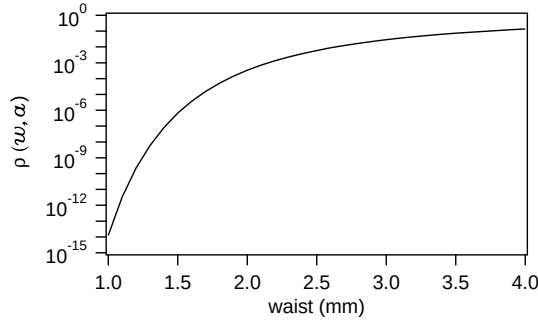


FIGURE 2.22 – Evolution théorique des pertes $\rho(w, a)$ dans le tube de rayon $a = 4$ mm en fonction du waist w du faisceau.

On remarque que ces pertes, de l'ordre de 10^{-13} , sont très faibles pour un faisceau de waist avoisinant 1 mm. Mais ces pertes augmentent très rapidement avec la taille du waist.

ii) Imaginons maintenant que le faisceau laser soit un peu décalé d'une distance y_0 par rapport au centre du tube, toujours de rayon a , comme l'illustre la figure 2.23 (le décalage suivant l'axe $O\vec{y}$ est seulement considéré ici, mais il est équivalent selon l'axe $O\vec{x}$).

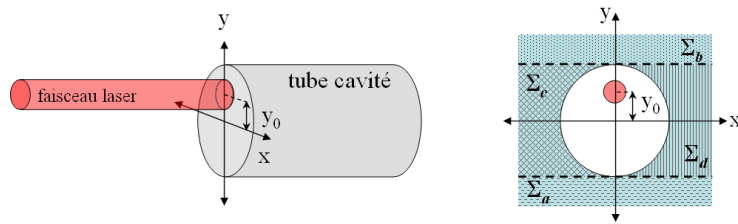


FIGURE 2.23 – A gauche : illustration de l'excentrage y_0 du faisceau laser par rapport à l'axe du tube. A droite : définition de la surface $\Sigma = \Sigma_a \cup \Sigma_b \cup \Sigma_c \cup \Sigma_d$ où le faisceau est absorbé.

Il convient ici, à cause de la brisure de symétrie cylindrique, de passer en coordonnées cartésiennes et de redéfinir la surface Σ qui représente le domaine où la lumière est absorbée :

$$\Sigma = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / \left\{ \begin{array}{l} |y| > a \Rightarrow x \in]-\infty; +\infty[\\ |y| < a \Rightarrow x^2 + y^2 > a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in]-\infty; -\sqrt{a^2 - y^2}[\\ x \in]\sqrt{a^2 - y^2}; +\infty[\end{cases} \end{array} \right. \right\}.$$

L'expression des pertes $\rho(w, a, y_0)$ s'écrit :

$$\rho(w, a, y_0) = \left[\frac{\iint_{\Sigma} E_0 e^{-\frac{x^2}{w^2}} e^{-\frac{(y-y_0)^2}{w^2}} dx dy}{\iint_{\mathbb{R}^2} E_0 e^{-\frac{x^2}{w^2}} e^{-\frac{(y-y_0)^2}{w^2}} dx dy} \right]^2, \quad (2.115)$$

$$\equiv \frac{E_0^2 A_1^2(w, a, y_0)}{E_0^2 A_2^2(w)} = \frac{A_1^2(w, a, y_0)}{A_2^2(w)}. \quad (2.116)$$

avec :

$$A_1(w, a, y_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{w^2}} dx \int_{-\infty}^{-a} e^{-\frac{(y-y_0)^2}{w^2}} dy \quad (2.117a)$$

$$+ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{w^2}} dx \int_a^{+\infty} e^{-\frac{(y-y_0)^2}{w^2}} dy \quad (2.117b)$$

$$+ \int_{-a}^a \left[e^{-\frac{(y-y_0)^2}{w^2}} \int_{-\infty}^{-\sqrt{a^2-y^2}} e^{-\frac{x^2}{w^2}} dx \right] dy \quad (2.117c)$$

$$+ \int_{-a}^a \left[e^{-\frac{(y-y_0)^2}{w^2}} \int_{\sqrt{a^2-y^2}}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{w^2}} dx \right] dy. \quad (2.117d)$$

Les parties a , b , c et d de la relation (2.117) ci-dessus désignent respectivement les pertes au niveau du dessous (Σ_a), du dessus (Σ_b), de la gauche (Σ_c) et de la droite (Σ_d) du tube.

On a également :

$$A_2(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{w^2}} dx \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(y-y_0)^2}{w^2}} dy \quad (2.118)$$

$$= \pi w^2. \quad (2.119)$$

Finalement, en imposant la condition $y_0 < a$, et après quelques calculs on obtient une expression analytique des pertes :

$$\rho(w, a, y_0) =$$

$$\left[\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{a+y_0}{w} \right) + \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{a-y_0}{w} \right) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-a}^a e^{-\frac{(y-y_0)^2}{w^2}} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{a^2-y^2}{w^2}} \right) dy \right]^2 \quad (2.120)$$

où erfc désigne la fonction d'erreur complémentaire définie par :

$$\operatorname{erfc}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_y^{+\infty} e^{-t^2} dt. \quad (2.121)$$

Le calcul de ces pertes peut être réalisé numériquement. On prend comme valeur de rayon du faisceau celui au niveau des miroirs : $w = 1.05$ mm. Pour un rayon de tube valant $a = 4$ mm, l'évolution des pertes $\rho(w, a, y_0)$ en fonction de l'excentrage y_0 sont présentées sur la figure 2.24.

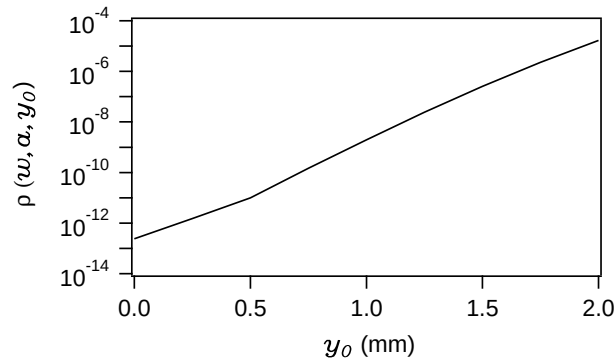


FIGURE 2.24 – Evolution des pertes $\rho(w, a, y_0)$ en intensité en fonction de l'excentrage y_0 du faisceau laser par rapport à l'axe du tube de rayon $a = 4$ mm. La valeur prise du waist est $w = 1.05$ mm.

iii) Le tube (de longueur Λ) peut également être légèrement incliné d'un angle ς par rapport à l'axe du faisceau laser, à cause par exemple d'un décalage $e \simeq \varsigma \Lambda / 2$ lors de sa fixation sur le presse-étoupe, comme l'illustre le schéma de la figure 2.25.

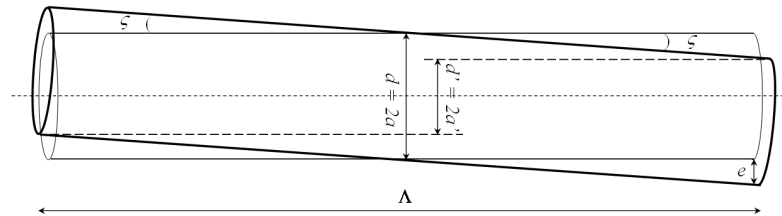


FIGURE 2.25 – Illustration de l'inclinaison d'un angle ς du tube par rapport à l'axe du faisceau laser, et du décalage e qui en découle. Le diamètre apparent n'est plus $d = 2a$ mais $d' = 2(a - e)$.

Le diamètre du diaphragme apparent dans lequel passe le faisceau laser est alors réduit de $d = 2a$ à $d' = 2a' \simeq 2a - \Lambda \varsigma = 2(a - e)$. L'expression des pertes $\rho(w, a, e)$ devient donc :

$$\rho(w, a, e) = e^{-\frac{2(a-e)^2}{w^2}}. \quad (2.122)$$

Nous traçons l'évolution de ces pertes en fonction du décalage e sur la figure 2.26.

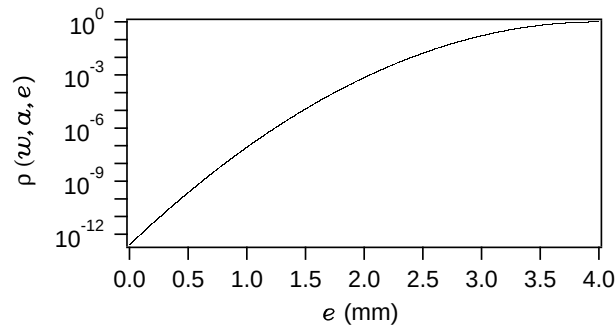


FIGURE 2.26 – Evolution théorique des pertes $\rho(w, a, e)$ en intensité en fonction du décalage e causé par une inclinaison d'angle ς du tube par rapport au faisceau laser. Le rayon du tube est de $a = 4$ mm. La valeur prise du waist est $w = 1.05$ mm.

Il est vraisemblable que les pertes soient dues à une combinaison des effets *i*), *ii*), et *iii*). L'expression de la finesse F de la cavité s'écrit, en prenant compte les pertes ρ_{tube} à l'intérieur du tube :

$$F = \frac{\pi}{\frac{T_1 + P_1 + T_2 + P_2}{2} + \rho_{\text{tube}}} . \quad (2.123)$$

Nous avons mesuré des finesesses en utilisant un tube de plus gros diamètre (supérieur à 25 mm) : nous pouvons dans ce cas là raisonnablement négliger les pertes. On obtient les valeurs avoisinant $F_0 = 450\,000$, correspondant à une valeur de $T_1 + P_1 + T_2 + P_2$ de 14 ppm. Le graphe de la figure 2.27 montre l'incidence des pertes ρ_{tube} dues au petit tube sur la valeur de la finesse.

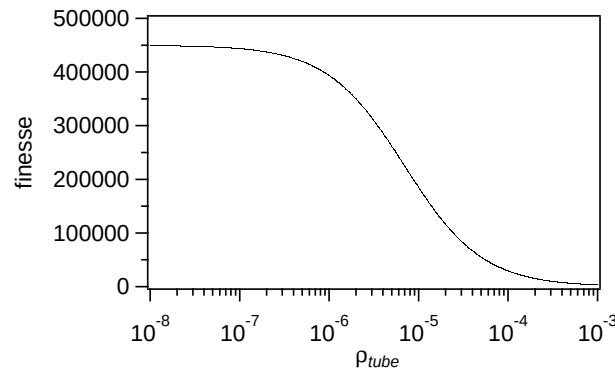


FIGURE 2.27 – Evolution théorique de la finesse F en fonction des pertes ρ_{tube} induites par le tube pénétrant à l'intérieur du cryostat. La finesse F_0 correspondant à $\rho_{\text{tube}} = 0$ est posée égale à 450 000.

On remarque que la finesse peut être radicalement diminuée (de presque 15%) pour des pertes de 1 ppm. Si l'on se fixe la valeur de 1% comme critère de diminution de la finesse, les pertes ne doivent pas excéder 0.1 ppm. Ceci correspond à une excentrage y_0 d'environ 1.3 mm ou un décalage du tube e de 1 mm. Il est à conclure que l'alignement et la fixation

du tube restent très critiques et nécessitent donc une précaution expérimentale particulière. Les pertes occasionnées par un excentrage sont cependant en pratique négligeables devant les pertes par absorption ou diffusion P_j dues aux miroirs (voir table 2.3).

Remarque :

Nous verrons dans la section 2.4.2 que les miroirs de la cavité doivent être tournés selon l'axe de la cavité. Il est possible de mesurer alors l'excentrage de leur centre par rapport à l'axe de la cavité, dû au fait que les rotations des montures ne sont pas parfaitement équilibrées. Nous avons placé à la place des miroirs M_j un diaphragme de rayon 1 mm (proche du waist du faisceau laser sur les miroirs) et avons mesuré les pertes occasionnées par l'insertion de ces diaphragmes sur le trajet du faisceau, en fonction de la rotation de chacune des montures. Le graphe à gauche de la figure 2.28 montre l'évolution des pertes en intensité en fonction de l'angle de rotation $\Theta_{z,j}$ de chacune des montures.

A partir de l'abaque tracée en figure 2.24, nous déduisons le décalage du centre du miroir par rapport à l'axe du faisceau laser (pris égal à 0 pour l'angle où les pertes sont minimales). Nous traçons alors (voir le graphe à droite de la figure 2.28) le chemin parcouru par le centre de chacun des deux miroirs M_j dans le plan $(O, \vec{x}, \vec{y})$.

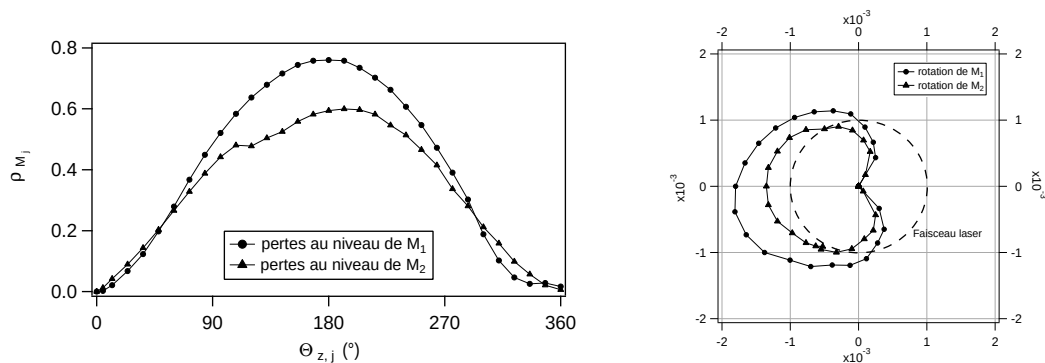


FIGURE 2.28 – A gauche : évolution des pertes en intensité transmise en fonction de l'angle de rotation de la monture sur laquelle est fixée un diaphragme de rayon 1 mm. A droite : chemin correspondant parcouru dans le plan $(O, \vec{x}, \vec{y})$ par le centre de chacun des miroirs de la cavité en faisant tourner leur monture. Le cercle en pointillés représente le faisceau laser de waist 1.05 mm.

Nous constatons ainsi que les deux miroirs mis en rotation voient leur centre s'écarter de l'axe du faisceau laser (de 1.3 mm pour le miroir M_2 à 1.7 mm pour le miroir M_1). Ceci a pour conséquence le changement du point du miroir sur lequel passe le faisceau laser. Si la réflectivité, la transmittivité, ou les pertes du miroir ne sont pas homogènes sur une zone d'environ 1 mm^2 , le fait de faire tourner sa monture modifie alors drastiquement les performances de la cavité.

Effet d'un gaz résiduel sur la finesse d'une cavité

La présence de gaz, s'il absorbe au niveau de la longueur d'onde de notre source laser ($1.064 \mu\text{m}$), peut diminuer la valeur de la finesse. En introduisant l'absorptivité molaire ϵ

(exprimée en $\text{L.mol}^{-1}.\text{cm}^{-1}$), on rappelle la loi de Beer-Lambert traduisant l'absorbance A en intensité d'un faisceau de longueur d'onde λ par un milieu sur une longueur L :

$$A(\lambda) = e^{-\epsilon LC}, \quad (2.124)$$

où C désigne la concentration de l'espèce absorbante. Avec la loi de gaz parfaits, on exprime la concentration C d'un gaz de fraction molaire x dans une enceinte maintenue à la pression P et à la température T :

$$C = \frac{xP}{RT}, \quad (2.125)$$

où R est la constante universelle des gaz parfaits. On généralise la relation (2.124) à plusieurs gaz indexés par l'indice g et l'on obtient le coefficient d'absorptivité molaire ϵ :

$$\epsilon = \frac{P}{RT} \sum_g \epsilon_g x_g. \quad (2.126)$$

On peut alors réécrire l'expression de la finesse F , de façon analogue à l'équation (2.123) :

$$F = \frac{\pi}{\frac{T_1 + P_1 + T_2 + P_2}{2} + \epsilon L_c}. \quad (2.127)$$

La longueur du milieu traversé est en effet la longueur L_c de la cavité. Les gaz résiduels qui présentent une absorption dans le domaine infrarouge sont le dioxygène, l'eau et certaines molécules organiques. Nous considérons par la suite que l'air (contenant 21% de dioxygène) est majoritairement responsable de l'absorption du faisceau laser. Son coefficient d'absorption linéaire est de $6.33 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1} \text{ atm}^{-1}$ [72, 73]. Le graphe de la figure 2.29 représente l'évolution théorique de la finesse F en fonction de la pression d'air résiduel.

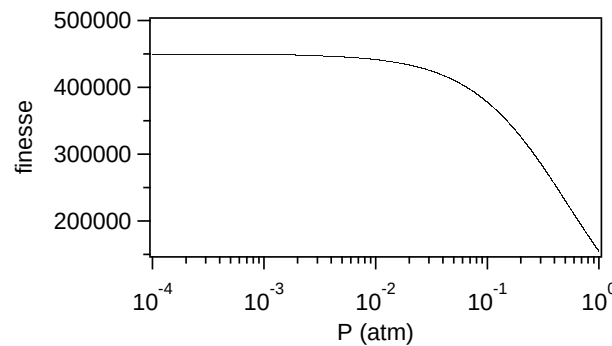


FIGURE 2.29 – Evolution théorique de la finesse F en fonction de la pression d'air P (21% d'oxygène absorbant à $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$) à l'intérieur de la cavité. La finesse F_0 à pression d'air P nulle est posée égale à 450 000.

Il est donc nécessaire de faire nos mesures de finesse lorsqu'une pression d'air inférieure à 10^{-3} atm règne à l'intérieur de l'enceinte. C'est ce qui est réalisé en pratique.

Mesure de l'intervalle spectral libre de la cavité

Un paramètre expérimental important que nous devons déterminer (voir la relation (2.102)) est l'intervalle spectral libre $\Delta^{\text{ISL}} = c/2nL_c$ de la cavité. Le dispositif expérimental dédié à sa mesure est présenté sur la figure 2.30.

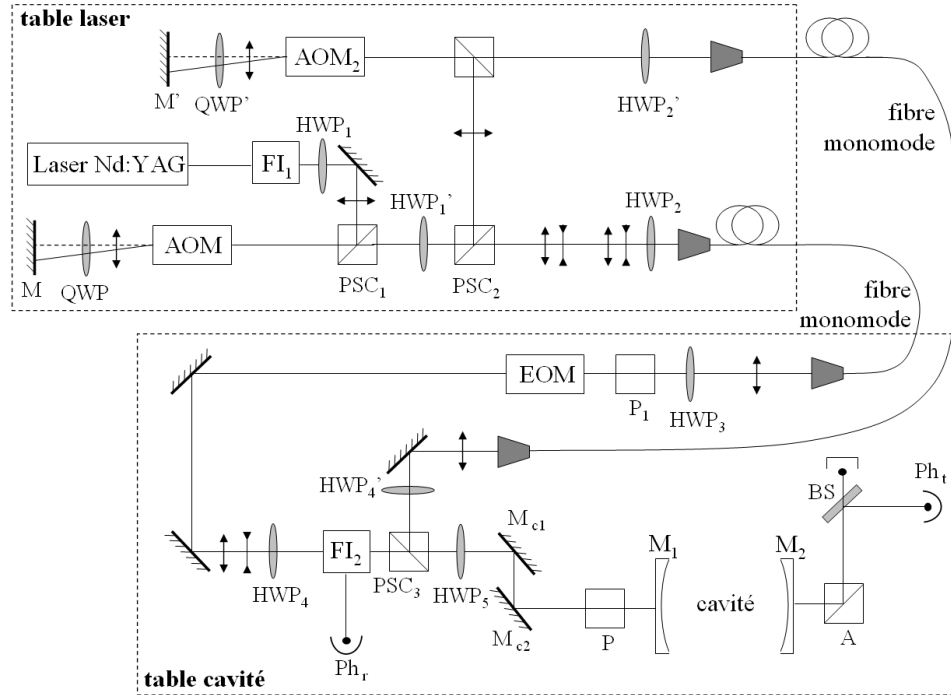


FIGURE 2.30 – Dispositif expérimental dédié à la mesure de l'intervalle spectral libre de la cavité. Deux faisceaux laser sont injectés dans la cavité. L'un est décalé en fréquence par rapport à l'autre grâce au modulateur acousto-optique AOM₂. La fréquence du laser est modulée via une rampe en tension appliquée sur la cale piézoélectrique sur laquelle est monté le cristal du laser. La photodiode Ph_t nous permet de visualiser les pics de transmission de notre interféromètre, à partir desquels Δ^{ISL} est mesuré.

Le principe de la mesure [62] consiste à injecter deux faisceaux laser décalés en fréquence. On ajuste celle-ci de façon à la faire coïncider avec l'intervalle spectral libre de la cavité. Expérimentalement, le faisceau laser principal est séparé en deux parties grâce au cube séparateur de polarisations PSC₂. On règle la puissance lumineuse que l'on veut prélever avec la lame demi-onde HWP'₁. La première partie est directement injectée dans la cavité, et la seconde partie voit sa fréquence décalée par le modulateur acousto-optique AOM₂ utilisé en configuration double passage, avant d'être elle aussi injectée dans une seconde fibre optique. La lame demi-onde HWP'₂ sert à optimiser la polarisation de l'onde sur les axes de la fibre (idem à HWP₂). Le faisceau secondaire rejoint le trajet du faisceau principal au niveau du cube PSC₃. La lame demi-onde HWP'₄ sert à ajuster la puissance de ce faisceau qui est enfin injecté dans la cavité.

La fréquence du faisceau principal est modulée via l'application d'une rampe de tension sur la cale piézoélectrique sur laquelle est montée le cristal du laser. L'intensité lumineuse transmise par la cavité est mesurée via la photodiode Ph_t (voir la figure 2.31).

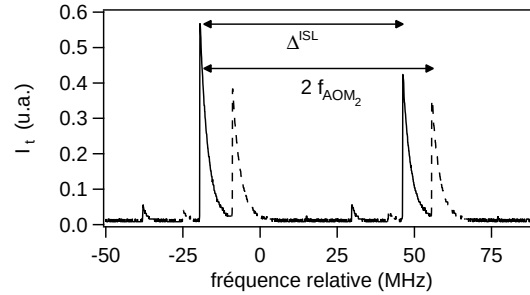


FIGURE 2.31 – Pics de transmission de la cavité en fonction de la fréquence relative du laser. Deux faisceaux sont envoyés vers l'interféromètre : le second (pointillés) est décalé en fréquence de $2f_{\text{AOM}_2}$ par rapport au premier (trait plein). L'ajustement de f_{AOM_2} afin de faire coïncider les deux séries de pics nous permet de mesurer précisément l'intervalle spectral libre de notre cavité.

Le trait plein correspond à l'intensité du premier faisceau, on observe bien les pics de transmission typiques pour un interféromètre de Fabry-Perot, séparés de Δ^{SL} . Les pics de transmission dus au second faisceau sont décalés en fréquence de $2f_{\text{AOM}_2}$. Il sont tracés en pointillés sur la figure 2.31. On ajuste enfin la fréquence f_{AOM_2} de façon à faire coïncider les deux séries de pics. Le fait de connaître précisément la fréquence pilotée f_{AOM_2} nous permet de déterminer avec la même précision la valeur de l'intervalle spectral libre de la cavité, et donc sa longueur $L_c = (2.2713 \pm 0.0006) \text{ m}$.

Biréfringence intrinsèque de la cavité

Le dépôt des couches diélectriques sur le substrat de silice des miroirs M_j génère une anisotropie : ils possèdent donc une biréfringence intrinsèque [74, 75, 76, 77]. Nous les modélisons chacun [67] par la superposition d'un miroir non biréfringent m_j et d'une lame biréfringente L_j induisant une anisotropie de phase δ_j entre les composantes de la lumière polarisées selon ses deux axes (rapide et lent).

Une lumière polarisée linéairement arrive sur la cavité : l'angle entre le champ électrique $\vec{E}_i$ et l'axe $O\vec{x}$ est appelé θ_p . Supposons que l'axe rapide de la lame L_1 soit orienté selon l'axe $O\vec{x}$ et que la lame L_2 ait son axe rapide orienté d'un angle θ_L par rapport à $O\vec{x}$, comme l'illustre le schéma de la figure 2.32.

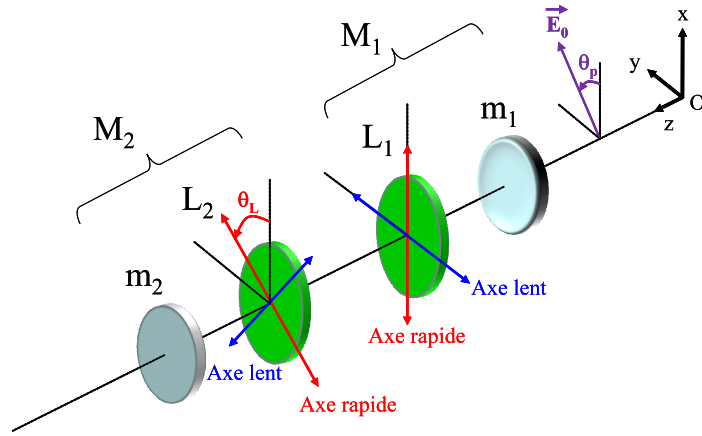


FIGURE 2.32 – Schématisation des miroirs biréfringents M_j de la cavité, chacun équivalent à la superposition d'un miroir non biréfringent m_j et une lame biréfringente L_j .

Écrivons les matrices de Jones [59] $\mathbf{L}_1$ et $\mathbf{L}_2$ des deux lames dans le repère $(O, \vec{x}, \vec{y})$:

$$\mathbf{L}_1 = \begin{pmatrix} e^{i\frac{\delta_1}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta_1}{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.128)$$

et :

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_2 &= \mathbf{R}(-\theta) \begin{pmatrix} e^{i\frac{\delta_2}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta_2}{2}} \end{pmatrix} \mathbf{R}(\theta), \\ &= \begin{pmatrix} e^{i\frac{\delta_2}{2}} \cos^2 \theta_L + e^{-i\frac{\delta_2}{2}} \sin^2 \theta_L & -i \sin 2\theta_L \sin \frac{\delta_2}{2} \\ -i \sin 2\theta_L \sin \frac{\delta_2}{2} & e^{-i\frac{\delta_2}{2}} \cos^2 \theta_L + e^{i\frac{\delta_2}{2}} \sin^2 \theta_L \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.129)$$

La matrice de Jones $\mathbf{L}_{\text{éq}}$ de la lame équivalente à la superposition des deux lames $\mathbf{L}_j$ est, après quelques calculs :

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{\text{éq}} &= \mathbf{L}_2 \mathbf{L}_1, \\ &= \begin{pmatrix} e^{i\frac{\delta_1+\delta_2}{2}} \cos^2 \theta_L + e^{-i\frac{\delta_1-\delta_2}{2}} \sin^2 \theta_L & -i \sin 2\theta_L \sin \frac{\delta_2}{2} \\ -i \sin 2\theta_L \sin \frac{\delta_2}{2} & e^{-i\frac{\delta_1+\delta_2}{2}} \cos^2 \theta_L + e^{i\frac{\delta_1-\delta_2}{2}} \sin^2 \theta_L \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.130)$$

Cette lame équivalente est semblable à une lame simple induisant le déphasage $\delta_{\text{éq}}$ et orientée de l'angle $\theta_{\text{éq}}$ par rapport à l'axe $O\vec{x}$, comme l'illustre le schéma de la figure 2.33.

Par analogie avec la formule (2.129), on donne la matrice de Jones $\mathbf{L}_{\text{éq}}$ de notre cavité biréfringente :

$$\mathbf{L}_{\text{éq}} = \begin{pmatrix} e^{i\frac{\delta_{\text{éq}}}{2}} \cos^2 \theta_{\text{éq}} + e^{-i\frac{\delta_{\text{éq}}}{2}} \sin^2 \theta_{\text{éq}} & -i \sin 2\theta_{\text{éq}} \sin \frac{\delta_{\text{éq}}}{2} \\ -i \sin 2\theta_{\text{éq}} \sin \frac{\delta_{\text{éq}}}{2} & e^{-i\frac{\delta_{\text{éq}}}{2}} \cos^2 \theta_{\text{éq}} + e^{i\frac{\delta_{\text{éq}}}{2}} \sin^2 \theta_{\text{éq}} \end{pmatrix}. \quad (2.131)$$

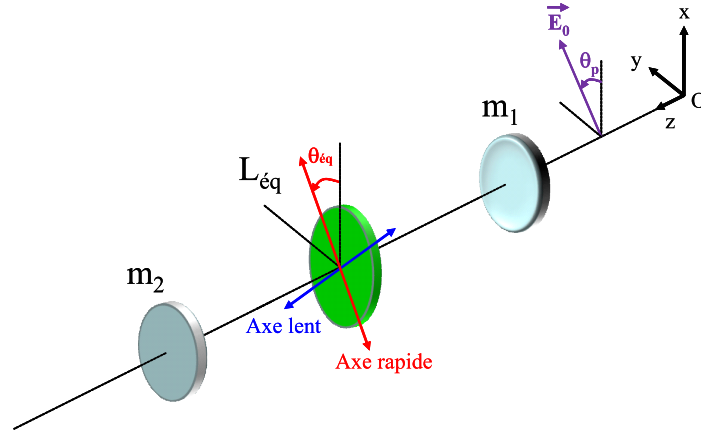


FIGURE 2.33 – Schématisation de la cavité vue comme une lame $L_{\text{éq}}$ équivalente à la superposition des lames L_j . Elle induit l'anisotropie de phase $\delta_{\text{éq}}$ et son axe lent est orienté de l'angle $\theta_{\text{éq}}$ par rapport à l'axe $O\vec{x}$.

En identifiant les relations (2.130) et (2.131), et en supposant δ_1 et δ_2 petits devant 1, nous obtenons les expressions du déphasage $\delta_{\text{éq}}$ et de l'angle $\theta_{\text{éq}}$ équivalents :

$$\delta_{\text{éq}} = \sqrt{(\delta_1 - \delta_2)^2 + 4\delta_1\delta_2 \cos^2 \theta_L}, \quad (2.132)$$

$$\cos 2\theta_{\text{éq}} = \frac{\delta_1 + \delta_2 \cos 2\theta_L}{\sqrt{(\delta_1 - \delta_2)^2 + 4\delta_1\delta_2 \cos^2 \theta_L}}. \quad (2.133)$$

Une fois établie la matrice équivalente de la cavité pour un passage, nous pouvons déduire la matrice de la cavité pour un grand nombre p d'allers et retours. Dans le repère des axes neutres de la lame équivalente, la matrice de Jones $\mathbf{C}$ s'établit en effectuant le calcul, à résonance, des interférences en transmission de la cavité (identique à celui permettant d'obtenir la relation (2.39)) :

$$\mathbf{C} = \sum_{p=0}^{\infty} t_1 t_2 \begin{pmatrix} e^{i\frac{\delta_{\text{éq}}}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta_{\text{éq}}}{2}} \end{pmatrix} \left[r_1 r_2 \begin{pmatrix} e^{i\delta_{\text{éq}}} & 0 \\ 0 & e^{-i\delta_{\text{éq}}} \end{pmatrix} \right]^p, \quad (2.134)$$

$$= t_1 t_2 \begin{pmatrix} e^{i\frac{\delta_{\text{éq}}}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta_{\text{éq}}}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{1-r_1 r_2 e^{i\delta_{\text{éq}}}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-r_1 r_2 e^{-i\delta_{\text{éq}}}} \end{pmatrix}. \quad (2.135)$$

On peut montrer, de manière identique à la partie 2.4.1 que si l'on écrit la matrice de la cavité biréfringente comme :

$$\mathbf{C} = \sqrt{T_c} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\delta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta}{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.136)$$

où T_c est la transmission de la cavité donnée par la relation (2.47), on retrouve le facteur

de gain $2F/\pi$ pour la phase (en supposant $\delta_{\text{éq}} \ll 1$) :

$$\delta = \frac{2F}{\pi} \delta_{\text{éq}}. \quad (2.137)$$

δ est donc l'anisotropie de phase accumulée entre les deux composantes de la lumière au cours des allers et retours dans la cavité Fabry-Perot résonante constituée de deux miroirs biréfringents³.

Enfin, nous pouvons calculer l'expression de l'ellipticité induite sur le faisceau par la cavité biréfringente. On considère pour cela que la lumière est polarisée linéairement selon l'axe $O\vec{x}$ avant d'y entrer, et on applique la même méthode que celle employée en section 2.4.1. L'expression de l'intensité transmise I_t du faisceau ordinaire polarisé selon $O\vec{x}$ s'écrit :

$$I_t = \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{R}(\theta_p - \theta_{\text{éq}}) \mathbf{C} \mathbf{R}(\theta_{\text{éq}} - \theta_p) E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2, \quad (2.138)$$

$$= I_0 \left\{ 1 + \frac{\delta^2}{4} \cos[2(\theta_{\text{éq}} - \theta_p)] \right\}, \quad (2.139)$$

$$\simeq I_0, \quad (2.140)$$

en supposant le déphasage δ faible devant 1. L'expression de l'intensité I_e du faisceau extraordinaire polarisé selon $O\vec{y}$ s'écrit :

$$I_e = \left| \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{R}(\theta_p - \theta_{\text{éq}}) \mathbf{C} \mathbf{R}(\theta_{\text{éq}} - \theta_p) E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2, \quad (2.141)$$

$$\simeq I_0 \frac{\delta^2}{4} \sin^2[2(\theta_{\text{éq}} - \theta_p)], \quad (2.142)$$

en supposant une nouvelle fois que $\delta \ll 1$.

L'ellipticité Γ induite par les miroirs de la cavité Fabry-Perot s'écrit comme le rapport des deux intensités ci-dessus et est donnée par :

$$\Gamma = \sqrt{\frac{I_e}{I_t}} \quad (2.143)$$

$$= \frac{\delta}{2} \sin[2(\theta_{\text{éq}} - \theta_p)]. \quad (2.144)$$

Le protocole expérimental impose à chaque changement de miroirs de caractériser la nouvelle cavité optique. A titre d'exemple, nous traçons sur la figure 2.34 l'évolution de Γ^2 , mesuré en fonction de l'angle de rotation θ_L du miroir M_2 . La cavité est ici constituée de deux miroirs *ATFilms*. Chacun de ces points expérimentaux a été obtenu en réalignant et en asservissant la cavité, après chaque rotation du miroir M_2 . L'équation de la courbe d'ajustement est donnée par les équations (2.132), (2.133), (2.137) et (2.144). La finesse de la cavité est de 420 000. Nous déduisons alors les déphasages intrinsèques de miroirs :

3. δ n'est autre que le déphasage ϕ défini dans la section 2.2.1.

$\delta_1 = (8 \pm 3) \times 10^{-7}$ rad et $\delta_2 = (6 \pm 5) \times 10^{-7}$ rad, ainsi que l'angle $\theta_p = (74 \pm 34)^\circ$.

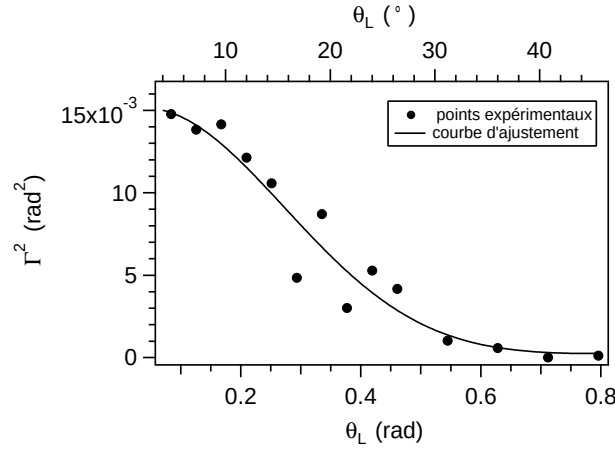


FIGURE 2.34 – Evolution de Γ^2 mesuré en fonction de l'angle de rotation θ_L du miroir M_2 . La finesse de la cavité est de 420 000. La courbe de tendance (en trait continu) passe par les points expérimentaux (•) et permet de déduire les déphasages intrinsèques des miroirs : $\delta_1 = (8 \pm 3) \times 10^{-7}$ rad et $\delta_2 = (6 \pm 5) \times 10^{-7}$ rad.

Bien que l'origine de la biréfringence statique des miroirs reste encore inexpliquée, des données publiées dans une revue récente [77] montrent que le retard de phase par réflexion δ_j d'un miroir interférentiel décroît lorsque son coefficient de réflexion R_j augmente. Ces observations sont confirmées par nos mesures. Celles-ci sont de plus en accord avec la relation empirique suivante :

$$\delta_j \simeq 0.1 \times (1 - R_j), \quad (2.145)$$

qui peut être expliquée par des calculs numériques suggérant que ce sont les couches diélectriques proches du substrat qui induisent principalement le retard de phase des miroirs.

Remarque :

Il est expérimentalement plus simple de faire tourner le miroir M_1 lorsque l'on doit parcourir une large plage d'angles. En effet, le fait de faire tourner un miroir suivant l'axe de la cavité désaligne celle-ci. Nous surveillons scrupuleusement l'alignement du miroir M_1 via la rétro réflexion du faisceau laser sur la photodiode Ph_r , chose que nous maîtrisons de manière moins précise pour le miroir M_2 (une diode laser et deux diaphragmes nous permettent cependant de connaître son alignement). Une rotation du miroir M_2 d'un angle θ_L équivaut à une rotation du miroir M_1 d'un angle $\theta_L - \theta_1$, où θ_1 est l'angle de rotation réel du miroir M_1 . Par ailleurs l'angle θ_p devient dans ce nouveau référentiel $\theta_p - \theta_1$.

Les points expérimentaux nous renseignent sur la configuration des miroirs constituant la lame équivalente. En particulier, lorsque Γ atteint sa valeur minimale (voir la figure 2.34), cela signifie que les axes neutres des miroirs sont alignés (*i.e.* que la biréfringence de

l'un compense – en partie – celle de l'autre). Nous verrons dans le chapitre 3, que pour des raisons de bruit optique, la valeur de Γ doit être la plus faible possible.

Une fois les axes des deux miroirs alignés entre eux, il faut encore faire tourner cette lame équivalente (les deux miroirs M_1 et M_2 conjointement) de façon à aligner les axes neutres de la lame équivalente sur la polarisation incidente et ainsi diminuer encore Γ . C'est ce que nous réalisons ensuite, le graphe de l'évolution de Γ^2 en fonction de l'angle $\theta_{\text{éq}}$ est donné sur la figure 2.35. La courbe de tendance est donnée par les relations (2.137) et (2.144). La finesse de la cavité est de 420 000. On déduit alors le déphasage équivalent de la cavité : $\delta_{\text{éq}} = (7.8 \pm 0.4) \times 10^{-8}$ rad, ainsi que l'angle $\theta_p = (66 \pm 2)^\circ$. L'angle $\theta_{\text{éq}} = 0$ correspond au minimum de Γ^2 sur le graphe de la figure 2.34.

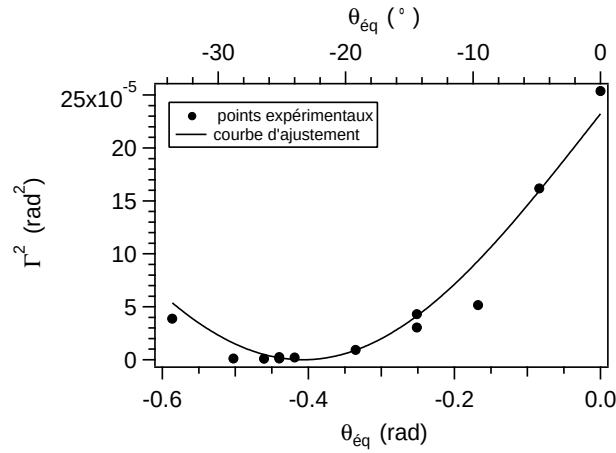


FIGURE 2.35 – Evolution de Γ^2 mesuré en fonction de l'angle $\theta_{\text{éq}}$ de rotation simultanée des deux miroirs M_1 et M_2 . La finesse de la cavité est de 420 000. La courbe de tendance (en trait continu) passe par les points expérimentaux (•) et permet de déduire le déphasage équivalent de la cavité : $\delta_{\text{éq}} = (7.8 \pm 0.4) \times 10^{-8}$ rad. L'angle $\theta_{\text{éq}} = 0$ correspond au minimum de Γ^2 sur le graphe de la figure 2.34.

Comme cela a été développé dans le paragraphe sur les pertes en intensité du faisceau gaussien (voir la figure 2.28), le fait de tourner les montures suivant l'axe de la cavité peut changer le point du miroir sur lequel passe le faisceau laser. Les imperfections des montures expliquent vraisemblablement les écarts des points expérimentaux aux courbes de tendance sur les figures 2.34 et 2.35. Cela ne pose toutefois pas de problème si le miroir est homogène, et si les miroirs sont tournés d'un angle inférieur à 5° environ.

Une fois trouvé le minimum de $\delta_{\text{éq}}$ (et donc de Γ , que l'on fixe en pratique entre 10^{-2} et 10^{-3} rad) la cavité est prête pour les mesures de biréfringence magnétiques.

Finalement, si l'on considère :

- l'ellipticité Γ due à la biréfringence intrinsèque de la cavité (supposée petite devant 1),
- l'ellipticité $\Psi = \frac{2F}{\pi}\psi$ due à la biréfringence du milieu et accumulée par le faisceau piégé à l'intérieur de la cavité (également supposée petite devant 1),
- l'extinction en intensité σ^2 des polariseurs A et P,

la relation entre les intensités des faisceaux ordinaire et extraordinaire s'écrit :

$$\frac{I_e}{I_t} = \sigma^2 + (\Gamma + \Psi)^2. \quad (2.146)$$

Cette expression n'est valable qu'en régime permanent. Nous allons voir dans la section suivante qu'en régime pulsé, quelques corrections sont à apporter aux grandeurs ci-dessus.

Comportement dynamique d'une cavité Fabry-Perot biréfringente

Dans cette partie, nous allons valider dans un premier temps le rôle de filtre passe bas du premier ordre que joue une cavité Fabry-Perot vis à vis de l'intensité I_t faisceau ordinaire (comme évoqué dans la section 2.4.1). Nous constaterons dans un second temps que le comportement d'une cavité biréfringente n'est pas le même vis à vis du faisceau extraordinaire, et établirons la fonction de transfert de la cavité vis à vis de son intensité I_e .

Les mesures de la partie ci-dessous ont été réalisées et publiées au début de cette thèse (voir la référence [78] donnée en annexe A), la cavité Fabry-Perot caractérisée est constituée de deux miroirs *Layertec*, de finesse voisine de 100 000.

Commençons par vérifier la fonction de filtrage qu'effectue la cavité en y injectant un signal modulé en intensité (avec une faible profondeur de modulation μ_i) à la pulsation ω_m . le laser étant constamment asservi en fréquence sur la cavité, on balaye la fréquence de modulation jusqu'à 1 kHz. On utilise pour cela un générateur de signaux qui alimente le contrôle en intensité du modulateur acousto-optique (via le pilotage de son efficacité de diffraction). L'intensité de l'onde lumineuse injectée dans la cavité s'écrit :

$$I_i(t) = I_{i,0} + I_{i,m} \sin(\omega_m t + \vartheta_i), \quad (2.147)$$

$$= I_{i,0} [1 + \mu_i \sin(\omega_m t + \vartheta_i)]. \quad (2.148)$$

où ϑ_i est une phase arbitraire, $I_{i,0}$ est l'offset et $I_{i,m}$ caractérise la profondeur de modulation ($\mu_i = I_{i,m}/I_{i,0} \ll 1$). L'intensité du faisceau transmis s'écrit de manière analogue :

$$I_t(t) = I_{t,0} + I_{t,m} \sin(\omega_m t + \vartheta_t). \quad (2.149)$$

$$= I_{t,0} [1 + \mu_t \sin(\omega_m t + \vartheta_t)]. \quad (2.150)$$

La comparaison des modules et des phases de chacune de ces intensités nous renseigne sur la fonction de transfert en fréquence ω_m de la cavité. Nous traçons sur la figure 2.36 l'évolution du rapport mesuré μ_t/μ_i entre les profondeurs de modulation des intensités du signal ordinaire transmis et du signal injecté en fonction de la fréquence de modulation $\nu_m = \omega_m/2\pi$.

A l'aide des échelles logarithmiques nous visualisons le gain d'une fonction de transfert semblable à celle d'un filtre passe bas du premier ordre $\underline{H}_1$. La courbe d'ajustement (en

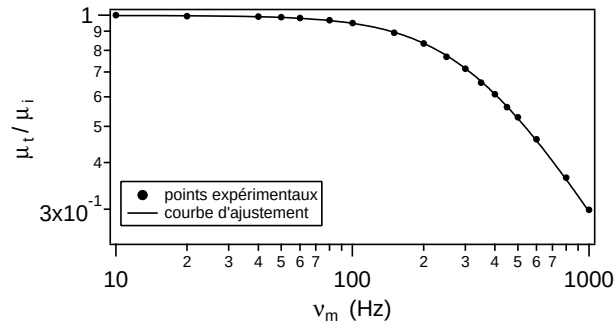


FIGURE 2.36 – Evolution du rapport mesuré μ_t/μ_i (•) entre les profondeurs de modulation des intensités du signal ordinaire transmis et du signal injecté en fonction de la fréquence de modulation ν_m . La courbe d'ajustement (en trait continu) est donnée par le module d'une fonction de transfert d'un filtre passe bas du premier ordre. Les barres d'erreur des données expérimentales sont comprises dans l'épaisseur des points.

trait continu sur la figure) coïncide parfaitement avec les points expérimentaux. D'après la relation (2.81), son équation est la suivante :

$$|\underline{H}_1(\nu_m)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\nu_m}{\nu_c}\right)^2}}, \quad (2.151)$$

où ν_c est la fréquence de coupure de la cavité donnée par la relation (2.82). La courbe d'ajustement du gain nous donne une valeur de $\nu_c = (310 \pm 20)$ Hz. On confirme cette valeur en traçant sur la figure 2.37 le déphasage mesuré $\vartheta_1 = \vartheta_t - \vartheta_i$ entre les signaux transmis et injecté en fonction de la fréquence de modulation.

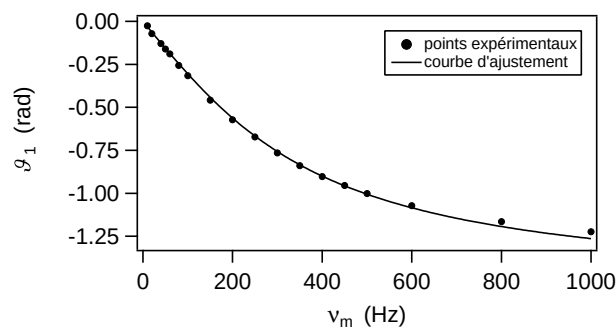


FIGURE 2.37 – Evolution du déphasage mesuré ϑ_1 (•) entre les intensités du signal ordinaire transmis I_t et du signal injecté I_i en fonction de la fréquence de modulation ν_m . La courbe d'ajustement (en trait continu) est donnée par la phase d'une fonction de transfert d'un filtre passe bas du premier ordre. Les barres d'erreur des données expérimentales sont comprises dans l'épaisseur des points.

La courbe d'ajustement, toujours déduite de l'équation (2.81) a pour équation :

$$\vartheta_1(\nu_m) = -\arctan\left(\frac{\nu_m}{\nu_c}\right). \quad (2.152)$$

Elle épouse bien les données expérimentales et la fréquence de coupure obtenue vient confirmer aux barres d'incertitudes près la valeur précédente : $\nu_c = (315 \pm 20)$ Hz. En prenant comme longueur de la cavité $L_c = 2.27$ m, on déduit enfin deux valeurs de finesse, respectivement : $F = (107\,000 \pm 7000)$ et $F = (105\,000 \pm 7000)$, également en accord avec la finesse mesurée par l'approche temporelle (décroissance exponentielle exposée en partie 2.4.2) qui a donné $\tau = (245 \pm 10)$ μ s correspondant à la finesse $F = (102\,000 \pm 5000)$.

A l'appui de ces données, caractérisons la réponse en fréquence de la cavité Fabry-Perot vis à vis du faisceau extraordinaire. Son intensité I_e est détectée par la photodiode Ph_e . Sa valeur est non nulle en régime asservi stationnaire (et sans introduction d'un milieu biréfringent) à cause de l'extinction des polariseurs et de la biréfringence des miroirs de la cavité. Remarquons tout d'abord que son évolution temporelle, suite à la coupure du faisceau laser incident (voir méthode exposée en 2.4.2) ne se superpose pas à la décroissance exponentielle du faisceau ordinaire, comme l'illustre la figure 2.38.

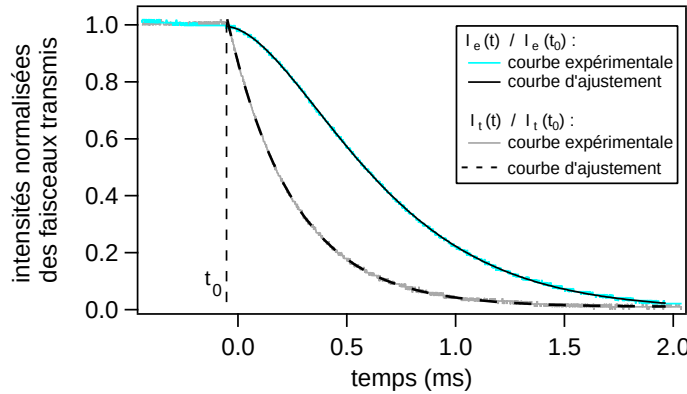


FIGURE 2.38 – Réponses temporelles des signaux extraordinaire I_e (en bleu) et ordinaire I_t (en gris) transmis par la cavité suite à une coupure (en pointillés verticaux) du laser à $t = t_0$. Les décroissances qui succèdent au régime asservi ne se superposent pas.

La cavité Fabry-Perot n'agit donc pas comme un filtre passe bas du premier ordre vis à vis du faisceau extraordinaire. Pour déterminer ce rôle, nous abordons le comportement du faisceau extraordinaire des deux manières duales : temporelle et fréquentielle.

Reprenons le raisonnement de la partie 2.4.1 pour décrire le comportement des photons du faisceau extraordinaire à l'intérieur de la cavité. Notons t_0 le temps où l'on coupe le laser.

- Pour $t < t_0$, on se trouve en régime permanent. Le laser est asservi sur la cavité que l'on assimile à une lame biréfringente (voir section 2.4.2). En négligeant l'extinction σ des polariseurs, les intensités des faisceaux ordinaire et extraordinaire sont reliées

par :

$$I_e(t < t_0) = \Gamma^2 I_t(t < t_0). \quad (2.153)$$

- Pour $t > t_0$, le faisceau incident est coupé, la cavité se vide progressivement. Les faisceaux ordinaire et extraordinaire s'égrainent à chaque réflexion sur les miroirs de la cavité, mais, du fait de leur biréfringence, des photons du faisceau ordinaire qui s'y réfléchissent viennent également alimenter le faisceau extraordinaire, retardant ainsi la décroissance de son intensité (la réciproque est à négliger du fait de la faible intensité du faisceau extraordinaire).
- Après un premier aller dans la cavité ayant duré $t_D = L_c/c$ (par exemple de M_1 à M_2), on additionne le déphasage pour $t < t_0$ et $\gamma = \Gamma\pi/2F$; celui obtenu, d'après la relation (2.100) pour cet aller simple. L'expression de l'intensité du faisceau en extinction est alors :

$$I_e(t_0 + t_D) = (\Gamma + \gamma)^2 I_t(t + t_D). \quad (2.154)$$

- On extrapole cette expression pour p allers et retours dans la cavité et on obtient :

$$I_e(t_0 + 2pt_D) = (\Gamma + 2p\gamma)^2 I_t(t + 2pt_D). \quad (2.155)$$

Le nombre d'allers et retours étant relié au temps $t - t_0$ par $p = ct/2Lc$, nous obtenons :

$$I_e(t) = \left(\Gamma + \frac{c(t - t_0)}{L_c} \gamma \right)^2 I_t(t). \quad (2.156)$$

Nous injectons ensuite l'expression de $I_t(t)$ et celle du temps de vie τ des photons à l'intérieur de la cavité :

$$I_e(t) = \left(\Gamma + \frac{c(t - t_0)}{L_c} \frac{\pi}{2F} \Gamma \right)^2 I_t(t), \quad (2.157)$$

$$= \Gamma^2 \left(1 + \frac{t - t_0}{2\tau} \right)^2 I_t(t_0) e^{-\frac{t - t_0}{\tau}}, \quad (2.158)$$

$$= I_e(t_0) \left(1 + \frac{t - t_0}{2\tau} \right)^2 e^{-\frac{t - t_0}{\tau}}. \quad (2.159)$$

Nous utilisons alors cette expression pour ajuster les données expérimentales (voir la figure 2.38). Cette courbe épouse parfaitement les points expérimentaux et nous permet d'extraire la valeur de $\tau = (246 \pm 10) \mu s$ correspondant (L_c supposée égale à 2.27 m) à la finesse $F = (102\,000 \pm 5000)$.

Cette valeur correspond, à l'incertitude des mesures près à celle obtenue en ajustant la décroissance de $I_t(t)$ sur le graphe de la figure 2.38.

Remarque :

Lorsque nous diminuons la biréfringence statique totale Γ de la cavité en tournant les miroirs M_j et que nous effectuons des mesures de durée de vie τ via la coupure du faisceau laser, nous pouvons observer une évolution de $I_e(t)$ qui ne ressemble pas à l'allure standard présentée en figure 2.38. Il faut en fait, pour bien représenter l'allure de $I_e(t)$, prendre en compte deux biréfringences différentes [62] :

- Γ qui est la biréfringence totale de la cavité accumulée au cours des réflexions sur les miroirs,
- Γ_s qui est la biréfringence des substrats des miroirs. Ces substrats induisent une ellipticité supplémentaire lorsque le laser les traverse, autrement dit lorsque le laser entre dans la cavité, puis lorsqu'il en ressort.

On reprend le calcul ayant conduit à la relation (2.159), toujours en supposant l'extinction σ des polariseurs.

- Pour $t < t_0$, en régime permanent, l'ellipticité totale est la somme des ellipticités des substrats et de la cavité, en supposant que ceux-ci soient faibles devant l'unité :

$$I_e(t < t_0) = (\Gamma_s + \Gamma)^2 I_t(t < t_0). \quad (2.160)$$

- Pour $t > t_0$, on obtient :

$$I_e(t > t_0) = I_t(t_0) \left(\Gamma_s + \Gamma \left[1 + \frac{t - t_0}{2\tau} \right] \right)^2 e^{-\frac{t - t_0}{\tau}}. \quad (2.161)$$

Différents cas de figure peuvent alors se présenter :

- i) Si $\Gamma_s \ll \Gamma$, on retrouve la décroissance « habituelle » pour $I_e(t)$ donnée par l'équation (2.159).
- ii) Si $\Gamma_s \simeq \Gamma$: Les données ne peuvent être ajustées qu'en prenant en compte tous les termes de la relation (2.161). Si Γ_s et Γ sont de même signe, I_e décroît avec le temps. S'ils sont de signe opposé, I_e commence par croître avant de décroître, comme l'illustre la figure 2.39.

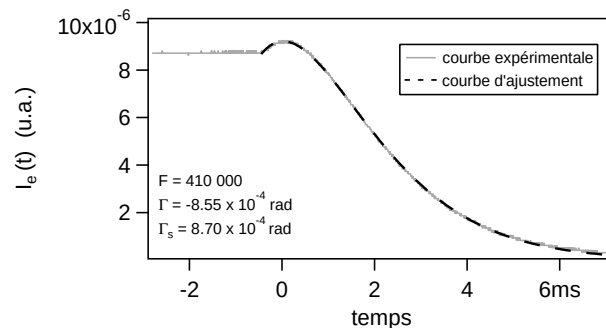


FIGURE 2.39 – Décroissance de l'intensité du signal extraordinaire $I_e(t)$ après la coupure du faisceau incident. Pour $\Gamma_s \simeq \Gamma$ et si les deux ellipticités sont de signes opposés, I_e commence par croître avant de décroître.

- iii) Si $\Gamma_s \gg \Gamma$, $I_e(t)$ décroît exponentiellement comme $I_t(t)$ (voir figure 2.40). L'effet de la biréfringence de la cavité, qui agit comme un filtre passe-bas du premier ordre, est négligeable :

$$I_e(t) = I_t(t_0) \Gamma_s^2 e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}. \quad (2.162)$$

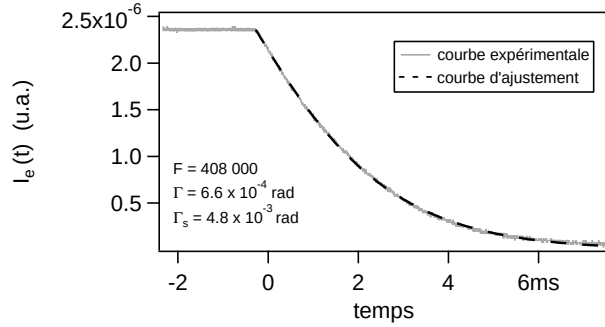


FIGURE 2.40 – Décroissance de l'intensité du signal extraordinaire $I_e(t)$ après la coupure du faisceau incident. Lorsque $\Gamma_s \gg \Gamma$, la décroissance exponentielle est similaire à celle de $I_t(t)$.

On constate que les courbes expérimentales des figures (2.39) et (2.40) sont parfaitement ajustées par les relations (2.161) et (2.162) respectivement. Nous avons ainsi montré que les substrats de nos miroirs sont biréfringents, et qu'il est possible de distinguer l'ellipticité qu'ils induisent par transmission sur la lumière de celle induite à chaque réflexion par les couches diélectriques.

Précisons maintenant la signification de l'expression temporelle $I_e(t)$ par une analyse fréquentielle.

De la même façon que précédemment, on étudie la fonction de transfert en fréquence de la cavité en y injectant le signal $I_i(t)$ modulé en intensité à la pulsation ω_m (voir relation(2.147)), et on analyse en sortie le signal $I_e(t)$ de la forme :

$$I_e(t) = I_{e,0} + I_{e,m} \sin(\omega_m t + \vartheta_e), \quad (2.163)$$

$$= I_{e,0} [1 + \mu_e \sin(\omega_m t + \vartheta_e)]. \quad (2.164)$$

Nous traçons sur la figure 2.41 l'évolution du rapport mesuré μ_e/μ_t entre les profondeurs de modulation des intensités du signal extraordinaire et du signal injecté en fonction de la fréquence de modulation ν_m .

A l'aide des échelles logarithmiques on visualise le gain d'une fonction de transfert semblable à celle d'un filtre passe bas du second ordre $\underline{H}_2$. La courbe d'ajustement (en trait continu sur la figure) coïncide parfaitement avec les points expérimentaux. Son équation est la suivante :

$$|\underline{H}_2(\nu_m)| = \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu_m}{\nu_c}\right)^2}, \quad (2.165)$$

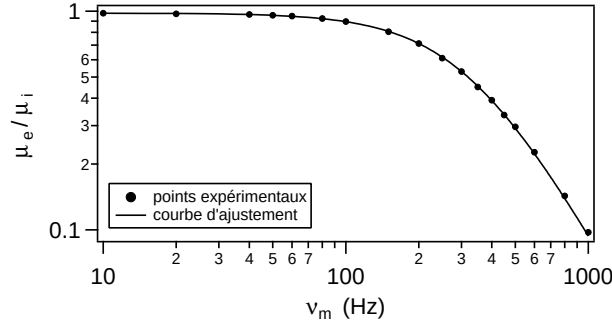


FIGURE 2.41 – Evolution du rapport mesuré μ_e/μ_i (•) entre les profondeurs de modulation des intensités du signal extraordinaire et du signal injecté en fonction de la fréquence de modulation ν_m . La courbe d'ajustement (en trait continu) est donnée par le module d'une fonction de transfert d'un filtre passe bas du second ordre. Les barres d'erreur des données expérimentales sont comprises dans l'épaisseur des points.

La courbe d'ajustement du gain nous donne une valeur de $\nu_c = (325 \pm 20)$ Hz. Nous confirmons cette valeur en traçant sur la figure 2.42 la tangente du déphasage mesuré $\vartheta_2 = \vartheta_e - \vartheta_i$ (points) entre les signaux transmis et injecté en fonction de la fréquence de modulation.

