



HAL
open science

Modélisation 3D de l'écoulement des calottes glaciaires : application à la calotte du Groenland et aux calottes de l'hémishère nord au dernier maximum glaciaire

Adeline Fabre

► **To cite this version:**

Adeline Fabre. Modélisation 3D de l'écoulement des calottes glaciaires : application à la calotte du Groenland et aux calottes de l'hémishère nord au dernier maximum glaciaire. Glaciologie. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1997. Français. NNT: . tel-00766870

HAL Id: tel-00766870

<https://theses.hal.science/tel-00766870>

Submitted on 19 Dec 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

TS 97/GRE1/0014/D

(double)

DOUBLE

CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



CRS

LABORATOIRE DE GLACIOLOGIE ET GEOPHYSIQUE DE L'ENVIRONNEMENT

Associé à l'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I



**Modélisation 3D de l'écoulement des calottes glaciaires.
Application à la calotte du Groenland et aux calottes
de l'Hémisphère nord au Dernier Maximum Glaciaire**

Adeline FABRE

Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I
(Arrêtés ministériels du 5 Juillet 1984 et 30 mars 1992)

Spécialité : **Géophysique, Géomécanique, Géochimie**

Date de la soutenance : **24 janvier 1997**

Composition du jury :

M.	Michel VALLON	Président
M.	Geoffrey BOULTON	Rapporteur
M.	Gilles RAMSTEIN	Rapporteur
M.	Hervé LE TREUT	Examineur
Mme	Catherine RITZ	Directeur de Thèse

Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement - CNRS
Tél (33) 04.76.82.42.00 - Fax (33) 04.76.82.42.01
54, Rue Molière - BP 96 - 38402 Saint Martin d'Hères Cedex France

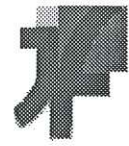


TS97/GRE1/0014
DOUBLE 

CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

LABORATOIRE DE GLACIOLOGIE ET GEOPHYSIQUE DE L'ENVIRONNEMENT

Associé à l'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I



**Modélisation 3D de l'écoulement des calottes glaciaires.
Application à la calotte du Groenland et aux calottes
de l'Hémisphère nord au Dernier Maximum Glaciaire**

Adeline FABRE

Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I
(Arrêtés ministériels du 5 Juillet 1984 et 30 mars 1992)

Spécialité : **Géophysique, Géomécanique, Géochimie**

Date de la soutenance : **24 janvier 1997**

Composition du jury :

M.	Michel VALLON	Président
M.	Geoffrey BOULTON	Rapporteur
M.	Gilles RAMSTEIN	Rapporteur
M.	Hervé LE TREUT	Examineur
Mme	Catherine RITZ	Directeur de Thèse

Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement - CNRS
Tél (33) 04.76.82.42.00 - Fax (33) 04.76.82.42.01
54, Rue Molière - BP 96 - 38402 Saint Martin d'Hères Cedex France



no 187957

J'aimerais tout d'abord remercier les membres du jury qui ont accepté de juger ce travail de thèse, en particulier les rapporteurs, M. Geoffrey Boulton et M. Gilles Ramstein, qui ont sacrifié une partie de leurs vacances de Noël pour lire ce manuscrit.

Merci à M. Hervé Le Treut et M. Michel Vallon, dont les nombreux commentaires ont permis d'améliorer ce travail.

Enfin, merci à Catherine Ritz pour son soutien durant ces trois années de thèse. Travailler en équipe n'est pas toujours chose facile, mais en l'occurrence cela m'a été grandement profitable, tant au niveau du travail réalisé que de la motivation. Merci donc, Catherine, de m'avoir fait confiance et également de m'avoir amenée vers un sujet plus porteur et au moins aussi intéressant que celui prévu au départ (la modélisation de glaciers à surge, sujet certes passionnant, mais certainement beaucoup plus périlleux !).

De nombreuses personnes m'ont aidée, de près ou de loin, au cours de ce travail. Mes remerciements vont tout d'abord à Sylvie Joussaume, qui m'a permis de travailler à plusieurs reprises au Laboratoire de Modélisation du Climat et de l'Environnement. Un grand merci à Gilles Ramstein, sans qui la dernière partie de ce travail n'aurait pas existée. Sa disponibilité et sa compétence, sa gentillesse et sa patience face à mes erreurs diverses m'ont permis de travailler dans les meilleures conditions. Merci également à toute l'équipe du LMCE, dont la gentillesse et la bonne humeur ont rendu très agréables mes passages à Saclay.

Je voudrais remercier tous ceux qui ont lu tout ou partie de ma prose, permettant de nombreuses améliorations, tant au niveau de la forme que du fond, ainsi que ceux qui ont écouté sans s'impatienter mes bafouillements lors des répétitions de soutenance.

Merci également à tous ceux qui rendent la vie agréable au LGGE. Sans les citer tous et dans le désordre : Marie-Christine et Eric pour leur disponibilité sans faille face aux requêtes insistantes des utilisateurs perdus dans le grand monde de l'informatique ; Danièle, dont je ne sais pas comment elle fait pour toujours garder sa bonne humeur quand on lui demande 50 fois par jour un crayon noir, une revue qui a disparu, ou le sens du papier dans la photocopieuse ... ; Paul, toujours disponible et attentif ; Creucreu et son éternelle bonne humeur ; mes compagnons de labeur dans le bureau (Francois, Alex, Denis, puis Gerhard et Laurence), qui m'ont - et que j'ai - supporté puis soutenu dans les coups durs, et tous les thésards - anciens et actuels - du labo sans qui ces trois années n'auraient pas été aussi agréables.

Merci à toute la "bande parisienne", qui ne s'est jamais lassée de me parler de ma reconversion prochaine dans les glaces Miko ou chez Picard, et merci à Anne-Lise dont les emails sont toujours arrivés au bon moment durant ces trois années.

Merci également à ma famille, en particulier mes parents, qui m'ont apporté un soutien ininterrompu pendant toutes ces années d'études.

Et, le meilleur pour la fin, merci à Stéphane dont la présence à mes côtés m'a entre autres apporté confiance en moi et motivation pour ce travail, et merci à notre petit(e) qui n'a même pas dérangé sa maman pendant ces trois derniers mois !

Résumé

Le système climatique terrestre est formé de plusieurs composantes qui interagissent étroitement (atmosphère, calottes de glace, océans, lithosphère et biosphère). La modélisation numérique permet d'étudier ces interactions. Dans ce travail, l'écoulement de plusieurs calottes glaciaires est modélisé et on s'attache particulièrement à l'étude de leurs interactions avec l'atmosphère. Celles-ci sont déterminées par l'altitude de la surface de la calotte, les températures en surface et l'accumulation.

Un modèle 3D d'écoulement de calotte glaciaire, développé au sein de l'équipe modélisation du LGGE, est présenté. Il est testé sur une calotte théorique dans le cadre d'un projet européen d'intercomparaison de modèles. Il est ensuite appliqué à la calotte du Groenland, en simulant la réponse de la calotte sous des climats différents du climat actuel et en étudiant son évolution au cours du dernier cycle interglaciaire-glaciaire. La sensibilité du modèle à la paramétrisation de l'accumulation est mise en évidence.

Le modèle est enfin appliqué à la reconstruction des calottes de glace présentes dans l'hémisphère nord (Laurentide et Fennoscandie) au Dernier Maximum Glaciaire (il y a environ 21 000 ans). Trois méthodes sont utilisées pour calculer les conditions climatiques en entrée du modèle. Dans les deux premières, ces conditions sont déterminées par une paramétrisation calibrée sur les valeurs actuelles : les résultats ainsi obtenus ne sont pas satisfaisants. La troisième méthode utilise les températures en surface et les précipitations issues de simulations du climat du Dernier Maximum Glaciaire, réalisées avec le modèle de circulation générale de l'atmosphère du LMD. Le "couplage" entre les deux modèles nécessite un traitement de données complexe, mais les calottes obtenues sont en meilleur accord avec les données géologiques sur l'extension et l'épaisseur des calottes à cette époque.

Abstract

The earth's climatic system consists in several components which strongly interact (atmosphere, ice sheets, oceans, lithosphere and biosphere). Numerical modelling is one among the appropriate tools for studying these interactions. In this work, the flow of several ice sheets is modelled and particular interest is given to the interface between the ice sheet surface and the atmosphere. This interface is governed by the altitude of the ice sheet surface, the surface temperatures and the accumulation.

A 3D ice sheet model is developed and tested on a theoretical ice sheet, within the scope of a European project concerning ice sheet model intercomparison. Then it is applied to the Greenland ice sheet, by simulating the ice sheet response under climates different from today's climate, and by studying its evolution during the last interglacial-glacial cycle. The model sensitivity to the accumulation parameterization is emphasized.

The model is at last applied to the reconstruction of the Last Glacial Maximum (about 21 000 years before present) ice sheets in the Northern hemisphere. Three methods are used to compute the climatic conditions in input to the model. In the first two methods, these conditions come from a parameterization calibrated on the present values: the results thus obtained are not satisfactory. The third method uses surface temperatures and precipitations coming from the simulations of the Last Glacial Maximum climate, performed with the LMD atmospheric general circulation model. The "coupling" between both models requires a complex data treatment, but the ice sheets obtained are in better agreement with geological data on ice sheets extension and thickness at that time.

Table des matières

Introduction	-1-
Chapitre I : Modélisation de l'écoulement des calottes glaciaires : présentation des phénomènes à prendre en compte et des modèles déjà existants	
I.1 Introduction	-5-
I.1.A Pourquoi modéliser l'écoulement des calottes glaciaires ?	-5-
I.1.B Utilisation des données de terrain dans les modèles d'écoulement	-6-
I.1.C Comment modéliser l'écoulement d'une calotte glaciaire ?	-7-
I.2 Processus à prendre en compte, équations de base	-8-
I.2.A Référentiel et notations utilisés	-8-
I.2.B Conservation de la masse	-8-
I.2.B.1 incompressibilité	-8-
I.2.B.2 équation de bilan de masse	-9-
I.2.C Contraintes et déformations	-10-
I.2.C.1 Contraintes	-10-
I.2.C.2 Déformations	-11-
I.2.C.3 Equations d'équilibre quasi-statique	-11-
I.2.C.4 Loi de comportement	-12-
I.2.C.5 Conditions aux limites	-16-
I.2.D Champ de vitesses	-17-
I.2.D.1 Vitesses horizontales dans la glace	-17-
I.2.D.2 Vitesses verticales dans la glace	-17-
I.2.D.3 Conditions aux limites	-17-
I.2.E Champ de températures	-18-
I.2.E.1 Equation de la chaleur dans la glace	-18-
I.2.E.2 Equation de la chaleur dans le socle	-19-
I.2.F Isostasie sous-glaciaire	-19-

I.2.F.1	Présentation du phénomène	-19-
I.2.F.2	Les différentes paramétrisations utilisées pour modéliser l'isostasie sous-glaciaire	-21-
I.2.F.3	Choix d'une paramétrisation de l'isostasie pour notre modèle de calotte glaciaire	-23-
I.2.G	Bilan de masse	-24-
I.2.G.1	Ablation	-24-
I.2.G.2	Accumulation	-27-
I.3	Les principaux modèles d'écoulement existant en glaciologie	-28-
I.3.A	Présentation	-28-
I.3.B	Approximation de la couche mince	-28-
I.3.C	Modèles à géométrie imposée	-30-
I.3.D	Modèles d'évolution	-32-
I.3.D.1	Modèles à une dimension	-32-
I.3.D.1.a	profils stationnaires	-33-
I.3.D.1.b	profils non stationnaires	-34-
I.3.D.2	modèles à deux dimensions	-35-
I.3.D.2.a	modèles horizontaux	-35-
I.3.D.2.b	modèles verticaux	-35-
I.3.D.3	modèles à trois dimensions	-36-
I.3.D.4	modèles prenant en compte les contraintes longitudinales	-36-
I.3.D.4.a	approximation de la couche mince à l'ordre 2	-37-
I.3.D.4.b	calcul complet du champ de contraintes dans la glace	-37-
I.4	Conclusion	-38-

Chapitre II : Développement du modèle d'écoulement de glace et test du modèle sur une calotte théorique

II.1	Développement du modèle d'écoulement à partir des équations de base	-39-
II.1.A	Approximations utilisées pour modéliser l'écoulement	-39-
II.1.B	Calcul du champ de vitesses	-41-

II.1.B.1 Vitesse horizontale	-41-
II.1.B.2 Vitesse verticale	-42-
II.1.B.3 Equation de bilan de masse	-42-
II.1.C Calcul du champ de températures	-43-
II.1.C.1 Résolution de l'équation de chaleur dans la glace	-43-
II.1.C.2 Conditions aux limites	-44-
II.1.D Méthode numérique utilisée	-46-
II.1.D.1 Maillage et coordonnée verticale réduite	-46-
II.1.D.2 Champ de température initial dans la glace : solution de Lliboutry	-47-
II.1.D.3 Discrétisation et résolution numérique des équations	-49-
II.1.D.3.a schéma de la grille utilisée et discrétisation des variables	-49-
II.1.D.3.b résolution numérique des équations	-51-
II.1.D.3.c Diagramme de fonctionnement du modèle	-52-
II.2 Test du modèle sur un domaine théorique, dans le cadre du projet	
d'intercomparaison de modèles EISMINT	-54-
II.2.A Présentation du projet EISMINT	-54-
II.2.B Description de l'expérience d'intercomparaison de modèles	-55-
II.2.B.1 Principe de l'expérience	-55-
II.2.B.2 Modèles participants	-56-
II.2.B.3 Domaine d'application	-56-
II.2.B.3.a Géométrie	-56-
II.2.B.3.b Expérience à bords fixés	-58-
II.2.B.3.c Expérience à bords mobiles	-59-
II.2.B.4 Runs stationnaires et runs d'évolution	-59-
II.2.B.4.a Runs stationnaires	-60-
II.2.B.4.b Runs d'évolution	-60-
II.2.B.5 Niveaux de couplage	-60-
II.2.B.6 Résumé des expériences	-61-
II.2.B.7 Variables en sortie	-61-
II.2.B.7.a Variables le long d'un transect horizontal	-62-

II.2.B.7.b Variables le long d'une ligne verticale	-62-
II.2.B.7.c Variables en fonction du temps	-62-
II.2.C Résultats	-63-
II.2.C.1 Expériences stationnaires	-63-
II.2.C.1.a Quelques résultats	-63-
II.2.C.1.b Classes de modèles	-63-
II.2.C.2 Expériences avec forçage périodique	-68-
II.2.D Conclusion	-70-

Chapitre III : Application du modèle à la calotte du Groenland. Réponse de la calotte à des conditions climatiques différentes. Evolution de la calotte au cours du dernier cycle climatique.

III.1 Introduction	-71-
III.2 Présentation de la calotte glaciaire du Groenland	-72-
III.2.A Généralités	-72-
III.2.B L'exploration de l'Arctique et du Groenland	-72-
III.2.C Topographie du Groenland	-75-
III.2.C.1 Cartes utilisées dans ce travail	-75-
III.2.C.2 Principales caractéristiques topographiques	-77-
III.2.D Climat actuel du Groenland	-78-
III.2.D.1 Températures	-78-
III.2.D.2 Précipitations et circulation atmosphérique	-80-
III.2.E Informations sur les climats passés au Groenland : interprétation des carottes de glace	-82-
III.2.E.1 De l'utilité des forages dans les calottes polaires	-84-
III.2.E.2 Forages de carottes de glace au Groenland	-84-
III.2.E.3 Calcul des températures passées : méthode des isotopes lourds	-85-
III.2.E.4 Calcul des taux d'accumulation passés	-88-
III.2.E.5 Reconstitution des teneurs en gaz atmosphériques des climats passés	-90-
III.2.E.6 Datation des carottes	-91-

III.3 Modélisation de l'écoulement de la calotte du Groenland	-92-
III.3.A Travaux réalisés antérieurement	-92-
III.3.B Application de notre modèle à la calotte du Groenland	-94-
III.3.B.1 Maillage	-98-
III.3.B.2 Données en entrée	-98-
III.3.B.3 Variations des températures en surface et du bilan de masse au cours du temps	-99-
III.3.C Expériences stationnaires	-103-
III.3.C.1 Principe et limitations	-103-
III.3.C.2 Conditions climatiques actuelles : sensibilité aux paramètres mal connus	-105-
III.3.C.3 Conditions glaciaires	-110-
III.3.C.4 Conditions plus chaudes : sensibilité du modèle à la paramétrisation e l'accumulation	-115-
III.3.D Expérience d'évolution	-122-
III.3.D.1 Forçage climatique	-122-
III.3.D.2 Modalités de l'expérience	-124-
III.3.D.3 Résultats de l'expérience	-124-
III.3.E Comparaison des résultats du modèle avec des données géologiques ...	-132-
III.3.E.1 Principe	-132-
III.3.E.3 Modèles d'écoulement de glace	-132-
III.3.E.4 Résultats et discussion	-134-
III.4 Conclusion	-140-

Chapitre IV : Simulation des calottes de glace de l'hémisphère nord au Dernier

Maximum Glaciaire

IV.1 Introduction	-141-
IV.2 Etude bibliographique	-142-
IV.2.A Informations sur les variations climatiques sur Terre	-142-
IV.2.B Explication possible des variations climatiques sur Terre	-146-

IV.2.B.1 Théorie de Milankovitch	-146-
IV.2.B.2 Autres explications des variations climatiques	-150-
IV.2.C Reconstruction des calottes de glace au Dernier Maximum Glaciaire ...	-154-
IV.3 Extension de notre modèle d'écoulement de glace à l'hémisphère nord	-165-
IV.3.A Principe	-165-
IV.3.B Données en entrée du modèle	-166-
IV.3.B.1 Traitement des données	-166-
IV.3.B.2 Conditions actuelles	-168-
IV.3.B.3 Conditions glaciaires	-172-
IV.3.C Calcul du bilan de masse pour les conditions glaciaires	-176-
IV.4 Simulation des calottes du DMG en utilisant une paramétrisation calibrée sur les données climatiques actuelles	-181-
IV.4.A Accumulation fonction de la pression de vapeur saturante	-181-
IV.4.A.1 Principe	-181-
IV.4.A.2 Simulation de l'état actuel	-182-
IV.4.A.3 Simulation du DMG	-184-
IV.4.B Accumulation calculée à l'aide d'un modèle de bilan de vapeur d'eau ...	-187-
IV.4.B.1 Présentation du modèle de bilan de vapeur d'eau	-187-
IV.4.B.2 Calibration du modèle de précipitations sur les valeurs actuelles	-191-
IV.4.B.3 Simulation de l'état actuel	-194-
IV.4.C Conclusion	-196-
IV. 5 Simulation des calottes du DMG en utilisant des résultats de modèles de circulation générale du climat comme données climatiques	-197-
IV.5.A Présentation du GCM utilisé	-197-
IV.5.A.1 Qu'est-ce qu'un GCM ?	-197-
IV.5.A.2 Le GCM du LMD	-199-
IV.5.B Méthodologie du "couplage" avec le modèle d'écoulement glaciaire ...	-202-
IV.5.B.1 Données en sortie du GCM utilisées en entrée du modèle d'écoulement de glace	-202-

IV.5.B.4 Précipitations au DMG	-226-
IV.5.C Résultats	-233-
IV.5.C.1 Expériences à partir des données LMD5ter	-234-
IV.5.C.2 Expériences à partir des données LMD4ter et LMD4	-244-
IV.5.D Etude directe du bilan hydrologique	-248-
IV.6 Conclusion	-251-
Conclusion	-253-
Annexe A : propriétés physiques de la glace	-257-
Annexe B : approximation de la couche mince	-259-
Annexe C : transformation des équations en coordonnée réduite	-269-
Annexe D : méthodes numériques utilisées pour résoudre les équations	-277-
Annexe E : présentation du test d'intercomparaison EISMINT et résultats	-282-
Références bibliographiques	-301-
Publications	-313-
<i>Fabre A., A. Letréguilly, C. Ritz and A. Mangeney. 1995. Greenland under changing climates : sensitivity experiments with a new threee dimensional ice-sheet model</i>	-313-
<i>Fabre A., C. Ritz and G. Ramstein. 1997. Modelling of the Last Glacial Maximum ice sheets using different accumulation parameterizations.</i>	-321-

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Depuis plusieurs siècles, les scientifiques s'efforcent de comprendre les phénomènes physiques qui régissent notre planète. Ils s'intéressent, entre autres domaines, au système climatique de la Terre et aux différents éléments qui le constituent. Au XX^{ème} siècle, l'avènement des avions, puis des satellites, a permis d'avoir une vision plus globale de notre planète et d'étudier le système climatique dans son ensemble. Depuis quelque 30 années, le développement croissant des moyens informatiques a permis la modélisation numérique des différentes composantes de ce système, l'océan, l'atmosphère, les calottes de glace, la biosphère et la lithosphère. Chacun de ces "sous-systèmes" est en soi très complexe ; leurs interactions mutuelles sont difficiles à quantifier, et leurs temps caractéristiques propres sont très différents (allant de la semaine, voire moins, pour l'atmosphère à plusieurs dizaines de milliers d'années pour les calottes glaciaires). Ces composantes ont donc tout d'abord été modélisées de façon indépendante ; ces dernières années, les couplages entre les différents modèles ont commencé à voir le jour, marquant une nouvelle étape vers une modélisation globale du climat.

Les calottes glaciaires sont donc partie intégrante du système climatique terrestre. Elles constituent en effet d'immenses réservoirs d'eau douce ; les variations de ces "réservoirs" sont directement liées au niveau moyen des mers à la surface du globe. Le Quaternaire (qui a débuté il y a environ 3 millions d'années) est caractérisé par une alternance de périodes glaciaires, pendant lesquelles d'énormes masses de glace sont présentes sur la planète, et interglaciaires, comme la période actuelle.

La modélisation de la dynamique des calottes glaciaires permet de mieux comprendre les liens entre les variations de la masse de glace sur Terre et les changements climatiques. Elle ouvre la voie à une meilleure compréhension de l'évolution du système climatique dans le passé et à une estimation possible de l'évolution de ce système dans l'avenir.

Dans le cadre de la modélisation des calottes glaciaires, les conditions climatiques à la surface des calottes doivent être imposées au modèle. Les variations des caractéristiques climatiques dans le passé sont assez mal connues. L'analyse des carottes de glace forées dans les calottes actuelles du Groenland et de l'Antarctique permet d'obtenir des informations sur ces variations. Cependant ces informations sont certes valables à l'endroit du forage considéré mais rien n'autorise à penser que les variations climatiques dans le passé - pas davantage que de nos jours - ont été uniformes sur toute la planète. Il est donc difficile de les estimer de façon globale.

Le but de ce travail est, à travers le développement d'un modèle numérique d'écoulement de calotte glaciaire à trois dimensions et son application à différentes situations, d'étudier à quel point les calottes glaciaires sont sensibles aux conditions climatiques imposées en surface, et quelle semble être la meilleure méthode pour imposer au modèle les variations de ces conditions climatiques dans le passé.

Le texte est divisé en quatre grandes parties qui suivent de façon chronologique le travail réalisé au cours de la thèse. La première étape a été de participer au développement du modèle 3D de calotte glaciaire. La partie concernant ce modèle ainsi que son test sur une calotte théorique est le fruit d'un travail d'équipe réalisé en commun avec Catherine Ritz et Anne Letréguilly. L'application du modèle à la calotte du Groenland a également bénéficié du travail de traitement de données sur cette calotte déjà réalisé par Anne Letréguilly.

Dans le premier chapitre, nous exposerons les processus physiques qui régissent l'écoulement des calottes glaciaires et doivent être pris en compte dans la modélisation à grande échelle de ces calottes. Nous présenterons également à travers une étude bibliographique les modèles développés jusqu'à présent en glaciologie.

Le deuxième chapitre est consacré à la description de notre modèle. La mise en place, pendant cette période, d'une expérience d'intercomparaison de modèles dans le cadre du contrat européen EISMINT nous a permis de tester le modèle juste après son développement. Cette expérience sera également présentée dans le chapitre II.

Dans le troisième chapitre, le modèle est appliqué à la simulation de l'écoulement de la calotte glaciaire du Groenland. Après une étude bibliographique des différentes caractéristiques géographiques et climatiques de la calotte actuelle, ainsi que des informations obtenues (à partir de forages) sur les variations climatiques ayant affecté la calotte dans le passé, nous réaliserons deux types d'expériences avec le modèle : des expériences stationnaires, afin d'étudier la réponse de la calotte à l'équilibre sous des conditions climatiques constantes, et une expérience d'évolution de la calotte au cours du dernier cycle interglaciaire-glaciaire. Nous étudierons particulièrement dans ces expériences la sensibilité du modèle à la paramétrisation des conditions climatiques en surface (essentiellement températures et précipitations).

Enfin, dans le quatrième chapitre, nous simulerons l'existence des calottes glaciaires de l'Hémisphère nord au Dernier Maximum Glaciaire (DMG). Nous présenterons tout d'abord les reconstructions de l'extension de ces calottes réalisées ces dernières années à partir des données géologiques. Nous utiliserons ensuite trois méthodes différentes pour calculer les conditions climatiques à appliquer au modèle pour simuler les calottes au DMG : dans les deux premières, nous utiliserons des paramétrisations relativement simples calibrées sur les conditions climatiques actuelles, puis appliquées au DMG ; dans la dernière méthode, nous utiliserons, en collaboration avec Gilles Ramstein (LMCE), les résultats de simulations climatiques réalisées avec un modèle de circulation générale de l'atmosphère pour imposer les conditions climatiques en entrée de notre modèle. Les résultats des simulations utilisant chacune des trois méthodes citées ci-dessus seront comparés à la reconstruction de l'extension des calottes au DMG réalisée à partir des données géologiques.

CHAPITRE I

Chapitre I

MODÉLISATION DE L'ÉCOULEMENT DES CALOTTES GLACIAIRES : PRÉSENTATION DES PHÉNOMÈNES À PRENDRE EN COMPTE ET DES MODÈLES DÉJÀ EXISTANTS

I.1 Introduction

I.1.A Pourquoi modéliser l'écoulement des calottes glaciaires ?

Du fait de leur position géographique éloignée, et des conditions climatiques extrêmes qui y règnent, les calottes glaciaires sont étudiées depuis moins longtemps que les glaciers de nos régions tempérées. De plus, leurs dimensions gigantesques (plus de 2000 km de long et 1000 km de large avec 3 km d'épaisseur pour la calotte du Groenland, par exemple) rendent délicate une vision globale des processus contrôlant l'écoulement de ces calottes. Il est ainsi difficile de trouver réponse à des questions comme : par quoi sont contrôlées l'extension et l'altitude de la surface de ces calottes ? Comment ces dernières sont-elles affectées par l'accumulation, l'ablation, la température de la glace ou la nature du lit rocheux ? Comment varie la vitesse de la glace le long d'une ligne de courant et avec la profondeur ? Quel est l'âge de la glace à différentes profondeurs ?

Les données de terrain ne permettent guère de répondre à ces questions. D'une part, l'accès aux calottes polaires est compliqué, à la fois du point de vue matériel (acheminement de matériel de mesure, de forage, ...) et du point de vue humain (adaptation à des conditions climatiques très dures) ; d'autre part, plusieurs mesures ont été réalisées en surface, mais il en existe assez peu dans la glace (trous de forage) et encore moins au niveau du lit rocheux. Il existe également depuis quelques années des données satellitaires sur les calottes de glace. Ces données fournissent des informations indispensables sur la surface des calottes, mais ne donnent pas d'indications sur l' "intérieur" de celles-ci. Une façon d'essayer de répondre à ces questions est donc de modéliser l'écoulement de ces calottes glaciaires.

Dans un contexte plus général, la modélisation des calottes glaciaires permet en outre d'étudier le rôle des calottes dans le système climatique. Elle permet en effet d'évaluer la réaction de grosses masses de glace à des changements de climat plus ou moins rapides ; en particulier, elle permet d'évaluer la contribution des calottes glaciaires à une éventuelle montée du niveau des mers lors d'un réchauffement du climat. La modélisation permet donc de mieux cerner les interactions calotte de glace - système climatique, qui sont complexes et impossibles à évaluer à l'aide des seules données de terrain.

I.1.B Utilisation des données de terrain dans les modèles d'écoulement

Les données de terrain peuvent être utilisées de différentes façons dans les modèles d'écoulement de glace. Elles peuvent servir soit de données en entrée des modèles, soit de test en sortie, par comparaison avec les variables issues des modèles.

Le terme "données de terrain" regroupe plusieurs catégories de données ; les principales sont la géométrie actuelle, les précipitations et les températures en surface actuelles, les données tirées de forages (température dans le trou de forage, enregistrements climatiques) et les mesures de vitesse.

Dans le cadre de l'interprétation des forages réalisés dans la glace, les modèles peuvent être utilisés pour déterminer l'âge de la glace dans une carotte ; il est en effet possible de reconstituer la trajectoire suivie par les particules de glace d'une carotte depuis le moment où elles sont tombées sur la calotte sous forme de neige, jusqu'au moment où elles sont prélevées dans la carotte, et d'en déduire leur âge. C'est dans ce but qu'ont été développés les premiers modèles, dans les années 1950.

Les enregistrements climatiques tirés de ces forages peuvent également servir de données en entrée des modèles. Ils permettent alors d'introduire un forçage climatique par l'intermédiaire de la température en surface de la calotte. Au Groenland, les forages de GRIP et GISP2 (réalisés à la verticale de Summit, situé au dôme de la calotte) couvrent environ 250 000 ans ; en Antarctique, le forage de Vostok couvre environ 400 000 ans. Dans les deux cas, les enregistrements climatiques permettent d'étudier le dernier cycle glaciaire-interglaciaire. L'utilisation de ce forçage en températures dans les modèles d'écoulement permet de simuler l'évolution de la masse glaciaire sur Terre dans le passé et, en particulier, de simuler les

alternances glaciaire-interglaciaire.

Enfin, dans le cadre de la reconstruction des calottes présentes au dernier maximum glaciaire (21 000 ans avant le présent, noté par la suite "BP" d'après l'anglais Before Present), et aujourd'hui disparues (Laurentide sur l'Amérique du Nord, et Fennoscandie sur la Scandinavie), les données de terrain obtenues par les géologues sur l'extension dans l'espace et dans le temps de ces calottes permettent de tester les modèles. Il est en effet possible de comparer l'extension de ces calottes prédite par les modèles d'écoulement de glace aux données géologiques (moraines, mesures de rebond isostatique). Ces dernières permettent alors de valider les modèles.

I.1.C Comment modéliser l'écoulement d'une calotte glaciaire ?

L'étude de l'écoulement des calottes polaires pose deux problèmes principaux :

- Dans la modélisation d'un état d'équilibre stationnaire, en supposant une configuration du lit rocheux donnée, une distribution d'accumulation, d'ablation et de température en surface, comment calculer les distributions d'épaisseur, de vitesse et de température de la glace, qui vont maintenir la calotte dans cet état stationnaire (c'est-à-dire dans lequel ses dimensions restent constantes) ?
- Dans la modélisation de la perturbation de cet équilibre, comment calculer la réaction du système aux changements d'accumulation, d'ablation et de température en surface ?

Les méthodes utilisées pour résoudre ces problèmes sont celles de la mécanique des milieux continus, appliquées au matériau glace. Les lois de la mécanique, de la thermodynamique et les propriétés de déformation du matériau sont mises en équations ; les conditions aux limites, et les conditions initiales sont prescrites. Ces équations sont alors résolues, analytiquement ou numériquement, et on obtient la distribution des champs de contraintes, de vitesses et de température dans le corps considéré.

Dans le paragraphe qui suit (I.2), nous faisons une liste des processus physiques impliqués dans l'écoulement d'une calotte glaciaire. Dans le paragraphe suivant (I.3) nous nous attacherons à étudier comment ces processus ont été pris en compte dans les différents modèles de calotte déjà existants. Nous montrerons comment ces processus sont pris en compte dans notre modèle, dont

nous ferons une description détaillée dans le chapitre II.

I.2 Processus à prendre en compte, équations de base

I.2.A Référentiel et notations utilisés

Les équations sont exprimées dans un repère cartésien x, y, z (x et y coordonnées horizontales, z coordonnée verticale dirigée vers le haut avec l'origine au niveau de la mer actuel). Toutes les variables du modèle sont eulériennes. Les différentes notations sont présentées sur la figure I.1 :

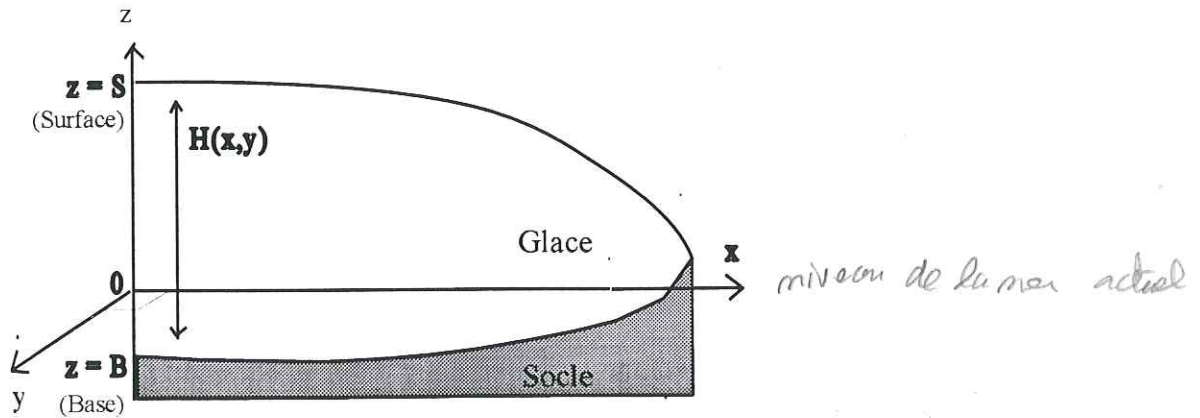


figure I.1 : référentiel et notations utilisés

I.2.B Conservation de la masse

I.2.B.1 incompressibilité

On considère, en première approximation, que la glace a la même densité sur toute l'épaisseur de la calotte (les valeurs de densité de la glace sont données en annexe A) ; ceci est réaliste dans le cas de la glace pure, mais pas dans le cas du névé, qui a une densité très variable ; on remplace donc la couche de névé - de densité inférieure à celle de la glace - par une couche de glace de poids équivalent, et on peut alors utiliser l'approximation ci-dessus. On peut noter

cependant que l'écoulement dépend peu de cette approximation : en effet, d'une part, l'écoulement en un point est essentiellement dû au poids de la colonne de glace qui le surmonte, et le poids du névé est faible par rapport à celui de la colonne de glace, d'autre part, la déformation de la glace se fait surtout à la base de la calotte, où la densité est constante.

Cette approximation faite, on peut considérer que la glace est incompressible ; appliqué à un volume de glace, ceci s'écrit :

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (I.1)$$

où u_x , u_y , et u_z sont les vitesses respectives dans les directions x , y , et z .

I.2.B.2 équation de bilan de masse

La conservation de la masse appliquée à une colonne de glace est obtenue en intégrant l'équation (I.1) depuis la surface ($z=S$) jusqu'au socle, et en permutant les signes somme et dérivée (les bornes de l'intégration, S et B , sont fonction de x et y , voir la note de bas de page¹).

Les conditions aux limites en surface et au fond pour la vitesse verticale u_z sont respectivement :

$$u_z(S) = M - \frac{\partial S}{\partial t} - u_x(S) \frac{\partial S}{\partial x} - u_y(S) \frac{\partial S}{\partial y} \quad (I.2)$$

$$u_z(B) = F - \frac{\partial B}{\partial t} - u_x(B) \frac{\partial B}{\partial x} - u_y(B) \frac{\partial B}{\partial y} \quad (I.3)$$

où F est le taux de fusion basale, et M le bilan de masse (accumulation - ablation).

On obtient alors l'équation d'évolution de l'épaisseur de glace au cours du temps pour une colonne donnée, souvent appelée équation de bilan de masse, ou de conservation de la masse. Tout ce qui arrive en terme de masse, par accumulation sur la calotte, doit être évacué par la fonte et l'écoulement de la glace ou se traduire par des variations d'épaisseur.

$$\int_a^b \frac{\partial f(z)}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_a^b f(z) dz - \frac{\partial b}{\partial x} f(b) - \frac{\partial a}{\partial x} f(a)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial(U_x H)}{\partial x} - \frac{\partial(U_y H)}{\partial y} + M - F \quad (I.4)$$

où H est l'épaisseur de glace, U_x et U_y les vitesses horizontales u_x et u_y moyennées sur l'épaisseur ; $U_x H$ représente le flux de glace traversant la colonne.

Cette équation de bilan est l'équation de base qui régit l'évolution des calottes polaires. Elle fait apparaître une partie des mécanismes impliqués dans les variations d'épaisseur de glace :

- le bilan en surface (M).
- l'écoulement (vitesses u_x et u_y).

Les mécanismes n'apparaissant pas dans l'équation sont :

- la loi de comportement reliant les contraintes dues à la charge de glace aux vitesses de déformation.
- l'enfoncement isostatique du socle ($\partial B/\partial t$), également impliqué dans les variations d'épaisseur et qui est nécessaire pour déterminer la position de la surface (S).

La température de la glace intervient également dans le calcul des vitesses, car elle influe sur la viscosité de la glace et donc sur l'écoulement.

I.2.C Contraintes et déformations

I.2.C.1 Contraintes

Le tenseur des contraintes s'écrit τ_{ij} , où i est la direction de projection de la contrainte et j la direction de la normale à la surface où s'exerce la contrainte. Ce tenseur est symétrique ($\tau_{ij} = \tau_{ji}$). Lorsque $i = j$, on remplace τ_{ii} par σ_i .

Le déviateur des contraintes s'écrit :

$$\tau'_{ij} = \tau_{ij} - \delta_{ij} \sigma_0 \quad (I.5)$$

où $\sigma_0 = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$ (σ_0 représente l'opposé de la pression moyenne, qui dans le cas hydrostatique se réduit à la pression hydrostatique), et δ est le symbole de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ quand $i = j$, et

$\delta_{ij} = 0$ quand $i \neq j$). Comme dans l'écriture des contraintes, τ'_{ij} sera remplacé par σ'_i .

On définit également un terme utilisé ultérieurement dans la loi de comportement, la cission efficace τ :

$$\tau^2 = \frac{1}{2} \sum_{ij} (\tau'_{ij})^2 = \frac{1}{2} (\sigma'^2_x + \sigma'^2_y + \sigma'^2_z) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2 \quad (I.6)$$

I.2.C.2 Déformations

Le tenseur des vitesses de déformation s'écrit :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (I.7)$$

I.2.C.3 Equations d'équilibre quasi-statique

Les forces de surface appliquées à un cube élémentaire de glace sont schématisées sur la figure I.2 ; sur chaque face du cube à l'intérieur du glacier s'appliquent deux contraintes tangentielles de cisaillement et une contrainte normale d'étirement.

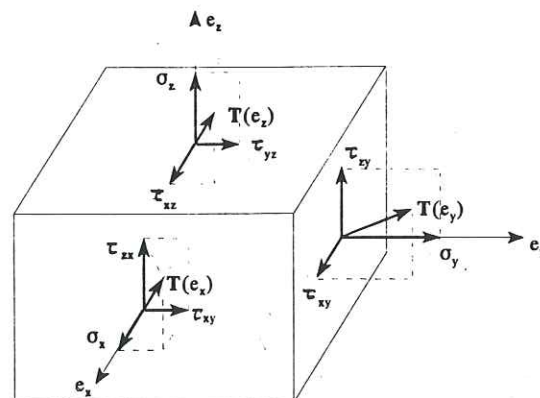


figure I.2 : composantes des vecteurs des contraintes s'exerçant sur les faces d'un cube élémentaire.

Le poids, qui exerce une force verticale ρg , et l'équilibre de toutes les forces appliquées au cube donnent le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= \rho g\end{aligned}\tag{I.8}$$

1.2.C.4 Loi de comportement

Plusieurs essais ont été effectués en laboratoire pour étudier la déformation de la glace polycristalline sous l'effet de contraintes. Trois courbes de vitesse de déformation en fonction de la déformation, sous trois contraintes expérimentales différentes sont représentées sur la figure I.3. La glace commence par se déformer de manière élastique. Cette déformation initiale est suivie d'une phase pendant laquelle la vitesse de déformation diminue de façon linéaire, appelée fluage primaire ou fluage transitoire. A cette période succède le fluage secondaire, ou fluage "permanent", pendant lequel la vitesse de déformation passe par un minimum ; au bout d'un temps assez long on parvient à la phase de fluage tertiaire, au cours de laquelle la vitesse de déformation augmente (jusqu'à atteindre un palier si l'essai est poursuivi assez longtemps).

Plusieurs processus contribuent à la déformation de la glace : les principaux sont les dislocations à l'intérieur des cristaux et les mouvements des cristaux les uns par rapport aux autres. Mais s'ajoutent également les processus de grossissement des cristaux, de migration des joints de grains entre les cristaux, et de recristallisation dynamique (nucléation et grossissement de nouveaux cristaux, qui sont orientés favorablement pour la déformation par rapport à la contrainte). La déformation de la glace polycristalline est donc un processus complexe.

☞ Nécessité d'une loi de déformation :

Néanmoins, à des fins de modélisation, il a été assez rapidement nécessaire de déterminer

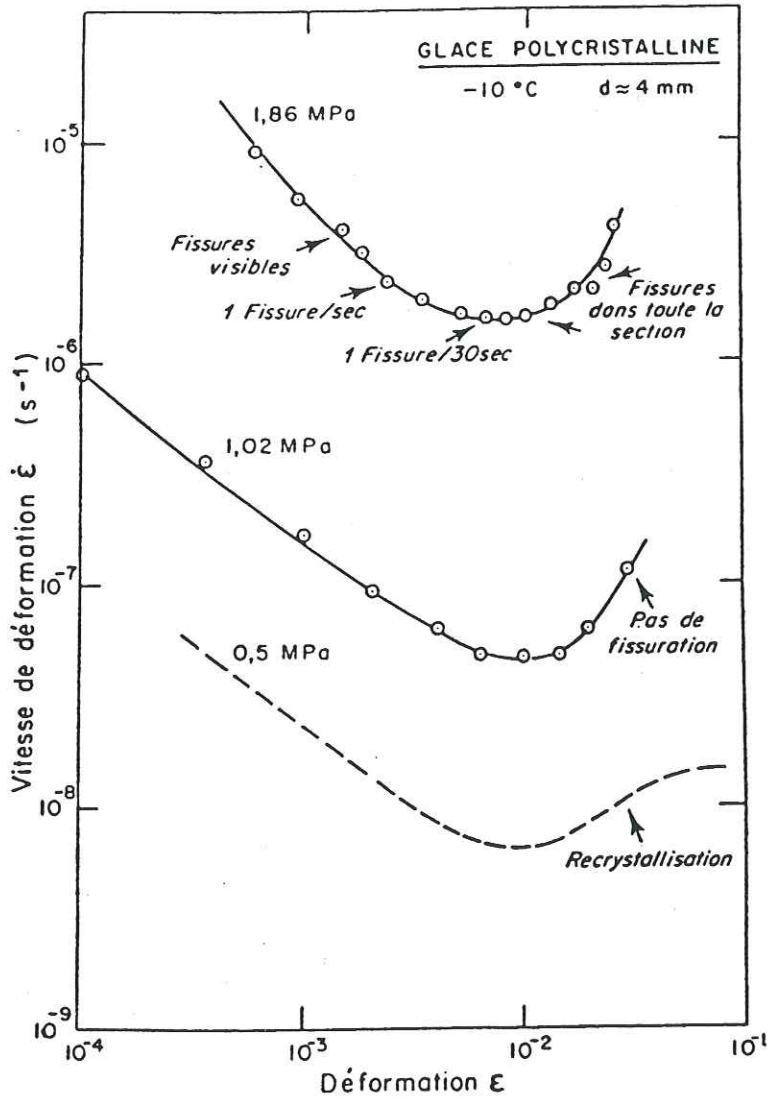


figure 1.3 : vitesse de déformation en fonction de la déformation, à charge constante (Duval, 1984).

une loi de comportement reliant la déformation de la glace aux contraintes subies. Des essais de laboratoire sur la phase de fluage permanent de la glace, et sous des contraintes de l'ordre de celles rencontrées sous un glacier (de 50 à 200 kPa), ont montré que la relation entre la vitesse de déformation en cisaillement et la contrainte de cisaillement peut s'écrire sous la forme suivante, souvent appelée loi de Glen par les glaciologues (cette loi est considérée comme valable pour les contraintes supérieures rencontrées sous les calottes) :

$$2 \dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{\eta} \tau'_{ij} \quad (I.9)$$

où η , le coefficient de viscosité, dépend de la cission efficace τ :

$$\frac{1}{\eta} = B_{at}(T) \tau^{n-1} \quad (I.10)$$

et $B_{at}(T)$ est un paramètre dépendant de la température selon une loi d'Arrhénius :

$$B_{at}(T) = sf \cdot B_{at0} \cdot \exp \left(\frac{Q}{R} \left(\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T} \right) \right) \quad (I.11)$$

(T_f est la température de fusion de la glace, T la température de la glace (en Kelvin), B_{at0} le coefficient de la loi de comportement au point de fusion, et Q l'énergie d'activation). Pour faciliter les études de sensibilité dans le modèle, nous avons introduit un paramètre scalaire supplémentaire, sf (facteur d'amplification), qui permet d'ajuster l'expression de $B_{at}(T)$.

Les processus en jeu dans la déformation de la glace ne sont pas les mêmes selon que l'on se place près de la surface ou près de la base de la calotte.

Dans la partie inférieure de la calotte, si la température est assez élevée (supérieure à -10°C), il y a recristallisation dynamique, et on est dans la phase de fluage tertiaire (Duval, 1984) dans laquelle la vitesse de déformation est plus élevée. L'exposant n de la loi de comportement est alors égal à 3. L'effet de l'augmentation de la température sur la vitesse de déformation est pris en compte dans la loi de comportement par la fonction exponentielle. Par contre, les observations montrent que, lorsque la température s'approche du point de fusion, la valeur de

l'énergie d'activation augmente, ce qui n'est pas pris en compte dans l'équation (I.11). Pour tenir compte de ce phénomène, on utilise généralement une valeur plus élevée pour Q quand la température s'approche du point de fusion (voir tableau I.1).

Dans la partie supérieure de la calotte, les températures sont plus basses et les contraintes plus faibles. En laboratoire, les expériences de déformation demandent alors des temps très importants pour pouvoir observer de faibles déformations et sont donc rendues difficiles. Une alternative aux expériences en laboratoire est l'étude in situ de la déformation des trous de forage. Pimienta (1987) détermine ainsi les paramètres de la loi de déformation d'après l'inclinométrie à Dye 3 (Groenland), et trouve un exposant n inférieur à 3.

⇒ *Une réalité plus complexe :*

La réalité est beaucoup plus complexe que la physique prise en compte dans la loi de Glen. Plusieurs facteurs viennent en effet influencer la déformation de la glace, en particulier l'anisotropie de la glace et la présence d'impuretés.

La loi ci-dessus considère que les cristaux sont orientés de façon isotrope (le paramètre $B_{ai}(T)$ ne traduit pas l'anisotropie de la glace). Or dans une calotte polaire, la déformation au cours du trajet des particules de glace entre la surface et l'endroit où elles se trouvent provoque la rotation des cristaux et induit l'apparition d'une fabrique (les axes des cristaux de glace ne sont plus orientés de façon isotrope). Il s'agit souvent d'une fabrique avec les axes orientés verticalement. La glace anisotrope se déforme alors plus facilement sous l'action d'un cisaillement (τ_{yz} et τ_{xz}) que la glace isotrope. Inversement une telle fabrique diminue l'effet des contraintes σ'_x et σ'_y .

La présence d'impuretés dans la glace influence aussi la déformation de celle-ci. Ces impuretés sont emprisonnées dans la neige au moment où celle-ci se transforme en névé, et elles proviennent donc de l'atmosphère ambiante. Les impuretés présentes dans la glace peuvent donc être reliées à l'âge de celle-ci. Au Groenland, Gundestrup et Dahl-Jensen (1993) ont trouvé que la glace de la période glaciaire chargée en poussières se déforme environ 3 fois plus facilement que la glace de l'holocène, qui en contient moins. Il est difficile d'estimer si ce sont les poussières qui favorisent directement la déformation ou si ces poussières induisent l'apparition d'une fabrique particulière en modifiant la cinétique de migration des joints de grain, donc les processus de

recristallisation. D'après Mangeney (1996), les deux cas nécessitent un traitement mathématique différent.

☞ *Valeurs utilisées dans ce travail :*

Etant donné que la déformation est concentrée dans la glace basale, nous avons choisi de garder dans l'ensemble de la calotte la loi de déformation de cette glace : nous conservons donc la loi de Glen, avec l'exposant $n=3$.

Il est possible de faire des expériences de déformation en laboratoire dans la gamme de contraintes (environ 1 bar) et de températures présentes à la base de la calotte. Le Gac (1980) donne la valeur de $B_{at}(T)$ entre -20°C et -0.05°C . Ses résultats peuvent être ajustés (Ritz, 1992) pour fournir deux jeux de valeurs pour B_{at0} et Q , avec une température de transition à -6.5°C :

Température ($^{\circ}\text{C}$)	B_{at0} ($\text{Pa}^{-3} \cdot \text{a}^{-3}$)	Q ($\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$)
$T < -6.5^{\circ}\text{C}$	1.66×10^{-16}	7.820×10^4
$T > -6.5^{\circ}\text{C}$	2.00×10^{-16}	9.545×10^4

tableau I.1 : paramètres de la loi de déformation

Nous utilisons dans le modèle les valeurs présentées dans le tableau I.1.

Il n'existe actuellement pas de loi de comportement qui prenne en compte l'anisotropie de la glace ou la présence de poussières, et qui soit suffisamment simple pour être généralisable à l'ensemble de la calotte. En conséquence, nous ne prenons en compte dans la loi de déformation ni l'effet de l'anisotropie de la glace ni l'effet de la présence de poussières.

1.2.C.5 Conditions aux limites

A la surface de la calotte, la contrainte tangentielle de cisaillement horizontal est nulle (sauf pour les glaciers émissaires, limités sur les côtés), et la contrainte normale est égale à la pression atmosphérique.

A la base de la calotte, la condition aux limites est déterminée par la loi de glissement liant la contrainte de cisaillement à la base à la vitesse de glissement. Celle-ci est discutée dans le

paragraphe I.2.D.2.

I.2.D Champ de vitesses

I.2.D.1 Vitesses horizontales dans la glace

En introduisant la loi de déformation (I.9) dans les équations d'équilibre quasi-statique (I.8), on obtient un système d'équations reliant les vitesses dans les 3 directions et la pression. Ces équations, plus l'équation d'incompressibilité (I.1) forment un système de 4 équations à 4 inconnues. Nous verrons dans le paragraphe I.3.B comment ces équations sont résolues dans les différents modèles.

Nous donnons seulement ici un exemple de résolution, découlant de l'approximation de la couche mince à l'ordre 0 ; celle-ci sera développée dans le paragraphe I.3.B.1. Selon cette approximation, le champ de vitesse dans la direction x, par exemple, est obtenu en intégrant l'équation suivante, elle-même obtenue en simplifiant les équations d'équilibre quasi-statique :

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} = B_{at}(T) \tau^{n-1} \tau_{xz} \quad (\text{I.12})$$

I.2.D.2 Vitesses verticales dans la glace

Le champ de vitesses verticales est obtenu par intégration à partir de l'équation d'incompressibilité (I.1) :

$$u_z(z) = u_{bz} - \int_B^z \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) dz \quad (\text{I.13})$$

où u_{bz} est la vitesse verticale à la base de la calotte.

I.2.D.3 Conditions aux limites

A la base de la calotte, le mouvement est déterminé par deux processus : le glissement de la glace sur le lit, et la déformation de ce lit. Le glissement de la glace sur la base se produit seulement si la glace est au point de fusion. Le lit se déforme de façon significative seulement

lorsqu'il est constitué de sédiments perméables non consolidés, et lorsque ceux-ci sont gorgés d'eau.

Des théories mathématiques complexes de glissement et de déformation du lit ont été élaborées (Weertman, 1957, Lliboutry, 1987, Boulton et Hindmarsh, 1987, Alley, 1989). Les paramètres utilisés dépendent généralement des caractéristiques du lit (constitué de sédiments ou de roches, perméables ou non, avec une rugosité variable). Dans notre cas, il est très difficile d'évaluer ces paramètres, que ce soit dans l'application du modèle à la calotte du Groenland, ou aux calottes disparues de la Laurentide et de la Fennoscandie. D'une part ces caractéristiques sont difficiles à mesurer dans le cas de calottes existantes et d'autre part elles sont à même de changer à l'intérieur même d'une maille de notre modèle (40 à 50 km). Cette approche est donc difficile à mettre en oeuvre.

Nous utilisons alors une loi simple de glissement (Weertman, 1957), et négligeons la déformation du lit. La vitesse de glissement est alors donnée par :

$$u(B) = k (\rho g H)^2 (\nabla S \cdot \nabla S)^{\frac{1}{2}} \nabla S \quad (\text{I.14})$$

où ∇ est l'opérateur différentiel bi-dimensionnel ($\partial/\partial x, \partial/\partial y$), et k un paramètre de normalisation.

I.2.E Champ de températures

Le champ de températures est calculé à la fois dans la glace et dans le socle rocheux. Nous considérons en effet qu'une partie du lit rocheux joue le rôle de réservoir de chaleur. Sa température varie en réponse aux changements climatiques, et ces variations ont une influence directe sur le champ de températures à l'interface socle-glace. Il est donc important de tenir compte de ces variations de température dans le socle.

I.2.E.1 Equation de la chaleur dans la glace

Le champ de températures dans la glace est régi par l'équation de la chaleur ci-dessous, qui exprime pour un élément de volume de glace le bilan des flux et des sources ou puits de chaleur. Les flux de chaleur sont de deux sortes : la conduction dans la glace d'une part, l'advection due au mouvement de la glace à la vitesse u d'autre part ; les sources de chaleur

proviennent de la déformation de la glace. Si T est la température de la glace, on a :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial z} \left(k_g \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial x} \left(k_g \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial y} \left(k_g \frac{\partial T}{\partial y} \right) - u_x \frac{\partial T}{\partial x} - u_y \frac{\partial T}{\partial y} - u_z \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\Phi}{\rho c} \quad (I.15)$$

diffusion verticale

diffusion horizontale

a dv. horiz.

adv. vert. product. de chaleur

où k_g est la conductivité thermique de la glace, ρ sa masse volumique, et c sa capacité calorifique. Φ est la chaleur produite par la déformation de la glace, définie par :

$$\Phi = \sum_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \tau_{ij} \quad (I.16)$$

1.2.E.2 Equation de la chaleur dans le socle

Dans le socle, on retrouve un flux de chaleur par conduction et une production de chaleur due à la radioactivité. Nous considérons que le socle est presque immobile aux échelles de temps qui nous intéressent (il bouge en réponse aux changements du poids de la glace qui le surmonte, mais à des vitesses très lentes), et que l'advection est donc négligeable. L'équation de la chaleur dans le socle s'écrit alors :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial z} \left(k_s \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial x} \left(k_s \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial y} \left(k_s \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{Q_r}{\rho c} \quad (I.17)$$

où Q_r est la chaleur produite par radioactivité et k_s la conductivité dans le socle.

1.2.F Isostasie sous-glaciaire

1.2.F.1 Présentation du phénomène

Le réajustement vertical effectué par la Terre en réponse à une charge en surface est appelé phénomène d'isostasie. On peut l'observer sous les chaînes de montagnes comme sous les calottes glaciaires. Dans ce dernier cas, l'isostasie consiste en l'enfoncement du socle rocheux situé sous la glace, dû au poids de celle-ci. L'enfoncement en un point donné varie avec l'épaisseur de

glace qui surmonte ce point ; la variation n'est cependant pas instantanée, il existe un temps de latence plus ou moins important entre le moment où l'épaisseur de glace varie et celui où le socle réagit. Ce temps de latence est dû au fluage de l'asthénosphère en réaction à la charge glaciaire. De plus cet enfoncement est régional et non local, dans la mesure où c'est une plaque lithosphérique rigide qui réagit à la charge glaciaire. Le schéma ci-dessous illustre le phénomène d'isostasie :

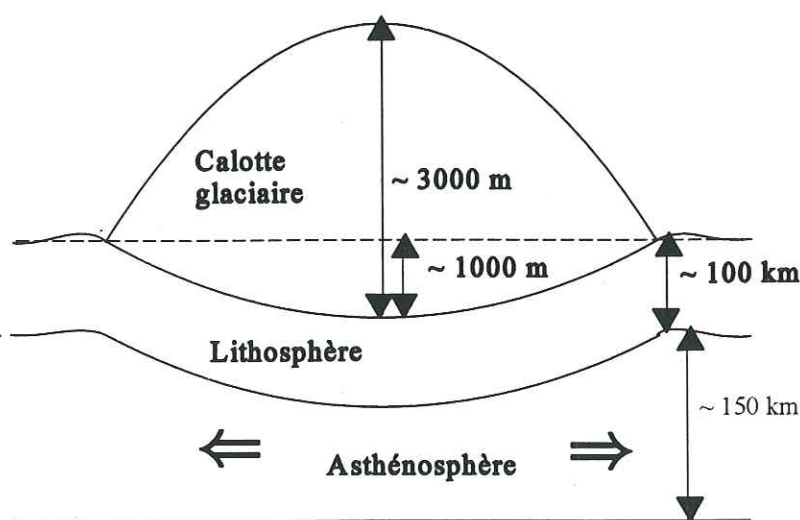


figure 1.4 : coupe schématique du système calotte - lit rocheux

La réponse isostatique détermine l'altitude de la calotte, et par là-même sa température en surface ; elle influe donc fortement sur son bilan de masse, puisque celui-ci est fonction des variations de température en surface. Le temps de latence intervenant dans le phénomène isostatique joue aussi un rôle important dans l'évolution de la calotte glaciaire dans le temps ; il fait en effet varier la position de la ligne d'équilibre de la calotte bien après que la charge glaciaire ayant engendré cette variation ait été modifiée. Cette variation vient amplifier ou atténuer les effets de changements de température dus aux variations du système climatique.

Toute modélisation réaliste de calotte glaciaire doit donc incorporer un traitement spécifique de la réponse de la Terre sous l'effet de la glace. Le paragraphe présent s'inspire largement des travaux de Le Meur (1996), qui a travaillé sur ce sujet pendant son doctorat.

Jusqu'à présent, plusieurs modèles d'isostasie sous-glaciaire ont été utilisés dans les modèles glaciologiques. Nous allons les décrire brièvement et tenter de justifier le choix de l'un d'entre eux pour notre modèle d'évolution de calotte glaciaire.

1.2.F.2 Les différentes paramétrisations utilisées pour modéliser l'isostasie sous-glaciaire

Elles peuvent être classées suivant la façon dont elles traitent les deux processus clés intervenant dans le phénomène isostatique : la géométrie de la réponse et sa chronologie.

∞ Rendu géométrique

Le rendu géométrique dépend de la prise en compte ou non de la régionalisation due à la rigidité de la plaque lithosphérique ; il existe donc, de ce point de vue, des modèles "locaux" et des modèles "régionaux".

L'approche locale consiste à considérer que l'application d'une charge ponctuelle à la surface de la lithosphère aura uniquement pour effet de provoquer un enfoncement de celle-ci au niveau de la charge. Cet enfoncement w à l'équilibre sera fonction du rapport des densités et de l'épaisseur de la charge appliquée. Il s'écrit :

$$w = H \frac{\rho}{\rho_m} \quad (I.18)$$

où ρ et ρ_m sont les masses volumiques respectives de la glace et de la lithosphère. H est l'épaisseur de glace au point considéré.

L'approche régionale consiste à prendre en compte la rigidité de la lithosphère. La déflexion de la plaque lithosphérique est alors régie par l'équation à coefficients constants donnée par Brotchie et Silvester (1969) qui tient compte de la rotondité de la Terre :

$$D\nabla^4 w + \frac{EP}{R^2} + \rho_a g w = q \quad (I.19)$$

où ∇ est l'opérateur différentiel bi-dimensionnel ($\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$), D représente la rigidité flexurale de

la plaque lithosphérique ($N.m^{-1}$), w son affaissement, E le module de Young, P l'épaisseur de la lithosphère, R le rayon terrestre, ρ_a la masse volumique de l'asthénosphère et q la charge.

La solution pour une charge ponctuelle q en f (où $f = r/L_r$ représente la distance normalisée, r étant la distance à la charge et L_r le rayon de rigidité relative, d'environ 100 km) est :

$$w(f) = \frac{q}{2\pi\sqrt{D\rho_a g}} kei(f) \quad (I.20)$$

avec $kei(x)$ une fonction de Kelvin à l'ordre 0.

Du fait de la linéarité du processus de flambage d'une plaque, la déflexion résultant de la sollicitation de la calotte glaciaire peut être obtenue par sommation des effets des charges élémentaires issues de la discrétisation des épaisseurs de glace en x et y . Ainsi, en chacun des points du domaine, l'enfoncement résulte de la contribution de la charge qui prévaut en ce point, ajoutée à toutes celles des charges situées à moins de 500 km (et pondérées par la distance à laquelle elles se trouvent).

∞ Rendu temporel

La chronologie de la réponse peut être prise en compte de deux façons différentes : le délai dans la réponse asthénosphérique peut être représenté simplement par une exponentielle décroissante du temps, on a alors une paramétrisation essentiellement empirique utilisant une constante de temps ; les modèles utilisant cette paramétrisation sont dits "relaxés". L'autre méthode consiste à calculer le champ de déplacement du fluide asthénosphérique pour ensuite appliquer le principe de conservation de la masse et arriver à une équation de diffusion. Les modèles ainsi élaborés sont dits "diffusifs".

Dans l'approche diffusive, l'ajustement isostatique est décrit par une équation de diffusion (Lliboutry, 1965 ; Oerlemans and Van der Veen, 1984) :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -Da \left(\frac{\partial^2(B-B_0+w)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(B-B_0+w)}{\partial y^2} \right) \quad (I.21)$$

où B est l'altitude du socle à l'instant t , B_0 l'altitude du socle sans charge glaciaire, et $w = H \rho / \rho_m$ la déflexion de la lithosphère due à la charge de glace.

La paramétrisation des modèles relaxés est essentiellement empirique ; elle cherche à reproduire le délai de la réponse asthénosphérique à une sollicitation à l'aide d'une constante de temps. On suppose alors une vitesse d'accomodation proportionnelle à l'écart à l'équilibre, et inversement proportionnelle à cette constante de temps. Ceci se traduit par :

$$\frac{dB}{dt} = \frac{-1}{\tau} (w - B) \quad (I.22)$$

où B est le profil à un temps t donné, τ la constante de temps, prise égale à 3 000 ans, et w le profil à l'équilibre.

La combinaison de ces différentes paramétrisations amène à quatre modèles différents, "diffusif-local", "diffusif-régional", "relaxé-local" et "relaxé-régional".

Il existe également des modèles beaucoup plus complexes, utilisant une approche sphérique, où la dissociation géométrie-chronologie n'apparaît pas (Peltier et al, 1985 ; Lambeck, 1990 ; Le Meur, 1996). Ces modèles sont plus réalistes, mais aussi beaucoup plus lourds à utiliser dans un modèle de calotte glaciaire.

1.2.F.3 Choix d'une paramétrisation de l'isostasie pour notre modèle de calotte glaciaire

En ce qui concerne le rendu temporel, l'approche diffusive plus "physique" que l'approche relaxée, est la plus couramment employée dans les modèles d'évolution de calotte glaciaire. C'est donc celle-ci que nous avons introduite dans le modèle lors de son élaboration. Nous utilisons une approche locale pour le rendu géométrique de la réponse. Notre paramétrisation suivait donc l'approche "diffusive-locale".

Pendant la durée de cette thèse, Le Meur (1996) a réalisé une étude poussée sur la modélisation de l'isostasie sous-glaciaire, et a en particulier développé un modèle réaliste et complexe du phénomène. Une partie de son travail a consisté à coupler ce modèle, ainsi que les quatre autres modèles généralement utilisés en glaciologie, avec un modèle de glace existant

(Huybrechts, 1992). En comparant les résultats, et en considérant les résultats du couplage avec son modèle complexe comme satisfaisants, il a ainsi pu valider ou infirmer les quatre approches plus simplistes. Il ressort de cette étude (Le Meur et Huybrechts, 1996) que l'approche donnant les résultats les plus proches de ceux du modèle de Le Meur est celle relaxée régionalisée. En particulier, l'approche diffusive mène à des temps de réaction beaucoup trop longs pour les calottes glaciaires de grande taille telles que l'Antarctique ou le Groenland.

Au vu de ces résultats, nous avons changé notre paramétrisation de l'isostasie dans le modèle d'évolution de calotte glaciaire pour adopter une approche "relaxée régionale" plutôt qu'une approche "diffusive locale".

I.2.G Bilan de masse

Le bilan de masse d'une calotte glaciaire est constitué de l'accumulation et de l'ablation sur cette calotte. Ces deux termes recouvrent des processus physiques différents et ils sont calculés séparément.

I.2.G.1 Ablation

L'ablation à la surface de la calotte est caractérisée par le taux de fonte de la neige et de la glace en surface. Deux approches différentes sont généralement utilisées dans les modèles de calotte glaciaire, le calcul par bilan d'énergie et le calcul par la méthode des degrés-jours positifs (PDD en anglais).

La première approche consiste à prendre en compte les mécanismes de transfert de chaleur entre la surface de la calotte et l'atmosphère, pour déterminer quelle sera l'énergie utilisée pour faire fondre la neige ou la glace. Certaines des variables entrant dans le bilan d'énergie ne peuvent être calculées que par des modèles de climat (la nébulosité, la vitesse du vent, par exemple). Cette méthode est donc relativement lourde à mettre en oeuvre, puisqu'elle suppose un couplage avec un modèle de climat. Elle est utilisée par Marsiat (1994), qui couple son modèle de calotte glaciaire avec un modèle de climat.

La deuxième méthode est basée sur une relation empirique entre la température de l'air et

le taux de fonte en surface. Cette méthode a été proposée par Reeh (1991) pour la calotte du Groenland. Le taux de fonte est calculé par rapport au nombre de degrés-jours ayant eu une température positive au cours de l'année. Ce nombre de degrés-jours, PDD, est donné par :

$$PDD = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{\text{année}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{(T - T_d)^2}{2 \sigma^2}\right) dT dt \quad (I.23)$$

où T_d est la température moyenne journalière, et σ la déviation standard autour de cette température moyenne (prise égale à 5 degrés). Cette formulation prend en compte la possibilité d'avoir des températures positives (et donc de la fonte) dans la journée, même si la température moyenne de la journée est négative, en introduisant un terme gaussien dans le calcul ; On considère que la température moyenne journalière T_d varie au cours de l'année en suivant une courbe sinusoïdale donnée par :

$$T_d(t) = (T_j - T_m) \cos\left(\frac{2\pi t}{A}\right) \quad (I.24)$$

où t est le temps, A représente une année, T_j et T_m sont respectivement les températures moyennes du mois de Juillet (supposé comme le plus chaud de l'année) et annuelle. Ces températures sont celles à la surface de la calotte. L'altitude de cette surface varie éventuellement au cours du temps ce qui demandera des corrections. Nous reviendrons sur ce point dans les chapitres III (Groenland) et IV (Hémisphère nord).

La figure I.5 illustre le calcul du nombre de jours positifs sur une année.

Le nombre de degrés-jours positifs annuel PDD est donc l'intégrale de toutes les probabilités d'avoir des températures positives, c'est-à-dire la somme de toutes les aires hachurées sur la figure I.5. En fonction du type de surface, le nombre PDD est ensuite converti en taux de fonte annuel : la neige fond tout d'abord à un taux C_{neige} , en m/PDD. Une partie de l'eau ainsi obtenue percole à travers la neige et regèle en profondeur en formant de la glace surimposée ; Reeh (1991) estime cette fraction à 60 %. Le reste de la neige fondue est évacué sous forme liquide. La glace surimposée et la glace de la calotte fondent ensuite au taux C_{glace} , plus élevé que le taux de fonte de la neige. La différence de taux de fonte entre la neige et la glace permet de

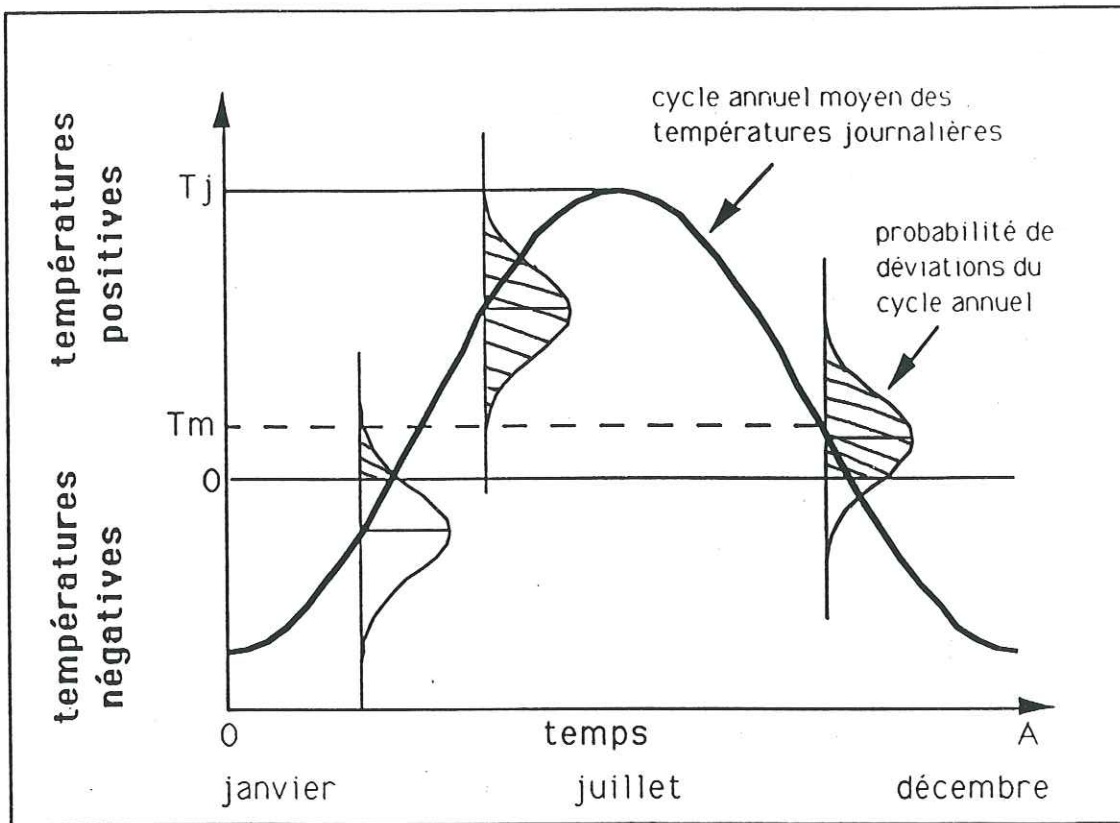


figure 1.5 : illustration du calcul du nombre de degrés-jours positifs sur une année (Letrégilly et Ritz, 1992).

prendre en compte leur différence d'albedo (pourcentage de réflexion du rayonnement incident sur la surface considérée). La production ou la perte de chaleur lors des changements de phase en surface est introduite dans le calcul de la température dans la calotte.

Dans ce travail, nous prenons respectivement pour C_{neige} et C_{glace} les valeurs $3 \text{ mm.d}^{-1}.\text{°C}^{-1}$, et $8 \text{ mm.d}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ ("d" représentant "day"), utilisées par Reeh (1991) et Huybrechts et al. (1991) pour le Groenland. Selon Braithwaite (1995) cependant, le taux de fonte de la glace C_{ice} pourrait atteindre $20 \text{ mm.d}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ pour de basses températures. Il serait d'ailleurs plus vraisemblable d'utiliser une valeur supérieure à celle que nous utilisons pour C_{glace} dans le modèle, car ce dernier sous-estime systématiquement l'ablation sur les bords de la calotte, où la pente de la surface devient souvent très forte ; en effet, la maille du modèle, 40 ou 50 km, est trop grande pour prendre en compte les variations importantes de la topographie, et donc de la température en surface et de l'ablation, dans ces zones (Ritz et al., 1996).

1.2.G.2 Accumulation

Calculer l'accumulation à la surface d'une calotte revient à calculer le terme [précipitations - évaporation] au-dessus de cette calotte et à prendre en compte seulement la fraction neigeuse des précipitations restantes. Si l'on s'intéresse uniquement au présent, à la calotte du Groenland par exemple, il est possible d'obtenir directement l'accumulation à partir de données de terrain (carte d'Ohmura et Reeh, 1991, pour le Groenland). Par contre, si l'on s'intéresse à l'évolution d'une calotte sur un cycle climatique, ou à l'étude d'une période climatique particulière (dernier maximum glaciaire par exemple, dans le cadre de la reconstruction des calottes de l'hémisphère nord), il est nécessaire d'établir une relation permettant de calculer l'accumulation à partir d'une ou plusieurs variables mieux connues. Une possibilité est de considérer que les précipitations, et donc l'accumulation, dépendent essentiellement de la température en surface, par le biais de la pression de vapeur saturante dans l'air. Mais cette méthode est limitée, car d'autres phénomènes interviennent dans les processus de précipitations, comme les vents, le relief, la nébulosité, ... Dans ce travail, nous utiliserons plusieurs méthodes pour calculer l'accumulation, selon que nous étudierons un cas théorique de calotte glaciaire (chapitre 2), la calotte du Groenland, pour le présent ou pour une évolution climatique (chapitre 3), ou la reconstruction des calottes de l'hémisphère nord (chapitre 4). Nous détaillerons donc dans chaque chapitre le traitement de l'accumulation, en le justifiant.

Après avoir présenté les différents processus intervenant dans l'écoulement et l'évolution d'une calotte de glace, ainsi que les équations principales régissant l'écoulement, nous allons maintenant étudier comment ces processus sont pris en compte dans les modèles déjà existants, et quelles sont les grandes différences entre ces modèles.

I.3 Les principaux modèles d'écoulement existant en glaciologie

I.3.A Présentation

Il existe globalement deux catégories distinctes de modèles d'écoulement glaciaire. Les premiers, dits modèles "à géométrie imposée", ou modèles de "vitesses de bilan", cherchent, à partir d'une géométrie imposée, à calculer un champ de vitesses dans la glace de telle façon que la calotte soit en équilibre (c'est-à-dire dans un état stationnaire). Les seconds, dits modèles "d'évolution", calculent la réponse de la calotte -en terme de variation d'épaisseur, d'extension, de vitesse et de température dans la glace- à un forçage climatique. Tous les modèles présentés dans ce paragraphe sont résumés dans le tableau I.2.

La variété des modèles existant est due au fait que la résolution du système complet d'équations régissant l'écoulement d'une calotte polaire est trop complexe pour être intégré dans le calcul d'évolution d'une calotte entière. Différentes approximations ont été proposées pour simplifier ces équations, adaptées au type d'application recherchée.

I.3.B Approximation de la couche mince

Les approximations utilisées dans la majorité des modèles d'écoulement tirent parti du fait que les dimensions verticales d'une calotte polaire (épaisseur de glace) sont généralement très petites devant ses dimensions horizontales. Si l'on s'intéresse au Groenland, on a en effet environ 2500 km de long pour 3000 m d'épaisseur au point le plus haut. Le "rapport d'aspect" des calottes, appelé ϵ (épaisseur caractéristique sur longueur caractéristique), est donc petit. Ceci permet d'élaborer plusieurs hypothèses, plus ou moins restrictives. Nous présentons ici l'approximation de la couche mince, développée à l'ordre 0, utilisée dans la majorité des modèles

	Caractéristiques		Applications	Exemples
Modèles à géométrie imposée	- géométrie et accumulation connues permettent de calculer le champ de vitesses moyennes (en supposant des variations d'épaisseur nulles). - pas de couplage température - écoulement		interprétation de forages dans la glace	- Budd et al (1971, 1982) - Reeh (1989), Ritz (1992) - Dahl-Jensen et Johnsen (1986)
Modèles d'évolution utilisant l' approximation de la couche mince à l'ordre 0	1 D - calotte isotherme - calcul analytique du champ de vitesses	Stationnaires	profil analytique, plastique parfait	Denton et Hugues (1981)
			profil analytique, loi de Glen	Vialov (1958), Johnsen et Dansgaard (1992)
		Non stationnaires (calcul de l'évolution de la géométrie)		- Oerlemans (1981) - Birchfield et al (1991) - Pollard et al (1990)
	2 D	Horizontaux (dimensions x et y) - pas de couplage température-écoulement - calotte isotherme		- Mahaffy (1976) - Deblonde et Peltier (1990) - Letréguilly et Ritz (1993) - Marsiat (1994)
	Verticaux (suivant une ligne de courant, dimensions x et z). - couplage température-écoulement.	étude des processus internes à la calotte	- Huybrechts et Oerlemans (1988) - Esch et Herterich (1990) - Ritz (1992)	
3 D - couplage température-écoulement			étude globale des calottes actuelles, reconstruction des calottes passées	- Janssen (1977), Huybrechts (1990a,b) - Greve (1995), Calov (1995) - Fabre et al (1995), Ritz et al (1996)
Modèles d'évolution utilisant l' approximation de la couche mince à l'ordre 2	- prennent en compte les contraintes longitudinales		étude de régions spécifiques : dôme, marges de la calotte par exemple	- Dahl-Jensen (1989), Herterich (1988) - Blatter (1995), Mangeney (1996)
Modèles effectuant le calcul complet du champ de contraintes pour un état stationnaire	- prennent en compte toutes les contraintes appliquées à la glace		introduction de l'anisotropie de la glace dans le calcul de la déformation	- Hooke et al (1979), Raymond (1983) - Paterson et Waddington (1984) - Budd et Rowden-Rich (1985) - Schott et al (1996) - Mangeney (1996)

tableau I.2 : résumé des modèles d'écoulement de glace présentés dans le paragraphe I.3 (la liste des modèles cités en exemple n'est pas exhaustive).

d'écoulement de glace. Sans donner une liste exhaustive, on peut citer les modèles de Mahaffy (1976), Hindmarsch et al (1987), Herterich (1988), Hindmarsch et Hutter (1988), Calov (1990), Huybrechts (1990), Letréguilly et al (1991a,b), Fabre et al (1995).

Cette approximation consiste à introduire dans les équations des coordonnées réduites, de manière à ce que les variations latérales des contraintes, vitesses et températures soient comparables aux variations verticales, c'est-à-dire que les dérivées horizontales soient du même ordre que les dérivées verticales. Le rapport d'aspect ε peut être utilisé pour ce changement de coordonnées. Les équations reformulées dans le nouveau référentiel font alors apparaître différentes puissances de ε , qui permettent d'évaluer l'ordre de grandeur des termes en jeu. Les valeurs caractéristiques de ε sont 10^{-3} pour l'Antarctique et $5 \cdot 10^{-3}$ pour le Groenland (Paterson, 1994).

Le développement complet de l'approximation de la couche mince à l'ordre 0 est effectué dans l'annexe B. Nous présentons seulement ici les principaux résultats de cette approximation :

- l'écoulement se fait, à toute profondeur, selon la ligne de plus grande pente de la surface (pente que nous appellerons α).
- l'expression de la contrainte de cisaillement τ_{xz} à la profondeur Z se réduit à, si x est la direction de l'écoulement :

$$\tau_{xz} = \rho g Z \alpha \quad (\text{I.25})$$

- les contraintes longitudinales sont négligées.
- en appliquant la loi de Glen au tenseur des contraintes, l'expression de la dérivée verticale de la vitesse horizontale en fonction de la profondeur est :

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} = B_{ar}(T) (\rho g Z \alpha)^n \quad (\text{I.26})$$

Ces résultats sont à la base de la majorité des modèles décrits ci-après.

I.3.C Modèles à géométrie imposée

Dans ces modèles, la géométrie est connue, ainsi que l'accumulation. L'application du principe de conservation de la masse (voir paragraphe I.2.B.2) permet de calculer le champ des vitesses moyennes. Il faut pour cela faire des hypothèses sur les variations d'épaisseur, très souvent prises nulles. Les vitesses horizontales obtenues sont moyennées sur toute l'épaisseur de glace, et sont calculées numériquement en partant du dôme de la calotte, où la vitesse est nulle, jusqu'aux bords de celle-ci. Pour avoir les vitesses en fonction de la profondeur, afin de pouvoir par exemple utiliser ces modèles pour la datation de forages, il faut faire des hypothèses sur la forme du profil vertical de vitesse. Ces hypothèses découlent généralement des approximations usuelles de la couche mince.

Les modèles à géométrie imposée sont le plus souvent dédiés à l'interprétation de mesures de terrain. Ils peuvent ainsi être utilisés, entre autres applications, pour :

- Estimer les champs de vitesse et de température des calottes glaciaires. Budd et al. (1971) et Budd et al. (1982) ont ainsi donné les principales caractéristiques de l'Antarctique et du Groenland.
- Calculer les trajectoires des particules de glace (Raynaud et al., 1979).
- Calculer l'âge de la glace en fonction de la profondeur (Reeh, 1989, Ritz, 1992).
- Calculer le champ de température dans la glace en fonction de variations climatiques à la surface, et comparer avec les profils de température mesurés dans les trous de forage (Dahl-Jensen et Johnsen, 1986, Bolzan, 1985, Ritz et al., 1982, Ritz, 1989).

Les inconvénients de ce type de méthode sont doubles : d'une part, ils sont basés sur l'état actuel de la calotte, et supposent que cet état est stationnaire, ce qui n'est pas réaliste, ou imposent les variations de la géométrie ; d'autre part, ils ne sont pas à même de prendre en compte de façon réaliste le couplage entre les températures et les vitesses dans la glace. Il n'est donc pas possible avec ces modèles d'étudier l'influence de variations climatiques sur la calotte.

Ils présentent pourtant certains avantages : relativement faciles à mettre en oeuvre, ils ne demandent pas une puissance de calcul trop grande. De plus ils sont peu sensibles à la loi de déformation de la glace, ce qui permet de réduire une source d'erreur non négligeable, dans la

mesure où celle-ci est encore mal connue.

I.3.D Modèles d'évolution

Ces modèles visent à simuler l'évolution de la géométrie d'une calotte glaciaire au cours du temps en réponse à des variations climatiques. Les modèles qui calculent des variations d'épaisseur à partir de mesures de vitesse (Young, 1979, Hamley et al, 1985 par exemple) et utilisent une démarche inverse à celle des modèles à géométrie imposée, sont également rattachés à cette catégorie.

Les premiers modèles, développés dans les années 1950, étaient limités essentiellement par le manque de moyens de calcul. L'avènement des ordinateurs, et l'augmentation de leur puissance de calcul ont permis de développer des modèles de plus en plus performants et réalistes. Ces modèles restent cependant toujours limités, dans la mesure où il n'est pas possible d'inclure toute la physique régissant l'écoulement glaciaire dans un modèle, et où il reste encore de nombreux points mal connus. Les résultats de modèles doivent donc toujours être considérés avec précaution et doivent si possible être confortés par des données de terrain. La plupart des modèles présentés ici sont basés sur l'approximation de la couche mince à l'ordre 0.

I.3.D.1 Modèles à une dimension

L'approximation de la couche mince à l'ordre 0 permet de supposer que, quelle que soit la profondeur, la direction de l'écoulement est le long de la plus grande pente de la surface. La première approche utilisée pour modéliser les calottes de glace a donc été de modéliser l'écoulement le long d'une ligne de courant, définie par la ligne de plus grande pente de la surface, et de considérer uniquement un profil d'épaisseur de glace en fonction de la distance horizontale le long de la ligne.

Les premiers modèles considèrent également une calotte isotherme (température constante dans toute la calotte) ; ceci permet de ne pas prendre en compte l'effet de la température sur la viscosité de la glace et de calculer le champ de vitesses analytiquement.

I.3.D.1.a profils stationnaires

∞ profil analytique avec un corps plastique parfait

En supposant une calotte à l'équilibre sur un socle horizontal et plat, de pente en surface dH/dx , la contrainte à la base est :

$$\tau_b = -\rho g h \frac{dh}{dx} \quad (I.27)$$

La façon la plus simple de traiter la glace dans un premier temps est de considérer que c'est un matériau avec une plasticité parfaite, c'est-à-dire qui ne se déforme qu'à partir d'une contrainte seuil τ_0 . A partir de cette contrainte seuil, la vitesse de déformation est très grande.

Dans ce cas, la contrainte τ_b est égale en tous points à τ_0 . Il est alors possible d'estimer l'épaisseur de la glace le long du profil en fonction de la distance x du dôme, en intégrant l'équation (I.27). On obtient (Nye, 1952) un profil parabolique donné par :

$$h^2 = \frac{2\tau_0}{\rho g} (L-x) \quad (I.28)$$

où L représente la longueur du profil, et h l'épaisseur de la glace à la distance x . Soulignons que ce profil ne dépend ni de l'accumulation ni de l'ablation. Cette méthode a été utilisée par Denton et Hughes (1981) dans la reconstitution des calottes de l'hémisphère nord.

∞ profil analytique avec la loi de Glen

L'étape suivante est d'utiliser une loi de déformation plus réaliste, la glace n'étant en effet pas un matériau parfaitement plastique. En utilisant la loi de Glen (explicitée au paragraphe I.2.C.4), pour une calotte isotherme, toujours dans le cadre de l'approximation de la couche mince, il est possible de déterminer le profil de la calotte. En introduisant la loi de déformation dans l'expression des vitesses, en considérant qu'il n'y a pas de glissement et en intégrant deux fois, on obtient l'expression de la vitesse moyenne U sur une colonne de glace :

$$U = - \frac{B_{at}}{n+2} \left(\rho g \frac{\partial S}{\partial x} \right)^n h^{n+1} \quad (I.29)$$

où B_{at} et n sont les paramètres de la loi de Glen.

La calotte est considérée à l'équilibre, sur un socle plat d'altitude 0 ($S=H$) ; de ce fait, la masse de glace accumulée en surface entre le dôme et un point quelconque P doit être égale au flux de masse à travers une section verticale en P (équation de conservation de la masse I.4). Si l'on considère qu'une épaisseur uniforme de glace M est ajoutée chaque année en surface, et que l'ablation se fait uniquement par vèlage sur les bords, on arrive à (Vialov, 1958) :

$$h(x)^{2+\frac{2}{n}} = K \left(L^{1+\frac{1}{n}} - x^{1+\frac{1}{n}} \right) \quad (I.30)$$

$$\text{avec } K = \frac{2(n+2)^{\frac{1}{n}}}{\rho g} \left(\frac{M}{B} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (I.31)$$

où L est la distance horizontale totale le long de la ligne d'écoulement, h_0 l'épaisseur de glace au dôme, h l'épaisseur de glace au point à la distance x du dôme.

Comme $h = h_0$ quand $x = 0$, l'équation (I.30) peut s'écrire sous la forme :

$$\left(\frac{h}{h_0} \right)^{2+\frac{2}{n}} + \left(\frac{x}{L} \right)^{1+\frac{1}{n}} = 1 \quad (I.32)$$

L'exposant n est pris égal à 3 dans le cas de la glace. Pour un matériau parfaitement plastique, n tend vers l'infini, et on retrouve l'équation de la parabole (I.28).

1.3.D.1.b profils non stationnaires

Avec la même hypothèse que pour le profil analytique stationnaire (approximation de la couche mince, calotte isotherme), il est possible de déterminer un profil non stationnaire de la calotte, et de calculer l'évolution de sa géométrie. Celle-ci est calculée numériquement à partir des vitesses moyennes d'écoulement le long de la ligne de courant, par le principe de conservation

de la masse. Ces modèles "isothermes", également appelés "intégrés verticalement" ont été essentiellement utilisés dans des études de processus. Oerlemans (1981), Birchfield et al. (1991), Pollard et al. (1990) ont ainsi étudié la reconstruction des calottes de l'Hémisphère Nord présentes au dernier maximum glaciaire.

1.3.D.2 modèles à deux dimensions

Il existe deux types de modèles à deux dimensions, selon que cette deuxième dimension est horizontale ou verticale. Si elle est horizontale, on est en présence de modèles de surface en longitude, latitude ou x,y, dans lesquels les vitesses sont intégrées analytiquement comme précédemment. Si la deuxième dimension est verticale, on est en présence de modèles suivant une ligne de courant, mais calculant numériquement les champs de température et de vitesse dans toute l'épaisseur de la glace.

1.3.D.2.a modèles horizontaux

Les premiers sont surtout destinés à étudier les interactions calotte de glace-climat, dans la mesure où ils développent de façon plus approfondie l'interface glace-atmosphère, et la modélisation des processus de surface (accumulation et ablation). Les processus internes à la calotte sont par contre moins développés. Dans ces modèles, les variables pronostiques (nécessaires pour calculer l'évolution de la calotte au pas de temps suivant) sont les épaisseurs de glace (à deux dimensions, sur une grille appliquée à la surface de la calotte), et les variables diagnostiques (qui permettent d'analyser l'état de la calotte à un pas de temps donné) sont les vitesses moyennées sur chaque colonne de glace. Le modèle de Letréguilly et Ritz (1991), appliqué à la reconstruction de la calotte fennoscandienne, et les modèles de Mahaffy (1976), Marsiat (1994) et Deblonde et Peltier (1990), appliqués à la reconstruction des calottes de l'hémisphère nord, font partie de cette catégorie.

1.3.D.2.b modèles verticaux

Le deuxième type de modèle est complémentaire du précédent ; les modèles 2D verticaux visent en effet à mieux décrire les processus internes à la calotte ; en particulier, ils prennent en compte le couplage température-écoulement. Ils sont en général appliqués à des lignes de courant

déterminées sur les calottes actuelles. Dans ces modèles, les variables pronostiques sont l'épaisseur de glace (à une dimension) et les températures dans la glace (à deux dimensions) ; les variables diagnostiques sont les vitesses dans la glace (également à deux dimensions) calculées numériquement. Dans cette catégorie, on peut citer les modèles de Huybrechts et Oerlemans (1988), Esch et Herterich (1990), et Ritz (1992).

Tous ces modèles verticaux prennent en compte le couplage entre les champs de vitesse et de température dans la glace. Ce couplage découle du fait que la vitesse de la glace dépend de sa température, et réciproquement. En effet, plus la glace est froide, plus sa viscosité est forte, et moins elle aura tendance à se déformer ; réciproquement, plus la vitesse d'écoulement de la glace est élevée, plus la chaleur produite est grande, et donc plus la glace se réchauffe. Il y a également transfert de chaleur par l'écoulement (phénomène d'advection). Ce couplage température-vitesse influe de manière significative sur l'écoulement.

1.3.D.3 modèles à trois dimensions

Depuis quelques années enfin sont développés des modèles à 3 dimensions, basés généralement sur l'approximation de la couche mince à l'ordre 0, qui prennent en compte les deux dimensions de surface, et calculent les champs de température et de vitesse dans toute l'épaisseur de la calotte. Dans ces modèles, les variables pronostiques sont l'épaisseur de glace (2D) et les températures (3D) ; les variables diagnostiques sont les vitesses (3D) calculées numériquement dans la glace. Le premier modèle de ce type est celui de Jenssen (1977) développé pour le Groenland ; en raison de la puissance limitée des ordinateurs dont il disposait, et du schéma numérique choisi, il n'a pu étudier l'évolution que sur 1000 ans. Plus récemment, Huybrechts (1990a et 1990b), Huybrechts et Oerlemans (1990) ont développé un modèle pour l'Antarctique, et Huybrechts et al. (1991) et Letrégilly et al. (1991) l'ont appliqué au Groenland. Greve et Hutter (1995) et Calov et Hutter (1996) ont également développé des modèles appliqués au Groenland. Notre modèle appartient également à cette famille.

1.3.D.4 modèles prenant en compte les contraintes longitudinales

Afin de pouvoir calculer numériquement plus facilement les champs de vitesse et de

température dans la glace, tous les modèles cités précédemment utilisent des approximations plus ou moins restrictives, et en particulier l'approximation de la couche mince à l'ordre 0. Cette approximation permet de négliger les contraintes longitudinales dans la glace. Ceci n'est cependant pas vraisemblable à certains endroits :

- près du dôme par exemple, où la pente est pratiquement nulle, ce qui entraîne des valeurs faibles pour τ_{xz} et τ_{yz} et ne permet plus de négliger les contraintes longitudinales ;
- dans la région des marges, où la pente de la surface est très forte ;
- dans les régions où la topographie du socle varie de façon significative pour ce qui se rapporte à la pente de la surface.

Pour pouvoir prendre en compte ces contraintes, des modèles basés sur des approximations moins restrictives ont été développés, ainsi que des modèles effectuant le calcul complet du champ de contraintes dans la glace.

1.3.D.4.a approximation de la couche mince à l'ordre 2

Le développement de l'approximation de la couche mince à l'ordre 1 est identiquement nul. Le développement de l'approximation de la couche mince à l'ordre 2 permet par contre de prendre en compte les contraintes longitudinales. Ceci permet d'introduire dans les modèles l'anisotropie dans la glace, ainsi que le calcul de l'âge de la glace. Dahl-Jensen (1989), Herterich (1988) et Blatter (1995) ont développé des modèles résolvant numériquement les équations issues de ce développement. Cependant selon Hutter (1993), ces calculs ne sont pas rigoureux car ils s'appuient sur un mélange arbitraire entre l'ordre 0 et l'ordre 2 de l'approximation de la couche mince. L'ordre 2 rigoureux pour la région d'un dôme a été fait par Mangeney (1996).

1.3.D.4.b calcul complet du champ de contraintes dans la glace

Depuis une quinzaine d'années des modèles aux éléments finis ont été développés pour calculer la solution numérique du problème mécanique complet (Hooke et al, 1979, Raymond, 1983, Paterson et Waddington, 1984, Budd et Rowden-Rich, 1985, Watts et Drewry, 1987, Schott Hvidberg et al, 1996). Un premier modèle aux différences finies traitant également le problème complet a été élaboré par Mangeney (1996). Ces modèles complexes permettent un traitement rigoureux de l'écoulement, en particulier dans les zones où les modèles utilisant l'approximation de la couche mince à l'ordre 0 sont incohérents, notamment au niveau du dôme

et des régions de marge. Ces modèles comportent en général une évolution de la géométrie afin de rendre compatibles les vitesses verticales en surface et l'accumulation dans l'hypothèse d'un état stationnaire.

Cependant, avec les moyens actuels, ils demandent trop de temps de calcul pour pouvoir être utilisés dans les simulations d'évolution.

I.4 Conclusion

La réalité de l'écoulement glaciaire est trop complexe pour être complètement intégrée dans un modèle unique. Chacun des modèles présentés possède des avantages particuliers, entachés de certaines restrictions liées aux limitations des systèmes de calcul. Ils sont donc dédiés à des applications particulières. Avec la puissance grandissante des ordinateurs, la performance des modèles progresse, car on peut y introduire de plus en plus de processus physiques. Mais le concept du modèle universel applicable à toutes les calottes est encore loin de se concrétiser.

CHAPITRE II

Chapitre II

DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE D'ÉCOULEMENT DE GLACE ET TEST DU MODÈLE SUR UNE CALOTTE THÉORIQUE

II.1 Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons présenté les processus physiques entrant en jeu dans la modélisation de l'écoulement des calottes polaires. Nous avons également réalisé une étude bibliographique sur les modèles d'écoulement de glace, en essayant de montrer les grandes classes de modèles et leur évolution au cours du temps.

Dans la première partie de ce chapitre, nous allons présenter en détail notre modèle, en reprenant les processus physiques présentés dans le chapitre I. La résolution du système complet d'équations étant trop complexe, nous utilisons des approximations afin de simplifier celui-ci. Ces approximations sont présentées ci-après, puis nous donnons les expressions des champs de vitesses et températures dans la glace qui en découlent. Nous ne décrivons pas ici le traitement du bilan de masse et de l'ajustement isostatique, qui ont déjà été détaillés dans le premier chapitre. Nous présenterons ensuite la méthode numérique utilisée pour résoudre les équations du modèle.

Dans la deuxième partie, nous validerons le modèle en le testant sur une calotte glaciaire théorique. Ce test s'inscrit dans le cadre d'un projet européen de comparaison de modèles, il nous permet donc de comparer nos résultats avec ceux des autres modèles participant au projet.

II.1 Développement du modèle d'écoulement à partir des équations de base

II.1.A Approximations utilisées pour modéliser l'écoulement

Pour obtenir le champ de vitesses, il faut intégrer les équations d'équilibre quasi-statique

(système d'équations I.8) tout en tenant compte de la loi de déformation (I.9 et I.10) et de la dépendance de la viscosité avec la température (I.11). Cela demande donc de résoudre 11 équations aux dérivées partielles liant les 6 composantes des contraintes, les 3 composantes de la vitesse, la viscosité et la température. Ce problème est trop lourd à résoudre numériquement, il est nécessaire de faire des approximations afin de le simplifier. Nous utilisons ici l'approximation de la couche mince à l'ordre 0, présentée dans le chapitre I (paragraphe I.3.B) et dans l'annexe B, basée sur le fait que le rapport d'aspect d'une calotte polaire (extension/épaisseur) est petit. Les implications de cette approximation sont les suivantes :

- les dérivées horizontales d'une variable quelconque F sont négligeables devant la dérivée verticale de cette même variable :

$$\frac{\partial F_{ij}}{\partial x}, \frac{\partial F_{ij}}{\partial y} \ll \frac{\partial F_{ij}}{\partial z} \quad (\text{II.1})$$

- $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{xy}$ sont négligeables devant ϵ_{xz} et ϵ_{yz} .
- $\tau_{xy}, \sigma'_x, \sigma'_y$, et σ'_z sont également négligeables.

Lorsqu'on introduit ces simplifications dans les équations d'équilibre quasi-statique (système I.8), celles-ci deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= \rho g \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

L'équation II.2c s'intègre depuis un point d'altitude z jusqu'à la surface (z=S) et l'on obtient :

$$\sigma_z = \rho g (S-z) \quad (\text{II.3})$$

L'intégration des équations (II.2a) et (II.2b) donne l'expression des contraintes de cisaillement

τ_{xz} et τ_{yz} ; la cission efficace τ^2 est également simplifiée :

$$\tau_{xz} = -\rho g \frac{\partial S}{\partial x} (S-z) \quad (\text{II.4})$$

$$\tau_{yz} = -\rho g \frac{\partial S}{\partial y} (S-z) \quad (\text{II.5})$$

$$\tau^2 = (\rho g)^2 (S-z)^2 \left(\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right) \quad (\text{II.6})$$

Ces équations servent de base pour calculer le champ de vitesses.

II.1.B Calcul du champ de vitesses

II.1.B.1 Vitesse horizontale

La combinaison des équations (I.7), (II.5) et (II.6) permet d'écrire, en prenant l'exposant de la loi de Glen $n=3$:

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} = -B_{at}(T) (\rho g)^3 (S-z)^3 \left(\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right) \frac{\partial S}{\partial x} \quad (\text{II.7})$$

De la même façon, on obtient pour la dimension y :

$$\frac{\partial u_y}{\partial z} = -B_{at}(T) (\rho g)^3 (S-z)^3 \left(\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right) \frac{\partial S}{\partial y} \quad (\text{II.8})$$

L'intégration selon la verticale des équation (II.7) et (II.8) donne l'expression des vitesses $u_x(z)$ et $u_y(z)$ dans la glace :

$$u_x(z) = u_{xB} + (\rho g)^3 \left(\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right) \left(-\frac{\partial S}{\partial x} \right) \int_B^z B_{at}(z) (S-z)^3 dz \quad (\text{II.9})$$

$$u_y(z) = u_{yB} + (\rho g)^3 \left(\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right) \left(-\frac{\partial S}{\partial y} \right) \int_B^z B_{at}(z) (S-z)^3 dz \quad (\text{II.10})$$

où u_{xB} et u_{yB} sont les vitesses de glissement à la base dans les directions x et y.

II.1.B.2 Vitesse verticale

L'expression de la vitesse verticale dans la glace s'obtient à partir de l'équation d'incompressibilité (équation I.1) :

$$u_z(z) = u_{bz} - \int_B^z \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) dz \quad (\text{II.11})$$

II.1.B.3 Equation de bilan de masse

Lorsque l'équation d'évolution de la surface de la glace est gardée sous forme d'une équation de transport (I.4), elle est résolue par une méthode de relaxation (présentée dans le paragraphe II.1.D). L'utilisation de la méthode de relaxation, en gardant l'équation de transport sous sa forme initiale présente plusieurs avantages : d'une part elle permet de traiter également les ice-shelves, d'autre part il est plus facile avec cette méthode d'optimiser le traitement dans le cas de calottes ayant de grandes variations d'extension, comme c'est le cas pour le Laurentide et la Fennoscandie (chapitre IV).

Lorsqu'elle est exprimée sous la forme d'une équation de diffusion, comme c'est le cas lors des premières applications du modèle dans ce travail, l'équation d'évolution de la surface de la glace est exprimée en combinant les équations (I.4), (II.9) et (II.10) :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial S}{\partial y} \right) + M - F \quad (\text{II.12})$$

avec :

$$D = (\rho g)^3 \left(\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right) \frac{1}{H^5} \int_B^z \int_B^{z'} B_{at}(z') (S - z')^3 dz' dz \quad (\text{II.13})$$

D peut être assimilé à un coefficient de diffusivité dans la glace. L'équation de bilan de masse est donc dans ce cas une équation de diffusion fortement non linéaire.

Elle est alors résolue par une méthode ADI (résolution alternée dans les directions x et y). C'est la méthode la plus utilisée dans les autres modèles et celle que nous avons choisi lors des premières applications.

II.1.C Calcul du champ de températures

II.1.C.1 Résolution de l'équation de chaleur dans la glace

Dans l'équation de la chaleur (I.12), les termes de diffusion verticaux sont prédominants, car les gradients de diffusion verticaux sont très grands devant les gradients horizontaux (une variation de température de -50°C à 0°C peut par exemple survenir dans la dimension verticale sur 3 000 m d'épaisseur de glace, alors que pour avoir la même variation dans la dimension horizontale, il faudrait parcourir environ 2 000 km). Cette observation permet de négliger les termes horizontaux de diffusion. Il n'est pas possible de négliger l'advection horizontale dans la glace, car la valeur moindre du gradient horizontal de température est compensée par le fait que la vitesse horizontale est beaucoup plus élevée que la vitesse verticale. Le seul terme que l'on peut négliger dans l'équation (I.12) est le terme de diffusion horizontale. L'équation de la chaleur simplifiée est donc :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) - U_x \frac{\partial T}{\partial x} - U_y \frac{\partial T}{\partial y} - U_z \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\Phi}{\rho c} \quad (\text{II.14})$$

où k est la conductivité thermique de la glace, ρ sa masse volumique, c sa capacité calorifique et Φ la chaleur de déformation.

L'équation (II.14) est résolue numériquement par différences finies sur un maillage appliqué à la calotte. Ce traitement sera détaillé dans la partie "méthode numérique" (paragraphe II.1.D).

II.1.C.2 Conditions aux limites

↪ température en surface

La température en surface de la glace est primordiale dans le calcul du champ de température dans la glace. Elle représente en effet la condition limite supérieure de l'équation de la chaleur. Les variations saisonnières s'atténuent très rapidement avec la profondeur puisqu'à 10 m environ elles ne sont plus sensibles. La température en surface utilisée dans le modèle est donc la température moyenne annuelle.

↪ condition à la base

La condition à la limite inférieure de l'équation de la chaleur dépend du flux géothermique prescrit à la base d'une couche de socle sous la calotte, de la chaleur produite par le glissement à la base de la calotte et du type de base. En effet à l'interface entre la glace et le lit rocheux, il existe deux possibilités :

* la température de la glace est au-dessous du point de fusion ; nous avons supposé qu'il n'y a pas de glissement (ni de chaleur produite de ce fait) dans un tel cas de base froide ; la conservation du flux de chaleur à travers l'interface se traduit donc par :

$$K_s G_s = K_g G_g \quad (\text{II.15})$$

où G_s et G_g sont respectivement les gradients de température à l'interface dans le socle et dans la glace. K_s et K_g sont les conductivités thermiques dans le socle et dans la glace (les indices s

et g se rapportent respectivement à la roche et à la glace).

* la température de la glace est au point de fusion ; la condition à l'interface est alors la température de fusion. Dans ce cas il peut alors y avoir une discontinuité du flux de chaleur à l'interface. La différence entre le flux de chaleur (géothermique et produit par le glissement) venant du socle et celui partant vers la glace est utilisé par le changement de phase de la glace basale. Cela nous permet alors de calculer la quantité d'eau fondue par unité de temps (f) :

$$\dot{f} = \frac{B K_s \frac{\partial T}{\partial z}_{\text{socle}} - B K_g \frac{\partial T}{\partial z}_{\text{glace}}}{L_f \rho_g} \quad (\text{II.16})$$

où L_f est la chaleur latente de fusion, B l'altitude du socle.

Le champ de température est calculé dans une partie du socle (voir chapitre I, paragraphe I.2.D.2), en prenant en compte uniquement la diffusion verticale de la chaleur (nous considérons en effet qu'il n'y a pas d'advection dans le socle).

Un des termes de l'équation de la chaleur dans le socle (chapitre I, équation I.17) est la production de chaleur par radioactivité. Le problème de la chaleur dans le socle peut être traité sans en tenir compte, car l'équation est linéaire ; on peut donc décomposer la température dans le socle T en deux termes T_0 et T_1 , le premier étant stationnaire et le deuxième correspondant à la perturbation de température :

$$\frac{\partial T_0}{\partial t} = \frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T_0}{\partial z} \right) + \frac{Q_r}{\rho c} = 0 \quad (\text{II.17})$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T_1}{\partial z} \right) \quad (\text{II.18})$$

L'équation (II.16) a une solution analytique parabolique :

$$\frac{\partial^2 T_0}{\partial z^2} = -\frac{Q_r}{k_s}, \quad \frac{\partial T_0}{\partial z} = -\frac{Q_r}{k_s} (z-B) \quad \text{et} \quad T_0 = -\frac{Q_r}{k_s} (z-B)^2 \quad (\text{II.19})$$

(en choisissant arbitrairement un gradient nul à l'interface). Nous résolvons donc l'équation (II.18) en T_1 . La condition à la limite supérieure du socle est la température à l'interface, c'est-à-dire celle à la base de la glace. La condition à la limite inférieure est le flux géothermique typique du haut du socle. Ce paramètre est très mal connu, car difficilement mesurable. Nous utilisons une valeur moyenne de 42 mW/m^2 , donnée comme le flux de chaleur moyen pour le bouclier précambrien (Lee, 1970).

