



**HAL**  
open science

# Techniques de conception assistée par ordinateur (CAO) pour la caractérisation de l'espace de travail de robots manipulateurs parallèles

Khaled Arrouk

## ► To cite this version:

Khaled Arrouk. Techniques de conception assistée par ordinateur (CAO) pour la caractérisation de l'espace de travail de robots manipulateurs parallèles. Autre. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2012. Français. NNT : 2012CLF22257 . tel-00766814

**HAL Id: tel-00766814**

**<https://theses.hal.science/tel-00766814>**

Submitted on 19 Dec 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° ordre: 2257

EDSPIC: 566

**UNIVERSITE Blaise PASCAL – CLERMONT II**

ECOLE DOCTORALE

SCIENCES POUR L'INGENIEUR DE CLERMONT-FERRAND

**Thèse de Doctorat**

Présentée par

**Khaled ASSAD ARROUK**

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'UNIVERSITE

**Spécialité:** Génie mécanique

**Techniques de conception assistée par ordinateur  
(CAO) pour la caractérisation de l'espace de travail de  
robots manipulateurs parallèles**

Soutenue publiquement le 12 Juillet 2012 devant le jury:

**M. Saïd ZEGHLOUL**, Professeur des Universités, Université de Poitiers, **Président**

**M. Féthi BEN OUEZDOU**, Professeur des universités, UVSQY, **Rapporteur**

**M. Damien CHABLAT**, Directeur de recherche CNRS, IRCCyN, **Rapporteur**

**M. Grigore GOGU**, Professeur des universités, IFMA, **Directeur de thèse**

**M. B. Chedli BOUZGARROU**, Maître de conférences, IFMA, **Co-encadrant**

Institut Pascal - l'Axe de Recherche MMS: Mécanique, Matériaux et Structures.



*Je dédie ce mémoire de doctorat à la mémoire de mon père, je lui dis:*

*A quel point ton image est présente dans mon esprit, dans mon cœur, dans mes yeux... Je te garde mon cher père, au plus profond de moi, j'imagine toujours ton visage (ton visage compatissant), et j'entends ta voix (ta voix de tendresse). C'est dure, mon très cher père car tu n'es plus là...*

*Quand je te cherche, ce n'est pas la peine d'aller très loin, car je te trouve toujours à l'intérieur de moi. J'espère que tu es fier de ton fils papa !!*

*Mon travail est dédié aussi à ma mère, à la femme la plus belle de ma vie, à l'ange qui a appris seulement à aimer qui ne pourrait jamais mais jamais perdre cette habitude. Je pense toujours, à toi, ma mère, et j'apprécie énormément ton sacrifice. A la Mère, l'ombre de clémence de Dieu sur la terre et pour l'humanité.*

*A ma petite sœur Samah, mes deux frères Malaz et Mazen, je consacre pour vous toutes mes paroles et mes expressions fraternelles, mes mots qui volent comme des oiseaux, qui se dirigent vers vous, ces oiseaux qui vous remercient pour votre soutien quotidien, vos prières. Je n'oublie jamais mes proches.*

*A mon grand pays « la Syrie » gravé dans mon esprit, l'histoire d'amour qui dure pour l'éternité. Ce pays qui m'a donné l'occasion d'accomplir un de mes rêves les plus chers, être Docteur d'Université en France. Cette étape ne constitue qu'un pas sur le long chemin scientifique, où je vais faire de mon mieux pour aller le plus loin possible : devenir un Professeur des universités dans mon pays d'origine. A mon amour « Syrie », je te présente ma vive gratitude.*

**« Que ce mémoire soit un témoignage de mon affection »**



Sénèque  
Philosophe

*Ce n'est pas parce que les choses sont difficiles que nous n'osons pas, c'est parce que nous n'osons pas qu'elles sont difficiles.*



## Remerciements

Pour commencer, je souhaite souligner que les travaux présents dans ce manuscrit sont réalisés au sein de l'équipe MMSI « Machines, Mécanismes et Systèmes Industriels » de l'Axe de Recherche MMS « Mécanique, Matériaux et Structures » de l'Institut Pascal.

Je tiens à remercier très vivement mon université d'Al-Baath (Homs-Syrie) qui a financé mon séjour en France.

J'adresse mes plus vives gratitude, du fond du cœur, à M. Grigore GOGU, Professeur des Universités qui a dirigé mon travail de thèse tout au long de ces années. Je vous remercie pour vos remarques scientifiques très précieuses, vos conseils inestimables, votre disponibilité. Je tiens à vous remercier d'avoir trouvé du temps pour moi dans vos journées très chargées.

Au-delà de vos qualités scientifiques extrêmement appréciables, je tiens notamment à souligner vos grandes qualités humaines, votre extrême rigueur, votre immense sympathie et votre écoute.

Je resterai pour toujours très honoré d'être devenu Docteur après avoir réalisé mes travaux de recherche sous la direction du très reconnu professeur Grigore GOGU.

**« Hommage respectueux »**

Egalement, j'exprime toutes mes reconnaissances amicales à Dr. B. Chedli BOUZGARROU, Maître de Conférences, qui a encadré mes travaux de thèse sur un sujet très intéressant dans le domaine de la CAO appliquée à la robotique. Vos très nombreuses connaissances m'ont permis de bien progresser, et de mener avec succès ces travaux de thèse. Je vous remercie, M. BOUZGARROU, pour vos remarques et conseils précieux.

Vous êtes une personne d'une très grande écoute et d'un grand dynamisme. Je vous remercie encore pour vos qualités humaines indéniables et votre disponibilité.

Je suis très fier d'avoir travaillé avec vous M. BOUZGARROU.

**« Sincères remerciements »**

Je vous remercie, M. GOGU et M. BOUZGARROU, pour m'avoir aidé dans toutes les démarches administratives qui ont été compliquées parfois.

Au président du jury, M. Saïd ZEGHLOUL, Professeur des Universités à l'Institut Pprime de l'Université de Poitiers, qui nous a fait l'honneur d'avoir accepté la présidence du jury de thèse, je vous exprime mes très sincères remerciements.

J'exprime mes reconnaissances à M. Damien CHABLAT, Directeur de recherche CNRS, IRCCyN, qui m'a donné l'honneur d'être rapporteur de mon travail de thèse. Je vous remercie pour l'intérêt que vous avez porté à mes travaux. Je n'oublierai jamais nos rencontres conviviales à Hammamet/Tunisie en 2009 lors de la conférence internationale de CMSM, et à Cluj-Napoca/Roumanie en 2010 lors de la conférence EUCOMES.

Toute ma sincère gratitude à M. Féthi BEN OUEZDOU, Professeur des universités, UVSQY, qui a accepté d'évaluer mes travaux de thèse et d'en être rapporteur, je vous remercie pour m'avoir donné cet honneur.

J'adresse mes très vifs remerciements à mes chers amis, qui m'ont accompagné tout au long de ces années, à celles et à ceux qui ont rendu le jour de ma soutenance un jour

inoubliable et mémorable, aux amis avec qui j'ai partagé mon quotidien. Je dois dire que ces moments inoubliables resteront inscrit dans mon cœur à l'encre de l'amitié indélébile et ineffaçable. J'éprouve à votre égard une très grande gratitude:

Adoum W., Agnès R., Bassem H., Benjamin H., Benjamin V., Benoît R., Carole M., Cécile M., Cedric N., David G., Florence S., Franck S., Grégory G., Grégory C., Guillaume R., Guillaume P., Hamid B., Hélène C., Imad C., Julien L., Dr. Kharmanda M.-G., Kseniya S., Lazher Z., Mahmoud C., Maïté M., Mario A., Matthieu A., Miguel C., Nabil S., Nathalie I., Nebras S., Nicolas F., Nicolas Z., Olivier D., Omar S., Pierre D., Pierre G., Richard C., Seifddine M., Shengnan S., Sylvain P., XiaoSu H., ... La liste est bien longue « j'ai l'immense chance d'avoir beaucoup d'amis aux quatre coins du monde », c'est pourquoi, je présente toutes mes excuses pour les éventuels oubliés. Je n'oublie jamais mes amis en Syrie, surtout mes chers amis avec eux j'ai étudié le Français à l'institut de langues à Homs/Syrie.

J'exprime, de manière particulière, mes sincères remerciements à mes amis Kevin S. et Fanny T. qui sont ma petite famille en France. Avec eux, j'ai partagé des souvenirs inoubliables qui resteront pour l'éternité. En plus, j'adresse mon vif remerciement à Kevin S., qui a pris le temps de relire une grande partie de ce mémoire de thèse. Je vous souhaite, chers Kevin et Fanny, tout le bonheur du monde.

Mes agréables pensées me viennent pour mon ami Moncef S. avec lui j'ai partagé une tranche de ma vie en France, je le remercie de son amitié. Je n'oublierai jamais les matchs de Tennis que nous avons joués ensemble.

Je tiens à remercier Dr. Sergiu-Dan STAN, *Technical University of Cluj-Napoca Dept. of Mechatronics (Cluj-Napoca, Roumanie)*, pour m'avoir donné la chance de réaliser un stage d'un mois dans ce beau pays. Je remercie également tous les amis de cette université que je n'oublierai jamais.

Je présente mes sincères remerciements à Mme Marie-Claire COMTE-ROME responsable du service accueil et gestion des boursiers internationaux au CROUS de Clermont-Ferrand, pour gérer gentiment et aimablement mon dossier de bourse. Je tiens à dire que c'est grâce à elle et aux personnels du CROUS de Clermont-Ferrand que le séjour dans cette ville a constitué un parcours exceptionnel qui a été enrichi par des activités et sorties mémorables vers différents endroits fascinants en France.

Une agréable pensée me vient également pour l'ensemble des collègues chercheurs, enseignants, personnels techniques et administratifs de l'IFMA, et en particulier à Jacqueline G., Jacqueline H., Isabelle D., Arlette N., Anne-Lise G., je vous remercie pour votre grande sympathie et pour m'avoir aidé dans toutes les démarches administratives.



# Table des matières

Table des matières.....	7
Table des illustrations.....	11
Index des tableaux.....	22
Introduction générale.....	25

## Sommaire

---

<b>Chapitre 1: Logiciels CAO en robotique.....</b>	<b>24</b>
Résumé et objectifs du chapitre .....	29
<b>1.1 Conception assistée par ordinateur (CAO) .....</b>	<b>29</b>
1.1.1 Définition de la CAO.....	29
1.1.2 Outil CAO utilisé dans la thèse .....	30
1.1.3 Motivations du choix du logiciel CATIA® .....	31
1.1.4 Modélisation géométrique en CAO.....	33
<b>1.2 Les robots parallèles et leurs espaces de travail.....</b>	<b>37</b>
1.2.1 Définitions élémentaires et études préliminaires .....	37
1.2.2 Analyse des performances et espace de travail .....	40
<b>1.3 Logiciels CAO en robotique .....</b>	<b>42</b>
1.3.1 SMAPS, Simulateur de MANipulateurs Parallèles Sphériques .....	43
1.3.2 GIM, Geometric Iterative Method.....	45
<b>1.4 Détermination de l'espace de travail des manipulateurs sériels spatiaux à l'aide de logiciel de CAO.....</b>	<b>49</b>
<b>1.5 Discussions et conclusion.....</b>	<b>52</b>
<b>Chapitre 2: Techniques CAO proposées pour représenter et caractériser l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans (RMPP) à trois degrés de liberté.....</b>	<b>53</b>
Résumé et objectifs du chapitre .....	53
<b>2.1 Introduction générale .....</b>	<b>54</b>
2.1.1 Critères d'optimisation .....	54
2.1.2 Définitions de l'espace de travail .....	54
2.1.3 Etude préliminaire .....	54
<b>2.2 Analyse cinématique du robot de type 3-RPR.....</b>	<b>55</b>
<b>2.3 Espace de travail des robots parallèles manipulateurs plans.....</b>	<b>57</b>
2.3.1 Types d'espace de travail pour un robot manipulateur parallèle plan .....	57

2.3.2	Méthodes de détermination et de représentation de l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans .....	58
<b>2.4</b>	<b>Analyse critique de l'état de l'art .....</b>	<b>66</b>
2.4.1	La méthode numérique par discrétisation.....	66
2.4.2	Méthodes algébriques ou les méthodes analytiques .....	67
2.4.3	Les méthodes algébriques par discrétisation .....	67
2.4.4	Les méthodes géométriques .....	67
<b>2.5</b>	<b>Méthode proposée .....</b>	<b>68</b>
2.5.1	Description générale de la méthode proposée .....	68
2.5.2	Méthodologie CAO-Géométrique pour déterminer l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans .....	69
2.5.3	Quelques exemples d'application de la technique CAO-Géométrique programmée dans l'environnement de CAO de CATIA® pour déterminer l'espace de travail total du robot plan 3-RPR (sans tenir compte des limites articulaires) .....	73
2.5.4	Quelques exemples d'application de la technique programmée dans un environnement de CAO-CATIA® pour déterminer l'espace de travail total du robot plan 3-RPR (en prenant en compte les limites articulaires des articulations passives rotoïdes) .....	74
2.5.5	Effets des paramètres géométriques de conception sur l'espace de travail total (modèle paramétrique) du robot manipulateur de type 3-RPR .....	77
2.5.6	Analyses topologiques de l'espace de travail du robot 3-RPR.....	79
2.5.7	Application à la conception du robot plan de type 3-RPR .....	80
2.5.8	Généralisation de la méthode CAO-Géométrique proposée pour déterminer l'espace de travail total: quelques exemples d'application .....	85
<b>2.6</b>	<b>Comparaison de notre méthodologie CAO-Géométrique avec les autres méthodes .....</b>	<b>89</b>
2.6.1	Au niveau de la précision et le temps de calcul.....	89
2.6.2	Au niveau de la complexité .....	91
2.6.3	Au niveau de l'évaluation des caractéristiques de l'espace de travail .....	92
2.6.4	Au niveau de la planification des trajectoires.....	93
<b>2.7</b>	<b>Discussions et conclusion.....</b>	<b>93</b>
<b>Chapitre 3: Méthodologies CAO géométrique pour la construction de surfaces de singularités de type II pour les robots manipulateurs parallèles plans (RMPPs) .....</b>		
<b>3.1 Introduction.....</b>		
3.1.1	Différents types de singularités .....	96
3.1.2	Méthodes de détermination de lieu géométrique des singularités des robots manipulateurs parallèles.....	97
<b>3.2</b>	<b>Méthode proposée pour la construction de surface de singularité .....</b>	<b>100</b>
3.2.1	Description de la méthode proposée.....	101

3.2.2	Analyse de la précision de la construction .....	108
3.2.3	Détermination des régions libres de singularités .....	110
<b>3.3</b>	<b>Représentation des singularités dans l'espace articulaire.....</b>	<b>118</b>
3.3.1	Idée clé de la méthode proposée.....	120
3.3.2	Description de la méthode proposée.....	120
<b>3.4</b>	<b>Analyse dans l'espace articulaire.....</b>	<b>126</b>
3.4.1	Nouvelle méthodologie pour la représentation de l'espace de travail articulaire....	126
3.4.2	Application aux différents robots de type 3-RPR.....	127
<b>3.5</b>	<b>Un cas spécial du robot manipulateur 3-RPR pour la génération de trajectoires .....</b>	<b>137</b>
<b>3.6</b>	<b>Discussions et conclusion.....</b>	<b>139</b>
<b>Chapitre 4: Techniques graphiques basées CAO pour l'analyse du problème géométrique direct (PGD) de robots manipulateurs parallèles plans (RMPPs).....</b>		
Résumé et objectifs du chapitre .....		<b>143</b>
<b>4.1</b>	<b>Introduction.....</b>	<b>144</b>
4.1.1	Méthodes de résolution et modes d'assemblage .....	144
4.1.2	Interprétation graphique des solutions du PGD de robots parallèles plans .....	147
<b>4.2</b>	<b>Méthode proposée .....</b>	<b>148</b>
4.2.1	Motivations et idée principale .....	149
4.2.2	Nouvelle approche CAO-Géométrique pour la résolution du PGD de robots parallèles plans.....	149
4.2.3	Exemples d'applications .....	153
<b>4.3</b>	<b>Planification de trajectoires .....</b>	<b>159</b>
<b>4.4</b>	<b>Généralisation de la méthodologie CAO-Géométrique.....</b>	<b>163</b>
4.4.1	Application au robot manipulateur plan de type 3-RRR .....	164
4.4.2	Résultats numériques obtenus .....	168
4.4.3	Application au robot manipulateur plan de type 3-PPR .....	169
4.4.4	Résultats numériques obtenus .....	173
<b>4.5</b>	<b>Discussions et conclusion.....</b>	<b>174</b>
<b>Chapitre 5: Techniques CAO pour représenter et analyser l'espace de travail de robots parallèles spatiaux: application au robot 3-CRS. ....</b>		
Résumé et objectifs du chapitre .....		<b>177</b>
<b>5.1</b>	<b>Méthodes de détermination de l'espace de travail des robots spatiaux .....</b>	<b>178</b>
5.1.1	Méthodes numériques de discrétisation.....	178
5.1.2	Méthode algébrique par discrétisation.....	181
5.1.3	Méthodes géométriques.....	183
5.1.4	Utilisation des outils CAO.....	185

<b>5.2</b>	<b>Description du robot manipulateur spatial de type 3-CRS.....</b>	<b>186</b>
<b>5.3</b>	<b>Analyse cinématique du robot de type 3-CRS.....</b>	<b>189</b>
5.3.1	Modèle géométrique inverse du manipulateur de type 3-CRS.....	189
<b>5.4</b>	<b>Une conception modulaire du manipulateur spatial de type 3-CRS .....</b>	<b>190</b>
<b>5.5</b>	<b>Détermination de l'espace de travail du manipulateur de type 3-CRS.....</b>	<b>191</b>
5.5.1	Espace de travail en orientation constante.....	192
5.5.2	Techniques de construction du volume représentant l'espace vertex individuel atteignable par chaque jambe .....	194
5.5.3	Optimisation de l'espace de travail .....	199
5.5.4	Prise en compte des limites articulaires.....	205
<b>5.6</b>	<b>Nouvelle caractérisation de l'espace de travail de robots parallèles spatiaux.....</b>	<b>208</b>
5.6.1	Mise au point d'une nouvelle représentation.....	209
5.6.2	Approche CAO-Géométrie proposée .....	209
5.6.3	Analyse quantitative .....	214
<b>5.7</b>	<b>Discussions et conclusion.....</b>	<b>224</b>
<b>Conclusion générale et perspectives.....</b>		<b>225</b>
<b>Références bibliographiques.....</b>		<b>229</b>
<b>Publications liées à ce travail de thèse.....</b>		<b>239</b>
<b>Annexes chapitre 2.....</b>		<b>241</b>
<b>Annexe chapitre 3.....</b>		<b>258</b>
<b>Annexe chapitre 4.....</b>		<b>272</b>

# Table des illustrations

## Chapitre 1

<b>Figure 1-1:</b> Le diagramme représentant les cinq générations de systèmes de CAO [Di Monaco et al., 2010].-----	30
<b>Figure 1-2:</b> Quelques possibilités disponibles aux concepteurs via l’outil de CAO-CATIA® -----	31
<b>Figure 1-3:</b> Surface à pôles (Bézier) -----	33
<b>Figure 1-4:</b> Les primitives employées pour la création d’un solide via la technique de CSG.-----	34
<b>Figure 1-5:</b> Surface NURBS et ses composants: points de contrôle et polygones de contrôle. -----	35
<b>Figure 1-6:</b> Technique de balayage. -----	36
<b>Figure 1-7:</b> Modélisation par balayage, balayage par rotation (a), balayage par translation(b).-----	37
<b>Figure 1-8:</b> Modèle CAO d’un robot manipulateur à structure hybride et son espace de travail [Poppeova et al., 2011].-----	38
<b>Figure 1-9:</b> Modèles CAO de robot manipulateur parallèle planaire (a), et spatial (b). -----	38
<b>Figure 1-10:</b> Robots manipulateurs spatiaux ayant trois degrés de mobilité: robot de type Delta à 3 DDL en translation (a), poignet sphérique de Gosselin à 3-DDL en rotation [Lahouar, 2008].-----	39
<b>Figure 1-11:</b> Robots manipulateurs spatiaux ayant 4-DLL (a) [Yi et al., 2006], 5-DLL (b) [Yi et al., 2008] et 6-DLL (c) [Blaise et al., 2010]. -----	39
<b>Figure 1-12:</b> Comparaison entre l’espace de travail d’un robot à structure sérielle (a) et un robot manipulateur à structure parallèle (b) [Nabat, 2007].-----	41
<b>Figure 1-13:</b> Vue générale de l’interface de l’outil <b>SMAPS</b> .-----	44
<b>Figure 1-14:</b> Robot manipulateur parallèle spatial de type 6-RSS et son espace de travail en orientation constante(a), Robot manipulateur parallèle de type 3-RRR et son espace de travail en orientation constante, Robot manipulateur parallèle plan de type RRR-RPR-PRR et ses espaces en orientation constante et maximale obtenus par le logiciel GIM. --	46
<b>Figure 1-15:</b> Structure modulaire du logiciel GIM [Petuya, 2009]. -----	47
<b>Figure 1-16:</b> Interface du préprocesseur – cas du robot Maryland dans le logiciel GIM [Petuya, 2009]. -----	47
<b>Figure 1-17:</b> Module pour l’obtention de l’espace de travail dans le logiciel GIM [Petuya, 2009]. ---	48
<b>Figure 1-18:</b> Modèle CAO de deux robots manipulateurs sériels spatiaux de type 5R et RPR. -----	49
<b>Figure 1-19:</b> Modèle CAO solide 3D de l’espace pour le robot de type <b>5-R</b> (a), et pour le robot <b>RPR</b> (b) [Cao et al., 2011].-----	50
<b>Figure 1-20:</b> Modèle CAO solide 3D de l’espace pour le robot de type 5R avec moins de points. ----	51
<b>Figure 1-21:</b> Le robot manipulateur industriel de type SMART NJ 370-2.7 à six degrés de liberté. --	51
<b>Figure 1-22:</b> Nuage de points 3D de l’espace de travail du robot (a), une section à travers le nuage de points (b), le contour (nuage de points frontières) d’une section de l’espace de travail du robot manipulateur (c) [Castelli et al., 2010]. -----	51
<b>Figure 1-23:</b> Reconstruction du modèle CAO 3D de l’espace de travail du robot manipulateur à partir du nuage de points frontières [Castelli et al., 2010]. -----	52
<b>Chapitre 2</b>	
<b>Figure 2-1:</b> Modèle CAO (a) et schéma cinématique et paramétrage (b) du robot plan 3-RPR.-----	56
<b>Figure 2-2:</b> Espace de travail en orientation constante pour plusieurs valeurs de $\beta$ pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR [Arrouk et al. 2009-B]. -----	58

<b>Figure 2-3:</b> Méthodologie géométrique pour calculer l'espace en orientation constante pour le robot de type 3-RPR plan sans tenir compte des limites articulaires des articulations pivots passives.	60
<b>Figure 2-4:</b> Espace de travail en orientation constante déterminé par la méthode géométrique dans [Merlet, 2000], [Gosselin et al., 1996 (a)].	61
<b>Figure 2-5:</b> Espace de travail maximal pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR [Arrouk et al. 2009-A].	62
<b>Figure 2-6:</b> L'espace de travail maximal du robot manipulateur de type 3-RPR plan déterminé par la méthode géométrique [Merlet et al., 1998].	62
<b>Figure 2-7:</b> Superposition de couches de l'espace de travail, vue en perspective 3D des couches d'espace de travail (a), une vue de dessus de l'espace de travail pour le robot 3-RPR (b) [Husty, 1996].	63
<b>Figure 2-8:</b> Une représentation tridimensionnelle de l'espace de travail total du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR [Gosselin et al., 1996 (a)].	64
<b>Figure 2-9:</b> Une représentation 3D approximative de l'espace de travail total d'un robot parallèle plan dans l'espace $x, y, \beta$ [Merlet, 2000].	64
<b>Figure 2-10:</b> Espace de travail total en 3D via la méthode octree pour 3-RRR et 3-RPR [Chablat, 1998].	65
<b>Figure 2-11:</b> Espace de travail total en 3D par la méthode de discrétisation [Arrouk et al., 2009-A].	65
<b>Figure 2-12:</b> Les étapes suivies pour déterminer l'espace de travail en orientation constante dans l'environnement de la CAO-CATIA <sup>®</sup> . Les régions annulaires (surface vertex atteignable par les jambes) (a), Extrusion avec une faible épaisseur (b), première opération booléenne (c), deuxième opération booléenne, (Espace de travail en orientation constante) $W_1 \cap W_2 \cap W_3$ (d).	70
<b>Figure 2-13:</b> Méthodologie suivie pour obtenir le volume balayé par une chaîne cinématique pour toutes les orientations de la plate-forme mobile du robot manipulateur de type 3-RPR.	72
<b>Figure 2-14:</b> Trois volumes atteints par les trois jambes du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR (a), application de la première opération booléenne $W_1 \cap W_2$ (b), application de la deuxième opération booléenne $W_1 \cap W_2 \cap W_3$ (vue 3D en perspective de l'espace de travail total) et vue de dessus de l'espace de travail total(c).	72
<b>Figure 2-15:</b> Espace de travail total du robot manipulateur 3-RPR plan type-2 dans le Tableau 2-2.	73
<b>Figure 2-16:</b> Espace de travail total du robot manipulateur 3-RPR plan type-1 dans le Tableau 2-2 [Arrouk et al. 2011-D], [Arrouk et al. 2012].	74
<b>Figure 2-17:</b> Les surfaces vertex en tenant compte des limites articulaires des liaisons pivots passives avec les trajectoires hélicoïdales génériques de balayage.	75
<b>Figure 2-18:</b> Différentes vues des volumes de travail atteignables par les trois chaînes cinématiques.	75
<b>Figure 2-19:</b> Une vue tridimensionnelle de l'ensemble de trois volumes de travail atteignables par les trois chaînes cinématiques.	76
<b>Figure 2-20:</b> Une vue de dessus de l'ensemble des trois volumes de travail atteignables par les trois chaînes cinématiques.	76
<b>Figure 2-21:</b> Application de la première opération booléenne (a), espace de travail du robot (Application de la deuxième opération booléenne) (b, c)	77
<b>Figure 2-22:</b> La structure de l'arborescence du modèle paramétrique de l'espace de travail total tridimensionnel dans l'environnement de CAO-CATIA <sup>®</sup> .	79

<b>Figure 2-23:</b> Plusieurs vues montrent la position relative de l'espace de travail total tridimensionnel du robot manipulateur 3-RPR type-1 dans le Tableau 2-2 par rapport aux espaces de travail atteignables par les chaînes cinématiques. -----	80
<b>Figure 2-24:</b> Les différentes surfaces NURBS qui délimitent l'espace de travail total du robot manipulateur type (A_1).-----	82
<b>Figure 2-25:</b> Les différentes surfaces NURBS qui délimitent l'espace de travail total du robot manipulateur type (A_2).-----	82
<b>Figure 2-26:</b> Les différentes surfaces NURBS qui délimitent l'espace de travail total du robot manipulateur type (A_1) dans le Tableau 2-3. -----	83
<b>Figure 2-27:</b> Les différentes surfaces NURBS qui délimitent l'espace de travail total du robot manipulateur type (A_2) dans le Tableau 2-3. -----	83
<b>Figure 2-28:</b> Les surfaces NURBS extérieures délimitant l'espace de travail pour le robot type-B dans le Tableau 2-3.-----	84
<b>Figure 2-29:</b> Les surfaces NURBS des trous délimitant l'espace de travail pour le robot type (B_1) dans le Tableau 2-3. -----	85
<b>Figure 2-30:</b> Les surfaces NURBS des trous délimitant l'espace de travail pour le robot type (B_2) dans le Tableau 2-3. -----	85
<b>Figure 2-31:</b> Modèles CAO pour les robots manipulateurs plans de type 3-PPR (a) et de type 3-PRR (b). -----	86
<b>Figure 2-32:</b> Surfaces vertex balayées par l'extrémité de la chaîne cinématique de type PPR (a), PRR (b). -----	86
<b>Figure 2-33:</b> Etapes suivies pour la détermination de l'espace de travail total en 3D moyennant la méthodologie CAO-Géométrie pour le robot manipulateur plan de type 3-PRR. ----	87
<b>Figure 2-34:</b> Etapes suivies pour la détermination de l'espace de travail total en 3D moyennant la méthodologie CAO-Géométrie pour le robot manipulateur plan de type 3-PPR. ----	88
<b>Figure 2-35:</b> Modèle CAO pour le robot de type 3-RRR et le modèle CAO de son espace de travail total en 3D déterminé par notre approche CAO-Géométrie. -----	89
<b>Figure 2-36:</b> Superposition du nuage de points correspondant à l'espace de travail total du robot de type 3-RPR obtenue par la méthode numérique de discrétisation et le modèle CAO de l'espace de travail obtenu par notre méthodologie CAO-Géométrie (a), Analyse de la déviation entre le nuage de points et le modèle solide de la CAO de l'espace de travail (b) pour le robot de type-1 dans le Tableau 2-2.-----	90
<b>Figure 2-37:</b> Comparaison de la précision dans la détermination de l'espace de travail en trois dimensions entre le modèle CAO réalisé via notre méthodologie CAO-Géométrie [Arrouk et al., 2011-C], [Arrouk et al., 2011-D] (a) et la méthode octree (b) [Ishii et al., 2011], et la méthode de discrétisation numérique [Arrouk et al., 2009-A] (c) pour le robot de type-1 dans le Tableau 2-2.-----	90

### Chapitre 3

<b>Figure 3-1:</b> Superposition des courbes correspondant au lieu géométrique des singularités sur l'espace de travail en orientation constante pour plusieurs valeurs de l'angle d'orientation de la plate-forme mobile pour le RMPP de type 3-RPR [Sefrioui et al., 1995].-----	98
<b>Figure 3-2:</b> Surface de singularité parallèle représentée en 3D [Macho et al., 2007]. -----	98
<b>Figure 3-3:</b> Surface de singularité pour le robot 3-RPR avec une base fixe et une plate-forme mobile sous la forme de triangles similaires (l'angle d'orientation de la plate-forme mobile est donné entre $\beta = -\pi, 0, \pi$ . Les plans des singularités pour les valeurs correspondant à $\beta = -\pi, 0, \pi$ sont omis [Kong, 2003]. -----	99

<b>Figure 3-4:</b> Modélisation octree des singularités parallèles d'un manipulateur de type 3-RPR (a), pour le robot de type Delta (b), [Chablat, 1998].-----	99
<b>Figure 3-5:</b> Modèles CAO pour trois configurations singulières pour le robot de type 3-RPR. -----	101
<b>Figure 3-6:</b> Représentation de nuage de points correspondant aux poses singulières dans MATLAB®. -----	102
<b>Figure 3-7:</b> Nuage de points associé aux singularités parallèles représenté dans l'outil CAO-CATIA®. -----	103
<b>Figure 3-8:</b> Réalisation du maillage STL triangulaire sur le nuage de points de singularité dans l'outil CAO-CATIA®. Un zoom sur le maillage triangulaire montrant une triangulation STL correcte.-----	104
<b>Figure 3-9:</b> Message d'erreur pour les sommets non-manifolds dans la CAO-CATIA®. -----	105
<b>Figure 3-10:</b> Deux vues différentes du modèle CAO de la surface de singularité parallèle pour le robot manipulateur plan 3-RPR de type-1 dans le Tableau 2-2, [Arrouk et al., 2011 (a), 2012].-----	106
<b>Figure 3-11:</b> Analyse de la déviation entre le nuage de points et la surface de singularité reconstruite.-----	106
<b>Figure 3-12:</b> Modèle CAO de la partie de la surface de singularité étant inscrite directement dans l'espace de travail du robot manipulateur de type 3-RPR [Arrouk et al., 2011 (a)], [Arrouk et al., 2012].-----	107
<b>Figure 3-13:</b> Organigramme pour la construction de la surface quadratique tridimensionnelle de singularité de type II.-----	107
<b>Figure 3-14:</b> Modèles CAO des surfaces de singularité parallèle et les cartographies associées pour les paramètres $\tau = 0.5, \zeta = 250$ (a (1, 2)), $\tau = 0.5, \zeta = 750$ (b (1, 2)).-----	108
<b>Figure 3-15:</b> Analyse de la déviation entre la surface de singularité et les nuages de points d'entrée correspondant au lieu géométrique des singularités.-----	109
<b>Figure 3-16:</b> Modèles CAO des surfaces de singularité parallèle et les cartographies associées pour les paramètres $\tau = 0.1, \zeta = 10000$ (d (1, 2)), $\tau = 0.05, \zeta = 30000$ (c (1, 2)).-----	109
<b>Figure 3-17:</b> Analyse de la déviation entre la surface de singularité et les nuages de points d'entrée correspondant au lieu géométrique des singularités.-----	110
<b>Figure 3-18:</b> Les aspects libres de singularité dans l'espace de travail [Wenger et al., 2007]. -----	110
<b>Figure 3-19:</b> Modèles CAO de la surface de singularité parallèle et l'espace de travail total du robot manipulateur plan de type 3-RPR, voir Figure 3-3 pour comparer les deux surfaces de singularité.-----	112
<b>Figure 3-20:</b> Découpage de l'espace de travail total du robot manipulateur de type 3-RPR plan par la surface de singularité parallèle pour déterminer les sous-espaces libres de singularité.-----	112
<b>Figure 3-21:</b> Modèle CAO de l'espace de travail et de la surface de singularité pour toutes les orientations $\beta = [-\pi, \pi]$ et pour $\beta = 0$ , pour des raisons de lisibilité les plans singuliers correspondent à $\beta = -\pi$ et $\beta = \pi$ sont omis. -----	113
<b>Figure 3-22:</b> Modèles CAO des aspects libres de singularités pour le robot manipulateur de type -I dans le Tableau 3-1, [Arrouk et al., 2011 (a)], [Arrouk et al., 2012].-----	114
<b>Figure 3-23:</b> Localisations des centres des sections circulaires de la surface de singularité sur une hélice circulaire.-----	115
<b>Figure 3-24:</b> Modèles CAO de la surface de singularité parallèle (a), espace de travail total du robot manipulateur (b), Modèle CAO de l'assemblage de la surface de singularité et l'espace de travail, pour le robot manipulateur de type-II dans le Tableau 3-1 [Arrouk et al., 2011 (a)], [Arrouk et al., 2012].-----	116

<b>Figure 3-25:</b> Coupe de l'espace de travail total du robot manipulateur plan de type 3-RPR par la surface de singularité parallèle pour déterminer les sous-espaces libres de singularités. -----	117
<b>Figure 3-26:</b> Modèles CAO des aspects libres de singularités pour le robot manipulateur de type –II dans le Tableau 3-1, [Arrouk et al., 2011 (a)], [Arrouk et al., 2012].-----	117
<b>Figure 3-27:</b> Surface de singularités dans l'espace de travail articulaire pour plusieurs architectures du robot manipulateur 3-RPR selon [Zein, 2007]. -----	119
<b>Figure 3-28:</b> Différentes vues de la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire (a, b), coupes dans la surface de singularité dans l'espace articulaire (c) d'après [Macho et al., 2007].-----	119
<b>Figure 3-29:</b> Nuage de points singuliers dans l'espace de travail cartésien (a), application du modèle géométrique inverse (MGI) du robot (b), image du nuage de points dans l'espace articulaire (c).-----	120
<b>Figure 3-30:</b> Méthodologie pour construire la surface de singularité dans l'espace articulaire. -----	121
<b>Figure 3-31:</b> Surface de singularité inscrite totalement dans l'espace de travail cartésien du robot manipulateur 3-RPR de type -I en plusieurs vues, [Arrouk et al., 2012].-----	122
<b>Figure 3-32:</b> Modèle CAO de la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire (a), vue de droite de la nouvelle surface (b).-----	122
<b>Figure 3-33:</b> Surface de singularité inscrite totalement dans l'espace de travail cartésien du robot manipulateur 3-RPR de type-II en plusieurs vues, [Arrouk et al., 2012].-----	123
<b>Figure 3-34:</b> Numérisation des sous-surfaces de singularité dans l'espace articulaire.-----	124
<b>Figure 3-35:</b> Surface de singularité inscrite totalement dans l'espace de travail opérationnel du robot manipulateur de type-II dans le Tableau 3-1(a), son image dans l'espace articulaire (b). -----	124
<b>Figure 3-36:</b> Différentes vues du modèle CAO de l'ensemble de l'espace articulaire du robot de type-II et la surface de singularités dans son espace articulaire, [Arrouk et al., 2012].-----	125
<b>Figure 3-37:</b> Une comparaison entre la méthode classique et la méthodologie proposée pour la détermination et la représentation de la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire. -----	125
<b>Figure 3-38:</b> Modèle CAO de l'espace de travail du robot manipulateur (a), modèle CAO de l'espace de travail maillé en utilisant l'octree de type tétraèdre linéaire (b).-----	126
<b>Figure 3-39:</b> Le processus suivi pour obtenir l'espace de travail articulaire au moyen de l'atelier GPSA de CAO-CATIA®. -----	127
<b>Figure 3-40:</b> Maillage tridimensionnel de premier (a) et deuxième (b) aspects libres de singularités parallèles pour le robot-II dans le Tableau 3-1. -----	128
<b>Figure 3-41:</b> Maillage tridimensionnel pour les quatre aspects libres de singularités parallèles pour le robot de type-I dans le Tableau 3-1.-----	128
<b>Figure 3-42:</b> Génération d'images de maillage pour le premier et le deuxième aspect libre de singularités parallèles pour le robot de type-II dans le Tableau 3-1.-----	129
<b>Figure 3-43:</b> Génération d'images de maillage pour les quatre aspects libres de singularités parallèles pour le robot de type-I dans le Tableau 3-1. -----	129
<b>Figure 3-44:</b> Modèles CAO des superpositions de la surface de singularité dans l'espace articulaire et les nuages de points correspondants aux images de quatre aspects libres de singularité dans l'espace de travail articulaire pour le robot de type-I.-----	130
<b>Figure 3-45:</b> Modèles CAO pour le nuage de points de l'ensemble articulaire et la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire pour le robot de type-I. -----	130

<b>Figure 3-46:</b> Modèles CAO de la surface de singularité dans l'espace des configurations et les nuages de points correspondant aux sous-parties du premier aspect libre de singularité dans l'espace de travail articulaire pour le robot de type-II (a, b) et pour l'aspect complet (c). -----	131
<b>Figure 3-47:</b> Modèles CAO de la surface de singularité dans l'espace des configurations et les nuages de points correspondant aux sous-parties du deuxième aspect libre de singularité dans l'espace de travail articulaire pour le robot II (a, b) et pour l'aspect complet (c). ----	131
<b>Figure 3-48:</b> Vue en 3D pour le plan paramétré P qui coupe la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire pour le robot de type-I. -----	132
<b>Figure 3-49:</b> Méthode CAO-Géométrique pour la détermination des courbes de singularité dans l'espace de travail articulaire du robot de type- I. -----	133
<b>Figure 3-50:</b> Vue en 3D pour le plan paramétré P qui coupe la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire pour le robot-II. -----	133
<b>Figure 3-51:</b> Les courbes de singularité dans l'espace de travail de configurations représentées sur la surface de singularité déterminée par la méthode CAO-Géométrique proposée. -----	134
<b>Figure 3-52:</b> Comparaison entre les deux approches analytiques de [Zein, 2007] (a) et CAO-Géométrique (b). -----	135
<b>Figure 3-53:</b> Espace articulaire pour le robot-II par la méthode de discrétisation (a) et notre approche proposée à l'aide de l'outil CAO de CATIA® (b). -----	136
<b>Figure 3-54:</b> Deux architectures du robot 3-RPR, l'architecture étudiée dans [Du Plessis, 2006 (a)] (a), l'architecture que nous proposons (b).-----	137
<b>Figure 3-55:</b> Modèle CAO de la surface de singularité parallèle et l'espace de travail total du robot manipulateur proposé.-----	138
<b>Figure 3-56:</b> Modèle CAO de la surface de singularité parallèle montrant les trous. -----	138
<b>Figure 3-57:</b> Les deux modes d'assemblage libres de singularité pour cette architecture.-----	139
<b>Chapitre 4</b>	
<b>Figure 4-1:</b> Notations utilisées dans le modèle cinématique du robot manipulateur de type 3-RPR à 3-DLL.....	145
<b>Figure 4-2:</b> Les différents modes d'assemblage du robot manipulateur plan de type 3-RPR d'après la méthode algébrique de Clifford dans [Collins, 2002]......	146
<b>Figure 4-3:</b> Une solution graphique du PGD pour le robot de type 3-RPR montrant les six modes d'assemblage. Ce robot dispose des paramètres géométriques de conception exposés dans le Tableau 4-1. ....	148
<b>Figure 4-4:</b> Procédure afin d'obtenir la surface hélicoïdale cerclée qui décrit le mouvement faisable par le point E caractéristique de l'effecteur, la région circulaire avant et après application de la translation. Vue 3D en perspective de la trajectoire hélicoïdale générique utilisée pour la construction de la surface balayée par une chaîne cinématique du robot manipulateur plan de type 3-RPR. ....	151
<b>Figure 4-5:</b> Différentes vues de la courbe de trajectoire générique hélicoïdale utilisée pour la construction de la surface de balayage pour une chaîne cinématique, différentes vues de la surface balayée pour une jambe du RMPP de type 3-RPR.....	151
<b>Figure 4-6:</b> Deux procédures afin de déterminer les différentes solutions du PGD pour le RMPP de type 3-RPR.....	153
<b>Figure 4-7:</b> Intersection de toutes les surfaces atteignables par le point caractéristique E de l'effecteur connecté à chaque jambe pour le RMPP de type 3-RPR. ....	154
<b>Figure 4-8:</b> Différentes vues des surfaces atteignables par le point caractéristique E de l'effecteur connecté à chaque jambe et de leurs intersections pour la résolution du PGD.....	154

<b>Figure 4-9:</b> Vues 3D et 2D des six solutions du problème géométrique direct (modes d'assemblage) pour le RMPP de type 3-RPR ayant les paramètres géométriques montrés dans le Tableau 4-1. ....	155
<b>Figure 4-10:</b> Application de la technique CAO-Géométrie pour résoudre le PGD pour le RMPP de type 3-RPR, où $B_1$ est considéré comme le point caractéristique de l'effecteur.....	156
<b>Figure 4-11:</b> Différentes vues des surfaces atteignables par le point caractéristique de l'effecteur connecté à chaque jambe pour le RMPP de type 3-RPR et leurs intersections pour la résolution du PGD pour le robot manipulateur ayant les paramètres de conception exposés dans le Tableau 4-2.....	157
<b>Figure 4-12:</b> Superposition de l'espace de travail total en 3D avec la surface de singularité parallèle, Modèle CAO des aspects libres de singularités pour le RMPP de type 3-RPR. ....	161
<b>Figure 4-13:</b> Deux modes d'assemblage existants à l'intérieur du premier sous-espace de l'espace de travail total pour le RMPP de type 3-RPR. ....	162
<b>Figure 4-14:</b> Deux modes d'assemblage existant à l'intérieur du second sous-espace de l'espace de travail total pour RMPP de type 3-RPR. ....	162
<b>Figure 4-15:</b> Modèle CAO pour la surface de singularité parallèle avec une trajectoire exempte de singularité reliant deux modes d'assemblage à l'intérieur du deuxième aspect de l'espace de travail totale du robot manipulateur de type 3-RPR. ....	163
<b>Figure 4-16:</b> Trajectoire exempte de singularité connectant deux modes d'assemblage à l'intérieur du deuxième aspect de l'espace de travail total du robot manipulateur de type 3-RPR. ...	163
<b>Figure 4-17:</b> Modèle CAO du robot manipulateur plan de type 3-RRR (a), et son schéma cinématique (b). ....	164
<b>Figure 4-18:</b> Différentes vues des surfaces faisables par le point caractéristique $E_1$ de l'effecteur connecté à chaque chaîne cinématique du RMPP de type 3-RRR et les points associés aux modes d'assemblage.....	166
<b>Figure 4-19:</b> Différentes vues des surfaces faisables par le point caractéristique $E_2$ de l'effecteur connecté à chaque chaîne cinématique du RMPP de type 3-RRR et les points associés aux modes d'assemblage.....	166
<b>Figure 4-20:</b> Première procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-RRR et les points associés aux modes d'assemblage pour la position $E_1$ . ....	167
<b>Figure 4-21:</b> Première procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-RRR et les points associés aux modes d'assemblage pour la position $E_2$ . ....	167
<b>Figure 4-22:</b> Deuxième procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-RRR et les points associés aux modes d'assemblage pour la position $E_1$ . ....	168
<b>Figure 4-23:</b> Deuxième procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-RRR et les points associés aux modes d'assemblage pour la position $E_2$ . ....	168
<b>Figure 4-24:</b> Modèles cinématiques pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-PPR, le robot 3-PPR de forme U (a), et de forme $\Delta$ (b). ....	170
<b>Figure 4-25:</b> Modèle CAO du robot manipulateur plan de type 3-PPR (forme U) (a), un prototype pour ce type de robot manipulateur (b) [Bai et al., 2009]. ....	170
<b>Figure 4-26:</b> Différentes vues des surfaces faisables par le point caractéristique $E$ de l'effecteur connecté à chaque chaîne cinématique de RMPP de type 3-PPR, les points associés aux modes d'assemblage pour la forme U.....	171

<b>Figure 4-27:</b> Première procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-PPR et les points associés aux modes d'assemblage pour la forme U.....	171
<b>Figure 4-28:</b> Deuxième procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-PPR et les points associés aux modes d'assemblage pour la forme U.....	172
<b>Figure 4-29:</b> Différentes vues des surfaces faisables par le point caractéristique $E$ de l'effecteur connecté à chaque chaîne cinématique de RMPP de type 3-PPR, les points associés aux modes d'assemblage pour la forme $\Delta$ .....	172
<b>Figure 4-30:</b> Deuxième procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-PPR et les points associés aux modes d'assemblage pour la forme $\Delta$ .....	173
<b>Figure 4-31:</b> Première procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-PPR et les points associés aux modes d'assemblage pour la forme $\Delta$ .....	173

## Chapitre 5

<b>Figure 5-1:</b> Espace de travail en orientation constante modélisé en utilisant la méthode numérique de discrétisation de la plateforme de Gough-Stewart, (a) pas fin, (b) pas grossier.-----	179
<b>Figure 5-2:</b> Une vue isométrique (a), et une vue de dessus (b) de l'espace de travail en orientation pour le robot de type 6-RRPS ou 6-UPS à 6-DLL [Bonev et al., 2001 (a)]. -----	179
<b>Figure 5-3:</b> Espaces de travail en orientation pour le robot manipulateur de type Gough-Stewart [Li et al., 2008].-----	179
<b>Figure 5-4:</b> Robot manipulateur de type PARTNE à 3-DDL (a), 4-DLL (b), et 6-DLL (c) [Brisan et al., 2011].-----	180
<b>Figure 5-5:</b> Représentation 3D de l'espace de travail vertex pour la jambe de type PSR (a) et la jambe de type PSU (b) [Brisan et al., 2011].-----	180
<b>Figure 5-6:</b> Modèle CAO du robot de type PARTNER, 6-PSU à 6-DLL (a), représentation tridimensionnelle de l'espace de travail en orientation constante (b) du robot manipulateur de type PARTNER [Brisan et al., 2011].-----	181
<b>Figure 5-7:</b> Le modèle CAO du robot spatial à 3-DLL de type TRIGLIDE (a), représentation tridimensionnelle de l'espace de travail du robot manipulateur TRIGLIDE (b) [Verdes et al., 2009].-----	181
<b>Figure 5-8:</b> Le modèle CAO de l'Orthoglide (a), Espace de travail cartésien en utilisant le modèle d'octree (b) [Wenger et al., 2000].-----	182
<b>Figure 5-9:</b> Le modèle CAO de l'Orthoglide (a), espace de travail cartésien en utilisant le modèle d'octree (b) [Chablat, 1998].-----	182
<b>Figure 5-10:</b> Le modèle CAO du robot manipulateur parallèle de type Star à 3-DLL (a), le modèle octree de l'espace de travail superposé sur le robot manipulateur (b) [Baron, 2001].-	183
<b>Figure 5-11:</b> Une représentation 3D de l'espace de travail pour le robot parallèle à six degrés de liberté d'INIRIA [Gosselin, 1990 (a)].-----	183
<b>Figure 5-12:</b> Robot manipulateur parallèle de type 5-PRUR (a), espace de travail en orientation constante déterminé moyennant la technique géométrique implémenté dans l'outil CAO de SolidWorks® (b) espace de travail en orientation constante déterminé en utilisant l'approche algébrique constructive (c) [Saadatzi et al., 2012]. -----	184
<b>Figure 5-13:</b> La surface dôme bohémien.-----	185

<b>Figure 5-14:</b> Les volumes qui peuvent être atteints par le point M de la chaîne cinématique des robots spatiaux, le premier a une chaîne cinématique de type UPS et l'autre a une jambe de type PUS. -----	185
<b>Figure 5-15:</b> Modèle CAO pour le robot à 6-DDL de type 6-PUS (a), modèle CAO de l'espace de travail en orientation constante (b), différentes vues de l'espace de travail en orientation constante (c) [Bonev et al., 1999].-----	186
<b>Figure 5-16:</b> Schéma cinématique pour le robot de type 3-PRRS. -----	187
<b>Figure 5-17:</b> Modèle CAO (a) du robot manipulateur de type 3-CRS, le graphe des liaisons (b). ---	188
<b>Figure 5-18:</b> Description structurale du robot manipulateur de type 3-PRRS (3-CRS).-----	188
<b>Figure 5-19:</b> Paramétrage d'une chaîne cinématique du robot manipulateur de type 3-CRS.-----	189
<b>Figure 5-20:</b> Comparaison entre les deux architectures de 3-CRS ayant trois jambes (a) et le robot d'hexapode (Gough-Stewart) ayant six jambes extensibles (b).-----	190
<b>Figure 5-21:</b> Modèle CAO-CATIA® de différentes formes pour assembler la base fixe (bâti) du robot manipulateur ayant six degrés de liberté de type 3-CRS. -----	191
<b>Figure 5-22:</b> Modèle paramétré du robot manipulateur de type 3-CRS.-----	192
<b>Figure 5-23:</b> Limitation imposée par la singularité sérielle de la chaîne cinématique du robot manipulateur de type 3-CRS. -----	193
<b>Figure 5-24:</b> Méthodologie de construction du volume vertex individuel faisable par une chaîne cinématique, ce volume est construit par la technique de l'extrusion. Les informations d'entrées sont la surface (a), la direction d'extrusion et la valeur de l'extrusion (b), le résultat obtenu est un volume solide tridimensionnel (c).-----	194
<b>Figure 5-25:</b> Méthodologie de construction du volume vertex individuel faisable par une chaîne cinématique, ce volume est construit par la technique de la révolution. Les informations d'entrées sont un contour (a), l'axe de rotation, une valeur de l'extrusion (b), le résultat obtenu est un volume solide tridimensionnel (c).-----	195
<b>Figure 5-26:</b> Méthode de construction du volume vertex par la technique de remplissage. -----	195
<b>Figure 5-27:</b> Volume vertex individuel accessible par l'extrémité de la chaîne cinématique. -----	196
<b>Figure 5-28:</b> Modèles CAO effectué dans l'outil d'ADAMS montrant les différentes formes de l'espace de travail du robot manipulateur à 6-DDL de type 3-CRS pour trois formes de la base fixe: horizontale (a), inclinée (b), verticale (c).-----	197
<b>Figure 5-29:</b> Différentes vues de l'espace de travail du robot manipulateur de type 3-CRS dans le cas de la base fixe orthogonale. -----	197
<b>Figure 5-30:</b> Vue isométrique de la partie supérieure de l'espace de travail vertex individuel atteignable par une chaîne cinématique du robot manipulateur de type 3-CRS. -----	198
<b>Figure 5-31:</b> Vue de droite (a), vue de dessus (b) de l'espace de travail vertex individuel associée à une chaîne cinématique. -----	198
<b>Figure 5-32:</b> Procédure CAO-Géométrique pour la détermination de l'espace de travail en orientation constante pour le robot manipulateur de type 3-CRS avec l'outil de CAO-CATIA®.-	199
<b>Figure 5-33:</b> Arborescence de CATIA® montrant les paramètres géométriques de la conception du robot de type 3-CRS. -----	200
<b>Figure 5-34:</b> Paramètres géométriques de conception et différentes vues de l'espace de travail en orientation constante avant optimisation (initial). -----	202
<b>Figure 5-35:</b> Paramètres géométriques de conception et différentes vues de l'espace de travail en orientation constante (Optimisation 1). -----	202
<b>Figure 5-36:</b> Différentes vues de l'espace de travail en orientation constante (Optimisation 2). ----	202
<b>Figure 5-37:</b> L'interface utilisateur de l'atelier de "Product Engineering Optimizer" de CATIA®. -	203

<b>Figure 5-38:</b> Espace de travail en fonction de l'angle de l'inclinaison des glissières linéaires des liaisons prismatiques pour le robot 3-CRS de type-1 dans le Tableau 5-1.-----	204
<b>Figure 5-39:</b> Evaluation du volume de travail en orientation constante en fonction de l'angle d'inclinaison des glissières linéaires pour le robot 3-CRS de type-1 du Tableau 5-1.	204
<b>Figure 5-40:</b> Espace de travail en fonction de l'angle de l'inclinaison des glissières linéaires des liaisons prismatiques pour le robot 3-CRS de type-2 dans le Tableau 5-1.-----	205
<b>Figure 5-41:</b> Evaluation de volume de travail en orientation constante en fonction de l'angle de l'inclinaison des glissières linéaires pour le robot 3-CRS de type-2 du Tableau 5-1. -	205
<b>Figure 5-42:</b> Limites sur l'articulation passive sphérique attachée à la plate-forme mobile, le cône modélise sa plage.-----	206
<b>Figure 5-43:</b> Modélisation du mouvement admissible des bras en tenant compte de la limitation des liaisons sphériques passives représentés dans un repère attaché à la plate-forme mobile du robot. -----	206
<b>Figure 5-44:</b> Surface sphérique à extruder (a), Extrusion de la surface sphérique suivant l'axe de la glissière (b). -----	207
<b>Figure 5-45:</b> Application de l'opération de l'extrusion sur la surface sphérique suivant la direction de course de la liaison cylindrique motorisée. -----	207
<b>Figure 5-46:</b> Vue isométrique des espaces vertex atteignables par les trois chaînes cinématiques. --	207
<b>Figure 5-47:</b> Vue de dessus du robot manipulateur et les espaces vertex atteignables par les jambes (a), application de la première opération booléenne (b), application de la deuxième opération booléenne (c). -----	208
<b>Figure 5-48:</b> Vue isométrique de l'espace de travail atteignable par le point caractéristique de l'effecteur en orientation constante issu de l'intersection des trois volumes vertex (a), superposition de l'espace de travail sur le robot manipulateur de type 3-CRS (b). ----	208
<b>Figure 5-49:</b> Mise en place des trois espaces de travail vertex [Arrouk et al., 2011 (b)]. -----	210
<b>Figure 5-50:</b> Création du plan paramétré par trois paramètres ( $\mathcal{D}$ , $y$ , $\beta$ ) [Arrouk et al., 2011 (b)]. ---	210
<b>Figure 5-51:</b> Les contours fermés générés de l'intersection entre le plan projectif paramétré par ( $\mathcal{D}$ , $y$ , $\beta$ ) et les trois volumes vertex [Arrouk et al., 2011 (b)]. -----	210
<b>Figure 5-52:</b> Composantes utilisées pour la construction des volumes vertex atteignables par les extrémités des chaînes cinématiques [Arrouk et al., 2011 (b)].-----	211
<b>Figure 5-53:</b> Différentes vues du volume balayé accessible par l'extrémité d'une chaîne cinématique. -----	211
<b>Figure 5-54:</b> Les trois volumes balayés accessibles par les chaînes cinématiques, vue isométrique (a), vue de dessus (b) [Arrouk et al., 2011 (b)].-----	211
<b>Figure 5-55:</b> Application des opération booléennes de type intersection sur les volumes vertex, application de la première opération booléenne (a), application de la seconde opération booléenne (b), vue de droite de nouvel espace de travail (espace de travail mixte) (c), vue de dessus (d) [Arrouk et al., 2011 (b)].-----	212
<b>Figure 5-56:</b> Vue globale avec l'arbre de conception dans l'environnement de CAO-CATIA® [Arrouk et al., 2011 (b)]. -----	212
<b>Figure 5-57:</b> Propriétés caractéristiques étudiées pour l'espace de travail mixte pour le robot manipulateur de type 3-CRS étudié. -----	214
<b>Figure 5-58:</b> Evolution de la capacité en orientation (a), volume de l'espace de travail mixte en fonction de l'altitude de la plate-forme mobile du robot manipulateur de type-I du Tableau 5-3.-----	215
<b>Figure 5-59:</b> Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la distance $\mathcal{D}$ sur le volume et la capacité en orientation et en translation de l'espace de travail mixte. ----	215

- Figure 5-60:** Evolution de la capacité en orientation (a), volume de l'espace de travail mixte en fonction de l'altitude de la plate-forme mobile du robot manipulateur de type-II du Tableau 5-3.----- 216
- Figure 5-61:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la distance  $\mathcal{D}$  sur le volume et la capacité en orientation et en translation de l'espace de travail mixte.---- 216
- Figure 5-62:** Evolution de la capacité en orientation (a), volume de l'espace de travail mixte en fonction de l'altitude de la plate-forme mobile du robot manipulateur de type-III du Tableau 5-3.----- 217
- Figure 5-63:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence du changement de la distance  $\mathcal{D}$  sur le volume et la capacité en orientation et en translation de l'espace de travail mixte pour le robot de type-III.----- 218
- Figure 5-64:** Evolution de la capacité en orientation de l'espace de travail mixte en fonction de la taille de la plate-forme mobile pour deux altitudes  $\mathcal{D}$  pour les robots manipulateurs de type-IV et V du Tableau 5-4. ----- 219
- Figure 5-65:** Evolution du volume de l'espace de travail mixte en fonction de la taille de la plate-forme mobile pour deux altitudes  $\mathcal{D}$  pour les robots manipulateurs de type-IV et V du Tableau 5-4.----- 220
- Figure 5-66:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur et la distance  $\mathcal{D}$  sur la capacité en orientation de l'espace de travail mixte du robot de type-IV dans le Tableau 5-4.----- 220
- Figure 5-67:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur et la distance  $\mathcal{D}$  sur la capacité en orientation de l'espace de travail mixte du robot de type-V dans le Tableau 5-4.----- 221
- Figure 5-68:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur sur le volume et la capacité en translation (zone bleue) de l'espace de travail mixte du robot type-IV dans le Tableau 5-4, pour  $\mathcal{D} = 100$  mm. -- 222
- Figure 5-69:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur sur le volume et la capacité en translation (zone bleue) de l'espace de travail mixte du robot type-IV dans le Tableau 5-4, pour  $\mathcal{D} = 450$  mm. -- 222
- Figure 5-70:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur sur le volume et la capacité en translation (zone bleue) de l'espace de travail mixte du robot type-V dans le Tableau 5-4, pour  $\mathcal{D} = 100$  mm. --- 223
- Figure 5-71:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur sur le volume et la capacité en translation (zone bleue) de l'espace de travail mixte du robot type-V dans le Tableau 5-4, pour  $\mathcal{D} = 450$  mm. --- 223

# Index des tableaux

## Chapitre 2

- Tableau 2-1:** Les structures possibles des chaînes cinématiques pour les robots parallèle plans symétriques ayant 3-DDL.....55
- Tableau 2-2:** Paramètres géométriques des manipulateurs 3-RPR utilisés dans cette étude.....73
- Tableau 2-3:** Paramètres géométriques pour les robots de types A et B.....81

## Chapitre 3

- Tableau 3-1:** Paramètres géométriques de conception des manipulateurs 3-RPR utilisés dans cette étude.....111
- Tableau 3-2:** Temps de calcul pour la transformation de nuages de points par le MGI... 136

## Chapitre 4

- Tableau 4-1:** Paramètres géométriques de conception pour le premier cas d'étude utilisé pour appliquer notre méthodologie CAO-Géométrique: Résolution du PGD pour le RMPP de type 3-RPR, où  $\varphi = 50.1^\circ$ . ..... 147
- Tableau 4-2:** Paramètres géométriques de conception pour le premier cas d'étude utilisé pour appliquer notre méthodologie CAO-Géométrique pour la résolution du PGD du RMPP de type 3-RPR..... 157
- Tableau 4-3:** Les résultats numériques obtenus en appliquant notre approche CAO-Géométrique pour le RMPP de type 3-RPR (premier cas d'étude). ..... 157
- Tableau 4-4:** Les résultats des variables articulaires à partir du Tableau 4-3 en utilisant le modèle Géométrique inverse (MGI) du robot manipulateur 3-RPR ayant les paramètres exposés dans le Tableau 4-1. .... 157
- Tableau 4-5:** Les résultats numériques obtenus en appliquant notre approche CAO-Géométrique pour le RMPP de type 3-RPR (deuxième cas d'étude). ..... 158
- Tableau 4-6:** Les résultats des variables articulaires à partir du Tableau 4-5 en utilisant le modèle Géométrique inverse (MGI) du robot manipulateur 3-RPR ayant les paramètres exposés dans le Tableau 4-2. .... 158
- Tableau 4-7:** Paramètres géométriques de conception du robot manipulateur plan de type 3-RRR. .... 164
- Tableau 4-8:** Paramètres d'entrées des articulations rotoïdes motorisées. .... 165
- Tableau 4-9:** Quatre solutions du PGD obtenues pour le robot manipulateur plan de type 3-RRR obtenus par la méthodologie CAO-Géométrique pour la position  $E_1$ . .... 169
- Tableau 4-10:** Quatre solutions du PGD obtenues pour le robot manipulateur plan de type 3-RRR pour la position  $E_1$  obtenus dans [Chablat et al., 2004]. .... 169
- Tableau 4-11:** Paramètres géométriques de conception du robot manipulateur plan de type 3-PPR, et les paramètres d'entrées des articulations prismatiques motorisées. .... 170
- Tableau 4-12:** Les solutions du PGD du robot manipulateur plan de type 3-PPR obtenues par la méthodologie CAO-Géométrique pour les deux conceptions. .... 174
- Tableau 4-13:** Deux solutions du PGD obtenues pour le robot manipulateur plan de type 3-PPR pour les deux architectures présentées dans [Bai et al., 2009]. .... 174

## Chapitre 5

<b>Tableau 5-1:</b> Paramètres géométriques du robot manipulateur de type 3-CRS.....	201
<b>Tableau 5-2:</b> Paramètres géométriques du robot manipulateur de type 3-CRS.....	203
<b>Tableau 5-3:</b> Paramètres géométriques du robot manipulateur de type 3-CRS étudié.....	214
<b>Tableau 5-4:</b> Paramètres géométriques du robot manipulateur de type 3-CRS étudié.....	218



# Introduction générale

## Problématique et contexte de recherche

En raison de leurs performances attendues, les robots parallèles sont considérés, de nos jours, comme une alternative intéressante aux robots sériels dans plusieurs applications. En effet, ces mécanismes pourraient atteindre de meilleures performances statiques et dynamiques en raison de leurs faibles masses mobiles et disposent d'une rigidité structurelle supérieure à celle des manipulateurs sériels. Toutefois, leur utilisation industrielle est relativement restreinte à cause d'un espace de travail limité, de modèles géométriques souvent difficiles à déterminer et aussi l'existence de singularités à l'intérieur de leur espace de travail. Ces singularités internes conduisent à une perte du contrôle de la plate-forme mobile, voire à une détérioration mécanique.

Dans les applications robotiques, l'espace de travail est une caractéristique intrinsèque d'un robot manipulateur qui définit son domaine d'utilisation. Il représente un critère de performance primordial dans l'exploitation d'un robot manipulateur. La synthèse géométrique d'un mécanisme, ayant des performances garanties dans un espace de travail requis, constitue un problème typique de conception optimale. Les singularités qui se situent à l'intérieur de l'espace de travail représentent des limitations de leur potentiel d'utilisation. La caractérisation de l'espace de travail et en particulier, la détermination des singularités représentent un enjeu important pour la conception optimale des robots dans ce travail de thèse. La complexité des formulations mathématiques obtenues dans la modélisation de robots manipulateurs parallèles constitue l'un des facteurs entravant leurs applications.

Selon Prince, « l'homme a tendance à résoudre les problèmes d'une façon heuristique, tandis que l'ordinateur les résout à l'aide d'algorithmes; c'est-à-dire que l'homme arrive à la solution pratique par essais avec erreurs, pendant que l'ordinateur obtient la solution précise en suivant une séquence de traitements logiques, sans erreurs. Ces deux types de solution sont utiles dans beaucoup de problèmes de conception; en permettant à l'homme et à l'ordinateur de travailler efficacement sur la partie du problème pour laquelle il est le mieux armé, on obtient ainsi un meilleur résultat que par un effort individuel de chacun» [Prince, 1971].

L'objectif principal de ces travaux de thèse est d'exploiter les possibilités offertes par les outils de Conception Assistée par Ordinateur (CAO) et de programmation graphique pour une meilleure caractérisation et analyse des performances des robots parallèles. Dans ce contexte, nous proposons un ensemble d'approches géométriques et techniques, basées CAO, qui offrent une meilleure analyse et caractérisation des robots parallèles plans et spatiaux. En s'appuyant sur les fonctionnalités de la CAO, les approches géométriques et techniques proposées contribuent d'une façon originale à répondre aux problématiques suivantes:

- détermination et représentation de l'espace de travail des robots parallèles planaires et spatiaux;
- détermination et représentation des surfaces de singularité ainsi que des sous-espaces de travail exempts de singularités;

- résolution du modèle géométrique direct et détermination des différents modes d'assemblage;
- planification des trajectoires libres de singularités qui connectent les différents modes d'assemblage;
- optimisation géométrique de mécanismes.

Toutes ces approches sont implémentées, complètement ou partiellement, dans l'environnement CAO du logiciel CATIA®. Plusieurs types de robots manipulateurs parallèles sont utilisés afin de les illustrer:

- des robots plans à trois degrés de mobilité, tels que les manipulateurs de types 3-RPR, 3-RRR, 3-PPR, 3-PRR;
- le robot spatial de type 3-CRS (ou 3-PRRS) à six degrés de mobilité avec trois jambes seulement.

### **Ce mémoire de thèse s'articule autour de cinq chapitres:**

- Logiciels CAO en robotique.
- Techniques CAO proposées pour représenter et caractériser l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans (RMPP) à trois degrés de liberté.
- Méthodologies CAO géométriques pour la construction de surfaces de singularités de type II pour les robots manipulateurs parallèles plans (RMPPs).
- Techniques graphiques basées CAO pour l'analyse du problème géométrique direct (PGD) de robots manipulateurs parallèles plans (RMPPs).
- Techniques CAO pour représenter et analyser l'espace de travail de robots parallèles spatiaux: application au robot 3-CRS.

Le **premier chapitre** présente un état de l'art sur l'utilisation de la CAO en robotique. Il permet alors de positionner nos travaux et d'introduire le sujet de ce travail de thèse.

Le **deuxième chapitre** fera l'objet du développement d'une méthodologie CAO-Géométrique pour la détermination et la représentation de l'espace de travail de robots manipulateurs parallèles planaires. L'exemple du robot de type 3-RPR est adopté tout au long de ces développements.

Dans un premier temps, nous avons réalisé une étude bibliographique dans laquelle nous avons présentée les méthodes et les techniques qui existent dans la littérature pour la détermination de l'espace de travail de tels mécanismes. Nous avons constaté que la plupart des approches proposées dans ces travaux de recherche utilisent essentiellement l'une de ces trois méthodes: numériques par discrétisation, algébriques par discrétisation (octree), méthodes géométriques-algébriques. Ces approches sont généralement très coûteuses en temps de calcul et ressources en terme de mémoire (méthode numérique par discrétisation, octree) ou présentent des complexités de calculs (méthode géométrique-algébrique). A notre connaissance, les algorithmes géométriques qui portent sur l'utilisation de logiciels de CAO sont sous-exploités pour déterminer l'espace de travail total tridimensionnel de robots parallèles planaires: en concaténant dans la même représentation graphique la capacité en translation et en orientation de la plate-forme mobile du mécanisme. Ce constat nous a donné la motivation de développer des méthodologies purement géométriques qui seront implémentées directement dans un environnement de CAO tels que le logiciel CATIA® dans notre cas. Ainsi, cette méthodologie développée permet aux concepteurs de s'affranchir de toutes les difficultés associées aux développements analytiques et d'une discrétisation numérique coûteuse en temps de calcul. Ces techniques permettront une détermination de l'espace de travail des robots manipulateurs plans sans aucun recours aux équations

mathématiques basées sur le développement du modèle géométrique inverse du robot manipulateur.

Premièrement, l'approche proposée est illustrée par le robot de type 3-RPR. Ensuite, nous traitons plusieurs exemples de robots (3-RRR, 3-PPR, 3-PRR) pour confirmer sa généralisation. Cette approche améliore remarquablement la visualisation de l'espace de travail obtenu, notamment la précision aux niveaux des frontières. En outre, la construction d'un modèle paramétré, où nous introduisons tous les paramètres géométriques de conception du manipulateur, permet de déterminer l'espace de travail du robot de manière très efficace et très rapide. Cela offre les meilleures possibilités pour résoudre les problèmes d'optimisation géométrique du robot étudié. Par ailleurs, la mise en place de cette approche CAO-Géométrie dans l'environnement de CAO-CATIA® avec ses fonctionnalités avancées facilite l'évolution des propriétés de l'espace de travail telles que son volume en 3D, ses aires de surfaces caractéristiques (frontières, sections transversales correspondant à différents espaces de travail en orientation constante...).

Dans le **troisième chapitre**, nous centrerons notre étude sur l'analyse des singularités des robots manipulateurs parallèles plans: singularités parallèles (type II). Il est bien connu que l'un des principaux facteurs qui limitent l'application des mécanismes parallèles est l'existence de configurations singulières au sein de leurs espaces de travail. Dans de telles configurations, le mécanisme devient incontrôlable, ce qui constitue incontestablement un sérieux problème. En outre, les forces d'actionnement peuvent devenir très grandes ce qui se traduira alors par une détérioration du mécanisme. Par conséquent, il est primordial d'analyser les singularités afin de les éviter.

Là aussi, plusieurs méthodes numériques ou algébriques ont été utilisées pour la détermination et la représentation des singularités. Dans ce travail une nouvelle approche numérique/CAO-Géométrie est proposée pour construire et représenter la surface de singularités de type II. En passant par un calcul numérique sous MATLAB®, nous avons généré un nuage de points correspondant au lieu géométrique des singularités parallèles du robot. Ce nuage de points est ensuite traité dans l'outil CAO-CATIA® où nous reconstruisons la surface tridimensionnelle associée aux configurations singulières. Cette surface est ensuite superposée dans un même graphique au modèle CAO de l'espace de travail du robot construit précédemment (deuxième chapitre). Cette méthode profite un maximum des fonctionnalités graphiques fournies par l'outil CAO et permet d'améliorer la visualisation et l'analyse des surfaces de singularités par rapport à d'autres méthodes de discrétisation ou algébrique par discrétisation. Nous pouvons alors identifier d'une manière simple et efficace les régions de l'espace de travail libres de singularités dans l'espace opérationnel du robot. Ces contributions sont d'un grand intérêt dans une démarche de conception optimale et pour la planification de trajectoires.

Cette méthode, illustrée par le robot de type 3-RPR peut être étendue pour l'ensemble des robots parallèles plans ayant trois degrés de mobilité.

En utilisant un maillage tridimensionnel des sous-espaces exemptes de singularités de type II, nous obtenons plusieurs nuages de points utilisés pour déterminer les régions exemptes de singularité dans l'espace de travail articulaire.

Le **quatrième chapitre** s'intéresse à la mise en place d'une nouvelle méthodologie purement géométrique basée sur l'utilisation des fonctionnalités CAO telles que le balayage, l'intersection, etc., afin de résoudre le modèle géométrique direct des robots parallèles plans.

L'ensemble des approches proposées dans ce chapitre nous permet de nous affranchir de calculs mathématiques complexes associés aux modèles géométriques de tels mécanismes. A partir de la résolution du modèle géométrique direct et la détermination des différents modes d'assemblage, nous mettons en évidence les possibilités d'effectuer des trajectoires libres de singularité parallèle reliant plusieurs modes d'assemblage. Nous appliquons notre technique CAO-Géométrie pour les différentes architectures de robots parallèles plans à trois degrés de mobilité: 3-RRR, 3-PPR, 3-PRR, etc.

Enfin, le **dernier chapitre** se focalise sur la caractérisation de l'espace de travail d'une nouvelle architecture de robot spatial 3-CRS. Une des contributions principales de ce chapitre de thèse est d'étendre l'approche CAO-Géométrie aux robots à 6-DDL. Nous traitons la détermination de l'espace de travail en orientation avec la prise en compte des limites articulaires actives et passives. Nous effectuons ensuite une étude quantitative qui a pour objectif d'analyser l'influence des paramètres de conception sur les propriétés topologiques et le volume de l'espace de travail. Notre contribution essentielle dans ce chapitre est de définir un nouvel espace de travail pour les robots manipulateurs spatiaux à structure parallèle ayant six degrés de mobilité. Ce nouvel espace de travail est appelé dans cette étude « *Espace de travail mixte* ». Cette nouvelle représentation est basée sur la notion d'espace de travail en orientation et en translation à la fois.

L'ordinateur a un rôle unique à jouer dans le processus de conception, complémentaire à celui du concepteur. Les tâches de conception sont aujourd'hui si complexes, et contiennent tellement de contraintes techniques, que l'introduction de l'ordinateur, avec ses capacités propres, représente la seule voie permettant d'obtenir un « objet » faisable [Special issue on Computer Aided Design, Proceedings IEEE, Vol. 60 (1), 1972.]

Enfin, nous soulignons que les travaux de recherche présentés dans ce mémoire de thèse sont effectués au sein de l'Institut Pascal - l'Axe de Recherche MMS « Mécanique, Matériaux et Structures » - thématique MMSI « Machines, Mécanismes et Systèmes Industriels » (précédemment cette équipe a appartenu au Laboratoire de Mécanique et Ingénieries (LaMI) qui fait partie actuellement de l'Institut Pascal). Le financement tout au long de ces années de thèse a été effectué par l'Université d'Al-Baath à Homs (Syrie) dans le cadre de la coopération Franco-Syrienne.

# 1. Logiciels CAO en robotique

## Résumé et objectifs du chapitre

*Ce chapitre présente le contexte ainsi que le domaine d'intérêt de notre recherche. Nous consacrons la première partie de ce chapitre à la présentation de la technique de Conception Assistée par Ordinateur (CAO) où nous abordons les enjeux et les avantages qui sont attendus lors de son utilisation.*

*Dans un second temps, nous soulignons les différents critères employés dans l'analyse et la caractérisation des performances des robots parallèles.*

*Finalement, nous nous focalisons sur certains logiciels de CAO-Robotique utilisés pour la conception et la simulation des robots manipulateurs.*

---

## Sommaire

- 1.1 Conception assistée par ordinateur (CAO).
  - 1.2 Les robots parallèles et leurs espaces de travail.
  - 1.3 Logiciels CAO en robotique.
  - 1.4 Détermination de l'espace de travail des manipulateurs sériels spatiaux à l'aide de logiciel de CAO.
  - 1.5 Discussions et conclusion.
- 

## 1.1 Conception assistée par ordinateur (CAO)

### 1.1.1 Définition de la CAO

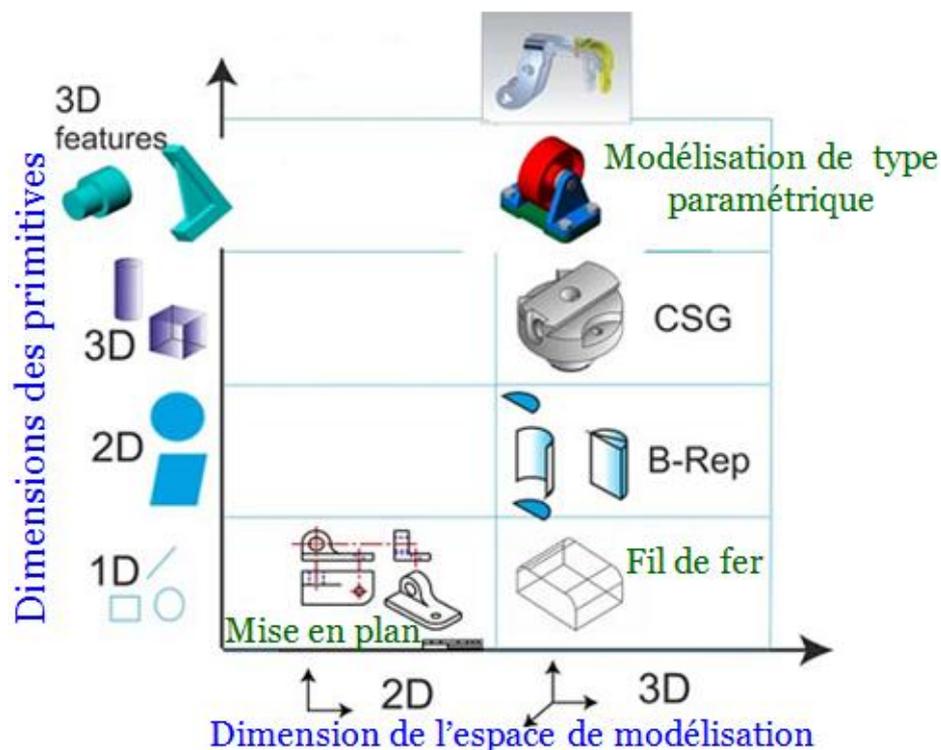
Nous pouvons définir la Conception Assistée par Ordinateur (CAO) par l'ensemble des outils logiciels et des techniques informatiques qui permettent d'assister les concepteurs dans la conception et la mise au point d'un produit. Un logiciel de CAO se compose généralement de quatre parties majeures qui peuvent être organisées comme suit [Kéribin, 2003]:

- **Le modeleur géométrique:** il représente "la planche à dessin". Nous trouvons dans cette partie les composants géométriques essentiels: points, droites, cercles, ellipses, plans, sphères, cylindres, cônes, courbes de Bézier ou B-Splines, surfaces NURBS, surfaces de révolution, surfaces de balayage, etc. Il intègre également les composants topologiques: sommets, faces, arêtes, orientations, coïncidences, adjacences, intersections, soustractions, unions, etc.
  - **L'outil de visualisation.**
-

- **Un certain nombre d'applications:** nous retrouvons le calcul des grandeurs géométriques (distances, inerties, volumes, masses, etc.), les fonctions métiers: assemblage de pièces, production de plans, simulation d'usinage, moulage, fraisage, etc.
- **Un contrôleur:** il gère et manipule les intersections entre les trois outils cités précédemment.

La technologie **CAO** a pris naissance au sein des grands programmes militaires américains dans les années 1950. Ensuite, elle a pénétré le domaine de l'aéronautique civile, l'automobile, l'industrie informatique, l'architecture, le génie civil. Nous pouvons distinguer plusieurs générations de systèmes de CAO (*Figure 1-1*) qui peuvent être classifiées, d'un point de vue historique, selon [Di Monaco et al., 2010], de la manière suivante:

- le **Dessin Assisté par Ordinateur (DAO)**: les objets sont représentés par la projection de leurs arêtes sur un plan bidimensionnel 2D.
- la représentation dite fil de fer (Wireframe): les objets sont représentés par ses arêtes mais dans l'espace tridimensionnel 3D.
- la représentation des objets par leurs frontières surfaciques B-REP (*Boundary Representation*).
- la représentation par l'espace tridimensionnel occupé par l'objet, cette génération est appelée la technique de «Constructive Solid Geometry» (CSG) ou l'arborescence de construction.



*Figure 1-1 : Le diagramme représentant les cinq générations de systèmes de CAO [Di Monaco et al., 2010].*

### 1.1.2 Outil CAO utilisé dans la thèse

Dans ce travail de thèse nous avons choisi le logiciel CATIA® pour développer les méthodes et techniques proposées. CATIA® est l'acronyme de Conception Assistée Tridimensionnelle InterActive. Le logiciel est conçu par Dassault Systèmes en France et est

un logiciel de CAO 3D volumique et surfacique qui bénéficie maintenant d'une très large utilisation. Ce logiciel représente un puissant et robuste outil de **CFAO** (Conception et Fabrication Assistées par Ordinateur).

Il est bien entendu plus qu'un simple logiciel permettant la définition géométrique d'un ensemble mécanique. C'est une véritable plate-forme pluridisciplinaire permettant de modéliser et d'optimiser le couple produit/processus [Morenton, 2006]. En raison de sa capacité à gérer, manipuler des modèles, des solides, et des surfaces complexes, ce logiciel couvre un très grand nombre de domaines qui nécessitent beaucoup de précision. Nous pouvons mentionner par exemple les secteurs suivants:

- Aéronautique.
- Construction et architecture.
- Ferroviaire.
- Électronique.
- Robotique.
- Construction navale.
- Automobile.
- Horlogerie.
- Fabrication.
- Energie.

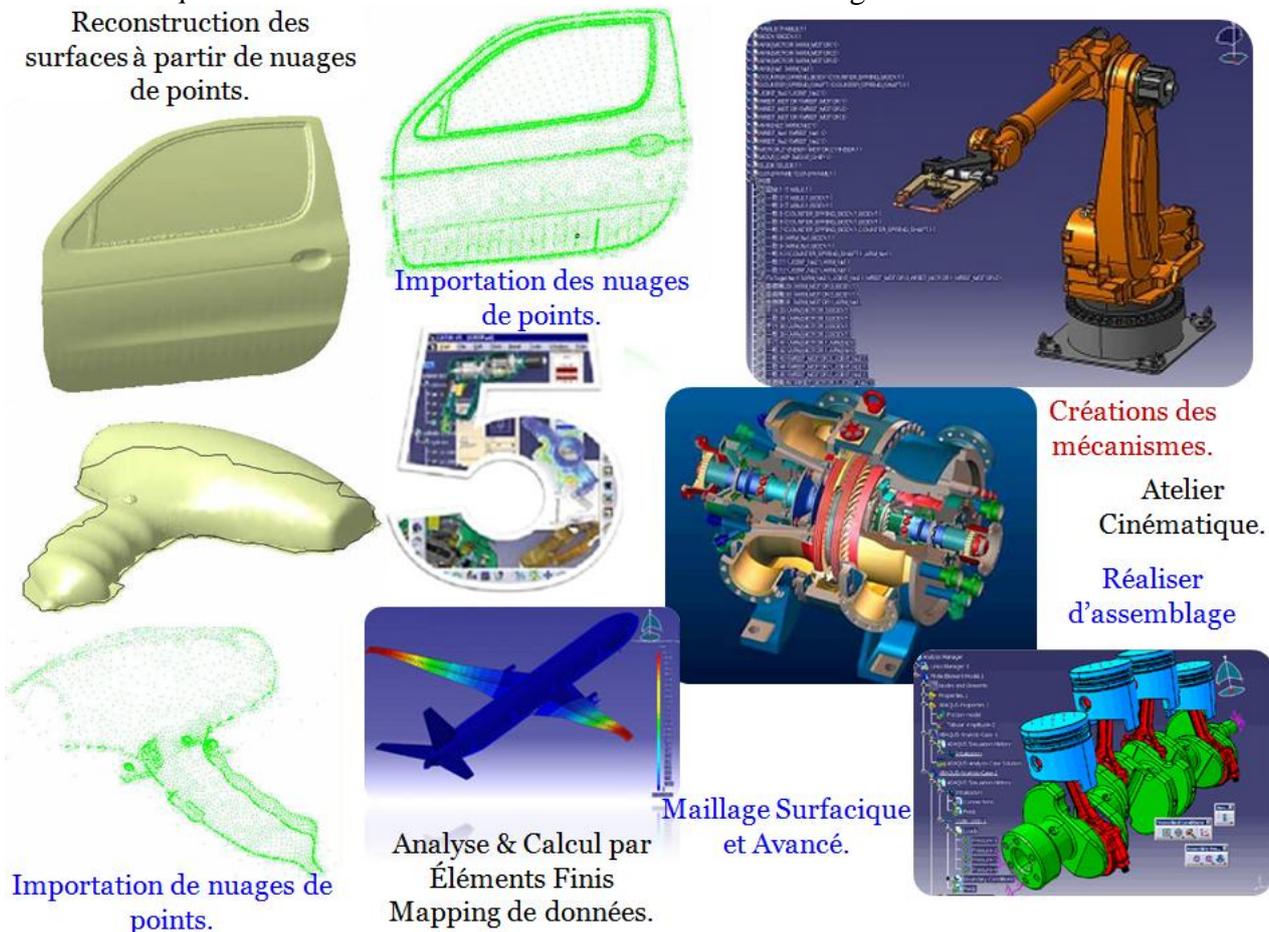


Figure 1-2: Quelques possibilités disponibles aux concepteurs via l'outil de CAO-CATIA®

### 1.1.3 Motivations du choix du logiciel CATIA®

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire de thèse s'inscrivent fondamentalement dans le contexte de caractérisation, moyennant les techniques et les fonctionnalités de la CAO, des différents critères de performance des robots manipulateurs ayant des structures parallèles avec en particulier: les **Robots Manipulateurs Parallèles Planaires (RMPP)**. Nous étudions l'espace de travail, les régions libres de singularité, la parcourabilité dans l'espace de travail pouvant se définir par la possibilité de planifier des

trajectoires qui ne franchissent pas de configurations singulières, etc. L'accent est mis sur l'espace de travail.

En effet, nous cherchons à proposer de nouvelles méthodologies purement géométriques basées sur l'utilisation et la mise en application des approches qui seront implémentés directement dans un environnement CAO. Les approches et les techniques qui seront proposées ont pour objectif d'analyser, d'un point de vue cinématique, les différentes caractéristiques opérationnelles de robots manipulateurs parallèles. Ces analyses nous aident considérablement à approfondir nos connaissances sur les différentes possibilités permettant de mieux exploiter l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans.

Notre travail vise également à proposer de nouvelles représentations de l'espace de travail atteignable par un robot manipulateur spatial à structure parallèle possédant six degrés de mobilité. En conséquence, il est indispensable de disposer d'un outil puissant qui nous offre des modules pour la création et la manipulation d'objets solides, possédant une bibliothèque riche nous permettant d'appliquer les différentes opérations souhaitées, telles que les opérations booléennes (intersection, union, soustraction, etc.). En outre, nous avons besoin pour remplir ces objectifs, notamment pour les problèmes liés à l'analyse des poses singulières pour les **RMPPs**, de modules qui nous donnent les possibilités suivantes:

- importer des nuages de points, quels que soient la taille des fichiers contenant ces points,
- générer des maillages polygonaux triangulaires,
- nettoyer et optimiser le maillage de façon à obtenir la meilleure qualité de la surface reconstruite à partir de ce maillage,
- construire et gérer des surfaces.

Pour toutes ces raisons, nous avons choisi le logiciel CATIA<sup>®</sup> car:

- Le logiciel de CAO-CATIA<sup>®</sup> permet aux utilisateurs une approche méthodologique rigoureuse.
- Le choix de CATIA<sup>®</sup> a été évident puisqu'il constitue la réponse à une problématique simple: quel est le moyen de réaliser tout ce que nous souhaitons sans avoir besoin de changer d'outil à chacune des étapes des approches que nous souhaitons établir et implémenter.
- Le logiciel de CAO-CATIA<sup>®</sup> offre des fonctions interactives très performantes permettant aux utilisateurs de concevoir (des solides et des surfaces), d'analyser, et de simuler pour réaliser chacun de nos buts mentionnés auparavant. Ces fonctionnalités permettent de guider efficacement l'utilisateur pour achever les résultats souhaités.
- Le logiciel de CAO-CATIA<sup>®</sup> a été choisi parce qu'il représente le système de CAO le plus moderne disponible par rapport aux concepts de programmation et de structure de données [Köenig et al., 2005].
- Le logiciel de CAO-CATIA<sup>®</sup> nous permet de manière efficace de mesurer directement les quantités caractéristiques liées à l'espace de travail telles que le volume de l'espace de travail, l'aire de n'importe quelle surface, quelque soit sa complexité topologique, sans nul besoin d'effectuer des programmations afin de réaliser les mesures désirées.
- Quant à la qualité des surfaces reconstruites dans l'environnement de CAO-CATIA<sup>®</sup>, ce logiciel dispose d'un grand nombre d'outils d'analyse, qui peuvent être employés afin de déterminer l'exactitude des surfaces reconstruites à partir des nuages de points importés avant qu'ils soient utilisés pour exécuter des opérations de coupe des solides via ces surfaces.

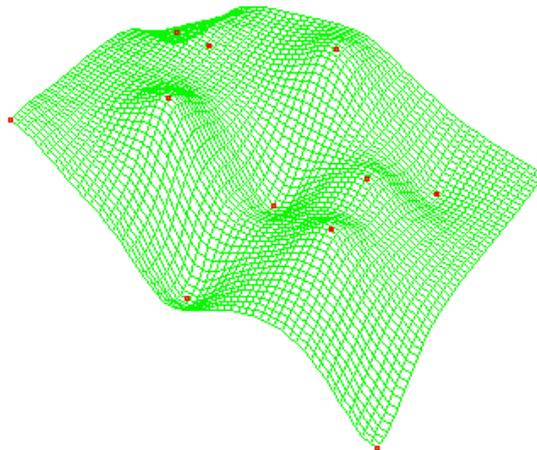
- Aussi, l'ensemble des opérations réalisées sur la géométrie (maillages,...) tel que le calcul de la précision peut être analysé dans un environnement unique [Barbero et al., 2011].
- Comme pour tous les logiciels de CAO modernes, un gros avantage offert par l'outil CATIA® est un historique de construction très puissant. A chaque fois que nous utilisons une fonction, cette dernière sera directement placée dans une structure hiérarchisée, appelée l'arborescence de la construction ou de la conception. Cette organisation donne la possibilité d'éditer, à tout moment, la fonction désirée.

#### 1.1.4 Modélisation géométrique en CAO

Nous abordons dans ce paragraphe, de manière succincte, quelques notions fondamentales de la CAO. Nous nous focalisons sur les concepts mis en œuvre dans les approches géométriques proposées.

##### La modélisation surfacique

Elle est la première technique qui permet aux concepteurs de réaliser des modélisations tridimensionnelles de manière beaucoup plus approfondie que la modélisation à l'aide de fil de fer. Avec cette technique, l'utilisateur a la possibilité de modéliser une pièce (un objet) par son enveloppe surfacique totale qui délimite cet objet dans l'espace. Il faut signaler que la modélisation surfacique est essentiellement basée sur des équations polynômiales paramétriques. Dans cette modélisation nous distinguons deux types de surfaces qui sont utilisées: les surfaces simples et les surfaces complexes. Dans les surfaces simples nous trouvons les plans, les surfaces d'extrusion et les surfaces de révolution (le cylindre, le cône, la sphère, le tore). Quant aux surfaces complexes, nous pouvons distinguer trois grandes familles: les Béziers ou surfaces à pôles (*Figure 1-3*), les B-Splines et les **NURBS** (Non Uniform Rational Basis Spline). Pour plus de détails sur ces types de surfaces complexes, un lecteur peut se référer à [De Casteljaou, 1986], [Bézier, 1987]. Les surfaces **NURBS** sont utilisées actuellement pour modéliser les objets dans CATIA®.



*Figure 1-3: Surface à pôles (Bézier).*

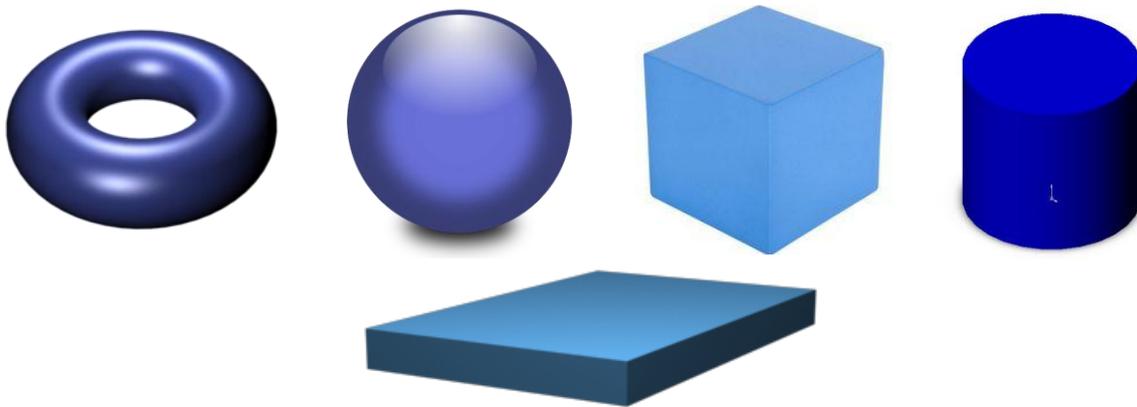
##### La modélisation solide (la modélisation volumique)

Elle constitue la technique de représentation d'un objet la plus utilisée dans les modeleurs géométriques.

La technique de la représentation par frontière, ou « *Boundary Representation* » (**B-REP**) est la technique de modélisation volumique la plus répandue. C'est une représentation qui s'apparente à la modélisation surfacique mentionnée précédemment. Elle consiste à définir

le solide moyennant les surfaces frontières du solide. En d'autres termes, le solide est représenté comme une collection d'éléments surfaciques connectés entre eux. Les modèles créés par cette technique sont composés de deux parties essentielles [Alleaume, 2009]: la topologie et la géométrie (surfaces, courbes, points). Les principaux éléments topologiques sont les suivantes: faces, arêtes et sommets. Une face est une partie bornée (délimitée) d'une surface, une arête est un morceau borné d'une courbe, et un sommet est associé à un point.

Pour modéliser un solide, nous avons également la technique de modélisation **CSG** (*Constructive Solid Geometry*). La construction du modèle au moyen de la technique de l'«*Arbre de construction*» ou **CSG** consiste à utiliser un ensemble d'opérations booléennes (union, intersection, soustraction (différence)) qui sera appliqué sur des primitives mathématiques telles que: la sphère, le cylindre, le cube, le tore, le cône, le parallélépipède (*Figure 1-4*).



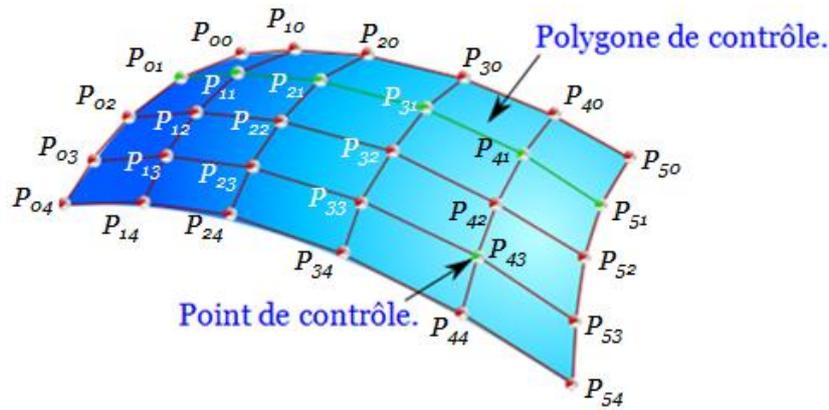
*Figure 1-4: Les primitives employées pour la création d'un solide via la technique CSG.*

Cette technique de modélisation a évolué par la suite avec les logiciels de CAO vers l'arbre des caractéristiques qui contient l'historique de construction du produit. L'application des opérations booléennes sur les primitives permet aux concepteurs de créer des solides ayant des topologies plus complexes. **B-REP** et **CSG** sont les systèmes de représentation les plus largement utilisés dans les logiciels de CAO. Pour les différentes applications, une de ces deux techniques de modélisation peut être plus approprié que l'autre. Par exemple, **B-REP** est plus approprié pour représenter des conceptions complexes, alors qu'avec la technique de modélisation **CSG**, les modèles sont faciles à créer. Dans certains modélisateurs géométriques, tel que le logiciel CATIA<sup>®</sup>, le système utilise en même temps **B-REP** et **CSG**.

### **Modèles NURBS**

Les modèles **NURBS** qui ont une grande capacité de description des courbes et des surfaces, sont de nos jours la forme standard dominante pour la **Conception Assistée Géométrique par Ordinateur (CAGO)**. Ces modèles représentent le résultat d'une amélioration continue et successive des modèles mathématiques des courbes et des surfaces. Les surfaces **NURBS** sont utilisées dans de nombreuses applications d'ingénierie pour représenter des corps et des pièces complexes du point de vue de leurs topologies en raison de leur stabilité, leur flexibilité et de leurs propriétés de modification locale.

La motivation principale de leur développement est le besoin de représenter et de modéliser avec précision des objets géométriques ayant des topologies complexes de forme libre tout en permettant aux concepteurs de réaliser les modifications de forme des courbes et des surfaces de manière intuitive en changeant un petit nombre de points [Johnson et al., 1996], comme la carrosserie des voitures ou les parties du corps humain, etc.



**Figure 1-5:** Surface NURBS et ses composants: points de contrôle et polygones de contrôle.

Ici, nous citons quelques raisons pouvant expliquer l'utilisation répandue des modèles NURBS [Piegl et al., 1997]:

- en manipulant leurs paramètres tels que les points de contrôle ainsi que le poids, les **NURBS** fournissent la souplesse nécessaire afin de modéliser et/ou concevoir une grande variété d'objets avec des topologies très complexes.
- elles permettent une évaluation rapide et stable en ce qui concerne le calcul.
- les modèles **NURBS** ont des interprétations géométriques claires qui les rendent particulièrement très utiles pour les concepteurs qui ont une très bonne connaissance de la géométrie et notamment de la géométrie descriptive.
- **NURBS** constituent des généralisations authentiques pour les B-Splines non rationnelles ainsi que pour les courbes et les surfaces de Bézier rationnelles et non rationnelles.
- ils offrent une forme mathématique commune pour représenter les formes standards analytiques telles que les coniques, quadriques (cylindres, sphères, ellipsoïdes), les surfaces de révolution, etc. En outre, elles donnent la possibilité aux concepteurs de modéliser et représenter les courbes et les surfaces de forme libre. Par conséquent, les formes analytiques et les formes libres sont représentées avec une précision élevée.

Quant aux formes coniques, elles représentent les sections transversales qui se produisent lors de l'intersection entre un plan et un cône tridimensionnel: elles comprennent des cercles, des ellipses et des paraboles.

Les B-Splines ne peuvent pas construire de telles formes tandis que les systèmes fondés sur l'utilisation des modèles **NURBS** ont la capacité de reconstruire, de manière exacte (sans aucune approximation), les formes coniques (courbes et surfaces) [Goshtasby, 1995], [Blanc et al., 1996], [Cashman, 2010], [Manni et al., 2010]. Par conséquent, ils sont devenus l'ingrédient clé dans les systèmes commerciaux de **CAO**, tel que CATIA®.

Notamment pour la détermination et la représentation de lieu géométrique des singularités des robots manipulateurs parallèles à structure planaire de type 3-RPR, l'usage des NURBS se révèle être un avantage. Nous verrons que la surface de singularité de type II (singularité parallèle) de tel mécanisme constitue un ensemble de courbes coniques. Cette caractéristique nous permet de construire de manière fidèle la surface de singularité pour de tels robots manipulateurs parallèles plans dans l'environnement CAO-CATIA®.

### La technique du balayage

Le balayage peut être défini par les procédés géométriques de modélisation qui permettent aux concepteurs de construire des objets tridimensionnels comme l'ensemble de

points intérieurs à un contour (générateur ou profil) qui se déplace le long d'une trajectoire spatiale (courbe de guide). Cette dernière peut être définie par une fonction mathématique ou par une polygline 3D spatiale.

Nous pouvons distinguer plusieurs genres pour le balayage. Citons par exemple [Saxena, 2005]:

- Le balayage par translation, appelé aussi l'extrusion linéaire est illustré dans la **Figure 1-6 (b)** et la **Figure 1-7 (b)**. Pour ce type de balayage, le contour (générateur) suit une trajectoire linéaire.
- Le balayage par rotation: à partir d'un contour ouvert ou fermé, nous effectuons une opération de rotation moyennant un profil générateur autour d'un axe. Ce balayage peut être utilisé pour produire des objets avec symétrie de rotation. Cette technique de balayage est illustrée dans la **Figure 1-6 (a)** et la **Figure 1-7 (a)**.

Le balayage peut être rigide ou perpendiculaire.

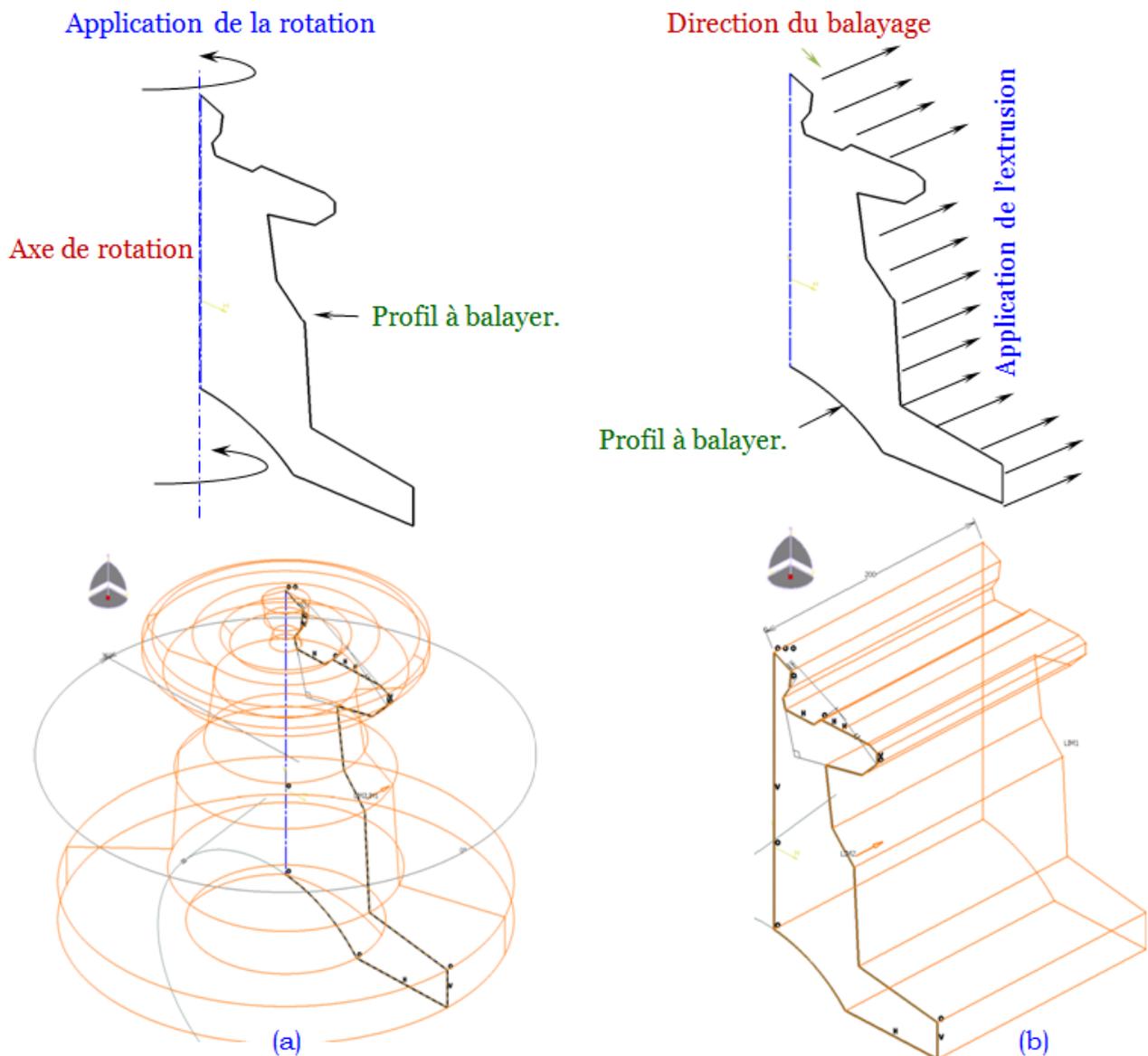
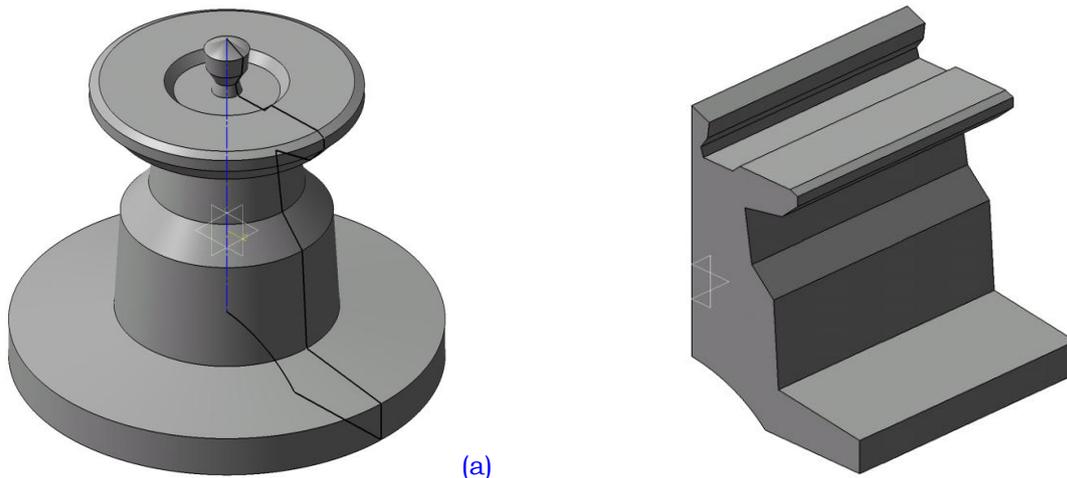


Figure 1-6: Technique de balayage.



**Figure 1-7:** Modélisation par balayage, balayage par rotation (a), balayage par translation(b).

La technique de la modélisation par balayage joue un rôle essentiel dans la conception assistée par ordinateur (**CAO**), la modélisation graphique ainsi que dans le domaine de la robotique, notamment pour la génération de l'espace de travail atteignable par l'effecteur de robots manipulateurs spatiaux sériels et parallèles.

### **Le maillage d'un corps solide**

Cette technique d'approximation géométrique nous permet de décomposer un corps solide continu ou une surface en éléments ayant une forme géométrique simple. Ces éléments ont des côtés communs dont les nœuds (les sommets des éléments) représentent les points d'articulation de plusieurs éléments entre eux.

Nous devons souligner qu'avec cette technique nous introduisons généralement une erreur dans la discrétisation géométrique de l'objet. Nous proposons par la suite, dans ce travail de thèse, l'utilisation de la technique de maillage tridimensionnel d'octree disponible dans l'outil de CAO-CATIA® dans le but de représenter l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans, en prenant l'exemple du robot manipulateur de type 3-RPR.

### **Solides engendrés par des opérations booléennes**

Les opérations booléennes sont parmi les procédés géométriques les plus répandus pour la modélisation des entités solides. Les opérations booléennes peuvent être classifiées en trois opérations majeures comme suit:

- Opération d'union (désignée par  $A \cup B$ ): qui est utilisée pour assembler deux ou plusieurs objets en un seul objet basé sur la géométrie totale de toutes les entités.
- Opération de différence (désignée par  $A-B$ ): cette opération permet de produire un ensemble de points qui appartiennent au premier objet, mais pas au deuxième.
- Opération d'intersection (désignée par  $A \cap B$ ): l'application d'une telle opération sert à engendrer un ensemble de points qui appartiennent en même temps aux deux solides à la fois.

## **1.2 Les robots parallèles et leurs espaces de travail**

### **1.2.1 Définitions élémentaires et études préliminaires**

#### **Robot manipulateur sériel**

Un robot manipulateur à structure sérielle peut être défini comme étant une chaîne cinématique ouverte constituée de plusieurs éléments mis en connexion par des liaisons

prismatiques ou rotoïdes. L'élément fixé constitue la base fixe du robot manipulateur, tandis que l'élément final, sur lequel est installée la main mécanique, est dénommé effecteur. Le mouvement relatif de chacun de ces éléments du robot manipulateur sériel peut être contrôlé par un actionneur.

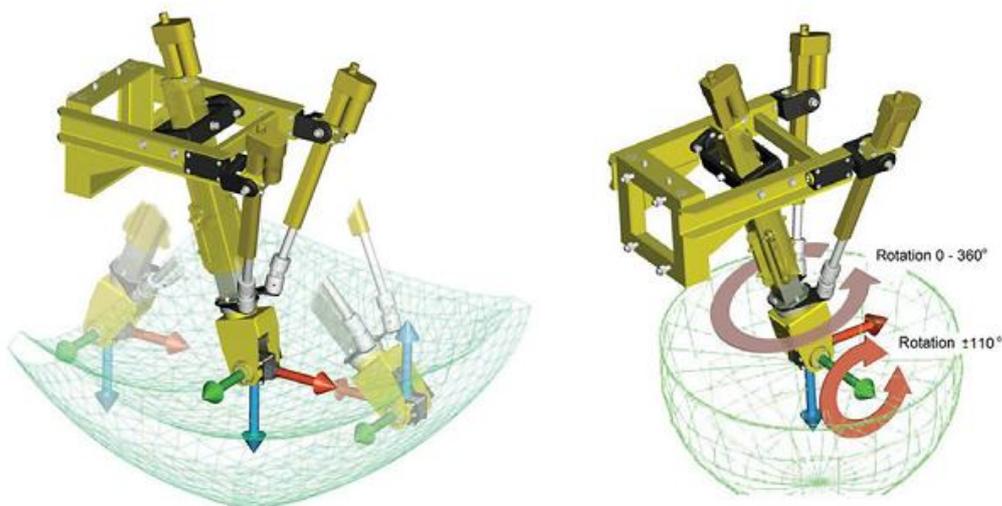
### Robot manipulateur parallèle

Un robot manipulateur à structure parallèle peut être défini comme étant un mécanisme à chaîne cinématique fermée qui est constitué essentiellement d'une plate-forme fixe (la base fixe) et d'une plate-forme mobile qui peut être appelée la nacelle à  $n$  degrés de liberté. La plate-forme du robot manipulateur parallèle est connectée à sa base fixe par plusieurs chaînes cinématiques (jambes ou membrures).

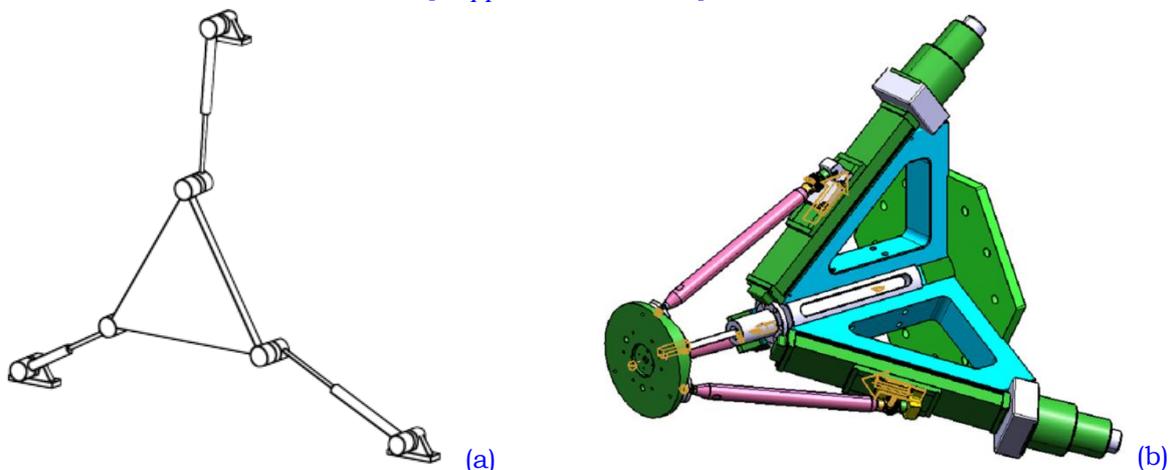
Nous pouvons distinguer trois types essentiels de robots parallèles:

- Les robots manipulateurs parallèles planaires.
- Les robots manipulateurs parallèles spatiaux.
- Les robots manipulateurs à structure hybride.
- Les robots manipulateurs parallèles à câbles.

Les *Figure 1-8* et *Figure 1-9* montrent les trois premières architectures.



*Figure 1-8: Modèle CAO d'un robot manipulateur à structure hybride et son espace de travail [Poppeova et al., 2011].*



*Figure 1-9: Modèle CAO de robot manipulateur parallèle planaire (a), et spatial (b).*

### Les robots manipulateurs parallèles planaires

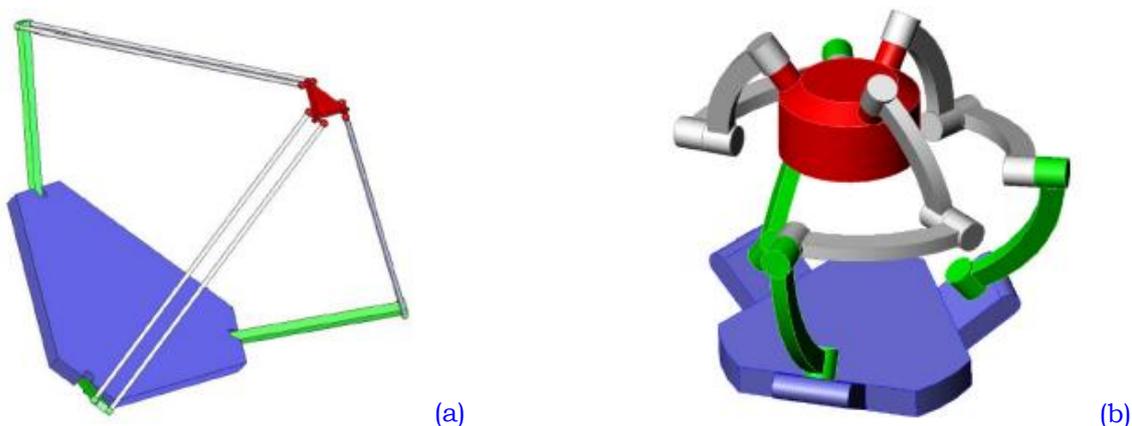
Le robot manipulateur parallèle planaire est un mécanisme constitué généralement d'une plate-forme et d'une base fixe liées entre elles. Dans le cas général, trois chaînes cinématiques non-redondantes offrent trois degrés de liberté pour la plate-forme mobile: deux en translation et un degré en rotation autour d'un axe normal au plan contenant le robot manipulateur plan. La **Figure 1-9** (a) représente une architecture plane de type 3-RPR.

### Les robots manipulateurs parallèles spatiaux

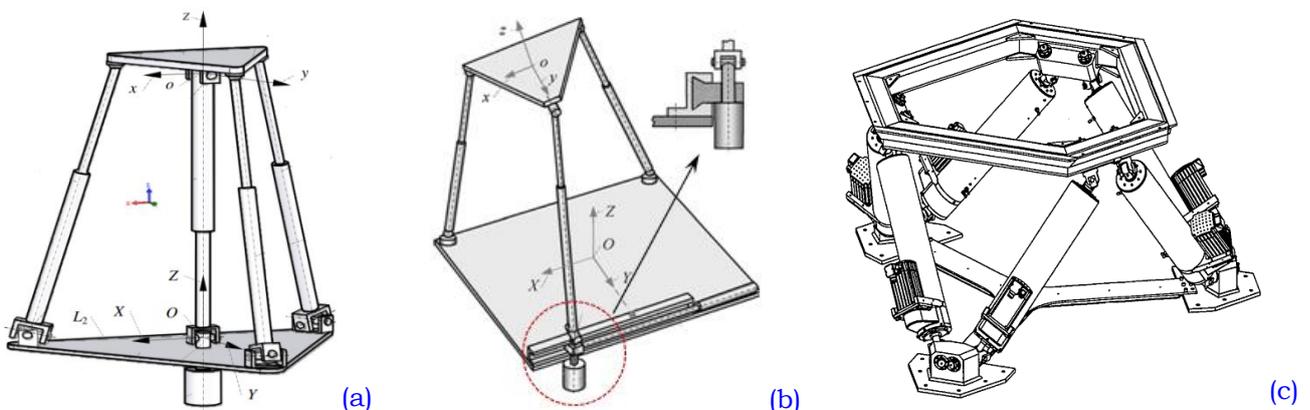
Pour le cas de robots manipulateurs parallèles spatiaux, la base fixe et la plate-forme sont connectées entre elles par des chaînes cinématiques qui assurent à la plate-forme mobile un mouvement spatial. Pour de tels mécanismes, nous pouvons distinguer plusieurs types selon le degré de mobilité de la plate-forme mobile:

- ✓ Robot manipulateur spatial ayant 3-DLL.
  - Robot manipulateur à 3-DLL en translation, voir **Figure 1-10** (a).
  - Robot manipulateur à 3-DLL en orientation voir **Figure 1-10** (b).
- ✓ Robot manipulateur spatial ayant 4-DLL, voir **Figure 1-11** (a).
- ✓ Robot manipulateur spatial ayant 5-DLL, voir **Figure 1-11** (b).
- ✓ Robot manipulateur spatial ayant 6-DLL, voir **Figure 1-11** (c).

Les figures suivantes nous montrent les modèles CAO pour différentes architectures de manipulateurs spatiaux ayant un degré de mobilité qui varie de 3 à 6.



**Figure 1-10:** Robots manipulateurs spatiaux ayant trois degrés de mobilité: robot de type Delta à 3 DDL en translation (a), poignet sphérique de Gosselin à 3-DDL en rotation [Lahouar, 2008].



**Figure 1-11:** Robots manipulateurs spatiaux ayant 4-DLL (a) [Yi et al., 2006], 5-DLL (b) [Yi et al., 2008] et 6-DLL (c) [Blaise et al., 2010].

## Les robots manipulateurs à structure hybride

Un robot manipulateur à structure hybride est une combinaison de deux types de structure: une structure sérielle et une structure parallèle, comme le montre la *Figure 1-8*.

### 1.2.2 Analyse des performances et espace de travail

L'analyse de performance des mécanismes est une des étapes les plus importantes dans le contexte de l'optimisation et de la conception de robots manipulateurs. Cette étape requiert un choix spécifique de critères d'évaluation de performances. Désormais, avant d'accéder à la phase d'optimisation du robot manipulateur, nous devons définir la tâche à réaliser par le mécanisme. Ensuite, cette dernière sera exprimée au moyen d'une formulation mathématique dans laquelle nous introduisons tous les paramètres corrélés avec cette tâche. En outre, le choix de critères de performances permet aux concepteurs de quantifier et d'évaluer l'efficacité du robot manipulateur conformément aux objectifs spécifiés. Les critères de performance peuvent être classifiés en deux groupes [Bouzgarrou, 2001]:

- **critères globaux** définis pour l'ensemble de l'espace de travail du robot manipulateur,
- **critères locaux** définis pour une pose donnée du point caractéristique de l'effecteur à travers l'ensemble de l'espace de travail du robot manipulateur. Ces critères sont relatifs au fonctionnement des robots manipulateurs tels que les vitesses et les accélérations, etc.

Nous pouvons citer un certain nombre de critères de performance des robots manipulateurs qui sont utilisés fréquemment dans la phase d'optimisation des mécanismes.

- ✓ La précision.
- ✓ La rigidité.
- ✓ La parcourabilité.
- ✓ La dextérité.
- ✓ L'espace de travail du robot manipulateur.

Nous donnons succinctement une définition pour les critères liés à l'espace de travail.

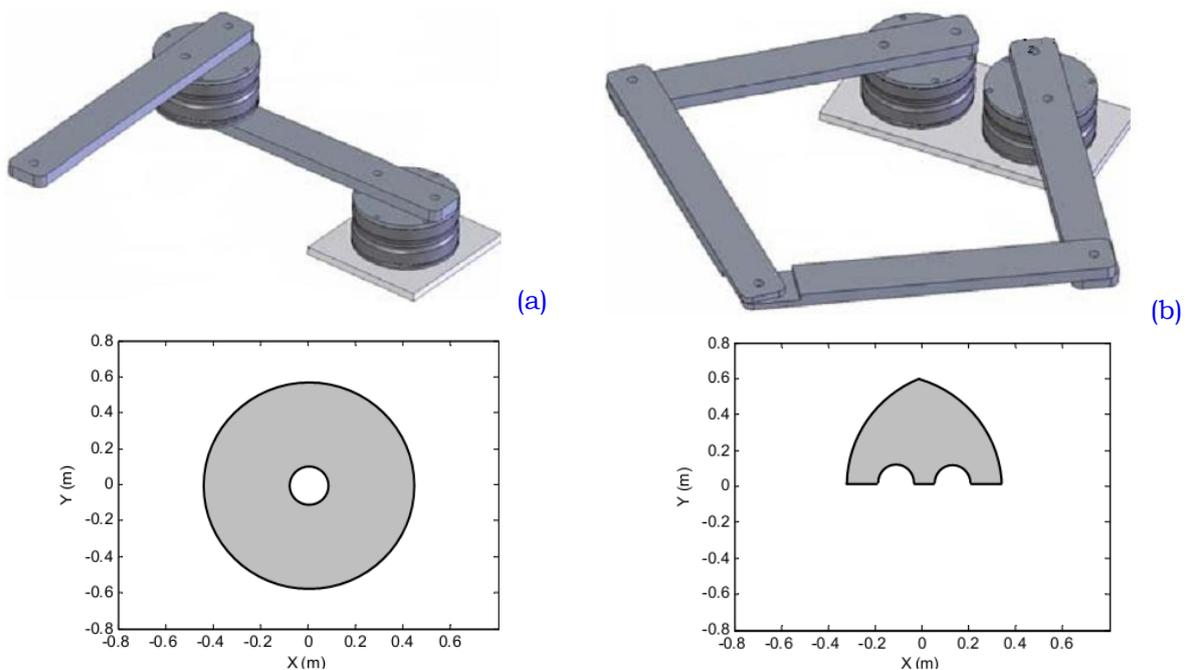
- **La parcourabilité:** Une condition nécessaire à la robustesse d'un robot manipulateur est bien évidemment que ses trajectoires à travers son espace de travail soient parcourables. Si le point caractéristique de l'effecteur peut se déplacer entre deux points dans l'espace de travail d'un robot manipulateur, cela signifie qu'il existe une trajectoire qui lie ces deux points [Chedmail, 1998].
- **La dextérité:** Etymologiquement, dextérité signifie "agilité de la main". En appliquant cette notion en robotique, nous pouvons conclure que la dextérité peut être définie comme étant l'aptitude de l'organe terminal du robot manipulateur à réaliser, de manière facile, des petits déplacements arbitraires dans les directions autour d'un point considéré de l'espace de travail. La dextérité est un critère permettant aux concepteurs d'évaluer des performances dans un point particulier existant dans l'espace de travail du robot manipulateur.

La dextérité est strictement liée au rapport entre les vitesses opérationnelles (les vitesses de sortie ou les vitesses de l'organe terminal), et les vitesses articulaires (les vitesses des moteurs). Des indices basés sur l'isotropie, à titre d'exemple, reflète l'homogénéité de transmission des forces et des vitesses entre les moteurs et l'organe terminal. Cet indice est bien évidemment utilisé dans la procédure d'optimisation des robots manipulateurs ayant des structures parallèles.

- **L'espace de travail du robot manipulateur:** L'espace de travail est défini comme étant la région qui peut être atteinte par le point caractéristique de l'effecteur qui est fixé dans le cas général sur la plate-forme mobile (nacelle) du robot manipulateur. La norme **IRS** (*Industrial Robotics Standards*) définie par la **RIA** (*Robotic Industries Association*) membre de l'ANSI (American National Standards Institute) définit l'espace de travail par l'ensemble des positions accessibles par un point caractéristique du robot associé à l'organe terminal sans tenir compte de l'orientation [Dagalakis, 1999]. Pour les mécanismes parallèles, en général la plate-forme mobile peut se translater et s'orienter. Cela nous donne la possibilité de classifier l'espace de travail généralement en deux catégories distinctes:
  - l'espace de travail en position (translation),
  - l'espace de travail en orientation.

Le problème de l'optimisation de l'espace de travail du robot manipulateur consiste à trouver les paramètres géométriques de conception du mécanisme qui assurent qu'une région géométrique (espace de travail prescrit) soit accessible par l'effecteur du robot manipulateur. Nous pouvons chercher à maximiser le volume de l'espace de travail pour un encombrement donné du mécanisme étudié.

Nous nous focalisons dans ce travail de thèse sur l'espace de travail comme critère de performance. Le choix de ce critère s'est fondé sur l'observation suivante: si l'espace de travail du robot manipulateur est correctement défini, alors il représente certainement l'outil le plus naturel pour évaluer les performances géométriques globales des robots manipulateurs [Chedmail, 1998]. En effet, la problématique associée à la détermination de l'espace de travail pour les robots manipulateurs parallèles (plans et spatiaux) constitue un grand défi en raison de la complexité des équations cinématiques associées aux architectures de tels mécanismes. La faiblesse fondamentale d'un robot manipulateur parallèle est le volume atteignable par sa plate-forme mobile qui est relativement restreint par rapport à l'encombrement donnée du mécanisme.



**Figure 1-12:** Comparaison entre l'espace de travail d'un robot à structure sérielle (a) et un robot manipulateur à structure parallèle (b) [Nabat, 2007].

En effet, l'espace de travail d'un robot manipulateur parallèle correspond au volume commun qui est le produit de l'intersection de tous les volumes vertex (les volumes accessibles par les extrémités des chaînes cinématiques).

Nous donnons plus de détails sur ce critère dans le chapitre suivant.

**Remarque:** Pour plus d'informations à propos des critères d'analyse des mécanismes articulés, et la caractérisation des performances des manipulateurs robotiques, les lecteurs peuvent se référer à [Chedmail, 1998].

Les robots manipulateurs à cinématique parallèle ont certains inconvénients en comparaison avec leurs homologues sériels, citons par exemple:

- Un volume de travail limité, et une dextérité restreinte en raison de l'existence de singularités à travers l'espace de travail et encore à cause des collisions (interférences) internes.
- Comme nous l'avons mentionné précédemment, le modèle géométrique direct (**MGD**) est généralement très complexe à résoudre.

Par ailleurs, nous pouvons résumer les avantages potentiels des robots parallèles (plans et spatiaux) par rapport aux robots sériels par les points essentiels suivants:

- rigidité plus élevée,
- précision plus importante,
- plus grande capacité de charge par rapport à la masse du robot,
- capacité d'accélération plus élevée.

### 1.3 Logiciels CAO en robotique

Les systèmes de conception et de fabrication assistée par ordinateur (CFAO) sont de nos jours introduits extensivement dans tous les domaines, en particulier dans le monde industriel [Dombre, 1998]. Les roboticiens, depuis le début des années 80, ayant vu les exigences grandissantes et les besoins croissants, ont admis la nécessité d'utiliser des bases de données géométriques tridimensionnelles, d'une part pour faciliter la réalisation des représentations graphiques, et d'autre part pour l'accessibilité et la rapidité offertes par les systèmes de CAO Robotique.

Dans le cas général, les systèmes CAO en Robotique ont deux objectifs majeurs [Dombre, 1998]:

- Aide à la conception et à la simulation ainsi que l'optimisation des cellules robotisées, au moyen des outils dont ils disposent pour la modélisation des robots et de leurs environnements. Ces systèmes permettent de générer des trajectoires, d'analyser les mouvements, de détecter les collisions et d'évaluer des temps de cycle.
- Les systèmes CAO en robotique permettent de créer hors ligne des programmes téléchargeables et exécutables par les robots manipulateurs conçus.

Un énorme bond technologique a été réalisé ces dernières années dans le domaine de la simulation cinématique des mécanismes et des robots et en particulier pour les robots sériels. Il existe de nombreux outils pour simuler et analyser les robots industriels sériels. Nous pouvons citer à titre d'exemple les simulateurs robotiques suivants: **Delmia IGRIP**<sup>®</sup>, **ConiferRob**<sup>®</sup> (Simtech Systems Inc.), **Easy-Rob**<sup>™</sup> (qui est développé par EASY-ROB 3D

Robot Simulation Tool 3D), [eM-Workplace PC](#) (RobCAD) développé par Tecnomatix Technologies Ltd., [RobotStudio](#) (ABB Inc.). Nous pouvons aussi mentionner le logiciel [KineoWorks](#)<sup>TM</sup> créé par (Laboratoire d'analyse et d'architecture des Systèmes (LAAS)).

Egalement, nous trouvons dans le même contexte le logiciel d'[ACT](#) de (la Société ALMA), et le logiciel de [Cimstation Robotiques](#) développé par la société *Applied Computing & Engineering* qui est un outil de CAO Robotique puissant pour simuler les robots manipulateurs industriels à structure sérielle. Nous mentionnons aussi le logiciel de programmation des robots sériels [RoboWave](#) ayant été développé par l'éditeur de logiciels ERXA.

Ces systèmes de CAO ont été développés principalement pour simuler des robots industriels ayant des structures sérielles. La **simulation** d'un robot existant dans une cellule de production complète permet aux concepteurs de réduire de manière très considérable le temps de conception d'un produit et d'améliorer sa qualité. De nos jours, le comportement des mouvements des systèmes robotisés simulés par un de ces logiciels est conforme à la réalité avec une grande précision.

Quelques logiciels pour la robotique parallèle existent également, comme: [SMAPS](#) (*Simulateur de MANipulateurs Parallèles Sphérique*) [[Gosselin et al., 1994 \(a\)](#)], et [GIM](#) (*Geometric Iterative Method*), développé à l'université du Pays de Basque.

- L'outil [SMAPS](#) est dédié totalement à l'analyse de la cinématique des manipulateurs parallèles sphériques. Il permet aux concepteurs de représenter l'espace de travail en 2D, les courbes de singularité en 2D et les surface de singularité en 3D.
- Le logiciel [GIM](#), permet de déterminer et de représenter les différentes caractéristiques des robots manipulateurs telles que l'espace de travail cartésien, l'espace de travail articulaire pour les robots manipulateurs plans et spatiaux à structure parallèle.

Nous allons présenter de manière très succincte les caractéristiques principales associées aux logiciels de CAO-Robotique dédiés aux robots à structure parallèle cités précédemment:

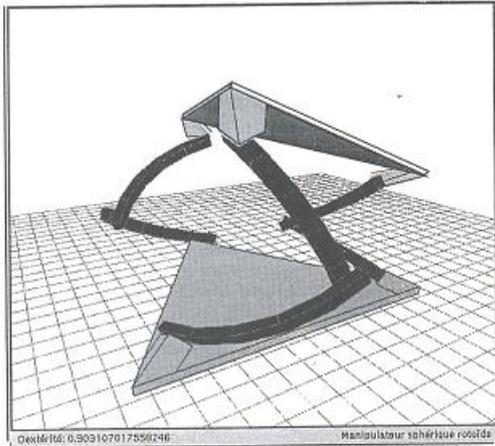
### **1.3.1 SMAPS, Simulateur de MANipulateurs Parallèles Sphériques**

Un des premiers outils dédiés à la conception assistée par ordinateur pour les manipulateurs parallèles est le logiciel **SMAPS**. Cet outil est dédié à la modélisation et la simulation des robots manipulateurs parallèles sphériques ayant trois degrés de mobilité et possédant des liaisons prismatiques actionnées ou avec des liaisons rotoïdes motorisées (*Figure 1-13*).

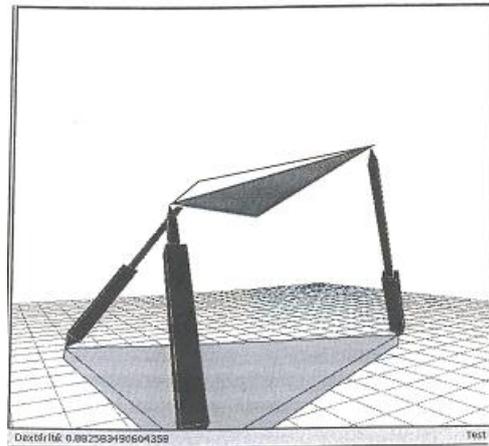
Cet outil permet aux concepteurs de faire des analyses cinématiques des robots sphériques, ainsi que de visualiser l'espace de travail et les configurations singulières.

Au moyen de **SMAPS**, les surfaces de singularités peuvent être représentées de manière graphique pour être superposées ensuite, en 2D, sur l'espace de travail cartésien du robot manipulateur. Egalement, **SMAPS** donne la possibilité de représenter les surfaces de singularité dans un espace cartésien tridimensionnel, comme illustré dans la *Figure 1-13*. Cependant, l'interprétation de telles surfaces est très difficile [[Gosselin et al., 1994 \(a\)](#)]. La résolution des modèles se fait sur la base des solutions algébriques des mécanismes sphériques étudiés.

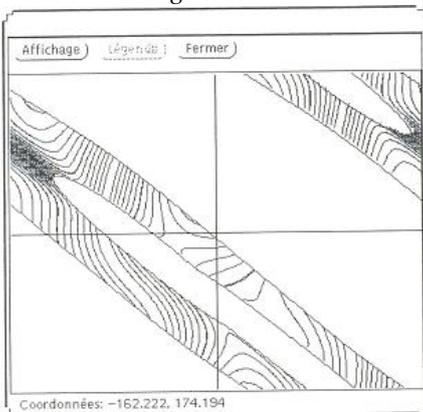
Une vue générale de l'interface de l'outil **SMAPS** est illustré dans la *Figure 1-13*.



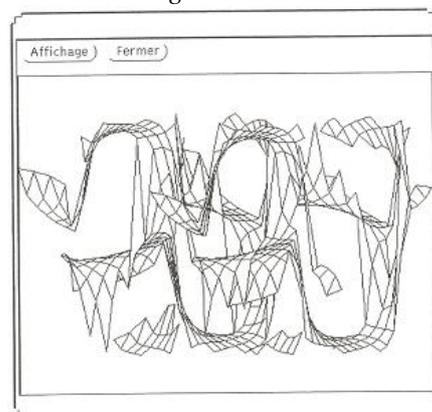
Robot manipulateur sphérique de type 3-RRR à trois degrés de mobilité.



Robot manipulateur sphérique de type 3-UPS à trois degrés de mobilité.



Vue 2D de l'espace de travail du robot manipulateur.



Vue 3D de la surface de singularité du robot manipulateur.

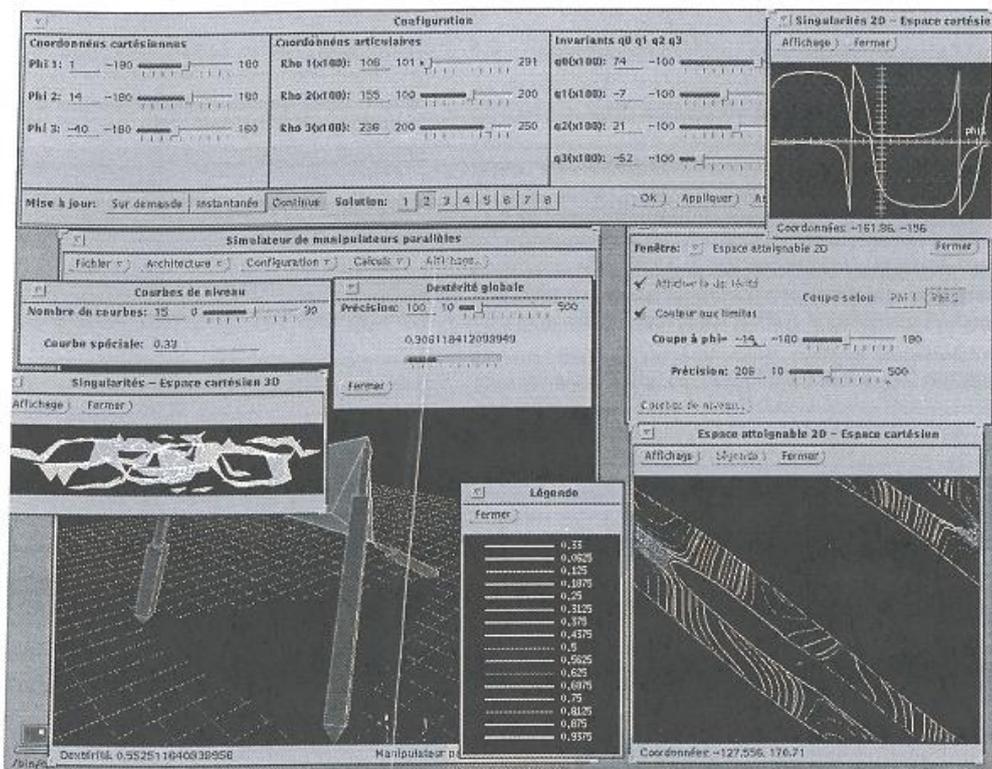


Figure 1-13: Vue générale de l'interface de l'outil SMAPS [Gosselin et al., 1994 (a)].