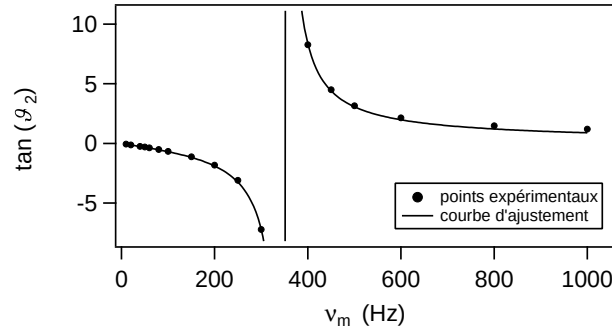


FIGURE 2.42 – Evolution de la tangente du déphasage mesuré ϑ_2 (•) entre les intensités du signal ordinaire transmis et du signal injecté en fonction de la fréquence de modulation ν_m . La courbe d'ajustement (en trait continu) est donnée par la phase d'une fonction de transfert d'un filtre passe bas du second ordre. Les barres d'erreur des données expérimentales sont comprises dans l'épaisseur des points.

La courbe d'ajustement, toujours déduite de l'équation (2.81) a pour équation :

$$\tan \vartheta_2(\nu_m) = -\frac{2\frac{\nu_m}{\nu_c}}{1 - \left(\frac{\nu_m}{\nu_c}\right)^2}. \quad (2.166)$$

Elle se superpose aux données expérimentales et permet de déduire une fréquence de coupure $\nu_c = (350 \pm 20)$ Hz qui vient confirmer aux barres d'incertitudes près la valeur précédente. On déduit enfin deux valeurs de finesses, respectivement : $F = (102\,000 \pm 7000)$ et $F = (94\,000 \pm 6000)$, également en accord avec la finesse mesurée par l'approche temporelle.

Nous concluons que la cavité agit de manière fréquentielle comme un filtre passe bas du second ordre vis à vis du signal en extinction. Ce filtre représente en fait l'action successive de deux filtres passe bas du premier ordre identiques. Le premier filtre passe bas caractérise la cavité comme vu en partie 2.4.1. On peut interpréter le second filtre passe bas du premier ordre en terme de pompage (ou de remplissage). En régime permanent, les photons du faisceau ordinaire se transforme à chaque réflexion sur les miroirs biréfringents de la cavité. Cependant, ils mettent un temps non nul pour faire des allers et retours et cumuler ainsi cette biréfringence. Il viennent donc alimenter le faisceau extraordinaire progressivement. Il y a donc le même filtre entre les intensités I_t et I_i d'une part et les intensités I_e et I_t d'autre part. Finalement, il en résulte que le signal ordinaire perçoit une fois la cavité tandis que le signal extraordinaire en subit deux fois son effet.

Nous pouvons de surcroît établir l'analogie entre les deux méthode d'analyse temporelle et fréquentielle. Considérons les évolutions temporelles des intensités des faisceaux ordinaire et extraordinaire respectivement données par les équations (2.104) et (2.159). Donnons l'expression de l'amplitude des champs électriques associés en faisant la racine carrée de ces intensités :

$$E_t(t) = E_t(t_0)e^{-\frac{t-t_0}{2\tau}} \quad \text{et} \quad E_e(t) = E_e(t_0) \left(1 + \frac{t-t_0}{2\tau}\right) e^{-\frac{t-t_0}{2\tau}}. \quad (2.167)$$

En passant dans l'espace dual des fréquences via la transformée inverse de Laplace, on remarque que ces champs électriques sont les réponses temporelles à un échelon descendant de Heaviside (équivalent à la coupure brutale du faisceau laser incident) de deux filtres passe bas. Ces deux filtres passe bas notés Π_1 et Π_2 sont respectivement du premier ordre et du second ordre et ont respectivement pour expression dans le formalisme de Laplace :

$$\Pi_1(p_L) = \frac{1}{1 + T_L p_L} \quad \text{et} \quad \Pi_2(p_L) = \left(\frac{1}{1 + T_L p_L}\right)^2, \quad (2.168)$$

où p_L est la variable complexe, et la constante de temps T_L est reliée au temps τ via :

$$T_L = 2\tau = \frac{1}{2\pi\nu_c}. \quad (2.169)$$

La méthode d'analyse temporelle sera plus simple et plus rapide à mettre en œuvre que la méthode fréquentielle : on choisira donc, pour caractériser notre cavité Fabry-perot biréfringente de mesurer d'abord le temps de vie des photons τ , puis de déduire sa finesse F et sa fréquence de coupure ν_c . Nous verrons en outre dans le chapitre suivant que le rôle de filtre fréquentiel joué par notre cavité biréfringente a une incidence sur le calcul de l'ellipticité Ψ et du champ magnétique effectivement perçu par les photons.

2.5 Système d'asservissement

Notre système d'asservissement maintient la fréquence du laser asservie sur la fréquence de résonance de la cavité Fabry-Perot, et non l'inverse. En effet, notre cavité Fabry-Perot a la particularité d'avoir des pics de transmissions extrêmement étroits en fréquence. Raisonnons par ordre de grandeur : la largeur de raie $\Delta\nu$ de la cavité est typiquement de l'ordre de 100 Hz, la fréquence du laser est de l'ordre de 3×10^{14} Hz. Considérons que l'on sorte de la résonance si sa variation $\delta\nu$ excède la largeur de raie $\Delta\nu$. La condition de résonance est donnée par l'égalité entre la fréquence ν du laser et un nombre entier q de fois l'intervalle spectral libre :

$$\nu = q \times \Delta^{\text{ISL}} = q \times \frac{c}{2L_c}, \quad (2.170)$$

alors :

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\delta L_c}{L_c}, \quad (2.171)$$

$$\implies \delta L_c = \frac{\delta\nu}{\nu} L_c < \frac{\Delta\nu}{\nu} L_c. \quad (2.172)$$

Ceci veut dire que si l'on voulait asservir notre cavité sur la fréquence du laser, on devrait être capable de corriger des variations δL_c de longueur de la cavité de l'ordre du picomètre ce qui semble technologiquement irréalisable.

2.5.1 Méthode de Pound-Drever-Hall

Cette technique aujourd'hui très répandue a été mise au point dans les années quarante par R.V. Pound pour stabiliser un oscillateur micro-ondes [79]. Elle a ensuite été généralisée au domaine optique par R. Drever et J. Hall au début des années quatre vingt [80, 81].

Obtention du signal d'erreur de Pound-Drever-Hall

Le principe de la méthode de Pound-Drever-Hall consiste à utiliser l'information portée par l'onde réfléchie par la cavité afin de corriger la fréquence du laser. Pour cela, on module la phase du faisceau laser à la pulsation $\Omega = 2\pi \times 10.1$ MHz. Cette radiofréquence est choisie de manière à ce qu'elle soit plus grande que la largeur $\Delta\nu \simeq 100$ Hz des pics de transmission de la cavité et plus petite que son intervalle spectral libre $\Delta^{\text{ISL}} = 68$ MHz. La modulation de phase est réalisée à l'aide d'un modulateur électro-optique (EOM) résonant [58]. A cet effet, on règle la polarisation du faisceau avec une lame demi-onde et un polariseur afin d'ajuster au mieux l'axe de polarisation du faisceau sur les axes neutres de l'EOM. Ce dernier est constitué d'un matériau anisotrope : le $\text{MgO}:\text{LiNbO}_3$ qui, lorsqu'il est soumis à une différence de potentiel, constitue une lame à retard variable (effet Pockels). La phase du faisceau laser est alors $\beta \sin \Omega t$ où β est l'indice de modulation. Ce dernier est relié à la tension de demi-onde $V_{\lambda/2}$ du modulateur électro-optique et à la différence de

potentiel $V_1(t) = v_1 \sin(\Omega t)$ à laquelle il est soumis par :

$$\beta = \pi \frac{v_1}{V_{\lambda/2}}. \quad (2.173)$$

Le champ modulé incident $E_i(t)$ sur la cavité $E_i(t)$ s'écrit de la manière suivante :

$$E_i(t) = E_0 e^{i(\omega t + \beta \sin \Omega t)}. \quad (2.174)$$

En introduisant les fonctions de Bessel d'ordre m de première espèce $J_m(\beta)$, cette expression se réécrit :

$$E_i(t) = E_0 e^{i\omega t} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(\beta) e^{im\Omega t} \quad (2.175)$$

En pratique, l'indice de modulation est faible (typiquement de l'ordre de 1) et seules les fonctions de Bessel d'ordre 0 et ± 1 ont une valeur significative. On a par ailleurs $J_{-1}(\beta) = -J_1(\beta)$. L'expression du champ modulé devient donc :

$$E_i(t) \simeq E_0 \left[J_0(\beta) e^{i\omega t} + J_1(\beta) e^{i(\omega+\Omega)t} - J_1(\beta) e^{i(\omega-\Omega)t} \right]. \quad (2.176)$$

Le champ laser modulé possède donc trois composantes fréquentielles : la porteuse de pulsation ω et ses deux bandes latérales de pulsations $\omega \pm \Omega$. Ce champ est injecté dans la cavité Fabry-Perot, dont l'expression du coefficient de réflectivité $r_c(\omega)$ a été défini ci-dessus par l'expression (2.56). Le champ réfléchi $E_r(t)$ s'écrit donc :

$$E_r(t) = E_0 \left[r_c(\omega) J_0(\beta) e^{i\omega t} + r_c(\omega + \Omega) J_1(\beta) e^{i(\omega+\Omega)t} - r_c(\omega - \Omega) J_1(\beta) e^{i(\omega-\Omega)t} \right]. \quad (2.177)$$

Le battement entre les bandes latérales et la porteuse réfléchies par la cavité permet d'obtenir le signal d'erreur de l'asservissement. On mesure sur une photodiode à avalanche (dite « de Pound-Drever-Hall ») l'intensité $I_r(t)$ réfléchie :

$$I_r(t) = |E_r(t)|^2, \quad (2.178)$$

$$\begin{aligned} &= I_p |r_c(\omega)|^2 + I_\ell \{ |r_c(\omega + \Omega)|^2 + |r_c(\omega - \Omega)|^2 \} \\ &\quad + 2\sqrt{I_p I_\ell} \{ \Re [r_c(\omega) r_c^*(\omega + \Omega) - r_c^*(\omega) r_c(\omega - \Omega)] \cos(\Omega t) \\ &\quad \quad - \Im [r_c(\omega) r_c^*(\omega + \Omega) - r_c^*(\omega) r_c(\omega - \Omega)] \sin(\Omega t) \} \\ &\quad + O(2\Omega), \end{aligned} \quad (2.179)$$

où les grandeurs :

$$I_p = J_0^2(\beta) |E_0|^2 = J_0^2(\beta) I_i \quad (2.180)$$

$$\text{et } I_\ell = J_1^2(\beta) |E_0|^2 = J_1^2(\beta) I_i \quad (2.181)$$

désignent les intensités réparties respectivement dans l'onde porteuse et dans chacune de ses bandes latérales, et I_i l'intensité lumineuse incidente. Dans nos conditions expérimentales,

lorsque la porteuse est proche de la résonance, on peut considérer que les bandes latérales ne pénètrent pas à l'intérieur de la cavité : elles sont totalement réfléchies. En effet, les bandes latérales sont à 10.1 MHz de la porteuse, et la largeur de la cavité est de l'ordre de 150 Hz. Dans ce cas, $r_c(\omega \pm \Omega) \simeq 1$. On a donc la quantité :

$$r_c(\omega)r_c^*(\omega + \Omega) - r_c^*(\omega)r_c(\omega - \Omega) \simeq -2i\Im[r_c(\omega)] \quad (2.182)$$

qui est purement imaginaire. Par conséquent, le terme en cosinus de la relation (2.179) s'annule. On la simplifie donc :

$$\begin{aligned} I_r(t) &= I_p|r_c(\omega)|^2 + I_\ell\{|r_c(\omega + \Omega)|^2 + |r_c(\omega - \Omega)|^2\} \\ &\quad - 2\sqrt{I_p I_\ell}\Im[r_c(\omega)r_c^*(\omega + \Omega) - r_c^*(\omega)r_c(\omega - \Omega)]\sin(\Omega t) \\ &\quad + O(2\Omega). \end{aligned} \quad (2.183)$$

On sélectionne avec un filtre passe bande la composante à la pulsation Ω du signal électrique $V_r(t) = f_r I_r(t)$ (où f_r est le facteur de conversion de la photodiode de Pound-Drever-Hall). Le signal filtré est ensuite envoyé vers un mixeur de gain g_m afin d'être démodulé. Il est multiplié par le signal $V_2(t) = v_2 \sin(\Omega t + \phi_2)$ de même fréquence que le signal de modulation $V_1(t)$, mais déphasé d'un angle ϕ_2 de façon à compenser les différents retards accumulés dans les câbles et donc à rephaser les signaux arrivant dans les deux entrées du mixeur. Après ajustement de cette phase ϕ_2 et sélection de la composante continue de la sortie du mixeur, on obtient le signal d'erreur de Pound-Drever-Hall $\varepsilon_{PDH}(\omega)$:

$$\varepsilon_{PDH}(\omega) = -g_m f_r \sqrt{I_p I_\ell} \Im[r_c(\omega)r_c^*(\omega + \Omega) - r_c^*(\omega)r_c(\omega - \Omega)] \quad (2.184)$$

La figure 2.43 représente le signal d'erreur normalisé $\bar{\varepsilon}_{PDH} = \varepsilon_{PDH}/g_m f_r \sqrt{I_p I_\ell}$ en fonction du désaccord $\delta\nu$ entre la fréquence du laser $\nu = \omega/2\pi$ et la fréquence du mode n° q de la cavité ; $q\Delta^{\text{ISL}}$. La courbe a été tracée avec les paramètres expérimentaux suivants : $r = 0.999986$ et $\Omega/2\pi = 10.1$ MHz.

Évaluons maintenant la sensibilité de ce signal d'erreur autour de la résonance entre le laser et la cavité.

Simplifions d'abord l'expression du signal d'erreur à partir des relations (2.182) et (2.184). On trouve :

$$\varepsilon_{PDH}(\omega) = -2g_m f_r \sqrt{I_p I_\ell} \Im[r_c(\omega)]. \quad (2.185)$$

On se place ensuite proche de la résonance *i.e.* à la pulsation : $\omega = q2\pi\Delta^{\text{ISL}} + \delta\omega$ avec $\delta\omega \ll 2\pi\Delta^{\text{ISL}}$. L'expression (2.55) du coefficient de réflectivité devient alors :

$$r_c = -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-i\frac{\delta\omega}{\Delta^{\text{ISL}}}}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\frac{\delta\omega}{\Delta^{\text{ISL}}}}}, \quad (2.186)$$

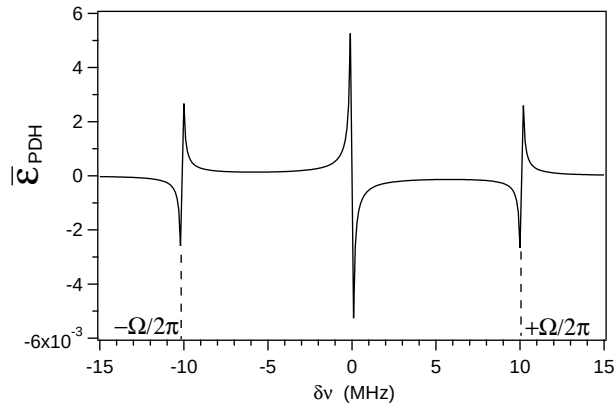


FIGURE 2.43 – Signal d'erreur normalisé $\bar{\varepsilon}_{\text{PDH}} = \varepsilon_{\text{PDH}}/g_{\text{m}}f_{\text{r}}\sqrt{I_{\text{p}}I_{\text{e}}}$ de l'asservissement de Pound-Drever-Hall en fonction du désaccord $\delta\nu$ entre la fréquence du laser $\nu = \omega/2\pi$ et la fréquence du mode n° q de la cavité $q\Delta^{\text{ISL}}$. La courbe est tracée avec les paramètres expérimentaux suivants : $r = 0.999986$ et $\Omega/2\pi = 10.1$ MHz.

que l'on développe au premier ordre en $\frac{\delta\omega}{\Delta^{\text{ISL}}}$:

$$r_{\text{c}} = -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 (1 - i \frac{\delta\omega}{\Delta^{\text{ISL}}})}{1 - r_1 r_2 (1 - i \frac{\delta\omega}{\Delta^{\text{ISL}}})}. \quad (2.187)$$

Après simplifications, on obtient :

$$\Im[r_{\text{c}}(\omega)] = \frac{T_1}{(1 - r_1 r_2)^2 + (r_1 r_2 \frac{\delta\omega}{\Delta^{\text{ISL}}})^2} \frac{\delta\omega}{\Delta^{\text{ISL}}}, \quad (2.188)$$

$$= \frac{T_1}{(1 - r_1 r_2)^2} \frac{1}{1 + (\frac{r_1 r_2}{1 - r_1 r_2} \frac{\delta\omega}{\Delta^{\text{ISL}}})^2} \frac{\delta\omega}{\Delta^{\text{ISL}}}. \quad (2.189)$$

qui devient, grâce à la relation (2.51) :

$$\Im[r_{\text{c}}(\omega)] = \frac{T_1}{(1 - r_1 r_2)^2} \frac{1}{1 + (\frac{F}{\pi} \frac{\delta\omega}{\Delta^{\text{ISL}}})^2} \frac{\delta\omega}{\Delta^{\text{ISL}}}. \quad (2.190)$$

Si l'on est suffisamment proche de la résonance, *i.e.* si $\frac{F}{\pi} \frac{\delta\omega}{\Delta^{\text{ISL}}} \ll 1 \Leftrightarrow \delta\omega \ll \pi\Delta\nu$, alors :

$$\Im[r_{\text{c}}(\omega)] \simeq \frac{T_1}{(1 - r_1 r_2)^2} \frac{\delta\omega}{\Delta^{\text{ISL}}}. \quad (2.191)$$

Autour de la résonance, le signal d'erreur est par conséquent directement proportionnel au désaccord $\delta\omega = 2\pi\delta\nu$:

$$\varepsilon_{\text{PDH}} = Dg_{\text{m}}f_{\text{r}}\delta\nu, \quad (2.192)$$

$$\equiv DG_{\text{ch}}\delta\nu, \quad (2.193)$$

où G_{ch} désigne le gain de la chaîne d'amplification. Il a la même unité que le facteur de conversion f_r : les V/W. La quantité D , appelée discriminant, a pour expression finale :

$$D = -4\sqrt{I_p I_\ell} \frac{\sqrt{T_c}}{\Delta\nu}. \quad (2.194)$$

Les intensités lumineuses I_p et I_ℓ s'expriment en W, le discriminant D s'exprime donc en W/Hz.

L'asservissement sera d'autant plus sensible autour de la résonance que le discriminant sera grand et donc que la cavité sera étroite en fréquence et que sa transmission sera grande. La méthode d'asservissement de Pound-drever-Hall se révèle très puissante car très sensible au voisinage de la résonance (pente D du discriminant très forte). Elle possède en plus un large plage de capture allant jusqu'à la fréquence de modulation de la phase du laser, permettant de récupérer une fréquence du laser qui se serait trop éloignée de la résonance de la cavité.

Effet de la RAM

Un effet néfaste lié à la modulation de phase est la modulation résiduelle d'amplitude (« RAM » en anglais) qui décale le signal d'erreur, comme nous allons le voir, et qui fait que le système d'asservissement n'opère plus au niveau du sommet du pic de résonance de la cavité, mais à côté. L'expression du champ laser modulé est, en présence de RAM :

$$E_i(t) = E_0[1 + \mu_{\text{ram}} \sin(\Omega t + \Xi)]e^{i(\omega t + \beta \sin \Omega t)}, \quad (2.195)$$

où $\mu_{\text{ram}} \ll 1$ caractérise l'amplitude de la modulation et Ξ est une phase arbitraire. Après quelques calculs, on peut montrer que le signal d'erreur $\varepsilon'_{\text{PDH}}$ s'écrit :

$$\varepsilon'_{\text{PDH}}(\omega) = \varepsilon_{\text{PDH}}(\omega) + \mu_{\text{ram}}(I_p |r_c|^2 + 2I_\ell) \cos \Xi. \quad (2.196)$$

La RAM décale donc le signal d'erreur qui vaut, loin de la résonance ($|r_c|^2 \simeq 1$) : $\varepsilon'_{\text{PDH}} = \mu_{\text{ram}}(I_p + 2I_\ell) \cos \Xi$. Il s'annule par conséquent à la fréquence ν_{ram} donnée par :

$$\nu_{\text{ram}} = q\Delta^{\text{ISL}} - \frac{\mu_{\text{ram}}(I_p |r_c|^2 + 2I_\ell) \cos \Xi}{D}. \quad (2.197)$$

La minimisation de cette RAM se réalise en tournant le polariseur devant l'EOM et en ajustant finement l'orientation de celui-ci de façon à faire coïncider au mieux la polarisation sur ses axes neutres.

2.5.2 Éléments du système d'asservissement

Le système d'asservissement en fréquence du laser sur la cavité Fabry-Perot est donné sur la figure 2.44. Les signaux radiofréquence $V_1(t)$ et $V_2(t)$ sont générés par un synthétiseur (SYNT). La photodiode de Pound-Drever-Hall est notée Ph_r , la composante à la pulsation

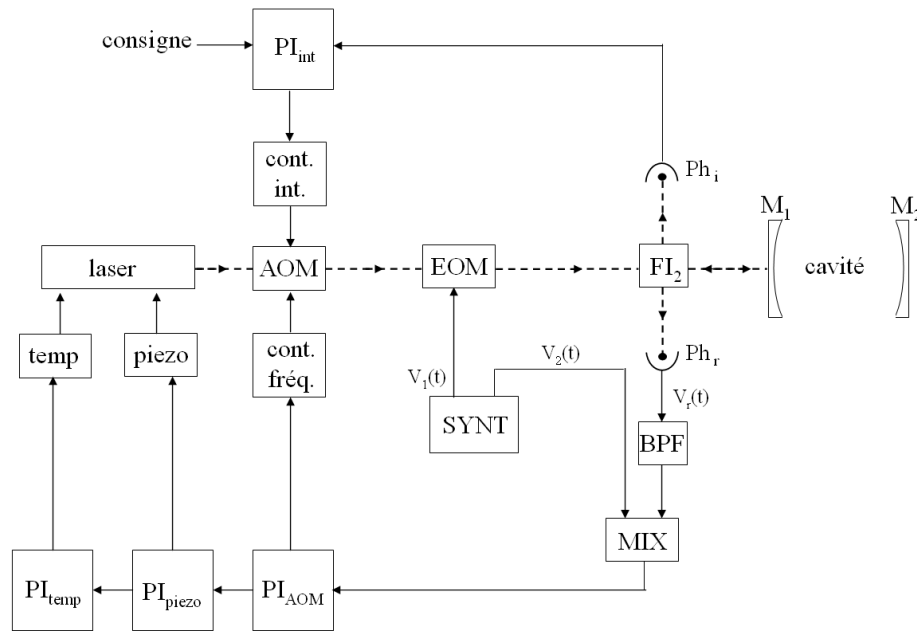


FIGURE 2.44 – Schéma descriptif du système d'asservissement du laser sur la cavité Fabry-Perot. Les faisceaux optiques sont tracés en pointillés et les signaux électroniques en trait plein. Les photodiodes Ph_i et Ph_r mesurent respectivement les intensités des faisceaux incident et réfléchi par la cavité, après passage dans l'isolateur de Faraday (FI_2). Pour l'asservissement en fréquence, trois étages proportionnels intégrateurs sont mis en cascade : PI_{AOM} , PI_{piezo} et PI_{temp} . Un seul étage proportionnel intégrateur sert à asservir l'intensité : PI_{int} .

Ω du signal $V_r(t)$ est sélectionnée par un filtre passe bande (noté BPF et de bande passante allant de 9.5 à 11.5 MHz). Cette composante est multipliée à la tension $V_2(t)$ par le mixeur (MIX) afin de constituer le signal d'erreur de Pound-Drever-Hall. L'asservissement en fréquence contient trois étages en cascade.

Le signal en sortie du mixeur est acheminé vers un premier étage proportionnel intégrateur (PI_{AOM}) dont les valeurs typiques du gain P et l'inverse de la constante de temps I sont résumés dans la table 2.5. Cet étage agit sur la boîte de contrôle en fréquence du modulateur acousto-optique (AOM), cette boîte de contrôle contient un amplificateur réglable en tension et un VCO (voltage controlled oscillator) générant une radiofréquence réglable qui est envoyée vers l'AOM. Ce premier étage effectue des corrections de fréquence rapides, sa bande passante typique est de l'ordre de 65 kHz (et peut atteindre 80 kHz).

Sa sortie est également dirigée vers un second étage proportionnel intégrateur (PI_{piezo} , voir la table 2.5) qui contrôle une cale piezoélectrique solidaire du cristal du laser. Ce rétrocontrôle sur la fréquence du laser vise à corriger des perturbations moins rapides. Sa bande passante est de l'ordre du kHz.

La sortie de l'étage PI_{piezo} est enfin dirigée vers un troisième étage (PI_{temp}) qui alimente une cellule régulant par effet Peltier la température du cristal du laser. Sa bande passante est de l'ordre du mHz. Il a pour objectif de corriger les dérives lentes de la fréquence, es-

sentiellement dues aux fluctuations thermiques auxquelles sont soumis le laser et la cavité.

En plus du contrôle en fréquence, on amenuise les fluctuations de l'intensité du laser avec une boucle d'asservissement supplémentaire. L'intensité incidente I_i est mesurée par la photodiode Ph_i , le signal est envoyé vers un seul étage proportionnel intégrateur (PI_{int} , voir la table 2.5). Celui-ci commande la boîte de contrôle en intensité du modulateur acousto-optique (en modifiant son efficacité de diffraction).

étage	P	I (s^{-1})
PI_{AOM}	0.1 à 1.0	1×10^5 à 3×10^5
PI_{piezo}	0.1 à 0.5	5×10^3 à 1×10^5
PI_{temp}	0.1 à 0.5	5×10^{-2} à 5×10^{-1}
PI_{int}	1.0 à 5.0	1×10^5 à 3×10^5

TABLE 2.5 – Gains et inverses des constantes de temps des étages proportionnels intégrateurs du système d'asservissement.

Les paramètres des étages proportionnels intégrateurs sont choisis de façon à minimiser le bruit du signal d'erreur. Nous abordons dans la section suivante l'évaluation et l'évolution du bruit de notre système d'asservissement.

2.5.3 Performances du système d'asservissement

L'objectif de cette partie est de faire l'étude du bruit de notre électronique d'asservissement. Pour le caractériser on mesure la densité spectrale de puissance (DSP) du signal d'erreur de Pound-Drever-Hall. Il s'agit mathématiquement de la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation (théorème de Wiener-Kintchine) de ce signal d'erreur. Elle permet de détecter des régularités, des profils répétés dans le signal perturbé par du bruit dont l'origine physique est diverse (électronique, acoustique, magnétique,...). Pour une fréquence donnée, plus sa DSP a une valeur élevée, plus le signal d'erreur sera bruité.

Les mesures du signal d'erreur se font en boucle fermée, en régime asservi et au niveau de l'entrée des étages de proportionnels intégrateurs qui en font le traitement électronique. Le signal ε_{PDH} s'exprime en volts (V), sa densité spectrale de puissance est notée S_{PDH} et s'exprime dans le cas général en V^2/Hz . Afin d'étudier la stabilité en fréquence optique de notre système d'asservissement, il nous faut exprimer S_{PDH} dans une unité plus commode : les $\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$. Le passage d'une unité à l'autre se fait ainsi :

$$S_{\text{PDH}}[\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}] = \frac{\sqrt{S_{\text{PDH}}[V^2/\text{Hz}]}}{D \times G_{\text{ch}}}. \quad (2.198)$$

Nous transposons ainsi la DSP d'une mesure électrique en une DSP de mesure de fréquence optique. G_{ch} est, rappelons le, le gain de la chaîne d'amplification qui va de la photodiode Ph_r jusqu'à l'entrée des étages PI. On peut ajuster ce gain en plaçant sur la ligne radio-fréquence des amplificateurs ou des atténuateurs.

Exprimons d'abord le discriminant D à partir de l'équation 2.194 en fonction de gran-

deurs physiques auxquelles nous avons accès :

- Les intensités de l'onde porteuse I_p et de ses bandes latérales I_ℓ étant données par les relations (2.180) et (2.181), on a : $I_\ell = \left(\frac{J_1(\beta)}{J_0(\beta)}\right)^2 I_p$. On mesure l'intensité lumineuse incidente I_i à l'aide de la photodiode Ph_i . L'onde incidente étant composée de la porteuse et de ses deux bandes latérales, son intensité s'écrit :

$$I_i = I_p + 2I_\ell, \quad (2.199)$$

$$= I_p \left(1 + 2 \left(\frac{J_1(\beta)}{J_0(\beta)} \right)^2 \right), \quad (2.200)$$

$$= I_\ell \left(\left(\frac{J_0(\beta)}{J_1(\beta)} \right)^2 + 2 \right). \quad (2.201)$$

Finalement, on a :

$$\sqrt{I_p I_\ell} = \frac{I_i}{\sqrt{\left(1 + 2 \left(\frac{J_1(\beta)}{J_0(\beta)} \right)^2 \right) \left(\left(\frac{J_0(\beta)}{J_1(\beta)} \right)^2 + 2 \right)}}. \quad (2.202)$$

La profondeur de modulation $\beta = 1.08$ ayant été choisie de manière à maximiser le discriminant D , nous avons : $\sqrt{I_p I_\ell} \simeq I_i/2.85$.

- La transmission en intensité T_c est mesurée en faisant le rapport des intensités de l'onde porteuse entrante I_p dans la cavité et de l'onde transmise (faisceau ordinaire d'intensité I_t). On prend en compte les pertes à travers les hublots de l'enceinte à vide et le miroir d'extraction au niveau de l'analyseur (de l'ordre de 12 %) ainsi que la part perdue lors de la réflexion sur la lame semi-réfléchissante (de l'ordre de 33 %). Ces pertes en intensité sont précisément et régulièrement mesurées. On les nomme $P_\emptyset$ et on obtient l'expression de la transmission en intensité grâce à la relation (2.200) :

$$T_c = \frac{I_t}{(1 - P_\emptyset) I_p}, \quad (2.203)$$

$$= \frac{1 + 2 \left(\frac{J_1(\beta)}{J_0(\beta)} \right)^2}{(1 - P_\emptyset)} \frac{I_t}{I_i}. \quad (2.204)$$

Pour $\beta = 1.08$ on a $T_c \simeq 1.82 \times I_t/I_i (1 - P_\emptyset)$.

- La largeur en fréquence de la cavité $\Delta\nu$ est accessible par la mesure du temps de vie des photons dans la cavité τ (voir les relations (2.82) et (2.92)) : $\Delta\nu = 1/2\pi\tau$.

Remarque :

Le calcul du discriminant peut également se faire à partir des intensités I_r et $I_r^{\text{n.a.}}$ mesurées par la photodiode Ph_r en régimes respectivement asservi et non asservi (c'est ce que nous faisons en pratique).

Pour ce calcul, nous pouvons raisonnablement nous placer dans l'approximation d'une cavité parfaitement réfléchissante en régime non asservi : $I_r^{\text{n.a.}} = I_i$. Nous supposons de plus

qu'elle est constituée de miroirs ayant les mêmes propriétés optiques. D'après les relations (2.58) et (2.199), l'expression du coefficient de réflexion en intensité devient :

$$R_c = \left(-1 + \sqrt{T_c}\right)^2, \quad (2.205)$$

$$\equiv \frac{I_r - 2I_\ell}{I_p}. \quad (2.206)$$

Il vient alors, en injectant les relations (2.200) et (2.201) :

$$R_c = \frac{I_r - 2 \frac{I_r^{\text{n.a.}}}{\left(\frac{J_0(\beta)}{J_1(\beta)}\right)^2 + 2}}{\frac{I_r^{\text{n.a.}}}{1 + 2 \left(\frac{J_1(\beta)}{J_0(\beta)}\right)^2}}, \quad (2.207)$$

et la grandeur $\sqrt{I_p I_\ell}$ garde la même expression.

Nous donnons sur la figure 2.45 les densités spectrales S_{PDH} du signal d'erreur de Pound-Drever-Hall. Nous avons progressivement apporté des améliorations au dispositif expérimental. La bande passante du système d'asservissement a pu être élargie grâce à des étages PI performants : certains ont été spécialement développés, d'autres sont commerciaux (modèles *SIM960* de la marque *Stanford Research Systems*). Nous avons optimisé les valeurs de leurs gains et de leurs bandes passantes. La bande passante se coupe à l'endroit où le signal d'erreur augmente brutalement : le gain de la boucle d'asservissement est alors unitaire, le système devient instable, en vertu du critère de Nyquist. Nous voyons sur le graphe en haut qu'elle s'étend typiquement aujourd'hui de 0 à 65 kHz. Cet élargissement est nécessaire, il est le garant de la robustesse de notre asservissement. Il indique en effet la capacité de l'électronique d'asservissement à corriger des perturbations (mécaniques, magnétiques, électriques, ou encore acoustiques) s'étendant sur une grande gamme de fréquences. Une large bande passante est de plus souhaitée car c'est autant de gain qu'aura l'asservissement pour corriger le domaine des basses fréquences. Les tirs de champs magnétiques et les sons environnant l'expérience (nous le verrons dans le chapitre 3) ont des fréquences caractéristiques se situant en effet dans l'intervalle [1 Hz ; 10 kHz].

Sur le graphe en bas de la figure 2.45, nous donnons les densités spectrales S_{PDH} du signal d'erreur aux basses fréquences entre les années 2010 (en cyan) et 2011 (en bleu foncé), ainsi que les limites shot-noise correspondantes. Rappelons que la densité spectrale S_{PDH} du signal d'erreur se transpose en $\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ à l'aide de la relation (2.198) et que la limite shot-noise S_{PDH} se calcule ainsi [58] :

$$S_{\text{PDH}}[\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}] = \frac{\sqrt{2\eta \frac{hc}{\lambda} I_r}}{D}. \quad (2.208)$$

Les paramètres expérimentaux nécessaires aux calculs de ces grandeurs sont résumés dans la table 2.6. La différence fondamentale entre les deux situations se situe au niveau des puissances lumineuses incidentes I_r sur la photodiode de Pound-Drever-Hall et sur le gain

G_{ch} de la chaîne radiofréquence (le gain de Ph_r est $f_r = 532 \text{ V/W}$).

année	2010	2011
$D \text{ (W/Hz)}$	1.6×10^{-7}	6.2×10^{-7}
$G_{\text{ch}} \text{ (V/W)}$	6448	287
$I_r \text{ (W)}$	50×10^{-6}	1×10^{-3}
η	0.8	0.8

TABLE 2.6 – Paramètres expérimentaux de l'asservissement en 2010 et 2011, nécessaires aux calculs du signal d'erreur et de la limite shot-noise.

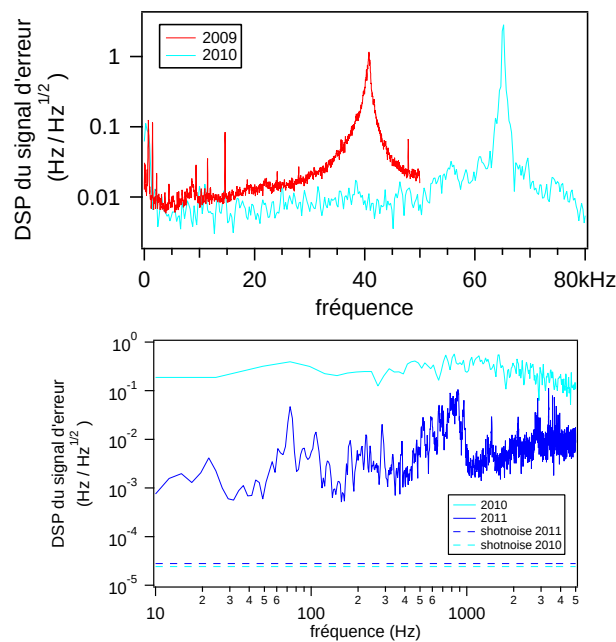


FIGURE 2.45 – Densités spectrales de puissance du signal d'erreur. En haut : extension de la bande passante de l'asservissement entre les années 2009 (40 kHz ; en rouge) et 2010 (65 kHz, en cyan). En bas : entre les années 2010 (en cyan) et 2011 (en bleu foncé), le bruit a été diminué d'un facteur 10 aux basses fréquences. La limite du shot-noise est reportée en pointillés, elle se situe à quelques $10^{-5} \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$.

D'importantes modifications ont également été opérées sur le dispositif expérimental, citons par exemple le changement du laser, le changement des pieds de la table optique (plus réactifs et asservis en position au micromètre près), ou encore l'optimisation de l'excursion en fréquence de la boîte de commande du modulateur acousto-optique. Elles ont aussi joué un rôle dans la diminution du bruit de l'asservissement d'un facteur 10.

Le niveau de bruit du signal d'erreur est aujourd'hui de l'ordre de $10^{-2} \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$. Ceci signifie qu'en une seconde le système d'asservissement est capable de corriger la fréquence du laser ($3 \times 10^{14} \text{ Hz}$) d'environ 10 mHz. Du point de vue de la cavité optique, le système d'asservissement peut, d'après la condition (2.172), corriger des variations de sa longueur

δL_c inférieures au femtomètre.

Nous présentons sur la figure 2.46 les densités spectrales de puissance des intensités I_t ; du faisceau ordinaire (en haut) et I_e du faisceau extraordinaire (en bas). La diminution du bruit de l'asservissement a bien évidemment des incidences sur les signaux utiles à la mesure d'ellipticité. Remarquons toutefois, que le bruit de l'intensité I_e reste encore au dessus de la limite quantique ultime (en pointillés). D'autres améliorations seront à apporter sur le dispositif expérimental, nous en discuterons dans le chapitre 3.

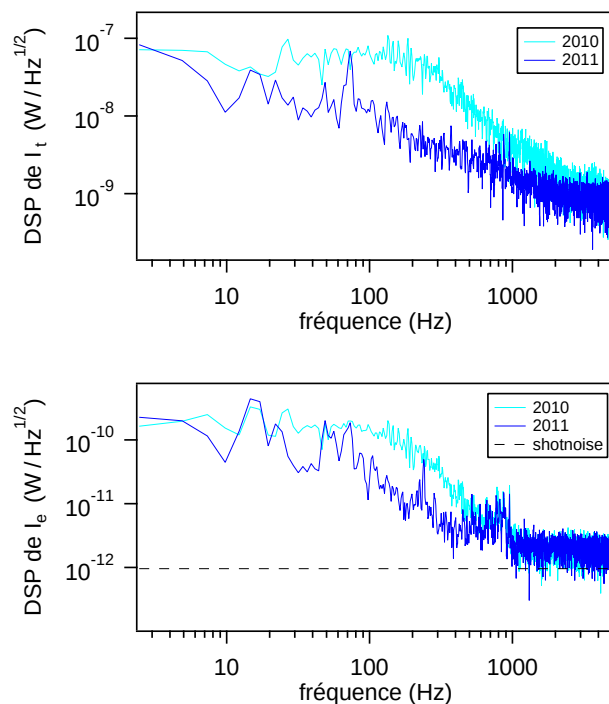


FIGURE 2.46 – Evolution entre les années 2010 (en cyan) et 2011 (en bleu foncé) des densités spectrales de puissance des intensités I_t ; du faisceau ordinaire (en haut) et I_e du faisceau extraordinaire (en bas). La limite du shot-noise est reportée en pointillés pour le faisceau extraordinaire : elle est de l'ordre de $10^{-12} \text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Nous constatons également les améliorations apportées au système d'asservissement pendant un tir de champ magnétique, *i.e.* sur un plan dynamique. On représente sur la figure 2.47 l'intensité I_t transmise par la cavité lors d'un tir à 5 T (profil en vert). Le bruit acoustique et les vibrations mécaniques provoqués par le champ perturbent l'asservissement. En 2009, nous le perdions à partir de 2 ms. Aujourd'hui, la cavité reste asservie pendant toute la durée du tir.

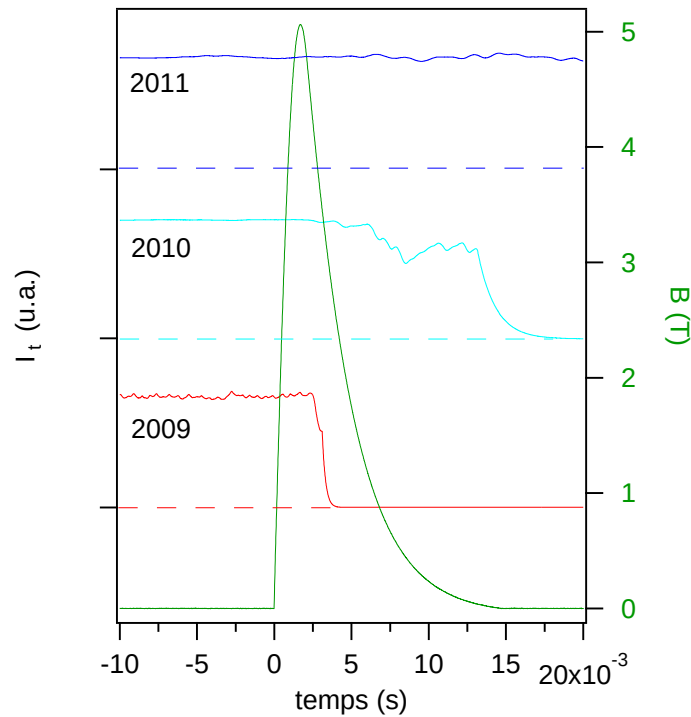


FIGURE 2.47 – Evolution de la robustesse du système d'asservissement pendant un tir de champ magnétique (en vert) à 5 T. On visualise l'intensité I_t du signal transmis par la cavité, qui est une image de cette robustesse. On constate l'amélioration, au cours des années 2009 (en rouge), 2010 (en cyan) et 2011 (en bleu foncé), du temps et de la stabilité de l'asservissement du laser sur la cavité.

Nous avons également testé la tenue de l'asservissement en l'absence de champ magnétique. Celui-ci a été maintenu pendant une durée de 36 heures, sans aucune intervention extérieure. Ceci donne une preuve supplémentaire de sa robustesse.

2.6 Enceinte ultravide

2.6.1 Description de l'enceinte expérimentale

Le polariseur, la cavité Fabry-Perot et l'analyseur sont placés dans une enceinte à vide que l'on peut remplir de gaz afin d'effectuer des mesures de biréfringences magnétiques dans ces milieux. On donne sur la figure 2.48 le schéma de l'enceinte de l'expérience dans laquelle se propage le faisceau laser. Elle est constituée de quatre chambres à l'intérieur desquelles sont placés, de gauche à droite, le polariseur d'abord, puis, environ quarante centimètres après, le miroir M_1 de la cavité. 2 m après environ se trouve une troisième chambre qui contient le miroir M_2 . Enfin, une vingtaine de centimètres après, une quatrième chambre renferme l'analyseur. Une chambre supplémentaire est prévue entre la première et la seconde chambre pour éventuellement insérer des optiques entre le polariseur P et le miroir M_1 . Deux tubes centraux passent à l'intérieur des deux cryostats et des deux bobines X-coils (non visibles sur la figure). La longueur totale de l'enceinte à vide est de 3 m environ. Son volume est estimé à 20 dm³.

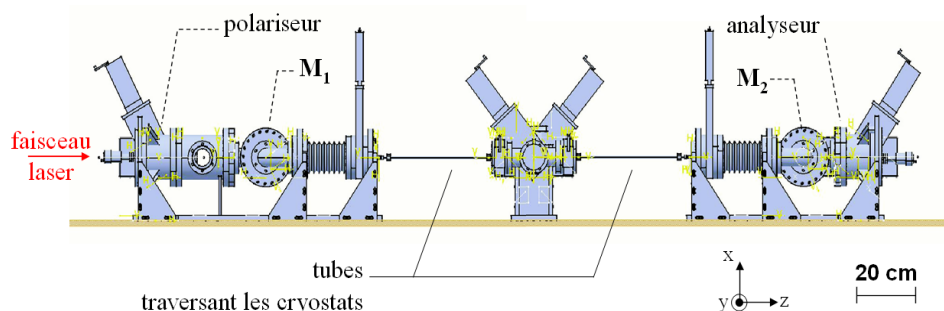


FIGURE 2.48 – Enceinte à vide de l'expérience BMV. Les deux tubes centraux traversent les deux cryostats (non visibles sur le schéma). L'enceinte est constituée, de gauche à droite, d'une première chambre où se trouve le polariseur, d'une seconde contenant le premier miroir M_1 de la cavité Fabry-Perot, environ 2.3 mètres plus loin se trouve la troisième chambre contenant le miroir M_2 , et enfin la quatrième contient l'analyseur. Le faisceau laser se propage dans cette enceinte.

Nous présentons le schéma de la table optique de l'expérience BMV sur la figure 2.49. Ses dimensions sont de 3.6 m de long sur 1 m de large. Elle repose sur des pieds pneumatiques afin de minimiser les vibrations sismiques transmises par le sol. Ces pieds sont réglables et asservis en hauteur afin de maintenir la table optique mécaniquement isolée des deux bâtis des cryostats et ainsi ne pas transmettre les vibrations causées par le champ magnétique sur le dispositif optique. Les deux tubes de l'enceinte à vide décrite ci-dessus traversent les deux cryostats sans aucun contact, comme précisé dans la section 2.3.3.

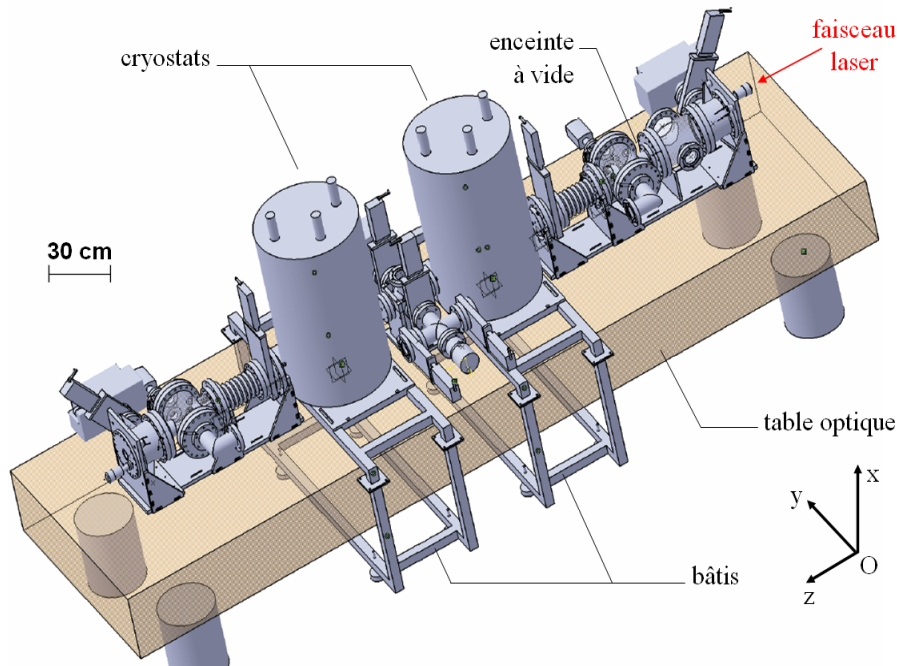


FIGURE 2.49 – Schéma de la table cavité de l'expérience BMV. Les deux bâtis supportant les cryostats sont complètement désolidarisés de la table optique afin de ne pas transmettre les vibrations causées par le tir de champ magnétique.

2.6.2 Pompage et contrôle de la pression de l'enceinte ultravide

Le système de pompage de l'enceinte à vide se compose :

- d'une pompe primaire sèche à spirales (modèle *SH100* de la marque *Varian* non visible sur la figure 2.49) située au centre de l'enceinte, qui permet d'atteindre un vide grossier avec une pression de l'ordre de 10^{-3} atm,
- d'une pompe turbomoléculaire (modèle *Turbo V70* de la marque *Varian*, également non visible sur la figure 2.49 et située en amont de la pompe primaire) qui permet de parvenir aux alentours de 10^{-6} atm,
- de trois pompes ioniques (modèle *VacIon Plus55* de la marque *Varian*) avec lesquelles nous atteignons des pressions inférieures à 10^{-10} atm (ultravide). Deux pompes ioniques se trouvent au niveau des chambres du polariseur et de l'analyseur, la troisième se trouve au centre de l'enceinte.

Le contrôle de la pression se fait via des jauges placées de part et d'autre des tubes pénétrant à l'intérieur des cryostats (modèles à diaphragme *Ceravac CTR100-100* et *1000 Torr*, de la marque *Leybold*), ainsi qu'au niveau du centre de l'enceinte et au niveau des chambres de miroirs de la cavité optique (modèles à ionisation *Ionivac ITR90* de la marque *Leybold*).

Remarques :

- i) Pour descendre à des pressions plus basses (10^{-11} à 10^{-12} atm), nous pouvons étuver l'enceinte à vide afin d'accélérer le dégazage des diverses molécules (gaz, eau, hydrocarbures,...) adsorbées sur les parois en inox de l'enceinte grâce à un câble chauffant

qui se déploie tout autour.

- ii) Un analyseur de gaz résiduels (RGA) contrôle la nature et la pression partielle de gaz rémanents dans l'enceinte. Il est capable de mesurer des pressions comprises entre 1 et 10^{-15} atm. Il valide également les mesures de pressions effectuées via les jauges.

Les vitesses de pompage dépendent d'abord [82] de la pression initiale dans l'enceinte (et donc du nombre de particules initialement adsorbées sur la paroi). Il dépend aussi évidemment du diamètre des éléments au travers desquels le gaz s'écoule. La vitesse du pompage des chambres aux extrémités de l'enceinte est limitée par la traversée des deux petits tubes qui traversent les cryostats. Rappelons qu'en régime permanent et isotherme, le flux d'un gaz quelconque $Q_{G_{a \rightarrow b}}$ entre deux points X_a et X_b d'une conduite est proportionnel à la différence de pressions ($p_a - p_b$) entre ces deux points :

$$Q_{G_{a \rightarrow b}} = K_{ab} (p_a - p_b). \quad (2.209)$$

K_{ab} est la conductance de la canalisation. Elle est homogène à un débit volumique et s'exprime en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Elle est donnée en régime laminaire par :

$$K_{ab} = 121 \frac{(2a)^3}{\Lambda}, \quad (2.210)$$

où $\Lambda = 60 \text{ cm}$ est la longueur du tube et $2a$ son diamètre. Si ce dernier est de 8 mm (resp. 9 mm), K_{ab} vaut 1.0×10^{-4} (resp. 1.5×10^{-4}) $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Ces tubes imposent la vitesse de pompage de l'enceinte, bien que celle de la pompe turbomoléculaire soit 500 fois plus grande : $7 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. La vitesse de pompage effective des chambres a été augmentée en branchant des tombacs parallèlement aux petits tubes (non visibles sur la figure 2.49). Expliquons cette astuce à l'aide de l'analogie entre la conductance d'un tube avec la conductance électrique. La conductance K_{par} d'une conduite équivalente à des canalisations en parallèle⁴ s'obtient en faisant la somme de ces conductances K_j : $K_{\text{par}} = \sum_j K_j$. Nous comprenons donc que pour augmenter la vitesse de pompage de part et d'autre des petits tuyaux, il est nécessaire de brancher en parallèle des tombacs de plus grande section. Leur conductance est environ 6 fois plus grande que celle des tubes : $6.0 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

Le temps de pompage t_{pomp} à travers la conduite⁵, de conductance équivalente K_{par} , nécessaire pour diminuer la pression de P_0 à P à l'intérieur d'un volume V est donnée par :

$$t_{\text{pomp}} = \frac{V}{K_{\text{par}}} \ln \frac{P_0}{P}. \quad (2.211)$$

Dans notre cas, la pression initiale est la pression atmosphérique : $P_0 = 1 \text{ atm}$. La pression à atteindre est $P = 10^{-7} \text{ atm}$; à cette pression les pompes ioniques prennent le relais dans les chambres. Le volume total de celles-ci est évalué à $V = 1.2 \times 10^{-2} \text{ m}^3$. Le temps t_{pomp} est donc voisin de 6 minutes. Il a été réduit d'un facteur 6 en ajoutant les tombacs.

4. Si les canalisations impliquées sont en série, nous sommes les inverses de leurs conductances pour obtenir l'inverse de la conductance équivalente : $K_{\text{sér}}^{-1} = \sum_j K_j^{-1}$.

5. Cette formule est valable si l'on néglige tous les phénomènes de dégazage.

2.6.3 Contrôle de la température des tubes traversant les cryostats

Nous le verrons dans le chapitre 3, les mesures de biréfringences magnétiques des gaz sont dépendantes de la température. Celle des tubes de l'enceinte à vide pénétrant à l'intérieur des cryostats doit donc être connue, contrôlée et le plus homogène possible pour que la densité de gaz le soit elle-même.

Les mesures sont réalisées à la température de la salle blanche qui est régulée par un système d'air conditionné, elle avoisine, au degré près les 20 °C. Nous considérons qu'il s'agit de la température de l'enceinte ultravide ainsi que de son contenu. L'endroit critique se trouve au niveau des tubes traversant les cryostats. Nous avons évoqué en section 2.3.3, la présence d'un interstice régulièrement pompé qui sépare l'azote liquide dans laquelle baignent les bobines ($T = -196^\circ\text{C}$ à pression ambiante) et le petit tube de l'enceinte à vide. L'infime espace (inférieur au millimètre) ne suffit pas pour isoler thermiquement ces deux parties. Il en résulte que la température du petit tube peut être très basse par rapport à la température ambiante. Le profil de température à l'intérieur du tube a été réalisé à l'aide d'une thermistance calibrée et est donné en figure 2.50. Nous constatons que la température diminue, au niveau du centre du cryostat jusqu'à -74°C . Il en résulte inévitablement que le tube gèle : un bouchon de glace se forme entre la paroi interne du tube du cryostat et la paroi externe du tube de l'enceinte, générant ainsi un contact mécanique entre le cryostat et la table cavité et rendant ainsi impossible toute mesure optique.

Nous avons d'abord pensé à enrouler autour du petit tube un fil chauffant de manganin. Il s'agit d'un alliage composé de cuivre, de manganèse et de nickel possédant une forte résistivité et donc capable de transférer une quantité de chaleur suffisante au tube en inox autour duquel il est enroulé. Précisons qu'il y avait en fait deux enroulements de fils inversés, de façon à ne pas confectionner un solénoïde générant un champ magnétique longitudinal dans l'enceinte. Une thermistance a été fixée sur la paroi externe du petit tube, le courant d'alimentation du manganin était alors asservi sur une consigne de température fixée à 20 °C. Le profil de température a été réalisé à l'aide d'une thermistance calibrée et est présenté sur la figure 2.50. On remarque que la température reste plus proche de la température ambiante, mais varie de plusieurs degrés au niveau de la bobine. La chaleur transmise par l'enroulement de manganin ne se répartissait pas uniformément dans le tube d'inox. Nous avons essayé plusieurs profils d'enroulements plus ou moins uniformes, sans succès.

Le fait de faire circuler un flux d'air comprimé entre la paroi interne du tube du cryostat et externe du tube de l'enceinte à vide s'est révélé bien plus efficace : le profil de température est alors plus homogène, la température ne varie pas de plus de 1 °C au niveau de la bobine (voir figure 2.50).

Le flux d'air comprimé est coupé au moment de chaque tir de façon à ne pas introduire de vibration et de bruits dans la détection optique. Nous avons mesuré la diminution de température au centre du cryostat sans air comprimé : elle est inférieure à 1 °C en deux minutes. Il s'agit du temps dont nous disposons pour charger le générateur et effectuer le tir. Nous pouvons par conséquent raisonnablement dire que nos mesures de biréfringences

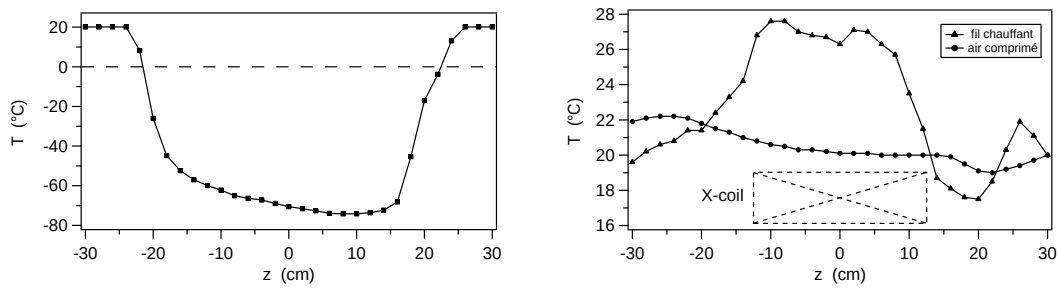


FIGURE 2.50 – Profils en température de l’intérieur du tube de l’enceinte traversant un cryostat. Les profils sont réalisés sur toute la largeur du cryostat. A gauche, sans air ni chauffage du tube (■), la température peut descendre jusqu’à -74°C et le tube peut geler. A droite, avec chauffage du tube avec un fil de manganin (▲), la température est positive, mais varie beaucoup au niveau de la bobine. La circulation d’air comprimé entre les tubes du cryostat et de l’enceinte à vide homogénéise bien mieux le profil de température (●). L’incertitude sur les valeurs de la température est de 0.1° .

magnétiques (dans les gaz) sont données, en échelle absolue de températures, à $(293 \pm 1) \text{ K}$.

Les éléments centraux du dispositif expérimental ont été caractérisés en détail dans cette partie. Nous abordons dans le chapitre suivant l’utilisation de notre appareil pour la mesure de biréfringences magnétiques.

Chapitre 3

Mesures de biréfringences magnétiques

3.1 Introduction

Nous présentons tout d'abord dans ce chapitre l'acquisition et l'analyse des données. Nous exposerons dans un second temps les mesures de biréfringences magnétiques dans les gaz et nous établirons un bilan des incertitudes ainsi que des effets systématiques auxquels elles sont soumises. Enfin, nous donnerons les résultats de nos mesures de biréfringence magnétique dans le vide, ainsi que les limitations actuelles de notre dispositif expérimental.

3.2 Acquisition et analyse des données expérimentales

3.2.1 Acquisition des données

La procédure de mesure de biréfringences magnétiques comporte plusieurs étapes. Une boucle de sécurité doit ensuite être validée au niveau de la ou des bobines que nous utilisons :

- i) Nous contrôlons d'abord le volume d'azote présent dans les cryostats.
- ii) Nous mesurons précisément la résistance des bobines, qui est une image de leur température. La mesure de résistance nous permet en outre de détecter un éventuel problème dans la bobine :
 - si la résistance devient trop basse, elle indique un probable court-circuit,
 - si elle reste à une valeur trop élevée, elle peut indiquer un début de rupture du conducteur.

Nous plaçons ensuite le dispositif expérimental dans les conditions les plus calmes possibles. Au vu des faibles puissances optiques que nous cherchons à mesurer, nous travaillons bien sûr dans l'obscurité la plus totale. Afin de s'affranchir de tout bruit de vibration, la centrale de traitement et de climatisation de l'air de la salle blanche (voir la section 2.4.2) est éteinte. Le flux d'air entre les tubes de l'enceinte à vide et des cryostats (voir la section 2.6.3) est également coupé. Nous asservissons ensuite le laser sur la cavité Fabry-Perot.

Après être sortis de la salle blanche puis avoir regagné le sas d'entrée de la salle blanche nous procédons :

- i) au chargement du banc de condensateurs,
- ii) à l'armement des gâchettes des thyristors (ouverture d'une fenêtre de tir *i.e.* autorisation d'envoi de la commande optique),
- iii) au tir, après une dernière vérification de l'état d'asservissement du laser sur la cavité.

Pendant un tir, nous enregistrons une dizaine de signaux à l'aide d'un oscilloscope différentiel 16 bits à dix voies et grande mémoire (modèle *Hioki, Memory HiCORDER 8860-50*) [55] :

- quatre signaux optiques :
 - l'intensité du faisceau ordinaire I_t via la mesure de la tension $V_t = g_t I_t$ aux bornes de la photodiode Ph_t ,
 - l'intensité du faisceau extraordinaire I_e via la mesure de la tension $V_e = g_e I_e$ aux bornes de la photodiode Ph_e ,

- l'intensité du faisceau incident I_i via la mesure de la tension aux bornes de la photodiode Ph_i ,
- la composante DC de l'intensité du faisceau réfléchi I_r^{DC} via la mesure de la tension aux bornes de la voie DC de la photodiode Ph_r .
- six signaux reliés aux champs magnétiques, avec pour chacune des deux bobines la mesure :
 - du courant I traversant la bobine, via la mesure de la tension $V_s = R_s I$ aux bornes de la résistance de shunt R_s , afin de calculer le champ magnétique B ,
 - de la haute tension aux bornes de la bobine,
 - de la tension V_{pk} aux bornes de la bobine pick-up, dont l'intégration temporelle permet de remonter à la valeur du champ magnétique, et dont les irrégularités permettent de détecter un éventuel problème.

