



**HAL**  
open science

# Suivi de franges à quatre télescopes pour GRAVITY et astrométrie de précision

Elodie Choquet

► **To cite this version:**

Elodie Choquet. Suivi de franges à quatre télescopes pour GRAVITY et astrométrie de précision. Instrumentation et méthodes pour l'astrophysique [astro-ph.IM]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2012. Français. NNT: . tel-00772392

**HAL Id: tel-00772392**

**<https://theses.hal.science/tel-00772392v1>**

Submitted on 10 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École Doctorale d'Astronomie et d'Astrophysique d'Île-de-France  
Observatoire de Paris

# THÈSE

présentée pour obtenir le diplôme de

DOCTEUR EN SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ PARIS . DIDEROT (Paris 7)

Spécialité : Astronomie et astrophysique

par

Élodie CHOQUET

## **Suivi de franges à quatre télescopes pour GRAVITY et astrométrie de précision**

Thèse soutenue le 17 décembre 2012 devant le jury composé de :

Pr. Gérard ROUSSET	Président du jury
Dr. Guy PERRIN	Directeur de thèse
Dr. Frédéric CASSAING	Directeur de thèse
Dr. Tom HERBST	Rapporteur
Dr. Éric THIÉBAUT	Rapporteur
Dr. Françoise DELPLANCKE	Examinatrice
Pr. François REYNAUD	Examinateur
Dr. Philippe ADAM	Examinateur









---

# Remerciements

Dernier écrit par l'auteur mais premier lu par les lecteurs, le chapitre des remerciements d'une thèse n'est pas le plus facile à rédiger ! Difficile en effet de parvenir à refléter toute l'amitié, la reconnaissance et l'estime que j'ai ressenties pendant ces trois années en une poignée de lignes. . . Difficile de n'oublier personne, lorsque toutes celles et ceux avec qui j'ai collaboré m'ont témoigné de leur confiance, de leur sympathie, ou de leur enthousiasme. . . C'est pourtant un passage incontournable, car c'est l'occasion unique pour faire part de ma gratitude inexprimée à un bon nombre de personnes.

Ma première pensée va à mes directeurs de thèse, Guy PERRIN et Frédéric CASSAING, pour m'avoir fait confiance dès le début de cette aventure et m'avoir confié la tâche critique pour l'interférométrie infrarouge européenne de développer le suiveur de franges de GRAVITY. Merci à Guy de m'avoir donné plusieurs opportunités de m'éloigner un peu de mon sujet principal, en m'ayant offert des collaborations sur un autre projet instrumental (FIRST, j'y reviendrai) et sur une étude astrophysique. Merci à lui d'avoir su me guider pendant ces trois années avec lucidité et efficacité, malgré ses fonctions au conseil scientifique de l'Observatoire de Paris. Merci à Frédéric de m'avoir initiée au suivi de franges et de m'en avoir détaillé toutes les facettes. Merci également à lui de m'avoir fourni le programme de base de mes simulations, et de m'avoir laissée le modifier à ma guise. Enfin, merci à eux deux de m'avoir laissé une très grande liberté sans laquelle mon expérience n'aurait pas été aussi riche, tout en ayant su me prodiguer des conseils avisés lorsque cela était nécessaire.

Je n'aurais pas pu aller aussi loin dans ce travail sans des aides et conseils multiples de nombreuses autres personnes. Pour le développement des algorithmes, un grand merci à Sylvestre LACOUR pour son enthousiasme, ses idées foisonnantes, ses réponses à toute question, à Jonathan MENU pour son travail inestimable sur le filtre Kalman, à Roberto ABUTER pour son aide et ses conseils d'expert et à Frank EISENHAEUER pour ses questions et commentaires constructifs sur mes résultats. Pour l'implémentation sur les machines temps-réel, un très grand merci à Roderick DEMBET, Pierre FÉDOU, Vincent LAPEYRERE et Thibaut PAUMARD qui mettent les mains dans le cambouis (le code temps réel en C et en TAC. . .), les personnes-clés qui feront fonctionner le suiveur de franges dans GRAVITY. Bonne chance à eux pour la suite du développement et de l'intégration ! Et enfin, côté prototype, merci tout d'abord à Frédéric CHAPRON, Claude COLLIN et Vartan ARSLANYAN pour avoir conçu et réalisé les pièces mécaniques indispensables au démonstrateur, à Denis ZIEGLER, Pierre et Roderick pour avoir développé les interfaces électroniques, et à moult stagiaires pour avoir contribué à la progression vers le contrôle du prototype en temps-réel : Thibault VIALE, Brice DELPÈCHE (deux fois!), Emmanuel CHAMBON, Hugo RICATEAU, Robin GOURICHON, Kévin TRETOUT, Ferhat AHMIM et Alexandre DESMAREST.

Trois collaborations parallèles à mon travail sur le suivi de franges m'ont énormément enrichie et ouverte vers de nouveaux horizons. La première fut avec l'Unité de Formation et d'Enseignement de l'Observatoire, au travers de mon monitorat. Contrairement à mes appréhensions en début de thèse, je me suis pleinement épanouie dans ces missions

d'enseignement diversifiées, faisant appel non seulement à des compétences scientifiques, mais surtout à des aptitudes humaines. Merci pour cela principalement à Yann CLÉNET, Audrey DELSANTI et Jean-Marie MALHERBE, ainsi qu'à mes étudiants qui m'ont permis de m'épanouir dans l'enseignement et la vulgarisation scientifique.

La seconde collaboration déterminante de ma thèse fut au sein de l'équipe FIRST, à laquelle je contribue depuis mon stage de troisième année de Supoptique, grâce à Guy. Cette expérience m'a incontestablement enrichie tant sur le plan personnel que professionnel. Mille merci à Elsa HUBY pour les échanges quotidiens sur nos sujets de thèse respectifs, grâce à qui j'apprends régulièrement tant de nouvelles choses. FIRST est indéniablement dans les meilleures mains possibles avec Elsa. Merci à Guy de m'avoir donné l'opportunité de participer à deux missions de tests et d'observations avec FIRST au Lick Observatory, qui font partie des moments inoubliables de ces trois ans de thèse. Merci enfin à Takayuki KOTANI pour m'avoir initiée à cet instrument, Franck MARCHIS pour porter ce projet avec une volonté et un enthousiasme remarquables, Gaspard DUCHÊNE qui a amélioré mes connaissances en astronomie par d'enrichissantes discussions et à Sylvestre, encore une fois pour son enthousiasme.

Enfin, la troisième collaboration m'a permis de développer un projet astrophysique à part entière sur les binaires X, décrit plus loin dans ce manuscrit. Merci infiniment à Pierre KERVELLA de m'avoir confié cette étude passionnante, aidée à la réaliser, et donné la joie immense d'aller réaliser moi-même des observations au VLTI, et de poser mes yeux émerveillés sur les mythiques télescopes de 8 m du mont Paranal. Merci à Jean-Baptiste LE BOUQUIN de m'avoir, à cette occasion, initiée aux observations avec PIONIER et plus généralement au VLT, d'avoir eu la patience de répondre à toutes mes questions, ce fut une rencontre courte mais extrêmement instructive. Merci également à Jean-Philippe BERGER, Antoine MÉRAND et Xavier HAUBOIS pour leurs conseils sur la réduction de ces observations.

Je remercie bien entendu mon jury pour avoir pris le temps de lire et critiquer mon travail, et d'avoir fait le déplacement pour le juger, et plus particulièrement mes rapporteurs Tom HERBST et Éric THIÉBAUT. Merci à Tom d'avoir accepté cette tâche malgré la difficulté linguistique, et à Éric pour ses nombreux commentaires et suggestions pour améliorer encore ce travail à l'avenir. Merci à mes deux relecteurs indispensables, Guy et Frédéric, de m'avoir laissé la liberté de rédiger ce manuscrit à mon goût, tout en l'améliorant par leurs corrections et commentaires pertinents. Merci également à mes deux relecteurs volontaires, qui ont droit comme promis à leur nom en lettres d'or dans ce chapitre : Merci à **Simon Choquet** et **Elsa Huby** !

Au-delà des rencontres et collaborations professionnelles, j'ai surtout trouvé des ami(e)s, des compagnons et des acolytes dans mes collègues, avec qui j'ai passé de bons moments. Merci aux camarades thésards de table équatoriale : Elsa, Damien PICKEL, Benjamin MOLLIER, Frédéric VINCENT, Michaël THIBON et Miguel MONTARGÈS, et bonne chance et bon courage pour ceux qui restent ! Merci aux compagnons du pôle HRA pour les discussions et débats enflammés autour de la machine à café : Sylvestre, Vincent, Marie BLAVIER, Nabih AZOUAOUI, Damien, Pierre, Miguel, Thibaut, Yann, Daniel ROUAN... Merci à Edwige BRAISAZ et Elsa pour le covoiturage Bures-Meudon, qui égaye les trajets monotones dans les bouchons sur la N118. Merci aux acolytes des consortiums GRAVITY, toujours partants pour un dernier verre après les réunions : Pierre, Sylvestre, Thibaut, Frédéric, Laurent JOCOU, Karine PERRAUT, Axelle NOLOT, Oliver PFUHL, Constanza ARAUJO, Stefan GILLESSEN...

Et enfin, merci à mes ami(e)s qui ont suivi de près ou de loin mes travaux, et auquel(le)s je suis reconnaissante de savoir me faire décrocher du boulot... ou pas! Merci donc à Elsa, Carine, Romain, Vincent, Martin, Quentin, Nicolas, Adeline O., Anne, Adeline L., Laëtitia, Barbara.

Pour terminer, je réserve mes derniers remerciements à mes proches. Une profonde reconnaissance et admiration pour mes parents qui ont su me donner par leur éducation, leur persévérance et leurs conseils toutes les clés pour parvenir à ce but. À mon frère pour ses leçons de vie, pour sa compréhension, sa joie de vivre, et ses encouragements. Enfin à Mathieu, pour sa patience malgré des journées de travail parfois (souvent ?) un peu prolongées, pour me remonter le moral dans les passes difficiles, pour avoir cru en moi plus que moi... bref, pour avoir été là!

Bonne lecture!



# Résumé

Ma thèse s'inscrit dans le contexte du développement de GRAVITY, instrument de deuxième génération du VLTI, dont la première lumière est prévue pour 2014. GRAVITY pourra recombinaison jusqu'à quatre télescopes en bande K ( $\sim 2,2 \mu\text{m}$ ). Par stabilisation de la phase sur une étoile de référence de magnitude aussi faible que  $K = 10$ , il permettra de réaliser des mesures astrométriques avec une précision de  $10 \mu\text{as}$  sur des objets jusqu'à  $K = 15$ , et des images à référence de phase jusqu'à  $K = 16$  avec une résolution de 4 mas.

Mon travail de thèse consiste à développer les algorithmes du suiveur de franges de GRAVITY, sous-système essentiel pour permettre à l'instrument d'atteindre ces limites de sensibilité inégalées en interférométrie longue base infrarouge. Pour rendre possible des intégrations supérieures à 100 s sur la voie scientifique, il devra stabiliser les différences de marche à des résidus inférieurs à 350 nm rms sur l'étoile de référence, malgré les perturbations provoquées par le piston atmosphérique, des vibrations instrumentales, et des variations de flux des faisceaux recombinaison.

Dans ce but, j'ai réalisé des simulations numériques de la boucle de contrôle dans son ensemble, en modélisant de façon réaliste les différentes sources de perturbations générant des fluctuations de différence de marche et des variations de flux dans les faisceaux recombinaison. J'ai ainsi démontré que, par l'utilisation d'un contrôleur prédictif basé sur un filtre de Kalman utilisant un modèle des perturbations pour calculer les commandes aux actionneurs, les franges seront stabilisées à 310 nm rms sur une étoile de magnitude 10 dans les conditions d'observation attendues au VLTI en 2014. J'ai montré cependant que ces performances diminuaient fortement pour des conditions moins favorables.

De plus, j'ai analysé l'efficacité du contrôleur Kalman pour compenser le piston atmosphérique et les vibrations par rapport aux algorithmes actuellement utilisés au VLTI. À partir de mesures sur ciel avec l'instrument PRIMA, j'ai montré que les perturbations sont mieux corrigées avec un contrôleur Kalman qu'avec le suiveur de franges de PRIMA. De plus, j'ai démontré par des simulations numériques que le filtre Kalman est plus efficace pour compenser les vibrations que l'algorithme VTK, consacré à leur correction au VLTI.

J'ai également développé un démonstrateur de laboratoire du suiveur de franges de GRAVITY, dans le but d'en valider expérimentalement la boucle de contrôle. J'ai ainsi pu analyser des spécificités absentes des simulations initiales, telles que la procédure d'étalement, et l'analyse de biais induits par une dispersion spectrale imparfaite.

Enfin, j'ai participé à un programme astrophysique pour lequel j'ai réalisé et analysé des observations interférométriques de la binaire X à forte masse Vela X-1 en infrarouge. J'ai mesuré un vent stellaire de tailles différentes dans les bandes H et K, démontrant la présence soit d'un fort gradient de température, soit d'événements temporaires dans le vent. Une fois GRAVITY opérationnel, cette étude préliminaire sera étendue à des binaires X moins lumineuses, grâce à sa sensibilité inédite en interférométrie infrarouge.

Pour conclure, mon travail de thèse a permis de démontrer que les performances du suiveur de franges sont compatibles avec les spécifications de GRAVITY, en faisant par conséquent le premier suiveur de franges à quatre télescopes à fonctionner sur des sources faibles, et ce malgré des perturbations importantes. GRAVITY et son suiveur de franges ouvrent ainsi la voie à des observations astrophysiques inédites en interférométrie optique.