### 1.3.2 GIM, Geometric Iterative Method

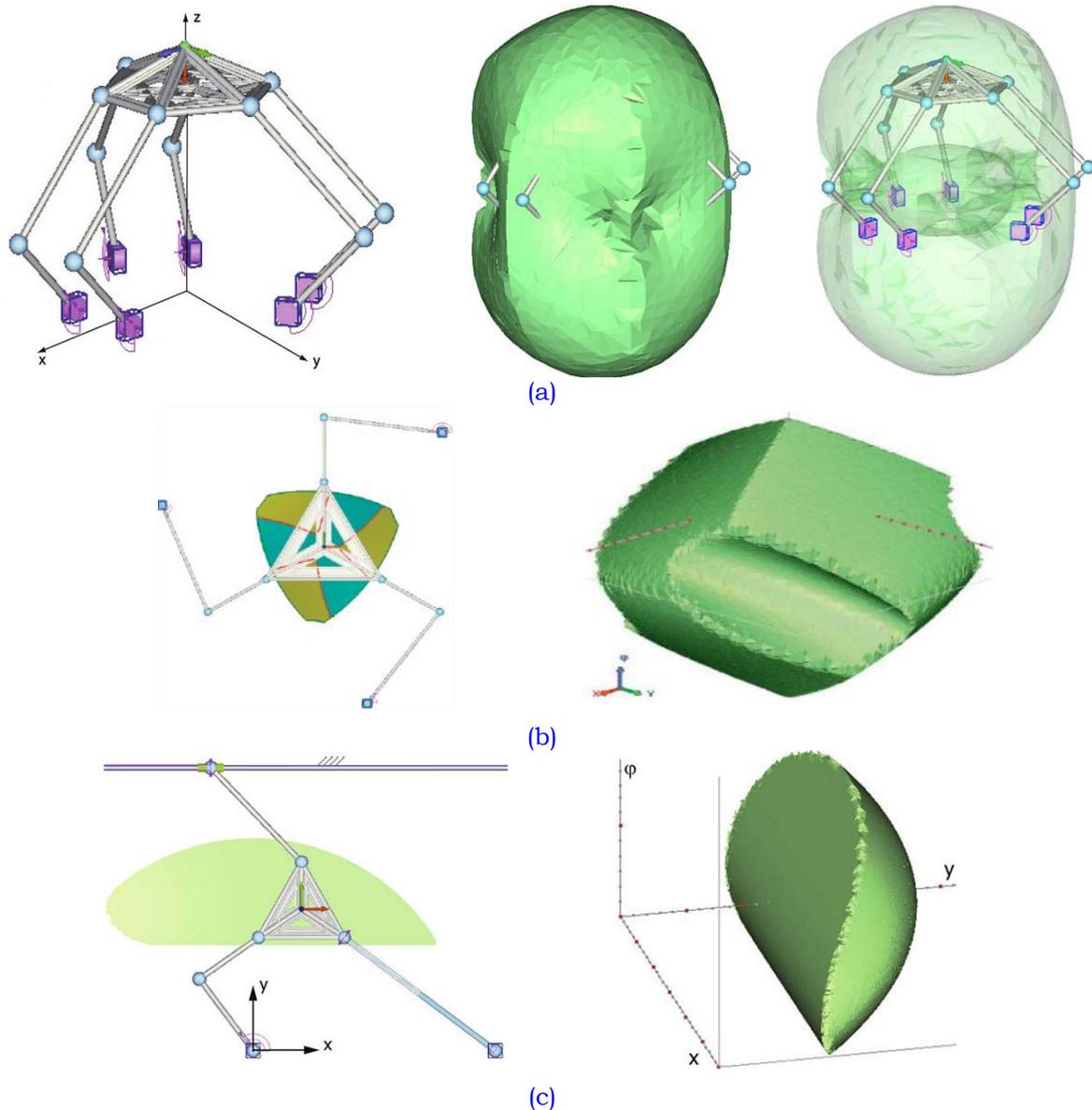
Le logiciel GIM (*Geometric Iterative Method*), développé à l'université du Pays Basque, est un logiciel éducatif pour l'analyse cinématique des robots manipulateurs. Il propose un nouvel outil afin d'analyser et de simuler des mécanismes parallèles ayant des structures planes ou spatiales. Le logiciel GIM est implémenté sous Visual C#<sup>®</sup>, avec une librairie graphique d'Open GL<sup>®</sup>. Le logiciel GIM a une structure modulaire, comme illustré dans la *Figure 1-15*. Cet outil de simulation de mécanismes a plusieurs modules. Le premier est le préprocesseur tandis que les autres modules de calcul sont [Altuzarra, 2009], [Macho et al., 2009]:

- **Module de géométrie:** ce module permet au concepteur de définir le schéma cinématique du robot manipulateur quelle que soit sa structure planaire ou spatiale. Il s'agit d'un module de base pour définir la géométrie et la topologie du mécanisme étudié.
- **Module du mouvement:** une fois que le concepteur a défini les entrées (actionneurs) du mécanisme et qu'il a choisi leurs incréments (pas), le problème du déplacement fini (position incrémental) du mécanisme est résolu ce qui permet à son tour de visualiser son mouvement; En outre, la trajectoire de chaque point peut être tracée.
- **Module de l'espace de travail:** ce module permet au concepteur de calculer, de représenter l'espace de travail et également de représenter les surfaces de singularité du mécanisme avec les régions libres de singularités (*Figure 1-17*).
- **Module de vitesse:** le but fondamental de ce module est qu'il permet de réaliser plusieurs types de calcul cinématique, tels que le calcul du degré de liberté d'un mécanisme donné, le calcul des vitesses linéaires et angulaires. Il permet également d'évaluer la matrice jacobienne afin de déterminer les positions singulières, l'ellipsoïde de vitesses, etc.

Pour plus de détails concernant ce logiciel d'analyse cinématique des robots manipulateurs, les lecteurs peuvent se référer à [Petuya et al., 2009], [Macho et al., 2009]. La *Figure 1-16* montre l'interface générale du module dédié au calcul de l'espace de travail du robot manipulateur du logiciel GIM. La technique mise en œuvre en vue de la détermination de l'espace de travail, qui est décrite en détails dans [Petuya et al., 2009], [Macho et al., 2009], comporte deux étapes successives:

- La première étape consiste à générer, au moyen d'une grille de variables de sortie représentant la translation et l'orientation, une discrétisation de poses atteignables par le point caractéristique de l'effecteur du robot manipulateur. Puis, le problème de la cinématique inverse (PCI) du robot étudié est résolu de façon à vérifier si le mécanisme peut être assemblé dans les poses obtenus précédemment. Lorsque le PCI a une solution, la pose candidate appartient à l'espace de travail du robot manipulateur, sinon la pose n'est pas dans ce dernier.
- Ayant fait cela, toutes les postures (poses) appartenant à l'espace de travail du robot manipulateur sont soumises à une analyse cinématique, dans laquelle les matrices associées aux problèmes de la cinématique direct et inverse sont utilisées. Les valeurs de déterminants de ces matrices sont calculées. Cet étape a pour objectif de déterminer le lieu géométrique des singularités qui se présentent à travers de l'espace de travail du robot manipulateur.

La procédure suivie, pour l'obtention de l'espace de travail du robot manipulateur, peut être caractérisée comme une méthode hybride discrète-analytique, puisque pour chaque pose de la grille de discrétisation, tous les calculs sont effectués de manière analytique.



**Figure 1-14:** Robot manipulateur parallèle spatial de type 6-RSS et son espace de travail en orientation constante(a), Robot manipulateur parallèle de type 3-RRR et son espace de travail en orientation constante, Robot manipulateur parallèle plan de type RRR-RPR-PRR et ses espaces en orientation constante et maximale obtenus par le logiciel GIM [Petuya et al., 2009].

Les inconvénients essentiels liés au logiciel **GIM** peuvent être soulignés par les points suivants [Petuya et al., 2009], [Macho et al., 2009]:

- **Pour le module de géométrie:** de manière générale, la phase de modélisation nécessite souvent beaucoup de temps et d'efforts avant d'exécuter les phases d'analyses cinématiques. Le logiciel **GIM** offre aux concepteurs les possibilités de modéliser la géométrie et la topologie des mécanismes complexes plans et spatiaux de manière conviviale. Malgré cela, il est impossible de lancer l'analyse cinématique, ni de déterminer l'espace de travail, ni de représenter les surfaces de singularité qu'après la construction géométrique et topologique du robot manipulateur.
- **Pour le module de détermination de l'espace de travail:** la principale faiblesse de l'algorithme implémenté en vue de l'obtention de l'espace de travail du robot manipulateur, réside dans le fait qu'il est nécessaire de connaître les dimensions approximatives de l'espace de travail avant de commencer la procédure de calcul [Macho

et al., 2009]. En outre, ce processus peut impliquer une augmentation inutile des coûts de calcul. A l'égard de la précision de l'espace de travail, notamment au niveau de ses frontières, l'inconvénient le plus remarquable est que la précision dépend fortement de la taille du maillage choisie (le pas ou la résolution de la grille), comme le montre la **Figure 1-14**. De ce fait, ce dernier paramètre influe sur le temps de calcul et augmente considérablement lorsque le pas de discrétisation est affiné. L'algorithme est alors couteux en terme de mémoire pour sauvegarder les données obtenues.

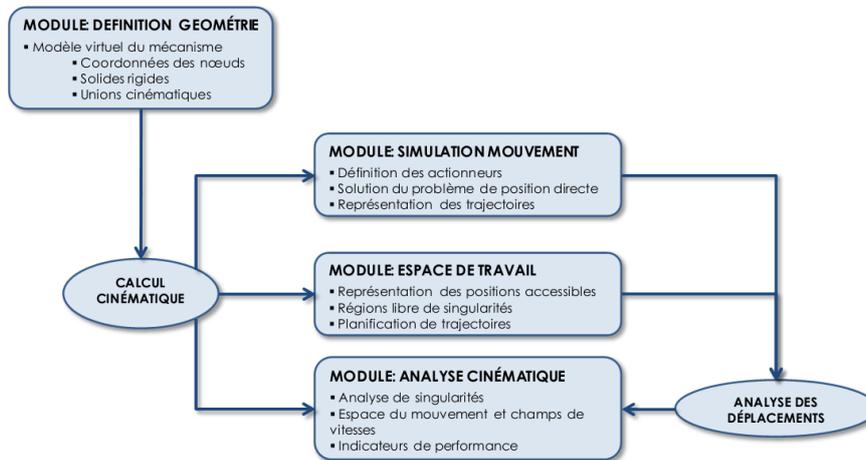


Figure 1-15: Structure modulaire du logiciel GIM [Petuya et al., 2009].

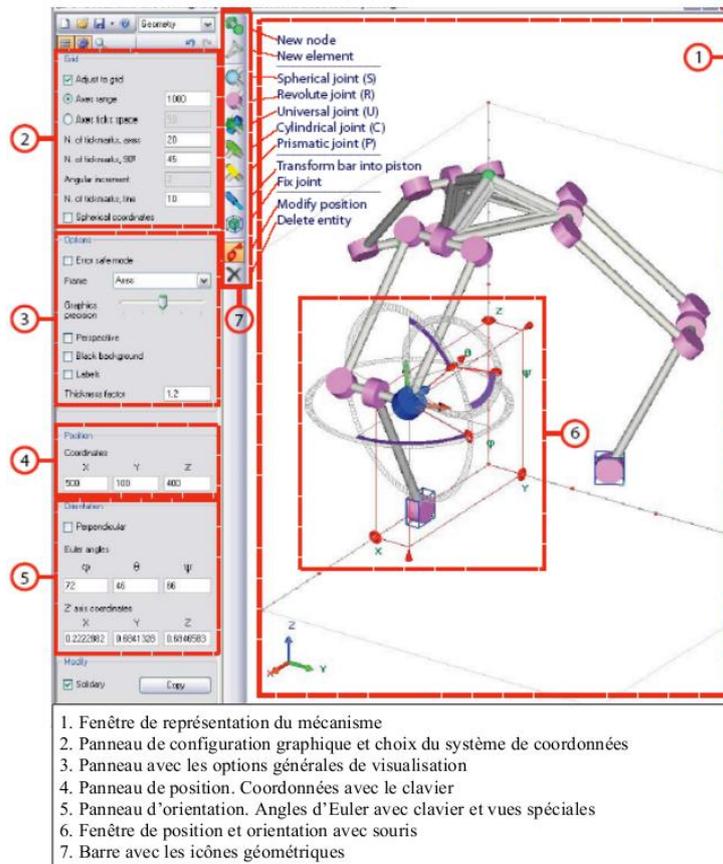


Figure 1-16: Interface du préprocesseur – cas du robot Maryland dans le logiciel GIM [Petuya et al., 2009].

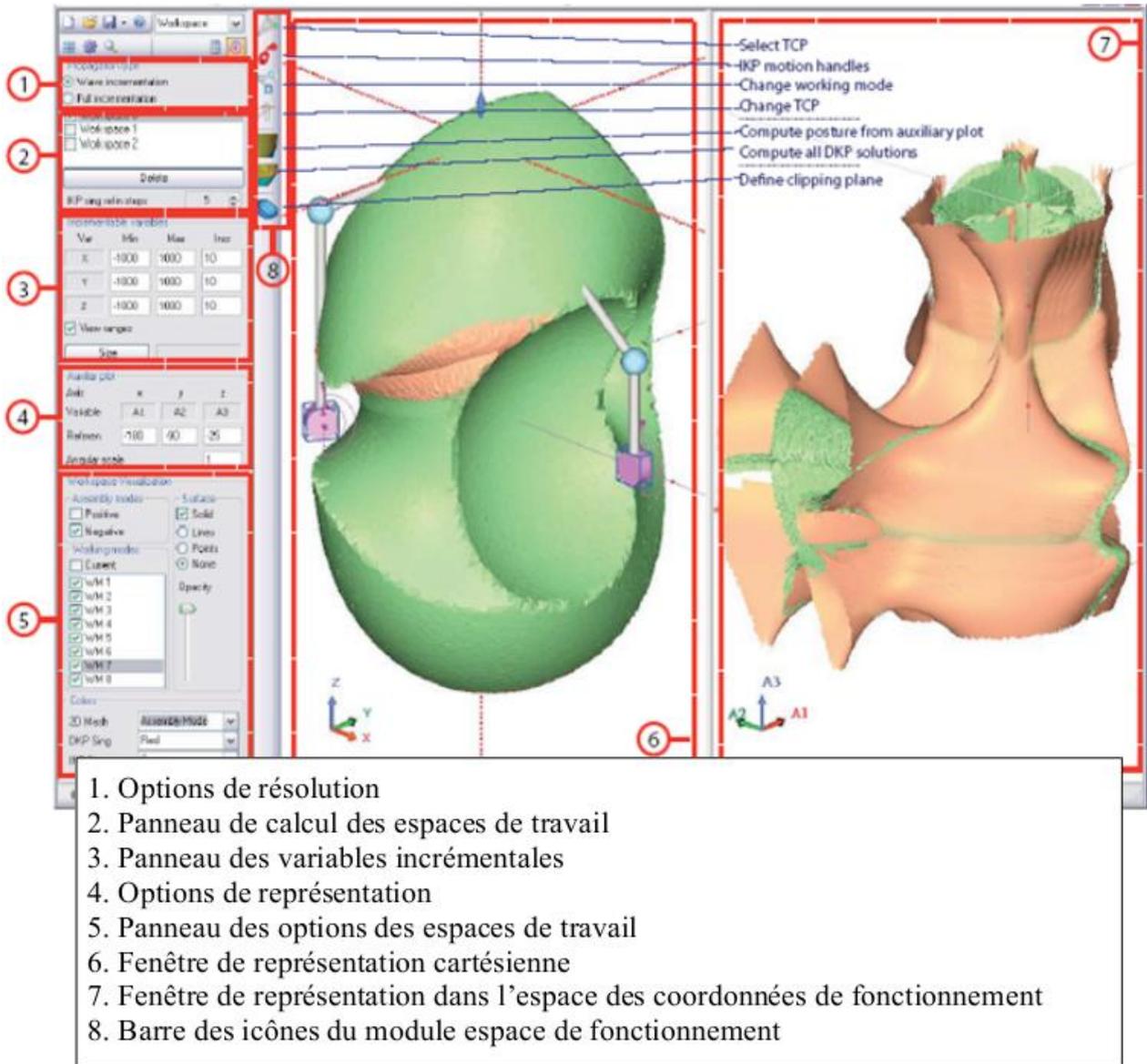


Figure 1-17: Module pour l'obtention de l'espace de travail dans le logiciel GIM [Petuya et al., 2009].

## Remarque

Il convient de souligner que chaque logiciel de CAO a sa bibliothèque qui contient certains modèles de robots manipulateurs sériels. En outre, tous les logiciels n'ont pas les possibilités graphiques pour déterminer et représenter l'espace de travail de robots quelconques. Par conséquent, nous devons proposer des méthodologies qui permettent aux concepteurs de déterminer et de représenter l'espace de travail en 2D et aussi en 3D pour un robot manipulateur donné. Dans la section suivante nous présentons deux approches existantes dans la littérature pour déterminer l'espace de travail en 3D des robots manipulateurs sériels spatiaux.

## 1.4 Détermination de l'espace de travail des manipulateurs sériels spatiaux à l'aide de logiciel de CAO

Dans [Cao et al., 2011] les auteurs ont proposé une approche fondée sur l'utilisation des programmes commerciaux pour construire la forme 3D de l'espace de travail de robots manipulateurs sériels spatiaux.

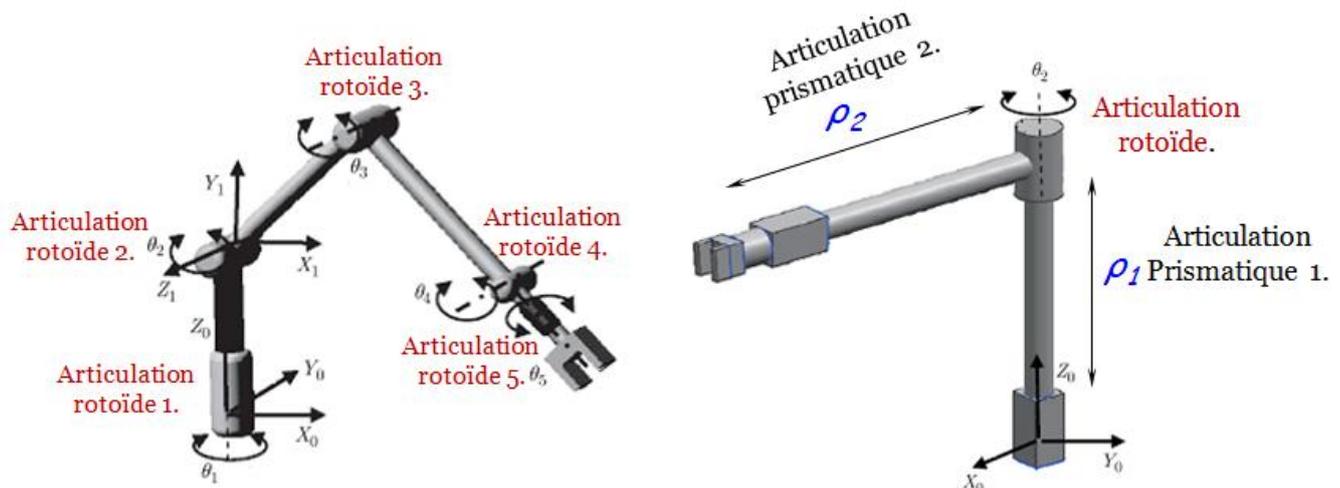


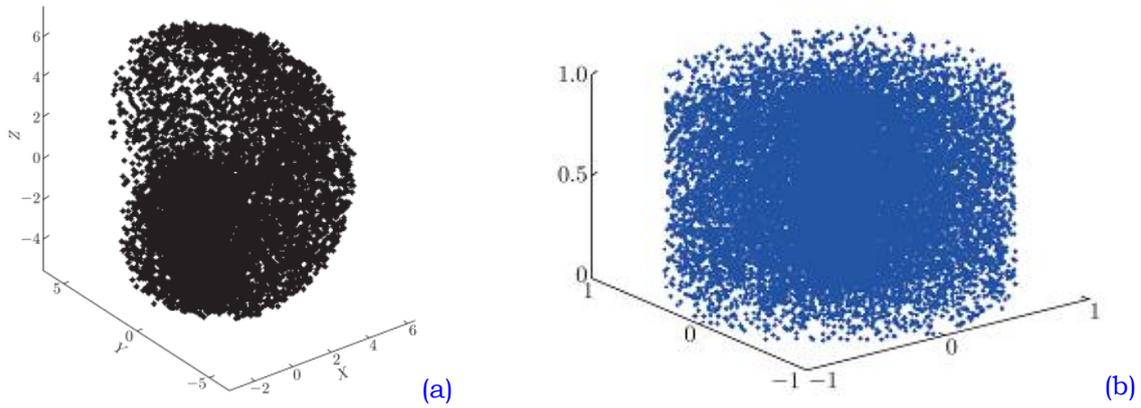
Figure 1-18: Modèle CAO de deux robots manipulateurs sériels spatiaux de type 5R et RPR.

Deux robots manipulateurs sont utilisés pour démontrer l'approche proposée, le premier est de type 5R, et le deuxième est de type PRP (Figure 1-18). L'approche présentée dans ce travail peut être divisée en deux étapes:

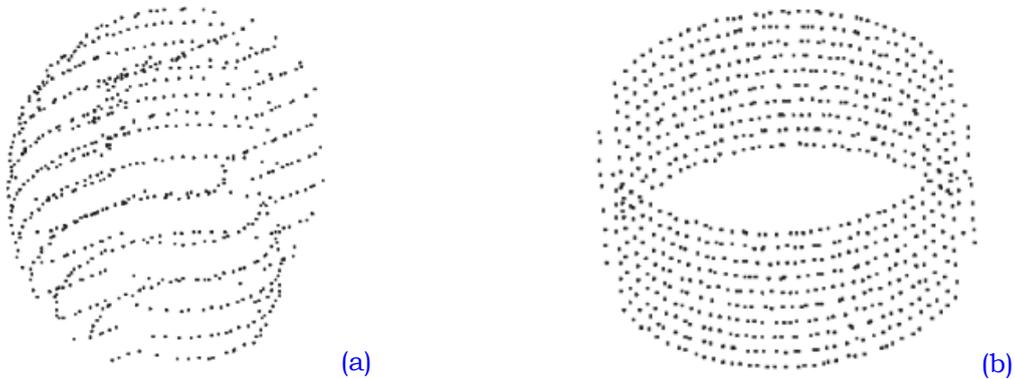
- La première étape consiste à générer un nuage de points 3D de l'espace de travail du robot manipulateur. Elle utilise la méthode numérique de Monte Carlo. Les nuages de points pour deux robots sériels spatiaux sont représentés dans la Figure 1-19. Une fois le nuage de points obtenu, les auteurs ont cherché à déterminer seulement les points correspondant aux frontières associées à chaque couche (section) de l'espace de travail 3D en classant ces points en une série de tranche (Figure 1-19).
- La deuxième étape est consacrée à la construction du volume 3D de l'espace de travail du robot manipulateur sériel spatial. Cette étape est réalisée à l'aide du logiciel CAO SolidWorks®. Pour se faire, les points obtenus lors de la première étape sont importés. La construction du volume est réalisée en deux phases successives : la première est la construction de la surface frontière et l'enveloppe de l'espace de travail. Ensuite, cette enveloppe est convertie en un modèle solide 3D (Figure 1-19).

La dernière étape utilise un passage intermédiaire qui consiste à construire le maillage à partir du nuage de points obtenu lors de la première étape de cet algorithme. Ensuite, ce maillage sera réparé par l'élimination du bruit, lissage et remplissage des trous.

Selon [Cao et al., 2011], cette méthode fournit un moyen très utile pour la génération des surfaces par rapport à d'autres méthodes analytiques ou numériques. De plus, la création du modèle tridimensionnel de l'espace de travail du robot manipulateur aidera à vérifier si l'espace de travail d'un robot est suffisamment large pour couvrir la zone de travail relative à la tâche souhaitée. Ainsi, cette approche permet d'optimiser l'emplacement d'un robot à l'intérieur d'un espace opérationnel donné.



Nuage de points 3D pour le robot de type 5R (a), et pour le robot RPR (b).



Nuage de points frontières pour le robot de type 5R (a), et pour le robot RPR (b).

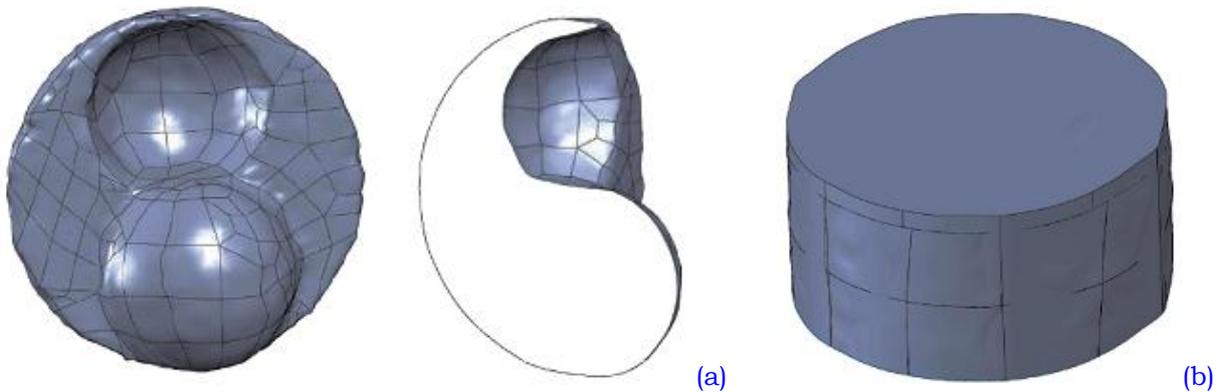
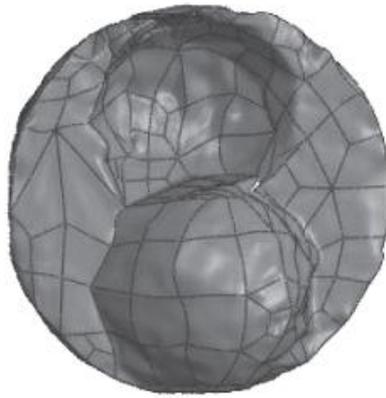


Figure 1-19: Modèle CAO solide 3D de l'espace pour le robot de type 5-R (a), et pour le robot RPR (b) [Cao et al., 2011].

Le principal inconvénient de cette méthode est la procédure pour la reconstruction correcte et précise du modèle 3D de l'espace de travail qui dépend énormément du nombre de points comme le montre la **Figure 1-20** avec un nombre de points inférieurs à celui utilisé par le modèle 3D de l'espace de travail dans la **Figure 1-19** (a). De plus, cette méthode devrait utiliser deux logiciels différents afin de réaliser le modèle tridimensionnel de l'espace de travail du robot manipulateur. Ce dernier nécessite un temps supplémentaire dans l'exploitation des deux logiciels [Cao et al., 2011]. Cela démontre l'importance de proposer une autre méthode pour calculer de manière rapide et précise l'espace de travail du robot en 2D et en 3D dans le même logiciel.



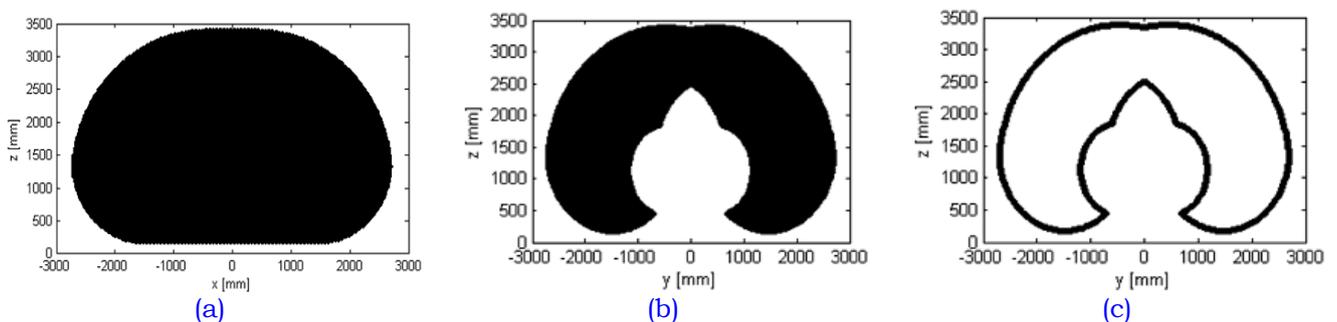
**Figure 1-20:** Modèle CAO solide 3D de l'espace pour le robot de type 5R avec moins de points.

Dans le travail de [Castelli et al., 2008], il a été proposé une autre méthode CAO-Numérique pour la construction de l'espace de travail tridimensionnel du robot manipulateur sériel de type SMART NJ 370-2.7, **Figure 1-21**.

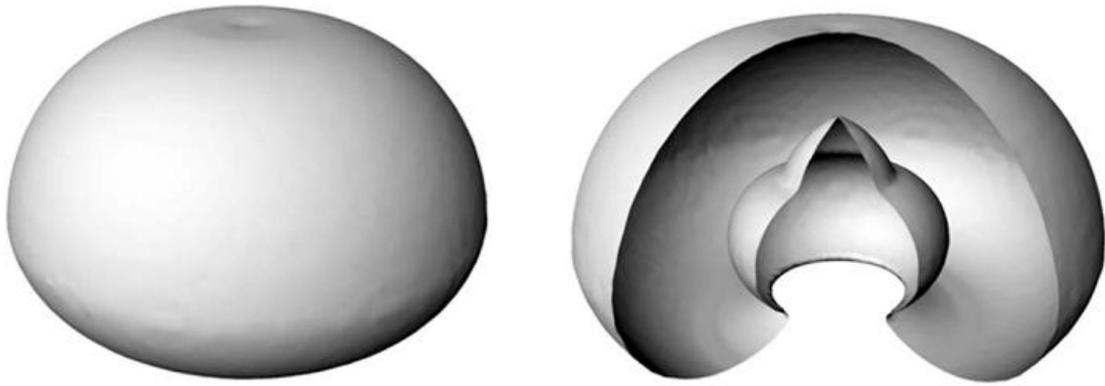
En effet, la construction tridimensionnelle de l'espace de travail, voir la **Figure 1-22** et **Figure 1-23**, a été réalisée en utilisant un nuage de points 3D associé seulement aux frontières de l'espace de travail du robot. Les données d'entrée (nuage de points) sont l'ensemble des points associés aux limites (frontières) qui ont obtenu via une approche numérique de discrétisation qui est illustrée en détails dans [Castelli et al., 2008] et [Castelli et al., 2010].



**Figure 1-21:** Le robot manipulateur industriel de type SMART NJ 370-2.7 à six degrés de liberté.



**Figure 1-22:** Nuage de points 3D de l'espace de travail du robot (a), une section à travers le nuage de points (b), le contour (nuage de points frontières) d'une section de l'espace de travail du robot manipulateur (c) [Castelli et al., 2010].



**Figure 1-23:** Reconstruction du modèle CAO 3D de l'espace de travail du robot manipulateur à partir du nuage de points frontières [Castelli et al., 2010].

Le temps pour l'obtention du nuage de points est de 2 heures et 35 min, 40 sec. sur un ordinateur 2GHz avec 512 Megaoctets de RAM [Castelli et al., 2008]. Par ailleurs, similairement à l'approche présentée précédemment, nous trouvons que les auteurs ont utilisé deux logiciels différents. Le premier permet de réaliser le calcul numérique pour trouver le nuage de points associé à l'espace de travail 3D du robot manipulateur. Le deuxième est un logiciel de CAO qui donne la possibilité de construire la surface décrivant l'enveloppe atteignable par le robot manipulateur.

## 1.5 Discussions et conclusion

*Dans le présent chapitre nous avons présenté quelques notions et concepts associés à la CAO et ses applications en robotique. Nous avons fourni une étude succincte sur les logiciels les plus répandus de CAO en robotique, utilisés de nos jours pour la modélisation et la simulation des robots manipulateurs. Dans ce contexte, nous avons observé que la majorité des systèmes de CAO-Robotique ont été développés principalement dans le but d'analyser les robots manipulateurs à structure sérielle ayant une chaîne cinématique ouverte. Nous avons montré deux exceptions les logiciels SMAPS (Simulateur de MANipulateurs Parallèles Sphérique) [Gosselin et al., 1994 (a)] et GIM (Geometric Iterative Method) [Petuya et al., 2009].*

*L'examen des principaux critères employés dans la caractérisation des performances des mécanismes nous a amené à considérer l'espace de travail comme un critère primordial de synthèse dimensionnelle d'un robot puisqu'il définit son domaine potentiel d'utilisation.*

*A notre connaissance, les approches géométriques basées sur l'utilisation des techniques CAO n'ont pas été suffisamment exploitées dans le but de déterminer l'espace de travail total tridimensionnel, en concaténant les capacités en translation et en orientation des robots manipulateurs planaires à structures parallèles. Pour cette raison, l'un des objectifs principaux de ce travail de thèse est de proposer une méthodologie géométrique basée sur l'utilisation des fonctionnalités CAO et de la programmation graphique (génération de volumes, opérations booléennes, etc.) en vue de l'obtention de l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans. Les approches CAO-Géométriques, comme nous le verrons par la suite, ont été mises en application dans l'environnement CAO-CATIA® en utilisant son interface interactive de programmation d'applications. Nous consacrons le chapitre suivant au développement d'une approche CAO-Géométrique afin de construire l'espace de travail total tridimensionnel des robots manipulateurs plans à structure parallèle.*

## **2. Techniques CAO proposées pour représenter et caractériser l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans (RMPP) à trois degrés de liberté**

### **Résumé et objectifs du chapitre**

*Dans ce chapitre nous présentons de nouvelles techniques et méthodes de représentation de l'espace de travail de robots parallèles plans. Nous présentons les différents types d'espaces de travail ainsi que les méthodes et les algorithmes existants pour la détermination de l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans. L'analyse comparative de ces méthodes permet de démontrer l'efficacité des méthodes géométriques. Nous proposons à ce niveau, une nouvelle méthode géométrique, basée sur les outils de la CAO, qui s'affranchit des inconvénients des méthodes existantes. Cette approche CAO-Géométrie est très efficace pour déterminer, visualiser et caractériser l'espace de travail des robots manipulateurs plans. Elle présente de grands avantages par rapport aux méthodes algébriques, géométriques classiques et numériques par discrétisation ou quadrillage. Le développement des techniques et méthodes proposées dans ce chapitre est focalisé sur le manipulateur 3-RPR. Elles sont par la suite généralisées aux différentes architectures de robots plans à structure parallèle illustrant ainsi l'efficacité des approches proposées. Les méthodologies géométriques développées dans ce travail sont très utiles dans la conception optimale ainsi que dans la planification des mouvements (trajectoires) des robots manipulateurs considérés. En ce sens, nous proposons une nouvelle méthode pour caractériser l'espace de travail basée sur la notion de la capacité en orientation de l'effecteur à l'aide de la définition d'un critère d'accessibilité en orientation. Cette nouvelle approche sera présentée dans l'Annexe 2-4.*

---

### **Sommaire**

**2.1 Introduction générale.**

**2.2 Analyse cinématique du robot de type 3-RPR.**

**2.3 Espace de travail des robots parallèles manipulateurs plans.**

**2.4 Analyse critique de l'état de l'art.**

**2.5 Méthode proposée.**

**2.6 Discussions et conclusion.**

---

**Remarque:** Nous adoptons tout au long de ce travail de thèse le terme d'« *espace vertex* » [Bonev et al., 1999] qui désigne l'espace atteignable par l'extrémité d'une chaîne cinématique dissociée du reste du mécanisme. De la même manière, pour les robots manipulateurs parallèles plans, nous introduisons le terme de « *surface vertex* » se définissant comme la région surfacique accessible par l'extrémité de la chaîne cinématique (pour une orientation constante de la plate-forme mobile) en ignorant les contraintes imposées par les autres chaînes cinématiques du robot manipulateur.

---

## 2.1 Introduction générale

### 2.1.1 Critères d'optimisation

Dans le processus de conception d'un robot manipulateur, plusieurs critères de conception peuvent être considérés pour optimiser ses performances. Parmi ces critères, nous pouvons mentionner la rigidité, la dextérité, la précision, l'espace de travail. Le choix des critères de performance dépend de l'application considérée. Ces critères sont définis généralement en termes de fonctions objectifs utilisées dans la synthèse dimensionnelle. Cette synthèse consiste à optimiser les paramètres géométriques d'un robot en fonction des critères choisis. Dans ce mémoire de thèse, nous mettons l'accent sur l'espace de travail comme critère principal de performance comme nous l'avons expliqué dans le chapitre précédent.

### 2.1.2 Définitions de l'espace de travail

Nous avons donné auparavant dans le premier chapitre différentes définitions de l'espace de travail d'un robot manipulateur. L'espace de travail correspond à l'ensemble des poses (positions et orientations) que le point caractéristique de l'effecteur (organe terminal) peut atteindre. L'espace de travail d'un robot manipulateur est considéré comme une caractéristique primordiale pour différentes applications en robotique, il est utilisé pour analyser les performances des robots manipulateurs et également pour la conception optimale. L'espace de travail est déterminé par les paramètres géométriques du robot manipulateur tels que les longueurs des éléments, ainsi que les limites articulaires des liaisons motorisées et passives. Du point de vue industriel, l'espace de travail d'un robot manipulateur est une donnée primordiale et fondamentale. En effet, quand une trajectoire est programmée, nous devons vérifier que toutes les poses se situent à l'intérieur de l'espace de travail du robot manipulateur. Dans d'autres cas plus complexes, tels que l'évitement des collisions, beaucoup de travaux de recherche traitent de l'analyse de l'espace de travail d'un robot manipulateur. Ces travaux présentent différentes méthodes et techniques pour déterminer, représenter, et caractériser les différents types d'espaces de travail.

[Nous consacrerons ce chapitre de thèse à la détermination de l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans.](#)

### 2.1.3 Etude préliminaire

Considérons un robot manipulateur plan. La trajectoire décrite par tout point appartenant aux membres mobiles du manipulateur est parallèle à un plan [Gogu, 2010]. Pour un robot parallèle plan, les axes de toutes les articulations pivots doivent être perpendiculaires au plan de mouvement du mécanisme alors que les directions de translations des articulations prismatiques doivent être parallèles à ce plan. Les applications potentielles pour les robots manipulateurs parallèles plans comprennent la simulation des mouvements des objets dans un plan, et les opérations de Pick-and-Place sur une surface plane. Ils servent aussi de base mobile pour les manipulateurs sériels [Adam et al., 1999].

Il existe dans la littérature plusieurs études sur les manipulateurs parallèles plans. Pour de tels mécanismes, l'abréviation: R représente une articulation pivot (rotoïde), et la lettre P signifie une articulation prismatique. En ce qui concerne les différents types de mécanismes parallèles plans, J.-P. Merlet a classifié ces mécanismes ayant trois degrés de mobilité, en sept types selon les alternances de leurs trois articulations dans une seule chaîne cinématique simple associée à une jambe isolée du reste du robot manipulateur [Merlet, 1996]. Nous

trouvons les types de chaînes cinématiques suivantes: RPR, RRR, PRR, RPP, PPR, PRP. Dix-huit sous-types des chaînes cinématiques peuvent être obtenus en considérant les alternances de leurs articulations motorisées. Par exemple, il y a trois sous-types pour la chaîne cinématique RPR notés:  $\underline{R}PR$ ,  $R\underline{P}R$ ,  $RPR\underline{R}$ , pour lesquels les lettres soulignées indiquent les articulations motorisées (actionnées ou actives) dans la chaîne cinématique. Les chaînes RPP, PRP, et PPR sont exclues car elles conduisent aux mécanismes avec seulement un degré de mobilité contrôlable. Nous pouvons distinguer les chaînes passives suivantes: RR, PR, RP, et PP. Les chaînes passives de type PP sont également exclues dans [Hayes, 2002], [Hayes et al., 2004].

Enfin, les chaînes de type PPP sont à rejeter puisqu'elles imposent une orientation particulière à la plate-forme mobile du robot manipulateur et introduisent une mobilité interne dans chaque jambe. En d'autres termes, les trois translations dans le plan ne permettent pas d'avoir un changement d'orientation [Hayes et al., 2003]. Le *Tableau 2-1* illustre différents types de robots manipulateurs parallèles plans symétriques. Chaque type est caractérisé par une des sept chaînes cinématiques simples mentionnées ci-dessus.

Les chaînes passives de type RP	Les chaînes passives de type RR	Les chaînes passives de type PR
$\underline{R}RP$	$\underline{R}RR$	$\underline{R}PR$
$R\underline{P}R$	$RR\underline{R}$	$P\underline{R}R$
$RPR\underline{R}$	$RRR\underline{R}$	$PR\underline{R}$
$\underline{P}RP$	$\underline{P}RR$	$\underline{P}PR$
$\underline{R}PP$	$\underline{R}RP$	$\underline{P}PR$
$R\underline{P}P$	$RPR\underline{R}$	$PR\underline{P}$

*Tableau 2-1: Les structures possibles des chaînes cinématiques pour les robots parallèles plans symétriques ayant 3-DDL.*

Un grand nombre de solutions de robots manipulateurs parallèles plans sont présentés dans les chapitres 2-5 de [Gogu, 2010] consacré à la synthèse structurale des robots parallèles plans et spatiaux pour un mouvement plan de la plate-forme mobile.

## 2.2 Analyse cinématique du robot de type 3-RPR

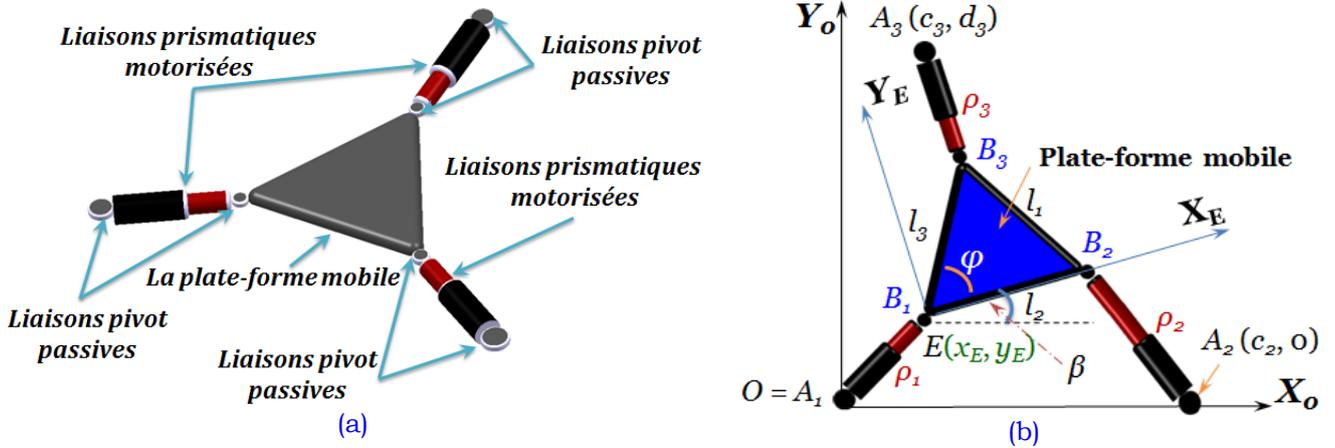
Le choix de ce type de robot manipulateur est motivé par sa simplicité mécanique par rapport à ses homologues spatiaux et son intérêt pratique. Pour toutes ces raisons, ce type de robot manipulateur a reçu beaucoup d'attention. Citons par exemple les travaux suivants: [Arsenault et al. 2006], [Collins et al., 1998], [Chablat, 1998], [Daniali et al., 1995 (a)], [Gallant et al., 2002], [Gosselin et al., 1992], [Gosselin et al., 1996 (a)], [Kong et al., 2000], [Li et al., 2006], [Mayer et al., 1997], [Merlet et al., 1998], [Jiang et al., 2006], [Jiang, 2008], [Sefrioui et al., 1993], [Sefrioui et al., 1995]. Il est utilisé dans les simulateurs de mouvements plans et pour les interfaces haptiques [Macho et al., 2007], [Williams et al., 2007].

L'existence de plusieurs études dans la littérature pour ce type de robot nous permet, bien entendu, de confronter nos approches développées dans ces travaux de thèse aux travaux existants et de montrer l'efficacité de nos techniques et méthodologies. Ce type de mécanisme, se compose d'une plate-forme mobile connectée à la base fixe par trois chaînes cinématiques identiques. Chaque chaîne comporte dans l'ordre une liaison rotoïde passive, une liaison prismatique motorisée et une autre liaison rotoïde passive. Les actionneurs linéaires intégrés dans les liaisons prismatiques contrôlent les trois degrés de mobilité de la plate-forme mobile qui se composent de deux degrés de liberté en translation et d'un degré de

liberté en rotation. Les longueurs des trois jambes sont notées  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$ , appelées les variables articulaires:

$$\boldsymbol{\rho} = [\rho_1 \quad \rho_2 \quad \rho_3]^T \in \mathbb{R}^3 \quad (2-1)$$

Les centres des articulations de type pivot non-motorisées (articulations passives) sont identifiées par les lettres suivantes:  $B_1, B_2, B_3$  pour les articulations pivots attachées à la plate-forme mobile, et  $A_1, A_2, A_3$  pour les articulations pivots attachées à la base fixe du robot manipulateur. Dans le but d'analyser la cinématique de ce type de robot, nous définissons deux systèmes de coordonnées dans la **Figure 2-1**. Nous définissons d'abord un système de coordonnées cartésien fixe  $R_O$  ( $O_O, X_O, Y_O, Z_O$ ) attaché à la base fixe du robot manipulateur. Également, un système de coordonnées  $R_E$  ( $O_E, X_E, Y_E, Z_E$ ) lié à son tour à la plate-forme mobile du robot manipulateur (**Figure 2-1**).



**Figure 2-1:** Modèle CAO (a) et schéma cinématique et paramétrage (b) du robot plan 3-RPR.

Pour ce type de robot, nous avons pris comme hypothèse que le point  $A_1$  de la base fixe est situé à l'origine du système de coordonnées fixe  $R_O$  ( $O_O, X_O, Y_O, Z_O$ ). L'axe  $O_O X_O$  passe par le deuxième point de la base fixe  $A_2$ . La position du point  $A_i$  (la  $i^{\text{ème}}$  articulation pivot passive) fixée sur la base fixe du robot manipulateur est constante lorsqu'elle est exprimée dans le système de coordonnées  $R_O$  ( $O_O, X_O, Y_O, Z_O$ ). De même, la position du point  $B_i$  (la  $i^{\text{ème}}$  articulation pivot passive) attachée à la plate-forme mobile est constante lorsqu'elle est exprimée dans le système de coordonnées  $R_E$  ( $O_E, X_E, Y_E, Z_E$ ). Les coordonnées du point  $A_i$  dans le système de coordonnées  $R_O$  ( $O_O, X_O, Y_O, Z_O$ ) sont notées  $(x_{Ai}, y_{Ai}) = (c_i, d_i)$ . En outre, les coordonnées du point  $B_i$  dans le repère  $R_E$  ( $O_E, X_E, Y_E, Z_E$ ) sont notées  $(x_{Bi}, y_{Bi})$ . Les coordonnées du point caractéristique de l'effecteur représenté par le point  $E$  fixé sur la plate-forme mobile sont  $(x_E, y_E)$ , l'orientation de la plate-forme mobile autour de l'axe  $O_O Z_O$  est définie par l'angle  $\beta$ . Les coordonnées globales du point caractéristique  $E$  de l'effecteur sont les variables de sortie, c'est-à-dire:

$$\mathbf{x} = [x_E \quad y_E \quad \beta]^T \in \mathbb{R}^3 \quad (2-2)$$

Finalement, en exprimant les longueurs des jambes en fonction des coordonnées des points  $A_i$  et  $B_i$  ( $i=1..3$ ), les trois équations associées au problème géométrique inverse du robot manipulateur sont désignées par « équations des contraintes »:

$$\begin{aligned} \rho_1^2 &= x^2 + y^2 \\ \rho_2^2 &= (x + l_2 \cos(\beta) - c_2)^2 + (y + l_2 \sin(\beta))^2 \\ \rho_3^2 &= (x + l_3 \cos(\beta + \varphi) - c_3)^2 + (y + l_3 \sin(\beta + \varphi) - d_3)^2 \end{aligned} \quad (2-3)$$

Où les paramètres géométriques constants du manipulateur sont:  $c_2, c_3, d_3, l_1, l_2, l_3$  et  $\varphi$  qui désigne l'angle de la plate-forme mobile. Dans ce modèle nous avons:

$$\rho_{min}^i \leq \rho_i \leq \rho_{max}^i \quad (2-4)$$

Où  $\rho_{min}^i$  et  $\rho_{max}^i$  représentent les limites articulaires des liaisons prismatiques motorisées.

## 2.3 Espace de travail des robots parallèles manipulateurs plans

### 2.3.1 Types d'espace de travail pour un robot manipulateur parallèle plan

Une représentation graphique de l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles est possible seulement pour les robots manipulateurs ayant 3 degrés de liberté (3-DDL) [Merlet, 2000]. En ce qui concerne les robots dont le degré de liberté est strictement supérieur à 3, la représentation de l'espace de travail ne sera possible que si  $(n-3)$  paramètres de pose sont fixés. Cela signifie que selon les types de paramètres fixés ou les contraintes imposées, nous obtiendrons différents types d'espace de travail. Nous allons présenter dans cette section ces différents types et nous présentons également une définition pour chaque type d'espace de travail.

D'après [Merlet et al., 1998], [Merlet, 2005], nous pouvons en distinguer plusieurs types pour les robots manipulateurs parallèles:

- ✓ **L'espace de travail en orientation constante:** cet espace de travail est défini comme la région atteinte par un point particulier  $E$  fixé dans le cas général sur la plate-forme mobile du robot manipulateur plan lorsque l'orientation de la plate-forme mobile est maintenue constante.
- ✓ **L'espace de travail maximal:** qui est défini comme la région qui peut être atteinte par le point  $E$  avec au moins une orientation de la plate-forme mobile du robot manipulateur. L'espace de travail maximal est aussi appelé espace de travail accessible ou espace de travail atteignable.
- ✓ **L'espace de travail inclusif** défini par la région qui peut être atteinte par le point  $E$  avec au moins une orientation dans un intervalle donné.
- ✓ **L'espace de travail en orientation totale** défini par la région qui peut être atteinte par le point  $E$  pour chaque orientation de la plate-forme dans un intervalle donné.
- ✓ Enfin, **l'espace de travail dextre**, qui est défini comme la région qui peut être atteinte par le point  $E$  avec n'importe quelle orientation de la plateforme. Ce type d'espace de travail est un cas spécial de l'espace de travail en orientation totale du robot sur un intervalle  $[0, 2\pi]$ .

Nous allons nous focaliser dans la suite de ce chapitre sur trois types d'espace de travail des robots parallèles plans qui sont les plus importants pour les applications en robotique:

- ✓ l'espace de travail en orientation constante;
- ✓ l'espace de travail maximal qui peut s'appeler aussi espace de travail atteignable ou accessible (représenté par une projection 2D);
- ✓ l'espace de travail opérationnel (total) représenté dans l'espace tridimensionnel.

### 2.3.2 Méthodes de détermination et de représentation de l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans

La détermination de l'espace de travail des robots manipulateurs (parallèles et sériels) est une question fondamentale dans le contexte de la conception optimale des mécanismes, notamment pour les robots manipulateurs parallèles (plans et spatiaux). En outre, la connaissance approfondie de l'espace de travail du robot manipulateur nous permet de déterminer les applications possibles du manipulateur par l'analyse de l'accessibilité du robot.

Les méthodes de détermination de l'espace de travail des robots peuvent être divisées en plusieurs groupes:

- 1) Les méthodes numériques par discrétisation.
- 2) Les méthodes géométriques.
- 3) Les méthodes algébriques par discrétisation (quadtree en 2D et octree en 3D).
- 4) Les méthodes algébriques.
- 5) Les méthodes d'optimisation.

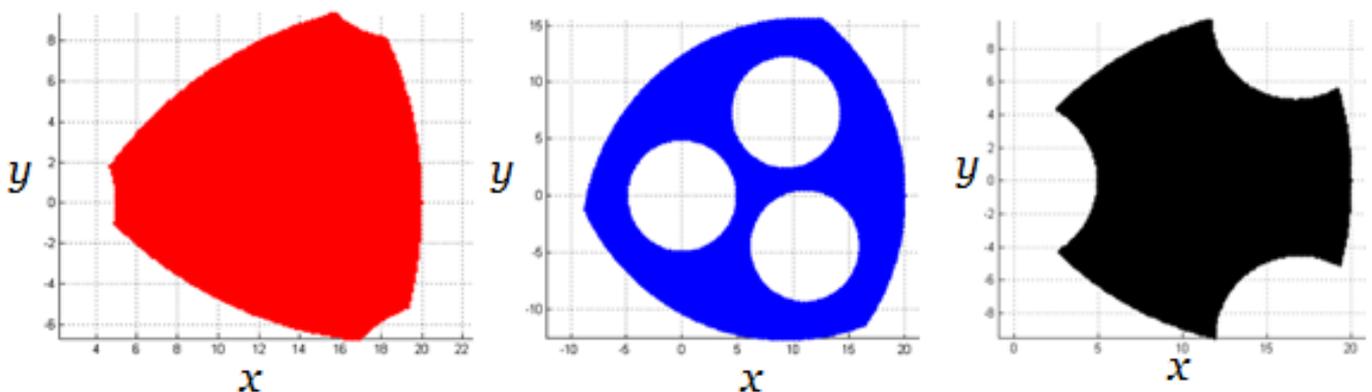
Quant à la représentation de l'espace de travail des robots parallèles, les illustrations graphiques utilisées peuvent être: bidimensionnelles (en 2D), ou tridimensionnelles (en 3D).

#### L'espace de travail en orientation constante

L'espace de travail en orientation constante est défini par la région atteignable pour un point particulier  $E$  fixé dans le cas général sur la plate-forme mobile du robot manipulateur lorsque l'orientation de la plate-forme mobile est maintenue constante. Il est nommé aussi l'espace de travail en translation. L'espace de travail en orientation constante est très important pour les applications où l'organe terminal doit garder une orientation constante le long d'une trajectoire. Ce type d'espace de travail est préféré pour sa simplicité à être déterminé [Kucuk, 2009]. Nous prenons, dans cette section, l'exemple du robot manipulateur plan de type 3-RPR, ainsi que le robot de type 3-RRR.

#### – Représentation de l'espace de travail en orientation constante

L'espace de travail en orientation constante pour le robot manipulateur plan de type 3-RPR est représenté en 2D, comme il est illustré dans la **Figure 2-2** pour trois angles  $\beta = 26,26^\circ$ ,  $\beta = 95^\circ$ ,  $\beta = 72^\circ$  respectivement.



**Figure 2-2:** Espace de travail en orientation constante pour plusieurs valeurs de  $\beta$  pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR [Arrouk et al., 2009-B].

## – Détermination de l'espace de travail en orientation constante

Pour déterminer la région qui correspond à l'espace de travail en orientation constante de robot manipulateur plan, nous distinguons dans les littératures différentes méthodes:

### ○ Méthode numérique par discrétisation

Plusieurs contributions utilisent la *méthode numérique par discrétisation* dans le but de déterminer l'espace de travail en orientation constante pour les robots manipulateurs plans de type 3-RPR [Arrouk et al., 2009-A], [Arrouk et al., 2009-B], et de type 3-RRR [Stan, 2010]. Le principe de cette méthode peut être résumé comme suit: un réseau de nœuds dans le plan XOY est défini pour les poses accessibles par la plate-forme mobile du robot manipulateur, nous désignons ce réseau par  $P_{ij}(x, y)$ , avec  $(i, j)$ , un pixel de grille créé à l'entour du robot manipulateur. Chaque nœud sera testé dans le but de vérifier s'il appartient ou pas à l'espace de travail. A cet effet, une matrice binaire  $K$  peut être définie dans une section transversale plane de l'espace de travail pour une orientation donnée de la plate-forme mobile du robot manipulateur. Soit l'élément  $k_{ij}$  de la matrice binaire  $K$ . Si cet élément constitue un point accessible par l'effecteur, alors il appartient à l'espace de travail du robot, et cela peut être exprimé par  $k_{ij} = 1$ , sinon  $k_{ij} = 0$ . Par conséquent, la cartographie binaire pour l'espace de travail peut être exprimée de la manière suivante:

$$k_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } P_{ij}(x, y) \in E_{OC} \\ 0 & \text{si } P_{ij}(x, y) \notin E_{OC} \end{cases} \quad (2-5)$$

Où  $E_{OC}$  désigne l'espace de travail en orientation constante du robot manipulateur.

Pour plus de détails, les lecteurs peuvent se référer à [Ceccarelli, 2004]. La **Figure 2-2** représente l'ensemble des positions atteignables par le point caractéristique  $E$  de l'effecteur en orientation constante et pour plusieurs angles d'orientation de la plate-forme mobile du robot.

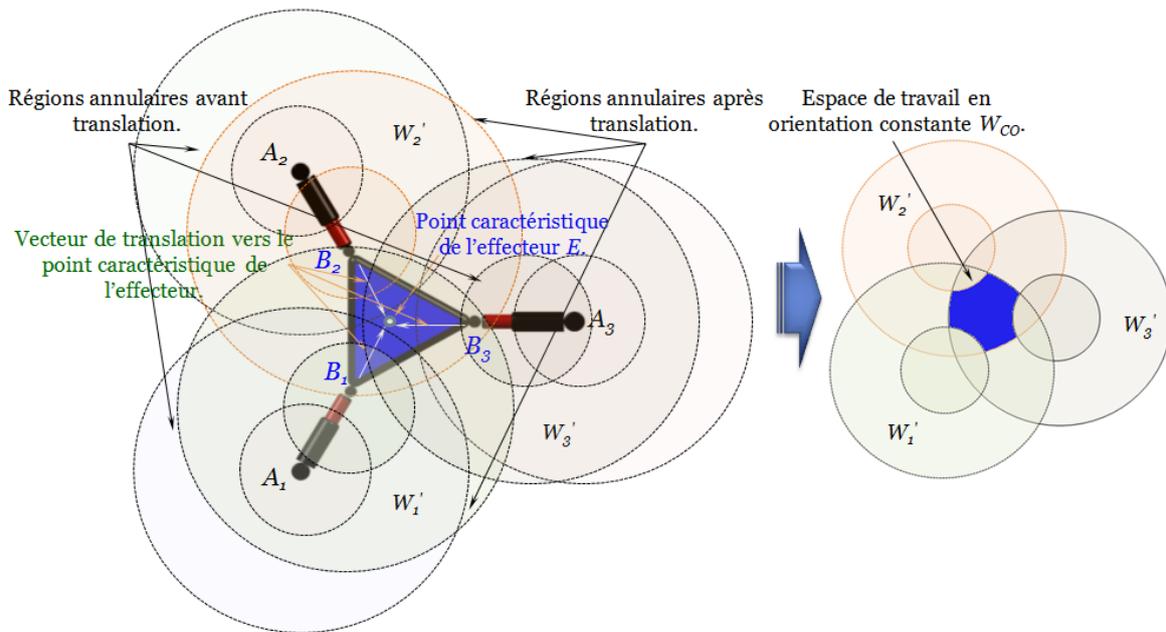
En observant les espaces de travail en orientation constante illustrés dans la **Figure 2-2**, nous pouvons conclure que pour toute position de  $E$  sur les frontières de l'espace de travail, au moins une des liaisons prismatiques devrait être à sa course extrême (maximale ou minimale). Si ce n'est pas le cas, la plateforme mobile peut se déplacer dans n'importe quelle direction, et donc  $E$  ne peut pas être situé sur les frontières de l'espace de travail.

### ○ Méthode géométrique

En observant la géométrie du robot parallèle plan de type 3-RPR montrée dans la **Figure 2-1**, nous pouvons calculer l'espace de travail en translation pour ce type de robot de la manière suivante: si l'angle d'orientation de la plate-forme mobile  $\beta$  est fixé, et s'il n'y a pas de limites sur les articulations rotoïdes passives attachées à la base fixe, le point  $B_i$  (l'extrémité de la chaîne cinématique) doit se trouver à l'intérieur d'une région annulaire  $W_i$  dont le centre est le point  $A_i$  avec des rayons  $\rho_{max}^i$  et  $\rho_{min}^i$ . Cette région annulaire est exprimée mathématiquement par la formule suivante:

$$\rho_{min}^2 \leq (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 \leq \rho_{max}^2 \quad \text{avec } i = 1, 2, 3. \quad (2-6)$$

Où  $\rho_{max}^i$ ,  $\rho_{min}^i$ , désignent respectivement les longueurs minimales et maximales de la  $i^{ème}$  jambe. Chaque paire de cercles est concentrique au point  $A_i(x_{Ai}, y_{Ai})$  de la base fixe  $A_1A_2A_3$  du robot manipulateur, comme il est montré dans la **Figure 2-3**.



**Figure 2-3:** Méthodologie géométrique pour calculer l'espace en orientation constante pour le robot de type 3-RPR plan sans tenir compte des limites articulaires des articulations pivots passives.

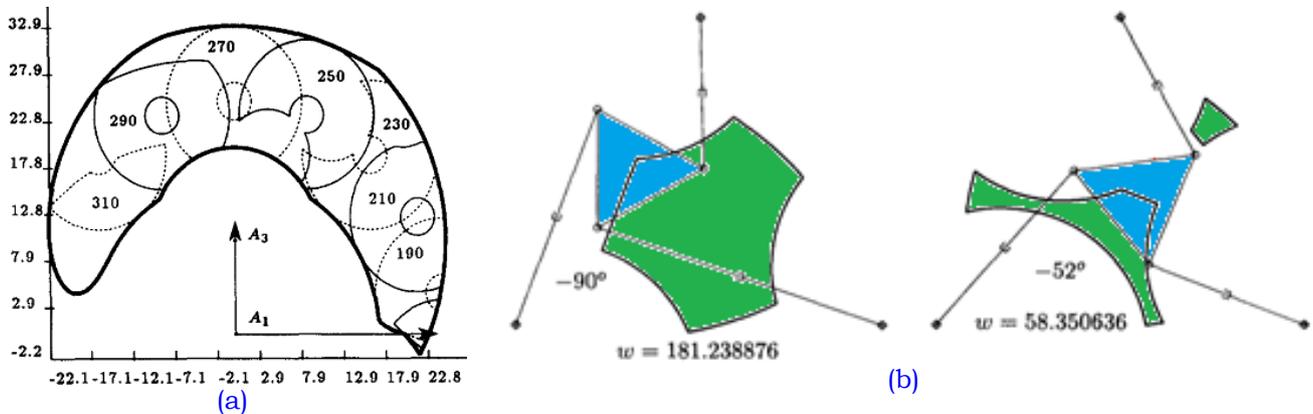
Le point  $E$  fixé sur la plate-forme mobile du robot se situe à l'intérieur d'une région annulaire  $W_i'$ . Cette région est obtenue par le balayage du point  $B_i$  puis en traduisant  $W_i$  par un vecteur  $B_iE$ . Par conséquent, l'espace de travail en orientation constante est déterminé par l'intersection des trois régions annulaires traduites  $W_1'$ ,  $W_2'$ ,  $W_3'$  comme illustré dans la **Figure 2-3**. Nous pouvons exprimer la procédure de détermination d'espace de travail en orientation constante par la formulation suivante:

$$W_{co}^{RPR} = W_1' \cap W_2' \cap W_3'$$

Concernant l'utilisation des méthodes géométriques, afin de déterminer l'espace de travail des robots manipulateurs plans, nous trouvons dans la littérature plusieurs travaux de recherche. Nous pouvons mentionner les travaux suivants [Gosselin et al., 1988] pour le robot de type 3-RRR, [Gosselin et al., 1996 (a)] pour le robot de type 3-RPR, [Merlet et al., 1998] et [Merlet, 2000] pour le robot de type 3-RRR, 3-RPR et 3-PPR, [Williams et al., 2007] pour le robot de type 3-RPR. Gosselin et Angeles dans [Gosselin et al., 1988] ont proposé l'approche géométrique pour déterminer l'espace de travail en orientation constante pour le manipulateur plan de type 3-RRR par la détermination seulement des frontières qui délimitent la région  $W_{co}^{RRR}$ . Dans les travaux de Gosselin et Jean [Gosselin et al., 1996 (a)], les auteurs ont utilisé la méthodologie géométrique pour la détermination de l'espace de travail en orientation constante pour le robot de type 3-RPR dans deux cas: la premier sans tenir compte des effets des limites articulaires des articulations passives pivots, et la deuxième en tenant compte de ses limites. Nous pouvons résumer cet algorithme géométrique de la manière suivante:

- 1) Tout d'abord, trois paires de cercles concentriques traduites sont tracées, où la région  $W_{co}^{RPR}$  est l'espace de travail du manipulateur, c'est-à-dire l'intersection des trois régions annulaires traduites.
- 2) Les points d'intersections de chacun des cercles avec tous les autres cercles sont calculés. Par conséquent, les cercles sont divisés en portions élémentaires (arcs de cercle).
- 3) Ensuite, chacune des parties élémentaires des arcs de cercle sont testées pour leur validité. Un arc est déclaré valide si et seulement si un point sur l'arc est situé à l'intérieur des deux régions annulaires à partir desquelles l'arc n'est pas créé.

Dans l'exemple montré dans la **Figure 2-4** (b), nous pouvons observer qu'il y a six arcs qui sont valables et qui constituent les limites de l'espace de travail en orientation constante. D'ailleurs, les auteurs ont utilisé le théorème de la divergence de Gauss pour calculer la superficie de l'espace de travail en orientation constante [Gosselin et al., 1996 (a)]. Merlet a montré dans [Merlet et al., 1998], [Merlet, 2000] que la durée de calcul de l'espace de travail en orientation constante en appliquant son algorithme géométrique est approximativement 4-5 ms en utilisant SUN 4-60 Workstation.



**Figure 2-4:** Espace de travail en orientation constante déterminé par la méthode géométrique dans [Merlet, 2000], [Gosselin et al., 1996 (a)].

## L'espace de travail maximal

L'espace de travail maximal est défini par la région qui peut être atteinte par le point  $E$  avec au moins une orientation de la plate-forme mobile du robot manipulateur. L'espace de travail maximal est aussi surnommé l'espace de travail accessible ou espace de travail atteignable. Nous pouvons le déterminer par l'union de tous les espaces de travail en orientation constante. L'espace de travail maximal pour le robot manipulateur plan de type 3-RPR est illustré en 2D, dans la **Figure 2-5** et la **Figure 2-6**.

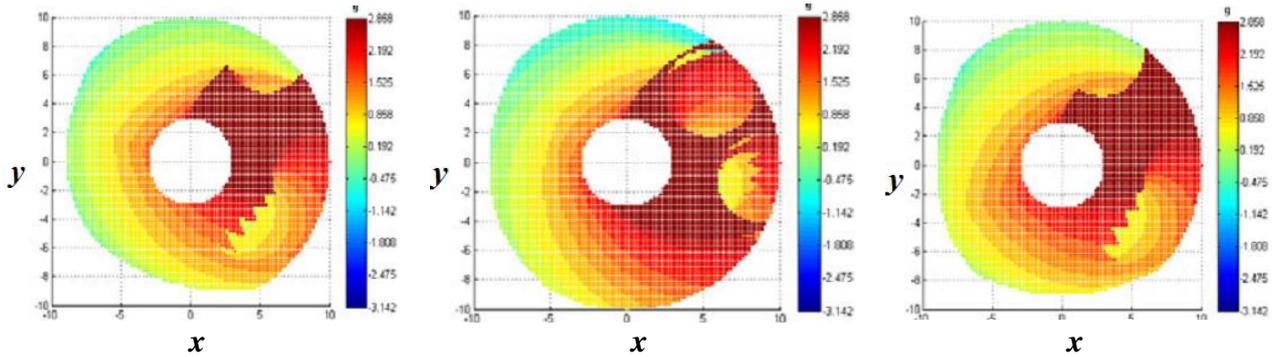
### – Détermination de l'espace de travail maximal

Nous pouvons distinguer plusieurs techniques pour la détermination de l'espace de travail maximal des robots manipulateurs parallèles plans telles que:

- ✓ les méthodes numériques par discrétisation;
- ✓ les méthodes géométriques;
- ✓ les méthodes algébriques, et les méthodes algébriques d'optimisation.

Concernant les **méthodes numériques par discrétisation**, Kassner a montré que les limites de l'espace de travail maximal sont composées d'arcs de cercles et de portions de courbes sextiques [Kassner, 1990]. Toutefois, il a pu les calculer seulement en utilisant une méthode de discrétisation.

Dans le travail de [Arrouk et al., 2009-A], [Arrouk et al., 2009-B] l'espace de travail maximal est déterminé au moyen de la méthode numérique de discrétisation, et il est représenté comme une projection bidimensionnelle qui représente toutes les positions accessibles par le point caractéristique  $E$  de l'effecteur pour toutes les orientations possibles dans une plage donnée. La **Figure 2-5** illustre l'espace de travail maximal du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR. Chaque niveau de couleur représente l'espace de travail en orientation constante pour différentes valeurs de l'angle  $\beta$ .



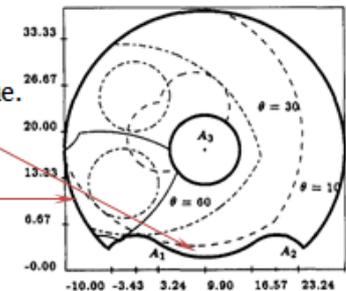
**Figure 2-5:** Espace de travail maximal pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR [Arrouk et al., 2009-A].

Concernant la *méthode géométrique* pour la détermination de l'espace de travail maximal, [Merlet, 2000], [Merlet et al., 1998] considèrent la détermination de l'espace de travail maximal du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR. Leur objectif est de déterminer géométriquement les frontières de l'espace de travail maximal, comme il est illustré dans la **Figure 2-6**. En observant cette figure, nous en déduisons que les courbes frontières extérieures à l'espace de travail maximal du manipulateur plan, sont les courbes atteignables par le point caractéristique  $E$  lorsqu'au moins une des articulations prismatiques atteint sa longueur maximale. A l'inverse, les courbes frontières intérieures de l'espace de travail sont les courbes atteignables par le point  $E$  lorsqu'au moins une des articulations prismatiques est rétractée à sa longueur minimale. Les auteurs affirment que l'espace de travail maximal dépend du choix du point de référence  $E$  sur la plate-forme mobile. La durée du calcul de l'espace de travail dans cette méthode change de 1500 à 15000 ms en utilisant SUN 4-60 Workstation [Merlet et al., 1998].

**Figure 2-6:** L'espace de travail maximal du robot manipulateur de type 3-RPR plan déterminé par la méthode géométrique [Merlet et al., 1998].

Une portion d'une courbe sextique.

Arc de cercle.



La partie la plus coûteuse de la procédure géométrique est le calcul de l'intersection des sextiques. Les auteurs présentent dans ce travail comment leurs algorithmes géométriques peuvent être appliqués pour déterminer les différents types d'espaces de travail que nous avons définis précédemment, tels que l'espace de travail inclusif et l'espace de travail en orientation totale.

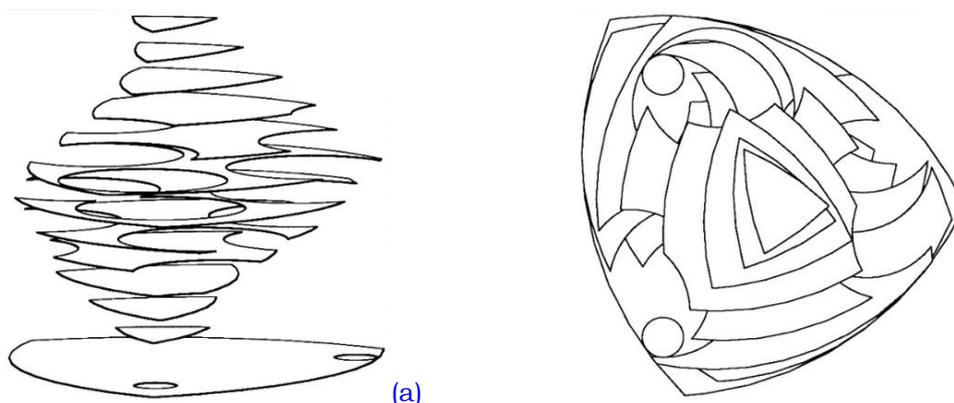
Nous devons, pour être plus complet et de manière à enrichir la liste des méthodes de détermination de l'espace de travail maximal des robots manipulateurs plans, mentionner les méthodes suivantes:

- La *méthode algébrique* basée sur la méthode de Gröbner. Pour avoir des détails sur cette méthode les lecteurs peuvent se référer à [Arellano et al., 1999].
- Les *méthodes algébriques par optimisation*, ces méthodes ont été proposées par [Jo et al., 1989] et utilisées pour déterminer les limites de l'espace de travail maximal du manipulateur plan de type 3-RPR. Les approches algébriques consistent à résoudre un problème d'optimisation en introduisant des pénalités aux frontières.

Précédemment, nous avons présenté les différentes méthodes pour déterminer et représenter l'espace de travail en orientation constante et l'espace maximal **représentés en 2D**. Dans le paragraphe suivant, nous aborderons les techniques utilisées pour représenter l'espace de travail des robots parallèles plans **en 3D**. En effet, dans le contexte de planification des trajectoires, une représentation tridimensionnelle est très utile [Gosselin et al., 1996 (a)].

**L'espace de travail d'un robot parallèle plan peut être représenté en 3D**: certains chercheurs représentent l'espace de travail des robots parallèles plans par une série de sections des espaces en orientation constante (en translation), i.e., une technique de la superposition des couches qui correspond aux espaces de travail en orientation constante pour plusieurs valeurs d'angle d'orientation de la plate-forme mobile  $\beta$ . Pour réaliser cette représentation en 3D, nous devons utiliser les trois paramètres généralisés du point caractéristique de l'effecteur  $x_E, y_E$ , pour la translation et  $\beta$  pour l'orientation. Nous pouvons distinguer, dans la littérature, différentes techniques:

Une *méthode algébrique-géométrique* pour déterminer l'espace de travail atteignable pour les robots manipulateurs plans ayant trois chaînes cinématiques à trois degrés de liberté [Husty, 1996]. Cette approche est basée sur l'utilisation de la technique de «*Kinematic Mapping*», où l'auteur a utilisé les coordonnées homogènes dans le but de construire une représentation simple des enveloppes de contraintes pour le robot de type 3-RPR. Dans ce travail, l'image cinématique de l'espace de travail tridimensionnelle est constituée d'une région délimitée par l'intersection des six surfaces hyperboloïdes de contraintes correspondant aux valeurs minimales et maximales des variables d'entrée des articulations prismatiques motorisées. Cela est présenté dans la **Figure 2-7** pour le robot plan de type 3-RPR. [Hayes, 2002] a étendu cette méthode pour représenter l'espace de travail pour d'autres architecture des robots parallèles plans de type 3-RRR et 3-PPR. La technique *géométrique* a été utilisée afin de déterminer les espaces de travail de robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR dans [Gosselin et al., 1996 (a)]. Les représentations graphiques des résultats ont été obtenues en utilisant un progiciel (package) spécifiquement développé pour la CAO des manipulateurs parallèles et dans lesquels il est possible d'implémenter un algorithme permettant de déterminer l'espace de travail du robot plan. Ce progiciel est nommé **SIMPA** (**S**imulation **I**nteractive des **M**anipulateurs **P**arallèle). Ce package peut être utilisé pour la conception cinématique des robots parallèles plans et spatiaux. La **Figure 2-8** illustre une représentation 3D de l'espace de travail du robot manipulateur plan de type 3-RPR. Deux vues différentes sont représentées. Cette représentation 3D de l'espace de travail est obtenue comme une collection tridimensionnelle non-continue des espaces de travail en orientation constante.



**Figure 2-7**: Superposition de couches de l'espace de travail, vue en perspective 3D des couches d'espace de travail (a), une vue de dessus de l'espace de travail pour le robot 3-RPR (b) [Husty, 1996].

[Merlet, 2000] a proposé un algorithme géométrique pour une représentation tridimensionnelle de l'espace de travail du robot manipulateur plan de type 3-RPR. Nous pouvons la résumer comme suit: après avoir obtenu une collection des espaces de travail en orientation constante, à l'aide des paramètres généralisés  $x_E$ ,  $y_E$ , et  $\beta$  (Figure 2-9) (a), l'auteur calcule une approximation polygonale pour chaque section. A partir de ces approximations polygonales, nous obtenons une représentation polyédrique tridimensionnelle de l'espace de travail comme un ensemble de tétraèdres.

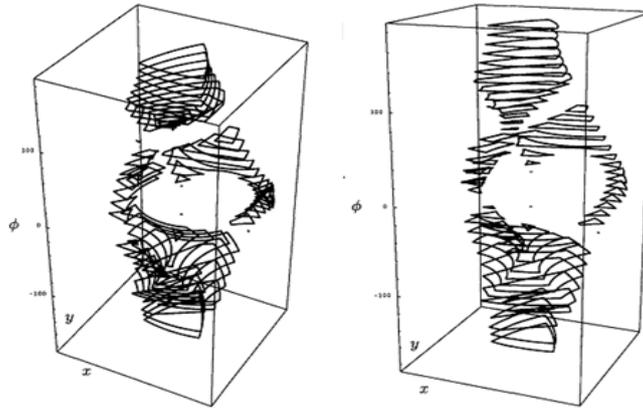


Figure 2-8: Une représentation tridimensionnelle de l'espace de travail total du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR [Gosselin et al., 1996 (a)].

Figure 2-9 (b) illustre un exemple d'une telle reconstruction. Par conséquent, cette procédure pour la construction tridimensionnelle de l'espace de travail ne constitue qu'une représentation approximative, i.e., cette représentation n'attribue pas un aperçu approfondi sur l'espace de travail du robot manipulateur total. L'intérêt de cette technique est qu'elle nous permet la planification et la génération des trajectoires et mouvements pour le robot manipulateur plan [Merlet, 2000].

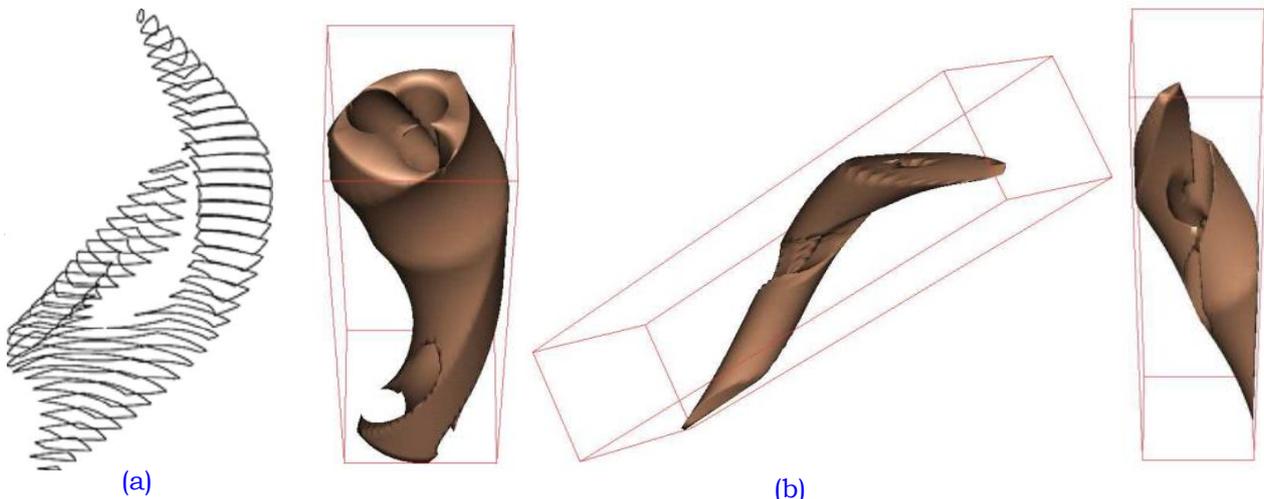
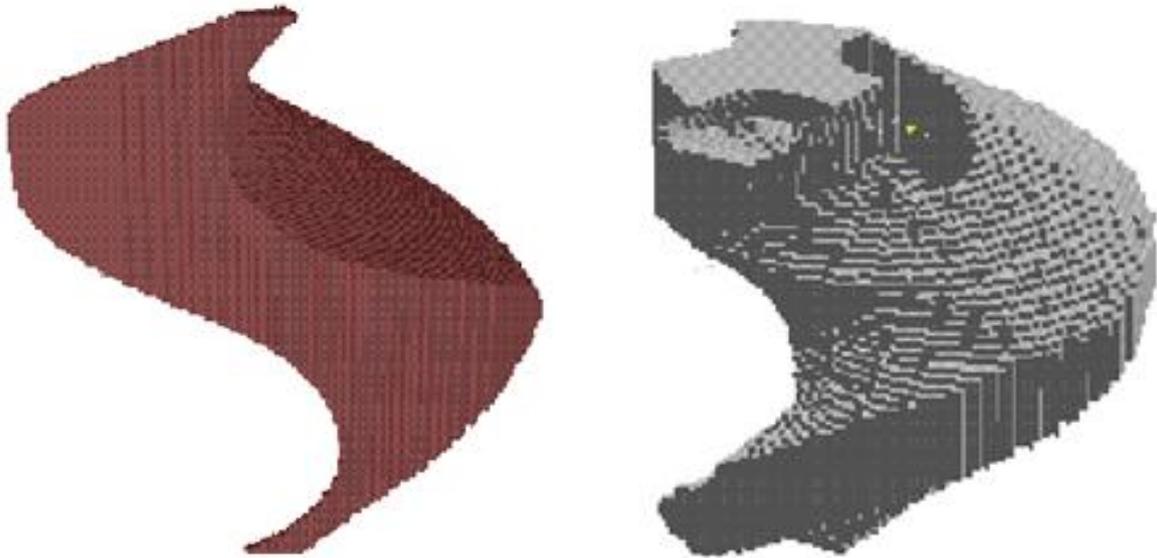


Figure 2-9: Une représentation 3D approximative de l'espace de travail total d'un robot parallèle plan dans l'espace  $x$ ,  $y$ ,  $\beta$  [Merlet, 2000].

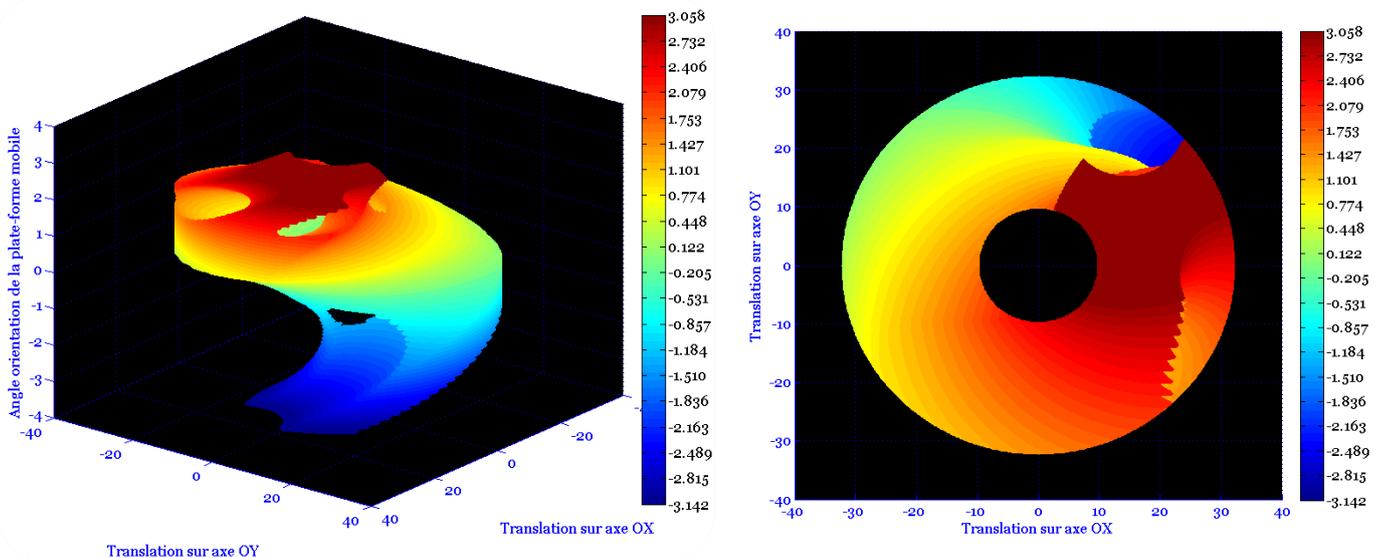
Une autre technique pour la représentation tridimensionnelle de l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles a été proposée par [Chablat, 1998]. Cette approche consiste à utiliser la *méthode algébrique par discrétisation (octree)* dans le but d'obtenir une représentation en 3D de l'espace de travail total de robot manipulateur plan à structure parallèle. Elle utilise les modèles géométriques directs et inverses pour calculer l'ensemble

des configurations que le robot manipulateur parallèle peut atteindre. Les données obtenues via cette technique sont enregistrées dans une structure hiérarchique. La **Figure 2-10** illustrée ci-dessous montre l'espace de travail tridimensionnel total pour les robots manipulateurs parallèles plans de type 3-RRR et 3-RPR respectivement.



**Figure 2-10:** Espace de travail total en 3D via la méthode octree pour 3-RRR et 3-RPR [Chablat, 1998].

La **méthode numérique par discrétisation** est utilisée également pour déterminer l'espace de travail total en 3D pour les robots manipulateurs parallèles plans, cette méthode ne représente pas seulement les frontières de l'espace de travail, mais aussi son volume global. La **Figure 2-11** illustre l'espace de travail tridimensionnel pour le robot parallèle plan de type 3-RPR [Arrouk et al., 2009-A, B]. Pourtant, il est impossible d'appliquer moyennant cette méthode des opérations booléennes algébriques sur l'ensemble des points. En outre, au niveau de la précision, nous trouvons que même lorsque nous fixons un pas de discrétisation assez fin pour l'orientation de la plate-forme mobile, il est difficile d'obtenir une représentation tridimensionnelle de très bonne qualité.



**Figure 2-11:** Espace de travail total en 3D par la méthode de discrétisation [Arrouk et al., 2009-A].

Les méthodes précédentes ne donnent qu'une approximation de l'espace de travail total tridimensionnel de robots manipulateurs plans ayant une structure parallèle.

Nous parlerons en détails des propriétés et caractéristiques de chaque technique utilisée précédemment pour la détermination d'espace de travail lors de la section suivante de ce chapitre.

## 2.4 Analyse critique de l'état de l'art

Nous allons effectuer en détail une synthèse de l'état de l'art au sujet de la détermination et la représentation d'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans. Nous avons distingué ci-avant les techniques suivantes dans le but de la détermination de l'espace de travail de ces mécanismes:

- ✓ méthodes numériques par discrétisation;
- ✓ méthodes algébriques (analytiques), les méthodes algébriques d'optimisation;
- ✓ méthode algébrique par discrétisation (la méthode octree et quadtree);
- ✓ méthodes géométriques.

Nous montrons dans cette section les propriétés caractéristiques pour chacune de ces méthodes mentionnées précédemment.

### 2.4.1 La méthode numérique par discrétisation

Revenons aux *Figure 2-2*, *Figure 2-5* et *Figure 2-11* des sections précédentes, ces différents espaces de travail sont déterminés par la méthode numérique par discrétisation. En effet, cette méthode est la méthode la plus répandue. La plupart des travaux de recherche dans le domaine de la représentation de l'espace de travail s'appuie sur la méthode de discrétisation. Cette méthode a plusieurs avantages [Merlet, 2000] tels que:

- ✓ elle est simple à mettre en œuvre;
- ✓ elle permet de prendre en compte toutes les contraintes cinématiques imposées par les articulations aux chaînes cinématiques.

Néanmoins, cette méthode présente de nombreux inconvénients tels que:

- ✓ elle nécessite la solution du problème cinématique inverse des manipulateurs parallèles;
- ✓ elle met des limitations sur la précision de l'espace de travail, notamment, au niveau des frontières, car la précision dépend de la résolution (pas) du maillage utilisé pour créer la grille;
- ✓ le temps de calcul augmente exponentiellement relativement au pas d'échantillonnage affectant la précision [Shawn et al., 1997];
- ✓ les résultats sont limités aux nœuds de la grille, nous ne pouvons pas garantir que l'espace de travail entre deux nœuds soit valide ou acceptable;
- ✓ des problèmes peuvent survenir lorsque l'espace de travail du robot parallèle possède des configurations singulières;
- ✓ des problèmes peuvent se produire lorsque l'espace de travail du robot parallèle possède des trous [Merlet, 2000];
- ✓ la représentation des frontières de l'espace de travail peut comprendre un grand nombre de nœuds;
- ✓ cette méthode a besoin d'un espace important pour stocker les données;

- ✓ il faut faire des traitements du nuage de points pour une visualisation sous forme d'un volume 3D.

### 2.4.2 Méthodes algébriques ou les méthodes analytiques

Une des limites de ces méthodes est l'introduction d'autres contraintes limitant l'espace de travail, telles que les limites sur les articulations passives, et les interférences mécaniques entre les jambes, ce qui conduit à une matrice jacobienne complexe, difficile à gérer pour déterminer l'espace de travail [Merlet, 2005]. Cette méthode est aussi nommée dans d'autres travaux par la technique de la matrice jacobienne.

### 2.4.3 Les méthodes algébriques par discrétisation

Revenons à la *Figure 2-10* des sections précédentes, ces différents espaces de travail sont déterminés par les méthodes algébriques par discrétisation.

Les avantages essentiels pour cette technique est que:

- ✓ cette méthode permet, d'une part, de planifier rapidement le mouvement pour le robot manipulateur. D'autre part, elle permet aux concepteurs d'obtenir des informations sur l'espace de travail du robot telle que la valeur numérique du volume plus rapidement par rapport aux méthodes numériques par discrétisation [Merlet, 2000];
- ✓ elle consomme moins de place de mémoire en comparaison par les méthodes de décomposition régulière de l'espace comme la méthode de discrétisation [Chedmail, 1998];
- ✓ la précision de l'espace de travail peut être facilement ajustée [Chedmail, 1998];
- ✓ elle utilise les opérations booléennes telles que l'intersection, la réunion ou la différence [Chedmail, 1998], qui sont facilement applicables.

Pourtant, l'utilisation de cette méthode présente quelques inconvénients tels que:

- ✓ la grande influence de la résolution de l'octree (le pas) sur la précision des résultats obtenus [Chablat, 1998]. La résolution doit être ni trop fine (ce qui fait apparaître des discontinuités artificielles dans l'espace de travail), ni trop grossière ce qui conduit à effacer des discontinuités qui existent réellement [Chedmail, 1998];
- ✓ l'espace de mémoire pour stocker les données à programmer [Chablat, 1998];
- ✓ le temps de calcul dépend de la résolution de l'octree (le pas).

### 2.4.4 Les méthodes géométriques

Voyons la *Figure 2-6* et la *Figure 2-8* des sections précédentes, ces différents espaces de travail sont déterminés par les méthodes géométriques. L'idée de cette méthode est de regarder toutes les jambes du robot indépendamment, puis de considérer leurs interdépendances [Gosselin, 1990]. Selon [Merlet, 2000], le but essentiel de cette méthode est de déterminer d'une manière géométrique les frontières de l'espace de travail des robots manipulateurs. L'intérêt principal de l'approche géométrique est qu'elle est généralement très rapide et plus précise en comparaison avec les méthodes numériques ou algébriques. Cette méthode permet de calculer efficacement certaines caractéristiques de l'espace de travail telles que le volume [Merlet, 2000].

Toutefois, cette méthode présente certains inconvénients:

- ✓ il est parfois difficile de tenir compte de toutes les contraintes;

- ✓ cette approche ne donne pas des représentations tridimensionnelles continues de très bonne qualité de l'espace de travail du robot manipulateur car elles dépendent en général de la superposition des couches correspondant aux espaces de travail en orientation constante pour le robot manipulateur parallèle plan.

Cette approche nécessite une bibliothèque géométrique efficace qui est capable d'exécuter des opérations booléennes telles que l'intersection, l'union, ou la différence.

Nous proposons dans ce mémoire de thèse une approche géométrique pour déterminer et représenter l'espace de travail total des robots manipulateurs parallèles plans, et également pour déterminer, et représenter les sous-espaces de travail de ces mécanismes. Cette approche nécessite une bibliothèque géométrique efficace capable d'exécuter des opérations booléennes telles que l'intersection, l'union, ou la différence et générer des volumes par extrusion suivant des courbes.

- *Nous avons mentionné précédemment les différentes méthodes pour déterminer et représenter l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans, et nous avons aussi cité leurs propriétés caractéristiques (avantages et inconvénients). Notre objectif premier est de trouver maintenant une nouvelle méthodologie qui nous permet de nous affranchir des inconvénients des techniques précédentes. Cela peut être traduit et reformulé comme suit: l'exploitation du potentiel des approches géométriques en s'appuyant sur les possibilités offertes par les outils de la CAO permettra de déterminer précisément l'espace de travail et les frontières (extérieures et intérieures) pour un robot manipulateur parallèle plan. En outre, le calcul rapide de ses caractéristiques (surfaces et volumes) constitue une importance significative dans un contexte de conception optimale de robot manipulateur.*
- *Il est à noter qu'il n'existe pas jusqu'à présent de méthodes géométriques directes basées sur les techniques de la CAO pour déterminer l'espace de travail total et maximal pour les manipulateurs parallèles plans.*

## 2.5 Méthode proposée

Avant de décrire notre stratégie pour la détermination de l'espace de travail des robots parallèles plans, nous devons tout d'abord mentionner les hypothèses et les observations que nous avons considérées tout au long de cette étude:

- Hypothèse: il n'y a aucune interférence mécanique entre les jambes dont le robot manipulateur plan se compose.
- Observation: cette méthode est basée sur l'observation des frontières de l'espace de travail qui doivent nécessairement être associées aux limites physiques des articulations. Celles-ci sont les contraintes imposées sur les chaînes cinématiques du robot manipulateur.

### 2.5.1 Description générale de la méthode proposée

Ici nous proposons une représentation graphique de l'espace de travail total des robots parallèles plans en concaténant la représentation de l'espace de travail en translation, ainsi que la capacité en orientation. En d'autres termes, cette méthode étend l'approche géométrique pour une représentation tridimensionnelle de l'espace de travail total des robots manipulateurs parallèles plans. L'espace de travail total résultant peut être un volume généré à partir d'un processus de construction géométrique.

Nous avons utilisé pour réaliser cette construction le logiciel de CAO-CATIA<sup>®</sup> qui fournit un moyen puissant et efficace pour la programmation graphique et pour la manipulation des entités géométriques.

Par conséquent, la mise en œuvre de cette approche dans un environnement de CAO devient implicitement naturelle. En intégrant le problème de détermination de l'espace de travail de robots manipulateurs parallèles plans dans un environnement de CAO, ces méthodes seront plus adaptées à une utilisation industrielle.

### **2.5.2 Méthodologie CAO-Géométrique pour déterminer l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans**

Nous considérons dans cette section plusieurs architectures de robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR pour présenter la pertinence de notre approche CAO-Géométrique dans un environnement CAO-CATIA<sup>®</sup>.

Nous illustrons la méthode proposée avec et sans prise en compte des limites articulaires des liaisons rotoïdes passives attachées à la base fixe du robot manipulateur.

#### **a. Sans tenir compte des limites physiques sur les articulations rotoïdes non-motorisées attachées à la base fixe**

Nous présentons l'approche géométrique développée dans l'environnement de la CAO-CATIA<sup>®</sup> pour déterminer l'espace de travail total des robots manipulateurs plans en deux parties:

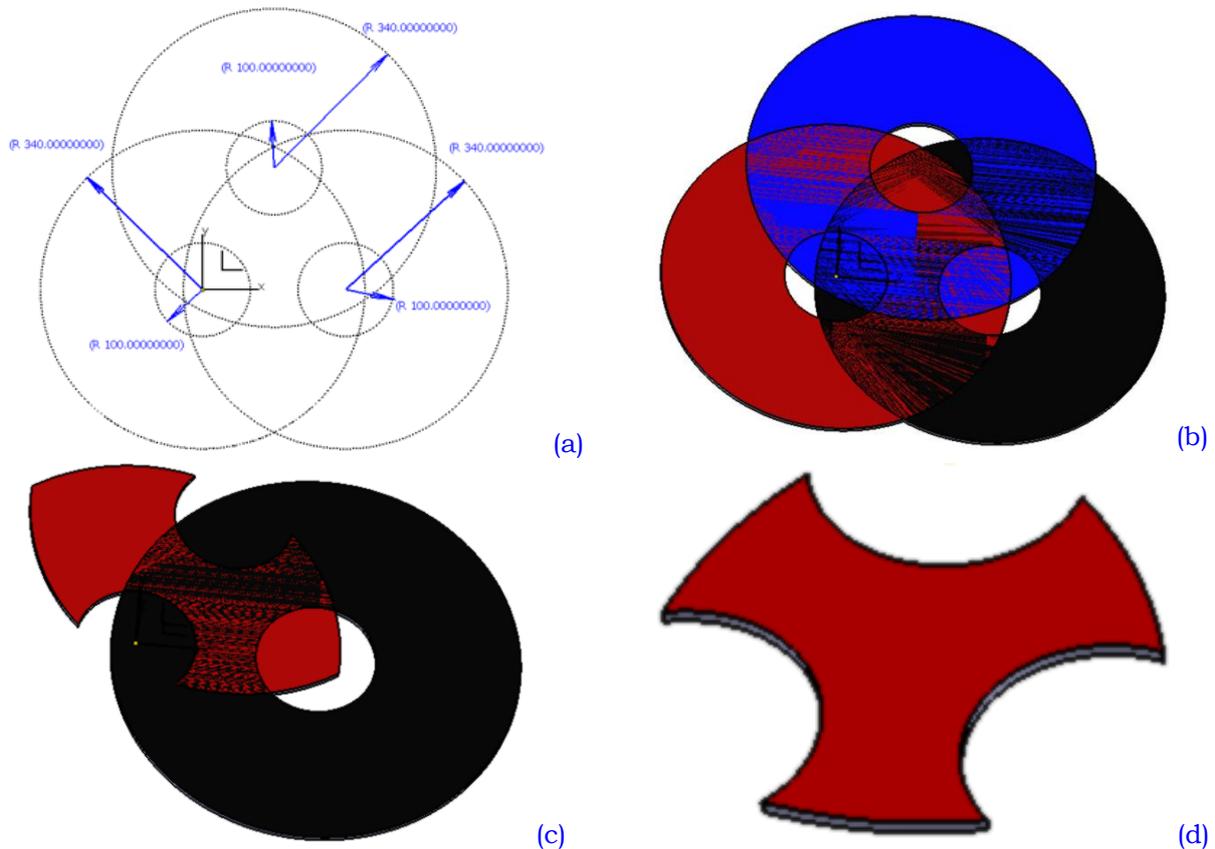
- Dans un premier temps, nous montrons l'efficacité de cette méthodologie pour déterminer *l'espace de travail en orientation constante en 2D* du robot manipulateur plan de type 3-RPR plan.
- Ensuite, nous déterminons *l'espace de travail total en 3D*. A cet effet, nous prenons également l'exemple du robot manipulateur plan de type 3-RPR plan afin d'expliquer les étapes de notre approche géométrique mise en œuvre dans l'environnement de la CAO de CATIA<sup>®</sup> en utilisant son interface interactive de programmation d'application.

#### **Méthode géométrique basée sur l'utilisation de l'outil de CAO-CATIA<sup>®</sup> pour déterminer l'espace de travail en orientation constante**

La *Figure 2-12* illustre les étapes de notre approche géométrique basée sur l'emploi des fonctionnalités du logiciel de CAO-CATIA<sup>®</sup> que nous avons suivies pour déterminer l'espace de travail en orientation constante pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR. Cet espace peut être calculé par l'intersection de trois surfaces annulaires correspondant aux espaces de travail accessibles par les trois jambes considérées comme des chaînes cinématiques sérielles indépendantes.

Dans une première étape, les centres (coordonnées des points de la base fixe), ainsi que les rayons correspondant aux courses minimales et maximales des liaisons prismatiques motorisées des jambes sont déterminés (*Figure 2-12*) (a). Dans une deuxième étape, des extrusions des régions annulaires sont réalisées (*Figure 2-12*) (b). Enfin, dans la troisième étape, deux opérations booléennes de types intersection sont appliquées successivement aux trois entités géométriques après avoir appliqué trois translations par les vecteurs  $B_iE$  vers le point caractéristique de l'effecteur (*Figure 2-13*). La région commune résultant de ces

opérations booléennes correspond à l'espace de travail en orientation constante bidimensionnelle du robot parallèle plan de type 3-RPR (*Figure 2-12*) (c, d).



**Figure 2-12:** Les étapes suivies pour déterminer l'espace de travail en orientation constante dans l'environnement de la CAO-CATIA®. Les régions annulaires (surface vertex atteignable par les jambes) (a), Extrusion avec une faible épaisseur (b), première opération booléenne (c), deuxième opération booléenne, (Espace de travail en orientation constante)  $W_1 \cap W_2 \cap W_3$  (d).

*A ce point, une question peut se poser: Est-ce que nous pouvons, à partir de la stratégie expliquée ci-dessus, développer une méthodologie CAO-Géométrique pour déterminer l'espace de travail total en 3D d'un robot manipulateur parallèle plan ?*

### **Méthode CAO-Géométrique pour déterminer l'espace de travail total tridimensionnel pour le robot parallèle plan de type 3-RPR**

Une nouvelle approche géométrique basée sur l'utilisation des techniques CAO a été développée dans [Arrouk et al., 2010-C]. La méthodologie géométrique présentée dans ce travail est implémentée entièrement dans l'environnement de CAO-CATIA®, elle s'articule selon quatre étapes majeures.

#### **Etape 1. Construire des surfaces vertex atteignables par les chaînes cinématiques**

Cette étape consiste à construire, pour une orientation donnée de la plate-forme mobile, la surface plane balayée par l'extrémité de chaque chaîne cinématique (jambe) isolée du reste du mécanisme parallèle plan. Cette étape est réalisée dans l'atelier "Part Design" de CATIA®. Par exemple, pour le robot manipulateur parallèle de type 3-RPR, la surface balayée par l'extrémité d'une jambe est une région annulaire. Cette région est délimitée par deux

cercles concentriques aux points de la base fixe. Les rayons maximaux et minimaux correspondent aux limites articulaires des liaisons prismatiques motorisées.

**Remarque:** dans ce travail nous avons choisi l'axe perpendiculaire au plan contenant le robot manipulateur parallèle plan étudié pour représenter l'angle d'orientation de la plate-forme mobile.

## **Etape 2. Construction d'une trajectoire générique de forme hélicoïdale**

Cette étape consiste à construire une courbe générique de forme hélicoïdale. En fait, cette courbe hélicoïdale représente le changement de direction du vecteur  $B_iE$  quand l'angle  $\beta$  (orientation de la plate-forme mobile) varie de 0 à  $2\pi$ , où  $B_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) représentent les extrémités des chaînes cinématiques du robot manipulateur.  $E$  représente le point caractéristique de l'effecteur fixé sur l'organe terminal du robot manipulateur, ce point se situe dans une région annulaire déduite de la translation de la région annulaire initiale par le vecteur  $B_iE(\beta)$  (*Figure 2-13*). L'axe de cette courbe hélicoïdale est la normale au plan contenant la surface plane (surface vertex), construite dans l'étape 1 et passant par le point  $A_0$  de la base fixe montrée dans la *Figure 2-13*. Cette hélice a comme rayon  $B_iE$  et une hauteur de  $2\pi$  rad. Cette étape est réalisée dans l'atelier "Generative Shape Design" GSD de CATIA. Pour les trois jambes du robot manipulateur plan, il faut construire trois hélices indépendamment.

## **Etape 3. Génération du volume balayé par chaque jambe pour toutes les orientations possibles de la plate-forme mobile**

Afin de générer de manière continue toutes les surfaces produites par chaque jambe du robot manipulateur correspondant aux différentes valeurs de l'angle d'orientation de la plate-forme mobile. A la région générée dans l'étape 1, une opération d'extrusion est appliquée le long de la trajectoire hélicoïdale de balayage (l'étape 2) (*Figure 2-13*). Cette troisième étape est réalisée dans l'atelier "Generative Shape Design" GSD de CATIA<sup>®</sup>. Elle est appliquée de manière répétée pour toutes les surfaces vertex atteintes par les trois chaînes cinématiques du robot manipulateur comme le montre la *Figure 2-14* (a) pour le robot manipulateur de type 3-RPR.

## **Etape 4. Détermination de l'espace de travail total du robot manipulateur atteint par le point caractéristique E de l'effecteur fixé sur la plate-forme mobile du robot manipulateur**

Cette étape consiste à appliquer deux opérations booléennes successives de type intersection pour obtenir le volume commun correspondant à l'espace de travail total tridimensionnel atteignable par la plate-forme du robot manipulateur à structure parallèle de type 3-RPR. En effet, l'espace de travail total  $W$  peut être décrit comme l'intersection de trois volumes atteignables  $W_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) associés aux trois chaînes cinématiques (*Figure 2-14*) (c). Cela peut être exprimé de la façon suivante:

$$W = W_1 \cap W_2 \cap W_3$$

La méthode géométrique proposée peut être étendue pour toutes les architectures de manipulateurs parallèles plans ayant trois degrés de liberté [Arrouk et al., 2011-C], [Arrouk et al., 2011-D], comme nous le verrons ultérieurement dans ce chapitre de thèse.

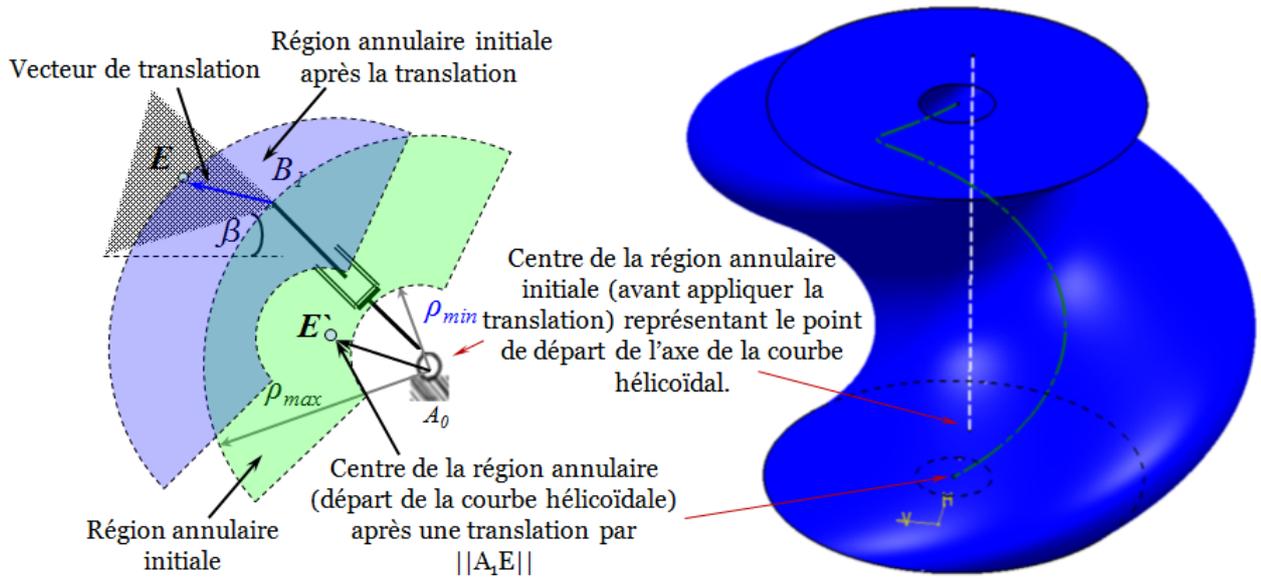


Figure 2-13: Méthodologie suivie pour obtenir le volume balayé par une chaîne cinématique pour toutes les orientations de la plate-forme mobile du robot manipulateur de type 3-RPR.

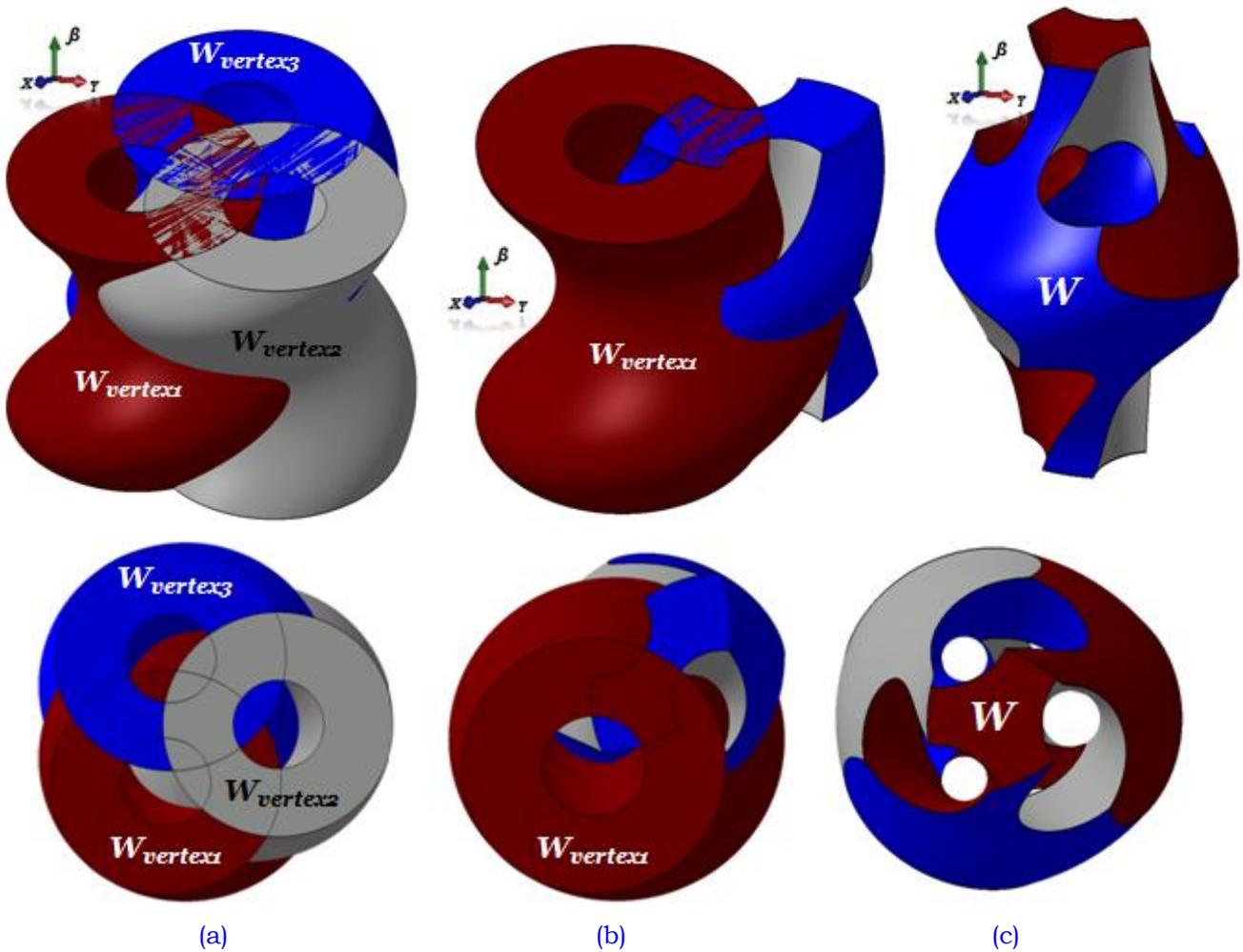


Figure 2-14: Trois volumes atteints par les trois jambes du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR (a), application de la première opération booléenne  $W_1 \cap W_2$  (b), application de la deuxième opération booléenne  $W_1 \cap W_2 \cap W_3$  (vue 3D en perspective de l'espace de travail total) et vue de dessus de l'espace de travail total(c).

**Remarque:** Si le point caractéristique de l'effecteur est choisi sur la deuxième articulation pivot de l'une des chaînes cinématiques, le volume de travail (le volume vertex) correspondant à toutes les orientations de la plate-forme mobile associée à cette jambe constitue un cylindre de révolution. La hauteur de ce cylindre représente l'amplitude en orientation de la plate-forme mobile et sa base représente l'espace de travail en translation de la chaîne cinématique. Cela est illustré dans la **Figure 2-16**.

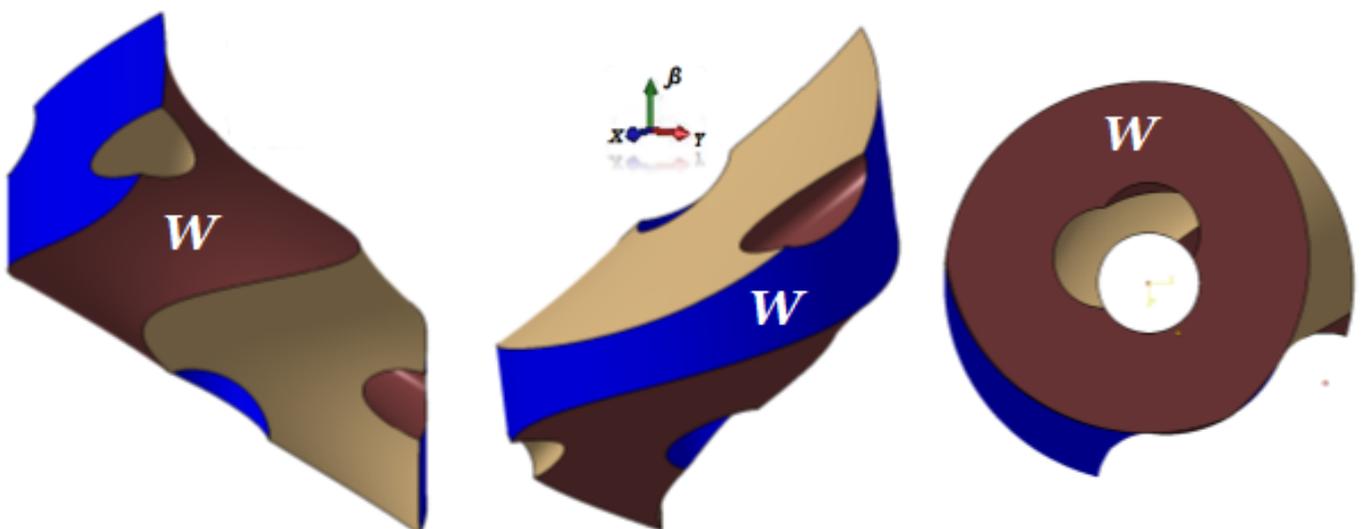
### 2.5.3 Quelques exemples d'application de la technique CAO-Géométrique programmée dans l'environnement de CAO de CATIA® pour déterminer l'espace de travail total du robot plan 3-RPR (sans tenir compte des limites articulaires)

Des exemples d'applications de cette approche pour déterminer l'espace de travail seront présentés dans ce paragraphe. Afin de confronter la méthode proposée avec d'autres techniques, nous l'appliquons aux robots ayant les paramètres géométriques de conception mentionnés dans le **Tableau 2-2**. Ces robots ont été étudiés par [Innocenti et al., 1992], [Merlet, 2000], [Chablat, 1998], [Macho et al., 2007].

Paramètres géométriques du Robot manipulateur 3-RPR	Manipulateurs 3-RPR plan	Rayon maximal de la région annulaire	Rayon minimal de la région annulaire	Coordonnées du point A <sub>2</sub> de la base fixe		Coordonnées du point A <sub>3</sub> de la base fixe		Taille de la plate-forme mobile		Angle de la plate-forme ( $\varphi$ )
		$\rho_{max}$	$\rho_{min}$	$c_2$	$d_2$	$c_3$	$d_3$	$l_2$	$l_3$	
Valeurs numériques	1	25	10	15,91	0	0	10	16,54	20,84	50,1°
	2	20	5	20	0	10	17,32	25	25	60°

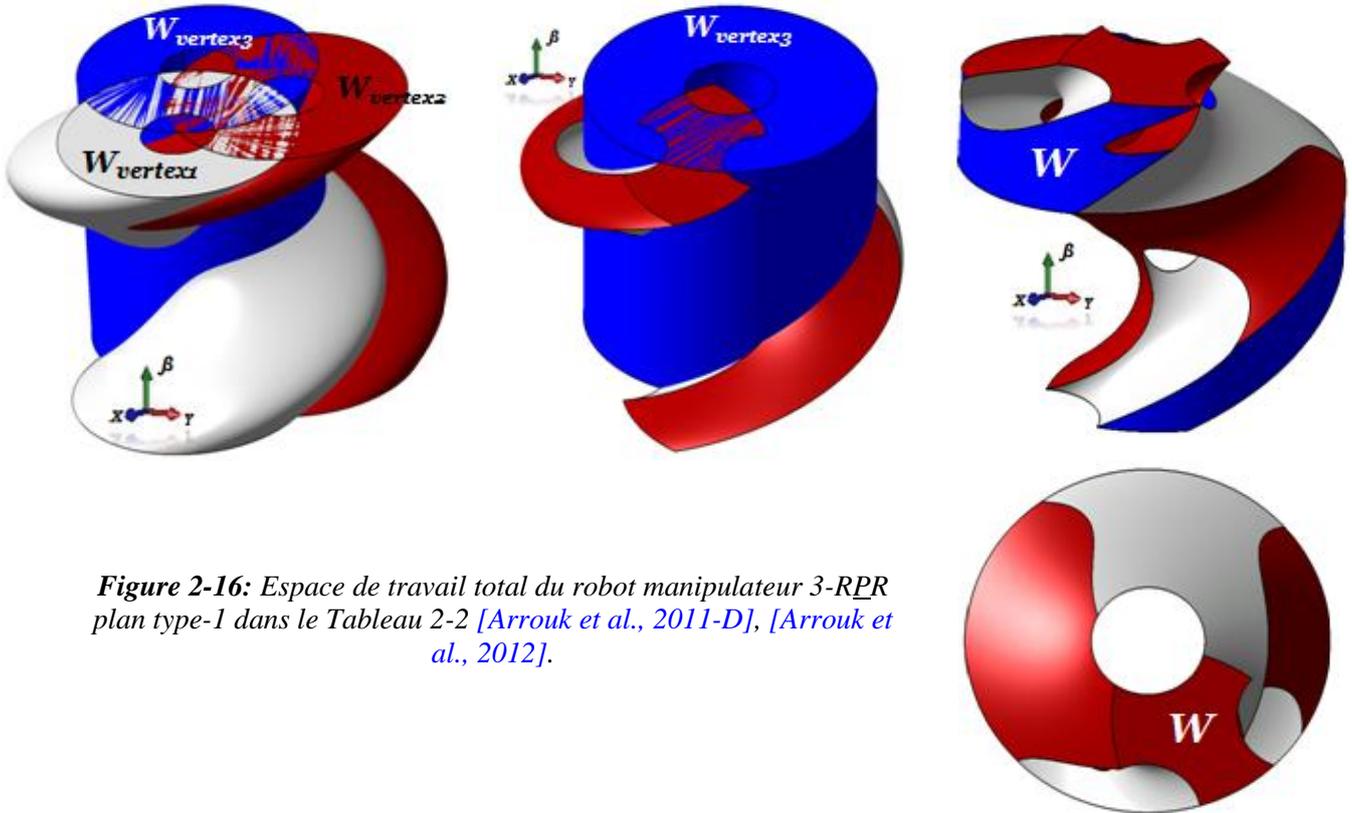
**Tableau 2-2:** Paramètres géométriques des manipulateurs 3-RPR utilisés dans cette étude.

La **Figure 2-15** montre l'espace de travail total tridimensionnel pour le robot 3-RPR plan type-2 dans le **Tableau 2-2**. Ce robot manipulateur a été étudié dans [Merlet, 2000]. Pour comparer les résultats obtenus dans ce travail au moyen de l'approche géométrique, et ceux acquis moyennant notre méthodologie CAO-Géométrique, les lecteurs peuvent se référer à la **Figure 2-6** illustrée précédemment dans ce chapitre de thèse (espace de travail maximal).



**Figure 2-15:** Espace de travail total du robot manipulateur 3-RPR plan type-2 dans le Tableau 2-2.

La **Figure 2-16** présente l'espace de travail total du robot manipulateur parallèle plan 3-RPR type-1 dans le **Tableau 2-2**. Ce robot manipulateur a été étudié dans [Chablat, 1998], [Innocenti et al., 1992], [Macho et al., 2007], voir la **Figure 2-10** et **Figure 2-11**.



**Figure 2-16:** Espace de travail total du robot manipulateur 3-RPR plan type-1 dans le Tableau 2-2 [Arrouk et al., 2011-D], [Arrouk et al., 2012].

**b. En prenant en considération les limites articulaires imposées sur les articulations passives rotoïdes (pivots) attachées à la base fixe du robot manipulateur**

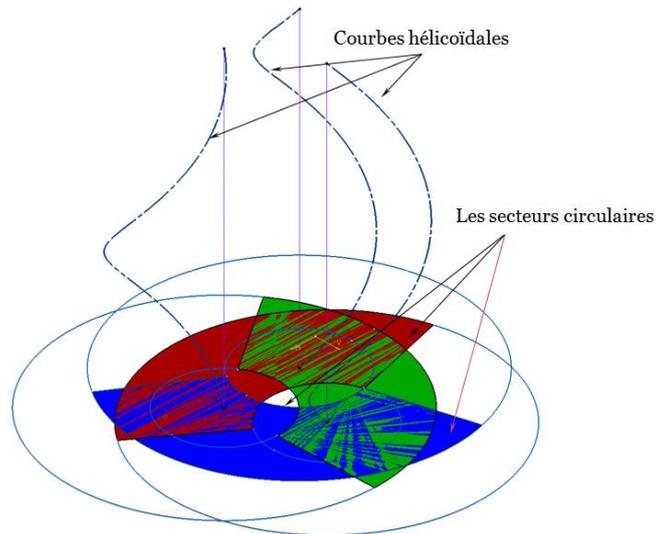
#### **2.5.4 Quelques exemples d'application de la technique programmée dans un environnement de CAO-CATIA® pour déterminer l'espace de travail total du robot plan 3-RPR (en prenant en compte les limites articulaires des articulations passives rotoïdes)**

Nous pouvons grâce à notre méthodologie géométrique programmée et mise en application dans un environnement de CAO-CATIA® déterminer l'espace de travail du robot parallèle plan de type 3-RPR en considérant les limites articulaires imposées sur les articulations pivots passives attachées à la base fixe.

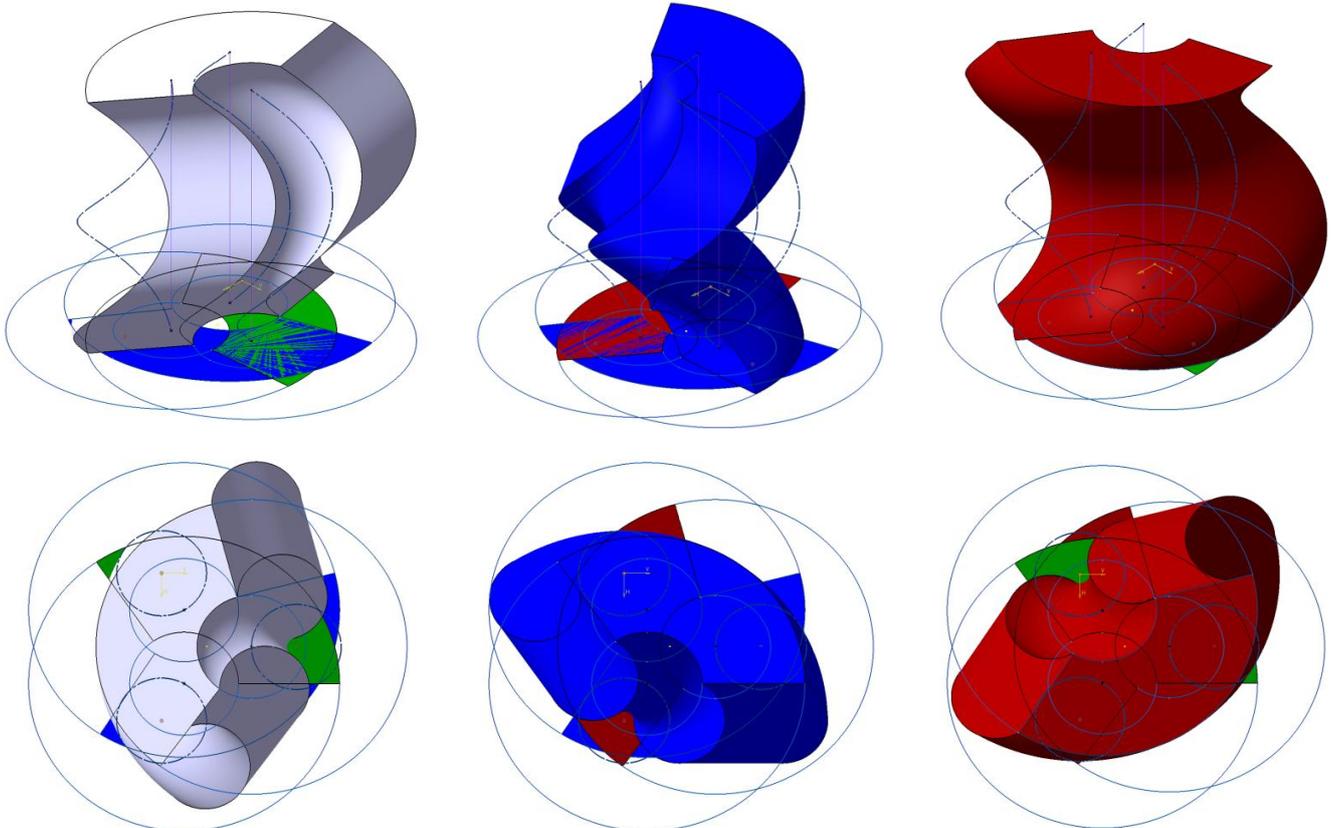
En effet, l'espace de travail du robot 3-RPR pour une orientation donnée, compte tenu des limites physiques sur les articulations rotoïdes attachées à la base fixe, peut être déterminé par l'intersection de trois zones définies comme des secteurs circulaires extraits des régions annulaires. Ces régions annulaires sont délimitées par deux cercles concentriques aux points  $A_i (x_{Ai}, y_{Ai})$  de la base fixe du robot manipulateur. Ainsi elles ont comme rayon  $\rho_{min}^i$  et  $\rho_{max}^i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), et également, comme limites angulaires des secteurs circulaires  $\varphi_{min}^i$  et  $\varphi_{max}^i$ .

Nous appliquerons une approche similaire à celle utilisée et illustrée dans la section précédente pour la représentation de l'espace de travail total en 3D: trois opérations

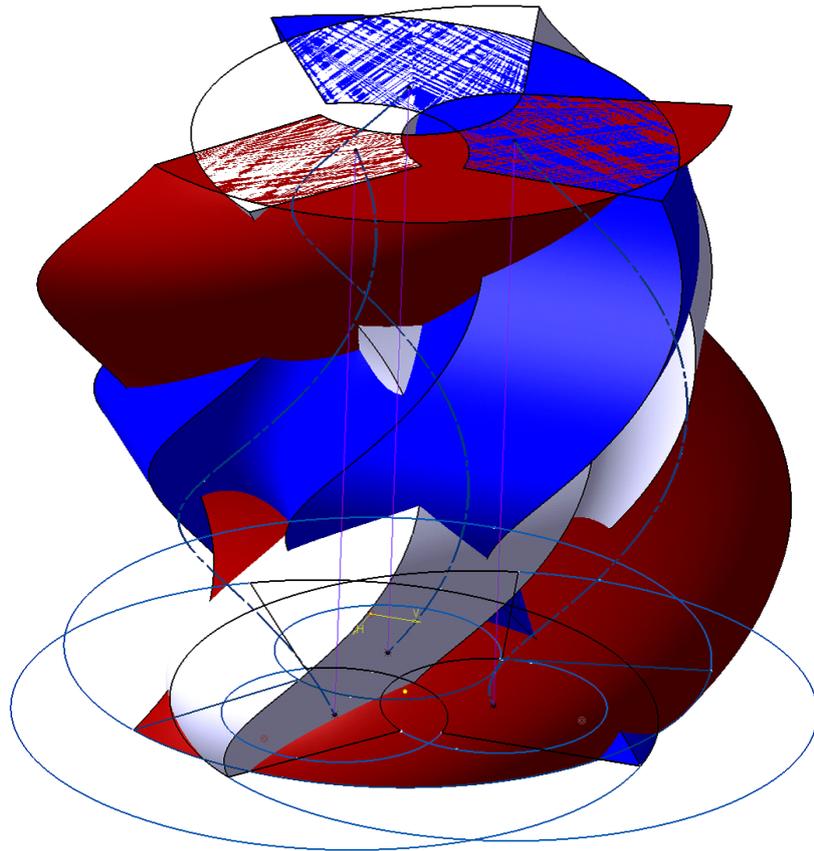
d'extrusion des secteurs circulaires translétés (à la place des régions annulaires complètes) sont exécutées le long des trajectoires hélicoïdales pour déterminer les espaces de travail individuels atteignables par les trois chaînes cinématiques du robot 3-RPR, pour toutes les orientations possibles de la plate-forme mobile **Figure 2-17**, **Figure 2-18**, **Figure 2-19**, **Figure 2-20**. Ensuite, deux opérations booléennes successives de type intersection seront appliquées pour déterminer l'espace de travail du robot manipulateur en prenant en compte les limites articulaires des liaisons rotoïdes passives **Figure 2-21**.



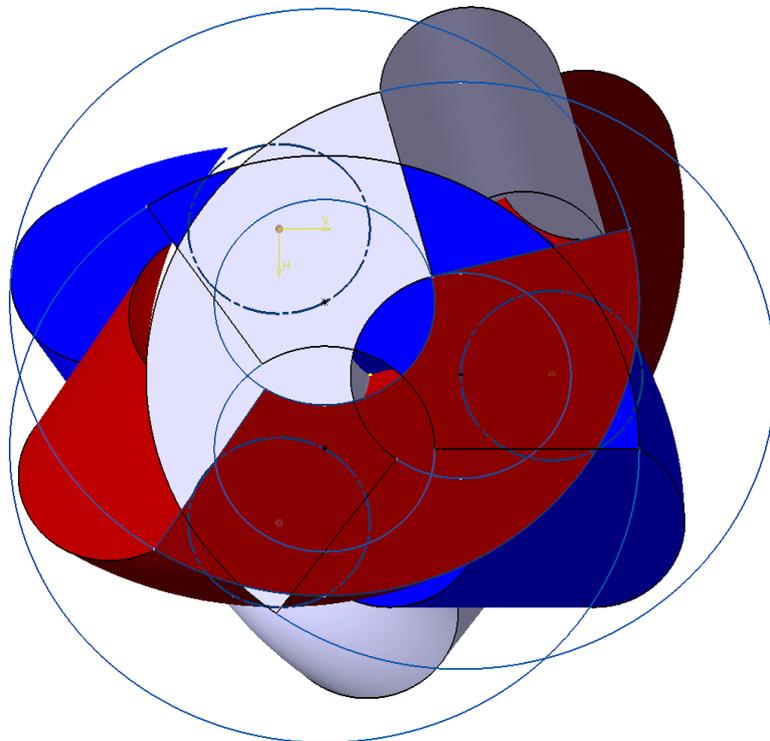
**Figure 2-17:** Les surfaces vertex en tenant compte des limites articulaires des liaisons pivots passives avec les trajectoires hélicoïdales génériques de balayage.



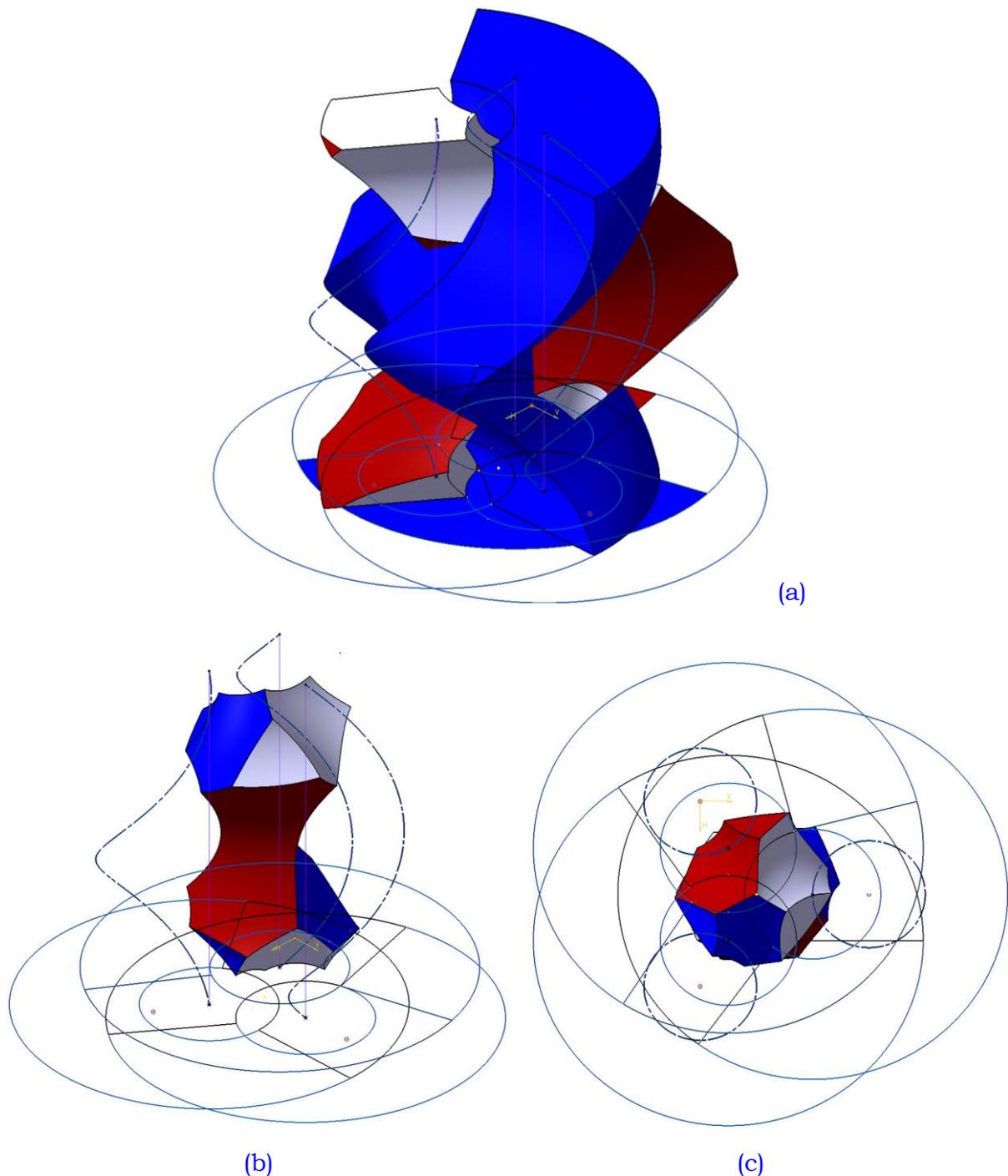
**Figure 2-18:** Différentes vues des volumes de travail atteignables par les trois chaînes cinématiques.



*Figure 2-19: Une vue tridimensionnelle de l'ensemble des trois volumes de travail atteignables par les trois chaînes cinématiques.*



*Figure 2-20: Une vue de dessus de l'ensemble des trois volumes de travail atteignables par les trois chaînes cinématiques.*



*Figure 2-21: Application de la première opération booléenne (a), espace de travail du robot  
(Application de la deuxième opération booléenne) (b, c)*

### **2.5.5 Effets des paramètres géométriques de conception sur l'espace de travail total (modèle paramétrique) du robot manipulateur de type 3-RPR**

Afin d'analyser l'influence des paramètres géométriques de construction sur les caractéristiques de l'espace de travail du robot manipulateur, nous devons nécessairement créer un modèle CAO-Géométrique paramétrique de l'espace de travail. Nous introduisons la totalité des paramètres géométriques de conception du robot manipulateur étudié. Par ailleurs, le modèle paramétrique de l'espace de travail simplifie énormément la procédure

d'optimisation de la synthèse géométrique du robot en considérant son espace de travail comme un critère de performance et comme étant la fonction objectif de l'optimisation. En prenant comme exemple le robot de type 3-RPR, les paramètres géométriques suivants peuvent être retenus:

**1) La taille de la base fixe:** nous introduisons pour la base fixe triangulaire du robot manipulateur trois paramètres qui sont les coordonnées des points  $A_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) formant cette base avec  $A_1(x_{A1}, y_{A1})$ ,  $A_2(x_{A2}, y_{A2})$  et  $A_3(x_{A3}, y_{A3})$ . Ici, pour des raisons de simplicité, nous considérons que le premier point de la base fixe  $A_1(x_{A1}, y_{A1}) = (0, 0)$ , et aussi  $y_{A2} = 0$  dans le système de coordonnées  $R_o$  ( $O_o, X_o, Y_o, Z_o$ ) attaché à la base fixe.

**2) La taille de la plate-forme mobile:** nous introduisons pour la plate-forme mobile triangulaire trois paramètres qui sont les coordonnées des points  $B_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) formant cette plate-forme avec  $B_1(x_{B1}, y_{B1})$ ,  $B_2(x_{B2}, y_{B2})$  et  $B_3(x_{B3}, y_{B3})$ . Ici, il est considéré, pour des raisons de simplicité, que le premier point de la plate-forme mobile  $B_1(x_{B1}, y_{B1}) = (0, 0)$ , et aussi  $y_{B2} = 0$  dans le système de coordonnées  $R_E$  ( $O_E, X_E, Y_E, Z_E$ ) attaché à la plateforme mobile.

**3) Les articulations prismatiques motorisées:** nous introduisons six paramètres pour les articulations prismatiques motorisées si nous considérons que les trois articulations prismatiques ne sont pas identiques: les valeurs maximales et minimales des courses des trois chaînes cinématiques  $\rho^i_{min}$ ,  $\rho^i_{max}$  avec ( $i = 1, 2, 3$ ). Sinon nous avons seulement deux paramètres. Ces paramètres correspondent aux valeurs maximales et minimales pour les courses des chaînes cinématiques. La **Figure 2-22** illustre clairement la structure de l'arborescence du modèle paramétrique de l'espace de travail pour ces deux cas illustrés.