Dans la suite de ce chapitre, nous présentons des résultats obtenus avec une seule bobine X-coil : celle située dans le cryostat le plus proche du miroir M_1 de la cavité Fabry-Perot. On peut alors utiliser les trois voies ainsi libérées sur le Hioki. Il est par exemple possible d'y brancher un accéléromètre ou un sismomètre afin de faire des études de vibrations mécaniques, ou bien le signal d'erreur de Pound-Drever-Hall afin de voir le comportement de l'asservissement lors d'un tir, ou encore une bobine pick-up que l'on peut placer à un endroit voulu du dispositif expérimental.

Voyons maintenant comment, à partir de ces signaux physiques, construire un signal utile nous permettant de faire des mesures de biréfringences magnétiques.

3.2.2 Analyse des données

Position du problème

La mesure de biréfringence magnétique Δn s'effectue via la mesure d'une ellipticité Ψ . Celle-ci est calculée à partir de la mesure des intensités des faisceaux ordinaire et extraordinaire pendant un tir de champ magnétique. Rappelons le lien entre ces intensités :

$$I_e(t) = I_t(t) [\sigma^2 + (\Gamma + \Psi(t))^2]. \quad (3.1)$$

Nous avons donc une première expression « optique » de Ψ :

$$\pm \Psi(t) = -|\Gamma| + \sqrt{\frac{I_e(t)}{I_t(t)} - \sigma^2}. \quad (3.2)$$

La valeur de Γ est déterminée en calculant la moyenne du rapport I_e/I_t avant le tir. Elle est donc donnée par le rapport :

$$|\Gamma| = \sqrt{\left\langle \frac{I_e}{I_t} \right\rangle_{\text{avant tir}} - \sigma^2}. \quad (3.3)$$

C'est le champ magnétique pulsé $B(t)$ qui donne une modulation naturelle de l'ellipticité.

Rappelons alors la relation (équation (2.102)) qui existe entre $\Psi(t)$, Δn_b et $B(t)$:

$$\Psi(t) = \frac{4\pi\tau\Delta^{\text{ISL}}}{\lambda} B^2(t) L_B \sin 2\theta \Delta n_b. \quad (3.4)$$

où Δn_b est la biréfringence magnétique normalisée à 1 T à mesurer. Elle sera exprimée en T^{-2} .

L'idée est donc de mesurer d'abord l'ellipticité pendant un tir, puis de corrélérer sa variation temporelle à celle du carré du champ magnétique (nous allons voir comment par la suite) : c'est la technique homodyne [55]. Nous déduirons enfin la valeur de la biréfringence magnétique Δn_b . Toutes les grandeurs nécessaires sont données dans les équations ci-dessus et sont accessibles à l'expérimentateur. Mais nous allons voir dans la section suivante qu'il faut opérer une modification sur certaines d'entre elles.

Retour sur le rôle de filtre passe bas joué par la cavité

Comme cela a été démontré dans la section 2.4.2, la cavité optique joue le rôle d'un filtre passe bas qui n'est pas du même ordre vis à vis du signal ordinaire (ordre 1) et du signal extraordinaire (ordre 2). La cavité filtre (et *de facto* atténue et retarde) l'intensité I_e par rapport à l'intensité I_t . Il faut donc appliquer mathématiquement un filtre passe bas d'ordre 1 sur cette dernière avant de pouvoir la comparer à I_e et de calculer Ψ . Cela donne, dans l'espace des fréquences (ν_m) :

$$I_{t,f}(\nu_m) = \frac{1}{1 + i\frac{\nu_m}{\nu_c}} I_t(\nu_m), \quad (3.5)$$

où, rappelons le, ν_c est la fréquence de coupure de la cavité. Le fait d'appliquer ce filtre sur un signal qui ne varie pas *a priori* au cours du temps revient à prendre en compte les fluctuations de la puissance intra-cavité. La nouvelle expression de l'ellipticité devient :

$$\pm\Psi_f(t) = -|\Gamma| + \sqrt{\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)}} - \sigma^2. \quad (3.6)$$

Nous travaillons par ailleurs en régime pulsé. Nous constatons que les photons séjournent dans la cavité pendant un temps τ de l'ordre de la milliseconde, voisin du temps caractéristique de la variation du champ magnétique. En d'autres termes, les photons perçoivent une valeur moyenne du carré du champ magnétique sur tout leur trajet à l'intérieur de la cavité. Il convient donc d'appliquer mathématiquement le même filtre passe bas sur le carré du champ magnétique :

$$B_f^2(\nu_m) = \frac{1}{1 + i\frac{\nu_m}{\nu_c}} B^2(\nu_m). \quad (3.7)$$

L'ellipticité est alors proportionnelle au carré du champ magnétique filtré :

$$\Psi_f(t) = \kappa B_f^2(t). \quad (3.8)$$

Les calculs réalisés dans les références [55, 78] traitent le cas de la modulation sinusoïdale de l'ellipticité $\psi(t)$ appliquée sur une seule traversée de la cavité. Cette ellipticité a pour expression :

$$\psi(t) = \psi_0 \sin(2\pi\nu_m t). \quad (3.9)$$

où ν_m est la fréquence de modulation. L'expression de l'ellipticité $\Psi(t)$ en sortie de l'interféromètre est donnée par :

$$\Psi(t) = \frac{2F}{\pi} \frac{\psi_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\nu_m}{\nu_c}\right)^2}} \sin(2\pi\nu_m t + \phi_m), \quad (3.10)$$

où $\arctan \phi_m = -\nu_m/\nu_c$. L'ellipticité en sortie $\Psi(t)$ est donc atténuée et déphasée par rapport à l'ellipticité appliquée $\psi(t)$, si cette dernière varie avec un temps caractéristique voisin du temps de vie des photons dans la cavité. En ayant mesuré $\Psi_f(t)$ et $B_f^2(t)$, nous calculons à chaque tir le facteur de corrélation κ_{cor} donné par :

$$\kappa_{\text{cor}} = \frac{\int_0^{T_i} \Psi_f(t) B_f^2(t) dt}{\int_0^{T_i} [B_f^2(t)]^2 dt}, \quad (3.11)$$

où T_i est le temps d'intégration du tir, typiquement de l'ordre de 4 ms. Le facteur de corrélation sera exprimé en rad.T^{-2} . Il est important de noter que la corrélation est une méthode bien adaptée lorsque l'on connaît *a priori* la forme des signaux à intégrer. De plus, cette méthode est facilement implémentable. Nous utilisons la corrélation pour nos mesures de biréfringences magnétiques dans les gaz (partie 3.3) et pour nos premières mesures dans le vide (début du paragraphe 3.4.1).

A l'appui des relations (3.4) et (3.8), l'expression de la biréfringence magnétique Δn_b s'écrit :

$$\Delta n_b = \frac{\kappa_{\text{cor}}}{4\pi \tau \Delta^{\text{ISL}}} \frac{\lambda}{L_B} \frac{1}{\sin 2\theta}. \quad (3.12)$$

Temps de vie des photons *vs* filtrage par la cavité

L'augmentation de la valeur du temps de vie τ des photons à l'intérieur de la cavité augmente l'ellipticité à mesurer mais diminue dans le même temps la fréquence de coupure de la cavité, donnée par $\nu_c = 1/4\pi\tau$, ce qui atténue le champ magnétique vu par les photons.

Supposons que le profil du champ magnétique (montée puis descente) soit approximé par une fonction sinus de période valant $4t_{\text{max}}$. Son amplitude est donc réduite d'un facteur

$f_{\text{at}}(\tau)$:

$$f_{\text{at}}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\frac{4t_{\text{max}}}{\nu_c}}\right)^2}}, \quad (3.13)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi\tau}{t_{\text{max}}}\right)^2}}. \quad (3.14)$$

D'autre part, l'ellipticité Ψ est proportionnelle à la finesse de la cavité et donc à τ . Nous obtenons finalement pour l'amplitude de l'ellipticité :

$$\Psi_f(t) = \frac{4\pi\Delta^{\text{ISL}}}{\lambda} B^2(t) L_B \sin 2\theta \Delta n_b \times \tau f_{\text{at}}. \quad (3.15)$$

On trace sur la figure 3.1 l'évolution du facteur $\tau \times f_{\text{at}}(\tau)$ en fonction de τ pour différents temps de montée du champ magnétique t_{max} . La valeur actuelle de ce dernier est de 2 ms (courbe en bleu foncé sur la figure). On constate que pour une valeur de t_{max} donnée, la quantité $\tau \times f_{\text{at}}(\tau)$ atteint une limite lorsque τ augmente. Dans la configuration actuelle de l'expérience, le fait d'augmenter τ de 50 % ne fait qu'augmenter l'effet de 8 %. Il sera donc à l'avenir plus utile de diminuer le temps de montée du champ magnétique que de chercher à augmenter la finesse de la cavité. Ceci pourra être rendu possible en modifiant les capacités et les inductances du générateur.

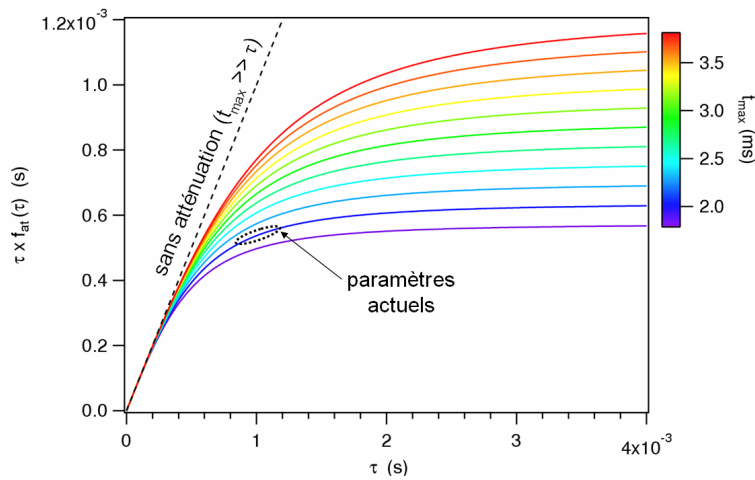


FIGURE 3.1 – Evolution du facteur $\tau \times f_{\text{at}}(\tau)$ en fonction de τ pour différents temps de montée du champ magnétique t_{max} . Le cercle en pointillés noirs correspond à la situation actuelle de l'expérience. On constate une saturation de l'effet combiné du champ et de la cavité lorsque τ augmente.

3.3 Mesure de la biréfringence magnétique de gaz

3.3.1 Objectif

Les mesures de biréfringences magnétiques dans les gaz permettent de vérifier le bon fonctionnement de notre appareil expérimental en comparant nos résultats aux autres valeurs expérimentales publiées ainsi qu'aux valeurs issues des calculs de chimie quantique. Réciproquement, nos mesures expérimentales de biréfringences magnétiques peuvent permettre de valider ces calculs.

Brièvement, les calculs de biréfringences magnétiques Δn des gaz s'appuient sur la théorie décrivant l'action d'un champ magnétique B (et d'un champ électrique E) sur une molécule dont le nuage électronique se déforme et se polarise. En suivant la démarche de A. D. Buckingham et J. A. Popple [83], sur laquelle s'appuie la référence [84], on écrit le développement en puissances de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ de l'énergie interne $U(\vec{E}, \vec{B})$ d'une telle molécule :

$$\begin{aligned} U(\vec{E}, \vec{B}) &= U_0 - P_i E_i - M_i B_i - \frac{1}{2} \alpha_{eij} E_i E_j - \frac{1}{2} \chi_{mij} B_i B_j \\ &+ \frac{1}{2} \xi_{mijk} E_i B_j B_k - \frac{1}{4} \eta_{mijkl} E_i E_j B_k B_l + O(E^3, B^3). \end{aligned} \quad (3.16)$$

La notation covariante d'Einstein est ici utilisée : la sommation se fait sur les indices i, j, k et l désignant chacun une direction x ou y ou z . A l'ordre 0, P et M désignent respectivement la polarisation et l'aimantation spontanées de la molécule. Au premier ordre, α_e et χ_m symbolisent respectivement sa polarisabilité électrique et sa susceptibilité magnétique. ξ_{mijk} et η_{mijkl} sont les éléments du premier et du second tenseur d'hypersusceptibilité magnétique. Chacun de ces coefficients est obtenu via des calculs *ab initio* de chimie quantique. La résolution de l'équation de Schrödinger en présence de champ externe se fait via la méthode MCSCF (« *multi-configurational self-consistent field* ») qui utilise une combinaison linéaire de fonctions d'état de configuration afin d'approximer la fonction d'onde électronique exacte de la molécule considérée.

Puisque son nuage électronique est déformé, la molécule acquiert une polarisabilité électronique Π_{eij} , obtenue en dérivant deux fois l'énergie interne U par rapport au champ E :

$$\Pi_{eij} \equiv -\frac{\partial^2 U}{\partial E^2}, \quad (3.17)$$

$$= \alpha_{eij} + \frac{1}{2} \eta_{mijkl} B_k B_l + O(E^3, B^3). \quad (3.18)$$

On relie ensuite la grandeur microscopique Π_e à la constante diélectrique ε (grandeur macroscopique) via la relation de Clausius-Mossotti [3] :

$$\varepsilon = 1 + 4\pi \frac{N_A}{(4\pi\epsilon_0)V_m} \Pi_e \equiv n^2, \quad (3.19)$$

où N_A est la constante d'Avogadro, ε_0 est la permittivité du vide et V_m est le volume molaire du gaz. Pour des permittivités relatives $\varepsilon_{//}$ et $\varepsilon_{\perp}$ petites devant 1, la biréfringence magnétique a donc comme expression approchée :

$$\Delta n = n_{//} - n_{\perp}, \quad (3.20)$$

$$= \sqrt{\varepsilon_{//}} - \sqrt{\varepsilon_{\perp}}, \quad (3.21)$$

$$\simeq 2\pi \frac{N_A}{(4\pi\varepsilon_0)V_m} \Delta\Pi_e, \quad (3.22)$$

où $\Delta\Pi_e$ est une anisotropie de polarisabilité. C'est la différence entre les polarisabilités de la molécule (ou de l'atome) de gaz soumis(e) à un faisceau polarisé parallèlement et perpendiculairement au champ magnétique.

Dans le cas des gaz parfaits (cas de nos conditions expérimentales), la biréfringence magnétique Δn s'exprime en fonction des anisotropies de polarisabilité électrique $\Delta\alpha_e$, de susceptibilité magnétique $\Delta\chi_m$ et d'hypersusceptibilité magnétique $\Delta\eta_m$:

$$\Delta n = \frac{\pi B^2 P}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{\Delta\eta_m}{k_B T} + \frac{2}{15} \frac{\Delta\alpha_e \Delta\chi_m}{(k_B T)^2} \right). \quad (3.23)$$

Cette biréfringence est proportionnelle à la pression P . Elle est développée en puissances de $1/k_B T$, où T est la température du gaz et k_B la constante de Boltzmann. Elle est enfin, tout comme le vide, proportionnelle au carré du champ magnétique B .

Remarque :

La relation (3.23) se simplifie pour les gaz nobles *i.e.* purement atomiques et pour les molécules « sphériques » *i.e.* de symétrie cubique ou isocaédrique. Ces systèmes ne présentent pas d'anisotropies de polarisabilité électrique ni de susceptibilité magnétique. Dans ce cas, l'effet Cotton-Mouton s'écrit simplement :

$$\Delta n = \frac{\pi B^2 P}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{\Delta\eta_m}{k_B T} \right). \quad (3.24)$$

Nous constatons que les biréfringences magnétiques des gaz dépendent de leur pression et de leur température. Les mesures de biréfringences nécessitent donc le contrôle rigoureux de ces paramètres sur tout le volume de l'enceinte dans laquelle ils sont introduits, et ce pendant toute la durée de la mesure.

Nous nous concentrons dans ce qui suit sur les mesures réalisées dans le diazote.

3.3.2 Biréfringence magnétique du diazote

Nous présentons dans cette partie le cheminement expérimental que nous employons usuellement pour effectuer les mesures de biréfringences magnétiques. Nous présentons d'abord les données brutes, issues de la référence [62] donnée en annexe B, puis appliquerons à certaines d'entre elles des traitements mathématiques. Nous donnerons ensuite un

bilan d'incertitudes détaillé sur les grandeurs auxquelles nous avons accès expérimentalement, avant de discuter l'incidence d'effets systématiques sur la mesure de biréfringences magnétiques.

Signaux bruts

Nous effectuons un tir de champ magnétique après avoir introduit du diazote à l'intérieur de l'enceinte de l'expérience. Nous donnons sur la figure 3.2 un exemple de signaux représentant l'évolution de l'intensité du faisceau ordinaire I_t (en haut), de l'intensité du faisceau extraordinaire I_e (au milieu) et du carré du champ magnétique B (en bas) au cours du temps. Celui-ci atteint sa valeur maximale de 5.2 T à un temps $t_{\max} = 1.8$ ms. La pression de diazote régnant à l'intérieur de l'enceinte est de $(32.1 \pm 0.3) \times 10^{-3}$ atm (1 atm = $1,013 \times 10^5$ Pa). La finesse de la cavité Fabry-Perot est de 481 000.

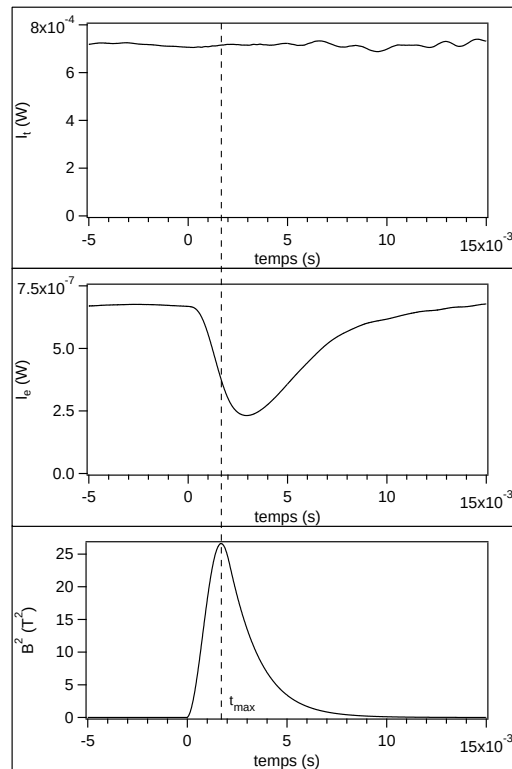


FIGURE 3.2 – Graphes temporels des intensités du faisceau ordinaire I_t (en haut), du faisceau extraordinaire I_e (au milieu) et du carré du champ magnétique B (en bas). La pression de diazote régnant à l'intérieur de l'enceinte est de 32.1×10^{-3} atm. Le minimum de l'intensité I_e ne coïncide pas avec le maximum du champ magnétique.

L'intensité du faisceau ordinaire reste constante pendant la totalité de la durée du tir de champ magnétique. Des oscillations causées par une onde acoustique générée par le tir apparaissent toutefois après 4 ms. Nous avons vérifié cette hypothèse en réalisant un tir au même champ après avoir fixé des accéléromètres sur les montures des miroirs M_1 et M_2 . On constate sur la figure 3.3 que l'onde acoustique arrive sur le miroir M_1 après s'être

propagée dans l'air en 4 ms. Le miroir M_2 étant plus éloigné de la bobine que l'on utilise, l'onde sonore y parvient légèrement plus tard.

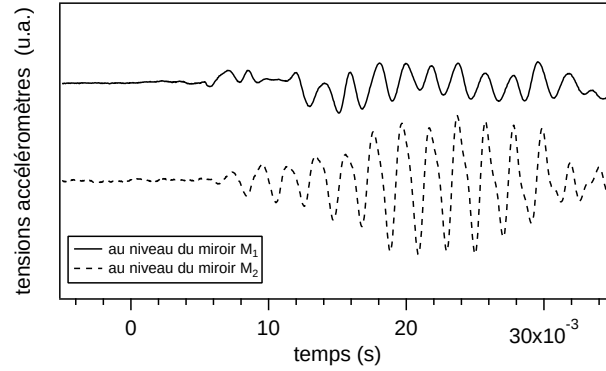


FIGURE 3.3 – Evolutions temporelles des tensions aux bornes des accéléromètres fixés sur les montures de miroirs M_1 (en trait plein) et M_2 (en pointillés). Le début du tir est à $t = 0$. L'onde sonore parvient sur le miroir M_1 en environ 4 ms, et un peu plus tard sur le miroir M_2 qui est plus éloigné de la bobine utilisée.

L'intensité I_t donne un signal de référence, elle indique le niveau de puissance lumineuse présente à l'intérieur de la cavité. Son tracé nous permet en outre de déceler tout problème optique pouvant être dû à un éventuel désalignement ou à l'absorption par le milieu intra-cavité, ou encore toute perturbation mécanique due par exemple à un contact entre le cryostat et l'enceinte à vide. La mesure de I_t nous renseigne enfin sur l'état d'asservissement du laser sur la cavité optique, et nous permet de discerner les tirs inexploitable.

La variation de l'intensité du faisceau extraordinaire reflète l'apparition de la biréfringence du gaz due au champ magnétique. Rappelons qu'en l'absence de champ, I_e n'est pas nulle à cause de l'extinction σ des polariseurs et de la biréfringence intrinsèque Γ des miroirs de la cavité. D'après la relation (3.1) elle vaut :

$$I_e(t < 0) = I_t (\sigma^2 + \Gamma^2). \quad (3.25)$$

A l'appui du graphe ci-dessus, on constate qu'au cours de ce tir :

$$I_e(t < 0) \simeq 9.5 \times 10^{-4} I_t, \quad (3.26)$$

$$\simeq \Gamma^2 I_t, \quad (3.27)$$

car la valeur de l'extinction des polariseurs a été déterminée dans la section 2.2.2 : $\sigma^2 \simeq 2 \times 10^{-7}$.

Le minimum de l'intensité I_e correspond, comme nous allons le voir dans la suite, au maximum de l'effet du champ magnétique. Remarquons que ces deux extrema ne coïncident pas temporellement : le minimum de I_e se situe à $t = 2.9$ ms, soit 1.1 ms après le maximum du champ magnétique : l'effet du champ est donc bien retardé.

Comparons sur la figure 3.4 les graphes temporels de l'ellipticité filtrée Ψ_f (en gris),

donnée par l'équation (3.6) avec le champ magnétique filtré (en pointillés noirs) et non filtré (en trait continu noir).

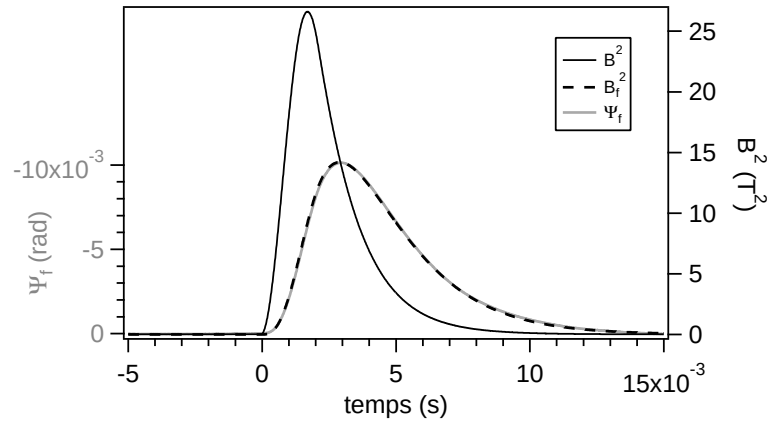


FIGURE 3.4 – Graphes de l'ellipticité filtrée Ψ_f (en gris) et des carrés des champs magnétiques non filtré (en trait continu noir) et filtré (en pointillés noirs) en fonction du temps. L'ellipticité et le carré du champ filtré atteignent leur extremum en même temps et leurs graphes sont parfaitement superposables.

Nous remarquons une superposition quasiment parfaite des graphes de l'ellipticité filtrée et du champ magnétique filtré au carré. Ces deux quantités atteignent leur extremum en même temps : ceci confirme la nécessité d'appliquer le filtre passe bas du premier ordre sur ce dernier. Remarquons que l'effet de la fonction de filtrage sur Ψ est moins manifeste car elle concerne uniquement I_t (voir la relation (3.6)), et cette intensité varie peu au cours du temps. Le filtrage a par contre l'avantage de réduire le bruit de cette ellipticité à quelques 10^{-5} rad (les oscillations ne sont pas visibles sur la figure 3.4).

Une fois calculés Ψ_f et B_f^2 , nous calculons le facteur de corrélation κ_{cor} via la relation (3.11), puis la biréfringence magnétique Δn_b via la relation (3.12). Pour cela, nous devons évaluer au mieux chacun des paramètres qui constituent la relation :

$$\Delta n_b = \frac{\kappa}{4\pi\tau\Delta^{\text{ISL}}} \frac{\lambda}{L_B} \frac{1}{\sin 2\theta}. \quad (3.28)$$

Mesure des paramètres expérimentaux

Dans ce paragraphe, nous détaillons les mesures permettant d'évaluer les paramètres de l'équation (3.28) ainsi que leurs incertitudes associées. les incertitudes sont exprimées à un écart type σ qui correspond à un intervalle de confiance d'environ 68 % [85]. De plus, nous prenons en compte deux types d'incertitudes :

- Celles de type A, sont évaluées au moyen d'une analyse statistique d'une série de mesures. Elles concernent principalement les mesures du temps de vie τ des photons dans la cavité et du facteur κ .
- Celles de type B, qui sont évaluées en utilisant un autre moyen qu'une analyse statistique, comme la calibration ou la résolution d'un appareil de mesure par exemple.

Elles affectent spécialement le champ magnétique B , l'intervalle spectral libre de la cavité Δ^{ISL} , la longueur magnétique effective L_B , la longueur d'onde du laser λ et l'angle θ entre la polarisation lumineuse incidente et le champ magnétique.

Temps de vie des photons dans la cavité

Le temps de vie τ des photons dans la cavité est mesuré en analysant la décroissance exponentielle de l'intensité de la lumière transmise après coupure du faisceau laser incident. Plusieurs mesures sont effectuées, à la fois avant et après quasiment chaque tir de champ magnétique. L'incertitude sur la valeur de τ vient du fait que les miroirs peuvent un peu bouger à cause de fluctuations thermiques ou encore des vibrations acoustiques générées par le tir. Des mesures conduites sous les mêmes conditions expérimentales ont été regroupées de manière à en faire une analyse statistique. Elle ont permis de conclure que la variation de τ n'excède pas 2 % à 1σ d'intervalle de confiance. On donne un exemple de décroissance ajustée par une exponentielle sur la figure 3.5. L'incertitude associée à l'ajustement est négligeable (de l'ordre de 0.05 %). On donnera ici la valeur de $\tau = (1.16 \pm 0.02)$ ms.

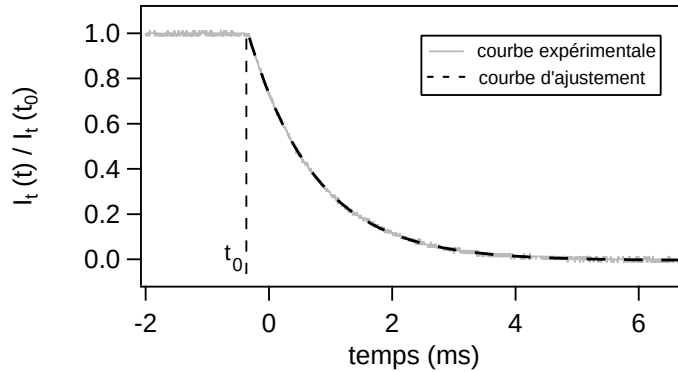


FIGURE 3.5 – Evolution temporelle (en gris) de l'intensité I_t du faisceau ordinaire transmis par la cavité Fabry-Perot suite à la coupure du faisceau laser incident. La courbe d'ajustement (en pointillés noirs) se superpose parfaitement aux données expérimentales.

De surcroît, des séries de données acquises pendant les campagnes de tirs (*i.e.* avant et après les tirs) présentent les mêmes propriétés statistiques que celles prises sans aucun champ magnétique. Nous en avons conclu que le champ magnétique n'avait aucune incidence sur les variations de τ .

Facteur de corrélation

Le facteur de corrélation est donné par la relation (3.11). L'incertitude de type A sur κ_{cor} dépend exclusivement de la mesure de l'ellipticité Ψ_f , et, par voie de conséquence, des paramètres expérimentaux donnés par l'équation (3.6). En pratique, pour avoir accès à cette incertitude de type A, nous réalisons plusieurs tirs dans les mêmes conditions expérimentales. On donne à titre d'exemple sur la figure 3.6 l'histogramme du facteur de corrélation κ_{cor} obtenu après avoir réalisé 26 tirs de champ magnétique (à 4.5 T) dans

7.5×10^{-3} atm de diazote.

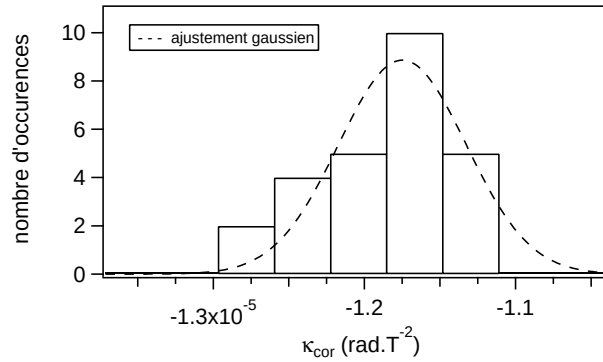


FIGURE 3.6 – Histogramme du facteur de corrélation κ_{cor} obtenu après avoir réalisé $N=26$ tirs de champ magnétique (à 4.5 T) dans 7.5×10^{-3} atm de diazote. La courbe d'ajustement (en pointillés) montre une distribution gaussienne. La valeur centrale de l'ajustement donne la valeur moyenne et l'incertitude de type A associée à une seule mesure et donnée par l'écart type de la gaussienne.

La distribution des valeurs de κ_{cor} suit une loi gaussienne. La valeur centrale de l'ajustement donne la valeur la plus probable *i.e.* la valeur moyenne. Elle est de $-1.24 \times 10^{-5} \text{ rad.T}^{-2}$ pour cette distribution. L'incertitude sur cette valeur moyenne est donnée par l'écart type de la distribution (vallant ici $0.04 \times 10^{-5} \text{ rad.T}^{-2}$) divisé par la racine carrée du nombre de points. L'incertitude relative de type A associée à une seule mesure de κ_{cor} est ici de 3.5 %, elle peut être réduite en augmentant le nombre de mesures.

L'incertitude de type B associée au facteur de corrélation κ_{cor} dépend *i)* de celle du carré du champ magnétique, *ii)* des facteurs de conversion des photodiodes Ph_t et Ph_e mais aussi *iii)* de la fonction de filtrage appliquée sur l'ellipticité et sur le carré du champ magnétique.

- i) Pour mesurer le champ magnétique B pendant les tirs, on mesure l'intensité I du courant injecté dans la bobine. Le facteur de forme B/I a été déterminé pendant la phase de tests [61] suivant les trois méthodes exposées dans la section 2.3.2 :
 - par simulation numérique à l'aide du modèle des éléments finis qui a donné 1.571 mT/A ,
 - par détection synchrone, à l'aide d'une bobine pick-up calibrée par rapport à une bobine étalon du *Physikalisch Technische Bundesanstalt* (PTB, Berlin). La section effective de notre pick-up a d'abord été mesurée : $N_s S_s = (953 \pm 7) \text{ mm}^2$. La valeur du facteur de forme obtenue par la suite était de $(1.56 \pm 0.01) \text{ mT/A}$.
 - plusieurs tirs à froid ont été réalisés, et le champ a été mesuré à l'aide de la même bobine pick-up calibrée et ont livré un facteur de forme de $(1.56 \pm 0.01) \text{ mT/A}$.

Nous prenons donc la valeur du facteur de forme :

$$\frac{B}{I} = (1.56 \pm 0.01) \text{ mT/A}, \quad (3.29)$$

qui est compatible avec celle donnée par la simulation numérique.

L'incertitude relative de type B associée au champ magnétique est donc de 0.7 %. Puisque le champ est au carré dans l'expression du facteur de corrélation, l'incertitude relative induite sur κ_{cor} est donc de 1.4 %.

- ii) Le rapport des facteurs de conversion des photodiodes g_e/g_t est régulièrement vérifié en envoyant la même intensité lumineuse sur chaque photodiode. D'une mesure à l'autre, on évalue l'incertitude relative de ce paramètre à 1.5 %.
- iii) Les termes $I_t(t)$ et $B^2(t)$ sont filtrés par une fonction qui fait appel au paramètre τ . De manière empirique, nous avons constaté qu'une variation de 2 % du temps de vie τ menait à une variation de 0.8 % de κ_{cor} .

Finalement, nous sommons quadratiquement les incertitudes ci-dessus et nous déduisons qu'une incertitude relative de type B de 2.2 % est à prendre en compte lors de chaque mesure du facteur de corrélation κ_{cor} .

Intervalle spectral libre de la cavité

La mesure de Δ^{ISL} repose sur la méthode exposée dans le paragraphe 2.4.2. Donnons en une valeur typique : $\Delta^{\text{ISL}} = (65.996 \pm 0.017)$ MHz, qui correspond à une longueur de cavité $L_c = (2.2713 \pm 0.0006)$ m. L'incertitude relative est donc de 3×10^{-4} , elle apparaît essentiellement lorsque l'on cherche à faire coïncider (à l'œil sur l'oscilloscope) les deux séries de pics de transmission de la cavité. Le générateur de signaux sinusoïdaux a été étalonné avec un oscillateur à quartz (modèle *Marconi 2024*), et l'incertitude sur la fréquence de l'onde radio envoyée dans le modulateur acousto-optique n°2 est négligeable.

La longueur de la cavité peut être sujette à des variations, dues par exemple à la fixation variable des miroirs sur leur monture. Elle est donc régulièrement vérifiée et actualisée.

Longueur magnétique effective

Le calcul de la longueur L_B a été effectué numériquement en appliquant la définition (2.35). Nous avons déterminé le profil du champ magnétique en effectuant des tirs (voir la figure 2.10 de la section 2.3.2). Nous avons fixé une bobine pick-up préalablement calibrée sur une tige et l'avons translatée à l'intérieur du tube de l'enceinte, et effectué un tir à chaque position (tout les centimètre environ). En considérant les incertitudes sur la valeur du champ magnétique, nous obtenons pour la bobine X-coil que nous utilisons la longueur magnétique $L_B = (0.137 \pm 0.003)$ m. Ceci correspond à une incertitude de type B de 2.2 %.

Longueur d'onde du laser

Rappelons que nous travaillons dans le domaine infrarouge. La longueur d'onde de notre laser Nd :YAG est de 1064 nm, et son incertitude est donnée par la largeur de la transition laser. Nous pouvons estimer la largeur naturelle de notre source laser à partir de la bande passante de la courbe de gain du milieu amplificateur. Elle est typiquement, pour un cristal de Nd :YAG de l'ordre de 30 GHz [86]. Ceci correspond à une incertitude sur la longueur d'onde du laser de 0.3 nm. D'un état d'asservissement à l'autre, la fréquence centrale de

cette raie est modulée via l'application d'une tension sur la cale piezoélectrique (modification ne dépassant pas les 10 MHz), et via le contrôle en température (n'excédant pas le GHz). La fréquence du faisceau est également modifiée lorsque il traverse le modulateur acousto-optique modification ne dépassant pas les 300 MHz). Afin d'être conservatifs, nous utiliserons la longueur d'onde suivante : $\lambda = (1064.0 \pm 0.5) \text{ nm}$. L'incertitude relative correspondante est inférieure à 5×10^{-4} ; elle est négligeable devant les incertitudes associées aux autres paramètres de l'expérience.

Angle entre la polarisation incidente et la direction du champ magnétique

L'angle θ entre la polarisation du faisceau laser entrant dans la cavité et la direction du champ magnétique doit être ajusté à 45° de façon à maximiser l'effet du champ magnétique sur l'ellipticité acquise par la lumière (voir la relation (2.11)).

Nous avons pour cela introduit de l'air dans notre enceinte (la pression était de $7 \times 10^{-3} \text{ atm}$) puis effectué des tirs de champ magnétique en tournant progressivement la polarisation incidente. Un tir a été réalisé pour chaque angle θ_P du polariseur P que nous avons tourné. L'analyseur A a évidemment été tourné lui aussi du même angle de façon à maintenir l'extinction. De façon à être plus sensibles, nous nous sommes placés autour de la position où le polariseur et le champ magnétique étaient parallèles (*i.e.* proche de $\theta=0^\circ$). Pour chaque angle θ_P , nous avons ensuite calculé les facteurs de corrélation entre l'ellipticité et le champ magnétique. On donne sur la figure 3.7 l'évolution du facteur κ_{cor} en fonction de l'angle θ_P . L'incertitude sur les valeurs des angles est évaluée à 0.1° . Les données

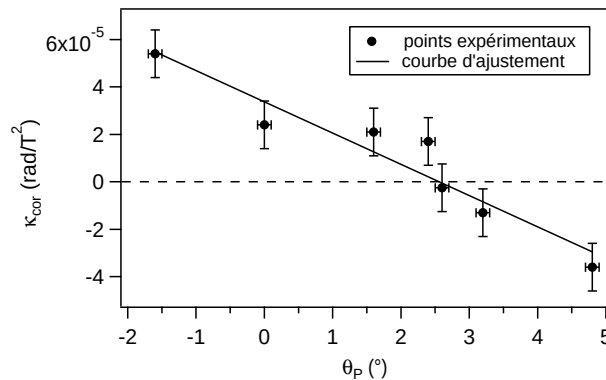


FIGURE 3.7 – Evolution du facteur de corrélation κ_{cor} entre le champ magnétique et l'ellipticité en fonction de l'angle θ_P de la polarisation de la lumière entrant à l'intérieur de la cavité. L'incertitude sur les valeurs des angles a été évaluée à 0.1° .

expérimentales sont ajustées à l'aide d'une courbe de tendance sinusoidale (en référence à la relation (2.11)). Son équation est donnée par :

$$\kappa_{\text{cor}}(\theta_P) = \kappa_0 \sin[2(\theta_P - \theta_0)], \quad (3.30)$$

où κ_0 est une constante et θ_0 est l'écart entre l'angle θ_P pour lequel on attendait un effet minimal et l'angle $\theta=0^\circ$ réel. L'ajustement donne une valeur cet angle : $\theta_0 = (2.6 \pm 0.2)^\circ$.

Cette mesure permet finalement, en tournant à nouveau le polariseur P, de fixer l'angle θ à $(45.0 \pm 1.2)^\circ$. L'incertitude associée est principalement due au système mécanique de maintien et de rotation du polariseur. Remarquons qu'une telle incertitude notée $\delta\theta$ sur θ génère une incertitude plus faible sur le facteur $\sin(2\theta)$, pour θ proche de 45° . Celle-ci s'obtient en faisant un développement limité à l'ordre 2 en $\delta\theta$:

$$\sin 2\theta = \cos 2\delta\theta \quad (3.31)$$

$$\simeq 1 - \frac{4\delta\theta^2}{2} + O(\delta\theta^4). \quad (3.32)$$

L'incertitude relative de type B sur le facteur $\sin(2\theta)$ est donc de 9×10^{-4} .

Bilan des incertitudes

Nous résumons dans la table 3.1 les valeurs typiques des paramètres expérimentaux que nous devons mesurer pour donner une valeur de biréfringence magnétique, ainsi que leur(s) incertitude(s) relative(s) de type(s) A et/ou B.

paramètre expérimental	valeur typique	incertitudes relatives	
		de type A	de type B
τ	1.10 ms	2×10^{-2}	.
κ	10^{-5} rad T $^{-2}$	3.5×10^{-2}	2.2×10^{-2}
Δ^{ISL}	65.996 MHz	.	3×10^{-4}
L_B	0.137 m	.	2.2×10^{-2}
λ	1064.0 nm	.	$< 5 \times 10^{-4}$
$\sin 2\theta$	1.0000	.	9×10^{-4}
total		4×10^{-2}	3.1×10^{-2}

TABLE 3.1 – Valeurs typiques et incertitudes de types A et/ou B associées aux paramètres expérimentaux. Les incertitudes sont données à 1σ d'intervalle de confiance.

Ces incertitudes relatives sont sommées quadratiquement afin de donner les incertitudes relatives de type A et de type B totales sur les biréfringences. Celle de type A vaut 4 %. L'expression de celle de type B s'écrit :

$$\left(\frac{\delta(\Delta n)}{\Delta n}\right)_B = \sqrt{\left(\frac{\delta\kappa}{\kappa}\right)_B^2 + \left(\frac{\delta(\Delta^{\text{ISL}})}{\Delta^{\text{ISL}}}\right)^2 + \left(\frac{\delta(L_B)}{L_B}\right)^2 + \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\delta(\sin 2\theta)}{\sin 2\theta}\right)^2}, \quad (3.33)$$

et vaut 3.1 % à 1σ .

Etude de la biréfringence magnétique en fonction de la pression

Dans les gaz, la biréfringence magnétique dépend également de la pression et de la température (voir les relations (3.23) et (3.24)). Nous avons donc effectué des tirs de champ magnétique en faisant varier la pression de diazote à l'intérieur de l'enceinte.

Nous donnons sur le graphe de la figure 3.8 l'évolution de la biréfringence magné-

tique en fonction de la pression de diazote que nous avons fait varier de 2.1×10^{-3} atm à 32.1×10^{-3} atm. Chaque point expérimental est obtenu après avoir moyenné quatre tirs. La pression est mesurée à l'aide de jauges (marque *Ceravac*) placées de part et d'autre du tube pénétrant à l'intérieur du cryostat. Elles délivrent une tension proportionnelle à la pression. L'incertitude (de type B) associée à cette pression est due à l'incertitude sur la mesure de pression par la jauge elle même et à la mesure de tension. Elle est de 0.3×10^{-3} atm.

Dans notre gamme de pression, le gaz peut être considéré comme parfait, et la dépendance en pression P de la biréfringence magnétique Δn_b est alors linéaire :

$$\Delta n_b(P) \equiv \Delta n_u \times P. \quad (3.34)$$

Nous ajustons donc nos mesures par une fonction affine dont la pente nous donne la biréfringence magnétique Δn_u normalisée à $B = 1$ T et $P = 1$ atm. Nous obtenons :

$$\Delta n_u = (-2.00 \pm 0.08) \times 10^{-13} \text{ T}^{-2} \cdot \text{atm}^{-1}. \quad (3.35)$$

Notons enfin que l'ordonnée à l'origine de la droite, notée Δn_o , est compatible avec zéro :

$$\Delta n_o = (1.9 \pm 3.0) \times 10^{-16} \text{ T}^{-2}. \quad (3.36)$$

Grâce aux incertitudes de type A données ci-dessus, nous délimitons également la zone de l'intervalle de confiance à 1σ (en gris sur la figure 3.8).

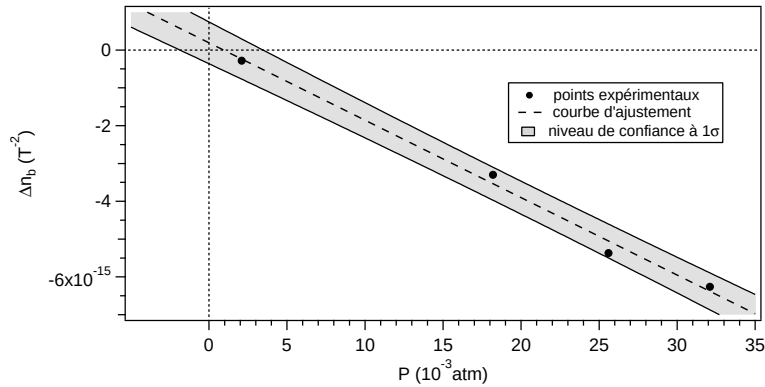


FIGURE 3.8 – Evolution de la biréfringence magnétique du diazote en fonction de sa pression. La droite d'ajustement (en pointillés) est donnée par une fonction affine et passe par les points expérimentaux (•) à l'incertitude des mesures près. La zone de l'intervalle de confiance (en gris) est établie à l'aide de l'incertitude de type A donnée par l'ajustement. Les incertitudes de type B (biréfringences et pressions) sont comprises dans l'épaisseur des points.

Finalement, en considérant les incertitudes de types A et B, la valeur de la biréfringence magnétique normalisée pour le diazote est :

$$\Delta n_u = (-2.00 \pm 0.08 \pm 0.06) \times 10^{-13} \text{ T}^{-2} \cdot \text{atm}^{-1}. \quad (3.37)$$

Remarquons que l'incertitude de type A donnée par l'ajustement corrobore celle reportée dans la table 3.1.

Nous comparons dans la table 3.2 la valeur de Δn_u que nous avons obtenue à d'autres valeurs expérimentales publiées à la longueur d'onde à laquelle nous travaillons [87, 88].

groupe	référence	$\Delta n_u \times 10^{-13}$ (à $P = 1 \text{ atm}$ et $B = 1 \text{ T}$)
PVLAS	[87]	-2.17 ± 0.21
Q&A	[88]	$-2.02 \pm 0.16 \pm 0.08$
BMV	[62]	$-2.00 \pm 0.08 \pm 0.06$

TABLE 3.2 – Comparaison de notre valeur de biréfringence magnétique normalisée avec d'autres données expérimentales publiées, à la longueur d'onde $\lambda = 1064 \text{ nm}$.

Nous constatons un très bon accord entre notre résultat et les mesures existantes. De plus, notre incertitude totale s'obtient en sommant quadratiquement les incertitudes de types A et B et vaut $10^{-14} \text{ T}^{-2} \text{ atm}^{-1}$. Notre valeur est donc 1.8 fois plus précise que les autres valeurs expérimentales. Enfin, notre résultat vient confirmer les calculs de chimie théorique [84, 89].

3.3.3 Biréfringence magnétique de l'hélium

La valeur de la biréfringence magnétique de l'hélium est la plus petite rencontrée dans la nature, mise à part celle du vide quantique. L'atome d'hélium a de plus l'avantage d'être un système suffisamment simple pour pouvoir être rigoureusement modélisé par les calculs de chimie quantique [84, 90]. La valeur de la biréfringence magnétique de l'hélium est donc calculée avec une bonne précision. Elle vaut : $\Delta n_u(\text{He}) = (2.400 \pm 0.005) \times 10^{-16} \text{ T}^{-2} \cdot \text{atm}^{-1}$ à $T = 293 \text{ K}$. On pourrait alors voir *a priori* l'hélium comme un bon étalon de notre ellipsomètre, en considérant que la mesure de sa biréfringence magnétique serait une étape vers la mesure de celle du vide quantique.

Or, lors de nos différentes tentatives pour mesurer l'effet Cotton-Mouton dans l'hélium, nous ne sommes pas parvenus à obtenir suffisamment de signaux qui suivent, comme attendu, le champ magnétique filtré au carré B_f^2 , bien que nous voyions clairement un signal dépendant du champ magnétique. Notre ellipsomètre est donc capable de discerner de très faibles ellipticités et donc de très faibles biréfringences, mais nous n'étions pas capables d'ajuster les courbes de manière satisfaisante. Nous avons trouvé l'explication après avoir longuement recherché les différents effets systématiques pouvant biaiser notre compréhension des phénomènes mis en jeu, comme nous allons le voir ci-après.

NB : Dans les paragraphes qui suivent, nous omettons d'apposer l'indice « f » à l'ellipticité Ψ afin d'alléger les écritures.

3.3.4 Effets systématiques

Séparation en fréquence de deux faisceaux perpendiculairement polarisés

Nous évaluons dans cette section l'atténuation du faisceau extraordinaire transmis par notre cavité résonnante très étroite en fréquence, sur laquelle est asservi en fréquence le faisceau ordinaire.

Supposons que le faisceau ordinaire résonne dans l'interféromètre à la fréquence ν_t et le faisceau extraordinaire à la fréquence ν_e . Puisque le laser est asservi sur le faisceau ordinaire, ν_t correspond à la fréquence où la fonction d'Airy $A(\nu)$ de la cavité est maximale. Rappelons l'expression (3.38) de cette transmission donnée dans le chapitre 2 :

$$T_c(\omega) = \frac{(t_1 t_2)^2}{(1 - r_1 r_2)^2 + 4r_1 r_2 \sin^2(\omega \frac{L_c}{c})}, \quad (3.38)$$

et réécrivons la fonction d'Airy en fréquence $A(\nu)$ à l'aide des expressions du coefficient de transmission (2.47) et de la finesse (2.51) :

$$A(\nu) = \frac{T_c}{1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{2\pi n L_c}{c} \nu\right)}. \quad (3.39)$$

La fréquence ν_e est séparée de ν_t par la quantité $\delta\nu$, comme montré sur la figure 3.9.

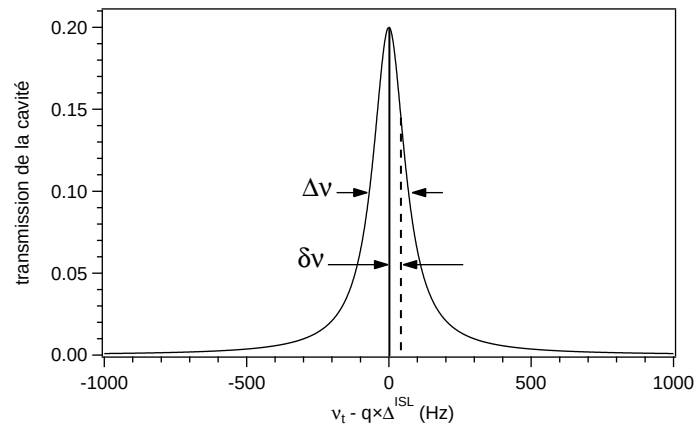


FIGURE 3.9 – Fonction d'Airy de notre cavité Fabry-Perot (largeur en fréquence $\Delta\nu = 137\text{ Hz}$ et transmission $T_c = 20\%$). La fréquence du faisceau ordinaire est supposée asservie au sommet de la fonction de transmission (trait plein) et la fréquence ν_e du faisceau extraordinaire est décalée par rapport à ν_t de la quantité $\delta\nu$ (pointillés).

Exprimons la différence de fréquence $\delta\nu = \nu_e - \nu_t$ en fonction du retard de phase δ_1 acquis en un aller simple dans la cavité entre les faisceaux ordinaire et extraordinaire.

Rappelons d'abord la condition de résonance du faisceau ordinaire (voir la relation 2.46) :

$$\nu_t = q \frac{c}{2n_t L_c}, \quad (3.40)$$

$$\iff 4\pi \frac{n_t L_c}{c} \nu_t = 2\pi q, \quad (3.41)$$

où n_t est l'indice de réfraction du milieu associé à la direction de polarisation du faisceau ordinaire. Cette condition se transpose pour le faisceau extraordinaire (indice de réfraction n_e) comme suit :

$$4\pi \frac{n_e L_c}{c} \nu_e = 2\pi q + 2\delta_1. \quad (3.42)$$

Or, on a $\nu_e = \nu_t + \delta\nu$, d'où :

$$\delta\nu = \frac{c}{2\pi n_e L_c} \delta_1. \quad (3.43)$$

Soit, en supposant que $n_e/n_t \simeq 1$ et en injectant l'expression de la finesse F :

$$\delta\nu = \frac{F \Delta\nu}{\pi} \delta_1. \quad (3.44)$$

Cette relation indique, qu'afin d'avoir un écart en fréquence $\delta\nu$ très faible devant la largeur en fréquence $\Delta\nu$ de la cavité (critère de Rayleigh), le retard de phase δ_1 doit satisfaire la condition suivante :

$$\delta_1 \ll \frac{\pi}{F}, \quad (3.45)$$

qui est équivalente à la condition que doit satisfaire l'ellipticité totale acquise Ψ :

$$\Psi \ll 1. \quad (3.46)$$

En combinant les équations (3.39) et (3.44), on obtient le facteur d'atténuation a_e de l'intensité du faisceau extraordinaire transmis :

$$a_e = \frac{A(\nu_e)}{A(\nu_t)}, \quad (3.47)$$

soit :

$$a_e = \frac{1}{1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2 \left(\frac{2\pi n L_c}{c} \delta\nu \right)}, \quad (3.48)$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2 (\delta_1)}. \quad (3.49)$$

Nous traçons ce facteur d'atténuation a_e en fonction de δ_1 sur la figure 3.10 pour une finesse $F = 481\,000$.

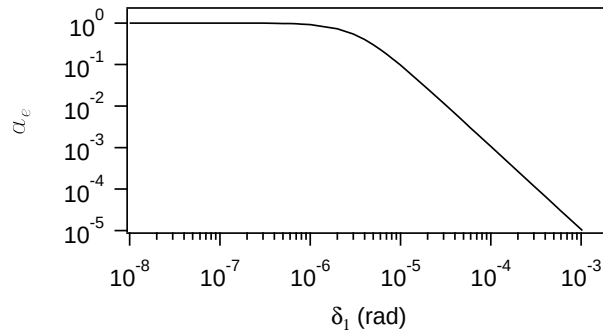


FIGURE 3.10 – Facteur d’atténuation a_e en fonction du retard de phase δ_1 entre les deux polarisations.

L’intensité *réelle* I_e du faisceau extraordinaire transmis par la cavité est obtenue à partir de l’intensité *mesurée* I_e^{mes} que l’on corrige ainsi : $I_e = I_e^{\text{mes}} / a_e$.

La séparation de fréquence entre les deux faisceaux ordinaire et extraordinaire peut avoir deux causes :

- i) Elle peut être d’abord due à la cavité optique qui est intrinsèquement biréfringente. Nous avons modélisé cette dernière dans la section 2.4.2 par une lame biréfringente simple induisant le retard de phase équivalent $\delta_1 = \delta_{\text{eq}}$ donné par la relation (2.132). On diminue donc la phase δ_{eq} le plus possible afin de minimiser la correction à apporter sur I_e^{mes} . Pour cela, nous tournons les miroirs M_1 et M_2 selon l’axe de la cavité (comme expliqué dans la partie 2.4.2, et nous parvenons usuellement à réduire δ_{eq} à quelques 10^{-8} rad. La correction relative correspondante sur l’intensité I_e^{mes} est inférieure à 10^{-5} .
- ii) Ensuite, la biréfringence magnétique du milieu présent dans l’enceinte peut induire la séparation en fréquence des deux polarisations. Comme précisé ci-dessus, l’ellipticité doit être très faible devant l’unité. Cette condition est toujours satisfaite en pratique dans les gammes de pressions et de champs avec lesquels nous travaillons. L’ellipticité induite Ψ n’excède jamais 10^{-2} rad, ce qui correspond à un retard de phase inférieur à 10^{-7} rad. La correction relative correspondante sur l’intensité I_e^{mes} est inférieure à 10^{-3} .

En principe, l’atténuation de l’intensité du faisceau extraordinaire génère une erreur qui doit être prise en compte dans le calcul du rapport $I_e/I_{t,f}$ dans l’expression (3.6) de l’ellipticité, et implique alors une erreur dans la mesure du coefficient κ_{cor} . Cependant, puisqu’à ce jour l’atténuation est inférieure à 0.1 %, cette erreur peut être négligée par rapport aux incertitudes associées à κ .

Altération de l’extinction des polariseurs

Lorsque nous appliquons la procédure d’alignement de l’axe neutre de la cavité (considérée comme une lame biréfringente, voir la section 2.4.2), nous avons remarqué sur la figure

2.35 qu'il n'était pas possible de diminuer l'ellipticité statique Γ en dessous de 10^{-3} rad. Les miroirs de la cavité présentent pourtant des anisotropies de phase similaires. Il devrait donc être possible, en théorie, d'annuler Γ par exacte compensation de ces anisotropies. Nous devrions alors avoir la relation : $I_e/I_t = \sigma^2$. Or la valeur minimale mesurée de ce rapport est de l'ordre de 10^{-6} , près de dix fois supérieure à la valeur de σ^2 mesurée avant de mettre en place la cavité Fabry-Perot. Plusieurs hypothèses peuvent être émises pour expliquer ce phénomène.

La première hypothèse a déjà été évoquée dans la partie 2.4.2. La rotation des montures des miroirs de la cavité peut légèrement décaler le point d'incidence du faisceau laser. Si les propriétés optiques des miroirs, la biréfringence par exemple, ne sont pas homogènes, il est très difficile d'atteindre des valeurs de Γ plus basses. La même observation a été faite par le groupe PVLAS [67]. De nouvelles montures seront placées dans l'enceinte de l'expérience BMV de prochaine génération. Elles permettront de tourner les miroirs selon leur axe autour d'un point unique.

Nous pouvons ensuite supposer que c'est l'extinction elle-même qui est altérée à cause des vibrations ou des contraintes mécaniques générées lorsque l'on pompe l'enceinte à vide. Nous avons pour cela réalisé l'extinction des polariseurs à l'air libre (comme cela se fait usuellement), mesuré σ^2 , puis pompé l'enceinte. Nous avons observé une légère augmentation de σ^2 qui passe de 2×10^{-7} à 4×10^{-7} . Cela ne suffit donc pas à expliquer les 10^{-6} observés.

Une autre hypothèse, qui est la plus vraisemblable, pourrait être la dépolarisation de la lumière par les miroirs de la cavité. Une valeur élevée du rapport I_e/I_t a déjà été observée par le groupe PVLAS [67], travaillant dans des conditions expérimentales très similaires aux nôtres. L'ellipticité minimale obtenue était de l'ordre de 4×10^{-6} rad. Les miroirs utilisés étaient du même type que ceux de l'expérience BMV : les substrats étaient en BK7, mais leur finesse était environ cinq fois inférieure. Le nombre de couches de diélectriques était différent d'une expérience à l'autre. Les physiciens ont suggéré que le phénomène de dépolarisation par diffusion apparaissait lorsque la lumière traversait les substrats. Cette hypothèse devra être validée expérimentalement.

Rotation de l'axe de la polarisation elliptique par une lame biréfringente

Nous devons également considérer la rotation de la polarisation incidente d'un angle que nous noterons ζ la suite. Ainsi, si l'on parvient à annuler Γ , le rapport des intensités s'écrit, d'après la loi de Malus (pour σ et $\zeta \ll 1$) :

$$\frac{I_e}{I_t} = (\sigma^2 + \zeta^2). \quad (3.50)$$

En prenant comme valeurs $\sigma^2 = 4 \times 10^{-7}$ et $I_e/I_t = 10^{-6}$, nous obtenons $\zeta \simeq 8 \times 10^{-4}$ rad. Cette rotation peut être due à la biréfringence statique des miroirs. En effet, comme précisé dans le chapitre 1, la biréfringence du milieu traversé par la lumière (le gaz magnétisé, la cavité Fabry-Perot) transforme une polarisation linéaire en une polarisation elliptique, mais

fait également tourner les axes de l'ellipse décrivant la polarisation de l'onde émergente. ζ pourrait donc être l'angle dont a tourné le grand axe de l'ellipse par rapport à la polarisation incidente. D'après la figure 2.2, ζ est défini par la différence :

$$\zeta \equiv \theta - \xi. \quad (3.51)$$

Exprimons alors l'angle ζ en fonction des paramètres qui nous sont accessibles expérimentalement. Rappelons la relation (2.7), point de départ de notre raisonnement :

$$\sin 2\Psi = \sin 2\theta \sin \phi. \quad (3.52)$$

En l'absence de champ magnétique, l'ellipticité est seulement due aux miroirs de la cavité. Nous avons donc ici : $\Psi = \Gamma$. Par ailleurs, puisque les miroirs ont été tournés de façon à minimiser Γ , nous pouvons supposer que l'angle θ entre la polarisation incidente et l'axe rapide de la lame équivalente est faible. Nous obtenons alors :

$$\Gamma = \theta \sin \phi \quad \Longleftrightarrow \quad \theta = \frac{\Gamma}{\sin \phi}. \quad (3.53)$$

Nous avons également la relation (2.9) :

$$\tan 2\theta = \frac{\tan 2\xi}{\cos \phi}, \quad (3.54)$$

qui donne, pour des angles petit devant l'unité :

$$\xi = \theta \cos \phi. \quad (3.55)$$

En remplaçant θ par son expression, nous obtenons l'expression de l'angle ζ :

$$\zeta = \theta - \theta \cos \phi, \quad (3.56)$$

$$= \frac{\Gamma}{\sin \phi} (1 - \cos \phi). \quad (3.57)$$

Donnons maintenant quelques valeurs numériques expérimentales.