# Abstract

My PhD was initiated in the framework of the development of GRAVITY, second generation instrument for the VLTI, whose first light is expected for 2014. GRAVITY will combine up to four telescopes in the K infrared spectral band ( $\sim 2.2 \mu\text{m}$ ). By stabilizing the phase of a reference star of magnitude as faint as  $K = 10$ , this instrument will enable astrometric measurements with a precision of  $10 \mu\text{as}$  on objects of magnitude up to  $K = 15$ , and phase referenced imaging on objects as faint as  $K = 16$  with about  $4 \text{ mas}$  angular resolution.

The goal of my PhD consists in developing the fringe tracker algorithms of GRAVITY, a critical sub-system to reach these sensitivity limits unequaled in infrared long-baseline interferometry. To enable integrations longer than  $100 \text{ s}$  on the science beam, the fringe tracker will have to stabilize the optical path differences, with residues as low as  $350 \text{ nm}$  rms on the reference star, despite disturbance due to atmospheric piston, instrumental vibrations, and variations of flux in the recombined beams.

In this aim, I performed numerical simulations of the whole control loop, by realistically modeling different disturbance sources inducing path length fluctuations in the beams, and flux variations in the beams. I demonstrated that fringes will be stabilized down to  $310 \text{ nm}$  rms on a  $K = 10$  magnitude star with the expected observing conditions at VLTI in 2014, with a predictive controller based on Kalman filtering that uses a disturbance model to compute the actuator commands. However, I showed that this performance strongly decreases for less optimistic conditions.

In addition, I analyzed the efficiency in correcting both atmospheric piston and vibrations of the Kalman controller, compared to the algorithms currently used at VLTI. From on-sky phase measurements with the PRIMA instrument at VLTI, I showed that the disturbances are better corrected with the Kalman controller than with the PRIMA-FSU. Moreover, I performed numerical simulations demonstrating that the Kalman controller is more efficient to compensate vibrations than the VTK algorithm, dedicated to correct vibrations at VLTI.

Moreover, I developed a laboratory demonstrator of the GRAVITY fringe tracker, to experimentally validate its algorithms. I thus analyzed instrumental specificities of the fringe tracker with this prototype that are not included in the simulations, such as the calibration process and bias induced by imperfect dispersive optical systems.

Finally, I contributed to an astrophysical study, in which I performed and analyzed infrared interferometric observations of the X-ray binary Vela X-1. I measured a stellar wind with different sizes in the H and K spectral bands, revealing either a strong temperature gradient in the stellar wind, or transient events in the accretion process. When GRAVITY is operational, this study will be extended to fainter X-ray binaries, thanks to the unique sensitivity of the instrument in infrared interferometry.

To conclude, my PhD demonstrated that the performance of the fringe tracker matches the specifications of the GRAVITY instrument, making it the first four-telescope fringe tracker operational for faint targets, despite strong disturbances. GRAVITY and the fringe tracker thus pave the way to astrophysical observation unprecedented in optical interferometry.





# Table des matières

<b>1</b>	<b>Mise en contexte</b>	<b>1</b>
1.1	Une question de résolution angulaire . . . . .	1
1.1.1	Résolution angulaire : définition, caractéristiques . . . . .	1
1.1.2	De l'œil aux ELTs . . . . .	5
1.2	L'interférométrie : une technique particulière . . . . .	8
1.2.1	Principe de l'interférométrie . . . . .	8
1.2.2	Observables interférométriques . . . . .	9
1.2.3	Principaux observatoires interférométriques . . . . .	13
1.3	L'instrument GRAVITY dans ce contexte . . . . .	14
1.3.1	Objectifs scientifiques . . . . .	15
1.3.2	Description et spécifications techniques de l'instrument . . . . .	16
1.3.3	Présentation du consortium . . . . .	20
1.4	Une question de sensibilité . . . . .	20
1.4.1	Principe du suivi de franges . . . . .	20
1.4.2	Le suiveur de franges de GRAVITY dans ce contexte . . . . .	23
1.5	Ma thèse dans ce contexte . . . . .	24
<b>2</b>	<b>Perturbations rencontrées par le suiveur de franges</b>	<b>25</b>
2.1	Le piston atmosphérique . . . . .	25
2.1.1	Aux origines de la turbulence atmosphérique . . . . .	25
2.1.2	Description analytique de la turbulence . . . . .	26
2.1.3	Les différents modèles de turbulence . . . . .	29
2.1.4	Analyse énergétique des fluctuations de phase . . . . .	31
2.1.5	Discussion du modèle choisi pour simuler la turbulence . . . . .	33
2.2	Les vibrations longitudinales des télescopes . . . . .	35
2.2.1	Origine des vibrations . . . . .	36
2.2.2	Contrôle et limitation des vibrations . . . . .	37
2.2.3	Modèle des vibrations . . . . .	38
2.3	Les variations de flux . . . . .	39
2.3.1	Analyse qualitative de l'impact des pertes de flux . . . . .	40
2.3.2	Origine des variations de flux . . . . .	42
2.3.3	Analyse fréquentielle . . . . .	44
2.4	Résumé du chapitre . . . . .	48
<b>3</b>	<b>Algorithmes du suiveur de franges de GRAVITY</b>	<b>49</b>
3.1	Architecture globale du suiveur de franges . . . . .	49
3.1.1	Environnement matériel du suiveur de franges . . . . .	49
3.1.2	Architecture globale de l'algorithme . . . . .	51

3.2	Le senseur de phase	52
3.2.1	Prétraitement de l'image brute	52
3.2.2	Extraction de l'information cohérente	54
3.2.3	Estimation des observables en bande large	57
3.2.4	Estimation du retard de groupe	58
3.2.5	Estimation de la différence de marche à corriger	60
3.2.6	Estimation de la précision de mesure	64
3.3	Le contrôleur en boucle fermée	68
3.3.1	Contrôleur intégral	68
3.3.2	Contrôleur Kalman	76
3.3.3	Identification des paramètres du Kalman	82
3.4	La machine d'état	85
3.4.1	État par base	85
3.4.2	État par télescope	86
3.4.3	État global du suiveur de franges	89
3.5	Résumé du chapitre	90
<b>4</b>	<b>Simulations numériques du suiveur de franges</b>	<b>93</b>
4.1	Langage de programmation	93
4.2	Simulations du suiveur de franges de GRAVITY	94
4.2.1	Description des simulations	94
4.2.2	Résultats détaillés des simulations	98
4.2.3	Identification du modèle sur une étoile brillante	104
4.2.4	Analyse des fréquences d'échantillonnage optimales	109
4.2.5	Discussion sur ces simulations	110
4.3	Comparaison du contrôleur Kalman et du VTK	112
4.3.1	Présentation de l'algorithme VTK	112
4.3.2	Description des simulations	113
4.3.3	Efficacité selon la nature de la vibration	115
4.3.4	Efficacité selon l'importance des vibrations	119
4.3.5	Robustesse au niveau de bruit	122
4.3.6	Robustesse aux pertes de flux	124
4.3.7	Résumé et discussion	125
4.4	Performances du Kalman sur des mesures sur ciel	126
4.4.1	Description des simulations	126
4.4.2	Description des données PRIMA	127
4.4.3	Résultats sur l'ensemble des données	127
4.4.4	Analyse de la simulation sur un jeu de données	129
4.4.5	Résumé et conclusions	132
4.5	Recombineur de type ABC : adaptation du suiveur de franges	134
4.5.1	Contexte : mesures astrométriques de GRAVITY	134
4.5.2	Injection du laser de métrologie	135
4.5.3	Adaptation aux consignes non nulles	137
4.5.4	Simulations de suivi de franges modifié par la métrologie	140
4.5.5	Résumé des simulations et discussion	145
4.6	Conclusions sur les simulations de suivi de franges	146
4.6.1	Limites de ces simulations	146
4.6.2	Résumé des simulations	147

<b>5</b>	<b>Réalisation d'un prototype de laboratoire</b>	<b>149</b>
5.1	Description du prototype . . . . .	149
5.1.1	Le montage optique . . . . .	149
5.1.2	L'environnement informatique . . . . .	152
5.2	Étalonnage de l'instrument . . . . .	153
5.2.1	Transmissions instrumentales . . . . .	154
5.2.2	Cohérences complexes instrumentales et longueurs d'onde effectives . . . . .	154
5.2.3	Clôtures de phase instrumentales . . . . .	156
5.2.4	Caractéristiques instrumentales du démonstrateur . . . . .	158
5.3	Linéarité des estimateurs de phase . . . . .	160
5.3.1	Explication du problème . . . . .	160
5.3.2	Caractérisation de la perte de linéarité . . . . .	161
5.3.3	Conséquence sur le suiveur de franges de GRAVITY . . . . .	163
5.4	Résultats du suiveur de franges . . . . .	164
5.4.1	Résultats obtenus avec un intégrateur . . . . .	164
5.4.2	Résultats obtenus avec un contrôleur Kalman . . . . .	165
5.5	Résumé et perspectives . . . . .	170
<b>6</b>	<b>Application astrophysique : Vela X-1</b>	<b>171</b>
6.1	Vela X-1 : une binaire X à forte masse . . . . .	171
6.1.1	Le bestiaire des binaires X . . . . .	171
6.1.2	L'apport de l'interférométrie infrarouge . . . . .	172
6.1.3	Présentation de Vela X-1 . . . . .	173
6.2	Observations en bande K . . . . .	176
6.2.1	Présentation de l'instrument AMBER . . . . .	177
6.2.2	Description des observations . . . . .	177
6.2.3	Analyse photométrique et spectrale . . . . .	177
6.2.4	Analyse des clôtures de phase . . . . .	180
6.2.5	Les visibilitées carrées . . . . .	181
6.2.6	Caractérisation de l'environnement de la binaire . . . . .	183
6.2.7	Conclusions sur ces observations . . . . .	186
6.3	Observations en bande H . . . . .	186
6.3.1	Présentation de l'instrument PIONIER . . . . .	186
6.3.2	Description des observations . . . . .	187
6.3.3	Analyse des visibilitées . . . . .	189
6.3.4	Analyse des clôtures de phase . . . . .	191
6.4	Discussion des résultats . . . . .	195
6.4.1	Résumé des épisodes précédents . . . . .	195
6.4.2	Quelques perspectives . . . . .	197
	<b>Conclusion</b>	<b>199</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>214</b>
	<b>Publication concernant le suiveur de franges</b>	<b>215</b>



# Table des figures

1.1	Pouvoir séparateur d'un instrument	2
1.2	Pouvoir séparateur d'un télescope de 8 m	5
1.3	Perturbation du front d'onde par l'atmosphère	7
1.4	Pupille diluée	8
1.5	Réponse impulsionnelle d'un interféromètre	10
1.6	Séparation d'une binaire avec un interféromètre	11
1.7	Symétrie d'une binaire avec un interféromètre	12
1.8	Illustration d'un sursaut lumineux de Sgr A*	16
1.9	Scénarii d'origine des sursauts lumineux de Sgr A*	16
1.10	Schéma optique de GRAVITY	17
1.11	Schéma mécanique de l'AO de GRAVITY	18
1.12	Recombineur en optique intégrée	19
1.13	Image de franges brouillées par la différence de marche	21
1.14	Image du centre galactique dans l'infrarouge	24
2.1	Principe de Fermat, différence de chemin optique	27
2.2	Spectres et séquences temporelles de DDM pour différents modèles	34
2.3	Séquences temporelles de DDM mesurées avec FINITO et PRIMA	34
2.4	Écart-type de la DDM en fonction de la base pour différents modèles	35
2.5	Schéma d'un UT	37
2.6	Résonance d'une vibration en fonction du coefficient d'amortissement	39
2.7	Vibrations pour chaque télescope	39
2.8	Vibrations mesurées avec les UTs	41
2.9	Causes des pertes de précision sur l'estimation des DDM	41
2.10	Spectre des perturbations en tip-tilt générées dans les tunnels du VLTI	45
2.11	Spectre du tip-tilt résiduel mesuré par IRIS	46
2.12	Tip-tilt résiduel simulé	47
3.1	Schéma des éléments propres au suiveur de franges	50
3.2	Schéma de la hiérarchie du suiveur de franges dans GRAVITY	51
3.3	Schéma global de l'algorithme du suiveur de franges	52
3.4	Représentation de la modulation ABCD	53
3.5	Structure d'une image du détecteur du suiveur de franges	53
3.6	Franges dispersées	59
3.7	Comparaison des algorithmes de retard de groupe	61
3.8	Illustration du phénomène de dispersion	62
3.9	Retard de groupe - retard de phase	63
3.10	Précision sur la phase d'un vecteur complexe	66