**4) Le point caractéristique de l'effecteur:** pour la position du point caractéristique de l'effecteur sur la plate-forme mobile, nous avons introduit deux paramètres pour  $E$ :  $E(x_E, y_E)$  représentant les coordonnées de  $E$  dans le repère attaché à la plateforme.

Par conséquent, nous avons au total, quatorze paramètres dans le modèle paramétrique de l'espace de travail pour le robot manipulateur de type 3-RPR plan. Nous pouvons, par conséquence, donner la formule suivante pour exprimer l'espace de travail comme une fonction des paramètres géométriques de conception du robot manipulateur:

$$W^{RPR}_{Total} = f(x_{A2}, x_{A3}, y_{A3}, x_{B2}, x_{B3}, y_{B3}, \rho^1_{max}, \rho^1_{min}, \rho^2_{max}, \rho^2_{min}, \rho^3_{max}, \rho^3_{min}).$$

L'intérêt de la création d'un modèle CAO-Géométrique paramétré de l'espace de travail total du robot manipulateur est qu'il permet au concepteur de réaliser toutes les modifications souhaitées à tout moment pendant le processus de conception et de manière indépendante.

Cela donne aux concepteurs par la suite, à leur tour, la capacité d'analyser l'impact (influence) des paramètres géométriques de conception sur la forme de l'espace de travail et également sur ses caractéristiques quantitatives telles que le volume, l'aire de l'enveloppe surfacique et l'aire d'une section transversale (espace de travail en orientation constante).

L'usage des paramètres pour manipuler l'espace de travail nous permet de créer des modèles très flexibles, agiles, et parfaitement adaptables aux spécifications et besoins de la conception, i.e., plus accessible à l'optimisation.

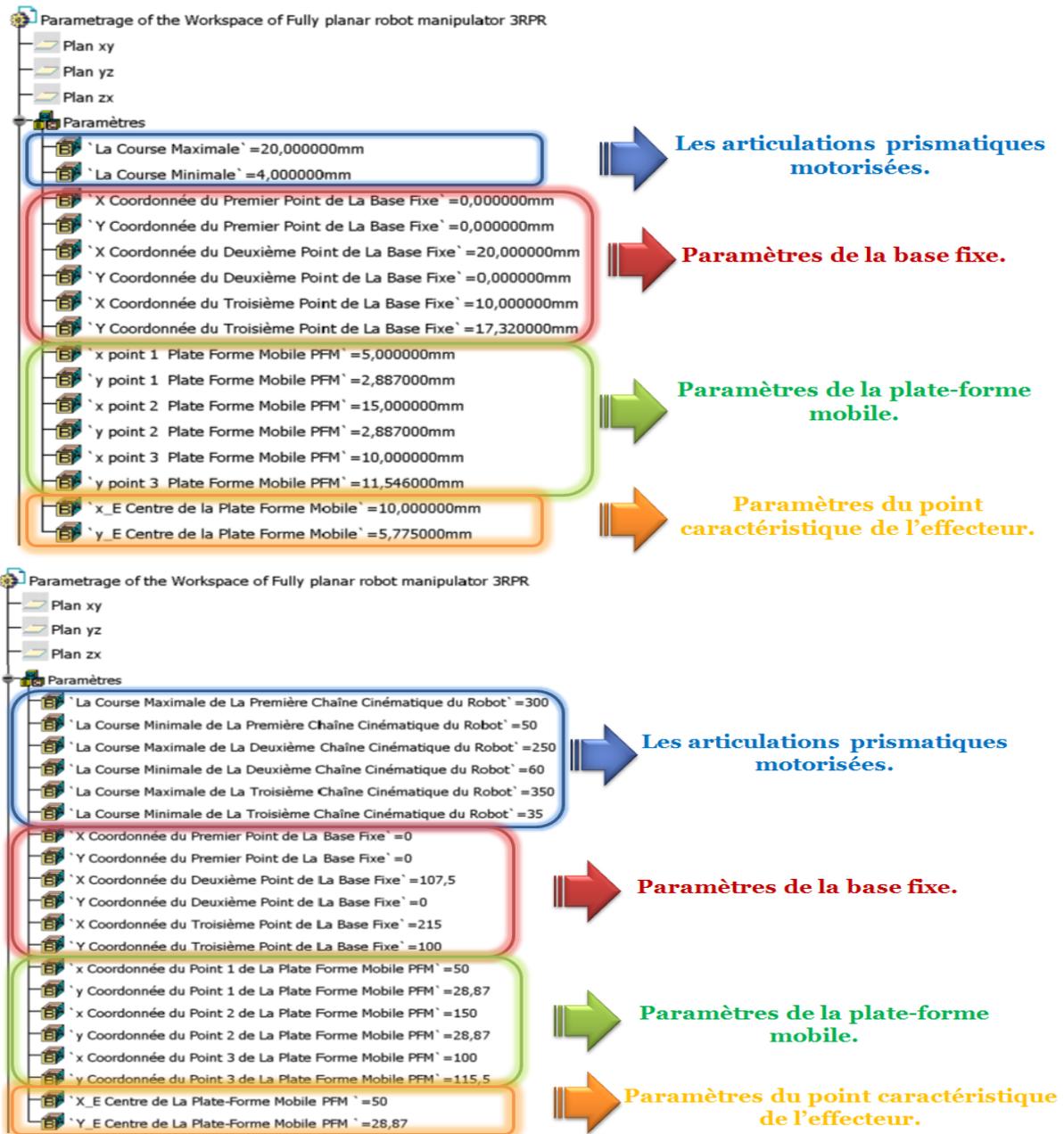
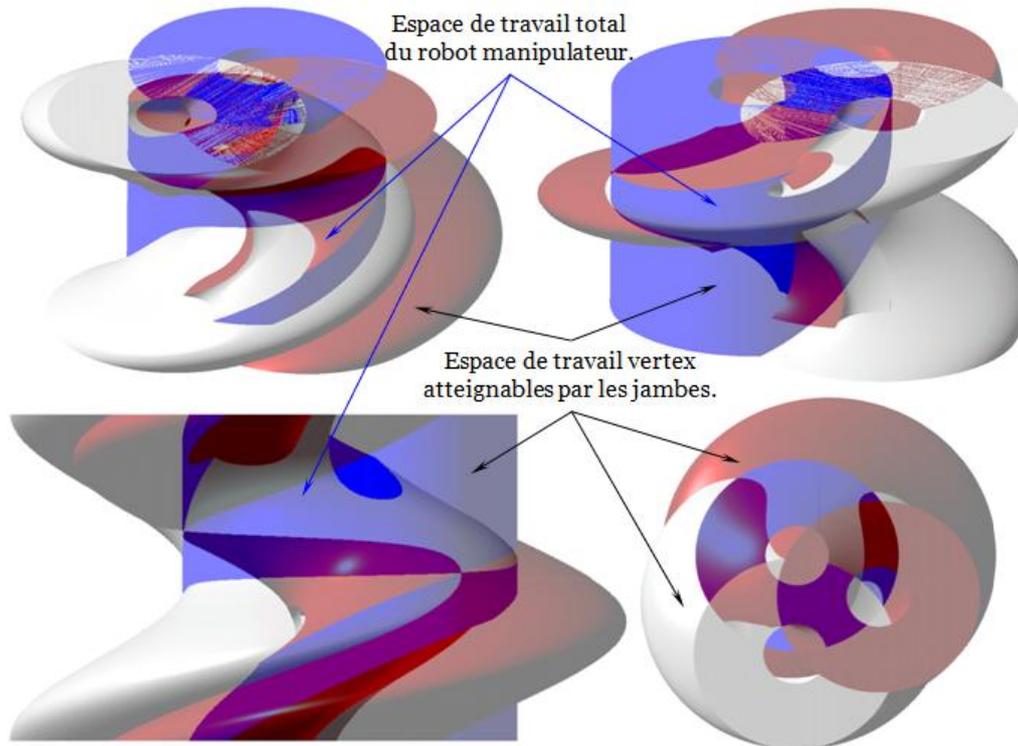


Figure 2-22: La structure de l'arborescence du modèle paramétrique de l'espace de travail total tridimensionnel dans l'environnement de CAO-CATIA®.

## 2.5.6 Analyses topologiques de l'espace de travail du robot 3-RPR

Si nous regardons les surfaces qui délimitent l'espace de travail total tridimensionnel dans la **Figure 2-23**, nous pouvons conclure que les surfaces frontières extérieures de l'espace de travail du robot manipulateur sont les surfaces atteignables par le point caractéristique  $E$  de l'effecteur fixé sur la plate-forme mobile du robot lorsqu'au moins une des articulations prismatiques motorisées atteint sa longueur maximale. A l'inverse, les surfaces frontières intérieures de l'espace de travail du robot manipulateur sont les surfaces atteignables par le point  $E$  lorsqu'au moins une des articulations prismatiques motorisées est rétractée à sa longueur minimale. Nous apercevons à partir de la **Figure 2-23** que les surfaces limites de l'espace de travail total en 3D (sans tenir compte des singularités existantes à l'intérieur de l'espace de travail) sont définies en général par les débattements articulaires des liaisons prismatiques motorisées du robot manipulateur de type 3-RPR plan.



**Figure 2-23:** Plusieurs vues montrent la position relative de l'espace de travail total tridimensionnel du robot manipulateur 3-RPR type-1 dans le **Tableau 2-2** par rapport aux espaces de travail atteignables par les chaînes cinématiques.

De plus, examinons l'espace de travail dépeint dans la même figure, nous pouvons observer que la surface inférieure de ce solide représente l'espace de travail en orientation constante quand  $\beta = 0$ , tandis que, la surface supérieure de ce solide 3D représente l'espace de travail en orientation constante pour la valeur  $\beta = 2\pi$ , nous constatons que les deux surfaces sont complètement identiques. Ce constat nous permet de dire que l'espace de travail du robot manipulateur est périodique en fonction de l'angle d'orientation de la plate-forme mobile.

### 2.5.7 Application à la conception du robot plan de type 3-RPR

Dans cette section, nous analysons l'influence de la position du point caractéristique  $E$  de l'effecteur sur deux propriétés caractéristiques de l'espace de travail total du robot manipulateur plan de type 3-RPR:

- La première est une propriété caractéristique quantitative: nous analysons le volume de l'espace de travail total comme une fonction de la position du point caractéristique  $E$  de l'effecteur.
- La deuxième est une caractéristique de forme: nous analysons la forme de l'espace de travail total qui dépend de la position du point  $E$  sur la plate-forme mobile du robot manipulateur. En d'autres termes, nous analysons la surface enveloppe contenant le solide de l'espace de travail total du robot manipulateur étudié.

En fait, les résultats obtenus à partir de cette étude quantitative et topologique, confirme qu'il n'y a aucune influence de la position du point caractéristique de l'effecteur sur la valeur numérique du volume de l'espace de travail total. Par conséquent, nous définissons un critère spécifique pour analyser et pour caractériser l'espace de travail du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR. Cet indice est appelé *complexité de forme de l'espace total du robot manipulateur*. Nous pouvons donner la définition suivante pour ce critère:

L'indice de complexité de forme de l'espace total du robot manipulateur est le rapport entre la surface totale de l'enveloppe délimitant l'espace de travail total du robot manipulateur ( $A$ ) et le volume de l'espace de travail total ( $V$ ).

Cela peut être écrit sous la forme suivante:

$$\text{Indice de complexité de forme de l'espace total } \delta = A/V$$

Nous allons démontrer que la position du point caractéristique de l'effecteur n'influe pas sur la valeur numérique du volume de l'espace de travail total du robot manipulateur. C'est pourquoi, nous avons conclu que pour la même valeur de volume de l'espace de travail total, la superficie la plus grande de l'enveloppe délimitant ce dernier, correspond à la valeur la plus grande pour l'indice de complexité de la forme de l'espace de travail total du robot manipulateur. Ce nouveau critère peut être utilisé comme un « critère d'optimisation » pour simplifier la complexité de la trajectoire à travers l'espace de travail total du robot manipulateur lors de la planification des trajectoires, en optimisant l'emplacement du point caractéristique de l'effecteur sur la plate-forme mobile dans le cas où elle n'est pas un triangle équilatéral.

Cela signifie que le robot manipulateur parallèle plan doit idéalement avoir un grand espace de travail total, et en même temps, un faible indice de complexité de forme [Wu-Jong, et al., 2008]. Plusieurs exemples quantitatifs seront utilisés au cours de cette section pour démontrer et illustrer l'utilisation de cet indice pour caractériser l'espace de travail total du robot manipulateur. La *Figure 2-24*, la *Figure 2-25*, la *Figure 2-28* et la *Figure 2-29* représentent l'espace de travail total du robot manipulateur de type 3-RPR déterminé par la méthodologie CAO-Géométrie programmée au moyen de l'interface graphique interactive du logiciel de CAO-CATIA® présentée précédemment dans ce chapitre, pour deux cas en fonction de la position du point caractéristique  $E$  de l'effecteur sur la plate-forme mobile (pour chaque robot). Les paramètres géométriques pour les deux robots sont exposés ci-dessous:

Paramètres géométriques 3-RPR	Manipulateurs 3-RPR	Coordonnées		Coordonnées du point $A_2$		Coordonnées du point $A_3$		Angle		
		$\rho_{max}$	$\rho_{min}$	$(c_2, d_2)$	$(c_3, d_3)$	$l_2$ et $l_3$	$(\varphi)$			
Valeurs numériques	A	280	100	215	0	107,5	186,195	100	100	60°
	B	330	130	215	0	107,5	186,195	150	150	60°

Tableau 2-3: Paramètres géométriques pour les robots de types A et B.

**Premier cas (1):** pour le robot de type-A dans le *Tableau 2-3* présenté dans la *Figure 2-24* et la *Figure 2-25*, nous avons déterminé l'espace de travail total pour deux positions différentes du point  $E$ , le volume de l'espace de travail est le même  $V_1 = V_2 = 3,641 \cdot 10^{+7}$  [Unité]<sup>3</sup>. En ce qui concerne la surface enveloppe, cette surface est calculée comme suit:

$$AA = \text{Enveloppe extérieur} + \text{Surfaces internes (surface des trous)}$$

Pour la première position du point caractéristique  $E$  de l'effecteur ( $A_1$ ), voir la *Figure 2-24*, et la *Figure 2-27*:

$$AA_{A1} = S_{A1} + S_{B1} + S_{C1} + (\text{Surfaces internes})_{A_1}$$

$$AA_{A1} = 1447106,191 \text{ [Unité]}^2$$

Pour la deuxième position de l'effecteur ( $A_2$ ), voir la *Figure 2-25* et également la *Figure 2-26*:

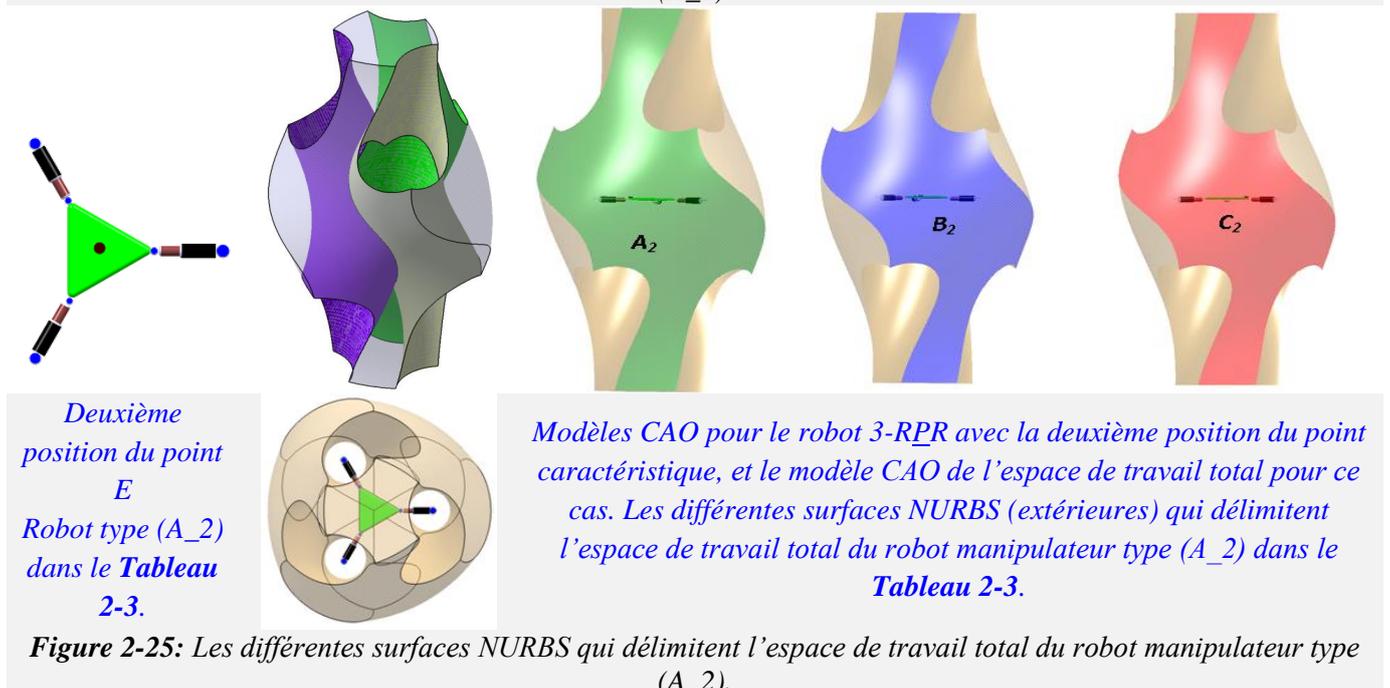
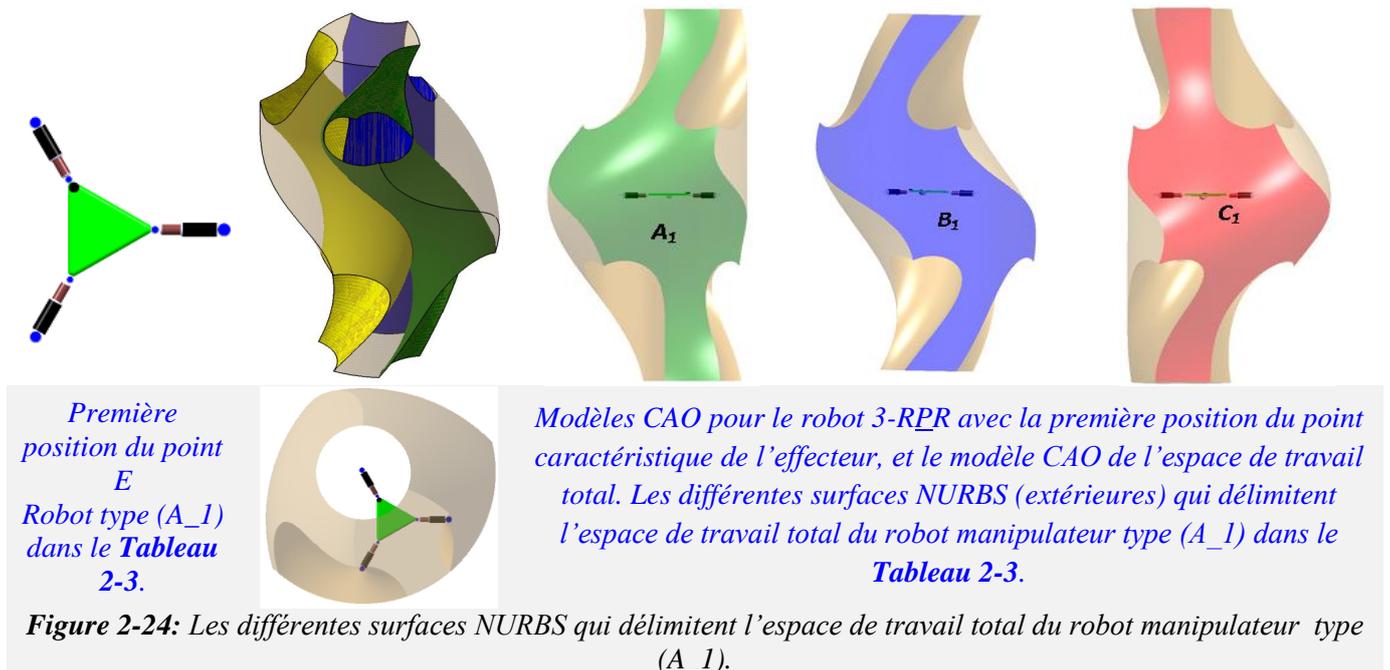
$$AA_{A2} = S_{A2} + S_{B2} + S_{C2} + (\text{Surfaces internes})_{A_2}, AA_{A2} = 1399001,154 \text{ [Unité]}^2$$

avec  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$ , désignant les surfaces latérales qui délimitent l'espace de travail total tridimensionnel. Ces surfaces sont associées aux trois chaînes cinématiques quand celles-ci sont considérées comme des chaînes sérielles isolées du reste du mécanisme.

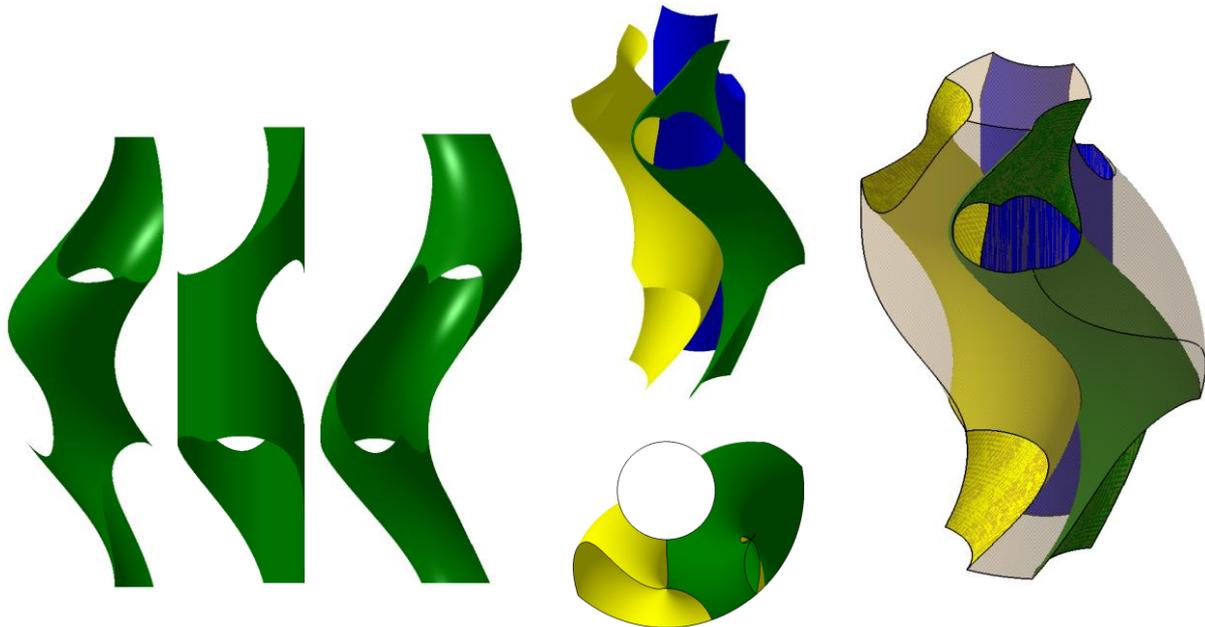
Quant aux surfaces internes: celles-ci désignent les surfaces des trous qui existent à l'intérieur de l'espace de travail total du robot manipulateur. Nous obtenons, pour les deux positions du point caractéristique  $E$  de l'effecteur sur la plate-forme mobile, la relation liée aux deux indices suivants:

$$\delta_{A_1} / \delta_{A_2} = 1,034$$

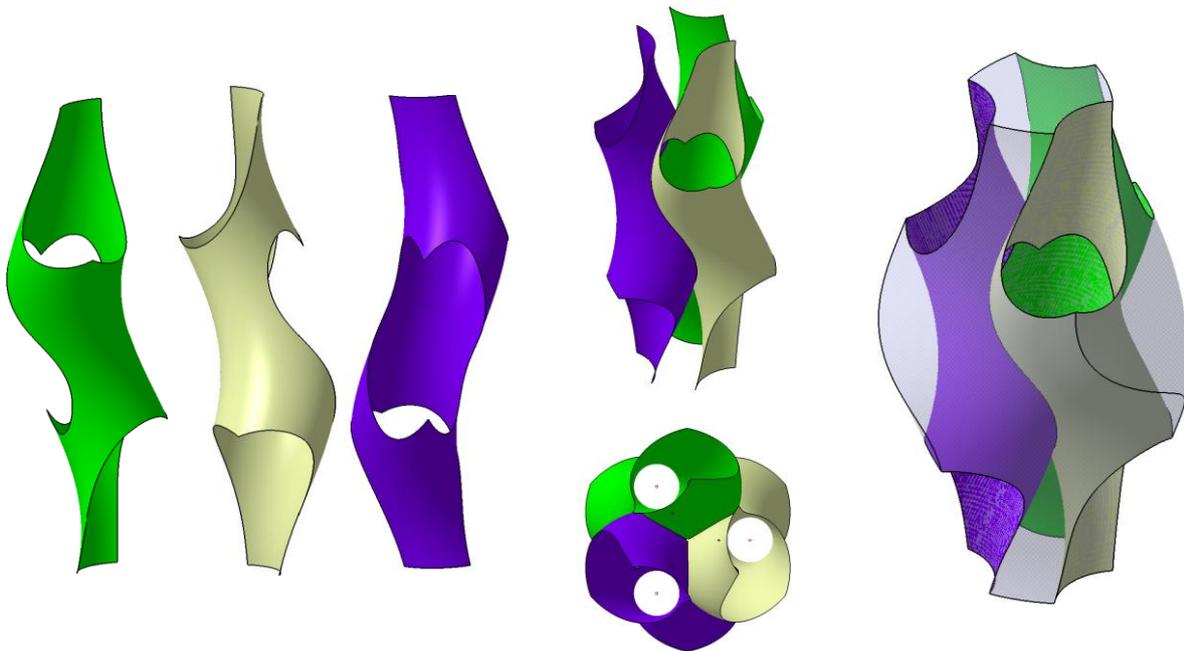
Nous pouvons conclure à partir de ces valeurs que l'indice de complexité de forme de l'espace de travail total dans le premier cas ( $A_1$ ) est plus grand que celui dans le deuxième cas ( $A_2$ ). La **Figure 2-24** et la **Figure 2-25** montrent les modèles CAO du robot manipulateur de type 3-RPR pour deux positions différentes du point caractéristique de l'effecteur, elle montre également une vue en perspective 3D de l'espace de travail total du robot manipulateur pour les deux positions du point  $E$  et aussi les vues de dessus des espaces de travail totaux.



Les surfaces NURBS (extérieures et intérieures) qui délimitent l'espace de travail total pour le robot A sont montrées dans la *Figure 2-26* et la *Figure 2-27*:



*Figure 2-26: Les différentes surfaces NURBS qui délimitent l'espace de travail total du robot manipulateur type (A\_1) dans le Tableau 2-3.*



*Figure 2-27: Les différentes surfaces NURBS qui délimitent l'espace de travail total du robot manipulateur type (A\_2) dans le Tableau 2-3.*

**Deuxième cas (2):** pour le robot de type-B dans le *Tableau 2-3*, nous avons suivi la même démarche pour analyser l'influence de la position du point caractéristique de l'effecteur sur l'espace de travail total. Nous trouvons que le volume est le même  $V = 5,441 * 10^{+7} [\text{Unité}]^3$   
 Pour la surface enveloppe, cette surface est calculée comme suit:

$$AA = \text{Enveloppe extérieur} + \text{Surfaces internes (surface des trous)}$$

Pour la première position du point  $E$  ( $B_{-1}$ ), voir la *Figure 2-28* et la *Figure 2-29*:

$$AA_{B1} = S_{A1} + S_{B1} + S_{C1} + (\text{Surfaces internes})_{B_{-1}}$$

$$AA_{B1} = 1749387,375 [\text{Unité}]^2$$

Pour la deuxième position du point  $E$  ( $B_{-2}$ ), voir la *Figure 2-28* et la *Figure 2-30*:

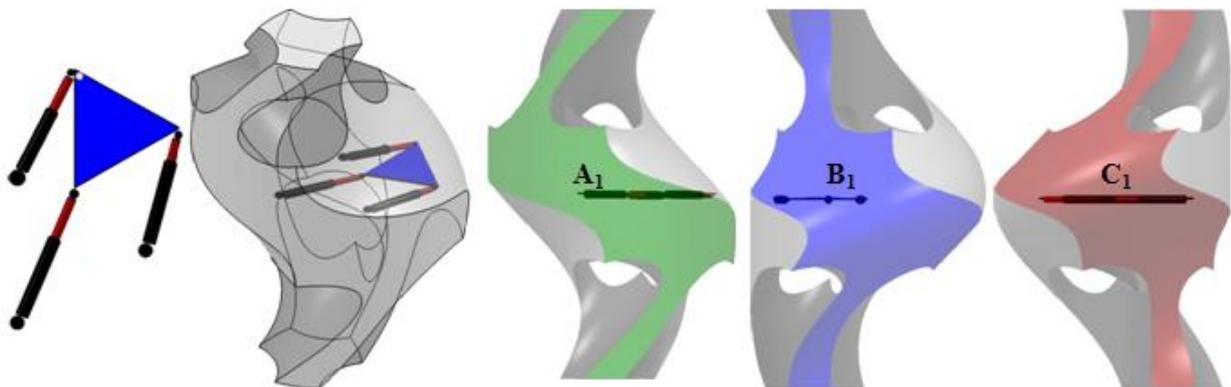
$$AA_{B2} = S_{A2} + S_{B2} + S_{C2} + (\text{Surfaces internes})_{B_{-2}}$$

$$AA_{B2} = 1642498,33 [\text{Unité}]^2.$$

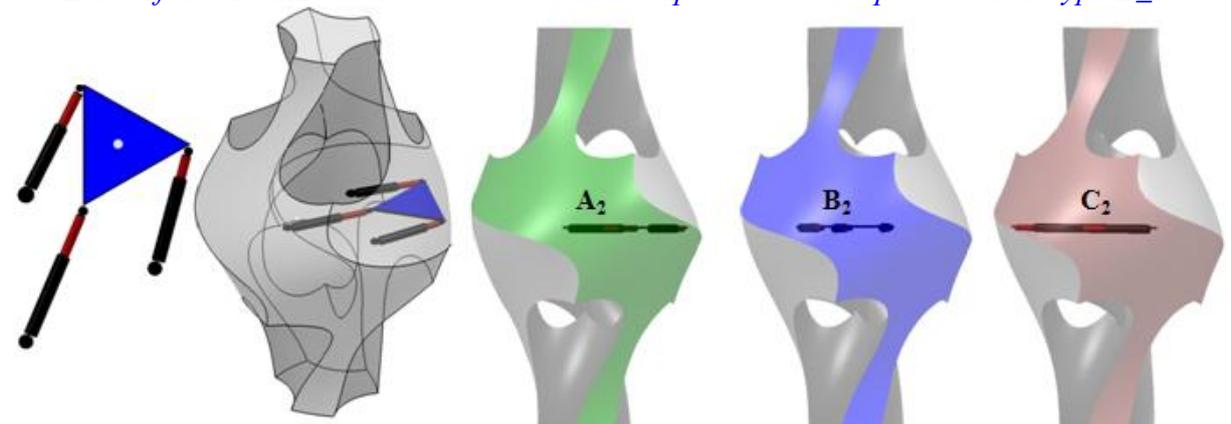
Nous obtenons pour les deux positions du point  $E$  sur la plate-forme mobile, la relation entre les deux indices suivants:

$$\delta_{B_{-1}} / \delta_{B_{-2}} = 1,065.$$

Cette relation peut décrire la régularité de la forme de l'espace de travail total en 3D du robot manipulateur de type 3-RPR. Nous pouvons voir à partir de ces valeurs que l'indice de complexité de forme de l'espace de travail dans le premier cas ( $B_{-1}$ ) est plus grand que dans le deuxième cas ( $B_{-2}$ ).

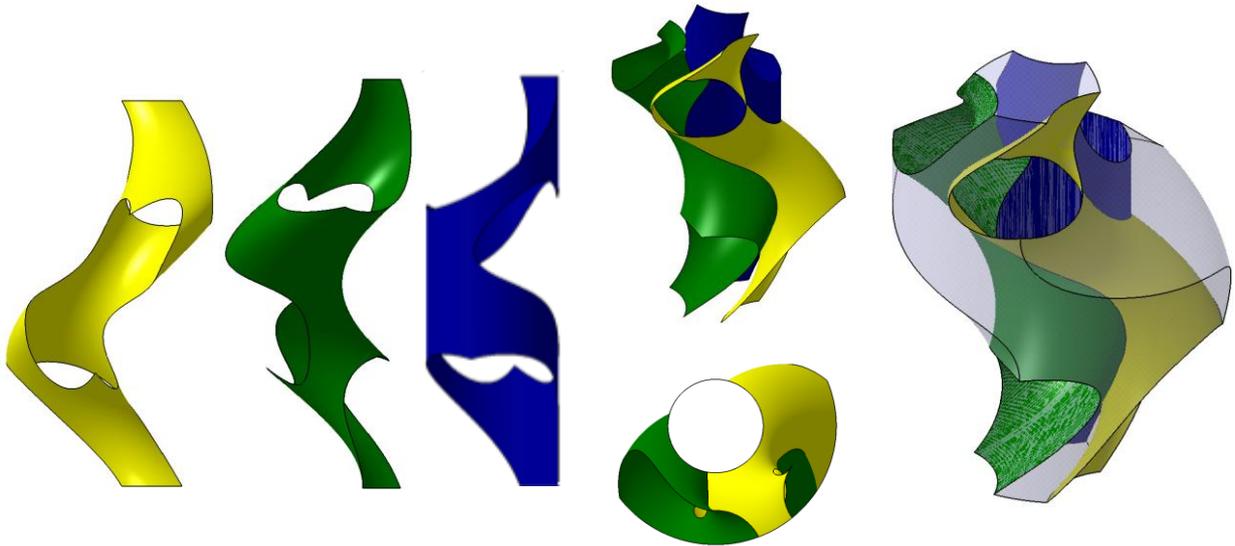


*Les surfaces NURBS extérieures délimitant l'espace de travail pour le robot type  $B_{-1}$ .*

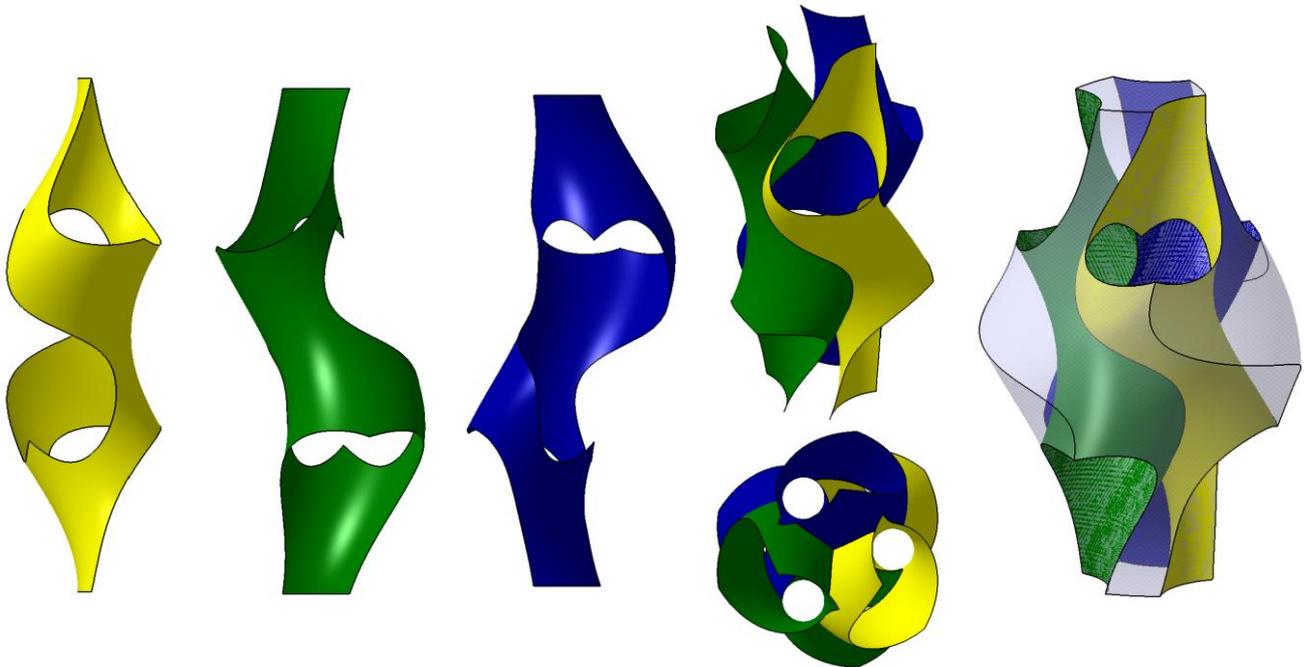


*Les surfaces NURBS extérieures délimitant l'espace de travail pour le robot type  $B_{-2}$ .*

**Figure 2-28:** Les surfaces NURBS extérieures délimitant l'espace de travail pour le robot type-B dans le Tableau 2-3.



*Figure 2-29: Les surfaces NURBS des trous délimitant l'espace de travail pour le robot type (B\_1) dans le Tableau 2-3.*



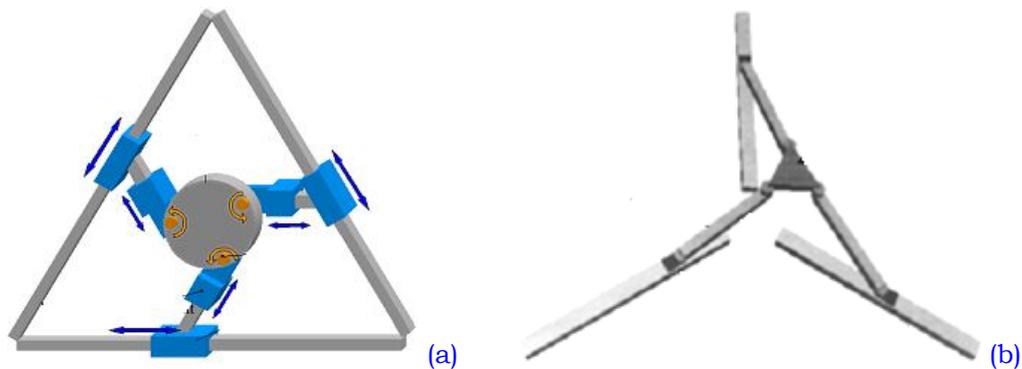
*Figure 2-30: Les surfaces NURBS des trous délimitant l'espace de travail pour le robot type (B\_2) dans le Tableau 2-3.*

Par conséquent, nous pourrions alors conclure que, pour cet exemple, l'espace de travail a une forme plus régulière lorsque le point caractéristique  $E$  de l'effecteur est situé au centre géométrique de la plate-forme mobile du robot manipulateur. Par conséquent, l'indice de complexité de forme est alors plus faible. Les **Annexes 2-3** comprennent une étude complémentaire de l'influence de cet indice sur le volume et la forme de l'espace de travail du robot manipulateur plan de type 3-RPR plan.

### **2.5.8 Généralisation de la méthode CAO-Géométrique proposée pour déterminer l'espace de travail total: quelques exemples d'application**

La généralisation de notre approche CAO-Géométrique à d'autres architectures de robots parallèles plans est basée sur le principe et le constat suivant:

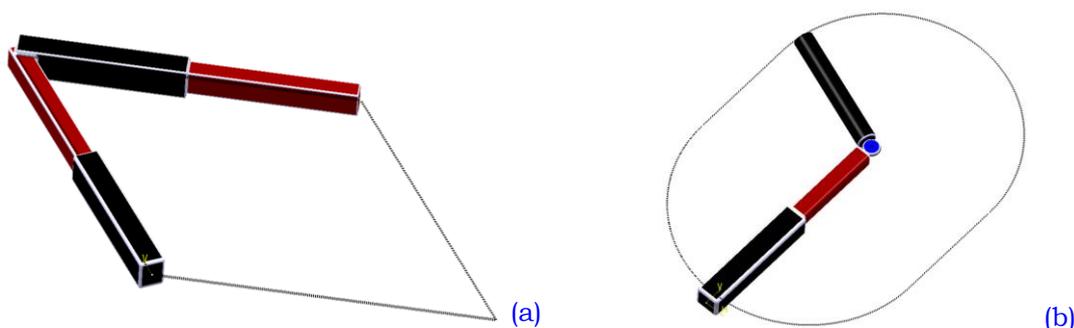
« La surface vertex est définie comme étant la région atteignable par l'extrémité de la chaîne cinématique, en tenant compte des contraintes cinématiques imposées par les articulations de la chaîne dont la jambe est composée tout en ignorant les contraintes imposées par toutes les autres chaînes cinématiques. Par conséquent, la forme de chaque surface vertex est constante pour un robot manipulateur parallèle donné ayant des chaînes cinématiques identiques pour toutes les orientations de la plate-forme mobile même si sa position change en fonction de l'orientation de la plate-forme ». A partir de ce constat, l'espace de travail (en orientation constante et totale) pour d'autres types de robots parallèles plans peut être facilement déterminé en faisant varier juste la forme de la surface vertex atteignable par les extrémités des chaînes cinématiques du robot. Nous présentons dans ce chapitre quelques exemples d'application qui montrent l'efficacité de la généralisation de notre méthodologie géométrique programmée dans un environnement de CAO-CATIA® pour la détermination d'espace de travail total des robots manipulateurs plans en l'appliquant sur plusieurs types de robots manipulateurs tels que le robot plan de type 3-RRR, 3-PPR, et 3-PRR. La **Figure 2-31** (a, b) montre les modèles CAO pour les robots manipulateurs parallèles plans de type 3-PPR et 3-PRR respectivement.



**Figure 2-31:** Modèles CAO pour les robots manipulateurs plans de type 3-PPR (a) et de type 3-PRR (b).

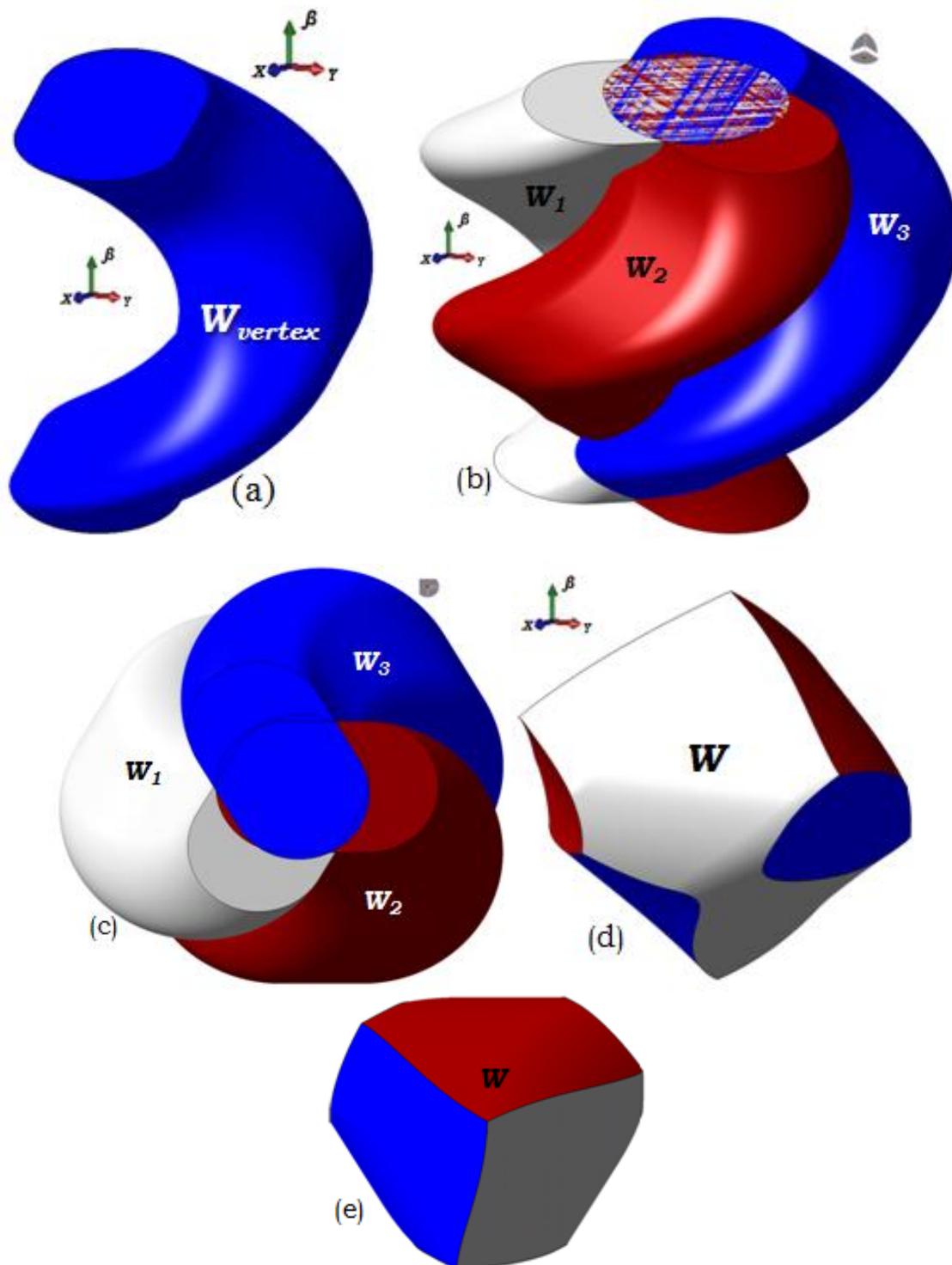
Pour le robot manipulateur de type 3-PPR présenté dans la **Figure 2-31** (a): ce robot est constitué de trois chaînes cinématiques identiques de type PPR motorisées par les premières articulations prismatiques. Il dispose de trois degrés de liberté, deux degrés en translation et un degré en rotation. La surface vertex balayée par l'extrémité de chaque jambe est illustrée dans la **Figure 2-32** (a).

Quant au robot manipulateur de type 3-PRR présenté dans la **Figure 2-31** (b): chacune de ses chaînes cinématiques de type PRR reliant la base fixe à la plate-forme mobile est composée d'une articulation prismatique motorisée suivie par deux articulations pivots passives. La surface vertex balayée par l'extrémité de chaque jambe est illustrée dans la **Figure 2-32** (b).

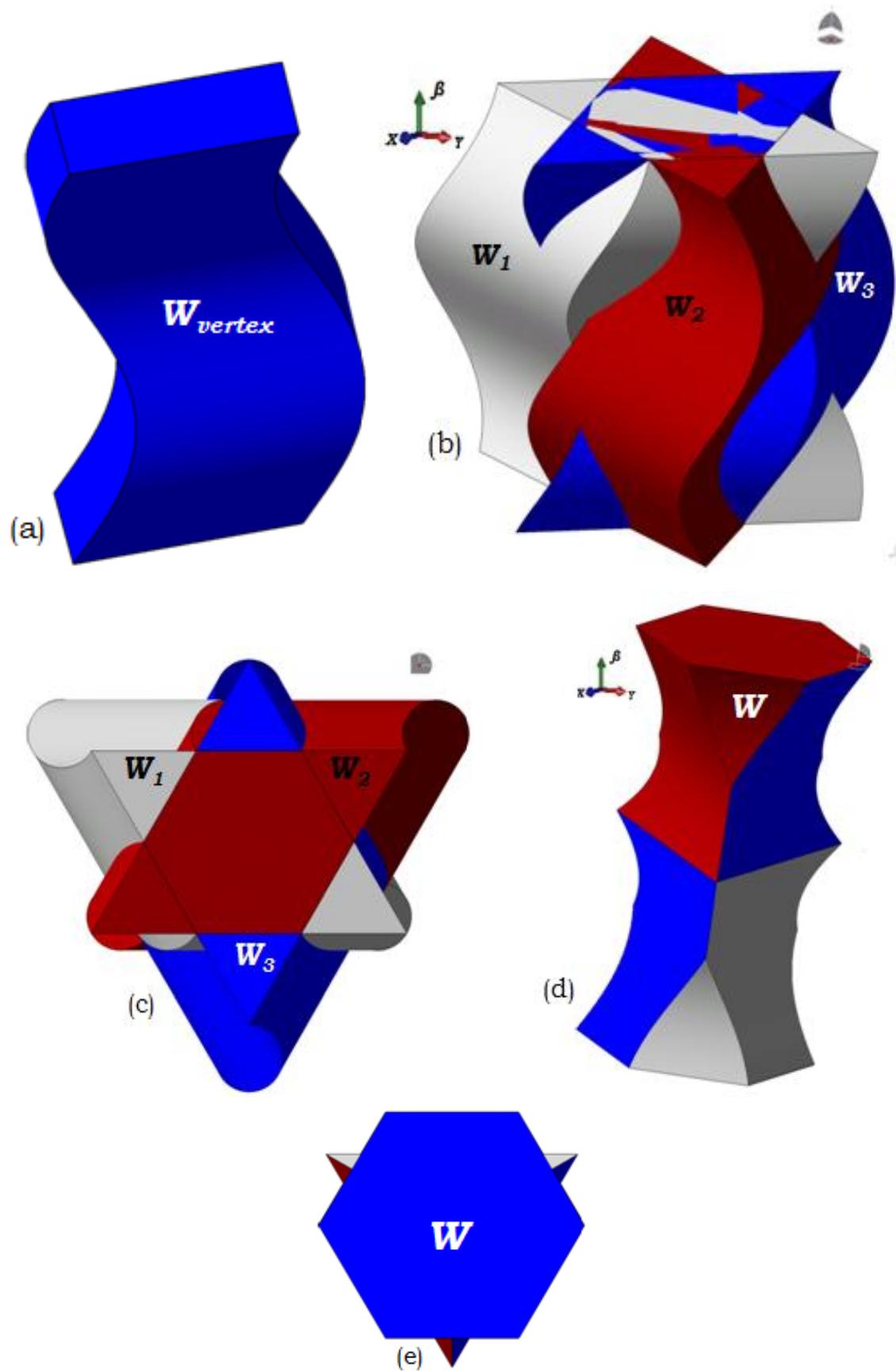


**Figure 2-32:** Surfaces vertex balayées par l'extrémité de la chaîne cinématique de type PPR (a), PRR (b).

La *Figure 2-33* et la *Figure 2-34* suivantes exposent des représentations tridimensionnelles des espaces de travail individuels atteignables par les extrémités des chaînes cinématiques pour toutes les orientations possibles des robots manipulateurs parallèles plans de type 3-PRR et 3-PPR. Ces volumes sont représentés comme des solides. Egalement, nous présentons dans les mêmes figures les étapes suivies pour la détermination de l'espace de travail total en 3D du robot manipulateur en utilisant notre méthodologie détaillée auparavant dans ce chapitre.

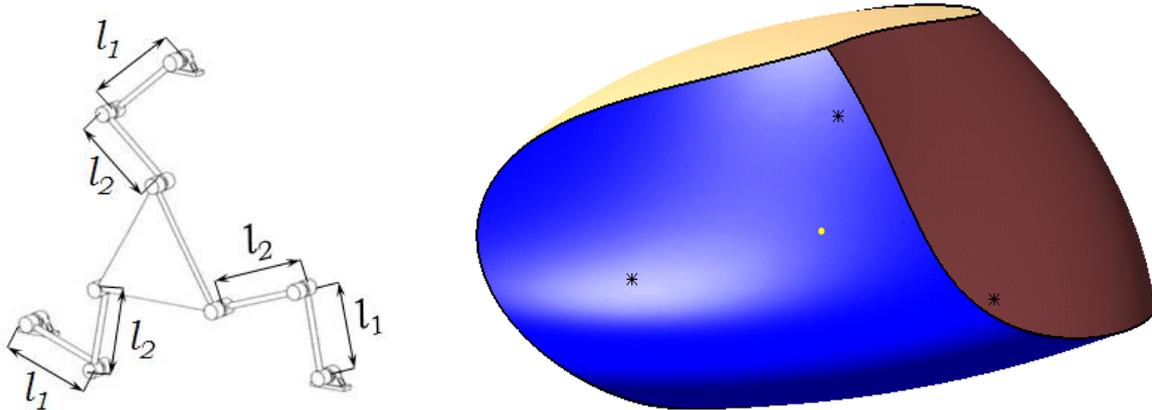


*Figure 2-33: Etapes suivies pour la détermination de l'espace de travail total en 3D moyennant la méthodologie CAO-Géométrique pour le robot manipulateur plan de type 3-PRR.*



*Figure 2-34: Etapes suivies pour la détermination de l'espace de travail total en 3D moyennant la méthodologie CAO-Géométrique pour le robot manipulateur plan de type 3-PPR.*

Finalement, en ce qui concerne le robot de type 3-RRR plan représenté dans la **Figure 2-35** par son modèle CAO, nous pouvons obtenir le même espace de travail total que le robot de type 3-RPR. Pour ce robot, les surfaces vertex atteignables par les extrémités des chaînes cinématiques sont également des régions annulaires. Les rayons maximaux de ces régions annulaires sont donnés par  $l_1+l_2$ . Tandis que les rayons minimaux sont donnés par  $|l_1-l_2|$ . Si  $l_1 = l_2$ , les trous internes disparaîtront, comme le montre la **Figure 2-35**. Pour cet espace de travail total nous avons utilisé les mêmes paramètres géométriques de conception que ceux utilisés dans [Chablat et al., 2004].



**Figure 2-35:** Modèle CAO pour le robot de type 3-RRR et le modèle CAO de son espace de travail total en 3D déterminé par notre approche CAO-Géométrique.

## 2.6 Comparaison de notre méthodologie CAO-Géométrique avec les autres méthodes

Dans cette section nous allons effectuer une comparaison quantitative et qualitative de notre approche CAO-Géométrique avec des autres méthodes que nous avons exposées en détails précédemment dans ce chapitre. Nous systématisons cette comparaison sur plusieurs niveaux:

- ✓ précision;
- ✓ temps de calcul;
- ✓ complexité;
- ✓ évaluation de l'espace de travail;
- ✓ planification des trajectoires.

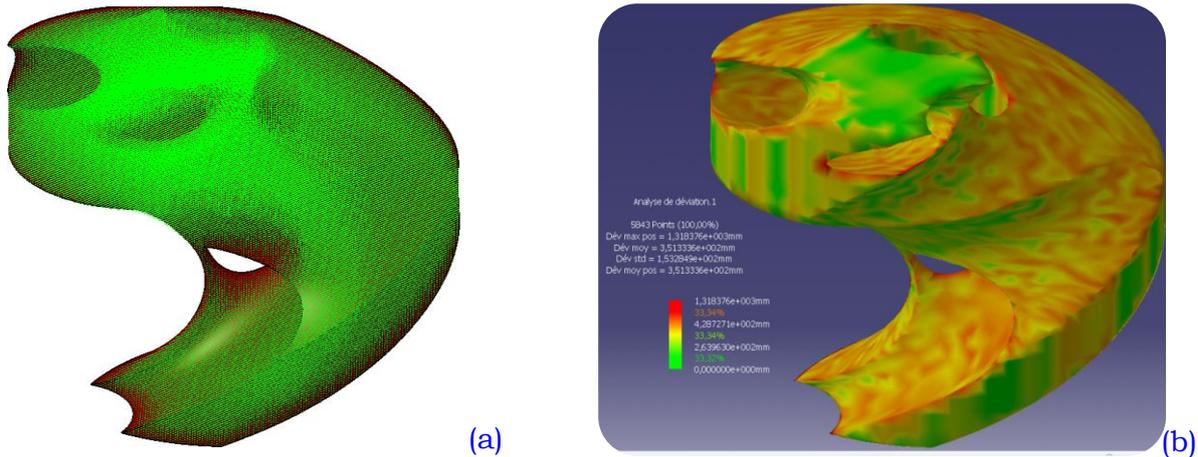
### 2.6.1 Au niveau de la précision et le temps de calcul

- **La méthode de discrétisation:** cette méthode donne une approximation de la forme de l'espace de travail du robot car la précision est directement liée au maillage (le pas de discrétisation).

La représentation de l'espace de travail aux niveaux des frontières peut impliquer un grand nombre de nœuds [Merlet, 2000]. Par conséquent, le temps de calcul augmente exponentiellement avec la finesse du pas utilisée pour la création de la grille. Ainsi, la précision obtenue par cette méthode est limitée car celle-ci est influencée vigoureusement par le pas choisi (résolution de la grille). Les figures illustrées dans l'**Annexe 2-2** illustrent clairement la différence au niveau du temps de calcul et de la précision. Dans ce contexte et de manière à clarifier profondément ce point, nous avons réalisé une cartographie des déviations entre le volume de l'espace de travail déterminé par notre méthodologie CAO-Géométrique et celle déterminée par la méthode numérique de discrétisation pour le robot manipulateur type-2 ayant les paramètres géométriques de conception mentionnés dans le

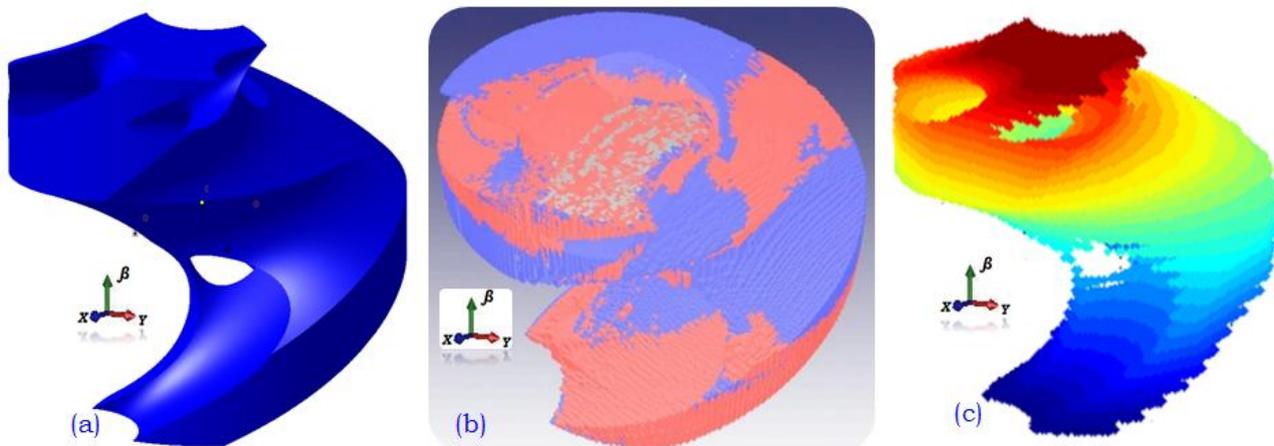
**Tableau 2-2.** Dans cette cartographie, nous avons pris le nuage de points comme référence, voir la **Figure 2-36**. D’ailleurs, cette méthode nécessite un espace de stockage volumineux pour sauvegarder les données (même avec le développement rapide des systèmes et du matériel informatique).

- Pour la **méthode octree**, elle dépend également de sa résolution (le pas choisi pour la création de l’octree). En effet, la plus petite taille des cubes détermine la précision de l’octree pour la représentation de l’espace de travail au niveau des frontières [Wenger et al., 1997 (a)]. Le grand inconvénient de cette méthode par rapport à notre approche est d’une part, la qualité de la représentation obtenue, limitée par la finesse du pas et d’autre part, le stockage de données qui est une caractéristique comparative importante.



**Figure 2-36:** Superposition du nuage de points correspondant à l’espace de travail total du robot de type 3-RPR obtenue par la méthode numérique de discrétisation et le modèle CAO de l’espace de travail obtenu par notre méthodologie CAO-Géométrique (a), Analyse de la déviation entre le nuage de points et le modèle solide de la CAO de l’espace de travail (b) pour le robot de type-1 dans le Tableau 2-2.

La **Figure 2-37** montre une comparaison de la précision au niveau de la détermination des frontières de l’espace de travail entre le modèle CAO réalisé via notre méthode géométrique implémentée dans l’environnement de CAO-CATIA® et les autres méthodes. Cette figure démontre que notre méthodologie confère une visualisation de très haute qualité de l’espace de travail en 3D. Grâce à notre approche, nous pouvons réaliser une représentation des frontières avec une précision très élevée par rapport à d’autres méthodes.



**Figure 2-37:** Comparaison de la précision dans la détermination de l’espace de travail en trois dimensions entre le modèle CAO réalisé via notre méthodologie CAO-Géométrique [Arrouk et al., 2011-C], [Arrouk et al., 2011-D] (a) et la méthode octree (b) [Ishii et al., 2011], et la méthode de discrétisation numérique [Arrouk et al., 2009-A] (c) pour le robot de type-1 dans le Tableau 2-2.

De plus, les résultats acquis moyennant notre méthodologie CAO-Géométrique sont obtenus avec un temps de calcul négligeable, la capacité de stockage des données et très faible, cela est dû au fait qu'il est indépendant du pas de discrétisation. En plus, la qualité et le coût de calcul d'un tel résultat sont indépendants de la complexité topologique d'espace de travail du robot manipulateur plan. Nous pouvons citer par exemple que la taille d'un fichier de CATIA<sup>®</sup> contenant le modèle CAO complet de l'espace de travail tridimensionnel est d'environ **2 Mégaoctet**, tandis que un fichier ASCII généré par l'outil numérique et analytique de MATLAB<sup>®</sup> est d'environ **25 Mégaoctet** pour un pas de discrétisation de 0,2 dans les directions  $(x, y, \beta)$ , et d'environ **170 Mégaoctet** pour un pas de discrétisation de 0,1 dans les directions  $(x, y, \beta)$ . Ce fichier contient le nuage de points des poses accessibles par le point caractéristique de l'effecteur du robot de type-2 dans le **Tableau 2-2**. Le nombre de points pour le premier nuage de points généré est de **667682** (**Figure 2-37** (c)) et pour le deuxième nuage de point est de **5296364** (**Figure 2-11**).

Nous pouvons affirmer que les outils de CAO produisent généralement l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans comme un solide continu, plus rapidement que les autres méthodes telles que les méthodes numériques complexes, et les méthodes algébriques.

Nous avons remarqué que, la détermination de l'espace de travail 3D illustré à la **Figure 2-37** (c) obtenu par un programme développé via le logiciel MATLAB<sup>®</sup>, dure un temps trop long pour réaliser le calcul. Une telle exécution prend environ **2,149 heures** de temps de calcul pour un pas de discrétisation égale à 0,2 suivant les trois directions  $(x, y, \beta)$ , pendant que le même calcul prend **3,5 jours** pour un pas de 0,1 en  $(x, y, \beta)$ . Les calculs ont été effectués sur un ordinateur avec les caractéristiques matérielles suivantes: 3 GHz CPU et 3,25 Gigaoctet de RAM.

Quant à la méthode algébrique par discrétisation d'octree, l'espace de travail total pour le robot manipulateur plan de type 3-RPR plan, exposé dans la **Figure 2-37** (b), est obtenu avec un temps de calcul d'environ **2,198055 heures** et le nombre de boîtes (cubes) utilisés afin de réaliser une telle représentation est de **13677836** [Ishii et al., 2011].

D'ailleurs, nous devons souligner dans ce contexte que la méthode de discrétisation requiert une durée de calcul très importante pour la détermination de l'espace de travail à chaque fois que nous changeons un ou plusieurs paramètres géométriques de conception du robot manipulateur robot étudié. Notre méthodologie employant les modèles CAO paramétrés permet aux concepteurs d'obtenir l'espace de travail 3D total, après modification des paramètres géométriques de conception du robot manipulateur, dans un temps de calcul inférieur à **1 seconde**. En fait, notre méthodologie fournit des informations très précises concernant l'espace de travail total en 3D, elle attribue également une représentation graphique considérablement lisse des frontières.

### **2.6.2 Au niveau de la complexité**

Nos approches donnent aux concepteurs la possibilité de faire face à la complexité et aussi à surmonter les difficultés de calcul qui sont liées à la détermination algébrique de l'espace de travail qui dépend généralement de l'utilisation d'un système complexe d'équations analytiques. En d'autres termes, dans la plupart des travaux existant pour la détermination de l'espace de travail que nous avons présentée précédemment, nous avons observé que, toutes les approches présentées (discrétisation, octree, géométriques, algébriques, etc.) dépendent de l'utilisation des expressions mathématiques complexes dérivées du modèle géométrique inverse du robot manipulateur.

Par exemple, concernant la méthode géométrique proposée par [Gosselin et al., 1988], [Merlet, 2000], elle est plus précise en comparaison des méthodes numériques par discrétisation. Néanmoins, ces méthodes sont assez compliquées à mettre en œuvre. Nous pouvons citer l'exemple de la détermination de l'espace de travail en orientation constante du robot plan de type 3-PRR dans [Gosselin et al., 1996 (b)]. Cet algorithme consiste brièvement à:

- 1) trouver les courbes délimitant les trois régions (surfaces vertex) qui correspondent aux contraintes liées à chaque chaîne cinématique indépendamment;
- 2) trouvez les points d'intersection de ces courbes;
- 3) diviser les courbes en portions élémentaires;
- 4) tester que chacune de ces portions élémentaires fait partie de l'enveloppe de l'espace de travail du robot manipulateur.

En fait, l'analyse de l'espace de travail pour ce type du robot moyennant cette méthode, impliquent 17 équations.

Cela n'est pas le cas pour notre méthodologie. En fait, l'approche CAO-Géométrique est une alternative intéressante, crédible, pertinente et efficace pour la résolution de la problématique et le calcul de l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans. De surcroît, notre méthodologie est un procédé purement géométrique n'ayant aucun besoin de formuler des expressions analytiques pour déterminer l'espace de travail du robot. Il suffit ainsi de générer des entités géométriques décrivant les espaces de travail individuels faisables par les chaînes cinématiques. Ensuite des opérations booléennes de type intersection sont appliquées de manière successive dans le but de déterminer le solide commun correspondant à l'espace de travail total en 3D du robot manipulateur.

### **2.6.3 Au niveau de l'évaluation des caractéristiques de l'espace de travail**

La conception optimale d'un robot manipulateur parallèle nécessite certainement une évaluation des propriétés caractéristiques fondamentales des robots telles que le volume de l'espace de travail, l'aire d'enveloppe surfacique, etc.

La plupart des méthodes utilisées pour évaluer les propriétés caractéristiques de l'espace de travail sont des méthodes numériques. En fait ces méthodes donnent des valeurs approximatives, en outre, ils ne permettent pas une détermination immédiate des caractéristiques (volumes et aire) de l'espace de travail. Nous pouvons mentionner les méthodes numériques suivantes:

- a. La procédure matrice binaire [Ceccarelli, 2004],
- b. La procédure numérique de Monte-Carlo utilisée pour déterminer le volume de l'espace de travail [Stamper et al., 1997],
- c. Le théorème de la divergence de Gauss [Gosselin et al., 1996 (a)].

En fait, la procédure de la matrice binaire est répandue dans le domaine de l'évaluation de l'espace de travail: une fois les points de l'espace de travail déterminés, nous pouvons les utiliser pour effectuer une évaluation approximative des propriétés caractéristiques de l'espace de travail du robot manipulateur. Le calcul de l'aire de la section plane de l'espace de travail (telle que l'espace de travail en orientation constante) peut être obtenu en utilisant une grille d'évaluation ou une formule algébrique [Ceccarelli, 2004].

Les inconvénients principaux de telles méthodes en générale sont que:

- a. nous devons programmer des formules spécifiques pour calculer l'aire et le volume de l'espace de travail.

- b. elles n'offrent pas des valeurs très précises (*algorithmes approximatifs*).
- c. le temps de calcul (pour programmer les formules correspondant à l'aire et au volume d'espace de travail).

Etant donné que le temps de calcul est un élément important dans un contexte de conception optimale d'un mécanisme, et afin de surmonter les inconvénients ci-dessus, nous proposons l'approche de CAO-Géométrie que nous avons développée et implémentée dans l'outil de la CAO-CATIA®. En effet, cette approche n'a pas besoin de développer des expressions pour réaliser des calculs numériques des caractéristiques d'espace de travail. Le volume et la superficie de n'importe quelle section plane à travers l'espace de travail total peuvent être calculés. Nous utilisons les fonctionnalités intrinsèques du logiciel de CAO-CATIA® pour accéder directement à ces mesures et l'utiliser ultérieurement comme des fonctions objectifs pour un problème d'optimisation.

**Remarque:** la méthode CAO-Géométrie proposée dans ce mémoire de thèse permet d'une manière très efficace aux concepteurs désirant d'analyser profondément l'espace de travail total de créer différentes sections par plusieurs plans coupants que nous pouvons manipuler très facilement en translation et en orientation suivant n'importe quelle direction spécifiée.

#### 2.6.4 Au niveau de la planification des trajectoires

L'utilisation du volume (solide) continu est très importante et utile, notamment au niveau de la planification des trajectoires à travers l'espace de travail total en comparaison à la représentation en utilisant des sections dispersées.

### 2.7 Discussions et conclusion

*Dans ce chapitre, nous avons effectué dans un premier temps une étude bibliographique très détaillée sur les méthodes et les techniques, et les algorithmes existants, utilisées pour représenter et déterminer l'espace de travail des robots manipulateurs parallèles plans. L'analyse comparative de ces techniques nous a permis de démontrer l'efficacité des méthodes géométriques. A ce niveau, nous avons présenté des nouvelles techniques, méthodes purement géométriques dans le but de déterminer et représenter l'espace de travail total tridimensionnel des robots manipulateurs parallèles plans. Cette méthode proposée est entièrement implémentée dans l'outil de CAO-CATIA® en utilisant son interface interactive de programmation d'application. Notre méthode géométrique s'affranchit de tous les inconvénients des autres méthodes existantes. En fait, la technique de CAO présentée dans ce chapitre est plus rapide et plus précise que les méthodes numériques par discrétisation et les méthodes algébriques par discrétisation d'octree.*

*D'ailleurs, notre méthode géométrique basée sur l'utilisation des fonctionnalités de l'outil de CAO-CATIA® est beaucoup moins complexe et plus accessible que les méthodes algébriques. Elles surmontent les difficultés de description de l'espace de travail, elles donnent ainsi une image plus approfondie sur la structure de l'espace de travail, ce qui la rend plus accessible à l'optimisation. L'approche géométrique présentée dans cette section montre que les outils de CAO pourraient être une alternative adéquate, pertinente, et efficace à la résolution mathématique complexe de représentation d'espace de travail total des robots manipulateurs plans. En fait, nous pouvons produire l'espace de travail, en utilisant cette approche géométrique proposée, comme un solide continu, plus rapide que les*

méthodes complexes telles que les méthodes numériques et algébriques. En outre, dans la méthode de discrétisation, même si un pas assez fin est utilisé, il est très difficile d'obtenir une représentation de très bonne qualité de l'espace de travail sans manipulation graphique supplémentaire. A ce niveau, nous avons démontré que cette approche CAO-Géométrie est très efficace pour améliorer la visualisation et la caractérisation de l'espace de travail des robots manipulateurs plans. Nous avons focalisé notre travail dans ce chapitre sur le manipulateur de type 3-RPR.

L'application des techniques géométriques proposées et présentées dans ce chapitre de thèse sont par la suite généralisées aux différentes architectures de robots plans telles que les robots 3-RRR, 3-PPR, 3-PRR. Cet aspect de la généralisation illustre ainsi l'efficacité des approches CAO-Géométrie proposées. Les méthodologies géométriques développées dans ce travail sont très utiles dans la conception optimale ainsi que dans la planification des mouvements (trajectoires) des robots manipulateurs considérés.

De surcroît, nous avons introduit un critère de conception basé sur l'analyse de l'influence de la position du point caractéristique de l'effecteur sur la plate-forme mobile. Nous avons observé que le changement du point caractéristique de l'effecteur n'influe pas sur la valeur numérique du volume d'espace de travail total en 3D, tandis qu'il influe sur la forme de l'espace de travail total du robot manipulateur de type 3-RPR plan. Dans ce contexte, nous avons conclu que plus le point caractéristique de l'effecteur est proche du centre géométrique de la plate-forme mobile plus la forme de l'espace de travail total du robot manipulateur plan de type 3-RPR est moins complexe. Plusieurs exemples d'applications ont été présentés dans le but de démontrer l'utilité d'un tel critère dans un contexte d'optimisation de la synthèse géométrique des robots.

### **3. Méthodologies CAO géométriques pour la construction de surfaces de singularités de type II pour les robots manipulateurs parallèles plans (RMPPs)**

#### **Résumé et objectifs du chapitre**

*Dans le contexte de la conception optimale de robots parallèles, il est nécessaire de connaître le lieu des singularités dans l'espace de travail. En effet, ces configurations engendrent une dégénérescence de l'équilibre statique et doivent être évitées. Dans ce chapitre, nous proposons une méthode de construction de surfaces représentant le lieu géométrique de ces singularités pour les robots parallèles plans. Cette méthode utilise une procédure basée sur les fonctionnalités du module surfacique de l'environnement CAO-CATIA®. Nous considérons particulièrement les robots plans à 3-DLL: 3-RPR et 3-RRR. La superposition de la surface de singularité et de l'espace de travail opérationnel dans une même représentation graphique 3D permet une exploitation optimale de l'espace de travail.*

*Nous présentons également une nouvelle méthodologie pour la caractérisation de surface de singularité dans l'espace de travail articulaire (l'espace de configurations), cette méthodologie permet aux concepteurs de simplifier de manière significative la représentation de cette surface par rapport aux autres techniques existantes dans la littérature. Les résultats obtenus seront utilisés par la suite afin de caractériser et d'analyser l'espace de travail articulaire.*

---

#### **Sommaire**

- 3.1 Introduction**
  - 3.2 Méthode proposée pour la construction de surface de singularité**
  - 3.3 Représentation des singularités dans l'espace articulaire.**
  - 3.4 Analyse dans l'espace articulaire.**
  - 3.5 Un cas spécial du robot manipulateur 3-RPR pour la génération des trajectoires.**
  - 3.6 Discussions et conclusion.**
-

### 3.1 Introduction

La caractérisation de l'espace de travail des robots manipulateurs est indispensable pour la conception et l'exploitation optimale de leurs performances. Pour les robots parallèles, ce problème est relativement complexe à cause de la présence d'un certain type de singularités à l'intérieur de leur espace de travail. Ces singularités peuvent séparer l'espace de travail en plusieurs régions, comme nous allons le voir ci-après, réduisant ainsi leur domaine d'utilisation potentiel.

Dans les paragraphes suivants, de nouvelles approches géométriques sont proposées pour déterminer et représenter le lieu géométrique des singularités de type II (singularité parallèle) pour les robots manipulateurs parallèles plans. Ces approches sont basées sur l'utilisation de techniques CAO pour construire et représenter ces surfaces dans l'espace opérationnel et articulaire. Les approches que nous développons pour déterminer les régions de l'espace de travail libres de singularités seront illustrées et appliquées pour plusieurs types de robots manipulateurs parallèles plans ayant des paramètres géométriques différents.

#### 3.1.1 Différents types de singularités

Une configuration d'un manipulateur est régulière (n'est pas singulière), si deux conditions sont satisfaites: d'une part, les vitesses des actionneurs déterminent toutes les vitesses du mécanisme, y compris celles de la plate-forme. D'autre part, les vitesses contrôlées de la plate-forme déterminent toutes les vitesses du mécanisme, y compris celles des actionneurs [Zlatanov et al., 1994 (a, b)]. Une configuration singulière d'un manipulateur parallèle correspond à une configuration dans laquelle le robot manipulateur perd sa rigidité et l'effecteur possède des degrés de liberté incontrôlables [Merlet, 1998]. L'équation qui décrit la relation entre les variables d'entrée  $\theta$  (les coordonnées articulaires) et les variables de sortie  $x$  (les coordonnées opérationnelles) peut être écrite sous la forme suivante:

$$f(x, \theta) = 0 \quad (3-1)$$

La dérivation de l'équation (3-1) en fonction du temps donne le modèle cinématique écrit sous la forme suivante:

$$\mathbf{A}\dot{x} + \mathbf{B}\dot{\theta} = 0 \quad (3-2) \quad \text{Avec} \quad \mathbf{A} = \frac{\partial f}{\partial x}, \mathbf{B} = \frac{\partial f}{\partial \theta} \quad (3-3)$$

Où  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  sont les matrices jacobiennes parallèles et sérielles. Pour les robots pleinement parallèles, la matrice jacobienne sériele  $\mathbf{B}$  est, en général, une matrice diagonale. Pour un robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR, chaque terme diagonal de cette matrice est associé à une course d'une articulation prismatique motorisée. En considérant les propriétés des matrices jacobiennes  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$ , les singularités cinématiques des robots manipulateurs parallèles peuvent être classées en trois catégories [Gosselin et al., 1990]:

- les singularités de *type I*, nommées singularités sérielles apparaissent lorsque la matrice  $\mathbf{B}$  est singulière;
- les singularités de *type II*, nommées singularités parallèles apparaissent lorsque la matrice  $\mathbf{A}$  est singulière;
- les singularités de *type III*, nommées les singularités mixtes (combinées) apparaissent lorsque les matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  sont à la fois singulières.

Chacune de ces singularités a une interprétation physique différente. Les singularités de type I et II sont aussi nommées, respectivement, singularités des modèles inverses et directs

[Tsai, 1999]. Les singularités de type I se situent généralement aux frontières de l'espace de travail du robot. Ces singularités correspondent à une incapacité de déplacer l'organe terminal suivant un ou plusieurs degrés de liberté. Les expressions mathématiques qui leur sont associées sont simples. Ces singularités peuvent être facilement évitées.

Les singularités de type II correspondent à des configurations où le mécanisme gagne instantanément des degrés de liberté, i.e., la plate-forme mobile peut être en mouvement alors que les articulations motorisées sont bloquées. Dans ce cas, la rigidité du mécanisme est localement perdue [Zlatanov et al., 1994 (a)] ainsi que le contrôle du mécanisme. Ces singularités sont plus difficiles à prévoir et deviennent une préoccupation majeure pour les concepteurs de robot [Jiang et al., 2008]. Elles apparaissent à l'intérieur de l'espace de travail des mécanismes parallèles. Ces configurations peuvent séparer les différents modes d'assemblage du robot [Li et al., 2007], ce qui conduit à une forte diminution de l'espace de travail exploitable.

### 3.1.2 Méthodes de détermination de lieu géométrique des singularités des robots manipulateurs parallèles

La représentation graphique de lieu géométrique des singularités constitue un excellent moyen pour localiser des configurations potentiellement critiques. Les singularités des robots manipulateurs parallèles ont été soigneusement étudiées par les chercheurs en utilisant différentes méthodes. Dans ce sens, plusieurs approches ont été développées:

- méthodes géométriques basées sur la géométrie des droites: algèbre de Grassmann [Merlet, 1989], ou utilisant la théorie des torseurs [Zlatanov et al., 1994 (b)], [Notash 1998].
- méthodes analytiques basées sur l'analyse des déterminants des matrices jacobiennes [Gosselin et al., 1990], [Sefrioui et al., 1993], [Daniali et al., 1995 (b)], [Ma et al., 1991].
- méthodes algébriques par discrétisation d'octree [Chablat, 1998].

#### Méthodes analytiques

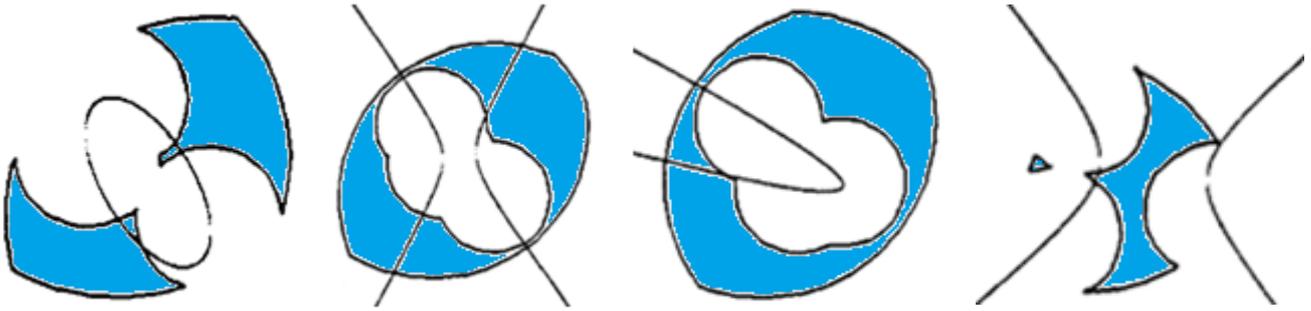
Ces méthodes sont basées sur l'analyse du déterminant de la matrice jacobienne  $\mathbf{A}$ . Le lieu géométrique des singularités de *type II* correspondent aux configurations pour lesquelles le déterminant de cette matrice est nul.

$$\det(\mathbf{A}) = 0 \quad (3-4)$$

L'application de l'approche analytique pour détecter les configurations singulières pour les robots manipulateurs ayant six degrés de mobilité est très difficile due à la complexité des expressions analytiques dérivées de la matrice jacobienne parallèle. Cette méthode est alors plus souvent utilisée pour détecter les configurations singulières des robots manipulateurs parallèles plans.

De nombreuses études sont basées sur l'analyse du déterminant des matrices jacobiennes pour déterminer les configurations singulières des manipulateurs parallèles plans [Gosselin et al., 1990], [Gosselin et al., 1995], [Sefrioui et al., 1993] et [Daniali et al., 1995 (b)]. Pour les robots spatiaux, nous pouvons citer [Ma et al., 1991], [Dheeman et al., 1997], [Khalil et al., 1996], et [Merlet et al., 2001].

La *Figure 3-1* montre une représentation bidimensionnelle des courbes associées au lieu géométrique des singularités de type II superposées sur les régions correspondant aux espaces de travail en orientation constante pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR [Sefrioui et al., 1995].

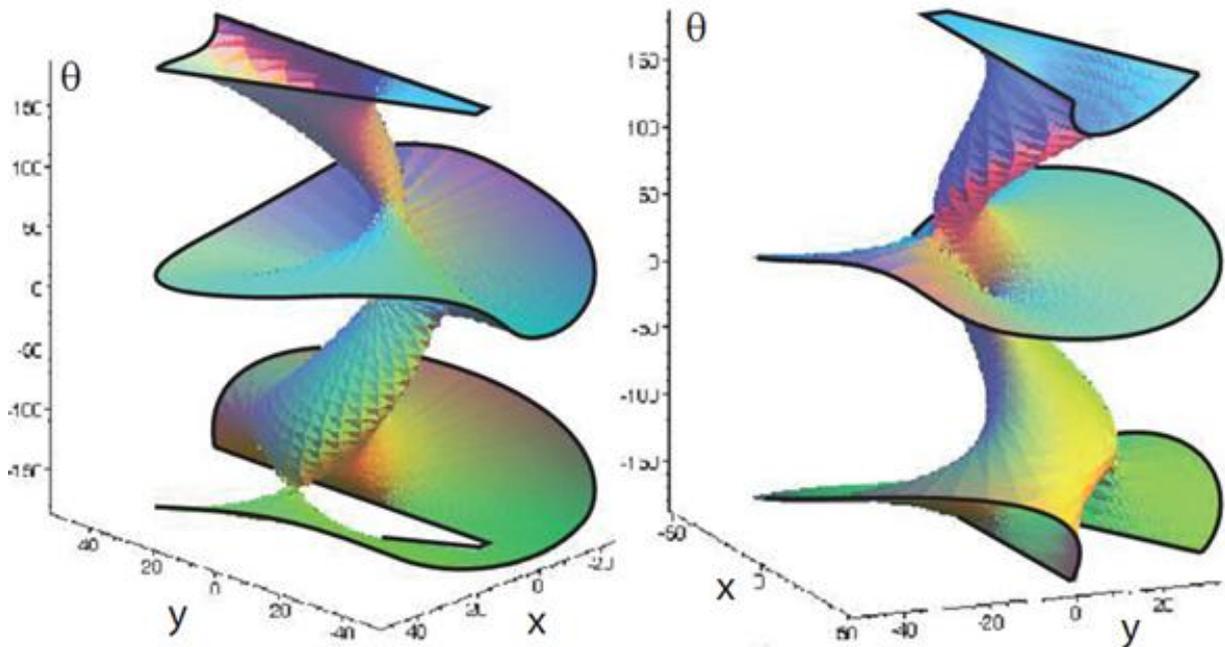


**Figure 3-1:** Superposition des courbes correspondant au lieu géométrique des singularités sur l'espace de travail en orientation constante pour plusieurs valeurs de l'angle d'orientation de la plate-forme mobile pour le RMPP de type 3-RPR [Sefrioui et al., 1995].

Un autre exemple pour la détermination et la représentation graphique tridimensionnelle de la surface de singularité parallèle est présenté dans le travail de [Macho et al., 2007], comme illustré dans la **Figure 3-2**. La détermination est réalisée en utilisant l'expression implicite de cette surface à partir du déterminant de la matrice jacobienne parallèle. Cette expression peut être mise sous la forme:

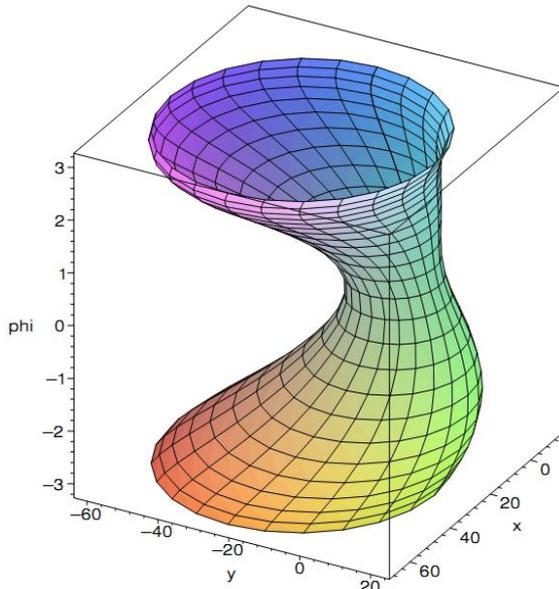
$$f(x, y, \theta) = 0 \quad (3-5)$$

Où  $(x, y, \theta)$  sont les paramètres de poses atteignables par l'effecteur.



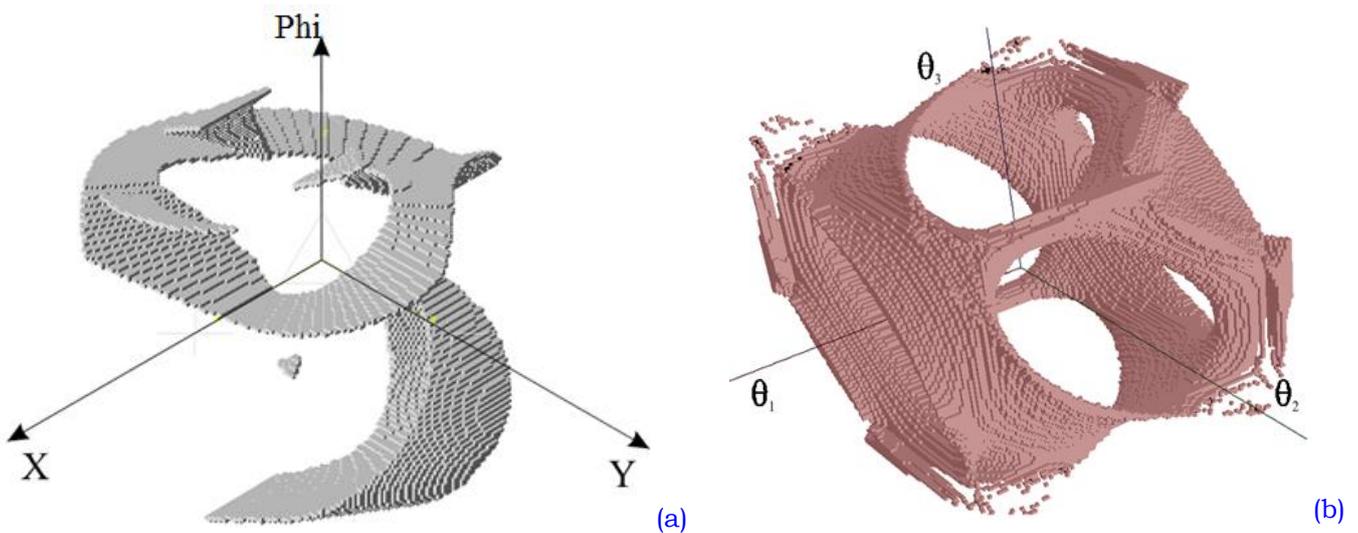
**Figure 3-2:** Surface de singularité parallèle représentée en 3D [Macho et al., 2007].

La méthode analytique dépendant de l'emploi du déterminant de la matrice jacobienne parallèle a été utilisée par [Kong, 2003]. Dans ce travail, le robot qui a été analysé est un mécanisme de type 3-RPR ayant la base fixe et la plate-forme mobile similaire. La **Figure 3-3** illustre une représentation tridimensionnelle de la surface de singularité de *type II* pour toutes les orientations possibles de la plate-forme mobile du mécanisme étudié de type 3-RPR.



**Figure 3-3:** Surface de singularité pour le robot 3-RPR avec une base fixe et une plateforme mobile sous la forme de triangles similaires (l'angle d'orientation de la plateforme mobile est donné entre  $\beta = -\pi, 0, \pi$ . Les plans des singularités pour les valeurs correspondant à  $\beta = -\pi, 0, \pi$  sont omis [Kong, 2003].

Dans le travail de [Chablat, 1998], la modélisation de la surface de singularité parallèle a été réalisée en utilisant la méthode algébrique par discrétisation d'octree, comme il est illustré dans la **Figure 3-4** pour deux types de robots parallèles. D'après [Chablat, 1998], cette modélisation est approximative, car la modélisation de surface de singularité de type II a été réalisée par un volume. Cette représentation est très dépendante de la précision de calcul choisie ou la résolution de l'octree (le pas de l'octree), qui ne doit être ni trop fin, ce qui provoque l'apparition de discontinuités, ni trop grand, ce qui, au contraire élimine ces discontinuités qui peuvent exister dans la réalité.



**Figure 3-4:** Modélisation octree des singularités parallèles d'un manipulateur de type 3-RPR (a), pour le robot de type Delta (b), [Chablat, 1998].

L'utilisation des techniques analytiques pour la détermination des lieux géométriques de singularité pour les robots manipulateurs spatiaux a été abordée dans les travaux de [St-Onge et al., 1996], [St-Onge et al., 1997], et [St-Onge et al., 2000]. Dans ces travaux, une nouvelle technique analytique basée sur l'idée de la décomposition du déterminant de la matrice jacobienne par les co-facteurs de la première ligne a été présentée. Le principe essentiel de cette technique consiste en un développement cascadié du déterminant de la matrice jacobienne. La décomposition linéaire peut être utilisée pour fournir un aperçu approfondi de la nature des lieux géométriques de singularité [St-Onge et al., 2000].

Moyennant cette méthode, les auteurs ont obtenu l'expression analytique du déterminant de la matrice jacobienne, pour des manipulateurs spatiaux généraux ayant six degrés de liberté.

### **Méthodes Géométriques pour l'analyse des configurations singulières**

Lorsque le nombre de degrés de mobilité d'un robot manipulateur devient assez grand, 5 ou 6 par exemple, l'expression du déterminant de la matrice jacobienne associée au problème de la détermination des configurations singulières devient très complexe. Cela reflète l'importance primordiale de l'existence des techniques ayant le rôle de diminuer les difficultés corrélées à la détermination de singularité en se basant sur les méthodes analytiques.

- **Méthode géométrique basée sur la géométrie de Grassmann**

Dans [Merlet, 1989], l'auteur a utilisé une approche géométrique basée sur la géométrie de Grassmann (appelée aussi la géométrie des droites de Plücker). Il a montré que l'étude des configurations singulières par l'utilisation de la géométrie de Grassmann (GG) donne des résultats intéressants et de nouvelles configurations singulières. En principe, la condition prérequis pour l'utilisation de cette méthode consiste à l'obtention des vecteurs de Plücker. Il existe des conditions introduites moyennant la géométrie de Grassmann, pour lesquelles les configurations singulières peuvent être atteintes. L'intérêt primordial de cette technique est que tous les cas de dégénérescences correspondent aux configurations singulières peuvent être caractérisés géométriquement [Merlet, 1989]. La technique fondée sur l'utilisation de la géométrie de Grassmann a été utilisée pour l'analyse de singularité des robots parallèles ayant six degrés de liberté tels que le robot manipulateur de type Gough-Stewart.

- **Méthode géométrique basée sur la théorie des torseurs**

La théorie des torseurs a été utilisée par plusieurs chercheurs [Wang et al., 1987], [Zlatanov et al., 1994 (a)], [Zlatanov et al., 1994 (b)], [Notash, 1998], et [Zhao et al., 2005], [Bonev, 2002]. Cette technique nous permet de décrire le lieu géométrique des singularités, sans avoir besoin de développer des expressions analytiques décrivant les configurations singulières. Dans [Zhao et al., 2005] cette approche a été utilisée pour déterminer les singularités des robots manipulateurs spatiaux. Les auteurs ont montré que cette méthode évite non seulement le calcul des matrices jacobiennes, mais également qu'elle permet d'associer la signification physique de la singularité.

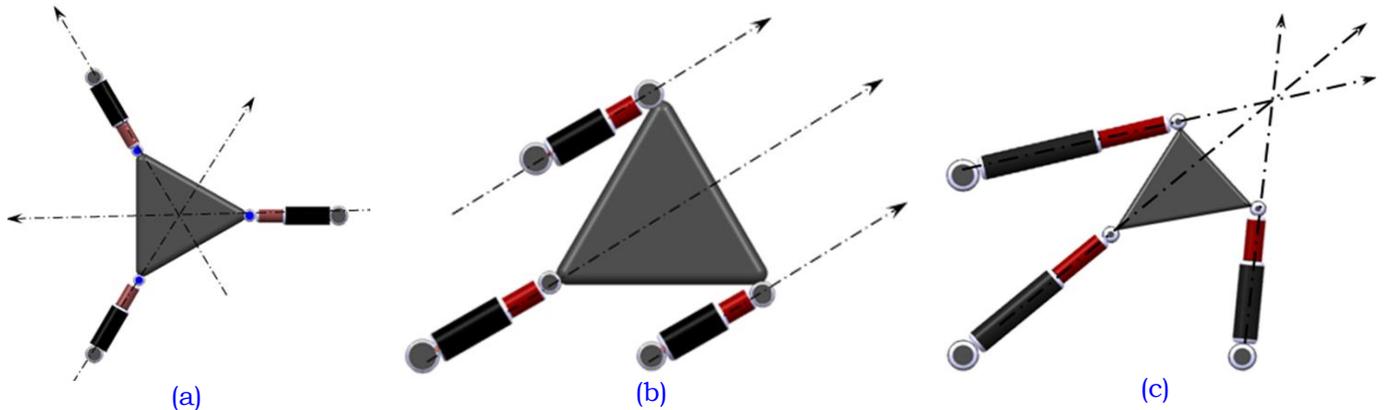
### **Technique algébrique de Grassmann-Cayley**

L'approche algébrique de Grassmann-Cayley (AGC) a été employée afin de déterminer géométriquement les configurations singulières des robots manipulateurs [Kanaan et al., 2009]. Cet algèbre est caractérisé par sa capacité à manipuler les entités géométriques sans explicitement impliquer leurs coordonnées. Les conditions de singularités dans cette méthode sont exprimées par des relations vectorielles. Cette méthode permet de donner une interprétation géométrique aux configurations singulières, ce qui présente un grand intérêt pour les concepteurs de nouveaux robots manipulateurs [Kanaan et al., 2009].

## **3.2 Méthode proposée pour la construction de surface de singularité**

Dans cette étude, nous nous intéressons à la détermination et la représentation des singularités de *type II* mentionnées dans l'introduction de ce chapitre. Ce type de singularités se trouve à l'intérieur de l'espace de travail et réduit considérablement le domaine d'utilisation

exploitable d'un robot manipulateur parallèle. La **Figure 3-5** montre le robot 3-RPR dans trois configurations singulières de type parallèles différentes. Pour ces trois cas, les axes de ses trois jambes (chaînes cinématiques) sont concourants (a, c) [Hunt, 1978] ou parallèles (b) (point d'intersection à l'infini). La mobilité non contrôlée est une rotation instantanée autour du point d'intersection. Comme pour l'espace de travail, nous proposons de représenter ces singularités dans un environnement CAO.



**Figure 3-5:** Modèles CAO pour trois configurations singulières pour le robot de type 3-RPR.

### 3.2.1 Description de la méthode proposée

La méthode proposée consiste à construire la surface de singularité à partir d'un nuage de points. La procédure proposée est structurée dans les étapes suivantes:

#### Etape 1. Acquisition d'un nuage de points correspondant au lieu géométrique des singularités de type II.

Dans cette étape nous générons un nuage de points correspondant au lieu géométrique des singularités. Cette étape est implémentée dans le logiciel MATLAB<sup>®</sup>. Elle utilise l'expression de la matrice jacobienne du modèle géométrique inverse (cf. § chapitre 2). La dérivation de ces équations par rapport au temps donne le modèle cinématique décrit par l'équation suivante:

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\boldsymbol{\beta}} = 0 \quad (3-6)$$

Où  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  sont les matrices jacobienes parallèles et sérielles  $3 \times 3$  et  $\dot{\mathbf{x}}$  représente les vitesses cartésiennes de la plate-forme mobile du robot manipulateur. Les points de l'espace opérationnel qui correspondent au lieu géométrique des singularités parallèles ou de type II sont les solutions de l'équation implicite suivante:

$$f(x, y, \beta) = 0 \quad (3-7)$$

Où  $x$ ,  $y$  et  $\beta$  représentent les déplacements finis de la plate-forme mobile du robot.

Pour le robot 3-RPR, cette équation peut être mise sous la forme d'une équation algébrique lorsque l'orientation de la plateforme est constante:

$$\det(\mathbf{A}) = K_1x^2 + K_2y^2 + K_3xy + K_4x + K_5y = 0 \quad (3-8)$$

L'équation (3-8) représente une surface quadratique.  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ ,  $K_4$ , et  $K_5$  sont des coefficients donnés par les expressions suivantes [Sefrioui et al., 1995]:

$$K_1 = -d_3 l_2 \sin(\beta)$$

$$K_2 = -(c_3 l_2 \cos(\beta) + c_2 l_3 \cos(\beta + \varphi))$$

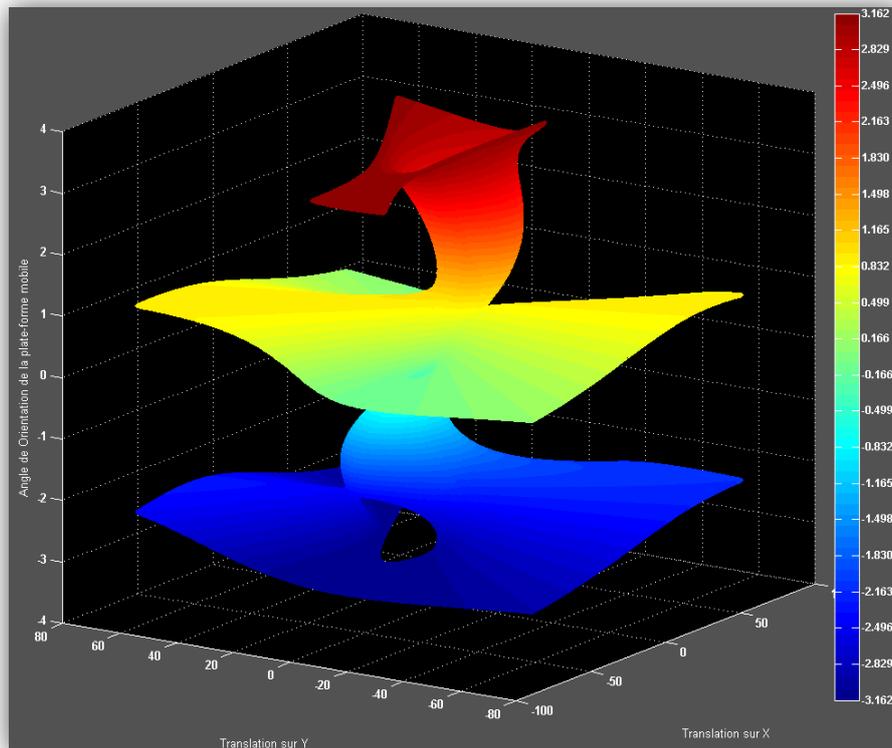
$$K_3 = d_3 l_2 \cos(\beta) + c_3 l_2 \sin(\beta) - c_2 l_3 \sin(\beta + \varphi)$$

$$K_4 = c_2 d_3 l_2 \sin(\beta) - d_3 l_2 l_3 \sin(\beta) \cos(\beta + \varphi) - (c_2 l_2 l_3 - c_3 l_2 l_3) \sin(\beta) \sin(\beta + \varphi)$$

$$K_5 = -(c_2 d_3 l_3 \cos(\beta + \varphi)) + d_3 l_2 l_3 \cos(\beta) \cos(\beta + \varphi) - c_2 c_3 l_2 \sin(\beta) + c_2 l_2 l_3 \sin(\beta) \cos(\beta + \varphi) + c_2 c_3 l_3 \sin(\beta + \varphi) - c_3 l_2 l_3 \cos(\beta) \sin(\beta + \varphi)$$

En examinant les expressions de  $K_i$  ( $i=1...5$ ), nous pouvons constater que ces quantités dépendent des paramètres géométriques du robot et de l'orientation de la plateforme mobile (cf. § 2-2). Cela signifie que les conceptions distinctes des robots manipulateurs parallèles ont des surfaces quadratiques de singularité distinctes.

L'expression (3-8) est utilisée par la suite pour déterminer le lieu géométrique des singularités parallèles. A l'aide d'un programme que nous avons développé sous MATLAB<sup>®</sup>, nous générons un nuage de points, associé au lieu géométrique des singularités de *type II*, par une discrétisation dans l'espace tridimensionnel  $(x, y, \beta)$  et une résolution de l'équation (3-8). La représentation 3D de ce nuage de points est illustrée par la **Figure 3-6** pour une architecture de robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR.



**Figure 3-6:** Représentation de nuage de points correspondant aux poses singulières dans MATLAB<sup>®</sup>.

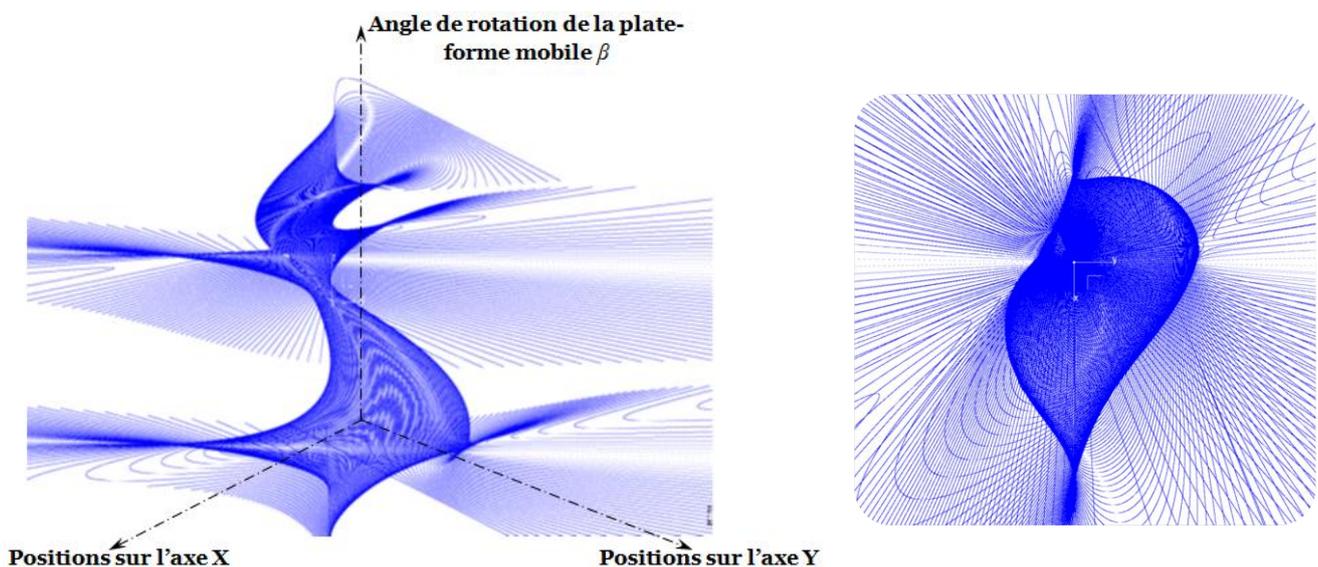
## Etape 2. Importation des points singuliers dans CATIA<sup>®</sup>

Cette étape consiste à importer le fichier contenant le nuage de points correspondant aux coordonnées des points singuliers dans l'atelier "Digitized Shape Editor" de CATIA<sup>®</sup>.

## Remarque:

- Les points correspondant au lieu géométrique des singularités ont été sauvegardés comme des fichiers au format ASCII. Il est composé de coordonnées de points singuliers selon  $x$ ,  $y$  et  $\beta$ . Nous pouvons vérifier que la distribution des points est très homogène dans toutes les directions grâce à la discrétisation régulière que nous avons utilisée dans le programme développé sous MATLAB®. Cela permet de construire une surface quadratique associée à ces poses singulières ayant une très bonne qualité. D'après [Park et al., 1999], [Leal et al., 2007], pour construire une surface NURBS à partir d'un réseau de points, il faut que ces points soient régulièrement dispersés suivant les directions  $x$ ,  $y$  et  $\beta$  dans le but d'uniformiser la densité de nuage de points et ainsi garantir la qualité de maillage avant de passer à la phase de reconstruction de la surface associée au lieu géométrique des singularités.
- Nous savons qu'en cas d'absence des limitations articulaires (les liaisons prismatiques motorisées) pour le robot 3-RPR, toutes les positions sont accessibles par la plate-forme mobile. L'angle de rotation de la plate-forme mobile peut varier entre 0 et  $2\pi$  rad. Quant à la translation, les valeurs de  $x$  et  $y$  peuvent prendre des valeurs de  $-\infty$  à  $+\infty$ . Par conséquent, il n'est pas possible de représenter la totalité des positions singulières.

La **Figure 3-7** montre une représentation 3D dans CATIA® du nuage de points correspondant aux positions singulières du manipulateur 3-RPR (robot de type-1 dans le **Tableau 2-2**). Nous pouvons remarquer que pour une orientation constante de la plate-forme mobile, les points de ce nuage se situent sur des courbes de deuxième degré, connues sous le nom de sections coniques<sup>1</sup>.



**Figure 3-7:** Nuage de points associé aux singularités parallèles représenté dans l'outil CAO-CATIA®.

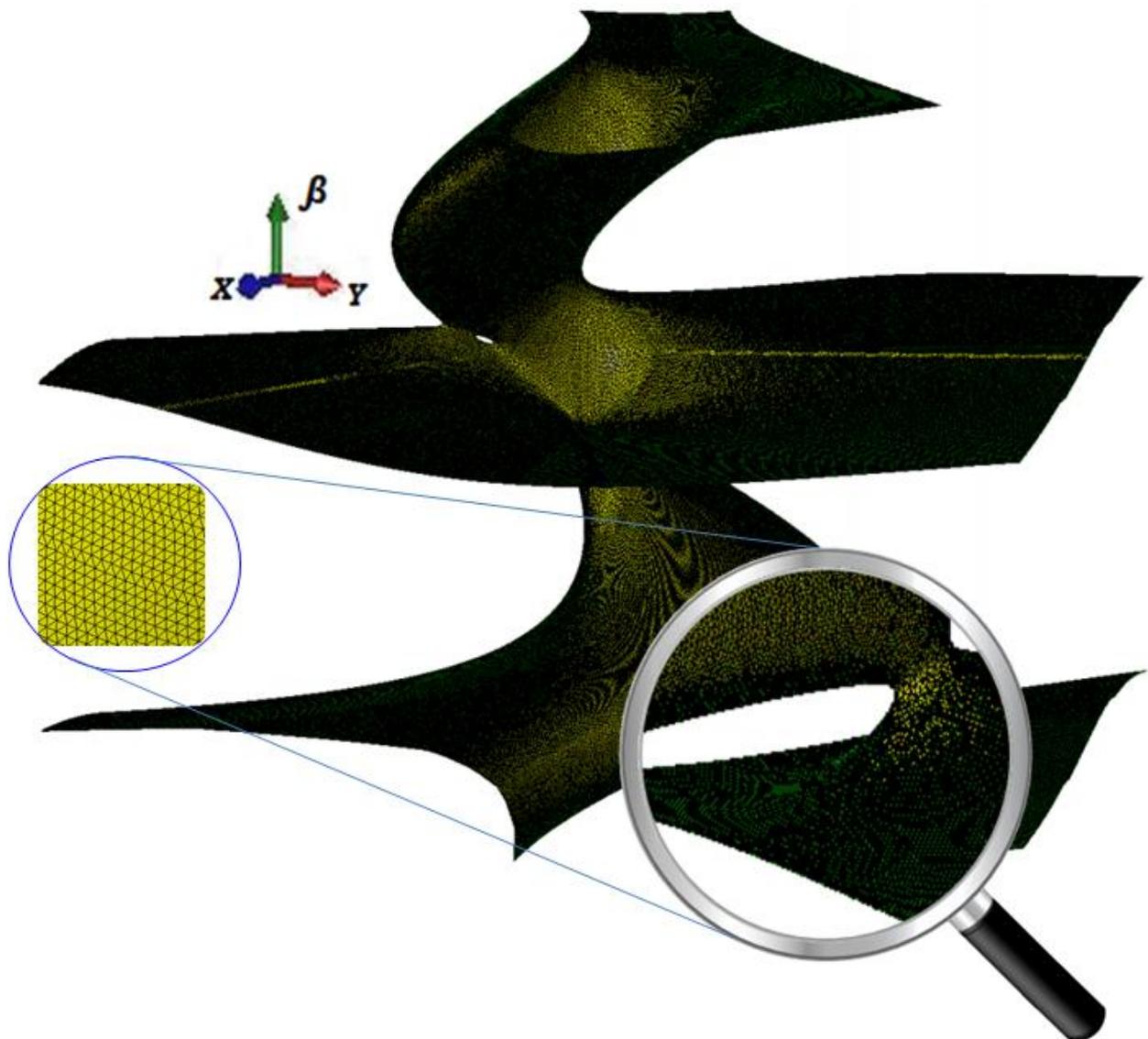
### Etape 3. Création du maillage polygonal tridimensionnel associé au nuage de points de singularité

Cette étape consiste à construire un maillage tridimensionnel (triangulation) des points associés au nuage de points de singularité. En d'autres termes, les points seront liés les uns

---

**1** Les sections d'un cône de révolution coupé par un plan.

aux autres par des segments pour former des triangles. Le maillage est le premier pas dans le processus de reconstruction d'une surface. Le maillage «STL» permet de mettre en place une grille sur le nuage de points. Différentes solutions logicielles existent [Raynaud et al., 2011]. Le maillage permet également de visualiser les problèmes du nuage de points: manque d'informations (trous), mauvaise qualité de surface (peau d'orange ou peau de crocodile) [Raynaud et al., 2011]. Puisque notre travail de thèse n'a pas pour objectif de développer des algorithmes de détection et d'analyse de la qualité du maillage polygonal que nous générons dans l'outil CAO-CATIA<sup>®</sup>, alors nous utilisons les résultats obtenus par des travaux de recherche ayant pour but de vérifier la qualité du maillage, tel que le travail de [Radouani et al., 2005], Dans ce travail les auteurs ont utilisé plusieurs maillages tels que le maillage de CATIA<sup>®</sup>, Rapidform<sup>®</sup>, Geomagic<sup>®</sup>, Spider<sup>®</sup>, Polyworks<sup>®</sup>. Ils ont conclu, d'un point de vue géométrique, que CATIA<sup>®</sup> réalisent un très bon maillage. Dans ce travail nous avons utilisé les fonctionnalités du logiciel CATIA<sup>®</sup> via l'atelier "Digitized Shape Editor" DSE. Cet atelier nous permet de générer un maillage triangulaire. Le maillage requiert un calcul complexe dont la durée augmente en fonction de la taille et de la complexité topologique du nuage de points traité. La **Figure 3-8** illustre le maillage réalisé.



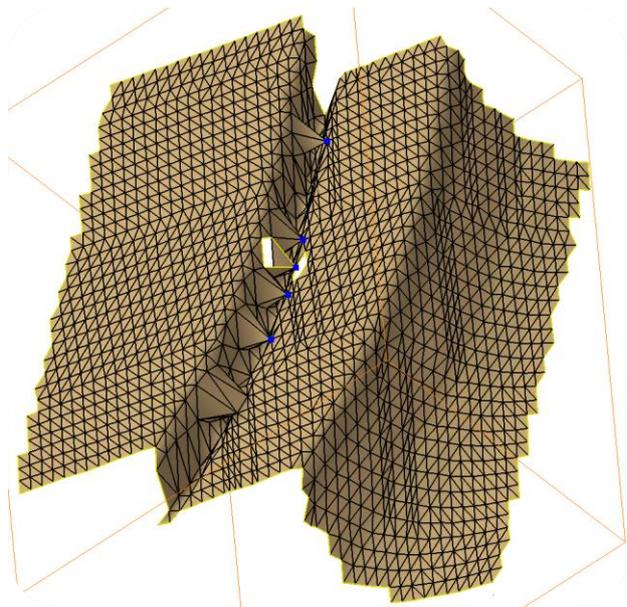
**Figure 3-8:** Réalisation du maillage STL triangulaire sur le nuage de points de singularité dans l'outil CAO-CATIA<sup>®</sup>. Un zoom sur le maillage triangulaire montrant une triangulation STL correcte.

#### Etape 4. Construction de surface associée aux poses singulières

Cette étape consiste à reconstruire la surface de singularité à partir du maillage obtenu précédemment. Elle est réalisée dans l'atelier "Quick Surface Reconstruction" QSR du logiciel CATIA®. Dans cet atelier, des surfaces complexes sont créées avec un minimum de "NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines)". Mais, avant de créer la surface désirée, il est important de vérifier le maillage généré. Il est possible que les fichiers STL importés ou des maillages générés présentent certaines irrégularités que nous devons résoudre afin de générer des surfaces de bonne qualité:

- le maillage généré ne doit avoir ni sommets non-manifold (sommets partagés par au moins deux coques connectées), ni arêtes non-manifold (partagées par plus de deux triangles),
- le maillage généré doit être monocellulaire: il ne contient pas de zones non-connexes.

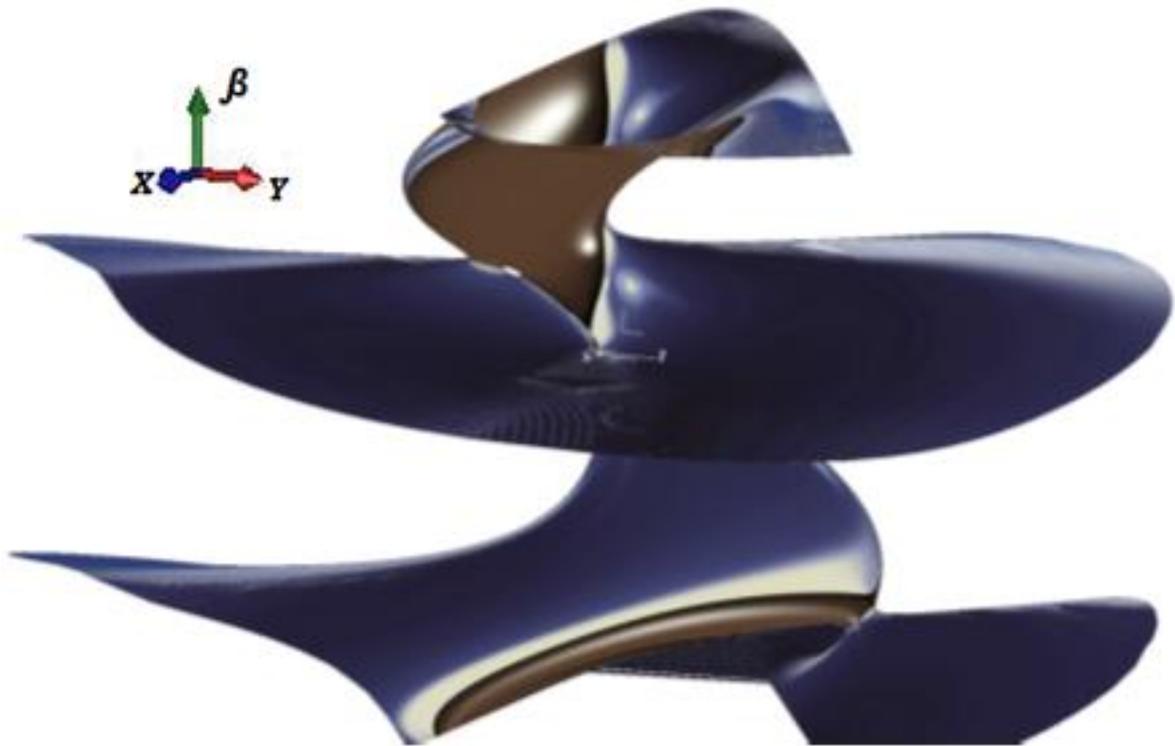
Il est intéressant de noter que CATIA® peut détecter le maillage non-manifold, et d'informer ainsi, avant de construire la surface, les défauts qui empêchent sa construction (**Figure 3-9**). Nous devons alors éliminer et corriger certains défauts et imperfections locales. Après analyse attentive et traitement du maillage polygonal généré moyennant l'outil implémenté par défaut dans le logiciel CAO-CATIA®, nous pouvons construire, avec de puissantes capacités de visualisation et d'analyse interactive la surface de singularité (**Figure 3-10**).



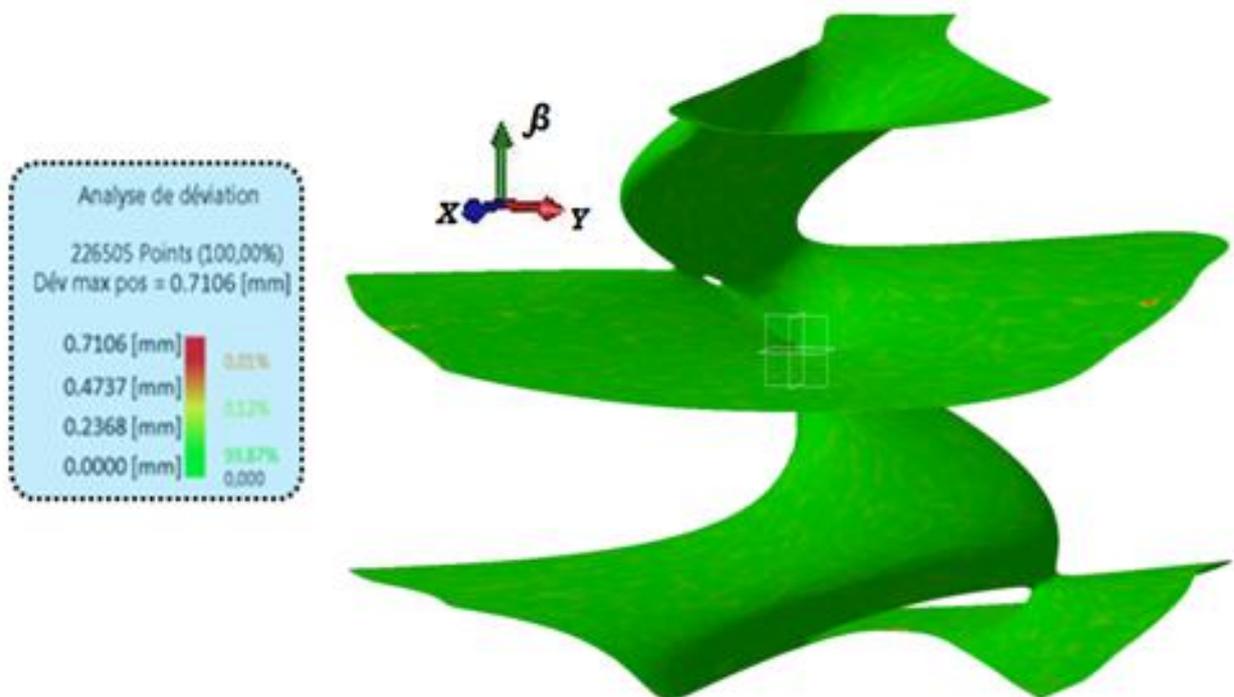
**Figure 3-9:** Message d'erreur pour les sommets non-manifolds dans la CAO-CATIA®.

#### Etape 5. Vérification de la fidélité et de l'exactitude de la construction de surface construite associée aux poses singulières

La vérification de la concordance entre la surface construite et le nuage de points correspondant aux poses singulières est une étape indispensable. Nous proposons d'évaluer les écarts produits lors de la reconstruction de la surface de singularité entre les données de référence (nuage de points associé aux configurations singulières) et les données du modèle CAO de la surface de singularité. Le logiciel CATIA® offre des outils de cartographie pour réaliser ce type de vérification. La **Figure 3-11** montre une cartographie des écarts basée sur les fonctions d'analyse de distance. L'analyse de ces écarts permet de valider cette approche de construction.



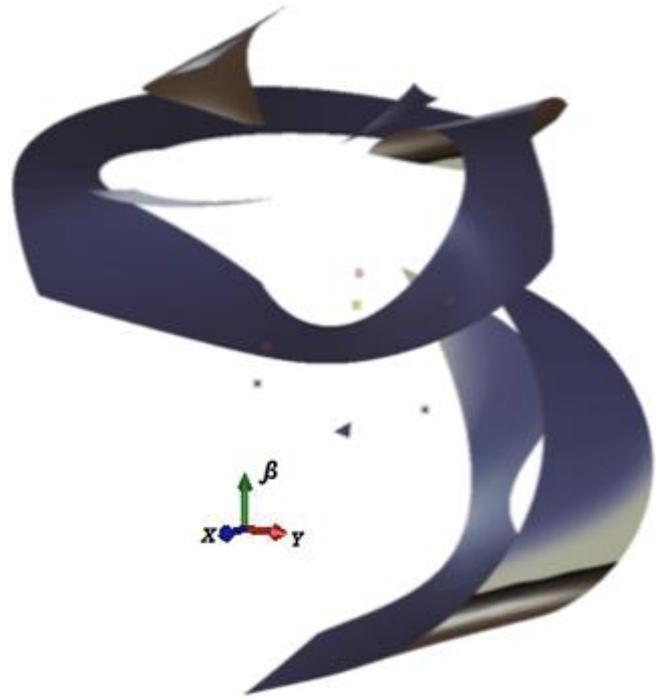
**Figure 3-10:** Deux vues différentes du modèle CAO de la surface de singularité parallèle pour le robot manipulateur plan 3-RPR de type-1 dans le Tableau 2-2, [Arrouk et al., 2011(a), 2012].



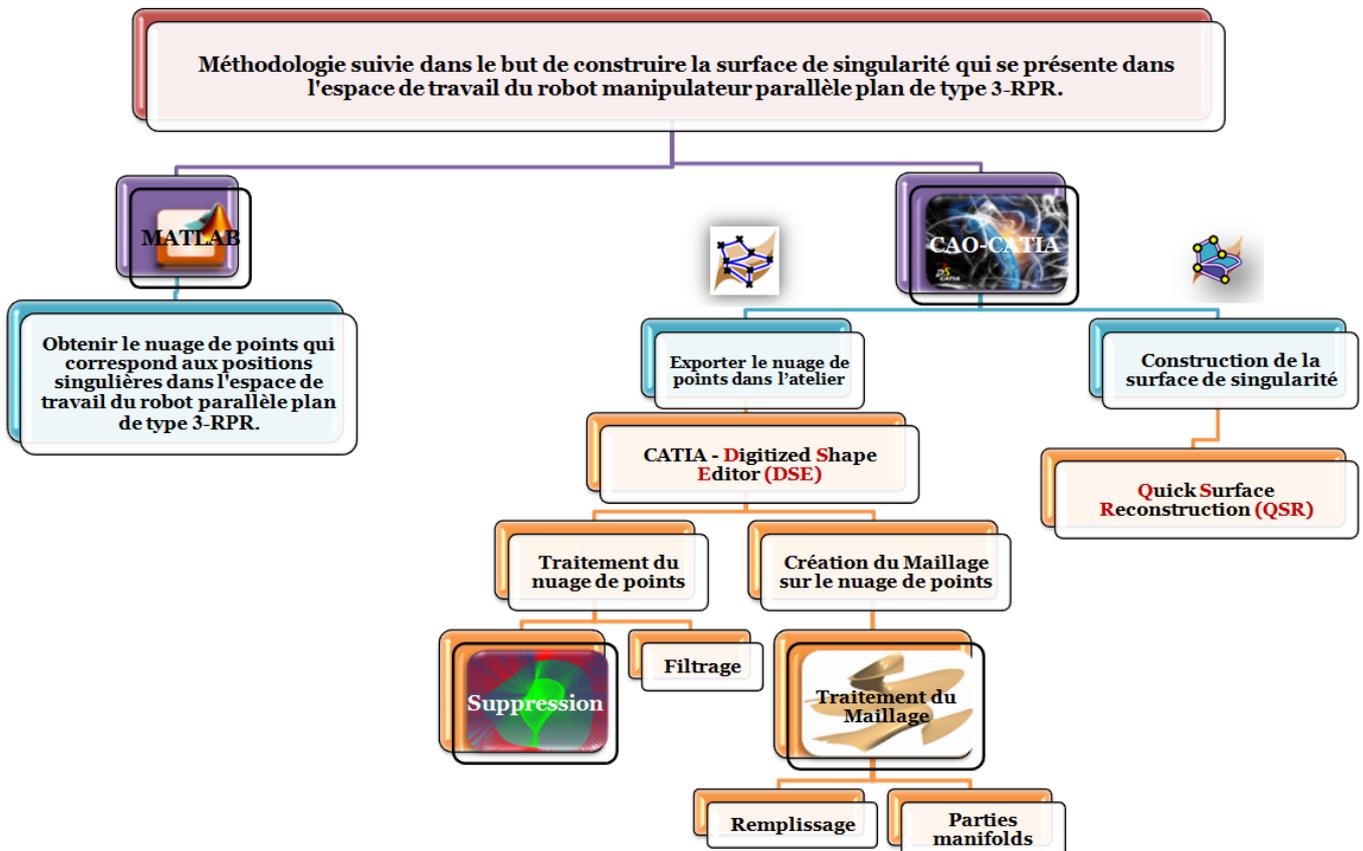
**Figure 3-11:** Analyse de la déviation entre le nuage de points et la surface de singularité reconstruite.

Grâce à la méthode proposée, et en utilisant les puissantes capacités de visualisation de CATIA®, nous pouvons déterminer et représenter la surface tridimensionnelle de singularité de *type II* (singularité parallèle) inscrite à l'intérieur de l'espace de travail en isolant toutes les parties hors de ses limites (prenant en considération les limites articulaires des liaisons

prismatiques actionnées). Cette surface est illustrée dans la **Figure 3-12**. Les lecteurs peuvent se référer à la **Figure 3-2** et à la **Figure 3-4** pour comparer notre approche basée CAO avec les autres méthodes. Finalement, nous pouvons résumer l'approche proposée par l'organigramme présenté dans la **Figure 3-13**.



**Figure 3-12:** Modèle CAO de la partie de la surface de singularité étant inscrite directement dans l'espace de travail du robot manipulateur de type 3-RPR [Arrouk et al., 2011 (a)], [Arrouk et al., 2012].



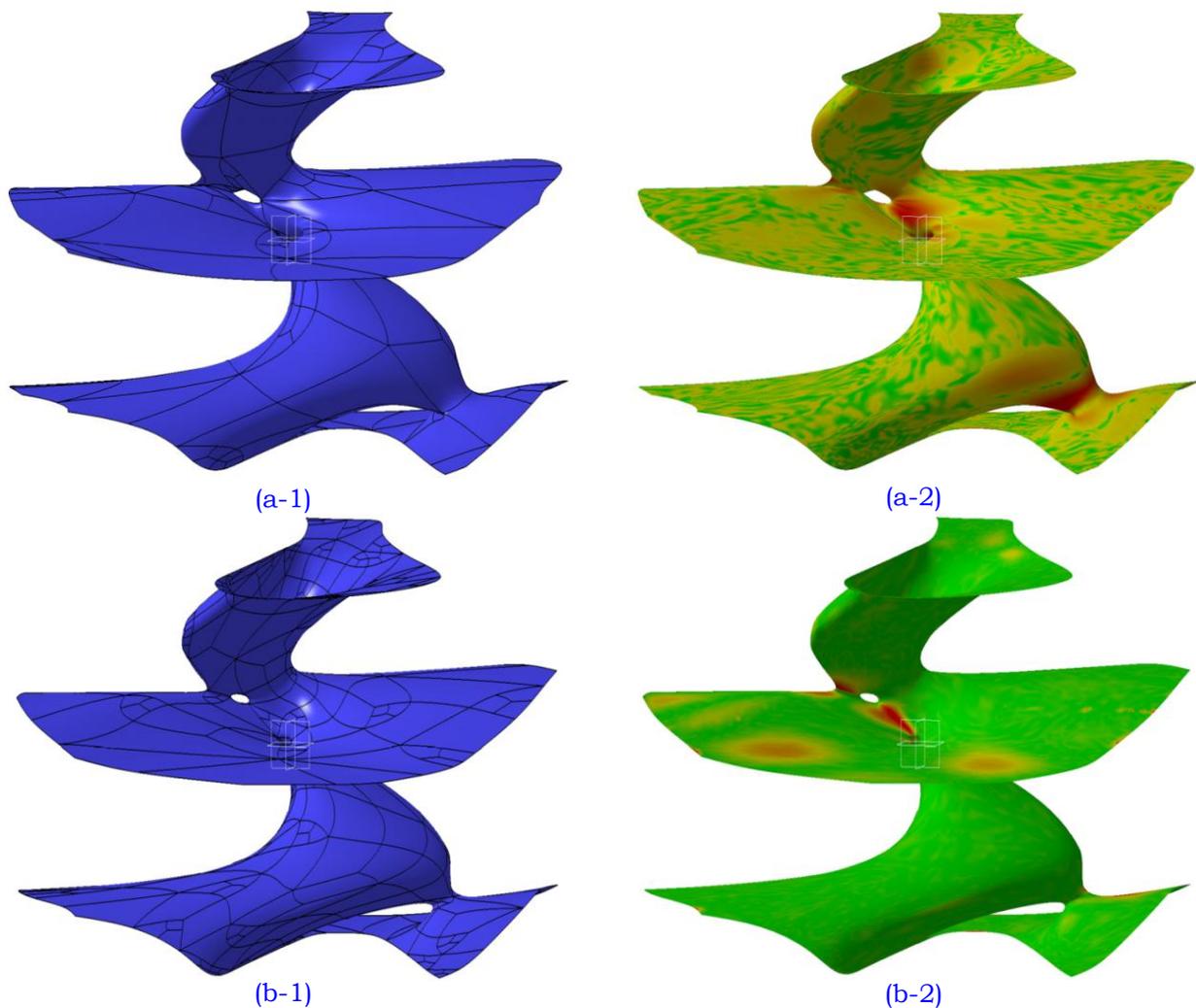
**Figure 3-13:** Organigramme pour la construction de la surface quadratique tridimensionnelle de singularité de type II.

### 3.2.2 Analyse de la précision de la construction

Dans cette section nous présentons une analyse de l'influence des paramètres de construction sur la précision de la surface de singularité dans CATIA®. Nous considérons les deux paramètres de précision suivants:

- La déviation moyenne de la surface ou « *Mean surface deviation* » noté par  $\tau$ ,
- Le paramètre de détails de la surface, « *Surface details* », noté par  $\xi$ . Nous pouvons l'appeler aussi le nombre de patches de surface de NURBS construite.

Le premier critère peut être défini par l'écart moyen entre la surface créée et le maillage initial calculé sur tous les vertices du maillage polygonal généré. Le second aide les concepteurs à augmenter ou diminuer le respect des détails de la surface construite. Plus la valeur de ce critère est élevée, plus les détails sont respectés (la surface générée sera beaucoup plus proche du maillage d'entrée). A partir du maillage représenté dans la *Figure 3-8*, nous avons construit la surface de singularité en changeant les deux paramètres de construction. Dans les *Figure 3-14* et *Figure 3-16* (a, b, c, d), nous présentons la surface de singularité parallèle et également les cartographies des écarts entre les surfaces construites et les nuages de points de référence.

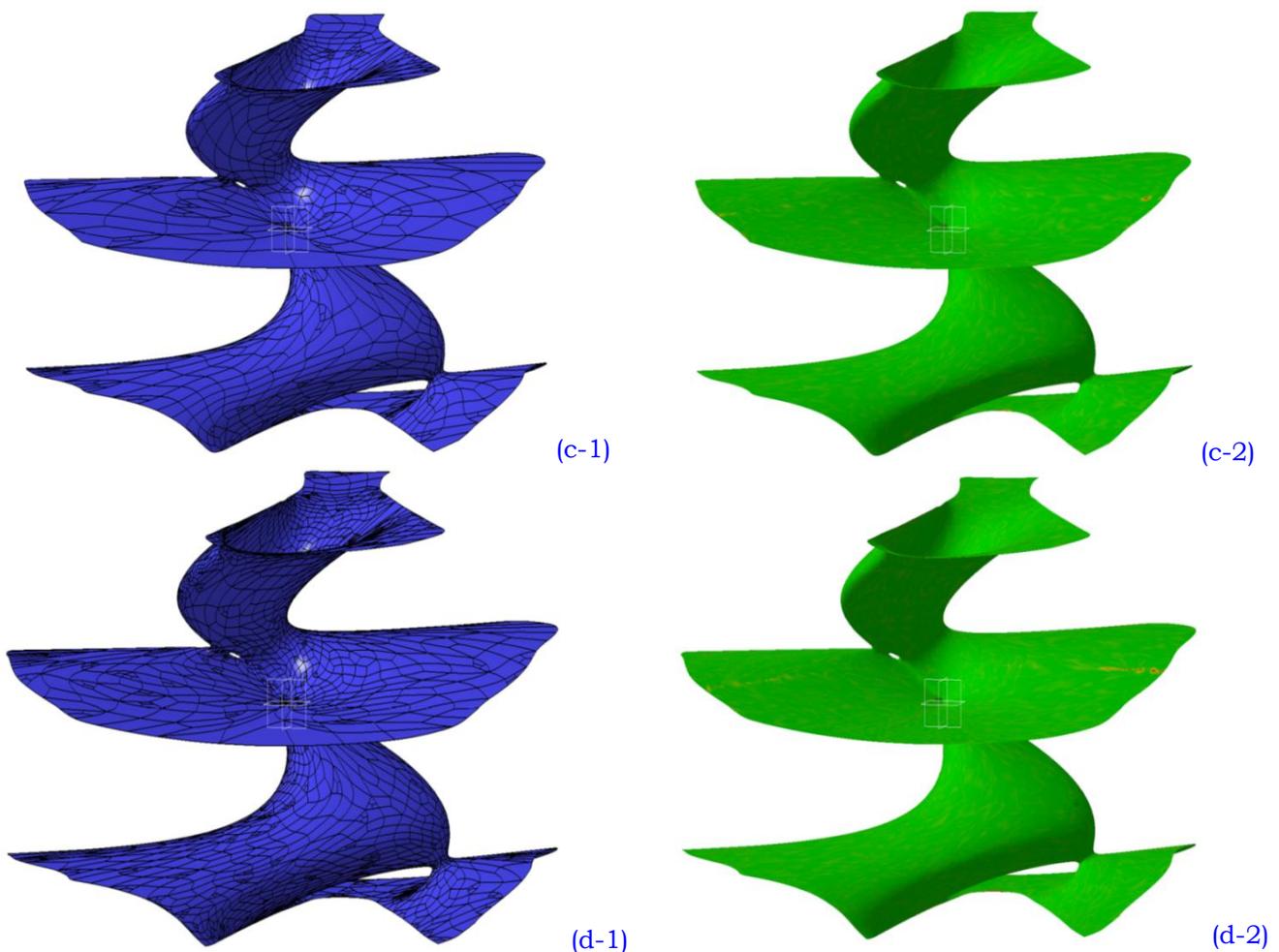


**Figure 3-14:** Modèles CAO des surfaces de singularité parallèle et les cartographies associées pour les paramètres  $\tau = 0.5$ ,  $\xi = 250$  (a (1, 2)),  $\tau = 0.5$ ,  $\xi = 750$  (b (1, 2)).

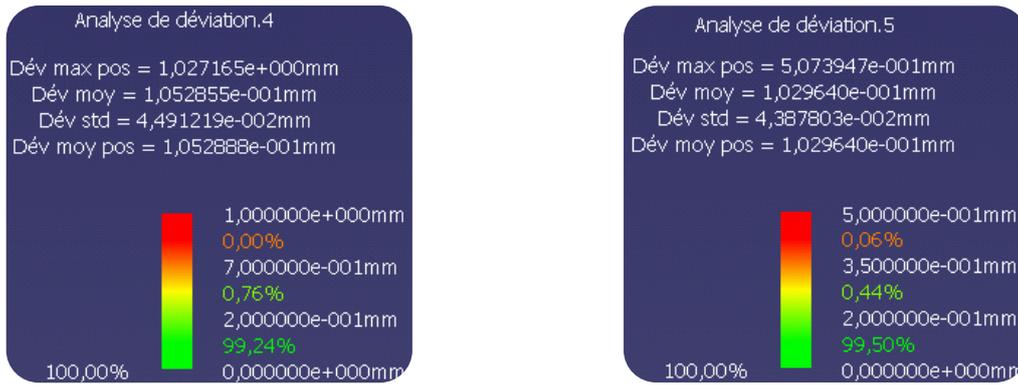
Nous constatons à partir de ces figures, que si nous diminuons la valeur du premier paramètre  $\tau$  et que si nous augmentons en même temps la valeur du deuxième paramètre  $\xi$  alors, plus la surface de singularité construite sera plus proche du nuage de points de référence. Le choix des paramètres n'est pas très clair. Les écarts les plus importants sont dans les zones les plus complexes, où il y a une variation très grande de la courbure de la surface.



