



**HAL**  
open science

# Optimisation de la programmation d'un cristal dopé aux ions de terres rares, opérant comme processeur analogique d'analyse spectrale RF, ou de stockage d'information quantique

Matthieu Bonarota

## ► To cite this version:

Matthieu Bonarota. Optimisation de la programmation d'un cristal dopé aux ions de terres rares, opérant comme processeur analogique d'analyse spectrale RF, ou de stockage d'information quantique. Optique [physics.optics]. Université Paris Sud - Paris XI, 2012. Français. NNT : 2012PA112324 . tel-00766334

**HAL Id: tel-00766334**

**<https://theses.hal.science/tel-00766334>**

Submitted on 2 Dec 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PARIS-SUD  
ÉCOLE DOCTORALE ONDES ET MATIÈRE

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN PHYSIQUE  
DE L'UNIVERSITÉ PARIS-SUD

par

MATTHIEU BONAROTA

**Optimisation de la programmation d'un cristal dopé aux ions de terres rares, opérant comme processeur analogique d'analyse spectrale RF, ou de stockage d'information quantique**

Soutenue le 21 septembre 2012 devant la commission d'examen composée de :

Directeur de thèse  
Présidente du jury  
Rapporteur  
Rapporteur  
Invitée  
Invité

Jean-Louis LE GOUËT,  
Claudine CREPIN-GILBERT,  
Luca GUIDONI,  
Jean-Philippe POIZAT,  
Isabelle ZAQUINE,  
Thierry CHANELIÈRE,

directeur de recherche, LAC Orsay  
directrice de recherche, ISMO Orsay  
chargé de recherches, LMPQ Paris-Diderot  
directeur de recherche, Institut Néel Grenoble  
maître de conférences, LTCI Télécom Paris  
chargé de recherche, LAC Orsay



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1 Mémoriser un état quantique de la lumière</b>	<b>13</b>
1.1 Evaluer les performances d'une mémoire quantique . . . . .	13
1.1.1 La fidélité . . . . .	13
1.1.2 L'efficacité . . . . .	15
1.1.3 Le temps de stockage . . . . .	15
1.1.4 La bande passante . . . . .	15
1.1.5 La capacité de stockage multimode . . . . .	15
1.2 Premières expériences dans les vapeurs . . . . .	16
1.2.1 Principe de l'EIT . . . . .	16
1.2.2 Lumière lente . . . . .	18
1.2.3 De la lumière lente à la lumière arrêtée . . . . .	19
1.2.4 De la lumière arrêtée à une mémoire quantique . . . . .	21
1.3 Les ions de terre rare en matrice cristalline . . . . .	22
1.3.1 Niveaux d'énergie . . . . .	23
1.3.2 Largeur inhomogène . . . . .	25
1.3.3 Largeur homogène . . . . .	25
1.3.4 Interactions magnétiques et structure hyperfine . . . . .	28
1.3.5 Notre système : le $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ . . . . .	29
1.4 Les protocoles de rephasage : des protocoles adaptés aux cristaux . . . . .	33
1.4.1 Stocker de l'information classique dans les cristaux . . . . .	33
1.4.2 Stocker de l'information quantique dans les cristaux . . . . .	39
<b>2 Le peigne atomique de fréquences</b>	<b>47</b>
2.1 Diffraction d'une onde lumineuse par une structure périodique d'absorption	48
2.1.1 Calcul général . . . . .	48
2.1.2 Interprétation du processus . . . . .	51
2.2 Le protocole complet . . . . .	62

# TABLE DES MATIÈRES

2.2.1	Stockage dans les cohérences Raman et restitution à la demande . .	62
2.2.2	Préparation de la structure périodique d'absorption . . . . .	65
<b>3</b>	<b>Bande passante du protocole</b>	<b>77</b>
3.1	Généralités . . . . .	77
3.2	Dépasser l'éclatement hyperfin . . . . .	79
3.3	Production du peigne large bande . . . . .	82
3.3.1	Objectif et méthode . . . . .	82
3.3.2	Le laser . . . . .	83
3.3.3	Obtention et mesure du spectre désiré . . . . .	85
3.3.4	Réseau de population gravé par le spectre FM . . . . .	85
3.4	Enregistrement multimode . . . . .	92
3.4.1	Montage expérimental complet . . . . .	92
3.4.2	Résultats . . . . .	95
<b>4</b>	<b>Efficacité du protocole</b>	<b>97</b>
4.1	Efficacités théoriques . . . . .	97
4.1.1	Calculs généraux . . . . .	97
4.1.2	Peignes particuliers . . . . .	99
4.2	Investigation expérimentale . . . . .	101
4.2.1	Premiers résultats expérimentaux . . . . .	101
4.2.2	Optimisation de l'efficacité : peigne carré . . . . .	102
4.2.3	Expérience en peigne carré . . . . .	105
<b>5</b>	<b>Revival of Silenced Echo</b>	<b>117</b>
5.1	Présentation du protocole . . . . .	117
5.1.1	Séquence temporelle . . . . .	118
5.1.2	Qualités du protocole . . . . .	120
5.1.3	Nécessité d'une bonne inversion de population . . . . .	124
5.2	Sécantes hyperboliques complexes . . . . .	127
5.2.1	Définitions . . . . .	127
5.2.2	Avantages sur les impulsions $\pi$ . . . . .	129
5.2.3	Propagation des sécantes . . . . .	130
5.3	Expériences dans le $\text{Tm}^{3+}$ :YAG . . . . .	132
5.3.1	Montage expérimental . . . . .	132
5.3.2	Mesure de l'efficacité du ROSE . . . . .	132
5.3.3	Inversion de population . . . . .	134

<b>6</b>	<b>Expériences en photon unique</b>	<b>143</b>
6.1	AFC en photon unique . . . . .	143
6.1.1	Procédure expérimentale . . . . .	143
6.1.2	Résultats . . . . .	145
6.2	ROSE en photon unique . . . . .	146
6.2.1	Estimation du rapport signal sur bruit . . . . .	146
6.2.2	Expériences dans le $\text{Tm}^{3+}$ :YAG . . . . .	150
	<b>Conclusion générale</b>	<b>157</b>
<b>A</b>	<b>Interaction Lumière-Atomes</b>	<b>161</b>
A.1	Réponse des atomes à un champ lumineux . . . . .	161
A.1.1	Evolution d'un ensemble d'atomes en l'absence de champ . . . . .	161
A.1.2	Interaction avec un champ électrique . . . . .	163
A.2	Réponse radiative des atomes . . . . .	167
A.2.1	Densité de polarisation induite . . . . .	167
A.2.2	Propagation du champ . . . . .	169
A.3	Absorption, dispersion, vitesse de phase, vitesse de groupe . . . . .	171
A.3.1	Absorption et dispersion . . . . .	171
A.3.2	Vitesse d'une impulsion lumineuse . . . . .	173
A.3.3	Déformation d'une impulsion lumineuse . . . . .	174
<b>B</b>	<b>Stabilisation de la fréquence du laser</b>	<b>177</b>
B.1	Asservissement . . . . .	177
B.1.1	Généralités . . . . .	177
B.1.2	Asservissement en fréquence . . . . .	179
B.2	La référence de fréquence : le Fabry Perot . . . . .	180
B.2.1	Fonction de transfert d'un Fabry-Perot . . . . .	180
B.2.2	Mesure de la largeur d'un pic de transmission . . . . .	181
B.2.3	Fluctuations de la fréquence de résonance . . . . .	182
B.3	Le comparateur de fréquences . . . . .	183
B.3.1	La méthode Pound-Drever-Hall . . . . .	183
B.4	Les transducteurs . . . . .	190
B.4.1	Le cristal électro-optique . . . . .	190
B.4.2	L'alimentation en courant de la diode laser . . . . .	193
B.5	Corrections électroniques . . . . .	195
B.5.1	Correction de la rétroaction sur le cristal électro-optique . . . . .	195
B.5.2	Correction de la rétroaction sur le courant d'alimentation . . . . .	196
B.6	Fonctions de transfert globales . . . . .	197

## TABLE DES MATIÈRES

B.6.1	Boucle sur le cristal électro-optique . . . . .	197
B.6.2	Boucle sur le courant d'alimentation . . . . .	198

# Remerciements

Premièrement je tiens bien sûr à remercier Thierry et Jean-Louis, qui m'ont accordé leur confiance il y a 3 ans et qui, tout au long de cette thèse, se sont montrés très disponibles et très attentifs à son déroulement.

J'ai essentiellement travaillé avec Thierry durant ces trois années. Son sens physique, ses qualités d'expérimentateur mais aussi sa gentillesse, sa patience et son humour ont fait de cette thèse une expérience aussi formatrice que sympathique. Merci encore.

Merci aussi à Jean-Louis qui, même si je n'ai pas travaillé directement avec lui, m'a beaucoup soutenu et a joué un rôle très important au cours de cette thèse. Sa grande culture physique (et générale) et ses remarques toujours avisées et pointues m'ont permis de progresser énormément.

Merci à Anne, arrivée (ou plutôt revenue) dans le groupe en cours de route, pour son dynamisme, sa bonne humeur et ses connaissances sur le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ . Merci à Florencia pour sa gentillesse, sa patience à répondre à mes questions (et bien que son jusqu'aboutisme masticatoire ait aussi mis la mienne à rude épreuve) et sa disponibilité. Bon retour en Argentine où ta valeur, indiscutable pour ceux qui ont travaillé avec toi, sera, j'espère, plus reconnue. Une pensée aussi pour Ivan, que je n'ai malheureusement eu le plaisir de côtoyer que quelques mois.

Je remercie aussi les services techniques et administratifs du laboratoire, et plus particulièrement l'atelier d'électronique, avec lequel j'ai beaucoup interagi (Alain, Jean-Paul, Arnaud, Élie et le regretté Haniffe), Pascal et Bruno au bureau d'études et Floréal, Michèle et Jérôme à l'informatique. Merci aussi aux autres, Alain, Hervé, Christophe et enfin Sylvie, pour son inamovible bonne humeur.

Merci ensuite à tous les thésards que j'ai pu côtoyer au laboratoire en trois ans. D'abord bien sûr à ceux du groupe. Merci aux anciens, Jérôme, Romain et Vianney qui m'ont accueilli au sein du groupe très chaleureusement. J'espère que les choses vont rapidement se stabiliser pour vous. Merci aussi à Robert, pour sa motivation sans faille et sa bonne humeur communicative. Un merci tout particulier à Héloïse pour nos nombreuses heures à discuter après le boulot (et autant de sommeil perdu), pour nos trajets ensemble, pour sa gentillesse, sa bonne humeur et sa gouaille. Tu m'auras beaucoup aidé durant cette

## TABLE DES MATIÈRES

dernière année, merci pour tout et bon courage pour la suite. Merci enfin au dernier arrivé, Julian, à qui je souhaite de hautes efficacités et de bas niveaux de bruit.

Merci à tous les autres doctorants du labo. A Mickaël avec qui j'ai partagé un bureau pendant une année très sympathique, à Guillaume pour ses soirées et sa vaste (mais étrange) culture Internet, à Thomas pour nos nombreuses discussions guitare, à Vincent, Guyve, Oussama, Ridha, Citlali, Mehdi, Manu, Anne, Paul, Jesus, Azer, Isam, Romain, Demis, Aurore, Leïla, Yoann, et tous les autres que j'aurais malheureusement oubliés... Merci aussi à Gauthier pour sa bonne humeur et son humour (très) rafraîchissant.

Merci aussi à Béatrice Laroche, Thomas Rodet et Philippe Lecœur, qui ont encadré mes enseignements et dont la bonne humeur et la disponibilité ont rendu cette expérience très sympathique.

Je remercie enfin les membres du jury, Luca Guidoni et Jean-Philippe Poizat qui ont accepté d'être les rapporteurs de mon manuscrit, ainsi qu'Isabelle Zaquine et Claudine Crépin, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

# Introduction

Les travaux réalisés au cours de cette thèse s’inscrivent dans le cadre de la réalisation d’une mémoire quantique pour la lumière, c’est-à-dire un système matériel capable d’enregistrer et de restituer l’information quantique portée par un champ lumineux. La mise en œuvre d’un tel système est un champ de recherche très actif depuis une dizaine d’années. Cette effervescence est due au rôle majeur joué par les mémoires quantiques dans le domaine plus général du traitement de l’information quantique. Outre leur grande importance dans le calcul quantique reposant sur l’optique linéaire [1, 2], elles sont un élément clé du fonctionnement de canaux sécurisés de communication quantique longue distance [3, 4]. Elles permettent aussi la réalisation de sources de photons uniques déclenchées [5, 6].

Si ces applications sont nombreuses et guident les travaux de recherche, les mémoires quantiques sont avant tout un défi de recherche fondamentale. Le transfert des propriétés quantiques du champ au système de stockage met en jeu l’interaction lumière-matière dans ses aspects les plus fondamentaux. La sauvegarde de l’information quantique, par nature fragile, nécessite une compréhension profonde du système capable de l’enregistrer et des mécanismes susceptibles de la détruire. Codée sous forme d’excitation atomique dans le système, elle place celui-ci dans un état de superposition quantique. Cet état est en général non-séparable, et, selon le type de mémoire, peut mettre en jeu une grande quantité d’atomes [7]. Dans le processus apparaissent donc les aspects les plus déroutants de la mécanique quantique (intrication,...), parfois à échelle macroscopique. Les mémoires quantiques sont aussi un outil de recherche fondamentale. La lumière, traitée par le milieu, est un véritable instrument de mesure de ses propriétés.

Une grande variété de systèmes matériels est utilisée pour stocker la lumière, à l’aide de protocoles adaptés à leurs propriétés. Une caractéristique commune de ces réalisations est la nécessité d’un fort couplage entre lumière et matière. C’est à cette condition que la lumière incidente peut être totalement interceptée par le milieu et ainsi enregistrée. Dans le cas de centres individuels (atomes piégés, centres NV dans le diamant), l’utilisation de cavités résonantes permet d’obtenir une forte probabilité d’interception d’un photon incident [8, 9]. De son côté, l’utilisation d’ensembles atomiques (vapeurs chaudes ou froides,

## INTRODUCTION

cristaux) permet de sommer la capacité d'absorption d'une grande quantité de centres individuels. Un autre trait commun à tous ces systèmes est qu'ils doivent être capables de se maintenir dans un état de superposition quantique pendant la durée du stockage. Cette cohérence est indispensable si l'on veut préserver l'intégrité de l'information quantique enregistrée. Les effets de la décohérence sont différents selon le système envisagé : ils altèrent l'information restituée dans les centres individuels alors qu'ils diminuent la probabilité de sa restitution, sans l'altérer, dans les ensembles.

Cette thèse se concentre sur la réalisation d'une mémoire quantique dans un ensemble atomique, en particulier dans un cristal dopé aux ions de terre rare (REIC).

Les premières mémoires quantiques ont cependant été réalisées dans des vapeurs atomiques, fortement étudiées et bien comprises, bien couplées au champ et présentant des temps de cohérence assez longs de par la faible interaction des atomes entre eux. L'utilisation de vapeurs froides et de matrices tampon a permis de s'affranchir du problème de la mobilité des atomes et de leur temps de transit dans le faisceau lumineux. Mais la grande simplicité d'utilisation des REIC et leurs remarquables propriétés de cohérence en font une excellente alternative aux vapeurs.

Encore faut-il trouver un protocole qui permette d'exploiter ces propriétés. Le principal protocole utilisé dans les vapeurs, la transparence électromagnétiquement induite (EIT), est adapté aux milieux homogènes, bien couplés au champ. Il s'exporte mal aux milieux présentant un élargissement inhomogène comme les REIC et n'en exploite pas les propriétés et leur grande bande passante potentielle. Une solution est venue des techniques de traitement de l'information classique basées sur l'écho de photon. Celles-ci, inopérantes à l'échelle quantique, y ont été adaptées sous la forme d'un protocole nommé *Controlled Reversible Inhomogeneous Broadening* (CRIB), reposant sur l'inversion temporelle de l'évolution des atomes grâce au contrôle de leur fréquence de transition par effet Stark statique. Plus tard, un autre protocole nommé *Atomic Frequency Comb* (AFC), lui aussi héritier de l'écho de photon, a été proposé, dépassant les qualités du CRIB en termes de bande passante.

Ce dernier protocole est celui sur lequel porte ce travail de thèse. Le système dans lequel nous l'avons mis en œuvre est une matrice de YAG dopée aux ions thulium  $\text{Tm}^{3+}$ . Malgré sa longueur d'onde favorable (793 nm, accessible par diode laser que l'on peut stabiliser relativement facilement) et ses bons temps de cohérence [10], l'exploitation de cet ion est relativement récente. La plupart des travaux effectués en matière de traitement de l'information et de mémoire optique durant ces dernières décennies ont cherché à profiter des bonnes propriétés des ions europium  $\text{Eu}^{3+}$  et praséodyme  $\text{Pr}^{3+}$ . Ces ions présentent notamment une structure hyperfine sous champ nul, qui offre d'emblée un système à 3 niveaux ou plus, nécessaire à la mise en œuvre de la plupart des protocoles utilisés. Le thulium ne présente pas structure hyperfine naturelle. Durant les thèses de Frédéric de Sèze

et d'Anne Louchet, la possibilité de néanmoins construire un système à 3 niveaux dans le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  grâce à un champ magnétique a été montrée. Le caractère ajustable de cette structure hyperfine (déterminée par l'orientation et l'amplitude du champ magnétique) est un avantage comparé à la rigidité des structures naturelles de l' $\text{Eu}^{3+}$  et du  $\text{Pr}^{3+}$ .

Le premier chapitre de cette thèse présente de manière générale les mémoires optiques dans les ensembles atomiques (vapeurs et REIC). Il présente aussi les propriétés générales des REIC puis celles du  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ . Le deuxième chapitre présente le principe de l'AFC. Le troisième chapitre présente les expériences menées durant cette thèse visant à l'augmentation de la bande passante et au stockage fortement multimode grâce à l'AFC. Le quatrième chapitre présente une idée proposée dans notre groupe pour améliorer l'efficacité du protocole, et sa réalisation expérimentale.

Le cinquième chapitre présente un protocole original, proposé dans notre groupe au cours de cette thèse, et nommé ROSE (Revival Of Silenced Echo). Ce protocole, très proche de l'écho de photon, semble pouvoir surpasser l'AFC en termes de bande passante et d'efficacité, et permet un stockage à l'échelle du photon unique. Dans ce chapitre sont présentées les expériences préliminaires visant à optimiser les paramètres du protocole. Enfin le sixième chapitre présente les expériences effectuées en régime de comptage de photon, aussi bien en AFC qu'en ROSE, seules à même de déterminer le rapport signal sur bruit de ces protocoles et leur réelle faisabilité à l'échelle quantique.

## INTRODUCTION

# Chapitre 1

## Mémoriser un état quantique de la lumière

### 1.1 Evaluer les performances d'une mémoire quantique

Plusieurs critères permettent d'évaluer d'une mémoire quantique [11].

#### 1.1.1 La fidélité

Une mémoire pour la lumière est un système matériel qui enregistre un signal lumineux incident et le restitue après un certain temps. Cette restitution s'accompagne d'une altération qu'on quantifie par une valeur nommée fidélité, en général comprise entre 0 et 1, et dont il existe plusieurs définitions suivant le type de mémoire utilisée.

Les propriétés classiques d'un champ lumineux sont mémorisables par un procédé simple. On peut en effet mesurer les propriétés du champ (phase, amplitude...), les écrire (par exemple en les gravant dans un système atomique [12], ou en les numérisant...), puis après un certain temps les lire et reconstituer le signal incident (à l'aide de modulateurs). La fidélité est alors un problème pratique mais n'est pas limitée par des arguments théoriques fondamentaux.

Ceci n'est plus vrai dès lors qu'on souhaite enregistrer les propriétés quantiques du champ. Une telle opération de mesure-écriture-lecture-reconstitution a une fidélité limitée par les lois de la mécanique quantique (notamment le théorème de non-clonage quantique [13]). On peut quantifier cette limite [14]. Pour cela on définit la fidélité d'une mémorisation comme le recouvrement entre l'état incident  $|\varphi_i^{in}\rangle$  et l'état restitué  $|\varphi_i^{out}\rangle$  :

$$F = \left| \langle \varphi_i^{in} | \varphi_i^{out} \rangle \right|^2 \quad (1.1)$$

Parfois le champ restitué n'est plus dans un état pur et doit se décrire par une matrice densité  $\rho_{out}$  et l'équation 1.1 se généralise à :

$$F = \langle \varphi^{in} | \rho^{out} | \varphi^{in} \rangle \quad (1.2)$$

Cette définition, intuitive, quantifie le degré de ressemblance de l'état restitué à l'état incident. On peut montrer qu'elle donne une limite à l'exactitude des informations que l'on peut obtenir par des mesures sur l'état restitué [15]. Une mémorisation parfaite se traduit par une fidélité de 1. Chaque état incident étant restitué avec une fidélité différente, on définit la fidélité moyenne d'une mémoire comme la moyenne de cette fidélité sur un ensemble d'états incidents possibles  $|\varphi_i^{in}\rangle$

$$\bar{F} = \sum_i p_i F_i \quad (1.3)$$

où  $p_i$  est la probabilité de recevoir l'état  $|\varphi_i^{in}\rangle$ .

On peut montrer que, pour une mémoire classique, cette fidélité moyenne est bornée, la borne supérieure étant fonction du jeu d'états incidents susceptibles d'être enregistrés. Par exemple, si l'on considère un ensemble d'états du champ codés sur un système à deux niveaux (états de polarisations, délais [16]) et répartis uniformément sur la sphère de Bloch associée, on a [17] :

$$\bar{F} \leq \frac{2}{3}$$

De même, si l'on considère un ensemble d'états cohérents  $|\alpha\rangle$  avec une variance sur  $\alpha$  notée  $1/\lambda$  :

$$\bar{F} \leq \frac{1 + \lambda}{2 + \lambda}$$

Ce résultat est intuitif : si  $\lambda \rightarrow \infty$  alors il n'y a qu'un état susceptible d'être enregistré et un système classique capable de le produire peut avoir une fidélité de 1. Il n'est pas nécessaire de mesurer l'état incident. Si  $\lambda \rightarrow 0$  tous les états cohérents sont susceptibles d'arriver pour enregistrement. La fidélité moyenne d'une mémoire classique est alors au maximum de 1/2.

Pour obtenir des fidélités plus élevées on doit avoir recours à des processus quantiques, c'est-à-dire une mémoire qui subit une évolution unitaire. Cependant les définitions précédentes ne sont pas les plus adaptées au type de mémoire utilisé lors de cette thèse. En effet, certaines mémoires visent à stocker et restituer des photons uniques. Dans ce cas on peut définir la fidélité comme le recouvrement des paquets d'onde du photon incident et du photon restitué dans le cas où il est effectivement restitué. Cette fidélité est appelée fidélité conditionnelle et ne tient pas compte de la probabilité que le photon incident soit effectivement mémorisé (il peut par exemple traverser le système sans être traité, ou être détruit dans le système par des effets de décohérence). Cette probabilité est appelée efficacité.

### 1.1.2 L'efficacité

L'efficacité est un critère important pour les mémoires visant à stocker et restituer des photons uniques. Elle est définie par la probabilité qu'un photon incident soit effectivement enregistré et restitué par le système. Une grande efficacité nécessite une grande probabilité pour le photon d'être absorbé par le système. Elle croît donc en général avec l'épaisseur optique du milieu. Elle peut être mesurée en régime classique (c'est-à-dire avec des champs contenant une grande quantité de photons) : elle correspond alors au rapport des intensités entre l'impulsion signal à la sortie et à l'entrée de la mémoire. Par linéarité les valeurs classiques et en régime de photons uniques sont égales. Dans certains protocoles, les effets de décohérence, qui altèrent l'information enregistrée, diminuent l'efficacité sans diminuer la fidélité conditionnelle de la mémoire.

Selon les applications envisagées, il n'est pas toujours nécessaire d'obtenir une efficacité très élevée pour réaliser une mémoire utilisable [18].

### 1.1.3 Le temps de stockage

Après transfert de l'information du champ lumineux vers la mémoire, celle-ci a pour objectif essentiel de pouvoir la stocker le plus longtemps possible avant sa restitution au champ. La nature quantique de l'information implique que, lorsqu'elle est transférée au système matériel, celui-ci soit placé dans un état de superposition quantique. Cet état est fragile, détruit par les effets de décohérence provenant de l'interaction avec l'environnement. Cette décohérence s'effectue sur une durée caractéristique, appelé temps de cohérence du système, qui borne le temps de stockage de la mémoire. Il est donc en général nécessaire d'utiliser des systèmes bien isolés de l'extérieur.

### 1.1.4 La bande passante

La bande passante est un aspect primordial d'une mémoire. Elle définit sur quelle bande de fréquence la mémoire est capable d'interagir avec un champ lumineux. Elle est liée notamment au taux de répétition auquel on peut utiliser le système. Elle est aussi liée à un autre aspect fondamental d'une mémoire : la capacité multimode. Il peut aussi être important de disposer de mémoires large bande lorsque les sources lumineuses utilisées le sont (ex : fluorescence paramétrique pour la production de paires de photons intriqués)

### 1.1.5 La capacité de stockage multimode

La capacité multimode d'une mémoire est sa capacité à enregistrer l'état de plusieurs modes temporels simultanément. Cette capacité est notamment très importante dans le

cadre des communications quantiques sécurisées longue distance [19, 20]. Dans la réalisation de mémoires optiques classiques, l'approche traditionnelle est de multiplier les ensembles atomiques ou la taille de ceux-ci pour stocker les différents modes en différents endroits du système. Cette exploitation de la dimension spatiale du système matériel est limitée par le rapport entre la taille du système et le volume utilisé pour le stockage d'un mode, généralement limité par la diffraction du faisceau lumineux [21]). D'importants progrès ont été réalisés lorsque la dimension spectrale des systèmes a commencé à être exploitée pour mémoriser plusieurs modes. Des milliers de bits d'information ont ainsi pu être enregistrés en un point de l'espace [22, 23]. La limite du nombre de modes qu'il est possible d'enregistrer est alors donnée par le rapport de la bande passante de la mémoire et de la largeur spectrale nécessaire à l'enregistrement d'un mode. L'inverse de cette largeur homogène est la durée maximale d'un signal que la mémoire peut capturer sans l'altérer. C'est pourquoi ce rapport est souvent appelé produit temps - bande passante, ou produit délai-bande passante. La durée maximale de l'opération de capture est en général plus courte que le temps de stockage du système.

## 1.2 Premières expériences dans les vapeurs

Les premières expériences de stockage quantique ont été effectuées dans les vapeurs atomiques, dont la spectroscopie est bien connue. Le protocole le plus étudié et le plus employé est basé sur la "transparence électromagnétiquement induite" (EIT) [24].

### 1.2.1 Principe de l'EIT

L'EIT a été proposé à la fin des années 80 dans le cadre de l'étude des phénomènes d'interférences dans les systèmes à plusieurs niveaux [25]. Plus précisément, il s'agit d'un phénomène optique non-linéaire qui s'observe dans un système à 3 niveaux en configuration  $\Lambda$  (cf fig 1.1).

En l'absence de champ de couplage sur la transition  $|c\rangle \rightarrow |b\rangle$ , un champ signal faible  $E_s$ , interagissant avec les atomes selon la transition  $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ , va être partiellement ou totalement absorbé, selon la loi de Beer-Lambert.

Si on allume le champ de couplage (intense), l'absorption du champ signal va être fortement réduite si l'écart de fréquence entre les champs égale la différence d'énergie des sous-niveaux fondamentaux (condition de résonance à 2 photons :  $\omega_s - \omega_c = \frac{E_c - E_a}{\hbar}$  )

On voit (cf fig 1.2) que l'effet du champ de couplage est d'ouvrir une fenêtre de transparence dans le profil de transmission, dont on montre que la largeur est donnée

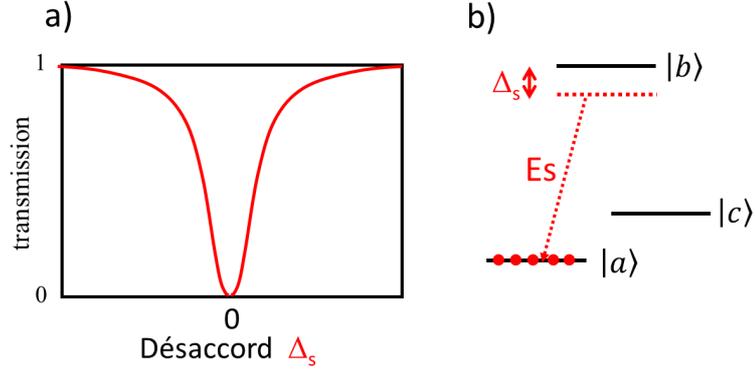


FIGURE 1.1 – a) Transmission du champ  $E_s$  en fonction du désaccord  $\Delta_s$ . b) Système matériel à trois niveaux. Le champ  $E_s$  interagit avec la transition  $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$

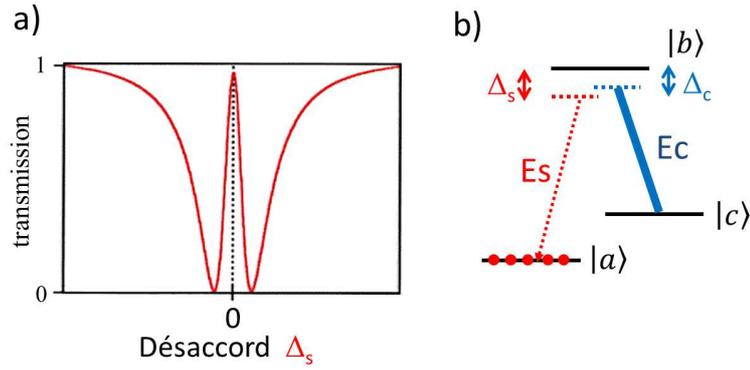


FIGURE 1.2 – a) Transmission du champ signal si le champ de couplage est allumé. La transmission est quasi-totale si  $\Delta_s = \Delta_c$  (résonance à deux photons) On représente ici le cas  $\Delta_c = 0$ , la fenêtre de transparence apparaissant alors au centre de la transition . b) Système matériel à trois niveaux. Le champ  $E_s$  interagit avec la transition  $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$

par :

$$\Gamma_{EIT} = \frac{\Omega_c^2}{\gamma_{opt}} + \gamma_{Raman} \quad (1.4)$$

avec un coefficient d'absorption au centre donné par :

$$\alpha_{EIT} = \alpha_0 \frac{\gamma_{opt} \gamma_{Raman}}{\Omega_c^2} \quad (1.5)$$

où  $\gamma_{opt}$  désigne le taux de relaxation de la cohérence optique  $\rho_{ab}$ ,  $\gamma_{Raman}$  le taux de relaxation de la cohérence Raman  $\rho_{ac}$  et  $\Omega_c$  la pulsation de Rabi associée au champ de couplage  $E_c$ . Ces relations indiquent qu'on observera l'EIT si les conditions suivantes sont

réunies :

$$\Omega_c^2 \gg \gamma_{opt} \gamma_{Raman} \quad (1.6)$$

et

$$\gamma_{opt} \gg \gamma_{Raman} \quad (1.7)$$

Même si elle est naturellement adaptée aux milieux homogènes, l'EIT s'observe aussi dans les milieux inhomogènes. L'intégration de la réponse des atomes sur le profil inhomogène a pour effet de réduire la largeur et la profondeur de la fenêtre de transparence EIT. Les relations précédentes restent valables, à condition d'y remplacer  $\gamma_{opt}$  par la largeur inhomogène [26], ou plus précisément par l'intervalle sur lequel on a préparé les atomes dans l'état  $|a\rangle$ . Il est nécessaire que l'écart entre les sous-niveaux fondamentaux soit plus grand que la largeur inhomogène.

### 1.2.2 Lumière lente

L'effet du champ de couplage n'est pas seulement la réduction de l'absorption du champ signal. Conformément aux relations de Kramers-Krönig [27], une étroite fenêtre de transparence correspond à une zone de forte dispersion normale (cf fig 1.3). Pourvu que son spectre soit contenu dans la fenêtre EIT, une impulsion lumineuse sera ainsi fortement ralentie lors de son passage dans le milieu. On peut montrer dans ce cas que la vitesse de groupe s'écrit  $\Gamma_{EIT}/\alpha_0$ , avec  $\alpha_0$  le coefficient d'absorption initial du milieu.

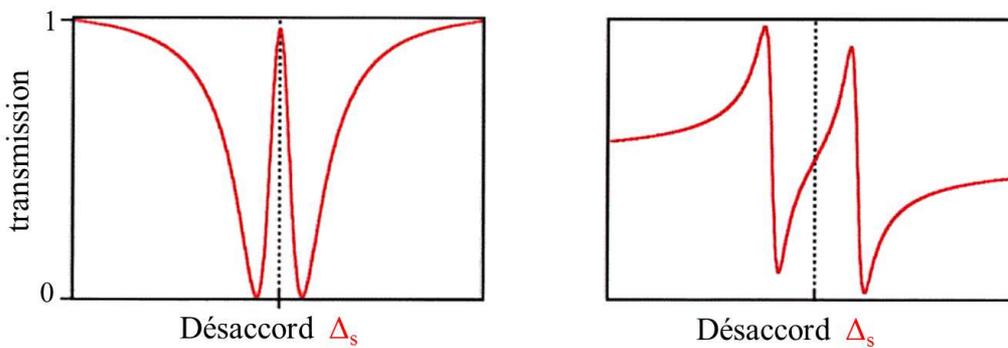


FIGURE 1.3 – Transmission et indice de réfraction d'une fenêtre de transparence EIT. On voit que l'indice de réfraction est fortement croissant dans la fenêtre, ce qui correspond à une vitesse de groupe fortement réduite.

Cet effet a été remarqué dès les premières expériences EIT [28], mais la démonstration expérimentale la plus impressionnante a été effectuée en 1999 dans un condensat de sodium, où une vitesse de groupe de  $17 \text{ m.s}^{-1}$  pour la lumière a été obtenue [29].

La lumière se propage dans le milieu sous la forme d'une superposition cohérente d'un champ optique et d'une onde de spin [30, 31]. En effet, lorsqu'une impulsion signal (faible) arrive sur le milieu, on peut montrer que :

- son amplitude n'est pas modifiée, mais elle subit une compression spatiale selon sa direction de propagation dans un rapport  $v_g/c$ , où  $v_g$  est la vitesse de groupe dans le milieu. Cette compression s'accompagne d'une perte d'énergie, laquelle est transmise essentiellement au champ de couplage.
- si  $\dot{\Omega}_s \ll \Omega_c^2$  (condition d'adiabaticité), pendant la propagation  $\rho_{12}(t) \propto \Omega_s(t)$ . Les cohérences de spin suivent adiabatiquement le champ signal et une onde de spin suit la propagation du champ signal résiduel.
- à la sortie du milieu, l'énergie perdue est restituée au champ signal, et l'impulsion sort du milieu idéalement sans avoir été altérée.

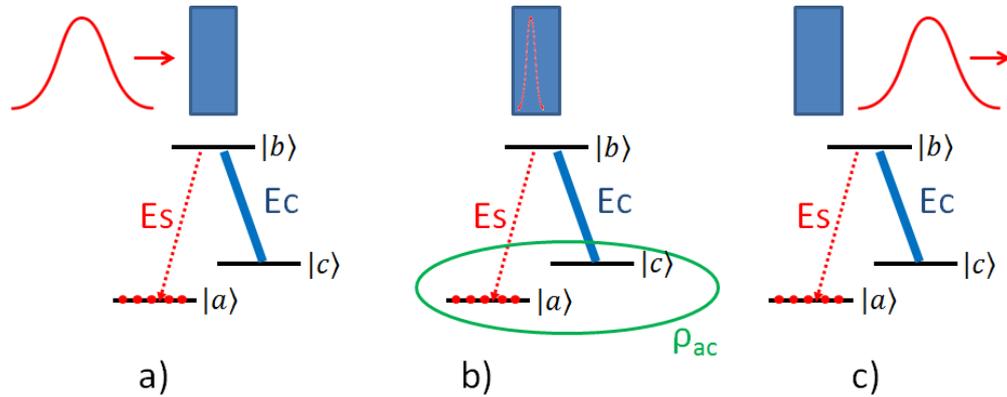


FIGURE 1.4 – Propagation d'une impulsion dans une fenêtre EIT. a) L'impulsion arrive sur le milieu. Le champ de couplage, déjà allumé, a pompé les atomes vers le niveau  $|0\rangle$ . b) L'impulsion se propage dans le milieu sous forme de polariton. c) L'impulsion sort du milieu, identique à ce qu'elle était avant le système. Ce dernier est donc transparent.

### 1.2.3 De la lumière lente à la lumière arrêtée

Si l'impulsion est suffisamment comprimée, elle peut tenir intégralement à l'intérieur du système atomique. Sa vitesse de propagation étant proportionnelle à la largeur de la fenêtre EIT et, d'après la formule 1.4, à l'intensité du champ de couplage, il est possible d'arrêter la propagation si l'on coupe ce dernier [30]. Si l'on fait ceci de manière suffisamment lente, la partie "champ lumineux" résiduelle des polaritons est convertie adiabatiquement et intégralement en cohérence de spin. L'information portée par l'impulsion est alors gravée dans ces cohérences. Le profil spatial de l'impulsion (et donc, à un

## MÉMORISER UN ÉTAT QUANTIQUE DE LA LUMIÈRE

facteur  $v_g$  près, son profil temporel) est enregistré le long de l'échantillon. Pour relancer la propagation, il suffit de rallumer le champ de couplage.

Ce processus peut être utilisé comme protocole de mémoire classique pour la lumière. En effet, le profil spatial de l'impulsion lumineuse, et de fait l'information qu'elle transporte, est enregistré dans les cohérences Raman du milieu et peut être restitué à la demande.

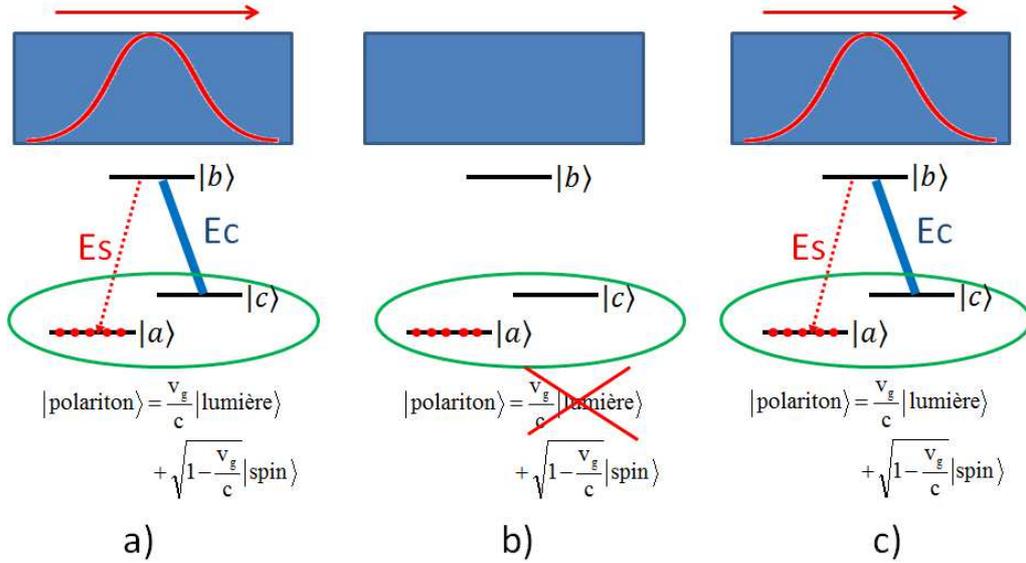


FIGURE 1.5 – Arrêt d'une impulsion dans une fenêtre EIT. a) L'impulsion, ralentie, est comprimée spatialement et est totalement incluse dans le milieu b) On éteint le champ de couplage. La propagation est arrêtée. c) Le champ de couplage est rallumé. La propagation dans le milieu recommence.

Les premières réalisations expérimentales datent de 2001. Phillips *et al.* ont stocké des impulsions lumineuses dans une vapeur chaude de rubidium pendant 0.5 ms [32]; parallèlement Liu *et al.* ont réalisé une mémorisation d'1.5 ms dans un condensat de sodium [33].

Mais l'EIT souffre d'un défaut majeur : une faible bande-passante impliquant un caractère multimode limité. Cela est dû aux conditions de fonctionnement de l'EIT, assez contraignantes. D'un côté le spectre du signal à enregistrer doit être contenu dans la fenêtre de transparence du milieu. La formule 1.4 donne la largeur de cette fenêtre pour l'absorption. Vraie pour un milieu mince, elle doit être généralisée pour tenir compte de la propagation dans un milieu épais. On peut montrer que, si  $\alpha L \gg 1$  et si l'on note  $\Delta\omega_s$  la largeur spectrale du signal, on doit avoir :

$$\Delta\omega_s < \Gamma_{EIT} = \frac{\Omega_c^2}{\gamma_{opt}} \frac{1}{\sqrt{\alpha L}} \quad (1.8)$$

Cette condition incite à allonger l'impulsion signal. D'un autre côté, pour un enregistrement complet, au moment du gel de la propagation le signal doit tenir entièrement dans le milieu atomique. Si l'on note  $T$  la durée du signal, ceci implique  $v_g T < L$  et donc :

$$T < \alpha L \frac{\gamma_{opt}}{\Omega_c^2} \quad (1.9)$$

Cette condition incite à raccourcir l'impulsion signal.

Ces deux conditions antagonistes imposent la relation suivante :

$$\Delta\omega_s T < \sqrt{\alpha L} \quad (1.10)$$

Le produit  $\Delta\omega_s T$  est le produit temps - bande passante du protocole. Comme précisé à la section 1.1.5, il est lié au caractère multimode de la mémoire. On peut le comprendre en imaginant que le signal est un train de  $N$  impulsions successives de durées individuelles  $t_p$ , chacune de celle-ci étant un mode temporel à stocker. Ici  $\Delta\omega_s \approx \frac{1}{t_p}$  et le produit temps-bande passante est approximativement égal à  $N$ , nombre de modes à enregistrer.

L'EIT a donc un aspect multimode en  $\sqrt{\alpha L}$ . On verra par la suite que d'autres types de protocoles font mieux. Le succès de l'EIT vient de ses résultats spectaculaires dans les vapeurs, chaudes ou froides. Il est en effet bien adapté aux milieux fortement couplés au champ et ne nécessite pas de longue durée de vie des cohérences optiques (point faible des vapeurs).

#### 1.2.4 De la lumière arrêtée à une mémoire quantique

Si l'on veut passer d'un stockage de champ classique (beaucoup de photons par impulsion, statistique classique) à l'enregistrement de propriétés quantiques du champ, la principale interrogation concerne le niveau de bruit qu'on peut atteindre. Les autres propriétés (bande passante, efficacité) restent, par linéarité, les mêmes qu'à l'échelle classique. Le bruit altère la fidélité de la mémoire, et ses effets deviennent significatifs à l'échelle quantique.

Durant un processus d'EIT, le niveau excité ( $|b\rangle$ ) n'est pas peuplé. Le système est transparent même si les atomes restent dans le niveau fondamental. Au passage du champ signal, les atomes passent dans l'état de superposition des niveaux  $|a\rangle$  et  $|c\rangle$  (ce qui crée la cohérence de spin) sans passer par le niveau excité. Cet état, qui ne se désexcite pas par émission spontanée, est qualifié de noir. On appelle aussi les polaritons vus précédemment «polaritons noirs». Il n'y a donc pas de fluorescence qui viendrait s'ajouter au signal restitué, altérant ainsi l'information qu'il transporte.

Malgré tout l'EIT n'est pas exempt de problèmes de bruit. Le champ de couplage doit être allumé au moment de la restitution du signal, et il est difficile en pratique de s'affranchir d'un faisceau intense sur le détecteur. De plus, les atomes peuvent (en sortant

du faisceau par exemple) quitter l'état noir et peupler l'état  $|c\rangle$ , puis être pompés vers l'état excité. Ceci génère un bruit d'émission spontanée mesurable [34].

Les premières démonstrations expérimentales de mémoire quantique datent de 2004. Des photons uniques ont été stockés une dizaine de  $\mu s$  dans une vapeur de rubidium chaude [35] ainsi que dans un nuage refroidi de rubidium [36]. Le temps de stockage était limité par le temps de transit des atomes dans le faisceau. Le stockage de photons intriqués a été réalisé plus tard. D'autres propriétés quantiques du champ ont été enregistrées. Après en avoir observé la propagation ralentie dans une fenêtre EIT, un état de vide comprimé a été stocké pendant quelques  $\mu s$  dans un nuage froid de rubidium [37] et pendant  $1\mu s$  dans une vapeur chaude de rubidium [38].

### 1.3 Les ions de terre rare en matrice cristalline

De par la bonne connaissance de leurs propriétés, les vapeurs chaudes, puis froides ont naturellement été utilisées pour la réalisation de mémoires quantiques. Elles souffrent cependant de plusieurs défauts. Les vapeurs chaudes présentent des durées de vie des cohérences optiques très courtes (typiquement quelques ns). Cependant l'EIT n'y est pas sensible. Le principal problème vient du temps de transit des atomes dans le faisceau. Ce dernier peut être amélioré par l'utilisation de nuages refroidis et de matrices d'atomes tampons mais reste quand même limité à quelques dizaines de  $\mu s$ . De plus, le refroidissement atténue énormément l'effet Doppler et le nuage ne présente pas d'élargissement inhomogène. Ce qui est un avantage pour l'EIT s'avère un défaut rédhibitoire pour d'autres types de protocoles présentés dans les sections suivantes.

Les cristaux dopés aux ions de terres rares (REIC) sont étudiés depuis plus de cinquante ans. Leurs propriétés en font des alternatives très intéressantes aux vapeurs. Les dopants (les ions de terres rares), optiquement actifs, sont immobiles dans la matrice. Le temps de transit dans le faisceau lumineux n'est donc plus un problème avec ces systèmes. La grande finesse spectrale de leurs raies d'absorption a été l'objet de nombreux travaux fondamentaux visant à comprendre leurs mécanismes [39, 40, 41, 42]. Leurs applications sont nombreuses. Ils ont notamment été utilisés comme milieu à gain dans les lasers solides [43] ou les fibres optiques à amplification [44, 45]. Leurs propriétés de cohérence ont été exploitées pour l'asservissement en fréquence de lasers sur des références programmables [46, 47, 48], ou encore pour l'analyse spectrale de signaux radiofréquence sur porteuse optique [49, 50, 51, 52].

### 1.3.1 Niveaux d'énergie

Les terres rares sont un groupe de métaux comprenant le scandium, l'yttrium et les quinze lanthanides. Ces derniers, auxquels nous nous intéresserons plus particulièrement dans cette thèse, se caractérisent par une couche 4f partiellement remplie.

hydrogen 1 H 1.0079																	helium 2 He 4.0026																												
lithium 3 Li 6.941	beryllium 4 Be 9.0122											boron 5 B 10.811	carbon 6 C 12.011	nitrogen 7 N 14.007	oxygen 8 O 15.999	fluorine 9 F 18.998	neon 10 Ne 20.180																												
sodium 11 Na 22.990	magnesium 12 Mg 24.305											aluminum 13 Al 26.982	silicon 14 Si 28.086	phosphorus 15 P 30.974	sulfur 16 S 32.065	chlorine 17 Cl 35.453	argon 18 Ar 39.948																												
potassium 19 K 39.098	calcium 20 Ca 40.078	scandium 21 Sc 44.956	titanium 22 Ti 47.867	vanadium 23 V 50.942	chromium 24 Cr 51.996	manganese 25 Mn 54.938	iron 26 Fe 55.845	cobalt 27 Co 58.933	nickel 28 Ni 58.693	copper 29 Cu 63.546	zinc 30 Zn 65.39	gallium 31 Ga 69.723	germanium 32 Ge 72.61	arsenic 33 As 74.922	selenium 34 Se 78.96	bromine 35 Br 79.904	krypton 36 Kr 83.80																												
rubidium 37 Rb 85.468	strontium 38 Sr 87.62	yttrium 39 Y 88.906	zirconium 40 Zr 91.224	niobium 41 Nb 92.906	molybdenum 42 Mo 95.94	technetium 43 Tc [98]	ruthenium 44 Ru 101.07	rhodium 45 Rh 101.07	paladium 46 Pd 106.42	silver 47 Ag 107.87	cadmium 48 Cd 112.41	indium 49 In 114.82	tin 50 Sn 118.71	antimony 51 Sb 121.76	tellurium 52 Te 127.60	iodine 53 I 126.90	xenon 54 Xe 131.29																												
cesium 55 Cs 132.91	barium 56 Ba 137.33	* 57-70 Lu 174.967	hafnium 71 Hf 178.49	tantalum 72 Ta 180.95	tungsten 73 W 183.84	rhenium 74 Re 186.21	osmium 75 Os 190.23	iridium 76 Ir 192.22	platinum 77 Pt 195.08	gold 78 Au 196.97	mercury 79 Hg 200.59	thallium 80 Tl 204.38	lead 81 Pb 207.2	bismuth 82 Bi 208.98	polonium 83 Po [209]	astatine 84 At [210]	radon 85 Rn [222]																												
francium 87 Fr [223]	radium 88 Ra [226]	* 89-102 Lr [261]	actinium 89 Ac [227]	thorium 90 Th 232.04	protactinium 91 Pa 231.04	uranium 92 U 238.03	neptunium 93 Np [237]	plutonium 94 Pu [244]	americium 95 Am [243]	curium 96 Cm [247]	berkelium 97 Bk [247]	californium 98 Cf [251]	einsteinium 99 Es [252]	fermium 100 Fm [257]	mendelevium 101 Md [258]	nobelium 102 No [259]																													
												unilabium 114 Uuq [284]																																	
<table border="1"> <tr> <td>lanthanum 57 La 138.91</td> <td>cerium 58 Ce 140.12</td> <td>praseodymium 59 Pr 140.91</td> <td>neodymium 60 Nd 144.24</td> <td>promethium 61 Pm [145]</td> <td>samarium 62 Sm 150.36</td> <td>europium 63 Eu 151.96</td> <td>gadolinium 64 Gd 157.25</td> <td>terbium 65 Tb 158.93</td> <td>dysprosium 66 Dy 162.50</td> <td>holmium 67 Ho 164.93</td> <td>erbium 68 Er 167.26</td> <td>thulium 69 Tm 168.93</td> <td>ytterbium 70 Yb 173.05</td> </tr> <tr> <td>actinium 89 Ac [227]</td> <td>thorium 90 Th 232.04</td> <td>protactinium 91 Pa 231.04</td> <td>uranium 92 U 238.03</td> <td>neptunium 93 Np [237]</td> <td>plutonium 94 Pu [244]</td> <td>americium 95 Am [243]</td> <td>curium 96 Cm [247]</td> <td>berkelium 97 Bk [247]</td> <td>californium 98 Cf [251]</td> <td>einsteinium 99 Es [252]</td> <td>fermium 100 Fm [257]</td> <td>mendelevium 101 Md [258]</td> <td>nobelium 102 No [259]</td> </tr> </table>																		lanthanum 57 La 138.91	cerium 58 Ce 140.12	praseodymium 59 Pr 140.91	neodymium 60 Nd 144.24	promethium 61 Pm [145]	samarium 62 Sm 150.36	europium 63 Eu 151.96	gadolinium 64 Gd 157.25	terbium 65 Tb 158.93	dysprosium 66 Dy 162.50	holmium 67 Ho 164.93	erbium 68 Er 167.26	thulium 69 Tm 168.93	ytterbium 70 Yb 173.05	actinium 89 Ac [227]	thorium 90 Th 232.04	protactinium 91 Pa 231.04	uranium 92 U 238.03	neptunium 93 Np [237]	plutonium 94 Pu [244]	americium 95 Am [243]	curium 96 Cm [247]	berkelium 97 Bk [247]	californium 98 Cf [251]	einsteinium 99 Es [252]	fermium 100 Fm [257]	mendelevium 101 Md [258]	nobelium 102 No [259]
lanthanum 57 La 138.91	cerium 58 Ce 140.12	praseodymium 59 Pr 140.91	neodymium 60 Nd 144.24	promethium 61 Pm [145]	samarium 62 Sm 150.36	europium 63 Eu 151.96	gadolinium 64 Gd 157.25	terbium 65 Tb 158.93	dysprosium 66 Dy 162.50	holmium 67 Ho 164.93	erbium 68 Er 167.26	thulium 69 Tm 168.93	ytterbium 70 Yb 173.05																																
actinium 89 Ac [227]	thorium 90 Th 232.04	protactinium 91 Pa 231.04	uranium 92 U 238.03	neptunium 93 Np [237]	plutonium 94 Pu [244]	americium 95 Am [243]	curium 96 Cm [247]	berkelium 97 Bk [247]	californium 98 Cf [251]	einsteinium 99 Es [252]	fermium 100 Fm [257]	mendelevium 101 Md [258]	nobelium 102 No [259]																																

FIGURE 1.6 – Classification périodique des éléments

On trouve principalement les ions de terre rare au degré d'oxydation +III, qui est, à de rares exceptions près, leur seul état d'oxydation stable. Sous cette forme, ils ont perdu leurs électrons 5d et 6s.

Les transitions optiques utilisées concernent des promotions énergétiques des électrons des couches 4f à l'intérieur de cette configuration électronique fondamentale [53]. Celle-ci est en effet fortement dégénérée. Les interactions entre électrons et l'interaction spin-orbite lèvent cette dégénérescence et divisent la configuration en sous-niveaux  $^{2S+1}L_J$ . Chacun de ces niveaux est dégénéré  $2J + 1$  fois ( $-J \leq m_J \leq J$ ). Ces niveaux sont séparés de quelques milliers de  $\text{cm}^{-1}$ . A ce niveau on obtient le diagramme énergétique des ions libres. Lorsque ceux-ci sont insérés, par substitution, dans une matrice cristalline, les interactions avec les ions de la matrice [54, 55, 56, 57], lèvent, par effet Stark, la dégénérescence des niveaux  $^{2S+1}L_J$ , alors divisés en sous-niveaux Stark séparés de quelques dizaines de  $\text{cm}^{-1}$ . Cet effet est faible et peut être traité comme une perturbation aux niveaux de l'ion libre, très peu mélangés. La levée de dégénérescence en  $m_J$  est ici permise par la basse symétrie du site de substitution. Elle peut n'être que partielle. On peut montrer que, pour les ions ayant un nombre impair d'électrons 4f (Ce, Nd, Sm, Gd, Dy, Er, Yb), cette dégénérescence

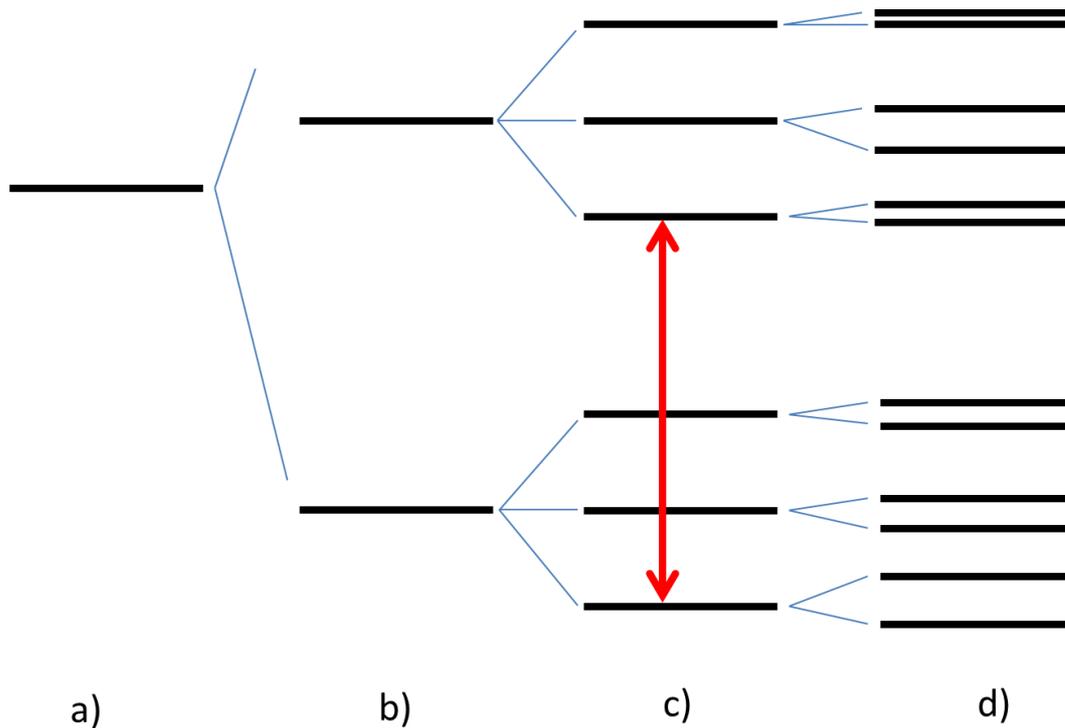


FIGURE 1.7 – Niveaux d'énergie des REIC. a) Configuration électronique. b) Termes énergétiques de l'ion libre. c) Sous-niveaux Stark en matrice cristalline d) Structure hyperfine magnétique et électrique. En rouge la transition optique utilisée

ne peut être totalement levée et que chaque sous-niveau Stark est au moins un doublet. Ces ions sont dénommés ions Kramers. Pour les ions ayant un nombre pair d'électrons 4f (Eu, Pr, Tb, Ho, Tm, dits ions non-Kramers), la levée de dégénérescence peut être totale dans des sites de symétrie suffisamment basse. Les interactions magnétiques lèvent la dégénérescence résiduelle des sous-niveaux Stark. Le spin nucléaire est à l'origine d'une sous-structure hyperfine. Ces effets sont décrits plus loin.

Les transitions optiques utilisées ont lieu entre les sous-niveaux Stark fondamentaux de deux termes  $^{2S+1}L_J$ . La longueur d'onde dépend de l'ion mais aussi de la matrice cristalline. Ces transitions ont lieu entre sous-niveaux d'une même configuration électronique. Ces sous-niveaux ayant même parité, une transition dipolaire électrique est interdite. Cependant, dans un site sans symétrie d'inversion, la configuration  $4f^n$  peut être légèrement mélangée à la configuration de parité opposée  $4f^{n-1}5d^1$ . Ceci autorise légèrement la transition, mais avec une force de raie très faible (de l'ordre de  $10^{-8}$ ). Les expériences actuelles se concentrent principalement sur les ions thulium  $Tm^{3+}$  ( $\lambda = 793nm$ ), erbium  $Er^{3+}$  (1532nm), europium  $Eu^{3+}$  (580nm), néodyme  $Nd^{3+}$  (880nm) et praséodyme  $Pr^{3+}$  (606nm). Ces longueurs d'onde varient sensiblement d'une matrice cristalline à l'autre.

La longueur d'onde de transition de l'Erbium apparaît intéressante puisqu'elle tombe dans le domaine spectral des télécommunications. La longueur d'onde du thulium est accessible par des diodes laser, système simple à utiliser et à stabiliser [58]. Celle du praséodyme n'est accessible que par des lasers à colorants, plus difficiles à mettre en œuvre [59].

### 1.3.2 Largeur inhomogène

Les matrices cristallines utilisées ne sont pas parfaites. Les défauts éventuels du cristal sont multiples : impuretés, dislocations, contraintes exercées sur le cristal... Il en résulte une hétérogénéité des sites de substitution et donc de l'environnement électrostatique de chaque ion [39]. Les niveaux d'énergie des ions sont donc légèrement différents les uns des autres. Ceci induit un étalement des fréquences de la transition optique utilisée, sur une gamme appelée élargissement inhomogène de la transition. Les interactions à l'origine de cet élargissement sont statiques et subsistent à température nulle. Elles sont fonctions de la matrice, de l'ion et de la concentration en dopant. L'élargissement inhomogène résultant varie de quelques centaines de MHz [60], voire de quelques dizaines [61] à une centaine de GHz.

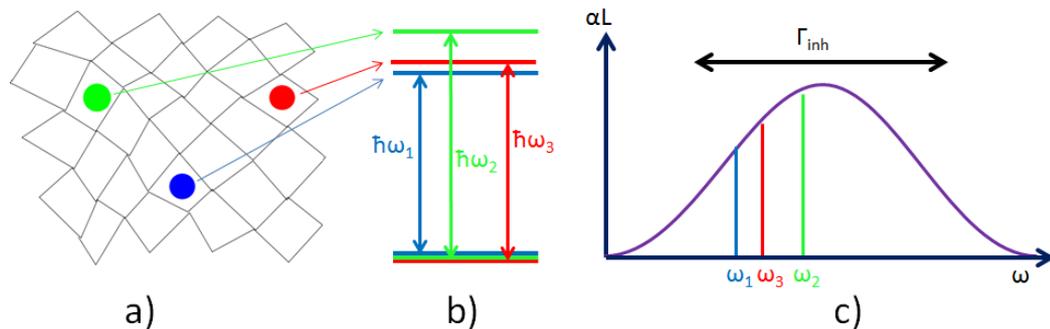


FIGURE 1.8 – a) Réseau cristallin imparfait. b) Effet sur les niveaux d'énergie. c) Effet sur les fréquences de transition des atomes. Celles-ci se répartissent sur une gamme de largeur  $\Gamma_{inh}$

### 1.3.3 Largeur homogène

Chaque absorbeur individuel, c'est-à-dire chaque ion de terre rare, interagit avec la lumière sur une certaine plage de fréquence autour de sa fréquence de résonance. Cette plage est appelée largeur homogène ( $\Gamma_{hom}$ ) car elle est la même pour tous les atomes du milieu.

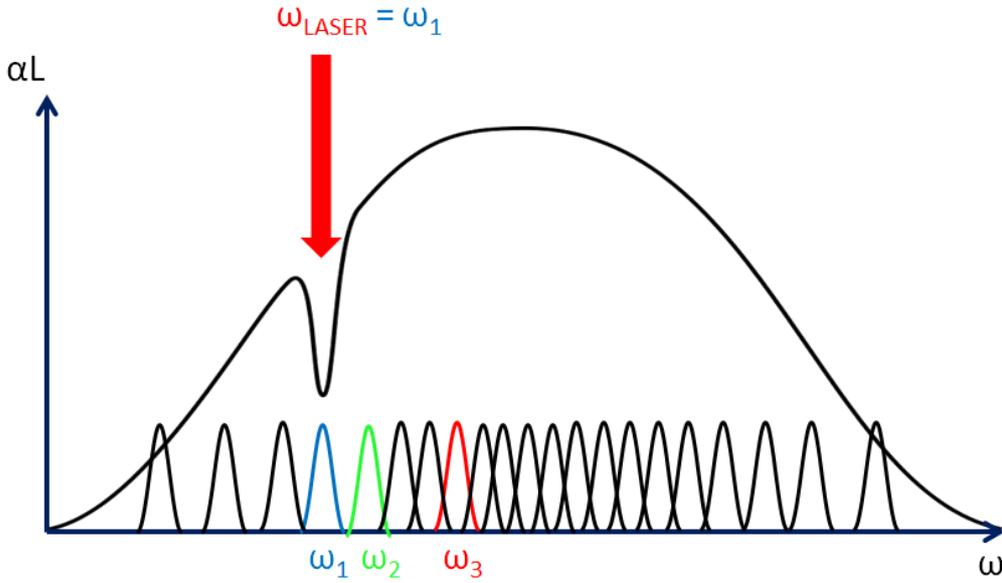


FIGURE 1.9 – a) Elargissement homogène et inhomogène d’une raie spectrale. Un faisceau monochromatique faible creuse un trou dans le profil inhomogène (hole-burning spectral), dont la largeur est de l’ordre de la largeur homogène du milieu

Les REIC ont attiré l’attention de par la grande finesse de leurs raies spectrales. Celle-ci, mesurée par les spectromètres conventionnels, était déterminée par l’élargissement inhomogène de la raie. En effet, la figure 1.9 indique que la forme de la raie d’absorption d’un REIC est donnée par la convolution de l’élargissement homogène avec l’élargissement inhomogène. La largeur totale associée est donc de l’ordre de la somme des largeurs homogène et inhomogène ce qui, dans les REIC, revient à la largeur inhomogène, bien plus grande. L’avènement de nouvelles techniques de spectroscopie, notamment le hole-burning spectral, a permis de s’affranchir de la largeur inhomogène pour accéder à la largeur homogène de la transition [39]. Un calcul semi-classique montre que le profil d’absorption d’un atome individuel est une lorentzienne centrée sur sa fréquence de résonance et de largeur à mi-hauteur reliée à la durée de vie  $T_2$  des cohérences par la relation :

$$\Gamma_{hom} = \frac{1}{\pi T_2} \quad (1.11)$$

La faible largeur homogène des REIC est donc associée à une longue durée de vie des cohérences optiques. Si un champ excite une transition optique  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  où  $|1\rangle$  est le niveau fondamental et  $|2\rangle$  le niveau excité, il place le système atomique dans un état de superposition linéaire  $|\Phi\rangle = \alpha|1\rangle + \beta|2\rangle$ . L’interaction avec un environnement fluctuant va progressivement transformer cet état commun à tous les atomes en un mélange

statistique d'atomes dans l'état  $|1\rangle$  (en proportion  $|\alpha|^2$ ) et d'atomes dans l'état  $|2\rangle$  (en proportion  $|\beta|^2$ ). Ce mécanisme de décohérence se fait en un temps caractéristique  $T_2$ . Or, dans les REIC, les électrons 4f sont isolés des effets de l'environnement pour plusieurs raisons. Les électrons 4f mis en jeu dans les transitions considérées occupent des niveaux d'énergie plus profonds que les sous-couches 5s et 5p, occupées aussi. Les électrons de ces couches créent un écrantage pour les électrons 4f, isolant ceux-ci des fluctuations électromagnétiques extérieures. De plus, les transitions optiques utilisées sont quasi-interdites, ce qui découple les atomes des modes du champ électromagnétique. Ceci induit une faible émission spontanée donc une durée de vie du niveau excité (notée  $T_1$ ) et une durée de vie des cohérences potentiellement longues.

Si l'émission spontanée est seule cause de décohérence, alors  $T_2 = 2T_1$ . Il existe en réalité beaucoup de mécanismes supplémentaires qui détruisent les cohérences sans toucher à  $T_1$  et on peut écrire :

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_1} + \gamma_{nr} \quad (1.12)$$

où  $\gamma_{nr}$  décrit la relaxation des cohérences par des phénomènes non radiatifs. Ceux-ci sont essentiellement de deux types :

- les interactions avec les vibrations du réseau
- les fluctuations du champ magnétique local

Les vibrations du réseau couplent, par un processus d'absorption-émission de phonons, les niveaux utilisés aux autres sous-niveaux Stark de leurs multiplets respectifs (processus d'Orbach) ou à un sous-niveau Stark virtuel (processus Raman), en général négligeable. L'efficacité du processus d'Orbach dépend de l'écart énergétique  $\Delta E_{Stark}$  entre sous-niveaux Stark, qui dépend fortement de la matrice utilisée. La contribution du processus d'Orbach à la largeur homogène de la transition dépend donc à la fois de l'ion de terre rare et de la matrice. Par exemple,  $\Delta E_{Stark}$  vaut  $27 \text{ cm}^{-1}$  et  $72 \text{ cm}^{-1}$  pour les niveaux fondamental et excité de la transition utilisée dans le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  [62], et se réduit à  $6 \text{ cm}^{-1}$  dans le niveau excité du  $\text{Tm}^{3+}:\text{Y}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ . Cette différence se répercute sur les largeurs homogènes de ces transitions : à 4 K, elle est 400 fois plus faible dans le YAG que dans  $\text{Y}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ . Les effets des phonons sont très largement réduits à basse température (2-3 K).

Les fluctuations du champ magnétique local vues par un ion de terre rare particulier peuvent provenir des fluctuations du spin des ions de la matrice (ions ligands) ou des autres ions de terres rares. Dans le premier cas, le choix d'une matrice à faible spin nucléaire (comme  $\text{Y}_2\text{SiO}_5$ ,  $\text{Y}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ ) peut fortement atténuer l'effet. Dans le second cas il faut distinguer ions Kramers et ions non-Kramers. Dans des sites de substitution de basse symétrie, les ions non-Kramers ont un moment cinétique électronique total bloqué ( $\langle J \rangle = 0$ ). Les interactions magnétiques entre ions de terres rares ne se font donc

que par le biais des moments magnétiques nucléaires, plus faibles que les moments magnétiques électroniques ( $\mu_B \approx 1800\mu_N$ ). Ces interactions amènent un élargissement négligeable aux concentrations utilisées en pratique. Un champ magnétique statique peut encore diminuer ces interactions [63]. Une largeur d'environ 150 Hz a ainsi été obtenue dans  $\text{Eu}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$  [64]. L'effet de ces interactions est important pour les ions Kramers. A l'interaction spin électronique-spin électronique très favorable il faut ajouter la possibilité de basculement de spin électronique à l'intérieur d'un doublet dégénéré de Kramers. Les ions Kramers présentent des raies en général beaucoup plus larges que les ions non-Kramers. Ces effets peuvent être très fortement atténués par l'utilisation d'un champ magnétique externe intense qui lève la dégénérescence de Kramers et bloque le spin électronique. C'est sous ces conditions qu'une largeur homogène record de 50 Hz a été mesurée dans  $\text{Er}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$  [65, 41] sous un champ magnétique de 7T, à température cryogénique.

### 1.3.4 Interactions magnétiques et structure hyperfine

Si l'on ne tient pas compte des interactions magnétiques et des interactions quadrupolaires, tous les sous-niveaux Stark présentent une dégénérescence supplémentaire due au spin nucléaire de l'ion de terre rare. Ces interactions, traitées en perturbation, sont essentiellement :

- l'effet Zeeman électronique, représenté par le hamiltonien :

$$H_{Ze} = g_J \mu_B \vec{B} \cdot \vec{J} \quad (1.13)$$

où  $g_J$  est le facteur de Landé du niveau,  $\mu_B$  le magnéton de Bohr électronique,  $\vec{B}$  un champ magnétique externe et  $\vec{J}$  le moment cinétique électronique total

- l'effet Zeeman nucléaire, dont le hamiltonien est :

$$H_{Zn} = g_I \mu_N \vec{B} \cdot \vec{I} \quad (1.14)$$

avec  $g_I$  le facteur de Landé nucléaire,  $\mu_N$  le magnéton de Bohr nucléaire et  $\vec{I}$  le spin nucléaire.

- l'interaction quadrupolaire électrique, de hamiltonien  $H_Q$  due à l'interaction des couches électroniques déformées par le champ électrique du réseau avec le spin nucléaire
- l'interaction hyperfine, dont le hamiltonien est :

$$H_{hyp} = -A_J \vec{J} \cdot \vec{I} \quad (1.15)$$

où  $A_J$  représente le paramètre d'interaction hyperfine

L'effet de chacun de ces termes dépend du caractère Kramers ou non-Kramers de l'ion de terre rare utilisé, ainsi que de la symétrie du site de substitution. Pour les ions Kramers,

l'interaction hyperfine et l'effet Zeeman électronique peuvent lever la dégénérescence de Kramers. Le cas des ions non-Kramers dans des sites de basse symétrie est celui qui nous intéresse le plus, car c'est le cas rencontré au cours de cette thèse. Dans ce cas, l'interaction avec le réseau cristallin lève totalement la dégénérescence électronique et le moment cinétique électronique total est bloqué ( $\langle J \rangle = 0$ ). Par conséquent, les termes proportionnels à  $J$ , c'est-à-dire l'interaction hyperfine et l'effet Zeeman électronique, ont une contribution nulle au premier ordre. On peut montrer alors que le Hamiltonien s'écrit, au deuxième ordre de perturbation :

$$H_{eff} = -(A_J^2 \vec{I} \cdot \Lambda \cdot \vec{I} + H_Q) + g_J^2 \mu_B^2 \vec{B} \cdot \Lambda \cdot \vec{B} - (2A_J g_J \mu_B \vec{B} \cdot \Lambda \cdot \vec{I} - H_{Zn}) \quad (1.16)$$

où  $\Lambda$  est un tenseur d'ordre 3 défini par :

$$\Lambda_{\alpha\beta} = \sum_{n=1}^{2J+1} \frac{\langle 0 | J_\alpha | n \rangle \langle n | J_\beta | 0 \rangle}{E_n - E_0} \quad (1.17)$$

où  $E_0$  est l'énergie de l'état  $|0\rangle$  de plus basse énergie, et  $E_n$  l'énergie d'un autre état  $|n\rangle$  du même multiplet électronique.

Le premier terme représente l'interaction hyperfine au second ordre, appelée interaction pseudo-quadrupolaire. Il est nul pour un spin nucléaire inférieur ou égal à 1. Le deuxième terme est l'effet Zeeman électronique au deuxième ordre. N'impliquant pas le spin nucléaire, il ne lève pas de dégénérescence (les dégénérescences électroniques sont déjà levées par le réseau) mais déplace seulement les niveaux d'énergie. Le troisième terme représente l'interaction Zeeman nucléaire exacerbée. Ce terme est la somme de deux termes :

- le couplage au deuxième ordre entre l'effet Zeeman électronique et l'interaction hyperfine. On peut le voir comme la réponse des noyaux à une redistribution du nuage électronique sous l'effet d'un champ magnétique extérieur.
- l'effet Zeeman nucléaire  $H_{Zn}$ , en général moins important

On voit donc que pour les ions non-Kramers, les effets magnétiques sont des perturbations au second ordre, relativement faibles. La structure hyperfine des ions de terres rares est un paramètre très important dans le choix de l'ion. La plupart des protocoles nécessitent un système à trois niveaux.

### 1.3.5 Notre système : le $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$

Durant cette thèse le cristal dopé utilisé était le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ . Ce système est étudié depuis plusieurs années par l'équipe. Les travaux de thèse de Frédéric de Sèze [66], puis d'Anne Louchet [67] ont permis d'y mettre en place un système à 3 niveaux, nécessaire à la réalisation d'une mémoire quantique.

## MÉMORISER UN ÉTAT QUANTIQUE DE LA LUMIÈRE

L'ion trivalent thulium possède 66 électrons, dont 12 sur la couche 4f. La configuration fondamentale de cet ion est  $4f^{12}$ ,  $S=1$ ,  $L=5$ . Son nombre pair d'électrons en fait un ion non-Kramers. Inséré dans une matrice de YAG ( $Y_3Al_5O_{12}$ ), il se substitue aux ions d'yttrium  $Y^{3+}$  dans des sites de symétrie  $D_2$ . Cette basse symétrie permet au champ cristallin de lever complètement la dégénérescence en J, séparant les états singulets des multiplets Stark de quelques centaines de Ghz. Le diagramme détaillé des niveaux d'énergie est donné dans la référence [62]. Les transitions utilisées ne concernent essentiellement que les sous-niveaux Stark de plus basse énergie des multiplets, et les expériences menées ne mettent en jeu que le système de niveau simplifié présenté fig 1.10.

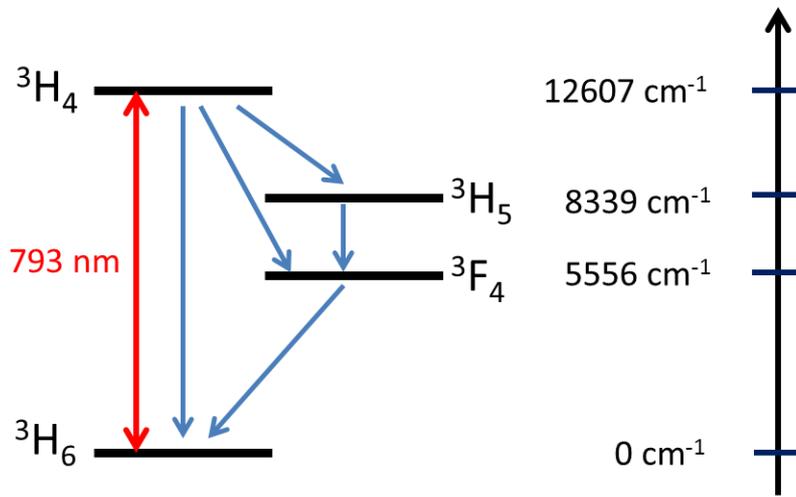


FIGURE 1.10 – Niveaux du  $Tm^{3+}$ :YAG

Les ions sont excités sur la transition  ${}^3H_6 \rightarrow {}^3H_4$  à la longueur d'onde 793 nm par une diode laser en cavité étendue asservie en fréquence. L'échantillon est refroidi à quelques Kelvins. Pour un dopage à 0.5%, le niveau excité a une durée de vie de 500  $\mu s$  [68]. Il se désexcite préférentiellement de façon non radiative par émission multiphonon vers le niveau  ${}^3F_4$  en passant par le niveau  ${}^3H_5$  de courte durée de vie [69]. Le niveau  ${}^3F_4$  relaxe ensuite essentiellement radiativement vers l'état fondamental  ${}^3H_6$ . Le niveau  ${}^3F_4$  est appelé niveau métastable ou "relais" en raison de sa grande durée de vie (de l'ordre de 10 ms). La durée de vie des cohérences optiques, d'environ 100  $\mu s$  dans un échantillon dopé à 0.1% [70] (ce qui correspond à une largeur homogène de 3 kHz), est d'environ 30  $\mu s$  (soit une largeur de 10 kHz) pour un dopage de 0.5%. La largeur inhomogène du profil d'absorption est d'environ 20 GHz.

Chaque ion  $Tm^{3+}$  occupe un site de substitution de symétrie  $D_2$  dans la matrice de YAG. Cette symétrie impose la direction de son dipôle de transition. L'interaction entre un champ lumineux incident et un ion  $Tm^{3+}$  dépend donc fortement de la polarisation du

champ. En effet le couplage entre un atome et un champ lumineux  $\vec{E}$  est fonction de la pulsation de Rabi :

$$\Omega = \frac{\vec{d} \cdot \vec{E}}{\hbar} \quad (1.18)$$

où  $\vec{d}$  désigne le dipôle de transition de l'atome. La réponse du cristal à une excitation lumineuse est elle-aussi anisotrope. Cependant, la symétrie cubique du cristal impose un coefficient d'absorption isotrope. Ceci s'explique par l'existence de 6 orientations différentes des sites de substitution comme montré sur la figure 1.11.