II.1.D Méthode numérique utilisée

II.1.D.1 Maillage et coordonnée verticale réduite

Les équations ci-dessus sont résolues par une méthode de différences finies sur un maillage appliqué à la calotte de glace. Ce maillage est représenté sur la figure II.1 :

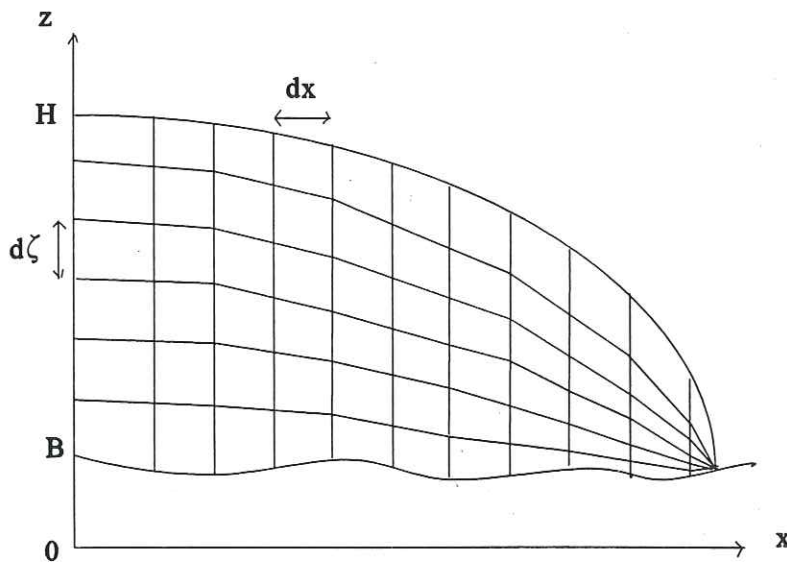


figure II.1 : schéma de la grille appliquée à la calotte de glace. Le schéma ne représente que la dimension en x de la calotte, mais la dimension y serait représentée de la même manière.

Le nombre de noeuds verticaux est constant quelle que soit la colonne, ce qui amène à considérer une variable verticale réduite ζ au lieu de la variable classique z . Cette variable ζ est définie par :

$$\zeta = \frac{S-z}{H} \quad (\text{II.20})$$

et
$$dz = -H d\zeta \quad (\text{II.21})$$

ζ varie de 0 en surface à 1 au niveau du socle, donc en sens contraire de z (qui augmente lorsqu'on va vers le haut). L'utilisation de cette coordonnée permet de toujours faire coïncider les limites de la glace (surface et socle) avec un noeud de la grille. Les équations sont donc utilisées dans le modèle avec cette coordonnée verticale réduite. Elles sont présentées en annexe C.

La transformation en coordonnées réduites permet dans certains cas de simplifier les équations. C'est le cas dans l'écriture de la vitesse verticale et des températures dans la glace. Nous définissons une vitesse verticale réduite et nous l'introduisons dans l'équation des températures, qui en est simplifiée. Ces calculs sont traités en annexe C. C'est également le cas dans le calcul du paramètre B_{at} de la loi de Glen et surtout lors de l'intégration verticale pour obtenir la vitesse horizontale (équations II.9 et II.10).

De plus, dans notre modèle, le paramètre B_{at} est calculé de manière analytique dans chaque maille de la grille (Ritz et al, 1996). La température est supposée linéaire dans chaque maille (ce qui correspond aux approximations faites par la méthode des différences finies de premier ordre). Par contre nous prenons en compte le fait que le coefficient B_{at} varie de façon exponentielle avec la température. Ce calcul présente l'avantage d'être plus précis pour un même type de maille, et il offre la possibilité d'avoir des couches de propriétés différentes à l'intérieur d'une maille. Ce traitement est également détaillé dans l'annexe C.

II.1.D.2 Champ de température initial dans la glace : solution de Lliboutry

Le champ de température dans la glace en fonction de la profondeur a typiquement le profil représenté sur la figure ci-dessous :

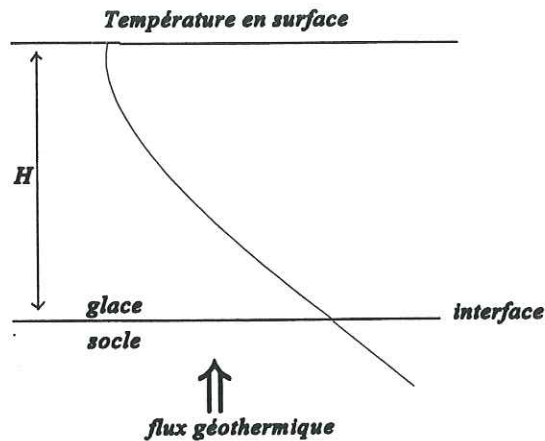


figure II.2 : profil de température dans la glace

La température peut décroître sous la surface si l'écoulement est fort à l'endroit considéré (entraînant une forte advection horizontale), pour croître ensuite jusqu'à la base de la calotte (réchauffement dû à l'effet d'isolation de la couche de glace, au flux géothermique à la base, et à la chaleur induite par la déformation de la glace).

Au début de chaque simulation, le modèle dispose uniquement des températures en surface de la calotte, le profil de température dans la glace et les vitesses sont inconnues. Or températures et vitesses sont couplés (le fonctionnement du modèle est résumé sur la figure II.4). Il faut donc fournir au modèle un profil de température initial, afin de pouvoir calculer les champs de vitesse initiaux. Dans la plupart des modèles d'écoulement, ce profil de température est pris linéaire entre la surface et la base de la calotte. La calotte modélisée met alors plusieurs milliers d'années avant d'arriver à un profil de température qui soit cohérent avec l'écoulement (figure II.2), ce qui génère un supplément de temps de calcul simplement pour avoir un état initial.

Dans ce travail, nous utilisons un profil de température initial plus proche du profil réel, afin de minimiser le temps mis par le modèle pour atteindre ce dernier. Dans ce but, nous avons choisi l'approche de Lliboutry (1987), qui propose la solution suivante : en considérant une colonne donnée, avec une température en surface T_s connue, en supposant que la température est

constante dans le temps, que le gradient horizontal de température est indépendant de la profondeur (et égal à une constante G1) et que la vitesse verticale à la base est nulle, on obtient l'expression suivante de la température en fonction de la profondeur :

$$T = T_s + G1 \Lambda \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\operatorname{erf} \xi_s - \operatorname{erf} \xi) - \theta \int_{\xi}^{\xi_s} e^{-s^2} \int_{\xi_b}^s e^{t^2} dt dS \quad (\text{II.22})$$

où ξ est une variable dépendant de la profondeur, donc de la coordonnée réduite :

$$\xi = \frac{(1-E_k) H_{ij}}{\Lambda} \quad \text{en surface, } \xi_s = \frac{H_{ij}}{\Lambda} \quad (\text{II.23})$$

(E_k correspond au numéro de la maille verticale considérée). Λ est défini par :

$$\Lambda = \sqrt{\frac{2 K_g H}{u_{z(s)}}} \quad \text{avec } u_{z(s)} = bm \quad (\text{II.24})$$

L'équation (II.22) est résolue analytiquement assez facilement, car la double intégrale est une forme de l'intégrale de Dawson qui est tabulée, ainsi que la fonction erf.

Grâce à cette solution, le profil de température obtenu se rapproche du profil de la figure II.2, et le temps de calcul nécessaire pour obtenir ce dernier est diminué de moitié.

II.1.D.3 Discrétisation et résolution numérique des équations

II.1.D.3.a schéma de la grille utilisée et discrétisation des variables

Toutes les variables utilisées dans le modèle sont discrétisées sur la grille présentée ci-dessous. Certaines variables sont calculées sur les noeuds dits "majeurs" (variables pronostiques et variables calculées sans dérivées) de la grille (S, H, B, T, Sa, S2a) ; d'autres sont calculées sur les noeuds dits "mineurs" (variables obtenues par dérivées des précédentes), en $i+1/2, j+1/2$, qui peuvent être décalés selon x (ex : $i+1/2, j$) pour u_x ou selon y (ex : $i, j+1/2$) pour u_y .

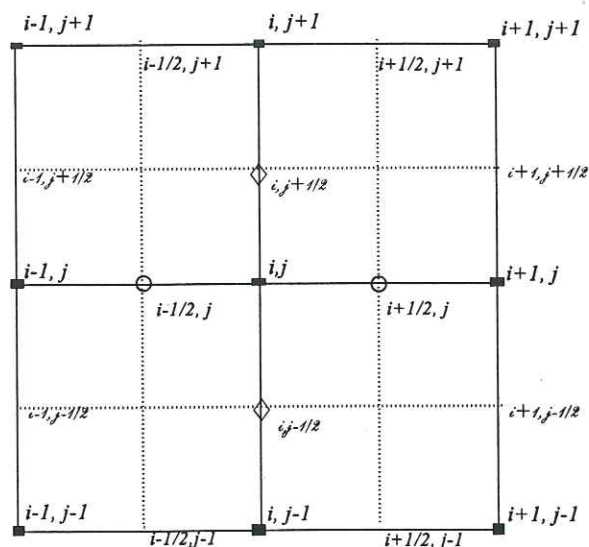


figure II.3 : grille utilisée pour la discrétisation des variables.

(■ noeuds majeurs ○ noeuds mineurs selon x ◇ noeuds mineurs selon y)

Tout le problème de la discrétisation réside dans la façon dont sont calculées les dérivées, le calcul n'étant pas unique.

Pour une variable A calculée sur le noeud majeur (i,j), les dérivées premières par rapport à la dimension x (dx étant la distance entre deux points de la grille) peuvent s'écrire de trois façons :

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial x} &= \frac{A_{i+1,j} - A_{i-1,j}}{2dx} && \text{dérivée centrée} \\ \frac{\partial A}{\partial x} &= \frac{A_{i+1,j} - A_{i,j}}{dx} && \text{dérivée aval} \\ \frac{\partial A}{\partial x} &= \frac{A_{i,j} - A_{i-1,j}}{dx} && \text{dérivée amont} \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

Remarque : les termes "amont" et "aval" se réfèrent au sens de l'écoulement lorsqu'il existe, avec les vitesses U_x orientées dans le sens de x croissant.

Dans notre modèle nous utiliserons la dérivée centrée ou la dérivée amont selon la variable

considérée.

Les dérivées secondes de cette même variable par rapport à x s'écrivent de façon centrée :

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = \frac{A_{i+1j} - 2A_{ij} + A_{i-1j}}{(dx)^2} \quad (\text{II.24})$$

II.1.D.3.b résolution numérique des équations

Plusieurs équations de ce modèle sont des équations de diffusion :

- l'équation de la chaleur (II.14) ;
- l'équation du fluage de l'asthénosphère (I.18), quand on utilise l'approche diffusive pour modéliser l'ajustement isostatique ;
- l'équation de l'évolution de l'épaisseur de la glace (II.12), quand on utilise une approche diffusive pour la résoudre, c'est-à-dire dans les chapitres III et IV de ce travail.

Ces équations sont résolues par une méthode de différences finies, appliquée à la grille présentée sur la figure II.3. Cette méthode permet de calculer une variable au pas de temps $n+1$ en fonction d'autres variables prises au pas de temps n (schéma explicite) ou au pas de temps $n+1$ (schéma implicite). Le schéma explicite étant très instable numériquement, et le schéma implicite entraînant la résolution d'une matrice trop lourde, nous utilisons une méthode de différences finies dite "à directions alternées" (ADI) pour résoudre l'équation d'évolution de l'épaisseur de glace ; cette méthode décompose chaque pas de temps en deux demi pas de temps, et résout le système indépendamment pour chaque direction x et y dans chaque demi pas de temps. Ceci permet d'avoir un système plus simple à résoudre à chaque demi pas de temps. Cette méthode, ainsi que les systèmes matriciels obtenus et leur résolution, est détaillée dans l'annexe D.

L'équation de la chaleur est résolue avec les termes verticaux discrétisés suivant un schéma implicite et l'advection horizontale discrétisée suivant un schéma explicite avec les dérivées premières amont.

Dans la dernière partie de ce travail (chapitre IV), la résolution de l'équation d'évolution de l'épaisseur est faite par la méthode de relaxation. Nous avons tout d'abord utilisé cette

méthode pour la résolution de l'équation d'évolution de l'épaisseur de glace dans le but de faciliter le couplage avec un modèle d'ice-shelf développé par V. Rommelaere (1994) ; dans son modèle, les équations sont en effet résolues par cette méthode, car dans ce cas l'équation de conservation de la masse ne peut se mettre sous la forme d'une équation de diffusion. Il s'est ensuite avéré que cette méthode est plus stable et efficace que la précédente. Dans ce cas, l'équation (I.4) reste une équation de transport et n'est pas transformée en équation de diffusion (II.12). Le système d'équations linéaires s'écrit sous une forme matricielle et la matrice obtenue est résolue de manière itérative. Pour assurer la convergence des itérations, nous utilisons un pas de temps ajustable, ce qui permet d'avoir une matrice à diagonale dominante. Le schéma utilisé pour la résolution de l'équation de l'évolution d'épaisseur de glace est semi-implicite. Cette méthode est également détaillée en annexe D.

II.1.D.3.c Diagramme de fonctionnement du modèle

En raison de sa non-linéarité, l'équation de conservation de la masse demande un pas de temps (dt) assez petit (2,5 ans lorsque cette équation est sous la forme d'une équation de diffusion). Les champs de vitesse doivent être recalculés à chaque pas de temps car les vitesses dépendent de la géométrie.

L'équation de la chaleur, plus stable que celle de bilan de masse, est résolue avec un pas de temps beaucoup plus long (100 ans) ; l'intégration des paramètres de la loi de déformation est également calculée tous les 100 ans. La figure II.4 illustre le fonctionnement du modèle et l'enchaînement des différents calculs, considérés comme des modules indépendants. Pour des raisons de clarté, nous n'avons pas différencié sur la figure les pas de temps utilisés pour le calcul des vitesses et de l'évolution de la géométrie, et pour le calcul des températures. Dans le modèle, en réalité, les modules "calcul de la température en surface", "calcul du bilan de masse" et "calcul du champ de températures" ne sont appelés que tous les 100 ans, alors que les autres sont appelés tous les "petits" pas de temps.

Nous avons décrit notre modèle d'écoulement de glace dans cette première partie, en détaillant les approximations utilisées, le calcul des champs de température et de vitesses dans

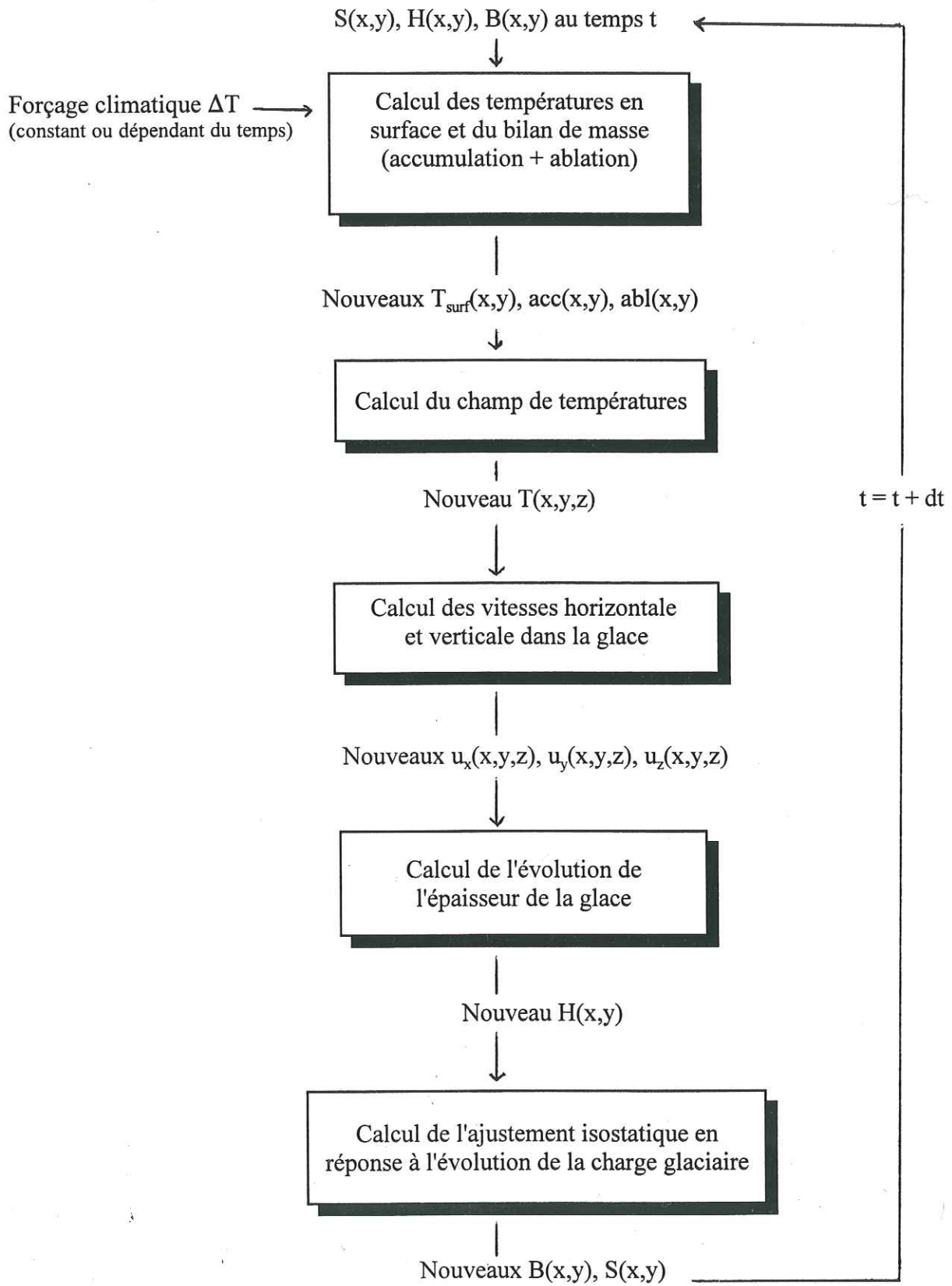


figure II.4 : enchaînement des modules dans le modèle d'écoulement de calotte glaciaire.

la glace, et la méthode numérique utilisée pour résoudre les différentes équations. La première utilisation du modèle a été l'application à une calotte théorique sur un domaine synthétique, dans le cadre du projet EISMINT. Nous le présentons dans le paragraphe suivant.

II.2 Test du modèle sur un domaine théorique, dans le cadre du projet d'intercomparaison de modèles EISMINT

II.2.A Présentation du projet EISMINT

EISMINT (European Ice Sheet Modelling INiTiative) est un projet européen destiné à développer la modélisation des calottes polaires, et à étudier les liens entre les calottes et l'évolution globale du climat. Ce projet a vu le jour en septembre 1992 pour 3 ans, et a été reconduit en 1995 pour 2 ans. Il est supervisé par l'ESF, European Science Foundation. Neuf pays participent au projet et à son financement. Ce projet a permis l'organisation de plusieurs colloques sur des thèmes variés touchant à la modélisation des calottes glaciaires, et la participation d'un grand nombre de chercheurs et d'étudiants à ces colloques ; il a permis également des collaborations et des voyages à l'étranger, et l'organisation et le financement de deux écoles d'été sur la modélisation des calottes (en 1993 et 1995).

Plusieurs grands thèmes ont fait l'objet de colloques EISMINT ; nous en donnons ici une liste non exhaustive :

- Intercomparaison de modèles; premier colloque (Bruxelles, 1993) ;
- Propriétés mécaniques de la glace (Aussois, 1993) ;
- Interaction ice shelf - océan (Bremerhaven, 1993) ;
- Processus à la base des calottes (Reykjavik, 1993) ;
- Intercomparaison de modèles; deuxième colloque (Bremerhaven, 1994) ;
- Calottes de glace du passé (Edinburgh, 1995) ;

- Interaction calotte glaciaire - lithosphère (Fort William, 1995) ;
- Colloque final de la première phase d'EISMINT, regroupant tous les thèmes (Chamonix, 1995).

La mise au point de notre modèle a coïncidé avec les expériences d'intercomparaison de modèles, ce qui nous a permis de le tester immédiatement après son développement.

II.2.B Description de l'expérience d'intercomparaison de modèles

Dans ce paragraphe nous décrivons les expériences d'intercomparaison de modèles de façon qualitative. Les équations associées à chaque type d'expérience, ainsi que les valeurs des paramètres des modèles lorsqu'elles sont fixées, sont présentées en annexe E.

II.2.B.1 Principe de l'expérience

Durant le premier workshop EISMINT sur l'intercomparaison de modèles (Bruxelles, 1993), coordonné par P. Huybrechts et T. Payne, il a été décidé que celle-ci porterait sur trois niveaux.

Le premier niveau de comparaison fixe le plus grand nombre possible de paramètres et de processus, de manière à pouvoir comparer les détails numériques de la résolution des équations de bilan de masse, de flux et de chaleur. Ce niveau de comparaison permettra de vérifier la validité et l'efficacité des différents schémas numériques utilisés. De plus, il permettra de mettre en évidence des erreurs éventuelles dans les codes, par comparaison entre les résultats. Enfin, dans la mesure où celles-ci existent, il sera possible de comparer les résultats avec les solutions analytiques, et d'en déduire quelle méthode permet d'approcher au mieux ces dernières.

Le deuxième niveau de comparaison laisse les participants libres d'utiliser leur modèle tel qu'ils l'ont développé, en incluant les processus qu'ils jugent importants, et en choisissant les valeurs qui leur semblent les plus appropriées pour les paramètres entrant en jeu. Ce niveau permettra donc d'évaluer l'influence de la complexité et de la sophistication des modèles sur l'adéquation des résultats.

Le troisième niveau, en cours d'élaboration, ne se situera plus dans un cadre théorique, mais consistera à appliquer les différents modèles à des problèmes réels, en utilisant des données standards pour la topographie et le forçage climatique. La comparaison pourrait ainsi être faite sur l'Antarctique ou le Groenland, ou bien sur des domaines plus petits, comme la calotte glaciaire de Barnes (sur les îles Baffin, Canada arctique), qui est bien documentée, ou encore la calotte de Hofsjökull (Islande). Ce dernier test n'étant pas encore effectué, il ne fait pas l'objet de notre travail.

Nous présenterons ici les résultats du premier niveau de comparaison. Nous avons également participé au deuxième niveau de comparaison, mais les résultats de ce dernier n'ont pas encore été analysés.

II.2.B.2 Modèles participants

Les tests ont été effectués par dix-sept modèles au total, ce qui représente l'ensemble des modèles existant dans le monde (pas seulement l'Europe). Parmi ces modèles, on distingue 6 modèles dits à trois dimensions, calculant les champs couplés de température et de vitesse dans la glace, 6 modèles à deux dimensions suivant une ligne de courant (dimensions x et z) - dont 3 prennent en compte la divergence de la ligne de courant et 3 ne la prennent pas en compte - et 5 modèles à deux dimensions de surface (dimensions x et y). La plupart des modèles utilisent la méthode des différences finies pour résoudre l'équation d'évolution de l'épaisseur de glace, sauf *doug2* et *fast* qui emploient la méthode des éléments finis. Le tableau II.1 présente les différents modèles.

II.2.B.3 Domaine d'application

II.2.B.3.a Géométrie

Le domaine d'application est le même pour les deux niveaux de comparaison. Les expériences peuvent être faites en deux dimensions (modèles suivant une ligne de courant) ou trois dimensions (modèles 3D). Le domaine utilisé dans toutes les expériences est représenté sur la figure II.5.

Code	Référence	Nombre de dimensions
hoyd	Hoydal	3D
phil	Huybrechts (1990a)	3D
ritz	Fabre et al (1995)	3D
calov	Calov et Hutter (1996)	3D
warn	Warner	3D
greve	Greve et Hutter (1995)	3D
mars	Marsiat (1994)	2D plan
doug1	Mac Ayeal	2D plan
doug2	Mac Ayeal	2D plan
fast	Fastook (1989)	2D plan
tomas	Johanesson (1994)	2D ligne de courant, avec divergence
wad	Johanesson et al (1989)	2D ligne de courant, avec divergence
tony1	Payne	2D ligne de courant, avec divergence
ayako	Abe-Ouchi	2D ligne de courant, sans divergence
mang	Mangeny (1996)	2D ligne de courant, sans divergence
tony2	Payne	2D ligne de courant, sans divergence

tableau II.1 : liste des modèles participant au test d'intercomparaison de modèles EISMINT.

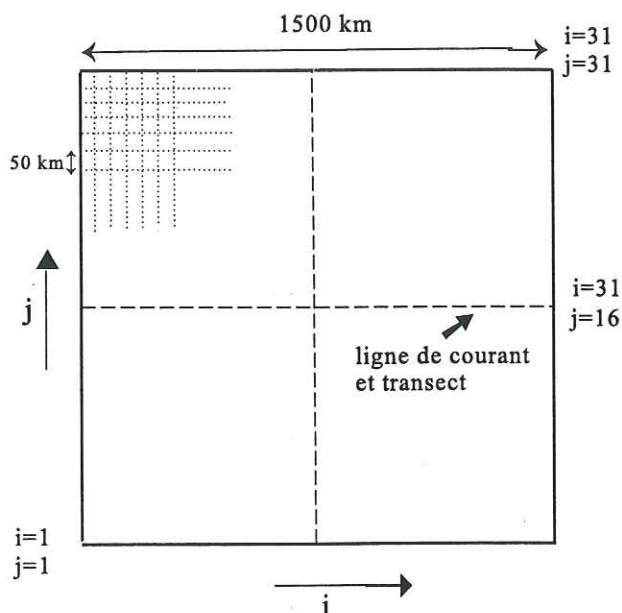


figure II.5 : domaine d'application des expériences d'intercomparaison EISMINT

Ce domaine est un carré de 1500 km de côté, constitué de 31x31 soit 961 mailles de 50 km de côté. Les modèles 2D verticaux font les expériences sur la ligne de courant correspondant à $j=16$, et les modèles 3D sur tout le domaine.

Deux types d'expériences seront effectuées sur ce domaine, des expériences dites à **bords fixés** et des expériences dites à **bords mobiles**.

II.2.B.3.b Expérience à bords fixés

Dans ces expériences, la principale contrainte consiste à fixer la limite de la glace sur les bords du domaine. La calotte remplit donc complètement le domaine, et a par conséquent une forme carrée. Cette contrainte implique une discontinuité au niveau des bords, car ils ont un flux de glace non nul, et doivent avoir par définition une épaisseur de glace nulle. Bien que ceci ne pose pas de problèmes dans un modèle numérique, il est nécessaire de prendre quelques précautions pour éviter d'avoir une vitesse infinie en ces points. Afin d'éviter cela, plusieurs variables diagnostiques sont assignées à zéro au niveau des limites de la grille.

Les conditions climatiques sont les mêmes sur tout le domaine, quelles que soient la

position et l'altitude considérées. La température en surface est calculée linéairement en fonction de l'épaisseur de glace.

L'accumulation est fixée à 0,3 m/an (en équivalent en glace) sur tout le domaine. Les conditions aux limites ont été choisies de telle façon que la base de la calotte soit gelée sur le lit à certains endroits, et au point de fusion à d'autres. Le flux géothermique à la base est pris égal à 42 mW.m⁻². Ces conditions sont plus proches des conditions régnant au Groenland que de celles existant en Antarctique.

II.2.B.3.c Expérience à bords mobiles

Dans ces expériences, la position des bords de la calotte peut évoluer librement à l'intérieur du domaine. En plus de l'accumulation et de la température en surface, l'ablation est prescrite à la surface de la calotte (alors qu'il n'y en a pas dans les expériences à bords fixés). Il sera ainsi possible de comparer l'extension des calottes obtenues avec les différents modèles, et d'en tirer des conclusions quant aux différentes méthodes numériques utilisées, pour le premier niveau de comparaison.

Le forçage climatique est donné par l'intermédiaire de la température en surface et du bilan de masse (accumulation + ablation). La température en surface varie dans ces expériences linéairement en fonction de l'épaisseur de glace ; en chaque point, le bilan de masse est calculé en fonction de la différence entre la distance radiale de ce point au dôme et la position de la ligne d'équilibre (ligne où le bilan de masse est nul, fixée à 450 km du dôme) : il est positif entre le dôme et cette ligne d'équilibre et négatif après la ligne.

La pente de la fonction de bilan de masse est fixée à 10⁻² m.an⁻¹.km⁻¹.

II.2.B.4 Runs stationnaires et runs d'évolution

Outre la distinction entre les expériences à bords fixés et à bords mobiles, on distinguera deux façons d'utiliser les modèles: les runs **stationnaires**, où le modèle atteindra un état stationnaire avec des conditions aux limites et un forçage climatique constants, et les runs **d'évolution**, dans lesquelles le modèle simulera, à partir de l'état stationnaire obtenu dans le

premier type de run, la réponse à un forçage climatique évoluant dans le temps.

II.2.B.4.a Runs stationnaires

Ces runs sont réalisés à partir d'un état initial sans glace. Le modèle tourne ensuite pendant 200 000 ans, sous un forçage climatique constant (température et accumulation, ou température et bilan de masse selon l'expérience considérée). Cette durée est suffisante pour atteindre un état stationnaire, dans lequel les variables caractéristiques du système n'évoluent plus.

II.2.B.4.b Runs d'évolution

L'état initial est l'état stationnaire obtenu à l'issue des runs stationnaires. Le forçage climatique n'est plus constant mais évolue dans le temps :

- la température en surface évolue dans le temps de façon périodique sinusoïdale, avec une amplitude de 10° et une période de 20 000 ou 40 000 ans (ces deux périodes sont caractéristiques des cycles solaires de Milankovitch (1941)) ;
- dans les expériences à bords fixés, l'accumulation évolue également de façon périodique sinusoïdale, avec une amplitude de $0,2 \text{ m.an}^{-1}$ et les mêmes périodes que la température en surface.
- dans les expériences à bords libres, le bilan de masse évolue aussi périodiquement dans le temps, par l'intermédiaire de la variation sinusoïdale de la position de la ligne d'équilibre, d'amplitude 100 km et de même période que ci-dessus.

II.2.B.5 Niveaux de couplage

Pour les deux niveaux de comparaison, les contraintes sont les suivantes:

- résolution horizontale fixée, suivant la figure II.5 ;
- résolution verticale la meilleure possible ;
- pas de temps optimal (dépendant de la taille de la maille par l'intermédiaire du schéma numérique utilisé) ;
- lit rocheux plat, à l'altitude 0 ;

Pour le premier niveau se rajoutent les contraintes suivantes :

- pas de prise en compte du processus de glissement, mais prise en compte de la déformation de la glace, par la loi de Glen (chapitre I, § I.2.C.4) ;
- pas de prise en compte de l'ajustement isostatique à la charge glaciaire ;
- pas de couplage thermo-mécanique ;
- pas de calcul de la température dans le lit rocheux ;
- pas de prise en compte des contraintes longitudinales ;

Les valeurs des paramètres entrant en jeu dans les calculs sont fixées pour le premier niveau (elles correspondent aux valeurs utilisées dans la plupart des modèles) et sont présentées en annexe E :

Dans le deuxième niveau de comparaison, les participants peuvent choisir de prendre en compte tous les processus qu'ils jugent nécessaires, excepté l'ajustement isostatique du lit rocheux. De même, les valeurs des paramètres des modèles sont laissées au libre choix des participants.

II.2.B.6 Résumé des expériences

En résumé, les participants doivent donc effectuer, pour chacune des deux expériences à bords fixés et à bords libres, une série de 6 tests :

- un run stationnaire
 - un run évolutif avec $L=20\ 000$ ans
 - un run évolutif avec $L=40\ 000$ ans
- } pour les niveaux de comparaison 1 et 2

soit, au total, 12 expériences.

II.2.B.7 Variables en sortie

Le domaine d'application étant symétrique, il suffit d'analyser les résultats sur une demi-section transversale (soit un quart du domaine). On distinguera trois catégories de résultats : suivant un transect horizontal, suivant une ligne verticale et en fonction du temps.

II.2.B.7.a Variables le long d'un transect horizontal

Ces variables sont étudiées à la fin des simulations, c'est-à-dire à $t=200\ 000$ ans. On analysera :

- l'épaisseur de la glace (m) ;
- la vitesse de la glace, intégrée verticalement (m/an) ;
- le flux massique de glace, intégré verticalement (m^2/an) ;
- la température basale (en K, corrigée de la dépendance du point de fusion avec la pression exercée par la glace).

II.2.B.7.b Variables le long d'une ligne verticale

Ces variables sont également étudiées à la fin des simulations :

- profil de température au dôme, et à mi-distance entre le dôme et le bord ;
- profil de vitesse verticale au dôme, et à mi-distance ;
- profil de vitesse horizontale à mi-distance.

II.2.B.7.c Variables en fonction du temps

On étudiera, sur toute la durée des simulations (une sortie tous les 1000 ans), les variables suivantes :

- "volume" du transect (m^2) ;
- température basale au dôme, et à mi-distance entre le dôme et le bord (K) ;
- épaisseur de glace au dôme (m) ;
- vitesse intégrée verticalement à mi-distance ;
- flux massique intégré verticalement à mi-distance ;
- extension de la zone au point de fusion, à la base (caractérisée par le numéro de la maille au point de fusion la plus proche du dôme) ;
- position du bord, dans les expériences à bords libres (caractérisée par le numéro du premier point avec une épaisseur de glace nulle, en partant du dôme).

II.2.C Résultats

II.2.C.1 Expériences stationnaires

II.2.C.1.a Quelques résultats

Les résultats obtenus dans chaque expérience, pour l'ensemble des modèles à trois dimensions et à deux dimensions dans le plan (x,y) , sont présentés dans l'annexe E. L'analyse des différences entre les modèles et les conclusions de cette étude sur l'adéquation des différentes méthodes ne sont pas l'objet de ce travail. Nous présentons seulement ici quelques résultats et énonçons quelques conclusions générales, et nous laissons le lecteur se reporter à l'annexe E pour la présentation de tous les résultats.

Dans l'ensemble, les modèles répondent de façon assez similaire aux différents tests. Cependant, sur certains graphes, il arrive qu'une courbe soit complètement différente des autres ; ceci est plutôt dû à une erreur dans le code du modèle concerné qu'à une caractéristique de celui-ci ; ces tests permettent donc en premier lieu de vérifier la validité de chaque code. Les résultats de notre modèle ne présentent pas d'anomalie de ce type, il semble donc qu'il ne contienne pas d'erreur de nature à fausser les résultats.

Nous présentons ici quelques résultats obtenus à l'issue de l'expérience stationnaire à bords fixés.

La figure II.6 présente le profil de la calotte, la figure II.7 le profil de température au dôme et la figure II.8 le profil de la vitesse verticale au dôme. Les résultats des modèles sont groupés sur ces figures (à l'exception de hoyd qui a manifestement une erreur dans le code) ; on remarquera qu'ils ne coïncident pas exactement avec les solutions analytiques des profils de température et de vitesse verticale au dôme. On considère en effet comme solution analytique pour la vitesse verticale un profil linéaire, ce qui n'est pas le cas dans les modèles ; la solution analytique pour le profil de température est obtenue en considérant une vitesse verticale linéaire, ce qui explique la différence avec les profils de température obtenus par les modèles.

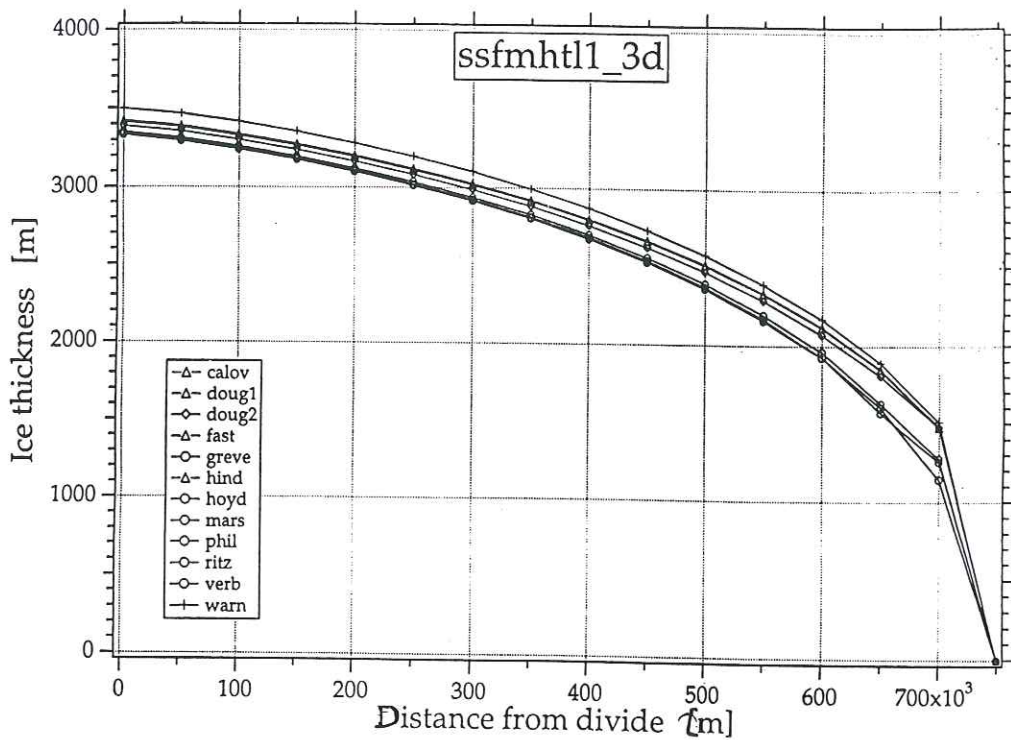


figure II.6 : profil de la calotte obtenu à l'issue de l'expérience stationnaire à bords fixés.

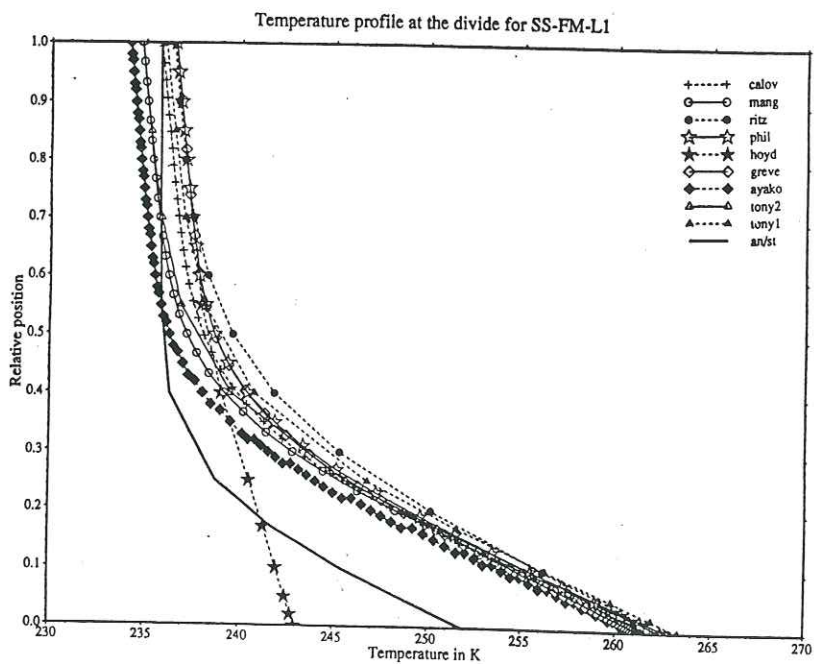


figure II.7 : profil vertical de température au dôme de la calotte à l'issue de l'expérience stationnaire à bords fixés.

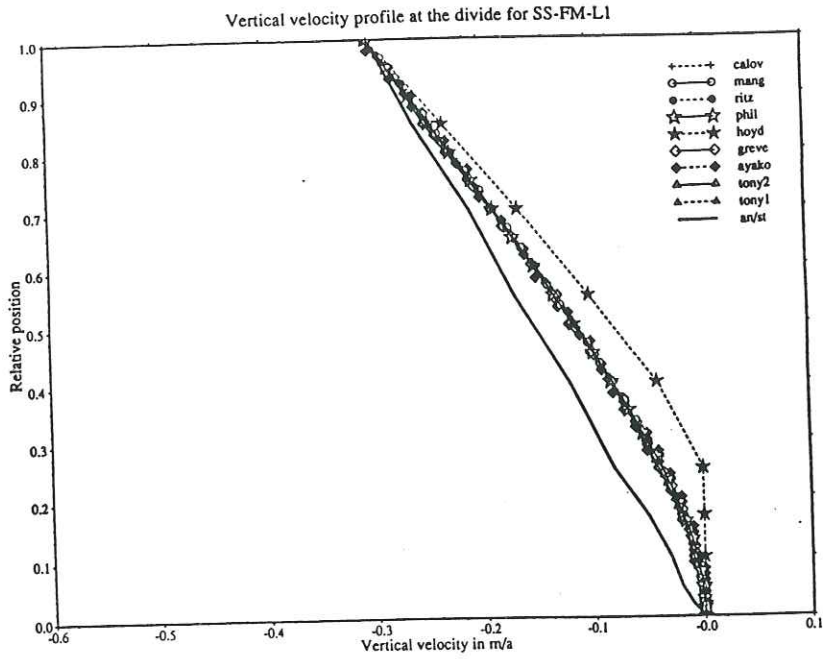


figure II.8 : profil de vitesse verticale au dôme à l'issue de l'expérience stationnaire à bords fixés.

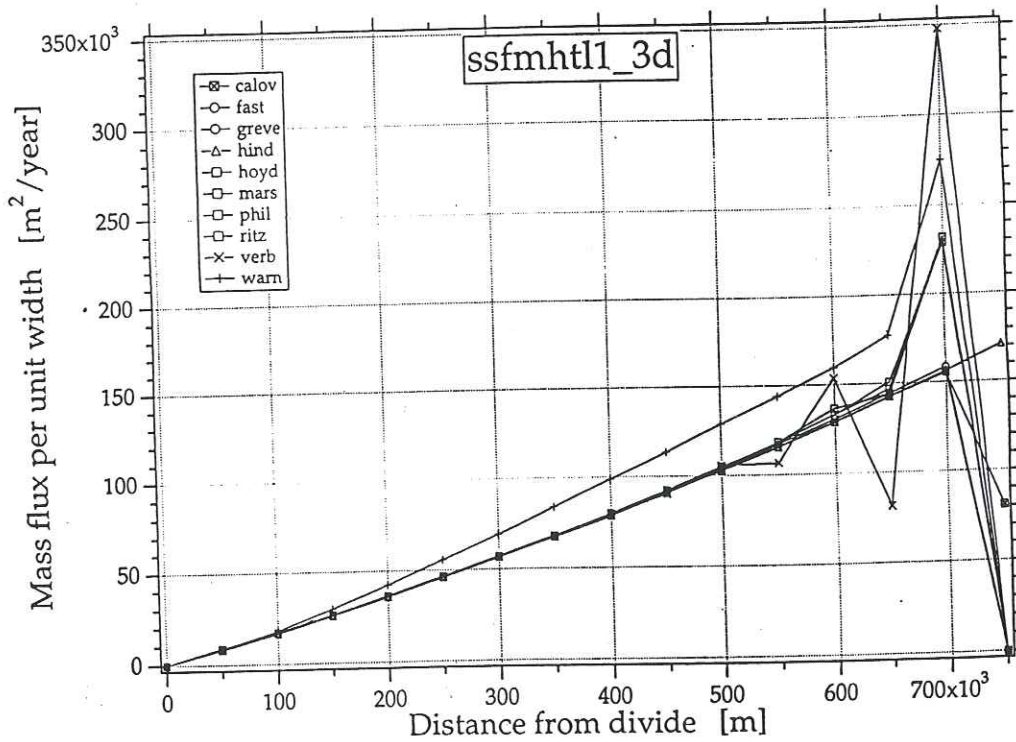


figure II.9 : flux de glace par unité de largeur à l'issue de l'expérience stationnaire à bords fixés.

II.2.C.1.b Classes de modèles

Bien que de même nature, ces résultats peuvent être séparés en deux classes, selon la méthode utilisée pour calculer la diffusivité (Huybrechts et al, 1995). Les modèles résolvent une équation de diffusion, sur une grille régulière, pour calculer l'épaisseur de la glace (équation de bilan de masse). Le flux massique de glace entre deux points de grille est défini par :

$$F = D_{i+\frac{1}{2}} \frac{\partial H}{\partial x} \quad (\text{II.29})$$

où D est le coefficient de diffusivité (voir paragraphe II.1.D, équation II.13), dépendant de l'épaisseur H à la puissance 5. Cette diffusivité peut être calculée numériquement de deux manières différentes :

- en utilisant les valeurs moyennes des pentes et de l'épaisseur entre les points de grille ; on a alors :

$$D_{i+\frac{1}{2}} = f \left(\frac{H_i + H_{i+1}}{2}, \frac{H_{i+1} - H_i}{\Delta x} \right) \quad \text{type I} \quad (\text{II.30})$$

- en calculant la moyenne des diffusivités sur les points de grille i et i+1 ; on a alors :

$$D_{i+\frac{1}{2}} = \frac{D_i + D_{i+1}}{2} \quad \text{type II} \quad (\text{II.31})$$

Notre modèle (ritz) peut utiliser l'une ou l'autre des formulations, mais c'est le type I qui a été utilisé pour l'intercomparaison.

Les modèles appelés hoyd, phil, ritz, greve, mars, doug1, doug2, tony1 et tony2 utilisent la première méthode. Les modèles calov, tomas, ayako et mang utilisent la deuxième méthode.

La première méthode présente l'avantage de conserver la masse. Par contre, elle est numériquement peu stable, et oblige soit à utiliser des pas de temps très courts, soit à utiliser un

schéma implicite (ce qui implique un code plus compliqué) pour pallier à ce manque de stabilité. La deuxième méthode est plus stable, et permet d'utiliser des pas de temps beaucoup plus grands, mais elle ne conserve pas la masse. Cette différenciation permet d'établir deux groupes de modèles, et de comparer les résultats de ces deux groupes.

Pour certaines variables, il semble évident que les résultats forment bien deux groupes distincts. Ceci est surtout visible dans les expériences à bords fixés. Dans celles-ci en effet, il existe un problème de conservation de la masse au niveau du bord : l'épaisseur au bord est fixée à 0, mais le flux de glace n'est pas nul ; ceci entraîne une valeur de la pente de la surface infinie à cet endroit et une valeur indéfinie pour la diffusivité sur le bord, qui entre dans le calcul de la diffusivité moyenne selon le type II. Pour remédier à ce problème, la diffusivité est généralement fixée à 0 sur le bord. Le calcul de la diffusivité moyenne selon la méthode II par interpolation linéaire n'est par conséquent pas réaliste. Dans le calcul par la méthode I, la diffusivité sur le bord n'intervient pas et le problème ne se pose donc pas.

La différence est moins visible dans les expériences à bords libres. Dans celles-ci en effet, la position du bord n'est pas imposée et les deux variables épaisseur de glace et flux de glace sont nulles au bord de la calotte. La diffusivité l'est donc également, et l'utilisation de l'une ou l'autre des deux méthodes de calcul ne pose plus de problème.

Il semble que les deux méthodes de calcul de la diffusivité aient une grande influence sur le flux (présenté figure II.9, à l'issue de l'expérience stationnaire à bords fixés). Il faut cependant être prudent car le flux de glace peut être calculé de différentes façons, ce qui influe sur les résultats. Le flux est défini comme le produit de la vitesse horizontale de la glace et de l'épaisseur ; or l'épaisseur H est calculée sur les noeuds dits majeurs, au point de grille i par exemple, et les vitesses U sont calculées sur les noeuds dits mineurs, au point de grille $i+1/2$ par exemple. Le flux peut donc s'écrire :

$$flux_i = H_i * \frac{U_{i-\frac{1}{2}} + U_{i+\frac{1}{2}}}{2} \quad (II.32)$$

ou bien :

$$flux_i = \frac{flux_{i-\frac{1}{2}} + flux_{i+\frac{1}{2}}}{2} \quad (II.33)$$

$$avec \quad flux_{i-\frac{1}{2}} = U_{i-\frac{1}{2}} * \frac{H_i + H_{i-1}}{2} \quad (II.34)$$

Le flux analytique est linéaire, ce qui n'est pas le cas de l'épaisseur et de la vitesse. L'équation (II.33) devrait donc donner des résultats plus proches de l'analytique. Les modèles utilisant le type I pour calculer la diffusivité auront "naturellement" tendance à calculer le flux par l'équation (II.33), ce qui pourrait expliquer leurs résultats groupés.

La conclusion de ce paragraphe est donc que l'utilisation de méthodes numériques différentes pour le calcul des deux variables diffusivité et flux de glace engendre la création de plusieurs classes de résultats, et qu'il semble que l'utilisation du type I dans le calcul de la diffusivité et de l'équation (II.33) dans le calcul du flux permette d'obtenir des résultats plus proches des solutions analytiques.

II.2.C.2 Expériences avec forçage périodique

L'étude des résultats des expériences d'évolution montre une réponse sinusoïdale de tous les modèles pour toutes les variables, globalement amortie par rapport au signal climatique utilisé comme forçage. L'amplitude de la réponse ne change pas de manière significative selon la méthode utilisée pour calculer la diffusivité. Un exemple de résultats d'une expérience d'évolution est présenté sur la figure II.10, qui montre l'évolution de l'épaisseur de glace au dôme au cours du temps, pour une expérience à bords fixés. Les modèles répondent tous de la même façon au forçage climatique périodique, avec globalement la même amplitude de variations de l'épaisseur de glace au dôme (environ 600 m entre les positions haute et basse). Les écarts apparents sont dûs au fait que l'épaisseur de départ, issue de l'expérience stationnaire à bords fixés, est différente selon les modèles.

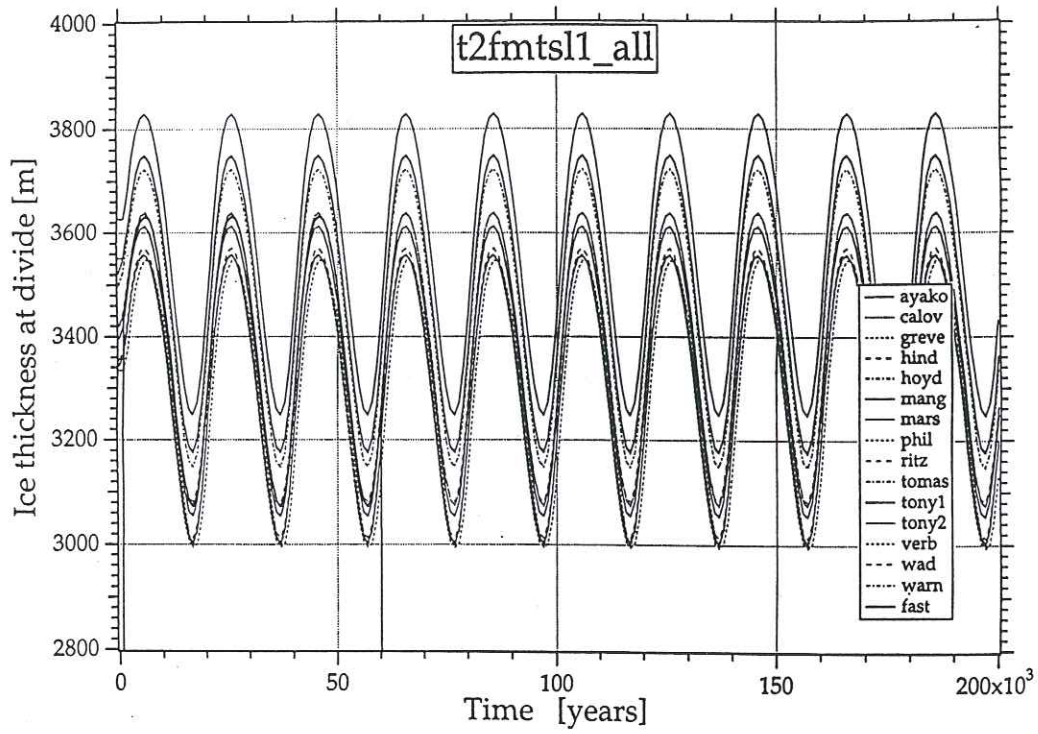


figure II.10 : évolution de l'épaisseur de la calotte au dôme au cours du temps, à l'issue de l'expérience d'évolution avec un forçage climatique de période 20 000 ans.

III.2.D Conclusion

Ces tests ont permis de tester notre modèle en le comparant aux autres modèles d'écoulement de glace. Les résultats des expériences du premier niveau de comparaison sont instructifs, dans la mesure où les seules différences entre les modèles à ce niveau résident dans la résolution numérique des équations ; ils permettent donc de déceler une erreur éventuelle dans le code numérique et d'évaluer quelle méthode numérique est la plus appropriée pour résoudre les équations. Les résultats de notre modèle sont proches des autres, en particulier ils appartiennent au groupe de résultats qui se rapproche le plus des solutions analytiques, lorsque celles-ci sont connues.

Les résultats de notre modèle pour le deuxième niveau de comparaison n'ont pas encore pu être comparés aux résultats des autres modèles car nous ne disposons pas de ces derniers. Mais ce deuxième niveau nous a permis de réaliser des tests de "bon sens" avec notre modèle : nous avons pu vérifier que les résultats obtenus étaient symétriques, et que les variables caractéristiques du modèle évoluaient dans le sens attendu lorsque les valeurs de certains paramètres étaient modifiées (paramètre de la loi de comportement, de la loi de glissement par exemple).

Enfin, cette expérience d'intercomparaison a permis de mettre en place une batterie de tests, qui permettent de vérifier le comportement du modèle à chaque fois qu'un processus nouveau est introduit.

Ces résultats sur une calotte de glace "théorique" étant satisfaisants, nous allons pouvoir utiliser le modèle pour étudier une calotte de glace réelle. Dans le chapitre suivant, nous allons nous intéresser à la calotte de glace du Groenland, à sa géométrie actuelle et à son évolution au cours du dernier cycle climatique.

5

CHAPITRE III

Chapitre III

APPLICATION DU MODELE A LA CALOTTE DU GROENLAND

Réponse de la calotte à des conditions climatiques différentes

Evolution de la calotte au cours du dernier cycle climatique

III.1 Introduction

Le modèle ayant été développé et testé sur une calotte théorique, il est maintenant intéressant d'étudier un cas réel de calotte glaciaire. Nous avons choisi d'appliquer le modèle à la calotte du Groenland. Ses caractéristiques actuelles sont assez bien connues et on dispose, de plus, d'informations sur les caractéristiques passées de la calotte, grâce aux carottes forées dans la glace. Toutes ces informations rendent particulièrement intéressante la modélisation de la calotte du Groenland, puisqu'elles permettent de valider les résultats du modèle.

Nous réaliserons dans ce chapitre trois types d'expériences : d'une part des expériences de refroidissement ou de réchauffement des conditions climatiques actuelles, afin d'étudier la réponse de la calotte sous des climats différents ; d'autre part une expérience d'évolution, qui permettra d'étudier la réponse de la calotte au cours du dernier cycle climatique interglaciaire-glaciaire ; enfin, nous comparerons les résultats du modèle concernant l'évolution de la position du bord de la calotte pendant la dernière déglaciation avec des données géologiques, sur une petite zone géographique.

Pour réaliser ces expériences, nous aurons besoin de la topographie et des conditions climatiques actuelles et passées de la calotte. La première partie de ce chapitre est donc consacrée à la présentation de la calotte actuelle et de ses caractéristiques, puis des informations sur le passé obtenues à partir des carottes de glace. Dans la deuxième partie du chapitre, nous présenterons brièvement les travaux de modélisation de la calotte du Groenland réalisés par d'autres équipes, puis nous décrirons chacune des trois expériences citées ci-dessus et les résultats obtenus.

III.2 Présentation de la calotte glaciaire du Groenland

III.2.A Généralités

Le Groenland s'étend sur 2600 km de long de 59° à 83° de latitude nord et 1200 km de large (dans sa partie la plus importante), de 20° à 70° en longitude ouest. Sa surface est d'environ 2,18 millions de km², dont 1,70 sont couverts par la glace (78% de la surface).

Le volume de glace est estimé à 2,82 millions de km³, ce qui représente 9,5% des réserves en eau douce sur Terre. Pour illustrer ce chiffre, il suffit d'imaginer que si la calotte du Groenland fondait entièrement, il en résulterait une hausse de 6 m du niveau moyen des océans !

Les zones non englacées sont situées le long de la côte, où résident les Groenlandais (environ 51000 habitants, essentiellement sur la côte ouest). L'île dépend du Danemark, mais bénéficie d'un statut d'autonomie interne. Les habitants vivent essentiellement de pêche et de chasse.

III.2.B L'exploration de l'Arctique et du Groenland

Nous présentons ici un bref aperçu de l'histoire de l'exploration de l'Arctique et du Groenland. Bien que celle-ci ne soit pas en relation directe avec notre sujet, nous considérons qu'il est important de rappeler le contexte dans lequel les premières études scientifiques ont pu être réalisées ; à l'époque actuelle, où il suffit d'allumer son ordinateur pour obtenir une carte du Groenland, ceci a en effet tendance à passer à l'arrière-plan...

Les premières expéditions vers l'Arctique datent du XVI^{ème} siècle (cet intérêt apparemment tardif pour l'Arctique est sans doute dû aux difficultés rencontrées dans cette région) et visent à découvrir le passage du Nord-Ouest permettant d'accéder au détroit de Béring (ce passage sera forcé seulement en 1905 par Amundsen, après plusieurs expéditions infructueuses et meurtrières). A cette recherche du passage du Nord-Ouest succède la course à la découverte du pôle Nord dans les années 1895. L'expédition la plus connue de cette période est de celle du scientifique Nansen, qui se laissa bloquer par la banquise avec son bateau, le Fram, et dériva ainsi jusqu'à une latitude de 85°N. Abandonnant alors son bateau, il se dirigea

à pied vers le pôle Nord qu'il ne parvint pas à atteindre : il fut contraint de faire demi-tour vers la Terre François Joseph. Il fut un des précurseurs de plusieurs études en océanographie, météorologie, climatologie, géomagnétisme, glaciologie et géologie. De 1886 à 1908, l'américain Peary organisa huit expéditions dans le nord du Groenland, dans le but de se préparer à l'assaut vers le Pôle Nord. L'annonce de sa conquête du pôle Nord en 1909, tout comme celle de l'américain Cook en 1908, provoqua une longue polémique et ne fut finalement pas entérinée, par manque de preuves. En 1925, Amundsen, le vainqueur du passage du Nord-Ouest, se posa à proximité du Pôle Nord en hydravion.

En 1912, le glaciologue suisse de Quervain avait réalisé les premières mesures de température et d'accumulation dans la neige. En 1930, les Allemands, conduits par le physicien Alfred Wegener, montent une expédition scientifique pour installer une station de recherche en glaciologie et météorologie, appelée Eismitte, à 400 km de la côte et 3000m d'altitude.

Avec Paul-Emile Victor, les Français étendent le programme de Wegener, occupent Eismitte et effectuent un grand nombre de tirs sismiques. En 1952, ils traversent la partie Nord du Groenland à partir de la base de Thulé.

Les Anglais établissent également une base, dans le nord du Groenland, à Northice. Ils y effectueront des études de sismique, de gravimétrie et d'altimétrie, de 1952 à 1954.

Par la suite, pendant quinze ans, de 1959 à 1974, l'Expédition glaciologique internationale au Groenland va approfondir ces études, afin d'établir un bilan de masse de l'indlandsis groenlandais. Ce programme dépassant les possibilités d'un seul pays, cinq d'entre eux s'associent pour mener à bien ces études : le Danemark, la Suisse, l'Autriche, l'Allemagne et la France qui a la responsabilité de l'organisation. Ils obtiennent, à partir de nombreuses mesures, une approximation du bilan de masse de la calotte. Les mesures le long du profil EGIG, encore utilisées actuellement, ont été réalisées pendant cette période.

Depuis que le Groenland est relié à l'Europe par des vols réguliers, les programmes scientifiques au Groenland se sont multipliés, à moindre coût et moindre risque. Dernièrement, deux grands programmes scientifiques ont été réalisés : deux forages, GRIP et GISP ont été réalisés sur le dôme de la calotte, à Summit (nous nous servirons dans la suite de ce chapitre des informations tirées de forage de GRIP).

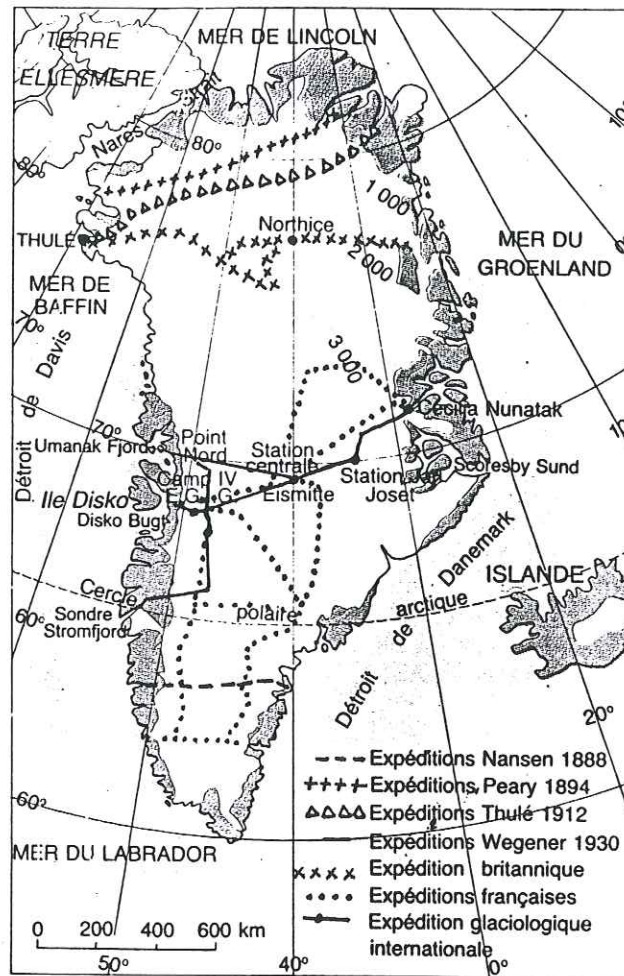


figure III.1 : expéditions scientifiques au Groenland. (D'après Imbert, 1987).

La figure III.1 présente un résumé des expéditions scientifiques au Groenland, ainsi que les emplacements des différents endroits cités ci-dessus.

III.2.C Topographie du Groenland

Nous allons utiliser dans les paragraphes suivants la topographie actuelle de la surface de la glace et du socle rocheux, à la fois comme données en entrée du modèle et comme outil de comparaison avec les résultats que nous obtiendrons. Nous présentons dans ce paragraphe cette topographie.

III.2.C.1 Cartes utilisées dans ce travail

Plusieurs cartes topographiques ont été réalisées depuis les premières explorations du Groenland. Les données d'altimétrie obtenues lors des premières expéditions proviennent de mesures de pression atmosphérique. Ensuite, le développement des méthodes de prospection géophysique et l'investissement croissant des différents pays dans la recherche scientifique sur l'Indlandsis permettent d'utiliser de nouvelles techniques. Ainsi, les sondages écho-radars, réalisés à partir d'avions qui quadrillent la surface, permettent d'obtenir à la fois des données d'altitude de la surface de la glace et d'épaisseur de la glace. Le radar émet une impulsion électromagnétique ; on reçoit un premier écho de la surface de la glace et comme elle n'est pas conductrice, un deuxième écho de la surface du socle rocheux. Connaissant les temps mis par les deux échos pour revenir au radar ainsi que leur vitesse, on déduit l'altitude de chaque horizon ainsi que l'épaisseur de la couche de glace. La précision de ces mesures dépend du positionnement de l'avion par rapport au sol. Depuis une dizaine d'années enfin, les satellites permettent également d'obtenir des données d'altitude de la surface.

Les cartes que nous utilisons dans ce travail sont le fruit d'une compilation de données provenant essentiellement de sondages écho-radars, effectuée par Letréguilly et al (1991). Elles sont présentées sur les figures III.2 et III.3. La carte de la surface a été réalisée à partir des données suivantes : pour les zones sans glace, les données viennent de la base de données mondiale ETOP5 ; pour les zones englacées, les données proviennent de sondages écho-radar

figure III.2 : carte topographique de la surface du Groenland (isolignes tous les 200 m). (Letréguilly et al, 1991).

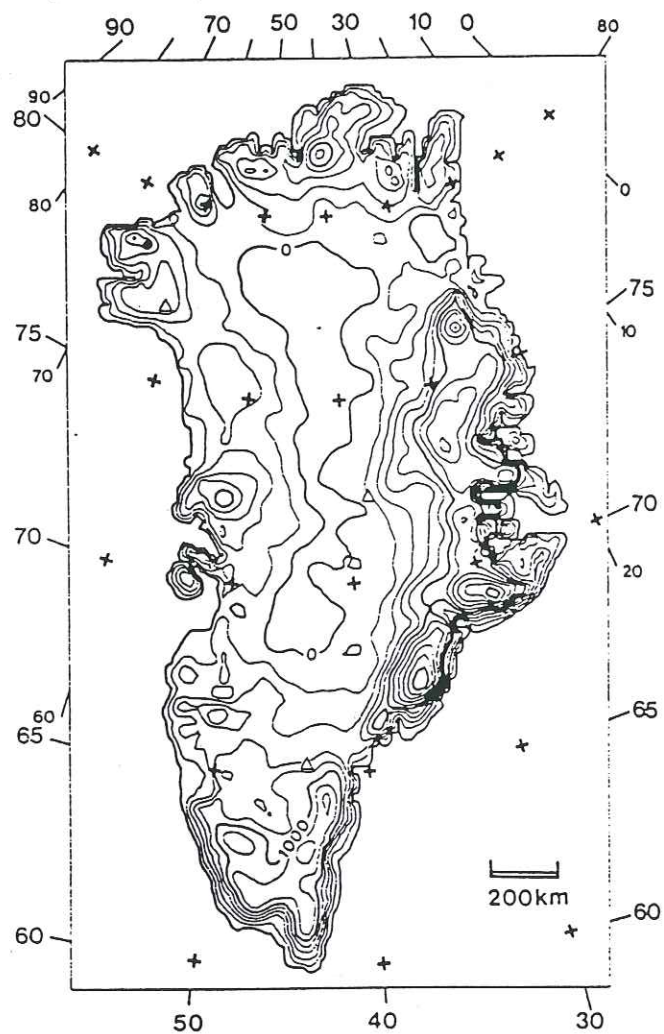
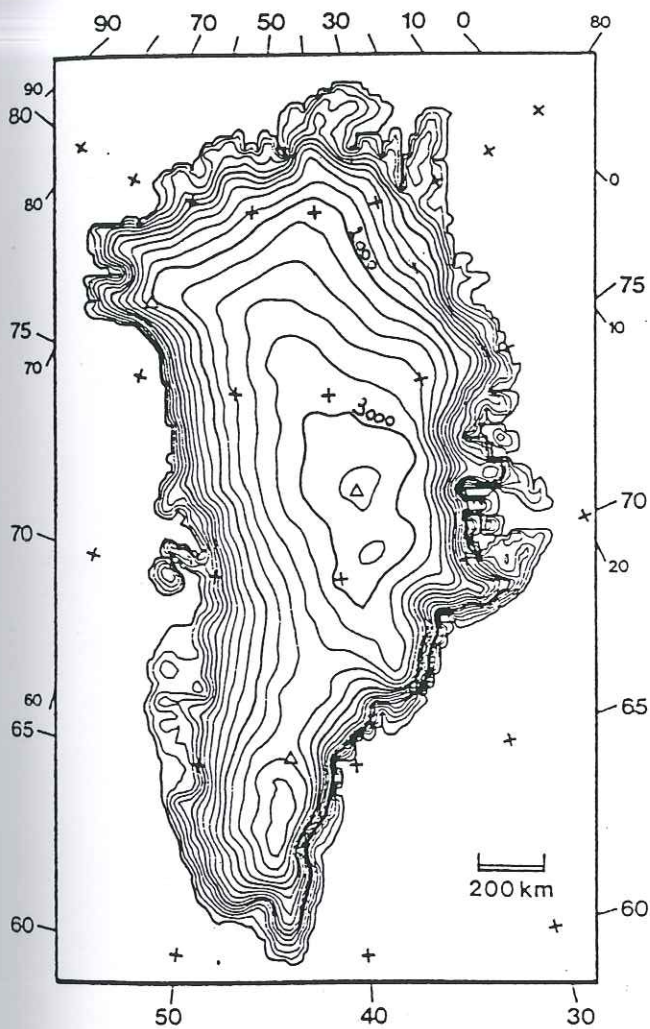


figure III.3 : carte topographique du socle rocheux du Groenland (isolignes tous les 200 m). (Letréguilly et al, 1991).

effectués par avion, réalisés par l'Electromagnetic Institute (EMI) au Danemark. La carte obtenue est en bon accord avec une autre carte récente, réalisée par Ohmura (1987), à partir de données de différentes provenances. Les données satellites, disponibles jusqu'à 72°N de latitude, n'ont pas été utilisées pour construire cette carte. Cependant, lorsqu'on compare notre carte avec celle réalisée par Binschadler et Zwally (1985) à partir de données satellites, on observe que les principales caractéristiques sont reproduites (Letrégilly et al, 1991).

La carte de la topographie sous-glaciaire a été également obtenue par sondages écho-radar réalisés par l'EMI. En dehors des profils sismiques, on dispose de quelques données de terrain d'épaisseur de glace, notamment aux endroits où ont été extraites des carottes de glace (voir paragraphe III.1.D). La comparaison de ces données avec la carte obtenue montre une précision d'environ 100 m (sur 1 500 à 2 000 m) sur les deux sites de forage de Dye3 (au Sud) et Camp Century (au Nord-Ouest).

III.2.C.2 Principales caractéristiques topographiques

↪ surface de la glace

La carte obtenue (reproduite sur la figure III.2) montre que la calotte groenlandaise est composée de deux dômes, dont l'un, le plus important, est situé au centre de la calotte, avec plus de 3200 m d'épaisseur de glace, et l'autre au sud, avec environ 2800 m d'épaisseur de glace. Les deux dômes étant situés légèrement à l'est par rapport à un axe nord-sud de la calotte, les pentes de celle-ci sont plus importantes sur le versant est que sur le versant ouest. La calotte a un bord terrestre dans la plupart des régions. Cependant, au nord-ouest, ainsi qu'au sud-est dans une moindre mesure, on trouve de la glace jusqu'à la côte. Il existe donc quelques ice-shelves (parties de la calotte flottant sur la mer) dans ces régions, mais il semble qu'ils ne soient pas assez importants pour avoir une influence significative sur la dynamique de la calotte.

↪ lit rocheux

La topographie sous-glaciaire (figure III.3) est marquée par la présence d'une chaîne de montagne dans l'est du Groenland. Cette chaîne s'étend de 64°N à 75°N environ, sur une bande de 200 km de large, avec des altitudes allant jusqu'à 2000 m. On note également l'existence

d'une zone montagneuse dans toute la partie sud de l'île, avec une altitude moyenne de 1000 m. Dans le centre du Groenland, le lit rocheux est au-dessous du niveau de la mer. Ceci est dû au phénomène d'isostasie (décrit dans le chapitre 1, § I.2.F) qui consiste en l'affaissement du socle en réponse au poids de la glace qui le surmonte. Dans cette région, où les épaisseurs de glace sont importantes (jusqu'à 3000 m), l'affaissement du socle, qui peut-être évalué grossièrement à un tiers de l'épaisseur de glace, est conséquent.

III.2.D Climat actuel du Groenland

De même que la topographie actuelle, nous allons utiliser la climatologie actuelle du Groenland (températures en surface et accumulation) comme données en entrée du modèle dans la plupart des expériences présentées dans les paragraphes suivants. Nous donnons donc ici un aperçu des principales caractéristiques du climat actuel du Groenland.

III.2.D.1 Températures

La carte des températures en surface la plus récente a été réalisée par Ohmura (1987). A partir des données climatologiques mensuelles mesurées dans 49 stations pour la décennie 1951-1960, il a compilé une carte des températures moyennes pour chaque mois, ainsi qu'une carte des températures moyennes annuelles. Nous montrons ici les cartes de températures des mois de janvier (figure III.4) et juillet (figure III.5), caractéristiques des températures hivernales et estivales, ainsi que la carte des températures moyennes annuelles (figure III.6).

La carte du mois de janvier montre la présence d'un plateau froid au centre de la calotte. Les températures de ce plateau, situé à l'intérieur de l'isotherme -40°C , sont presque toutes autour de -45°C (Ohmura, 1987). En dehors de ce plateau, les températures décroissent avec l'altitude, et au fur et à mesure que la latitude augmente.

La carte du mois de juillet montre des températures de 20 à 30 degrés plus chaudes qu'en janvier. L'effet de la latitude se fait beaucoup moins sentir qu'en hiver, et l'altitude joue un rôle prédominant dans la répartition des températures. Dans les régions côtières laissées libres par la calotte, la neige fond à la surface de la toundra et l'on observe des températures élevées (supérieures à 10°C à Sondrestrom, par exemple).

figure III.4 : carte des températures moyennes du mois de janvier. (Ohmura, 1987).

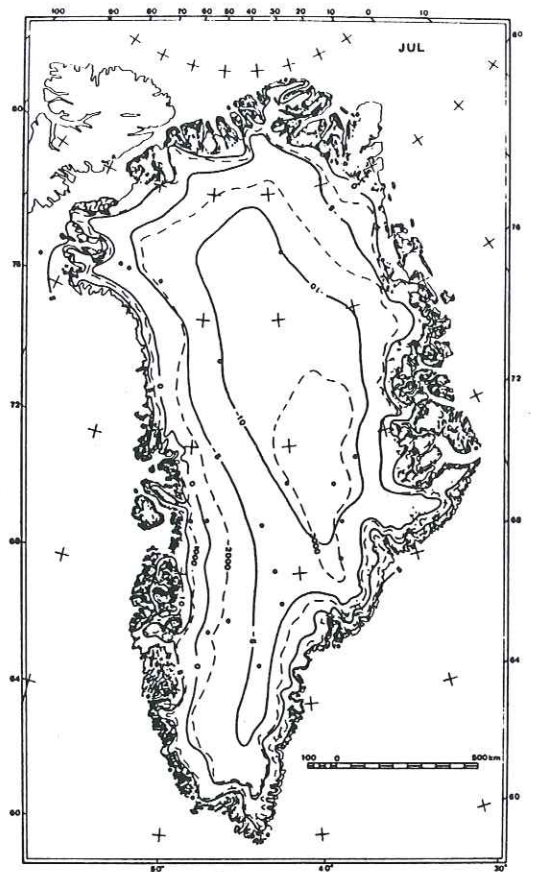
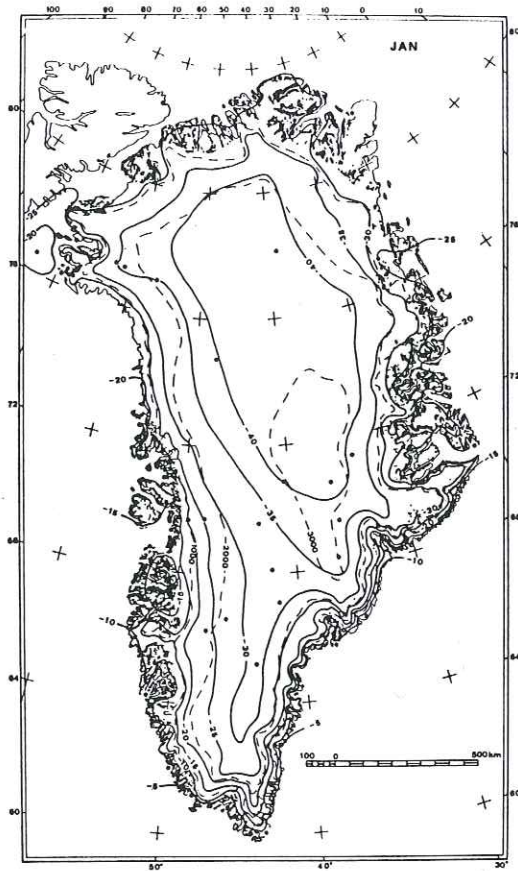
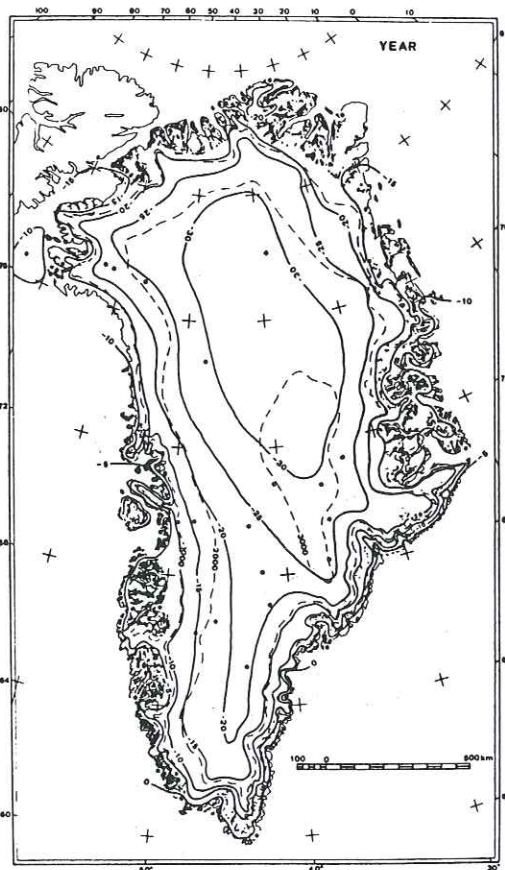


figure III.5 : carte des températures moyennes du mois de juillet. (Ohmura, 1987).

figure III.6 : carte des températures moyennes annuelles. (Ohmura, 1987).



La carte des températures moyennes annuelles, enfin, montre des températures allant de 0°C dans le sud à -20°C dans le nord le long de la côte et inférieures à -30°C dans le centre de la calotte. Comme on pouvait s'y attendre, on observe à la fois les effets de l'altitude et de la latitude sur la distribution des températures.

III.2.D.2 Précipitations et circulation atmosphérique

De la même façon que pour les températures, Ohmura et Reeh (1991) ont réuni des données de précipitations et d'accumulation ; ils ont construit des cartes de précipitations et d'accumulation moyennes annuelles à la surface du Groenland. Ils ont utilisé pour cela des mesures d'accumulation provenant de 251 sites de mesures dans la zone d'accumulation de la calotte et de mesures de précipitations provenant de 35 stations météorologiques dans les régions côtières. La carte d'accumulation est obtenue en séparant les précipitations annuelles en deux composantes liquide et solide, et en conservant la composante solide. Les figures III.7 et III.8 montrent respectivement les cartes des précipitations moyennes annuelles et de l'accumulation moyenne annuelle.

La figure III.7 montre que les précipitations les plus importantes, soit environ 2 500 mm w.e. (équivalents en eau) se situent au sud-est du Groenland, alors que les précipitations les plus faibles (inférieures à 200 mm w.e.) sont situées au nord-est de l'île. La valeur moyenne des précipitations sur le Groenland est de 340mm w.e. La figure III.8 montre une accumulation maximale d'environ 1 500 mm w.e. sur la pente nord-est de la calotte ; la valeur moyenne sur l'ensemble de la calotte est de 310 mm w.e. (Ohmura et Reeh, 1991) ; à titre de comparaison, les valeurs moyennes annuelles de précipitations pour Chamonix et Grenoble sont respectivement de 1250 et 1 000 mm w.e.

Afin de comprendre la répartition des précipitations sur le Groenland, il est intéressant d'étudier la circulation atmosphérique dans la région.

En hiver, celle-ci est dominée par la présence de deux dépressions quasi-permanentes, l'une sur la mer de Baffin (à l'ouest du Groenland) et l'autre, de plus grande ampleur, sur le nord de l'Islande. Les vecteurs de vent à 850 hPa (correspondant à l'altitude moyenne de la surface du Groenland, soit 1500m) pour le mois de janvier - résultant de la moyenne des vecteurs de vent

figure III.7 : carte des précipitations moyennes annuelles (en mm équivalent en eau). (Ohmura et Reeh, 1991).

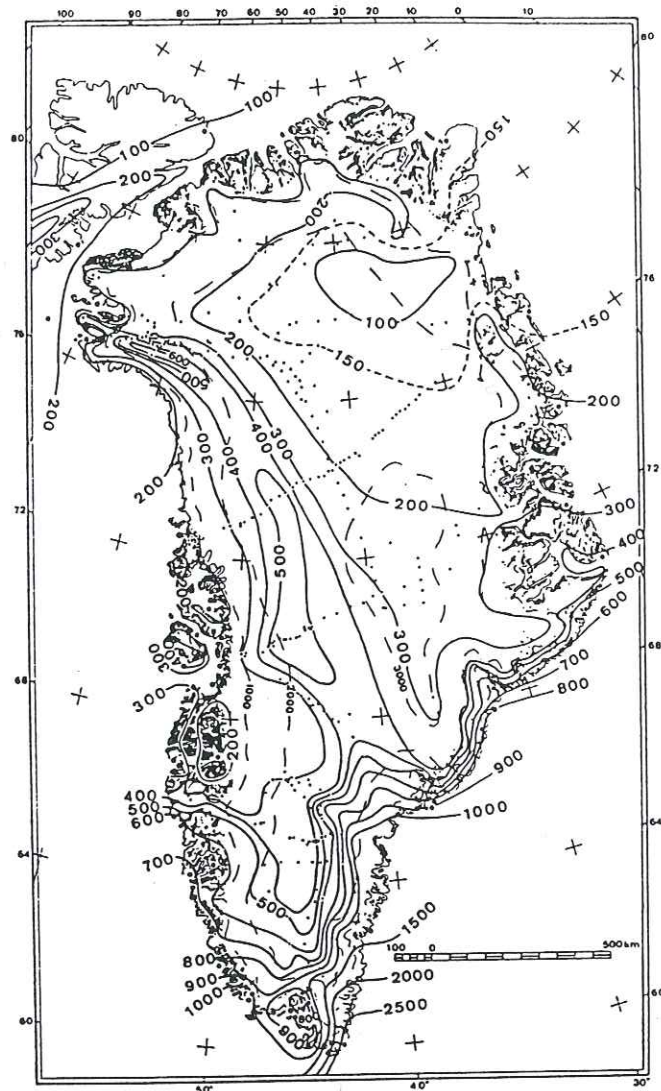
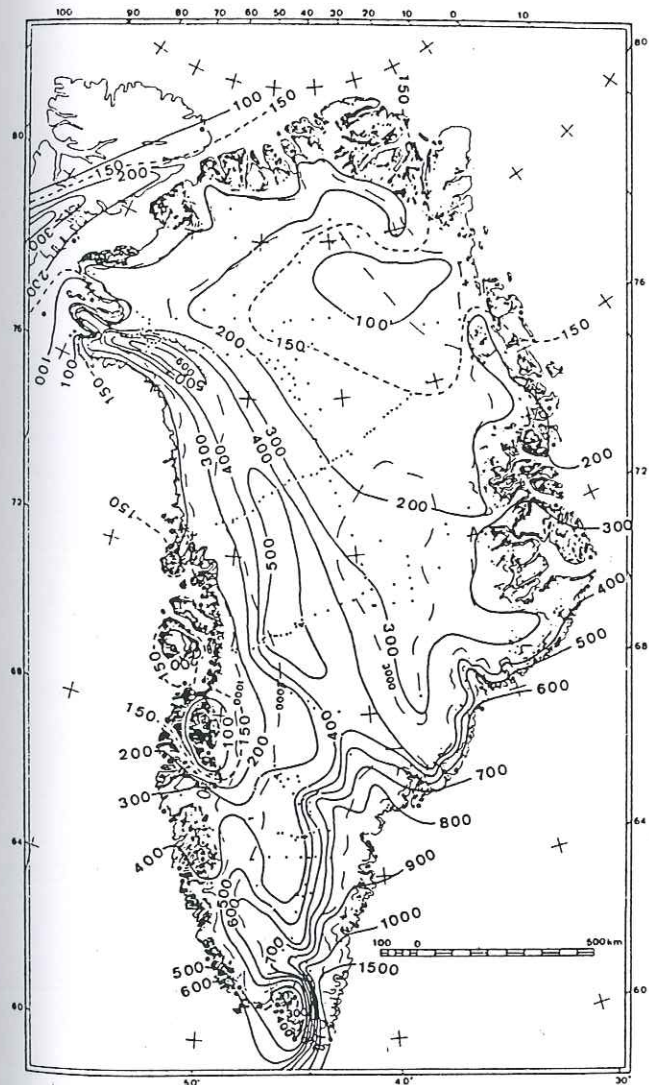


figure III.8 : carte de l'accumulation moyenne annuelle (en mm équivalents en eau). (Ohmura et Reeh, 1991).

instantanés sur la période considérée - sont orientés globalement du sud-est au nord-ouest du Groenland (figure III.9). La côte sud-est reçoit donc une masse d'air chargée en vapeur d'eau venant de l'Islande, qui donne des précipitations élevées sur toute la côte. Cette masse d'air remonte le long de la pente de la calotte en précipitant une partie de son contenu en vapeur d'eau. Les précipitations s'arrêtent lorsque la masse d'air atteint le sommet de la calotte.

La côte ouest du Groenland est soumise à des vents venant du sud-ouest, peu chargés en humidité, et qui amènent par conséquent peu de précipitations. L'air chargé en vapeur d'eau de la dépression située en mer de Baffin est dirigé vers le nord par les vents dominants et n'amène donc pas de précipitations sur la côte ouest.

En été, la circulation atmosphérique est marquée par une barrière de pression qui traverse la calotte du nord-est jusqu'au centre. Les vecteurs de vent pour le mois de juillet (figure III.10) montrent un schéma totalement différent de celui de janvier : venant de l'est de la calotte, ils contournent cette dernière par le sud, pour ensuite remonter en direction du nord-est, parallèlement à la pente de la surface. Les deux dépressions d'hiver sont toujours présentes, mais la dépression d'Islande amène moins d'humidité sur la côte sud-est du Groenland. Les précipitations à cet endroit sont donc moins importantes qu'en hiver.

L'étude des figures III.9 et III.10 permet d'établir l'origine des précipitations à certains endroits du Groenland. En particulier, on peut s'intéresser aux sites de forage, sur lesquels on a des informations quant à l'accumulation dans le passé, grâce à l'interprétation des carottes de glace. Il apparaît que Dye 3 et Summit reçoivent de l'air chargé en humidité provenant de l'Atlantique toute l'année, alors que Camp Century reçoit l'air continental de l'Amérique du Nord, modifié lors de son passage au-dessus de la mer de Baffin (ces sites sont localisés sur la figure III.11) (Ohmura et Reeh, 1991).

III.2.E Informations sur les climats passés au Groenland : interprétation des carottes de glace

Ces informations sont fondamentales lorsqu'on s'intéresse au passé du Groenland. Dans ce travail, nous allons utiliser les données de température en surface et d'accumulation, tirées des carottes de glace et relatives aux climats passés, pour simuler l'état de la calotte glaciaire à différentes époques.

figure III.9 : carte des vents moyens (mbar) résultants de la moyenne des vents instantanés pour le mois de janvier, à 850 hPa. (Ohmura et Reeh, 1991).

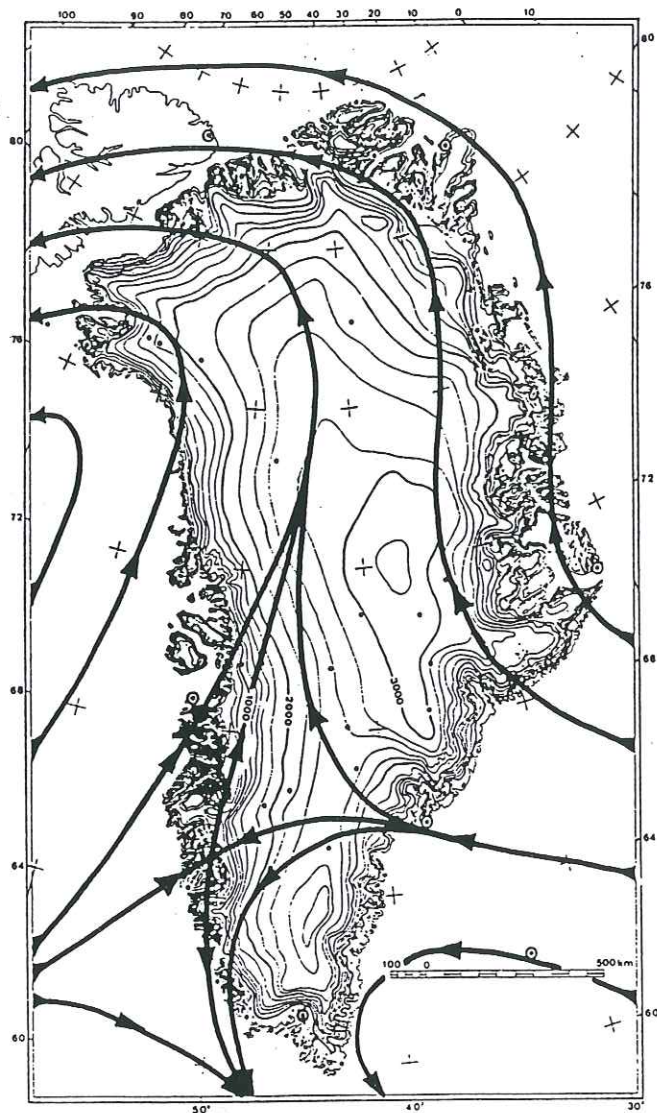
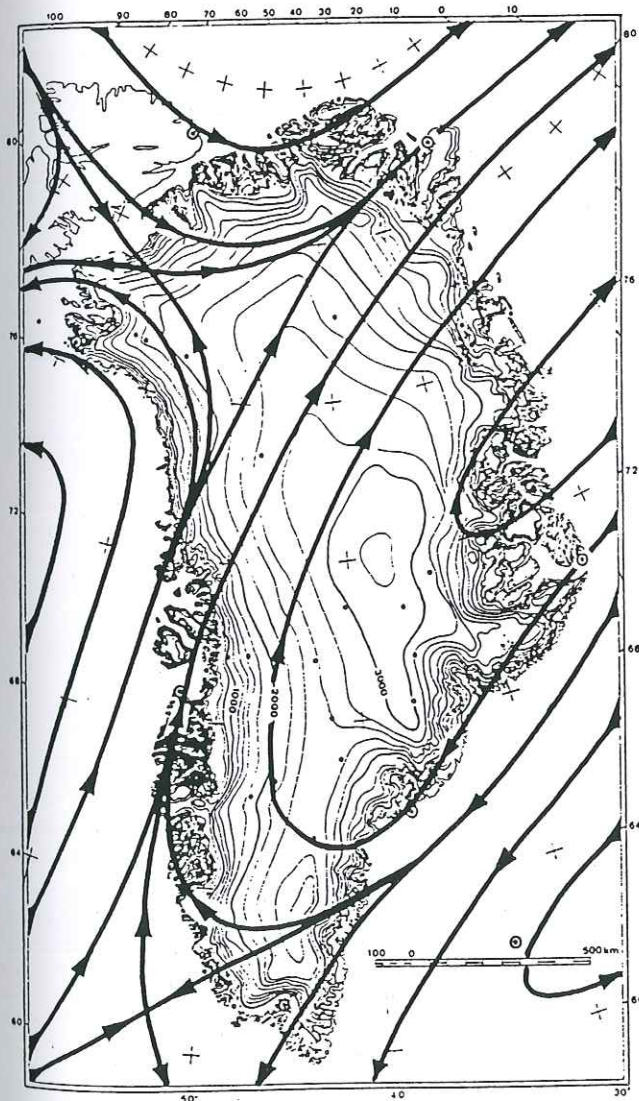


figure III.10 : carte des vents moyens (mbar) résultants de la moyenne des vents instantanés pour le mois de juillet, à 850 hPa. (Ohmura et Reeh, 1991).

III.2.E.1 De l'utilité des forages dans les calottes polaires

Les carottes de glace offrent un large éventail d'informations sur les climats passés. Elles permettent en effet d'étudier - avec une assez bonne précision - les évolutions de plusieurs variables clé de ces climats au cours du temps, comme la température en surface, le taux d'accumulation, la teneur en dioxyde de carbone (CO₂) et en méthane (CH₄) de l'air, ... Les carottes de glace contiennent en outre des éléments présents dans l'atmosphère à certains moments, comme des poussières issues d'éruptions volcaniques, ou des particules radioactives provenant d'essais nucléaires ; ces éléments, dont l'origine dans le temps est connue, fournissent des repères temporels dans les carottes et aident à la datation de celles-ci.

III.2.E.2 Forages de carottes de glace au Groenland

Jusqu'à présent, 6 carottes donnant des informations sur la dernière période glaciaire ont été forées au Groenland. Le tableau III.1 donne une liste de ces carottes, ainsi que leur longueur et l'âge de la glace estimé à la base de la carotte. Les différents sites de forage mentionnés dans la tableau III.1 sont localisés sur la figure III.11.

Site de forage	Localisation	Longueur de la carotte (m)	Age estimé à la base de la carotte (ka)
Camp Century	nord-ouest	1390	100-130
Dye 3	sud	2037	100-130
Camp 3	ouest	46, 92	
Renland	est	324	100-130
GRIP	centre	3029	250
GISP2	centre	3053	250

Tableau III.1 : liste des carottes forées au Groenland atteignant la dernière période glaciaire. D'après Paterson (1994), p. 379.



figure III.11 : localisation des sites de forage au Groenland (Paterson, 1994, p. 387).

III.2.E.3 Calcul des températures passées : méthode des isotopes lourds

Les océans, source principale de la vapeur d'eau qui forme les précipitations au-dessus des calottes polaires, ont une composition isotopique constante (les pourcentages de $H_2^{16}O$, $HD^{16}O$ et $H_2^{18}O$ sont constants à l'échelle de temps qui nous intéresse, D représentant le deutérium). La pression de vapeur des isotopes lourds de l'eau étant légèrement inférieure à celle de la molécule $H_2^{16}O$, les molécules d'eau "lourde" s'évaporent moins vite, mais condensent plus vite que les autres. Ce phénomène entraîne la variation de la composition isotopique de l'eau au cours des phases d'évaporation et de condensation. Il est possible de mesurer cette variation par rapport à la composition isotopique de l'océan, en terme de rapport de concentrations de l'isotope lourd et de la molécule standard. Si on définit le rapport $R = \frac{^{18}O}{^{16}O}$, ou $R = D / H$ à un moment et en un lieu donné, et R_0 le même rapport dans l'océan, cette variation peut s'exprimer par :

$$\delta = 10^3 \frac{R - R_0}{R_0} \quad \text{en } \text{‰} \quad (\text{III.1})$$

où δ représente la variation de la composition isotopique en hydrogène, δD , ou en oxygène, $\delta^{18}O$. Lorsque la masse d'air chargée en vapeur d'eau océanique arrive dans les régions polaires, elle se refroidit, et perd de l'eau par précipitation ; son contenu en eau "lourde" diminue, par conséquent $\delta^{18}O$ et δD deviennent de plus en plus négatifs. Dansgaard et al (1973) montrent que la valeur de δ est étroitement liée au refroidissement subi par la masse d'air depuis l'océan. Si l'on suppose que la température moyenne de l'océan reste constante, le refroidissement de la masse d'air est fonction de la température de condensation dans le nuage (Jouzel et Merlivat, 1984). Celle-ci étant assez bien corrélée avec la température au sol, on considère que δ est un indicateur de la température au sol, à la surface de la glace. Pour le Groenland, Johnsen et al (1989) établissent la relation suivante entre le signal isotopique $\delta^{18}O$ et la température moyenne annuelle T :

$$\delta^{18}O = 0.67 T - 13.7 \quad (\text{III.2})$$

Cette relation est fréquemment utilisée pour convertir les valeurs de $\delta^{18}O$ mesurées dans une couche de glace donnée en températures régnant à la surface au moment où cette couche de glace s'est formée. Ceci suppose que la relation (III.2), établie pour les conditions actuelles, soit également valable dans le passé. Plusieurs expériences ont été réalisées pour vérifier cette hypothèse. Une des expériences consiste à calculer le profil de température en fonction de la profondeur dans le trou de forage ; ce qui se fait en résolvant l'équation de transfert de chaleur, avec les variations de température en surface prescrites en appliquant la relation (III.2) à l'enregistrement climatique $\delta^{18}O$. La comparaison du profil calculé avec le profil réel mesuré dans le trou de forage permet de valider ou non cette relation pour les climats passés. Cette expérience a été réalisée dans plusieurs trous de forage, dont deux au Groenland : dans un des trous les deux profils de température obtenus sont proches ; dans le trou de forage de GRIP, Cuffey et al.(1995) trouvent des variations de température de 20° entre la dernière période glaciaire et le présent, alors que l'équation (III.2) donne une variation de 10° seulement.

Un autre moyen d'évaluer si la relation (III.2) est valable pour le passé est d'utiliser un

modèle de circulation générale du climat (GCM) : ainsi, Joussaume et al (1993) introduisent le calcul de $\delta^{18}\text{O}$ dans des simulations du climat actuel et du climat du Dernier Maximum Glaciaire (DMG, environ 21 ka BP) ; les valeurs de $\delta^{18}\text{O}$ obtenues pour l'actuel correspondent aux valeurs actuelles observées ; les résultats obtenus pour le DMG donnent la même relation $\delta^{18}\text{O} = f(T)$ que pour l'actuel, ce qui semble indiquer que la relation (III.2) est également valable pour le DMG.

La relation (III.2) doit être utilisée avec précaution. De plus, plusieurs facteurs peuvent en effet compliquer l'interprétation climatique des carottes de glace. Nous en donnons ici seulement quelques exemples pour montrer que cette interprétation est loin d'être évidente :

- plus on descend dans la carotte de glace, plus la glace rencontrée vient à l'origine d'une zone proche du dôme de la calotte et élevée en altitude. Or la valeur de $\delta^{18}\text{O}$ diminue avec l'altitude. Il faut donc tenir compte de cette variation, indépendante du signal climatique. Ce problème est résolu si le forage a été réalisé au dôme même (et si sa position n'a pas bougé au cours du temps), où l'on suppose l'écoulement nul ; dans les autres cas, il faut pouvoir déterminer l'altitude de la glace au moment où elle s'est formée en surface, par l'intermédiaire de la ligne d'écoulement qu'elle a suivie.
- une variation dans la distribution saisonnière des précipitations peut changer la valeur du $\delta^{18}\text{O}$ moyen annuel, et donc introduire une erreur dans l'interprétation.
- le changement du schéma général des précipitations, dû à un changement de circulation générale dans l'atmosphère, influe également sur la valeur de $\delta^{18}\text{O}$.
- la composition isotopique moyenne des océans a varié dans le passé ; en particulier, l'océan était plus riche en isotopes lourds pendant la dernière période glaciaire que maintenant, car une grande quantité d'eau pauvre en isotopes lourds était contenue dans les calottes glaciaires existant à cette époque.

Les variations en $\delta^{18}\text{O}$ mesurées dans les carottes de glace n'ont donc pas seulement pour

origine des variations de température en surface, et l'évaluation de ces dernières ne peut par conséquent être faite qu'avec précaution et en éliminant autant que possible les variations apportées par des facteurs extérieurs.

La figure III.12 montre le signal climatique tiré de la carotte de GRIP sur toute la longueur de la carotte. La figure est en deux parties, la partie A représentant les variations de $\delta^{18}\text{O}$ de la surface jusqu'à 1500 m de profondeur, et la partie B de 1500 à 3000 m de profondeur.

III.2.E.4 Calcul des taux d'accumulation passés

Dans la plupart des carottes de glace du Groenland, on distingue les couches annuelles jusqu'à une certaine profondeur. Pour pouvoir donner des informations sur les taux d'accumulation passés, les épaisseurs de ces couches doivent être corrigées en tenant compte de l'amincissement qu'elles ont subi depuis leur formation en surface. Ceci requiert l'utilisation d'un modèle d'écoulement de glace, qui peut déterminer, à partir de l'accumulation actuelle, de l'épaisseur de la glace et de la température, la variation de l'épaisseur des couches annuelles au fur et à mesure de leur progression en profondeur. Dahl-Jensen et al (1993) ont ainsi utilisé un modèle stationnaire pour estimer les taux d'accumulation sur le site de GRIP pour les derniers 40 ka. Ils ont également établi une relation entre les taux d'accumulation calculés par le modèle et le signal $\delta^{18}\text{O}$, donnée par:

$$a = 0.230 \exp (0.117 (\delta^{18}\text{O} + 34.83)) \quad (\text{III.3})$$

où a est le taux d'accumulation.

L'équation (III.2) reliant les valeurs de $\delta^{18}\text{O}$ aux températures en surface, il est possible d'établir un lien entre les variations de température et d'accumulation. Ainsi, d'après les deux équations (III.2) et (III.3), une variation de 1° en température correspond à une variation de 7.8% du taux d'accumulation.

La mesure du taux d'accumulation par comptage des couches annuelles n'est possible que dans la partie supérieure de la carotte, où ces couches sont visibles. Dans la partie inférieure de la carotte, ces taux sont calculés en appliquant la relation (III.3) au signal en $\delta^{18}\text{O}$.

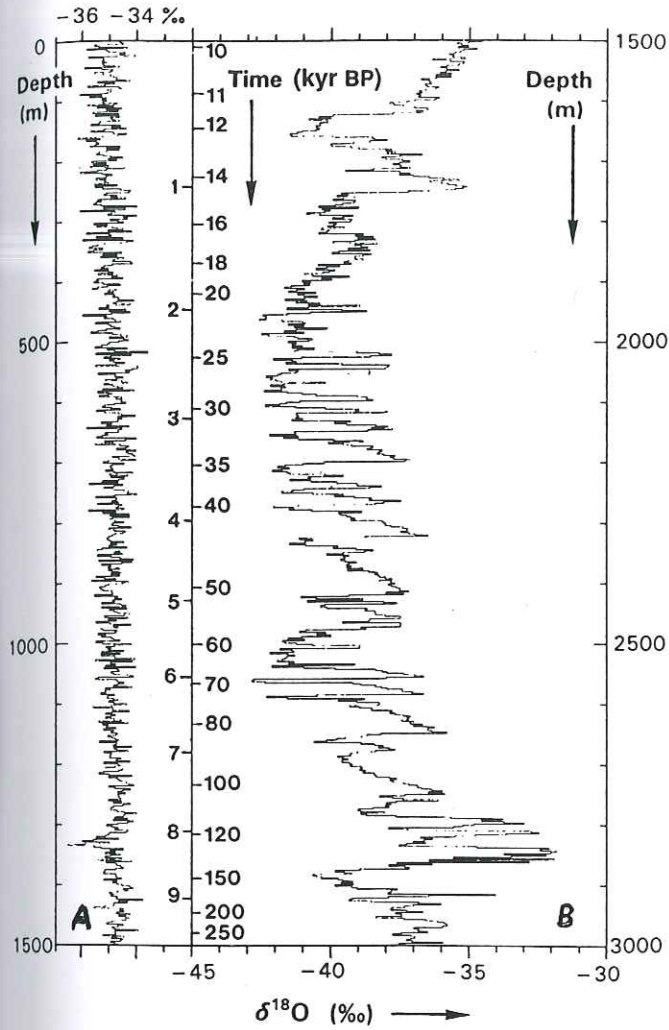
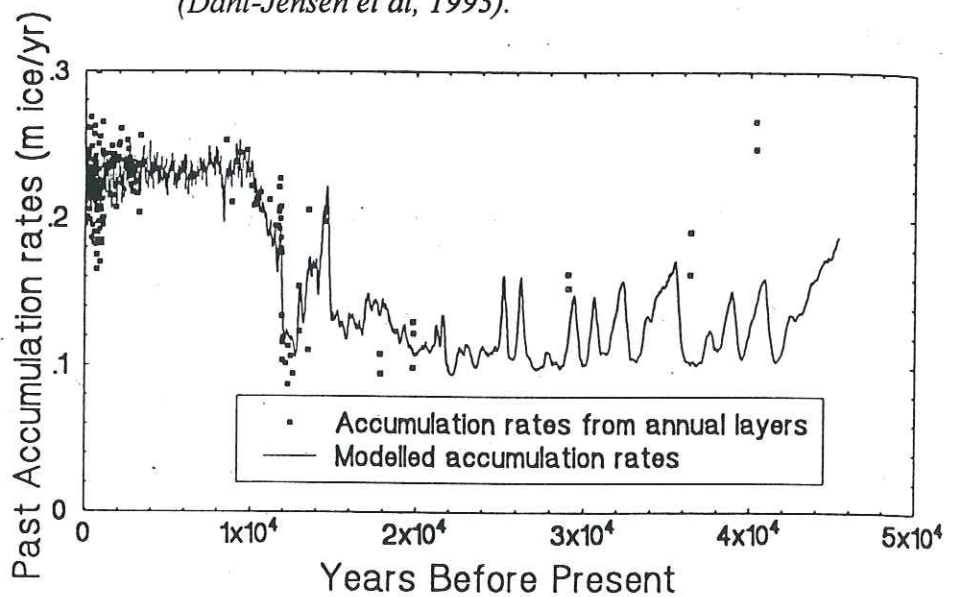


figure III.12 : enregistrement du signal $\delta^{18}O$ de la carotte de GRIP, en fonction de la profondeur. Première partie (A) : de la surface à 1500 m de profondeur. Deuxième partie (B) : de 1500 m à 3000 m de profondeur. L'échelle de temps dans le milieu a été obtenue en comptant les couches annuelles jusqu'à 14 500 ans BP, et par modélisation du flux de glace pour la période antérieure. (Dansgaard et al, 1993).

figure III.13 : variations du taux d'accumulation sur le site de GRIP entre 50 000 ans BP et notre époque. La figure montre les valeurs mesurées et la courbe issue de l'équation (III.3). (Dahl-Jensen et al, 1993).



La figure III.13 montre les variations des taux d'accumulation en fonction du temps. La figure présente à la fois les taux d'accumulation mesurés, et modélisés à partir de l'équation (III.3).

Les variations de température en surface et de l'accumulation au cours du dernier cycle glaciaire-interglaciaire, reconstruites à partir des carottes de glace, nous serviront dans le modèle lors des expériences présentées dans les paragraphes III.2.C et III.2.D.