Analyse de la déviation pour la surface (a-1). Analyse de la déviation pour la surface (b-1).  
**Figure 3-15:** Analyse de la déviation entre la surface de singularité et les nuages de points d'entrée correspondant au lieu géométrique des singularités.



**Figure 3-16:** Modèles CAO des surfaces de singularité parallèle et les cartographies associées pour les paramètres  $\tau = 0.1, \xi = 10000$  (d (1, 2)),  $\tau = 0.05, \xi = 30000$  (c (1, 2)).

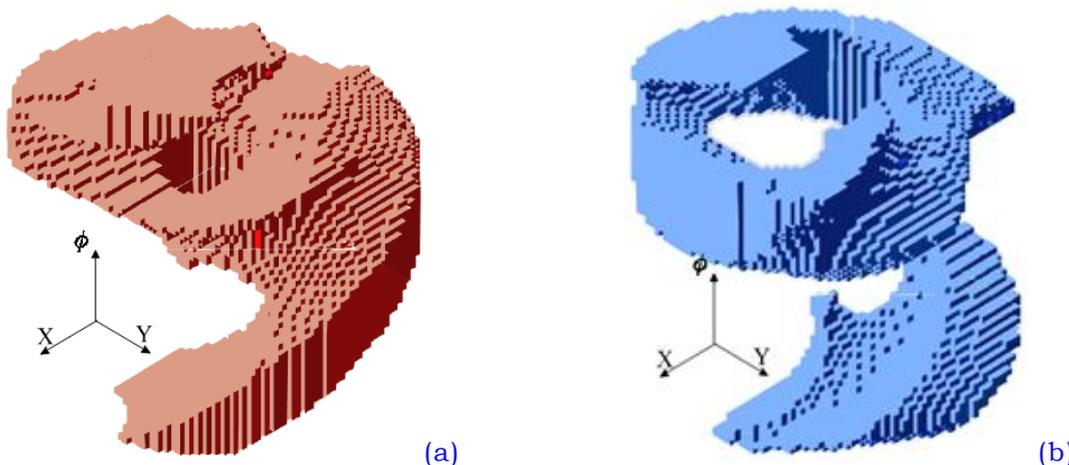


Analyse de la déviation pour la surface (c-1). Analyse de la déviation pour la surface (d-1).  
**Figure 3-17:** Analyse de la déviation entre la surface de singularité et les nuages de points d'entrée correspondant au lieu géométrique des singularités.

La **Figure 3-15** et la **Figure 3-17** illustrent les résultats obtenus de l'analyse de la déviation (écarts) entre la surface de singularité construite dans l'environnement CAO-CATIA® et le nuage de points d'entrée correspondant au lieu géométrique des singularités pour le robot manipulateur plan de type 3-RPR. Nous pouvons conclure que la surface de singularité illustrée dans la **Figure 3-16** (d) représente la meilleure surface: pour cette surface la déviation maximale est environ 0,5 [mm] pour seulement 0,06 % des points.

### 3.2.3 Détermination des régions libres de singularités

En coordonnées opérationnelles, la surface de singularité traverse l'espace de travail définissant une sorte de frontières intérieures. Elle peut découper cet espace en plusieurs régions distinctes ou connexes. Chacune de ces régions est alors libre de singularités. Dans le cas où ces frontières ne découpent pas l'espace de travail en régions connexes, il est alors possible de définir des trajectoires reliant deux points quelconques de l'espace de travail sans passer par des singularités. Ce type de caractérisation, faite dans l'espace opérationnel, a un très grand intérêt pour la génération des trajectoires. De nombreux travaux de recherche peuvent être mentionnés sur le sujet de la détermination de l'espace de travail libre de singularité. Nous pouvons citer le travail de [Gallant et al., 2002], où les auteurs ont abordé l'espace de travail libre de singularités en orientation constante du robot manipulateur 3-RPR au moyen des algorithmes génétiques. Dans d'autres travaux, la méthode d'octree a été utilisée [Wenger et al., 1998], [Chablat, 1998], [Wenger et al., 2007]. Cette méthode donne une modélisation volumique approximative des aspects libres de singularité (**Figure 3-18**).



**Figure 3-18:** Les aspects libres de singularité dans l'espace de travail [Wenger et al., 2007].

Dans le travail de [Li et al., 2006], les auteurs proposent une méthode analytique pour calculer les plus grands cylindres libres de singularités, ayant un axe parallèle à l'axe d'orientation de la plate-forme mobile du robot de type 3-RPR. Cette méthode requière des équations complexes. Plus récemment [Zein, 2007] a proposé une autre technique numérique pour le calcul de boîtes ayant une forme cubique ou parallélépipédique exemptes de singularités dans l'espace de travail articulaire. Pour les manipulateurs parallèles spatiaux, nous pouvons mentionner les travaux de [Li et al., 2007], [Jiang, 2008], et [Jiang et al., 2009]. Dans ces travaux, des algorithmes numériques ont été développés en vue d'obtenir les régions libres de singularités dans l'espace de travail en position et en orientation de la plateforme de Gough-Stewart. Les approches proposées sont basées sur l'équation de la singularité issue du déterminant de la matrice jacobienne parallèle.

Dans cette section nous allons développer une nouvelle technique géométrique pour la détermination et la représentation des régions de l'espace de travail libres de singularités (si elles existent). A partir du modèle CAO de l'espace de travail total tridimensionnel du robot 3-RPR et le modèle CAO de la surface de singularité parallèle tridimensionnelle, déterminés précédemment dans ce mémoire de thèse, nous pouvons efficacement extraire les régions exemptes de singularité parallèle de *type II*. L'approche proposée est implémentée dans l'environnement CAO du logiciel CATIA®. Elle sera illustrée pour différentes versions du robot 3-RPR précisées ci-dessous (**Tableau 3-1**):

- Dans le premier cas d'étude (I), la base fixe et la plateforme mobile forment des triangles équilatéraux.
- Dans le deuxième cas d'étude (II), la base fixe et la plateforme mobile forment des triangles quelconques. Ce cas de géométrie a été étudié dans plusieurs travaux de recherche [Innocenti et al., 1992], [Chablat, 1998], [Zein, 2007], [Arrouk et al., 2011 (a)] et [Arrouk et al., 2012].

Paramètres géométriques du robot manipulateur 3-RPR	Type du robot manipulateur plan 3-RPR étudié	Rayon maximal de la région annulaire	Rayon minimal de la région annulaire.	Coordonnées du point $A_2$ de la base fixe		Coordonnées du point $A_3$ de la base fixe		Taille de la Plate-forme Mobile		Angle de la Plate-forme ( $\varphi$ )
		$\rho_{max}$	$\rho_{min}$	$c_2$	$d_2$	$c_3$	$d_3$	$l_2$	$l_3$	
Valeurs numériques	<b>I</b>	20	4	20	0	10	17,32	10	10	60°
	<b>II</b>	32	10	15,91	0	0	10	16,54	20,84	50,1°

**Tableau 3-1:** Paramètres géométriques de conception des manipulateurs 3-RPR utilisés dans cette étude.

### Description de l'approche

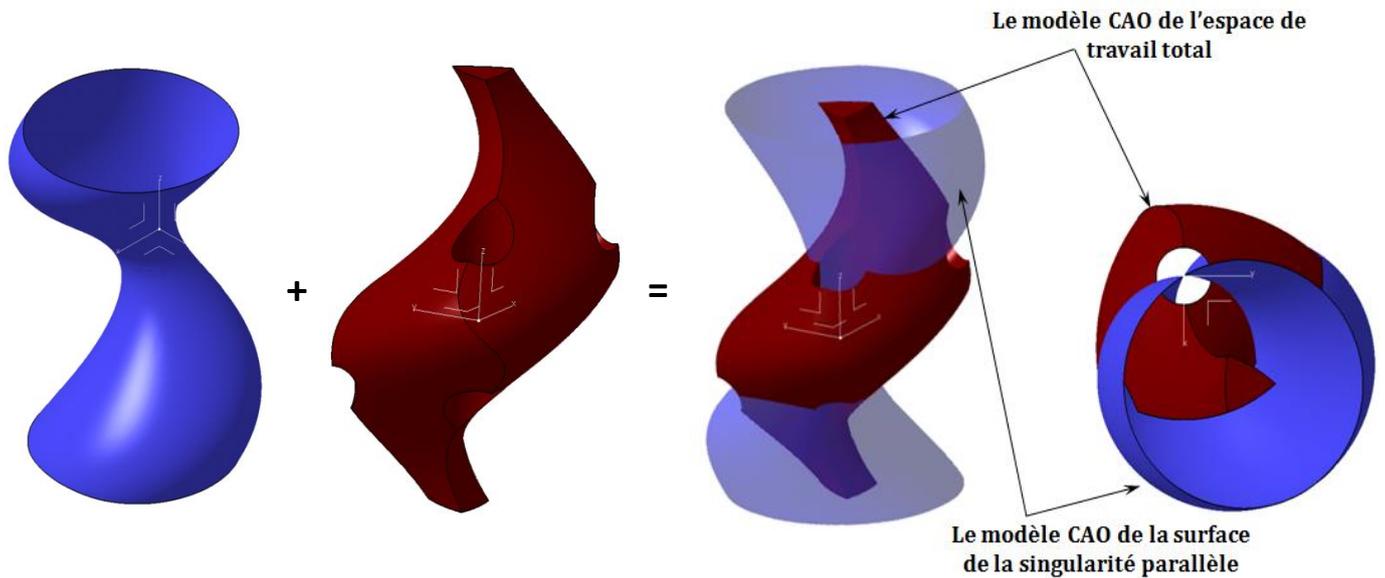
L'approche proposée peut être définie par les étapes suivantes:

**Etape 1.** Cette étape consiste à superposer le modèle CAO de l'espace de travail total tridimensionnel et le modèle CAO de surface de singularité parallèle du robot manipulateur considéré dans le même environnement graphique.

**Etape 2.** Dans cette étape nous effectuons une coupe de l'espace de travail par la surface de singularité parallèle construite. Cela nous permet d'extraire les zones de l'espace de travail cartésien exemptes de singularités parallèles, si elles existent.

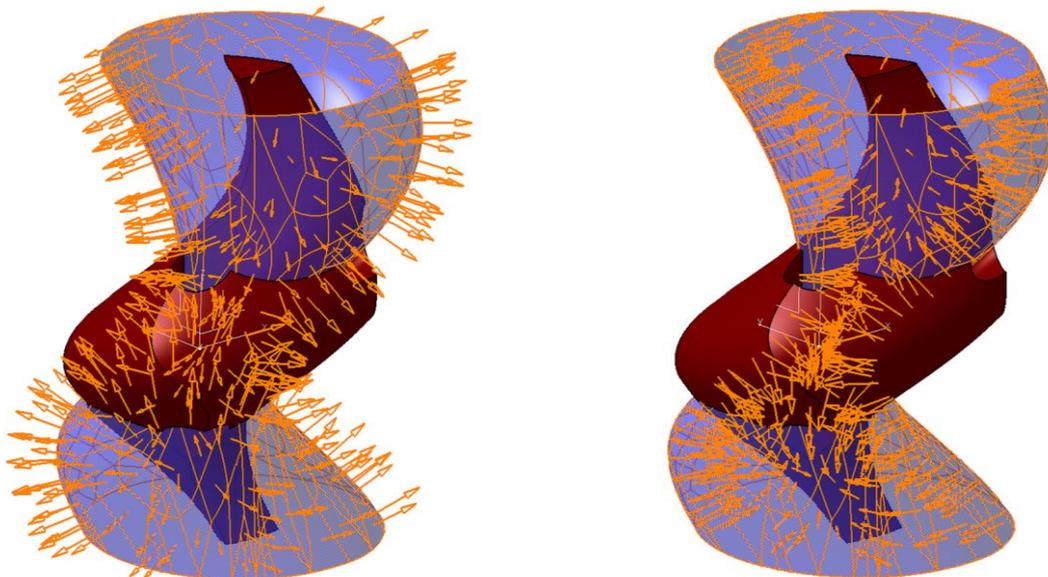
Nous allons illustrer cette approche par deux exemples d'applications:

**1<sup>er</sup> cas d'étude:** la *Figure 3-19* présente le modèle CAO de l'espace de travail total du robot manipulateur plan de type 3-RPR et également le modèle CAO de la surface de singularité parallèle. Dans cette figure, les plans de singularité qui correspondent à  $\beta = -\pi$ ,  $\beta = 0$ ,  $\beta = \pi$  sont omis, et ils seront pris en compte ultérieurement.



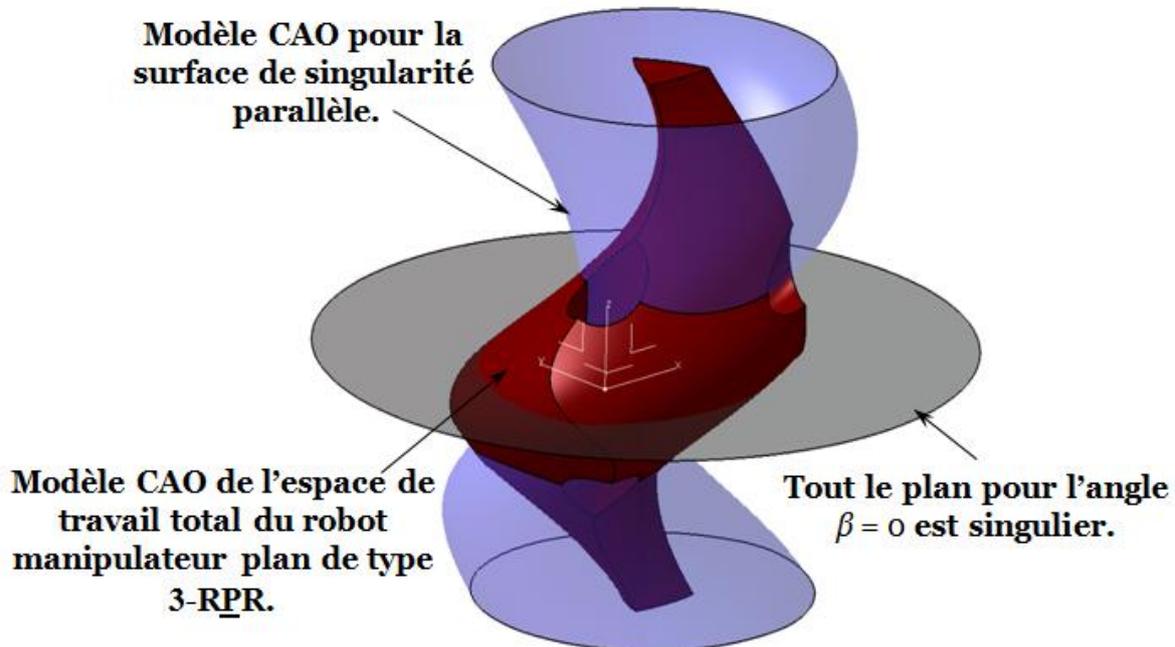
*Figure 3-19: Modèles CAO de la surface de singularité parallèle et l'espace de travail total du robot manipulateur plan de type 3-RPR, voir Figure 3-3 pour comparer les deux surfaces de singularité.*

La *Figure 3-20* illustre notre procédure pour la détermination des sous-espaces libres de singularités qui constituent l'espace de travail opérationnel total tridimensionnel. Dans le cas où la surface de singularité ne coupe pas l'espace de travail en plusieurs régions distinctes, on peut trouver des trajectoires permettant d'aller en tout point de l'espace de travail en contournant les singularités.



*Figure 3-20: Découpage de l'espace de travail total du robot manipulateur de type 3-RPR plan par la surface de singularité parallèle pour déterminer les sous-espaces libres de singularité.*

Nous devons noter que pour ce type de robot tout le plan correspondant à l'angle d'orientation  $\beta = 0$  de la plate-forme mobile est un plan singulier comme l'illustre la **Figure 3-21**.



**Figure 3-21:** Modèle CAO de l'espace de travail et de la surface de singularité pour toutes les orientations  $\beta = [-\pi, \pi]$  et pour  $\beta = 0$ , pour des raisons de lisibilité les plans singuliers correspondant à  $\beta = -\pi$  et  $\beta = \pi$  sont omis.

Pour le manipulateur 3-RPR ayant la plate-forme et la base fixe sous forme de triangles équilatéraux, l'espace de travail est divisé par la surface de singularité en quatre régions libres de singularités. Nous avons pour ce type de robot trois plans de singularités (ou deux, le même plan pour  $\beta = -\pi$  et  $\beta = \pi$  (vue la périodicité de l'espace de travail total tridimensionnel du robot manipulateur)):  $\beta = 0$  et  $\beta = \pi$ . Les quatre régions libres de singularité sont présentées par la **Figure 3-22**.

- En dehors la surface de singularité, nous avons deux régions libres de singularités:
  - La première est délimitée par le plan  $\beta = -\pi$  et le plan  $\beta = 0$  nommée la région (a) dans la **Figure 3-22**.
  - La deuxième est délimitée par le plan  $\beta = 0$  et le plan  $\beta = \pi$  nommée la région (b) dans la **Figure 3-22**.
- A l'intérieur de la surface de singularité, nous avons également deux régions libres de singularités:
  - La première est délimitée par le plan  $\beta = -\pi$  et le plan  $\beta = 0$  nommée la région (c) dans la **Figure 3-22**.
  - La deuxième est délimitée par le plan  $\beta = 0$  et le plan  $\beta = \pi$  nommée la région (d) dans la **Figure 3-22**.

Nous remarquons que les courbes de singularités, en orientation constante, du robot 3-RPR ayant une plate-forme et une base fixe sous la forme de triangles équilatéraux, sont des ellipses dégénérées en cercles. De plus, les lieux géométriques des centres des cercles appartiennent à une courbe hélicoïdale comme le montre la **Figure 3-23**. Le rayon de cette hélice dans un plan projectif contenant le robot manipulateur est égal au rayon de la plate-forme mobile et son centre géométrique est le centre géométrique de la base fixe triangulaire. Cette constatation, qui peut être prouvée, permet une construction « exacte » de la surface de

singularité pour ce type de robots par une technique « purement CAO » sans passer par un nuage de points déterminé analytiquement.

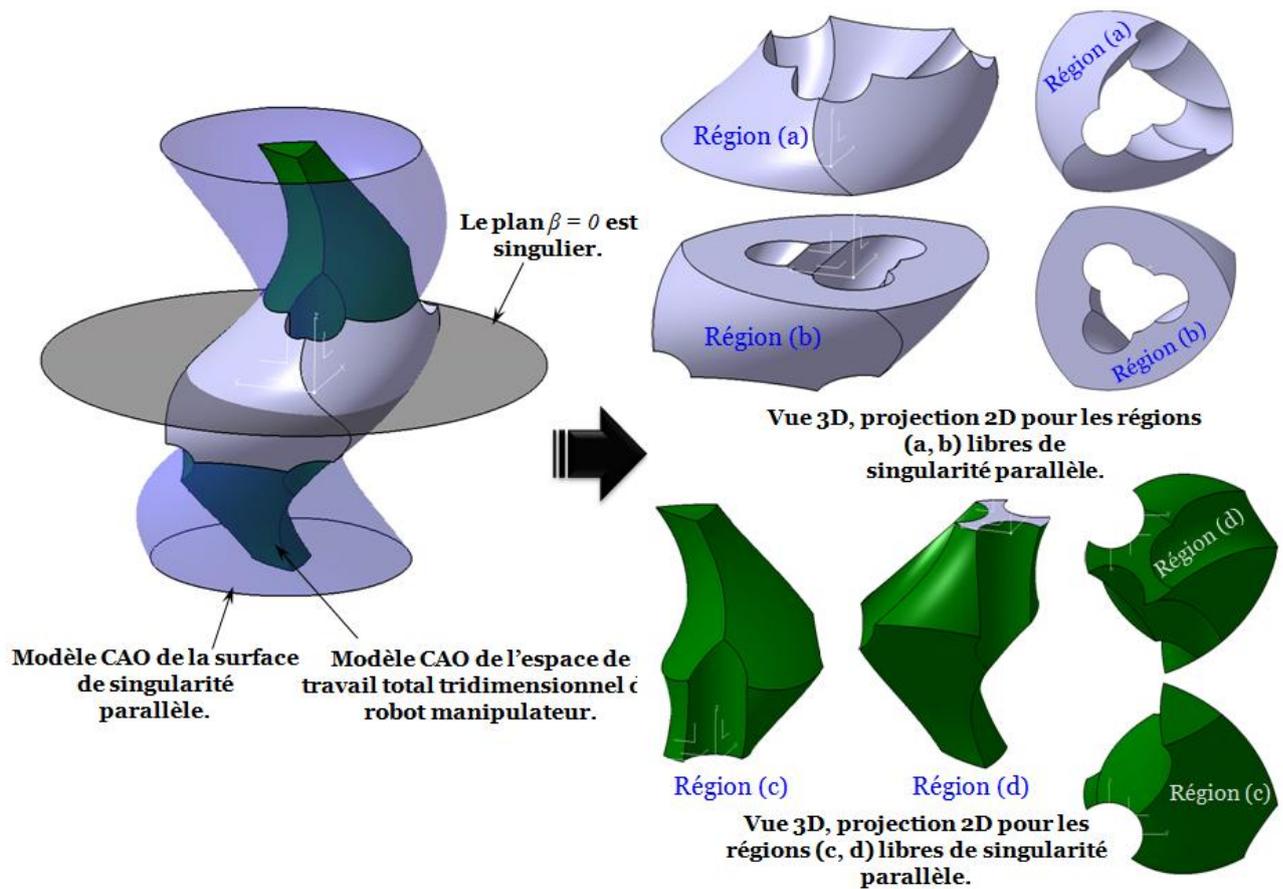
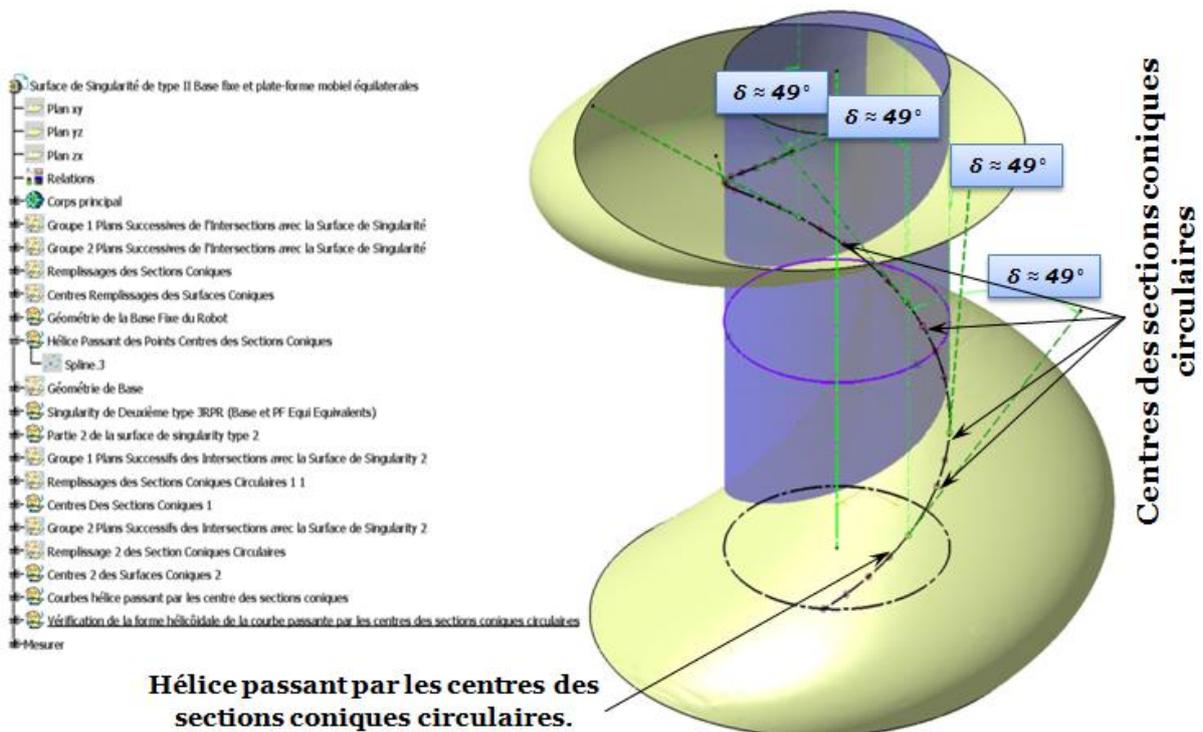
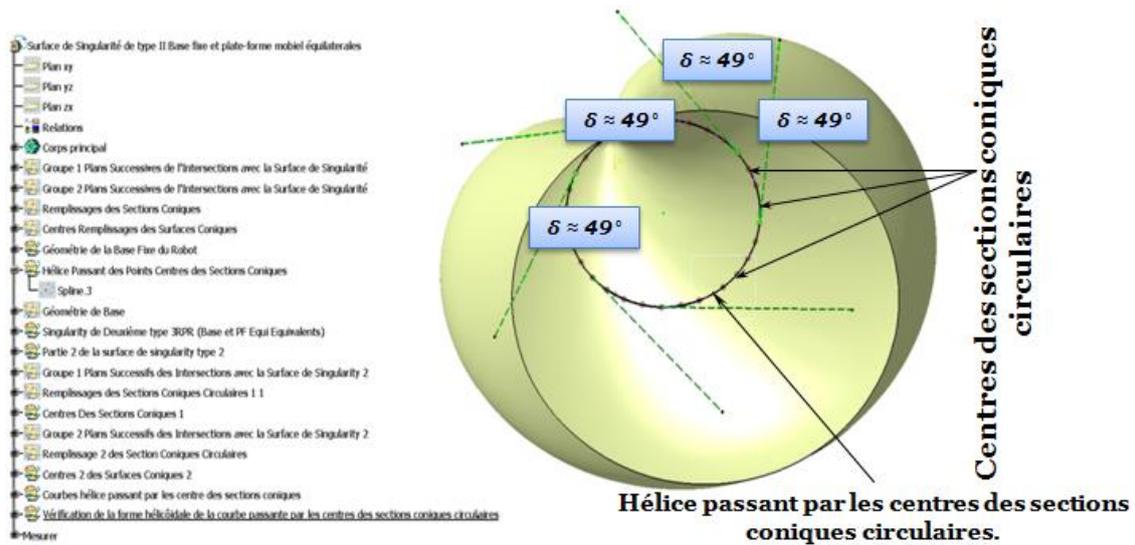


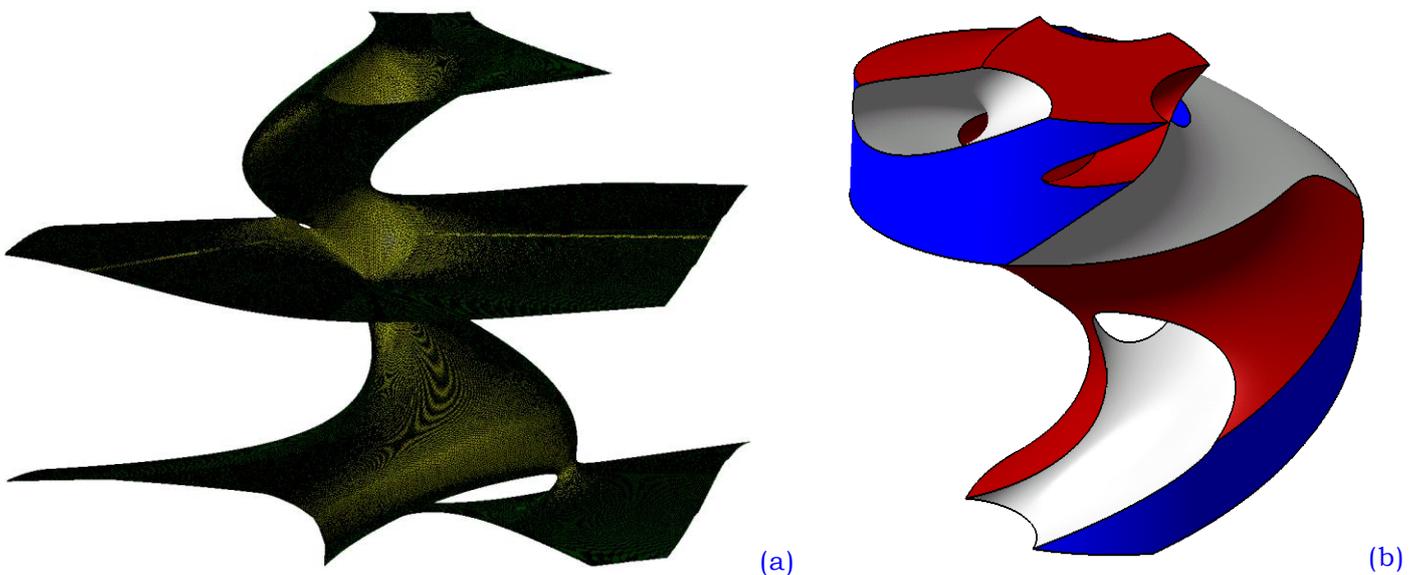
Figure 3-22: Modèles CAO des aspects libres de singularités pour le robot manipulateur de type –I dans le Tableau 3-1, [Arrouk et al., 2011 (a)], [Arrouk et al., 2012].

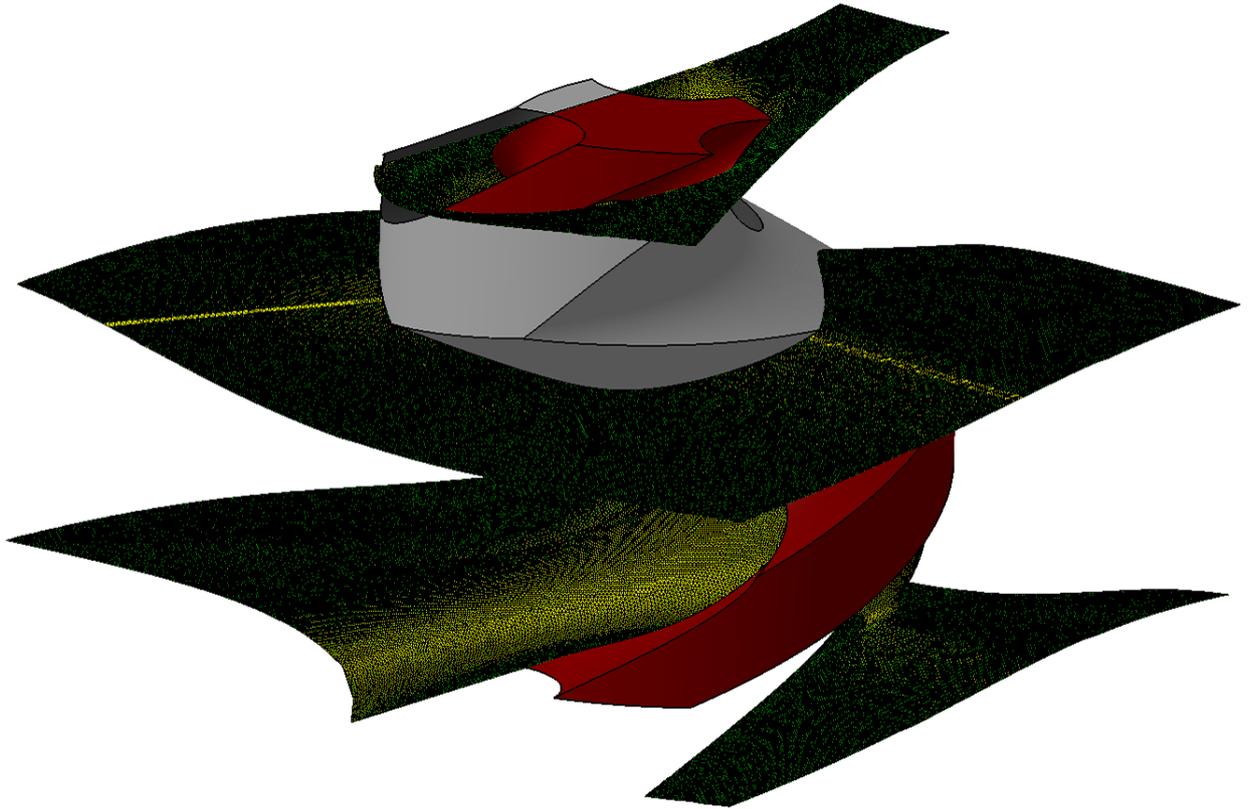




**Figure 3-23:** Localisations des centres des sections circulaires de la surface de singularité sur une hélice circulaire.

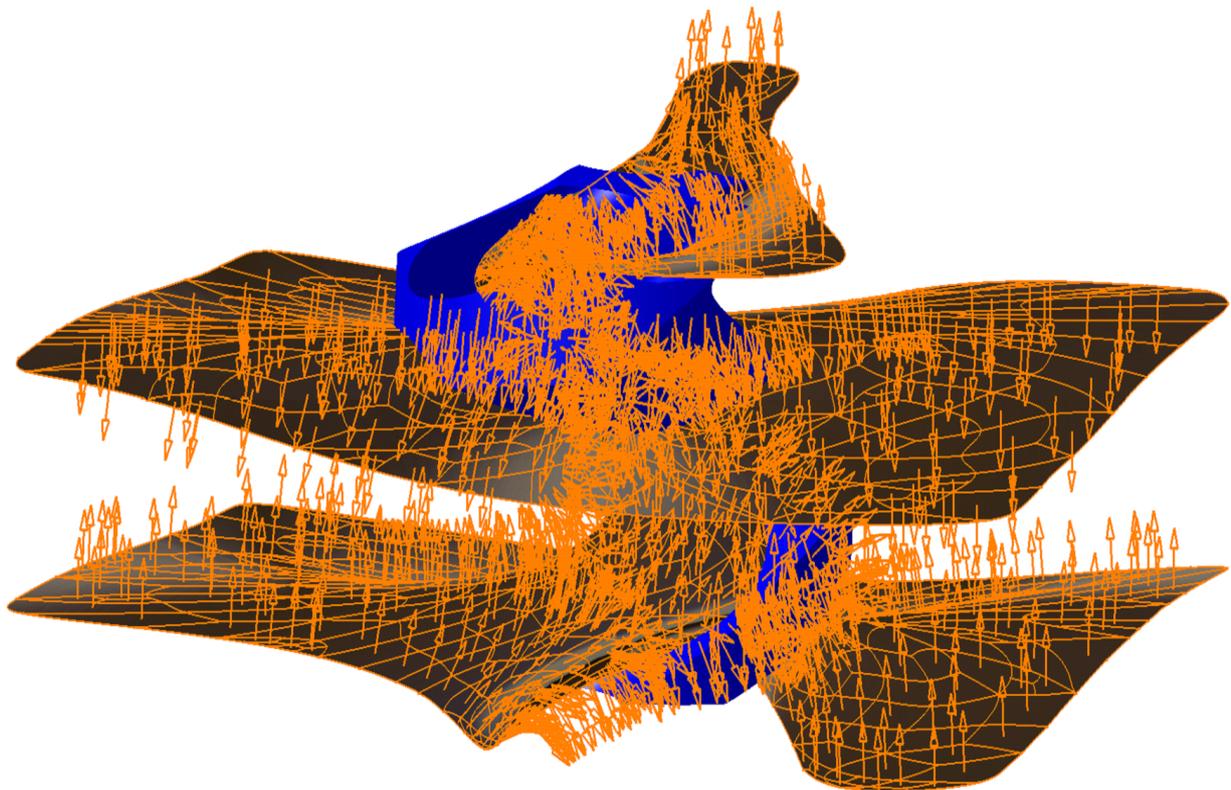
Nous appliquons maintenant notre approche au deuxième robot, cas (II) dans le **Tableau 3-1**. La **Figure 3-24** montre le modèle CAO de l'espace de travail de ce robot ainsi que la surface de singularité parallèle associée dans une même représentation graphique. Nous constatons à travers cette représentation que la surface de singularité divise l'espace de travail en deux parties distinctes et adjacentes. En outre, la surface de singularités est la frontière commune entre les deux aspects libres de singularités. Chacun de ces deux sous-espaces correspond à l'un des signes possibles du déterminant de la matrice jacobienne donnée par l'équation (3-8), alors qu'à la frontière entre les deux sous-espaces, la surface de singularité parallèle correspond à une valeur nulle du déterminant [Macho et al., 2007]. La **Figure 3-25** illustre la procédure appliquée dans l'outil de CAO-CATIA® pour la détermination des sous-espaces libres de singularités pour cette architecture. La **Figure 3-26** représente le modèle CAO des aspects libres de singularités. Nous pouvons souligner également que cette représentation permet d'identifier des zones de travail offrant une capacité d'orientation maximale: espace de travail dextre. Ce type d'analyse est d'une grande importance pour une conception optimale de robots manipulateurs.



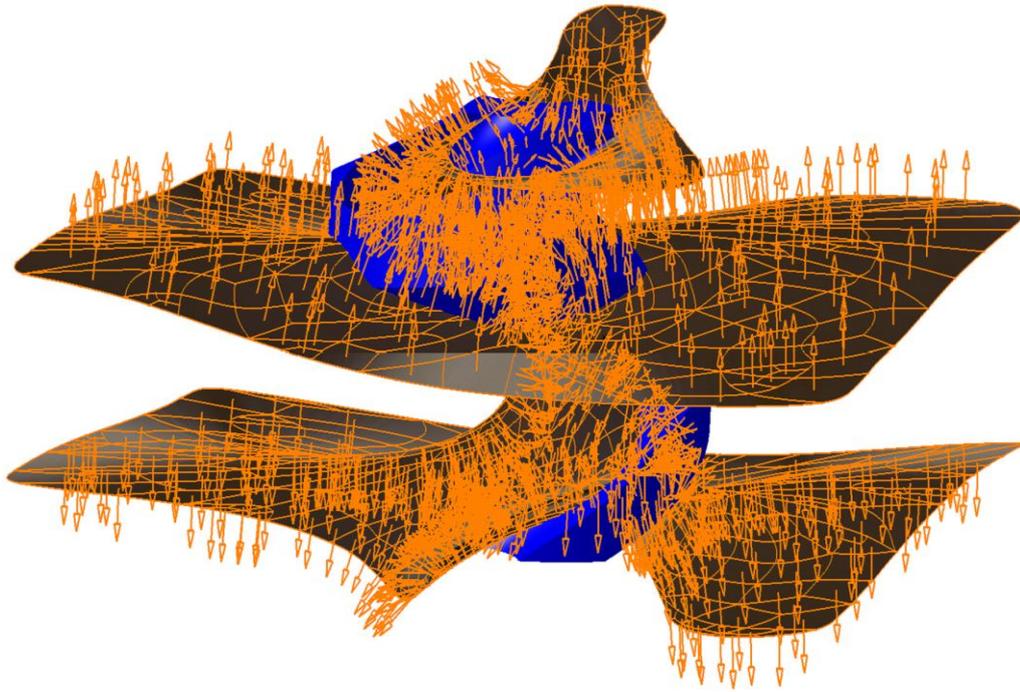


(c)

**Figure 3-24:** Modèles CAO de la surface de singularité parallèle (a), espace de travail total du robot manipulateur (b), Modèle CAO de l'assemblage de la surface de singularité et l'espace de travail, pour le robot manipulateur de type-II dans le Tableau 3-1 [Arrouk et al., 2011 (a)], [Arrouk et al., 2012].

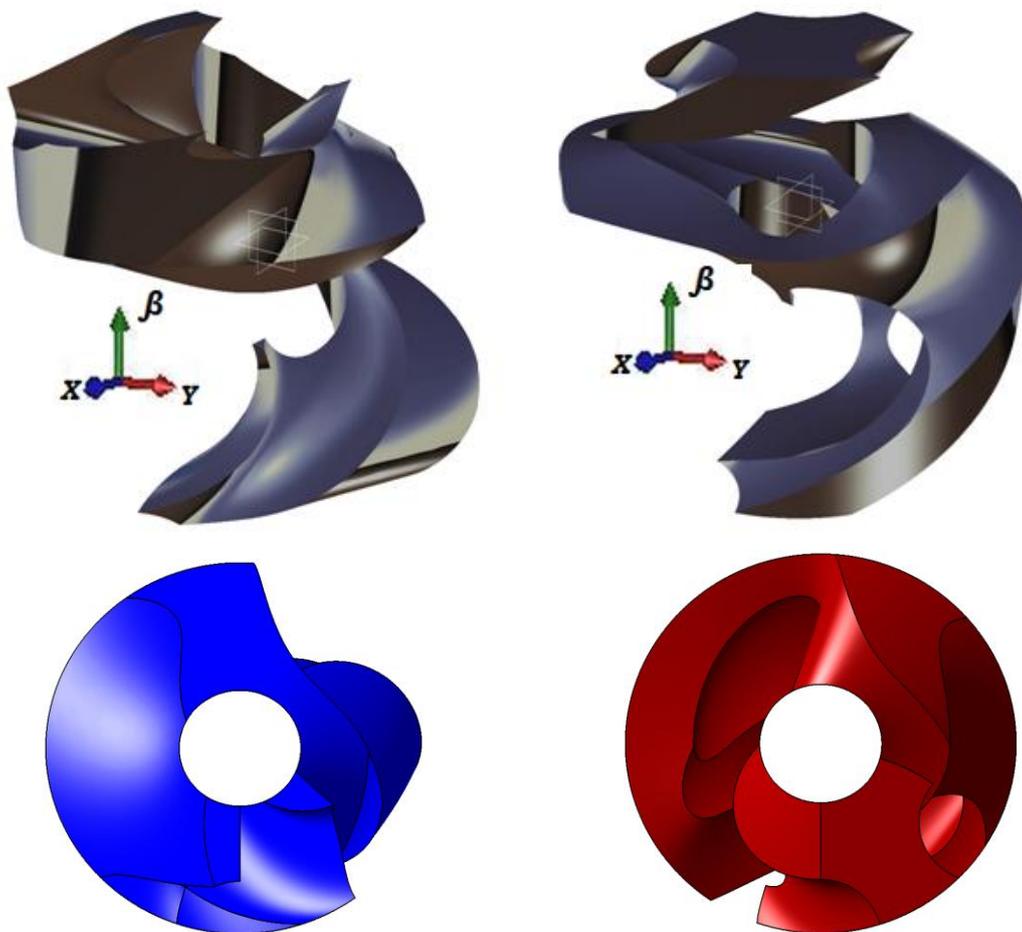


(a)



(b)

**Figure 3-25:** Coupe de l'espace de travail total du robot manipulateur plan de type 3-RPR par la surface de singularité parallèle pour déterminer les sous-espaces libres de singularités.



**Figure 3-26:** Modèles CAO des aspects libres de singularités pour le robot manipulateur de type -II dans le Tableau 3-1, [Arrouk et al., 2011 (a)], [Arrouk et al., 2012].

Pour les deux cas d'étude présentés auparavant, nous pouvons constater que les aspects libres de singularité représentent les régions solides délimitées par les frontières engendrées par les butées articulaires des liaisons prismatiques intégrées dans les chaînes cinématiques et les singularités parallèles.

La superposition graphique des modèles CAO de l'espace de travail total et de la surface associée au lieu géométrique des singularités parallèles est un outil puissant et efficace pour analyser l'exploitabilité de l'espace de travail. Cet outil permet d'optimiser la conception mécanique du robot par rapport à la présence de singularités et de générer des trajectoires qui les évitent. De plus, cette approche basée CAO permet d'une manière interactive d'évaluer plusieurs configurations géométriques des robots manipulateurs.

Cette technique est plus précise par rapport à d'autres méthodes analytiques ou algébriques par discrétisation. Elle représente une amélioration significative de la construction de la surface de singularité ainsi que des régions de l'espace de travail exemptes de singularités. Cet outil d'analyse peut être complété par la détermination et la représentation des positions singulières dans l'espace articulaire. Cette question sera traitée dans la section suivante.

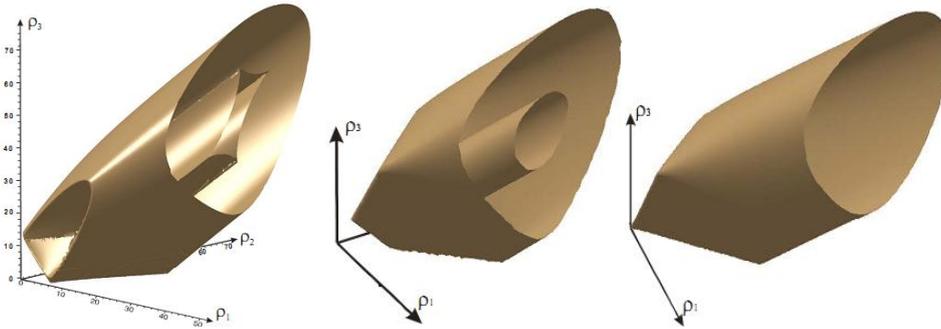
### 3.3 Représentation des singularités dans l'espace articulaire

Dans cette section, nous nous intéressons à la détermination et la représentation, des singularités dans l'espace articulaire. En effet, l'analyse topologique de la surface associée aux positions singulières dans l'espace articulaire pourra être considérée comme un outil de conception complémentaire. La surface tridimensionnelle associée aux positions singulières dans l'espace articulaire montre un intérêt primordial pour les aspects suivants [Zein, 2007]:

- la planification de trajectoires dans l'espace de travail articulaire et le changement du mode d'assemblage sans passer par des singularités; cette surface montre clairement les zones exemptes de singularité dans cet espace.
- la conception de robots manipulateurs; cette surface constitue un outil intéressant pour la définition des butées articulaires du robot manipulateur.

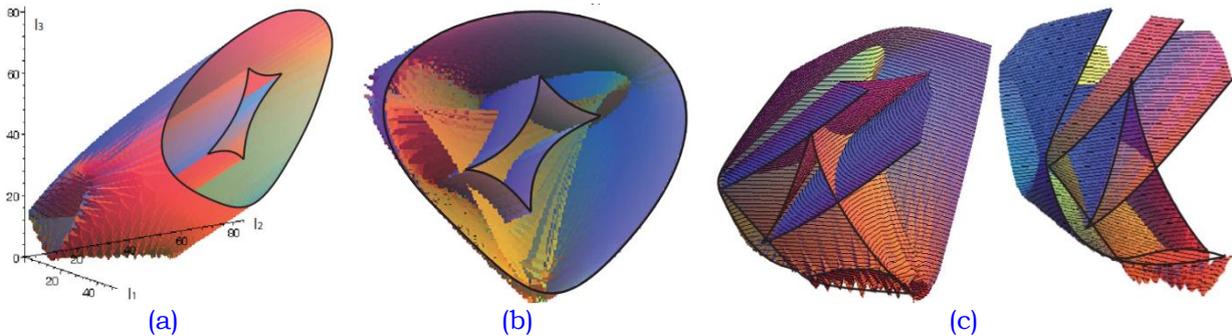
Les configurations singulières ont été déterminées dans l'espace articulaire en partant du fait que les trois jambes du robot 3-RPR sont concourantes ou parallèles dans [Zein, 2007]. Afin de réduire la difficulté de résolution de l'équation relative à la condition de singularité en fonction des variables articulaires  $(\rho_1, \rho_2, \rho_3)$ , l'auteur a proposé de réduire la dimension du problème en considérant seulement des sections bidimensionnelles: en fixant une des trois variables articulaires  $(\rho_1, \rho_2, \rho_3)$  par exemple  $\rho_1$  et en calculant ensuite les variables  $\rho_2, \rho_3$  satisfaisant chaque condition de singularité.

Nous obtenons ainsi les singularités dans une section bidimensionnelle  $(\rho_2, \rho_3)$  de l'espace articulaire. Cette approche a été implémentée dans le logiciel de calcul MAPLE®. Pour obtenir une représentation 3D de la surface de singularités dans l'espace articulaire, ces calculs ont été réalisés pour une série de valeurs très proches de la variable  $(\rho_1)$ . Dans ce travail, la fonction maillage de l'outil de CAO-CATIA® a été utilisée comme le montre la **Figure 3-27**. Un algorithme a été développé permettant de tracer les courbes de singularités par des plans de coupe dans l'espace de travail articulaire et de calculer ainsi les points de cusp pour lesquelles trois solutions coïncidentes au modèle géométrique direct existent dans l'espace articulaire.



**Figure 3-27:** Surface de singularités dans l'espace de travail articulaire pour plusieurs architectures du robot manipulateur 3-RPR selon [Zein, 2007].

Nous pouvons citer également le travail présenté dans [Macho et al., 2007]. Après avoir déterminé la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire, les auteurs ont montré comment certains robots manipulateurs parallèles plans sont capables de changer de mode d'assemblage sans passer par une singularité. La **Figure 3-28** (a, b) montre plusieurs vues pour la surface de singularité dans l'espace articulaire ainsi que des coupes de cette surface **Figure 3-28** (c).



**Figure 3-28:** Différentes vues de la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire (a, b), coupes dans la surface de singularité dans l'espace articulaire d'après (c) [Macho et al., 2007].

Ils ont montré aussi que, pour le robot de type-II dans le **Tableau 3-1**, la surface de singularité parallèle dans l'espace cartésien ne s'entrecoupe pas, et que l'espace de travail opérationnel a été complètement divisé en deux sous-espaces exempts de singularité. Par contre, pour la surface de singularité dans l'espace articulaire, il existe plusieurs régions où la surface s'entremêle et vrille de telle manière qu'elle s'entrecoupe à de nombreuses reprises en divisant l'espace de travail articulaire en plusieurs régions ou sous-espaces.

Dans le but de déterminer le lieu géométrique des singularités dans l'espace articulaire du robot manipulateur de type 3-RPR, l'expression analytique de condition de singularité suivante est utilisée:

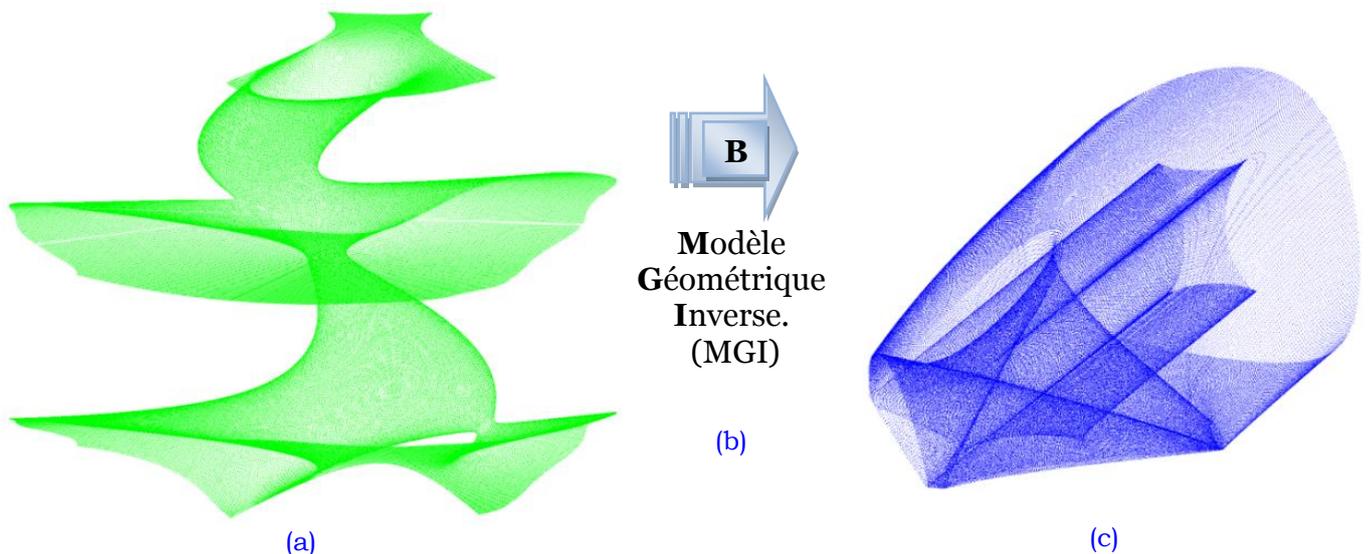
$$g(\rho_1, \rho_2, \rho_3) = 0 \quad (3-9)$$

En revanche, l'obtention d'une telle équation est relativement complexe. Pour cette raison les auteurs dans [Macho et al., 2007] ont proposé une autre technique pour obtenir une représentation des positions associées au lieu géométrique des singularités dans l'espace articulaire. Cette méthode consiste à utiliser le modèle géométrique inverse (MGI) du robot manipulateur étudié. Ils ont effectué une transformation de la surface de singularité dans l'espace de travail opérationnel vers l'espace de travail articulaire, en déterminant l'image, point par point, par le MGI du nuage de points associé aux lieu géométrique des singularités dans l'espace cartésien, comme l'illustre la **Figure 3-29**. En fait, le nuage de points de

singularités obtenu par cette technique présente des caractéristiques topologiques très complexes, voir *Figure 3-27*, *Figure 3-28* et *Figure 3-29*. Cela signifie que la construction de la surface en se basant sur ce nuage de points sera une mission très délicate, même avec une très bonne expertise dans l'utilisation des ateliers surfaciques des logiciels CAO. En outre, il sera très difficile, en utilisant les méthodes de construction classiques des surfaces, d'afficher tous les détails dissimulés à l'intérieur de cette surface, alors que la caractérisation de ces parties internes est très importante pour les concepteurs.

### 3.3.1 Idée clé de la méthode proposée

Nous proposons une méthode qui permet de remédier à la complexité topologique de la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire. Cette méthode repose sur l'utilisation de la surface de singularité inscrite totalement à l'intérieur de l'espace de travail opérationnel du robot. Cela signifie que nous n'utilisons pas la totalité de la surface (ou le nuage de points) associée au lieu géométrique des singularités de type II. Nous ne tenons pas compte de parties situées en dehors de l'espace de travail cartésien du robot. Ceci est réalisé conformément aux valeurs des variables articulaires fournies dans le *Tableau 3-1*. Dans cette méthode nous profitons des fonctionnalités de l'outil CAO-CATIA® qui permettent de répondre à notre objectif sans avoir recours à des programmations compliquées.



*Figure 3-29: Nuage de points singuliers dans l'espace de travail cartésien (a), application du modèle géométrique inverse (MGI) du robot (b), image du nuage de points dans l'espace articulaire (c).*

### 3.3.2 Description de la méthode proposée

Nous pouvons décrire la méthode proposée pour représenter la surface de singularité dans l'espace articulaire par les étapes suivantes :

- Etape 1:** la détermination de la surface associée aux poses singulières de type II inscrites entièrement dans l'espace de travail cartésien total 3D du robot 3-RPR.
- Etape 2:** la surface déterminée dans l'étape 1 est divisée en plusieurs sous-surfaces de singularité; cette étape a pour objectif de faciliter, par la suite, la construction de la surface de singularité dans l'espace articulaire.

**Etape 3:** pour chacune des sous-surfaces obtenues nous effectuons une numérisation 3D de manière à récupérer les coordonnées du nuage de points associé.

Ces trois étapes sont exécutées dans l'outil de CAO-CATIA®, via son atelier surfacique.

**Etape 4:** après avoir obtenu les coordonnées des points pour toutes les sous-surfaces, nous déterminons leurs images (une par une) dans l'espace articulaire par le MGI du 3-RPR. Cette étape est réalisée dans MATLAB®.

**Etape 5:** les nuages de points obtenus dans l'espace articulaire sont exportés dans CATIA® pour la construction de la surface de singularité dans cet espace.

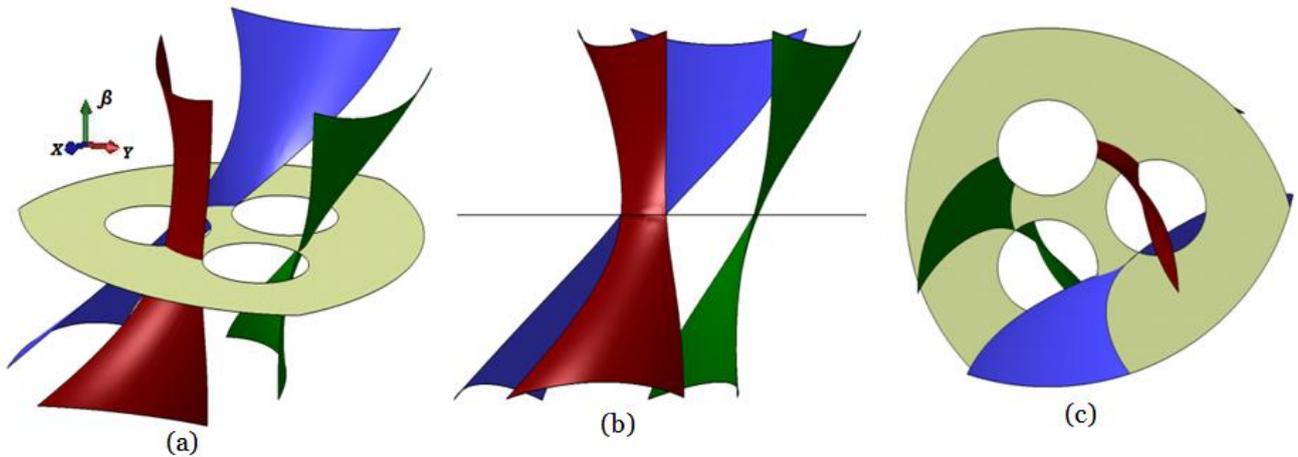
La *Figure 3-30* illustre le processus suivi pour la nouvelle détermination et la représentation de la surface de singularité dans l'espace articulaire.



*Figure 3-30: Méthodologie pour construire la surface de singularité dans l'espace articulaire.*

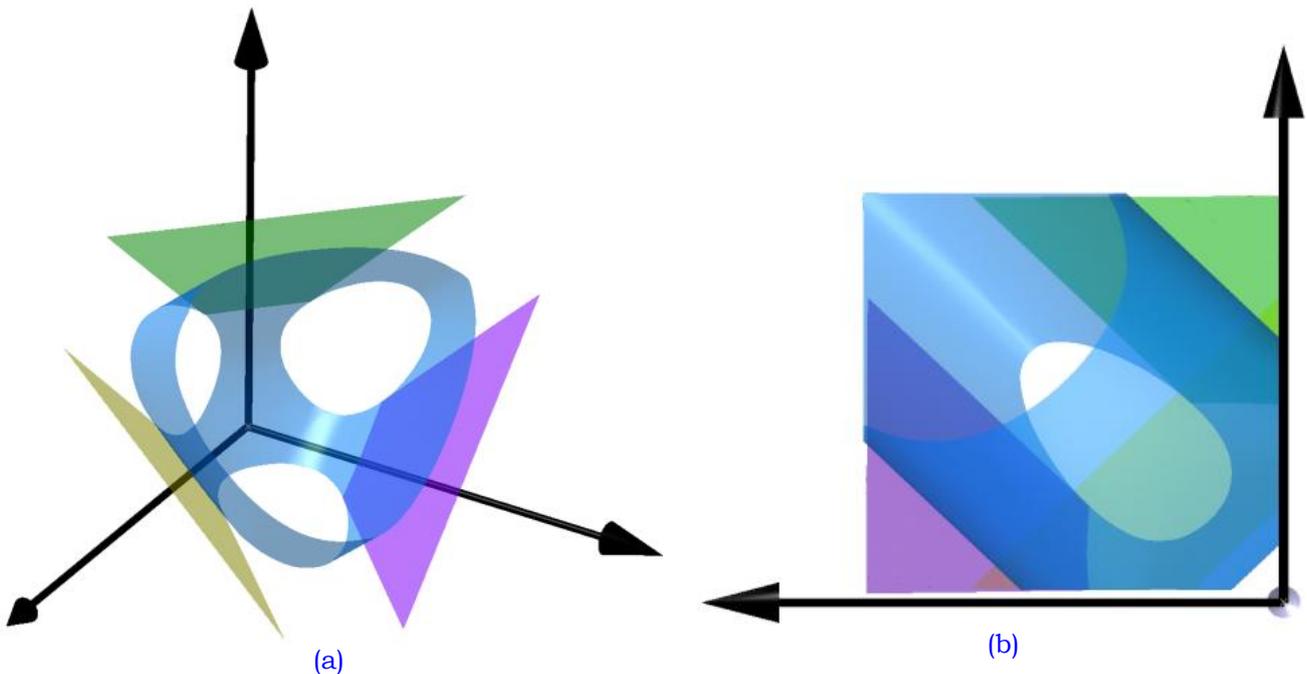
### **Application au robot 3-RPR:**

Nous allons illustrer dans cette section la méthode proposée à travers deux réalisations du robot 3-RPR correspondant aux paramètres géométriques donnés dans le *Tableau 3-1*. Nous commençons par le robot ayant une base fixe et une plate-forme mobile sous forme d'un triangle équilatéral, le robot de type-I dans ce tableau. La *Figure 3-31* illustre notre approche mentionnée ci-avant.



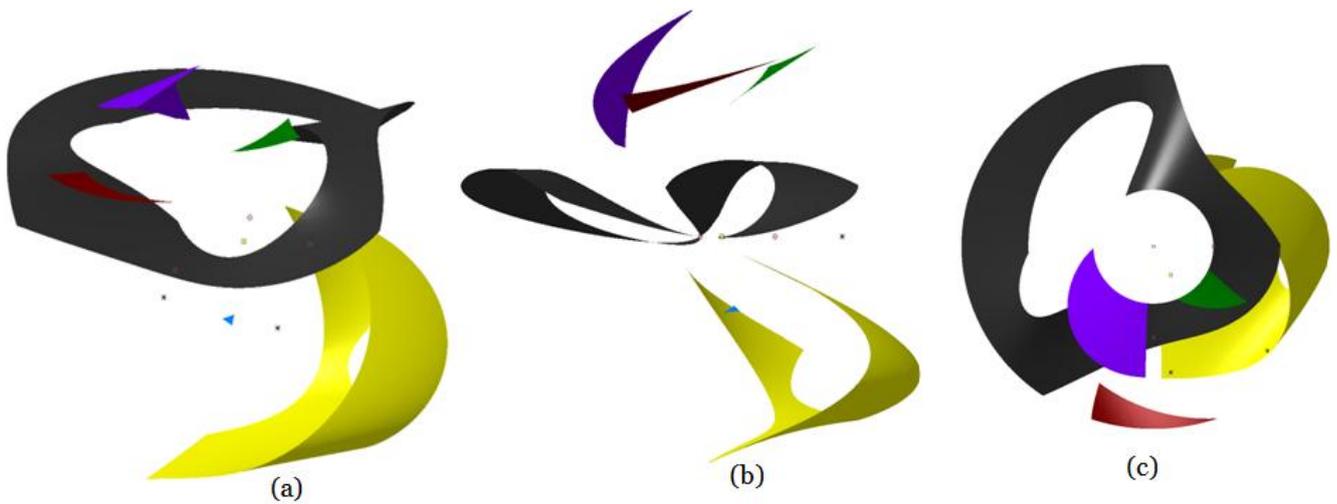
**Figure 3-31:** Surface de singularité inscrite totalement dans l'espace de travail cartésien du robot manipulateur 3-RPR de type -I en plusieurs vues, [Arrouk et al., 2012].

Ensuite, une numérisation tridimensionnelle de chaque sous-surface a été appliquée pour récupérer les coordonnées de points associés à chaque sous-surface (étape-3). Pour ces nuages de points nous appliquons le modèle géométrique inverse du robot manipulateur étudié pour déterminer les nuages de points correspondant aux positions singulières dans l'espace articulaire du robot (étape-4). Après, nous construisons la surface de singularité associée au lieu géométrique des singularités dans l'espace articulaire du robot (étape-5). La **Figure 3-32** illustre la nouvelle surface de singularité déterminée par la nouvelle méthodologie proposée.



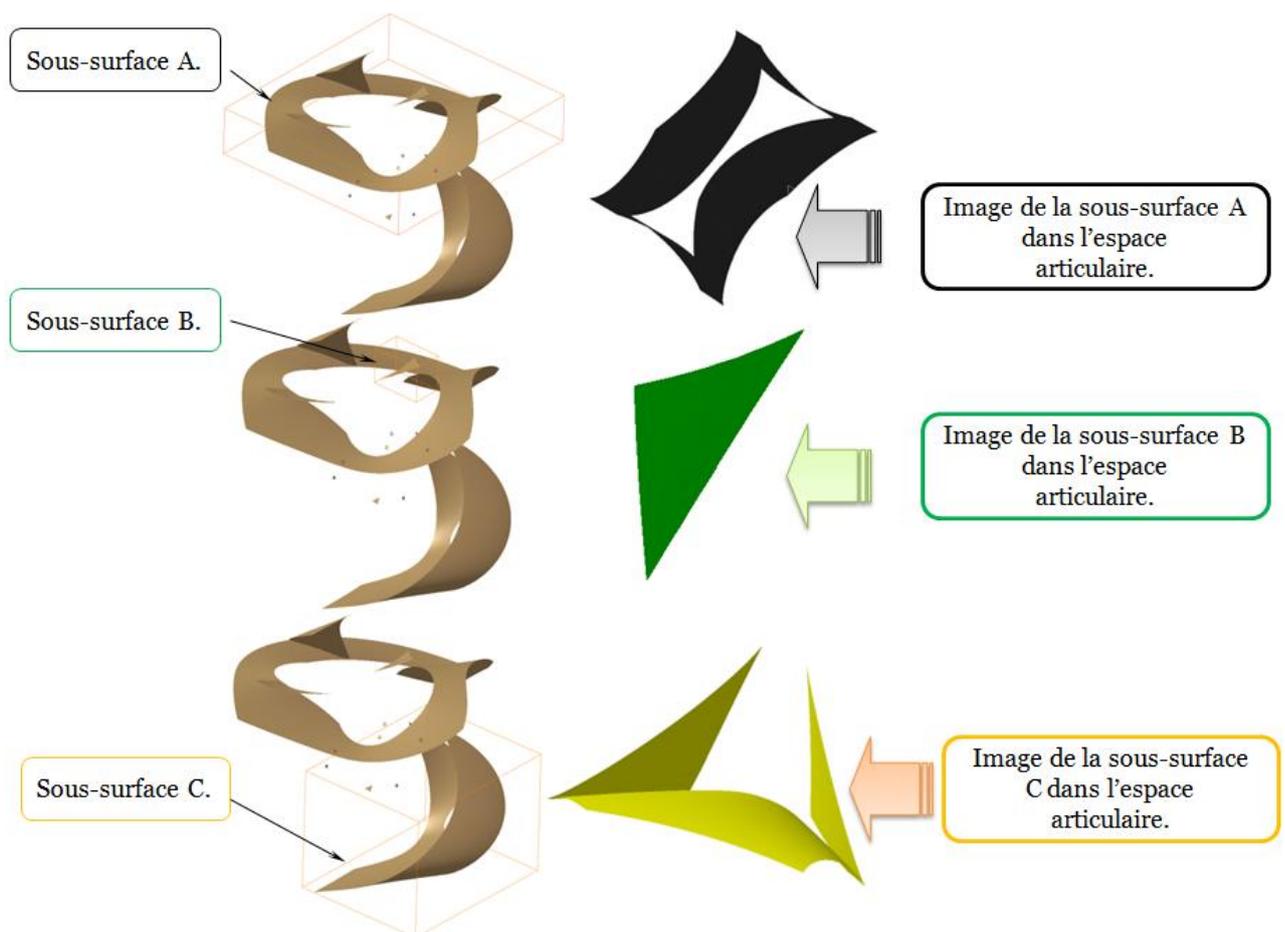
**Figure 3-32:** Modèle CAO de la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire (a), vue de droite de la nouvelle surface (b).

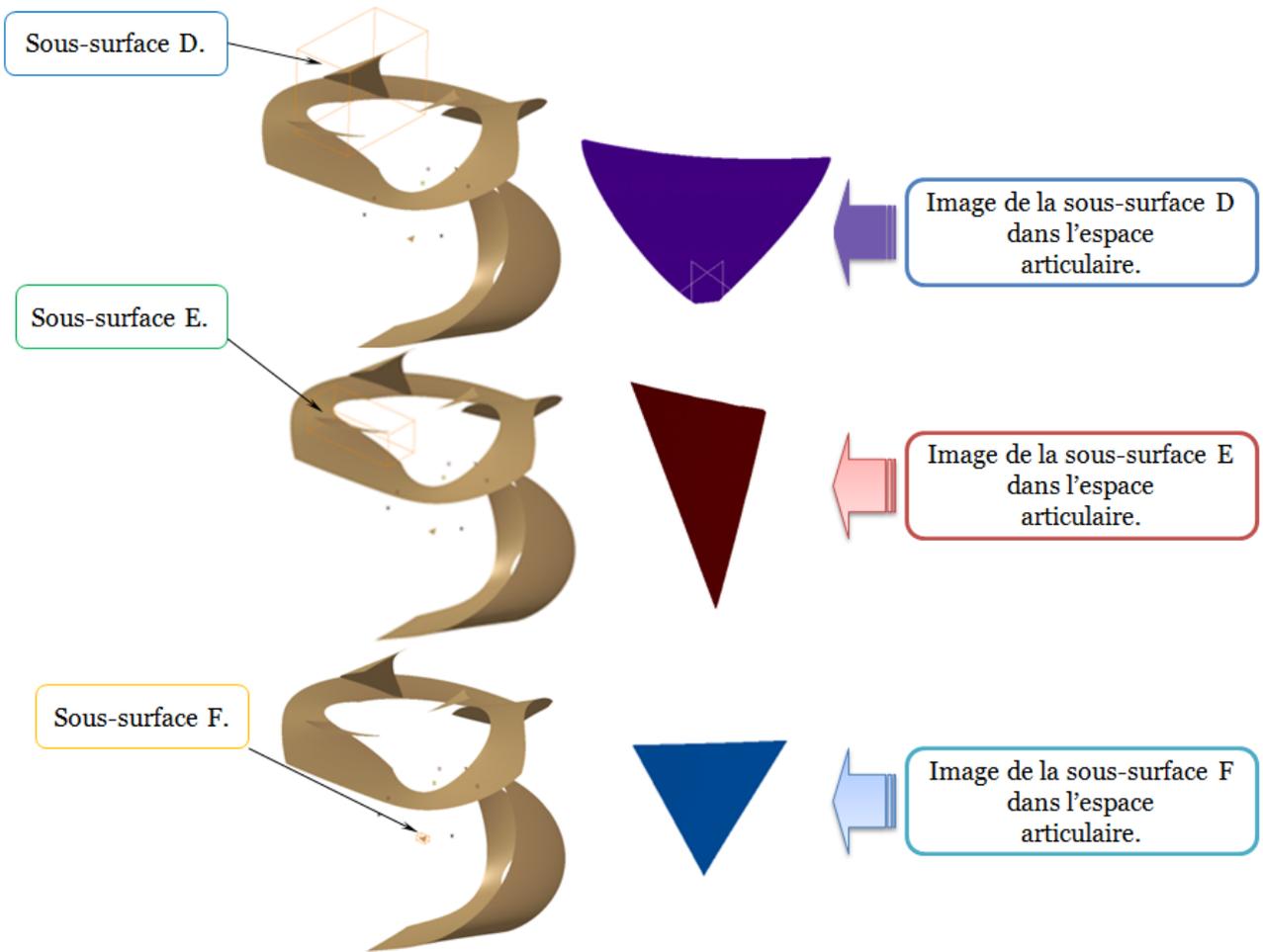
Nous allons maintenant, appliquer cette méthode au robot manipulateur 3-RPR de type-II dont les paramètres géométriques sont indiqués dans le **Tableau 3-1**. La **Figure 3-33** illustre les deux premières étapes de l'algorithme.



**Figure 3-33:** Surface de singularité inscrite totalement dans l'espace de travail cartésien du robot manipulateur 3-RPR de type-II en plusieurs vues, [Arrouk et al., 2012].

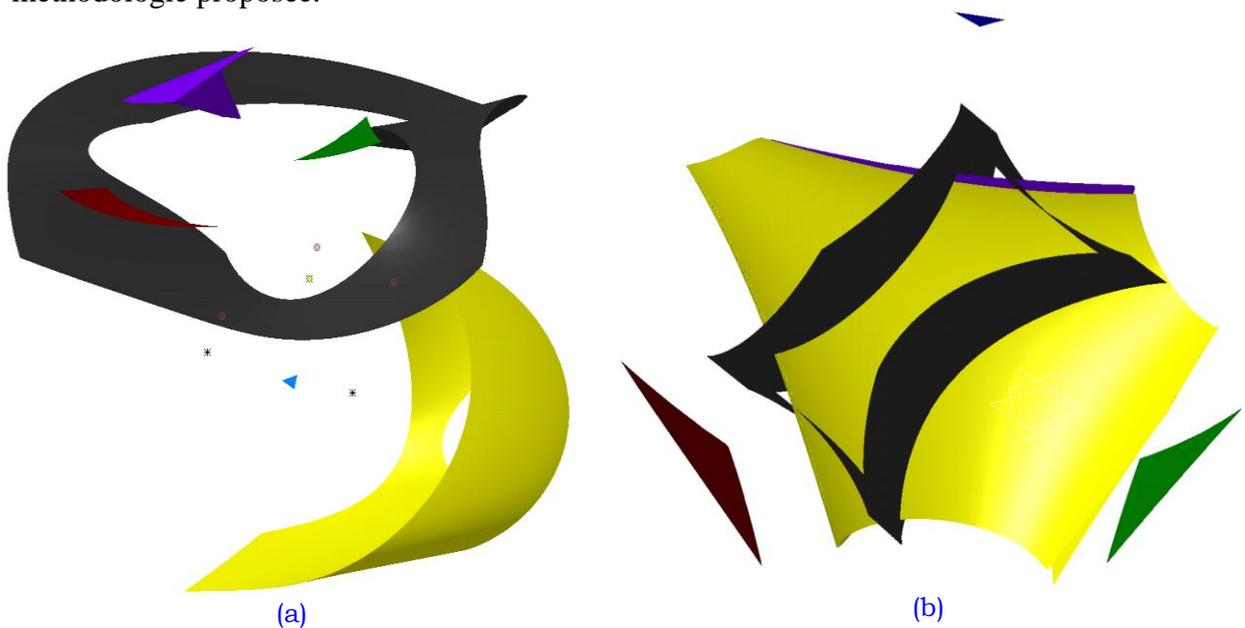
La numérisation tridimensionnelle de chaque sous-surface a été appliquée pour récupérer les coordonnées de points qui lui sont associées. Cette étape est illustrée dans la **Figure 3-34**.





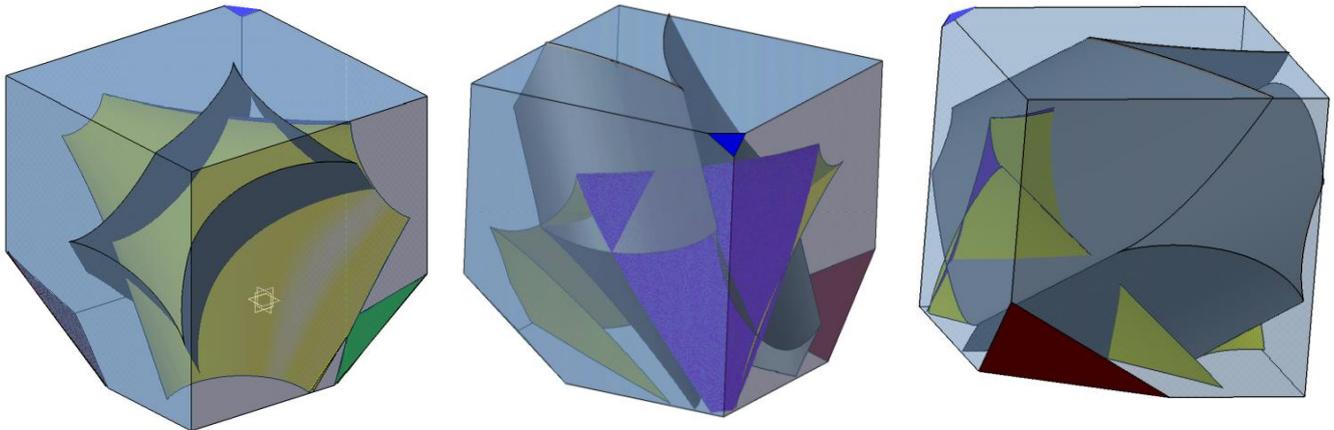
**Figure 3-34:** Numérisation des sous-surfaces de singularité dans l'espace articulaire.

La **Figure 3-35** montre la nouvelle surface de singularité déterminée par la nouvelle méthodologie proposée.



**Figure 3-35:** Surface de singularité inscrite totalement dans l'espace de travail opérationnel du robot manipulateur de type-II dans le Tableau 3-1(a), son image dans l'espace articulaire (b).

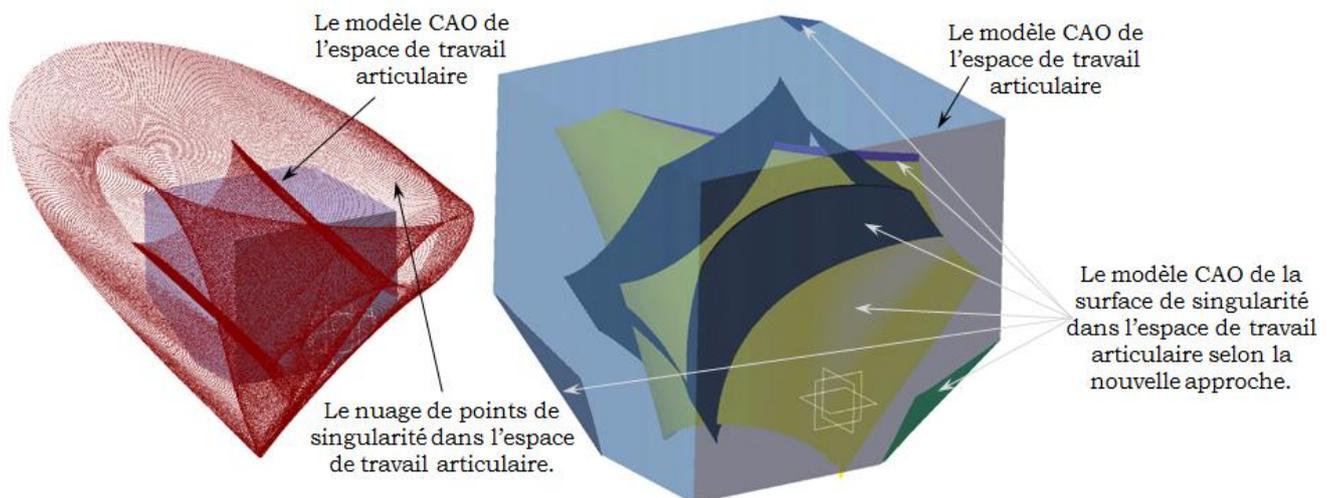
**Remarque:** Nous avons gardé les mêmes couleurs pour représenter les sous-surfaces de singularité dans l'espace opérationnel (a) et leurs images respectives dans l'espace articulaire (b).



**Figure 3-36:** Différentes vues du modèle CAO de l'ensemble de l'espace articulaire du robot de type-II et la surface de singularités dans son espace articulaire, [Arrouk et al., 2012].

L'observation du modèle CAO de l'ensemble de l'espace de travail articulaire du robot manipulateur de type-II et de la surface de singularité obtenue selon la démarche proposée, **Figure 3-36**, permet de souligner les avantages suivants de notre technique:

- Simplification significative de la détermination de la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire. Ce qui nous permet d'approfondir l'analyse de l'espace de travail dans l'espace articulaire du robot manipulateur.
- Amélioration de la représentation de cette surface par rapport aux autres représentations telles que illustrées dans la **Figure 3-27** et **Figure 3-28**. Autrement dit, cette méthode met en évidence complètement la structure interne des régions libres de singularités dans l'espace de travail articulaire d'une manière beaucoup plus visible que celles mentionnées dans les autres travaux de recherche.



**Figure 3-37:** Une comparaison entre la méthode classique et la méthodologie proposée pour la détermination et la représentation de la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire.

- Faciliter la détermination des sous-espaces libres de singularités dans l'espace articulaire du robot manipulateur. Cela représente un outil complémentaire d'aide à la conception, à la planification et à la génération de trajectoires.

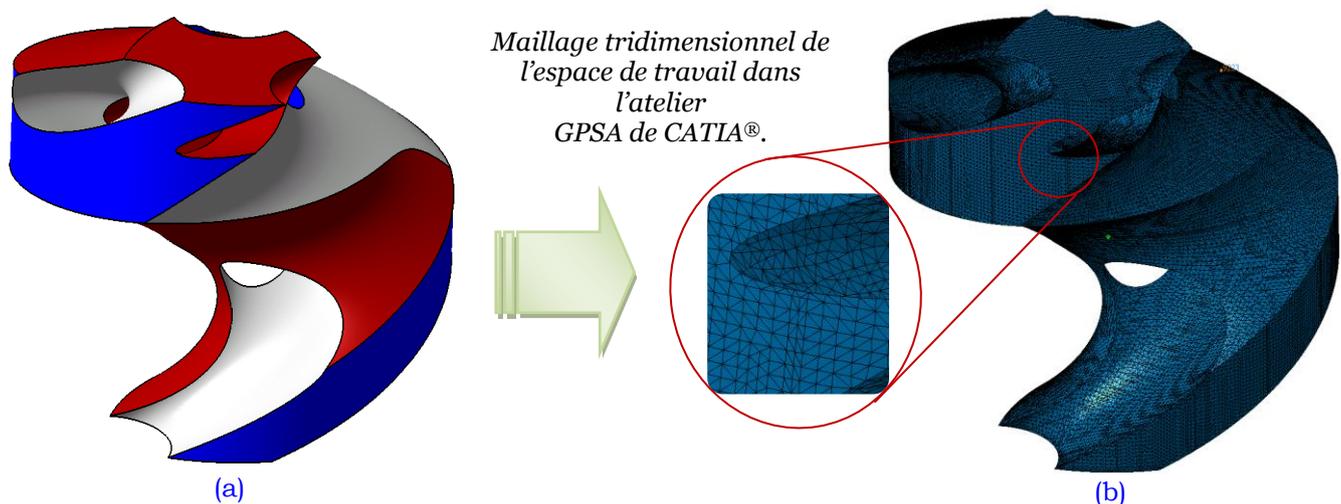
### 3.4 Analyse dans l'espace articulaire

Pour compléter notre contribution dans ce chapitre, nous proposons dans cette section une nouvelle méthode pour l'analyse et la caractérisation des performances des robots manipulateurs parallèles plans dans l'espace articulaire.

#### 3.4.1 Nouvelle méthodologie pour la représentation de l'espace de travail articulaire

Dans cette partie, nous proposons de déterminer l'espace de travail articulaire à partir de l'image par le MGI de l'espace de travail total cartésien tridimensionnel. Nous appliquons cette transformation à un nuage de points correspondant aux nœuds du maillage par éléments finis tétraédriques du volume de l'espace opérationnel (*Figure 3-38*).

Ce maillage est réalisé dans l'atelier "Generative Part Structural Analysis" GPSA de CATIA®. Cette technique nous permet d'obtenir un nuage de points associé à l'espace de travail articulaire beaucoup plus rapidement (en seulement quelques secondes) que les autres méthodes telles que les méthodes analytiques et algébriques par discrétisation.



**Figure 3-38:** Modèle CAO de l'espace de travail du robot manipulateur (a), modèle CAO de l'espace de travail maillé en utilisant l'octree de type tétraèdre linéaire (b).

#### Approche proposée

**Etape 1:** Cette étape consiste à effectuer un maillage 3D pour le modèle de l'espace de travail du robot manipulateur de type 3-RPR.

**Etape 2:** Récupération et acquisition des coordonnées des points des nœuds du modèle maillé de l'espace de travail total tridimensionnel du robot manipulateur étudié.

**Etape 3:** Cette étape consiste à appliquer, dans l'outil analytique de MATLAB®, le modèle géométrique inverse (MGI) du robot étudié sur la matrice contenant les coordonnées des points de maillage 3D.

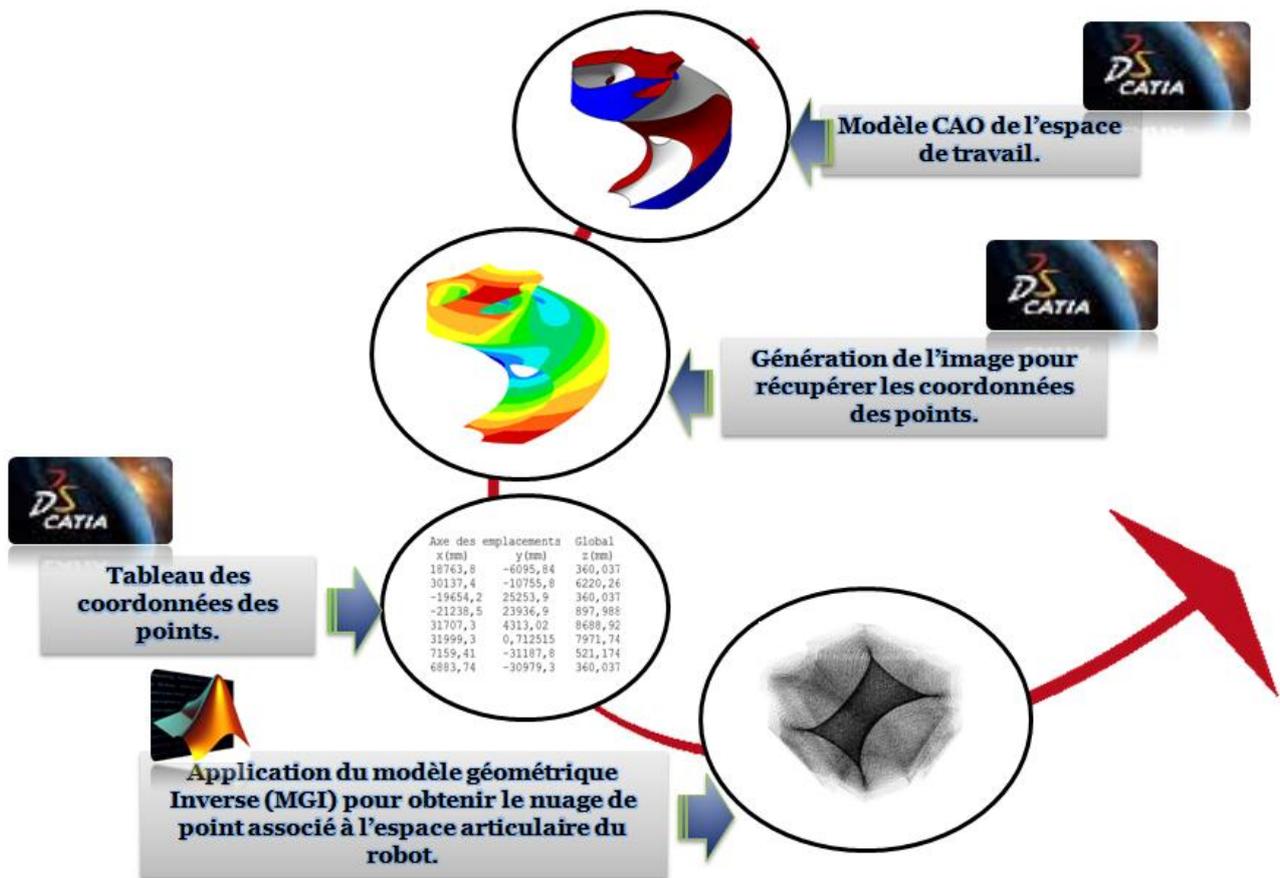


Figure 3-39: Le processus suivi pour obtenir l'espace de travail articulaire au moyen de l'atelier GPSA de CAO-CATIA®.

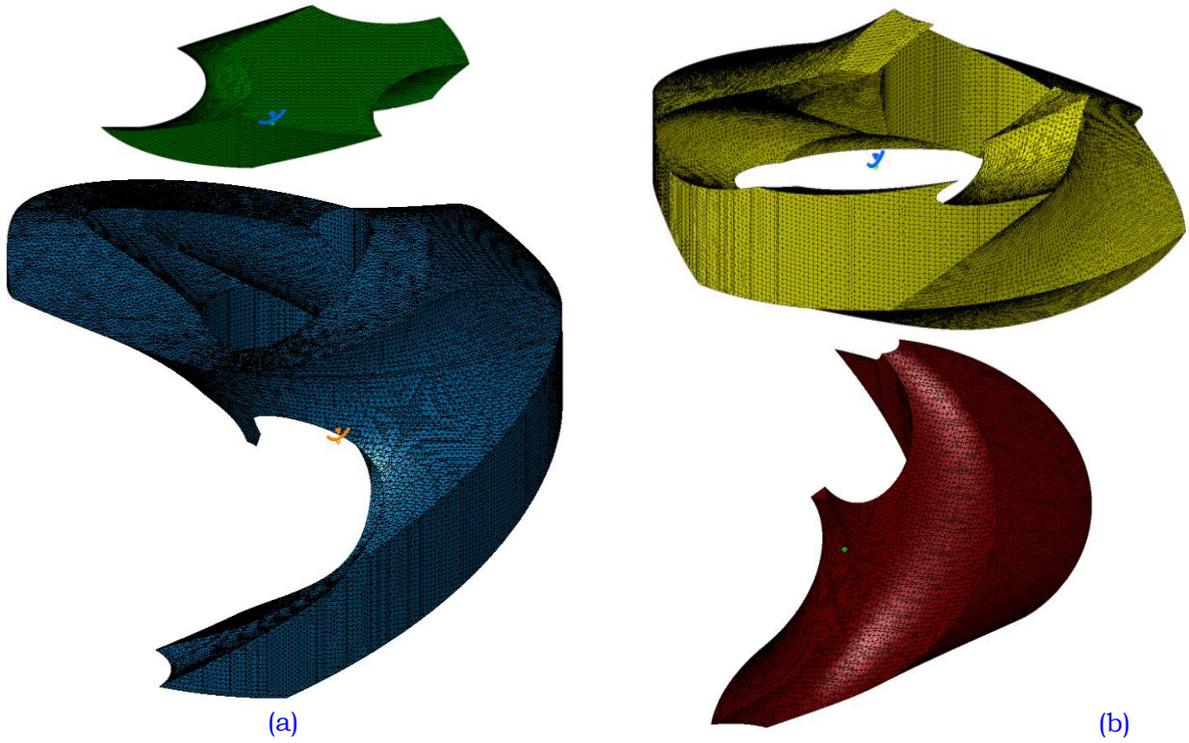
La Figure 3-39 illustre le processus suivi pour la nouvelle détermination, représentation, et caractérisation de l'espace de travail articulaire du robot manipulateur à l'aide de la nouvelle méthodologie basée sur l'utilisation du maillage 3D de l'espace de travail total cartésien du robot manipulateur. En se basant sur cette technique originale, nous pouvons trouver efficacement et rapidement l'image de toutes les parties distinctes libres de singularités de l'espace de travail opérationnel par le MGI. Cette technique peut être facilement étendue à toutes les architectures des robots parallèles plans ou spatiaux.

### 3.4.2 Application aux différents robots de type 3-RPR

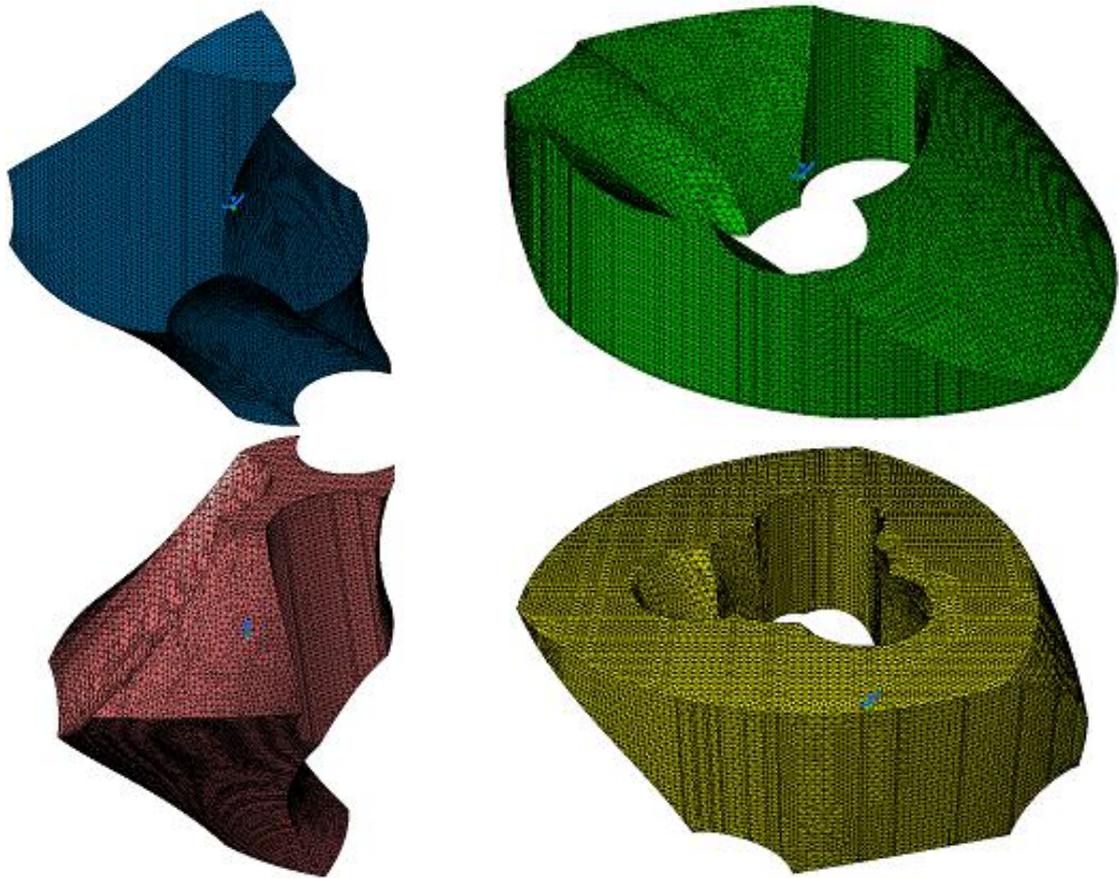
Nous présentons une application de la technique proposée aux robots plans de type 3-RPR ayant les paramètres géométriques indiqués dans le **Tableau 3-1**. Nous avons montré précédemment que la surface de singularité parallèle sépare l'espace de travail total du robot de **type-II** en deux parties distinctes, comme le montre la **Figure 3-26**.

Tandis que la surface de singularité, pour le robot de **type-I**, divise son espace de travail total tridimensionnel atteignable en quatre sous-espaces, comme illustré dans la **Figure 3-22**.

Nous pouvons trouver ensuite l'image, par l'application du MGI, de ces parties dans l'espace articulaire. L'étape 1 de notre approche consiste à utiliser le maillage tridimensionnel de CATIA® pour mailler le modèle CAO de l'espace de travail total opérationnel tridimensionnel du robot manipulateur étudié. Ce maillage est de type octree avec des tétraèdres linéaires. La **Figure 3-40** représente le modèle maillé pour les aspects libres de singularités.



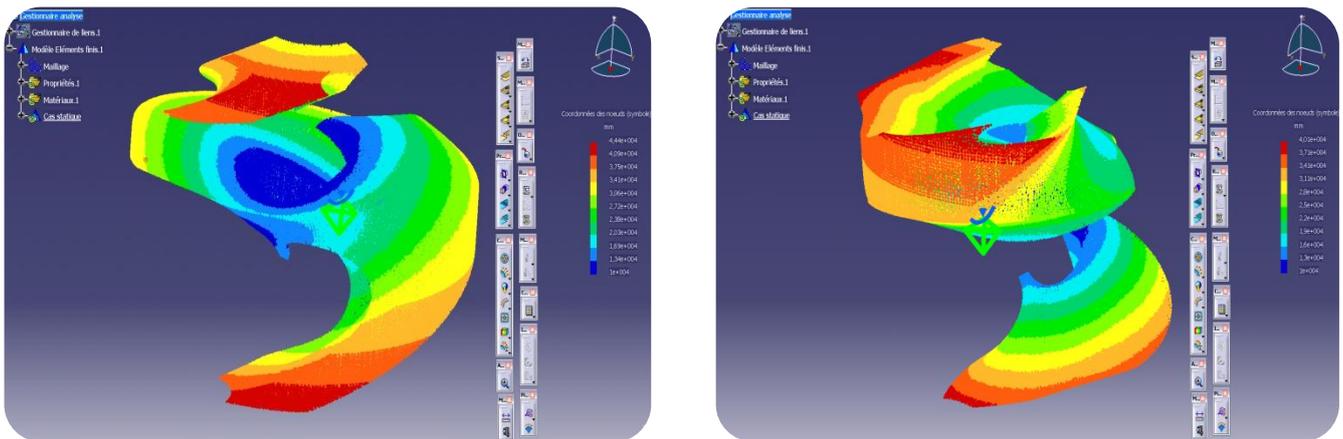
*Figure 3-40: Maillage tridimensionnel de premier (a) et deuxième (b) aspects libres de singularités parallèles pour le robot-II dans le Tableau 3-1.*



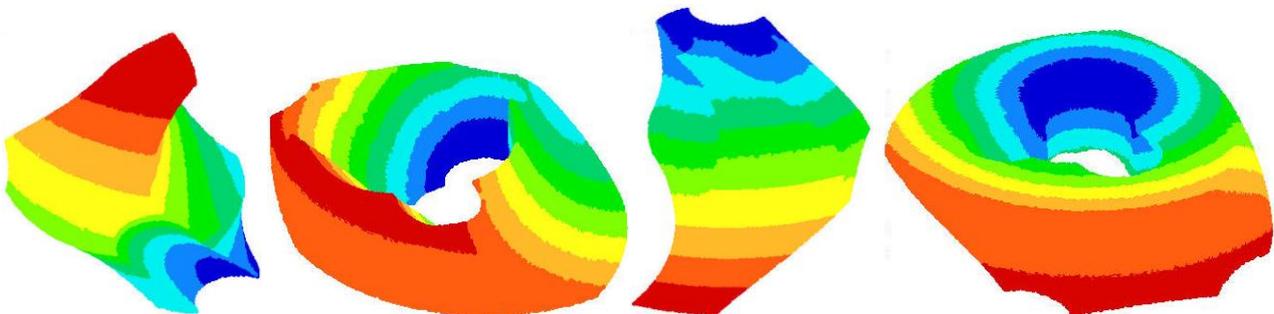
*Figure 3-41: Maillage tridimensionnel pour les quatre aspects libres de singularités parallèles pour le robot de type-I dans le Tableau 3-1.*

Nous récupérons ensuite, suivant la deuxième étape de notre approche, les coordonnées des points (nœuds des éléments, centres de gravité des éléments) des solides définis par les modèles CAO qui correspondent aux sous-espaces libres de singularités. La **Figure 3-42** et la **Figure 3-43** illustrent les résultats de l'application de cette étape pour les sous aspects libres de singularités parallèles pour les deux robots de type-II et le robot de type-I respectivement.

Finalement, comme il est expliqué dans la troisième étape de cette approche, nous appliquons à l'aide de l'outil analytique de MATLAB® le modèle géométrique inverse MGI du robot manipulateur étudié aux points obtenus dans l'étape précédente en vue de récupérer les nuages de points associés aux sous-espaces articulaires pour le robot parallèle étudié.



**Figure 3-42:** Génération d'images de maillage pour le premier et le deuxième aspect libre de singularités parallèles pour le robot de type-II dans le Tableau 3-1.

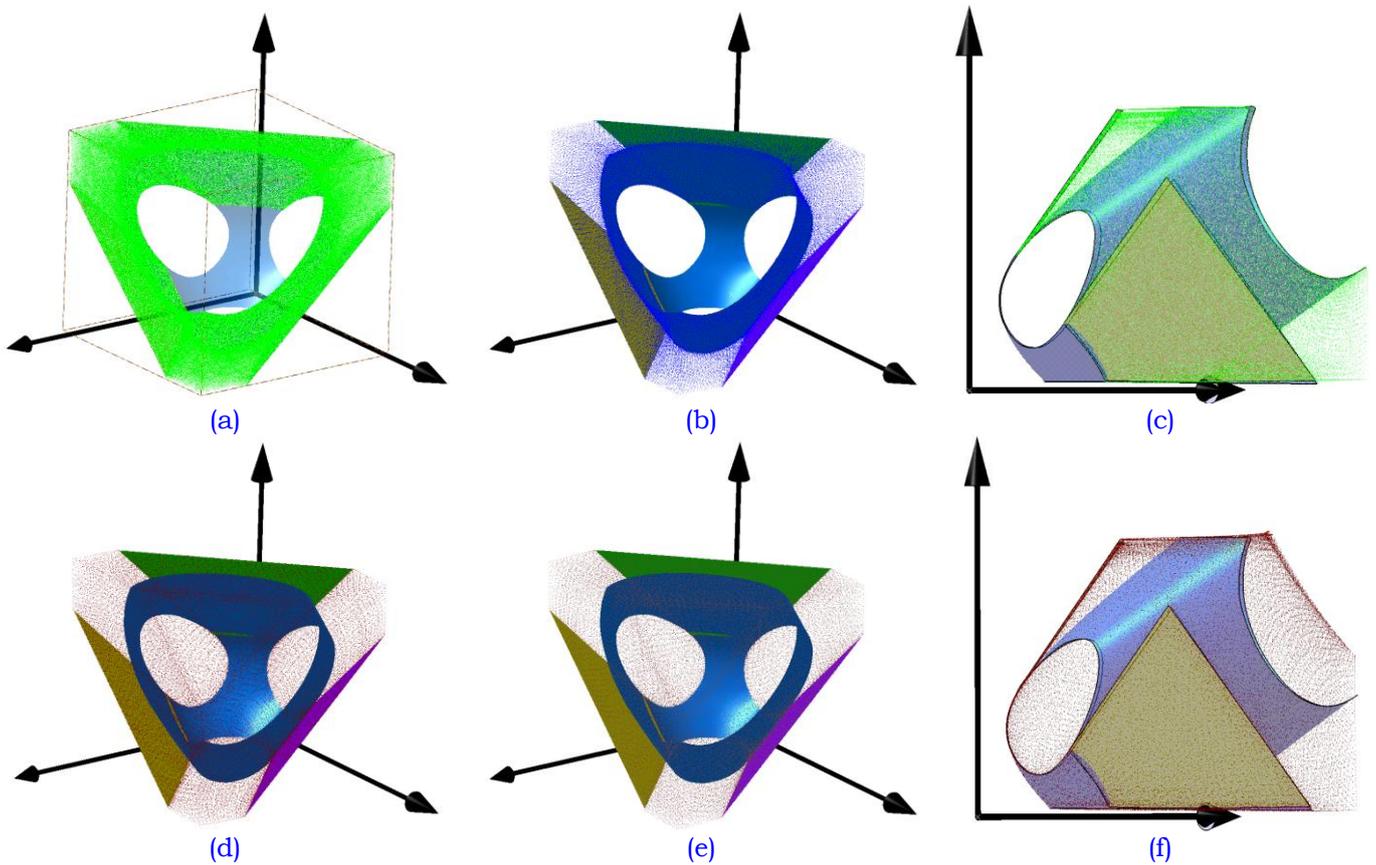


**Figure 3-43:** Génération d'images de maillage pour les quatre aspects libres de singularités parallèles pour le robot de type-I dans le Tableau 3-1.

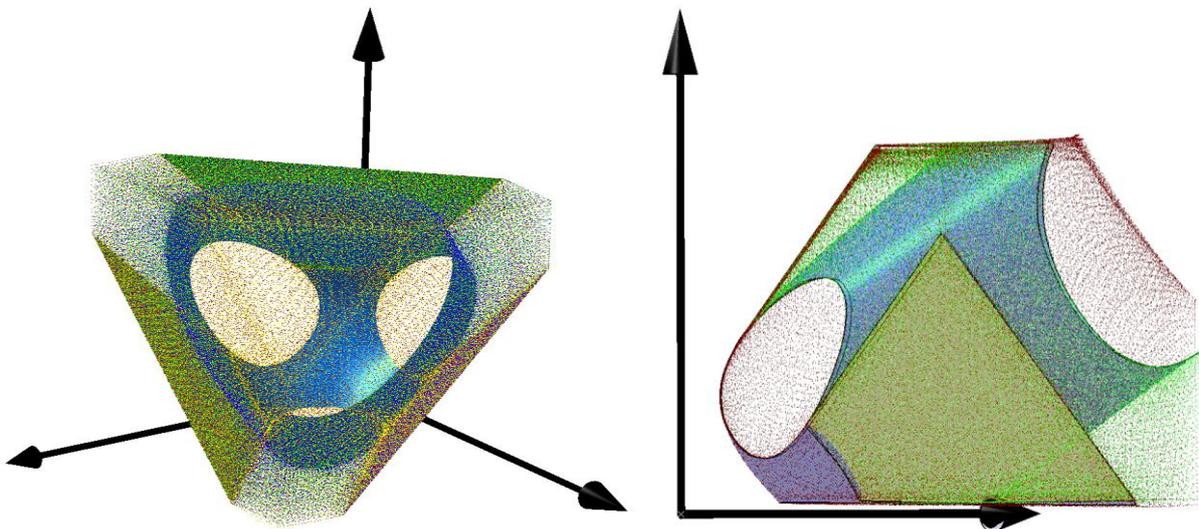
### Superposition des résultats obtenus sur la nouvelle surface de singularité dans l'espace articulaire

Dans les figures ci-après, nous superposons la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire, déterminée et représentée selon l'approche décrite précédemment et illustrée dans la **Figure 3-30**, avec le nuage de points correspondant aux images des aspects (sous-espaces) libres de singularités (sous-espaces articulaires) déterminés et représentés suivant l'approche décrite dans la **Figure 3-39**:

- Pour le robot manipulateur plan 3-RPR de type-I ayant les paramètres géométriques figurées dans le **Tableau 3-1**, nous obtenons les résultats illustrés dans la **Figure 3-44**.

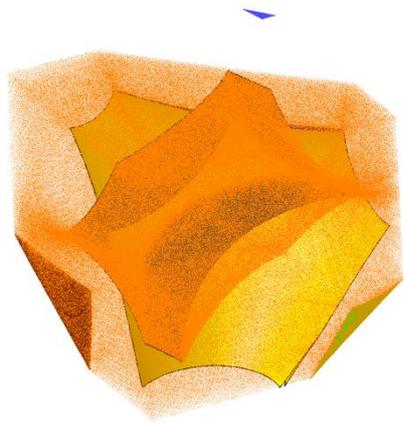


**Figure 3-44:** Modèles CAO des superpositions de la surface de singularité dans l'espace articulaire et les nuages de points correspondants aux images de quatre aspects libres de singularité dans l'espace de travail articulaire pour le robot de type-I.

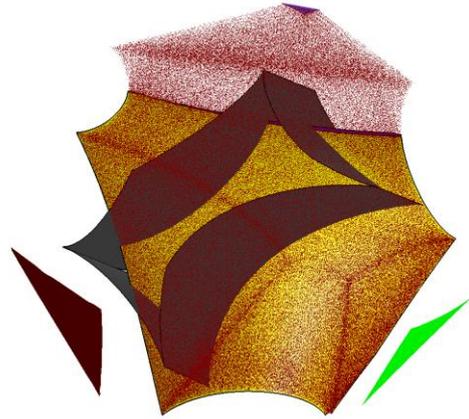


**Figure 3-45:** Modèles CAO pour le nuage de points de l'ensemble articulaire et la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire pour le robot de type-I.

- Pour le robot manipulateur plan de type 3-RPR de type-II ayant les paramètres géométriques figurés dans le **Tableau 3-1**, nous obtenons les résultats présentés dans la **Figure 3-46** et la **Figure 3-47**:



(a)

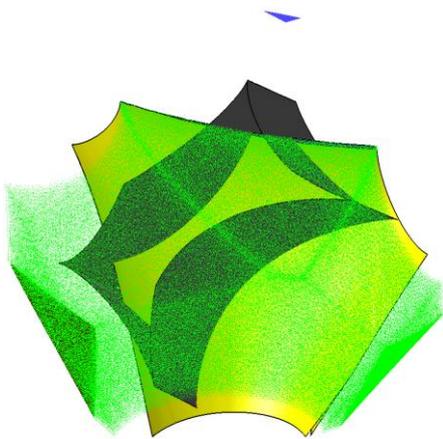


(b)

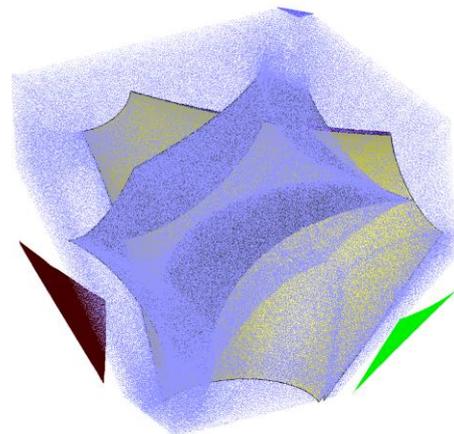


(c)

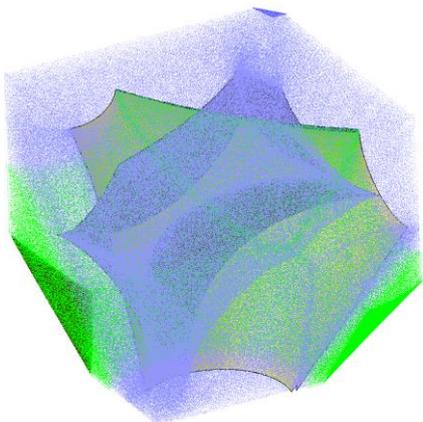
**Figure 3-46:** Modèles CAO de la surface de singularité dans l'espace des configurations et les nuages de points correspondant aux sous-parties du premier aspect libre de singularité dans l'espace de travail articulaire pour le robot de type-II (a, b) et pour l'aspect complet (c).



(a)



(b)

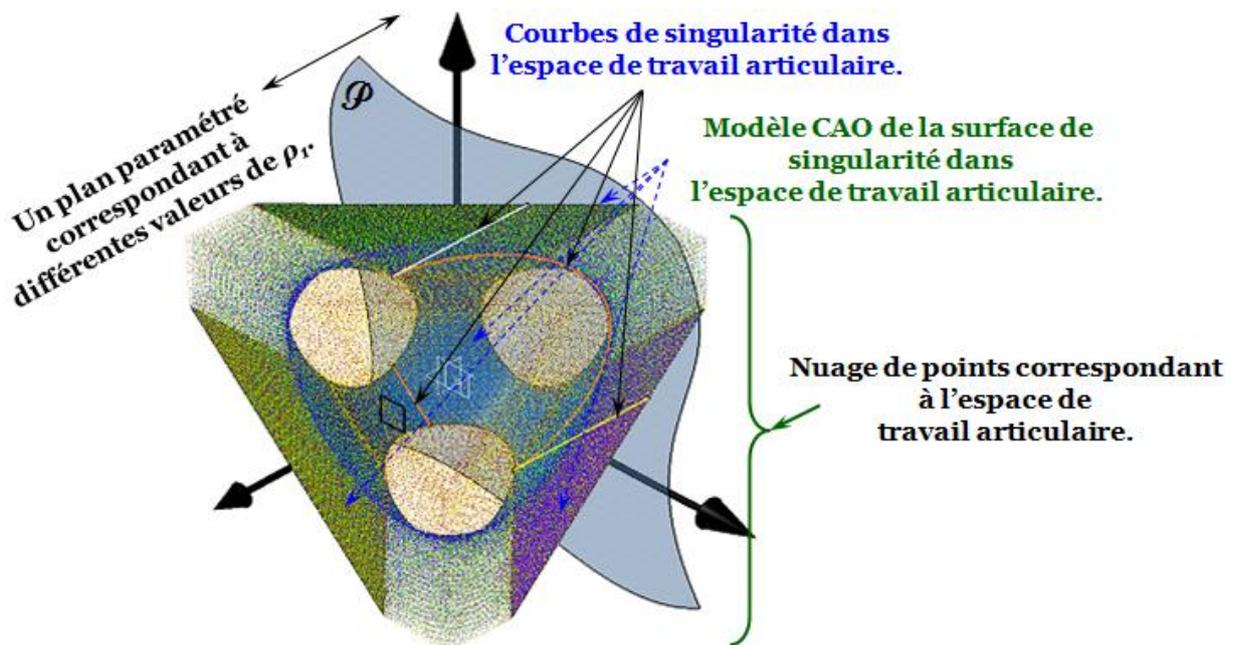


(c)

**Figure 3-47:** Modèles CAO de la surface de singularité dans l'espace des configurations et les nuages de points correspondant aux sous-parties du deuxième aspect libre de singularité dans l'espace de travail articulaire pour le robot II (a, b) et pour l'aspect complet (c).

Outre l'analyse de l'espace de travail articulaire, l'approche proposée permet de déterminer le nombre de modes d'assemblage du robot manipulateur étudié: les différentes régions qui sont séparées par les surfaces de singularité dans l'espace articulaire. En effet, en considérant un plan projectif d'intersection  $\mathcal{P}$  paramétré par une distance  $\mathcal{D}$  sur l'axe représentant la course  $\rho_1$ , nous coupons la surface de singularité (déterminée par l'approche illustrée dans la **Figure 3-30**) par ce plan pour déterminer les courbes de singularité à travers l'espace de travail articulaire, comme illustré dans les **Figures 3-48** à **3-51**. Pour le robot manipulateur plan de type-II, les courbes sont représentées en bleu, rouge, vert et noir pour le robot type-II dans la **Figure 3-50** et la **Figure 3-51**. Elles partagent les différentes sections de l'espace de travail articulaire en plusieurs régions libres de singularités. Nous n'abordons pas dans ce mémoire de thèse une analyse descriptive détaillée à propos des points de cusps car ce sujet est présenté en détail dans plusieurs travaux [Innocenti et al., 1992], [Zein, 2007], [Wenger et al., 2009], [Coste et al., 2011].

La méthode proposée, basée sur l'outil CAO-CATIA<sup>®</sup>, facilite considérablement la planification de trajectoires entre différents modes d'assemblage. En effet, les techniques développées permettent aux concepteurs de présenter toutes les parties libres de singularités dans l'espace de travail articulaire qui peuvent être cachées en raison de la complexité topologique de cette surface. Cette méthode fournit un outil permettant également de choisir les valeurs des limites (butées) des articulations motorisées. Nous pouvons vérifier à partir de cette étude que pour l'architecture ayant une base fixe et une plate-forme mobile sous la forme de triangles équilatéraux ne sont pas cuspidaux [McAree et al., 1999]. Nous ne pouvons pas changer de mode d'assemblage sans croiser une singularité parallèle comme il est illustré dans la **Figure 3-49**. Cette démonstration est validée pour les manipulateurs parallèles plans de type 3-RPR ayant certaines conditions géométriques telles que la similarité entre la base fixe et la plate-forme mobile. Ces types de mécanismes sont nommés aussi les robots analytiques, qui sont étudiés en détails dans [Kong et al., 2001]. Pour de tels mécanismes, il n'est pas possible de générer des trajectoires qui connectent deux modes d'assemblage sans franchir une singularité.



**Figure 3-48:** Vue en 3D pour le plan paramétré  $\mathcal{P}$  qui coupe la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire pour le robot de type-I.

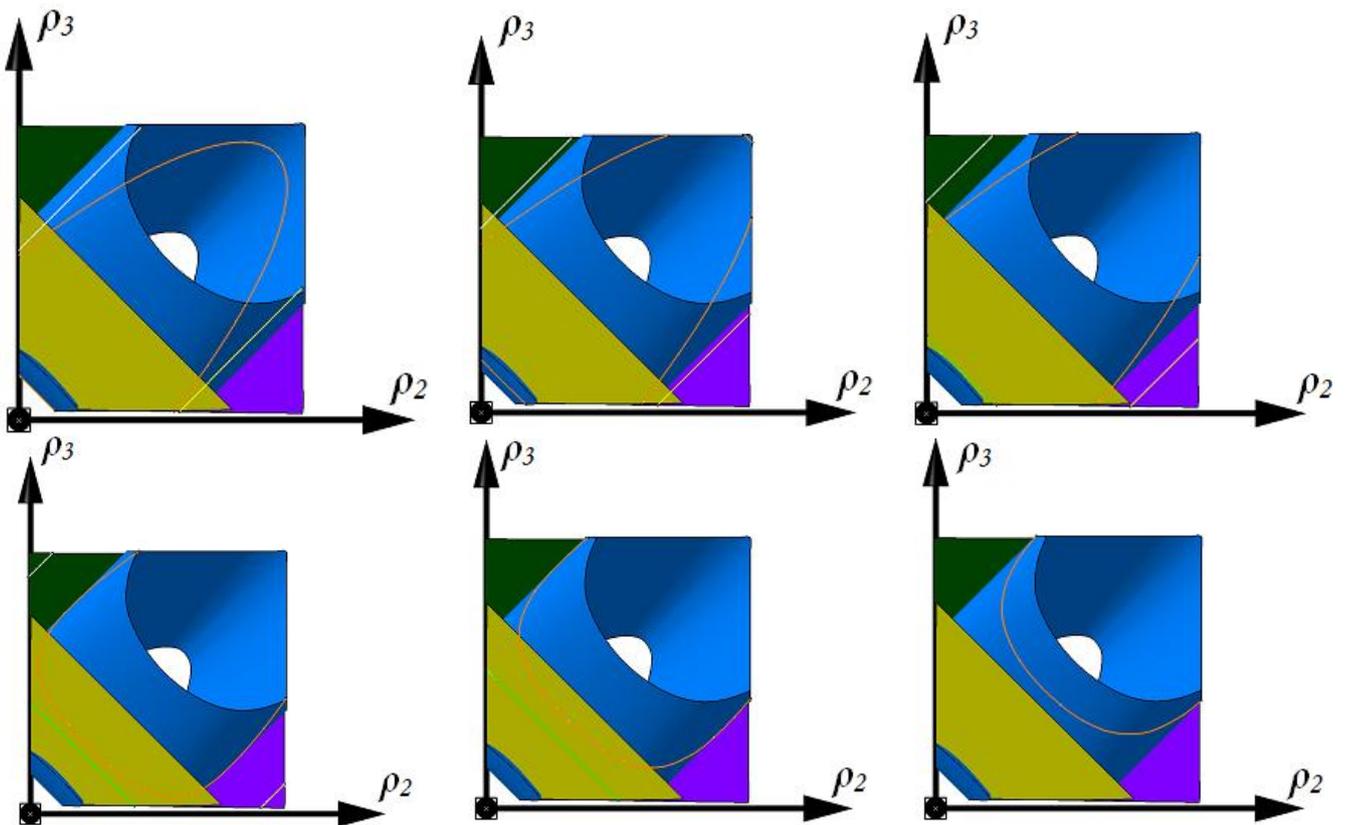


Figure 3-49: Méthode CAO-Géométrique pour la détermination des courbes de singularité dans l'espace de travail articulaire du robot de type-I.

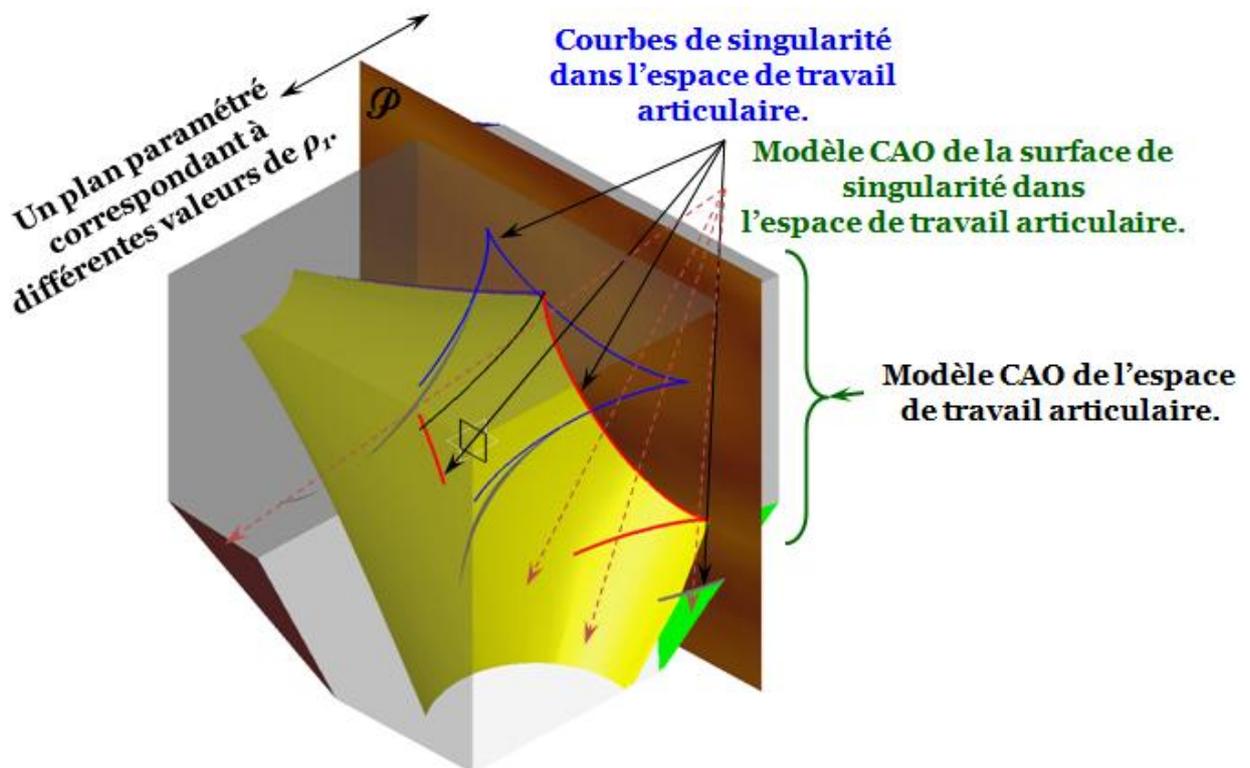
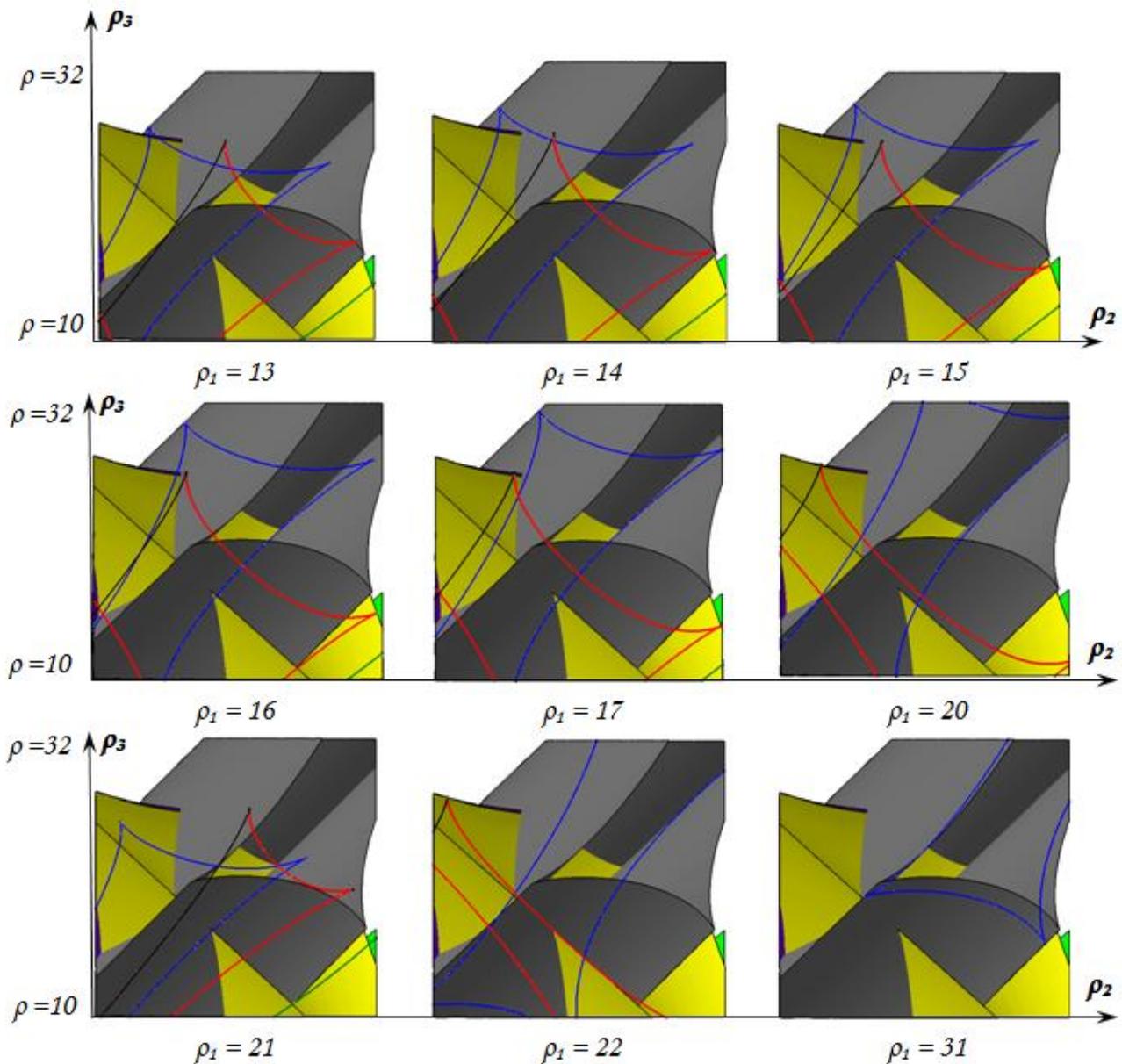


Figure 3-50: Vue en 3D pour le plan paramétré  $\mathcal{P}$  qui coupe la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire pour le robot-II.



**Figure 3-51:** Les courbes de singularité dans l'espace de travail de configurations représentées sur la surface de singularité déterminée par la méthode CAO-Géométrique proposée.

Dans la **Figure 3-52** nous comparons les résultats obtenus par notre technique CAO-Géométrique avec ceux de l'approche analytique présentée dans [Zein, 2007] pour obtenir les courbes de singularités dans l'espace de travail articulaire et les points de cusps. Un intérêt majeur de notre technique CAO-Géométrique est qu'elle permet aux concepteurs de localiser les positions des points de cusps. Ces points apparaissent seulement dans l'espace de travail articulaire du robot manipulateur et plus précisément ils se situent sur la surface de singularité articulaire. Notre approche géométrique est plus facile que l'approche de [McAree et al., 1999] ou celle de [Zein, 2007] car nous n'avons pas besoin de développer des expressions et des équations algébriques compliquées telles que celles utilisées dans les travaux mentionnés.

**Remarque:** En comparaison avec les travaux de [Zein, 2007], [Wenger, et al., 2009], [Coste et al., 2011], nous nous apercevons qu'il manque quelques points de cusps dans certaines sections de l'espace de travail articulaire. Cela vient du fait que nous n'utilisons que la partie de la surface de singularité inscrite totalement dans l'espace de travail du robot c'est-à-dire les variables articulaires dans l'intervalle [10, 32].

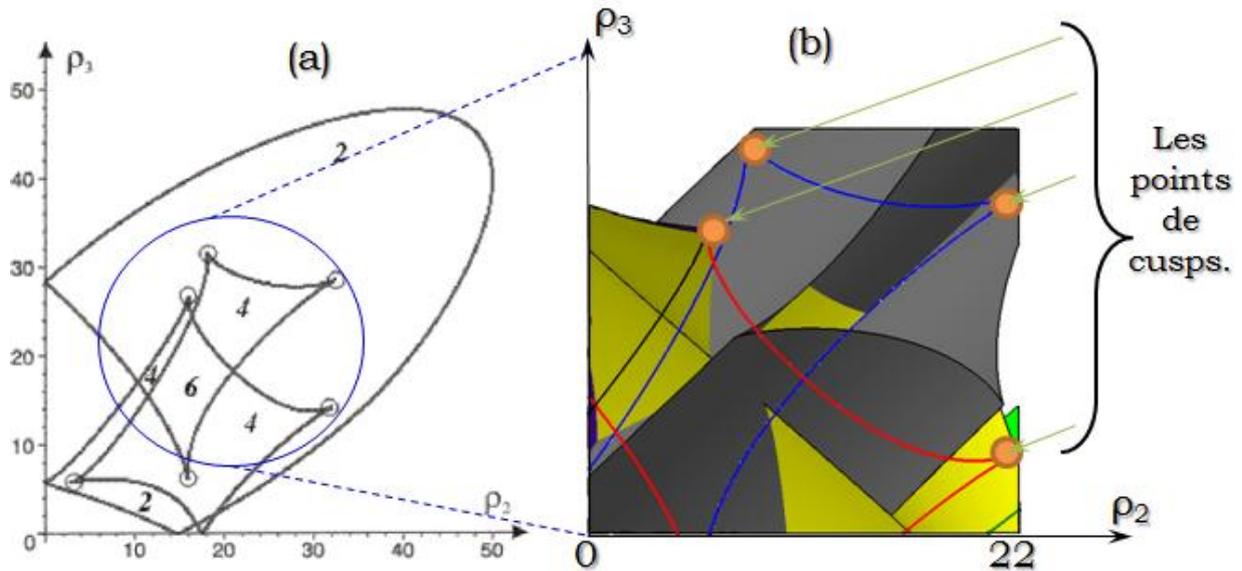
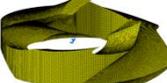
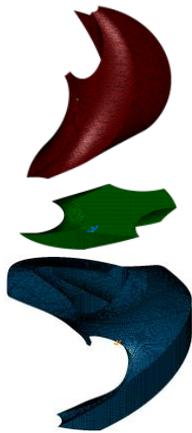


Figure 3-52: Comparaison entre les deux approches analytiques de [Zein, 2007] (a) et CAO-Géométrie (b).

L'observation de cette figure montre que nous avons obtenu le même résultat en suivant l'approche géométrique implémentée dans l'outil de CAO de CATIA<sup>®</sup> que nous avons illustré en détail dans les sections précédentes. Au niveau du temps de calcul, notre approche présente un avantage par rapport à la méthode numérique de discrétisation. En effet, le temps de calcul pour l'obtention des images par le MGI des points issus du maillage tridimensionnel des aspects libres de singularités dans l'espace cartésien est très faible. En termes de précision, la densité de points, notamment au niveau des frontières, est beaucoup plus importante que celle obtenue par la méthode de discrétisation pour un temps de calcul équivalent. Le **Tableau 3-2** donne le temps de calcul pour obtenir l'image de chaque partie ou sous-partie (aspect) de l'espace de travail du robot étudié. Il indique également le nombre de points associés à chaque partie. Cette étude quantitative est réalisée sur un ordinateur équipé d'un processeur de type Intel<sup>®</sup> Core<sup>™</sup>2 Duo CPU E8400 @ 3.00 GHZ. La mémoire installée (RAM) est de 4.00 Go dont (3.25 utilisable).

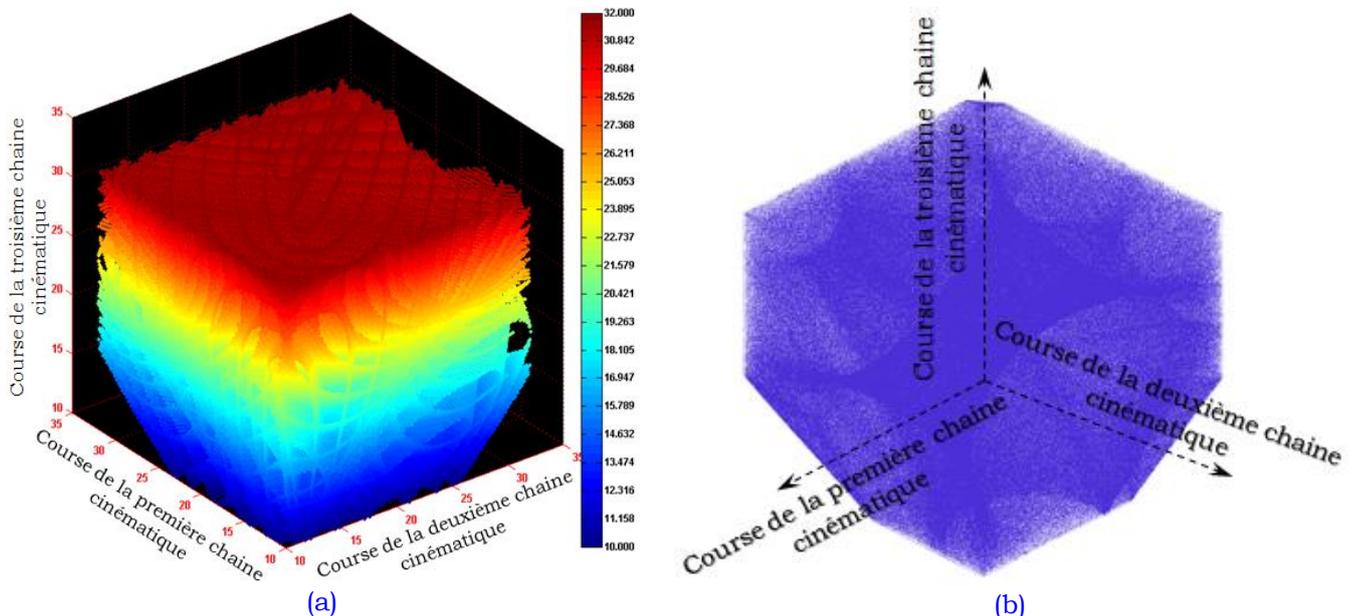
Partie maillée.	Nombre de points	Temps de calcul (s)
	2333285 points.	45,3
	1234939 points.	27,3
	1098346 points.	24,1
	932399 points.	19,2



<b>302540</b> points.	6,5
<b>230667</b> points.	5,5
<b>867679</b> points.	19,2

**Tableau 3-2:** Temps de calcul pour la transformation de nuages de points par le MGI.

Cette méthode nous permet d'obtenir rapidement et en un temps de calcul très limité un nuage de points contenant environ *deux millions* de points, correspondant à l'espace de travail articulaire du robot manipulateur.



**Figure 3-53:** Espace articulaire pour le robot-II par la méthode de discrétisation (a) et notre approche proposée à l'aide de l'outil CAO de CATIA® (b).

Le nuage de points montré dans la **Figure 3-53** (a) correspond à l'espace de travail articulaire du robot manipulateur de type-II dans le **Tableau 3-1**, ce nuage est obtenu à l'aide de l'outil numérique MATLAB®. Ce nuage de points contient *649324 points*. Pour l'obtenir nous avons eu besoin de *12,3504 heures* sur le même ordinateur dont les caractéristiques sont données précédemment.

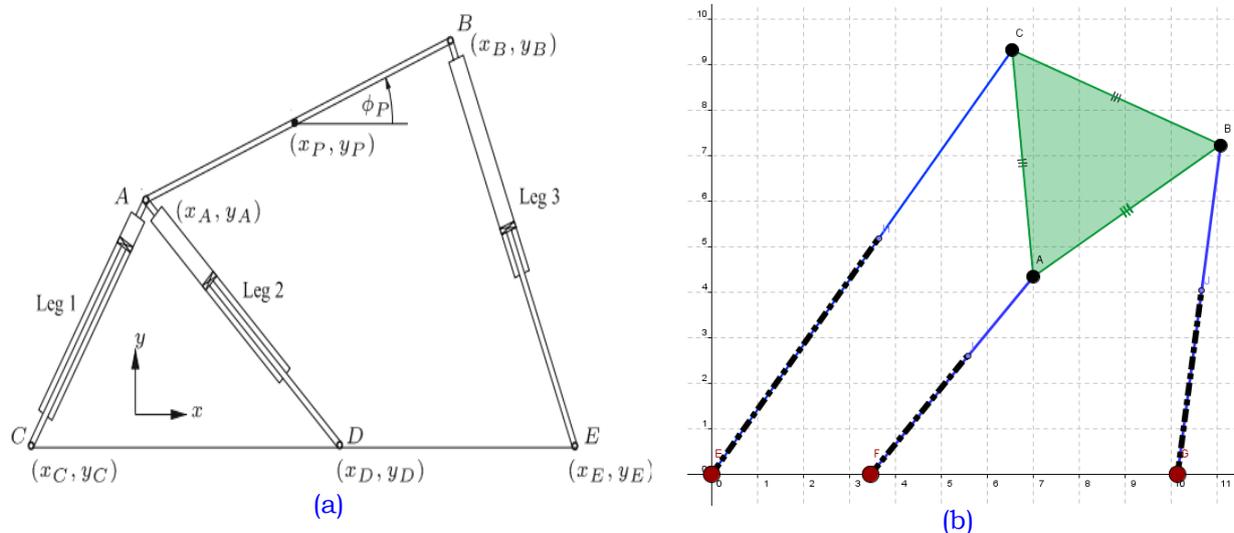
D'après les informations fournies dans le **Tableau 3-2**, nous pouvons obtenir le nuage de points correspondant à l'espace articulaire, **Figure 3-53** (b), moyennant notre approche illustrée dans la **Figure 3-39**, en quelques secondes. Cela nous permet d'affirmer que l'approche proposée, basée sur l'utilisation des fonctionnalités CAO, est beaucoup plus rapide et plus précise, notamment au niveau des frontières, que la méthode analytique par discrétisation implémentée directement dans l'outil de calcul numérique MATLAB®.

### 3.5 Un cas spécial du robot manipulateur 3-RPR pour la génération de trajectoires

Les exemples analysés jusqu'à maintenant ne permettent pas de planifier des trajectoires libres de singularité allant de  $0$  à  $2\pi$ . Pour le robot de type-I dans le **Tableau 3-1**, la surface de singularité coupe l'espace de travail en quatre aspects libres de singularité déconnectés complètement (cf. § 3.2.3, **Figure 3-22**), ce qui rend la génération de telles trajectoires impossible. D'ailleurs, la surface de singularité est entièrement fermée et sans aucun trou. Cela empêche de passer d'un aspect à un autre sans franchir une singularité.