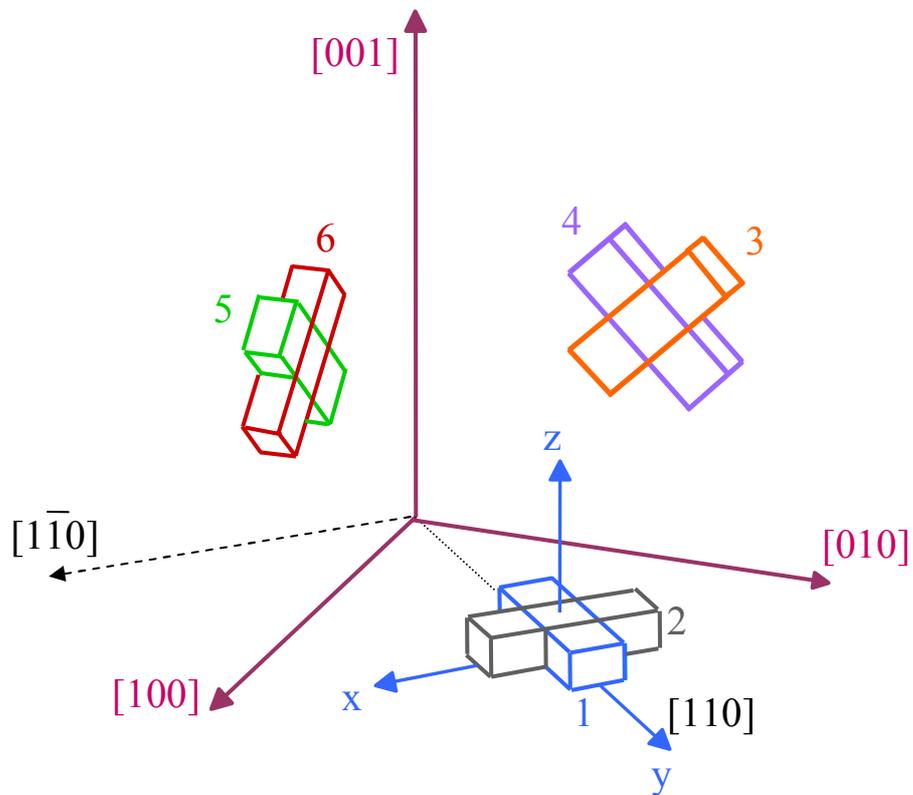


FIGURE 1.11 – Orientation des sites de substitution dans le YAG. Chaque parallélépipède symbolise la symétrie  $D_2$  du champ cristallin. Le dipôle de transition est orienté selon la grande direction du parallélépipède (axe y).

Le coefficient d'absorption du milieu, pour laquelle contribuent les atomes de tous les sites, est indépendant de la polarisation de  $\vec{E}$ .

Le spin nucléaire du thulium étant  $1/2$ , il ne présente pas de structure hyperfine au premier ni au second ordre. Pour obtenir un système à 3 niveaux, il faut placer l'échantillon en champ magnétique statique. Les niveaux se divisent alors en deux sous-niveaux (cf fig 1.12). L'ion  $Tm^{3+}$  étant un ion non-Kramers, cette levée de dégénérescence est un effet

(faible) du second ordre dû à l'effet Zeeman nucléaire exacerbé. Cet effet est anisotrope. L'éclatement des niveaux par un champ magnétique en fonction de son orientation par rapport aux axes du cristal a été étudié durant la thèse d'Anne Louchet [67].

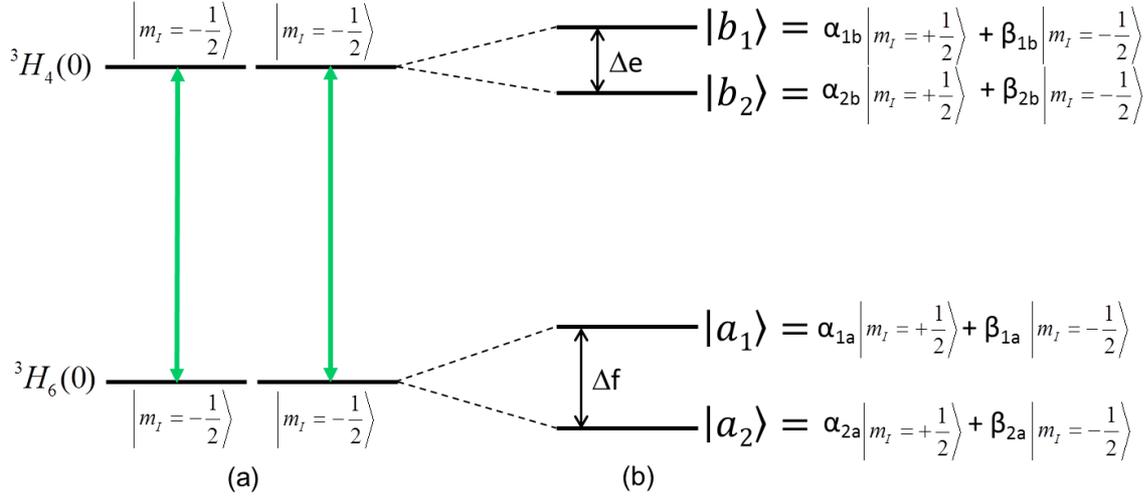


FIGURE 1.12 – Levée de dégénérescence en  $m_I$  par effet Zeeman nucléaire exacerbé. Les sous-niveaux Zeeman créés ne sont pas des états de  $m_I$  définis mais des superpositions de ces états.

L'éclatement des niveaux n'est pas le même pour chaque site, dont l'orientation par rapport au champ magnétique est différente des autres sites. Sous un champ magnétique orienté selon l'axe [001] (orientation choisie au cours de cette thèse), pour les sites 3,4,5,6 le splitting  $\Delta_e$  est de 6kHz/Gauss pour le niveau excité  ${}^3H_4$  et le splitting  $\Delta_f$  du niveau fondamental  ${}^3H_6$  est de 28kHz/Gauss. Il est nul pour les sites 1 et 2. L'effet Zeeman nucléaire exacerbé ne mélange pas beaucoup les états propres du spin nucléaire, c'est-à-dire que, selon les notations de la figure 1.12) :

$$\left| \frac{\alpha_{1b}}{\beta_{1b}} \right| \gg 1, \left| \frac{\alpha_{2b}}{\beta_{2b}} \right| \ll 1, \left| \frac{\alpha_{1a}}{\beta_{1a}} \right| \gg 1, \left| \frac{\alpha_{2a}}{\beta_{2a}} \right| \ll 1 \quad (1.19)$$

Le système à 4 niveaux est donc la juxtaposition de deux systèmes à 2 niveaux ( $|a_1\rangle \leftrightarrow |b_1\rangle$  et  $|a_2\rangle \leftrightarrow |b_2\rangle$ ) faiblement couplés. On définit alors le rapport de branchement  $r$  comme le rapport entre les probabilités des transitions faibles et des transitions fortes :

$$r = \frac{|\langle b_2 | a_1 \rangle|^2}{|\langle b_2 | a_2 \rangle|^2} = \frac{|\langle b_1 | a_2 \rangle|^2}{|\langle b_1 | a_1 \rangle|^2} \quad (1.20)$$

Ce rapport de branchement est d'environ 2% pour notre orientation de champ magnétique (axe [001]). Cependant les deux sous-systèmes à 2 niveaux sont fortement couplés par l'intermédiaire du niveau métastable. En effet, le niveau excité se désexcite préférentiellement vers le niveau métastable, lui aussi éclaté en plusieurs sous-niveaux. Cette désexcitation est non radiative, ce qui redistribue les atomes entre sous-niveaux hyperfins. Le niveau métastable se désexcite ensuite de manière radiative vers le fondamental.

## 1.4 Les protocoles de rephasage : des protocoles adaptés aux cristaux

Les propriétés de cohérence des cristaux dopés aux ions de terres rares doivent être exploitées avec des protocoles adaptés.

L'EIT a été étudié et mis en œuvre dans des matrices dopées au praséodyme. En 1997 Ham *et al.* ont ouvert une fenêtre de transparence EIT dans du Pr :YSO [71]. Plusieurs expériences de lumière arrêtée y ont été menées [72], mais la plus spectaculaire revient à Longdell *et al.*, qui ont réussi à stocker une impulsion lumineuse pendant une seconde [73]. Ce temps de stockage, plus long que le temps de vie des cohérences Raman du milieu, a été obtenu grâce à des techniques de rephasage des spins par des impulsions RF.

Néanmoins l'EIT n'est pas bien adapté aux REIC. L'élargissement inhomogène des transitions optiques est supérieur à l'écart énergétique des deux sous-niveaux de base du système en  $\lambda$ . Il faut donc éliminer (par pompage optique par exemple) les atomes indésirables pour ne garder qu'une raie inhomogène moins large que cet écart. Ainsi tous les atomes ne participent pas au processus. De plus, de par la valeur élevée du rapport entre largeur inhomogène et largeur homogène, les REIC présentent un fort potentiel multimode, que n'exploite pas l'EIT.

### 1.4.1 Stocker de l'information classique dans les cristaux

Dans le cadre de l'enregistrement de grandes quantités d'information dans un système, il a été proposé dans les années 80 d'exploiter, pour dépasser la limite de diffraction, la dimension spectrale d'un système matériel dans lequel une collection d'entités individuelles absorbent la lumière (et ainsi enregistrent l'information codée dans le champ lumineux) à des fréquences légèrement différentes les unes des autres. On peut ainsi les adresser (en écriture et en lecture) de manière distincte, classe de fréquence par classe de fréquence, en changeant simplement la fréquence des faisceaux laser d'écriture et de lecture. Les recherches se sont alors tournées vers les milieux à élargissement inhomogène, dans lesquels l'information lumineuse est stockée sous forme d'excitation atomique. La résolution spec-

trale ultime de la mémoire est donnée par la largeur homogène  $\gamma_{hom}$  du milieu. En effet un champ monochromatique faible interagit avec les atomes dont les fréquences de transition sont situées sur une plage  $\gamma_{hom}$  autour de la fréquence du champ. Ainsi le nombre  $N$  de modes enregistrables dans une seule portion d'un système (le nombre de bits enregistrables) est donné par le rapport de la largeur inhomogène sur la largeur homogène du milieu. Ce rapport donne une limite fondamentale au produit temps-bande passant qu'un protocole pourra obtenir dans le système.

Les REIC ont alors attiré l'attention de par le fait que ce rapport y prend des valeurs très élevées, plus grandes que dans les autres systèmes matériels. Il peut atteindre  $10^8$  alors que dans les vapeurs, où la durée de vie des cohérences optiques est limitée, il est plutôt de l'ordre de 100.

Néanmoins leur faible largeur homogène fait des REIC des matériaux peu adaptés à un simple processus écriture-lecture. En effet, le temps nécessaire à chaque étape d'écriture ou de lecture d'un bit d'information, de l'ordre de  $1/\gamma_{hom}$ , est très long. Ce type de méthode est plus adapté aux matériaux amorphes, qui présentent une largeur homogène plus élevée ( $\gamma_{hom} \approx 1$  GHz) avec un rapport  $\gamma_{inh}/\gamma_{hom}$  qui reste très grand ( $\approx 10000$ ) grâce à un très fort élargissement inhomogène ( $\gamma_{inh} \approx 10$  THz). Grâce à une méthode d'écriture appelée PSHB (Persistent Spectral Hole Burning [12]), de très grandes quantités d'information ont pu être stockées dans ces matériaux [74, 22, 23].

Parallèlement à ces développements, d'autres voies ont été explorées dans les REIC suite une solution proposée par Elyutin en 1979 [75] et Mossberg en 1982 [76] pour obtenir une lecture rapide de l'information stockée : l'utilisation de l'écho de photon.

## L'écho de photon à 2 impulsions

L'écho de photon est un processus de rephasage que l'on observe dans les milieux à élargissement inhomogène. Il se base sur l'observation que si l'on envoie deux impulsions lumineuses, séparées d'un temps  $t_{12}$ , dans le milieu, à la sortie de celui-ci la partie transmise des impulsions sera suivie d'un écho lumineux, c'est-à-dire une impulsion lumineuse émise spontanément par le milieu, séparée de la deuxième impulsion par un temps égal à  $t_{12}$ . Ce phénomène, appelé écho de photon à 2 impulsions, a été observé pour la première fois dans un cristal de rubis. Il peut être utilisé comme protocole de stockage : la première impulsion, faible, est absorbée par le milieu (écriture) puis la deuxième impulsion (l'impulsion de rephasage) déclenche la lecture. Lorsque l'aire de la deuxième impulsion est égale à  $\pi$ , l'efficacité du processus est maximale.

L'écho de photon ne nécessite que deux niveaux d'énergie. On note  $|a\rangle$  le niveau fondamental,  $|b\rangle$  le niveau excité,  $\rho_{ab}(t)$  la cohérence optique de la transition  $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ , initialement nulle puisque le système est dans son état fondamental. La figure (cf

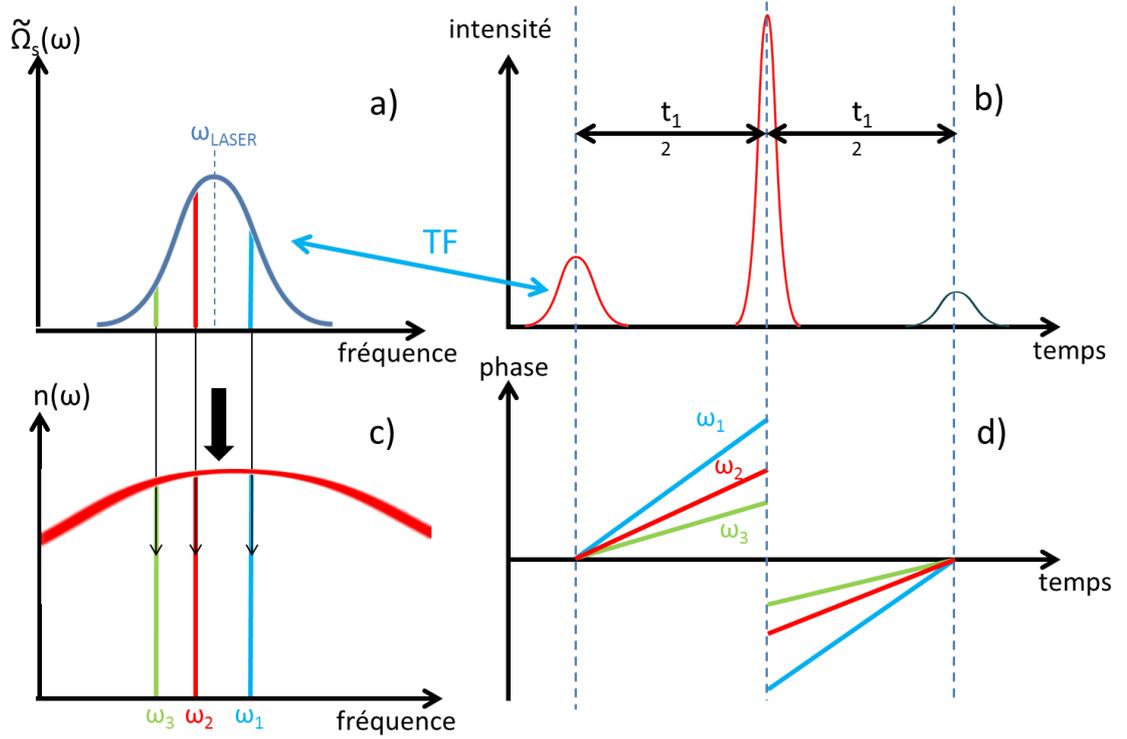


FIGURE 1.13 – A gauche une présentation spectrale du processus d'écho à 2 impulsions. A droite la présentation temporelle. a) Le spectre du champ signal, représenté par la transformée de Fourier de la fréquence de Rabi instantanée. c) le profil inhomogène représenté par la densité d'atomes. Chaque fréquence contenue dans le spectre du signal excite les cohérences des atomes résonants avec elle. b) En rouge la lumière incidente. Le signal est suivi de l'impulsion rephasante intense (l'échelle n'est pas respectée). En d) le rephasage des cohérences. Après absorption de l'impulsion signal, les dipôles oscillent à leur fréquence propre et se déphasent. L'impulsion forte les inverse. Au bout d'un temps  $t_1$  ils oscillent à nouveau en phase.

fig 1.13 b)) montre le déroulement temporel du processus. L'impulsion signal, faible ( $\int_{-\infty}^{\infty} \Omega_s(t) dt \ll \pi$ ), excite les cohérences optiques des atomes, celles-ci s'écrivent :

$$\tilde{\rho}_{ab}(\Delta, z, t) = -\frac{i}{2} \int_{-\infty}^t \Omega(z, t') e^{-(i\Delta + \gamma_{opt})(t-t')} dt'. \quad (1.21)$$

où  $\Delta$  désigne le désaccord entre la fréquence laser et la fréquence de résonance de l'atome considéré. Si l'on considère l'impulsion signal centrée en  $t_1$  et la relaxation de la cohérence négligeable pendant cette impulsion, après son passage la cohérence s'écrit :

$$\tilde{\rho}_{ab}(\Delta, z, t) = -\frac{i}{2} e^{-(i\Delta + \gamma_{opt})(t-t_1)} \tilde{\Omega}(z, \Delta) \quad (1.22)$$

où

$$\tilde{\Omega}(z, \Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(z, t') e^{-i\Delta(t_1-t')} dt' \quad (1.23)$$

Cette formule permet de noter une différence profonde entre l'écho de photon (et comme on le verra les processus rephasants en général) et l'EIT (et les protocoles «type lumière lente»). Ici c'est la transformée de Fourier de l'impulsion signal qui est gravée selon la dimension spectrale du système. A la différence de l'EIT, pour lequel le profil spatial du signal est enregistré le long de l'échantillon, ici le spectre du signal est enregistré «le long» du profil spectral du système. Chaque composante spectrale du signal est enregistrée par la classe spectrale d'atomes résonnants correspondante (cf fig 1.13a).

L'impulsion est gravée dans les atomes sur une plage de fréquences égale à sa largeur spectrale. Directement après son passage, chaque classe spectrale d'atomes va osciller selon sa fréquence propre. Les dipôles, proportionnels à la partie réelle des cohérences optiques, vont alors rapidement (plus précisément au bout d'un temps de l'ordre de la durée du signal) se déphaser, et le champ rayonné va tendre vers 0. Le signal a été absorbé par l'élargissement inhomogène du milieu : les dipôles individuels oscillent, mais étant déphasés il n'y a pas de polarisation macroscopique créée donc pas de rayonnement induit. Ce processus est réversible, contrairement à l'absorption «classique», due à la relaxation des cohérences (et donc des dipôles individuels) par interaction avec l'environnement et dilution de l'information dans celui-ci.

Pour inverser ce processus, on envoie sur le milieu une impulsion intense, d'aire  $\pi$ , appelée impulsion rephasante.

Celle-ci opère sur le milieu la transformation suivante :

$$\rho_{ab} \rightarrow \rho_{ab}^* \quad (1.24)$$

$$\rho_{aa} \rightarrow \rho_{bb} \quad (1.25)$$

$$\rho_{bb} \rightarrow \rho_{aa} \quad (1.26)$$

Les cohérences sont changées en leur conjuguée. Leur phase est inversée (cf fig 1.13b). Elles vont alors commencer à se rephaser et au bout du temps  $t_{12}$ , elles seront de nouveau en phase. Les dipôles correspondants vont interférer constructivement et un écho lumineux sera émis. Si l'on veut que tous les atomes excités par le signal soient soumis à la transformation décrite précédemment, il faut que :

- l'impulsion de rephasage soit d'aire  $\pi$  sur toute la gamme spectrale excitée. Il faut donc qu'elle soit plus courte et intense. En effet pour une impulsion l'aire est définie par :

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega_r(t) dt \quad (1.27)$$

Cette aire est l'aire vue par des atomes exactement à résonance avec le laser. Le comportement d'atomes désaccordés de  $\Delta_\omega$  sera très proche de celui des atomes à résonance à condition que  $\Omega_r^2(t) \gg \Delta_\omega^2$ , c'est-à-dire sur un intervalle spectral de l'ordre de la fréquence de Rabi de l'impulsion. Celle-ci définit donc la bande passante du processus, c'est-à-dire la gamme spectrale d'atomes qui voient une aire  $\pi$ .

- l'impulsion de rephasage soit d'aire  $\pi$  sur toute la zone excitée. Si l'on veut que ceci soit vrai sur le profil transverse, le faisceau rephasant doit être plus large spatialement que le faisceau signal. Contrôler l'aire d'une impulsion le long de sa propagation est plus compliqué. Cependant, d'après le théorème de l'aire, l'aire d'une impulsion  $\pi$  reste  $\pi$  durant sa propagation. Il faut alors pouvoir maîtriser précisément l'aire initiale de l'impulsion.

Dans ces conditions, l'écho est une image fidèle de l'impulsion signal, inversée dans le temps et éventuellement amplifiée. En effet, l'impulsion  $\pi$  ne modifie pas seulement les cohérences atomiques, mais effectue aussi une inversion de population, rendant le milieu amplificateur. L'efficacité du processus peut ainsi être excellente. Cependant l'intensité de l'écho est réduite par la décohérence : toute la séquence doit alors tenir dans un temps plus court que le temps de vie des cohérences optiques.

### L'écho de photon comme mémoire optique

Elyutin [77] et Mossberg [76] n'ont pas utilisé l'écho à deux impulsions comme protocole de mémoire optique, mais un dérivé de celui-ci : l'écho de photon à 3 impulsions (3PE).

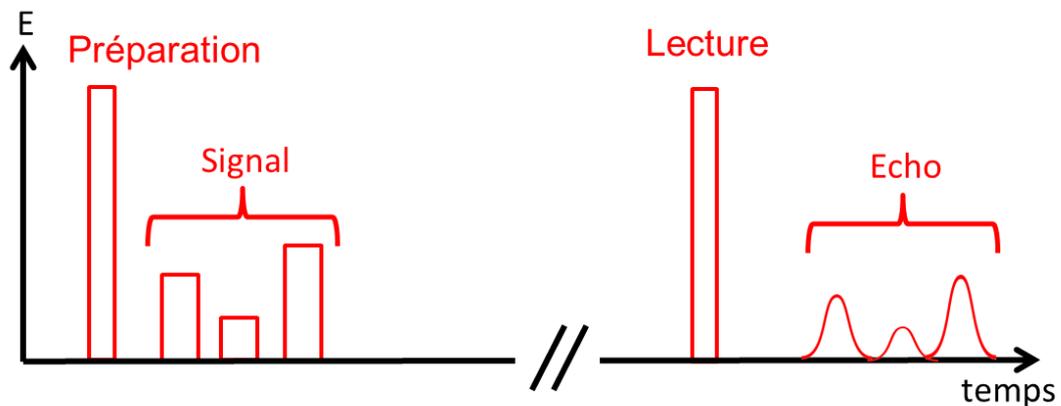


FIGURE 1.14 – Séquence temporelle de l'écho à 3 impulsions.

La séquence temporelle est légèrement différente. Contrairement au cas du 2PE où

l'information était imprimée dans les cohérences atomiques, on veut cette fois-ci imprimer le spectre du signal dans le profil d'absorption, c'est-à-dire dans les populations atomiques. Si l'on envoie seulement le signal sur le milieu, on n'imprime que son spectre de puissance dans le profil de population :

$$\Delta n(\omega_{ab}) \propto \left| \tilde{E}_{signal}(\omega_{ab}) \right|^2 \quad (1.28)$$

où  $\Delta n(\omega_{ab})$  désigne la différence de population  $n_b - n_a$  des atomes de fréquence de résonance  $\omega_{ab}$ . La phase spectrale du signal n'est pas enregistrée. Une partie de l'information est donc perdue. Pour enregistrer la totalité de l'information, on envoie, avant le signal, une impulsion de préparation (cf. fig 1.14). Le spectre de puissance de l'ensemble des impulsions d'écriture (préparation + signal) s'écrit :

$$\begin{aligned} \left| \tilde{E}_{écriture} \right|^2 &= \left| \tilde{E}_{préparation} + \tilde{E}_{signal} \right|^2 \\ &= \left| \tilde{E}_{préparation} \right|^2 + \left| \tilde{E}_{signal} \right|^2 \end{aligned} \quad (1.29)$$

$$+ 2 \left| \tilde{E}_{préparation} \right| \left| \tilde{E}_{signal} \right| \cos(\tilde{\varphi}_{préparation} - \tilde{\varphi}_{signal}) \quad (1.30)$$

où l'on a masqué, pour simplifier l'écriture, la dépendance de ces grandeurs spectrales en  $\omega$ . Si la séquence totale d'écriture est plus courte que le temps de vie des cohérences optiques, son spectre de puissance (qui contient, par interférence spectrale entre l'impulsion de préparation et le signal, à la fois l'amplitude et la phase spectrales du signal, comme le montre la formule 1.30) est inscrit dans les populations atomiques. La durée de vie de cette structure est donnée par le temps de vie du niveau excité du milieu. La lecture est déclenchée par autre impulsion. On peut montrer que, si les impulsions sont faibles (régime linéaire) :

$$E_{écho} \propto \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_{préparation}^*(\omega) \tilde{E}_{signal}(\omega) \tilde{E}_{lecture}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

En particulier, si le spectre des impulsions de préparation et de lecture est plat sur la largeur spectrale du signal, l'écho est une image fidèle et non-inversée du signal.

Cette variante de l'écho à deux impulsions présente l'avantage d'un temps de stockage limité par la durée de vie des populations, et plus par celui des cohérences, souvent beaucoup moins long.

L'écho de photon présente plusieurs avantages par rapport à l'EIT pour la réalisation d'une mémoire optique. Premièrement, l'inversion de population permet d'obtenir des efficacités d'écho élevées. Ensuite il ressort des paragraphes précédents que la bande passante de la mémoire n'est limitée fondamentalement que par l'élargissement inhomogène. Cependant une limitation pratique vient s'ajouter à cette limite fondamentale. La bande passante est déterminée par l'intervalle sur lequel on est capable de retourner les

cohérences. Si l'on utilise des impulsions lumineuses de fréquence fixe (impulsions  $\pi, \pi/2$ ) cet intervalle est donné par leur fréquence de Rabi maximum et varie donc comme la racine carrée de la puissance laser. Une large bande demande rapidement de très grandes puissances laser. L'utilisation d'impulsions balayées en fréquence a été proposée en 1992 par Mossberg [78], puis réalisée expérimentalement dans le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  [79], permettant finalement un stockage sur une bande passante d'environ 1.5 GHz [80].

Le nombre de modes  $N$  enregistrables n'est donc fondamentalement limité que par le rapport entre l'élargissement inhomogène  $\Gamma_{inhom}$  et l'élargissement homogène  $\Gamma_{hom} = \Gamma_{opt}$  :

$$N \propto R = \frac{\Gamma_{inhom}}{\Gamma_{hom}}$$

Il est notamment indépendant de l'épaisseur optique, ce qui constitue un net avantage sur l'EIT.

### 1.4.2 Stocker de l'information quantique dans les cristaux

Malgré ses avantages pour la réalisation d'une mémoire classique optique multimode, l'écho de photon souffre de défauts rédhibitoires si l'on veut stocker un signal quantique.

L'écho à 3 impulsions n'est pas adapté car un réseau de population ne peut conserver les informations quantiques portées par le signal. On peut comprendre ceci en constatant que, durant le stockage, l'évolution du système n'est pas hamiltonienne du fait de la relaxation des cohérences. La cohérence quantique du milieu est détruite. Cet argument formel indique qu'une information quantique ne peut être stockée que dans les cohérences d'un système, pendant un temps plus court que leur temps de vie.

L'écho à deux impulsions n'est pas adapté non plus, même si dans celui-ci l'information est inscrite dans les cohérences optiques. Premièrement, l'écho se formant dans un milieu inversé, le gain génère de l'émission spontanée qui pollue l'écho et altère la fidélité de la mémoire de manière significative. On peut ainsi montrer que le rapport signal/bruit dans le cas du stockage de photons uniques est au mieux de l'ordre de 1. De plus, les impulsions rephasantes fortes sont très déformées durant leur propagation à travers le milieu, du fait de leurs fortes interactions avec le milieu. Les impulsions  $\pi$  conservent une aire constante durant leur propagation tout en cédant un maximum d'énergie au milieu (qu'elles inversent). Ces deux contraintes sont conciliables à condition que les impulsions soient fortement étirées temporellement. Les conditions d'accord de phase spatiale imposant la même direction de propagation pour le signal et l'impulsion de rephasage, celle-ci vient se superposer à l'écho. La durée du processus étant limitée par le temps de vie des cohérences, on ne peut pas repousser celui-ci assez loin dans le temps.

Cependant ces techniques ouvrent des voies de réflexion. Les qualités des REIC en termes de bande passante et d'aspect multimode potentiel sont exceptionnelles. L'écho de

photon en tire parti pour la réalisation de mémoires optiques mais l'utilisation d'impulsions fortes et qui interagissent fortement avec le milieu le rend inapplicable à l'échelle quantique.

### Inverser la phase Doppler dans une vapeur chaude

La première proposition d'un protocole de rephasage sans excitation de la transition de stockage par une impulsion intense date de 2001. S.A. Moiseev et S. Kröll ont proposé un rephasage spatial des dipôles de transition élargie par effet Doppler dans une vapeur chaude [81]. Ce protocole nécessite un système à 3 niveaux en lambda(cf fig 1.15).

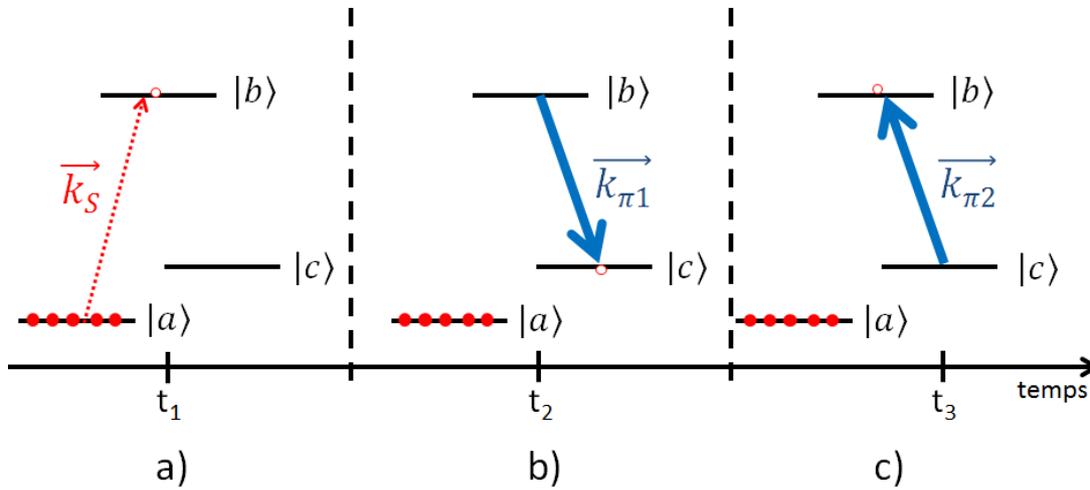


FIGURE 1.15 – Séquence temporelle du protocole de stockage et restitution avec élargissement inhomogène Doppler.

A l'instant initial, le système est préparé dans l'état  $|a\rangle$ . A un temps  $t_1$  on envoie une impulsion signal dans la vapeur accordée sur la transition  $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ . On suppose que le champ signal n'interagit pas du tout avec le milieu selon la transition  $|c\rangle \rightarrow |b\rangle$  (différence de fréquence suffisante entre les transitions, polarisations différentes). Cette impulsion crée dans le milieu une cohérence  $\rho_{ab}(z, t)$  dont la phase spatiale est  $kz$ . Comme dans le cas de l'écho de photon, l'impulsion est absorbée par l'élargissement inhomogène. C'est le désaccord en fréquence (ici dû à l'effet Doppler) des émetteurs individuels qui empêche la construction d'une polarisation macroscopique et donc la propagation de l'impulsion dans le milieu. Dans le cas de l'effet Doppler, ceci peut être aussi vu comme un effet spatial. Les cohérences sont créées au point de cote  $z_1$  avec un facteur de phase  $kz_1$ ,  $z_1$  désignant le point où est l'atome en  $t_1$ . Rapidement les atomes se dispersent et la distribution des phases spatiales se brouille sur un temps typique  $(k\bar{v})^{-1}$ , empêchant la construction de la

polarisation.

Cet effet peut être renversé. Une première impulsion  $\pi$  copropageante avec le signal ( $\vec{k}_s = \vec{k}_{\pi_1}$ ) et accordée sur la transition  $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$  va convertir à un temps  $t_2$  la cohérence optique  $\rho_{ab}$  en cohérence Raman  $\rho_{bc}$ , imprimant au passage une phase  $-kz_2$  supplémentaire à cette cohérence, avec  $z_2 = z_1 + v(t_2 - t_1)$ . La phase spatiale totale est donc  $kz_1 - kz_2 = -kv(t_2 - t_1)$ . Cette phase est indépendante de la position initiale de l'atome. Une deuxième impulsion  $\pi$ , cette fois contrapropageante ( $k_{\pi_2} = -k_{\pi_1}$ ) et envoyée au temps  $t_3$ , va convertir à nouveau la cohérence Raman en cohérence optique tout en imprimant de nouveau une phase spatiale  $-kz_3$ . La phase spatiale est désormais  $-kz_3 - kv(t_2 - t_1)$ . Cette phase n'évolue plus puisqu'aucun champ supplémentaire n'est appliqué. Cependant, à un temps  $t$  ultérieur, cet atome sera au point  $z = z_3 + v(t - t_3)$ . Ainsi, si au temps  $t = t_3 + t_2 - t_1$  l'atome est au point  $z = z_3 + v(t_2 - t_1)$  avec une phase  $-kz$ . A ce moment les atomes ont la phase spatiale adaptée à l'émission d'un écho dans la direction  $-z$ . Le brouillage des phases spatiales a été inversé et les cohérences ainsi remises en phase.

Une des propriétés remarquables de ce protocole est que l'écho est reconstruit vers l'arrière avec une efficacité théorique de 100%. Cette efficacité est obtenue sans amplification puisque, contrairement aux cas d'écho de photon classiques, l'écho est reconstruit dans un milieu non inversé, donc sans gain. Cette efficacité n'est pas propre à ce protocole mais se généralise à tous les protocoles de rephasage avec réémission de l'écho vers l'arrière. On peut expliquer cela par le fait que, lorsqu'il remonte le milieu vers la face d'entrée, l'écho a la phase et l'amplitude adaptées pour remettre les atomes excités par le signal absorbé dans leur état fondamental. L'écho s'intensifie au cours de sa construction de la même manière que le signal s'est atténué au cours de son absorption, en suivant le même profil spatial. Ceci n'est pas un effet d'amplification, mais de propagation cohérente. La réversibilité est alors complète. Cette découverte est une avancée majeure dans l'objectif de la réalisation d'une mémoire quantique. Ce protocole surpasse aussi l'écho de photon en termes de temps de stockage puisque, comme pour l'EIT, l'information est stockée dans les cohérences Raman, dont le temps de vie est plus long que les cohérences optiques.

Néanmoins ce protocole souffre de plusieurs défauts [82]. Le temps de stockage est en fait limité par le temps de transit des atomes dans le faisceau, en pratique de l'ordre de la dizaine de  $\mu s$ . De plus il nécessite une forte absorption pour atteindre de grandes efficacités, mais la densité d'atomes est par ailleurs limitée par le fait que les collisions détruisent les cohérences optiques. Ce protocole n'a jamais été démontré expérimentalement.

### Controlled Reversible Inhomogeneous Broadening : CRIB

Les limitations du protocole présenté à la section suivante sont liées aux propriétés des vapeurs. L'utilisation de l'effet Doppler implique l'emploi de vapeurs chaudes, posant alors le problème du temps de transit des atomes dans le faisceau et des collisions. Ces problèmes ne se posent pas dans les REIC, dans lesquels les atomes sont immobiles. Les cristaux sont aussi plus pratiques à utiliser et plus compacts. Dans la lignée du protocole présenté à la section précédente, des idées visant à "inverser" l'élargissement inhomogène dans les REIC ont été avancées. En effet, les équations de Maxwell-Bloch contiennent une symétrie d'inversion par rapport au temps [83]. Si l'on en trouve une solution pour une configuration donnée (c'est-à-dire si l'on détermine l'évolution du champ  $(E(t), B(t))$  et de la matrice densité  $\rho(t)$  au cours du temps) alors l'évolution inverse  $(E(-t), B(-t), \rho(-t))$  est aussi solution à condition de changer les désaccords en leur opposé. En particulier, si cette opération est faite à un moment donné de l'évolution, celle-ci sera inversée et le système "remontera le temps" à condition de réaliser l'accord de phase spatial ( $k \rightarrow -k$  pour les atomes, ce qui revient à imprimer un facteur de phase  $\exp(-i2kz)$  aux cohérences, comme précédemment).

Moiseev a donc adapté son protocole aux solides, en suggérant de mélanger deux espèces différentes, A et B, d'ions dopants [84]. Les interactions entre A et B déterminent la fréquence de résonance de l'espèce A. Si cette interaction dépend de l'état de B, et qu'elle peut être contrôlée par un champ externe (par exemple, l'action d'un champ magnétique sur l'état de spin nucléaire de B), il est possible de contrôler la fréquence de résonance de A, et d'inverser le désaccord (en retournant le spin nucléaire de B par exemple).

Nilsson et Kröll [85] ont proposé de contrôler l'élargissement inhomogène par effet Stark dans les REIC en appliquant un champ électrique statique extérieur. Ce protocole est appelé Controlled Reversible Inhomogeneous Broadening (CRIB). Pour un atome donné soumis à un champ  $E_{ext}$ , la fréquence de transition s'écrit :

$$\omega_S = \omega_{ab} + \frac{\chi(\vec{\mu}_g^p - \vec{\mu}_e^p)\vec{E}_{ext}}{\hbar}, \quad (1.31)$$

avec  $\omega_{ab}$  la fréquence de transition de l'ion sans champ externe,  $\chi = (\varepsilon + 2)/3$ ,  $\varepsilon$  étant la constante diélectrique du milieu atomique.

L'inversion du champ  $E_{ext} \rightarrow -E_{ext}$  inverse la fréquence de transition de l'atome autour de sa fréquence propre  $\omega_{ab}$ . On peut inverser l'élargissement inhomogène complet d'une transition à condition que (cf fig 1.16) :

- avant application d'un champ électrique la transition ne doit pas présenter d'élargissement inhomogène (cf fig 1.16b)). Les fréquences de transition des atomes doivent être basculées autour de la même fréquence centrale  $\omega_{ab}$ . Cela n'est pas vérifié dans les REIC, qui présentent naturellement un fort élargissement inhomogène. Il faut

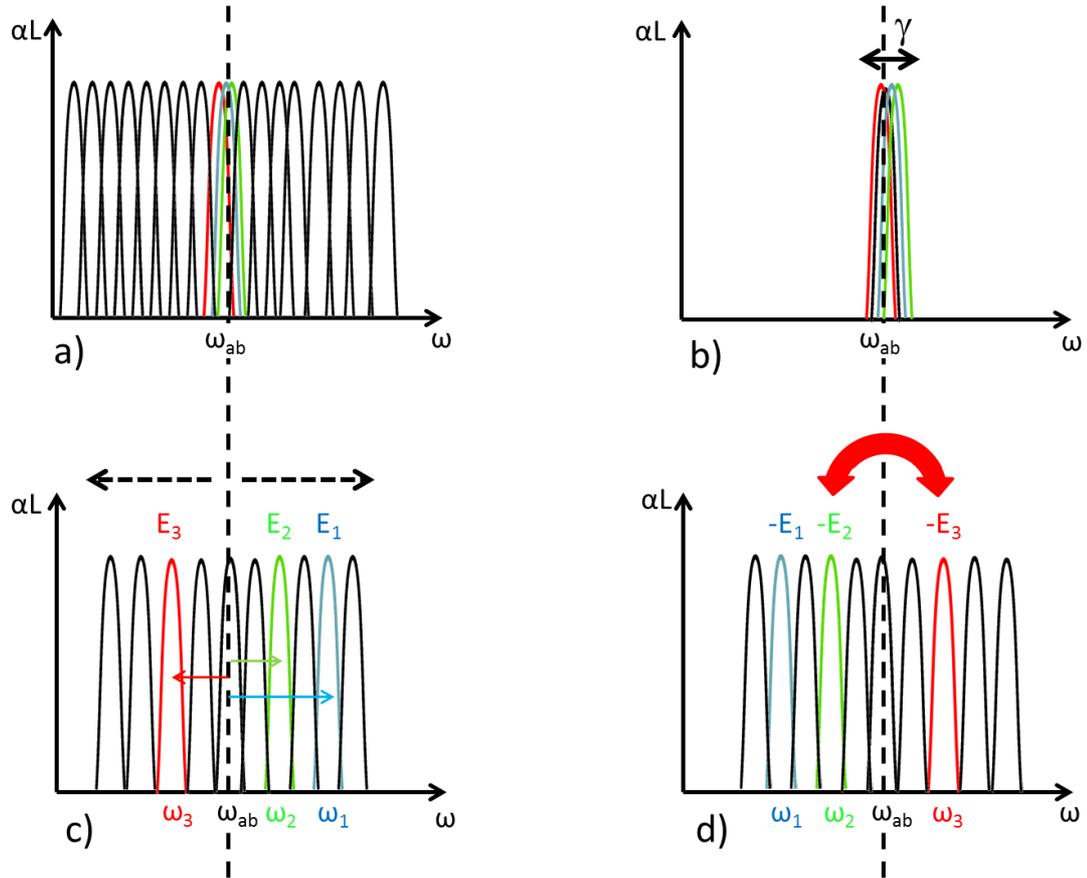


FIGURE 1.16 – Réalisation par effet Stark (grâce à un champ électrique statique inhomogène) d'un élargissement inhomogène contrôlable dans un milieu présentant un élargissement inhomogène initial, puis inversion de cet élargissement inhomogène par inversion du champ électrique statique

donc éliminer des atomes de manière à ne garder que ceux dont la fréquence de résonance est proche de  $\omega_{ab}$  (cf fig 1.16a)b)). Cette étroite bande d'absorption (de largeur  $\gamma$ ) est obtenue par pompage optique des atomes à éliminer vers un niveau de stockage, à longue durée de vie et découplé du signal optique incident.

- le décalage des fréquences de transitions dû à l'effet Stark soit différent pour chaque atome de manière à couvrir, après application du champ  $E_{ext}$ , un intervalle de largeur  $\Gamma_{ext}$  continu (cf fig 1.16c)), avec  $\Gamma_{ext} \gg \gamma$ .

Cette deuxième condition semble facile à remplir dans les matrices amorphes, dans lesquelles les moments dipolaires permanents sont orientés de façon aléatoire. Cette configuration a été étudiée dans des fibres de silice dopées erbium, celui-ci présentant une transition à 1536 nm, longueur d'onde adaptée aux télécommunications. Le CRIB n'a

cependant pas pu être testé dans ces fibres, dans lesquelles l'erbium présente un temps de vie des cohérences optiques trop court pour effectuer la commutation du champ électrique (à 150 mK celle-ci est de  $3.8 \mu\text{s}$ ). D'autre part l'erbium ne présente pas un système à 3 niveaux nécessaire au stockage dans les cohérences Raman et à l'inversion de la phase spatiale. La proposition de Nilsson et Kröll [85] s'appliquait aux matrices cristallines dans lesquelles les dipôles ne sont pas orientés aléatoirement mais selon les directions imposées par les symétries des sites de substitution. Ils suggéraient d'appliquer un champ électrique inhomogène, le gradient du champ étant orienté selon l'axe de propagation (cf fig 1.17). Cette configuration longitudinale fut renommée par la suite GEM (gradient echo memory), par opposition au CRIB transverse proposé par Kraus *et al.* [83]. Une étude théorique détaillée du GEM [86] a montré que l'obtention d'un écho contrapropageant n'est pas une condition obligatoire à l'obtention d'une efficacité de 100%. En effet, l'écho obtenu vers l'avant dans le cas du GEM peut atteindre, pour des épaisseurs optiques suffisantes, 100%. Ceci vient du fait que, contrairement au protocole d'inversion de la phase Doppler ou au CRIB transverse, le milieu présente en un point particulier un profil d'absorption étroit mais décalé, le profil inhomogène total étant obtenu en sommant les contributions des différentes tranches du cristal. Lorsque le profil inhomogène est le même le long de l'axe de propagation, l'efficacité de l'écho est limitée à 54%.

Le GEM est la seule configuration à avoir été testée expérimentalement. La première réalisation revient à Sellars et Manson [87], qui ont obtenu un écho d'un champ classique avec une efficacité de 0.1% dans une matrice  $\text{Y}_2\text{SiO}_5$  dopée aux ions  $\text{Eu}^{3+}$ . Reprenant le même schéma expérimental, Hétet *et al.* ont obtenu une efficacité de 15% dans un cristal de  $\text{Pr}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$  dopé à 0.05%, beaucoup plus absorbant que  $\text{Eu}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$  [88]. Enfin, une efficacité de 69% a été obtenue dans un cristal de  $\text{Pr}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$  par Longdell *et al.* [89]. Le CRIB, et le GEM en particulier, présente beaucoup de qualités qui en font un candidat à la réalisation d'une mémoire quantique. Le niveau excité n'est pas peuplé lors de la formation de l'écho, qui n'est pas bruité par l'émission spontanée. Il n'y a pas non plus de forte impulsion rephasante dont la queue viendrait se superposer à l'écho. Le temps de stockage est à priori limité par l'inverse de l'élargissement inhomogène résiduel  $\gamma^{-1}$  [90]. En effet le déphasage lié à cet élargissement n'est pas rephasé par l'inversion du champ électrique. Cependant il est possible d'augmenter considérablement le temps de stockage en utilisant un troisième niveau. Des impulsions  $\pi$  convertissent, comme dans le cas du rephasage de la phase Doppler, les cohérences optiques en cohérences Raman, au moment où les cohérences optiques portent l'information. Le temps de stockage est alors limité par la durée de vie des cohérences Raman. Cette limite peut aussi être dépassée par des techniques de refocalisation de spin. L'efficacité théorique est de 100% pour le GEM. Néanmoins plusieurs limites apparaissent. L'efficacité augmente avec l'épaisseur optique. Mais la préparation du milieu élimine beaucoup d'atomes, ce qui diminue fortement l'absorption du

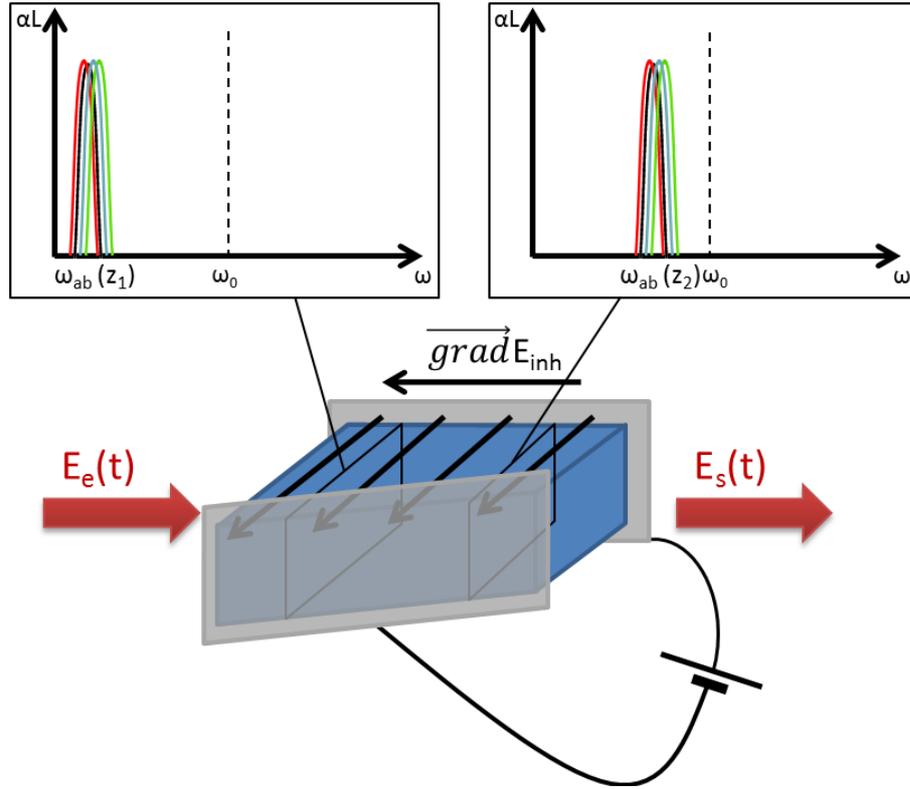


FIGURE 1.17 – Cristal en configuration GEM. Les électrodes ne sont pas parallèles et produisent un champ électrique statique inhomogène. Le profil d'absorption est représenté pour deux tranches du cristal. La bande spectrale étroite, isolée par pompage optique, est décalée en fréquence par effet Stark. Ce décalage diffère pour chaque tranche du cristal.

cristal. Le CRIB ne tire donc pas parti de l'élargissement inhomogène des REIC et de son potentiel multimode. Contrairement à l'écho de photon classique, le nombre de canaux spectraux disponible n'est pas de l'ordre de  $\Gamma_{inh}/\Gamma_{hom}$  mais est ici dimensionné par le rapport  $\Gamma_{ext}/\gamma$ , plus faible. Augmenter la bande passante en augmentant le champ électrique statique se fait au détriment de l'épaisseur optique (on réduit la densité spectrale d'atomes) et donc de l'efficacité. On peut montrer que le nombre de modes enregistrables et restituables avec une efficacité donnée est proportionnel à l'épaisseur optique [91, 20] :

$$N \propto \alpha L \quad (1.32)$$

Enfin le CRIB nécessite de contrôler la fréquence de transition des atomes par effet Stark. Il faut donc qu'ils présentent un dipôle électrique permanent. Lorsque la symétrie des sites de substitution est trop élevée, le dipôle permanent ne peut pas se construire. C'est le cas par exemple dans le cristal de  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  que nous avons utilisé au cours de

## MÉMORISER UN ÉTAT QUANTIQUE DE LA LUMIÈRE

cette thèse. Le  $\text{Tm}^{3+}:\text{Y}_2\text{O}_3$  présente un dipôle permanent [92], mais les cohérences y ont un temps de vie environ 10 fois plus faible que dans le YAG. Ces défauts nous ont incités à utiliser un protocole proposé plus récemment : le Peigne Atomique de Fréquences.

# Chapitre 2

## Le peigne atomique de fréquences

Le protocole nommé Peigne Atomique de Fréquences ou AFC (Atomic Frequency Comb) a été proposé récemment à Genève [93, 94]. Il s'inscrit dans la lignée de l'écho de photon à 3 impulsions décrit précédemment. Dans ce protocole, un réseau spectral était gravé dans le profil d'absorption par une impulsion  $\frac{\pi}{2}$  et par une ou plusieurs impulsions signal qui contiennent l'information à enregistrer. Ce réseau était ensuite sondé par une nouvelle impulsion  $\frac{\pi}{2}$ , restituant l'information contenue dans le réseau spectral sous forme d'un écho lumineux, image des impulsions signal. Une variante de ce protocole, l'écho accumulé, a été proposée [95, 96], dans laquelle le réseau était gravé non pas par des impulsions fortes mais par accumulation de l'effet de séquences d'impulsions faibles, répétées plusieurs fois. L'impulsion qui vient sonder ce réseau est faible elle-aussi. L'écho est produit sans impulsion de rephasage intense. Ce principe est aussi à la base d'un protocole d'analyse spectrale (analyseur arc-en-ciel) développé au laboratoire Aimé Cotton [50]. Le rephasage est induit par la périodicité du réseau spectral lui-même. Cette idée est à la base du protocole AFC. Renversant le schéma classique, l'AFC propose de faire porter l'information à enregistrer par l'impulsion sonde et plus par les impulsions de gravure. Pour l'écho stimulé le réseau spectral porte l'information et la restitue sous forme de l'écho d'une impulsion sonde. Pour l'AFC le réseau spectral produit l'écho d'une impulsion sonde qui contient l'information à enregistrer. Un inconvénient apparaît rapidement : l'écho stimulé permet de conserver l'information dans le milieu atomique durant une période limitée par le temps de vie du niveau excité ( $T_1$ ). Pour l'AFC le temps de stockage est limité par le temps de vie des cohérences de la transition ( $T_2$ ) souvent bien plus court. Cependant cet inconvénient, qui pourra être contourné, est le revers de ce qui est la raison d'être de l'AFC : l'information est stockée dans les cohérences, seules à pouvoir en imprimer les propriétés quantiques. Avant de montrer les qualités de ce protocole, la section suivante en explique le fonctionnement.

## 2.1 Diffraction d'une onde lumineuse par une structure périodique d'absorption

Le protocole AFC repose sur la diffraction d'un signal lumineux (faible) par une structure périodique d'absorption. Une approche macroscopique, basée sur la résolution des équations de Maxwell-Bloch en régime linéaire, suffit pour comprendre l'apparition d'échos lumineux à la sortie du cristal. On considère un champ signal  $E(z, t)$ , se propageant selon l'axe  $z$  dans le sens des  $z$  croissant. On néglige ici les effets transverses (selon les directions  $x$  et  $y$ ) en considérant des ondes planes. Le système atomique est considéré comme une collection de systèmes à deux niveaux. Ce milieu, dans lequel a été préparé une structure périodique d'absorption, présente une susceptibilité linéaire  $\chi_+(\omega)$  de période notée  $\Delta_\chi = 2\pi/T$ . On note sa longueur  $L$  et son coefficient d'absorption avant préparation  $\alpha_0$ . On considère celui-ci constant sur le domaine spectral utilisé. En pratique ceci revient à considérer l'élargissement inhomogène grand devant la largeur spectrale du peigne de fréquences et de l'impulsion signal. On note simplement  $E(z, \omega)$  la transformée de Fourier temporelle de  $E(z, t)$ .

### 2.1.1 Calcul général

On cherche à résoudre l'équation d'onde dans le domaine spectral.

$$\frac{\partial^2 E(z, \omega)}{\partial z^2} + k^2(1 + \chi_+(\omega))E(z, \omega) = 0 \quad (2.1)$$

La susceptibilité étant une fonction périodique de la fréquence, on peut la développer en série de Fourier.

$$\chi_+(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{-ni(\omega-\omega_0)T} \quad (2.2)$$

où

$$c_n = \frac{T}{2\pi} \int_0^{2\pi/T} \chi_+(\omega) e^{ni(\omega-\omega_0)T} d\omega \quad (2.3)$$

La causalité impose

$$\chi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi_+(\omega) e^{i(\omega-\omega_0)t} d\omega = 0, \forall t < 0 \quad (2.4)$$

$\forall n < 0$ ,  $\chi_+(\omega) e^{ni(\omega-\omega_0)T}$  est  $2\pi/T$ -périodique, donc l'égalité 2.4 amène à :

$$\int_0^{2\pi/T} \chi_+(\omega) e^{ni(\omega-\omega_0)T} d\omega = 0, \forall n < 0$$

et finalement

$$c_n = 0, \forall n < 0$$

Dans le cadre de l'approximation de l'enveloppe lentement variable (ou de manière équivalente avec  $\chi(\omega) \ll 1$ ), la solution de l'équation 2.1 s'écrit :

$$E(z, \omega) = E(0, \omega) e^{-ikz} e^{-i\frac{kz}{2}\chi(\omega)} \quad (2.5)$$

Le terme  $e^{-i\frac{kz}{2}\chi(\omega)}$  est périodique, de période  $2\pi/T$ , on peut de la même façon le développer en série de Fourier et ainsi écrire le champ :

$$E(z, \omega) = E(0, \omega) \sum_{p=0}^{+\infty} a_p(z) e^{-ip(\omega-\omega_0)T} \quad (2.6)$$

La somme part ici de  $p = 0$  pour de raisons de causalité. En effet, si l'on revient dans l'espace temporel, on déduit de l'équation précédente l'expression suivante :

$$E(z, t) = \sum_{p=0}^{+\infty} a_p(z) e^{ip\omega_0 T} E(0, t - pT) \quad (2.7)$$

On sélectionne donc les  $p$  positifs car il ne peut pas y avoir d'écho avant la simple transmission du signal incident. La formule précédente montre que la périodicité du peigne génère par elle-même les échos lumineux. On doit maintenant chercher le lien qui existe entre les coefficients  $c_n$  et les coefficients  $a_p$ .

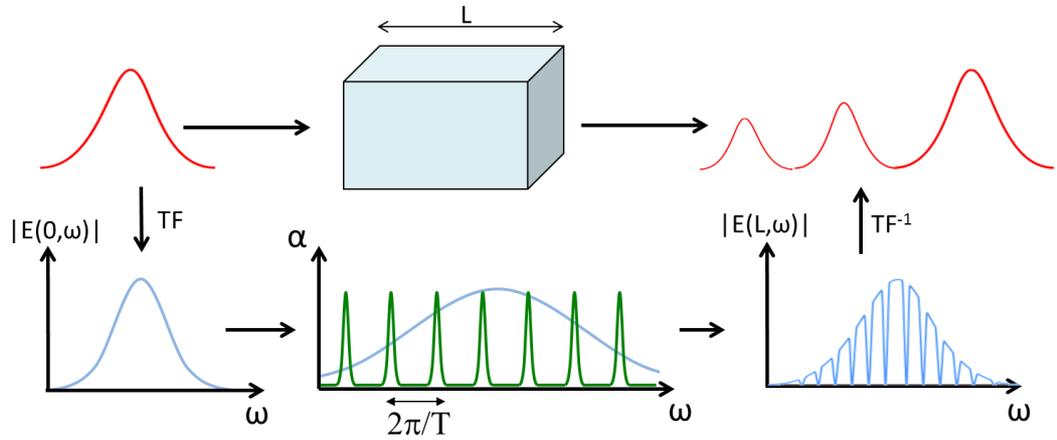


FIGURE 2.1 – Diffraction du signal incident par le réseau d'absorption. Le spectre du signal (en bleu) doit couvrir plusieurs pics du peigne pour être diffracté efficacement. Seul l'effet de l'absorption est représenté ici, pas l'effet de la dispersion.

Pour continuer ce calcul, on va considérer que  $E(0, \omega)$  est plat à l'échelle des variations caractéristiques du peigne spectral. Ceci revient à dire que la durée du signal incident est beaucoup plus courte que  $T$ , l'inverse de la période du peigne (cf fig 2.1).

## CHAPITRE 2 - LE PEIGNE ATOMIQUE DE FRÉQUENCES

L'équation 2.1 se réécrit alors, en utilisant les expressions 2.2 et 2.6 , sous la forme du système :

$$\frac{\partial^2 a_p(z)}{\partial z^2} + k^2 a_p(z) + k^2 \sum_{n=0}^p c_{p-n} a_n(z) = 0 \quad (2.8)$$

Ce système permet de calculer l'amplitude de tous les échos qui suivent le signal transmis à la sortie du cristal. L'amplitude du p<sup>ème</sup> écho ne dépend que de l'amplitude des p-1 premiers et des p premiers coefficients  $c_n$  de la susceptibilité. Cette propriété, due à la causalité, permet de résoudre le système de manière itérative. En fait, dans l'optique de la réalisation d'une mémoire, seul  $a_1$  nous intéresse puisque le premier écho constitue le signal restitué par la mémoire. On a donc à résoudre le système suivant :

$$\frac{\partial^2 a_0(z)}{\partial z^2} + k^2(1 + c_0)a_0(z) = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial^2 a_1(z)}{\partial z^2} + k^2(1 + c_0)a_1(z) + k^2 c_1 a_0(z) = 0 \quad (2.10)$$

On aboutit aux expressions suivantes, avec l'hypothèse  $c_n \ll 1$  découlant de l'hypothèse  $\chi(\omega) \ll 1$ , et en considérant  $a_0(z=0) = 1$  et  $a_1(z=0) = 0$  :

$$a_0(z) = e^{-ikz} e^{-ikc_0 z/2} \quad (2.11)$$

$$a_1(z) = \frac{i}{2} c_1 k z e^{-ikz} e^{-ikc_0 z/2} \quad (2.12)$$

$c_0$  est la valeur moyenne de la susceptibilité. On peut montrer que  $\Re(c_0) = n$ , l'indice de réfraction du milieu non-préparé, et on note  $k\Im(c_0) = \langle \alpha \rangle$  le coefficient d'absorption moyen du milieu. On aboutit finalement aux expressions suivantes pour les amplitudes du champ transmis et du premier écho :

$$|E_0(z, t)| = e^{-\frac{1}{2}\langle \alpha \rangle z} E(0, t - \frac{nz}{c}) \quad (2.13)$$

$$|E_1(z, t)| = \frac{|c_1|}{\Im(c_0)} \frac{1}{2} \langle \alpha \rangle z e^{-\frac{1}{2}\langle \alpha \rangle z} E(0, t - \frac{nz}{c} - T) \quad (2.14)$$

L'écho subit de plus un déphasage  $\Delta\varphi = \pi/2 + (\omega_0 - \omega_L)T$  par rapport au signal transmis, où  $\omega_L$  est la fréquence du laser. On voit sur l'expression 2.14 que l'écho se construit linéairement au cours de sa propagation, mais qu'il est en même temps réabsorbé par le milieu. Ce deuxième phénomène limite l'efficacité d'écho à 54%. Ceci sera étudié en détail au chapitre 4.

## 2.1.2 Interprétation du processus

Le calcul précédent montre que la périodicité de la structure d'absorption du cristal produit l'écho lumineux d'une impulsion incidente (faible). Cette section vise à interpréter ce phénomène. Durant cette thèse l'interprétation habituelle de l'AFC comme un protocole d'absorption [93, 97, 11] a été discutée et le processus a été réinterprété en termes de lumière lente [98].

### Premières interprétations : diffraction par un réseau spectral et rephasage des cohérences

L'AFC a été en premier lieu considéré comme un protocole d'absorption, de la manière suivante. Le milieu est préparé spectralement sous la forme d'une structure périodique d'absorption constituée de pics très fins et très absorbants (cf fig 2.2), de fréquences  $\omega_0 + 2n\pi/T, n \in [-N, N]$  où  $2N + 1$  correspond au nombre de pics total du peigne. On note ici  $\Delta = 2\pi/T$ . On considère ici que  $\omega_L = \omega_0$ , c'est-à-dire que le peigne est centré sur la fréquence du laser.

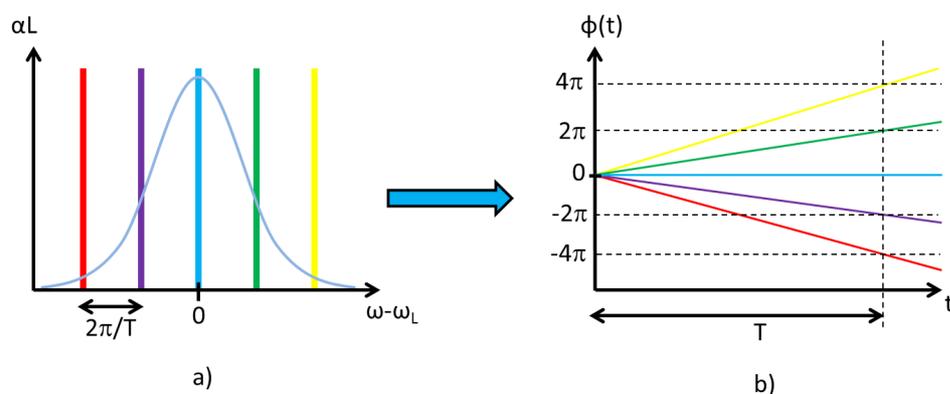


FIGURE 2.2 – a) Pics étroits d'absorption. b) Evolution temporelle de la phase des cohérences de chaque classe spectrale d'atomes.

A  $t = 0$  une impulsion incidente, dont le spectre est représenté fig 2.2a), est absorbée par le milieu. Le spectre de l'impulsion incidente doit recouvrir plusieurs pics du peigne, mais doit être plus étroit que le peigne lui-même. Chaque pic absorbe les fréquences du champ résonantes avec lui. Pour les atomes du pic  $n$  (c'est-à-dire de fréquence  $\omega_0 + n\Delta$ ) situés en  $z$ , la cohérence créée est, juste après le passage de l'impulsion :

$$\tilde{\rho}_{ab}(n, z) = -\frac{i}{2}\tilde{\Omega}_{inc}(n\Delta, z) \quad (2.15)$$

On réalise ainsi une image discrète du champ incident. Après absorption les cohérences évoluent en oscillant à leur fréquence propre.

$$\tilde{\rho}_{ab}(n, z, t) = -\frac{i}{2} e^{in\Delta t} \tilde{\Omega}_{inc}(n\Delta, z) \quad (2.16)$$

L'évolution temporelle de cette phase est représentée fig 2.2b). Les dipôles atomiques oscillent comme les cohérences selon :

$$\vec{d}(n, z) = 2\Re(d_{ab}\rho_{ab}) \quad (2.17)$$

où  $d_{ab}$  est le moment dipolaire de la transition. Après le passage de l'impulsion incidente ils se déphasent rapidement. En effet, après un temps de l'ordre de la durée de l'impulsion incidente, leurs déphasages sont répartis uniformément sur  $[0, 2\pi]$  si bien que, malgré la persistance des dipôles atomiques individuels, la polarisation macroscopique, somme de toutes ces contributions, est nulle. Après un temps  $T (= 2\pi/\Delta)$ , les dipôles sont de nouveau en phase. Un dipôle macroscopique est ainsi créé et rayonne un champ lumineux, l'écho, vers l'avant, c'est-à-dire dans la même direction que le signal incident. Cette direction privilégiée est due au fait que la dépendance spatiale du champ incident a été imprimée elle-aussi dans les cohérences.

Cette interprétation permet de comprendre plusieurs points du processus. Elle rend bien compte de l'instant d'émission de l'écho. On peut montrer aussi (cf chapitre 4) que pour obtenir une grande efficacité, il faut creuser un peigne aux dents très fines et très absorbantes. Ceci se comprend en observant la figure 2.3b).

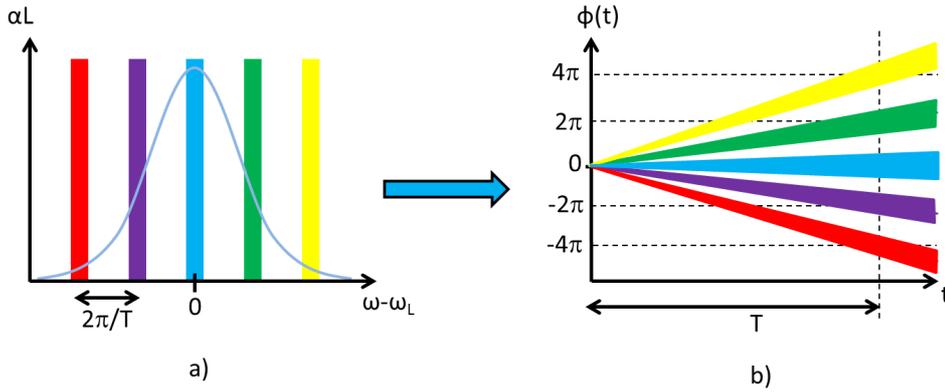


FIGURE 2.3 – a) Pics élargis d'absorption. b) Evolution temporelle de la phase des cohérences de chaque classe spectrale d'atomes.

Le rephasage des cohérences est brouillé. L'efficacité de la reconstruction de l'écho est moins bonne pour des pics épais. Le calcul de l'efficacité pour un peigne à dents rectangulaires, effectué section 4.2.2, corrobore cette observation.

Celle-ci, bien qu'instructive, semble cependant incomplète. Elle ne montre pas l'effet du rayonnement de l'écho sur l'évolution des cohérences. De plus les calculs d'efficacité effectués à la section 4.1 montrent qu'on peut obtenir des efficacités de 54% vers l'avant et de 100% vers l'arrière avec des peignes optimaux, aux dents infiniment fines et infiniment absorbantes. Ceci implique qu'un tel peigne spectral est capable d'absorber totalement le signal incident. Dans le cas contraire, une partie de l'énergie serait transmise directement par le cristal et l'écho lumineux, privé de cette énergie, ne pourrait pas être émis avec une efficacité de 100%. Mais il semble contradictoire qu'un peigne globalement transparent (et même dans le cas optimal complètement transparent) puisse absorber un spectre lumineux de manière totale et uniforme.

### Interprétation en termes de lumière lente

Ces contradictions ne sont qu'apparentes. Elles viennent du fait que l'interprétation précédente en termes de réseau de diffraction spectral ne tient pas compte des effets dispersifs et du rôle majeur joué par l'interaction non-résonante des atomes des pics avec les composantes spectrales du champ hors de ces pics. Cette contribution non-résonante est très différente de l'interaction résonnante. Elle se présente sous la forme d'un suivi adiabatique du champ par les cohérences optiques [99, 100, 101, 102]. La figure 2.4 illustre le fait que les composantes spectrales du champ signal situées entre les pics ne sont pas absorbées, mais fortement ralenties. Sur cet exemple, au milieu des zones transparentes la vitesse de groupe est réduite à 12 km.s<sup>-1</sup>.

L'EIT, ou le SLSHB [103], sont des protocoles de lumière lente. En effet, le signal lumineux se propage dans le milieu matériel sous forme d'une superposition d'une onde de cohérence atomique (Raman pour l'EIT, optique pour le SLSHB) et d'une onde lumineuse résiduelle. La lumière ne disparaît pas totalement et n'est jamais absorbée par le milieu. Ces protocoles sont purement dispersifs. L'absorption est nulle sur toute la largeur du spectre du signal. L'indice de réfraction  $y$  présente une pente constante. On peut montrer que dans ce cas le seul effet des atomes est de ralentir la propagation de l'impulsion, à une vitesse  $v_g = 1/(n + \omega \frac{dn}{d\omega})$  (voir A.78 et A.103), quantité constante sur le spectre incident. A l'opposé, l'écho de photon ou le CRIB sont des protocoles basés sur l'absorption. Le signal incident est totalement converti en cohérence atomique. Le rephasage et l'émission d'un écho lumineux sont obtenus par l'inversion de l'évolution de ces cohérences. La dispersion n'intervient pas.

Le classement est plus délicat dans l'AFC. On a vu que l'absorption par les pics est insuffisante pour expliquer l'émission de l'écho. Une interprétation type lumière lente n'est pas suffisante non plus : les calculs montrent que la lumière disparaît totalement dans le milieu avant émission de l'écho. De plus, comme le montre la figure 2.4, la vitesse

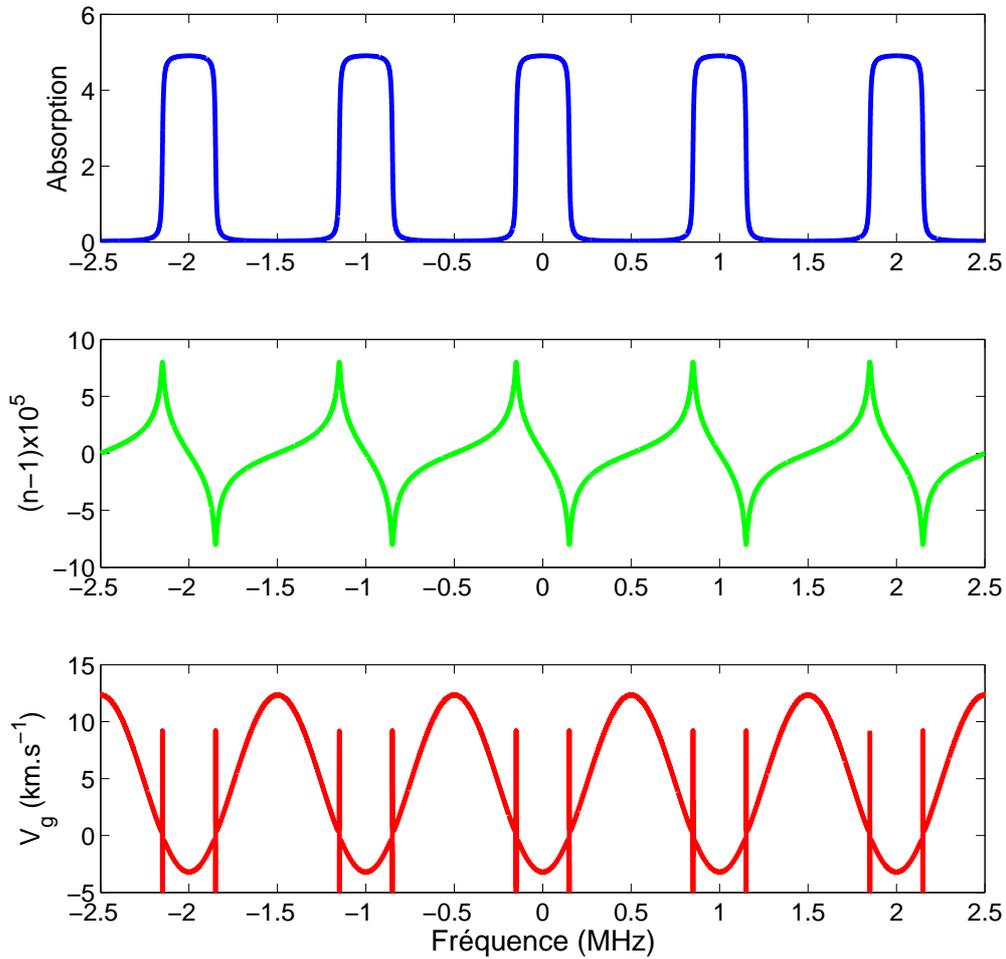


FIGURE 2.4 – Profil d’absorption, indice et vitesse de groupe dans le cas d’un peigne carré de période 1 MHz, dont les pics font 300 kHz de large. L’absorption initiale  $\alpha L$  est prise égale à 5, ce qui correspond approximativement à l’absorption de notre cristal de  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  au centre du profil inhomogène. La largeur homogène  $\gamma_{ab}/\pi$  est prise égale à 20 kHz.

de groupe est très variable dans chaque zone du peigne. Le signal recouvrant plusieurs pics, la vitesse de groupe est donc loin d’être uniforme sur son spectre. Le signal est donc fortement déformé, et pas seulement ralenti.

Cependant, pour de grandes efficacités, les effets dispersifs dominant. On verra au chapitre 4 que, pour avoir un processus efficace, il faut creuser un peigne très contrasté (c’est-à-dire avec des pics très absorbants entre lesquels se trouvent des zones très transparentes) et aux pics très étroits. Il est dans ce cas pertinent de négliger l’absorption car

elle n'affecte qu'une minorité de composantes spectrales du signal.

La susceptibilité s'écrit alors :

$$\chi^+(\omega) = \chi_f^+(\omega) * \text{III}_\Delta(\omega) \quad (2.18)$$

où  $\chi_f^+$ , purement réelle ici, désigne la susceptibilité associée à une fenêtre et  $\text{III}_\Delta$  le peigne de Dirac de période  $\Delta$ . Le champ dans le cristal s'écrit alors, d'après A.65 :

$$\tilde{\mathcal{E}}^+(z, \omega) = e^{-ik\chi^+(\omega)z/2} e^{-ikz} \tilde{\mathcal{E}}(0, \omega) \quad (2.19)$$

$$= [\text{III}_\Delta(\omega) * \tilde{\mathcal{T}}(z, \omega)] e^{-ikz} \tilde{\mathcal{E}}(0, \omega) \quad (2.20)$$

où la fonction de transmission d'une région transparente s'écrit :

$$\tilde{\mathcal{T}}(z, \omega) = e^{-ik\chi_f^+(\omega)z/2} \Pi\left(\frac{\omega}{\Delta}\right) \quad (2.21)$$

avec  $\Pi$  la fonction porte centrée en 0 et de largeur 1. Dans le domaine temporel :

$$\mathcal{E}(z, t) = [\text{III}_{\frac{2\pi}{\Delta}}(t) \mathcal{T}(z, t)] * \mathcal{E}\left(0, t - \frac{nz}{c}\right) \quad (2.22)$$

$$= \frac{2\pi}{\Delta} \sum_{p \geq 0} \mathcal{T}\left(z, \frac{2p\pi}{\Delta}\right) \mathcal{E}\left(0, t - p\frac{2\pi}{\Delta} - \frac{nz}{c}\right) \quad (2.23)$$

avec  $n$  l'indice de réfraction du milieu. Pour comprendre comment se combinent les effets de lumière lente et l'effet de la périodicité du peigne, on peut considérer le cas idéal d'un indice triangulaire (fig 2.5).

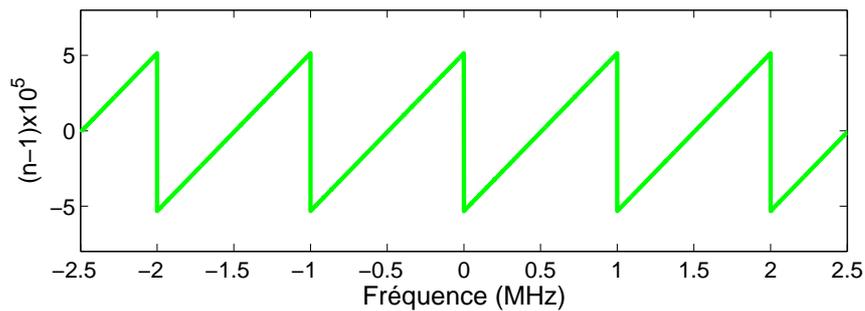


FIGURE 2.5 – Profil d'indice idéal

La susceptibilité s'écrit dans ce cas :

$$\chi_f^+(\omega) = 2\frac{\alpha_0}{k\Delta}(\omega) \Pi\left(\frac{\omega}{\Delta}\right) \quad (2.24)$$

On trouve alors :

$$\mathcal{E}(z, t) = \frac{2\pi}{\Delta} \sum_{p \geq 0} \text{sinc}\left(p \frac{2\pi}{\Delta} - z/v_g\right) \mathcal{E}\left(0, t - p \frac{2\pi}{\Delta} - \frac{nz}{c}\right) \quad (2.25)$$

$$\approx \frac{2\pi}{\Delta} \text{sinc}(t - z/v_g) \sum_{p \geq 0} \mathcal{E}\left(0, t - p \frac{2\pi}{\Delta} - \frac{nz}{c}\right) \quad (2.26)$$

avec  $v_g = \Delta/\alpha_0$

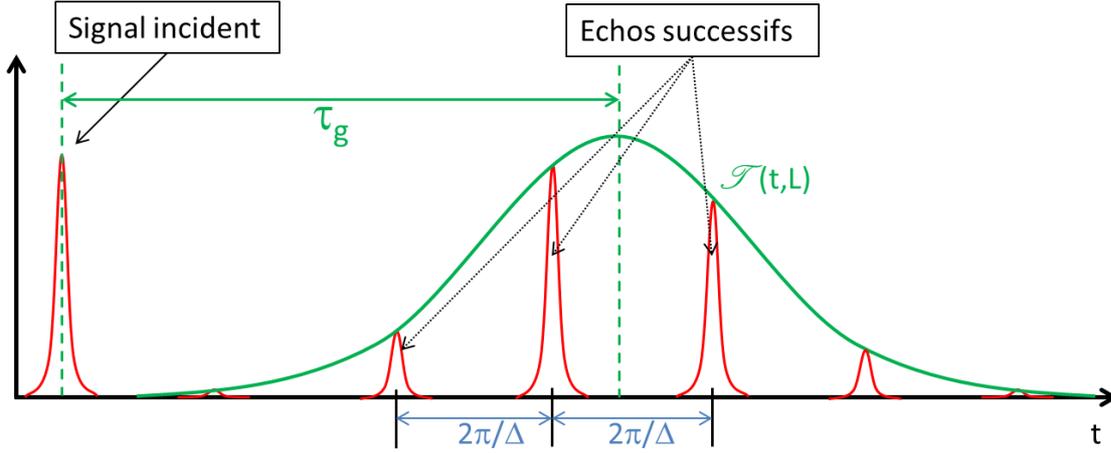


FIGURE 2.6 – Échos lumineux à la sortie du cristal ( $z=L$ ). En vert la fonction de transmission

On voit que la périodicité du peigne implique la création d'échos successifs, comme démontré à la section précédente. Ces échos, qui se propagent à la vitesse de phase ( $c/n$ ) dans le milieu sont générés à l'intérieur d'une enveloppe, qui elle se propage à la vitesse de groupe définie par la pente de la susceptibilité, sans se déformer dans ce cas idéal (fig 2.6). On comprend alors qu'une efficacité maximale s'obtient lorsqu'à la sortie du cristal arrivent en même temps le premier écho et le maximum de l'enveloppe.