III.2.E.5 Reconstitution des teneurs en gaz atmosphériques des climats passés

Nous n'utilisons pas dans le modèle les informations sur les variations de la composition atmosphérique dans le passé obtenues à partir des carottes de glace. Ces variations doivent par contre être prises en compte lors de la simulation des climats passés par les modèles de circulation générale de l'atmosphère (GCM). Cependant, comme la détermination de ces variations représente une part importante du travail réalisé sur les carottes, nous en parlons rapidement ici. Les bulles d'air enfermées dans le névé au "close-off" (moment où les pores présents entre les grains de neige se ferment et emprisonnent l'air ambiant) fournissent des échantillons de l'atmosphère au moment de leur formation. L'analyse de l'air contenu dans la glace permet d'établir les variations de concentration en CO_2 et en CH_4 par exemple -deux gaz intervenant dans l'effet de serre- dans le passé. En particulier, l'étude des variations de concentration de ces gaz depuis l'époque pré-industrielle (avant 1850) permet d'évaluer l'influence des activités humaines sur la composition de l'atmosphère.

Un certain nombre d'impuretés, dissoutes ou non dans la glace, sont présentes dans les carottes. Ces impuretés ont des origines variées: le calcium, la silice, l'aluminium ont une origine terrestre, mais on trouve aussi du nickel, de l'iridium et du platine qui ont vraisemblablement une origine extra-terrestre ; le sodium et le chlore dissous dans la glace proviennent des océans, et le sulfate dissous peut provenir des océans, de volcans ou de fossiles. La glace contient également des poussières (micro particules de l'ordre du micromètre), en faible concentration. L'analyse des variations de ces poussières dans le temps montre une forte corrélation avec le signal $\delta^{18}\text{O}$. L'analyse de la concentration de certaines de ces impuretés (sodium, sulfate) montre des variations similaires à celles des poussières (Legrand et al, 1988).

III.2.E.6 Datation des carottes

Pour pouvoir utiliser les informations décrites ci-dessus, il est nécessaire de déterminer l'âge de la glace à chaque profondeur. Plusieurs méthodes sont utilisées pour cela (certaines recourent les méthodes décrites ci-dessus) :

- l'utilisation d'un modèle d'écoulement donnant les lignes de flux de la glace. On détermine ainsi l'âge de chaque particule de glace, en calculant le temps mis par celle-ci pour se déplacer depuis sa formation en surface jusqu'au moment où elle est prélevée dans la carotte.
- le comptage des couches annuelles, qui est également utilisé pour calculer les taux d'accumulation. Ce comptage se fait visuellement dans la partie supérieure de la carotte ; dans la partie inférieure, dans laquelle les couches annuelles ne sont plus visibles, il se fait par analyse des variations saisonnières d'un composé (une impureté par exemple).
- la localisation dans la carotte d'horizons connus ; les couches acides provenant d'éruptions volcaniques, par exemple, peuvent être facilement localisées, de même que la présence d'éléments radioactifs provenant d'essais nucléaires pour le passé récent. Ces événements ayant en général des dates connues, ils fournissent des repères dans la datation.
- la comparaison d'une carotte avec un autre enregistrement climatique connu, provenant de sédiments lacustres ou marins, ou d'une autre carotte de glace.

L'échelle de temps ainsi reconstituée pour la carotte de GRIP est présentée sur la figure III.12, en parallèle avec le signal climatique.

III.3 Modélisation de l'écoulement de la calotte du Groenland

III.3.A Travaux réalisés antérieurement

On distingue deux types d'approche dans la modélisation de la calotte du Groenland. La première consiste à étudier des profils de la calotte à l'équilibre, pour des conditions aux limites données ; l'extension de la calotte est en général imposée dans ces études, et le profil de la calotte est calculé d'après cette extension. La deuxième approche (dont notre étude fait partie) consiste à utiliser des modèles thermo-mécaniques d'écoulement de glace pour modéliser l'écoulement de la calotte.

Dans la première approche, on peut citer les travaux de Denton et Hugues (1981), qui utilisent un modèle basé sur un profil de calotte parabolique (voir chapitre I, §I.3.D.1.a) pour reconstruire le profil de la calotte au dernier maximum glaciaire (environ 21 000 ans BP). Le modèle est forcé par l'extension de la calotte, reconstituée pour cette époque à partir des données géologiques. Ils obtiennent une calotte plus épaisse que la calotte actuelle. Il faut souligner cependant que le modèle utilisé est indépendant du bilan de masse de la calotte.

Anandkrishnan et al (1994) utilisent le même type de modèle, mais il dépend, en plus de l'extension de la calotte, du taux d'accumulation, de la température moyenne sur chaque colonne de glace et de la dureté de la glace (par l'intermédiaire de la loi de déformation). Ils utilisent ce modèle pour étudier l'influence des variations des différents paramètres sur la position et l'altitude du dôme. D'après leurs résultats, la position du dôme est surtout sensible aux variations d'extension de la calotte, alors que son altitude est surtout sensible aux variations du taux d'accumulation. Pendant la transition glaciaire-Holocène, le dôme aurait migré de 40 km vers l'est, et son altitude aurait diminué de 50 m.

Dans la deuxième approche, le premier à appliquer un modèle d'écoulement de glace en trois dimensions à la calotte glaciaire du Groenland est Jenssen (1977). Compte tenu des faibles capacités de calcul des ordinateurs à cette époque, il est obligé d'utiliser un maillage très large (12x12x10 points, respectivement en longueur, largeur, et dans la verticale). De ce fait, les résultats qu'il obtient sont assez peu réalistes. Il est également le premier à utiliser une

coordonnée réduite dans la verticale (voir paragraphe I.5.A), ce qui permet de toujours faire coïncider les limites du maillage avec celles de la calotte.

Depuis cette époque, la puissance des calculateurs s'est considérablement accrue, permettant d'utiliser des maillages plus fins. Plusieurs modèles d'écoulement ont été développés et appliqués au Groenland. On distingue deux grandes classes d'applications : d'une part, l'utilisation des modèles d'écoulement pour simuler l'état de la calotte (géométrie, températures, vitesses) sous un climat donné ; ces expériences, dans lesquelles les conditions en surface restent constantes, sont appelées **stationnaires** ; d'autre part, l'utilisation des modèles pour simuler l'évolution de la calotte dans le temps en réponse à la variation des conditions en surface (températures et précipitations) ; ces expériences, qui permettent d'étudier les variations de la calotte au cours d'un ou plusieurs cycles climatiques, sont dites d'**évolution**.

Huybrechts et al (1991) réalisent des expériences stationnaires sur la calotte du Groenland, avec un modèle à trois dimensions du même type que celui développé dans ce travail. Ils évaluent la réaction de la calotte à un doublement de la concentration en CO₂ de l'air, par l'intermédiaire d'un réchauffement des températures en surface. Le principal résultat de cette étude est qu'un réchauffement d'1°C provoquerait une perte de masse de glace qui résulterait en une hausse de 22 mm/siècle du niveau moyen des mers.

Letréguilly et al (1991a) réalisent le même type d'expériences avec le même modèle. Ils tentent de valider ou infirmer l'hypothèse selon laquelle la calotte glaciaire du Groenland avait disparu à l'Eemien (dernier interglaciaire, plus chaud de 3 à 4 degrés que l'interglaciaire actuel). D'après ces expériences, une hausse de 6°C pendant au moins 20 000 ans serait nécessaire pour faire disparaître la calotte ; leurs résultats indiquent donc que la calotte du Groenland n'a pas disparu pendant l'Eemien, puisque la température n'a augmenté que de 3 à 4°C et n'est pas restée à sa valeur maximum très longtemps (voir figure III.12).

Letréguilly et al (1991b) étudient l'évolution de la calotte dans les 150 000 dernières années, avec le même modèle que ci-dessus. Le forçage climatique est donné par l'intermédiaire des températures en surface ; celles-ci proviennent de l'enregistrement climatique $\delta^{18}\text{O}$ mesuré en surface sur le site de Pakitsoq (situation sur la figure III.11). Ce signal montre, outre l'augmentation de température au dernier interglaciaire vers 130 000 ans BP, un réchauffement important vers 100 000 ans BP ; l'évolution de la calotte montre, en réponse à ce signal, deux

phases durant lesquelles son extension est très réduite.

Abe-Ouchi et al (1994) étudient la réponse de la calotte à une transition climatique glaciaire-interglaciaire, à l'aide d'un modèle d'écoulement 2D suivant une ligne de courant. Ils effectuent tout d'abord des tests de sensibilité de la géométrie de la calotte à la variation du taux de fonte, du taux d'accumulation, de la température en surface, et de la viscosité de la glace (la glace de l'Holocène, interglaciaire actuel, est plus "dure" que celle du Wisconsin, dernière période glaciaire). Ils étudient également l'influence de la répétition des cycles climatiques sur la géométrie actuelle de la calotte ; il ressort de cette étude que celle-ci est minime.

Huybrechts (1994) cherche à déterminer si la calotte actuelle du Groenland est en état stationnaire ; pour ce faire, il étudie plusieurs variables caractéristiques de l'état de la calotte (épaisseur de glace, altitude de la surface, température basale) à l'issue d'un cycle climatique glaciaire-interglaciaire (signal climatique tiré des carottes de Pakitsok, Dye3 et Camp Century). Les résultats qu'il obtient montrent que la calotte s'épaissit en moyenne d'1 cm par an, avec de larges variations spatiales.

Greve (1995) utilise un modèle d'écoulement à trois dimensions pour étudier la sensibilité de la calotte à la variation du flux géothermique à sa base. La température basale de la calotte est évidemment très sensible à ces variations, mais l'altitude maximale de la calotte l'est aussi, dans une moindre mesure. Calov (1995), enfin, étudie la réponse de la calotte à plusieurs scénarios climatiques.

III.3.B Application de notre modèle à la calotte du Groenland

Nous allons réaliser avec notre modèle des expériences de deux types sur la calotte du Groenland : des expériences stationnaires, dans lesquelles on impose des conditions climatiques constantes au modèle pendant un laps de temps suffisamment long pour que la calotte atteigne un état stable (les conditions climatiques peuvent être les conditions actuelles, ou des conditions plus froides ou plus chaudes que l'actuel) ; une expérience d'évolution, dans laquelle les conditions climatiques varient dans le temps, de façon à simuler l'évolution de la calotte au cours du dernier cycle climatique interglaciaire-glaciaire. Les différences entre ces expériences sont résumées sur les figures III.14 et III.15.

EXPÉRIENCES STATIONNAIRES

Données en entrée

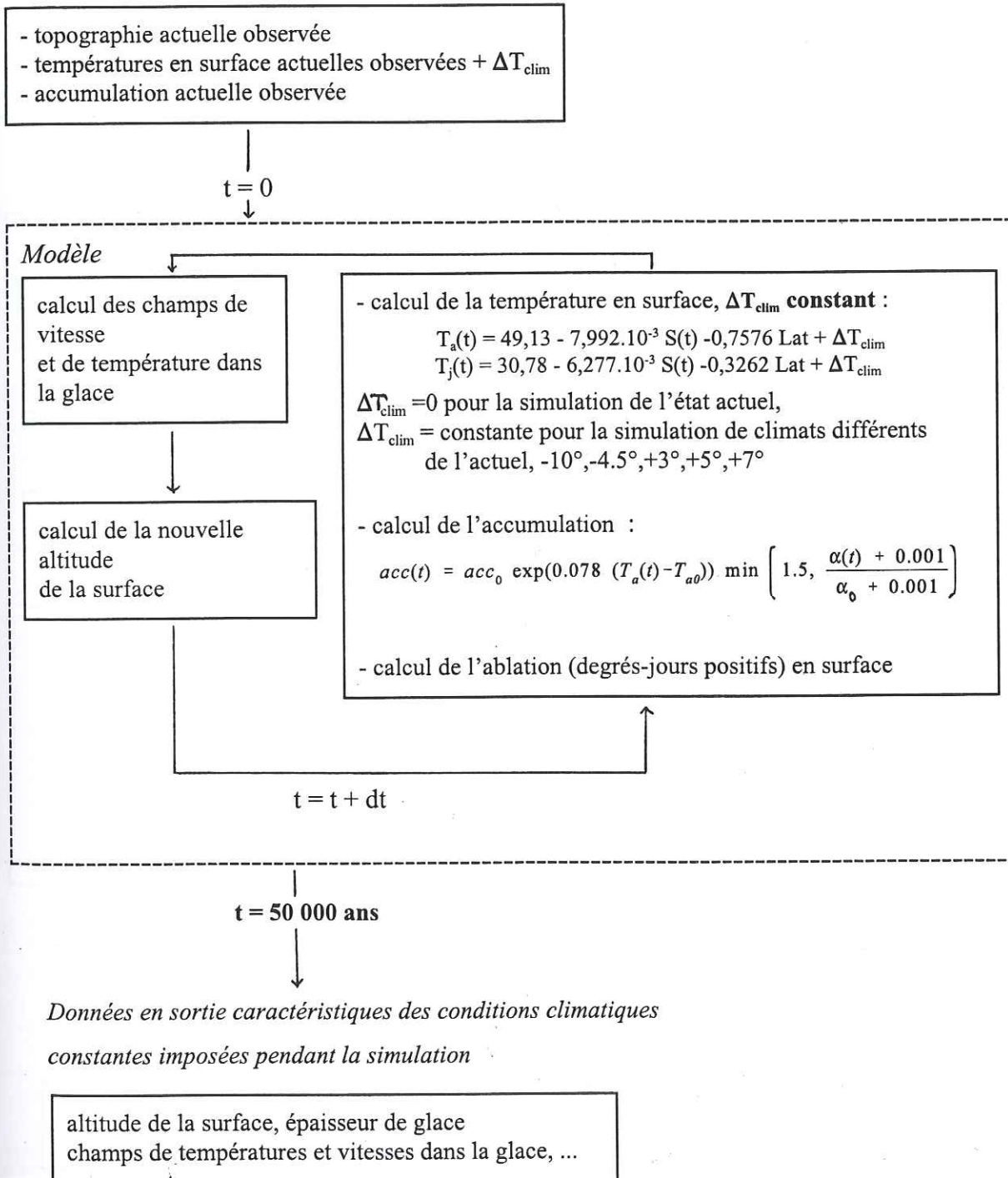


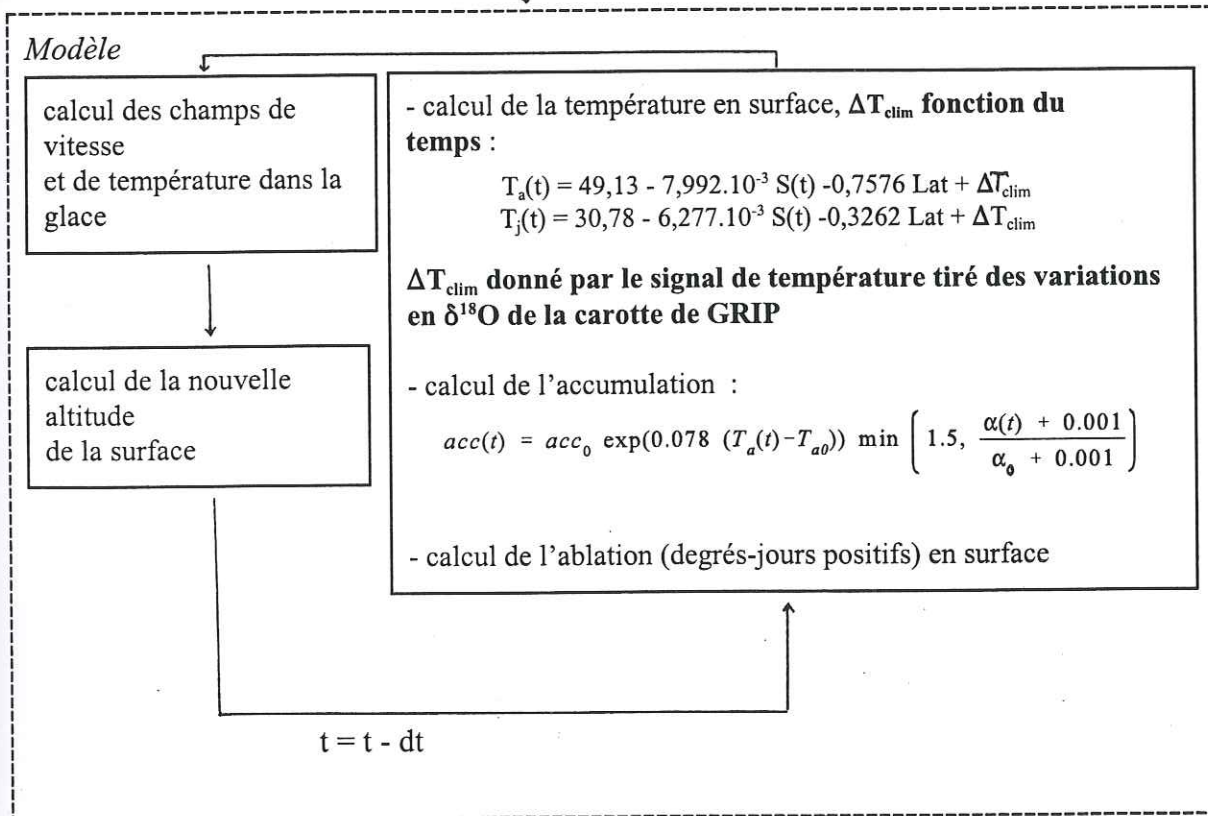
figure III.14 : schéma du fonctionnement des expériences stationnaires réalisées dans ce travail.

EXPÉRIENCE D'ÉVOLUTION

Données en entrée

- topographie en sortie de l'expérience stationnaire avec $\Delta T_{\text{clim}} = -4.5^\circ$
- températures en surface actuelles observées + ΔT_{clim}
- accumulation actuelle observée

t = 250 ka BP
↓



t = 130 ka BP ... t = 21 ka BP ... t = 0 ka BP (présent)

Données en sortie représentant l'état de la calotte au temps t de l'évolution climatique

- altitude de la surface, épaisseur de glace
- champs de températures et vitesses dans la glace, ...

figure III.15 : schéma du fonctionnement de l'expérience d'évolution réalisée dans ce travail.

III.3.B.1 Maillage

La méthode numérique utilisée pour résoudre certaines des équations du modèle est celle des différences finies (paragraphe I.5.B.2). Cette méthode nécessite la discrétisation des variables sur un maillage régulier appliqué à la région concernée. Dans le cas de la calotte du Groenland, nous appliquons un maillage dans un repère cartésien (x, y, z) , constitué de 41 points dans la direction x , 71 points dans la direction y , et 21 points dans la verticale z . Chaque maille a 40 km de côté, dans les directions x et y ; la hauteur de la maille est variable selon l'endroit où on se trouve : en effet, grâce à l'utilisation de la coordonnée verticale réduite (paragraphe I.5.A), quelle que soit l'épaisseur de glace en un point (x, y) donné, le nombre de noeuds verticaux sera toujours égal à 21 ; dans les zones de faible épaisseur, ces noeuds seront très rapprochés, et inversement. Dans le paragraphe III.3.E, où nous comparerons les résultats du modèle avec des données géologiques sur une petite zone géographique, nous utiliserons une grille de 20 x 20 km, qui demande beaucoup plus de temps de calcul mais est plus précise.

III.3.B.2 Données en entrée

☞ Topographie

Nous utilisons les cartes de topographie de la surface de la glace et du lit rocheux compilées par Letréguilly et al (1991a), présentées dans le paragraphe III.1.C.1. Huybrechts et al (1991) et Letréguilly et al (1991a, b) utilisent ces cartes sur une grille de 20 km x 20km. Nous les adaptons sur notre grille de 40 km x 40 km.

☞ Températures

Comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, nous utilisons deux jeux de températures pour calculer l'accumulation et l'ablation à la surface de la calotte : les températures moyennes annuelles, et les températures moyennes du mois de juillet. Nous utilisons pour calculer les températures en surface dans le modèle une paramétrisation basée sur les cartes d'Ohmura (1987) présentées sur les figures III.4 et III.5, pour les conditions actuelles.

⇒ Accumulation

L'accumulation moyenne annuelle est également donnée par Ohmura et Reeh (1991) pour les conditions actuelles. Elle est montrée sur la figure III.8 et commentée dans le paragraphe III.2.D.2.

III.3.B.3 Variations des températures en surface et du bilan de masse au cours du temps

Dans les **expériences stationnaires** simulant **l'état actuel**, les températures et précipitations présentées ci-dessus servent de données en entrée du modèle ; elles permettent le calcul initial des champs de température et de vitesse dans la glace. Ces champs influent ensuite directement sur l'écoulement de la glace, et entraînent par conséquent une variation de l'altitude de la surface de la calotte (voir le diagramme de fonctionnement du modèle, figure II.4). On ne peut donc plus utiliser les cartes de températures et précipitations actuelles observées, il faut calculer à nouveau les températures en surface et du bilan de masse au pas de temps suivant en tenant compte des variations d'altitude. Pour pouvoir effectuer ce calcul, il est nécessaire d'établir une relation entre les températures, les précipitations et l'altitude de la surface.

De même, le calcul des températures en surface et du bilan de masse doit être fait à chaque pas de temps dans les **expériences stationnaires** simulant des **climats plus chauds ou plus froids que l'actuel**, et dans les **expériences d'évolution**, dans lesquelles les conditions climatiques évoluent dans le temps.

Il est nécessaire de calculer de la façon la plus réaliste possible les températures en surface et le bilan de masse à la surface de la calotte. Plusieurs méthodes sont envisageables pour cela :

- les distributions de température en surface, accumulation et ablation peuvent être fournies par un modèle de circulation générale du climat (GCM). Ces modèles complexes, qui prennent en compte la majorité des processus physiques intervenant dans l'atmosphère, permettent en effet d'avoir des distributions réalistes pour des climats différents de l'actuel. Cependant, la plupart des GCMs ont une faible résolution près des pôles, ce qui pose problème lorsqu'on s'intéresse



aux calottes du Groenland ou de l'Antarctique (le Groenland est souvent représenté par moins de dix, voire cinq points de grille). De plus, il est pour l'instant impossible d'envisager un couplage entre le modèle d'écoulement de glace et un GCM : la simulation d'un climat donné avec un GCM demande en effet un temps de calcul très important (plusieurs heures de Cray) ; or, dans une expérience d'évolution, le modèle de glace a besoin de nouvelles distributions de températures et de bilan de masse, c'est-à-dire de sorties de nouvelles simulations du GCM, souvent (tous les 1000 ans devraient suffire). Les temps de calculs restent donc prohibitifs.

- une autre possibilité est d'utiliser un modèle de bilan d'énergie à la surface de la calotte pour calculer les champs ci-dessus à chaque pas de temps. Ces modèles, beaucoup moins gourmands en temps de calcul que les GCM, calculent température, accumulation et ablation à partir des différents flux d'énergie, solaire et terrestre, de la nébulosité, de l'albédo, du vent, ... Ces données sont mesurées pour le climat actuel, mais il est moins aisé d'évaluer leurs variations dans le passé. Le couplage avec un modèle de bilan d'énergie pour simuler des climats passés est donc également complexe.

- enfin, une troisième possibilité est d'utiliser les valeurs actuelles de ces champs et de les perturber pour obtenir leurs valeurs sous des climats différents, en utilisant les informations sur les variations de température et d'accumulation données par les carottes de glace. Cette méthode de perturbation est utilisable pour les calottes polaires existantes, où l'on dispose de données de forage et où l'extension et l'épaisseur de glace n'ont pas radicalement changé au cours du dernier cycle glaciaire-interglaciaire. De plus, cette méthode présente l'avantage d'utiliser les données de terrain disponibles, et elle est peu gourmande en temps de calcul, ne nécessitant pas le couplage avec un autre modèle.

C'est cette méthode que nous utilisons ici : à chaque pas de temps, la température en surface est calculée à partir de la température actuelle, en tenant compte des variations d'altitude de la surface. Si l'on simule un climat différent du climat actuel, un terme de refroidissement ou réchauffement correspondant au forçage climatique imposé est ajouté à cette température. L'ablation et l'accumulation sont ensuite calculées à partir de ces températures.

⇒ Températures en surface

La température à la surface de la glace est donnée à chaque pas de temps et en chaque point de la grille par perturbation de la température actuelle, en tenant compte des variations d'altitude de la surface, selon les relations :

$$T_a(t) = 49.13 - 7.992 \cdot 10^{-3} S(t) - 0.7576 \text{ Lat} + \Delta T_{\text{clim}} \quad (\text{III.4})$$

$$T_j(t) = 30.78 - 6.277 \cdot 10^{-3} S(t) - 0.3262 \text{ Lat} + \Delta T_{\text{clim}}$$

$T_a(t)$ et $T_j(t)$ sont les températures moyennes annuelle et du mois de juillet, calculées au temps t considéré ; $S(t)$ est l'altitude de la surface au temps t , et Lat la latitude du point considéré ; les gradients de température en fonction de l'altitude ainsi que les variations de température avec la latitude ont été paramétrisés d'après la carte d'Ohmura (1987). Le dernier terme, ΔT_{clim} , correspond au forçage climatique, constant sur tout le domaine. Dans les expériences stationnaires, ce terme reste constant pendant toute la simulation (conditions climatiques constantes) et il est nul si l'on simule l'état actuel ; dans les expériences d'évolution, ce terme varie en fonction du temps (dans le paragraphe III.4, nous utiliserons le signal de température obtenu à partir de la carotte de GRIP pour prescrire les valeurs de ΔT_{clim} à chaque pas de temps ; ΔT_{clim} variera dans cette expérience de -10° à $+3$ environ).

⇒ Ablation

La méthode utilisée pour calculer l'ablation à la surface de la calotte est celle dite des degrés-jours positifs (Reeh, 1991). Elle est décrite dans le paragraphe I.2.G.1. Cette méthode utilise les températures moyennes annuelles et celles du mois de juillet pour estimer le nombre de jours où il y a eu fonte et la masse moyenne de glace perdue par cette fonte. L'ablation est calculée à chaque pas de temps, à partir des nouvelles températures générées par l'équation (III.4).

⇒ Accumulation

L'accumulation est obtenue à chaque pas de temps en perturbant l'accumulation actuelle

(donnée par Ohmura et Reeh, 1991). Cette perturbation se base sur l'analyse des informations tirées de la carotte de GRIP, ainsi que nous le décrivons dans le paragraphe suivant.

L'analyse de l'enregistrement climatique de la carotte de GRIP (§ III.2.E) et du taux d'accumulation a permis d'établir une relation entre le signal $\delta^{18}\text{O}$ et la température en surface (équation III.2) d'une part, et entre le signal $\delta^{18}\text{O}$ et l'accumulation (équation III.3) d'autre part (§ III.2.E.3 et III.2.E.4). Une relation entre l'accumulation et la température en surface peut donc être établie : d'après ces deux relations, une variation de 1° de la température en surface entraîne une variation d'accumulation de 7,8%. Bien que cette relation ait été établie pour le site de GRIP, nous considérons qu'elle est valable pour tout le Groenland. Des études similaires sur des carottes d'environ 100 m de long forées au sud du site de GRIP donnent en effet une relation semblable entre accumulation et température en surface. De plus, on peut considérer que le Groenland a subi globalement les mêmes variations de conditions atmosphériques dans le passé sur toute sa surface. Si l'on analyse les champs d'accumulation en sortie des GCM, on constate que les rapports d'accumulation entre le présent et une époque donnée, par exemple le dernier maximum glaciaire (DMG, 21 ka BP), varient géographiquement peu sur la zone du Groenland (Ritz, communication personnelle). Ces résultats, obtenus avec plusieurs GCMs de résolutions différentes, viennent donc confirmer l'hypothèse selon laquelle l'ensemble du Groenland est globalement soumis aux mêmes variations de précipitations et d'accumulation dans le temps. Nous utilisons donc la relation établie par Dahl-Jensen et al (1993) pour calculer l'accumulation à un moment et en un endroit donné à partir de la température en surface à ce moment et à cet endroit.

L'accumulation à chaque pas de temps est calculée par le modèle selon la relation :

$$acc(t) = acc_0 \exp(0,078 (T_a(t) - T_{a0})) \min \left(1,5, \frac{\alpha(t) + 0,001}{\alpha_0 + 0,001} \right) \quad (\text{III.5})$$

où $acc(t)$ est l'accumulation au temps t ; acc_0 est l'accumulation actuelle ; le terme en exponentielle vient de l'étude citée ci-dessus (Dahl-Jensen et al, 1993), $T_a(t) - T_{a0}$ représentant l'écart entre la température moyenne annuelle au temps t et la température moyenne annuelle actuelle .

Le dernier facteur de l'équation (III.5) a été introduit afin de prendre en compte l'influence des variations de la géométrie de la surface sur l'accumulation. En effet, un changement de la pente de la surface influe sur les précipitations à cet endroit, dans la mesure où une pente importante formant une barrière pour les masses d'air reçoit plus de précipitations qu'une pente faible. α et α_0 sont les pentes de la surface au temps t et actuelle ; les valeurs 0,001 et 1,5 limitent les variations de ce dernier facteur ; dans les simulations de conditions glaciaires, ce facteur reste assez proche de 1, la pente de la surface ne variant pas beaucoup ; dans des simulations de climats plus chauds par contre, où une partie de la calotte peut disparaître, en laissant place à un lit rocheux très montagneux par endroits, la pente peut être complètement différente et ce facteur varie beaucoup plus. Dans ce dernier cas, la correction de l'accumulation en fonction de la pente permet de déplacer les zones de forte accumulation vers les endroits à forte pente.

Il est important de noter que l'enregistrement des accumulations passées tiré de la carotte de GRIP et utilisé pour établir la relation accumulation - température en surface ci-dessus, correspond à des climats plus froids que l'actuel. Mais il n'y a pas de données permettant de vérifier cette relation pour des climats plus chauds. Elle montre que l'accumulation diminue lorsque la température en surface diminue, mais on ne sait pas si l'inverse est vrai, c'est-à-dire si l'accumulation augmente, ou si elle atteint un palier, lorsque la température augmente. Il est important de garder cette remarque à l'esprit lors de simulations de climats plus chauds que l'actuel. Nous ferons dans le paragraphe III.2.C des expériences stationnaires visant à étudier la sensibilité de la calotte à la paramétrisation de l'accumulation sous des climats plus chauds.

III.3.C Expériences stationnaires

III.3.C.1 Principe et limitations

Les expériences stationnaires sont réalisées en imposant au modèle des conditions climatiques, (températures en surface) constantes pendant toute la durée de la simulation. Le modèle tourne ensuite sous ces conditions, jusqu'à ce que les variables caractéristiques de la calotte de glace n'évoluent plus. La variable la plus longue à stabiliser sous des conditions

données est le champ de température dans la glace. En particulier la température à la base de la calotte répond à un changement de température en surface après plus de 10 000 ans. En pratique, des expériences de 50 000 ans permettent d'obtenir une calotte stable (nous ne prenons pas en compte la propagation de la chaleur dans le socle, qui nécessiterait des expériences beaucoup plus longues).

Ces expériences autorisent deux types d'études :

- d'une part, tester la sensibilité du modèle à certains paramètres mal connus, comme le paramètre de la loi de déformation ou le flux géothermique à la base de la calotte. En réalisant plusieurs expériences, en changeant à chaque fois la valeur d'un paramètre et en comparant les résultats, il est possible d'étudier l'influence de ce paramètre sur la géométrie de la calotte ; ceci permet également d'évaluer à quel point une bonne connaissance de ce paramètre est nécessaire pour la modélisation.
- d'autre part, étudier la réponse de la calotte à des changements climatiques, en simulant des climats plus chauds ou plus froids que l'actuel. Ceci se fait par l'intermédiaire des températures en surface (terme Δt_{clim} de l'équation III.4), qui subissent un refroidissement ou un réchauffement constant pendant toute la simulation.

Il faut cependant noter que les expériences ci-dessus, visant à étudier la configuration de la calotte sous des conditions climatiques données, ne peuvent conduire à des résultats réalistes car la calotte n'est pas en réalité en état stationnaire. En effet, elle évolue encore en réponse à la dernière transition glaciaire-interglaciaire, survenue entre 20 et 10 ka BP. La calotte garde donc "en mémoire" ses configurations passées. En particulier, la calotte actuelle est plus froide - et par conséquent plus épaisse, dans la mesure où l'écoulement est réduit lorsque la température baisse (couplage thermo-mécanique) - qu'elle ne serait si elle n'avait pas subi la dernière période glaciaire.

Ces expériences donnent donc des indications quant à la réponse de la calotte sous des climats plus chauds ou plus froids que l'actuel mais ne peuvent en aucun cas refléter la configuration réelle de la calotte sous ces climats.

III.3.C.2 Conditions climatiques actuelles : sensibilité aux paramètres mal connus

La simulation de l'état actuel permet d'évaluer à quel point le modèle d'écoulement est capable de reproduire la configuration actuelle observée de la calotte - tout en gardant à l'esprit que l'état actuel n'est pas stationnaire et que donc la comparaison des résultats de la simulation de l'état stationnaire actuel et de la calotte actuelle observée n'est pas totalement significative.

Certains paramètres du modèle sont mal connus. Nous étudions dans ce travail deux paramètres : sf , qui intervient dans la loi de déformation de la glace reliant les tenseurs des contraintes et des vitesses de déformation (loi de Glen, voir équation I.9), et G_{hf} , le flux de chaleur géothermique à la base de la calotte.

La valeur du flux géothermique, difficilement mesurable, est mal connue. Lee (1970) donne une valeur de 42 mW.m^{-2} pour le bouclier précambrien ; cette valeur est cependant un minimum dans la mesure où tous les autres types de croûte continentale ont un flux géothermique supérieur. Nous testons ici deux valeurs de G_{hf} , 42 et 50 mW.m^{-2} .

Les variations du flux géothermique G_{hf} ont une influence sur la température à la base de la calotte et, par conséquent, sur la déformation de la glace à la base. Une hausse de la déformation entraînant un écoulement plus fort, on peut s'attendre à ce qu'une augmentation de G_{hf} entraîne une baisse de l'altitude moyenne de la calotte, et une plus grande surface couverte par celle-ci. Mais cette baisse peut être compensée par le fait qu'une surface plus basse est plus chaude : elle reçoit plus de précipitations, selon l'équation III.5.

Les essais en laboratoire donnent une valeur de 1 pour sf . Cependant, Dahl-Jensen et Gundestrup (1987) trouvent une valeur de sf proche de 3 en mesurant l'inclinaison du trou de forage à Dye3 (pour de la glace de la dernière glaciation). Nous testons ces deux valeurs de sf dans le modèle.

Les variations de sf influent sur la loi de déformation et donc sur les vitesses d'écoulement de la glace. Une augmentation de sf doit entraîner une calotte de glace plus étendue et moins épaisse. Mais dans ce cas également, plusieurs rétroactions peuvent modifier la réponse de la

calotte. Les températures à la base d'une calotte moins épaisse étant plus froides, les vitesses à la base s'en trouvent réduites. Par ailleurs, une baisse de l'altitude moyenne de la surface entraîne une baisse de la pente de cette surface, ce qui diminue les vitesses de déformation.

Toutes ces rétroactions rendent à priori difficile l'estimation de la sensibilité du modèle aux valeurs de ces paramètres. Nous testons la sensibilité du modèle à ces deux paramètres en faisant plusieurs expériences, avec des valeurs différentes pour chacun d'eux, et nous essayons d'obtenir le jeu de paramètres permettant d'approcher le mieux possible la configuration actuelle de la calotte.

La procédure consiste à faire "tourner" le modèle pendant 50 000 ans avec trois jeux de valeurs différents. La réponse du modèle est analysée en observant plusieurs variables caractéristiques. Ces variables sont le nombre de points englacés n_p (représentatif de l'extension en surface de la calotte), le volume de glace, l'épaisseur maximale H_{max} et l'épaisseur moyenne H_{moyen} de la calotte, et la température moyenne à la base de la glace T_b . Ces expériences ainsi que les résultats obtenus sont résumés dans le tableau III.1. Nous présentons également dans ce tableau les valeurs observées sur la calotte actuelle, dans la mesure où elles sont disponibles (il est évidemment impossible de connaître la température moyenne à la base de la calotte actuelle).

Numéro	sf	Ghf (mW.m ⁻²)	np	H _{max} (m)	H _{moyen} (m)	T _b (°C)	Volume (x10 ¹⁵ m ³)
Observé			1105	3003	1707		3,02
1	1	42	1109	3500	2015	-3,05	3,58
2	1	50	1111	3490	2003	-2,38	3,56
3	3	42	1114	3104	1739	-3,35	3,10

Tableau III.1 : tests de sensibilité du modèle à différentes valeurs du flux géothermique Ghf et du paramètre de la loi de déformation sf.

Ces valeurs sont également présentées sous forme graphique sur la figure III.16.

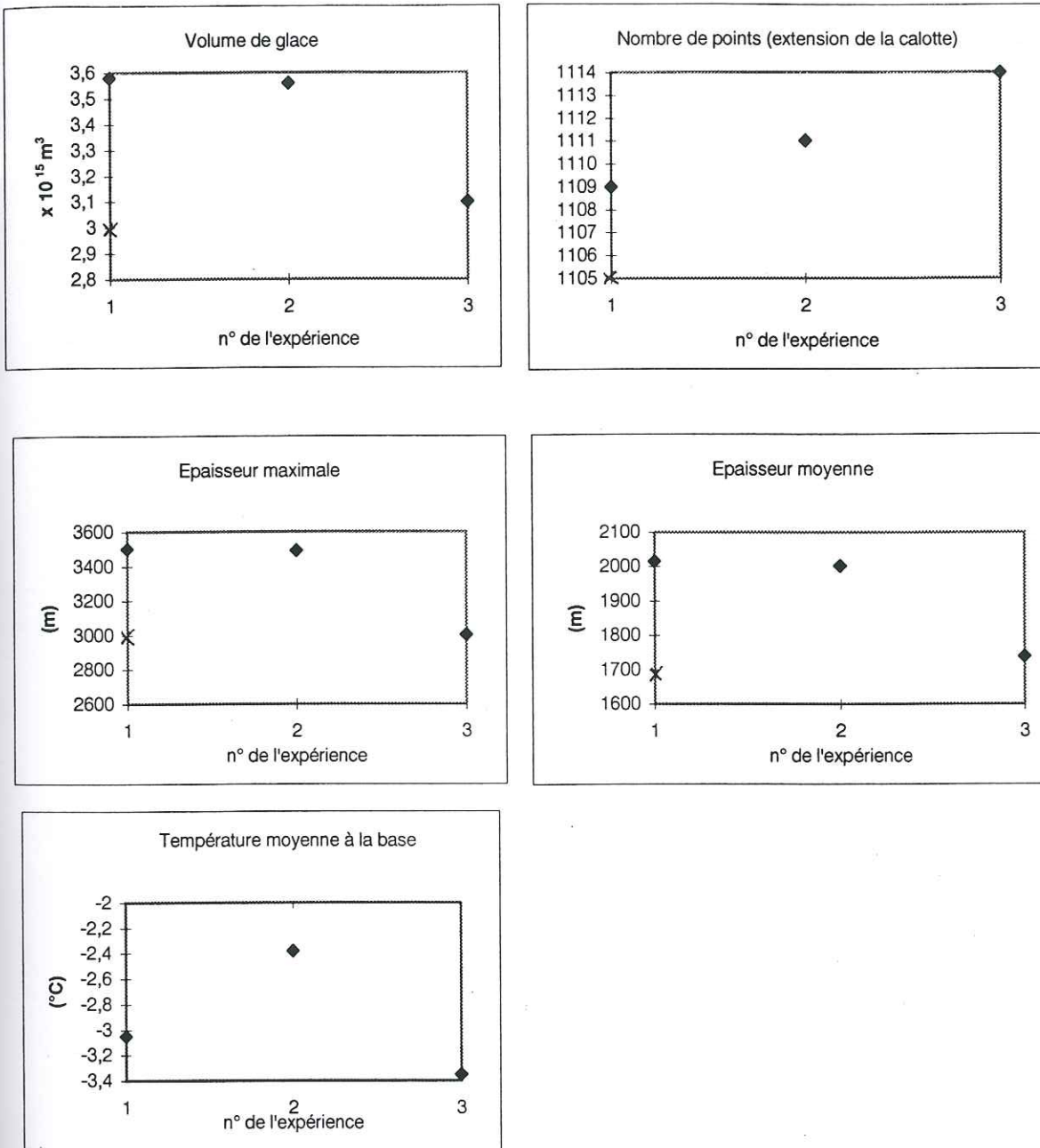


figure III.16 : tests de sensibilité du modèle à différentes valeurs du flux géothermique G_{hf} et du paramètre de la loi de déformation sf .

Expérience 1 : $sf=1$, $G_{hf}=42\text{mW/m}^2$

Expérience 2 : $sf=1$, $G_{hf}=50\text{mW/m}^2$

Expérience 3 : $sf=3$, $G_{hf}=42\text{mW/m}^2$

La croix (x) représente la valeur actuelle observée.

En comparant les résultats des expériences 1 et 2, on constate que l'augmentation de Ghf entraîne essentiellement un réchauffement à base de la calotte - résultat attendu - mais peu de variations dans les autres valeurs. L'épaisseur moyenne diminue légèrement, et la calotte s'étend de deux points, soit 1600 km².

La comparaison des résultats des expériences 1 et 3 montre des variations plus importantes. Avec $sf=3$, la calotte est plus basse en moyenne de 280 m, et le dôme est plus bas de pratiquement 400 m. Le volume de glace diminue sensiblement et la calotte est plus froide à la base, du fait de son épaisseur moindre.

Le modèle est donc plus sensible aux variations du paramètre de la loi de déformation qu'à celles du flux géothermique, tout au moins dans les gammes de valeurs considérées.

Si l'on compare les résultats de ces trois expériences avec les valeurs observées sur la calotte actuelle, on constate que c'est **l'expérience n° 3 qui se rapproche le plus de l'état actuel**. Nous décidons donc de garder les valeurs de Ghf et sf de cette expérience pour les expériences réalisées ultérieurement avec le modèle. La carte de la calotte issue de cette expérience est présentée sur la figure III.17. Lorsqu'on compare cette carte avec la carte de la calotte actuelle (figure III.18), on peut faire plusieurs observations :

- la forme générale de la calotte est bien reproduite, avec deux dômes au centre et au sud, le premier étant le plus haut ;
- la calotte "simulée" s'étend trop au nord, pas assez à l'ouest ; la pointe au nord est retrouvée dans les simulations réalisées avec d'autres modèles, elle pourrait résulter du fait que l'échelle du modèle (40 km) est trop grande pour bien prendre en compte les phénomènes dominants près du bord de la calotte ; l'ablation par exemple est probablement sous-estimée près du bord ;
- la calotte simulée est légèrement plus épaisse que la calotte actuelle observée ; le volume de la calotte simulée est également plus élevé que le volume de glace actuel, à cause d'une pente moyenne plus forte près des bords (les régions au-dessus de 1 000 m ont donc une superficie plus grande).

L'état de la calotte représentée sur la figure III.17 va servir d'état initial pour toutes les expériences stationnaires suivantes.

figure III.17 : carte de l'état stationnaire obtenu avec le modèle sous les conditions climatiques actuelles (résultat de l'expérience n° 3). Les chiffres représentent l'altitude de la glace en km.

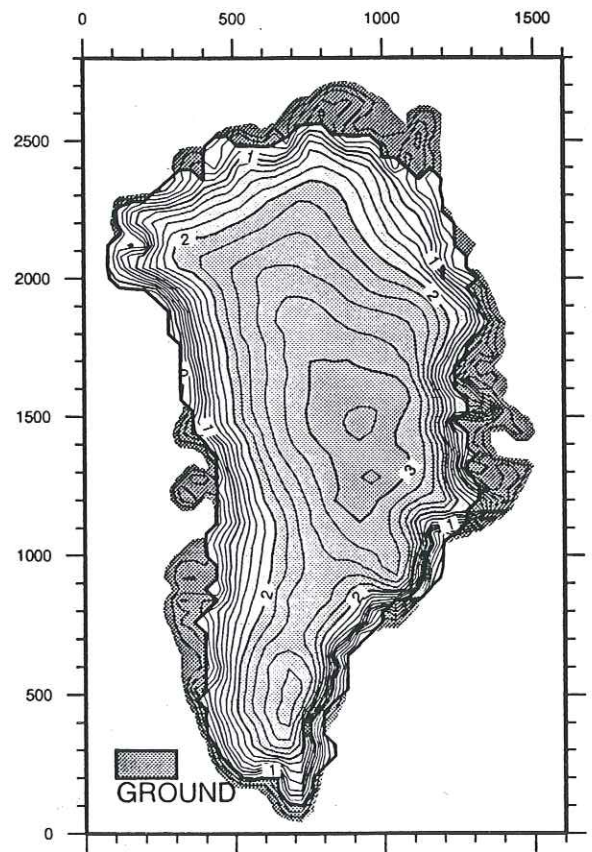
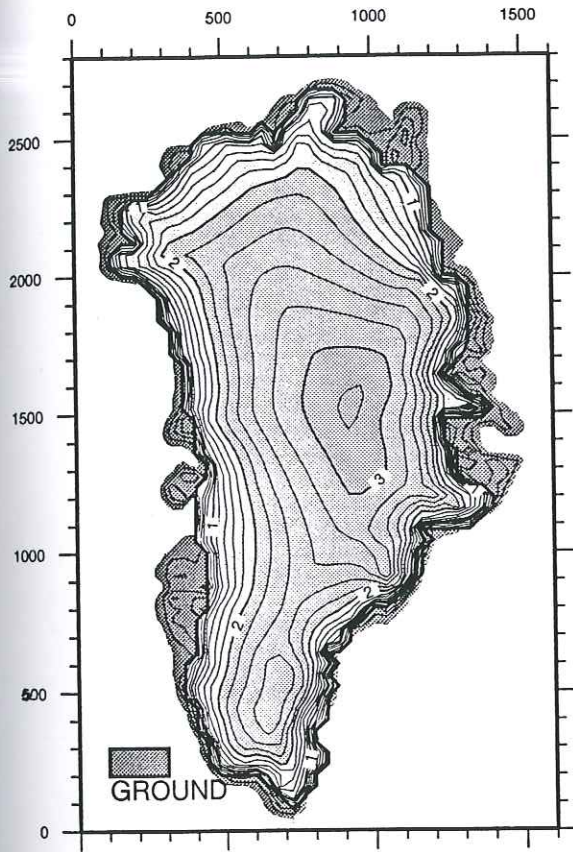


figure III.18 : carte de la calotte du Groenland actuelle.

D'autres études de sensibilité ont été conduites plus récemment avec ce même modèle (Ritz et al, 1996). Deux paramètres supplémentaires y sont étudiés : le coefficient de glissement, et les coefficients de fonte de la neige et de la glace intervenant dans le calcul de l'ablation (voir chapitre I, §I.2.G.1).

Le coefficient de glissement à la base de la calotte est mal connu ; dans cette étude, nous supposons un glissement nul, en considérant que si glissement il y a, il ne peut se produire que dans les zones où la base est au point de fusion, soit sur les bords de la calotte, et qu'il ne doit pas beaucoup affecter la forme générale de celle-ci. Ritz et al (1996) montrent que la prise en compte du glissement à la base de la calotte influe bien sur la géométrie des bords de celle-ci, mais à faible échelle : la fonte de la glace sur les bords par ablation vient en effet compenser l'augmentation de la surface de la calotte due au glissement. Le modèle est beaucoup moins sensible au glissement qu'aux variations de sf , qui entraînent une diminution beaucoup plus importante du volume de glace. La figure III.19 illustre les résultats de ces tests de sensibilité.

En ce qui concerne les coefficients de fonte de la neige et de la glace, Braithwaite (1995) suggère des valeurs plus importantes que celles utilisées dans cette étude. De plus, l'ablation est systématiquement sous-estimée dans le modèle, car notre maille de 40 x 40 km ne permet pas de prendre en compte l'augmentation rapide de l'ablation lorsqu'on se rapproche du bord. Ritz et al (1996) montrent que l'augmentation des taux de fonte de la neige et de la glace influe fortement sur la position des bords de la calotte et peu sur l'altitude dans les régions centrales.

III.3.C.3 Conditions glaciaires

Nous avons tout d'abord simulé la réponse de la calotte sous des conditions glaciaires. Les modifications imposées au modèle sont les suivantes :

- un refroidissement de 10° est imposé aux températures en surface (écart par rapport à la température moyenne actuelle estimé d'après les informations tirées de la carotte de GRIP pour le dernier maximum glaciaire, soit environ 21 ka BP) ;
- l'accumulation est modifiée par le biais des températures (équation III.5) ;
- le niveau des mers est fixé à 105 mètres plus bas que le niveau actuel (d'après Peltier, 1994),

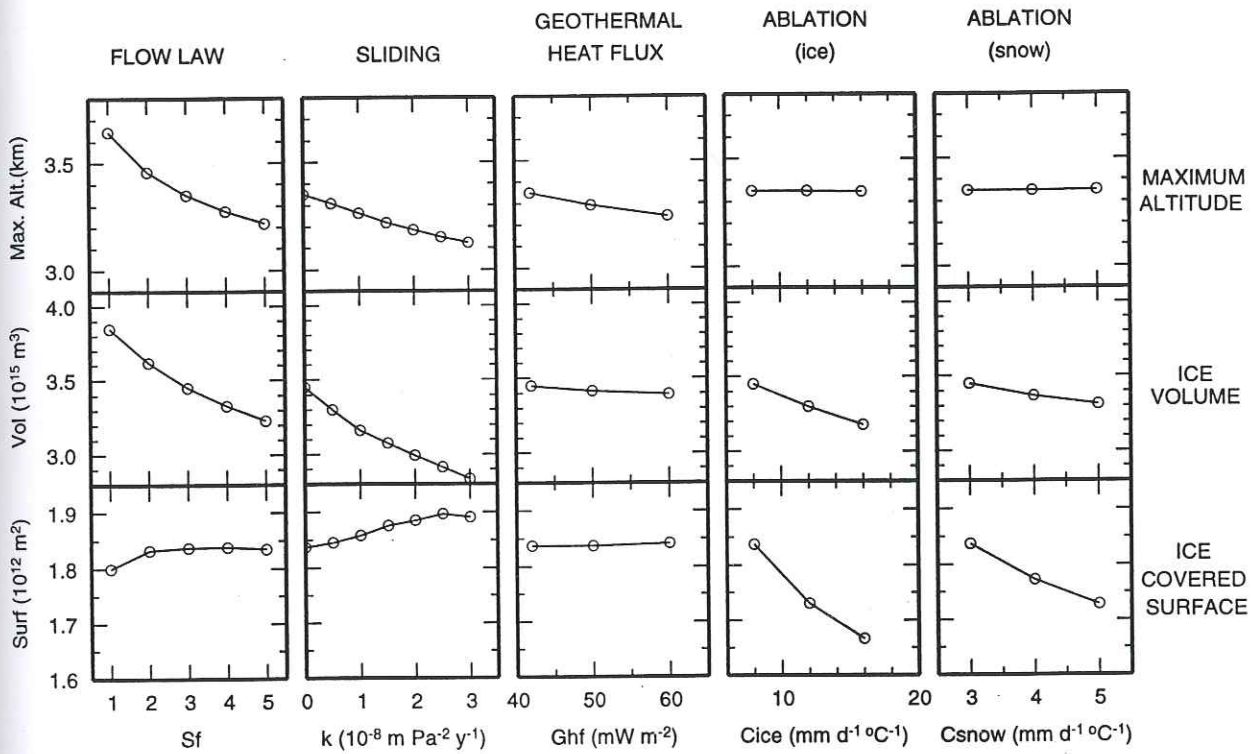


figure III.19 : expériences stationnaires de sensibilité du modèle à différentes valeurs du paramètre de la loi de déformation (df), du coefficient de la loi de glissement (k), des coefficients C_{ice} et C_{snow} du calcul de l'ablation. Trois variables sont représentées : l'altitude maximale de la calotte (Max. alt), le volume total de glace (vol) et la surface couverte par la glace (Surf). (Ritz et al, 1996).

plus d'eau étant contenue dans les calottes en période glaciaire.

La carte de la calotte obtenue après une simulation de 50 000 ans en partant de l'état initial décrit ci-dessus est présenté sur la figure III.20a. Les résultats principaux sont les suivants :

- l'ablation est presque nulle (à cause des températures en surface beaucoup plus froides) ;
- la calotte est beaucoup plus étendue qu'aujourd'hui, et atteint la côte presque partout. Le niveau des mers plus bas permet à la calotte de s'étendre plus (dans le modèle, la calotte n'a pas la possibilité de flotter ; dès qu'elle atteint la côte délimitée par le niveau des mers, la glace ne fait plus partie de la calotte) ;
- le dôme de la calotte est plus bas dans cette expérience que sous les conditions climatiques actuelles ; ceci est dû au fait que l'accumulation, telle qu'elle est paramétrisée dans l'équation III.5, est moins élevée lorsque la température en surface baisse.

Nous avons également simulé un refroidissement de $4,5^{\circ}\text{C}$ par rapport aux températures actuelles. Cette expérience a été réalisée dans le but de fournir un état initial pour l'expérience d'évolution que nous ferons dans le paragraphe III.3.D. En effet, le début de cette expérience se situera à 250 ka BP, et l'enregistrement en température de GRIP donne une température plus froide que l'actuelle de $4,5^{\circ}\text{C}$ à cette époque. Les résultats de cette simulation sont présentés sur la figure III.20b. Le forçage en température étant intermédiaire entre les conditions glaciaires et les conditions actuelles, la calotte présente un aspect également intermédiaire entre ceux des figures III.17 et III.20a. Nous n'avons pas réalisé de simulations pour un refroidissement de 20°C , les résultats de Cuffey et al (1995) n'étant pas encore connus au moment de ce travail.

Les valeurs des variables caractéristiques de la calotte pour toutes les expériences stationnaires de forçage climatique sont données dans le tableau III.2, et sont présentées sous forme graphique sur la figure III.21. Les valeurs obtenues dans l'expérience de référence n°3 pour l'état actuel sont reportées à chaque fois.

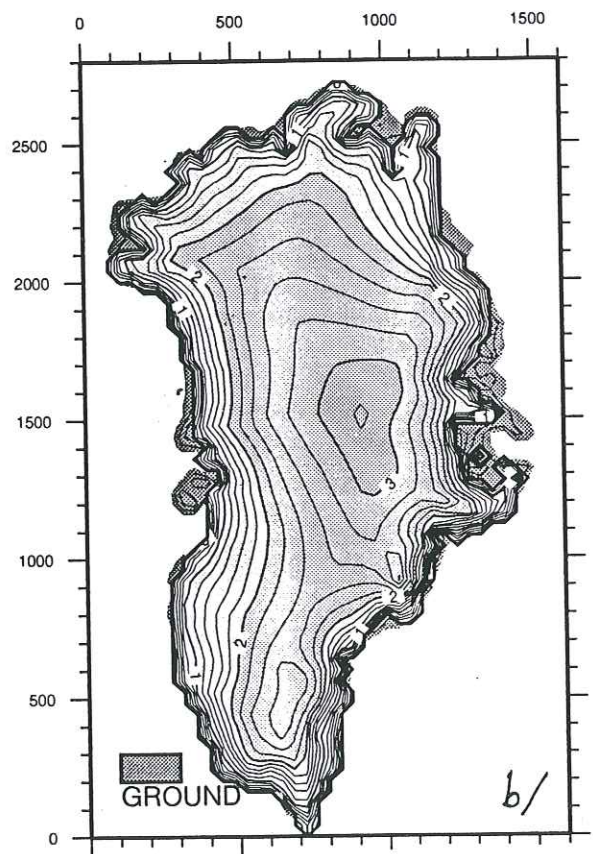
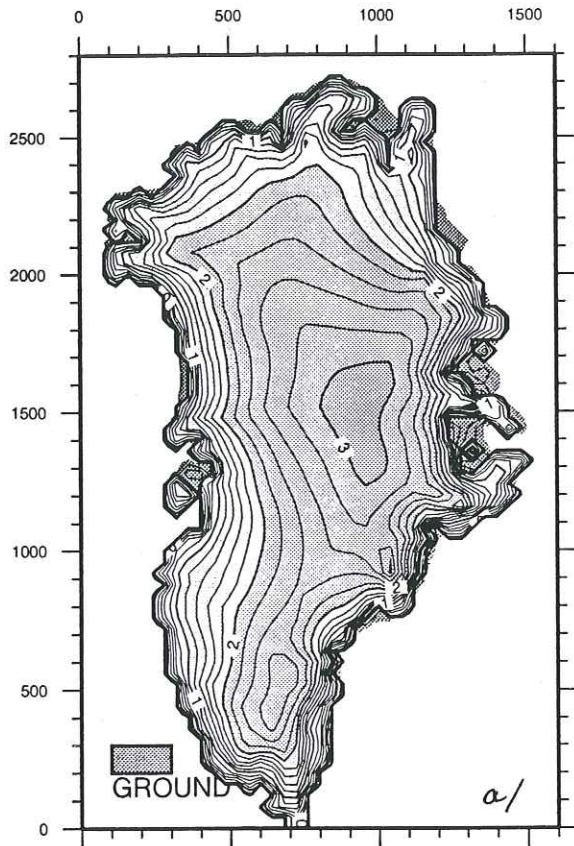


figure III.20 : cartes de l'état stationnaire obtenu avec le modèle en appliquant un forçage climatique :
a/ $\Delta T = -10\text{ }^{\circ}\text{C}$
b/ $\Delta T = -4.5\text{ }^{\circ}\text{C}$

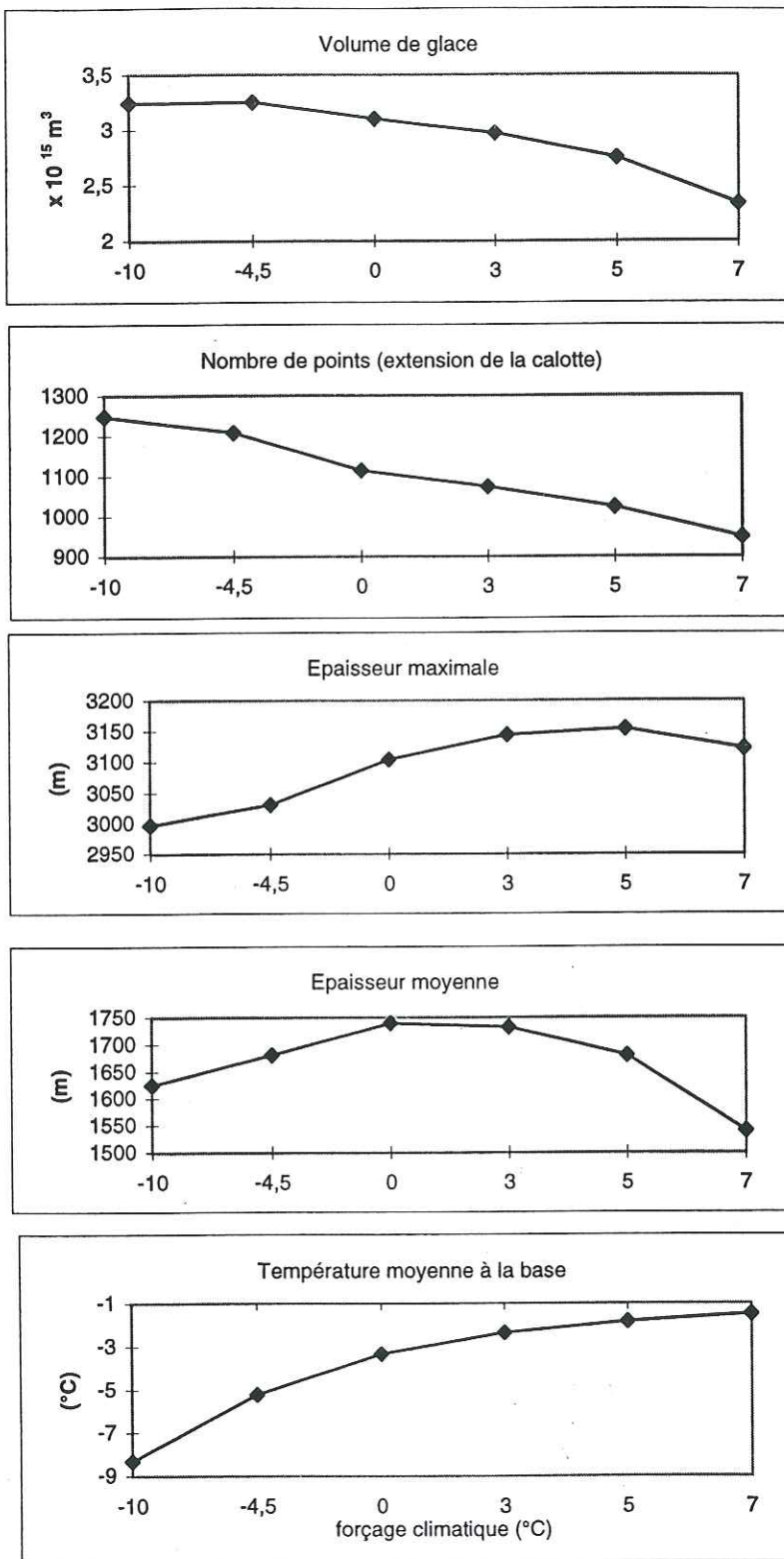


figure III.21 : sensibilité de différentes variables du modèle à un forçage climatique ; l'accumulation est paramétrisée suivant l'équation (III.5) (elle augmente avec la température). (expériences stationnaires de 50 000 ans). $\Delta T = -10^\circ, -4.5^\circ, 0^\circ, +3^\circ, +5^\circ, +7^\circ$.

Numéro	ΔT (°C)	np	H_{\max} (m)	H_{moyen} (m)	T_b (°C)	Volume ($\times 10^{15} \text{m}^3$)
4	-10	1248	2997	1625	-8,32	3,24
5	-4.5	1208	3031	1681	-5,23	3,25
3	0	1114	3104	1739	-3,35	3,10
6	+3	1073	3144	1732	-2,36	2,97
7	+5	1023	3154	1680	-1,84	2,75
8	+7	948	3122	1540	-1,50	2,33

Tableau III.2 : Valeurs des variables caractéristiques de la calotte obtenues pour différents forçages climatiques ΔT . L'accumulation est paramétrisée suivant l'équation III.4.

III.3.C.4 Conditions plus chaudes : sensibilité du modèle à la paramétrisation de l'accumulation

Nous avons ensuite effectué plusieurs simulations correspondant à des réchauffements climatiques. La calotte de départ dans ces simulations est toujours celle obtenue en simulant l'état actuel (expérience n°3, figure III.17). Des forçages climatiques de +3°C, +5°C et +7°C ont été appliqués aux températures en surface, toujours pendant 50 000 ans. Les cartes des calottes obtenues dans chaque cas sont présentées sur les figures III.22a, b et c, et les valeurs des variables caractéristiques sont données dans le tableau III.2 et sur la figure III.21.

Ces résultats montrent que la calotte est assez peu sensible à un réchauffement de 3°C. La carte obtenue est proche de celle de l'état actuel simulé. En revanche, dès que l'on impose un réchauffement de 5°C, puis de 7°C, on observe un retrait important de la calotte. Ce retrait s'effectue surtout dans le nord et le sud-ouest de l'île, alors que la position des bords de la calotte à l'est et à l'ouest ne change que très peu. L'accumulation étant calculée dans chaque expérience à partir de l'accumulation actuelle, sa forme générale ne change pas si la géométrie de la calotte ne change pas radicalement, ce qui est le cas ici. On retrouve donc au nord du Groenland une zone de faibles précipitations, ce qui explique le retrait de la calotte plus rapide dans cette région.

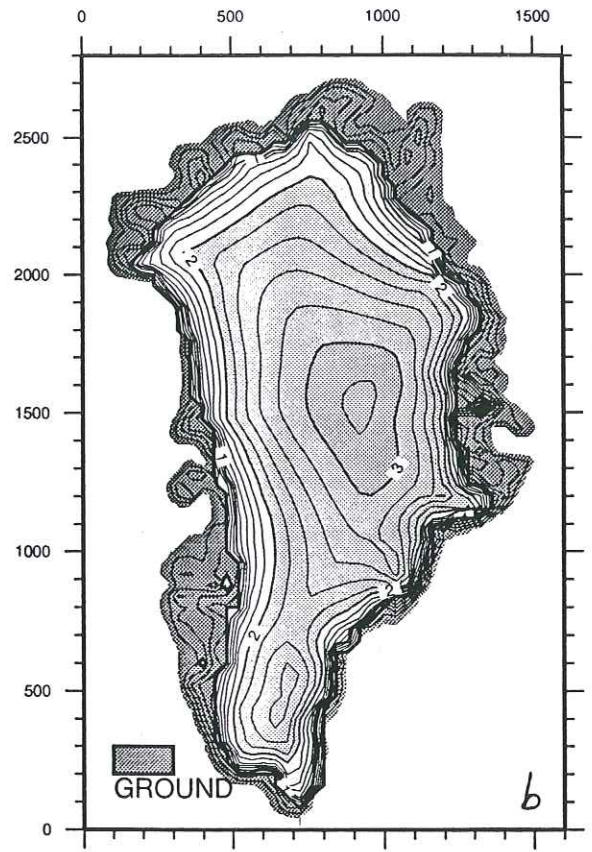
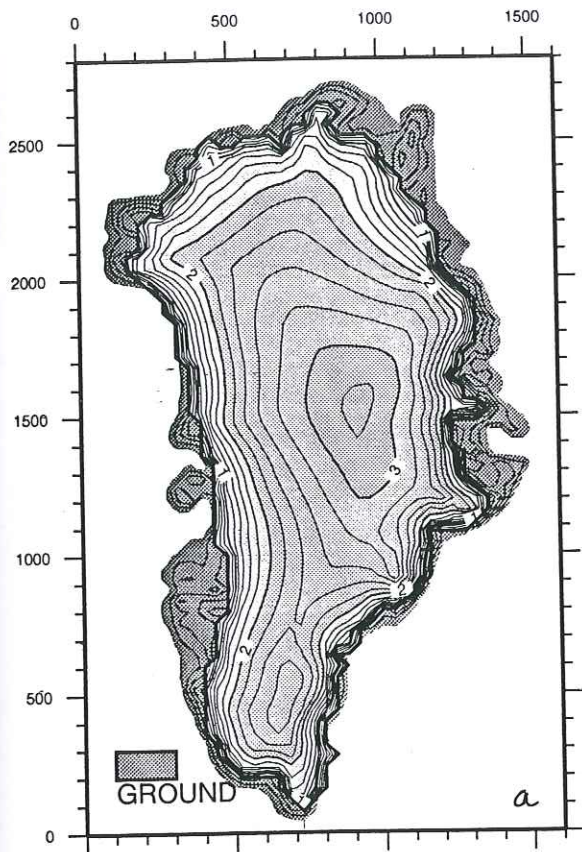
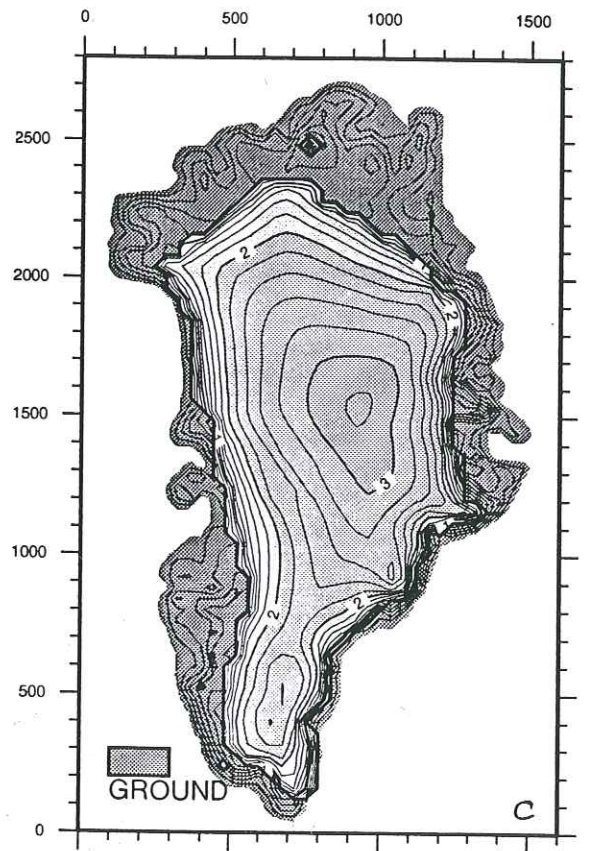


figure III.22 : cartes de l'état stationnaire obtenu avec le modèle en appliquant un forçage climatique : a/ $\Delta T = +3\text{ }^\circ\text{C}$
b/ $\Delta T = +5\text{ }^\circ\text{C}$
c/ $\Delta T = +7\text{ }^\circ\text{C}$
L'accumulation est paramétrisée selon l'équation (III.5).



Au sud-ouest de la calotte, si l'on se réfère à la carte du socle rocheux du Groenland (figure III.3), on constate que l'altitude du socle est assez faible dans cette zone. Ceci implique des températures en surface assez élevées, et par conséquent une ablation plus importante. Les régions où l'altitude du socle est basse sont entraînées dans la rétroaction augmentation de l'ablation - baisse de l'altitude de la surface ; dans les régions où le socle est plus élevé, soit approximativement une ligne nord-sud à l'est de l'île, cette rétroaction est bloquée et la glace reste présente même avec un réchauffement de 7°C.

Ces résultats montrent qu'un réchauffement drastique est nécessaire pour provoquer un retrait significatif de la calotte. Ceci va à l'encontre des résultats obtenus dans d'autres travaux (Huybrechts et al, 1991 ; Letréguilly et al, 1991 par exemple), dans lesquels un faible réchauffement (inférieur à 5°C) suffit à faire fondre une grande partie de la calotte. Ceci est expliqué par la paramétrisation de l'accumulation que nous utilisons. Lorsque la calotte commence à réagir au réchauffement qui lui est imposé, l'ablation à sa surface augmente, ce qui a pour effet de diminuer l'altitude de celle-ci ; cette baisse entraîne une élévation des températures en surface ; l'ablation augmente en conséquence, ce qui engendre une rétroaction positive (amplification du phénomène) si rien ne vient contrebalancer le processus. Or, dans notre cas, lorsque la température en surface augmente, l'ablation augmente, mais l'accumulation augmente également (équation III.5). Si l'ablation est plus forte que l'accumulation, l'altitude de la surface décroît, et inversement. Pour un réchauffement de 3°C, la hausse de l'ablation est presque entièrement compensée par celle de l'accumulation, et la configuration de la calotte varie très peu.

Dans les travaux cités ci-dessus, l'accumulation reste constante lorsque la température en surface augmente. Dans ce cas, la rétroaction positive de l'altitude de la surface et de l'ablation entraîne alors un retrait très rapide de la calotte.

Afin de mettre en évidence l'importance de la paramétrisation de l'accumulation, nous avons réalisé une autre série d'expériences dans lesquelles l'accumulation ne peut augmenter au-delà de sa valeur actuelle lorsque la température augmente. Dans ces expériences, l'accumulation est donnée par :

$$acc(t) = \min \left(acc_0, acc_0 \exp(0,078 (T_a(t) - T_{a0})) \min \left(1.5, \frac{\alpha(t) + 0.001}{\alpha_0 + 0,001} \right) \right) \quad (III.6)$$

Les expériences sont réalisées sous les conditions actuelles et pour des réchauffements de 3 et 5°C.

Les figures III.23a et b (réchauffements respectifs de 3 et 5°C) montrent que la calotte est beaucoup plus sensible à une hausse des températures en surface dans ce cas. Un réchauffement de 3°C suffit à séparer la calotte en deux parties (alors qu'un réchauffement de 7°C dans les expériences précédentes n'y parvenait pas) ; l'écoulement de glace n'est plus assez important pour maintenir la connexion entre les deux dômes. Un réchauffement de 5°C fait pratiquement disparaître la calotte. Il subsiste seulement de minuscules calottes aux endroits où l'altitude du socle est la plus élevée. La décroissance de la calotte n'est pas proportionnelle au réchauffement imposé ; en effet, entre l'état actuel et l'état obtenu avec un forçage de 3°C, le volume de glace diminue d'environ 22% ; entre les expériences 9 et 10, le volume de glace (tableau III.3) est diminué de 98%. La rétroaction entre l'ablation et l'altitude de la surface est de plus en plus forte au fur et à mesure que la calotte décroît. La figure III.24 présente les résultats obtenus avec cette paramétrisation sous forme graphique.

La dernière expérience réalisée (n°10) entraîne la déglaciation presque complète de la calotte glaciaire. Il est intéressant d'étudier à quelle vitesse se produit cette déglaciation, ou encore en combien de temps la calotte disparaît sous des conditions climatiques données (ici le réchauffement de +5°C et l'accumulation constante et égale aux valeurs actuelles, d'après l'équation III.6). La figure III.25 présente l'évolution du volume de glace, du nombre de points englacés et de l'épaisseur moyenne de glace pendant l'expérience. On constate qu'au bout de 12 000 ans environ, la calotte a atteint son état d'équilibre ; la déglaciation se produit donc rapidement sous de telles conditions climatiques.

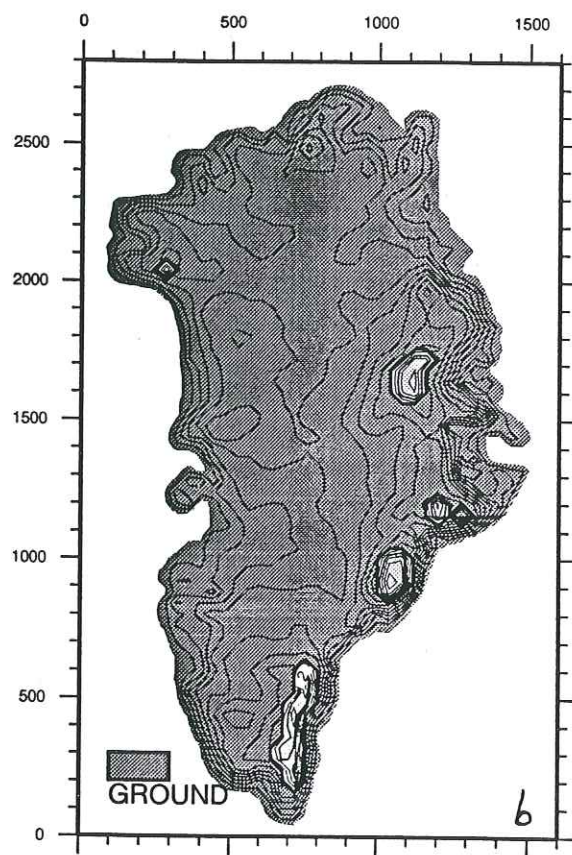
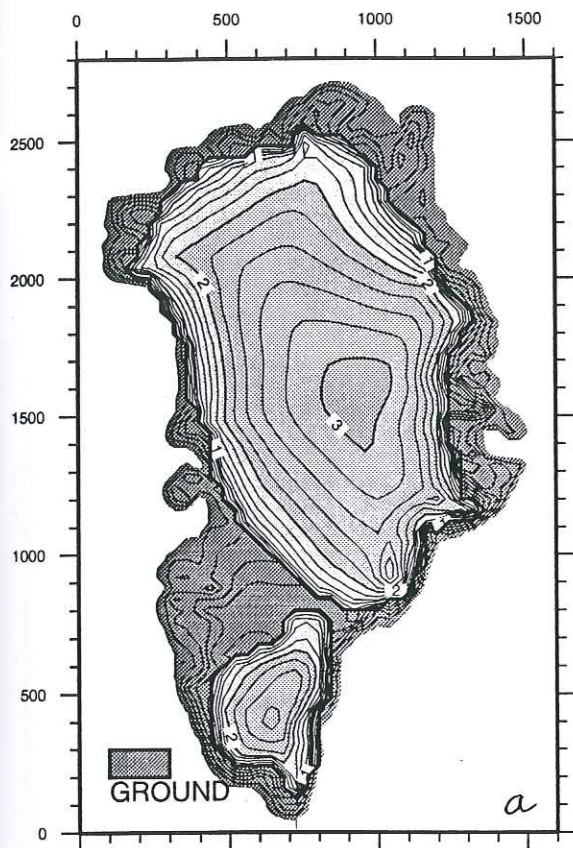


figure III.23 : cartes de l'état stationnaire obtenu avec le modèle en appliquant un forçage climatique : a/ $\Delta T = +3 \text{ }^\circ\text{C}$
b/ $\Delta T = +5 \text{ }^\circ\text{C}$
L'accumulation est paramétrisée selon l'équation (III.6).

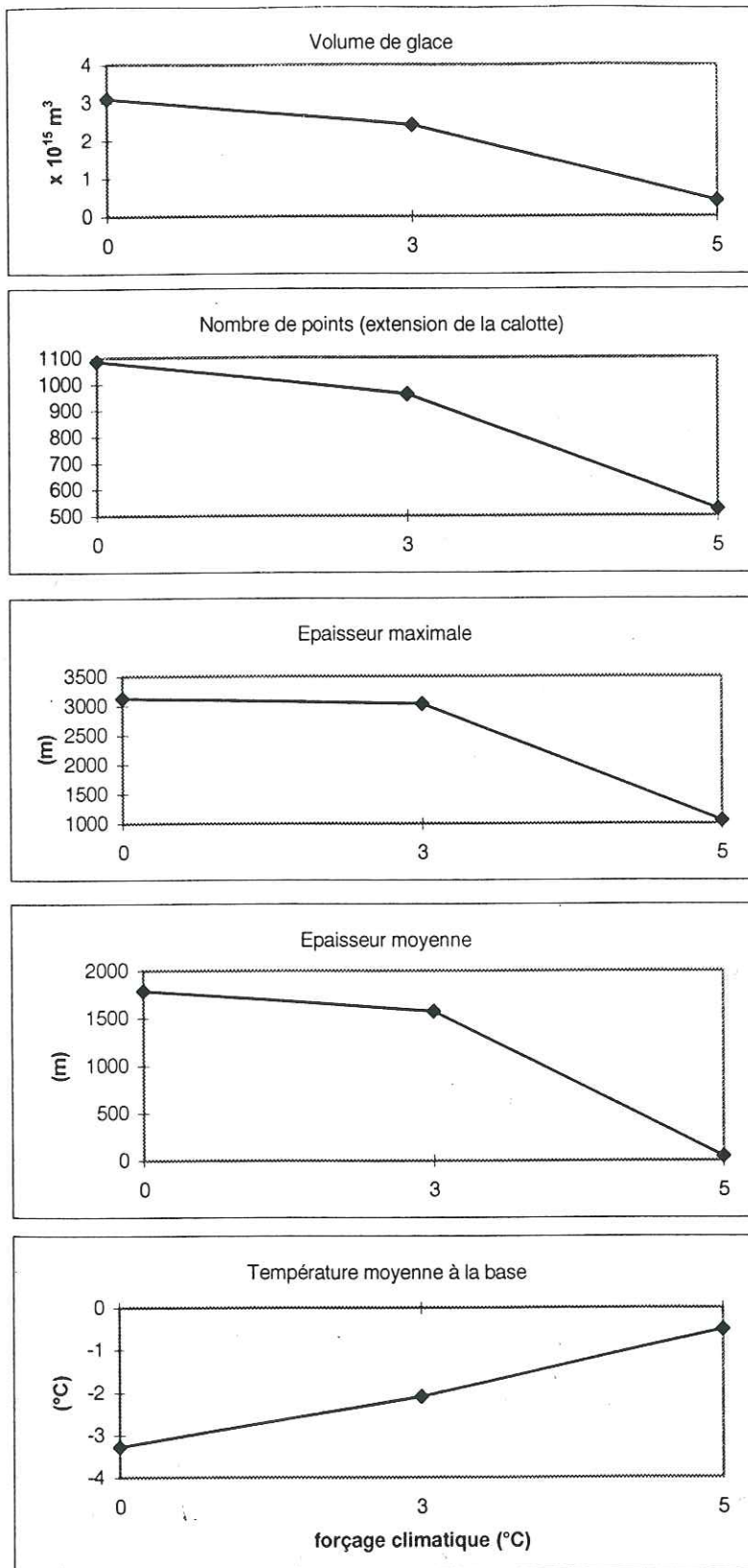


figure III.24 : sensibilité de différentes variables du modèle à un forçage climatique ; l'accumulation est paramétrisée suivant l'équation (III.6) (elle atteint un palier lorsque la température augmente); expériences stationnaires de 50 000 ans. $\Delta T = 0^\circ \text{C}, +3^\circ \text{C}, +5^\circ \text{C}$.

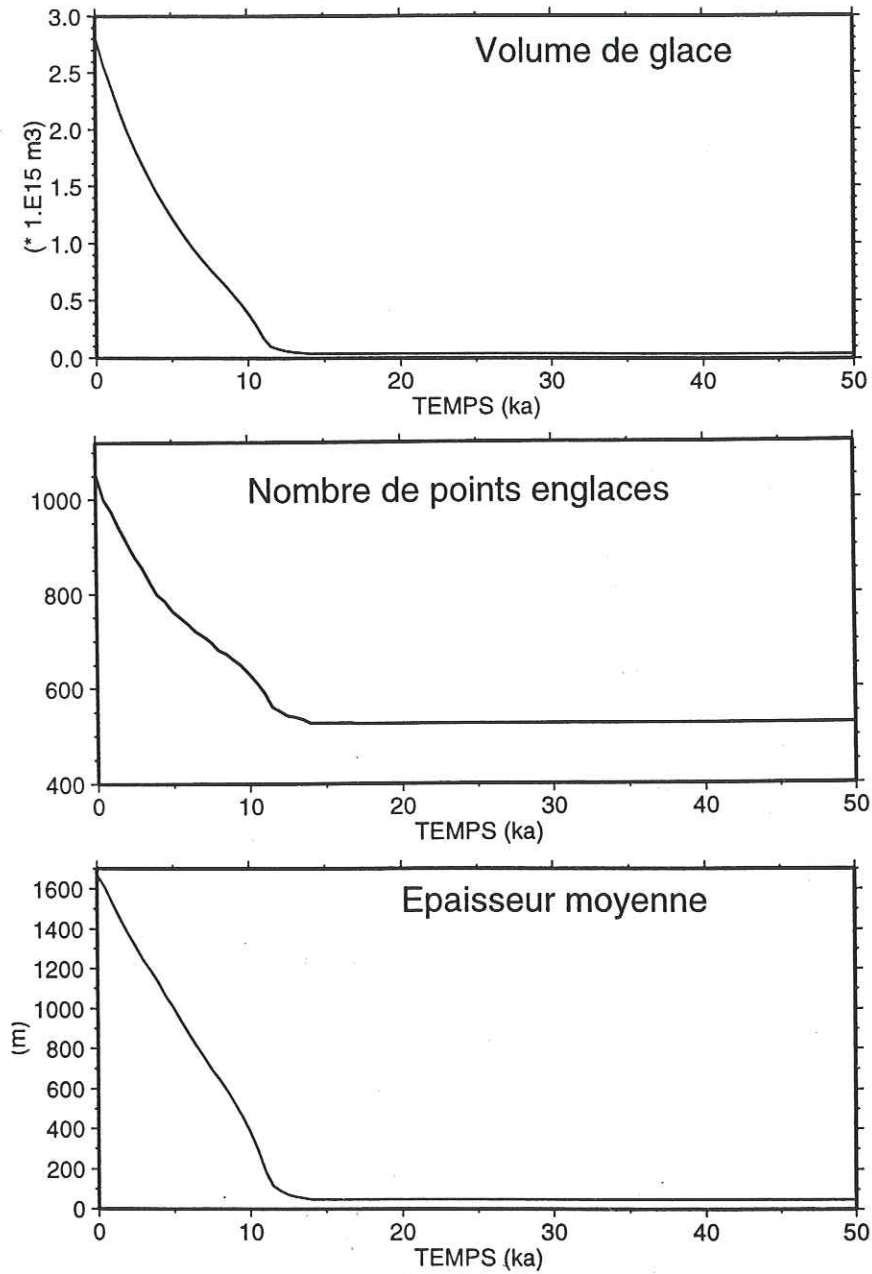


figure III.25 : évolution temporelle de trois variables caractéristiques de la calotte au cours de l'expérience stationnaire (n°10) de réchauffement de +5°C (accumulation paramétrisée selon l'équation (III.6)).

Numéro	ΔT (°C)	np	H_{\max} (m)	H_{moyen} (m)	T_b (°C)	Volume ($\times 10^{15} \text{m}^3$)
9	+3	860	3032	1750	-2,34	2,41
10	+5	33	54	759	-7,23	0,04

Tableau III.3 : Valeurs des variables caractéristiques de la calotte obtenues pour différents forçages climatiques ΔT . L'accumulation est paramétrisée suivant l'équation III.5.

Ces expériences montrent que le modèle est très sensible à la paramétrisation de l'accumulation utilisée. Il est difficile de savoir dans quelle mesure l'accumulation augmente avec la température ; les carottes de glace ne peuvent pas fournir d'informations sur les variations d'accumulation pendant des périodes plus chaudes, puisqu'elles ne gardent la trace que des périodes plus froides que l'actuel. Il semble a priori plus réaliste de considérer que l'accumulation augmente avec la température, dans la mesure où de l'air plus chaud contient plus de vapeur d'eau et donc de précipitations potentielles. Mais la relation entre températures et précipitations n'est certainement pas aussi simple que celle utilisée dans l'équation III.5.

Ces expériences stationnaires montrent que le modèle est relativement peu sensible à des variations de paramètres influant sur l'écoulement de la glace proprement dit (sf et Ghf), mais qu'il est par contre très sensible à la variation des conditions en surface. Selon que l'on choisit l'une ou l'autre des paramétrisations ci-dessus pour l'accumulation, un même réchauffement peut aboutir à assez peu de changement par rapport à la calotte initiale, ou à une disparition presque complète de cette calotte.

III.3.D Expérience d'évolution

III.3.D.1 Forçage climatique

Dans les expériences d'évolution, les conditions climatiques en surface ne sont plus constantes pendant la simulation, mais varient avec le temps. Dans notre cas, le forçage

climatique est fait par l'intermédiaire de la température en surface, prescrite en fonction du temps, et l'accumulation et l'ablation sont calculées à partir de cette température en surface. Le signal de température que nous utilisons a été tiré de la carotte de glace de GRIP, à partir du signal isotopique en $\delta^{18}\text{O}$, en utilisant une fonction de transfert (voir paragraphe III.1.E.3, équation III.2). Deux remarques nous paraissent importantes concernant le forçage climatique :

- le signal de température de la carotte de GRIP est le résultat des variations climatiques sur le site de GRIP, mais n'est pas un enregistrement direct et complet du climat. Pour pouvoir utiliser ce signal comme forçage climatique dans notre modèle, pour toute la calotte, nous supposons donc que les conditions climatiques ont été les mêmes sur le site de GRIP et sur toute la calotte pendant la période étudiée.

- le site de GRIP se trouve dans la zone la plus haute de la calotte, donc au dôme, où la vitesse horizontale de glace est en théorie nulle, ce qui devrait faciliter l'interprétation des forages puisque l'origine de la glace est toujours le dôme ; cependant, des études ont montré que la partie inférieure de la carotte a été perturbée par des processus d'écoulement de glace (Grootes et al, 1993). Le signal climatique remonte jusqu'à 250 ka BP. L'enregistrement climatique dans toute la partie inférieure de la carotte, soit pour les périodes antérieures à 130 ka BP, n'est donc plus fiable.

Nous utilisons cependant la totalité de ce signal pour forcer le modèle d'écoulement de glace ; en effet, il est plus réaliste de simuler l'évolution de la calotte sur toute la période couverte par le signal, même si le forçage est imparfait dans la première partie, que de partir d'un état stationnaire et de simuler seulement la portion du cycle où le forçage est fiable. Cette dernière solution reviendrait à simuler directement le dernier interglaciaire (à partir de 130 ka BP) sans prendre en compte la période glaciaire précédente (de 250 à 130 ka BP), pendant laquelle la calotte est plus épaisse et plus froide. Or la température basale, en particulier, répond aux variations de température en surface avec un décalage dans le temps de plusieurs milliers d'années. Pendant la période interglaciaire, elle répond donc encore aux températures de la période glaciaire, d'où l'intérêt de prendre cette dernière en compte, même de façon imparfaite. Il faut cependant garder à l'esprit dans les paragraphes suivants que les résultats obtenus ne sont

significatifs que pour la période allant de 130 ka à maintenant.

III.3.D.2 Modalités de l'expérience

Le signal climatique décrit ci-dessus est lissé (par une interpolation spline) et appliqué au modèle pour simuler la période de 250 ka BP à maintenant ; le signal initial et le signal lissé sont présentés sur la figure III.26. L'état initial de la calotte est le résultat de l'expérience stationnaire n° 5 avec un forçage climatique de $-4,5^{\circ}\text{C}$, qui correspond à la température estimée à partir de la carotte de GRIP à 250 ka BP. L'accumulation est calculée à partir de la température à chaque pas de temps selon l'équation III.5 (paramétrisation permettant à l'accumulation d'augmenter lorsque la température augmente). L'ablation est calculée selon la méthode des degrés-jours positifs (détaillée dans le chapitre I, paragraphe I.2.G.1). Dans cette expérience, le niveau des mers ne varie pas. Nous considérons que l'erreur induite est peu importante, dans la mesure où la pente du socle est abrupte autour du Groenland (une baisse du niveau des mers n'entraîne donc pas une extension considérable de la calotte).

L'évolution de la calotte est analysée de deux façons. D'une part, nous disposons des variations temporelles de plusieurs variables caractéristiques de la calotte (volume de glace, épaisseur maximale, épaisseur moyenne, ...), ce qui permet d'avoir une vision globale de son évolution dans le temps, et de comparer chacune des variables avec le signal climatique en entrée. D'autre part, nous disposons des cartes de variables à deux dimensions (altitude de la surface de la glace, température basale par exemple) tout au long de l'expérience, ce qui permet d'étudier les variations spatiales de la calotte.

III.3.D.3 Résultats de l'expérience

La figure III.27 présente l'évolution de plusieurs variables du modèle tout au long de la simulation. Le forçage climatique en entrée est rappelé (fig. III.27a), puis sont présentées les évolutions au cours du temps du bilan de masse moyen (III.27b), du volume de glace (III.27c), de l'épaisseur maximale de glace (III.27.d), de l'extension de la calotte (III.27e) et de la température moyenne à la base (III.27f). Il faut noter ici que toutes ces variables sont moyennées

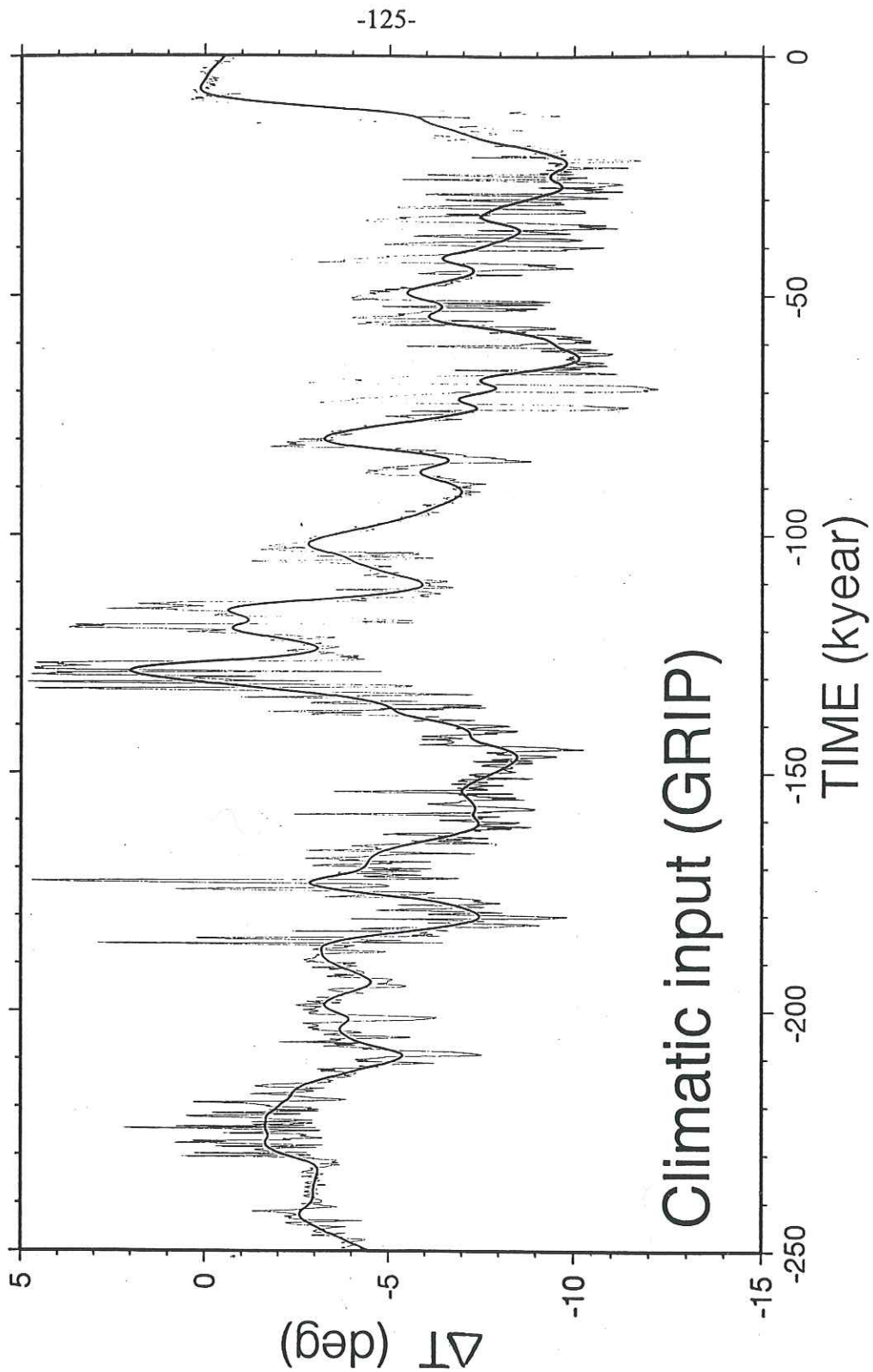


figure III.26 : signal climatique tiré de la carotte de GRIP. La courbe en trait fin montre le signal d'origine. La courbe en trait gras montre le signal lissé à l'aide d'une interpolation spline.

sur le nombre de points de la grille couverts de glace. Ce nombre de points varie dans le temps, et l'interprétation de chaque signal doit par conséquent tenir compte à la fois de l'évolution de la variable considérée et de l'évolution du nombre de points englacés.

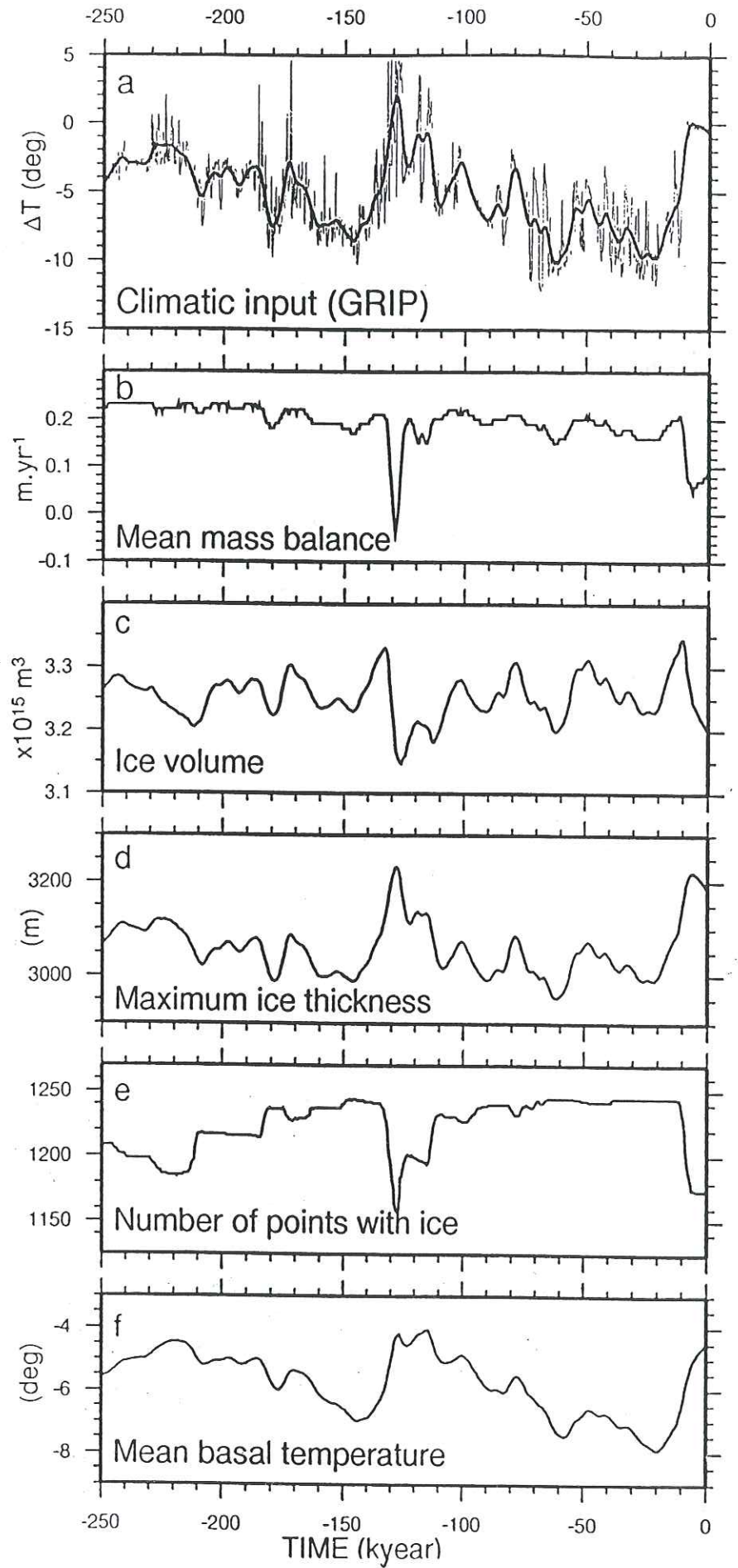
L'analyse de chacune de ces courbes montre qu'elles ressemblent plus ou moins au signal de température en entrée.

L'évolution de la température basale moyenne montre une forme similaire à celle du forçage climatique, bien que plus lissée et avec un décalage de quelques milliers d'années. Le signal de température en surface arrive donc à la base de la calotte avec un temps de retard, et les variations sont atténuées (une variation de 10°C en surface se traduit par 3°C de variation à la base). Pendant les périodes glaciaires, la glace est plus froide à la base et donc plus "dure", ce qui devrait se traduire par un épaissement de la calotte (la déformation de la glace et le flux de glace étant réduits). A première vue, la courbe de l'épaisseur maximale de glace ne reflète pas ce phénomène : la tendance générale de la courbe III.27d est à peu près constante en période glaciaire. Par ailleurs, l'accumulation décroît avec la température, ce qui devrait conduire à un amincissement de la calotte pendant la même période. La tendance stable de l'épaisseur maximum de la calotte en période glaciaire peut être expliquée par l'opposition de ces deux phénomènes.

La forme générale de l'évolution de l'épaisseur maximale de glace reproduit les détails des variations de température en surface. Cette similarité s'explique par le fait que l'épaisseur maximale de glace est directement liée à l'accumulation à la surface de la calotte ; or, dans cette expérience, l'accumulation est calculée à partir de la température en surface, d'où la ressemblance entre les deux courbes. A l'échelle de notre grille, la position du dôme de la calotte n'a pas changé durant cette simulation ; mais comme chaque maille a 40 km de côté, cette remarque signifie seulement que le dôme n'a pas migré de plus de 40 km pendant l'évolution climatique (nous ne pouvons pas modéliser les phénomènes sous-mailles). Entre le dernier maximum glaciaire (21 ka BP) et l'époque actuelle, l'altitude du dôme a augmenté de presque 200 m. L'altitude maximale obtenue à la fin de la simulation, soit pour l'époque actuelle, est plus élevée de presque 100 m que l'altitude actuelle observée au dôme.

Si l'on s'intéresse maintenant à l'évolution de l'extension de la calotte (nombre de points englacés), on remarque que celle-ci est à l'opposé de l'évolution des températures en surface.

figure III.27 : expérience d'évolution.
a : forçage climatique en entrée du modèle ;
b,c,d,e,f : variables caractéristiques de la
calotte, en sortie du modèle.



L'extension de la calotte dépend essentiellement de l'ablation ; or celle-ci est calculée à partir des températures en surface. Plus les températures en surface augmentent, plus l'ablation est importante et moins la calotte est étendue.

Le volume de glace et le bilan de masse ne peuvent être reliés aussi facilement que les autres variables au forçage climatique. Ils dépendent tous deux à la fois de l'accumulation et de l'ablation à la surface de la calotte. Par conséquent, la réponse de ces deux champs varie selon que l'accumulation l'emporte sur l'ablation ou que celle-ci est au contraire plus forte. La courbe III.27b montre que le bilan de masse est relativement stable pendant toute la simulation, à l'exception du dernier interglaciaire et dans une moindre mesure de notre interglaciaire. Pendant les périodes glaciaires, les variations de la température en surface entraînent des variations d'accumulation et d'ablation du même ordre de grandeur, d'où une variation totale minime. Dans les périodes interglaciaires par contre, l'ablation l'emporte sur l'accumulation, et le bilan de masse devient du même coup négatif. Il existe donc un seuil à partir duquel l'augmentation de température entraîne une augmentation de l'ablation plus forte que celle de l'accumulation.

Sur la courbe de l'évolution du volume de glace, on retrouve les grands changements climatiques de la courbe III.27a. La hausse de température à l'entrée du dernier interglaciaire se traduit par une diminution rapide du volume de glace (de $3,33 \cdot 10^{15} \text{ m}^3$ environ à $3,15 \cdot 10^{15} \text{ m}^3$ en moins de 10 000 ans). Cette diminution de volume est due à la prédominance de l'ablation dans le bilan de masse, qui provoque un retrait de la calotte vers le centre du Groenland. Les variations du volume de glace pendant les périodes glaciaires sont en grande partie dues aux variations de l'épaisseur de la glace : la calotte recouvrant presque toute la surface disponible, les mouvements d'extension sont limités.

Les figures III.28a et b présentent la géométrie de la calotte à l'entrée du dernier interglaciaire ($t = 130 \text{ ka BP}$) et à la fin de la dernière période glaciaire ($t = 10 \text{ ka BP}$). La carte obtenue à la fin de l'expérience d'évolution (figure III.28c) représente l'état actuel de la calotte. En comparant cette carte avec celle de la figure III.17, qui représente le résultat de l'expérience stationnaire sous les conditions climatiques actuelles, on constate que la calotte obtenue à l'issue du cycle climatique est plus épaisse que la calotte "stationnaire" (de 100 m en moyenne). Elle est également plus proche de la calotte actuelle observée (figure III.18), ce qui est logique puisque

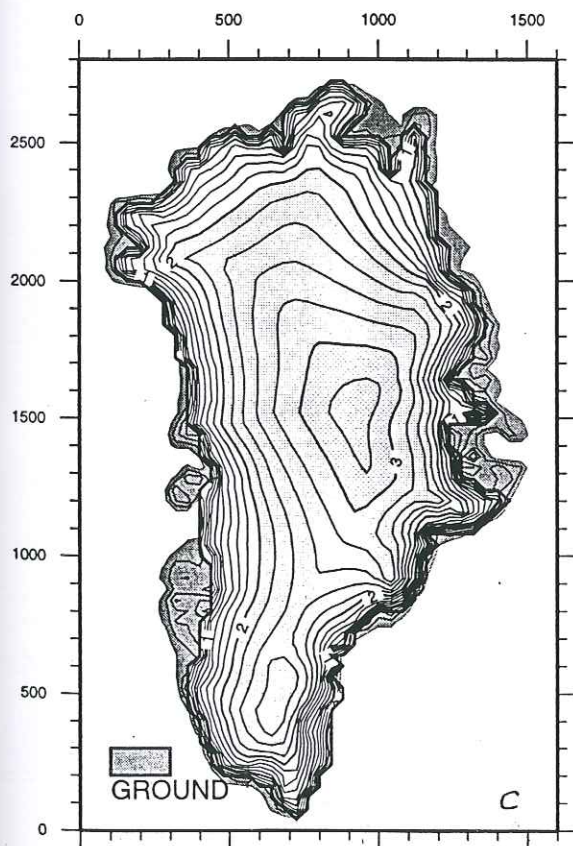
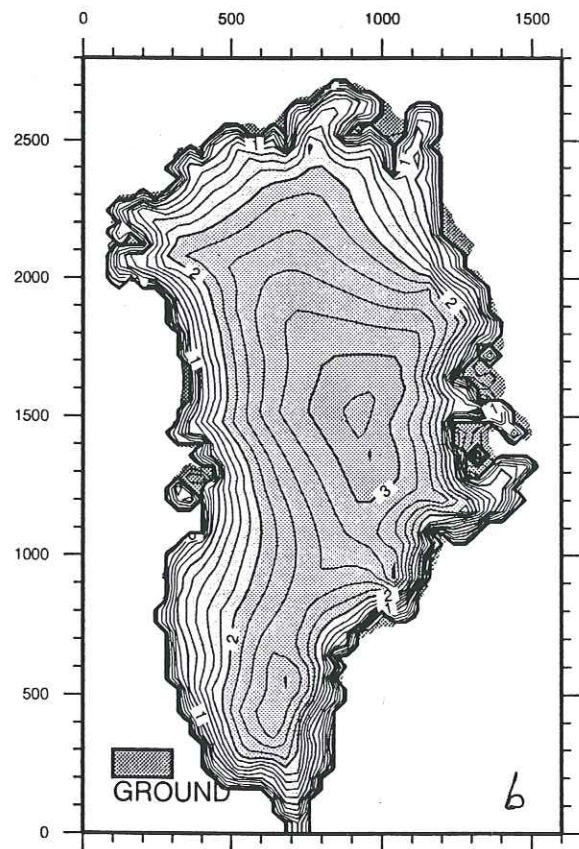
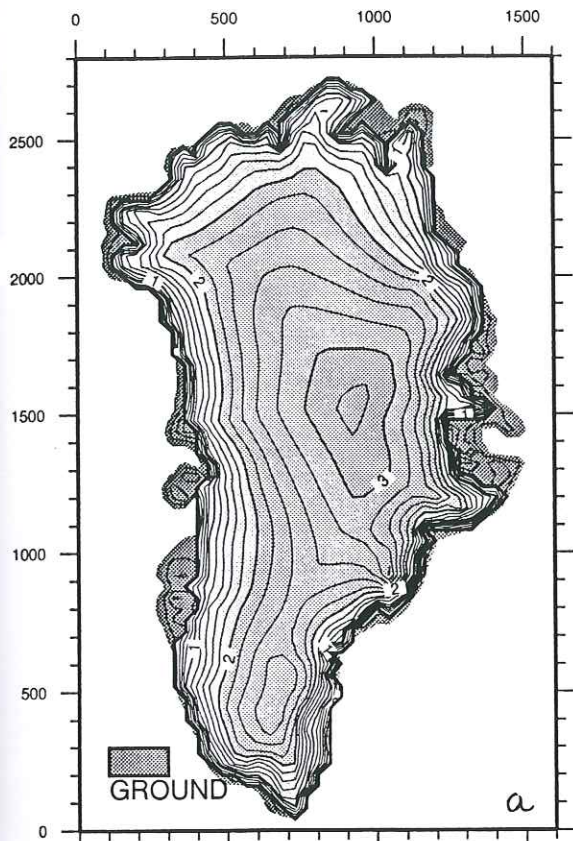


figure III.28 : cartes de l'altitude de la surface de la glace à différents moments de l'évolution ;
a/ $t = -130\,000$ ans ;
b/ $t = -10\,000$ ans ;
c/ $t = 0$ (notre époque).

celle-ci est effectivement le résultat de l'évolution climatique. En particulier, les températures à la base réagissent encore aux températures glaciaires. La carte des températures basales montre que la calotte issue de l'évolution climatique (figure III.29a) est effectivement plus froide que la calotte stationnaire (figure III.29b).