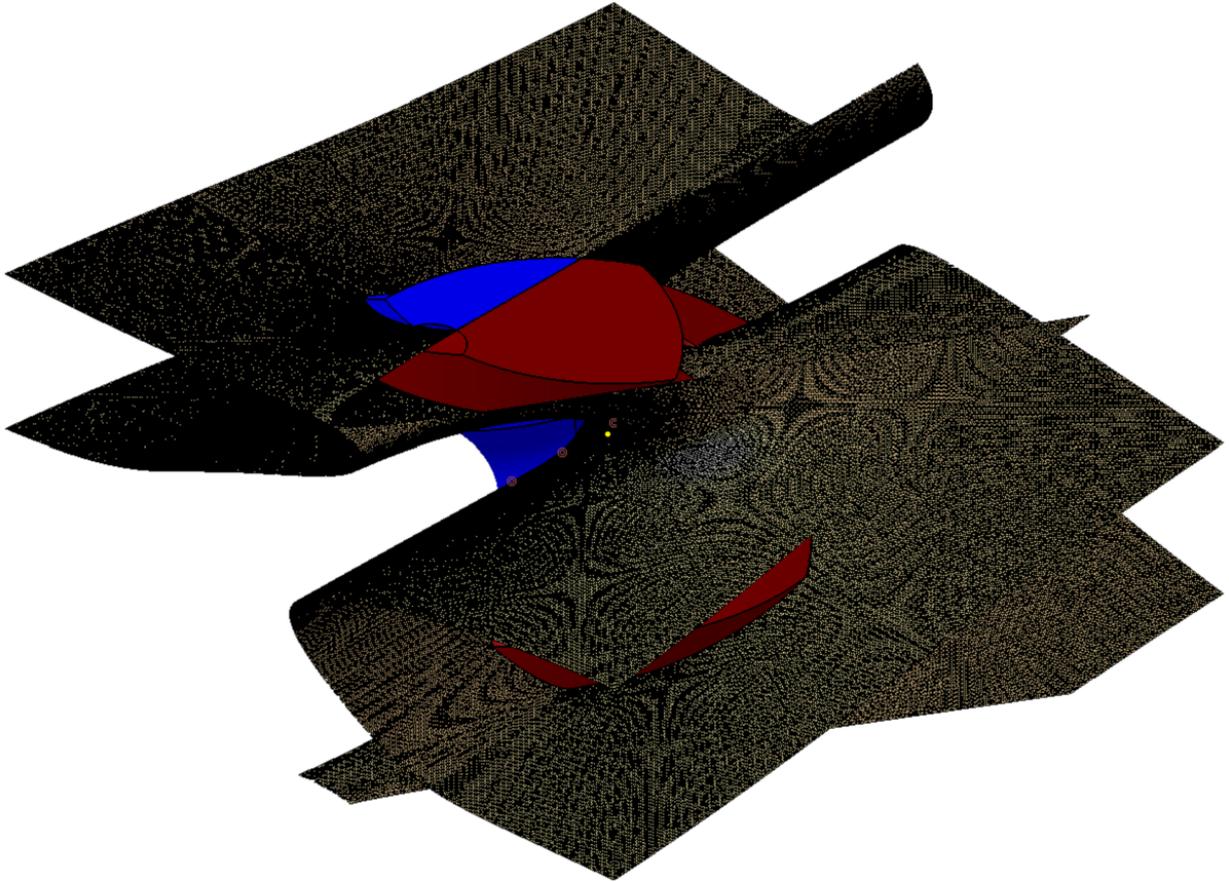
Quant au robot de type-II dans le **Tableau 3-1**, la surface de singularité sépare l'espace de travail en seulement deux parties complètement déconnectées (cf. § 3.2.3, **Figure 3-26**). Pourtant, ces deux aspects exempts de singularité ne sont pas continus. Cela signifie qu'il n'y a aucune possibilité de générer une trajectoire partant de  $0$  et arrivant à  $2\pi$  sans passer par une singularité de type II. Ce constat nous a donné la motivation de chercher une conception spécifique qui permet de générer des trajectoires qui ne franchissent aucune singularité, partant d'une pose  $(x, y, 0)$  et arrivant à une autre pose  $(x, y, 2\pi)$ .

Cette architecture est présentée dans la **Figure 3-54** (b). Une architecture semblable, juste par l'alignement des trois points de la base fixe, est étudiée dans plusieurs travaux [Du Plessis, 2006 (a)], [Du Plessis, 2006 (b)], [Hay, 2006]. Dans ces travaux, l'architecture étudiée est celle montrée dans la **Figure 3-54** (a).



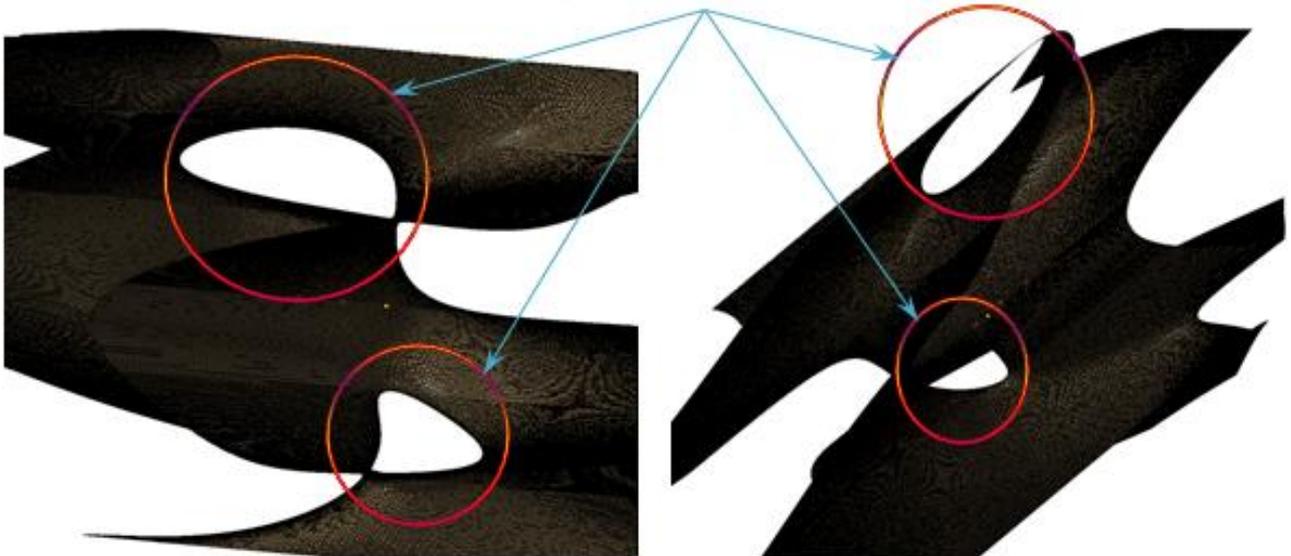
**Figure 3-54:** Deux architectures du robot 3-RPR, l'architecture étudiée dans [Du Plessis, 2006 (a)] (a), l'architecture que nous proposons (b).

Pour cette architecture proposée, nous avons déterminé la surface de singularité parallèle et également l'espace de travail total tridimensionnel dans l'environnement CAO-CATIA® en appliquant les approches proposées dans ce mémoire de thèse. La **Figure 3-55** illustre le modèle CAO de la surface de singularité et l'espace de travail total tridimensionnel pour ce robot. L'analyse topologique de la surface de singularité pour cette architecture spéciale montre l'existence de trous.



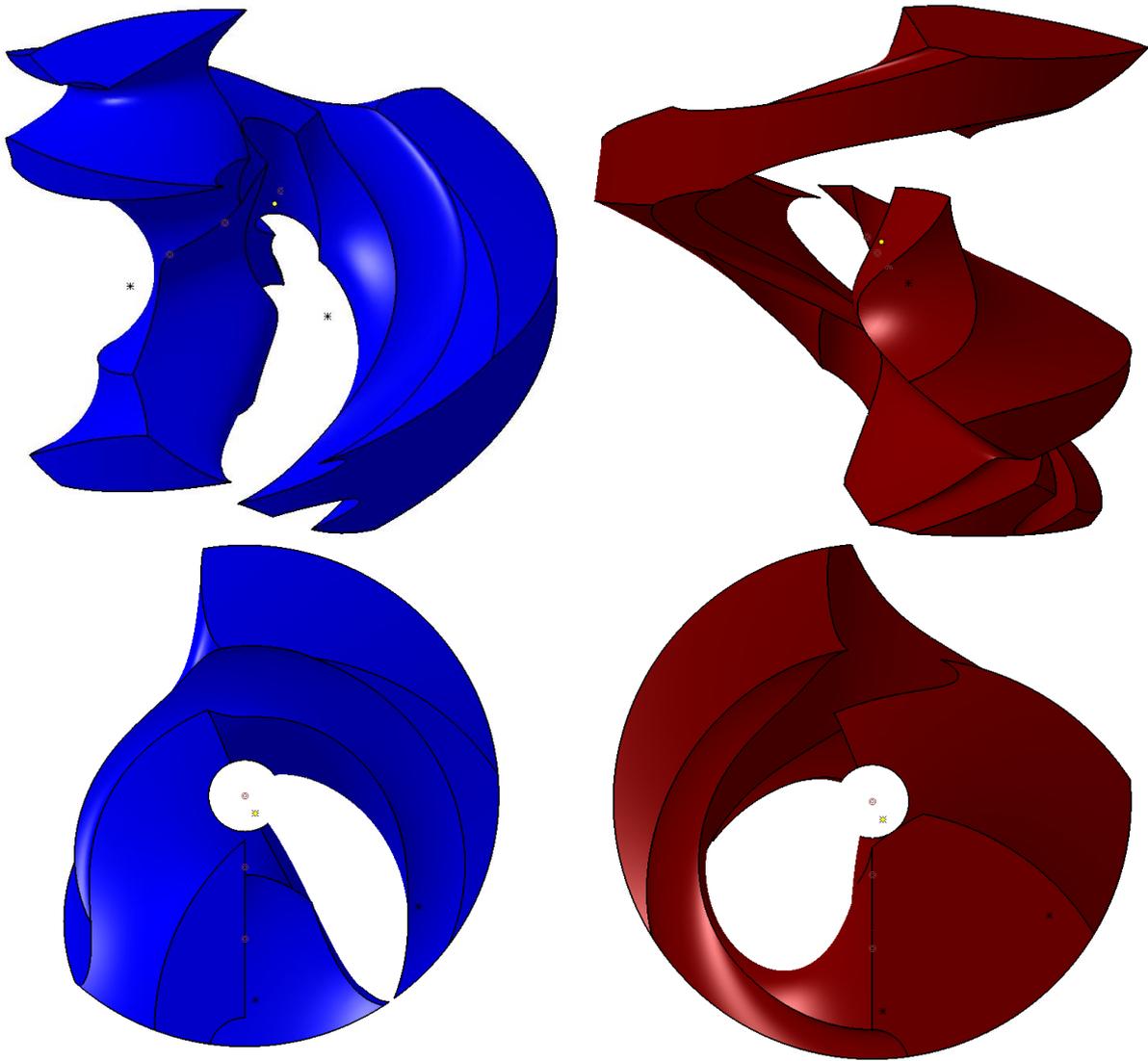
*Figure 3-55: Modèle CAO de la surface de singularité parallèle et l'espace de travail total du robot manipulateur proposé.*

Les trous dans la surface de singularité parallèle.



*Figure 3-56: Modèle CAO de la surface de singularité parallèle montrant les trous.*

Nous pouvons observer qu'il est possible de générer des trajectoires libres de singularités dans les deux aspects libres de singularités en partant d'une orientation  $\beta = 0$  et en arrivant à  $\beta = 2\pi$  d'une manière continue et sans passer par une singularité. Ces résultats rendent cette réalisation géométrique du robot 3-RPR très intéressante par rapport à l'accessibilité en orientation de l'effecteur.



*Figure 3-57: Les deux modes d'assemblage libres de singularité pour cette architecture.*

### **3.6 Discussions et conclusion**

*Malgré les développements importants et rapides dans les domaines de la conception de robots, les outils CAO semblent sous-exploités dans l'analyse et la caractérisation des performances de robots manipulateurs à structure parallèle. Vu l'efficacité des méthodes s'appuyant sur l'utilisation de techniques CAO-Géométriques que nous proposons d'utiliser dans le but de caractériser différents types d'espaces de travail de robots parallèles plans et les surfaces de singularité, nous pensons que ces outils gagneront l'intérêt des concepteurs de robots.*

*Dans ce chapitre de thèse, nous avons présenté une nouvelle méthode pour la détermination et la représentation des lieux géométriques des singularités parallèles des manipulateurs de type 3-RPR. La méthode proposée pour la construction de cette surface est basée sur les techniques CAO implémentées dans le logiciel CATIA®. Les approches développées dans cette étude permettent aux concepteurs, d'une part, l'amélioration effective de la visualisation de la surface de singularité par rapport à d'autres méthodes de discrétisation ou algébrique par*

discrétisation. D'autre part, ces approches permettent aux concepteurs de faire une analyse approfondie de l'espace de travail en superposant le modèle CAO de la surface de singularité à celui de l'espace de travail total tridimensionnel du robot manipulateur, développé dans le deuxième chapitre de ce rapport de thèse. En réalité, la superposition géométrique de l'espace de travail du manipulateur étudié et la surface de singularité dans le même graphe dans l'environnement CATIA® offre aux concepteurs de robots la possibilité d'identifier d'une manière simple et efficace les régions de l'espace de travail libres de singularités et d'optimiser ainsi les paramètres géométriques du robot manipulateur.

La méthode géométrique présentée dans ce chapitre peut être étendue, moyennant quelques adaptations, pour d'autres architectures de robots parallèles plans et même pour les robots spatiaux. Les approches ont été illustrées en les appliquant à deux architectures différentes du robot manipulateur plan de type 3-RPR.

Étant donné que l'espace de travail du robot manipulateur parallèle est limité et en plus qu'il est coupé par des singularités, la planification et la génération de trajectoires à travers l'espace de travail est un enjeu important. Notre méthode CAO-Géométrique proposée présente des potentialités considérables pour générer des trajectoires évitant les configurations singulières.

Pour faire face à la complexité topologique de la surface de singularité dans l'espace articulaire, nous avons proposé dans ce chapitre une méthode de construction basée aussi sur les fonctionnalités CAO de CATIA®. Cette méthode permet de trouver la surface de singularité inscrite complètement dans l'espace de travail en négligeant toutes les poses singulières en dehors de l'espace de travail cartésien. Cette nouvelle approche nous permet, d'une manière efficace et puissante:

- une simplification de la détermination de la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire,
- une amélioration de la visibilité de la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire par rapport aux autres représentations [Zein, 2007] et [Macho et al., 2007]. Nous avons superposé la surface de singularité à l'espace de travail du robot manipulateur. Cette méthode met en évidence la structure interne des régions libres de singularités dans l'espace articulaire avec une bonne qualité de visualisation.

La détermination et la représentation de l'espace de travail articulaire du robot manipulateur plan n'est pas une mission simple à réaliser directement dans un environnement CAO. Afin d'y parvenir, nous avons proposé d'utiliser l'atelier "Generative Part Structural Analysis" GPSA de CATIA® pour une détermination de l'espace de travail articulaire à partir de l'espace opérationnel du robot 3-RPR. Cet atelier offre des utilités de maillage volumique utilisées dans le calcul de structures par éléments finis et récupérer les coordonnées de points nodaux. La transformation par le MGI du nuage de points obtenu, correspondant à l'espace de travail cartésien, donne très rapidement des nuages de points relatifs à l'espace de travail articulaire du robot manipulateur. La même technique peut être appliquée aux aspects libres de singularités dans l'espace cartésien.

Nous avons montré dans ce chapitre que nous pouvons également identifier les points de cusps sans avoir recours à la résolution du MGD. Toutes les approches développées dans ce chapitre de thèse ont été illustrées en les appliquant aux

*différentes architectures de robot manipulateur plan de type 3-RPR. Finalement, en intégrant ces techniques présentées dans ce chapitre de thèse dans l'outil CAO-CATIA®, elles seront plus accessibles à une utilisation industrielle.*

*Nous avons appliqué les approches géométriques proposées dans ce chapitre de thèse sur une autre architecture: le robot manipulateur plan de type 3-RRR. L'étude correspondant à ces applications est illustrée dans les annexes appartenant à ce chapitre de thèse.*



## **4. Techniques graphiques basées CAO pour l'analyse du problème géométrique direct (PGD) de robots manipulateurs parallèles plans (RMPPs)**

### **Résumé et objectifs du chapitre**

*Ce chapitre est dédié à un ensemble de techniques basées sur l'utilisation d'approches géométriques implémentées dans un environnement CAO, le logiciel CATIA® dans notre cas. Ces techniques ont pour objectif la résolution du problème géométrique direct PGD, appelé également « problème de la cinématique directe » dans certains travaux de recherche, des robots manipulateurs parallèles plans (RMPPs). Nous soulignons, dans ce chapitre, l'importance de l'utilisation des outils CAO-Géométriques afin d'analyser et de caractériser les différentes performances des mécanismes parallèles plans. En outre, les techniques géométriques proposées permettent aux concepteurs de s'affranchir de certaines complexités mathématiques associées aux équations cinématiques de tels mécanismes.*

*Encore une nouvelle fois, l'environnement de CAO, par ses différents ateliers volumiques, surfaciques etc., prouve qu'il est un outil très puissant et efficace pour la programmation graphique et pour la manipulation et les traitements d'entités géométriques. L'efficacité des méthodes proposées est mise en évidence principalement à travers des exemples d'applications de robots parallèles plans, en particulier le robot 3-RPR. Après avoir résolu le modèle géométrique direct de ce mécanisme et déterminer les poses correspondant aux différents modes d'assemblage, nous montrons également comment ce robot peut effectuer des trajectoires exemptes de singularités de type II (singularité parallèle) reliant différents modes d'assemblage. Nous exposons aussi comment généraliser et appliquer ces techniques CAO-Géométriques proposées, moyennant quelques adaptations spécifiques, aux différentes architectures de robots parallèles plans de type 3-RRR, 3-PPR, etc.*

*Tous les algorithmes CAO-Géométriques proposés pour résoudre le PGD des RMPPs sont mis en œuvre dans l'environnement CAO-CATIA®.*

---

### **Sommaire**

- 4.1 Introduction.**
  - 4.2 Méthode proposée.**
  - 4.3 Planification de trajectoires.**
  - 4.4 Généralisation de la méthodologie CAO-Géométrique.**
  - 4.5 Discussions et conclusion.**
-

## 4.1 Introduction

Même si la résolution du problème géométrique direct (PGD) n'est pas indispensable pour la commande des robots parallèles, elle est très utile pour la conception, la calibration et la planification des trajectoires. La résolution du PGD pour les manipulateurs parallèles a été traitée abondamment dans les années 90 par différents chercheurs [Merlet, 2005], [Gosselin et al., 1992], [Pennock et al., 1992], [Collins, 2002], [Hayes et al., 2004], [Rojas et al., 2011] ... Les différents travaux de recherche ont porté sur des approches numériques basées sur la transformation de l'ensemble d'équations non-linéaires du PGD en un polynôme avec une seule variable (un polynôme uni-variable ou mono-variable) d'ordre élevée en utilisant des techniques d'élimination. Le modèle géométrique direct d'un robot manipulateur consiste à déterminer les positions et l'orientation (poses) du point caractéristique de l'effecteur, fixé généralement sur la plate-forme mobile, en fonction des déplacements finis des articulations actionnées.

Dans le cas général, la solution du PGD d'un robot manipulateur parallèle n'est pas unique, c'est à dire, il y a plusieurs manières d'assembler un manipulateur parallèle pour des valeurs données des variables articulaires actionnées. Ces configurations sont appelées les modes d'assemblage du robot manipulateur [Merlet, 2005]. La formulation du PGD pour tous les robots manipulateurs parallèles conduit à un système algébrique non-linéaire complexe, même dans le cas des robots parallèles plans ayant trois degrés de mobilité [Hunt, 1978]. Ces mécanismes peuvent avoir jusqu'à six solutions différentes à leur PGD [Hunt, 1983].

Ce chapitre traite le problème de la résolution du PGD des robots parallèles plans. Une méthodologie géométrique originale est proposée, utilisant une résolution graphique dans l'environnement CAO en tant que cadre naturel pour développer une telle approche. Il en résulte un algorithme efficace qui manipule des entités géométriques générées à partir d'une conception paramétrique des RMPPs. Il devient possible de déterminer rapidement et précisément les solutions du PGD de toutes les architectures des robots manipulateurs parallèles plans sans avoir recours aux développements et programmation d'équations algébriques complexes. L'outil développé est une alternative très pertinente aux calculs mathématiques complexes du PGD. L'algorithme mis en œuvre est composé de quatre étapes généralisables à tous les architectures de RMPPs.

En commençant par l'architecture du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR, une solution générale bidimensionnelle graphique sera exposée et illustrée afin de comprendre comment nous pouvons déterminer les différentes solutions du problème géométrique direct PGD associées aux différents modes d'assemblage pour cette structure de manipulateur plan.

Ensuite, une technique de résolution géométrique, basée sur les fonctionnalités CAO, sera proposée. Elle permet une résolution du PGD de robots manipulateurs parallèles plans RMPPs. Dans la troisième section, quelques applications numériques sont présentées afin de démontrer l'efficacité de notre procédure CAO-Géométrique. Nous montrons également comment exploiter cette approche géométrique pour la planification de trajectoires libres de singularité entre différents modes d'assemblages.

### 4.1.1 Méthodes de résolution et modes d'assemblage

En général, il n'y a pas de solutions explicites du PGD pour les manipulateurs parallèles [Boudreau et al., 1998]. Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature dans le but de résoudre le problème géométrique direct des RMPPs de type 3-RPR: méthodes

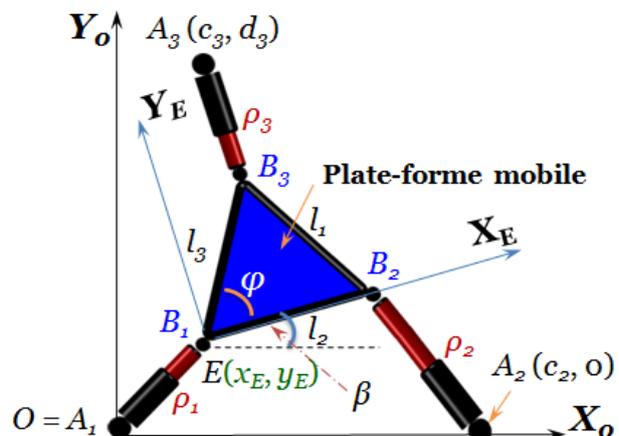
polynomiales numériques, méthodes analytiques et les méthodes algébriques. Nous pouvons citer par exemple [Gosselin et al., 1992], [Pennock et al., 1992], pour les méthodes numériques, et [Hayes et al., 2004], [Collins, 2002] et [Chen, 2001] pour les méthodes algébriques. Dans [Gosselin et al., 1992], [Pennock et al., 1992], les auteurs ont montré, de façon indépendante que le PGD de ce robot manipulateur peut être réduit à la solution d'un polynôme caractéristique de degré 6.

La formulation issue du travail de Gosselin [Gosselin et al., 1992] est devenue plus tard la formule standard pour résoudre le modèle géométrique direct pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR [Rojas et al., 2011], [Rojas et al., 2010]. Cette approche numérique consiste à trouver une équation qui ne dépend que de l'angle d'orientation de la plate-forme mobile, en éliminant toutes les autres variables du système d'équations. Finalement, une substitution par la tangente du demi-angle,  $T$ , est effectuée en vue de traduire, dans les expressions polynomiales, les fonctions sinus et cosinus de  $\beta$ : angle d'orientation de la plate-forme mobile ( $T = \tan(\beta/2)$ ).

Toutefois, cette substitution, d'après [Lipkin et al., 1985] et [Rojas et al., 2010] pose deux problèmes.

- Le premier se rapporte au fait que  $\tan(\beta/2)$  est indéterminée pour les valeurs de  $\beta$  égales à  $\pm\pi$ .
- Le second est lié à la difficulté de trouver les autres racines du polynôme survenant conjointement avec la racine  $\beta = \pm\pi$ .

**Figure 4-1:** Notations utilisées dans le modèle cinématique du robot manipulateur de type 3-RPR à 3-DLL.

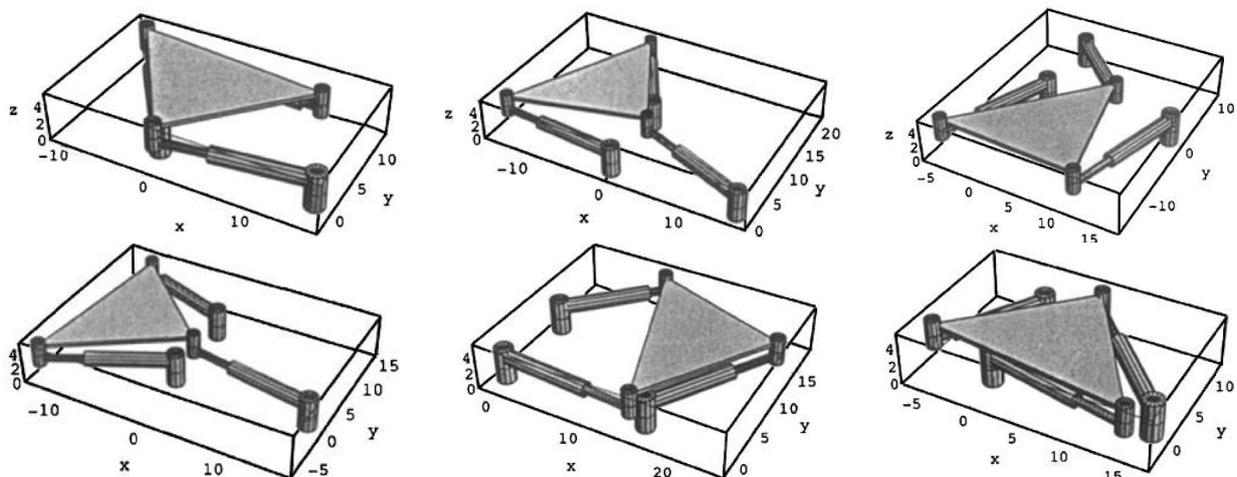


Dans [Boudreau et al., 1995], les auteurs ont proposé l'utilisation des algorithmes génétiques pour résoudre le modèle géométrique direct pour les RMPPs ayant trois degrés de liberté. En outre, dans [Rolland, 2006], l'auteur a préposé l'application des bases de Gröbner. Une méthode algébrique basée sur l'emploi de l'algèbre de Clifford de l'espace projectif a été utilisée dans le travail de [Collins, 2002] comme dans la **Figure 4-2**. Dans ce travail, le PGD se réduit au problème de l'intersection de trois hyperboloïdes circulaires.

Pour éviter et contourner le problème qui est corrélé à la substitution de tangentes de demi-angles, Husty a utilisé la technique de la **cartographie cinématique** “*kinematic mapping*” [Husty, 1995] et [Husty, 2009] pour résoudre le problème géométrique direct des RMPPs ayant trois chaînes cinématiques de type 3-RPR. Dans ce travail, l'auteur a utilisé les coordonnées homogènes normalisées pour obtenir un polynôme sextique décrivant la trajectoire du mouvement de bielle, en considérant le problème des transformations pour les

angles  $\pm\pi$ . Toutefois, le polynôme mono-variable développé dans [Gosselin et al., 1992] ainsi que dans [Hayes et al., 1999] ne pouvait être appliqué qu'aux RMPPs possédant trois chaînes cinématiques identiques [Hayes et al., 2004].

Pour cette raison, Hayes et Chen dans [Hayes et al., 2004] et [Chen, 2001] respectivement ont tenté d'utiliser une méthode algébrique et géométrique basée sur la géométrie de l'espace image afin de trouver un polynôme mono-variable pour traiter les cas des robots manipulateurs ayant des chaînes cinématiques symétriques et aussi des chaînes cinématiques mixtes (non-identiques). Dans ces travaux, les auteurs ont présenté un outil géométrique et algébrique qui consiste à élaborer un ensemble d'équations de contraintes qui peuvent être utilisé pour résoudre les problèmes cinématiques inverses et directs de tous les RMPPs qui ont trois jambes (symétriques et asymétriques) possédant trois degrés de liberté. Rojas a proposé récemment dans [Rojas et al., 2011], [Rojas et al., 2010], dans le but d'éviter tous les problèmes corrélés à d'autres approches, un nouvel algorithme pour trouver les solutions du PGD des RMPPs de type 3-RPR. Cette approche se porte sur l'idée de traduire le problème géométrique direct pour être résolu dans un problème équivalent étant entièrement déclaré en termes de distances. L'utilisation de cette méthode permet d'obtenir, en utilisant des arguments constructifs géométriques, un polynôme caractéristique de degré six, ce dernier est associé à aucun système de coordonnées en particulier; les coefficients de tel polynôme sont obtenus en utilisant les déterminants de Cayley-Menger. Le polynôme obtenu est généré directement sans l'utilisation de la technique d'élimination de variables, ni la substitution des tangentes de demi-angles de l'orientation de la plate-forme mobile du robot manipulateur.



**Figure 4-2:** Les différents modes d'assemblage du robot manipulateur plan de type 3-RPR d'après la méthode algébrique de Clifford dans [Collins, 2002].

Plus récemment, pour le robot parallèle plan de type 3-RRR, Kilit a présenté une nouvelle méthode géométrique pour l'analyse du problème géométrique direct de ce type de RMPPs [Kilit, 2010]. Dans cette approche, l'auteur a utilisé des algorithmes basés sur les courbes Splines pour trouver de manière géométrique les solutions du PGD. D'ailleurs, ce mécanisme a un maximum de huit poses possibles pour le point caractéristique de l'effecteur pour des valeurs données des articulations pivots actionnées correspondent à différents modes d'assemblage [Tsai, 1999]. Dans le travail de [Sayd et al., 2003] les auteurs ont proposé une méthode algébrique-géométrique pour résoudre le PGD du robot de type Y-Star avec trois degrés de liberté en translation à structure parallèle. Moyennant cette méthode, ils ont commencé par un raisonnement algébrique pour connaître la nature topologique de la surface

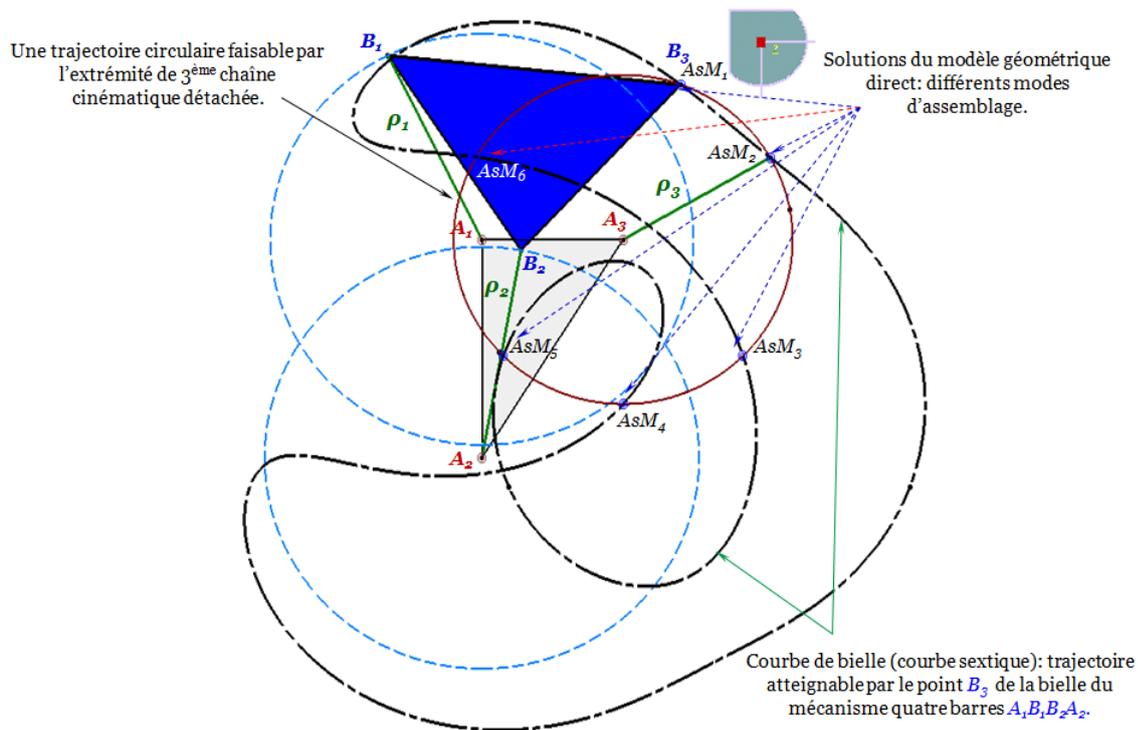
atteignable par le point caractéristique de l'effecteur. Ensuite, à l'aide de CATIA, ils ont construit ces surfaces de manière à trouver leurs intersections. Pour démontrer l'efficacité de la méthode CAO-Géométrique proposée, nous considérons trois exemples de robots manipulateurs parallèles plans RMPPs: 3-RPR, 3-RRR, et 3-PPR.

#### 4.1.2 Interprétation graphique des solutions du PGD de robots parallèles plans

Une compréhension approfondie de la problématique liée à la résolution du modèle géométrique direct des robots manipulateurs parallèles plans RMPPs est une étape nécessaire et indispensable dans le développement des algorithmes permettant de résoudre un tel problème. Nous présentons dans cette section une illustration de la résolution du PGD du RMPP de type 3-RPR. Pour ce mécanisme, si nous maintenons les valeurs des entrées des liaisons prismatiques motorisées associées aux trois jambes  $A_1B_1$ ,  $A_2B_2$ ,  $A_3B_3$  fixes sur les valeurs  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  et  $\rho_3$  respectivement, et si la jambe  $A_3B_3$  est détachée, nous pouvons observer que le sommet, représenté par le point  $B_3$ , de la plate-forme mobile du mécanisme à quatre barres ayant un seul degré de mobilité, trace dans le plan du mécanisme, une courbe algébrique de degré six. Cette courbe sextique sera appelée dans la suite courbe de bielle. L'extrémité de la jambe dissociée, la troisième chaîne cinématique  $A_3B_3$  dans cet exemple, va décrire une courbe circulaire de rayon égal à  $\rho_3$ , centrée sur le point  $A_3$  de la base fixe. Le nombre d'intersections entre la courbe de bielle de degré 6 avec la trajectoire circulaire représente le nombre de solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-RPR. Il est à noter que si nous changeons la valeur de  $\rho_3$ , nous pouvons remarquer que le nombre de points d'intersection change pour une des valeurs suivantes: 0, 2, 4 ou 6, qui correspondent au nombre de modes d'assemblage pour ce type de manipulateur, (**Figure 4-3**). Dans cet exemple, [Tancredi et al., 1999] a confirmé que l'utilisation du théorème de circularité de Bézout donne un nombre de solutions du PGD au maximum égale à 12: six solutions sont des points d'intersection imaginaires, par conséquent, nous pouvons conclure qu'il y a au maximum six solutions possibles du PGD pour RMPP de type 3-RPR associées aux différents modes d'assemblage. L'architecture illustrée dans la **Figure 4-3** a les paramètres géométriques de conception présentés dans le **Tableau 4-1**. Le cercle (rouge) décrit le mouvement possible accessible par le point  $B_3$  de la troisième jambe lorsque celle-ci est dissociée de la plate-forme mobile. La courbe de bielle est représentée par la courbe pointillée. Cette courbe décrit la trajectoire réalisable par le point  $B_3$  du mécanisme quatre barres lorsque nous déconnectons la troisième chaîne cinématique  $A_3B_3$ . Dans le cas général, il n'y a pas d'expressions analytiques avec lesquelles nous pouvons exprimer les six modes d'assemblage cartésiens en fonctions des variables articulaires motorisées. La seule exception de ce cas sont les robots analytiques étudiés dans les travaux de [Gosselin et al., 1994 (b)], [Rojas et al., 2010].

Paramètres géométriques du robot de type 3-RPR	Longueur de la 1 <sup>ème</sup> jambe	Longueur de la 2 <sup>ème</sup> jambe	Longueur de la 3 <sup>ème</sup> jambe	2 <sup>ème</sup> point de la base fixe $A_2$	3 <sup>ème</sup> point de la base fixe $A_3$	Géométrie de la plate-forme mobile.				
	$\rho_1 = \ A_1B_1\ $	$\rho_2 = \ A_2B_2\ $	$\rho_3 = \ A_3B_3\ $	$c_2$	$d_2$	$c_3$	$d_3$	$l_1 = \ B_2B_3\ $	$l_2 = \ B_1B_2\ $	$l_3 = \ B_1B_3\ $
Valeurs numériques	14,98	15,38	12	15,91	0	0	10	16,54	17,04	20,84

**Tableau 4-1:** Paramètres géométriques de conception pour le premier cas d'étude utilisé pour appliquer notre méthodologie CAO-Géométrique: Résolution du PGD pour le RMPP de type 3-RPR, où  $\varphi = 50.1^\circ$ .



**Figure 4-3:** Une solution graphique du PGD pour le robot de type 3-RPR montrant les six modes d'assemblage. Ce robot dispose des paramètres géométriques de conception exposés dans le Tableau 4-1.

## 4.2 Méthode proposée

L'algorithme CAO-Géométrique présenté dans ce paragraphe pour la résolution du problème géométrique direct des robots manipulateurs parallèles plans, qui est mis en œuvre dans l'outil de CAO-CATIA® à l'aide de son interface interactive de programmation d'application, offre aux concepteurs une meilleure compréhension de la notion de modes d'assemblage, et en particulier dans le but d'une meilleure exploitation de l'espace de travail total tridimensionnel du robot manipulateur. En effet, la méthodologie géométrique proposée permet d'une manière efficace de mettre en évidence des procédures géométriques pour la planification des trajectoires exemptes de singularité de type II connectant les différents modes d'assemblage à travers l'espace de travail total tridimensionnel atteignable par la plateforme mobile du robot manipulateur. En outre, la technique CAO-Géométrique développée dans ce chapitre peut être facilement, en effectuant quelques adaptations spécifiques, utilisée en vue de résoudre le problème géométrique direct de tous les types de RMPPs ayant trois chaînes cinématiques et possédant trois degrés de liberté, quelle que soit l'architecture cinématique ou l'actionnement de la jambe et même pour les RMPPs asymétriques. Un des avantages de notre méthodologie CAO-Géométrique présentée dans ce paragraphe est qu'elle permet aux concepteurs de déterminer directement et rapidement le nombre de mode d'assemblage du robot manipulateur parallèle plan. D'ailleurs, contrairement aux autres méthodes numériques et algébriques que nous avons citées au début de ce chapitre, la méthodologie CAO-Géométrique nous donne la possibilité de résoudre le PGD pour les RMPPs et de déterminer les différents modes d'assemblage sans nul besoin de développer des équations compliquées. Cela signifie qu'afin de trouver les solutions du PGD pour chaque robot manipulateur étudié, nous devons effectuer cette tâche en deux phases successives, tout en se basant sur les méthodes numériques et algébriques classiques:

- la première consiste à une analyse cinématique de l'architecture du robot manipulateur.
- la deuxième consiste dans le développement des systèmes d'équations non-linéaires qui sont en général très complexes, comme nous pouvons le voir dans [Gosselin et al., 1992], [Hayes et al., 1999], [Collins et al., 2002], [Rojas et al., 2010], [Rojas et al., 2011].

Par ailleurs, dans la technique CAO-Géométrique, il n'y a aucune nécessité de développer des systèmes d'équations. Il suffit au concepteur de construire, dans un logiciel de CAO, les surfaces accessibles et faisables par les chaînes cinématiques du robot manipulateur pour déterminer par la suite les points d'intersections correspondant aux solutions des modes d'assemblage du robot manipulateur étudié.

#### 4.2.1 Motivations et idée principale

L'idée clé de notre approche est de considérer chaque jambe du robot parallèle comme étant une chaîne cinématique sérielle en l'isolant du reste du mécanisme. Lorsque les paramètres des articulations motorisées d'une chaîne cinématique sont imposés, le point caractéristique  $E$  de l'effecteur va balayer un espace opérationnel tridimensionnel en  $x$ ,  $y$ ,  $\beta$  pour les manipulateurs plans, et à six dimensions pour les robots manipulateurs spatiaux à six degrés de mobilité. Nous cherchons de construire les domaines atteignables par  $E$  attaché à chaque chaîne cinématique du manipulateur lorsque nous fixons les motorisations intégrées aux articulations. Nous verrons par la suite dans ce chapitre que les domaines faisables par le point  $E$  pour un robot manipulateur de type 3-RPR constituent des surfaces intégrées dans l'espace tridimensionnel. L'intersection de ces surfaces donne naissance aux points qui représentent les solutions du problème géométrique direct PGD associé à ce type de robot manipulateur plan à structure parallèle.

#### 4.2.2 Nouvelle approche CAO-Géométrique pour la résolution du PGD de robots parallèles plans

L'approche proposée est fondée sur l'utilisation des fonctionnalités CAO, et la manipulation d'entités géométriques, disponibles dans un logiciel tel que CATIA<sup>®</sup> dans notre cas (générations de courbes et surfaces, extrusions, opérations booléennes...). Il est à noter que toutes les surfaces considérées dans cette approche sont modélisées par des surfaces de type NURBS (*Non-Uniform Rational B-Splines*).

Notre algorithme géométrique comprend essentiellement quatre étapes. Pour illustrer notre algorithme, nous considérons le robot de type 3-RPR, ayant les paramètres géométriques de conception indiqués dans le *Tableau 4-1*.

##### **Etape 1. Les courbes réalisables par les extrémités des chaînes cinématiques après la fixation des variables articulaires d'entrée sont construites.**

Cette étape consiste, pour une orientation donnée de la plate-forme mobile du robot manipulateur, à construire la courbe atteignable par le sommet de chaque chaîne cinématique isolée lorsque nous fixons les valeurs d'entrées des articulations motorisées. Pour le robot de type 3-RPR, ces régions sont des cercles lorsque les courses dans les liaisons prismatiques motorisées sont fixées, *Figure 4-4*.

Ces régions circulaires sont centrées sur les centres des premières liaisons rotoïdes passives, définis par les points  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  dans la *Figure 4-3*, et ont comme rayons les variables

articulaires  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  et  $\rho_3$ . Cette étape est réalisée dans l'atelier "Part Design" de l'outil de la CAO-CATIA®.

## Etape 2. Construction des trajectoires hélicoïdales génériques.

Dans cette étape, nous construisons des courbes hélicoïdales génériques représentant le changement de direction du vecteur  $B_iE$  lorsque l'angle d'orientation de la plate-forme mobile du robot manipulateur  $\beta$  varie de 0 à  $2\pi$ , où  $B_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) est l'extrémité des chaînes cinématiques,  $E$  est le point caractéristique de l'organe terminal (effecteur) (Figure 4-3). Ce point se trouve dans une région circulaire déduite de la translation de la région circulaire initiale par le vecteur  $B_iE(\beta)$ , comme indiqué à la Figure 4-4.

- L'axe de cette courbe hélicoïdale est la normale au plan contenant le contour réalisable par l'extrémité de la chaîne cinématique, construite lors de la première étape, qui passe par le point  $A_0$  représenté sur la Figure 4-4.
- Cette courbe hélicoïdale a un rayon égal à  $\|B_iE\|$  et une hauteur de  $2\pi$ .

Cette étape est réalisée dans l'atelier "Generative Shape Design GSD" de CATIA®. Pour les trois jambes du robot, nous devons mettre en place, de façon indépendante, trois trajectoires hélicoïdales génériques.

## Etape 3. Génération des surfaces de balayage faisables par le point caractéristique $E$ de l'effecteur associé à chaque chaîne cinématique pour toutes les orientations de la plate-forme mobile

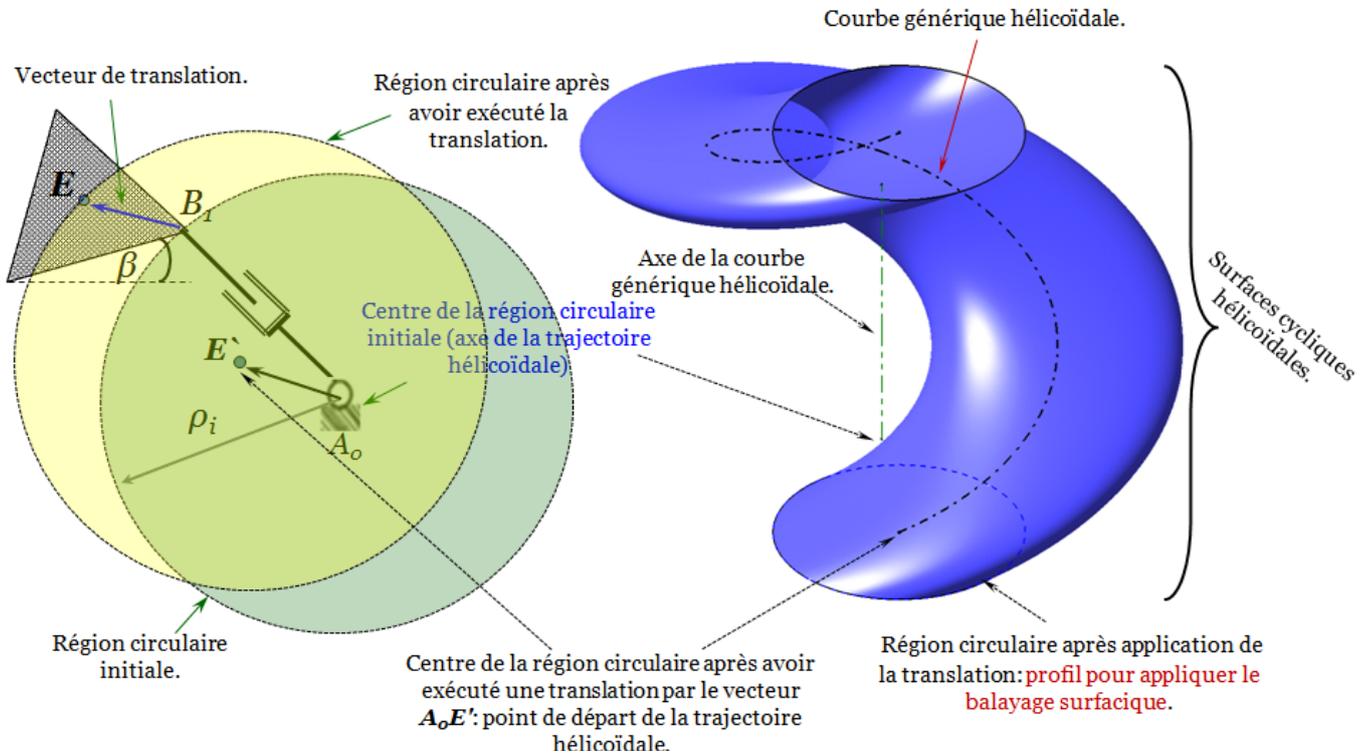
Cette étape permet de générer les surfaces balayées par le point caractéristique  $E$  de l'effecteur associé à chaque chaîne cinématique pour toutes les orientations de la plate-forme mobile. Afin de construire en permanence la surface produite par chaque chaîne cinématique qui corresponde à toutes les orientations de la plate-forme mobile du robot manipulateur, une opération de balayage est appliquée. Cette opération consiste à extruder la région créée dans l'étape 1 (une région circulaire pour un robot de type 3-RPR), pour une orientation donnée de la plate-forme et après exécution d'une translation par le vecteur  $B_iE$  ( $i = 1, 2, 3$ ), le long de la trajectoire hélicoïdale générique mis en place dans l'étape 2 (Figure 4-4, Figure 4-5).

La troisième étape est réalisée également dans l'atelier "Generative Shape Design GSD" de CATIA®. Elle est appliquée de façon répétitive à toutes les régions atteintes par les extrémités des trois chaînes cinématiques du robot manipulateur comme le montre la Figure 4-7 et Figure 4-8 pour le robot manipulateur plan de type 3-RPR.

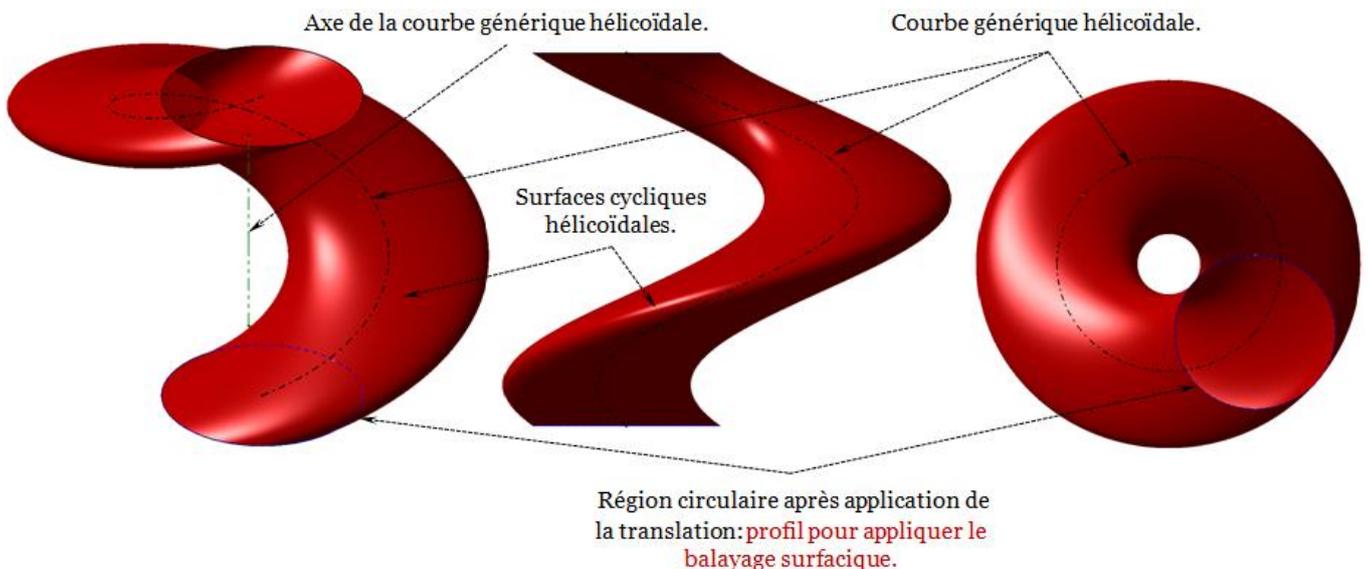
**Remarque:** Les surfaces créées lors de cette étape seront désignées par le terme de «Surface hélicoïdale cerclée: (Surface cyclique hélicoïdale)» ou «Colonne torse». En effet, ces surfaces résultant du mouvement continu d'un cercle (dans le plan horizontal) le long d'une trajectoire hélicoïdale continue ayant un axe perpendiculaire au plan contenant la courbe décrite par le point caractéristique de l'effecteur pour une orientation constante (région circulaire pour le robot 3-RPR).

**Observation:** Il convient de souligner que le choix de la position du point caractéristique  $E$  de l'effecteur a une influence sur la forme des surfaces générées. En effet, si  $E$  est fixé sur le centre de l'une des articulations rotoïdes représentées par les points  $B_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), alors la surface n'est plus hélicoïdale cerclée mais cylindrique (Figure 4-7). Par exemple, supposons que le point  $E$  est fixé au centre de la liaison

rotoïde passive  $B_3$ , la surface hélicoïdale cerclée produite par cette chaîne cinématique  $A_3B_3$  sera dégénérée à une surface cylindrique circulaire. En effet, dans ce cas le rayon de la trajectoire hélicoïdale pour cette jambe est  $\|B_3E_E\| = 0$ . La hauteur de cette surface cylindrique représente l'amplitude d'orientation de la plateforme mobile du robot manipulateur.



**Figure 4-4:** Procédure afin d'obtenir la surface hélicoïdale cerclée qui décrit le mouvement faisable par le point  $E$  caractéristique de l'effecteur, la région circulaire avant et après application de la translation. Vue 3D en perspective de la trajectoire hélicoïdale générique utilisée pour la construction de la surface balayée par une chaîne cinématique du robot manipulateur plan de type 3-RPR.



**Figure 4-5:** Différentes vues de la courbe de trajectoire générique hélicoïdale utilisée pour la construction de la surface de balayage pour une chaîne cinématique, différentes vues de la surface balayée pour une jambe du RMPP de type 3-RPR.

#### **Etape 4. Détermination des points communs $(x, y, \beta)$ associés aux différents modes d'assemblage pour le robot manipulateur parallèle plan étudié.**

Cette étape consiste à la détermination des points d'intersections des trois surfaces obtenues précédemment. Ces points de coordonnées  $(x, y, \beta)$  constituent les solutions du PGD correspondant aux différents modes d'assemblage pour le robot manipulateur parallèle plan étudié.

Cette étape est réalisée par des opérations booléennes de type intersection. Nous utilisons à cet effet l'atelier "Generative Shape Design GSD" de CATIA®.

D'ailleurs, nous pouvons déterminer ces points en utilisant une de ces deux façons différentes:

- **Première méthode:** une fois que nous avons généré les trois surfaces  $S_{scew1}$ ,  $S_{scew2}$ ,  $S_{scew3}$ , nous exécutons une opération d'intersection entre deux surfaces,  $S_{scew1}$ ,  $S_{scew2}$  afin de déterminer leur courbe d'intersection notée  $C_{1,2}$ :

$$C_{1,2} = S_{scew1} \cap S_{scew2}.$$

Ensuite, nous réalisons une deuxième opération d'intersection entre la surface restante  $S_{scew3}$  et la courbe résultante lors de l'intersection précédente  $C_{1,2}$ . Les points  $(x, y, \beta)$  obtenus dans cette étape représentent, dans l'espace 3D, les différentes solutions du PGD, et donc les modes d'assemblage du robot. L'ensemble de ces points est noté  $P_{Ass-M}$ .

$$P_{Ass-M} = S_{scew3} \cap C_{1,2}$$

- **La deuxième méthode** consiste à déterminer deux courbes d'intersection en considérant deux à deux les surfaces obtenues dans l'étape 3.

$$S_{scew1} \cap S_{scew2} = C_{1,2}.$$

$$S_{scew2} \cap S_{scew3} = C_{2,3}.$$

Nous effectuons ensuite une opération d'intersection entre les courbes obtenues ci-dessus pour trouver les points  $(x, y, \beta)$  associés aux différents modes d'assemblage. Nous trouvons le même ensemble de points que la première méthode:

$$C_{1,2} \cap C_{2,3} = P_{Ass-M}.$$

Ces deux procédures sont illustrées par la **Figure 4-6**.

**Remarque:** La méthode CAO-Géométrique proposée, basée sur ces quatre étapes, peut être étendue à toutes les architectures de robots manipulateurs parallèles plans ayant trois degrés de liberté, comme nous le verrons ultérieurement dans ce chapitre.

### 4.2.3 Exemples d'applications

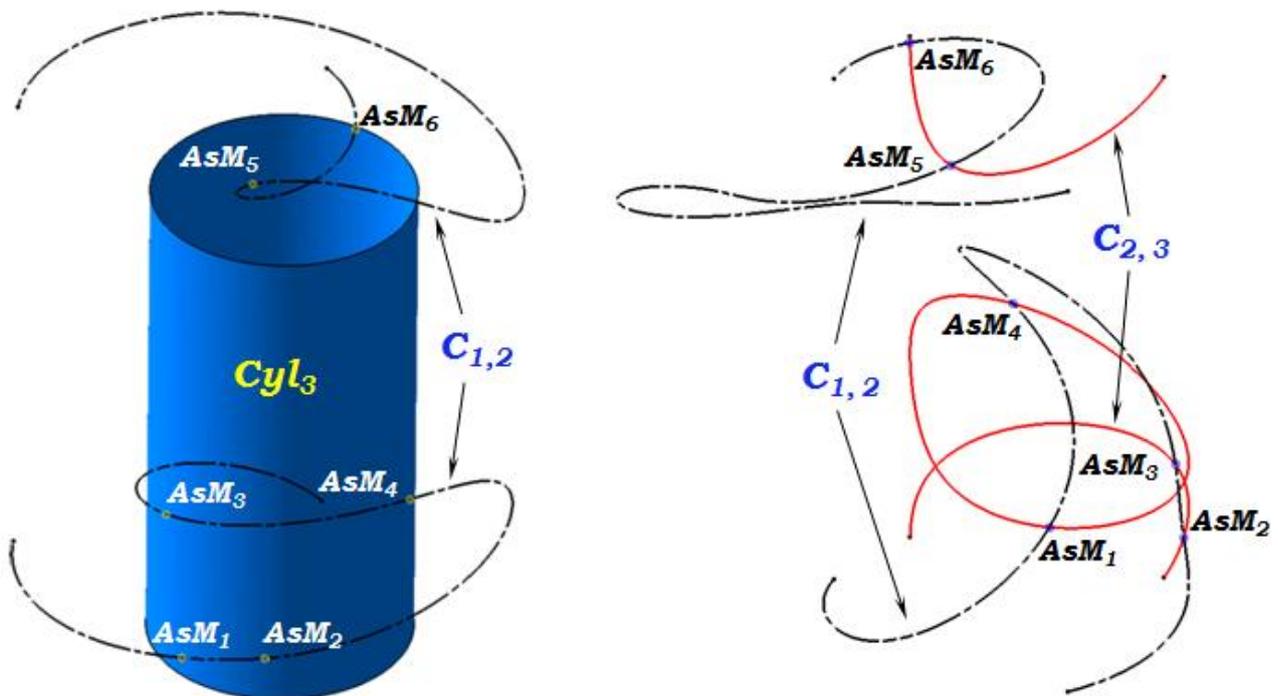
Maintenant, quelques exemples d'application seront présentés dans cette section et suivis par des illustrations numériques dans le but de démontrer l'efficacité de notre démarche CAO-Géométrique. Afin de prouver la fiabilité de notre technique, nous proposons de déterminer l'image par le MGI de chaque point associée à un des différents modes d'assemblage trouvés comme solutions du PGD.

Nous appliquons le MGI sur une matrice contenant les coordonnées  $(x, y, \beta)$  et nous comparons les résultats obtenus avec les valeurs des variables articulaires d'entrée  $\rho_1$  et  $\rho_2$  et  $\rho_3$  utilisées dans le calcul des solutions du PGD.

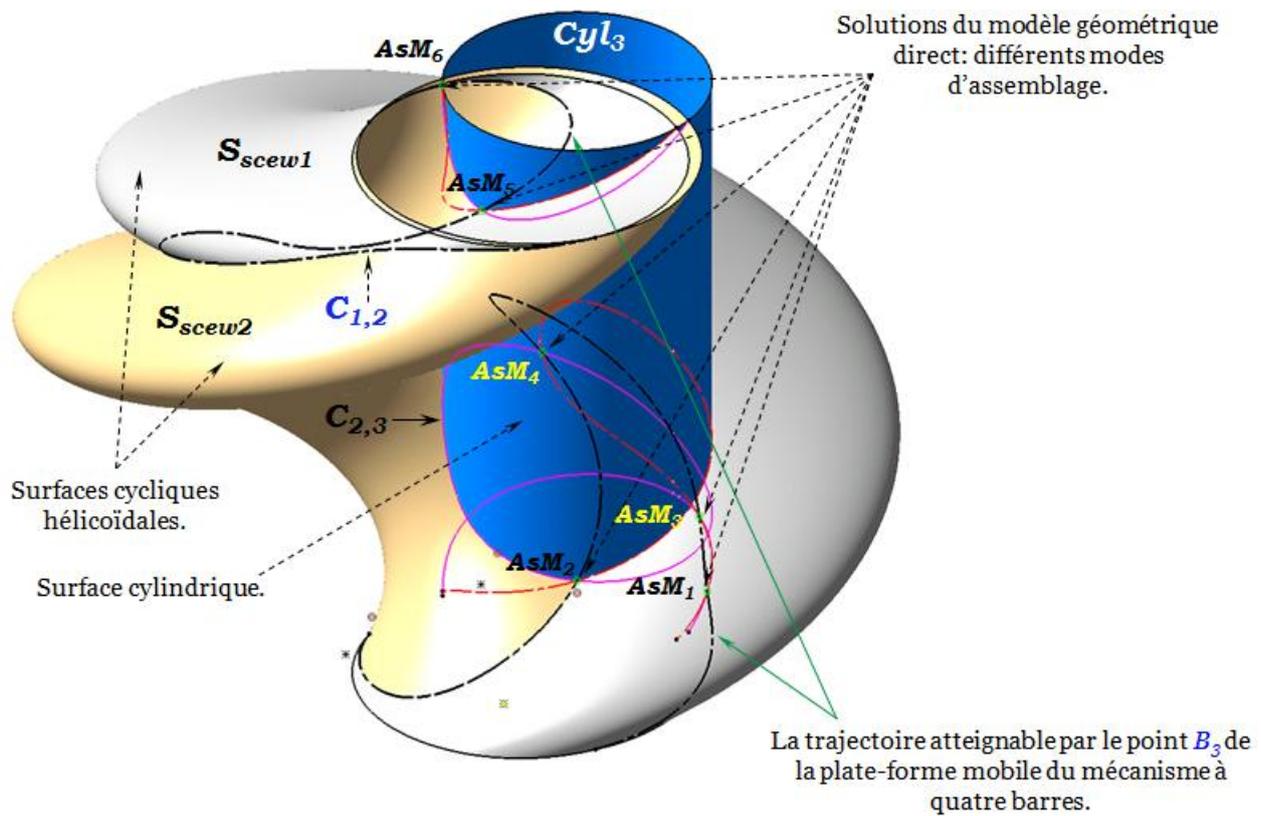
#### Premier cas d'étude

Nous considérons le robot de type 3-RPR ayant les paramètres géométriques donnés dans le **Tableau 4-1**. Ce robot a été étudié dans plusieurs travaux de recherche [Merlet, 2005], [Gosselin et al., 1992], [Innocenti et al., 1992], [McAree et al., 1999], [Macho et al., 2007], [Arrouk et al., 2011 (a)] et [Arrouk et al., 2012]. Si nous appliquons les étapes de notre algorithme CAO-Géométrique présenté dans la section précédente sur cette architecture, nous obtenons un ensemble de coordonnées cartésiennes associées aux différents modes d'assemblage pour cette architecture.

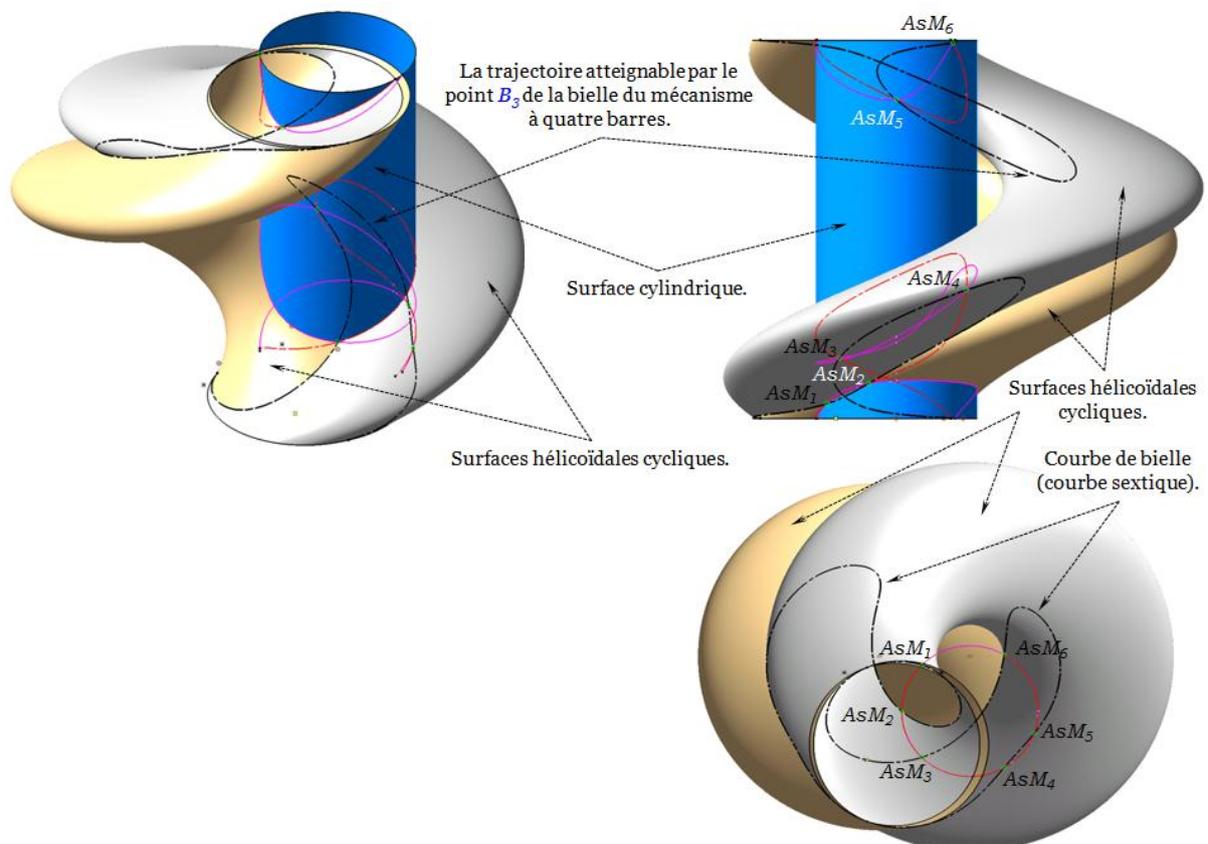
Il convient de mentionner que cette conception a six modes d'assemblage différents présentés en projection dans le plan  $(x, y)$  et en vue 3D dans la **Figure 4-9**. Dans ce cas d'étude, le point caractéristique  $E$  de l'effecteur se situe au centre de la deuxième articulation rotoïde, le point  $B_3$ , de la troisième chaîne cinématique représenté par  $A_3B_3$  dans la **Figure 4-3**.



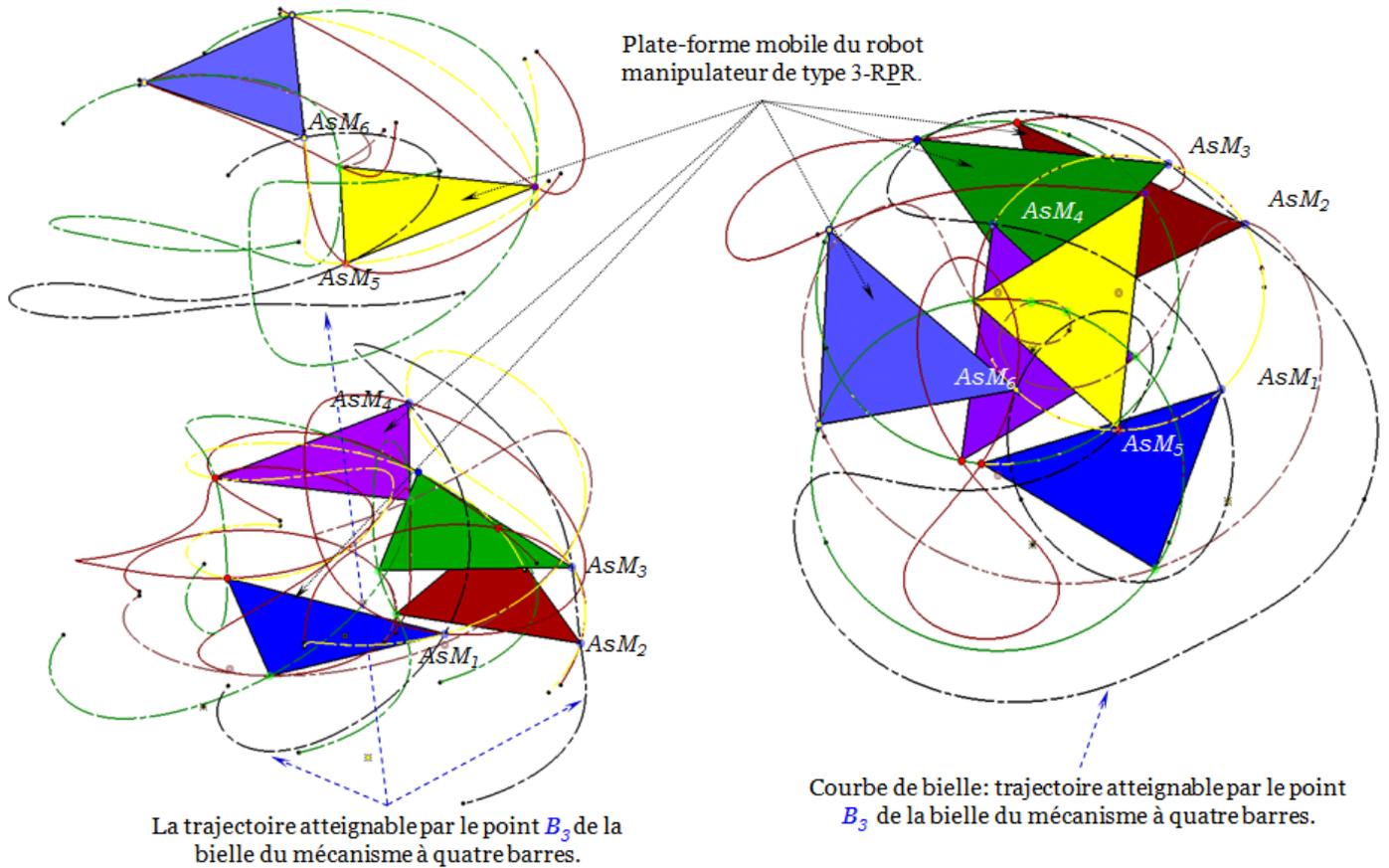
**Figure 4-6:** Deux procédures afin de déterminer les différentes solutions du PGD pour le RMPP de type 3-RPR.



**Figure 4-7:** Intersection de toutes les surfaces atteignables par le point caractéristique  $E$  de l'effecteur connecté à chaque jambe pour le RMPP de type 3-RPR.



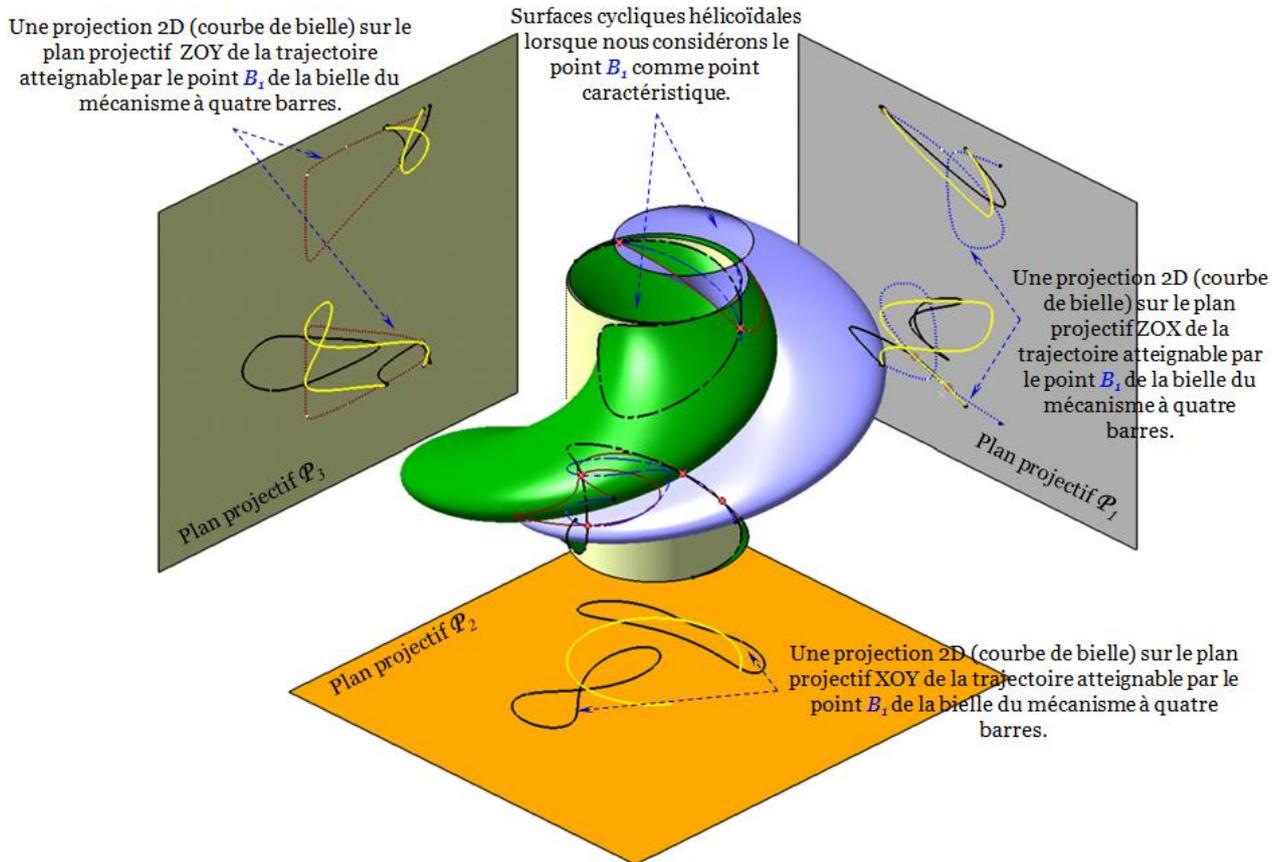
**Figure 4-8:** Différentes vues des surfaces atteignables par le point caractéristique  $E$  de l'effecteur connecté à chaque jambe et de leurs intersections pour la résolution du PGD.



**Figure 4-9:** Vues 3D et 2D des six solutions du problème géométrique direct (modes d'assemblage) pour le RMPP de type 3-RPR ayant les paramètres géométriques montrés dans le Tableau 4-1.

Nous pouvons noter que pour les valeurs des variables articulaires choisies, le robot 3-RPR a six modes d'assemblage. Un simple changement dans ces valeurs, en raison de «l'agilité» de notre modèle CAO-Géométrie paramétré, fait passer ce nombre à 0, 2 ou 4, ce qui montre l'intérêt du paramétrage utilisé.

La **Figure 4-10** illustre la résolution du problème géométrique direct PGD du robot 3-RPR ayant les mêmes paramètres géométriques de conception représentés dans le **Tableau 4-1**. Cependant, nous choisissons cette fois-ci le point  $B_1$ , le centre de la deuxième articulation rotoïde passive de la première chaîne cinématique représenté par  $A_1B_1$ , comme point caractéristique de l'effecteur. La **Figure 4-10** montre en outre les projections de la courbe 3D d'intersection de deux surfaces sur trois plans projectifs XOY, XOZ, YOZ. La projection de cette courbe dans le plan XOY donne ce qui est connu sous le nom de courbe de bielle.



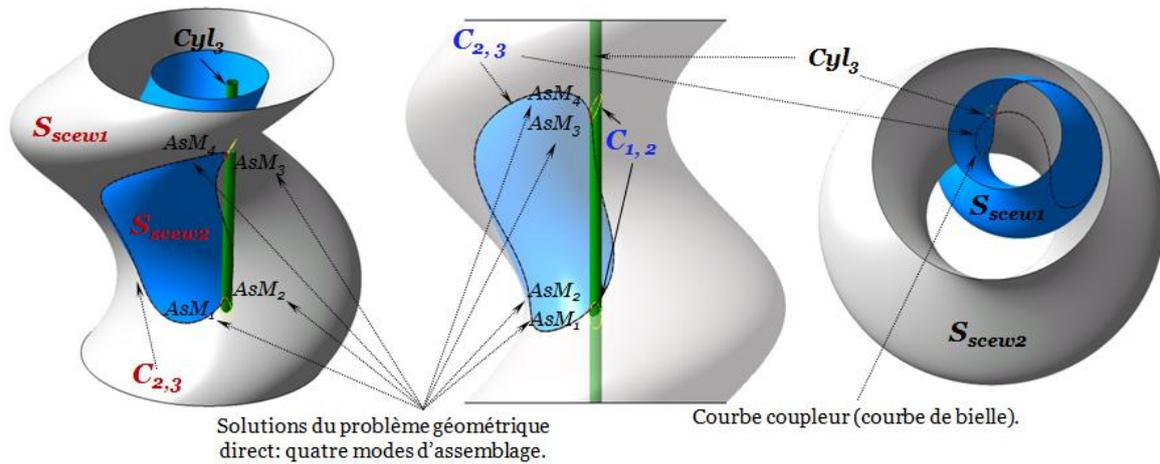
**Figure 4-10:** Application de la technique CAO-Géométrique pour résoudre le PGD pour le RMPP de type 3-RPR, où  $B_1$  est considéré comme le point caractéristique de l'effecteur.

## Deuxième cas d'étude

Nous avons choisi une architecture très particulière du robot 3-RPR, afin de démontrer l'efficacité de la technique CAO-Géométrique pour la résolution du PGD de RMPPs. Cette architecture est nommée manipulateur analytique. Pour ce type de manipulateur, nous pouvons obtenir un polynôme caractéristique de degré inférieur ou égal à quatre [Kong et al., 2001]. Les RMPPs analytiques ont attiré beaucoup d'attention de la part des chercheurs. Le RMPP analytique que nous avons choisi est le même étudié dans [Kong et al., 2001] et [Rojas et al., 2011]. Ce mécanisme de type 3-RPR est caractérisé par une base fixe et une plate-forme semblable: en termes de paramètres géométriques, la contrainte de similitude implique les relations suivantes entre les différents paramètres géométriques de conception [Rojas et al., 2011]:

$$\|B_1B_2\| = k \|A_1A_2\|, \|B_2B_3\| = k \|A_2A_3\|, \text{ et } \|B_1B_3\| = k \|A_1A_3\|, \text{ avec } k > 0.$$

Les paramètres géométriques du robot étudié sont indiqués dans le **Tableau 4-2**. La **Figure 4-11** illustre la résolution de son modèle géométrique direct par notre algorithme CAO-Géométrique proposé.



**Figure 4-11:** Différentes vues des surfaces atteignables par le point caractéristique de l'effecteur connecté à chaque jambe pour le RMPP de type 3-RPR et leurs intersections pour la résolution du PGD pour le robot manipulateur ayant les paramètres de conception exposés dans le Tableau 4-2.

Paramètres géométriques du robot de type 3-RPR	Longueur de la 1 <sup>ème</sup> jambe	Longueur de la 2 <sup>ème</sup> jambe	Longueur de la 3 <sup>ème</sup> jambe	2 <sup>ème</sup> point de la base fixe $A_2$		3 <sup>ème</sup> point de la base fixe $A_3$		Géométrie de la plate-forme mobile du robot manipulateur		
Valeurs numériques	$\rho_1 = \ A_1B_1\ $	$\rho_2 = \ A_2B_2\ $	$\rho_3 = \ A_3B_3\ $	$c_2$	$d_2$	$c_3$	$d_3$	$l_1 = \ B_1B_2\ $	$l_2 = \ B_1B_3\ $	$l_3 = \ B_2B_3\ $
	2	44	21	40	0	17,3205	10	$10\sqrt{5-2\sqrt{3}}$	20	10

**Tableau 4-2:** Paramètres géométriques de conception pour le premier cas d'étude utilisé pour appliquer notre méthodologie CAO-Géométrique pour la résolution du PGD du RMPP de type 3-RPR.

- Pour le **premier cas d'étude**, correspondant aux paramètres géométriques du **Tableau 4-1**, le robot de type 3-RPR possède six modes d'assemblage:

Numéro de la solution	x	y	$\beta$ Orientation de la plate-forme mobile (rad)
1	-8,7266	12,1756	-0,9869
2	-5,4856	-13,9354	-0,0473
3	-14,8961	1,5824	0,2453
4	-13,4202	-6,6556	0,5856
5	14,9201	-1,3379	1,0016
6	14,6739	-3,0126	2,1329

**Tableau 4-3:** Les résultats numériques obtenus en appliquant notre approche CAO-Géométrique pour le RMPP de type 3-RPR (premier cas d'étude).

Les résultats obtenus associés aux valeurs articulaires en utilisant le MGI sont représentés dans le **Tableau 4-4** ci-après:

Numéro de la solution	$\rho_1$		$\rho_2$		$\rho_3$	
	Algorithme CAO	Valeur objectif	Algorithme CAO	Valeur objectif	Algorithme CAO	Valeur objectif
1	14,980002	14,98	15,380005	15,38	12,000068	12
2	14,980000	14,98	15,380104	15,38	12,0000197	12
3	14,980000	14,98	15,379979	15,38	11,999981	12
4	14,980000	14,98	15,379999	15,38	12,000002	12
5	14,980001	14,98	15,379960	15,38	12,000026	12
6	14,980000	14,98	15,379994	15,38	12,000115	12

**Tableau 4-4:** Les résultats des variables articulaires à partir du Tableau 4-3 en utilisant le modèle Géométrique inverse (MGI) du robot manipulateur 3-RPR ayant les paramètres exposés dans le Tableau 4-1.

- Pour le **deuxième cas d'étude**, l'architecture analytique du manipulateur plan de type 3-RPR ayant les paramètres géométriques exposés dans le **Tableau 4-2**. Ce robot a quatre modes d'assemblage:

Numéro de la solution	$x$	$y$	$\beta$ Orientation de la plateforme mobile (deg)
1	1,0163	1,7225	87,955
2	-0,7945	1,8354	-87,957
3	1,4503	1,3772	-93,830
4	1,9805	-0,2785	93,828

**Tableau 4-5:** Les résultats numériques obtenus en appliquant notre approche CAO-Géométrie pour le RMPP de type 3-RPR (deuxième cas d'étude).

Les résultats obtenus associés aux valeurs articulaires en utilisant le MGI sont donnés dans le **Tableau 4-6** ci-après:

Numéro de la solution	$\rho_1$		$\rho_2$		$\rho_3$	
	Algorithme CAO	Valeur objectif	Algorithme CAO	Valeur objectif	Algorithme CAO	Valeur objectif
1	2,000	2	43,999797	44	20,999734	21
2	2,000	2	44,000005	44	21,000108	21
3	2,000	2	44,00018	44	21,000203	21
4	2,000	2	43,999965	44	20,999894	21

**Tableau 4-6:** Les résultats des variables articulaires à partir du Tableau 4-5 en utilisant le modèle Géométrie inverse (MGI) du robot manipulateur 3-RPR ayant les paramètres exposés dans le Tableau 4-2.

**Note:** Les écarts (déviations) entre les résultats numériques obtenus au moyen de notre algorithme géométrique et les valeurs objectifs sont dus au fait que toutes les courbes et les surfaces modélisées dans CATIA® sont approchées par des courbes Splines et des surfaces NURBS.

En effet, les courbes B-Splines sont définies par un polynôme décrit par des morceaux (*piecewise polynomial*): ils consistent en des sections séparées de polynôme qui sont assemblées en des positions appelés nœuds [Cashman, 2010].

En ce qui concerne les surfaces NURBS, elles sont la forme standard dominante pour la Conception Assistée Géométrique par Ordinateur (CAGO). En raison de leur stabilité, leur flexibilité et leurs propriétés de modifications locales, ces surfaces sont utilisées dans de nombreuses applications d'ingénierie pour représenter des corps et des pièces complexes en terme de topologie. En outre, l'utilisation de ces surfaces est très efficace car elle permet aux concepteurs d'utiliser un petit nombre de patches pour la modélisation de topologies complexes, ce qui exige très peu de mémoire et de temps de calcul [Cashman, 2010], [Zhao et al., 2008]. Les surfaces NURBS sont construites à partir de B-Splines [Hughes et al., 2005], elles sont générées généralement à partir d'une série de courbes, elles sont calculées en utilisant une équation polynomiale paramétrique qui définit la forme de la surface. Dans le but de s'accommoder à la topologie souhaitée, une opération d'adaptation est nécessaire. Mais cette opération dépend de plusieurs paramètres tels que: les valeurs des nœuds, des poids, et des points de contrôle. A noter que la géométrie de la surface NURBS suit les points de contrôle. Les poids déterminent la forme locale de la surface tandis que les points de contrôle déterminent la forme globale de cette surface [Leal et al., 2007]. Par conséquent, pour toutes ces raisons, il y a quelques erreurs prévisibles et inévitables.

**Remarque 1:** Chaque vertex de la surface peut avoir un facteur qui influence la courbe; cette influence est désignée par le terme de poids.

**Remarque 2:** Nous avons mis dans les annexes associées à ce chapitre les résultats numériques obtenus via d'autres méthodes présentées dans les différents travaux de recherche pour donner au lecteur la possibilité de comparer notre approche CAO-Géométrique avec les autres méthodes.

### 4.3 Planification de trajectoires

Dans cette section, une analyse sera menée, dans l'environnement CAO de CATIA<sup>®</sup>, sur la manière dont nous pouvons générer et planifier des trajectoires reliant les différents points associés aux modes d'assemblage du robot manipulateur de type 3-RPR sans franchir une configuration singulière. Pour accomplir cette tâche, nous prenons en considération les paramètres géométriques de conception exposés dans le *Tableau 4-1*. Toutefois, nous utilisons cette fois-ci d'autres valeurs d'entrées pour les articulations prismatiques actionnés comme suit:

$$\rho_1 = \|A_1 B_1\| = 17, \rho_2 = \|A_2 B_2\| = 28, \rho_3 = \|A_3 B_3\| = 26, 44$$

Le mécanisme utilisé ici pour illustrer nos approches est le robot 3-RPR dont l'espace de travail opérationnel total tridimensionnel est découpé en deux parties séparées par sa surface de singularité parallèle [Wenger et al., 1998], [Wenger et al., 1997 (b)], [Macho et al., 2008], [Arrouk et al., 2011 (a)], [Arrouk et al., 2012] comme il est montré dans la *Figure 4-12*. En effet, dans [Hunt et al., 1993] il a été souligné que pour un RMPP de type 3-RPR, afin de planifier une trajectoire ou un mouvement à partir d'un mode d'assemblage ou un autre, la plate-forme mobile de ce mécanisme devrait traverser une configuration singulière.

Pourtant, en utilisant une approche numérique, [Innocenti et al., 1992] a confirmé que cette affirmation n'est pas valide dans le cas général. Dans ce travail, l'auteur a démontré la possibilité de planifier des transitions non-singulières entre les différents modes d'assemblage. Cela signifie que nous avons la possibilité, pour certaines conceptions et pour des valeurs spécifiques de valeurs d'entrées pour les liaisons actionnées, de générer des trajectoires sans franchir de configurations singulières.

Dans le même contexte, en utilisant la méthode algébrique par discrétisation (octree), Wenger et Chablat dans [Wenger et al., 1998], [Chablat et al., 1998] et [Wenger et al., 1997 (a)] ont introduit, pour les RMPPs de type 3-RPR, 3-RRR, la notion des domaines d'unicité qui peuvent être définis comme étant les régions les plus grandes appartenant à l'espace de travail total du robot manipulateur parallèle plan associé à un mode d'assemblage unique (il y a unicité des solutions du modèle géométrique direct).

Plus tard, [Macho et al., 2007], [Zein et al., 2006], et [Zein et al., 2008] ont donné plus d'explications sur la façon dont il est possible d'effectuer une trajectoire exempte de singularité en exécutant une transition entre différents modes d'assemblage pour les RMPPs de type 3-RPR. L'idée principale de la méthode présentée dans l'ensemble de ces travaux de recherche est fondée sur l'identification des points dans l'espace articulaire, pour lesquelles trois solutions du PGD sont coalescentes. Ces points, qui se trouvent dans l'espace de travail articulaire, sont désignés par le terme de **points cuspidaux** [Innocenti et al., 1992]. L'existence de tels points particuliers permet de réaliser des trajectoires libres de singularité en contournant les points cuspidaux dans le but de planifier une trajectoire partant d'une solution du PGD à l'autre sans rencontrer aucune singularité. Néanmoins, tous ces travaux de recherche impliquent certaines difficultés:

- Ils n'ont pas pris en compte les limitations sur les articulations prismatiques motorisées pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR.
- En plus, nous sommes obligés moyennant l'approche présentée dans ces travaux, de construire l'espace de travail articulaire associé au robot manipulateur étudié,
- Ensuite de déterminer les coordonnées des points cuspidaux.

Dans le but de générer des trajectoires exemptes de singularités connectant plusieurs modes d'assemblage, Zein et al, et Macho et al ont introduit la notion d'espace de configuration réduit pour l'analyse des configurations de singularités parallèles du RMPP de type 3-RPR [Zein et al., 2006], [Macho et al., 2008]. Cet espace constitue une surface tridimensionnelle. Pour un tel espace, une variable articulaire d'entrée associée à une des trois articulations prismatiques motorisées est maintenue constante.

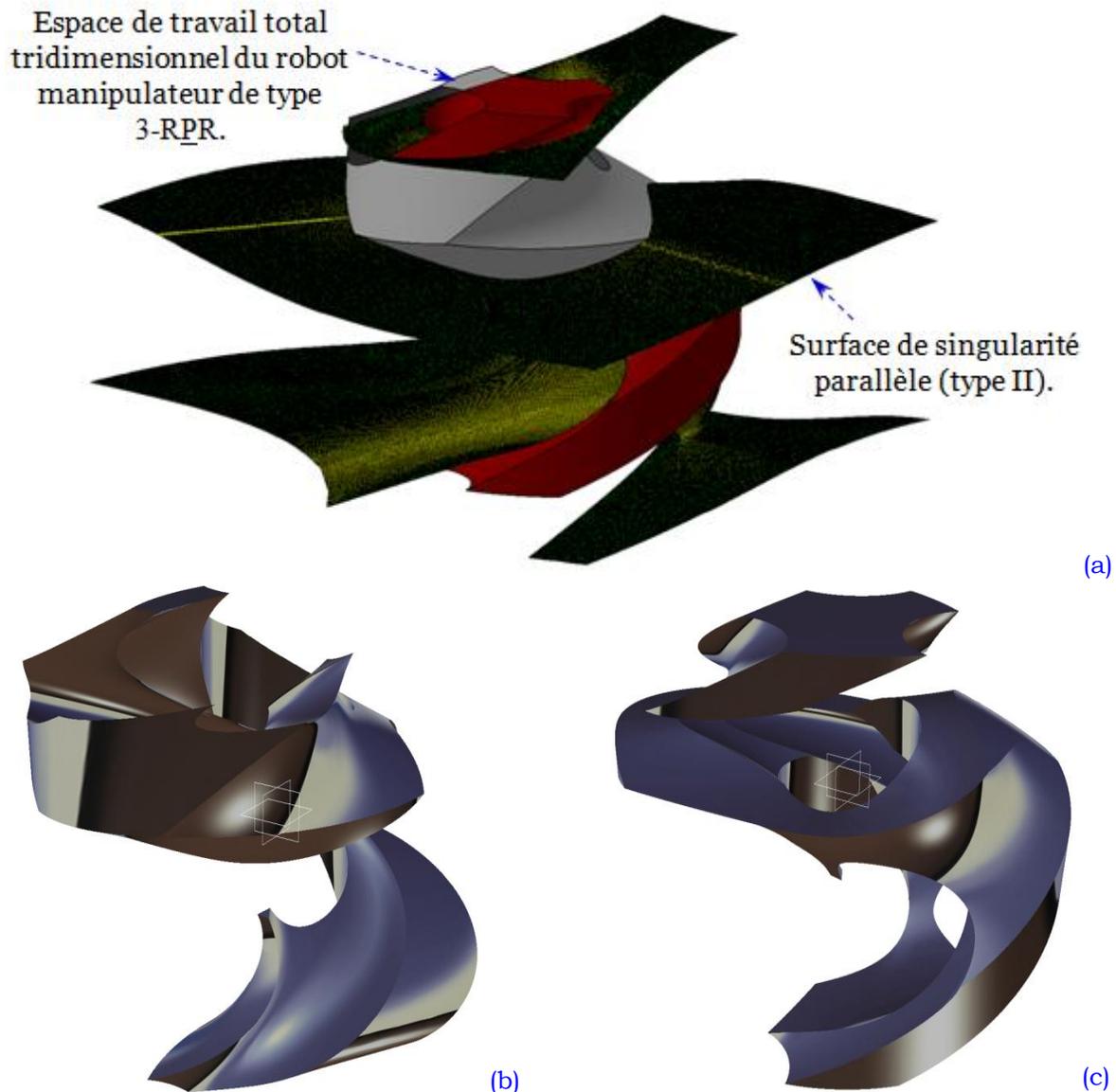
Ensuite, une variable de sortie (une des variables de l'espace cartésien), telle que l'angle d'orientation de la plate-forme mobile, est tracée en fonction des autres variables d'entrée, non-constante, des articulations prismatiques actionnées. Cet espace hybride est utilisé afin de démontrer les transitions non singulières lors de la planification des trajectoires de changement des modes d'assemblage [Zein et al., 2006], [Macho et al., 2008]. Ils ont, en outre, effectué des sections dans l'espace de travail articulaire contenant les surfaces de singularités articulaires pour des explications supplémentaires sur la génération des trajectoires reliant des différentes modes d'assemblage exemptes de singularité.

Plus récemment, Husty dans [Husty, 2009] a proposé une nouvelle approche basée sur l'introduction d'un nouveau concept connu sous le nom de *l'espace de l'image cinématique* «*Kinematic Image Space*», dans lequel l'auteur a présenté la surface de singularité du RMPP de type 3-RPR.

La représentation algébrique de la surface de singularité dans l'espace de l'image cinématique permet de prouver que tous les RMPPs de ce type ont la propriété de générer des mouvements non-singuliers lors du changement de modes d'assemblage. Dans ce travail, une observation très importante a été faite en fonction de la forme de la surface de singularité: il est possible de générer de deux manières différentes des trajectoires non singulières reliant deux solutions du problème géométrique direct:

- La première trajectoire est planifiée à travers le trou (si existence d'un tel trou).
- La deuxième trajectoire est générée autour de la surface de singularité (surtout que la surface de singularité pour le robot 3-RPR ne dépend pas les valeurs d'entrées des articulations prismatiques).

La **Figure 4-12** montre le modèle CAO pour l'espace de travail 3D total, et la surface de singularité parallèle pour les paramètres géométriques de conception présentés dans le **Tableau 4-1**.



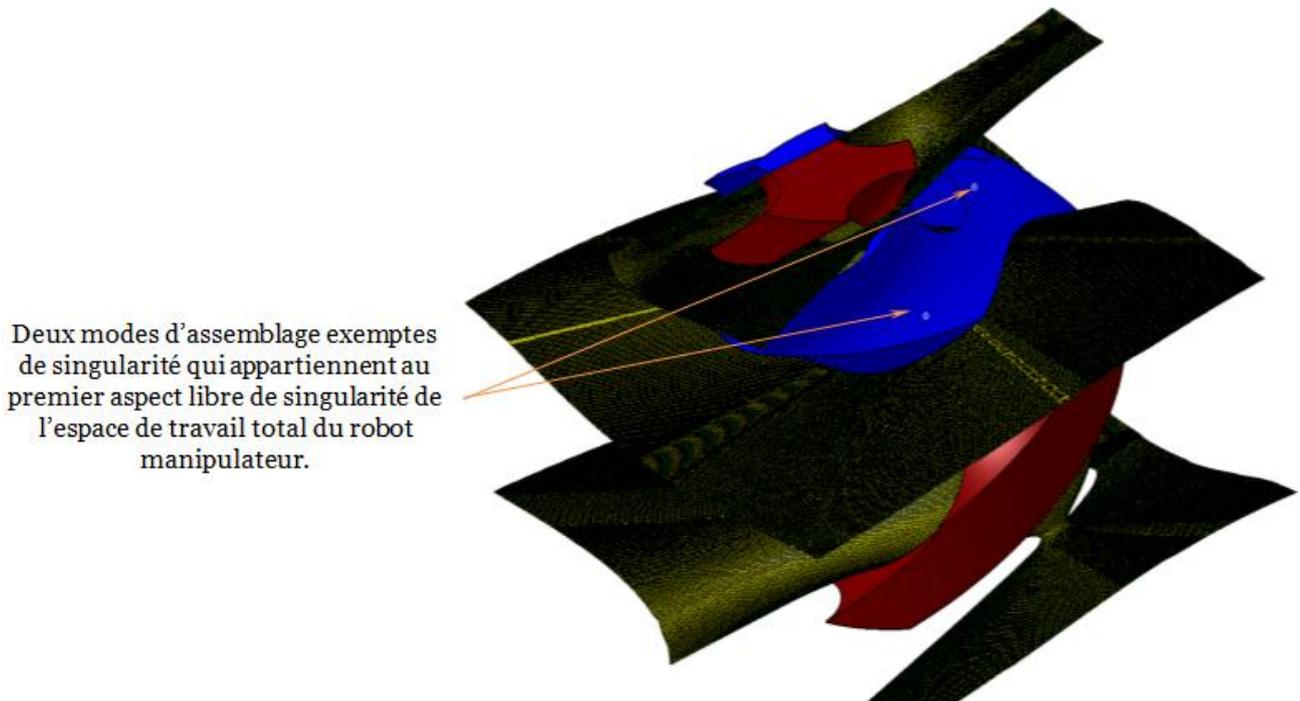
**Figure 4-12:** Superposition de l'espace de travail total en 3D avec la surface de singularité parallèle (a) et modèles CAO des aspects libres de singularités (b, c) pour le RMPP de type 3-RPR.

Nous avons montré, dans le chapitre 3 de ce mémoire de thèse, que la surface de singularité de type II (parallèle) pour cette architecture de RMPP de type 3-RPR divise l'espace de travail total tridimensionnel en deux sous-espaces dissociés et adjacents libres de singularités parallèles internes comme le montre la **Figure 4-12**.

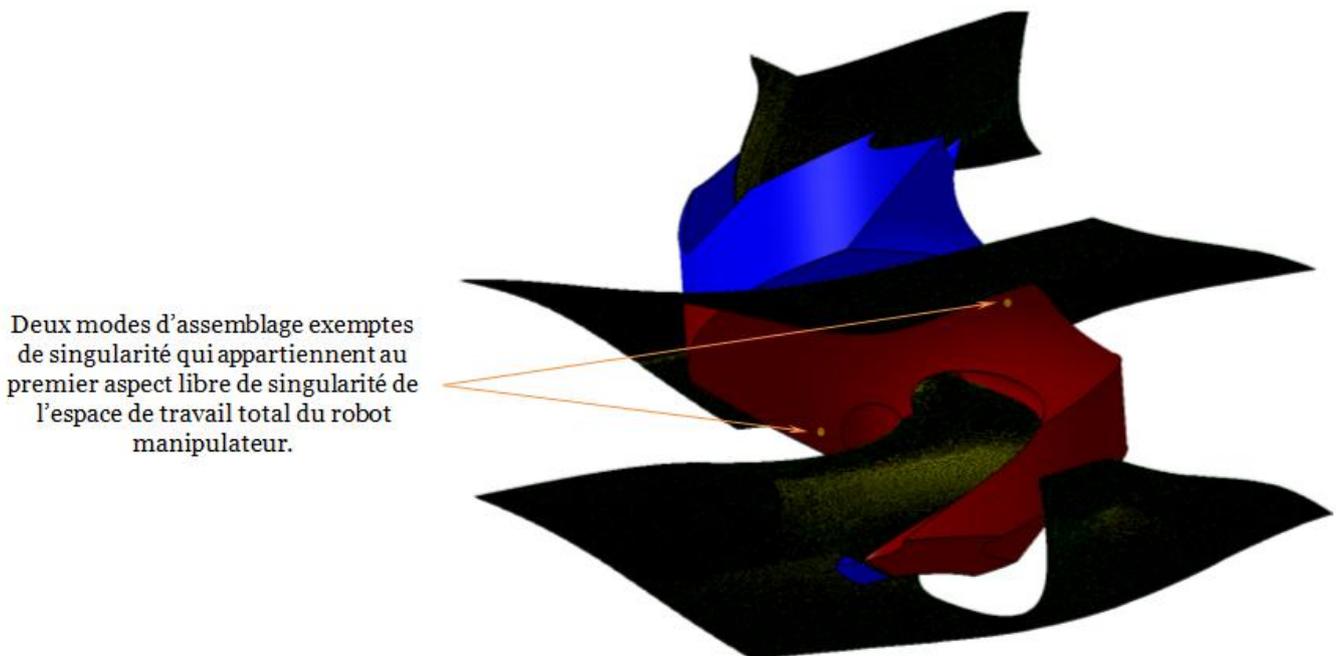
Le robot manipulateur de type 3-RPR ayant les paramètres de conception exposés dans le **Tableau 4-1**, avec les courses suivantes pour les articulations prismatiques motorisées  $\rho_1 = 17, \rho_2 = 28, \rho_3 = 26,44$ , a quatre solutions pour son PGD associées aux différents modes d'assemblage. Il est ainsi évident que le robot peut changer d'un mode d'assemblage vers un autre au cas où deux solutions du PGD appartiennent au même aspect libre de singularités. Dans ce cas d'étude, nous avons remarqué que la répartition des différents points associés aux modes d'assemblage est la même dans les deux aspects exemptes de singularité de type II. Il existe deux points qui correspondent à deux modes d'assemblage pour chaque sous-espace non-singulier (aspect), comme il est illustré dans la **Figure 4-13** et la **Figure 4-14**. En outre, nous pouvons générer des trajectoires libres de singularités dans l'espace de travail total 3D qui relie plusieurs points liés aux modes d'assemblage, sans avoir besoin de contourner de

points cuspidaux dans l'espace de travail articulaire (*Figure 4-15*) et (*Figure 4-16*). Ce résultat peut nous conduire au même résultat confirmé par [Husty, 2009], qui peut être résumé comme cela:

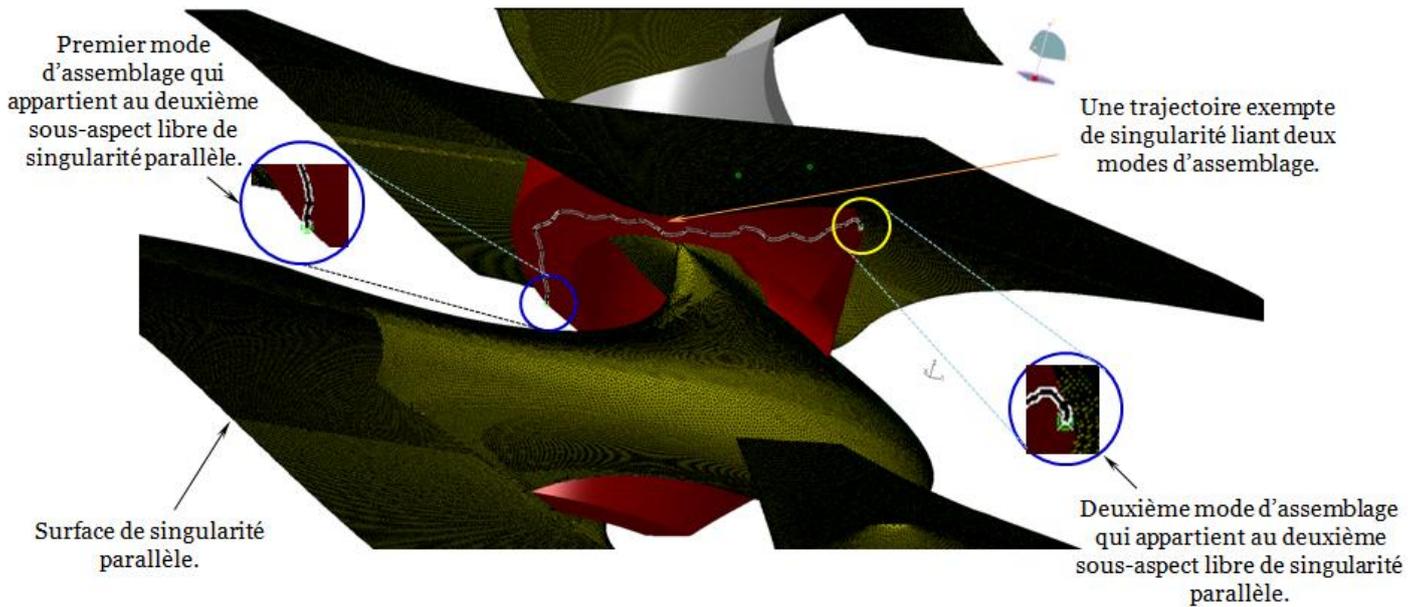
Les points cuspidaux ont seulement un sens dans les plans d'intersection de la surface de singularité dans l'espace de travail articulaire, et il n'est pas nécessaire d'utiliser cette procédure ni dans l'espace de travail articulaire tridimensionnel, ni pour la génération des trajectoires connectant les différents modes d'assemblage libres de singularité.



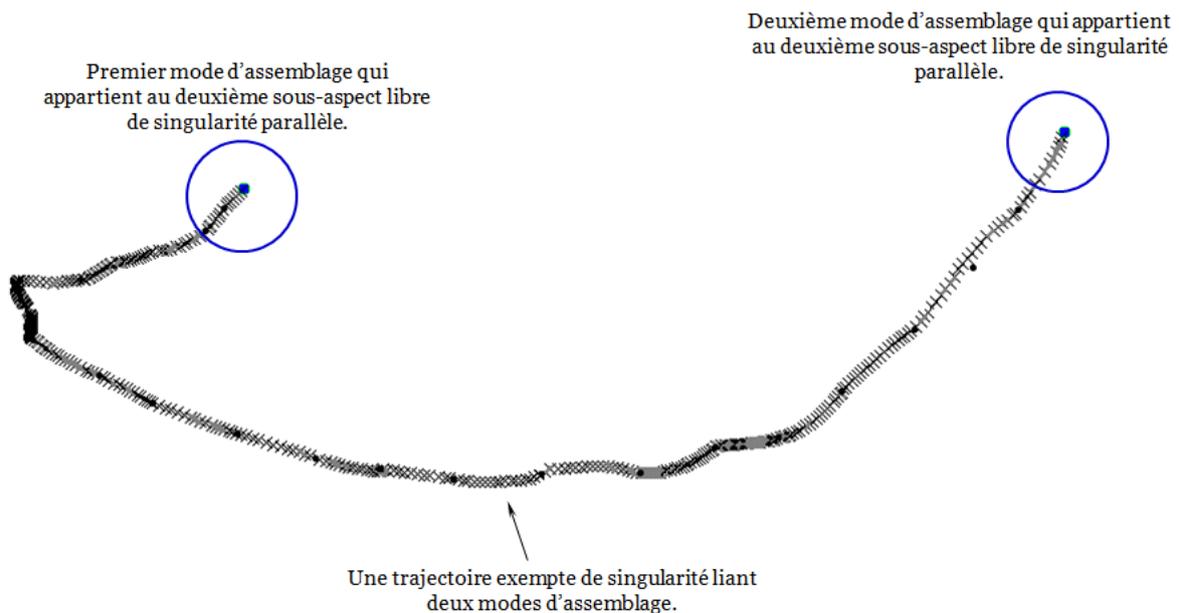
*Figure 4-13: Deux modes d'assemblage existants à l'intérieur du premier sous-espace de l'espace de travail total pour le RMPP de type 3-RPR.*



*Figure 4-14: Deux modes d'assemblage existant à l'intérieur du second sous-espace de l'espace de travail total pour RMPP de type 3-RPR.*



**Figure 4-15:** Modèle CAO pour la surface de singularité parallèle avec une trajectoire exempte de singularité reliant deux modes d'assemblage à l'intérieur du deuxième aspect de l'espace de travail totale du robot manipulateur de type 3-RPR.



**Figure 4-16:** Trajectoire exempte de singularité connectant deux modes d'assemblage à l'intérieur du deuxième aspect de l'espace de travail total du robot manipulateur de type 3-RPR.

#### 4.4 Généralisation de la méthodologie CAO-Géométrique

La multiplicité des solutions du PGD pour les robots manipulateurs parallèles amène à une très grande complexité pour l'analyse cinématique de telles architectures. Toutefois elle fournit aux concepteurs une grande flexibilité dans la planification des trajectoires [Chablat et al., 2004]. Nous prouverons dans cette section que notre méthode géométrique basée sur l'utilisation de différentes fonctionnalités de l'outil de CAO peut être généralisée et étendue, moyennant quelques adaptations spécifiques, à d'autres architectures de RMPPs:

- Le robot parallèle plan de type 3-RRR.

- Le robot parallèle plan de type 3-PPR.

#### 4.4.1 Application au robot manipulateur plan de type 3-RRR

La procédure CAO-Géométrique suivie pour la résolution du modèle géométrique direct du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RRR, ne diffère pas tellement de la démarche adoptée pour résoudre le problème géométrique direct du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR présenté en détail dans les sections précédentes. L'architecture que nous souhaitons analyser est celle étudiée dans le travail de [Chablat et al., 2004].

Le robot de type 3-RRR choisi a une conception complètement symétrique; la plate-forme mobile du robot manipulateur et la base fixe ont des formes triangulaires équilatérales. Les paramètres géométriques de conception sont donnés dans le **Tableau 4-7**.

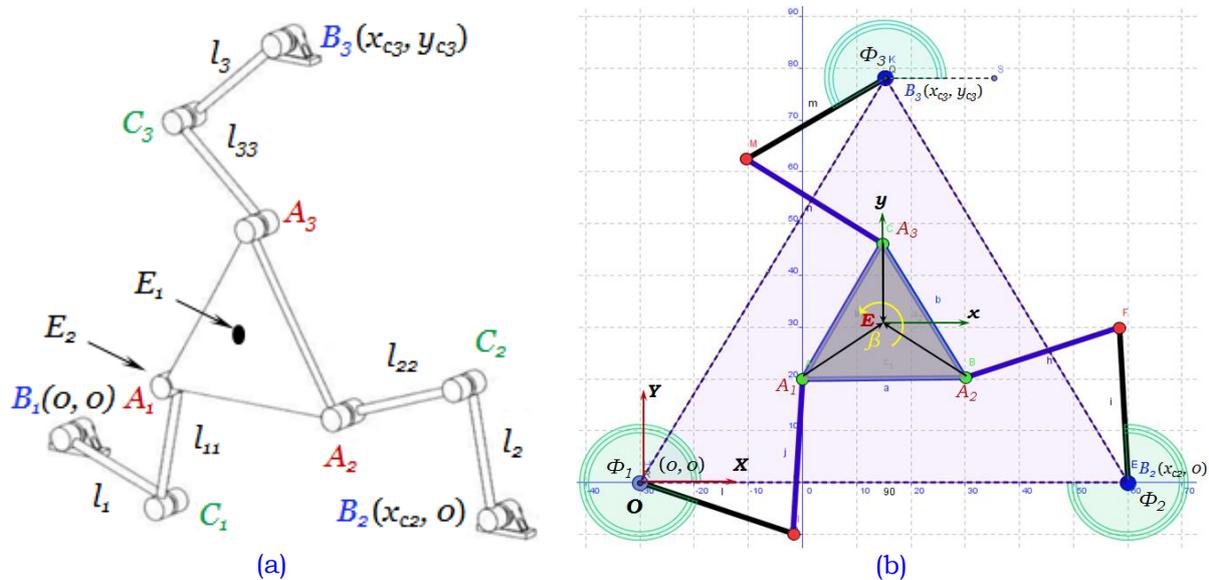


Figure 4-17: Modèle CAO du robot manipulateur plan de type 3-RRR (a), et son schéma cinématique (b).

Paramètres géométriques de conception du Robot de type 3-RRR	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_{11}$	$l_{22}$	$l_{33}$	$x_{c2}$	$c_3$	$d_3$
Valeur numérique	6	6	6	6	6	6	17,3205	8,66026	15

Tableau 4-7: Paramètres géométriques de conception du robot manipulateur plan de type 3-RRR.

Ce robot manipulateur a trois degrés de mobilité, il est représenté par son modèle CAO et son schéma cinématique dans la **Figure 4-17 (a)**. Les variables articulaires pour cette architecture sont les trois angles d'orientation des articulations motorisées de type rotoïdes ( $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$ ) qui se situent aux points  $B_1, B_2, B_3$  formant la base fixe triangulaire du robot manipulateur, comme le montre la **Figure 4-17 (a, b)**. Les variables cartésiennes (variables opérationnelles) sont les coordonnées  $(x, y)$  du point caractéristique de l'effecteur représenté par le point  $E$ , et aussi l'orientation de la plate-forme mobile du robot manipulateur représentée par l'angle  $\beta$ . Nous devons noter aussi que les orientations des articulations pivots motorisées et les articulations pivots actionnées sont supposées illimitées.

L'objectif essentiel dans cette étude est de trouver géométriquement les solutions du problème géométrique direct du robot manipulateur de type 3-RRR. Ce problème peut être mis sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} x &= x(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3) \\ y &= y(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3) \\ \beta &= \beta(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3) \end{aligned} \quad (4-1)$$

Cet objectif peut être exprimé sous une formulation géométrique solvable dans un environnement CAO:

$$\{(x_i, y_i, \beta_i), i=1 \dots N_m\} = S_{screw1}(\Phi_1) \cap S_{screw2}(\Phi_2) \cap S_{screw3}(\Phi_3) \quad (4-2)$$

Le but est de déterminer les coordonnées cartésiennes  $(x, y)$  du point caractéristique de l'effecteur, et aussi l'orientation  $\beta$  de la plate-forme mobile en fonction des valeurs d'entrées représentées par les angles de rotations  $(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3)$  des articulations pivots motorisées.

Dans cet exemple d'application, nous appliquons notre méthodologie CAO-Géométrique proposée sur cette architecture pour deux positions différentes du point caractéristique  $E$  de l'effecteur:

- La première position est le centre géométrique de la plate-forme mobile du robot manipulateur  $E_1$ , voir la **Figure 4-17 (a)**,
- La deuxième position est le centre de l'articulation rotoïde passive  $A_1$ , cette position est représentée dans la **Figure 4-17 (a)** par le point  $E_2$ .

Les valeurs d'entrées que nous choisissons pour cet exemple sont les mêmes valeurs utilisées dans [Chablat et al., 2004]:

Les angles d'entrées pour les articulations pivots actionnées	$\Phi_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$
Valeur numérique en [rad]	5,8626	1,2775	5,2139

**Tableau 4-8:** Paramètres d'entrées des articulations rotoïdes motorisées.

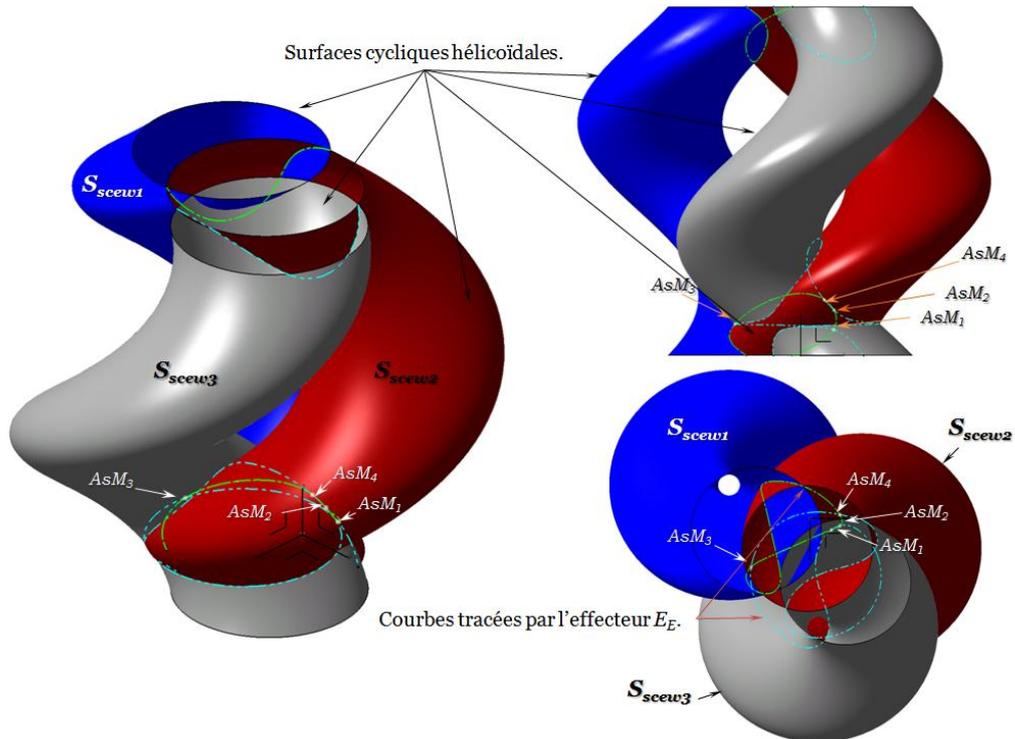
Nous faisons appel à juste titre à chaque étape de notre algorithme CAO-Géométrique présenté précédemment (cf. § 4.2.2).

**Etape 1.** Pour le robot de type 3-RRR les **régions atteignables par les extrémités des chaînes cinématiques après avoir fixé les variables associées aux liaisons actionnées (liaisons pivots)** sont des régions circulaires. Ces régions circulaires sont centrées aux points  $C_i$ , voir **Figure 4-17 (a)**. Les rayons de ces régions circulaires sont équivalents aux valeurs  $l_{ii}$ , (**Figure 4-17 (a)**).

**Etape 2. Construction des trajectoires hélicoïdales génériques:** nous cherchons à établir des trajectoires hélicoïdales génériques, ces courbes représentent le changement de la direction du vecteur  $A_iE_1$  pour la première position du point caractéristique de l'effecteur, et  $A_iA_1$  pour la deuxième position du point caractéristique de l'effecteur, lorsque l'angle d'orientation de la plate-forme mobile varie de 0 à  $2\pi$ .

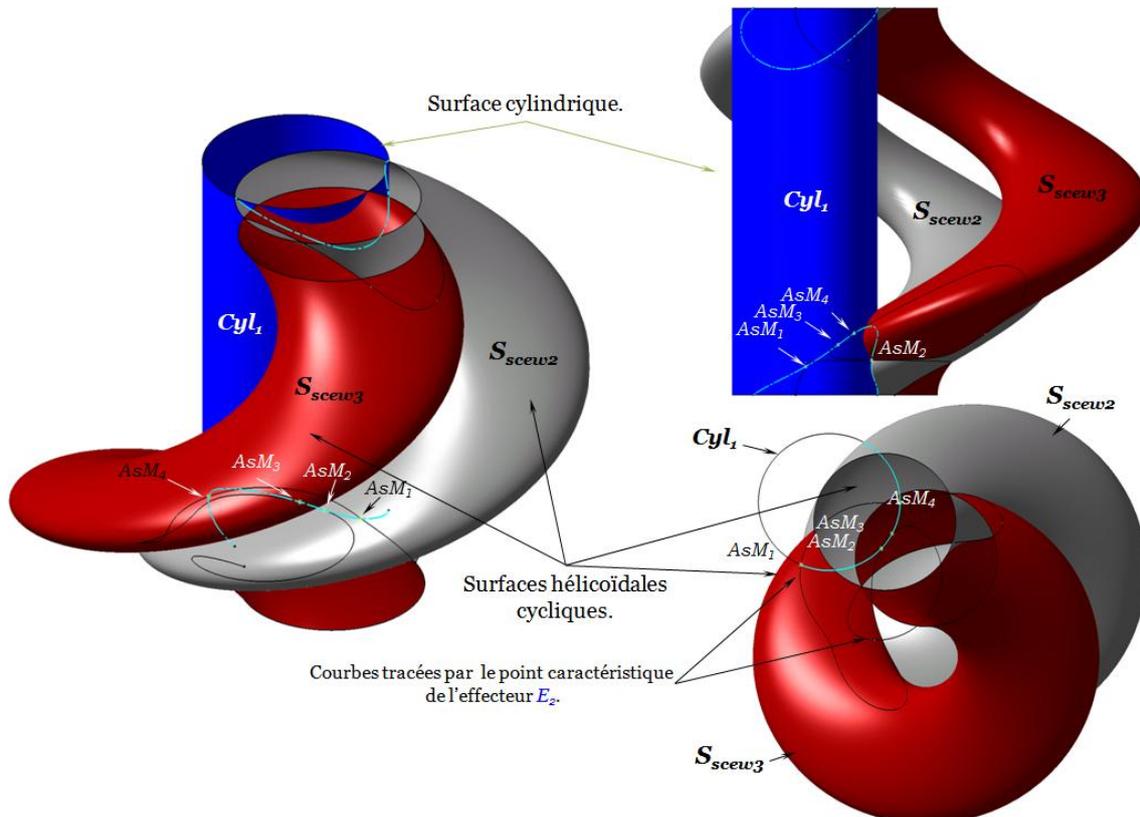
**Etape 3.** Cette étape consiste à la **génération de surfaces de balayage faisables par le point caractéristique  $E$  de l'effecteur** associé à chaque chaîne cinématique pour toutes les orientations de la plate-forme mobile: le résultat obtenu par cette étape est illustré dans la **Figure 4-18** pour la première position du point caractéristique  $E_1$  de l'effecteur et dans la **Figure 4-19** pour la deuxième position de ce point  $E_2$ .

**Pour le premier cas d'étude: la position  $E_1$  du point caractéristique de l'effecteur**



**Figure 4-18:** Différentes vues des surfaces faisables par le point caractéristique  $E_1$  de l'effecteur connecté à chaque chaîne cinématique du RMPP de type 3-RRR et les points associés aux modes d'assemblage.

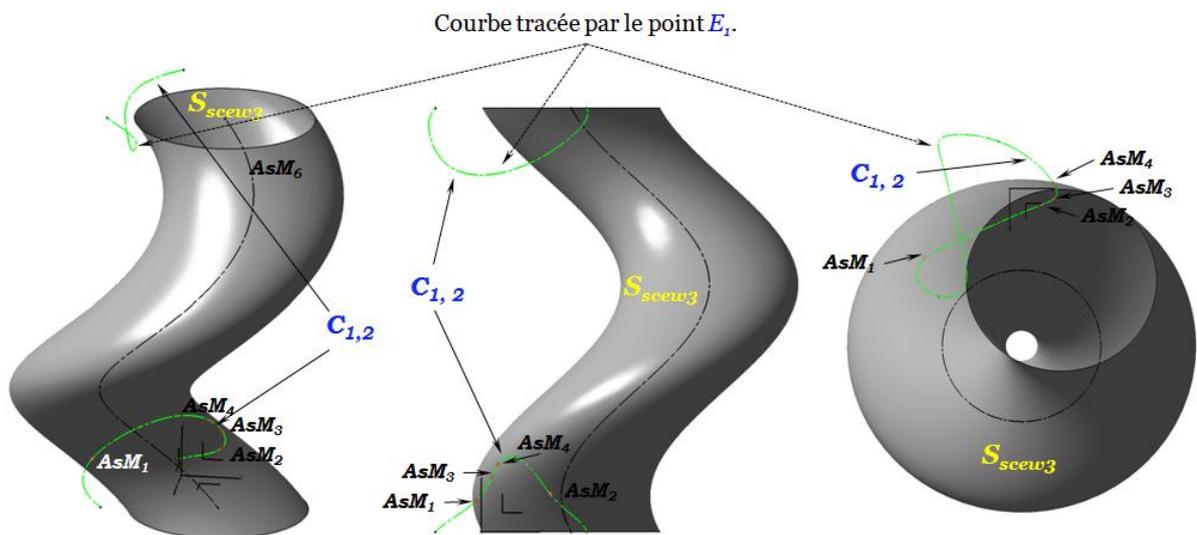
**Pour le deuxième cas d'étude: la position  $E_2$  du point caractéristique de l'effecteur**



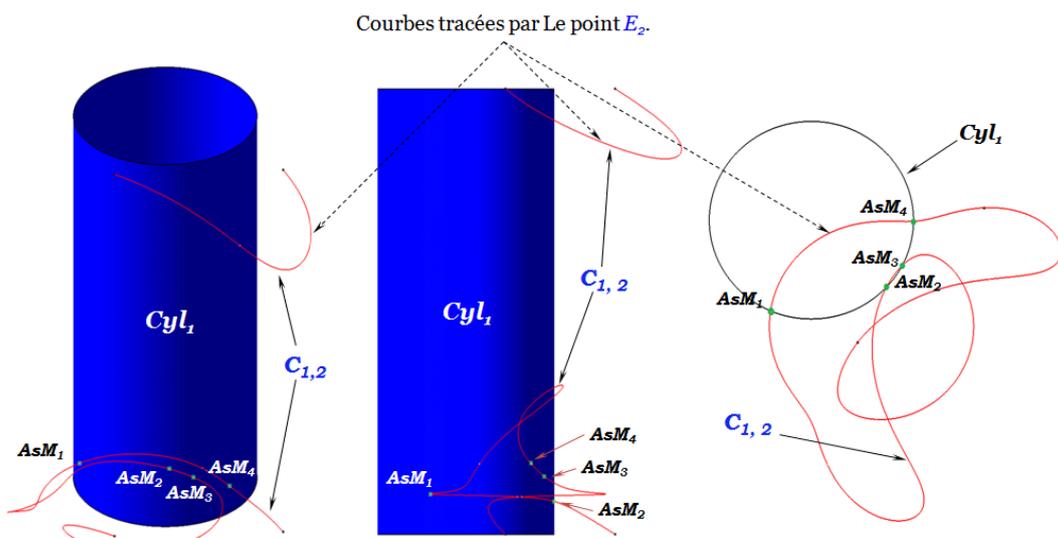
**Figure 4-19:** Différentes vues des surfaces faisables par le point caractéristique  $E_2$  de l'effecteur connecté à chaque chaîne cinématique du RMPP de type 3-RRR et les points associés aux modes d'assemblage.

**Remarque:** Nous devons noter, à partir des deux dernières figures, que le choix de la position du point caractéristique de l'effecteur modifie topologiquement la forme des surfaces construites lors de l'étape précédente. En d'autres termes, si le point caractéristique de l'effecteur est fixé sur le centre de l'articulation passive de type rotoïde de la première chaîne cinématique du robot manipulateur  $B_1A_1$ , nous observons, conformément à la *Figure 4-19*, que la surface réalisable par cette jambe est une surface cylindrique.

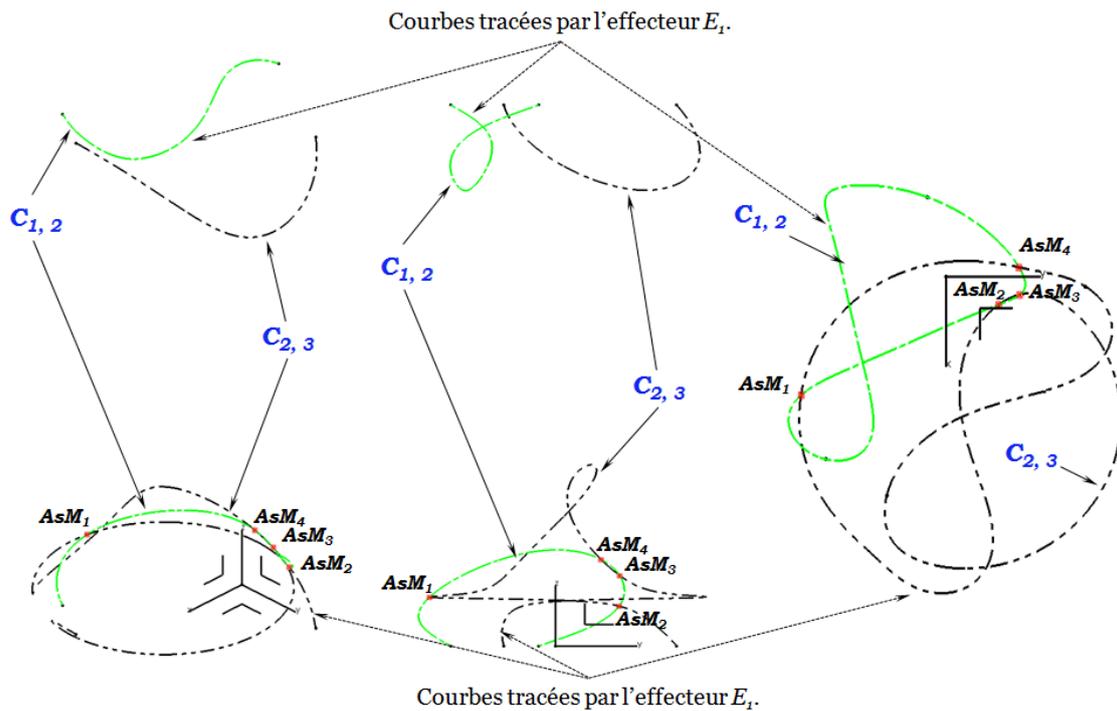
**Etape 4. Détermination des points  $(x, y, \beta)$  associés aux différents modes d'assemblage pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RRR.** Nous cherchons dans cette étape les différentes solutions de la formulation géométrique (4-3) qui représente les solutions du problème géométrique direct du robot manipulateur en question. Les résultats obtenus dans l'outil de CAO-CATIA<sup>®</sup> moyennant notre algorithme sont illustrés dans les figures suivantes.



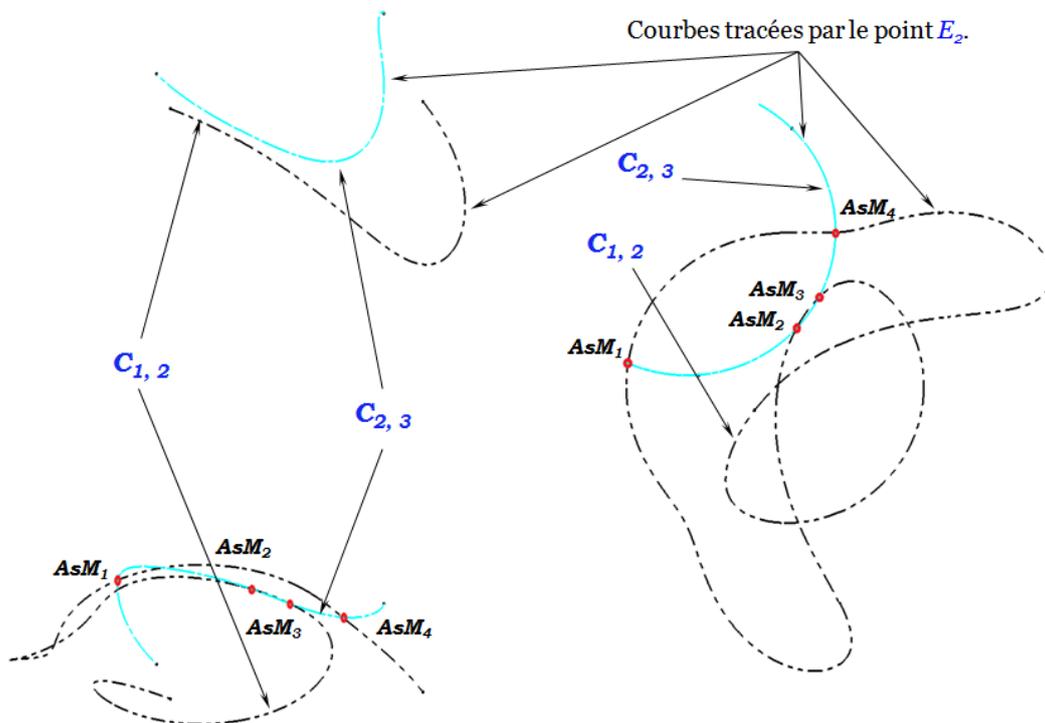
*Figure 4-20: Première procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-RRR et les points associés aux modes d'assemblage pour la position  $E_1$ .*



*Figure 4-21: Première procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-RRR et les points associés aux modes d'assemblage pour la position  $E_2$ .*



**Figure 4-22:** Deuxième procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-RRR et les points associés aux modes d'assemblage pour la position  $E_1$ .



**Figure 4-23:** Deuxième procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-RRR et les points associés aux modes d'assemblage pour la position  $E_2$ .

#### 4.4.2 Résultats numériques obtenus

A l'aide des figures précédentes, nous pouvons observer que pour le robot manipulateur de type 3-RRR ayant les paramètres géométriques du **Tableau 4-7**, nous avons

quatre solutions au problème géométrique direct. Le **Tableau 4-9**, et le **Tableau 4-10** donnent les résultats obtenus moyennant notre méthodologie CAO-Géométrique proposée ainsi que ceux présentés dans le travail de [Chablat et al., 2004].

Configuration (N°)	$x$	$y$	$\beta$ en (°)
(1)	1,1023	1,9564	57,5019
(2)	0,7059	2,7508	46,8545
(3)	4,6381	-5,4136	32,3627
(4)	-0,3581	2,7201	26,5174

**Tableau 4-9:** Quatre solutions du PGD obtenues pour le robot manipulateur plan de type 3-RRR obtenus par la méthodologie CAO-Géométrique pour la position  $E_1$ .

Configuration (N°)	$x$	$y$	$\beta$ en (°)
(1)	1,102	1,956	57,50
(2)	0,705	2,751	46,85
(3)	4,638	-5,413	32,35
(4)	-0,357	2,720	26,51

**Tableau 4-10:** Quatre solutions du PGD obtenues pour le robot manipulateur plan de type 3-RRR pour la position  $E_1$  obtenus dans [Chablat et al., 2004].

Ces résultats confirment l'efficacité de notre approche géométrique pour résoudre le problème géométrique direct des robots manipulateurs parallèles plans.

Dans le même contexte, nous étendrons notre algorithme proposé à une autre architecture de RMPP-le robot manipulateur de type 3-PPR.

#### 4.4.3 Application au robot manipulateur plan de type 3-PPR

Le robot de type 3-PPR est un robot manipulateur plan constitué d'une plate-forme mobile attachée à la base fixe via trois chaînes cinématiques de type PPR. Avec P désignant la liaison prismatique motorisée, P est l'articulation prismatique passive et la dernière liaison est une articulation passive de type pivot R.

Pour cette architecture nous choisissons deux conceptions différentes, voir la **Figure 4-24**.

- Le robot de type 3-PPR (forme  $\Delta$ )
- Le robot de type 3-PPR (forme U)

**Le robot de type 3-PPR (forme  $\Delta$ ):** pour l'architecture, présentée dans la **Figure 4-24 (b)**, la base fixe du robot manipulateur ainsi que sa plate-forme mobile ont des formes triangulaires. La base fixe, comme le montre la **Figure 4-24 (b)**, est un triangle équilatéral ( $\delta_i = 60^\circ$ ) tandis que, la plate-forme mobile est un triangle isocèle.

**Le robot de type 3-PPR (forme U):** le robot ayant l'architecture de forme U, présentée dans la **Figure 4-25 (a)**, est une nouvelle architecture proposée dans [Bai et al., 2009]. Pour cette architecture les axes des liaisons prismatiques motorisées sont supposés perpendiculaires. Parmi les trois guidages linéaires des liaisons prismatiques actionnées, il y en a deux qui sont parallèles et un perpendiculaire au troisième. Comme montré dans la **Figure 4-24 (a)** et la **Figure 4-25**, cette architecture offre, par rapport à d'autres architectures de forme  $\Delta$  présentée dans la **Figure 4-24 (b)**, des caractéristiques intéressantes telles qu'un espace de travail grand et un degré de mobilité partiellement découplé [Bai et al., 2009] tout en gardant une grande précision de mouvement de la plate-forme mobile du robot manipulateur. Les paramètres géométriques de conception pour ces deux architectures sont exposés dans le **Tableau 4-11**. Ce sont exactement les mêmes paramètres que [Bai et al., 2009].

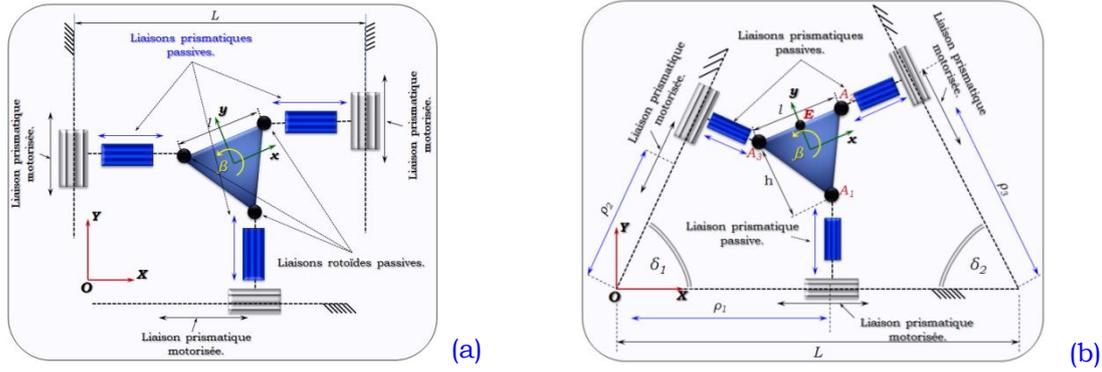


Figure 4-24: Modèles cinématiques pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-PPR, le robot 3-PPR de forme U (a), et de forme  $\Delta$  (b).

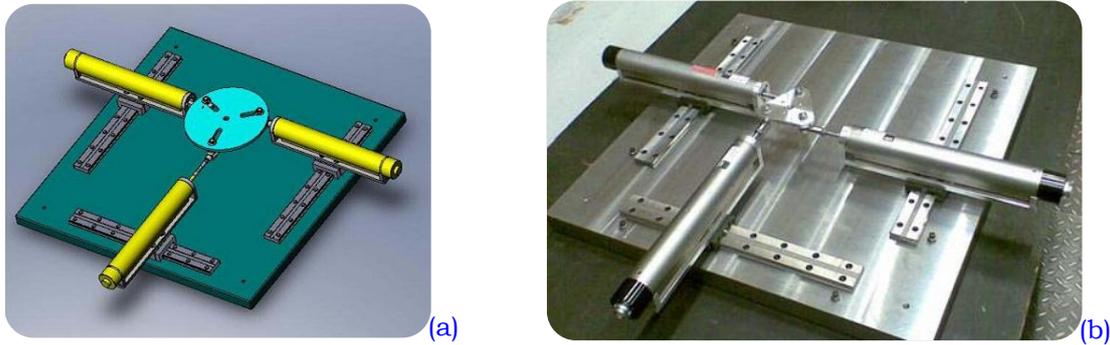


Figure 4-25: Modèle CAO du robot manipulateur plan de type 3-PPR (forme U) (a), un prototype pour ce type de robot manipulateur (b) [Bai et al., 2009].