Dans le cas de pics carrés (fig 2.4), on peut utiliser un développement limité à l'ordre 3 de la susceptibilité au milieu des fenêtres de transparence [104]. On trouve :

$$\chi_f^+(\omega) = \frac{\alpha_0 \theta}{k\Delta} \frac{1}{2} \left[ (\omega - \omega_L) + \frac{1}{3} \left( \frac{\pi}{\Delta} \right)^2 (\omega - \omega_L)^2 \right] \quad (2.27)$$

On peut représenter la fonction  $\mathcal{T}(z, t)$  correspondante (voir figure 2.7). L'effet du terme d'ordre 3 est une déformation de la fonction enveloppe lors de la propagation. On observe en effet sur cette figure son étalement à mesure de son avancée dans le cristal. On peut aussi observer que le premier écho coïncide avec le maximum de l'enveloppe pour  $\langle \alpha \rangle z = 2$ , ce qui sera confirmé à la section 4.1 comme étant, pour une forme de peigne donnée, la condition d'une efficacité optimale. On en donne ici une interprétation physique.

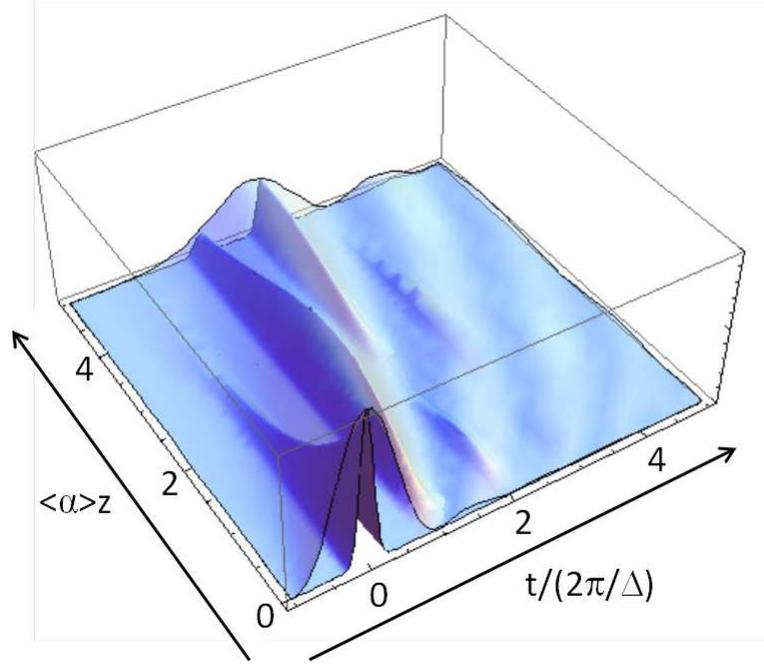


FIGURE 2.7 – Fonction de transmission représentée en fonction de  $t$  (normalisée à l'inverse de la période du peigne de fréquences) et de  $z$  (normalisé à  $\langle \alpha \rangle^{-1}$ ).

On peut généraliser ces calculs en utilisant le développement en série de Fourier de la susceptibilité 2.2 :

$$\chi_+(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{-ni\omega T} \quad (2.28)$$

On développe alors l'exponentielle complexe en série de Fourier :

$$e^{-in\omega T} = 1 - in\omega T + \dots \quad (2.29)$$

Avec  $k(\omega) = \frac{\omega_L}{c} (1 + \frac{1}{2}\chi_+(\omega))$  :

$$k(\omega) = \frac{\omega_L}{c} \left( 1 + \frac{1}{2} \sum_{n \geq 0} c_n - \frac{i\omega T}{2} \sum_{n > 0} n c_n + \dots \right) \quad (2.30)$$

La formule A.100 indique que la vitesse de groupe est donnée par l'inverse de la partie réelle du coefficient linéaire en  $\omega$  du développement en série entière :

$$\frac{1}{v_g} = \frac{1}{c} - \frac{1}{2} \frac{\omega_L}{c} \Re \left( T \sum_{n > 0} i n c_n \right) \quad (2.31)$$

$$= \frac{1}{c} + \frac{1}{2} \frac{\omega_L T}{c} \sum_{n > 0} n \Im(c_n) \quad (2.32)$$

Cette formule permet d'évaluer le déplacement de l'enveloppe lumineuse de manière plus exacte que les développements précédents.

### Mise en évidence expérimentale des effets de dispersion

L'analyse en termes de lumière lente est plus claire lorsque le spectre du signal à enregistrer est entièrement contenu dans les zones transparentes du peigne. On peut pour cela envoyer un train d'impulsions de signal. On voit sur la figure 2.8 que pour que le spectre du signal soit contenu dans les zones transparentes du peigne, on doit séparer les impulsions par une durée  $2\pi/\Delta$ . Le train doit aussi être suffisamment long.

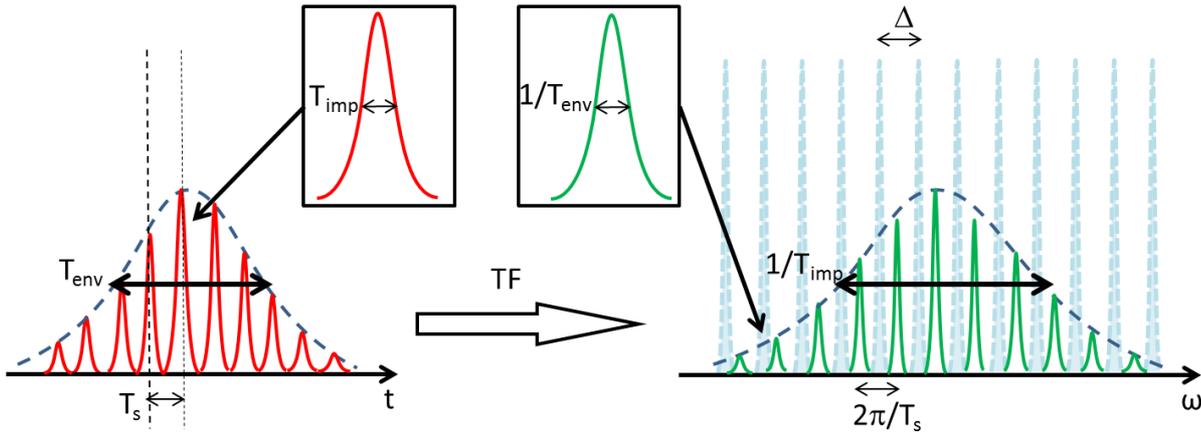


FIGURE 2.8 – A gauche : train d'impulsions de signal envoyé sur le peigne. L'enveloppe est choisie gaussienne. A droite le spectre de ce train d'impulsions en vert. En bleu les pics d'absorption du peigne, de période spectrale  $\Delta$

La diffraction d'un tel signal ne peut pas faire intervenir l'absorption, car il n'y pas de recouvrement entre les pics d'absorption et le spectre du signal. Seuls les effets non-résonnants interviennent ici. Pour valider notre approche type « lumière lente », on mesure expérimentalement la vitesse de propagation de l'enveloppe gaussienne du train, que l'on veut comparer à l'expression théorique 2.32. Expérimentalement on a accès au profil d'absorption du milieu et pas à la susceptibilité totale. Les coefficients  $c_n$  de l'expression 2.32 ne nous sont pas directement accessibles. On cherche donc une expression de la vitesse de groupe en fonction du profil d'absorption lui-même. Pour cela on développe ce profil (périodique spectralement, de période spectrale  $\Delta = 2\pi/T$ ) en série de Fourier :

$$\alpha(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n e^{in\omega T} \quad (2.33)$$

On utilise les relations de Kramers-Kronig pour relier ce développement à celui de la susceptibilité :

$$\Re(\chi_+(\omega)) = -\frac{1}{\pi} vp \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Im(\chi_+(\omega'))}{\omega - \omega'} d\omega' \quad (2.34)$$

Or

$$\alpha(\omega) = -\frac{\omega_L}{c} \Im m(\chi(\omega)) \quad (2.35)$$

donc :

$$\Re e(\chi_+(\omega)) = \frac{c}{\pi\omega_L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n \text{vp} \int \frac{e^{in\omega'T}}{\omega - \omega'} d\omega' \quad (2.36)$$

$$= -i \frac{c}{\omega_L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n e^{in\omega T} \text{sgn}(n) \quad (2.37)$$

$$\text{où } \text{sgn}(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n > 0 \\ 0 & \text{si } n = 0 \\ -1 & \text{si } n < 0 \end{cases}$$

On en déduit que, en considérant que  $\chi_+ = \Re e(\chi_+) + i\Im m(\chi_+)$  et en identifiant terme à terme les séries de Fourier :

$$c_n = \frac{c}{\omega_L} (-i\alpha_n \text{sgn}(n) - i\alpha_n) \quad (2.38)$$

$$= -i \frac{c}{\omega_L} \alpha_n \begin{cases} 2 & \text{si } n > 0 \\ 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{si } n < 0 \end{cases} \quad (2.39)$$

A partir de l'expression 2.32, on arrive finalement au résultat suivant, vérifiable expérimentalement à partir du profil d'absorption :

$$\frac{1}{v_g} = \frac{1}{c} \left( 1 - \omega_L T \sum_{n>0} n \Re e(\alpha_n) \right) \quad (2.40)$$

L'expérience est menée dans un échantillon de  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  dopé à 0.5%. Le dispositif expérimental est décrit à la section 4.2.3. Le peigne est creusé en utilisant pour niveau relais un niveau hyperfin séparé à l'aide d'un champ magnétique statique de 40 Gauss. L'éclatement hyperfin est de 392 kHz dans le niveau fondamental et de 240 kHz dans le niveau excité. Conformément aux résultats démontrés au chapitre 4, on creuse un peigne à dents carrées pour optimiser l'intensité de l'écho<sup>1</sup>. Pour creuser  $2n+1$  pics de transmission séparés par un intervalle  $\Delta$ , on utilise  $2n+1$  sécantes hyperboliques complexes (SHC), décrites à la section 5.2, centrées sur les fréquences  $\omega_0 \pm k\Delta, k \in [0, n]$ . La séquence de pompage complète comprend donc ces  $2n+1$  SCH, séparées de 1  $\mu\text{s}$ . Elle est répétée plusieurs fois pour obtenir par accumulation un peigne bien contrasté.

Pour vérifier que le peigne a été bien préparé, on commence par effectuer un enregistrement classique, c'est-à-dire d'une impulsion qui recouvre spectralement quelques pics du peigne. Les résultats sont présentés sur la figure 2.9

1. Cette expérience a été réalisée après les études des chapitres 3 et 4

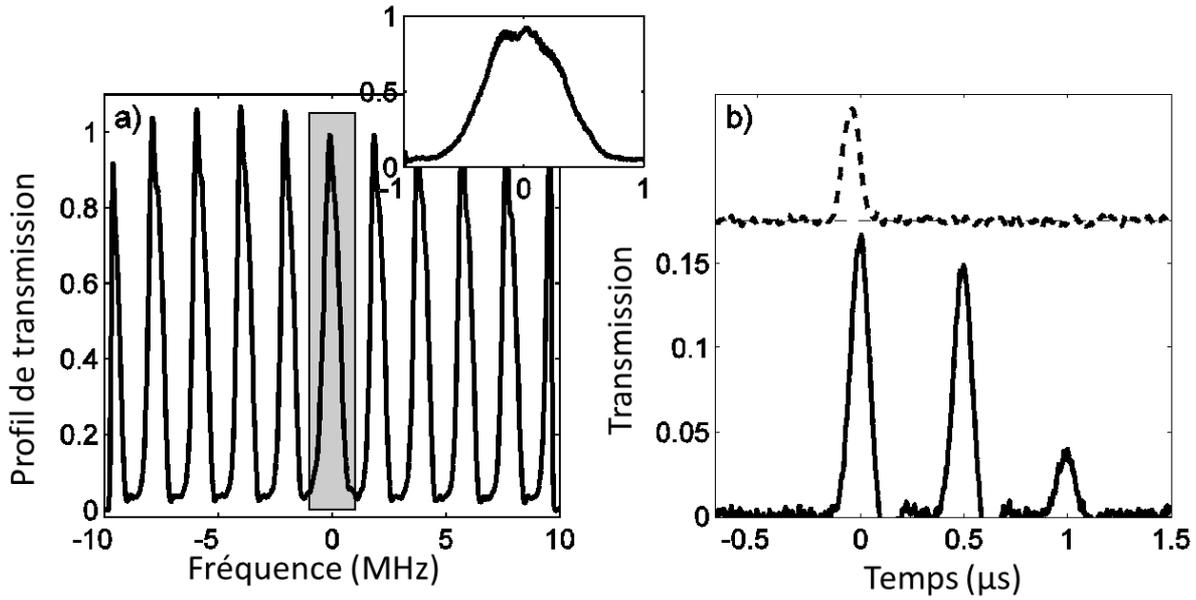


FIGURE 2.9 – a) Peigne spectral complet préparé avec des SHC. La période spectrale est de 2 MHz. La transmission est mesurée à l’aide d’un faisceau très faible, balayé en fréquence. Les pics sont déformés du fait d’un balayage trop rapide, qui ne permet pas au régime permanent de la transmission de s’établir. On observe notamment une transmission supérieure à 1, conséquence de cette déformation. En médaillon, le pic central observé avec un balayage plus lent. La déformation est beaucoup moins prononcée. La largeur des pics est de 400 kHz, en accord avec les paramètres des SHC ( $\beta = 120$  kHz,  $\mu = 2$ , voir 5.2). b) En pointillés l’impulsion incidente, de 100 ns. En continu le signal mesuré à la sortie du cristal. On distingue la partie transmise, suivie de deux échos lumineux

Les calculs présentés au chapitre 4 permettent d’estimer l’efficacité de diffraction à partir de la mesure du peigne. On trouve 14%, en accord avec l’efficacité expérimentale mesurée à 15%.

On envoie maintenant sur le même peigne un train d’impulsions identiques, et identiques à celle envoyée précédemment. On décide de les encadrer sous une enveloppe gaussienne pour bien contrôler la forme du spectre du train. On mesure le retard dans la propagation de l’enveloppe, assimilable au retard de groupe du train. La figure 2.10 présente deux mesures, à épaisseurs optiques initiales différentes.

On fait varier l’épaisseur optique en se décalant sur le profil inhomogène. On réalise ainsi une série de mesures sur une gamme de 10 GHz environ. Les retards mesurés augmentent avec l’épaisseur optique. La figure 2.10 présente deux mesures à deux épaisseurs optiques initiales différentes. Au peigne représenté en a) correspond le signal b), dont l’en-

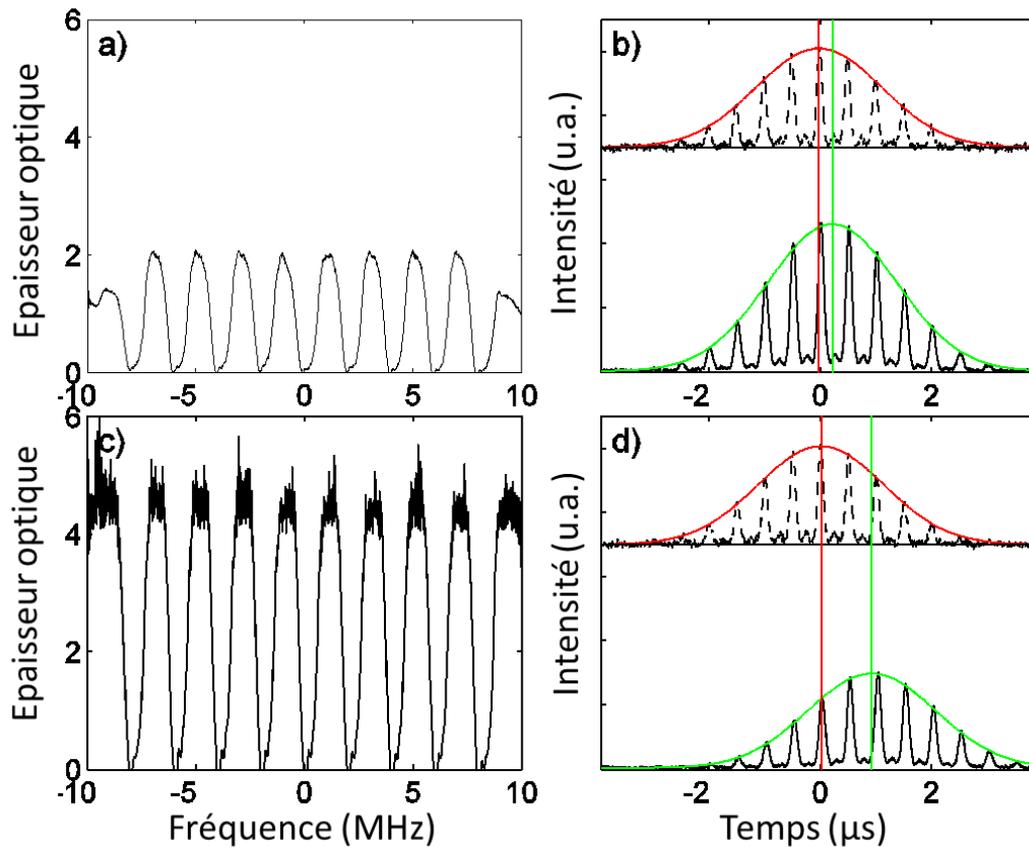


FIGURE 2.10 – a) et c) Peignes spectraux obtenus pour différentes épaisseurs optiques initiales (2 en a) 4.2 en c)). L'épaisseur optique est modifiée en déplaçant la fréquence laser sur le profil inhomogène du milieu. b) et d) Trains d'impulsions envoyés sur ces peignes. En pointillés les trains incidents. En continu le signal mesuré à la sortie du cristal.

veloppe présente un retard de 240 ns à la sortie du cristal. Le peigne c) amène à un retard du signal de 940 ns. C'est le plus grand retard que nous avons mesuré, il correspond à une vitesse de groupe de  $5.5 \text{ km.s}^{-1}$  dans le cristal. La figure 2.11 présente une comparaison des retards expérimentaux et des retards calculés à partir des peignes mesurés, grâce à la formule 2.40 . L'accord est bon, même si les retards calculés sont légèrement inférieurs. Cet effet est plus prononcé à forte épaisseur optique. Ceci peut venir de la difficulté à mesurer des coefficients de transmission très faibles pour ces épaisseurs optiques.

Ces mesures confirment le rôle des effets dispersifs dans le processus d'AFC.

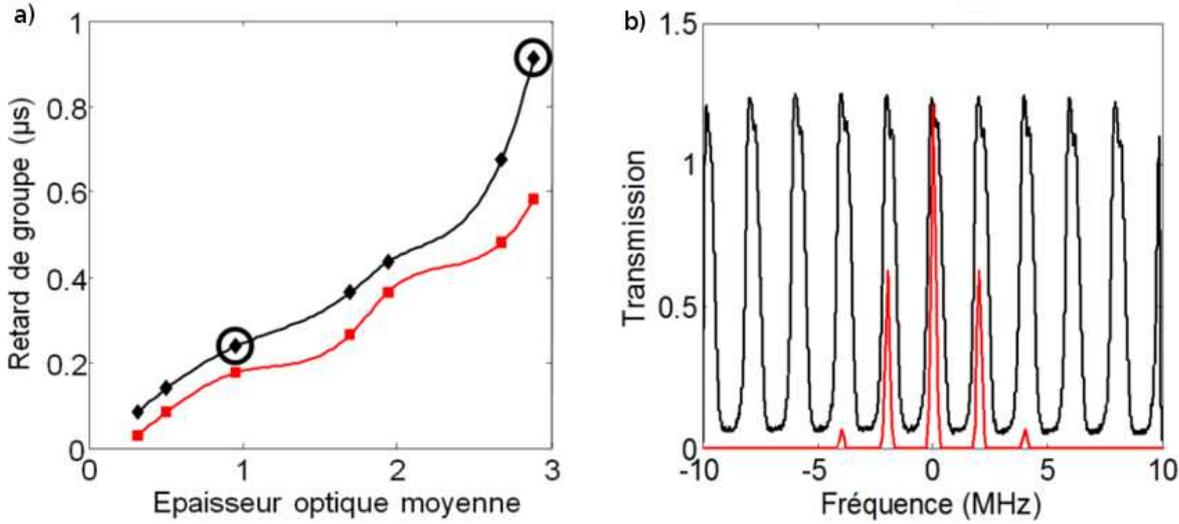


FIGURE 2.11 – a) Mesures du retard de l’enveloppe gaussienne en fonction de l’épaisseur optique moyenne (en noir), comparées avec les valeurs calculées à partir des spectres d’absorption mesurés (en rouge) b) Peigne mesuré (en noir). On vérifie que le spectre du train d’impulsion (en rouge), calculé par la transformée de Fourier du signal temporel, est bien compris dans les zones transparentes. Le fait que la transmission dépasse 1 est un artefact expérimental. Ce profil de transmission est mesuré grâce à un faisceau faible balayé en fréquence. Le balayage est ici trop rapide.

## 2.2 Le protocole complet

### 2.2.1 Stockage dans les cohérences Raman et restitution à la demande

Le filtrage linéaire par une structure périodique présenté précédemment n’est pas à proprement parler une mémoire optique mais plutôt une ligne à retard, puisque l’écho est produit à un instant imposé par la période du peigne et pas sur demande. L’utilisation d’un troisième niveau permet d’envisager un temps de stockage modulable. Il est en effet possible de compléter l’AFC pour enregistrer l’information incidente dans les cohérences Raman des ions de terres rares [105]. Les protocoles présentés précédemment (EIT, CRIB) utilisent aussi les cohérences Raman pour le stockage.

Le transfert de l’information vers les cohérences Raman se fait au moment où celle-ci est entièrement portée par les cohérences optiques. A ce moment le champ a été, dans le cas idéal, entièrement absorbé et l’écho n’a pas commencé à se former. On applique alors une impulsion d’aire  $\pi$  copropageante avec le signal, accordée sur la transition  $|c\rangle \rightarrow |b\rangle$ .

Pour comprendre l'effet de cette impulsion, on peut faire un calcul simple qui néglige la relaxation. On décrit alors le système à 3 niveaux par la fonction d'onde :

$$\varphi(z, t) = a(z, t) |a\rangle + b(z, t) |b\rangle + c(z, t) |c\rangle \quad (2.41)$$

A l'instant initial  $t = 0$ , l'information est contenue dans les cohérences optiques. Ainsi  $\rho_{ba}(z, 0) = a(z, 0)^* b(z, 0)$  avec

$$\begin{cases} a(z, 0) = a_0(z) \\ b(z, 0) = b_0(z) \\ c(z, 0) = 0 \end{cases} \quad (2.42)$$

On passe dans le référentiel tournant :

$$\begin{cases} b(z, t) = \beta(z, t) e^{-i\omega t} \\ c(z, t) = \gamma(z, t) \end{cases} \quad (2.43)$$

On applique une impulsion  $\pi$  accordée sur  $|c\rangle \rightarrow |b\rangle$  de fréquence de Rabi  $\Omega(t)$ . Le hamiltonien A.26 s'écrit, dans le système à 2 niveaux  $\{|b\rangle, |c\rangle\}$ , dans le référentiel tournant et avec  $\omega_L = \omega_{bc}$  :

$$H = -\frac{\hbar}{2} (\Omega |b\rangle \langle c| + \Omega^* |c\rangle \langle b|) \quad (2.44)$$

Ceci amène au système suivant :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = i\Omega\gamma \\ \dot{\gamma} = i\Omega^*\beta \end{cases} \quad (2.45)$$

$$(2.46)$$

Pour simplifier on considère une impulsion carrée, pendant laquelle la fréquence de Rabi vaut :

$$\Omega(z) = \Omega_R e^{-ikz}$$

La solution de ce système est alors

$$\begin{cases} \beta(z, t) = i b_0(z) e^{-ikz} \cos \frac{\Omega_R t}{2} \\ \gamma(z, t) = i b_0(z) e^{ikz} \sin \frac{\Omega_R t}{2} \end{cases} \quad (2.47)$$

$$(2.48)$$

Si  $\Omega_R t = \pi$  en  $t = t_1$  alors :

$$\begin{aligned} \rho_{ca}(z, t_1) &= a(z, t_1)^* c(z, t_1) \\ &= i e^{-i\omega_{ac} t_1} a_0^*(z) b_0(z) e^{ikz} \\ &= i e^{-i\omega_{ac} t_1} e^{ikz} \rho_{ba}(z, 0) \end{aligned}$$

et à un temps  $t > t_1$  :

$$\rho_{ca}(z, t) = i e^{ikz} \rho_{ba}(z, 0) e^{-i\omega_{ac} t} \quad (2.49)$$

Les cohérences optiques initiales ont ainsi été transférées vers les cohérences Raman. L'information est désormais stockée sous la forme d'une onde de spin. On a ainsi gelé l'évolution du système atomique. En effet la transition Raman ne présente pas de structure d'absorption périodique. Ceci vient de l'absence de corrélation entre les élargissements inhomogènes optique et Raman. Ce dernier est à l'origine d'un brouillage de l'information enregistrée, la situation étant formellement équivalente à un stockage dans les cohérences optiques. Ce sont maintenant les spins qui oscillent à des fréquences différentes les uns des autres. On peut, pour les rephaser, utiliser des techniques d'écho de spin, équivalentes à l'écho de photon présenté précédemment. Outre ce déphasage déterministe (et réversible), les fréquences d'oscillation des spins sont soumises à des fluctuations aléatoires, à l'origine d'une relaxation des cohérences Raman. Celles-ci présentent cependant une durée de vie supérieure à la durée de vie des cohérences optiques. Elle a été mesurée à environ  $350 \mu\text{s}$  dans le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  [106] et est de l'ordre de la milliseconde en général dans les cristaux de terres rares (jusqu'à 15ms dans l' $\text{Eu}^{3+}:\text{YSO}$  [107]). Il est cependant possible d'augmenter fortement ce temps de vie. L'application d'un champ magnétique extérieur d'amplitude et d'orientation bien précises a permis de le faire monter, dans  $\text{Pr}^{3+}:\text{YSO}$  de  $500 \mu\text{s}$  à 82 ms [108]. Des techniques développées en résonance magnétique nucléaire permettent d'allonger encore cette durée de vie. Un temps de 30 s a été obtenu, toujours dans le  $\text{Pr}^{3+}:\text{YSO}$ , par l'application d'une série d'impulsions de rephasage radiofréquence accordées sur la transition Raman [109]. Ces techniques permettent d'approcher la durée de vie des populations hyperfines, limite ultime pour la durée de vie des cohérences.

Le retour de l'information aux cohérences optiques se fait par l'application d'une seconde impulsion  $\pi$ , accordée comme la première sur la transition  $|c\rangle \rightarrow |b\rangle$  et cette fois contrapropageante. L'évolution atomique recommence et l'écho lumineux se reconstruira au fur et à mesure du rephasage des cohérences optiques. La figure 2.12 résume le protocole ainsi complété.

Le caractère copropageant et contrapropageant des impulsions  $\pi$  permet d'obtenir un écho contrapropageant grâce à l'impression par chacune d'elles d'une phase  $e^{ikz}$  aux cohérences. Cette modification des conditions d'accord de phase spatiale force l'émission de l'écho vers l'arrière. On montrera au chapitre 4 qu'on peut dans ces conditions obtenir une efficacité d'écho de 100%.

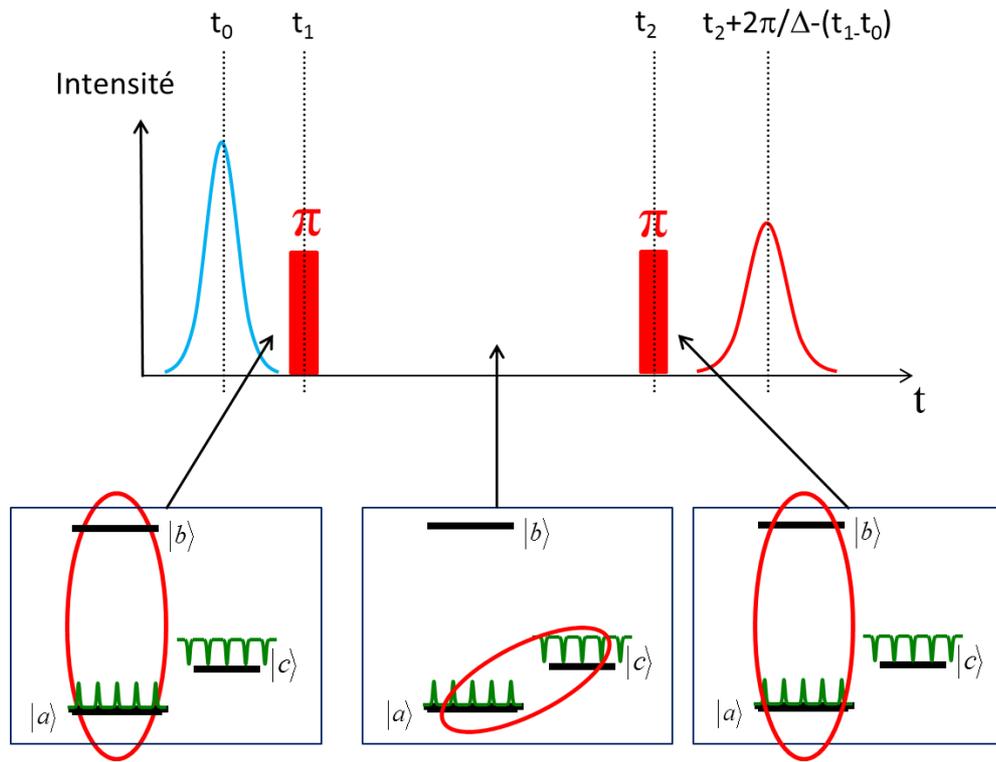


FIGURE 2.12 – Impulsions de transfert vers les cohérences de spin

## 2.2.2 Préparation de la structure périodique d'absorption

Sans préparation le milieu présente un profil d'absorption plat. En effet, la plage spectrale utilisée est petite devant l'élargissement inhomogène de la transition (cf fig 2.13 b)).

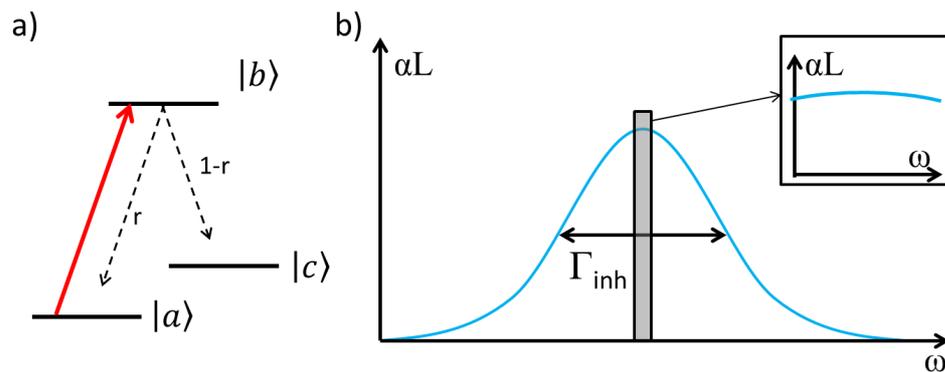


FIGURE 2.13 – a) Système à 3 niveaux. b) Profil inhomogène de la transition. En gris la bande spectrale utilisée, sur laquelle l'absorption est approximativement constante

L'étape de préparation consiste à creuser dans ce profil plat une structure périodique

d'absorption (le peigne). L'absorption à une fréquence donnée est proportionnelle à la différence de population atomique à cette fréquence (cf A.87) :

$$\alpha(\delta_{ab}) \propto n_{ab}(\delta_{ab}) \quad (2.50)$$

où  $\delta_{ab} = \omega_{ab} - \omega_l$  (on se place dans le référentiel tournant). On veut de plus qu'au moment du stockage il n'y ait pas d'atomes dans le niveau excité, pour éliminer l'émission spontanée. On aura donc :

$$\alpha(\delta_{ab}) \propto n_a(\delta_{ab}) \quad (2.51)$$

où  $n_a = \rho_{aa}$  désigne la population d'atomes dans le niveau fondamental  $|a\rangle$ . Il faut donc, pour créer un profil d'absorption, creuser ce profil dans les populations atomiques. En éliminant des atomes du niveau fondamental à une fréquence donnée, on fait baisser l'absorption à cette fréquence. Les atomes éliminés devant être stockés dans un niveau relais, on a besoin d'un troisième niveau  $|c\rangle$ , comme représenté sur la figure 2.13 a).

Le transfert des atomes du niveau  $|a\rangle$  au niveau  $|c\rangle$  est effectué par pompage optique sélectif en fréquence. Le laser est accordé sur la transition  $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ , sur laquelle on veut écrire le peigne. Initialement tous les atomes sont dans le niveau fondamental  $|a\rangle$ . Lorsque la séquence de pompage est lancée, le laser fait passer les atomes dans le niveau excité, qui relaxe vers les niveaux  $|a\rangle$  et  $|c\rangle$  avec une probabilité respectivement  $r$  et  $1-r$ . Les atomes revenus dans le niveau  $|a\rangle$  vont être de nouveau excités etc... Plusieurs paramètres déterminent la proportion d'atomes que l'on veut transférer dans le niveau relais : la puissance de pompe, la durée de la séquence de pompe, la probabilité  $r$ , la vitesse de relaxation du niveau excité. Un autre facteur déterminant est la durée de vie du niveau relais. Les atomes finissent par revenir dans le niveau fondamental après un certain temps. Outre le fait que cette durée intervient dans la dynamique du pompage, elle constitue aussi la durée de vie du peigne, qu'il faut rafraîchir donc rafraîchir périodiquement par une nouvelle séquence de pompe.

Pour pomper différemment les différentes classes spectrales, on agit sur le profil spectral du laser. Aux fréquences pour lesquelles la densité de puissance laser est élevée, le pompage sera efficace. Aux fréquences pour lesquelles elle est nulle, les atomes resteront dans  $|a\rangle$  et l'absorption restera maximale. La forme du peigne désiré détermine le spectre du laser, et donc la forme temporelle (le motif) de la séquence de pompe. Celle-ci est courte et ne permet pas un pompage efficace. On grave donc par accumulation, c'est-à-dire qu'on envoie sur le cristal le motif lumineux un grand nombre de fois (cf fig 2.14).

Le motif est répété à intervalle de  $t_{rep}$ . Ce temps doit être plus grand que le temps de vie des cohérences optiques  $T_2$ . Ainsi ont elles complètement relaxé à l'arrivée de chaque nouveau motif. Ceci permet de graver le spectre du motif lui-même, et pas celui de la séquence totale de pompe (c'est-à-dire l'ensemble des motifs envoyés).

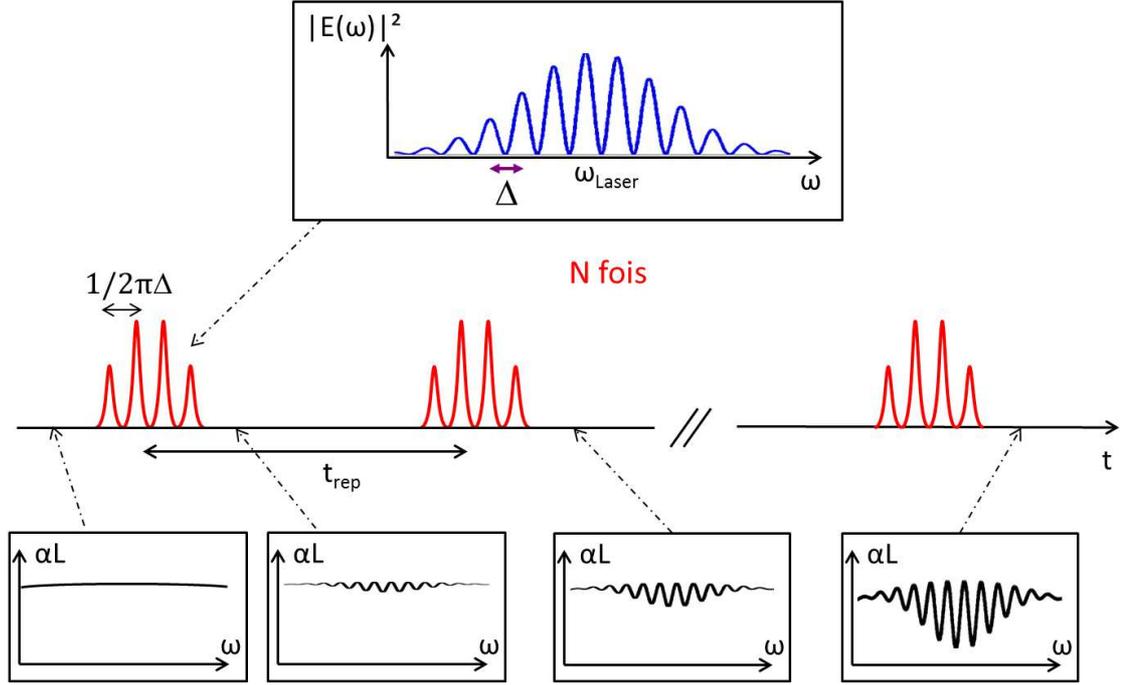


FIGURE 2.14 – Séquence temporelle de préparation du cristal. Le motif (constitué ici de 4 pics) est répété  $N$  fois à intervalle  $t_{rep}$

### Etude quantitative

L'analyse précédente peut être quantifiée. En effet, l'équation A.43 permet de calculer l'effet du passage d'un motif lumineux sur les populations. En notant  $t^-$  l'instant précédent l'arrivée d'un motif et  $t^+$  l'instant où celui-ci termine son passage, et si l'on néglige la relaxation du niveau excité pendant l'interaction avec le motif lumineux :

$$n_{ab}(t^+) = n_{ab}(t^-)(1 - R) \quad (2.52)$$

avec

$$R = R(\delta_{ab}) = \frac{1}{2} \left| \tilde{\Omega}_{motif}(\delta_{ab}) \right|^2 * \frac{\gamma_{ab}}{\pi(\delta_{ab}^2 + \gamma_{ab}^2)} \quad (2.53)$$

où  $\tilde{\Omega}(\omega) = \frac{d_{ab}}{\hbar} \tilde{E}_{motif}(\omega - \omega_l)$  désigne la pulsation de Rabi associée au champ de pompe  $E(t)$ ,  $\gamma_{ab}$  le taux de relaxation des cohérences optiques. La dépendance de  $R$  en  $\delta_{ab}$  est masquée pour simplifier l'écriture. Si les variations de  $\left| \tilde{\Omega}_{motif}(\delta_{ab}) \right|^2$  sont lentes à l'échelle de  $\gamma_{ab}$ , alors :

$$R = \frac{1}{2} \left| \tilde{\Omega}_{motif}(\delta_{ab}) \right|^2 \quad (2.54)$$

En effet l'effet de la convolution est de niveler  $R$  sur une échelle  $\gamma_{ab}$ . Si  $\tilde{\Omega}_{motif}$  ne varie pas beaucoup à cette échelle, ce nivelage est sans effet. On comprend alors que la largeur

homogène est la résolution en écriture de la séquence de pompage. On ne pourra pas écrire dans les populations atomiques des structures spectrales plus fines que cette résolution, les détails du spectre de pompe plus fins étant nivelés. Les formules 2.53 et 2.54 ne sont vraies que si le champ est suffisamment faible (elle est proche de la solution exacte tant que  $R < 1/2$ ).

Si l'on ne tient pas compte de la relaxation du niveau excité, à la fin de la séquence de pompage la différence de population est :

$$n_{ab}(T = Nt_{rep}) = n_{ab}(0)(1 - R)^N \quad (2.55)$$

Pour tenir compte des relaxations, à l'aide de la formule 2.52, il faut calculer la dynamique des populations atomiques lors de la séquence de pompage. Pour cela, on modélise la séquence de pompage réelle par un pompage continu moyen tel que :

$$\frac{dn_{ab}}{dt} = -Pn_{ab} \quad (2.56)$$

avec le taux de pompage moyen  $P = \frac{R}{t_{rep}}$ . Le temps de vie du niveau excité  $|b\rangle$  est noté  $T_1$ .  $P$ , comme  $R$ , dépend du désaccord  $\delta_{ab}$  (étant proportionnel à la densité spectrale d'énergie du motif de pompe), mais cette dépendance est masquée pour simplifier l'écriture.

### Utilisation du métastable comme niveau relais

Comme suggéré sur la figure 1.10, il est possible d'utiliser le niveau métastable  $^3F_4$  pour stocker les atomes qu'on veut éliminer du processus. En effet, lorsqu'ils sont sur ce niveau, les atomes sont complètement découplés du champ. Sa durée de vie  $T_m$  est d'environ 10 ms. En notant  $\rho_m$  la population de ce niveau, la dynamique du système est régie par le système d'équations de taux suivant :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\rho_{aa} = \frac{P}{2}(\rho_{bb} - \rho_{aa}) + \frac{\rho_m}{T_m} + \frac{r\rho_{bb}}{T_1} \\ \frac{d}{dt}\rho_{bb} = -\frac{P}{2}(\rho_{bb} - \rho_{aa}) - \frac{\rho_{bb}}{T_1} \\ 1 = \rho_{aa} + \rho_{bb} + \rho_m \end{cases} \quad (2.57)$$

En régime stationnaire, c'est-à-dire après un temps long devant  $T_1, T_m, 1/P$  :

$$\begin{cases} \rho_{aa_s} = \frac{T_1 P + 2}{\frac{T_1 P}{\epsilon} + 2} \\ \rho_{bb_s} = \frac{T_1 P}{\frac{T_1 P}{\epsilon} + 2} \\ \rho_{m_s} = \frac{T_1 P(1 - 2\epsilon)}{T_1 P + 4\epsilon} \end{cases} \quad (2.58)$$

en posant

$$\epsilon = \frac{1}{\frac{T_m}{T_1}(1-r) + 2} \approx \frac{1}{(1-r)} \frac{T_1}{T_m} \quad (2.59)$$

car, dans notre système,  $T_m(1-r) \gg T_1$ . En effet la désexcitation du niveau excité se fait préférentiellement dans le métastable donc  $(1-r) > 1/2$ . Comme  $T_m/T_1 \approx 15 \gg 1$  alors  $\epsilon \ll 1$ .

Dans l'optique de stocker des photons uniques, le niveau excité doit être vide lorsqu'arrive le signal. On doit donc attendre quelques  $T_1$  entre la séquence de pompe et l'arrivée du signal à enregistrer. Au moment où le signal arrive :

$$n_{ab} = \rho_{aa} = \rho_{aa_s} + r\rho_{bb_s}$$

La formule A.85 relie le coefficient d'absorption à la différence de population :

$$\alpha(\delta) = k \frac{d_{ab}^2}{\hbar\epsilon_0} \int G(\delta_{ab}) n_{ab}(\delta_{ab}) \frac{\gamma_{ab}}{(\delta - \delta_{ab})^2 + \gamma_{ab}^2} d\delta_{ab} \quad (2.60)$$

$$= k \frac{d_{ab}^2}{\hbar\epsilon_0} \left( (G(\delta) n_{ab}(\delta)) * \frac{\gamma_{ab}}{\delta^2 + \gamma_{ab}^2} \right) \quad (2.61)$$

$$= G(0) k \frac{\pi d_{ab}^2}{\hbar\epsilon_0} \left( n_{ab}(\delta) * \frac{\gamma_{ab}}{\pi(\delta^2 + \gamma_{ab}^2)} \right) \quad (2.62)$$

car  $G$  varie peu à l'échelle de la largeur homogène. Si  $n_{ab}(\delta)$  varie peu à l'échelle de la largeur homogène :

$$\alpha(\delta) = G(\delta) k \frac{\pi d_{ab}^2}{\hbar\epsilon_0} n_{ab}(\delta) \quad (2.63)$$

$P(\delta)$  est proportionnel à la densité spectrale de puissance du motif de pompe. Selon la valeur de celle-ci autour d'une fréquence donnée, les atomes résonnants avec cette fréquence seront plus ou moins efficacement pompés vers le niveau métastable. En effet, lorsque  $PT_1 \gg \epsilon$  (c'est-à-dire  $PT_m \gg 1$ )  $n_{ab} = \rho_{aa} = (1+r)\epsilon$ . On voit alors que pour une puissance de pompe suffisante, on obtient un résidu de population de l'ordre de  $\epsilon$  dans le niveau  $|a\rangle$  et l'absorption, de l'ordre de  $\alpha_0 L \epsilon$  est fortement réduite. Le système 2.58 indique que cette efficacité de pompage s'accompagne d'un élargissement spectral des zones de faible absorption. Ceci est illustré sur la figure 2.15. La structure creusée n'est plus une image fidèle du spectre du motif de pompe. Il s'agit d'un problème de saturation : aux fréquences pour lesquelles le champ est fort, les atomes sont envoyés plus rapidement dans le niveau relais. Mais le niveau fondamental finit par se vider et la puissance disponible n'est plus utilisée. Aux fréquences où le champ est un peu moins fort, le pompage est moins efficace mais au bout d'un certain temps, la puissance disponible étant entièrement utilisée, les atomes seront quand même tous envoyés dans le niveau relais. Cet effet est gênant car il ne permet pas de contrôler la structure d'absorption gravée. De plus, on veut

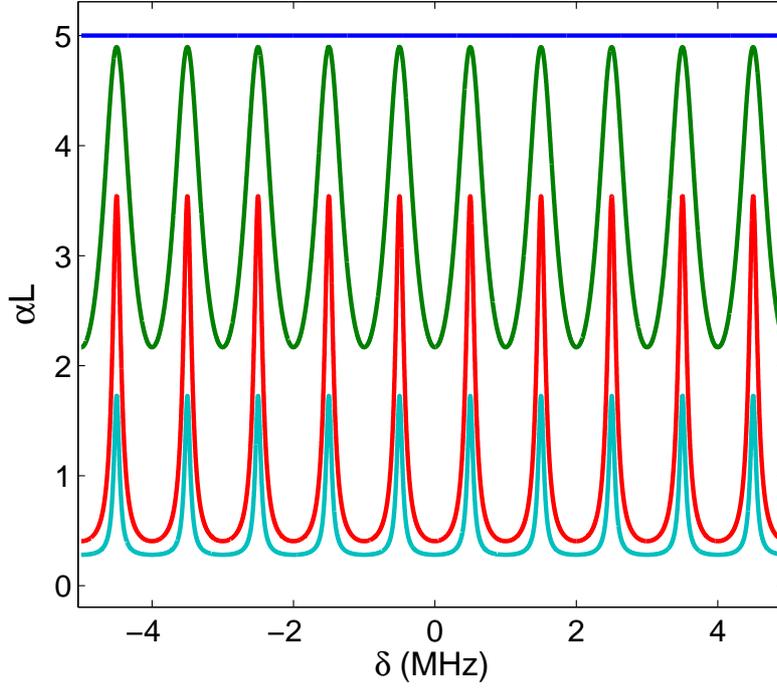


FIGURE 2.15 – Profil d’absorption théorique pour un spectre sinusoïdal (motif en paires d’impulsions). L’épaisseur optique initiale est prise à 5. En bleu la puissance de pompe  $P$  est nulle. En vert  $PT_1 = 0.05$ . En rouge  $PT_1 = 1$ . En bleu  $PT_1 = 5$ .  $\epsilon$  est pris égal à 0.05

que certaines parties du peigne soient très absorbantes. Elles doivent donc être épargnées par le pompage optique. A ces fréquences on impose une densité spectrale de puissance du motif nulle. Mais la convolution par la largeur homogène fait qu’à ces fréquences les atomes vont être pompés malgré tout (par les composantes spectrales du champ aux fréquences voisines), de manière non-négligeable si on est en régime saturé. On voit effectivement sur la figure 2.15 que les pics d’absorption sont « rognés » à plus forte puissance de pompe.

L’effet d’élargissement par saturation est par contre négligeable si la puissance de pompe est très faible ( $PT_1 \ll \epsilon$ , soit  $PT_m \ll 1$ ). Dans ce cas :

$$n_{ab} = \frac{T_1 P (1+r) + 2}{\frac{T_1 P}{\epsilon} + 2} \approx 1 - \frac{T_1 P}{2} \left( \frac{1}{2\epsilon} - 1 - r \right) \approx 1 - \frac{T_1 P}{4\epsilon} \quad (2.64)$$

et dans ce cas :

$$\alpha(\delta) = \alpha_0(\delta) \left( 1 - K \left| \tilde{\Omega}_{motif}(\delta_{ab}) \right|^2 * \frac{\gamma_{ab}}{\pi(\delta^2 + (2\gamma_{ab})^2)} \right) \quad (2.65)$$

où l’on a noté  $\alpha_0(\delta) = k \frac{\pi d_{ab}^2}{\hbar \epsilon_0} G(\delta)$  l’absorption initiale (sans pompage) du milieu et  $K = \frac{T_1}{t_{rep}} \frac{1}{4\epsilon} = \frac{(1-r)T_m}{t_{rep}}$ . La structure d’absorption est le spectre de puissance convolué par une

lorentzienne de largeur  $2\Gamma_{hom}$ . Cette largeur est la somme d'une première convolution lors de l'écriture du spectre dans les populations (cf équation 2.53) et d'une deuxième convolution qui traduit le fait qu'un champ incident faible interagira avec les atomes résonnants là aussi sur une gamme spectrale  $\Gamma_{hom}$  (cf équation A.85)..

En pratique on n'utilise pas une puissance si faible car on veut un peigne bien contrasté. Ceci implique des zones transparentes avec un résidu de population le plus faible possible. Il faut donc trouver un compromis entre faible puissance de pompe qui évite l'élargissement par saturation et permet de bien maîtriser la structure gravée, et forte puissance de pompe qui permet de creuser une structure d'absorption profonde et contrastée, mais qui risque d'attaquer les dents absorbantes.

### Utilisation de la structure hyperfine

L'utilisation du niveau métastable comme niveau relais souffre de plusieurs inconvénients liés à sa durée de vie relativement courte. Le résidu de population ( $\approx \epsilon$ ) est assez élevé dans les zones transparentes. De plus le métastable relaxe de manière non-négligeable pendant la durée d'attente (nécessaire au vidage complet du niveau excité) qui suit la séquence de pompage optique. Pour ces raisons on préfère utiliser un sous-niveau hyperfin comme niveau relais. En effet, comme expliqué à la section 1.3.5, en présence d'un champ magnétique chaque niveau est éclaté en deux sous-niveaux(cf fig 2.16).

Les niveaux hyperfins peuvent avoir un temps de vie très long aux températures cryogéniques. Outre une dynamique de pompage optique plus favorable, leur utilisation comme niveau relais permet de graver une structure d'absorption à longue durée de vie, qui n'a pas besoin d'être rafraîchie fréquemment.

La dynamique d'un tel système est complexe. Pour l'aborder, on fait l'approximation suivante. On néglige l'effet de la présence du niveau métastable. En effet, du fait de la grande différence entre sa durée de vie et celle des niveaux hyperfins, il ne modifie que peu la dynamique générale du système atomique. On travaille donc dans le système effectif représenté figure 2.17.

On ne peut cependant pas négliger complètement l'effet du niveau métastable sur la relaxation des atomes excités. Lorsqu'un atome est placé dans le niveau excité, il peut revenir au fondamental de manière directe ou par l'intermédiaire du niveau métastable (cf fig 2.16). La désexcitation directe s'effectue très peu selon les transitions croisées (par exemple le niveau  $|3\rangle$  relaxe peu vers le niveau  $|2\rangle$ , mais préférentiellement vers le niveau  $|1\rangle$ ). Les taux de désexcitation sont dans un rapport égal au rapport de branchement, c'est-à-dire 0.02 pour notre choix d'orientation du champ magnétique). Mais la relaxation via le métastable, dont certaines étapes ne sont pas radiatives, est distribuée de manière beaucoup plus équilibrée entre les sous-niveaux fondamentaux. Elle est de plus majori-

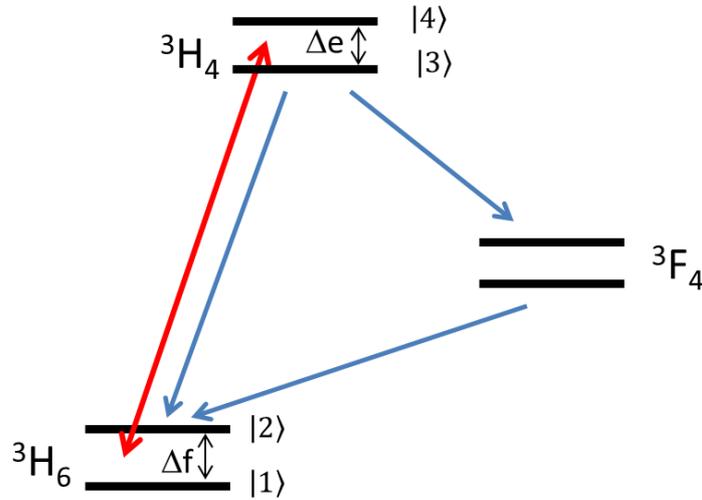


FIGURE 2.16 – Diagramme des niveaux d'énergie du  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  en présence de champ magnétique. L'effet Zeeman nucléaire exacerbé éclate chaque niveau en deux sous-niveaux, le spin nucléaire du Tm étant  $1/2$

taire vis-à-vis de la désexcitation directe. Dans le système équivalent représenté sur la figure 2.17, les taux de relaxation vers les sous-niveaux fondamentaux sont dans un rapport  $r_{eff}$  qui, même s'il est mal connu, est relativement équilibré, car le passage par le niveau métastable redistribue les atomes entre ces sous-niveaux. Ceci est vrai pour les deux sous-niveaux excités.

Supposons dans un premier temps un faisceau de pompage monochromatique. La figure 2.18a) montre que quatre classes spectrales d'atomes présentent une transition résonnante avec le champ de pompe. On peut traiter l'effet du pompage optique sur les populations de chacune de ces classes indépendamment des autres. Les atomes de chacune de ces classes se comportent comme des systèmes à 3 niveaux, formellement équivalents à celui de la section précédente (c'est-à-dire le système fondamental-excité-métastable). On peut donc adapter les calculs effectués précédemment.

Cependant, l'utilisation du niveau métastable et d'un sous-niveau hyperfin comme relais présentent plusieurs différences. Premièrement, les deux sous-niveaux fondamentaux sont dans nos systèmes séparés d'au plus quelques MHz. Aux températures cryogéniques auxquelles on travaille, cet écart est faible devant l'énergie thermique  $k_B T$ . A l'équilibre thermique les populations de ces niveaux sont donc égales (alors que le niveau métastable est vide). On note  $T_Z$  le temps de retour à l'équilibre. On peut donc écrire en l'absence

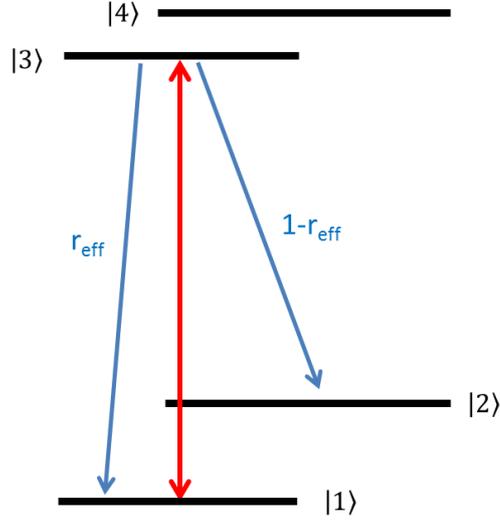


FIGURE 2.17 – Système équivalent de niveaux d'énergie en présence d'un champ magnétique. En rouge le laser de pompage. En bleu la relaxation du niveau excité

de pompage, en notant  $n_i$  la population du niveau  $i$  :

$$\frac{d}{dt}n_1 = -\frac{d}{dt}n_2 = \frac{n_2 - n_1}{T_Z} \quad (2.66)$$

$T_Z$  est beaucoup plus grand que  $T_m$  (il peut atteindre plusieurs minutes à faible température ( $< 2K$ )).

Deuxièmement, les paramètres ne sont pas les mêmes pour chacune des 4 classes d'atomes. Comme expliqué à la section 1.3.5, les transitions croisées ( $|1\rangle \rightarrow |4\rangle$ ,  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ ) ont des forces de raies plus faibles que les transitions directes (dans un rapport égal au rapport de branchement  $r \approx 0.02$ ). Les taux de pompe sur transitions forte et faible sont donc différents, dans le même rapport.

On peut alors calculer par exemple l'effet du pompage optique sur les atomes de la classe (i) de la figure 2.18, pour lesquels le fondamental est le niveau  $|1\rangle$ , l'excité est le niveau  $|3\rangle$  et le relais est le niveau  $|2\rangle$ . A l'instant où le signal arrive :

$$n_{13} = \rho_{33} - \rho_{11} = \frac{T_1 P (1 + r_{eff}) + 2}{\frac{T_1 P}{\epsilon} + 4} \quad (2.67)$$

en posant

$$\epsilon = \frac{1}{\frac{T_Z}{T_1} (1 - r_{eff}) + 3} \approx \frac{1}{(1 - r_{eff})} \frac{T_1}{T_Z} \quad (2.68)$$

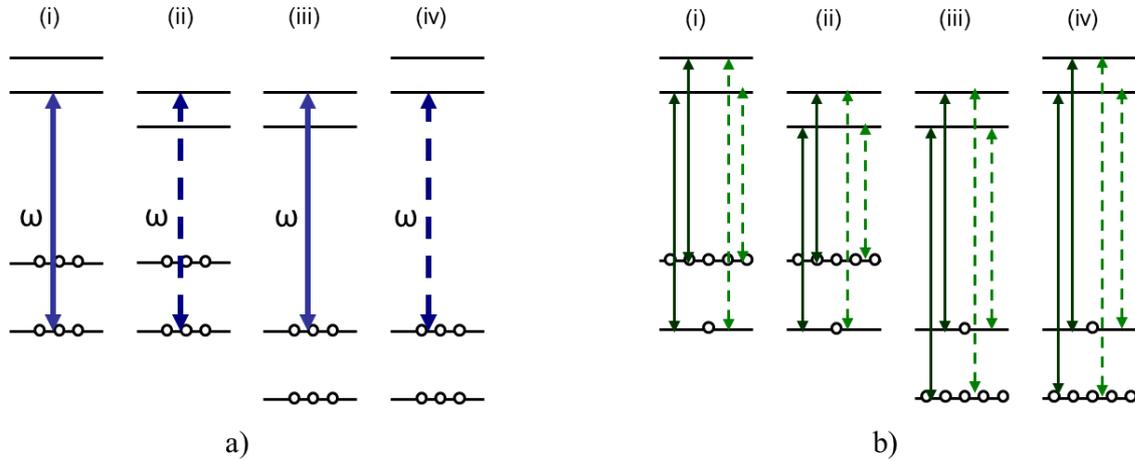


FIGURE 2.18 – a) Classes d’ions excités par le faisceau de pompe, dont le spectre est centré sur la fréquence  $\omega$ . Les populations sont représentées avant le début de la gravure : elles sont égales dans les niveaux fondamentaux et nulles dans le niveau excité. Les pointillés désignent des transitions faibles, les traits pleins des transitions fortes. b) Un faisceau peu intense et balayé en fréquence sonde les populations modifiées par l’étape de pompage optique. Les pointillés désignent des transitions faibles, les traits pleins des transitions fortes

Aux fréquences où le taux de pompe  $P$  est nul,  $n_{13} = 1/2$ . Ceci vient du fait que les populations des sous-niveaux fondamentaux sont égales à  $1/2$  à l’équilibre. Aux fréquences où le taux de pompe est élevé ( $PT_Z \gg 1$ ), il reste dans le niveau fondamental un résidu de population de l’ordre de  $\epsilon$ . Le résidu de population  $\epsilon$  est bien plus petit que lors de l’utilisation du métastable car  $T_Z \gg T_m$ . Ce faible résidu permet d’atteindre un niveau de transmission plus élevé pour les zones transparentes de la structure d’absorption creusée.

On peut effectuer ce calcul pour les 4 classes d’atomes, en sachant que pour les classes (i) et (iii) le taux de pompe  $P$  est fort et le taux de relaxation vers le niveau relais est  $1-r_{eff}$ , et que pour les classes (ii) et (iv) le taux de pompe  $P$  est faible (le rapport des taux de pompe fort et faible est égal au rapport des forces de raie, soit 0.02) et le taux de relaxation vers le niveau relais est  $r_{eff}$ . La figure 2.18b) présente l’état des populations atomiques au moment de l’arrivée du signal. Chaque classe présente un excès d’atome dans le niveau fondamental relais, et un défaut d’atomes dans le niveau fondamental pompé. On considère que le pompage sur une transition faible déséquilibre quand même les populations, car le faible taux de pompe est compensé par la grande durée de vie du niveau relais.

Pour déterminer le profil d’absorption du milieu, on doit sommer les contributions de ces 4 classes. On peut prévoir l’allure du profil par le raisonnement qualitatif suivant.

A l'équilibre les populations sont égales dans les sous-niveaux fondamentaux. Le profil d'absorption est plat (et identique à celui obtenu à l'équilibre sans champ magnétique). Un défaut d'atomes entraîne une baisse de l'absorption à la fréquence concernée (donc un trou dans le profil), un excès entraîne une augmentation de l'absorption (donc un anti-trou dans le profil). Pour un pompage monochromatique, le profil d'absorption prend la forme représentée fig 2.19. On peut observer, aux côtés du trou central à  $\omega_L$ , des trous latéraux à  $\pm\Delta_e$  et des anti-trous latéraux (c'est-à-dire des zones où l'absorption est plus forte qu'à l'équilibre) à  $\pm\Delta_f - \Delta_e$  et  $\pm\Delta_f$ .

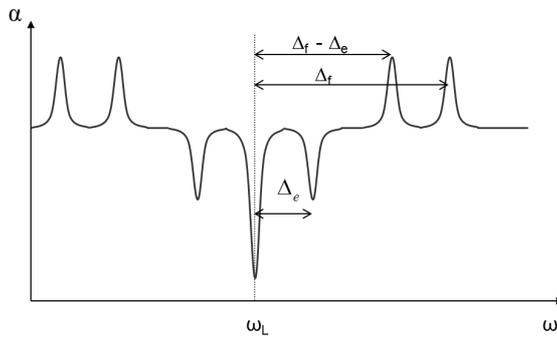


FIGURE 2.19 – Profil d'absorption après un pompage optique monochromatique

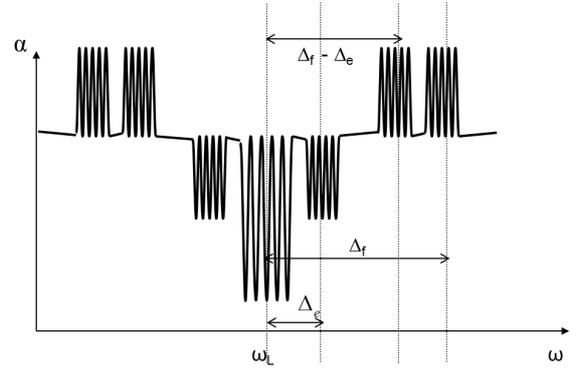


FIGURE 2.20 – Profil d'absorption après une séquence de pompage optique par un spectre en peigne

On peut le comprendre sur l'exemple des atomes de type (i) de la figure 2.18. Ces atomes, pompés sur la transtion  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ , entraînent un excès d'atomes sur le niveau  $|2\rangle$  et un défaut sur le niveau  $|1\rangle$ . Ainsi l'absorption est augmentée sur les transitions  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  (faible) et  $|2\rangle \rightarrow |4\rangle$  (forte), et diminuée sur les transitions  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  (forte) et  $|1\rangle \rightarrow |4\rangle$  (faible). On néglige l'effet sur le profil d'absorption des transitions faibles, avec lesquels un faisceau de signal interagit très peu. On voit donc apparaître (par exemple en utilisant un faisceau de sonde faible balayé en fréquence) un trou à  $\omega_L$  et un anti-trou à  $\omega_L + \Delta_e - \Delta_f$ . Les atomes de type (ii) présentent une transition forte à  $\omega_L - \Delta_e$  présentant un défaut d'atomes, donc un trou dans le profil d'absorption, et une transition forte à  $\omega_L - \Delta_g$  présentant un excès d'atomes, donc un anti-trou dans le profil d'absorption Le profil d'absorption réel est la somme de ces effets sur chacune des 4 classes d'atomes. On peut par exemple calculer l'absorption au niveau du trou central, à  $\omega_{ab} = \omega_L$  ( $\delta_{ab} = 0$ ). Elle est due aux atomes des classes (i) et (iii), seuls présentant une transition forte à cette fréquence :

$$\alpha(\delta_{ab} = 0) = \alpha_{(i)}(0) + \alpha_{(iii)}(0) \quad (2.69)$$

Ces deux valeurs sont identiques car la dynamique est la même pour les deux classes :

## CHAPITRE 2 - LE PEIGNE ATOMIQUE DE FRÉQUENCES

pompées sur une transition forte, et relaxant avec un taux  $1-r_{eff}$  vers le niveau relais. On utilise les résultats de la section précédente qui relie absorption et différence de population pour écrire finalement :

$$\alpha(0) = 2\alpha_0 \frac{T_1 P(1 + r_{eff}) + 2}{\frac{T_1 P}{\epsilon} + 4} \quad (2.70)$$

où  $\alpha_0$  est le coefficient d'absorption initial (sans pompage).

Ces considérations sont directement applicables à un spectre de pompe non monochromatique, mais dont la largeur spectrale  $\Delta_s$  est petite devant  $\Delta_f, \Delta_e, \Delta_f - \Delta_e$ . En effet, pour chaque classe d'atomes, l'absorption est modifiée par les composantes spectrales correspondantes du motif de pompe :

$$P(\delta_{ab}) \propto \left| \tilde{\Omega}_{motif}(\delta_{ab}) \right|^2 \quad (2.71)$$

Pour un spectre en forme de peigne, on obtient le profil d'absorption représenté figure 2.20. Peignes et «anti-peignes» ont remplacé trous et anti-trous. La formule 2.70 sera utilisée pour ajuster les peignes expérimentaux. La dynamique est beaucoup plus compliquée si l'on souhaite graver une structure plus large que les éclatements hyperfins. La structure hyperfine est donc une limite à la bande passante du protocole.

# Chapitre 3

## Bande passante du protocole

Les protocoles de mémoire optique exploitant l'élargissement inhomogène des REIC (écho de photon,...) présentent un aspect multimode potentiellement très élevé [91]. Il est, pour des raisons fondamentales, limité par le rapport entre largeur inhomogène et largeur homogène des REIC, potentiellement très élevé comme rappelé en section 1.4.1. Parmi ces protocoles, l'AFC est, de ceux qu'on pourrait utiliser à l'échelle quantique, celui qui exploite le mieux ce potentiel. Grâce à une méthode de pompage optique originale, une capacité de 1000 modes temporels a été obtenue au cours de cette thèse, soit un gain de deux ordres de grandeur par rapport aux précédentes réalisations expérimentales.

### 3.1 Généralités

Les protocoles de mémoire n'utilisant pas l'élargissement inhomogène d'une transition (comme l'EIT) présentent un aspect multimode limité [91]. Le nombre  $N$  de modes que l'on peut stocker simultanément varie comme  $N \propto \sqrt{\alpha L}$ , où  $\alpha L$  désigne l'épaisseur optique du milieu utilisé. De très grandes épaisseurs optiques sont rapidement requises pour un enregistrement multimode. Les protocoles de rephasage y sont plus adaptés. Le CRIB (et le GEM) présentent en effet un dimensionnement plus favorable, puisque dans leur cas  $N \propto \alpha L$ . Dans le cas de l'AFC (comme dans celui de l'écho de photon classique),  $N$  ne dépend pas de l'épaisseur optique. Ce point constitue une des grandes forces de l'AFC.  $N$  y est donné essentiellement par le nombre de pics  $N_p$  du peigne spectral. Pour montrer ce résultat, on peut regarder ce qui se passe si l'on envoie, pour signal à enregistrer, un train d'impulsions (de durée  $\tau_{imp}$ ) (fig 3.1) sur le cristal, dans lequel on a préparé un peigne de fréquences.

Les calculs effectués à la section 2.1 ne sont valables que si le peigne est plus large spectralement que le spectre du signal incident. En appelant  $g(t)$  la fonction associée à

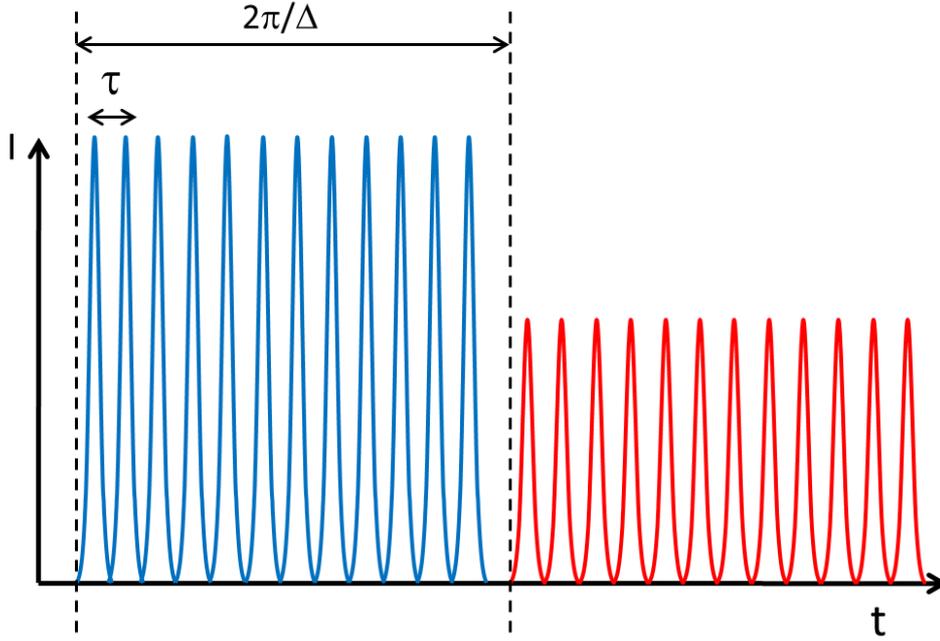


FIGURE 3.1 – Echo d’un train d’impulsions. En bleu le train incident (signal incident), en rouge son écho, produit par le cristal après un temps  $2\pi/\Delta$

une impulsion du signal, le spectre de puissance de ce signal complet s’écrit :

$$|\tilde{E}(\omega)|^2 = |\tilde{g}(\omega)|^2 \left| \sum_{k=0}^N e^{-iN\omega\tau} \right|^2 \quad (3.1)$$

$$= |\tilde{g}(\omega)|^2 \left| \frac{\sin(N\omega\tau)}{\sin(\omega\tau)} \right|^2 \quad (3.2)$$

Le deuxième terme de ce spectre est une fonction périodique de pics très grands et très fins si  $N \gg 1$  séparés d’un intervalle  $\frac{2\pi}{\tau}$ . La largeur du spectre incident est donc donnée par celle du spectre d’une impulsion. On doit donc vérifier :

$$\frac{1}{\tau_{imp}} \lesssim N_p \Delta \quad (3.3)$$

où  $\Delta$  désigne la période spectrale du peigne, car  $N_p \Delta$  est simplement la largeur spectrale du peigne. En effet, le spectre du signal doit être entièrement recouvert par le spectre du peigne pour un stockage complet. On ne peut donc pas envoyer d’impulsions plus courtes que  $1/N_p \Delta$  sur le peigne. De plus, la durée totale du train est de son côté limitée par  $2\pi/\Delta$ , pour que signal incident et écho ne se chevauchent pas (cf fig 3.1). Ainsi :

$$N\tau \lesssim \frac{2\pi}{\Delta} \quad (3.4)$$

Le recouvrement entre les impulsions gaussiennes incidentes provoque des erreurs dans la mémorisation. Ces erreurs sont rapidement négligeables si l'on sépare les impulsions de  $\tau > \tau_{imp}$  [18]. On trouve ainsi que :

$$N \lesssim N_p \quad (3.5)$$

On trouve ainsi que le nombre maximal de modes simultanément enregistrables dans le milieu est donné par le nombre de pics du peigne. Ce nombre de pics n'est pas illimité, mais borné par les propriétés du matériau dans lequel on travaille. La largeur totale du peigne est limitée par l'élargissement inhomogène du milieu :

$$N_p \Delta < 2\pi\Gamma_{inh} \quad (3.6)$$

La période du peigne est quant à elle limitée par la largeur homogène du milieu, qui limite la finesse des détails que l'on peut graver dans le milieu :

$$\Delta > 2\pi\Gamma_{hom} \quad (3.7)$$

Ainsi la limite fondamentale du nombre de modes enregistrables par un processus AFC est :

$$N \lesssim N_p < R = \frac{\Gamma_{inh}}{\Gamma_{hom}} \quad (3.8)$$

Ce nombre peut être très grand, jusqu'à  $10^8$  dans  $\text{Er}^{3+}:\text{LiNbO}_3$ . Il est, dans notre cristal de  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ , de l'ordre de  $10^6$ .

## 3.2 Dépassez l'éclatement hyperfin

Dans les REIC, la bande passante n'est pas en pratique limitée par l'élargissement inhomogène de la transition, mais par la structure hyperfine des niveaux fondamental et excité. En effet, qu'il soit présent naturellement ou induit par un champ magnétique, l'éclatement hyperfin des niveaux est en général beaucoup plus faible que la largeur inhomogène. Dans le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ , l'éclatement hyperfin, induit par un champ magnétique, est de 28 kHz/Gauss dans le niveau fondamental et de 6 kHz/Gauss dans le niveau excité. Même pour des champs magnétiques forts ( $\approx 1$  Tesla), on obtient des éclatements de l'ordre de quelques MHz. Cette limitation peut être moins contraignante dans d'autres matériaux. L'enregistrement de 64 modes à l'échelle du photon unique a été réalisé dans un cristal de  $\text{Nd}^{3+}:\text{YSO}$  sur une bande passante de 100 MHz [110]. L'éclatement en sous-niveaux (doublets de Kramers) se fait par effet Zeeman électronique, qui permet d'atteindre plusieurs GHz de séparation avec des champs de l'ordre du Tesla.

On a vu à la section précédente que la structure hyperfine complique l'étape de gravure dès lors qu'on veut creuser un peigne plus large que les éclatements hyperfins. La

démonstration du stockage de 1000 modes temporels sur une bande passante de 1 GHz présentée dans ce chapitre repose sur une idée qui permet de contourner ce problème. Par des effets de coïncidence, il est possible de dépasser la limite de l'éclatement hyperfin. La figure 2.20 permet de se faire une première idée de ce qui se passe si la largeur du peigne dépasse l'un des éclatements hyperfins. Les différents peignes ou anti-peignes vont se chevaucher et «interférer». L'idée est alors de les faire interférer constructivement, c'est-à-dire de faire coïncider les zones absorbantes de chaque peigne (peigne central, peignes et anti-peignes latéraux) ainsi que leurs zones transparentes. Vu que les peignes sont centrés en  $\omega = \omega_L, \omega_L \pm \Delta_e$  et un les anti-peignes en  $\omega = \omega_L \pm \Delta_f, \omega_L \pm (\Delta_f - \Delta_e)$  il faut alors ajuster le champ magnétique de manière à avoir :

$$\Delta_e = n\Delta \quad (3.9)$$

$$\Delta_f = \left(n' + \frac{1}{2}\right) \Delta \quad (3.10)$$

Ceci est possible car  $\Delta_f/\Delta_e \approx 4.6 \approx 4 + 1/2$ . On peut interpréter ces interférences à l'échelle d'un atome. Lorsque le spectre du motif de pompe est plus étroit que les éclatements hyperfins, chaque atome est excité sur une seule de ses transitions, les autres n'étant résonnantes avec aucune composante du spectre de pompe. Ce n'est plus le cas si ce spectre est plus large que les éclatements hyperfins. Dans ce cas, chaque atome est excité sur toutes ses transitions par les composantes spectrales correspondantes du faisceau de pompage.