Les résultats obtenus dans cette expérience d'évolution diffèrent de ceux obtenus par Letréguilly et al (1991b). Ils obtiennent notamment une calotte beaucoup plus réduite pour le dernier interglaciaire. Ces différences peuvent s'expliquer par deux remarques : tout d'abord, ils utilisent le signal climatique de Pakitsoq pour forcer les températures en surface du modèle. Ce signal est différent de celui de GRIP, en particulier il présente des périodes chaudes plus longues que dans le signal de GRIP ; la deuxième raison est que le calcul de l'accumulation est fait avec la paramétrisation dans laquelle l'accumulation reste égale à la valeur actuelle lorsque la température augmente. On retrouve donc le même problème que dans les expériences stationnaires pour les périodes plus chaudes que l'actuel.

Les résultats des expériences d'évolution dépendent du modèle utilisé et des valeurs des différents paramètres du modèle. Ritz et al (1996) montrent que, pour obtenir une altitude au dôme à la fin de la simulation égale à l'altitude actuelle au dôme, il faut utiliser un fort coefficient pour la loi de déformation ($sf=5$), ou prendre en compte le glissement à la base.

Mais les résultats des expériences d'évolution dépendent surtout du forçage climatique imposé au modèle. Or le signal de température tiré des carottes de glace et utilisé comme forçage climatique est lui-même le résultat de calculs et de corrélations. Il est donc plus ou moins fiable. En particulier, des études récentes sur la carotte de GRIP ont montré, à l'aide d'une nouvelle fonction de transfert entre l'isotope et la température (Cuffey et al, 1995 et Johnsen et al, 1995), que l'écart de température entre la température la plus froide de la période glaciaire et la température la plus chaude de l'Holocène (soit environ 8 ka BP) serait de 20°C et non de 10°C, comme le suggéraient Dansgaard et al (1993). Ceci remet donc en cause les résultats obtenus dans l'étude présente ; on peut supposer (Ritz et al, 1996) que l'effet d'un refroidissement plus important en période glaciaire résulterait en une calotte plus épaisse à la fin du glaciaire ; en effet, l'augmentation plus importante des températures basales lors de la transition glaciaire-Holocène

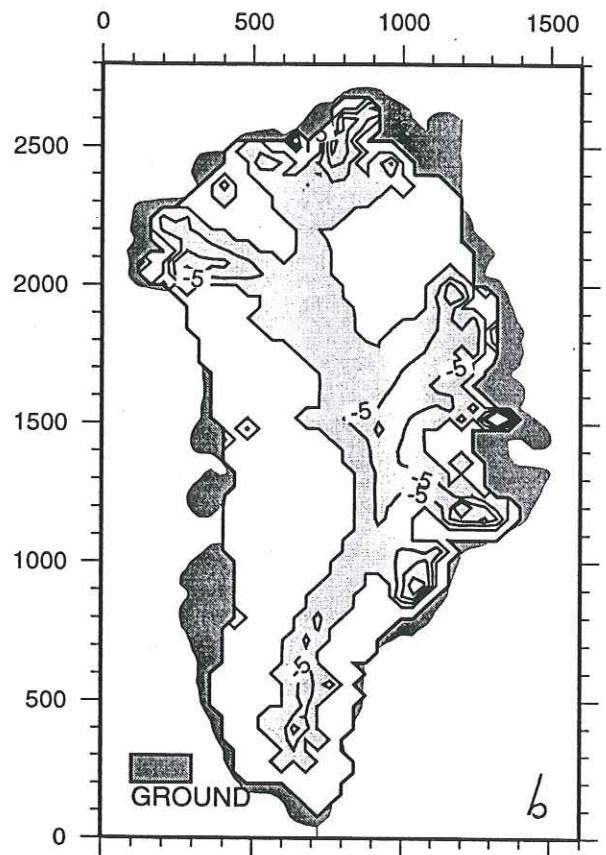
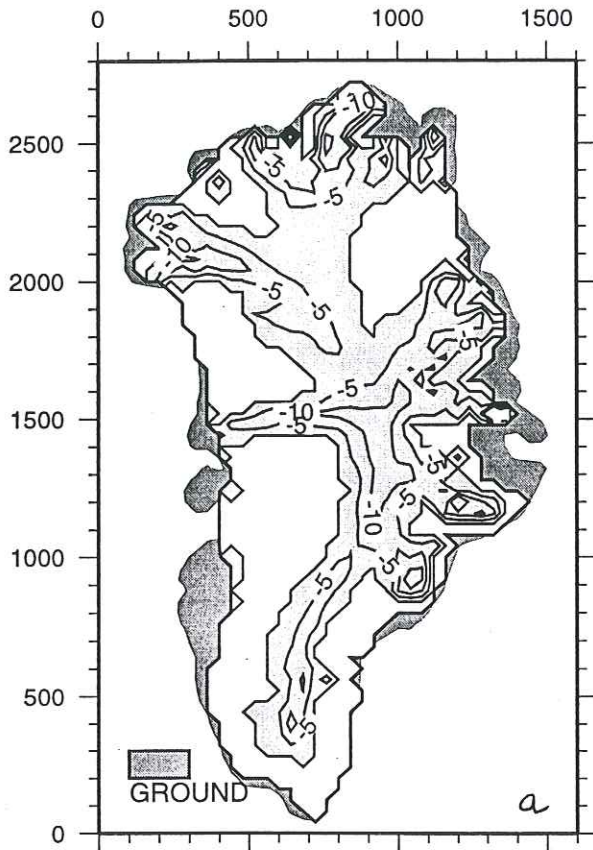


figure III.29 : cartes de la température à la base de la calotte (isolignes en °C) pour l'état actuel obtenu de deux façons différentes :
a/ état actuel à la fin de l'expérience d'évolution ;
b/ état actuel à la fin de l'expérience stationnaire n°3 sous les conditions climatiques actuelles (détaillée dans le paragraphe III.2.C.2).
La zone froide est en gris, la zone au point de fusion en blanc.

provoquerait un flux de glace plus important, et un amincissement de la calotte.

III.3.E Comparaison des résultats du modèle avec des données géologiques

III.3.E.1 Principe

Cette étude a été réalisée en collaboration avec Frank G.M. Van Tatenhove, du laboratoire de géographie physique de l'université d'Amsterdam. Dans le cadre de son doctorat, celui-ci a étudié la dynamique de la déglaciation de l'Holocène sur la côte ouest du Groenland. L'analyse des moraines permet de reconstituer assez précisément les différentes étapes de cette déglaciation. La comparaison de cette reconstitution avec le scénario de déglaciation produit par un modèle d'écoulement permet de valider les résultats du modèle. Cette comparaison a été faite avec trois modèles d'écoulement de glace, celui de Huybrechts (1991), celui de Greve (1995) et le notre. La zone étudiée est située à environ 67° de latitude sur la côte ouest (figure III.30) et s'étend sur 1° de latitude et 9° de longitude (figure III.31a).

III.3.E.2 Données géologiques

Dans la région étudiée, les moraines forment des alignements qui peuvent être tracés sur plusieurs dizaines de kilomètres, sans être perturbés par la topographie (figure III.31b). Ces alignements de moraines sont datées au carbone 14 (lorsqu'elles n'ont pas été recouvertes depuis leur formation). La position du bord de la calotte à différentes périodes de la déglaciation - soit entre -20 000 ans et notre époque - peut ainsi être reconstituée (figure III.31c). La position des moraines et leur âge (obtenu par datation) pour la zone étudiée, sont reconstitués par Van Tatenhove (1995) à partir d'une compilation de plusieurs sources de données. La figure III.31d montre les incertitudes associées à l'âge de chaque groupe de moraines.

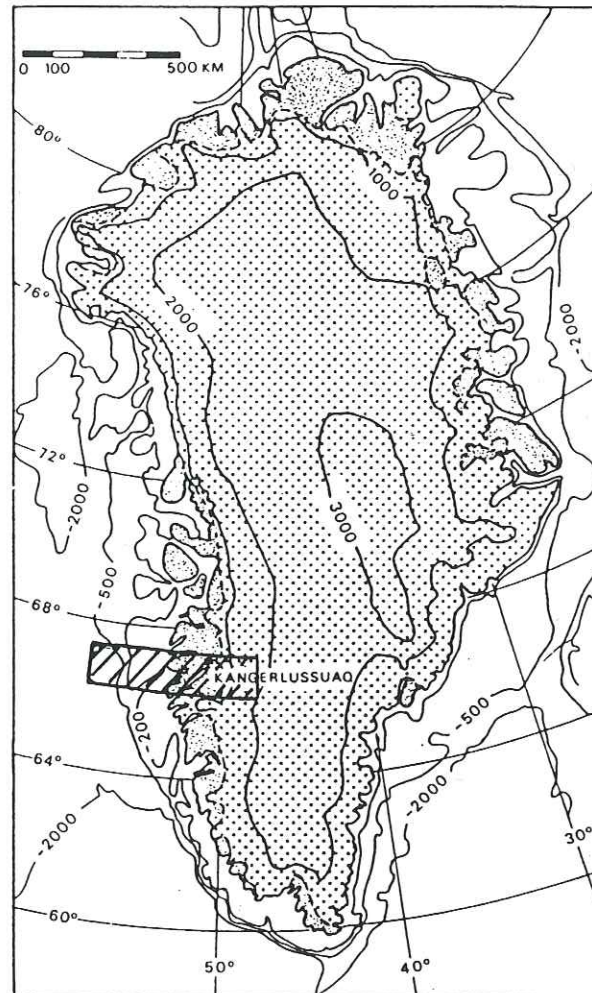


figure III.30 : localisation de la zone étudiée dans le travail de comparaison avec les données géologiques. (Van Tatenhove, 1995).

III.3.E.3 Modèles d'écoulement de glace

Les trois modèles impliqués dans cette étude calculent de façon couplée les champs de vitesse et de température en trois dimensions dans la glace. Les différences entre les modèles concernent essentiellement :

- le calcul des température en surface : elles sont obtenues par perturbation des températures actuelles d'après le signal climatique de GRIP lissé pour le modèle de Greve et le nôtre, d'après une compilation des données de Pakitsooq pour la période allant jusqu'au Dernier Maximum Glaciaire (DMG) et des données des forages de Dye3 et Camp Century pour la période après le DMG pour le modèle de Huybrechts ; le modèle de Greve peut-être forcé soit par le signal climatique de GRIP lissé (Greve1) soit par le même signal non lissé (Greve2).
- le calcul de l'accumulation (même méthode utilisée par les trois modèles, par perturbation de l'accumulation actuelle, mais notre modèle prend en plus en compte les variations dues au relief, selon l'équation III.5) ; l'ablation est calculée dans les trois modèles par la méthode des degrés-jours positifs.
- les variations du niveau des mers ; Greve ignore ces variations, Huybrechts utilise l'enregistrement des variations du niveau des mers en Nouvelle-Guinée donné par Chappel et Shackelton (1986), et nous utilisons une variation en dents de scie, avec une pente douce (baisse lente du niveau des mers) pour la transition interglaciaire-glaciaire et une pente forte (remontée rapide du niveau des mers) pour la transition glaciaire-interglaciaire.
- la taille de la maille dans la grille utilisée : 20 km pour Huybrechts et notre modèle, 40 km pour Greve.

III.3.E.4 Résultats et discussion

La figure III.32, sur laquelle sont tracées les variations de la position du bord de la calotte en fonction du temps obtenues à partir des données géologiques d'une part (ligne continue) et des quatre groupes de résultats de modèles d'autre part (points), montre que le processus de déglaciation est globalement bien reproduit par les modèles. Cependant, pour une position donnée, les modèles donnent en général un âge plus ancien que celui obtenu par datation des

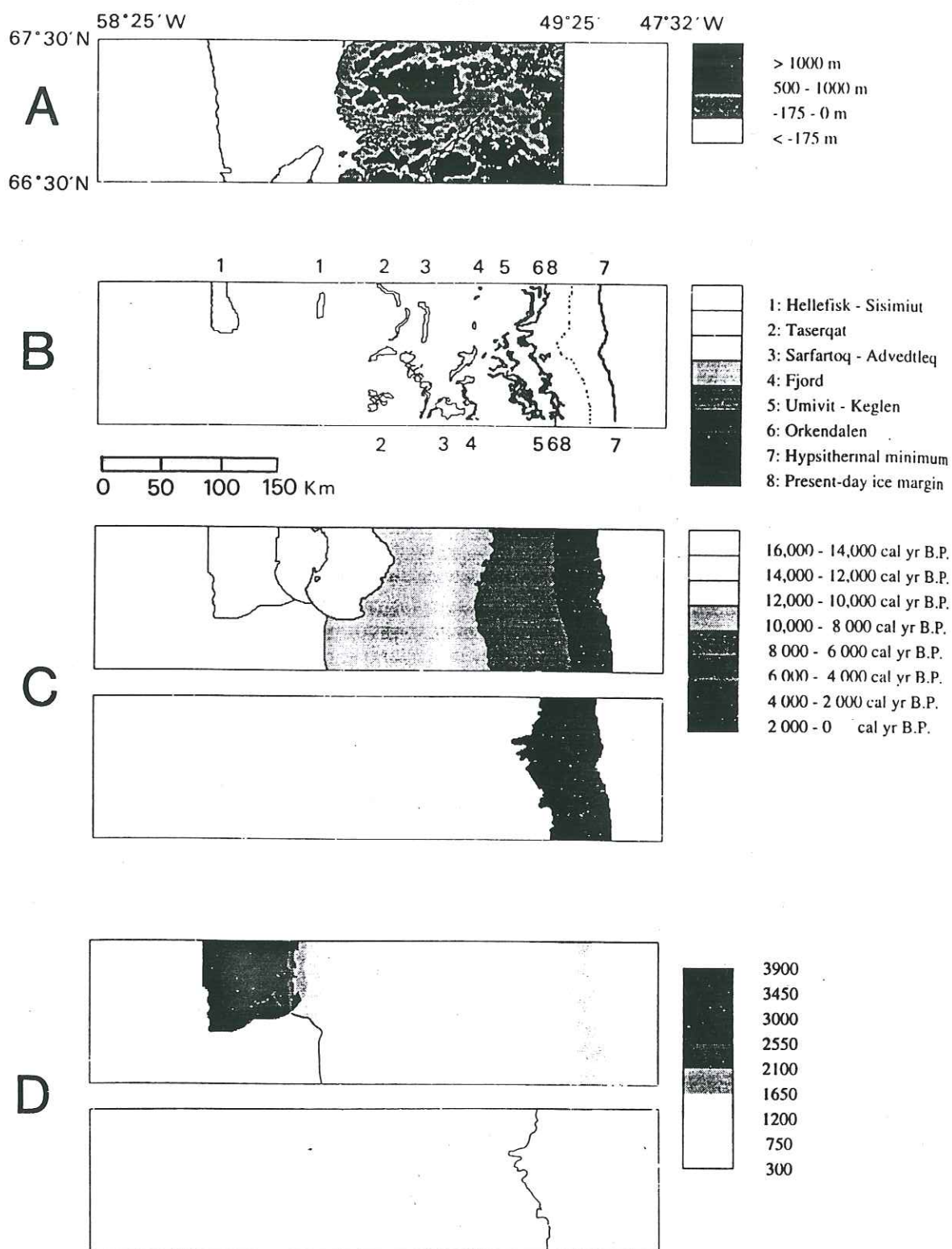


figure III.31 : zone étudiée dans le cadre de la comparaison avec les données géologiques ;
 a/ localisation générale ;
 b/ présentation de la zone et localisation des moraines ;
 c/ âge des moraines, ;
 d/ incertitude associée à l'âge des moraines, interpolé sur une grille 1 x 1 km.
 (Van Tatenhove et al, 1996).

moraines ; ceci est particulièrement visible pour la période de 15 ka BP à 12 ka BP. Notre modèle se rapproche cependant en moyenne plus des données géologiques que ceux de Greve et Huybrechts ; les écarts moyens par rapport aux âges calculés à partir des moraines, sur toute la période, sont respectivement de 400, 650 et 900 ans pour les trois modèles.

Les écarts importants entre les modèles et les données géologiques peuvent s'expliquer de différentes façons. Il faut tout d'abord garder à l'esprit que les âges obtenus par datation des moraines sont entachés d'une incertitude, qui est assez grande lorsqu'on se rapproche de la côte actuelle (figure III.31d). Si on considère cependant la courbe géologique comme exacte, c'est donc dans les modèles qu'il faut rechercher la source d'erreur. La période pour laquelle les résultats des modèles s'éloignent le plus des données géologiques correspond au moment où le bord de la calotte était situé au niveau de la côte actuelle ou encore plus à l'ouest (le niveau des mers était plus bas et la glace pouvait donc avancer dans la mer actuelle). Ces résultats peuvent être expliqués par le traitement assez simpliste dans les modèles de l'influence du niveau des mers sur l'avancée de la glace et de la perte de glace au niveau de la côte. Dans notre modèle, nous considérons simplement que lorsque la glace arrive au niveau de la mer, elle ne fait plus partie de la calotte et disparaît.

De plus, les âges obtenus à partir des moraines ont été interpolés de façon à avoir un point tous les kilomètres. Les modèles ayant un maillage de 20 km, voire 40 km, ils ne peuvent prendre en compte les phénomènes intervenant à une échelle plus petite que la maille. Enfin, le traitement isostatique plus ou moins réaliste inclus dans les modèles induit une variation relative du niveau des mers et influe par conséquent sur la position du bord de la calotte.

Lorsqu'on s'éloigne de la côte, les résultats des modèles sont en meilleur accord avec les données géologiques. En particulier, la vitesse de déglaciation est bien reproduite par les modèles ; dans la mesure où la position du bord de la glace loin de la côte dépend en grande partie de l'ablation, ces résultats pourraient indiquer que la méthode utilisée pour calculer l'ablation dans les modèles est satisfaisante.

Si l'on s'intéresse maintenant à la période plus récente de la déglaciation, on constate que les données géologiques indiquent un retrait de la position du bord de la glace au-delà du bord actuel. Ce retrait de la calotte répondrait à l'optimum climatique de l'Holocène (Weidick et al,

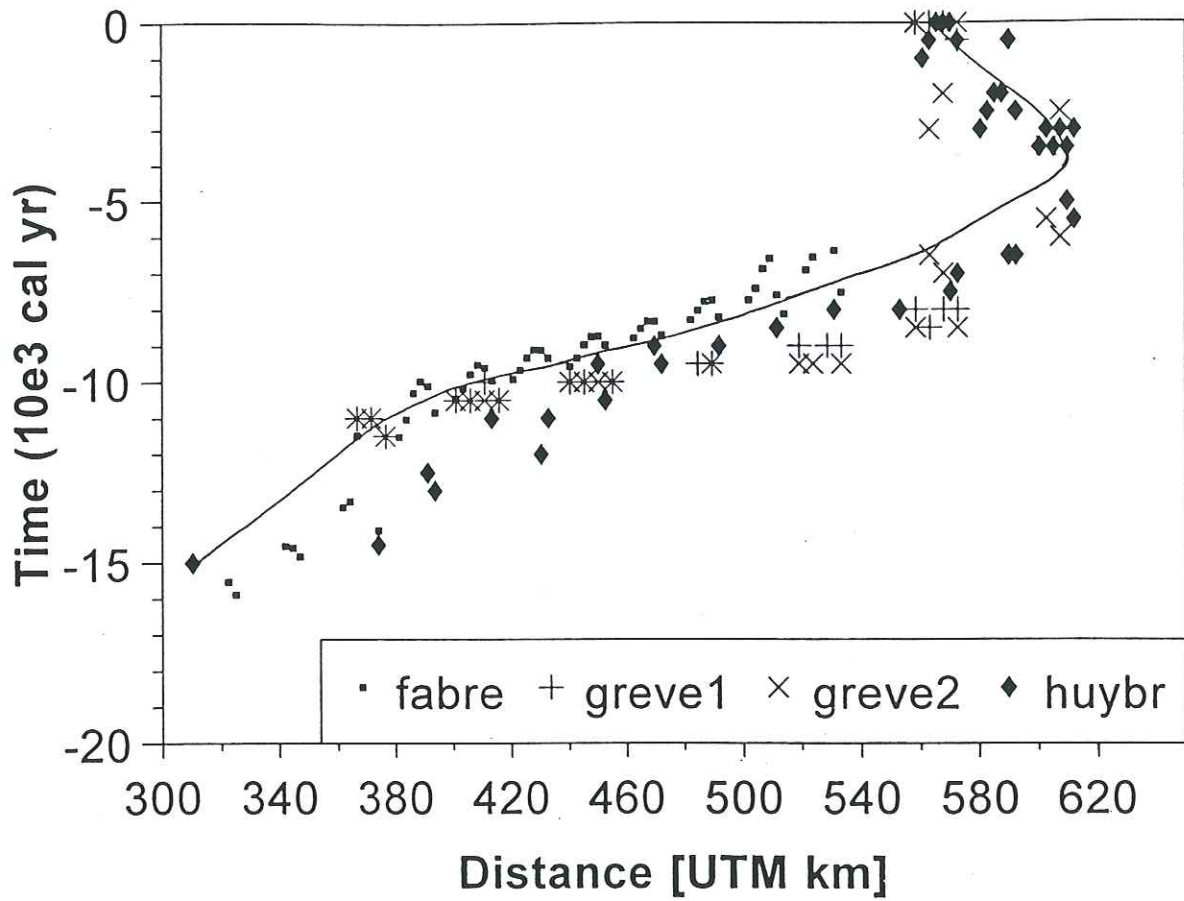


figure III.32 : variations du bord de la calotte en fonction du temps obtenues :
- d'après les données géologiques (moraines), courbe continue ;
- d'après les modèles d'écoulement de glace, points autour de la courbe.
(Van Tatenhove et al, 1996).

1991). Les modèles donnent des résultats différents pour cette période. Le notre et celui de Greve1 ne semblent pas simuler ce retrait ; ceux de Huybrechts et Greve2 le reproduisent. Or, la différence entre les modèles de Greve1 et Greve2 vient du forçage climatique : Greve1 utilise le signal climatique de GRIP lissé ; nous utilisons également ce signal ; Greve2 utilise le même signal non lissé. Si l'on étudie la partie de ce signal correspondant à l'Holocène (figure III.26), on constate que le signal original montre des variations de faible amplitude et assez rapides autour de la valeur moyenne (donnée par le signal lissé). Van de Wal et Oerlemans (1984) ont montré, en utilisant un modèle de bilan d'énergie sur la surface du Groenland, que des variations aléatoires de température autour d'une valeur moyenne constante entraînent une augmentation progressive de l'ablation. Ces résultats semblent donc montrer que les variations autour du signal climatique, même de courte durée et de faible amplitude, ont une influence non négligeable sur la position du bord de la calotte, par l'intermédiaire de l'ablation. Il apparaît par conséquent nécessaire de conserver le signal original afin de pouvoir prendre en compte cette augmentation de l'ablation et simuler le retrait de la calotte.

Cette étude est globalement satisfaisante, dans la mesure où le modèle, même avec un maillage assez grand (20 x 20 km) parvient à simuler le processus de déglaciation de façon similaire au scénario reconstitué à partir des données géologiques (compte tenu des incertitudes associées à celles-ci). Les résultats du modèle sont cependant dépendants du forçage climatique, et il semble que le signal lissé de GRIP utilisé pour forcer les températures en surface ne permette pas de reproduire le retrait de la calotte pendant l'optimum climatique de l'Holocène. Ceci illustre une fois encore la sensibilité du modèle aux conditions en surface. Il faut également souligner que cette étude porte sur une seule variable du modèle, l'extension de la calotte, et sur une petite zone géographique ; les résultats obtenus ne permettent donc pas d'établir un jugement d'ensemble sur le modèle, mais ils montrent que celui-ci se comporte de façon satisfaisante à petite échelle.

III.4 Conclusion

La plupart des expériences réalisées dans le cadre de cette étude sur la calotte glaciaire du Groenland montrent que le modèle est très sensible aux conditions climatiques en surface, en particulier lors de simulations de la géométrie de la calotte sous des climats différents de l'actuel. Le problème est donc de savoir quelles conditions climatiques imposer au modèle pour des climats plus chauds ou plus froids que l'actuel, c'est-à-dire comment obtenir des valeurs de températures et d'accumulation fiables pour ces climats. Comme nous l'avons vu dans ce chapitre, il est possible d'utiliser les informations tirées des carottes de glace, relatives aux températures et à l'accumulation des climats passés, pour perturber les conditions climatiques actuelles. Mais, comme nous l'avons également mentionné, ces informations doivent être utilisées avec précaution. Premièrement, le signal de température déduit de l'enregistrement isotopique est le résultat de l'histoire climatique au point considéré, mais il ne représente pas le forçage climatique réel. Deuxièmement, ce signal est local alors que nous sommes obligés de supposer qu'il est valable pour toute la zone d'étude, c'est-à-dire que les conditions climatiques ont été les mêmes pour l'ensemble de la zone. Ceci semble cohérent pour la calotte du Groenland, mais il ne serait pas possible d'utiliser le signal climatique de la carotte de GRIP pour tout l'hémisphère nord, par exemple. Enfin, les valeurs de température et d'accumulation pour les climats passés sont obtenues à partir du signal isotopique par des fonctions de transfert, ce qui entraîne une source d'erreur supplémentaire.

Par ailleurs, les expériences stationnaires nous ont montrés que, pour des climats plus chauds que l'actuel, la paramétrisation de l'accumulation est capitale : la calotte peut, pour un même réchauffement, diminuer assez peu ou disparaître presque complètement selon que l'accumulation augmente ou non lorsque la température en surface augmente. Les carottes de glace ne donnant aucune information sur les climats plus chauds, il est difficile de savoir quelle attitude adopter.

Ces remarques amènent à chercher une autre méthode pour définir les conditions climatiques à appliquer au modèle. En particulier, nous allons chercher dans le chapitre suivant à calculer l'accumulation d'une façon plus physique, non plus par perturbation de l'accumulation

actuelle, mais en résolvant une équation d'équilibre de vapeur d'eau. Nous allons également étendre la zone d'étude du modèle à l'ensemble de l'hémisphère nord. Ceci permet de prendre en compte les influences sur la calotte du Groenland des autres calottes de glace de l'hémisphère nord présentes pendant la dernière période glaciaire. Celles-ci ont en effet dû perturber la circulation atmosphérique au-dessus du Groenland, en formant des barrières topographiques là où il n'en existe pas aujourd'hui (sur l'Amérique du nord et sur la Scandinavie).

CHAPITRE IV

Chapitre IV

SIMULATION DES CALOTTES DE GLACE DE L'HÉMISPHERE NORD AU DERNIER MAXIMUM GLACIAIRE

IV.1 Introduction

Nous avons montré dans le chapitre III que la méthode de calcul de l'accumulation dans le passé joue un grand rôle sur les simulations de la calotte du Groenland. En particulier, nous avons émis l'hypothèse selon laquelle la présence de calottes glaciaires sur l'Amérique du nord et la Scandinavie a pu perturber l'accumulation au-dessus du Groenland pendant la dernière époque glaciaire. Afin de prendre en compte l'existence de ces calottes et de simuler leur écoulement, nous allons dans ce chapitre étendre la zone couverte par le modèle à l'ensemble de l'hémisphère nord. Nous nous intéresserons plus particulièrement à l'époque du Dernier Maximum Glaciaire (que nous appellerons DMG dans la suite du texte), qui correspond approximativement à 21 ka BP. Cette période d'extension maximale des calottes est l'une des plus étudiées dans le cycle climatique ; l'analyse des données géologiques a permis de réaliser des reconstitutions de ces calottes. Selon les expériences réalisées, nous nous servirons de ces reconstructions soit comme données en entrée du modèle d'écoulement de glace, soit comme outil de validation des résultats de notre modèle.

Dans la première partie de ce chapitre, nous rappellerons, à travers une étude bibliographique, les variations climatiques survenues sur Terre et les périodes de glaciation et déglaciation ayant régné au cours du dernier cycle climatique, les différents facteurs entrant en jeu dans ces phénomènes, puis nous présenterons les différentes reconstructions des calottes au DMG, en particulier celle que nous utiliserons par la suite.

Dans la deuxième partie nous présenterons les données utilisées comme conditions initiales dans le modèle pour l'hémisphère nord (topographie, températures en surface, accumulation), ainsi que le traitement qu'il a été nécessaire d'appliquer à ces données pour les

rendre utilisables par le modèle. Comme nous le verrons dans cette partie, le problème majeur dans les simulations du DMG concerne le calcul de l'accumulation : en effet, il n'existe pas de données de précipitations ou d'accumulation au DMG pour tout l'hémisphère nord. Il faut donc choisir une méthode de calcul de l'accumulation. Nous étudierons également dans cette partie de quelle manière ce problème est traité dans des travaux réalisés antérieurement.

Le traitement des précipitations et de l'accumulation est le centre des troisième et quatrième parties de ce chapitre. Dans la troisième partie, nous réaliserons des simulations des calottes de l'hémisphère nord, pour le climat présent et pour le climat du DMG, en calculant l'accumulation tout d'abord de façon locale, puis à l'aide d'un modèle plus physique de bilan de vapeur d'eau au-dessus de la surface ; dans les deux cas l'accumulation au DMG est obtenue par une paramétrisation effectuée sur les données d'accumulation actuelles. Nous comparerons les résultats obtenus avec la reconstruction des calottes du DMG réalisée par Peltier (1994).

Dans la quatrième partie enfin, nous utiliserons les données de température en surface et de précipitations en sortie d'un modèle de circulation générale de l'atmosphère (GCM) pour prescrire les conditions climatiques en surface en entrée de notre modèle pour les simulations du DMG.

Nous comparerons les résultats obtenus en utilisant les trois méthodes différentes pour calculer l'accumulation à la surface des calottes et nous en tirerons plusieurs conclusions.

IV.2 Etude bibliographique

IV.2.A Informations sur les variations climatiques sur Terre

Plusieurs données permettent de reconstituer le passé climatique de la terre, à plus ou moins long terme : les **données météorologiques et océanographiques**, disponibles pour les 100 à 200 dernières années, fournissent des informations précises dans le passé proche, de même que les **documents historiques**.

D'autres données fournissent des informations sur des périodes plus longues. La plupart d'entre elles utilisent les compositions isotopiques de l'oxygène, du deutérium (hydrogène) et

du carbone mesurées dans différents dépôts pour reconstituer les variations de température. Les informations qu'apportent quelques-unes de ces sources sont présentées ci-dessous pour mémoire :

L'enregistrement des changements globaux est inscrit dans les processus géomorphologiques et dans la stratification des **roches sédimentaires** ; l'analyse chimique de ces roches permet une datation absolue. Ces enregistrements naturels ont permis de recueillir un grand nombre d'informations sur les changements hydriques et biologiques, sur les variations du niveau des mers, sur les déplacements de la croûte terrestre, les glaciations et déglaciations.

L'analyse isotopique des **sédiments océaniques** ainsi que le nombre et la distribution des foraminifères (organismes marins dont la cellule unique est entourée d'une capsule calcaire) qu'on y trouve ont permis la reconstruction de l'évolution du volume total de glace sur Terre et de la température des eaux de surface et de profondeur (le calcaire des coquilles des foraminifères contiennent un rapport $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ qui dépend de la température et du rapport $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ de l'eau dans laquelle ils se sont formés).

L'analyse des **carottes de glace** forées dans les calottes polaires fournit essentiellement des renseignements sur les variations de température, de composition de l'air (par analyse des bulles d'air emprisonnées dans la glace), de charge en aérosols, en poussières et en sulfates volcaniques (cette partie est détaillée dans le chapitre III, § III.1.E)

Les **sédiments lacustres** sont une autre source importante d'informations locales à haute résolution. Pour interpréter les séquences lacustres, il faut toutefois comprendre comment les modifications de l'environnement sont enregistrées dans les sédiments. Les pollens et le biotope planctonique ont été largement utilisés à cette fin, les premiers pour retracer l'extension des forêts et autres végétations dans la région analysée, les seconds pour obtenir l'état physico-chimique du lac. Le rapport isotopique de l'eau, qui dépend des précipitations et de l'évaporation, est en effet enregistré dans les carbonates biogéniques qui y précipitent.

Les **pollens** sont de plus d'excellents indicateurs des conditions climatiques, puisque chaque espèce végétale se développe sous des conditions de température et de précipitations connues.

Le **loess** est un sédiment d'origine éolienne. En certains endroits, leur énorme accumulation fournit une archive sédimentaire aussi intéressante que les calottes glaciaires. Ces

loess sont d'excellents indicateurs de l'érosion éolienne, de la végétation, de la circulation atmosphérique au-dessus des régions continentales d'où ils sont originaires.

L'étude des **cernes de croissance annuelle des arbres** offre une méthode de datation absolue par simple comptage. Les plus longues couvrent 8 500 ans, dans les White Mountains en Californie, et 7 300 ans en Irlande et en Allemagne. Le matériel dendroclimatique est limité aux zones continentales tempérées, voire subtropicales. Il ne peut donc fournir qu'une description partielle de la variabilité climatique.

Les **récif coraliens** fournissent un enregistrement annuel du climat et des conditions qui prévalent dans les mers tropicales et semi-tropicales. L'analyse du rapport isotopique $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ dans le carbonate de calcium du corail permet également d'obtenir une reconstruction des variations de température. Les dépôts coraliens sont aussi une excellente source d'information sur les changements du niveau des mers, puisque certaines espèces croissent uniquement dans le premier mètre de profondeur de l'océan. C'est ainsi que l'on a pu estimer que, durant l'interglaciaire eemien, le niveau des océans était à quelques 6 mètres au-dessus de l'actuel.

La comparaison des diverses informations disponibles pour la période du Quaternaire montre que des variations climatiques similaires ont été retrouvées dans plusieurs enregistrements provenant d'emplacements divers au nord comme au sud. Les changements de climat de cette période semblent donc avoir été globaux et à peu près synchrones entre les deux hémisphères.

L'analyse de ces informations permet de reconstituer, outre les variations de température et de composition de l'atmosphère terrestre, les variations du niveau des mers, ainsi que les variations de volume de glace. Associées aux résultats provenant de l'étude des moraines formées par les calottes de glace, ces données permettent de dater les périodes de glaciation et de déglaciation et de localiser les calottes existant dans les phases d'extension maximum ou dans le dernier retrait (les moraines donnent des informations sur les phases de retrait des calottes ; pendant les avancées, la calotte efface les traces précédentes). La période la mieux documentée et donc la mieux connue est le dernier cycle glaciaire-interglaciaire, couvrant les 120 000 dernières années. Nous donnons ici un aperçu des connaissances actuelles sur cette période, d'après Joussaume (1993) et Berger (1992a).

Il y a 130 000 ans, la Terre était dans une période interglaciaire, appelée Eemien. A cette époque, il y avait moins de glace sur les continents qu'à notre époque, et le niveau des mers était donc plus haut que le niveau actuel (d'environ 6 m (Shackelton, 1987)).

La fin de l'Eemien est marquée par une détérioration des conditions climatiques aux moyennes et hautes latitudes. Les courbes isotopiques marines montrent que les calottes glaciaires se sont développées dans l'hémisphère nord en quelques dizaines de millénaires et en présence d'un océan Atlantique plus chaud qu'aujourd'hui de 1 à 2°C jusqu'à la latitude de 60°N, ce qui entraîne l'apparition d'un fort gradient thermique entre l'océan chaud et les continents froids, favorisant le développement de tempêtes de neige sur le Canada et la Scandinavie. La glaciation s'installe rapidement et vers 110 ka BP, le niveau de la mer a déjà baissé d'environ soixante mètres (scénario selon Berger et al, 1988).

Cette première poussée glaciaire est suivie de plusieurs oscillations climatiques de moins grande amplitude. La période froide culmine entre 21 et 18 ka BP. La température moyenne annuelle globale de l'air à la surface de la Terre est de 4 à 6°C plus basse qu'aujourd'hui. Des calottes glaciaires de plus de deux mille mètres d'épaisseur couvrent l'Amérique du Nord, l'Europe. Au moment de ce dernier maximum glaciaire (DMG), le niveau des mers est très bas, puisqu'une grande quantité d'eau est stockée sous forme de glace sur les continents. Peltier (1994) l'estime 105 mètres plus bas que le niveau actuel. La géographie des côtes est donc différente (les îles britanniques, par exemple, sont reliées au continent). Nous évoquerons plus en détail les caractéristiques de cette période, sur laquelle nous allons travailler dans ce chapitre, dans le paragraphe IV.2.C.

Le maximum glaciaire est rapidement suivi des premiers signes de déglaciation. La datation au carbone 14 des foraminifères benthiques (au fond) et pélagiques (près de la surface) indique que les changements climatiques associés à cette déglaciation sont très rapides.

L'analyse des coraux des Barbades par datation U-Th (Uranium-Thorium) (Bard et al, 1990) permet d'établir une chronologie assez précise : commencée vers 19 ka BP, la déglaciation est caractérisée par deux poussées, matérialisées dans la courbe du niveau moyen des mers ; celui-ci monte à une vitesse moyenne de 3,7 m/siècle vers 14 ka BP, cette vitesse diminue ensuite (moins d'1m/siècle). Vers 11 ka BP, un retour aux conditions glaciaires se produit très

rapidement, dans un laps de temps d'une centaine d'années (les carottes de glace du Groenland indiquent une baisse de 6°C) et les calottes se remettent à progresser. Environ mille ans plus tard, cet intervalle froid, appelé Dryas récent, se termine brusquement et la déglaciation reprend son cours.

Vers 7 ka BP, la déglaciation atteint son terme, et conduit au climat interglaciaire de l'Holocène que nous connaissons actuellement, marqué par une succession de petites oscillations de la température.

Les variations climatiques du dernier cycle interglaciaire-glaciaire, obtenues à partir du signal isotopique enregistré dans une carotte marine de l'Atlantique Nord sont montrées à titre d'exemple sur la figure IV.1 et illustrent le paragraphe ci-dessus.

IV.2.B Explication possible des variations climatiques sur Terre pour les cycles glaciaires-interglaciaires du Quaternaire

IV.2.B.1 Théorie de Milankovitch

La théorie astronomique des paléoclimats, élaborée par Milankovitch (1941) rend compte des variations d'insolation au sommet de l'atmosphère et relie celles-ci aux périodes glaciaires et interglaciaires du Quaternaire. Selon cette théorie, les périodes de glaciation correspondent aux périodes durant lesquelles les hautes latitudes de l'hémisphère nord, largement couvertes par les continents, reçoivent un minimum de rayonnement solaire pendant l'été. Ce rayonnement serait insuffisant pour fondre la neige accumulée pendant l'hiver et provoquerait, par augmentation de l'albedo sur les zones couvertes par la neige, une rétroaction positive : du fait de l'albedo élevé, la surface réfléchit une part plus importante du rayonnement solaire et devient plus froide ; de ce fait elle favorise l'extension de la couverture neigeuse et la formation d'une calotte glaciaire.

Cette théorie relie donc les variations d'insolation reçue au sommet de l'atmosphère à

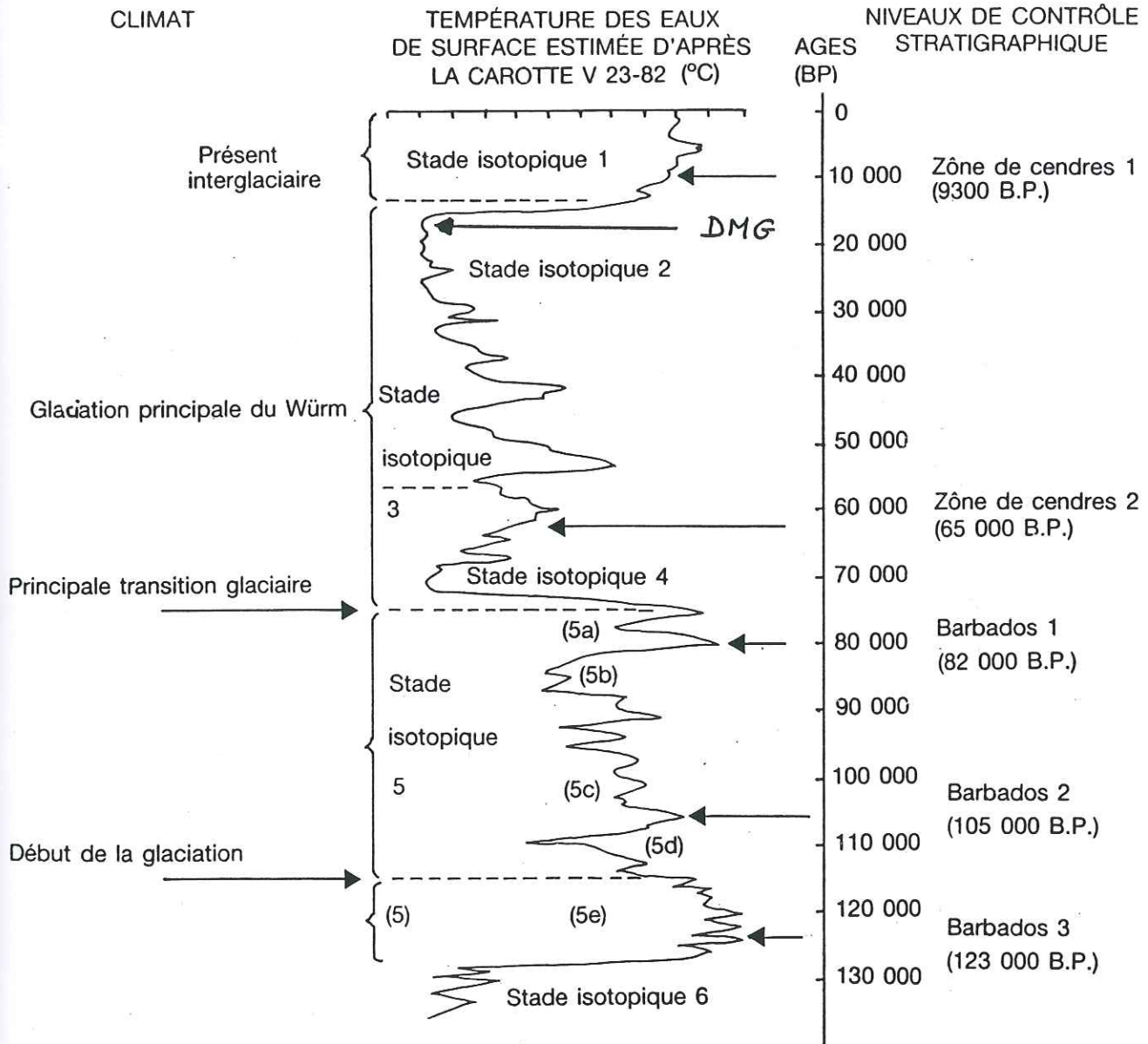


figure IV.1 : variations de la température en surface de l'océan, déduites de l'étude des foraminifères dans une carotte marine de l'Atlantique nord (Bradley, 1985).

celles du climat. Les variations de cette insolation sont régies par trois paramètres astronomiques : l'**excentricité**, l'**obliquité** de l'**écliptique** (ou inclinaison) et la **précession**.

La Terre décrit dans l'espace une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers. Cette ellipse se déplace et se déforme : d'une part, elle tourne très lentement par rapport à des étoiles fixes ; d'autre part, son excentricité, qui est une mesure d'aplatissement de l'ellipse, varie d'une configuration presque circulaire à une valeur maximale de 7%, dans laquelle la Terre reçoit une insolation plus faible en été et en hiver (distance maximale par rapport au Soleil). Cette variation présente une périodicité de l'ordre de 100 000 ans.

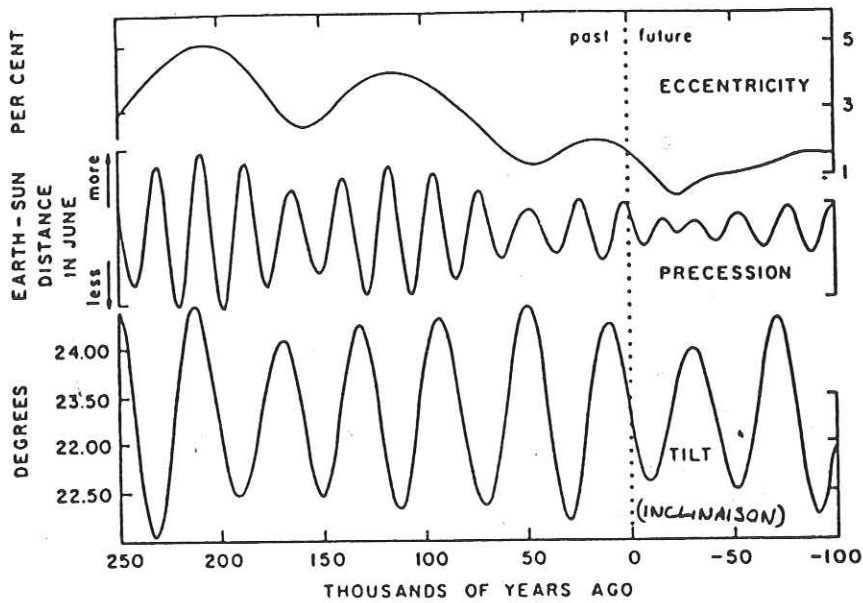
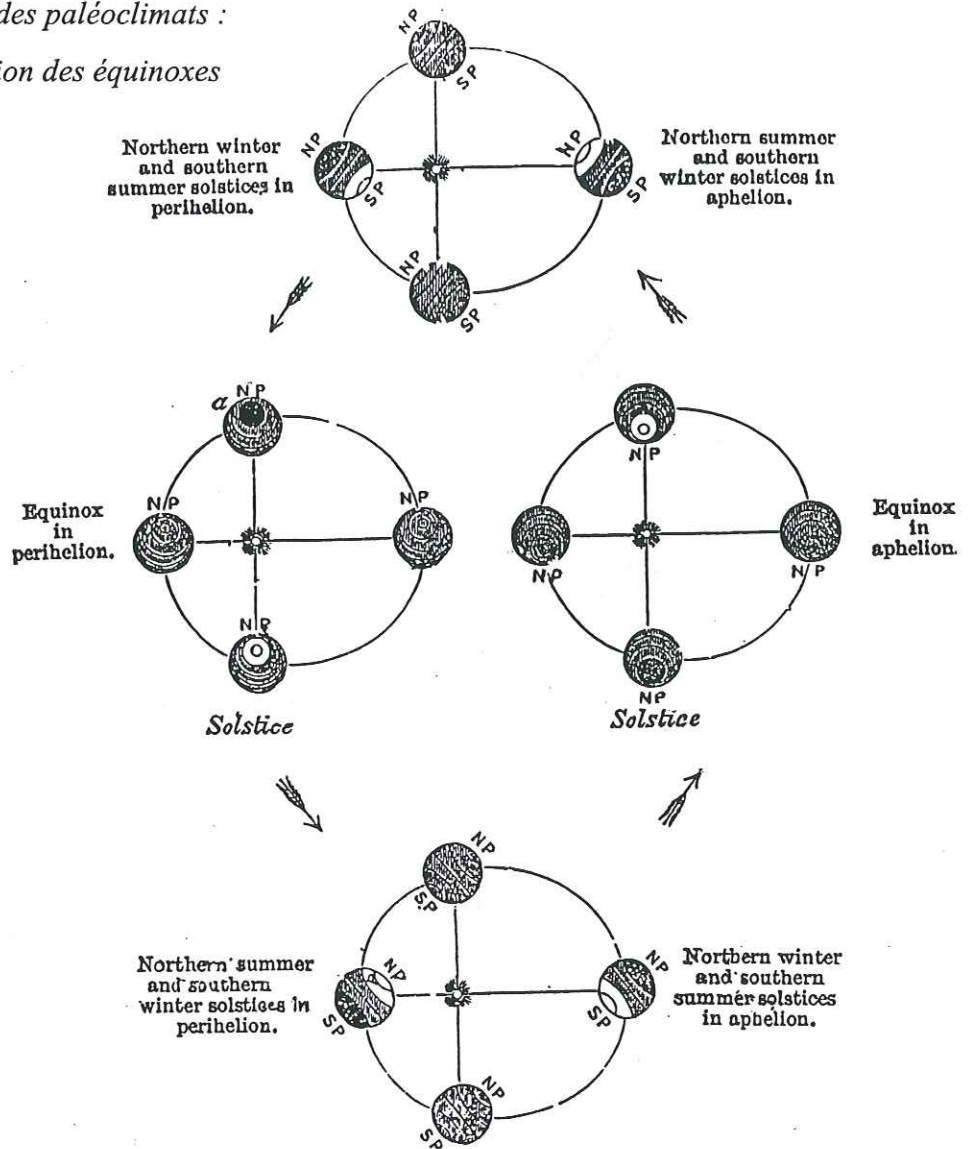
L'axe de rotation de la Terre est incliné. Cette inclinaison reste fixe à l'échelle de l'année, mais elle varie avec une périodicité d'environ 41 000 ans. Aujourd'hui, elle est de $23^{\circ}27'$; lorsque l'inclinaison de l'axe de la Terre est maximale, les zones polaires interceptent davantage de rayonnement solaire quand elles pointent vers le Soleil (été austral pour le pôle sud, été boréal pour le pôle nord). Cette configuration maximale conduit donc à des étés chauds et des hivers rigoureux aux hautes latitudes et correspond aux climats interglaciaires avec peu de glace sur les hautes latitudes des continents. Inversement, une diminution d'inclinaison correspond à des étés moins chauds et des hivers moins froids, ce qui permet le développement de calottes glaciaires. Cette périodicité n'explique cependant pas le cycle de 100 000 ans des dernières glaciations.

La précession des équinoxes vient du fait que la Terre n'est pas parfaitement sphérique. L'action du Soleil, de la Lune et des planètes sur le bourrelet équatorial de la Terre provoque une rotation de son axe autour de la perpendiculaire au plan de son orbite, avec une périodicité de 25 000 ans. A cause de la précession et du mouvement de rotation de l'écliptique, la position des équinoxes et des solstices se déplace lentement sur l'orbite parcourue par la Terre autour du Soleil, avec un cycle de 21 000 ans en moyenne (figure IV.2a). Ainsi, le solstice d'hiver, actuellement très proche du périhélie (point de l'ellipse le plus proche du Soleil), était proche de l'aphélie (point de l'ellipse le plus loin du Soleil) il y a 11 000 ans. Dans l'hémisphère nord, les hivers étaient alors plus froids et les étés plus chauds qu'aujourd'hui. Les contrastes saisonniers étaient donc accentués ; ceci peut expliquer en partie la phase de déglaciation assez rapide survenue à cette époque, dans la mesure où l'augmentation des températures estivales provoque une augmentation de l'ablation sur le bord des calottes et une fonte plus rapide de celles-ci.

figure IV.2 : théorie astronomique des paléoclimats :

a/ illustration de la précession des équinoxes

(Lyell, 1877) ;



b/ variation des paramètres orbitaux de 250 ka BP

à 100 ka AP (after present) (Berger, 1978).

Les variations de l'excentricité, de l'inclinaison et de la précession sont montrées sur la figure IV.2b, de 250 ka BP à 100 ka AP (After Present).

IV.2.B.2 Autres explications des variations climatiques

Cependant, toutes les variations climatiques du Quaternaire ne peuvent être expliquées par la théorie astronomique. Il faut donc chercher ailleurs l'origine de certains phénomènes ; nous en citons ici quatre que ne peut expliquer la seule théorie de Milankovitch.

- le cycle de 100 000 ans

L'analyse spectrale de la courbe des variations climatiques provenant de carottes marines pour les 500 000 dernières années (figure IV.3) montre clairement qu'il existe plusieurs périodes pour les variations climatiques, d'amplitudes différentes.

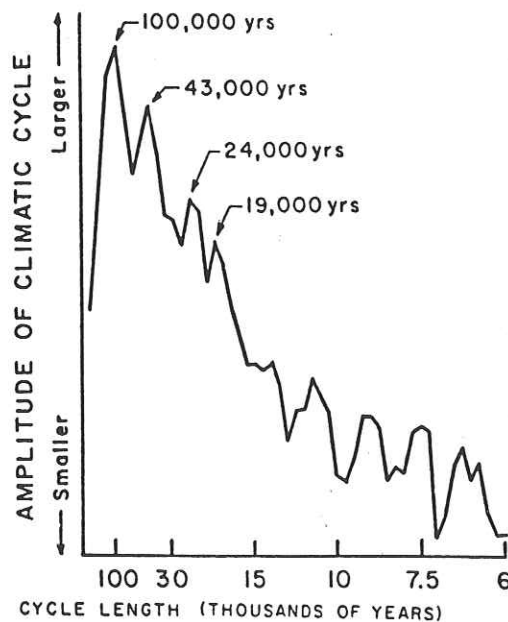


figure IV.3 : analyse spectrale de la courbe des variations climatiques dans une carotte marine (Berger, 1988).

Les cycles de périodes 43 ka, 24 ka et 19 ka correspondent vraisemblablement aux cycles de l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre et de la précession. Cependant, le cycle le plus important en amplitude a une période de 100 000 ans. Cette période ne peut s'expliquer seulement par la variation des paramètres orbitaux (les variations de l'excentricité, de cycle 100 000 ans, sont trop faibles pour expliquer les variations climatiques).

Une explication possible de cette périodicité de l'évolution des calottes de glace de 100 000 est l'ajustement isostatique. Ce phénomène, qui provoque l'enfoncement du socle situé sous la calotte en réponse au poids de la glace, se fait avec un délai de plusieurs milliers d'années par rapport à la croissance de la calotte. Lorsque celle-ci atteint sa taille maximale, le socle n'a pas atteint sa position la plus basse. L'ajustement isostatique progressif va donc faire baisser l'altitude de la surface de la calotte. La surface étant plus basse, sa température va se réchauffer, entraînant l'augmentation de l'ablation sur la calotte et sa fonte progressive.

Oerlemans (1980) réalise à ce sujet une expérience très significative : à l'aide d'un modèle simple de calotte glaciaire couplé à un modèle simple de réponse isostatique, il montre que l'isostasie permet de rendre compte du cycle de 100 000 ans présent dans l'évolution du volume moyen de glace. Il utilise le forçage climatique donné par la théorie de Milankovitch (cycles de 20 000 et 40 000 ans) pour forcer le modèle de calotte. Selon qu'il prend la valeur du délai isostatique nulle (ajustement isostatique immédiat du socle en réponse au poids de la glace), infinie (pas d'ajustement isostatique) ou égale à une valeur intermédiaire, il simule respectivement une alternance de glaciations-déglaciations synchrone avec le forçage climatique, une augmentation croissante du volume de glace menant à des calottes permanentes, et une alternance de glaciations-déglaciations de cycle 100 000 ans. On retrouve donc dans cette expérience assez simple une périodicité de 100 000 ans, sans pour autant qu'elle soit significative au niveau du forçage orbital.

- le maintien de la glaciation

Si l'on s'intéresse à la dernière époque glaciaire, la théorie astronomique ne permet pas non plus d'expliquer le maintien de la glaciation et son maximum entre 18 et 21 ka BP, où les valeurs des

paramètres orbitaux sont proches des valeurs actuelles (voir figure IV.2b). Ces paramètres ne sont donc vraisemblablement pas responsables du maintien de la glaciation (Manabe et Broccoli, 1985). Dans ce cas également, d'autres facteurs physiques interviennent. En particulier, la rétroaction positive de l'albedo sur la température en surface contribue au maintien de la calotte de glace. Les variations de la concentration en dioxyde de carbone dans l'atmosphère sont également un facteur qui peut participer au maintien de la glaciation. En effet, la concentration en CO_2 était de l'ordre de 200 ppm au DMG, contre 280 ppm pour les épisodes climatiques les plus chauds. Or le CO_2 , comme le méthane CH_4 , est un gaz à effet de serre qui contribue au réchauffement de la planète, en renvoyant une partie du flux infra-rouge émis par la surface de la Terre vers cette surface, au lieu de le laisser s'échapper vers l'espace. Des teneurs plus faibles en CO_2 en période glaciaire renforcent donc le refroidissement du climat.

- la déglaciation rapide

La déglaciation, d'après les courbes isotopiques, s'est effectuée dans un laps de temps de quelques milliers d'année. Cette déglaciation rapide n'est pas expliquée par les variations des paramètres orbitaux. Elle est peut-être liée à un changement de circulation océanique. Actuellement, les eaux froides et salées plongent en profondeur dans l'Atlantique nord et remontent en surface dans le Pacifique nord. Il y a alors production de chaleur par gel de l'eau en surface. Il semble que la circulation océanique ait été modifiée pendant la dernière période glaciaire, et que la plongée des eaux profondes ait été arrêtée, stoppant également la production de chaleur au-dessus de l'Atlantique nord, jusqu'à 14 ka BP. La reprise de cette circulation vers 14 ka BP a pu accélérer le processus de déglaciation (Broecker et Denton, 1990).

Dans une expérience de modélisation de l'évolution du volume de glace, avec un modèle de climat simple couplé avec un modèle d'écoulement de glace à deux dimensions, Peltier et Marshall (1995) ne parviennent pas à simuler la déglaciation en appliquant uniquement les variations des paramètres orbitaux au modèle. En incluant différents processus physiques dans leur modèle (variations de CO_2 , instabilité des calottes, présence de poussières dans l'atmosphère) ils montrent qu'une augmentation du contenu en poussières dans l'atmosphère peut amener à cette déglaciation rapide (les poussières se déposant à la surface de la glace, elles provoquent la diminution de l'albedo de la surface et l'augmentation de l'ablation de la calotte).

- les variations rapides (Heinrich events)

On observe dans les carottes marines de l'Atlantique nord des couches (appelées Heinrich Layers) qui témoignent de débâcles d'icebergs pendant la dernière période glaciaire. Les enregistrements dans ces carottes montrent des oscillations climatiques rapides pendant cette période, avec des périodes de refroidissement graduelles suivies de réchauffement rapide ; le dépôt des Heinrich Layers s'est fait au moment des périodes les plus froides. Ces débâcles d'icebergs pourraient provenir d'instabilités propres à la calotte laurentienne. Le réchauffement qui suit ces débâcles serait par contre une conséquence de celles-ci (Paillard et Labeyrie, 1994) : l'arrivée massive d'eau douce (par les icebergs) dans l'Atlantique nord empêche en effet la formation d'eaux profondes, en réduisant la salinité des eaux ; la circulation océanique est donc ralentie. Après les débâcles d'icebergs, l'arrivée d'eau douce est réduite, permettant à la circulation océanique de reprendre, et du même coup l'augmentation de la production de chaleur par plongée des eaux profondes et le réchauffement rapide en surface.

- le Dryas récent

Ce refroidissement climatique, survenu pendant la déglaciation (paragraphe IV.2.A), n'est pas non plus expliqué par les variations des paramètres orbitaux. Il semble ici également que la circulation océanique ait joué un rôle important dans cet événement (Broecker et Denton, 1990) : pendant la première partie de la déglaciation, l'eau de fonte de la Laurentide s'écoulait par le fleuve du Mississippi, c'est-à-dire vers le sud. Vers 11 ka BP, le retrait de la calotte a permis l'ouverture d'un canal permettant à l'eau de fonte de s'écouler par le fleuve St-Laurent, au nord-est. Le drainage à plusieurs reprises par ce fleuve de l'eau stockée dans un grand lac en amont amène une masse d'eau douce importante dans l'Atlantique nord. Comme dans le cas des Heinrich events, l'arrivée massive d'eau douce empêche la formation d'eaux profondes en réduisant leur salinité et entraîne un refroidissement. La Laurentide avance donc à nouveau et vient refermer l'ouverture du St-Laurent. L'arrivée d'eau douce dans l'Atlantique nord stoppe et la circulation océanique reprend, permettant le réchauffement et la poursuite de la déglaciation.

Même si les variations des paramètres orbitaux ne peuvent pas expliquer les changements climatiques abrupts, on pense cependant qu'elles sont à l'origine du processus de glaciation.

Ainsi, au début de la dernière glaciation, vers 115 ka BP, le système orbital était tel qu'on avait : excentricité assez forte, obliquité faible, Terre près du Soleil en hiver ; cette configuration entraîne une baisse d'insolation de 9% par rapport à l'insolation actuelle aux hautes latitudes de l'hémisphère nord (Berger, 1992).

Selon Gallimore et Kutzbach (1996) cependant, cette simple baisse d'insolation appliquée à un modèle de circulation générale du climat (GCM) à trois dimensions ne suffit pas à simuler l'entrée en glaciation. En revanche, lorsqu'ils prennent en compte l'existence et les variations de la végétation dans le modèle, celui-ci déclenche une glaciation. En effet, le refroidissement assez faible induit par la baisse d'insolation suffit à transformer la végétation des hautes latitudes de forêt en tundra ; comme dans le cas de la glace, celle-ci possède un albedo de surface plus élevé et réfléchit par conséquent une plus grande part du rayonnement solaire, ce qui entraîne un nouveau refroidissement. Cette nouvelle baisse des températures permet l'accumulation de neige et la rétroaction positive sur les températures conduisant à la glaciation.

En conclusion de ce paragraphe, les processus intervenant dans les phénomènes de glaciation, déglaciation, variations rapides du volume de glace, etc, en plus du forçage orbital, sont multiples ; les études réalisées jusqu'à présent ont montré que l'ajustement isostatique, les changements de circulation atmosphérique et océanique, les rétroactions entre la température en surface des calottes et l'albedo, entre la température et la végétation, ainsi que les changements de la composition de l'atmosphère, ont une influence sur le climat. Ces études montrent à quel point il est important de prendre en compte à la fois les calottes de glace, l'océan, l'atmosphère et la végétation pour expliquer les variations climatiques. Ces quatre sous-systèmes interagissent étroitement et semblent également importants pour expliquer ces variations.

IV.2.C Reconstruction des calottes de glace au Dernier Maximum Glaciaire

Denton et Hughes (1981) ont été les premiers à reconstruire les calottes glaciaires de l'hémisphère nord au DMG à partir des données géologiques. Nous rappelons ici le principe et

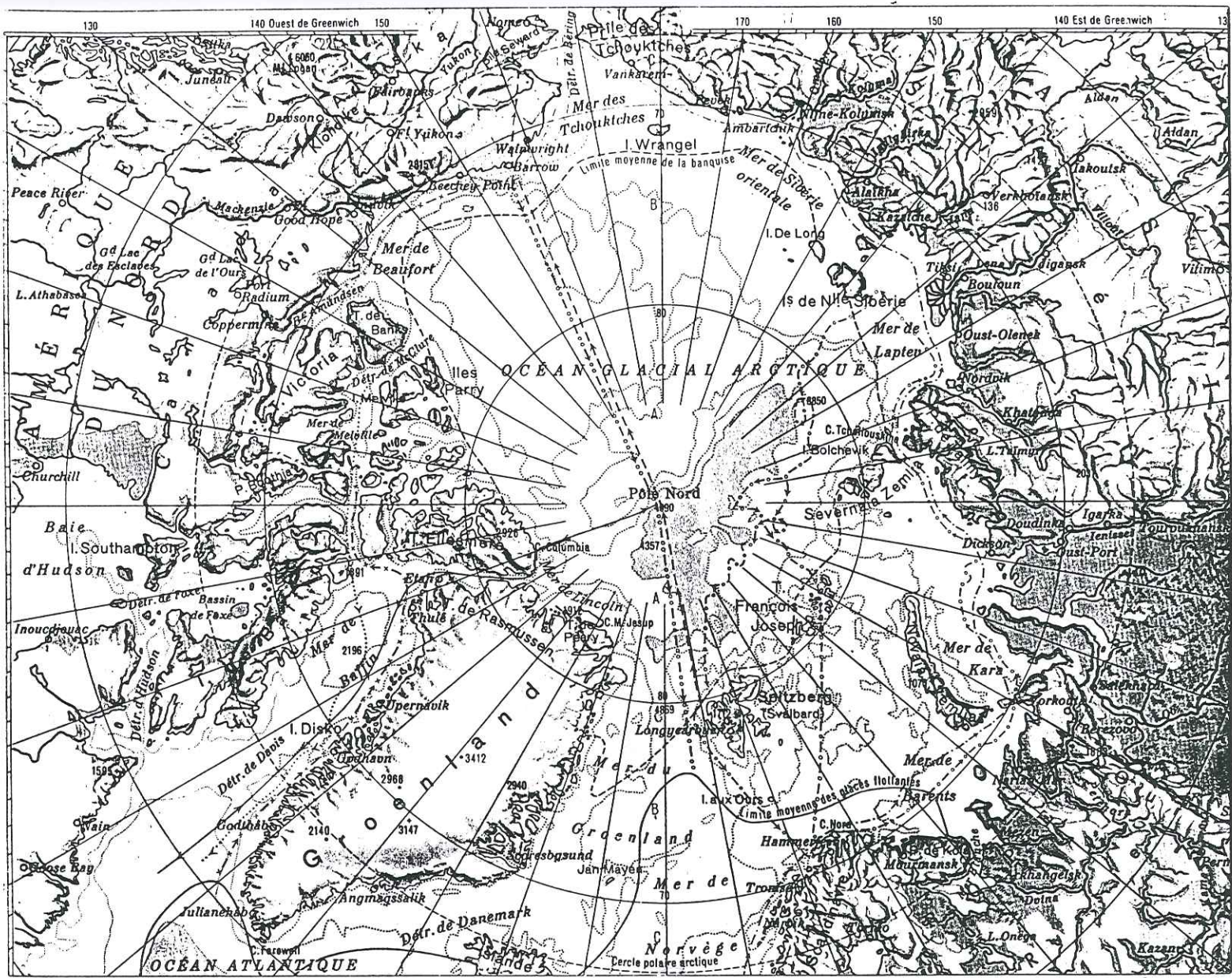


figure IV.4 : carte de l'ensemble de la région arctique, échelle 1:40 000 000 (Serryn et Blasselle, 1994).

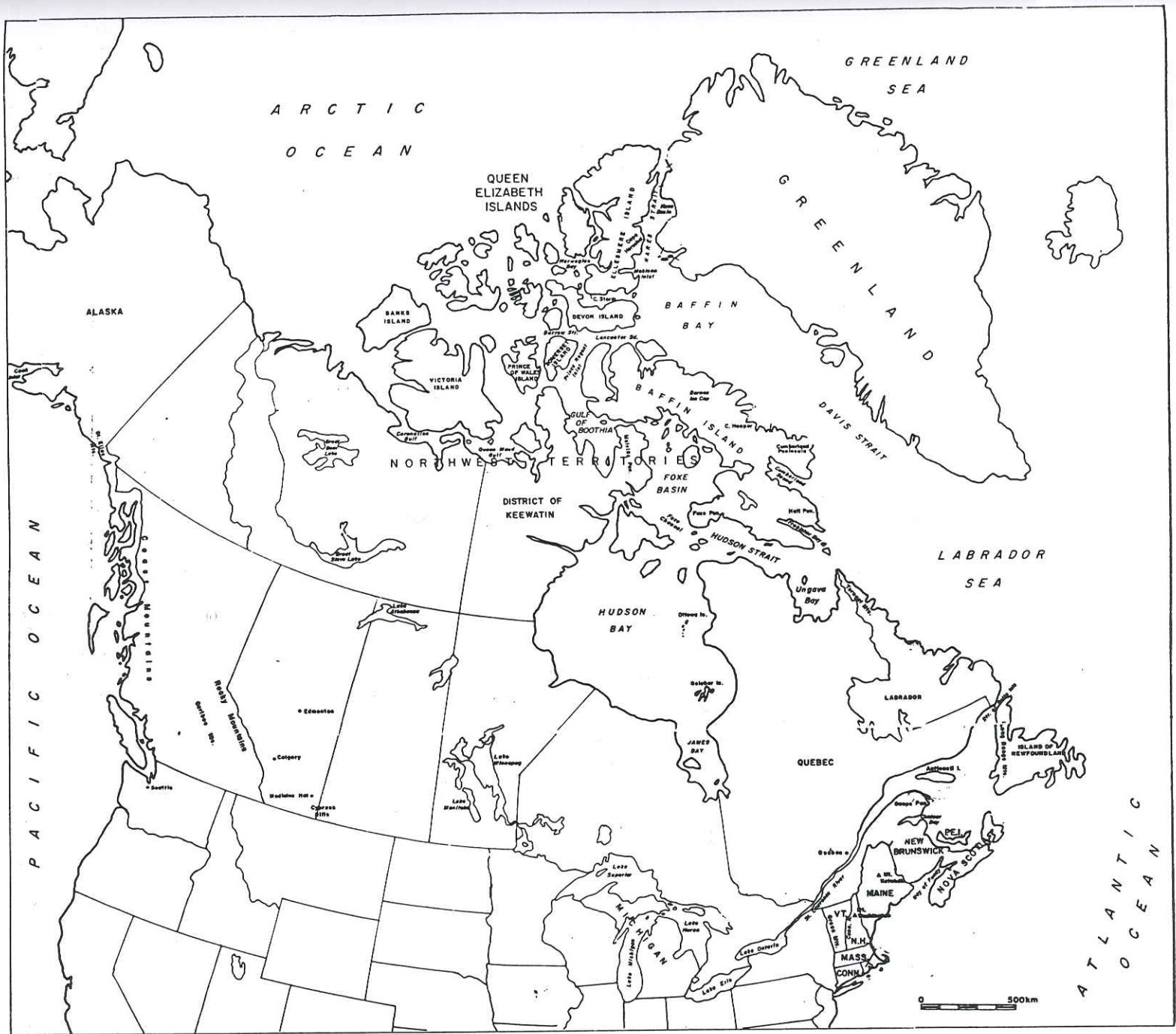
Chapitre IV : simulation des calottes de glace de l'hémisphère nord au DMG

les résultats de leur travail, sans entrer dans le détail des données géologiques et de leur interprétation, qui nécessiteraient une thèse entière. Les noms de lieux géographiques cités ci-après sont localisés sur les figures IV.4 pour l'ensemble de l'Arctique et IV.5 pour l'Amérique du nord plus particulièrement.

Denton et Hughes (1981) supposent à la base de leur travail que les calottes au DMG étaient dans un état proche de l'état stationnaire. Cette hypothèse se base sur le fait qu'au moment où les bords des calottes atteignent leur extension maximale, celles-ci sont entre une période de croissance et une période de régression et sont donc proches d'un état stationnaire. La reconstruction des calottes se déroule en cinq étapes principales :

- les données géologiques permettent de spécifier les contours de la calotte ; cette étape est l'une des plus contestées, dans la mesure où il existe assez peu de données géologiques disponibles pour les hautes latitudes de l'hémisphère nord et où ces données sont elles-mêmes difficiles à interpréter. L'existence de deux tendances dans l'interprétation des données géologiques a amené Denton et Hughes (1981) à faire deux reconstructions différentes, l'une avec une extension "minimum", l'autre avec une extension "maximum", provenant toutes deux d'interprétations différentes des mêmes informations.
- les lignes de courant de la calotte sont dessinées, depuis les bords de celle-ci jusqu'à son centre. Celui-ci (le dôme de la calotte) est identifié en cherchant la zone de rebond isostatique maximal. En effet, l'épaisseur de glace étant maximale au dôme, elle induit un enfoncement isostatique maximal, et un rebond également maximal quand la glace se retire.
- les zones où la condition thermique de la calotte au contact avec son lit a pu être identifiée sont cartographiées ; les données géologiques permettent de distinguer les endroits où la calotte était gelée sur son lit de ceux où elle était au point de fusion.
- à partir de ces informations quant à la surface couverte par la glace, aux lignes de courant, aux zones gelées ou au point de fusion, Denton et Hughes (1981) calculent l'épaisseur de la glace et l'altitude de la surface en chaque point d'un maillage appliqué à la zone couverte par la glace. Ceci est fait en supposant un flux de glace laminaire sur un socle à peu près plat et en traitant la glace comme un corps plastique parfait, ce qui conduit à la solution analytique de Nye (1952), qui donne un profil de forme parabolique pour la surface de la glace (voir chapitre I, § I.3.D.1.a).
- l'enfoncement isostatique du socle est calculé en fonction du poids de la glace à chaque endroit,

Figure IV.5 : carte de l'Amérique du nord (Denton et Hugues, 1981).



et l'altitude de la surface est corrigée en fonction de cet enfoncement.

Les extensions et les épaisseurs de glace des reconstructions "min" et "max" réalisées par Denton et Hugues (1981) dans le cadre du projet CLIMAP (1976) sont présentées respectivement sur les figures IV.6a et IV.6b. La reconstruction "min" correspond à une variation du volume de glace par rapport au volume actuel qui entraîne une baisse du niveau des mers de 127 m par rapport au niveau actuel, la reconstruction "max" entraîne une baisse de 163m. Sur les deux cartes on distingue les calottes de glace du Laurentide (sur l'Amérique du Nord) de la Fennoscandie (sur l'Europe du Nord).

Le bord sud de la Laurentide est le même dans les deux reconstructions ; elles diffèrent par la position du bord ouest de la calotte (existence possible d'une petite calotte sur les montagnes Rocheuses, liée à la Laurentide), et la position du bord nord (la calotte se termine avant les îles Queen Elizabeth pour la reconstruction "min", la calotte inclut ces îles ainsi que l'île Ellesmere dans la reconstruction "max" et forme un pont jusqu'à la calotte du Groenland). Selon Denton et Hugues (1981), il est difficile de savoir si la Laurentide était composée d'un ou plusieurs dômes ; le fait que le "max" présente un seul dôme et le "min" deux est arbitraire et choisi par les auteurs pour illustrer les deux possibilités. Les données géologiques semblent toutefois s'accorder pour prouver l'existence d'un dôme au-dessus de la Baie d'Hudson. Les épaisseurs de glace de la Laurentide atteignent presque 5 000 m dans le "max" et 4 300 m environ dans le "min".

Le bord sud de la Fennoscandie est le même dans les deux reconstructions. Pour cette calotte, le problème est de savoir si la glace recouvre les mers de Barents et de Kara pour former une calotte en partie marine allant jusqu'aux Terres François Joseph et au Svalbard. Les épaisseurs de glace de la calotte fennoscandienne atteignent 3 400 m dans les deux cas, avec la présence de deux dômes pour le "max" et d'un seul pour le "min".

L'Alaska et la Sibérie ne sont couvertes de glace dans aucune des reconstructions, les données géologiques indiquant qu'il n'y a pas eu de calotte de glace dans cette zone.

En plus des données géologiques relevées localement sur le terrain, l'utilisation récente des images satellites permet d'obtenir des informations sur les calottes de l'hémisphère nord.

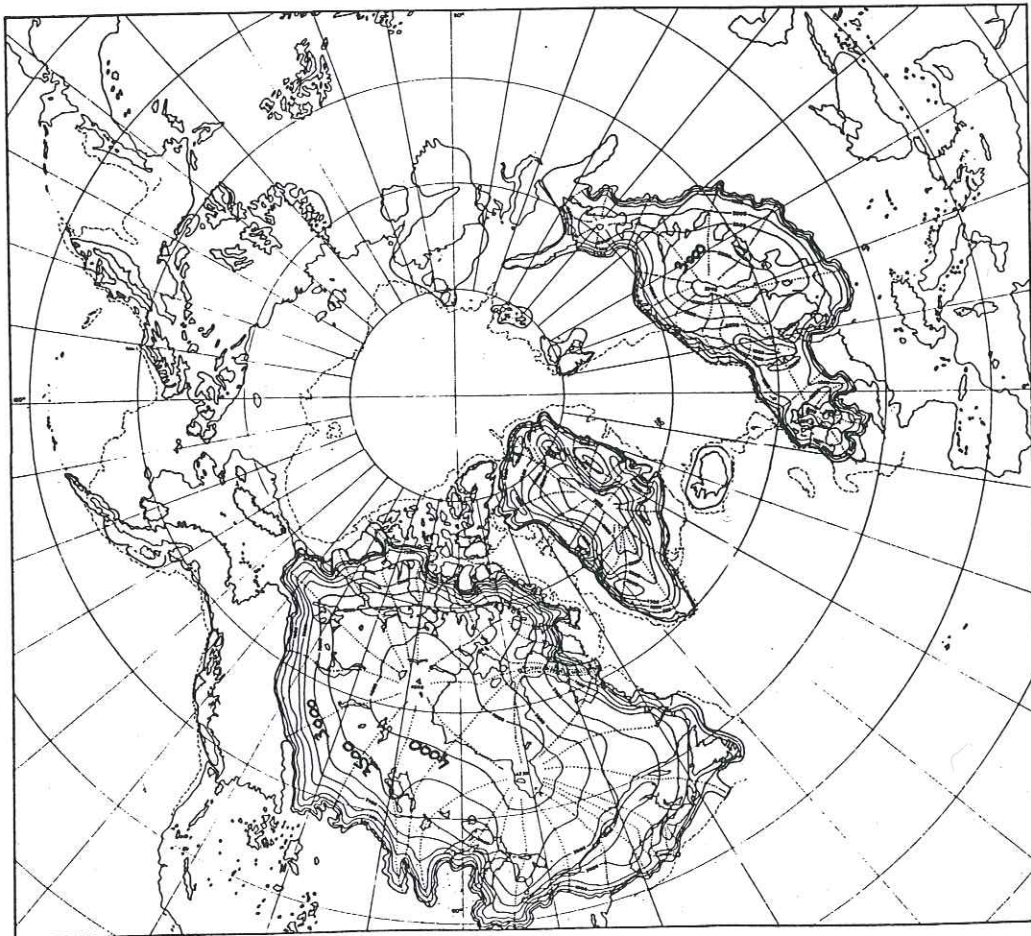
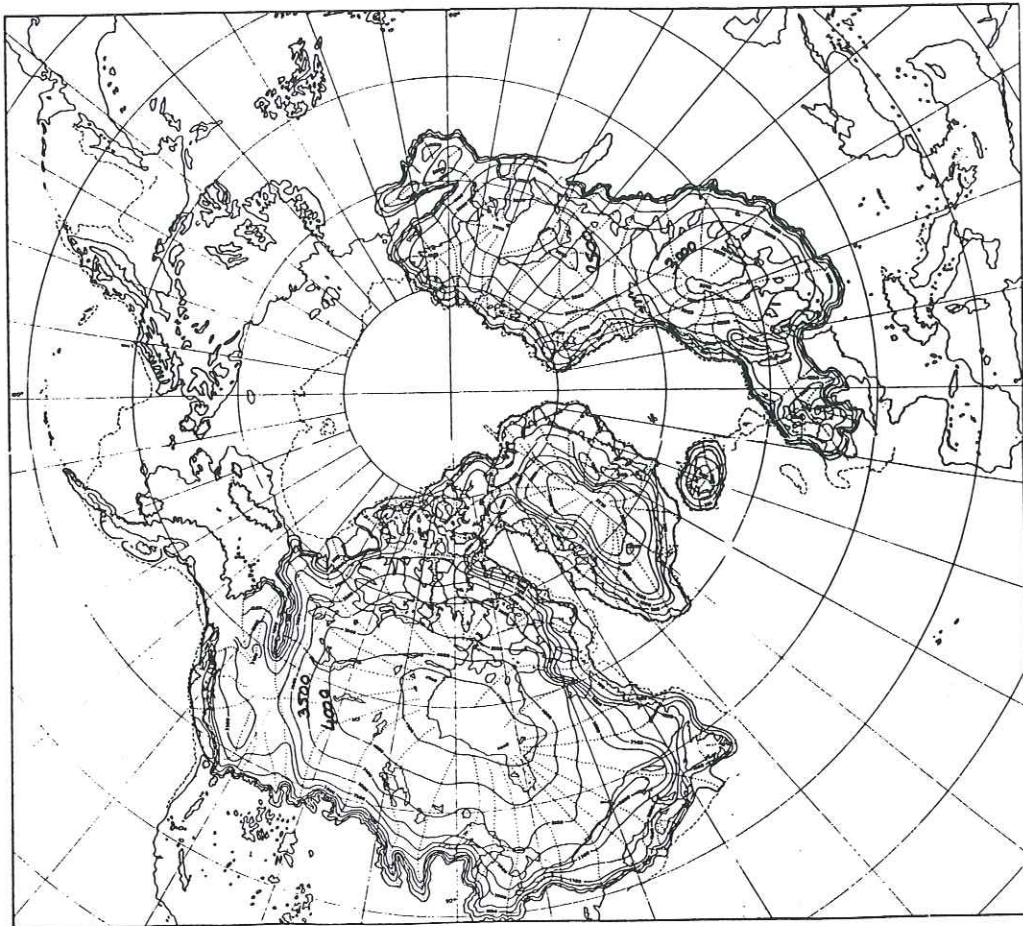


figure IV.6 : reconstruction des calottes glaciaires de l'hémisphère nord de Denton et Hugues (1981) ; a/ reconstruction minimum ;
 b/ reconstruction maximum.

Boulton et Clark (1990) montrent qu'il est possible, à partir de l'analyse de zones de striations à grande échelle relevées sur des images satellites de l'Amérique du nord, de reconstituer l'évolution de la calotte laurentienne au cours du dernier cycle glaciaire. En effet, les striations sont le témoin de l'écoulement de la glace et, sur un socle relativement plat, on peut considérer que cet écoulement se fait de façon parallèle à la pente de la surface de la glace. L'existence de zones où ces striations se superposent en se croisant amène à penser que les directions d'écoulement dans ces zones ont changé au cours du temps, probablement à cause d'un déplacement du ou des dômes de la calotte. La datation de ces striations permet d'établir une chronologie des directions d'écoulements ainsi reconstituées et de mieux comprendre l'évolution globale de la calotte au cours du dernier cycle glaciaire. Selon Boulton et Clark (1990), l'étude des striations de la période du DMG tendrait à confirmer l'existence de deux dômes sur la Laurentide, de part et d'autre de la Baie d'Hudson (l'un situé sur la région de Keewatin et l'autre sur la région du Labrador) plutôt qu'un seul dôme au-dessus de la Baie d'Hudson.

La reconstruction des calottes de l'hémisphère nord de Denton et Hugues (1981) a été récemment remise en question par Peltier (1994), qui a réalisé une nouvelle reconstruction, à partir de données de variations du niveau des mers relatif en fonction du temps, utilisées dans un modèle visco-élastique de rebond isostatique postglaciaire. Le niveau des mers relatif (rsl pour relative sea level en anglais) correspond à l'épaisseur d'eau comprise entre la surface de la Terre solide et la surface de la mer à un instant donné. Il dépend donc à la fois des variations d'altitude du socle et du niveau des mers.

L'étude des variations du rsl dans le temps permet d'évaluer la déformation visqueuse de la Terre en réponse au poids de la glace présente à un moment donné. Peltier (1994) utilise des données de rsl provenant de 400 sites différents, dont la moitié ont été recouverts par la glace. L'analyse des enregistrements dans chacun de ces sites montre une courbe de remontée de la surface solide en fonction du temps en forme d'exponentielle décroissante avec des facteurs dépendant du site étudié. Chacune de ces courbes donne des informations sur l'épaisseur de glace qui a provoqué l'enfoncement isostatique du socle, et la remontée de ce dernier une fois la glace disparue.

A partir de ces variations de rsl, Peltier (1994) calcule donc les variations de l'épaisseur d'eau au-dessus de la surface solide, en déduit les variations de l'altitude du socle en chaque site, puis les variations de l'épaisseur de glace ayant engendré ces dernières. Ces calculs sont faits à l'aide d'un modèle isostatique complexe, qui considère l'asthénosphère comme un corps visco-élastique traité à l'aide du principe de correspondance, la Terre comme un ensemble sphérique et qui prend en considération les interactions multiples entre les déplacements de matière et les variations du potentiel de gravité (Peltier, 1982).

Peltier (1994) utilise de plus des enregistrements récents de rsl trouvés dans les terrasses de coraux des Barbades et datés au U-Th ; cette datation, qui remplace la datation classique des enregistrements au carbone 14, est plus précise et permet de remonter plus loin dans le temps (elle est cependant actuellement très discutée).

La reconstruction des calottes du DMG réalisée par Peltier (1994) est présentée sur la figure IV.7. Elle montre des calottes beaucoup moins épaisses que celles des reconstructions CLIMAP. La calotte laurentienne atteint environ 3 000 m d'épaisseur au-dessus de Hudson Bay, soit 2 000 m de moins que la reconstruction "max" de CLIMAP et 1 300 m de moins que la "min". La calotte fennoscandienne est également moins épaisse. La baisse du niveau des mers engendrée par la formation des calottes du DMG est de 105 m pour Peltier (1994), alors qu'elle était de 163 m pour le "max" et 127 m pour le "min" de CLIMAP. Le volume de glace obtenu dans CLIMAP "max" est supérieur de 55% au volume obtenu par Peltier. Les extensions reconstruites par Peltier sont plus proches de la reconstruction "max" de Denton et Hugues que de leur reconstruction "min". En effet, la Laurentide s'étend jusqu'aux Rocheuses et est reliée à la calotte du Groenland. En Europe cependant, la petite calotte s'étendant sur les îles britanniques ne fait pas partie de la calotte fennoscandienne.

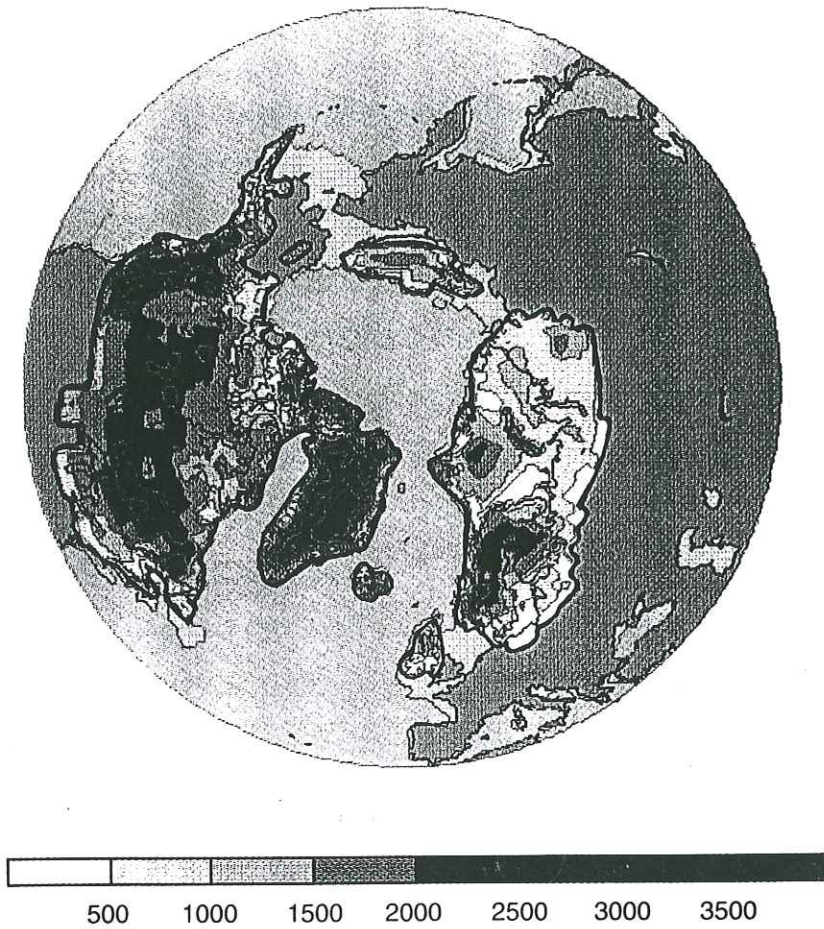
Les reconstructions des calottes de glace du DMG sont essentielles pour les simulations du climat de cette époque par les modèles de circulation générale de l'atmosphère (GCM). Ces derniers ont besoin pour simuler ce climat de la topographie de la surface et du type de surface, à cause de l'albedo et de la rugosité, qui constituent des conditions aux limites pour le modèle. Pendant longtemps, les modèles atmosphériques ont utilisé les reconstructions CLIMAP. A

présent, et plus particulièrement pour les expériences d'intercomparaison de PMIP, dont nous parlerons par la suite, la reconstruction choisie est celle de Peltier. Ramstein et Joussaume (1995) ont montré l'importance de la topographie choisie pour simuler le climat du DMG, en réalisant des expériences avec la reconstruction "max" de CLIMAP et avec la reconstruction de Peltier. Bien que les résultats soient globalement similaires (même refroidissement moyen annuel), des différences importantes apparaissent dans les températures saisonnières, ainsi que dans la circulation atmosphérique (la séparation du "jet" - vent caractérisé par une vitesse élevée, à haute altitude, créé par les vents d'ouest - au-dessus de la Laurentide ne se fait pas de la même façon au-dessus de la calotte épaisse et élevée de CLIMAP "max" qu'au-dessus de la calotte moins élevée de Peltier).

Il est donc important de choisir la reconstruction la plus réaliste possible lorsqu'elle doit servir de base ou de référence dans un autre travail. Dans ce chapitre **nous allons utiliser la reconstruction de Peltier (1994)**, la plus récente et pour l'instant reconnue comme la plus fiable, pour valider les résultats que nous obtiendrons en simulant les calottes glaciaires du DMG avec notre modèle d'écoulement.

Les travaux présentés ci-dessus traitent de la reconstruction des caractéristiques des calottes de l'hémisphère nord à partir de données géologiques. Plusieurs travaux de modélisation de ces calottes ont également été réalisés ces dernières années ; ces travaux permettent d'évaluer la capacité des modèles à simuler l'existence de ces calottes et leur évolution au cours du dernier cycle glaciaire-interglaciaire. En particulier, ils tentent de simuler les périodes de formation et de disparition des calottes, afin de voir si les modèles utilisés prennent en compte les processus physiques impliqués dans les phénomènes de glaciation et déglaciation et sont capables de les reproduire. Ces travaux utilisent pour la plupart un modèle de glace à deux ou trois dimensions couplé avec un modèle de bilan d'énergie en surface. Nous en parlerons plus en détail lorsque nous présenterons l'extension de notre modèle à l'hémisphère nord.

Une autre approche permettant d'étudier les processus de glaciation - déglaciation consiste à utiliser des modèles de circulation générale de l'atmosphère pour simuler l'évolution du climat dans ces périodes et analyser les interactions calottes de glace - atmosphère. Une meilleure connaissance de ces interactions permet en effet de mieux comprendre ces processus et d'estimer



*figure IV.7 : reconstruction des calottes glaciaires de l'hémisphère nord de Peltier (1994).
Les altitudes de la surface des calottes (en mètres) sont représentées.*

quels sont les phénomènes physiques en jeu pouvant être responsables de leur déclenchement.

IV.3 Extension de notre modèle d'écoulement de glace à l'hémisphère nord

IV.3.A Principe

Pour simuler les calottes glaciaires du DMG, le modèle, qui ne couvrait jusqu'ici que la zone du Groenland, doit être étendu à tout l'hémisphère nord. Le modèle sera d'abord testé sous les conditions climatiques actuelles, avant d'être utilisé sous les conditions climatiques du DMG. Nous réaliserons dans ce travail des expériences stationnaires, c'est-à-dire que nous ferons tourner le modèle sous les mêmes conditions climatiques pendant un temps suffisamment long pour que les calottes se stabilisent. Les simulations seront faites sur une durée de 10 000 ans. Les expériences réalisées dans ce chapitre sont également présentées dans Fabre et al (1997).

Les conditions climatiques seront celles du présent lorsque nous simulerons l'état actuel, celles de la période glaciaire lorsque nous simulerons l'état du DMG. L'étude des différentes variables du modèle (épaisseur de glace, extension des calottes, altitude de la surface, température à la base des calottes) à la fin des simulations permettra d'analyser la réponse de l'ensemble de l'hémisphère nord aux conditions climatiques imposées.

Ces résultats devront être utilisés avec précaution, comme nous l'avons déjà mentionné dans le cas des expériences stationnaires sur la calotte du Groenland (chapitre III), dans la mesure où, dans ce type d'expérience, on considère que les calottes sont à l'équilibre, ce qui n'est pas le cas pour les calottes actuelles et ne l'a probablement pas été pour les calottes du DMG. Néanmoins, ces résultats donneront des indications sur les caractéristiques générales des calottes sous le climat considéré.

Nous comparerons donc les résultats de nos simulations de l'état actuel à la configuration actuelle observée ; les résultats des simulations du DMG seront comparés à la configuration glaciaire de l'hémisphère nord reconstruite par Peltier. Même si celle-ci est issue de l'interprétation des données de rsl par un modèle d'isostasie et donc est à prendre avec précaution, elle fournit un outil de comparaison très utile dans notre travail. Les extensions des calottes de

cette reconstruction sont compatibles avec les données géologiques, il y a donc relativement peu d'incertitudes à leur sujet ; en revanche, les épaisseurs de glace de la reconstruction sont plus contestables, dans la mesure où elles dérivent d'un modèle.

Les principales modifications appliquées au modèle de glace pour la simulation de l'hémisphère nord concernent le traitement des données en entrée, la zone couverte par le modèle et le calcul de l'accumulation. Ces modifications sont présentées dans les paragraphes qui suivent. Le traitement des autres processus entrant en jeu et les valeurs des différents paramètres impliqués dans le modèle sont les mêmes que dans la version utilisée dans le chapitre III. Le niveau des mers sera affecté à 105 mètres au-dessous du niveau actuel (d'après Peltier, 1994) pour les simulations du DMG.

Pour les simulations de l'actuel, nous avons besoin de cartes de la topographie actuelle, des températures en surface et des précipitations actuelles sur cette zone, pour fournir des conditions initiales au modèle. Pour les simulations des calottes au DMG, nous avons besoin de la topographie glaciaire, ainsi que des températures en surface et des précipitations correspondant à un climat glaciaire.

Nous présentons dans le paragraphe IV.3.B les données dont nous avons besoin, ainsi que le traitement qu'elles doivent subir pour être utilisées dans le modèle (projection et interpolation) ; nous abordons dans le paragraphe IV.3.C le problème du calcul du bilan de masse pour les conditions climatiques glaciaires, et en particulier de l'accumulation, sur laquelle nous n'avons pas d'informations pour l'ensemble de l'hémisphère nord ; nous abordons également la façon dont plusieurs auteurs traitent ce problème dans des simulations réalisées antérieurement au travail présent.

IV.3.B Données en entrée du modèle

IV.3.B.1 Traitement des données

Toutes les données que nous utilisons dans ce travail sont définies -le plus souvent sur tout le globe- en longitude et latitude. Dans le modèle d'écoulement de glace, nous travaillons

avec des variables définies sur une grille cartésienne en x et y . Les données doivent donc être transformées de manière à pouvoir être utilisées dans le système de coordonnées du modèle, par le moyen d'une projection. La projection choisie est celle dite de Lorgna, appelée également projection azimuthale equi-areale de Lambert. Elle présente l'avantage de conserver les surfaces et évite les distorsions dans la conservation de la masse. Dans cette projection, les méridiens sont des droites rayonnantes à partir des pôles et les parallèles sont des cercles concentriques (centrés aux pôles) dont le rayon est fonction de la latitude, de façon à conserver les surfaces.

Le rayon r du cercle à la latitude "lat" est défini par :

$$r = \sqrt{2} \left(\sin \frac{lat}{2} + \cos \frac{lat}{2} \right) = \sqrt{2(1 - \sin(lat))} \quad (IV.1)$$

Les coordonnées x et y d'un point défini par sa latitude lat et sa longitude lon sont, par la projection de Lorgna :

$$\begin{aligned} x &= r \sin(lon) = \sqrt{2(1 - \sin(lat))} \sin(lon) \\ y &= -r \cos(lon) = -\sqrt{2(1 - \sin(lat))} \cos(lon) \end{aligned} \quad (IV.2)$$

Le modèle calcule l'écoulement de la glace sur une grille en x, y régulière ; dans ce chapitre nous utilisons une maille de 50 x 50 km, avec 231 x 241 mailles sur la grille (celle-ci ne couvre en réalité pas l'hémisphère nord tout entier, mais s'étend jusqu'à l'Espagne en Europe et au sud des Grands Lacs en Amérique du nord, ce qui est suffisant pour prendre en compte l'extension des calottes du DMG). Pour avoir une valeur par maille de la grille du modèle, il est nécessaire d'interpoler les données initiales, définies sur une grille régulière en longitude-latitude. Nous appliquons donc aux données une routine d'interpolation sphérique qui recherche pour chaque point de la grille 50 x 50 km les valeurs du jeu initial de données les plus proches ; la routine affecte à chaque point une valeur calculée à partir de la moyenne des valeurs des plus proches voisins pondérées par la distance.

IV.3.B.2 Conditions actuelles

Topographie

Les données de topographie actuelle (altitude de la surface) proviennent de la base de données NOAA/EPA (National Oceanic and Atmospheric Administration / Environmental Protection Agency, 1990). Nous disposons de données bathymétriques (donc positives pour des altitudes négatives) de résolution 5 minutes en longitude et en latitude pour tout le globe. Nous créons un fichier de topographie de résolution 30 minutes -pour être en accord avec les données de températures et de précipitations qui ont également une résolution de 30 minutes- sur l'hémisphère nord. Ce fichier est tout d'abord interpolé pour obtenir des valeurs en longitude-latitude qui correspondent aux points de notre grille 50 x 50 km, puis on applique aux valeurs obtenues la projection de Lorgna qui permet d'obtenir le même jeu de données en coordonnées x, y.

Ces données concernent l'altitude de la surface. Dans la zone du Groenland, on dispose donc de l'altitude de la surface de la glace, mais non de celle du socle. Or la connaissance de la topographie sous-glaciaire est nécessaire au modèle, pour pouvoir simuler l'écoulement de la calotte. Dans la région du Groenland, nous utilisons donc la carte de l'altitude du socle rocheux donnée par Letréguilly et al (1991) présentée dans le chapitre III, figure III.3. La carte de l'altitude de la surface utilisée dans le chapitre III (figure III.4) est plus précise et plus récente que la topographie de la base de données NOAA/EPA. Nous utilisons donc également cette carte. Les deux fichiers sont interpolés sur la grille 50 x 50 km, puis insérés dans le fichier de topographie de l'hémisphère nord.

Températures en surface et précipitations actuelles

Ces données viennent de Legates et Willmott (base de données NOAA/EPA, 1990), avec une résolution en longitude et latitude de 30 minutes. De la même façon que pour la topographie, ces données sont interpolées en sphérique puis projetées sur notre grille en x, y. Sur la zone du Groenland; les données d'Ohmura (1987) pour les températures en surface et d'Ohmura et Reeh (1991) pour les précipitations et l'accumulation sont meilleures que celles de la base de données. Dans ce cas aussi, ces données sont insérées dans les fichiers de l'hémisphère nord. Les figures

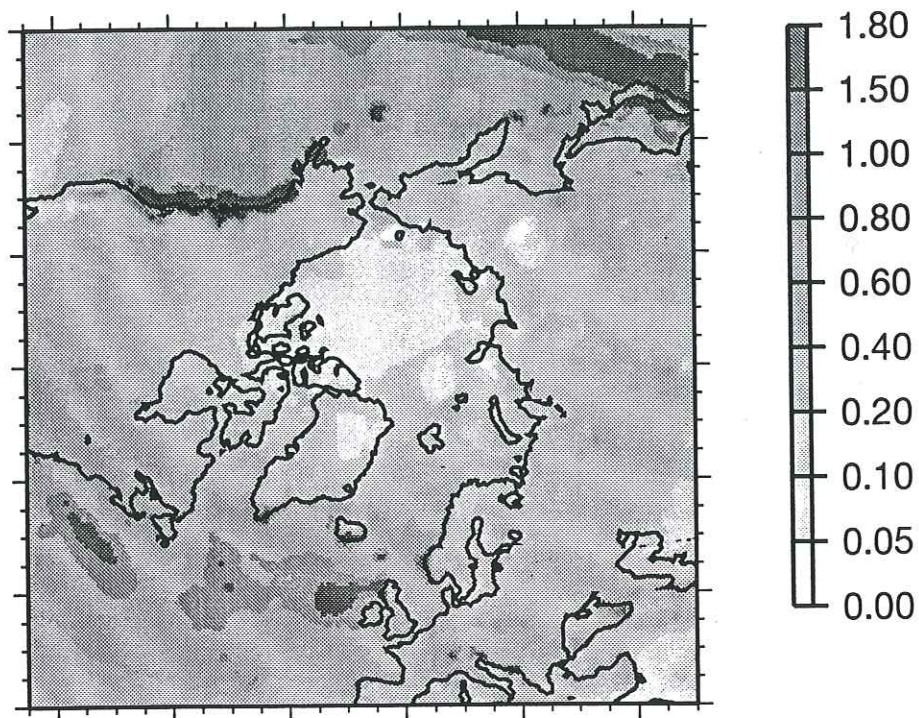


figure IV.8 : carte des précipitations moyennes annuelles (m/an). Données de Legates et Willmott (NOAA/EPA, 1990) et Ohmura et Reeh (1991) pour le Groenland.

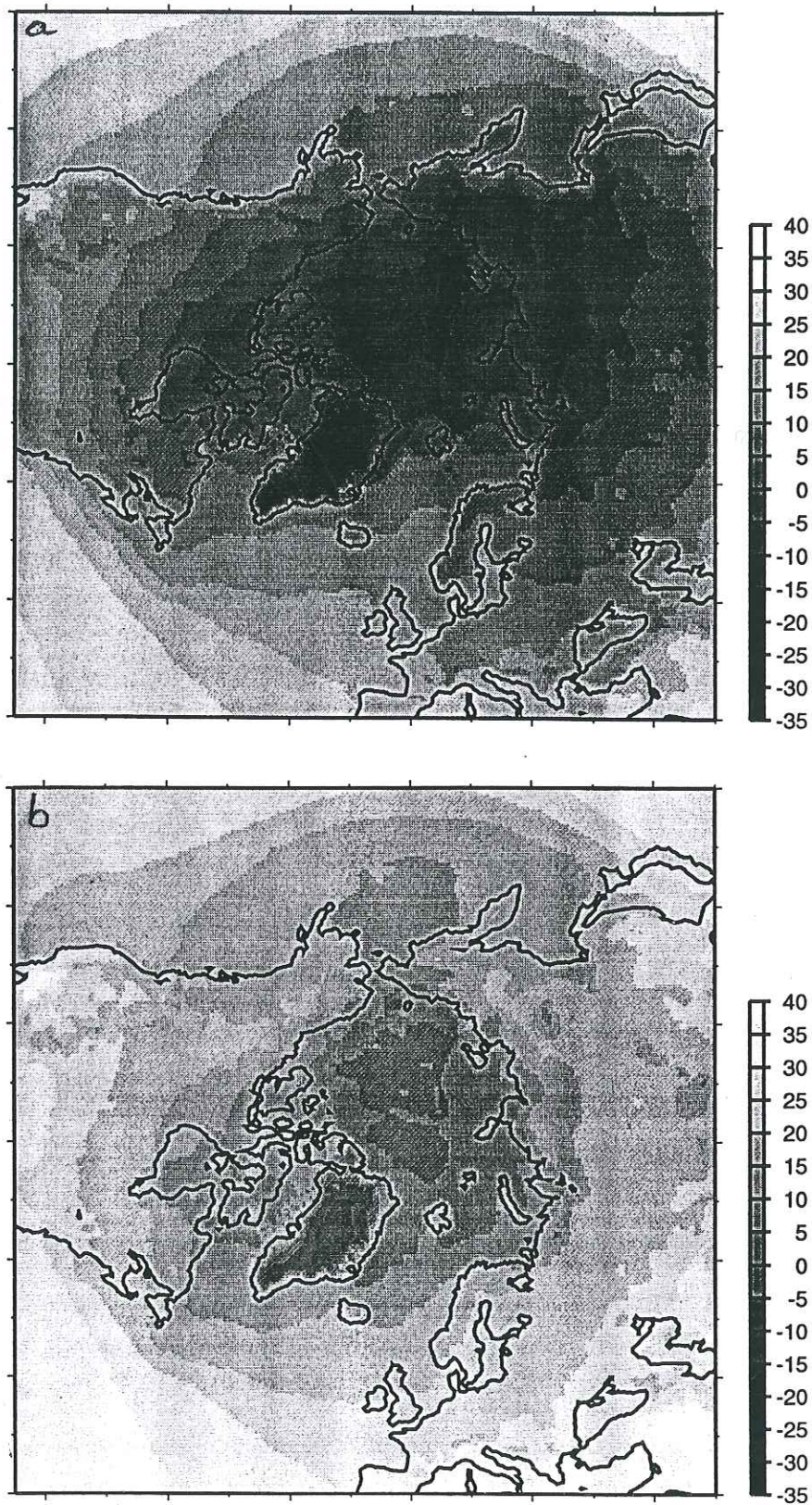


figure IV.9 : cartes des températures moyennes à la surface (°C). Données de Legates et Willmott (NOAA/EPA, 1990) et Ohmura (1987) pour le Groenland.

a/ températures moyennes annuelles ;

b/ températures moyennes du mois le plus chaud.

IV.8, IV.9a et IV.9b présentent respectivement les précipitations moyennes annuelles, les températures moyennes annuelles et les températures moyennes du mois le plus chaud.

Vents

Dans une partie de ce travail nous allons calculer les précipitations à l'aide d'un modèle de bilan de vapeur d'eau. Ce modèle, que nous décrirons dans le paragraphe IV.4.B, utilise les vents comme données en entrée. Les données de vents que nous allons utiliser viennent de la base de données ECMWF (Centre Européen de Prévisions Météorologiques, Schubert et al, 1990). Les données initiales sont dans les directions E/W et N/S, à différentes pressions (200, 500, 700 et 850 mbars). A partir des vecteurs E/W et N/S interpolés et projetés sur notre grille, nous calculons les composantes des vents selon les directions x et y de celle-ci (car ces directions ne correspondent pas au départ aux points cardinaux). Les cartes obtenues sont présentées sur les figures IV.10a et b.