En l'absence de champ magnétique, ϕ est uniquement relié à l'anisotropie de phase δ_{eq} induite par les miroirs de la cavité (voir la section 2.4.2). Nous avons la relation :

$$\phi = \frac{2F}{\pi} \delta_{\text{eq}}. \quad (3.58)$$

L'anisotropie δ_{eq} a été mesurée pour le jeu de miroirs que l'on utilise (et pour une orientation donnée). Elle est de 1.3×10^{-7} rad. Avec une finesse de 480 000, nous trouvons que la phase ϕ vaut :

$$\phi = 0.4 \text{ rad.}$$

En prenant 2×10^{-3} rad comme valeur de Γ , nous calculons l'angle de rotation de l'ellipse à l'aide de la relation (3.57). Il est de $\zeta = 4 \times 10^{-4}$ rad. Nous avons vérifié ce résultat expérimentalement. Pour cela, nous nous sommes placés aux alentours de $\Gamma \sim 10^{-3}$ rad, en tournant le miroir M_1 . Puis nous avons tourné l'analyseur A afin de minimiser le rapport I_e/I_t . Cela revenait à croiser A avec le grand axe de l'ellipse induite par Γ . Nous avons dû tourner l'analyseur de quelques centaines de μ rad. Cela prouve que le grand axe de l'ellipse a bien tourné par rapport à la polarisation incidente. L'ordre de grandeur de cet angle est tout à fait compatible avec celui calculé précédemment. Cela prouve que l'axe de l'ellipse a bien tourné par rapport à la polarisation incidente, mais d'un angle faible devant l'extinction des polariseurs.

Remarque :

Lorsque nous réalisons les tirs de champ magnétique, nous avons une deuxième lame orientée d'un angle $\theta = 45^\circ$ par rapport à la polarisation incidente. Nous ne pouvons donc plus faire l'approximation $\theta \ll 1$ faite ci-dessus. Cependant, nous avons des raisons de croire que l'angle ζ est très faible devant 1. Partons donc de l'équation (3.54) en y injectant l'expression de ζ :

$$\tan(2\theta - 2\zeta) = \tan 2\theta \cos \phi. \quad (3.59)$$

Effectuons ensuite un développement limité à l'ordre 1 en ζ du terme de gauche :

$$\begin{aligned} \tan(2\theta - 2\zeta) &\simeq \frac{\tan 2\theta - 2\zeta}{1 + 2\zeta \tan 2\theta}, \\ &\simeq \tan 2\theta - (1 + \tan^2 2\theta)(-2\zeta), \\ &= \tan 2\theta \left(1 - \frac{4\zeta}{\sin 4\theta}\right). \end{aligned} \quad (3.60)$$

En injectant la relation (3.59), nous obtenons, au premier ordre en ζ :

$$\cos \phi = 1 - \frac{4\zeta}{\sin 4\theta} + O(\zeta^2), \quad (3.61)$$

$$\Rightarrow \quad \zeta = \frac{\sin 4\theta}{4} (1 - \cos \phi). \quad (3.62)$$

Pour $\theta = 45^\circ$, nous avons donc l'angle ζ qui vaut rigoureusement 0° . En revanche, si l'angle θ ne vaut pas tout à fait 45° , *i.e.* $\theta = 45^\circ + \theta'$, avec $\theta' \ll 1$, alors, l'angle ζ vaut :

$$\zeta \simeq -\theta' (1 - \cos \phi). \quad (3.63)$$

La phase ϕ est cette fois-ci due au champ magnétique qui induit une biréfringence dans le gaz. Elle est donnée par l'expression :

$$\phi = \frac{2F}{\pi} \frac{2\pi}{\lambda} B_f^2 L_B \Delta n_u P. \quad (3.64)$$

Cette phase n'excède pas en pratique les 5×10^{-2} rad. Comme cela a été vu dans la section 3.3.2, nous sommes capables de régler l'angle θ à $\theta' = 1.2^\circ$ près par rapport à 45° . Puisque $\phi \ll 1$, l'angle ζ correspondant peut être approximé par :

$$\zeta \simeq -\theta' \frac{\phi^2}{2}, \quad (3.65)$$

$$< 2.6 \times 10^{-5} \text{ rad}, \quad (3.66)$$

ce qui est négligeable devant la valeur de σ . Nous voyons ici l'importance de connaître et de régler au mieux la direction de la polarisation par rapport au champ magnétique.

Effet d'un champ magnétique longitudinal

Les mesures de biréfringences nécessitent un champ magnétique perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière. Or, comme exposé dans la section 2.3.2, la bobine X-coil génère aussi une composante longitudinale (*i.e.* selon la direction $O\vec{z}$). De plus, l'alignement du tube du cryostat et celui de l'enceinte à vide demeure délicat, et peut provoquer l'apparition d'une composante longitudinale. La présence d'un champ magnétique longitudinal peut induire un effet supplémentaire lors de nos mesures de biréfringences magnétiques : l'effet Faraday. Il est donc très important d'évaluer la contrainte d'alignement entre les deux tubes que nous devons imposer pour pouvoir négliger l'effet Faraday devant l'effet Cotton-Mouton.

Dans le cas le plus général, lors d'une mesure de biréfringence magnétique, quatre effets ayant une répercussion sur la polarisation de la lumière sont à prendre en considération. Nous les résumons dans le schéma de la figure 3.11.

- i) Le premier est l'erreur d'extinction des polariseurs P et A, modélisée par une matrice $\mathbf{R}(\theta_p)$ de rotation de la polarisation d'un angle dorénavant noté θ_p (en violet sur la figure 3.11). Il s'agit de l'angle ζ défini dans le paragraphe précédent.
- ii) La cavité Fabry-Perot est intrinsèquement biréfringente. On la modélise de la même manière qu'en section 2.4.2 par la matrice de Jones $\mathbf{L}_{\text{eq}}(\theta_{\text{eq}})$ (en bleu sur la figure 3.11). Elle induit une ellipticité totale Γ dont l'expression est déduite des relations (2.137) et (2.144) :

$$\Gamma = \frac{F}{\pi} \delta_{\text{eq}} \sin 2\theta_{\text{eq}}, \quad (3.67)$$

où F est la finesse de la cavité.

- iii) Le champ magnétique transverse B , est appliqué sur la longueur L_B et induit l'ellipticité Ψ donnée par les relations (2.101) et (3.34) :

$$\Psi = \frac{2F}{\lambda} L_B B_f^2 \Delta n_u \sin 2\theta \times P, \quad (3.68)$$

$$\equiv A_{\text{CM}} B_f^2 \quad (3.69)$$

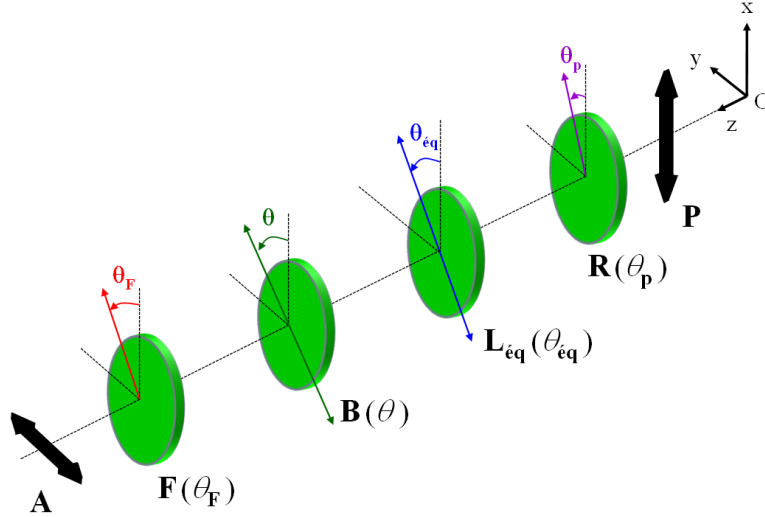


FIGURE 3.11 – Schéma résumant les quatre effets à prendre en compte lors de la mesure de biréfringences magnétiques : *i*) l'erreur d'extinction (matrice $\mathbf{R}(\theta_p)$), *ii*) l'ellipticité induite par les miroirs biréfringents de la cavité Fabry-Perot (matrice $\mathbf{L}_{\text{éq}}(\theta_{\text{éq}})$), *iii*) la biréfringence magnétique elle-même (matrice $\mathbf{B}(\theta)$) et *iv*) la rotation de la polarisation par effet Faraday (matrice $\mathbf{F}(\theta_F)$).

où P est la pression de gaz régnant à l'intérieur de l'enceinte. On modélise cet effet Cotton-Mouton par la matrice de Jones $\mathbf{B}(\theta)$ (en vert sur la figure 3.11).

- iv) La composante du champ parallèle $B_{//}$ appliquée sur la longueur $L_{B_{//}}$ induit par effet Faraday une rotation de la polarisation d'un angle θ_F donné par :

$$\theta_F = \frac{2F}{\pi} L_{B_{//}} B_{f//} V_u \times P, \quad (3.70)$$

$$= \frac{2F}{\pi} L_{B_{//}} r_B B_f V_u \times P, \quad (3.71)$$

$$\equiv A_F B_f \quad (3.72)$$

où V_u est la constante de Verdet normalisée à 1 atm et vaut pour le diazote à 293 K et à $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ [91, 92, 93] :

$$V_u = (5.07 \pm 0.04) \times 10^{-4} \text{ rad. T}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{atm}^{-1}. \quad (3.73)$$

Le facteur r_B est défini comme le rapport entre les composantes longitudinale $B_{//}$ et transverse B du champ magnétique, il permet de quantifier l'alignement relatif entre le cryostat et l'enceinte à vide. On modélise cet effet Faraday par la matrice de Jones $\mathbf{F}(\theta_F)$ (en rouge sur la figure 3.11), son action est de moduler l'état d'extinction donné par les polariseurs.

Nous appliquons la méthode exposée dans la section 2.4.2 pour calculer la matrice de Jones équivalente $\mathbf{F}(\theta_F)\mathbf{B}(\theta)\mathbf{L}_{\text{éq}}(\theta_{\text{éq}})\mathbf{R}(\theta_p)$ dans le référentiel $(O, \vec{x}, \vec{y})$. On peut alors donner la relation entre les intensités des faisceaux ordinaire I_t et extraordinaire I_e . Après quelques

calculs que nous ne détaillerons pas ici, nous obtenons :

$$\frac{I_e}{I_t} = (\theta_F + \theta_p)^2 + (\Gamma + \Psi)^2 + \sigma^2, \quad (3.74)$$

en ayant supposé des angles θ_F et θ_p puis des ellipticités Γ et Ψ faibles devant l'unité.

Regroupons les termes relatifs à l'effet Faraday d'une part et à l'effet Cotton-Mouton d'autre part. La relation (3.74) se réécrit :

$$\frac{I_e}{I_t} - \underbrace{(\sigma^2 + \theta_p^2 + \Gamma^2)}_{\text{DC}} = \underbrace{2\theta_F\theta_p + \theta_F^2}_{\text{Faraday}} + \underbrace{2\Gamma\Psi + \Psi^2}_{\text{Cotton - Mouton}}. \quad (3.75)$$

Il est parfois possible d'observer simultanément les deux contributions Faraday et Cotton-Mouton pendant nos tirs. A titre d'exemple, nous traçons sur la figure 3.12 le rapport I_e/I_t au cours d'un tir de champ magnétique ($B = 3 \text{ T}$) dans le diazote ($P = 20 \times 10^{-3} \text{ atm}$).

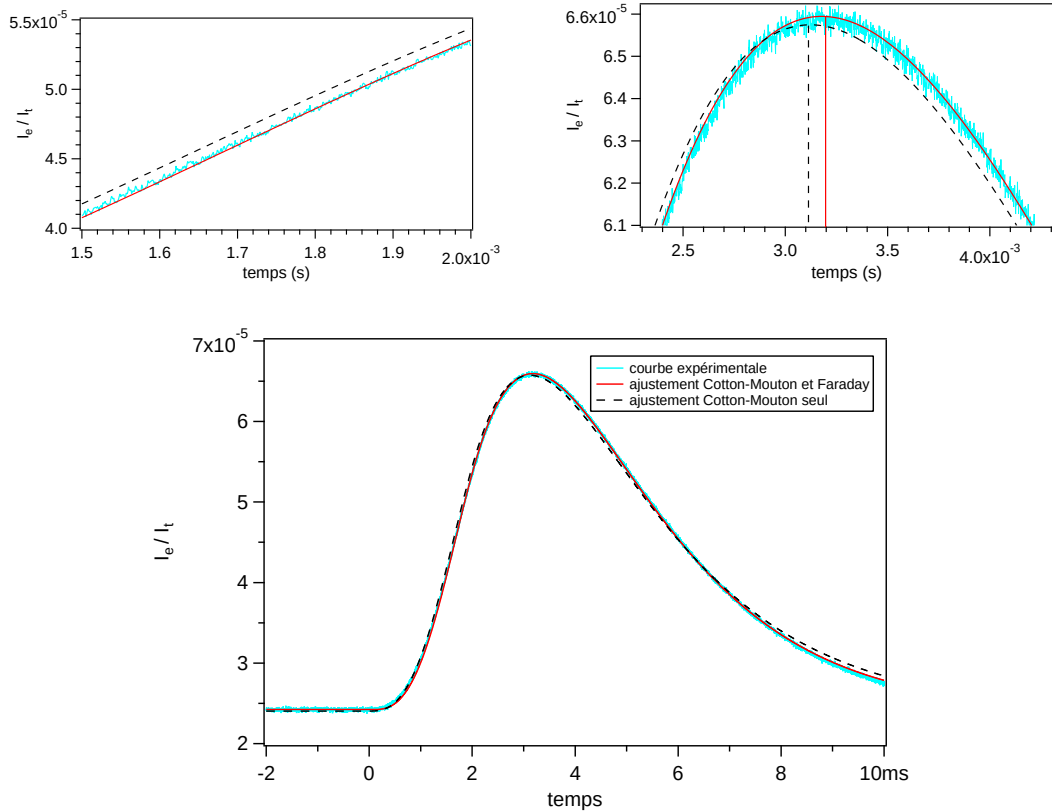


FIGURE 3.12 – Evolution du rapport I_e/I_t (en bleu ciel) au cours d'un tir de champ magnétique ($B=3 \text{ T}$) dans le diazote ($P = 20 \times 10^{-3} \text{ atm}$). La courbe d'ajustement prenant en compte l'effet Cotton-Mouton seul (en pointillés noirs) ne se superpose pas aux données expérimentales. Il est nécessaire de prendre en compte l'effet Faraday (courbe d'ajustement en trait continu rouge). Les deux graphes supérieurs sont des zooms effectués au niveau de la montée et du sommet de l'effet.

Nous remarquons que le rapport I_e/I_t ne peut pas être correctement ajusté par une équation prenant en compte uniquement l'effet Cotton-Mouton (courbe en pointillés noirs sur le graphe). Sur les deux graphes supérieurs, nous constatons que l'effet Cotton-Mouton varie plus vite (en montée, à gauche) et atteint son maximum avant l'effet observé expérimentalement (à droite). Nous ajustons parfaitement (courbe en trait continu rouge) la courbe expérimentale en prenant en compte la contribution de Faraday en plus de la contribution Cotton-Mouton¹ à l'aide la relation (3.75) :

$$\frac{I_e}{I_t}(B_{f//}, B_f^2) = \sigma^2 + \theta_p^2 + \Gamma^2 + 2A_F B_{f//} \theta_p + A_F^2 (B_{f//})^2 + 2\Gamma A_{CM} B_f^2 + A_{CM}^2 (B_f^2)^2. \quad (3.76)$$

La finesse de la cavité est de 410 000 et la valeur de σ^2 est prise égale à 2×10^{-6} (à cause de la dépolarisation évoquée plus tôt).

L'ajustement de la courbe expérimentale à l'aide de la relation (3.76) donne une valeur de $\Gamma = -4.7 \times 10^{-3}$ rad. Elle concorde avec la valeur du rapport I_e/I_t pour $t < 0$ sur le graphe de la figure 3.12.

La valeur de l'angle θ_p donnée par l'ajustement est de 6×10^{-4} rad. Elle est du même ordre de grandeur que la valeur donnée par la relation (3.57) en prenant $\phi = 0.4$ rad.

La contribution de Faraday obtenue est quant à elle de $A_F = (1.34 \pm 0.01) \times 10^{-3}$ rad. T⁻¹. En supposant que la composante longitudinale du champ magnétique est de² :

$$B_{f//} = r_B B_f = \frac{1}{233} B_f,$$

nous pouvons alors déduire la constante de Verdet V_u du diazote. Celle-ci est donnée par :

$$V_u = \frac{\pi}{2F} \frac{A_F}{r_B L_{B//} P}, \quad (3.77)$$

$$= (4.37 \pm 0.04) \times 10^{-4} \text{ rad. T}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{atm}^{-1}. \quad (3.78)$$

Nous avons ici supposé que les longueurs magnétiques effectives $L_{B//}$ et L_B sont égales. Nous retrouvons l'ordre de grandeur donné par la théorie (voir la valeur (3.73)).

La constante Cotton-Mouton donnée par l'ajustement vaut quant-à elle :

$$A_{CM} = (-6.49 \pm 0.01) \times 10^{-4} \text{ rad. T}^{-2}.$$

La valeur attendue est donnée par :

$$A_{CMat} = \frac{2F}{\lambda} L_B \Delta n_u \sin 2\theta \times P, \quad (3.79)$$

$$= -4.2 \times 10^{-4} \text{ rad. T}^{-2}. \quad (3.80)$$

1. Ce type de tir n'a pas été utilisé pour la mesure de la biréfringence magnétique du diazote car l'effet Faraday y est trop important.

2. Cette composante longitudinale est intrinsèque à la bobine X-coil, comme spécifié dans le chapitre 2.

Si nous ajustons la courbe sans tenir compte de l'effet Faraday (voir relation 3.76 en fixant $A_F = 0 \text{ rad} \cdot \text{T}^{-1}$), nous trouvons une contribution Cotton-Mouton égale à $(-7.55 \pm 0.01) \times 10^{-4} \text{ rad} \cdot \text{T}^{-2}$. Cette valeur est encore plus éloignée de la valeur attendue. Cela signifie que l'effet Faraday est bien à prendre en compte pour évaluer l'effet Cotton-Mouton. La contribution A_F dépend cependant fortement de l'alignement de l'aimant par rapport à l'axe optique et nous ne pouvons pas les exploiter sans une étude spécifique qu'il faudra réaliser.

Nous pouvons évaluer l'effet Cotton-Mouton si la contribution Faraday lui est bien inférieure. Pour cela, nous définissons le rapport $R_{F/CM}$ entre les contributions Faraday et Cotton-Mouton :

$$R_{F/CM} = \frac{2\theta_F\theta_p + \theta_F^2}{2\Gamma\Psi + \Psi^2}, \quad (3.81)$$

qui s'écrit, en fonction des différents paramètres de l'expérience, suivant :

$$R_{F/CM} = \frac{r_B\lambda}{\pi} \times \frac{L_{B//}}{L_B} \times \frac{V_u}{\Delta n_u} \times \frac{B_f}{B_f^2} \times \frac{\frac{1-\cos\phi}{\sin\phi}\Gamma + \frac{F}{\pi}L_{B//}r_B V_u P B_f}{\Gamma + \frac{F}{\lambda}L_B \Delta n_u P B_f^2}. \quad (3.82)$$

Nous pouvons discuter cette relation suivant les différents paramètres. Nous supposons dans la suite que les longueurs magnétiques effectives L_B et $L_{B//}$ sont identiques.

Nous traçons tout d'abord ce rapport sur la figure 3.13 en fonction du paramètre r_B et pour cinq pressions différentes de diazote (de 1 à $30 \times 10^{-3} \text{ atm}$) situées dans notre gamme d'utilisation. La finesse de la cavité est $F = 480\,000$, son ellipticité statique est fixée à $\Gamma = 3 \times 10^{-2} \text{ rad}$, et la phase ϕ à 0.4 rad . Les courbes sont données pour des tirs à 3 T .

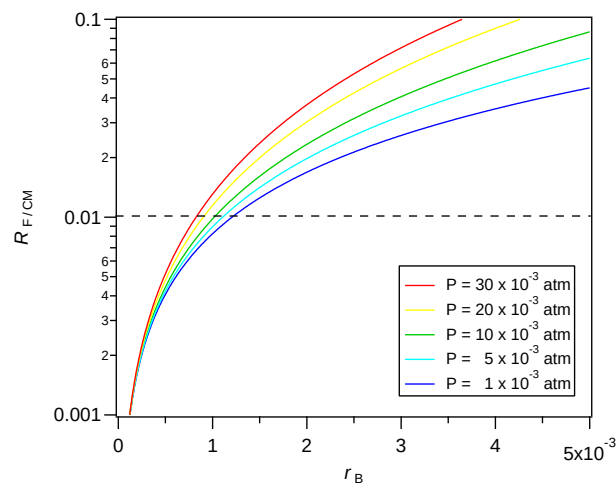


FIGURE 3.13 – Evolution du rapport $R_{F/CM}$ entre les contributions Faraday et Cotton-Mouton en fonction du rapport r_B entre les composantes longitudinale et transverse du champ magnétique pour différentes pressions de diazote. Les paramètres expérimentaux sont donnés dans le texte.

Nous constatons qu'à pression fixée, plus r_B est faible, plus l'effet Faraday est faible. Par ailleurs, pour un r_B donné, plus la pression est grande, plus la contribution Faraday est importante. On repère en pointillés sur le graphe la valeur de $R_{F/CM}$ pour laquelle cette contribution vaut 1 % de la contribution Cotton-Mouton.

Comme précisé dans la section 2.3.2, la bobine X-coil génère un champ magnétique longitudinal $B_{//}$ qui est 233 fois moins important que le champ transverse B . Nous pouvons donc déduire qu'un alignement parfait de l'aimant sur la cavité correspond à un facteur $r_B = 1/233 = 4.29 \times 10^{-3}$. Néanmoins nous pouvons parvenir à annuler ce facteur r_B en désalignant précisément le cryostat par rapport à l'axe du faisceau. L'angle Θ_B dont il faut tourner le cryostat par rapport à l'axe de l'enceinte à vide est donné par :

$$\tan \Theta_B = \frac{B_{//}}{B} = r_B, \quad (3.83)$$

$$\Rightarrow \Theta_B \simeq 4.29 \times 10^{-3} \text{ rad} \simeq 0.2^\circ. \quad (3.84)$$

Cela revient à tourner le cryostat de manière à ce que son extrémité soit décalée de $\frac{\Lambda}{2}/233 = 1.29 \text{ mm}$ par rapport à l'axe de la cavité ($\Lambda = 60 \text{ cm}$ est la longueur du tube de l'enceinte à vide).

Notons que cet alignement est possible car la table optique repose désormais sur six pieds pneumatiques actifs extrêmement performants (modèles *AIS* de la marque *Bilz*) qui permettent d'asservir sa position verticale à $10 \mu\text{m}$ près et de conserver son horizontalité. Lors de la campagne de tirs dans le diazote, nous ne maîtrisions pas la position de la table optique par rapport au cryostat à une telle précision (pieds *Superdamp* de chez *Melles Griot*). Nous comprenons alors pourquoi seule une quinzaine de tirs n'a pu être exploitée pour l'analyse des données. Ces tirs correspondent sans doute à un alignement tel que r_B soit très faible.

Traçons ensuite le rapport $R_{F/CM}$ en fonction de Γ (voir la figure 3.14) avec $r_B = 1/233$ et $P = 5 \times 10^{-3} \text{ atm}$ pour deux champs magnétiques différents : 3 T (en gris) et 5 T (en noir).

Nous constatons qu'il est préférable de tirer à fort champ magnétique ainsi qu'à grand Γ pour minimiser la contribution due à l'effet Faraday.

Dans le paragraphe 3.3.3, nous avons expliqué que nous ne parvenions pas à ajuster les courbes expérimentales de manière satisfaisante. La contribution Faraday en est très certainement la raison. A la température de 293 K et à la longueur d'onde de $1.064 \mu\text{m}$, la constante de Verdet de l'hélium [93, 94] est :

$$V_u(\text{He}) = (3.72 \pm 0.02 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{T}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{atm}^{-1},$$

et sa constante Cotton-Mouton vaut :

$$\Delta n_u(\text{He}) = (2.400 \pm 0.005) \times 10^{-16} \text{ T}^{-2} \cdot \text{atm}^{-1}.$$

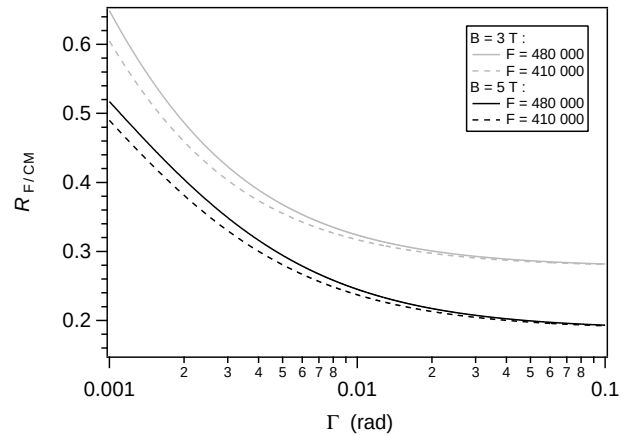


FIGURE 3.14 – Evolution du rapport $R_{F/CM}$ entre les contributions Faraday et Cotton-Mouton en fonction de Γ . Les courbes noires correspondent à un champ magnétique de 5 T, les courbes grises à un champ de 3 T. Les courbes en traits plein sont tracées pour une finesse de 480 000, les courbes en pointillés pour une finesse de 410 000. Les autres paramètres expérimentaux sont donnés dans le texte.

Le rapport de ces deux constantes est de $1.6 \times 10^{11} \text{ rad. T. m}^{-1}$ pour l'hélium. Pour le diazote, le rapport de la biréfringence magnétique (dont la valeur expérimentale est donnée en relation (3.37)) par la constante de Verdet (voir relation (3.73)) est de $2.5 \times 10^9 \text{ rad. T. m}^{-1}$. A paramètres expérimentaux identiques, nous voyons donc que le rapport $R_{F/CM}$ est 60 fois plus élevé pour l'hélium que pour le diazote. Ceci rend donc très délicate la mesure de l'effet Cotton-Mouton de l'hélium.

Pour illustrer notre propos, nous comparons sur le graphe de la figure 3.15 les évolutions du rapport $R_{F/CM}$ en fonction de Γ pour l'hélium (en gris) avec celui du diazote (en noir). Les finesses sont prises égales à 410 000, la pression des gaz est $P = 5 \times 10^{-3} \text{ atm}$ et le champ magnétique est de 5 T.

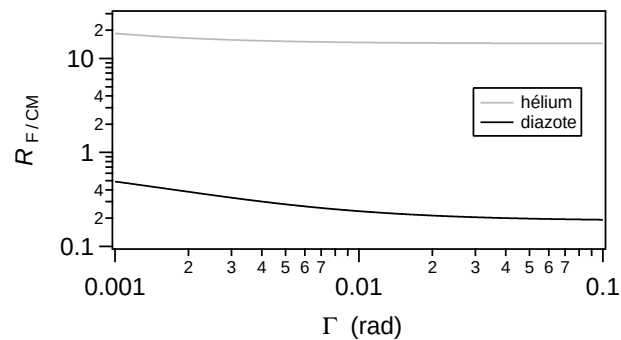


FIGURE 3.15 – Evolution du rapport $R_{F/CM}$ entre les contributions Faraday et Cotton-Mouton en fonction de Γ pour le diazote (en noir) et l'hélium (en gris). Ce rapport est près de cinquante fois plus important dans l'hélium que dans le diazote. Les paramètres expérimentaux sont donnés dans le texte.

Nous donnons à titre d'exemple sur la figure 3.16 l'évolution temporelle du rapport

I_e/I_t (en gris) mesuré pendant un tir de champ magnétique ($B = 5$ T) dans l'hélium ($P = 500 \times 10^{-3}$ atm). L'équation de la courbe d'ajustement (en pointillés noirs) est donnée par la relation (3.76).

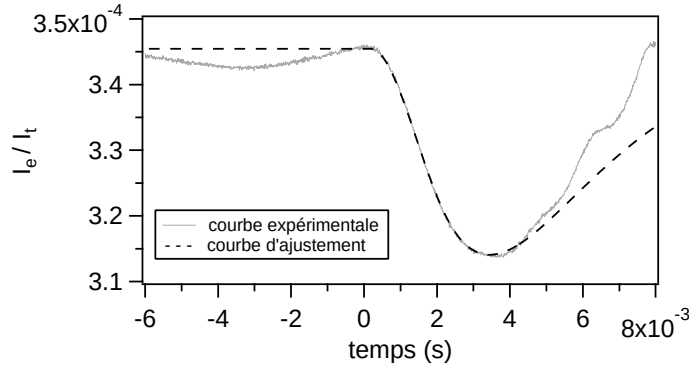


FIGURE 3.16 – Evolution du rapport I_e/I_t (en gris) au cours d'un tir de champ magnétique ($B=5$ T) dans l'hélium ($P = 500 \times 10^{-3}$ atm). La courbe d'ajustement prenant en compte les effets Cotton-Mouton et Faraday (en pointillés noirs) se superpose aux données expérimentales de $t = 0$ à 4 ms

Pour ce tir, la finesse de la cavité est de 410 000. Nous choisissons de fixer la valeur du coefficient Cotton-Mouton A_{CM} afin de mesurer la contribution Faraday et le facteur r_B de désalignement du cryostat. La contribution de Faraday donnée par l'ajustement est $A_F = 8.8 \times 10^{-5}$ rad. T $^{-1}$. Cette valeur est compatible avec la valeur attendue si nous prenons un facteur r_B vallant :

$$r_B = \frac{\pi}{2F} \frac{A_F}{L_{B//} V_u P}, \quad (3.85)$$

$$= 1.3 \times 10^{-4}. \quad (3.86)$$

Il est important de noter qu'un tel alignement du cryostat est très difficile à réaliser. Les données relatives aux tirs dans l'hélium aussi explicites et claires que celles présentées ci-dessus sont rares. On remarque d'ailleurs que la courbe d'ajustement ne se superpose plus aux données expérimentales à partir de $t \simeq 4$ ms. Le tir provoque des vibrations mécaniques qui modifient irrémédiablement l'alignement du cryostat.

Si nous exigeons un rapport des effets Faraday et Cotton-Mouton $R_{F/CM}$ inférieur à 1 %, la valeur correspondante de r_B doit être de l'ordre de 10^{-4} . Cela signifie que les tirs dans l'hélium nécessitent un alignement des deux tubes du cryostat et de l'enceinte au moins 10 fois plus précis que celui pour les tirs dans le diazote (à la dizaine de microns près).

Finalement, nous pensons avoir trouvé l'explication au fait que les tirs effectués dans l'hélium ne suivent pas la loi Cotton-Mouton comme cela est fréquemment observé dans le diazote. Nous ne pouvons en fait pas négliger les effets Faraday dans les gaz en général et dans l'hélium en particulier. Pour arriver à effectuer une mesure de l'effet Cotton-Mouton

de l'hélium, nous devons donc, d'après la relation (3.81) :

- minimiser la composante longitudinale du champ pour minimiser l'angle θ_F ,
- travailler à Γ plus élevé (ce qui dégrade toutefois notre sensibilité),
- annuler l'angle θ_p de rotation de la polarisation en tournant l'analyseur A en régime asservi afin de retrouver l'extinction.

3.4 Limites supérieures de la biréfringence magnétique du vide

Nous avons finalement effectué des tirs dans le vide après avoir pompé l'enceinte, afin d'évaluer la sensibilité actuelle de notre dispositif expérimental.

3.4.1 Résultats expérimentaux

Signaux bruts

Nous donnons sur la figure 3.17 une évolution typique de l'ellipticité filtrée Ψ_f (en gris sur le graphe) pendant un tir à 6.5 T. La finesse de la cavité est de 411 000. La valeur maximale du champ magnétique au carré filtré (en noir sur le graphe) est de 28 T². La pression mesurée est de l'ordre de 10^{-10} atm.

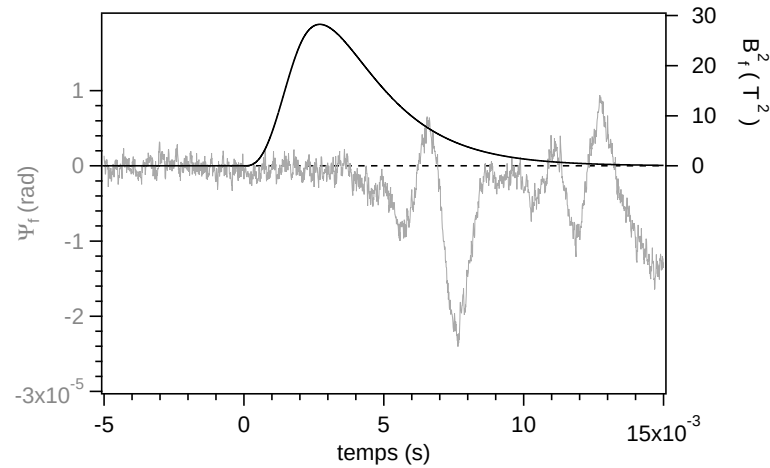


FIGURE 3.17 – Evolution typique de l'ellipticité filtrée Ψ_f (en gris) pendant un tir. La finesse de la cavité est de 411 000. La valeur maximale du champ magnétique au carré filtré (en noir) est de 28 T². La pression mesurée est de l'ordre de 10^{-10} atm. Des perturbations acoustiques génèrent des oscillations de l'ellipticité à partir de 4 ms.

On remarque des oscillations de l'ellipticité de l'ordre de 10^{-5} rad à partir de 4 ms. Elles sont dues aux perturbations acoustiques générées par l'impulsion de courant qui se propagent dans l'air jusqu'aux miroirs de la cavité. Nous limitons donc le temps d'intégration à

4 ms pour le calcul de la corrélation, afin de donner la meilleure sensibilité en biréfringence magnétique Δn_b de notre ellipsomètre. Nous obtenons : $\Delta n_b < 5.0 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ pour ce tir [62].

Analyse statistique

Pour obtenir la sensibilité de notre dispositif expérimental, nous avons réalisé plus d'une centaine de tirs en cette fin de thèse. Sur ces tirs réalisés dans le vide, 82 tirs à 6.5 T ont été utilisés. La finesse est de $F = 460\,000$ et le champ magnétique au carré filtré est de 22 T^2 . Ces tirs sont issus de quatre séries réalisées sur quatre jours de la même semaine. Ces séries sont donc obtenues dans des conditions expérimentales similaires au niveau de la finesse, du bruit ambiant extérieur, de l'extinction σ^2 et de la biréfringence de la cavité $|\Gamma|$.

L'acquisition et l'analyse des tirs suit une procédure précise.

- i) Approximons d'abord pour des ellipticités Ψ faibles devant Γ la relation entre les intensités I_t et I_e des faisceaux ordinaire et extraordinaire :

$$\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} - \sigma^2 = [\Gamma + \Psi(t)]^2, \quad (3.87)$$

$$\simeq \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t). \quad (3.88)$$

Comme vu ci-dessus, Ψ est en effet de l'ordre de 10^{-6} rad , très petit par rapport à Γ qui est de l'ordre de 10^{-3} rad . Nous voyons dans la relation (3.88) que l'effet à mesurer dépend de Γ . Il est donc crucial d'en connaître le signe. En effet, imaginons que celui-ci change entre deux tirs. Dans ce cas, une moyenne simple de deux signaux avec Γ de signe contraire conduirait à un effet nul. De plus, le fait de connaître le signe de Γ nous permet de connaître le signe de Ψ , et donc celui de la biréfringence Δn_b que l'on cherche à mesurer.

Il est donc nécessaire, avant chaque série de tirs dans le vide, d'effectuer un tir dans le diazote : puisque nous connaissons le signe de sa biréfringence magnétique, nous connaissons le signe d'évolution de l'ellipticité $\Psi(t)$ et nous pouvons alors déduire la valeur et le signe de Γ en regardant le sens d'évolution de la quantité $I_e(t)/I_{t,f}(t)$. Nous donnons sur la figure 3.18 deux évolutions temporelles typiques du rapport $I_e(t)/I_{t,f}(t)$ pour deux signes de Γ opposés. Les tirs ont été réalisés à 3 T dans une pression de $6 \times 10^{-3} \text{ atm}$ de diazote. La biréfringence magnétique du diazote est négative, l'ellipticité associée diminuera si le champ magnétique augmente. Sur le graphe de gauche, le signal commence par croître lors de l'application du champ ; Γ est donc négatif et vaut³ ici $-2.4 \times 10^{-3} \text{ rad}$. Sur le graphe de droite, le signal commence par décroître ; Γ est donc positif et vaut ici $5.0 \times 10^{-3} \text{ rad}$.

Le choix et le contrôle de la valeur de Γ se fait par rotation des miroirs de la cavité

3. La valeur de σ^2 prend en compte l'altération de l'extinction des polariseurs : nous prenons ici et dans la suite la valeur de $\sigma^2 = 2.6 \times 10^{-6}$.

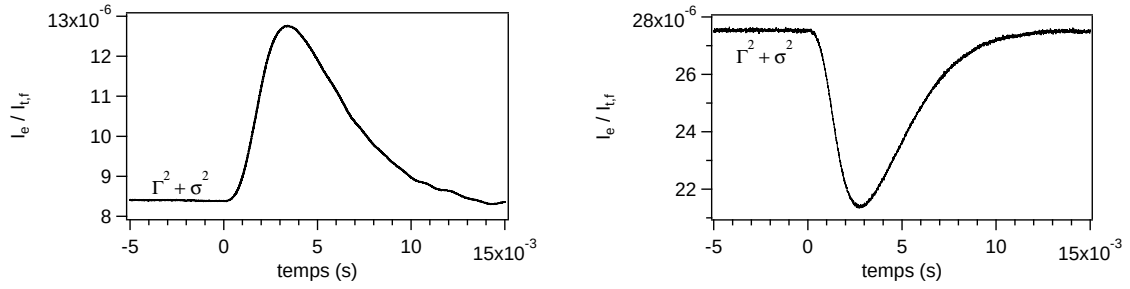


FIGURE 3.18 – Evolutions temporelles du rapport $I_e(t)/I_{t,f}(t)$ pour deux signes d'ellipticité Γ opposés. A gauche, $\Gamma \simeq -2.4 \times 10^{-3}$ rad et à droite, $\Gamma \simeq +5.0 \times 10^{-3}$ rad. Les tirs ont été réalisés à 3 T dans une pression de 6×10^{-3} atm de diazote (biréfringence magnétique négative).

Fabry-Perot afin de tourner les axes neutres de la lame équivalente. Empiriquement, il est possible, lorsque Γ est suffisamment faible, et lorsque les biréfringences des miroirs sont du même ordre de grandeur, de ne tourner qu'un seul des deux miroirs, et ainsi changer aisément le signe de Γ .

- ii) Une fois la première étape réalisée dans le diazote, nous pompons l'enceinte à vide jusqu'à atteindre une pression de quelques 10^{-10} atm puis nous effectuons la série de tirs.

Nous calculons pour chacun la grandeur $\sqrt{\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)}} - \sigma^2$. En vertu de la relation (3.87) cette quantité vaut :

$$\sqrt{\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)}} - \sigma^2 = \begin{cases} |\Gamma| + \Psi(t) & \text{si } \Gamma > 0, \\ |\Gamma| - \Psi(t) & \text{si } \Gamma < 0. \end{cases}$$

Ces relations ne sont valables que si $|\Gamma| > |\Psi|$, ce qui est toujours vrai dans le vide. Le champ magnétique est déclenché au temps $t = 0$. Puisque les vibrations mécaniques viennent perturber la cavité optique à partir de 4 ms, l'acquisition des données est effectuée entre -4 ms (par symétrie) et 4 ms. Le pas de temps est de $1 \mu\text{s}$.

Pour chaque tir, nous calculons ensuite sur l'intervalle $t \in [-4; 0]$ ms la valeur moyenne de la grandeur $\sqrt{\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)}} - \sigma^2$ qui n'est autre que la valeur absolue de Γ . Nous déduisons alors l'ellipticité $\Psi(t)$:

$$\Psi(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)}} - \sigma^2 - \Gamma & \text{si } \Gamma > 0, \\ -\sqrt{\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)}} - \sigma^2 + |\Gamma| & \text{si } \Gamma < 0. \end{cases}$$

Nous obtenons donc à chaque instant t_i une valeur de l'ellipticité $\Psi(t_i)$, et on distingue :

- pour $\Gamma < 0$, la série de $N_- = 41$ valeurs de $\Psi_-(t_i)$ dont la distribution a pour valeur moyenne $\overline{\Psi_-}(t_i)$ et écart type $\sigma_-(t_i)$,
- pour $\Gamma > 0$, la série de $N_+ = 41$ valeurs $\Psi_+(t_i)$ dont la distribution a pour valeur

moyenne $\overline{\Psi}_+(t_i)$ et écart type $\sigma_+(t_i)$.

Les valeurs moyennes de telles distributions sont données par la formule usuelle :

$$\overline{\Psi}_\pm(t_i) = \frac{1}{N_\pm} \sum_{j=1}^{N_\pm} \Psi_{\pm j}(t_i), \quad (3.89)$$

La valeur moyenne globale de l'ellipticité Ψ obtenue à partir des 82 tirs au temps t_i s'écrit :

$$\overline{\Psi}(t_i) = \frac{\overline{\Psi}_+(t_i) + \overline{\Psi}_-(t_i)}{2}. \quad (3.90)$$

Afin d'estimer l'incertitude associée à cette moyenne, nous étudions les distributions des 82 ellipticités avant et après le tir. Nous considérons par exemple les distributions des tirs au temps $t_i = t^*$ où le carré du champ magnétique filtré atteint sa valeur maximale (le choix de ce temps est arbitraire), et par symétrie, au temps $t_i = -t^*$. Les deux distributions sont reportées sur la figure 3.19.

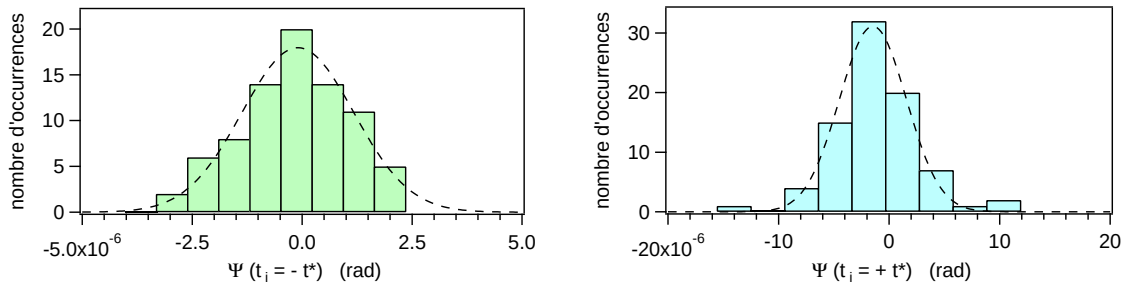


FIGURE 3.19 – Distributions des 82 ellipticités avant et après le tir. On se place à $t_i = t^*$ où le carré du champ magnétique filtré est maximum, et par symétrie, au temps $t_i = -t^*$. Les distributions peuvent être approximées par des gaussiennes.

Nous constatons que ces distributions peuvent bien être approximées par des gaussiennes. Et il en est de même pour toute distribution prise à un temps t_i quelconque. Nous remarquons également que la distribution est plus large après le tir qu'avant le tir : ce dernier cause donc une augmentation de la dispersion des données (nous reviendrons sur ce point important dans la suite). A tout temps t_i , l'incertitude $\delta\Psi(t_i)$ associée à l'ellipticité globale est donnée par l'écart type de la distribution des 82 mesures.

Nous traçons alors l'ellipticité Ψ en fonction du temps (voir la figure 3.20). Les incertitudes $\delta\Psi$ sur chaque point expérimental (en noir) sont représentées par les barres d'incertitude en gris.

Nous avons fait évoluer notre méthode d'analyse par rapport aux tirs dans les gaz : nous ne calculons plus la corrélation. Nous ajustons, en les pondérant par leur incertitude, les points expérimentaux par la fonction Cotton-Mouton par la fonction $\kappa_{\text{fit}} B_f^2(t)$. Cette technique est en effet plus flexible que la corrélation, car elle peut faire appel à plusieurs paramètres d'ajustement. Elle permet de surcroît de donner directement les valeurs des incertitudes sur ces paramètres. Enfin, nous pouvons associer à notre ajustement la valeur

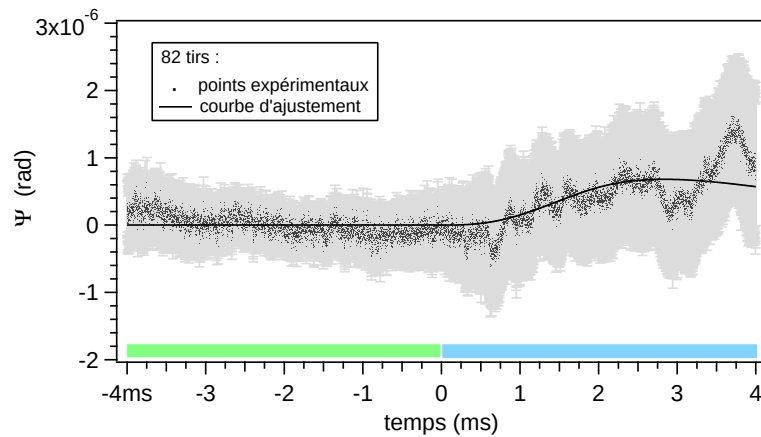


FIGURE 3.20 – Evolution temporelle de l'ellipticité globale Ψ obtenue à partir des 82 tirs dans le vide. Les points expérimentaux sont en noir, et leur incertitude associée est en gris. La courbe d'ajustement en $\kappa_{\text{fit}} B_f^2$ (trait plein noir) montre un effet systématique.

d'un paramètre χ^2 qui est une mesure de la concordance de la fonction d'ajustement avec les données expérimentales. Cela est d'autant plus utile pour nos tirs dans le vide où nous ne pouvons pas conjecturer *a priori* l'effet que nous observons.

La courbe d'ajustement (en traits noirs) est superposée aux points expérimentaux sur la figure 3.20. Nous obtenons $\kappa_{\text{fit}} = (3.09 \pm 0.08) \times 10^{-8} \text{ rad.T}^{-2}$, qui correspond à une biréfringence magnétique de :

$$\Delta n_b = (2.63 \pm 0.07) \times 10^{-19} \text{ T}^{-2}. \quad (3.91)$$

Cette valeur non compatible avec zéro est inattendue pour des tirs dans le vide, compte tenu des sensibilités de l'expérience. Elle est le signe de la présence d'un effet systématique.

Pour évaluer l'accord entre l'ajustement et les données expérimentales nous réalisons le calcul du χ^2 normalisé [95] :

$$\chi^2 = \frac{1}{n_p - 2} \sum_{i=1}^{n_p} \left(\frac{\Psi(t_i) - \kappa_{\text{fit}} B_f^2(t_i)}{\delta \Psi(t_i)} \right)^2, \quad (3.92)$$

où $\kappa_{\text{fit}} B_f^2(t_i)$ désigne la valeur de l'ajustement au temps t_i et $n_p = 8000$ est le nombre de points expérimentaux. L'ajustement est une bonne approximation des données expérimentales si le χ^2 normalisé est proche de 1. Il vaut ici 0.68. Notre ajustement indique donc que nous observons un effet avec le champ, sans pour autant être capable d'affirmer que ce signal varie uniquement en B_f^2 . Il est d'ailleurs important de noter qu'un ajustement arbitraire en fonction de B_f par exemple mène à une valeur du χ^2 normalisé similaire.

Regardons également l'effet de l'application du champ magnétique sur les distributions d'ellipticités. Nous donnons sur la figure 3.21 les histogrammes des valeurs de l'ellipticité avant (entre -4 et 0 ms, en traits vert) et après le tir (entre 0 et 4 ms, en bleu). 4000 valeurs sont regroupées dans chacun des histogrammes.

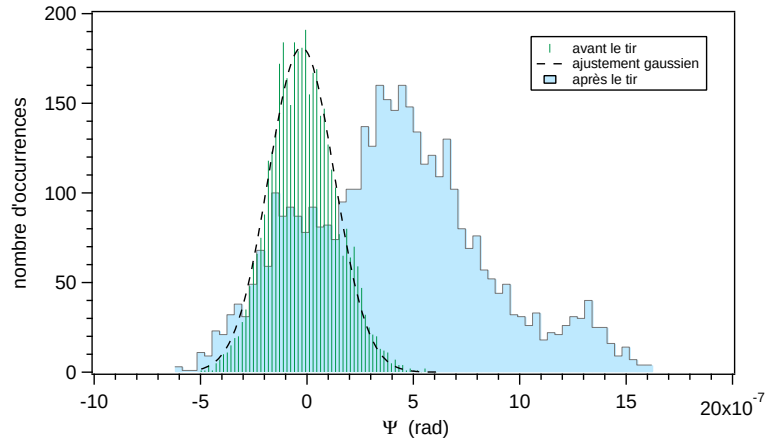


FIGURE 3.21 – Histogrammes des ellipticités $\Psi(t_i)$ avant (en vert) et après (en bleu) le tir. 4000 valeurs sont regroupées dans chacun de ces histogrammes. Avant le tir, la distribution est gaussienne (courbe en trait pointillé). Après le tir la distribution n'est plus gaussienne et non centrée sur 0.

Nous constatons que la distribution des ellipticités aux temps t_i négatifs est bien gaussienne (voir les pointillés noirs). Cette gaussienne est, par construction⁴, centrée sur 0. La largeur à 1σ de la distribution des $n_p/2 = 4000$ points expérimentaux est de 1.5×10^{-7} rad. L'incertitude à 1σ associée à la mesure d'une seule ellipticité est égale par définition à la largeur de la gaussienne soit 1.5×10^{-7} rad. La sensibilité correspondante en biréfringence magnétique Δn_b est donc de $7 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ par tir.

Nous constatons cependant que la distribution des ellipticités calculées aux temps t_i positifs est élargie et n'est pas centrée sur 0. L'étalement de cette distribution est dû à l'apparition de bruit supplémentaire (électrique, mécanique) et son décentrage est le signe d'un ou plusieurs effets systématiques dont nous allons discuter la pertinence dans le paragraphe suivant.

3.4.2 Recherche d'effets systématiques

Variabilité des conditions expérimentales

Nous pouvons d'abord nous interroger si l'effet systématique mis en lumière dans le paragraphe précédent est dû à un changement d'un jour à l'autre des conditions dans lesquelles ont été réalisés les tirs. On donne sur les quatre graphes de la figure 3.22 l'évolution temporelle de l'ellipticité moyenne Ψ .

Les ajustements font apparaître un effet systématique pour trois de ces quatre séries (voir la table 3.3). Nous observons par ailleurs une variabilité de la moyenne et de la dispersion des valeurs de κ_{fit} d'un jour à un autre. Il sera donc nécessaire d'approfondir cette étude pour savoir si les conditions expérimentales peuvent varier (le bruit environnant

4. En effet, nous avons calculé aux temps négatifs la valeur moyenne de la grandeur $\sqrt{\frac{I_e(t)}{I_{t,i}(t)}} - \sigma^2$ qui n'est autre que la valeur absolue de Γ . L'ellipticité Ψ moyennée de -4 à 0 ms est donc nulle.

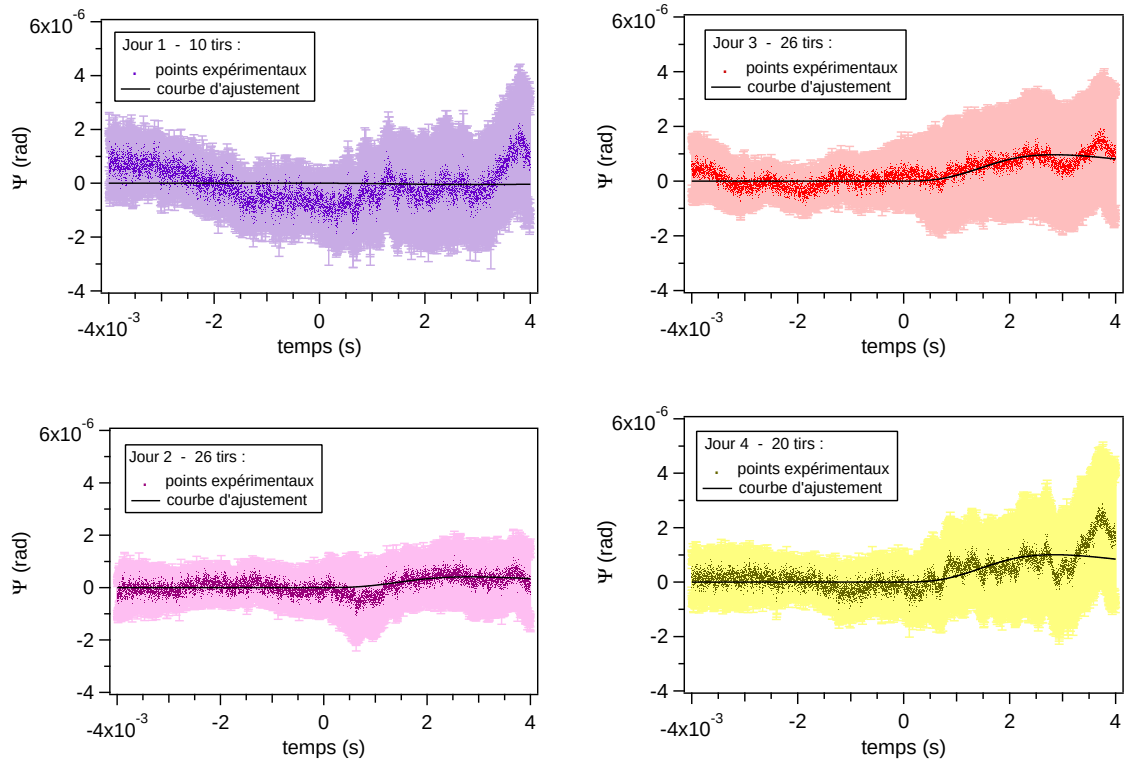


FIGURE 3.22 – Graphes des ellipticités moyennes (en points sombres) et incertitudes associées (en couleur claire) en fonction du temps tracées pour chacun des quatre jours de prises de données. La courbe d’ajustement de l’ellipticité en fonction du carré du champ magnétique filtré est tracée en noir.

notre dispositif expérimental en particulier). Toutefois, la valeur de κ_{fit} obtenue avec la série de tirs du jour 1 est compatible avec 0. Elle correspond à une limite en biréfringence magnétique de $1.7 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$.

jour	nombre de tirs	sensibilités	
		en Ψ (rad)	en Δn_b (T^{-2})
1	10	$(-0.4 \pm 0.4) \times 10^{-7}$	$(-1.7 \pm 1.7) \times 10^{-20}$
2	26	$(4.2 \pm 0.2) \times 10^{-7}$	$(1.6 \pm 0.1) \times 10^{-19}$
3	26	$(9.7 \pm 0.4) \times 10^{-7}$	$(3.7 \pm 0.2) \times 10^{-19}$
4	20	$(10.1 \pm 0.4) \times 10^{-7}$	$(3.9 \pm 0.2) \times 10^{-19}$

TABLE 3.3 – Sensibilités en ellipticité et en biréfringence magnétique pour les quatre séries de tirs réalisées.

Gaz résiduels

Le premier effet systématique que l’on peut envisager est l’effet de gaz résiduels présents dans l’enceinte expérimentale. L’ellipticité que nous mesurons lors de nos tirs dans le vide pourrait leur être due.

Les mesures ont été réalisées à une pression maximale de 10^{-10} atm. Un analyseur de gaz a permis d'identifier les espèces présentes à l'état gazeux dans l'enceinte. La table 3.4 résume pour chacun d'entre eux leur fraction molaire calculée à partir de la mesure de leur pression partielle et leur biréfringence magnétique Δn_u normalisée à 1 T et 1 atm, obtenues à partir des références [84, 96]. Des traces d'hydrocarbures C_nH_m (graisses diverses apportées par les pompes, les expérimentateurs,...) ont également été détectées par le spectromètre, leur effet sur la biréfringence résiduelle est négligeable.

gaz	fraction molaire (%)	Δn_u ($T^{-2} \cdot atm^{-1}$)	Δn_b attendu (T^{-2})
N ₂	45	-2.0×10^{-13}	-9.0×10^{-24}
H ₂	40	8.5×10^{-15}	3.4×10^{-25}
H ₂ O	10	5.1×10^{-15}	5.1×10^{-26}
O ₂	2	-2.5×10^{-12}	-5.0×10^{-24}
Ar	1.5	6.3×10^{-15}	9.5×10^{-27}
CO ₂	1.5	-5.9×10^{-13}	-8.9×10^{-25}
C _n H _m	< 0.5	< 10^{-13}	< 5×10^{-26}

TABLE 3.4 – Gaz résiduels présents dans l'enceinte à vide après pompage ($P = 10^{-10}$ atm). On donne leur fraction molaire et leur biréfringence magnétique Δn_u normalisée à 1 T et 1 atm. Des traces d'hydrocarbures C_nH_m ont également été détectées par le spectromètre.

Les contributions les plus importantes sont celles du diazote et du dioxygène. A la pression à laquelle nous travaillons, la biréfringence résiduelle est donc de l'ordre de $-1.4 \times 10^{-23} T^{-2}$. Notre sensibilité se situe trois ordres de grandeurs au dessus. La présence de gaz résiduels n'affecte donc pas nos mesures de biréfringences magnétiques dans le vide.

Remarque :

Les gaz résiduels possèdent également un effet Faraday. Nous avons vu que notre aimant créait également une composante longitudinale qui pouvait atteindre la dizaine de mT (pour un tir à 6.5 T). Les constantes de Verdet de ces gaz ont été mesurées expérimentalement [93]. En nous référant à leur fractions molaires dans la table 3.4 ci-dessus, nous pouvons évaluer une constante de Verdet globale qui ne dépasse pas $10^{-3} rad \cdot T^{-1} \cdot m^{-1} \cdot atm^{-1}$. A la pression $P = 10^{-10}$ atm, la rotation induite de la polarisation par effet Faraday des gaz résiduels est donc inférieure à 10^{-10} rad par traversée de la cavité. L'effet observé n'est donc pas dû à cette contribution.

Champs magnétiques de fuite

Les champs magnétiques de fuite sont également une cause possible d'effets systématiques. Nous les avons pourtant limités en entourant les bobines X-coil de plaques de cuivre, afin de les écranter (voir la partie 2.3.3). Nous avons mesuré les champs magnétiques de fuite présents dans la salle blanche à l'aide d'une bobine pick-up étalonnée (les mesures sont données dans la suite de ce paragraphe). Ces champs de fuite peuvent être dus non seulement à notre aimant mais également à notre câble d'alimentation électrique des bobines X-coil. Il réalise au dessus du cryostat une boucle de courant, comme nous pouvons

le voir sur la figure 3.23.

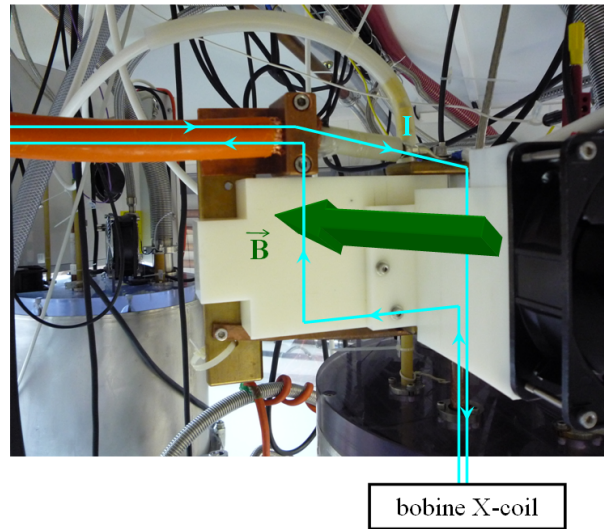


FIGURE 3.23 – Photographie du système d'alimentation électrique de la bobine X-coil. Le câble fait une boucle de courant (en bleu ciel) qui génère un champ magnétique non écranté.

En appliquant la formule du rayonnement d'un dipôle [3], nous pouvons évaluer le champ magnétique rayonné par cette « spire » de 8.7 cm de rayon lorsqu'elle est parcourue par un courant I de 5000 A. Par exemple, le champ magnétique transverse au niveau des miroirs serait de l'ordre du μT et le champ magnétique longitudinal serait de l'ordre de la dizaine de μT .

Intéressons-nous aux effets de ces champs sur différents éléments du dispositif expérimental : nous nous pencherons dans un premier temps sur les photodiodes de l'expérience, puis sur les miroirs de la cavité.

Photodiodes

Nous avons étudié l'effet d'un champ magnétique sur les intensités I_i , I_t et I_e des faisceaux incident, ordinaire et extraordinaire. Nous n'avons pas constaté de problème au niveau des photodiodes Ph_i et Ph_t . Par contre, l'impulsion magnétique affecte la photodiode Ph_e . Nous traçons sur le graphe à gauche de la figure 3.24 l'intensité normalisée $I_e/I_{e,0}$ du faisceau extraordinaire en l'absence de cavité optique⁵ et pendant un tir de champ magnétique à 6.5 T. Nous notons la présence d'oscillations à la fréquence de 80 Hz et de 0.5 % d'amplitude relative.