On peut comprendre les effets de coïncidence recherchés en observant la figure 3.2a), qui représente le comportement des classes de fréquence (i) et (ii) telles que définies figure 2.18. On veut créer une fenêtre de transparence autour de  $\omega = \omega_L$ . La classe (i) est celle dont la fréquence de transition  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  est  $\omega_L$ . Les composantes spectrales du laser autour de  $\omega_L$  ( $P_{13}$ ) pompent les atomes du niveau 1 vers le niveau relais  $|2\rangle$  en passant par le niveau excité  $|3\rangle$ . Ceci fait baisser l'absorption autour de  $\omega_L$ , ce que l'on souhaite. Mais, pour le même atome, la transition  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  est pompée par les composantes spectrales à  $\omega - \Delta_f$  ( $P_{23}$ ), ce qui pompe les atomes du niveau  $|2\rangle$  vers  $|3\rangle$  et a tendance à les ramener vers  $|1\rangle$ . De même la transition  $|2\rangle \rightarrow |4\rangle$  est pompée par les composantes spectrales à  $\omega - \Delta_f + \Delta_e$  ( $P_{24}$ ), ce qui pompe les atomes du niveau  $|2\rangle$  vers  $|4\rangle$  et a tendance à les ramener vers  $|1\rangle$ . Enfin, on voit aussi que les composantes à  $\omega + \Delta_e$  ( $P_{14}$ ) aident au pompage du niveau  $|1\rangle$  en envoyant aussi les atomes de ce niveau dans le niveau relais  $|2\rangle$ . Il y a donc compétition entre le pompage du niveau  $|1\rangle$  et le pompage du niveau  $|2\rangle$ . La figure 3.2b) présente la solution envisagée : si on ajuste  $\Delta = \Delta_e$  alors  $P_{24} = P_{23} = 0$  et les transitions  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  et  $|2\rangle \rightarrow |4\rangle$  ne sont pas pompées. Le niveau relais  $|2\rangle$  de ces atomes est bien un niveau piège. De plus  $P_{13}$  et  $P_{23}$  sont maximales ce qui favorise le pompage du niveau  $|1\rangle$  vers le niveau  $|2\rangle$ . Pour chaque classe d'atomes on peut expliquer les effets

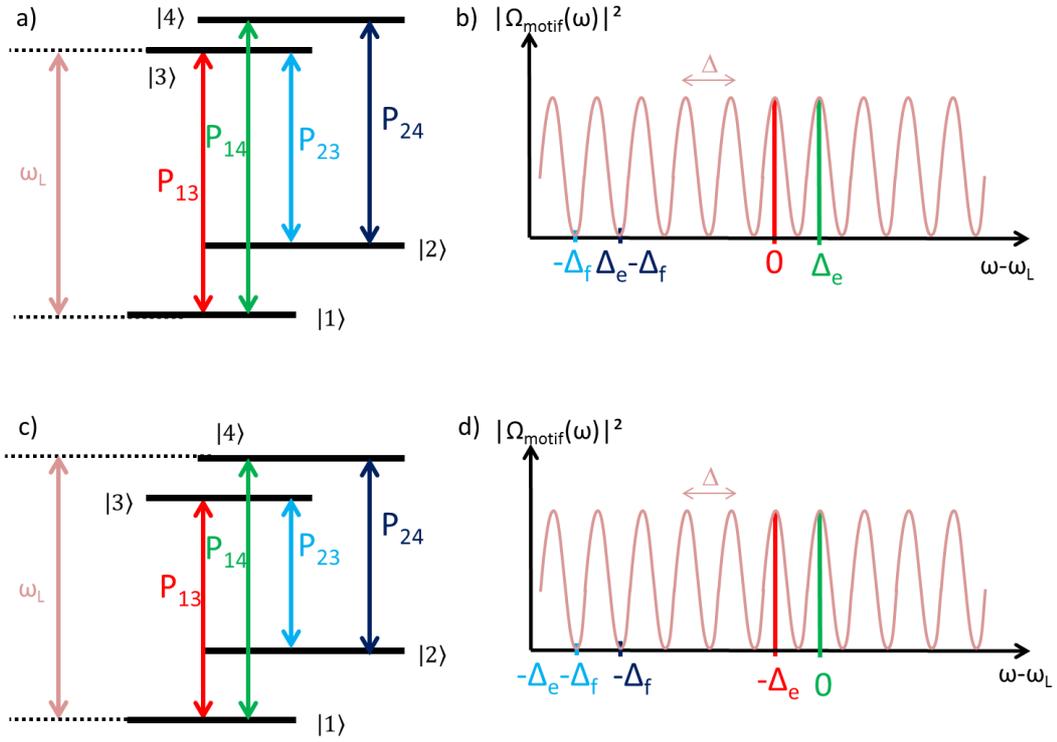


FIGURE 3.2 – Pompage optique des classes de fréquence (i) en a) et (ii) en c), par un motif de pompage dont le spectre est plus grand que les éclatements hyperfins. On représente ce spectre et la place qu’y occupent les fréquences de transition des atomes de chaque classe en b) et d)

de coïncidence par le même type d’argument. La figure 3.2c) présente ces arguments pour la classe (ii).

Ces effets de coïncidence ont été utilisés dès les premières expériences d’AFC dans notre groupe [97]. Une étude de l’efficacité du protocole, liée au contraste du peigne comme expliqué au chapitre 4, en fonction du champ magnétique a été réalisée dans le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ , montrant que les valeurs du champ correspondant à des coïncidences amenaient une meilleure efficacité. Ces expériences sont décrites dans la thèse de Jérôme Ruggiero[111]. Mais le peigne creusé n’était pas plus large que le splitting  $\Delta_f$  du niveau fondamental. La bande passante était en effet restreinte à 3 MHz pour  $\Delta_f = 6\text{MHz}$ . Seules les coïncidences avec les peignes à  $\pm\Delta_e$  étaient étudiées.

Le peigne creusé lors de l’expérience décrite ici dépasse très largement l’éclatement hyperfin (sa largeur est d’environ 1GHz).

### 3.3 Production du peigne large bande

#### 3.3.1 Objectif et méthode

La principale difficulté de cette expérience réside dans la largeur du spectre désiré, de l'ordre de 1 GHz. Habituellement, et comme présenté à la section 2.2.2, le spectre de pompe est obtenu par modulation d'amplitude (AM) [94, 97]. Pour obtenir un spectre très large, il est nécessaire d'utiliser des impulsions courtes, comme le montre la formule 3.2. Un peigne de 1 GHz nécessite une série d'impulsions de pompe d'environ 1 ns. Les calculs effectués au chapitre 2.2.2, notamment la formule 2.54, indiquent que, pour les puissances laser dont nous disposons, le taux de pompe est alors extrêmement faible. Il y a en effet très peu d'énergie dans la séquence de pompage et il est très difficile de creuser un peigne contrasté, malgré le temps de vie très long du niveau relais.

Une alternative consiste à moduler la fréquence du laser pour en modeler le spectre. A Genève, une expérience a été menée dans laquelle un peigne d'environ 100MHz a été creusé en combinant AM et FM : le motif est dessiné par modulation d'amplitude, accumulé quelques fois sur le cristal, puis la fréquence est décalée, le motif est de nouveau imprimé, et l'opération est ainsi répétée plusieurs fois. Le peigne est ainsi réalisé tranche par tranche [110].

Nous avons décidé d'utiliser uniquement de la FM. La figure 3.3 représente le spectre de puissance d'un laser dont la fréquence est modulée sinusoïdalement :

$$f(t) = f_0 + \Delta_f \cos(2\pi f_m t) \tag{3.11}$$

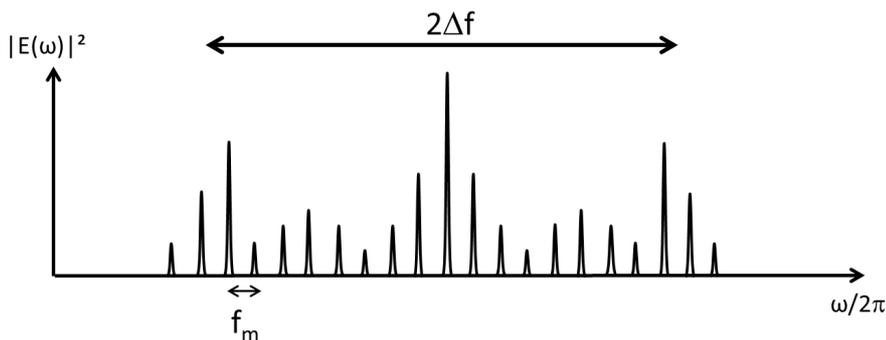


FIGURE 3.3 – Spectre d'un signal laser modulé en fréquence. L'amplitude finie des pics vient de la durée finie de la séquence de pompage, tout comme leur largeur non nulle

Ce spectre de pics est donc approprié pour creuser un peigne de fréquences. On souhaite une période spectrale pour le peigne dans la gamme 600-700 kHz. En effet on

souhaite maximiser le nombre de dents du peigne, ce qui implique une période spectrale la plus faible possible. La limite à la résolution est donnée par la largeur homogène du milieu, c'est-à-dire ici environ 30 kHz. Néanmoins il s'avère en pratique difficile de creuser des structures plus fines que 200-300 kHz. Ceci est peut-être dû à la dynamique spatiale du pompage optique. En effet, le faisceau de pompe se propage à travers le cristal. Il est donc atténué et le cristal est mieux pompé à l'entrée qu'à la sortie. Si l'on souhaite des zones bien transparentes, il faut accentuer le pompage et donc élargir par saturation les trous à l'entrée du cristal. En pratique, une période de 600-700 kHz s'avère être un bon compromis entre contraste et nombre de pics du peigne. Les nécessités techniques sont donc établies. Il nous faut pouvoir moduler la fréquence du laser à une fréquence de 600-700 kHz et avec une amplitude crête-à-crête de 1GHz.

L'utilisation d'une modulation FM est doublement motivée. D'une part le laser n'est jamais éteint ni atténué pendant la séquence de pompe. On utilise alors la totalité de la puissance disponible ce qui permet de creuser un peigne contrasté en peu de temps. D'autre part la conception de notre laser fait qu'il nous est possible de moduler en interne sa fréquence, très rapidement et sur une large bande. Ceci est discuté à la sous-section suivante. Cette modulation interne évite d'avoir recours à des AOM extérieurs pour la FM, alors qu'ils sont inévitables pour une modulation AM. Il existe des AOM très large bande [112] qui pourraient nous permettre d'obtenir le spectre voulu, mais ils sont difficiles d'emploi.

### 3.3.2 Le laser

Nous utilisons une diode laser continue à 793 nm, placée dans une cavité étendue (fig 3.4) réalisée au laboratoire. La cavité laser est fermée d'un côté par une face de la diode (l'autre étant traitée anti-reflet), de l'autre par un réseau de diffraction.

Les modes lasers de la cavité étendue sont plus fins que ceux de la diode nue. D'autre part le réseau de diffraction sélectionne une zone spectrale de gain plus étroite que la zone de gain de la diode nue (fig 3.5). En effet la cavité est refermée sur l'ordre de réflexion -1 du réseau. Or l'angle auquel ce mode est réfléchi dépend de la fréquence laser. Les fréquences sélectionnées sont celles qui se réfléchissent bien sur elles-mêmes pour fermer la cavité. Ce sont ces modes qui pourront résonner dans la cavité. On comprend aussi que les fréquences sélectionnées par le réseau dépendent de l'angle d'incidence du faisceau sur celui-ci). Le laser est ainsi monomode avec un meilleur rejet des modes secondaires. Une description plus détaillée du système laser est disponible dans la thèse de Guillaume Gorju [113].

Outre une grande pureté spectrale, la configuration en cavité étendue, par la modulation de sa longueur optique, permet de faire varier rapidement et sur de grandes

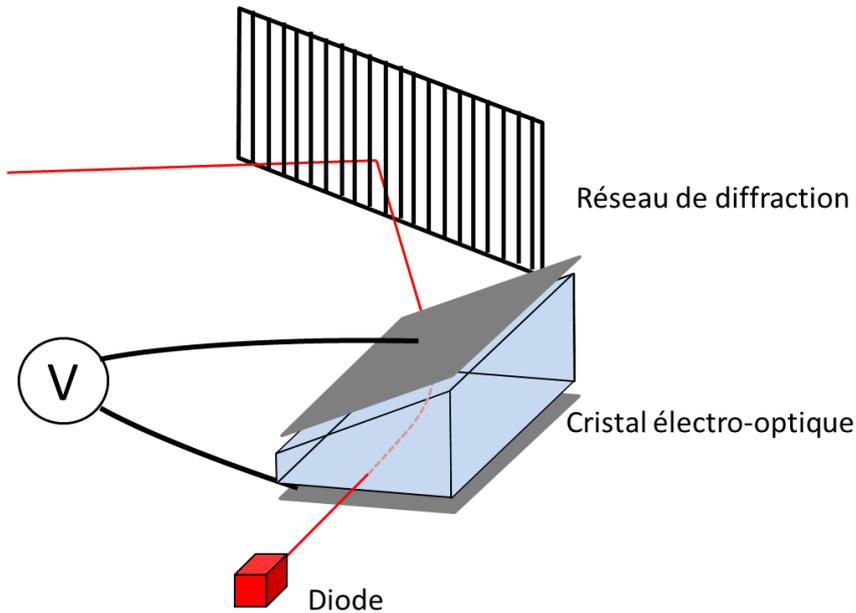


FIGURE 3.4 – Diode laser en cavité étendue. Le faisceau laser est constitué par l'ordre 0 de réflexion du réseau. L'ordre -1 referme la cavité. Celle-ci fait environ 10cm de longueur

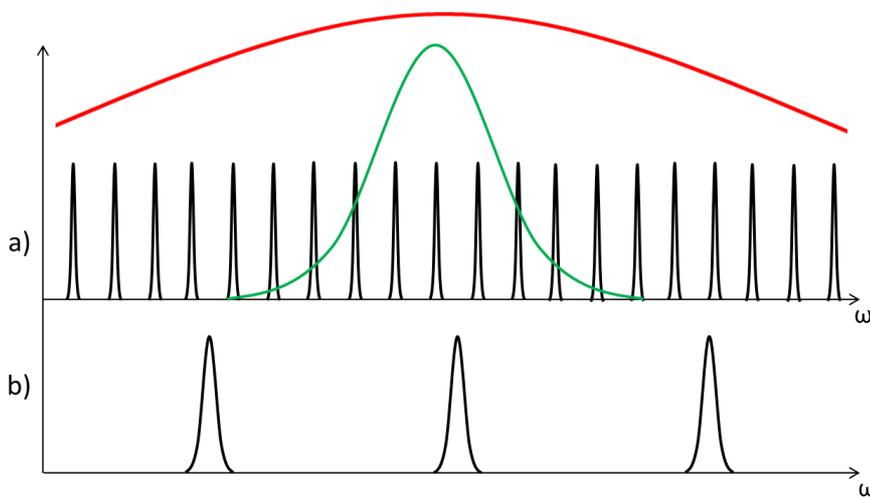


FIGURE 3.5 – En b) les modes de la diode laser nue. En a) les modes, plus étroits, de la cavité étendue. En rouge la zone de gain de la diode. En vert la zone de gain déterminée par la sélectivité du réseau

plages la fréquence du laser. Elle a été conçue dans cet objectif, dans le cadre de l'analyse large bande de signaux radiofréquence [113]. Pour cela on place dans la cavité un cristal électro-optique (CEO) de  $\text{LiTaO}_3$ , dont on module l'indice par l'application d'une tension

électrique sur ses faces opposées (fig 3.4). Ce cristal est prismatique : la distance entre électrodes varie le long de l'axe normal à la direction de propagation du mode laser, ce qui induit un gradient de potentiel électrique et donc un gradient d'indice. Le faisceau est ainsi dévié dans le cristal, ce qui décale l'angle d'incidence sur le réseau de diffraction et donc les fréquences sélectionnées par celui-ci. La cavité est conçue de manière à ce que lors d'une modulation de l'indice du CEO, les modes de résonance de la cavité se décalent de la même manière que la zone de sélectivité du réseau. Ceci permet de décaler la fréquence du laser sans saut de mode. Il serait possible de moduler la fréquence laser de la diode en modulant son courant d'alimentation. Une fréquence de modulation de 600-700 kHz est possible. Mais une profondeur de modulation de 1 GHz n'est pas envisageable sans saut de mode par cette méthode. Le tableau suivant résume les principales propriétés du laser :

Paramètre	Valeur
Longueur d'onde	793 nm
Largeur de raie	< 20 kHz
Gigue en fréquence sur 1ms	qq MHz
Puissance de sortie	≈ 12 mW
Sensibilité du CEO	10 MHz/V
Intervalle balayé sans saut de mode	50 GHz

### 3.3.3 Obtention et mesure du spectre désiré

Un peigne de 1 GHz nécessite d'appliquer une tension d'amplitude 50 V sur le CEO. Pour éviter l'emploi d'amplificateurs haute tension, nous avons utilisé un circuit RLC résonnant présenté sur la figure 3.6

Le facteur de qualité du circuit est d'environ 15, ce qui amène à sensibilité finale pour le système CEO + circuit résonnant d'environ 150 MHz/V, maximum à 614 kHz. Cette sensibilité est mesurée à l'aide d'un Fabry Perot (Toptica FPI 100) balayable en fréquence, qui nous permet d'observer directement le spectre (de puissance) du laser, par transmission (fig 3.7).

Nous avons finalement fixé la tension  $V_{pp}$  à 10.8V et la fréquence de modulation à 626 kHz, ce qui amène un spectre de pompe de largeur 0.93 GHz.

### 3.3.4 Réseau de population gravé par le spectre FM

La dynamique du pompage optique présentée à la section 2.2.2 relie le spectre de pompage et le réseau de population gravé dans l'élargissement inhomogène du cristal.

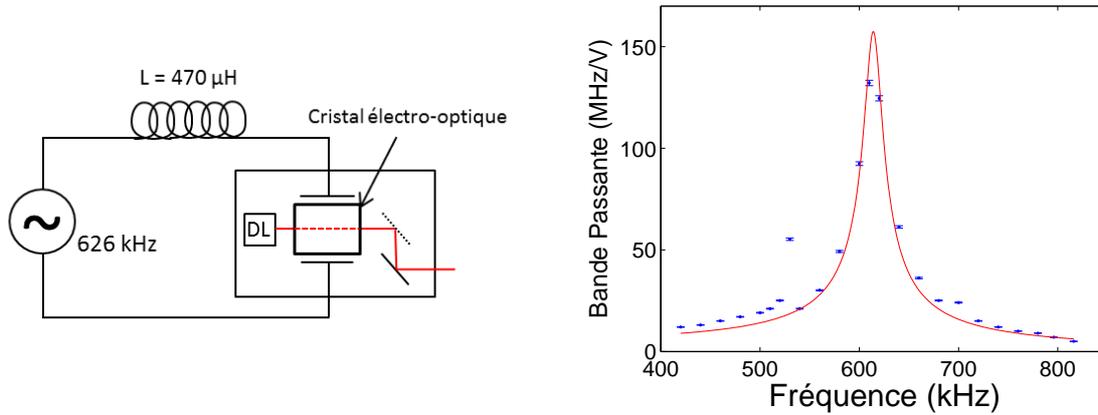


FIGURE 3.6 – A gauche : circuit RLC résonnant. La résistance du circuit est constituée de la résistance interne de la bobine et du générateur, et vaut environ  $55 \Omega$ . Les électrodes autour du cristal constituent la capacité du circuit, mesurée à  $143 \text{ pF}$ , proche de la valeur attendue compte tenu de la taille des électrodes et de la constante diélectrique du CEO. A droite : largeur du spectre (ramenée à  $1 \text{ V}$  d’amplitude de modulation) en fonction de la fréquence de modulation (points bleus). Avec une bobine de  $470 \mu\text{H}$ , la résonance en tension autour du CEO se situe à  $614 \text{ Hz}$ . L’ajustement (courbe rouge) avec le profil théorique d’une résonance RLC en tension donne une capacité de  $143 \text{ pF}$  pour les électrodes du CEO

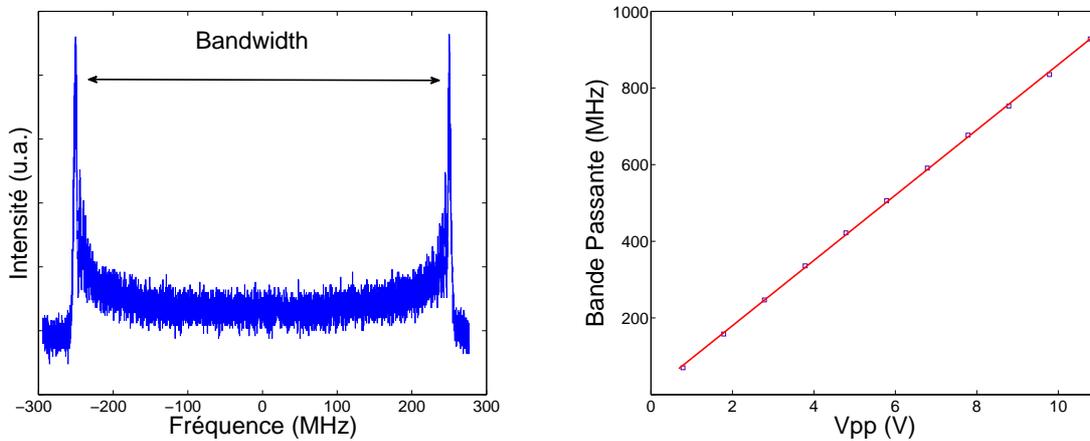


FIGURE 3.7 – A gauche un spectre typique du laser modulé en fréquence, vu par transmission à la sortie du Fabry Perot modulé. Les pics ne sont pas distinguables les uns des autres. Ceci est dû à la résolution de quelques MHz du Fabry-Perot. A droite la bande passante en fonction de la tension crête à crête appliquée au circuit résonnant

### Orientation des champs appliqués au cristal

L’orientation des sites de substitution contraint fortement la polarisation des faisceaux lumineux incidents sur le cristal(fig 3.8)

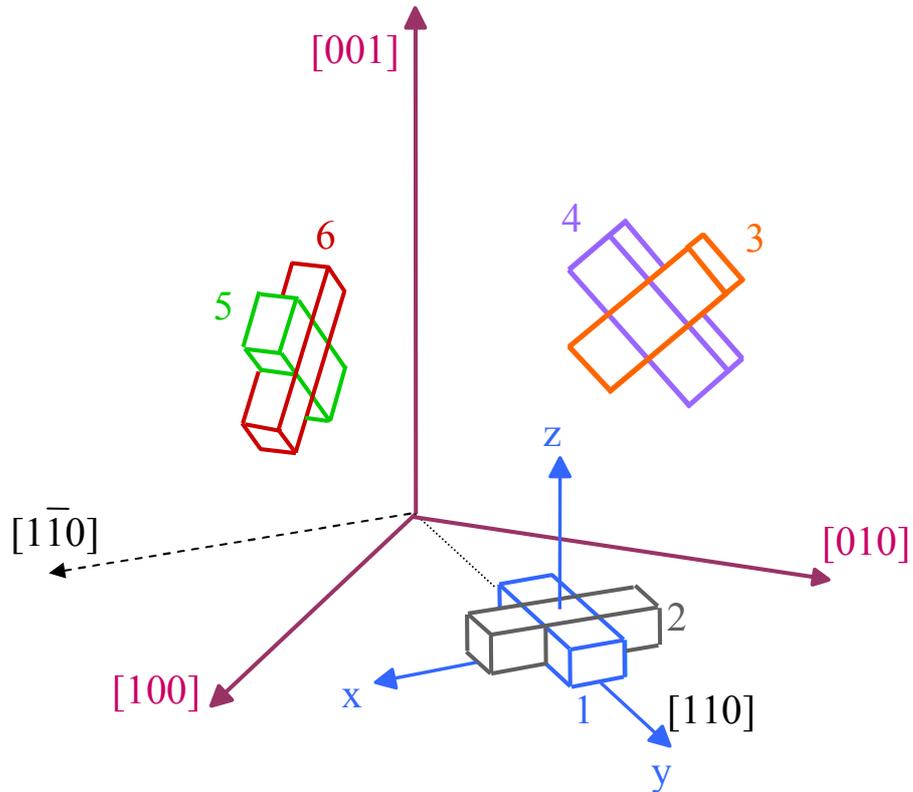


FIGURE 3.8 – Sites de substitution dans le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ .

Le pompage optique est effectué dans les sous-niveaux hyperfins. Le champ magnétique statique responsable de l'éclatement hyperfin est orienté selon l'axe cristallographique  $[001]$ . Les sites 3,4,5,6 subissent la même levée de dégénérescence, le tenseur gyromagnétique étant fortement anisotrope, elle est différente de celle des sites 1 et 2. Mais ceux-ci ne vont pas intervenir dans le processus de mémorisation car on choisit la polarisation du faisceau signal selon le même axe  $[001]$ , orthogonal au dipôle de transition de ces sites. Cette direction de polarisation permet de plus d'avoir un couplage identique pour les sites 3,4,5 et 6. Le faisceau de pompage n'est pas choisi selon la même direction : il est polarisé selon l'axe  $[1\bar{1}0]$ . Cette polarisation permet aussi un couplage égal aux sites 3,4,5 et 6, mais avec une amplitude plus faible (d'un facteur  $1/\sqrt{2}$ ) que la polarisation  $[001]$ ). Ce choix de polarisations orthogonales pour les faisceaux pompe et sonde s'inscrit dans la volonté de descendre à l'échelle du photon unique pour le signal. En effet, comme montré à la section 3.4.1, le faisceau de pompe est coupé, au moment de l'enregistrement du signal, par un AOM. Mais ce niveau d'extinction ( $\approx 60$  dB en simple passage, 90 dB en double passage (cf chapitre 6) n'est pas suffisant compte tenu de la très grande différence de puissance entre pompe et sonde : 40 mW pour la pompe, soit environ  $10^{17}$  photons par seconde, contre 1 photon pour la sonde. Cette configuration sera étudiée plus en détail à

la section 6.

### Optimisation du contraste du peigne

Pour obtenir une bonne efficacité d'écho (cf chapitre 4) il est nécessaire de graver un peigne contrasté. Même si l'expérience menée n'est pas orientée vers l'optimisation de l'efficacité, le contraste doit être suffisant pour l'observation d'un écho. La largeur spectrale du peigne gravé ici est très largement supérieure aux éclatements hyperfins, il y a donc, comme décrit section 2.2.2, interférence entre les différents peignes gravés selon les différentes transitions des ions  $Tm^{3+}$ . Il faut donc choisir l'amplitude du champ magnétique de manière à obtenir les coïncidences voulues. Nous avons pris  $B = 95G$ . C'est la valeur qui convient la plus faible (toutes les valeurs multiples impairs de celle-ci conviennent aussi). Prendre une valeur faible permet de réduire la largeur inhomogène de la transition hyperfine, proportionnelle au champ [106].

Ces optimisations ne sont pas suffisantes pour observer un peigne très large bande. En effet, pour graver une structure profonde, il faut pomper pendant un temps suffisamment long. Ce temps est d'autant plus long que le structure est large, puisque la puissance du faisceau de pompage est distribuée sur une grande plage de fréquences (la densité spectrale de puissance est, à puissance laser constante, inversement proportionnelle à la taille du peigne). Pour un peigne de 1GHz, nous pompons pendant 50 ms. Les fluctuations de fréquence du laser, notamment les dérives lentes, brouillent la gravure. Ces dérives sont fortes et rédhibitoires aux grandes bandes passantes. Cet effet est peut-être dû aux importantes tensions appliquées au CEO, qui induisent un chauffage et des dérives thermiques.

Pour annuler ces dérives, il faut asservir la fréquence du laser. On ne peut pas utiliser de référence de fréquence extérieure fixe car la fréquence est modulée directement en interne. A aucun moment du circuit optique on ne dispose de laser non-modulé dont on pourrait comparer la fréquence à la référence. Une possibilité est alors d'asservir sur le peigne lui-même. Le dispositif de l'asservissement est présenté sur la figure 3.9. Cette idée est une généralisation de la stabilisation en fréquence d'un laser monochromatique sur un trou spectral [114, 47, 65, 59, 115].

Pour comprendre le mécanisme de la stabilisation, on peut commencer par étudier le cas du laser monochromatique. Lorsque le laser est allumé, il creuse, par pompage optique, un trou dans le profil d'absorption, par les mécanismes décrits au chapitre 2.2.2. La largeur de ce trou est, à faible épaisseur optique, de l'ordre de la largeur homogène du milieu. En pratique elle est souvent plus importante, à cause des effets de saturation ou d'inhomogénéité spatiale. Le temps typique de l'apparition du trou est l'inverse du taux de pompe, proportionnel au carré de la fréquence de Rabi. Notons  $f_0$  la fréquence centrale

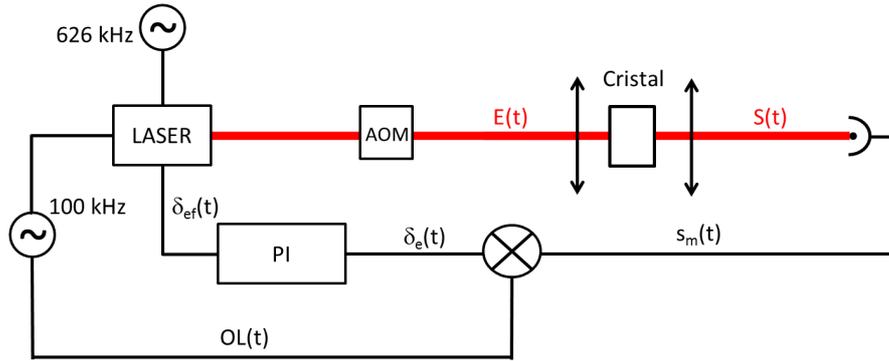


FIGURE 3.9 – Asservissement en fréquence du laser.

du trou, qui est aussi la fréquence initiale du laser. Celle-ci fluctue :

$$f(t) = f_0 + \delta_f(t) \quad (3.12)$$

Si l'on note  $T(f)$  le profil de transmission en intensité, à la sortie du cristal, l'intensité du faisceau s'écrit, en sortie de cristal :

$$S(t) = T(f(t))E(t) = T(f(t))I_0 \quad (3.13)$$

Cette équation n'est valable que sous deux conditions :

- les fluctuations sont suffisamment rapidement corrigées pour que le laser ne commence pas à creuser un nouveau trou centré en  $f(t)$
- les fluctuations sont suffisamment lentes pour que le régime permanent de transmission puisse s'établir. Le temps caractéristique de l'établissement du régime permanent est l'inverse de la largeur du trou.

On a donc une première mesure des fluctuations de fréquence du laser, à travers la mesure  $s_m(t)$  de l'intensité du faisceau transmis par une photodiode.

Cependant, on ne peut pas utiliser directement la transmission comme signal d'erreur, c'est-à-dire comme signal de rétroaction à renvoyer sur le cristal électro-optique pour modifier la fréquence laser. En effet, si le signal mesuré baisse à cause d'une fluctuation de fréquence, il est impossible de savoir si l'on doit la corriger en l'augmentant ou en la diminuant. La figure 3.10, qui montre le profil de transmission et sa dérivée en fonction de la fréquence, montre que cette dernière possède les propriétés d'un signal d'erreur : elle change de signe autour de la fréquence centrale, ce qui permet de savoir de quel côté du maximum on se trouve. Sous forme de tension électrique, on peut l'appliquer directement (dans le bon sens, et éventuellement amplifiée) au laser pour ramener la fréquence au centre du trou.

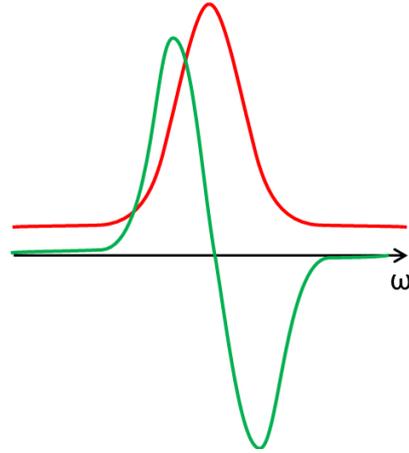


FIGURE 3.10 – En rouge : transmission à travers un trou spectral. En vert : dérivée par rapport à la fréquence de la courbe de transmission

Il faut produire ce signal dérivé. Pour l'obtenir, on module «légèrement» la fréquence du laser, à une fréquence de modulation  $f_m$  et sur une profondeur  $\Delta_f$  :

$$f(t) = f_0 + \delta_f(t) + \Delta_f \cos(2\pi f_m t) \quad (3.14)$$

Si  $f_m$  est suffisamment faible pour que le régime permanent de transmission puisse s'établir ( $f_m$  « largeur du trou), mais suffisamment rapide pour que le laser ne pompe pas les atomes sur toute la plage balayée lors de la modulation ( $f_m \gg$  taux de pompage) :

$$s_m(t) \propto T(f_0 + \delta_f(t) + \Delta_f \cos(2\pi f_m t)) \quad (3.15)$$

Si de plus l'amplitude de modulation  $\Delta_f$  est petite devant la largeur du trou, on peut faire un développement limité de la transmission. En notant la dérivée de la transmission

$$D(f) = \frac{dT}{df}(f)$$

on obtient :

$$s_m(t) \propto T(f_0) + D(f_0 + \delta_f(t)) \Delta_f \cos(2\pi f_m t) \quad (3.16)$$

En multipliant cette tension électrique par un oscillateur local on obtient (on ne note pas les termes qui oscillent rapidement à  $2f_m$ ) :

$$\delta(t) \propto T(f_0) \cos(2\pi f_m t) + \frac{1}{2} D(f_0 + \delta_f(t)) \Delta_f \quad (3.17)$$

En filtrant les composantes à  $f_m$  :

$$\delta(t) \propto D(f_0 + \delta_f(t)) \quad (3.18)$$

Le filtrage n'est possible que si  $D(f_0 + \delta_f(t))$  n'a pas de composantes spectrales autour de  $f_m$ . Ceci montre que la bande passante de notre asservissement est limitée par  $f_m$ , elle-même limitée par la largeur du trou. Le signal d'erreur est ensuite traité par divers étages de correction (P,I ou D) puis réinjecté sur un transducteur capable de faire varier la fréquence du laser proportionnellement au signal qu'il reçoit.

La situation est plus compliquée dans notre cas. En effet notre laser n'est pas monochromatique mais fortement modulé en fréquence. La structure spectrale correspondante est un peigne de pics spectraux. On peut cependant généraliser la méthode précédente en considérant que chaque pic de ce spectre creuse un trou. Si la fréquence laser se décale, l'absorption augmente au niveau de chaque trou. Ainsi toute la puissance laser participe à l'asservissement et le signal d'erreur est la somme de chaque signal d'erreur provenant de chaque pic du peigne. Les trous creusés par notre laser ont une largeur de plusieurs centaines de kHz. Ceci est dû à un élargissement par saturation des trous, plus grands que la largeur homogène du milieu. Nous avons donc choisi de moduler à 100 kHz, avec une amplitude de modulation de quelques kHz. Cette fréquence de modulation implique une bande passante de 100 kHz pour notre asservissement. Ceci est suffisant puisqu'on veut essentiellement supprimer les lentes dérives de la fréquence laser. Le signal d'erreur est collecté avec une photodiode, puis subit une correction intégrale, qui augmente le gain de l'asservissement à basse fréquence, et une correction proportionnelle. Les paramètres de la correction PI sont ajustés empiriquement, à la vue du contraste du peigne

On ne peut pas renvoyer ce signal sur le CEO, car celui-ci est déjà pris par la modulation de fréquence principale. L'alimentation en courant de la diode laser dispose d'une entrée analogique de modulation. Sa bande passante est limitée à 10 kHz, ce qui réduit encore la bande passante de l'asservissement. Ceci est tout de même suffisant pour corriger les dérives lentes qui empêchent le pompage du peigne. La figure 3.11 montre le peigne obtenu. On voit que l'asservissement est indispensable pour le creuser, puisqu'aucun peigne n'apparaît lorsqu'il est éteint. Cependant, avec l'asservissement le contraste de ce peigne est très faible. Plusieurs raisons peuvent l'expliquer. Le peigne étant creusé sur une très large bande, il met en jeu beaucoup d'ions. La diffusion spectrale instantanée peut être à l'origine d'une augmentation de la largeur homogène dans le milieu [116]. L'asservissement est peut-être mis en défaut par son manque de gain aux très basses fréquences, pour lesquelles il ne présente pas un comportement intégrateur. Il ne peut donc pas corriger les très lentes dérives de fréquence. Enfin le peigne est beaucoup plus large que les écarts hyperfins. Les effets de coïncidence utilisés pour pouvoir dépasser cette limite sont approximatifs car, en ajustant  $\Delta = \Delta_e$ ,  $\Delta_f$  n'est pas rigoureusement égal à  $(4 + 1/2)\Delta$ . De plus le spectre exact du laser sous l'effet de la modulation de fréquence n'est pas parfaitement contrôlé. La densité de puissance lumineuse n'est certainement pas rigoureusement nulle sur les transitions qui repompent le niveau relais. Il est très difficile

de quantifier ces effets.

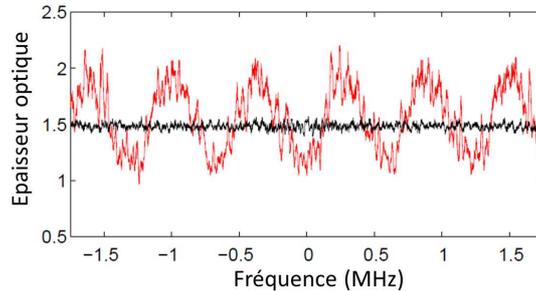


FIGURE 3.11 – Peigne observé en l’absence de champ magnétique ou en l’absence d’asservissement (en noir), et quand l’asservissement et le champ magnétique sont allumés (en rouge)

## 3.4 Enregistrement multimode

### 3.4.1 Montage expérimental complet

La figure 3.12 présente le montage expérimental. Le source laser, présentée à la section précédente, est amplifiée. A la sortie de l’amplificateur, la puissance disponible est d’environ 500 mW, contre 12 mW à la sortie de la cavité laser. Un isolateur optique évite les retours dans l’amplificateur. Un cube séparateur de polarisation (cube de Glan-Taylor) divise le faisceau laser (initialement représenté en vert) en deux : le faisceau de pompe, en rouge, de puissance élevée, et le faisceau sonde (ou faisceau signal), en bleu, de puissance faible. La répartition de la puissance dans chaque faisceau se fait au moyen d’une lame  $\lambda/2$  placée avant le cube. Chaque faisceau est ensuite envoyé dans un modulateur acousto-optique (AOM). Ils sont focalisés au centre des AOM par une lentille placée avant le cube. Ces AOM permettent de moduler le faisceau en amplitude et en phase. Ils sont ici essentiellement utilisés comme interrupteurs. Leur fonctionnement est décrit à la section 4.2.3. Le faisceau sonde traverse ensuite un modulateur de Mach-Zender noté EAOM sur la figure 3.12. Son fonctionnement est décrit à la section suivante. Il permet de moduler rapidement en amplitude le faisceau. Chaque faisceau est ensuite injecté dans une fibre monomode. A la sortie les faisceaux sont gaussiens ( $TEM_{00}$ ), polarisés elliptiquement et de même taille. La polarisation rectiligne est rétablie grâce à une lame  $\lambda/4$ , puis une lame  $\lambda/2$  permet de faire tourner cette polarisation. La taille des faisceaux est ensuite ajustée à l’aide de télescopes. Il faut que, dans le cristal, la zone qui interagit avec le faisceau signal soit uniformément pompée par le faisceau pompe. Ceci implique que ce dernier

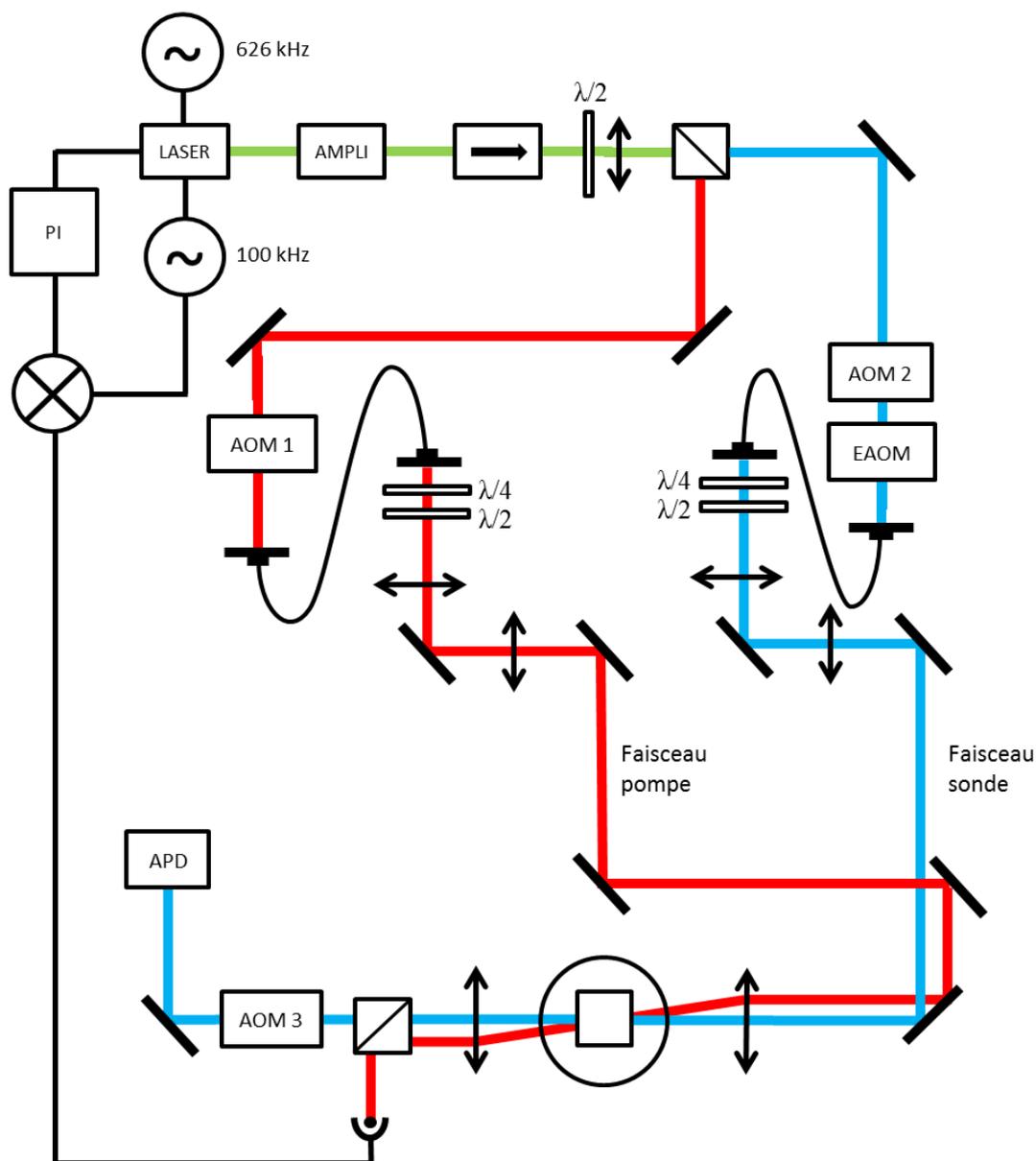


FIGURE 3.12 – Montage expérimental complet

doit être plus large au niveau du cristal, suffisamment pour être uniforme en première approximation sur la zone couverte par le signal. On choisit, par le choix des focales des lentilles des télescopes, d'ajuster la largeur du faisceau pompe à environ la moitié de la largeur du faisceau sonde. Les faisceaux sont ensuite focalisés sur le cristal, où le rapport de leurs tailles s'inverse.

La figure 3.13 présente la configuration des faisceaux au niveau du cristal. Les rayons des faisceaux ont été mesurés avant la lentille de focalisation : 1.3 mm pour le faisceau

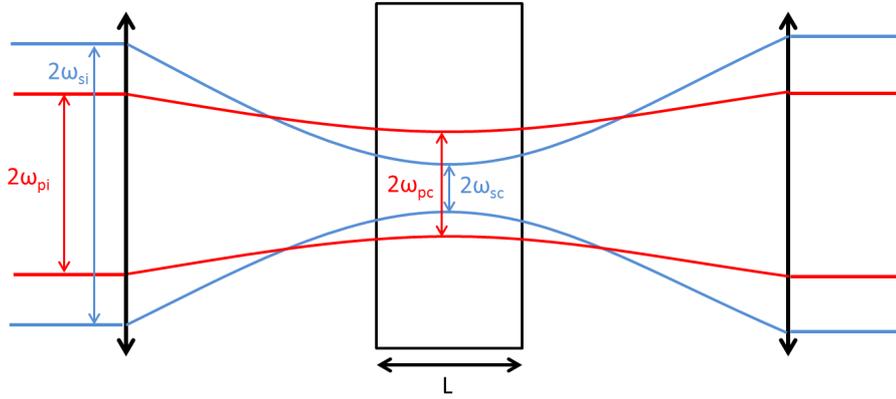


FIGURE 3.13 – Faisceau pompe (en rouge) et faisceau sonde (en bleu) au niveau du cristal (de longueur  $L = 5$  mm)

sonde et 0.8 mm pour le faisceau pompe. Le waist  $\omega_c$  d'un faisceau dans le cristal et son rayon  $\omega_i$  avant la lentille sont liés par la relation :

$$\omega_c \omega_i = \frac{\lambda f}{\pi} \quad (3.19)$$

On détermine alors le waist de chaque faisceau au niveau du cristal, avec  $f = 10$  cm : 19  $\mu\text{m}$  pour le faisceau sonde et 31  $\mu\text{m}$  pour le faisceau pompe. Les faisceaux ne doivent pas trop diverger dans le cristal pour que l'excitation des atomes (donc la fréquence de Rabi) y soit homogène. On définit la profondeur de champ  $b$  comme le double de la longueur de Rayleigh  $z_0$ , distance sur laquelle le rayon du faisceau est à peu près constant ( $R(z_0) = \sqrt{(2)R(\text{waist})}$ ). Pour un faisceau gaussien :

$$b = 2\pi\omega^2/\lambda \quad (3.20)$$

avec  $n = 1.82$  l'indice de réfraction du YAG et  $\omega$  le waist considéré. On trouve pour le faisceau sonde  $b_s = 5.2$  mm et pour le faisceau pompe  $b_p = 13.1$  mm. La profondeur de champ est un peu juste pour le faisceau sonde, qui fait à la sortie du cristal environ 1.4 fois sa taille au centre. Cependant, le faisceau sonde reste confiné dans une zone où le faisceau de pompe est à peu près homogène, puisque même à la sortie du cristal le rapport de leur rayon fait encore environ 0.85. Une autre lentille de focale 10 cm est placée à la sortie du cristal pour recollimater les faisceaux. Le cristal est placé dans un cryostat à évaporation d'hélium. Il est refroidi aux alentours de 2-3K. Le champ magnétique statique est créé par deux bobines de cuivre extérieures au cryostat, en configuration Helmholtz, refroidies par une circulation d'eau. La réalisation et les propriétés de ces bobines sont décrites dans la thèse de Jérôme Ruggiero. Elles permettent d'obtenir un champ magnétique à hauteur de 7 Gauss/A.

### 3.4.2 Résultats

Pour évaluer le potentiel d'enregistrement multimode du peigne de fréquences, nous avons utilisé un train d'impulsions courtes tel que celui présenté sur la figure 3.1. Pour enregistrer le maximum de modes et tester les limites de notre mémoire, il faut que les impulsions soient très courtes, de l'ordre de l'inverse de la largeur du peigne, ici typiquement 1 ns. Nos AOM n'étant pas assez rapide pour générer ces impulsions, nous avons utilisé un modulateur de Mach-Zender fibré Alenia Marconi Systems (fig 3.14a)). La bande passante d'un tel modulateur est de quelques GHz.

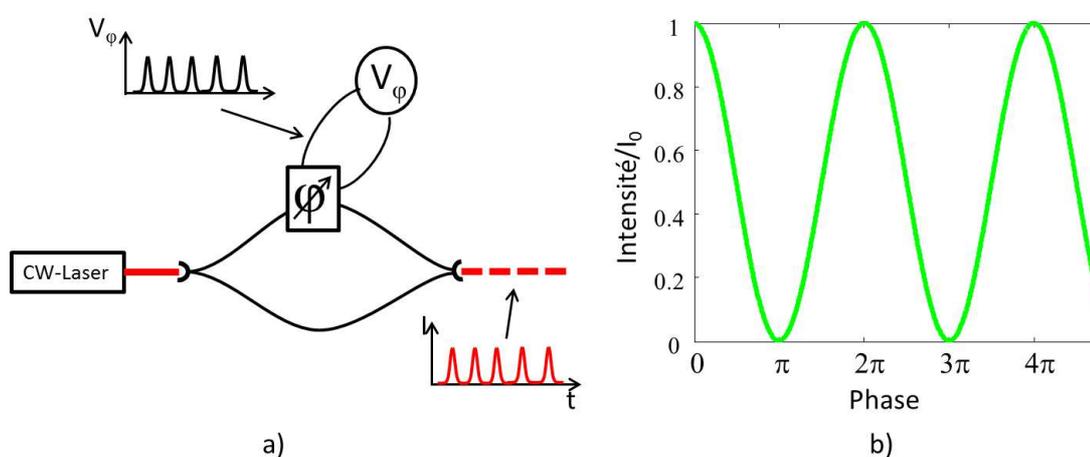


FIGURE 3.14 – a) Principe de fonctionnement du Mach-Zender fibré. Le faisceau incident, injecté dans la fibre d'entrée du Mach-Zender, est séparé en deux faisceaux d'égale amplitude. Un cristal électro-optique permet de moduler la phase du champ sur l'une des voies. L'interférence en sortie entre les deux sous-faisceaux recombinés est constructive ou destructive selon la phase ajoutée. b) Intensité normalisée à la sortie du Mach Zender en fonction de la phase appliquée

L'application d'une tension sinusoïdale dans la partie linéaire du modulateur de phase (autour de  $\varphi = k\pi/2$ ) permet d'obtenir un train d'impulsions approximativement sinusoïdales. Pour un bon contraste, la profondeur de la modulation en phase doit être de  $\pi$  (fig 3.14 b)). La fréquence de la modulation de phase détermine la durée des impulsions. On la choisit égale à 800 MHz, ce qui donne des impulsions séparées de 1.25 ns. Le spectre du train est ainsi entièrement couvert par le peigne (de largeur 930 MHz). La période spectrale du peigne étant de 626 kHz, l'écho lumineux est émis 1.6  $\mu\text{s}$  après arrivée du signal incident. Ceci limite la durée totale du train d'impulsions à 1.6  $\mu\text{s}$ . Elle est choisie égale à 1.375  $\mu\text{s}$ , ce qui amène à 1060 impulsions.

La figure 3.15 présente le résultat de l'envoi de ce train d'impulsions sur le cristal. On

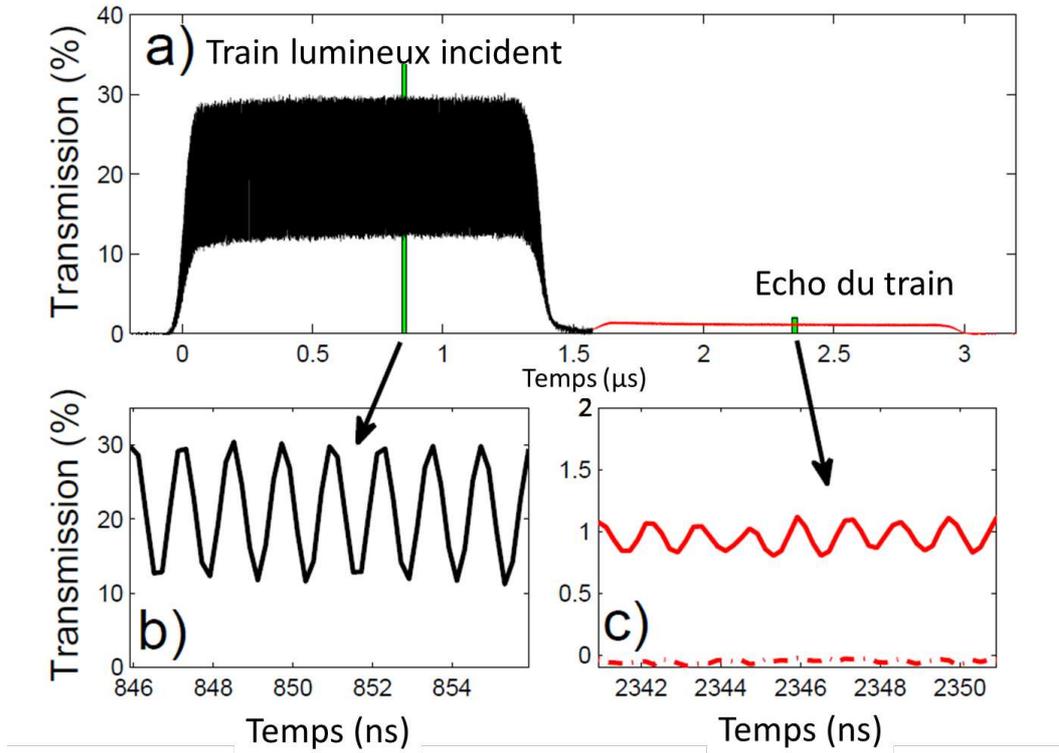


FIGURE 3.15 – Signal recueilli à la sortie du cristal. En a) en noir le signal simplement transmis. En rouge l'écho lumineux. En b) et c) un zoom respectivement sur le signal transmis et l'écho. En c) la courbe en pointillés correspond à la mesure faite en éteignant le champ magnétique et permet de s'assurer qu'il s'agit bien d'un écho lumineux, et pas d'un effet d'interaction entre les câbles (non-négligeable à des fréquences de l'ordre du GHz)

voit clairement apparaître un écho du train  $1.6 \mu\text{s}$  après le signal transmis. Le contraste du train est difficile à évaluer car la chaîne de détection (photodiode EOT 2030A et oscilloscope Lecroy 104MXi-A) est à la limite de sa bande passante (1GHz pour les deux éléments). L'efficacité d'écho est de 1%. La formule 2.14 prévoit, pour le peigne obtenu, une efficacité de 0.7% en bon accord avec la valeur mesurée.

# Chapitre 4

## Efficacité du protocole

L'efficacité de l'écho de photon (à 2 ou 3 impulsions) peut être très bonne et même dépasser 100%. Ceci vient du fait que l'écho, se propageant dans un milieu inversé, est amplifié. Ceci n'est pas permis pour une mémorisation à l'échelle quantique, car le gain induit un bruit d'émission spontanée qui se superpose au signal restitué. Dans le cas de l'écho accumulé, parent direct de l'AFC, l'écho est généré dans un milieu non-inversé mais avec une efficacité maximum de 13.5%. Elle atteint 54% dans le CRIB transverse, et peut atteindre 100% pour le GEM. Dans le cas de l'AFC, elle est limitée à 54% pour le protocole simple (diffraction d'une impulsion avec émission vers l'avant) et peut atteindre 100% pour le protocole complet (avec transfert Raman et émission de l'écho vers l'arrière).

### 4.1 Efficacités théoriques

Il est possible de calculer l'efficacité d'écho théorique, vers l'avant et vers l'arrière, en fonction de la forme du peigne (c'est-à-dire du motif de l'un de ses périodes).

#### 4.1.1 Calculs généraux

On reprend le système d'équations 2.10 établi à la section 2.1 :

$$\frac{\partial^2 a_0(z)}{\partial z^2} + k^2(1 + c_0)a_0(z) = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial^2 a_1(z)}{\partial z^2} + k^2(1 + c_0)a_1(z) + k^2 c_1 a_0(z) = 0 \quad (4.2)$$

## CHAPITRE 4 - EFFICACITÉ DU PROTOCOLE

où l'on a décomposé la susceptibilité du milieu et le champ en série de Fourier dans l'espace des fréquences :

$$\chi_+(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{-ni(\omega-\omega_0)T} \quad (4.3)$$

$$E(z, \omega) = E(0, \omega) \sum_{p=0}^{+\infty} a_p(z) e^{-ip(\omega-\omega_0)T} \quad (4.4)$$

La résolution de ces équations dans le cas de la propagation vers l'avant (avec les conditions aux limites  $a_0(z=0) = 1, a_p(z=0) = 0$  si  $p \geq 1$ ) donne :

$$|E_1(z, t)| = \frac{|c_1|}{\Im m(c_0)} \frac{1}{2} \langle \alpha \rangle z e^{-\frac{1}{2}\langle \alpha \rangle z} |E(0, t - \frac{nz}{c} - T)|$$

et où l'absorption moyenne  $\langle \alpha \rangle$  s'écrit :

$$\langle \alpha \rangle = - \langle k \Im m(\chi^+) \rangle = -k \Im m(c_0) \quad (4.5)$$

On définit ainsi l'efficacité de diffraction vers l'avant :

$$\eta = \left( \frac{|c_1|}{\Im m(c_0)} \frac{1}{2} \langle \alpha \rangle L e^{-\frac{1}{2}\langle \alpha \rangle L} \right)^2 \quad (4.6)$$

Le carré vient de la définition de l'efficacité comme le rapport des intensités de l'écho et de l'intensité du champ incident. Dans cette expression seuls les termes  $\langle \alpha \rangle L$  dépendent de l'épaisseur optique initiale. Les autres termes ne dépendent que de la forme du peigne. Or le terme  $\frac{1}{2} \langle \alpha \rangle L e^{-\frac{1}{2}\langle \alpha \rangle L}$  est maximum pour  $\langle \alpha \rangle L = 2$  et vaut dans ce cas  $1/e$ . On peut donc, pour une forme de peigne donnée, définir l'efficacité maximale de diffraction vers l'avant :

$$\eta_{max} = \frac{1}{e^2} \frac{|c_1|^2}{|\Im m(c_0)|^2} \quad (4.7)$$

On peut de même calculer l'efficacité de diffraction vers l'arrière. On a alors les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} a_0(0) &= 1; \\ a_p(L) &= 0 \text{ si } p \geq 0 \end{aligned}$$

On considère que l'effet de chacune des impulsions utilisées pour le transfert vers les cohérences Raman est d'imprimer dans les cohérences une phase spatiale  $2kz$ .

On trouve alors :

$$a_1(0) = -\frac{1}{2} \frac{c_1}{c_0} (1 - e^{-ikc_0L}) \quad (4.8)$$

soit une efficacité de diffraction vers l'arrière :

$$\eta = \frac{1}{4} \left| \frac{c_1}{c_0} \right|^2 \left| (1 - e^{-ikc_0L}) \right|^2 \quad (4.9)$$

## 4.1.2 Peignes particuliers

On peut calculer l'efficacité de diffraction d'un signal pour des formes particulières de peignes.

### Peigne sinusoidal

Le peigne sinusoidal, défini par :

$$\alpha(\omega) = \frac{\alpha_0}{2} (1 + \cos[(\omega - \omega_0)t_{12}]) \quad (4.10)$$

On utilise les relations de Kramers-Kronig pour trouver la susceptibilité :

$$\chi_+(\omega) = -\frac{\alpha_0}{k} (1 + e^{-i(\omega - \omega_0)T}) \quad (4.11)$$

ce qui amène à

$$c_0 = c_1 = -i\frac{\alpha_0}{k} \quad (4.12)$$

et l'efficacité maximale vers l'avant est :

$$\eta_{max} = \frac{1}{e^2} = 13,5\% \quad (4.13)$$

On trouve ainsi l'efficacité maximum du processus d'écho accumulé vers l'arrière :

$$\eta = \frac{1}{4} (1 - e^{-\alpha_0 L})^2 \quad (4.14)$$

qui tend vers 25% quand l'épaisseur optique tend vers l'infini.

### Peigne à dents lorentziennes

Supposons qu'on ait creusé dans les populations atomiques un réseau défini par des pics lorentziens :

$$n_{ab}(\omega_{ab}) = \frac{1}{n_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + (\omega_{ab} - \omega_0 - n\Delta)^2} \quad (4.15)$$

où  $n_0 = \pi \frac{\Gamma}{\Delta} \coth\left(\pi \frac{\Gamma}{\Delta}\right)$  est un facteur de normalisation. On montre alors grâce à la formule A.56 que la susceptibilité s'écrit :

$$\chi_+(\omega) = -i\frac{\alpha_0}{k} \frac{\sinh(\theta) - i \sin(\phi)}{\cosh(\theta) - \cos(\phi)} \tanh(\theta/2) \quad (4.16)$$

avec  $\phi = \omega - \omega_0$  et  $\theta = 2\pi\Gamma/\Delta$ . Le coefficient  $\theta$  représente la finesse du peigne.

Cette susceptibilité est représentée sur la figure 4.1. On montre que les premiers coefficients de Fourier de cette susceptibilité sont :

$$c_0 = -i\frac{\alpha_0}{k} \tanh \theta/2 \quad (4.17)$$

$$c_1 = -2i\frac{\alpha_0}{k} e^{-\theta} \tanh \theta/2 \quad (4.18)$$

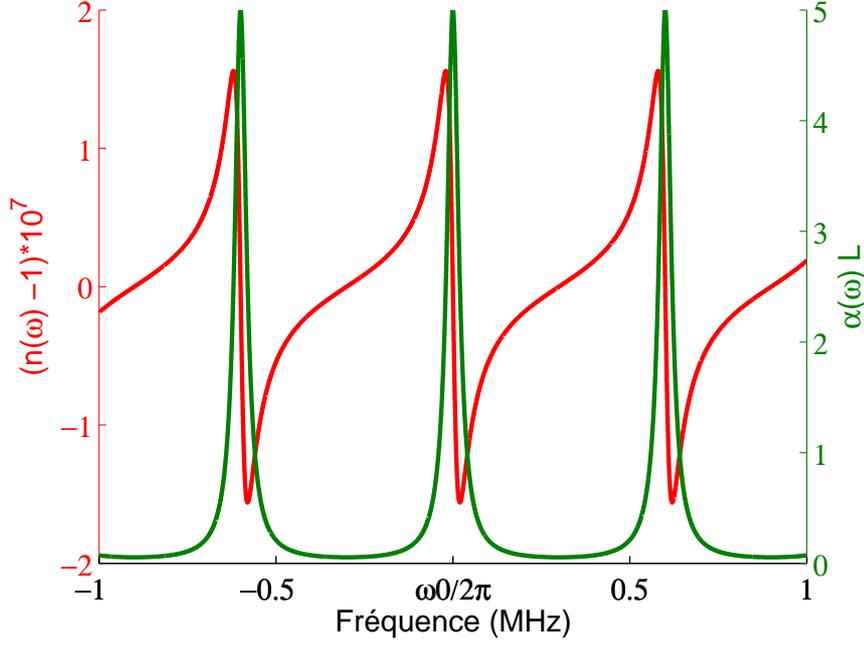


FIGURE 4.1 – Profil d’absorption (en vert) et indice de réfraction (en rouge) dans le cas d’un réseau de population Lorentzien (la période du peigne est prise à 600kHz, la largeur des lorentziennes à 20 kHz)

ce qui amène à une efficacité vers l’avant

$$\eta = \left( \alpha_0 L \tanh\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-\frac{1}{2}\alpha_0 L \tanh\left(\frac{\theta}{2}\right)} e^{-\theta} \right)^2 \quad (4.19)$$

et vers l’arrière :

$$\eta = \left( e^{-\theta} \left( 1 - e^{-\alpha_0 L \tanh\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right) \right)^2 \quad (4.20)$$

Il est intéressant de calculer l’efficacité maximale pour une épaisseur optique initiale donnée. En effet, expérimentalement on utilise des cristaux dont l’épaisseur optique initiale est finie. On pourra alors trouver, pour une forme de peigne donnée, quelle finesse maximise l’efficacité et quelle est cette efficacité.

$$\eta_{max} = \frac{1}{e^2} \left( \frac{2\alpha_0 L}{4 + \alpha_0 L} \right)^2 \quad (4.21)$$

Cette efficacité tend vers 54% quand l’épaisseur optique initiale tend vers l’infini. En diffraction vers l’arrière :

$$\eta_{max} = \left( \frac{\alpha_0 L}{2 + \alpha_0 L} \left( \frac{1}{1 + \frac{\alpha_0 L}{2}} \right)^{\frac{2}{\alpha_0 L}} \right)^2 \quad (4.22)$$

Cette efficacité tend vers 100% quand l’épaisseur optique tend vers l’infini.

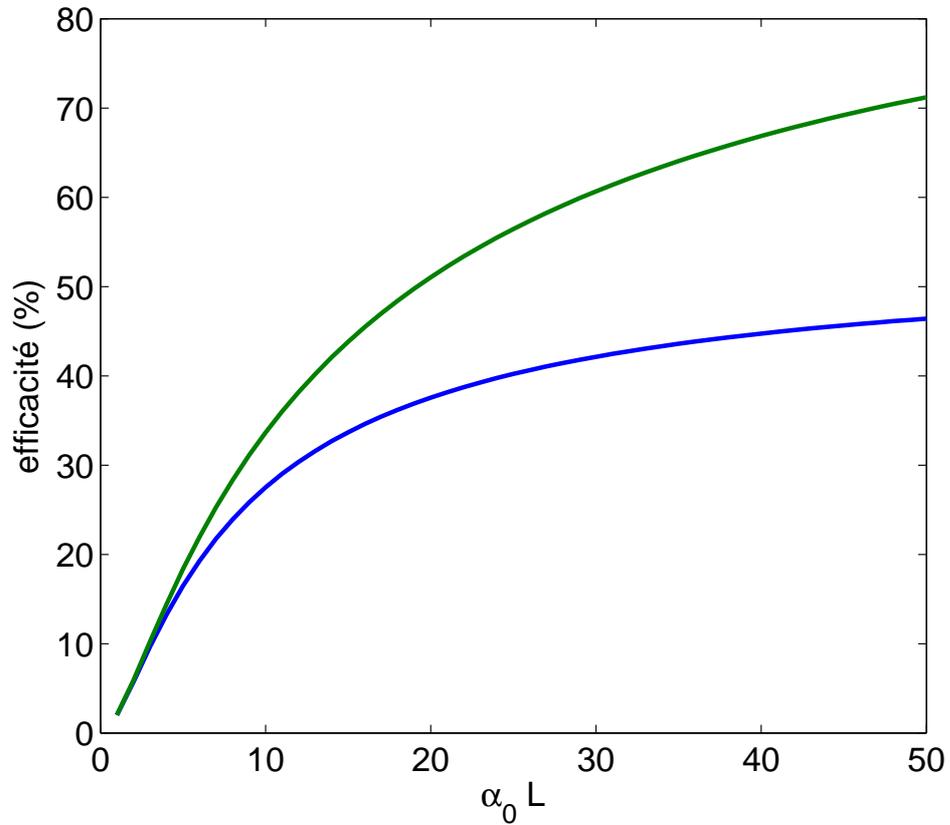


FIGURE 4.2 – Efficacité maximale de diffraction pour un peigne lorentzien. En bleu l’efficacité d’écho vers l’avant, en vert vers l’arrière

## 4.2 Investigation expérimentale

### 4.2.1 Premiers résultats expérimentaux

Les premières expériences d’AFC dans le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  menées dans le groupe [97] sont décrites dans la thèse de Jérôme Ruggiero [111]. Le peigne y est creusé par une séquence de paires d’impulsions (donc avec un motif de pompe sinusoïdal) avec utilisation d’un sous-niveau Zeeman comme niveau de stockage des atomes pompés. Le profil d’absorption résultant, sinusoïdal pour de très faibles puissances de pompe, est constitué, à puissance moyenne, par des pics bien ajustés par des lorentziennes. Ceci est dû à la dynamique du pompage optique qui élargit par saturation les zones transparentes (figure 4.3)

L’efficacité maximale obtenue avec un tel spectre de pompe est de 8.6%. L’écho généré et le peigne correspondant (observé grâce à un faisceau sonde balayé en fréquence) sont représentés sur la figure 4.3. Cette efficacité constituait déjà un gain d’un ordre de grandeur vis-à-vis des réalisations expérimentales d’écho accumulé et des expériences an-

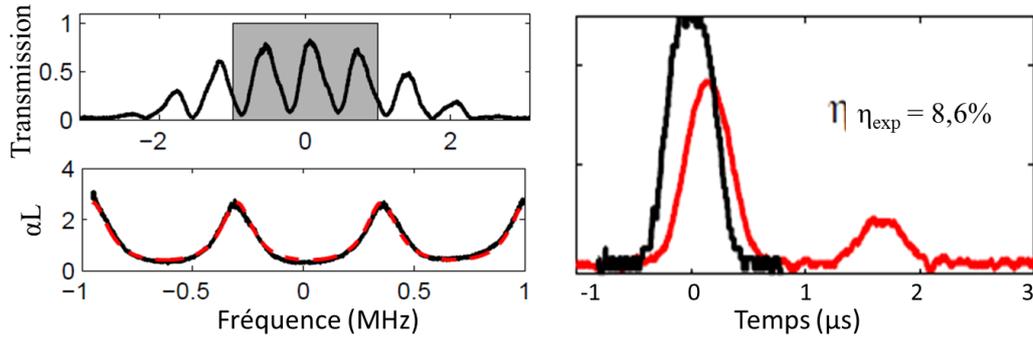


FIGURE 4.3 – A gauche peigne expérimental obtenu par un spectre de pompe sinusoïdal. En pointillés rouges l’ajustement lorentzien. A droite en noir le signal incident (mesuré sur un détecteur témoin avant l’entrée dans le cristal), en rouge le signal transmis, puis l’écho, à la sortie du cristal

térieures d’AFC dans le  $\text{Nd}^{3+}:\text{YVO}_4$  [94]. Cela justifie le choix du  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ , dont la faible largeur homogène permet une bonne résolution spectrale dans la gravure du peigne. L’efficacité obtenue est en bon accord avec l’efficacité théorique calculée à partir de l’ajustement lorentzien du peigne. Ces expériences ont mis en avant un point essentiel de l’étape de préparation : il est difficile de graver un peigne fin et bien contrasté à forte épaisseur optique. En effet, il y a un compromis à faire au niveau de la puissance de pompe. A très faible puissance, on grave peu mais une structure fidèle au spectre de pompe et sans élargissement par saturation. Les zones opaques restent bien opaques. A plus forte puissance on creuse bien (les zones transparentes sont bien transparentes) mais les pics sont écrasés par l’élargissement par saturation. Un bon compromis n’existe pas vraiment à forte épaisseur optique initiale. Or c’est dans ces conditions que l’on peut atteindre de bonnes efficacités.

#### 4.2.2 Optimisation de l’efficacité : peigne carré

Les problèmes rencontrés viennent essentiellement du fait que l’on ne peut pas creuser un peigne dont les zones transparentes sont très transparentes et les zones opaques très opaques (c’est-à-dire intouchées par le pompage). Les expériences décrites ci-dessus, en paire d’impulsions de pompe, n’avaient comme paramètre ajustable que la puissance de pompe. Il est alors impossible de contrôler indépendamment les deux paramètres qui, comme on l’a vu, déterminent l’efficacité de diffraction : le contraste et la finesse. Au cours de cette thèse, nous nous sommes donné un paramètre de contrôle supplémentaire : la forme du peigne, c’est-à-dire le motif de pompe. Nous avons montré que le peigne à

dents carrées optimisait, pour une finesse bien choisie, l'efficacité, à épaisseur optique initiale donnée.

### Calcul de l'efficacité

Supposons que nous ayons réussi à creuser dans le profil de population un peigne à dents carrées :

$$G(\omega_{ab}) = G(\omega_0) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Pi\left(\frac{\omega_{ab} - \omega_0 - n\Delta}{\delta}\right) \quad (4.23)$$

$$\text{où } \Pi(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } |x| > 1/2 \\ 1 & , \text{ si } |x| < 1/2 \end{cases}$$

On peut montrer que la susceptibilité s'écrit alors :

$$\chi_+(\omega) = \frac{\alpha_0}{\pi k} \ln \left( \frac{\sin\left(\frac{1}{2}(\phi - i\epsilon - \theta/2)\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}(\phi - i\epsilon + \theta/2)\right)} \right) \quad (4.24)$$

où  $\phi = \frac{2\pi}{\Delta}(\omega - \omega_0)$ ,  $\theta = \frac{2\pi}{\Delta}\delta$ ,  $\epsilon = \frac{2\pi}{\Delta}\gamma_{ab}$ . On trouve alors que

$$c_0 = -i \frac{\alpha_0}{k} \frac{\theta}{2\pi} \quad (4.25)$$

$$c_1 = -2i \frac{\alpha_0}{k} \frac{\sin(\theta/2)}{\pi} \quad (4.26)$$

On trouve alors que l'efficacité diffractée vers l'avant s'écrit :

$$\eta = \left(\frac{\alpha_0 L}{\pi}\right)^2 \sin^2(\theta/2) e^{-\frac{\theta}{2\pi}\alpha_0 L} \quad (4.27)$$

En fixant  $\alpha_0 L$ , l'efficacité maximum est :

$$\eta_{max} = \frac{4}{1 + \left(\frac{2\pi}{\alpha_0 L}\right)^2} e^{-\frac{\alpha_0 L}{\pi} \arctan\left(\frac{2\pi}{\alpha_0 L}\right)} \quad (4.28)$$

Ceci tend bien vers 54% quand  $\alpha_0 L$  tend vers l'infini. L'efficacité de diffraction vers l'arrière s'écrit :

$$\eta = \text{sinc}^2(\theta/2) \left(1 - e^{-\frac{\theta}{2\pi}\alpha_0 L}\right)^2 \quad (4.29)$$

Il semble impossible de calculer le maximum de cette fonction de manière analytique. On voit cependant qu'à mesure que l'épaisseur optique tend vers l'infini, si  $\theta$  tend vers 0 assez lentement (de manière à ce que  $\theta\alpha_0 L$  tende vers l'infini) alors cette efficacité tend vers 1. Les efficacités optimales vers l'avant et vers l'arrière sont représentées sur la figure 4.4

On voit une nette amélioration aux faibles épaisseurs optiques initiales. Ces épaisseurs optiques correspondent à nos conditions expérimentales ( $\alpha_0 L \approx 5$  pour notre cristal).

Une optimisation numérique a permis de montrer que cette efficacité maximum était supérieure à celle de n'importe quelle autre forme de dents pour le peigne, vers l'avant

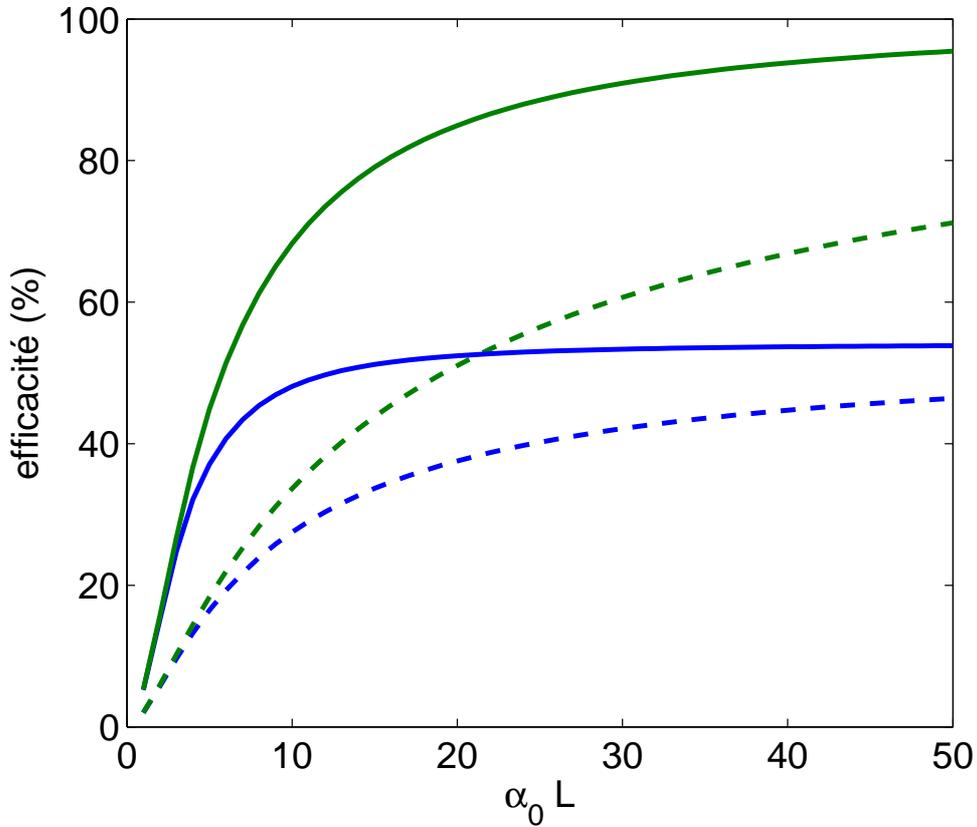


FIGURE 4.4 – En bleu l’efficacité optimale de diffraction vers l’avant pour un peigne carré. En vert vers l’arrière. Les courbes en pointillés rappellent les efficacités pour un peigne lorentzien

comme vers l’arrière. Cette optimisation consiste à déterminer quels coefficients de Fourier maximisent l’expression 4.7. Il semble évident que cette expression peut tendre vers  $+\infty$ . Il suffit pour cela de faire tendre  $c_1$  vers  $+\infty$ . Mais il faut astreindre la maximisation à la limite suivante :

$$\alpha(w) > 0 \text{ soit } \Im m(\chi^+(w)) > 0 \quad (4.30)$$

On ne veut pas que le milieu présente du gain. La recherche de maximum va alors impliquer tous les coefficients  $c_n$  de manière à maximiser  $c_1$  tout en gardant  $\Im m(\chi^+(w)) > 0$ . On constate que, pour une efficacité optimale, le rapport  $|c_1|/|c_0|$  est égal à 2. On peut comprendre intuitivement pourquoi le peigne carré maximise l’efficacité. L’efficacité est une fonction croissante de l’épaisseur optique initiale et de la finesse. Des pics très fins et très absorbants diffractent très bien une impulsion incidente. En séparant nettement zones transparentes et zones absorbantes, le peigne carré est la structure qui permet d’utiliser l’épaisseur optique disponible pour créer les pics les plus fins.

### 4.2.3 Expérience en peigne carré

Cette section présente une expérience d'AFC en peigne carré réalisée au cours de cette thèse.

#### Réalisation d'un spectre de pompage optique périodique et carré

Le peigne est produit par pompage optique comme expliqué section 2.2.2. Le spectre du motif de pompage  $|\tilde{E}_{motif}(\omega)|^2$  est produit par modulation d'amplitude.

La modulation d'amplitude est réalisée par un modulateur acousto-optique (AOM) piloté par un générateur de formes arbitraires (AWG) Tektronix AWG520. Les modulateurs acousto-optiques sont constitués de cristaux de  $\text{TeO}_2$  dans lequel se propagent une onde sonore longitudinale  $s(t) = s_0(t) \cos(\omega_s t + \phi(t))$  et le faisceau laser, noté  $E(t) = E_0 \cos(\omega_L t)$  à l'entrée du cristal. L'onde sonore crée un réseau de densité et donc d'indice de réfraction dans le cristal, qui diffracte alors le champ laser en plusieurs ordres. La séparation angulaire de l'ordre  $n$  avec l'ordre 0 (transmis) est  $n\lambda_{opt}/\lambda_s$ . L'ordre  $n$  s'écrit  $E_n(t) = s_0(t)k_n \cos((\omega_L + \omega_s)t + \phi(t))$ . Les modulateurs acousto-optiques utilisés fonctionnent autour de  $\omega_s/2\pi = 80\text{MHz}$ . L'onde sonore est générée par un piézo-électrique contrôlé en tension par l'AWG. On travaille essentiellement à l'ordre 1 ou -1, que l'on récupère dans une fibre optique. On voit alors que le champ dans l'ordre 1 est une image fidèle de la tension générée par l'AWG, décalée de  $\omega_L$ . Il est possible de récupérer dans l'ordre 1 environ 75% de l'énergie incidente (à la sortie de la fibre optique qui récupère l'ordre de diffraction avec lequel on travaille).