IV.3.B.3 Conditions glaciaires

La **topographie glaciaire** sera utilisée comme condition initiale pour le modèle dans certaines simulations du DMG ; dans les autres nous partirons de la topographie actuelle, afin de voir si le modèle est capable de générer des calottes à partir de la configuration actuelle. Les données de topographie glaciaire proviennent de la reconstruction de Peltier (1994) présentée ci-dessus (figure IV.7). L'altitude de la surface est donnée avec une résolution de $1 \times 1^\circ$ en longitude et latitude. Ces données sont également interpolées et projetées sur notre grille 50×50 km.

Nous disposons seulement de l'altitude de la surface reconstruite par Peltier ; dans les zones englacées, comme nous l'avons mentionné ci-dessus, le modèle a besoin de connaître également l'altitude du socle rocheux. Nous calculons donc les valeurs de topographie sous-glaciaire à partir des données de topographie de surface, à l'aide d'un raisonnement très simple : nous considérons que le socle rocheux s'enfonce localement d'un tiers de l'épaisseur de la glace qui le surmonte (ce qui correspond à peu près à l'enfoncement en un point isolé si on y applique une charge ponctuelle). Connaissant l'altitude de la surface de la glace (par Peltier, 1994) et

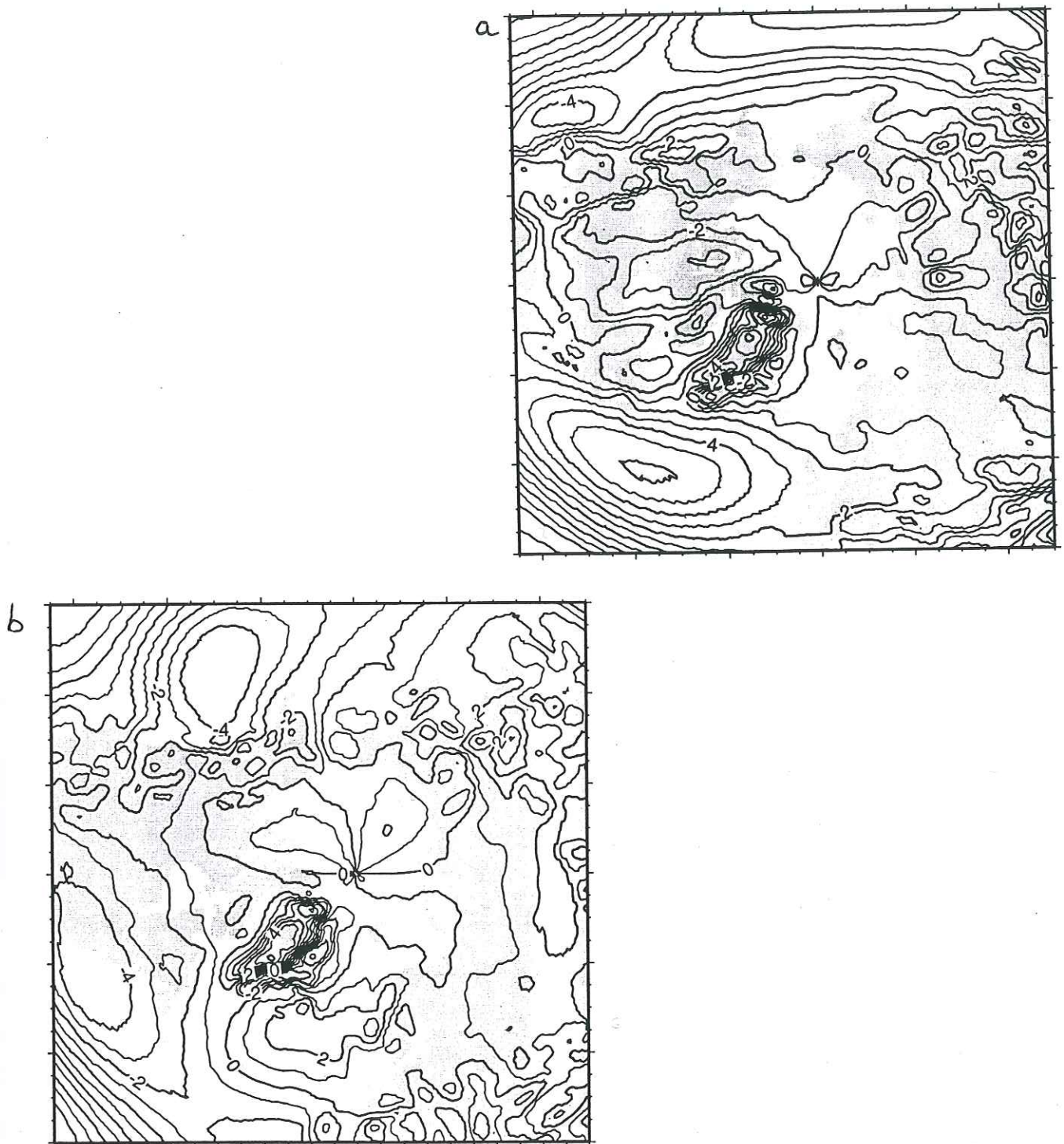


figure IV.10 : cartes des vents (m/s) à 850 mbars. Données ECMWF (Schubert et al, 1990).

a/ direction x ;

b/ direction y.

l'altitude du socle rocheux sans glace (topographie de la surface actuelle, en supposant que le socle actuel n'est plus en train de remonter en réponse à la dernière déglaciation), il est facile de déterminer l'altitude du socle sous la glace et l'épaisseur de glace en chaque point au DMG. Celles-ci sont données par la relation :

$$B_{DMG} - B_{act} = -1/2 (S_{DMG} - S_{act}) \quad (IV5)$$

où B_{DMG} et B_{act} sont les altitudes respectives du socle rocheux au DMG et actuel, et S_{DMG} et S_{act} les altitudes respectives de la surface au DMG et actuelle.

Cette relation est employée uniquement pour fournir une topographie sous-glaciaire initiale au modèle d'écoulement de glace. Ensuite, le modèle calcule lui-même le rebond isostatique dû au poids de la glace, de façon beaucoup plus complète et réaliste. Le raisonnement simpliste utilisé ci-dessus permet donc de fournir les données en entrée nécessaires au modèle. Les épaisseurs de glace obtenues par l'équation IV.5 sont présentées sur la figure IV.11. Les petites masses de glace dans le sud et l'est du domaine sont des artéfacts générés par l'équation IV.5 ; elles disparaissent rapidement lorsque ces données sont utilisées dans le modèle et que celui-ci calcule l'altitude du socle de façon plus complète.

Les températures en surface et précipitations pour le DMG sont également nécessaires au modèle pour calculer le bilan de masse des calottes et simuler leur évolution. Or, autant la reconstruction de la topographie des calottes du DMG s'avère réalisable, grâce essentiellement aux données géologiques, autant la reconstruction des données climatiques de cette époque est difficile. On dispose d'informations sur les températures et les précipitations à quelques endroits, en particulier sur les calottes actuelles, où le forage et l'analyse de carottes de glace (voir chapitre III, § III.1.E) a permis d'estimer les variations de ces paramètres au cours du temps. Mais ces analyses donnent des informations sur la zone où a été forée la carotte ; on peut éventuellement utiliser les résultats pour toute la calotte sur laquelle on peut supposer que les variations ont été homogènes, mais certainement pas pour tout l'hémisphère nord, soumis à des conditions atmosphériques différentes de celles d'une calotte donnée. Les pollens donnent également des informations sur la température et les précipitations ; le problème est que ces informations



figure IV.11 : carte des épaisseurs de glace reconstruites d'après les données de Peltier (1994) en utilisant l'équation IV.5 (isolignes en km).

concernent seulement les zones où la végétation était présente, et non les zones englacées. Les variations de température en surface de la mer sont également reconstruites à partir des faunes. On ne dispose cependant pas d'informations sur les précipitations sur l'Amérique du Nord, ou sur la Scandinavie au DMG.

Il faut donc trouver une méthode appropriée pour calculer ces précipitations. Dans le paragraphe qui suit, nous envisageons différentes méthodes pour ce calcul et nous étudions les méthodes utilisées dans des expériences similaires antérieures à ce travail.

IV.3.C Calcul du bilan de masse pour les conditions glaciaires

Dans la plupart des expériences de simulation des calottes du DMG antérieures à ce travail, les auteurs utilisent un modèle de bilan d'énergie en surface couplé de façon asynchrone à un modèle d'écoulement de glace. Le principe des modèles de bilan d'énergie est le suivant : l'atmosphère reçoit une quantité Q de chaleur qui est réfléchiée en partie vers l'espace à cause de l'albedo de la planète et des nuages, réémise sous forme de rayonnement infra-rouge, et répartie sur la surface du globe par des processus d'advection ; la circulation moyenne de l'atmosphère est paramétrisée par des flux méridionaux et zonaux de chaleur ; la circulation générale achemine la chaleur des zones chaudes (équateur) vers les zones froides (pôles). Ces modèles calculent les températures au niveau de la mer ; ces températures sont ensuite ramenées à l'altitude réelle en chaque point de grille à l'aide d'un gradient de température.

Deblonde et Peltier (1991) utilisent un modèle de bilan d'énergie en surface couplé à un modèle d'écoulement de glace intégré dans la verticale (donc à deux dimensions) pour modéliser les calottes de glace du DMG. L'ablation est calculée en fonction de la température et de l'insolation (avec un pas de temps d'un mois). Dans leurs expériences, les précipitations mensuelles au DMG sont égales aux précipitations actuelles. Il n'y a cependant accumulation que si la température en surface est négative. L'accumulation obtenue est ensuite multipliée par un facteur permettant de prendre en compte l'effet de désertification dû à l'altitude (selon leur formulation, l'accumulation est deux fois moins importante à 3 000 m qu'au niveau de la mer, pour la même température). Par ailleurs, ils ne considèrent pas l'hémisphère nord dans son

ensemble : l'évolution des calottes de glace est calculée séparément sur l'Amérique du Nord et sur la Scandinavie, il n'y a donc pas possibilité de former une calotte ailleurs.

Les calottes de la Laurentide et de la Fennoscandie qu'ils obtiennent au DMG sont trop épaisses, la Laurentide ne s'étend pas assez au sud et trop au nord par rapport aux données géologiques. En effet, ils forment de la glace sur l'Alaska, alors que les données géologiques prouvent qu'il n'y en a pas eu. Pour remédier à ce problème, ils réduisent de 25 % les précipitations au-dessus de l'Amérique du Nord en se basant sur des résultats d'études réalisées avec des GCM ; ces études (Broccoli et Manabe, 1985) montrent que les vents d'ouest au-dessus de l'Amérique du Nord ont été séparés en deux branches lors de la formation de la Laurentide, l'une contournant la calotte par le sud, l'autre par le nord ; cette branche aurait ainsi amené de l'air plus chaud sur l'Alaska, empêchant la neige de s'accumuler dans cette région pour former une calotte. Dans ce travail, les auteurs n'arrivent pas à simuler la déglaciation complète des calottes de l'Hémisphère nord.

Les mêmes auteurs (Deblonde et Peltier, 1993) introduisent dans des simulations plus récentes du DMG, avec les modèles et les contraintes mentionnés ci-dessus, les variations de dioxyde de carbone dans l'atmosphère et des flux de chaleur à la surface de l'océan ; ils montrent que la prise en compte de ces variations est nécessaire pour obtenir des calottes de glace de tailles comparables à celles des reconstructions. Ces variations permettent également de simuler la déglaciation de la Fennoscandie, par contre le modèle ne parvient toujours pas à simuler la déglaciation de la Laurentide.

Peltier et Marshall (1995) utilisent un modèle de bilan d'énergie couplé à un modèle de calotte 2D horizontal pour simuler les variations des calottes sur le dernier cycle glaciaire. Ils obtiennent des calottes laurentienne et fennoscandienne de taille comparable à celle des reconstructions géologiques. Cependant, leur domaine est également restreint à ces deux calottes et ne permet pas de voir si le modèle générerait de la glace ailleurs. En introduisant les variations de la concentration en CO_2 , des flux de chaleur océaniques et les changements de l'albedo (dus au vieillissement de la neige et à au dépôt de poussière), ils parviennent à simuler la déglaciation, montrant ainsi que le phénomène d'augmentation de l'ablation en surface a un rôle essentiel dans ce processus.

Pour simuler le dernier cycle glaciaire-interglaciaire, Marsiat (1994, 1995) utilise un modèle climatique zonal (latitude - altitude) couplé à un modèle d'écoulement de glace (latitude - longitude) intégré dans la verticale. Pour coupler les deux modèles, elle suppose qu'au niveau 500 mb, pour tous les points situés à la même latitude, l'atmosphère est celle donnée par le modèle de climat (en moyenne zonale). La température au sol et les flux de chaleurs descendants sont ensuite interpolés à l'aide de profils verticaux typiques en considérant 3 types d'atmosphères (hiver polaire, été polaire et standard). L'ablation est calculée à l'aide d'un bilan d'énergie local, les variations d'albedo étant prises en compte dans le modèle. Dans son modèle de climat, les précipitations au DMG sont aussi calculées à partir des précipitations actuelles ; mais celles-ci sont perturbées en supposant que les variations de précipitations entre le présent et le DMG sont entièrement dépendantes de la température, par l'intermédiaire de la pression de vapeur saturante (en effet, de l'air plus froid a une pression de vapeur saturante plus faible et contient donc moins de précipitations potentielles). Elle prend également en compte dans le calcul des précipitations "l'effet de pente" engendré par la présence des calottes : les précipitations sont plus importantes dans les zones de forte pente, dans la mesure où l'air est obligé de s'élever le long de la pente et de libérer de la vapeur d'eau, sous forme de précipitations, que dans les zones plates. Les précipitations sont par conséquent plus importantes, si l'on considère seulement ce phénomène, au-dessus des calottes (ou tout au moins de leurs bords, de pente plus forte qu'au centre) qu'au-dessus des terrains plats actuels.

Les résultats de ces expériences montrent que la variation du volume total de glace pendant le dernier cycle glaciaire-interglaciaire est simulée de façon satisfaisante ; la répartition de la glace au DMG n'est cependant pas en accord avec les reconstructions géologiques : elle obtient de la glace en Alaska et en Sibérie, et la Laurentide ne s'étend pas assez au sud. Cette étude semble donc montrer, entre autres résultats, que la simulation des calottes du DMG en calculant les précipitations à partir des valeurs actuelles, même en prenant en compte dans le calcul plusieurs effets dus à la présence de la glace, ne permet pas de retrouver la distribution de glace des reconstructions géologiques.

Sans utiliser de modèle de bilan d'énergie en surface pour calculer les températures en surface, Huybrechts et T'siobbel (1994) simulent également les calottes de glace pour plusieurs

valeurs de "refroidissement" par rapport aux températures actuelles, avec un modèle d'écoulement de glace à trois dimensions similaire au nôtre. Ils considèrent qu'un refroidissement de 8° à 10° est représentatif des températures du DMG. Comme dans Marsiat (1994, 1995), ils calculent les précipitations au DMG à partir des valeurs actuelles, en supposant les variations de précipitations proportionnelles aux variations de pression de vapeur saturante, fonction de la température en surface. L'ablation est calculée par la méthode des degrés-jours positifs (voir chap. I, § I.2.G.1). Ils forment une masse de glace continue pour un refroidissement de 10°C, qui relie la Laurentide, la Fennoscandie, l'Alaska, la Sibérie et le Groenland.

Boulton et Payne (1994) simulent l'évolution de la Fennoscandie et de la Laurentide avec un modèle d'écoulement de calotte, par deux méthodes : dans la méthode directe, le forçage est donné par les variations de températures au niveau de la mer (obtenues à partir de données sur l'Atlantique nord-est) et de position de la ligne d'équilibre des calottes (appelée ELA), au niveau de laquelle le bilan de masse est nul ; la position de l'ELA est calculée à partir des températures ; le bilan de masse est ensuite calculé dans le modèle à partir de l'ELA suivant la distribution observée sur les glaciers actuels. L'analyse des résultats est effectuée en comparant les variations d'extension des calottes générées par le modèle (en réponse au forçage climatique) aux données géologiques ; dans l'approche inverse, le forçage est donné par les variations de l'extension des calottes (obtenues par les données géologiques), et les résultats sont analysés en comparant les variations de température en surface et d'ELA générées par le modèle aux variations climatiques obtenues à partir des données. Par la méthode directe, les auteurs simulent correctement la forme générale des variations d'extension, mais celles-ci ne sont pas synchrones avec les données géologiques. Par la méthode inverse, les variations d'ELA générées par le modèle sont beaucoup plus importantes que celles calculées à partir des paléotempératures.

Boulton et al (1995) utilisent une relation linéaire pour calculer la position de l'ELA en fonction des températures (reconstruites à partir des pollens) et simuler les variations d'extension de la Fennoscandie au cours du dernier cycle glaciaire. Ils ont des difficultés à calibrer cette relation de manière à obtenir des variations d'extension de la calotte en accord avec la géologie. Ce mauvais accord peut provenir d'erreurs dans les données de paléotempératures (les reconstructions de températures à partir des pollens sont controversées) ou dans les variations d'extension de la calotte (reconstruites à partir des données géologiques). Il est également

possible que les variations de températures au-dessus de la calotte aient été différentes des variations de température reconstruites au-dessus des océans ou des zones non englacées.

Par ailleurs, on peut se demander si le calcul du bilan de masse à la surface de la calotte à partir de la position de l'ELA, en utilisant les relations entre bilan de masse et ELA obtenues sur les glaciers actuels, est adapté pour des conditions différentes des conditions actuelles. En effet, la distribution du bilan de masse par rapport à la position de l'ELA a pu être différente sur la calotte fennoscandienne, qui couvre une grande partie de la Scandinavie, de celle observée sur les glaciers scandinaves actuels, qui sont assez localisés.

Tous ces travaux montrent que le calcul du bilan de masse et en particulier de l'accumulation semble être un point clé dans la simulation des calottes de glace du DMG. Dans ce travail, nous allons utiliser trois méthodes différentes pour calculer l'accumulation à la surface des calottes. Les deux premières méthodes suivent le même principe que les travaux présentés ci-dessus et calculent cette accumulation par perturbation des précipitations actuelles, d'abord selon un schéma très simple, puis en utilisant une paramétrisation plus physique. La troisième méthode utilise les valeurs de températures et précipitations issues de simulations du DMG réalisées par un GCM. Dans toutes les simulations, l'ablation à la surface des calottes sera calculée par la méthode des degrés-jours positifs, à partir des températures moyennes du mois de juillet et des températures moyennes annuelles. Bien que cette méthode ait été mise en oeuvre initialement seulement sur la calotte du Groenland, nous l'utilisons pour tout l'hémisphère nord. Ce travail représente en effet une première approche de la simulation des calottes du DMG et nous nous attachons plus particulièrement ici au traitement de l'accumulation ; mais il sera nécessaire dans le futur d'utiliser une paramétrisation de l'ablation plus appropriée.

IV.4 Simulation des calottes du DMG en utilisant une paramétrisation calibrée sur les données climatiques actuelles

IV.4.A Accumulation fonction de la pression de vapeur saturante

IV.4.A.1 Principe

Nous réalisons deux simulations dans cette partie, l'une pour l'état actuel, afin de valider le modèle sur l'hémisphère nord (vérifier qu'il donne des résultats assez proches de l'état actuel pour la calotte du Groenland et qu'il ne produit pas de résultats aberrants ailleurs), l'autre pour le DMG.

Le calcul de l'accumulation dans ces expériences se fait en considérant que les variations de précipitations entre l'actuel et un temps t sont proportionnelles aux variations de pression de vapeur saturante entre l'actuel et ce même temps t . L'accumulation est ensuite calculée en ne considérant que la partie neigeuse des précipitations au temps t .

On a donc :

$$acc(t) = FT(t) P(t_0) \frac{e_w(t)}{e_w(t_0)} \quad (IV.5)$$

où $acc(t)$ est l'accumulation au temps t , $P(t_0)$ les précipitations actuelles, $e_w(t)$ et $e_w(t_0)$ les pressions de vapeur saturante au temps t et actuelle et $FT(t)$ la fraction de l'année avec une température moyenne inférieure à 2°C (nous supposons que les précipitations sont sous forme neigeuse en-dessous de 2°C , d'après Letréguilly et Ritz, 1993). Cette fraction est calculée à partir du cycle des températures annuelles ; celui-ci (qui sert également à calculer l'ablation, voir § I.2.G.1) est calculé en chaque point de grille par une fonction sinusoïdale basée sur les températures moyennes du mois le plus chaud et annuelle (équation I.24 du chapitre I).

La pression de vapeur saturante au temps t est fonction de la température T au temps t ; une expression de e_w est, d'après la loi de Clausius-Clapeyron :

$$e_w(T) \approx e_w(T_0) \exp\left(\frac{L_{vap}(T_0)}{R_{vap}} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right) \quad (IV.6)$$

où T (en Kelvin) est la température en surface au temps t, $T_0 = 273.15$ K, $e_w(T_0) = 6.11$ mb ; $L_{vap}(T_0) = 2.5008 \times 10^6$ J/Kg est la chaleur latente de vaporisation à 0°C, et R_{vap} le rapport entre la constante des gaz parfaits et la masse molaire de la vapeur d'eau.

La température en surface pour chaque point de grille est calculée à partir des températures actuelles. Ces températures sont corrigées en chaque point à chaque fois que l'altitude de la surface change en ce point. Nous utilisons pour cela un gradient de 8°/km, qui correspond au gradient estimé dans les régions polaires (Reeh, 1991). Pour la simulation du DMG, une baisse de 10° est appliquée aux températures actuelles en chaque point de grille (refroidissement moyen estimé pour le DMG), puis les températures obtenues sont corrigées lorsque l'altitude de la surface varie.

IV.4.A.2 Simulation de l'état actuel

Le modèle tourne pendant 20 000 ans, avec la topographie, les températures et les précipitations actuelles en entrée. Les résultats obtenus à l'issue de cette simulation sont présentés sur la figure IV.12. La seule calotte importante existant actuellement dans l'hémisphère nord, le Groenland, est bien conservée. Son épaisseur (elle culmine au-dessus de 3 000 m) et son extension sont satisfaisantes, comparées aux caractéristiques de la calotte actuelle observée (représentée dans le chapitre III, figure III.2). On distingue quelques petites masses de glace sur l'Islande, la Terre François Joseph et Severnaya Zembla (Russie). Le modèle produit également de la glace sur de petites surfaces en Alaska et sur les îles Baffin et Ellesmere. Par contre, nous ne retrouvons pas de glace en Scandinavie, alors qu'il en existe actuellement. Il semble que cela soit dû à la résolution du modèle : la taille de chaque maille est de 50 x 50 km, ce qui ne permet pas de prendre en compte les phénomènes intervenant à plus petite échelle, à un niveau inférieur à celui de la maille. L'échelle du modèle ne lui permettrait pas de "voir" la topographie réelle de



figure IV.12 : simulation de l'état actuel. L'accumulation est calculée par la méthode de pression de vapeur saturante à partir des précipitations actuelles (isolignes d'épaisseurs de glace, en kilomètres).

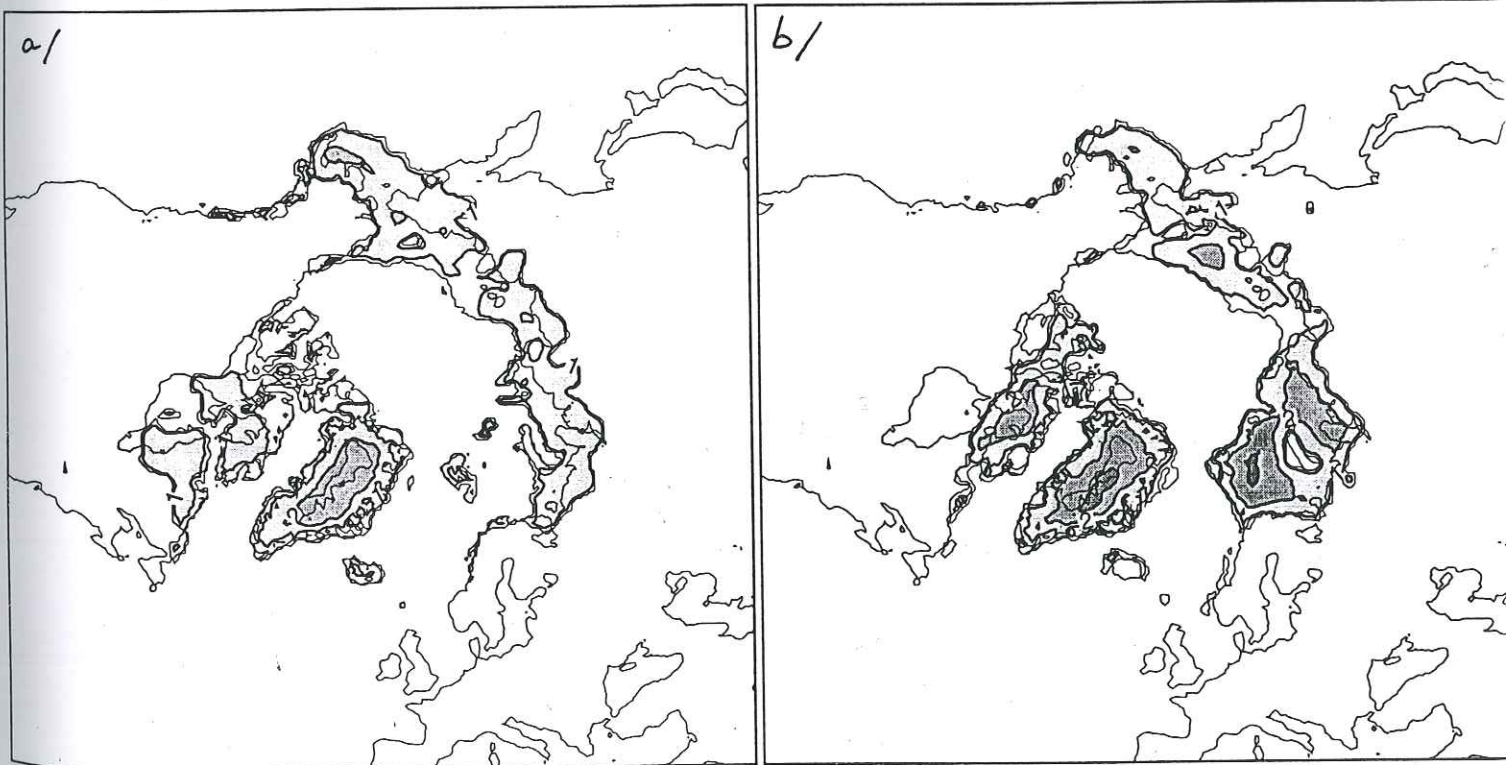


figure IV.13 : simulation du DMG. L'accumulation est calculée par la méthode de pression de vapeur saturante à partir des précipitations actuelles (isolignes d'épaisseur de glace en km).

a/ topographie initiale actuelle ;

b/ topographie initiale glaciaire d'après la reconstruction de Peltier (1994).

la Scandinavie et d'y former des glaciers.

IV.4.A.3 Simulation du DMG

Deux expériences sont réalisées dans cette partie. Dans la première, la topographie en entrée du modèle est la topographie actuelle observée. Dans la deuxième, la topographie en entrée est obtenue à partir de la reconstruction des calottes du DMG de Peltier (1994), présentée sur la figure IV.7. Dans les deux cas les conditions climatiques (températures en surface et précipitations) en entrée sont les conditions glaciaires, définies dans le paragraphe précédent. Ces deux expériences doivent permettre de voir d'une part si le modèle est capable de former des calottes en partant de la topographie actuelle sous de telles conditions climatiques, d'autre part s'il peut maintenir les calottes qu'on lui impose comme état initial. Les résultats des deux expériences sont présentés respectivement sur les figures IV.13a et IV.13b.

Plusieurs remarques s'imposent : premièrement, le modèle génère presque les mêmes résultats en partant de topographies initiales très différentes. Deuxièmement, la configuration glaciaire obtenue dans les deux cas est très éloignée de la reconstruction de Peltier. Les calottes de la Laurentide et de la Fennoscandie sont limitées à deux bandes le long de la mer ; ces calottes ne pénètrent pas à l'intérieur des continents et ont des épaisseurs faibles (entre 1 000 et 1 500 m). Enfin, le modèle forme de la glace là où les données géologiques s'accordent pour montrer qu'il n'y en avait pas au DMG, en Sibérie et en Alaska. Ces résultats sont donc en désaccord avec la réalité il y a 20 000 ans.

Une première explication possible de ces mauvais résultats a trait à la résolution du modèle. La formation de glace est en effet initiée dans les zones d'altitude élevée, où la neige peut s'accumuler grâce à des températures plus basses et une ablation moins importante. Or, la température est calculée dans le modèle par rapport à l'altitude moyenne de la maille. Celle-ci ne prend donc pas en compte l'existence possible de zones d'altitude élevée dans la topographie d'origine. Huybrechts et T'siobbel (1994) utilisent l'altitude maximale de chaque maille (déterminée avant l'interpolation sur la grille du modèle) pour calculer la température en surface. Nous réalisons donc une expérience du même type, afin de voir si la prise en compte de l'altitude maximale de chaque maille permet d'améliorer les résultats.

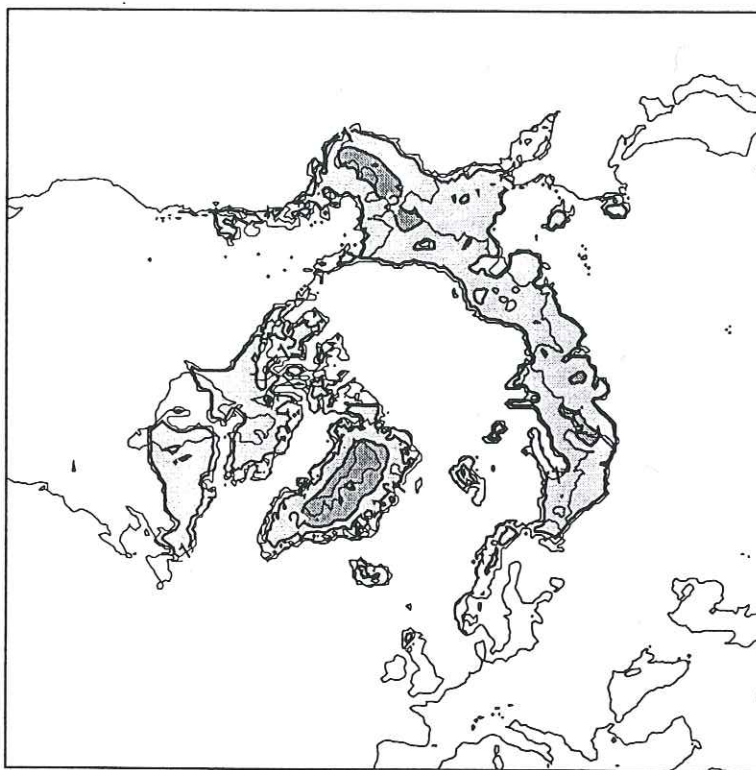


figure IV.14 : simulation du DMG. L'accumulation est calculée par la méthode de pression de vapeur saturante à partir des précipitations actuelles. Les températures en surface sont calculées pour l'altitude la plus élevée de chaque maille ; refroidissement moyen annuel : 8° , refroidissement moyen estival : 10° (isolignes d'épaisseur de glace en km).

Par ailleurs, nous avons imposé dans ces expériences un refroidissement à la surface de 10° , appliqué à la fois aux températures moyennes annuelles et aux températures moyennes du mois le plus chaud. Ce refroidissement n'a en fait probablement pas été le même toute l'année ; nous pouvons donc également tester l'influence de valeurs différentes pour les refroidissements annuel et estival, tout en restant dans la moyenne estimée pour le DMG. Nous obtenons la meilleure configuration pour des refroidissements respectifs de 8° et 10° pour les températures moyennes annuelles et un refroidissement de 10° des températures moyennes du mois le plus chaud (cette combinaison permet d'avoir plus d'accumulation en hiver et moins d'ablation en été).

Le résultat de l'expérience avec les refroidissements ci-dessus et le calcul des températures à partir de l'altitude maximale de la maille sont présentés sur la figure IV.14. Les calottes se sont un peu étendues par rapport à la carte IV.13a, mais l'extension est surtout localisée en Alaska et en Sibérie. La configuration obtenue est donc toujours loin des phénomènes observés.

L'absence de glace sur la Laurentide et la Fennoscandie peut aussi être expliquée par la paramétrisation que nous utilisons pour calculer les précipitations et l'accumulation. En effet, si l'on reprend l'équation IV.5, on constate que les précipitations au DMG sont calculées par rapport aux précipitations actuelles de façon locale. Or plusieurs études réalisées avec des GCM (Manabe et Broccoli, 1985, par exemple) ont montré que la circulation atmosphérique au DMG n'était pas la même qu'aujourd'hui, entre autres à cause de la présence des calottes. L'équation IV.5 ne peut reproduire l'effet d'un changement de circulation atmosphérique. En particulier, elle ne prend pas en compte un éventuel transport d'humidité au-dessus de la surface. La vapeur d'eau évaporée au-dessus des océans ne peut par conséquent pas être transportée vers l'intérieur des continents et y précipiter pour former des calottes. L'air au-dessus de l'Amérique du nord serait trop sec pour former une calotte (lorsqu'on part de la topographie actuelle) et même pour permettre le maintien de calottes (lorsqu'on part déjà avec une calotte).

La conclusion de ce premier groupe d'expériences est donc que la méthode utilisée pour calculer les précipitations est valable pour des simulations de l'état actuel, ou d'un état proche

de l'état actuel (dans lequel les conditions atmosphériques sont similaires). La simulation de l'état actuel donne des résultats satisfaisants. En revanche, cette méthode n'est pas valable pour les simulations de l'état glaciaire. Le caractère local du calcul des précipitations empêche en effet de prendre en compte le transport de vapeur d'eau de l'océan vers les continents, qui semble avoir été essentiel dans la formation des calottes de glace de l'hémisphère nord.

Dans le paragraphe suivant, nous allons utiliser une méthode toujours basée sur les précipitations actuelles, mais plus physique que la précédente et qui permet en particulier le transport de vapeur d'eau, pour calculer les précipitations au DMG.

IV.4.B Accumulation calculée à l'aide d'un modèle de bilan de vapeur d'eau

IV.4.B.1 Présentation du modèle de bilan de vapeur d'eau

Ce modèle est basé sur une équation d'équilibre de vapeur d'eau. Il a été développé par Sanberg et Oerlemans (1983) ; Letréguilly et Ritz (1992) l'ont utilisé avec succès pour simuler la calotte glaciaire fennoscandienne pendant la dernière glaciation, en le couplant à un modèle d'écoulement de glace à deux dimensions (x et y).

Les précipitations en chaque point de grille sont calculées à partir du contenu moyen en vapeur d'eau dans la colonne atmosphérique au-dessus de la maille considérée. La variation dans le temps t du contenu en vapeur d'eau w (cette variation est nulle si on moyenne dans le temps ; en effet, une colonne d'atmosphère ne pourrait pas "se remplir" indéfiniment) est donnée par l'équation :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -v \nabla w - (f_0 + f_1 * SL) \frac{w}{w_m} + \frac{w_m - w}{T_{evap}} + D_w \nabla^2 w \quad (IV.7)$$

Le premier terme du membre de droite de l'équation (IV.7) décrit le transport d'humidité par le vent (v est la vitesse du vent).

Le deuxième terme représente la quantité de vapeur d'eau qui précipite : $f_0 w/w_m$ est un terme de précipitations de fond et $f_1 SL w/w_m$ est un terme de précipitations liées au relief ; SL est la pente

du relief (SL est égal à la pente de la surface lorsque celle-ci est face au vent, et à 0 lorsque la pente est sous le vent) ; ce terme permet donc de prendre en compte l'accroissement des précipitations sur les pentes exposées au vent et l'effet de désertification qui intervient derrière ces pentes ; f_0 et f_1 sont des paramètres à ajuster de façon à obtenir un champ de précipitations pour le climat actuel comparable aux observations météorologiques.

Le troisième terme de l'équation (IV.7) représente l'évaporation : w_m est l'humidité maximale contenue dans une colonne atmosphérique ; sa valeur dépend de la température de la colonne ; T_{evap} est le temps d'évaporation, c'est-à-dire le temps nécessaire pour arriver à saturation de la colonne d'air ; ce temps est différent selon que la surface est de l'eau, de la glace ou de la terre non englacée.

Le quatrième terme, enfin, représente la diffusion de la vapeur d'eau ($D_w = 5.2 \cdot 10^5 \text{ m}^2/\text{s}$ est la diffusivité de la vapeur d'eau dans l'air).

L'intérêt de ce modèle est de permettre la prise en compte de l'influence de la topographie sur les précipitations. Ceci est particulièrement important dans nos simulations, dans lesquelles la topographie glaciaire varie de 0 (Amérique du nord actuelle) à plusieurs milliers de mètres d'épaisseur de glace (2 000 à 3 000 m de glace pour la Laurentide).

Les différents termes de l'équation de bilan de vapeur d'eau sont calculés de la façon suivante (Letréguilly et Ritz, 1992) :

L'équilibre hydrostatique s'écrit :

$$dP = \rho_t g dh \quad (\text{IV.8})$$

ρ_t étant la masse volumique de l'air humide (air sec + vapeur d'eau).

Les équations d'état pour l'air sec et la vapeur d'eau sont respectivement :

$$p_s = \rho_s R_s T \quad (\text{IV.9})$$

$$e = \rho_v R_v T \quad (\text{IV.10})$$

La vapeur d'eau w contenue dans une colonne atmosphérique comprise entre le sol et la tropopause (d'altitude $z=11$ km au-dessus du niveau de la mer) s'écrit (en négligeant tout ce qui

est au-dessus de la tropopause) :

$$w = \int_{P_t}^{P_0} \frac{q}{g} dp \quad (\text{IV.11})$$

où g est l'accélération de la pesanteur, p la pression atmosphérique, P_0 la pression au sol, P_t la pression à la tropopause égale à 226.32 mb, et q l'humidité de l'air, définie par :

$$q = \frac{P_v}{P_t} \approx \frac{R_s}{R_v} \frac{e}{p_t} \quad \text{pour } e \ll p_t \quad (\text{IV.12})$$

où $p_t = p_s + e$; p_t est la pression totale d'air humide dans la colonne (air sec + vapeur), p_s et e sont les pressions partielles respectives de l'air sec et de la vapeur d'eau ; ρ_t et ρ_v sont les masses volumiques respectives de l'air humide (air sec + vapeur d'eau) et de la vapeur d'eau ; R_s et R_v sont les constantes caractéristiques de l'air sec et de la vapeur d'eau ($R_s = R/m_s$ et $R_v = R/m_v$ avec R la constante des gaz parfaits, m_s et m_v les masses molaires de l'air sec et de la vapeur d'eau ; $R_s/R_v = 0.62197$).

En combinant (IV.11) et (IV.12) pour avoir la quantité maximum d'eau contenue dans la colonne w_m en fonction de e_w (pression de vapeur saturante au-dessus de l'eau liquide), on obtient :

$$w_m = \frac{1}{g} \frac{R_s}{R_v} \int_{P_t}^{P_0} \frac{e_w}{p} dp \quad (\text{IV.13})$$

e_w est calculée d'après l'équation (IV.6). L'intégrale est ensuite calculée numériquement entre la pression au sol et la pression à la tropopause. La pression au sol dépend de l'altitude, selon une relation définie pour les conditions atmosphériques moyennes aux latitudes moyennes ; cette relation suppose une température moyenne de 15°C au niveau de la mer, une pression P_0 à l'altitude 0 de 1013.25 mb, un gradient vertical de température dans la troposphère constant égal à $dT/dz = 0.0065$ °C/m et de l'air sec de composition constante. Toutes ces conditions ne sont pas réunies mais cette relation semble être la mieux adaptée aux conditions générales du problème ;

la pression p à l'altitude z est alors :

$$p = P_0 \left(1 - \frac{\frac{dT}{dz} z}{T_0 + 15} \right)^{5.31} \quad (IV.14)$$

Enfin, pour calculer l'intégrale de l'équation (IV.13), il faut une relation donnant la température en fonction de la pression. Cette relation est obtenue en calculant l'altitude en fonction de la pression par (IV.14), puis la température en fonction de l'altitude à l'aide du gradient vertical de température. Il est alors enfin possible de calculer w_m ; la figure IV.15 montre les variations de w_m en fonction de la température au niveau de la mer et de l'altitude.

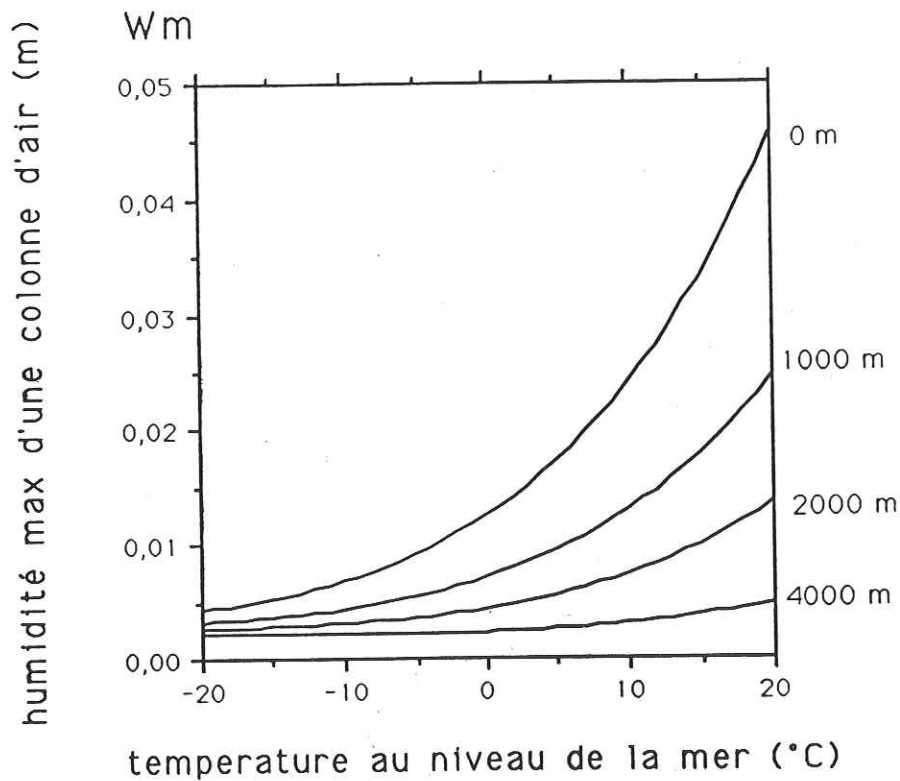


figure IV.15 : humidité contenue dans une colonne d'air saturée en vapeur d'eau, en fonction de la température au niveau de la mer et de l'altitude du sol (Letréguilly et Ritz, 1992).

Le calcul de w est ensuite effectué à partir de l'équation IV.7. C'est une équation de diffusion, qui est résolue numériquement par la même méthode de différences finies semi-implicite que celle utilisée pour l'équation d'évolution de l'épaisseur de glace dans le modèle d'écoulement de glace (chapitre II, équation II.12) ; cette méthode est détaillée dans l'annexe D.

Pour calculer les précipitations à partir du deuxième terme de l'équation IV.7, il est nécessaire d'avoir le champ w à l'équilibre. On fait donc une hypothèse de départ sur w , puis on itère jusqu'à l'obtention de valeurs stables pour w . Le pas de temps de l'itération est de 5 000 secondes.

L'accumulation est ensuite déduite des précipitations en ne considérant que la fraction neigeuse de celles-ci, comme dans la méthode utilisée auparavant.

IV.4.B.2 Calibration du modèle de précipitations sur les valeurs actuelles

Avant de coupler le modèle de précipitations avec le modèle d'écoulement de glace, pour simuler l'état actuel ou le DMG, il est nécessaire de le calibrer sur les précipitations actuelles. Nous faisons donc tourner seulement le modèle de précipitations jusqu'à stabilisation de w , puis nous comparons les résultats aux précipitations actuelles (figure IV.9). Un premier test est réalisé en utilisant les mêmes valeurs pour les différents paramètres que celles utilisées par Letréguilly et Ritz (1993) pour la calotte fennoscandienne. Ces valeurs sont données dans le tableau IV.1 (expérience 0), ainsi que les valeurs utilisées dans les expériences suivantes.

Expérience	f_0 (s ⁻¹)	f_1 (s ⁻¹)	extension glace de mer	altitude du vent (mbars)
0	$5 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-5}$	<i>pas de glace de mer</i>	850
1	$5 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-5}$	<i>70°N, 80°N à l'est du Groenland</i>	850
2	$10 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-5}$	idem expérience 1	850
3	$5 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-5}$	idem expérience 1	850
4	$5 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-5}$	idem expérience 1	700
5	$5 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-5}$	idem expérience 1	500

tableau IV.1 : valeurs des paramètres utilisés dans les expériences de calibration du modèle de précipitations.

Les résultats de l'expérience 0 sont présentés sur la figure IV.16a. Comparée à la carte des précipitations actuelles, la carte obtenue montre des précipitations trop fortes dans les régions centrales et trop faibles sur le Groenland, l'Alaska et la Russie.

Les expériences de calibration ci-après ont pour but de réduire ces différences pour arriver à simuler correctement les valeurs actuelles. Plusieurs paramètres du modèle interviennent dans cette calibration : les deux paramètres de précipitations f_0 et f_1 , directement impliqués, le temps d'évaporation t_{evap} et l'altitude à laquelle sont pris en compte les vents intervenant dans le terme de transport. Nous effectuons donc des études de sensibilité du modèle à chacun de ces paramètres.

Sensibilité à t_{evap}

t_{evap} est différent selon le type de surface considéré : il est égal à 1 jour au-dessus de l'eau, 6 jours au-dessus de la terre et 30 jours au-dessus de la glace (Letréguilly et Ritz, 1992). La présence de glace de mer sur l'océan influe donc sur le temps d'évaporation au-dessus de l'océan arctique : le temps mis pour arriver à saturation sera plus long au-dessus de la glace de mer qu'au-dessus de la mer libre ; la présence de glace de mer influe également sur les précipitations au-dessus des continents, par le transport de vapeur d'eau depuis l'océan. L'expérience 1 est réalisée en imposant la présence de la glace de mer jusqu'à la latitude de 70°N, sauf à l'ouest du Groenland où elle descend seulement jusqu'à 80°N ; ces limites sont une estimation grossière de la surface moyenne annuelle couverte par la glace de mer, d'après Parkinson et Campbell (1987). La carte obtenue (figure IV.16b) montre des précipitations plus faibles près du pôle nord, ce qui illustre bien l'influence de la présence de glace de mer, entraînant moins d'évaporation sur cette zone. En revanche, les précipitations demeurent insuffisantes sur les zones continentales citées dans l'expérience 0. La prise en compte de la glace de mer permet donc d'améliorer en partie les résultats ; nous conserverons dans les expériences suivantes la même configuration.

Sensibilité à f_0 et f_1

Dans l'expérience 2, le terme de précipitations de fond, f_0 est multiplié par deux. Ceci permet d'augmenter les précipitations sur toute la zone couverte, en particulier sur l'Alaska et la Russie

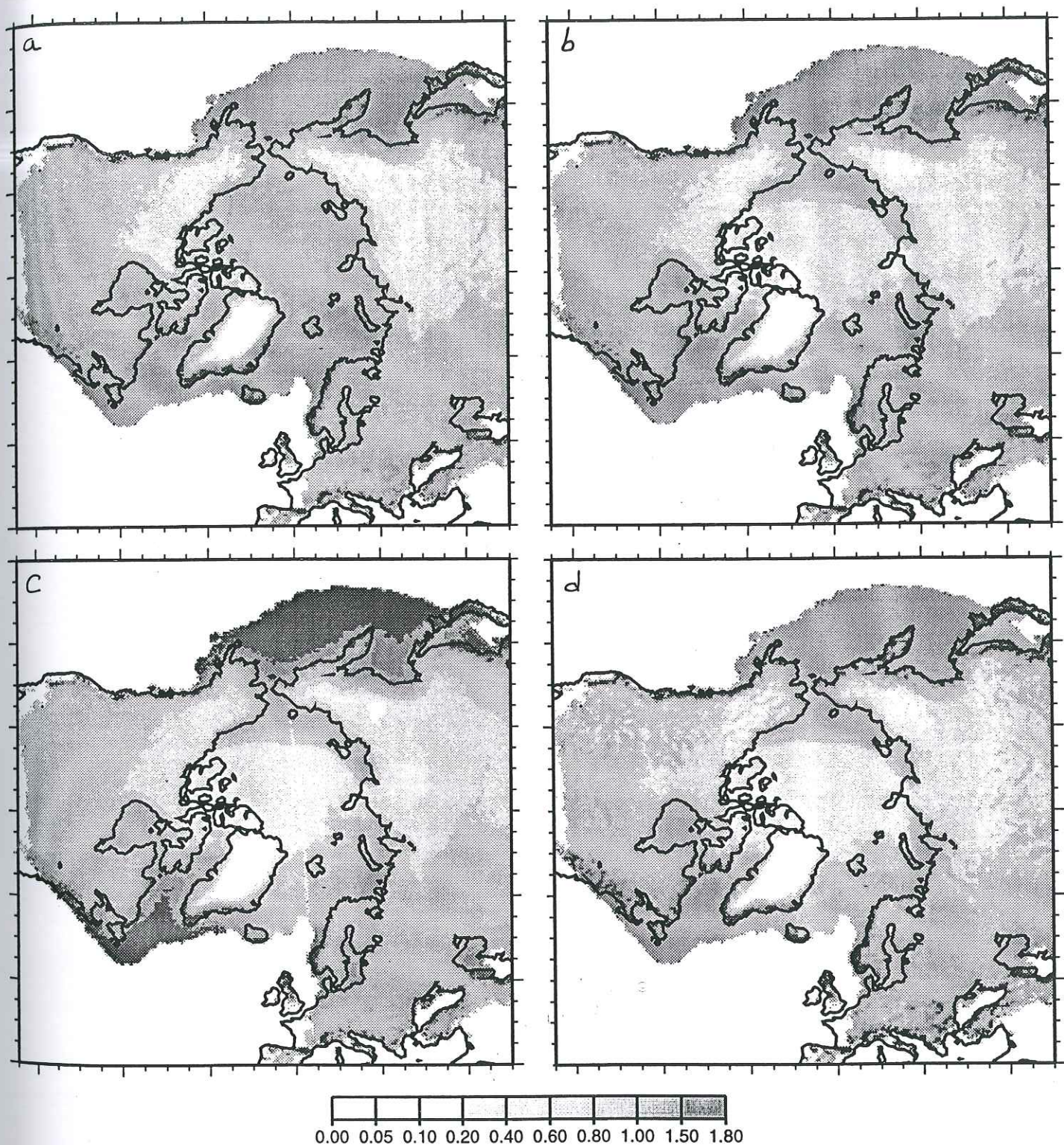


figure IV.16 : calibration du modèle de précipitations sur les précipitations actuelles (figure IV.8). Précipitations moyennes annuelles simulées (m/an).

a/ valeurs initiales pour f_0 et f_1 , sans glace de mer, vents à 850 mb (expérience 0) ;

b/ valeurs initiales pour f_0 et f_1 , avec glace de mer, vents à 850 mb (expérience 1) ;

c/ $f_0 \times 2$, f_1 initial, glace de mer, vents à 850 mb (expérience 3) ;

d/ f_0 initial, $f_1 \times 5$, glace de mer, vents à 850 mb (expérience 4).

qui étaient peu alimentés (figure IV.16c). Le Groenland subit cependant toujours trop peu de précipitations. Supposant que ce manque peut venir d'une mauvaise représentation des précipitations le long de la pente de la calotte, nous modifions la valeur de f_j dans l'expérience 3 ($f_j \times 5$). Les résultats (figure IV.16d) ne montrent pas d'amélioration sur le Groenland et peu de changement sur le reste de la zone.

Sensibilité aux vents

Nous disposons des données de vent à différents niveaux de pression qui correspondent à des altitudes moyennes au-dessus du niveau de la mer : 850 mbars, 700 mbars et 500 mbars, correspondant respectivement à 1 450 m, 3 000 m et 5 500 m environ (Triplet et Roche, 1986, p.96) ; ceci nous permet de tester la sensibilité du modèle de précipitations à l'altitude à laquelle les vents sont pris en compte. On observe que la direction générale du vent reste la même au fur et à mesure que l'on s'éloigne du sol, mais que les perturbations dûes au relief sont atténuées ; par contre l'amplitude du vent augmente avec l'altitude. Les expériences 0 à 3 ont été réalisées avec les données 850 mbars, qui représentent le vent le plus près du sol (parmi les données dont nous disposons). Les expériences 4 et 5 sont réalisées avec les vents à 700 et 500 mbars. Les différences entre les résultats des expériences 1, 4 et 5 ne sont pas significatives (les cartes obtenues ne sont pas présentées ici). Il semble que les données ne soient pas assez différentes pour entraîner une modification des précipitations résultantes. L'utilisation de l'un ou l'autre des jeux de données de vent n'influe donc pas sur les résultats. Nous gardons les données à 850 mbars, qui nous paraissent les plus importantes dans le processus de formation des précipitations.

IV.4.B.3 Simulation de l'état actuel

Ces tests de sensibilité ne nous ont pas permis de calibrer le modèle sur les précipitations actuelles. En particulier, nous n'avons pas réussi à combler le manque de précipitations sur le centre du Groenland. Ces résultats nous amènent à penser que ce modèle de précipitations, déjà utilisé avec succès sur une petite zone, la Scandinavie (Letréguilly et Ritz, 1992) ne convient pas pour une zone beaucoup plus large comme l'ensemble de l'hémisphère nord. Le modèle ne peut en effet être calibré indépendamment sur chaque zone, puisque les paramètres (en particulier f_0

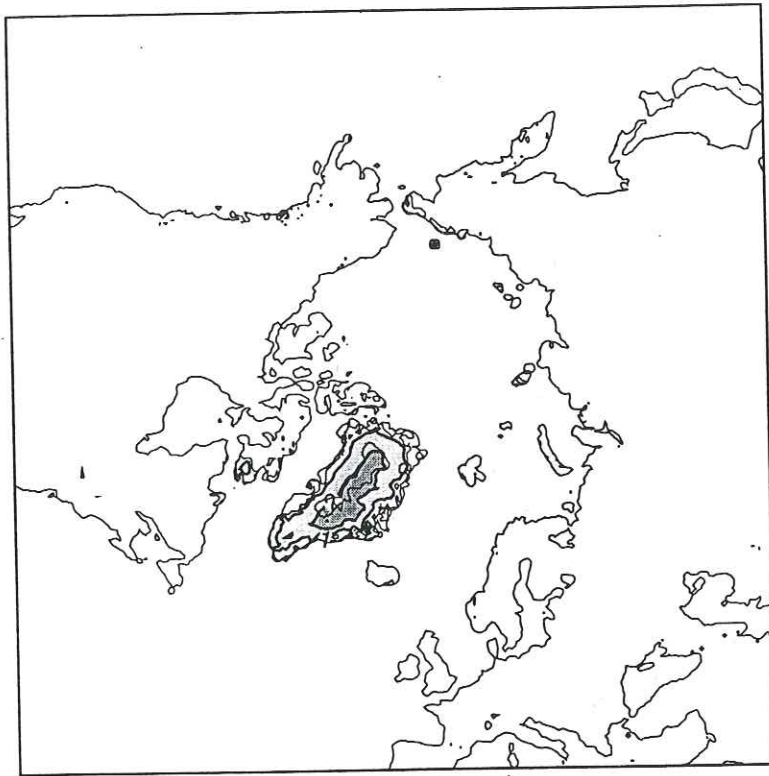


figure IV.17 : simulation de l'état actuel. Les précipitations sont calculées par le modèle de bilan de vapeur d'eau (isolignes d'épaisseur de glace en km).

et f_i) sont constants sur tout le domaine ; il ne peut donc prendre en compte des processus ou des amplitudes différents dans des régions différentes. De plus, ce modèle reste assez sommaire et il ne reproduit certainement pas tous les processus impliqués dans la formation des précipitations (par exemple les variations saisonnières ou le passage de perturbations).

Malgré ces résultats peu satisfaisants, nous avons essayé de simuler l'état actuel de l'hémisphère nord, en couplant le modèle de précipitations au modèle d'écoulement de glace. La carte obtenue (figure IV.17) à la fin de l'expérience stationnaire montre bien l'influence des précipitations sur la calotte du Groenland : celle-ci est beaucoup plus basse que la calotte actuelle observée, à cause des précipitations insuffisantes produites par le modèle de bilan de vapeur d'eau.

Les résultats sur l'état actuel n'étant pas satisfaisants, il aurait été absurde d'effectuer une simulation de l'état glaciaire. Nous en sommes donc restés à ce point, car une autre possibilité est apparue à ce moment.

IV.4.C Conclusion

Les deux méthodes présentées dans les paragraphes précédents se basent sur les valeurs actuelles des précipitations pour calculer leurs valeurs au DMG (même si dans la deuxième méthode nous n'avons même pas essayé de calculer les précipitations au DMG). La première méthode, basée sur l'hypothèse selon laquelle les précipitations varient seulement avec la pression de vapeur saturante dans l'air (donc avec la température), donne des résultats satisfaisants pour l'état actuel. Mais ces résultats étaient attendus, puisque cette méthode a été calibrée sur les valeurs actuelles. Par contre, elle s'avère trop simple pour simuler des conditions très différentes (circulation atmosphérique, topographie différentes) comme celles rencontrées au DMG.

La deuxième méthode permet de prendre en compte plus de processus physiques impliqués dans la formation des précipitations ; mais nous n'arrivons pas à la calibrer sur les valeurs actuelles. Il semble que cette méthode soit utilisable sur un domaine d'application restreint, dans lequel les différents paramètres sont constants, mais ne soit pas applicable à une grande zone. Nous aurions pu chercher à affiner cette méthode, par exemple en faisant varier les

paramètres géographiquement, afin de pouvoir reproduire les caractéristiques de chaque région, mais cela aurait soulevé des problèmes car si les paramètres changent dans l'espace, ils peuvent aussi bien changer dans le temps. Une autre raison pour laquelle nous n'avons pas continué dans cette voie est que nous avons eu l'opportunité à ce moment d'utiliser en entrée de notre modèle des données climatiques issues de GCM, pour simuler les états actuel et glaciaire. Il nous a paru plus intéressant d'essayer de réaliser ce "couplage" que de calibrer le modèle de bilan de vapeur d'eau qui restera de toutes manières moins complet et performant qu'un GCM. Le paragraphe suivant décrit le travail réalisé avec les données du GCM et les résultats obtenus.

IV. 5 Simulation des calottes du DMG en utilisant des résultats de modèles de circulation générale du climat comme données climatiques

Dans cette partie nous allons utiliser les données de température en surface et de précipitations issues de simulations réalisées par un GCM, comme données en entrée de notre modèle d'écoulement glaciaire. Nous présentons tout d'abord le GCM dont nous utilisons les sorties, puis nous décrivons les données utilisées et les transformations que nous leur faisons subir pour réaliser le "couplage" avec le modèle de glace ; enfin nous présentons les résultats obtenus.

IV.5.A Présentation du GCM utilisé

IV.5.A.1 Qu'est-ce qu'un GCM ?

Nous faisons ici une description très brève des processus pris en compte par les GCMs ; le problème est traité de façon claire et plus complète peut être trouvée par exemple dans Hourdin (1992).

Un modèle de circulation générale (GCM) de l'atmosphère simule la circulation atmosphérique : une partie du modèle est consacrée au **calcul du "chauffage" de l'atmosphère** par absorption

du rayonnement solaire (soit directement, soit sous forme de rayonnement thermique infra-rouge réémis par la surface ou l'atmosphère) ; la deuxième partie du modèle est consacrée au **calcul des mouvements atmosphériques** créés par ce forçage énergétique. Ce calcul dynamique comprend lui-même deux parties : d'une part le *calcul explicite des équations de l'hydrodynamique* avec une certaine résolution spatiale, d'autre part un *jeu de paramétrisations* qui rend compte des phénomènes sous-maille.

Résolution des équations dynamiques

Les équations sont basées, comme dans toute étude des milieux continus, sur des bilans locaux de masse, d'énergie et de quantité de mouvement. Le GCM intègre, sur l'ensemble de l'atmosphère de la planète, une version simplifiée des équations les plus générales de la dynamique des fluides, obtenue à partir de trois approximations principales :

- l'approximation des gaz parfaits à chaleur massique constante ;
- l'approximation hydrostatique sur la verticale ;
- l'approximation de la couche mince, qui revient à négliger les variations de la distance au centre de la Terre dans l'atmosphère.

Les équations obtenues (appelées "équations primitives") sont les équations du mouvement, de l'énergie, hydrostatique, et de continuité. Nous ne les écrivons pas ici. Ces équations sont résolues par différences finies (c'est le cas dans le GCM que nous avons utilisé) ou par une méthode spectrale.

Paramétrisation physique

Les paramétrisations physiques rendent compte de phénomènes de natures très variées ; elles possèdent cependant au moins un point commun : elle ne font interagir que des points situés sur la même verticale (soit à l'intérieur d'une même colonne ayant pour base une maille de la grille du modèle). Parmi les processus pris en compte par ces paramétrisations, on distingue : la diffusion verticale turbulente, l'ajustement convectif (qui permet d'éliminer les instabilités dans les profils de température verticaux, générées par la paramétrisation de la diffusion turbulente), les processus de surface (conduisant au calcul de la température en surface : effet des flux incidents sur la surface, refroidissement de cette surface par rayonnement thermique, conduction

de la chaleur dans le sol) et les précipitations.

IV.5.A.2 Le GCM du LMD

Le modèle de circulation générale de l'atmosphère du Laboratoire de Météorologie Dynamique (LMD) a été développé par Sadourny et Laval (1984) et Laval et le Treut (1984). Les équations de la dynamique sont résolues par différences finies sur un maillage horizontal régulier en longitude et en sinus de la latitude (ceci permet d'avoir des mailles de surface égale, avec une résolution fine en latitude dans les tropiques au détriment des hautes latitudes ; le modèle a donc une résolution assez basse dans les régions qui nous intéressent). Le modèle comporte onze couches verticales, réparties de la manière suivante : les quatre premiers niveaux représentent la couche limite planétaire, les quatre suivants forment la troposphère et les trois derniers la stratosphère. Le modèle fonctionne avec trois pas de temps : un pas de temps élémentaire de 6 minutes, utilisé pour la dynamique, un pas de temps physique de 30 minutes (utilisé pour la couche limite, la convection nuageuse, la dissipation, ...) et un pas de temps de 12 heures utilisé pour le rayonnement.

Plusieurs versions du GCM du LMD ont été développées jusqu'à présent. Nous utiliserons dans ce travail les résultats des trois versions LMD4, LMD4ter et LMD5ter, chaque version présentant des améliorations par rapport à la précédente.

LMD4 et LMD4ter diffèrent par leur représentation du processus de précipitations de l'eau dans les nuages et des propriétés optiques des nuages (Le Treut et al, 1994) : dans LMD4, il y a précipitation dans un nuage dès que le contenu en eau de ce nuage atteint une valeur seuil ; dans LMD4ter, la méthode de calcul des précipitations dans le nuage permet une transition plus douce entre un régime sans précipitations et un régime de fortes précipitations. De plus, la possibilité d'avoir des nuages mixtes (glace/eau liquide) dans LMD4ter permet d'avoir moins de précipitations que dans LMD4, et de favoriser le transport de vapeur d'eau vers les hautes latitudes. De plus, la comparaison des flux infrarouges au sommet de l'atmosphère, mesurés par le satellite ERBE, et calculés par LMD4 (dans le cadre du projet AMIP) a amené à augmenter le contenu en eau des nuages dans LMD4ter afin d'obtenir des flux IR comparables aux flux

mesurés.

LMD4ter et LMD5ter présentent des **différences** sur plusieurs points (Pinot, 96) :

- la **résolution** : LMD4ter (LMD4 également) fonctionne sur une grille de 48 points en longitude par 36 points en sinus de la latitude (la surface d'une maille est de (543 x 543) km vers 45°N de latitude). LMD5ter fonctionne avec une grille 64 x 50 (la surface d'une maille est de 400 x 400 km²). Dans la version LMD5ter, la résolution aux hautes latitudes est donc meilleure, ainsi que la définition du relief et des contours des continents.

- la **représentation de la banquise** : LMD4ter considère quatre types de surface différents, l'océan, la terre, la glace continentale permanente et la banquise, évaluée jour à jour ; chaque maille océanique est donc soit complètement libre de glace de mer, soit complètement couverte par la banquise. Dans LMD5ter, la couverture de chaque maille océanique par la banquise varie entre 0 et 100% (glace de mer fractionnaire) ; ceci est particulièrement important dans les régions de hautes latitudes qui nous intéressent, où la résolution est plus faible que dans les tropiques .

- le **calcul de l'albedo sur les surfaces enneigées** : LMD5ter prend en compte l'âge de la neige pour calculer l'albedo des surfaces enneigées, LMD4ter n'en tient pas compte (Chalita et Le Treut, 1994).

- la **couverture végétale** : LMD4ter ne tient pas compte de la végétation à la surface du sol. LMD5ter prend en compte la couverture végétale de chaque maille grâce au modèle d'interface SECHIBA (Ducoudré et al, 1993). La végétation est décrite par huit biomes (types de végétation) différents qui interviennent par la suite dans le calcul de l'évapotranspiration.

- **échanges de chaleur sensible et latente** : les coefficients de transfert en surface régissant ces échanges sont fixés dans LMD4ter ; ils sont calculés selon la stabilité verticale de l'atmosphère dans LMD5ter.

Nous utiliserons donc les données issues des trois versions LMD4, LMD4ter et LMD5 et

comparerons les résultats obtenus avec le modèle d'évolution des calottes, en essayant de relier ces résultats aux caractéristiques de chacune des versions.

IV.5.A.3 Simulations du présent et du Dernier Maximum Glaciaire par le GCM du LMD

La plus grande partie des données que nous allons utiliser provient de simulations du climat actuel et du climat du DMG réalisées avec LMD4ter et LMD5ter. Ces simulations s'inscrivent dans le cadre d'un projet international de comparaison des résultats de plusieurs modèles de circulation générale de l'atmosphère, PMIP (Paleoclimate Modelling Intercomparison Project), dont les conditions sont décrites dans Joussaume et Taylor (1995). Les simulations du DMG réalisées dans le cadre de ce projet utilisent des conditions aux limites fixées :

- l'insolation est calculée par Berger (1991) ;
- les changements de température en surface de l'océan (SST pour sea surface temperatures) et d'extension de la banquise sont prescrites par les données du projet CLIMAP (1981) ;
- la reconstruction de l'extension de la glace continentale et de l'altitude de la surface est donnée par Peltier (1994) ;
- la teneur en CO₂ est fixée à 200 ppm, d'après les données tirées de la carotte de Vostock (Barnola et al, 1987) ; pour l'actuel la teneur en CO₂ est de 345 ppm ;
- l'albedo des régions non englacées n'est pas modifié par rapport à l'albedo actuel ;

Les simulations sont réalisées sur une durée de 15 ans ; les résultats sont moyennés sur toute la durée de la simulation, afin de s'affranchir de la variabilité inter-annuelle du modèle et d'obtenir des résultats climatiques significatifs.

Nous réaliserons également des expériences avec des données provenant de simulations du DMG réalisées par LMD4 avec pour conditions aux limites la topographie glaciaire reconstruite par Denton et Hugues (1981), au lieu de celle de Peltier (1994). Nous comparerons ainsi les résultats obtenus en utilisant les données climatiques produites par LMD4 à partir de ces deux topographies glaciaires différentes.

IV.5.B Méthodologie du "couplage" avec le modèle d'écoulement glaciaire

Nous ne réalisons pas vraiment un couplage, dans la mesure où nous utilisons seulement des données du GCM dans notre modèle pour simuler un état stationnaire ; les résultats de notre modèle ne vont donc pas influencer en retour sur les simulations du GCM. Nous conservons néanmoins ce terme de couplage dans la suite du texte.

IV.5.B.1 Données en sortie du GCM utilisées en entrée du modèle d'écoulement de glace

Nous utilisons les données de températures en surface moyennées sur les mois de juin, juillet et août (JJA), les températures en surface moyennes annuelles et les précipitations moyennes annuelles. Les deux premières servent à calculer l'ablation dans le modèle d'écoulement de glace, par la méthode des degrés-jours positifs (chapitre I, § I.2.G) ; les deux dernières servent à calculer l'accumulation (la fraction des précipitations tombant sous forme de neige est calculée à partir des températures).

Ces données ont une résolution correspondant à la grille du GCM, soit 64 x 50 points pour LMD5ter et 48 x 36 points pour LMD4ter et LMD4. Elles doivent donc subir une interpolation avant de pouvoir être utilisées sur la grille de 50 x 50 km de notre modèle. Nous utilisons une fois encore la méthode des plus proches voisins à la surface de la sphère pour réaliser cette interpolation. De plus, tout comme les données décrites dans les paragraphes précédents, elles sont définies sur une grille en coordonnées géographiques (longitude-latitude). Nous les projetons donc également sur la grille de notre modèle en (x,y) par la projection de Lorgna (décrite § IV.3.B.1).

Dans chaque expérience, ces données correspondront à un climat donné simulé par le GCM et serviront dans le modèle d'écoulement de glace à modéliser la réponse des calottes glaciaires à ce même climat. Nous réaliserons donc dans cette partie uniquement des expériences stationnaires, en laissant tourner le modèle sous les mêmes conditions climatiques en entrée jusqu'à stabilisation des calottes.

IV.5.B.2 Données absolues et anomalies

Pour simuler les calottes glaciaires de l'hémisphère nord au DMG, nous devrions utiliser les données de températures en surface et de précipitations issues de simulations du DMG du GCM. Or, d'après Joussaume (communication personnelle, 1996), les résultats de ce dernier ne sont pas représentatifs de la réalité en valeur absolue (ils seraient certainement meilleurs avec une résolution plus fine aux hautes latitudes) ; par contre, la différence simulée par le GCM entre le climat du DMG et le climat actuel est plus significative. Plutôt que d'utiliser directement les valeurs issues des simulations du GCM au DMG pour forcer notre modèle, il est donc plus réaliste de reconstruire les températures et précipitations du DMG à partir de l' "anomalie" générée par le GCM. Cette démarche est utilisée pour le couplage entre le modèle de végétation SECHIBA et le GCM (De Noblet, 1996, communication personnelle). Ainsi, la valeur reconstruite au DMG d'une variable X quelconque est donnée par :

$$X_{\text{DMG}} = X_{\text{actuel}} + (X_{\text{GCM DMG}} - X_{\text{GCM contrôle}}) \quad (\text{IV.15})$$

où X_{actuel} est la valeur actuelle observée et $(X_{\text{GCM DMG}} - X_{\text{GCM contrôle}})$ l'anomalie produite par le GCM, définie comme la différence entre la valeur simulée par le GCM pour le DMG ($X_{\text{GCM DMG}}$) et la valeur simulée par le GCM pour l'actuel ($X_{\text{GCM contrôle}}$). La valeur ainsi calculée pour le DMG devrait être plus réaliste que la valeur initiale produite directement par le GCM.

Nous présentons dans les deux paragraphes suivants l'application de cette méthode à la reconstruction des températures en surface et des précipitations au DMG.

IV.5.B.3 Températures en surface au DMG

Nous avons tout d'abord cherché à reconstruire les températures en surface au DMG. Un problème de résolution et d'adéquation entre les différents termes de l'équation IV.15 s'est rapidement posé :

- les températures issues du GCM sont définies sur la grille de celui-ci, par rapport à l'altitude

de la surface en chaque point de cette grille. Cette altitude est donnée par la topographie utilisée par le GCM : pour le DMG, la topographie provient du calcul suivant : en chaque point de grille du GCM, l'altitude de la surface est donnée par :

$$\text{alt}_{\text{DMG}} = \text{alt}_{\text{actuel}} + (\text{alt}_{\text{DMG Peltier}} - \text{alt}_{\text{contrôle Peltier}}) \quad (\text{IV.16})$$

où $\text{alt}_{\text{DMG Peltier}}$ et $\text{alt}_{\text{contrôle Peltier}}$ sont les topographies fournies par Peltier (1994) pour le DMG et l'actuel, interpolées sur la grille 64 x 50 (ou 48 x 36 pour LMD4ter et LMD4) et $\text{alt}_{\text{actuel}}$ est la topographie actuelle (également interpolée).

Pour simuler et se caler sur le climat actuel, le GCM utilise directement la topographie actuelle, toujours interpolée sur la grille du modèle.

- les valeurs de températures actuelles (auxquelles nous ajoutons l'anomalie du GCM dans l'équation IV.15) sont définies sur la grille de notre modèle, 50 x 50 km, et correspondent à l'altitude de la surface en chaque point de cette grille.

Si nous interpolons simplement l'anomalie du GCM sur notre grille, nous obtiendrons des valeurs de température en chaque point de notre grille qui ne correspondront pas à l'altitude réelle de ce point, mais à l'altitude initiale du point de la grille du GCM. En plus de l'interpolation, nous devons donc réaliser une correction de ces valeurs pour les ramener à l'altitude de chaque point de notre grille.

La méthodologie que nous adoptons pour reconstruire les températures en surface au DMG est donc la suivante :

- chaque jeu de températures issu du GCM (pour le DMG et le contrôle) est interpolé sur la grille 50 x 50 km ;
- les températures obtenues sont corrigées pour correspondre aux altitudes des points de la grille que nous utilisons. Que ce soit pour le DMG ou pour l'actuel, nous utilisons la relation :

$$T_{\text{new}} = T_{\text{old}} - 0.008 (\text{alt}_{\text{new}} - \text{alt}_{\text{old}}) \quad (\text{IV.17})$$

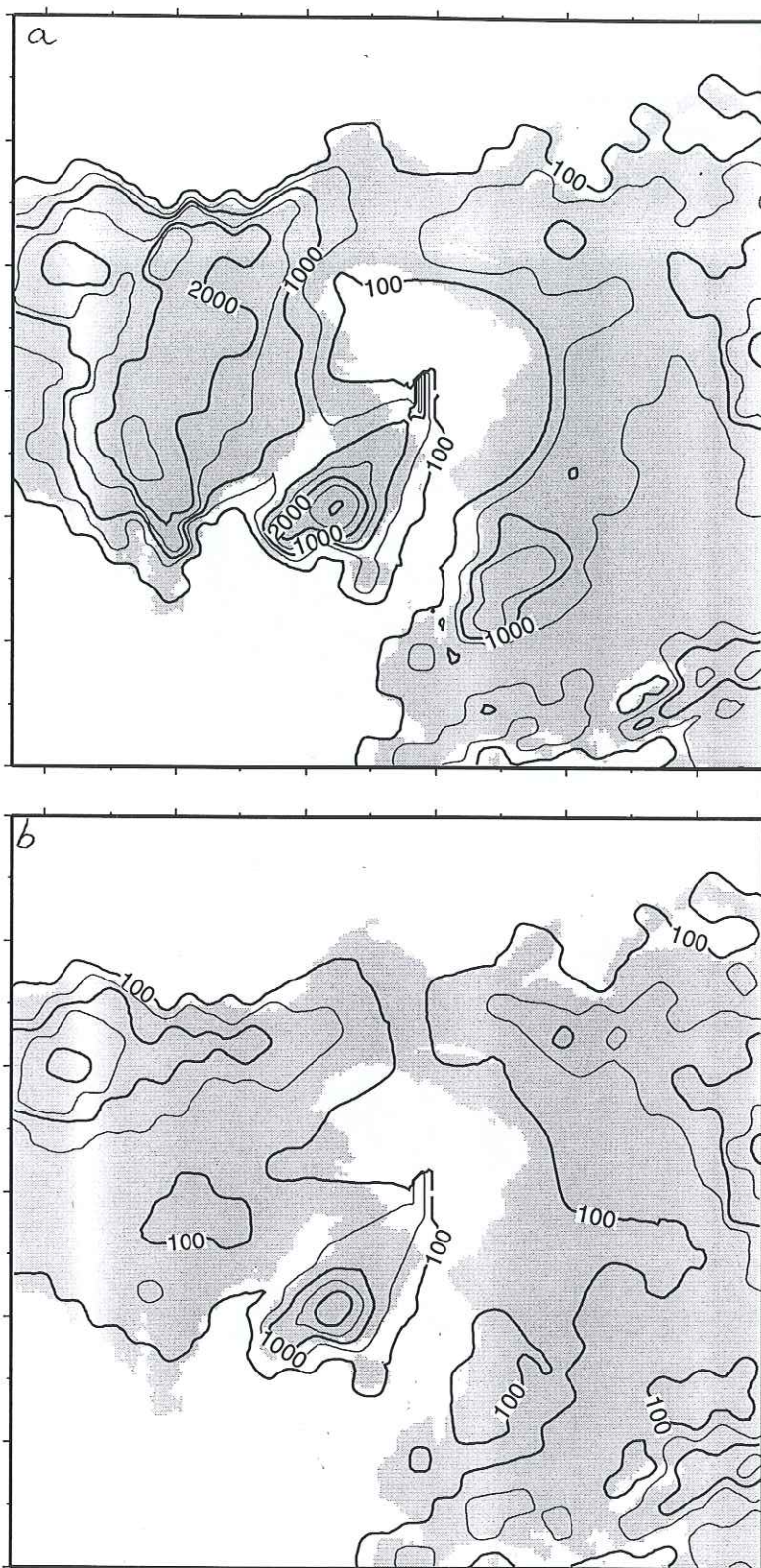


figure IV.18 : altitude de la surface du relief utilisé dans les simulations de LMD5ter (isolignes en mètres au-dessus du niveau de la mer):

a/ topographie pour le DMG ;

b/ topographie pour le contrôle.

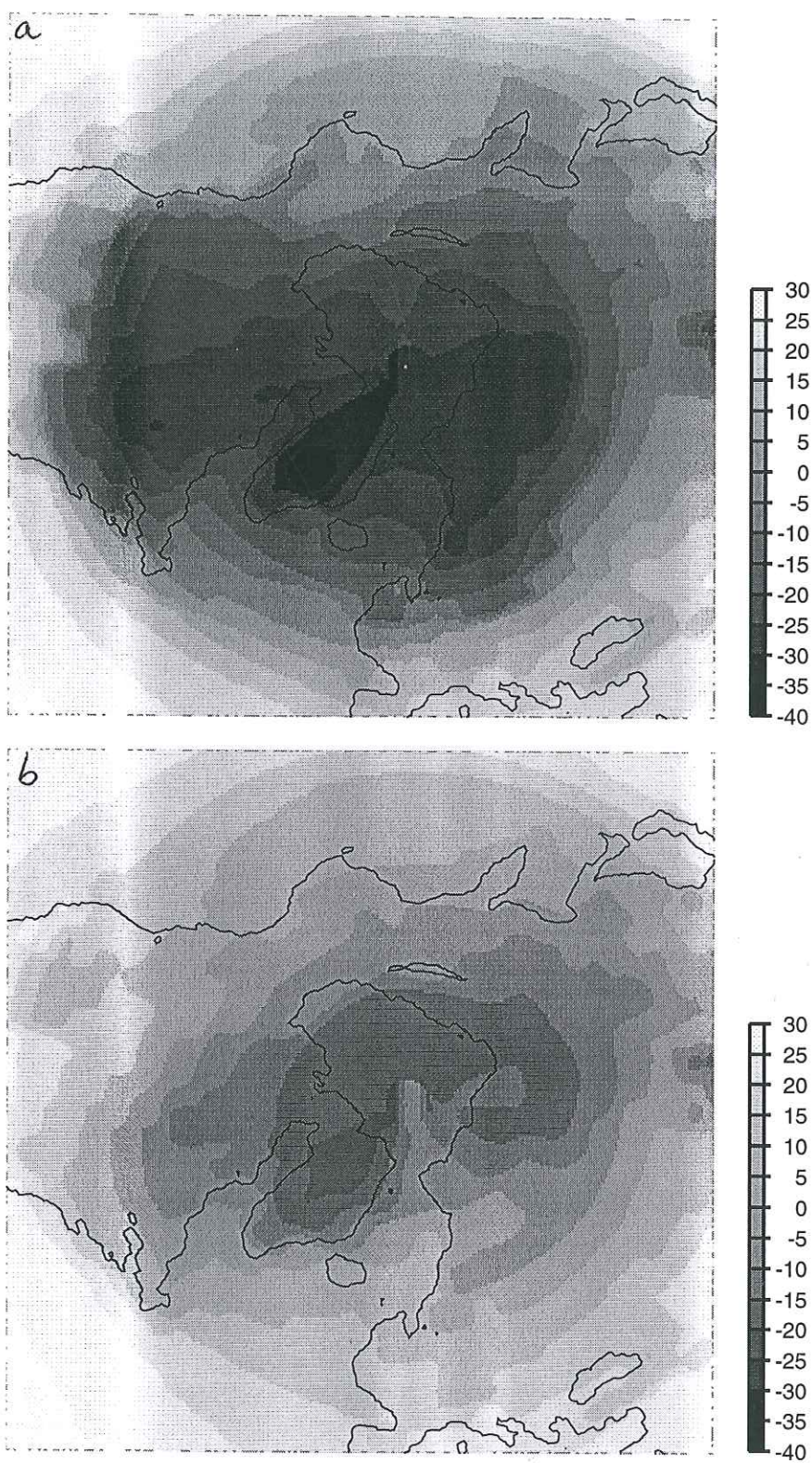


figure IV.19 : températures moyennes annuelles ($^{\circ}\text{C}$) au sol issues des simulations LMD5ter interpolées sur la grille 50x50 km:
a/ pour le DMG ;
b/ pour le contrôle.

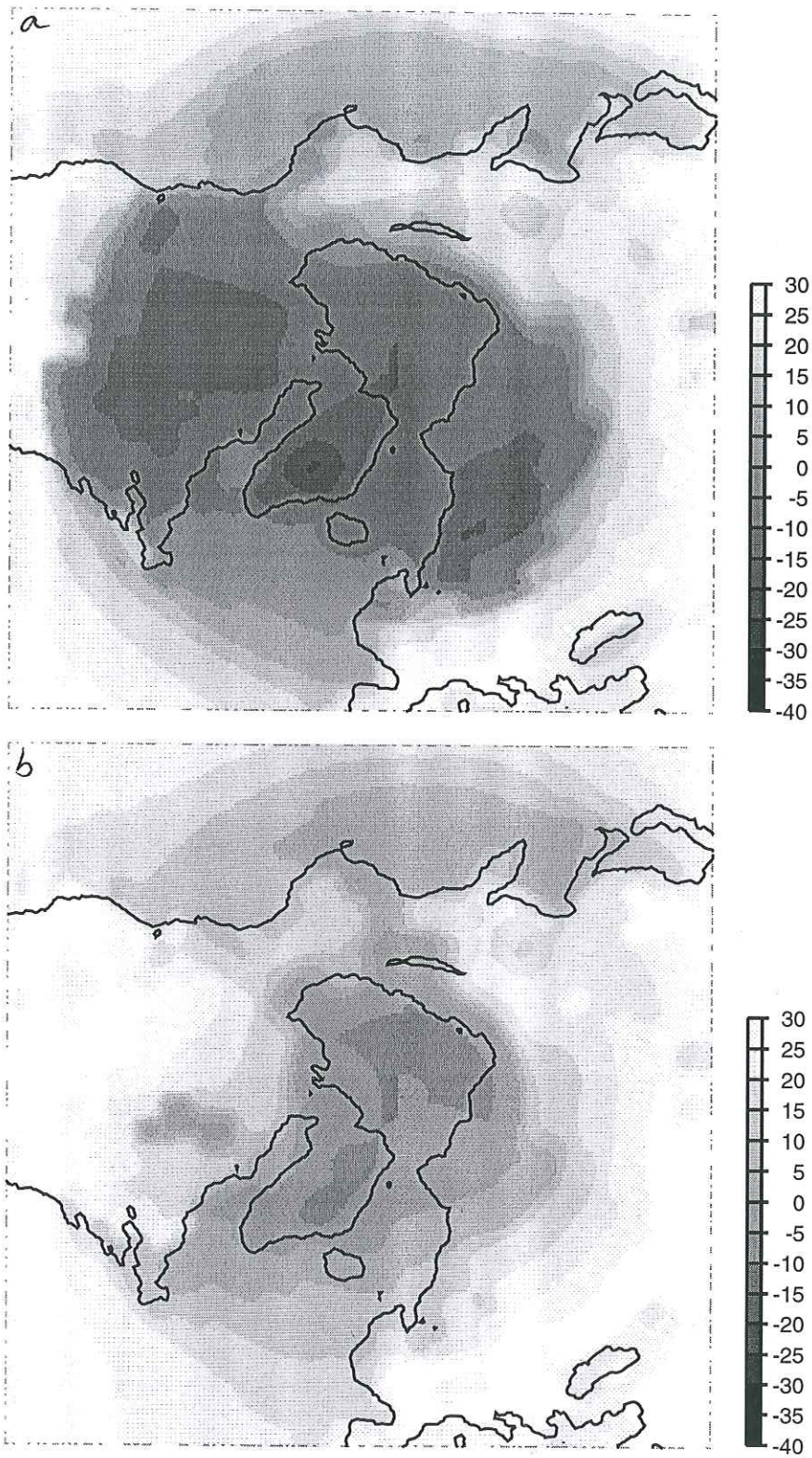


figure IV.20 : températures moyennes JJA ($^{\circ}\text{C}$) au sol issues de simulations LMD5ter interpolées sur la grille 50x50 km:

- a/ pour le DMG ;
- b/ pour le contrôle.

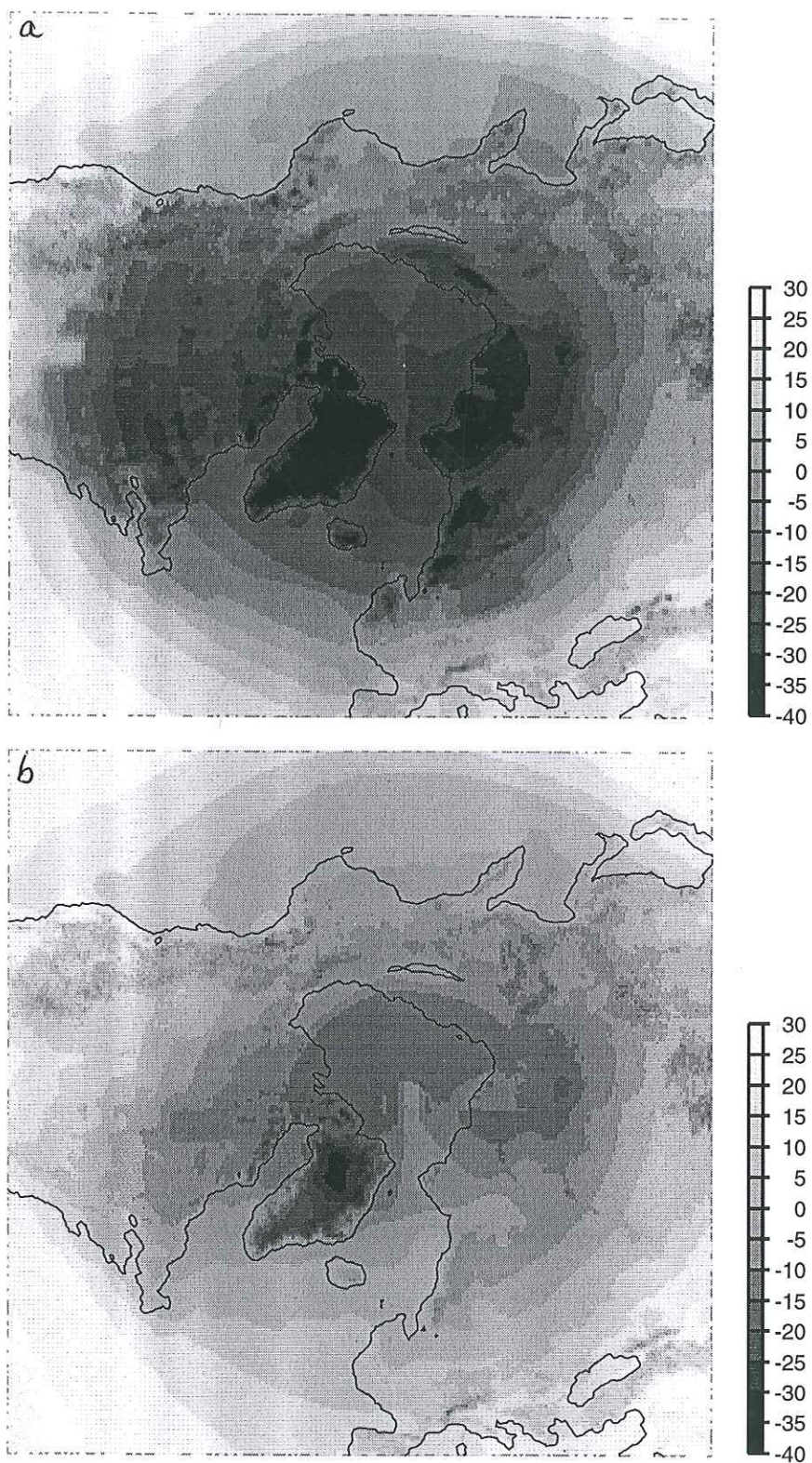


figure IV.21 : températures moyennes annuelles (°C) au sol issues de LMD5ter interpolées sur la grille 50x50 km et corrigées de la différence d'altitude du relief utilisé par LMD5ter et par notre modèle:

a/ pour le DMG ;

b/ pour le contrôle.

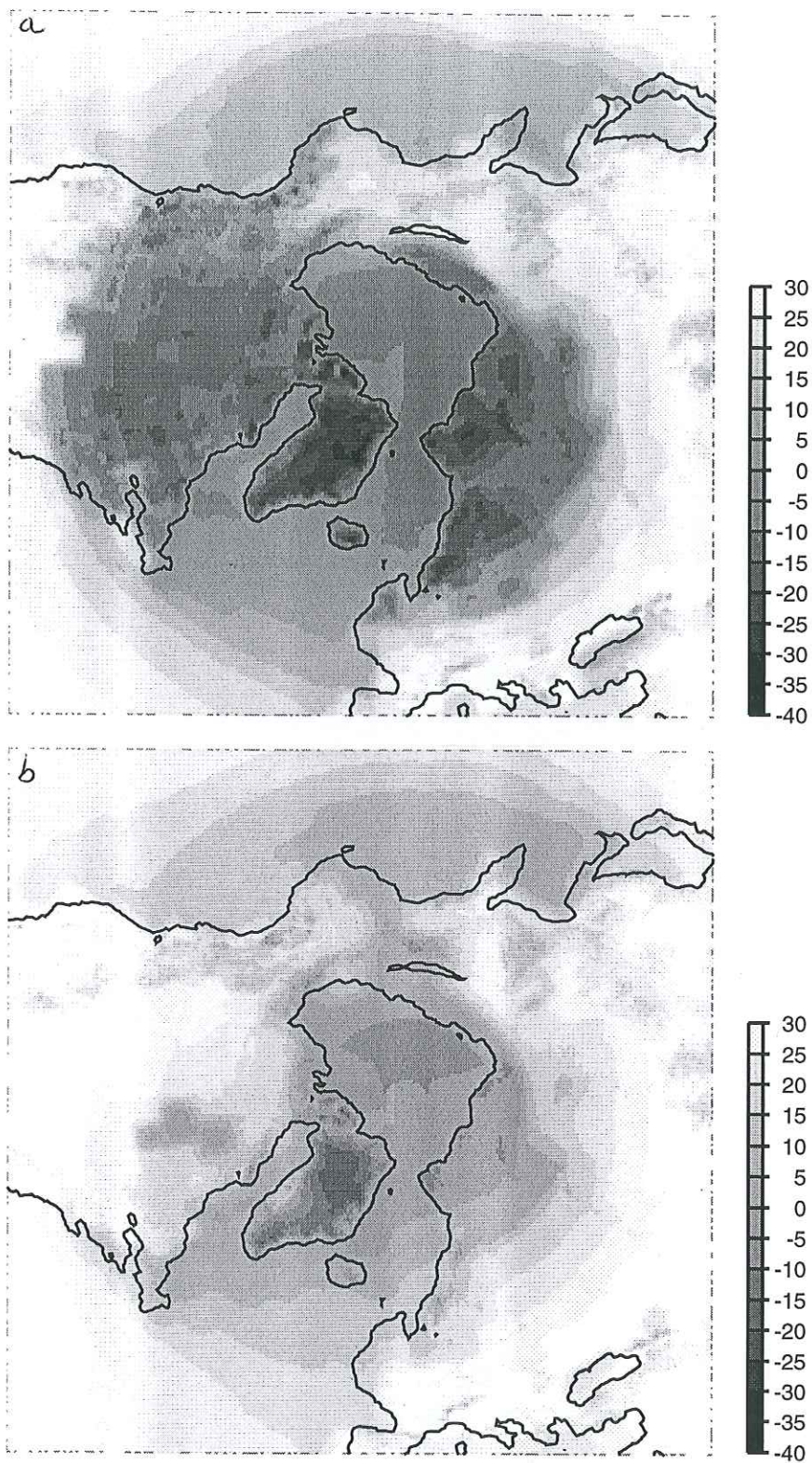


figure IV.22 : températures moyennes JJA ($^{\circ}\text{C}$) au sol issues de LMD5ter interpolées sur la grille 50x50 km et corrigées de la différence d'altitude du relief utilisé par LMD5ter et par notre modèle:

a/ pour le DMG ;

b/ pour le contrôle.

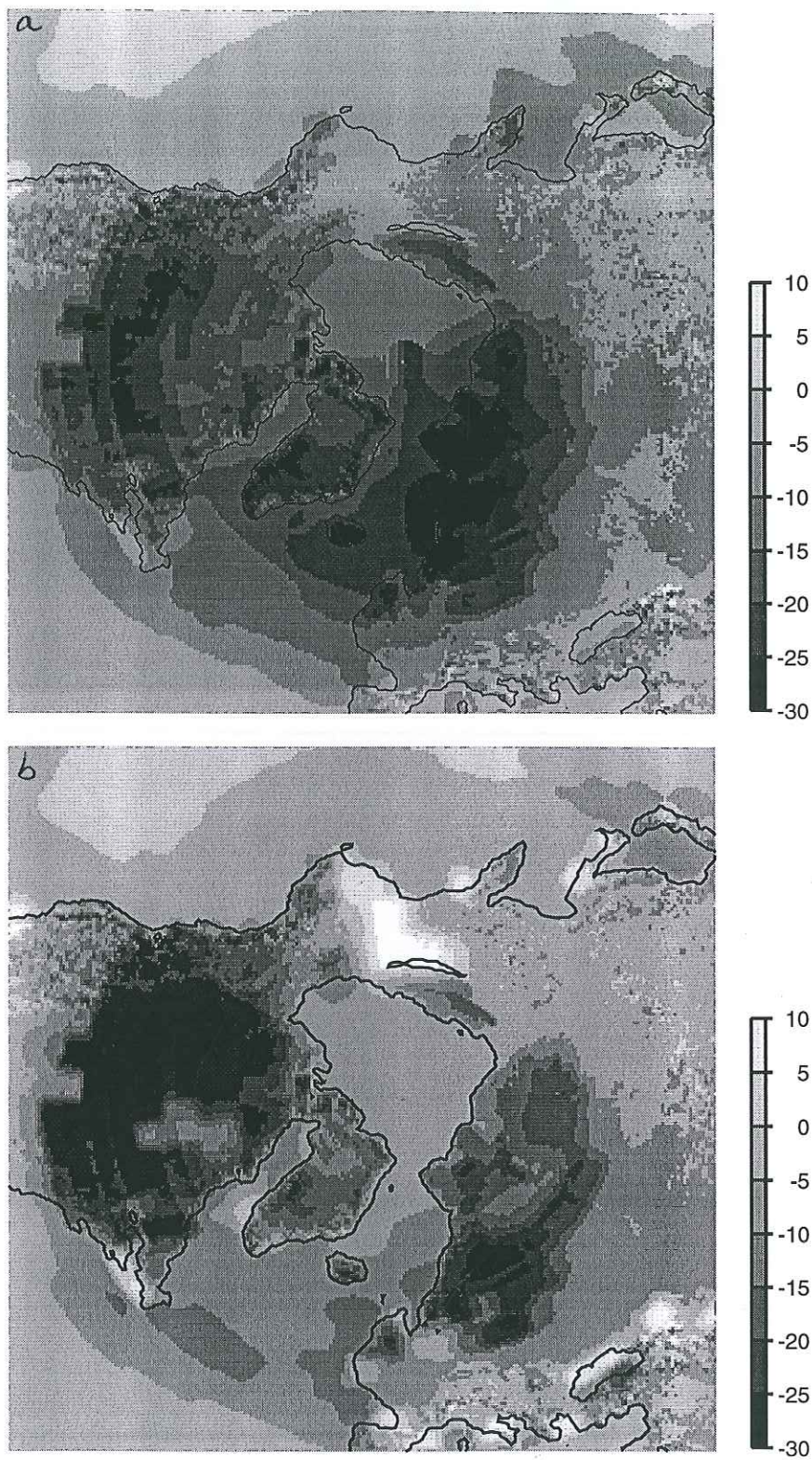


figure IV.23 : différence (ou anomalie) entre les températures moyennes pour le DMG et pour le contrôle (°C) issues du LMD5ter interpolées et corrigées:
a/ différence des températures moyennes annuelles ;
b/ différence des températures moyennes JJA.

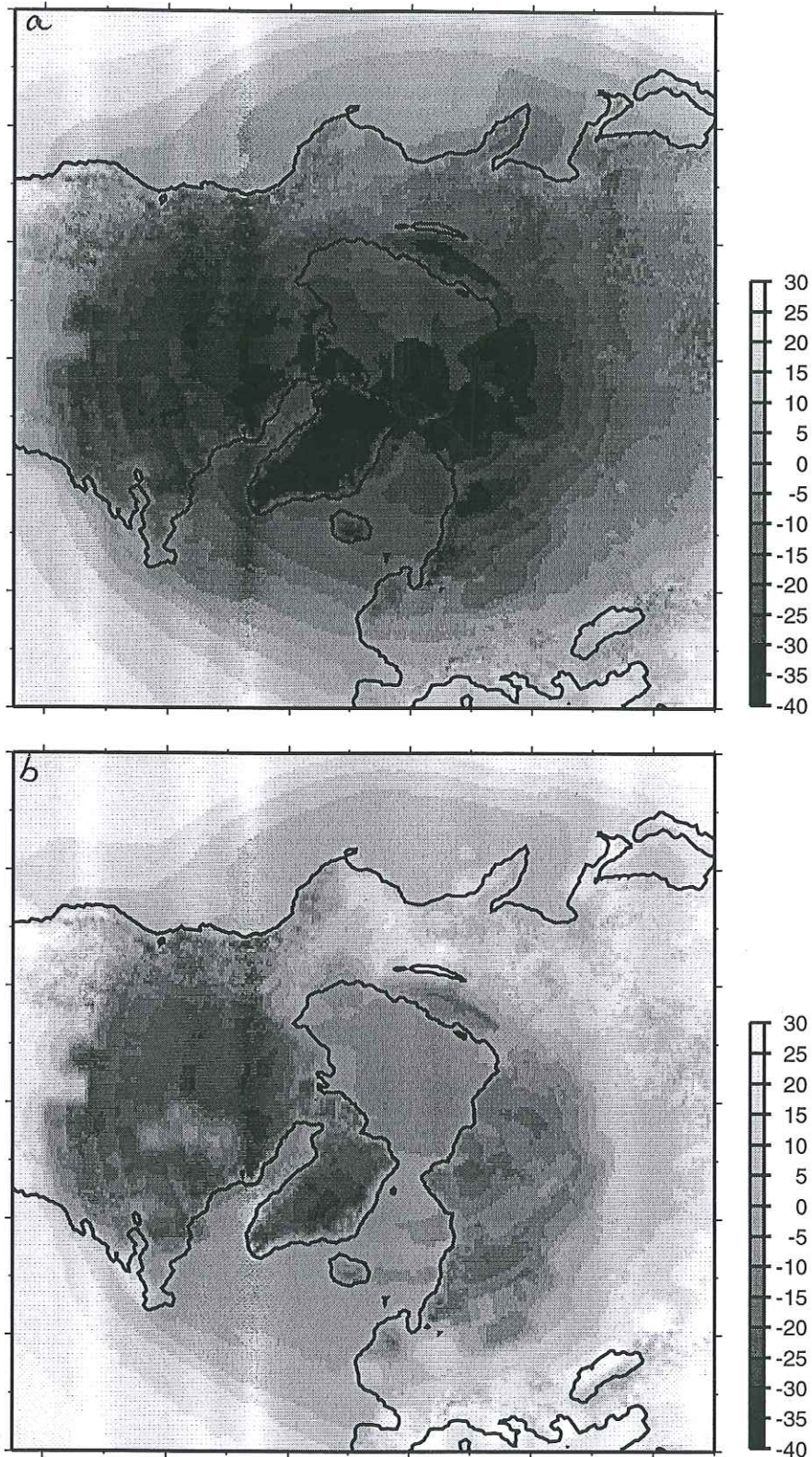


figure IV.24 : températures moyennes (°C) au DMG reconstruites à partir des données LMD5ter par la méthode des anomalies :
a/ températures moyennes annuelles ;
b/ températures moyennes JJA.

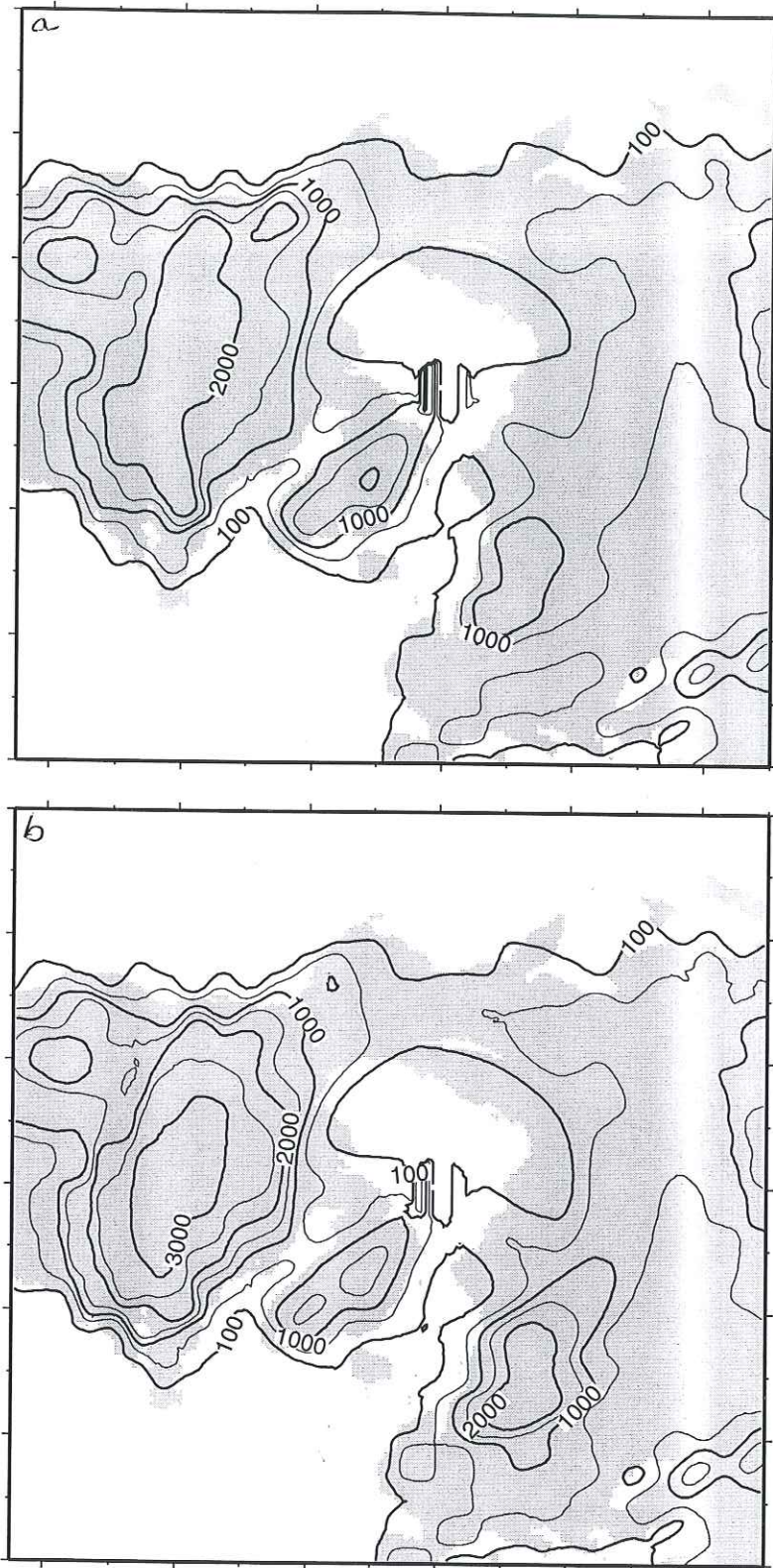


figure IV.25 : altitude de la surface du relief (isolignes en mètres au-dessus du niveau de la mer) utilisé dans les simulations :
a/ LMD4ter, topographie Peltier ;
b/ LMD4, topographie CLIMAP.