3.11	Schéma d'asservissement de la boucle . . . . .	69
3.12	Diagramme de temps du suiveur de franges . . . . .	71
3.13	Erreurs du modèle AR2 sur les vibrations et la turbulence . . . . .	79
3.14	Spectre typique des perturbations . . . . .	83
3.15	États par base . . . . .	86
3.16	États par télescope . . . . .	90
3.17	États du suiveur de franges . . . . .	91
4.1	Schéma temporel des simulation, retard de deux trames . . . . .	95
4.2	Résidus de DDM simulés sous 10 $\mu\text{m}$ de DDM atmosphérique . . . . .	99
4.3	Résidus de DDM simulés sous 10 $\mu\text{m}$ de DDM atmosphérique (zoom) . . . . .	100
4.4	Fréquences optimales sous 10 $\mu\text{m}$ de DDM atmosphérique . . . . .	101
4.5	RMS d'une phase aléatoire . . . . .	103
4.6	Résidus de DDM simulés sous 15 $\mu\text{m}$ de DDM atmosphérique . . . . .	105
4.7	Résidus de DDM simulés sous 15 $\mu\text{m}$ de DDM atmosphérique (zoom) . . . . .	106
4.8	Fréquences optimales sous 10 $\mu\text{m}$ de DDM atmosphérique . . . . .	107
4.9	Résidus de DDM simulés, modèle du Kalman à haut RSB . . . . .	108
4.10	Principe d'estimation de l'énergie d'une vibration . . . . .	116
4.11	Spectres des résidus selon la nature de la vibration . . . . .	118
4.12	Spectres des résidus pour 350 nm rms de vibration . . . . .	121
4.13	Écart-type des résidus des données PRIMA et des simulations Kalman . . . . .	128
4.14	Écart-type des résidus des données PRIMA selon les conditions d'observation . . . . .	130
4.15	Spectre des résidus du fichier de données PRIMA numéro 22 . . . . .	132
4.16	Spectre de la perturbation du fichier de données PRIMA numéro 22 . . . . .	133
4.17	Principe des mesures astrométriques . . . . .	136
4.18	Schémas d'injection du laser de métrologie . . . . .	137
4.19	Combinaisons de consignes non nulles sur six bases . . . . .	139
4.20	Instabilité pour des consignes proches de $\pi$ . . . . .	140
4.21	Erreur en fonction de la consigne à haut rapport signal-sur-bruit . . . . .	142
4.22	Écart-type en fonction de la consigne à haut rapport signal-sur-bruit . . . . .	142
4.23	Erreur en fonction de la consigne à bas rapport signal-sur-bruit . . . . .	143
4.24	Écart-type en fonction de la consigne à bas rapport signal-sur-bruit . . . . .	143
4.25	Erreur et Écart-type en fonction de la consigne pour une magnitude 10,1 . . . . .	145
5.1	Schéma optique du prototype . . . . .	151
5.2	Photographie du banc optique . . . . .	151
5.3	Schéma de gestion des boucles temps-critique et non temps-critique . . . . .	153
5.4	Caractéristiques du prototype . . . . .	159
5.5	Linéarité de l'estimateur de retard de groupe . . . . .	161
5.6	Simulation d'une disparité de longueur d'onde . . . . .	164
5.7	Disparité des longueurs d'onde attendues pour GRAVITY . . . . .	165
5.8	Biais attendus sur les estimateur de différence de marche pour GRAVITY . . . . .	166
5.9	Fermeture de la boucle de contrôle avec le démonstrateur . . . . .	167
5.10	Spectres mesurés avec le contrôleur Kalman . . . . .	168
5.11	RMS cumulé mesuré avec un contrôleur Kalman . . . . .	169
6.1	Principe de la binaire X à étoile Be . . . . .	172
6.2	Image de l'onde de choc au Nord de Vela X-1 . . . . .	176
6.3	Plan (u,v) obtenu avec AMBER . . . . .	178

---

6.4	Spectres bruts de Vela X-1 et de l'étalon obtenus avec AMBER . . . . .	179
6.5	Spectre étalonné de Vela X-1 . . . . .	179
6.6	Spectres d'étoiles de type B0.5 dans la bande K . . . . .	180
6.7	Clôture de Vela X-1 obtenue avec AMBER . . . . .	181
6.8	Visibilités carrées de Vela X-1 obtenues avec AMBER . . . . .	182
6.9	Ajustement des visibilités à un modèle de disque . . . . .	185
6.10	Carte de $\chi^2$ de l'ajustement . . . . .	185
6.11	Souvenir de PIONIER . . . . .	187
6.12	Schéma du site du VLTI . . . . .	189
6.13	Plan (u,v) obtenu avec PIONIER . . . . .	189
6.14	$\chi^2$ de l'ajustement des données PIONIER . . . . .	190
6.15	Visibilités carrées de Vela X-1 avec PIONIER . . . . .	192
6.16	Clôtures mesurées avec PIONIER . . . . .	193
6.17	Clôtures de phase moyennées sur une nuit . . . . .	194
6.18	Schéma global de Vela X-1 . . . . .	196





# Liste des tableaux

1.1	Limite de résolution de différents instruments . . . . .	8
1.2	Principaux interféromètres longue base . . . . .	14
1.3	Consortium de GRAVITY et sous-systèmes liés . . . . .	20
2.1	Liste des instruments aux foyers des UTs . . . . .	37
2.2	RMS des vibrations longitudinales simulées pour chaque télescope . . . . .	39
2.3	Paramètres des vibrations simulées sur chaque télescope. . . . .	40
2.4	Budget d'erreur de tip-tilt prévu pour GRAVITY . . . . .	44
3.1	Configurations reliant l'état des bases aux télescopes . . . . .	88
4.1	Paramètres fixes des simulations . . . . .	94
4.2	Paramètres variables des simulations . . . . .	95
4.3	Déphasage A-B du recombineur simulés . . . . .	97
4.4	Performances simulées à magnitude 10 . . . . .	111
4.5	DDM résiduelle totale selon la nature de la vibration . . . . .	117
4.6	Résidus de vibrations selon la nature de la vibration . . . . .	117
4.7	Spectre de vibrations simulées . . . . .	119
4.8	DDM résiduelle totale selon la niveau de vibration . . . . .	120
4.9	Résidus de vibrations selon le niveau de vibration . . . . .	120
4.10	Énergie résiduelle des vibration, à haut rapport signal-sur-bruit . . . . .	122
4.11	DDM résiduelle totale en fonction de la magnitude de la source . . . . .	122
4.12	Résidus de vibrations en fonction de la magnitude de la source . . . . .	123
4.13	DDM résiduelle totale en fonction du tip-tilt . . . . .	124
4.14	Résidus de vibrations en fonction du niveau de tip-tilt . . . . .	124
4.15	Conditions d'observation des données PRIMA . . . . .	127
4.16	Statistiques des résidus selon la longueur de séquence utilisée pour le modèle . . . . .	128
4.17	Statistiques des différence de résidus PRIMA - Kalman . . . . .	129
4.18	Conditions d'observation des données PRIMA du fichier 22 . . . . .	131
4.19	Résidus de différence de marche du fichier 22 . . . . .	131
6.1	Carte d'identité de Vela X-1 . . . . .	175
6.2	Tailles angulaires caractéristiques de Vela X-1 . . . . .	175
6.3	Étoile étalon de l'observation avec AMBER . . . . .	177
6.4	Bases utilisées avec AMBER . . . . .	178
6.5	Transitions atomiques d'une étoile B0.5Ib . . . . .	180
6.6	Clôtures mesurées avec AMBER dans les raies spectrales . . . . .	181
6.7	Visibilités carrées moyennées de Vela X-1 . . . . .	183

---

6.8	Visibilités carrées de Vela X-1 dans les raies spectrales . . . . .	183
6.9	Phases de Vela X-1 pendant les observations . . . . .	187
6.10	Résolutions utilisées avec PIONIER . . . . .	188
6.11	Bases utilisées avec PIONIER . . . . .	188
6.12	Étoiles étalons . . . . .	190
6.13	Visibilités carrées moyennées de Vela X-1 . . . . .	190
6.14	Modèles de binaire générant $0,5^\circ$ de signal de clôture . . . . .	195

# Chapitre 1

## Mise en contexte

Motivé par l'envie d'en savoir toujours plus sur la physique de l'univers et des corps célestes qu'il abrite, le développement de nouveaux instruments en astronomie a toujours pour objectif de dépasser les limites des moyens actuels et permettre l'observation de phénomènes ou d'objets inédits. La recherche instrumentale en haute résolution angulaire peut se résumer à cette maxime : « Toujours plus sensible, toujours plus petit, toujours plus détaillé ».

Ma thèse reflète justement les efforts qui peuvent être déployés dans ce but. En particulier, il y est présenté les développements effectués pour dépasser les limites de sensibilité des interféromètres actuels et à l'une des meilleures résolutions atteintes dans le proche infrarouge, par le développement d'un instrument de nouvelle génération à la pointe de son domaine.

Dans ce chapitre, je présenterai le contexte dans lequel s'est déroulée cette thèse. Je décrirai d'abord l'objectif et le principe des observations à haute résolution angulaire, et présenterai l'instrument GRAVITY pour lequel j'ai effectué ces recherches. Je présenterai ensuite le principe du suivi de franges, pièce maîtresse de l'instrument qui lui permettra d'atteindre des limites de sensibilité inégalées.

### 1.1 Une question de résolution angulaire

Je présenterai dans cette partie la définition de la résolution angulaire d'un instrument observant l'infini, dans une approche simplifiée. J'expliquerai également l'intérêt particulier de ce critère en astronomie, via un bref historique des avancées décisives qui ont conduit à des observations d'une résolution de plus en plus pointue.

#### 1.1.1 Résolution angulaire : définition, caractéristiques

Pour commencer, il n'est pas inutile de rappeler ce qui définit la résolution angulaire d'un télescope, ni d'en citer quelques caractéristiques.

#### Réponse impulsionnelle d'un instrument

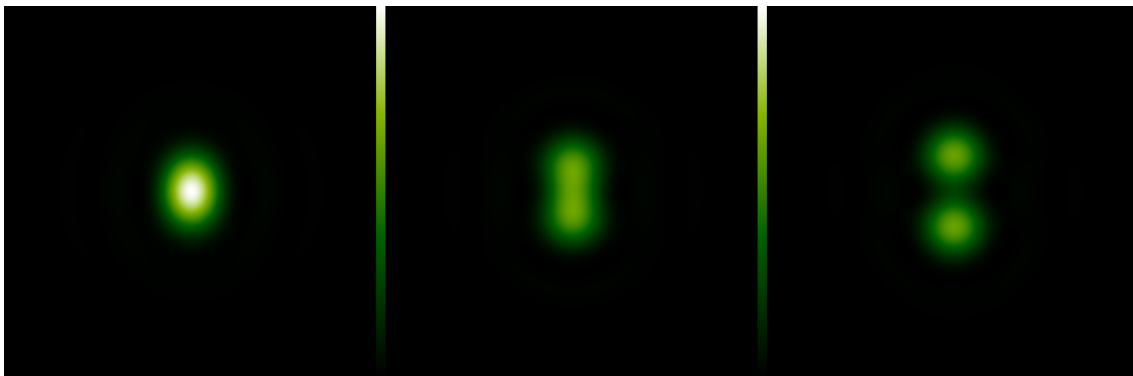
La notion de résolution angulaire repose sur le fait que l'image d'un objet infiniment petit observé à travers un instrument ne donnera *jamais* une image infiniment petite. Quelles que soient la nature et la qualité de l'instrument, l'image observée est *toujours* une tache plus ou moins étalée. Ainsi, pour discerner deux objets dans une image, il

faut qu'ils soient suffisamment distants l'un de l'autre pour que leurs taches-images ne se brouillent pas. De la même façon, on peut décomposer un objet étendu en une infinité d'objets ponctuels d'intensités différentes. En fonction de la taille et de la forme de la tache-image de chacun de ces points, on ne pourra distinguer que les détails de l'objet suffisamment étendus pour ne pas être fondus dans chaque tache-image individuelle des points.

On comprend donc que pour connaître le pouvoir de résolution d'un instrument, c'est-à-dire sa capacité à appréhender les détails fins d'un objet observé, il faut avant tout connaître sa fonction d'étalement d'un point, ou *réponse impulsionnelle*, qui définit l'image d'un objet ponctuel rendue par l'instrument. À partir de cette caractéristique, on peut choisir un critère nous permettant de définir si un détail d'une certaine taille dans un objet est résolu ou non par l'instrument. Un critère simplifié généralement adopté consiste à définir la limite de résolution d'un instrument comme la largeur à mi-hauteur de sa réponse impulsionnelle. Ainsi, deux objets ponctuels séparés de façon à ce que leurs images soient distantes de cette valeur seront discernables.

Il est important à ce point de bien faire la distinction entre *limite de résolution* et *pouvoir séparateur* (aussi appelé simplement résolution) d'un instrument. Par définition, sa limite de résolution est la taille du plus petit élément qui puisse être résolu par l'instrument, tandis que son pouvoir séparateur correspond à sa capacité à résoudre spatialement un objet. Le pouvoir de séparation est donc égale à l'inverse de la limite de résolution de l'instrument. Plus sa résolution est grande, plus il permet de distinguer de petits éléments dans un objet.

Un objet à l'infini étant repéré par un angle, on parle alors de limite de résolution angulaire, séparation angulaire minimale permettant de distinguer deux objets à l'infini. La figure 1.1 présente l'image de deux sources ponctuelles pour des séparations respectivement de gauche à droite non résolue par l'instrument, à sa limite de résolution, et parfaitement résolue. On voit ainsi dans l'image de gauche que l'objet n'est pas ponctuel, mais il est impossible d'en connaître la nature.



**Figure 1.1** – Illustration du pouvoir séparateur d'un instrument. Les images de deux objets ponctuels sont représentés. À gauche, les objets sont trop proches pour être résolus. Au milieu, la séparation entre les deux objets est à la limite de résolution de l'instrument. À droite, les deux objets sont suffisamment séparés pour être clairement discernables sur l'image.

### Limite de diffraction

C'est la diffraction par la pupille de l'instrument qui limite de façon ultime sa résolution. Sa réponse impulsionnelle dépend alors à la fois de la forme et de la taille caractéristique de la pupille diffractante.

La théorie de la diffraction de Fraunhofer montre qu'à l'infini, l'amplitude complexe d'une onde diffractée est directement proportionnelle à la transformée de Fourier de la fonction transmission de la pupille. Ainsi, l'amplitude complexe  $A$  de l'onde émise par un point  $M$  de l'espace, à une longueur d'onde  $\lambda$ , et diffractée par une pupille de transmission  $T$  ne dépend que de la direction d'observation de coordonnées angulaires  $(\theta_x, \theta_y)$  :

$$A(\theta_x, \theta_y) \propto \iint_{\mathbb{R}^2} T(U, V) \exp\left(-\frac{2i\pi}{\lambda} (\theta_x U + \theta_y V)\right) dU dV, \quad (1.1)$$

dans la limite de l'approximation de Fraunhofer, où le point  $M$  est considéré à l'infini si sa distance  $d$  au plan pupille vérifie la relation :

$$d \gg \frac{D_{pup}^2}{\lambda}, \quad (1.2)$$

avec  $D_{pup}$  une taille caractéristique de l'ouverture.