La périodicité spectrale en  $2\pi/T$  du peigne impose une structure temporelle discrète du motif (avec un pas de  $T$ ). Un peigne à dents carrées s'obtient par un motif en sinus cardinal. La largeur du peigne est fixée par l'inverse de la largeur des impulsions. La largeur spectrale  $2\pi/\tau$  d'un pic d'absorption est fixée par la largeur à mi-hauteur ( $\approx \tau$ ) du sinus cardinal. La figure 4.5 résume la correspondance entre le motif temporel et son spectre.

Le motif créé expérimentalement compte 61 impulsions réparties autour de la fréquence centrale. Les impulsions, gaussiennes de largeur à mi-hauteur de  $\delta = 300\text{ ns}$  (durée limitée par la bande passante des AOM), sont séparées de  $T = 1.5\ \mu\text{s}$ . On crée donc un peigne d'enveloppe gaussienne large de 4 MHz et dont les pics sont séparés de 666 kHz. Le motif est répété toutes les  $100\ \mu\text{s}$ . Ainsi, comme expliqué à la section 2.2.2, c'est bien le spectre du motif que l'on grave car on attend que les cohérences aient relaxé avant d'imprimer un nouveau motif. Plusieurs finesses ( $T/\tau$ ) ont été essayées pour optimiser l'efficacité.

On veut vérifier la forme du spectre de pompe avant de l'envoyer sur le cristal. Pour cela, il nous faut pouvoir mesurer le champ et en faire la transformée de Fourier. Une

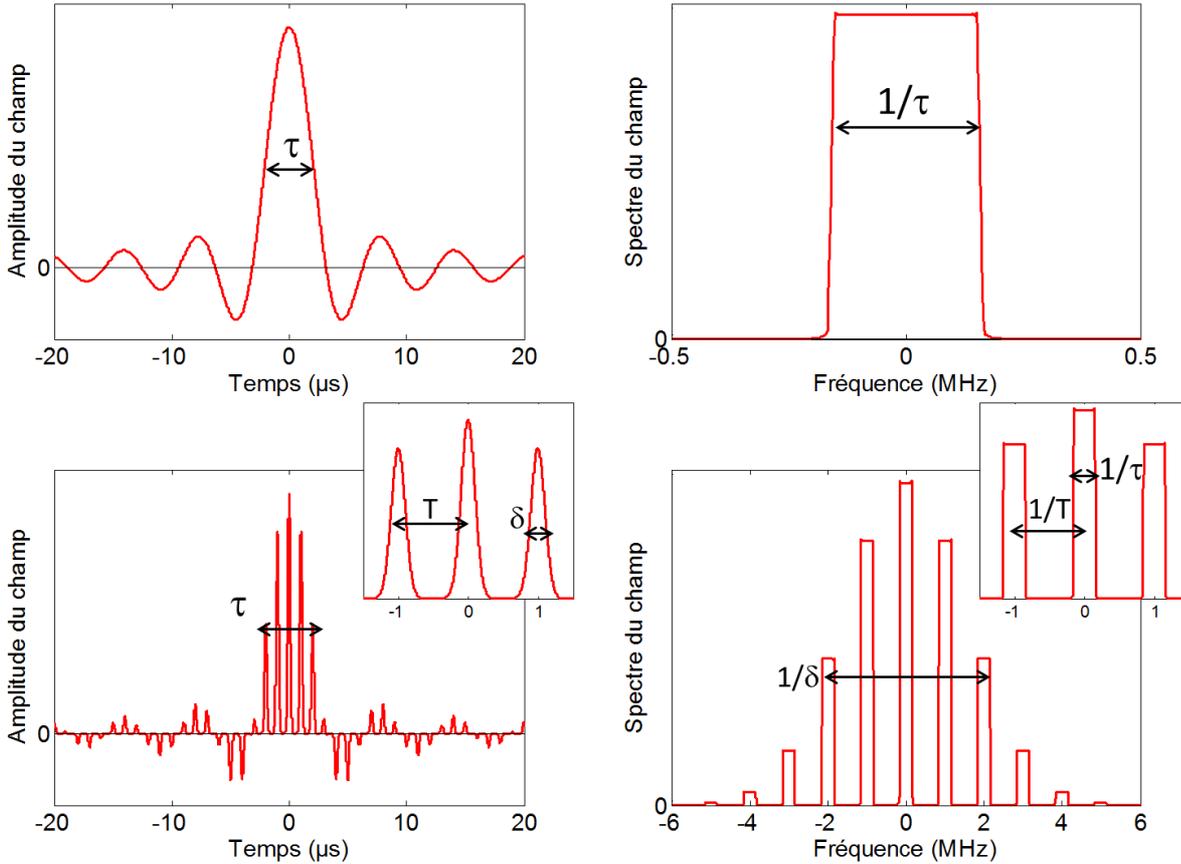


FIGURE 4.5 – A gauche le motif temporel. A droite son spectre. En haut sans discrétisation. En bas, on voit que discrétiser la forme générale du motif implique une répétition du spectre de celui-ci dans le domaine fréquentiel

simple mesure de l'intensité lumineuse ne suffit pas. En effet, elle ignore la phase temporelle du champ. Sa transformée de Fourier (ou même la transformée de Fourier de sa racine, c'est-à-dire de la valeur absolue de l'amplitude du champ) peut être très différente du spectre du champ. Pour faire une mesure du champ lui-même, on utilise une détection hétérodyne. On fait battre le faisceau de pompe avec un champ monochromatique (oscillateur local) et on mesure l'intensité du signal de battement. Cette intensité est une image fidèle du champ. En effet, si l'on note le champ de pompe :

$$E_p(t) = E_0(t) \cos(\omega_L t + \phi(t)) \quad (4.31)$$

et l'oscillateur local :

$$E_{OL}(t) = E_{OL} \cos(\omega_{OL}(t)) \quad (4.32)$$

alors, si l'on superpose les faisceaux, l'intensité de battement mesurée est :

$$I(t) \propto I_0(t) + I_{OL} + E_0(t)E_{OL} \cos((\omega_L - \omega_{OL})t + \phi(t)) \quad (4.33)$$

Si on ne garde, par filtrage, que les termes oscillant autour de  $\omega_L - \omega_{OL}$  on obtient un signal proportionnel au champ, décalé en fréquence de  $\omega_{OL}$ . On peut donc mesurer directement le champ en choisissant  $\omega_L - \omega_{OL}$  suffisamment petit, c'est-à-dire dans la bande passante d'une photodiode rapide. Nous avons fixé  $\omega_L - \omega_{OL}$  à 20 MHz. La formule 4.33 montre qu'on ne peut filtrer les termes oscillants que si  $I_0(t)$  n'a pas de composantes spectrales autour de  $\omega_L - \omega_{OL}$ . La bande passante de notre mesure est donc limitée à  $(\omega_L - \omega_{OL})/2$ . 20 MHz sont suffisants pour mesurer un spectre dont on attend une largeur autour de 4-5 MHz.

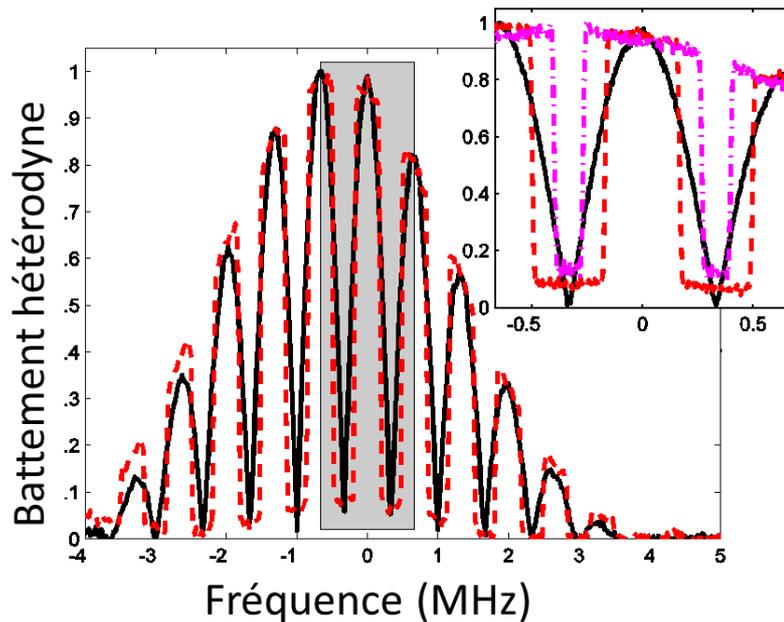


FIGURE 4.6 – Spectre du battement hétérodyne, mesuré par un analyseur de spectre électronique. En noir un spectre obtenu avec des paires d'impulsions (séquence PP). En rouge le motif carré  $S_{1/2}$ , en violet le motif de la séquence  $S_{1/5}$ . L'analyseur de spectre affiche la valeur absolue du spectre

Le figure 4.6 présente les résultats de la mesure. La transformée de Fourier du signal mesuré est faite par un analyseur de spectre électronique. Quatre motifs différents ont été testés : un spectre sinusoïdal (séquence en paires d'impulsions, noté PP) et trois spectres carrés, de finesses différentes. En reprenant les notations de la figure 4.5 la finesse du spectre s'écrit comme le rapport  $T/\tau$ . Trois finesses ont été essayées : 2,3 et 5. Les séquences de pompe correspondantes sont notées  $S_{1/2}$ ,  $S_{1/3}$  et  $S_{1/5}$ . On remarque sur la figure 4.6 une asymétrie générale dans le spectre du motif, qui provient de la non-linéarité de la réponse de l'AOM. On note aussi que la densité de puissance n'est pas parfaitement nulle entre les pics du spectre. Le spectre du motif étant le produit par les amplitudes

relatives et les phases des différents pics dont il est constitué, on attribue aussi cet effet à la réponse imparfaite de l'AOM.

### Dispositif expérimental

L'expérience est réalisée sur un cristal de  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  dopé à 0.5%. On utilise la structure hyperfine pour le pompage optique. Pour cela, un champ magnétique de 210 G est appliqué selon l'axe cristallin [001]. L'éclatement des sous-niveaux hyperfins est alors  $\Delta_f = 6$  MHz dans le niveau fondamental et  $\Delta_e = 1.3$  MHz dans le niveau excité. Cette valeur a été choisie car elle optimise l'efficacité de diffraction. Comme expliqué à la section précédente, il s'agit d'un effet de coïncidence. Le peigne fait 4 MHz de largeur. On n'a pas à se préoccuper des peignes et anti-peignes à  $\pm\Delta_f$  et  $\pm\Delta_f \pm \Delta_e$ . Par contre, les peignes à  $\pm\Delta_e$  se superposent au peigne principal. Il faut alors choisir l'intensité du champ magnétique de manière à les mettre en coïncidence, ce qui se produit pour  $B=210\text{G}$ . Le cristal est refroidi à 2.3 K. Le montage expérimental entier est représenté sur la figure 4.7 .

Il est très proche du dispositif expérimental présenté au chapitre précédent 3.4.1. Il y a plusieurs différences essentielles :

- la fréquence du laser n'étant plus modulée, il est donc possible de l'asservir sur une référence fixe. L'asservissement, conçu en partie au cours de cette thèse, est présenté en annexe 2. La référence de fréquence est une cavité Fabry-Perot, elle-même asservie en température.
- il n'y a plus de modulateur de Mach-Zender sur le faisceau sonde. Les impulsions de signal peuvent être choisies plus longues et sont réalisables à l'aide d'AOM.
- les faisceaux sonde et pompe arrivent sur le cristal avec la même polarisation, selon l'axe cristallin [001]. Comme précédemment, le couplage aux sites 3,4,5 et 6 est homogène pour les deux faisceaux, et nul pour les sites 1 et 2. Le faisceau pompe est désormais mieux couplé aux atomes (d'un facteur  $\sqrt{2}$ ). Ceci vient du fait que l'angle entre la direction [001] et l'axe des dipôles de transition des sites concernés est  $45^\circ$ , alors qu'il est de  $30^\circ$  entre la direction  $[1\bar{1}0]$  et les mêmes dipôles.

Comme précédemment, la photodiode à avalanche, utilisée pour détecter le signal et son écho, ne doit pas être éclairée par le faisceau pompe, trop intense, qui l'abîmerait. La séparation entre les deux faisceaux en sortie du cristal se fait spatialement et temporellement. On ne peut plus utiliser la polarisation. La séparation spatiale est effectuée avec une simple lame de métal. Ceci est possible car les faisceaux ne sont volontairement pas parfaitement superposés (mais distants d'environ 3 mm). Ceci est une première étape mais, les faisceaux étant gaussiens, une partie du faisceau se superpose au faisceau sonde et ne peut pas être coupé de cette manière. On profite du fait que les séquences de pompe

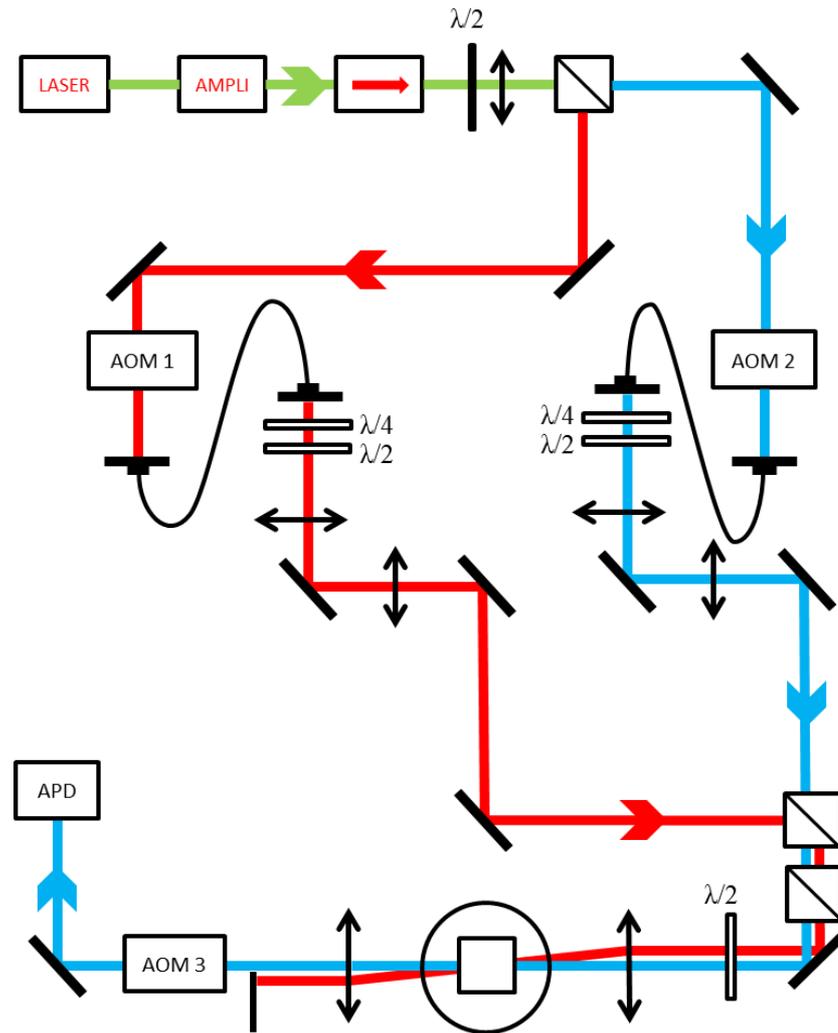


FIGURE 4.7 – Montage complet. En rouge le faisceau de pompe, en bleu le faisceau de sonde

et de traitement du signal sont distinctes dans le temps. La séparation temporelle est effectuée à l'aide d'un AOM utilisé en déflecteur. Les AOM utilisés en modulateur (sur chaque faisceau) et l'AOM utilisé en déflecteur ne fonctionnent pas de la même façon. Leur principe est cependant le même. L'AWG (Arbitrary Waveform Generator) génère une tension électrique qui, par l'intermédiaire d'une lame piézoélectrique, génère une onde sonore dans un cristal de  $\text{TeO}_2$ . Les AOM sont faits pour travailler à une fréquence centrale de 80 MHz. Cette onde constitue un réseau d'indice qui diffracte le faisceau incident en plusieurs ordres. De plus l'ordre  $n$  voit sa phase augmentée de  $n$  fois la phase temporelle de l'onde sonore (la fréquence du laser est notamment augmentée de 80 MHz). On recueille l'ordre 1 ou -1 dans une fibre optique monomode, ce qui permet une bonne élimination

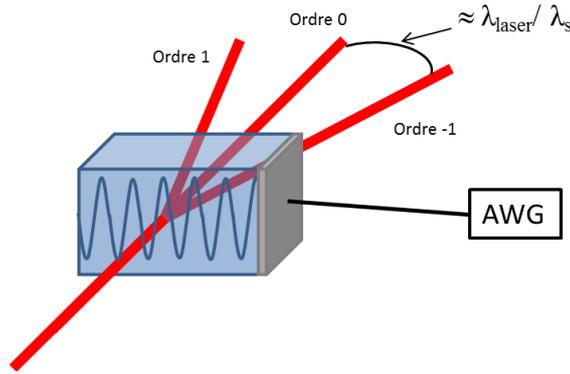


FIGURE 4.8 – Diffraction d’un faisceau lumineux par un modulateur acousto-optique

de l’ordre 0 (60 dB). On peut y envoyer environ 60% de la puissance lumineuse incidente. Son amplitude est proportionnelle à l’amplitude de l’onde sonore, et donc à l’amplitude de la tension électrique issue de l’AWG. On comprend alors qu’on a inscrit, sur le faisceau laser, le signal délivré par l’AWG, aussi bien en amplitude qu’en phase. Si l’on note l’onde laser incidente :

$$E(t) = E_0 \cos(\omega_L t + \varphi_L) \quad (4.34)$$

et l’onde sonore :

$$s(t) = s_0(t) \cos(\omega_s t + \varphi_s(t)) \quad (4.35)$$

alors on obtient à la sortie, pour l’ordre  $\pm 1$  :

$$E_s(t) \propto E_0 \cos((\omega_L \pm \omega_s)t + \varphi_L \pm \varphi_s(t)) \quad (4.36)$$

Les AOM utilisés en modulateur sont conçus pour pouvoir faire varier rapidement l’amplitude et la phase du faisceau. La limite essentielle de ce temps de réponse est le temps de passage de l’onde à travers le faisceau. Pour optimiser cela on focalise le laser dans l’acousto-optique. De plus ces AOM fonctionnent avec des ondes sonores longitudinales qui se propagent rapidement ( $4200 \text{ m.s}^{-1}$ ) dans le cristal de  $\text{TeO}_2$ . On obtient ainsi une bande passante d’une dizaine de MHz, limitée aussi par les amplificateurs de puissance. L’AOM utilisé en déflecteur fonctionne en ondes transverses, plus lentes ( $650 \text{ m.s}^{-1}$ ). Il permet en pratique de couper notre faisceau en  $2 \mu\text{s}$ . En contrepartie de cette extinction lente, le réseau d’indice a un plus petit pas, ce qui amène une meilleure séparation angulaire avec l’ordre 0. On a ainsi une meilleure extinction du faisceau que pour un AOM fonctionnant en modulateur.

## Enregistrement d'une impulsion lumineuse et gain en efficacité

Les quatre motifs de pompe (PP,  $S_{1/2}$ ,  $S_{3/2}$  et  $S_{5/2}$ ) décrits précédemment ont été testés pour creuser un peigne et en mesurer l'efficacité de diffraction. Comme décrit en section 2.2.2, on grave par accumulation. Les motifs, portés par un faisceau de pompe relativement faible, sont envoyés sur le cristal 5000 fois, à intervalle de  $100 \mu\text{s}$ . La dynamique du pompage optique détermine alors le peigne de population résultant. Celui-ci dépend alors de la puissance incidente. On le mesure à l'aide du faisceau de signal, balayé lentement en fréquence et révélant ainsi le profil de transmission. La figure 4.9 montre le résultat de ce balayage pour les motifs PP et  $S_{1/2}$ .

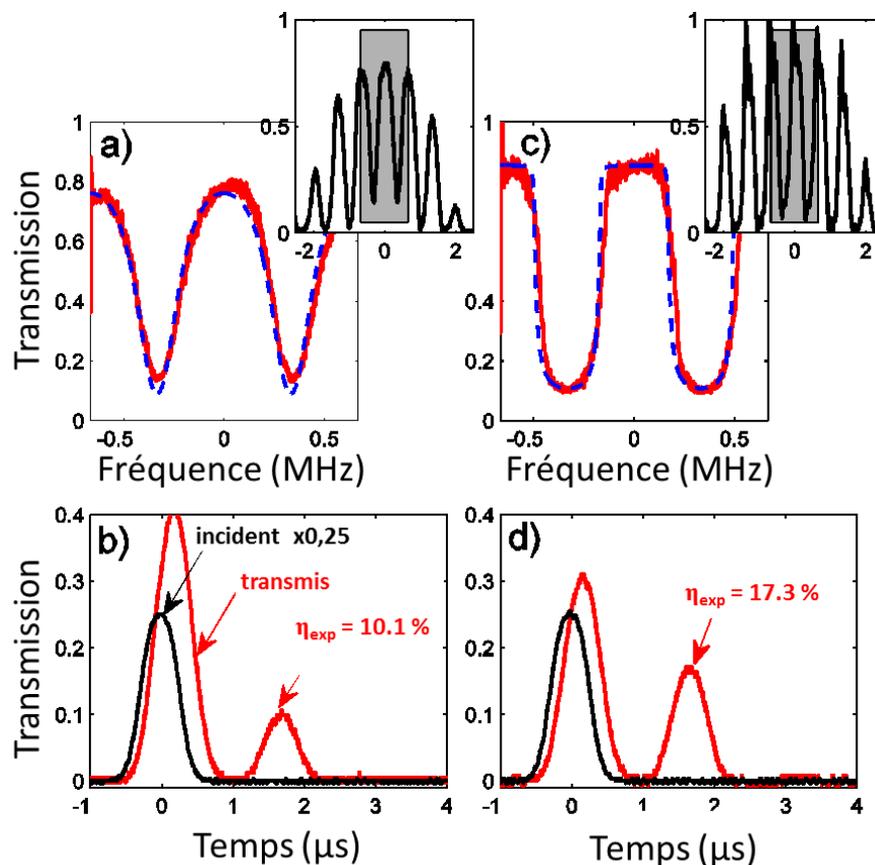


FIGURE 4.9 – a) et c) Centre du peigne spectral, creusé en a) avec une séquence PP et en c) avec une séquence  $S_{1/2}$ . En pointillés les ajustements à l'aide du modèle développé section 2.2.2. En médaillon, les peignes complets, déformés par le balayage trop rapide du faisceau signal. b) et d) Echos lumineux obtenus par l'envoi d'une faible impulsion lumineuse de  $450 \text{ ns}$  sur les peignes correspondants. La puissance de pompe est optimisée pour chaque séquence indépendamment

La dynamique du pompage optique induit des différences claires entre le spectre de pompe et le peigne correspondant. La comparaison des figures 4.9 et 4.5 montre que les bords du peigne sont plus doux que ceux du spectre de pompe. Le contraste, bien qu'optimisé sur la figure 4.9, n'est pas parfait. En particulier les zones transparentes ne sont pas parfaitement transparentes (la transmission n'y est pas de 1). Ceci vient de la faible puissance de pompe. Les zones opaques sont plus transparentes que ne l'est le milieu initialement ( $\alpha_0 L = 4-5$ ). Cet effet est dû, pour le peigne carré, à la densité spectrale de puissance de pompe qu'on ne peut pas annuler complètement aux fréquences correspondantes. La conclusion est la même que lors des précédentes expériences : il est difficile de creuser un peigne bien contrasté.

On envoie ensuite sur les différents peignes une impulsion de 450 ns, dont le spectre est bien couvert par le peigne. On voit sur la figure 4.9 que le gain en efficacité est clair pour le peigne carré. Elle est de 17.3% pour la séquence  $S_{1/2}$  contre 10.1% pour le peigne creusé par une séquence PP.

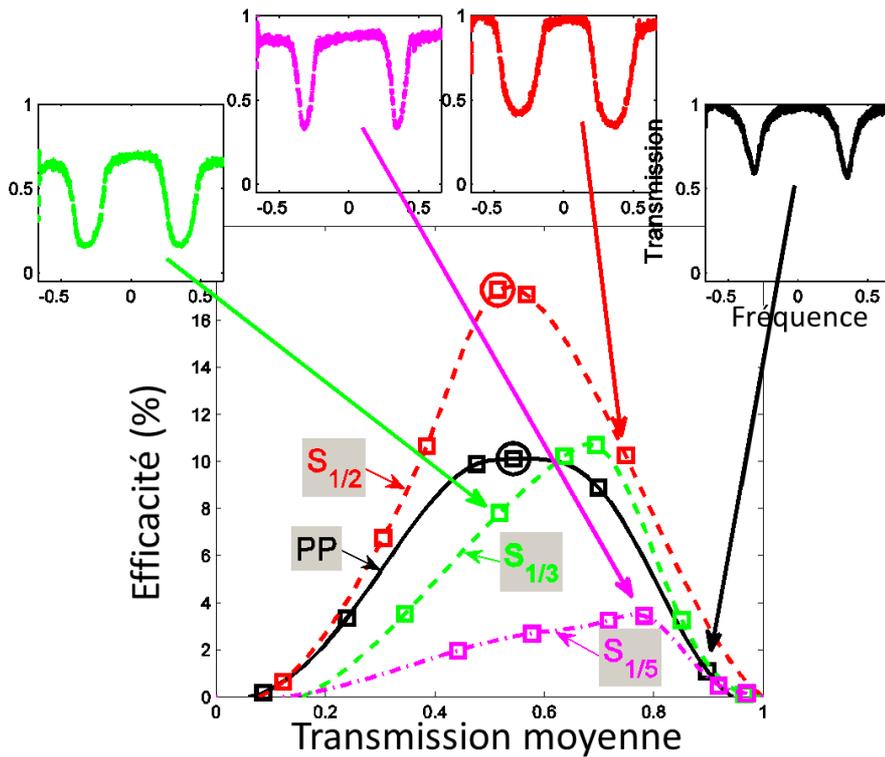


FIGURE 4.10 – Efficacité comparée pour chaque motif de pompe, en fonction de la transmission moyenne du peigne. En médaillon, un exemple de peigne creusé avec chaque motif. Les points entourés correspondent aux courbes de la figure 4.9

On représente, sur la figure 4.10, l'efficacité mesurée pour chaque motif de pompe

(chaque séquence), en faisant varier la puissance de pompe. On ne représente pas en abscisse directement la puissance de pompe (difficile à mesurer), mais la transmission moyenne du peigne obtenu. Celle-ci, accessible expérimentalement (à partir des profils d'absorption mesurés) Les résultats sont en accord avec nos attentes. Le peigne carré, avec une finesse optimisée (égale à 2), nous permet d'accéder aux efficacités les plus grandes. On comprend que l'efficacité diminue à faible transmission moyenne, c'est-à-dire à faible puissance de pompe (peigne peu contrasté, pas de zones transparentes) et à forte transmission moyenne, donc à forte puissance de pompe (pics d'absorption rongés par l'élargissement par saturation). L'efficacité maximale est obtenue pour une puissance intermédiaire.

### Comparaison de la théorie et des résultats expérimentaux

Ces résultats constituent une nette avancée en termes d'efficacité. Le peigne carré permet d'obtenir de bonnes efficacités pour des épaisseurs optiques initiales modérées, courantes en pratique. On voudrait cependant obtenir une bonne compréhension des différents processus mis en jeu. On a plus précisément deux objectifs :

- prédire la forme du peigne pour un motif et une puissance de pompe donnée grâce aux modèles développés à la section 2.2.2
- prédire, à partir de l'observation du peigne d'absorption, l'efficacité d'écho du protocole

Le premier objectif est atteint. En effet, les ajustements par la formule 2.70 présentés sur la figure 4.9 sont en bon accord avec les profils de transmission mesurés, que ce soit pour une séquence de pompage  $S_{1/2}$  (spectre carré) ou PP (paires d'impulsions). On rappelle ici la formule 2.70 :

$$\alpha(\delta_{ab}) = 2\alpha_M \frac{T_1 P(\delta_{ab})(1 + r_{eff}) + 2}{\frac{T_1 P(\delta_{ab})}{\epsilon} + 4}$$

où l'on note  $\alpha_M$  le coefficient d'absorption initial du milieu, c'est-à-dire avant la séquence de préparation par pompage optique, et  $P(\delta)$  la densité spectrale de puissance de pompe (à un facteur près) pour un désaccord  $\delta$  (cf 2.2.2). Pour ajuster ces peignes par la formule 2.70, nous avons décomposé la puissance de pompe comme :

$$P(\delta) = Kp(\delta) \tag{4.37}$$

où  $p(\delta)$  est une fonction normalisée (qui contient la dépendance spectrale de la séquence de pompe) et  $K$  est un facteur multiplicatif qui paramétrise la puissance de pompe. Pour chaque ajustement, les paramètres libres sont  $\alpha_M$  et  $K$ , la fonction  $p(\delta)$  étant donnée par le spectre de puissance du motif de pompe. Pour chaque séquence (PP,  $S_{1/2}$ ,  $S_{1/3}$

et  $S_{1/5}$ ), nous avons fait varier la puissance de pompe et mesuré les peignes d'absorption correspondants. Ainsi, alors que  $\alpha_M$  est un paramètre d'ajustement constant pour tous les peignes considérés,  $K$  est, pour chaque série, un paramètre proportionnel à la puissance de pompe. Avec ces contraintes, les ajustements réalisés sont en bon accord avec les profils d'absorption mesurés expérimentalement.

Le deuxième objectif nécessite de pouvoir calculer l'efficacité en fonctions de paramètres que l'on peut extraire du profil d'absorption du peigne. Nous avons, au début de ce chapitre, exprimé l'efficacité en fonction des coefficients  $c_n$  du développement en série de Fourier de la susceptibilité. Le profil d'absorption  $\alpha(\omega)$  étant aussi périodique, on peut le développer en série de Fourier :

$$\alpha(\delta_{ab}) = \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha_n e^{-in\delta_{ab}T}$$

Ici  $\alpha_0$  ne représente pas le coefficient d'absorption initiale mais le coefficient d'absorption moyen. On peut alors relier les coefficients de Fourier de l'absorption et de la susceptibilité en utilisant les relations 2.39. On trouve :

$$c_0 = -i \frac{c}{\omega_L} \alpha_0 \quad (4.38)$$

$$c_1 = -2i \frac{c}{\omega_L} \alpha_1 \quad (4.39)$$

On peut alors réécrire l'efficacité donnée par la formule 4.6 :

$$\eta = |\alpha_1 L|^2 e^{-\alpha_0 L} \quad (4.40)$$

Cette formule nous permet, après mesure du profil d'absorption et extraction des coefficients  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$ , de prédire l'efficacité du processus d'AFC, donc l'intensité de l'écho produit par le cristal. Ces efficacités calculées sont en bon accord avec les efficacités mesurées expérimentalement [111].

Pour valider notre modélisation du processus d'AFC complet (préparation + écho), nous cherchons à prédire l'efficacité d'écho, non plus par extraction des coefficients  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  des profils d'absorption mesurés, mais uniquement à partir du spectre du motif de pompage. Les coefficients  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  sont alors extraits de la formule 2.70 (profil d'absorption prédit par le modèle de pompage optique).

Plus précisément, pour chaque motif de pompe (PP,  $S_{1/2}$ ,  $S_{3/2}$  et  $S_{5/2}$ ), la formule 2.70 nous donne un profil d'absorption préparé qui dépend de la puissance de pompe (paramétrisée par  $K$ ) et de l'épaisseur optique initiale  $\alpha_M L$ . De ce profil on extrait les coefficients de Fourier  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  pour déterminer l'efficacité d'écho attendue  $\eta_{seq}(K, \alpha_M)$  où *seq* désigne le motif de pompe considéré. On peut ainsi, pour chaque motif et à une épaisseur optique initiale  $\alpha_M$  fixée pour toutes les expériences menées, tracer la courbe théorique

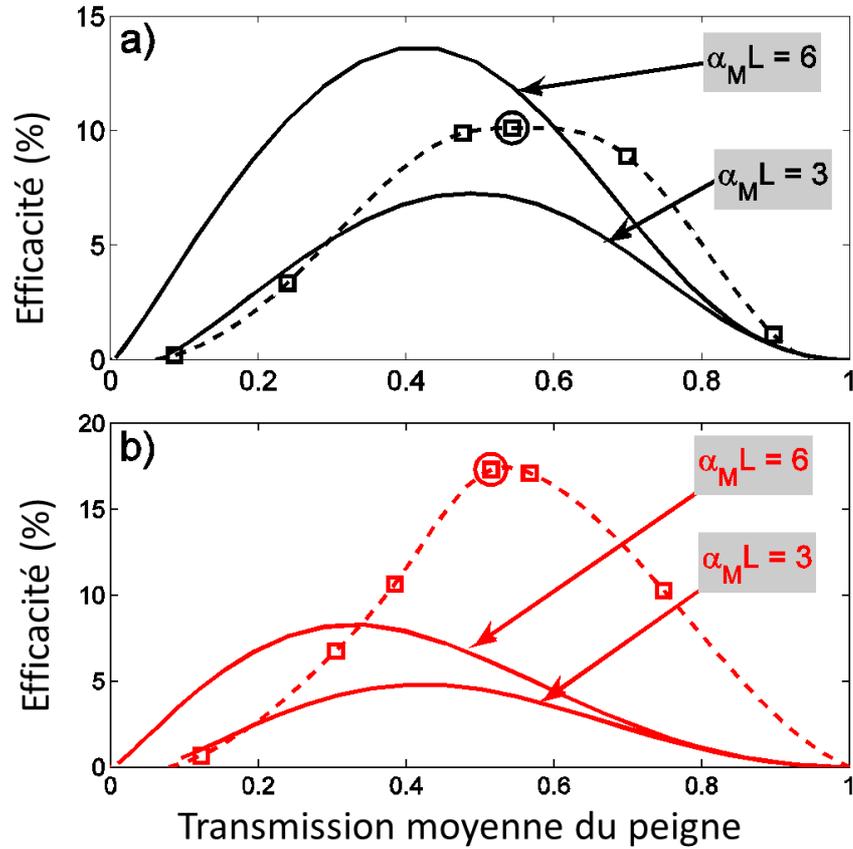


FIGURE 4.11 – Comparaison entre les efficacités mesurées (en pointillés) et prédites à partir des peignes mesurés (traits pleins), pour une séquence PP (en a)) et une séquence  $S_{1/2}$  (en b)). Comme pour la figure 4.10, on choisit de représenter les efficacités en fonction de la transmission moyenne du peigne, bonne image de la puissance de pompe (qui est ici le seul paramètre ajustable).

de l'efficacité d'écho en fonction de la puissance de pompe. Cette courbe est représentée en traits pleins sur la figure 4.11, en a) pour une séquence PP et en b) pour une séquence  $S_{1/2}$ , pour deux épaisseurs optiques initiales ( $\alpha_M L = 3$  et  $6$ ). On choisit de placer en abscisse la transmission moyenne du peigne plutôt que le facteur  $K$ . Elle est en effet une image assez linéaire de la puissance de pompe (et donc de  $K$ ) (en effet : à puissance de pompe nulle, la transmission moyenne est  $\exp(-\alpha_M L)$  car le milieu n'est pas pompé. A forte puissance de pompe la transmission moyenne est de 1 car le milieu est blanchi (c'est-à-dire que les atomes ont tous été pompés vers le niveau relais)). La transmission moyenne est en plus une grandeur mesurable expérimentalement, contrairement à  $K$ . On l'extrait en effet d'une mesure du peigne préparé.

Les courbes prédites par le modèle sont comparées aux mesures expérimentales d'efficacité d'écho. On représente deux de ces courbes (en pointillés sur la figure 4.11). Pour établir ces courbes, on a fait varier, pour chaque motif, la puissance de pompe. On a, pour chaque puissance, mesuré l'efficacité d'écho et la transmission moyenne du peigne (peigne d'absorption mesuré grâce à un balayage).

L'accord est qualitativement bon. En effet, l'allure générale des courbes est bien restituée par le modèle : à faible puissance de pompe, le peigne est peu contrasté et l'efficacité est basse. A forte puissance de pompe, le milieu est blanchi (les pics d'absorption sont «rongés» par saturation) et l'efficacité est basse. Il y a cependant un désaccord quantitatif entre les mesures et les prédictions du modèle. Les mesures ont été faites pour une épaisseur optique initiale de 4-5, difficile à mesurer expérimentalement. Cependant les courbes théoriques représentées prennent pour épaisseur optique initiale 3 et 6, encadrant largement la valeur réelle. Il est clair, sur la figure 4.11, qu'aucune de ces deux courbes ni aucune courbe intermédiaire ( $3 < \alpha_M L < 6$ ) n'est en bon accord avec les efficacités mesurées.

Ce désaccord est surprenant car le modèle 2.70 nous permet d'ajuster correctement les peignes mesurés, et à partir de ces ajustements les efficacités calculées avec 4.40 sont en bon accord avec l'expérience. Nous voyons alors deux raisons à ce désaccord. L'une est technique : la mesure de la transmission moyenne du peigne n'est pas facile car le signal transmis est très faible au niveau des pics d'absorption. Une erreur systématique est difficile à exclure (bruit de fond dû à l'amplificateur optique par exemple). Une telle erreur entraîne un décalage horizontal des courbes mesurées, ce que semble confirmer la figure 4.11. La deuxième raison est liée à une hypothèse que nous avons fait pour modéliser l'étape de préparation : nous avons supposé le peigne spatialement uniforme le long de l'axe de propagation du faisceau de pompe. Nous avons en effet négligé la propagation des impulsions de préparation à travers le cristal. Il est possible qu'une telle inhomogénéité influe sur la production et la propagation de l'écho dans le cristal, mais peu sur le forme du profil d'absorption, ce qui expliquerait les bons ajustements de ces profils. Une étude numérique de la dynamique du pompage optique tenant compte de la propagation des impulsions de pompage a néanmoins montré un effet limité de la propagation (et de la déformation qui en résulte) sur le peigne produit et sur les efficacités obtenues, même pour des épaisseurs optiques assez fortes ( $\alpha_M L \approx 4 - 5$ ). L'inhomogénéité spatiale ne semble donc pas être la source du désaccord obtenu sur les ajustements présentés en 4.11, pour lequel nous n'avons pas d'explication satisfaisante.

# Chapitre 5

## Revival of Silenced Echo

### 5.1 Présentation du protocole

Utilisé avec succès pour l'enregistrement et la restitution d'un signal lumineux classique, l'écho de photon n'est en revanche pas adapté à l'échelle quantique. Lors d'un processus d'écho de photon à deux impulsions (2PE) par exemple, le signal est restitué alors que les atomes sont majoritairement dans l'état excité. Le signal d'émission spontané produit par ces atomes vient se superposer au signal, altérant de manière significative l'information qu'il transporte [117, 118]. De plus, les conditions d'accord de phase spatiale imposent la production de l'écho dans le mode spatial de l'impulsion rephasante. Or celle-ci est très fortement distordue lors de sa propagation [70]. Elle est très étirée temporellement et se superpose à l'écho à la sortie du cristal. Il est alors très difficile d'en extraire ce dernier [118]. Ainsi le bruit, dû à la fois à l'émission spontanée et à la propagation cohérente de l'impulsion de rephasage, invalide la candidature du 2PE comme protocole de mémoire quantique. Les protocoles de rephasage présentés précédemment (CRIB, GEM, AFC), inspirés de l'écho de photon, ont été conçus pour s'affranchir de ce problème afin d'enregistrer des signaux à l'échelle du photon unique. Le GEM, seule variante du CRIB réalisée expérimentalement, ne permet pas de combiner une grande efficacité avec une large bande passante. L'AFC, qui découple ces deux paramètres et a permis d'atteindre une bande passante de 1 GHz [119], n'a été réalisé qu'avec une efficacité de diffraction maximale de 35% [120]. Lorsque l'on complète le protocole avec l'enregistrement sous forme d'onde de spin (pour un temps de stockage plus long et une restitution à la demande), l'efficacité totale ne dépasse pas expérimentalement 1% [121]. Même si des voies sont explorées pour améliorer cette efficacité [122], elles sont pour l'instant peu avancées et posent d'autres problèmes.

Ces limitations pratiques ne permettent pas d'envisager, pour l'instant, l'AFC ou le GEM comme des candidats sérieux pour la réalisation d'une mémoire quantique. Leurs

défauts tiennent dans une large mesure de la préparation des atomes avant l'arrivée du signal. Outre une complication expérimentale supplémentaire, l'élimination d'un grand nombre d'atomes prive le cristal d'une grande partie de son potentiel d'absorption. Or de grandes efficacités requièrent de grandes épaisseurs optiques.

Durant cette thèse, une approche différente a été proposée par notre groupe. Le nouveau protocole, baptisé Revival Of Silenced Echo (ROSE), s'inscrit dans la lignée de l'écho de photon. Comme pour celui-ci, après absorption du signal le milieu est soumis à une impulsion intense qui rephase les cohérences et inverse les populations. Après une évolution libre, une deuxième impulsion intense rephase à nouveau les cohérences et ramène les atomes dans l'état fondamental. L'écho est alors produit dans un milieu sans gain, et n'est donc pas altéré par les photons d'émission spontanée. Contrairement à l'AFC ou au GEM, il n'y a plus ici d'étape de préparation.

Pour que le protocole fonctionne, il faut annuler l'émission du premier écho (2PE) entre les deux impulsions fortes rephasantes. Longdell *et al.* proposent d'utiliser un effet Stark continu pour brouiller le rephasage des cohérences avant la deuxième impulsion forte [123]. Nous nous sommes tournés vers une solution plus simple : le brouillage de la phase spatiale.

### 5.1.1 Séquence temporelle

Considérons qu'à un instant  $t_1$  le signal, au champ  $E(t)$  duquel on associe une fréquence de Rabi  $\Omega(t)$  à enregistrer arrive sur le milieu, décrit ici comme un système à deux niveaux. Il s'inscrit alors dans les cohérences atomiques sous forme d'un «mapping» résonnant, décrit par l'expression 1.22. Chaque classe spectrale d'atomes enregistre, dans ses cohérences, la composante spectrale correspondante du signal. Après l'enregistrement, les cohérences se déphasent les unes par rapport aux autres, car elles oscillent chacune à leur fréquence de résonance. Une impulsion  $\pi$ , envoyée sur le cristal à  $t = t_2$ , inverse la phase des cohérences et amène tous les atomes dans le niveau excité. A un temps  $t_{se} = t_1 + 2(t_2 - t_1)$ , les cohérences sont de nouveau en phase. Les dipôles atomiques rayonnent en phase un écho lumineux. Cependant, les cohérences continuent d'évoluer et se déphasent à nouveau. A un temps  $t_3$  on envoie une nouvelle impulsion  $\pi$ . L'effet est une nouvelle fois double : les cohérences sont à nouveau inversées et les atomes sont cette fois-ci ramenés dans le niveau fondamental. A un temps  $t_e = t_{se} + 2(t_3 - t_{se}) = t_1 + 2(t_3 - t_2)$  les cohérences sont une nouvelle fois en phase et un écho lumineux est émis. L'une des propriétés essentielles de cet écho est d'être émis dans un milieu non inversé, donc sans gain et ainsi sans bruit d'émission spontanée. Une autre particularité de cet écho est de ne pas être une image renversée dans le temps du signal, contrairement au premier écho. Mais il ne contient qu'une partie de l'information initiale : le reste a été émis dans le

premier écho.

La méthode proposée par Longdell [123] pour annuler le premier écho consiste à utiliser des effets d'interférence par effet Stark. Après enregistrement du signal, un champ électrique statique spatialement inhomogène est appliqué au cristal. Les fréquences de transition des atomes sont alors modifiées et le déphasage des cohérences est brouillé : une fréquence de transition ne correspond plus forcément à la composante spectrale correspondante du signal incident. Par l'application de valeurs précises du champ électrique statique, ce déphasage Stark n'est complètement compensé qu'au moment de l'émission du deuxième écho.

La méthode proposée dans notre groupe se base sur l'utilisation d'un désaccord de phase spatial. Lors d'un processus de 2PE, si le signal se propage selon le vecteur d'onde  $\vec{k}_1$  et l'impulsion rephasante selon le vecteur d'onde  $\vec{k}_2$ , alors l'écho lumineux est émis dans la direction définie par le vecteur  $\vec{k}_{se} = 2\vec{k}_2 - \vec{k}_1$ . Cependant cette émission ne se fait que si

$$k_{se} = |\vec{k}_{se}| \approx k = |\vec{k}_1| = |\vec{k}_2|$$

Cette condition s'écrit :

$$|2\vec{k}_2 - \vec{k}_1| \approx k$$

ce que l'on n'obtient que si

$$\vec{k}_2 \approx \vec{k}_1$$

Plus précisément il faut que :

$$|\vec{k}_2 - \vec{k}_1|L \ll \pi \quad (5.1)$$

avec L la longueur du cristal. Cette condition, appelée condition d'accord de phase, traduit le fait que la phase spatiale de l'écho lumineux, contrainte par la relation de dispersion  $k = \omega/c$ , doit être en accord avec la phase spatiale des sources (les cohérences atomiques) qui le construisent dans le cristal. Elle implique, comme le montre l'équation 5.1 implique  $\vec{k}_2 \approx \vec{k}_1$ . On a alors l'égalité vectorielle  $\vec{k}_{se} \approx \vec{k}_2 \approx \vec{k}_1$ . L'écho est émis dans la même direction que le signal et que l'impulsion  $\pi$ . Si l'on met un angle entre les directions du signal et de l'impulsion rephasante, on viole la condition d'accord de phase. L'intensité de l'écho peut être alors réduite jusqu'à zéro si l'angle est suffisamment grand. Mais le désaccord de phase n'a pas d'effet sur les cohérences atomiques. Au temps  $t_{se}$  celles-ci sont bien en phase. La polarisation, somme des contributions de chaque atome, ne peut se construire que sur échelle spatiale de  $1/(k_2 - k_1)$ . Au temps  $t_e$  elles sont de nouveau en phase, grâce à l'effet de la deuxième impulsion  $\pi$ . Ce second écho, considéré comme un écho du premier écho, est émis dans la direction définie par le vecteur d'onde  $\vec{k}_e$  :

$$\vec{k}_e = 2\vec{k}_3 - 2\vec{k}_{se} \quad (5.2)$$

$$= \vec{k}_1 + 2(\vec{k}_3 - \vec{k}_2) \quad (5.3)$$

Si l'on envoie les deux impulsions rephasantes dans la même direction ( $\vec{k}_3 = \vec{k}_2$ ), alors automatiquement l'écho est émis selon la direction de propagation du signal incident ( $\vec{k}_e = \vec{k}_1$ ). Ceci est vrai quelle que soit la direction des impulsions rephasantes. On peut en particulier utiliser une configuration contrapropagative ( $\vec{k}_2 = -\vec{k}_1$ ) qui maximise le désaccord de phase spatiale et annule complètement le premier écho. La figure 5.1 présente l'évolution des phases des cohérences atomiques lors d'une séquence de ROSE.

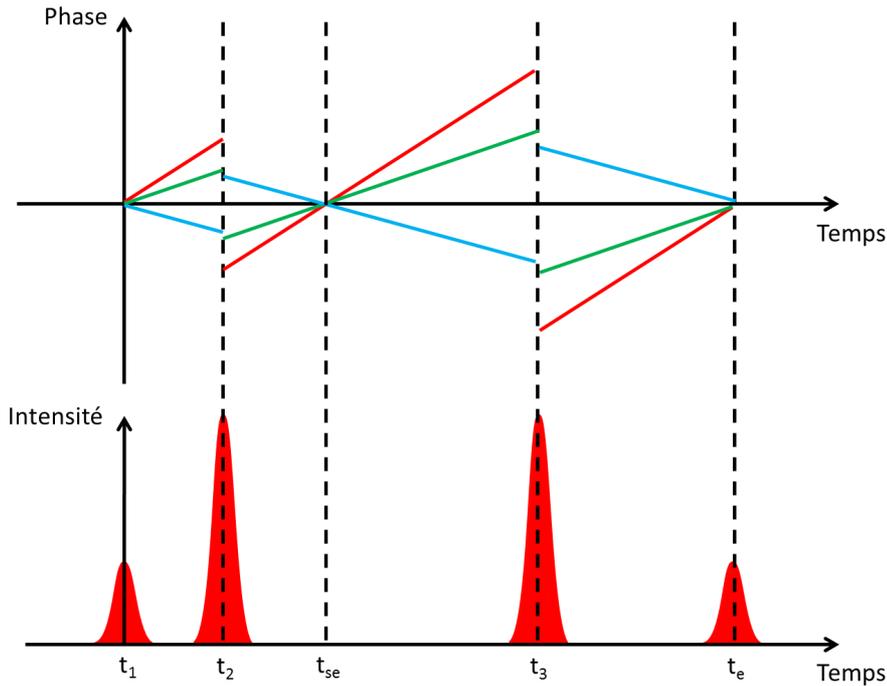


FIGURE 5.1 – Séquence temporelle lors d'un processus de ROSE

### 5.1.2 Qualités du protocole

Le ROSE présente des qualités qui en font un bon candidat pour la réalisation de mémoires quantiques.

#### Bruit

Dans l'optique de stocker un signal quantique, le ROSE permet de s'affranchir de deux défauts rédhibitoires du 2PE.

Premièrement, la double inversion de population fait que l'écho lumineux est émis dans un milieu sans gain. Il n'y a donc pas d'émission spontanée qui viendrait altérer l'information restituée. Comme décrit à la section 1.4.1, on peut montrer que le rapport

signal sur bruit est de 1 pour le 2PE [118], c'est-à-dire qu'il y a, pendant la durée de l'écho lumineux et dans son mode de propagation, environ un photon d'émission spontanée. Cette absence d'émission spontanée est liée à la qualité des inversions de population réalisées. En effet, si les inversions ne sont pas complètes, il reste au moment de l'écho un résidu de population dans le niveau excité à l'origine de photons d'émission spontanée. Il faut donc optimiser les inversions pour améliorer le rapport signal/bruit du protocole. Ceci est décrit à la section 5.1.3.

Deuxièmement le 2PE impose la même direction de propagation pour le signal et l'impulsion rephasante (configuration copropagative), induisant donc l'émission de l'écho dans cette même direction. Il a été mis en évidence durant la thèse de Jérôme Ruggiero [111, 70] que les impulsions intenses se déformaient d'autant plus fortement durant leur propagation que leur aire approche  $\pi$ . En effet une impulsion d'aire  $\pi$  retourne le milieu et perd un maximum d'énergie lors de sa propagation : elle est fortement absorbée. Mais l'aire d'une telle impulsion est conservée au cours de sa propagation [124]. Ces deux effets, en apparence contradictoires, ne sont conciliables qu'au prix d'un fort étalement temporel. A l'écho, émis dans le même mode que l'impulsion  $\pi$ , se superpose donc un signal de FID (Free Induction Decay, la queue de l'impulsion transmise déformée) rédhibitoire à l'échelle du photon unique [118]. Ce problème disparaît avec le ROSE, pour lequel il est possible de faire émettre au système l'écho dans une direction différente de celle des impulsions de rephasage, tout en préservant l'accord de phase spatial. On a vu en particulier à la section précédente la configuration  $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2 = -\vec{k}_3$  où impulsions  $\pi$  et écho partent dans des directions opposées.

## Efficacité

L'efficacité du ROSE peut être calculée en adaptant le calcul de l'efficacité du 2PE effectué dans le thèse de Jérôme Ruggiero [111]. On effectue ici le calcul en considérant deux impulsions d'aire strictement égale à  $\pi$ , et très courtes devant la durée de l'impulsion signal, ce qui permet de négliger l'évolution atomique pendant les impulsions et de les considérer d'aire  $\pi$  sur toute l'étendue spectrale du signal. Après l'impulsion signal, le spectre de celle-ci est inscrit dans les cohérences du milieu comme décrit par l'équation 1.22. Juste après la première impulsion  $\pi$ , on montre que les cohérences s'écrivent sous la forme :

$$\tilde{\rho}_{ab}(\Delta, z, t) = \frac{i}{2} e^{-(i\Delta + \gamma_{opt})(t-t_1)} \tilde{\Omega}^*(z, \Delta) \quad (5.4)$$

On considère les cohérences décrites par cette formule comme cohérences initiales pour un nouveau processus de 2PE. On voit sur l'expression 5.4 qu'on retrouve après la première impulsion  $\pi$  le complexe conjugué de la cohérence initiale. Cela implique un retournement temporel du signal lors d'un processus de 2PE. Le désaccord de phase spatiale annule la

création d'une polarisation macroscopique dans le cristal. On considère alors l'évolution des atomes comme une simple oscillation libre des cohérences atomiques. Juste après la deuxième impulsion  $\pi$ , celles-ci s'écrivent :

$$\tilde{\rho}_{ab}(\Delta, z, t) = -\frac{i}{2}e^{-(i\Delta+\gamma_{opt})(t-t_1)}\tilde{\Omega}(z, \Delta) \quad (5.5)$$

La nouvelle conjugaison complexe correspond à un nouveau retournement temporel de l'écho, qui revient au sens initial du signal. La formule A.46 permet d'obtenir la polarisation correspondante, qui injectée dans l'équation de propagation A.71 amène à l'équation de formation de l'écho :

$$\frac{\partial \mathcal{A}_E(z, t)}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}\mathcal{A}_E(z, t) + \alpha e^{-\gamma_{ab}(t-t_1)-\alpha z/2}\mathcal{A}(0, t-2t_{23}) \quad (5.6)$$

où  $\mathcal{A}_E$  désigne, en accord avec les notations de A.46, l'amplitude complexe de l'écho,  $\mathcal{A}(0, t)$  l'amplitude complexe du signal incident et  $t_{23} = t_3 - t_2$  l'intervalle entre les deux impulsions  $\pi$ . Cette équation fait apparaître deux termes. Le premier correspond à une réabsorption de l'écho par le milieu au cours de sa propagation. Le deuxième est une création de l'écho par le rayonnement des cohérences qui se rephasent ; c'est un terme source dans l'équation de propagation de l'écho. Les composantes rayonnées s'ajoutent constructivement car la condition d'accord de phase est respectée.

Cette équation est très proche à l'équation 2.10 de création de l'écho lors d'un processus optimal AFC (c'est-à-dire avec  $|c_1/c_0| = 2$ ). On trouve le résultat :

$$\mathcal{A}_E(z, t) = \alpha z e^{-\alpha z/2}\mathcal{A}(t-2t_{23}) \quad (5.7)$$

donc une efficacité de diffraction :

$$\eta = (\alpha L)^2 e^{-\alpha L} \quad (5.8)$$

Cette efficacité atteint un maximum de 54% quand  $\alpha L$  vaut 2. On peut faire émettre l'écho vers l'arrière. On doit choisir des directions de propagation  $\vec{k}_2$  et  $\vec{k}_3$  telles que  $(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = (\vec{k}_2, \vec{k}_3) = \pi/3$ . On a alors :  $\vec{k}_e = -\vec{k}_1$ . On peut montrer que dans ces conditions :

$$\eta = (1 - e^{-\alpha L})^2 \quad (5.9)$$

qui atteint 100% lorsque  $\alpha L$  tend vers  $+\infty$ .

On obtient les mêmes efficacités maximales que pour l'AFC. Mais les besoins en termes d'épaisseur optique sont très différents.

Dans le cas de la diffraction vers l'avant, on maximise l'efficacité quand  $\alpha L = 2$  pour le ROSE. Pour l'AFC, pour un peigne donné, on maximise l'efficacité si  $\langle \alpha \rangle L = 2$ , mais elle ne vaut 54% que pour un peigne optimal, c'est-à-dire lorsque les pics d'absorption

sont infiniment fins. Une épaisseur optique moyenne de 2 implique alors une épaisseur optique initiale théoriquement infinie (pour avoir des pics infiniment absorbants).

Dans le cas de la diffraction vers l'arrière, le problème est similaire. On maximise l'efficacité quand  $\alpha L \rightarrow +\infty$  pour le ROSE et quand  $\langle \alpha \rangle L \rightarrow +\infty$ . La valeur moyenne de l'absorption doit être prise sur le peigne qui optimise l'efficacité, dont les pics sont de plus en plus fins au fur et à mesure que l'on cherche des efficacités plus grandes.

Pour des efficacités (et donc des finesses) assez grandes, si le ROSE permet d'obtenir une efficacité  $\eta$  avec une épaisseur optique  $\alpha L$ , l'AFC ne permettra d'atteindre approximativement la même efficacité qu'avec une épaisseur optique  $\alpha L F$ , où  $F$  est la finesse du peigne considéré. Ceci met en évidence l'un des points forts du ROSE devant les autres protocoles de stockage quantique (AFC, CRIB) : on ne prépare pas le milieu en éliminant des atomes dans la bande passante du processus. En préservant l'intégralité du potentiel d'absorption du milieu, on peut envisager d'atteindre de grandes efficacités dans des conditions réalistes, et sans amplification de l'écho.

### **Bande passante et aspect multimode**

Le ROSE conserve les grandes qualités du 2PE en termes de bande passante et d'aspect multimode. La limite fondamentale du nombre de modes pouvant être stockés est donné par le rapport entre les largeurs inhomogène et homogène de la transition. Le rephasage des cohérences sur une large bande spectrale, difficile à réaliser par une impulsion  $\pi$  car nécessitant une très grande puissance, est accessible dans des conditions réalistes par des techniques de passage adiabatique rapide, présentées à la section 5.2. Le stockage multimode est, dans le cas de l'AFC, limité par le nombre de dents du peigne. Même si, en théorie, ce nombre est limité par les rapports de largeurs inhomogène et homogène du milieu, en pratique il est très difficile de creuser un peigne contrasté à une résolution proche de la largeur homogène, même à épaisseur optique modérée. La période minimale pour un bon contraste dans le  $\text{Tm}^{3+}$ :YAG se situe autour de 600 kHz, soit environ 20 fois la largeur homogène. A bande passante constante, le nombre de modes enregistrables est donc en pratique (dans nos systèmes) divisé par 20. Cette difficulté modère l'aspect multimode de l'AFC. Le ROSE semble donc supérieur dans ce domaine à l'AFC, et aux autres protocoles comme le CRIB et l'EIT comme expliqué à la section 3.1

### **Simplicité**

Une autre qualité du ROSE est sa simplicité de mise en œuvre. Il ne nécessite pas d'étape de préparation. De plus, alors que l'AFC nécessite un niveau supplémentaire pour le stockage des atomes éliminés par pompage optique, on peut implémenter le ROSE dans un système à deux niveaux. Cet aspect majeur permet d'envisager d'utiliser comme milieu

matériel un cristal d'Er<sup>3+</sup>:YSO présentant une transition à une longueur d'onde utilisée en télécommunications (1.5  $\mu\text{m}$ ).

### 5.1.3 Nécessité d'une bonne inversion de population

Le ROSE nécessite une double inversion de population. Il est difficile en pratique de retourner complètement un milieu. D'une part, pour placer les atomes dans le niveau excité, il faut utiliser des transitoires optiques cohérents. Un simple pompage incohérent ne peut qu'égaliser les populations dans nos systèmes. L'efficacité de ces transitoires optiques (impulsions  $\pi$ , passages adiabatiques rapides) est en général limitée par les effets de décohérence dans le système atomique et par le bruit de phase du laser. Il est de plus, du fait de la déformation lors de la propagation des impulsions de rephasage utilisées, difficile de retourner un milieu présentant une forte épaisseur optique. Les effets de retournements incomplets sont analysés dans les sous-sections suivantes.

#### Efficacité

Il est possible d'étendre l'équation de propagation 5.6 de l'écho au cas d'une impulsion rephasante d'aire différente de  $\pi$ . On note  $A_{R1}(z)$  l'aire de la première impulsion et  $A_{R2}(z)$  l'aire de la deuxième, au cours de leur évolution dans le cristal. Même si les deux impulsions sont identiques ( $A_{R1}(0) = A_{R2}(0)$  en configuration copropagative,  $A_{R1}(L) = A_{R2}(L)$  en configuration contrapropagative), elles évoluent très différemment dans le cristal car le milieu qu'elles traversent n'est pas dans le même état. En effet, lorsque la deuxième impulsion arrive dans le milieu, les atomes ont déjà été excités par la première impulsion. L'évolution de l'amplitude de l'écho au cours de sa construction dans le cristal est calculée pour le 2PE dans la thèse de Jérôme Ruggiero. On adapte ces calculs au cas du ROSE :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{A}_E(z, t)}{\partial z} &= -\frac{\alpha}{2} \cos(A_{R1}(z) + A_{R2}(z)) \mathcal{A}_E(z, t) \\ &+ \frac{1}{4} (1 - \cos(A_{R1}(z))) (1 - \cos(A_{R2}(z))) \alpha e^{-\gamma_{ab}(t-t_1) - \alpha z/2} \mathcal{A}(0, t - 2t_{23}) \end{aligned} \quad (5.10)$$

Les deux termes de l'équation 5.6 sont modifiés. Le premier, exprimant la réabsorption de l'écho par le milieu, est multiplié par  $\cos(A_{R1}(z) + A_{R2}(z))$ . Ce facteur reflète l'imperfection du double retournement de population. Le résidu de population dans le niveau excité entraîne une baisse de l'absorption du milieu. Le deuxième terme, représentant le rephasage des cohérences et source de la construction de l'écho, montre que ce rephasage est lui aussi imparfait dans le cas d'aires différentes de  $\pi$ .

On résout numériquement cette équation de propagation dans deux configurations : signal et impulsions de rephasage quasi-copropagatives ( $\vec{k}_e \approx \vec{k}_1 = \vec{k}_2$ ), puis signal et

impulsions de rephasage contrapropagatives ( $\vec{k}_e = -\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$ ). L'effet des impulsions incidentes est déterminé par leurs aires respectives. Il est nécessaire de connaître l'évolution de celles-ci au cours de leur propagation, déterminée elle aussi numériquement à l'aide du théorème de l'aire de McCall et Hahn [124].

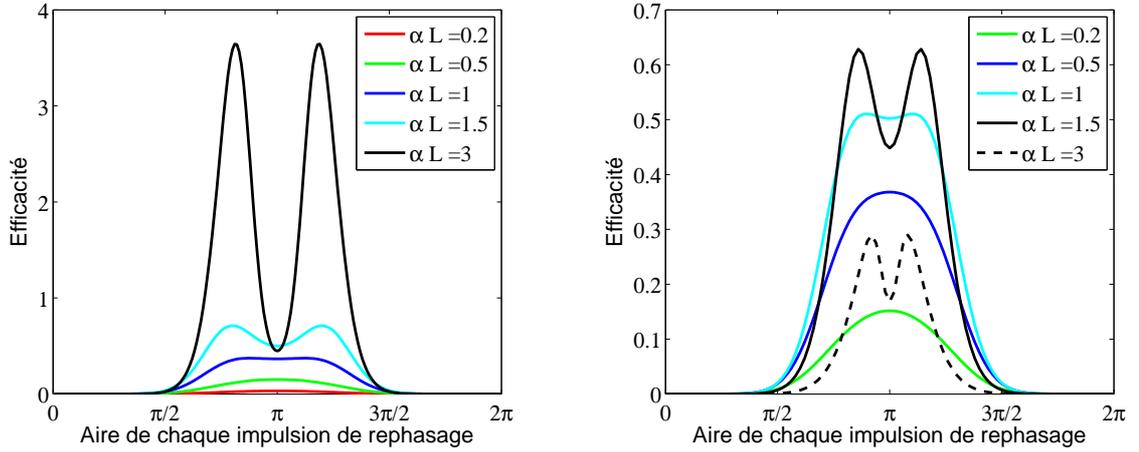


FIGURE 5.2 – Efficacité d'écho théorique en fonction de l'aire des impulsions de rephasage. A gauche en configuration copropagative. A droite en configuration contrapropagative.

La figure 5.2 présente l'efficacité calculée en fonction de l'aire des impulsions de rephasage. Dans le cas copropagatif comme dans le cas contrapropagatif, l'efficacité de 54% obtenu pour une aire exactement égal à  $\pi$ .

## Bruit

Si le double retournement de population n'est pas complet, le résidu de population dans le niveau excité amène un signal d'émission spontanée qui vient se superposer au signal incident. Ce point sera détaillé à la section 6.2

## Homogénéité spectrale et spatiale

L'inversion de population doit être totale sur l'intégralité des domaines spectral et spatial couverts par le signal.

L'utilisation d'impulsions  $\pi$  pose alors plusieurs problèmes. On a vu à la section 1.4.1 que les atomes voyaient une impulsion d'aire  $\pi$  sur un intervalle spectral donné par la fréquence de Rabi. C'est donc sur cet intervalle que l'inversion est totale. Variant comme le carré de la fréquence de Rabi, la puissance laser nécessaire au bon retournement d'une plage spectrale d'atomes est donc proportionnelle au carré de la largeur de cette plage. Une large bande passante requiert donc de très fortes puissances de laser.

De plus, comme expliqué plus haut, ces impulsions subissent au cours de leur propagation un fort étirement temporel. Cet étirement correspond à une contraction dans les mêmes proportions dans le domaine spectral. Au cours de sa propagation dans le cristal, l'impulsion  $\pi$  retourne un intervalle spectral de plus en plus étroit. On peut estimer cette contraction en considérant des impulsions carrées, pour lesquelles l'énergie  $E$ , l'aire  $A$ , la durée  $T$  et l'amplitude  $\mathcal{E}$  sont reliées par :

$$E = \mathcal{E}^2 T \quad (5.11)$$

$$A = \mathcal{E} T \quad (5.12)$$

Une simulation numérique des équations de Bloch-Maxwell [70] permet de calculer l'énergie que contient l'impulsion  $\pi$  au cours de sa propagation dans le milieu (voir figure 5.3).

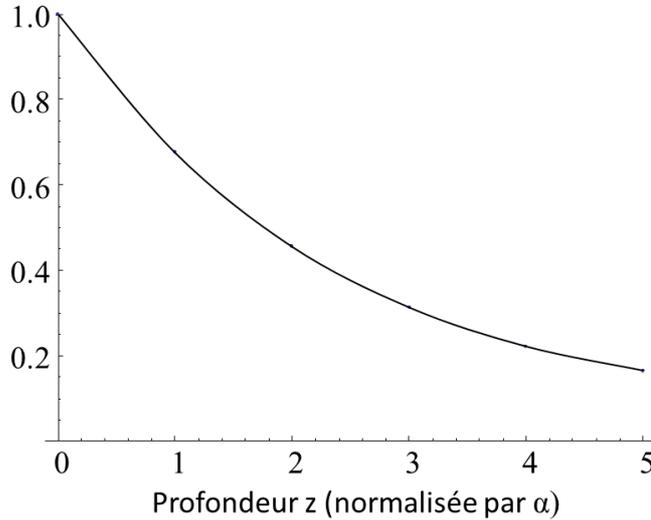


FIGURE 5.3 – Énergie portée par l'impulsion  $\pi$  lors de sa propagation dans le milieu. On considère la durée de vie des cohérences  $T_2$  très courte de devant le temps de propagation

50% de l'énergie incidente a été transmise au milieu pour une épaisseur  $z_{1/2} = 1.78/\alpha$ . A cette épaisseur on a donc :

$$\mathcal{E}(z_{1/2})^2 T(z_{1/2}) = \frac{1}{2} \mathcal{E}(0)^2 T(0) \quad (5.13)$$

$$\mathcal{E}(z_{1/2}) T(z_{1/2}) = \mathcal{E}(0) T(0) \quad (5.14)$$

ce qui amène à :

$$T(z_{1/2}) = 2T(0) \quad (5.15)$$

En  $z = z_{1/2}$  la durée de l'impulsion  $\pi$  a été multipliée par 2. Le spectre de l'impulsion  $\pi$  s'est donc contracté d'un facteur 2. En supposant ce taux de contraction constant (ce

qui n'est pas parfaitement exact car la courbe 5.3 n'est pas exactement une exponentielle décroissante) la plage spectrale retournée est divisée par 2 à chaque pas de  $1.78/\alpha$ . Si l'on souhaite que le milieu soit correctement inversé jusqu'à la sortie du cristal, il faut donc envoyer en entrée du cristal une impulsion  $\pi$  qui couvre un intervalle spectral beaucoup plus grand que la bande passante du signal, d'autant plus grand qu'on dispose d'une grande épaisseur optique.

Un autre problème vient de l'inhomogénéité spatiale transverse des impulsions  $\pi$ . Les calculs précédents sont menés en modélisant le faisceau gaussien par une onde plane. Le rayon du faisceau est en réalité plus petit que le cristal. Les zones périphériques du faisceau présentent aux atomes une intensité lumineuse plus faible. Si l'aire vue au centre du faisceau est  $\pi$ , elle est donc plus faible sur ses bords. Elle va donc y changer à mesure que le faisceau se propage. Celui-ci verra ainsi son diamètre se réduire lors de la propagation [70]. Cet effet est difficile à mesurer, mais engage à choisir pour le faisceau signal un diamètre plus faible que le faisceau rephasant dans un rapport important.

## 5.2 Sécantes hyperboliques complexes

### 5.2.1 Définitions

Les sécantes hyperboliques complexes (SHC), décrites en détail dans la thèse de Frédéric De Sèze [66] sont une forme de passage adiabatique rapide [125]. Les passages adiabatiques rapides sont des impulsions lumineuses balayées en fréquence, particulièrement utilisées en RMN pour effectuer des transferts de population efficaces en présence d'élargissement inhomogène [126]. Les SHC se caractérisent par une enveloppe en sécante hyperbolique. Elles sont définies par :

$$E(t) = E(t_0)\text{sech}(\beta(t - t_0))^{1-i\mu}$$

ce qui amène aux expressions suivantes pour la fréquence de Rabi et la fréquence instantanée associées :

$$\Omega(t) = \Omega_0\text{sech}(\beta(t - t_0)) \tag{5.16}$$

$$\omega(t) = \omega_L + \mu\beta \tanh(\beta(t - t_0)) \tag{5.17}$$

Ce sont donc des impulsions de durée idéalement infinie, balayées en fréquence avec un taux de balayage  $r(t)$  dépendant du temps. Ce taux est maximum pour  $t = t_0$  et vaut  $r = \mu\beta^2$ . La fréquence est balayée sur un intervalle de  $2\mu\beta$  centré sur  $\omega_L$ .

Le mécanisme de l'inversion de population est différent de celui d'une impulsion  $\pi$ . Les atomes sont amenés adiabatiquement dans l'état excité, classe de fréquence par classe de fréquence (voir figure 5.5)

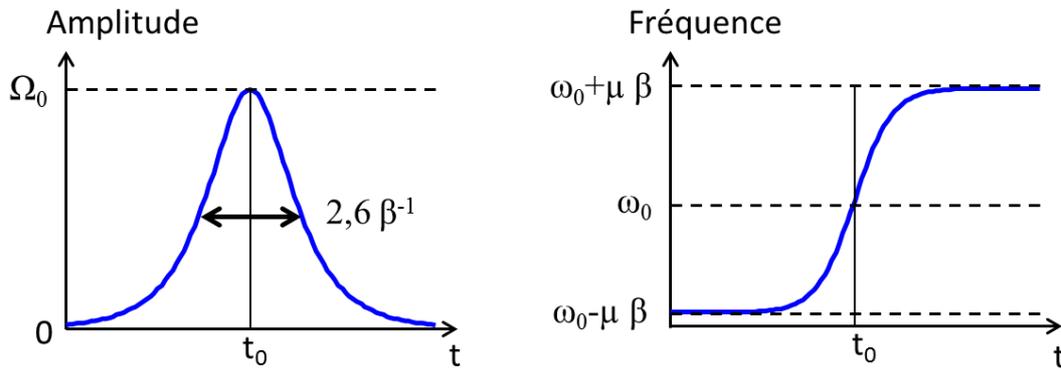


FIGURE 5.4 – Aspect temporel de l’amplitude et de la phase d’une sécante hyperbolique complexe

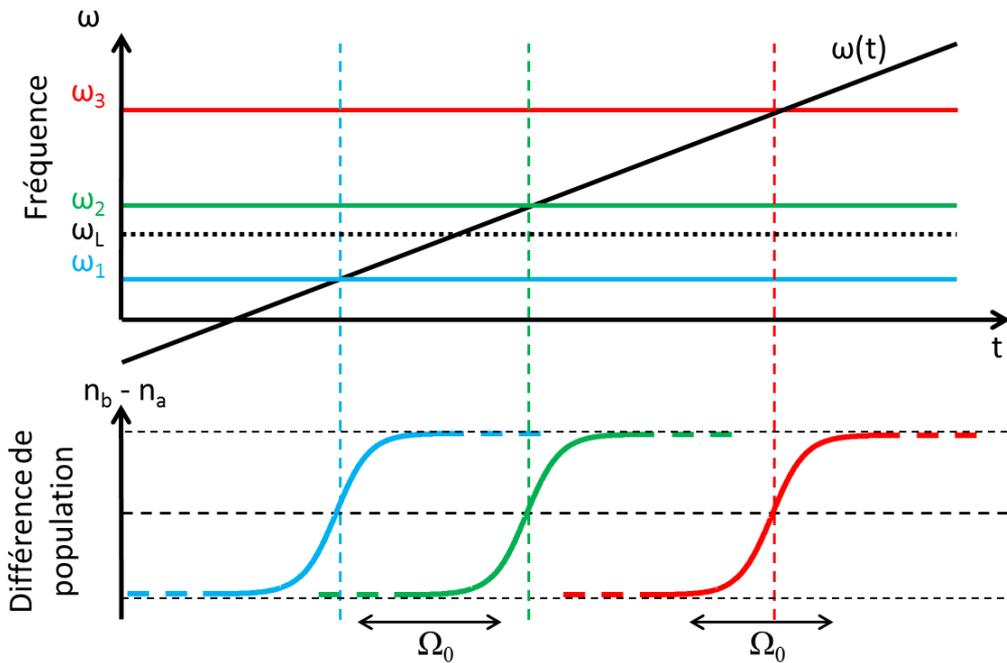


FIGURE 5.5 – Evolution temporelle des populations atomiques d’un milieu à élargissement inhomogène soumis à une SHC. Les deux classes d’atomes représentées ont des fréquences de transition notées  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Un atome de fréquence de résonance  $\omega_1$ , au départ dans l’état fondamental  $|a\rangle$ , commence à interagir avec le champ lorsque le désaccord est de l’ordre de  $\Omega_0$ . L’atome est alors amené adiabatiquement vers l’état excité  $|b\rangle$  par le champ.

L'inversion se fait sur un intervalle de largeur  $2\mu\beta$  centré sur  $\omega_0$ . Elle est efficace si la condition adiabatique suivante est vérifiée [127] :

$$\Omega_0^2 \gg \frac{2}{\pi}\beta^2\mu \quad (5.18)$$

## 5.2.2 Avantages sur les impulsions $\pi$

L'utilisation de SHC présente plusieurs avantages sur les impulsions  $\pi$  pour la réalisation d'un processus de ROSE.

La condition adiabatique 5.18 se présente sous la forme d'une inégalité, alors que l'ajustement de l'aire d'une impulsion à  $\pi$  requiert un contrôle précis de la fréquence de Rabi, et donc de la puissance laser. Cette différence rend les SHC plus aisées à réaliser expérimentalement, et leur effet sur les atomes moins sensible aux fluctuations de puissance du laser.

De plus, la puissance requise pour retourner les populations atomiques sur une bande spectrale  $\Delta$  donnée est moins élevée que celle d'une impulsion  $\pi$ . Pour celle-ci :

$$\Delta \approx \Omega_0 \quad (5.19)$$

Pour une SHC, la puissance limite est imposée par la condition adiabatique qui s'écrit en fonction de la bande  $\Delta$  :

$$\Omega_0 \gg \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\Delta}{\sqrt{\mu}} \quad (5.20)$$

Ainsi la puissance nécessaire à une SHC et à une impulsion  $\pi$  pour inverser un intervalle donné sont dans un rapport d'environ  $\mu$ . Les SHC sont intéressantes dans la gamme  $\mu \gg 1$ . Cet avantage s'explique par le fait qu'une SHC retourne progressivement les classes d'atomes, contrairement à une impulsion  $\pi$ . Elles trouvent donc leur intérêt dans les milieux à élargissement inhomogène.

Une particularité des SHC est de retourner les populations sur un intervalle spectral très bien défini [128, 58, 129]. Dans l'intervalle spectral retourné, l'inversion est très efficace. En dehors de cet intervalle les atomes restent dans l'état fondamental. La zone de transition est très fine et la fenêtre spectrale inversée très carrée. Parmi les différents types de passage adiabatique rapide (PAR), les SHC sont donc appropriés pour le ROSE. En effet, avec un PAR (comme avec une impulsion  $\pi$ ) les atomes situés sur le bord de la fenêtre spectrale sont incomplètement retournés et, après le double retournement, ne sont pas tous renvoyés dans l'état fondamental et émettent un rayonnement spontané. Les SHC minimisent le nombre de ces atomes mal retournés.

Contrairement aux impulsions  $\pi$ , les SHC (et les PAR en général) sont, dans certaines conditions, capables de se propager sans que leurs propriétés soient modifiées. Il est

alors possible d'obtenir une inversion de population homogène spatialement selon l'axe de propagation. Ce point est discuté à la section suivante.

Les SHC sont donc plus efficaces que les impulsions  $\pi$  (et les autres PAR) pour la double inversion de population. Mais l'objectif des impulsions fortes est avant tout le rephasage des cohérences. Sur ce point aussi les SHC sont bien adaptés au ROSE. Ce protocole est basé sur l'annulation du premier écho (de type 2PE) par désaccord de phase spatiale. Si l'on utilise des SHC (ou de manière générale des PAR), ce premier écho n'est pas créé, même si la condition d'accord de phase spatiale est respectée. En effet, les atomes n'étant pas excités simultanément par la SHC le long du spectre du signal incident, les différentes classes spectrales ne sont jamais en phase comme le montre la figure 5.6. Elles reprennent leur phase initiale à des instants décalés dans le temps. Ce décalage est de l'ordre de la différence de leur fréquence (donc au maximum la largeur spectrale du signal) multipliée par le taux de balayage de la SHC, soit  $\mu\beta^2/\tau$ , en notant  $\tau$  la durée du signal. Il y aura émission d'un écho type 2PE si le décalage est négligeable devant la durée du signal  $\tau$ , c'est-à-dire si  $\beta \ll \tau/\sqrt{\mu}$ . Dans ce régime, les SHC ont un comportement similaire à celui d'impulsions  $\pi$ . Cet écho s'atténue à mesure que l'on sort de ce régime.