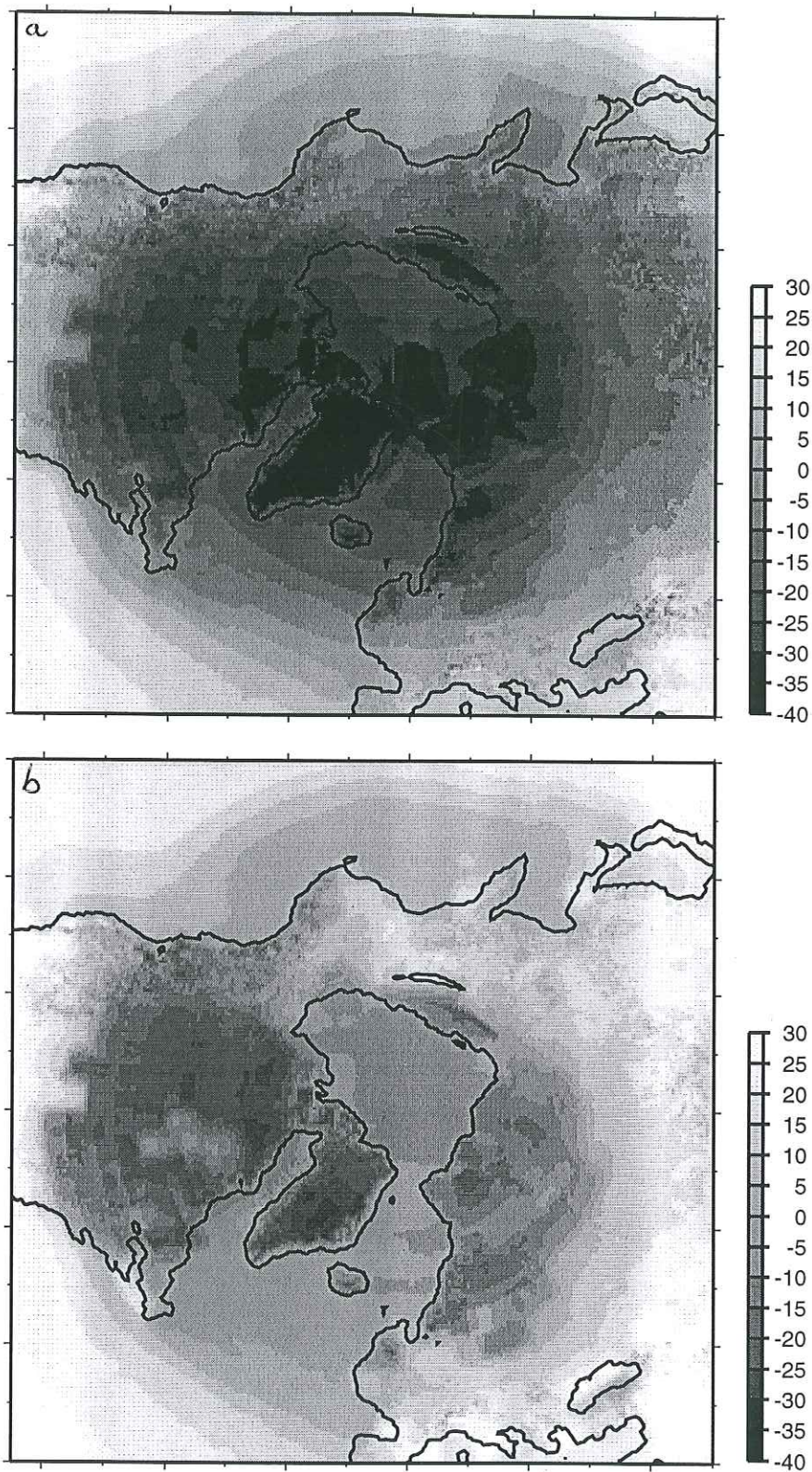


figure IV.26 : températures moyennes (°C) au DMG reconstruites à partir des données LMD4ter (topographie Peltier) par la méthode des anomalies :
a/ températures moyennes annuelles ;
b/ températures moyennes JJA.

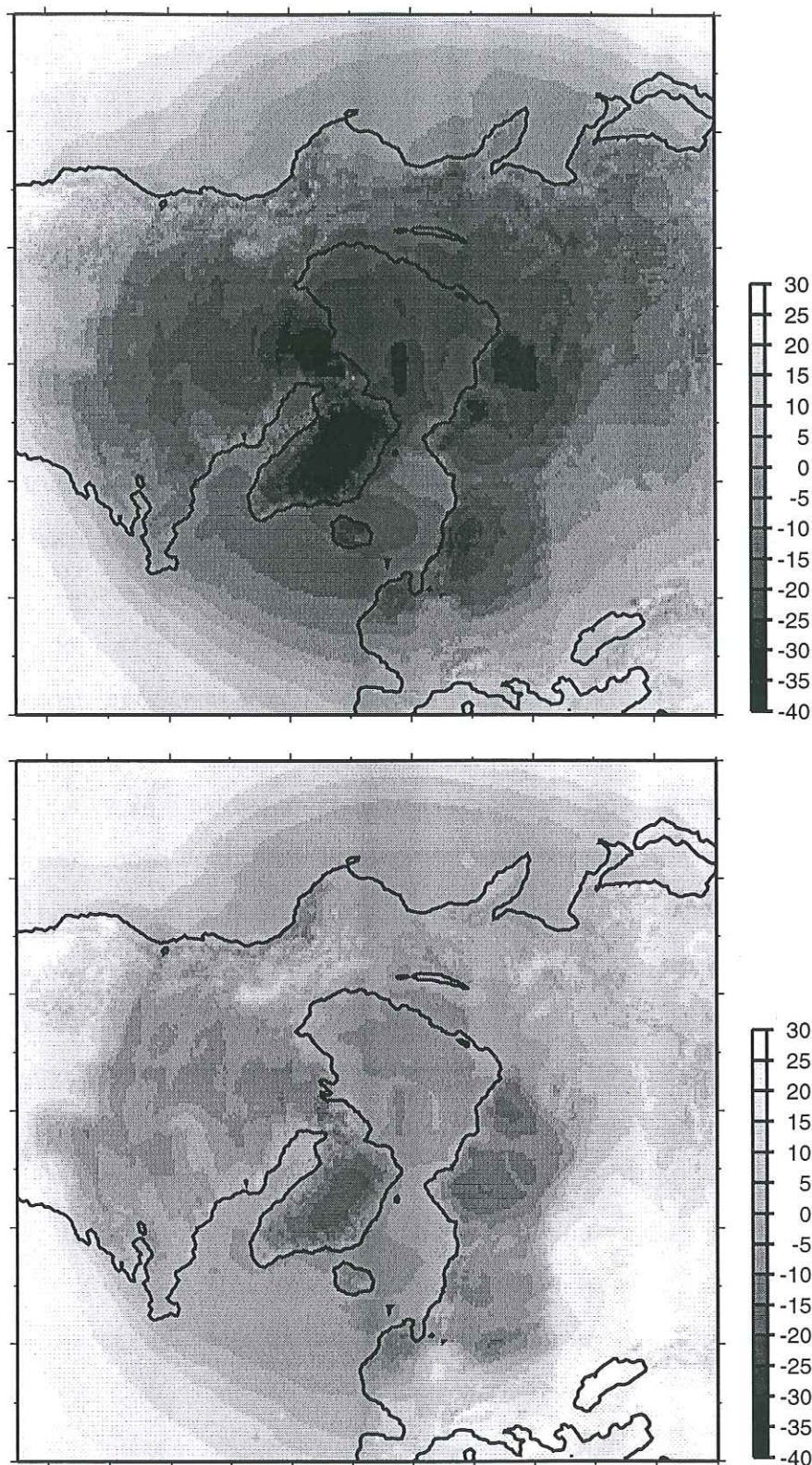


figure IV.27 : températures moyennes au DMG (°C) reconstruites à partir des données LMD4 (topographie CLIMAP) par la méthode des anomalies :
a/ températures moyennes annuelles ;
b/ températures moyennes JJA.

Pour la correction des températures du DMG, alt_{new} est la topographie de Peltier (1994) (de résolution $1^\circ \times 1^\circ$) interpolée sur notre grille 50×50 km et alt_{old} est la topographie du DMG utilisée par le GCM ; pour la correction des températures de l'état actuel, alt_{new} est la topographie actuelle interpolée sur notre grille 50×50 km et alt_{old} la topographie actuelle interpolée sur la grille du GCM. Par la suite, pendant la simulation, les températures sont corrigées à l'aide du même gradient à chaque fois que l'altitude de la surface varie.

Le gradient de température avec l'altitude est égal à $-8^\circ.km^{-1}$, qui est le gradient moyen observé dans les régions polaires (Reeh, 1991).

- nous reconstruisons l'anomalie (DMG-contrôle) à partir des températures corrigées et interpolées sur notre grille ;
- nous retranchons cette anomalie des températures actuelles observées interpolées sur notre grille, pour calculer les températures au DMG, directement utilisables par notre modèle (elles correspondent aux températures T_a et T_j que nous utilisons dans le paragraphe IV.4).

Les figures IV.18 à IV.24 illustrent les étapes de la reconstruction des températures décrite ci-dessus. Nous avons choisi de montrer le détail de cette reconstruction pour les températures LMD5ter, mais la procédure est la même pour les températures JJA et dans le cas où les données sont issues de LMD4ter ou de LMD4.

Les topographies utilisées dans LMD5ter pour le DMG et le contrôle (l'actuel) sont montrées sur les figures IV.18 a et b. Les températures moyennes annuelles produites par le GCM pour le DMG et pour le contrôle, interpolées sur notre grille 50×50 km sont montrées figure IV.19a et b. La figure IV.20 est la même que la figure IV.19 pour les températures moyennes JJA. La figure IV.21 présente les températures moyennes annuelles interpolées sur notre grille et corrigées en fonction de la différence d'altitude entre les grilles de LMD5ter et de notre modèle, pour le DMG (figure IV.21a) et pour le contrôle (figure IV.21b). Les températures moyennes JJA interpolées et corrigées sont présentées sur le figure IV.22.

Enfin, l'anomalie ainsi reconstituée est présentée sur les figures IV.23a et b pour les températures moyennes annuelles et JJA. Les figures IV.24a et b montrent respectivement les températures moyennes annuelles et JJA pour le DMG, reconstruites à partir des anomalies. Ce sont ces

températures que nous allons utiliser dans le modèle d'écoulement glaciaire. On observe sur les cartes des anomalies des différences de températures allant jusqu'à 20°. On distingue assez bien les différences de températures dues au refroidissement climatique (sur les océans, par exemple) et celles dues au relief (sur l'emplacement des calottes au DMG par exemple).

Les topographies au DMG de LMD4ter et LMD4 sont montrées sur les figures IV.25a et IV.25b, et les températures finales pour LMD4ter et LMD4 sont présentées sur les figures IV.26 et IV.27.

IV.5.B.4 Précipitations au DMG

Les précipitations sont également reconstruites à partir de la méthode des anomalies. Par contre, elles ne sont pas corrigées de la différence d'altitude entre les topographies des deux grilles. En effet, la relation entre les précipitations et l'altitude de la surface est beaucoup moins bien connue que celle entre les températures et l'altitude de la surface. Les précipitations varient avec l'altitude, mais nous ne savons pas exactement comment. Nous conservons donc les précipitations non corrigées, tout en gardant à l'esprit qu'elles ne correspondent pas à l'altitude en chaque point de notre grille.

Nous appliquons l'équation IV.15 aux précipitations moyennes annuelles, après avoir interpolé la différence produite par le GCM entre les précipitations au DMG et les précipitations actuelles. Nous obtenons alors une carte des précipitations pour le DMG, qui montre en certains endroits des précipitations négatives ! Ce problème vient du fait qu'en ces endroits, l'anomalie produite par le GCM est supérieure à la valeur actuelle observée.

Il nous a paru plus réaliste d'utiliser un rapport de précipitations entre le DMG et l'actuel plutôt qu'une différence pour définir l'anomalie générée par le GCM. L'équation IV.15, utilisée pour reconstruire les températures au DMG, devient alors, pour les précipitations :

$$precip_{DMG} = precip_{actuelles} \frac{precip_{GCM\ DMG}}{precip_{GCM\ controle}} \quad (IV.18)$$

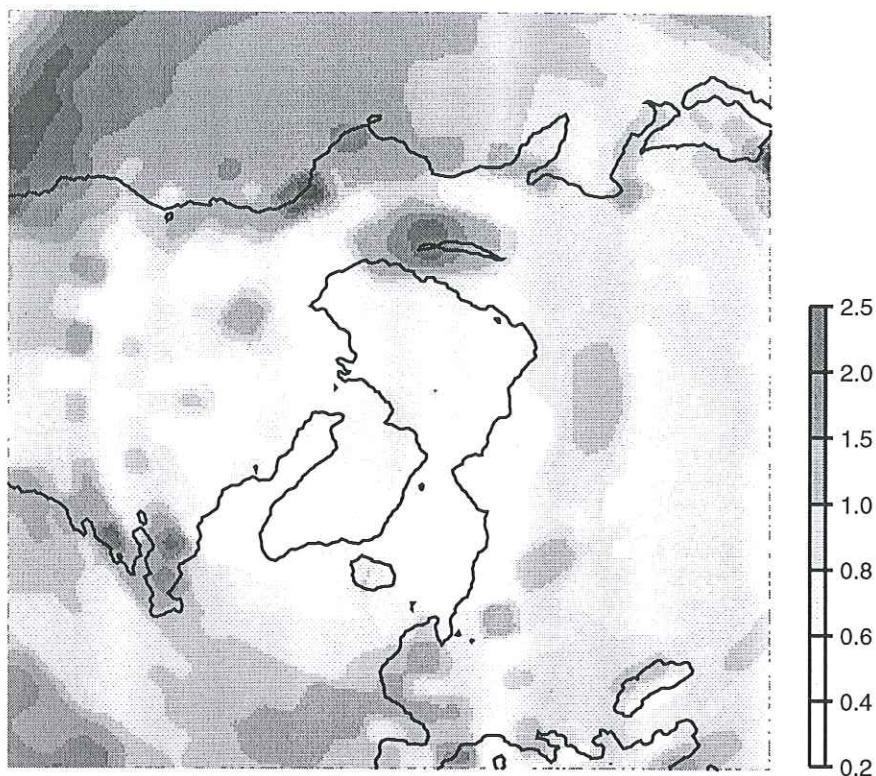


figure IV.28 : rapport de précipitations entre le DMG et le contrôle ; données issues de LMD5ter interpolées sur la grille 50x50 km.

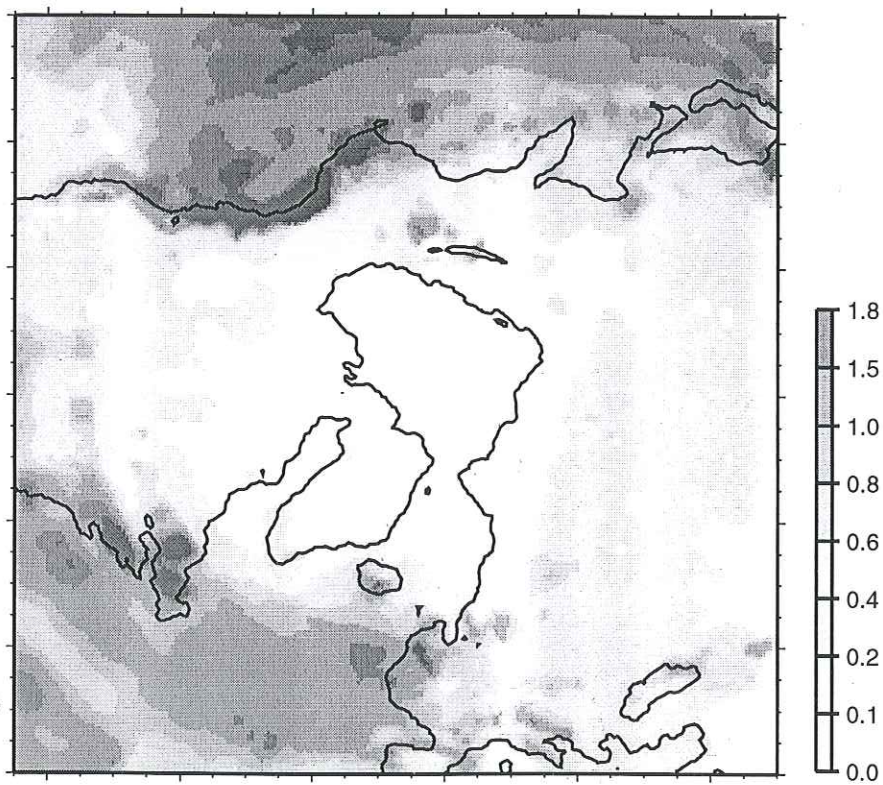


figure IV.29 : précipitations au DMG (m/an) reconstruites par la méthode des anomalies à partir du rapport de précipitations de LMD5ter.

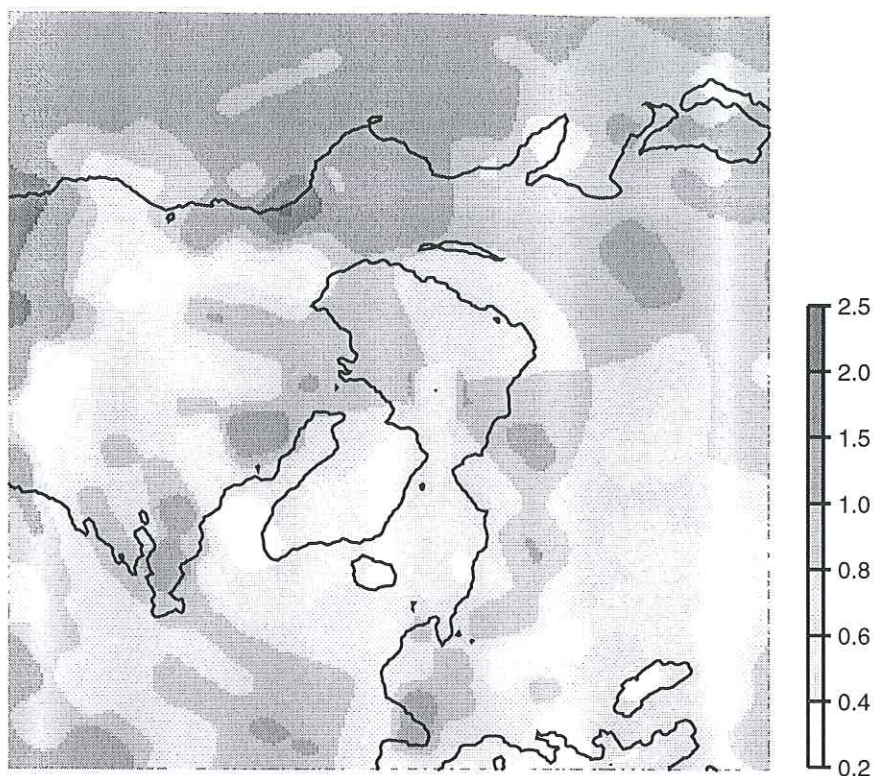


figure IV.30 : rapport de précipitations entre le DMG et le contrôle ; données issues de LMD4ter (topographie Peltier), interpolées sur la grille 50x50 km.

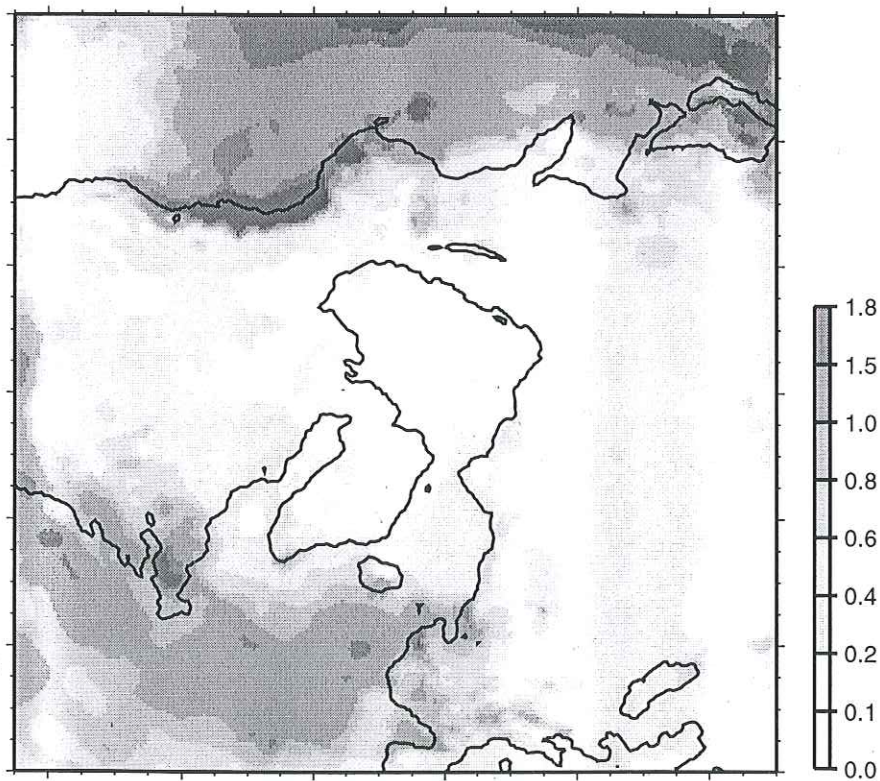


figure IV.31 : précipitations au DMG (m/an) reconstruites par la méthode des anomalies à partir du rapport de précipitations de LMD4ter (topographie Peltier)

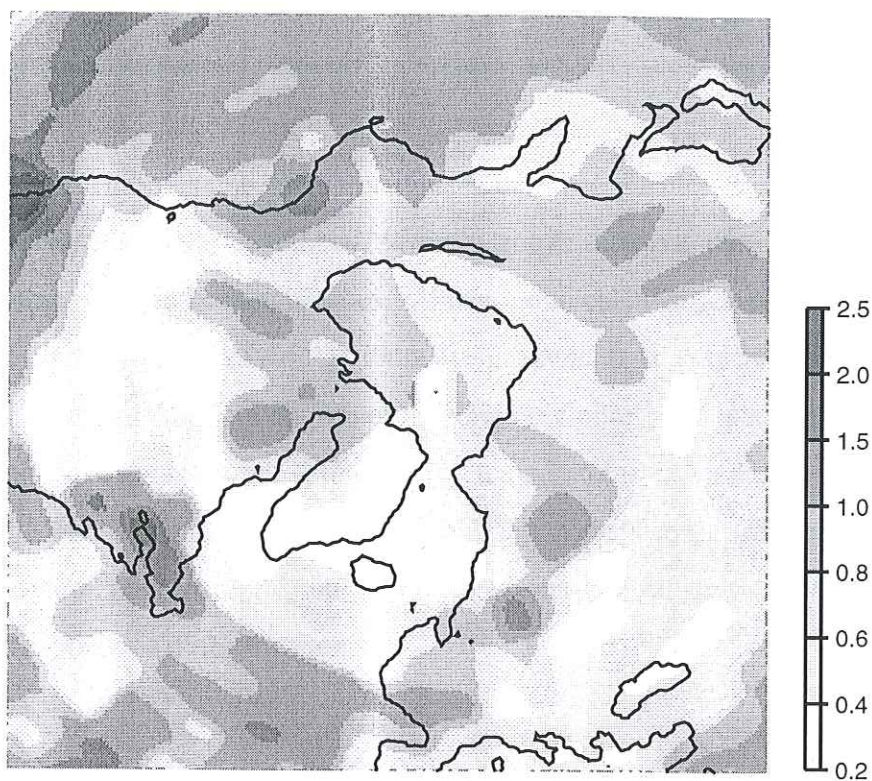


figure IV.32 : rapport de précipitations entre le DMG et le contrôle ; données issues de LMD4 (topographie CLIMAP), interpolées sur la grille 50x50 km.

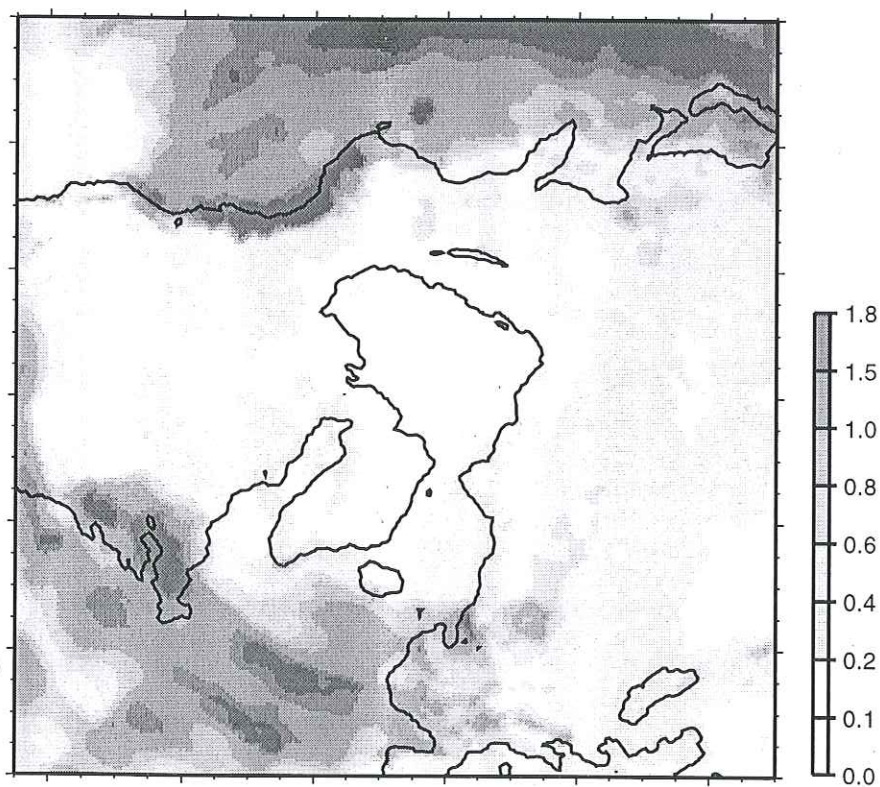


figure IV.33 : précipitations au DMG (m/an) reconstruites par la méthode des anomalies à partir du rapport de précipitations de LMD4 (topographie CLIMAP).

où $\text{precip}_{\text{GCM DMG}}$ et $\text{precip}_{\text{GCM controle}}$ sont respectivement les précipitations générées par le GCM pour le DMG et pour l'état actuel ; $\text{precip}_{\text{actuelles}}$ représente les précipitations actuelles observées.

Cette formulation paraît plus physique que la précédente. Nous pouvons en effet considérer que les précipitations dépendent, entre autres facteurs, de la pression de vapeur saturante (comme dans la paramétrisation utilisée pour calculer les précipitations dans la première partie de ce chapitre (§ IV.4.A)). Or celle-ci dépend de la température par une fonction exponentielle (équation IV.6) ; si l'on suppose que les précipitations dépendent seulement de la pression de vapeur saturante, une différence de températures engendre donc un rapport de précipitations. Même si la pression de vapeur saturante n'est certainement pas le seul facteur influent, il nous paraît plus approprié pour les précipitations d'exprimer l'anomalie du GCM sous la forme d'un rapport que d'une différence.

Les figures IV.28 et IV.29 présentent respectivement l'anomalie obtenue par le rapport entre les précipitations au DMG et au contrôle du GCM, et les précipitations finales au DMG. Ce sont ces précipitations que nous allons utiliser dans le modèle d'écoulement de glace. Sur la carte des anomalies, on observe des valeurs de précipitations plus faibles pour le DMG que pour le présent. Ce résultat n'est pas surprenant, dans la mesure où de l'air plus froid contient moins de précipitations potentielles.

Les rapports de précipitations et les précipitations reconstruites pour le DMG à partir des données LMD4ter, puis LMD4 sont présentées respectivement sur les figures IV.30, IV.31, IV.32 et IV.33.

IV.5.C Résultats

Les températures en surface et les précipitations ont été reconstituées pour le climat du DMG, à partir des données de LMD5ter et de LMD4ter avec la topographie Peltier, à partir des données de LMD4 avec la topographie CLIMAP. Nous allons réaliser plusieurs simulations des calottes du DMG avec le modèle de glace, en utilisant à chaque fois un des trois jeux de données ci-dessus et la topographie de Peltier ou de CLIMAP en entrée selon les cas. Le tableau IV.2

résume les expériences réalisées.

Expérience	Températures reconstruites à partir des données de	Précipitations reconstruites à partir des données de	Topographie initiale
1	LMD5ter, températures au sol	LMD5ter	Peltier
2	LMD5ter, températures de l'air	LMD5ter	Peltier
3	LMD4ter, températures de l'air	LMD4ter	Peltier
4	LMD4, températures de l'air	LMD4	CLIMAP

tableau IV.2 : expériences de simulation des calottes du DMG, réalisées avec les données climatiques issues du GCM LMD en entrée du modèle d'écoulement de glace.

Chaque expérience est réalisée sur une durée de 10 000 ans. Cette durée peut paraître courte par rapport à la durée moyenne de 50 000 ans des simulations de la calotte du Groenland réalisées dans le chapitre III ; nous sommes ici obligés de réduire la durée de nos simulations, car l'extension du domaine couvert par le modèle engendre un supplément de temps de calcul important : ainsi, sur le Cray C94 du CEA à Grenoble, une expérience de 10 000 ans dure environ 30 minutes lorsqu'on simule l'état actuel, et environ 50 minutes lorsqu'on simule les calottes du DMG (en effet, plus le nombre de points de la grille couverts de glace est important, plus le temps de calcul est grand). Nous nous contentons donc ici de simulations de 10 000 ans ; nous verrons dans les résultats des expériences que, parmi les variables caractéristiques en sortie du modèle, seule la température à la base de la glace continue à évoluer légèrement après cette durée. Les calottes sont donc presque en état stationnaire.

IV.5.C.1 Expériences à partir des données LMD5ter

Les résultats de l'expérience stationnaire de simulation du DMG avec les données de températures et précipitations du LMD5 et la topographie initiale de Peltier (expérience n°1) sont présentés sur la figure IV.34. Ces résultats sont de toute évidence plus satisfaisants que ceux que

nous avons obtenus dans les parties précédentes de ce chapitre, en perturbant les données climatiques actuelles pour obtenir les conditions climatiques au DMG. Lorsqu'on les compare à la reconstruction des calottes du DMG de Peltier (figure IV.7), on observe que l'extension globale des calottes est conservée. Les épaisseurs de glace dépassent 3 000 m sur la Laurentide et la Fennoscandie. Par ailleurs, nous ne formons pas de glace sur l'Alaska et la Sibérie, conformément aux indications géologiques, alors que ces régions étaient englacées dans les expériences précédentes.

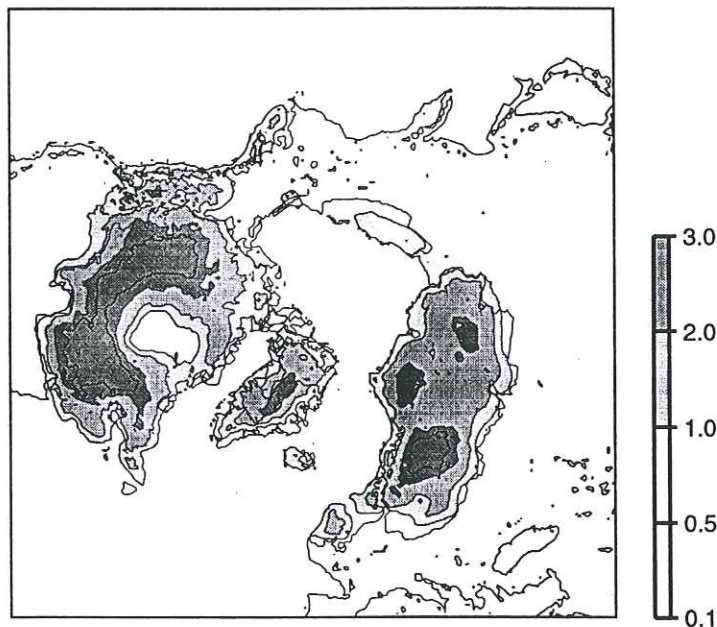


figure IV.34 : simulation des calottes du DMG (durée 10 000 ans). Les conditions climatiques en entrée proviennent de LMD5ter. Les grisés représentent les épaisseurs de glace en km, le niveau des mers au DMG est donné par le trait noir fin. les températures ont été reconstruites à partir des températures au sol dans LMD5ter.

On remarque cependant sur la carte IV.34 l'absence de glace au-dessus de la baie d'Hudson dans la Laurentide. Après investigations, il s'est avéré que ce trou est dû aux températures en surface fournies par LMD5. En effet, dans les simulations du contrôle par LMD5 dont nous nous servons pour calculer l'anomalie, les températures à la surface de la mer sont

prescrites par les données CLIMAP (1981), et non calculées par le GCM (elles sont par contre calculées dans les simulations du DMG). Ceci provoque une discontinuité des températures au sol dans les régions côtières.

Le GCM considère les points de la grille du modèle situés sur la baie d'Hudson comme des points marins. Ainsi, la température dans la baie d'Hudson n'est pas recalculée dans les simulations du contrôle ; les cartes des températures JJA pour les simulations du contrôle (figures IV.20b et IV.22b) montrent que les températures sont beaucoup plus froides sur ces points que sur les points alentour. La différence de températures JJA entre le DMG et le contrôle (figure IV.23b) est même positive sur ces points (les températures JJA au DMG sont plus chaudes qu'au contrôle ...). Ceci entraîne des températures JJA reconstruites pour le DMG (figure IV.24b) trop chaudes sur la baie d'Hudson. L'ablation est par conséquent plus forte dans cette région, et la glace initiale ne peut s'y maintenir.

Au moment où nous avons réalisé cette expérience, les simulations du GCM pour le contrôle avec les températures à la surface de la mer calculées et non plus prescrites n'étaient pas encore effectuées. Nous ne disposons donc pas des données avec les températures calculées. Pour éviter ce problème de températures dans la baie d'Hudson, nous avons alors décidé d'utiliser les températures de l'air, à 2 mètres au-dessus du sol, au lieu des températures du sol comme dans la simulation précédente. Les températures de l'air à 2 m ne présentent pas la discontinuité dans les régions côtières observée sur la carte des températures au sol, car les différences au sol sont atténuées par le brassage de l'air.

Le traitement réalisé pour reconstruire les températures au sol pour le DMG (paragraphe IV.5.B.3) est refait pour les températures de l'air à 2 m au-dessus du sol. Les cartes IV.35 et IV.36 présentent les anomalies du GCM et les températures reconstruites, pour les températures moyennes annuelles et les températures moyennes JJA.

Nous réalisons donc une nouvelle expérience (n°2) avec les données du LMD5. Les résultats (figure IV.37) sont meilleurs sur la baie d'Hudson avec les températures de l'air qu'avec les températures au sol. La Laurentide a donc désormais une extension et des épaisseurs moyennes de glace comparables à celles de la reconstruction de Peltier. Par contre, on observe une déflexion dans la Fennoscandie, qui n'existait pas dans l'expérience précédente. Cette déflexion

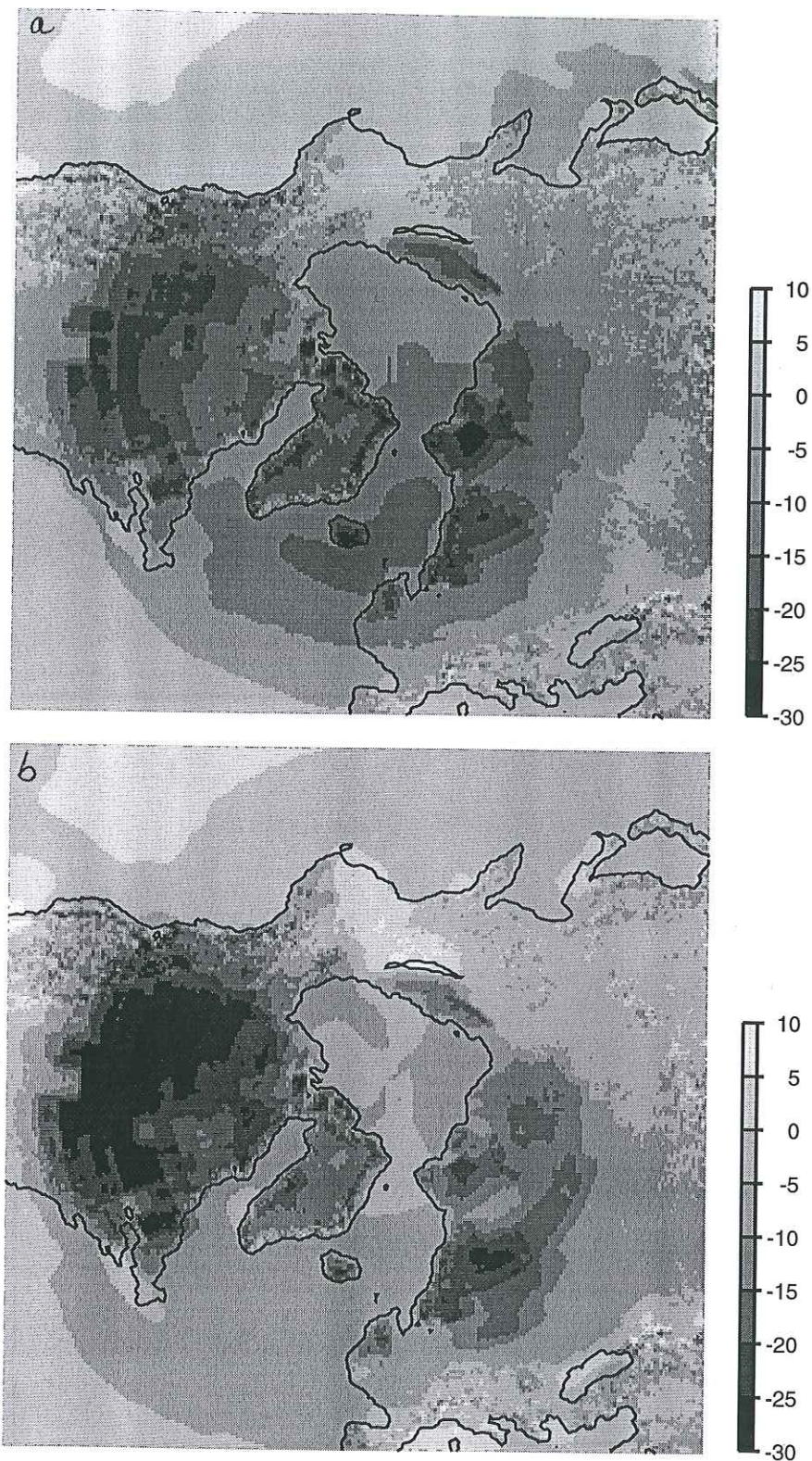


figure IV.35 : différence (ou anomalie) entre les températures de l'air à 2 mètres pour le DMG et le contrôle (°C) , issues de LMD5ter interpolées et corrigées :
a/ différence de températures moyennes annuelles ;
b/ différence de températures moyennes JJA.

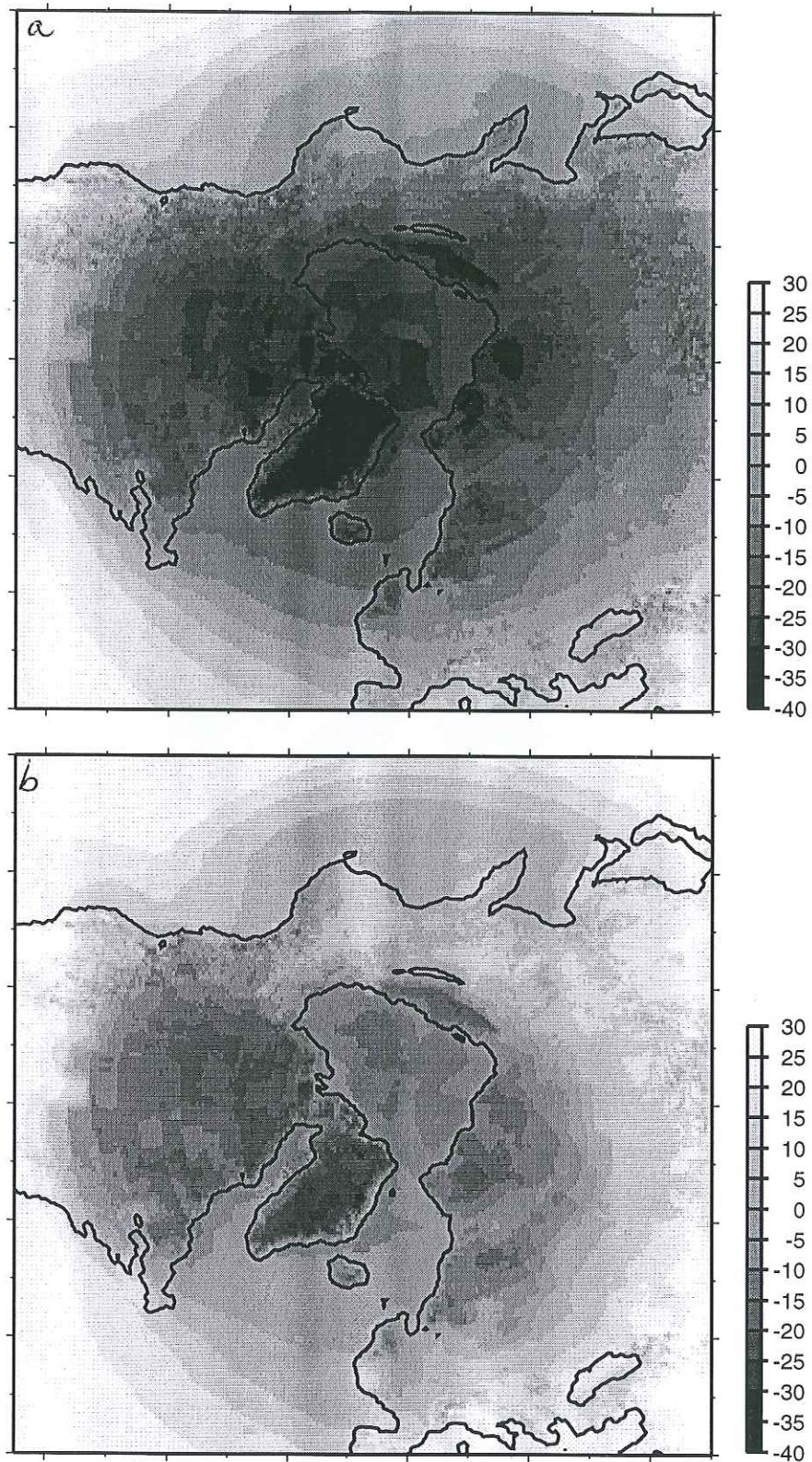


figure IV.36 : températures moyennes (°C) de l'air à 2 mètres au DMG, reconstruites à partir des données LMD5ter par la méthode des anomalies :

a/ températures moyennes annuelles ;

b/ températures moyennes JJA.

pourrait être expliquée par le fait que les températures à 2 m, outre le fait qu'elles soient meilleures dans les régions côtières, sont globalement moins significatives que les températures au sol. Les températures à 2 m sont globalement plus chaudes que ces dernières, ce qui peut entraîner à certains endroits la fonte de la calotte. En effet, on remarque sur la carte IV.36b la présence de quelques points de température JJA plus élevée dans la zone de la déflexion observée sur la figure IV.37. Cependant, nous n'avons pas trouvé de raison particulière à ces températures plus chaudes sur ces quelques points.

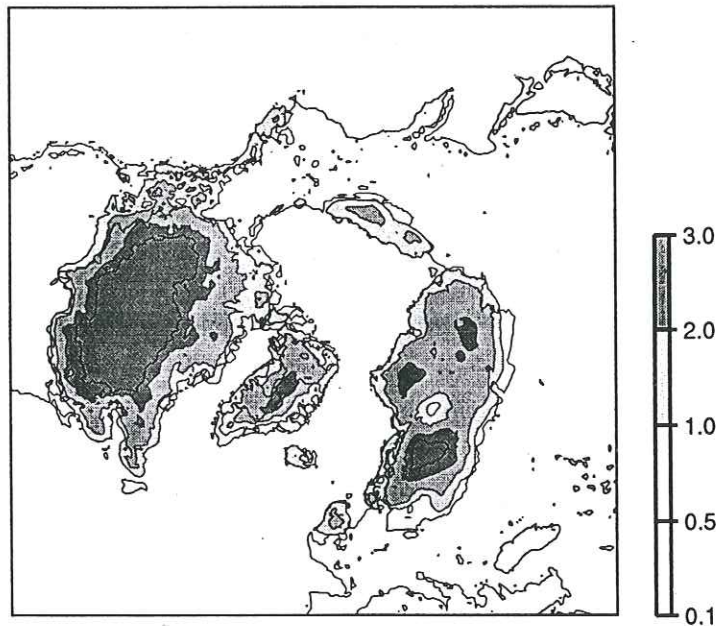


figure IV.37 : simulation des calottes du DMG (durée 10 000 ans). Les conditions climatiques en entrée proviennent de LMD5ter. Les grisés représentent les épaisseurs de glace en km, le niveau des mers au DMG est donné par le trait noir fin. Les températures ont été reconstruites à partir des températures de l'air à 2m au-dessus du sol dans LMD5ter.

La figure IV.38 présente l'évolution pendant l'expérience n°2 de plusieurs variables caractéristiques en sortie du modèle. Le bilan de masse (IV.38a) (accumulation - ablation) atteint rapidement une valeur constante, ainsi que l'extension des calottes (IV.38f). Celle-ci diminue rapidement au début de la simulation (de plus de 20 000 points englacés à environ 12 500) pour

atteindre ensuite une extension en équilibre avec les données climatiques. Cette diminution importante du nombre de points englacés doit être reliée aux épaisseurs de glace initiales en entrée du modèle ; celles-ci ont été générées par l'équation assez sommaire IV.5 à partir des données d'altitude de la surface de Peltier (1994) ; cette équation a généré de petits îlots de glace indépendants, qui disparaissent dès le début de la simulation, engendrant une baisse importante du nombre de points englacés. L'extension des deux calottes principales, la Laurentide et la Fennoscandie, reste pratiquement inchangée. De plus, les variables présentées sur la figure IV.38 sont moyennées sur les points englacés : au début de la simulation, il y a des points en zone d'ablation qui disparaissent rapidement et ne sont plus comptabilisés par la suite.

Le profil de température dans la glace (IV.38g), correspondant aux températures imposées en surface, s'établit plus lentement ; ainsi, les températures basales évoluent pendant toute la simulation. En réponse à cette variation des températures basales, le volume de glace (IV.38d) et l'épaisseur maximale de glace (IV.38e) évoluent lentement, dans le sens d'un épaissement des calottes.

Les variations relativement faibles de ces caractéristiques indiquent que les données climatiques que nous imposons en entrée du modèle sont à peu près en équilibre avec la configuration initiale des calottes, ce qui n'était pas le cas dans les parties précédentes.

Les résultats des expériences avec les données LMD5 sont donc globalement satisfaisants. Cependant, pour éviter les problèmes générés par l'utilisation des températures au sol prescrites sur la mer dans un cas, et des températures de l'air dans l'autre cas, il est prévu de réaliser prochainement une expérience avec les données climatiques issues des simulations du GCM LMD5 avec les températures sur la mer calculées (ces données n'étaient pas encore disponibles au moment où nous travaillions sur le sujet).

Nous allons maintenant réaliser des expériences avec les données LMD4, afin de voir si même avec des données de résolution plus faible au départ, le modèle arrive à maintenir les calottes de glace.

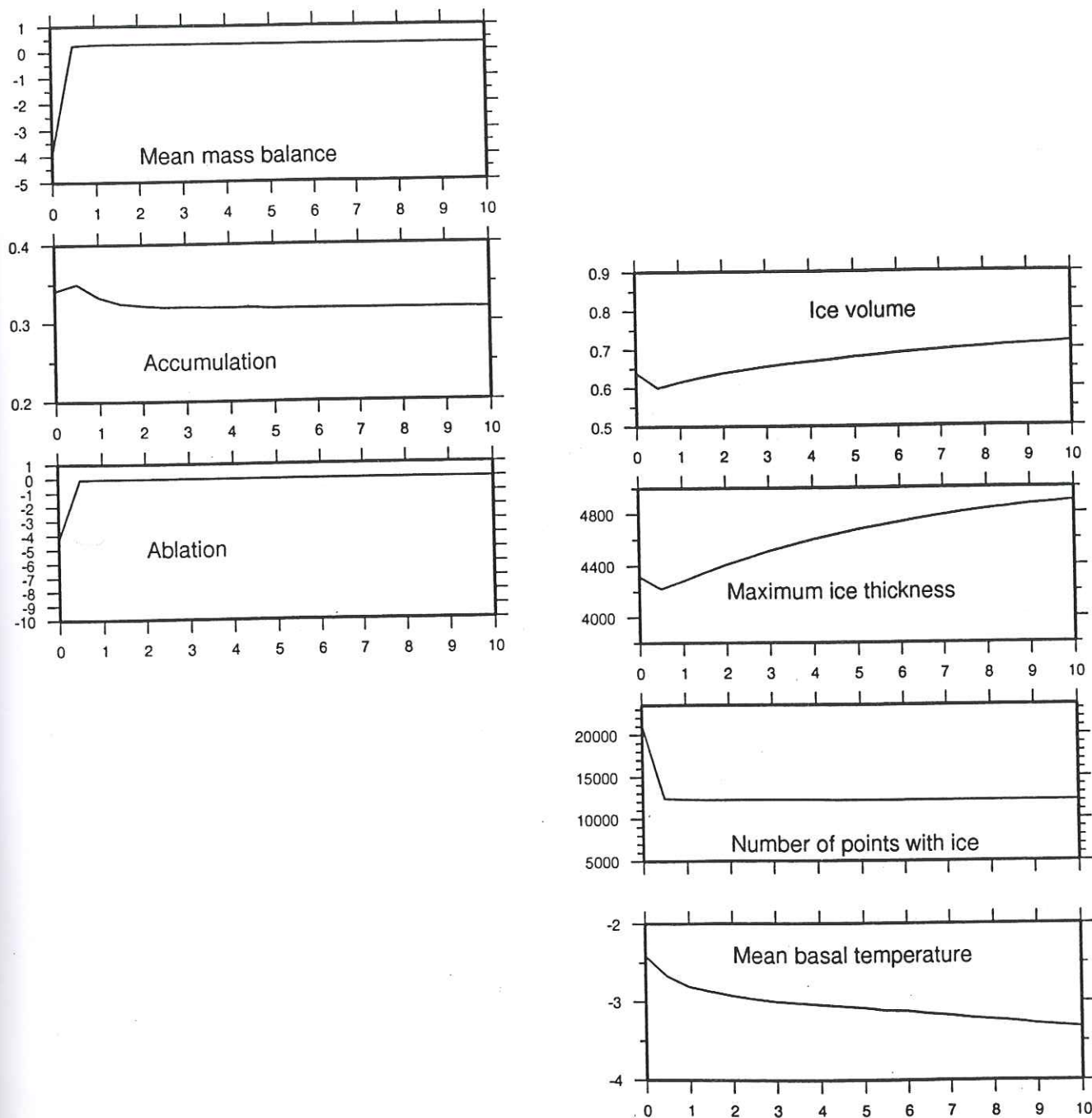


figure IV.38 : évolution de plusieurs variables caractéristiques du modèle au cours de la simulation de 10 000 ans à partir des données LMD5ter. Le temps (en abscisse) est en milliers d'années. L'ablation est plus forte pour les valeurs négatives. Toutes les variables sont moyennées sur le nombre de points englacés.

IV.5.C.2 Expériences à partir des données LMD4ter et LMD4

L'expérience n°3 consiste à faire tourner le modèle en partant de la topographie initiale Peltier et des données climatiques reconstruites à partir des résultats de LMD4ter. Nous avons reconstruit les températures à partir des températures au sol, puis à partir des températures de l'air à 2 m ; il s'avère que les deux cartes présentent beaucoup moins de différences que dans LMD5 ; nous utilisons donc les températures au sol pour cette expérience. L'expérience n°4 utilise la topographie initiale CLIMAP et les données climatiques reconstruites à partir de LMD4 (aucune simulation avec la topographie CLIMAP n'ayant été réalisée avec les versions LMD4ter et LMD5ter, nous utilisons ici les résultats de la version LMD4). Les températures sont reconstruites à partir des températures de l'air à 2 m, les températures au sol issues de LMD4 n'étant pas disponibles.

Les résultats de ces expériences sont montrés respectivement sur les figures IV.39 et IV.40. On voit immédiatement que les calottes initiales ne sont pas maintenues. Dans le run avec la topographie Peltier, la Fennoscandie se scinde en deux et la Laurentide se réduit à deux minces bandes, au sud et à l'ouest. Dans le run avec la topographie CLIMAP, la Fennoscandie est également séparée en deux calottes et la Laurentide disparaît presque entièrement, à l'exception d'un îlot de glace sur Nova Scotia. L'évolution temporelle des variables du modèle au cours de la simulation pour LMD4ter et LMD4 (figures IV.41 et IV.42) montrent une décroissance rapide des calottes. Même en partant de calottes plus étendues et plus élevées (topographie CLIMAP) que dans l'expérience n°3 (topographie Peltier), l'expérience n°4 est marquée par une déglaciation amenant à un état stationnaire encore plus réduit que dans l'expérience n°3. Les données climatiques LMD4 et LMD4ter ne semblent donc pas être en équilibre avec les calottes du DMG (ce point sera discuté plus loin).

Les précipitations reconstruites à partir des données LMD4ter (figure IV.31) et LMD4 (figure IV.33) sont très comparables à celles reconstruites à partir des données LMD5ter (figure IV.29). Les températures reconstruites à partir des données LMD4ter et LMD4 (figures IV.26 et IV.27) sont en revanche plus élevées dans les deux cas - à la fois pour les températures moyennes annuelles et les températures moyennes JJA - que celles reconstruites à partir des

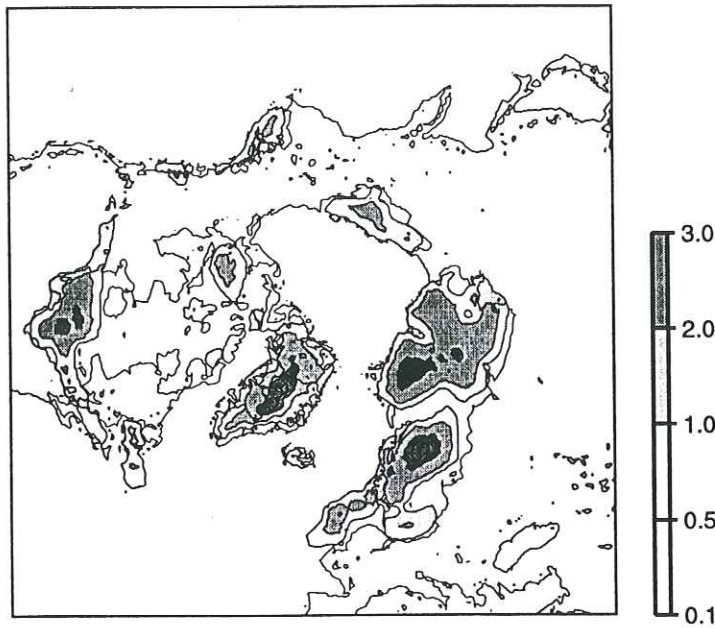


figure IV.39 : simulation des calottes du DMG (durée 10 000 ans). Les conditions climatiques en entrée proviennent de LMD4ter, avec la topographie Peltier. Les grisés représentent les épaisseurs de glace en km, le niveau des mers au DMG est donné par le trait noir fin.

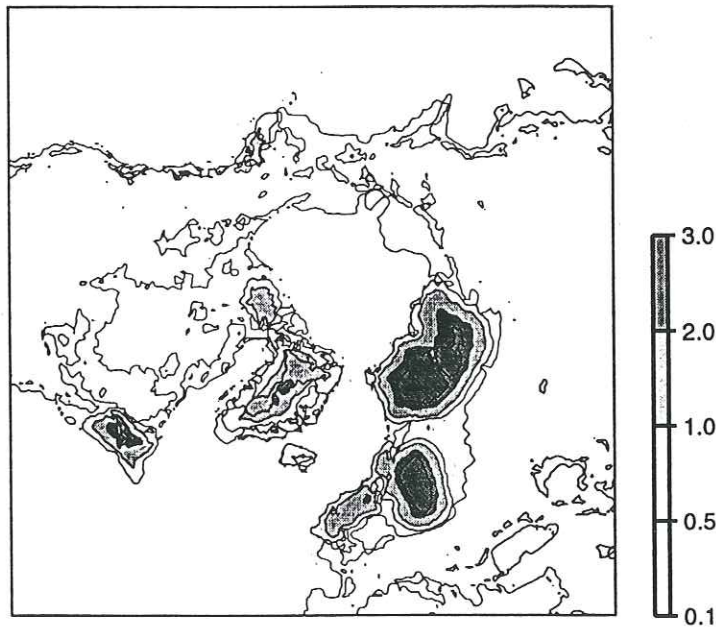


figure IV.40 : simulation des calottes du DMG (durée 10 000 ans). Les conditions climatiques en entrée proviennent de LMD4, avec la topographie CLIMAP. Les grisés représentent les épaisseurs de glace en km, le niveau des mers au DMG est donné par le trait noir fin.

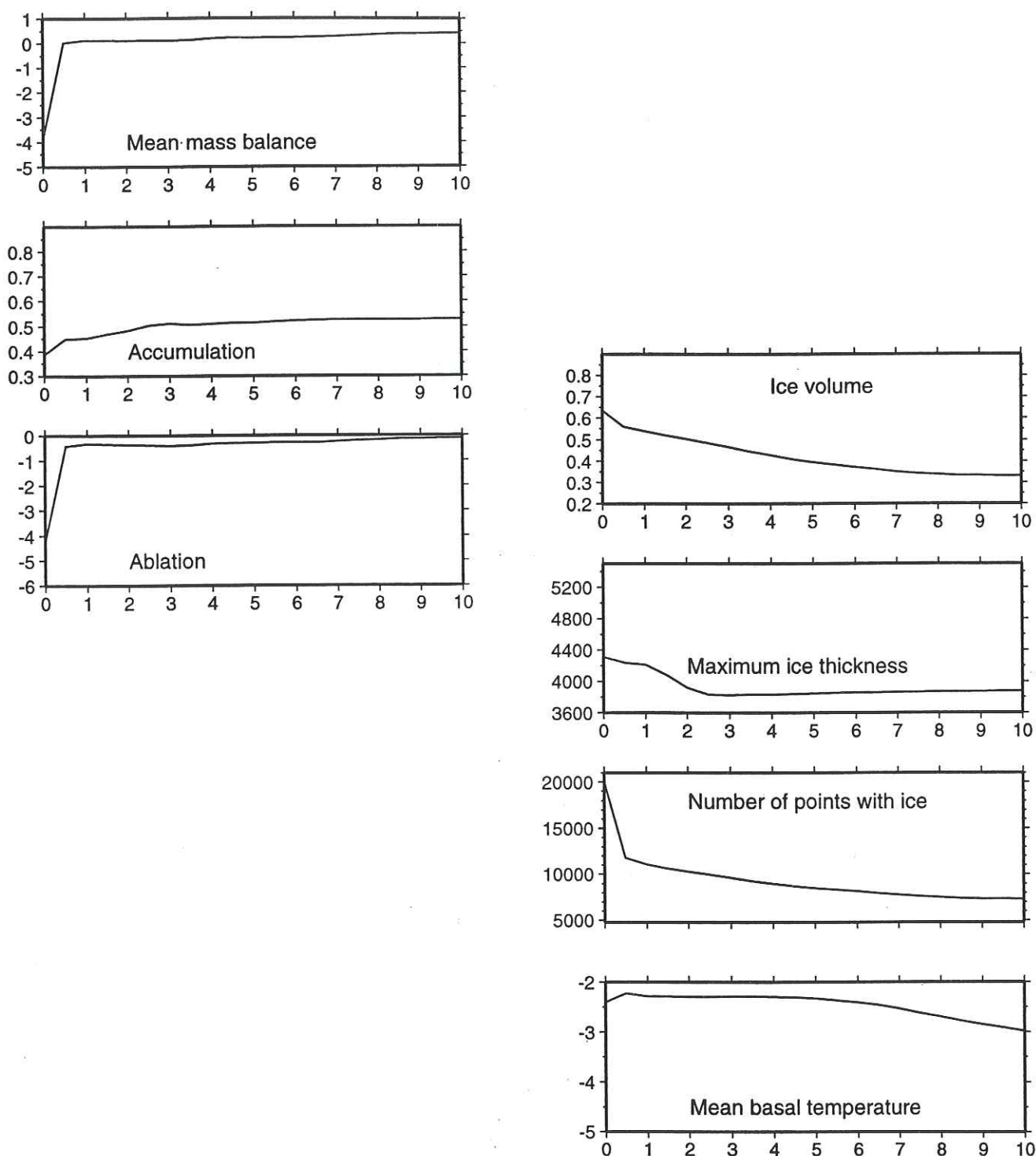


figure IV.41 : évolution de plusieurs variables caractéristiques du modèle au cours de la simulation de 10 000 ans à partir des données LMD4ter et de la topographie Peltier. Le temps (en abscisse) est en milliers d'années. L'ablation est plus forte pour les valeurs négatives. Toutes les variables sont moyennées sur le nombre de points englacés.

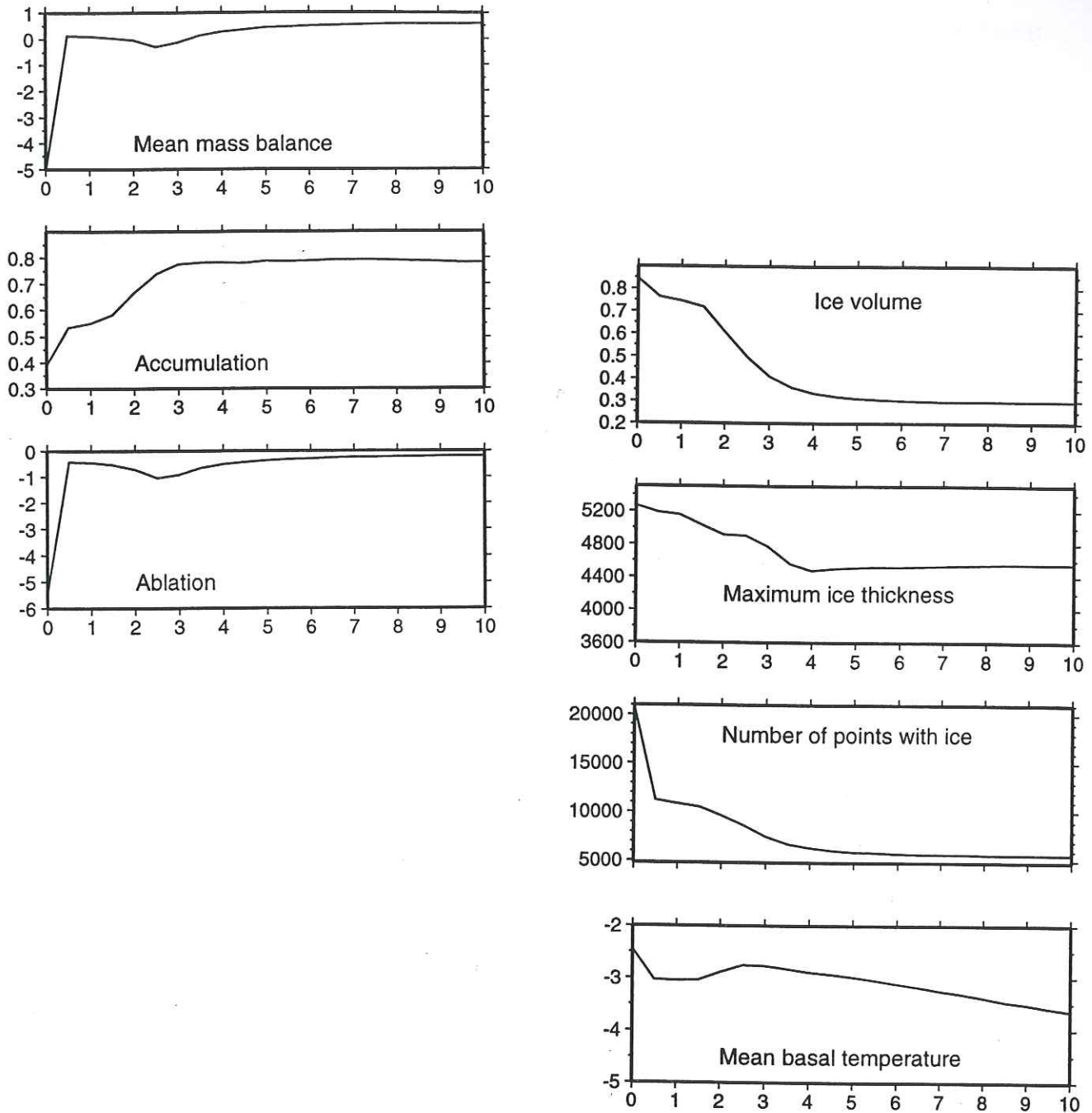


figure IV.42 : évolution de plusieurs variables caractéristiques du modèle au cours de la simulation de 10 000 ans à partir des données LMD4 et de la topographie CLIMAP. Le temps (en abscisse) est en milliers d'années. L'ablation est plus forte pour les valeurs négatives. Toutes les variables sont moyennées sur le nombre de points englacés.

données LMD5 (figure IV.24). Il semble que ce trait caractéristique soit dû à un albedo différent sur les calottes dans LMD5ter (qui prend en compte l'âge de la neige dans le calcul de l'albedo, à la différence de LMD4ter et LMD4).

IV.5.D Etude directe du bilan hydrologique

Afin d'évaluer à quel point les climats simulés par le LMD sont en équilibre avec la reconstruction des calottes prescrite en entrée, Ramstein et al (1997) étudient les bilans hydrologiques (précipitations totales - évaporation + runoff) et les bilans de neige (précipitations neigeuses - fonte) de la Laurentide et de la Fennoscandie, à l'issue de simulations LMD5ter, LMD4ter et LMD4. Les résultats de cette étude sont présentés dans le tableau IV.3.

Le bilan hydrologique annuel est positif sur les deux calottes et pour les trois versions. Cependant, on observe de larges différences d'amplitude dans l'accumulation : pour les versions LMD4ter et LMD4, l'accumulation intervient surtout en hiver, et il y a fonte en été ; pour LMD5ter en revanche, l'accumulation intervient à la fois en hiver et en été, car les températures demeurent négatives même en été (ce qui entraîne de plus une diminution importante de l'évaporation et du runoff dans LMD5ter). De ce fait, l'accumulation de LMD5ter est respectivement 3 et 5 fois supérieure à celles de LMD4 et de LMD4ter.

Le bilan hydrologique le plus proche de l'équilibre est celui de LMD4ter ; les températures de ce dernier (les plus élevées des trois versions) entraînent en effet une augmentation de l'évaporation et du runoff sur les calottes, qui vient compenser presque entièrement les précipitations. D'après ces résultats, la version la plus proche de l'équilibre avec la topographie initiale est donc LMD4ter.

Enfin, l'influence de la topographie initiale est testée dans cette étude par l'analyse des résultats de deux simulations LMD4 en partant des topographies Peltier et CLIMAP. Les résultats (tableau IV.3) montrent que l'impact de la topographie initiale sur le bilan hydrologique final est beaucoup moins important que celui des changements entre les différentes versions.

Ces résultats sont en contradiction avec les résultats que nous obtenons avec le modèle de glace. En effet, Ramstein et al (1996) estiment que les résultats des simulations LMD4ter sont

ICE SHEET	PERIOD	TERMS	LMD4 climap	LMD4 peltier	LMD4.3 peltier	LMD5.3 peltier
FENNOSCANDIA	ANN (annual)	net snow accumulation (cm)	46.46	46.86	30.99	104.59
		tsol (°C)	-15.21	-16.01	-16.77	-21.25
		precip (mm/day)	1.18	1.22	1.33	1.16
		evap (mm/day)	0.50	0.58	0.73	0.22
		runoff (mm/day)	0.36	0.42	0.44	0.00
		p-e-r (mm/day)	0.32	0.22	0.16	0.94
	DJF (dec-feb)	tsol (°C)	-32.14	-32.25	-38.70	-41.19
		precip (mm/day)	0.73	0.79	0.72	0.73
		evap (mm/day)	0.03	0.06	0.05	-0.04
		runoff (mm/day)	0.00	0.00	0.00	0.00
		p-e-r (mm/day)	0.70	0.73	0.67	0.77
	JJA (june-aug)	tsol (°C)	0.86	0.32	1.66	-2.20
		precip (mm/day)	1.39	1.65	1.81	1.40
		evap (mm/day)	0.99	1.22	1.44	0.62
		runoff (mm/day)	0.92	0.95	0.63	0.00
p-e-r (mm/day)		-0.52	-0.52	-0.26	0.78	
LAUREN TIDE	ANN (annual)	net snow accumulation (cm)	66.94	75.08	34.92	149.58
		tsol (°C)	-10.42	-9.36	-9.55	-16
		precip (mm/day)	1.90	1.85	2.12	1.73
		evap (mm/day)	0.68	0.70	0.89	0.21
		runoff (mm/day)	0.68	0.71	0.98	0.01
		p-e-r (mm/day)	0.54	0.44	0.25	1.51
	DJF (dec-feb)	tsol (°C)	-21.26	-20.7	-22.7	-27.64
		precip (mm/day)	1.62	1.56	1.62	1.49
		evap (mm/day)	0.35	0.35	0.24	0.08
		runoff (mm/day)	0.08	0.13	0.28	0.00
		p-e-r (mm/day)	1.19	1.08	1.10	1.41
	JJA (june-aug)	tsol (°C)	0.61	1.17	1.43	-3.45
		precip (mm/day)	2.23	2.04	2.62	2.06
		evap (mm/day)	1.01	0.94	1.41	0.39
		runoff (mm/day)	1.59	1.43	1.82	0.05
p-e-r (mm/day)		-0.37	-0.33	-0.61	1.62	

tableau IV.3 : moyennes annuelles, d'été et d'hiver sur les calottes de la Laurentide et de la Fennoscandie, de l'accumulation de neige (net snow accumulation), de la température en surface (tsol), du bilan hydrologique (p-e-r), des précipitations (precip), de l'évaporation (evap) pour quatre simulations du DMG (LMD4 avec les topographies CLIMAP puis Peltier, LMD4ter et LMD5ter avec les topographies Peltier).

plus proches de l'équilibre que ceux des autres versions. Les données LMD4ter devraient donc permettre, mieux que celles des autres versions, de maintenir les calottes du DMG dans notre modèle. Or, nos résultats montrent que seules les données LMD5ter permettent de maintenir les calottes.

Plusieurs facteurs peuvent expliquer le désaccord entre la méthode directe (analyse du bilan hydrologique des trois versions) et la méthode indirecte (forçage de notre modèle d'écoulement de glace par des données reconstruites à partir des résultats des simulations des trois versions) :

- dans la méthode indirecte, nous utilisons les anomalies pour reconstruire les températures et précipitations au DMG. Elles ne sont donc pas directement issues du GCM ;
- les températures et précipitations que nous obtenons pour le DMG ont subi plusieurs traitements (projection sur la grille x, y, interpolation sur le maillage 50 x 50 km, correction par rapport à l'altitude de la surface pour les températures) ; ces traitements, qui permettent d'adapter les données à notre grille plus fine, permettent également de prendre en compte une orographie plus fine que celle prise en compte par le GCM ;
- la très basse résolution de LMD4 et LMD4ter (48 x 36 points) aux hautes latitudes peut également expliquer les mauvais résultats que nous obtenons, le couplage avec notre "petite" grille cartésienne étant rendu plus difficile que lors du traitement des données LMD5. Nous avons en effet des problèmes d'interpolation dus au passage d'une très grande grille à une relativement petite grille. D'un autre côté, du fait de cette mauvaise résolution, les bords de la calotte sont mal pris en compte dans le bilan hydrologique du GCM ;
- dans l'approche directe, ce sont les températures au sol élevées qui entraînent une évaporation et un runoff importants dans LMD4ter, amenant à un bilan presque nul ; nous utilisons dans l'expérience n°3 les températures de l'air à 2 m ; celles-ci n'entraînent probablement pas la même ablation dans notre modèle que celle qu'auraient générée les températures au sol ; il faudrait donc utiliser les données issues de simulations de LMD4ter avec les températures à la surface de la mer calculées et non plus prescrites ;
- enfin, nous avons une rétroaction positive entre l'altitude de la surface et les températures qui amplifie la fonte des calottes.

IV.6 Conclusion

Les expériences réalisées dans ce chapitre montrent que les données climatiques déterminées pour le DMG par perturbation des données climatiques actuelles (paragraphe IV.4) ne permettent pas de maintenir les calottes du DMG. En revanche, l'utilisation de données climatiques issues de simulations du DMG réalisées par un modèle de circulation générale de l'atmosphère amène à de meilleurs résultats, puisque nous arrivons à maintenir les calottes dans les deux expériences avec LMD5ter. Cependant, l'utilisation des données du GCM dans le modèle d'écoulement de glace est complexe et nécessite un traitement spécifique de ces données.

Dans tout ce chapitre, nous avons considéré que les résultats de notre modèle étaient satisfaisants lorsqu'ils se rapprochaient de la reconstruction des calottes au DMG de Peltier (1994). Cette attitude peut paraître restrictive pour deux raisons : d'une part, nous supposons que cette reconstruction (la dernière en date et probablement la plus proche de la réalité jusqu'à maintenant) reflète la configuration réelle des calottes au DMG, ce qui n'est probablement pas le cas ; nous aurions pu comparer directement nos résultats aux données géologiques d'extension des calottes et de rebond isostatique, mais la tâche aurait été rendue plus difficile.

D'autre part, et c'est le point le plus important, nous considérons dans ce chapitre que les calottes du DMG étaient en équilibre ; or, il n'est pas évident que le climat du DMG ait duré assez longtemps pour permettre aux calottes d'atteindre un état stationnaire. En particulier, on peut se demander si le fait de ne pas arriver à maintenir les calottes du DMG ne reflète pas le début de la déglaciation qui a succédé au Dernier Maximum Glaciaire. Dans ce cas, le critère de validité de nos résultats ne serait plus le même, et le maintien des calottes dans les expériences 1 et 2 ne serait plus la preuve que les résultats des simulations LMD5ter sont les plus adaptés pour forcer le modèle d'écoulement de glace.

Cependant, le fait d'avoir l'équilibre au DMG (pour LMD5ter) n'est pas en contradiction avec la déglaciation : en effet, les mécanismes invoqués pour la déglaciation n'interviennent pas dans nos simulations ; il s'agit de l'isostasie (nous réalisons nos simulation en considérant que le socle a déjà subi l'ajustement isostatique dû au poids des calottes, donc l'effet du délai de la

réponse isostatique, amenant à une baisse de l'altitude de la surface et entraînant une plus grande partie de la calotte en zone d'ablation ne peut pas jouer dans notre approche), l'augmentation de CO₂, la présence de poussières, ou le changement de circulation océanique.

Par ailleurs, les modèles couplés climat-calotte de glace (Marsiat, 1994, 1995 ; Deblonde et Peltier, 1991, 1993) ont du mal à déglacer l'Hémisphère nord après le DMG, même en tenant compte des facteurs mentionnés ci-dessus. Il est donc fort peu probable que notre modèle, qui ne prend pas en compte tous ces processus, parvienne à initier la déglaciation.

Même si le GCM simule seulement le climat du DMG, à 21 ka BP, les enregistrements marins et glaciaires montrent que les conditions ont été du même type pendant au moins 5 000 ans environ avant cette période. Dans les résultats du LMD4 (et LMD4ter), toutes les variables (extension, volume et épaisseur maximale) diminuent sensiblement en 5 000 ans. Avec de telles conditions, il est vraisemblable que nous n'arriverions pas à avoir les bonnes calottes à 21 ka BP. Cela serait possible uniquement si le modèle était capable d'avoir des précipitations neigeuses beaucoup plus élevées avant 21 ka BP avec un climat légèrement plus chaud.

CONCLUSION

CONCLUSION

Cette étude a montré que le modèle d'écoulement de calotte glaciaire développé avec Catherine Ritz et Anne Letréguilly pendant la première année de la thèse est relativement robuste et qu'il peut être adapté assez facilement à différentes situations ; nous l'avons en effet appliqué à la modélisation de calottes dans trois contextes différents : modélisation d'une calotte théorique, tout d'abord, puis de la calotte du Groenland et enfin des calottes de l'hémisphère nord au Dernier Maximum Glaciaire. La surface du domaine couvert par le modèle a augmenté dans chaque application, depuis une petite calotte dans le test de comparaison EISMINT jusqu'à l'ensemble de l'hémisphère nord dans la dernière application.

Nous avons mis en évidence dans l'application du modèle à la calotte du Groenland la forte sensibilité de celui-ci aux conditions en surface et plus particulièrement à l'accumulation. Or celle-ci n'est pas toujours connue. Dans la simulation de l'état actuel de la calotte du Groenland, aucun problème ne se pose, puisque l'accumulation actuelle à la surface de la calotte est mesurée et peut être utilisée directement par le modèle. Dans la simulation de l'évolution de la calotte sous des climats différents de l'actuel, en revanche, on dispose de beaucoup moins d'informations sur l'accumulation. L'analyse des carottes de glace forées au Groenland (la carotte de GRIP dans notre travail) a permis d'établir une relation entre la température en surface et l'accumulation. Pour des climats plus froids qu'actuellement, cette relation est utilisée dans le modèle pour calculer l'accumulation en surface de la calotte. Par contre, on ne dispose pas d'informations sur les variations d'accumulation pour des climats plus chauds que l'actuel. Les expériences réalisées dans le chapitre III montrent que selon que l'on permet à l'accumulation d'augmenter ou non lorsque la température augmente, la calotte du Groenland est peu modifiée, ou fond presque entièrement.

Outre le fait que les informations sur les variations d'accumulation dans le passé sont limitées à des climats plus froids que l'actuel, elles sont, de plus, locales et valables seulement

à proximité du site de forage. En particulier, les informations obtenues à partir de la carotte de GRIP ne peuvent être utilisées pour l'ensemble de l'hémisphère nord. Lorsque nous modélisons les calottes de glace de l'hémisphère nord - Laurentide et Fennoscandie - au Dernier Maximum Glaciaire, aujourd'hui disparues, nous ne disposons d'aucune information sur l'accumulation au-dessus de ces calottes à cette époque. Ceci nous a amené, dans le chapitre IV, à chercher une méthode appropriée pour calculer l'accumulation à la surface des calottes au DMG, et nous en avons utilisé trois. Dans les deux premières, les précipitations au DMG sont calculées par une paramétrisation des précipitations actuelles.

La première méthode, reliant les précipitations locales à la pression de vapeur saturante locale, ne peut rendre compte du transport d'humidité depuis l'océan vers l'intérieur des continents et n'est pas capable de prendre en compte les variations possibles du schéma de précipitations entre l'actuel et le DMG. Même en partant de la topographie glaciaire reconstruite par Peltier (1994) pour le DMG, nous ne sommes pas parvenus à maintenir ces calottes et nous en avons formé d'autres là où les données géologiques indiquent qu'il n'y en a pas eu.

Dans la deuxième méthode, plus physique que la précédente, les précipitations sont calculées à partir de l'humidité contenue dans une "colonne d'air", elle-même calculée à partir d'un bilan de vapeur d'eau. Nous n'avons pas réussi à calibrer cette méthode sur les précipitations actuelles pour l'ensemble de l'hémisphère nord et nous ne l'avons par conséquent pas utilisée pour simuler le DMG.

Au vu de ces résultats peu satisfaisants, nous nous sommes tournés vers les modèles de circulation générale de l'atmosphère, qui prennent en compte la majorité des processus physiques intervenant dans l'atmosphère et sont donc susceptibles de fournir des données climatiques au DMG plus réalistes que celles produites par les deux premières méthodes. L'utilisation des températures et des précipitations du GCM du LMD en entrée de notre modèle a nécessité un traitement de données assez lourd (interpolation, projection, reconstruction des données par la méthode des anomalies, correction des températures par rapport à l'altitude de la surface) qui a permis d'adapter ces données à notre modèle. Le "couplage" entre les deux modèles a été réalisé pour trois versions du GCM ; les résultats obtenus sont en accord avec la reconstruction des calottes au DMG de Peltier (1994) seulement lorsque nous utilisons les données de la version LMD5ter, qui possède la meilleure résolution. Avec les données des deux versions LMD4 et

LMD4ter, de résolution beaucoup plus basse, nous ne sommes pas parvenus pas à maintenir les calottes. Dans ce dernier cas, la différence de résolution entre le GCM et notre modèle est trop importante pour permettre un couplage réaliste.

Les expériences réalisées dans cette dernière partie ont montré que l'utilisation de données issues du GCM permet d'obtenir de meilleurs résultats qu'avec des méthodes de calcul de l'accumulation plus simples. Nous envisageons de poursuivre notre travail dans cette direction et de réaliser d'autres expériences avec des données de GCM en utilisant l'interface développée au cours de ce travail.

Une première expérience serait la simulation de l'entrée en glaciation, 115 ka BP. Nous disposons pour cela de données issues de la simulation du climat à 115 ka BP par LMD5ter ; dans cette simulation, la rétroaction de la végétation sur le climat est prise en compte. Il serait donc intéressant de voir si notre modèle peut reproduire la formation des calottes de glace en réponse au climat généré par ce GCM.

Nous envisageons également de réaliser des simulations des calottes du DMG avec des données d'autres GCM, afin de voir si les calottes du DMG sont également maintenues avec ces données. Ces expériences, qui s'inscrivent dans le cadre du projet PMIP, permettront de comparer les GCM de ce point de vue.

Enfin, ce travail a constitué une première étape vers un couplage complet entre un GCM et notre modèle d'écoulement de calottes. La deuxième phase consiste à utiliser les résultats de notre modèle, en termes d'extension des calottes et altitude de la surface, comme une des conditions aux limites du GCM. Celui-ci calculerait le changement climatique engendré par la nouvelle configuration des calottes, et ainsi de suite. De cette manière nous pourrions simuler l'évolution du système atmosphère-calottes de glace, au cours du dernier cycle climatique par exemple, en prenant en compte les interactions entre les calottes et le climat. Ce couplage serait une nouvelle étape dans la modélisation de l'ensemble du système climatique.

ANNEXES

ANNEXE A

Propriétés physiques de la glace

A.1 Densité de la glace

La densité de la glace dépend de son contenu en bulles d'air et en impuretés. Pour de la glace pure et sans bulles, Pimienta (1987) donne :

$$\rho_g = 0.917 \text{ à } 0^\circ\text{C} \quad \text{et} \quad \rho_g = 0.924 \text{ à } -60^\circ\text{C}$$

Les variations de densité sont donc relativement faibles. Nous considérons dans le modèle que la glace est incompressible dans la calotte, ce qui revient à négliger ces variations de densité. Dans la mesure où nous ne connaissons pas exactement les variations de la densité de la glace dans la calotte du Groenland (chapitre III) et encore moins dans les calottes existant au dernier maximum glaciaire (chapitre IV), nous ne faisons à priori pas une erreur plus grande en considérant la densité comme constante qu'en la faisant varier de façon arbitraire. Nous gardons la valeur de densité couramment utilisée dans les modèles pour de la glace non pure, contenant des bulles (valeur plus faible que pour de la glace pure) :

$$\rho_g = 0.910$$

A.2 Conductivité thermique de la glace

Selon Weller et Schwerdtfeger (1971), la conductivité thermique de la glace polaire K_g varie linéairement en fonction de la température T (en $^\circ\text{C}$) :

$$K_g = 2.22 - 0.0148 (T - 273.15) \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$$

A.3 Capacité calorifique de la glace

La capacité calorifique de la glace varie avec la température de façon à peu près linéaire (Yin-Chao Yen, 1981) :

$$c_g = 38 \text{ J.mole}^{-1}.\text{K}^{-1} \text{ à } 0^\circ\text{C} \quad \text{et} \quad c_g = 30 \text{ J.mole}^{-1}.\text{K}^{-1} \text{ à } -60^\circ\text{C}$$

La capacité calorifique par unité de volume est donc :

$$c_g \rho_g = 19.36 \cdot 10^5 \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1} \text{ à } 0^\circ\text{C} \quad \text{et} \quad c_g \rho_g = 15.40 \cdot 10^5 \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1} \text{ à } -60^\circ\text{C}$$

A.4 Fusion de la glace

La température de fusion T_f (en $^\circ\text{C}$) dépend de la pression hydrostatique :

$$T_f = -C_m \rho_g g H$$

où C_m est le coefficient de variation de T_f avec la pression, H l'épaisseur de la glace et g l'accélération de la pesanteur.

La loi de Clapeyron donne $C_m = 0.0074^\circ\text{C}.\text{bar}^{-1}$ pour de l'eau pure.

La quantité d'air emprisonnée dans la glace polaire est de l'ordre de $0.1 \text{ cm}^3.\text{g}^{-1}$ STP (Raynaud, 1976). Il faut tenir compte de la pression partielle P' nécessaire pour dissoudre $0.1 \text{ cm}^3.\text{g}^{-1}$. La température de fusion est alors :

$$T_f = -0.0074 \rho_g g H - 0.0024 P'$$

P' est environ 10 bars. La correction due à l'air dissous est donc environ 0.0024°C , quelle que soit la profondeur.

La chaleur latente de fusion varie légèrement avec la température :

$$L = 333.6 \text{ kJ.kg}^{-1} \text{ à } 0^\circ\text{C} \quad \text{et} \quad L = 308.5 \text{ kJ.kg}^{-1} \text{ à } -5^\circ\text{C}$$

ANNEXE B

Approximation de la couche mince

Les équations d'équilibre quasi-statique appliquées à un cube de glace sont:

$$\frac{\partial \tau'_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \tau'_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau'_{yz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau'_{zz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} = \rho g$$

où p est la pression moyenne ($p = -1/3(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$), et τ'_{ij} représente le déviateur des contraintes, défini par :

$$\tau'_{ij} = \tau_{ij} + \delta_{ij} p \quad \text{avec } \delta_{ij} = 0 \text{ quand } i \neq j \text{ et } \delta_{ij} = 1 \text{ quand } i = j \quad (\text{B.1 bis})$$

La loi de comportement reliant les contraintes τ_{ij} aux vitesses de déformation D_{ij} (loi de Glen) est :

$$\tau^{n-1} \tau_{ij} = \frac{1}{B} D_{ij} \quad (\text{B.2})$$

où τ est la cission efficace définie au (I.6) et où

$$D_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \quad (\text{B.3})$$

La résolution du système complet d'équations décrivant l'équilibre mécanique de la glace est complexe. Afin de pouvoir simplifier le système (B.1), il est nécessaire de négliger certains termes par rapport à d'autres. L'approximation de la couche mince permet d'estimer l'importance de chacun des termes entrant en jeu dans cet équilibre, et d'évaluer lesquels peuvent être négligés. Cette méthode a été largement utilisée en mécanique des fluides ; elle a été introduite dans l'écoulement des calottes polaires par Hutter (1981).

L'approximation de la couche mince consiste à changer les coordonnées du système, de manière à ce que toutes les quantités varient entre 0 et 1, au moyen du rapport d'aspect de la calotte glaciaire ε :

$$\varepsilon = \frac{[d]}{[L]}$$

où $[d]$ est la hauteur caractéristique de la calotte (épaisseur au dôme, par exemple), et $[L]$ une longueur caractéristique de la calotte ; ε est donc très petit : pour le Groenland, par exemple, il est égal à $5 \cdot 10^{-3}$ (Paterson, 1994).

⇒ Equations sans dimensions

Le changement de coordonnées ne peut se faire que sur des équations sans dimensions. Il faut donc auparavant transformer les équations ci-dessus en équations sans dimension. Ceci se fait en divisant chacune des variables par sa grandeur caractéristique. Ainsi, la hauteur caractéristique de la calotte est $[d]$; une valeur caractéristique de la vitesse verticale est l'accumulation en surface, notée $[u]$, qui sert à dimensionner les vitesses ; la grandeur caractéristique utilisée pour dimensionner les contraintes τ'_{ij} est la pression normale à la base, $[\tau] = \rho g [d]$.

Les quantités sans dimensions, notées avec un exposant *, sont obtenues par la transformation:

$$(x, y, z) = [d] (x^*, y^*, z^*)$$

$$(u_x, u_y, u_z) = [u] (u_x^*, u_y^*, u_z^*) \quad (B.4)$$

$$(\tau'_{ij}, p) = [\tau] (\tau'_{ij}^*, p^*)$$

$$(D_{ij}) = [u]/[d] (D_{ij}^*)$$

Par la suite, pour plus de clarté dans l'écriture, on omettra l'indice supérieur * dans les équations.

Le système (B.1) devient:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \tau'_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau'_{yz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} - 1 &= 0 \end{aligned} \tag{B.5}$$

- Conditions en surface :

La condition à la surface est :

$$[\tau] n_s = 0 \tag{B.6}$$

où $[\tau]$ est le tenseur à neuf composantes τ'_{ij} des déviateurs des contraintes et où le vecteur n_s normal à la surface est :

$$n_s = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2}} \begin{pmatrix} -\frac{\partial S}{\partial x} \\ -\frac{\partial S}{\partial y} \\ 1 \end{pmatrix} \tag{B.7}$$

En introduisant (B.7) dans (B.6) on obtient le système suivant :

$$\begin{aligned}
 -\tau'_{xx} \frac{\partial S}{\partial x} - \tau'_{xy} \frac{\partial S}{\partial y} + \tau'_{xz} + p \frac{\partial S}{\partial x} &= 0 \\
 -\tau'_{xy} \frac{\partial S}{\partial x} - \tau'_{yy} \frac{\partial S}{\partial y} + \tau'_{yz} + p \frac{\partial S}{\partial y} &= 0 \\
 -\tau'_{xz} \frac{\partial S}{\partial x} - \tau'_{yz} \frac{\partial S}{\partial y} + \tau'_{zz} - p &= 0
 \end{aligned}
 \tag{B.8}$$

⇒ **Changement de coordonnées :**

Le changement de coordonnées se fait de manière à ce que la distance dans la direction horizontale ($\partial S/\partial x$ et $\partial S/\partial y$) soit comprise entre 0 et 1. On définit donc :

$$X = \varepsilon x, \quad Y = \varepsilon y, \quad \text{et } Z = z \tag{B.9}$$

Les composantes du champ de vitesse subissent également un changement de coordonnées :

$$U_x = \varepsilon u_x, \quad U_y = \varepsilon u_y, \quad \text{et } U_z = \varepsilon u_z \tag{B.10}$$

Les contraintes et pression restent inchangées :

$$P = p, \quad t'_{ij} = \tau'_{ij} \tag{B.11}$$

Ce changement de variable est introduit dans les équations du système (B.5), qui devient :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon \left(\frac{\partial t'_{xx}}{\partial X} - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial t'_{xy}}{\partial Y} \right) + \frac{\partial t'_{xz}}{\partial Z} &= 0 \\
 \varepsilon \left(\frac{\partial t'_{xy}}{\partial X} + \frac{\partial t'_{yy}}{\partial Y} - \frac{\partial P}{\partial Y} \right) + \frac{\partial t'_{yz}}{\partial Z} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{B.12}$$

$$\epsilon \left(\frac{\partial t'_{xz}}{\partial X} + \frac{\partial t'_{yz}}{\partial Y} \right) + \frac{\partial t'_{zz}}{\partial Z} - \frac{\partial P}{\partial Z} - 1 = 0$$

D'après la première équation d'équilibre (B.12a), $\partial t'_{xz}/\partial Z$ doit être du même ordre que $\epsilon \partial P/\partial X$; en effet, les termes $\partial t'_{xx}/\partial X$ et $\partial t'_{xy}/\partial Y$ sont très inférieurs à $\partial P/\partial X$ qui est d'ordre 1 (car P et X sont tous deux d'ordre 1 par la dimensionalisation des contraintes). $\partial P/\partial X$ étant d'ordre 1, $\partial t'_{xz}/\partial Z$ doit donc être d'ordre ϵ .

Cet ordre de grandeur pour $\partial t'_{xz}/\partial Z$ est obtenu grâce au changement de coordonnées de la loi de comportement. Si on utilise une loi de Glen (c'est le cas dans ce travail), la relation entre les vitesses de déformation D_{ij} et les contraintes τ'_{ij} s'écrit :

$$\tau'_{ij} = \frac{1}{B \tau^{n-1}} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad (\text{B.13})$$

En introduisant le changement de coordonnées dans l'équation (B.13), on obtient l'expression :

$$t'_{xz} = \frac{1}{B t^{n-1}} \left(\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial U_x}{\partial Z} + \epsilon \frac{\partial U_z}{\partial X} \right) \quad (\text{B.14})$$

ou encore :

$$t'_{xz} = \frac{1}{B t^{n-1}} \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial U_x}{\partial Z} + \epsilon^2 \frac{\partial U_z}{\partial X} \right) \quad (\text{B.15})$$

t'_{xz} doit être d'ordre ϵ , t^{n-1} est d'ordre ϵ^{n+1} . Pour avoir le terme B_{new} d'ordre 1, il faut donc prendre le changement de coordonnées suivant pour B :

$$B_{\text{new}} = B \epsilon^{n+1} \quad (\text{B.16})$$

L'introduction de (B.16) dans (B.15) permet d'obtenir l'expression de t'_{xz} :

$$t'_{xz} = \frac{1}{B_{new} t^{n-1}} \epsilon^n \left(\frac{\partial U_x}{\partial Z} + \epsilon^2 \frac{\partial U_z}{\partial X} \right) \quad (\text{B.17})$$

De la même façon, on obtient l'expression des contraintes t'_{yz} , t'_{xx} , t'_{yy} , t'_{zz} et t'_{xy} :

$$t'_{yz} = \frac{1}{B_{new} t^{n-1}} \epsilon^n \left(\frac{\partial U_y}{\partial Z} + \epsilon^2 \frac{\partial U_z}{\partial Y} \right) \quad (\text{B.18})$$

$$t'_{xx} = \frac{2}{B_{new} t^{n-1}} \epsilon^{n+1} \frac{\partial U_x}{\partial X} \quad (\text{B.19})$$

$$t'_{yy} = \frac{2}{B_{new} t^{n-1}} \epsilon^{n+1} \frac{\partial U_y}{\partial Y} \quad (\text{B.20})$$

$$t'_{zz} = \frac{2}{B_{new} t^{n-1}} \epsilon^{n+1} \frac{\partial U_z}{\partial Z} \quad (\text{B.21})$$

$$t'_{xy} = \frac{1}{B_{new} t^{n-1}} \epsilon^{n+1} \left(\frac{\partial U_x}{\partial Y} + \epsilon^2 \frac{\partial U_y}{\partial X} \right) \quad (\text{B.22})$$

- *Condition en surface :*

Si l'on applique le changement de coordonnées au système (B.8), celui-ci devient :

$$\varepsilon \left(-\tau'_{xx} \frac{\partial S}{\partial x} - \tau'_{xy} \frac{\partial S}{\partial y} + p \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \tau'_{xz} = 0$$

$$\varepsilon \left(-\tau'_{xy} \frac{\partial S}{\partial x} - \tau'_{yy} \frac{\partial S}{\partial y} + p \frac{\partial S}{\partial y} \right) + \tau'_{yz} = 0 \quad (\text{B.23})$$

$$\varepsilon \left(-\tau'_{xz} \frac{\partial S}{\partial x} - \tau'_{yz} \frac{\partial S}{\partial y} \right) - p + \tau'_{zz} = 0$$

∞ Développement à l'ordre 0

Les champs sont ensuite développés en série de perturbations en puissances de ε (Hutter, 1983).

Les vitesses et les pressions, d'ordre 1, se développent de la façon suivante :

$$(p, U) = \sum \varepsilon^0 (p^{(0)}, U^{(0)}) \quad (\text{B.24})$$

Les contraintes déviatoires t'_{ij} , d'ordre ε , se développent de la manière suivante :

$$t'_{ij} = \varepsilon (t'_{ij}{}^{(0)} + \varepsilon t'_{ij}{}^{(1)} + \varepsilon^2 t'_{ij}{}^{(2)}) \quad (\text{B.25})$$

En introduisant les équations (B.24) et (B.25) dans le système (B.12) et dans les équations (B.17) à (B.21), on obtient les systèmes d'équations à l'ordre 0, 1 et 2 ; nous ne montrerons ici que le développement à l'ordre 0, puisque nous utilisons dans le modèle l'approximation de la couche mince à l'ordre 0. Les développements à l'ordre 1 et 2 sont traités dans Mangeney (1996).

Le développement à l'ordre 0 du système (B.12) donne les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \varepsilon \left(\varepsilon \frac{\partial t_{xx}'^{(0)}}{\partial X} - \frac{\partial P^{(0)}}{\partial X} + \varepsilon \frac{\partial t_{xy}'^{(0)}}{\partial Y} \right) + \varepsilon \frac{\partial t_{xz}'^{(0)}}{\partial Z} &= 0 \\ \varepsilon \left(\varepsilon \frac{\partial t_{xy}'^{(0)}}{\partial X} + \varepsilon \frac{\partial t_{yy}'^{(0)}}{\partial Y} - \frac{\partial P^{(0)}}{\partial Y} \right) + \varepsilon \frac{\partial t_{yz}'^{(0)}}{\partial Z} &= 0 \\ \varepsilon \left(\varepsilon \frac{\partial t_{xz}'^{(0)}}{\partial X} + \varepsilon \frac{\partial t_{yz}'^{(0)}}{\partial Y} \right) + \varepsilon \frac{\partial t_{zz}'^{(0)}}{\partial Z} - \frac{\partial P^{(0)}}{\partial Z} - 1 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

Le développement de l'équation (B.17) donne :

$$\varepsilon t_{yz}'^{(0)} = \frac{1}{B_{new}} \frac{1}{\varepsilon t^{n-1}^{(0)}} \varepsilon^n \left(\frac{\partial U_y^{(0)}}{\partial Z} + \varepsilon^2 \frac{\partial U_z^{(0)}}{\partial Y} \right) \quad (\text{B.27})$$

Le développement de l'équation (B.18) est similaire à celui de (B.17). Le développement de l'équation (B.19) donne :

$$\varepsilon t_{xx}'^{(0)} = \frac{1}{B_{new}} \frac{1}{\varepsilon t^{n-1}^{(0)}} \varepsilon^{n+1} \frac{\partial U_x^{(0)}}{\partial X} \quad (\text{B.28})$$

Les développements des équations (B.20), (B.21) sont similaires à celui de (B.19). Enfin, le développement de l'équation (B.22) donne :

$$\varepsilon t_{xy}'^{(0)} = \frac{1}{B_{new}} \frac{1}{\varepsilon t^{n-1}^{(0)}} \varepsilon^{n+1} \left(\frac{\partial U_y^{(0)}}{\partial X} + \varepsilon^2 \frac{\partial U_y^{(0)}}{\partial Y} \right) \quad (\text{B.29})$$

Les équations obtenues sont de la forme :

$$A + \varepsilon B + \varepsilon^2 C + \varepsilon^3 D = 0 \quad (\text{B.30})$$

Pour que l'équation (B.30) soit vérifiée, il faut que $A=0$, $B=0$, $C=0$ et $D=0$. Si l'on applique cette règle à l'équation (B.28) et au système (B.26), on obtient les résultats suivants :

$$t'_{xy}{}^{(0)} = t'_{xx}{}^{(0)} = t'_{yy}{}^{(0)} = t'_{zz}{}^{(0)} = 0$$

$$\frac{\partial t'_{xz}{}^{(0)}}{\partial Z} - \frac{\partial P^{(0)}}{\partial X} = 0$$

$$\frac{\partial t'_{yz}{}^{(0)}}{\partial Z} - \frac{\partial P^{(0)}}{\partial Y} = 0 \quad (\text{B.31})$$

$$\frac{\partial t'_{xz}{}^{(0)}}{\partial X} + \frac{\partial t'_{yz}{}^{(0)}}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial P^{(0)}}{\partial Z} = -1$$

- *Condition en surface :*

La surface est développée de la façon suivante :

$$S = S^{(0)} + \varepsilon S^{(1)} + \varepsilon^2 S^{(2)} \quad (\text{B.32})$$

L'introduction de (B.32) dans le système (B.23) et l'identification des polynômes du nouveau système conduit aux équations suivantes :

$$\begin{aligned} P^{(0)} &= 0 \quad \text{en } S^{(0)} \\ t'_{xz}{}^{(0)} &= 0 \quad \text{en } S^{(0)} \\ t'_{yz}{}^{(0)} &= 0 \quad \text{en } S^{(0)} \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

⇒ **Solution à l'ordre 0**

La solution de ces équations à l'ordre 0 est :

$$P^{(0)} = S^{(0)} - Z$$

$$\tau_{xz}^{(0)} = \frac{\partial S^{(0)}}{\partial X} (S^{(0)} - Z) \quad (\text{B.34})$$

$$\tau_{yz}^{(0)} = \frac{\partial S^{(0)}}{\partial Y} (S^{(0)} - Z)$$

ce qui donne, si l'on remplace les variables sans dimensions par les variables respectives avec dimensions, les équations suivantes (on omet ici l'exposant (0)) :

$$P = \rho g (S - z)$$

$$\tau_{xz} = \rho g \frac{\partial S}{\partial x} (S - z) \quad (\text{B.35})$$

$$\tau_{yz} = \rho g \frac{\partial S}{\partial y} (S - z)$$

$$\tau^2 = (\rho g)^2 (S - z)^2 \left(\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right)$$

On retrouve bien ici les équations servant de base au développement du modèle dans le chapitre

I.

ANNEXE C

Transformation des équations dans le système de coordonnées réduite ζ

C.1 Définitions

$$\zeta = \frac{S-z}{H} \quad d'où \quad z = S - \zeta H \quad (C.1)$$

$$\frac{df}{d\zeta} = -H \frac{df}{dz} \quad et \quad \frac{df}{dz} = -\frac{1}{H} \frac{df}{d\zeta} \quad et \quad \frac{d^2f}{dz^2} = \frac{1}{H^2} \frac{d^2f}{d\zeta^2} \quad (C.2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_{(z)}} = \frac{\partial f}{\partial x_{(\zeta)}} + \frac{1}{H} \frac{\partial f}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial S}{\partial x} - \zeta \frac{\partial H}{\partial x} \right) \quad et \quad \frac{\partial f}{\partial y_{(z)}} = \frac{\partial f}{\partial y_{(\zeta)}} + \frac{1}{H} \frac{\partial f}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial S}{\partial y} - \zeta \frac{\partial H}{\partial y} \right) \quad (C.3)$$

C.2 Calcul du paramètre de la loi de comportement en coordonnée verticale réduite

On définit :

$$Sa(z) = \int_B^z B_{at}(z) (S-z)^3 dz \quad (C.4)$$

et :

$$S2a(z) = \frac{1}{H} \int_B^z Sa(z) dz \quad (C.5)$$

Ces expressions interviennent dans le calcul des vitesses dans la glace, ainsi que dans le terme D

présent dans l'équation d'évolution (I.44). Le paramètre B_{at} est dépendant de la température, qui elle-même varie avec la profondeur. Il n'est donc pas possible de sortir $B_{at}(T)$ de l'intégrale de B à z pour calculer $Sa(z)$. L'intégrale est dans la plupart des modèles calculée numériquement. Ici, elle est calculée analytiquement (Ritz, 1996), de la manière suivante.

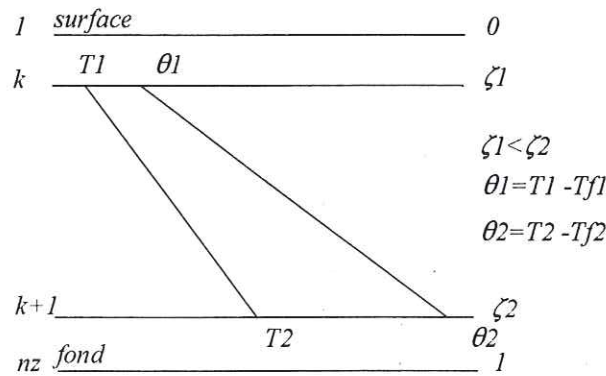


Figure C.1 : profil de température entre deux points verticaux k et $k+1$.

Considérons l'intégration de $B_{at}(z)$ à l'intérieur d'une maille verticale représentée sur la figure C.1 (T_1 et T_2 sont les températures réelles aux profondeurs ζ_1 et ζ_2 , et θ_1 et θ_2 les températures corrigées des températures de fusion T_{f1} et T_{f2}).

L'équation en coordonnées réduites donnant l'expression de $Sa(z)$ est :

$$Sa(\zeta) = - \int_1^{\zeta} B_{at}(\zeta) \zeta^3 d\zeta \quad (C.6)$$

Pour $S2a(z)$, on obtient :

$$S2a(\zeta) = - \int_1^{\zeta} Sa(\zeta) \zeta^3 d\zeta \quad (C.7)$$

$B_{at}(\zeta)$ est défini d'après l'équation (I.11) :

$$B_{at} = sf B_{at0} \exp\left(\frac{Q}{R} \frac{T(\zeta) - T_f(\zeta)}{T_i^2}\right) \quad (C.8)$$

$$T_i^2 = \left(T_0 + \frac{T_{f1} + T_{f2}}{2}\right) \left(T_0 + \frac{T_1 + T_2}{2}\right) \quad (C.9)$$

Si l'on définit $\theta = T - T_f$, l'équation (C.8) devient, pour $\theta < \theta_2$:

$$B_{at} = sf B_{at0} \exp\left(\frac{Q}{R} \frac{\theta}{T_i^2}\right) \quad (C.10)$$

avec, sur la maille :

$$\theta = \theta_2 + \frac{\theta_1 - \theta_2}{d\zeta} (\zeta_2 - \zeta_1) \quad (C.11)$$

La combinaison des deux équations ci-dessus permet d'obtenir la forme finale à résoudre :

$$B_{at} = sf B_{at0} \exp\left(\frac{Q \theta_2}{R T_i^2}\right) \exp\left(-a \left(1 - \frac{\zeta}{\zeta_2}\right)\right) \quad (C.12)$$

$$a = \frac{Q}{R T_i^2} \frac{\theta_2 - \theta_1}{d\zeta} \zeta_2 \quad (C.13)$$

On remarque à ce niveau de la démonstration que les fonctions e^{-ax} et $(1-x)^a$ ont le même développement limité au 2nd ordre. On en déduit qu'il est possible de remplacer le terme $e^{-a(1-x)}$ par le terme x^a , qui est beaucoup plus simple à intégrer. On obtient donc :

$$B_{at} = sf B_{at0} \exp \left(\frac{Q \theta_2}{R T_i^2} \right) \left(\frac{\zeta}{\zeta_2^a} \right)^a \quad (\text{C.14})$$

L'intégration de $Bat(\zeta)$ est désormais possible analytiquement.