L'expression de l'amplitude de l'onde est ainsi définie par la transformée de Fourier  $\mathcal{F}[t]$  de la transmission de la pupille  $t$  aux coordonnées réduites par la longueur d'onde :

$$A(\theta_x, \theta_y) \propto \mathcal{F}[t](\theta_x, \theta_y), \quad (1.3)$$

avec la transmission de la pupille aux coordonnées réduites  $(u, v) = (U/\lambda, V/\lambda)$  :

$$t(u, v) = T(U, V). \quad (1.4)$$

La réponse impulsionnelle  $S$  de l'instrument, définie par l'image d'un point, s'exprime alors par le module carré de l'amplitude de l'onde :

$$S(\theta_x, \theta_y) = |A(\theta_x, \theta_y)|^2. \quad (1.5)$$

Ainsi, connaissant la forme de la pupille de l'instrument, on peut facilement connaître l'image qu'il donnera d'un point lumineux à l'infini, dans la mesure où il est limité par la diffraction de l'onde par sa pupille, et en déduire sa limite de résolution par la largeur à mi-hauteur de sa réponse impulsionnelle.

### Analyse dans le plan des fréquences spatiales

Une autre approche permettant de connaître le pouvoir séparateur d'un instrument est d'analyser les fréquences spatiales dont il permet l'observation.

La réponse impulsionnelle d'un instrument correspond dans le domaine fréquentiel à la transformée de Fourier de l'autocorrélation  $h$  de la transmission de la pupille  $t$  aux coordonnées réduites, définie telle que :

$$h(u, v) = (t \star t)(u, v), \quad (1.6)$$

également appelée *fonction de transfert optique* de l'instrument. La réponse impulsionnelle correspond ainsi à :

$$S(\theta_x, \theta_y) = \mathcal{F}[h](\theta_x, \theta_y). \quad (1.7)$$

Dans domaine fréquentiel des coordonnées réduites, l'instrument peut donc être vu comme un filtre passe-bas ne transmettant que les fréquences spatiales  $(u, v)$  pour lesquelles sa pupille est définie. Le pouvoir séparateur de l'instrument est alors simplement défini par la fréquence spatiale maximale accessible.

Ainsi, si  $D_{pup}$  est la taille maximale de la pupille d'un instrument limité par la diffraction, son pouvoir de résolution  $u_{\max}$  à la longueur d'onde  $\lambda$  correspond alors à :

$$u_{\max} = \frac{D_{pup}}{\lambda}, \quad (1.8)$$

et sa limite de résolution est donc inversement proportionnelle à la taille de la pupille :

$$\theta_{RI} \sim \frac{\lambda}{D_{pup}}. \quad (1.9)$$

On voit que plus la taille de la pupille de l'instrument est grande, plus sa tache de diffraction sera petite, et plus il sera capable d'imager les détails fins des objets observés. En d'autres termes, plus la pupille est grande, plus son pouvoir séparateur est important.

### Exemple d'une pupille circulaire

Considérons maintenant l'exemple très classique d'une simple ouverture circulaire de diamètre  $D$ , couramment utilisée en astronomie pour sa simplicité et sa propriété de symétrie radiale.

La fonction de transmission d'une telle pupille est définie par :

$$T(U, V) = \begin{cases} 1 & \text{si } r = \sqrt{U^2 + V^2} \leq D/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}. \quad (1.10)$$

D'après la relation 1.3, l'amplitude de l'onde diffractée par cette ouverture dans la direction  $\theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}$  est proportionnelle à la transformée de Fourier de  $T$  :

$$A(\theta) \propto 2 \frac{J_1(\pi D \theta / \lambda)}{\pi D \theta / \lambda}, \quad (1.11)$$

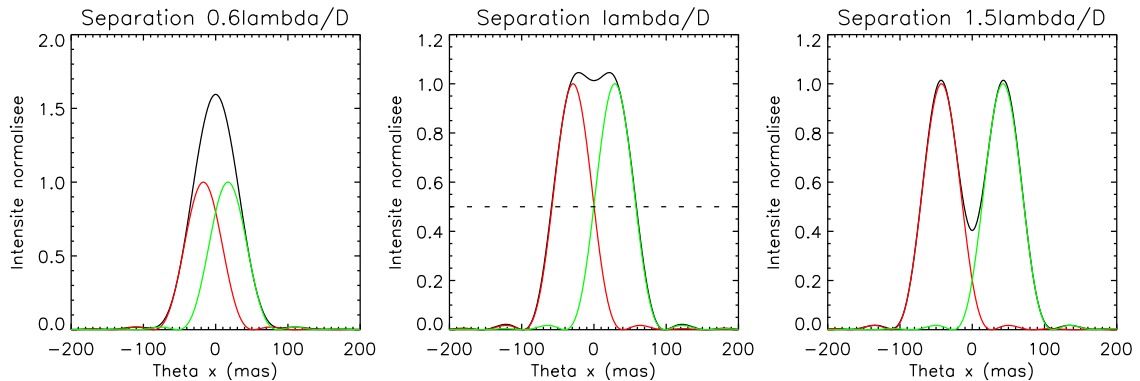
où  $J_1$  est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1. La réponse impulsionnelle correspondante, appelée *tache d'Airy*, est de la forme :

$$S(\theta) \propto \left( 2 \frac{J_1(\pi D \theta / \lambda)}{\pi D \theta / \lambda} \right)^2. \quad (1.12)$$

Selon le critère défini précédemment, la limite de résolution  $\theta_0$  d'un instrument de pupille circulaire de diamètre  $D$  est donnée par la largeur à mi-hauteur de la tache d'Airy, soit :

$$\theta_0 \simeq \lambda / D. \quad (1.13)$$

La figure 1.2 présente l'image obtenue de deux objets observés avec un télescope de pupille circulaire de 8 m de diamètre limité par la diffraction, pour différentes valeurs de séparation angulaire. On voit qu'à la limite de résolution  $\theta_0 = \lambda / D$ , correspondant à 57 milli-secondes d'angle (mas) à 2,2  $\mu\text{m}$ , les deux objets sont tout juste résolus.



**Figure 1.2** – Illustration du pouvoir séparateur d’un télescope de pupille circulaire de diamètre  $D = 8$  m. Les coupes en  $\theta_y = 0$  des images individuelles de deux objets ponctuels sont représentées (en rouge et vert), ainsi que l’image totale observée (en noir), pour trois valeurs de séparation angulaire  $\theta$  différentes. De gauche à droite,  $\theta$  vaut respectivement  $0,6 \lambda/D$ ,  $\lambda/D$ , et  $1,5 \lambda/D$ . La longueur d’onde est  $\lambda = 2,2 \mu\text{m}$ . On peut noter que ces séparations sont les mêmes que celle utilisées dans la figure 1.1.

### 1.1.2 De l’œil aux ELTs

Fort de ces notions, on peut analyser rétrospectivement l’évolution des instruments en astronomie. Étant donné que la résolution augmente proportionnellement au diamètre, et que le flux collecté augmente proportionnellement au diamètre au carré, on observe sans surprise une tendance vers des ouvertures toujours plus grandes, et des instruments toujours plus sensibles et précis.

#### L’œil humain

Le premier instrument utilisé par l’homme pour observer le ciel est l’œil humain, idéal pour toutes les observations basiques du ciel. Bien que la taille de sa pupille puisse varier de 2 à 7 mm en fonction des contractions de son iris, la résolution de l’œil est rarement limitée par la diffraction mais principalement par la taille et l’échantillonnage des photorécepteurs de la rétine (cônes et bâtonnets de diamètre de  $2,5 \mu\text{m}$ ), lui conférant un pouvoir de résolution de  $1'$ . Mis à part quelques rares objets très étendus et lumineux comme la Lune, le Soleil, quelques galaxies voisines, et des comètes, aucun autre objet céleste n’est résolu par l’œil.

#### Lunettes et télescopes

Il fallut attendre l’an 1609 et l’utilisation de la première lunette astronomique par Galilée pour que la perception du ciel commence à changer. À l’époque, la vision du monde était figée par des blocages philosophiques et théologiques à la conception d’Aristote, selon laquelle l’univers serait séparé en deux parties distinctes et de nature complètement différente : le monde sublunaire imparfait et corruptible, et le monde supra-lunaire parfait et immuable, où tout est sphérique et animé de mouvements circulaires et uniformes.

Avec un diamètre de 8 cm, la lunette de Galilée a une résolution 40 fois meilleure et une sensibilité 1600 fois plus grande que l’œil nu. Ce gain en sensibilité permit à Galilée de découvrir une multitude d’étoiles jusqu’alors insoupçonnées, et sa résolution de  $1,4''$  rendit possible des découvertes qui bouleversèrent complètement la vision de l’univers :



- capable de distinguer des détails de l'ordre de 3 km sur la Lune, il peut affirmer que sa surface est très accidentée, ce qui l'exclut *de facto* du monde supra-lunaire parfait et uniforme ;
- il résout les principales planètes du système solaire, et se rend compte que, contrairement aux étoiles, elles forment un disque parfait ;
- il découvre la présence de quatre satellites en orbite autour de Jupiter, preuve que la Terre n'est pas l'unique centre de rotation de l'univers. Cette observation permet à Galilée d'appuyer la thèse héliocentrique de Copernic : il est parfaitement envisageable que les planètes orbitent autour du Soleil tout en entraînant des satellites avec elles.

Après ces découvertes très controversées, l'utilisation de la lunette s'est ensuite développée, avec des ouvertures de plus en plus grandes. Le XIX<sup>ème</sup> siècle voit apparaître des grandes lunettes comme celle de 91 cm de l'Observatoire Lick (1888), celle de 83 cm de l'Observatoire de Paris (1891), et celle de 1 m de l'Observatoire Yerkes (1897).

À la fin du XIX<sup>ème</sup>, les lunettes se font petit à petit supplanter par un autre type d'instrument, le télescope, à cause de plusieurs limites technologiques qui rendent difficile la fabrication de lentilles de grand diamètre et de bonne qualité optique :

- une lentille nécessite un bloc de verre très homogène pour avoir une bonne qualité optique. Pour fabriquer une grande lunette, il faut donc un grand bloc de verre très pur, ce qui est difficile à réaliser ;
- les grandes lentilles ont tendance à se déformer sous leur propre poids avec le temps, ce qui dégrade leur qualité optique ;
- à l'époque, il était difficile de réaliser des grandes lentilles très ouvertes, c'est-à-dire avec d'importants rayons de courbure. Les lunettes de diamètre de l'ordre du mètre ont alors des focales de l'ordre de 10–20 m, et donc des tubes aussi longs, ce qui entraîne des difficultés mécaniques, notamment un encombrement et des flexions importants.

En outre, le télescope présente des avantages chromatiques non négligeables par rapport à la lunette : l'angle de réflexion d'un rayon lumineux est indépendant de la longueur d'onde contrairement à la réfraction d'un rayon à travers un dioptre. Un télescope est donc parfaitement achromatique. C'est ainsi que les principaux observatoires s'équipèrent entre 1945 et 1980 de télescopes de l'ordre de 3–5 m de diamètres, puis dans les années 1990 de télescopes de classe 8–10 m.

### **Limitations de l'atmosphère : optique adaptative *versus* télescope spatial**

Il est plus que temps à ce niveau de parler de la bête noire de l'imagerie à haute résolution angulaire : l'atmosphère. Cette couche d'air, qui entoure la Terre et nous protège des radiations solaires, est très turbulente et dégrade significativement la résolution des images obtenues avec un grand télescope.

Telle une casserole d'eau en ébullition, l'atmosphère est animée de complexes mouvements de convection thermique, auxquels s'ajoutent des mouvements de masse d'air générés par différentes conditions météorologiques (vent, différences de pression...). Les propriétés physiques et compositions locales de l'air varient constamment, sur des échelles de temps de l'ordre de quelques millièmes de seconde. Les propriétés optiques de l'air sont également affectées par ces phénomènes turbulents. Or, l'une des grandes caractéristiques d'un faisceau lumineux est qu'il se propage de façon à minimiser localement la durée de son trajet (principe de Fermat). Ainsi, les rayons d'une étoile peuvent parcourir des chemins

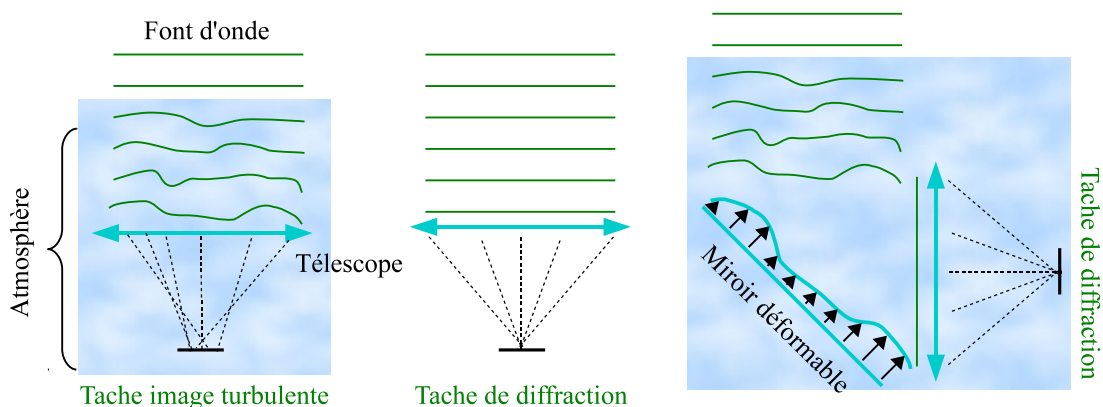
optiques relativement différents, et arriver sur la pupille du télescope avec des directions différentes de leur angle initial, formant ainsi une image décalée au foyer. Lorsque de grandes pupilles sont utilisées, la perturbation atmosphérique a donc pour conséquence d'étaler l'image d'un objet ponctuel, donc la réponse impulsionnelle de l'instrument, et ainsi d'en réduire la résolution. La résolution d'un instrument limité par la turbulence atmosphérique, appelée *seeing*, est de l'ordre de  $1''$  au zénith dans des conditions médianes d'observation, soit la même résolution qu'un instrument de 13 cm limité par la diffraction dans le visible.