Malgré cela, après deux SHC, la remise en phase est complète [130] (voir figure 5.6). Les SHC sont donc très bien adaptées au ROSE. Pour tirer profit de leurs avantages, on se place dans un régime où elles diffèrent des impulsions  $\pi$ .

### 5.2.3 Propagation des sécantes

Comme expliqué dans les sections précédentes, les impulsions  $\pi$  se déforment énormément lors de leur propagation dans le milieu. Les PAR semblent de ce point de vue plus robustes [131, 132]. Une étude énergétique qualitative permet de comprendre pourquoi, et sous quelles conditions, la propagation des PAR (notamment des SHC) dans un milieu absorbant n'altère pas leurs propriétés.

Dans le cas d'impulsions  $\pi$ , l'énergie contenue dans une impulsion s'écrit, sur une section transverse d'aire  $A$  dans laquelle on considère le champ homogène (onde plane) :

$$\begin{aligned} W_\pi &= \frac{\epsilon_0}{2} A \int |E(z)|^2 dz \\ &= \frac{\epsilon_0 c}{2} A \int |\Omega(t)\hbar/d_{ab}|^2 dt \\ &= \frac{\epsilon_0 c \hbar^2}{2d_{ab}^2} A \int |\Omega(t)|^2 dt \end{aligned}$$

L'intégrale dépend de la forme de l'impulsion mais reste proche de  $\pi\Omega_0$  pour des formes usuelles, où  $\Omega_0$  est le maximum de la fréquence de Rabi instantanée. En considérant que

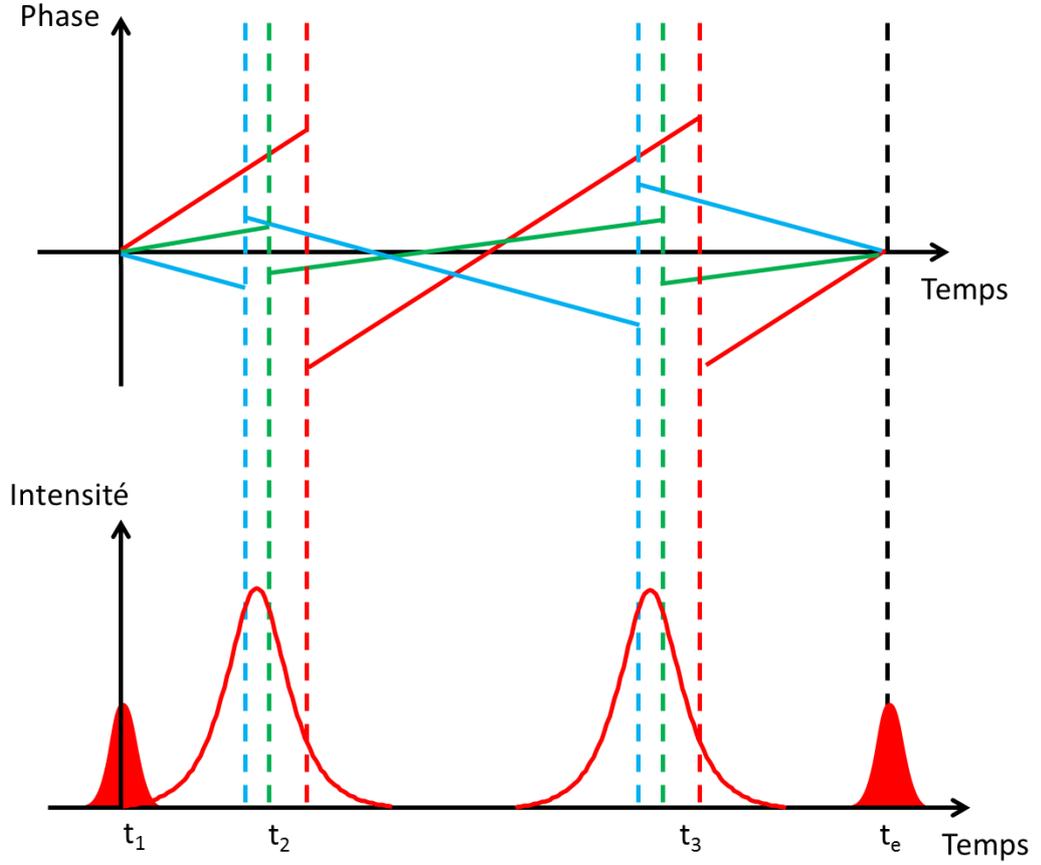


FIGURE 5.6 – Séquence temporelle d'un processus de Rose avec utilisation de SHC pour le rephasage.

le passage de l'impulsion dans un milieu d'épaisseur  $\alpha L$  inverse parfaitement les atomes sur la section A et sur une gamme spectrale  $\Omega_0$ , l'énergie transmise aux atomes s'écrit :

$$W_{at} = AL\Omega_0 n \hbar \omega_L \quad (5.21)$$

où  $n$  représente la densité spectrale et spatiale d'atomes. Cette expression se réécrit :

$$W_{at} = \frac{A\Omega_0\epsilon_0 c \hbar^2}{\pi d_{ab}^2} \alpha L \quad (5.22)$$

La fraction de l'énergie incidente fournie aux atomes s'écrit ainsi :

$$\frac{W_{at}}{W_\pi} = \frac{2}{\pi^2} \alpha L \quad (5.23)$$

Le rapport de ces énergies est de l'ordre de grandeur de l'épaisseur optique. Ceci confirme le fait qu'une impulsion  $\pi$  ne peut pas inverser un milieu épais sur une bande

passante donnée et que, cédant une grande partie de son énergie aux atomes, elle va être déformée lors de sa propagation.

On peut évaluer ce rapport dans le cas d'une SHC. Celle-ci inverse un intervalle  $2\mu\beta$ . L'énergie fournie aux atomes s'écrit donc :

$$W_{at} = \frac{2A\mu\beta\epsilon_0c\hbar^2}{\pi d_{ab}^2} \alpha L \quad (5.24)$$

L'énergie contenue dans la SHC incidente vaut quant à elle :

$$W_{SHC} = \frac{\epsilon_0c\hbar^2}{2\beta d_{ab}^2} A |\Omega_0|^2 \quad (5.25)$$

On trouve donc pour la fraction de l'énergie incidente livrée aux atomes :

$$\frac{W_{at}}{W_{SHC}} = \frac{2}{\pi} \frac{\mu\beta^2}{\Omega_0^2} \alpha L \quad (5.26)$$

Si l'on respecte la condition adiabatique 5.18, alors seule une petite partie de l'énergie incidente est transmise aux atomes. Dans ces conditions, on s'attend à une déformation faible de la SHC lors de sa propagation.

## 5.3 Expériences dans le $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$

On présente ici les premières expériences de ROSE effectuées dans le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ .

### 5.3.1 Montage expérimental

La figure 5.7 présente le montage expérimental utilisé pour les expériences de ROSE. Le dispositif est le même que celui présenté au chapitre 3.4.1, à la différence qu'on se place ici en configuration contrapropagative. Les polarisations des faisceaux sonde et pompe sont orthogonales. Les cubes séparateurs de polarisation présents avant la photodiode à avalanche (APD) qui collecte le signal à la sortie du cristal permettent de filtrer les éventuelles réflexions du faisceau pompe sur le cristal ou les vitres du cryostat, dans l'objectif de descendre à l'échelle du photon unique. Le laser est asservi sur une cavité Fabry Perot (cf annexe B).

### 5.3.2 Mesure de l'efficacité du ROSE

#### Principe de la mesure

L'efficacité du protocole est mesurée par sa mise en œuvre en régime classique. Comme pour l'AFC, on suppose que, par linéarité, cette efficacité sera identique en régime de

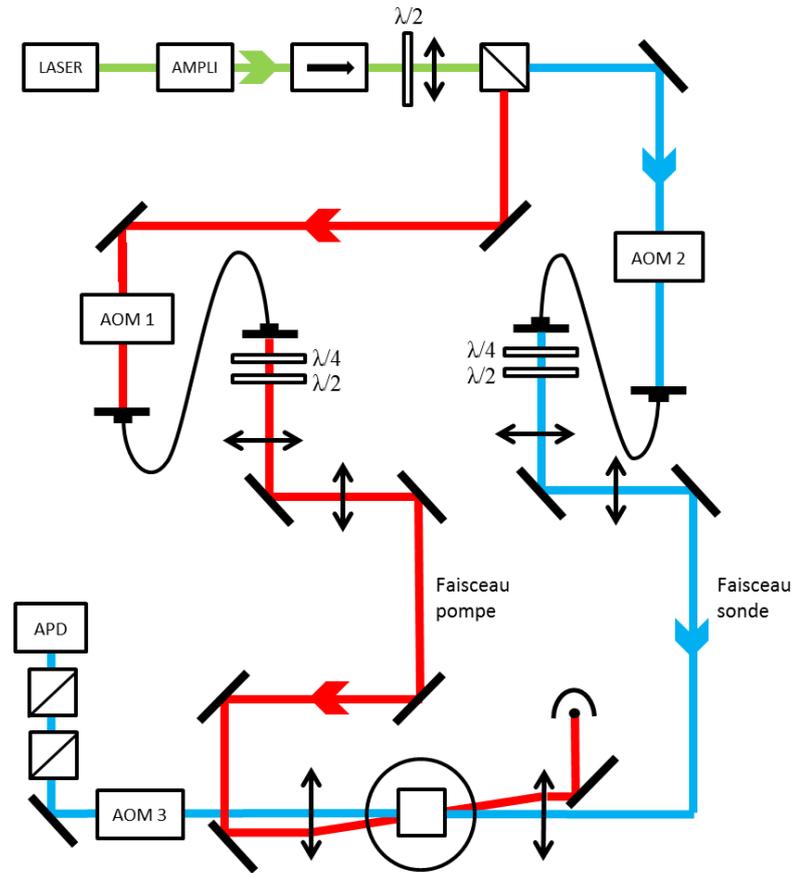


FIGURE 5.7 – Montage expérimental en configuration contrapropagative

photon unique. La figure 5.8 présente deux réalisations expérimentales de ROSE, en a) avec deux SHC et en b) avec deux impulsions  $\pi$ . Ces premières expériences permettent de vérifier l'existence d'un écho type ROSE. Le temps d'arrivée de l'écho nous permet de le distinguer de l'écho classique à 3 impulsions, ou de la réflexion de l'écho à 2 impulsions (envoyé vers l'arrière).

### Efficacité en impulsions $\pi$ et en SHC

L'efficacité d'écho en impulsions  $\pi$  et en SHC est présentée sur la figure 5.9.

L'efficacité mesurée est plus grande que ce que prévoit la théorie. En effet, la formule 5.8 donne pour l'efficacité :

$$\eta = (\alpha L)^2 e^{-\alpha L} e^{-4t_{23}/T_2} \quad (5.27)$$

où  $t_{23}$  désigne l'intervalle de temps entre les deux impulsions rephasantes. Le terme  $e^{-4t_{23}/T_2}$  représente la relaxation des cohérences. En effet, la durée totale de la séquence

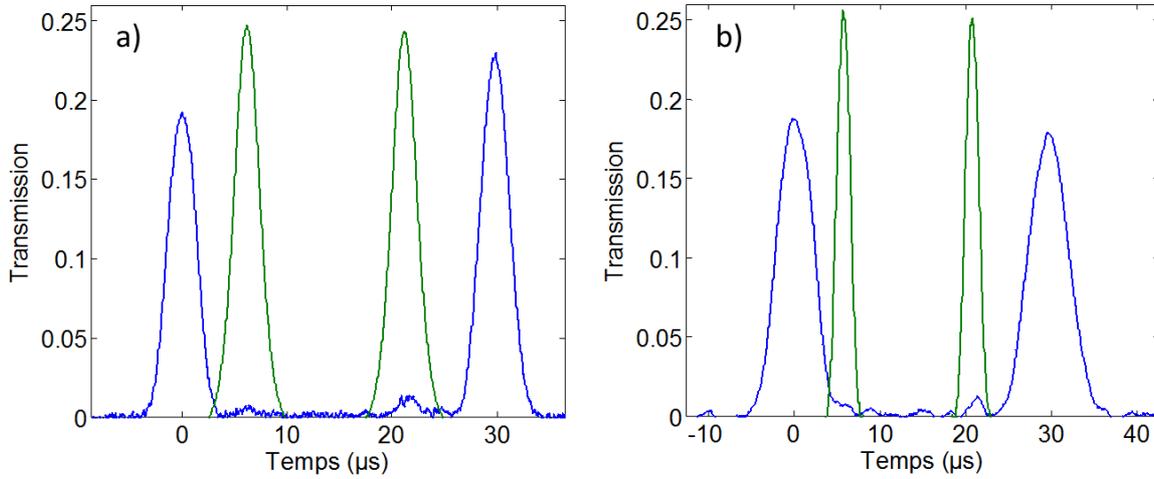


FIGURE 5.8 – En a) Séquence temporelle de ROSE en SHC. L'épaisseur optique est environ 1.6. Les paramètres des SHC sont :  $\beta/2\pi = 120$  kHz,  $\mu = 2$ . Le signal dure environ  $6 \mu\text{s}$ . Il est donc suffisamment long pour que son spectre (de largeur environ 100 kHz) soit inclus dans la bande passante du processus (de l'ordre de  $2\mu\beta/2\pi = 480$  kHz). Il n'est donc pas déformé. Le signal est envoyé en  $t_1=0$ , les deux SHC en  $t_2 = 6 \mu\text{s}$  et  $t_3 = 21 \mu\text{s}$ . L'écho est produit en  $t = t_1 + 2(t_3 - t_2) = 30 \mu\text{s}$ , avec une efficacité d'environ 23%. En b) Séquence temporelle de ROSE en impulsion  $\pi$ . L'épaisseur optique est environ 1.6. La durée des impulsions  $\pi$  est de  $3 \mu\text{s}$ , celle du signal de  $7 \mu\text{s}$ . Le signal est peu déformé. Il est envoyé en  $t_1=0$ , les deux impulsions  $\pi$  en  $t_2 = 6 \mu\text{s}$  et  $t_3 = 21 \mu\text{s}$ . L'écho est produit en  $t = t_1 + 2(t_3 - t_2) = 30 \mu\text{s}$ , avec une efficacité d'environ 17%.

est  $2t_{23}$ , donc l'écho, en amplitude, décroît en  $e^{-2t_{23}/T_2}$ . La mesure de la durée de vie des cohérences  $T_2$  est imprécise. Elle se situe entre  $30 \mu\text{s}$  et  $50 \mu\text{s}$ . Les ajustements présentés sur la figure 5.9 prévoient des efficacités plus faibles que les valeurs mesurées.

Un retournement de population incomplet peut être à l'origine d'une efficacité plus grande. En effet les courbes théoriques de l'efficacité en impulsions  $\pi$ , pour des aires légèrement différentes de  $\pi$ , montrent que le résidu de population dans le niveau excité au moment de la production de l'écho est à l'origine d'une amplification de celui-ci. L'efficacité du rephasage dépasse alors 54% (cf figure 5.2). Nous avons donc essayé d'estimer la qualité de la double inversion de population.

### 5.3.3 Inversion de population

On mesure la qualité de l'inversion de population, pour une impulsion  $\pi$  et une SHC, puis de la double inversion. En effet, on veut expliquer les efficacités mesurées, plus grandes

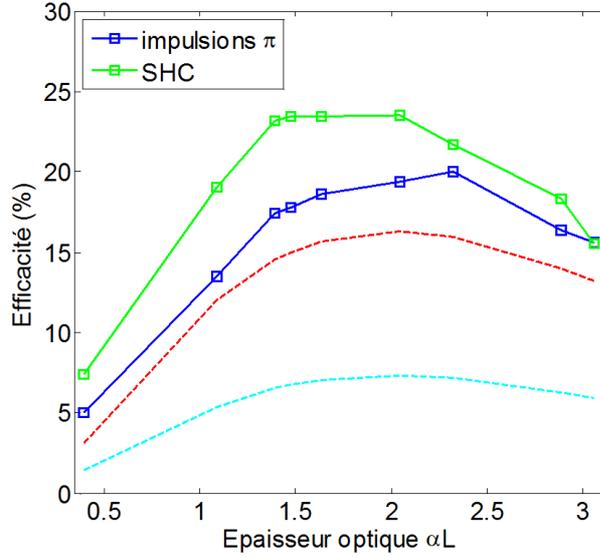


FIGURE 5.9 – Efficacité comparée du ROSE en impulsion  $\pi$  (de durée  $2 \mu\text{s}$  et en SHC ( $\beta/2\pi = 120 \text{ kHz}$ ,  $\mu = 2$ ), en fonction de l'épaisseur optique. Les carrés représentent les données expérimentales. En pointillés un ajustement par la formule 5.8, corrigée d'un facteur exponentiel décrivant la relaxation des cohérences, pour deux  $T_2$  différents. En rouge :  $T_2 = 50 \mu\text{s}$ , en bleu :  $T_2 = 30 \mu\text{s}$ .

que les efficacités théoriques. Le résidu de population dans l'état excité au moment de la production de l'écho amplifie celui-ci et peut donc être à l'origine de ces grandes efficacités. Il est aussi à l'origine d'un bruit d'émission spontanée qui vient se superposer à l'écho. Ce bruit, étudié au chapitre suivant, justifie aussi la mesure de la qualité des inversions de population.

On fait deux mesures différentes : une mesure de la qualité de l'inversion au centre de l'intervalle spectral retourné, et une mesure complète du profil spectral de cet intervalle.

### Principe de la mesure de l'inversion au centre

L'inversion de population au centre de l'intervalle spectral retourné est déduite d'une mesure de la transmission du milieu. Pour effectuer cette mesure, on envoie sur le cristal une impulsion  $\pi$  (ou une SHC) puis une impulsion sonde faible. Celle-ci ne modifie pas le gain du milieu. Elle est par contre amplifiée (ou absorbée) selon la répartition des populations atomiques entre le niveau fondamental et le niveau excité. A la sortie du cristal, on mesure en effet l'intensité :

$$I_{\text{sortie}} = \underbrace{e^{-\alpha L(\bar{n}_e - \bar{n}_f)}}_{\text{Gain } G} I_{\text{entree}} \quad (5.28)$$

où  $\bar{n}_i$  désigne la population du niveau  $i$ , moyennée spatialement sur la longueur du cristal.

Cette formule n'est valable que si le spectre de l'impulsion sonde est inclus dans la zone spectrale inversée. Pour cela on utilise des impulsions de sonde suffisamment longues. Leur durée est déterminée expérimentalement de la manière suivante. Après avoir inversé le milieu, on envoie une impulsion sonde dont on fait varier la durée. En l'augmentant progressivement, l'intensité transmise augmente aussi (son spectre étant de plus en plus étroit donc de mieux en mieux confiné dans la zone inversée) jusqu'à stagner. On a alors une bonne image de la transmission au centre de la zone inversée. La figure 5.10 présente une mesure de celle-ci, après une impulsion  $\pi$  (5.10 a)) et deux impulsions  $\pi$  (5.10 a)).

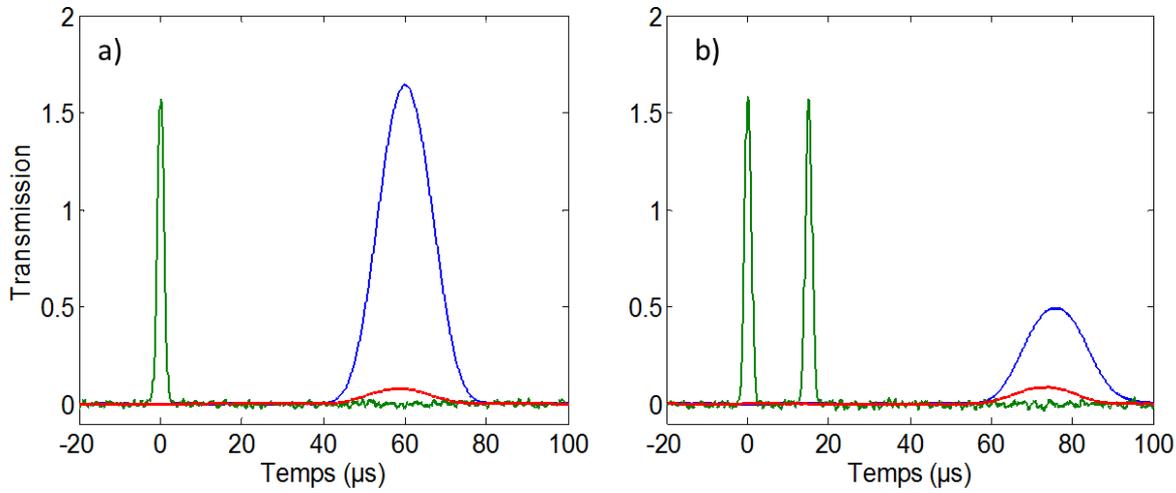


FIGURE 5.10 – Mesure du facteur de transmission du milieu après une impulsion  $\pi$  (a) et après deux impulsions  $\pi$  (b). En vert les impulsions fortes, renormalisées. En bleu la transmission avec les impulsions fortes, en rouge la transmission initiale. L'épaisseur optique est de 2.5. Les impulsions  $\pi$  ont une durée (largeur à mi-hauteur de l'amplitude du champ) de  $2 \mu\text{s}$ , les impulsions sonde durent  $30 \mu\text{s}$ . La fréquence de Rabi au maximum des impulsions  $\pi$  est de 180 kHz.

Pour une impulsion  $\pi$ , le milieu présente du gain (la transmission est supérieure à 1). Après deux impulsions  $\pi$ , la transmission est fortement réduite : on a renvoyé les atomes dans l'état fondamental. On peut cependant déjà constater que la double inversion n'est pas parfaite : l'absorption est, après deux impulsions  $\pi$ , différente de l'absorption initiale.

On effectue les mêmes mesures avec des SHC (cf fig 5.11). Par définition, les SHC sont infinies dans le temps. Il faut donc les tronquer. L'effet de la durée finie d'une SHC sur l'inversion de population est décrit dans la thèse de Frédéric De Sèze [66]. Nous choisissons désormais une durée de  $6\beta^{-1}$ . L'effet de la coupure est alors négligeable sur la qualité de l'inversion obtenue pour des fréquences de Rabi modérées. En effet, pour que le suivi

adiabatique se fasse correctement, il faut qu'au moment où le champ est allumé, pour les atomes au centre de l'intervalle retourné, le désaccord soit plus grand que la fréquence de Rabi, soit  $\Delta \gg \Omega$  [66]. Pour une coupure à  $6\beta^{-1}$ , ceci équivaut à :

$$\mu\beta \cosh(3) \gg \Omega_0$$

car  $\Delta = \mu\beta$  et  $\Omega = \Omega_0 / \cosh(3)$ . Expérimentalement, on doit donc respecter cette condition et la condition d'adiabaticité pour un bon retournement des populations.

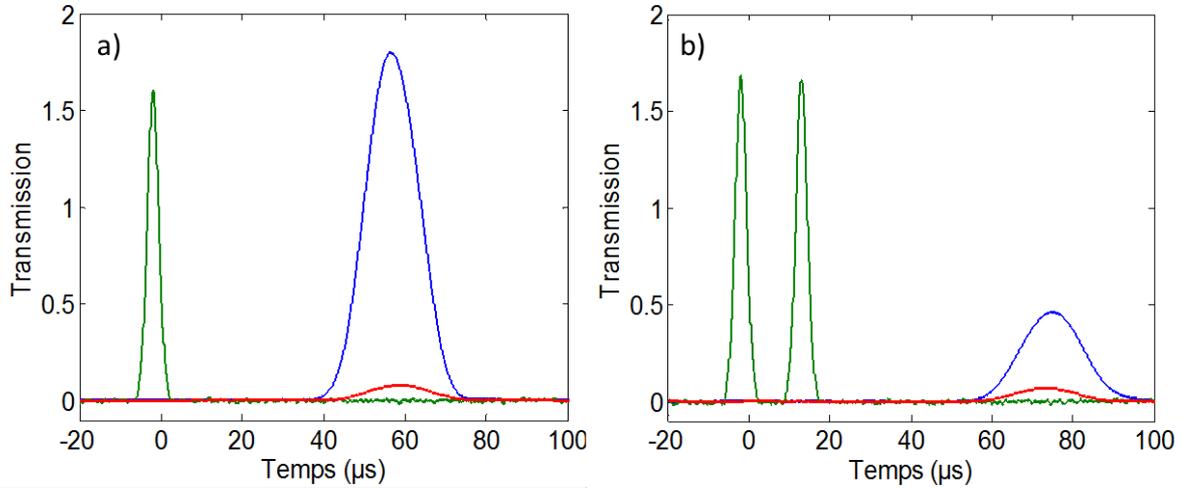


FIGURE 5.11 – Mesure du facteur de transmission du milieu après une SHC (a) et après deux SHC (b). En vert les SHC, renormalisées. En bleu la transmission avec les SHC, en rouge la transmission initiale. L'épaisseur optique est comme précédemment de 2.5. Les impulsions sonde ont une durée de 30 μs. On présente ici des SHC avec  $\beta/2\pi = 120$  kHz,  $\mu = 2$  et  $\Omega_0 = 180$  kHz

### Profil de transmission du milieu après l'inversion

La qualité de l'inversion au centre de la zone retournée ne suffit pas à caractériser la qualité générale de l'inversion. On veut aussi pouvoir mesurer la largeur de l'intervalle spectral retourné et la qualité de l'inversion sur l'intégralité de cet intervalle. Pour cela on envoie sur le milieu une longue impulsion sonde carrée, faible, balayée en fréquence. Celle-ci s'écrit :

$$\omega(t) = \omega_0 + 2\pi r(t - t_0) \quad (5.29)$$

$r$  désigne le taux de balayage de la fréquence du laser (en Hz.s<sup>-1</sup>). Si le balayage est suffisamment lent, le signal transmis est une image temporelle fidèle du profil de transmission

du milieu. En effet, dans ce cas, pour chaque fréquence le régime permanent a le temps de s'établir :

$$E_s(t) = T(\omega = \omega(t))E_e \quad (5.30)$$

où  $E_s(t)$  désigne l'amplitude du champ transmis,  $E_e$  l'amplitude (constante) en entrée et  $T(\omega)$  le facteur de transmission spectral du milieu. L'intensité transmise,  $|E_s(t)|^2$ , est donc une image temporelle du profil de transmission  $|T(\omega)|^2$ . Si le balayage est trop rapide, le profil de transmission est déformé. Plus quantitativement les structures spectrales que l'on sonde ne peuvent pas être plus fines que  $\sqrt{\tau}$ . Si elles le sont, on observe un phénomène de rebond («ring-down»), d'autant plus important qu'on se place à forte épaisseur optique. Cet effet justifie la mesure précédente de l'inversion au centre, qui permet de renormaliser les profils de transmission obtenus.

On commence par mesurer le profil spectral du milieu après passage d'une ou de deux impulsions  $\pi$ , gaussiennes de largeur à mi-hauteur  $2 \mu\text{s}$  (pour l'amplitude du champ). Sur la figure 5.12 on présente trois spectres, pour trois épaisseurs optiques distinctes.

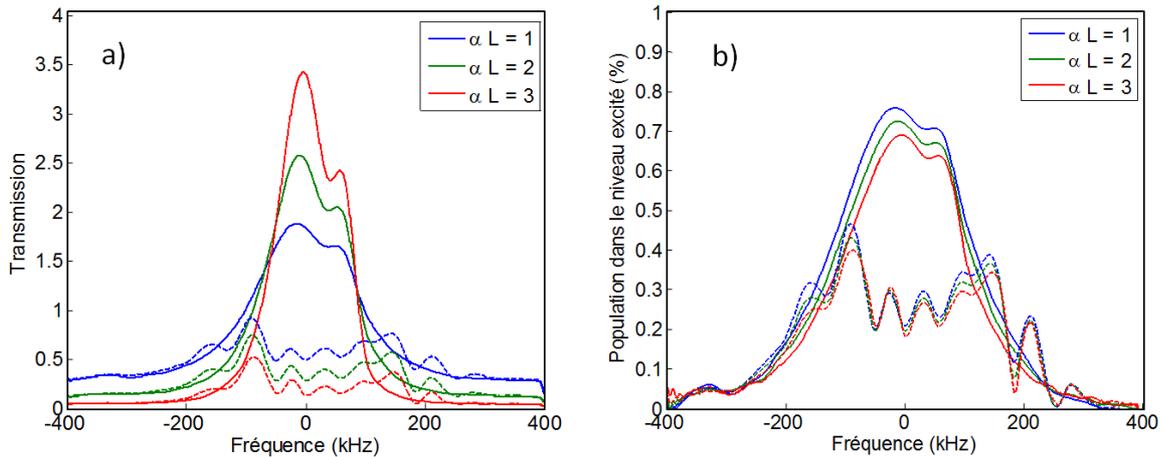


FIGURE 5.12 – a) Profil spectral après passage d'une impulsion  $\pi$  (traits pleins) et de deux impulsions  $\pi$  (pointillés). En a) le profil de transmission mesuré directement par le balayage. En b) la population de l'état excité correspondante

Sur la figure 5.12b) on calcule la fraction  $\bar{n}_e(\omega)$  de la population que l'on a placé dans l'état excité après une impulsion (traits pleins). On observe un effet de ring-down qui déforme légèrement la forme du trou spectral, qui n'est pas parfaitement symétrique. L'inversion dépend peu de l'épaisseur optique. Ceci est surprenant, car les impulsions  $\pi$  se déforment énormément lors de leur propagation. Après le passage de deux impulsions  $\pi$ , le résidu de population est d'environ 30%. On remarque des oscillations spectrales. Ceci est dû à l'imperfection de l'inversion. Les deux impulsions  $\pi$  sont séparées de  $15 \mu\text{s}$ , ce qui

a pour effet d'imprimer un spectre modulé à environ 66 kHz. Si l'inversion était parfaite, les atomes auraient été replacés dans le niveau fondamental sur un intervalle égal à la fréquence de Rabi, ici environ 200 kHz.

La figure 5.13 présente la même mesure par balayage du profil spectral creusé par une SHC.

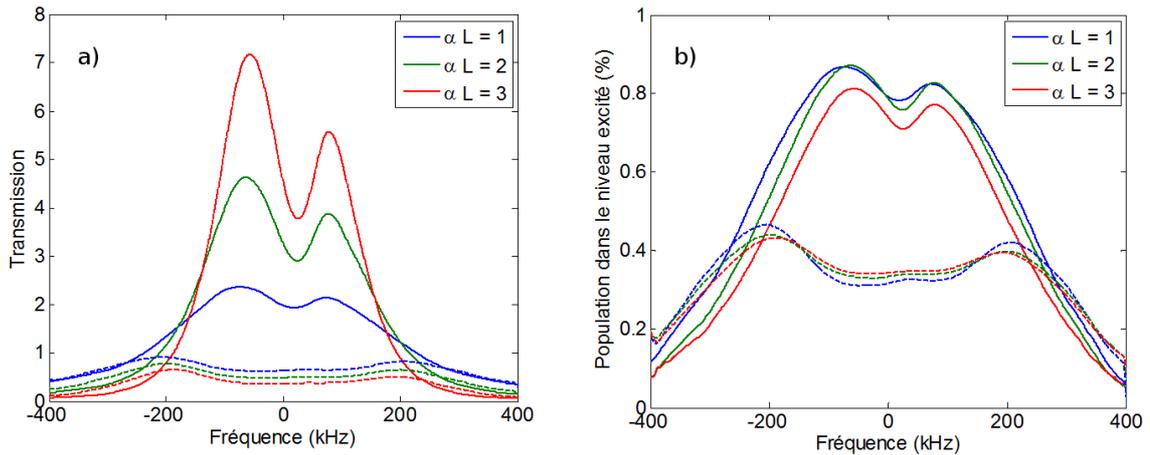


FIGURE 5.13 – a) Profil spectral après passage d'une SHC (traits pleins) et de deux SHC (pointillés). Comme précédemment : en a) le profil de transmission mesuré directement par le balayage. En b) la population de l'état excité correspondante

Pour la SHC :  $\Omega_0 = 200$  kHz,  $\beta/2\pi = 120$  kHz et  $\mu = 2$ . Les 2 SHC sont séparées de  $20 \mu s$ .

L'inversion est légèrement meilleure que pour les impulsions  $\pi$  et le fond est plat après deux impulsions. L'intervalle spectral retourné est plus grand (environ 400 kHz contre 200 kHz pour les impulsions  $\pi$ ). Ces bonnes propriétés nous incitent à favoriser les SHC pour le protocole. Elles sont cependant plus longues (elles ont une durée totale de  $8 \mu s$ ), ce qui impose une séquence de ROSE longue qui laisse aux cohérences le temps de relaxer.

La figure 5.14 présente une dernière mesure par balayage du profil spectral creusé par une SHC, de même bande passante que les précédentes ( $2\beta/2\pi\mu = 240$  kHz), mais plus longue ( $\beta/2\pi = 40$  kHz donc une durée de  $23 \mu s$ ).

On observe un profil spectral plus carré. De manière générale, la zone inversée est d'autant mieux définie (c'est-à-dire carrée) que  $\mu$  est grand, tant que l'on respecte la condition de suivi adiabatique. C'est un élément essentiel puisque les bords du spectre, mal inversés et dans lesquels subsiste un fort résidu de population après la double inversion, sont une part importante du bruit d'émission spontanée qui vient se superposer à l'écho. Pour diminuer ce bruit, il faut donc se placer à  $\mu$  assez grand.

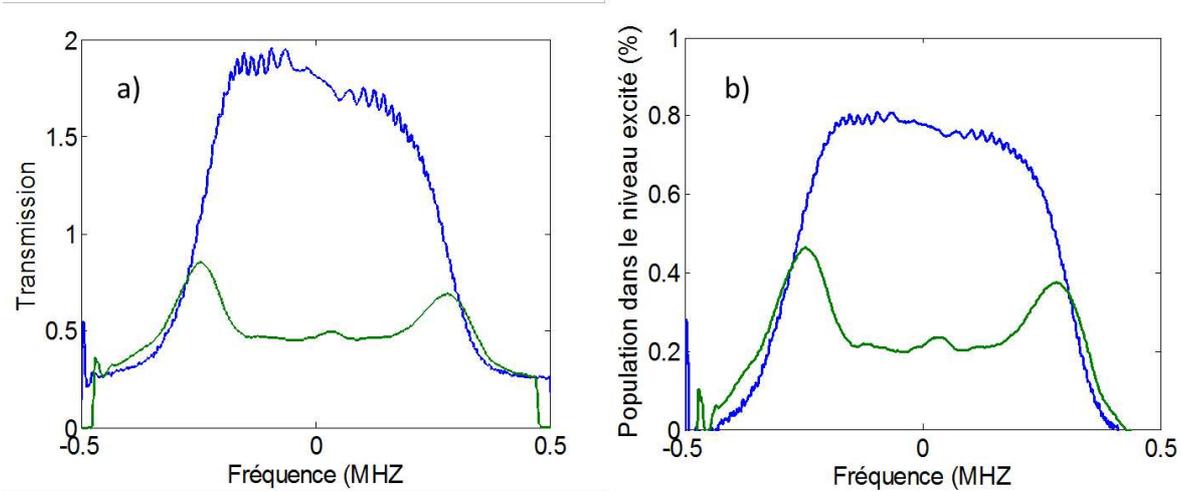


FIGURE 5.14 – a) Profil spectral après passage d’une SHC (en bleu) et de deux SHC (en vert). Comme précédemment : en a) le profil de transmission mesuré directement par le balayage. En b) la population de l’état excité correspondante Pour la SHC :  $\Omega_0 = 200$  kHz,  $\beta/2\pi = 60$  kHz et  $\mu = 4$ . Les 2 SHC sont séparés de  $30 \mu s$ . La mesure est effectuée à faible épaisseur optique ( $\alpha L = 0.7$ ) pour éviter les effets de ring-down.

### Résultats et interprétation des fortes efficacités

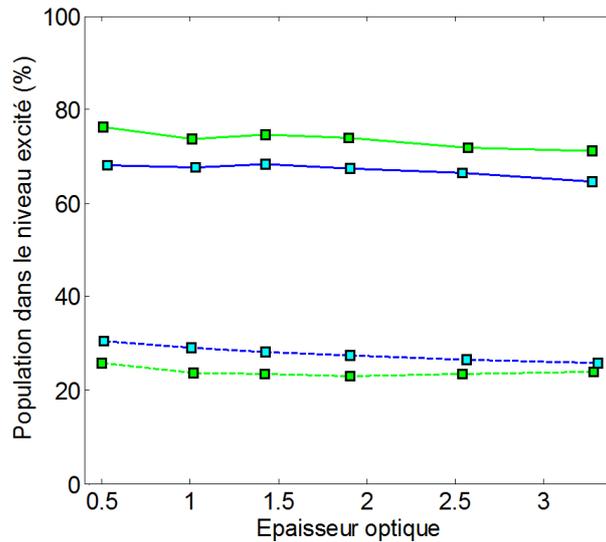


FIGURE 5.15 – a) Fraction d’atomes portés dans le niveau excité, après une (trait plein) ou deux (pointillés) impulsions rephasantes. En bleu le cas des impulsions  $\pi$ . En vert les SHC

La figure représente les résultats obtenus par les mesures de la qualité du retournement au centre du spectre, en fonction de l'épaisseur optique  $\alpha L$ . La fraction d'atomes portés dans le niveau excité dépend peu de  $\alpha L$ . Dans le cas d'impulsions  $\pi$ , ceci est assez surprenant car elles se déforment beaucoup durant leur propagation [70]. Avec les paramètres utilisés, les SHC se déforment beaucoup aussi, ce que confirme la figure 5.16.

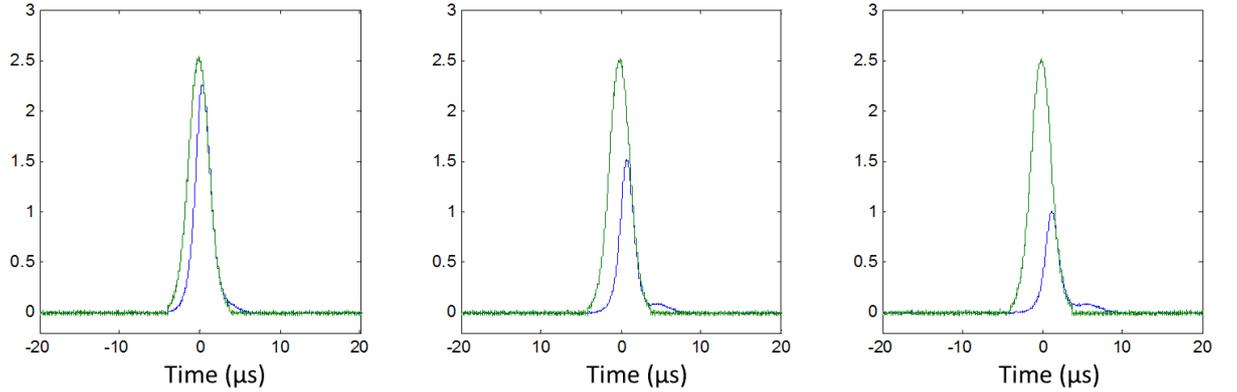


FIGURE 5.16 – En vert : SHC incidente. En bleu SHC transmise, pour une épaisseur optique  $\alpha L$  de 2, de 3 et de 4. Pour la SHC :  $\Omega_0 = 200$  kHz,  $\beta/2\pi = 120$  kHz et  $\mu = 2$

Mais, comme pour les impulsions  $\pi$ , l'effet de la propagation se fait peu ressentir sur la qualité de l'inversion au centre.

Comme le montrent les figures 5.12, 5.13 et 5.14, cette remarque se généralise à l'intégralité de l'intervalle retourné. Celui-ci est un peu plus étroit à forte épaisseur optique, mais est relativement indépendant de  $\alpha L$ , pour les impulsions  $\pi$  comme pour les SHC. Après deux impulsions rephasantes, le résidu de population dans le niveau excité est de l'ordre de 25% pour les impulsions  $\pi$  et de 35% pour les SHC.

Ces ordres de grandeur permettent de comprendre les efficacités élevées mesurées pour un processus de ROSE. Pour cela, on corrige la formule théorique 5.8 en considérant toujours le rephasage des cohérences parfait, mais la réabsorption de l'écho par le milieu moins efficace :

$$\eta = (\alpha L)^2 e^{-\alpha L \Delta n} e^{-4t_{23}/T_2} \quad (5.31)$$

où  $\Delta n = n_f - n_e$  désigne la différence de population dans le milieu. On ajuste alors les courbes expérimentales de l'efficacité 5.17.

L'accord qualitatif n'est pas bon. Cependant, sauf à très faible épaisseur optique on prédit des efficacités plus grandes que les efficacités mesurées. Ceci semble raisonnable dans la mesure où l'on a supposé un rephasage des cohérences parfait, qui amène à une surestimation de l'efficacité.

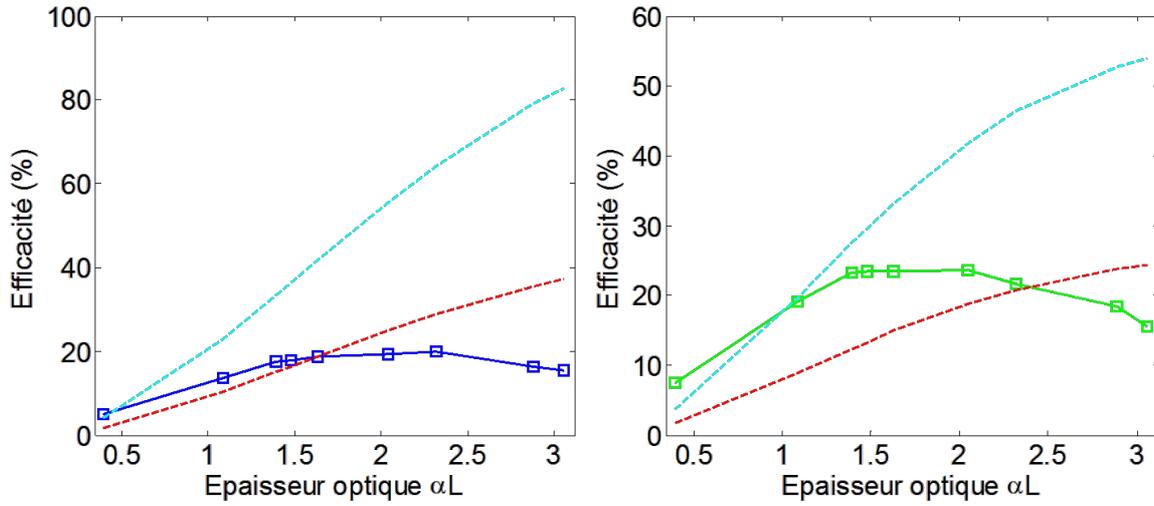


FIGURE 5.17 – Efficacités mesurées et efficacités corrigées, à gauche pour des impulsions  $\pi$ , à droite pour des SHC. En pointillés les courbes théoriques, avec  $T_2 = 30 \mu s$  (en rouge) et  $T_2 = 50 \mu s$  (en bleu).

Nous n'avons donc pas pour l'instant d'explication satisfaisante des fortes efficacités mesurées.

# Chapitre 6

## Expériences en photon unique

Aussi bien pour l'AFC que pour le ROSE (ainsi que pour tous les protocoles de stockage), les propriétés (efficacité, bande passante) démontrées en régime linéaire classique restent vraies, par linéarité, en régime de comptage de photon. Ceci justifie leur étude classique. Mais pour évaluer la fidélité d'une mémoire, il faut descendre au régime de photon unique. L'étude présentée ici s'intéresse au rapport signal sur bruit des deux protocoles présentés, l'AFC et le ROSE.

### 6.1 AFC en photon unique

Le point essentiel de l'AFC est sa capacité théorique à stocker des photons uniques. En effet, l'écho se produisant dans un milieu non inversé, donc sans gain, il n'est pas accompagné par un rayonnement d'émission spontanée. C'est sur ce point que l'AFC se montre supérieur à son ancêtre : l'écho de photon. On peut montrer en effet que pour l'écho à 2 impulsions (2PE), le rapport signal sur bruit est au mieux de l'ordre de 1 [118], l'origine du bruit étant l'émission spontanée. L'expérience présentée dans cette section est identique à celle présentée au chapitre 4, mais avec, en moyenne, moins d'un photon dans l'impulsion de signal, ce qui la rend plus délicate.

#### 6.1.1 Procédure expérimentale

Le dispositif expérimental est le même que celui présenté à la section 4.2.3. La différence essentielle est que la photodiode à avalanche utilisée pour mesurer le faisceau signal présente un niveau de bruit trop élevé pour détecter l'arrivée de photons uniques. Elle est remplacée par un module de comptage de photons (Perkin-Elmer SPCM AQR 14 FC). Après passage dans le cristal, le signal est maintenant couplé dans une fibre monomode et envoyé sur le SPCM. Ceci permet un meilleur rejet du bruit puisque seul le mode spatial du

faisceau signal est détecté. On souhaite réaliser un diagramme de la statistique des temps d'arrivée des photons après chaque impulsion incidente. Pour cela on creuse un peigne avec une séquence de pompe de 5000 paires d'impulsions (séquence PP) de durée 300 ns, séparées de  $T = 1.5 \mu s$ . Les atomes éliminés sont envoyés dans un sous-niveau hyperfin. L'éclatement hyperfin est obtenu avec un champ de 110 Gauss, ce qui permet d'ajuster l'éclatement hyperfin du niveau excité à la période du peigne :  $\Delta_e = 2\pi/T \approx 660 kHz$ . On optimise ainsi le contraste du peigne par effets de coïncidence.

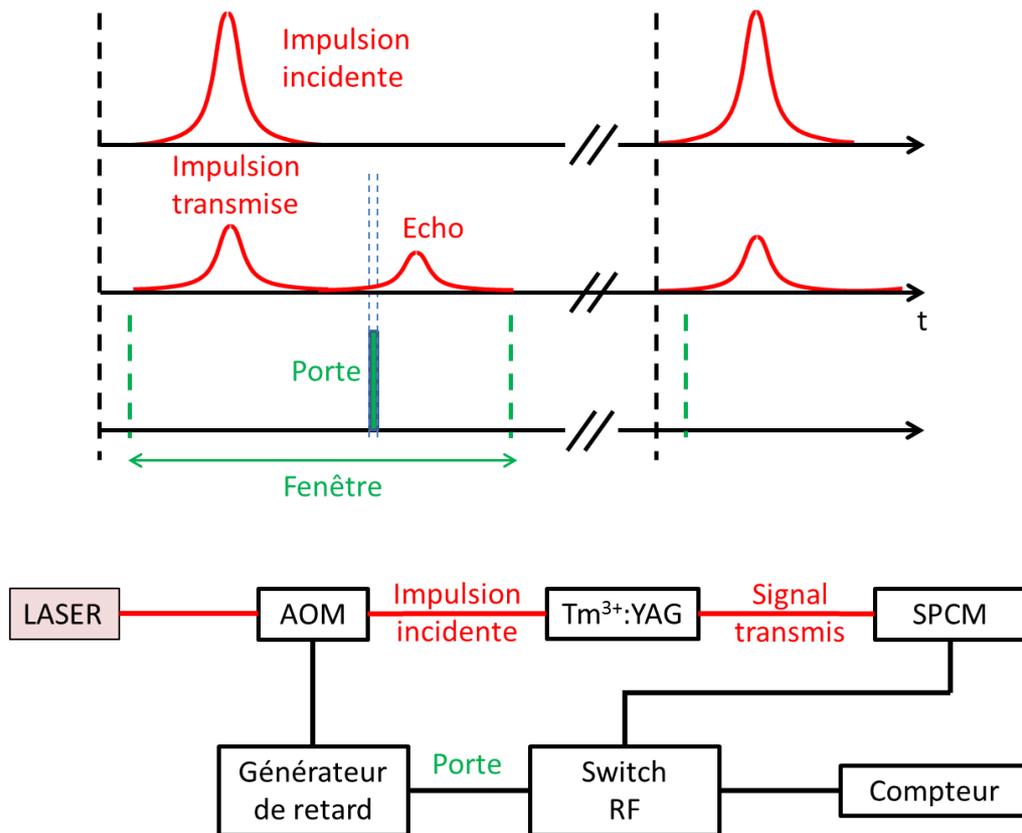


FIGURE 6.1 – Système de création de l'histogramme des temps d'arrivée des photons de signal. Le switch RF, piloté par le générateur de délai, permet de ne compter les coups que pendant la durée de la porte. La porte dure 300 ns, ce qui représente la résolution temporelle de l'histogramme. La porte est déplacée sur une fenêtre temporelle (pointillés verts) qui définit la zone temporelle de mesure. Le générateur de délai est synchronisé sur l'AOM qui crée la forme (gaussienne) de l'impulsion lumineuse de signal incidente. Les impulsions représentées ne comptent qu'au plus un photon, la forme représentée correspond à la probabilité de détection d'un photon au temps concerné.

On envoie ensuite sur le peigne ainsi préparé plusieurs impulsions de signal, un peu plus longues que les impulsions de pompe pour être entièrement recouvertes spectralement

par le peigne, mais un peu plus courtes que  $T$ , pour recouvrir spectralement plusieurs pics du peigne. On envoie, par séquence, 1000 impulsions de signal, pour augmenter la statistique. Le diagramme des temps d'arrivée s'obtient en déplaçant une porte électronique à la sortie du détecteur, comme expliqué sur la figure 6.1.

### 6.1.2 Résultats

Le profil de transmission correspondant au peigne creusé est représenté sur la figure 6.2.

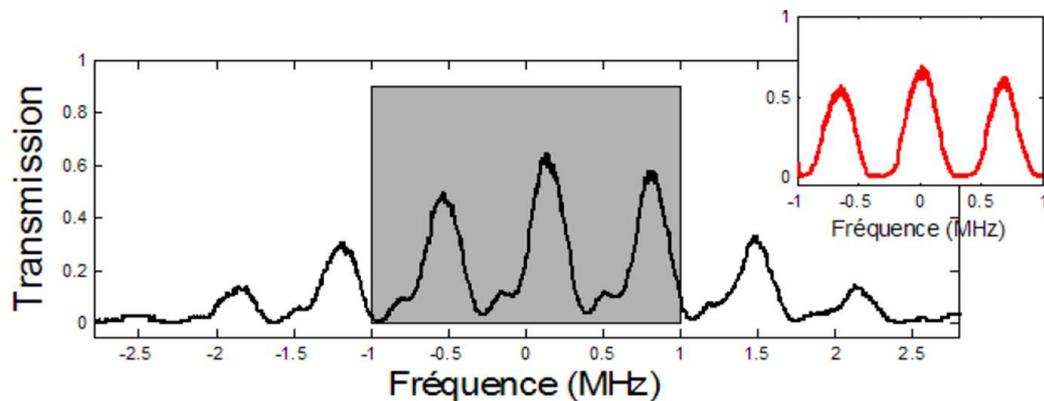


FIGURE 6.2 – Peigne spectral observé grâce à un balayage. En noir un balayage grossier, trop rapide pour ne pas déformer la lecture, montre le peigne dans son intégralité. En rouge, un zoom avec un taux de balayage moins élevé.

En mesurant indépendamment l'efficacité de collection d'un photon entre le cristal et le module de comptage SPCM (il y a des pertes, notamment sur les fenêtres du cryostat, au niveau de l'injection dans la fibre monomode de collection et de par l'efficacité quantique du détecteur lui-même), nous estimons le nombre de photons par impulsion de signal à environ 0.5 photon. L'histogramme des temps d'arrivée des photons signal est présenté sur la figure 6.3

Sur cette figure, on fait apparaître l'écho obtenu en régime classique, c'est-à-dire avec un grand nombre de photons par impulsion. Cette courbe se superpose très bien à l'histogramme obtenu en régime de comptage. Ceci confirme expérimentalement le fait que l'efficacité (ici d'environ 16.6%) n'est pas modifiée à l'échelle quantique. Cette grande efficacité est surprenante au vu du paragraphe précédent. En effet, le peigne creusé ici n'est pas à dents carrées et on ne s'attend pas à une efficacité si élevée avec une séquence PP.

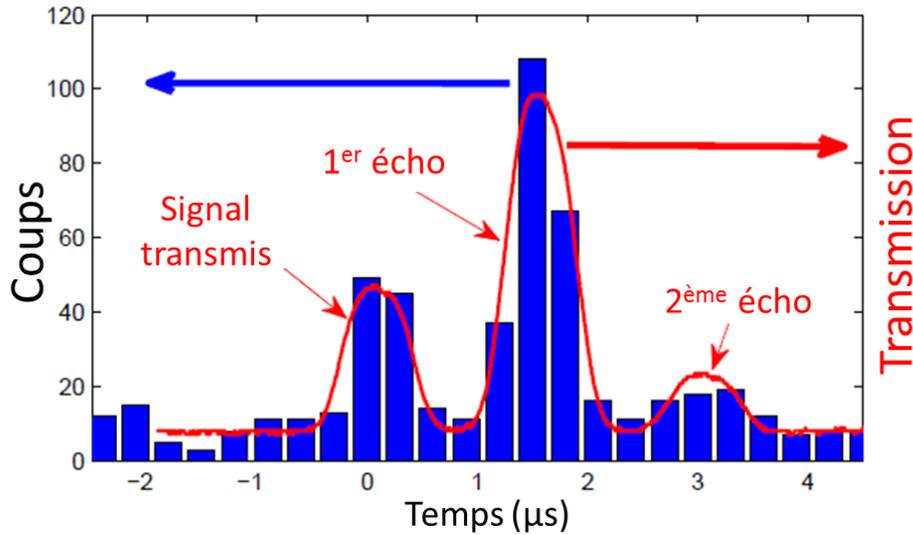


FIGURE 6.3 – Diagramme des temps d’arrivée des photons à la sortie du cristal. En rouge l’écho obtenu en régime classique dans les mêmes conditions, mesuré sur une photodiode à avalanche. L’histogramme est obtenu en accumulant le comptage sur une durée de 5.51 s, ce qui représente environ 16500 impulsions incidentes, soit environ 8000 photons incidents. La méthode engendre énormément de pertes, c’est-à-dire de photons non-mesurés, car tous les photons arrivant en dehors de la porte sont perdus

## 6.2 ROSE en photon unique

Comme l’AFC, le ROSE est conçu dans l’optique d’enregistrer les propriétés quantiques du champ.

### 6.2.1 Estimation du rapport signal sur bruit

#### Bruit d’émission spontanée en 2PE

On peut, par un calcul phénoménologique, estimer le bruit d’émission spontanée qui va se superposer à l’écho dans le cas d’un processus 2PE. On considère un cristal de longueur  $L$ , dont une fraction  $n_e$  d’atomes a été inversée par une impulsion intense de section  $S$ . On suppose que l’inversion se fait sur un intervalle spectral  $\Delta$ . Le nombre d’atomes inversés, susceptibles de produire des photons d’émission spontanée, est donc donné par :

$$N_0 = S L G(\omega_L) \Delta n_e \quad (6.1)$$

où  $G(\omega_L)$  est la densité spectrale et spatiale d'ions de terre rare dans le cristal, supposée constante sur un intervalle  $\Delta$  autour de  $\omega_L$  (on suppose en effet l'élargissement inhomogène très grand devant  $\Delta$ ). Le nombre de photons d'émission spontanée émis par cette population inversée pendant une durée  $dt$  au temps  $t$  est donné par :

$$N_{em.sp.}(t) = N_0 \gamma_b e^{-\gamma_b t} dt \quad (6.2)$$

où le taux d'émission spontanée  $\gamma_b$  s'écrit :

$$\gamma_b = \frac{8\pi^2 d_{ab}^2}{\epsilon_0 \hbar} \quad (6.3)$$

L'émission spontanée est isotrope. Une fraction seulement vient donc se superposer au faisceau de signal, supposé de même caractéristiques spatiales que le faisceau de l'impulsion forte. L'angle solide couvert par ce faisceau, sur lequel on doit donc effectuer la détection, est de l'ordre de :

$$\delta\Omega = \frac{\pi\lambda^2}{S} \quad (6.4)$$

Seule une fraction  $\delta\Omega/4\pi$  de l'émission spontanée vient se superposer à l'écho.

En nommant  $T$  la durée de l'écho, le nombre de photons émis au bout d'un temps  $t$ , durant la production de l'écho et dans le mode de l'écho, s'écrit donc :

$$\delta n_{em.sp}(t) = \frac{\lambda^2}{4S} S L G(\omega_L) \Delta \gamma_b e^{-\gamma_b t} T n_e \quad (6.5)$$

Si l'on suppose de plus la largeur homogène du milieu très petite devant sa largeur inhomogène, le coefficient d'absorption initial du milieu s'écrit (A.87) :

$$\alpha(\omega_L) = k \frac{d_{ab}^2}{\hbar\epsilon_0} G(\omega_L) \quad (6.6)$$

On peut donc réécrire le nombre 6.5 de photons qui viennent se superposer au signal comme :

$$\delta n_{em.sp}(t=0) = \alpha(\omega_L) L \Delta T n_e \quad (6.7)$$

La figure 6.4 illustre cette formule.

On généralise ce résultat à un intervalle retourné non carré en remplaçant  $\Delta n_e$  par  $\int n_e(\omega) \frac{d\omega}{2\pi}$

$$n_{em.spont} = \alpha L T \int n_e(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} = \alpha L T n_t \quad (6.8)$$

La figure 6.5 illustre cette formule.

Celle-ci n'est valable qu'à faible épaisseur optique. En effet, nous avons ici négligé l'amplification ou la réabsorption de l'émission spontanée par le milieu. Nous n'avons pas non plus pris en compte l'inhomogénéité spatiale de l'intervalle spectral inversé. On sait

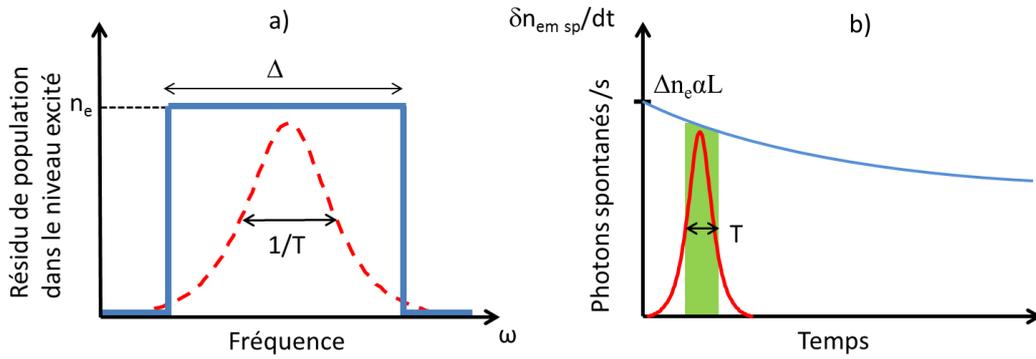


FIGURE 6.4 – a) Réidu de population dans le niveau excité dans l'intervalle spectral retourné. b) Nombre de photons spontanés émis par seconde. En rouge : l'écho, en vert l'intervalle temporel pendant lequel les photons spontanés se superposent à l'écho

en effet que les impulsions rephasantes se déforment au cours de leur propagation et n'ont par conséquent pas le même effet sur les atomes le long du cristal.

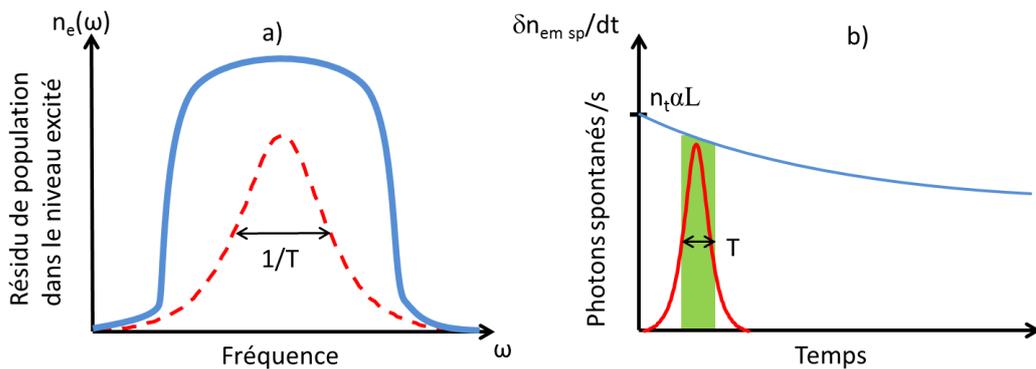


FIGURE 6.5 – a) Réidu de population dans le niveau excité pour un intervalle spectral retourné quelconque. b) Nombre de photons spontanés émis par seconde.

On peut généraliser ces formules au cas de milieu optiquement épais en utilisant un modèle simple de propagation pour l'émission spontanée :

$$\frac{d\delta n_{em.sp}}{dz} = -\alpha(n_f - n_e)\delta n_{em.sp} + \Gamma n_e \quad (6.9)$$

Le premier terme du membre de droite traduit l'absorption et l'amplification de l'émission spontanée selon une loi de Beer-Lambert lors de sa propagation. Le second terme est un terme source :  $\Gamma$  désigne le taux d'émission spontané dans le mode du signal. On retrouve le résultat du milieu mince si  $\Gamma = \alpha$ . La résolution de cette équation donne, pour un intervalle retourné carré et homogène spatialement :

$$\delta n_{em.sp}(t = 0) = \frac{n_e}{\Delta n} \left( e^{-\alpha L \Delta n} - 1 \right) \quad (6.10)$$

où on a posé  $\Delta n = n_f - n_e$ .

La formule 6.10 devient quant à elle :

$$\delta n_{em.sp}(t = 0) = T \int \frac{n_e(\omega)}{\Delta n(\omega)} \left( e^{-\alpha L \Delta n(\omega)} - 1 \right) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (6.11)$$

Ces résultats négligent l'inhomogénéité spatiale du profil spectral des populations. En réalité, les impulsions rephasantes se déformant pendant leur propagation,  $n_e$  dépend de  $z$ .

Dans le cas d'une inversion complète, ces formules indiquent que le nombre de photons spontanés se superposant à l'écho est de l'ordre de 1 pour une épaisseur optique de l'ordre de 1. Ce calcul confirme ce qui a été dit dans les sections précédentes : le rapport signal sur bruit d'un processus 2PE pour un signal constitué d'un photon unique, est au mieux de l'ordre de 1. La déformation de l'impulsion de rephasage, qui s'étire temporellement jusqu'à la production de l'écho, vient en pratique ajouter un bruit bien supérieur, rendant impossible la détection de l'écho.

## Bruit en ROSE

Lors d'un processus de ROSE, il existe plusieurs sources de bruit qui viennent se superposer à l'écho.

L'émission spontanée n'est pas rigoureusement nulle. En effet, il existe, au moment de l'écho, un résidu de population dans le niveau excité. La formule 6.8 est alors directement applicable. Ceci résulte en partie de l'imperfection du double retournement de population. On a en effet constaté expérimentalement, comme expliqué au chapitre précédent, qu'il était difficile de ramener la population atomique à plus de 70% dans le niveau fondamental. L'émission spontanée est alors au mieux réduite d'un facteur 3. L'efficacité des inversions de population est donc un point à améliorer.

De plus, même si l'on réalise un double retournement parfait, il y a, au moment de l'écho, un résidu de population dans le niveau excité dû à l'émission spontanée entre

les deux impulsions rephasantes. Les atomes correspondants, de retour dans le niveau fondamental avant la deuxième impulsion, seront transférés dans le niveau excité par celle-ci. Entre les deux impulsions, la proportion d'atomes ayant subi une désexcitation spontanée est donnée par :

$$n = 1 - e^{-\frac{t_{23}}{T_1}} \approx \frac{t_{23}}{T_1} \quad (6.12)$$

où  $T_1$  est le niveau de vie du niveau excité, considéré beaucoup plus grand que l'intervalle  $t_{23}$  entre les deux impulsions rephasantes. Ce rapport est, dans nos conditions, de l'ordre de 3%.

Le signal de FID (Free induction Decay), résultant de la propagation cohérente des impulsions de rephasage et réhibitoire pour le 2PE, n'est pas un problème avec le ROSE, car la condition d'accord de phase spatial n'impose plus aux impulsions de rephasage de se propager dans le même mode que le signal, et donc que l'écho. La «queue» des impulsions fortes ne se superpose donc plus spatialement à l'écho si l'on choisit  $\vec{k}_1 \neq \vec{k}_2 = \vec{k}_3$ . En configuration contrapropagative, qui est la configuration que l'on choisit, le signal de FID est envoyé vers l'arrière alors que l'écho est émis vers l'avant. Cependant, la propagation cohérente reste un problème en pratique, du fait des diverses réflexions sur le cristal ou les fenêtres du cryostat, et de leurs éventuels échos. Seule l'expérience permet d'évaluer l'importance de ce bruit.

### 6.2.2 Expériences dans le $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$

On présente ici les résultats expérimentaux préliminaires dans le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ .

#### Montage expérimental

Le montage expérimental est celui présenté sur la figure 5.7. La figure 6.6 présente la partie qui diffère du montage pour des impulsions classiques.

La configuration est contrapropagative pour éviter l'émission spontanée rephasée et la propagation cohérente des impulsions de rephasage. Les polarisations des faisceaux de pompe et de signal sont croisées. Même si la pompe ne se propage pas dans le même mode que le signal, les réflexions sur le cristal ou sur les fenêtres du cryostat peuvent se superposer au signal et être collectées par le détecteur. Ces réflexions sont légèrement dépolarisées. On les redresse avec une lame  $\lambda/4$ , puis une lame  $\lambda/2$  permet de faire tourner la polarisation linéaire obtenue. Ces deux lames agissent à la fois sur le faisceau de signal et le résidu de faisceau de pompe. Il n'est pas possible de faire autrement car on souhaite éliminer les réflexions dans le mode du signal. L'élimination elle-même des polarisations orthogonales au signal se fait par deux cubes séparateurs de polarisation (Glan-Thompson). Le faisceau est ensuite injecté dans une fibre monomode qui l'amène à un module de comptage de

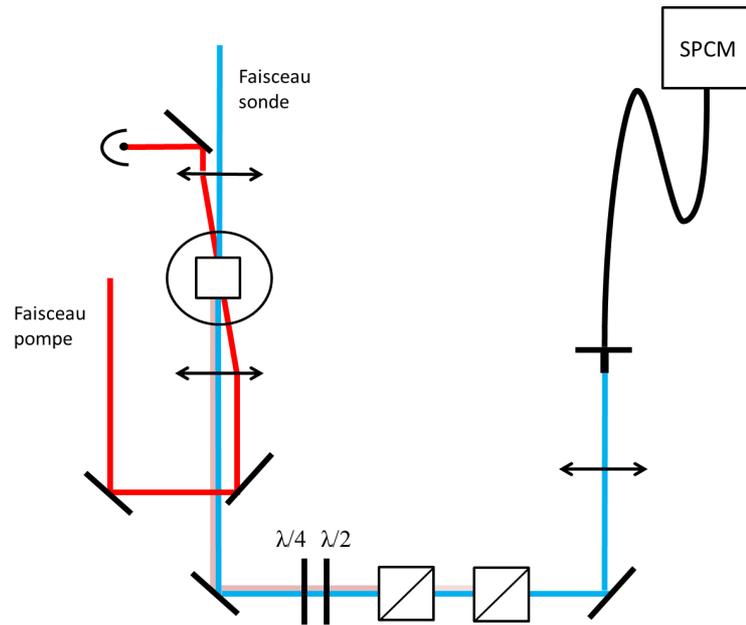


FIGURE 6.6 – Partie finale du montage expérimental en configuration contrapropagative

photons (d'efficacité quantique 54%). Les coups sont comptés par un analyseur de temps de vol.

### Filtrage de l'émission spontanée

Une partie de l'émission spontanée peut être éliminée par filtrage spectral. En effet, les niveaux  ${}^3\text{H}_4$  (nommé W ici) et  ${}^3\text{H}_6$  (nommé Z ici) sont des multiplets Stark. Les différents sous-niveaux sont séparés d'une centaine de  $\text{cm}^{-1}$ . La transition utilisée met en jeu les niveaux de plus basse énergie de ces multiplets, c'est-à-dire la transition  $W_1 \leftrightarrow Z_1$ .  $W_1$  désigne le niveau excité et  $Z_1$  désigne le niveau fondamental.

Lorsqu'il relaxe, le niveau  $W_1$  ne se désexcite pas que vers le niveau  $Z_1$ , mais aussi vers tous les sous-niveaux Stark du multiplet  ${}^3\text{H}_6$  [133]. Les taux d'émission spontanée vers ces niveaux sont présentés sur la figure 6.7. Il relaxe aussi vers le niveau  ${}^3\text{H}_5$ , qui lui relaxe rapidement vers le métastable  ${}^3\text{F}_4$ .

Une partie non négligeable des photons d'émission spontanée qui viennent se superposer à l'écho peut alors être filtrée spectralement. Ceux qui relaxent vers le métastable sont filtrés par la filtre monomode à l'entrée du détecteur. Pour les autres nous avons utilisé un filtre interférentiel RazorEdge dont la transmission a été mesurée grâce au signal d'émission spontanée amplifiée (ASE) large bande provenant d'un amplificateur lumineux à semi-conducteur Toptica (cf figure 6.8).

Seule la transition  $W_1 \leftrightarrow Z_1$  passe, les autres sont filtrées. Pour mesurer le facteur de

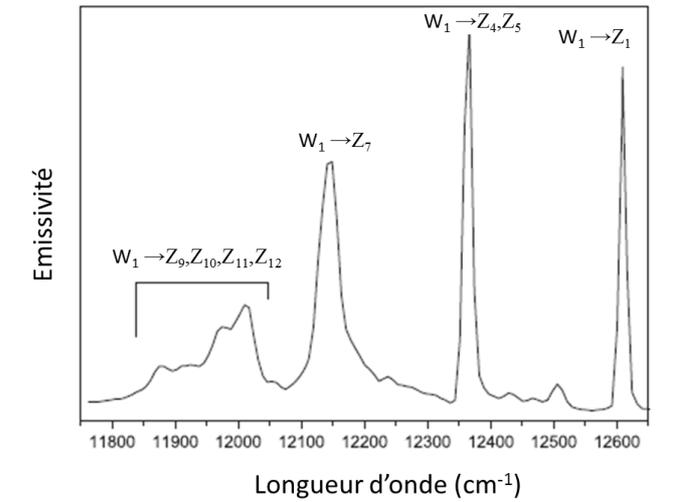


FIGURE 6.7 – Emissivité du  $Tm^{3+} : YAG$  à 12K excité à 784,7 nm [133]. Le niveau excité à cette longueur d'onde relaxe rapidement vers  $W_1$ , qui à son tour se désexcite vers les niveaux de moindre énergie

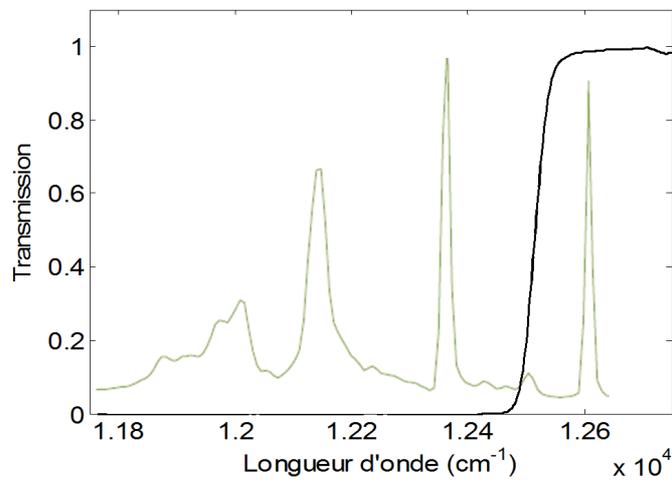


FIGURE 6.8 – Fonction de transfert du filtre RazorEdge. La pente du filtre est très raide (quelques dizaines de  $cm^{-1}$ )

réduction du taux d'émission spontanée, on place les ions  $Tm^{3+}$  dans le niveau excité (à l'aide d'une impulsion  $\pi$ ) et on mesure l'émission spontanée dans le mode du signal, avec et sans filtre, grâce au module SPCM.

Le protocole expérimental est simple : on envoie une impulsion  $\pi$  sur le milieu. On

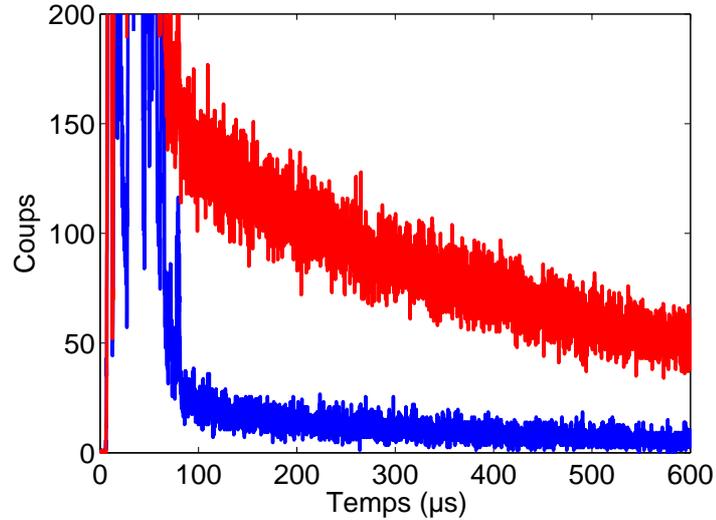


FIGURE 6.9 – Nombre de coups d’émission spontanée mesuré après l’envoi d’une impulsion  $\pi$ . Pour augmenter la statistique, la mesure est répétée un grand nombre de fois. La résolution horizontale est 100 ns. En rouge : sans filtre. En bleu : avec filtre.

compte le nombre de photons spontanés émis par le milieu. On attend 200 ms, un temps long devant le temps de vie du niveau excité et du métastable. Il faut en effet que tous les atomes soient dans le fondamental au début de la séquence. Puis on recommence un grand nombre de fois pour augmenter la statistique. Le résultat de cette mesure est présenté sur la figure 6.9. Le taux d’émission spontanée, dans le mode du signal, est réduit d’un facteur 7.4 (mesuré par un ajustement des courbes de la figure 6.9. Sachant que la transmission du filtre est très proche de 1 pour la longueur d’onde du laser ( $12604.32 \text{ cm}^{-1}$ ), il permet de multiplier le rapport signal/bruit du protocole par 7.4.

### Taux d’émission spontanée

On mesure le taux d’émission spontanée juste après excitation par une impulsion rephasante, en fonction de l’épaisseur optique.

La figure 6.10a) présente le nombre de photons captés dans le mode du signal pendant  $1 \mu\text{s}$  juste après l’excitation par une impulsion forte, en fonction de l’épaisseur optique. Le filtre RazorEdge est en place. On ne capte donc que les photons de fréquence proche de la fréquence laser. La figure 6.10b) présente les taux calculés à partir de la formule 6.8, appliquée aux profils d’absorption mesurés en régime classique, tels que présentés sur les figures 5.12 et 5.13. On voit que la formule 6.8 prédit correctement, de manière qualitative, les taux observés. Ceci est surprenant car elle ne doit être valable qu’à faible épaisseur optique. Pour des épaisseurs optiques plus élevées, les formules 6.10 et 6.11 pré-

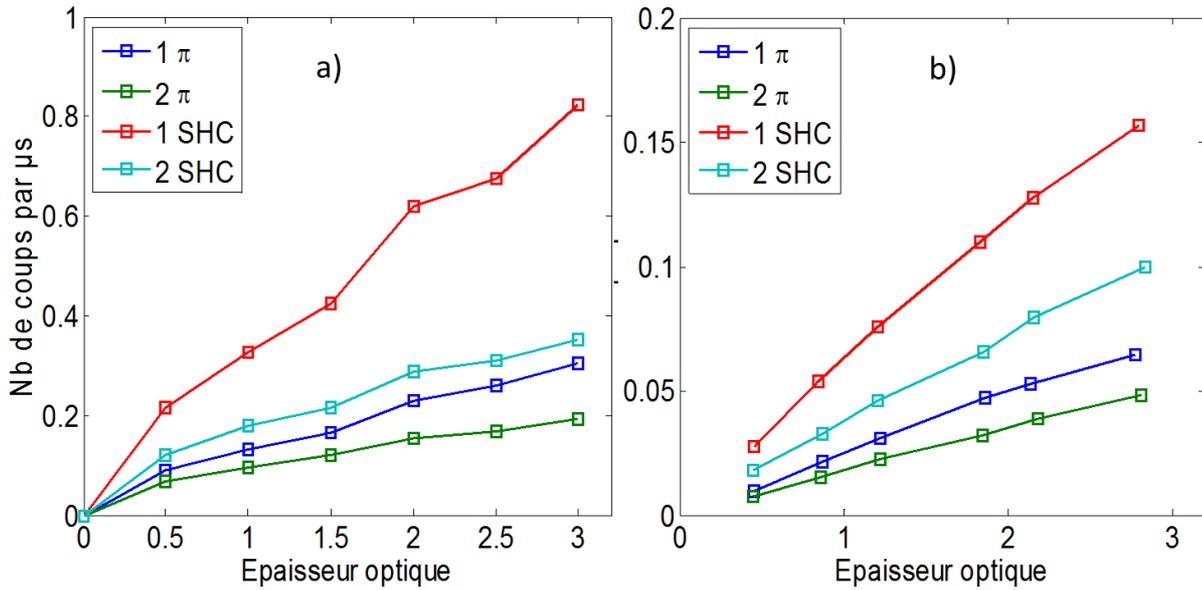


FIGURE 6.10 – Nombre de photons spontanés par  $\mu\text{s}$  après une ou deux impulsions rephasantes. Les impulsions  $\pi$  durent  $2 \mu\text{s}$ . Pour les SHC :  $\beta/2\pi = 120 \text{ kHz}$  et  $\mu = 2$ . a) Taux mesurés par comptage de photons. Le taux à l'origine est obtenu grâce à un ajustement exponentiel du signal d'émission spontanée. b) les courbes calculées par la formule 6.8 à partir des profils de population mesurés en régime classique

disent une évolution exponentielle du taux d'émission spontanée avec l'épaisseur optique, que l'on n'observe pas. Ceci s'explique certainement par l'inhomogénéité spatiale de l'intervalle spectral retourné. Celui-ci s'affine le long du cristal et les zones proches de l'entrée du cristal contiennent moins d'atomes dans l'état excité et émettent moins de photons spontanés.