On définit les deux termes I_1 et I_2 :

$$I_1 = \int_{\zeta_2}^{\zeta} B_{at}(\zeta) \zeta^3 d\zeta = CS \int_{\zeta_2}^{\zeta} \zeta^{a+3} d\zeta \quad (\text{C.15})$$

$$CS = sf B_{at0} \exp \left(\frac{Q \theta_2}{R T_i^2} \right) \frac{1}{\zeta_2^a} \quad (\text{C.16})$$

et

$$I_2 = \int_{\zeta_2}^{\zeta} \int_{\zeta_2}^{\zeta'} B_{at}(\zeta') \zeta^3 d\zeta' = \int_{\zeta_2}^{\zeta} \frac{C}{a+4} (\zeta^{a+4} - \zeta_2^{a+4}) d\zeta \quad (\text{C.17})$$

Les intégrations se font facilement, et on obtient, en particulier pour la profondeur ζ_1 :

$$I_1(\zeta_1) = \frac{C}{a+4} (\zeta_1^{a+4} - \zeta_2^{a+4}) \quad (< 0) \quad (\text{C.18})$$

et

$$I_2(\zeta_1) = \frac{C}{a+4} \left(\frac{\zeta_1^{a+5}}{a+5} - \frac{\zeta_2^{a+5}}{a+5} - \zeta_2^{a+4} \zeta_1 + \zeta_2^{a+5} \right) \quad (> 0) \quad (\text{C.19})$$

Pour chaque maille k en partant du fond, on dispose donc des termes I_1 et I_2 , et leur somme depuis le fond donne les intégrales $Sa(k)$ et $S2a(k)$:

$$Sa(k) = Sa(k+1) - I_1(\zeta_1) \quad (\text{car } I_1 < 0) \quad (\text{C.20})$$

$$\text{et } S2a(k) = S2a(k+1) + I_2(\zeta_1) + Sa(k+1) d\zeta \quad (\text{C.21})$$

Ce calcul analytique a l'avantage d'être plus précis pour une même taille de maille, et il présente la possibilité d'avoir des couches de propriétés différentes à l'intérieur d'une maille.

C.3 Champ de vitesse horizontale :

* équation dans le système z :

$$u_x(z) = u_{xB} + (\rho g)^3 \left(\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right) \left(-\frac{\partial S}{\partial x} \right) Sa(z) \quad (\text{C.22})$$

avec $Sa(z) = \int_B^z B_{at}(S-z)^3 dz$

* équation dans le système ζ :

$$Sa(\zeta) = -H \int_1^\zeta B_{at} \zeta^3 H^3 d\zeta = -H^4 \int_1^\zeta B_{at} \zeta^3 d\zeta \quad (\text{C.23})$$

soit :

$$u_x(\zeta) = u_{xB} + (\rho g)^3 \left(\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right) \left(-\frac{\partial S}{\partial x} \right) H^4 \left(-\int_1^\zeta B_{at} \zeta^3 d\zeta \right) \quad (\text{C.24})$$

On obtient le même résultat pour la vitesse horizontale selon y.

C.4 Champ de vitesse verticale

L'expression de la vitesse verticale est donnée par l'équation (I.13). Dans le système de coordonnée réduite ζ , cette équation devient :

$$U_z(\zeta) = U_{bz} + H \int_1^\zeta \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} \right) d\zeta + \int_1^\zeta \frac{\partial U_x}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial S}{\partial x} - \zeta \frac{\partial H}{\partial x} \right) d\zeta + \int_1^\zeta \frac{\partial U_y}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial S}{\partial y} - \zeta \frac{\partial H}{\partial y} \right) d\zeta \quad (C.25)$$

avec, pour passer dans ce système :

$$\frac{\partial U_x}{\partial x}_{(z)} = \frac{\partial U_x}{\partial x}_{(\zeta)} + \frac{1}{H} \frac{\partial U_x}{\partial \zeta} \left(-\frac{\partial S}{\partial x} - \zeta \frac{\partial H}{\partial x} \right) \quad (C.26)$$

Il est possible d'intégrer par partie les deux derniers termes de (C.25) par partie, de la façon suivante :

$$\int_1^\zeta \frac{\partial U_x}{\partial \zeta} \left(-\frac{\partial S}{\partial x} - \zeta \frac{\partial H}{\partial x} \right) d\zeta = U_x \left(\zeta \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial S}{\partial x} - \zeta \frac{\partial H}{\partial x} \right) - U_{xb} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} \int_1^\zeta U_x \frac{\partial H}{\partial x} d\zeta \quad (C.27)$$

On obtient alors :

$$\begin{aligned} U_z(\zeta) = & U_{bz} + H \int_1^\zeta \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} \right) d\zeta + U_x \left(\frac{\partial S}{\partial x} - \zeta \frac{\partial H}{\partial x} \right) - U_{xb} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} \int_1^\zeta U_x d\zeta \\ & + U_y \left(\frac{\partial S}{\partial y} - \zeta \frac{\partial H}{\partial y} \right) - U_{yb} \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial y} \int_1^\zeta U_y d\zeta \end{aligned} \quad (C.28)$$

C.4 Champ de température

* équation dans le système z :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) - U_x \frac{\partial T}{\partial x} - U_y \frac{\partial T}{\partial y} - U_z \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\Phi}{\rho c} \quad (\text{C.29})$$

avec :

$$\Phi = 2\dot{\epsilon}_{xz} \tau_{xz} + 2\dot{\epsilon}_{yz} \tau_{yz} = -\rho g(S-z) \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial U_x}{\partial z} - \rho g(S-z) \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial U_y}{\partial z} \quad (\text{C.30})$$

* équation dans le système ζ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{H} \frac{\partial T}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial S}{\partial t} - \zeta \frac{\partial H}{\partial t} \right) &= \frac{k}{\rho c H^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\rho c H^2} \frac{\partial k}{\partial \zeta} \frac{\partial T}{\partial \zeta} - \left(U_x \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{U_x}{H} \frac{\partial T}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial S}{\partial x} - \zeta \frac{\partial H}{\partial x} \right) \right) \\ &- \left(U_y \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{U_y}{H} \frac{\partial T}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial S}{\partial y} - \zeta \frac{\partial H}{\partial y} \right) \right) + \frac{1}{H} U_z \frac{\partial T}{\partial \zeta} + \frac{\Phi}{\rho c} \end{aligned} \quad (\text{C.31})$$

avec :

$$\Phi = \rho g(S-z) \frac{\partial S}{\partial x} \frac{1}{H} \frac{\partial U_x}{\partial \zeta} + \rho g(S-z) \frac{\partial S}{\partial y} \frac{1}{H} \frac{\partial U_y}{\partial \zeta} \quad (\text{C.32})$$

Remarque :

$$\frac{\partial S}{\partial t} - \zeta \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial t} - \zeta \frac{\partial H}{\partial t} = (1-\zeta) \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial t} \quad (\text{C.33})$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c H^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\rho c H^2} \frac{\partial k}{\partial \zeta} \frac{\partial T}{\partial \zeta} + \frac{1}{H} \frac{\partial T}{\partial \zeta} \left(U_z - U_x \left(\frac{\partial S}{\partial x} - \zeta \frac{\partial H}{\partial x} \right) - U_y \left(\frac{\partial S}{\partial y} - \zeta \frac{\partial H}{\partial y} \right) - (1 - \zeta) \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial B}{\partial t} \right) - U_x \frac{\partial T}{\partial x} - U_y \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\Phi}{\rho c}$$

On note :

$$w = U_z - U_x \left(\frac{\partial S}{\partial x} - \zeta \frac{\partial H}{\partial x} \right) - U_y \left(\frac{\partial S}{\partial y} - \zeta \frac{\partial H}{\partial y} \right) - (1 - \zeta) \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (\text{C.35})$$

ce qui permet d'écrire :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c H^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\rho c H^2} \frac{\partial k}{\partial \zeta} \frac{\partial T}{\partial \zeta} + \frac{1}{H} \frac{\partial T}{\partial \zeta} w - U_x \frac{\partial T}{\partial x} - U_y \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\Phi}{\rho c} \quad (\text{C.36})$$

L'introduction de la vitesse verticale réduite w dans l'équation du champ de températures permet donc de simplifier considérablement cette dernière.

ANNEXE D

Résolution numérique des équations

L'équation de la chaleur (II.14), l'équation de bilan de masse qui régit l'évolution de l'épaisseur de la glace (II.12), et l'équation de fluage de l'asthénosphère que nous utilisons dans une partie de ce travail (I.21), sont toutes des équations de diffusion à deux dimensions spatiales. Pour généraliser, nous appellerons w la quantité calculée; la forme générale de ces équations est alors:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial (F_1 \frac{\partial w}{\partial x})}{\partial x} + F_2 \frac{\partial w}{\partial x} + F_3 + \frac{\partial (F_4 \frac{\partial w}{\partial y})}{\partial y} + F_4 \frac{\partial w}{\partial y} + F_5 \quad (D.1)$$

t est le temps, x et y sont les dimensions spatiales, et $F_1 \dots F_5$ peuvent être fonction de w , t , x et/ou y . Dans le cas de l'équation d'évolution de l'épaisseur de glace, F_1 et F_4 sont proportionnels à $w^5 (\partial w / \partial x)^2$ et $w^5 (\partial w / \partial y)^2$, par l'intermédiaire de la diffusivité D . Cette équation est donc particulièrement non linéaire.

La méthode numérique généralement utilisée pour résoudre ces équations est celle des différences finies. Nous verrons plus loin qu'il est également possible d'utiliser une méthode de relaxation pour résoudre l'équation d'évolution de l'épaisseur de la glace. Au cours de ce travail, cette équation a été résolue d'abord par différences finies, puis par relaxation.

D.1 Résolution par différences finies

Nous notons $w_{i,j,n}$ la quantité w aux noeuds i et j , et au pas de temps n (voir chapitre I, figure 3). Les dérivées de cette quantité peuvent être exprimées avec les différences finies; on appelle dans l'exposé qui suit dt le pas de temps et dx le pas d'espace (égal à dy). A un pas de temps donné n , on suppose que $w_{i,j}$ est connue pour tout i et tout j . Plusieurs approches sont alors

possibles pour calculer ces dérivées, et résoudre l'équation, c'est-à-dire calculer $w_{i,j,n+1}$.

Schéma explicite:

Dans ce schéma, la dérivée temporelle est prise vers l'arrière ("backward"), et les dérivées spatiales sont prises au temps n ; on obtient, pour les dérivées suivant x et t :

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} &= \frac{w_{i,j,n+1} - w_{i,j,n}}{dt} \\ \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{w_{i+1,j,n} - w_{i-1,j,n}}{2dx} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= \frac{w_{i+1,j,n} - 2w_{i,j,n} + w_{i-1,j,n}}{dx^2} \end{aligned} \tag{D.2}$$

Les dérivées spatiales suivant la dimension y s'obtiennent de la même façon que pour x .

Ce schéma présente l'avantage de pouvoir calculer $w_{i,j,t+1}$ en fonction de termes qui sont tous au temps n , et donc tous connus (d'où le terme explicite). Malheureusement, il présente le désavantage d'être numériquement très peu stable. Sa stabilité est conditionnée par le rapport entre dt et dx^2 , qui doit être inférieur à une valeur conditionnée par les facteurs $F_{1...5}$. Pour l'équation de l'évolution de l'épaisseur de glace, il faut par exemple un pas de temps inférieur à 1 an pour un pas d'espace de 50 km.

Schéma implicite:

La dérivée temporelle est toujours prise en arrière, mais les dérivées spatiales sont prises au temps $n+1$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} &= \frac{w_{i,j,n+1} - w_{i,j,n}}{dt} \\ \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{w_{i+1,j,n+1} - w_{i-1,j,n+1}}{2dx} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= \frac{w_{i+1,j,n+1} - 2w_{i,j,n+1} + w_{i-1,j,n+1}}{dx^2} \end{aligned} \tag{D.3}$$

D.2 Résolution par relaxation

Nous donnons ici seulement un aperçu de cette méthode; les lecteurs désireux d'en savoir plus pourront utilement se référer à "Numerical Recipes".

Lorsqu'on discrétise une équation différentielle, on obtient un système d'équations différentielles linéaires de dimension $N_x \times N_y$. Ce système étant trop lourd à résoudre directement, on peut utiliser des méthodes itératives de résolution. La méthode de relaxation en fait partie. Elle a été initialement utilisée pour déterminer les champs de vitesse dans les ice-shelves (Rommelaere, 1994).

Supposons le système d'équations linéaires suivant:

$$\left[\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{array} \right] \quad (D.6)$$

Ce système est transformé de façon à obtenir un système prêt à la relaxation: on transpose les termes constants à gauche, puis on divise la première équation par $-a_{11}$, la seconde par $-a_{22}$, etc. Le système obtenu est le suivant:

$$\left[\begin{array}{l} -x_1 + b_{12}x_2 + \dots + b_{1n}x_n + c_1 = 0 \\ b_{21}x_1 - x_2 + \dots + b_{2n}x_n + c_2 = 0 \\ \dots \\ b_{n1}x_1 + b_{n2}x_2 + \dots - x_n + c_n = 0 \end{array} \right] \quad (D.7)$$

avec

$$b_{ij} = -\frac{a_{ij}}{a_{ii}} \quad \text{avec } i \neq j \quad \text{et } c_i = \frac{b_i}{a_{ii}} \quad (D.8)$$

Soit $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ l'approximation initiale de la résolution du système précédent. En portant ces valeurs dans le système (5), on obtient les résidus suivants, notés R:

$$\left[\begin{array}{l} R_1^{(0)} = c_1 - x_1^{(0)} + \sum_{j=2}^n b_{1j} x_j^{(0)} \\ R_2^{(0)} = c_2 - x_2^{(0)} + \sum_{j=1, j \neq 2}^n b_{2j} x_j^{(0)} \\ \dots \dots \dots \\ R_n^{(0)} = c_n - x_n^{(0)} + \sum_{j=1}^{n-1} b_{nj} x_j^{(0)} \end{array} \right] \quad (D.9)$$

Si l'on donne à l'une des inconnues $x_s^{(0)}$ l'accroissement $dx_s^{(0)}$, le résidu correspondant $R_s^{(0)}$ diminue de la valeur $dx_s^{(0)}$, alors que tous les autres résidus $R_i^{(0)}$ ($i \neq s$) augmentent de la valeur $b_{is} dx_s^{(0)}$. Ainsi, pour annuler le résidu successif $R_s^{(1)}$, il suffit de donner à la grandeur $x_s^{(0)}$ l'accroissement $dx_s^{(0)}$ égal à $R_s^{(0)}$. La méthode de relaxation consiste à prendre nul à chaque étape le résidu en modifiant la valeur de la composante d'approximation correspondante. Le processus s'arrête lorsque tous les résidus du dernier système transformé s'annulent avec une précision déterminée au départ. Cette méthode ne converge que pour des matrices à diagonales fortement dominantes, c'est-à-dire lorsque les valeurs absolues des termes diagonaux de chaque ligne de la matrice sont nettement supérieures à la somme des valeurs absolues des autres termes de la même ligne. Ceci s'explique par le fait que les termes b_{is} doivent être petits pour ne pas trop augmenter les autres résidus lorsqu'on annule le $s^{\text{ème}}$ résidu.

Cette méthode permet d'utiliser un pas de temps dt ajustable; en effet, on peut forcer la matrice à avoir des termes diagonaux dominants en jouant sur le pas de temps, car les termes de cette diagonale sont indépendants de dt , alors que tous les autres termes sont multiples de dt .

ANNEXE E

Résultats des expériences de comparaison de modèles dans le cadre du projet EISMINT

E.1 Valeurs imposées des paramètres des modèles dans le premier niveau d'intercomparaison

Loi de déformation: $\dot{\epsilon}_{ii} = A_0 \tau^{n-1} \tau'_{ii}$	$A_0 = 10^{-16} \text{ Pa}^{-3} \cdot \text{year}^{-1}$ $n=3$
Gravité	9.81 m.s ⁻²
Densité de la glace	910 kg.m ⁻³
Densité de l'eau	1028 kg.m ⁻³
Conductivité thermique dans la glace	2.1 W.m ⁻¹ .K ⁻¹
Capacité calorifique de la glace	2009 J.kg ⁻¹ .K ⁻¹
Chaleur latente de la glace	335 kJ.kg ⁻¹
Température au point de fusion en fonction de l'épaisseur H	$T = T_0 - 8.7 \times 10^{-4} H$ (H en m) $T_0 = 273 \text{ K}$
Facteur de conversion secondes-années	1 an = 31556926 secondes
Conversion degrés Celcius - degrés Kelvin	0°C = 273 K

Tableau E.1 : valeurs des paramètres utilisés dans les modèles pour l'expérience EISMINT (niveau 1).

E.2 Conditions climatiques dans les différentes expériences

E.2.1 Expériences à bords fixés

Les conditions climatiques sont les mêmes sur tout le domaine, quelles que soient la position et l'altitude considérées. La température en surface est paramétrisée en fonction de l'épaisseur de glace H . Elle est donnée par :

$$T_{surface} = 270K - 0.01 H \quad (E.1)$$

Pour les runs d'évolution, à la température $T_{surface}$ est ajouté un facteur ΔT correspondant à la dépendance en fonction du temps (voir plus loin équation E.5).

L'accumulation est fixée à 0.3 m/an (en équivalent en glace) sur tout le domaine. Dans les runs d'évolution, on ajoute à ce terme un facteur périodique dépendant du temps (voir plus loin équations E.6 et E.7).

E.2.2 Expérience à bords libres

Dans ces expériences, la position des bords de la calotte peut évoluer librement à l'intérieur du domaine. En plus de l'accumulation et de la température en surface, l'ablation est prescrite à la surface de la calotte (alors qu'il n'y en a pas dans les expériences à bords fixés).

Le forçage climatique est donné par :

$$M = \min (0.5, s (R_{el} - d)) \quad (E.2)$$

$$\text{où } d = \sqrt{(x-x_{summit})^2 + (y-y_{summit})^2} \quad (E.3)$$

$$T_{surface} = 270K - 0.01 H \quad (E.4)$$

M représenté le bilan de masse (accumulation + ablation), il est fonction de la distance radiale au centre de la grille, de coordonnées x_{summit} et y_{summit} . R_{el} est la distance à partir de laquelle le bilan

de masse, positif jusque là, devient négatif ; s , enfin, est la pente de la fonction de bilan de masse. Les valeurs de R_{el} et s sont respectivement égales à 450 km et $10^{-2} \text{m} \cdot \text{year}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$. La température est calculée de la même façon que dans les expériences à bords fixes.

E.2.3 Expériences d'évolution

- température en surface :

elle évolue périodiquement en fonction du temps, selon l'équation :

$$\Delta T = 10 \sin \left(\frac{2\pi t}{L} \right) \quad (\text{E.5})$$

La période L est égale à 20 000 ou 40 000 ans.

- accumulation :

Dans les expériences à bords fixés, l'accumulation est donnée par :

$$Acc = 0.3 + 0.2 \sin \left(\frac{2\pi t}{L} \right) \quad (\text{E.6})$$

Dans les expériences à bords mobiles, le bilan de masse évolue de façon périodique dans le temps, par l'intermédiaire de la variation de la position de la ligne d'équilibre R_{el} (où le bilan de masse est nul) :

$$R_{el} = 450 + 100 \sin \left(\frac{2\pi t}{L} \right) \quad (\text{E.7})$$

E.3 Résultats

Les résultats sont présentés ci-après sous forme de courbes. Sur chaque courbe est rappelé le nom de l'expérience qui a donné ce résultat. Ce nom est codé en quatre parties, de la manière suivante :

- première partie :

SS = expérience stationnaire (steady state) ;

T2 = expérience d'évolution, avec une période de 20 000 ans ;

T4 = expérience d'évolution, avec une période de 40 000 ans.

- deuxième partie :

FM = expérience à bords fixés (fixed margin) ;

MM = expérience à bords libres (moving margin).

- troisième partie :

HT = courbe représentant les variations de la variable considérée selon le transect horizontal de la calotte (horizontal transect) ;

TS = courbe représentant les variations de la variable considérée en fonction du temps (time series).

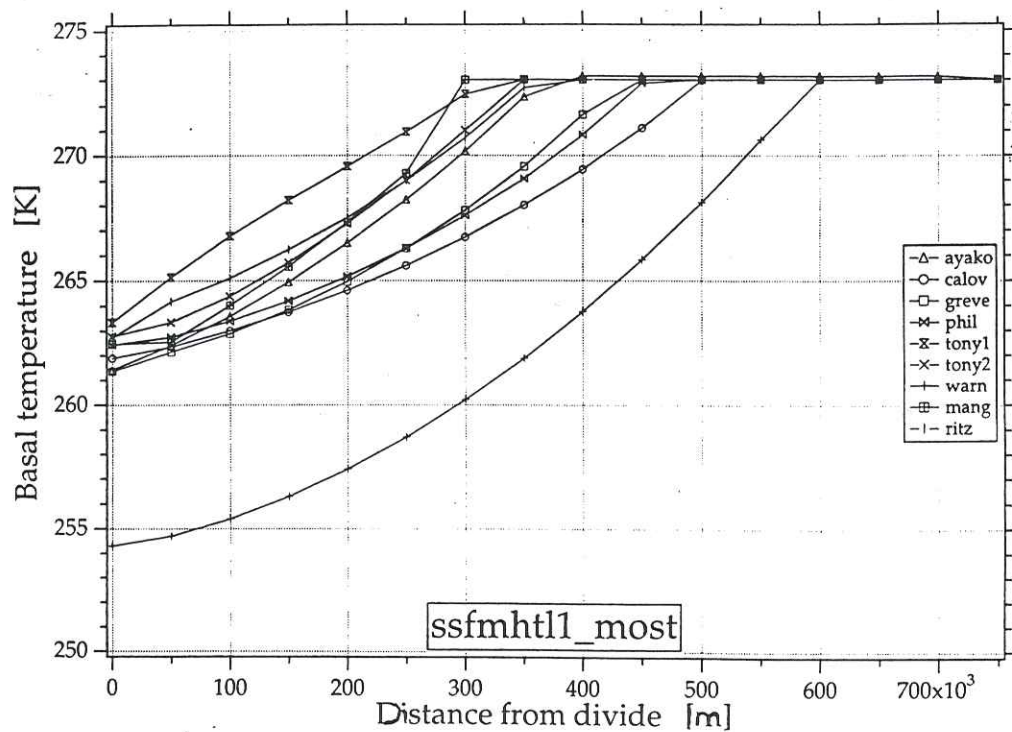
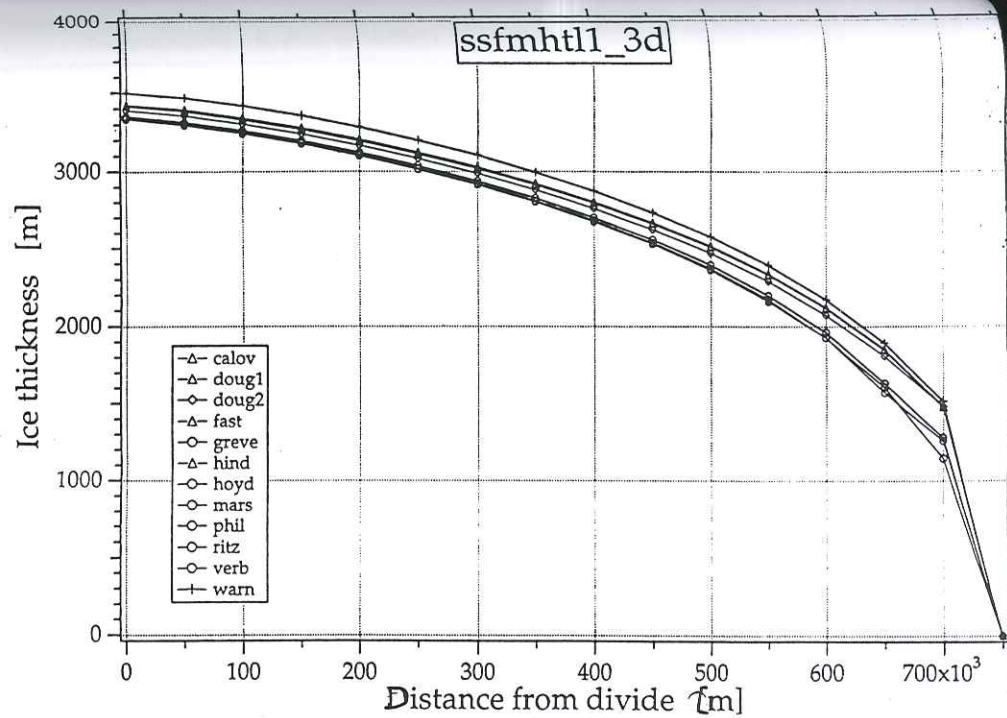
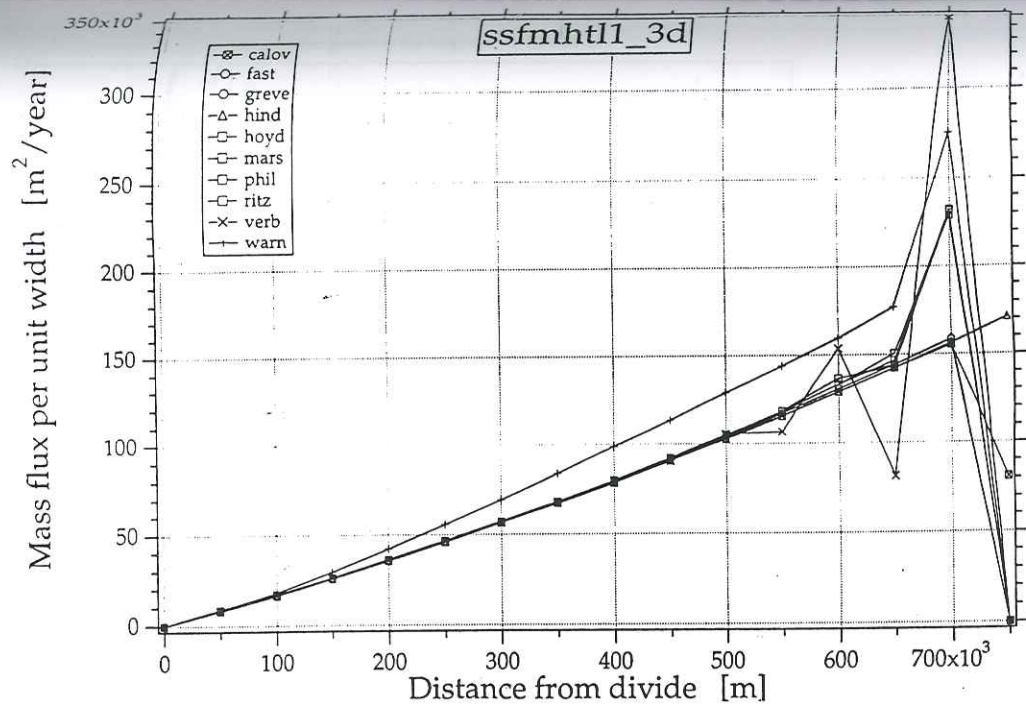
- quatrième partie :

L1 = expérience de niveau 1 ;

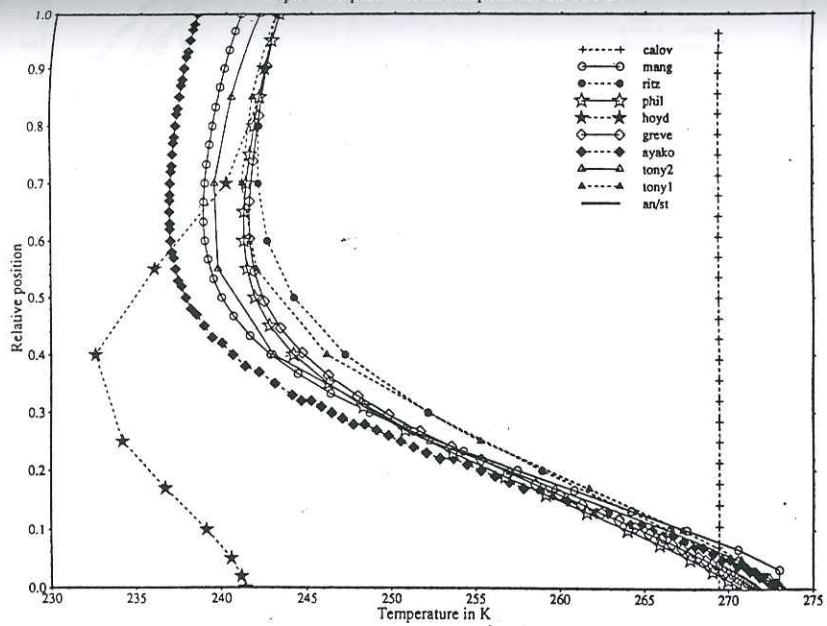
L2 = expérience de niveau 2.

Les courbes sont présentées selon l'ordre suivant :

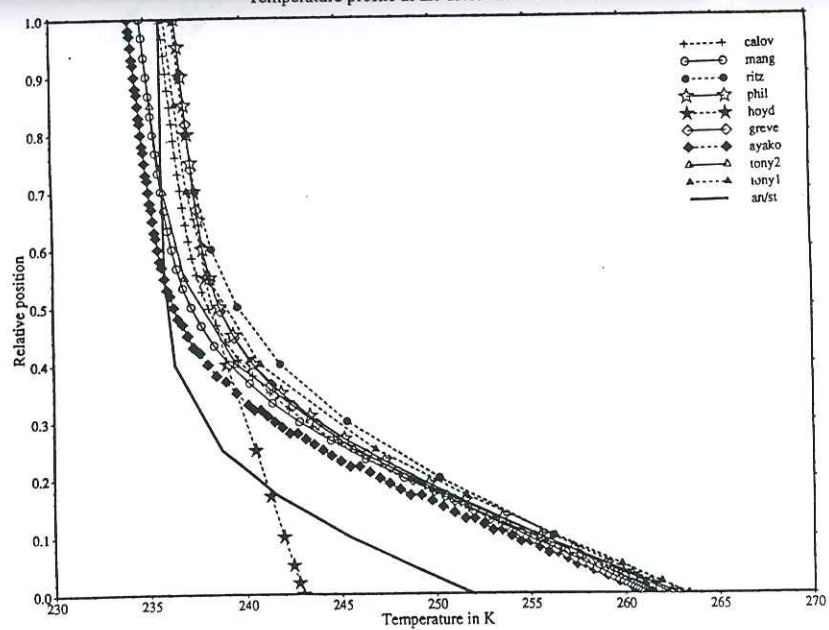
SSFML1, T2FML1, T4FML1, SSMML1, T2MML1, SSFML2, T2FML2, SSMML2, T2MML2.



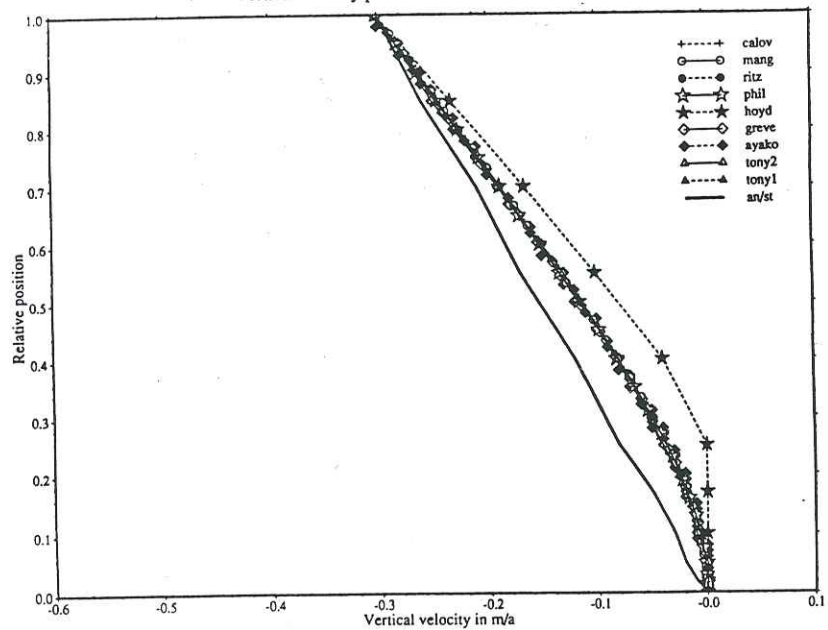
Temperature profile at the midpoint for SS-FM-L1



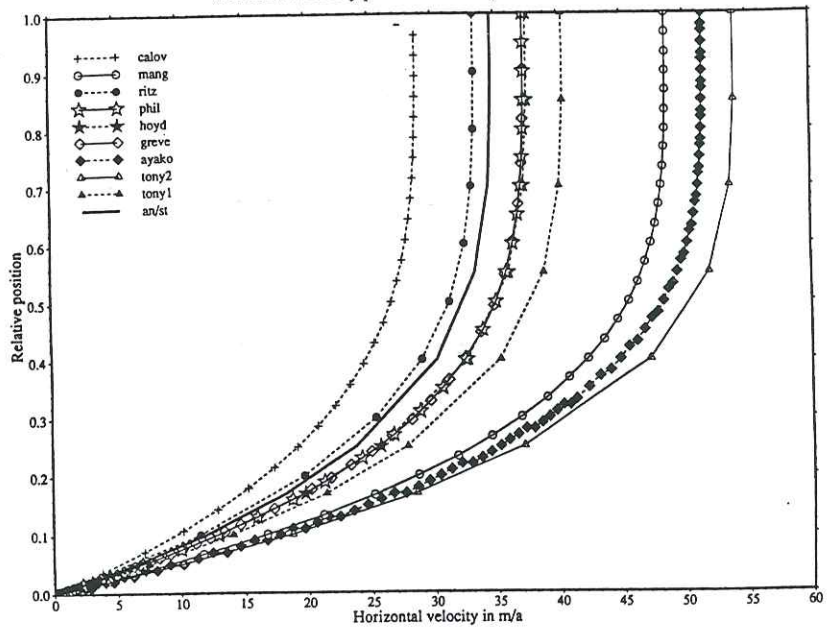
Temperature profile at the divide for SS-FM-L1



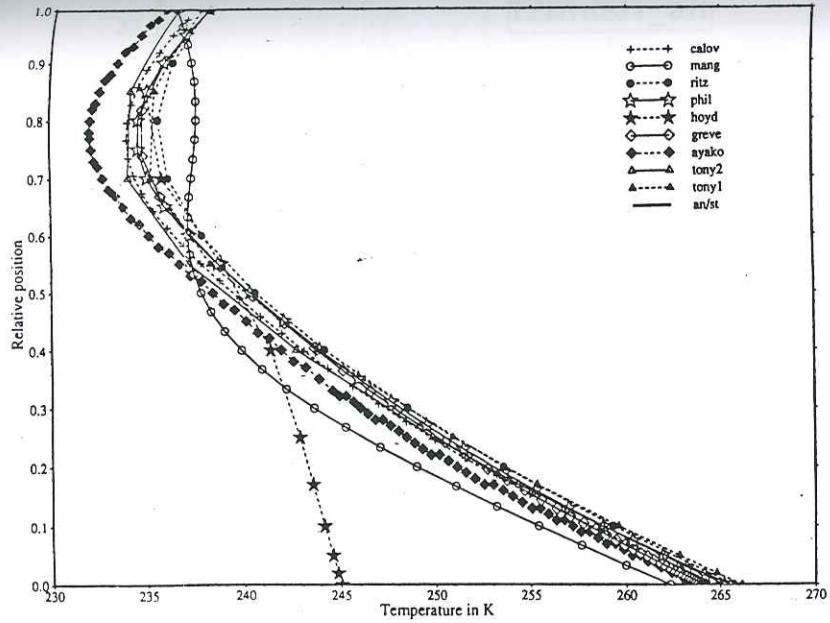
Vertical velocity profile at the divide for SS-FM-L1



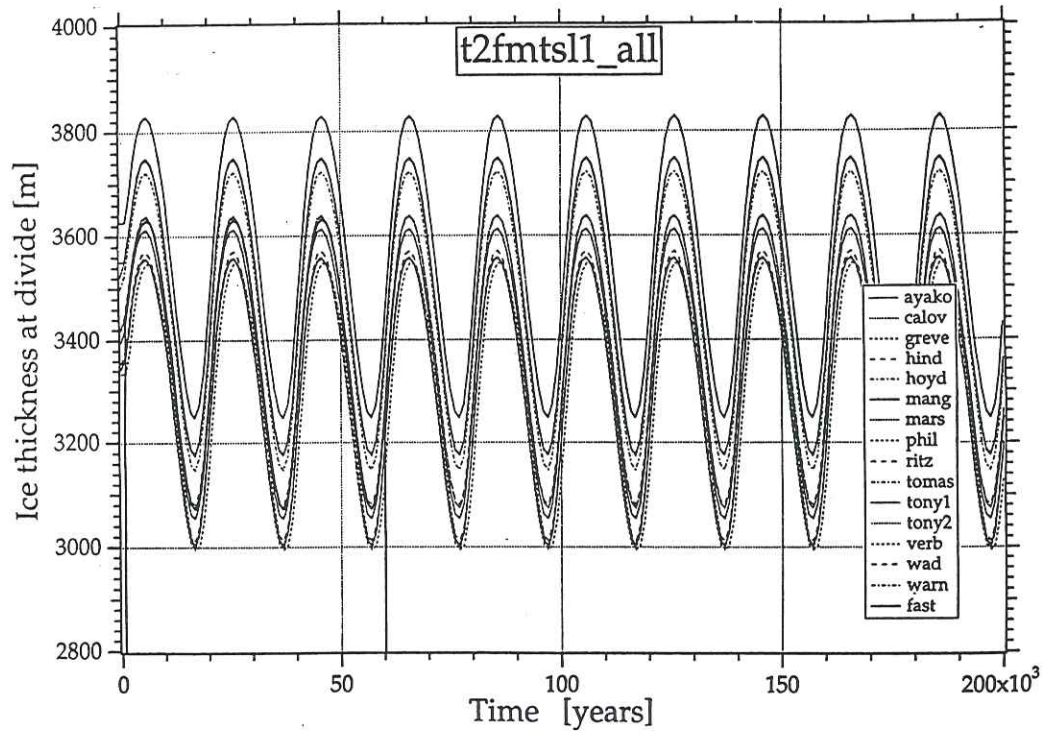
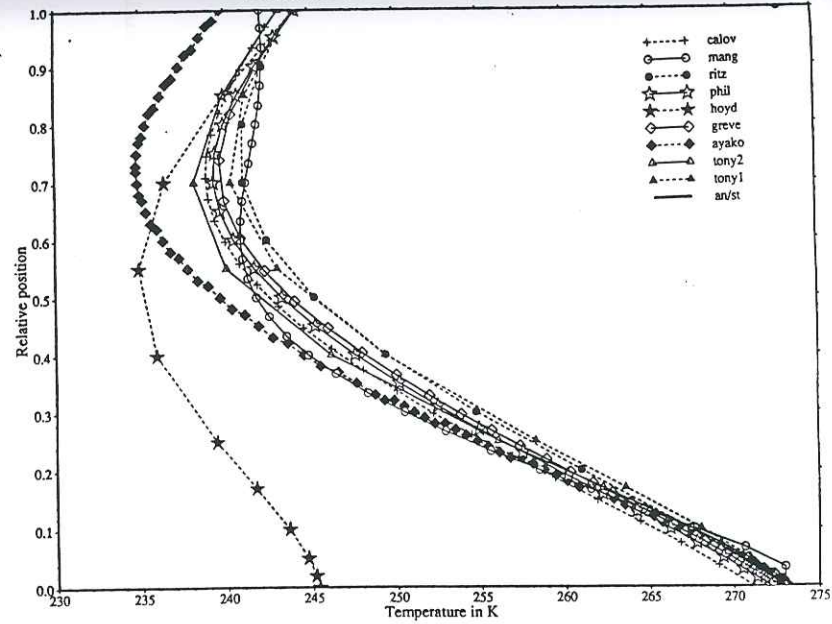
Horizontal velocity profile at the midpoint for SS-FM-L1

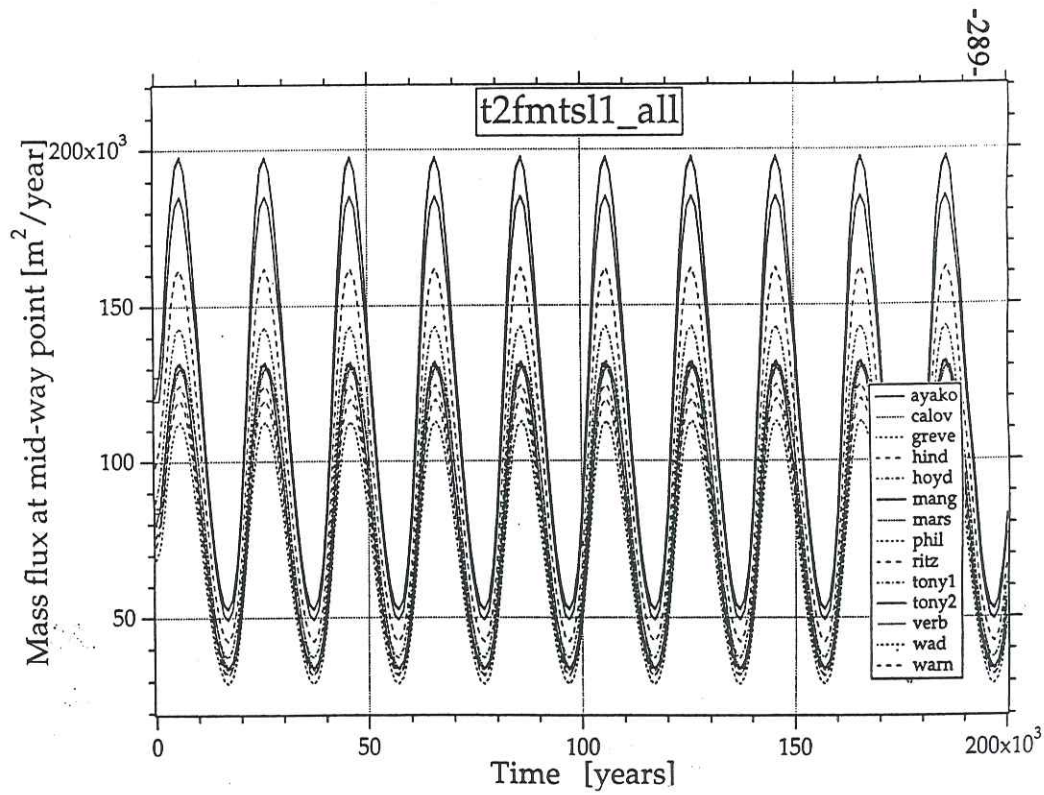
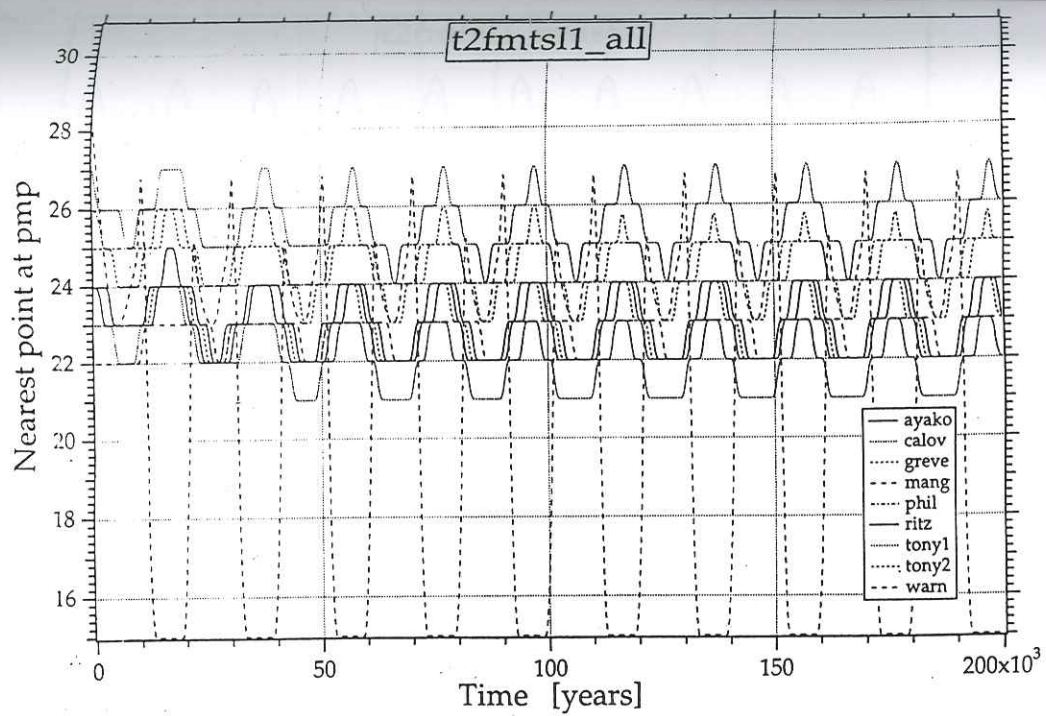


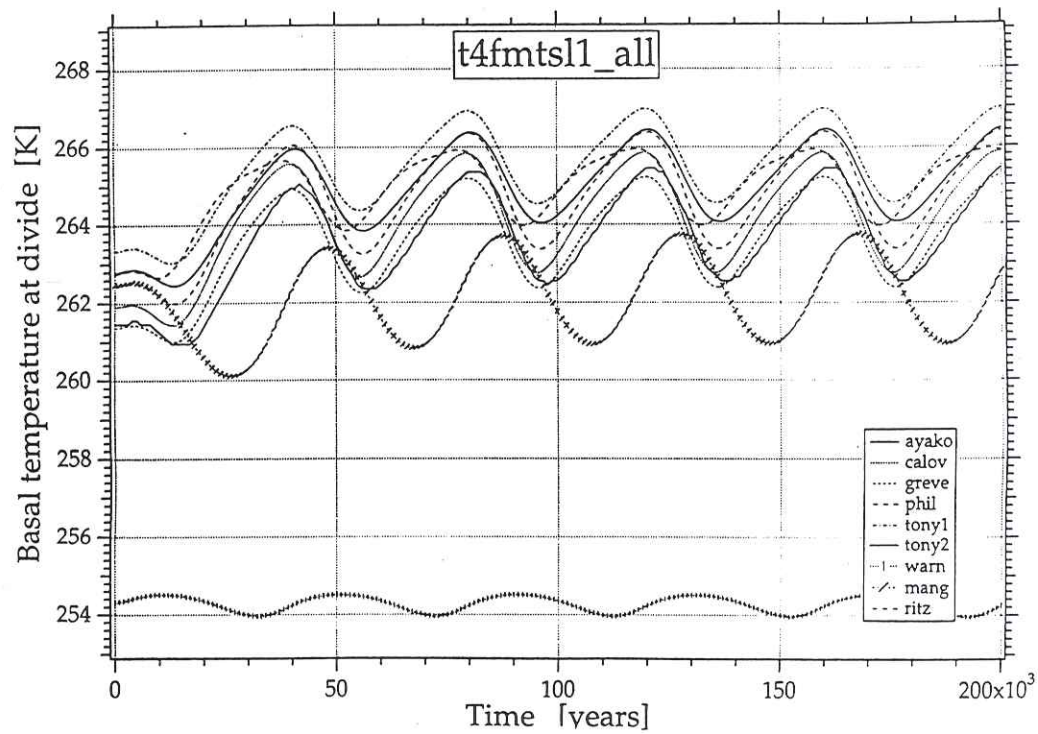
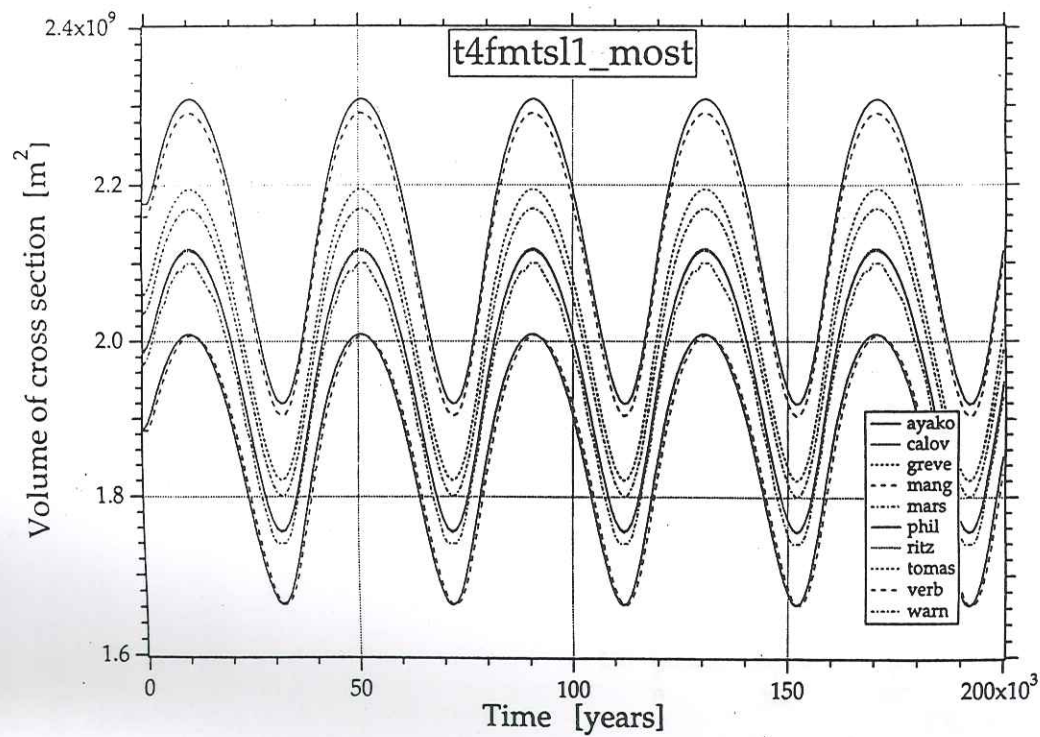
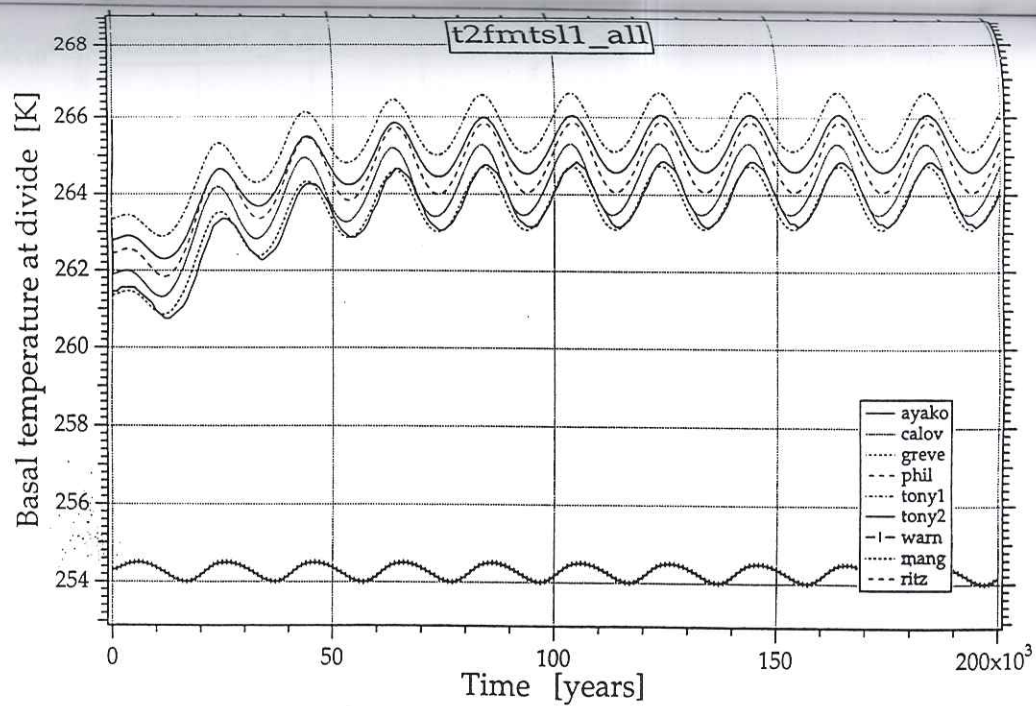
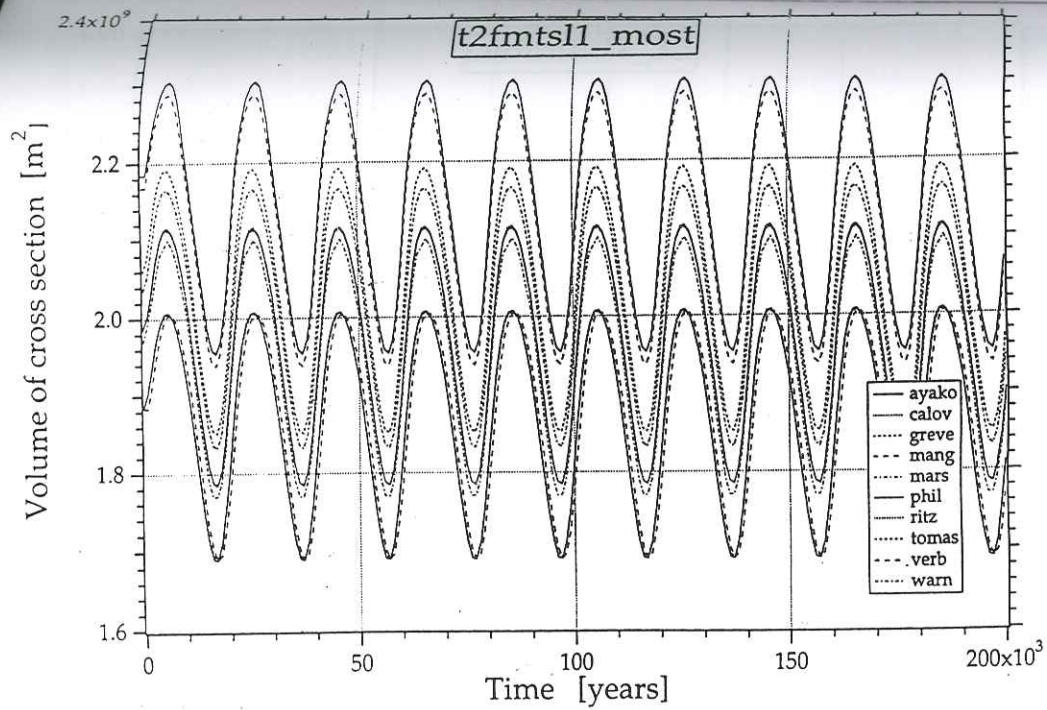
Temperature profile at the divide for T2-FM-L1

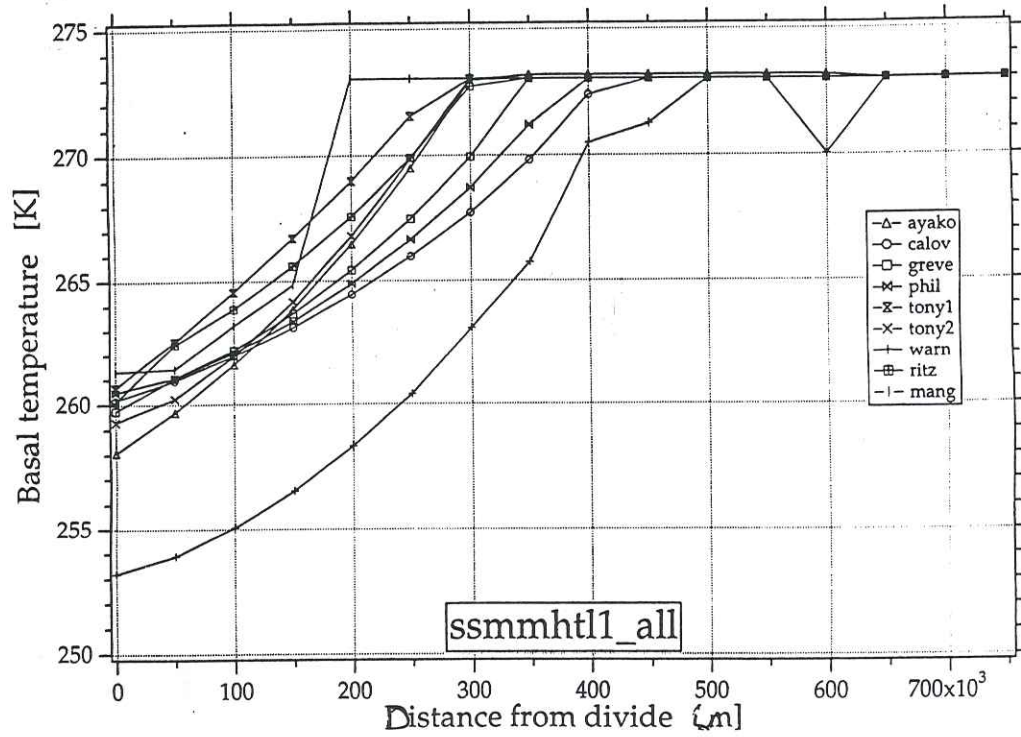
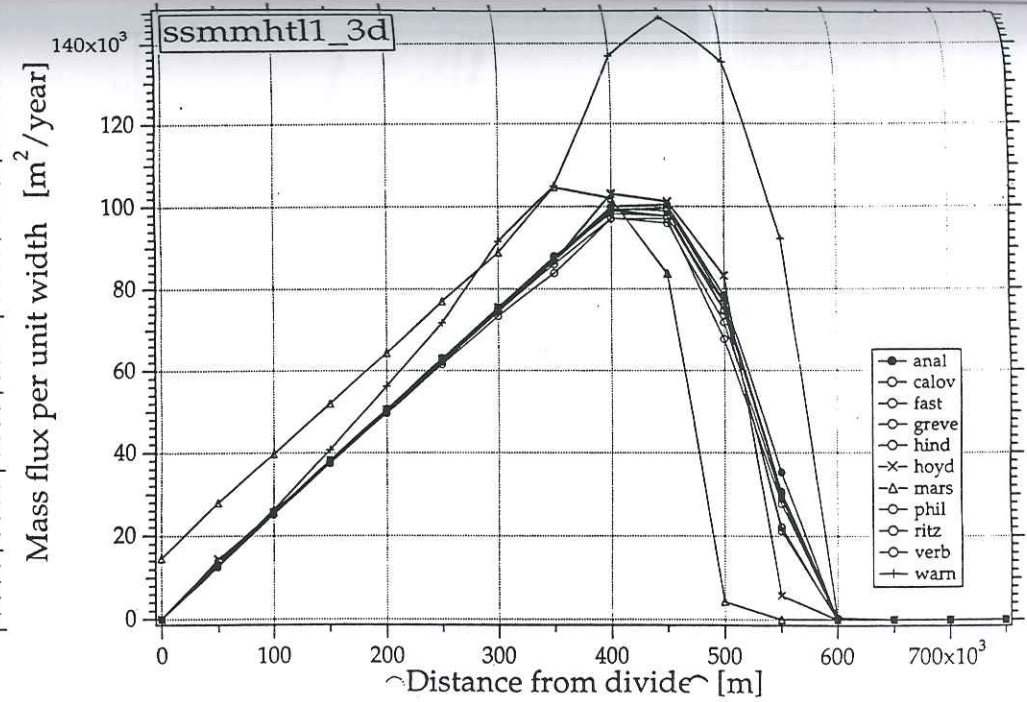
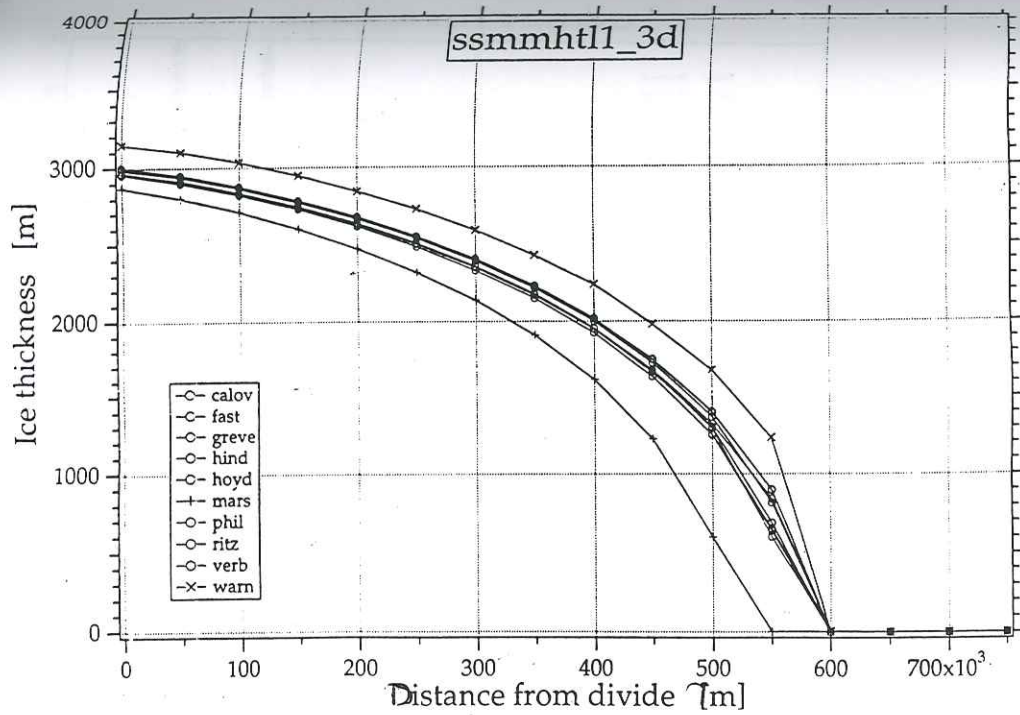


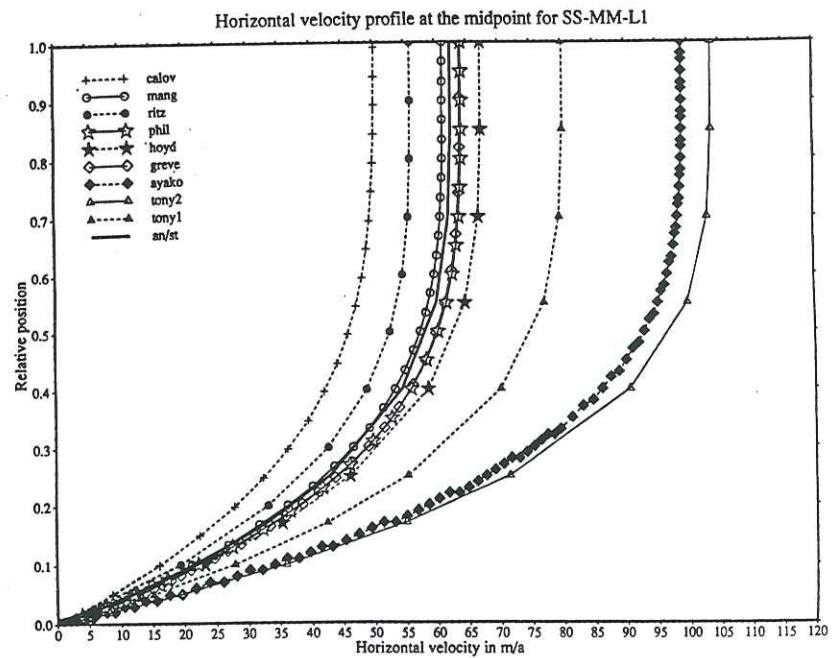
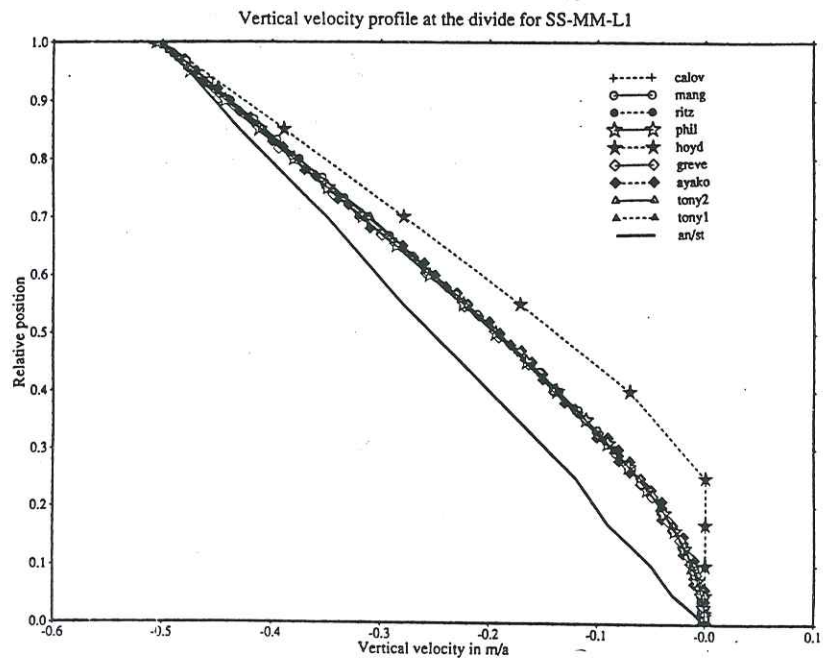
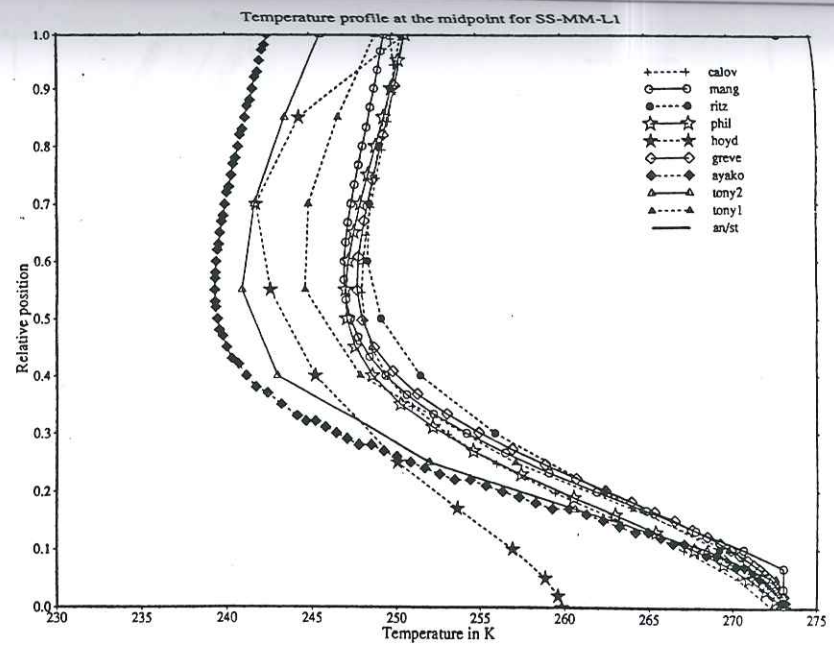
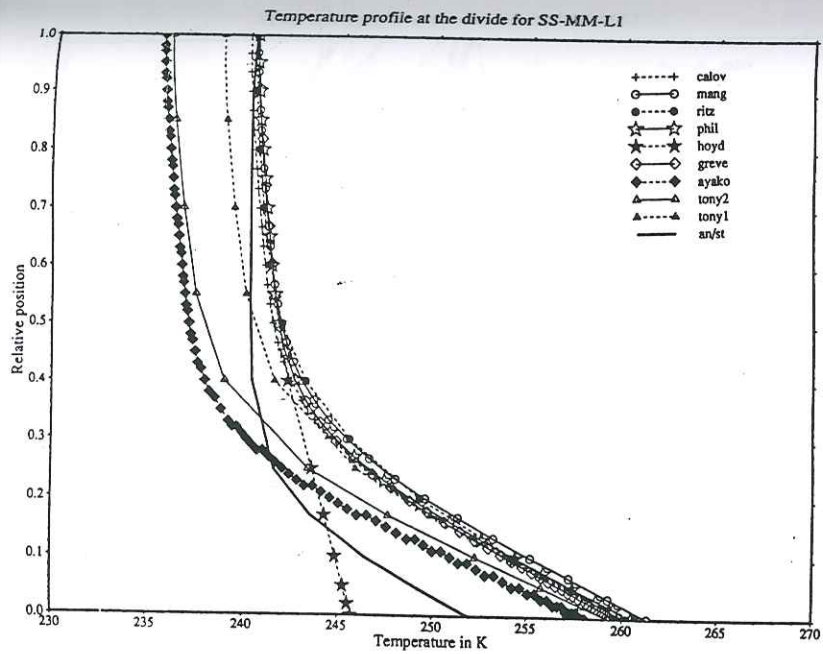
Temperature profile at the midpoint for T2-FM-L1



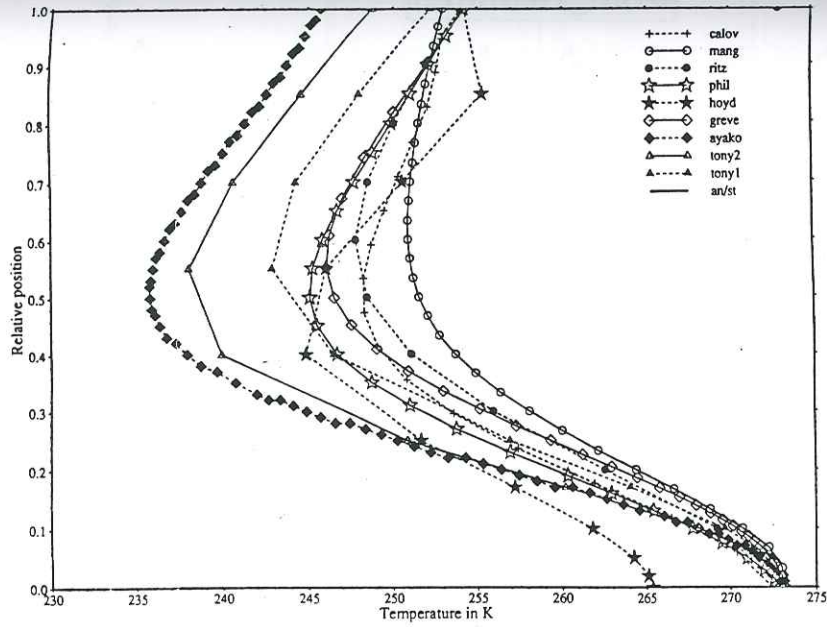




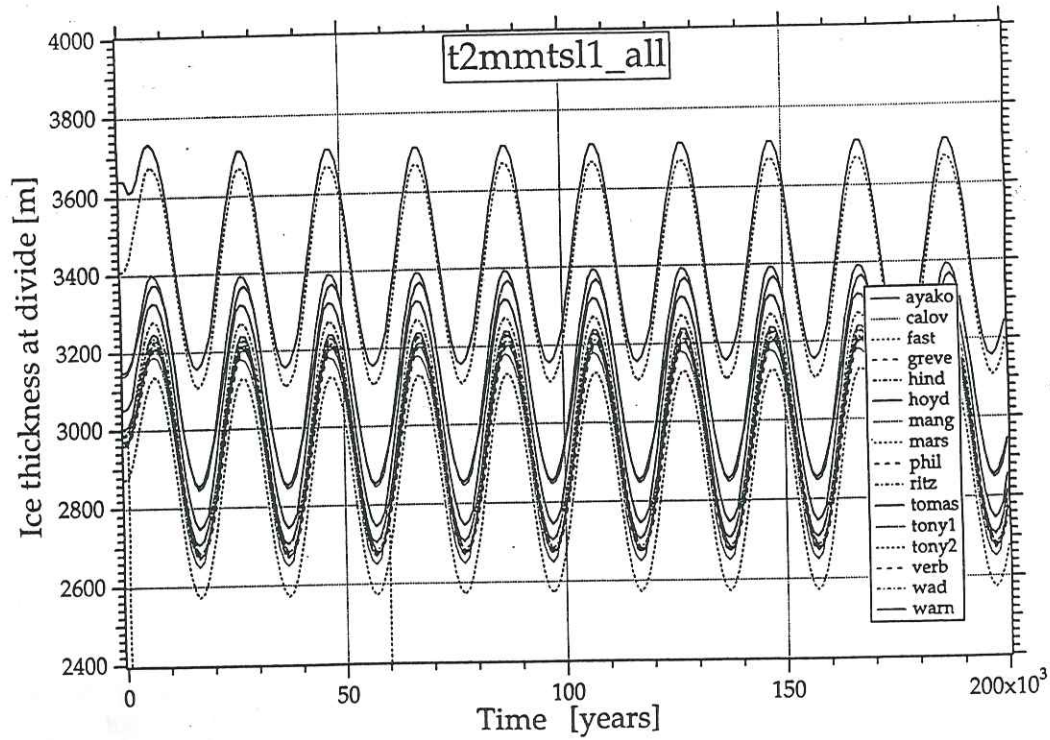
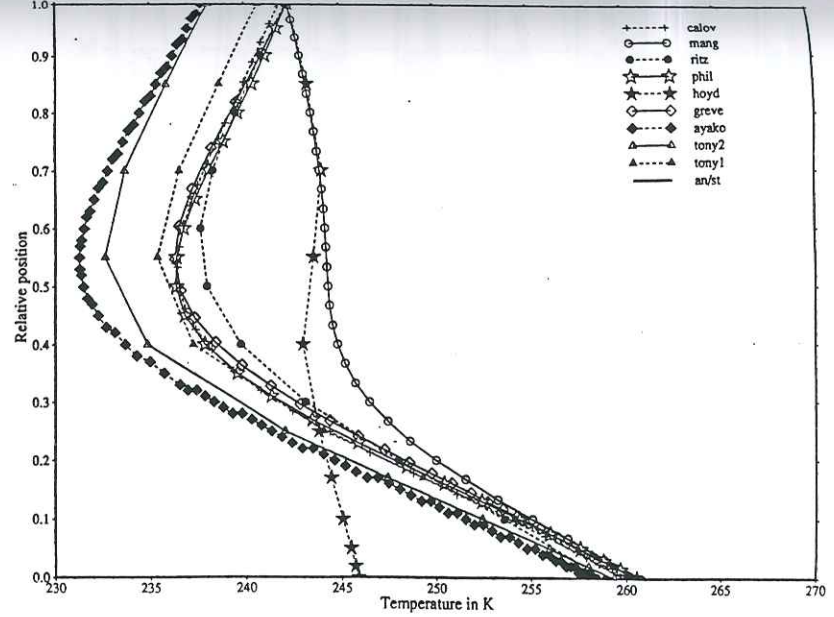


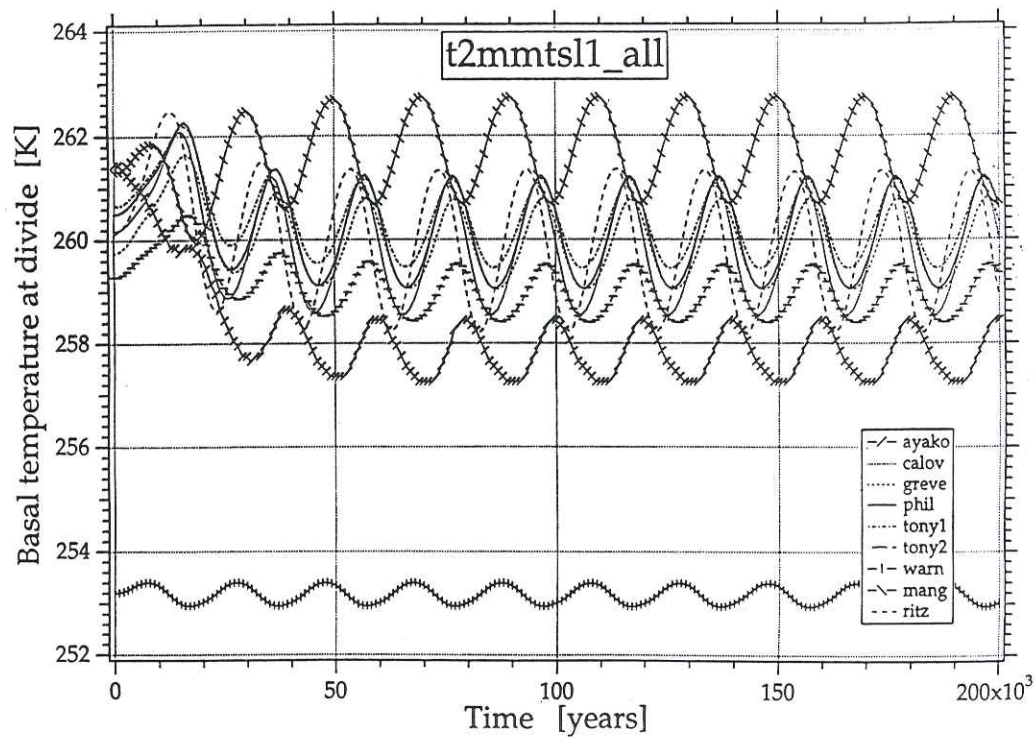
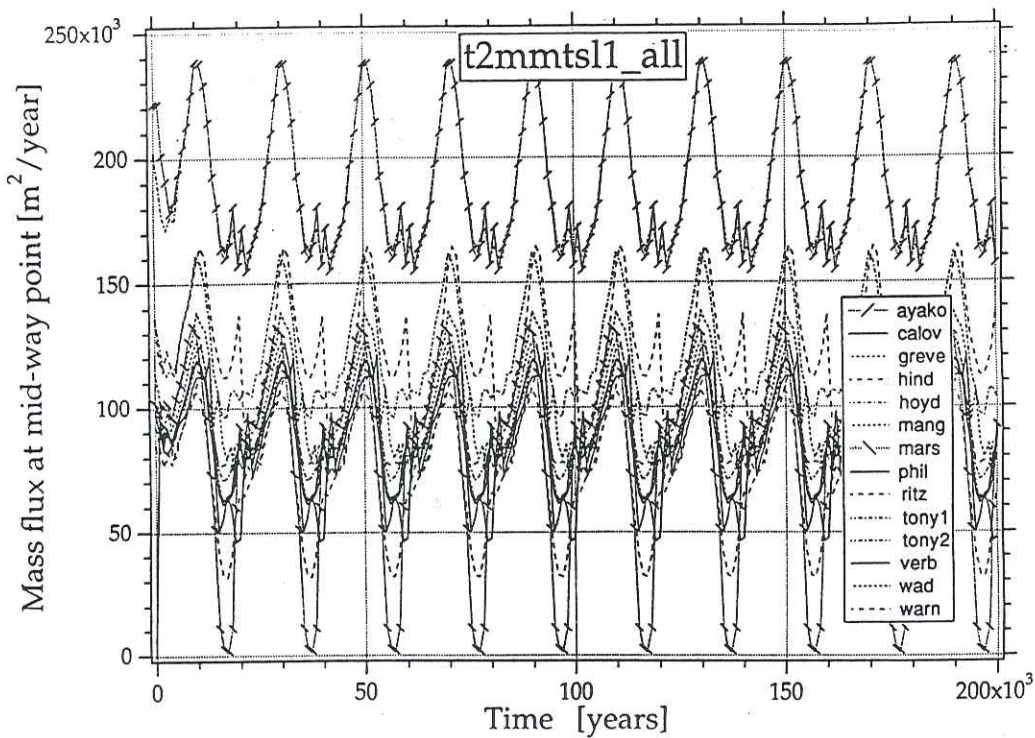
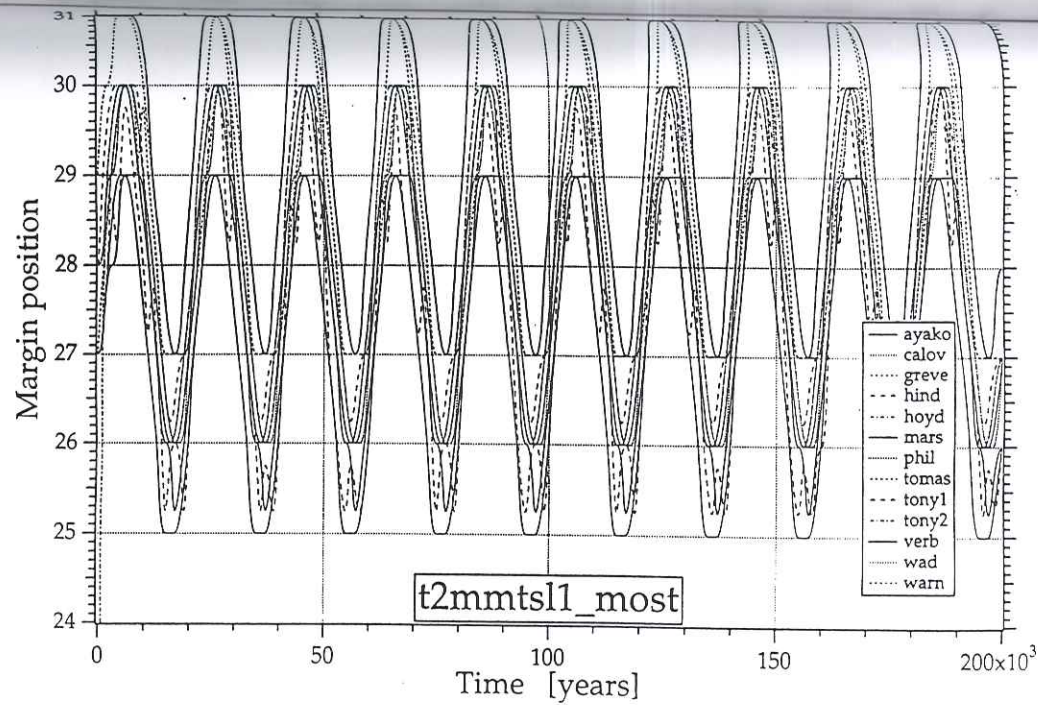
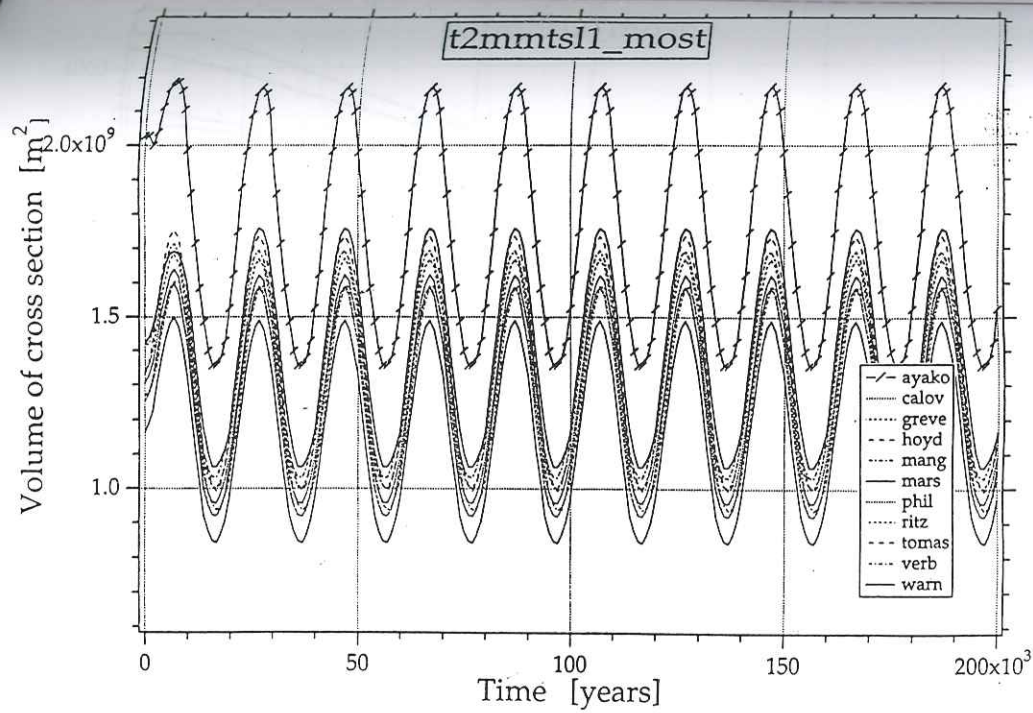


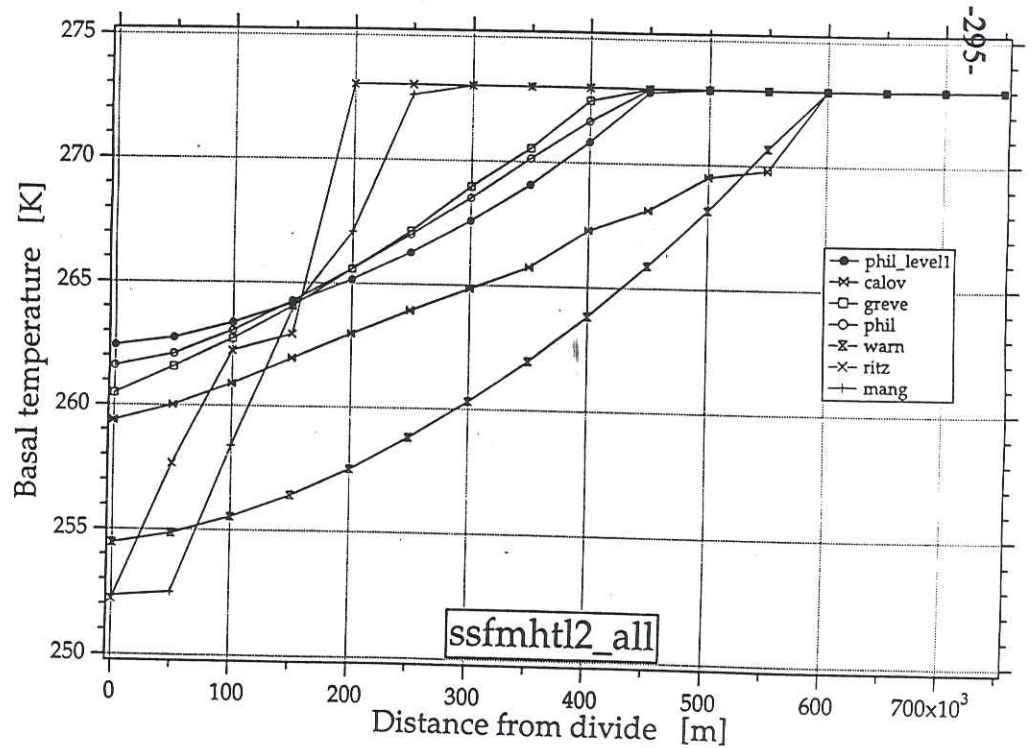
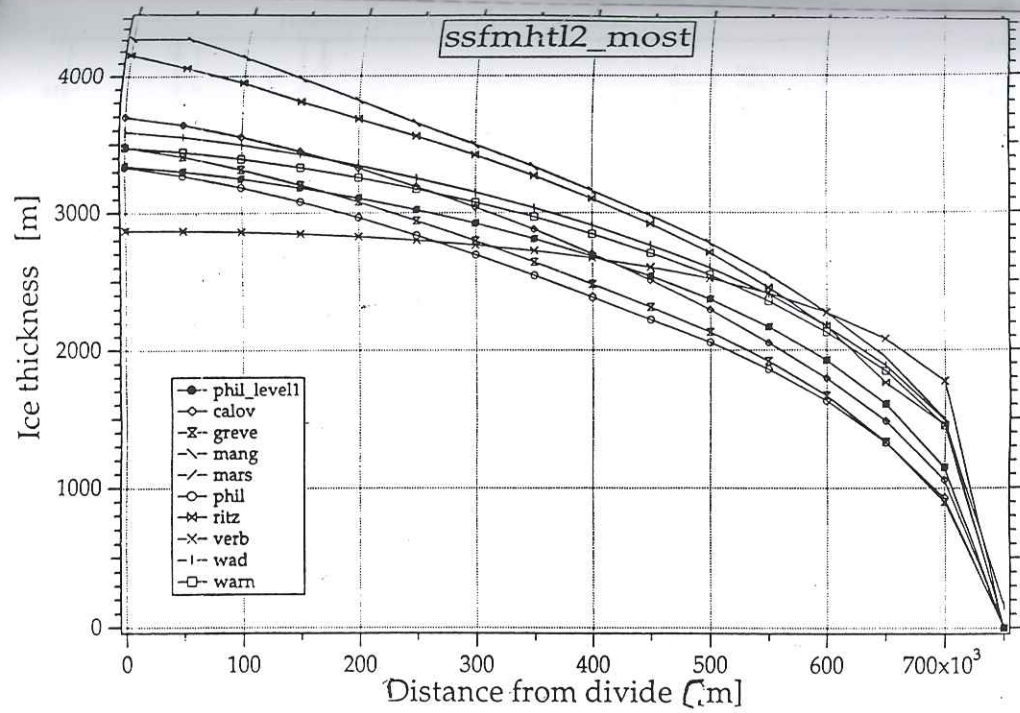
Temperature profile at the midpoint for T2-MM-L1



Temperature profile at the divide for T2-MM-L1

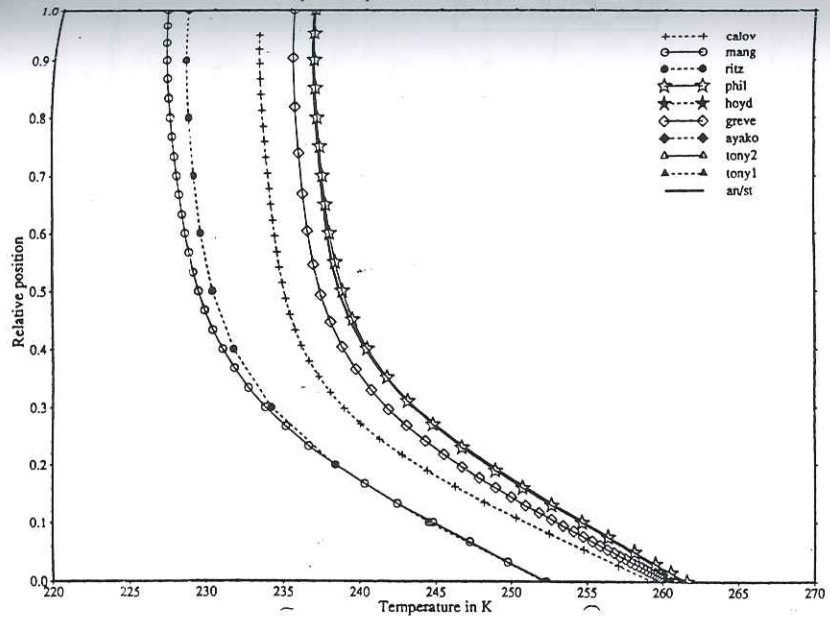




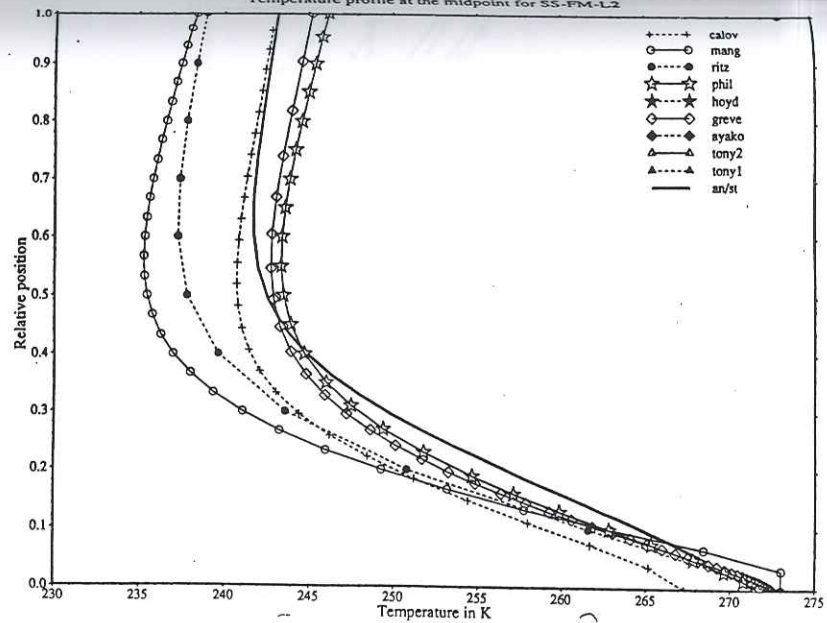


-295-

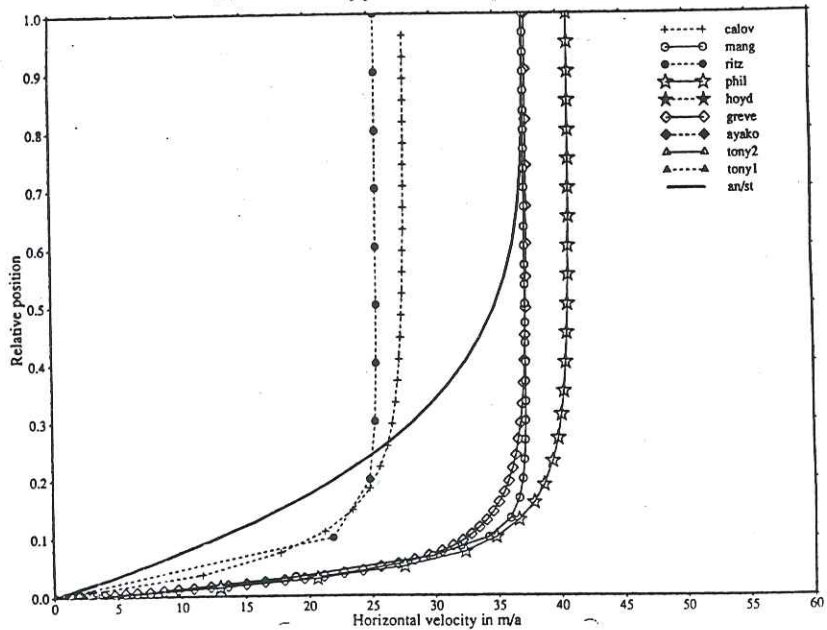
Temperature profile at the divide for SS-FM-L2



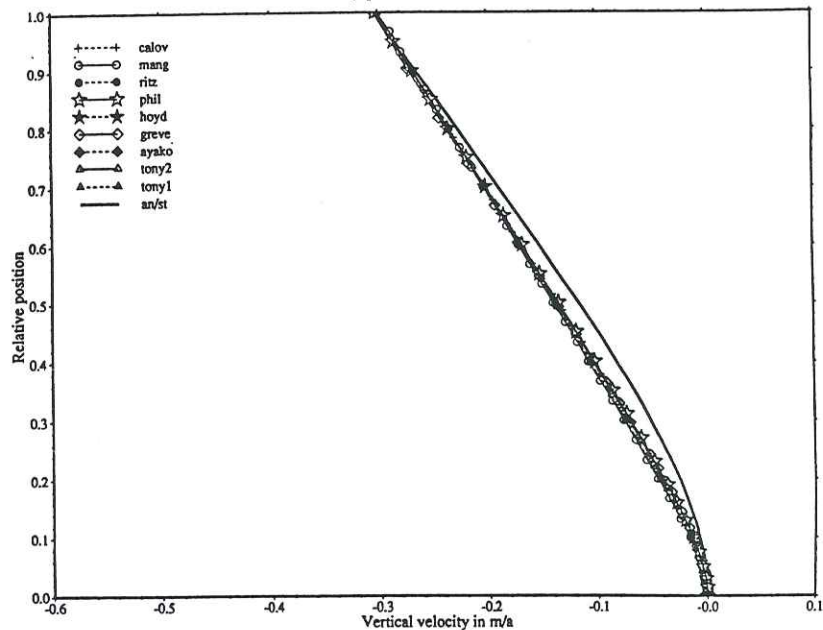
Temperature profile at the midpoint for SS-FM-L2

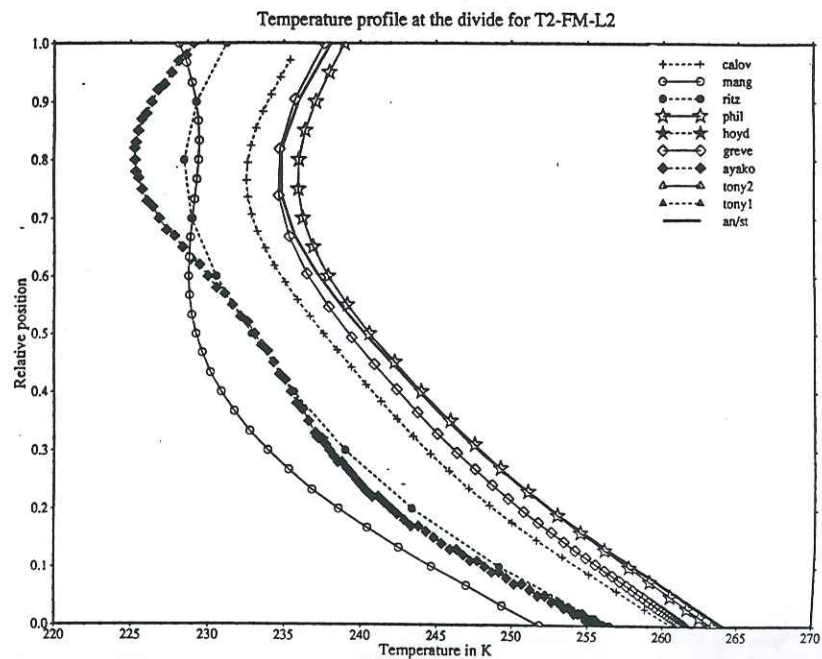
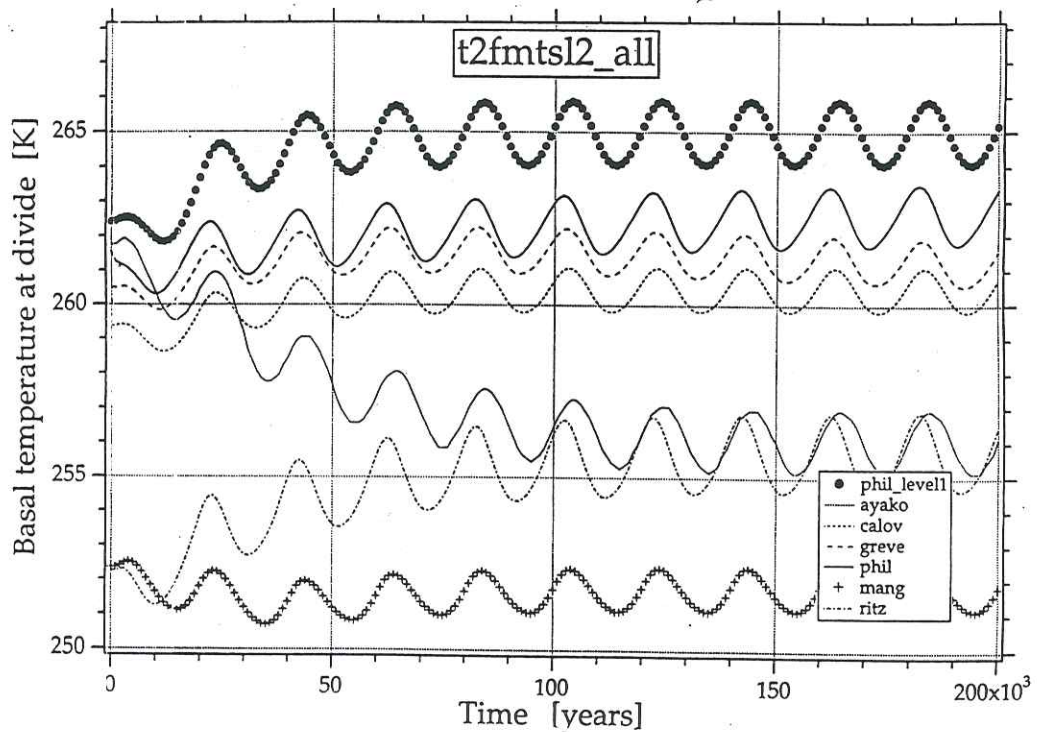
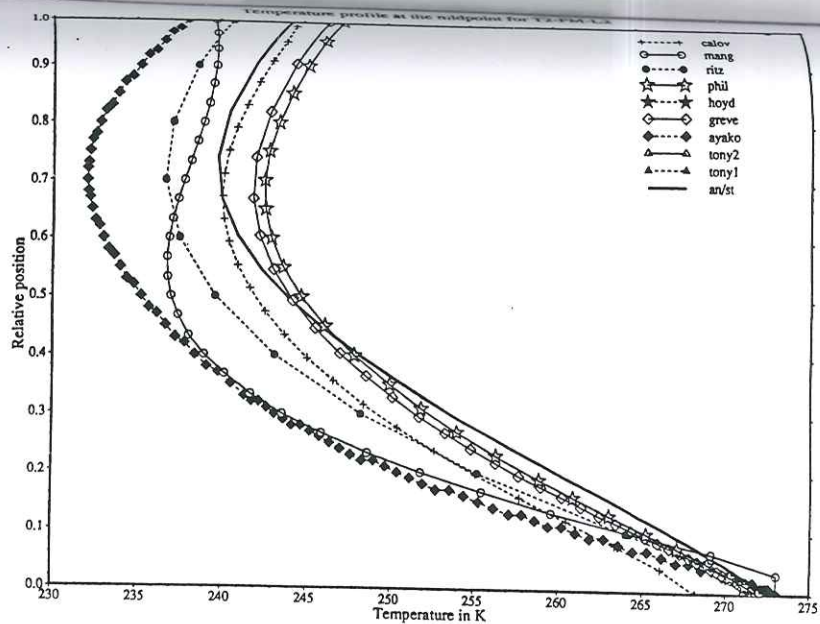
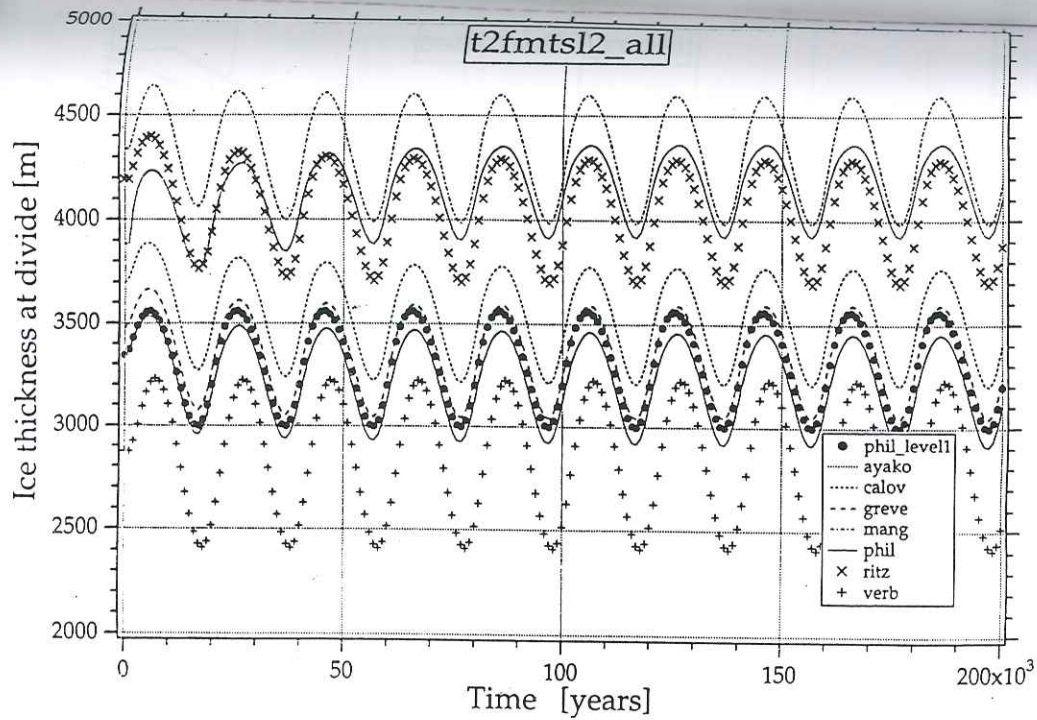


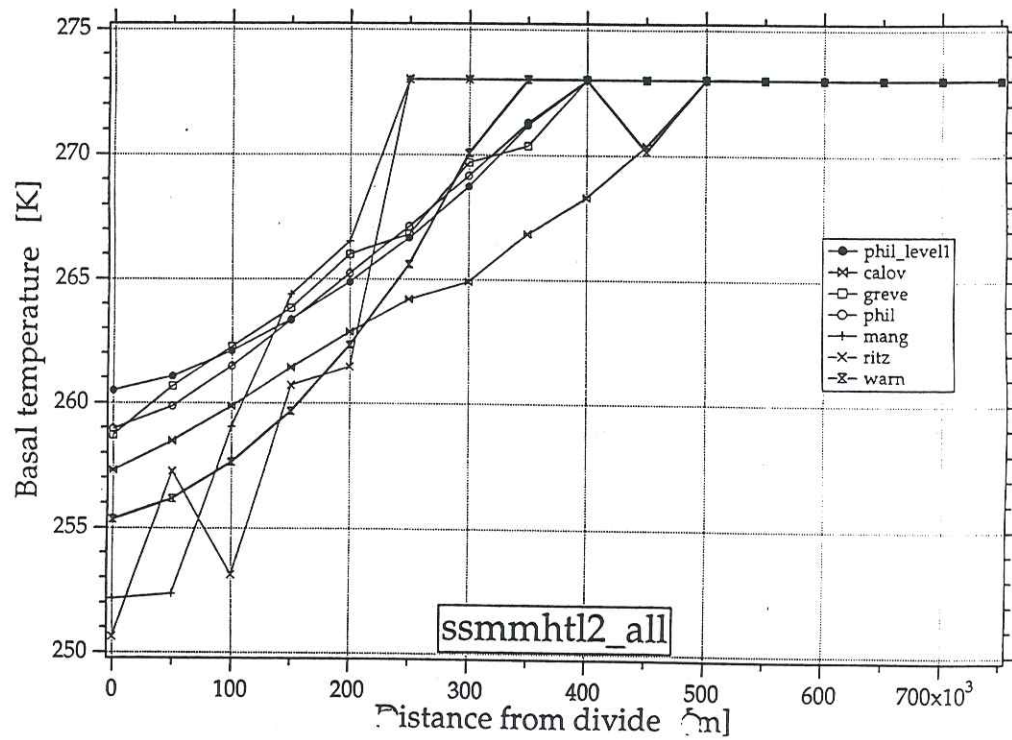
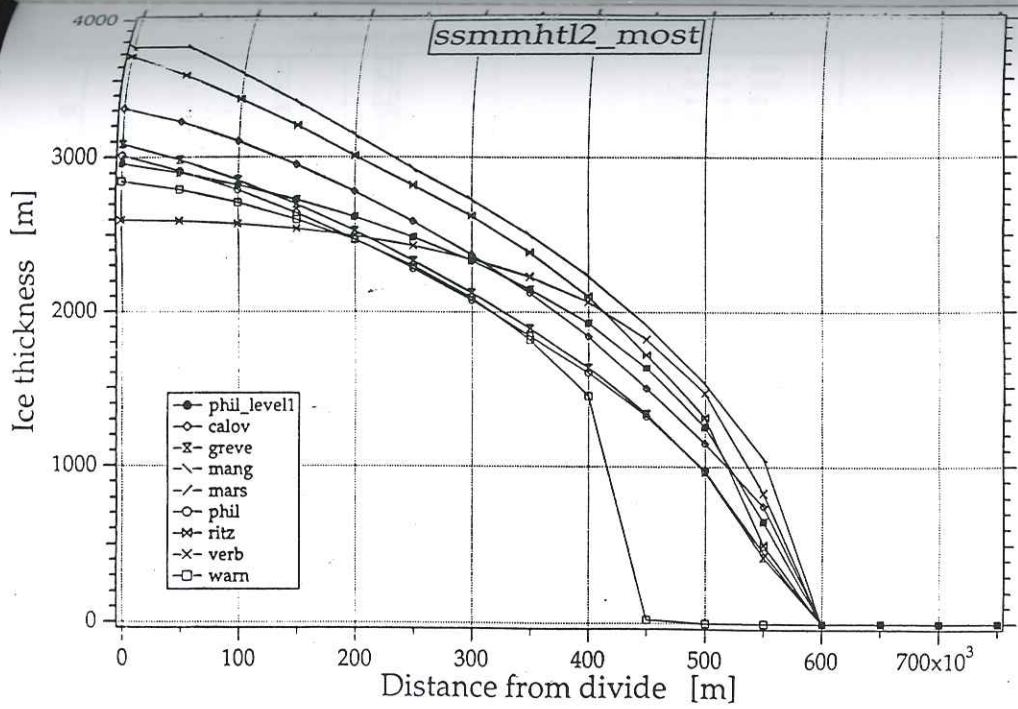
Horizontal velocity profile at the midpoint for SS-FM-L2