Paramètres géométriques de conception du Robot de type 3-PPR	Conception	$L$ [mm]	$l$ [mm]	$h$ [mm]	Les valeurs d'entrées des articulations prismatiques actionnées [mm]		
					$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$
Valeurs numériques	U-forme	100	20	17	60	50	33
	$\Delta$ -forme	100	20	17	60	50	33

Tableau 4-11: Paramètres géométriques de conception du robot manipulateur plan de type 3-PPR, et les paramètres d'entrées des articulations prismatiques motorisées.

Pour les deux conceptions, les directions des liaisons prismatiques passives sont perpendiculaires aux directions des liaisons prismatiques actionnées. L'objectif de cette étude est de trouver les solutions du problème géométrique direct PGD du robot manipulateur de type 3-PPR. Cette problématique peut être mise sous la forme algébrique suivante:

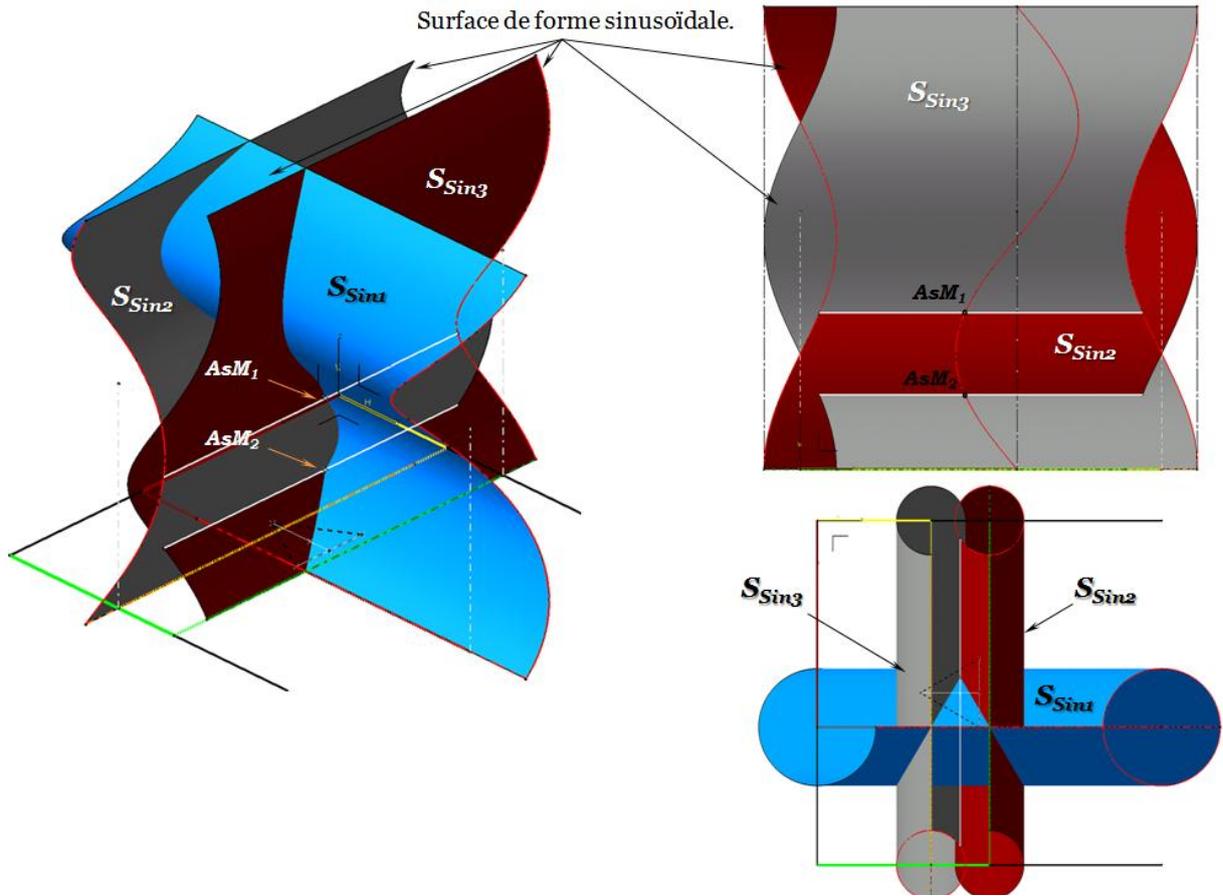
$$\begin{aligned} x &= x(\rho_1, \rho_2, \rho_3) \\ y &= y(\rho_1, \rho_2, \rho_3) \\ \beta &= \beta(\rho_1, \rho_2, \rho_3) \end{aligned} \quad (4-3)$$

La particularité de l'approche proposée est de ne pas utiliser cette formulation algébrique, mais plutôt une formulation géométrique solvable dans un environnement CAO:

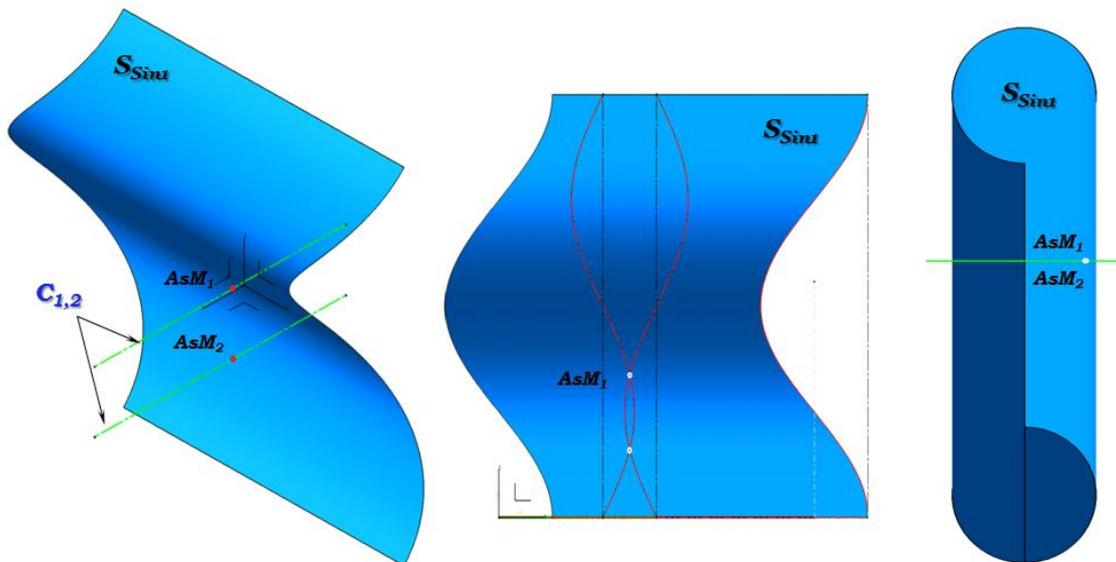
$$\{(x_i, y_i, \beta_i), i = 1 \dots N_m\} = S_{\sin 1}(\rho_1) \cap S_{\sin 2}(\rho_2) \cap S_{\sin 3}(\rho_3) \quad (4-4)$$

Nous pouvons observer que le mouvement réalisable par les points vertex des chaînes cinématiques, lors de la fixation des liaisons prismatiques actionnées, sont des formes linéaires. Les figures suivantes illustrent très clairement les résultats obtenus après l'application de notre algorithme CAO-Géométrique pour les deux conceptions présentées précédemment. Nous appelons les surfaces générées dans ce cas pour ce type de RMPP par le terme de « *Surfaces sinusoidales* ».

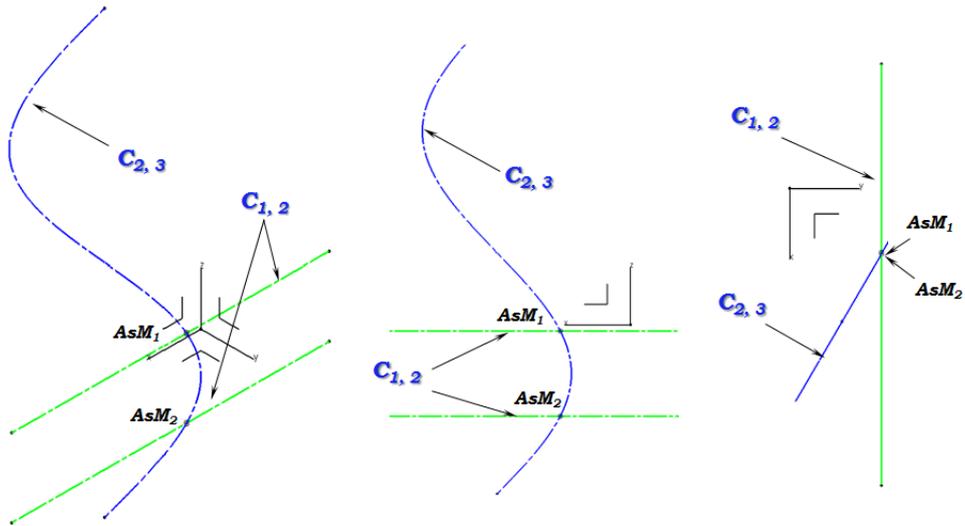
**Pour le robot de type 3-PPR (forme U)**



**Figure 4-26:** Différentes vues des surfaces faisables par le point caractéristique  $E$  de l'effecteur connecté à chaque chaîne cinématique de RMPP de type 3-PPR, les points associés aux modes d'assemblage pour la forme U.

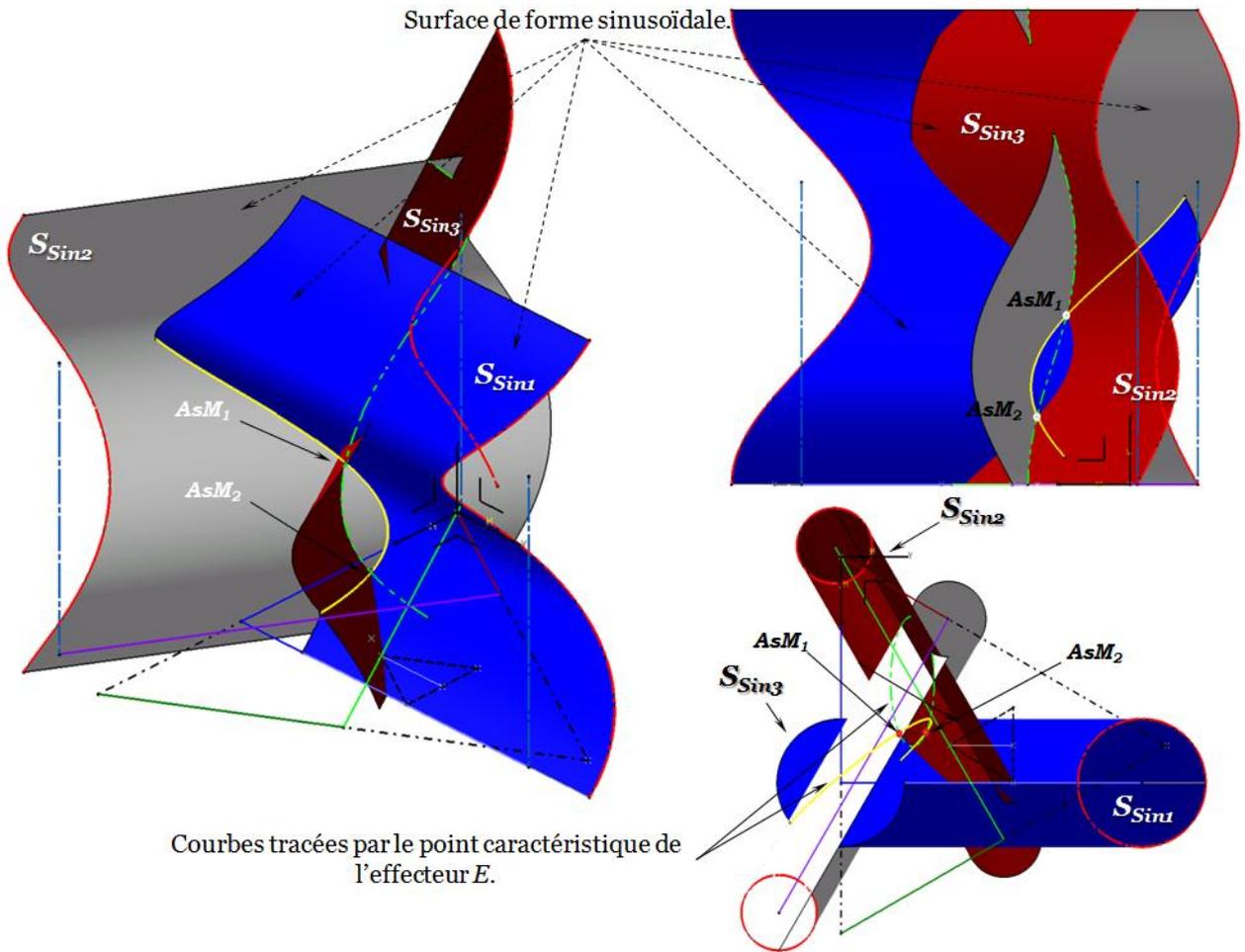


**Figure 4-27:** Première procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-PPR et les points associés aux modes d'assemblage pour la forme U.

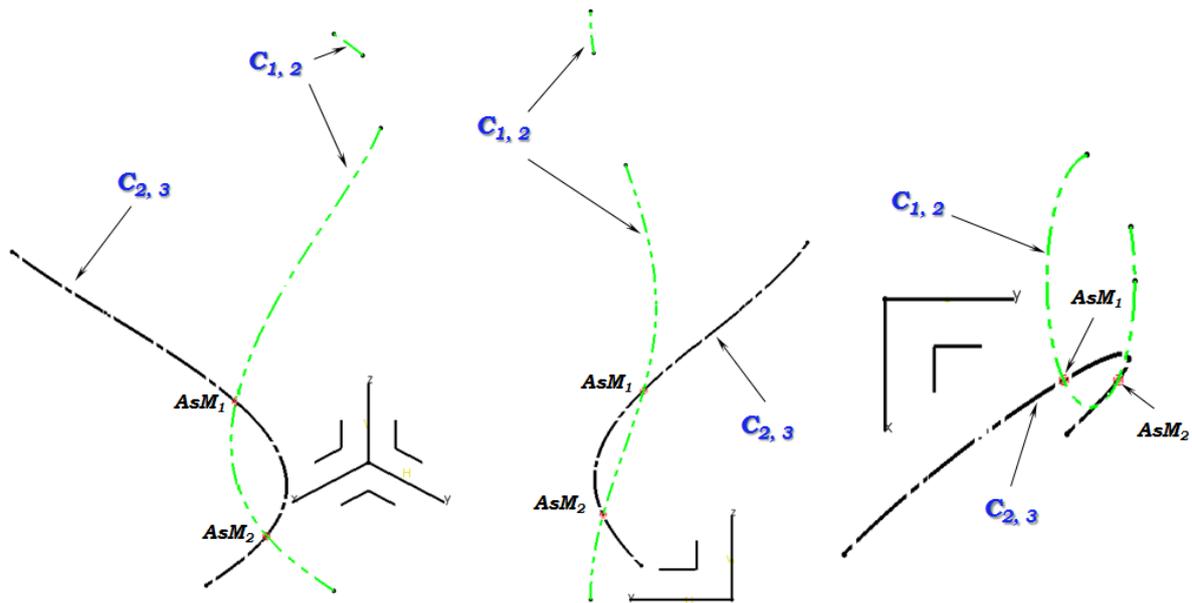


**Figure 4-28:** Deuxième procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-PPR et les points associés aux modes d'assemblage pour la forme U.

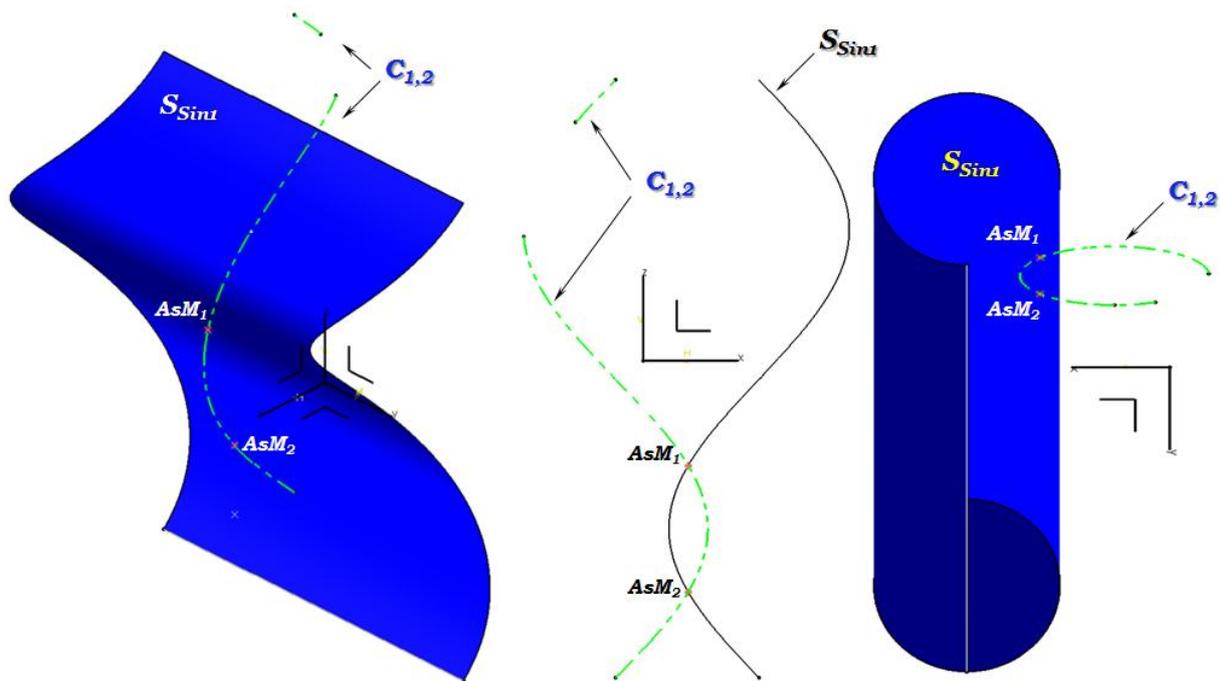
**Pour le robot de type 3-PPR (forme  $\Delta$ )**



**Figure 4-29:** Différentes vues des surfaces faisables par le point caractéristique  $E$  de l'effecteur connecté à chaque chaîne cinématique de RMPP de type 3-PPR, les points associés aux modes d'assemblage pour la forme  $\Delta$ .



**Figure 4-30:** Deuxième procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-PPR et les points associés aux modes d'assemblage pour la forme  $\Delta$ .



**Figure 4-31:** Première procédure pour la détermination des différentes solutions du problème géométrique direct pour le RMPP de type 3-PPR et les points associés aux modes d'assemblage pour la forme  $\Delta$ .

#### 4.4.4 Résultats numériques obtenus

A partir des figures précédentes, nous remarquons que le robot de type 3-PPR ayant les paramètres géométriques de conception du **Tableau 4-11** possède deux solutions au problème géométrique direct pour les deux architectures considérées.

Le **Tableau 4-12**, et le **Tableau 4-13**, illustrent les résultats issus de notre procédure CAO-Géométrique et ceux de méthode algébrique utilisée dans le travail de [Bai et al., 2009].

Configuration	$x$	$y$	$\beta$ en (rad)
<b>U-forme</b>	45,5501	41,5	1,0159
	45,5501	41,5	2,1257
Configuration	$x$	$y$	$\beta$ en (rad)
<b><math>\Delta</math>-forme</b>	46,6261	15,4883	2,2361
	46,6261	22,6167	0,9054

**Tableau 4-12:** Les solutions du PGD du robot manipulateur plan de type 3-PPR obtenues par la méthodologie CAO-Géométrique pour les deux conceptions.

Configuration	$x$	$y$	$\beta$ en (rad)
<b>U-forme</b>	45,55	41,5	1,0159
	45,55	41,5	2,1256
Configuration	$x$	$y$	$\beta$ en (rad)
<b><math>\Delta</math>-forme</b>	46,626	15,4883	2,2361
	46,626	22,6167	0,905

**Tableau 4-13:** Deux solutions du PGD obtenues pour le robot manipulateur plan de type 3-PPR pour les deux architectures présentées dans [Bai et al., 2009].

Les solutions exactes du PGD, présentées dans le **Tableau 4-13**, sont calculées à partir des équations présentées dans [Bai et al., 2009].

Les résultats obtenus montrent l'efficacité de la méthodologie CAO-Géométrique pour résoudre le PGD des robots manipulateurs parallèles plans.

## 4.5 Discussions et conclusion

Une nouvelle approche CAO-Géométrique pour résoudre le problème géométrique direct pour différentes architectures de RMPPs a été présentée dans ce chapitre. Nous avons pris en considération le RMPP de type 3-RPR afin d'expliquer toutes les étapes de notre méthodologie CAO-Géométrique proposée pour résoudre le modèle géométrique direct des robots manipulateurs plans à structure parallèle.

L'approche proposée est basée entièrement sur l'utilisation des techniques de la CAO. Dans notre cas, nous avons implémenté notre approche géométrique dans l'environnement CAO-CATIA®. Cette technique permet aux concepteurs de déterminer les différentes solutions du PGD de tous les RMPPs, rapidement et de manière efficace, pour toutes les valeurs souhaitées des articulations motorisées sans avoir besoin à aucun moment de développer des équations compliquées relatives à chacune des architectures étudiées.

L'approche CAO-Géométrique présentée dans ce chapitre prouve de nouveau que les outils CAO sont une alternative très pertinente et efficace pour le calcul mathématique complexe du problème géométrique direct des RMPPs. Nous avons ensuite présenté deux cas d'études différents pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR accompagnés par des applications numériques dans le but de démontrer la fiabilité de notre méthode. Pour la raison que tous les logiciels de CAO (CATIA®, dans notre cas) utilisent des courbes Splines, des surfaces NURBS, nous avons observé un écart très faible, voire négligeable, entre les valeurs

numériques obtenues avec notre approche géométrique et les valeurs cibles associées aux paramètres articulaires d'entrées choisis.

*En effet, la superposition du modèle CAO de l'espace de travail total tridimensionnel du robot manipulateur et le modèle CAO de la surface de singularité parallèle dans le même graphique dans CATIA® permet aux concepteurs de robots d'identifier toutes les régions libres de singularité dites les « aspects » en tant que solides. Cela nous permet efficacement de distinguer les solutions du PGD, associées aux différents modes d'assemblage, qui appartiennent aux différents aspects déconnectés et libres de singularités parallèles dans l'espace de travail total. Le dernier résultat donne aux concepteurs toutes les possibilités pour faire face aux difficultés liées à la génération des trajectoires exemptes de singularité de type II (singularité parallèle). Dans ce contexte, notre approche CAO-Géométrie offre le potentiel de relier, par exemple, deux solutions différentes du PGD par des trajectoires non-singulières sans avoir besoin de contourner un point cuspidal dans l'espace de travail articulaire pour le robot manipulateur parallèle étudié de type 3-RPR.*

*Enfin, nous avons démontré la forte potentialité pour généraliser cette approche CAO-Géométrie pour tous les robots manipulateurs parallèles plans. La méthodologie proposée a été également appliquée sur les architectures de type 3-RRR et 3-PPR.*



## **5. Techniques CAO pour représenter et analyser l'espace de travail de robots parallèles spatiaux: application au robot 3-CRS.**

### **Résumé et objectifs du chapitre**

*Dans ce chapitre nous donnons en premier lieu un aperçu des méthodes utilisées dans la littérature pour la détermination de l'espace de travail de robots parallèles spatiaux. Nous nous focalisons ensuite sur un ensemble de techniques géométriques basées sur les fonctionnalités des outils CAO. Ces techniques sont mises en œuvre et illustrées particulièrement à travers le robot 3-CRS.*

*Nous soulignons ainsi la puissance de ces techniques dans la détermination et la caractérisation de l'espace de travail en translation (ou en orientation constante) de robots à 6-DDL avec la prise en compte des butées articulaires, actives et passives. Grâce aux méthodes proposées, la conception d'un robot peut être optimisée efficacement par rapport à la taille de l'espace de travail, considérée comme un critère de performance primordial.*

*Outre ces contributions, nous proposons une nouvelle représentation de l'espace de travail pour les robots parallèles spatiaux, regroupant à la fois les capacités en translation et en orientation de la plateforme mobile. Cette représentation mixte, inspirée des robots plans, permet une meilleure caractérisation des performances, pour certaines tâches, et exploite de façon originale le potentiel de construction géométrique et de résolution graphique des outils CAO.*

---

### **Sommaire**

**5.1 Méthodes de détermination de l'espace de travail des robots spatiaux.**

**5.2 Description du robot manipulateur spatial de type 3-CRS.**

**5.3 Analyse cinématique du robot de type 3-CRS.**

**5.4 Une conception modulaire du manipulateur spatial de type 3-CRS.**

**5.5 Détermination de l'espace de travail du manipulateur de type 3-CRS.**

**5.6 Nouvelle caractérisation de l'espace de travail de robots parallèles spatiaux.**

**5.7 Discussions et conclusion.**

---

## 5.1 Méthodes de détermination de l'espace de travail des robots spatiaux

Nous avons indiqué dans le chapitre 2 qu'il n'est pas possible de représenter graphiquement les espaces de travail de dimension supérieure à trois. Pour cette raison, la détermination de l'espace de travail des robots manipulateurs ayant une connectivité de l'effecteur supérieure à 3 s'avère une tâche difficile, indépendamment de la méthodologie et l'algorithme utilisé. Dans le but de déterminer l'espace de travail des mécanismes parallèles spatiaux, nous pouvons distinguer essentiellement, dans la littérature, les méthodes suivantes :

- les méthodes numériques de discrétisation,
- les méthodes analytiques ou algébriques,
- les méthodes géométriques.

Nous avons effectué une étude bibliographique dans le chapitre 2 dans laquelle nous avons présenté les propriétés de chaque méthode.

Nous présentons dans la section suivante un aperçu général sur les méthodes employées pour déterminer et représenter l'espace de travail des robots manipulateurs spatiaux à structures parallèles.

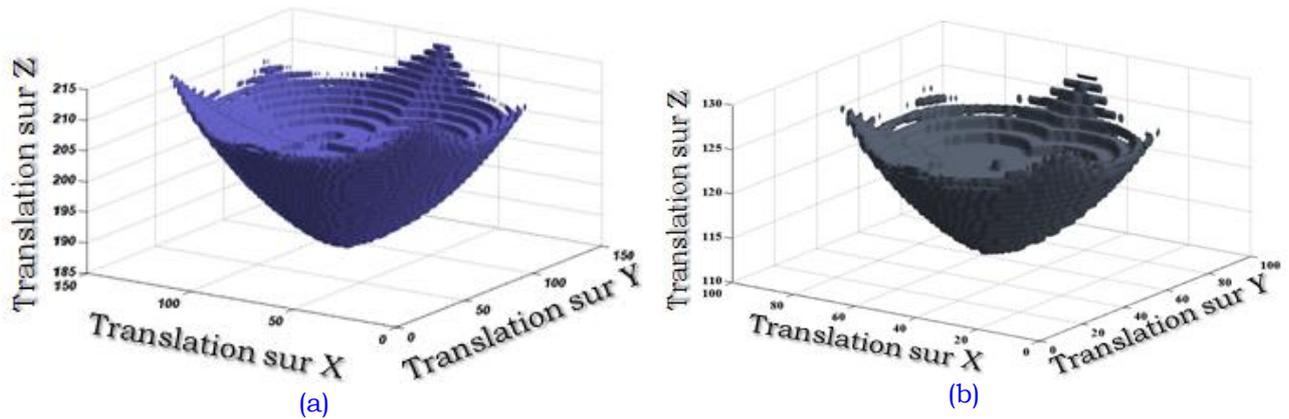
Dans ce travail, nous mettons l'accent sur les méthodes géométriques, et plus précisément les méthodes basées sur l'utilisation des logiciels de CAO. Etant donné que l'espace de travail atteignable pour les robots parallèles est restreint, en comparaison de leurs homologues sériels, de nombreux chercheurs ont développé différentes approches et algorithmes pour étudier ces caractéristiques, en particulier son volume de travail, dans le but d'améliorer les applications des robots manipulateurs parallèles.

### 5.1.1 Méthodes numériques de discrétisation

Ces méthodes sont plus répandues pour la détermination des frontières de l'espace de travail atteignable du robot manipulateur. Elles reposent sur la discrétisation des paramètres des poses: positions et orientations. Pourtant, elles ne sont pas très efficaces [Merlet, 1995], notamment quand une cartographie haute résolution de l'espace de travail du robot manipulateur est nécessaire.

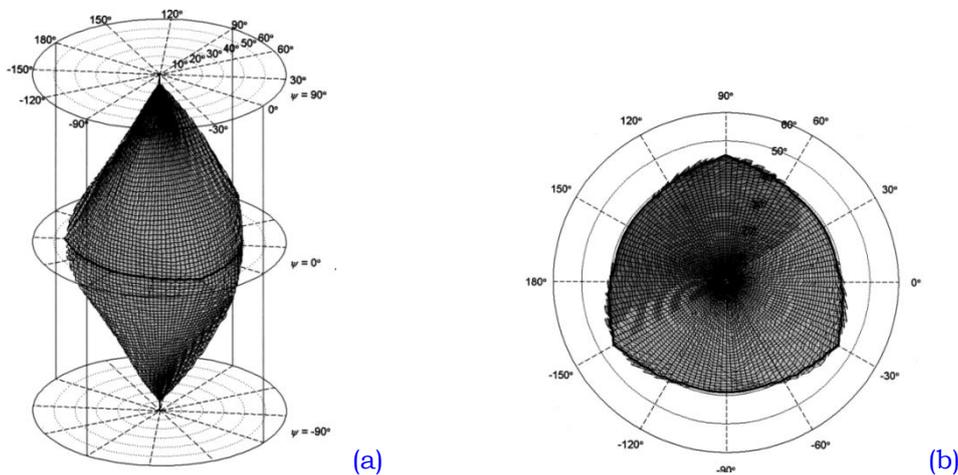
La *Figure 5-1* (a, b) montre très clairement les discontinuités au niveau des frontières pour *l'espace de travail en orientation constante* du robot de type Gough-Stewart ayant 6-DDL qui apparaissent lorsque des pas très « fins » ou très « grossiers » sont utilisés. C'est pourquoi cette méthode pose des limites en terme de précision. Elles ne donnent qu'une approximation de la forme de l'espace de travail des robots manipulateurs.

Bonev et al. ont utilisé la méthode de discrétisation pour déterminer et représenter *l'espace de travail en orientation* dans le cas des robots à six degrés de liberté de type 6-RRPS ou 6-UPS [Bonev et al., 2001 (a)]. L'espace de travail en orientation est défini par l'espace de travail atteignable par la plate-forme mobile autour d'un point fixé de la plate-forme mobile, dans un système de coordonnées cylindriques, comme il est illustré dans la *Figure 5-2*.

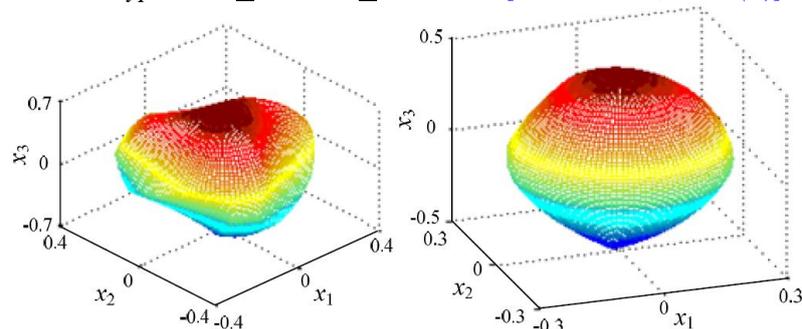


**Figure 5-1:** Espace de travail en orientation constante modélisé en utilisant la méthode numérique de discrétisation de la plateforme de Gough-Stewart, (a) pas fin, (b) pas grossier.

Cette méthode a été employée aussi par Li et al. afin de trouver *l'espace de travail en orientation* [Li et al., 2008]. Dans ce travail, les auteurs ont utilisé un système des coordonnées sphériques pour représenter l'espace de travail en orientation, comme le montre la **Figure 5-3**.



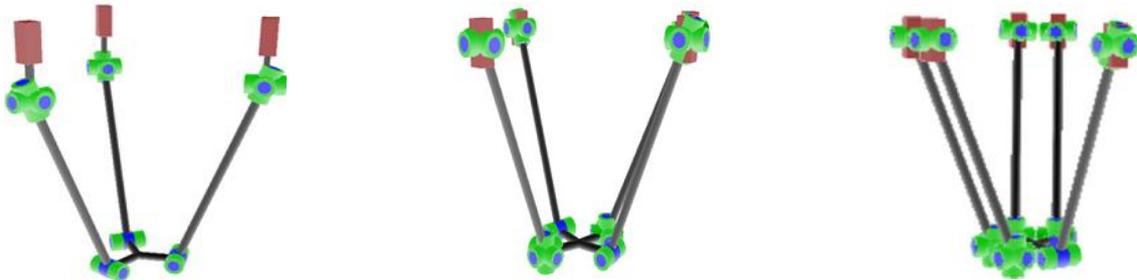
**Figure 5-2:** Une vue isométrique (a), et une vue de dessus (b) de l'espace de travail en orientation pour le robot de type 6-RRPS ou 6-UPS à 6-DLL [Bonev et al., 2001 (a)].



**Figure 5-3:** Espaces de travail en orientation pour le robot manipulateur de type Gough-Stewart [Li et al., 2008].

L'approche numérique de discrétisation a été employée également par Brisan et al. pour déterminer et représenter l'espace de travail du robot PARTNER à 3, 4, 5 et 6-DLL [Brisan et al., 2011]. L'objectif premier de ce travail est d'étudier et d'analyser l'influence du nombre de degré de mobilité du manipulateur sur la forme et les dimensions de l'espace de travail ainsi

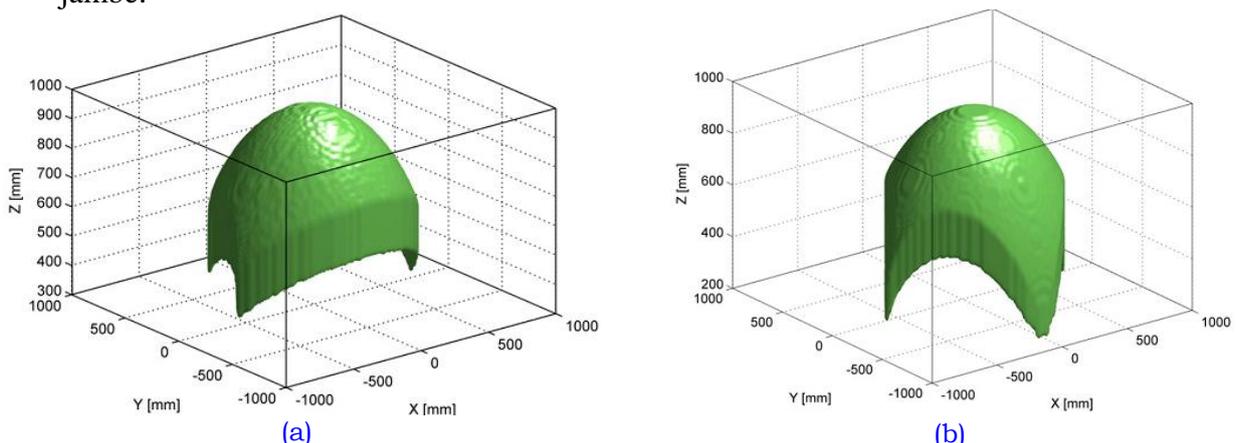
que la distribution des singularités à travers celui-ci. On distingue deux types différents de chaînes cinématiques pour les robots de type: PSU et PSR, comme illustré dans la **Figure 5-4**. Les auteurs ont commencé par la détermination de l'espace de travail vertex associé à chaque jambe, voir **Figure 5-5**. L'algorithme numérique qui a été employé pour la détermination de l'espace vertex peut être résumé par les étapes suivantes [Brisan et al., 2011]:



*Robot de type PARTNER à 3-DLL.      Robot de type PARTNER à 4-DLL.      Robot de type PARTNER à 5-DLL.*

**Figure 5-4:** Robot manipulateur de type PARTNER à 3-DDL (a), 4-DLL (b), et 6-DLL (c) [Brisan et al., 2011].

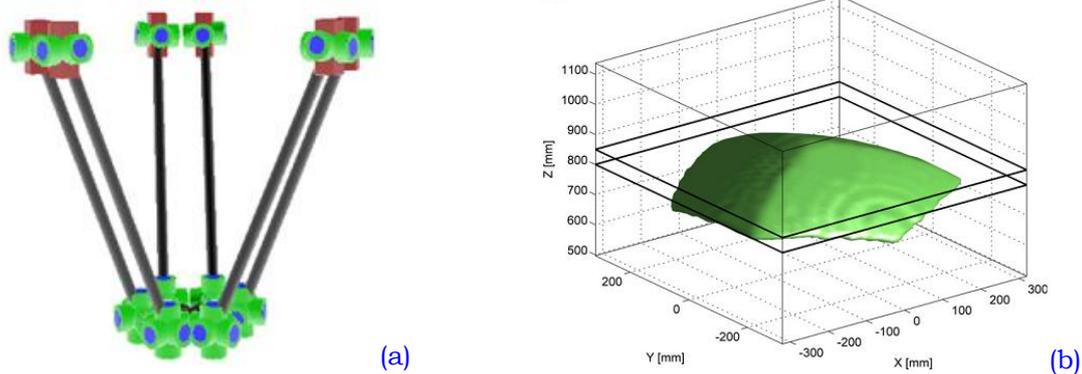
- Définition d'un maillage de nœuds, sous la forme d'un cube, qui enveloppe complètement l'espace de travail de la chaîne cinématique du robot manipulateur. La dimension de ce cube peut être rapprochée par la longueur totale en considérant les courses des liaisons prismatiques motorisées de la jambe. La densité de ce maillage est choisie par une variable de discrétisation lors de la définition du quadrillage ou maillage. Cette variable influe directement sur la précision et aussi sur le temps de calcul.
- En deuxième lieu, le problème cinématique inverse de la jambe est résolu, en considérant que l'orientation de la plate-forme mobile du robot est constante pour chaque nœud dans le maillage défini précédemment.
- Si toutes les contraintes cinématiques pour un nœud particulier du maillage sont satisfaites, alors le nœud se situe à l'intérieur de l'espace de travail de la jambe. L'ensemble de tous les nœuds vérifiant ces conditions donne l'espace de travail de la jambe.



**Figure 5-5:** Représentation 3D de l'espace de travail vertex pour la jambe de type PSR (a) et la jambe de type PSU (b) [Brisan et al., 2011].

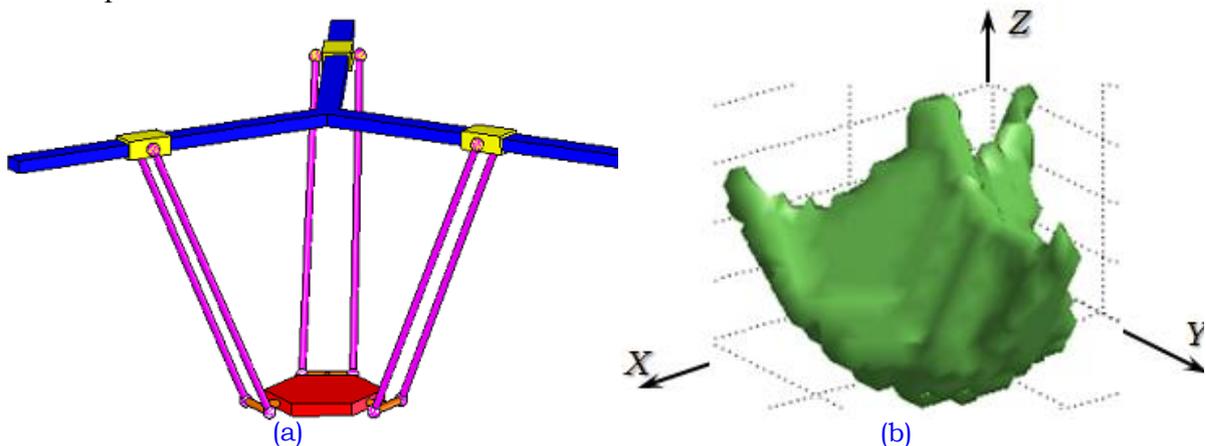
- Ensuite, l'espace de travail atteignable par l'effecteur a été obtenu numériquement par l'intersection géométrique de tous les espaces de travail vertex des jambes.

La **Figure 5-6** (b) montre l'espace de travail en orientation constante.



**Figure 5-6:** Modèle CAO du robot de type PARTNER, 6-PSU à 6-DLL (a), représentation tridimensionnelle de l'espace de travail en orientation constante (b) du robot manipulateur de type PARTNER [Brisan et al., 2011].

L'approche numérique par discrétisation a été utilisé par [Verdeş et al., 2009] pour déterminer et représenter l'espace de travail d'un autre type de robot ayant trois degrés de mobilité: TRIGLIDE. La **Figure 5-7** (a) montre le modèle CAO, également la représentation 3D de l'espace de travail de ce robot.



**Figure 5-7:** Le modèle CAO du robot spatial à 3-DLL de type TRIGLIDE (a), représentation tridimensionnelle de l'espace de travail du robot manipulateur TRIGLIDE (b) [Verdeş et al., 2009].

### 5.1.2 Méthode algébrique par discrétisation

Cette méthode utilise des structures de données de type: quadtree (pour les représentations en 2D) et octree (pour les représentations en 3D). Ces deux structures en arbre sont très connues dans le domaine de la CAO. Elles peuvent entre autre servir pour construire des modèles surfaciques et volumiques approchés [Brunet et al., 2003]. En robotique, elles permettent de calculer numériquement l'espace de travail des manipulateurs lorsque le modèle mathématique est trop compliqué à résoudre analytiquement [Chablat, 1998]. Ces méthodes sont basées sur la subdivision récursive et hiérarchique de l'espace [Brunet et al., 2003].

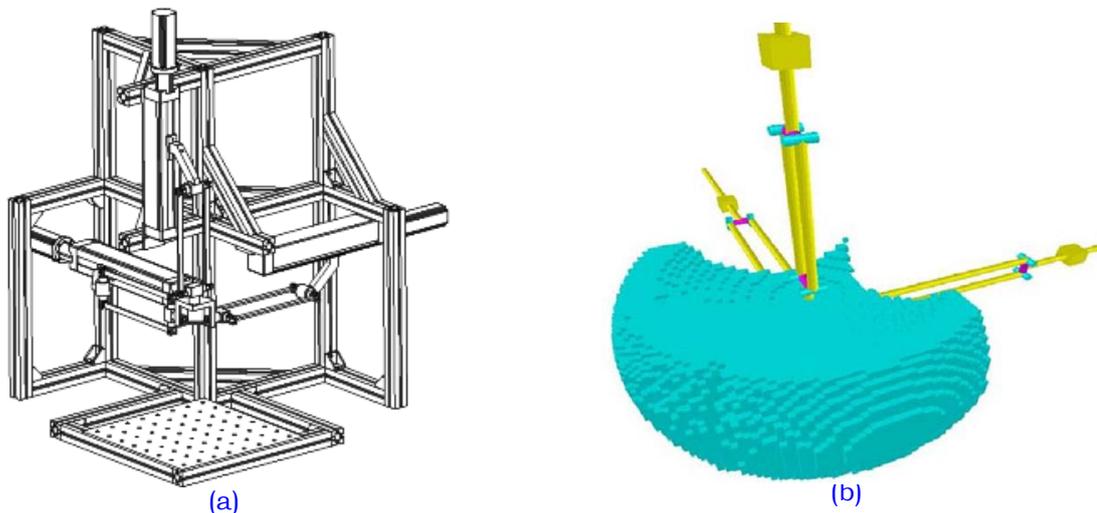
La **Figure 5-8** (a) illustre le modèle CAO du robot manipulateur de type Orthoglide à 3-DDL. Pour ce manipulateur parallèle spatial, les auteurs dans [Wenger et al., 2000] ont utilisé la méthode algébrique par discrétisation pour la détermination de l'espace de travail opérationnel (**Figure 5-8**). Cette approche algébrique a été utilisée également afin de représenter l'espace de travail du robot DELTA ayant 3-DLL. La **Figure 5-9** montre le modèle CAO pour ce type de robot et le modèle octree de son espace de travail [Chablat,

1998]. [Baron, 2001] a employé la technique algébrique par discrétisation d'octree pour déterminer et représenter l'espace de travail du robot manipulateur spatial de type Y-Star ayant trois degrés de mobilité en translation. Ce type de robot est illustré par son modèle CAO dans la **Figure 5-10** (a). Cette figure nous montre aussi une projection du robot manipulateur sur le modèle octree de l'espace de travail du robot (**Figure 5-10**) (b).

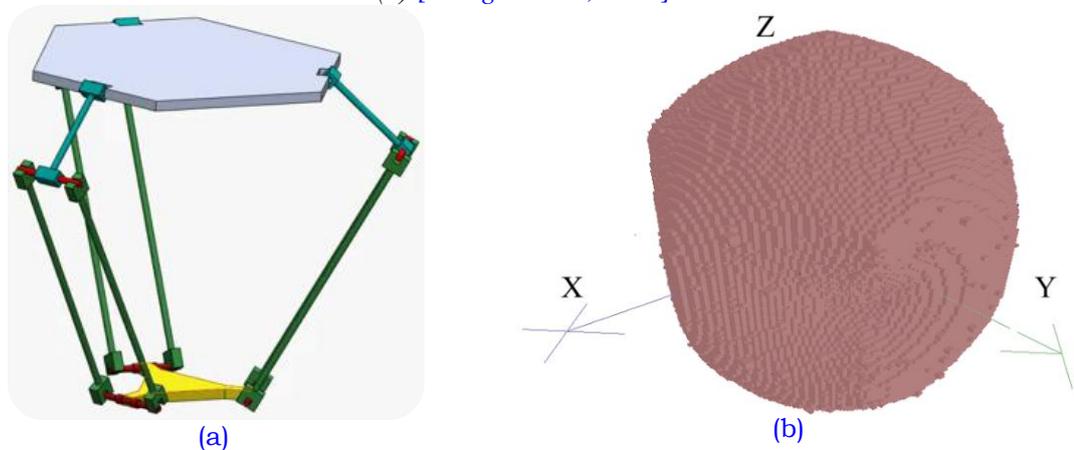
Le principe de cette méthode est montré dans [Baron, 2001]. Nous pouvons la résumer comme suit:

Premièrement, une boîte initiale suffisamment grande pour contenir entièrement l'espace de travail du robot manipulateur est choisie. Par la suite, cette boîte est divisée en 8 sous-boîtes, les coins de chaque boîte vérifient les équations liées au problème géométrique inverse du robot manipulateur afin de produire les solutions du MGI (pour chaque chaîne cinématique) respectant les limites articulaires. Trois cas peuvent alors survenir pour les boîtes générées: l'inclusion complète, l'inclusion partielle ou l'exclusion dans l'espace de travail.

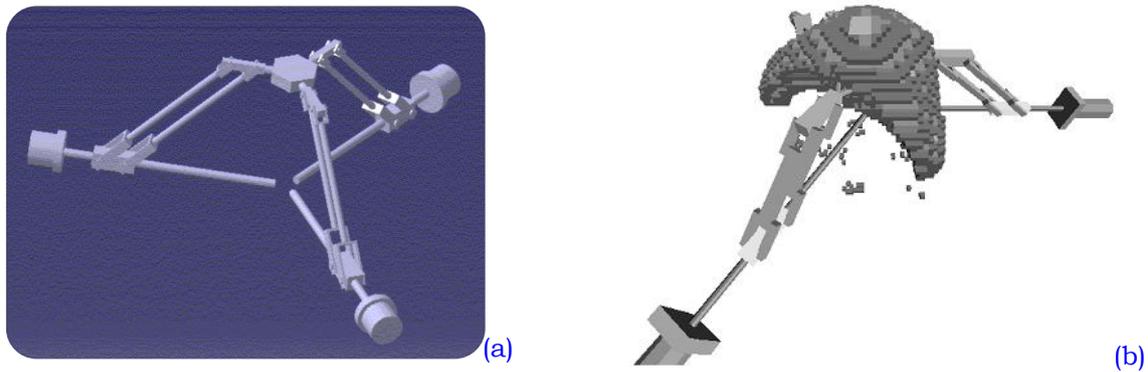
Les propriétés et également les caractéristiques fondamentales ainsi que les avantages et les inconvénients pour les méthodes algébriques par discrétisation ont été présentées précédemment en détails dans le chapitre 2 de ce mémoire de thèse (cf. § 2.4).



**Figure 5-8:** Le modèle CAO de l'Orthoglide (a), Espace de travail cartésien en utilisant le modèle d'octree (b) [Wenger et al., 2000].



**Figure 5-9:** Le modèle CAO de l'Orthoglide (a), espace de travail cartésien en utilisant le modèle d'octree (b) [Chablat, 1998].



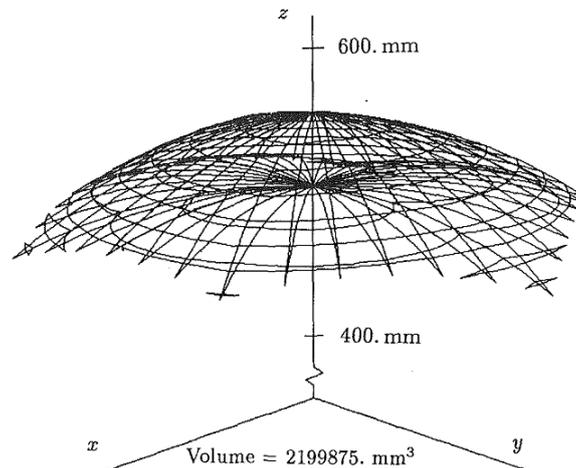
**Figure 5-10:** Le modèle CAO du robot manipulateur parallèle de type Star à 3-DLL (a), le modèle octree de l'espace de travail superposé sur le robot manipulateur (b) [Baron, 2001].

### 5.1.3 Méthodes géométriques

Gosselin a proposé des algorithmes géométriques pour la détermination de l'espace de travail des manipulateurs spatiaux à six degrés de mobilité. L'algorithme est basé sur une description géométrique des frontières de l'espace de travail, qui peut être obtenu à partir de l'intersection des 6 régions [Gosselin, 1990 (a)]. Chacune de ces régions est la différence entre deux sphères concentriques (en raison de course maximale et minimale pour chaque chaîne cinématique). La **Figure 5-11** illustre l'espace de travail du robot d'INIRIA représenté par ses frontières.

Les méthodes géométriques donnent des résultats très compacts pour lesquels le calcul de la surface ou du volume est facile. En revanche, les résultats fournis par les méthodes numériques de discrétisation nécessitent, en général, une grande taille mémoire.

Contrairement aux méthodes numériques de discrétisation, les méthodes géométriques sont très rapides et précises.

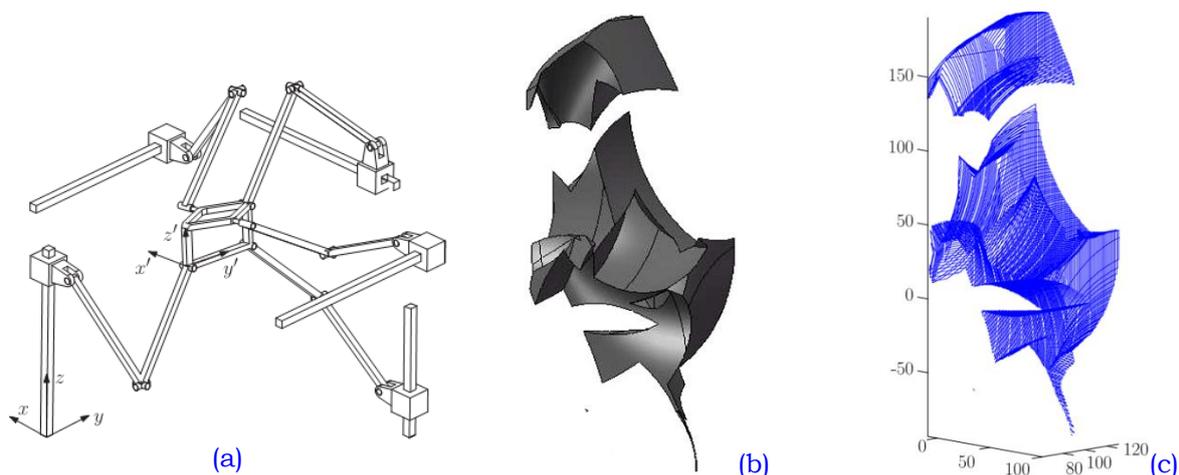


**Figure 5-11:** Une représentation 3D de l'espace de travail pour le robot parallèle à six degrés de liberté d'INIRIA [Gosselin, 1990 (a)].

Dans la littérature nous pouvons trouver plusieurs exemples de détermination de l'espace de travail en orientation constante des robots manipulateurs parallèles spatiaux en utilisant les méthodes géométriques implémentées dans un système d'algèbre informatique "computer algebra system" [Bonev et al., 2001 (b)], [Bonev et al., 2002], [Masouleh et al., 2010] et [Saadatzi et al., 2012]. Dans le travail de [Masouleh et al., 2010], les auteurs ont

abordé la problématique de détermination de l'espace de travail en orientation constante du robot manipulateur de type 5-PRUR (3T2R) ayant cinq degrés de liberté (**Figure 5-12** (a)). Ils ont utilisé une approche nommée « *approche géométrique constructive* » inspirée de la méthode proposée dans [Gosselin, 1990 (a)], [Bonev et al., 2002] dont l'objectif est le calcul de l'espace de travail en orientation constante des robots manipulateurs ayant six degrés de mobilité: la plate-forme de Gough-Stewart et le robot de type 6-RUS respectivement. L'approche géométrique constructive est idéale pour les robots manipulateurs spatiaux à structure parallèle dont l'espace vertex est difficile à évaluer géométriquement. Le manipulateur de type 5-PRUR (3T2R) est caractérisé par le fait que les espaces vertex générés constituent des « dômes bohémiens ». Le principal défi consiste en l'obtention de la topologie de l'espace vertex atteignable par une jambe à partir de ceux-ci. Cet espace peut être considéré comme étant une extrusion du dôme le long de l'axe de la liaison prismatique actionnée. Moyennant le système CAO, la génération d'entités géométriques complexes associées aux espaces de travail vertex ne peut pas se faire en une seule étape. En d'autres termes, plusieurs étapes successives sont nécessaires pour construire l'espace vertex faisable par l'extrémité d'une chaîne cinématique. Pour plus de détails sur la méthodologie suivie afin de construire l'espace de travail vertex, le lecteur peut se référer à [Saadatzi et al., 2012]. Cela constitue l'obstacle majeur à l'utilisation de la technique-CAO pour obtenir l'espace de travail en orientation constante pour de tels mécanismes. Pour cette raison, il est nécessaire d'utiliser l'approche géométrique constructive (**Figure 5-12** (c)).

Le concept fondamental de cette approche est basé sur l'identification des courbes, des surfaces et des volumes qui sont obtenus par une libération successive des articulations à partir de la base fixe de la plate-forme de façon à réduire la complexité du calcul de l'espace vertex. Cette procédure conduit à un algorithme qui consiste aux intersections entre certains objets connus géométriquement tels que les cercles et les lignes et d'associer ensuite des formules décrivant l'espace vertex. L'approche mise en œuvre dans ce travail a été implémentée dans le système d'algèbre informatique « *computer algebra system* » de MATLAB<sup>®</sup>.



**Figure 5-12:** Robot manipulateur parallèle de type 5-PRUR (a), espace de travail en orientation constante déterminé moyennant la technique géométrique implémenté dans l'outil CAO de SolidWorks<sup>®</sup> (b) espace de travail en orientation constante déterminé en utilisant l'approche algébrique constructive (c) [Saadatzi et al., 2012].

**Remarque:**

Le dôme bohémien est une surface quadratique obtenue par le déplacement d'un cercle qui reste parallèle à un plan le long d'une courbe perpendiculaire à ce même plan.

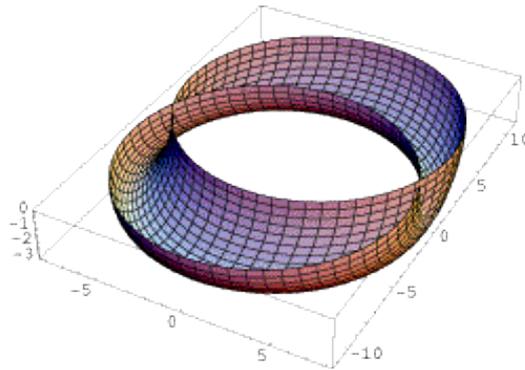


Figure 5-13: La surface dôme bohémien.

#### 5.1.4 Utilisation des outils CAO

Dans cette section, nous nous focalisons sur les méthodes CAO-Géométriques pour l'analyse des performances des robots manipulateurs parallèles. Quant à ces méthodes, le but est de déterminer géométriquement les frontières de l'espace de travail du robot. Le principe de l'approche géométrique est de déduire à partir des contraintes d'assemblage des jambes une entité géométrique décrivant tous les lieux possibles (atteignables) par la plateforme mobile. L'espace de travail du robot manipulateur résulte de l'intersection de toutes les entités géométriques associées aux chaînes cinématiques du robot [Merlet, 2005]. Considérons, par exemple, une chaîne cinématique de type UPS (Cardan, Prismatiques, Rotule) **Figure 5-14**, et supposons que la seule contrainte imposée est la longueur de la jambe. Le volume vertex atteignable par l'extrémité  $M$  de cette chaîne est comprise entre deux sphères de centre  $A$  et de rayons  $R_{min}$ ,  $R_{max}$ , comme illustré dans la **Figure 5-14**.

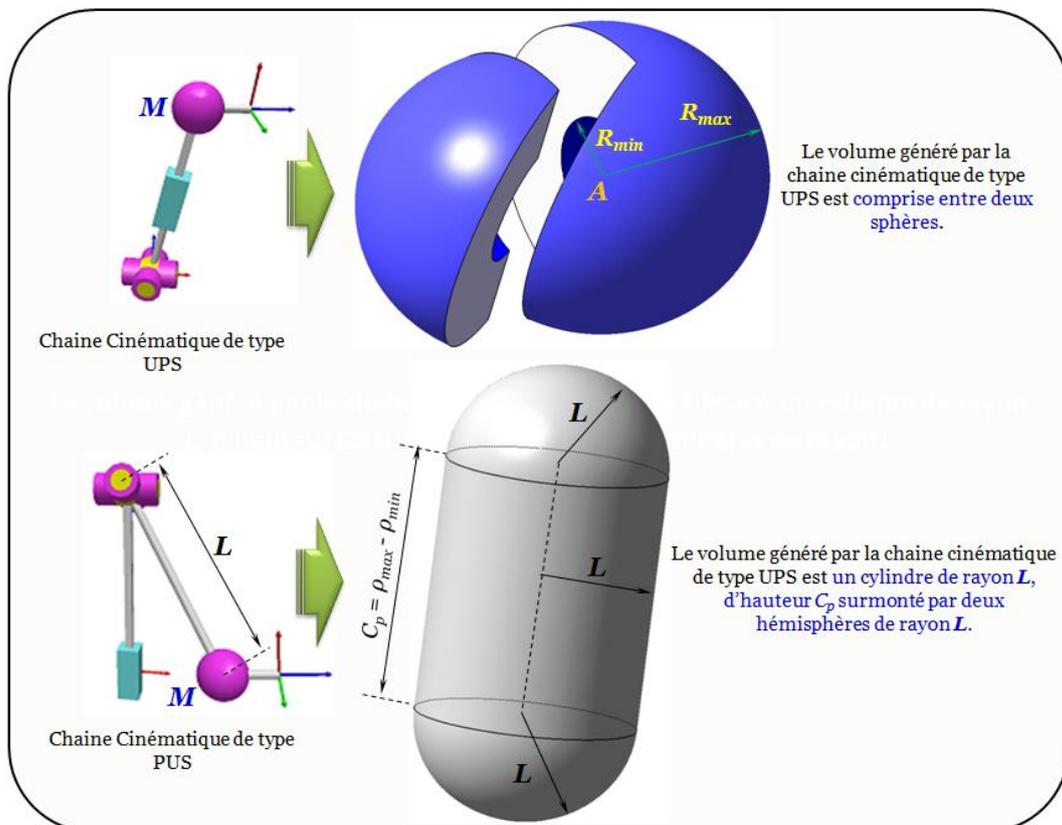
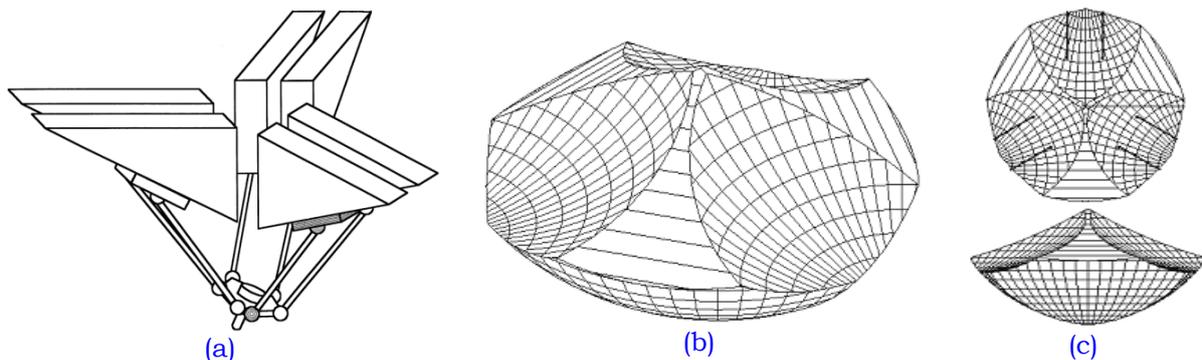


Figure 5-14: Les volumes qui peuvent être atteints par le point  $M$  de la chaîne cinématique des robots spatiaux, le premier a une chaîne cinématique de type UPS et l'autre a une jambe de type PUS.

Pour un robot manipulateur spatial dont les chaînes cinématiques sont PUS (Prismatiques, Cardan, Rotule) et l'articulation prismatique est motorisée, le volume vertex qui peut être atteint par l'extrémité  $M$  de cette chaîne est constitué d'une partie cylindrique de rayon  $L$  et d'hauteur  $\rho_{max} - \rho_{min}$ , surmonté par deux hémisphères de rayon  $L$ , (**Figure 5-14**). Les volumes générés par ces deux différents types de chaînes cinématiques peuvent facilement être construits en utilisant les différentes fonctionnalités des outils CAO tel que CATIA<sup>®</sup> dans notre cas.

Dans [Bonev et al.,1999], les auteurs ont présenté une méthode purement géométrique pour déterminer et analyser l'espace de travail d'un robot manipulateur parallèle spatial de type 6-PRRS ou (6-PUS). En utilisant l'interface de programmation d'application de l'outil de CAO-CATIA<sup>®</sup>, un algorithme géométrique a été mis en œuvre dans le logiciel CATIA<sup>®</sup> afin de déterminer l'espace de travail en orientation constante (**Figure 5-15**). En outre, les auteurs ont étudié l'influence de certains paramètres de conception sur l'espace de travail, ainsi que sur d'autres propriétés du manipulateur.

Plusieurs travaux de recherche où la technique géométrique basée sur l'utilisation de CAO sont présentés dans la littérature [Miller, 2002], [Liu et al., 2004], [Yi et al., 2007], [Yi et al., 2008 (a)], [Yi et al., 2008 (b)], [Yi et al., 2010], [Yangmin et al., 2007], [Chang et al., 2002], [Castelli et al., 2008] et [Castelli et al., 2010].



**Figure 5-15:** Modèle CAO pour le robot à 6-DDL de type 6-PUS (a), modèle CAO de l'espace de travail en orientation constante(b), différentes vues de l'espace de travail en orientation constante (c) [Bonev et al., 1999].

## 5.2 Description du robot manipulateur spatial de type 3-CRS

Le robot manipulateur parallèle spatial de type 3-CRS, représenté schématiquement par la **Figure 5-16**, est un robot pour lequel le bâti est relié à la plate-forme mobile par l'intermédiaire de trois chaînes cinématiques identiques. Chaque jambe est connectée à la plate-forme mobile par une liaison sphérique (rotule) non-motorisée, et à l'autre extrémité au bâti par une liaison cylindrique actionnée. En pratique cette liaison est réalisée par une liaison prismatique suivie d'une liaison rotoïde motorisée et d'axes confondus. Par conséquent, ces deux liaisons sont équivalentes à une liaison cylindrique motorisée. Finalement, la chaîne cinématique possède une deuxième articulation de type rotoïde passive dont l'axe de rotation est orienté perpendiculairement à l'axe de la première articulation pivot motorisée. De ce fait, chaque chaîne cinématique est décrite par l'abréviation suivante: PRRS ou CRS, avec les lettres P, R, C, qui désignent respectivement la première articulation prismatique motorisée, la première articulation pivot motorisée ou son articulation équivalente cylindrique. Les liaisons cylindriques permettent de contrôler entièrement la position et l'orientation de la plate-forme du robot manipulateur.

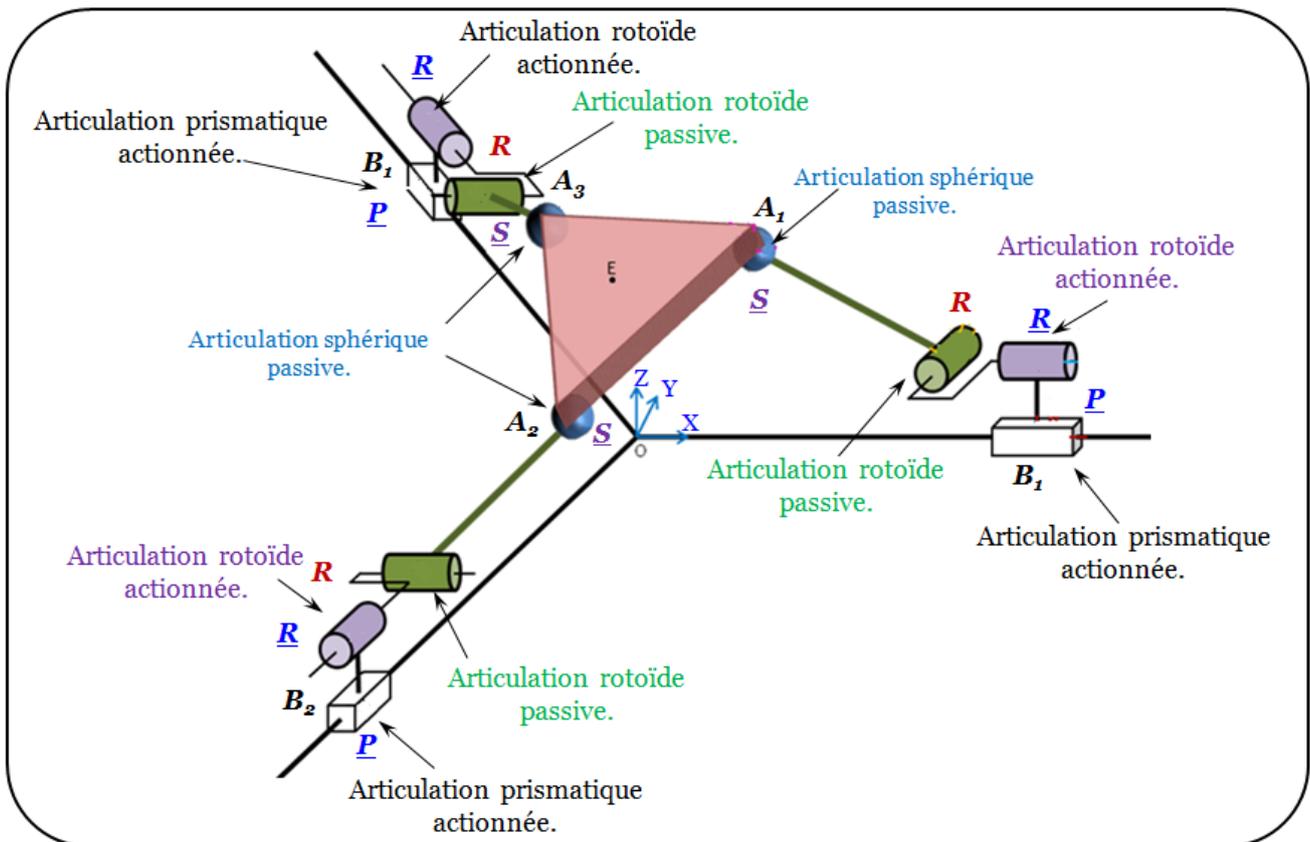
Afin d'analyser le robot manipulateur de type 3-CRS, nous utilisons le paramétrage géométrique suivant :

- La base fixe, pour ce robot manipulateur, est représentée par le triangle  $B_1B_2B_3$ ,  $B_i$  représente un point de la liaison glissière de la jambe  $i=1, 2, 3$ .
- La plate-forme mobile est représentée par le triangle  $A_1A_2A_3$ . Les points  $A_i$  sont les centres des liaisons sphériques, où s'attache la plate-forme mobile du robot manipulateur.

Nous définissons les systèmes de coordonnées liés à la base fixe et également à la plate-forme mobile. Ces repères nous permettent d'obtenir le modèle géométrique inverse du robot manipulateur de type 3-CRS.

- Le repère  $R_0(O, X, Y, Z)$  dont l'origine  $O$  est localisée au centre géométrique de la base fixe ;
- Le repère  $R_E(E, X_E, Y_E, Z_E)$  est lié à la plate-forme mobile, dont l'origine  $E$  est localisée au centre géométrique de la plate-forme mobile. Le point  $E$  est considéré comme le point caractéristique sur la plate-forme mobile du robot manipulateur de type 3-CRS. Ce dernier est considéré tout au long de l'étude comme un triangle équilatéral. La position de ce point dans le repère lié à la base fixe  $R_0$  est donnée par le vecteur  $p = [x_E \ y_E \ z_E]^T$ .

La **Figure 5-17** (a) illustre le modèle CAO du robot manipulateur spatial de type 3-CRS.



**Figure 5-16:** Schéma cinématique pour le robot de type 3-PRRS.

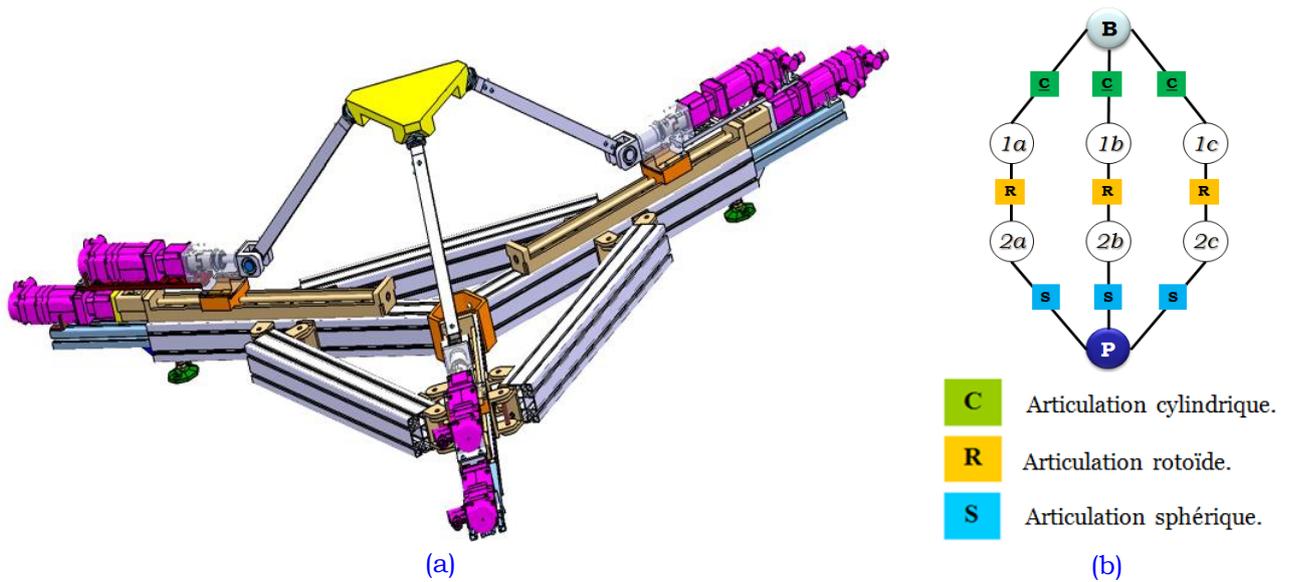


Figure 5-17: Modèle CAO (a) du robot manipulateur de type 3-CRS, le graphe des liaisons (b).

Le graphe des liaisons montré ci-dessus, dans la **Figure 5-17** (b), détaille la chaîne cinématique du robot manipulateur.

Le robot de type 3-CRS a seulement trois chaînes cinématiques identique, chacune est de type PRRS, comme présenté dans la **Figure 5-17** (a). L'ensemble de ces chaînes cinématiques confère six DDL à la plate-forme mobile du robot manipulateur.

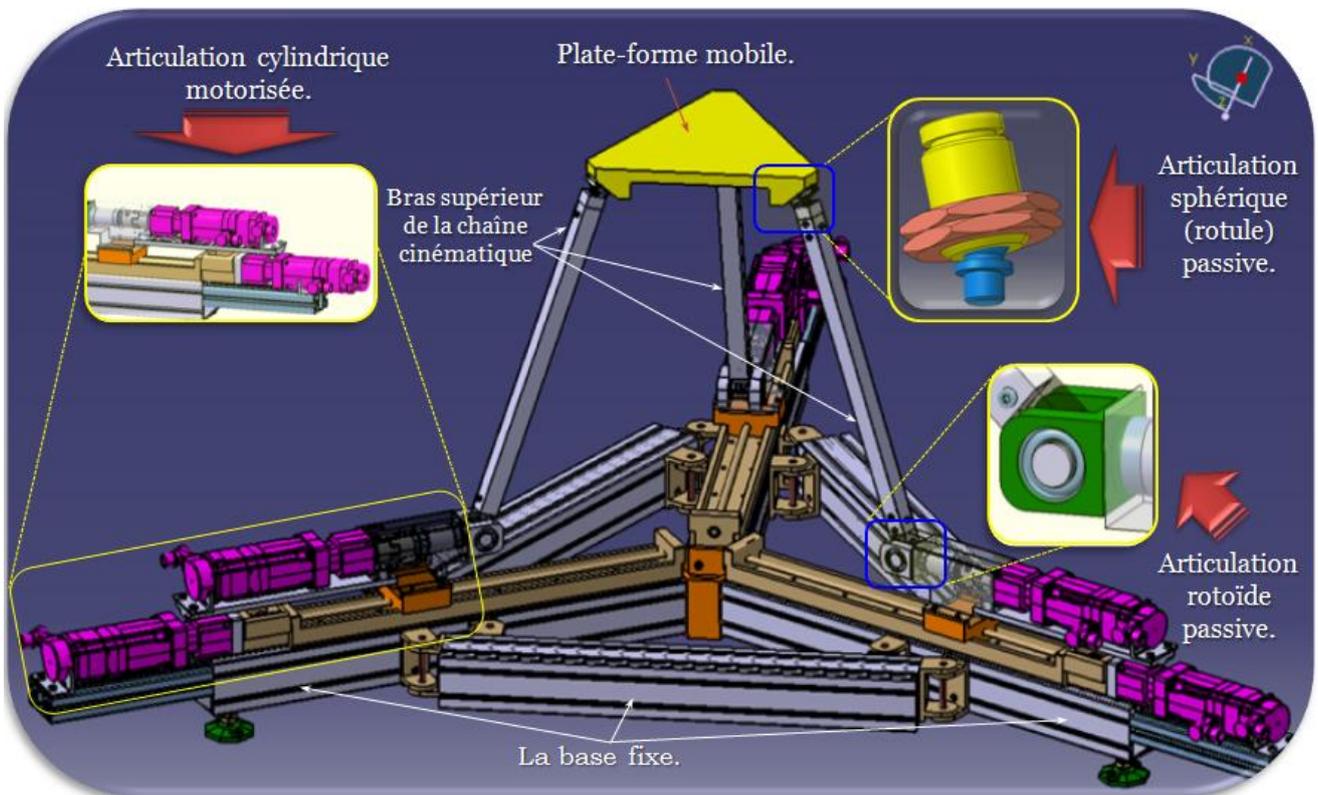


Figure 5-18: Description structurale du robot manipulateur de type 3-PRRS (3-CRS).

## 5.3 Analyse cinématique du robot de type 3-CRS

### 5.3.1 Modèle géométrique inverse du manipulateur de type 3-CRS

Afin de ne pas alourdir les calculs, nous travaillons sur une seule chaîne cinématique. Nous définissons les variables suivantes, **Figure 5-19**:

- $L$ : la longueur du bras supérieur de la chaîne cinématique représentée par la distance  $A_{11}A_1$ .
- $\beta$ : l'angle entre  $A_{11}A_1$  et la direction de la glissière de la liaison cylindrique motorisée.
- $\theta_a$ : l'angle entre  $A_{11}A_1$  et la direction perpendiculaire à la direction de la glissière dans un plan orthogonal à ce dernier. Pour les trois chaînes cinématiques nous avons:

$$\overrightarrow{A_0A_1} = \lambda_a \vec{x}_{A1} + L \vec{x}_{a2} \quad (5-1)$$

$$\overrightarrow{B_0A_2} = \lambda_b \vec{x}_{A2} + L \vec{x}_{b2} \quad (5-2)$$

$$\overrightarrow{C_0A_3} = \lambda_c \vec{x}_{A3} + L \vec{x}_{c2} \quad (5-3)$$

$$\vec{x}_{A1} = \vec{x}_0 \quad (5-4)$$

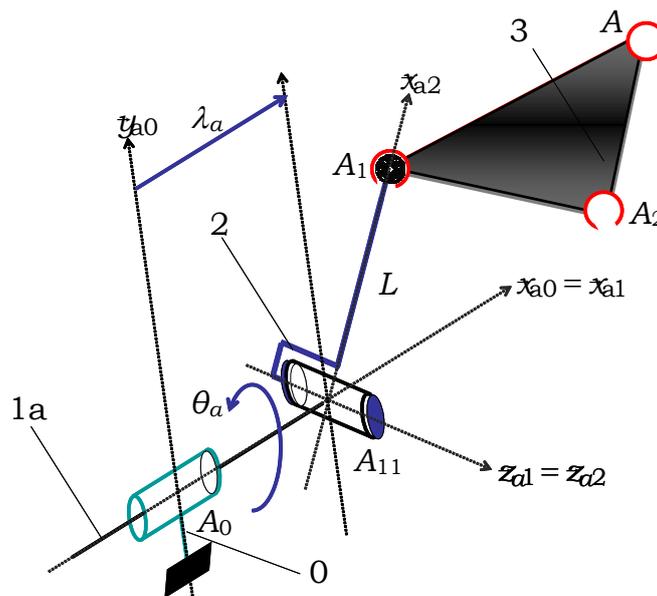
$$\vec{x}_{A2} = -\frac{1}{2} \vec{x}_0 + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{y}_0 \quad (5-5)$$

$$\vec{x}_{A3} = -\frac{1}{2} \vec{x}_0 - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{y}_0 \quad (5-6)$$

Les points  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$  sont les centres de la liaison cylindrique pour la jambe  $i$ , et  $\lambda_a$ ,  $\lambda_b$ ,  $\lambda_c$  représentent la position de la glissière pour la jambe  $i$ .

En projection dans le repère  $R_0$  avec  $A_0 = B_0 = C_0 = 0$ , nous trouvons:

$$\begin{bmatrix} X_{A1} \\ Y_{A1} \\ Z_{A1} \end{bmatrix} = \lambda_a \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + L \begin{bmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \cos(\theta_a) \\ \sin(\beta) \sin(\theta_a) \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} X_{A1} = \lambda_a + L \cos(\beta) \\ Y_{A1} = L \sin(\beta) \cos(\theta_a) \\ Z_{A1} = L \sin(\beta) \sin(\theta_a) \end{cases} \quad (5-7)$$



**Figure 5-19:** Paramétrage d'une chaîne cinématique du robot manipulateur de type 3-CRS.

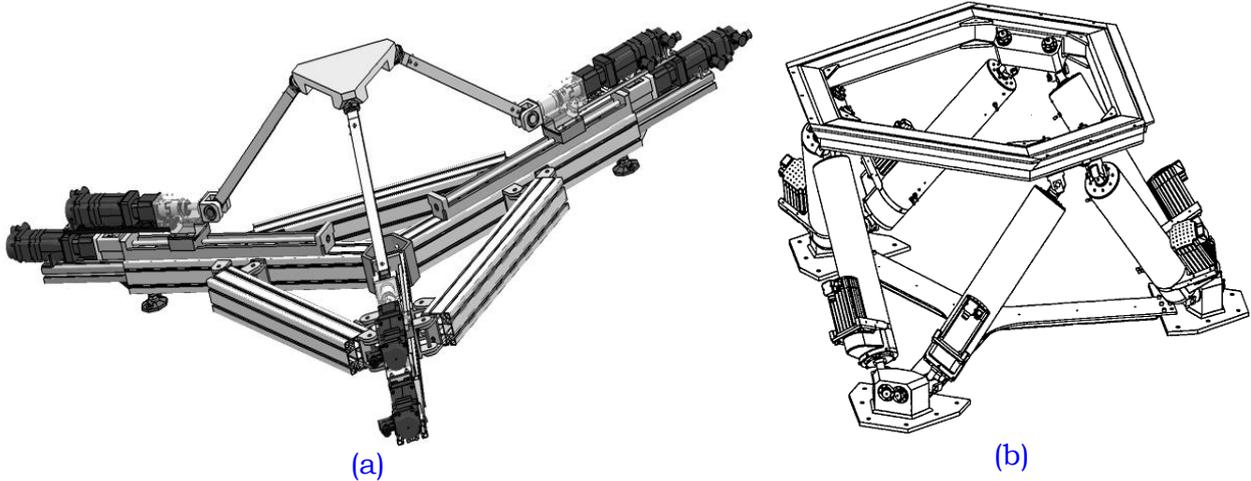
$$\begin{aligned}
L^2 &= (X_{A2} - \lambda_a)^2 + Y_{A1}^2 + Z_{A1}^2 \Leftrightarrow |X_{A1} - \lambda_a| = \varepsilon \sqrt{L^2 - Y_{A1}^2 - Z_{A1}^2} \text{ avec } \varepsilon = \pm 1 \\
X_{A1} - \lambda_a &= \sqrt{L^2 - Y_{A1}^2 - Z_{A1}^2} \Leftrightarrow \lambda_a = X_{A1} - \sqrt{L^2 - Y_{A1}^2 - Z_{A1}^2} \\
X_{A1} - \lambda_a &= -\sqrt{L^2 - Y_{A1}^2 - Z_{A1}^2} \Leftrightarrow \lambda_a = X_{A1} + \sqrt{L^2 - Y_{A1}^2 - Z_{A1}^2} \\
-X_{A1} + \lambda_a &= \sqrt{L^2 - Y_{A1}^2 - Z_{A1}^2} \Leftrightarrow \lambda_a = X_{A1} + \sqrt{L^2 - Y_{A1}^2 - Z_{A1}^2} \\
-X_{A1} + \lambda_a &= -\sqrt{L^2 - Y_{A1}^2 - Z_{A1}^2} \Leftrightarrow \lambda_a = X_{A1} - \sqrt{L^2 - Y_{A1}^2 - Z_{A1}^2}
\end{aligned} \tag{5-8}$$

Nous calculons la valeur de l'angle  $\theta_a$ :

$$\tan(\theta_a) = \frac{Z_{A1}}{Y_{A1}} \tag{5-9}$$

## 5.4 Une conception modulaire du manipulateur spatial de type 3-CRS

La modularité est un aspect important dans le domaine de la robotique parallèle. Elle permet aux concepteurs d'adapter la configuration géométrique selon les besoins et les exigences de la tâche considérée. 3-CRS est un robot modulaire. En effet, il peut être assemblé selon une infinité de configurations puisque les trois glissières peuvent être disposées de manières différentes (*Figure 5-21*). Les glissières inclinées à  $90^\circ$  ne sont pas considérées ici. L'étude prend en compte toutes les autres configurations, c'est-à-dire base fixe en étoile, base fixe triangulaire, base fixe inclinée (inclinaison entre  $0^\circ$  et  $45^\circ$ ). Il faut alors créer des variables de conception afin de modifier la disposition des glissières.

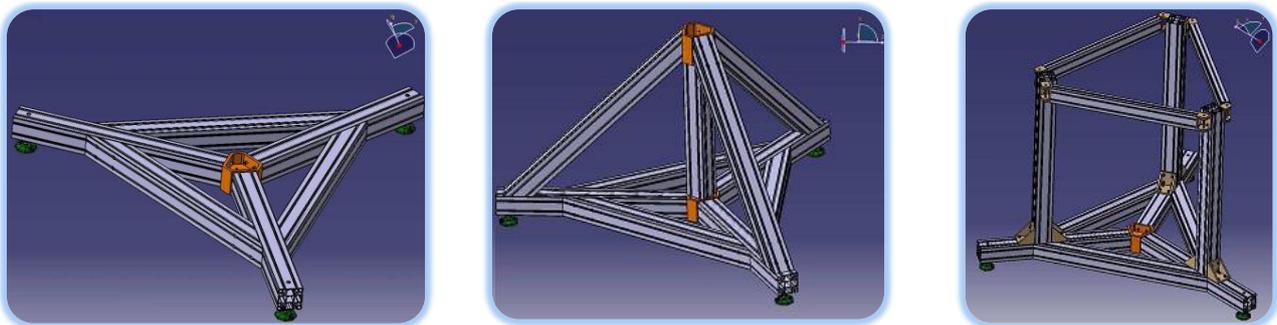


*Figure 5-20: Comparaison entre les deux architectures de 3-CRS ayant trois jambes (a) et le robot d'hexapode (Gough-Stewart) ayant six jambes extensibles (b).*

En fait, cette architecture modulaire possède, en comparaison au manipulateur disposant de six chaînes cinématiques (*Figure 5-20* (b)), les caractéristiques suivantes:

- Réduction la complexité en utilisant moins de solides et de liaisons passives,
- Modèles de commande plus simple.

- Le nombre de chaînes cinématiques dans un robot manipulateur affecte en occurrence les singularités, et également le risque d'interférence des jambes. Ce qui à son tour va affecter l'accessibilité de l'organe terminal et diminue fortement l'espace de travail effectif du robot manipulateur. Pour toutes ces raisons, la construction d'un robot manipulateur avec moins de jambes va diminuer la chance d'apparition des singularités et d'interférences des jambes.
- Le positionnement symétrique des chaînes cinématiques identiques est un avantage signifiant pour les robots manipulateurs. Cette symétrie engendre une distribution symétrique de la rigidité et de la précision à l'intérieur de l'espace de travail du robot manipulateur. Cette propriété est considérée également comme bénéfique pour la planification de trajectoires.



*Figure 5-21: Modèle CAO-CATIA® de différentes formes pour assembler la base fixe (bâti) du robot manipulateur ayant six degrés de liberté de type 3-CRS.*

## 5.5 Détermination de l'espace de travail du manipulateur de type 3-CRS

L'équation accolée à la détermination du volume décrivant l'espace de travail d'un robot manipulateur est certainement extrêmement complexe, notamment pour un robot manipulateur parallèle ayant six paramètres qui représentent son degré de mobilité. En vérité, l'espace de travail atteignable d'un robot manipulateur à six degrés de mobilité peut, de manière difficile, être représenté et visualisé pour la raison qu'il représente une région dans l'espace à six dimensions. Cet espace à 6-D constitue les trois coordonnées cartésiennes en translation  $x_E$ ,  $y_E$ ,  $z_E$ , également les trois paramètres qui représentent les angles d'orientation de la plate-forme mobile.

Dans ces conditions, afin d'obtenir une représentation facilement compréhensible de l'espace de travail d'un robot manipulateur ayant six degrés de mobilité, nous devons impérativement rendre trois paramètres fixes parmi les six. Ainsi, nous simplifions efficacement le problème de détermination de l'espace de travail. Nous utilisons une méthodologie basée sur une approche CAO-Géométrique, afin de déterminer et représenter l'espace de travail du robot manipulateur de type 3-CRS. Les logiciels CAO de CATIA® nous fournit des outils très puissants pour la programmation graphique et la manipulation des fonctions géométriques telles que: l'extrusion surfacique et volumique, l'exécution des opérations booléennes, la découpe, etc., comme nous avons vu dans les chapitres précédents. En outre, ce logiciel nous permet de créer des entités géométriques paramétrées permettant d'insérer tous les paramètres de conception du robot manipulateur et étudier ainsi le volume de l'espace de travail comme étant une fonction des paramètres géométriques de conception. Cette technique CAO-Géométrique est mise en œuvre dans l'outil de CAO-CATIA®, en

utilisant son interface interactive de programmation d'application, pour les deux cas suivants: sans et avec la prise en compte des butées articulaires.

### 5.5.1 Espace de travail en orientation constante

#### Méthodologie et approche

- La première étape consiste à déterminer l'espace de travail de chaque jambe dissociée du reste du mécanisme parallèle. Dans ce cas, chaque jambe est considérée comme une chaîne sérielle ayant comme organe terminal la plateforme mobile. Le volume balayé par le point caractéristique de l'effecteur associé à chaque chaîne cinématique, pour une orientation donnée de celui-ci, est déterminé lorsque tous les paramètres articulaires de la jambe décrivent leurs intervalles de variation. Le volume généré est appelé «*l'espace vertex individuel*». Dans le cas du robot 3-CRS, il y a trois volumes vertex.
- La seconde étape permet de prendre en compte les contraintes de fermetures de chaînes cinématiques. En effet, l'espace de travail en orientation constante du robot manipulateur est défini par le volume commun déterminé par l'intersection entre tous les espaces vertex. Ce volume est obtenu par des opérations booléennes de type intersection. Dans le cas du robot 3-CRS, nous supposons, dans un premier temps, qu'il n'y pas de limites pour les articulations passives de type rotoïdes et sphériques.

Avant de construire l'espace de travail vertex atteignable par chaque chaîne cinématique, nous devons en premier lieu, mettre en évidence toutes les contraintes mécaniques qui délimitent l'espace accessible par l'extrémité de chaque jambe du robot 3-CRS. En deuxième lieu, nous appliquons ces contraintes pour construire l'entité géométrique décrivant l'espace faisable par la chaîne cinématique. Nous divisons ces contraintes en deux groupes:

- les contraintes délimitant seulement l'espace de travail vertex individuel de chaque chaîne cinématique,
- les contraintes délimitant l'espace de travail du robot manipulateur dues aux fermetures de boucles cinématiques.

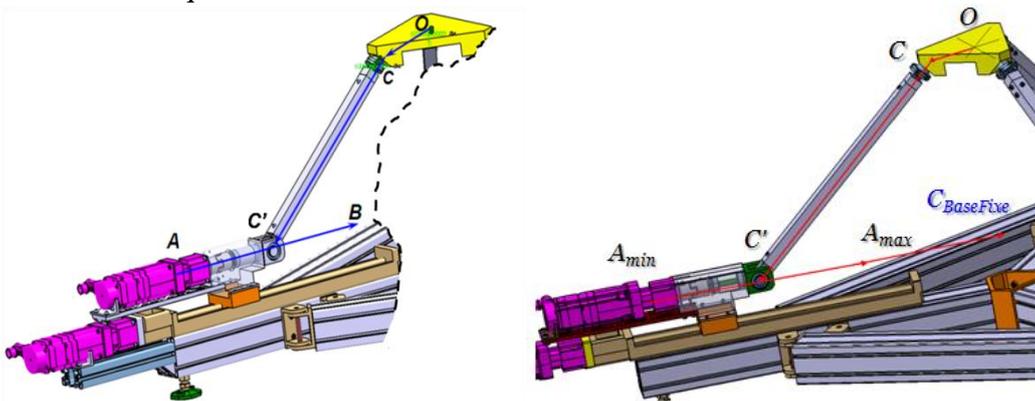


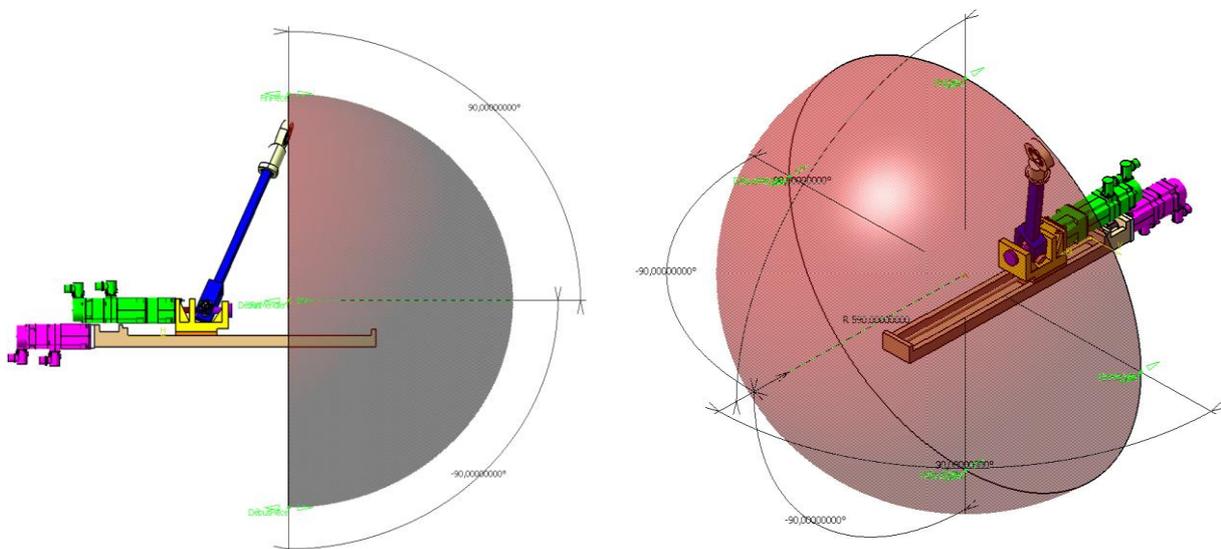
Figure 5-22: Modèle paramétré du robot manipulateur de type 3-CRS.

Nous listons ci-dessous les contraintes délimitant l'espace de travail vertex individuel d'une chaîne cinématique du robot 3-CRS:

- les limitations sur les longueurs des bras supérieurs dénotées par la distance  $CC'$ , voir **Figure 5-22**,
- les limitations sur les débattements des articulations passives sphériques (dans la section suivante de ce chapitre de thèse);

- les limites imposées sur les courses des liaisons prismatiques dénotées par la distance  $A_{min}A_{max}$ , voir **Figure 5-22**,
- également, nous pouvons ajouter la limitation due aux singularités sérielles d'une chaîne cinématique. Pour le robot 3-CRS, ces singularités correspondent aux configurations pour lesquelles le bras supérieur ( $CC'$ ) de la chaîne cinématique est orthogonal à un plan contenant l'axe de la liaison cylindrique.

Pour ce type de singularités, deux branches du modèle géométrique inverse de la chaîne cinématique se rencontrent et dans ce cas la plate-forme mobile perd un degré de liberté [Gosselin et al., 1990], [Bonev et al., 1999]. Les singularités sérielles représentent les limites internes et externes de l'espace de travail [Merlet, 2005]. Pour cela, le franchissement de telles singularités est à éviter [Bonev et al., 1999]. Pour cette raison, le mouvement de chaque chaîne cinématique devrait être limité afin que l'angle entre le vecteur  $(CC')_i$  et le vecteur  $(AC')_i$  avec  $i = 1, 2, 3$  soit compris entre deux intervalles  $(0, -90^\circ)$  ou  $(0, 90^\circ)$ , comme le montre la **Figure 5-23**.



**Figure 5-23:** Limitation imposée par la singularité sérielle de la chaîne cinématique du robot manipulateur de type 3-CRS.

En ce qui concerne les contraintes dues aux fermetures des contours cinématiques, nous ajoutons d'autres paramètres influant sur la forme et le volume de l'espace de travail :

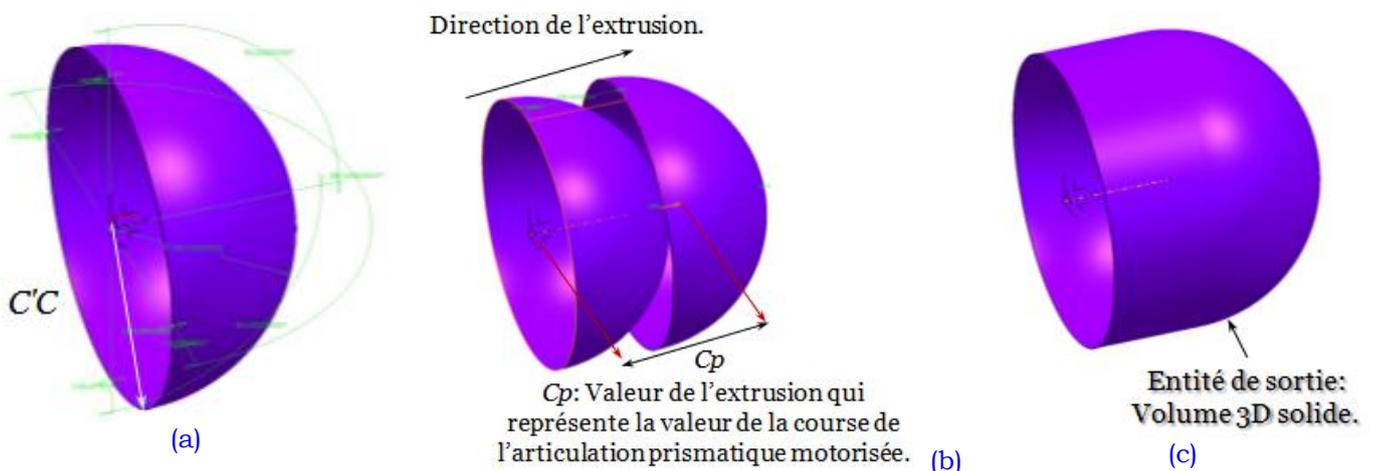
- le premier paramètre est relatif à la disposition des glissières: en étoile inclinés ou à l'horizontal, en triangle et à la verticale (**Figure 5-21**),
- le deuxième paramètre représente la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur, dénoté par la distance  $OC$  (**Figure 5-22**),
- le troisième paramètre représente l'orientation de la plate-forme mobile. Ce paramètre comprend à la fois les trois angles de rotation (trois angles d'Euler) de la plate-forme mobile.

Avec ce paramétrage nous présentons un modèle paramétré de l'espace de travail en orientation constante pour le robot de type 3-CRS. Ce modèle est complètement construit dans l'environnement CAO-CATIA®.

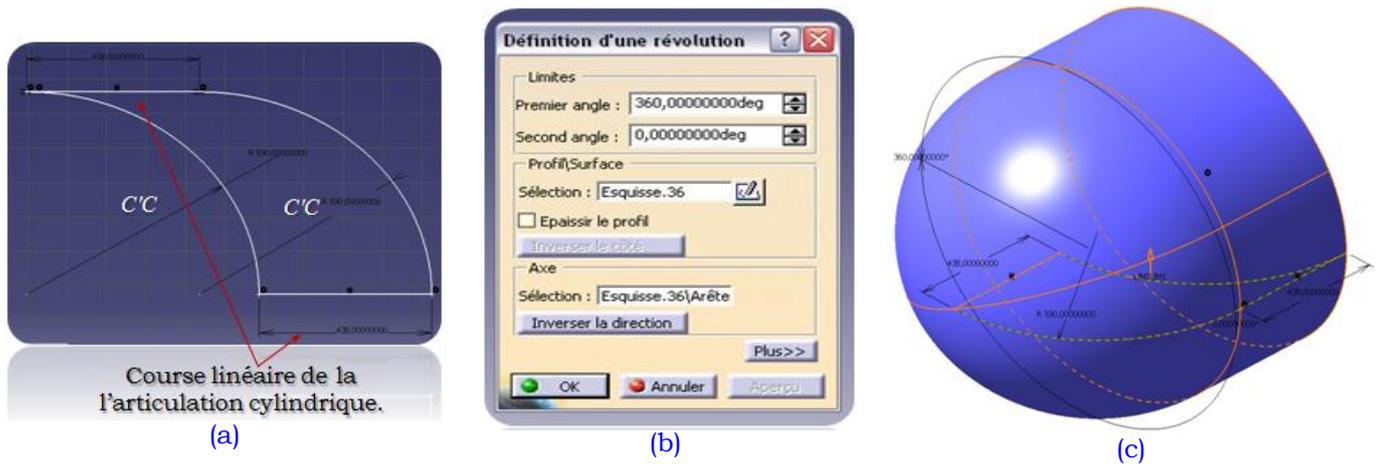
## 5.5.2 Techniques de construction du volume représentant l'espace vertex individuel atteignable par chaque jambe

Il y a plusieurs techniques permettant de concevoir le volume vertex atteignable par l'extrémité d'une chaîne cinématique du robot via le modèleur géométrique CATIA®. Nous pouvons mentionner par exemple les techniques suivantes:

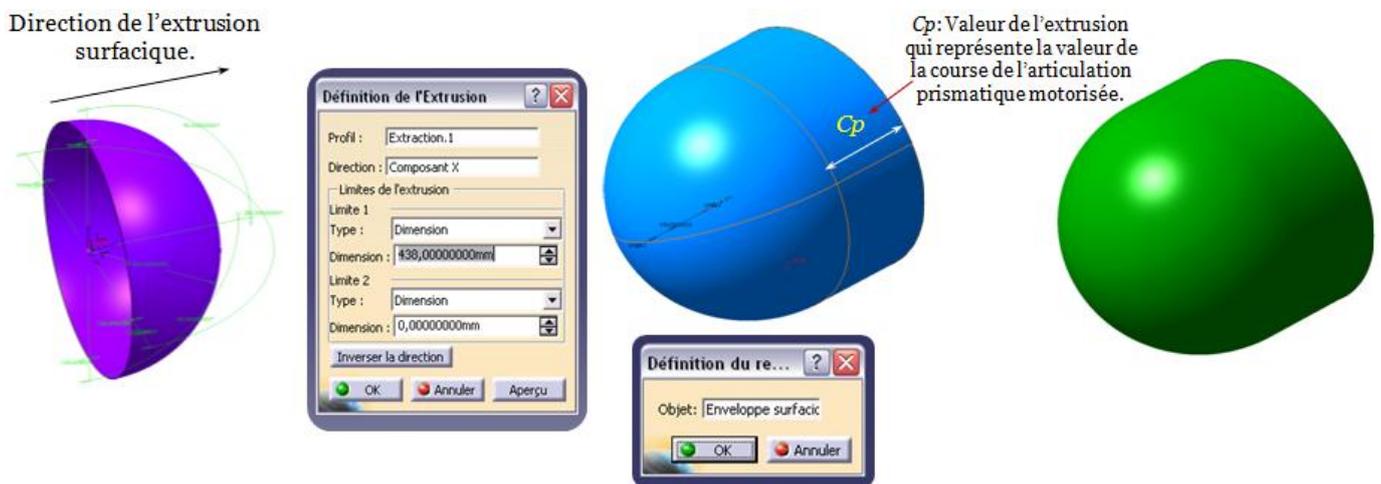
- **La première démarche est la création de volumes d'extrusion**  
Dans l'atelier "Part Design" de CATIA®, nous pouvons générer un volume solide par l'utilisation de la fonctionnalité de balayage (extrusion). Pour cette fonction, les entités d'entrée sont : une surface, une direction d'extrusion, et une longueur. Le résultat est un volume solide. Ce volume obtenu représente l'espace vertex individuel atteignable par l'extrémité d'une chaîne cinématique (*Figure 5-24*).
- **La deuxième démarche est la création de volumes de révolution**  
Dans l'atelier "Sketcher Workbench" (esquisse) de CATIA®, nous construisons dans un premier temps un contour en respectant toutes les contraintes de la construction du robot que nous avons présentées précédemment. Ensuite, nous passons à l'atelier "Part Design" dans lequel nous appliquons une opération de rotation. Les entités d'entrées pour cette technique sont le contour, voir *Figure 5-25* (a), l'axe de la rotation ainsi que la valeur de l'angle de rotation, *Figure 5-25* (b). Le résultat obtenu est un volume solide représentant l'espace vertex individuel atteignable par l'extrémité de la chaîne cinématique, *Figure 5-25* (c).
- **La troisième démarche est la création de volumes de remplissage**  
Dans l'atelier "Generative Shape Design" GSD, nous réalisons, premièrement, un balayage surfacique d'une surface (première entité d'entrée) ayant la forme d'une demi-sphère selon la direction (deuxième entité d'entrée) de la liaison prismatique, et avec une valeur équivalente à la course de cette liaison motorisée (troisième entité d'entrée). Ensuite, nous passons à l'atelier "Part Design", dans lequel nous appliquons une opération de remplissage de l'enveloppe surfacique obtenue précédemment. Le résultat de sortie est le volume solide qui représente l'espace vertex individuel accessible par l'extrémité de la chaîne cinématique (*Figure 5-26*).



**Figure 5-24:** Méthodologie de construction du volume vertex individuel faisable par une chaîne cinématique, ce volume est construit par la technique de l'extrusion. Les informations d'entrées sont la surface (a), la direction d'extrusion et la valeur de l'extrusion (b), le résultat obtenu est un volume solide tridimensionnel (c).

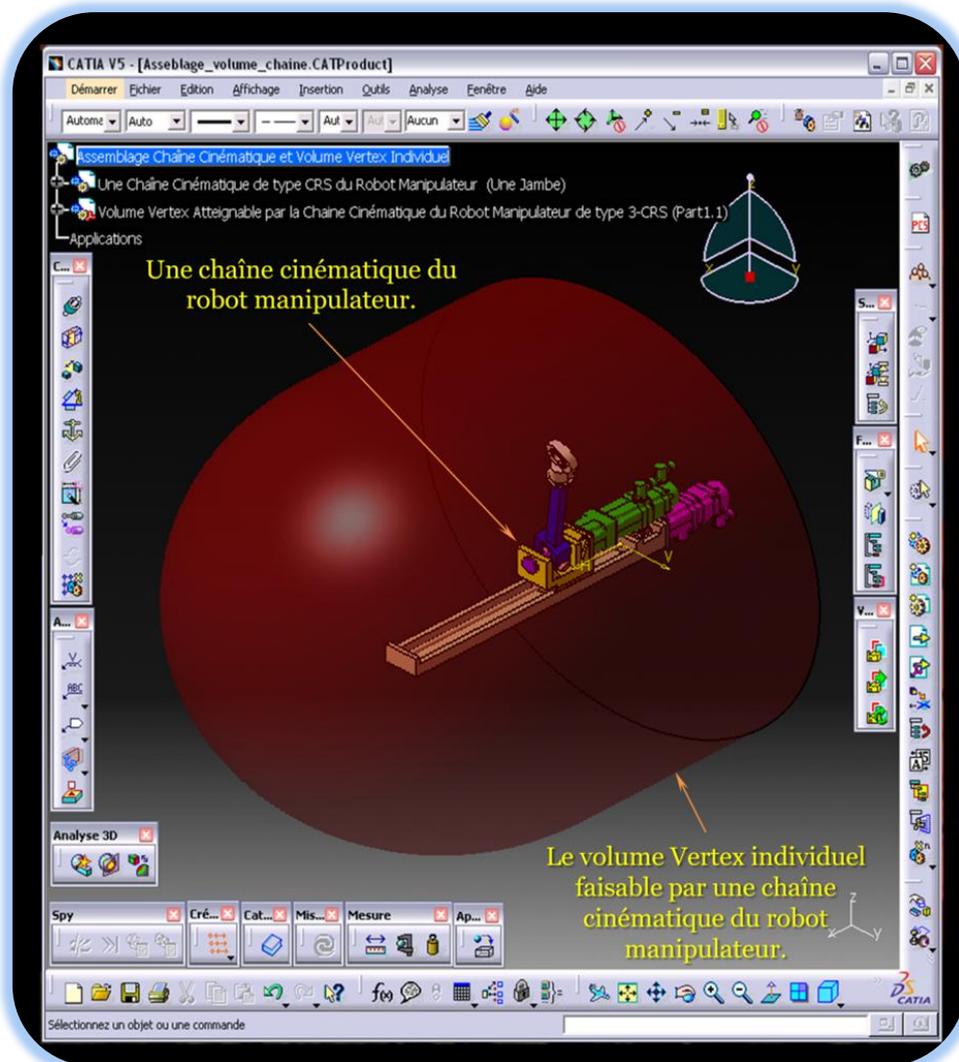


**Figure 5-25:** Méthodologie de construction du volume vertex individuel faisable par une chaîne cinématique, ce volume est construit par la technique de la révolution. Les informations d'entrées sont un contour (a), l'axe de rotation, une valeur de l'extrusion (b), le résultat obtenu est un volume solide tridimensionnel (c).



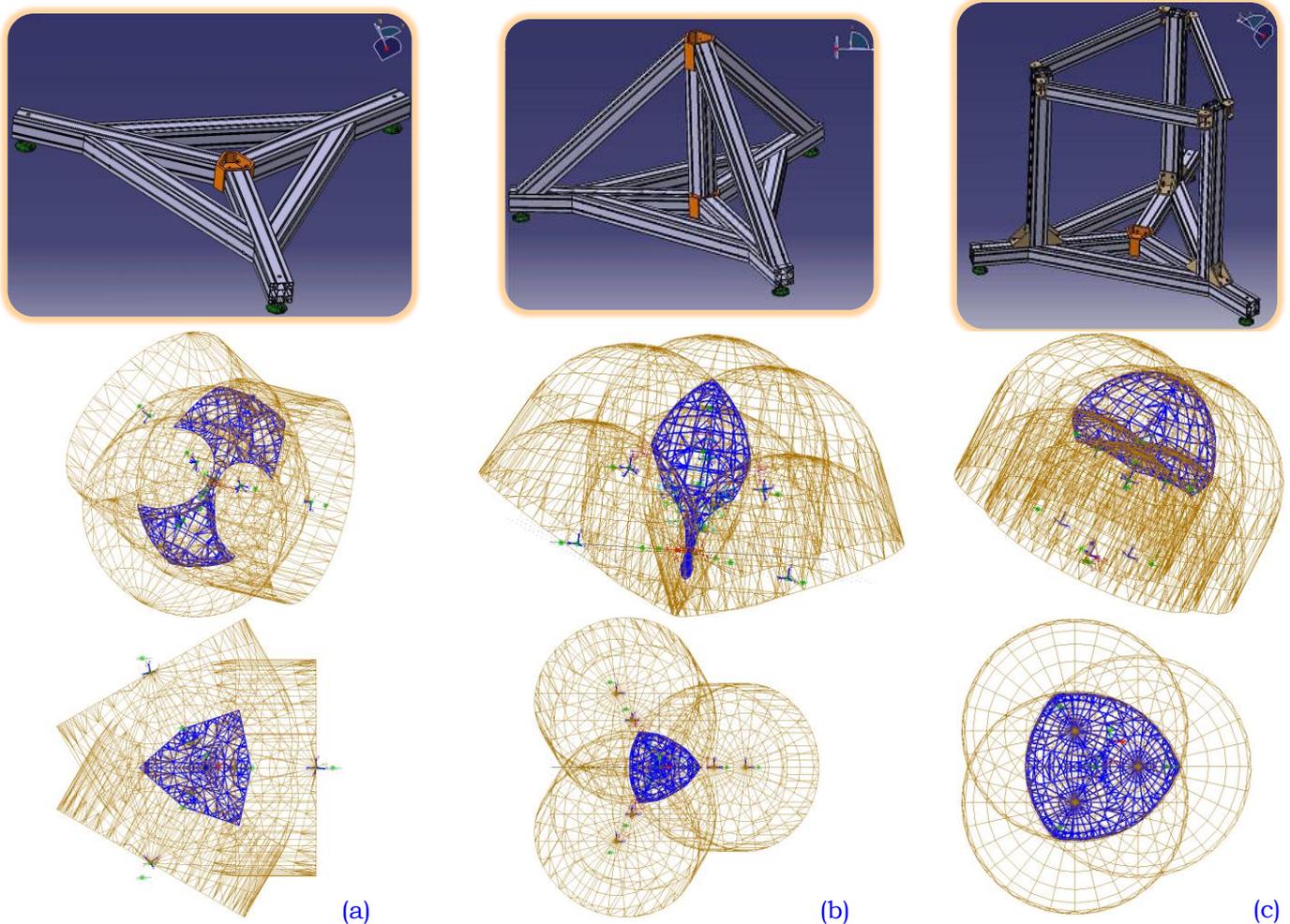
**Figure 5-26:** Méthode de construction du volume vertex par la technique de remplissage.

La **Figure 5-27** illustre l'assemblage d'une chaîne cinématique du robot manipulateur de type 3-CRS et le volume vertex individuel atteignable par cette chaîne. Cet assemblage est réalisé dans l'environnement CATIA®.

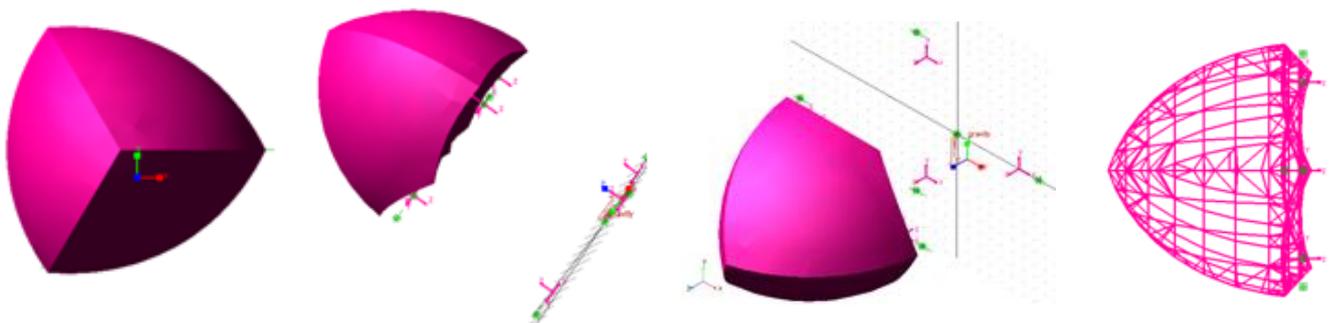


**Figure 5-27:** Volume vertex individuel accessible par l'extrémité de la chaîne cinématique.

Après avoir déterminé l'espace vertex individuel d'une chaîne cinématique, nous déterminons les autres volumes associés aux chaînes cinématiques restantes. La **Figure 5-28** montre certaines formes particulières de la base fixe qui peuvent être utilisées pour reconfigurer le robot de type 3-CRS. Les axes linéaires peuvent être disposés en forme d'étoile horizontale, en forme d'étoile avec une inclinaison par rapport au plan horizontal et en parallèle suivant la verticale. Les trois espaces vertex individuels associés aux trois chaînes cinématiques correspondant à chaque configuration sont représentés dans la **Figure 5-28**.



**Figure 5-28:** Modèles CAO effectués dans l'outil d'ADAMS montrant les différentes formes de l'espace de travail du robot manipulateur à 6-DDL de type 3-CRS pour trois formes de la base fixe: horizontale (a), inclinée (b), verticale (c).

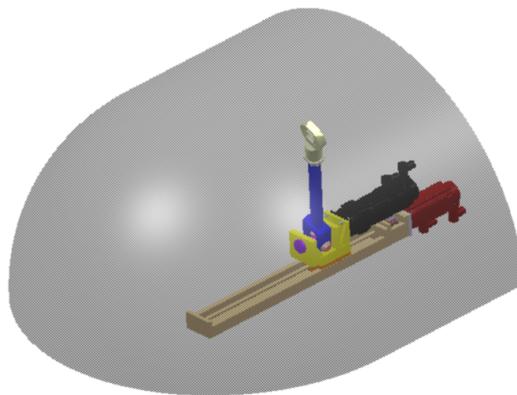


**Figure 5-29:** Différentes vues de l'espace de travail du robot manipulateur de type 3-CRS dans le cas de la base fixe orthogonale.

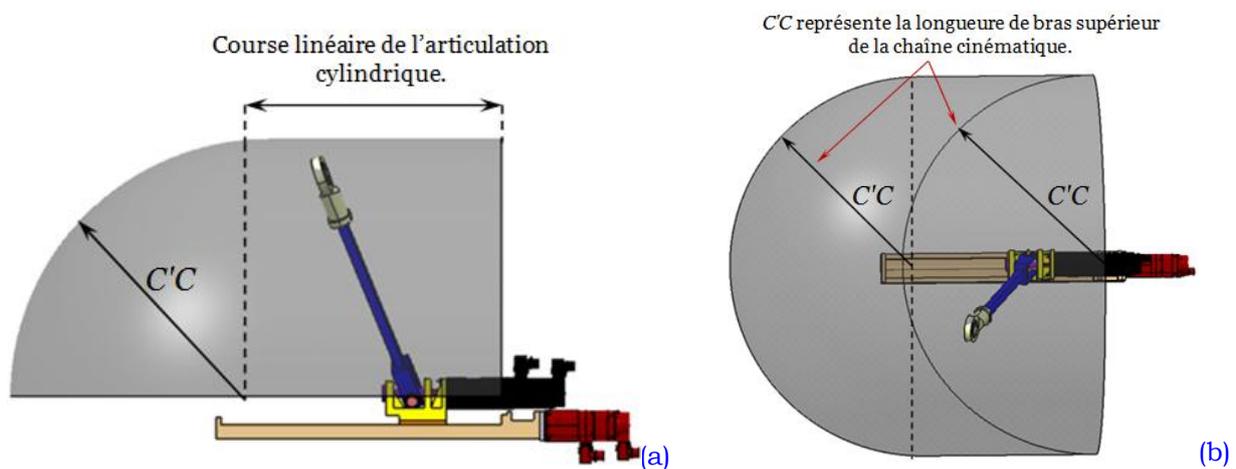
Pour la suite de ce chapitre, nous considérons seulement la portion supérieure au plan contenant la base fixe du robot manipulateur (**Figure 5-30**). Également, la configuration retenue du robot 3-CRS correspond au cas où les trois glissières sont disposées en étoile à l'horizontal ou inclinées. Afin de déterminer l'espace de travail du robot 3-CRS, nous adoptons les paramètres géométriques suivants:

- longueur des parties supérieures des jambes définies par la distance  $(CC')_i$  avec  $i = 1, 2, 3$ , voir la **Figure 5-23**:  $(CC')_i = 750$  mm.

- les courses réelles des glissières linéaires définies par la distance  $(AB)_i$ ; avec  $i = 1, 2, 3$ , voir la **Figure 5-23**:  $(AB)_i = 750$  mm.
- La taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur définie par la distance  $OC$  avec  $i = 1, 2, 3$ , voir la **Figure 5-23**:  $OC = 500$  mm. Cette distance décrit la position du point d'attachement des liaisons sphériques de la chaîne cinématique par rapport au centre géométrique de la plate-forme mobile du robot manipulateur.
- La distance entre le centre de la base fixe et la position initiale de l'articulation cylindrique est de  $T = 342$  mm: nous savons que le point  $C'$  (centre de la liaison pivot) peut se déplacer selon l'axe de la glissière entre  $A_{min}$  et  $A_{max}$ . Le vecteur  $\overline{A_{min}A_{max}}$  représente l'ensemble des positions que peuvent être atteints par le point  $C'$ . Cependant la glissière peut se trouver plus ou moins loin du centre  $C_{BaseFixe}$  du bâti, voir **Figure 5-23**. Cette distance est représentée par le vecteur  $\overline{A_{max}C_{BaseFixe}}$ .
- L'angle d'inclinaison des glissières linéaires des liaisons prismatiques est de  $\varphi = 32^\circ$ .



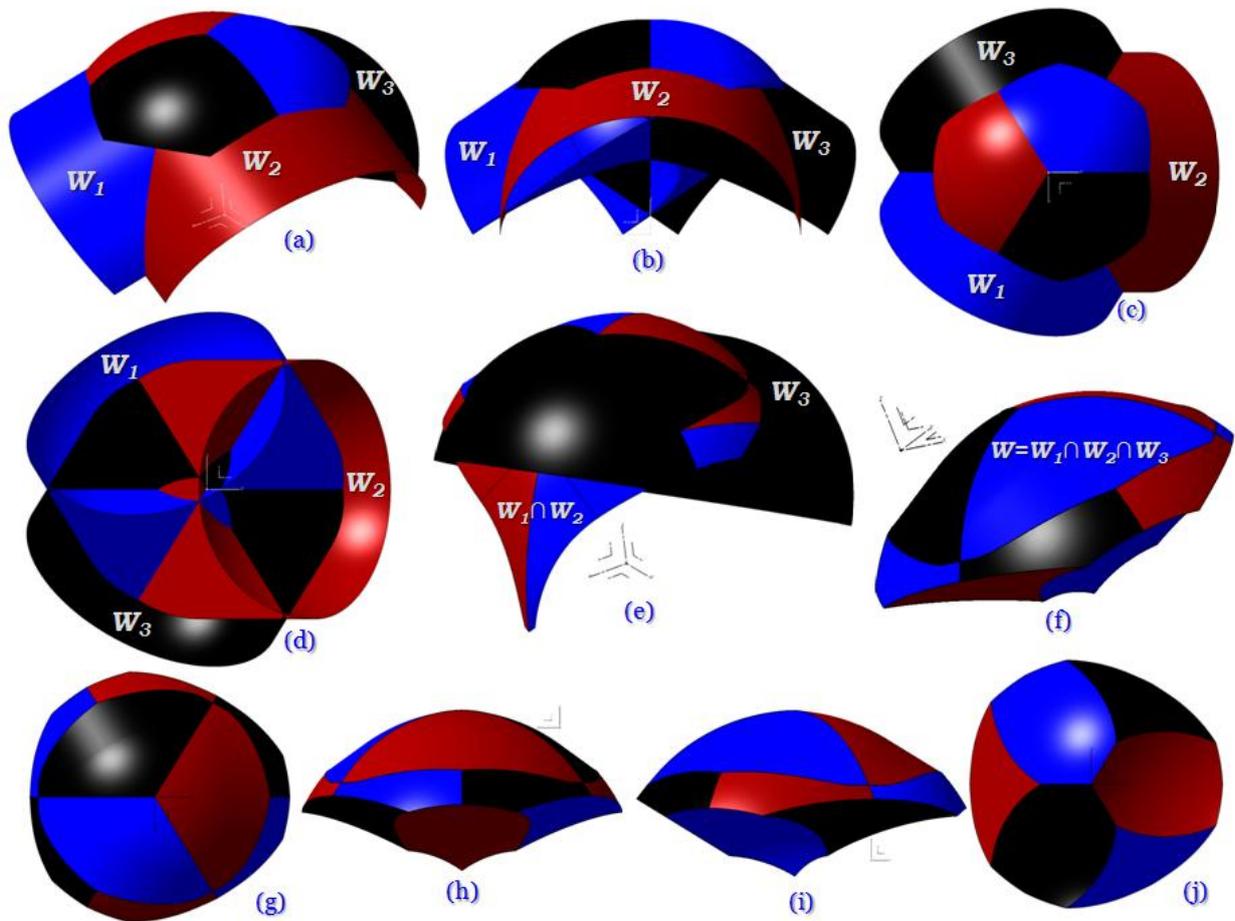
**Figure 5-30:** Vue isométrique de la partie supérieure de l'espace de travail vertex individuel atteignable par une chaîne cinématique du robot manipulateur de type 3-CRS.



**Figure 5-31:** Vue de droite (a), vue de dessus (b) de l'espace de travail vertex individuel associée à une chaîne cinématique.

La **Figure 5-32** illustre la procédure suivie pour la détermination de l'espace de travail en orientation constante pour le robot de type 3-CRS. Dans cette figure, nous exposons les trois espaces vertex accessibles par les trois chaînes cinématiques du robot manipulateur après application des translations selon les vecteurs  $A_iE$  avec ( $i = 1, 2, 3$ ). Ces volumes sont représentés dans la **Figure 5-32** (a, b, c, d) suivant plusieurs vues. La **Figure 5-32** (e) montre les trois volumes vertex après avoir effectué la première opération booléenne. La **Figure 5-32** (f) représente l'espace de travail en orientation constante après avoir réalisé la deuxième

opération booléenne. Le volume de l'espace de travail est représenté en plusieurs vues dans la **Figure 5-32** (g, h, i, j).



**Figure 5-32:** Procédure CAO-Géométrique pour la détermination de l'espace de travail en orientation constante pour le robot manipulateur de type 3-CRS avec l'outil de CAO-CATIA®.

L'examen de la forme de l'espace de travail en orientation constante illustrée dans la **Figure 5-32**, nous permet de dire que les frontières surfaciques du volume de cet espace de travail se composent des portions sphériques, ainsi que des surfaces cylindriques circulaires et des surfaces planes.

### 5.5.3 Optimisation de l'espace de travail

La conception optimale de robots manipulateurs peut être basée sur plusieurs critères de performance, tels que la dextérité, la rigidité, la précision, etc. Étant donné que l'espace de travail détermine le domaine potentiel d'utilisation du robot manipulateur, la maximisation de son volume, tout en limitant l'encombrement total, peut être l'un des objectifs d'une conception optimale. Dans ce cas, l'espace de travail est considéré comme un critère prépondérant dans le processus de conception. L'espace de travail du robot manipulateur ainsi modélisé nous permet d'évaluer les performances du robot en fonction des différents paramètres géométriques de conception. Le volume de l'espace de travail peut être adopté comme une fonction objectif à optimiser en fonction des paramètres géométriques de conception du robot. Ce problème peut être formulé par l'expression suivante:

$$\begin{cases} \text{Maximiser } (W(\xi)) \\ \xi_{i,\min} \leq \xi_i \leq \xi_{i,\max} \end{cases} \quad (5-10)$$

où

- $W$  : représente le volume de l'espace de travail en orientation constante du robot,
- $\xi$  : représente l'ensemble des variables géométriques de conception tel que  $\xi_i \in [\xi_{i,min}, \xi_{i,max}]$ .

Ainsi, la maximisation du volume de l'espace de travail du robot manipulateur a pour objectif d'élargir le domaine potentiel d'exploitation du robot en question.

### Création du modèle paramétré de l'espace de travail du robot manipulateur

Nous adoptons les paramètres suivants pour l'optimisation du volume de l'espace de travail:

- ✓ la longueur de la partie supérieure de la chaîne cinématique représentée par le vecteur  $C'C$ ,
- ✓ la course de la liaison cylindrique représentée par le vecteur  $AB$ ,
- ✓ la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur représentée par le vecteur  $OC$ ,
- ✓ l'angle d'inclinaison des glissières linéaires  $\varphi$ ,
- ✓ l'angle d'inclinaison horizontale des glissières linéaires des liaisons prismatiques  $\delta$ .
- ✓ les variables d'orientation de la plate-forme du robot manipulateur. Nous considérons ici que l'espace de travail en orientation constante est déterminé pour les angles d'Euler  $\alpha$  (lacet) $_Z = \beta$  (roulis) $_Y = \gamma$  (tangage) $_X = 0^\circ$ .
- ✓ la distance  $T$  entre le centre géométrique de la base fixe et le centre de l'articulation cylindrique dans sa position la plus proche du centre de la base fixe.

Le logiciel CAO-CATIA® nous permet de générer efficacement des entités géométriques paramétrées par les variables géométriques de conception du robot. Ces variables sont indiquées dans la **Figure 5-33**.

#### Matrice des paramètres géométriques de la conception du robot manipulateur de type 3-CRS.



#### La fonction objective à optimiser: le volume de l'espace de travail en orientation constante.

**Figure 5-33:** Arborescence de CATIA® montrant les paramètres géométriques de la conception du robot de type 3-CRS.

Une simple modification d'une ou plusieurs variables géométriques (**Figure 5-33**), entraîne une modification instantanée de la forme et du volume de l'espace de travail.

### Type d'optimisation effectuée en utilisant l'outil CAO-CATIA®

Nous avons utilisé l'atelier de "Product Engineering Optimizer" PEO de CATIA® pour cette étude d'optimisation. Dans cet atelier, nous pouvons utiliser différents algorithmes pour effectuer une optimisation, tels que: le gradient conjugué sans et avec contraintes et le

recuit simulé que nous avons utilisé. Cet algorithme est une procédure d'optimisation stochastique. Il peut être appliqué à la majorité des problèmes d'optimisation. Le domaine de recherche défini est testé de plus en plus localement au cours du processus de recherche. Ce dernier est commandé par la stratégie du recuit simulé. La performance de cette procédure est fortement dépendante de la nature du problème abordé [Koenig et al., 2005].

Les paramètres à optimiser ( $\xi$ ): nous choisissons pour réaliser cette optimisation les six premiers paramètres de la liste exposée dans la **Figure 5-33**; nous avons exclu les trois angles d'Euler de la plate-forme mobile. La raison qui a motivé ce choix est que le volume de l'espace de travail en orientation constante pour une plate-forme mobile horizontale, i.e.,  $\alpha$  (lacet)<sub>Z</sub> =  $\beta$  (roulis)<sub>Y</sub> =  $\gamma$  (tangage)<sub>X</sub> = 0°, soit le plus grand. Ces paramètres d'optimisation sont généralement fournis avec une limite supérieure et une autre inférieure, comme le montre la **Figure 5-37**.

L'objectif de cette optimisation est de maximiser la fonction objectif représentée par le volume de l'espace de travail en fonction des paramètres de conception exposés dans le **Tableau 5-1**, qui peut être décrit par la formule (5-10).

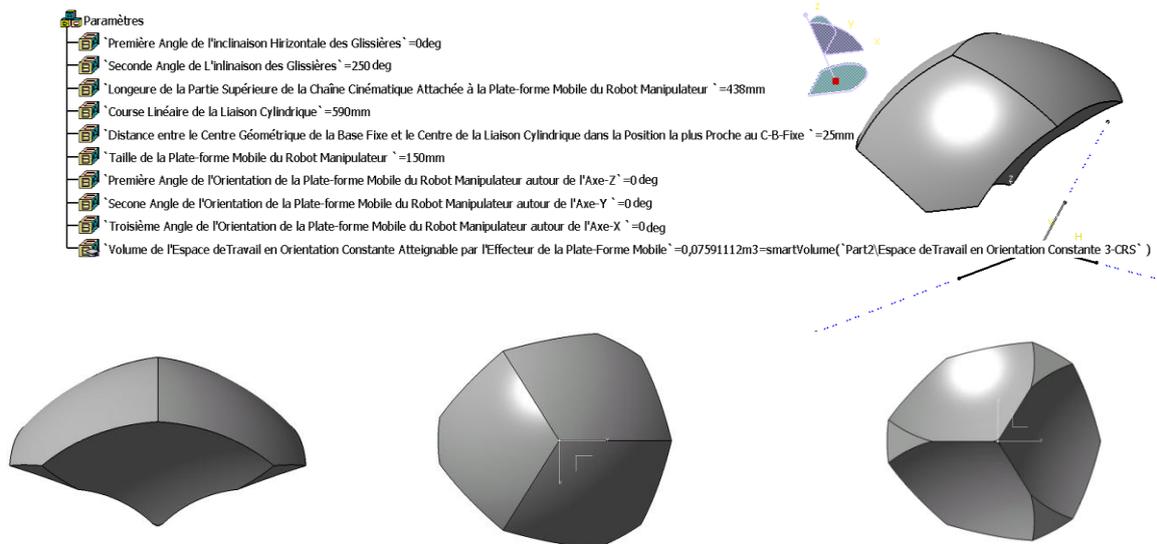
Les variables initiales de conception correspondent à l'espace de travail illustré dans la **Figure 5-34** avec un volume  $W=75,911 \text{ dm}^3$ . Une première optimisation est réalisée où la course linéaire des articulations cylindriques est limitée par  $V_{min}=300 \text{ mm}$  et  $V_{max}=1000 \text{ mm}$ , comme le montre la **Figure 5-35**. Les valeurs optimisées des variables de conception sont illustrées dans le **Tableau 5-1** correspondant à l'espace de travail présenté dans la **Figure 5-35** avec un volume  $W=961,613 \text{ dm}^3$ .

Dans la seconde optimisation, la course linéaire des articulations cylindriques est limitée par  $V_{min}=300 \text{ mm}$  et  $V_{max}=2000 \text{ mm}$ . La **Figure 5-36** montre l'espace de travail optimal en orientation constante dont le résultat de l'optimisation est un volume  $W=2205,349 \text{ dm}^3$ . Cet espace de travail est associé aux valeurs des variables de conception illustrées dans le **Tableau 5-1**.

Paramètre de conception	Type de Robot	OC [mm]	CC' [mm]	AB [mm]	T [mm]	$\phi$ [deg]	$\delta$ [deg]	Fonction objectif W [dm <sup>3</sup> ]
	Conception initiale	150	590	438	250	25	0	75,911
Valeur numérique	1 <sup>ère</sup> Optimisation	500	1000	1000	342,2	32,5894	0	961,613
	2 <sup>ème</sup> Optimisation	458,043	1000	2000	358,684	0	0	2205,349

**Tableau 5-1:** Paramètres géométriques du robot manipulateur de type 3-CRS.

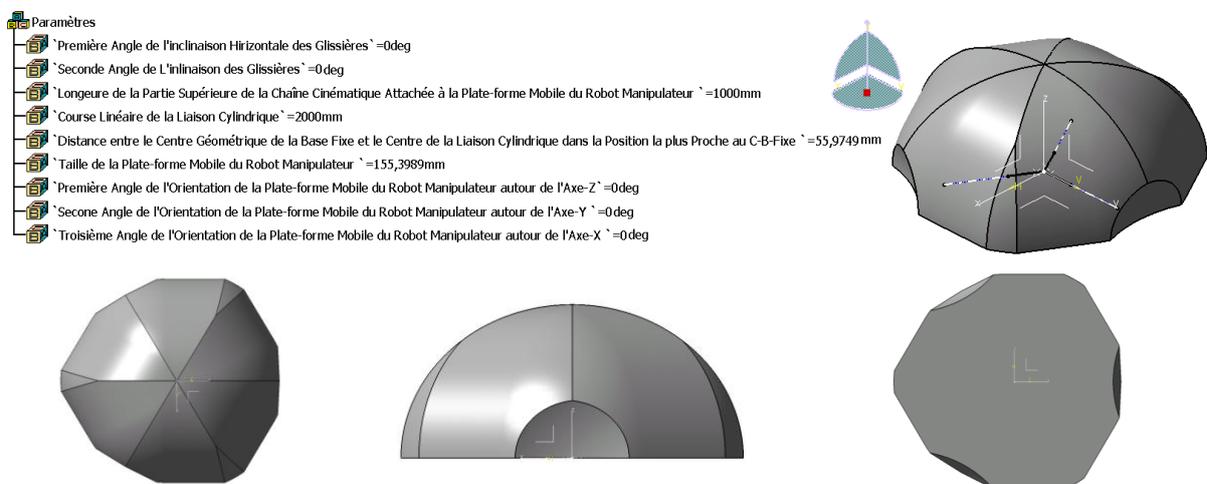
Le nombre d'itérations réalisées pour atteindre l'objectif est 2380 pour la première optimisation et 1625 pour la seconde optimisation. Le temps nécessaire pour réaliser ces deux optimisations est d'environ 60 minutes. Elles ont été exécutées sur un ordinateur qui a les caractéristiques matérielles suivantes : processeur 3.20 GHz, 2.0 Go RAM.



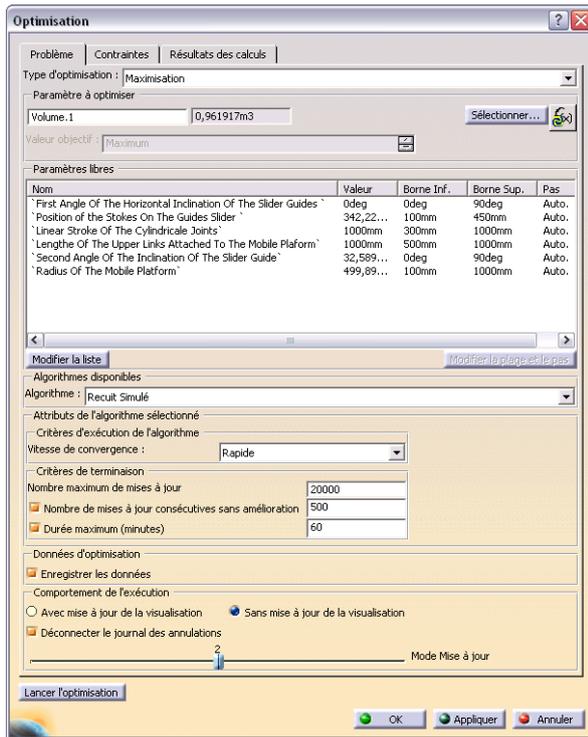
**Figure 5-34:** Paramètres géométriques de conception et différentes vues de l'espace de travail en orientation constante avant optimisation (initial).