Même si l'accord qualitatif est bon, le calcul basé sur les profils d'absorption mesurés prédit un taux d'émission spontanée plus faible que le taux mesuré, comme le montre la comparaison des figures 6.10a) et 6.10b). Ce taux est environ 5 fois supérieur au taux prédit. Nous n'avons pas pour l'instant d'explication à ce désaccord.

### Rapport signal/bruit total

Les sections précédentes se sont uniquement intéressées au bruit dû à l'émission spontanée. Le ROSE présente aussi l'avantage de permettre la séparation des modes spatiaux du signal et des impulsions rephasantes. Néanmoins, ces impulsions contiennent énormément de photons ( $\approx 10^{12}$  pour une impulsion  $\pi$ ). A la sortie du cristal, elles sont suivies d'un signal cohérent (FID, 2PE...), lui aussi très intense. Ses réflexions sur les vitres du

cryostat, ou sur le cristal, peuvent se superposer à l'écho du signal. Seule l'expérience peut nous permettre d'évaluer cet effet, et la faisabilité du ROSE à l'échelle du photon unique.

Nous avons donc mis en œuvre une séquence de ROSE en régime de comptage de photons présentée sur la figure 6.11

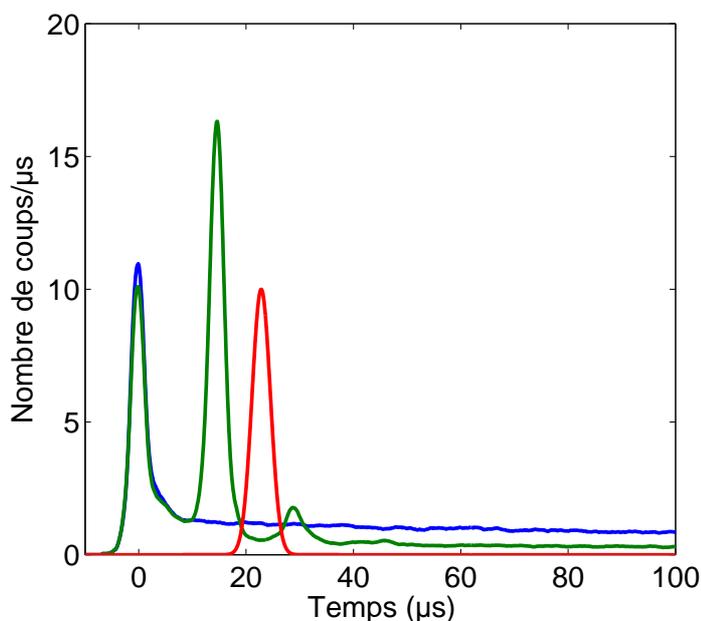


FIGURE 6.11 – Séquence de ROSE en photon unique. Il n'y a pas de signal, l'objectif étant d'évaluer le bruit pendant la durée de celui-ci. Pour cela, on le suppose gaussien et on intègre le bruit de photons pondéré par son enveloppe (courbe théorique en rouge). En bleu, le bruit de photons obtenu avec une seule impulsion rephasante. En vert avec deux impulsions. Ces impulsions sont ici des SHC avec  $\beta/2\pi = 120$  kHz et  $\mu = 2$ .

On observe que les deux SHC sont suivies d'un bruit de photons cohérent, avec un écho de type 2PE (qui se produit pour des SHC à  $\mu$  petit). Pour agir sur le bruit dû aux réflexions parasites, on joue sur l'inclinaison du cristal et la position du faisceau dans le cristal, pour éviter ses imperfections. L'intégration du bruit dans la fenêtre temporelle de l'écho est tracée en fonction de l'épaisseur optique sur la figure 6.12

On observe que le ROSE permet un gain par rapport au 2PE car le bruit en ROSE est moins important que le bruit après une impulsion  $\pi$ . Ces valeurs de bruit restent néanmoins trop importantes pour l'obtention d'un rapport signal/bruit inférieur à 1. En effet, l'efficacité du processus étant de l'ordre de 17% à l'épaisseur optique considérée ( $\alpha L = 1.5$ ) et pour la durée du signal choisie ( $6 \mu s$ ), on collecte, à la sortie de l'échantillon, environ 7 photons de bruit pour un photon de signal.

Plusieurs facteurs expliquent ce faible rapport signal/bruit. Premièrement, le taux

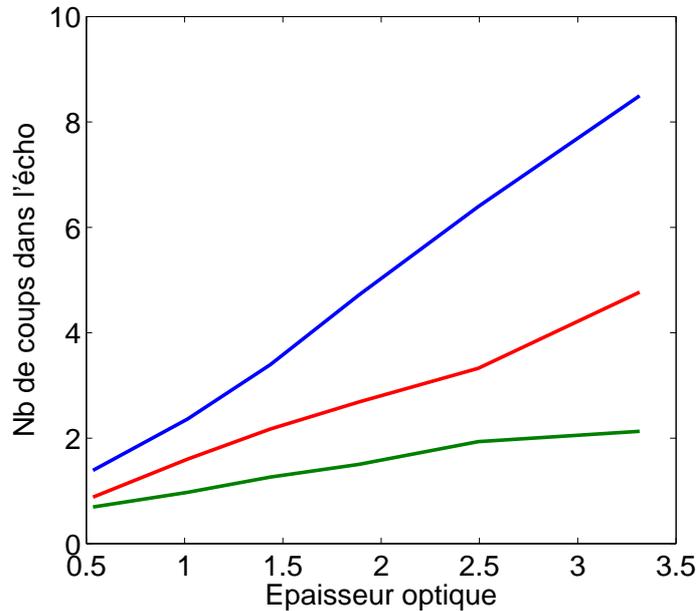


FIGURE 6.12 – Nombre de photons de bruit se superposant au signal en fonction de l'épaisseur optique. En bleu : le bruit d'émission spontanée après une impulsion. En vert : le bruit d'émission spontanée après deux impulsions. En rouge : le bruit total obtenu en séquence de ROSE

d'émission spontanée est supérieur au taux attendu, comme démontré précédemment, que ce soit après une ou deux impulsions rephasantes. De plus, cette expérience préliminaire a été réalisée dans des conditions qui ne maximisent pas le rapport signal/bruit. Une étude en fonction des paramètres des SHC et une comparaison rigoureuse avec le cas des impulsions  $\pi$  doit être menée. Même si l'utilisation de filtres (RazorEdge) fait sensiblement baisser le niveau de bruit d'émission spontanée, ils n'affectent pas le bruit cohérent. Enfin, la mauvaise qualité du double retournement laisse un résidu de population non négligeable dans le niveau excité, auquel s'ajoutent les atomes du bord de l'intervalle. Pomper ceux-ci vers un niveau relais pourrait être une amélioration à envisager, tout comme essayer de réaliser la production de l'écho vers l'arrière qui amènerait une meilleure efficacité, ainsi qu'une disposition spatiale dont on ignore l'effet sur le bruit cohérent.

# Conclusion générale

Ce mémoire de thèse présente les travaux effectués en vue du stockage de lumière non classique dans un cristal de  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ .

L'AFC (Atomic Frequency Comb) exploite très bien le potentiel multimode des REIC (Cristaux dopés aux ions de Terre Rare. Le nombre de modes temporels que l'on peut enregistrer simultanément dans le système lors d'un processus AFC est indépendant de l'épaisseur optique. Il est égal au nombre de dents du peigne que l'on peut graver. Nous avons démontré expérimentalement au cours de cette thèse le stockage de plus de 1000 modes temporels, sur une bande passante d'environ 1 GHz. Cette large bande passante nous a été accessible par une méthode de pompage originale, basée uniquement sur la modulation de la fréquence du laser de pompe. Cette méthode permet de maintenir le laser allumé pendant toute la séquence et de profiter de toute l'énergie lumineuse disponible pour pomper le milieu. Par un ajustement du champ magnétique statique et des éclatements hyperfins qui en résultent, nous avons pu creuser une structure d'absorption plus large que ces éclatements. Pour plusieurs raisons dont il est difficile d'évaluer l'impact exact, le contraste de la structure creusée est faible, limitant l'efficacité d'écho à 1% environ.

Nous avons travaillé sur l'efficacité du protocole. Celle-ci dépend fortement de l'épaisseur optique initiale du matériau, modérée (environ 4-5) pour notre cristal de  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ . De nombreux travaux visent à augmenter artificiellement cette épaisseur optique pour un cristal donné, par double ou multiple passage en cavité optique [134, 122]. Cette voie, encore à explorer, présente de nombreuses difficultés expérimentales. Sans modifier l'épaisseur optique de notre cristal, nous avons pu montrer un gain important en efficacité grâce à la modification de la forme des dents du peigne. Des pics d'absorption carré, dont nous avons montré qu'ils sont optimaux, nous ont permis d'atteindre une efficacité d'écho (vers l'avant) de 17%, contre 10% en pics lorentziens. Cette nette amélioration provient d'un meilleur rephasage dû, à épaisseur optique moyenne égale, à une moindre dispersion des fréquences de résonance des atomes des pics pour la forme carrée.

Parallèlement à ces travaux, nous avons remis en question l'interprétation courante de l'AFC comme protocole d'absorption. Nous avons mis en avant le rôle prédominant

## CONCLUSION GÉNÉRALE

(très largement aux grandes efficacités) des effets dispersifs, résultats de l'interaction non-résonnante entre les atomes des pics et les composantes spectrales du signal, très majoritairement hors des pics.

Durant les derniers mois de cette thèse, nous avons étudié un nouveau protocole de mémoire quantique, proposé dans notre groupe, et baptisé ROSE (Revival Of Silenced Echo). Il présente plusieurs avantages sur l'AFC, dont il essaie de combler les lacunes. Malgré des performances correctes en termes d'efficacité, l'AFC souffre de l'élimination d'une grande partie des atomes lors de l'étape de préparation du peigne. Cette élimination réduit considérablement la capacité d'absorption du milieu, indispensable à une bonne efficacité de diffraction. Le ROSE ne requiert pas d'étape de préparation. Au moment de l'arrivée du signal, le milieu dispose de toute sa capacité d'absorption. Les résultats en termes d'efficacité sont donc en théorie bien meilleurs pour le ROSE, à épaisseur optique initiale égale. Le ROSE ne nécessite pas non plus de niveau relais pour stocker les atomes éliminés. Alors que l'AFC, dans sa version complète, nécessite 3 sous-niveaux dans le fondamental, le ROSE n'en requiert que 2. Il s'ouvre alors à une plus large gamme de matériaux que l'AFC. Le ROSE et l'AFC partagent leur aspect fortement multimode.

Nous avons effectué une analyse expérimentale préliminaire du ROSE dans le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ . Nous sommes cependant confrontés à la qualité des deux inversions de population, garantes d'un faible résidu de population lors de la production de l'écho, donc d'un faible niveau de bruit. L'inversion s'avère moyenne (environ 75% de la population est retournée au maximum), avec des impulsions  $\pi$  et des SHC (Sécante Hyperbolique Complexe), même à faible épaisseur optique où les effets de propagation sont pourtant négligeables. Les résultats sont meilleurs avec des SHC plus longues ( $\beta$  petit). Mais la relaxation des cohérences fait alors chuter l'efficacité du processus, car la séquence totale devient trop longue. Même si les recherches sont à approfondir, il semble difficile d'obtenir un bon rapport signal/bruit en ROSE dans le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ , qui ne présente pas un produit couplage au champ - durée de vie des cohérences optiques suffisant.

La recherche d'une parfaite combinaison système-protocole en vue de la réalisation d'une mémoire quantique efficace et multimode n'est pas finie. Il n'existe pas de matériau dans lequel tous les paramètres (efficacité, fidélité, bande passante, aspect multimode, temps de stockage) sont satisfaisants, que l'on utilise le CRIB (Controlled Reversible Inhomogeneous Broadening), l'AFC ou l'EIT. Seule la fidélité (conditionnelle) est en général très bonne (supérieure à 90%). Ceci vient du fait que les effets de décohérence n'affectent pas la fidélité, mais seulement l'efficacité du processus dans les ensembles atomiques [11, 135].

Les autres paramètres ont été optimisés indépendamment. Le GEM a permis d'obtenir une efficacité de 69% dans un cristal de  $\text{Pr}^{3+}:\text{YSO}$  [89], puis une variante du GEM, adapté à un système à 3 niveaux et offrant un stockage direct dans les cohérences Raman,

a permis d'atteindre 85% dans une vapeur chaude de Rb [136]. Mais de telles efficacités ont été obtenues pour des bandes passantes limitées et un temps de stockage court (respectivement 1.6 MHz et 1.3  $\mu$ s pour [89], et environ 1 MHz et 2.3  $\mu$ s pour [136]). L'efficacité maximale de l'AFC obtenue expérimentalement est 35% [120]

Nous avons obtenu une bande passante de 1 GHz, qui nous a permis de stocker plus de 1000 modes temporels avec l'AFC dans le  $\text{Tm}^{3+}$ :YAG. Mais cette performance s'accompagne d'une efficacité réduite (1%) (pour des raisons techniques). Il semble très difficile de mettre en place le protocole complet (avec transfert dans les cohérences Raman) dans ces conditions puisque cette bande passante dépasse largement les éclatements hyperfins.

Le temps de stockage a lui aussi été optimisé. Utilisant l'EIT dans un cristal de  $\text{Pr}^{3+}$ :YSO, Longdell *et al.* ont réussi à enregistrer une impulsion lumineuse pendant quelques secondes [73]. Mais une faible épaisseur optique limite l'efficacité à environ 1%. L'EIT enregistre l'information directement dans les cohérences Raman. Le GEM et l'AFC l'enregistrent dans les cohérences optiques. On doit alors transférer l'excitation vers les cohérences Raman pour obtenir un temps de stockage plus long, puis les transférer à nouveau vers les cohérences optiques pour la restitution. Des techniques de rephasage et l'application de champs magnétiques extérieurs peuvent faire monter la durée de vie de l'information dans les cohérences Raman jusqu'à la seconde. L'AFC complet a été réalisé expérimentalement dans le  $\text{Pr}^{3+}$ :YSO [105], puis dans  $\text{Eu}^{3+}$ :YSO [121], avec des efficacités totales en deçà de 1%. L'efficacité du double transfert est d'environ 10%, diminuant donc d'un facteur 10 l'efficacité totale. Le GEM complet n'a pas été réalisé, mais son adaptation aux systèmes à 3 niveaux utilise les cohérences de spin pour le stockage.

La réalisation d'une mémoire quantique est donc toujours un défi. L'AFC et le GEM, protocoles dominants dans les REIC, n'ont pas encore offert de solution satisfaisante. Le ROSE semble prometteur mais doit être étudié pour estimer son potentiel.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

# Annexe A

## Interaction Lumière-Atomes

On veut décrire l'interaction entre un champ électromagnétique et un ensemble d'atomes ou d'ions. Chaque atome est considéré comme un système à deux niveaux, un niveau fondamental  $|a\rangle$  et un niveau excité  $|b\rangle$ , reliés par une transition dipolaire électrique de fréquence  $\omega_{ab}$ . Le milieu est dilué (vapeur, ions de terres rares en matrice cristalline). On considère donc que la réponse d'un atome à un champ lumineux ne dépend pas de l'état des autres atomes. Ainsi l'état de l'ensemble des atomes sera le produit tensoriel des états individuels de chaque atome. Cependant ceux-ci interagissent entre eux par l'intermédiaire du champ. Notre approche est semi-classique, le champ lumineux n'est pas quantifié.

### A.1 Réponse des atomes à un champ lumineux

#### A.1.1 Evolution d'un ensemble d'atomes en l'absence de champ

##### Atome isolé

On écrit l'état général d'un atome :

$$|\psi(t)\rangle = a(t) |a\rangle + b(t) |b\rangle \quad (\text{A.1})$$

En l'absence de champ lumineux, le hamiltonien de l'atome s'écrit :

$$H_0 = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \omega_{ab} \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

L'évolution de l'état de l'atome est déterminée par l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = H(t) |\psi(t)\rangle \quad (\text{A.3})$$

La résolution de cette équation donne, pour l'atome libre :

$$|\psi(t)\rangle = a(0)|a\rangle + b(0)e^{-i\omega_{ab}t}|b\rangle \quad (\text{A.4})$$

La probabilité  $P_a(t) = |a(t)|^2 = |a(0)|^2$  de détecter l'atome dans l'état  $|a\rangle$  et la probabilité  $P_b(t) = |b(t)|^2 = |b(0)|^2$  de détecter l'atome dans l'état  $|b\rangle$  sont constantes. Cette description néglige l'interaction de l'atome avec son environnement. Leur couplage nécessite de changer de formalisme. En effet seul le système complet (atome+environnement) peut être décrit par un vecteur d'état. L'état de l'atome seul ne peut plus être représenté par un ket  $|\psi(t)\rangle$ . On peut cependant le décrire par un opérateur appelé matrice densité.

### Couplage avec l'environnement : matrice densité

Dans le cas d'un atome isolé, décrit par un vecteur  $|\psi(t)\rangle$ , la matrice densité est définie par :

$$\rho(t) = |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)| = \begin{pmatrix} \rho_{aa} & \rho_{ab} \\ \rho_{ba} & \rho_{bb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |a(t)|^2 & a(t)b^*(t) \\ b(t)a^*(t) & |b(t)|^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Les termes diagonaux, appelées populations, représentent la probabilité qu'un atome soit détecté dans un niveau ou l'autre. Leur somme vaut 1. Les termes non-diagonaux, appelées cohérences et conjugués complexes l'un de l'autre, représentent l'état de superposition de l'atome. Pour un atome isolé, l'équation de Schrödinger s'écrit, dans ce formalisme :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho = [H, \rho] \quad (\text{A.6})$$

et sa résolution aboutit à l'évolution suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{aa}(t) = Cste = \rho_{aa}(0) \end{array} \right. \quad (\text{A.7})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{bb}(t) = Cste = \rho_{bb}(0) \end{array} \right. \quad (\text{A.8})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{ba}(t) = \rho_{ba}(0)e^{-i\omega_{ab}t} \end{array} \right. \quad (\text{A.9})$$

L'interaction avec un environnement fluctuant se modélise par un terme de relaxation dans l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho = [H, \rho] + i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t}_{relax} \quad (\text{A.10})$$

Le formalisme de l'opérateur densité permet donc de découpler la relaxation des populations et celle des cohérences. Il permet ainsi de décrire des situations où la cohérence de l'atome a été détruite par l'intrication à l'environnement ( $\rho_{ab} = 0$ ). Le système est alors passé de N atomes dans un état de superposition  $|\psi\rangle = a|a\rangle + b|b\rangle$  à un mélange statistique de  $|a|^2$  atomes dans  $|a\rangle$  et  $|b|^2$  dans  $|b\rangle$ . Les termes de relaxation sont considérés

comme constants. Le terme de relaxation de  $\rho_{bb}$  se note  $\gamma_p = 1/T_1$  où  $T_1$  est la durée de vie du niveau  $|b\rangle$ . Cette relaxation se fait par émission spontanée ou par désexcitation non radiative. Le terme de relaxation de  $\rho_{ab}$  se note  $\gamma_{ab} = \gamma_{opt} = 1/T_2$  où  $T_2$  est la durée de vie des cohérences de la transition. Cette relaxation est due à l'émission spontanée, aux interactions entre ions et avec le milieu (diffusion de phonons,...). On obtient finalement le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\rho_{bb} = -\gamma_p\rho_{bb} & \text{(A.11)} \\ \frac{d}{dt}\rho_{ba} = -(i\omega_{ab} + \gamma_{ab})\rho_{ba} & \text{(A.12)} \end{cases}$$

ce qui amène à l'évolution suivante :

$$\begin{cases} \rho_{bb}(t) = \rho_{bb}(0)e^{-\gamma_p t} & \text{(A.13)} \\ \rho_{ba}(t) = \rho_{ba}(0)e^{-(i\omega_{ab} + \gamma_{ab})t} & \text{(A.14)} \end{cases}$$

## A.1.2 Interaction avec un champ électrique

### Hamiltonien d'interaction et approximations

L'atome interagit avec le champ par couplage dipolaire électrique. Dans le cadre de cette approximation, le hamiltonien d'interaction s'écrit :

$$V(z, t) = -\vec{D} \cdot \vec{E}(z, t) \quad \text{(A.15)}$$

où  $\vec{D}$  est l'opérateur moment dipolaire de l'atome. Cet opérateur est antidiagonal. Dans la base  $\{|a\rangle, |b\rangle\}$  le hamiltonien total s'écrit ainsi :

$$H(t) = H_0 + V = \begin{pmatrix} 0 & -\vec{d}_{ab} \cdot \vec{E}(z, t) \\ -\vec{d}_{ab} \cdot \vec{E}(z, t) & \hbar\omega_{ab} \end{pmatrix} \quad \text{(A.16)}$$

où  $d_{ab}$  est le moment dipolaire de la transition  $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle$  de l'atome, c'est-à-dire l'élément de matrice de l'opérateur  $\vec{D}$  entre ces deux états. On le suppose réel. Ce moment est lié au dipôle moyen de l'atome par la relation :

$$\langle \vec{D} \rangle = Tr(\rho \vec{D}) = 2\Re e(\vec{d}_{ab}\rho_{ab}) \quad \text{(A.17)}$$

Le champ lumineux s'écrit :

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0(z, t) \cos(\omega_L t - \varphi(z, t)) = \frac{1}{2} (\vec{\mathcal{A}}(z, t)e^{i\omega_L t} + \vec{\mathcal{A}}(z, t)^* e^{-i\omega_L t}) \quad \text{(A.18)}$$

avec l'amplitude complexe  $\vec{\mathcal{A}}(z, t) = \vec{E}_0(z, t)e^{i\varphi(z, t)}$ . On définit  $\vec{\mathcal{E}}^+(z, t) = \frac{1}{2}\vec{\mathcal{A}}(z, t)e^{i\omega_L t}$  comme la composante positive du champ  $\vec{E}(z, t)$  :

$$\vec{E}(z, t) = \vec{\mathcal{E}}^+(z, t) + \vec{\mathcal{E}}^-(z, t) \quad \text{(A.19)}$$

avec

$$\vec{\mathcal{E}}^-(z, t) = \left( \vec{\mathcal{E}}^+(z, t) \right)^* \quad (\text{A.20})$$

Pour un champ réel :  $\vec{E}(z, -\omega) = \left( \vec{E}(z, \omega) \right)^*$ . Toute l'information sur le champ est donc contenue dans ses fréquences positives. La décomposition précédente n'est pas en toute rigueur une séparation entre fréquences positives et négatives. Cependant le spectre des champs optiques utilisés est constitué de deux pics fins (d'une largeur au plus de l'ordre du GHz) centrés respectivement sur  $\omega_L$  et  $-\omega_L$ , de l'ordre de 100THz A.1. Cette différence d'ordre de grandeur implique que  $\vec{\mathcal{E}}^+(z, t)$  et  $\vec{\mathcal{E}}^-(z, t)$  ne contiennent que des fréquences respectivement positives et négatives. On note

$$\Omega = \frac{\vec{d}_{ab} \cdot \vec{\mathcal{A}}}{\hbar} \quad (\text{A.21})$$

la fréquence de Rabi du système. On passe dans le référentiel tournant à  $\omega_L$ . On va alors travailler directement sur les amplitudes des grandeurs. On écrit alors le hamiltonien

$$H = H_{ref} + H' \quad (\text{A.22})$$

où la matrice tournante  $H_{ref}$  s'écrit :

$$H_{ref} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \omega_L \end{pmatrix} \quad (\text{A.23})$$

Les différents opérateurs subissent les transformations suivantes, en posant  $\delta_{ab} = \omega_{ab} - \omega_L$  :

$$H \rightarrow \tilde{H} = e^{\frac{i}{\hbar} H_{ref} t} H' e^{-\frac{i}{\hbar} H_{ref} t} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2}(\Omega + \Omega^* e^{-2i\omega_L t}) \\ -\frac{1}{2}(\Omega e^{2i\omega_L t} + \Omega^*) & \delta_{ab} \end{pmatrix} \quad (\text{A.24})$$

$$\rho \rightarrow \tilde{\rho} = e^{\frac{i}{\hbar} H_{ref} t} \rho e^{-\frac{i}{\hbar} H_{ref} t} = \begin{pmatrix} \rho_{aa} & \rho_{ab} e^{-i\omega_L t} \\ \rho_{ba} e^{i\omega_L t} & \rho_{bb} \end{pmatrix} \quad (\text{A.25})$$

Le passage dans le référentiel tournant met en évidence les fréquences d'oscillations des différents termes du hamiltonien. On fait l'approximation de l'onde tournante qui consiste à négliger l'effet des termes oscillant rapidement à  $2i\omega_L t$ . On obtient alors le hamiltonien d'interaction :

$$\tilde{H} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2}\Omega \\ -\frac{1}{2}\Omega^* & \delta_{ab} \end{pmatrix} \quad (\text{A.26})$$

### Equations de Bloch optiques

Dans le référentiel tournant l'équation de Schrödinger devient :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \tilde{\rho} = [\tilde{H}, \tilde{\rho}] \quad (\text{A.27})$$

On obtient le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt}\rho_{bb} = -\frac{i}{2}(\Omega\tilde{\rho}_{ba} - \Omega^*\tilde{\rho}_{ab}) - \gamma_p\rho_{bb} \\ \frac{d}{dt}\rho_{aa} = -\frac{d}{dt}\rho_{bb} \\ \frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{ab} = -\frac{i}{2}\Omega(\rho_{aa} - \rho_{bb}) + (i\delta_{ab} - \gamma_{ab})\tilde{\rho}_{ab} \\ \frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{ba} = \frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{ab}^* \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(A.28)} \\ \text{(A.29)} \\ \text{(A.30)} \\ \text{(A.31)} \end{array}$$

On peut ainsi calculer l'évolution de la différence de population :  $n_{ab} = \rho_{aa} - \rho_{bb}$  et de l'enveloppe complexe du dipôle atomique  $\mathcal{D} = 2d_{ab}\tilde{\rho}_{ab}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt}n_{ab} = -i(\Omega\tilde{\rho}_{ba} - \Omega^*\tilde{\rho}_{ab}) - \gamma_p(n_{ab} - 1) \\ \frac{d}{dt}\vec{\mathcal{D}} = i\vec{d}_{ab}\Omega n_{ab} + (i\delta_{ab} - \gamma_{ab})\vec{\mathcal{D}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(A.32)} \\ \text{(A.33)} \end{array}$$

Ces deux systèmes équivalents sont appelés équations de Bloch optiques.

Dans le cas où le dipôle se relaxe rapidement, ou lorsqu'on atteint le régime permanent pour l'évolution des cohérences (c'est-à-dire au bout d'un temps plus long que  $1/\gamma_{ab}$ ), on peut déduire des équations précédentes l'évolution des populations atomiques. On néglige dans l'équation A.30 le terme  $\frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{ab}$  car  $\frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{ab} \ll \gamma_{ab}\tilde{\rho}_{ab}$  ce qui fait que les cohérences suivent adiabatiquement l'évolution des populations :

$$\tilde{\rho}_{ab} = \frac{i}{2} \frac{\Omega n_{ab}}{i\delta_{ab} - \gamma_{ab}} \quad \text{(A.34)}$$

ce qui amène à l'équation de taux suivante :

$$\frac{d}{dt}\rho_{bb} = \frac{1}{2}\Omega^2 n_{ab} \frac{\gamma_{ab}}{\delta_{ab}^2 + \gamma_{ab}^2} - \gamma_p\rho_{bb} \quad \text{(A.35)}$$

Cette équation est utile lorsque l'on fait du pompage optique incohérent.

## Equations de Bloch intégrales et excitation des atomes par une impulsion lumineuse faible

Les équations de Bloch A.30 et A.32 peuvent s'écrire sous forme intégrale :

$$\left\{ \begin{array}{l} n_{ab}(t) = 1 + (n_{ab}(t_0) - 1)e^{-\gamma_p(t-t_0)} + i \int_{t_0}^t (\Omega\rho_{ba} - \Omega^*\rho_{ab}) e^{-\gamma_p(t-t')} dt' \\ \tilde{\rho}_{ab}(t) = \tilde{\rho}_{ab}(t_0)e^{(i\delta_{ab}-\gamma_{ab})(t-t_0)} - \frac{i}{2} \int_{t_0}^t \Omega n_{ab} e^{(i\delta_{ab}-\gamma_{ab})(t-t')} dt' \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(A.36)} \\ \text{(A.37)} \end{array}$$

Ces équations intégrales permettent de calculer la réponse des atomes à une impulsion faible de manière perturbative. Initialement on a :

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{ab}(-\infty) &= 0 \\ n_{ab}(-\infty) &= n_{ab}^0 \end{aligned}$$

Le système est dans son état fondamental. Supposons l'impulsion centrée en  $t = 0$  et de durée  $t_s$  courte devant le temps de relaxation des cohérences. A un temps  $t$  tel que  $t \gg t_s$ , un atome dont la fréquence de résonance est désaccordée de  $\delta_{ab}$  vérifiera :

$$\tilde{\rho}_{ab}(\delta_{ab}, t) = -\frac{i}{2} \int_{-\infty}^t \Omega(t') n_{ab}(t') e^{(i\delta_{ab} - \gamma_{ab})(t-t')} dt' \quad (\text{A.38})$$

$$= -\frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(t') n_{ab}^0 e^{(i\delta_{ab} - \gamma_{ab})(t-t')} dt' \quad (\text{A.39})$$

$$= -\frac{i}{2} n_{ab}^0 e^{(i\delta_{ab} - \gamma_{ab})t} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(t') e^{\gamma_{ab}t'} e^{-i\delta_{ab}t'} dt' \quad (\text{A.40})$$

On voit que si on néglige la relaxation des cohérences pendant l'interaction avec l'impulsion incidente, on obtient :

$$\tilde{\rho}_{ab}(\delta_{ab}, t) = -\frac{i}{2} e^{(i\delta_{ab} - \gamma_{ab})t} n_{ab}^0 \tilde{\Omega}(\delta_{ab}) \quad (\text{A.41})$$

où

$$\tilde{\Omega}(\delta) = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(t') e^{-\delta t'} dt' \quad (\text{A.42})$$

Ce calcul est fait en régime linéaire, c'est-à-dire à l'ordre 1 en  $\Omega$ . On a en effet supposé que les populations atomiques n'étaient pas modifiées. Cette expression montre qu'on inscrit le spectre du champ dans les cohérences. Ce «mapping» est résonnant si l'on néglige la relaxation des cohérences durant l'interaction avec le champ.

Pour regarder l'effet de l'impulsion sur les populations, il faut pousser le développement à l'ordre 2. En injectant A.38 dans l'équation A.36 on trouve et en négligeant la relaxation du niveau excité, au temps  $t$  :

$$\begin{aligned} n_{ab}(t) &= n_{ab}^0 \left( 1 - \frac{1}{2} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{t'} (\Omega^*(t') \Omega(t'') e^{(i\delta_{ab} - \gamma_{ab})(t'-t'')} + cc) dt' dt'' \right) \\ &= n_{ab}^0 \left( 1 - \frac{1}{2} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{t'} (\Omega^*(t') \Omega(t'') e^{-\gamma_{ab}|t'-t''|} e^{i\delta_{ab}(t'-t'')} + cc) dt' dt'' \right) \\ &= n_{ab}^0 \left( 1 - \frac{1}{4} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t (\Omega^*(t') \Omega(t'') e^{-\gamma_{ab}|t'-t''|} e^{i\delta_{ab}(t'-t'')} + cc) dt' dt'' \right) \end{aligned}$$

car l'expression précédente est symétrique en  $t'$  et  $t''$ . On trouve ainsi, en étendant les bornes d'intégration (ce qui ne change quasiment pas la valeur de l'intégrale) et en faisant le changement de variable  $t'' \rightarrow t' + t''$  :

$$\begin{aligned} n_{ab}(t) &= n_{ab}^0 \left( 1 - \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\Omega^*(t') \Omega(t' + t'') e^{-\gamma_{ab}|t''|} e^{-i\delta_{ab}(t'')} + cc) dt' dt'' \right) \\ &= n_{ab}^0 \left( 1 - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^*(t') \Omega(t' + t'') dt' \right) e^{-\gamma_{ab}|t''|} e^{-i\delta_{ab}(t'')} dt'' \right) \end{aligned}$$

car l'expression intégrée est réelle et est donc égale à son complexe conjugué. On obtient la transformée de Fourier d'un produit, égale au produit de convolution des transformées de Fourier :

$$n_{ab}(t) = n_{ab}^0 \left( 1 - \frac{1}{2} \left| \tilde{\Omega}(\delta_{ab}) \right|^2 * \frac{\gamma_{ab}}{\pi(\delta_{ab}^2 + \gamma_{ab}^2)} \right) \quad (\text{A.43})$$

Cette expression montre qu'en envoyant un champ faible sur un milieu inhomogène, on grave son spectre dans les populations atomiques, avec une résolution en écriture limitée par la largeur homogène.

## A.2 Réponse radiative des atomes

Le champ excite les atomes qui, à leur tour, rayonnent un champ qui s'ajoute au champ initial.

### A.2.1 Densité de polarisation induite

La polarisation induite dans un volume  $dV$  est la somme des dipôles atomiques individuels induits. Cette polarisation est un opérateur quantique, on doit en prendre la moyenne pour connaître la polarisation classique. On note  $G(\omega_{ab})$  la densité spectrale et spatiale d'atomes de fréquence de transition  $\omega_{ab}$ . Ainsi :

$$\vec{P} = \frac{1}{dV} \left\langle \sum_{\text{atome } i} \vec{d}_i \right\rangle \quad (\text{A.44})$$

$$= \frac{1}{dV} \sum_{dV} \Re e(2\vec{d}_{ab}\rho_{ba}) \quad (\text{A.45})$$

$$= \vec{d}_{ab} \int G(\omega_{ab}) [\rho_{ba} + \rho_{ba}] d\omega_{ab} \quad (\text{A.46})$$

On intègre symboliquement l'équation A.30 :

$$\begin{aligned} \rho_{ab}(z, t) &= \tilde{\rho}_{ab}(z, t) e^{i\omega_L t} \\ &= -\frac{i}{2} e^{i\omega_L t} \int_{-\infty}^t \Omega(z, t') n_{ab}(\vec{r}, t') e^{(i\delta_{ab} - \gamma_{ab})(t-t')} dt' \\ &= -\frac{i}{2} \int_{-\infty}^t \Omega(z, t') e^{i\omega_L t'} n_{ab}(z, t') e^{(i\omega_{ab} - \gamma_{ab})(t-t')} dt' \\ &= -\frac{i}{2} \frac{\vec{d}_{ab}}{\hbar} \cdot \int_{-\infty}^t \vec{\mathcal{A}}(z, t') e^{i\omega_L t'} n_{ab}(z, t') e^{(i\omega_{ab} - \gamma_{ab})(t-t')} dt' \\ &= -\frac{i}{2} \frac{\vec{d}_{ab}}{\hbar} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \vec{\mathcal{E}}^+(z, t') n_{ab}(z, t') H(t-t') e^{(i\omega_{ab} - \gamma_{ab})(t-t')} dt' \\ &= \left( -\frac{i}{2} H(t) \frac{\vec{d}_{ab}}{\hbar} e^{(i\omega_{ab} - \gamma_{ab})t} \right) * (\vec{\mathcal{E}}^+(z, t') n_{ab}(z, t')) \end{aligned}$$

## CHAPITRE A - INTERACTION LUMIÈRE-ATOMES

où  $H(t)$  est la fonction de Heaviside.

On se place en régime linéaire. On considère donc que le champ est suffisamment faible pour ne pas modifier les populations atomiques. Ainsi  $n_{ab}$  est constant et : Ainsi :

$$\rho_{ab}(z, t) = \left( -\frac{i}{2} H(t) n_{ab} \frac{\vec{d}_{ab}}{\hbar} e^{(i\omega_{ab} - \gamma_{ab})t} \right) * \vec{\mathcal{E}}^+(z, t') \quad (\text{A.47})$$

On considère pour simplifier que  $\vec{d}_{ab}$  et  $\vec{E}$  sont colinéaires. Si ce n'est pas le cas, la polarisation est dirigée selon  $\vec{d}_{ab}$  et est réduite d'un facteur  $\frac{\vec{d}_{ab} \cdot \vec{E}}{d_{ab} E}$ . L'équation A.46 amène à la formule suivante pour la polarisation :

$$\vec{P}(z, t) = \epsilon_0 \chi^+(t) * \vec{\mathcal{E}}^+(z, t) + \epsilon_0 \chi^-(t) * \vec{\mathcal{E}}^-(z, t) \quad (\text{A.48})$$

où

$$\begin{cases} \chi^+(t) = -\frac{i}{2} \frac{d_{ab}^2}{\epsilon_0 \hbar} H(t) \int G(\omega_{ab}) n_{ab}(\omega_{ab}) e^{(i\omega_{ab} - \gamma_{ab})t} d\omega_{ab} \\ \chi^-(t) = (\chi^+(t))^* = \frac{i}{2} \frac{d_{ab}^2}{\epsilon_0 \hbar} H(t) \int G(\omega_{ab}) n_{ab}(\omega_{ab}) e^{-(i\omega_{ab} + \gamma_{ab})t} d\omega_{ab} \end{cases} \quad (\text{A.49})$$

Ces résultats ont été établis dans l'approximation de l'onde tournante. Sans cette approximation, on montre que la polarisation s'écrit :

$$\vec{P}(z, t) = \epsilon_0 (\chi^+(t) + \chi^-(t)) * \vec{E}(z, t) \quad (\text{A.51})$$

Ces produits de convolution prennent la forme de produits dans l'espace de Fourier. On utilise la convention suivante :

$$\tilde{f}(\omega) = \int f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{A.52})$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{A.53})$$

Ainsi, dans le domaine spectral, l'équation A.51 s'écrit :

$$\vec{P}(z, \omega) = \epsilon_0 (\chi^+(\omega) + \chi^-(\omega)) \vec{E}(z, \omega) \quad (\text{A.54})$$

$$= \epsilon_0 (\chi^+(\omega) + (\chi^+(-\omega))^*) (\vec{\mathcal{E}}^+(z, \omega) + \vec{\mathcal{E}}^-(z, \omega)) \quad (\text{A.55})$$

avec

$$\chi^+(\omega) = -\frac{d_{ab}^2}{\epsilon_0 \hbar} \int G(\omega_{ab}) n_{ab}(\omega_{ab}) \frac{1}{(\omega - \omega_{ab}) - i\gamma_{ab}} d\omega_{ab} \quad (\text{A.56})$$

La susceptibilité est donc la convolution de la réponse homogène, c'est-à-dire de la réponse individuelle de chaque atome

$$\chi_{hom}^+(\omega) = -\frac{d_{ab}^2}{\epsilon_0 \hbar} \frac{n_{ab}}{(\omega - \omega_{ab}) - i\gamma_{ab}} \quad (\text{A.57})$$

avec le profil inhomogène  $G(\omega_{ab})$ . Lorsque le laser est proche de la résonance, les fonctions  $\chi^+(\omega), \vec{\mathcal{E}}^-(z, \omega)$  et  $\chi^-(\omega), \vec{\mathcal{E}}^+(z, \omega)$  sont piquées autour respectivement de  $\omega_L$  et  $-\omega_L$ . L'approximation de l'onde tournante consiste à négliger dans l'expression A.55 les termes croisés qui ne se superposent quasiment pas et dont le produit est donc quasi-nul (cf fig A.1).

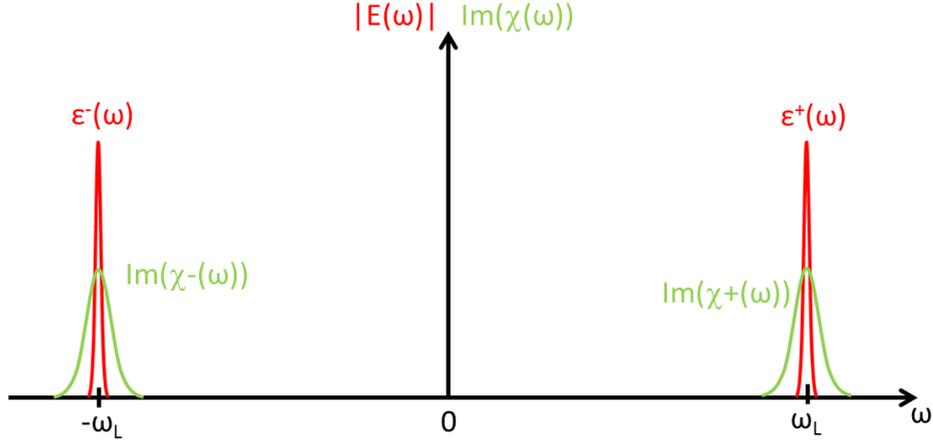


FIGURE A.1 – En rouge, le spectre du champ. En vert la partie imaginaire de la susceptibilité linéaire.

On obtient donc, dans l'approximation :

$$\vec{P}(z, \omega) = \epsilon_0 \left( \chi^+(\omega) \vec{\mathcal{E}}^+(z, \omega) + \chi^-(\omega) \vec{\mathcal{E}}^-(z, \omega) \right) \quad (\text{A.58})$$

ce qui est bien la transformée de Fourier de A.48. Dans l'approximation de l'onde tournante, les composantes positives et négatives de la polarisation s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{P}^+(z, \omega) = \epsilon_0 \chi^+(\omega) \vec{\mathcal{E}}^+(z, \omega) \\ \vec{P}^-(z, \omega) = \epsilon_0 \chi^-(\omega) \vec{\mathcal{E}}^-(z, \omega) \end{array} \right. \quad (\text{A.59})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{P}^+(z, \omega) = \epsilon_0 \chi^+(\omega) \vec{\mathcal{E}}^+(z, \omega) \\ \vec{P}^-(z, \omega) = \epsilon_0 \chi^-(\omega) \vec{\mathcal{E}}^-(z, \omega) \end{array} \right. \quad (\text{A.60})$$

## A.2.2 Propagation du champ

Lorsqu'il se propage à travers le milieu atomique, le champ, qu'on suppose ici être une onde plane scalaire, vérifie l'équation :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (\text{A.61})$$

La polarisation apparaît dans le terme source d'une équation qui, sous forme homogène, sans second membre, décrirait simplement la propagation libre d'une onde progressive. L'équation de Bloch et l'équation d'onde correspondent à deux niveaux différents de

## CHAPITRE A - INTERACTION LUMIÈRE-ATOMES

la description du réel. Tandis que l'équation de Bloch rend compte de l'action du champ électromagnétique sur la matière à l'échelle atomique, l'équation de Maxwell exprime l'évolution du champ à l'échelle macroscopique, typiquement sur une distance très grande à l'échelle de l'atome. Cette équation s'écrit dans le domaine spectral, pour la composante positive du champ :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathcal{E}^+(z, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \mathcal{E}^+(z, \omega) = -\mu_0 \omega^2 \mathcal{P}^+(z, \omega) \quad (\text{A.62})$$

donc, en utilisant A.59 :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathcal{E}^+(z, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} (1 + \chi^+(\omega)) \mathcal{E}^+(z, \omega) = 0 \quad (\text{A.63})$$

La solution générale de cette équation se propageant vers les  $z$  positif s'écrit :

$$\mathcal{E}^+(z, \omega) = \mathcal{E}^+(0, \omega) e^{-i \frac{\omega}{c} \sqrt{1 + \chi^+(\omega)} z} \quad (\text{A.64})$$

$$\approx \mathcal{E}^+(0, \omega) e^{-i \frac{\omega}{c} (1 + \frac{1}{2} \chi^+(\omega)) z} \quad (\text{A.65})$$

en considérant  $\chi^+(\omega) \ll 1$ .

L'approximation de l'enveloppe lentement variable permet d'obtenir une équation d'ordre 1 sur l'enveloppe du champ. On change de notations en sortant la dépendance en  $e^{ik_l z}$  avec ( $k_l = 2\pi/\lambda_L = \omega_L/c$ ) de l'amplitude complexe (on note  $X'$  les amplitudes complexes dans cette convention) :

$$E(z, t) = \frac{1}{2} \left( \mathcal{A}'(z, t) e^{i(\omega_L t - k_l z)} + c.c. \right) \quad (\text{A.66})$$

$$P(z, t) = \frac{1}{2} \left( \mathcal{P}'(z, t) e^{i(\omega_L t - k_l z)} + c.c. \right) \quad (\text{A.67})$$

En injectant les expressions A.66 et A.67 dans l'équation A.61 :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathcal{A}' - ik_l \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{A}' - \frac{1}{2} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathcal{A}' + i \frac{k_l}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{A}' = \mu_0 \left( \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathcal{P}' + i \omega_L \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{P}' - \frac{1}{2} \omega_L^2 \mathcal{P}' \right) \quad (\text{A.68})$$

Les enveloppes varient lentement à l'échelle de la longueur d'onde optique et de la période optique :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{2\pi}{\lambda_L} \frac{\partial}{\partial z} \right| \\ \left| \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right| \ll \left| \omega_L \frac{\partial}{\partial t} \right| \end{array} \right. \quad (\text{A.69})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{2\pi}{\lambda_L} \frac{\partial}{\partial z} \right| \\ \left| \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right| \ll \left| \omega_L \frac{\partial}{\partial t} \right| \end{array} \right. \quad (\text{A.70})$$

L'équation de propagation se simplifie :

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathcal{A}'(z, t) + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{A}'(z, t) = -\frac{i}{2} \frac{k_l}{\epsilon_0} \mathcal{P}'(z, t) \quad (\text{A.71})$$

On passe dans l'espace des fréquences en utilisant le fait que les transformées de Fourier d'un champ complexe et de son amplitude complexe sont reliées par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathcal{E}}^+(z, \omega) = \frac{1}{2} \mathcal{A}'(z, \omega - \omega_L) e^{-ik_l z} \\ \vec{\mathcal{P}}^+(z, \omega) = \frac{1}{2} \mathcal{P}'(z, \omega - \omega_L) e^{-ik_l z} \end{array} \right. \quad (\text{A.72})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathcal{E}}^+(z, \omega) = \frac{1}{2} \mathcal{A}'(z, \omega - \omega_L) e^{-ik_l z} \\ \vec{\mathcal{P}}^+(z, \omega) = \frac{1}{2} \mathcal{P}'(z, \omega - \omega_L) e^{-ik_l z} \end{array} \right. \quad (\text{A.73})$$

Les équations A.59 et A.71 amènent alors à :

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathcal{A}'(z, \omega - \omega_L) + i \frac{\omega - \omega_L}{c} \mathcal{A}'(z, \omega - \omega_L) = -\frac{i \omega_L}{2c} \chi^+(\omega) \mathcal{A}'(z, \omega - \omega_L) \quad (\text{A.74})$$

ce qui se résout :

$$\mathcal{A}'(z, \omega - \omega_L) = \mathcal{A}'(0, \omega - \omega_L) e^{-i(\frac{1}{2} \frac{\omega_L}{c} \chi^+(\omega) + \frac{\omega - \omega_L}{c})z} \quad (\text{A.75})$$

soit, pour le champ :

$$\mathcal{E}^+(z, \omega) = \mathcal{E}^+(0, \omega) e^{-i(\frac{1}{2} \frac{\omega_L}{c} \chi^+(\omega) + \frac{\omega}{c})z} \quad (\text{A.76})$$

On peut écrire :

$$\frac{\omega}{c} + \frac{1}{2} \frac{\omega_L}{c} \chi^+(\omega) = \frac{\omega}{c} \left( 1 + \frac{1}{2} \chi^+(\omega) \right) + \frac{1}{2} \frac{\omega_L - \omega}{c} \chi^+(\omega)$$

Si l'enveloppe est lentement variable,  $\mathcal{E}^+(z, \omega)$  ne prend de valeurs non nulles que pour  $\omega \approx \omega_L$ . Comme de plus  $\chi^+(\omega) \ll 1$ , le deuxième terme de l'égalité précédente est négligeable :

$$\frac{\omega}{c} + \frac{1}{2} \frac{\omega_L}{c} \chi^+(\omega) \approx \frac{\omega}{c} \left( 1 + \frac{1}{2} \chi^+(\omega) \right)$$

et on retrouve l'expression A.65.

Dans le domaine temporel :

$$\mathcal{E}(z, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}'(0, \omega - \omega_L) e^{i(\omega t - \frac{\omega}{c}(1 + \frac{1}{2} \chi^+(\omega))z)} d\omega \quad (\text{A.77})$$

$$= \frac{1}{4\pi} e^{i(\omega_L t - k_l z)} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}'(0, \omega - \omega_L) e^{i((\omega - \omega_L)t - (k(\omega) - k_l)z)} d\omega \quad (\text{A.78})$$

où on a posé

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} \left( 1 + \frac{1}{2} \chi^+(\omega) \right) \quad (\text{A.79})$$

## A.3 Absorption, dispersion, vitesse de phase, vitesse de groupe

### A.3.1 Absorption et dispersion

#### Définitions

On reprend l'expression A.65 :

$$\mathcal{E}^+(z, \omega) = \mathcal{E}^+(0, \omega) e^{-i \frac{\omega}{c} (1 + \frac{1}{2} \chi^+(\omega))z} \quad (\text{A.80})$$

On peut décomposer la susceptibilité en parties réelles et imaginaire  $\chi^+ = \chi' - i\chi''$  :

$$\mathcal{E}^+(z, \omega) = \mathcal{E}^+(0, \omega) e^{-i\frac{\omega}{c}(1+\frac{1}{2}\chi'^+(\omega))z} e^{-\frac{1}{2}k\chi''z} \quad (\text{A.81})$$

On peut alors distinguer deux effets lors de la propagation des composantes spectrales du champ :

- la dispersion, c'est-à-dire le déphasage des composantes spectrales les unes par rapport aux autres, due à la partie réelle de la susceptibilité
- l'absorption, c'est-à-dire l'atténuation des composantes spectrales lors de leur propagation (là-aussi éventuellement différente pour chaque composante) due à la partie imaginaire de la susceptibilité

On note l'indice de réfraction :

$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{2}\Re(\chi(\omega)) \quad (\text{A.82})$$

$$= 1 - \frac{d_{ab}^2}{2\hbar\epsilon_0} \int G(\omega_{ab}) n_{ab}(\omega_{ab}) \frac{\omega - \omega_{ab}}{(\omega - \omega_{ab})^2 + \gamma_{ab}^2} d\omega_{ab} \quad (\text{A.83})$$

et le coefficient d'absorption :

$$\alpha(\omega) = -k\Im(\chi(\omega)) \quad (\text{A.84})$$

$$= k \frac{d_{ab}^2}{\hbar\epsilon_0} \int G(\omega_{ab}) n_{ab}(\omega_{ab}) \frac{\gamma_{ab}}{(\omega - \omega_{ab})^2 + \gamma_{ab}^2} d\omega_{ab} \quad (\text{A.85})$$

pour aboutir à la formulation générale de la propagation :

$$\mathcal{E}^+(z, \omega) = \mathcal{E}^+(0, \omega) e^{-i\frac{n(\omega)\omega}{c}z} e^{-\frac{1}{2}\alpha(\omega)z} \quad (\text{A.86})$$

On note que si  $G(\omega_{ab})n_{ab}(\omega_{ab})$  varie lentement à l'échelle de  $\gamma_{ab}$ , la convolution absorbe la lorentzienne homogène et l'absorption s'écrit :

$$\alpha(\omega) = k \frac{\pi d_{ab}^2}{\hbar\epsilon_0} G(\omega_{ab}) n_{ab}(\omega_{ab}) \quad (\text{A.87})$$

### Causalité et relations de Kramers-Krönig

La formule A.49 de la susceptibilité fait clairement apparaître le caractère causal de la susceptibilité par la présence de la fonction de Heaviside. Ce terme traduit le fait que la polarisation à un temps  $t$  n'est pas affectée par les valeurs du champ à un temps ultérieur à  $t$  ( $\chi^+(t - t') = 0$  si  $t' > t$ ). La causalité a aussi des implications sur la forme de la susceptibilité dans le domaine spectral. En effet, on peut écrire :

$$\chi(t) = H(t)\chi(t) \quad (\text{A.88})$$

Ce produit devient un produit de convolution dans l'espace de Fourier. Sachant que  $\tilde{H}(\omega) = \pi\delta(\omega) + i/\omega$  :

$$\begin{aligned}\chi(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}(\omega - \omega') \chi(\omega') d\omega' \\ &= \frac{i}{\pi} vp \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega'\end{aligned}$$

On en déduit une relation entre les parties réelles et imaginaires de la susceptibilité :

$$\chi'(\omega) = -\frac{1}{\pi} vp \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi''(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \quad (\text{A.89})$$

$$\chi''(\omega) = \frac{1}{\pi} vp \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi'(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \quad (\text{A.90})$$

Ces relations montrent qu'un milieu n'est pas uniquement absorbant ou dispersif, les deux processus étant fondamentalement liés par les relations A.89 et A.90 appelées relations de Kramers-Kronig.

### A.3.2 Vitesse d'une impulsion lumineuse

La formule A.86 montre que chaque composante spectrale se propage à une vitesse  $c/n(\omega)$  appelée vitesse de phase. Lorsqu'une impulsion lumineuse traverse un milieu dispersif, ses composantes spectrales se propagent à des vitesses différentes les unes des autres. On définit alors la vitesse de l'impulsion comme la vitesse du barycentre énergétique de l'impulsion. On la nomme vitesse de groupe. Pour la calculer on normalise le champ électrique :

$$E(z, t) \rightarrow e(z, t) = \left[ \int |E(z, t)|^2 dt \right]^{-1} E(z, t) \quad (\text{A.91})$$

On écrit, dans le domaine spectrale,  $e(z, \omega) = |e(z, \omega)|e^{i\varphi(\omega)}$ . L'instant moyen de passage de l'impulsion à la profondeur  $z$  du milieu s'écrit :

$$\begin{aligned}\langle t \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} t |e(z, t)|^2 dt = -i \int_{-\infty}^{\infty} e^*(t) i t e(t) dt = -\frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^*(\omega) e'(\omega) d\omega \\ &= -\frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |e(\omega)| \frac{d|e(\omega)|}{d\omega} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi'(\omega) |e(\omega)|^2 d\omega \\ &= -i \left[ \frac{1}{2} |e(\omega)|^2 \right]_{-\infty}^{\infty} + \langle \varphi'(\omega) \rangle \\ &= \langle \varphi'(\omega) \rangle\end{aligned}$$

La formule A.86 nous donne alors :

$$\langle t \rangle = \langle k'(\omega) \rangle z = \frac{z}{c} \left\langle \frac{d}{d\omega} (n(\omega)\omega) \right\rangle = \left\langle \frac{z}{c} (n(\omega) + \omega n'(\omega)) \right\rangle \quad (\text{A.92})$$

On voit que le temps d'arrivée de l'impulsion est égale à la moyenne du temps d'arrivée de chaque composante, appelé retard de groupe et défini par :

$$\tau_g = \frac{z}{c}(n(\omega) + \omega n'(\omega)) \quad (\text{A.93})$$

On définit alors la vitesse de groupe et l'indice de groupe par analogie avec la vitesse de phase et l'indice de réfraction :

$$v_g(\omega) = \frac{c}{n(\omega) + \omega \frac{dn}{d\omega}} \quad (\text{A.94})$$

$$n_g(\omega) = n(\omega) + \omega \frac{dn}{d\omega} \quad (\text{A.95})$$

La formule A.94 a une expression équivalente en termes de vecteur d'onde :

$$v_g(\omega) = \frac{d\omega}{dk} \quad (\text{A.96})$$

La vitesse de groupe d'une impulsion lumineuse s'écrit alors :

$$v_g = \langle v_g(\omega) \rangle \quad (\text{A.97})$$

### A.3.3 Déformation d'une impulsion lumineuse

On peut évaluer l'étalement temporel de l'impulsion en calculant la variance des temps d'arrivée des composantes spectrales. Le moment d'ordre 2 s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle t^2 \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |ite(z, t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |e(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |e'(\omega)|^2 d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{d|e(\omega)|}{d\omega} \right)^2 d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi'(\omega)^2 |e(\omega)|^2 d\omega \\ &= \langle t^2 \rangle_{\varphi=0} + \langle \varphi'(\omega)^2 \rangle \end{aligned}$$

Ainsi la variance des temps d'arrivée s'écrit :

$$\Delta t^2 = \langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2 = \Delta t_{z=0}^2 + \Delta \tau_g^2 \quad (\text{A.98})$$

L'étalement d'une impulsion à la profondeur  $z$  est égal à son étalement initial augmenté de la variance des retards de groupe de chaque composante spectrale. On peut évaluer cette expression dans le cas où la largeur spectrale de l'impulsion reste modérée. Dans ce cas on développe  $k(\omega)$  autour de  $\omega_L$  :

$$k(\omega) = k_L + (\omega - \omega_L)k'_L + \frac{1}{2}(\omega - \omega_L)^2 k''_L \quad (\text{A.99})$$

On trouve alors, si l'on néglige  $\Im m(k'_L)$  :

$$v_g = \left\langle \frac{d\omega}{dk} \right\rangle \approx \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{\omega=\omega_L} = \frac{\omega_L}{k'_L} \quad (\text{A.100})$$

$$\Delta t^2 = \Delta t_{z=0}^2 + (\omega - \omega_L)^2 k''_L z^2 \quad (\text{A.101})$$

On voit que la vitesse de groupe est liée à la dépendance linéaire de  $k(\omega)$  (et donc de  $n(\omega)$ ) et que la déformation est liée au terme d'ordre 2 du développement. Dans ce cas, A.78 nous donne l'expression temporelle du champ :

$$\mathcal{E}(z, t) = \frac{1}{4\pi} e^{i(\omega_L t - k_L z)} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}'(0, \omega - \omega_L) e^{-ik'_L(\omega - \omega_L)z} e^{-\frac{i}{2}k''_L(\omega - \omega_L)^2 z^2} d\omega \quad (\text{A.102})$$

Si  $k''_L = 0$  on obtient une impulsion qui se propage sans se déformer à la vitesse de groupe :

$$\mathcal{E}(z, t) = \frac{1}{4\pi} \mathcal{A}'(z - v_g t, 0) e^{i(\omega_L t - k_L z)} \quad (\text{A.103})$$

## CHAPITRE A - INTERACTION LUMIÈRE-ATOMES

## Annexe B

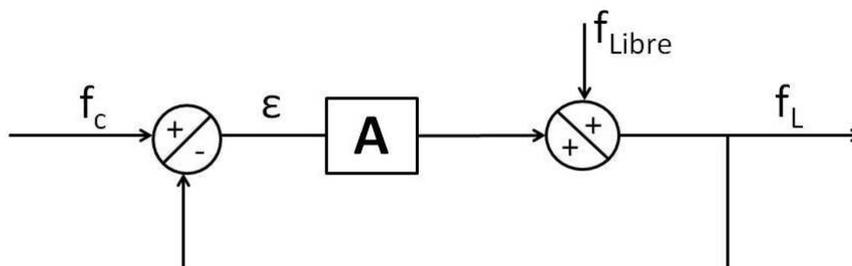
# Stabilisation de la fréquence du laser

Le laser a une largeur de 20kHz mais la gigue en fréquence atteint plusieurs MHz sur 1ms.

## B.1 Asservissement

### B.1.1 Généralités

On modélise l'asservissement de la fréquence du laser par le schéma-bloc typique suivant.



En fonctionnement libre, la fréquence  $f_L$  du laser est  $f_{Libre}$ . Cette fréquence est bruitée. Pour réduire ses fluctuations, on la compare à une fréquence de référence  $f_c$  (fréquence de consigne) et on la cale sur cette fréquence, en faisant varier  $f_{Libre}$  d'une quantité proportionnelle à  $\epsilon = f_c - f_L$ . Ainsi, si la fréquence du laser s'éloigne de  $f_c$ , la boucle l'y ramène. Dans le formalisme de la transformée de Laplace et en supposant que  $A$  est une opération linéaire, on trouve

$$f_L(p) = \frac{A(p)}{1 + A(p)} f_c(p) + \frac{1}{1 + A(p)} f_{Libre}(p)$$

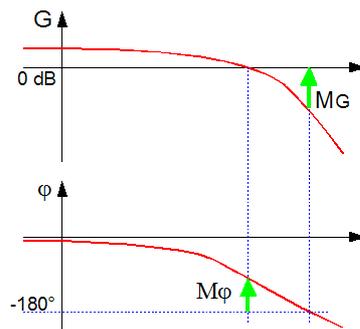
$A(p)$  est la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement. On note ainsi que plus  $|A|$  est grand, plus  $f_L$  est proche de  $f_c$  et moins elle est soumise aux fluctuations de

## CHAPITRE B - STABILISATION DE LA FRÉQUENCE DU LASER

$f_{Libre}$ .

Ainsi  $\lim_{|A| \rightarrow +\infty} f_L = f_c$ .

Augmenter le gain améliore la précision de notre asservissement. Il y a cependant une limitation. En effet, la réponse de la boucle n'est pas instantanée, ses différents éléments, ainsi que la propagation du signal dans les câbles, induisent des retards. Si  $f_{Libre}$  oscille autour de  $f_c$ , si  $A(p)$  déphase le signal d'erreur de  $\pi$ , on comprend que la correction n'est pas appliquée dans le "bon sens" et que  $f_L$  peut diverger. Le critère de stabilité peut s'exprimer dans le domaine spectral : soit  $\omega_0$  la pulsation pour laquelle la courbe de gain ( $G = 20 \text{Log}(|A|)$ ) coupe l'axe 0dB et  $\omega_c$  la pulsation pour laquelle la courbe des phase ( $\varphi = \text{arg}(A)$ ) passe par  $-\pi$ . L'asservissement est stable si  $\omega_0 < \omega_c$ . Ce critère exprime le fait que l'on ne peut pas corriger des fluctuations plus rapides que le temps de réponse de la boucle. Pour que le système n'oscille pas (même transitoirement) après une perturbation, il faut s'assurer une marge de gain d'environ 12dB et une marge de phase d'environ  $35^\circ$ .

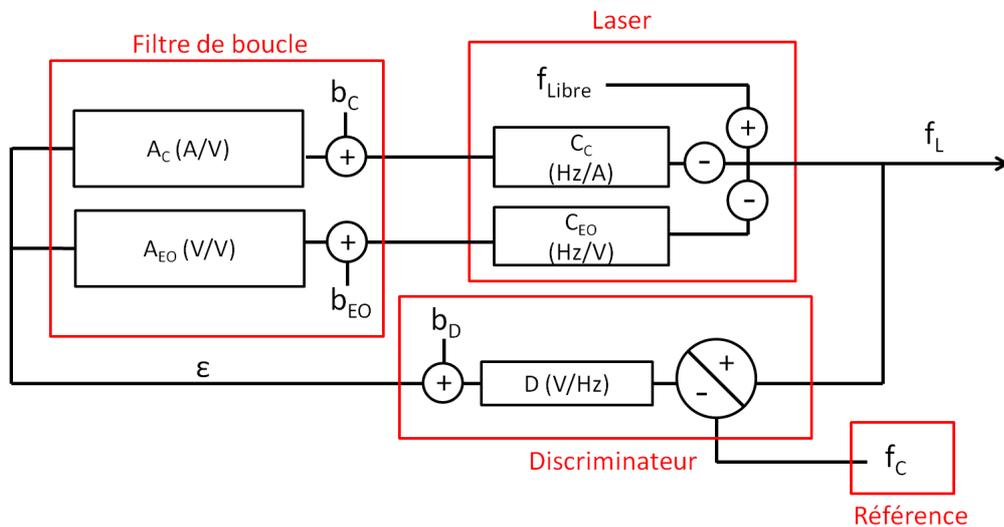


Les différents éléments de la boucle sont :

- une référence de fréquence
- un comparateur qui donne en sortie un signal proportionnel à la différence de fréquence  $f_c - f_L$  entre le laser et la référence
- un filtre de boucle qui met en forme le signal d'erreur (ici  $A(p)$ )
- un système qui prend en entrée le signal d'erreur et modifie la fréquence du laser en conséquence : le transducteur. Le filtre de boucle est la somme de trois (éventuels) types de corrections différentes :
  - une correction proportionnelle. Le signal d'erreur est simplement multiplié par une constante avant le transducteur, ce qui a pour effet d'augmenter le gain. En pratique une telle correction n'existe pas puisque  $A(j\omega)$  finit par chuter pour  $\omega$  assez grand.
  - une correction intégrale. Le signal d'erreur est intégré avant le transducteur. Le gain est alors augmenté à basse fréquence et tend vers l'infini si  $\omega$  tend vers 0 (en pratique la boucle sature). Cette correction augmente la précision à basse fréquence en coupant les fluctuations correspondantes (notamment l'offset statique est sup-

- primé : en régime continu  $f_L = f_C$  (en négligeant la saturation)), mais ajoute une phase de  $\pi/2$  au signal d'erreur, ce qui peut nuire à la stabilité de l'asservissement.
- une correction dérivée. Le signal d'erreur est dérivé avant le transducteur. Le gain est augmenté à haute fréquence et avancé d'une phase de  $\pi/2$ , ce qui favorise la stabilité de l'asservissement. On comprend qu'on corrige mieux des fluctuations de fréquence si en plus de connaître leur valeur instantanée on connaît leur sens (fréquence instantanée baisse ou augmente) et leur vitesse de variation.

### B.1.2 Asservissement en fréquence



La référence de fréquence est une cavité Fabry-Perot de haute finesse. La comparaison se fait au moyen de la technique de Pound-Drever-Hall. Le signal d'erreur généré est  $\epsilon(p) = D(p) * (f_L(p) - f_c(p))$ , où l'on modélise l'opération du discriminateur par l'opérateur linéaire  $D(p)$  (pour un discriminateur idéal  $D(p) = Cste$ ). Cette étape produit un bruit  $b_D(p)$  Les fluctuations lentes et rapides sont corrigées par deux boucles distinctes :

- la boucle rapide agit sur le courant d'alimentation de la diode. Le filtre de boucle est modélisé par la fonction de transfert  $A_C(p)$  et la conversion courant-fréquence de la diode par la fonction  $C_C(p)$ . L'électronique ajoute un bruit sur le courant de sortie  $b_C(p)$ .
- la boucle lente agit sur le cristal électro-optique du laser. Le filtre de boucle est modélisé par  $A_{EO}(p)$  et la conversion tension-fréquence par la fonction  $C_{EO}(p)$ . L'électronique ajoute un bruit sur le courant de sortie  $b_{EO}(p)$ .

En appliquant le calcul de la section précédente, on trouve :

$$f_L = \frac{D(A_{EO}C_{EO} + A_C C_C)}{1 + D(A_{EO}C_{EO} + A_C C_C)} f_c + \frac{(C_{EO}b_{EO} + C_C b_C) + (A_{EO}C_{EO} + A_C C_C) b_D + f_{Libre}}{1 + D(A_{EO}C_{EO} + A_C C_C)}$$

Les différents bruits  $b_i$  sont caractérisés par leur densité spectrale  $S_i$ . Le bruit sur la fréquence du laser se calcule, en supposant toutes ces sources de bruit indépendantes, par la formule :

$$S_f = \frac{\sqrt{S_{\text{Libre}}^2 + |A_{EO}C_{EO} + A_C C_C|^2 S_D^2 + |C_{EO}|^2 S_{EO}^2 + |C_C|^2 S_C^2 + |D(A_{EO}C_{EO} + A_C C_C)|^2 S_{fc}^2}}{|D(A_{EO}C_{EO} + A_C C_C)|} \quad (\text{B.1})$$

On voit que si le gain en boucle ouverte est très grand, ce gain s'exprimant ici

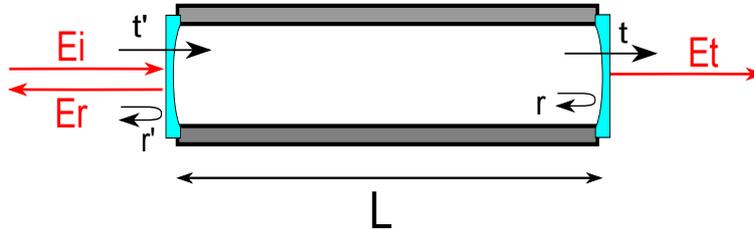
$$G = 20 \log |DA_{EO}C_{EO} + DA_C C_C|$$

alors  $S_f^2 \approx S_{fc}^2 + \frac{S_D^2}{|D|^2}$ . On voit que le rapport signal sur bruit du discriminateur de fréquence (c'est-à-dire le rapport sensibilité sur bruit, ou gain statique sur bruit) est le paramètre qui fixe la réduction ultime du bruit que l'on peut obtenir, et donc la finesse ultime de la raie laser. Nous allons calculer les différentes fonctions de transfert et estimer les différents bruits associés dans les paragraphes suivants.

## B.2 La référence de fréquence : le Fabry Perot

### B.2.1 Fonction de transfert d'un Fabry-Perot

On utilise un Fabry-Perot sphérique de longueur  $L = 10$  cm.



Cette cavité présente une série périodique de pics de résonance aux fréquences

$$\nu_{plm} = \frac{c}{2L} \left( p + 1 + \frac{1}{\pi} (l + m + 1) \arccos \left( 1 - \frac{L}{R} \right) \right)$$

où  $R$  désigne le rayon de courbure des miroirs.  $p$  quantifie les modes longitudinaux de la cavité,  $l$  et  $m$  les modes transverses.

La longueur de la cavité est choisie différente de  $R$ , ainsi les modes transverses sont dégénérés (en configuration confocale, le fait que  $L$  n'est qu'approximativement égal à  $R$  pour effet d'élargir les pics de résonance). On ne s'intéresse désormais qu'aux modes TEM 00. Ici l'intervalle spectral libre des modes longitudinaux vaut  $\Delta ISL = \frac{c}{2L} = 1,5 \text{ GHz}$ .

On note  $R = |r|^2 = |r'|^2$  et  $T = |t|^2 = |t'|^2$  les coefficients de réflexion et de transmission en intensité des miroirs (avec  $R + T = 1$ ), et la finesse de la cavité est définie comme :

$$F = \frac{\pi \sqrt{R}}{1 - R}$$

On montre alors que la cavité se comporte en transmission et en réflexion comme un filtre linéaire pour le champ ; si l'on considère  $R \approx 1$  et la fréquence laser proche d'une résonance  $\nu_{FP}$  du Fabry-Perot ( $\nu - \nu_{FP} \ll \Delta ISL$ ) les fonctions de transfert de transmission et de réflexion prennent la forme simple :

$$t(\nu) = \frac{1}{1 + i \frac{2(\nu - \nu_{FP})}{\Delta\nu_c}} \quad (\text{B.2})$$

$$r(\nu) = \frac{i \frac{2(\nu - \nu_{FP})}{\Delta\nu_c}}{1 + i \frac{2(\nu - \nu_{FP})}{\Delta\nu_c}} \quad (\text{B.3})$$

où  $\Delta\nu_c$  désigne la largeur à mi-hauteur d'une résonance du Fabry-Perot, de formule

$$\Delta\nu_c = \frac{\Delta ISL}{F}$$

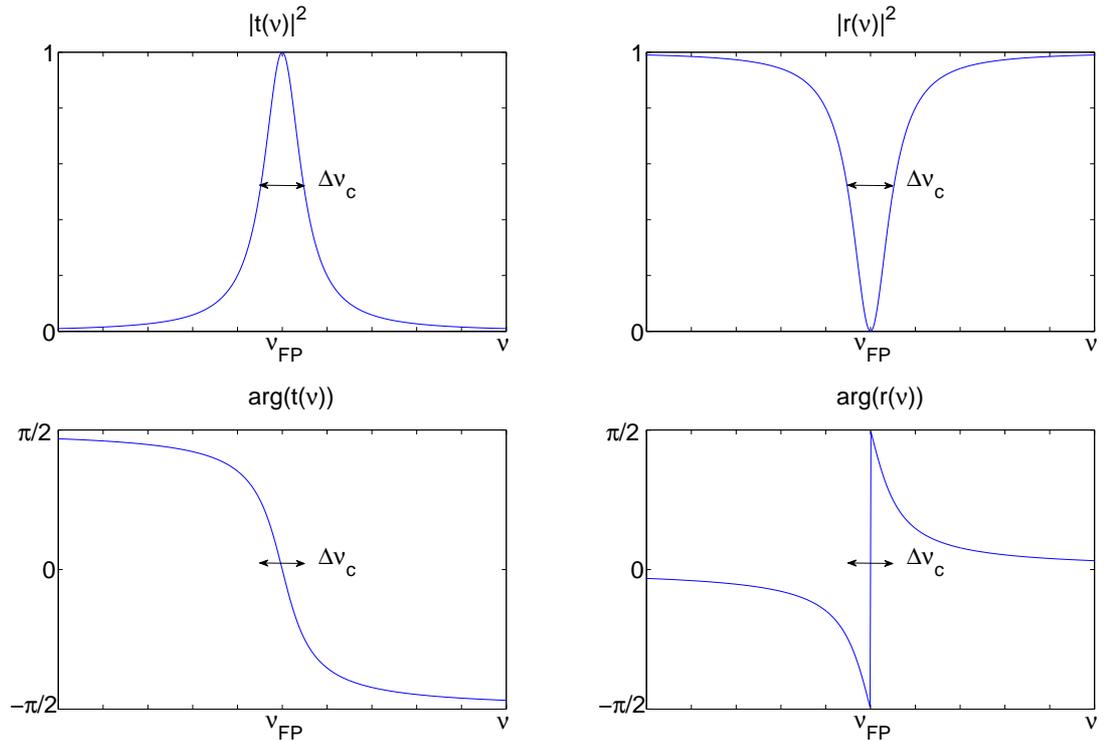


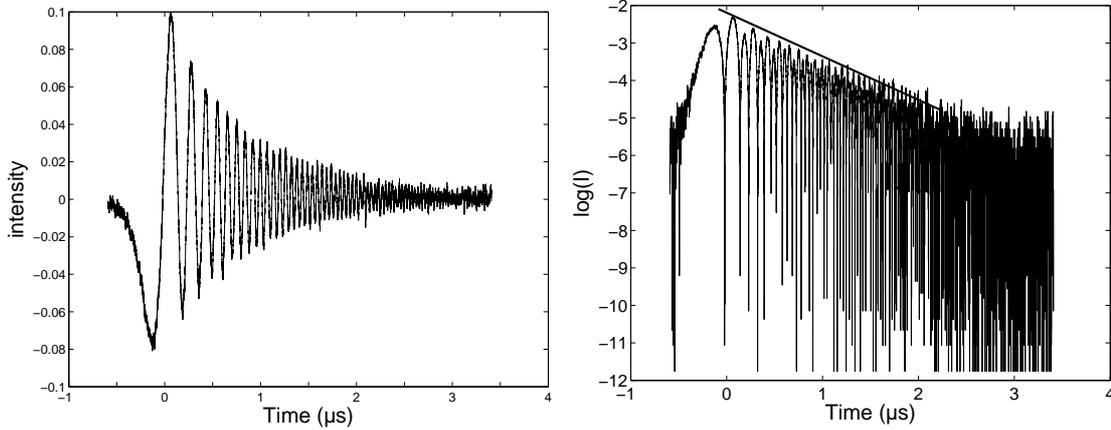
FIGURE B.1 – Fonctions de transfert de la cavité. L'unité en abscisse correspond à  $\Delta\nu_c$

## B.2.2 Mesure de la largeur d'un pic de transmission

Le laser étant plus large qu'un pic de transmission du Fabry Perot, on ne peut pas simplement balayer lentement sa fréquence pour mesurer la largeur d'une résonance du

## CHAPITRE B - STABILISATION DE LA FRÉQUENCE DU LASER

Fabry Perot. On utilise une technique de battement qui consiste au contraire à balayer rapidement la fréquence du laser (assez rapidement pour que le laser soit à résonance durant un temps court devant  $(\pi\Delta\nu_c)^{-1}$ ). On observe la figure de battement suivante, dont la décroissance exponentielle nous donne la largeur du pic.



On trouve une largeur de  $396 \pm 30$  kHz, donc une finesse de 3800.

### B.2.3 Fluctuations de la fréquence de résonance

La fréquence de résonance d'un Fabry Perot dépend de la longueur de la cavité qui est sujette à des fluctuations de plusieurs types :

- les fluctuations acoustiques. Les fluctuations de la pression ambiante entraînent des fluctuations de l'indice à l'intérieur de la cavité, selon la loi  $n - 1 = 3.10^{-9}p$ , où  $p$  est la pression en Pascals. Ce sont des fluctuations basse fréquence (DC - 100kHz), sur des amplitudes de l'ordre de 1Mhz sur 10ms.
- les fluctuations thermiques. La cavité est un tube d'invar à laquelle sont collés deux miroirs. L'invar a un coefficient de dilatation thermique de  $1,5.10^{-6}K^{-1}$ . Avec

$$\frac{\delta f}{f} = \frac{\delta L}{L} = 1,5.10^{-6}\delta_T$$

on trouve que pour une variation de 1mK,  $\delta f = 0.5MHz$ . Sur des temps de 1s, on mesure des amplitudes allant jusqu'à 10MHz.

Ces caractéristiques, n'étant pas suffisantes pour notre utilisation ( 10 kHz sur plusieurs secondes), doivent être améliorées.

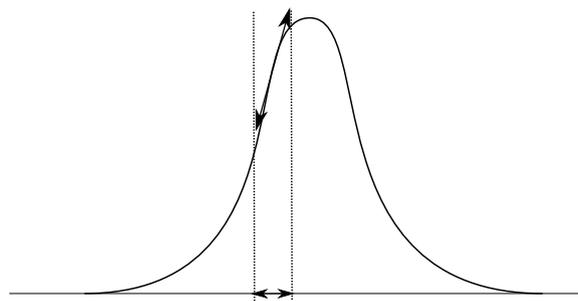
## B.3 Le comparateur de fréquences

### B.3.1 La méthode Pound-Drever-Hall

#### Limites des autres techniques

Il existe plusieurs techniques pour générer un signal d'erreur à partir d'une résonance d'un Fabry Perot (ou un autre système résonant). Celle qui vient à l'esprit est l'asservissement sur le bord de frange (FSL = Fringe Side Locking). L'intensité joue alors le rôle de discriminateur de fréquence, il suffit alors de la détecter, de lui soustraire un offset (qui fixe la fréquence de consigne) et d'envoyer le signal sur le laser. Cette méthode a cependant l'inconvénient d'être sensible aux fluctuations d'intensité du laser (interprétées comme des fluctuations de fréquences et donc corrigées à tort). En effet, c'est une méthode sans modulation, donc on mesure un signal d'erreur basse fréquence, domaine où le bruit d'amplitude est non-négligeable. De plus, la bande passante est limitée à la demi-largeur de la résonance. La sensibilité du discriminateur, égale à la pente du bord de la résonance, nécessite une résonance la plus étroite possible. On voit donc que le rapport signal sur bruit du discriminateur, donc, d'après la formule 9, la précision de l'asservissement, s'améliore au détriment de la bande passante de l'asservissement.