Ces perturbations apparaissent immédiatement suite à l'application du champ magnétique. C'est la photodiode en extinction Ph_e qui capte le champ magnétique, vraisemblablement issu du câble d'alimentation de la bobine X-coil, et rayonné dans la salle d'expérience. Nous avons en outre constaté que la composante à 80 Hz se situait dans la gamme des fré-

5. Nous avons ôté les miroirs de la cavité de façon à s'affranchir du bruit en intensité généré par celle-ci (ce bruit sera étudié plus loin).

quences caractéristiques de variation du champ au niveau de la photodiode.

Pour valider cette hypothèse, nous avons approché de la photodiode Ph_e une bobine alimentée par un courant sinusoïdal de fréquence 80 Hz. Le champ appliqué était de $10\ \mu\text{T}$, comparable au champ magnétique de fuite au niveau de la photodiode pendant un tir à 6.5 T. Le tracé de la densité spectrale de puissance du signal I_e (à droite sur la figure 3.24) fait bien apparaître un pic de bruit à cette fréquence. Le champ magnétique rayonné a donc des effets non négligeables sur la photodiode en extinction.

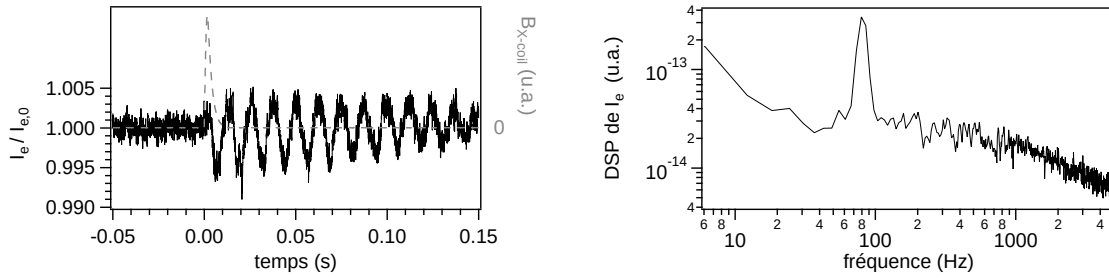


FIGURE 3.24 – A gauche : intensité normalisée $I_e/I_{e,0}$ du faisceau extraordinaire (en noir) en l'absence de cavité optique et pendant un tir de champ magnétique à 6.5 T (en pointillés gris). Des oscillations à 80 Hz apparaissent immédiatement après l'application du champ. A droite : observation du pic de bruit du signal I_e lors de l'application d'un champ magnétique sinusoïdal modulé à 80 Hz à proximité de la photodiode Ph_e .

En principe, vu que cet effet ne dépend pas du signe de Γ , le fait de changer ce signe dans les séries de tirs puis d'effectuer les moyennes permet de réduire ces oscillations en les compensant. Nous donnons sur la figure 3.25 la moyenne sur les 82 tirs réalisés de l'intensité normalisée $I_e(t)$ en fonction du temps.

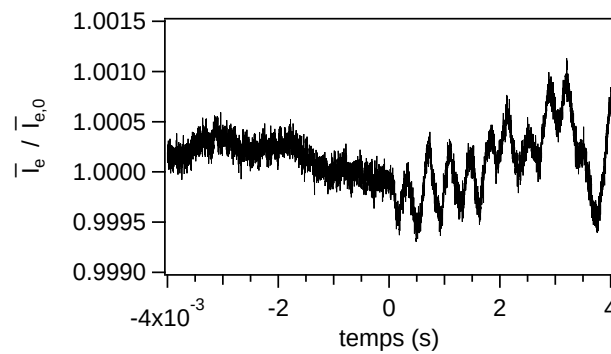


FIGURE 3.25 – Evolution temporelle de la moyenne normalisée des intensités $I_e(t)$ pour les 82 tirs réalisés dans le vide. Des oscillations résiduelles sont observées à 2.7 kHz avec une amplitude relative de 500 ppm.

Malgré tout, nous observons des oscillations résiduelles à 2.7 kHz avec une amplitude relative de 500 ppm. Afin d'évaluer l'incidence de cette variation δI_e sur la sensibilité en ellipticité de notre dispositif, nous considérons l'expression de l'ellipticité donnée précé-

demment. Si le tir n'a pas lieu, nous avons :

$$\sqrt{\frac{I_e}{I_{t,f}} - \sigma^2} - |\Gamma| = 0. \quad (3.93)$$

Pendant un tir, la variation d'intensité δI_e donne une ellipticité $\delta\Psi$ qui s'écrit :

$$\sqrt{\frac{I_e + \delta I_e}{I_{t,f}} - \sigma^2} - |\Gamma| = \delta\Psi. \quad (3.94)$$

Si nous prenons comme valeurs numériques typiques : $\sigma^2 = 2.6 \times 10^{-6}$, $\frac{I_e}{I_{t,f}} - \sigma^2 = 4 \times 10^{-6}$ et $\Gamma = 2 \times 10^{-3}$ rad, nous constatons qu'une variation de 500 ppm de I_e génère une variation en ellipticité $\delta\Psi = \pm 7.7 \times 10^{-7}$ rad, ou encore une variation de biréfringence de inférieure à $2.9 \times 10^{-19} \text{ T}^{-2}$. Remarquons néanmoins que cette valeur sur-estime l'effet réel du champ magnétique qui est filtré par la cavité à cette fréquence.

La réduction de l'effet du champ magnétique de fuite sur la photodiode Ph_e est en cours de réalisation. Plusieurs pistes ont été envisagées. Nous pourrions d'abord blinder la photodiode elle-même. Cependant, des boucliers en cuivre d'environ 3 cm d'épaisseur seraient nécessaires au minimum pour atténuer la composante à 80 Hz du champ magnétique d'un facteur 20. Il est difficile expérimentalement de réaliser un tel écran. Il en est de même si nous choisissons un bouclier en μ - *métal* dont la forme serait complexe à élaborer. Le plus simple reste finalement de réduire au maximum la boucle de courant présente au niveau de l'alimentation de la bobine. C'est cette solution qui est actuellement mise en œuvre. Nous avons réduit la surface de la boucle de courant d'un facteur 5 et nous l'avons orientée de façon à minimiser le champ magnétique rayonné au niveau de la photodiode Ph_e . Des tests supplémentaires devront valider cette amélioration. A échéance un peu plus longue, nous envisageons une amenée de courant coaxiale qui ne rayonne plus de champ magnétique. Enfin, si nécessaire, il sera toujours possible d'asservir le champ magnétique au niveau de la photodiode à l'aide de bobines de Helmholtz, comme cela a été réalisé dans la référence [97] où les auteurs sont parvenus à un champ résiduel de $3 \times 10^{-8} \text{ T}$.

Effets Cotton-Mouton et Faraday des miroirs de la cavité

Nous mesurons enfin les champs magnétiques transverses et longitudinaux (par rapport à l'axe de propagation de la lumière) au niveau des miroirs M_1 et M_2 de la cavité Fabry-Perot, lors d'un tir de champ magnétique à 6.5 T. Leurs graphes sont tracés sur la figure 3.26.

On constate que les champs magnétiques résiduels longitudinaux sont de l'ordre du μT . Le facteur d'atténuation dû aux boucliers de cuivre (et à la distance des miroirs par rapport à la source) est donc proche de 10 000. Les champs résiduels transverses sont quant à eux de l'ordre de la dizaine, voire de la centaine de μT . le miroir M_2 étant plus loin de la bobine utilisée que le miroir M_1 , on évalue le facteur d'atténuation autour de 100 000. On a également tracé sur ces graphes le champ magnétique transverse généré par la bobine

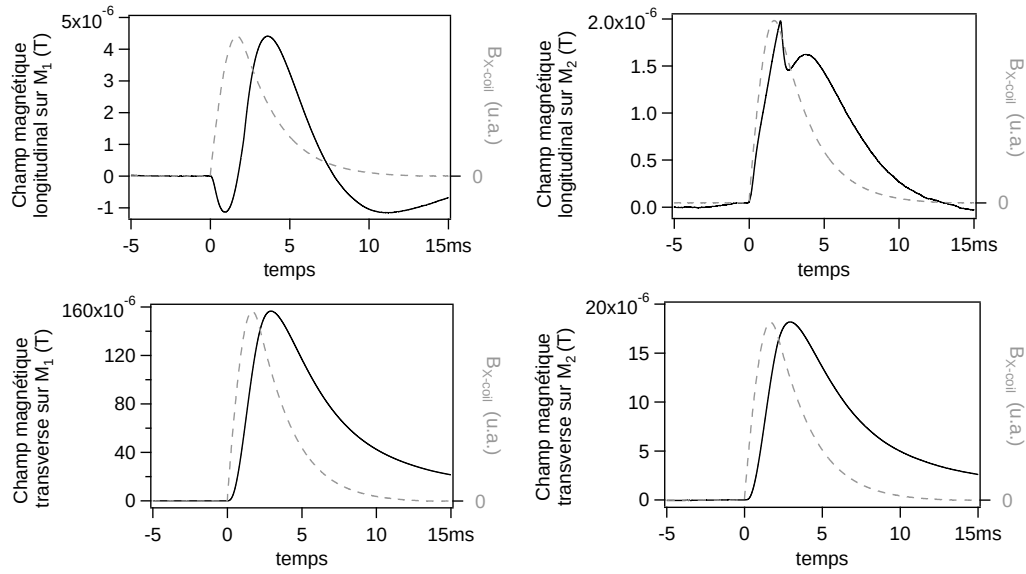


FIGURE 3.26 – Champs magnétiques de fuite (en trait plein noir) au niveau des miroirs de la cavité Fabry-Perot. Champs longitudinaux ; au niveau de M₁ (en haut à gauche) et de M₂ (en haut à droite), puis transverses au niveau de M₁ (en bas à gauche) et de M₂ (en bas à droite). Le champ magnétique généré au niveau de la bobine X-coil est également reporté en unités arbitraires (en pointillés gris) : les champs de fuite sont tous retardés par rapport à ce-dernier.

X-coil au niveau de son centre (en gris). On remarque que les champs transverses sont bien retardés par rapport au champ au centre de la bobine, ceci à cause des boucliers de cuivre qui entourent cette dernière. Les champs de fuite longitudinaux paraissent eux aussi retardés par rapport au champ généré, mais leur évolution temporelle paraît plus complexe et doit avoir plusieurs contributions. La partie la plus lente est vraisemblablement la composante écrantée par les boucliers de cuivre. Nous pouvons supposer que la boucle de courant au niveau de l'alimentation contribue également : les miroirs se situent à environ 2 m de cette source. Comme nous l'avons déjà précisé, le champ rayonné calculé est de l'ordre du μT au niveau des miroirs, ce qui correspond à l'ordre de grandeur des valeurs mesurées.

Évaluons alors l'impact de ces champs magnétiques résiduels sur les mesures d'ellipticité. Des mesures des effets Faraday et Cotton-Mouton des substrats et des couches diélectriques des miroirs ont été réalisées [51, 98, 99] dans des conditions expérimentales semblables aux nôtres (même longueur d'onde, miroirs interférentiels de même nature).

i) *Effet Cotton-Mouton*

- Dans la référence [98], on trouve que l'ellipticité normalisée à 1 T induite par effet Cotton-Mouton des couches diélectriques est de $8 \times 10^{-10} \text{ rad} \cdot \text{T}^{-2}$ par réflexion. Dans notre cas, l'ellipticité est donc de $3 \times 10^{-12} \text{ rad}$ au niveau de M₁ et de $4 \times 10^{-14} \text{ rad}$ au niveau de M₂ (pour des champs transverses valant respectivement $155 \mu\text{T}$ et $18 \mu\text{T}$).

- Les mêmes travaux [98] ont montré que l'ellipticité induite par les substrats est négligeable par rapport à celle induite par les couches diélectriques.

Compte tenu de la sensibilité actuelle en ellipticité de notre dispositif expérimental, qui est de l'ordre de 10^{-7} rad, nous pouvons d'abord conclure que l'effet Cotton-Mouton des deux miroirs est négligeable : leur contribution est au plus de 30 ppm sur les ellipticités que nous sommes capables de mesurer actuellement.

ii) *Effet Faraday*

- Une mesure de la constante de Verdet du substrat de miroirs similaires aux nôtres a été réalisée dans la référence [51]. La valeur donnée est de $6.4 \times 10^{-1} \text{ rad} \cdot \text{T}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. L'épaisseur des substrats des miroirs M_1 et M_2 étant de 8 mm, l'angle de rotation de la polarisation au niveau de M_1 est de $2.3 \times 10^{-8} \text{ rad}$ (pour un champ longitudinal valant $4.5 \mu\text{T}$). Celui au niveau de M_2 est de $1 \times 10^{-8} \text{ rad}$ (champ longitudinal de $2 \mu\text{T}$).
- On trouve dans la même référence [51] la constante de Verdet des couches diélectriques. Celle-ci a été évaluée à $2 \times 10^{-7} \text{ rad} \cdot \text{T}^{-1}$ par réflexion. D'autres travaux [99] ont montré qu'elle valait $3.7 \times 10^{-6} \text{ rad} \cdot \text{T}^{-1}$.

Essayons de donner un ordre de grandeur de la constante de Verdet de nos miroirs à l'aide de nos tirs réalisés dans le vide. Nous prenons en compte leur biréfringence statique Γ , la contribution Faraday et nous négligeons la contribution Cotton-Mouton. Le rapport des intensités $I_e/I_{t,f}$ est déduit de la relation (3.75). Il s'exprime ainsi :

$$\frac{I_e}{I_{t,f}} = \sigma^2 + \theta_p^2 + \Gamma^2 + 2\theta_F\theta_p + \theta_F^2. \quad (3.95)$$

Nous séparons ensuite l'expression ci-dessus comme suit :

$$\frac{I_e}{I_{t,f}} - \sigma^2 - \theta_p^2 - \Gamma^2 = 2\theta_F\theta_p + \theta_F^2, \quad (3.96)$$

$$\equiv f_F. \quad (3.97)$$

Après avoir calculé la moyenne pour $t < 0$ de la partie constante $\sigma^2 - \theta_p^2 - \Gamma^2$, nous calculons pour les 82 tirs réalisés dans le vide la moyenne et l'incertitude associée de la grandeur $f_F = \frac{I_e}{I_{t,f}} - \sigma^2 - \theta_p^2 - \Gamma^2$ au cours du temps. Il est intéressant de noter que le terme $2\theta_F\theta_p$ change de signe avec Γ (voir l'expression (3.57) où $\zeta \equiv \theta_p$). Avant de réaliser la moyenne, nous changeons donc le signe de la grandeur f_F pour les tirs où $\Gamma < 0$. Par contre, le signe de θ_F^2 ne change pas quand on change celui de Γ . Ce terme disparaît donc lorsque l'on calcule la moyenne $\bar{f}_F$. Ainsi, celle-ci doit varier comme $2\theta_F\theta_p$. Elle est tracée en fonction du temps sur la figure 3.27. Nous ajustons ensuite le graphe par la composante de Faraday des miroirs (en trait plein noir sur la figure) :

$$y_F(t) = \kappa_F (B_{//,M_1,f}(t) + B_{//,M_2,f}(t)).$$

κ_F est le coefficient à déterminer et $B_{//,M_1,f}$ et $B_{//,M_2,f}$ sont les champs magnétiques longitudinaux mesurés respectivement au niveau du miroir M_1 et du miroir M_2 (voir leur graphes temporels sur la figure 3.26).

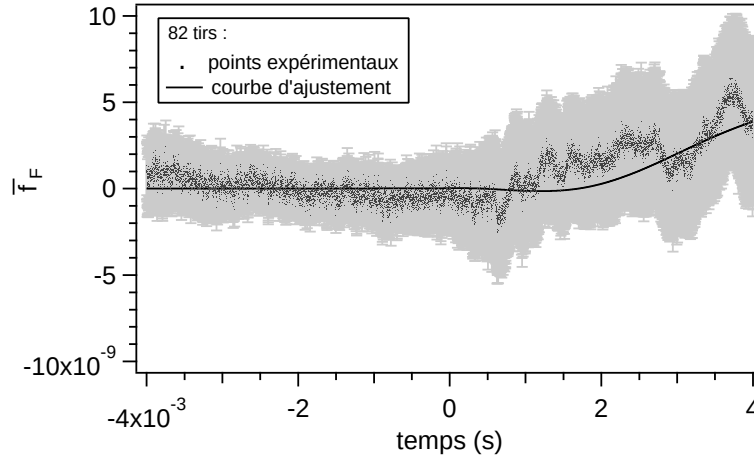


FIGURE 3.27 – Courbe d'évolution de la moyenne $\bar{f}_F$ de la grandeur $\frac{I_e}{I_{t,f}} - \sigma^2 - \theta_p^2 - \Gamma^2$ en fonction du temps. Les points expérimentaux sont en noir, les incertitudes associées en gris. La courbe d'ajustement par la fonction $\kappa_F(B_{//,M_1,f} + B_{//,M_2,f})$ est tracée en noir.

La valeur obtenue du coefficient d'ajustement est $\kappa_F = (1.5 \pm 0.1) \times 10^{-3} \text{ rad.T}^{-1}$. Or, ce coefficient s'exprime en fonction de la constante de Verdet par réflexion V_M des deux miroirs (supposés identiques) :

$$\kappa_F = 2\theta_p \frac{F}{\pi} V_M, \quad (3.98)$$

où F est la finesse de la cavité utilisée pour les tirs ; elle avoisine 460 000. Pour une erreur d'extinction $\theta_p = 8 \times 10^{-4} \text{ rad}$ (évaluée dans la partie 3.3.4), la constante de Verdet des miroirs est donc : $V_M = (3.2 \pm 0.4) \times 10^{-6} \text{ rad.T}^{-1}$ par réflexion. Nous trouvons une valeur de la constante de Verdet des couches diélectriques plus de trente fois plus grande que celle donnée dans la référence [51], mais nous retrouvons l'ordre de grandeur de celle mesurée dans la référence [99].

Si nous ajustons maintenant les données expérimentales en tenant compte à la fois de l'effet Faraday des miroirs et de la biréfringence magnétique du vide, nous utilisons la courbe d'équation :

$$y_{FCM}(t) = \kappa_F(B_{//,M_1,f}(t) + B_{//,M_2,f}(t)) + \kappa_{CM}B_f^2(t),$$

où B_f^2 est le champ magnétique au carré filtré au niveau de la bobine⁶. Les ajustements avec l'effet Faraday seul, l'effet Cotton-Mouton seul, et la combinaison des deux effets sont présentés dans la figure 3.28.

En ajustant les points expérimentaux à l'aide de l'effet Cotton-Mouton seul (voir la

6. Le terme en Ψ^2 de la relation (3.75) est éliminé en faisant la moyenne $\bar{f}_F$, tout comme le terme θ_F^2 .

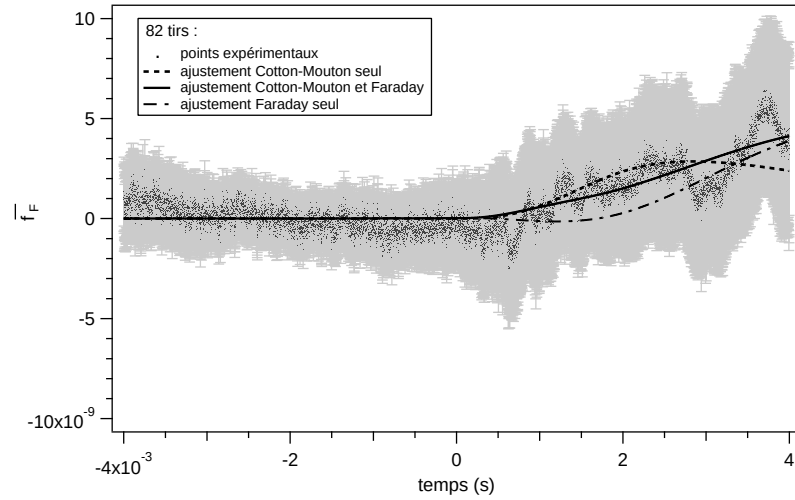


FIGURE 3.28 – Courbe d'évolution de la moyenne de la fonction f_F en fonction du temps. Les points expérimentaux sont en noir, les incertitudes associées en gris. Les courbes d'ajustement avec l'effet Faraday seul (en tirets et points), l'effet Cotton-Mouton seul (en pointillés) et la combinaison des deux (en trait continu) sont reportées.

courbe en pointillés sur la figure 3.28), nous obtenons une valeur de $\kappa_{CM} = (1.30 \pm 0.01) \times 10^{-10} \text{ rad} \cdot \text{T}^{-2}$, correspondant (avec $\Gamma = 2 \times 10^{-3} \text{ rad}$ et $F = 460\,000$) à une valeur de biréfringence magnétique de :

$$\Delta n_b = \frac{\kappa_{CM} \lambda}{4F\Gamma L_B}, \quad (3.99)$$

$$= (2.74 \pm 0.02) \times 10^{-19} \text{ T}^{-2}. \quad (3.100)$$

Cette valeur est en bon accord avec celle trouvée dans le paragraphe 3.4.1 (voir la relation (3.91)).

Si nous ajoutons maintenant la contribution Faraday des miroirs de la cavité (voir la courbe en trait continu sur la figure 3.28), nous obtenons : $\kappa_F = (8.0 \pm 0.2) \times 10^{-4} \text{ rad} \cdot \text{T}^{-1}$ et $\kappa_{CM} = (7.6 \pm 0.2) \times 10^{-11} \text{ rad} \cdot \text{T}^{-2}$. Nous déduisons la constante de Verdet des couches diélectriques des miroirs (voir la relation (3.98)) : $V_M = (3.4 \pm 0.1) \times 10^{-6} \text{ rad} \cdot \text{T}^{-1}$ par réflexion.

La biréfringence magnétique déduite de la valeur de κ_{CM} vaut quant-à elle : $\Delta n_b = (1.60 \pm 0.04) \times 10^{-19} \text{ T}^{-2}$. Nous ajoutons quadratiquement à cette incertitude, donnée par l'ajustement, les incertitudes associées aux paramètres expérimentaux (évaluées dans la table 3.1). Finalement, notre limite sur la valeur de la biréfringence magnétique du vide vaut, avec cette analyse :

$$\Delta n_b < (1.6 \pm 0.1) \times 10^{-19} \text{ T}^{-2}. \quad (3.101)$$

A la lumière de cette analyse préliminaire, nous pouvons conclure que l'effet Faraday

dû aux champs de fuite sur les miroirs crée un effet systématique équivalent en biréfringence⁷ de $1.0 \times 10^{-19} \text{ T}^{-2}$. L'angle θ_F de rotation de la polarisation dû à cet effet Faraday des miroirs est donné par le produit⁸ :

$$\theta_F = \kappa_F(B_{//,M_1,f} + B_{//,M_2,f}) \quad (3.102)$$

$$= 5.2 \times 10^{-9} \text{ rad.} \quad (3.103)$$

Afin de mesurer plus précisément cet effet, une mesure directe de la constante de Verdet des miroirs de la cavité BMV est en cours de réalisation. Un support de miroir a été spécialement réalisé. Il contient un enroulement de spires permettant de générer un champ magnétique longitudinal au niveau d'un miroir (perpendiculaire à sa surface). Une fois l'effet Faraday parfaitement déterminé, nous pourrions fixer la valeur de κ_F lors de l'ajustement des données. Cependant nous pouvons nous affranchir de cet effet en plaçant l'amenée de courant dans l'axe de la cavité (le champ longitudinal au niveau des miroirs sera alors nul), et nous pourrions également tourner l'analyseur A de manière à diminuer au maximum la valeur de l'angle θ_p .

Bilan des effets à prendre en considération pour l'analyse des données

Nous résumons dans la table 3.5 les contributions en ellipticité et en biréfringence magnétique des différents effets systématiques que nous avons décrits.

contribution	ellipticité (rad)	biréfringence (T^{-2})	rotation (rad)
gaz résiduels	-3.6×10^{-11}	-1.4×10^{-23}	.
champ de fuite sur Ph_e	$< 7.7 \times 10^{-7}$	$< 2.9 \times 10^{-19}$	.
effet Cotton-Mouton des miroirs	6×10^{-12}	2×10^{-24}	.
effet Faraday des miroirs	.	.	5.2×10^{-9}

TABLE 3.5 – Contributions en ellipticité, en biréfringence magnétique et en rotation de la polarisation des effets systématiques.

Nous remarquons que l'effet des champs magnétiques de fuite sur les éléments de notre dispositif expérimental est préjudiciable. Les valeurs de biréfringences magnétiques évaluées sont compatibles avec l'effet systématique que nous avons observé lors de nos tirs dans le vide⁹. La diminution du champ de fuite, qui est en cours de réalisation, constituera donc une amélioration considérable de notre expérience.

Nous allons nous intéresser maintenant aux limitations de notre sensibilité actuelle si

7. Nous soustrayons pour cela la limite obtenue en tenant compte de l'effet Faraday des miroirs $1.6 \times 10^{-19} \text{ T}^{-2}$ (voir la relation (3.101)) à la limite obtenue via l'analyse préliminaire : $2.6 \times 10^{-19} \text{ T}^{-2}$ (voir la relation (3.91))

8. Nous prenons comme champs magnétiques de fuites longitudinaux sur les miroirs les valeurs mesurées sur la figure 3.26 : $B_{//,M_1,f} = 4.5 \mu\text{T}$ et $B_{//,M_2,f} = 4.5 \mu\text{T}$.

9. Les contributions de ces effets systématiques sont négligeables devant les valeurs des biréfringences magnétiques des gaz ; nous pouvons considérer qu'elles n'affectent pas leur mesure.

nous omettons les effets systématiques.

3.4.3 Limitations de notre sensibilité actuelle

Détection optique

A l'heure actuelle, notre meilleure sensibilité peut être évaluée en effectuant des prises de données sans déclencher le tir magnétique. Dans ce cas l'analyse des données est réalisée en simulant un champ magnétique fictif de 6.5 T. Cette configuration permet d'évaluer les différents bruits expérimentaux autres que ceux liés au champ.

Rappelons l'expression de l'intensité I_e du faisceau extraordinaire mesurée en sortie de cavité (voir la relation (3.1) pour des ellipticités très faibles devant l'unité) :

$$I_e = \underbrace{I_t(\sigma^2 + \Gamma^2)}_{\text{signal continu}} + \underbrace{2I_t\Gamma\Psi}_{\text{signal utile}}. \quad (3.104)$$

Dans le cas où la sensibilité optique est limitée par le bruit de grenaille (shot-noise), la densité de bruit d'intensité I_{bruit} du signal continu s'écrit [58] :

$$I_{\text{bruit}} = \sqrt{\frac{2I_t(\sigma^2 + \Gamma^2)h\nu}{\eta}}, \quad (3.105)$$

où η est l'efficacité quantique de la photodiode en extinction. Cette densité de bruit s'exprime en $\sqrt{\text{Hz}}$. Le rapport signal sur bruit SNR^{shot} est alors défini par :

$$SNR^{\text{shot}} = 2I_t\Gamma\Psi\sqrt{\frac{\eta}{2I_t(\sigma^2 + \Gamma^2)h\nu}}, \quad (3.106)$$

$$= \sqrt{\frac{2I_t\Psi^2\eta}{h\nu} \frac{(\frac{\Gamma}{\sigma})^2}{(\frac{\Gamma}{\sigma})^2 + 1}}. \quad (3.107)$$

Afin d'évaluer la sensibilité en ellipticité dans le cas du régime shot-noise, nous ramenons d'abord le rapport signal sur bruit SNR^{shot} à une seconde, et nous supposons qu'il est égal à 1. D'après la relation (3.107), l'expression de la limite en ellipticité Ψ^{shot} devient alors :

$$\Psi^{\text{shot}} = \sqrt{\frac{h\nu}{2I_t\eta} \frac{(\frac{\Gamma}{\sigma})^2 + 1}{(\frac{\Gamma}{\sigma})^2}}. \quad (3.108)$$

L'efficacité quantique η vaut 0.7. En incluant l'erreur d'extinction dans σ , on obtient $\Gamma/\sigma \simeq 2$. Pour une intensité transmise $I_t = 5 \text{ mW}$, la limite en ellipticité vaut : $\Psi^{\text{shot}} = 9 \times 10^{-8} \text{ rad}$ (soit $3.5 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ en biréfringence) par tir de 4 ms d'intégration.

Afin d'évaluer notre sensibilité optique, nous avons réalisé plusieurs séries de 51 faux tirs de champ magnétique (en déclenchant l'acquisition des signaux sans décharger les condensateurs dans la bobine) en faisant varier la valeur de Γ entre 10^{-3} et 10^{-2} rad .

Le laser était alors asservi sur la cavité, dont la finesse valait 450 000. Pour l'analyse des données, le champ était simulé à 6.5 T. L'évolution des sensibilités par tir en ellipticité Ψ et en biréfringence Δn_b obtenues sont données dans le graphe de la figure 3.29. Nous notons que la sensibilité optique de l'ellipsomètre est d'autant meilleure que Γ est faible. Elle peut atteindre $7 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ en biréfringence magnétique. Nous voyons donc que notre sensibilité optique en ellipticité est environ deux fois plus grande la limite due au shot-noise.

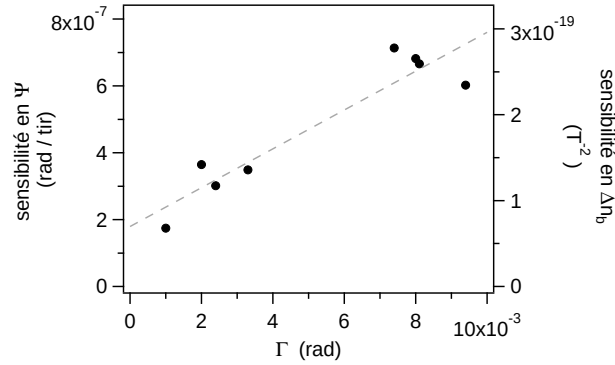


FIGURE 3.29 – Sensibilités par tir en ellipticité Ψ et en biréfringence magnétique Δn_b en fonction de Γ obtenues avec des séries de 51 tirs simulés. La sensibilité optique est d'autant meilleure que Γ est faible.

Pour comprendre cela, supposons que le signal en sortie de cavité soit bruité à cause de fluctuations de Γ que l'on modélise par un coefficient γ . Le rapport signal sur bruit SNR^{fluc} des intensités s'écrit donc :

$$SNR^{\text{fluc}} = \frac{2I_t \Gamma \Psi}{I_t (\gamma \Gamma)^2}, \quad (3.109)$$

$$= \frac{2\Psi}{\gamma^2 \Gamma}. \quad (3.110)$$

Nous voyons alors qu'afin d'augmenter ce rapport signal sur bruit, il est nécessaire de diminuer au maximum Γ (*i.e.* à l'extinction des polariseurs). Si nous considérons un rapport signal sur bruit $SNR^{\text{fluc}}=1$, cette relation semble indiquer que notre sensibilité limite en ellipticité donnée ci-dessus correspond à un bruit en Γ de l'ordre du pourcent. Ceci est effectivement le cas lorsque l'on regarde les données expérimentales.

Des fluctuations de Γ causées par le bruit acoustique ?

Nous avons réalisé des mesures de densités spectrales de puissances des intensités lumineuses I_t et I_e , en régime asservi. Les graphes obtenus sont donnés dans la figure 3.30. On observe de pics de bruit pour les deux signaux à 16 Hz (flèche en trait plein) et 49 Hz (flèche en trait pointillé). Ces fréquences pourraient correspondre aux fréquences d'ondes acoustiques stationnaires qui s'établissent entre les parois métalliques de la salle blanche.

Les dimensions de la pièces sont les suivantes (indiquées en utilisant les conventions des

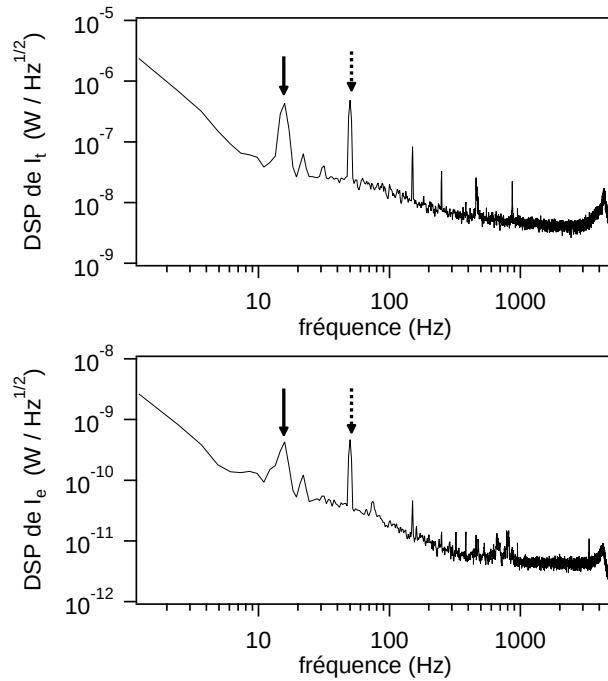


FIGURE 3.30 – Densités spectrales de puissance des intensités lumineuses I_t (en haut) et I_e (en bas). Nous observons pour les deux signaux des pics de résonance à 16 Hz (flèche en trait plein) et 49 Hz (flèche en trait pointillé), dus aux ondes acoustiques qui environnent le montage expérimental.

repères donnés dans les chapitres précédents) :

- hauteur : $L_x \simeq 2.5$ m
- largeur : $L_y \simeq 4$ m
- longueur : $L_z \simeq 7$ m

Les fréquences $f_{s_x s_y s_z}$ des ondes acoustiques stationnaires pouvant s'établir dans la salle sont données par :

$$f_{s_x s_y s_z} = \frac{c_{\text{son}}}{2} \sqrt{\left(\frac{s_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{s_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{s_z}{L_z}\right)^2} \quad (3.111)$$

où $c_{\text{son}} = 340 \text{ m.s}^{-1}$ est la vitesse du son, s_x , s_y et s_z sont des entiers naturels définissant les modes des ondes stationnaires acoustiques pouvant s'établir dans la salle. Nous retrouvons les ordres de grandeurs des fréquences des pics observés sur la figure 3.30 avec les fréquences $f_{001} \simeq 24 \text{ Hz}$ et $f_{011} \simeq f_{002} \simeq 49 \text{ Hz}$.

Des mesures complémentaires du bruit ambiant réalisées avec un sonomètre ont confirmé cette hypothèse. Elles ont révélé un niveau sonore de 30 dB au delà de 125 Hz, ce qui est le signe d'un environnement très calme selon les acousticiens. Par contre, il est de 50 dB en deçà de 125 Hz. Des mesures plus précises en fréquence seront effectuées prochainement. Il semble donc bien y avoir du bruit acoustique à basse fréquence, et l'ensemble du dispositif expérimental y est très sensible car ces fréquences acoustiques se situent dans la bande

passante de la cavité.

Comme l'illustre le schéma de gauche de la figure 3.31, les montures des miroirs sont actuellement fixées (voir également la photographie de la figure 2.14) à l'extrémité de supports d'une vingtaine de centimètres. Ces supports sont tenus à l'autre extrémité par des équerres métalliques beaucoup plus fines (1 cm d'épaisseur). Il en résulte un porte-à-faux important, qui peut transmettre les vibrations aux miroirs. En effet, les équerres sont également solidaires de la structure de l'enceinte à vide qui est soumise aux perturbations sonores. La rigidité mécanique des supports des miroirs sera améliorée dans une prochaine version de l'expérience. Il est envisagé de fixer directement les montures sur des plots en inox eux-mêmes vissés sur la table optique, et isolés au maximum des parois de l'enceinte à vide (voir le schéma de droite de la figure 3.31).

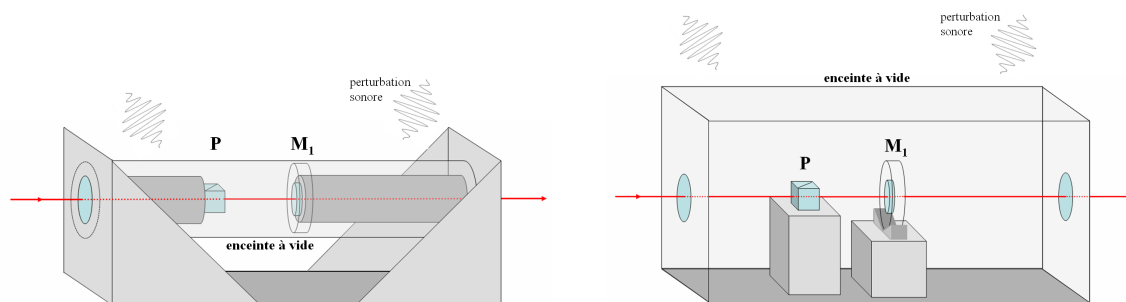


FIGURE 3.31 – A gauche : supports actuels des miroirs et des polariseurs. Les montures sont fixées à l'extrémité de supports tenus par de fines équerres. Ceci induit un porte à faux. A droite : fixation envisagée des miroirs et des polariseurs sur des plots en inox, non solidaires des parois de l'enceinte à vide de façon à limiter la transmission des vibrations.

On peut également imaginer améliorer l'acoustique générale de la salle blanche mais ces basses fréquences sont particulièrement difficiles à atténuer en pratique. Une collaboration est en cours avec des acousticiens de l'Université Paul Sabatier afin de résoudre ce problème délicat. Plusieurs pistes ont déjà été évoquées : placer un résonateur de Helmholtz dans la salle, recouvrir les parois de mousse suffisamment épaisse et rigide à la fois (pour atténuer les basses fréquences) mais également compatible avec les conditions de propreté imposées par la salle blanche, ou encore placer des micros dans la salle et renvoyer un son en opposition de phase (principe des casques anti-bruit)

3.4.4 Comparaison avec les autres limites établies dans le monde

Il est important d'avoir à l'esprit que notre expérience fonctionne en régime pulsé et que nous ne pouvons pas nous comparer directement aux autres expériences qui fonctionnent en mode continu. L'intégration des données en mode continu permet de diminuer la sensibilité, mais nous savons qu'il existe une limite de temps d'intégration au delà duquel cette sensibilité ne peut être améliorée. Cela s'étudie à l'aide d'un calcul de variance d'Allan, mais celui-ci n'est jamais présenté dans les références citées.

Dans notre cas, nous calculons une sensibilité par tir. Nous pouvons cependant évaluer

la variance d'Allan σ_{Allan}^2 sur les ellipticités mesurées lors des 82 tirs, *i.e.* sur 328 ms d'intégration. Celle-ci caractérise la stabilité de notre dispositif expérimental au cours du temps. Elle est définie dans la référence [100] par la variance terme à terme suivante :

$$\sigma_{\text{Allan}}^2(t_m) = \frac{1}{2(m-1)} \sum_{k=1}^{m-1} (\bar{\Psi}_{k+1}(t_m) - \bar{\Psi}_k(t_m))^2, \quad (3.112)$$

où t_m est un nombre entier de fois le temps d'intégration au cours d'un tir (4 ms), il définit la période d'échantillonnage sur laquelle on effectue la moyenne $\bar{\Psi}$. Le paramètre m désigne le nombre d'échantillons considérés. Nous traçons le logarithme de cette variance d'Allan en fonction du logarithme de la période d'échantillonnage sur la figure 3.32. Nous ajustons alors avec une droite les points expérimentaux. Le coefficient de cette droite est de (-0.57 ± 0.07) : cela signifie que notre sensibilité diminue, à l'incertitude des mesures près avec la racine carrée du nombre de tirs (ou du temps d'intégration) : cette situation est caractéristique d'un bruit blanc.

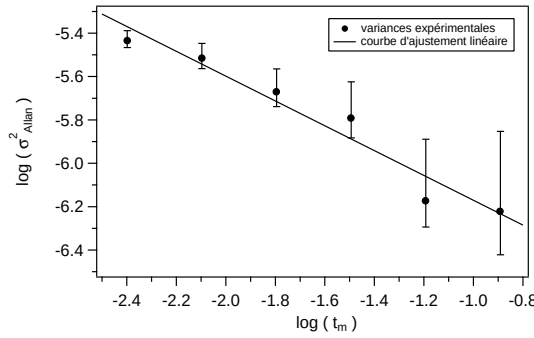


FIGURE 3.32 – Logarithme de la variance d'Allan σ_{Allan}^2 sur les ellipticités mesurées lors des 82 tirs en fonction du logarithme du temps d'échantillonnage t_m . Les points expérimentaux (•) sont ajustés par une droite de coefficient directeur valant (-0.57 ± 0.07) , caractéristique d'un bruit blanc.

Les sensibilités en ellipticité sont exprimées en $\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ dans le cas d'un régime continu. Le temps d'intégration t_{int} nécessaire pour atteindre la limite en ellipticité Ψ^{lim} avec la sensibilité Ψ^{sens} est donc donné par :

$$t_{\text{int}} = \left(\frac{\Psi^{\text{sens}}}{\Psi^{\text{lim}}} \right)^2. \quad (3.113)$$

En suivant le même raisonnement, nous pouvons exprimer notre sensibilité en régime pulsé en $\text{rad}/\sqrt{N}$ où N est le nombre de tirs. De manière analogue à la relation (3.113), celui-ci est donné par :

$$N = \left(\frac{\Psi^{\text{sens}}}{\Psi^{\text{lim}}} \right)^2. \quad (3.114)$$

Comme nous l'avons vu, notre expérience est dans une phase cruciale concernant l'étude du bruit. A l'heure actuelle, les tirs effectués dans le vide ont montré un effet systématique de $2.6 \times 10^{-19} \text{ T}^{-2}$ qui s'explique majoritairement par le champ magnétique de fuite. Il est donc prématuré de donner une sensibilité de notre expérience. Toutefois, il est raisonnable de penser que, puisque nous voyons des effets systématiques sur 82 tirs avec une incertitude de $1 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$, notre sensibilité est de l'ordre de $1 \times 10^{-20} \times \sqrt{82} = 9 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ par tir réel de champ magnétique.

Nous savons également que le champ magnétique de fuite sera quasiment annulé grâce à la mise en place d'une connexion coaxiale au niveau du branchement des bobines X-coil. Dès lors, nous devrions obtenir une sensibilité équivalente à celle obtenue lors de l'étude de la sensibilité optique avec les tirs simulés, qui est de l'ordre de $7 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ par tir.

A titre de comparaison, la table 3.6 propose un récapitulatif des paramètres (finesses, produits du champ magnétique au carré par la longueur magnétique) et des sensibilités atteintes en ellipticité et en biréfringence magnétique du vide par les expériences dédiées à sa mesure. Les limites reportées dans cette table ont été présentées dans le chapitre 1.

expérience références	BFRT [50]	PVLAS [52]	Q&A [53]	BMV ce travail
état	arrêtée	en fonction	en fonction	en fonction
régime du champ	continu	continu	continu	pulsé
F	34 réflexions (cavité multi-passage)	245 000	30 000	460 000
$B^2 L_B$ (T^2m)	13.5	2.1	3.2	3.0
sensibilité actuelle en Ψ	7.9×10^{-8} rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$	3.1×10^{-7} rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$	1.0×10^{-6} rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$	2.4×10^{-7} rad par tir
limite Δn_b (T^{-2})	2.2×10^{-19}	4.4×10^{-21}	.	9×10^{-20}
intégration	16 375 s	8192 s	2×10^6 s	1 tir (4 ms)
signal attendu en Ψ (rad)	.	3.9×10^{-12}	4.7×10^{-13}	2.1×10^{-11}
intégration nécessaire	.	6.3×10^9 s	4.5×10^{12} s	5.1×10^8 tirs

TABLE 3.6 – Tableau comparatif des expériences dédiées à la mesure de la biréfringence magnétique du vide dans le monde. On liste en particulier la finesse, le produit $B^2 L_B$, leur sensibilité en ellipticité Ψ et la limite obtenue à 1σ en biréfringence Δn_b . Nous donnons également l'ellipticité attendue correspondant à la biréfringence magnétique du vide ainsi que le temps d'intégration ou le nombre de tirs nécessaires pour y parvenir (avec les paramètres actuels de ces dispositifs).

3.4.5 Améliorations futures

Pour l'expérience BMV, nous constatons que la biréfringence magnétique du vide est inatteignable quelque soit la sensibilité optique obtenue avec nos paramètres expérimentaux actuels. Il était donc crucial d'augmenter fortement le champ magnétique pulsé. Nous avons donc développé un nouvel aimant pulsé surnommé « XXL-coil » capable de délivrer un champ magnétique de près de 32 T sur une longueur effective $L_B = 0.32$ m. Un (puis deux) aimants comme celui-ci vont être insérés prochainement sur l'expérience. Dans ce cas, le signal attendu pour la biréfringence magnétique du vide sera augmenté d'un facteur 100 et le nombre de tirs nécessaires pour l'observer diminuera d'un facteur $(100)^2 = 10\,000$.

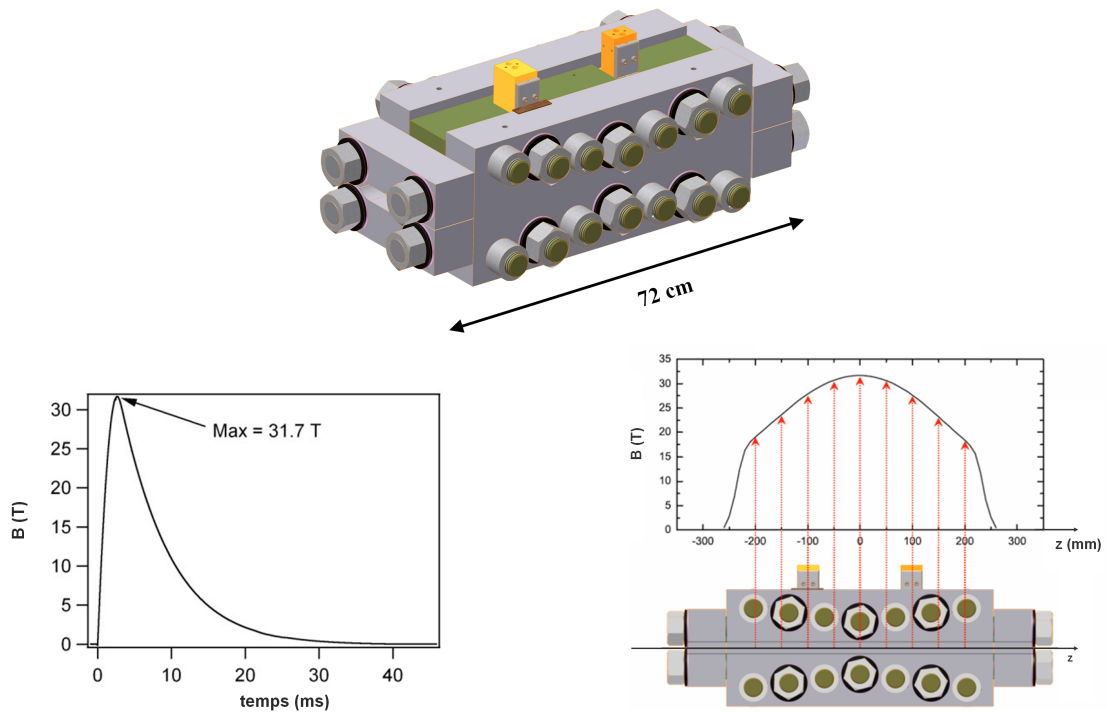


FIGURE 3.33 – En haut : modèle tridimensionnel d'une bobine XXL-coil développée par les équipes techniques du LNCMI-T. Sa longueur est de 72 cm. En bas à gauche : évolution temporelle du champ magnétique au centre de la bobine. Celui-ci peut atteindre 31.9 T. En bas à droite : profil de ce champ magnétique transverse selon l'axe Oz .

Nous sommes également confiants de pouvoir gagner un facteur 10 en sensibilité (isolation acoustique, champs de fuite) afin d'atteindre la limite due au shot-noise et de diminuer de nouveau d'un facteur 100 le nombre de tirs nécessaires. Dans cette optique, nous pourrions espérer observer la biréfringence magnétique du vide avec :

$$N = \frac{5.1 \times 10^8}{10^6} = 510 \text{ tirs.}$$

Nous voyons donc que l'idée d'associer les champs magnétiques pulsés et intenses à une expérience d'optique de précision semble être une voie très prometteuse pour tester l'interaction des photons avec le vide quantique en présence de champs magnétiques.

Enfin, l'expérience BMV est également un outil performant pour tester un autre type de physique, hors Modèle Standard cette fois : celle de la matière noire, comme nous allons voir dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Photons sous champs magnétiques et physique hors Modèle Standard

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous ne prétendons pas faire une étude exhaustive de la Physique hors Modèle Standard. Nous nous contenterons de montrer que l'analyse de la propagation de photons dans des champs magnétiques transverses est un outil puissant pour explorer ce domaine. Dans un premier temps, nous décrivons l'introduction d'une nouvelle particule – l'axion – permettant d'expliquer un paradoxe du Modèle-Standard. Nous regarderons ensuite les conséquences du couplage de cette particule avec des photons en présence de champs magnétiques. Nous présenterons l'état de l'art des quelques expériences dans le monde qui ont pour but de la détecter, dont celle qui a été réalisée au cours de cette thèse. Nous ferons finalement l'analogie avec l'expérience BMV décrite dans les chapitres précédents, qui est elle aussi un outil efficace pour la recherche d'une telle particule.

4.2 De la théorie de l'électrodynamique quantique à la physique hors Modèle Standard

4.2.1 Le problème CP fort

En étudiant les propriétés de désintégration de kaons neutres en 1964 [101], J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, et R. Turlay ont montré que l'Interaction Faible n'était pas invariante sous une transformation simultanée de conjugaison de charge (opérateur C , qui échange particules et antiparticules), et une inversion d'espace (opérateur de parité P).

Il n'en est cependant pas de même pour l'Interaction Forte [102] qui ne violerait pas aussi facilement la symétrie CP , malgré les prédictions de la chromodynamique quantique (QCD). Par analogie avec les effets de l'Interaction Faible, un paramètre angulaire Θ_{QCD} a été introduit de façon à quantifier cette violation. Si la QCD prévoit des valeurs comprises entre 0 et 2π pour cette constante fondamentale, des observations expérimentales montrent que sa valeur est en réalité très faible ($|\Theta_{\text{QCD}}| < 10^{-11}$) voire nulle. Des expériences ont par exemple montré que le moment dipolaire électronique du neutron était beaucoup moins intense que celui que lui associerait une violation de symétrie [103].

Ce désaccord entre théorie et expérience fut appelé le « problème CP fort » et les tentatives de sa résolution ont ouvert les portes d'une nouvelle physique hors Modèle Standard.

4.2.2 L'axion

En 1977, R.D. Peccei et H.R. Quinn ont proposé une résolution du problème CP fort [104, 105], en postulant une nouvelle symétrie dans laquelle l'invariance par transformation CP est respectée. Peu après, S. Weinberg [106] et F. Wilczek [107] ont noté que cette symétrie pouvait être interprétée différemment et ont associé au paramètre Θ_{QCD} un champ quantique a , c'est-à-dire une particule, qu'ils nommèrent « axion ».

Les caractéristiques de cette particule pseudoscalaire sont les suivantes :

- il est stable,
- c'est un boson (spin $s=0$),
- il est neutre,
- sa masse m_a est supposée très faible (inférieure à l'électronvolt),
- il interagit très peu avec la matière ordinaire, ce qui en fait un bon candidat comme constituant de la matière noire.

Pour cette dernière raison, il est extrêmement difficile de le détecter.

Il est néanmoins possible de le coupler à des photons *i.e.* il peut être produit à l'aide de photons se propageant dans un champ magnétique transverse via l'effet Primakoff [108]. Nous allons voir comment dans la suite.

NB : Sauf mention explicitement contraire, nous utiliserons la notation naturelle de Lorentz-Heaviside $\hbar = c = 1$ afin d'alléger les notations.

4.2.3 Dérivation du lagrangien : couplage entre champs axionique et photonique

Considérons un axion en présence d'un champ électromagnétique dû aux photons, et du champ magnétique $\vec{B}$ externe appliqué. La densité du lagrangien $\mathcal{L}$ d'une telle particule s'écrit, en notations covariantes [50] :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}(\partial_\mu a \partial^\mu a - m_a^2 a^2) + \frac{1}{4}g_{a\gamma\gamma}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}a. \quad (4.1)$$

$F_{\mu\nu}$ désigne le tenseur du champ électromagnétique. Il s'agit de la somme des contributions du champ électromagnétique lié aux photons et du champ magnétique externe appliqué $\vec{B}$. Ce premier terme n'est autre que le lagrangien de l'électrodynamique classique de Maxwell $\mathcal{L}_0$ donné par la relation (1.5). Le second terme fait référence à l'axion ; m_a désigne sa masse et a est le champ qui lui est associé. Le troisième terme décrit l'interaction photon/axion. $g_{a\gamma\gamma}$ est la constante de couplage entre les champs axionique et photonique. $\tilde{F}_{\mu\nu}$ désigne le dual du tenseur du champ électromagnétique. Nous pouvons réécrire ce terme d'interaction comme :

$$\frac{1}{4}g_{a\gamma\gamma}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}a = g_{a\gamma\gamma}\vec{E} \cdot \vec{B}a. \quad (4.2)$$

Il est alors possible de déduire deux équations du mouvement au premier ordre en a et en $\vec{A}$ (potentiel vecteur du champ lié aux photons) en dérivant le lagrangien $\mathcal{L}$ en jauge de Coulomb :

$$(\square + m_a^2)a - g_{a\gamma\gamma}\vec{A} \cdot \vec{B} = 0, \quad (4.3)$$

$$\text{et} \quad \square\vec{A} + g_{a\gamma\gamma}a\vec{B} = \vec{0}, \quad (4.4)$$

où $\square$ désigne l'opérateur d'alembertien.

En supposant des solutions de type ondes planes se propageant selon la direction OZ pour ces champs *i.e.* $C(t, z) = C_0 e^{i(\omega t - kz)}$, où $\phi = \{\vec{A}, a\}$, nous résumons ces deux équations sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \omega^2 + \partial_z^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 + \partial_z^2 & -i\omega B g_{a\gamma\gamma} \\ 0 & +i\omega B g_{a\gamma\gamma} & \omega^2 + \partial_z^2 - m_a^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_\perp \\ A_{//} \\ a \end{pmatrix} = \vec{0}, \quad (4.5)$$

où $A_\perp$ et $A_{//}$ désignent respectivement les composantes du potentiel vecteur perpendiculaire et parallèle au champ externe appliqué. Si l'on suppose, que ce dernier varie très lentement au cours du temps devant la fréquence du photon $\omega/2\pi$ (approximation des régimes quasi-stationnaires ; voir le chapitre 1), nous écrivons :

$$\begin{aligned} \omega^2 + \partial_z^2 &= (\omega + i\partial_z)(\omega - i\partial_z), \\ &\simeq 2\omega(\omega - i\partial_z). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Nous réécrivons alors l'équation matricielle des deux composantes couplées $A_{//}$ et a :

$$\begin{pmatrix} \omega - i\partial_z & -i\frac{B g_{a\gamma\gamma}}{2} \\ +i\frac{B g_{a\gamma\gamma}}{2} & \omega - i\partial_z - \frac{m_a^2}{2\omega} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{//} \\ a \end{pmatrix} = \vec{0}. \quad (4.7)$$

Notons que l'équation (4.7) illustre le couplage entre le champ axionique et la composante parallèle au champ extérieur du champ photonique. En diagonalisant la matrice ci-dessus, nous pouvons donner les expressions de l'atténuation $\alpha_{A_{//}}$ et du retard de phase $\phi_{A_{//}}$ subis par la composante $A_{//}$ à cause du couplage entre les photons et les axions :

$$\alpha_{A_{//}} = \frac{1}{2} \left(\frac{B L_i g_{a\gamma\gamma}}{2} \right)^2 \text{sinc}^2 \left(\frac{m_a^2 L_i}{4\omega} \right), \quad (4.8)$$

et :

$$\phi_{A_{//}} = \frac{1}{2} L_i \omega \left(\frac{B g_{a\gamma\gamma}}{m_a^2} \right)^2 \left(1 - \text{sinc} \left(\frac{m_a^2 L_i}{2\omega} \right) \right). \quad (4.9)$$

L_i désigne dans ces deux expressions la longueur de la zone d'interaction entre le faisceau lumineux et le champ magnétique transverse.

On constate la nécessité d'avoir un faisceau lumineux polarisé totalement ou en partie selon la direction du champ externe lorsque l'on cherche à étudier les axions.

- Si la polarisation incidente est parallèle au champ externe, la composante va subir une absorption égale à $\alpha_{A_{//}}$. Et la probabilité de conversion $P_{\gamma \rightarrow a}$ des photons en axions s'obtient en considérant les états propres de la matrice diagonalisée à partir de l'équation (4.7) :

$$P_{\gamma \rightarrow a} = 2 \alpha_{A_{//}}. \quad (4.10)$$

- Si la polarisation incidente est orientée à 45° du champ externe (configuration de l'expérience BMV), la polarisation de la lumière a subi une rotation à cause de l'absorption de la composante $A_{//}$. Ce dichroïsme D_a est lié à l'atténuation $\alpha_{A_{//}}$ par :

$$D_a = \frac{1}{2} \alpha_{A_{//}}. \quad (4.11)$$

De plus, la lumière ressort de la zone d'interaction avec une polarisation elliptique. L'ellipticité ψ_a est reliée au déphasage $\phi_{A_{//}}$ par :

$$\psi_a = \frac{1}{2} \phi_{A_{//}}. \quad (4.12)$$

Nous traçons la modification de la polarisation due à l'interaction des photons avec le champ magnétique $\vec{B}$ sur la figure 4.1.

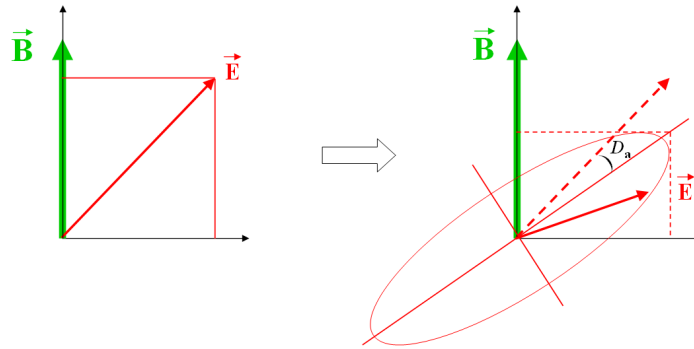


FIGURE 4.1 – Modification de la polarisation lumineuse suite à l'interaction avec les axions : la lumière initialement polarisée linéairement à 45° du champ magnétique $\vec{B}$. La polarisation devient alors elliptique. L'axe de l'ellipse a tourné de l'angle D_a par rapport à la direction initiale de la polarisation.

Nous présentons brièvement dans la partie suivante les principales caractéristiques des expériences dédiées à la recherche de l'axion dans le monde. Nous dresserons ensuite un bilan des limites d'exclusion quant-à son existence.

4.3 Principales expériences à la recherche de l'axion dans le monde

Nous donnons dans cette section l'état de l'art des expériences dédiées à la recherche de l'axion dans le monde et distinguons deux types d'expériences. Les expériences astrophysiques ont pour objectif de reconvertir des photons à partir d'axions qui seraient émis par des sources extra-terrestres. Les expériences de type mur brillant sont des expériences purement terrestres visant d'abord à convertir des photons en axions, puis à régénérer et détecter des photons à partir de ces axions.

L'équation maîtresse de toutes ces expériences est la relation (4.10) donnant l'expression

de la probabilité de conversion $P_{\gamma \rightarrow a}$ des axions en photons (et réciproquement) :

$$P_{\gamma \rightarrow a} = \left(\frac{BL_i g_{a\gamma\gamma}}{2} \right)^2 \text{sinc}^2 \left(\frac{m_a^2 L_i}{4\omega} \right). \quad (4.13)$$

Le principe est de mesurer cette probabilité afin de donner une description de l'axion en termes de masse m_a et de constante de couplage $g_{a\gamma\gamma}$. A probabilité constante, on constate plusieurs choses :

- Le champ magnétique B à utiliser doit être d'autant plus intense et la longueur d'interaction L_i d'autant plus grande que l'on souhaite explorer des zones à faible constante de couplage.
- On explorera des zones de masses d'autant plus élevées que l'énergie des photons ω sera importante (ceci se conçoit via la relation d'équivalence entre la masse et l'énergie). Par ailleurs le processus de conversion ne peut avoir lieu que si $\hbar\omega > m_a c^2$.
- Une longueur d'interaction L_i plus courte permet d'explorer des zones de masses d'autant plus grandes. En effet la longueur de cohérence du processus de conversion est limitée. Sa borne supérieure s'obtient en considérant l'argument du sinus cardinal : si $L_i < 2\pi\omega/m_a^2$, ce dernier reste proche de 1.