Pour contrecarrer les effets de la turbulence atmosphérique sur la résolution des télescopes, deux philosophies différentes ont été développées en parallèle dans les années 1960 :

- éviter l'atmosphère et satelliser les télescopes ;
- développer des techniques de correction ou de traitement d'image pour restaurer la résolution des télescopes au sol.

La figure 1.3 illustre le principe d'imagerie à travers l'atmosphère ainsi que ces deux méthodes. De nombreuses techniques ont été développées pour permettre d'exploiter la résolution des télescopes de grand diamètre au sol. Parmi celles-ci, on citera les deux principales :

- l'optique adaptative (Rousset et al. 1990) qui permet de corriger en temps réel le front d'onde perturbé grâce à un senseur de front d'onde et un miroir déformable (illustré à droite de la figure 1.3) ;
- l'imagerie de tavelure (Labeyrie 1970), qui consiste à traiter *a posteriori* des images acquises par de courtes poses de façon à figer l'atmosphère (illustration à gauche de la figure 1.3 par exemple).



**Figure 1.3** – **Gauche** : illustration de la perturbation du front d'onde d'un objet à l'infini par traversée de l'atmosphère. **Milieu** : imagerie dans l'espace, non perturbée par l'atmosphère. **Droite** : restauration de la résolution d'un instrument par optique adaptative et correction du front d'onde par un miroir déformable.

Pour terminer cette partie, le tableau 1.1 donne la liste des principaux types d'instrument utilisés en astronomie et évoqués dans cette partie, avec leur résolution angulaire à la limite de diffraction.

Instrument	$D$	Résolution	Taille sur la Lune
Œil	2 mm	58''	105 km
Lunette de Galilée	8 cm	1,4''	3 km
Lunette de Meudon	83 cm	137 mas	255 m
Hubble	2,4 m	47 mas	88 m
UT au VLT	8,2 m	14 mas	26 m
E-ELT	39,3 m	3 mas	5 m

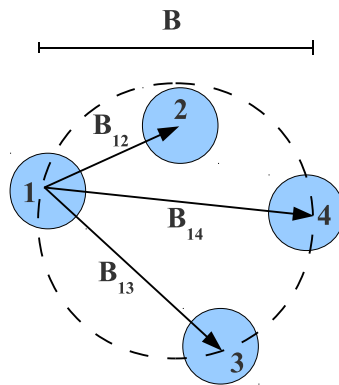
**Tableau 1.1** – Limite de résolution théorique de différents instruments dans le visible ( $\lambda = 550$  nm). Correspondance avec la taille des détails discernables sur la Lune.

## 1.2 L'interférométrie : une technique particulière

L'imagerie à haute résolution par de grands télescopes a cependant ses limites : la satellisation de télescopes de grand diamètre est matériellement difficile et onéreuse d'une part, et la conception de télescopes de diamètre supérieur à 40 m au sol pose de nombreux défis technologiques, tant mécaniques qu'optiques. Il existe pourtant une alternative pour faire de l'imagerie à haute résolution angulaire sans avoir à construire nécessairement des télescopes gigantesques : l'utilisation de pupilles diluées, ou synthèse d'ouverture.

### 1.2.1 Principe de l'interférométrie

Comme son nom l'indique, le principe de la synthèse d'ouverture est d'utiliser plusieurs télescopes distants plutôt qu'une grande pupille couvrant la même surface. Le flux collecté est bien entendu moins important et la sensibilité de l'instrument est par conséquent plus faible, et le plan des fréquences spatiales est moins bien couvert, mais on démontre facilement qu'un instrument à pupille diluée a la même résolution angulaire qu'un instrument à pupille pleine : la fréquence spatiale maximale accessible par un tel instrument correspond en effet non plus au diamètre d'une ouverture, mais à la distance séparant l'extrémité des pupilles les plus distantes. Dans le cas où la séparation est bien supérieure à la taille des pupilles individuelles, on approxime la résolution de l'interféromètre à la fréquence spatiale correspondant à la distance entre les centres des différentes pupilles (voir figure 1.4).



**Figure 1.4** – Exemple de synthèse de quatre ouvertures : au lieu d'utiliser une pupille pleine de diamètre  $B$ , on l'échantillonne par quelques pupilles de diamètre  $D$  plus petit, positionnées avec un espacement maximal égal à  $B$ .

Considérons un instrument de pupille  $T$  formée de deux pupilles plus petites identiques de transmission complexe  $T_0$  séparées par une distance  $B$  sur l'axe des abscisses du plan de la pupille :

$$T(U, V) = T_0 \left( U - \frac{B}{2}, V \right) + T_0 \left( U + \frac{B}{2}, V \right). \quad (1.14)$$

Par les équations 1.3 et 1.5, on démontre facilement que la réponse impulsionnelle  $S$  de cet instrument à la longueur d'onde  $\lambda$  s'exprime à partir de la réponse impulsionnelle  $S_0$  d'une pupille  $T_0$  individuelle par :

$$S(\theta_x, \theta_y) = 2S_0(\theta_x, \theta_y) \left( 1 + \cos \left( 2\pi B \frac{\theta_x}{\lambda} \right) \right). \quad (1.15)$$

La réponse impulsionnelle de la combinaison de deux pupilles identiques est donc la même que celle d'une pupille individuelle, à la différence près qu'elle est modulée à une fréquence  $B/\lambda$  sur l'axe du vecteur de base  $\vec{B}$  séparant les deux ouvertures, résultant des interférences entre les deux ouvertures. La figure 1.5 présente l'exemple de la réponse impulsionnelle d'un instrument de pupille circulaire de diamètre  $D$ , celle de la combinaison de deux pupilles de diamètre  $D$  séparées d'une distance  $B > D$ , et celle d'un instrument de pupille de diamètre  $B$ . On voit que la seconde réponse impulsionnelle est la même que celle du premier instrument, mais modulée par une figure d'interférence. La taille typique d'une période de cette modulation est de l'ordre de la tache de diffraction du troisième instrument de diamètre équivalent.

La résolution angulaire d'un tel instrument est alors déterminée par la taille angulaire d'une période –une *frange*– de cette modulation, soit :

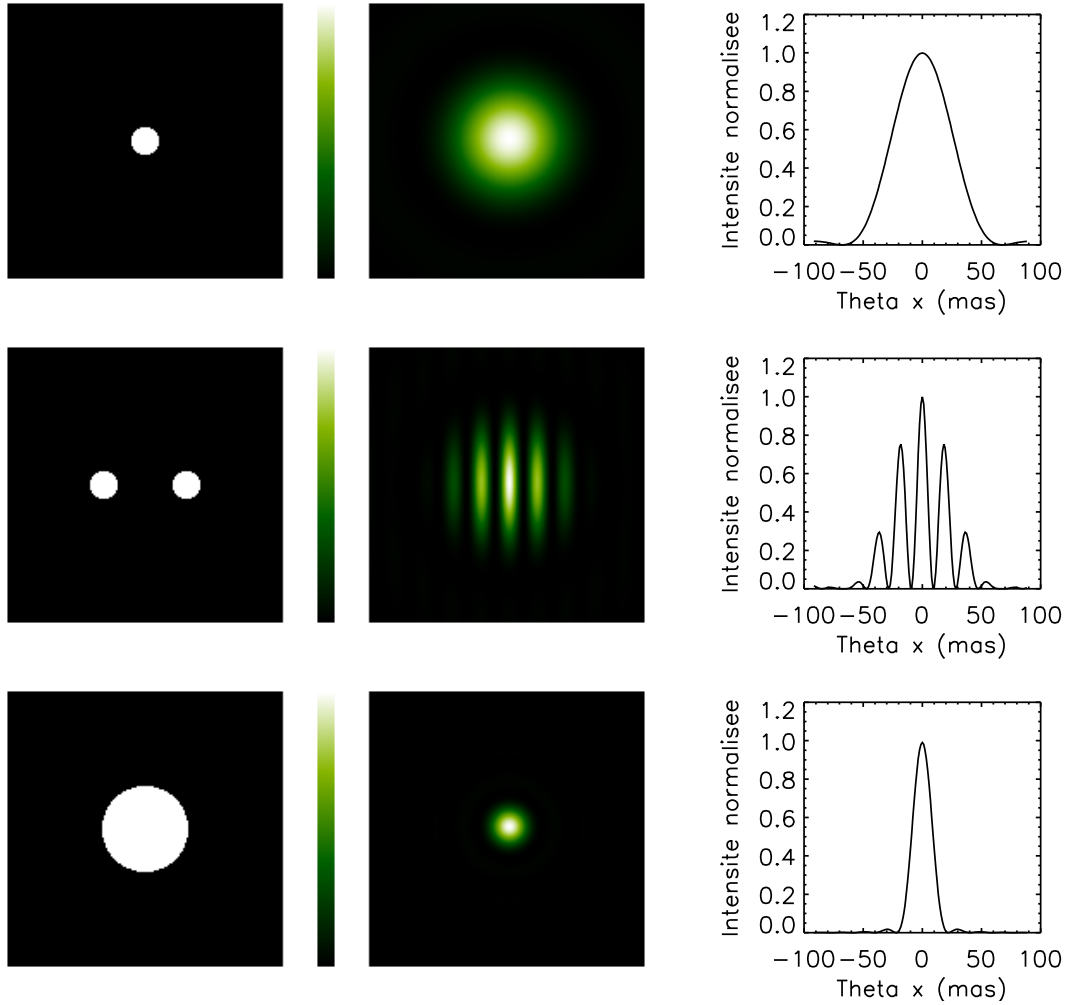
$$\theta_i = \frac{\lambda}{B} \quad (1.16)$$

Cependant cette valeur n'est valable que pour résoudre les détails d'un objet sur l'axe parallèle au vecteur de base  $\vec{B}$ . Sur l'axe perpendiculaire, la réponse impulsionnelle est identique à celle d'une pupille individuelle, de résolution  $\lambda/D$ .

Le principe de l'interférométrie à longues bases est ainsi de combiner plusieurs télescopes de petit diamètre par rapport à la longueur des vecteurs de base, en positionnant les télescopes judicieusement de façon à bien échantillonner le plan de la pupille, ou plan des fréquences spatiales  $(u, v)$ , qui détermine la résolution de l'interféromètre.

### 1.2.2 Observables interférométriques

Lorsqu'un objet étendu est observé, les images de l'ensemble des points qui le composent sont superposées. Mis à part quelques cas simples, il n'est pas trivial de retrouver l'information sur l'objet à la limite de résolution d'un interféromètre. La figure 1.6 présente l'exemple (simple) d'étoiles binaires de différente séparation observées avec un interféromètre à deux télescopes. Pour une séparation à la limite de diffraction de l'instrument, on distingue les deux composantes du couple dans l'image (une frange supplémentaire). Pour des séparations légèrement inférieures à la résolution de l'interféromètre, on voit cependant que l'image est clairement différente de la réponse impulsionnelle puisque les franges sont brouillées. Ainsi, dans l'hypothèse où la distribution spatiale d'intensité de l'objet observé suit un modèle simple (étoile double, étoile simple étendue, ...), une mesure du contraste des franges permet de mesurer certaines caractéristiques de l'objet, pour peu que la précision de mesure soit suffisante.



**Figure 1.5 – De gauche à droite :** transmission de la pupille, réponse impulsionnelle, et coupe de la réponse impulsionnelle en  $\theta_y = 0$ , parallèlement à l'axe  $\vec{u}$ .

**De haut en bas :** pupille circulaire de diamètre  $D = 8$  m ; deux ouvertures circulaires de diamètre  $D$ , séparées d'une distance  $B = 25$  m ; pupille circulaire de diamètre  $B$ .