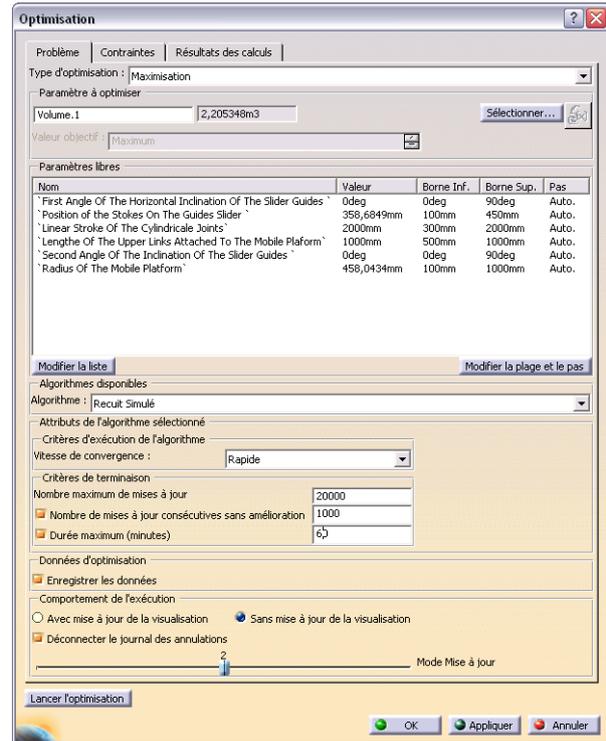
**Figure 5-35:** Paramètres géométriques de conception et différentes vues de l'espace de travail en orientation constante (Optimisation 1).



**Figure 5-36:** Différentes vues de l'espace de travail en orientation constante (Optimisation 2).



Optimisation 1



Optimisation 2

Figure 5-37: L'interface utilisateur de l'atelier de "Product Engineering Optimizer" de CATIA®.

Une attention particulière est donnée à l'angle d'inclinaison des liaisons cylindriques. Cet angle provoque des changements dans les équations du modèle géométrique du robot 3-CRS. Nous analysons ci-dessous, l'influence de ce paramètre sur le volume de l'espace de travail et également sur la topologie de cette entité pour deux conceptions différentes du robot 3-CRS ayant les paramètres affichés dans le **Tableau 5-2**:

Paramètre de conception	Type du Robot	OC [mm]	CC' [mm]	AB [mm]	T [mm]	$\delta$ [deg]
Valeur numérique	1	500	1000	1000	342	0
	2	150	1000	1000	342	0

Tableau 5-2: Paramètres géométriques du robot manipulateur de type 3-CRS.

Plusieurs valeurs pour cet angle ont été testées tout en gardant les autres variables de conception constantes.

**1<sup>er</sup> cas.** En examinant la **Figure 5-38** et le graphique dans la **Figure 5-39**, nous pouvons conclure que le volume de l'espace de travail en orientation constante augmente clairement à partir de  $\varphi = 0^\circ$  à  $\varphi = 30^\circ$ , tandis qu'il diminue brusquement pour les valeurs supérieures à  $\varphi \approx 32^\circ \div 35^\circ$ .

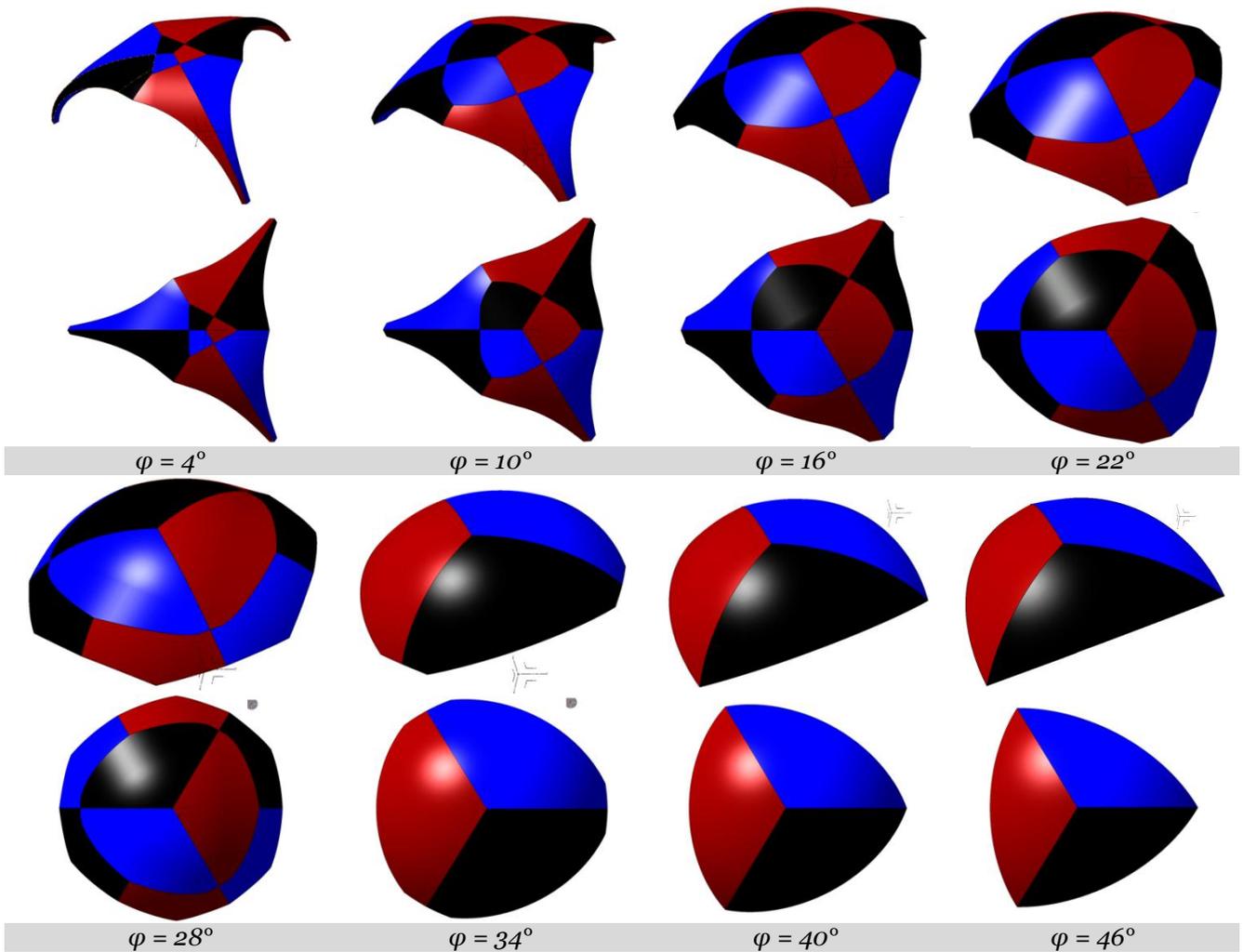


Figure 5-38: Espace de travail en fonction de l'angle de l'inclinaison des glissières linéaires des liaisons prismatiques pour le robot 3-CRS de type-1 dans le Tableau 5-1.

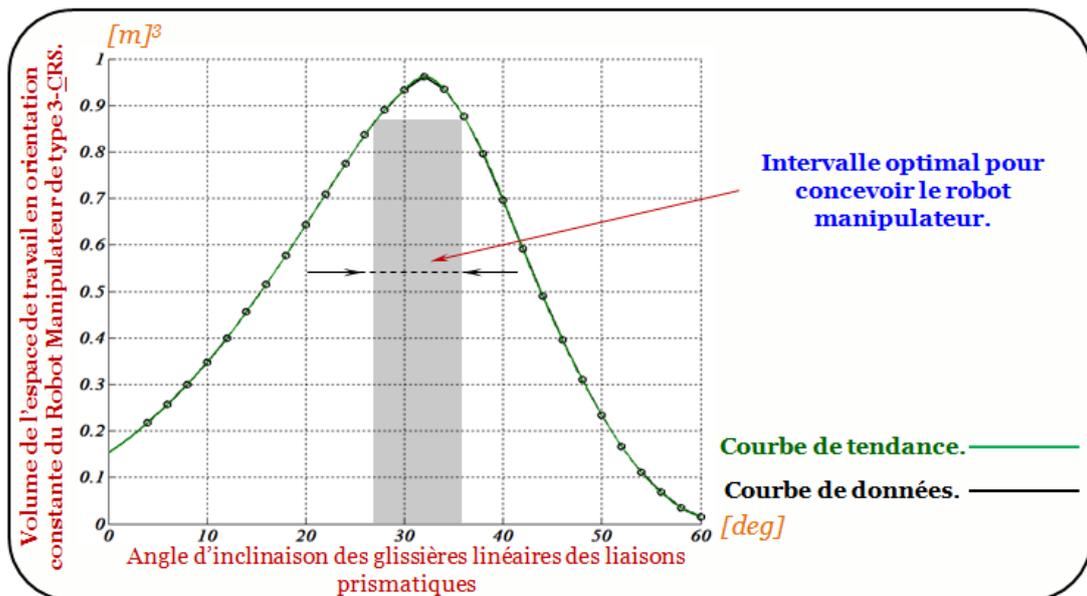
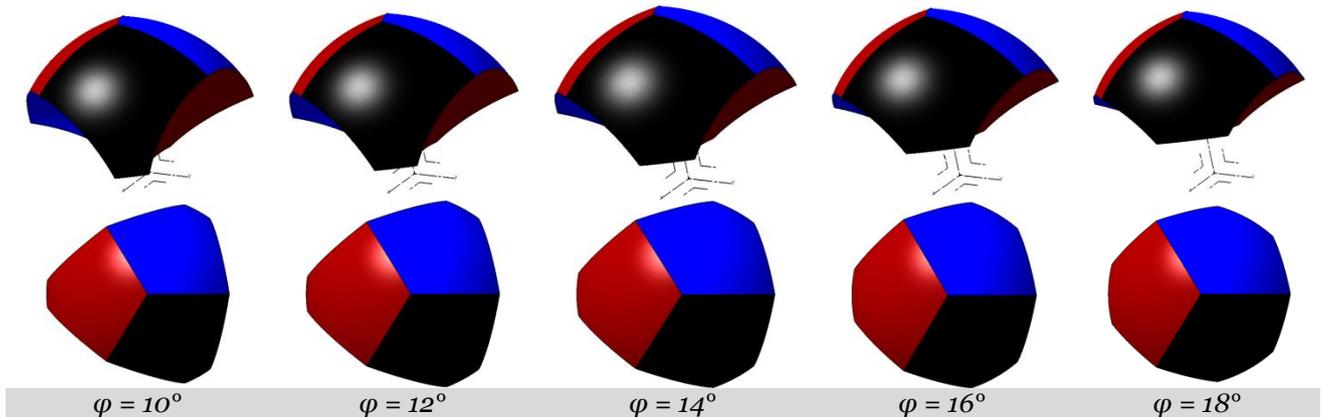
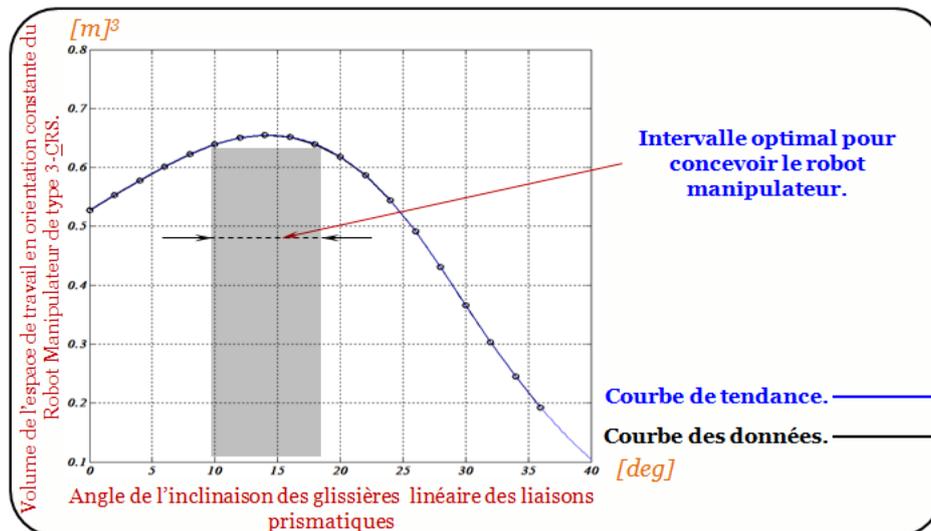


Figure 5-39: Evaluation du volume de travail en orientation constante en fonction de l'angle d'inclinaison des glissières linéaires pour le robot 3-CRS de type-1 du Tableau 5-1.

2<sup>ème</sup> cas. En examinant la *Figure 5-41*, nous pouvons conclure que le volume de l'espace de travail en orientation constante augmente clairement à partir de la valeur  $\varphi = 0^\circ$  à  $\varphi \approx 14^\circ$ , tandis qu'il diminue brusquement pour les valeurs supérieures à  $\varphi \approx 18^\circ$ .



*Figure 5-40: Espace de travail en fonction de l'angle de l'inclinaison des glissières linéaires des liaisons prismatiques pour le robot 3-CRS de type-2 dans le Tableau 5-1.*



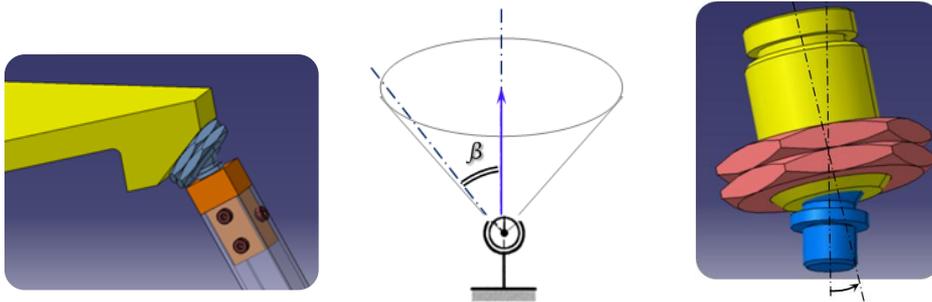
*Figure 5-41: Evaluation de volume de travail en orientation constante en fonction de l'angle de l'inclinaison des glissières linéaires pour le robot 3-CRS de type-2 du Tableau 5-1.*

### 5.5.4 Prise en compte des limites articulaires

Dans les analyses présentées dans les sections précédentes, les courses linéaires des liaisons cylindriques motorisées ont été implicitement considérées comme une variable de conception. A cet effet, nous présentons ci-après une méthodologie géométrique basée sur l'utilisation des fonctionnalités du modeler géométrique CATIA<sup>®</sup> pour déterminer l'espace de travail en orientation constante du robot manipulateur. Cette méthodologie prend, cette fois-ci, en considération les limites articulaires des liaisons sphériques attachées à la plateforme mobile du robot 3-CRS. L'amplitude de mouvement des articulations sphériques passives attachées à la plateforme mobile du robot manipulateur est limitée en raison du choix de composants standards du commerce. Cette limitation restreint l'orientation relative entre la plateforme mobile et la partie supérieure de la chaîne cinématique (le bras) désigné par  $(CC)_i$ . Afin de modéliser les espaces vertex atteignables par les extrémités des chaînes cinématiques nous présentons une méthode pour la construction d'un tel espace.

## Méthode de construction du volume de travail d'une jambe

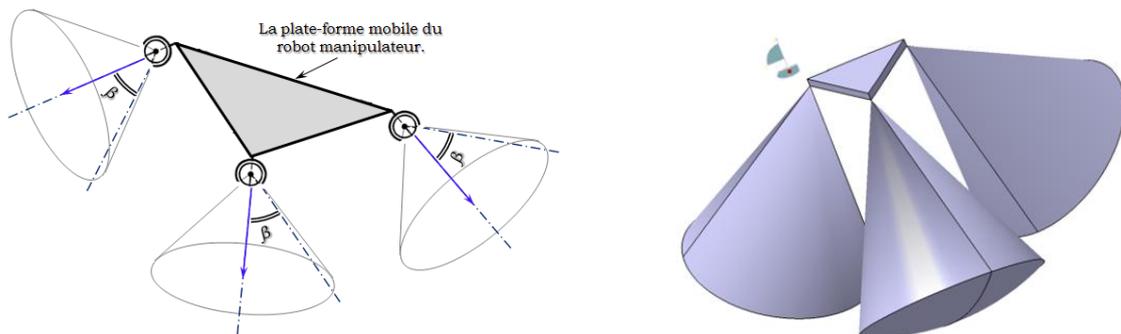
Afin de construire un volume qui tient en considération les contraintes issues des limites mécaniques imposées sur les liaisons sphériques passives, nous devons en premier lieu prendre connaissance du mouvement admissible pour les extrémités des jambes et la plage de mouvement. Pour se faire, nous fixons l'amplitude des liaisons sphériques à  $\pm 25^\circ$ . Nous présentons ci-dessous la méthodologie CAO-Géométrique destinée à construire les espaces vertex atteignables par les chaînes cinématiques du robot manipulateur de type 3-CRS pour déterminer ensuite l'espace de travail en orientation constante accessible par le point caractéristique de l'effecteur (centre géométrique de la plate-forme mobile).



**Figure 5-42:** Limites sur l'articulation passive sphérique attachée à la plate-forme mobile, le cône modélise sa plage.

**Etape 1:** Le mouvement des bras supérieurs des chaînes cinématiques doit être restreint à un volume conique; sa base est délimitée par une surface sphérique. Autrement dit, les extrémités des bras peuvent atteindre toutes les positions situées sur des portions sphériques qui se trouvent à la base des cônes. A cet effet, un cône sera utilisé afin de modéliser les contraintes mécaniques imposées sur les liaisons sphériques connectées à la plate-forme mobile. Cette constatation sert donc de point de départ à la méthode de modélisation, comme le montre la **Figure 5-42**.

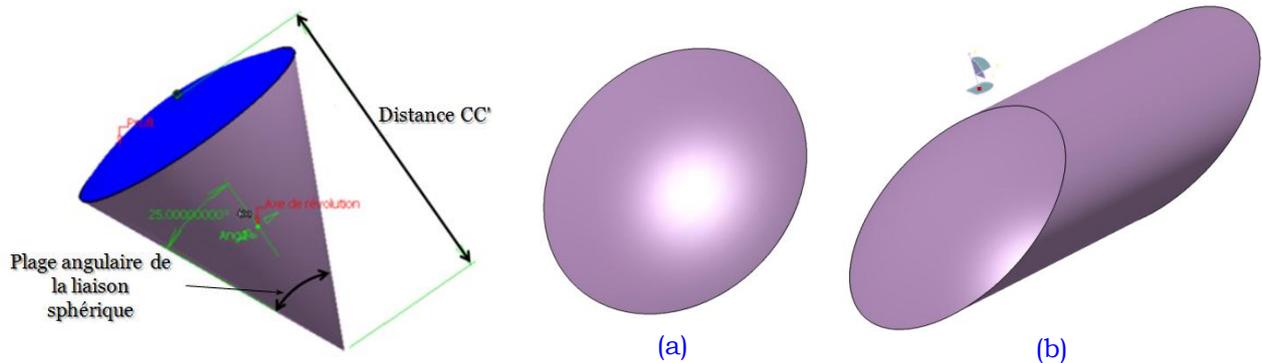
**Etape 2:** La région admissible pour le point  $C'_i$ , avec  $i = 1, 2, 3$ , par rapport à un repère attaché à la plate-forme mobile, constitue une calotte sphérique de rayon équivalent à la longueur du bras  $(CC')_i$ , et de centre situé au centre de la liaison sphérique attachée à la plate-forme mobile, comme le montre la **Figure 5-43**:



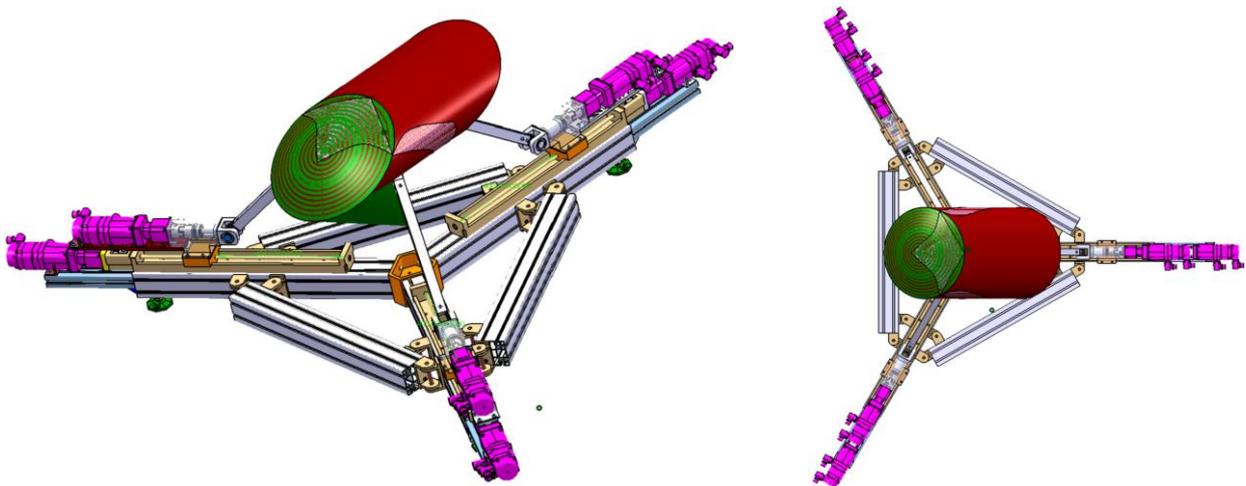
**Figure 5-43:** Modélisation du mouvement admissible des bras en tenant compte de la limitation des liaisons sphériques passives représentés dans un repère attaché à la plate-forme mobile du robot.

**Etape 3:** Ainsi, par rapport à un système de coordonnées attaché à la base fixe du robot manipulateur, nous trouvons que la région admissible pour le point  $C_i$  est une calotte sphérique de rayon identique à la longueur du bras, mais avec un centre situé au centre de la liaison pivot  $C'$ .

**Etape 4:** Afin de générer le volume balayé par l'extrémité de chaque chaîne, une opération d'extrusion est appliquée sur la surface sphérique (surface bleu) suivant la direction du vecteur  $AB$  qui correspond à la course des liaisons cylindriques, comme illustré sur la *Figure 5-44* (b) et la *Figure 5-45*.

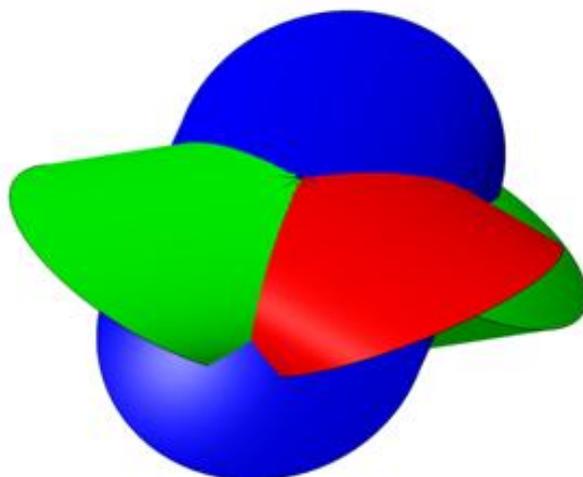


*Figure 5-44:* Surface sphérique à extruder (a), Extrusion de la surface sphérique suivant l'axe de la glissière (b).

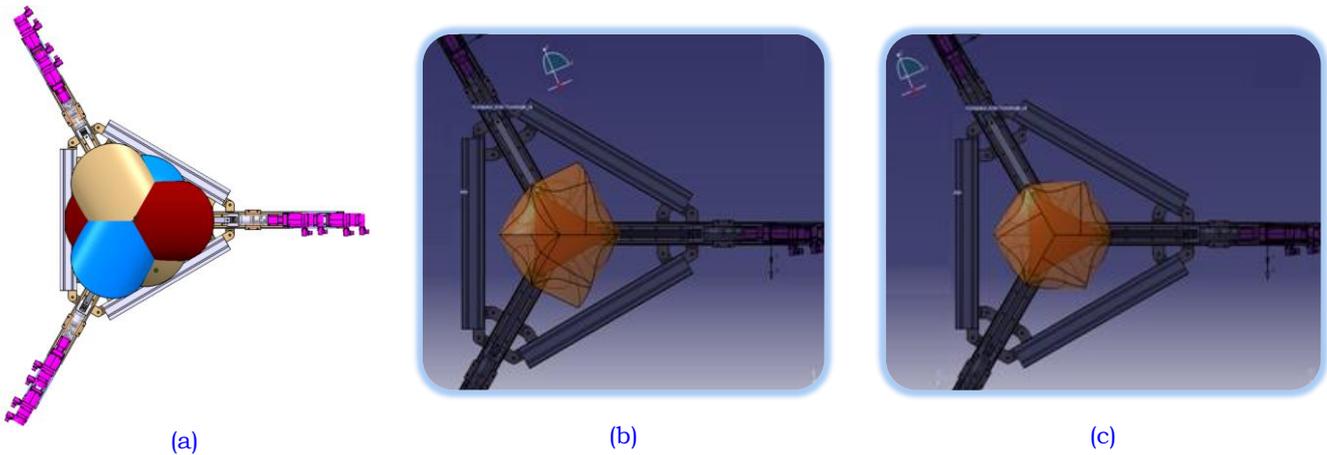


*Figure 5-45:* Application de l'opération de l'extrusion sur la surface sphérique suivant la direction de course de la liaison cylindrique motorisée.

La *Figure 5-46* illustre les trois volumes vertex accessibles par les extrémités des trois chaînes cinématiques.

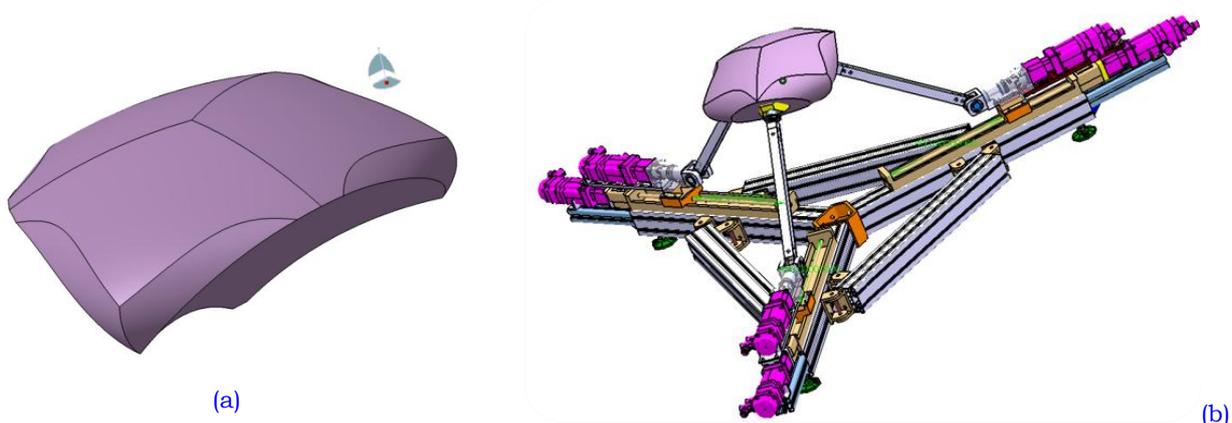


*Figure 5-46:* Vue isométrique des espaces vertex atteignables par les trois chaînes cinématiques.



**Figure 5-47:** Vue de dessus du robot manipulateur et les espaces vertex atteignables par les jambes (a), application de la première opération booléenne (b), application de la deuxième opération booléenne (c).

**Etape 5:** Une fois ces trois volumes sont déterminés, deux opérations booléennes successives de type intersection seront appliquées afin de trouver le volume commun qui correspond à l'espace de travail en orientation constante du robot 3-CRS (**Figure 5-48**).



**Figure 5-48:** Vue isométrique de l'espace de travail atteignable par le point caractéristique de l'effecteur en orientation constante issu de l'intersection des trois volumes vertex (a), superposition de l'espace de travail sur le robot manipulateur de type 3-CRS (b).

Nous avons présenté dans [Arrouk et al., 2011 (b)] une étude quantitative sur l'influence de quelques paramètres géométriques de conception sur l'espace de travail en orientation constante en prenant compte les limites articulaires des liaisons actives et passives.

## 5.6 Nouvelle caractérisation de l'espace de travail de robots parallèles spatiaux

L'impossibilité de la représentation graphique six-dimensionnelle de l'espace de travail des robots manipulateurs ayant six degrés de mobilité nous conduit à représenter seulement les sous-ensembles de l'espace de travail complet. Pour cette raison, il est nécessaire de fixer trois paramètres en vue d'obtenir des représentations en trois dimensions de l'espace de travail du robot manipulateur. Il convient de souligner que pour des robots manipulateurs ayant six degrés de mobilité l'une de des deux représentations suivantes est utilisée:

- Espace de travail en orientation constante [Bonev et al., 1999], [Bonev et al., 2001 (b)], [Brisan et al., 2011].
- Espace de travail en orientation [Bonev et al., 2001(a)] et [Li et al., 2008].

Ces sous-ensembles sont facilement représentés dans un système de coordonnées cartésiennes ou polaires ou sphériques spatiales. Pour les mécanismes à structure parallèle, l'espace de travail qui combine à la fois leurs capacités en translation et en orientation pourrait avoir un grand intérêt pour certaines tâches telles que l'usinage.

### 5.6.1 Mise au point d'une nouvelle représentation

Un nouveau type de représentation de l'espace de travail des robots parallèles à six degrés de mobilité est introduit. Cette représentation tridimensionnelle mixte est une concaténation de l'espace de travail en translation et la capacité en orientation de l'effecteur. Elle permet aux concepteurs de caractériser un robot selon :

- la capacité disponible pour réaliser des mouvements de translation dans un plan contenant la plate-forme mobile,
- la capacité disponible pour orienter l'effecteur autour d'un axe perpendiculaire au plan contenant la plate-forme mobile.

De ce fait, l'idée clé de cette méthode est de considérer le robot à 6-DLL comme un robot manipulateur parallèle plan à 3-DDL après avoir fixé trois paramètres. Nous appliquerons cette nouvelle approche au robot manipulateur de type 3-CRS.

Ceci est obtenu lorsque les deux premiers paramètres d'orientation ( $\gamma, \beta$ ) sont fixés, et que la distance  $\mathcal{D}$  entre le centre géométrique de la plate-forme mobile et celui de la base fixe du robot manipulateur est constante.

### 5.6.2 Approche CAO-Géométrie proposée

L'approche utilisée ici est complètement mise en œuvre dans un environnement de CAO-CATIA® [Arrouk et al., 2011 (b)]. Cette méthodologie consiste aux étapes suivantes:

En premier lieu, un plan  $\mathcal{P}$  paramétré par deux rotations ( $\gamma, \beta$ ) et une distance  $\mathcal{D}$  est créé. En fait, nous considérons que l'espace de travail en translation réalisable par la plate-forme mobile du robot manipulateur est effectué dans ce plan paramétré.

Ensuite, les surfaces d'intersection entre ce plan et les volumes (les portions supérieures) sont construites comme il est illustré dans la *Figure 5-49*. Une fois les trois contours fermés délimitant trois surfaces paramétrées sont identifiés, des opérations de balayage sont appliquées aux contours le long des trajectoires hélicoïdales. Concernant, ces courbes hélicoïdales, elles sont construites autour d'un axe ayant la direction de l'axe normale  $\mathcal{N}$  au plan paramétré  $\mathcal{P}$  créé à la première étape, comme illustré dans la *Figure 5-52*. Ces volumes balayés correspondent aux espaces de travail tridimensionnels "potentiels" (deux positions et une orientation) atteignables par chaque chaîne cinématique séparée ayant la plate-forme mobile comme effecteur, voir *Figure 5-53*.

En dernier lieu, deux opérations booléennes de type intersection successives sont appliquées afin d'obtenir le volume tridimensionnel commun. Ce volume correspond à l'espace de travail mixte (en translation et en orientation) accessible par le robot manipulateur de type 3-CRS. Ce volume, *Figure 5-55*, décrit la capacité du robot à translater dans un plan contenant

la plate-forme mobile ainsi qu'à tourner autour d'un axe normal à ce plan contenant la plate-forme mobile (angle de lacet).

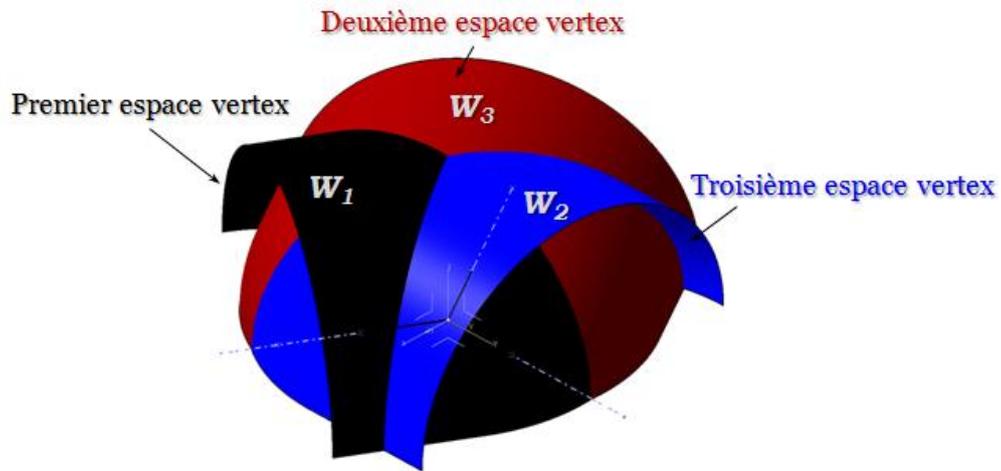


Figure 5-49: Mise en place des trois espaces de travail vertex [Arrouk et al., 2011 (b)].

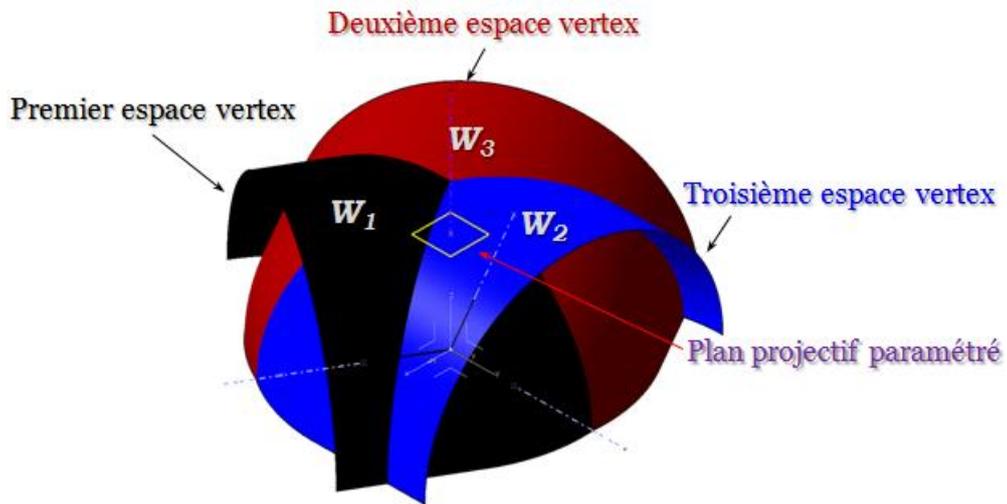


Figure 5-50: Création du plan paramétré par trois paramètres ( $\mathcal{D}$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ ) [Arrouk et al., 2011 (b)].

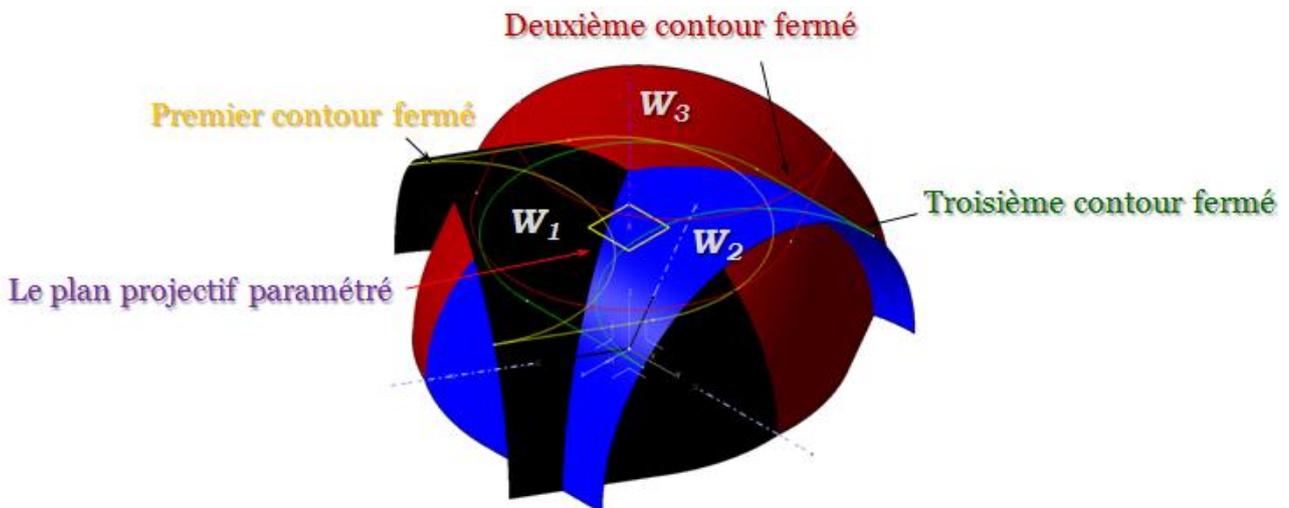
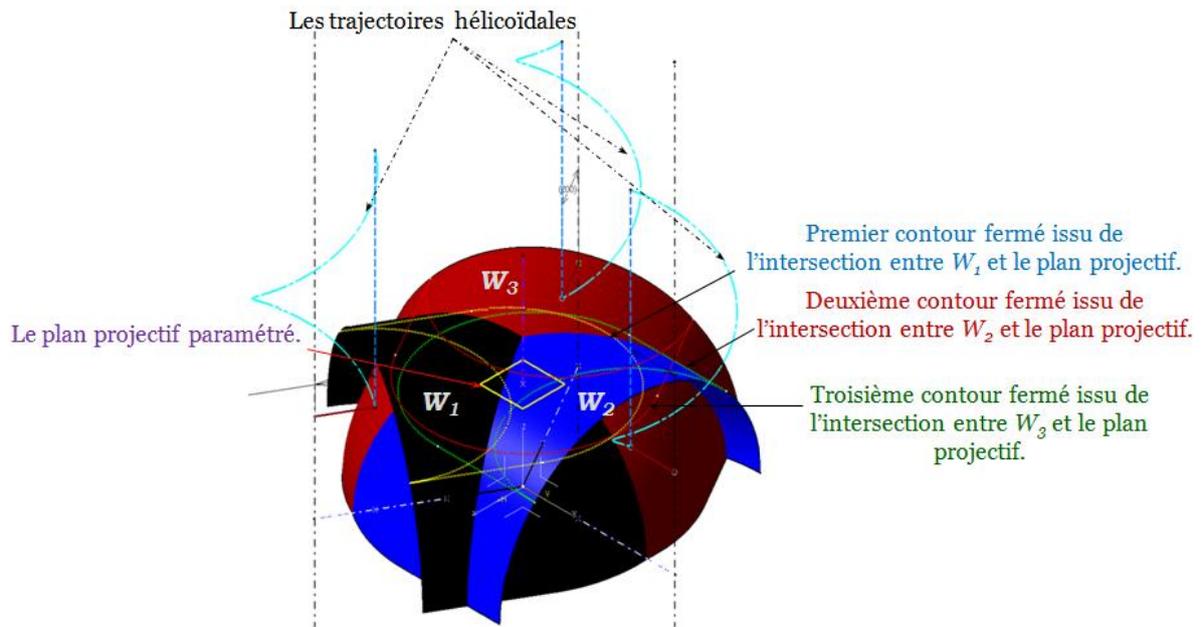
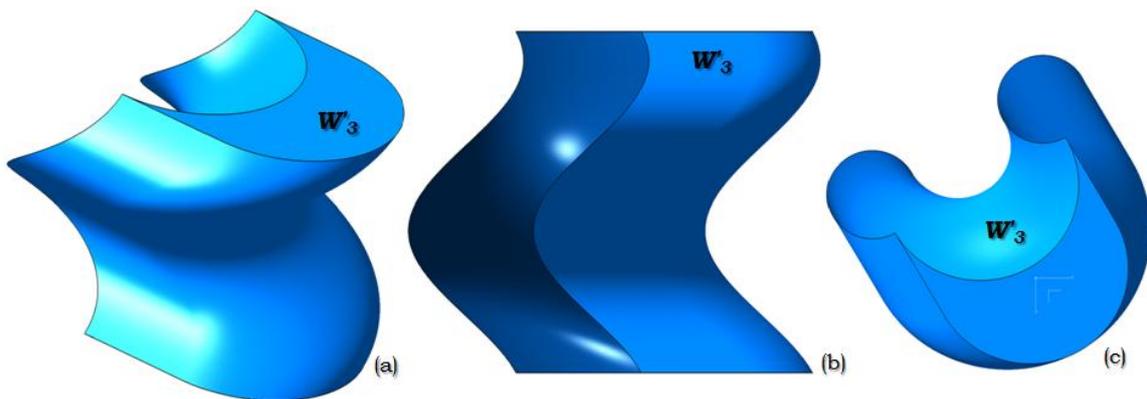


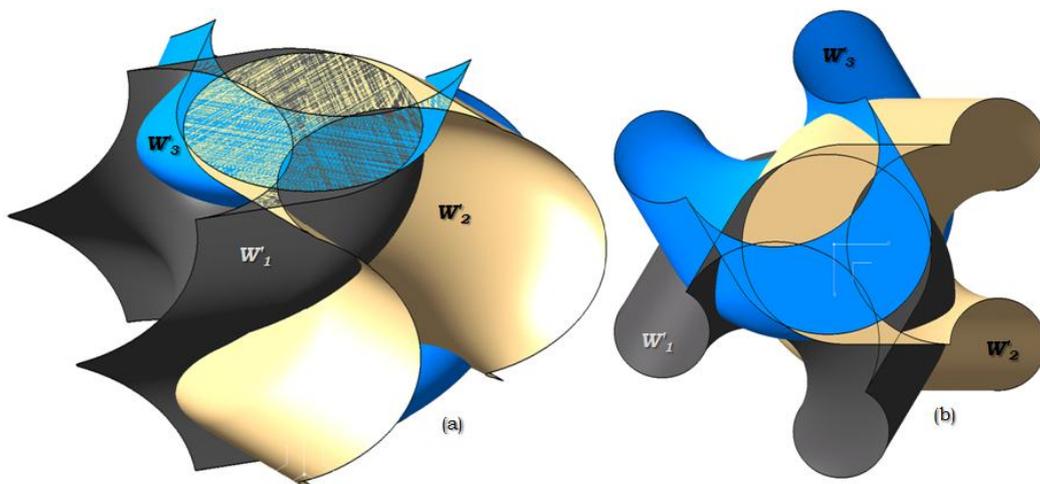
Figure 5-51: Les contours fermés générés de l'intersection entre le plan projectif paramétré par ( $\mathcal{D}$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ ) et les trois volumes vertex [Arrouk et al., 2011 (b)].



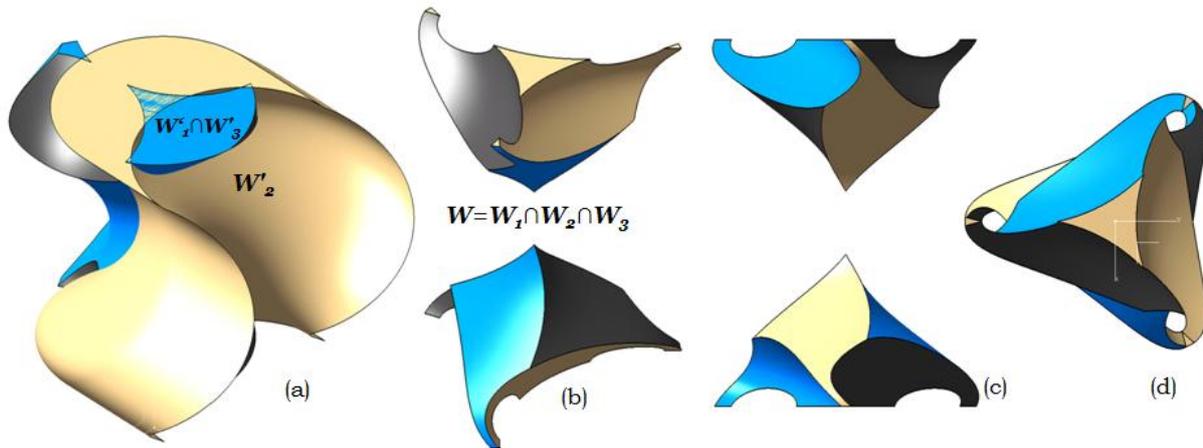
**Figure 5-52:** Composantes utilisées pour la construction des volumes vertex atteignables par les extrémités des chaînes cinématiques [Arrouk et al., 2011 (b)].



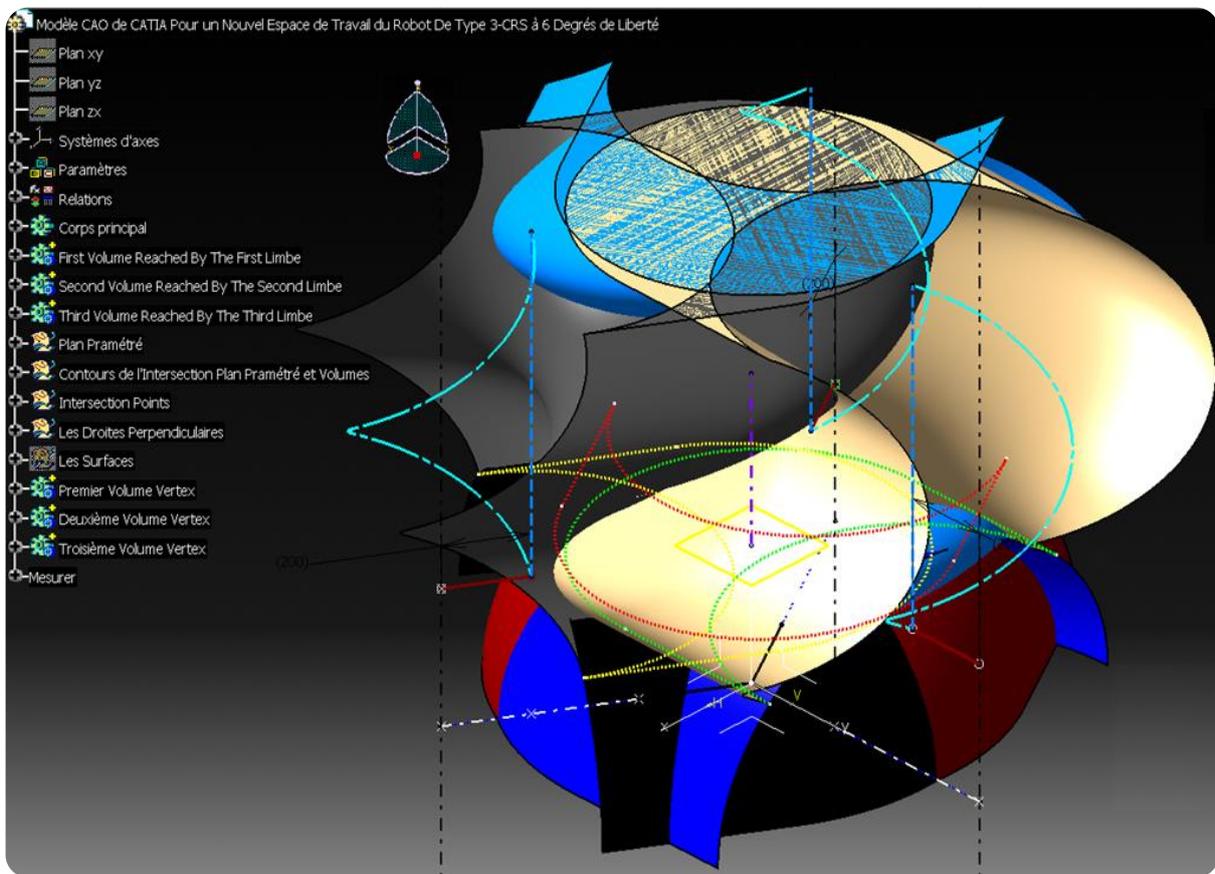
**Figure 5-53:** Différentes vues du volume balayé accessible par l'extrémité d'une chaîne cinématique.



**Figure 5-54:** Les trois volumes balayés accessibles par les chaînes cinématiques, vue isométrique (a), vue de dessus (b) [Arrouk et al., 2011 (b)].



**Figure 5-55:** Application des opérations booléennes de type intersection sur les volumes vertex, application de la première opération booléenne (a), application de la seconde opération booléenne (b), vue de droite de l'espace de travail (espace de travail mixte) (c), vue de dessus (d) [Arrouk et al., 2011 (b)].



**Figure 5-56:** Vue globale avec l'arbre de conception dans l'environnement de CAO-CATIA® [Arrouk et al., 2011 (b)].

Nous pouvons ainsi résumer cette méthodologie CAO-Géométrique proposée pour la détermination d'espace de travail mixte tridimensionnel atteignable par le robot de type 3-CRS par les étapes successives suivantes:

**Etape 1:** Mettre en place les trois espaces vertex associés aux trois chaînes cinématiques du robot manipulateur de type 3-CRS. Comme montré dans la **Figure 5-49**.

**Etape 2:** Paramétrage d'un plan projectif  $\mathcal{P}$ , voir *Figure 5-50*, avec:

- Deux angles de rotation  $\gamma$  et  $\beta$  qui correspondent aux premiers paramètres d'orientation de la plate-forme du robot manipulateur. Le premier angle représente la rotation de la plate-forme mobile autour de l'axe X, tandis que le deuxième angle représente la rotation autour de l'axe Y.
- Une distance de translation  $\mathcal{D}$  mesurée à partir du centre géométrique de la base fixe du robot manipulateur.

Nous considérons l'espace de travail en translation situé dans ce plan projectif.

**Etape 3:** Effectuer l'intersection du plan projectif paramétré  $\mathcal{P}$  créé dans la deuxième étape avec les trois espaces vertex mis en place dans la première étape de cette méthodologie, comme illustré dans la *Figure 5-51*.

**Etape 4:** Mise en place des trois trajectoires de forme hélicoïdale dont l'axe est normal au plan projectif  $\mathcal{P}$ , et de rayons définis par les distances de décalage  $OC_i$  avec  $i = 1, 2, 3$  (rayon de la plate-forme mobile du robot manipulateur), voir la *Figure 5-52*.

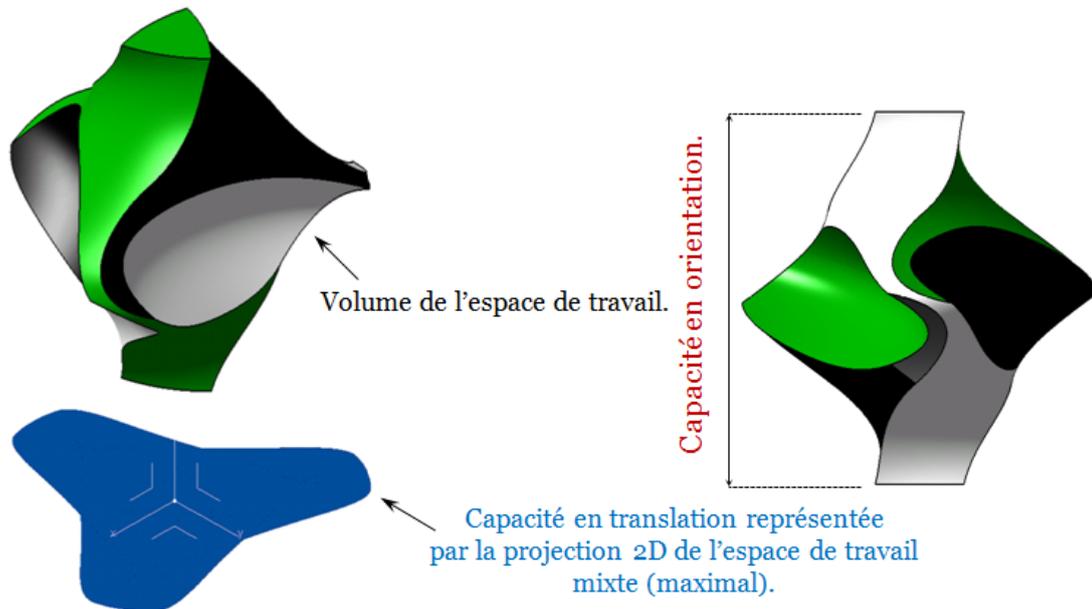
**Etape 5:** Effectuer une opération de balayage (extrusion) de la surface paramétrée générée dans l'étape 3 le long d'une trajectoire hélicoïdale (étape 4). Cette opération est appliquée de manière répétitive aux autres surfaces. Les opérations de balayage ont pour objectif de définir les espaces de travail vertex potentiels tridimensionnels associés aux trois chaînes cinématiques du robot manipulateur. Chaque chaîne cinématique, dans cette étape, est considérée de manière indépendante comme un robot sériel ayant la plate-forme mobile comme effecteur, voir la *Figure 5-53* et *Figure 5-54*.

**Etape 6:** Appliquer deux opérations booléennes (intersection) sur les trois espaces de travail, obtenus à l'étape 5, en vue de l'obtention du volume commun correspondant au nouvel espace de travail mixte en trois dimensions pour le robot manipulateur parallèle de type 3-CRS, voir la *Figure 5-55*.

Il convient de souligner que, cette méthodologie CAO-Géométrie implémentée totalement dans un environnement de CAO-CATIA<sup>®</sup> peut être étendu moyennant quelques adaptations à toutes les architectures de robots manipulateurs ayant 6-DLL, comme le robot de type Gough-Stewart.

### 5.6.3 Analyse quantitative

Nous effectuons dans cette section une étude quantitative de l'espace de travail mixte. La **Figure 5-57** montre les caractéristiques analysées, considérées comme des fonctions des paramètres géométriques de conception du robot 3-CRS.



**Figure 5-57:** Propriétés caractéristiques étudiées pour l'espace de travail mixte pour le robot manipulateur de type 3-CRS étudié.

Les propriétés caractéristiques sont:

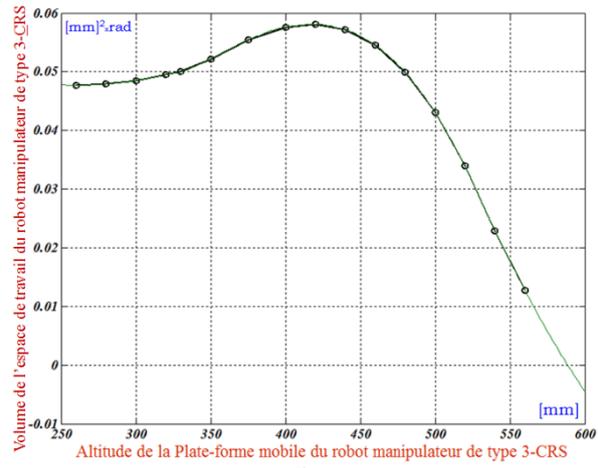
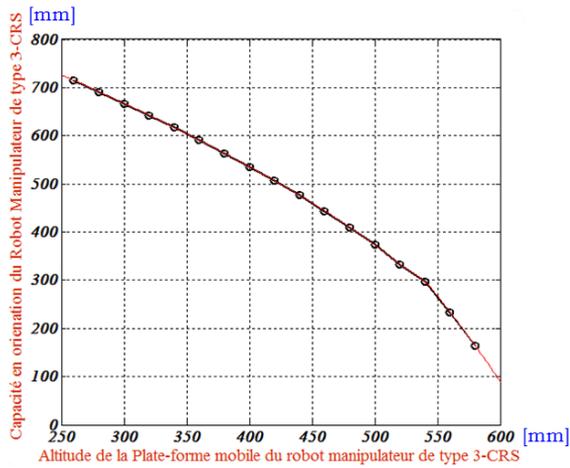
- Le volume de l'espace de travail,
- La capacité en orientation,
- La capacité en translation est représentée par la projection de l'espace de travail tridimensionnel accessible par l'effecteur fixé sur le plan de la plate-forme mobile du robot manipulateur étudié.

Les graphiques, **Figure 5-58** à **5-74**, montrent l'influence des paramètres géométriques de conception du robot manipulateur sur les caractéristiques cinématiques et ainsi sur le volume de son espace de travail. Nous réalisons cette analyse sur trois conceptions différentes du robot 3-CRS. Ces paramètres sont représentés dans le **Tableau 5-3**:

Paramètre de conception	Type du Robot	OC [mm]	CC' [mm]	AB [mm]	T [mm]	$\delta$ [deg]
Valeur numérique	I	300	600	550	300	0
	II	400	650	750	342	0
	III	200	600	500	150	0

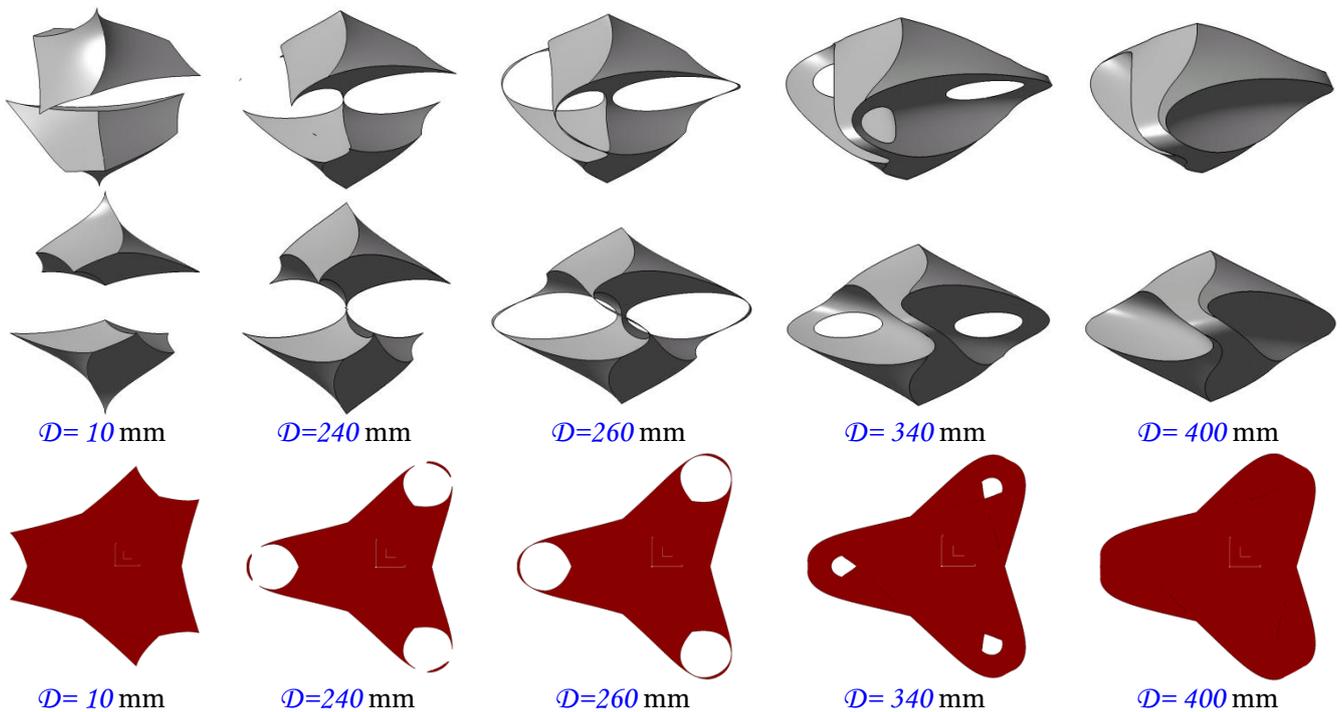
**Tableau 5-3:** Paramètres géométriques du robot manipulateur de type 3-CRS étudié.

La **Figure 5-58** décrit l'influence de l'altitude de la plate-forme mobile du robot manipulateur de type-I (la distance  $\mathcal{D}$  du plan projectif paramétré) sur la capacité en orientation de l'organe terminal. Nous constatons à partir de ce graphique une forte diminution de la valeur numérique qui représente la capacité en orientation de la plate-forme mobile. Cette diminution se caractérise par une augmentation continue de l'altitude de la plate-forme mobile du 3-CRS.



**Figure 5-58:** Evolution de la capacité en orientation (a), volume de l'espace de travail mixte en fonction de l'altitude de la plate-forme mobile du robot manipulateur de type-I du Tableau 5-3.

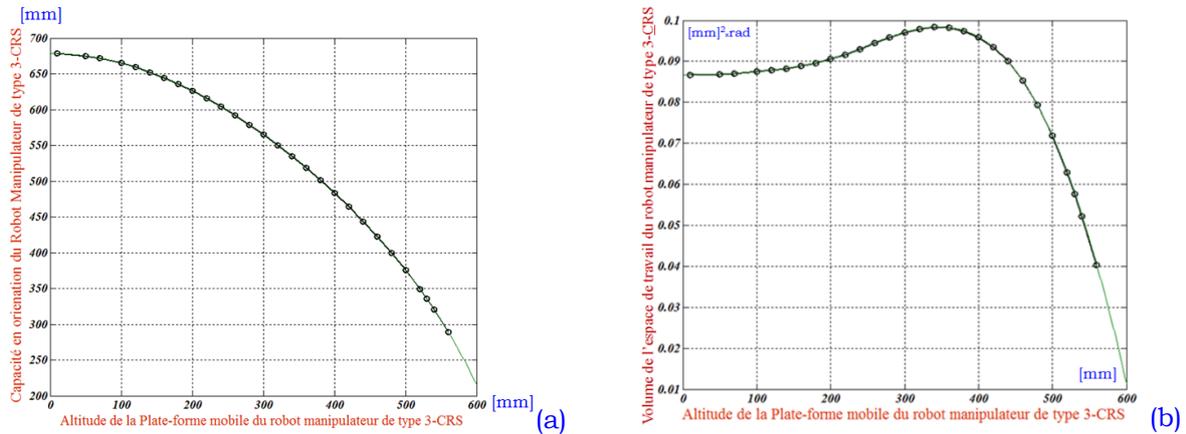
La **Figure 5-58** (b), montre plusieurs tendances en même temps. Nous observons, jusqu'à la valeur  $\sim 420$  mm, une croissance continue de la valeur du volume de l'espace de travail avec l'augmentation de la valeur de l'altitude de la plate-forme mobile du robot manipulateur. Après cette valeur ( $\sim 420$  mm), nous pouvons constater une chute brutale de la valeur du volume de l'espace de travail atteignable par la plate-forme mobile. La **Figure 5-59** montre le volume de l'espace de travail et la capacité en orientation ainsi que sa capacité en translation pour plusieurs valeurs de la distance  $\mathcal{D}$ .



**Figure 5-59:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la distance  $\mathcal{D}$  sur le volume et la capacité en orientation et en translation de l'espace de travail mixte.

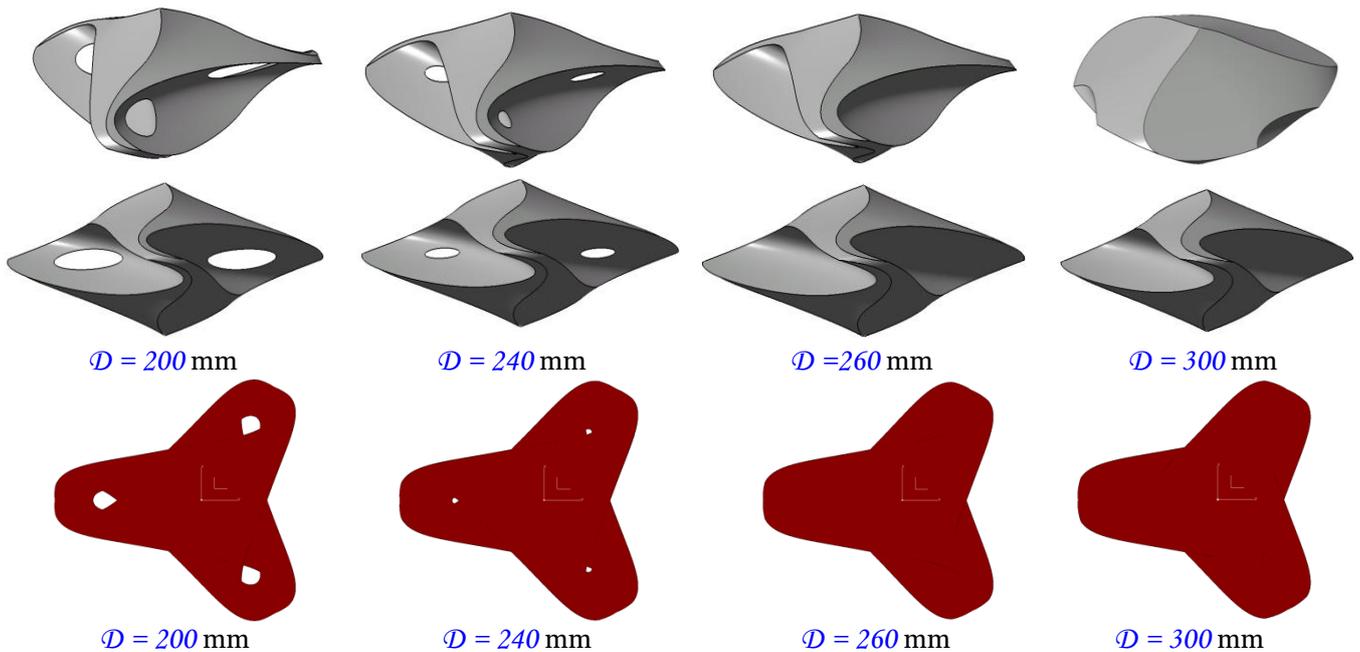
Pour le robot type-II dans le **Tableau 5-3**, la **Figure 5-60** (a) représente la relation entre la capacité en orientation du robot manipulateur et l'altitude de la plate-forme mobile. Nous constatons une baisse significative du volume de travail avec l'augmentation de la distance  $\mathcal{D}$ . Dans la **Figure 5-60** (b), nous observons une augmentation continue du volume

de travail, jusqu'à la valeur  $\sim 350$  mm. Cette croissance est suivie par une baisse brutale de la valeur du volume de l'espace de travail avec l'augmentation de la distance  $\mathcal{D}$ .



**Figure 5-60:** Evolution de la capacité en orientation (a), volume de l'espace de travail mixte en fonction de l'altitude de la plate-forme mobile du robot manipulateur de type-II du Tableau 5-3.

La **Figure 5-61** montre le volume de l'espace de travail mixte, la capacité en orientation et en translation pour plusieurs valeurs de la distance  $\mathcal{D}$ .

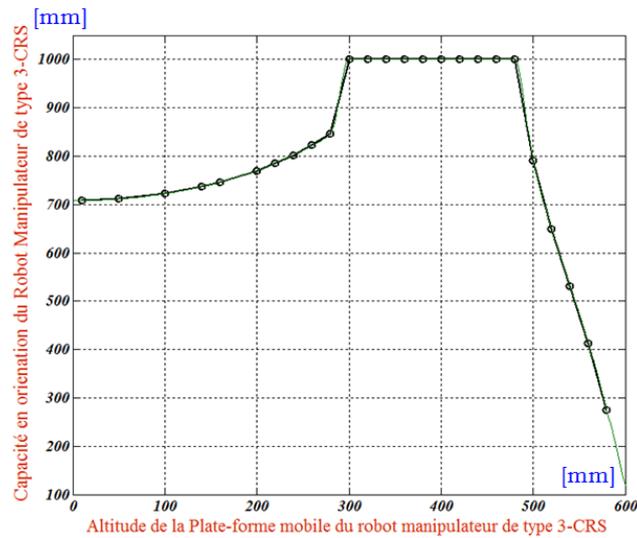


**Figure 5-61:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la distance  $\mathcal{D}$  sur le volume et la capacité en orientation et en translation de l'espace de travail mixte.

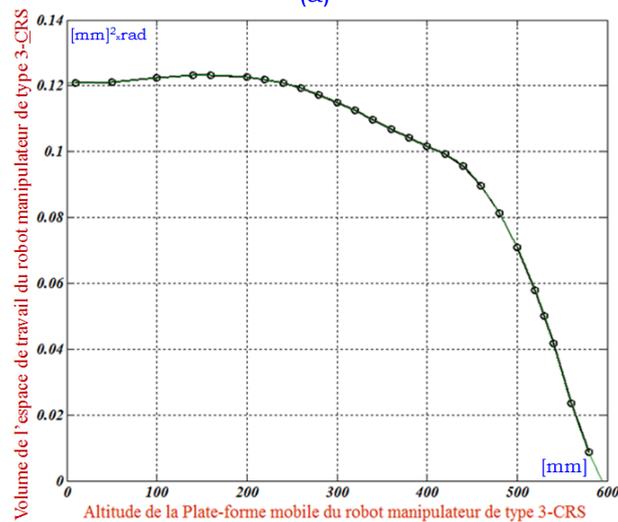
Les résultats obtenus sont parfaitement en concordance avec ceux obtenus, pour les mêmes caractéristiques, pour le robot de type-I.

Quant au robot de type-III dans le **Tableau 5-3**, plusieurs tendances peuvent être également observées au niveau de l'évolution de la capacité en orientation en fonction de l'altitude de la plate-forme mobile (**Figure 5-62** (a)). Nous constatons en premier lieu une augmentation de la capacité en orientation en fonction de l'altitude de la plate-forme mobile du robot manipulateur. Cette augmentation est suivie d'une stabilisation entre les valeurs  $\sim 350$  mm et  $\sim 500$  mm. Cette stabilisation reflète un résultat extrêmement intéressant où la capacité en orientation de l'organe terminal du robot manipulateur abouti à sa limite

maximale permettant à la plate-forme mobile, pour certaines altitudes, de réaliser une rotation complète. Après cette phase de stabilité, nous observons une soudaine baisse de la capacité en orientation.



(a)

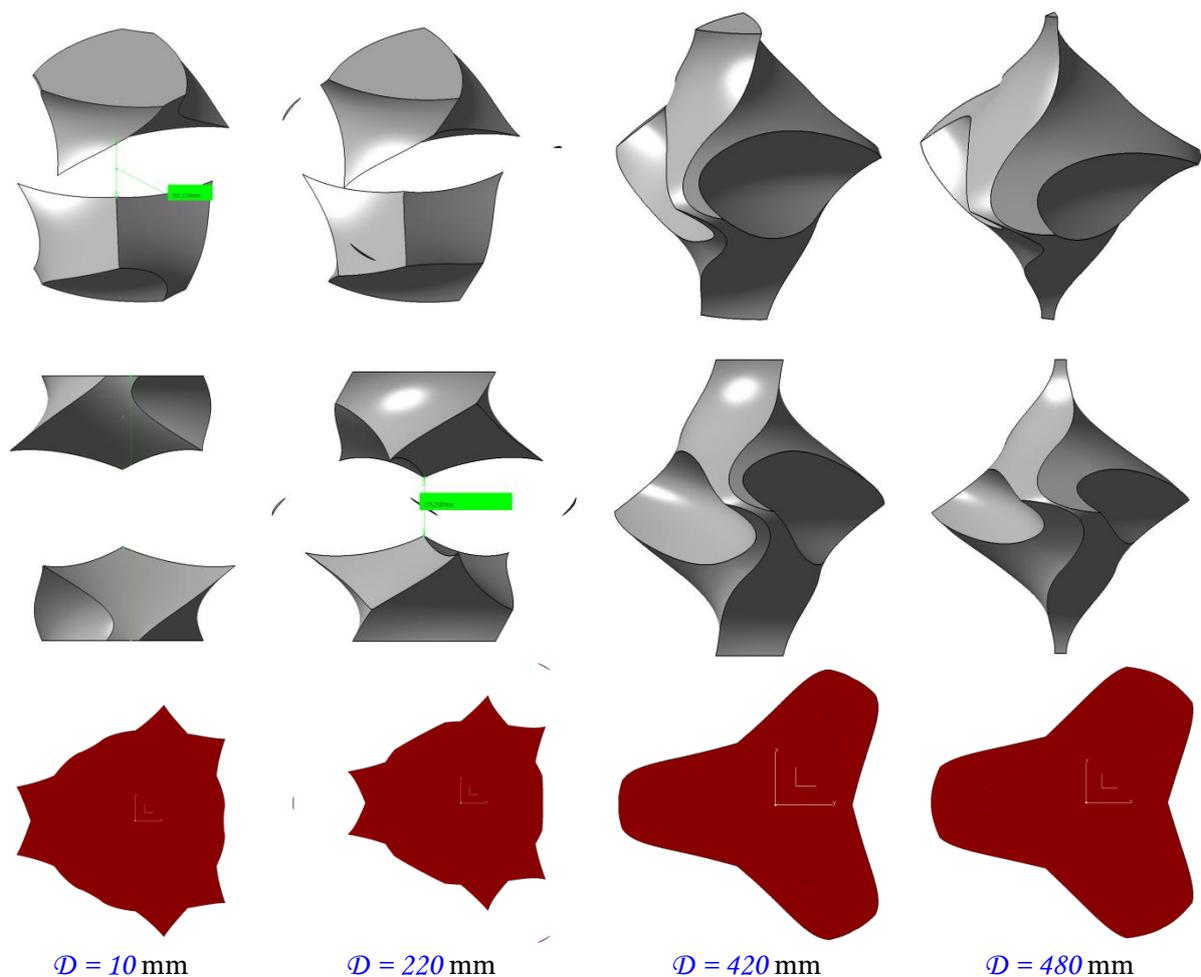


(b)

**Figure 5-62:** Evolution de la capacité en orientation (a), volume de l'espace de travail mixte (b) en fonction de l'altitude de la plate-forme mobile du robot manipulateur de type-III du Tableau 5-3.

Nous constatons à partir du graphique représenté dans la **Figure 5-62** (b) un comportement très proche de celui des deux solutions étudiées précédemment: une faible croissance de la valeur du volume de l'espace de travail suivie par une décroissance brutale de la valeur du volume de l'espace de travail du robot manipulateur de type III.

Les **Figure 5-63** montrent le volume de l'espace de travail et la capacité en orientation et en translation pour plusieurs valeurs de la distance  $\mathcal{D}$  qui représente l'altitude de la plate-forme mobile du robot manipulateur de type 3-CRS.



**Figure 5-63:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence du changement de la distance  $\mathcal{D}$  sur le volume et la capacité en orientation et en translation de l'espace de travail mixte pour le robot de type-III.

Dans ce qui suit, nous analysons l'influence d'un autre paramètre de conception du robot qui est la taille de la plate-forme mobile représenté par le vecteur  $\|\overline{OC}\|$  sur les mêmes caractéristiques étudiées:

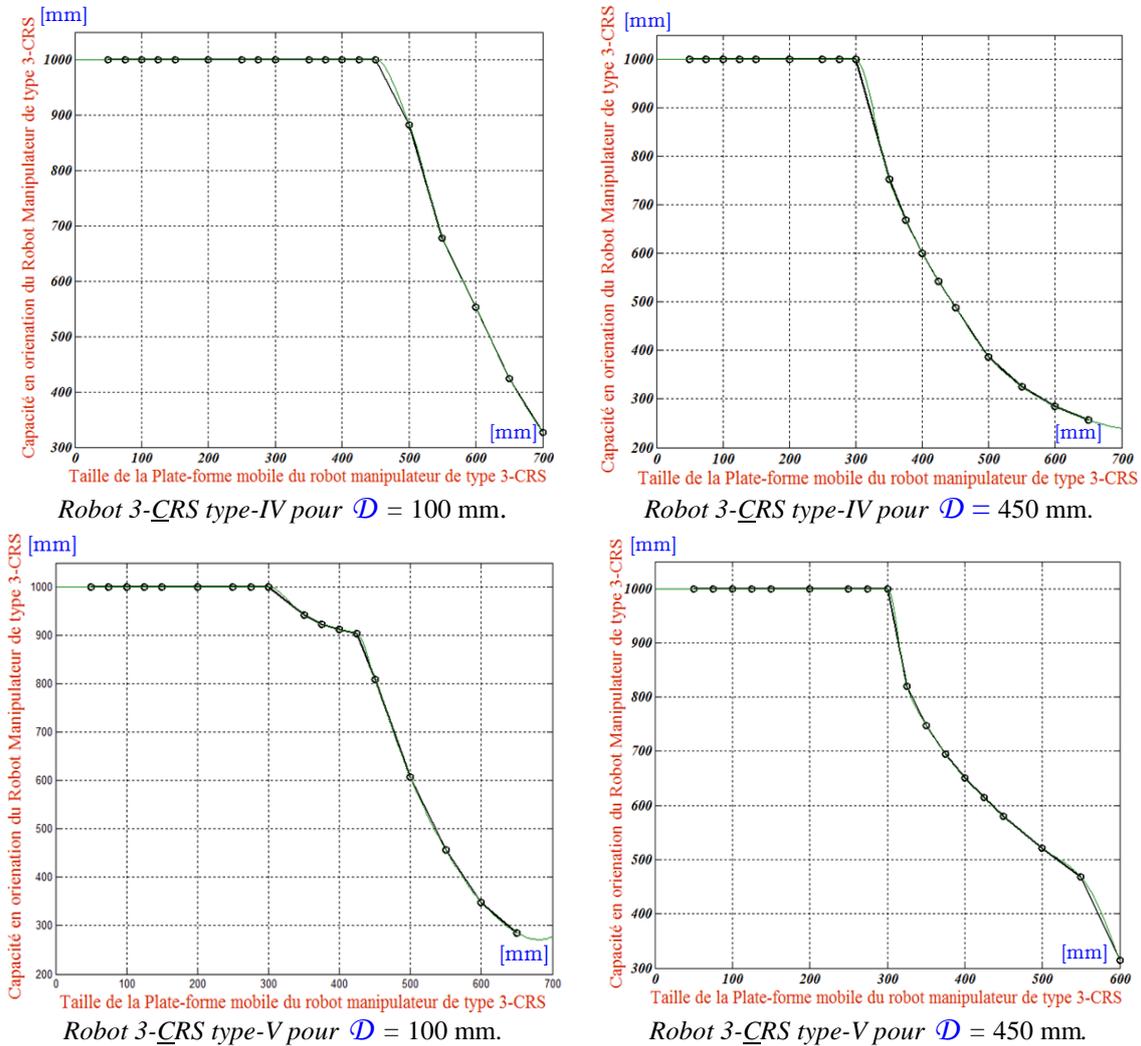
- le volume de l'espace de travail,
- la capacité en orientation,
- la capacité en translation,

Nous réalisons cette fois l'analyse quantitative sur deux solutions différentes du robot manipulateur de type 3-CRS. Ces paramètres sont représentés dans le **Tableau 5-4**.

Paramètre de conception	Type de Robot	$OC$ [mm]	$CC'$ [mm]	$AB$ [mm]	$T$ [mm]	$\delta$ [deg]
Valeur numérique	IV	Variant	650	1000	150	0
	V	Variant	750	750	300	0

**Tableau 5-4:** Paramètres géométriques du robot manipulateur de type 3-CRS étudié.

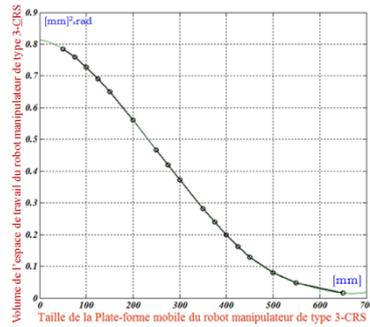
Pour chaque solution nous étudions l'influence de  $\|\overline{OC}\|$  sur les caractéristiques cinématiques du robot manipulateur pour deux valeurs différentes pour la distance  $\mathcal{D}$ :  $\mathcal{D}_1 = 100$  mm et  $\mathcal{D}_2 = 450$  mm.



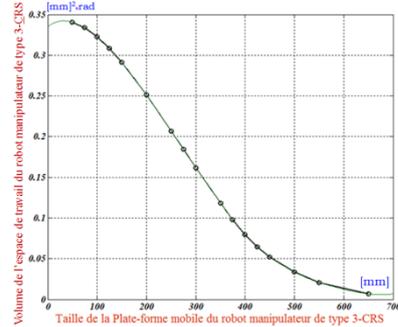
**Figure 5-64:** Evolution de la capacité en orientation de l'espace de travail mixte en fonction de la taille de la plate-forme mobile pour deux altitudes  $\mathcal{D}$  pour les robots manipulateurs de type-IV et V du Tableau 5-4.

A partir des graphiques représentés dans la **Figure 5-64**, pour les deux robots ayant les paramètres géométriques de conception indiqués dans le **Tableau 5-4** pour  $\mathcal{D}_1$  et  $\mathcal{D}_2$ , nous constatons deux comportements cinématiques différents.

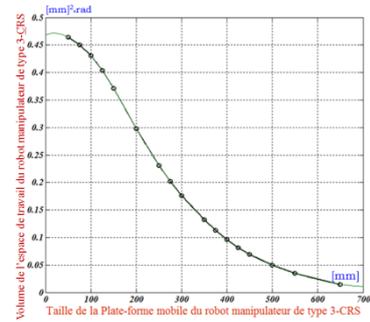
En premier lieu, nous constatons une insensibilité de la capacité en orientation. En effet, la capacité en orientation du robot manipulateur reste constante à sa limite maximale, ce qui nous permet de dire que pour certaines tailles de la plate-forme mobile, et pour les valeurs données de  $\mathcal{D}$ , la plate-forme mobile peut atteindre toutes les orientations possibles dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ . En deuxième lieu, la stabilisation est suivie par une décroissance continue de la valeur de la capacité en orientation avec l'augmentation de la valeur de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur.



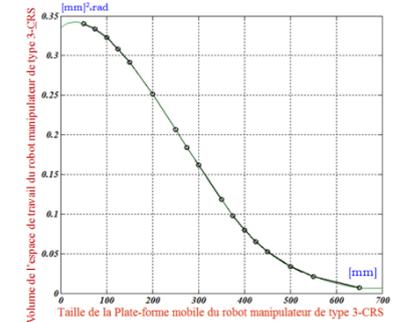
Robot 3-CRS type-IV pour  $\mathcal{D} = 100$  mm.



Robot 3-CRS type-IV pour  $\mathcal{D} = 450$  mm.



Robot 3-CRS type-V pour  $\mathcal{D} = 100$  mm.

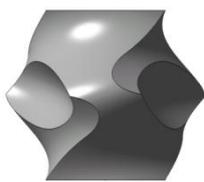


Robot 3-CRS type-V pour  $\mathcal{D} = 450$  mm.

**Figure 5-65:** Evolution du volume de l'espace de travail mixte en fonction de la taille de la plate-forme mobile pour deux altitudes  $\mathcal{D}$  pour les robots manipulateurs de type-IV et V du Tableau 5-4.

Les courbes présentées dans la **Figure 5-65** indiquent l'évolution du volume de travail en fonction de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur. Nous constatons une décroissance de la valeur du volume de l'espace de travail lors de l'augmentation de la taille de la plate-forme mobile. Les **Figure 5-66** à **Figure 5-71** montrent le volume de l'espace de travail et la capacité en orientation et en translation du robot manipulateur 3-CRS (type-IV et type V) pour plusieurs valeurs de  $\|\overline{OC}\|$ , et pour deux valeurs de  $\mathcal{D}$ .

- **Pour le robot 3-CRS type-IV**



$$\|\overline{OC}\| = 150 \text{ mm}$$

$$\mathcal{D} = 100 \text{ mm}$$



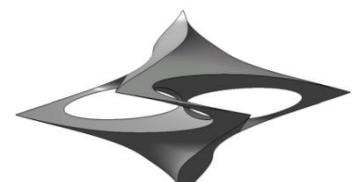
$$\|\overline{OC}\| = 300 \text{ mm}$$

$$\mathcal{D} = 100 \text{ mm}$$



$$\|\overline{OC}\| = 450 \text{ mm}$$

$$\mathcal{D} = 100 \text{ mm}$$



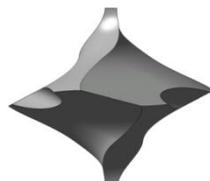
$$\|\overline{OC}\| = 500 \text{ mm}$$

$$\mathcal{D} = 100 \text{ mm}$$



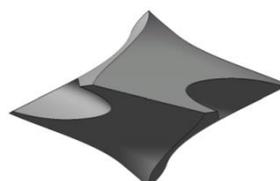
$$\|\overline{OC}\| = 150 \text{ mm}$$

$$\mathcal{D} = 450 \text{ mm}$$



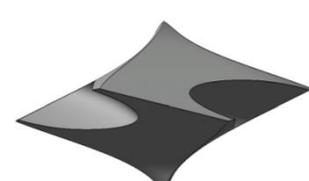
$$\|\overline{OC}\| = 300 \text{ mm}$$

$$\mathcal{D} = 450 \text{ mm}$$



$$\|\overline{OC}\| = 400 \text{ mm}$$

$$\mathcal{D} = 450 \text{ mm}$$

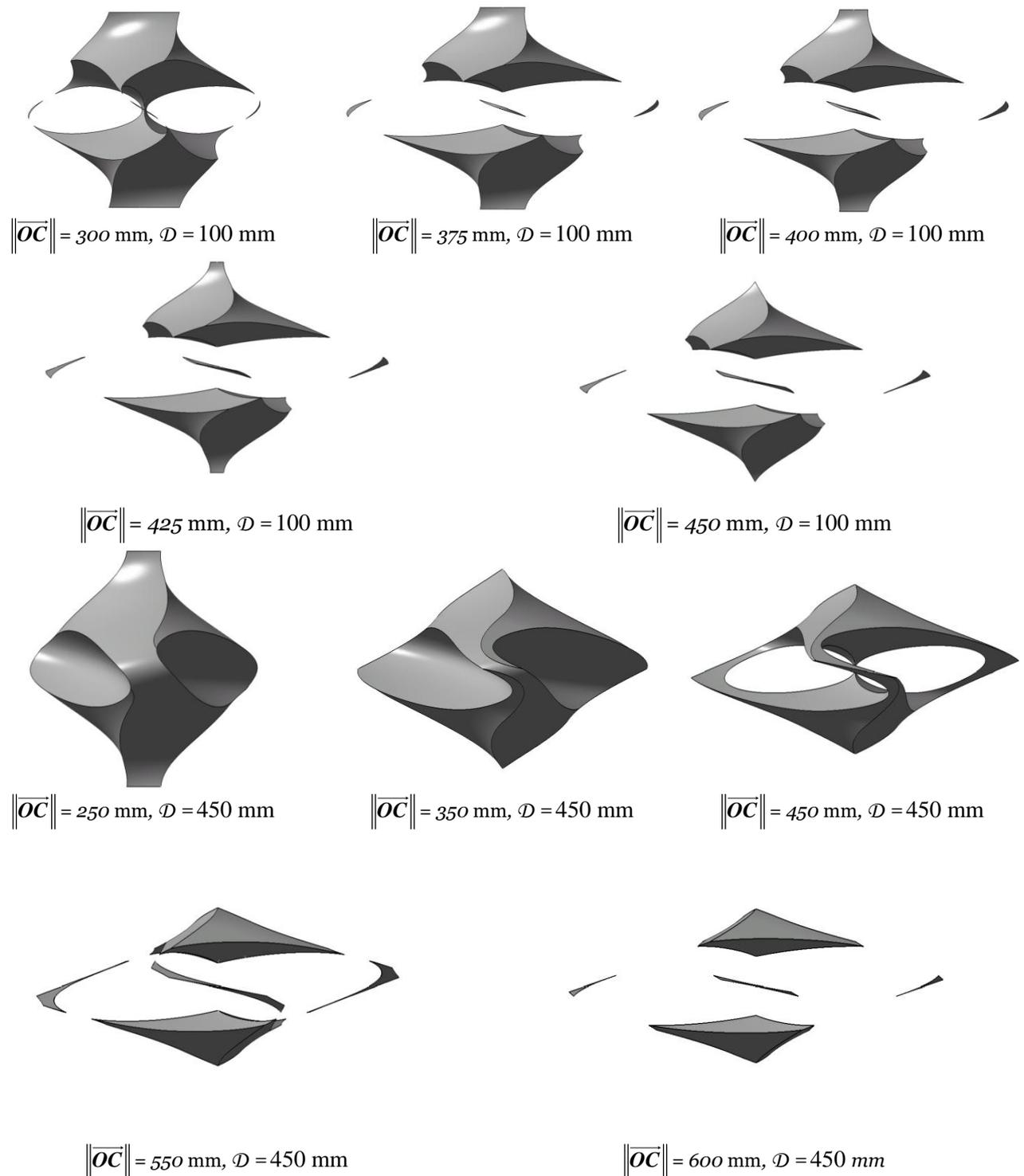


$$\|\overline{OC}\| = 450 \text{ mm}$$

$$\mathcal{D} = 450 \text{ mm}$$

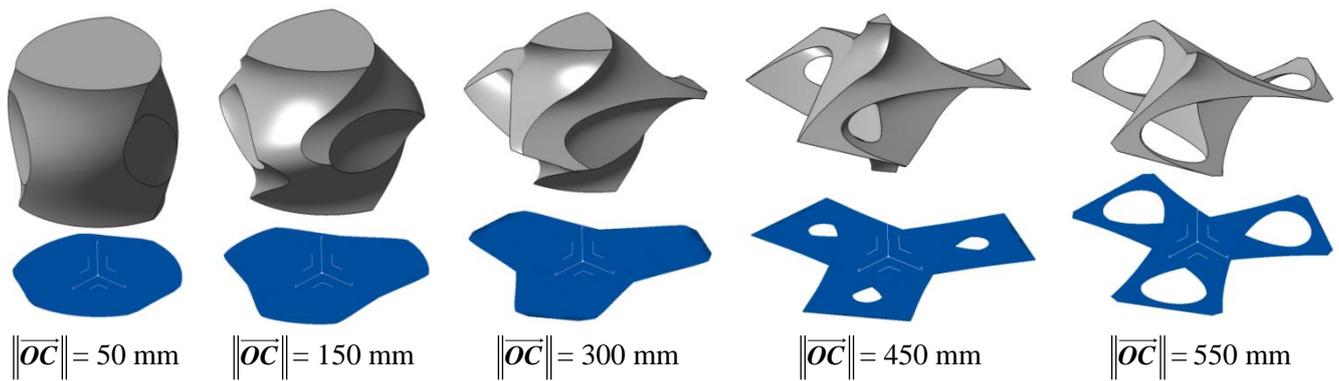
**Figure 5-66:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur et la distance  $\mathcal{D}$  sur la capacité en orientation de l'espace de travail mixte du robot de type-IV dans le Tableau 5-4.

• Pour le robot 3-CRS type-V



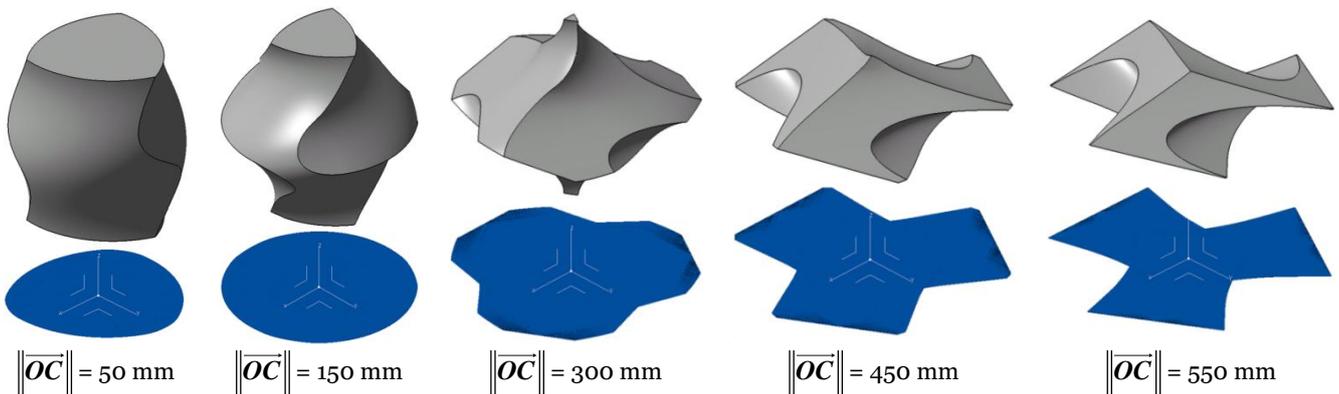
**Figure 5-67:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur et la distance  $\mathcal{D}$  sur la capacité en orientation de l'espace de travail mixte du robot de type-V dans le Tableau 5-4.

- Pour le robot 3-CRS type-IV avec  $\mathcal{D} = 100$  mm:



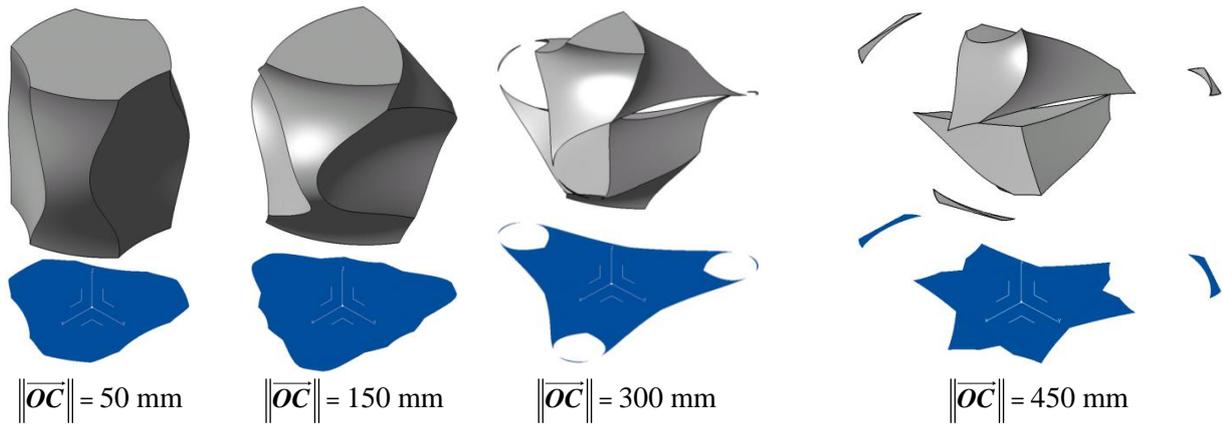
**Figure 5-68:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur sur le volume et la capacité en translation (zone bleue) de l'espace de travail mixte du robot de type-IV dans le Tableau 5-4, pour  $\mathcal{D} = 100$  mm.

- Pour le robot 3-CRS type-IV avec  $\mathcal{D} = 450$  mm:

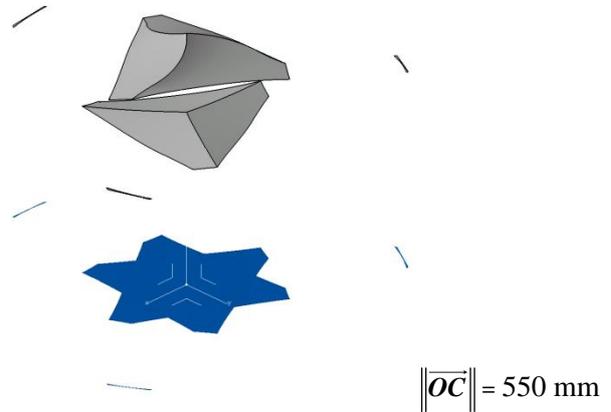


**Figure 5-69:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur sur le volume et la capacité en translation (zone bleue) de l'espace de travail mixte du robot de type-IV dans le Tableau 5-4, pour  $\mathcal{D} = 450$  mm.

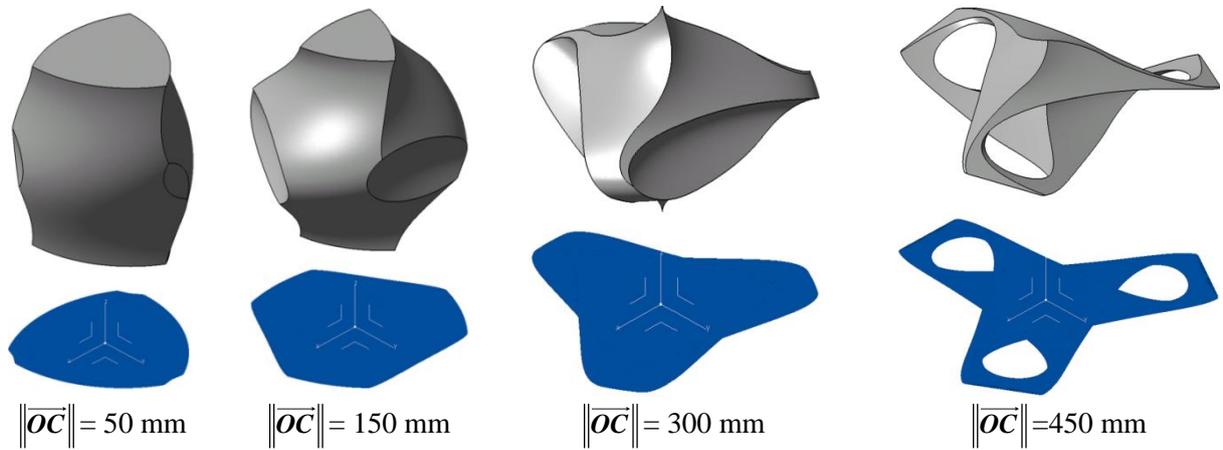
- Pour le robot 3-CRS type-V avec  $\mathcal{D} = 100$  mm:



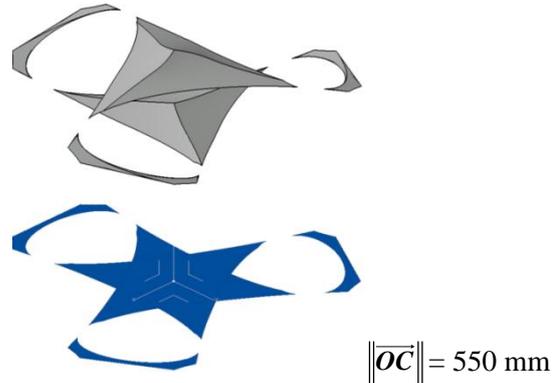
**Figure 5-70:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur sur le volume et la capacité en translation (zone bleue) de l'espace de travail mixte du robot de type-V dans le Tableau 5-4, pour  $\mathcal{D} = 100$  mm.



- Pour le robot 3-CRS type-V avec  $\mathcal{D} = 450$  mm:



**Figure 5-71:** Différentes vues de l'espace de travail montrant l'influence de la taille de la plate-forme mobile du robot manipulateur sur le volume et la capacité en translation (zone bleue) de l'espace de travail mixte du robot de type-V dans le Tableau 5-4, pour  $\mathcal{D} = 450$  mm.



**Note:**

Nous avons effectué cette étude sans tenir compte de l'existence d'interférence entre les chaînes cinématiques du robot manipulateur de type 3-CRS.

## 5.7 Discussions et conclusion

*Dans ce chapitre, nous avons mis l'accent sur les techniques basées sur l'utilisation de la CAO pour la détermination de l'espace de travail des robots parallèles spatiaux. Nous avons focalisé notre étude sur le robot de type 3-CRS ayant six degrés de mobilité et seulement trois chaînes cinématiques. Ce robot a été conçu par Dr. B.C.Bouzgarrou, co-encadrant de cette thèse. Les techniques développées peuvent être étendues à d'autres architectures de robots parallèles moyennant quelques adaptations.*

*Nous avons considéré la détermination et la caractérisation de l'espace de travail en orientation constante. Dans ce but, nous avons proposé une méthode purement géométrique qui a été implémentée dans l'outil CAO-CATIA®. Nous avons mis en évidence l'efficacité de ces techniques pour l'optimisation de l'espace de travail et la prise en compte des limites articulaires.*

*Nous avons introduit un nouveau type d'espace de travail pour les robots parallèles spatiaux : espace de travail mixte. Cette proposition est motivée par le fait que dans les travaux de recherche, à notre connaissance, n'ont traité que deux types d'espace de travail: l'espace de travail en translation et l'espace de travail en orientation.*

*Ces techniques ont été mises en œuvre dans l'environnement CAO de CATIA®.*

*Nous pouvons conclure que l'utilisation des méthodologies mises en œuvre dans les environnements de CAO présente un outil très efficace qui permet aux concepteurs d'analyser d'une manière approfondie toutes les propriétés caractéristiques liées à l'espace de travail des robots manipulateurs telles que le volume, la capacité en orientation, la capacité en translation, sans avoir besoin de développer des formules mathématiques compliquées.*

## Conclusion générale et perspectives

Notre principale contribution dans ce travail de thèse est de proposer un ensemble de nouvelles approches géométriques et techniques, basées sur la **CAO**, qui simplifient considérablement l'analyse et la caractérisation de performances des robots manipulateurs à structures parallèles (planaires et spatiaux).

Ces travaux confirment que l'utilisation de la **CAO** dans ce domaine constitue véritablement une alternative pertinente et efficace par rapport aux méthodes existantes.

Les méthodes proposées offrent une visualisation claire des différentes caractéristiques des mécanismes parallèles fortement utile dans la conception de robots.

Dans le but de démontrer l'efficacité de nos algorithmes **CAO-Géométriques** présentés dans cette thèse nous les avons appliqués sur différents types de robots parallèles plans (3-RPR, 3-RRR, 3-PPR ...) et spatiaux 3-CRS.

En dépit d'immenses efforts déployés et des moyens consentis dans le domaine de la robotique parallèle, les techniques **CAO** semblent insuffisamment exploitées dans l'analyse et la caractérisation des performances des robots parallèles plans. Dans ce contexte, l'une de nos contributions majeures a été la mise en place de nouvelles méthodes géométriques et graphiques permettant la détermination de l'espace de travail total de robots manipulateurs parallèles plans. Cette méthode présentée dans le chapitre 2 est mise en œuvre complètement dans l'environnement de **CAO - CATIA®** en utilisant son interface interactive de programmation d'applications. Notre technique **CAO-Géométrique** peut s'affranchir de certaines faiblesses liées aux autres approches. En effet notre approche est entièrement indépendante du pas de discrétisation. De plus, notre algorithme géométrique est assez précis et donne une visualisation de très haute qualité de l'espace de travail total tridimensionnel avec un très faible coût de calcul. L'espace de travail obtenu à l'aide de cette méthode est un solide issu de l'exécution d'opérations booléennes sur des solides correspondant aux espaces vertex accessibles par les différentes chaînes cinématiques du mécanisme. L'approche proposée donne aux concepteurs une image détaillée sur la structure de l'espace de travail. La création d'un modèle paramétré de l'espace de travail qui intègre tous les paramètres géométriques de conception rend cette méthode très bien adaptée à l'optimisation.

Étant donné que l'espace de travail atteignable par un robot manipulateur parallèle plan est affecté par des singularités, par conséquent, il nous a semblé indispensable de les prendre en considération dans la caractérisation de l'espace de travail. Notre objectif, dans le troisième chapitre, était alors de proposer de nouveaux

algorithmes portant sur l'utilisation des techniques **CAO** pour la caractérisation des configurations singulières situées à l'intérieur de l'espace de travail. Notre contribution la plus originale à ce niveau est de proposer un algorithme Numérique/**CAO**-Géométrique offrant une meilleure visualisation et aussi une représentation performante de la surface de singularité par rapport à d'autres méthodes de discrétisation ou algébrique. Toutefois cette approche n'élimine pas l'utilisation de méthodes numériques pour obtenir un nuage de points correspondant aux configurations singulières. Ce nuage de points est par la suite importé dans l'environnement de **CAO** pour une reconstruction fiable de la surface de singularité.

La superposition du modèle **CAO** de l'espace de travail total en 3D et le modèle de la surface de singularités dans le même graphique, constitue incontestablement un moyen très intéressant pour identifier de façon directe les aspects libres de singularités (comme des modèle **CAO**-Solides) et la planification des trajectoires à travers des aspects libres de singularité. Cette méthode a été illustré en l'appliquant sur deux architectures de robots parallèles plans: 3-RPR, 3-RRR ([dans les annexes](#)).

Afin de compléter nos outils d'analyse, nous avons présenté une procédure complémentaire visant à déterminer toutes les images des sous-espaces libres de singularités obtenus auparavant dans l'espace de travail articulaire. A cet effet, nous générons un maillage 3D des volumes des sous-espaces dans l'atelier "Generative Part Structural Analysis" de CATIA®. L'image de ces points par le modèle géométrique inverse nous permet de représenter les sous-espaces articulaires superposés aux surfaces de singularité.

En raison de la complexité de la résolution du modèle géométrique direct (PGD) de certains types de robots manipulateurs planaires, une nouvelle technique **CAO**-Géométrique, entièrement implémentée dans l'outil de **CAO**-CATIA®, a été introduit dans le quatrième chapitre. Les résultats obtenus représentent une des contributions majeures de ce travail de thèse. La méthodologie présentée offre la possibilité de trouver les différentes poses correspondant aux différents modes d'assemblage d'une manière rapide et efficace.

L'approche **CAO**-Géométrique dans ce chapitre fournit une nouvelle confirmation sur le succès de ces techniques et leurs avantages par rapport à d'autres méthodes, numériques et algébriques. Elle permet de localiser les différentes solutions du problème géométrique direct (PGD) du robot manipulateur par rapport aux sous-espaces libres de singularité obtenus auparavant (chapitre 3). Nous pouvons ainsi générer des trajectoires libres de singularités de type II entre les modes d'assemblage, en d'autres termes, planifier des trajectoires connectant les points (solutions du PGD) appartenant au même sous-espace libre de singularité. Nous avons considéré dans un premier temps le robot de type 3-RPR à titre d'exemple, ensuite nous avons montré la procédure permettant de généraliser cette approche aux autres architectures telles que le robot de type 3-RRR, et le robot de type 3-PPR. Il faut signaler que les faibles écarts entre les solutions exactes et celles obtenues par

notre approche sont dus aux approximations des surfaces par des NURBS dans l'outil de CAO-CATIA®.

Dans le dernier chapitre, nous nous sommes intéressés à la caractérisation de l'espace de travail de robots spatiaux à six DDL. Nous avons proposé des approches CAO-Géométriques permettant de déterminer l'espace de travail en translation (l'orientation de la plate-forme mobile est maintenue fixe) en prenant en compte les limites articulaires des liaisons actives et passives. En utilisant un modèle paramétré de l'espace de travail en orientation constante, nous avons réalisé une optimisation géométrique du robot 3-CRS en prenant comme fonction objectif le volume de l'espace de travail.

Finalement, nous avons mis en place une nouvelle représentation tridimensionnelle de l'espace de travail pour les robots manipulateurs parallèles spatiaux à six degrés de mobilité. Cette représentation est dite mixte. Un robot manipulateur, tel que le 3-CRS, est considéré comme un robot plan ayant trois degrés de mobilité: deux en translation et une orientation (angle de spin) autour d'un axe perpendiculaire au plan contenant la plate-forme. Les trois autres variables cartésiennes sont fixées (un paramètre de position et deux d'orientation). Cette nouvelle représentation a été mise en œuvre dans l'outil de CAO-CATIA®. Elle est considérée comme un outil complémentaire d'aide à la conception et à l'optimisation de tels mécanismes par rapport à certaines tâches.

### **A la fin de ce travail de thèse, plusieurs pistes de recherche peuvent être envisagées au titre de perspectives:**

Nous avons abordé dans ce mémoire de thèse différents aspects liés aux robots manipulateurs plans à structure parallèle, tels que la détermination et la représentation de l'espace de travail total tridimensionnel, le lieu géométrique des singularités, les aspects libres de singularités, la résolution du problème géométrique direct (PGD), génération de trajectoires libres de singularités, etc. En effet, les approches CAO-Géométrie que nous venons de proposer dans ce travail sont basées sur la création et la génération de façon séquentielle des entités géométriques nécessaires pour résoudre les problématiques citées auparavant, tous en se basant sur l'utilisation des fonctionnalités de l'outil CAO-CATIA®. Pour cela, nous pourrions envisager dans un travail futur d'automatiser les procédures présentées en les implémentant à l'aide de macros en Visual Basic dans CATIA® avec des interfaces graphiques pour les utilisateurs. Pour une architecture spécifique de RMPP, les différents aspects abordés dans ce travail peuvent être concaténés dans ces interfaces: détermination de l'espace de travail, construction des lieux géométriques associés aux configurations singulières, résolution du PGD, génération des trajectoires.

Quant aux robots spatiaux à six degrés de mobilité tels que le 3-CRS, nous abordons dans le cinquième chapitre de ce mémoire de thèse deux types d'espaces de travail: espace de travail en orientation constante et espace de travail mixte. Cette étude a été présentée sans tenir compte de l'existence de singularités dans l'espace de travail. Il serait intéressant dans les travaux futurs d'associer des analyses approfondies sur cet aspect dans la caractérisation de l'espace de travail. Une des

pistes à explorer consiste à déterminer ces singularités de manière purement géométrique, sans l'utilisation des matrices jacobiennes du robot manipulateur.

L'intégralité du travail de recherche présenté dans cette thèse est basée sur l'espace de travail considéré comme un critère essentiel pour la conception, et l'optimisation des robots manipulateurs parallèles plans et spatiaux. Pourtant, en termes de perspectives, nous envisageons de nous focaliser plus profondément sur l'intégration d'autres critères de performance, dans l'appréciation de l'espace de travail de robot manipulateur, tels que: la manipulabilité, la dextérité, la rigidité, etc.

## Références bibliographiques

- [Adam et al., 1999] **Adam M. J. K., Knapczyk J.**, “Basics of robotics: Theory and components of manipulators and robots”, Springer Wien, NJ, 1999.
- [Alleaume, 2009] **Alleaume A.**, “Automatic Non-manifold Topology Recovery and Geometry Noise Removal”, Proceedings of the 18th International meshing roundtable, Part 4, Pages: 267-279, DOI: 10.1007/978-3-642-04319-2\_16, Edited by Brett W. Clark, 2009.
- [Arellano et al., 1999] **Arellano J., Gomez D., Vigil R.**, “The maximal workspace of a planar robot: a Gröbner bases approach”, (1): Chapman University, (2): University of California, Santa Cruz, (3): Santa Clara University, 1999. L'article est disponible sur le site: <http://www.uprh.edu/simu/Reports1999/gbagv/gbagvpaper.pdf>
- [Arrouk et al., 2009-A] **Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Gogu G.**, “Méthode de caractérisation de l'espace de travail appliquée au robot parallèle 3-RPR plan”, 3<sup>rd</sup> International Congress Design and Modeling of Mechanical Systems (CMSM 09), CD-ROM p207, Hammamet, Tunisia, Mars 16-19, 2009.
- [Arrouk et al. 2009-B] **Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Gogu G.**, “Caractérisation et synthèse des robots parallèles: application au manipulateur 3-RPR plan”, Actes du 11<sup>ème</sup> Colloque National AIP PRIMECA, La Plagne, France, 22-24 avril 2009.
- [Arrouk et al., 2010] **Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Gogu G.**, “Workspace Determination and Representation of Planar Parallel Manipulators in a CAD Environment” In: Pisla D, Ceccarelli M, Husty M, Corves B. (Eds.) New trends in mechanism science: Analysis and Design, Springer, pp. 605-612, ISBN: 978-90-481-9688-3, 2010.
- [Arrouk et al., 2011 (a)] **Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Gogu G.**, “Méthode CAO pour la représentation de l'espace de travail et des singularités du robot parallèle plan de type 3-RPR”, 11<sup>ème</sup> Colloque National AIP PRIMECA, Mont Dore, France, 29 mars-1er avril 2011.
- [Arrouk et al., 2011 (b)] **Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Gogu G.**, “CAD based techniques for workspace analysis and representation of the 3-CRS parallel manipulator”, *International Journal of Mechanics and Control*, Vol 12, n° 1, Pages: 83-90, ISSN: 1590-8844, 2011.
- [Arrouk et al., 2012] **Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Gogu G.**, “CAD Based Geometric Procedures for Workspace and Singularity Determination of the 3-RPR Parallel Manipulator”, In: Gogu G, Maniu I., Lovasz E-C., Fauroux J-C., Ciupe V. (Eds), Mechanisms, Mechanical Transmissions and Robotics, pp. 131-140, Trans Tech Publications, 2012, ISBN 978-3-03785-395-5.
- [Arsenault et al., 2006] **Arsenault M., Boudreau R.**, “Synthesis of Planar Parallel Mechanisms While Considering Workspace, Dexterity, Stiffness and Singularity Avoidance”, *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol.128, No.1, Pages: 69–78, 2006.
- [Bai et al., 2009] **Bai S., Caro S.**, “Design and Analysis of a 3-PPR Planar Robot with U\_shape Base”, IEEE, Proceedings of the 14th International Conference on Advanced Robotics, Munich, Germany, 2009.
- [Barbero et al., 2011] **Barbero B. R., Ureta E. S.**, “Comparative study of different digitization techniques and their accuracy”, *Journal of Computer-Aided Design*, Vol.43, Pages: 188-206, 2011.
- [Baron, 2001] **Baron L.**, “Workspace-Based Design of Parallel Manipulators of Star Topology with a Genetic Algorithm”, Proceedings of DETC'01 ASME Design Engineering Technical Conferences, Pittsburgh, Pennsylvania, USA, 9-12 September 2001.
- [Bézier, 1987] **Bézier P.**, *Mathématiques et CAO/Courbes et surfaces*. Hermès Science Publications, 1987.

- [Blaise, 2010] **Blaise J., Bonev I., Montsarrat B., Briot S., Lambert M., Perron C.** “Kinematic Characterisation of Hexapods for Industry”, *Industrial Robots: an International Journal*, Vol.37- 1, Pages: 79-88, 2010.
- [Blanc et al., 1996] **Blanc C., Schlick C.**, “Accurate Parameterization of Conics by NURBS”, *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol.16 (6), Pages: 64-71, 1996.
- [Bonev et al., 1999] **Bonev I. A., Ryu L.**, “Workspace analysis of 6-PRRS parallel manipulators based on the vertex space concept”, *Proceedings of the 1999 ASME Design Engineering Technical Conferences*, Las Vegas, Nevada, September 12-15, 1999.
- [Bonev et al., 2001 (a)] **Bonev I. A., Ryu J.**, “A new approach to orientation workspace analysis of 6-DOF parallel manipulators”, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 36, No. 1, Pages 15–28, 2001.
- [Bonev et al., 2001 (b)] **Bonev I. A., Ryu J.**, “A geometrical method for computing the constant-orientation workspace of 6-PRRS parallel manipulators”, *Journal of Mechanism and machine theory*, Vol. 36, Pages: 1-13, 2001.
- [Bonev, 2002] **Bonev I. A.**, “Geometric analysis of parallel mechanisms”, Ph.D. Thesis, Laval University of Laval in Quebec, Canada, 2002.
- [Bonev et al., 2002] **Bonev I. A., Gosselin C. M.**, “Geometric Algorithms for the Computation of the Constant-Orientation Workspace and Singularity Surfaces of a special 6-RUS Parallel Manipulator”, In *Proceedings ASME Design Engineering Technical Conferences (DETC 2002)*, Montreal, Quebec, Canada, September-29 October-2, 2002.
- [Boudreau et al., 1995] **Boudreau R., Turkkan N.**, “Solving the forward kinematics of parallel manipulators with a genetic algorithm”, *Journal of Robotics Systems*, Vol. 13, no. 2, Pages: 111-125, 1995.
- [Boudreau et al., 1998] **Boudreau R., Darenfeld S., Turkkan N.**, “Etude comparative de trois nouvelles approches pour la solution du problème géométrique direct des manipulateurs parallèles”, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 33, no. 5, Pages: 463-477, 1998.
- [Bouzgarrou et al., 2001] **Bouzgarrou B. C.**, “Conception et modélisation d’une machine-outil à architecture hybride pour l’UTG”, Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal – Clermont II, Décembre 2001.
- [Brisan et al., 2011] **Brisan C., Csiszar A.**, “Computation and analysis of the workspace of a reconfigurable parallel robotic system”, *International journal of Mechanism and Machine Theory*, Vol. 46, Pages: 1647-1668, 2011.
- [Brunet et al., 2003] **Brunet S., Baron L.**, “Calculs d’espaces de travail réels à l’aide d’algorithmes de détection de collision: comparaison de deux méthodes”, 2<sup>em</sup> CCToMM Symposium on Mechanisms and Mechatronics, Agence Spatiale Canadienne, St-Hubert, Canada, juin 2003. disponible sur: <http://www.professeurs.polymtl.ca/luc.baron/doc/c25.pdf>
- [Cao et al., 2011] **Cao Y., Zang H., Wu L., Lu T.**, “An engineering oriented method for the three dimensional workspace generation of robot manipulator”, *Journal of Information and Computational Science*, Vol. 8, no.1, Pages: 51-61, 2011.
- [Cashman, 2010] **Cashman T. J.**, “NURBS-compatible subdivision surfaces”, Technical report, UCAM, CL, 2010.
- [Castelli et al., 2008] **Castelli G., Ottaviano E., Ceccarelli M.**, “A fairly general algorithm to evaluate workspace characteristics of serial and parallel manipulators”, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, Vol.36, Pages: 14-33, 2008.
- [Castelli et al., 2010] **Castelli G., Ottaviano E., Ceccarelli M.**, “A parametric study of position workspace capability of CAPAMAN”, the Annals of “Dunarea De Jos”, University of Galati–Mechanical Engineering, Fascile XIV, Pages: 5-19, ISSN 1224-5615, 2010.
- [Ceccarelli, 2004] **Ceccarelli M.** “Fundamentals of Mechanics of Robotic Manipulation”, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [Chablat, 1998] **Chablat D.**, “Domaines d’unicité et Parcourabilité pour les Manipulateurs Pleinement Parallèles”, Thèse de Doctorat, École Centrale de Nantes, Nantes, France, 1998.
- [Chablat et al., 1998] **Chablat D., Wenger Ph.**, “Working modes and aspects in fully parallel manipulator”, In *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Pages: 1970-1976, 1998.

- [Chablat et al., 2004] **Chablat D., Wenger Ph.**, “*The kinematic analysis of a symmetrical three-degree-of-freedom planar parallel manipulator*”, CISM-IFTToMM Symposium on Robot Design, Dynamics and Control, Montréal, 2004.
- [Chang et al., 2002] **Chang T. H., Chen S. L., Kang C. A., Inasaki I.**, “*Design optimization of the linkage dimension for hybrid type parallel link machine tool*”, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, Vol. 216, Pages: 143–156, 2002.
- [Chedmail, 1998] **Chedmail P., Dombre E., Wenger Ph.**, “*La CAO en robotique. Outils et méthodologies*”, Édition Hermès, Paris, 1998.
- [Chen, 2001] **Chen C.**, “*A Direct Kinematic Computation Algorithm for all Planar 3-Legged Platforms*”, Master’s thesis, Department of Mechanical Engineering, McGill University, Montréal, Quebec, Canada, 2001.
- [Collins et al., 1998] **Collins C. L., McCarthy J. M.**, “*The Quartic Singularity Surfaces of Planar Platforms in the Clifford Algebra of the Projective Plane*”, Mechanism and Machine Theory, Vol.33, No.7, Pages: 931–944, 1998.
- [Collins, 2002] **Collins L.**, “*Forward kinematics of planar parallel manipulators in the Clifford algebra of  $P^2$* ”, Journal of Mechanism and Machine Theory, Journal of Mechanism and Machine Theory, Vol. 37, Pages: 799–813, 2002.
- [Coste et al., 2011] **Coste M., Wenger Ph., Chablat D.**, “*Singular surfaces and cusps in symmetric planar 3-RPR manipulators*”, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, San-Francisco, États-Unis, Pages: 1-6, September, 2011.
- [Dagalakis, 1999] **Dagalakis N. G.**, “*Industrial Robotics Standards in Handbook of Industrial Robotics*”, chapter 27, S. Y. Nof. New York: John Wiley and Sons, 1999.
- [Daniali et al., 1995 (a)] **Daniali H. R. M., Zsombor-Murray P. J., Angeles J.**, “*Singularity Analysis of Planar Parallel Manipulators*”, Mechanism and Machine Theory, Vol.30, No.5, Pages: 665–678, 1995.
- [Daniali et al., 1995 (b)] **Daniali M. H. R., Zsombor-Murray P. J., Angeles J.**, “*Singularity Analysis of a General Class of Planar Parallel Manipulators*”, Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nagoya, Japan, Vol. 2, Pages: 1547-1552, May 1995.
- [De Casteljau, 1986] **De Casteljau P.**, “*Mathématiques et CAO, Formes à pôles*”, Hermès Science Publications, 1986.
- [Dheeman et al., 1997] **Dheeman B., Ashitava G.**, “*Singularity Analysis of Platform-Type Multi-Loop Spatial Mechanisms*”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 33, Pages: 375-389, 1997.
- [Di Monaco et al., 2010] **Di Monaco F., Tornincasa S.**, “[The future and the evolution of CAD](#)”, 14th International Research/Expert Conference, Trends in the Development of Machinery and Associated Technology, TMT 2010, Mediterranean Cruise, 11-18 September 2010.
- [Dombre, 1998] **Dombre E.**, “*Programmation des robots*”, Revue: Techniques de l’ingénieur. Informatique industrielle, ISSN 1632-3831, Vol.3, noR7720, Pages: 1-13, Éditeur: Techniques de l’ingénieur, Paris, France, 1998.
- [Du Plessis, 2006 (a)] **Du Plessis L. J., Snyman J. A.**, “*Determination of optimum geometries for a planar reconfigurable machining platform using the LFOPC optimization algorithm*”, Journal of Mechanism and Machine Theory, Vol.41, Pages: 307-333, 2006.
- [Du Plessis, 2006 (b)] **Du Plessis L. J., Snyman J. A.**, “*An optimally reconfigurable planar Gough-Stewart machining platform*”, Journal of Mechanism and Machine Theory, Vol. 41, Pages: 334-357, 2006.
- [Gallant et al., 2002] **Gallant M., Boudreau R.**, “*The Synthesis of Planar Parallel Manipulators with Prismatic Joints for an Optimal, Singularity Free Workspace*”, Journal of Robotics Systems, Vol.19, No.1, Pages: 13–24, 2002.
- [Gogu, 2010] **Gogu G.**, “*Structural Synthesis of Parallel Robots: Part 3: Topologies with Planar Motion of the Moving Platform*”, Publisher: Springer, ISBN: 9048198305, Edition 2010.

- [Goshtasby, 1995] **Goshtasby A.**, “Geometric modelling using rational Gaussian curves and surfaces”, *Journal of Computer-Aided Design*, Volume 27, Issue 5, Pages: 363-375, May 1995.
- [Gosselin, 1988] **Gosselin C. M.**, “Kinematic analysis, optimization and programming of parallel robotic manipulators”, Ph.D. Thesis, McGill University, 1988.
- [Gosselin et al., 1988] **Gosselin C. M., Angeles J.** “The optimum kinematic design of a planar three-degree-of-freedom parallel manipulator”, *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 110, Pages: 35–41, 1988.
- [Gosselin, 1990] **Gosselin C.**, “Determination of the workspace of 6-DOF parallel manipulators”, *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 112, No. 3, Pages: 331, 1990.
- [Gosselin et al., 1990] **Gosselin C. M., Angeles J.**, “Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.6, No.3, Pages: 281–290, 1990.
- [Gosselin et al., 1992] **Gosselin C., Sefrioui J., Richard M.**, “Solutions Polynomiales au Problème de la Cinématique Directe des Manipulateurs Parallèles Plans à Trois Degrés de Liberté”, *Mechanism and Machine Theory*, Vol.27, No.2, Pages:107–119, 1992.
- [Gosselin et al., 1994 (a)] **Gosselin C. M., Perreault L., Vaillancourt C.**, “SMAPS: A computer-aided design package for the analysis and optimization of spherical parallel manipulators”, In Mohammad Jamshidi, Charles Nguyen, Ronald Lumia, Junku Yuh, editors, *Robotics and Manufacturing: Recent Trends in Research, Education, and Applications*, Vol. 5, Pages: 115–120. ASME Press, New York, 1994.
- [Gosselin et al., 1994 (b)] **Gosselin C., Merlet J. P.**, “On the direct kinematics of planar parallel manipulators: special architectures and number of solutions”, *Journal of Mechanism and Machine Theory*, Vol. 29(8), Pages: 1083-1097, November 1994.
- [Gosselin et al., 1995] **Gosselin C. M., Wang J.**, “Singularity Loci of Planar Parallel Manipulators”, 9th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Vol. 3, Milano, Italy, August/September, 1995.
- [Gosselin et al., 1996 (a)] **Gosselin C. M., Jean M.**, “Determination of the workspace of planar parallel manipulators with joint limits”, Presented at Robotics and Autonomous Systems, Pages: 129-138, 1996.
- [Gosselin et al., 1996 (b)] **Gosselin C., Lemieux S., Merlet J-P.**, “A new architecture of planar three-degree-of-freedom parallel manipulator”. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Pages 3738-3743, Minneapolis, 24-26 Avril, 1996.
- [Hay, 2006] **Hay A. M., Snyman J. A.**, “Optimal synthesis for a continuous prescribed dexterity interval of a 3-DOF parallel planar manipulator for different prescribed output workspaces”, *Intentional journal of Numerical Methods in engineering*, Vol. 68(1), Pages: 1-12, 2006.
- [Hayes et al., 1999] **Hayes M. J. D., Husty M. L., Zsombor-Murray P. J.**, “Kinematic Mapping of Planar Stewart-Gough Platforms”, *Proceedings of 17th Canadian Congress of Applied Mechanics (CANCAM 1999)*, Hamilton, On., Canada, Pages: 319-320, 1999.
- [Hayes, 2002] **Hayes M. J. D.**, “Architecture Independent Workspace Analysis of Planar Three-Legged Manipulators”, in *Proceedings of the Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators*, Québec, QC, Canada, Pages: 57-66. Octobre 2002.
- [Hayes et al., 2003] **Hayes M. J. D., Husty M. L.**, “On the Kinematic Constraint Surfaces of General Three-Legged Planar Robot Platforms”, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 38, no. 5, Pages: 379-394. 2003
- [Hayes et al., 2004] **Hayes M. J. D., Zsombor-Murray P. J., Chen C.**, “Unified Kinematic

- Analysis of General Planar Parallel Manipulators*, ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 126, no 5, Pages: 866-874. Septembre 2004.
- [Hughes et al., 2005] **Hughes T. J. R., Cottrell J. A., Bazilevs Y.**, “*Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry, and mesh refinement*”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 194, 4135-4195, 2005.
- [Hunt, 1978] **Hunt K. H.**, “*Geometry of Mechanisms*”, Clarendon Press, Oxford, 1978.
- [Hunt, 1983] **Hunt K. H.**, “*Structural Kinematics of In Parallel Actuated Robot Arms*”, Journal of Mechanisms, Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol. 105, Pages: 705-712, December 1983.
- [Hunt et al., 1993] **Hunt K. H., Primrose E. J. F.**, “*Assembly Configurations of some In-Parallel-Actuated Manipulators*”, Journal of Mechanism and Machine Theory, Vol. 28, No.1, Pages: 31-42, 1993.
- [Husty, 1995] **Husty M. L.**, “*Kinematic mapping of planar three-legged platforms*”, In Proceedings of 15th Canadian Congress of Applied Mechanics CANCAM, Vol.2, Pages: 876-877, Victoria, Br. Columbia, Canada, 1995.
- [Husty, 1996] **Husty M. L.**, “*On the workspace of planar three-legged platforms*”. In Proceedings ISRAM World Congress of Automation, Pages: 1790-1796, Montpellier, France, 1996.
- [Husty, 2009] **Husty M. L.**, “*Non-singular assembly mode change in 3-RPR-parallel manipulators*”, In: Computational Kinematics (Eds. Kecskeméthy, A., Müller, A.), Springer, Berlin, Heidelberg, 51-60, 2009.
- [Innocenti et al., 1992] **Innocenti C., Parenti-Castelli V.**, “*Singularity-Free evolution from one configuration to another in serial and fully-parallel manipulators*”, in Proceedings of ASME 22nd Biennial Mechanisms. Conference of Robotics, Spatial Mechanisms and Mechanical Systems, ASME 1992.
- [Ishii et al., 2011] **Ishii D., Jermann C., Goldsztejn. A.**, “*Computation of generalized aspect of parallel manipulators*”, SWIM'11, Small Workshop on Interval Methods, PRISME, Bourges, France, June 14-15, 2011.
- [Jiang et al., 2006] **Jiang Q., Gosselin C.**, “*The Maximal Singularity-Free Workspace of Planar 3-RPR Parallel Mechanisms*”, Proceedings of IEEE ICMA, Luoyang, China, June 2006.
- [Jiang, 2008] **Jiang Q.**, “*Singularity Free Workspace Analysis and Geometric Optimization of Parallel Mechanisms*”, Thèse à l'Université de Laval, Québec, Juin 2008.
- [Jiang et al., 2009] **Jiang Q., Gosselin C.M.**, “*Determination of the maximal singularity free orientation workspace for the Gough-Stewart plate-forme*”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 44, Pages: 1281-1293, 2009.
- [Jo et al., 1989] **Jo D. Y., Haug E. J.** “*Workspace analysis of closed loop mechanisms with unilateral constraints*”. In ASME Design Automation Conf., Pages 53–60, Montreal, September, 17-20, 1989.
- [Johnson et al., 1994] **Johnson C. G., Marsh D.**, “*Modelling robot manipulators in a cad environment using B-Splines*”, In N.G. Bourbakis, editor, Proceedings of the IEEE International Joint Symposia on intelligence and Systems, Pages: 194-201, IEEE Press, 1996.
- [Kanaan et al., 2009] **Kanaan D., Wenger Ph., Caro S., Chablat D.**, “*Singularity analysis of lower-mobility parallel manipulators using Grassmann-Cayley algebra*”, In Proceedings of CoRR, 2009.
- [Kassner, 1990] **Kassner D. J.**, “*Kinematics analysis of a planar three-degree-of-freedom platform-type robot manipulator*”, Master's thesis, Purdue University, Purdue, December, 1990.
- [Kéribin, 2003] **Kéribin C.**, “*Conception et visualisation d'objets*”, Notes du cours de Christine Kéribin, rédigées par Pierre Pansu, Février 2003.
- [Khalil et al., 1996] **Khalil W., Murareci D.**, “*Kinematic Analysis and Singular Configurations of a Class of Parallel Robots*”, Mathematics and Computers in Simulation, Pages: 377-390, 1996.
- [Kilit, 2010] **Kilit O.**, “*A New Geometric Algorithm for Direct Position Analysis of Planar 3-RRR Manipulator*”, Proceedings of International Symposium of Mechanism

- and Machine Science, IFToMM 2010, Turkey, Pages: 396-402, 2010.
- [Koenig et al., 2005] **Koenig O., Wintermantel M.**, “*CAD-based evolutionary design optimisation with CATIA V5*”, 2005, Disponible sur: [http://dynardo.de/fileadmin/Material\\_Dynardo/bibliothek/WOST\\_1.0/WOST\\_1\\_CAD-basedEvolutionaryDesignOptimization\\_En.pdf](http://dynardo.de/fileadmin/Material_Dynardo/bibliothek/WOST_1.0/WOST_1_CAD-basedEvolutionaryDesignOptimization_En.pdf)
- [Kong et al., 2000] **Kong X., Gosselin C.**, “*Determination of the Uniqueness Domains of 3-RPR Planar Parallel Manipulators with Similar Platforms*”, Proceedings of ASME 2000 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Baltimore, Maryland, September 10-13, 2000.
- [Kong et al., 2001] **Kong X., Gosselin C. M.**, “*Forward displacement analysis of third-class analytic 3-RPR planar parallel manipulators*”, Journal of Mechanism and Machine Theory, Vol. 36, No.9, Pages: 1009-1018, 2001.
- [Kong, 2003] **Kong X.**, “*Type synthesis and kinematics of general and analytic parallel mechanisms*”, Ph.D., de l’Université de Laval, Québec, March, 2003. Disponible sur le site web: [http://robot.gmc.ulaval.ca/docs/theses/xianwen\\_kong.pdf](http://robot.gmc.ulaval.ca/docs/theses/xianwen_kong.pdf).
- [Koenig et al., 2005] **Koenig O., Wintermantel M.**, “*CAD-based Evolutionary Design Optimization with CATIA V5*”, 2005, Disponible sur: [http://www.dynardo.de/fileadmin/Material\\_Dynardo/bibliothek/WOST\\_1.0/WOST\\_1\\_CAD-basedEvolutionaryDesignOptimization\\_En.pdf](http://www.dynardo.de/fileadmin/Material_Dynardo/bibliothek/WOST_1.0/WOST_1_CAD-basedEvolutionaryDesignOptimization_En.pdf)
- [Kucuk, 2009] **Kucuk S.**, “*A dexterity comparison for 3-DOF planar parallel manipulators with two kinematic chains using genetic algorithms*” Journal of Mechatronics, Volume 19, Issue 6, Pages: 868-877, 2009.
- [Lahouar, 2008] **Lahouar S.**, “*Contribution à la modélisation et à la planification de trajectoires de robots parallèles évitant les singularités et les collisions*”, thèse de doctorat de l’Université de Poitiers, 30 Janvier, 2008.
- [Leal et al., 2007] **Leal N. E., Lobo O. O., Branch J. W.**, “*Improving NURBS Surface Sharp Feature Representation*” Intentional Journal of Computational Intelligence Research, Vol.3, Pages: 131-138, 2007.
- [Li et al., 2006] **Li H., Gosselin C., Richard M.**, “*Determination of maximal singularity free zones in the workspace of planar three degree of freedom parallel mechanisms*”, Mechanism and Machine Theory, Vol.41, No.10, Pages: 1157–1167, 2006.
- [Li et al., 2007] **Li H., Gosselin C. M., Richard M.**, “*Determination of the maximal singularity-free zones in the six-dimensional workspace of the general Gough-Stewart platform*”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 42(4): 497–511, 2007.
- [Li et al., 2008] **Li B., Cao Y., Huang Z., Zhang W.**, “*Orientation-Singularity and Orientation-Workspace Analyses of the Stewart Platform Using Unit Quaternion*”, in Intelligent Robotics and Applications, Proceedings of 1st International Conference, ICIRA 2008 Wuhan, China, 2008 Part I, (eds. Xiong, C., Liu, H., Huang, Y. and Xiong, Y.), Lecture Notes in Computer Science 5314, Pages: 131-140, Springer, 2008.
- [Lipkin et al., 1985] **Lipkin H., Duffy, J.**, “*A vector analysis of robot manipulators*”, In: Recent advances in robotics (Eds. Beni, G., Hackwood, S.J.), Wiley, New York, Pages: 175-242, 1985.
- [Liu et al., 2004] **Liu X. J., Wang J., Oh K. K., Kim J.**, “*A new approach to the design of a DELTA robot with a desired workspace*”, Journal of Intelligent & Robotic Systems, Vol. 39(2), Pages: 209–225, 2004.
- [Macho et al., 2007] **Macho E., Altuzarra O., Pinto C., Hernandez A.**, “*Singularity free change of assembly mode in parallel manipulators Application to the 3-RPR planar platform*”, in Proceedings of the 12th World Congress, Besancon, France, 2007.
- [Macho et al., 2008] **Macho E., Altuzarra, O., Pinto C., Hernandez A.**, “*Transitions between multiple solutions of the direct kinematic problems*”, Advances on Robot Kinematics, Springer, 2008.
- [Macho et al., 2009] **Macho E., Altuzarra O., Amezua E., Hernandez A.**, “*Obtaining*

- configuration space and singularity maps for parallel manipulators*”, Journal de Mechanism and Machine Theory Vol. 44(11), Pages: 2110–2125, 2009.
- [McAree et al., 1999] **McAree P. R., Daniel R. W.**, “*An Explanation of never-special Assembly Changing Motions for 3-3 Parallel Manipulators*”, The International Journal of Robotics Research, Vol. 18, No.6, Pages: 556-574, 1999.
- [Manni et al., 2010] **Manni C., Pelosi F., Sampoli M. L.**, “*Generalized B-Splines as a tool in isogeometric analysis*”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Pages: 867-881, 2010.
- [Masouleh et al., 2010] **Masouleh T. M., Saadatzhi M. H., Gosselin C., Taghirad H. D.**, “*A Geometric constructive approach for the workspace analysis of symmetrical 5-PRUR parallel mechanisms (3T2R)*”, In Proceedings of the ASME design engineering technical conferences & Computers and Information in Engineering Conference, Montreal, Quebec, Canada. August 15-18, 2010.
- [Mayer et al., 1997] **Mayer St-Onge B., Gosselin C.**, “*Problème Géométrique Direct et Lieux de Singularité des Manipulateurs Parallèles Plans a Trois Degrés de Liberté*”, Report de Recherche du Département de Génie Mécanique, Université Laval, Québec, Canada, 1997.
- [Merlet, 1989] **Merlet J.-P.**, “*Singular Configurations of Parallel Manipulators and Grassmann Geometry*”. The International Journal of Robotics Research, Vol. 8(5), Pages: 45–56, 1989.
- [Merlet, 1995] **Merlet J.-P.**, “*Determination of the orientation workspace of parallel manipulators*”, Journal of Intelligent and Robotic Systems, Vol. 13, Pages: 143–160, 1995.
- [Merlet, 1996] **Merlet J.-P.**, “*Direct kinematics of planar parallel manipulators*”, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Minneapolis, Minnesota, Page: 3744-3749, April 1996.
- [Merlet et al., 1998] **Merlet J.-P., Gosselin C., Mouly N.**, “*Workspace of Planar Parallel Manipulators*”, Journal of Mechanism and Machine Theory, Vol.33, Pages: 7-20. 1998.
- [Merlet, 2000] **Merlet J.-P.**, “*Parallel Robots*”, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 2000.
- [Merlet et al., 2001] **Merlet J.-P., Daney D.**, “*A formal-numerical approach to determine the presence of singularity within the workspace of a parallel robot*”. In F.C. Park C.C. Iurascu, editor, Computational Kinematics, Pages: 167-176, 2001.
- [Merlet, 2005] **Merlet J. P.**, “*Parallel robots*”, 2nd Edition, Springer, Heidelberg, 2005.
- [Miller, 2002] **Miller K.** “*Maximization of workspace volume of 3-DOF spatial parallel manipulators*”, Journal of Mechanical Design-Transactions of the ASME, Vol: 124(2), Pages: 347–350, June, 2002.
- [Morenton et al., 2006] **Morenton P.**, “*Le logiciel CATIA V5*”, Techniques de l'Ingénieur, Juin 2006.
- [Nabat, 2007] **Nabat V.**, “*Robots parallèles à nacelle articulée. Du concept à la solution industrielle pour le pick-and-place*”, Thèse de doctorat, Université Montpellier 2, 2007.
- [Notash, 1998] **Notash L.**, “*Uncertainty configurations of parallel manipulators*”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 33, Pages: 123–138, 1998.
- [Park et al., 1999] **Park I. K., Yun I. D., Lee S. U.**, “*Constructing NURBS surface model from scattered and unorganized range data*”, in Proceedings of the 2nd International Conference on 3-D Imaging and Modeling (Ottawa, Canada, October 04–08, Annual Conference Proceedings, Pages: 312-340, National Research Council of Canada, 1999.
- [Pennock et al., 1992] **Pennock G. R., Kassner D. J.**, “*Kinematic Analysis of a Planar Eight-Bar Linkage: Application to a Platform Type Robot*”, ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 114, no. 1, Pages: 87-95, 1992.
- [Petuya et al., 2009] **Petuya V., Altuzarra O., Pinto C., Hernández A.**, “*An educational software for the kinematic analysis of spatial mechanisms*”, Multibody Dynamics ECCOMAS Thematic Conference, Warsaw, 29 June–2 July, 2009.
- [Piegl, 1997] **Piegl L., Tiller W.**, “*The NURBS Book*”, (Monographs in Visual Communication), 2nd ed, Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1997.