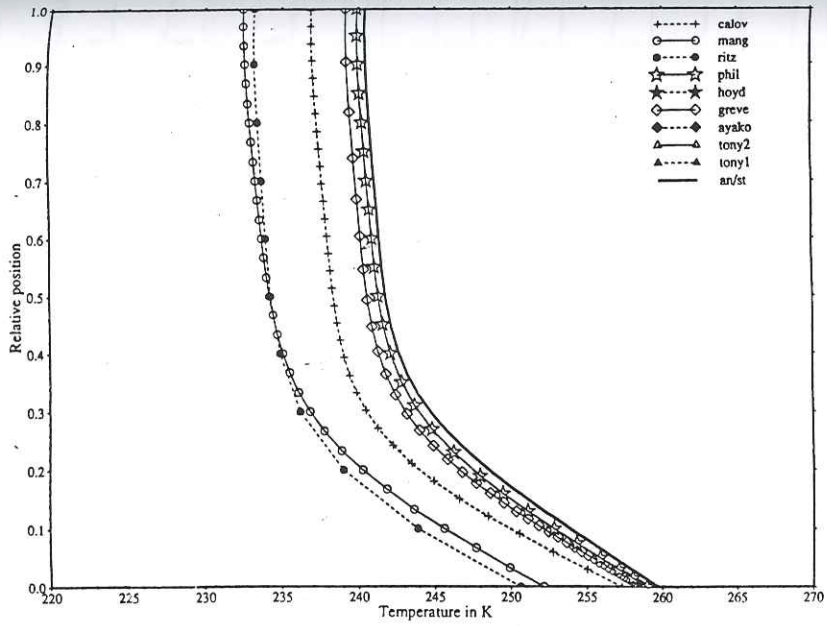
Vertical velocity profile at the divide for SS-FM-L2



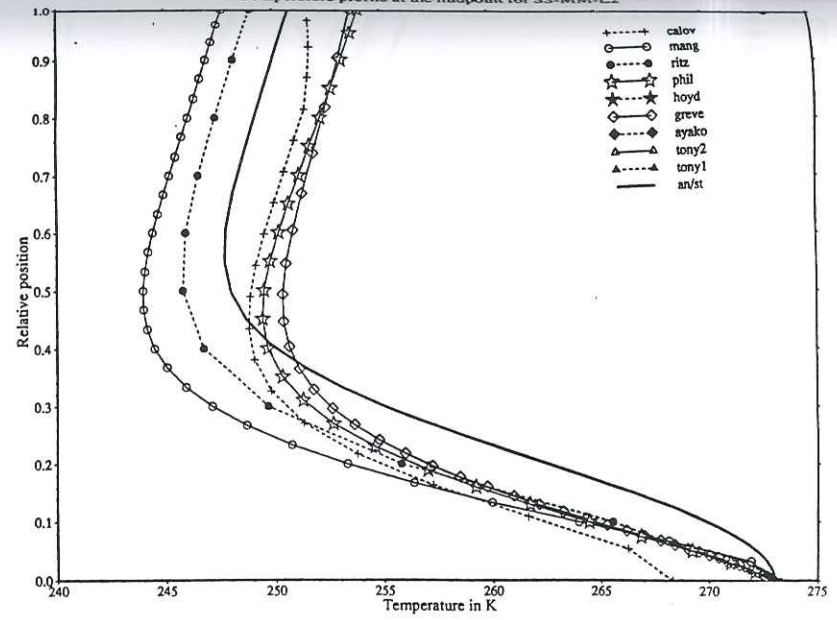




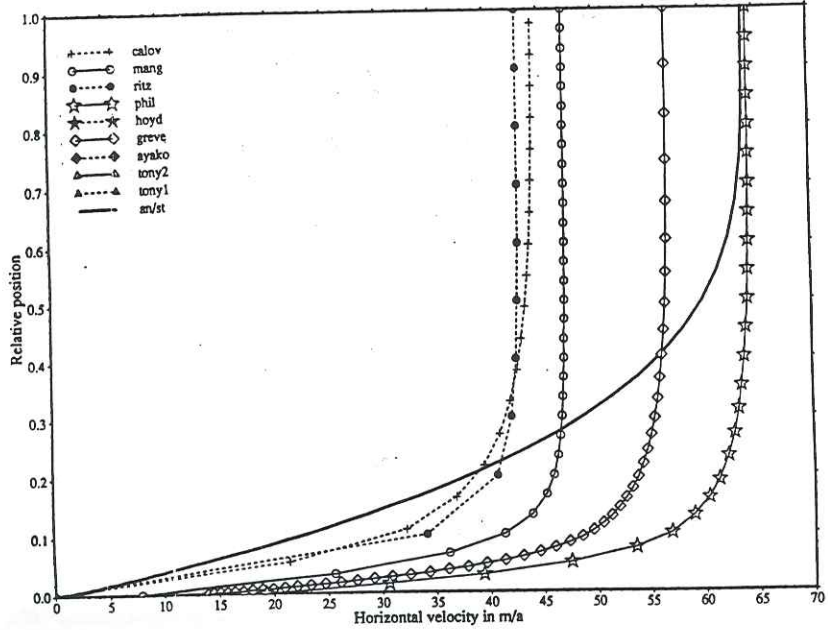
Temperature profile at the divide for SS-MM-L2



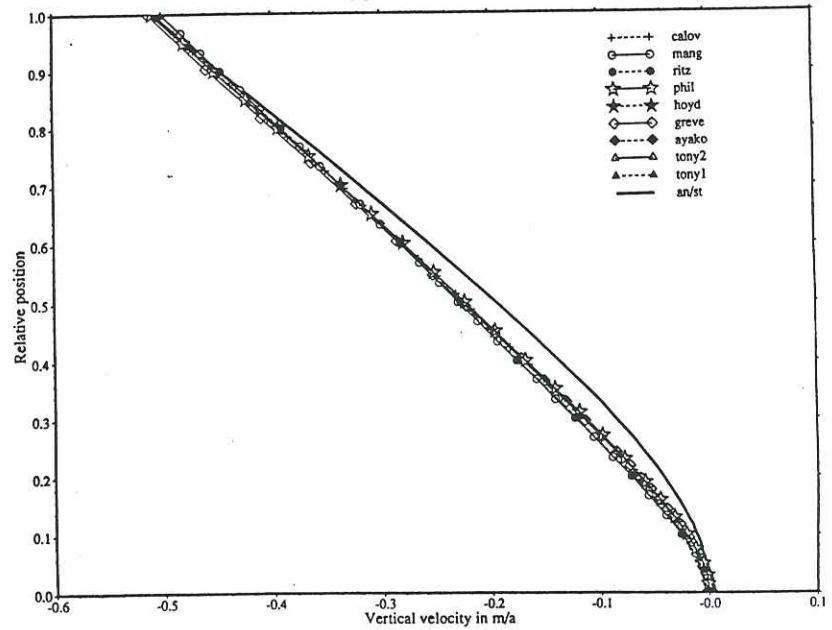
Temperature profile at the midpoint for SS-MM-L2

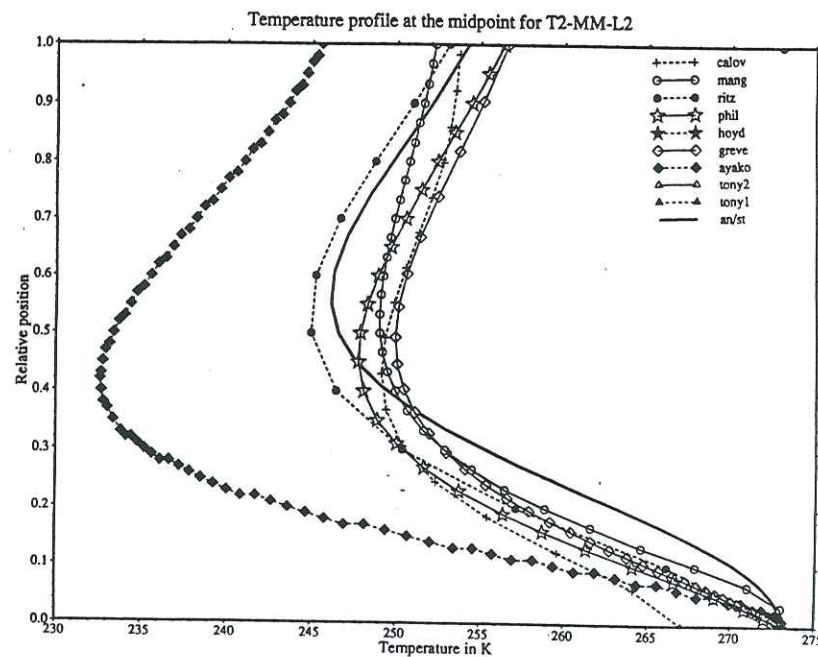
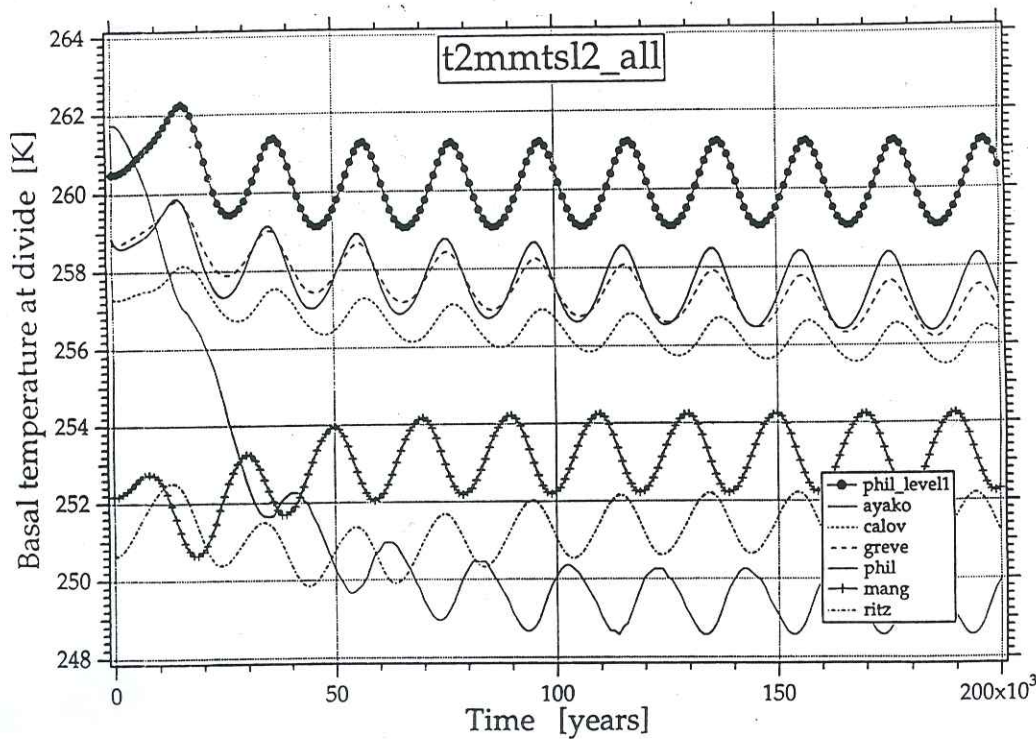
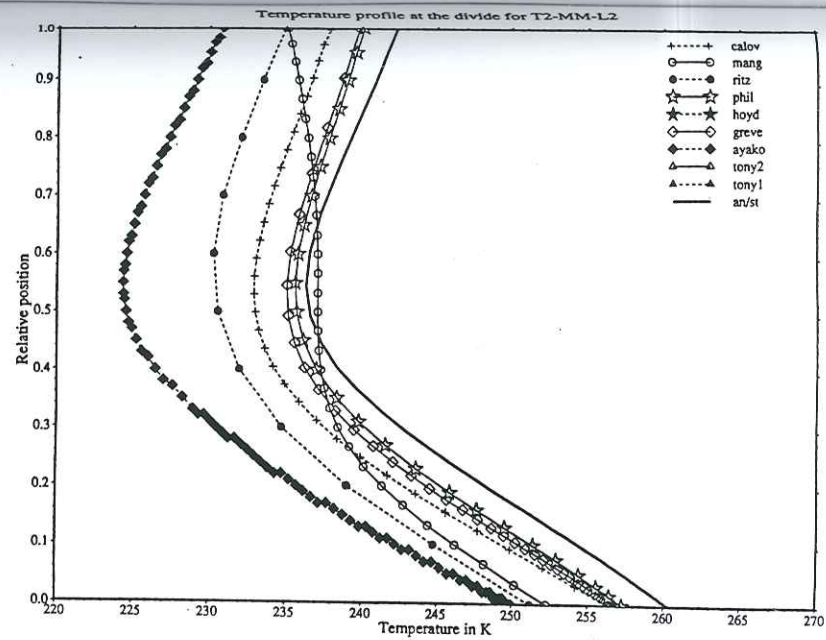
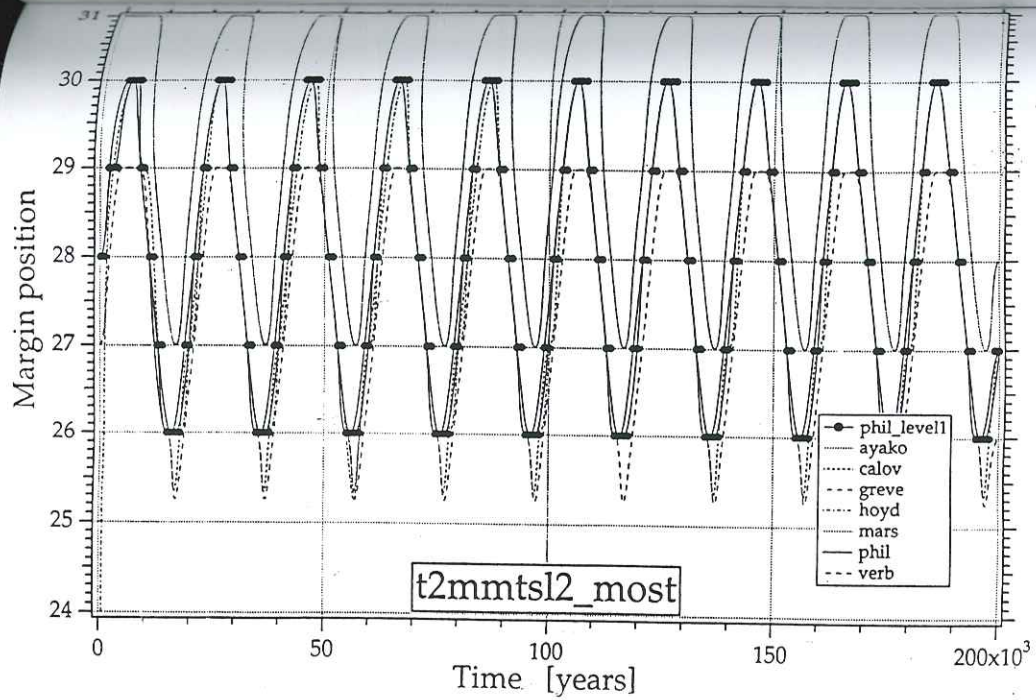


Horizontal velocity profile at the midpoint for SS-MM-L2



Vertical velocity profile at the divide for SS-MM-L2





REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Abe-Ouchi, H. Blatter and A. Ohmura. 1994.** How does the Greenland ice sheet geometry remember the ice age ? *Global and Planetary Change*, 9, 133-142.
- Anandakrishnan S., R.B. Alley and E.D. Waddington. 1994.** Sensitivity of the ice divide position in Greenland to climate change. *Geophys. Res. Letter*, 21, 441-444.
- Alley, R.B. 1989a.** Water-pressure coupling of sliding and bed deformation: I. Water system. *J. Glaciol.*, 35(119), 108-118.
- Alley, R.B. 1989b.** Water-pressure coupling of sliding and bed deformation: II. Velocity-depth profiles. *J. Glaciol.*, 35(119), 108-118.
- Bard E., B. Hamelin et R.G. Fairbanks. 1990.** U-Th ages obtained by mass spectrometry in corals from Barbados: sealevel during the past 130 000 years. *Nature*, 346, 456-458.
- Berger A. 1992.** *Le Climat de la Terre. Ed. De Boeck-Wesmael*, Bruxelles.
- Berger A. 1988.** Milankovitch theory and climate. *Rev. of Geophys.*, 26(4), 624-657.
- Birchfield, G.E., J. Weertman and A. Lunde. 1981.** A paleoclimate model of the northern hemisphere ice sheets. *Quat. Res.*, 15, 126-142.
- Blatter, H. 1995.** Velocity and stress fields in grounded glaciers: a simple algorithm for including deviatoric stress gradients. *J. Glaciol.*, 41(138), 333-343.
- Bolzan, J.F. 1985.** Ice flow at Dome C ice divide based on a deep temperature profile. *J. Geophys. Res.*, 90(D5), 8111-8124.
- Boulton G.S., N. Hulton et M. Vautravers. 1995.** Ice sheet models as tools for palaeoclimatic analysis: the example of the European ice sheet through the last glacial cycle. *Ann. Glaciol.*, 21, 103-110.
- Boulton G.S. et T. Payne. 1994.** Mid-latitude ice sheets through the last glacial cycle: glaciological and geological reconstructions. In: *Long-term climatic variations*. NATO ASI Series, vol I.22. Duplessy J.C. et M.T. Spyridakis eds. 177-212.
- Boulton G.S. et C.D. Clark. 1990.** A highly mobile Laurentide ice sheet revealed by satellite images of glacial lineations. *Nature*, 346, 813-817.
- Boulton G.S. et R. Hindmarsch. 1987.** Sediment deformation beneath glaciers : rheology and geological consequences. *J. Geophys. Res.* 92 (B9), 9059-9082.
- Bradley R.S. 1985.** Quaternary Paleoclimatology. *Methods of Paleoclimatic Reconstruction* . Allen & Unwin, Boston, 472 pp.

- Braithwaite, R.J. 1995.** Positive degree-day factors for ablation on the Greenland ice-sheet studied by energy-balance modelling. *J. Glaciol.* 41(137), 153-160.
- Broecker W. et G.H. Denton. 1990.** What drive Glacial Cycles ? *Scientific American*, janvier, 43-50.
- Brotchie J.F. and T. Silverster. 1969.** On crustal flexure. *J. Geophys. Res.*, 74(22), 5240-5252.
- Budd, W.F., D. Jenssen and U. Radok. 1971.** Derived characteristics of the Antarctic ice sheet. *Publication n°18*, University of Melbourne, Meteorology department.
- Budd, W.F., T.H. Jacka, D. Jenssen, U. Radok and N. Young. 1982.** Derived physical characteristics of the Greenland ice sheet. *Publication n° 23*, University of Melbourne, Meteorology department.
- Budd, W.F. and R.J.M. Rowden-Rich. 1985.** Finite element analysis of two-dimensional longitudinal section flow on Law Dome. *ANARE Research Notes*, 28, 153-161.
- Calov, R. 1990.** Modellierung des grönändischen Inlandeises mit einem dreidimensionalen Inlandeismodell. Bonn, *Deutsche Forschungsgemeinschaft*.
- Calov, R. et K. Hutter. 1996.** The thermomechanical response of the Greenland ice-sheet to various climate scenarios. *Clim. Dyn.* 12, 243-260.
- Chalita S. et H. Le Treut. 1994.** The albedo of temperate and boreal forest in the northern hemisphere climate: a sensitivity experiment using the LMD AGCM. *Clim. Dyn.*, 10(4/5), 231-240.
- CLIMAP. 1981.** Seasonal reconstruction of the Earth surface at the Last Glacial Maximum. *Geological Society of America Map Chart Series MC-36*, Boulder, Colorado.
- Cuffey K., G.D. Clow, R.B. Alley, M. Stuiver, E. Waddington and R. Saltus. 1995.** Large arctic temperature change at the Wisconsin-Holocene glacial transition. *Science* 270, 455-458.
- Dahl-Jensen, D. et S.J. Johnsen. 1986.** Paleotemperatures still exist in Greenland ice sheet. *Nature*, 320, 250-252.
- Dahl-Jensen, D. 1989.** Two-dimensional thermomechanical modelling of flow and depth-age profiles at Crête, central Greenland. *Ann. Glaciol.*, 12.

- Dahl-Jensen D. et N.S. Gundestrup. 1987.** Constitutive properties of ice at Dye 3, Greenland. In : *The physical basis of ice-sheet modelling*, IAHS 170, 31-43.
- Dahl-Jensen D., S.J. Johnsen, C.U. Hammer, H.B. Clausen and J. Jouzel. 1993.** Past accumulation rates derived from observed annual layers in the GRIP ice core from Summit, Central Greenland. NATO ASI Series I12. In : Peltier W.R. (Ed) *Ice in the climate system*. Springer, Berlin Heidelberg, pp. 517-531.
- Dansgaard W., S.J. Johnsen, H.B. Clausen, D. Dahl-Jensen, N.S. Gundestrup, C.U. 1993.** Evidence for general instability of past climate from a 250-kyr ice-core record. *Nature*, 364, 218-220.
- Hammer, C.S. Hvidberg, J.P. Steffensen, A.E. Sveinbjörnsdottir, J. Jouzel and G. Bond. 1993.** Evidence for general instability of past climate from a 250-kyr ice-core record. *Nature*, 364, 218-220.
- Deblonde G. et W.R. Peltier. 1993.** Late Pleistocene Ice Age Scenarios Based on Observational Evidence. *J. Of Climate*, 6, 709-727.
- Deblonde, G. et W.R. Peltier. 1991.** A one-dimensional model of continental ice volume fluctuations through the Pleistocene: implications for the origin of the mid-Pleistocene climate transition. *J. Climate*, 4(3), 318-344.
- Deblonde G. et W.R. Peltier. 1991.** Simulations of continental ice sheet growth over the last glacial-interglacial cycle: experiments with a one-level seasonal energy balance model including realistic geography. *J. of Geophys. Res.*, 96(D5), 9189-9215.
- Deblonde, G. et W.R. Peltier. 1990.** A model of late Pleistocene ice sheet growth with realistic geography and simplified cryodynamics and geodynamics. *Climate Dynamics*, 5, 103-110.
- Denton et Hugues. 1981.** *The Last Great Ice Sheets*. New York, John Wiley and Sons.
- Ducoudré N. et K. Laval. 1993.** SECHIBA a new set of parameterization of the hydrologic exchanges at the land atmosphere interface within the LMD AGCM. *J. of Climate*, 6(2), 249-273.
- Duval P. 1984.** Mécanisme de déformation plastique de la glace polycristalline. *La Houille Blanche*, 6/7, 499-503.

- Esch, M.B. et K. Herterich. 1990.** A two-dimensional coupled atmosphere-ice sheet-continent model designed for paleoclimatic simulations. *Ann. Glaciol.*, 14, 55-57.
- Fabre A., C. Ritz et G. Ramstein. 1997.** Modelling of the Last Glacial Maximum ice sheets using different accumulation parameterisations. *Accepté dans Ann. Glaciol.*
- Fabre A., A. Letréguilly, C. Ritz and A. Mangeney. 1995.** Greenland under changing climates: sensitivity experiments with a new three dimensional ice-sheet model. *Ann. Glaciol.*, 21, 1-7.
- Gallimore R.G. et J.E. Kutzbach. 1996.** Role of orbitally induced changes in tundra area in the onset of glaciation. *Nature*, 381, 503-505.
- Greve R. et K. Hutter. 1995.** Polythermal three-dimensional modelling of the Greenland ice-sheet with varied geothermal heat flux. *Ann. Glaciol.*, 21, 8-12.
- Grootes P.M., M. Stuiver, J.W.C. White, S. Johnsen and J. Jouzel. 1993.** Comparison of oxygen isotope records from the GISP2 and GRIP Greenland ice cores. *Nature*, 366, 552-554.
- Gundestrup, N.S., D. Dahl-Jensen, S.J. Johnson and A. Rossi. 1993.** Bore-hole survey at Dome GRIP 1991. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 21, 399-402.
- Hamley, T.C., I.N. Smith and N.W. Young. 1985.** Mass-balance and ice flow law parameters for East Antarctica. *J. Glaciol.*, 31(109), 334-339.
- Herterich, K. 1988.** A three-dimensional model of the Antarctic ice sheet. *Ann. Glaciol.*, 11, 32-35.
- Hindmarsh, R.C.A., L.W. Morland, G.S. Boulton and K. Hutter. 1987.** The unsteady plane flow of ice sheets, a parabolic problem with two moving boundaries. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 39(3), 183-225.
- Hindmarsh, R.C.A. and K. Hutter. 1988.** Numerical fixed domain mapping solution of free surface flows coupled with an evolving interior field, *Int. j. numer. anal. methods Geomech.*, vol.12, 437-459.
- Hooke, R.L., C.F. Raymond, R.L. Hotchkiss and R.J. Gustafson. 1979.** Calculations of velocity and temperature in a polar glacier using the finite-element method. *J. Glaciol.*, 24(90), 131-146.

- Hourdin F. 1992.** Etude et simulation numérique de la circulation générale des atmosphères planétaires. *Thèse de doctorat*, Paris 7.
- Hutter, K. 1993.** Thermo-mechanically coupled ice sheet response - cold, polythermal, temperate. *J. Glaciol.*, 39(131), 65-86.
- Hutter, K. 1981.** The effect of longitudinal strain on the shear stress of an ice sheet. In defense of using stretched coordinates. *J. Glaciol.*, 27(95), 39-56.
- Huybrechts P., T. Payne and the EISMINT Intercomparison Group. 1996.** The EISMINT benchmarks for testing ice sheet models. *Ann. Glaciol.*, 23, 1-12.
- Huybrechts, P. et S. T'siobbel. 1994.** Thermomechanical modelling of the Northern Hemisphere ice-sheets with a parameterised mass-balance treatment. [Abstract] *EOS*, 75(44), Supplement, 239.
- Huybrechts P. 1992.** The Antarctic ice sheet and environmental changes: a three-dimensional modelling study. *Ber. Polarforschung* 99, 241pp.
- Huybrechts, P., A. Letréguilly and N. Reeh. 1991.** The Greenland ice-sheet and greenhouse warming. *Global and Planetary change*, 3(4), 399-412.
- Huybrechts P., A. Letréguilly and N. Reeh. 1991.** The Greenland ice-sheet and greenhouse warming. *Paleo.* 89, 399-412.
- Huybrechts P. 1990a.** The Antarctic ice sheet during the last glacial-interglacial cycle: a three-dimensional experiment. *Ann. Glaciol.*, 14, 115-119.
- Huybrechts P. 1990b.** A 3-D model for the Antarctic ice sheet: a sensitivity study on the glacial-interglacial contrast. *Climate Dynamics*, 5, 79-92.
- Huybrechts P. et J. Oerlemans. 1988.** Evolution of the East Antarctic ice sheet: a numerical study of thermo-mechanical response patterns with changing climates. *Ann., Glaciol.*, 11, 52-59.
- Imbert B. 1987.** *Le grand défi des pôles*. Ed Découvertes Gallimard / Aventures.
- Jenssen, D. 1977.** A three-dimensional polar ice sheet model. *J. Glaciol.*, 18(80), 373-389.
- Johnsen S., D. Dahl-Jensen, W. Dansgaard and N. Gundestrup. 1995.** Greenland paleotemperatures derived from GRIP borehole temperature and ice core isotopic profiles. *Tellus*, 47B, 624-629.

- Joussaume, S. and K. Taylor. 1995.** Status of the paleoclimate modelling intercomparison project (PMIP). in *WCRP-2, First International AMIP Scientific Conference, 15-19 May 1995, Monterey, CA. Proceedings*. Geneva, World Meteorological Organisation. (WMO/TD 732.)
- Joussaume S. 1993.** *Climat : d'hier à demain*. eds CNRS/CEA.
- Joussaume S. 1993.** Paleoclimatic tracers : an investigation using an atmospheric general circulation model under ice age conditions. 2. Water Isotopes. *J. of Geophys. Res.*, 98 (D2), pp 2807-2830.
- Jouzel J., et L. Merlivat. 1984.** Deuterium and Oxygen 18 in Precipitation : Modeling of the Isotopic Effects During Snow Formation. *J. Geophys. Res.*, 89(D7), 11749-11757.
- Lambeck, K., P. Johnston et M. Nakada. 1990.** Holocene glacial rebound and sea-level changes in NW Europe. *Geophys. J. Int.* 103, 451-468.
- Lee, W.H.K. 1970.** On the global variations of terrestrial heat flow. *Phys. Earth Planet. Int.*, 2, 332-341.
- Le Gac, H. 1980.** Contribution à la détermination des lois de comportement de la glace polycristalline (anélasticité et plasticité). *Thèse de troisième cycle de l'Université scientifique et Médicale de Grenoble*.
- Letréguilly, A. et C. Ritz. 1992.** Modelling of the fennoscandian ice-sheet. *NATO ASI Series, vol.112. Ice in the Climate System*. Edited by W.R. Peltier, Berlin, 1993, 21-46.
- Letréguilly, A., P. Huybrechts and N. Reeh. 1991a.** Steady-state characteristics of the Greenland ice sheet under different climates. *J. Glaciol.*, 37(125), 149-157.
- Letréguilly, A., N. Reeh and P. Huybrechts. 1991b.** The Greenland ice sheet through the last glacial-interglacial cycle. *3-Paleo, Global and Planetary change*. 90, 385-394.
- Le Treut H., Z.X. Il et M. Forichon. 1994.** Sensitivity of the LMD General Circulation Model to Greenhouse Forcing associated with two different Cloud Water Parameterizations. *J. of Climate*, 7(12), 1827-1841.
- Le Treut H. et K. Laval. 1984.** The importance of cloud-radiation interaction for the simulation of climate. In *New Perspectives in Climate Modelling*, Berger A. et C. Nicolis eds, Elsevier, 199-221.
- Lliboutry, L. 1965.** *Traité de Glaciologie*. Masson & C^{ie}, Paris.

- Lliboutry, L. 1987.** Very Slow Flow of Solids: Basis of Modelling in Geodynamics and Glaciology. *Martinus Nijhoff, Dordrecht, Netherlands.*
- Le Meur, E. and P. Huybrechts. 1996.** A comparison of the different ways of dealing with isostasy: examples from modelling the Antarctic ice sheet during the last glacial cycle. *Ann. Glaciol.*, 23, 309-317.
- Le Meur E.** Spécificité de l'isostasie en contexte glaciaire. Présentation et application d'un modèle de réponse terrestre. *Thèse de doctorat d'état, Université Joseph Fourier, Grenoble.*
- Lyell C. 1877.** *Principles of geology.* 11^{ème} édition. Appleton and company, New York, 549 & 551 Brodway.
- Mahaffy, M.W. 1976.** A three-dimensional numerical model of ice sheets: tests on the Barnes ice cap, Northwest Territories. *J. Geophys. Res.*, 81(6), 1059-1066.
- Manabe S. et J. Broccoli. 1985.** The influence of continental ice sheets on the climate of an ice age. *J. of Geophys. Res.*, 90 (D1), 2167-2190.
- Mangeney, A. 1996.** Modélisation de l'écoulement de la glace dans les calottes polaires: prise en compte d'une loi de comportement anisotrope. *Thèse de doctorat d'état, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6.*
- Marsiat, I. 1995.** Waxing and waning of the northern hemisphere ice sheets. *Ann. Glaciol.*, 21, 96-102.
- Marsiat I. 1994.** Simulation of the northern hemisphere continental ice sheets over the last glacial-interglacial cycle: experiments with a latitude-longitude vertically integrated ice sheet model coupled to a zonally averaged climate model. *Palaeoclimates*, 1, 59-98.
- Milankovitch M.M. 1941.** Kanon der Erdbestahlung und seine Anwendung auf das Eizeitenproblem. *Ed. Sp. Acad. Royale Serbe, Belgrade*, 633p. Traduction anglaise : Canon of insolation and ice-age problem, traduit par Israël Progr.
- National Oceanic Atmospheric Administration (NOAA). 1992.** *Global ecosystems database version 1.0: user's guide, documentation, reprints and digital data on CD-ROM.* Boulder, CO, U.S. Department of Commerce. National Oceanic Atmospheric Administration, National Geophysical Data Center.
- Nye, J. 1952.** The mechanics of glacier flow. *J. Glaciol.*, 2, 82-93.

- Oerlemans, J. 1981.** Some basic experiments with a vertically-integrated ice sheet model. *Tellus*, 33, 1-11.
- Oerlemans, J. 1980.** Model experiment on the 100 000-yr glacial cycle. *Nature*, 287, 430-432.
- Oerlemans J., and C.J. Van der Veen. 1984.** Ice sheets and climate. *Reidel, Dordrecht* Netherland.
- Ohmura A. and N. Reeh. 1991.** New precipitation and accumulation maps for Greenland. *J. Glaciol.*, 37, 140-148.
- Ohmura A. 1987.** New temperature distribution maps for Greenland. *Z. Gletscherkd Glazialgeol.* 23(1), 1-45.
- Paillard D. et L. Labeyrie. 1994.** Role of the thermohaline circulation in the abrupt warming after Heinrich events. *Nature*, 372, 162-164.
- Paterson, W.S.B. 1994.** The Physics of glaciers, *Pergamon Press*, Oxford.
- Paterson, W.S.B. et E.D. Waddington. 1984.** Past precipitation rates derived from ice core measurements: methods and data analysis. *Rev. Geophys. and Space Physics*, 22, 123-130.
- Parkinson, C.L., J.C. Comiso, H.J. Zwally, D.J. Cavalieri, P. Gloersen et W.J. Campbell. 1987.** *Arctic sea ice, 1973--76: satellite passive-microwave observations.* Washington, DC, National Aeronautics and Space Administration, Scientific and Technical Information Branch. (NASA Special Publication NASA-SP-489).
- Peltier, W.R. 1994.** A new ice age paleotopography. *Science*, 265(5169), 195-201.
- Peltier W.R. et S. Marshall. 1995.** Coupled energy balance/ice sheet model simulations of the glacial cycle : a possible connection between terminations and terrigenous dust. *J. of Geophys. Res.*, 100 (D7), 14,269-14,289.
- Peltier W.R. 1985.** The LAGEOS constraint on deep mantle viscosity : results from a new normal mode method for the inversion of visco-elastic relaxation spectra. *J. Geophys. Res.* 90(B11), 9411-9421.
- Pimienta P. 1987.** Etude du comportement mécanique des glaces polycristallines aux faibles contraintes ; applications aux glaces des calottes polaires. *Thèse de doctorat* de l'Université Scientifique et Médicale de Grenoble.

- Pinot S. 1995.** Simulation du climat du dernier maximum glaciaire : sensibilité aux différentes paramétrisations utilisées. *Rapport de DEA du LMCE.*
- Pollard, D., I. Muszinski, S.H. Schneider and S.L. Thompson. 1990.** Asynchronous coupling of ice sheet and atmospheric forcing models. *Ann. Glaciol.*, 14, 247-251.
- Ramstein G., A. Fabre, S. Pinot, C. Ritz et S. Joussaume. 1997.** Ice sheet mass balance during the Last Glacial Maximum. Accepté dans *Ann. Glaciol.*
- Ramstein G. et S. Joussaume. 1995.** Sensitivity experiments to sea surface temperatures, sea-ice extent and ice sheet reconstruction, for the Last Glacial Maximum. *Ann. Glaciol.*, 21, 343-347.
- Raynaud, D., C. Lorius, W.F. Budd and N.W. Young. 1979.** Ice flow along an I.A.G.P. flow line and interpretation of data from an ice core in Terre Adélie, Antarctica. *J. Glaciol.*, 24(90), 103-115.
- Raynaud D. 1976.** Les inclusions gazeuses dans la glace de glacier ; leur utilisation comme indicateur du site de formation de la glace polaire ; applications climatiques et rhéologiques. Thèse de doctorat d'état, Université Scientifique et Médicale de Grenoble.
- Raymond, C.F. 1983.** Deformation in the vicinity of ice divides. *J. Glaciol.*, 29(103), 357-373.
- Reeh, N. 1989.** The age-depth profile in the upper part of a steady-state ice sheet. *J. Glaciol.*, 35(121), 406-417.
- Reeh, N. 1991.** Parametrization of melt rate and surface temperature on the Greenland ice-sheet. *Polarforschung*, 59, 113-128.
- Ritz, C., L. Lliboutry and C. Rado. 1982.** Analysis of a 870 m deep temperature profile at Dome C. *Ann. Glaciol.*, 2, 284-289.
- Ritz, C. 1989.** Interpretation of the temperature profile measured at Vostok, East Antarctica. *Ann. Glaciol.*, 12, 138-144.
- Ritz, C. 1992.** Un modèle thermo-mécanique d'évolution pour le bassin glaciaire antarctique Vostok-Glacier Byrd: sensibilité aux valeurs des paramètres mal connus. *Thèse de doctorat d'état, Université Joseph Fourier, Grenoble I.*
- Ritz C., A. Fabre and A. Letréguilly. 1996.** Sensitivity of a Greenland ice-sheet model to ice flow and ablation parameters : consequences for the evolution through the last climatic cycle. *Clim. Dyn.*, 13, 11-24.

- Rommelaere, V. 1994.** Modélisation de la dynamique d'un ice-shelf. Rapport de DEA, *Université Grenoble I.*
- Sadourny, R. and K. Laval. 1984.** January and July performance of the LMD general circulation model. In Berger, A. and C. Nicolis, eds. *New perspectives in climate modelling.* Amsterdam, Elsevier, 173-198.
- Sanberg, J.A.M. and J. Oerlemans. 1983.** Modelling of Pleistocene European ice-sheets: the effect of upslope precipitation. *Geol. Mijnbouw*, **62**, 267-273.
- Shackleton N.J. 1987.** Oxygen isotopes, ice volume and sea level. *Quaternary Sc. Research.*, **6** (3/4), 183-190.
- Schott Hvidberg, C. 1996.** Steady-state thermo-mechanical modelling of ice flow near the center of large ice sheets with the finite element technique. *Ann. Glaciol.*, **23**, in press.
- Schubert, S., C.-K. Park, W. Higgins, S. Moorthi and M. Suarez. 1990.** An atlas of ECMWF Analyses (1980--87). *US Nat. Aeron. Space Admin. Tech.Mem.* NASA-TM-100747.
- Serryn P. et R. Blasselle. 1994.** *Atlas Bordas géographique et historique*, p. 1. Editions Bordas.
- Van de Wal R.S.W. and J. Oerlemans. 1994.** An energy balance model for the Greenland ice-sheet. *Global and Planetary Change*, **9**, 115-131.
- Van Tatenhove F.M.G. 1995.** The dynamics of Holocene deglaciation in west Greenland with emphasis on recent ice margin processes. *PhD thesis*, university of Amsterdam.
- Van Tatenhove F.M.G, A. Fabre, R. Greve and P. Huybrechts. 1996.** Modelled ice sheet margins of three Greenland ice sheet models compared with a geological record from ice marginal deposits in central west Greenland. *Ann. Glaciol.*, **23**, 52-58.
- Vialov, S.S. 1958.** Regularities of glacial shields movement and the theory of plastic viscous flow. In: *Physics of the movement of ice (Proc. Chamonix symposium)*, IAHS, **47**, 266-275.
- Watts, L.G. and D.J. Drewry. 1987.** Ice core derived past surface temperatures used as boundary conditions to finite element modelling of the Antarctic ice sheet. In: *The physical basis of ice sheet modelling*, IAS, **170**, 227.
- Weertman, J. 1957.** Deformation of floating ice shelves. *J. Glaciol.*, **13**, 38-42.
- Weller, G.E. et P. Schwerdtfeger. 1971.** New data on thermal conductivity of natural snow. *J. Glaciol.*, **13**, 38-42.

- Weidick A. 1991.** Present day expansion of the southern part of the Inland Ice. Grønlands Geologiske, *Undersogelse Rapport*, 152, 73-79.
- Wessel, P. and W.H.F. Smith. 1995.** New version of the Generic Mapping Tools released. *EOS Trans. Amer. Geophys. U.*, 76, 329.
- Yin-Chao, Yen. 1981.** Review of critical properties of snow-ice and sea-ice. *CRREL Report* 81-10.
- Young, N.W. 1979.** Measured velocities of interior East Antarctica and the state of mass balance within the I.A.G.P. area. *J. Glaciol.*, 24(90), 77-87.

PUBLICATIONS

Greenland under changing climates: sensitivity experiments with a new three-dimensional ice-sheet model

ADELINE FABRE, ANNE LETRÉGUILLY, CATHERINE RITZ AND ANNE MANGENEY
Laboratoire de Glaciologie et de Géophysique de l'Environnement, 38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex, France

ABSTRACT. A new three-dimensional, time-dependent ice-sheet model, including the calculation of the coupled temperature and velocity fields, isostatic adjustment of the bedrock and a mass-balance parameterization, was used to reconstruct the evolution of the Greenland ice sheet in response to a climate history derived from the oxygen-18 measured in the GRIP ice core. Steady-state experiments were done to test the sensitivity of the model, first to variations of poorly known parameters, secondly to different climates. These experiments show that the modelled ice sheet is not very sensitive to variations in the geothermal heat flux, but very sensitive to changes in the accumulation.

INTRODUCTION

Glaciers and ice sheets respond sensitively to climate change, but their response is difficult to interpret. In this study, we try to improve our understanding of glacier-climate interactions by means of a three-dimensional numerical model of the Greenland ice sheet. Such models were previously developed by Mahaffy (1976), Janssen (1977), Verbitskii (1981), Reeh (1982), Oerlemans and Van der Veen (1984), Grigoryan (1985), Hall (1987), Huybrechts and Oerlemans (1988), Fastook and Chapman (1989), Lindstrom and MacAyeal (1989) and Calov (1994). The Janssen, Huybrechts, Lindstrom and Calov models take the coupling of the temperature and velocity fields into account, by solving the model equations on a three-dimensional network. The model we present here belongs to that group.

THE ICE-SHEET MODEL

The model we developed is a three-dimensional ice-sheet model, including the coupling between the ice temperature and the velocity. The evolution of the ice-sheet geometry results from a mass-balance and a bedrock-adjustment model. The basic equations governing the model are similar to those of other three-dimensional models such as that of Huybrechts (1990). In the shallow-ice approximation, ice deformation results from shear strain only. We will present only the differences with those models.

Horizontal velocity is expressed as:

$$u_x(z) = -(\rho g)^3 \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial S}{\partial x} S_a(z)$$

$$u_y(z) = -(\rho g)^3 \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial S}{\partial y} S_a(z) \quad (1)$$

with

$$S_a(z) = \int_B^z B_{AT}(z)(S-z)^3 dz \quad (2)$$

where S is the ice-sheet surface altitude, ρ the ice density, g the acceleration from gravity, x and y the horizontal coordinates, z the vertical coordinate, positive upwards with the origin at sea level. $B_{AT}(z)$ is a temperature-dependent parameter appearing in the relation between deformation rate and stress. A tuning coefficient sf is included in $B_{AT}(z)$.

The equation describing the time evolution of the ice thickness is a diffusion equation with a highly non-linear diffusivity coefficient:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial S}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial S}{\partial y} \right) + M - F \quad (3)$$

$$D = -(\rho g)^3 \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 \right] \int_B^S S_n(z) dz \quad (4)$$

where H is the ice thickness, M the mass balance and F the bottom melting. The ice-sheet extent and thickness are generated by the model.

The novelty of the model is that S_n and $\int S_n dz$ are

calculated only once and the calculation is optimized (see below). The vertical velocity, which is derived from the incompressibility condition, has also been expressed as a function of $\int S_a dz$.

The temperature field must be known in order to calculate S_a and $\int S_a dz$. It is derived from the heat equation, with the following conditions at the boundaries: at the ice-sheet surface, the temperature depends on climate and surface elevation (see next section), while at the ice/bedrock interface, the temperature depends on the geothermal heat flux and the type of base (lower than or at the melting point).

The bedrock adjustment is described by means of a diffusion equation similar to that used by Letréguilly and others (1991b).

SURFACE TEMPERATURE

The surface temperature is used for the mass balance as well as the upper-boundary condition for the ice temperature. It has three components:

$$T_a = T_{a0} + 0.0065(S_0 - S) + \Delta T_{\text{clim}}. \quad (5)$$

T_{a0} is the present atmospheric mean annual temperature distribution at the ice-sheet surface, parameterized from a map published by Ohmura (1987). The second component takes into account the changes due to altitude variations of the ice-sheet surface, using a lapse rate. The third component is the time evolution depending on the climate. For this, we use a temperature record derived from the $\delta^{18}\text{O}$ measurements of the GRIP ice core (Dansgaard and others, 1993) as climate forcing during 250 000 years. The record spans the last glacial-interglacial cycle entirely, and most of the one before that. Doubts exist as to the validity of the record prior to 85 000 BP (Grootes and others, 1993). However, even if the details of the record are uncertain prior to 85 000 BP, it is useful for the experiment to simulate the ice-sheet evolution during two full climate cycles. For our model study, we filtered some of the high-frequency variations with a spline smoothing. The original record and the smoothed one are shown in Figure 4a.

MASS BALANCE

The mass-balance distribution is composed of accumulation, ablation, calving and bottom melting. Since each of these respond differently to changes in temperature, they are parameterized separately.

Accumulation

We used the present accumulation distribution (Ohmura and Reeh, 1991), corrected for climatic temperature variations and changes in the ice-sheet surface slope according to the equation:

$$\text{acc}(t) = \text{acc}(0) \times \exp(0.078 \times (T_a - T_{a0})) \times \min\left(1.5, \frac{\alpha + 0.001}{\alpha_0 + 0.001}\right) \quad (6)$$

where $\text{acc}(t)$ and $\text{acc}(0)$ are accumulation rates at time t and the present time, respectively, and α and α_0 are the surface slopes of the ice sheet at time t and at the present time, respectively. The exponential factor in this equation comes from a study of past accumulation rates of the GRIP ice core, central Greenland (Dahl-Jensen and others, 1993). The second factor has been introduced to take into account the changes in the orographic component of the precipitation when the ice sheet is very different from the present one. Because the Greenland bedrock topography is in some places mountainous and very irregular, the 0.001 and 1.5 coefficients ensure that the factor varies between reasonable limits. During glacial conditions, for an ice sheet only slightly larger than the present one, the orographic correction term does not deviate much from 1. It becomes more important for climate warming when a large part or all of the ice sheet may disappear. The orographic correction then shifts the areas of high accumulation towards more sloping grounds.

For a climatic temperature decrease of 10°C , representing the Last Glacial Maximum, and no change in the ice-sheet surface, accumulation rates calculated from Equation (6) are 46% of the present value. For a climatic increase of 5°C , corresponding to the maximum of the previous Interglacial, accumulation rates are 148% of the present value, all other things kept constant. The amplitude of accumulation changes as a function of temperature changes is higher than that used with the Huybrechts model for the Greenland experiments (Huybrechts and others, 1991; Letréguilly and others, 1991a, b).

Ablation

Ablation is described by means of Reeh's (1991) positive degree-day model. In the model, air temperature and snow accumulation determine the melt processes. However, the model allows for the possibility of having positive temperatures (and melt) even when the average daily temperature indicates temperatures below the freezing point. Different melt rates are used to melt snow and ice, in order to account for the albedo difference (Braithwaite and Olesen, 1989). The production of superimposed ice is taken into account in the accumulation/ablation process, and the warming that is created by phase changing at the snow or ice surface is included in the surface temperature of the ice sheet.

Calving and bottom melting

In Greenland, there are at present no ice shelves large enough to have a significant role in the ice-sheet dynamics. Even with the lower sea-level stand of the glacial climate, they are unlikely to have extended much beyond the coastline. Accordingly, ice shelves are not included in the model. The ice lost by calving is usually estimated to be of the same order of magnitude as ablation. In the model, calving is simulated by setting the ice thickness to zero when ice reaches the coastline. The coastline was kept fixed at the present position, corresponding to a zero sea level. The error resulting from this assumption is not very important, as the sea floor around Greenland is steep.

The amount of ice lost by bottom melting is negligible compared to the global mass balance of the ice sheet.

NUMERICAL METHOD AND SPECIAL FEATURES OF THE MODEL

Ice temperature and velocity must be calculated through the depth of the ice, which means solving the model equations on a three-dimensional network of grid points. We did so by means of finite differences, on a network of 41×71 grid points in the horizontal with a spacing of 40 km, and 11 evenly spaced grid points in the vertical. The bedrock and ice-sheet-surface topography are derived from the 20 km spaced data set that was used for the experiments with the Huybrechts model (Huybrechts and others, 1991; Letréguilly and others, 1991a, b). In order to avoid boundary problems at the bedrock and the ice-sheet surface with the three-dimensional variables, such as temperature and velocity, the vertical coordinate was scaled to the ice thickness. This also has the advantage of making it possible to greatly simplify the writing of the velocity and temperature (paper in preparation by C. Ritz).

Another particular feature of the model concerns the integrals S_a and $\int S_a dz$ in Equations (1) and (4). Since these are used in the calculation of ice-thickness evolution as well as the velocity field, which in turn is used for the temperature field, special attention was given to its calculation. In a finite-difference model, all variables are assumed to behave linearly between the grid points, so that the temperature can be expressed as a linear function of depth between the grid points. Instead of using an ordinary numerical integration, $B_{AT}(z')$ ($S - z'$)³ was expressed, by means of a Taylor's expansion, in such a way that the integral has an analytical solution for the interval between two grid points (paper in preparation by C. Ritz). This method is more exact, and ensures that no deformation is lost in the lowermost layer of grid points because of the discontinuity at the ice/bedrock interface. Heating caused by deformation in the lowermost layer is also not completely taken into account in the basal grid points, and must be calculated separately and added to the basal heat flux. Huybrechts (1990, etc.) solves these problems in a manner different from ours, by using a network with unevenly spaced vertical grid points, concentrating near the base.

The time step for the ice-thickness evolution and bedrock isostasy is 5 years, and for the mass balance, temperature and velocity 50 years. A model run takes about 30 min of CPU time for a 200 000 year experiment on a Cray-C90 computer.

STEADY-STATE EXPERIMENTS

Steady-state experiments are performed by imposing a set of initial values of the climate and model parameters under study, and letting the model run 50 000 years with unchanged parameters. The first experiment was to ensure that the model could reproduce the present ice sheet when the present climatic conditions were prescribed, with the present state as initial ice-sheet configuration. Values of the model parameters are given in Table 1. Because the enhancement factor (sf) and geothermal heat flux (G_{hf}) are poorly known, tests were made to evaluate how uncertainties in these parameters affect the ice sheet for the

Table 1. Values of the parameters used in the model

$\rho = 910 \text{ kg m}^{-3}$	Density of the ice
$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$	Gravity
$R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$	Gas constant
$B_{AT0} = 1.66 \times 10^{16} \text{ Pa}^3 \text{ a}^{-1}$	Flow-law coefficient for $T > -6.5^\circ\text{C}$
$Q = 7.820 \times 10^4 \text{ J mol}^{-1}$	Activation energy for $T > -6.5^\circ\text{C}$
$B_{AT0} = 2.00 \times 10^{16} \text{ Pa}^3 \text{ a}^{-1}$	Flow-law coefficient for $T < -6.5^\circ\text{C}$
$Q = 9.545 \times 10^4 \text{ J mol}^{-1}$	Activation energy for $T < -6.5^\circ\text{C}$
$sf = 3$	Enhancing flow factor
$T_0 = 273.15 \text{ K}$	Melting point of ice at atmospheric pressure
$k = 3.10 \times 10^8 \exp(-0.0057T + T_0) \text{ J m}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ a}^{-1}$	Thermal conductivity
$c = 2115.3 + 7.79T \text{ J m}^{-1} \text{ K}^{-1}$	Specific heat capacity
$G_{hf} = 0.042 \text{ W m}^{-2}$	Geothermal heat flux
$Da = 4 \times 10^5 \text{ m}^2 \text{ a}^{-1}$	Diffusivity of bedrock model
$\rho_m = 3300 \text{ kg m}^{-3}$	Density of the mantle (bedrock)

present climatic conditions. Results of these tests are summarised in Table 2. None of the changes influences the extent of the ice sheet; only the shape and ice thickness are affected. The ice sheet is more sensitive to the enhancement factor, sf , than to any other parameter. Experiment 0 gives the best match with the present ice-sheet topography (see Fig. 1), and is our steady-state reference for the present climate. In all further experiments, the

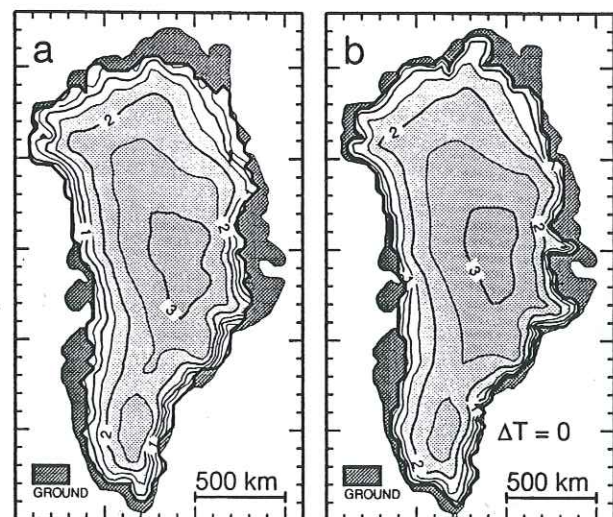


Fig. 1. Maps of the present Greenland ice-sheet thickness digitized on a 40 km grid. Contour lines (thin lines) represent ice-surface elevation with a contour interval of 0.5 km, starting at 1 km. The thick line indicates the ice-sheet margin; the dark grey hatching indicates ice-free land above sea level. Left, actual ice sheet; right, steady-state modelled ice sheet.

Table 2. Summary of the steady-state experiments performed to test the sensitivity of the least-known parameters of the model, for the present climatic conditions. No. is the experiment number. Model parameters: sf is the softening-enhancement factor of the flow parameter; G_{hf} is the geothermal heat flux. Model outputs: np is the number of grid points covered with ice; h_{max} and h_{mean} are the maximum and the average thickness of the ice sheet, respectively; T_b^* the mean basal temperature below the pressure melting; Vol the ice sheet volume

No.	sf	G_{hf} W m ⁻²	np	h_{max} m	h_{mean} m	T_b^* °C	Vol m ³
observed			1105	3003	1707		3.02×10^{15}
0	3	0.042	1114	3104	1739	-3.35	3.10×10^{15}
1	1	0.042	1109	3500	2015	-3.05	3.58×10^{15}
2	1	0.050	1111	3490	2003	-2.38	3.56×10^{15}

values $sf = 3$ and $G_{hf} = 0.042 \text{ W m}^{-2}$ were used (Table 1). About 50% of the base is at the melting point, in areas away from ice divides.

Experiments were also done for two glacial climates and two warmer climates (Table 3). Experiment 0 was used as initial configuration of the ice sheet, and the model was run for 50 000 years under the new climatic conditions. For $\Delta T = -10^\circ\text{C}$ (Fig. 2a), representing full glacial conditions, the ice sheet reaches the coast nearly everywhere. The ice sheet is thinner than that in experiment 0, due to the lower accumulation. Correspondingly, the basal temperatures are much colder and are below the melting point almost everywhere. The initial temperature of the series used for the evolution experiment is $\Delta T = -4.5^\circ\text{C}$ (Fig. 2b), so a steady-state run was performed for that temperature. The resulting ice sheet is not much different from the full glacial one.

Table 3. Summary of the steady-state experiments performed for different temperature perturbations ΔT . $sf=3$, $G_{hf} = 0.042$. No., np , h_{max} , h_{mean} , T_b^* , Vol are the same as in Table 2

No.	ΔT °C	np	h_{max} m	h_{mean} m	T_b^* °C	Vol m ⁻³
3	-10	1248	2997	1625	-8.32	3.24×10^{15}
4	-4.5	1208	3031	1681	-5.23	3.25×10^{15}
5	5	933	3154	1842	-2.01	2.75×10^{15}
6	7	795	3122	1836	-1.79	2.33×10^{15}

The ΔT of 5°C (Fig. 2c) and 7°C (Fig. 2d) represent drastic climate warmings. They were chosen in preference to a more realistic warming because they are necessary for initiating a sizeable retreat of the ice sheet. The ice-margin retreat is more pronounced in the north and northeast where the accumulation is the lowest, and in the southwest where the altitude of the bedrock is relatively low. The highest mountain range in Greenland runs along the southern half of the east coast, and another, much lower range along the northern half of the

west coast. Because of their higher altitude, these areas (presently under ice) are less sensitive to a warming. The ice sheet appears to be globally more stable than has been found in previous works (Huybrechts and others, 1991; Letréguilly and others, 1991a). This is because of the feedback between mass balance and ice-sheet elevation: for a

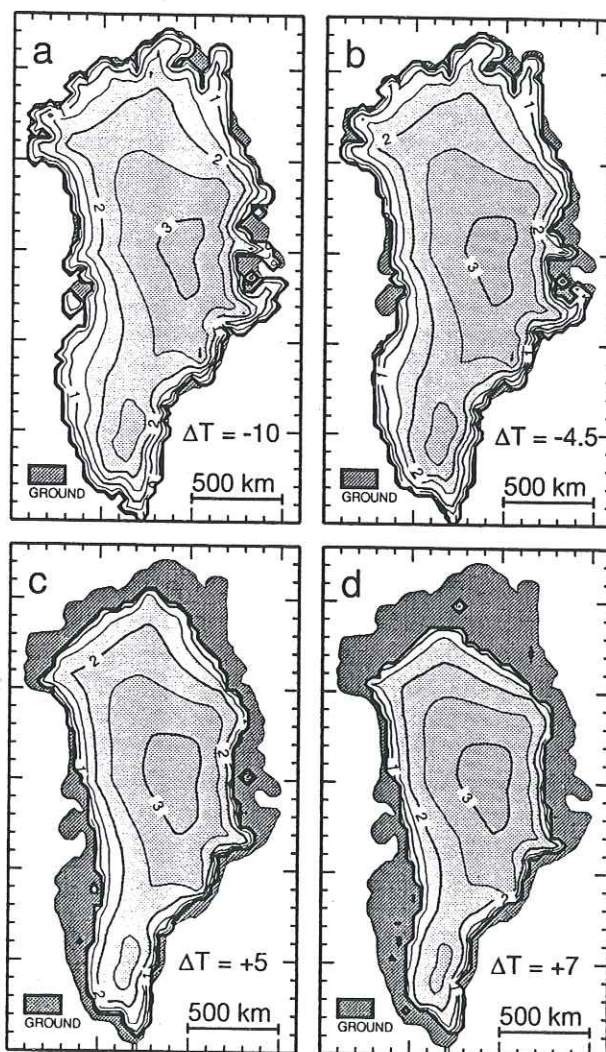


Fig. 2. Sensitivity of Greenland steady-state model to four different climatic parameterizations. Contours represent surface elevation.

climate warming, the ablation and accumulation both increase. If the ablation increase dominates over the accumulation increase, ice will melt and the surface elevation will decrease. Since temperature at the ice-sheet surface increases for a lowering altitude, the ablation will increase further, creating a strong feed-back. A collapse of the Greenland ice sheet can then be initiated for climates only moderately warmer than the present. The accumulation parameterization used in similar experiments with the Huybrechts model (Letréguilly and others, 1991a) led to such a situation. However, our accumulation parameterization, as given in Equation (6), produces a much higher accumulation increase for warmer climates, and for a temperature change of up to 5°C it almost compensates for the ablation increase, so that the ice sheet decreases only slightly.

Two further steady-state experiments were conducted (experiments 7 and 8), to show the sensitivity of the ice sheet to the accumulation: Equation (6) was modified so that the accumulation could not increase with the surface temperature. The resulting ice sheets for climate warmings of 3° and 5°C are shown in Figure 3. They are obviously completely different from those in experiments 5 and 6. For a temperature increase $\Delta T = 3^\circ\text{C}$ (experiment 7), the ice sheet breaks into two smaller parts. Because of the increased ablation and margin retreat, the ice advection is no longer large enough to maintain the connection between the two domes of the ice sheet. For a temperature increase $\Delta T = 5^\circ\text{C}$ (experiment 8), the ice sheet disappears almost completely, and only a few isolated ice caps on the highest mountains remain. Table 4 summarises the results obtained for these two experiments.

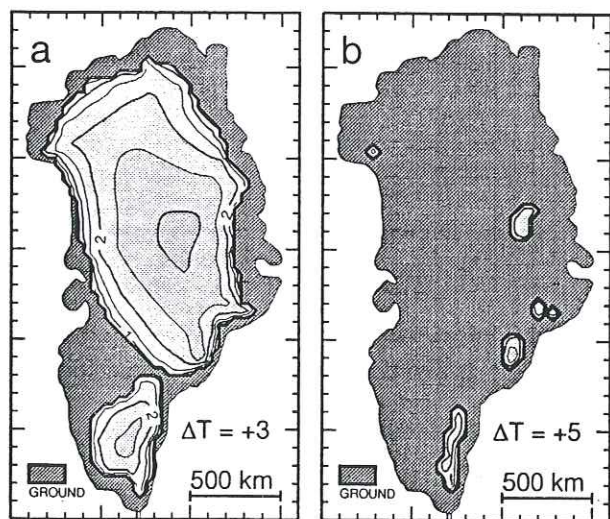


Fig. 3. Maps of the steady-state modelled ice sheet for two warmer climates ($\Delta T = 3^\circ\text{C}$ and $\Delta T = 5^\circ\text{C}$) with the accumulation limited to the present distribution.

The accumulation parameterization for experiments 7 and 8, although not identical, is close to one used in Letréguilly and others (1991a). A comforting result is that the ice sheet is very close to that obtained with the Huybrechts model, in which the numerical schemes and flow parameters are different. Most models reproduce the

Table 4. Summary of the steady-state experiments performed for different temperature perturbations ΔT , with the modified accumulation. $sf = 3$, $G_{\text{hf}} = 0.042$. No., np, h_{max} , h_{mean} , T_b^* , Vol are the same as in Table 2

No.	ΔT °C	np	h_{max} m	h_{mean} m	T_b^* °C	Vol m ³
7	3	860	3032	1750	-2.34	2.41×10^{15}
8	5	33	054	759	-7.23	4.06×10^{13}

present ice sheet under the present climatic conditions well; however, they usually differ when it comes to simulating the ice sheet under unknown climates.

EVOLUTION EXPERIMENT

The ice-sheet configuration of experiment 4 was used as initial state, and the time-dependent temperature forcing derived from the GRIP ice core was used as climate input. The results of the evolution experiment are shown in Figure 4. The accumulation parameterization given in Equation (6) was used.

The changes in the ice-sheet volume and area are not very dramatic. Changes in area (Fig. 4e) depend mostly on ablation, while changes in the maximum ice thickness (Fig. 4d) depend mostly on accumulation. The ice volume depends on both accumulation and ablation: large changes such as those of -130 000 years and the present result from the margin retreat due to ablation increase, while smaller changes such as those that occurred during the glacial periods result from the ice-thickness changes. Margin moves are then limited because the ice sheet reaches the coast nearly everywhere. The basal temperature (Fig. 4f) seems to follow the surface temperature forcing, but with a lag of a few thousand years, and much damped: the surface temperature change from the glacial to the Interglacial is 10°C, while it is only 3°C at the base. The colder basal temperatures of the Glacial Period may be expected to create harder basal ice, leading to a thickening of the ice sheet. In our experiment, what happens may seem at first glance to be the opposite, because the maximum ice thickness depends mostly on the accumulation-rate changes. However, the fact that the general trend of the maximum ice thickness (Fig. 4d) during the last Glacial Period is relatively constant, while the general trend in surface temperature decreases during the same period, can probably be explained by the increasing stiffening of the basal ice.

The resulting ice-sheet topography for the present is 100 m thicker in the centre than that of experiment 0, and basal temperatures are 4°C lower. They are still influenced by the Ice Age conditions.

As with the steady-state experiments, the results of the evolution run differ from those of a previous study with the Huybrechts model (Letréguilly and others, 1991b). The temperature time series used as climate forcing differs, but

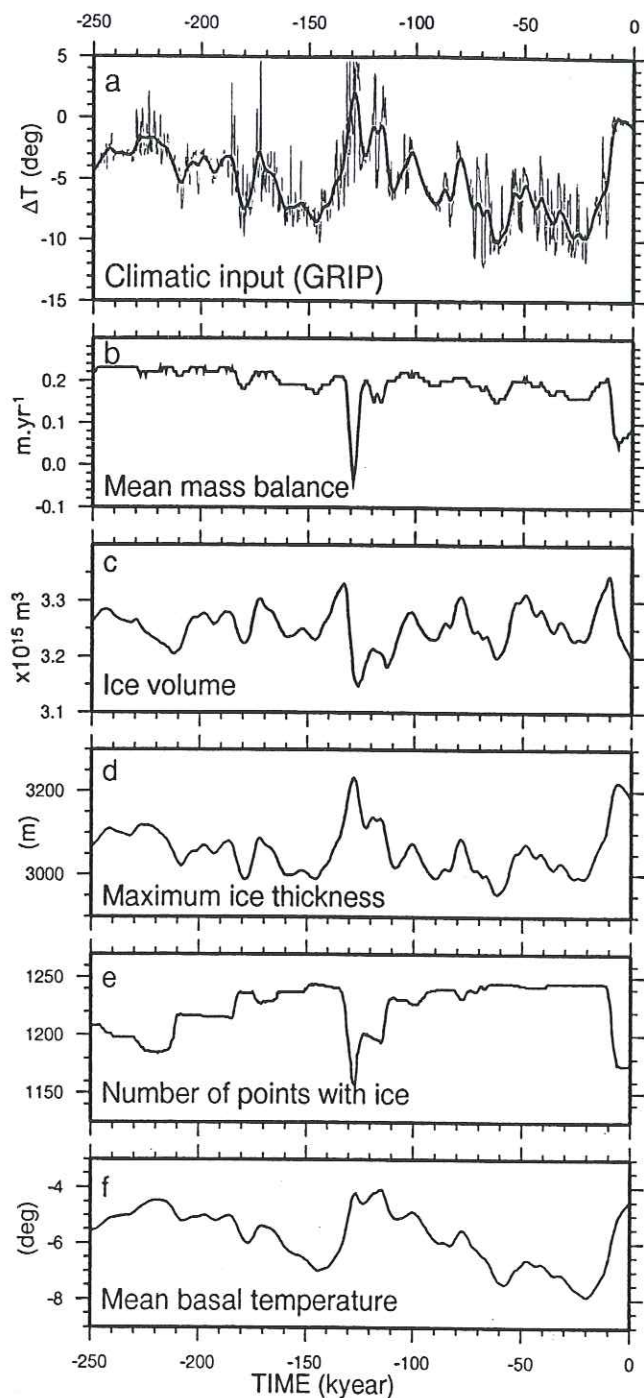


Fig. 4. Ice-sheet-evolution experiment. a. Temperature record derived from the $\delta^{18}\text{O}$ measurements performed on the GRIP deep ice core, at Summit, central Greenland (thin line), with the spline smoothing (thick line) that was used as climatic-variations input for the model. b, c, d, e and f show the evolution of selected key variables: b. Mass balance; c. Ice volume; d. Maximum ice thickness; e. Number of points with ice; f. Basal temperature. b and f are averaged over the number of points of the ice sheet.

the main difference comes from the accumulation parameterization. In the previous study, accumulation was not allowed to rise above the present accumulation rates for warmer climates. The two accumulation parameterizations represent extreme situations, reality probably being somewhere in between. For glacial climates, accumulation rates can be inferred from the ice

cores, but for a warmer climate there is no history to guide us as to what the accumulation increase should be. It is then difficult to choose a parameterization. General circulation models may provide an answer when the particularities of the polar climates are better accounted for and their spatial resolution is sufficiently refined.

CONCLUSION

The ice-sheet model presented in this work is able to reproduce the present topography of the Greenland ice sheet well. Future improvements to the model will include sea-level change and heat conduction in the bedrock. In this study, limited available computing time made it difficult to take heat conduction into account, because the model would have taken much more than 50 000 a to approach steady state. Considering the large areas of the base reaching the melting temperature, a sliding law is needed. Since the ice viscosity depends on the age and formation conditions of the ice, we additionally plan to use a flow law taking ice transitions into account. To do that, the ageing of the ice will have to be computed. Finally, we plan to do some experiments with the finer, 20 km grid, in order to have a more detailed simulation of the ice sheet.

Experiments were conducted to test the model's sensitivity to some poorly known parameters. They show that the modelled ice sheet is only slightly sensitive to a 20% variation in the geothermal heat flux, but that the ice thickness is very dependent on the tuning flow parameter, *sf*.

The main result of the study concerns the sensitivity of the modelled ice sheet in a warmer climate to the type of accumulation parameterization used: for a temperature increase of 5°C , one parameterization results in a margin retreat of 0–120 km (three grid points), the rest of the ice sheet being little changed, while the other results in a complete collapse of the ice sheet. Unfortunately, little evidence is available predicting what the accumulation in warmer climates should be.

ACKNOWLEDGEMENTS

The ice-sheet model in this work was run on the Cray C90 of the Commission à l'Energie Atomique (CEA) of Grenoble, and on the Cray C90 of the Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique (IDRIS) in Orsay. The maps of Greenland were produced using the GMT (Wessel and Smith, 1991) graphics software. We thank J. Jouzel and S. Johnsen for providing the data on the GRIP ice-core temperatures.

REFERENCES

- Braithwaite, R. A. and O. B. Olesen. 1989. Calculation of glacier ablation from air temperature. West Greenland. In Oerlemans, J., ed. *Glacier fluctuations and climatic change*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 219–233.
- Calov, R. 1994. Das thermomechanische Verhalten des grönländischen Eisschildes unter der Wirkung verschiedener Klimaszenarien. Antworten eines theoretisch-numerischen Modells. (Ph.D. thesis, Technische Hochschule Darmstadt.)

- Dahl-Jensen, D., S.J. Johnsen, C.U. Hammer, H.B. Clausen and J. Jouzel. 1993. Past accumulation rates derived from observed annual layers in the GRIP ice core from Summit, central Greenland. In Peltier, W.R., ed. *Ice in the climate system*. Berlin, etc., Springer-Verlag, 517-531.
- Dansgaard, W. and 10 others. 1993. Evidence for general instability of past climate from a 250-kyr ice-core record. *Nature*, **364**(6434), 218-220.
- Fastook, J.L. and J.E. Chapman. 1989. A map-plane finite element model: three modeling experiments. *J. Glaciol.*, **35**(119), 48-52.
- Grigoryan, S.S., S.A. Buyanov, M.S. Krass and P.A. Shumskiy. 1985. The mathematical model of ice sheets and the calculation of the evolution of the Greenland ice sheet. *J. Glaciol.*, **31**(109), 281-292.
- Groote, P.M., M. Stuiver, J.W.C. White, S. Johnsen and J. Jouzel. 1993. Comparison of oxygen isotope records from the GISP2 and GRIP Greenland ice cores. *Nature*, **366**(6455), 552-554.
- Huybrechts, P. 1990. A 3-D model for the Antarctic ice sheet: a sensitivity study on the glacial-interglacial contrast. *Climate Dynamics*, **5**(2), 79-92.
- Huybrechts, P. and J. Oerlemans. 1988. Evolution of the East Antarctic ice sheet: a numerical study of thermo-mechanical response patterns with changing climate. *Ann. Glaciol.*, **11**, 52-59.
- Huybrechts, P., A. Letréguilly and N. Reeh. 1991. The Greenland ice sheet and greenhouse warming. *Palaeogeogr., Palaeoclimatol., Palaeoecol.*, **89**(4), 399-412.
- Jenssen, D. 1977. A three-dimensional polar ice-sheet model. *J. Glaciol.*, **18**(80), 373-389.
- Letréguilly, A., P. Huybrechts and N. Reeh. 1991a. Steady-state characteristics of the Greenland ice sheet under different climates. *J. Glaciol.*, **37**(125), 149-157.
- Letréguilly, A., N. Reeh and P. Huybrechts. 1991b. The Greenland ice sheet through the last glacial-interglacial cycle. *Palaeogeogr., Palaeoclimatol., Palaeoecol.*, **90**(4), 385-394.
- Lindstrom, D.R. and D.R. MacAyeal. 1989. Scandinavian, Siberian, and Arctic Ocean glaciation: effect of Holocene atmospheric CO₂ variations. *Science*, **245**(4918), 628-631.
- Mahaffy, M.W. 1976. A three-dimensional numerical model of ice sheets: tests on the Barnes Ice Cap, Northwest Territories. *J. Geophys. Res.*, **81**(6), 1059-1066.
- Oerlemans, J. and C.J. van der Veen. 1984. *Ice sheets and climate*. Dordrecht, etc., D. Reidel Publishing Company.
- Ohmura, A. 1987. New temperature distribution maps for Greenland. *Z. Gletscherkd. Glazialgeol.*, **23**(1), 1-45.
- Ohmura, A. and N. Reeh. 1991. New precipitation and accumulation maps for Greenland. *J. Glaciol.*, **37**(125), 140-148.
- Reeh, N. 1982. A plasticity theory approach to the steady-state shape of a three-dimensional ice sheet. *J. Glaciol.*, **28**(100), 431-455.
- Reeh, N. 1991. Parameterization of melt rate and surface temperature on the Greenland ice sheet. *Polarforschung*, **59**(3), 1989. 113-128.
- Verbitskiy, M.Ya. 1981. Chislennyye eksperimenty po gidrotermodynamike lednikovoykh shchitov Vostochnoy Antarktidi i Grenlandii [Numerical experiments on the hydrodynamics of the East Antarctic and Greenland ice sheets]. *Mater. Glyatsiol. Issled. Khron. Obsuzhdeniya* **40**, 51-58.
- Wessel, P. and W.H.F. Smith. 1991. Free software helps map and display data. *EOS*, **72**(41), 441, 445-446.

Modelling of Last Glacial Maximum ice sheets using different accumulation parameterizations

ADELINE FABRE, CATHERINE RITZ †

Laboratoire de Glaciologie et de Géophysique de l'Environnement, 38402 Saint-Martin-d'Herès Cedex, France

GILLES RAMSTEIN

Laboratoire de Modélisation du Climat et de l'Environnement, CEN Saclay, Bat. 709, Gif-sur-Yvette 91191, France

ABSTRACT. We use a three-dimensional thermomechanical ice-sheet model, previously tested on the Greenland ice sheet, to reconstruct Last Glacial Maximum (LGM) ice sheets. We compare the effects on the results of the ice-sheet model of three different accumulation parameterization schemes. In the first and second schemes, LGM precipitation is computed from the present precipitation, taking and not taking into account moisture transport. In the third scheme, LGM precipitation and surface temperatures are computed using outputs of an atmospheric global circulation model (AGCM), treated in anomaly mode.

Results are compared to the last reconstruction of the Northern Hemisphere ice sheets (Peltier, 1994), computed using global rebound rates in a visco-elastic model of the Earth's crust. The first two accumulation parameterizations do not give satisfactory reconstructions of the LGM ice sheets, since they are unable to compute realistic LGM climatic conditions. The third method gives very satisfactory results, which leads us to conclude that the best way to obtain realistic LGM climatic conditions is to use AGCM outputs.

INTRODUCTION

It is now commonly accepted that large ice sheets existed during the Last Glacial Maximum (LGM; 21 000 BP). The geological work which has been done up to now permits reconstruction of the maximum extent of the two main ice sheets, the Fennoscandian (over Scandinavia) and the Laurentide (over North America). The most recent reconstruction uses global rebound rates in a visco-elastic inverse model of the Earth's crust (Peltier, 1994; Fig. 1). Modelling experiments have previously been done to simulate the ice-age cycle, by asynchronously coupling a climate model to an ice-sheet model, and comparing the modelled to the geologically reconstructed ice-sheet geometry. Marsiat (1994) couples a latitude-longitude vertically integrated ice-sheet model with a zonally averaged climate model, but the zonally averaged character of the atmospheric forcing leads to an ice distribution at the LGM that is different from the geological reconstructions. DeBlonde and Peltier (1991) couple a two-dimensional ice-sheet model with an energy-balance model, to simulate the evolution of the Laurentide and Fennoscandian ice sheets during the last glacial-interglacial cycle. They obtain satisfactory results, but their domain is restricted to these two ice sheets.

In this work, we focus on steady-state simulations of the present and LGM climate states. We use a three-dimensional thermomechanical ice-sheet model, developed at the Laboratoire de Glaciologie et de Géophysique de l'Environnement and already described by Ritz and others (1996). The model is forced with glacial climatic surface conditions to reconstruct LGM ice sheets, which we compare to Peltier's reconstruction. We run the model until it reaches equilibrium, generally after 20 000–30 000 years. This is not entirely realistic, as present or LGM ice sheets are not in equilibrium. But, as we are chiefly interested in the spatial distribution of the ice, we consider that this assumption is not too restrictive.

The ice-sheet model was first tested on the Greenland ice sheet (Fabre and others, 1995). One result of that study was to illustrate the high sensitivity of the model to the accumulation parameterization. The aim of the present work is to extend the model to the entire Northern Hemisphere and to test three different ways of computing accumulation and surface temperature. We first test the model with a local accumulation parameterization, using present-day climatic conditions corrected for a cooling factor, to simulate the LGM climatic conditions. Secondly, we use a more realistic accumulation parameterization by means of a water-balance equation, with the same initial climatic conditions as before. Finally, as these two methods do not give satisfactory results, we use as input to the ice-sheet model the results of LGM simulations of the LMD5 atmospheric global circulation model (AGCM), to compute accumulation. The experiments performed in this work are summarised in Table 1.

ICE-SHEET MODEL

Our model is a three-dimensional, thermomechanically coupled ice-sheet model. It takes into account the coupling between the temperature and velocity fields, and belongs to the same category as the models of Huybrechts and others (1991) and Greve and Hutter (1995).

The evolution of the ice-sheet surface and geometry is a function of surface mass-balance, velocity and temperature fields, and bedrock position. We will not present the main equations of the model, which have been described in Ritz and others (1996). However, we need to devote a few words to the mass-balance calculation.

Mass balance comprises four terms computed separately: accumulation, ablation, calving and melting at the bottom of the ice sheet. The accumulation treatment is a key factor, and will be developed further on.

Ablation is computed using the "positive degree day" method (Reeh, 1991), which uses the number of days with a positive mean temperature in an empirically derived function. It allows, by means of a Gaussian temperature distribution, some melting even on days when the mean temperature is slightly negative, since during the day the temperature may have been positive. Mean daily temperature is computed from the mean annual temperature, assuming that the annual temperature cycle can be represented by a sinusoidal cycle, with a maximum amplitude determined by the warmest mean monthly temperature.

As the surface temperature is dependent on altitude, it is computed each time the altitude has a new value, using a temperature vs altitude gradient of $8^{\circ}\text{C km}^{-1}$, as is observed in the polar regions (Reeh, 1991).

There is no treatment of ice shelves in the model. Ice lost by calving at the margin is computed by setting the ice thickness to zero on a "coastline" determined by sea level. Sea level is set to zero for present state simulations, and to -105 m for LGM state simulations, following Peltier (1994).

The isostatic variation of the bedrock submitted to an evolving ice load is governed by two components: the flow of asthenosphere, treated with a characteristic time constant of 3000 years, and the rigidity of lithosphere, which is taken into account by computing the spatial shape of the deflection due to one unit load with a Kelvin function of zero order (Brotchie and Silvester, 1969), and by adding contributions of all the grid points covered by ice.

Various data are used as input to the model; topography, mean annual and summer surface temperatures and mean annual precipitation come from the U.S. National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA)/Environmental Protection Agency database (1990), with a resolution of 0.5° in longitude and latitude. On the Greenland ice sheet, where the database only provides ice-surface elevation, we use data compiled by Letréguilly and others (1991) for ice-surface and bedrock elevations, and we use surface temperature and precipitation from Ohmura and Reeh (1991), which are more accurate than the NOAA data in Greenland. Wind data are taken from the European Centre for Medium-Range Weather Forecasts database (Schubert and others, 1990); we use the two horizontal components (east-west and north-south).

These data, originally defined in longitude and latitude, are converted to a cartesian system by means of the Lorgna projection (Lambert azimuthal equi-areal projection), and interpolated by spherical interpolation on a $50 \text{ km} \times 50 \text{ km}$ grid applied to the Northern Hemisphere. This grid (231×241 points) is the ice-sheet model's grid.

LOCAL TEMPERATURE-CONTROLLED ACCUMULATION

In the first two experiments we treat precipitation as a function of surface temperature, through the water-vapour pressure. Accumulation in each grid point is given by:

$$Ac(T) = F(t)P_{T_0} \frac{e_w(T)}{e_w(T_0)} \quad (1)$$

where T is the surface temperature, T_0 is the surface temperature at present, P_{T_0} is the precipitation at present, e_w is the water-vapour pressure, and $F(t)$ is the fraction of the year with a mean temperature less than 2°C , accounting for the fact that precipitation falls as snow for temperatures less than 2°C (Letréguilly and Ritz, 1993).

In experiment 1 we simulate the present state. Steady state was obtained after a 20 000 year run using the present climate (Fig. 2). The resultant ice-sheet geometry is in quite good agreement with the present ice distribution: the Greenland ice sheet remains ice-covered, with a maximum height (above 3000 m) and an extent close to today's. There are even small ice masses on Svalbard, Iceland and Franz Josef Land, Russia. However, we produce no ice in Scandinavia, where there is some ice at present. This is not surprising, as the model grid (50 km) is too large to reproduce small features. While these results are satisfactory, we are aware that the present state is not in steady state, so that the simulation is not entirely realistic.

In experiment 2, we simulate the glacial state, by prescribing a cooling of 10°C to the present surface temperatures. Again we run the model until it reaches equilibrium (20 000 years). When results of this simulation (Fig. 3) are compared with Peltier's reconstruction (Fig. 1), we see that the ice is not extensive enough for the Laurentian and Fennoscandian ice sheets, and that global ice thicknesses are too low. The lack of ice can be explained by the absence of moisture transport from the oceans inland in the accumulation parameterization scheme. Thus, water evaporated above the ocean cannot precipitate on land, and there is not enough moisture inland to form and maintain ice sheets.

Experiment 2 consists of two simulations, one starting with the present topography, and one with the glacial topography given by Peltier (Fig. 1), which give similar results. Thus, even when starting with the Laurentian and Fennoscandian ice sheets, we are unable to maintain them, and, moreover, we form ice where geological data tell us there was none (on Alaska and Siberia). This method has also been used by Huybrechts and T'siobbel (1994) to reconstruct Northern Hemisphere ice sheets, and they also formed ice caps in Alaska and Siberia. It is therefore obvious that this accumulation parameterization is too crude to be able to simulate glacial states.

MOISTURE TRANSPORT

To simulate more realistic precipitations, especially for glacial conditions, we now use a more physically based precipitation algorithm, which permits moisture transport across grid points.

This method is based upon atmospheric water balance. It was developed by Sanberg and Oerlemans (1983), and was used successfully in a simulation of the Fennoscandian ice sheet (Letréguilly and Ritz, 1993). The variation with time of water content w in a vertically averaged atmospheric column is given by:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -v\nabla w - (f_0 + f_1 S_L) \frac{w}{w_m} + \frac{w_m - w}{T_{\text{evap}}} + D_w \nabla^2 w \quad (2)$$

where S_L is related to the slope of the surface (when the surface is exposed to the wind, S_L is equal to the surface slope, otherwise S_L is equal to zero), v is the wind velocity, f_0 is a background precipitation term, f_1 is an orographical precipitation term, w_m is the maximum moisture contained in a vertically averaged atmospheric column, T_{evap} is the time needed to reach saturation in this column, and D_w is the moisture diffusivity. Values of w are obtained by solving Equation (2) with a finite-difference scheme on the grid previously described. In order to obtain w at equilibrium, iterations are made until steady values are reached.

Moisture balance is then governed by four terms, moisture advected by wind, precipitation, evaporation and atmospheric diffusion. The precipitation at time t and at a given grid point is given by the second term, and accumulation is obtained by considering only solid precipitation, and converting it to ice-equivalent thickness.

This model is of interest mainly because it takes into account the influence of topography on precipitation. This is particularly important in our simulations, where topography can vary from no ice to thousands of meters of ice (Laurentide at the LGM, for instance).

We have made sensitivity studies with the precipitation model to calibrate it to present-day precipitation. This must be done before we couple both models. We had the possibility of testing three parameters to obtain a best fit to present precipitation: we tested the influences of the height at which wind velocities are used as input to the model, of sea-ice extent and of variations in f_0 and f_1 . The model is not sensitive to wind height, so we present only the results of the sensitivity tests to sea ice extent and f_0 and f_1 .

Sea-ice extent influences the evaporation time T_{evap} ; the time needed to reach saturation is much larger over ice than over sea, where evaporation is high. Therefore, different values are used for T_{evap} , depending on the nature of the surface. We tested two cases: no sea ice (leading to large values of evaporation in the high latitudes), and sea ice down to a fixed latitude (assumed to be the southern limit of the mean annual sea-ice cover, derived from Parkinson and others (1987)). Not surprisingly, precipitation obtained with no sea ice is too high in the polar regions. When taking sea ice into account, we get a precipitation pattern closer to the present.

The remaining variables are the free parameters f_0 and f_1 used to calibrate the model to present-day values; they have a direct influence on the precipitation field in Equation (2). They do not vary spatially, which means there is only one value each of f_0 and f_1 for the whole domain. We started with values which were used in the Fennoscandian study, and, as we did not succeed in simulating present precipitation for the entire Northern Hemisphere, we tried to allow f_0 and f_1 to vary. It turns out that we did not find values giving satisfactory results. When the calibration seemed to fit the data in one area, it failed in another. In particular, we observed a lack of precipitation in central Greenland. This led us to think that processes governing precipitation on the Greenland ice sheet might be different from those in other areas, and that the precipitation algorithm is unsuitable for application to the entire Northern Hemisphere.

While aware of these unsatisfactory results, we have nevertheless tried to simulate the present state by coupling the precipitation and ice-sheet models. Results of experiment 3 show that the Greenland ice sheet is not high enough (Fig. 4); there is simply not enough accumulation to maintain the ice sheet at its present state. As we were not able to simulate even the present state correctly, it seemed to us that a glacial simulation would be meaningless.

COUPLED AGCM

The main result so far is that trying to simulate glacial states with the present precipitation as an input to the ice-sheet model, using only a temperature correction, is unrealistic, even when using a more physically based precipitation model. Thus we decided to use the outputs of an AGCM as input to the ice-sheet model.

The data used in this experiment come from the LMD5 AGCM, developed at the Laboratoire de Météorologie Dynamique (Sadourny and Laval, 1984) and used at the Laboratoire de Modélisation du Climat et de l'Environnement. The equations of the model are solved on a grid of 64 points regularly spaced in longitude (resolution of 5.625°), and 50 points regularly spaced in sine of latitude (which means higher resolution near the equator, but lower resolution in the polar regions). The model has 11 layers in the normalised pressure coordinate: four layers in the planetary boundary layer, four in the free troposphere and three in the stratosphere. It is based on mass continuity, water-vapour conservation and the dynamic and thermodynamic equations. The LGM LMD5 simulations are performed with the following boundary conditions: 200 ppm of CO_2 (instead of 345 ppm for the present), an initial glacial topography given by Peltier's reconstruction (interpolated on the AGCM grid), and sea surface temperatures prescribed by the CLIMAP database (1981). These conditions are those required in the PMIP program (Joussaume and Taylor, 1995), which aims to provide an intercomparison of the results of different atmospheric circulation models, prescribing the same boundary conditions, for two palaeoclimatic states, including the LGM. In this work we use prescribed SST changes; in a later work we will use an interactive surface ocean.

The initial topography for the LGM simulation comes from Peltier (1994). Surface elevation (resolution $1^\circ \times 1^\circ$) is interpolated on the ice-sheet model's $50 \text{ km} \times 50 \text{ km}$ grid. As we need to input bedrock topography and ice thickness in the ice-sheet model, and we only have at our disposal surface elevation, we compute these fields from the surface altitude in a very simple way, by assuming that the ice load leads to a bedrock-lowering equivalent to one-third of the ice thickness. This crude assumption is used only to start the simulation; isostasy is computed afterwards in the ice-sheet model in a more realistic way, as described earlier.

We use three data sets from AGCM simulations of the LGM and the present as inputs to the ice-sheet model: mean annual surface temperature, mean annual precipitation and mean JJA (June, July, August) surface temperature. Mean annual precipitation and temperature are used to compute accumulation, and both temperatures are used to compute ablation. These data are converted from the AGCM grid to our cartesian system by the Lorgna projection, and interpolated on the ice-sheet model grid.

Methodology of the coupling

In order to simulate a glacial state with the ice-sheet model, we want input data representative of a glacial climate. S. Joussaume (personal communication) has suggested that anomaly fields (i.e. differences between control and LGM climates) simulated by the AGCM are more representative than direct control or LGM fields. Thus, if we consider a variable X , LGM data are given by:

$$X_{\text{LGM}} = X_{\text{present}} + (X_{\text{LGM AGCM}} - X_{\text{present AGCM}}) \quad (3)$$

where $X_{\text{LGM AGCM}} - X_{\text{present AGCM}}$ is the anomaly in output of the AGCM, and X_{present} is the present-day observed value (data set used in the first two experiments of this work). This was done first for the temperature fields.

The computation of LGM temperatures must take into account the correction of temperature for altitude. The anomaly data and the topography, both on different grids, are interpolated on to the ice-sheet model grid. Temperatures need to be computed again at the altitude of each grid point of the ice-sheet model, since each value of the anomaly is given at the altitude of the corresponding grid point of the AGCM. This correction is performed using the same gradient of temperature for altitude ($8^{\circ}\text{C km}^{-1}$) as in the ice-sheet model. The new temperature at a given grid point is then:

$$T_{\text{new}} = T_{\text{old}} \times 0.008(\text{alt}_{\text{new}} - \text{alt}_{\text{old}}) \quad (4)$$

where alt_{new} is the altitude given by Peltier's topography interpolated to the ice-sheet model grid, and alt_{old} is the altitude given by the topography used in the AGCM, interpolated to the ice-sheet model grid. Figure 5 shows the difference between mean annual surface temperatures obtained for the present and for the LGM. The correction allows a more precise topography to be taken into account, especially in regions such as Greenland where the AGCM has a low resolution. With this low resolution, the surface is greatly smoothed at high latitudes. Thus, by coupling asynchronously the AGCM and the ice-sheet model, we are able to use fields which are available only as AGCM outputs, and to compensate for the low resolution of the AGCM by correcting these fields on the finer grid of the ice-sheet model.

We did not correct the precipitation in the same way, because it is not a direct function of the altitude and is therefore more difficult to correct. However, precipitation is also influenced by topography. We reconstructed precipitation by the same method of anomalies. In some places the anomaly was larger than present-day data, resulting in negative precipitation during the LGM! To avoid this problem, we use a ratio of precipitation rather than a difference:

$$\text{precip}_{\text{LGM}} = \text{precip}_{\text{present}} \frac{\text{precip}_{\text{LGM AGCM}}}{\text{precip}_{\text{present AGCM}}} \quad (5)$$

Equation (5) seems to be physically more convenient than the previous method of computing precipitation. We can indeed consider that a large part of the precipitation variations can be related to the water-vapour pressure-content variations in the air (as in the first experiment). As saturation water-vapour pressure is an exponential function of temperature, a temperature variation in terms of a difference will lead to a precipitation variation in terms of a ratio. The ratio of precipitations obtained between present day and LGM is shown in Figure 6. We observe lower values for the LGM than for the present, as can be expected for a glacial climate, with colder air containing less precipitable water.

Results of the coupling

We simulate the LGM state by running the ice-sheet model until it reaches equilibrium, approximately 30 000 y, using the data discussed above and Peltier's glacial topography as initial conditions.

In the LMD5 AGCM simulations we use, the SSTs are prescribed by the CLIMAP dataset. Thus there is no possibility of evolving temperatures on sea grid points, as there is on land grid points. This creates large temperature contrasts from one grid point to another in coastal regions, and leads to less realistic temperature maps. In experiment 4 we use T_{air} , the air temperature 10 m above ground, instead of T_{ground} . The mixing of air which occurs at a height of 10 m leads to a more representative temperature here than on the ground, even though T_{air} is globally slightly warmer than T_{ground} .

Results obtained with T_{air} are presented in Figure 7. It is obvious that they are in much better agreement with geological reconstruction (see Fig. 1) than the results we obtained in the first part of the work. We succeed in maintaining ice on North America and Scandinavia, for example, and Alaska and Siberia are not ice-covered: the two latter regions are of particular interest, because geological data tell us they were not covered with ice at the LGM, and most "coupled" atmospheric-ice-sheet models predict ice. This satisfactory result is probably due to the outputs of the AGCM rather than to a particular feature of the ice-sheet model. On the other hand, the Greenland ice sheet is very low (down to 2500 m) compared to the present ice sheet. Although accumulation is reduced in a glacial climate, such a pronounced decrease of the ice sheet seems unrealistic. The decrease may be due to the low resolution of the AGCM at high latitudes. As precipitation was not corrected for altitude, we could have smaller values in Greenland than we would get with better resolution. One can also observe a deflection in the middle of the Fennoscandian ice sheet. This feature disappeared when we tried a simulation using T_{ground} instead of T_{air} , but other problems appeared when using T_{ground} , due to the prescribed SSTs. This makes us think that the deflection in the Fennoscandian ice sheet is due to too warm an air temperature at this point. We hope to obtain better results when data from the AGCM simulation using evolving SSTs become available.

CONCLUSION

Experiments 1-3, which use simple precipitation algorithms to parameterize accumulation during the LGM, give dubious results. Furthermore, we are not even able to reconstruct present precipitation distribution in the Northern Hemisphere with the water-balance equation. Our conclusion is that the processes governing precipitation can vary greatly from place to place, and that it is therefore difficult to model precipitation without including all the processes involved. Thus, the best way to input realistic LGM climatic data to an ice-sheet model to simulate the LGM state is to use AGCM outputs.

In this work we used the results of simulations of the LMD5 AGCM to run the ice-sheet model. The ice distribution we obtain for the LGM is very close to Peltier's reconstruction. In particular, Alaska and Siberia remain ice-free, and the Laurentian and Fennoscandian ice sheets have the correct extent and thickness.

In future, we intend to study the influence of the AGCM resolution on the ice-sheet model results. To this end we will couple the ice-sheet model with the previous version of the LMD AGCM, which has an even lower resolution. We will also study the influence of the initial topography on the results, by using outputs of LMD simulations starting with two different ice repartitions (CLIMAP and Peltier). And finally, we intend to use outputs of other AGCMs with a better resolution in the polar areas.

ACKNOWLEDGEMENTS

The ice-sheet model was run on the Cray C94 of the Commission à l'Energie Atomique (CEA), Grenoble, and on the Cray C98 of the Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique (IDRIS), Orsay. The maps were produced using Generic Mapping Tools (Wessel and Smith, 1995) graphics software.

REFERENCES

- Brotchie, J. F. and R. Silvester. 1969. On crustal flexure. *J. Geophys. Res.*, 74(22), 5240-5252.
- DeBlonde, G. and W. R. Peltier. 1991. A one-dimensional model of continental ice volume fluctuations through the Pleistocene: implications for the origin of the mid-Pleistocene climate transition. *J. Climate*, 4(3), 318-344.
- Fabre, A., A. Letréguilly, C. Ritz and A. Mangeny. 1995. Greenland under changing climates: sensitivity experiments with a new three-dimensional ice-sheet model. *Ann. Glaciol.*, 21, 1-7.
- Greve, R. and K. Hutter. 1995. Polythermal three-dimensional modelling of the Greenland ice sheet with varied geothermal heat flux. *Ann. Glaciol.*, 21, 8-12.
- Huybrechts, P. and S. T'siobbel. 1994. Thermomechanical modelling of Northern Hemisphere ice sheets with a parameterised mass-balance treatment. [Abstract.] *EOS*, 75(44), Supplement, 239.
- Huybrechts, P., A. Letréguilly and N. Reeh. 1991. The Greenland ice sheet and greenhouse warming. *Global and Planetary Change*, 3(4), 399-412.
- Joussaume, S. and K. Taylor. 1995. Status of the paleoclimate modeling intercomparison project (PMIP). *WCRP-2, First International AMIP Scientific Conference, 15-19 May 1995, Monterey, CA. Proceedings*. Geneva, World Meteorological Organisation. World Climate Research Programme, 415-430. (WMO TD 732, WCRP-92.)
- Letréguilly, A. and C. Ritz. 1993. Modelling of the Fennoscandian ice sheet. In Peltier, W. R., ed. *Ice in the climate system*. Berlin, etc., Springer-Verlag, 21-46. (NATO ASI Series I: Global Environmental Change 12.)
- Letréguilly, A., P. Huybrechts and N. Reeh. 1991. Steady-state characteristics of the Greenland ice sheet under different climates. *J. Glaciol.*, 37(125), 149-157.
- Marsiat, I. 1994. Simulation of the Northern Hemisphere continental ice sheets over the last glacial-interglacial cycle: experiments with a latitude-longitude vertically integrated ice sheet model coupled to a zonally averaged climate model. *Paleoclimates*, 1, 59-98.
- Ohmura, A. and N. Reeh. 1991. New precipitation and accumulation maps for Greenland. *J. Glaciol.*, 37(125), 140-148.
- Parkinson, C. L., J. C. Comiso, H. J. Zwally, D. J. Cavalieri, P. Gloersen and W. J. Campbell. 1987. *Arctic sea ice, 1973-1976: satellite passive-microwave observations*. Washington, DC, National Aeronautics and Space Administration, Scientific and Technical Information Branch. (NASA Special Publication NASA-SP-489.)
- Peltier, W. R. 1994. Ice age paleotopography. *Science*, 265(5169), 195-201.
- Reeh, N. 1991. Parameterization of melt rate and surface temperature on the Greenland ice sheet. *Polarforschung*, 59(3), 1989, 113-128.
- Ritz, C., A. Fabre and A. Letréguilly. 1996. Sensitivity of a Greenland ice-sheet model to ice flow and ablation parameters: consequences of the evolution through the last climatic cycle. *Climate Dyn.*, In press.
- Sadourny, R. and K. Laval. 1984. January and July performance of the LMD general circulation model. In Berger, A. and C. Nicolis, eds. *New perspectives in climate modeling*. Amsterdam, Elsevier, 173-198.
- Sanberg, J. A. M. and J. Oerlemans. 1983. Modelling of Pleistocene European ice sheets: the effect of upslope precipitation. *Geol. Mijnbouw*, 62, 267-273.
- Schubert, S., C.-K. Park, W. Higgins, S. Moorthi and M. Suarez. 1990. An atlas of ECMWF analyses (1980-87). *US Nat. Aeron. Space Admin. Tech. Mem. NASA-TM-100747*.
- Wessel, P. and W. H. F. Smith. 1995. New version of the Generic Mapping Tools released. *EOS*, 76(*), 329.

FIGURE CAPTIONS

Fig. 1. Reconstruction of the Northern Hemisphere ice sheets, using geological data, and a gravitationally self-consistent model for the computation of postglacial relative sea-level change; map copied from Peltier (1994).

Fig. 2. Map of the steady state obtained for the present state, with the present climatology, and the local accumulation parameterization. Ice elevation isolines are in km. The thin line represents the land above sea level.

Fig. 3. Map of the LGM steady state, obtained with the present climatology corrected for a cooling factor, and the local accumulation parameterization (no moisture transport).

Fig. 4. Map of the present steady state, obtained with the present climatology, and the water-balance algorithm for the accumulation parameterization (moisture transport).

Fig. 5. Map of the difference between mean annual surface temperature for the LGM and the present, in °C. This difference is an output of the AGCM; it is used to compute LGM surface temperatures which are an input to the ice-sheet model.

Fig. 6. Map of the ratio of precipitation between LGM and present, in m year^{-1} . This ratio is an output of the AGCM; it is used to compute LGM precipitation which is an input to the ice-sheet model.

Fig. 7. Map of the LGM steady state, obtained with the LGM data in input (reconstructed from the LMD5 AGCM outputs). The thin line represents the land above sea level, 105 m lower than in Figure 2.



Fig. 1

Experiment n°	Climate simulated	Surface temperature	Surface accumulation
1	present	present-day data	local parameterization (no moisture transport)
2	LGM	present-day data corrected for a cooling factor	local parameterization (no moisture transport)
3	present	present-day data	water balance model (moisture transport)
4	LGM	AGCM's output	AGCM's output

Tableau 1

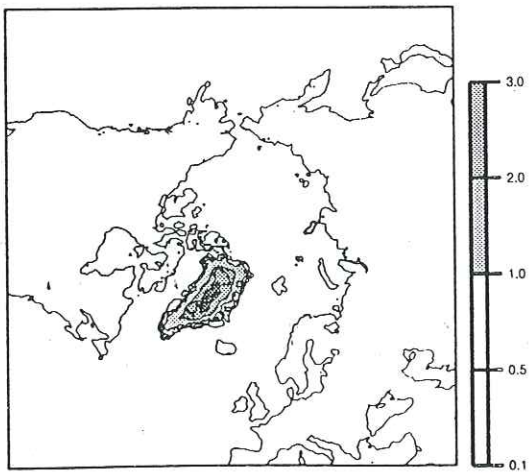


Fig. 2

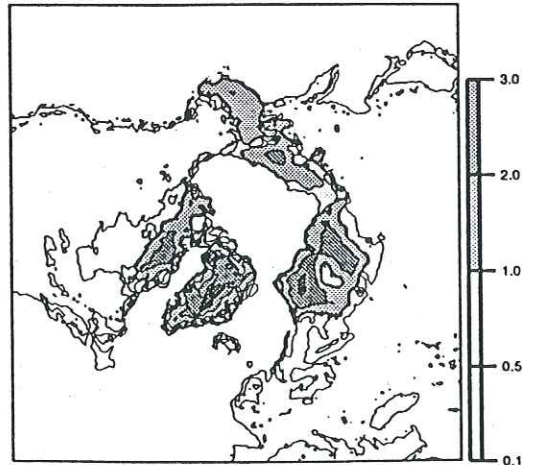


Fig. 3

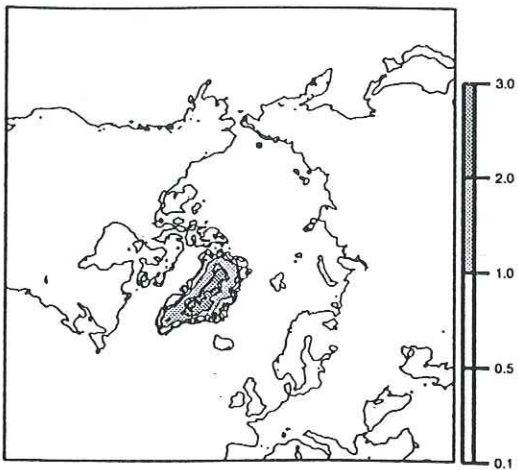


Fig. 4

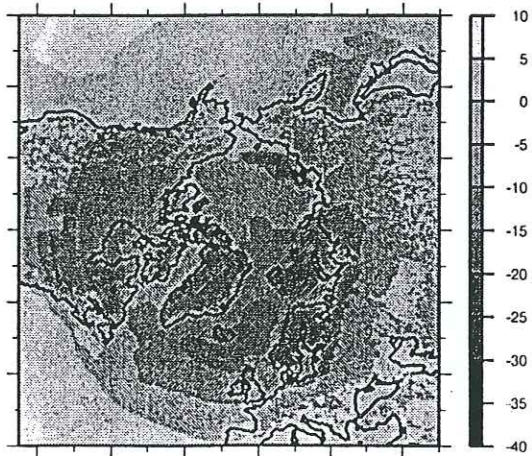


Fig. 5

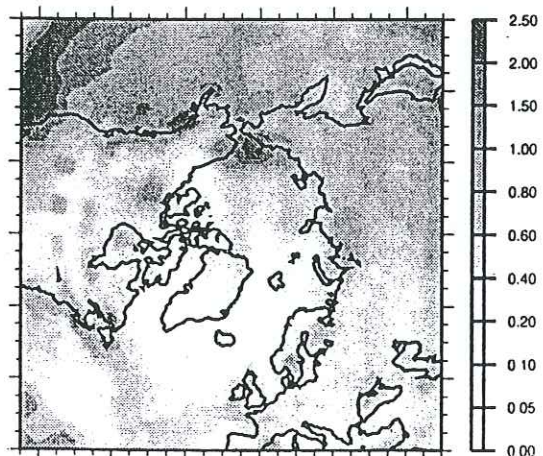


Fig. 6

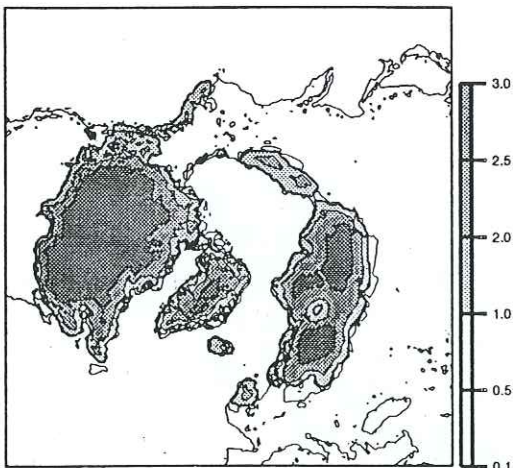


Fig. 7