A ce jour, aucun groupe n'a détecté cette particule hypothétique. Plusieurs travaux théoriques [109, 110, 111] prédisent que sa masse ne dépasse pas les quelques électron-volts et que sa constante de couplage se situe entre 10^{-17} et 10^{-8} GeV^{-1} . On représente la zone où l'axion est attendu en théorie sur le graphe donnant $g_{a\gamma\gamma}$ en fonction de m_a sur la figure 4.2.

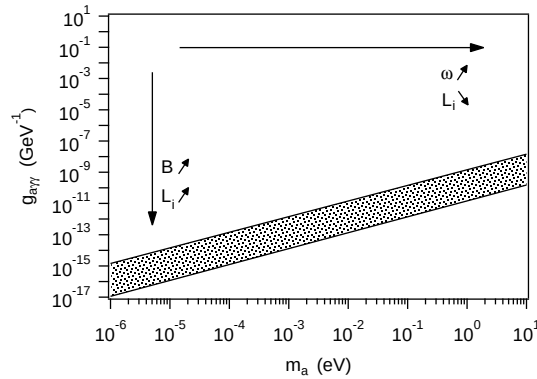


FIGURE 4.2 – Graphe utilisé pour représenter les propriétés de l'axion. En gris, zone où les modèles théoriques prédisent son existence. On choisira un champ magnétique B élevé et une longueur d'interaction courte L_i si l'on veut explorer des zones de faible constante de couplage $g_{a\gamma\gamma}$. Afin d'explorer des zones de masse m_a élevée, il est nécessaire d'avoir une énergie des photons ω élevée et une longueur d'interaction courte.

Nous allons maintenant compléter ce graphe en y ajoutant les limites d'exclusion de l'existence de l'axion apporté par chacune des expériences que nous allons décrire.

4.3.1 Expériences astrophysiques à la recherche de l'axion

Le principe des deux premières expériences que nous décrivons a été imaginé par P. Sikivie [112, 113].

Le haloscope ADMX

L'expérience ADMX (*Axion Dark Matter Experiment*) est montée au Lawrence Livermore National Laboratory en Californie. Son but est de rechercher les axions présents dans le halo de la Voie-Lactée, et qui auraient été générés au moment de sa formation [114, 115].

Une cavité micro-ondes est placée au centre d'un aimant supraconducteur du Tévatron (Fermilab) générant un champ magnétique de $B = 7.8 \text{ T}$. Le flux d'axions est supposé continu. Leur vitesse v_a d'émission du halo est déterminée à partir d'un modèle de photon thermiques (distribution de Maxwell-Boltzmann). Elle est comprise entre 100 à 1000 km.s^{-1} ; il seraient donc non-relativistes. S'il venaient à pénétrer à l'intérieur de la cavité, ils seraient alors convertis en photons qui pourraient être détectés si la condition de résonance était satisfaite. La fréquence de la cavité est lentement balayée de 475 à 525 MHz, ce qui a permis au groupe d'explorer une gamme de masses allant de 1.98 à $2.17 \mu\text{eV}$. Outre la modélisation de la source elle-même, de nombreux effets systématiques sont à prendre en compte, en particulier le changement de fréquence dû à la rotation de la Terre autour d'elle-même et autour du soleil, les divers problèmes de filtrage des fréquences ainsi que la réduction du bruit radiofréquence ambiant.

Aucun axion n'a été détecté par ce « haloscope » (à 95 % de niveau de confiance). La zone d'exclusion pour l'existence des axions obtenue est donnée en rouge à gauche sur la figure 4.3. La partie rouge à droite provient d'autres expériences analogues [116, 117, 118]. La cavité rallongeant la longueur d'interaction, la zone englobe des masses plutôt faibles, de quelques μeV , mais s'avère être un bon outil pour explorer les faibles constantes de couplage.

L'hélioscope CAST

Le détecteur CAST (*Cern Axion Solar Telescope*) se situe au CERN, à Genève. Il s'agit d'un télescope qui traque les axions qui seraient émis par le Soleil. Il est constitué d'un aimant supraconducteur du LHC de 9.26 m de longueur générant un champ de 9 T. Les axions qui proviendraient du soleil traverseraient l'aimant et pourraient être convertis en photons qui seraient alors détectés (avec des détecteurs de technologies différentes, de façon à faire des mesures en coïncidence). L'orientation du télescope est asservie sur la course du Soleil à 0.01° près, les phases nocturnes servent à mesurer le fond qui sera à retrancher aux données.

Au cours de sa première phase d'exploitation, entre 2003 et 2004, les chercheurs ont tenté de détecter des photons X issus de la conversion d'axions émis au niveau du cœur du soleil [119]. Ces axions peuvent selon certains modèles être générés à partir de photons thermiques interagissant avec les champs magnétiques du plasma stellaire (processus Pri-

makoff). Les considérations de perte d'énergie du Soleil par émission d'axion limitent la valeur de $g_{a\gamma\gamma}$ à $10^{-10} \text{ GeV}^{-1}$. Aucun signal n'a été observé (à 95 % de niveau de confiance). Le domaine des masses inférieures à 0.02 eV a pu être exploré.

Lors de la deuxième phase, entre 2005 et 2007 [120], la longueur d'interaction a été augmentée en remplaçant le vide régnant au centre de l'aimant par de l'hélium gazeux. Ils ont de plus cherché à détecter des photons γ provenant de la conversion d'axions mono-énergétiques produits lors de processus thermonucléaires impliquant le lithium (478 keV) et l'hélium (5.5 MeV). Ceci a en particulier permis de repousser les limites d'exclusions vers des masses plus élevées ; de l'ordre de l'électronvolt. Ces limites sont données en jaune sur la figure 4.3. Elles sont complémentaires des résultats obtenus avec les cavités micro-ondes.

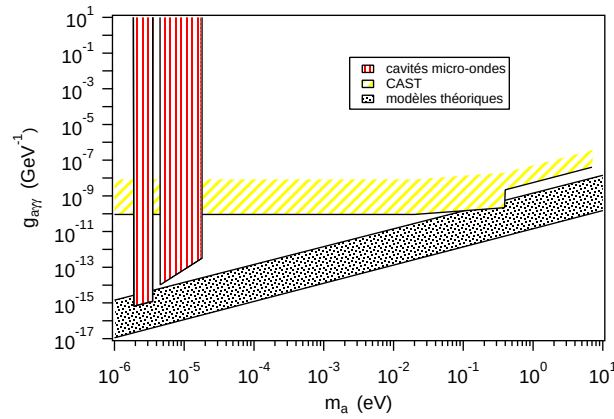


FIGURE 4.3 – Limites d'exclusion pour l'existence de l'axion obtenues à 2σ de niveau de confiance par les cavités micro-ondes (dont le haloscope ADMX en rouge à gauche) et le détecteur CAST du CERN (en jaune).

Bien qu'elles donnent des limites sur l'existence des axions, les expériences astrophysiques dépendent de la modélisation de la source (galaxie, soleil) à partir de laquelle on calcule le flux d'axions reconvertis dans le détecteur se trouvant sur Terre. La résolution de ce problème de maîtrise de la source d'axion est abordée dans la section suivante.

4.3.2 Expérience du mur brillant

Principe de l'expérience

Le principe cette expérience a été imaginé en 1987 [121] et est exposé dans la figure 4.4. L'idée consiste à faire se propager un faisceau lumineux polarisé linéairement à travers un premier aimant générant un champ magnétique transverse B_1 et d'arrêter ce faisceau avec un mur. Le champ magnétique est orienté suivant la polarisation lumineuse afin de maximiser l'hypothétique conversion de photons en axions (effet Primakoff). Ces axions traverseraient ce mur sans interagir avec lui. Ils arriveraient dans un second aimant générant le champ magnétique transverse B_2 afin d'être reconvertis en photons (parfaitement

identiques aux premiers) qui pourraient alors être détectés (comme si la face arrière du mur « brillait »).

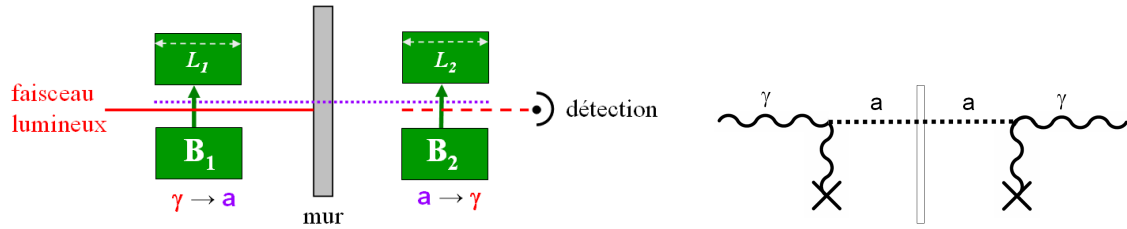


FIGURE 4.4 – A gauche : schéma de principe des expériences du mur brillant. Un faisceau lumineux linéairement polarisé se propage dans un premier champ magnétique transverse puis est arrêté par un mur. Une partie des photons pourrait être transformée en axions qui passeraient au travers du mur sans interagir, avant de traverser un second champ magnétique transverse afin d'être reconvertis en photons qui pourraient alors être détectés. A droite : diagramme de Feynman correspondant (voir l'introduction pour les conventions).

L'avantage d'un ce dispositif expérimental purement terrestre est la maîtrise du flux de photons incidents. Le comptage de photons régénérés par le détecteur permet de remonter à la probabilité de conversion et de donner, comme dans les expérience ci-dessus de nouvelles limites pour l'existence de l'axion.

Tour du monde des principales expériences du mur brillant

Les principales expériences basées sur le principe du mur brillant opèrent dans le domaine visible. Citons en quatre :

- L'expérience BFRT (collaboration *Brookhaven - FermiLab - Rochester - Trieste*) a fonctionné dans les années 90 [50].
- L'équipe BMV a réalisé en 2006 [122, 123, 124] une expérience au LULI (*Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses*) utilisant des champs magnétiques pulsés (bobine de type X-coil) et un laser délivrant un flux de photons infrarouges très élevé ($\sim 10^{22}$ par tir de 5 ns de durée). Elle avait pour objectif d'explorer une zone de masse m_a comprise entre 0.9 et 1.4 meV et de constante de couplage $g_{a\gamma\gamma}$ allant de 0.2 à $3.1 \times 10^{-6} \text{ GeV}^{-1}$. L'équipe italienne PVLAS avait quelques mois auparavant détecté un signal [125] dans cette zone. L'expérience réalisée au LULI a invalidé ces observations.
- L'expérience GammeV montée au Fermilab (Illinois, USA) a confirmé ensuite les conclusions des mesures réalisées au LULI [126].
- L'expérience ALPS (*Any Light Particle Search*) est montée en Allemagne au DESY (*Deutsches Elektronen Synchrotron*). Elle est actuellement celle qui donne les meilleures limites d'exclusion [127] dans le domaine de l'optique.

Nous résumons les caractéristiques des expériences BFRT, LULI, GammeV et ALPS dans la table 4.1. On donne pour chacune la longueur d'onde λ du laser utilisé, l'énergie des photons correspondante ω , le régime du laser et le nombre N_i de photons incidents. On donne également l'intensité du champ magnétique B , la longueur d'interaction L_i et le

régime de ce champ.

laser					champ magnétique		
expérience	λ (nm)	ω (eV)	régime	N_i	B (T)	L_i (m)	régime
BFRT	514.5	2.4	pulsé	$10^{18}/s$	3.7	4.4	continu
LULI	1053	4.9	pulsé	$10^{22}/tir$	12	0.365	pulsé
GammeV	532	2.5	pulsé	$10^{18}/tir$	5	3	continu
ALPS	532	2.5	continu	$10^{19}/s$	5	4.3	continu

TABLE 4.1 – Caractéristiques des expériences du mur brillant. On donne pour chacune d’entre elle la longueur d’onde λ du laser utilisé, l’énergie des photons correspondante ω , le régime du laser et le nombre N_i de photons incidents. On donne également l’intensité du champ magnétique B , la longueur d’interaction L_i et la nature du champ.

Nous résumons enfin les limites obtenues à 95 % de niveau de confiance avec ces dispositifs dans le graphe de la figure 4.5. Elles permettent de repousser la zone d’exclusion jusqu’aux masses m_a environ égales à 1 meV et des constantes de couplage $g_{a\gamma\gamma}$ de l’ordre de 10^{-7} GeV^{-1} .

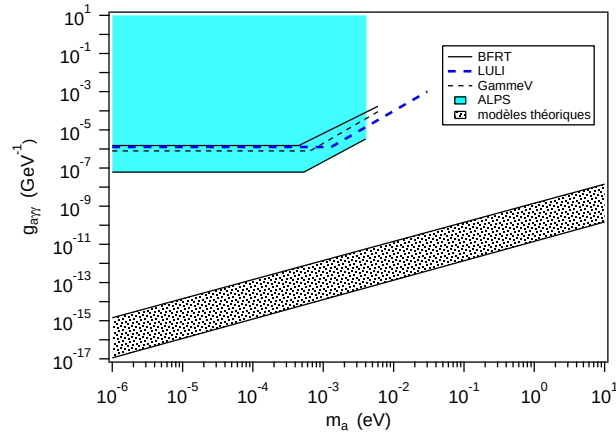


FIGURE 4.5 – Limites d’exclusion pour l’existence de l’axion obtenues à 2σ de niveau de confiance par les expériences du mur brillant BFRT, LULI, GammeV et ALPS. La zone d’exclusion est repoussée jusqu’aux masses m_a environ égales à 1 meV et aux constantes de couplage $g_{a\gamma\gamma}$ de l’ordre de 10^{-7} GeV^{-1} .

Remarquons que ces limites sont moins étendues que celle données par le haloscope ADMX et l’hélioscope CAST. Mais elles ne dépendent pas, rappelons le, du modèle de la source, qui est ici parfaitement connu. Nous abordons dans la partie qui suit une expérience de même type que celles ci-dessus, mais qui a en outre permis d’explorer une zone de masses plus élevées.

4.4 A la recherche de l'axion à l'aide de rayons X

Nous décrivons dans cette section l'expérience de photorégénération réalisée au cours de la première année de cette thèse à l'ESRF (*European Synchrotron Radiation Facility*) de Grenoble (voir la référence [128] donnée en annexe C) . Il s'agit d'une expérience de type mur brillant qui utilise des rayons X.

De telles expériences de photorégénération utilisant des rayons X mous (de l'ordre de 200 eV) ont été proposées en 2006 [129] puis l'idée d'utiliser des rayons X durs (plusieurs dizaines de keV) produits par des synchrotrons a été émise en 2009 [130].

Cette expérience tournée vers les masses plus élevées a également été motivée par une observation astrophysique. En effet, le spectre de Plank de la chromosphère du Soleil présente des contributions de photons X correspondant aux températures de l'ordre de celles au niveau du centre de l'étoile (bien que la température de la surface soit en moyenne 3000 fois moins élevée). Un modèle prévoit que ces rayons X pourraient être dus à l'hypothétique axion [131]. Celui-ci serait créé au centre du Soleil et parviendrait au niveau de la surface où il serait converti en rayon X. En tenant compte des champs magnétiques présents au niveau de la surface de l'étoile, les auteurs ont prédit une masse de 17 meV pour cet axion. Ce phénomène donne un exemple des potentialités des expériences terrestres qui, grâce au contrôle de la source peuvent détecter des axions qui échappent à l'observation astrophysique.

4.4.1 Dispositif expérimental

Nous avons réalisé notre expérience de mur brillant au synchrotron de Grenoble, dont la photographie du bâtiment est donnée sur la figure 4.6. On peut y voir l'anneau de stockage d'environ 320 m de diamètre. C'est dans cette immense chambre à vide que sont accélérés des électrons à fin de produire des rayons X qui sont acheminés vers 40 lignes situées à la périphérie de l'anneau, sur lesquelles sont montées des expériences. Nous avons utilisé la ligne ID06 qui nous était allouée pendant une semaine.

Le dispositif expérimental est schématisé sur la figure 4.7. Une fois sortis de l'anneau, les électrons traversent un onduleur dont le but est d'augmenter l'énergie des photons. Cet élément d'insertion est constitué de dipôles permanents régulièrement espacés qui fournissent un champ magnétique sinusoïdal dans l'espace. Au niveau de ces aimants, les électrons sont défléchis, suivent des trajectoires ondulées. Les nombreuses accélérations successives qu'ils subissent augmentent l'énergie des photons émis. De plus, par le biais d'interférences, le flux du rayonnement synchrotron est intensifié. Les rayons X sont ensuite dirigés vers la ligne d'expérience. Ceci a pour effet d'augmenter l'énergie de photons du rayonnement.

Nous avons travaillé à deux énergies : $\omega = 50.2$ keV et 90.7 keV respectivement, choisies en ajustant l'orientation d'un double cristal monochromateur à silicium. Grâce à la diffraction de Bragg, respectivement selon les directions (111) et (311) du cristal, nous avons sélectionné la cinquième et la neuvième harmonique des rayons X émis par l'onduleur [132]. Les largeurs en énergie des rayons X étaient alors respectivement de 7.3 et 6.8 eV, et la



FIGURE 4.6 – Photographie du synchrotron de Grenoble. On peut voir l’anneau de stockage d’environ 320 m de diamètre dans lequel sont accélérés des électrons afin de produire les rayonnements X.

section du faisceau était de $2 \times 2 \text{ mm}^2$. Le faisceau était par ailleurs linéairement polarisé, et sa direction était stabilisée à 0.1 mm près sur une distance d’une dizaine de mètres par un système d’asservissement agissant sur l’orientation du second cristal monochromateur. Le faisceau se propageait dans une enceinte à vide de façon à minimiser toute absorption. Le flux incident de photons fut précisément mesuré à l’aide d’une chambre d’ionisation de 30 cm contenant du krypton (pression de 1 Bar). D’autres chambres d’ionisation contenant du diazote permettaient également de vérifier l’alignement du faisceau. La ligne délivrait $N_i = 1.2 \times 10^{12}$ photons par seconde à 50.2 keV et 1.2×10^{12} à 90.7 keV.

Le faisceau pénètre dans une première salle d’expériences puis passe dans le premier aimant supraconducteur (manufacturé par *Oxford Instruments*) générant un champ magnétique de 3 T (considéré comme homogène sur la longueur $L_1 = 150 \text{ mm}$). On arrête le faisceau à l’aide d’un clapet de sécurité en plomb de 50 mm d’épaisseur qui sépare les deux salles d’expériences.

Le second aimant permettant la reconversion d’hypothétiques axions en photons se trouve dans la deuxième salle d’expériences. Le champ généré n’est cependant pas uniforme. Son profil a été mesuré précisément selon la direction du faisceau : il a une forme triangulaire dont la demi-base mesure 97 mm. Le champ au centre de l’aimant est de 3 T.

Les photons, s’ils sont régénérés peuvent être détectés par un photodétecteur à germanium de 5 mm d’épaisseur (de marque *Canberra GL0055*) refroidi à l’azote liquide. Sa surface sensible est de 6 mm de diamètre. Les photons qui arrivent sur le détecteur créent des charges électriques proportionnelles à l’énergie qui est déposée. Ces charges sont amplifiées (*Canberra 2024*) puis filtrées par un analyseur monocanal (*Ortec 850*). Ce dernier permet de rejeter les événements parasites dont l’énergie ne correspond pas à celle sélectionnée par le monochromateur. Le détecteur possède à la fois une bonne efficacité quantique

de détection ($\eta \simeq 99.98\%$ à 50.2 keV et $\eta \simeq 84\%$ à 90.7 keV) et un faible courant d'obscurité. Celui-ci a été mesuré pendant près de 4 heures d'intégration en l'absence du faisceau X et évalué à $(7.2 \pm 1.4) \times 10^{-3}$ photon par seconde. L'incertitude correspond à 95 % de niveau de confiance. Les murs des salles expérimentales étant blindés avec du plomb, le détecteur est bien isolé des autres lignes X de l'accélérateur. Les événements comptés par le détecteur correspondent vraisemblablement à des photons cosmiques que nous ne serions pas parvenus à écranter, et/ou au bruit électronique du photodétecteur.

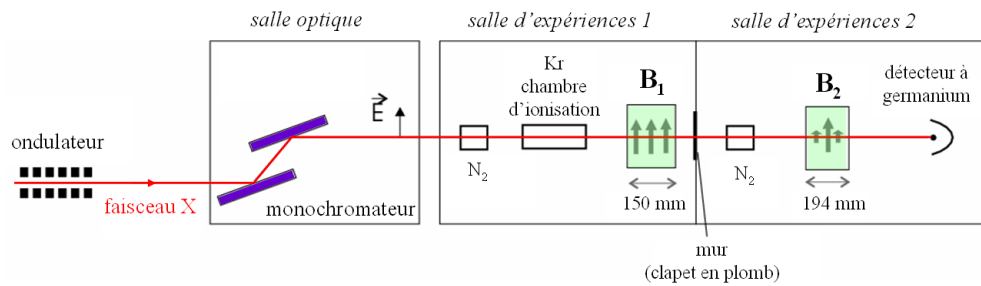


FIGURE 4.7 – Schéma descriptif du dispositif expérimental. Le monochromateur est ajusté de façon à sélectionner l'énergie des photons X. La salle d'expériences 1 correspond à la zone de génération des axions (champ magnétique B_1). On reconvertit les photons dans la salle d'expériences 2 (champ magnétique B_2), ces photons sont détectés par un détecteur à germanium. Des chambres d'ionisation placées le long du faisceau permettent de mesurer son flux et de vérifier son alignement.

On donne ci-après le protocole pour préparer le dispositif avant chaque acquisition.

- i) On ajuste d'abord le monochromateur à l'énergie voulue en essayant d'avoir le flux incident le plus élevé possible.
- ii) Le détecteur est ensuite décalé d'une vingtaine de centimètres par rapport à la direction du faisceau.
- iii) On ouvre alors le clapet de sécurité en plomb pour autoriser le faisceau dans la seconde salle. Le rayonnement reçu par le photodétecteur provient alors majoritairement de photons élastiquement diffusés par l'air. Vues les énergies exploitées pour l'expérience ainsi que de l'angle d'incidence du faisceau par rapport à la surface du détecteur, on peut négliger la diffusion Compton qui aurait pu modifier l'énergie des photons diffusés arrivant sur le détecteur.
- iv) On règle ensuite les seuils de l'analyseur monocanal de façon à compter uniquement les photons de bonne énergie. Les seuils supérieur et inférieur sont respectivement placés 10 % au dessus et 20 % au dessous de la tension générée par les photons élastiquement diffusés.
- v) On replace le photodétecteur sur le trajet direct du faisceau en prenant soin de le protéger par des plaques de cuivre (les rayons X y sont absorbés et diffusés inélastiquement). On repère le trajet du faisceau à l'aide d'un papier photosensible qui est

brûlé par les rayons X. Notons que cette manipulation d'alignement n'est pas aussi simple que celle d'un faisceau laser usuel, elle se fait de manière itérative. En effet, pour des raisons de sécurité, on ne peut pas repositionner manuellement le détecteur sur le faisceau et l'aligner au moment où le faisceau est autorisé dans la salle.

vi) On retire enfin les écrans de cuivre et on referme le clapet de plomb.

Une fois le dispositif prêt, on autorise le faisceau X et on intègre le nombre de photons comptés par le détecteur.

4.4.2 Résultats

On résume les différentes configurations de l'expérience et les résultats obtenus dans la table 4.2. Le temps d'intégration t_i est à chaque fois d'environ 2 heures. On se place pour chacune des deux énergies, dans les deux configurations : aimants éteints puis allumés. Le taux de comptage N_c est le nombre de photons détectés par seconde. L'incertitude sur N_c correspond à 95 % de niveau de confiance et est donnée par $2\sqrt{N_c/t_i}$. La distribution des photons détectés est en effet poissonnienne. Le nombre de photons régénérés par seconde N_p est la différence entre les taux de comptage avec et sans champ magnétique.

faisceau X	aimants	ω (keV)	t_i (s)	N_i (Hz)	N_c (10^{-3} Hz)	N_p (10^{-3} Hz)
OFF	OFF	.	13913	0	(7.2 ± 0.7)	.
ON	OFF	50.2	7575	1.2×10^{12}	(5.7 ± 0.9)	.
ON	ON	50.2	7276	1.2×10^{12}	(6.2 ± 0.9)	(0.5 ± 2.6)
ON	OFF	90.7	7444	3.2×10^{10}	(7.9 ± 1.0)	.
ON	ON	90.7	7247	3.1×10^{10}	(8.1 ± 1.1)	(0.2 ± 3.0)

TABLE 4.2 – Résumé de l'acquisition de nos données, prises avec ou sans le faisceau X, avec ou sans champs magnétiques. t_i est le temps d'intégration, N_i est le nombre de photons incidents par seconde, N_c est le nombre de photons détectés par seconde, N_p est le nombre de photons régénérés par seconde. Les incertitudes sont données à 2σ de niveau de confiance. On remarque qu'aucun taux de comptage n'a été mesuré supérieur au bruit de fond du détecteur.

Nous constatons que le nombre de photons régénérés est compatible avec zéro et n'exède pas, à 95 % de niveau de confiance, le bruit du détecteur.

On déduit alors la probabilité de photorégénération P_{ph} qui est donnée à 95 % de niveau de confiance par le rapport de l'incertitude sur N_p par le nombre de photons N_i . Elle vaut $P_{ph} = 2.2 \times 10^{-15}$ à 50.2 keV, et $P_{ph} = 9.7 \times 10^{-14}$ à 90.7 keV. Cette probabilité est liée à l'efficacité η du détecteur et aux probabilités de conversions photon $\leftrightarrow$ axion ; $P_{\gamma \rightarrow a}$ et $P_{a \rightarrow \gamma}$:

$$P_{ph} = \eta P_{\gamma \rightarrow a} P_{a \rightarrow \gamma}. \quad (4.14)$$

La probabilité $P_{\gamma \rightarrow a}$ de conversion des photons en axions, au niveau du premier aimant délivrant le champ B_1 homogène, est donnée par :

$$P_{\gamma \rightarrow a} = \left(\frac{B_1 L_1 g_{a\gamma\gamma}}{2} \right)^2 \text{sinc}^2 \left(\frac{m_a^2 L_1}{4\omega} \right). \quad (4.15)$$

La reconversion des axions en photons s'effectue au sein du second aimant qui ne génère pas un champ magnétique homogène sur la direction $O\vec{z}$ du faisceau. On peut montrer que pour $m_a \ll \omega$ [133], la probabilité de transition $P_{a \rightarrow \gamma}$ s'écrit comme l'intégrale suivante :

$$P_{a \rightarrow \gamma} = \left| \int_0^{L_2} \frac{g_{a\gamma\gamma} B_2(z)}{2} \times e^{-i \frac{m_a^2}{2\omega} z} dz \right|^2. \quad (4.16)$$

Ici, le profil de $B_2(z)$ est triangulaire. Le champ est maximum et a pour valeur B_2 au milieu $L_2/2$ de l'aimant :

$$B_2(z) = \begin{cases} \frac{2z}{L_2} B_2 & \text{pour } z \in [0; \frac{L_2}{2}] \\ B_2 \left(2 - \frac{2z}{L_2}\right) & \text{pour } z \in [\frac{L_2}{2}; L_2] \end{cases}$$

On injecte ce profil dans l'expression (4.16) et on obtient après quelques calculs :

$$P_{a \rightarrow \gamma} = \left(\frac{B_2 L_2 g_{a\gamma\gamma}}{2} \right)^2 \text{sinc}^4 \left(\frac{m_a^2 L_2}{4\omega} \right). \quad (4.17)$$

On calcule ensuite numériquement la limite d'exclusion pour l'existence de l'axion (*i.e.* $g_{a\gamma\gamma}$ en fonction de m_a) à partir des équations (4.14), (4.15) et (4.17). On trace alors nos limites à 2σ sur le graphe de la figure 4.8.

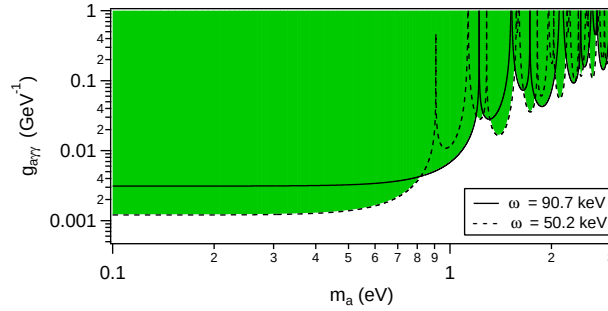


FIGURE 4.8 – Limites à 95 % de niveau de confiance de la constante de couplage $g_{a\gamma\gamma}$ en fonction de la masse m_a . La zone verte est la limite d'exclusion pour l'existence de l'axion. La limite obtenue à $\omega = 50.2$ keV est tracée en pointillés, celle obtenue à 90.7 keV est tracée en trait plein.

Nous obtenons une limite d'exclusion pour $g_{a\gamma\gamma}$ qui vaut $1.3 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$ pour des masses plus faibles que 0.4 eV , et $6.8 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$ pour des masses inférieures à 1 eV . Nous avons donc exploré une zone de masses près de 1000 fois plus élevées que celles exclues par les expériences du mur brillant existantes.

Remarque :

Il est délicat d'étendre les limites vers des masses encore plus grandes car les oscillations de la probabilité deviennent très rapidement importantes (apparition de décohérence).

La validité de la limite dépend alors de manière critique de l'incertitude associée aux paramètres expérimentaux (ω , B_j et L_j).

4.4.3 Comparaison avec les autres expériences

On compare sur le graphe de la figure 4.9 nos limites à celles données par les expériences existantes évoquées ci-dessus (dans la limite $m_a \ll \omega$). Nous constatons que notre expérience réalisée pour la première fois avec des rayons X a permis d'explorer une zone de masses bien plus élevées que les autres expériences purement terrestres.

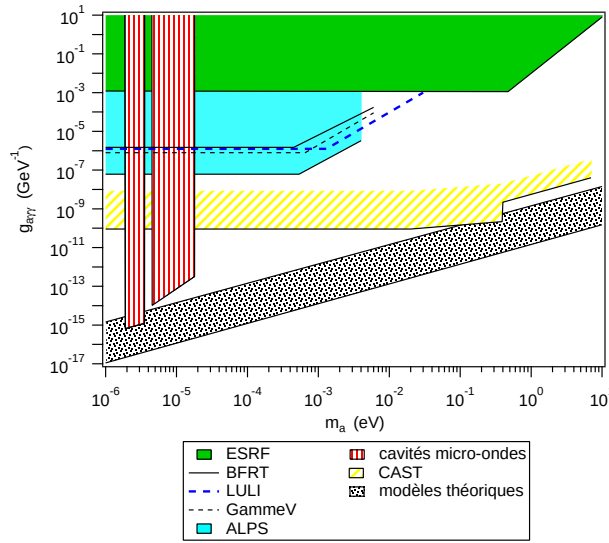


FIGURE 4.9 – Limites d'exclusion (dans la limite $m_a \ll \omega$) pour l'existence de l'axion obtenues à 2σ de niveau de confiance par les principales expériences dans le monde. On donne en vert la zone d'exclusion obtenue avec l'expérience du mur brillant réalisée à l'ESRF : elle a permis d'explorer un domaine de masses plus élevées.

Le dispositif expérimental pourrait être amélioré. Un temps d'acquisition plus long pourrait encore permettre d'étendre les limites. Rappelons toutefois qu'une amélioration d'un facteur deux de ces limites nécessite un temps d'intégration $(2^2)^2$ plus long (voir l'expression de la probabilité (4.13)). Il est également raisonnable d'envisager un champ magnétique statique plus intense (de l'ordre de 15 T) à condition de maintenir la longueur la plus courte possible de façon à explorer des zones de masses élevées. Enfin, une détection en anti-coïncidence vis à vis des rayons cosmiques pourrait être imaginée afin de minimiser le bruit de fond.

4.5 Lien avec l'expérience BMV

Contrairement aux expériences du mur brillant où la polarisation du faisceau lumineux est parallèle au champ magnétique externe, l'expérience BMV est dédiée à la mesure d'une ellipticité (polarisation initiale à 45° du champ transverse B). On peut voir cette ellipticité

comme le retard entre la composante de la polarisation lumineuse dirigée suivant B par rapport à celle qui lui est perpendiculaire. L'ellipticité ψ_a est reliée aux caractéristiques m_a et $g_{a\gamma\gamma}$ de l'axion (voir les relations (4.9) et (4.12)) :

$$\psi_a = \frac{1}{4} L_i \omega \left(\frac{B g_{a\gamma\gamma}}{m_a^2} \right)^2 \left(1 - \text{sinc} \left(\frac{m_a^2 L}{2\omega} \right) \right). \quad (4.18)$$

La longueur d'interaction L_i est ici donnée par :

$$L_i = \frac{2F}{\pi} L_B, \quad (4.19)$$

où L_B est la longueur magnétique utilisée dans les chapitres précédents.

La sensibilité en ellipticité du dispositif obtenue avec les tirs dans le vide est considérée comme la limite d'ellipticité observée donnant la zone d'exclusion pour l'existence de l'axion. Nous choisissons de calculer cette limite à partir du meilleur tir que nous avons publié [62]. La limite supérieure de la biréfringence obtenue est : $\Delta n_b < 5.0 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$. Elle fut obtenue avec un champ magnétique de 6.5 T sur $L_B = 0.137 \text{ m}$ et une finesse de cavité égale à 411 000. Nous déduisons alors la limite en ellipticité, à 2σ : $\psi^{2\sigma} < 3 \times 10^{-7} \text{ rad}$.

Nous reportons dans le graphe de la figure 4.10 la zone d'exclusion correspondante pour l'existence de l'axion (dans la limite $m_a \ll \omega$). Nous rappelons également les limites obtenues par les expériences du mur brillant : celle que nous avons réalisée à l'ESRF (en vert) ainsi que l'expérience ALPS (en trait bleu ciel).

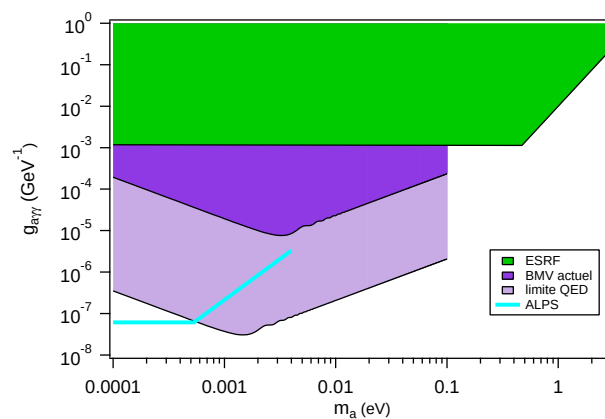


FIGURE 4.10 – Comparaison des limites d'exclusion (dans la limite $m_a \ll \omega$) pour l'existence de l'axion à 2σ de niveau de confiance entre les expériences du mur brillant (ALPS et celle réalisée à l'ESRF) et l'expérience BMV (dans la limite $m_a \ll \omega$). L'état actuel de sensibilité de l'expérience est tracé en violet foncé, la limite donnée par l'électrodynamique est reportée en violet clair.

Nous constatons que la mesure d'ellipticité réalisée avec l'expérience BMV fournit des limites comparables aux autres dispositifs, en particulier pour des masses de l'ordre de quelques meV. Nous remarquons également que si la sensibilité de l'expérience est améliorée (voir la limite de l'électrodynamique quantique en violet clair sur la figure), la zone

d'exclusion sera étendue à des constantes de couplage $g_{a\gamma\gamma}$ encore plus faibles. Le projet BMV, où la source de photons est ici aussi parfaitement maîtrisée, est donc un test supplémentaire de la physique hors Modèle Standard qui a toute sa place dans la course à la recherche de l'axion.

Chapitre 5

Conclusions et perspectives

5.1 Conclusions

Dans cette thèse, nous avons étudié le comportement de la lumière lorsqu'elle se propage dans des champs magnétiques intenses et transverses.

Nous nous sommes d'abord penchés sur une expérience importante de métrologie qu'est le projet de la mesure de la biréfringence magnétique du vide, dont l'objectif est de tester pour la première fois la théorie de l'électrodynamique quantique du photon. Le dispositif expérimental allie l'optique de précision avec l'utilisation des champs magnétiques intenses.

Dans le chapitre 2, nous avons décrit de manière exhaustive l'ensemble du dispositif expérimental. Dans un premier temps, nous avons cherché à évaluer avec précision les caractéristiques spatiales et temporelles des champs magnétiques mis à notre disposition au LNCMI. Nous avons ensuite réalisée une étude détaillée de la cavité optique de haute finesse, qui est le second élément central de notre ellipsomètre. Sa finesse a en particulier été multipliée par 5, et sa transmission par 10 au cours de cette thèse. Son comportement statique, via l'étude et la mesure de sa biréfringence intrinsèque, ainsi que son comportement dynamique vis à vis des faisceaux ordinaire et extraordinaire qui s'y propagent ont été modélisés. Nous avons également souligné les progrès réalisés au niveau du système d'asservissement. Le laser reste aujourd'hui asservi sur la cavité optique pendant toute la durée du tir, malgré les contraintes acoustiques et mécaniques énormes liées au champ magnétique.

Dans le chapitre 3, nous avons présenté nos mesures d'ellipticités en régime pulsé qui ont mené à la mesure de la biréfringence magnétique du diazote. Cela nous a également permis de tester en profondeur le fonctionnement de notre dispositif expérimental. Nous avons alors présenté l'évaluation précise de chacun des paramètres nécessaires pour déduire la biréfringence magnétique à partir de l'ellipticité : le temps de vie des photons dans la cavité, l'intervalle spectral libre de l'interféromètre, la longueur magnétique effective ou encore l'angle entre la polarisation incidente et le champ magnétique. Cette étude nous a en outre permis de mettre en lumière des effets systématiques comme l'altération de l'extinction des deux polariseurs à cause de la biréfringence des miroirs qui provoque aussi une rotation des axes de la polarisation elliptique. De plus, l'effet Faraday parasite été identifié puis complètement modélisé : celui-ci est dû à la présence d'une composante longitudinale du champ magnétique.

Grâce au contrôle de ces paramètres, nous avons pu réaliser la première série de tirs dans le vide visant à évaluer la sensibilité actuelle de notre appareil. La figure 5.1, montre les progrès de cette sensibilité en ellipticité par tir de champ magnétique au cours de cette thèse. Elle est aujourd'hui au même niveau que les autres grands projets internationaux. Elle est actuellement de :

$$\Delta n_b < 9 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}, \quad (5.1)$$

pour la biréfringence magnétique du vide.

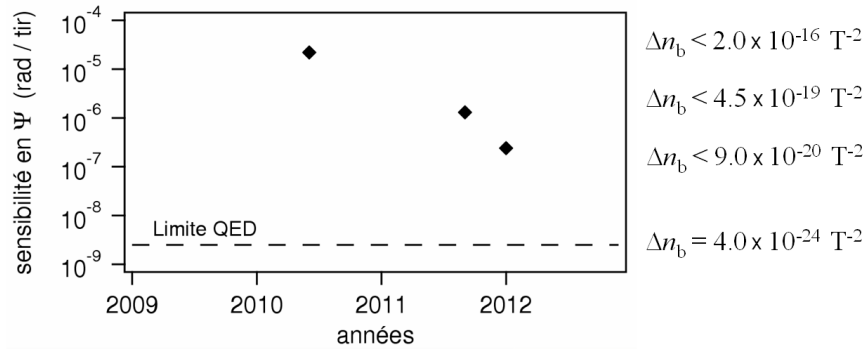


FIGURE 5.1 – Progrès de la sensibilité en ellipticité Ψ par tir de champ magnétique de l’expérience BMV au cours des années. La limite donnée par l’électrodynamique quantique est reportée en pointillés. Nous donnons à droite les limites en biréfringences magnétiques Δn_b correspondantes. Les deux premières sont tirées des références [134] et [135], la plus récente est issue de cette thèse.

Dans le chapitre 4, nous avons enfin fait une excursion dans la physique hors Modèle Standard avec notre expérience du mur brillant réalisée au synchrotron de Grenoble, et nous avons étendu des limites d’exclusion de l’axion. La zone des masses de cette particule hypothétique de l’ordre de l’électronvolt a en particulier été explorée. Nous avons également constaté la potentialité des expériences terrestres, où la source de photons est parfaitement maîtrisée, par rapport aux autres expériences astrophysiques qui sont réalisées dans le monde. Enfin, nous avons fait le lien avec l’expérience BMV qui est elle aussi un outil puissant pour l’étude de cette nouvelle physique.

5.2 Perspectives

Les progrès réalisés jusqu’à ce jour sur la sensibilité de l’expérience BMV sont essentiellement liés à l’amélioration des performances optiques du dispositif à savoir la finesse et la transmission de la cavité mais aussi la robustesse de l’asservissement.

D’autres étapes importantes doivent encore être franchies. Nous devons tout d’abord modéliser rigoureusement et réduire l’effet systématique observé lors de nos tirs dans le vide. Nous avons de fortes raisons de croire qu’il est principalement lié au champ magnétique de fuite sur les photodiodes de l’expérience et sur les miroirs de la cavité optique, induisant un effet Faraday. Nous avons effectué une première mesure dans le chapitre 3 qui est en accord avec l’ordre de grandeur trouvé par l’équipe PVLAS. Une mesure et une modélisation précises de cet effet sont en cours de réalisation.

Nous devons également réduire le bruit acoustique en insonorisant la salle blanche. Les perturbations acoustiques induisent en effet sur les miroirs un bruit optique en ellipticité Γ . Nous restons confiants de pouvoir atteindre la limite quantique de détection en fixant les

miroirs et les polariseurs sur des supports plus rigides et rendus non solidaires de l'enceinte à vide qui est soumise à toutes ces vibrations acoustiques. Nous pensons alors réduire d'un facteur ~ 3 la limite en biréfringence magnétique ($3 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$; sans effet systématique). Nous pourrions alors augmenter la puissance optique d'un facteur dix environ afin d'abaisser la limite shot-noise d'un facteur ~ 3 et ainsi atteindre la limite de 10^{-20} T^{-2} .

La grande avancée du projet BMV aura lieu avec l'augmentation du champ magnétique transverse. Nous avons en effet testé de nouvelles bobines, (« XXL-coils ») qui génèrent un champ magnétique maximal de plus de 30 T sur une longueur effective de 32 cm. Nous prévoyons de mettre en service deux d'entre elles sur une nouvelle version du dispositif expérimental qui va bientôt voir le jour. Ceci permettra d'atteindre un facteur $B^2 L_B$ de l'ordre de $400 \text{ T}^2 \text{ m}$. Ceci représente un gain d'un facteur 100 sur notre coefficient $B^2 L_B$ actuel. La sensibilité (à bruit considéré comme constant) devrait être d'autant améliorée : nous pensons parvenir à 10^{-22} T^{-2} par tir. En pérennisant notre collaboration avec le *LMA*, nous espérons également atteindre une finesse proche de 1 000 000, assortie d'une bonne transmission.

Enfin, le dispositif expérimental a été entièrement automatisé et permet d'enchaîner les tirs de champ magnétique sans avoir à pénétrer dans la salle blanche. Le gain de productivité est très important. À la lumière de ces améliorations, nous avons vu qu'une centaine de tirs devrait suffire pour pouvoir observer l'effet de la biréfringence magnétique du vide, ce qui est extrêmement encourageant.

Si l'équipe parvenait à atteindre la limite prédite par la théorie ($4 \times 10^{-24} \text{ T}^{-2}$) cela permettrait également de repousser les limites de l'existence de l'axion, comme cela a été évoqué dans le chapitre 4. L'expérience BMV détient donc encore beaucoup de secrets à révéler et elle a un rôle important à jouer dans les tests optiques de l'électrodynamique quantique et le domaine de la physique hors Modèle Standard.

Annexes

A - Dynamical behaviour of birefringent Fabry-Perot cavities

P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain et C. Rizzo,
Appl. Phys. B **100**, 803, 2010.

B - Magnetic linear birefringence measurements using pulsed fields

P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, et C. Rizzo,
Phys. Rev. A **85**, 013837, 2012.

C - Photon regeneration experiment for axion search using X-rays

R. Battesti, M. Fouché, C. Detlefs, T. Roth, P. Berceau, F. Duc, P. Frings,
G. L. J. A. Rikken, et C. Rizzo,
Phys. Rev. Lett. **105**, 250405, 2010.

Annexe A

Dynamical behaviour of birefringent Fabry-Perot cavities

P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain et C. Rizzo,
Appl. Phys. B **100**, 803, 2010.

Dynamical behaviour of birefringent Fabry–Perot cavities

P. Berceau · M. Fouché · R. Battesti · F. Bielsa ·
J. Mauchain · C. Rizzo

Received: 3 December 2009 / Revised version: 15 March 2010 / Published online: 16 April 2010
© Springer-Verlag 2010

Abstract In this paper we present a theoretical and experimental study of the dynamical behaviour of birefringent cavities. Our experimental data show that usual hypothesis which provides that a Fabry–Perot cavity is a first-order low-pass filter cannot explain the behaviour of a birefringent cavity. We explain this phenomenon and give the theoretical expression of the equivalent cavity filter which corresponds to a second-order low-pass filter.

1 Introduction

Fabry–Perot cavities are widely used in experiments devoted to the detection of very small optical effects, e.g. in the framework of gravitational wave interferometers [1–5], optomechanical noise studies [6], frequency measurements via optical clocks [7–11], Lorentz invariance experimental tests [12], or vacuum magnetic birefringence measurements [13–15].

Fabry–Perot cavities made with interferential mirrors are birefringent [16–19]. For most of the Fabry–Perot fundamental applications, this property can be neglected, at least at first sight, since the studied effects do not depend on polarization. Obviously, this is not the case of birefringence studies reported in [13–15].

The dynamical behaviour of nonbirefringent cavities has been studied in details [20]. The cavity acts as a first-order low-pass filter whatever the polarization of the incident light is, and the frequency spectrum of the transmitted light is modified consequently. As far as we know, nothing has been published so far regarding birefringent cavities. In this paper we present a theoretical and experimental study of the dynamical behaviour of birefringent cavities in the presence of a time variation of the incident light intensity and in the presence of a time variation of the birefringence itself.

Our experimental data show that a birefringent cavity cannot be described as a first-order low-pass filter as it is generally assumed. We explain this phenomenon and give the theoretical expression of the equivalent cavity filter which corresponds to a second-order low-pass filter. We also discuss the implications of this cavity behaviour in the case of existing experiments for measuring very low birefringence effects using Fabry–Perot cavities.

2 Experimental setup

Our study is performed in the framework of the BMV experiment [15] whose goal is to measure vacuum magnetic birefringence. Briefly, as shown on Fig. 1, a linearly polarized Nd:Yag laser beam ($\lambda = 1064$ nm) is injected into a Fabry–Perot cavity made of mirrors M_1 and M_2 . The length of the cavity is $L = 2.2$ m. The laser frequency is locked to the cavity resonance frequency using the Pound–Drever–Hall method [21]. To this end, the laser is phase-modulated at 10 MHz with an electro-optic modulator (EOM). The beam reflected by the cavity is then analyzed on the photodiode Ph_r . This signal is used to drive the acousto-optic modulator (AOM) frequency for a fast control and the Peltier element of the laser for a slow control.

P. Berceau · R. Battesti · F. Bielsa · J. Mauchain
Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR
3228, CNRS-INSU-UJF-UPS), 31400 Toulouse Cedex, France

M. Fouché (✉) · C. Rizzo
UPS, Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité, IRSAMC,
Université de Toulouse, 31062 Toulouse, France
e-mail: mathilde.fouche@irsamc.ups-tlse.fr

M. Fouché · C. Rizzo
CNRS, UMR 5589, 31062 Toulouse, France

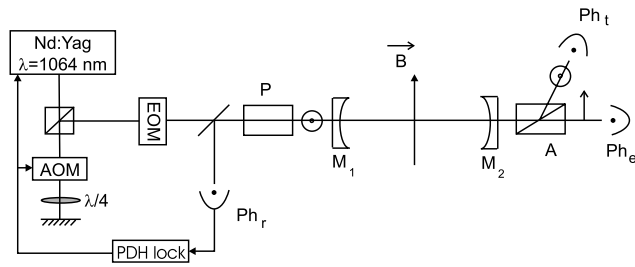


Fig. 1 Experimental setup. An Nd-YAG laser is frequency locked to the Fabry-Perot cavity made of mirrors M_1 and M_2 . The laser beam is linearly polarized by the polarizer P and analyzed with the polarizer A . This analyzer allows one to extract the extraordinary beam sent on photodiode Ph_e and the ordinary beam sent on photodiode Ph_t . The beam reflected by the cavity analyzed on the photodiode Ph_r is used for the cavity locking. A transverse magnetic field B can be applied inside the cavity in order to study the magnetic birefringence of the medium. EOM = electro-optic modulator; AOM = acousto-optic modulator

Our birefringence measurement is based on an ellipticity measurement. Light is polarized just before the cavity by the polarizer P . The beam transmitted by the cavity is then analyzed by the analyzer A crossed at maximum extinction and collected by a low-noise photodiode Ph_e . The analyzer has an escape window which allows us to extract the reflected ordinary beam. This beam is collected by the photodiode Ph_t . Both signals are simultaneously used in the data analysis as follows: $I_e/I_t = \sigma^2 + \Psi_{\text{tot}}^2$, where Ψ_{tot} is the total ellipticity acquired by the beam going from P to A , and σ^2 is the polarizer extinction ratio. Our polarizers are Glan Laser Prism manufactured by Karl Lambrecht Corporation (Chicago, USA) which have an extinction ratio of 4×10^{-7} .

The origin of the total ellipticity cavity is firstly due to the mirror intrinsic birefringence. Mirrors are similar to wave plates. For small birefringence, combination of both wave plates gives a single wave plate. The phase retardation and the axis orientation of this equivalent wave plate depends on the birefringence of each mirror and on their respective orientation [23, 24]. We define the ellipticity induced on the linearly polarized laser beam by the Fabry-Perot cavity as Γ which is set to about 10^{-2} in the experiment described in this paper.

A second component of the total ellipticity appears when a birefringent medium is placed inside the cavity. For example, on magnetic birefringence measurements, a transverse magnetic field B is applied inducing an ellipticity $\Psi \propto B^2 l$ where l is the optical path in the magnetic field.

Finally, if ellipticities are small compared with unity, one gets:

$$I_e/I_t = \sigma^2 + (\Gamma + \Psi)^2. \quad (1)$$

The goal of the experiment presented in this paper is to have a complete understanding of birefringent cavity dynamical behaviour. For this study, two different methods

have been implemented. In the next section we present the cavity behaviour in the case of a time variation of the incident light intensity, whereas in the last section, the ellipticity inside the cavity is modulated.

3 Time variation of the incident light intensity

In this part, we study the cavity dynamical behaviour to a time variation of the incident laser beam intensity while the total ellipticity remains constant. Two approaches have been used: study of the cavity response to a step function or to an intensity frequency modulation of the incident beam. The first section is devoted to the presentation of both approaches when looking at the ordinary beam collected by Ph_t , i.e. when the transmitted beam polarization is parallel to the incident one. In the second section, this study is performed on the extraordinary beam, i.e. when the beam polarization is perpendicular to the incident one.

3.1 Cavity dynamical behaviour towards the ordinary beam

3.1.1 Time response of the cavity to a step function

The simplest way to study the cavity response is to abruptly switch off the intensity of the incident beam locked to the cavity and then to look at the intensity decay of the beam transmitted by the cavity. This method allows one to determine typical cavity parameters as the photon lifetime, the cavity finesse, the full width at half maximum, or the cavity quality factor.

Experimentally, the intensity is switched off thanks to the acousto-optic modulator (AOM) shown on Fig. 1 and used as an ultrafast commutator. Its switched-off time is less than $1 \mu\text{s}$, far less than the photon lifetime as we will see below. On Fig. 2 the intensity of the ordinary beam is plotted as a function of time. For $t < t_0$, the laser is locked to the cavity. The laser intensity is switched off at t_0 . For $t > t_0$, one sees the typical exponential decay [22]:

$$I_t(t) = I_t(t_0)e^{-(t-t_0)/\tau}, \quad (2)$$

where τ is the photon lifetime. This lifetime is related to the finesse $F \simeq \pi/(1-R)$ of the cavity through the relation: $\tau = LF/\pi c$ with c the speed of light and R the mirror reflectivity, which is supposed to be the same for both mirrors. By fitting our data with this expression one gets $\tau = (245 \pm 10) \mu\text{s}$ corresponding to a finesse of $F = (105 \pm 5) \times 10^3$. The uncertainty results from statistical uncertainty.

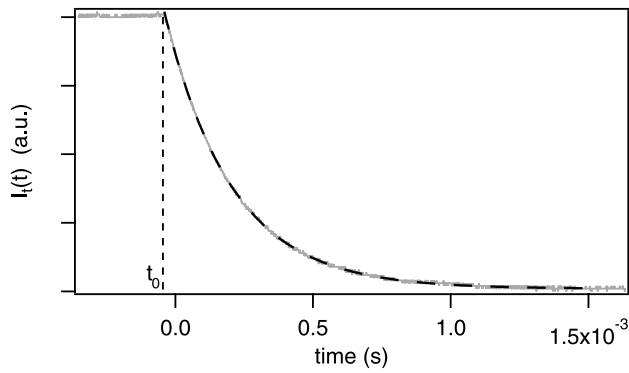


Fig. 2 Time evolution of the intensity of the ordinary beam (grey line). The laser is switched off at $t = t_0$. Experimental data are fitted by an exponential decay (black dashed line) giving a photon lifetime of $\tau = (245 \pm 10) \mu\text{s}$ and a finesse of $F = (105 \pm 5) \times 10^3$

3.1.2 Frequency response of the cavity to an intensity modulation

In order to complete our understanding of the experiment, we also study the frequency response of the Fabry–Perot cavity to an intensity modulation. Theoretically, for an incident light modulated in intensity at pulsation ω_F and for a small depth of modulation, the complex response function is given by [20]

$$H_t(\omega_F) = \frac{I_t^{(\omega_F)}}{I_i^{(\omega_F)}} \propto \frac{1}{1 + i \frac{\omega_F}{\omega_c}}. \quad (3)$$

$I_t^{(\omega_F)}$ ($I_i^{(\omega_F)}$) is the ω_F component of the ordinary (incident) beam intensity. The response function operates as a first-order low-pass filter with a cutoff frequency $\nu_c = \omega_c/2\pi = 1/4\pi\tau$.

Experimentally, to study the cavity frequency response, the laser is locked to the cavity, and the intensity is modulated with a small depth of modulation thanks to the AOM. The intensity of the incident beam and of the ordinary beam transmitted by the cavity is recorded at different modulation frequencies.

Results are presented on Fig. 3. Figure 3a presents the gain of the response function normalized to 1 at low frequency, and Fig. 3b presents the phase delay. Data are fitted by the response function of a first-order low-pass filter. Cutoff frequency is equal to $\nu_c = (310 \pm 20)$ Hz when fitting the gain, and $\nu_c = (315 \pm 20)$ Hz when fitting the phase delay. These values correspond to a finesse of respectively $F = (109 \pm 9) \times 10^3$ and $F = (108 \pm 8) \times 10^3$, which is in agreement with the finesse measured with the previous approach.

While in the second approach we are looking at the frequency response of the cavity, the first approach is performed in the time domain. Both areas of analysis are equivalent and can be connected thanks to Laplace transform.

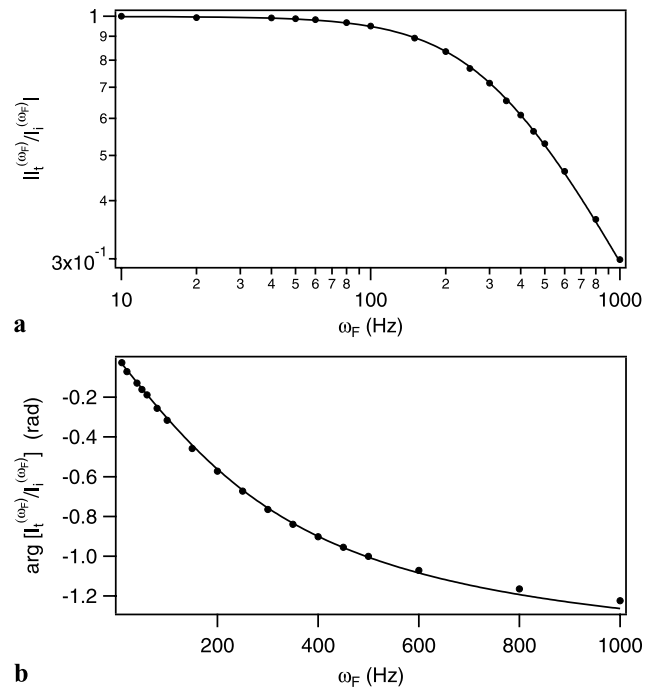


Fig. 3 Experimental cavity response function towards the ordinary beam. (a) Gain of the response function normalized to 1 at low frequency, i.e. $|I_t^{(\omega_F)}|/|I_i^{(\omega_F)}|$ as a function of the modulation frequency ω_F . Data are fitted by the gain of a first-order low-pass filter. (b) Phase delay between $I_t^{(\omega_F)}$ and $I_i^{(\omega_F)}$ as a function of the modulation frequency. Data are fitted by the phase delay of a first-order low-pass filter

However, the time analysis is usually preferred to the frequency analysis since it is simpler and quicker to implement on the experiment.

Finally, the study performed on the ordinary beam shows that the dynamical behaviour of our cavity is the same as the one obtained on nonbirefringent cavities. The typical exponential decay is observed when the incident light is suddenly switched off and the frequency response shows that the cavity behaves as a first-order low-pass filter.

3.2 Cavity dynamical behaviour towards the extraordinary beam

We now turn to the study on the extraordinary beam collected by Ph_e , i.e. the beam transmitted by the cavity with a polarization perpendicular to the polarization of the incident one.

3.2.1 Time response of the cavity to a step function

Time evolution of the extraordinary beam when the incident beam is suddenly switched off is shown on Fig. 4. By comparing this curve to the one plotted on Fig. 2, we see that the cavity does not have the same behaviour for I_t and I_e . When one fits I_e with an exponential decay, the experimental behaviour is not reproduced, and it gives a photon lifetime of

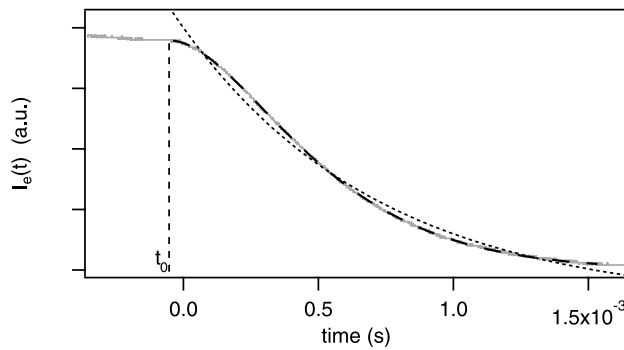


Fig. 4 Time evolution of the intensity of the extraordinary beam (grey line). The laser is switched off at $t = t_0$. Experimental data are fitted by (5) (black dashed line) giving a photon lifetime of $\tau = (245 \pm 10) \mu\text{s}$. The fit with an exponential decay (dots) does not correspond to the experimental behaviour and gives a photon lifetime of $\tau = 735 \mu\text{s}$ in disagreement with previously given values.

$\tau = 735 \mu\text{s}$ in disagreement with previously given values. We will show that this is due to the intrinsic birefringence of the cavity.

Let us calculate the transmitted intensity along the round-trip inside the cavity:

- For $t \leq t_0$, the laser is continuously locked to the cavity. According to (1), the intensities of the ordinary and the extraordinary beams are related by

$$I_e(t \leq t_0) = \Gamma^2 I_t(t \leq t_0).$$

The polarizer extinction ratio is neglected since we have $\sigma^2 \ll \Gamma^2$ and no birefringence is applied inside the cavity.

- At $t = t_0$, the laser beam is abruptly switched off, the cavity empties gradually. The ordinary and extraordinary beams are slightly transmitted at each reflection on the mirrors. However, because these mirrors are birefringent, some photons of the ordinary beam are converted into the extraordinary one. The reverse effect is neglected because $I_e \ll I_t$.

As shown on (1), the total ellipticity corresponds to the sum of ellipticities when they are small. Furthermore, following [24], the ellipticity Γ induced by the cavity is related to the ellipticity induced per round-trip γ through the relation $\gamma = \Gamma\pi/F$.