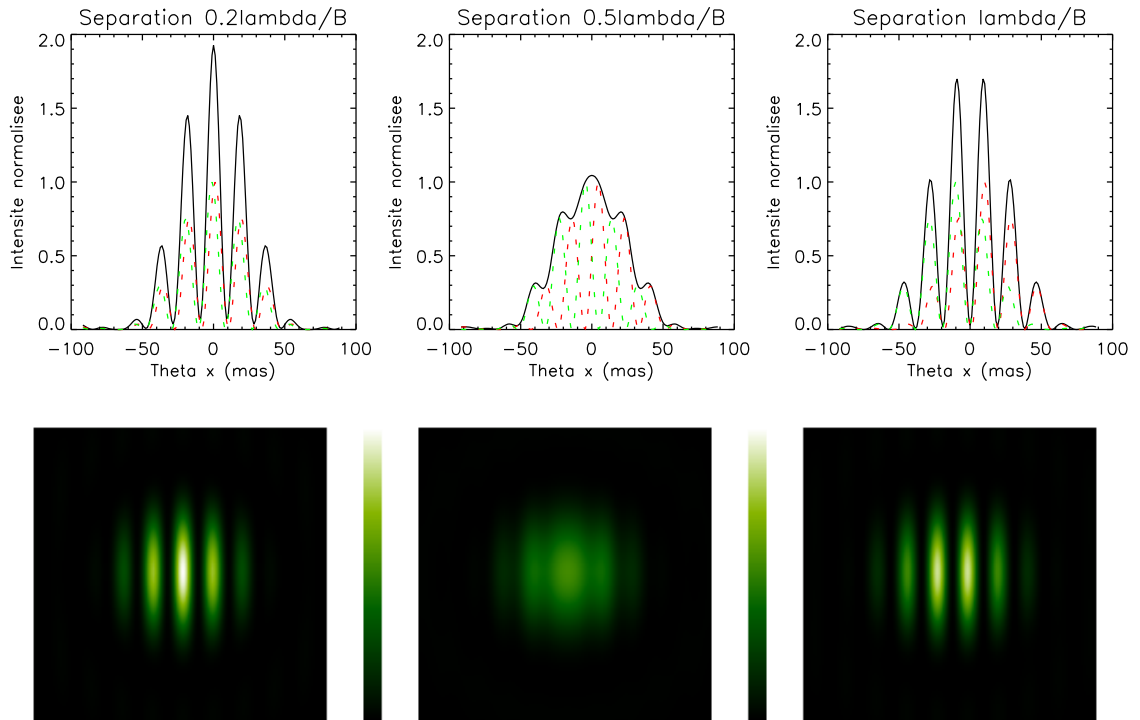
### Mesure de visibilité complexe

De façon plus formelle, on peut décrire l'image  $I$  d'un objet de distribution d'intensité  $O$  par sa convolution avec la réponse impulsionnelle  $S$  de l'instrument :

$$I(\vec{\theta}) = O(\vec{\theta}) * S(\vec{\theta}), \quad (1.17)$$

où  $a * b$  est le produit de convolution de  $a$  par  $b$ . Dans le cas précédemment décrit d'un interféromètre à deux ouvertures identiques, de réponse impulsionnelle individuelle  $S_0$ , séparées par un vecteur de base  $\vec{B}$  (équation 1.15), l'image à la longueur d'onde  $\lambda$  peut se décrire en deux composantes :

$$I(\vec{\theta}) = \underbrace{2O(\vec{\theta}) * S_0(\vec{\theta})}_{\text{image incohérente}} + \underbrace{2O(\vec{\theta}) * \cos\left(2\pi\frac{\vec{B}}{\lambda} \cdot \vec{\theta}\right)}_{\text{image cohérente}}. \quad (1.18)$$



**Figure 1.6** – Franges d’interférence simulée, pour des binaires de différente séparation, obtenues avec un interféromètre à deux télescopes ( $D = 8$  m,  $B = 25$  m,  $\lambda = 2,2 \mu\text{m}$ ). La séparation de la binaire est respectivement  $0,2\lambda/B$ ,  $0,5\lambda/B$ , et  $\lambda/B$  (de gauche à droite). L’orientation de la binaire est alignée avec la base de l’interféromètre.

L’image incohérente correspond à la simple somme des images individuelles des deux ouvertures (avec une résolution de  $\lambda/D$ ), tandis que l’image cohérente contient l’information à haute résolution sur l’objet observé.

La mesure des informations caractéristiques de l’objet se fait facilement dans le plan des fréquences spatiales, en calculant la transformée de Fourier de l’image :

$$\mathcal{F}[I](\vec{\nu}) = 2 \left( \mathcal{F}[S_0](\vec{\nu}) V(\vec{\nu}) + \frac{1}{2} V\left(-\frac{\vec{B}}{\lambda}\right) + \frac{1}{2} V\left(\frac{\vec{B}}{\lambda}\right) \right), \quad (1.19)$$

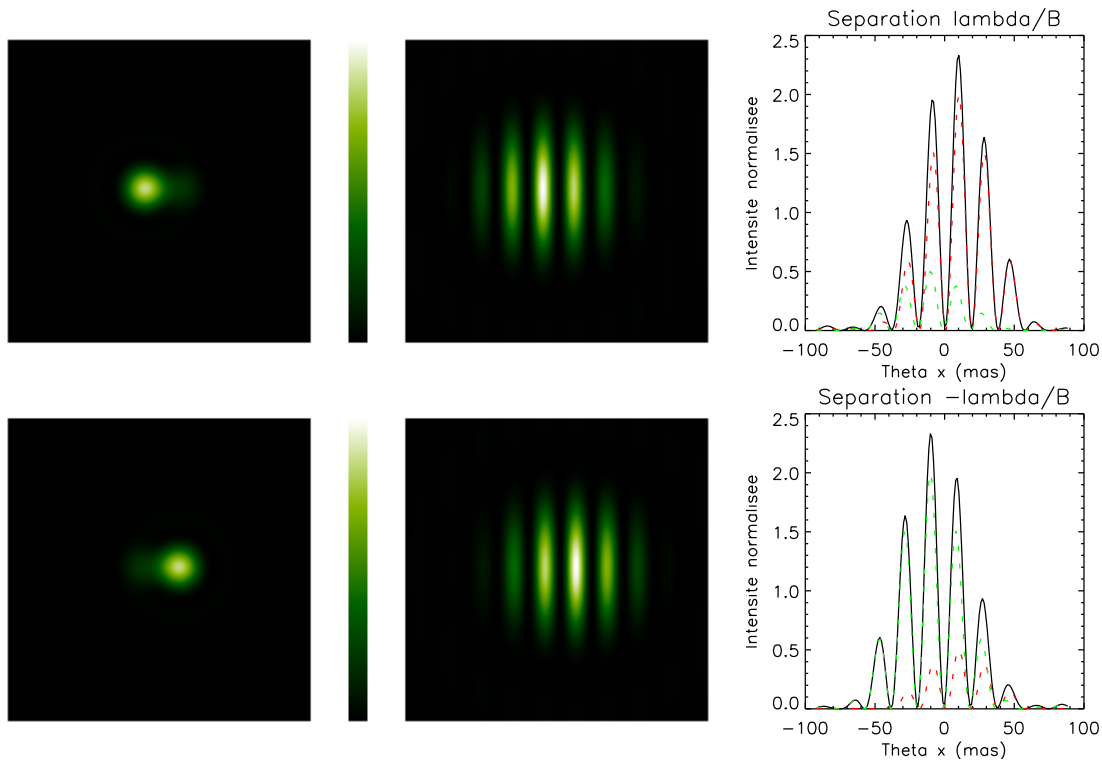
avec  $V = \mathcal{F}[O]$  la transformée de Fourier de la distribution d’intensité de l’objet, selon le théorème de Zernike–van Cittert, appelée visibilité complexe de l’objet. La mesure du contraste des franges fournit ainsi une mesure directe du spectre de l’objet à la fréquence spatiale  $\vec{B}/\lambda$ .

Idéalement, connaissant la visibilité complexe de l’objet sur l’ensemble des fréquences spatiales  $\vec{\nu} \in \mathbb{R}^2$ , on retrouve la distribution d’intensité de l’objet dans ses moindres détails. En pratique, une observation interférométrique avec deux télescopes ne fournit que l’information sur l’objet à une fréquence spatiale précise ( $\vec{B}/\lambda$ ). Cependant, en augmentant le nombre de mesures avec différents vecteurs de base, on peut échantillonner suffisamment le plan des fréquences spatiales pour pouvoir reconstruire la distribution spatiale d’intensité de l’objet  $O$ , soit par l’utilisation de modèles simplifiés (objet ponctuel, disque...), soit par des algorithmes permettant de reconstruire une image à partir des données en utilisant un terme de régularisation contenant des informations *a priori* sur l’objet (objet plutôt

lisse, plutôt tranché...)(Thiébaud 2008).

### Clôtures de phase

La traversée de l'atmosphère terrestre retarde l'onde collectée par un télescope par rapport aux autres, ce qui a pour effet d'ajouter un terme de phase inconnu au champ électrique de l'objet. Il est par conséquent impossible de retrouver la phase absolue des visibilité complexes  $V$  de l'objet, qui porte justement l'information déterminante sur la symétrie de l'objet, et est ainsi indispensable à la reconstruction d'une image à haute résolution de l'objet  $O$ . Ce phénomène est illustré par la figure 1.7 dans le cas simple d'un système binaire dont une étoile est quatre fois plus faible que l'autre. On y voit clairement que c'est la phase des franges qui donne l'information sur la symétrie de l'objet et non leur contraste. Si la mesure de la phase n'est pas fiable, il est impossible de savoir si l'étoile la plus lumineuse est à gauche ou à droite de l'image.



**Figure 1.7** – Images de deux binaires à la limite de résolution d'un interféromètre à deux télescopes ( $D = 8$  m,  $B = 25$  m,  $\lambda = 2,2 \mu\text{m}$ ), pour deux rapports de flux différents. *Gauche* : image résolue de la binaire (télescope de diamètre  $B$ ). *Milieu* : image par l'interféromètre. *Gauche* : Coupe centrale. Illustre le fait que c'est la phase des interférences (position des franges) qui donne l'information sur la symétrie de l'objet et non le contraste des franges.

Lorsqu'au moins trois ouvertures sont utilisées, il est possible de retrouver une partie de l'information sur la phase des visibilité complexes par le calcul des *clôtures de phase* (Jennison 1958). Cette grandeur est définie par la somme des phases des visibilité complexes mesurées sur trois bases formant un triangle fermé. Considérons trois télescopes notés  $n$ ,  $m$ , et  $o$ , recombinés sur trois bases  $\vec{B}_{n,m}$ ,  $\vec{B}_{m,o}$ ,  $\vec{B}_{o,n}$ , observant un objet de visibilité complexe  $V$ . La phase  $\psi_{n,m}$  mesurée sur l'interférogramme de la base de vecteur

$\vec{B}_{n,m}$  correspond à :

$$\psi_{n,m} = \Psi_{n,m} + \phi_m - \phi_n, \quad (1.20)$$

où  $\Psi_{n,m} = \arg(V(\vec{B}_{n,m}/\lambda))$  est la phase propre à l'objet, et  $\phi_n$  et  $\phi_m$  des déphasages induits sur l'onde au niveau des télescopes individuels (traversée de l'atmosphère, position relative des télescopes, ...). La clôture de phase  $\Theta_{n,m,o}$  entre ces trois télescopes est définie par :

$$\Theta_{n,m,o} = \psi_{n,m} + \psi_{m,o} + \psi_{o,n}, \quad (1.21)$$

et a la propriété d'être indépendante des termes de phases propres à chaque télescope individuel, qui s'annulent deux à deux :

$$\Theta_{n,m,o} = \Psi_{n,m} + \Psi_{m,o} + \Psi_{o,n}. \quad (1.22)$$

Cette observable a donc la propriété d'être indépendante des perturbations de l'atmosphère et est représentative uniquement des termes de phase propres à l'objet observé. Par cette mesure, on peut ainsi retrouver une partie de l'information sur la position du centre de luminosité d'un objet dans une image obtenue en combinant au moins trois télescopes.

### Phase référencée

Une autre façon d'estimer la phase de la visibilité complexe de l'objet malgré le piston atmosphérique est d'observer simultanément une étoile de référence dont on connaît la distribution spatiale d'intensité, et qui se trouve dans la même portion de ciel que l'objet étudié.

En effet, si les deux objets sont vus avec une séparation inférieure à l'angle d'isoplanétisme ( $\sim 10''$ ), ils subissent les mêmes perturbations en piston  $\phi_n$  et  $\phi_m$  vues par les deux télescopes  $n$  et  $m$  d'une base. Connaissant la phase  $\Psi_{n,m}^{\text{ref}}$  de la visibilité complexe de l'objet de référence sur cette base, on peut estimer en temps-réel le déphasage induit par la turbulence atmosphérique en mesurant la phase  $\psi_{n,m}^{\text{ref}}$  de son interférogramme :

$$\phi_m - \phi_n = \psi_{n,m}^{\text{ref}} - \Psi_{n,m}^{\text{ref}}. \quad (1.23)$$

Ainsi, en mesurant la phase  $\psi_{n,m}$  des franges de l'objet étudié simultanément à celle de l'objet de référence, on peut en déduire directement la phase propre à l'objet sur cette base, relativement à celle de la référence :

$$\Psi_{n,m} = \psi_{n,m} - \psi_{n,m}^{\text{ref}} + \Psi_{n,m}^{\text{ref}}. \quad (1.24)$$

Comparée à la mesure de clôtures de phases, cette méthode a l'avantage de fournir une mesure par base, et non une mesure par triplet indépendant de télescopes : une mesure de phase référencée peut ainsi être mesurée avec seulement deux télescopes. Elle nécessite cependant l'observation simultanée d'une étoile de référence à proximité de l'objet étudié.

### 1.2.3 Principaux observatoires interférométriques

On a donc démontré la puissance des observations interférométriques par rapport à des observations avec de simples télescopes. Le principal atout de cette technique réside principalement dans sa capacité à faire des observations à très haute résolution, par l'utilisation de bases de plusieurs dizaines voire centaines de mètres.

Elle a cependant également des inconvénients, à savoir :



- une faible sensibilité, causée d’une part par l’utilisation de pupilles petites comparées aux longueurs des bases, et d’autre part par la perte de transmission due au nombre important de systèmes optiques nécessaires pour recombinaison des faisceaux de plusieurs télescopes ;
- la nécessité de faire plusieurs observations avec des bases différentes pour avoir un échantillonnage du plan pupille suffisant pour reconstruire une image de l’objet à haute résolution.

Les principaux interféromètres longue base sont détaillés dans le tableau 1.2. L’objet de ma thèse étant lié à un instrument qui sera installé au VLTI –*Very Large Telescope Interferometer*–, il est bon d’en détailler succinctement l’architecture. Cet interféromètre européen, appartenant à l’ESO –*European Southern Observatory*– est installé sur le Mont Paranal au Chili. Il permet de combiner jusqu’à quatre télescopes de 8 m de diamètre, nommés UTs pour *Unit Telescope*, ou encore quatre télescopes de 1,8 m de diamètre, nommés ATs pour *Auxiliary Telescope*. Les UTs sont fixes et sont également utilisés individuellement par trois instruments, tandis que les ATs sont mobiles et consacrés aux observations interférométriques. Ils peuvent être positionnés en différentes stations sur la montagne, et ainsi former des bases de taille et d’orientation diverses, pouvant atteindre 200 m de longueur. Le VLTI est équipé de plusieurs instruments offrant la possibilité de recombinaison ces télescopes dans différentes bandes infrarouges, entre 1,6  $\mu\text{m}$  et 10  $\mu\text{m}$ , permettant d’analyser des objets avec une résolution angulaire jusqu’à 2,5 mas (à 1,6 $\mu\text{m}$ ).