On peut aussi essayer de se fixer au sommet de la résonance. L'intensité transmise n'est pas un bon signal d'erreur car elle ne dit pas de quel côté de la résonance la fréquence du laser se situe. La dérivée de l'intensité transmise par rapport à la fréquence convient. Pour obtenir cette dérivée, une technique consiste à moduler la fréquence du laser et de mesurer l'amplitude de modulation de l'intensité transmise.



Pour mesurer cette amplitude, on multiplie l'intensité transmise mesurée (sur une photodiode) avec la tension modulante (oscillateur local) et on ne garde que la partie continue du résultat (on voit en effet que  $A(t)\cos(\omega t) * A_{OL}\cos(\omega t) = A(t)A_{OL}/2 + \text{termes oscillants}$ ). La bande passante de l'asservissement est limitée par la fréquence de modulation (il faut que la fréquence varie peu pendant au moins une oscillation pour mesurer l'amplitude correspondante), elle-même nécessairement plus faible que la largeur du pic de transmission (sinon le champ n'a pas le temps de s'établir dans la cavité, ce qui fait

chuter le signal). Ici encore il y a un compromis bande-passante / gain à faire. Mais ce système est moins sensible aux fluctuations d'intensité du laser.

Il existe une solution qui permet de s'affranchir en partie des problèmes précédents : la technique de Pound-Drever-Hall, qui consiste à utiliser la cavité en réflexion.

### Calcul du signal d'erreur

Imaginons pour l'instant un laser purement monochromatique de fréquence  $f_0$  modulée sinusoidalement à une fréquence  $f_m$ .

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0 \exp(i(2\pi f_0 t + \beta \sin(2\pi f_m t))) \\ &= E_0 \left( J_0(\beta) e^{2i\pi f_0 t} + \sum_{l=1}^{+\infty} J_l(\beta) e^{2i\pi(f_0 + l f_m)t} + \sum_{l=1}^{+\infty} (-1)^l J_l(\beta) e^{2i\pi(f_0 - l f_m)t} \right) \end{aligned}$$

où  $\beta$  est l'indice de modulation en phase (égal à la profondeur de modulation en fréquence sur la fréquence de modulation). Le champ réfléchi par la cavité s'écrit :

$$E_r(t) = E_0 e^{2i\pi f_0 t} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l(\beta) r(f_0 + l f_m) e^{2i\pi l f_m t}$$

où l'on a posé, pour les  $l$  négatifs :  $J_l(\beta) = (-1)^l J_{-l}(\beta)$  La profondeur de modulation utilisée étant faible ( $\beta \approx 1$ ), on néglige les termes  $|l| > 2$  ( $J_2(1)/J_1(1) \approx 0,25$ ).

Finalement :

$$E_r(t) = E_0 e^{2i\pi f_0 t} \left( J_0(\beta) + J_1(\beta) r(f_0 + f_m) e^{2i\pi f_m t} - J_1(\beta) r(f_0 - f_m) e^{-2i\pi f_m t} \right)$$

L'intensité de ce champ est donc :

$$\begin{aligned} I_r(t) &= |E_r(t)|^2 \\ &= E_0^2 \left( |r(f_0)|^2 J_0(\beta)^2 + (|r(f_0 + f_m)|^2 + |r(f_0 - f_m)|^2) J_1(\beta)^2 \right. \\ &\quad \left. + 2J_0(\beta) J_1(\beta) \Re \left( \overline{r(f_0 + f_m)} r(f_0 - f_m) \right) e^{-2i\pi f_m t} \right. \\ &\quad \left. + \text{termes en } 2f_m \right) \end{aligned}$$

On ne va garder de ce signal que les termes oscillant à  $f_m$ . On peut les interpréter comme deux termes de battement entre la porteuse et chacune des bandes latérales. On comprend alors que, si la fréquence du laser est exactement à résonance ( $f_0 = \nu_{FP}$ ), les deux signaux de battement se compensent exactement et leur somme est nulle. Si la fréquence du laser change, ces deux signaux changent et leur somme ne s'annule plus.

Cette intensité est ensuite mesurée par une photodiode. Pour démoduler le signal obtenu,

on le multiplie par l'oscillateur local (qu'on peut déphaser de  $\phi$ ) : ( $u(t) = u_0 \cos(2\pi f_m t + \phi)$ )  
ce qui donne une tension résultante :

$$\begin{aligned} s(t) &= K I_r(t) u(t) \\ &= K \Re \left( (r(f_0) \overline{r(f_0 + f_m)} - \overline{r(f_0)} r(f_0 - f_m)) e^{-2i\pi f_m t} \right) u_0 \cos(2\pi f_m t + \phi) \\ &\quad + \text{termes oscillant en } f_m, 2f_m, 3f_m \end{aligned}$$

où  $K = 2 * J_0(\beta) J_1(\beta) \eta_{PhotoDiode} * 50$ . Les termes oscillant sont filtrés électroniquement. Il reste donc :

$$\begin{aligned} s(t) &= K \left( \Re \left( r(f_0) \overline{r(f_0 + f_m)} - \overline{r(f_0)} r(f_0 - f_m) \right) \cos(2\pi f_m t) \right. \\ &\quad \left. + \Im \left( r(f_0) \overline{r(f_0 + f_m)} - \overline{r(f_0)} r(f_0 - f_m) \right) \sin(2\pi f_m t) \right) u_0 \cos(2\pi f_m t + \phi) \\ &= \frac{K}{2} \left( \Re \left( r(f_0) \overline{r(f_0 + f_m)} - \overline{r(f_0)} r(f_0 - f_m) \right) \cos(\phi) \right. \\ &\quad \left. + \Im \left( r(f_0) \overline{r(f_0 + f_m)} - \overline{r(f_0)} r(f_0 - f_m) \right) \sin(\phi) \right) \\ &\quad + \text{termes oscillant à } 2 f_m \end{aligned}$$

Les termes oscillants sont filtrés, il ne reste qu'une partie continue. Pour chaque quadrature, ce signal dépend de la fréquence du laser. On voit qu'en ajustant la phase du signal démodulant (sa phase relative à celle du signal modulant le laser), on choisit quelle quadrature du signal on obtient en sortie. En fait  $\phi$  n'est qu'approximativement la phase relative du signal démodulant et du signal modulant. C'est la phase relative du signal démodulant et du signal d'erreur modulé, ce dernier étant légèrement retardé par rapport au signal modulant. Les deux quadratures sont représentées sur la figure 2.

Le signal en quadrature de phase a les propriétés d'un signal d'erreur pour l'asservissement : il dépend fortement et linéairement de la fréquence du laser au voisinage de la résonance du Fabry-Perot. Pour la calculer, on considère le laser proche d'une résonance Fabry-Perot. Comme  $f_m \gg \Delta\nu_c$ ,  $r(f_0 + f_m) \approx r(f_0 - f_m) \approx 1$  d'où :

$$\begin{aligned} s(f_0) &\propto J_0(\beta) J_1(\beta) \Im \left( r(f_0) \overline{r(f_0 + f_m)} - \overline{r(f_0)} r(f_0 - f_m) \right) \\ &\propto J_0(\beta) J_1(\beta) \Im \left( r(f_0) - \overline{r(f_0)} \right) \\ &\propto 2J_0(\beta) J_1(\beta) \Im(r(f_0)) \end{aligned}$$

le coefficient de proportionnalité correspondant au facteur de conversion de la photodiode. Finalement :

$$s(f_0) \propto 2J_0(\beta) J_1(\beta) \frac{\frac{2(f_0 - \nu_{FP})}{\Delta\nu_c}}{1 + \left( \frac{2(f_0 - \nu_{FP})}{\Delta\nu_c} \right)^2} \quad (\text{B.4})$$

## CHAPITRE B - STABILISATION DE LA FRÉQUENCE DU LASER

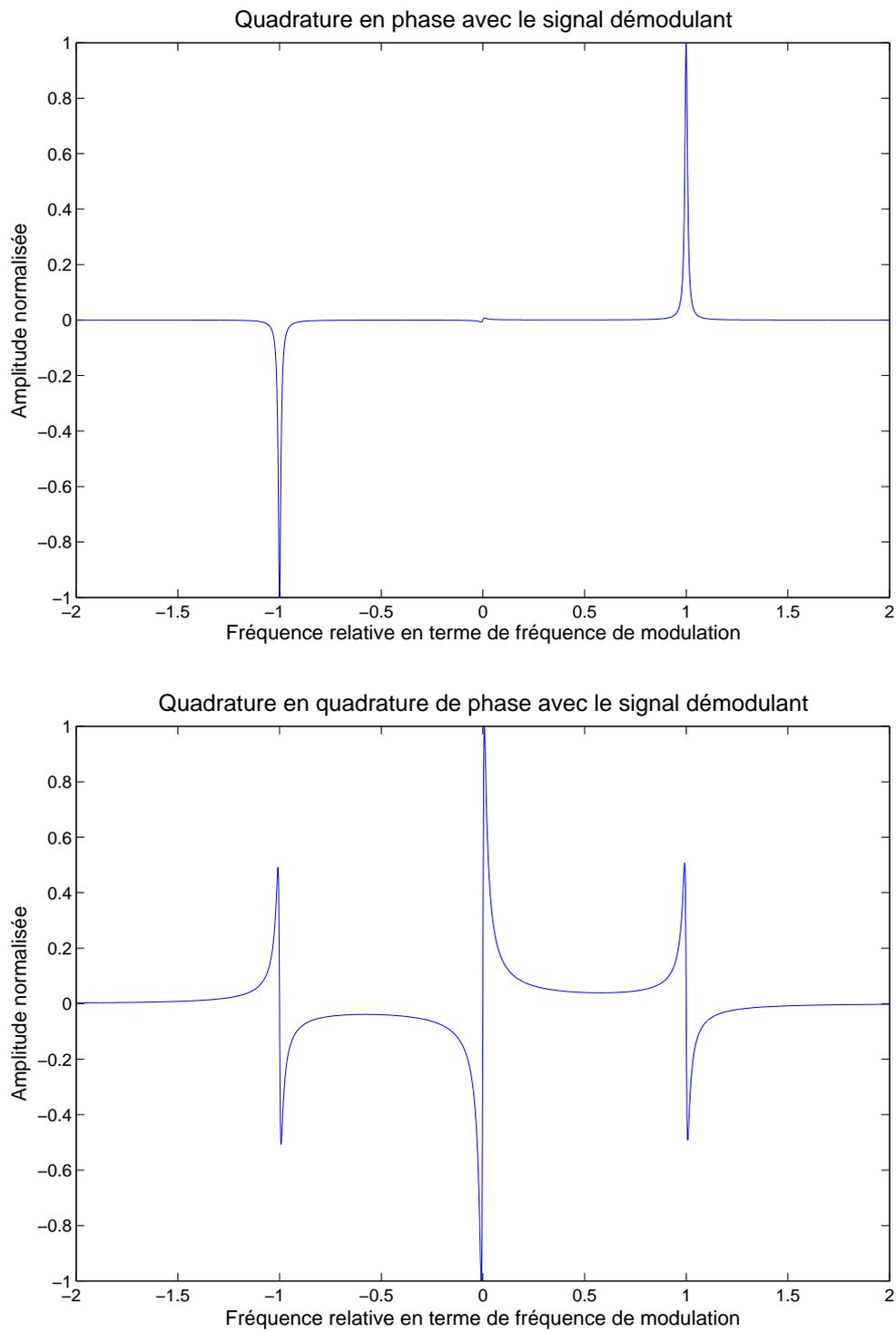


FIGURE B.2 – Quadratures du signal démodulé en fonction de la fréquence relative à  $\nu_{FP}$

Au voisinage de  $\nu_{FP}$  le signal est linéaire, de pente proportionnelle à  $\frac{J_0(\beta)J_1(\beta)}{\Delta\nu_c}$ . On démontre que le produit  $J_0(\beta)J_1(\beta)$  est maximum pour  $\beta \approx 1,08$ . Ces résultats permettent de comprendre les avantages de la méthode de Pound-Drever-Hall.

### Fonction de transfert du discriminateur

La section précédente nous donne le signal d'erreur en régime continu, c'est-à-dire pour un désaccord  $\delta_f = f_0 - \nu_{FP}$  fixe. On veut maintenant savoir comment les fluctuations de ce désaccord sont transmises au signal d'erreur. Le signal d'erreur n'étant une fonction linéaire du désaccord qu'au voisinage de 0 ( $\delta_f \ll \Delta\nu_c$ ), on ne peut calculer une fonction de transfert du type  $\tilde{s}(\nu) = H(\nu)\tilde{\delta}_f(\nu)$  qu'en supposant les fluctuations de fréquence du laser faibles, ce qu'on peut exprimer par  $\Delta f_L \ll \Delta\nu_c$ . Le champ incident sur la cavité s'écrit, pour un indice de modulation faible :

$$E(t) = E_0 e^{(2i\pi f_0 t + i\varphi(t))} \left( J_0(\beta) + J_1(\beta) e^{(2i\pi f_m t)} - J_1(\beta) e^{(-2i\pi f_m t)} \right)$$

En supposant les ailes complètement réfléchies, le champ réfléchi s'écrit, si l'on écrit  $r(t)$  la transformée de Fourier de la fonction de transfert en réflexion de la cavité :

$$E(t) = E_0 J_0(\beta) r(t) * e^{(2i\pi f_0 t + i\varphi(t))} + E_0 e^{(2i\pi f_0 t + i\varphi(t))} \left( J_1(\beta) e^{(2i\pi f_m t)} - J_1(\beta) e^{(-2i\pi f_m t)} \right)$$

L'intensité résultante s'écrit, si l'on ne garde que les termes oscillants à  $\pm f_m$  :

$$I(t) = 2 |E_0|^2 J_0(\beta) J_1(\beta) \Re \left[ \left( r(t) * e^{2i\pi f_0 t + i\varphi(t)} \right) \left( e^{-(2i\pi f_0 t + i\varphi(t))} (e^{(-2i\pi f_m t)} - e^{2i\pi f_m t}) \right) \right]$$

De plus :

$$r(t) * e^{2i\pi f_0 t + i\varphi(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} r(t') e^{2i\pi f_0 (t-t') + i\varphi(t-t')} dt'$$

La partie réelle du terme entre crochets vaut donc :

$$\Re[\dots] = -2\Im \left( \int_{-\infty}^{\infty} r(t') e^{-2i\pi f_0 t' + i(\varphi(t-t') - \varphi(t))} dt' \right) \sin(2\pi f_m t)$$

Or, comme  $\Delta f_L \ll \Delta\nu_c$   $\varphi(t)$  varie peu lorsque  $r(t)$  prend des valeurs non négligeables : on fait donc un développement limité de l'exponentielle.

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} r(t') e^{-2i\pi f_0 t' + i(\varphi(t-t') - \varphi(t))} dt' &= i \int_{-\infty}^{\infty} r(t') e^{-2i\pi f_0 t'} (\varphi(t-t') - \varphi(t)) dt' \\ &= i \int_{-\infty}^{\infty} r(t') e^{-2i\pi f_0 t'} \varphi(t-t') dt' - i\varphi(t) \int_{-\infty}^{\infty} r(t') e^{-2i\pi f_0 t'} dt' \\ &= i \int_{-\infty}^{\infty} r(t') e^{-2i\pi f_0 t'} \varphi(t-t') dt' \end{aligned}$$

## CHAPITRE B - STABILISATION DE LA FRÉQUENCE DU LASER

La deuxième intégrale est nulle car on fait l'approximation  $f_0 = \nu_{FP}$ . Ainsi :

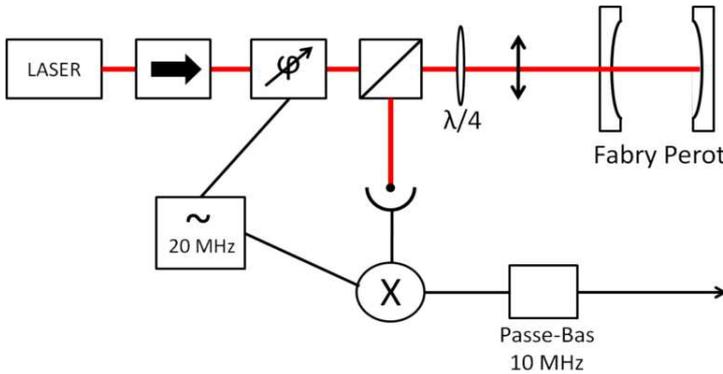
$$\begin{aligned} I(t) &= 4 |E_0|^2 J_0(\beta) J_1(\beta) \Re \left[ \int_{-\infty}^{\infty} r(t') e^{-2i\pi f_0 t'} \varphi(t-t') dt' \right] \sin(2\pi f_m t) \\ &= 2 |E_0|^2 J_0(\beta) J_1(\beta) \int_{-\infty}^{\infty} (r(t') e^{-2i\pi f_0 t'} + cc) \varphi(t-t') dt' \sin(2\pi f_m t) \end{aligned}$$

Après démodulation le  $\sin(2\pi f_m t)$  disparaît. On voit que le signal d'erreur est une fonction linéaire du bruit de phase  $\varphi(t)$ , ce que l'on écrit dans le domaine spectral :

$$\begin{aligned} s(\nu) &= KI(\nu) \\ &= 4K |E_0|^2 J_0(\beta) J_1(\beta) r(\nu + f_0) \tilde{\varphi}(\nu) \\ &= 4K |E_0|^2 J_0(\beta) J_1(\beta) \frac{r(\nu + f_0)}{2i\pi\nu} f(\nu) \\ &= 4K |E_0|^2 J_0(\beta) J_1(\beta) \frac{2}{\Delta\nu_c} \frac{1}{1 + i\frac{2\nu}{\Delta\nu_c}} f(\nu) \end{aligned}$$

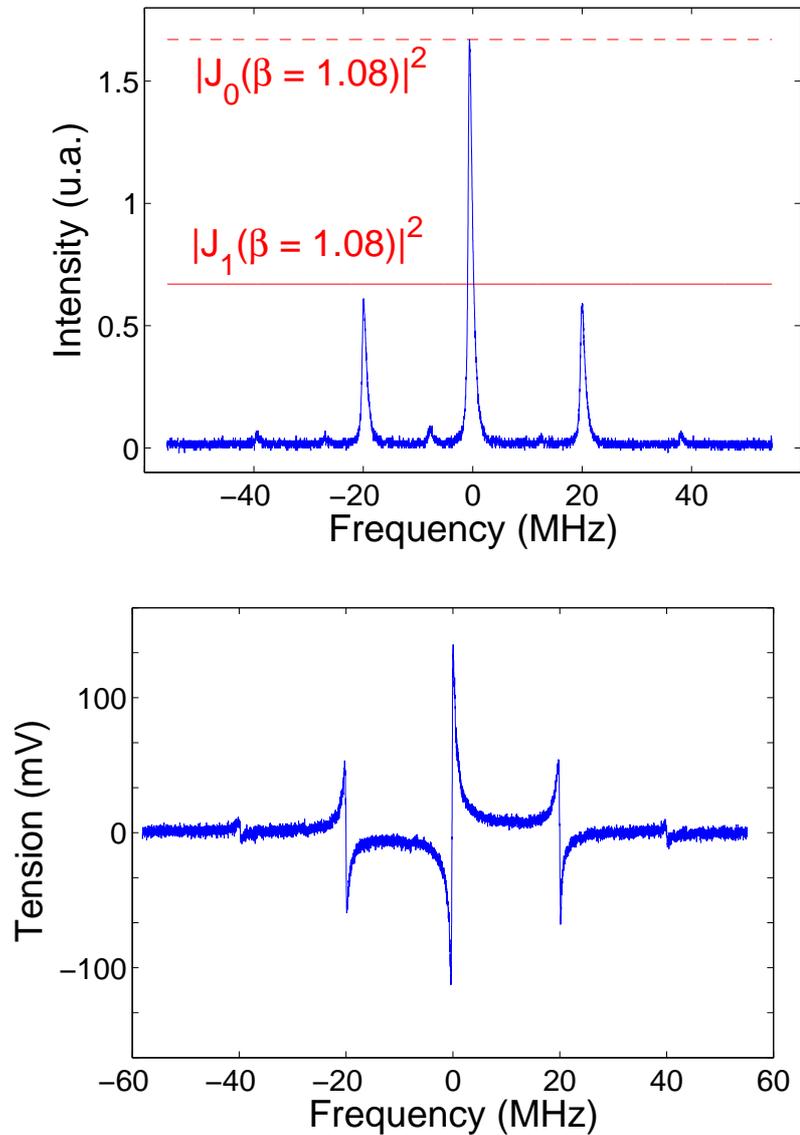
C'est un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $\Delta\nu_c/2$

### Réalisation expérimentale



Le laser passe dans un isolateur optique, puis est modulé en phase et est envoyé sur la cavité Fabry Perot. L'injection dans le Fabry Perot se fait grâce à une lentille de matching. On obtient, pour le mode TEM00, environ 50% d'injection. Le signal réfléchi, tourné de  $\pi/2$  par la lame quart-d'onde, est collecté par une photodiode, puis démodulé

par multiplication avec l'oscillateur local. Le signal est ensuite filtré par un passe-bas de fréquence de coupure 10 MHz. Tous ces éléments (photodiode amplifiée, mixeur, filtre) sont adaptés en 50 ohms. On obtient alors le signal d'erreur suivant :

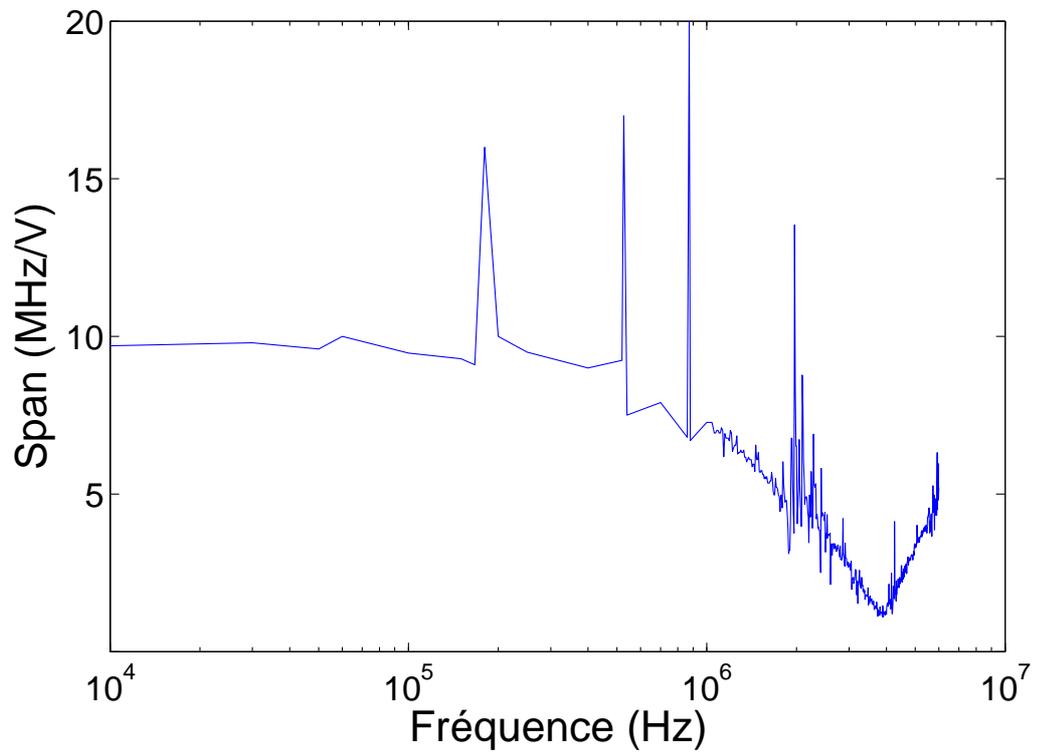


Les valeurs expérimentales sont :

- puissance avant le modulateur de phase :  $500\mu W$
- amplitude de modulation :  $1,80V$ . On voit sur la figure précédente que l'indice de modulation est proche de 1,08.
- amplitude de l'oscillateur local :  $1,20V$

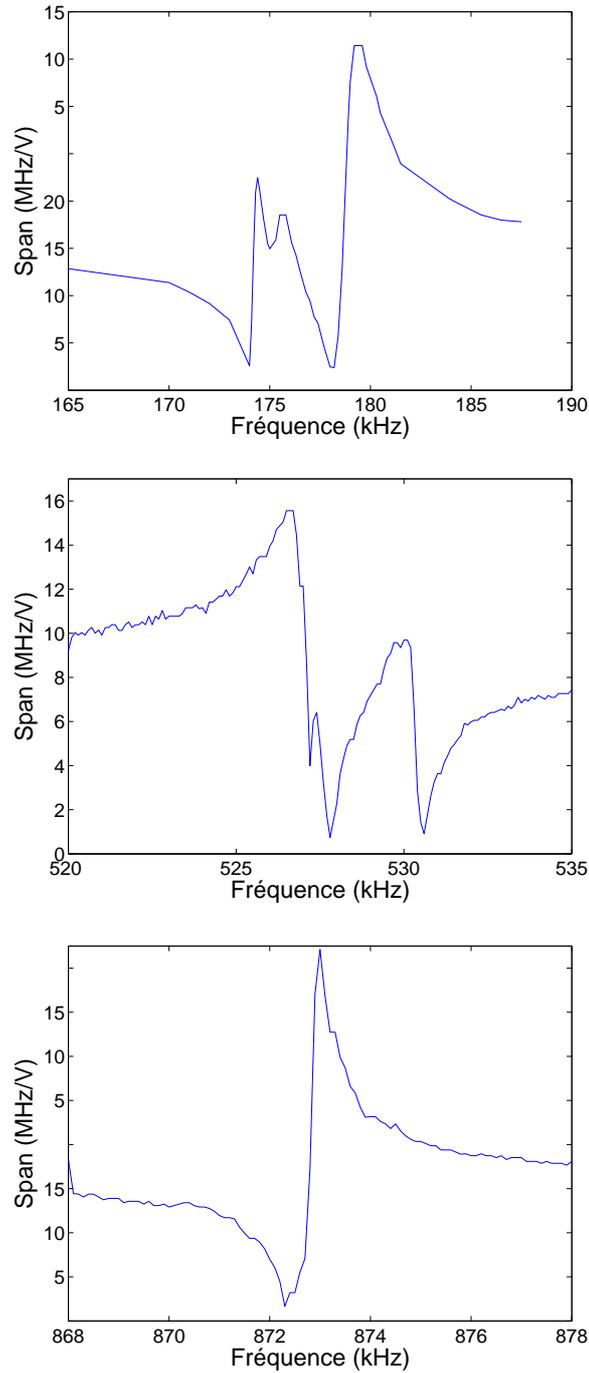
On peut essayer d'ajuster le signal d'erreur par sa formule pour retrouver la largeur de la résonance de la cavité.





Le span est mesuré grâce à un Fabry Perot d'analyse de grande finesse. Ce diagramme de Bode présente une réponse plate jusqu'à 1MHz, avec des résonances intenses et étroites à 176 kHz, 527 kHz et 873 kHz.

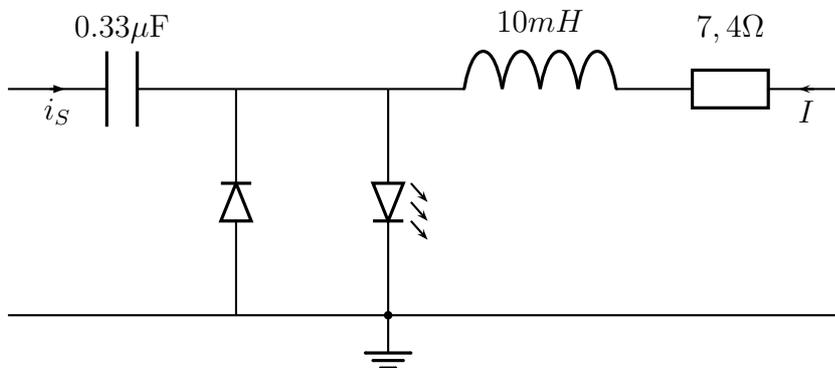
## CHAPITRE B - STABILISATION DE LA FRÉQUENCE DU LASER



La phase est plate jusqu'à 1MHz, mais elle évolue fortement et de manière incontrôlée au niveau des résonances (elle se retourne plusieurs fois) Le cristal électro-optique est le transducteur de la boucle qui corrige les fluctuations lentes. En effet, si le gain sur cette boucle est supérieur à 1 au niveau d'une résonance où la phase est retournée, l'asservissement est instable. On observe expérimentalement une oscillation de la fréquence du laser à 527kHz si le gain est trop fort. Nous n'avons jamais observé d'oscillation à 176 kHz; cette résonance a un facteur de qualité moins fort que les autres.

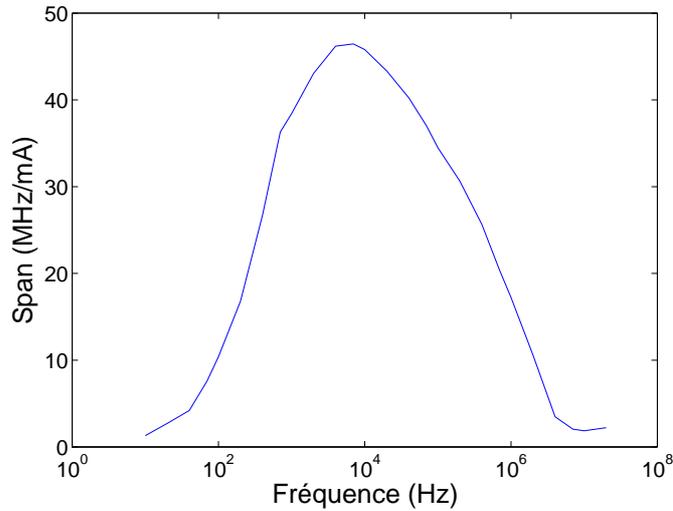
## B.4.2 L'alimentation en courant de la diode laser

La boucle de rétroaction sur le courant d'alimentation de la diode laser est utilisée pour corriger les fluctuations de fréquence rapides. Il existe sur le boîtier d'alimentation de la diode laser une entrée modulation, mais sa bande passante est trop faible (230 kHz). On a réalisé un circuit "bias tee" qui nous permet d'ajouter un courant externe au courant (continu) d'alimentation de la diode sans que ces deux courants ne se mélangent dans leurs voies respectives. Ce courant de modulation  $i_S$  est additionné au courant d'alimentation de la diode laser à l'aide du circuit suivant.

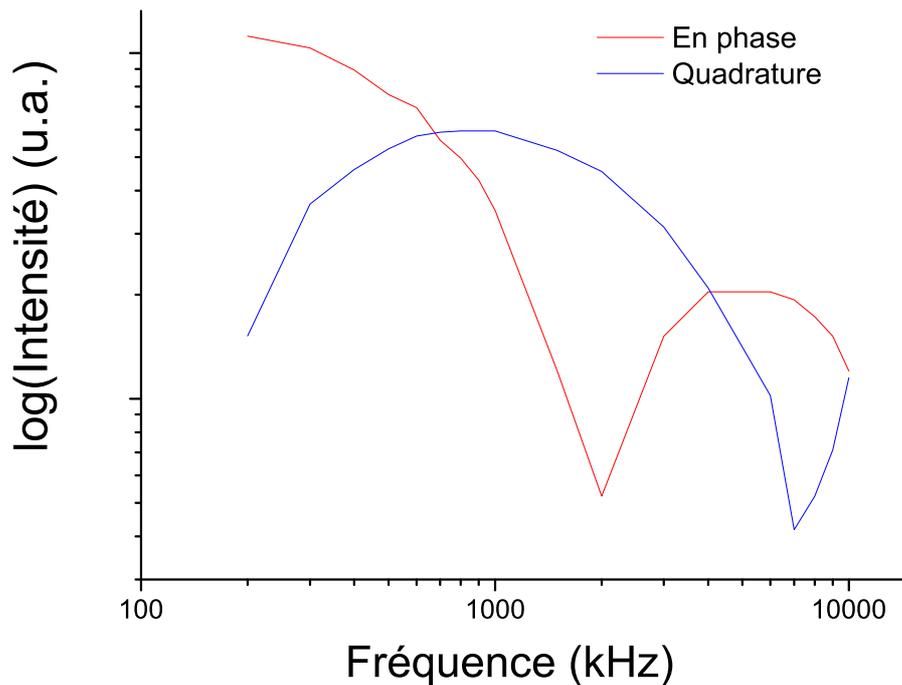


La résistance de  $7,4\Omega$  est la résistance interne de la bobine. Ce circuit, outre ce rôle de mixage, permet aussi de protéger la diode laser des courants inverses (grâce à la seconde diode) et des grosses fluctuations de tension à ses bornes (grâce au condensateur). Enfin, il permet de couper le gain de la boucle d'asservissement à basse fréquence ( $f_c = 482Hz$ ). On doit en effet éviter que le courant ajouté ait de trop fortes composantes basses fréquences pour éviter les sauts de modes de la diode (on a environ 4 mA d'amplitude sans saut de mode, c'est-à-dire environ 250 MHz). Comme pour le cristal électro-optique on se place en régime linéaire (au voisinage d'une certaine fréquence moyenne). On obtient pour la fonction de transfert  $\tilde{C}_C(\nu)$  l'allure suivante :

## CHAPITRE B - STABILISATION DE LA FRÉQUENCE DU LASER



Ici aussi le span est mesuré grâce à un Fabry Perot d'analyse de grande finesse. Les basses fréquences sont coupées par le bias tee. La réponse en phase de la diode a été mesurée par une autre technique. On s'est placé en bord de frange d'un Fabry Perot large (25MHz), ainsi la modulation de fréquence se traduit par une modulation de l'intensité transmise par le Fabry Perot. On observe ainsi le déphasage entre cette modulation et le signal modulant (oscillateur local) grâce à une démodulation. On a ainsi accès aux deux quadratures de l'intensité modulée, représentées sur la figure suivante :



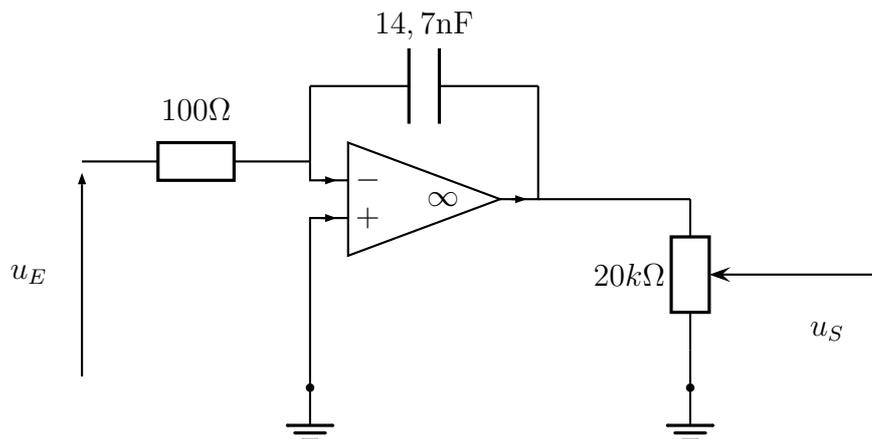
Ce graphique suggère que la fréquence est en phase avec le courant jusqu'à 1Mhz, mais qu'elle se retourne à environ 4 Mhz (elle est déjà déphasée de  $\pi/2$  à 2 Mhz).

## B.5 Corrections électroniques

Chaque boucle de rétroaction a son circuit de correction électronique.

### B.5.1 Correction de la rétroaction sur le cristal électro-optique

Le gain de la boucle de rétroaction sur le cristal électro-optique doit être inférieur à 1 aux fréquences de résonance. On utilise donc une correction intégrale, qui nous permet un gain fort aux basses fréquences (ce sont ces fréquences que l'on veut corriger avec cette boucle) tout en s'assurant la marge de gain nécessaire à la stabilité de l'asservissement.



Le potentiomètre de sortie doit être, en fonctionnement, le plus haut possible pour profiter de toute la plage de tension de l'amplificateur opérationnel. En effet, imaginons que la fréquence du laser soit soumise à une lente dérive linéaire :  $f(t) = f_0 + at$  avec  $1/\sqrt{a}$  inférieur à toutes les constantes de temps du système. On néglige la boucle de correction sur le courant et on considère la réponse du CEO plate (on la note  $C_{EO}(0) = C$ . L'action du potentiomètre est de multiplier la tension à la sortie de l'AO par un facteur  $R < 1$ . La fréquence du laser obéit à l'équation intégrale suivante :

$$\begin{aligned} f_L(t) &= -\frac{CR}{\tau} \int_0^t D(f_L(t') - \nu_F) dt' + f_{Libre}(t) \\ &= -\frac{CRD}{\tau} \int_0^t (f_L(t') - \nu_F) dt' + f_0 + at \end{aligned}$$

En dérivant :

$$f'_L(t) = -\frac{CRD}{\tau} (f_L(t) - \nu_F) + a$$

## CHAPITRE B - STABILISATION DE LA FRÉQUENCE DU LASER

ce qui donne, pour le signal d'erreur :

$$\epsilon'(t) = \frac{CR}{\tau}\epsilon(t) + a$$

En régime permanent (après un temps  $\frac{\tau}{CR}$ , qui est le temps de réponse du système en boucle fermé) :

$$\epsilon(t) = \frac{a\tau}{CR}$$

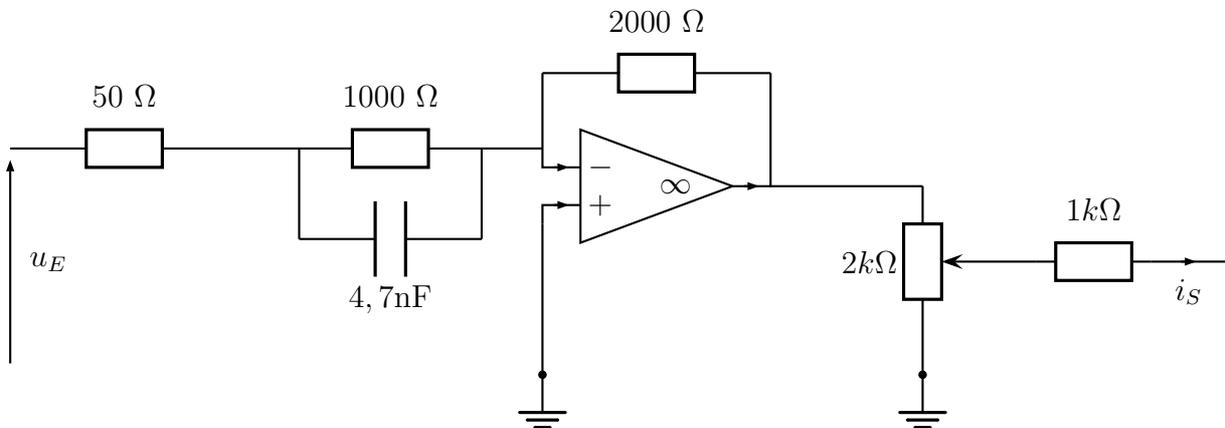
et, à la sortie de l'AO la tension est :

$$V(t) = \frac{at}{CR}$$

Cette tension sature à environ 10V, ce qui a pour effet de faire décrocher l'asservissement, au bout d'un temps  $t = 10RC/a$ . Pour maintenir le laser locké le plus longtemps possible, il faut donc  $R \approx 1$  et C le plus grand possible. ( $\tau$  n'intervient pas ici, mais il intervient dans l'excursion de la fréquence car  $f(t) = \frac{CDa}{R\tau}t + \nu_{FP}$ )

La fonction de transfert de ce filtre de boucle est celle d'un intégrateur de fréquence de coupure 100 kHz. Il génère un retard de phase de  $\pi/2$ .

### B.5.2 Correction de la rétroaction sur le courant d'alimentation



La fonction de transfert qui nous intéresse pour ce filtre est  $H_{courant} = \frac{i_s}{u_e}$ . Celle-ci vaut ici, en notant  $f_1 = \frac{1}{2\pi \cdot 100\Omega \cdot 0.47\text{nF}} = 339\text{kHz}$ ,  $f_2 = \frac{1}{2\pi \cdot \frac{50 \cdot 1000}{50+1000}\Omega \cdot 0.47\text{nF}} = 7,1\text{MHz}$  :

$$H_{courant}(f) = -\frac{2000}{50 + 1000} \frac{1 + j\frac{f}{f_1}}{1 + j\frac{f}{f_2}}$$

On constate sur ce diagramme un effondrement du gain par rapport au gain théorique pour une fréquence de 3,1 MHz, ce qui correspond à un produit gain bande de 80 MHz. Ceci est mauvais pour l'asservissement puisque, dans le domaine fréquentiel où ce circuit est

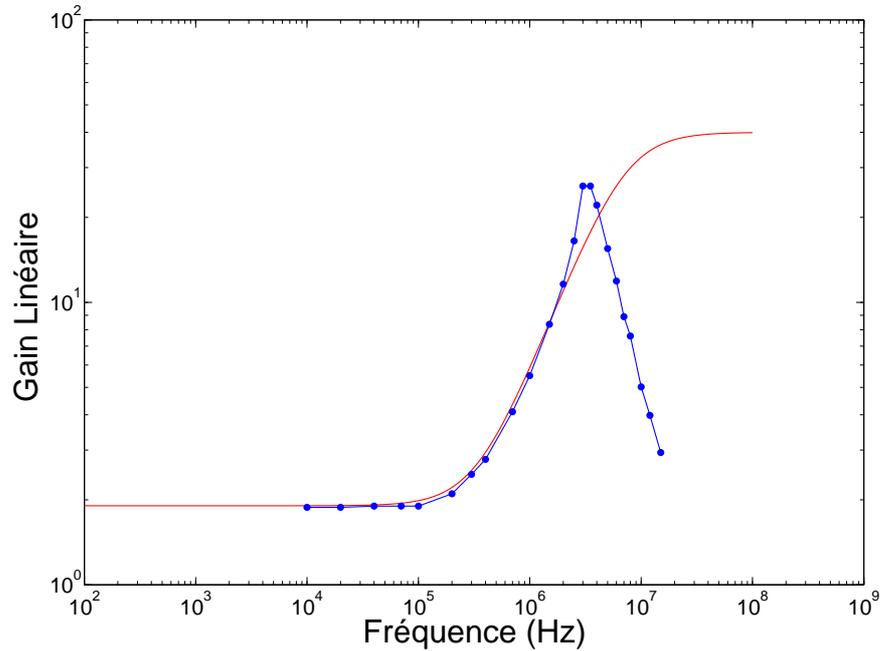


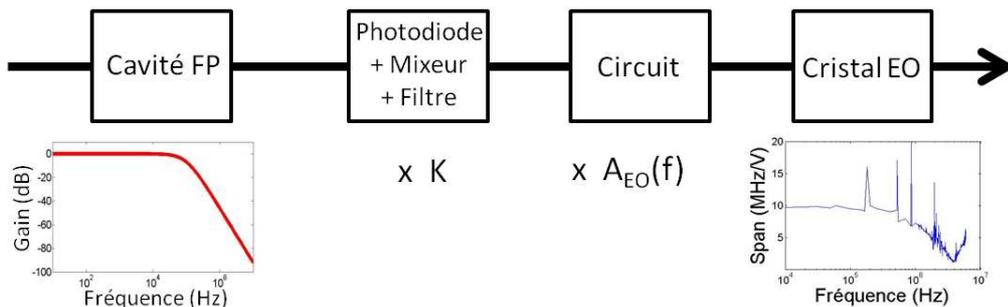
FIGURE B.3 – Diagramme de Bode du filtre de boucle sur le courant. En rouge la courbe théorique, en bleu la courbe expérimentale.

un dérivateur, la sortie, théoriquement en avance de phase de  $\pi/2$  par rapport à l'entrée, revient en phase avec celle-ci aux alentours de cette fréquence limite et prend même, vers 4MHz, un retard de phase d'environ  $\pi/2$ . On perd donc rapidement le bénéfice de la dérivation. Cette fréquence de saturation décroît linéairement avec la tension en entrée : elle passe de 3,1 MHz pour 100 mVpp à 4.2 MHz pour 20mVpp.

## B.6 Fonctions de transfert globales

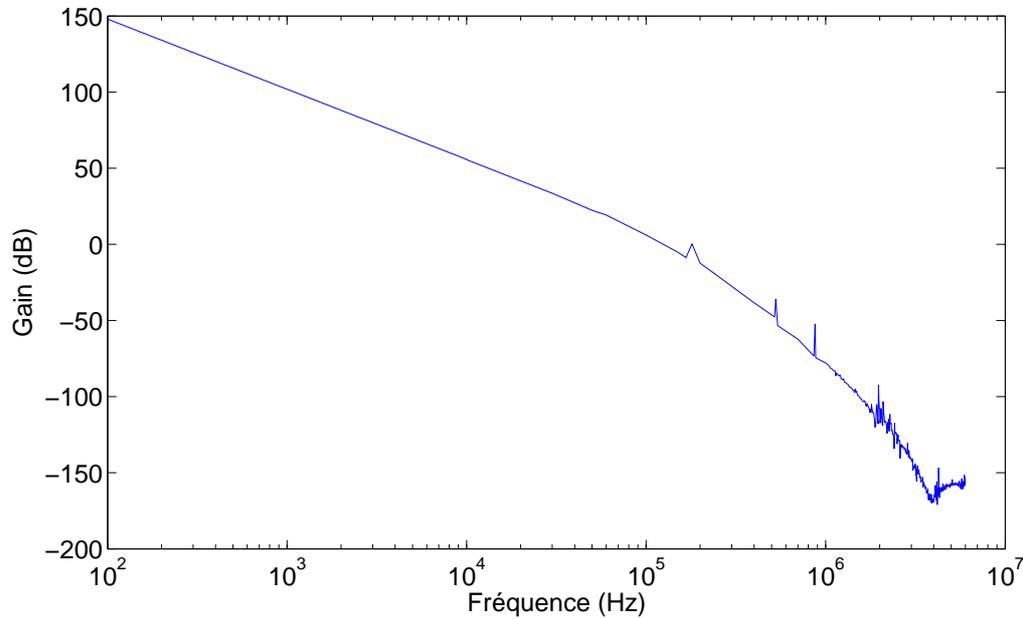
### B.6.1 Boucle sur le cristal électro-optique

Le schéma suivant résume la boucle sur le cristal électro-optique :



## CHAPITRE B - STABILISATION DE LA FRÉQUENCE DU LASER

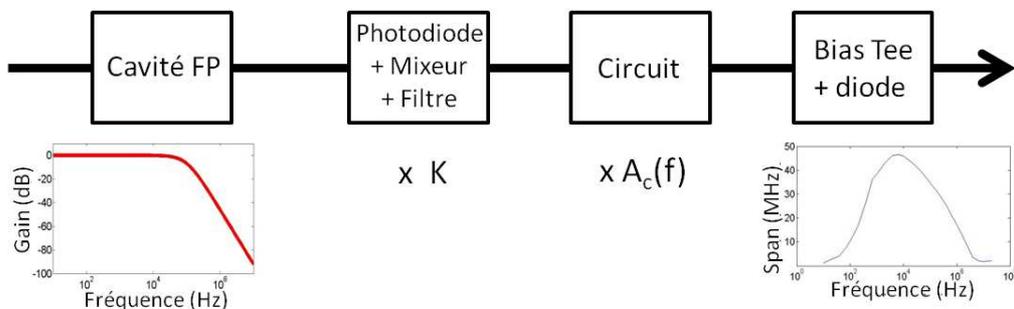
Le facteur  $K$  est mesuré expérimentalement (on mesure le signal d'erreur à l'entrée du circuit électronique). On trouve finalement pour la fonction de transfert de la boucle :



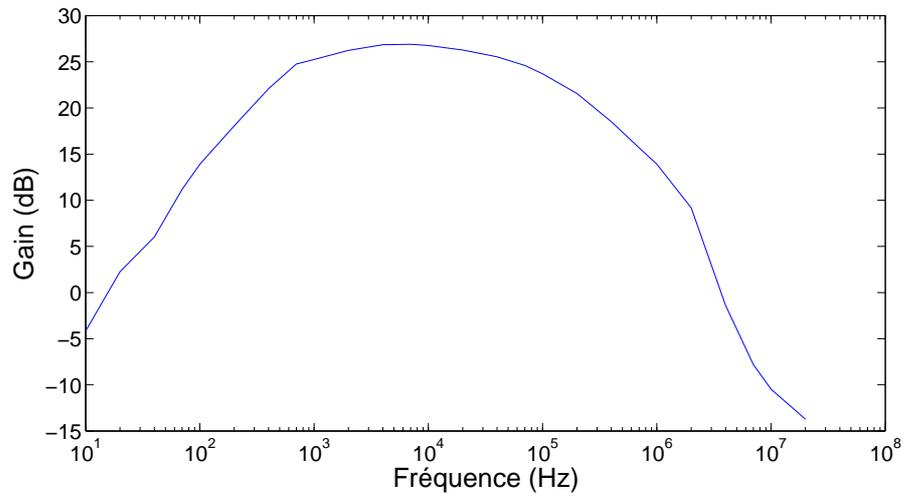
La partie basse fréquence de ce diagramme n'est pas correcte puisqu'on ne tient pas compte de la saturation de l'AOP. On voit qu'on évite les résonances puisque le gain devient négatif pour des fréquences légèrement plus faibles que celle de la première résonance.

### B.6.2 Boucle sur le courant d'alimentation

Le schéma suivant résume la boucle sur le cristal électro-optique :



On trouve finalement pour la fonction de transfert de la boucle :



On voit que le gain devient négatif pour environ 1MHz, les composants électroniques ayant été choisis pour obtenir cette valeur. En fonctionnement l'asservissement est à la limite d'osciller à 1,5 MHz ce qui semble valider cette courbe. Cette oscillation est due au retournement de phase de la fonction de transfert de la boucle (déphasage dû à la diode et à la cavité Fabry Perot qui n'est plus compensée par le circuit dérivateur qui sature).

## CHAPITRE B - STABILISATION DE LA FRÉQUENCE DU LASER

# Bibliographie

- [1] E. Knill, R. Laflamme, G.J. Milburn, et al. A scheme for efficient quantum computation with linear optics. *nature*, 409(6816) :46–52, 2001.
- [2] P. Kok, W.J. Munro, K. Nemoto, T.C. Ralph, J.P. Dowling, and GJ Milburn. Linear optical quantum computing with photonic qubits. *Reviews of Modern Physics*, 79(1) :135, 2007.
- [3] H.J. Briegel, W. Dür, J.I. Cirac, and P. Zoller. Quantum repeaters : The role of imperfect local operations in quantum communication. *Physical Review Letters*, 81(26) :5932–5935, 1998.
- [4] L.M. Duan, M. Lukin, I. Cirac, and P. Zoller. Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics. *Arxiv preprint quant-ph/0105105*, 2001.
- [5] S. Chen, Y.A. Chen, T. Strassel, Z.S. Yuan, B. Zhao, J. Schmiedmayer, and J.W. Pan. Deterministic and storable single-photon source based on a quantum memory. *Physical review letters*, 97(17) :173004, 2006.
- [6] DN Matsukevich, T. Chaneliere, SD Jenkins, S.Y. Lan, TAB Kennedy, and A. Kuzmich. Deterministic single photons via conditional quantum evolution. *Physical review letters*, 97(1) :13601, 2006.
- [7] RH Dicke. Coherence in spontaneous radiation processes. *Physical Review*, 93(1) :99, 1954.
- [8] JI Cirac, P. Zoller, HJ Kimble, and H. Mabuchi. Quantum state transfer and entanglement distribution among distant nodes in a quantum network. *Arxiv preprint quant-ph/9611017*, 1996.
- [9] X. Maitre, E. Hagley, G. Nogues, C. Wunderlich, P. Goy, M. Brune, JM Raimond, and S. Haroche. Quantum memory with a single photon in a cavity. *Physical review letters*, 79(4) :769–772, 1997.
- [10] RM Macfarlane. Photon-echo measurements on the trivalent thulium ion. *Optics letters*, 18(22) :1958–1960, 1993.

## BIBLIOGRAPHIE

- [11] C. Simon, M. Afzelius, J. Appel, A. Boyer de La Giroday, SJ Dewhurst, N. Gisin, CY Hu, F. Jelezko, S. Kröll, JH Müller, et al. Quantum memories. *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 58(1) :1–22, 2010.
- [12] W.E. Moerner. Persistent spectral hole-burning : science and applications. 1988.
- [13] WK Wothers and WH Zurek. A single quanta cannot be cloned. *Nature*, 299(5886) :802–803, 1982.
- [14] K. Hammerer, M.M. Wolf, E.S. Polzik, and J.I. Cirac. Quantum benchmark for storage and transmission of coherent states. *Physical review letters*, 94(15) :150503, 2005.
- [15] S.L. Braunstein, C.A. Fuchs, and H.J. Kimble. Criteria for continuous-variable quantum teleportation. *Journal of Modern Optics*, 47(2-3) :267–278, 2000.
- [16] I. Marcikic, H. De Riedmatten, W. Tittel, V. Scarani, H. Zbinden, and N. Gisin. Time-bin entangled qubits for quantum communication created by femtosecond pulses. *Physical Review A*, 66(6) :062308, 2002.
- [17] S. Massar and S. Popescu. Optimal extraction of information from finite quantum ensembles. *Physical review letters*, 74(8) :1259–1263, 1995.
- [18] N. Sangouard, C. Simon, H. De Riedmatten, and N. Gisin. Quantum repeaters based on atomic ensembles and linear optics. *Reviews of Modern Physics*, 83(1) :33, 2011.
- [19] OA Collins, SD Jenkins, A. Kuzmich, and TAB Kennedy. Multiplexed memory-insensitive quantum repeaters. *Physical review letters*, 98(6) :60502, 2007.
- [20] C. Simon, H. De Riedmatten, M. Afzelius, N. Sangouard, H. Zbinden, and N. Gisin. Quantum repeaters with photon pair sources and multimode memories. *Physical review letters*, 98(19) :190503, 2007.
- [21] SY Lan, AG Radnaev, OA Collins, DN Matsukevich, TA Kennedy, A. Kuzmich, et al. A multiplexed quantum memory. *Optics express*, 17(16) :13639–13645, 2009.
- [22] E.S. Maniloff, S.B. Altner, S. Bernet, F.R. Graf, A. Renn, and U.P. Wild. Recording of 6000 holograms by use of spectral hole burning. *Applied optics*, 34(20) :4140–4148, 1995.
- [23] X.A. Shen, A.D. Nguyen, J.W. Perry, D.L. Huestis, and R. Kachru. Time-domain holographic digital memory. *Science*, 278(5335) :96, 1997.
- [24] M. D. Lukin. *Colloquium* : Trapping and manipulating photon states in atomic ensembles. *Rev. Mod. Phys.*, 75 :457–472, Apr 2003.

- [25] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos. Electromagnetically induced transparency : Optics in coherent media. *Rev. Mod. Phys.*, 77 :633–673, Jul 2005.
- [26] A. Javan, O. Kocharovskaya, H. Lee, and M. O. Scully. Narrowing of electromagnetically induced transparency resonance in a doppler-broadened medium. *Phys. Rev. A*, 66 :013805, Jul 2002.
- [27] J. S. Toll. Causality and the dispersion relation : Logical foundations. *Phys. Rev.*, 104 :1760–1770, Dec 1956.
- [28] K.-J. Boller, A. Imamolu, and S. E. Harris. Observation of electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.*, 66 :2593–2596, May 1991.
- [29] L.V. Hau, S.E. Harris, Z. Dutton, and C.H. Behroozi. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. *Nature*, 397(6720) :594–598, 1999.
- [30] M. Fleischhauer and M. D. Lukin. Dark-state polaritons in electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.*, 84 :5094–5097, May 2000.
- [31] M. Fleischhauer and MD Lukin. Quantum memory for photons : Dark-state polaritons. *Physical Review A*, 65(2) :022314, 2002.
- [32] DF Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, RL Walsworth, and MD Lukin. Storage of light in atomic vapor. *Physical Review Letters*, 86(5) :783–786, 2001.
- [33] C. Liu, Z. Dutton, C.H. Behroozi, and L.V. Hau. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses. *Nature*, 409(6819) :490–493, 2001.
- [34] M.T.L. Hsu, G. Hetet, O. Glöckl, J.J. Longdell, B.C. Buchler, H.A. Bachor, and P.K. Lam. Quantum study of information delay in electromagnetically induced transparency. *Physical review letters*, 97(18) :183601, 2006.
- [35] MD Eisaman, A. André, F. Massou, M. Fleischhauer, AS Zibrov, and MD Lukin. Electromagnetically induced transparency with tunable single-photon pulses. *Nature*, 438(7069) :837–841, 2005.
- [36] T. Chaneliere, DN Matsukevich, SD Jenkins, S.Y. Lan, TAB Kennedy, and A. Kuzmich. Storage and retrieval of single photons transmitted between remote quantum memories. *Nature*, 438(7069) :833–836, 2005.
- [37] Kazuhito Honda, Daisuke Akamatsu, Manabu Arikawa, Yoshihiko Yokoi, Keiichirou Akiba, Satoshi Nagatsuka, Takahito Tanimura, Akira Furusawa, and Mikio Kozuma. Storage and retrieval of a squeezed vacuum. *Phys. Rev. Lett.*, 100 :093601, Mar 2008.
- [38] J. Appel, E. Figueroa, D. Korystov, M. Lobino, and AI Lvovsky. Quantum memory for squeezed light. *Physical review letters*, 100(9) :93602, 2008.

## BIBLIOGRAPHIE

- [39] R.M. Macfarlane. High-resolution laser spectroscopy of rare-earth doped insulators : a personal perspective. *Journal of luminescence*, 100(1) :1–20, 2002.
- [40] AA Kaplëïanskæii and RM Macfarlane. *Spectroscopy of solids containing rare earth ions*, volume 21. North-Holland (Amsterdam and New York and New York, NY), 1987.
- [41] Y. Sun, CW Thiel, RL Cone, RW Equall, and RL Hutcheson. Recent progress in developing new rare earth materials for hole burning and coherent transient applications. *Journal of luminescence*, 98(1) :281–287, 2002.
- [42] G. Liu and B. Jacquier. *Spectroscopic properties of rare earths in optical materials*, volume 83. Springer, 2005.
- [43] R.C. Powell. *Physics of solid-state laser materials*, volume 1. Springer Verlag, 1998.
- [44] P.C. Becker, N.A. Olsson, and J.R. Simpson. *Erbium-doped fiber amplifiers : fundamentals and technology*, volume 1. Academic Pr, 1999.
- [45] E. Desurvire, D. Bayart, B. Desthieux, and S. Bigo. *Erbium-doped fiber amplifiers : Device and System Developments*. Wiley New York, 2002.
- [46] GJ Pryde, T. Böttger, RL Cone, and RCC Ward. Semiconductor lasers stabilized to spectral holes in rare earth crystals to a part in  $10^{13}$  and their application to devices and spectroscopy. *Journal of luminescence*, 98(1) :309–315, 2002.
- [47] PB Sellin, NM Strickland, T. Böttger, JL Carlsten, and RL Cone. Laser stabilization at 1536 nm using regenerative spectral hole burning. *Physical Review B*, 63(15) :155111, 2001.
- [48] L. Rippe, B. Julsgaard, A. Walther, and S. Kröll. Laser stabilization using spectral hole burning. *Arxiv preprint quant-ph/0611056*, 2006.
- [49] L. Ménager, I. Lorgeré, J.L. Le Gouët, D. Dolfi, and J.P. Huignard. Demonstration of a radio-frequency spectrum analyzer based on spectral hole burning. *Optics Letters*, 26(16) :1245–1247, 2001.
- [50] G. Gorju, A. Chauve, V. Crozatier, I. Lorgeré, J.L. Le Gouët, and F. Bretenaker. 10ghz bandwidth rf spectral analyzer with megahertz resolution based on spectral-spatial holography in  $\text{tm}^{3+} : \text{Yag}$  : experimental and theoretical study. *JOSA B*, 24(3) :457–470, 2007.
- [51] M. Colice, F. Schlottau, and K.H. Wagner. Broadband radio-frequency spectrum analysis in spectral-hole-burning media. *Applied optics*, 45(25) :6393–6408, 2006.
- [52] R. Krishna Mohan, T. Chang, M. Tian, S. Bekker, A. Olson, C. Ostrander, A. Khal-laayoun, C. Dollinger, W.R. Babbitt, Z. Cole, R.R. Reibel, K.D. Merkel, Y. Sun,

- R. Cone, F. Schlottau, and K.H. Wagner. Ultra-wideband spectral analysis using s2 technology. *Journal of Luminescence*, 127(1) :116 – 128, 2007.
- [53] B.R. Judd. Optical absorption intensities of rare-earth ions. *Physical Review*, 127(3) :750, 1962.
- [54] G.H. Dieke and HM Crosswhite. The spectra of the doubly and triply ionized rare earths. *Applied Optics*, 2(7) :675–686, 1963.
- [55] B.R. Judd. *Operator techniques in atomic spectroscopy*. McGraw-Hill New York, 1963.
- [56] B.G. Wybourne and W.F. Meggers. Spectroscopic properties of rare earths. *Physics Today*, 18 :70, 1965.
- [57] S. Huefner. Optical spectra of transparent rare earth insulators, 1978.
- [58] V. Crozatier, F. Seze, L. Haals, F. Bretenaker, I. Lorgeré, and J.L.L. Gouët. Laser diode stabilisation for coherent driving of rare earth ions. *Optics communications*, 241(1-3) :203–213, 2004.
- [59] B. Julsgaard, A. Walther, L. Rippe, et al. Understanding laser stabilization using spectral hole burning. *Optics Express*, 15(18) :11444–11465, 2007.
- [60] JPD Martin, MJ Sellars, P. Tuthill, NB Manson, G. Pryde, and T. Dyke. Resolved isotopic energy shift and hole burning in eucl3h2o. *Journal of luminescence*, 78(1) :19–24, 1998.
- [61] R. M. Macfarlane, R. S. Meltzer, and B. Z. Malkin. Optical measurement of the isotope shifts and hyperfine and superhyperfine interactions of nd in the solid state. *Phys. Rev. B*, 58 :5692–5700, Sep 1998.
- [62] John B. Gruber, Marian E. Hills, Roger M. Macfarlane, Clyde A. Morrison, Gregory A. Turner, Gregory J. Quarles, Gregory J. Kintz, and Leon Esterowitz. Spectra and energy levels of tm<sup>3+</sup> :y<sub>3</sub>al<sub>5</sub>o<sub>12</sub>. *Phys. Rev. B*, 40 :9464–9478, Nov 1989.
- [63] E. Fraval, MJ Sellars, and JJ Longdell. Method of extending hyperfine coherence times in pr<sup>3+</sup> :y<sub>3</sub>al<sub>5</sub>o<sub>12</sub>. *Physical review letters*, 92(7) :77601, 2004.
- [64] RW Equall, Y. Sun, RL Cone, and RM Macfarlane. Ultraslow optical dephasing in eu<sup>3+</sup> :y<sub>2</sub>sio<sub>5</sub>. *Physical review letters*, 72(14) :2179–2182, 1994.
- [65] T. Böttger, GJ Pryde, and RL Cone. Programmable laser frequency stabilization at 1523 nm by use of persistent spectral hole burning. *Optics letters*, 28(3) :200–202, 2003.
- [66] F. de Seze. *Vers l'enregistrement d'un signal quantique dans des ions de terre rare insérés en matrice cristalline*. PhD thesis, PhD thesis, Université Paris XI, Laboratoire Aimé Cotton, 2005.

## BIBLIOGRAPHIE

- [67] A. Louchet. Manipulation optique d'une cohérence de spin nucléaire dans l'ion thulium en matrice cristalline. 2008.
- [68] G. Armagan, A.M. Buoncristiani, and B. Di Bartolo. Excited state dynamics of thulium ions in yttrium aluminum garnets. *Optical Materials*, 1(1) :11–20, 1992.
- [69] TT Basiev, Y.V. Orlovskii, KK Pukhov, VB Sigachev, ME Doroshenko, and IN Vorob'Ev. Multiphonon relaxation rates measurements and theoretical calculations in the frame of non-linear and non-coulomb model of a rare-earth ion-ligand interaction. *Journal of luminescence*, 68(5) :241–253, 1996.
- [70] J. Ruggiero, T. Chanelière, and J.-L. Le Gouët. Coherent response to optical excitation in a strongly absorbing rare-earth ion-doped crystal. *J. Opt. Soc. Am. B*, 27(1) :32–37, Jan 2010.
- [71] B.S. Ham, PR Hemmer, and MS Shahriar. Efficient electromagnetically induced transparency in a rare-earth doped crystal. *Optics communications*, 144(4-6) :227–230, 1997.
- [72] AV Turukhin, VS Sudarshanam, MS Shahriar, JA Musser, BS Ham, and PR Hemmer. Observation of ultraslow and stored light pulses in a solid. *Physical Review Letters*, 88(2) :23602, 2001.
- [73] J.J. Longdell, E. Fraval, M.J. Sellars, and NB Manson. Stopped light with storage times greater than one second using electromagnetically induced transparency in a solid. *Physical review letters*, 95(6) :63601, 2005.
- [74] B. Kohler, S. Bernet, A. Renn, and U.P. Wild. Storage of 2000 holograms in a photochemical hole-burning system. *Optics letters*, 18(24) :2144–2146, 1993.
- [75] SO Elyutin, SM Zakharov, and É.A. Manykin. Theoretical pulse shapes for the photon (light) echo. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 49 :421, 1979.
- [76] T.W. Mossberg. Time-domain frequency-selective optical data storage. *Optics letters*, 7(2) :77–79, 1982.
- [77] SO Elyutin, SM Zakharov, and EA Manykin. Reconstruction of the shape of ultrashort optical pulses by stimulated photon echo. *Optics and Spectroscopy*, 52 :345–346, 1982.
- [78] T.W. Mossberg. Swept-carrier time-domain optical memory. *Optics letters*, 17(7) :535–537, 1992.
- [79] H. Lin, T. Wang, GA Wilson, and TW Mossberg. Experimental demonstration of swept-carrier time-domain optical memory. *Optics letters*, 20(1) :91–93, 1995.

- [80] H. Lin, T. Wang, and TW Mossberg. Demonstration of 8-gbit/in.<sup>2</sup> areal storage density based on swept-carrier frequency-selective optical memory. *Optics letters*, 20(15) :1658–1660, 1995.
- [81] SA Moiseev and S. Kroll. Complete reconstruction of the quantum state of a single-photon wave packet absorbed by a doppler-broadened transition. *Physical review letters*, 87(17) :173601–173601, 2001.
- [82] S. Moiseev and M. Noskov. Technique of quantum memory on the basis of a photon echo in gases. *Optics and Spectroscopy*, 96 :714–720, 2004. 10.1134/1.1753636.
- [83] B. Kraus, W. Tittel, N. Gisin, M. Nilsson, S. Kröll, and JI Cirac. Quantum memory for nonstationary light fields based on controlled reversible inhomogeneous broadening. *Physical Review A*, 73(2) :020302, 2006.
- [84] SA Moiseev, VF Tarasov, and BS Ham. Quantum memory photon echo-like techniques in solids. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 5 :S497, 2003.
- [85] M. Nilsson and S. Kroll. Solid state quantum memory using complete absorption and re-emission of photons by tailored and externally controlled inhomogeneous absorption profiles. *Optics communications*, 247(4-6) :393–403, 2005.
- [86] J.J. Longdell, G. Hetet, P.K. Lam, and MJ Sellars. Analytic treatment of controlled reversible inhomogeneous broadening quantum memories for light using two-level atoms. *Physical Review A*, 78(3) :032337, 2008.
- [87] AL Alexander, JJ Longdell, MJ Sellars, and NB Manson. Photon echoes produced by switching electric fields. *Physical review letters*, 96(4) :43602, 2006.
- [88] G. Hetet, JJ Longdell, AL Alexander, P.K. Lam, and MJ Sellars. Electro-optic quantum memory for light using two-level atoms. *Physical review letters*, 100(2) :23601, 2008.
- [89] M.P. Hedges, J.J. Longdell, Y. Li, and M.J. Sellars. Efficient quantum memory for light. *Nature*, 465(7301) :1052–1056, 2010.
- [90] N. Sangouard, C. Simon, M. Afzelius, and N. Gisin. Analysis of a quantum memory for photons based on controlled reversible inhomogeneous broadening. *Physical Review A*, 75(3) :032327, 2007.
- [91] J. Nunn, K. Reim, KC Lee, VO Lorenz, BJ Sussman, IA Walmsley, and D. Jaksch. Multimode memories in atomic ensembles. *Physical Review Letters*, 101(26) :260502, 2008.
- [92] T. Chaneliere, J. Ruggiero, J.L. Le Gouët, W. Tittel, J.H. Mun, A. Jouini, A. Yoshikawa, G. Boulon, Y. Le Du, P. Goldner, et al.  $\text{tm}^{3+}:\text{y}_2\text{o}_3$  investigated for a quantum light storage application. *Physical Review B*, 77(24) :245127, 2008.

## BIBLIOGRAPHIE

- [93] M. Afzelius, C. Simon, H. De Riedmatten, and N. Gisin. Multimode quantum memory based on atomic frequency combs. *Physical Review A*, 79(5) :052329, 2009.
- [94] H. De Riedmatten, M. Afzelius, M.U. Staudt, C. Simon, and N. Gisin. A solid-state light–matter interface at the single-photon level. *Nature*, 456(7223) :773–777, 2008.
- [95] W.H. Hesselink and D.A. Wiersma. Picosecond photon echoes stimulated from an accumulated grating. *Physical Review Letters*, 43(27) :1991–1994, 1979.
- [96] W.H. Hesselink and D.A. Wiersma. Photon echoes stimulated from an accumulated grating : theory of generation and detection. *The Journal of Chemical Physics*, 75 :4192, 1981.
- [97] T. Chanelière, J. Ruggiero, M. Bonarota, M. Afzelius, and JL Le Gouët. Efficient light storage in a crystal using an atomic frequency comb. *New Journal of Physics*, 12 :023025, 2010.
- [98] M. Bonarota, J.L.L. Gouët, SA Moiseev, and T. Chanelière. Atomic frequency comb storage as a slow-light effect. *Arxiv preprint arXiv :1112.0338*, 2011.
- [99] R. Lauro. protocoles adiabatiques pour le ralentissement et le stockage de la lumière dans un cristal de tm : Yag. 2010.
- [100] D. Grischkowsky, MMT Loy, and PF Liao. Adiabatic following model for two-photon transitions : nonlinear mixing and pulse propagation. *Physical Review A*, 12(6) :2514, 1975.
- [101] MD Crisp. Adiabatic-following approximation. *Physical Review A*, 8(4) :2128, 1973.
- [102] L. Allen and J.H. Eberly. *Optical resonance and two-level atoms*. Dover publications, 1987.
- [103] R. Lauro, T. Chanelière, and JL Le Gouët. Slow light using spectral hole burning in a tm<sup>3+</sup>-doped yttrium-aluminum-garnet crystal. *PHYSICAL REVIEW A : atomic, molecular, and optical physics*, 79(6) :63844, 2009.
- [104] Ryan M. Camacho, Michael V. Pack, John C. Howell, Aaron Schweinsberg, and Robert W. Boyd. Wide-bandwidth, tunable, multiple-pulse-width optical delays using slow light in cesium vapor. *Phys. Rev. Lett.*, 98 :153601, Apr 2007.
- [105] M. Afzelius, I. Usmani, A. Amari, B. Lauritzen, A. Walther, C. Simon, N. Sangouard, J. Minář, H. De Riedmatten, N. Gisin, et al. Demonstration of atomic frequency comb memory for light with spin-wave storage. *Physical review letters*, 104(4) :40503, 2010.
- [106] A. Louchet, Y. Le Du, F. Bretenaker, T. Chanelière, F. Goldfarb, I. Lorgeré, J.L. Le Gouët, O. Guillot-Noël, and P. Goldner. Optical excitation of nuclear spin coherence in a tm<sup>3+</sup> : Yag crystal. *Physical Review B*, 77(19) :195110, 2008.

- [107] A.L. Alexander, J.J. Longdell, and M.J. Sellars. Measurement of the ground-state hyperfine coherence time of  $^{151}\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ . *JOSA B*, 24(9) :2479–2482, 2007.
- [108] E. Fraval, M. J. Sellars, and J. J. Longdell. Method of extending hyperfine coherence times in  $\text{pr}^{3+} : \text{yso}$ . *Phys. Rev. Lett.*, 92 :077601, Feb 2004.
- [109] E. Fraval, MJ Sellars, and JJ Longdell. Dynamic decoherence control of a solid-state nuclear-quadrupole qubit. *Physical review letters*, 95(3) :30506, 2005.
- [110] I. Usmani, M. Afzelius, H. De Riedmatten, and N. Gisin. Mapping multiple photonic qubits into and out of one solid-state atomic ensemble. *Nature Communications*, 1 :12, 2010.
- [111] J. Ruggiero. Stocker et restituer un photon unique. 2010.
- [112] P. Tang, D. Towner, T. Hamano, A. Meier, and B. Wessels. Electrooptic modulation up to 40 ghz in a barium titanate thin film waveguide modulator. *Optics Express*, 12(24) :5962–5967, 2004.
- [113] G Gorju. Analyse spectrale : études théoriques et expérimentales de l’analyseur à photographie spectrale. 2007.
- [114] NM Strickland, PB Sellin, Y. Sun, JL Carlsten, and RL Cone. Laser frequency stabilization using regenerative spectral hole burning. *Physical Review B*, 62(3) :1473, 2000.
- [115] W.G. Farr, J.W. Tay, P.M. Ledingham, D. Korystov, and J.J. Longdell. Hybrid optical and electronic laser locking using spectral hole burning. *Arxiv preprint arXiv :1008.0229*, 2010.
- [116] M. Nilsson, L. Rippe, N. Ohlsson, T. Christiansson, and S. Kröll. Initial experiments concerning quantum information processing in rare-earth-ion doped crystals. *Physica Scripta*, 2002 :178, 2002.
- [117] P.M. Ledingham, W.R. Naylor, J.J. Longdell, S.E. Beavan, and M.J. Sellars. Non-classical photon streams using rephased amplified spontaneous emission. *Physical Review A*, 81(1) :012301, 2010.
- [118] J. Ruggiero, J.L. Le Gouët, C. Simon, and T. Chanelière. Why the two-pulse photon echo is not a good quantum memory protocol. *Physical Review A*, 79(5) :053851, 2009.
- [119] M. Bonarota, JL Le Gouët, and T. Chanelière. Highly multimode storage in a crystal. *New Journal of Physics*, 13 :013013, 2011.
- [120] A. Amari, A. Walther, M. Sabooni, M. Huang, S. Kröll, M. Afzelius, I. Usmani, B. Lauritzen, N. Sangouard, H. De Riedmatten, et al. Towards an efficient atomic frequency comb quantum memory. *Journal of Luminescence*, 130(9) :1579–1585, 2010.

## BIBLIOGRAPHIE

- [121] N. Timoney, B. Lauritzen, I. Usmani, M. Afzelius, and N. Gisin. Atomic frequency comb memory with spin wave storage in  $153\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ . *Arxiv preprint arXiv :1202.4314*, 2012.
- [122] Stefan Kröll, Lars Rippe, Mahmood Sabooni, Axel Thuresson, and Samuel T. Kometa. Storing quantum states in a slow light cavity. In *Research in Optical Sciences*, page QT1A.5. Optical Society of America, 2012.
- [123] DL McAuslan, PM Ledingham, WR Naylor, SE Beavan, MP Hedges, MJ Sellars, and JJ Longdell. Photon-echo quantum memories in inhomogeneously broadened two-level atoms. *Physical Review A*, 84(2) :022309, 2011.
- [124] S.L. McCall and EL Hahn. Self-induced transparency by pulsed coherent light. *Physical Review Letters*, 18(21) :908–911, 1967.
- [125] N.V. Vitanov, T. Halfmann, B.W. Shore, and K. Bergmann. Laser-induced population transfer by adiabatic passage techniques. *Annual review of physical chemistry*, 52(1) :763–809, 2001.
- [126] M. Garwood and L. DelaBarre. The return of the frequency sweep : designing adiabatic pulses for contemporary nmr. *Journal of Magnetic Resonance*, 153(2) :155–177, 2001.
- [127] F. De Seze, A. Louchet, V. Crozatier, I. Lorgeré, F. Bretenaker, J.L. Le Gouët, O. Guillot-Noël, and P. Goldner. Experimental tailoring of a three-level  $\lambda$  system in  $\text{tm}^{\wedge}\{3+\}$  : Yag. *Physical Review B*, 73(8) :085112, 2006.
- [128] Ingela Roos and Klaus Mølmer. Quantum computing with an inhomogeneously broadened ensemble of ions : Suppression of errors from detuning variations by specially adapted pulses and coherent population trapping. *Phys. Rev. A*, 69 :022321, Feb 2004.
- [129] L. Rippe, M. Nilsson, S. Kröll, R. Klieber, and D. Suter. Experimental demonstration of efficient and selective population transfer and qubit distillation in a rare-earth-metal-ion-doped crystal. *Physical Review A*, 71(6) :062328, 2005.
- [130] R. Lauro, T. Chanelière, and J.-L. Le Gouët. Adiabatic refocusing of nuclear spins in  $\text{tm}^{3+}$  :yag. *Phys. Rev. B*, 83 :035124, Jan 2011.
- [131] I. Zafarullah, M. Tian, T. Chang, and W. Randall Babbitt. Preparation of inverted medium and processing in the inverted medium. *Journal of luminescence*, 127(1) :158–163, 2007.
- [132] F.C. Spano and WS Warren. Preparation of constant-bandwidth total inversion, independent of optical density, with phase-modulated laser pulses. *Physical Review A*, 37(3) :1013, 1988.

- [133] G. Gorju, A. Louchet, D. Paboeuf, F. Bretenaker, F. Goldfarb, T. Chanelière, I. Lorgère, JL Le Gouët, O. Guillot-Noël, and P. Goldner. Stimulated optical pumping in a  $\text{tm}^{3+}$  : Yag crystal. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 19 :386226, 2007.
- [134] Mikael Afzelius and Christoph Simon. Impedance-matched cavity quantum memory. *Phys. Rev. A*, 82 :022310, Aug 2010.
- [135] MU Staudt, M. Afzelius, H. De Riedmatten, SR Hastings-Simon, C. Simon, R. Ricken, H. Suche, W. Sohler, and N. Gisin. Interference of multimode photon echoes generated in spatially separated solid-state atomic ensembles. *Physical review letters*, 99(17) :173602, 2007.
- [136] M. Hosseini, BM Sparkes, G. Campbell, PK Lam, and BC Buchler. High efficiency coherent optical memory with warm rubidium vapour. *Nature communications*, 2 :174, 2011.