Thus after one round-trip inside the cavity, i.e. at time $t_0 + t_D = t_0 + 2L/c$, we get:

$$I_e(t_0 + t_D) = (\Gamma + \gamma)^2 I_t(t_0 + t_D).$$

- After p round-trips, one gets the intensity of the extinction beam:

$$I_e(t_0 + pt_D) = (\Gamma + p\gamma)^2 I_t(t_0 + pt_D). \quad (4)$$

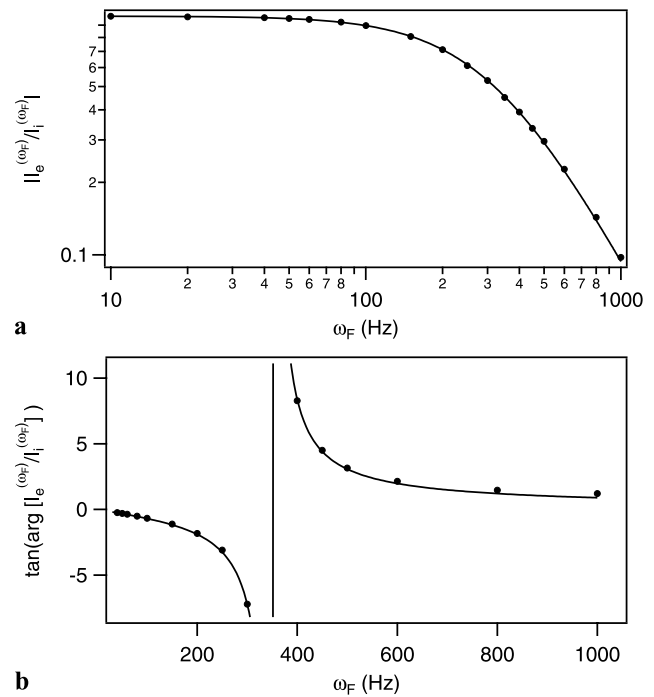


Fig. 5 Cavity response function towards the extraordinary beam. (a) Gain of the response function normalized to 1 at low frequency, i.e. $|I_e^{(\omega_F)} / I_i^{(\omega_F)}|$ as a function of the modulation frequency ω_F . Data are fitted by the gain of a second-order low-pass filter. (b) Tangent of the phase delay between $I_e^{(\omega_F)}$ and $I_i^{(\omega_F)}$ as a function of the modulation frequency. Data are fitted by the phase delay of a second-order low-pass filter

Assuming that (4) holds not only at times $t_0 + pt_D$ but also at any time $t > t_0$ and using (2) for I_t , we can write:

$$I_e(t) = I_e(t_0) \left(1 + \frac{t - t_0}{2\tau} \right)^2 e^{-\frac{t - t_0}{\tau}}. \quad (5)$$

This expression is used to fit our experimental data plotted on Fig. 4. We find a photon lifetime of $\tau = (245 \pm 10) \mu\text{s}$, which is in good agreement with the value found in the previous section.

3.2.2 Frequency response of the cavity to an intensity modulation

As done before, we also study the frequency response of the cavity towards the extraordinary beam to an intensity modulation. Results are presented on Fig. 5.

To calculate the complex response function expected theoretically, we use (5) and the Laplace transform, and we get:

$$H_e(\omega_F) = \frac{I_e^{(\omega_F)}}{I_i^{(\omega_F)}} \propto \left(\frac{1}{1 + i \frac{\omega_F}{\omega_c}} \right)^2.$$

$I_e^{(\omega_F)}$ corresponds to the ω_F component of the extraordinary beam intensity. The response function operates as a second-order low-pass filter with the same cutoff frequency ν_c found

previously for the ordinary beam. Data of Fig. 5 are fitted by the following expressions:

$$|H_{e,n}(\omega_F)| = \frac{1}{1 + (\frac{\omega_F}{\omega_c})^2}, \quad (6)$$

$$\arg[H_{e,n}(\omega_F)] = -\frac{2\frac{\omega_F}{\omega_c}}{1 + (\frac{\omega_F}{\omega_c})^2}. \quad (7)$$

Cutoff frequencies given by the fits are $\nu_c = (325 \pm 20)$ Hz and $\nu_c = (350 \pm 20)$ Hz and are consistent with the values found in the previous section.

The study presented in this part shows that a birefringent cavity cannot be described as a first-order low-pass filter as it is generally assumed for usual cavities. For the extraordinary beam, the cavity acts as a second-order low-pass filter instead of a first-order one. This filter represents the combined action of two successive first-order low-pass filters. While the first filter characterizes the usual cavity behaviour as seen in Sect. 3.1, we can interpret the second filter in terms of pumping or filling: due to the mirror birefringence, some photons of the ordinary beam are gradually converted into the extraordinary beam at each reflection.

4 Time variation of the birefringence

The second method implemented to study the cavity dynamical behaviour consists in varying the cavity birefringence itself. The intrinsic cavity birefringence can hardly be modulated. We have chosen to obtain a time variation of the cavity birefringence by a variation of the birefringence of the medium placed inside the cavity.

According to (1), the measured signal is given by

$$I_e(t)/I_t = \sigma^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t).$$

We assume that $\Psi \ll \Gamma$. Let us consider that the ellipticity per round-trip ψ applied inside the cavity is modulated with a pulsation ω_F :

$$\psi(t) = \psi_0 \sin(\omega_F t).$$

Following calculations performed in [15], the ellipticity outside of the cavity induced by the applied birefringence is

$$\Psi(t) = \frac{\Psi_0}{\sqrt{1 + (\frac{\omega_F}{\omega_c})^2}} \sin(\omega_F t + \phi) \quad (8)$$

with $\tan \phi = -\omega_F/\omega_c$ and $\Psi_0 = \psi_0 F/\pi$. We see that this ellipticity corresponds to an ellipticity filtered by a first-order low-pass filter with a cutoff frequency corresponding to the one of the cavity. In other words, if the ellipticity ψ varies over the photon lifetime in the cavity, the ellipticity outside of the cavity is attenuated and does not remain in phase with ψ .

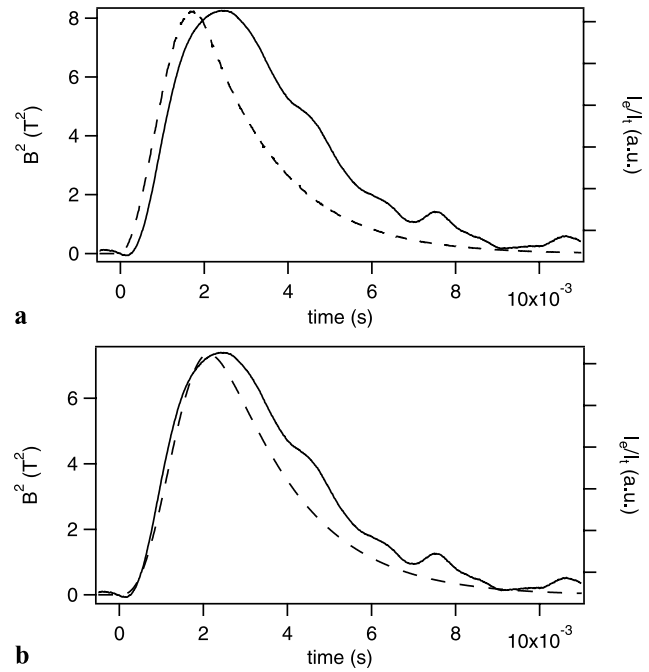


Fig. 6 (a) Dashed curve: Square of the magnetic field as a function of time. Line: Signal I_e/I_t as a function of time while the laser is locked to the cavity. (b) Dashed curve: Square of the magnetic field filtered by a first-order low-pass filter corresponding to the cavity filtering. Line: Signal I_e/I_t as a function of time while the laser is locked to the cavity. Shifts of both maxima are compensated when the cavity filtering is taken into account. Noise observed on the transmitted intensities after 2 ms of magnetic pulse are due to vibrations induced on the cavity by the magnetic pulse. This part is not taken into account in the data analysis

From the experimental point of view, the birefringence inside the cavity corresponds to a magnetic birefringence. The induced ellipticity per round-trip is given by $\psi \propto B^2 \sin 2\theta$ where θ is the angle between light polarization and the direction of the transverse magnetic field. To modulate this ellipticity, one can modulate the value of the magnetic field or modulate the direction of the magnetic field.

On our experiment, the magnetic field is created thanks to pulsed coils. Thus, the time variation of the applied birefringence corresponds to a time variation of the square of the magnetic field. On Fig. 6a, a typical magnetic pulse is plotted. It reaches its maximum of 2.9 T within less than 2 ms.

The cavity finesse is 100000, which corresponds to a photon lifetime of 230 μ s. About 15 mbar of air was inserted inside the vacuum chamber which contains the cavity and the polarizers. The applied birefringence is always smaller compared to the mirror birefringence. The observed signal is shown on Figs. 6a and b on the right axis and compared to the magnetic field. We see that both maxima of B^2 and I_e/I_t do not coincide. However, as expected by (8) and shown on Fig. 6b, this shift is actually compensated if we apply a first-

order low-pass filter corresponding to the cavity filtering on the square of the magnetic field.

Finally, the value of the magnetic birefringence is calculated through the correlation between $\Psi(t)$ and $B^2(t)$ filtered [15]. In the case of Fig. 6 this analysis is not performed for $t > 2$ ms where vibrations are induced on the cavity due to the magnetic pulse. Improvements are currently under development to minimize this effect. If the filter is not applied on the magnetic field, i.e. if the cavity influence is not taken into account, a systematic uncertainty of a few percents is added on the value of the magnetic birefringence.

5 Conclusion

We have studied the dynamical behaviour of birefringent Fabry–Perot cavities. Actually, because of the intrinsic mirror birefringence, all Fabry–Perot cavities are birefringent, and our study applies to all of them. We have shown that the cavity dynamical behaviour depends on polarization.

For intensity modulation of the incoming beam, its frequency spectrum is filtered by the cavity differently depending on the polarization of the light exiting the cavity. This filtering also applies to the intensity noise frequency spectrum.

We have also considered the case of a cavity birefringence time variation. To study how a cavity filters such a modulation, we have measured a magnetic birefringence induced by a pulsed magnetic field on a medium inside a Fabry–Perot cavity. We have experimentally shown that depending on the photon lifetime in the cavity, i.e. the cavity cutoff frequency, the induced ellipticity is attenuated and becomes out of phase with respect to the magnetic field pulse. The finesse of the cavity we used is of the order of 100000. A higher finesse will correspond to a more important filtering and to a bigger systematic uncertainty correction.

The problem is exactly the same if the value of the magnetic field remains fixed while its direction compared to the cavity birefringence axis is rotated as it is the case on other experiments measuring magnetic birefringence. For example, in [25], where the Cotton–Mouton effect in helium is measured, a superconducting dipole magnet rotating at a frequency of 0.35 Hz is used. The finesse is 100000 corresponding to a cavity cutoff frequency of $\nu_c = 116.5$ Hz. Taking into account the cavity filtering allows us to avoid a systematic uncertainty of $1.8 \times 10^{-3}\%$ on the final magnetic birefringence. In the same way, in [26], where the Cotton–Mouton effect of different gases is measured, a dipole permanent magnet is rotating at about 6.8 Hz inside a cavity with a cutoff frequency of 725 Hz. The systematic uncertainty is then $1.7 \times 10^{-2}\%$. Systematic uncertainty on such experiments is negligible compared to statistical uncertainties but it will become more important if the rotating frequency increases and/or the cavity finesse increases.

Acknowledgements This work has been performed in the framework of the BMV project. We thanks all the members of the BMV collaboration and in particular Hugo Bitard, G. Bailly, and M. Nardone. We acknowledge the support of the *ANR-Programme non thématique* (ANR-BLAN06-3-139634), and of the *CNRS-Programme National Particule Univers*.

References

1. M. Rakhmanov, F. Bondu, O. Debieu, R.L. Savage Jr., *Class. Quantum Gravity* **21**, S487 (2004)
2. T. Akutsu, M. Ando, N. Kanda, D. Tatsumi, S. Telada, S. Miyoki, M. Ohashi, the TAMA Collaboration, *Class. Quantum Gravity* **23**, S23 (2006)
3. D.E. McClelland, S.M. Scott, M.B. Gray, A.C. Searle, S. Goßler, B.J.J. Slagmolen, J. Dickson, J.H. Chow, G. de Vine, K. McKenzie, C.M. Mow-Lowry, A. Moylan, D.S. Rabeling, B.S. Sheard, J. Cumpston, K. Wette, D.G. Blair, L. Ju, R. Burman, D. Coward, C. Zhao, P. Barrigo, E. Chin, J. Degallaix, Y. Fan, S. Gras, E. Howell, B. Lee, S. Schediwy, Z. Yan, J. Munch, P.J. Veitch, D. Mudge, A. Brooks, D. Hosken, *Class. Quantum Gravity* **23**, S41 (2006)
4. H. Lück, M. Hewitson, P. Ajith, B. Allen, P. Aufmuth, C. Aulbert, S. Babak, R. Balasubramanian, B.W. Barr, S. Berukoff, A. Bunkowski, G. Cagnoli, C.A. Cantley, M.M. Casey, S. Chelkowski, Y. Chen, D. Churches, T. Cokelaer, C.N. Colacino, D.R.M. Crooks, C. Cutler, K. Danzmann, R.J. Dupuis, E. Elliffe, C. Fallnich, A. Franzen, A. Freise, I. Gholami, S. Goßler, A. Grant, H. Grote, S. Grunewald, J. Harms, B. Hage, G. Heinzel, I.S. Heng, A. Hepstonstall, M. Heurs, S. Hild, J. Hough, Y. Itoh, G. Jones, R. Jones, S.H. Huttner, K. Kötter, B. Krishnan, P. Kwee, M. Luna, B. Machenschalk, M. Malec, R.A. Mercer, T. Meier, C. Messenger, S. Mohanty, K. Mossavi, S. Mukherjee, P. Murray, G.P. Newton, M.A. Papa, M. Perreux-Lloyd, M. Pitkin, M.V. Plissi, R. Prix, V. Quetschke, V. Re, T. Regimbau, H. Rehbein, S. Reid, L. Ribichini, D.I. Robertson, N.A. Robertson, C. Robinson, J.D. Romano, S. Rowan, A. Rüdiger, B.S. Sathyaprakash, R. Schilling, R. Schnabel, B.F. Schutz, F. Seifert, A.M. Sintes, J.R. Smith, P.H. Sneddon, K.A. Strain, I. Taylor, R. Taylor, A. Thüring, C. Ungarelli, H. Vahlbruch, A. Vecchio, J. Veitch, H. Ward, U. Weiland, H. Welling, L. Wen, P. Williams, B. Willke, W. Winkler, G. Woan, R. Zhu, *Class. Quantum Gravity* **23**, S71 (2006)
5. The Virgo collaboration, *Appl. Opt.* **46**, 3466 (2007)
6. P. Verlot, A. Tavernarakis, T. Briant, P.F. Cohadon, A. Heidmann, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 103601 (2009)
7. B.C. Young, F.C. Cruz, W.M. Itano, J.C. Bergquist, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3799 (1999)
8. T. Nazarova, F. Riehle, U. Sterr, *Appl. Phys. B* **83**, 531 (2006)
9. A.D. Ludlow, X. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, S.M. Foreman, M.M. Boyd, S. Blatt, J. Ye, *Opt. Lett.* **32**, 641 (2007)
10. S.A. Webster, M. Oxborrow, P. Gill, *Phys. Rev. A* **75**, 011801 (2007)
11. J. Millo, D.V. Magalhães, C. Mandache, Y. Le Coq, E.M.L. English, P.G. Westergaard, J. Lodewyck, S. Bize, P. Lemonde, G. Santarelli, *Phys. Rev. A* **79**, 053829 (2009)
12. C. Eisele, A.Y. Nevsky, S. Schiller, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 090401 (2009)
13. S.-J. Chen, H.-H. Mei, W.-T. Ni, *Mod. Phys. Lett. A* **22**, 2815 (2007)
14. E. Zavattini, G. Zavattini, G. Ruoso, G. Raiteri, E. Polacco, E. Milotti, V. Lozza, M. Karuza, U. Gastaldi, G. Di Domenico, F. Della Valle, R. Cimino, S. Carusotto, G. Cantatore, M. Bregant, *Phys. Rev. D* **77**, 032006 (2008)
15. R. Battesti, B. Pinto Da Souza, S. Batut, C. Robillard, G. Bailly, C. Michel, M. Nardone, L. Pinard, O. Portugall, G. Tréneç,

- J.-M. Mackowski, C.L.J.A. Riken, J. Vigué, C. Rizzo, *Eur. Phys. J. D* **46**, 323 (2008)
16. F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard, C. Rizzo, *Appl. Phys. B* **97**, 457 (2009) and references therein
17. J.Y. Lee, H.-W. Lee, J.W. Kim, Y.S. Yoo, J.W. Hahn, *Appl. Opt.* **39**, 1941 (2002)
18. J. Morville, D. Romanini, *Appl. Phys. B* **74**, 495 (2002)
19. H. Huang, K.K. Lehmann, *Appl. Opt.* **47**, 3817 (2008)
20. N. Uehara, K. Ueda, *Appl. Phys. B* **61**, 9 (1995)
21. R.W.P. Drever, J.L. Hall, F.V. Kowalski, J. Hough, G.M. Ford, A.J. Munley, H. Ward, *Appl. Phys. B* **31**, 97 (1983)
22. O. Svelto, *Principles of Lasers*, 4th edn. (Springer, Berlin, 1998), pp. 167–168
23. D. Jacob, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, *Opt. Lett.* **20**, 671 (1995)
24. F. Brandi, F. Della Valle, A.M. De Riva, P. Micossi, F. Perrone, C. Rizzo, G. Ruoso, G. Zavattini, *Appl. Phys. B* **65**, 351 (1997)
25. M. Bregant, G. Cantatore, S. Carusotto, R. Cimino, F. Della Valle, G. Di Domenico, U. Gastaldi, M. Karuza, V. Lozza, E. Milotti, E. Polacco, G. Raiteri, G. Ruoso, E. Zavattini, G. Zavattini, *Chem. Phys. Lett.* **471**, 322 (2009)
26. H.-H. Mei, W.-T. Ni, S.-J. Chen, S.-S. Pan, *Chem. Phys. Lett.* **471**, 216 (2009)

Annexe B

Magnetic linear birefringence measurements using pulsed fields

P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, et C. Rizzo,
Phys. Rev. A **85**, 013837, 2012.

Magnetic linear birefringence measurements using pulsed fields

P. Berceau,¹ M. Fouché,^{1,2,3} R. Battesti,¹ and C. Rizzo^{1,*}

¹*Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses, Unité Propre de Recherche No. 3228 du Centre National de la Recherche Scientifique, Université Paul Sabatier, Université Joseph Fourier, and Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 31400 Toulouse, France*

²*Université de Toulouse, Université Paul Sabatier, Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité, Institut de Recherche sur les Systèmes Atomiques et Moléculaires Complexes, F-31062 Toulouse, France*

³*Centre National de la Recherche Scientifique, Unité Mixte de Recherche No. 5589, F-31062 Toulouse, France*

(Received 22 September 2011; published 24 January 2012)

In this paper we present the realization of further steps toward the measurement of the magnetic birefringence of a vacuum using pulsed fields. After describing our experiment, we report the calibration of our apparatus using nitrogen gas and discuss the precision of our measurement giving a detailed error budget. Our best present vacuum upper limit is $\Delta n \leq 5.0 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ per 4 ms acquisition time. We finally discuss the improvements necessary to reach our final goal.

DOI: [10.1103/PhysRevA.85.013837](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.85.013837)

PACS number(s): 42.25.Lc, 78.20.Ls, 12.20.-m

I. INTRODUCTION

Experiments on the propagation of light in a transverse magnetic field date from the beginning of the 20th century. Kerr [1] and Majorana [2] discovered that linearly polarized light, propagating in a medium in the presence of a transverse magnetic field, acquires an ellipticity. In the following years, this linear magnetic birefringence was studied in detail by Cotton and Mouton [3] and it is known nowadays as the Cotton-Mouton effect. It corresponds to an index of refraction $n_{\parallel}$ for light polarized parallel to the magnetic field B , which is different from the index of refraction $n_{\perp}$ for light polarized perpendicular to the magnetic field. For symmetry reasons, the difference between $n_{\parallel}$ and $n_{\perp}$ is proportional to B^2 . Thus, an incident linearly polarized light exits from the magnetic-field region elliptically polarized. For a uniform B over an optical path L , the ellipticity is given by

$$\Psi = \pi \frac{L}{\lambda} \Delta n B^2 \sin 2\theta, \quad (1)$$

where λ is the wavelength of light in vacuum, $\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp}$ at $B = 1 \text{ T}$, and θ is the angle between light polarization and the magnetic field.

The Cotton-Mouton effect exists in any medium and quantum electrodynamics predicts that magnetic linear birefringence exists also in vacuum, which has been shown [4,5] as a result of the effective Lagrangian established by Kochel, Euler, and Heisenberg [6,7]. At the lowest two orders in α , the fine-structure constant Δn can be written (in units of T^{-2}) as

$$\Delta n = \frac{2}{15} \frac{\alpha^2 \hbar^3}{m_e^4 c^5 \mu_0} \left(1 + \frac{25}{4\pi} \alpha \right), \quad (2)$$

where $\hbar$ is the Planck constant over 2π , m_e is the electron mass, c is the speed of light in vacuum, and μ_0 is the magnetic constant. The term α^2 is given in Ref. [4]. The term α^3 was reported in Ref. [8] and corresponds to the lowest-order radiative correction. Its value is about 1.5% of the α^2 term. Using the CODATA recommended values for the fundamental

constants [9], Eq. (2) gives $\Delta n = (4.031\,699 \pm 0.000\,002) \times 10^{-24} \text{ T}^{-2}$.

As we see, the error due to the uncertainty of fundamental constants is negligible compared to the error coming from the fact that only the first-order QED radiative correction has been calculated. The QED α^4 radiative correction should affect the fourth digit and the QED α^5 radiative correction the sixth digit. Thus, a measurement of Δn up to a precision of a few parts per 10^6 (ppm) remains a pure QED test.

Experimentally, the measurement of the Cotton-Mouton effect is usually very challenging, especially in dilute matter, thus all the more so in vacuum. Several groups have attempted to observe vacuum magnetic birefringence [10,11], but this very fundamental prediction still has not been experimentally confirmed.

Gas measurements date back to the late 1930s [12] and the first systematic work of Buckingham *et al.* was published in 1967 [13]. Investigations concerned benzene, hydrogen, nitrogen, nitrogen monoxide, and oxygen at high pressures as well as ethane. Since then, many more papers concerning the effect in gases have been published and Cotton-Mouton effect experiments have been employed as sensitive probes of the electromagnetic properties of molecules [12].

The measurement of the Cotton-Mouton effect in gases is not only important to test quantum chemical predictions. It is a crucial test for any apparatus that is dedicated to the search for vacuum magnetic birefringence. Measurement of the Cotton-Mouton effect in a gas is a milestone in the improvement of the sensitivity of such an apparatus. Typically measurements of the linear magnetic birefringence in nitrogen gas are used to calibrate a setup [10,11,14].

In the following we present magnetic linear birefringence measurements performed in the framework of our *biréfringence magnétique du vide* (BMV) project. It is based on the use of strong pulsed magnetic fields, which is different compared to other experiments searching for vacuum magnetic birefringence, and on a very high finesse Fabry-Pérot cavity to increase the effect to be measured by trapping the light in the magnetic-field region. The use of pulsed fields for such measurements was proposed in Ref. [15]. In principle, pulsed magnetic fields can be as high as several tens of teslas,

*carlo.rizzo@lncmi.cnrs.fr

which increases the signal, and they are rapidly modulated, which decreases the $1/f$ -flicker noise resulting in an increase of the signal-to-noise ratio. Both advantages are supposed to compensate for the loss of duty cycle since only a few pulses per hour are possible. A feasibility study, which discusses most of the technical issues related to the use of pulsed fields coupled to precision optics for magnetic linear birefringence measurements, can be found in Ref. [16].

In this paper we present the realization of further steps toward the measurement of the magnetic birefringence of the vacuum using pulsed fields. After describing our BMV experiment, we report the calibration of our apparatus with nitrogen gas and discuss the precision of our measurement, giving a detailed error budget. Finally, the present vacuum upper limit is reported and we discuss the perspectives to reach our final goal.

II. EXPERIMENTAL SETUP AND SIGNAL ANALYSIS

A. Apparatus

The BMV experiment is detailed in Ref. [16]. Briefly, as shown in Fig. 1, 30 mW of a linearly polarized Nd:YAG laser beam ($\lambda = 1064$ nm) is injected into a Fabry-Pérot cavity consisting of the mirrors M_1 and M_2 . The laser frequency is locked to the cavity resonance frequency using the Pound-Drever-Hall method [17]. To this end, the laser is phase modulated at 10 MHz with an electro-optic modulator. The beam reflected by the cavity is then detected by the photodiode Ph_r . This signal is used to drive the acousto-optic modulator (AOM) frequency for a fast control and the Peltier element of the laser for a slow control of the laser frequency.

Our birefringence measurement is based on an ellipticity measurement. Light is polarized just before entering the cavity by polarizer P . The beam transmitted by the cavity is then analyzed by analyzer A crossed at maximum extinction and collected by a low-noise photodiode Ph_e (the intensity of the extraordinary beam I_e). The analyzer also has an escape window that allows us to extract the ordinary beam (intensity

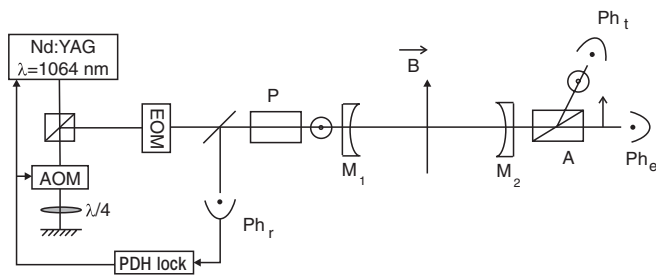


FIG. 1. Experimental setup. A Nd:YAG laser is frequency locked to the Fabry-Pérot cavity consisting of mirrors M_1 and M_2 . The laser beam is linearly polarized by polarizer P and analyzed with polarizer A . This analyzer allows one to extract the extraordinary beam sent on photodiode Ph_e as well as the ordinary beam sent on photodiode Ph_r . The beam reflected by the cavity analyzed on the photodiode Ph_r is used for the cavity locking. A transverse magnetic field B can be applied inside the cavity in order to study the magnetic birefringence of the medium. The following denotations are used: EOM, electro-optic modulator; AOM, acousto-optic modulator; and PDH, Pound-Drever-Hall.

I_t), which corresponds to the polarization parallel to P . This beam is collected by the photodiode Ph_r .

All the optical components from polarizer P to analyzer A are placed in an ultrahigh-vacuum chamber. In order to perform birefringence measurements on high-purity gases, the vacuum chamber is connected to several gas bottles through leak valves that allow one to precisely control the amount of injected gas. Finally, since the goal of the experiment is to measure magnetic birefringence, magnets surround the vacuum pipe. The transverse magnetic field is created due to pulsed coils described in Ref. [18] and briefly detailed in the following section.

Both signals collected by the photodiodes outside the cavity are simultaneously used in the data analysis as follows:

$$\frac{I_e}{I_t} = \sigma^2 + \Psi_{\text{tot}}^2, \quad (3)$$

where Ψ_{tot} is the total ellipticity acquired by the beam going from P to A and σ^2 is the polarizer extinction ratio. Our polarizers are Glan laser prisms, which have an extinction ratio of 2×10^{-7} .

The origin of the total ellipticity of the cavity is due to the intrinsic birefringence of mirrors M_1 and M_2 , as will be discussed in Sec. II C 2. We define the ellipticity imparted to the linearly polarized laser beam when light passes through each mirror substrate as $\Gamma_{s1,2}$ and the one induced by the reflecting layers of the mirrors as Γ_c . An additional component Ψ of the total ellipticity can be induced by the external magnetic field. Since we use pulsed magnetic fields, this ellipticity is a function of time. Finally, if the ellipticities are small compared to unity, one gets

$$\frac{I_e(t)}{I_t(t)} = \sigma^2 + [\Gamma + \Psi(t)]^2, \quad (4)$$

where $\Gamma = \Gamma_{s1} + \Gamma_{s2} + \Gamma_c$ is the total static birefringence.

B. Magnetic field

It is clear from Eq. (1) that one of the critical parameter for experiments looking for magnetic birefringence is $B^2 L$. Our choice has been to reach a $B^2 L$ as high as possible while having a B as high as possible with an L such as to set up a tabletop low-noise optical experiment. This is fulfilled using pulsed magnets that can provide fields of several tens of teslas. Our apparatus consists of two magnets, called X-coils. The principle of these magnets and their properties are described in detail in Refs. [16, 18].

The magnetic-field profile along the longitudinal z axis, which corresponds to the axis of propagation of the light beam, has been measured with a calibrated pickup coil. Figure 2 shows the normalized profile of an X-coil. The magnetic field is not uniform along z . We define B_{max} as the maximum field provided by the coil at its center and L_B as the equivalent length of a magnet producing a uniform magnetic field B_{max} such that

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B^2(z) dz = B_{\text{max}}^2 L_B, \quad (5)$$

where L_B is about the half of the X-coil's length. Each X-coil currently used has reached more than 14 T over 0.13 m of

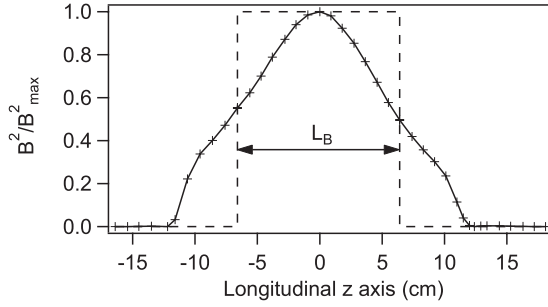


FIG. 2. Normalized profile of the square of the magnetic field along the longitudinal z axis (solid line) inside one X-coil. This is compared to the equivalent uniform magnetic field (dashed line) over the effective magnetic length L_B (see the text).

effective length corresponding to $25 \text{ T}^2 \text{ m}$. The total duration of a pulse is a few milliseconds. The magnetic field reaches its maximum value within 2 ms.

The pulsed coils are immersed in a liquid-nitrogen cryostat to limit the consequences of heating, which could be a cause of permanent damage to the coil's copper wire. The pulse duration is short enough that the coil, starting at liquid-nitrogen temperature, always remains at a safe level i.e., below room temperature. A pause between two pulses is necessary to let the magnet cool down to the equilibrium temperature, which is monitored via the X-coils' resistance. The maximum repetition rate is 5 pulses per hour.

C. Fabry-Pérot cavity

The other key point of our experiment is to accumulate the effect due to the magnetic field by trapping the light between two ultrahigh-reflectivity mirrors constituting a Fabry-Pérot cavity. Its length has to be large enough to leave a wide space so as to insert our two cylindrical cryostats (with a diameter of 60 cm for each cryostat) and vacuum pumping system. The length of the cavity is $L_c = 2.27 \text{ m}$, which corresponds to a free spectral range of $\Delta^{\text{FSR}} = c/2nL_c \simeq 66 \text{ MHz}$, with n the index of refraction of the considered medium in which the cavity is immersed. This index of refraction can be considered equal to one. The total acquired ellipticity Ψ is linked to the ellipticity ψ acquired in the absence of a cavity and depends on the cavity finesse F as follows [19]:

$$\Psi = \frac{2F}{\pi} \psi, \quad (6)$$

where F is given by

$$F = \frac{\pi \sqrt{R_M}}{1 - R_M}, \quad (7)$$

with R_M the intensity reflection coefficient, which is supposed to be the same for both mirrors. A finesse as high as possible is essential to increase the induced signal.

1. Cavity finesse and transmission

Experimentally, the finesse is inferred from a measurement of the photon lifetime τ inside the cavity as presented in Fig 3. For $t < t_0$, the laser is locked to the cavity. The laser intensity is then switched off at t_0 due to the AOM shown in Fig. 1

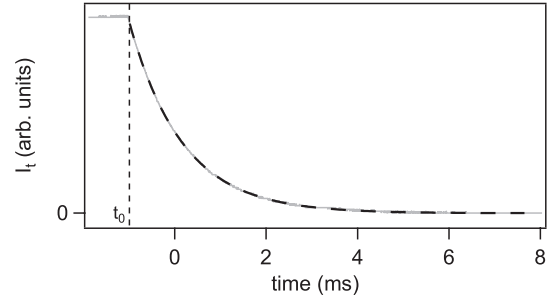


FIG. 3. Time evolution of the intensity of the ordinary beam (gray solid line). The laser is switched off at $t = t_0$. Experimental data are fitted by an exponential decay (black dashed line), giving a photon lifetime of $\tau = 1.16 \text{ ms}$, a finesse of $F = 481\,000$, and a linewidth of $\Delta\nu = c/2nL_cF = 137 \text{ Hz}$.

and used as an ultrafast commutator. For $t > t_0$, one sees the typical exponential decay of the intensity of the transmitted ordinary beam [20]

$$I_t(t) = I_t(t_0)e^{-(t-t_0)/\tau}. \quad (8)$$

The photon lifetime is related to the finesse of the cavity through the relation

$$\tau = \frac{nL_cF}{\pi c}. \quad (9)$$

By fitting our data with Eq. (8) we get $\tau = 1.16 \text{ ms}$, which corresponds to a finesse of $F = 481\,000$ and a cavity linewidth of $\Delta\nu = c/2nL_cF = 137 \text{ Hz}$. We summarize in Table I the performances of some well-known sharp cavities at $\lambda = 1064 \text{ nm}$, showing the quality of our cavity.

The transmission of the cavity T_c is another important parameter. It corresponds to the intensity transmitted by the cavity divided by the intensity incident on the cavity when the laser frequency is locked. Indeed, in order not to be limited by the noise of photodiodes Ph_i and Ph_e , I_i and I_e have to be sufficiently high. This point is particularly critical for I_e , which corresponds to the intensity transmitted by the cavity multiplied by σ^2 . With a Ph_e noise equivalent power of $11 \text{ fW}/\sqrt{\text{Hz}}$, we need an incident power greater than 0.2 nW so as not to be limited by the electronic noise of Ph_e .

Our cavity transmission is 20%. The measurements of the finesse and the transmission allow us to calculate mirrors properties as their intensity transmission T_M and their losses P_M as a result of the following relations:

$$F = \frac{\pi}{T_M + P_M}, \quad (10)$$

$$T_c = \left(\frac{T_M F}{\pi} \right)^2, \quad (11)$$

supposing that the mirrors are identical. We found $T_M = 3 \text{ ppm}$ and $P_M = 3.5 \text{ ppm}$, which correspond to the specifications provided by the manufacturer.

To conclude, our high-finesse cavity enhances the Cotton-Mouton effect by a factor $2F/\pi = 306\,000$ and its transmission allows measurements that are not limited by the noise of the detection photodiodes.

TABLE I. Performance summary of the sharpest infrared interferometers in the world. The following denotations are use: L_c is the length of the Fabry-Pérot cavity, Δ^{FSR} is its full spectral range, F is the cavity finesse, τ is the photon lifetime, $\Delta\nu$ is the frequency linewidth, and $Q = \nu_{\text{laser}}/\Delta\nu$ is the quality factor of the interferometer, with ν_{laser} the laser frequency.

Interferometer	Ref.	L_c (m)	Δ^{FSR} (kHz)	F	τ (μ s)	$\Delta\nu$ (Hz)	Q
VIRGO	[21]	3000	50	50	160	1000	2.8×10^{11}
TAMA300	[22]	300	500	500	160	1000	2.8×10^{11}
PVLAS	[11]	6.4	23 400	70 000	475	335	8.4×10^{11}
LIGO	[23]	4000	37	230	975	163	17×10^{11}
BMV	this work	2.27	66 000	481 000	1160	137	21×10^{11}

2. Cavity birefringence

The origin of the total static ellipticity is due to the mirror intrinsic phase retardation. Mirrors can be regarded as wave plates and for small birefringence, the combination of both wave plates gives a single wave plate. The phase retardation and the axis orientation of this equivalent wave plate depend on the birefringence of each mirror and on their respective orientations [19,24].

The intrinsic phase retardation of the mirrors is a source of noise limiting the sensitivity of the apparatus. Moreover, since our signal detection corresponds to a homodyne technique, the static ellipticity Γ is used as a zero-frequency carrier. To reach a shot-noise-limited sensitivity, one needs Γ to be as small as possible [16], implying that the phase retardation axes of both mirrors have to be aligned. For magnetic birefringence measurements, both mirrors' orientation is adjusted in order to have $10^{-3} < \Gamma < 3 \times 10^{-3}$ rad.

The measurement of the total ellipticity as a function of mirror orientation allows us to calculate the mirror intrinsic phase retardation per reflection. The experimental procedure is presented in Ref. [25]. The deduced phase retardation for our mirrors is $\delta_M = (7 \pm 6) \times 10^{-7}$ rad. Although the origin of the mirrors' static birefringence is still unknown, a review of the existing data shows that for interferential mirrors, the phase retardation per reflection decreases when reflectivity increases [25]. This observation is confirmed by our present measurement. It is also in agreement with the empirical trend given in Ref. [25]: $\delta_M \simeq 0.1(1 - R_M)$. Numerical calculations show that this trend can be explained by assuming that the effect is essentially due to the layers close to the substrate.

As previously stated, mirror birefringence has two contributions: One comes from the substrate and the other is due to the reflecting layers. Whereas previous measurements do not allow one to distinguish between the two contributions, we will see that this can be achieved with the measurement of I_e decay.

A typical time evolution of I_e when the incident beam locked to the cavity is switched off is shown in Fig. 4. We see that this curve cannot be fitted by an exponential decay. As explained in Ref. [26], one has to take into account the intrinsic birefringence of the cavity. Nevertheless, the expression derived in Ref. [26], which takes into account only the reflecting layer's birefringence, does not always fit our data. The evolution of I_e sometimes presents an unexpected behavior: Whereas photons no longer enter the cavity at $t = t_0$, the extraordinary intensity starts growing before decreasing. To reproduce this behavior, one has to take into account the substrate birefringence.

We now calculate the transmitted intensity along the round-trip inside the cavity.

For $t \leq t_0$, the laser is continuously locked to the cavity. According to Eq. (4), the intensities of the ordinary and extraordinary beams are related by

$$I_e(t \leq t_0) = [\sigma^2 + (\Gamma_{s2} + \Gamma_{s1} + \Gamma_c)^2] I_t(t \leq t_0). \quad (12)$$

At $t = t_0$, the laser beam is abruptly switched off and the cavity empties gradually. The ordinary and extraordinary beams are slightly transmitted at each reflection on the mirrors; however, because these mirrors are birefringent, some photons of the ordinary beam are converted into the extraordinary one. The reverse effect is neglected because $I_e \ll I_t$.

We then follow the same procedure as in Ref. [26] to calculate the time evolution of I_e . For $t > t_0$, one gets

$$I_e(t) = I_t(t) \left\{ \sigma^2 + \left[\Gamma_{s1} + \Gamma_{s2} + \Gamma_c \left(1 + \frac{t - t_0}{2\tau} \right) \right]^2 \right\}. \quad (13)$$

The behavior shown in Fig. 4 is reproduced if $\Gamma_{s1} + \Gamma_{s2} \simeq -\Gamma_c$. This expression is used to fit our experimental data plotted in Fig. 4. We find a photon lifetime of $\tau = 960 \mu$ s, which is in good agreement when fitting I_t [27], $\Gamma_{s1} + \Gamma_{s2} = 2 \times 10^{-3}$ rad, and $\Gamma_c = -7 \times 10^{-3}$ rad. We have evidence that the substrate is birefringent and that this birefringence contributes to the total ellipticity due to the cavity.

D. Signal analysis

The voltage signals V_e and V_t provided by Ph_e and Ph_t are the starting point of our analysis. Voltage signals have to

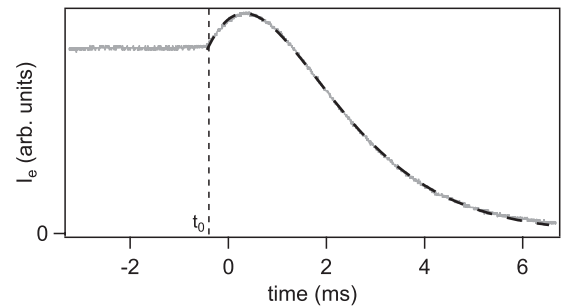


FIG. 4. Time evolution of the intensity of the extraordinary beam (gray solid line). The laser is switched off at $t = t_0$. Experimental data are perfectly fitted by Eq. (13) (black dashed line).

be converted into intensity signals by using the photodiode conversion factors g_e and g_t :

$$I_e = g_e V_e, \quad (14)$$

$$I_t = g_t V_t. \quad (15)$$

As demonstrated in Ref. [26], before analyzing raw signals one has to take into account the first-order low-pass filtering of the cavity. In Fourier space $I_{t,\text{filtered}}$ is given by

$$I_{t,\text{filtered}}(\omega) = \frac{1}{1 + i \frac{\omega}{\omega_c}} I_t(\omega), \quad (16)$$

where $\nu_c = \omega_c/2\pi = 1/4\pi\tau$ is the cavity cutoff frequency. Then, according to Eq. (4), the ellipticity $\Psi(t)$ to be measured can be written as

$$\Psi(t) = -\Gamma + \sqrt{\frac{I_e(t)}{I_{t,\text{filtered}}(t)} - \sigma^2}. \quad (17)$$

The total static birefringence Γ is measured a few milliseconds just before the beginning of the magnetic pulse, thus when $\Psi(t) = 0$.

In contrast, Ψ is proportional to the square of the magnetic field and thus can be written as

$$\Psi(t) = \kappa B_{\text{filtered}}^2(t). \quad (18)$$

Since the photon lifetime is comparable with the rise time of the magnetic field, the first-order low-pass filtering of the cavity also has to be taken into account for the quantity $B^2(t)$ as in Ref. [26]. To recover the value of the constant κ we calculate for each pulse the correlation between $\Psi(t)$ and $B_{\text{filtered}}^2(t)$:

$$\kappa = \frac{\int_0^{T_i} \Psi(t) B_{\text{filtered}}^2(t) dt}{\int_0^{T_i} [B_{\text{filtered}}^2(t)]^2 dt}, \quad (19)$$

where T_i is the integration time. A statistical analysis gives the mean value of κ and its uncertainty.

The magnetic birefringence Δn is finally given by

$$\Delta n(T, P) = \frac{\kappa}{4\pi\tau\Delta^{\text{FSR}}} \frac{\lambda}{L_B} \frac{1}{\sin 2\theta} \quad (20)$$

and Δn is thus expressed in T^{-2} . The terms T and P correspond to the gas temperature and pressure when measurements of magnetic birefringence on gases are performed. We define the normalized birefringence Δn_u as Δn for $P = 1$ atm and $B = 1$ T.

III. EXPERIMENTAL PARAMETERS AND ERROR BUDGET

In the following, to evaluate the precision of our apparatus in the present version, we list the uncertainties at 1σ on the measurement of the parameters of Eq. (20) as recommended in Ref. [28]. The uncertainty of the magnetic birefringence has two origins. The evaluation of the uncertainty by a statistical analysis of a series of observations is termed a type-A evaluation and mainly concerns the measurement of τ and κ . An evaluation by means other than the statistical analysis of a series of observations, calibrations for instance, is termed a type-B evaluation and especially affects the parameters B , Δ^{FSR} , L_B , λ , and θ .

A. Photon lifetime in the Fabry-Pérot cavity

The photon lifetime τ is measured by analyzing the exponential decay of the intensity of the transmitted light. Several measurements have been performed both before and after almost each magnetic pulse. The uncertainty of the value of τ comes from the fact that mirrors can move slightly because of thermal fluctuations and acoustic vibrations. Measurements conducted under the same experimental conditions have been studied statistically, leading to a relative variation of τ that does not exceed 2% at the 1σ level. Data taken during the operation, i.e., before and after magnetic pulses, show the same statistical properties as the ones taken without any magnetic field. Thus, the magnetic field does not cause additional change in τ .

B. Correlation factor

The correlation factor κ is given by Eq. (19). The type-A uncertainty of κ depends on the measurement of Ψ and thus on the experimental parameters given in Eq. (17). In practice, we pulse the magnets several times in the same experimental conditions to obtain a set of values of κ . The distribution of the κ values is found to be Gaussian and we assume that its standard deviation corresponds to the type-A uncertainty of κ . For our measurements performed with nitrogen and presented in Sec. IV B, the type-A relative uncertainty is typically 3.5%. The standard uncertainty of the average value of κ can then be reduced, thus increasing the number of pulses.

Type-B uncertainties depend on those of the square of the magnetic field, the photodiode conversion factors, and the filter function applied to the field. To measure the magnetic field during operation, we measure the current that is injected in our X-coil. As mentioned in Ref. [18], the form factor B/I has been determined experimentally during the test phase by varying the current inside the X-coil (modulated at room temperature or pulsed at liquid-nitrogen temperature) and by measuring the magnetic field induced on a calibrated pickup coil. These measurements have led to a relative type-B uncertainty of $\delta B/B = 0.7\%$ for the magnetic field corresponding to a type-B uncertainty of κ of 1.4%.

The ratio g_e/g_t is measured from time to time by sending the same light intensities to each photodiode. The relative uncertainty in this parameter is 1.5%, which corresponds to the same amount of relative uncertainty in κ .

The terms $I_t(t)$ and $B^2(t)$ are also filtered by a function that involves the parameter τ . We have empirically determined that a τ variation of 2% led to a κ variation of 0.8%. We can finally add quadratically the uncertainties above and deduce that a type-B uncertainty of 2.2% must be taken into account for every measurement of the correlation factor κ .

C. Frequency splitting between perpendicular polarizations

In this section we evaluate the attenuation of the extraordinary beam transmitted by our sharp resonant Fabry-Pérot cavity on which the laser's ordinary beam is frequency locked. Let us suppose that the ordinary (extraordinary) beam resonates in the interferometer at the frequency ν_t (ν_e). The laser is locked to the cavity due to the ordinary beam. Thus ν_t

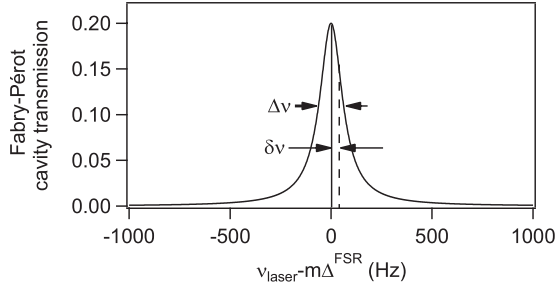


FIG. 5. Airy function of our Fabry-Pérot cavity (with a linewidth of $\Delta\nu = 137$ Hz, a transmission of $T_c = 20\%$, and where m is an integer). The frequency of the ordinary beam is assumed to be locked at the top of the transmission function (solid line) and the frequency ν_e of the extraordinary beam is shifted from ν_i by a quantity $\delta\nu$ (dashed line).

corresponds to the top of the transmission Airy function A of the Fabry-Pérot cavity, which is given by

$$A(\nu) = \frac{T_c}{1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{2\pi n L_c}{c} \nu\right)}. \quad (21)$$

The frequency ν_e is shifted from ν_i by a quantity $\delta\nu$, as shown in Fig. 5. The frequency splitting $\delta\nu = \nu_i - \nu_e$ can be expressed as a function of the phase retardation δ acquired along a round-trip between the ordinary and extraordinary beams:

$$\delta\nu = \frac{c}{2\pi n L_c} \delta = \frac{F \Delta\nu}{\pi} \delta. \quad (22)$$

This formula indicates that in order to have a splitting that is very small compared to the cavity linewidth ($\delta\nu \ll \Delta\nu$), the phase retardation δ must satisfy the following condition:

$$\delta \ll \frac{\pi}{F}, \quad (23)$$

which is equivalent to the condition on the acquired total ellipticity Ψ :

$$\Psi \ll 1. \quad (24)$$

By combining Eqs. (21) and (22), we obtain the factor of attenuation a of the transmitted extraordinary beam's intensity given by

$$\begin{aligned} a &= \frac{A(\nu_e)}{A(\nu_i)} = \frac{1}{1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{2\pi n L_c}{c} \delta\nu\right)} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\delta)}. \end{aligned} \quad (25)$$

The attenuation factor a is plotted as a function of δ in Fig. 6 for a finesse $F = 481\,000$. The *real* intensity I_e of the extraordinary beam transmitted by the cavity is obtained from the corrected *measured* intensity I_e^{meas} as $I_e = I_e^{\text{meas}}/a$.

First, the frequency splitting can be due to our birefringent cavity. As in Ref. [19], we consider both cavity mirrors to be equivalent to a single wave plate with phase retardation $\delta_w = \delta$ between both polarizations. The total phase retardation δ_w is

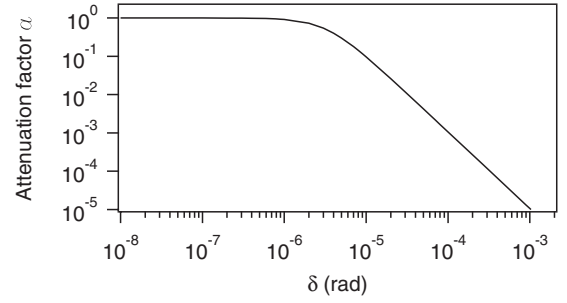


FIG. 6. Attenuation factor a as a function of the phase retardation δ between both polarizations.

linked to the cavity mirrors' M_1 and M_2 own phase retardation δ_1 and δ_2 as [19]

$$\delta_w = \sqrt{(\delta_1 - \delta_2)^2 + 4\delta_1\delta_2 \cos^2(\theta_m)}. \quad (26)$$

To set a δ_w as small as possible so as to minimize the correction to I_e^{meas} , one needs to adjust the angle θ_m between the neutral axes of both mirrors. This way, we set a δ_w of the order of a few 10^{-8} rad, corresponding to a correction smaller than 0.001% on I_e^{meas} .

Second, the frequency splitting between both polarizations can be due to the induced magnetic birefringence of the medium inside the chamber. As seen above, the induced ellipticity given by Eq. (24) must be well below 1 rad. This condition is always satisfied in the range of pressure and field we are working. The induced ellipticity does not exceed 10^{-2} rad. This corresponds at worst to a phase retardation of $\delta = 10^{-7}$ rad. The attenuation factor I_e^{meas} is thus smaller than 0.1%.

In principle, this attenuation generates an error that has to be taken into account in the measured ratio I_e/I_i , filtered in Eq. (17), which implies an error in the value of κ . At present, since the attenuation is smaller than 0.1%, this error can be neglected compared to the others uncertainties in κ .

D. Cavity-free spectral range

The dedicated experimental setup for the measurement of the cavity free spectral range $\Delta^{\text{FSR}} = c/2nL_c$ is shown in Fig. 7. The principle is to inject into the cavity two laser beams that are shifted relative to each other by a given frequency. This frequency is then adjusted to coincide with the free spectral range.

Experimentally, the main beam is divided into two parts due to a polarizing beam splitting cube. The first part is directly injected into the cavity and the other one is frequency shifted by the acousto-optic modulator AOM2 with a double-pass configuration before injection. The main beam is frequency modulated with a voltage ramp applied on a piezoelement mounted on the crystal resonator of the laser.

The intensity transmitted by the cavity is observed on Ph_i as shown in Fig. 8. The solid line corresponds to the intensity of the first beam. We observe typical Fabry-Pérot peaks whose frequency gap corresponds to Δ^{FSR} . Peaks due to the second beam (dashed line) are frequency shifted by $2f_{\text{AOM2}}$. We finally adjust f_{AOM2} in order to superimpose both series of peaks. The precise knowledge of the driven frequency f_{AOM2} enables us to

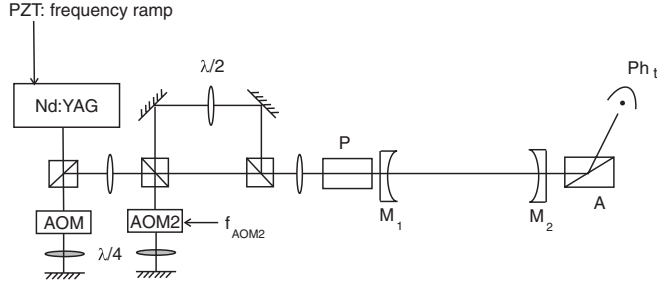


FIG. 7. Experimental setup for the cavity length measurement. Two laser beams that are frequency shifted relative to each other by the AOM2 are injected into the cavity. The frequency of the laser is frequency modulated with a voltage ramp applied on a piezoelement (PZT) mounted on the crystal resonator of the laser. Photodiode Ph_1 allows us to observe the typical Fabry-Pérot peaks from which the Δ^{FSR} measurement is performed.

determine with the same precision the value of the free spectral range and thus the cavity length.

A typical value is $\Delta^{\text{FSR}} = (65.996 \pm 0.017)$ MHz. This corresponds to a cavity length of $L_c = (2.2713 \pm 0.0006)$ m. Since this length can be prone to variation, the Δ^{FSR} value is regularly checked and updated.

E. Effective magnetic length

Following Eq. (5), the effective magnetic length L_B has been calculated by numerically integrating the field measured with a calibrated pickup coil. Taking into account the experimental uncertainties, for one X-coil we obtain $L_B = (0.137 \pm 0.003)$ m, which corresponds to a relative type- B uncertainty of L_B of 2.2%.

F. Laser wavelength

As mentioned above, infrared light enters the cavity. The wavelength of the Nd:YAG laser is 1064 nm and its uncertainty is given by the width of the laser transition. The natural linewidth of Nd:YAG lasers is not usually given by the manufacturers. However, we can estimate it from the bandwidth of the gain curve of the amplifying medium. It is typically of the order of 30 GHz [29]. This corresponds to an uncertainty on the laser wavelength of 0.3 nm. In

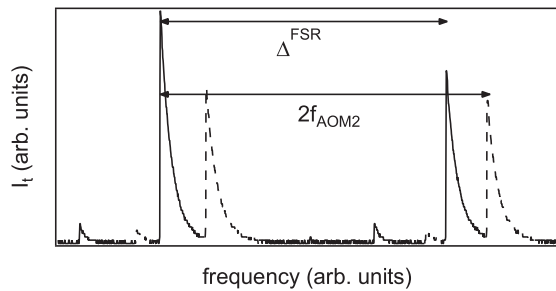


FIG. 8. Transmission peaks of the Fabry-Pérot cavity as a function of the laser frequency. Two beams are sent to the interferometer: The second beam (dashed line) is frequency shifted by $2f_{\text{AOM2}}$ relative to the first beam (solid line). The adjustment of f_{AOM2} in order to superimpose both series of peaks allows us to precisely measure the free spectral range Δ^{FSR} of the cavity.

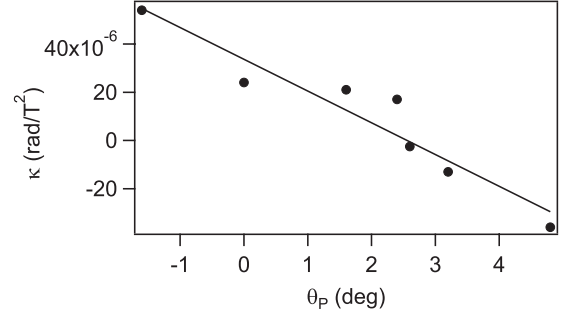


FIG. 9. Correlation factor κ between the square of the magnetic field and the ellipticity as a function of the angle θ_P of the incident polarization.

order to be conservative, we use $\lambda = (1064.0 \pm 0.5)$ nm. The relative uncertainty is negligible in our case, compared to main uncertainties.

G. Angle between the incident polarization and the magnetic-field direction

The angle between the incident light polarization and the magnetic-field direction is adjusted to 45° as a result of magnetic birefringence measurements as a function of the polarizer direction θ_P . In order to be more sensitive, this is performed close to the position where the magnetic field is parallel to the polarizer P ($\theta = 0^\circ$).

Measurements are realized with about 7×10^{-3} atm of air. The analyzer direction is crossed at maximum extinction each time the polarizer is turned. Figure 9 represents the evolution of the correlation factor κ as a function of θ_P . Data are fitted by a sinusoidal trend $\kappa(\theta_P) = \kappa_0 \sin[2(\theta_P - \theta_0)]$ giving $\theta_0 = (2.6 \pm 0.2)^\circ$. This measurement allows us to set $\theta = (45.0 \pm 1.2)^\circ$. The uncertainty is mainly due to the mechanical system that holds and turns the polarizer.

H. Error budget

We summarize in Table II the typical values of the experimental parameters that have to be measured and their type- B associated uncertainty. These uncertainties are quadratically added to give a type- B relative uncertainty of the birefringence Δn of 3.1% at 1σ .

TABLE II. Parameters that have to be measured to infer the value of the birefringence Δn and their respective relative type- B uncertainty at 1σ .

Parameter	Typical value	Relative type- B uncertainty
κ	$10^{-5} \text{ rad T}^{-2}$	2.2×10^{-2}
Δ^{FSR}	65.996 MHz	3×10^{-4}
L_B	0.137 m	2.2×10^{-2}
λ	1064.0 nm	$<5 \times 10^{-4}$
$\sin 2\theta$	1.0000	9×10^{-4}
Total		3.1×10^{-2}

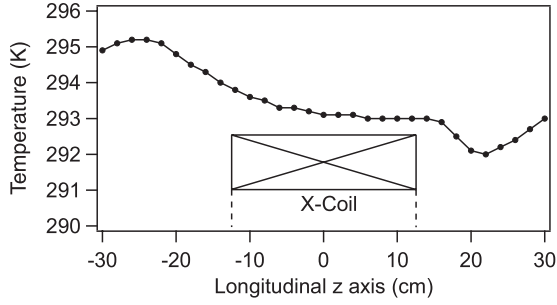


FIG. 10. Profile of the temperature inside the vacuum pipe along the longitudinal z axis. The X-coil is also schematized at the center. The temperature variation does not exceed 1 K inside the tube that runs through it.

I. Temperature and pressure of gases

Gas magnetic birefringence measurements are performed at room temperature $T = 293$ K. The experimental room is air conditioned. A flow of compressed air between the outer wall of the vacuum pipe and the liquid-nitrogen cryostat containing the magnet maintains the room temperature in the gas chamber.

A temperature profile has been realized along the length of the vacuum pipe and is plotted in Fig. 10. The temperature variation does not exceed 1 K inside the tube that passes through the magnetic field. Concerning gases, we consider that our birefringence measurements are given at (293 ± 1) K. The pressure of the gas inside the chamber is measured at each side of the vacuum pipe getting into magnets with pressure gauges. The relative uncertainty provided by the manufacturer is 0.2%.

IV. MAGNETIC BIREFRINGENCE MEASUREMENTS

A. Raw signals

Figure 11 presents signals obtained with 32.1×10^{-3} atm of molecular nitrogen. The intensity of the ordinary beam I_t (top) remains almost constant while the intensity of the extraordinary beam I_e (middle) varies when the magnetic field (bottom) is applied. The magnetic field reaches its maximum of 5.2 T within less than 2 ms.

The laser beam remains locked to the Fabry-Pérot cavity, despite mechanical vibrations caused by the shot of magnetic field. The intensities I_t and I_e start oscillating after about 4 ms. Seismometers placed on mirror mounts show that these oscillations are mainly due to acoustic perturbations produced by the magnet pulse and propagating from the magnet to the mirror mounts through the air. We also see that the minimum of I_e does not coincide with the maximum of B^2 . This phenomenon is due to the cavity filtering, as explained in detail in Ref. [26].

In Fig. 12 we plot the square of the magnetic field filtered by the cavity and the ellipticity calculated with Eq. (17) as a function of time. Since the acoustic perturbations affect both signals I_t and I_e , by taking into account the cavity filtering between I_t and I_e , oscillations on Ψ are strongly reduced to a few 10^{-5} rad and thus are not visible in this figure. These oscillations induce uncertainty to the measurement, but are already included in the type-A uncertainty on κ measured in Sec. III B.

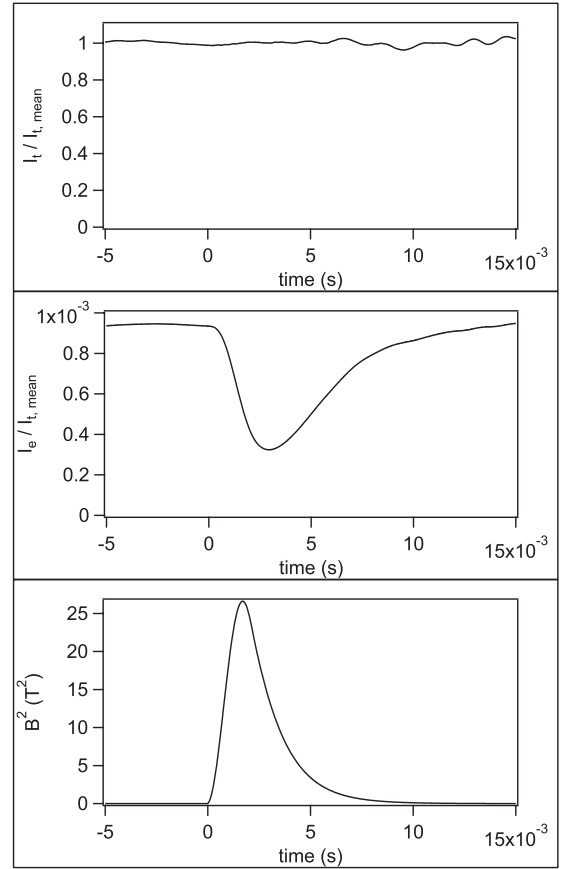


FIG. 11. Cotton-Mouton effect measurements on 32.1×10^{-3} atm of molecular nitrogen: top, normalized intensity of the ordinary beam as a function of time; middle, intensity of the extraordinary beam divided by the mean of I_t as a function of time; and bottom, square of the magnetic field as a function of time.