Nom	Lieu	Télescopes		Base		Note
		diamètre	nombre	min.	max.	
LBT	Arizona	8,4 m	2	23 m		
Keck	Hawaï	10 m	2	85 m		1
CHARA	Californie	1 m	6	34 m	331 m	
VLTI	Chili	8 m	4	47 m	130 m	
		1,8 m	4	8 m	202 m	
NPOI	Arizona	0,12 m	6	2 m	437 m	
SUSI	Australie	0,14 m	2	5 m	640 m	
ISI	Californie	1,65 m	3	4 m	70 m	
MROI	Nouveau Mexique	1,4 m	10	8 m	340 m	2
'OHANA	Hawaï	4–10 m	7	85 m	800 m	2

Notes : (1) arrêté en 2012 ; (2) en développement.

Tableau 1.2 – Principaux interféromètres à longues bases, avec leurs caractéristiques.

### 1.3 L’instrument GRAVITY dans ce contexte

Deux projets sont actuellement en cours de réalisation pour renouveler les instruments du VLTI et permettre la combinaison de quatre télescopes dans différentes bandes spectrales de l’infrarouge : MATISSE –*Multi-AperTure mid-Infrared SpectroScopic Experiment*– fonctionnant dans les bandes L, M, et N de l’infrarouge (de 3,5 à 13  $\mu\text{m}$ ) (Lopez et al. 2008), et GRAVITY –*General Relativity Analysis via Vlt InTerferometrY*– fonctionnant dans la bande K (à 2,2  $\mu\text{m}$ ) (Eisenhauer et al. 2011). On peut également citer l’instrument PIONIER –*Precision Integrated-Optics Near-infrared Imaging Experiment*–

instrument visiteur combinant quatre télescopes en bande H (à  $1,65 \mu\text{m}$ ), installé récemment au VLTI et qui cèdera sa place à GRAVITY en 2014.

Je vais par la suite détailler l'instrument GRAVITY, sujet de ce manuscrit.

### 1.3.1 Objectifs scientifiques

L'objectif scientifique principal de GRAVITY est l'observation du centre de la Galaxie, situé dans la constellation du Sagittaire. De nombreuses poussières dans cette direction de la galaxie empêchent toute observation aux longueurs d'onde visibles (32 magnitudes d'absorption dans cette bande spectrale). Cependant, ces poussières sont transparentes aux longueurs d'onde infrarouge et radio, ce qui justifie le choix de la bande spectrale de GRAVITY (la forte diffusion en radio à cause du plasma chaud dans cette région empêche les observations à haute résolution angulaire). Des observations tout au long de cette dernière décennie ont montré qu'une puissante source radio, Sgr A\*, se trouvait au centre de la Galaxie, de masse environ 4 millions de masses solaires ( $M_{\odot}$ ), compactée dans un volume bien plus petit que la taille du système solaire, avec un rayon de Schwarzschild de l'ordre de 0,1 ua (Gillessen et al. 2009). Ces études fournissent à l'heure actuelle la meilleure preuve de l'existence d'un trou noir super-massif au centre de notre Galaxie. L'objectif majeur de GRAVITY est d'observer en détail le mouvement de la matière et des astres à proximité de Sgr A\*, afin de vérifier expérimentalement la validité des propriétés théoriques des trous noirs, et de tester la relativité générale en champ fort.

Ainsi, par l'observation des mouvements dynamiques des étoiles très proches du trou noir (et jusqu'à maintenant non identifiées par manque de résolution angulaire), GRAVITY a pour but de vérifier les équations du mouvement dans ce régime gravitationnel, et en particulier, de mettre en évidence des effets relativistes tels que la précession du périastre de leurs orbites. L'instrument pourra potentiellement permettre de mesurer le spin du trou noir, en observant son influence sur ces orbites (Will 2008 ; Merritt et al. 2010).

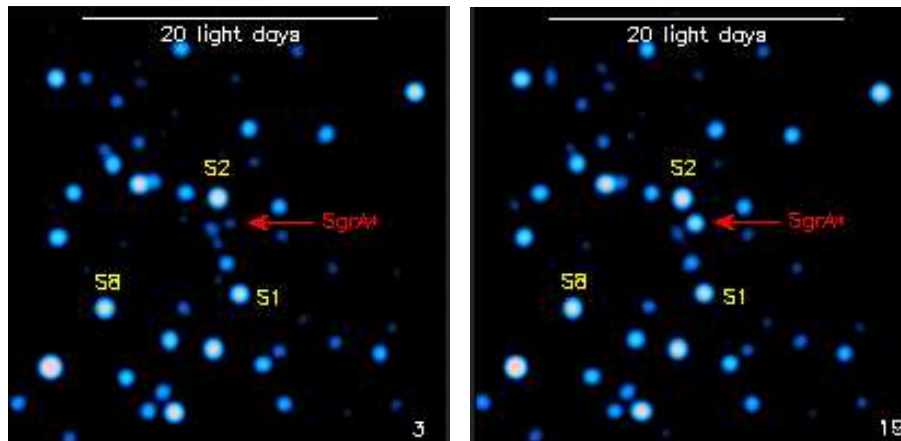
De plus, GRAVITY a également pour objectif de permettre d'expliquer l'origine des sursauts lumineux qui se produisent régulièrement au niveau de Sgr A\*, à un rythme de une à deux fois par jour (voir figure 1.8, Genzel et al. 2003). Les instruments actuels n'ont pas la résolution suffisante pour permettre d'observer précisément la source de ces radiations et plusieurs théories proposent des explications différentes (voir figure 1.9, Eisenhauer et al. 2011) :

- de la reconnexion magnétique dans les jets expulsés par le trou noir ;
- du gaz chauffé pourraient se déplacer sur une orbite très proche de l'horizon du trou noir ;
- des fluctuations stochastiques d'intensité du disque d'accrétion (bruit rouge).

Bien qu'il ne soit pas possible de résoudre l'environnement à quelques dizaines de microsecondes d'angle du trou noir, la précision astrométrique inégalée de GRAVITY permettra de mesurer les mouvements des points lumineux autour de Sgr A\* avec une précision de cet ordre. Le phénomène à l'origine des sursauts lumineux servira alors de particule-test pour explorer l'espace-temps en champ fort autour du trou noir (Hamaus et al. 2009).

Enfin, mise à part l'étude du centre galactique, GRAVITY permettra également des avancées notables dans les domaines suivants :

- l'étude des noyaux actifs de galaxie, grâce à la sensibilité inédite de l'instrument combinée à ses capacités d'imagerie à haute résolution angulaire ;
- la mesure du mouvement réflexe des étoiles hôtes d'exoplanètes dans le plan du ciel ;
- l'observation d'étoiles jeunes et de leurs disques circumstellaires de poussière, grâce



**Figure 1.8** – Illustration d’un sursaut lumineux au niveau du centre galactique, observé à quelques minutes d’intervalle. Tiré de [Genzel et al. \(2003\)](#).



**Figure 1.9** – Scenarii expliquant l’origine des sursauts lumineux de Sgr A\*. De gauche à droite : jets de matière éjectée sous forme de grumeaux et reconnexion magnétique dans les jets ; grumeaux de matière chaude sur une orbite proche de la dernière orbite stable du trou noir ; accréation de matière par un disque irrégulier. Image tirée de [Eisenhauer et al. \(2011\)](#).

à la grande sensibilité de l’instrument ;

- l’étude de binaires X, qui permet d’observer de façon indirecte des objets compacts, par le processus d’accréation de matière issue de l’étoile compagnon.

### 1.3.2 Description et spécifications techniques de l’instrument

L’observation du centre de la Galaxie est l’objectif principal et dimensionnant de GRAVITY. Pour permettre l’observation des phénomènes décrits précédemment, il devra atteindre les performances suivantes :

- une précision astrométrique de  $10 \mu\text{s}$  (soit 2 cm sur la surface de la Lune) sur une source de magnitude  $K = 15$  en 5 mn de pose, par rapport à une étoile de référence située à  $1''$  ;
- permettre l’imagerie à référence de phase sur une source de magnitude  $K = 16$  par poses de 100 s, avec une résolution de  $\sim 4 \text{ mas}$  (soit 7 m sur la surface de la Lune), une précision de 10 % sur les mesures de visibilité, et de  $6^\circ$  sur la phase relativement à l’étoile de référence.

Pour y parvenir, GRAVITY sera un instrument complexe, constitué de plusieurs sous-systèmes clés de sa réussite. Son architecture globale est présentée en figure 1.10.

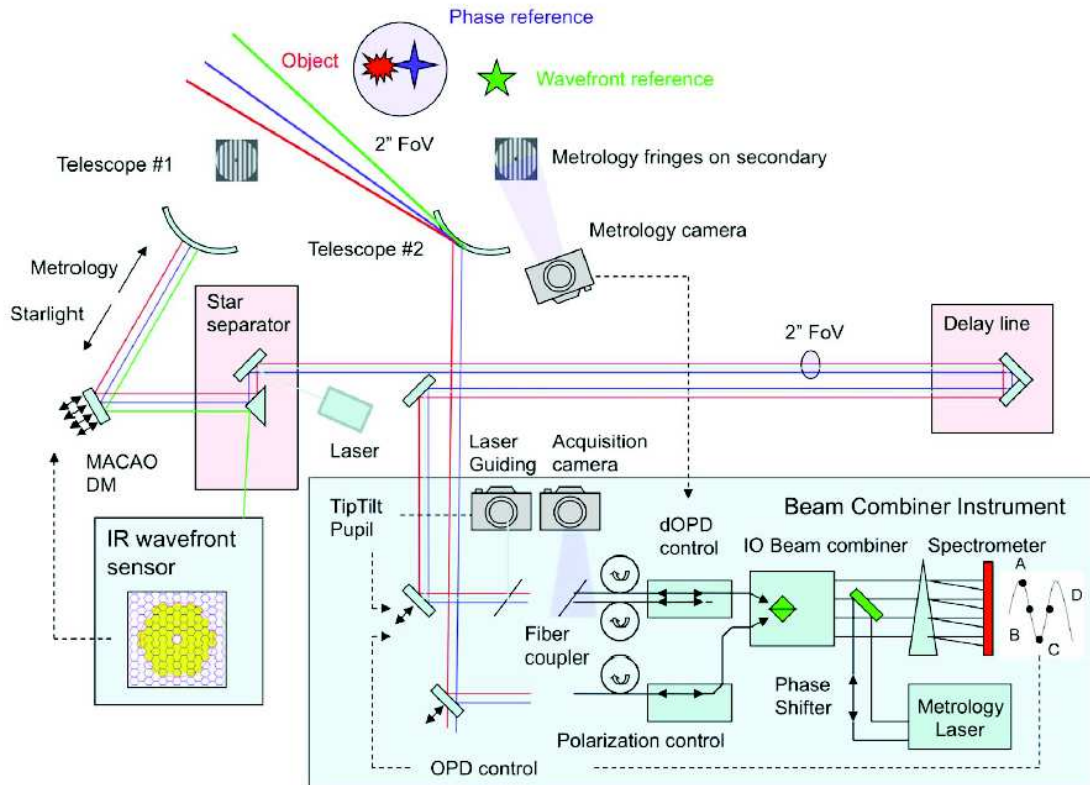
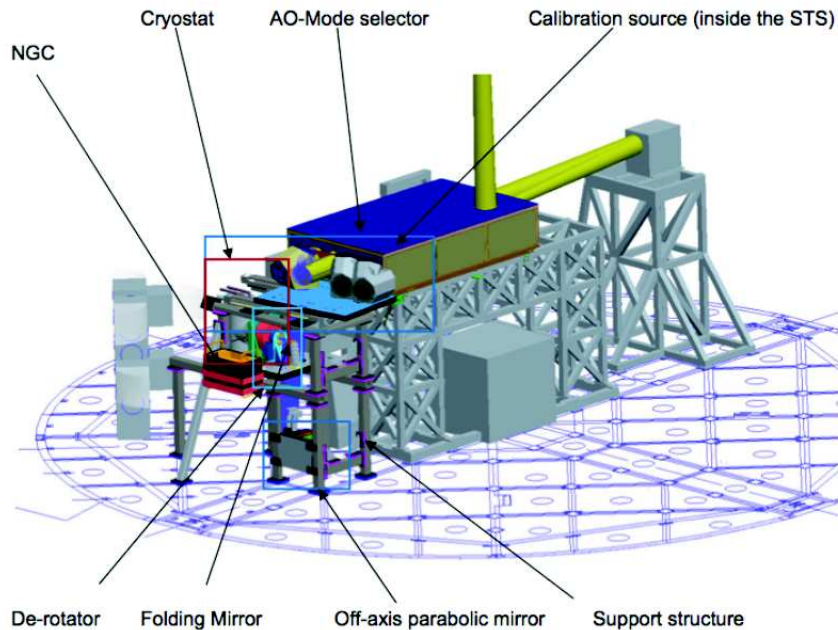


Figure 1.10 – Schéma de principe de GRAVITY. Tiré de Eisenhauer (2011).