- [Poppeova et al., 2011] **Poppeova V., Uricek J., Bulej VI.**, “*The development of mechanism based on hybrid kinematic structure*”, Journal de MM Science, 2011, Disponible sur: [http://www.mmscience.eu/archives/MM\\_Science\\_201013.pdf](http://www.mmscience.eu/archives/MM_Science_201013.pdf)
- [Prince, 1971] **Prince M. D.**, “*Interactive Graphics for Computer-Aided Design*”, Addison-Wesley Publishing Company/ 1971.
- [Radouani et al., 2005] **Radouani M., Saka A., Belkebir H., El Fahime B., Carrard M.**, “*Prétraitement des nuages de points: Etude comparative des logiciels commercialisés*”, CPI2005, 4rd International Conference on Integrated Design and Production. Casablanca – Maroc, 11 pages, les 9, 10 & 11 novembre, 2005.
- [Raynaud et al., 2011] **Raynaud S., Chouvie A.**, “*Numériseur 3D: un nouveau métier en lien avec les besoins des bureaux d'études*”, Proceedings de Colloque national de AIP-PRIMECA Mont-Dore 29 mars-1er avril, 2011.
- [Rojas et al., 2010] **Rojas N., Thomas F.**, “*A robust forward kinematics analysis of 3-RPR planar platforms*”, 12th International Symposium on Advances in Robot Kinematics, Piran-Portorož, Slovenia, in Advances in Robot Kinematics: Motion in Man and Machine, Pages: 23-32, Springer Verlag, 2010.
- [Rojas et al., 2011] **Rojas N., Thomas F.**, “*The forward kinematics of 3-RPR planar robots: a review and a distance-based formulation*”, IEEE Transactions on Robotics, 27(1), Pages: 143-150, 2011.
- [Rolland, 2006] **Rolland L.**, “*Synthesis on forward kinematics problem algebraic modeling for the planar parallel manipulator: Displacement-based equation systems*”, Journal of advanced robotics, Vol. 20, no. 9, Pages: 1035-1065, 2006.
- [Saadatzi et al., 2012] **Saadatzi M. H., Masouleh M. T., Taghirad H. D.**, “*Workspace analysis of 5-PRUR parallel mechanisms (3T2R)*”, Journal of Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 28, Pages: 437-448, 2012.
- [Saxena et al., 2005] **Saxena A., Sahay B.**, “*Computer-Aided Engineering Design*”, Springer, 2005.
- [Sayd et al., 2003] **Sayd M., Baron L., Mascle C.**, “*A Graphical Solution of the Direct Kinematic Problem of Star Translational Parallel Manipulators*”, 2<sup>ème</sup> CCToMM Symposium on Mechanisms and Mechatronics, Agence Spatiale Canadienne, St-Hubert, Canada, Juin 2003.
- [Sefrioui et al., 1993] **Sefrioui J., Gosselin C. M.**, “*Singularity Analysis and Representation of Planar Parallel Manipulators*”, Journal of Robotics and Autonomous System, Vol.10, Pages: 209-224, 1993.
- [Sefrioui et al., 1995] **Sefrioui J., Gosselin C.**, “*On the Quadratic Nature of the Singularity Curves of Planar Three Degree of Freedom Parallel Manipulators*”, Mechanism and Machine Theory, Vol.30, No.4, Pages: 533-551, 1995.
- [Shawn et al., 1997] **Shawn P.-A., Robert B.-J., Robert L.-D.**, “*Comparison of discretization algorithms for NURBS surfaces with application to numerically controlled machining*”, Computer-Aided Design, Vol. 29, No. 1. Pages: 71-83. 1997.
- [Stamper et al., 1997] **Stamper R. E., Tsai L.-W., Walsh G. C.**, “*Optimization of a Three DOF Translational Platform for Well-Conditioned Workspace*”. Technical Research Report. Disponible sur: [http://drum.lib.umd.edu/bitstream/1903/5882/1/TR\\_97-71.pdf](http://drum.lib.umd.edu/bitstream/1903/5882/1/TR_97-71.pdf)
- [Stan, 2010] **Stan S.**, “Rapport est disponible sur le site: <http://www.sergiustan.ro/What%20is%20a%20Parallel%20Robot.pdf>”
- [St-Onge et al., 1996] **St-Onge B. M., Gosselin C. M.**, “*Singularity analysis and representation of spatial six-dof parallel manipulators*”, Proceedings of the 5<sup>th</sup> Recent Advances in Robot Kinematics, Pages: 389-398., 1996.
- [St-Onge et al., 1997] **St-Onge B. M.**, “*Etude et représentation des lieux de singularité de la plate-forme de Gough-Stewart*”, Mémoire de maîtrise, Université Laval, Québec, Canada, janvier, 1997.
- [St-Onge et al., 2000] **St-Onge B. M., Gosselin C. M.**, “*Singularity Analysis and Representation of the General Gough-Stewart Platform*”, The International Journal of Robotics Research Vol. 19, Pages: 271-288, 2000.
- [Tancredi et al., 1999] **Tancredi L., Teillaud M.**, “*Application de la géométrie synthétique au problème de modélisation géométrique directe des robots parallèles*”, Journal

- of Mechanism and Machine Theory, Vol. 34, Pages: 255-269, 1999.
- [Tsai 1999] **Tsai L.**, “*Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*”, John Wiley & Sons, New York, N.Y., 1999.
- [Verdeş et al., 2009] **Verdeş D., Stan S.-D., Manic M., Bălan R., Mătiuş V.**, “*Kinematics analysis, Workspace, Design and Control of 3-RPS and Triglide medical parallel robots*”, HIS, Catania (Italy): 103-108, 2009.
- [Wang et al., 1987] **Wang S. L., Waldron K. J.**, “*Study of the singular configurations of serial manipulators*”, ASME Journal of mechanisms, transmissions, and automation in design, Vol. 109, No. 1, Pages: 14-20, 1987.
- [Wenger et al., 1997 (a)] **Wenger Ph., Chablat D.**, “*Uniqueness Domains in the Workspace of Parallel Manipulators*”, IFAC, Syroco’ 97, Nantes, Pages: 431-436, Vol. 2, September 1997.
- [Wenger et al., 1997 (b)] **Wenger Ph., Chablat D.**, “*Definition Sets for the Direct Kinematics of Parallel Manipulators*”, 8th International Conference in Advanced Robotics, Pages: 859-864, 1997.
- [Wenger et al., 1998] **Wenger Ph., Chablat D.**, “*Workspace and assembly modes in fully parallel manipulators: a descriptive study*” Advances in robot kinematics and computational geometry, Kluwer Academic Publishers, Pages: 117-126, 1998.
- [Wenger et al., 2000] **Wenger Ph., Chablat D.**, “*Kinematic Analysis of a New Parallel Machine Tool: the Orthoglide*”, 7th International Symposium on Advances in Robot Kinematics, Slovenia, June 2000.
- [Wenger et al., 2007] **Wenger Ph., Chablat D.**, “*Definition sets for the Direct Kinematics of Parallel Manipulators*”, In Proceedings of CoRR. 2007.
- [Wenger et al., 2009] **Wenger Ph., Chablat D.**, “*Kinematic analysis of a class of analytic planar 3-RPR parallel manipulators*”, Proceedings of CK2009, International Workshop on Computational Kinematics, Duisburg, May 5-8, 2009.
- [Williams et al., 2007] **Williams II R. L., Joshi A. R.**, “*Planar Parallel 3-RPR Manipulator*”, Proceedings of Sixth Conference On Applied Mechanisms and Robotics Cincinnati OH, December 12-15, 1999
- [Wu-Jong, et al., 2008] **Wu-Jong Y., Chih-Fang H., Wei-Hua Ch.**, “*Workspace and Dexterity Analyses of the Delta Hexaglide Platform*”, Journal of Robotics and Mechatronics, Vol. 20, No. 1, 2008.
- [Yangmin et al., 2007] **Yangmin L., Qingsong X.**, “*Design and Application of a New 3-DOF Translational Parallel Manipulator*”, Advanced Robotics and Its Social Impacts, ARSO 2007. IEEE Workshop on, 2007.
- [Yi et al., 2006] **Yi L., Hu B.**, “*Analyzing kinematics and solving active/constrained forces of a 3-SPU+UPR parallel manipulator*”, Journal of Mechanism and Machine Theory, Vol. 42, Pages: 1298–1313, 2006.
- [Yi et al., 2007] **Yi L., Leinonen T.**, “*Using CAD variation geometric approach solving velocity/acceleration of a 4SPS & UPU parallel manipulator*”, In 12th IFToMM World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Besancon, 18-21, Juin, 2007.
- [Yi et al., 2008] **Yi L., Bo H., Li S.-H., Tian X.-B.**, “*Kinematics/statics analysis of a novel 2-SPS+PRRPR parallel manipulator*”, Journal of Mechanism and machine theory, Vol. 43, no9, Pages: 1099-1111, 2008.
- [Yi et al., 2008 (a)] **Yi L., Yan S., Bo H.**, “*Solving reachable workspace of some parallel manipulators by CAD variation geometry*”, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C, Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 222(9), Pages: 1773-1781, 2008.
- [Yi et al., 2008 (b)] **Yi L., Bo H.**, “*Kinematics analysis and solution of active/passive forces of a 4-SPS+SPR parallel machine tool*”, International Journal of Advanced Manufacture Technology, Vol. 36 (1–2), Pages: 178-187, 2008.
- [Yi et al., 2010] **Yi L., Jiayin X., Jianping Y.**, “*Using CAD geometric variation approach machining complex workpiece by a 3-SPR parallel machine-tool*”, Journal of Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 26(2), Pages: 130-136, September 2010.
- [Zhao et al., 2005] **Zhao J.-S., Feng Z.-J., Zhou K., Dong J.-X.**, “*Analysis of the singularity of*

*spatial parallel manipulator with terminal constraints*”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 40(3), Pages: 275–284, 2005.

**[Zlatanov et al., 1994 (a)]** **Zlatanov D. S., Fenton R. G., Benhabib B.**, “*Singularity analysis of mechanism and robots via a velocity equation model of the instantaneous kinematics*”, IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA’94, San Diego, CA, Pages: 986-992, May 8-13, 1994.

**[Zlatanov et al., 1994 (b)]** **Zlatanov D. S., Benhabib B., Fenton R. G.**, “*Velocity and singularity analysis of Hybrid Chain Manipulators*”, Proceedings of the 23rd Biennial Mechanism Conference, DE-Vol.72. Pages: 467-476, 1994.

**[Zein et al., 2006]** **Zein M., Wenger Ph., Chablat D.**, “*Singular curves and cusp points in the joint space of 3-RPR parallel manipulators*”, In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, USA, 2006.

**[Zein, 2007]** **Zein M.** “*Analyse cinématique des manipulateurs sériels 3R orthogonaux et des manipulateurs parallèles plans*”, Thèse de Doctorat, l'École Centrale de Nantes et l'Université de Nantes, Juillet 2007.

**[Zein et al., 2008]** **Zein M., Wenger Ph., Chablat D.**, “*Non-singular assembly mode changing motions for 3-RPR parallel manipulators*”, Journal of Mechanism and Machine Theory, Vol. 43 (4), Pages: 480-490, 2008.

**[Zhao et al., 2008]** **Zhao Y., Shi X. W., Xu L.**, “*Modeling with NURBS surfaces used for the calculation of RCS*”, Progress In Electromagnetics Research, PIER 78, Pages: 49-59, 2008.

## Liste de publications liées à ce travail de thèse

### Revue internationale

**Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Gogu G.**, “CAD based techniques for workspace analysis and representation of the 3-CRS parallel manipulator”, *International Journal of Mechanics and Control*, Vol 12, n° 1, Pages: 83-90, ISSN: 1590-8844, 2011.

**Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Gogu G.**, “CAD graphical geometrical techniques for resolution of forward kinematic problem and generation of singularities-free trajectories connecting assembly modes for planar parallel robotic manipulators PPRMs” (article en cours de préparation pour le soumettre au journal “Computer-Aided Design”).

### Chapitres livres – éditeur international

**Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Gogu G.**, “Workspace Determination and Representation of Planar Parallel Manipulators in a CAD Environment” In: Pisla D, Ceccarelli M, Husty M, Corves B. (Eds.) *New trends in mechanism science: Analysis and Design*, Springer, pp. 605-612, ISBN: 978-90-481-9688-3, 2010.

**Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Stan S.-D., Gogu G.**, “CAD Based Design Optimization of Planar Parallel Manipulators”, In: Brisan C., Maties V., Stan SD., Brad S. (Eds), *Robotics and Automation Systems*, pp. 33-38, Trans Tech Publications, 2010, ISSN 0377-6883.

**Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Gogu G.**, “CAD Based Geometric Procedures for Workspace and Singularity Determination of the 3-RPR Parallel Manipulator”, In: Gogu G, Maniu I., Lovasz E-C., Fauroux J-C., Ciupe V. (Eds), *Mechanisms, Mechanical Transmissions and Robotics*, pp. 131-140, Trans Tech Publications, 2012, ISBN 978-3-03785-395-5.

### Conférences internationales

**Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Gogu G.**, “Méthode de caractérisation de l'espace de travail appliquée au robot parallèle 3-RPR plan”, 3<sup>rd</sup> International Congress Design and Modeling of Mechanical Systems (CMSM 09), CD-ROM p207, Hammamet, Tunisia, Mars 16-19, 2009.

**Dumitrache A., Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Borangiu T., Gogu G.**, “Kinematic Redundancy Optimization of Serial and Parallel Robot Trajectories for 3D Surface Generation”, In 20th International Workshop Robotics in RAAD, Brno, Czech Republic, October, 2011.

### Conférences nationales

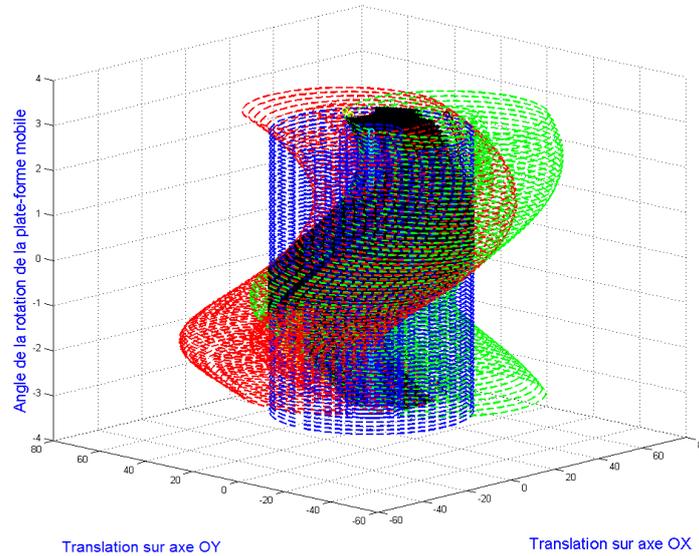
**Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Gogu G.**, “Caractérisation et synthèse des robots parallèles: application au manipulateur 3-RPR plan”, Actes du 11<sup>ème</sup> Colloque National AIP PRIMECA, La Plagne, France, 22-24 avril 2009.

**Arrouk K. A., Bouzgarrou B. C., Gogu G.,** “*Méthode CAO pour la représentation de l’espace de travail et des singularités du robot parallèle plan de type 3-RPR*”, 11<sup>ème</sup> Colloque National AIP PRIMECA, Mont Dore, France, 29 mars-1er avril 2011.

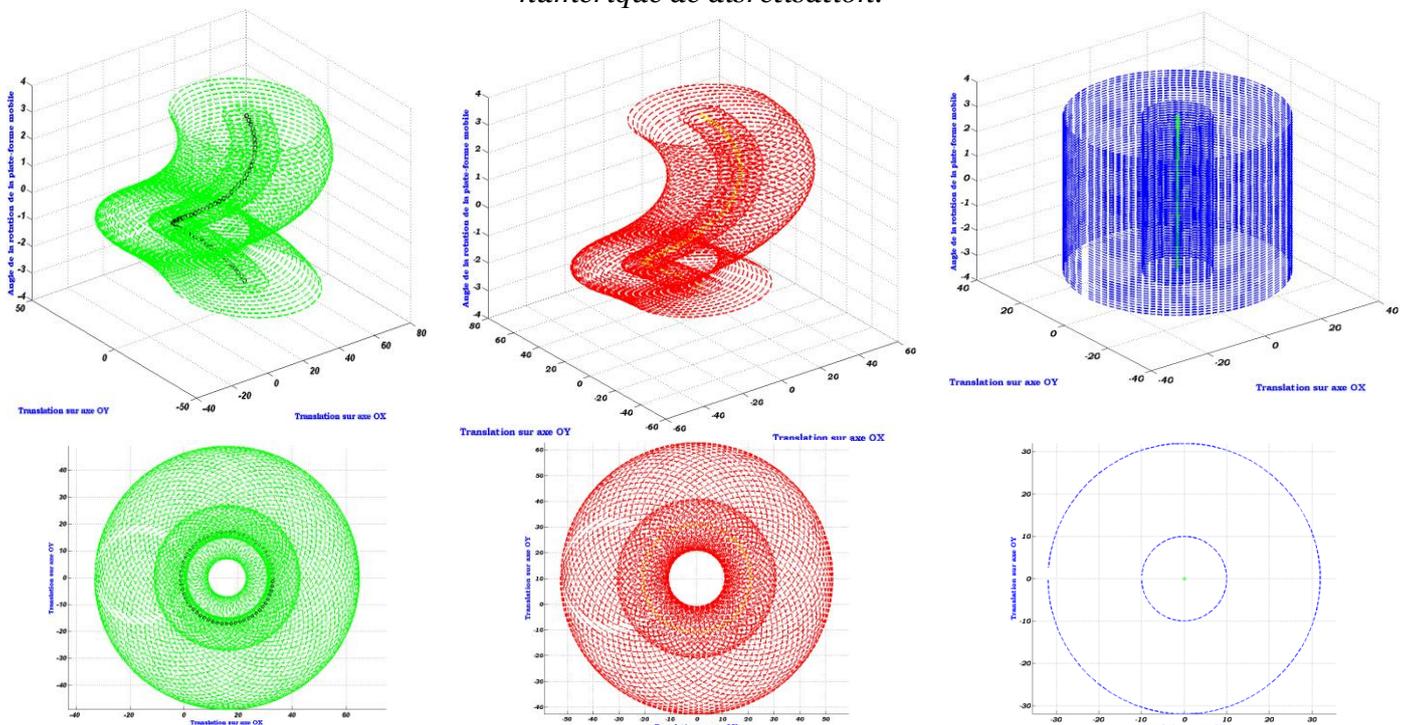
# Annexes de Chapitre 2

## Annexe 2-1: Solution numérique de l'espace de travail total du robot de type 3-RPR plan.

Dans cette annexe nous montrons une version numérique de notre algorithme CAO-Géométrique visant à la détermination de l'espace de travail du robot manipulateur de type 3-RPR plan. Les résultats sont obtenus au moyen d'un code développé totalement dans l'outil analytique de MATLAB®.



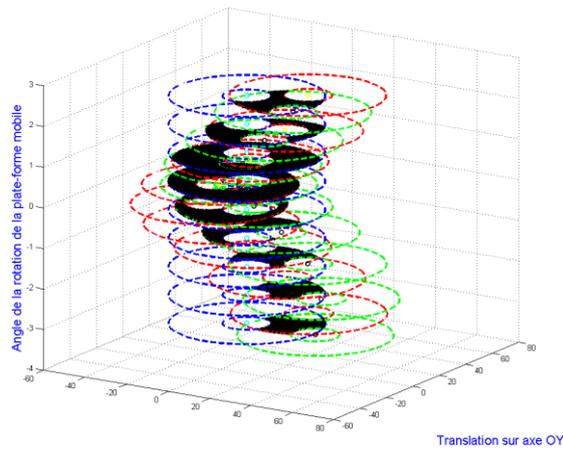
**Figure 1:** L'espace de travail du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR, et les enveloppes des contraintes imposées aux chaînes cinématiques déterminés par la méthode numérique de discrétisation.



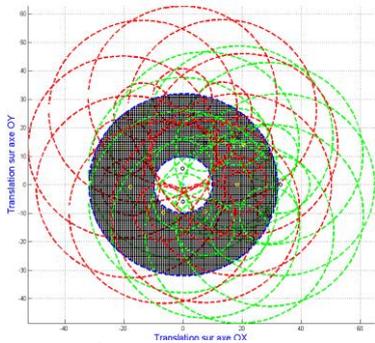
**Figure 2:** Les enveloppes des espaces de travail vertex atteignables par les chaînes cinématiques déterminées par la méthode numérique de discrétisation pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR.

Nous observons les courbes hélicoïdales associées aux centres des régions annulaires atteintes par les chaînes cinématiques.

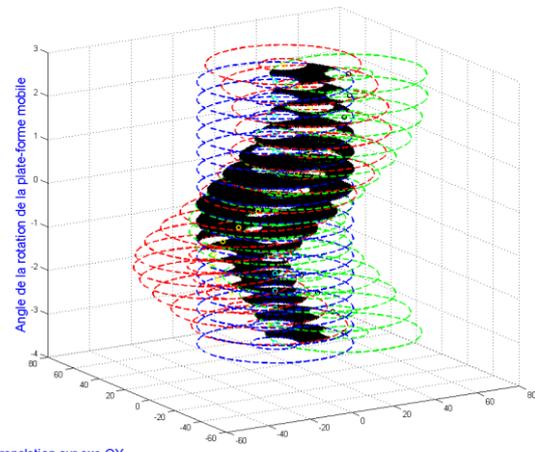
## Annexe 2-2: Méthode de la discrétisation



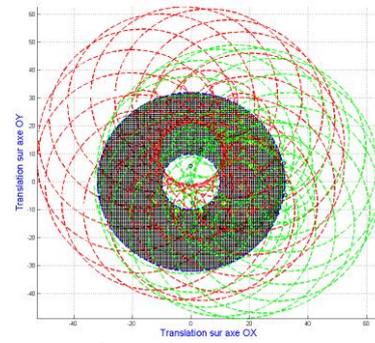
Translation sur axe OX Translation sur axe OY



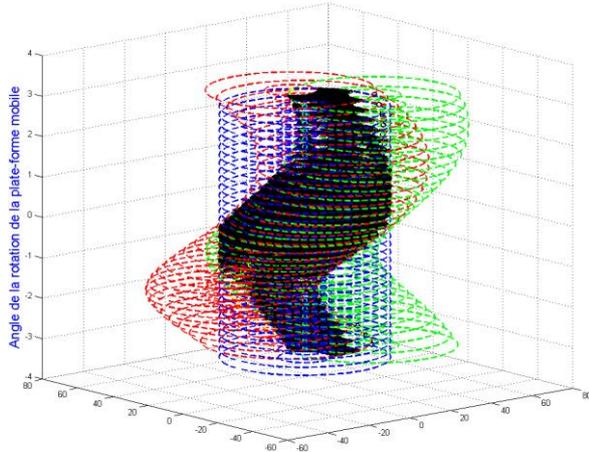
Step = 0,7 Elapsed time is 0,823 Seconds.



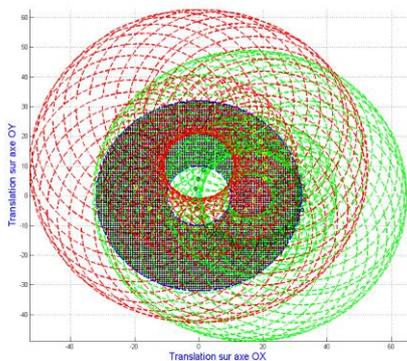
Translation sur axe OY Translation sur axe OX



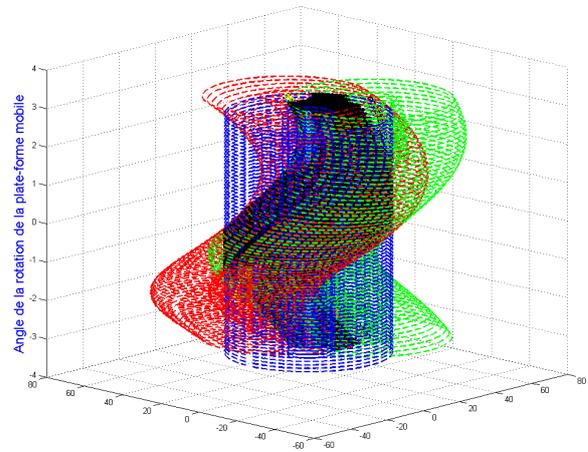
Step = 0,4 Elapsed time is 52,38 Seconds.



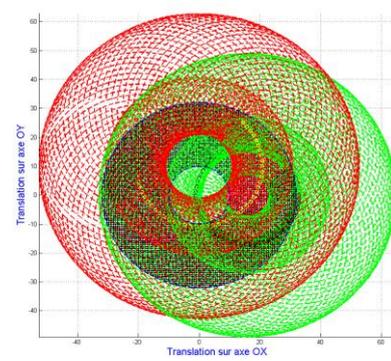
Translation sur axe OY Translation sur axe OX



Step = 0,3 Elapsed time is 6,13 Minutes.



Translation sur axe OY Translation sur axe OX



Step = 0,2 Elapsed time is 78,37 Minutes.

**Figure 1:** Influence du pas de discrétisation sur le temps de calcul de l'espace de travail.

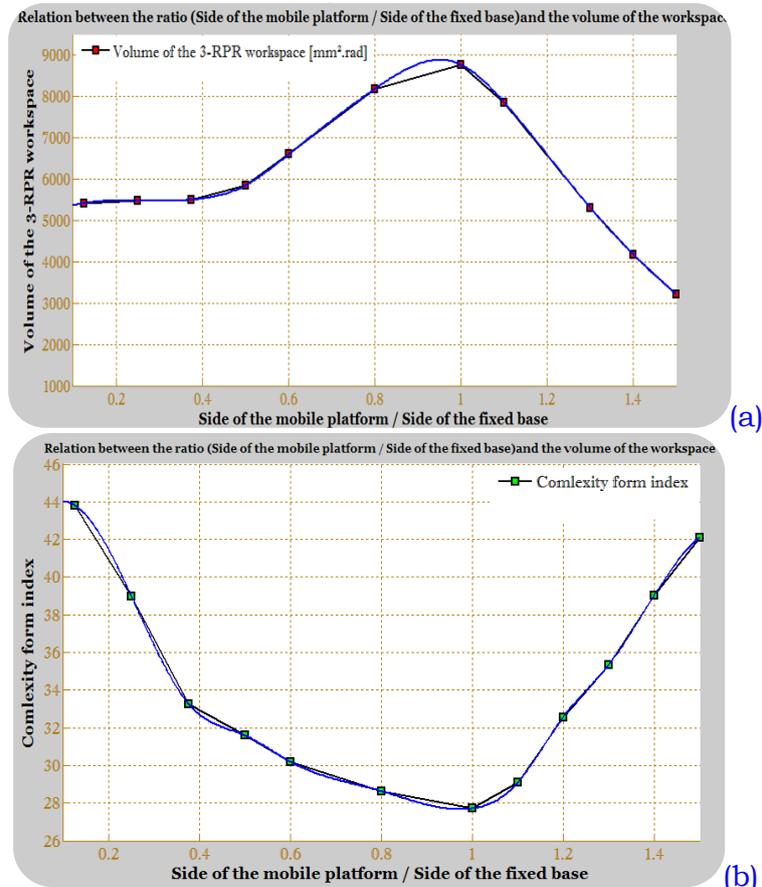
## Annexe 2-3: Indice de complexité de la forme de l'espace de travail total

Dans le chapitre 2 de ce mémoire de thèse, nous avons démontré que le changement de la position géométrique du point caractéristique de l'effecteur sur la plate-forme mobile n'a aucune influence sur la valeur numérique du volume de l'espace de travail total tridimensionnel du robot manipulateur de type 3-RPR. Nous avons en outre introduit dans ce contexte un indice (un critère) dans le but d'analyser l'espace de travail du robot manipulateur étudié. Ce critère indique: *la complexité de la forme de l'espace total du robot manipulateur*. Dans cette annexe nous présentons une étude quantitative moyennant ce critère. Cette étude a été appliquée pour trois architectures différentes du robot manipulateur de type 3-RPR, voir **Tableau 1**. Les résultats de cette étude sont illustrés dans les **Figures 1** et **2**.

Dans **Figures 1 (a)**, **Figure 2 (a)**, et **Figure 3 (a)** les graphiques illustrent la relation entre le volume de l'espace de travail total de robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR en fonction du rapport ( $L_{Plate-forme}/L_{Base-Fixe}$ ), où:

- $L_{Plate-forme}$ : Représente la longueur du coté de la plate-forme mobile du robot manipulateur.
- $L_{Base-Fixe}$ : Représente la longueur du coté de la base fixe du robot manipulateur.

Dans les **Figures 1 (b)**, **Figure 2 (b)**, et **Figure 3 (b)** les graphiques illustrent la relation entre *la complexité de la forme de l'espace total du robot manipulateur* en fonction du rapport présenté ci-avant.

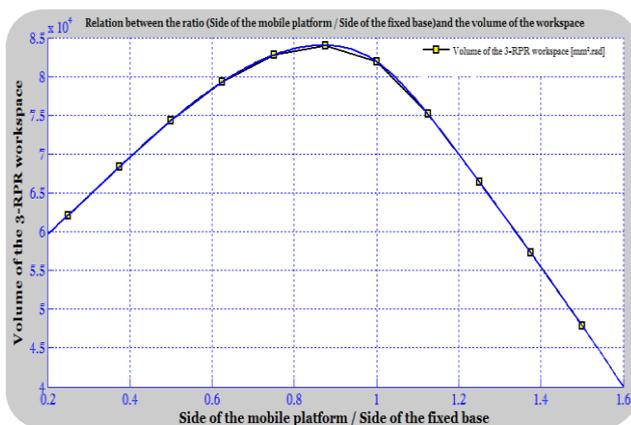


**Figure 1:** Relation entre le volume de l'espace de travail total du robot manipulateur 3-RPR de type-1 et le ratio  $L_{Plate-forme}/L_{Base-Fixe}$  (a), relation entre le critère de complexité de la forme de l'espace de travail et le ratio  $L_{Plate-forme}/L_{Base-Fixe}$  (b).

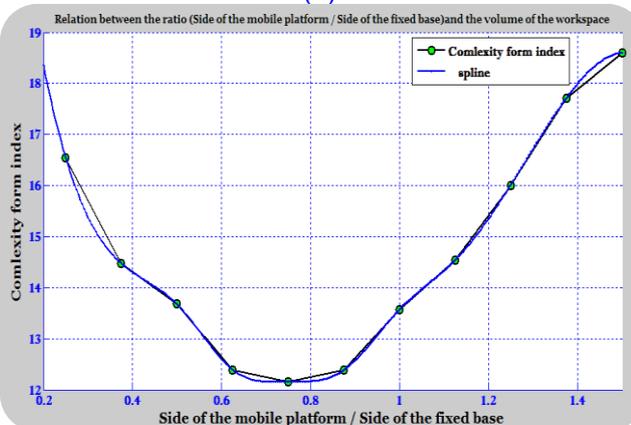
Nous pouvons conclure à partir de ces graphiques que:

- D'autant plus grande est la différence entre la taille de la plate-forme mobile et la taille de la base fixe du robot manipulateur, plus petit est le volume de l'espace de travail atteignable du robot manipulateur plan de type 3-RPR.
- D'autant plus grande est la différence entre la taille de la plate-forme mobile et la taille de la base fixe du robot manipulateur, plus grand est l'indice de la complexité de la forme de l'espace total du robot manipulateur de type 3-RPR.

Ces résultats peuvent constituer un critère d'optimisation de la synthèse géométrique du robot manipulateur de la façon suivante: le robot manipulateur parallèle plan doit idéalement avoir un grand espace de travail total, mais, au même temps, un faible indice de la complexité de forme de l'espace de travail selon le travail de [Wu-Jong, et al., 2008] qu'il a réalisé ses études sur les robots manipulateur spatiaux de type Hexaglide DELTA à six degrés de mobilité.

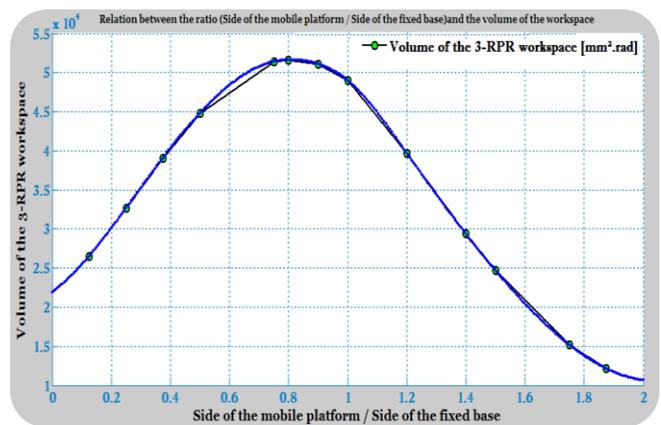


(a)

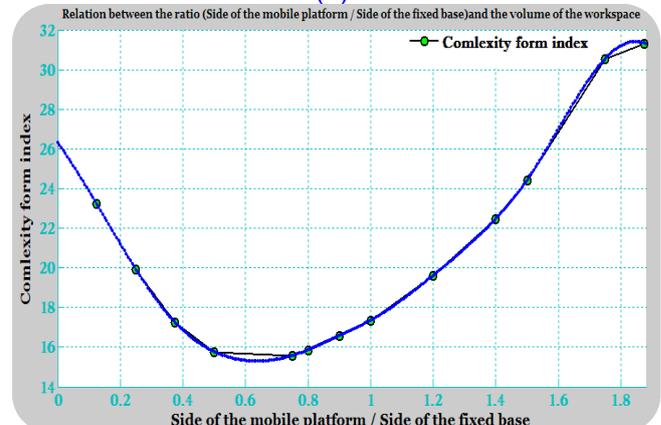


(b)

**Figure 2:** Relation entre le volume de l'espace de travail total du robot manipulateur 3-RPR de type-2 et le ratio  $L_{Plate-forme}/L_{Base-Fixe}$  (a), relation entre le critère de complexité de la forme de l'espace de travail et le ratio  $L_{Plate-forme}/L_{Base-Fixe}$  (b).



(a)



(b)

**Figure 3:** Relation entre le volume de l'espace de travail total du robot manipulateur 3-RPR de type-3 et le ratio  $L_{Plate-forme}/L_{Base-Fixe}$  (a), relation entre le critère de complexité de la forme de l'espace de travail et le ratio  $L_{Plate-forme}/L_{Base-Fixe}$  (b).

**Remarque:** Pour chaque architecture ayant des paramètres géométriques de conception spécifiques, nous devons réaliser une nouvelle étude quantitative semblable à celle présentée ci-avant dans cette annexe afin d'analyser la relation entre le critère de complexité de la forme de l'espace de travail et les paramètres de conception. Cette analyse permet aux

concepteurs d'une part d'approfondir leurs connaissances sur l'impact des paramètres géométriques sur les propriétés topologiques (forme de l'espace de travail) et le volume (propriété quantitative). D'autre part, à partir de cette étude nous pouvons optimiser la synthèse géométrique du robot manipulateur plan en choisissant les paramètres permettant en même temps d'augmenter le volume de l'espace de travail et ainsi de diminuer l'indice de complexité de la forme de l'espace de travail.

Paramètres	Course maximale	Course minimale	Longueur du coté de la base fixe
<b>Robot type-1</b>	150	35	200
<b>Robot type-2</b>	320	100	200
<b>Robot type-3</b>	275	90	200

Tableau 1: Paramètres géométriques pour les trois architectures du robot manipulateur de type 3-RPR.

**Remarque:** La base fixe et la plate-forme mobile de chaque architecture est un triangle équilatéral.

## Annexe 2-4: Nouvelles techniques pour caractériser et représenter l'espace de travail de robot parallèle plan de type 3-RPR

Dans cette annexe, nous développons une nouvelle méthode pour représenter l'espace de travail des robots manipulateurs plans pleinement parallèles de types 3-RPR. Cette méthode permet de mieux caractériser les performances des robots parallèles dans une démarche de conception optimale. Cette démarche focalise sur la capacité en orientation de l'effecteur (organe terminal) à travers la définition d'un critère d'accessibilité en orientation que nous représentons en 3D. Ce critère est utilisé pour comparer différentes architectures et pour choisir celles les plus performantes. La méthode proposée peut être étendue, moyennant quelques adaptations, aux manipulateurs parallèles spatiaux.

### Nouvelle méthode pour caractériser l'espace de travail

Dans cette partie nous proposons une nouvelle technique pour caractériser l'espace de travail maximal des manipulateurs pleinement parallèles de types 3-RPR. Nous définissons un "critère quantitatif". Cette méthode est basée sur l'analyse des possibilités en orientation de la plate-forme mobile. A cet effet, une nouvelle représentation de "l'espace de travail maximal" a été proposée. Généralement, l'espace de travail maximal d'un robot parallèle plan de type 3-RPR est représenté, en projection 2D, comme une superposition de toutes les sections qui correspondent aux espaces de travail en orientations constantes, comme nous avons observé dans le chapitre 2. Nous introduisons ici une nouvelle représentation tridimensionnelle en concaténant la capacité en translation du robot manipulateur et son capacité en orientation, nous utilisons les paramètres suivants pour achever et aboutir cette nouvelle représentation:

- Les paramètres de translation (deux degrés de liberté en translation  $(x_i, y_i)$ ).
- La capacité de l'effecteur en orientation, que nous représentons par l'indice  $n_i$  qui correspond à l'accessibilité en orientation de l'effecteur du robot au point  $(x_i, y_i)$  à la place des incréments de l'angle de l'orientation de la plate-forme mobile dans la représentation classique de l'espace de travail maximal.

En fait,  $n_i$  est donné par le rapport entre les deux quantités  $N_i, N_{max}$ :

$$n_i = N_i/N_{max}, \text{ Avec:}$$

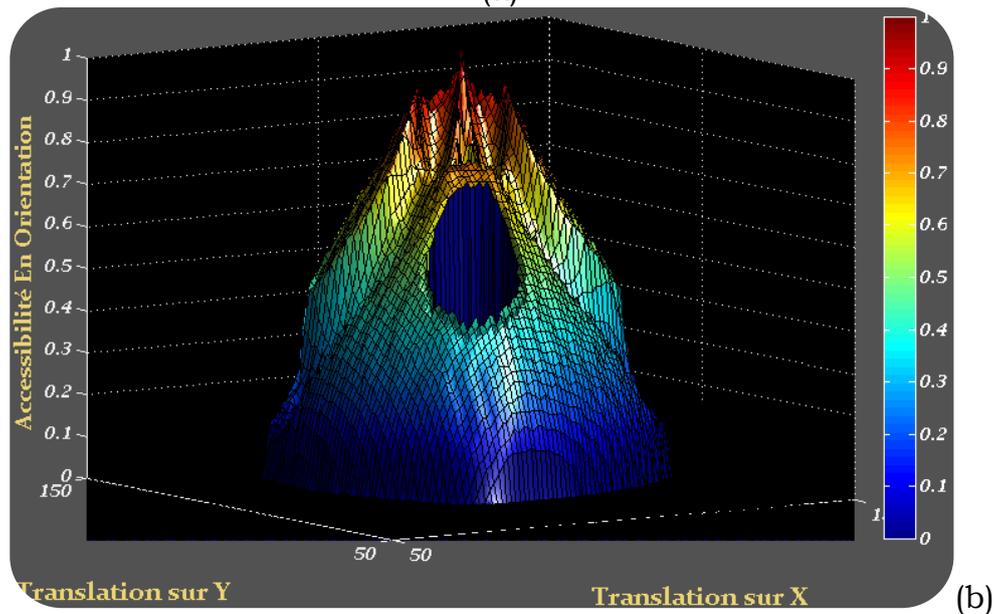
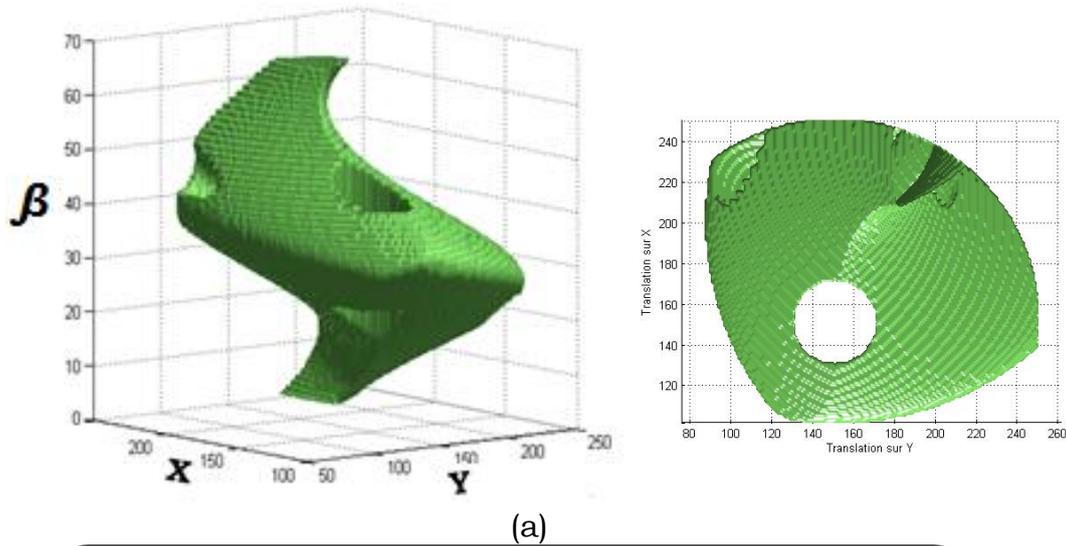
- $N_i$  représente le nombre de points atteignables en orientation, pour une discrétisation angulaire donnée, au point  $(x_i, y_i)$ .
- $N_{max}$  est la valeur maximale de  $N_i$  sur tout les points de l'espace de travail, ce qui peut être exprimé de la manière suivante:

$$N_{max} = \text{Max}(N_i)$$

L'indice  $n_i$  est ainsi lié à la capacité en orientation intrinsèque. Il est indépendant du pas de discrétisation utilisé pour un nombre très élevé de points correspondant à l'espace de travail du robot manipulateur.

La **Figure 1**, illustre la différence entre la représentation classique de l'espace de travail maximal **Figure 1 (a)** et la nouvelle représentation que nous proposons **Figure 1 (b)**. La représentation classique de l'espace de travail maximal montré dans cette **Figure 1 (a)** peut être facilement obtenue par la projection de l'espace de travail total en 3D de robot manipulateur. Observant ces figures, nous pouvons dire que la nouvelle méthode proposée nous permet d'approfondir l'analyse de l'espace de travail maximal du robot manipulateur. Une simple comparaison entre la méthode classique pour représenter l'espace de travail maximal et notre approche qui intègre l'analyse de la capacité en orientation de l'effecteur,

nous permet de dire que la méthode classique permet, seulement, d'avoir des résultats liés à la capacité en translation du robot manipulateur. Tandis que, notre nouvelle technique couple (assemble) la notion de capacités en translation et celle en orientation dans une seule cartographie en additionnant une troisième dimension à la représentation classique, cette nouvelle dimension correspond à la capacité en orientation de la plate-forme mobile du robot manipulateur.



**Figure 1:** Comparaison entre la méthode classique de la représentation de l'espace de travail maximal (a) et la méthode proposée (b).

### Exemples d'application

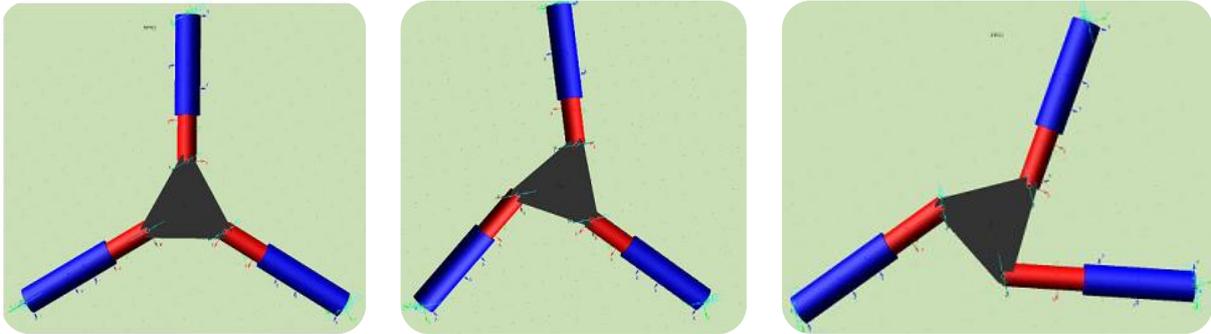
Nous présentons dans cette partie quelques exemples d'application de la nouvelle méthode proposée à la conception de robots manipulateurs plans de types 3-RPR. Nous comparons la performance de trois architectures de ce type du robot, en variant:

- La forme de la base fixe.
- La valeur de  $l$  (le côté de la plate forme mobile).

Les formes de la base fixe triangulaires utilisées dans cette étude sont:

- Une base fixe ayant la forme d'un triangle équilatéral.
- Une base fixe ayant la forme d'un triangle isocèle.
- Une base fixe ayant la forme d'un triangle quelconque.

Les trois bases fixes pour ces robots manipulateurs ont la même "footprint", i.e. l'aire de la base fixe. La **Figure 2** montre les modèles CAO des robots que nous utilisons pour réaliser cette comparaison, ses paramètres géométriques de conception sont montrés dans la **Tableau 1**.

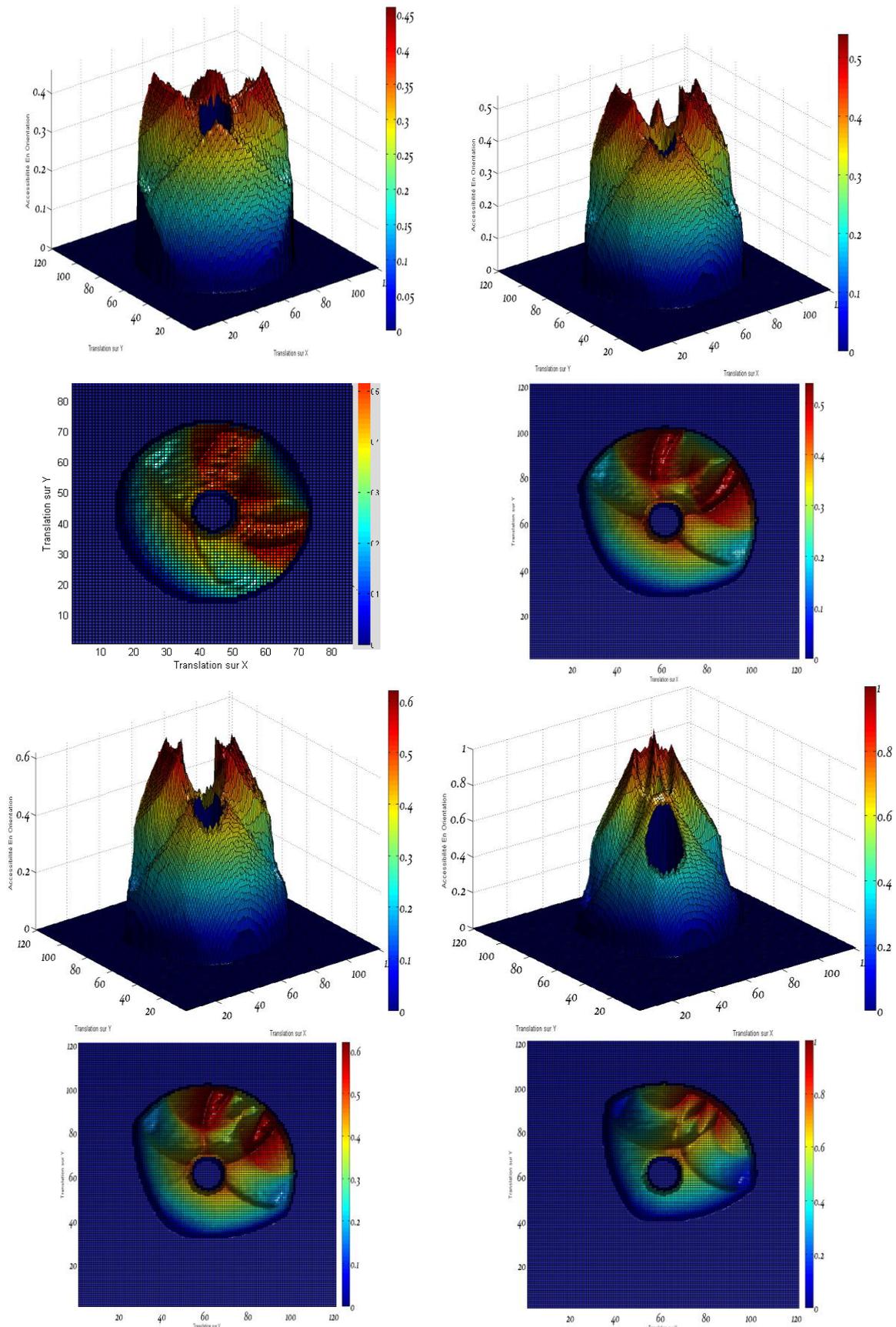


**Figure 2:** Les modèles CAO ADAMS® des robots 3-RPR étudiés.

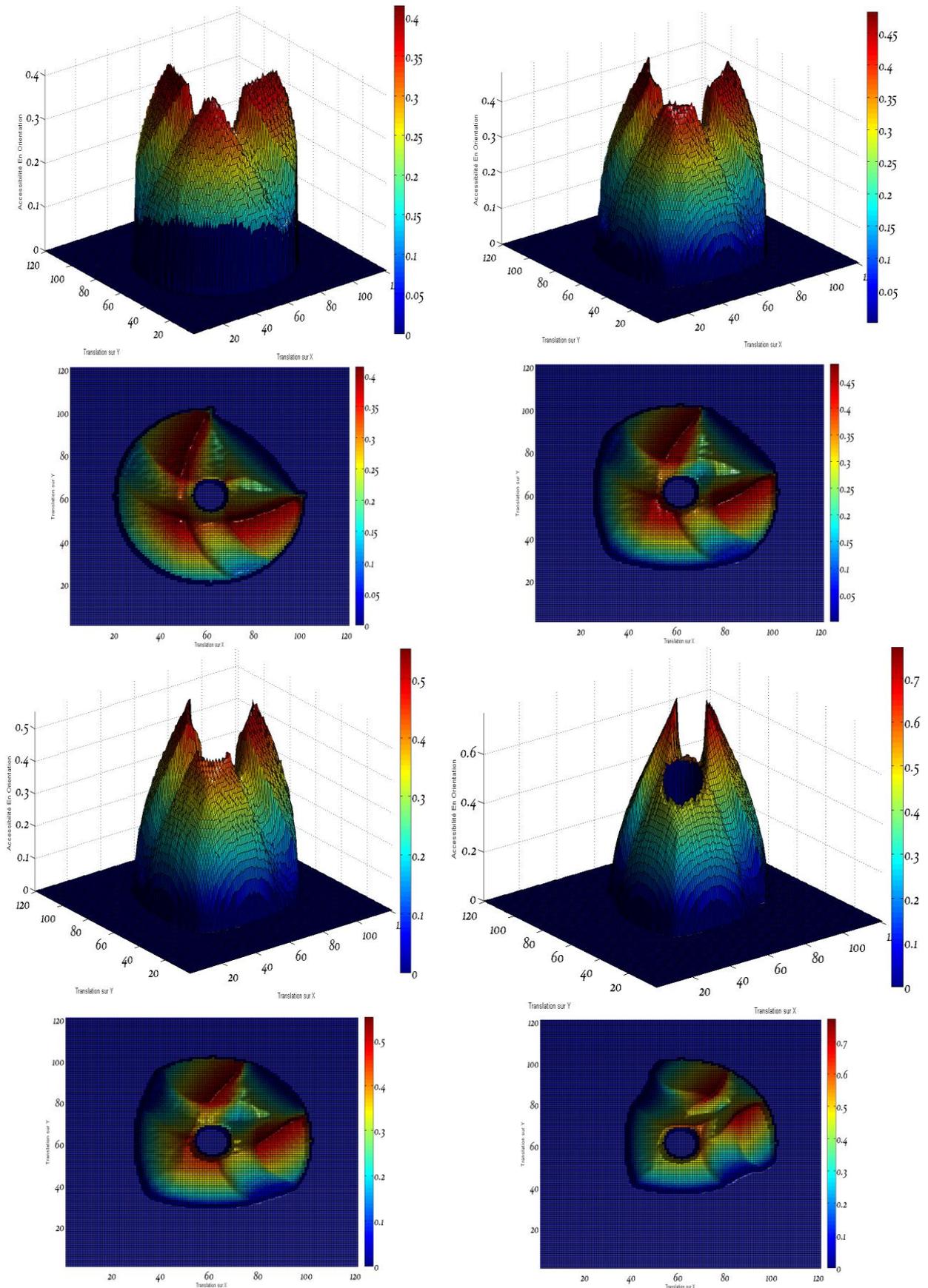
Pour chaque architecture présentée ci-dessus, nous avons effectué une analyse de l'influence de la longueur  $l$  de côté de plate forme mobile de manière à réaliser en même temps:

- Analyse qualitative: nous étudions l'influence de la longueur  $l$  sur la forme de l'espace de travail.
- Analyse quantitative: nous étudions l'influence de la longueur  $l$  sur la capacité en orientation et en translation.

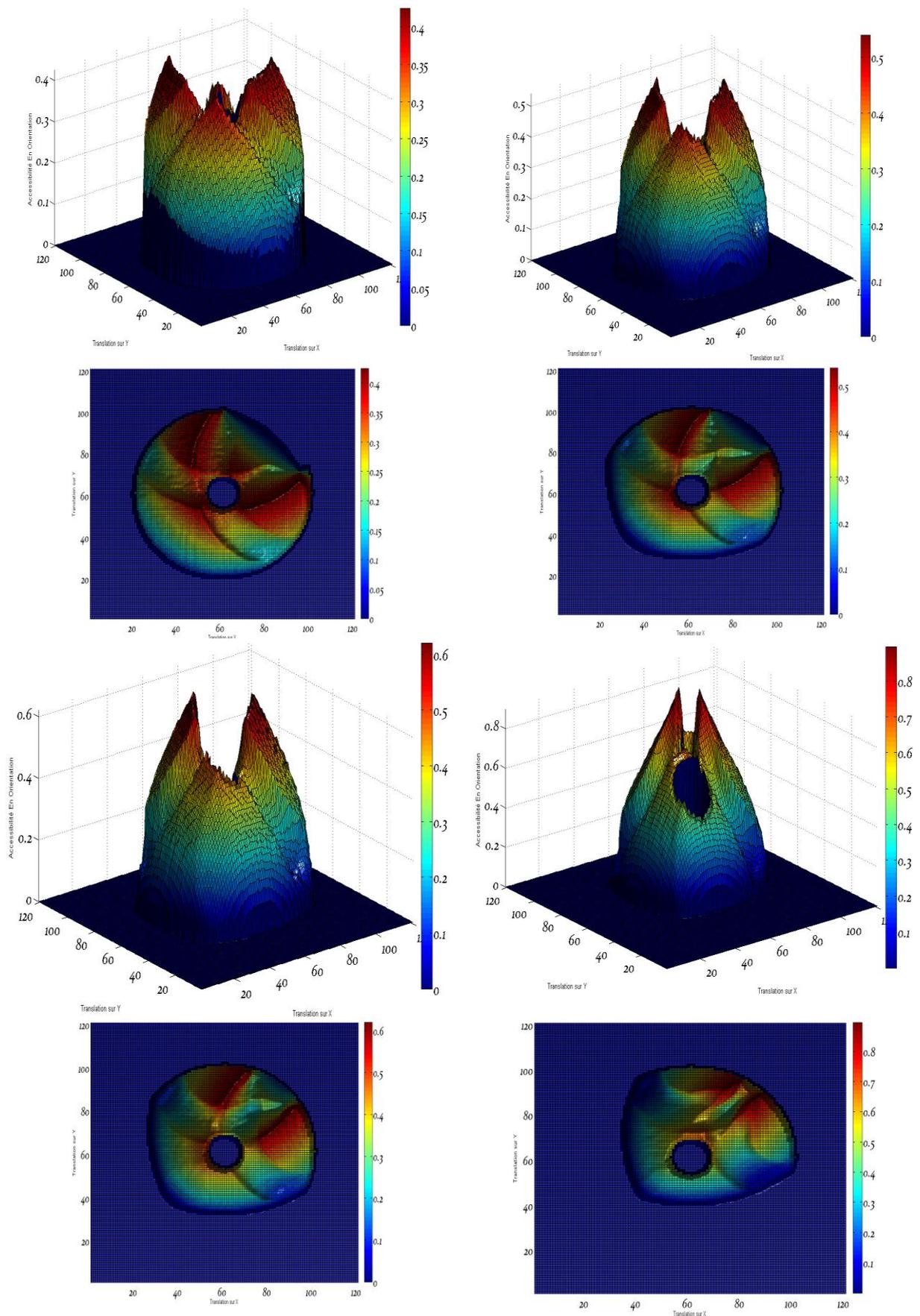
L'espace de travail pour chaque version est représenté dans **Figure 3** à **Figure 5**:



**Figure 3:** Représentations de l'espace de travail pour un robot 3-RPR ayant une base fixe d'une forme de triangle équilatéral (Robot type-1) pour plusieurs valeurs de  $l$ .



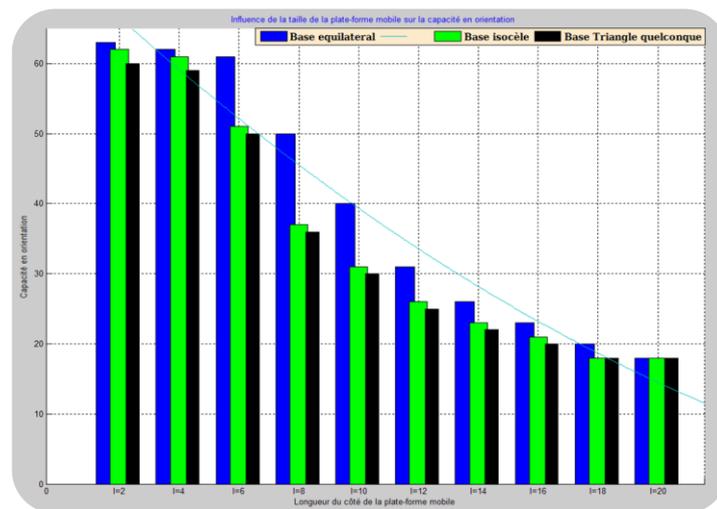
**Figure 4:** Représentations de l'espace de travail pour un robot 3-RPR ayant une base fixe d'une forme de triangle isocèle (*Robot type-2*) pour plusieurs valeurs de  $l$ .



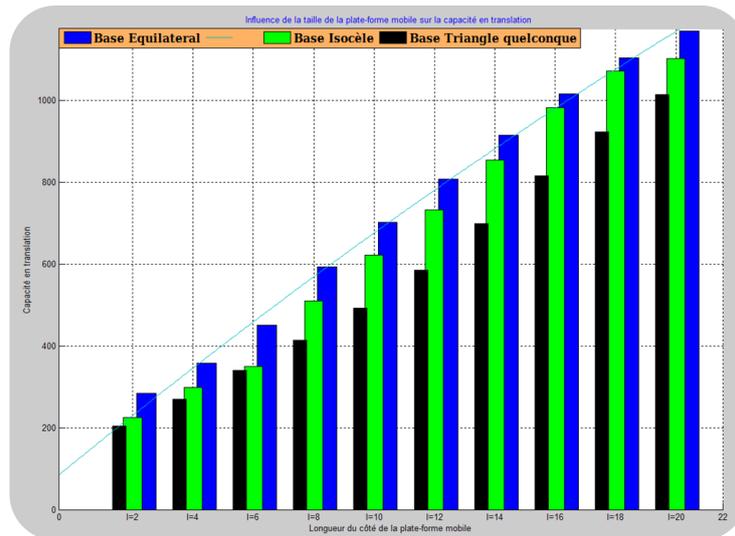
**Figure 5:** Représentations de l'espace de travail pour un robot 3-RPR ayant une base fixe d'une forme de triangle quelconque (*Robot type-3*) pour plusieurs valeurs de  $l$ .

A partir de ces figures, nous pouvons conclure les résultats suivants:

- Il y a à travers de l'espace de travail maximal du robot manipulateur plusieurs régions ayant différentes capacités en orientation. En fait, ces figures montrent l'évaluation de la capacité en orientation par le changement des couleurs du graphe, les régions rouges présentent les régions de l'espace de travail ayant les meilleures capacités en orientation.
- De plus, nous constatons que la forme de la base fixe du robot manipulateur a une très forte influence sur les capacités en orientation et en translation: nous avons trouvé que l'architecture du robot manipulateur ayant une base sous la forme d'un triangle équilatéral donne les meilleurs résultats pour la capacité en orientation, et la capacité en translation ou l'aire de l'espace de travail maximal.
- Nous observons aussi à partir de ces figures que la mobilité de l'effecteur près des limites (frontières intérieures et extérieures) de l'espace de travail est très réduite.
- A partir de cette analyse quantitative et qualitative en utilisant la nouvelle technique que nous proposons pour la caractérisation de l'espace de travail des robots manipulateurs plans, nous pouvons constater que: la forme optimale de la base fixe est un triangle équilatéral.
- L'analyse de l'influence de la taille de la plate-forme mobile: une analyse systématique similaire de l'influence de la taille de la plate-forme mobile sur les capacités en orientation et en translation est synthétisée dans la **Figure 6** et la **Figure 7**. Nous pouvons constater à partir de ce diagramme que si nous augmentons la longueur  $l$  de la plate-forme mobile, l'aire de l'espace de travail (la capacité en translation) augmente, par contre la capacité en orientation diminue.



**Figure 6:** Valeurs de l'espace de travail: capacité en orientation pour les Robot types (1, 2, 3) respectivement en fonction de la longueur  $l$ .



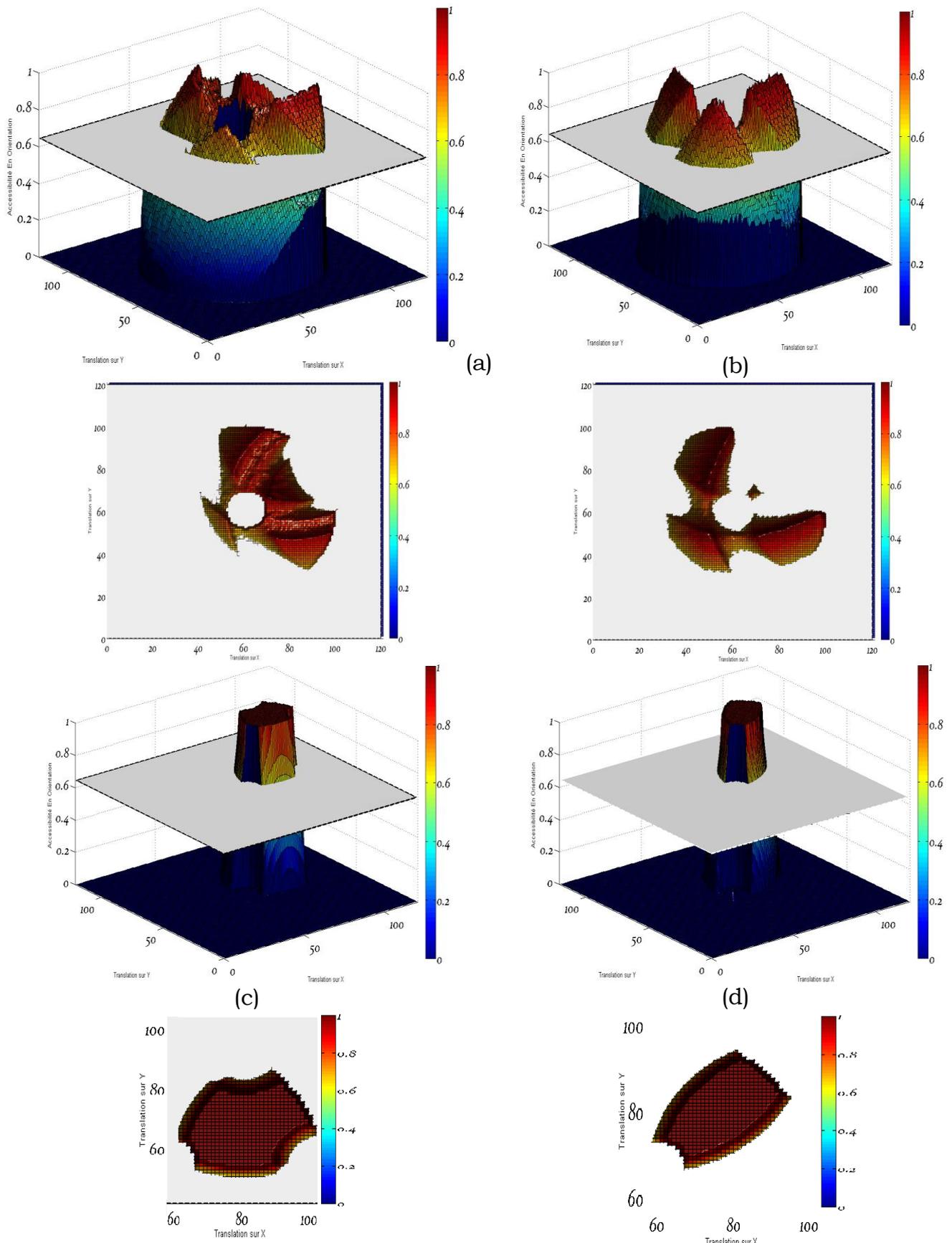
**Figure 7:** Valeurs de l'espace de travail: capacité en translation pour les Robot types (1, 2, 3) respectivement en fonction de la longueur  $l$ .

Nous trouvons selon les **Figures 6 et 7** que la capacité en orientation pour les deux architectures (base équilatérale « Robot type-1 », base isocèle « Robot type-2») pour les valeurs de  $l = 20$ ,  $l = 2$ , sont très proches. C'est pourquoi, nous pouvons comparer la projection de l'espace de travail maximal pour coupler la notion de la capacité en translation (l'aire de l'espace de travail) au nouveau critère basé sur la notion de la capacité en orientation pour déterminer l'aire de l'espace de travail dans laquelle le robot possède la meilleure capacité en orientation:

*Quel est l'architecture (entre ces deux architectures) qui possède, pour une section donnée, la meilleure capacité en orientation ?*

Pour répondre cette question, nous avons pris un plan coupant parallèle au plan (XOY) défini par l'équation  $Z = 0,65$  pour comparer l'espace de travail pour ces deux architectures pour les valeurs de  $l = 2$ ,  $l = 20$ , comme il est illustré dans la **Figure 8**.

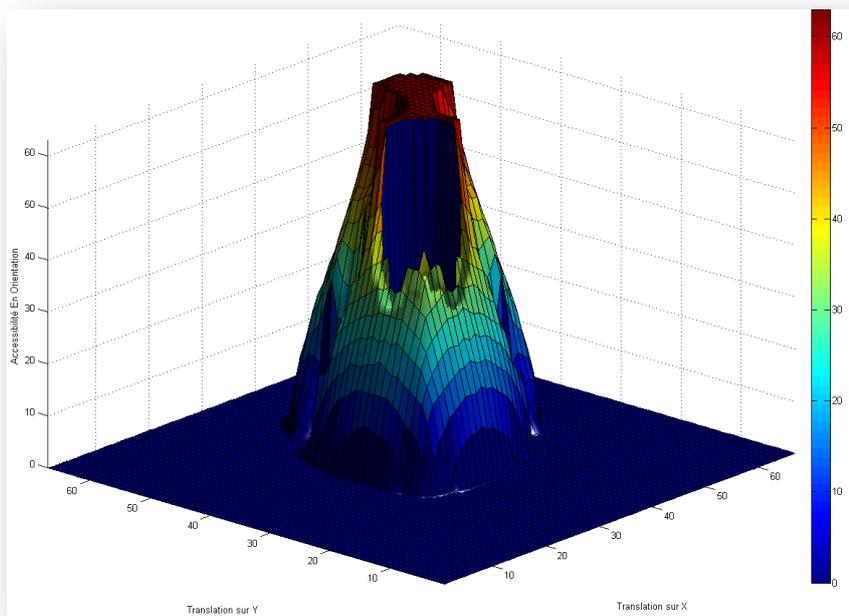
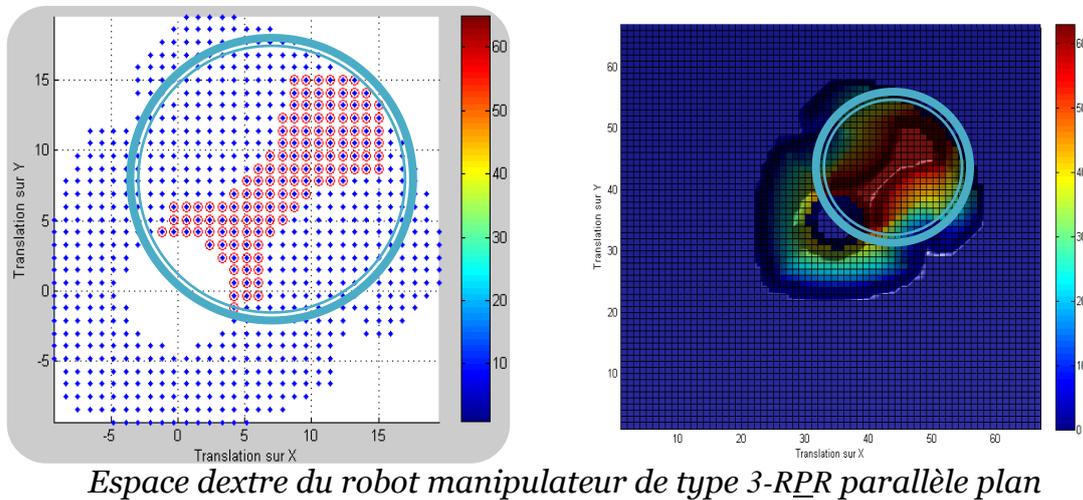
Nous trouvons que le robot qui a une base fixe en forme de triangle équilatéral possède une capacité en orientation plus importante que celle du robot qui a la base fixe en forme de triangle isocèle.



**Figure 8:** Projection de l'espace de travail (a) *Robot type-1* pour la valeur de  $l = 20$  (b) *Robot type-2* pour la valeur de  $l = 20$  (c) *Robot type-1* pour la valeur de  $l = 2$  (d) *Robot type-2* pour la valeur de  $l = 2$ .

### Remarque:

La technique proposée offre également des informations sur l'espace dextre du robot manipulateur. L'espace dextre est défini par la région de l'espace de travail atteignable par l'effecteur pour toutes les orientations de la plate-forme mobile, comme il est montré dans les figures suivantes:

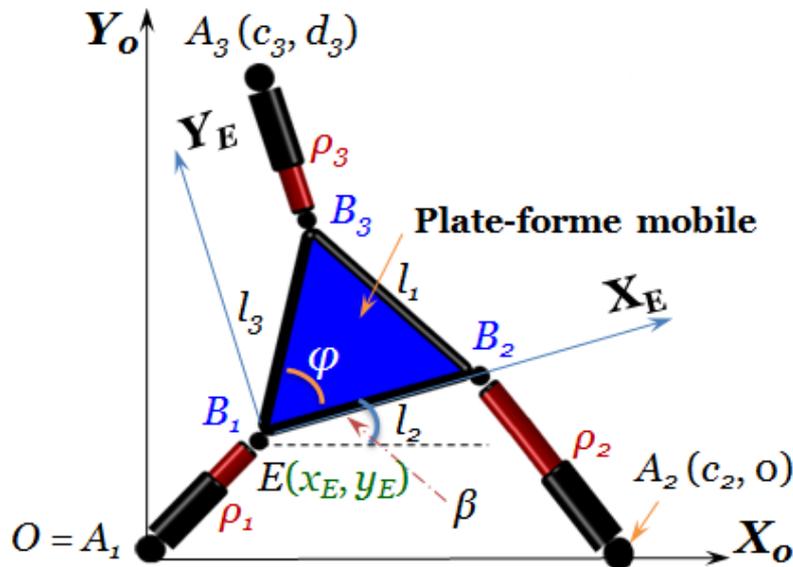


**Figure 9:** Espace dextre représenté à l'aide de la méthode proposée.

Cette représentation permet au concepteur d'optimiser la synthèse géométrique du robot manipulateur de point de vue de son espace de travail dextre.

L'analyse géométrique présentée dans cette annexe a été basée sur une nouvelle technique de représentation d'espace de travail maximal. Cette approche proposée nous permet de choisir la conception optimale, notamment si la tâche requiert un débattement angulaire important de l'effecteur. Nous avons examiné dans cette annexe, l'influence de la forme de la base fixe, et de la taille de la plate-forme mobile sur la capacité en orientation, et également sur la

capacité en translation (l'aire de l'espace de travail). Nous avons trouvé que plus la longueur de la côté de la plate-forme mobile  $l$  est grande, plus l'aire de l'espace de travail est importante. En revanche la rotation de la plate-forme mobile présente une accessibilité en rotation plus faible.



Paramètres géométriques du robot manipulateur 3-RPR	Manipulateurs 3-RPR plan.	Rayon maximale de région annulaire. $\rho_{max}$	Rayon minimale de région annulaire. $\rho_{min}$	Coordonnées du point $A_2$ de la base fixe.		Coordonnées du point $A_3$ de la base fixe.		Taille de la plate-forme mobile. $l_2, l_3$		Angle de la plate-forme ( $\varphi$ ).
				$c_2$	$d_2$	$c_3$	$d_3$	$l_2$	$l_3$	
Valeurs numériques	N° 1	20	4	20	0	10	17,32	10	10	60°
	N° 2	20	4	18,61	0	0	18,61	10	10	60°
	N° 3	20	4	20	0	5	17,32	10	10	60°

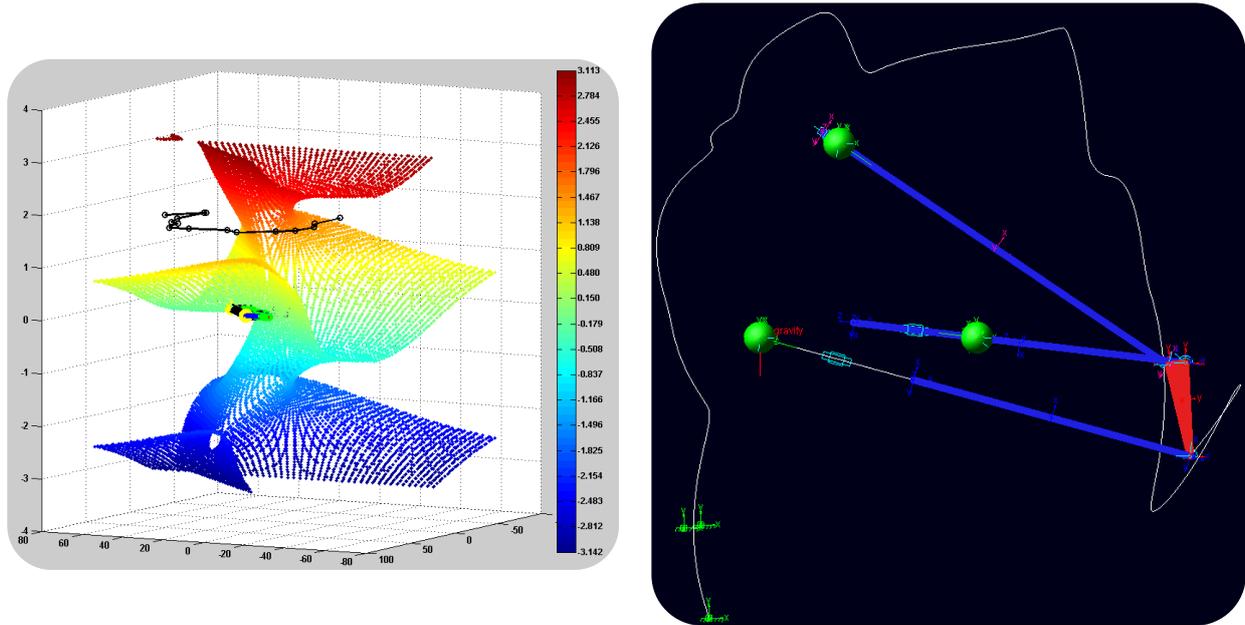
**Tableau 1:** Paramètres géométriques des robots utilisés dans cette étude pour les robots types (1, 2, 3).

# Annexes de Chapitre 3

### Annexe 3-1: Exemples de génération de trajectoires en évitant les singularités dans l'espace de travail du robot manipulateur de type 3-RPR.

Nous avons utilisé le logiciel d'ADAMS® pour réaliser cette étude en s'appuyant sur les résultats que nous avons obtenus dans le chapitre 3 de ce mémoire de thèse.

**Remarque:** De manière à simplifier la construction du modèle du robot de type 3-RPR dans l'outil d'ADAMS®, nous avons simulé le premier solid de chaque chaîne cinématique par une sphère.



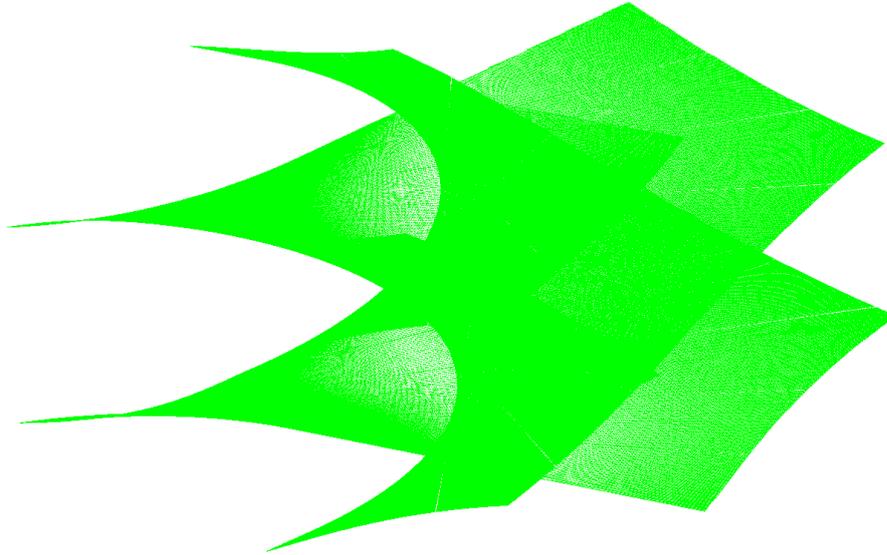
**Figure 1:** Trajectoir libre de singularité pour une orientation constante de la plate-forme mobile du robot manipulateur plan de type 3-RPR.

## Annexe 3-2: Exemple de détermination de la surface de singularité parallèle pour un robot analytique type 3-RPR.

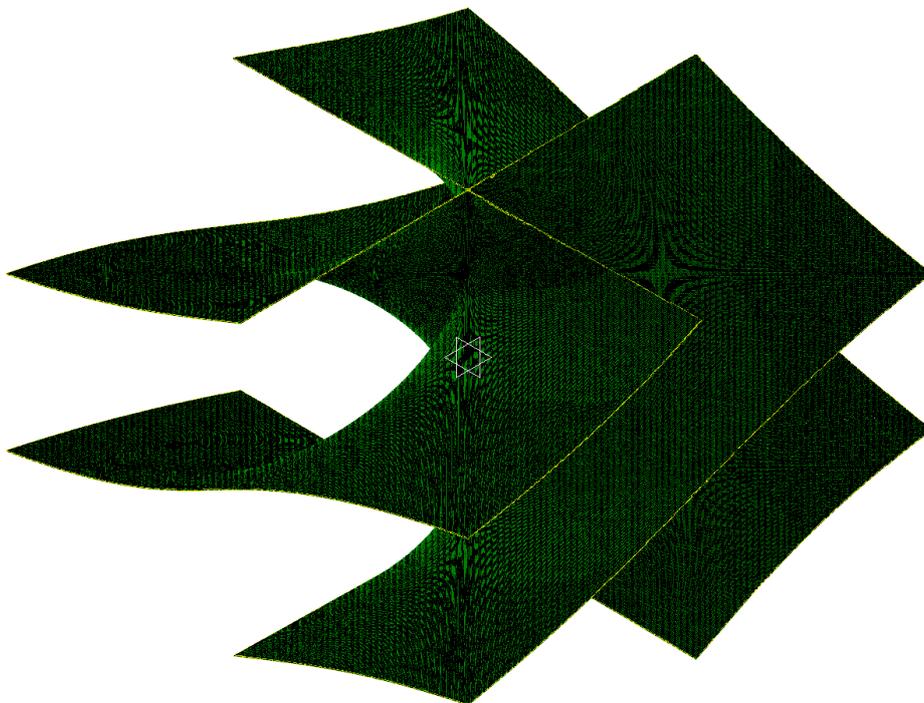
Géométrie du robot (cf. § 2-2):

$c_1$	$d_1$	$c_2$	$d_2$	$c_3$	$d_3$	$l_2$	$l_3$	$\beta$
0	0	1	0	0	1	1	1	$-\pi/2$

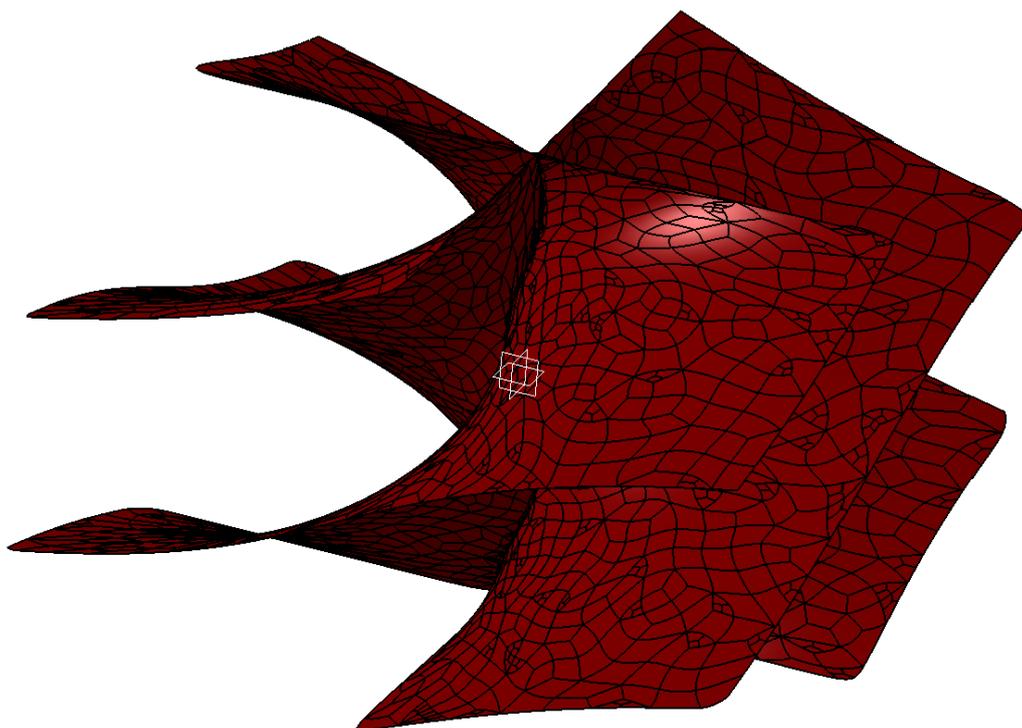
**Tableau 1:** Paramètres géométriques du robot manipulateur analytique du type 3-RPR.



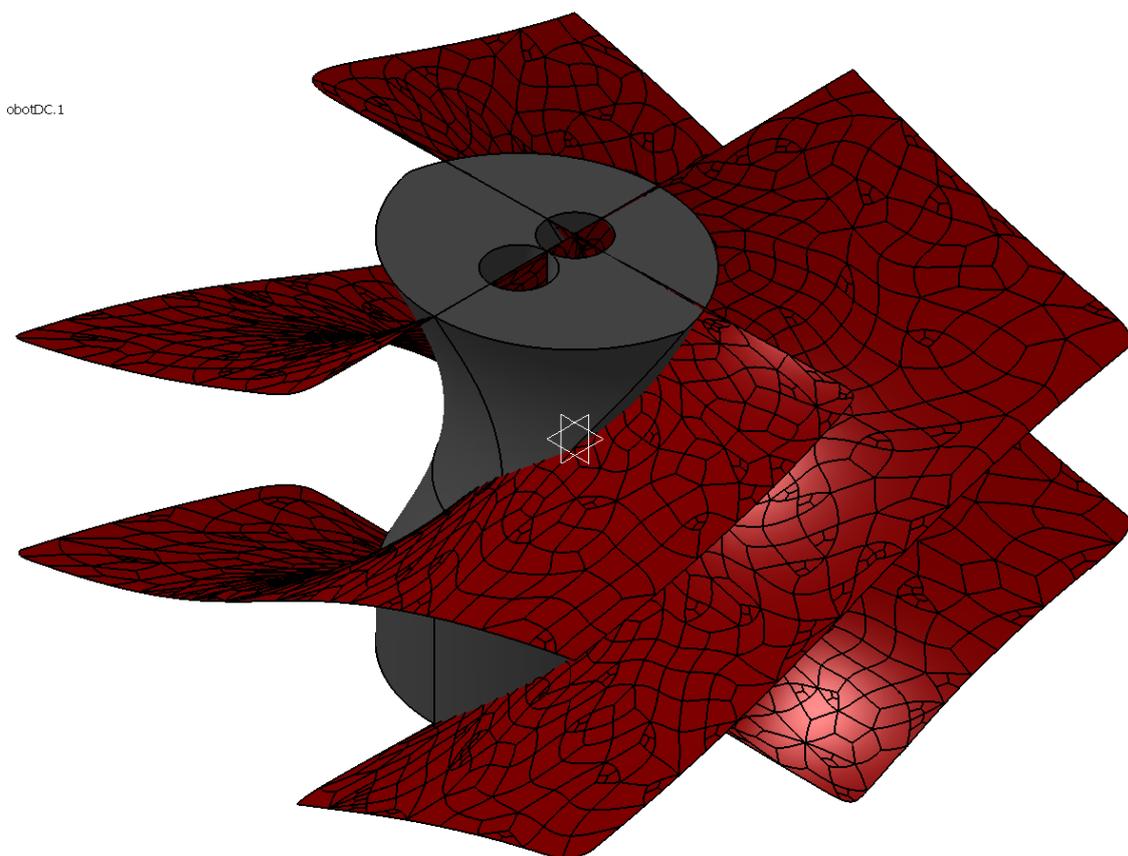
**Figure 1:** Nuage de points correspondre au lieu géométrique des singularités pour le robot ayant les paramètres géométriques du Tableau 1.



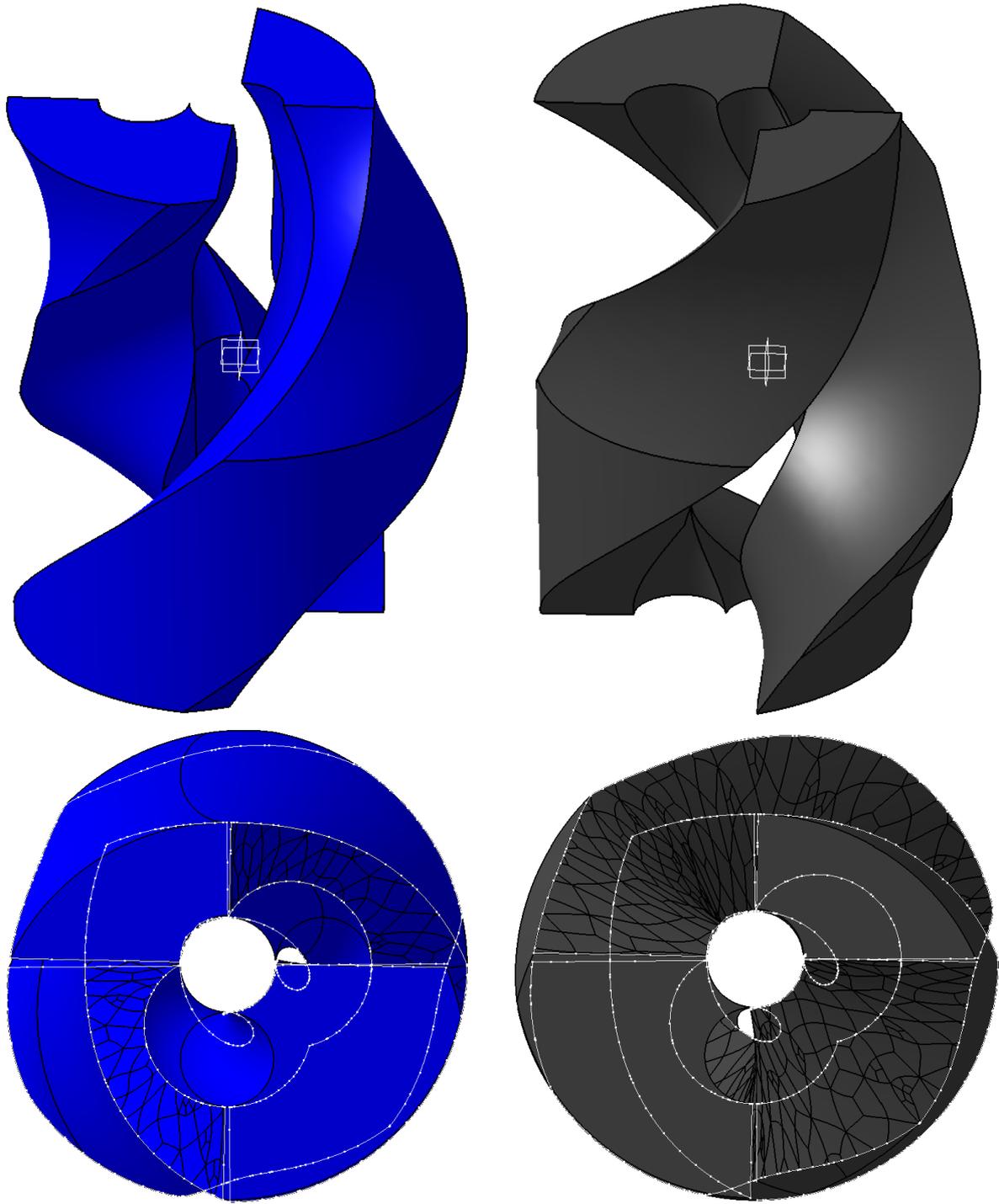
**Figure 2:** Maillage triangulaire polygonal.



**Figure 3:** *Modèle CAO de la surface de singularité pour le robot ayant les paramètres géométriques du Tableau 1.*



**Figure 4:** *Modèle CAO de l'espace de travail total du robot manipulateur et celui de la surface correspondante au lieu géométrique des singularités parallèles.*



**Figure 5:** *Modèle CAO des aspects libres de singularité.*

## Annexe 3-3: Singularités du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RRR.

Dans cette annexe, nous présentons les singularités de type II pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RRR. Similairement au robot manipulateur de type 3-RPR, le robot de type 3-RRR a trois type distincts de singularité: singularité sérielle (singularité type I), singularité parallèle (singularité type II), singularité mixte. Les figures suivantes illustrent différents modèles effectués moyennant l'outil géométrique de GeoGebra® pour le robot manipulateur de type 3-RRR. Ces modèles nous montrent le robot dans les trois configurations singulières mentionnées précédemment.

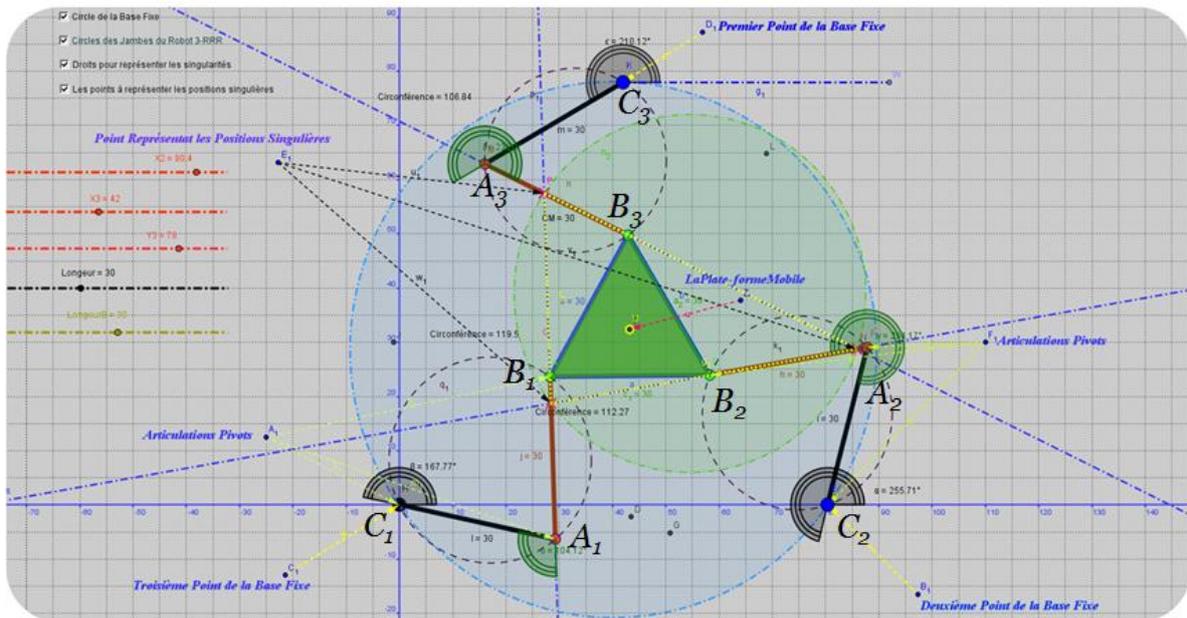


Figure 1: Paramétrage du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RRR.

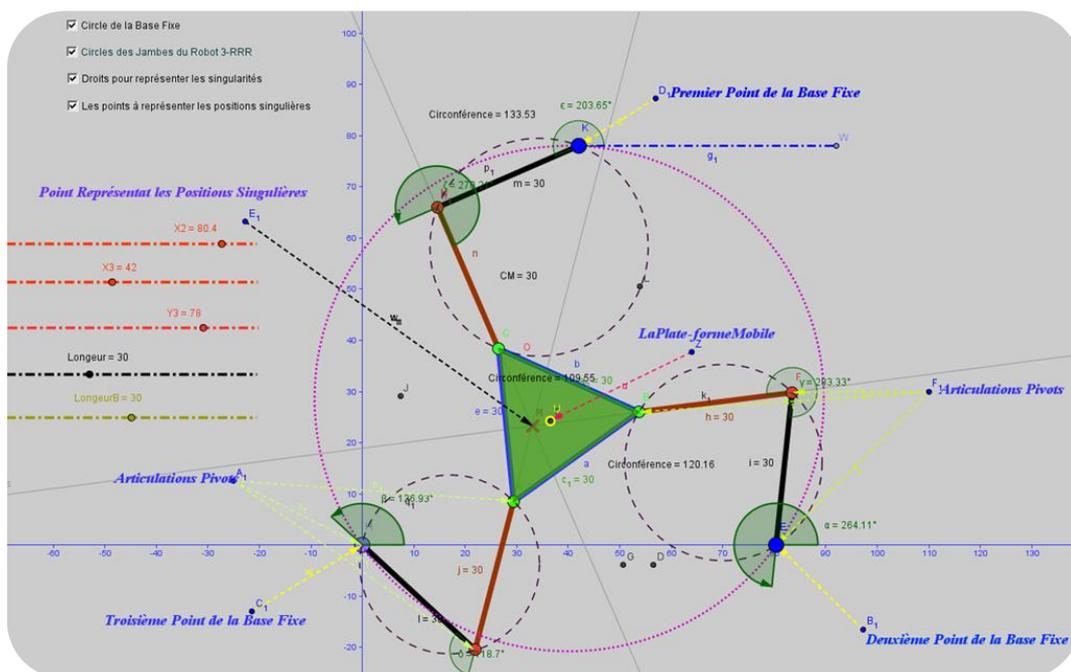
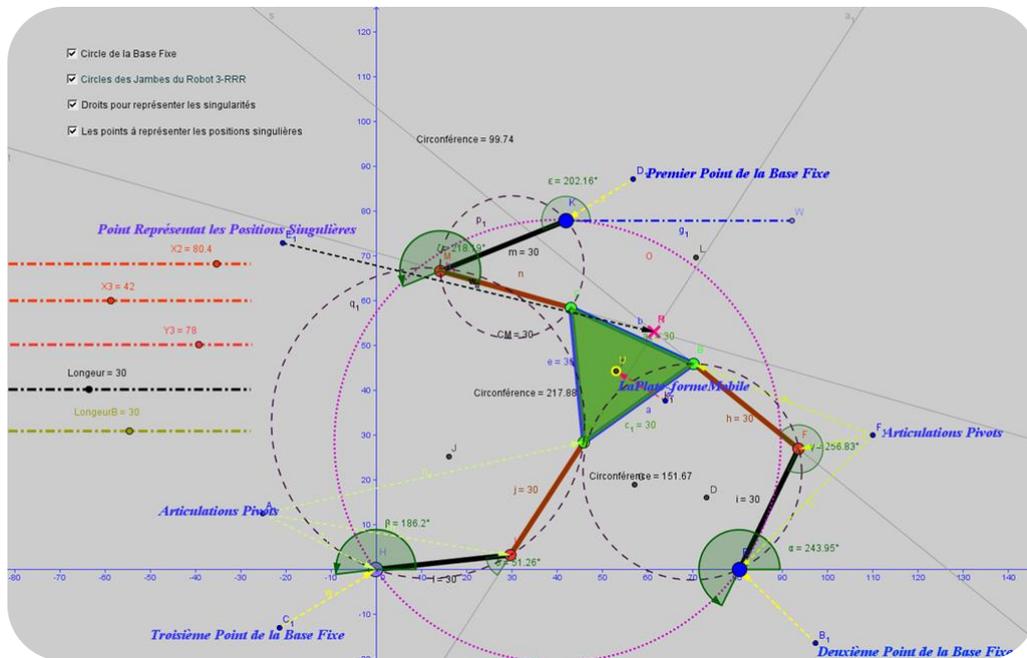


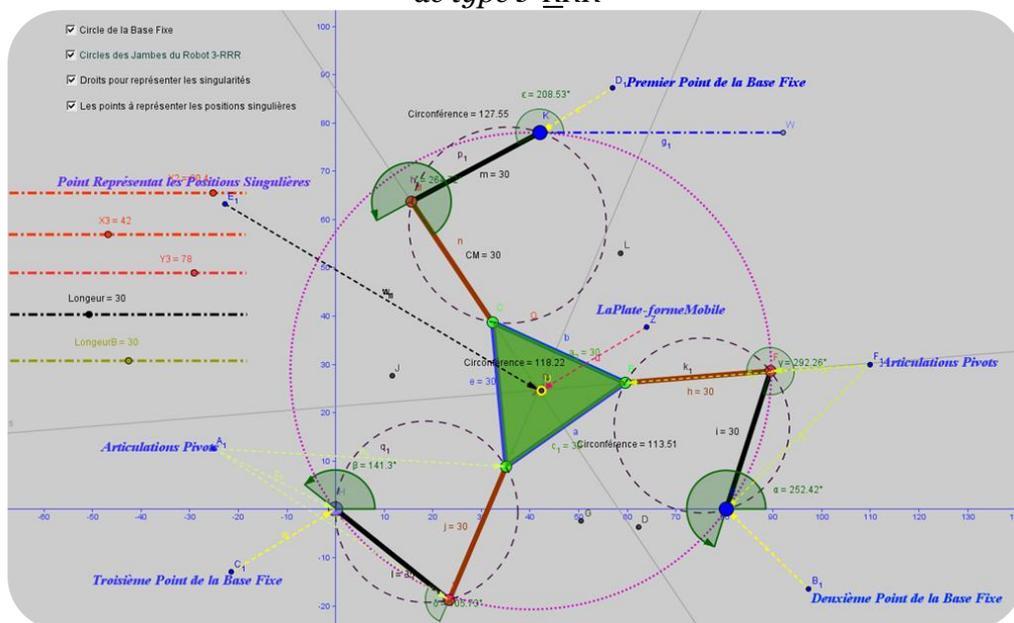
Figure 2: Exemple 1 d'une singularité de type II (parallèle) du robot manipulateur plan de type 3-RRR.

Pour le manipulateur planaire étudié, les configurations singulières correspondant au type II (**singularité parallèle**) sont atteints chaque fois que les lignes associées aux parties supérieures des chaînes cinématiques  $A_1B_1$ ,  $A_2B_2$  et  $A_3B_3$  se croisent, comme illustré dans les **Figures 2, 3, 4**.

Tandis que les **singularités sérielles** (type I) se produisent lorsque les points  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  sont alignés, pour  $i = 1, 2, 3$ . Cette configuration singulière est illustrée dans les **Figures 5, 6**.



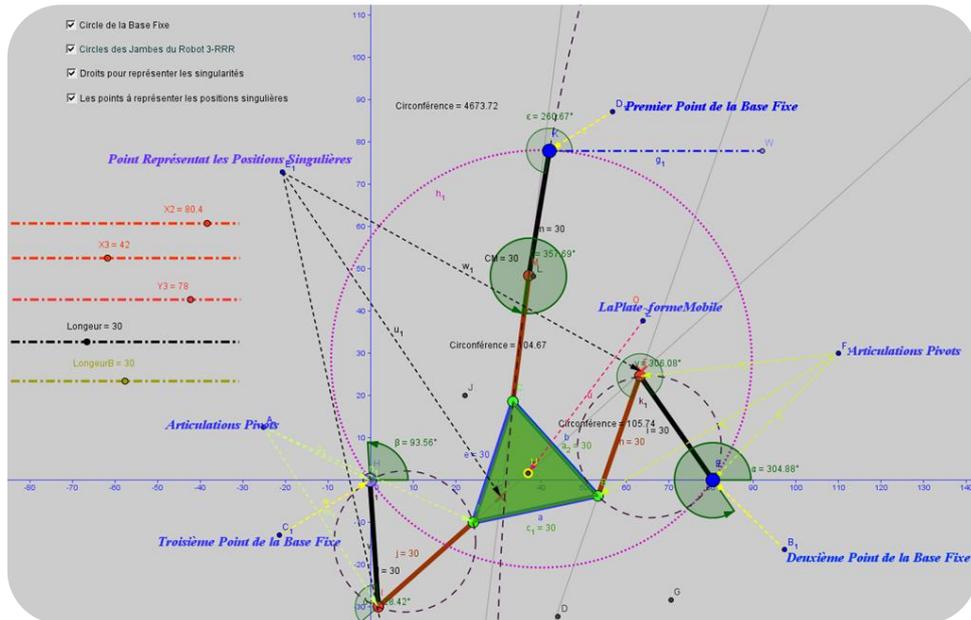
**Figure 3:** Exemple 2 d'une singularité de type II (parallèle) du robot manipulateur plan de type 3-RRR



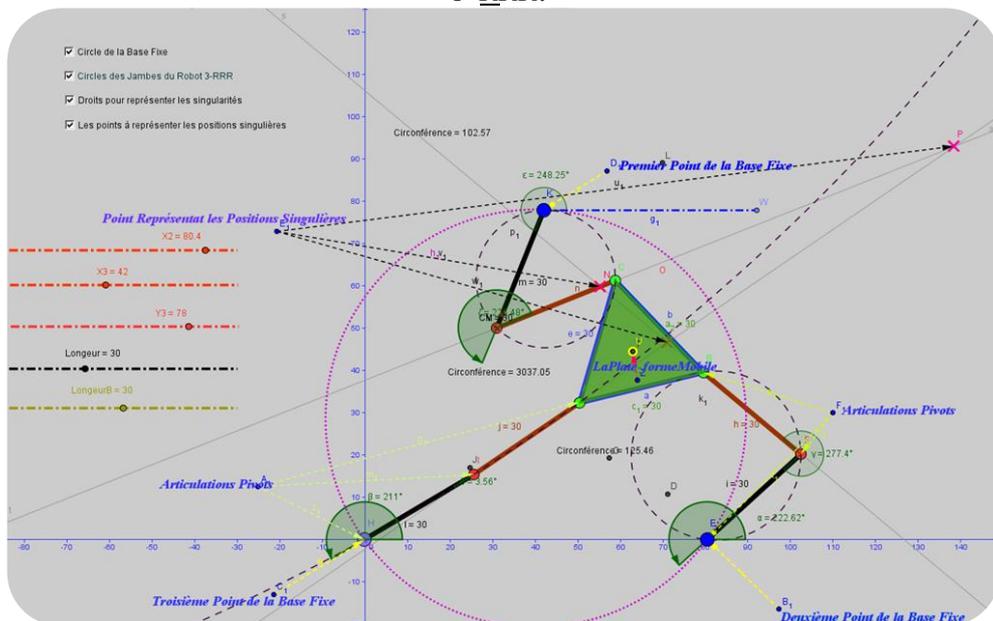
**Figure 4:** Exemple 3 d'une singularité de type II (parallèle) du robot manipulateur plan de type 3-RRR

**Remarque:** Dans cette étude, nous nous intéressons à la singularité de type II (singularité parallèle).

Pour ce robot manipulateur nous suivions la même méthodologie Numérique/CAO-Géométrique mise en application pour le robot de type 3-RPR que nous avons illustrée en détails au cours du troisième chapitre de thèse. Pour la partie numérique, nous avons utilisé le même programme que nous avons développé sous MATLAB® (cf. § 3.2.1) en basant sur l'approche analytique illustré dans [Gosselin, 1988]. Cela a pour objectif de générer un nuage de points chacun de ceci correspond au pose (configuration) singulière pour le robot manipulateur de type 3-RRR. Ensuite, le nuage de points est importé dans l'outil de CAO - CATIA® « Digitized Shape Editor » (DES). Cette étape vise à construire la surface de singularité de type II pour ce robot. Une étape intermédiaire entre les deux précédentes mentionnées auparavant a pour objectif de générer un maillage triangulaire polygonal couvrant le nuage de points associé aux poses singulières.



**Figure 5:** Exemple 1 de singularité de type I (sérielle) du robot manipulateur plan de type 3-RRR.

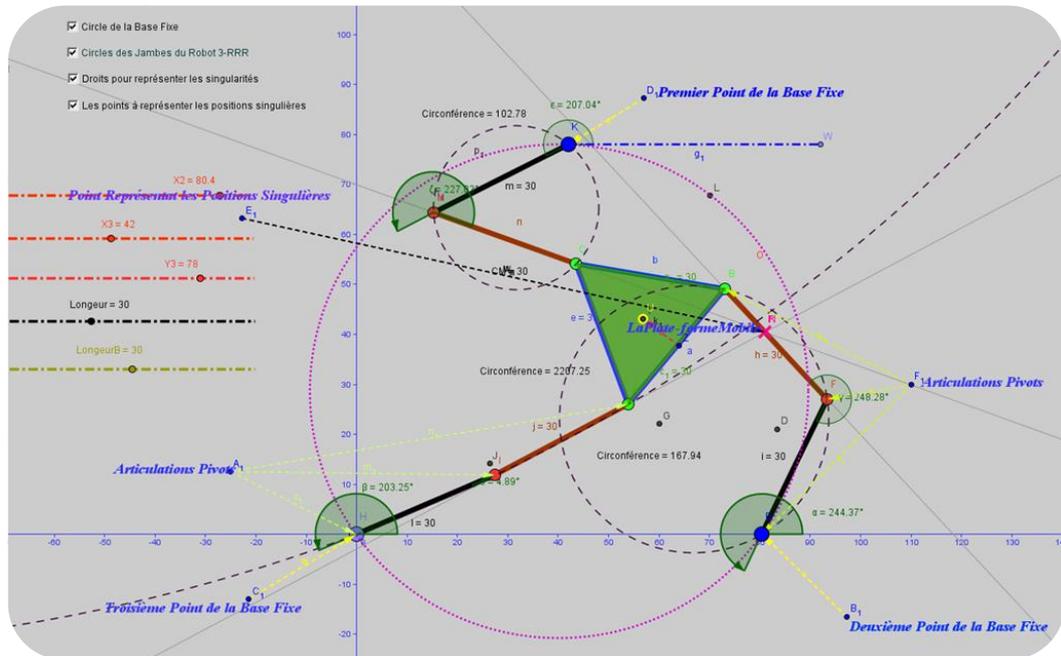


**Figure 6:** Exemple 2 de singularité de type I (sérielle) du robot manipulateur plan de type 3-RRR.

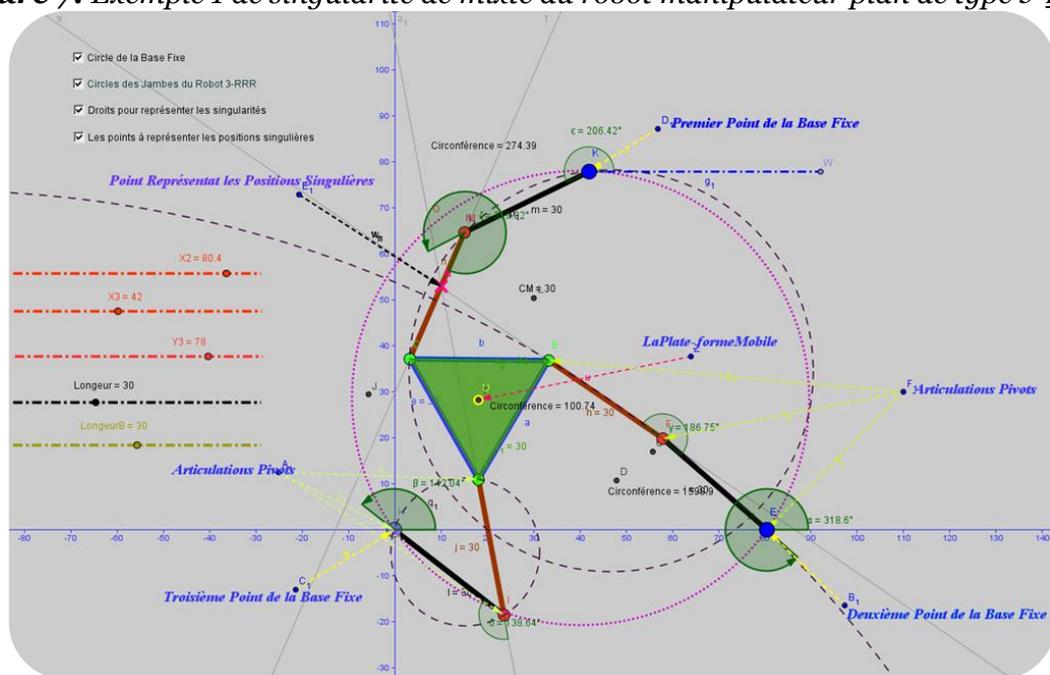
**Remarque:** Le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RRR possède huit modes de fonctionnement, soit huit solutions à son problème de la cinématique inverse, comme illustré

dans la **Figure 9**. Il faut souligner aussi que ses singularités dépendent du mode de fonctionnement contrairement au robot manipulateur de type 3-RPR.

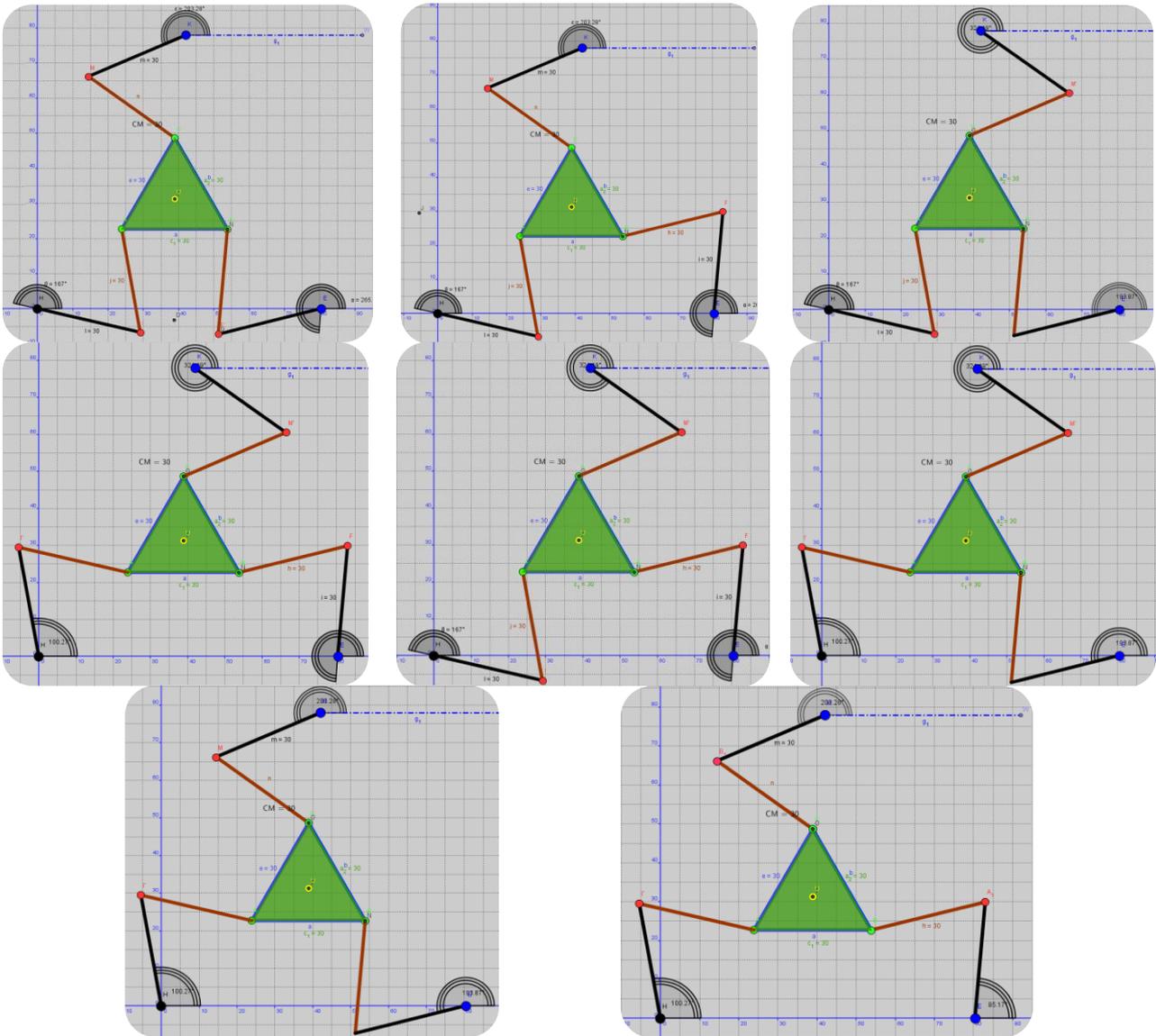
Pour plus de détails sur les modes de fonctionnement, les lecteurs peuvent se référer à [Chablat D. et al., 1998].



**Figure 7:** Exemple 1 de singularité de mixte du robot manipulateur plan de type 3-RRR.



**Figure 8:** Exemple 2 de singularité de mixte du robot manipulateur plan de type 3-RRR.

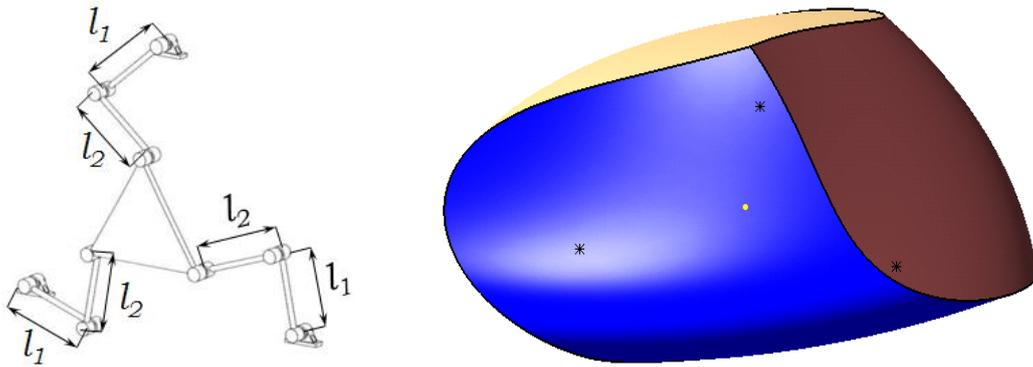


**Figure 9:** Les huit modes de fonctionnement pour le robot manipulateur parallèle plan de type 3-RRR.

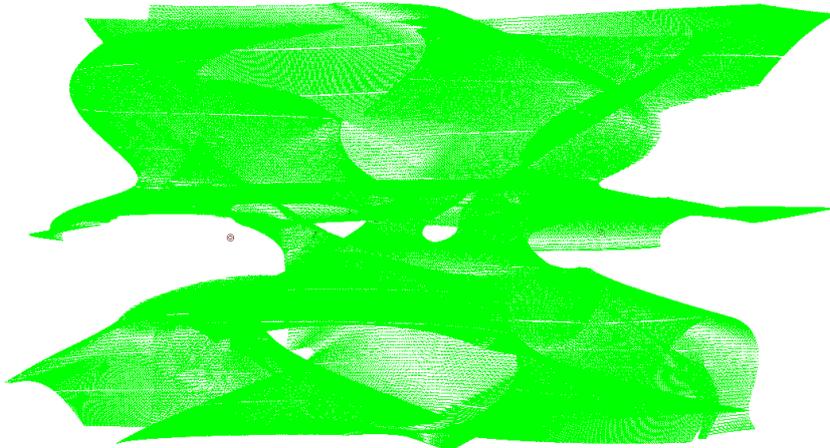
La **Figure 10** illustre le modèle CAO de l'espace de travail opérationnel du robot manipulateur plan de type 3-RRR ayant les paramètres géométriques de conception utilisés dans [Chablat et al., 2004]. Cet espace de travail a été déterminé en utilisant la méthodologie CAO-Géométrie développée dans le deuxième chapitre de ce mémoire de thèse.

La **Figure 11** montre le nuage de points associé au lieu géométrique des singularités de type II pour ce robot. Les **Figures 12** et **13** illustrent le modèle CAO de la surface de singularité construite moyennant l'outil CAO-CATIA®. La **Figure 14** nous montre le modèle CAO de la superposition du modèle CAO de l'espace de travail total et celui de la surface de singularité.

Nous traitons juste un seul mode de fonctionnement pour ce robot pour lequel  $\gamma = +1$ . Où  $\gamma$  constitue un facteur qui dépend de la branche que nous choisissons pour la  $i^{\text{ème}}$  jambe pour la solution du problème géométrique inverse du robot manipulateur de type 3-RRR [Gosselin, 1988].



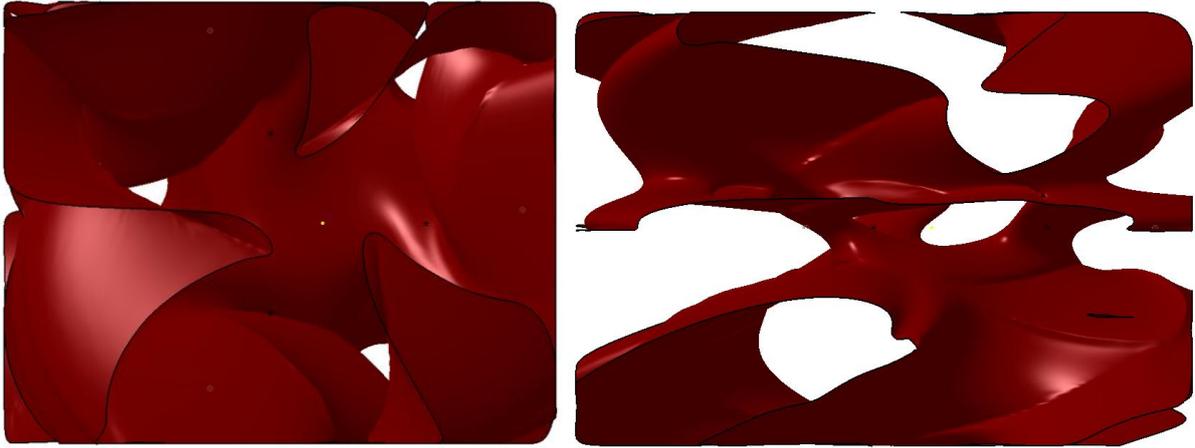
**Figure 10:** Modèle CAO pour le robot de type 3-RRR et le modèle CAO de son espace de travail total en 3D déterminé par notre approche CAO-Géométrique.



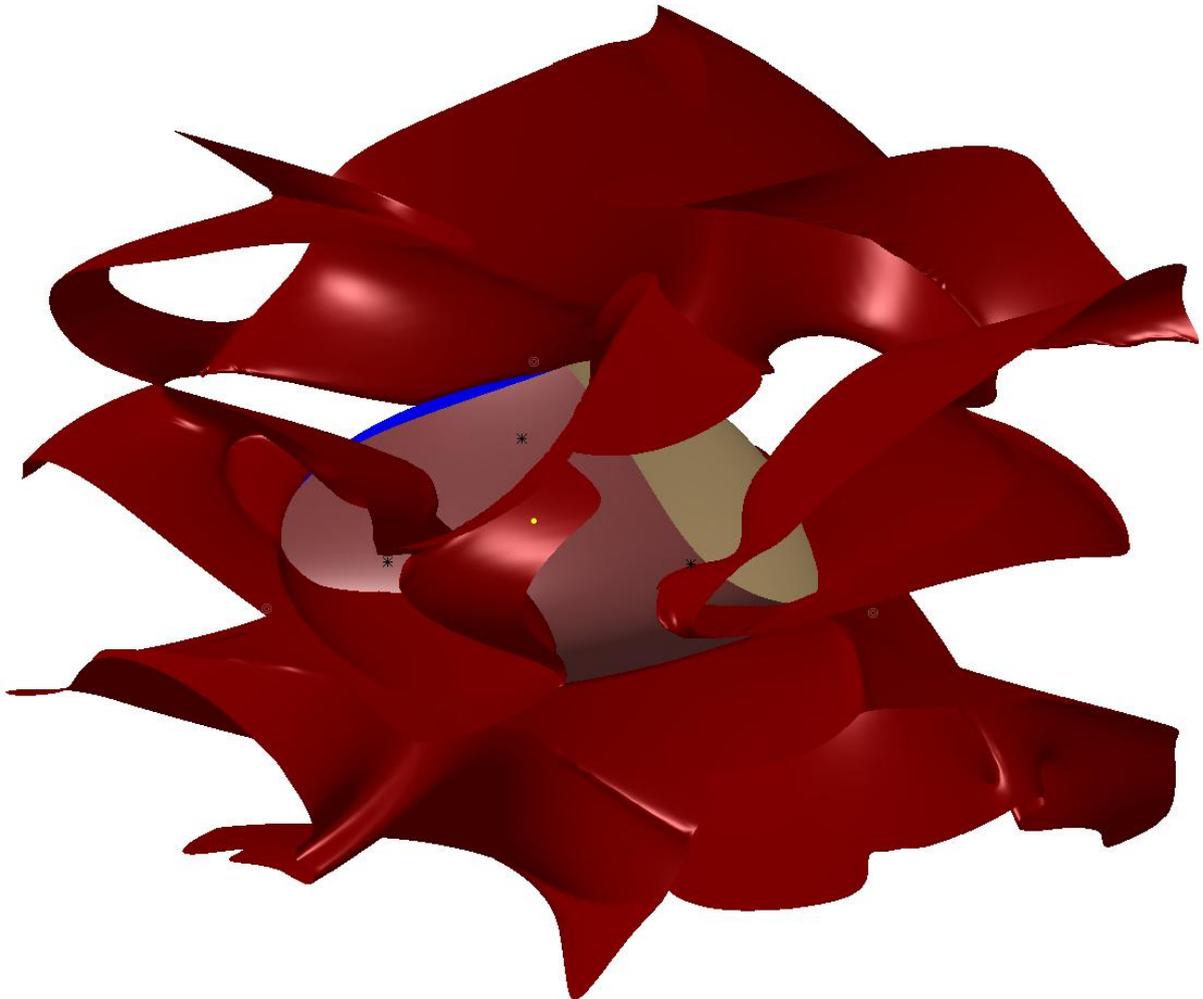
**Figure 11:** Représentation de nuage de points associé au lieu géométrique des singularités parallèles dans l'outil de CAO de CATIA®.



**Figure 12:** Modèle CAO de la surface correspondre au lieu géométrique des singularités parallèles.

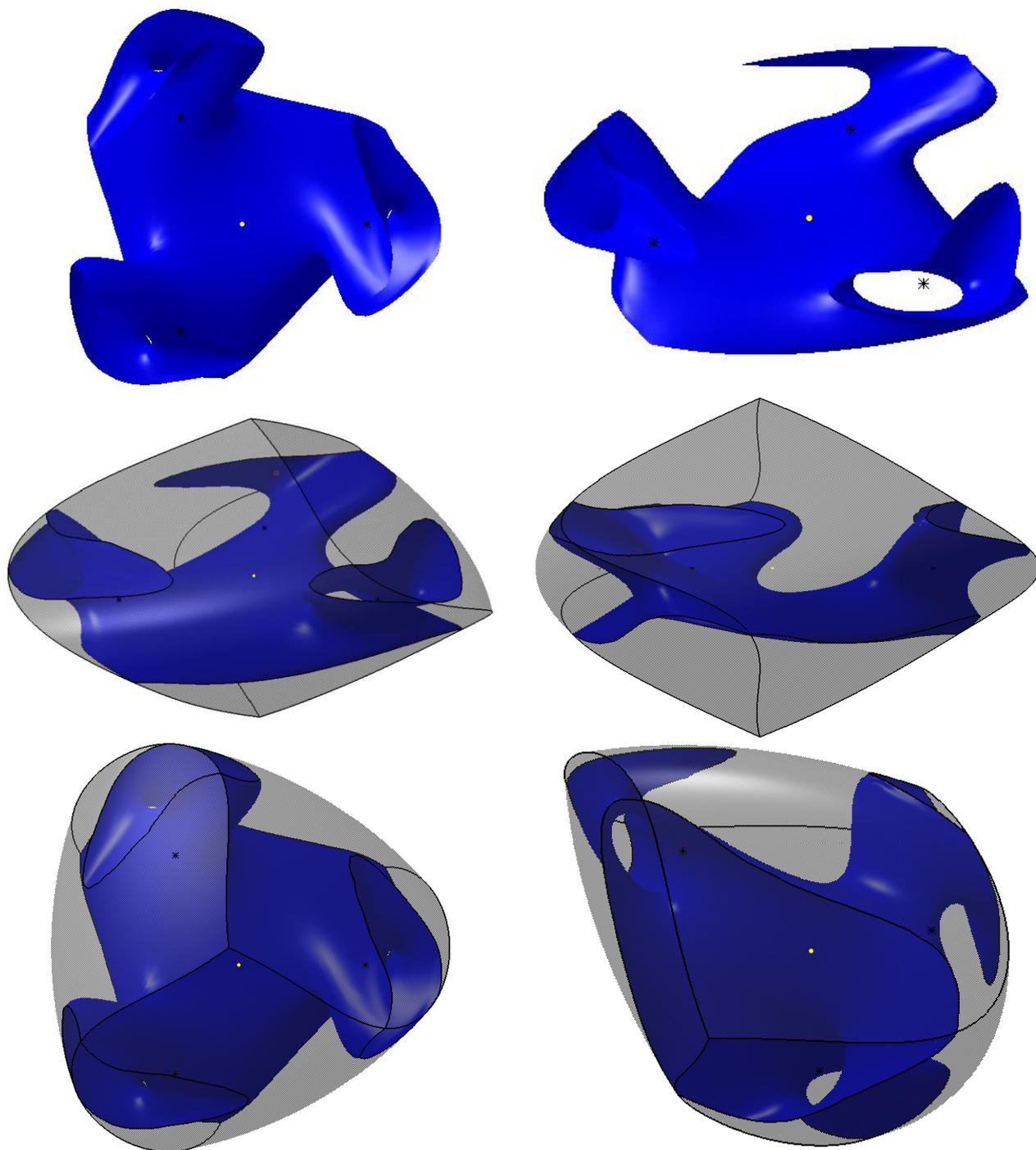


**Figure 13:** Plusieurs vues du modèle CAO de la surface correspondre au lieu géométrique des singularités parallèles.

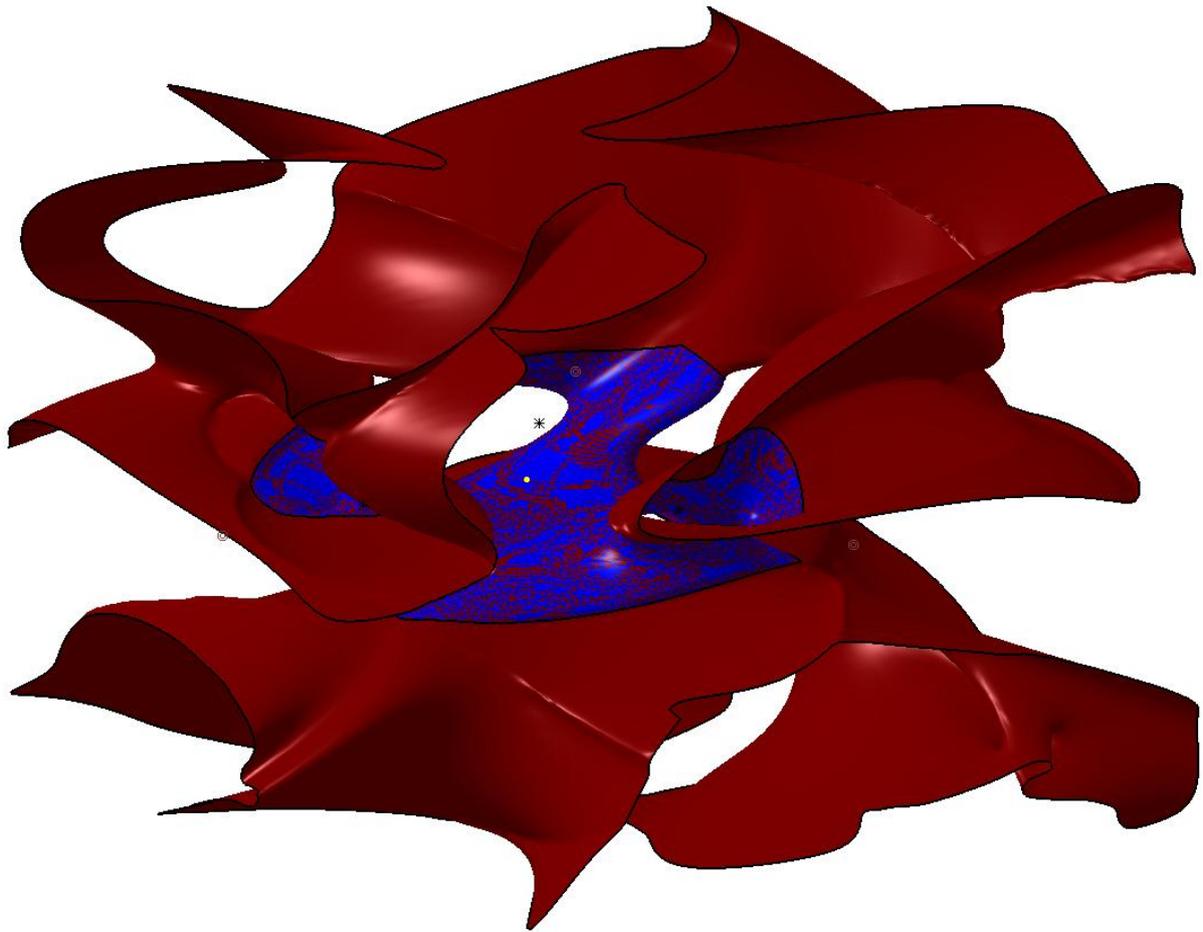


**Figure 14:** Modèle CAO de l'espace de travail total du robot manipulateur et celui de la surface correspondre au lieu géométrique des singularités parallèles.

Nous pouvons également, pour la simplification d'interprétation, déterminer la surface de singularité inscrite entièrement dans l'espace de travail total du robot manipulateur. Cela est illustré dans les **Figures 15 et 16**:



**Figure 15:** Modèle CAO de l'espace de travail total du robot manipulateur et la surface correspondante au lieu géométrique des singularités parallèles inscrite entièrement dans l'espace de travail total.



**Figure 16:** Localement la surface de singularité inscrite globalement dans l'espace de travail total par rapport à la surface de singularité calculée à partir du déterminant de la matrice jacobienne.

# Annexes de Chapitre 4

## Annexe 4-1: Résultats obtenus pour la résolution du PGD du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR via les méthodes algébriques et analytiques présentés dans la littérature.

Pour le robot ayant les paramètres géométriques de conception exposés dans le chapitre 4 (cf. § 4.1.2):

Les six solutions du PGD du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR moyennant la technique analytique selon [Wenger et al., 1997].

N° de solution	$\beta$	$x$	$y$
<b>1</b>	-0,987	-8,715	12,183
<b>2</b>	-0,047	-5,495	-13,935
<b>3</b>	0,244	-14,894	1,596
<b>4</b>	0,585	-13,417	-6,66
<b>5</b>	1,001	14,920	-1,337
<b>6</b>	2,133	14,673	-3,013

Les six solutions du PGD du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR moyennant la technique algébrique de Clifford selon [Collins et al., 2002].

N° de solution	$\beta$	$x$	$y$
<b>1</b>	-0,987	-8,7266	12,1757
<b>2</b>	-0,0473	-5,4957	-13,9355
<b>3</b>	0,2453	-14,8961	1,583
<b>4</b>	0,5857	-13,4199	-6,6563
<b>5</b>	1,002	14,9201	-1,3379
<b>6</b>	2,1329	14,6739	-3,0126

Les six solutions du PGD du robot manipulateur parallèle plan de type 3-RPR moyennant la technique numérique selon [Gosselin et al., 1992].

N° de solution	$\beta$	$x$	$y$
<b>1</b>	-0,987	-8,726	12,1757
<b>2</b>	-0,047	-5,495	-13,935
<b>3</b>	0,245	-14,896	1,583
<b>4</b>	0,585	-13,42	-6,656
<b>5</b>	1,001	14,920	-1,337
<b>6</b>	2,132	14,673	-3,012

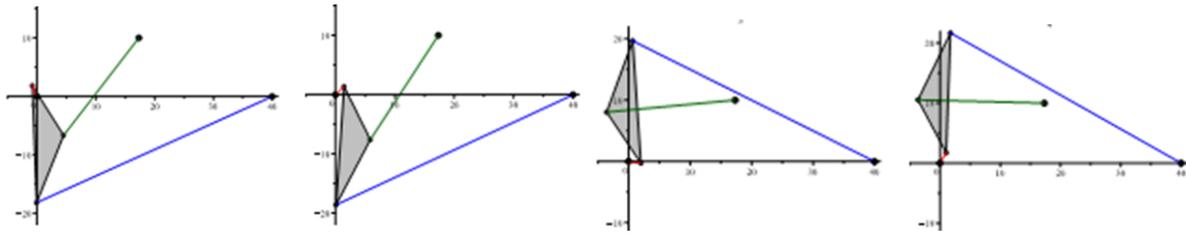
Pour le robot analytique ayant les paramètres géométriques de conception exposés dans le chapitre 4 (cf. § 4.3.2 Tableau 4-2):

- Selon [Rojas et al., 2011]:

Les quatre solutions du PGD du robot manipulateur parallèle plan analytique de type 3-RPR moyennant la technique analytique.

N° de solution	$\beta$ en (rad)	$x$	$y$
<b>1</b>	-1,5351	-0,7943	1,8355
<b>2</b>	1,5040	1,4501	1,3774
<b>3</b>	-1,5040	1,9805	-0,2787
<b>4</b>	1,5351	1,0160	1,7227

La **Figure 1** illustre les quatre modes d'assemblage possibles pour cette architecture.



**Figure 1:** Les quatre représentations graphiques des modes d'assemblage.

- Selon [Kong et al., 2001]:

Les quatre solutions du PGD du robot manipulateur parallèle plan analytique de type 3-RPR moyennant la technique analytique.

N° de solution	$\beta$ en (deg)	$x$	$y$
<b>1</b>	-87,9571	-0,7943	1,8355
<b>2</b>	-93,8293	1,4501	1,3774
<b>3</b>	93,8293	1,9805	-0,2787
<b>4</b>	87,9571	1,0160	1,7227