Finally, we note that both quantities B_{filtered}^2 and Ψ reach their extremum at the same time and their variation can be perfectly superimposed, thus providing a precise measurement of magnetic linear birefringence of nitrogen gas.

B. Apparatus calibration

In order to calibrate our apparatus and to evaluate its present sensitivity we have measured the magnetic birefringence of

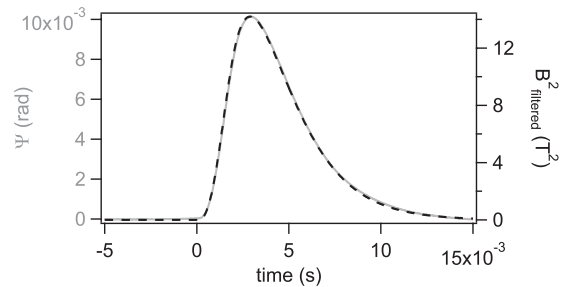


FIG. 12. Cotton-Mouton effect measurement on 32.1×10^{-3} atm of molecular nitrogen. The gray line denotes the total ellipticity as a function of time and the dashed line denotes the square of the magnetic field filtered by a first-order low-pass filter corresponding to the cavity filtering.

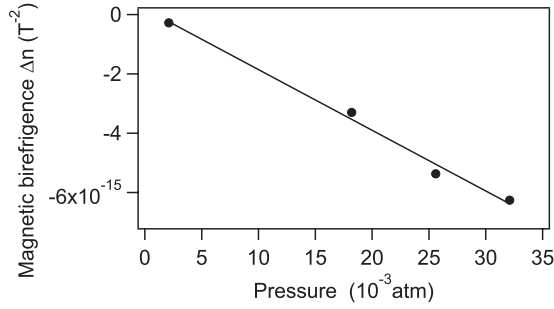


FIG. 13. Magnetic birefringence of molecular nitrogen as a function of pressure. The solid line corresponds to the linear fit of the experimental data.

molecular nitrogen. These measurements have been performed at different pressures from 2.1×10^{-3} to 32.1×10^{-3} atm and are summarized in Fig. 13. In this range, nitrogen can be considered as an ideal gas and the pressure dependence of its birefringence is thus linear:

$$\Delta n[\text{T}^{-2}] = \Delta n_u[\text{atm}^{-1} \text{T}^{-2}]P[\text{atm}]. \quad (27)$$

We have checked that our data are correctly fitted by a linear equation. Its Δn axis intercept is consistent with zero within the uncertainties. Its slope gives the normalized magnetic birefringence at $B = 1$ T and $P = 1$ atm (in $\text{atm}^{-1} \text{T}^{-2}$):

$$\Delta n_u = (-2.00 \pm 0.08 \pm 0.06) \times 10^{-13}.$$

The first uncertainty $0.08 \times 10^{-13} \text{ atm}^{-1} \text{T}^{-2}$ corresponds to the fitting uncertainty and represents the type-A total uncertainty at 1σ ; the second one $0.06 \times 10^{-13} \text{ atm}^{-1} \text{T}^{-2}$ represents the type-B uncertainty at 1σ .

Our value of the normalized birefringence is compared in Table III to other published experimental values at $\lambda = 1064$ nm [30,31]. The table shows that our value agrees perfectly well with other existing measurements. Our total uncertainty is $10^{-14} \text{ atm}^{-1} \text{T}^{-2}$, calculated by quadratically adding the type-A and type-B uncertainties. This is 1.8 times more precise than the other results. It therefore provides a successful calibration of the whole apparatus.

C. Upper limit on vacuum magnetic birefringence measurements

Once the calibration had been performed we evaluated the upper limit of the present apparatus on vacuum magnetic birefringence. To this end, several pulses were performed in vacuum. A typical ellipticity measured during a magnetic pulse is plotted in Fig. 14. Acoustic perturbations induce oscillations

TABLE III. Comparison between our value of the nitrogen normalized magnetic birefringence and other experimental published values at $\lambda = 1064$ nm.

Ref.	$\Delta n_u \times 10^{-13}$ (at $P = 1$ atm and $B = 1$ T)
[30]	-2.17 ± 0.21
[31]	$-2.02 \pm 0.16 \pm 0.08$
this work	$-2.00 \pm 0.08 \pm 0.06$

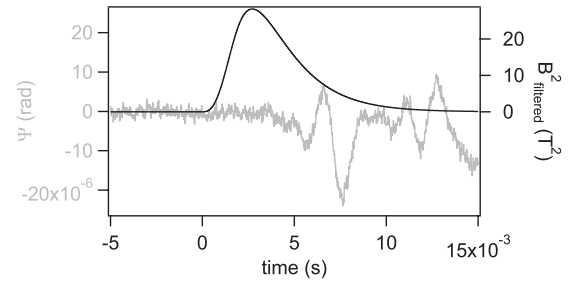


FIG. 14. Typical ellipticity (gray) measured during a magnetic pulse (black) performed in vacuum. Acoustic perturbations generate ellipticity oscillations starting at 4 ms.

of Ψ starting at about 4 ms, with variations of the order of 10^{-5} rad. In order to infer our best upper limit for the value of the vacuum magnetic birefringence, we limit the integration time to 4 ms. We get $\Delta n < 5.0 \times 10^{-20} \text{T}^{-2}$ per pulse.

During operation, the pressure inside the UHV system was better than 10^{-10} atm. To be conservative, let us assume that residual gases are mainly 78% nitrogen and 21% oxygen. The normalized magnetic birefringences of these gases are of the order of -2×10^{-13} and $-2 \times 10^{-12} \text{ atm}^{-1} \text{T}^{-2}$, respectively [12]. The total residual magnetic birefringence is then of the order of $6 \times 10^{-23} \text{T}^{-2}$, which is well below our current upper limit. In the final setup, vacuum quality will be monitored with a residual gas analyzer.

V. CONCLUSION

The successful calibration we report in this paper is a crucial step toward the measurement of vacuum magnetic birefringence. It shows our capability to couple intense magnetic fields with one of the sharpest Fabry-Pérot cavities in the world. It is worthwhile to note that an energy of about 100 kJ is discharged in our coils during a few milliseconds. These 10 MW of electrical power generate acoustic perturbations and mechanical vibrations that tend to misalign the cavity mirrors. The linewidth $\Delta\nu$ of our Fabry-Pérot cavity is of the order of 150 Hz. A relative displacement $\Delta L_c = L_c \Delta\nu / \nu_{\text{laser}} = 1$ pm of both mirrors is enough to get out of resonance. The sharper the cavity, the bigger the challenge.

The sensitivity per pulse we got in both gases and vacuum is outstanding. For the sake of comparison, the best birefringence limit obtained in vacuum with continuous magnets is $\Delta n \leq 2.1 \times 10^{-20} \text{T}^{-2}$ with an integration time of $t_{\text{int}} = 65$ 200 s [11]. In order to compare both methods, we need to translate the best limit obtained in the continuous regime to the one obtained with our integration time $T_i = 4$ ms. Assuming white noise for both methods, the best limit reported in Ref. [11] corresponds to $\Delta n(T_i) = \Delta n(t_{\text{int}}) \sqrt{t_{\text{int}}/T_i} \leq 8.5 \times 10^{-17}$ in 4 ms of integration. This value is more than three orders of magnitude higher than ours, proving that pulsed fields are a powerful tool for magnetic birefringence measurements.

The long-term prospective is to get a value of $\Delta n = 4 \times 10^{-24} \text{T}^{-2}$, corresponding to the vacuum magnetic birefringence, with at most 1000 pulses. This corresponds to a sensitivity better than $1.3 \times 10^{-22} \text{T}^{-2}$ per pulse. A factor of the order of 10 of optical sensitivity will be achievable with

better acoustic insulation and a more robust locking system, in particular reducing the noise of the measured light intensities transmitted by the cavity. Further improvements depend on the possibility of having higher magnetic fields. We have designed a pulsed coil, called the XXL-coil, which has already reached a field higher than 30 T when a current higher than 27 000 A is injected. This corresponds to more than 300 T² m [32]. Two XXL-coils will allow us to improve our current sensitivity by a factor 100. We plan to modify the apparatus in order to host these XXL-coils. Therefore, the final version of the experiment will be ready for operation.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank all the members of the Biréfringence Magnétique du Vide collaboration, in particular J. Béard, J. Billette, P. Frings, J. Mauchain, M. Nardone, L. Recoules, and G. Rikken for strong support. We are also indebted to the whole technical staff of LNCMI. We acknowledge the support of the Fondation pour la Recherche IXCORE and the ANR-Programme non Thématique (Grant No. ANR-BLAN06-3-139634).

-
- [1] J. Kerr, Br. Assoc. Rep. 568 (1901).
 - [2] Q. Majorana, Rendic. Accad. Lincei **11**, 374 (1902); C. R. Hebd. Séanc. Acad. Sci. Paris **135**, 159 (1902).
 - [3] A. Cotton and H. Mouton, C. R. Hebd. Séanc. Acad. Sci. Paris **141**, 317 (1905); **142**, 203 (1906); **145**, 229 (1907); Ann. Chem. Phys. **11**, 145 (1907).
 - [4] Z. Bialynicka-Birula and I. Bialynicki-Birula, Phys. Rev. D **2**, 2341 (1970).
 - [5] S. L. Adler, Ann. Phys. (NY) **67**, 599 (1971).
 - [6] H. Euler and B. Kochel, Naturwissenschaften **23**, 246 (1935).
 - [7] W. Heisenberg and H. Euler, Z. Phys. **38**, 714 (1936).
 - [8] V. I. Ritus, Sov. Phys. JETP **42**, 774 (1975).
 - [9] [<http://www.codata.org>].
 - [10] S.-J. Chen, H.-H. Mei, and W.-T. Ni, Mod. Phys. Lett. A **22**, 2815 (2007).
 - [11] E. Zavattini *et al.*, Phys. Rev. D **77**, 032006 (2008).
 - [12] C. Rizzo, A. Rizzo, and D. M. Bishop, Int. Rev. Phys. Chem. **16**, 81 (1997).
 - [13] A. D. Buckingham, W. H. Prichard, and D. H. Whiffen, Trans. Faraday Soc. **63**, 1057 (1967).
 - [14] R. Cameron *et al.*, Phys. Rev. D **47**, 3707 (1993).
 - [15] C. Rizzo, Europhys. Lett. **41**, 483 (1998).
 - [16] R. Battesti *et al.*, Eur. Phys. J. D **46**, 323 (2008).
 - [17] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983).
 - [18] S. Batut *et al.*, IEEE Trans. Appl. Supercond. **18**, 600 (2008).
 - [19] F. Brandi, F. Della Valle, A. M. De Riva, P. Micossi, F. Perrone, C. Rizzo, G. Ruoso, and G. Zavattini, Appl. Phys. B **65**, 351 (1997).
 - [20] O. Svelto, Principles of Lasers, 4th ed. (Springer, Berlin, 1998), pp. 167–168.
 - [21] Virgo Collaboration, Appl. Opt. **46**, 3466 (2007).
 - [22] G. Heinzel, Class. Quantum Grav. **18**, 4113 (2001).
 - [23] M. Rakhmanov *et al.*, Class. Quantum Grav. **21**, S487 (2004).
 - [24] D. Jacob, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, and M. Oger, Opt. Lett. **20**, 671 (1995).
 - [25] F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard, and C. Rizzo, Appl. Phys. B **97**, 457 (2009).
 - [26] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain, and C. Rizzo, Appl. Phys. B **100**, 803 (2010).
 - [27] Figures 3 and 4 do not correspond to the same run of data and thus cannot be directly compared.
 - [28] P. J. Mohr and B. N. Taylor, J. Phys. Chem. Ref. Data **28**, 1713 (1999).
 - [29] J. Hecht, The Laser Guidebook, 2nd ed. (McGraw-Hill, New York, 1992), p. 403.
 - [30] M. Bregant *et al.*, Chem. Phys. Lett. **392**, 276 (2004).
 - [31] H.-H. Mei, W.-T. Ni, S.-J. Chen, and S.-S. Pan, Chem. Phys. Lett. **471**, 216 (2009).
 - [32] [<http://www.toulouse.lncmi.cnrs.fr/spip.php?rubrique32>].

Annexe C

Photon regeneration experiment for axion search using X-rays

R. Battesti, M. Fouché, C. Detlefs, T. Roth, P. Berceau, F. Duc, P. Frings, G. L. J. A.
Rikken, et C. Rizzo,
Phys. Rev. Lett. **105**, 250405, 2010.

Photon Regeneration Experiment for Axion Search Using X-Rays

R. Battesti,^{1,*} M. Fouché,¹ C. Detlefs,² T. Roth,² P. Berceau,¹ F. Duc,¹ P. Frings,¹ G. L. J. A. Rikken,¹ and C. Rizzo¹

¹*Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR 3228, CNRS-INSU-UF-UPS), F-31400 Toulouse Cedex, France, EU*

²*European Synchrotron Radiation Facility, F-38043 Grenoble, France, EU*

(Received 16 August 2010; published 16 December 2010)

In this Letter we describe our novel photon regeneration experiment for the axionlike particle search using an x-ray beam with a photon energy of 50.2 and 90.7 keV, two superconducting magnets of 3 T, and a Ge detector with a high quantum efficiency. A counting rate of regenerated photons compatible with zero has been measured. The corresponding limits on the pseudoscalar axionlike particle–two-photon coupling constant is obtained as a function of the particle mass. Our setup widens the energy window of purely terrestrial experiments devoted to the axionlike particle search by coupling to two photons. It also opens a new domain of experimental investigation of photon propagation in magnetic fields.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.250405

PACS numbers: 12.20.Fv, 14.80.–j

Photon propagation in magnetic fields is a long-standing domain of research for QED tests [1] and for particle searches beyond the standard model [2]. All the experiments performed up to now have used a photon energy of the order of 1 eV (see [3] and references therein). Higher photon energies have been proposed to increase the signal, in particular, γ rays [4] for QED tests, or to increase the parameter space for particle searches, in particular, x rays [5,6].

As far as particle searches are concerned, photon regeneration experiments [7–9], also called “light shining through the wall” experiments, are an important tool in the search for massive particles that couple to photons in the presence of magnetic fields. Such particles are predicted by many extensions of the standard model. A very well-known example is the standard axion, a pseudoscalar chargeless boson proposed to solve the strong CP problem [10–12], i.e., the difference between the value of the neutron electric dipole moment predicted by QCD and its experimental value [13].

The principle of a photon regeneration experiment is to send a polarized photon beam through a region where a transverse magnetic field is present, and then to stop the photons by a wall. Since they hardly interact with matter, axionlike particles (ALPs) generated in the magnetic region upstream of the wall can pass through it. Behind the wall, a second magnetic field region allows us to convert back ALPs into photons. Several photon regeneration experiments have been performed [14–20]: none of them has ever detected regenerated photons. They have therefore set limits on the ALP–two-photon coupling constant g and the particle mass m_a . The best limits can be found in Ref. [20].

Limits are usually given for masses $m_a \ll \omega$ [21], where ω is the photon energy, but a detailed theoretical analysis of ALP-photon and photon-ALP conversion amplitudes valid for $m_a \leq \omega$ can be found in Ref. [22]. Again, for all the photon regeneration experiments performed up to now, ω is of the order of 1 eV. Experiments searching for

ALPs of astrophysical origin, such as ADMX [23] and CAST [24], provide better limits than the purely terrestrial ones. ADMX looks for galactic cold dark matter μeV ALP conversion into microwave photons in a resonant cavity immersed in a static magnetic field, while CAST looks for axions or ALPs generated in the core of the sun. These ALPs travel to Earth and are converted back into photons of a few keV in a static laboratory magnetic field. Because of the higher photon energy, the CAST limits extend up to masses on the order of a few electron volts [24]. These limits, however, depend on the model used to calculate the flux of ALPs to be detected. The critical sensitivity to these models is exposed by the recent proposal of an ALP with a 17 meV mass which could explain the observed spectral shape of the x-ray solar emission [25]. In this case ALPs coming from the sun’s interior would be reconverted into photons near the sun’s surface, thus escaping the detection by CAST.

Increasing the photon energy in photon regeneration experiments allows us to test new regions of the m_a and g parameter space. The use of soft x rays has been proposed in Ref. [5], namely, at the VUV-FEL free electron laser at DESY, providing photons of energy between 10 and 200 eV. The use of hard x rays from a synchrotron light source has been proposed in Ref. [6]. Synchrotron light sources provide photons with energy of several tens of keV, much higher than the photon energy available nowadays at free electron lasers.

In this Letter we describe our photon regeneration experiment using x-ray beams with a photon energy of 50.2 and 90.7 keV, carried out at the European Synchrotron Radiation Facility (ESRF), France, on beam line ID06 [26]. Our setup consists of two superconducting magnets that provide magnetic fields of 3 T over a length of 150 and 97 mm, respectively, and a Ge detector with a high quantum efficiency for the stated photon energies. This configuration widens the energy domain probed by purely terrestrial ALP searches. A counting rate of regenerated

photons compatible with zero has been measured. We present the corresponding limits on the ALP–two-photon coupling constant as a function of the particle mass. Thanks to the high photon energy, our limits extend to a parameter region where no model-independent limits have been set so far. In particular, our experimental results provide limits on the existence of 17 meV ALPs.

Our experimental setup is shown in Fig. 1. We use two different photon energies, $\omega = 50.2$ keV and 90.7 keV, corresponding to slightly different settings of the x-ray beam line. For 50.2 keV (resp. 90.7 keV), a Si(111) [resp. Si(311)] double crystal monochromator is adjusted to select x rays emitted by the 5th (resp. 9th) harmonic of the cryogenic permanent magnet multipole undulator source U18, closed to a gap of 6.0 mm [27,28]. The energy bandwidth is 7.3 eV (resp. 6.8 eV). For both energies, the size of the beam is 2×2 mm² and the synchrotron x rays are horizontally polarized. The beam direction is stabilized by a feedback loop adjusting the pitch of the second monochromator crystal to ensure a position stability better than 0.1 mm at the entrance of the second magnet.

Most of the beam path is under vacuum in order to avoid air absorption. The incident flux is measured thanks to ionization chambers filled with 1 bar of nitrogen or krypton. Different ionization chambers placed along the beam path let us check for any photon loss due to beam misalignment, for example. During data acquisition, the 30 cm-long krypton filled ionization chamber, located just before the first magnet, is used to precisely monitor the incident flux. The beam line has delivered about 1.2×10^{12} photons per second at 50.2 keV and 3.1×10^{10} photons per second at 90.7 keV.

The magnetic fields are provided by two superconducting magnets with the field direction parallel to the x-ray polarization; the experiment being thus sensitive to pseudoscalar particles [29]. Their diameter aperture is about 2 cm and the pressure inside the magnets is less than 10^{-4} mbar. Both magnets have been manufactured by Oxford Instruments. The first one has provided a maximum

magnetic field $B_1 = 3$ T which can be regarded as uniform along the beam path over a length of $L_1 = 150$ mm. The second magnet was lent to us by the DUBBLE beam line (BM26) [30] at the ESRF. It has also delivered $B_2 = 3$ T. The shape of its magnetic field along the beam direction can be approximated by a triangular shape with a half base length of $L_2 = 97$ mm, the maximum of 3 T being at the center of the magnet.

The magnets are located separately in the two lead-shielded experimental hutches, EH1 and EH2, respectively, of the beam line. The safety shutter between EH1 and EH2 serves as the wall to block the x-ray beam. It consists of a 50 mm-thick lead plate. Similarly, the x-ray regeneration and detection section is shielded by the radiation hutch EH2. The complete enclosure of the primary x-ray beam in EH1 and the additional shielding of EH2 lead to a comfortably low level of x-ray background radiation dominated by cosmic events.

The detection system is based on a 5 mm thick Ge detector (Canberra GL0055) cooled with liquid nitrogen. The sensitive area is 6 mm in diameter. X-ray photons arriving on the detector create electric charges proportional to the photon energy, which are amplified (Canberra 2024) and filtered by a single channel analyzer (Ortec 850) to reject events that do not correspond to the photon energy selected by the monochromator. This detection system combines an acceptable quantum efficiency of $\approx 99.98\%$ at 50.2 keV and $\approx 84\%$ at 90.7 keV, with a reasonably low dark count rate. This background count rate was measured at $(7.2 \pm 1.4) \times 10^{-3}$ photons per second while the x-ray beam was turned off, as shown on the first line of Table I. The error corresponds to 95% confidence level.

The following experimental protocol is used before each data acquisition. First, the monochromator is adjusted to select the desired energy while keeping an incident flux as high as possible. Then, the detector is moved about 20 cm sideways from the direct beam position. The safety shutter is opened, allowing the x-ray beam to propagate through both experimental hutches. In this position, the dominant radiation received at the detector are photons elastically scattered by air [31]. This is used to adjust the upper and lower thresholds of the single channel analyzer such that only photons of the selected energy are counted. The upper (lower) threshold is 10% above (20% below) the voltage generated by the elastically scattered photons. Next, the detector is protected by Cu absorbers and it is moved back into the direct beam position to check its geometrical alignment. Finally, before data collection the safety shutter is closed and the Cu absorbers are removed. The procedure is repeated after data collection.

Results are summarized in Table I. The integration time t_i is about 2 hours for each photon energy in two different configurations, with or without the magnetic fields. The count rate N_c is the number of photons detected per second. The error on N_c corresponds to 95% confidence level and is

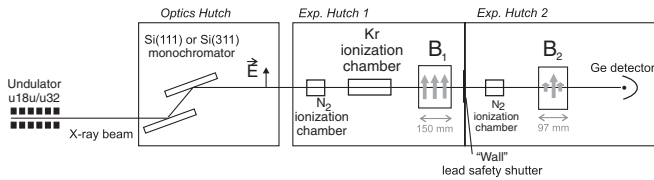


FIG. 1. Experimental Setup. The double crystal monochromator is adjusted to select the desired photon energy. The first experimental hutch corresponds to the ALP generation area with the transverse magnetic field B_1 . The second experimental hutch contains the second magnetic field B_2 which allows us to reconverge ALPs to photons. These photons are detected by a liquid nitrogen cooled Ge detector with a high quantum efficiency. Ionization chambers placed along the beam path measure the incident flux or serve for alignment purposes. The synchrotron x rays are polarized parallel to the magnetic fields.

TABLE I. Summary of our data acquisition taken with magnets on or off, x-ray beam on or off. The integration time is denoted as t_i , while N_{inc} is the number of incident photons per second, N_c is the number of detected photons per second, and N_p is number of regenerated photons per second. Errors correspond to 95% confidence level. No excess count rate above background has been detected.

X-Ray Beam	Magnets	ω (keV)	t_i (s)	N_{inc} (Hz)	N_c (Hz)	N_p (Hz)
OFF	OFF		13913	0	$(7.2 \pm 1.4) \times 10^{-3}$	
ON	OFF	50.2	7575	1.2×10^{12}	$(5.7 \pm 1.8) \times 10^{-3}$	
ON	ON	50.2	7276	1.2×10^{12}	$(6.2 \pm 1.8) \times 10^{-3}$	$(0.5 \pm 2.6) \times 10^{-3}$
ON	OFF	90.7	7444	3.2×10^{10}	$(7.9 \pm 2.0) \times 10^{-3}$	
ON	ON	90.7	7247	3.1×10^{10}	$(8.1 \pm 2.2) \times 10^{-3}$	$(0.2 \pm 3.0) \times 10^{-3}$

given by $2\sqrt{N_c/t_i}$ since the distribution of the detected photons is a Poisson distribution. The number of regenerated photons per second N_p is the difference between count rates measured with and without the magnetic fields. We see that no excess count above the background level has been detected. Finally the upper photoregeneration probability at 95% confidence level corresponds to the error on N_p over the incident photon rate N_{inc} . It is $P = 2.2 \times 10^{-15}$ at 50.2 keV and $P = 9.7 \times 10^{-14}$ at 90.7 keV.

The photon-to-ALP conversion and reconversion transition probability after propagating in vacuum over a distance z in an inhomogeneous magnetic field B may be written as [32]

$$p(z) = \left| \int_0^z dz' \Delta_g(z') \exp(i\Delta_a z') \right|^2, \quad (1)$$

where $\Delta_g(z) = gB(z)/2$ and $\Delta_a = -m_a^2/2\omega$. Finally, the photoregeneration probability is

$$P = \eta p_1 p_2, \quad (2)$$

with η the detection efficiency, p_1 the conversion probability in the first magnet, and p_2 the reconversion probability in the second magnet. These equations are correct for $m_a \ll \omega$.

Our experimental sensitivity limit for the ALP–two-photon coupling constant versus mass is calculated by numerically solving Eqs. (1) and (2), using the upper photon regeneration probability experimentally measured. To this end, the real profiles of the magnetic fields along the beam direction provided by the manufacturers are used. Our limits at 95% confidence level are plotted in Fig. 2. In particular, $g < 1.3 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$ for masses lower than 0.4 eV, and $g < 6.8 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$ for masses lower than 1 eV. Our limits could be extended up to 90 keV [22], but because of the phase mismatching they decrease very rapidly when $m_a \gg \sqrt{\omega/L_{1,2}}$, thus becoming less interesting. Moreover, for such masses the probability oscillates so rapidly that its actual value depends critically on the exact value of the experimental parameters $L_{1,2}$ and ω . In this case the level of confidence of corresponding limits is mostly limited by the confidence level on these experimental values. We believe that a detailed discussion of this issue is out of the scope of our Letter.

We compare our limits to other limits obtained with laboratory experiments in Fig. 3. Our exclusion region is presented as the grey area. The best limits obtained on a purely laboratory experiment by the ALPS collaboration [20] with a 95% confidence level is the region above the solid line. The best limits set by the search of extraterrestrial ALPs are the two hashed areas, namely, the 95% confidence level exclusion region of CAST (diagonally hashed) [24], and the 90% confidence level exclusion region on microwave cavity experiments (horizontally hashed) [23,33–35]. Model predictions [36] are also shown as a dotted stripe (line in between: $E/N = 0$ [37,38]). This figure shows that we have tested a new region of the m_a and g parameter space for purely terrestrial—model-independent—experiments.

Our experiment could certainly be upgraded. A longer acquisition time would improve the limits, but an improvement of a factor of 2 requires a 16 times longer acquisition. This also applies for the photon flux and for detector noise rate. The latter could likely be improved by using the x-ray detector in anticoincidence with cosmic ray detectors put around it or in coincidence with the electron bunches circulating in the synchrotron ring. Using higher magnetic fields increases limits linearly, which is obviously more interesting. A static 15 T field can be reasonably envisaged. Longer magnets could provide higher limits but only at low masses since longer magnets reduce the coherence length of the photon-ALP oscillations and limits at higher masses.

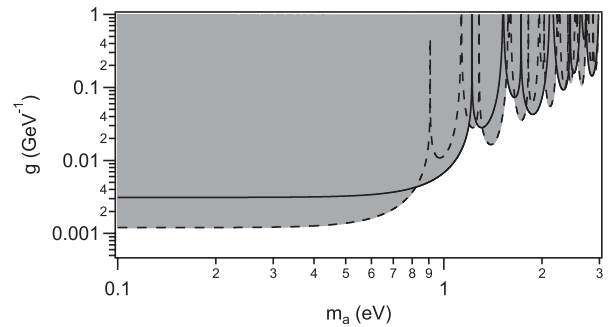


FIG. 2. Confidence level limits of 95% on the ALP–two photon coupling constant g as a function of the particle mass m_a . The grey area is excluded. The dashed line represents limits obtained with a photon energy of 50.2 keV while the solid line corresponds to 90.7 keV.

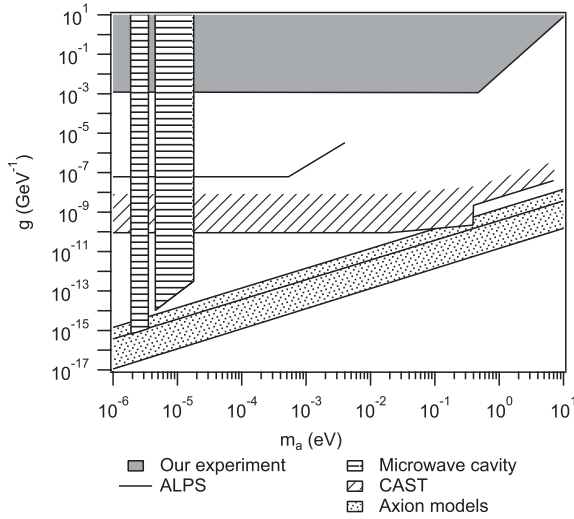


FIG. 3. Limits on the ALP–two-photon coupling constant g as a function of the particle mass m_a obtained by experimental searches. Our exclusion region is presented as the grey area. See text for more details.

The best solution would be to increase the magnetic field B and reduce the magnet length L keeping the product $B \times L$ as high as possible.

Our experiment extends the search of photon oscillations into massive particles in the presence of magnetic fields to higher energies. The observed low background count rate clearly demonstrates the sensitivity of “shining through the wall” experiments with a synchrotron light source. Moreover we studied for the first time the propagation of x-ray photons in magnetic fields opening a new domain of experimental investigations.

This work has been performed in the framework of the BMV project. We acknowledge the ESRF for providing beam time on ID06 and financial support. The detection system has been kindly provided by the ESRF Detector Pool. We thank J.-P. Nicolin for his technical support. We thank W. Bras for kindly lending us one of the two superconducting magnets, P. van der Linden for its technical support and C. Cohen and M. Kocsis for their help with the Ge detector. Finally we thank A. Dupays and J. Jaeckel for fruitful discussions. We gratefully acknowledge the support of the Fondation pour la recherche IXCORE.

*remy.battesti@lncmi.cnrs.fr

[1] E. Iacopini and E. Zavattini, *Phys. Lett. B* **85**, 151 (1979).

[2] L. Maiani, R. Petronzio, and E. Zavattini, *Phys. Lett. B* **175**, 359 (1986).
 [3] R. Battesti *et al.*, *Eur. Phys. J. D* **46**, 323 (2008).
 [4] G. Cantatore *et al.*, *Phys. Lett. B* **265**, 418 (1991).
 [5] R. Rabadan, A. Ringwald, and K. Sigurdson, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 110407 (2006).
 [6] A. G. Dias and G. Lugones, *Phys. Lett. B* **673**, 101 (2009).
 [7] P. Sikivie, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1415 (1983).
 [8] P. Sikivie, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 695 (1984).
 [9] K. Van Bibber *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 759 (1987).
 [10] R.D. Peccei and H.R. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1440 (1977).
 [11] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 223 (1978).
 [12] F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 279 (1978).
 [13] C.A. Baker *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 131801 (2006).
 [14] G. Ruoso *et al.*, *Z. Phys. C* **56**, 505 (1992).
 [15] R. Cameron *et al.*, *Phys. Rev. D* **47**, 3707 (1993).
 [16] M. Fouché *et al.*, *Phys. Rev. D* **78**, 032013 (2008).
 [17] A.S. Chou *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 080402 (2008).
 [18] A. Afanasev *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 120401 (2008).
 [19] P. Pugnât *et al.*, *Phys. Rev. D* **78**, 092003 (2008).
 [20] K. Ehret *et al.*, *Phys. Lett. B* **689**, 149 (2010).
 [21] Natural Lorentz-Heaviside units with $\hbar = c = 1$ are employed throughout.
 [22] S. A. Adler, J. Gamboa, F. Mendez, and J. Lopez-Sarrion, *Ann. Phys. (Leipzig)* **323**, 2851 (2008).
 [23] S.J. Asztalos *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 041301 (2010).
 [24] E. Arik *et al.*, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **02** (2009) 008.
 [25] K. Zioutas *et al.* (2009), in Proceedings of the 5th Patras Axion Workshop, Durham, [arXiv:1003.2181](https://arxiv.org/abs/1003.2181).
 [26] A white x-ray beam could also be used. But our experiment was performed on an existing station that can operate with monochromatic beam only.
 [27] C. Kitegi, Ph.D. thesis, Université Joseph-Fourier, 2008.
 [28] J. Chavanne, G. Lebec, C. Penel, F. Revol, and C. Kitegi, *AIP Conf. Proc.* **1234**, 25 (2010).
 [29] To be sensitive to scalar particles, the direction of the first magnetic field has to be turned in order to be perpendicular to the x-ray polarization.
 [30] W. Bras *et al.*, *J. Appl. Crystallogr.* **36**, 791 (2003).
 [31] Compton scattering, which would change the energies of the scattered photons arriving on the detector, can be neglected at the energy and the angles used in this experiment.
 [32] G. Raffelt and L. Stodolsky, *Phys. Rev. D* **37**, 1237 (1988).
 [33] S. DePanfilis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 839 (1987).
 [34] W. U. Wuensch *et al.*, *Phys. Rev. D* **40**, 3153 (1989).
 [35] C. Hagmann *et al.*, *Phys. Rev. D* **42**, 1297 (1990).
 [36] R.D. Peccei, *Lect. Notes Phys.* **741**, 3 (2008).
 [37] J.E. Kim, *Phys. Rev. Lett.* **43**, 103 (1979).
 [38] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. Zakharov, *Nucl. Phys. B* **166**, 493 (1980).

Bibliographie

- [1] Aristote. *Physique ; de l'espace, du vide et du temps*, volume IV. chapitres VI-IX.
- [2] M. Faraday. Experimental researches in electricity. *Phil. Trans. R. Soc.*, **136**,21–40, 1846.
- [3] J.D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. 2nd edition, Wiley (New York), 1975.
- [4] V. B. Berestetskii, L. P. Pitaevskii, and E.M. Lifshitz. *Quantum Electrodynamics - Landau and Lifshitz Course of theoretical physics*, volume 4. 2nd edition, Pergamon Press, 1982.
- [5] J. R. Oppenheimer and M. S. Plesset. On the production of the positive electron. *Phys. Rev.*, **44**,53–55, 1933.
- [6] P. A. M. Dirac. Rapport du 7^{ème} Conseil Solvay de Physique, Structure et Propriétés des Noyaux Atomiques. **203**, 1934.
- [7] O. Halpern. Scattering processes produced by electrons in negative energy states. *Phys. Rev.*, **44**,855–856, 1933.
- [8] G. Breit and John A. Wheeler. Collision of two light quanta. *Phys. Rev.*, **46**,1087–1091, 1934.
- [9] H. Euler and B. Kockel. Über die Streuung von Licht an Licht nach der Diracschen Theorie. *Naturwiss.*, **23**,246–247, 1935.
- [10] H. Euler. Über die Streuung von Licht an Licht nach der Diracschen Theorie. *Annalen der Physik*, **418**,398–448, 1936.
- [11] W. Heisenberg and H. Euler. Folgerungen aus der Diracschen Theorie des Positrons. *Z. Phys.*, **98**,714, 1936.
- [12] S.S. Schweber. *QED and the men who made it : Dyson, Feynman, Schwinger and Tomonaga*. Princeton University Press, 1994.
- [13] R. Karplus and M. Neuman. The scattering of light by light. *Phys. Rev.*, **83**,776–784, 1951.

- [14] J. Schwinger. On gauge invariance and vacuum polarization. *Phys. Rev.*, **82**,664–679, 1951.
- [15] V.I. Ritus. Lagrangian of an intense electromagnetic field and quantum electrodynamics at short distances. *Sov. Phys. JETP*, **42**,774, 1976.
- [16] Y. R. Shen. *The Principles of Nonlinear Optics*. Oxford university press, 6th edition, 2007.
- [17] F. Pockels. *Lehrbuch der Kristalloptik*. Teubners Sammlung XIX., 1906.
- [18] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinreich. Generation of optical harmonics. *Phys. Rev. Lett.*, **7**,118–119, 1961.
- [19] J. A. Giordmaine and R. C. Miller. Tunable Coherent Parametric Oscillation in LiNbO_3 at Optical Frequencies. *Phys. Rev. Lett.*, **14**,973–976, 1965.
- [20] W. H. Furry. A symmetry theorem in the positron theory. *Phys. Rev.*, **51**,125–129, 1937.
- [21] J. Kerr. A new relation between electricity and light : dielectrified media birefringent. *Philos. Mag.*, **50**,337–348, 1875.
- [22] A. Cotton and H. Mouton. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences, Paris*, **141**,317–349, 1905.
- [23] A. Cotton and H. Mouton. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences, Paris*, **142**,203, 1906.
- [24] A. Cotton and H. Mouton. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences, Paris*, **145**,229, 1907.
- [25] M. Cotton and H. Mouton. *Ann. Chim. Phys.*, **11**,145, 1907.
- [26] T. Roth and G. L. J. A. Rikken. Observation of magnetoelectric Jones birefringence. *Phys. Rev. Lett.*, **85**,4478–4481, 2000.
- [27] T. Roth and G. L. J. A. Rikken. Observation of magnetoelectric linear birefringence. *Phys. Rev. Lett.*, **88**,063001, 2002.
- [28] H. J. Ross, B. S. Sherborne, and G. E. Stedman. Selection rules for optical activity and linear birefringence bilinear in electric and magnetic fields. *J. Phys. B*, **22**,459, 1989.
- [29] G. L. J. A. Rikken, C. Strohm, and P. Wyder. Observation of magnetoelectric directional anisotropy. *Phys. Rev. Lett.*, **89**,133005, 2002.
- [30] G. L. J. A. Rikken and C. Rizzo. Magnetoelectric birefringences of the quantum vacuum. *Phys. Rev. A*, **63**,012107, 2000.

- [31] G. L. J. A. Rikken and C. Rizzo. Magnetolectric anisotropy of the quantum vacuum. *Phys. Rev. A*, **67**,015801, 2003.
- [32] C. Rizzo and G.L.J.A. Rikken. Magneto-electro-optical properties of the quantum vacuum and Lorentz invariance. *Phys. Scr.*, **71**,C5–8, 2005.
- [33] D. Bakalov, F. Brandi, G. Cantatore, G. Carugno, S. Carusotto, F. Della Valle, A.-M. De Riva, U. Gastaldi, E. Iacopini, P. Micossi, E. Milotti, R. Onofrio, R. Pengo, F. Perrone, G. Petrucci, E. Polacco, C. Rizzo, G. Ruoso, E. Zavattini, and G. Zavattini. Experimental method to detect the magnetic birefringence of vacuum. *Quantum Semiclass. Opt*, **10**,239–250, 1998.
- [34] Z. Bialynicka-Birula and I. Bialynicki-Birula. Nonlinear effects in quantum electrodynamics. photon propagation and photon splitting in an external field. *Phys. Rev. D*, **2**,2341–2345, 1970.
- [35] P. J. Mohr and B. N. Taylor. CODATA recommended values of the fundamental physical constants : 2002. *Rev. Mod. Phys.*, **77**,1–107, 2005.
- [36] P.-J. Mohr, B.-N. Taylor, and D.-B. Newel. CODATA recommended values of the fundamental physical constants : 2010. <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/bibliography.html>.
- [37] D. Hanneke, S. Fogwell, and G. Gabrielse. New measurement of the electron magnetic moment and the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.*, **100**,120801, 2008.
- [38] R. Bouchendira, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben. New determination of the fine structure constant and test of the quantum electrodynamics. *Phys. Rev. Lett.*, **106**,080801, 2011.
- [39] M. Fischer, N. Kolachevsky, M. Zimmermann, R. Holzwarth, Th. Udem, T. W. Hänsch, M. Abgrall, J. Grünert, I. Maksimovic, S. Bize, H. Marion, F. Pereira Dos Santos, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Laurent, A. Clairon, C. Salomon, M. Haas, U. D. Jentschura, and C. H. Keitel. New limits on the drift of fundamental constants from laboratory measurements. *Phys. Rev. Lett.*, **92**,230802, 2004.
- [40] O. Arnoult, F. Nez, L. Julien, and F. Biraben. Optical frequency measurement of the 1S-3S two-photon transition in hydrogen. *Eur. Phys. J. D*, **60**,243, 2010.
- [41] R. Pohl, A. Antognini, F. Nez, F. D. Amaro, F. Biraben, J. M. R. Cardoso, D. S. Covita, A. Dax, S. Dhawan, L. M. P. Fernandes, A. Giesen, T. Graf, T. W. Hänsch, P. Indelicato, L. Julien, C.-Y. Kao, P. Knowles, E.-O. Le Bigot, Y.-W. Liu, J. A. M. Lopes, L. Ludhova, C. M. B. Monteiro, F. Mulhauser, T. Nebel, P. Rabino-witz, J. M. F. dos Santos, L. A. Schaller, K. Schuhmann, C. Schwob, D. Taqqu, J. F. C. A. Veloso, and F. Kottmann. The size of the proton. *Nature*, **466**,213–216, 2010.

- [42] <http://www.extreme-light-infrastructure.eu/>.
- [43] D. Bernard, F. Moulin, F. Amiranoff, A. Braun, J.-P. Chambaret, G. Darpentigny, G. Grillon, S. Ranc, and F. Perrone. Search for stimulated photon-photon scattering in vacuum. *Eur. Phys. J. D*, **10**,141–145, 2000.
- [44] E. Morley, H. Eddy, and D. C. Miller. Boston Meeting of the American Association. *Bul. Western Reserve*, **U.1**,50, 1898.
- [45] C. C. Farr and C. J. Banwell. *Proc. Roy. Soc. London A*, **137**,275, 1932.
- [46] T. Erber. Velocity of light in a magnetic field. *Nature*, **190**,25–27, 1961.
- [47] M. Born and E. Wolf. *Principles of optics*. Pergamon Press, 1983.
- [48] A. D. Buckingham, W. H. Prichard, and D. H. Whiffen. Magnetic birefringence of some diamagnetic gases. *Trans. Faraday Soc.*, **63**,1057–1064, 1967.
- [49] E. Iacopini and E. Zavattini. Experimental method to detect the vacuum birefringence induced by a magnetic field. *Phys. Lett. B*, **85**,151 – 154, 1979.
- [50] R. Cameron, G. Cantatore, A. C. Melissinos, G. Ruoso, Y. Semertzidis, H. J. Halama, D. M. Lazarus, A. G. Prodell, F. Nezzrick, C. Rizzo, and E. Zavattini. Search for nearly massless, weakly coupled particles by optical techniques. *Phys. Rev. D*, **47**,3707–3725, 1993.
- [51] E. Zavattini, G. Zavattini, G. Ruoso, G. Raiteri, E. Polacco, E. Milotti, V. Lozza, M. Karuza, U. Gastaldi, G. Di Domenico, F. Della Valle, R. Cimino, S. Carusotto, G. Cantatore, and M. Bregant. New PVLAS results and limits on magnetically induced optical rotation and ellipticity in vacuum. *Phys. Rev. D*, **77**,032006, 2008.
- [52] G. Zavattini, U. Gastaldi, R. Pengo, G. Ruoso, F. Della Valle, and E. Milotti. Measuring the magnetic birefringence of vacuum : the PVLAS experiment. *arXiv :1201.2309v1*, 2012.
- [53] H.-H. Mei, W.-T. Ni, S.-J. Chen, and S.-S. Pan. Axion search with the Q & A experiment. *Mod. Phys. Lett. A*, **25**,983–993, 2010.
- [54] S. Askenazy, J. Billette, P. Dupre, P. Ganau, J. Mackowski, J. Marquez, L. Pinard, O. Portugall, D. Ricard, G. L. J. A. Rikken, C. Rizzo, G. Trenec, and J. Vigue. A 25 T dipole pulsed magnet to study the magnetic birefringence of vacuum : the BMV project. *AIP Conf. Proc.*, **564**,115–122, 2001.
- [55] R. Battesti, B. Pinto Da Souza, S. Batut, C. Robilliard, G. Bailly, C. Michel, M. Nardone, L. Pinard, O. Portugall, G. Tréneq, J.-M. Mackowski, G. L. J. A. Rikken, J. Vigué, and C. Rizzo. The BMV experiment : a novel apparatus to study the propagation of light in a transverse magnetic field. *Eur. Phys. J. D*, **46**,323–333, 2008.

- [56] E. A. Donley, T. P. Heavner, F. Levi, M. O. Tataw, and S. R. Jefferts. Double-pass acousto-optic modulator system. *Rev. Sci. Instrum.*, **76**,063112, 2005.
- [57] H. Kogelnik and T. Li. Laser beams and resonators. *Appl. Opt.*, **5**,1550–1567, 1966.
- [58] A. Yariv and P. Yey. *Photonics, optical electronics in modern communication*. Oxford University Press, 2007.
- [59] R. C. Jones. A new calculus for the treatment of optical systems. *J. Opt. Soc. Am.*, **31**,488–493, 1941.
- [60] G. L. J. A. Rikken. Magnetic field installations and QED. *IESC Proceedings*, page 03006, 2012.
- [61] S. Batut, J. Mauchain, R. Battesti, C. Robilliard, M. Fouché, and O. Portugall. A transportable pulsed magnet system for fundamental investigations in quantum electrodynamics and particle physics. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **18**(2),600 –603, 2008.
- [62] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, and C. Rizzo. Magnetic linear birefringence measurements using pulsed fields. *Phys. Rev. A*, **85**,013837, 2012.
- [63] F. Herlach. Pulsed magnets. *Rep. Prog. Phys.*, **62**,859, 1999.
- [64] NIST collaboration. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. 92th edition, 2012.
- [65] N. Uehara and K. Ueda. Accurate measurement of ultralow loss in a high-finesse Fabry-Perot interferometer using the frequency response functions. *Appl. Phys. B*, **61**,9–15, 1995.
- [66] O. Svelto. *Principles of lasers*. Springer, 1998.
- [67] F. Brandi, F. Della Valle, P. Micossi, A. M. De Riva, G. Zavattini, F. Perrone, C. Rizzo, and G. Ruoso. Cotton-Mouton effect of molecular oxygen : a novel measurement. *J. Opt. Soc. Am. B*, **15**,1278–1281, 1998.
- [68] VIRGO collaboration. Measurement of the optical parameters of the VIRGO interferometer. *Appl. Opt.*, **46**,3466–3484, 2007.
- [69] G. Heinzel. Status and first results of TAMA300. *Class. Quantum Grav.*, **18**,4113, 2001.
- [70] M. Rakhmanov, F. Bondu, O. Debieu, and R. L. Savage Jr. Characterization of the ligo 4 km fabry perot cavities via their high-frequency dynamic responses to length and laser frequency variations. *Class. Quantum Grav.*, **21**,S487, 2004.
- [71] A. Aspect et C. Fabre G. Grynberg. *Introduction aux lasers et à l’optique quantique*. Ellipses, Ecole Polytechnique, 1997.

- [72] F. Bielsa, R. Battesti, C. Robilliard, G. Bialolenker, G. Bailly, G. Trénec, A. Rizzo, and C. Rizzo. Kerr effect of molecular oxygen at 1064 nm. *Eur. Phys. J. D*, **36**,261–269, 2005.
- [73] S. Fally M. Carleer R. colin B. Coquart A. Jenouvrier C. Hermans, A.C. Vandaele and M.F. Merienne. *Absorption cross-section of the collision-induced bands of Oxygen from the UV to the NIR, in weakly interacting molecular pairs : unconventional absorbers of radiation in the atmosphere*. C. Camy-Peyret, A.A. Vigasin (Kluwer Academic Publishers), 2003.
- [74] J.-W. Kim Y.-S Yoo J.-Y. Lee, H.-W. Lee and J.-W. Hahn. Measurement of ultra-low supermirror birefringence by use of the polarimetric differential cavity ringdown technique. *Appl. Opt.*, **39**,1941–1945, 2000.
- [75] J. Morville and D. Romanini. Sensitive birefringence measurement in a high-finesse resonator using diode laser optical self-locking. *Appl. Phys. B*, **74**,495–501, 2002.
- [76] H. Huang and K. K. Lehmann. Long-term stability in continuous wave cavity ring-down spectroscopy experiments. *Appl. Opt.*, **49**,1378–1387, 2010.
- [77] F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard, and C. Rizzo. Birefringence of interferential mirrors at normal incidence. *Appl. Phys. B*, **97**,457–463, 2009.
- [78] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain, and C. Rizzo. Dynamical behaviour of birefringent fabry perot cavities. *Appl. Phys. B*, **100**,803–809, 2010.
- [79] R. V. Pound. Electronic frequency stabilization of microwave oscillators. *Rev. Sci. Instrum.*, **17**,490–505, 1946.
- [80] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Appl. Phys. B*, **31**,97–105, 1983.
- [81] E. D. Black. An introduction to pound drever hall laser frequency stabilization. *Am. J. Phys.*, **69**,79, 2001.
- [82] G. Rommel. *Notions de base en technique du vide*. Editions SFV, 1995.
- [83] A. D. Buckingham and J. A. Pople. A theory of magnetic double refraction. *Proceedings of the Physical Society. Section B*, **69**,1133–1138, 1956.
- [84] C. Rizzo, A. Rizzo, and D. M. Bishop. The Cotton-Mouton effect in gases : experiment and theory. *Int. Rev. Phys. Chem.*, **16**,81–111, 1997.
- [85] *Evaluation des données de mesure - Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure*. JCGM-BIPM, 2008.

- [86] J. Hecht. *The Laser Guidebook*. McGraw-Hill, 2nd ed., New York, 1992.
- [87] M. Bregant, G. Cantatore, S. Carusotto, R. Cimino, F. Della Valle, G. Di Domenico, U. Gastaldi, M. Karuza, E. Milotti, E. Polacco, G. Ruoso, E. Zavattini, and G. Zavattini. Measurement of the Cotton-Mouton effect in krypton and xenon at 1064 nm with the PVLAS apparatus. *Chem. Phys. Lett.*, **392**, 276 – 280, 2004.
- [88] S.-J. Chen H.-H. Mei, W.-T. Ni and S.-S. Pan. Measurement of the Cotton-Mouton effect in nitrogen, oxygen, carbon dioxide, argon, and krypton with the Q & A apparatus. *Chem. Phys. Lett.*, **471**, 216 – 221, 2009.
- [89] D. M. Bishop and S. M. Cybulski. Vibrational corrections for some electric and magnetic properties of hydrogen, nitrogen, hydrogen fluoride and carbon monoxide. *J. Chem. Phys.*, **101**, 2180–2185, 1994.
- [90] D. M. Bishop and S. M. Cybulski. Calculation of electromagnetic properties of the noble gases. *Chem. Phys. Lett.*, **211**, 255 – 258, 1993.
- [91] M. Jaszunski, P. Jørgensen, A. Rizzo, K. Ruud, and T. Helgaker. MCSCF calculations of Verdet constants. *Chem. Phys. Lett.*, **222**, 263 – 266, 1994.
- [92] S. Coriani, C. Hattig, P. Jørgensen, A. Halkier, and A. Rizzo. Coupled cluster calculations of Verdet constants. *Chem. Phys. Lett.*, **281**, 445–451, 1997.
- [93] L. R. Ingersoll and D. H. Liebenberg. Faraday effect in gases and vapors : II. *J. Opt. Soc. Am.*, **46**, 538–542, 1956.
- [94] U. Ekstrom, P. Norman, and A. Rizzo. Four-component Hartree-Fock calculations of magnetic-field induced circular birefringence -Faraday effect- in noble gases and dihalogens. *J. Chem. Phys.*, **122**, 074321, 2005.
- [95] P. R. Bevington. *Data reduction and error analysis for the physical science*. McGraw-Hill Companies, subsequent edition, 1992.
- [96] K. Ruud, T. Helgaker, A. Rizzo, S. Coriani, and K. V. Mikkelsen. The Cotton-Mouton effect of liquid water. Part I : The dielectric continuum model. *J. Chem. Phys.*, **107**, 894–901, 1997.
- [97] J. Ringot, P. Szriftgiser, and J. C. Garreau. Subrecoil Raman spectroscopy of cold cesium atoms. *Phys. Rev. A*, **65**, 013403, 2001.
- [98] G. Bialolenker, E. Polacco, C. Rizzo, and G. Ruoso. First evidence for the linear magnetic birefringence of the reflecting surface of interferential mirrors. *Appl. Phys. B*, **68**, 703–706, 1999.
- [99] E. Iacopini, G. Stefanini, and E. Zavattini. Effects of a magnetic field on the optical properties of dielectric mirrors. *Appl. Phys. A*, **32**, 63–67, 1983.

- [100] W. J. Riley. *Handbook of frequency stability analysis*. NIST Special Publication 1065, 2008.
- [101] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, and R. Turlay. Evidence for the 2π decay of the K_2^0 meson. *Phys. Rev. Lett.*, **13**,138–140, 1964.
- [102] J. E. Kim and G. Carosi. Axions and the strong CP problem. *Rev. Mod. Phys.*, **82**,557–601, 2010.
- [103] C. A. Baker, D. D. Doyle, P. Geltenbort, K. Green, M. G. D. van der Grinten, P. G. Harris, P. Iaydjiev, S. N. Ivanov, D. J. R. May, J. M. Pendlebury, J. D. Richardson, D. Shiers, and K. F. Smith. Improved experimental limit on the electric dipole moment of the neutron. *Phys. Rev. Lett.*, **97**,131801, 2006.
- [104] R. D. Peccei and H. R. Quinn. Constraints imposed by CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Phys. Rev. D*, **16**,1791–1797, 1977.
- [105] R. D. Peccei and H. R. Quinn. CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Phys. Rev. Lett.*, **38**,1440–1443, 1977.
- [106] Steven Weinberg. A new light boson ? *Phys. Rev. Lett.*, **40**,223–226, 1978.
- [107] F. Wilczek. Problem of strong P and T invariance in the presence of instantons. *Phys. Rev. Lett.*, **40**,279–282, 1978.
- [108] L. Maiani, R. Petronzio, and E. Zavattini. Effects of nearly massless, spin-zero particles on light propagation in a magnetic field. *Phys. Lett. B*, **175**,359 – 363, 1986.
- [109] R. D. Peccei. The Strong CP Problem and Axions. *Lect. Notes Phys.*, **741**,3, 2008.
- [110] J. E. Kim. Weak-interaction singlet and strong CP invariance. *Phys. Rev. Lett.*, **43**,103–107, 1979.
- [111] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V.I. Zakharov. Can confinement ensure natural CP invariance of strong interactions ? *Nucl. Phys. B*, **166**,493, 1980.
- [112] P. Sikivie. Experimental tests of the "invisible" axion. *Phys. Rev. Lett.*, **51**,1415–1417, 1983.
- [113] P. Sikivie. Detection rates for “invisible”-axion searches. *Phys. Rev. D*, **32**,2988–2991, 1985.
- [114] L. D. Duffy, P. Sikivie, D. B. Tanner, S. J. Asztalos, C. Hagmann, D. Kinion, L. J. Rosenberg, K. van Bibber, D. B. Yu, and R. F. Bradley. High resolution search for dark-matter axions. *Phys. Rev. D*, **74**,012006, 2006.
- [115] S. J. Asztalos, G. Carosi, C. Hagmann, D. Kinion, K. van Bibber, M. Hotz, L. J. Rosenberg, G. Rybka, J. Hoskins, J. Hwang, P. Sikivie, D. B. Tanner, R. Bradley,

- and J. Clarke. SQUID-based microwave cavity search for dark-matter axions. *Phys. Rev. Lett.*, **104**,041301, 2010.
- [116] S. DePanfilis, A. C. Melissinos, B. E. Moskowitz, J. T. Rogers, Y. K. Semertzidis, W. U. Wuensch, H. J. Halama, A. G. Prodell, W. B. Fowler, and F. A. Nezrick. Limits on the abundance and coupling of cosmic axions at $4.5 < m_a < 5.0 \mu\text{eV}$. *Phys. Rev. Lett.*, **59**,839–842, 1987.
- [117] W. U. Wuensch, S. De Panfilis-Wuensch, Y. K. Semertzidis, J. T. Rogers, A. C. Melissinos, H. J. Halama, B. E. Moskowitz, A. G. Prodell, W. B. Fowler, and F. A. Nezrick. Results of a laboratory search for cosmic axions and other weakly coupled light particles. *Phys. Rev. D*, **40**,3153–3167, 1989.
- [118] C. Hagmann, P. Sikivie, N. S. Sullivan, and D. B. Tanner. Results from a search for cosmic axions. *Phys. Rev. D*, **42**,1297–1300, 1990.
- [119] CAST Collaboration. First Results from the CERN Axion Solar Telescope. *Phys. Rev. Lett.*, **94**,121301, 2005.
- [120] CAST collaboration. Search for solar axion emission from ${}^7\text{Li}$ and $\text{D}(p,\gamma){}^3\text{He}$ nuclear decays with the CAST γ -ray calorimeter. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **3**,32, 2010.
- [121] K. Van Bibber, N. R. Dagdeviren, S. E. Koonin, A. K. Kerman, and H. N. Nelson. Proposed experiment to produce and detect light pseudoscalars. *Phys. Rev. Lett.*, **59**,759–762, 1987.
- [122] C. Robilliard, R. Battesti, M. Fouché, J. Mauchain, A.-M. Sautivet, F. Amiranoff, and C. Rizzo. No “light shining through a wall” : results from a photoregeneration experiment. *Phys. Rev. Lett.*, **99**,190403, 2007.
- [123] M. Fouché, C. Robilliard, S. Faure, C. Rizzo, J. Mauchain, M. Nardone, R. Battesti, L. Martin, A.-M. Sautivet, J.-L. Paillard, and F. Amiranoff. Search for photon oscillations into massive particles. *Phys. Rev. D*, **78**,032013, 2008.
- [124] C. Robilliard, B. Pinto Da Souza, F. Bielsa, J. Mauchain, M. Nardone, G. Bailly, M. Fouché, R. Battesti, and C. Rizzo. The BMV project : Search for photon oscillations into massive particles. *Can. J. Phys.*, **87**,735–741, 2009.
- [125] E. Zavattini, G. Zavattini, G. Ruoso, E. Polacco, E. Milotti, M. Karuza, U. Gastaldi, G. Di Domenico, F. Della Valle, R. Cimino, S. Carusotto, G. Cantatore, and M. Bregant. Experimental observation of optical rotation generated in vacuum by a magnetic field. *Phys. Rev. Lett.*, **96**,110406, 2006.
- [126] A. S. Chou, W. Wester, A. Baumbaugh, H. R. Gustafson, Y. Irizarry-Valle, P. O. Mazur, J. H. Steffen, R. Tomlin, X. Yang, and J. Yoo. Search for axionlike particles using

- a variable-baseline photon-regeneration technique. *Phys. Rev. Lett.*, **100**,080402, 2008.
- [127] K. Ehret, M. Frede, S. Ghazaryan, M. Hildebrandt, E.-A. Knabbe, D. Kracht, A. Lindner, J. List, T. Meier, N. Meyer, D. Notz, J. Redondo, A. Ringwald, G. Wiedemann, and B. Willke. New ALPS results on hidden-sector lightweights. *Phys. Lett. B*, **689**,149 – 155, 2010.
- [128] R. Battesti, M. Fouché, C. Detlefs, T. Roth, P. Berceau, F. Duc, P. Frings, G. L. J. A. Rikken, and C. Rizzo. Photon regeneration experiment for axion search using X-rays. *Phys. Rev. Lett.*, **105**,250405, 2010.
- [129] R. Rabadán, A. Ringwald, and K. Sigurdson. Photon regeneration from pseudoscalars at X-ray laser facilities. *Phys. Rev. Lett.*, **96**,110407, 2006.
- [130] A. G. Dias and G. Lugones. Probing light pseudoscalar particles using synchrotron light. *Phys. Lett. B*, **673**,101–105, 2009.
- [131] K. Zioutas, M. Tsagri, Y. Semertzidis, T. Papaevangelou, A. Gardikiotis, T. Dafni, and V. Anastassopoulos. Solar X-rays from axions : rest-mass dependent signatures. à apparaître dans les Proceedings du 5th Patras Axion Workshop, Durham. *arXiv* : 1003.2181, 2009.
- [132] J. Chavanne, G. Lebec, C. Penel, F. Revol, and C. Kitegi. *AIP Conf. proc.*, **1234**,25, 2010.
- [133] G. Raffelt and L. Stodolsky. Mixing of the photon with low-mass particles. *Phys. Rev. D*, **37**,1237, 1988.
- [134] P. Berceau, R. Battesti, M. Fouché, and C. Rizzo. The vacuum magnetic birefringence experiment : a test for quantum electrodynamics. *Can. J. Phys.*, **89**,153–158, 2011.
- [135] P. Berceau, R. Battesti, M. Fouché, P. Frings, M. Nardone, O. Portugall, G. L. J. A. Rikken, and C. Rizzo. Quantum vacuum magnetic birefringence. *Hyperfine Interact.*, **210**,7–12, 2012.