### Optique adaptative

Pour atteindre les performances en sensibilité attendues, les fronts d'onde collectés par chaque télescope et recombinaison par GRAVITY devront être corrigés des perturbations atmosphériques. Cependant à cause de l'extinction de 32 magnitudes dans le visible par les poussières du centre galactique, le système d'optique adaptative actuel du VLTI, MACAO, n'est pas approprié pour permettre l'observation de Sgr A\*, car il est équipé de senseurs de front d'onde fonctionnant aux longueurs d'onde visibles. GRAVITY sera donc installé avec des senseurs de front d'onde fonctionnant dans l'infrarouge (bandes H et K), et utilisera les miroirs déformables de MACAO pour corriger les quatre faisceaux des perturbations atmosphériques. Ainsi, par l'observation d'une étoile de référence de magnitude  $K = 7$  à  $7''$  de l'objet observé, ce système d'optique adaptative restaurera la réponse impulsionnelle des télescopes à un rapport de Strehl de 25 %, et à stabiliser les faisceaux à des résidus de tip-tilt de 10 mas rms, dans des conditions médianes d'observation à  $30^\circ$  d'angle zénithal (Clénet et al. 2010 ; Kendrew et al. 2012). Le schéma mécanique des senseurs de front d'onde est présenté en figure 1.11.



**Figure 1.11** – Schéma du sensor de front d’onde infrarouge, montrant les faisceaux issus des télescopes (en jaune), et le séparateur de faisceaux (STS) à l’interface avec le sensor de front d’onde. Tiré de [Kendrew et al. \(2012\)](#).

## Systèmes de guidage et de couplage

GRAVITY sera équipé d’une caméra d’acquisition permettant de contrôler à la fois les champs observés par les quatre télescope, leur pupille, et la qualité du front d’onde ([Amorim et al. 2010](#)). Par l’analyse de ces images, les dérives lentes du champ et de la pupille de chacun des télescopes seront contrôlées et ajustées par le système de couplage en amont du recombineur de faisceaux, par des miroirs motorisés. L’analyse du front d’onde permet de corriger les faisceaux des aberrations statiques des optiques en aval des senseurs de front d’onde de l’optique adaptative, et de la turbulence dans les tunnels et lignes à retard du VLTI. De plus, pour optimiser l’injection dans les fibres du recombineur à haute fréquence, deux faisceaux lasers se propageront dans le train optique de GRAVITY entre le séparateur de champ du VLTI et le système de couplage de GRAVITY, un pour contrôler les déplacements de la pupille et un pour contrôler la position du champ. L’étoile de référence et l’objet étudié, contenus dans le champ de  $2''$  du VLTI, sont séparés avant l’injection dans le recombineur par un prisme à angle droit.

## Fonctions fibrées

Les quatre faisceaux de l’étoile de référence et les quatre faisceaux de l’objet étudié sont injectés dans huit fibres optiques monomode en verre fluoré pour filtrer spatialement le champ. Des rotateurs de polarisation motorisés permettent de contrôler la polarisation dans les fibres de façon à maximiser le contraste des franges. Les différences de chemin optique entre les voies de référence et les voies scientifiques sont compensées en étirant les fibres, enroulées sur un cylindre piézoélectrique ([Perrin et al. 2011a](#)).



### Recombineur en optique intégré

Les faisceaux en sortie des fibres sont injectés dans un recombineur en optique intégrée, qui permet d'échantillonner les franges des six bases simultanément sur quatre échantillons en quadrature de phase (Jocou et al. 2010). Ce mode de recombinaison permet d'estimer les grandeurs interférométriques (contraste et phase des franges) avec un maximum de sensibilité. La compacité de ce recombineur le rend également très stable mécaniquement et en température. La figure 1.12 présente une photo d'un recombineur en optique intégré tel que ceux qui seront utilisés par GRAVITY.



**Figure 1.12** – Photographie d'un recombineur en optique intégrée tel que ceux qui seront utilisés dans GRAVITY pour recombinaison des faisceaux de l'étoile de référence et de l'objet étudié. Image fournie par Laurent Jocou.

### Spectromètres

Les faisceaux en sortie des recombineurs sont imagés par des systèmes optiques dispersifs (appelés spectromètres dans la suite) sur les détecteurs respectifs de la voie scientifique et de la voie de référence. Trois résolutions spectrales peuvent être choisies sur pour la voie scientifique ( $R \sim 22$ ,  $R \sim 500$ , ou  $R \sim 4000$ ), tandis que la voie de référence a une faible résolution spectrale fixée à  $R \sim 22$ , pour permettre la stabilisation des franges par le suiveur de franges (Straubmeier 2011). Je détaillerai le sous-système du suiveur de franges plus loin dans ce manuscrit.

### Détecteurs de nouvelle génération

Les senseurs de front d'onde et le suiveur de franges seront équipés de détecteurs de nouvelle génération à bas bruit, développées par SELEX-Galileo. Ces caméras sont constituées d'une matrice de photodiodes à avalanche infrarouge, et sont capables de fournir des images à une fréquence de plusieurs centaines de Hertz avec un bruit de lecture de seulement  $4 e^-$  rms (Finger et al.).

### Métrie

La position des franges de la voie scientifique par rapport à la voie de référence est asservie par les lignes à retard différentielles fibrées grâce à un système de métrologie interne à GRAVITY. Un laser de métrologie est injecté dans les deux recombineurs de faisceaux et est propagé jusqu'aux miroirs jusqu'aux miroirs secondaires des télescopes, où les différences de marche différentielles entre les deux voies sont mesurées en observant

les figures d'interférences diffusées sur les miroirs secondaires (Gillessen 2011). Par cette méthode, les différences de marche différentielles entre les deux voies sont mesurées avec une précision de l'ordre de 10 nm, et permettent ainsi les mesures astrométriques entre la voie de référence et la voie scientifique avec une précision de l'ordre de 10  $\mu$ as.

### 1.3.3 Présentation du consortium

GRAVITY est un instrument développé par un consortium européen de six laboratoires, en collaboration avec l'ESO :

- le *Max Planck Institut für extraterrestrische Physik* (MPE) ;
- le *Max Planck Institut für Astronomie* (MPIA) ;
- l'*Universität zu Köln* (UoC) ;
- le *Partenariat Haute résolution Angulaire Sol-Espace* (PHASE), comprenant le *Laboratoire d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique* (LESIA) et l'*Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales* (ONERA) ;
- l'*Institut de Planétologie et d'Astrophysique de Grenoble* (IPAG) ;
- le *Laboratório de Sistemas, Instrumentação e Modelação* (SIM).

Le MPE a la responsabilité du projet (institut PI). L'instrument sera assemblé dans ce laboratoire avant d'être expédié au VLTI mi-2014. Le tableau 1.3 détaille les sous-systèmes dont est responsable chaque laboratoire.

Pays	Laboratoires	Sous-systèmes développés
Allemagne	MPE	Détecteurs ; système de guidage ; métrologie ; cryostat ; système de couplage ; module d'étalonnage
	MPIA	Senseur de front d'onde
	UoC	Spectromètres
France	PHASE	Fonctions fibrées ; suiveur de franges ; logiciel de réduction de données ; étude système de l'optique adaptative ; étude système de l'astrométrie
	IPAG	Recombineurs en optique intégrée
Portugal	SIM	Caméra d'acquisition

**Tableau 1.3** – Laboratoires membres du consortium GRAVITY, et sous-systèmes dont ils sont responsables.

## 1.4 Une question de sensibilité

Pour atteindre les performances en sensibilité décrites ci-dessus et encore jamais obtenues par les interféromètres actuels, GRAVITY sera équipé d'un suiveur de franges, sous-système qui lui permet d'acquérir des données avec un long temps d'intégration. Dans cette partie, je vais présenter le principe du suivi de franges, puis je décrirai les performances attendues pour le suiveur de franges de GRAVITY.

### 1.4.1 Principe du suivi de franges

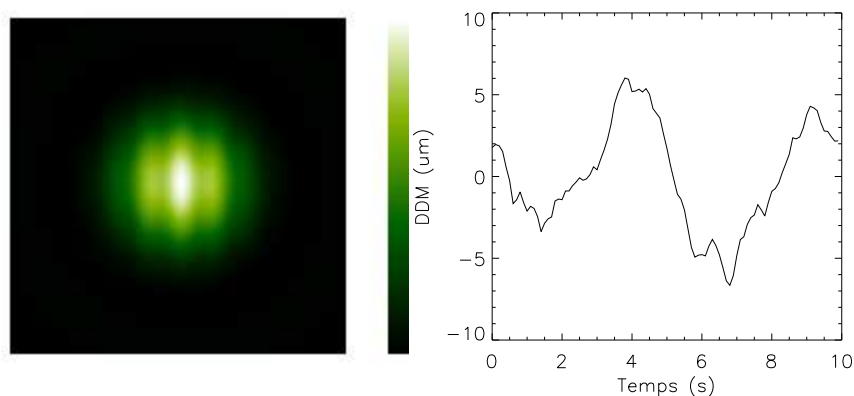
J'ai évoqué précédemment dans ce chapitre le fait que la phase de l'onde collectée par chaque télescope est perturbée par la traversée de l'atmosphère.

### Effet de la turbulence sur les interférences

En effet, avant d'être recombinaés, les faisceaux alimentant les différents télescopes traversent des couches d'atmosphère distantes de plusieurs dizaines, voire centaines de mètres. À cause des différences locales de température de l'air, les faisceaux suivent des chemins optiques différents, et accumulent des retards les uns par rapport aux autres. De plus, ces chemins optiques varient temporellement, en fonction de l'importance de la turbulence de l'atmosphère. Cette perturbation, appelée piston atmosphérique, a pour conséquence d'ajouter un terme de phase variable au champ électrique de l'objet collecté par chacun des télescopes, proportionnel au chemin optique parcouru par le faisceau.

Lorsque deux faisceaux sont recombinaés, le retard d'une onde par rapport à l'autre, ou *différence de marche*, ajoute un terme de phase différentielle dans la modulation des interférences de l'équation 1.18, qui décale les franges par rapport à leur position de référence. Étant donné que la différence de marche entre deux faisceaux varie continûment avec le temps et peut atteindre plusieurs microns en fonction de la longueur de la base entre les télescopes, le piston atmosphérique a pour effet de faire varier la phase des franges continuellement, c'est-à-dire de les déplacer continuellement par rapport à leur position nominale.

Ainsi, on comprend que ces mouvements perpétuels des franges limitent la possibilité d'utiliser des longs temps de pose pour faire ressortir l'image des franges si la luminosité de l'objet observé est faible. En effet, si les franges bougent de façon significative pendant l'intégration de l'image, la somme des modulations de phases différentes brouille les franges et diminue drastiquement leur contraste. Ce phénomène est représenté par la figure 1.13, où la différence de marche entre les télescopes croît régulièrement de façon à décaler les franges d'une période pendant l'intégration de l'image. On voit que le contraste des franges est quasi-nul, bien que l'objet observé soit un point non résolu par l'instrument. Typiquement, le temps de cohérence de l'atmosphère, pendant lequel la turbulence peut être considérée comme figée, est de l'ordre de 3 ms en infrarouge. Ainsi, le contraste des franges est significativement diminué dès lors que des temps de poses supérieurs à 30 ms sont utilisés.



**Figure 1.13** – **Gauche** : simulation de franges d'interférences obtenues sur une étoile non résolue, intégrée pendant 10 s pendant lesquelles la différence de marche entre les télescopes varie à cause de la turbulence atmosphérique. **Droite** : variation de la différence de marche simulée.



## Solutions possibles

Il y a deux solutions possibles pour limiter la perte de contraste induite par le mouvement continu des franges :

- ne faire que des intégrations courtes, de l'ordre du temps de cohérence, de façon à limiter la perte de contraste. Une étoile étalon connue doit être observée avant et après l'objet scientifique avec le même temps de pose, de façon à estimer la perte de contraste due au piston atmosphérique. La conséquence de cette solution est une perte directe de la sensibilité de l'instrument, qui ne peut alors observer que des objets brillants ;
- utiliser un système qui stabilise les franges pendant de longs temps de pose, en observant une étoile de référence.

Cette seconde solution est appelée *suivi de franges*, et le système en question est un suiveur de franges. Le principe de cette technique consiste à observer une étoile de référence qui soit suffisamment proche de l'objet que l'on souhaite observer pour subir les mêmes perturbations atmosphériques (angle d'isoplanétisme du piston de l'ordre de  $10''$ ), et suffisamment brillante pour pouvoir observer les interférences à une cadence élevée. En mesurant la phase des franges de cette étoile de référence, le suiveur de franges estime la différence de marche entre les faisceaux recombinaés, et déplace des actionneurs sur le trajet des faisceaux de l'objet étudié de façon à compenser le piston atmosphérique. Par ce moyen, les franges de l'objet scientifique restent stables et peuvent être intégrées sans perte de contraste.

Cette technique, développée dans les années 80 par [Shao & Staelin \(1977, 1980\)](#), est similaire à l'optique adaptative, à ceci près que l'optique adaptative corrige les perturbations induites par l'atmosphère sur le front d'onde au niveau d'un seul télescope, tandis qu'un suiveur de franges corrige le piston atmosphérique entre plusieurs télescopes, sans se soucier de la qualité du front d'onde au niveau de chaque ouverture individuelle (mais fonctionne d'autant mieux que les fronts d'onde sont cohérents à l'échelle de chaque pupille).

À l'heure actuelle, quatre suiveurs de franges sont installés sur différents interféromètres et permettent de stabiliser la phase des franges à haute fréquence :

- le suiveur de franges de l'interféromètre du Keck, utilisé pour stabiliser les franges entre deux télescopes dans les bandes spectrales H, K et L ([Colavita et al. 2010](#)) ;
- le suiveur de franges *Fringe-Tracking Instrument of Nice and Torino* (FINITO), utilisé pour suivre les franges entre trois télescopes au VLTI dans la bande spectrale H ([Bonnet et al. 2006](#) ; [Le Bouquin et al. 2008](#)) ;
- le suiveur de franges de l'instrument *Phase Referenced Imaging and Microarcsecond Astrometry* (PRIMA), utilisé pour suivre les franges entre deux télescopes au VLTI dans la bande spectrale K ([Sahlmann et al. 2009](#)).
- le suiveur de franges *CHARA Michigan Phase-tracker* (CHAMP), installé sur l'interféromètre CHARA pour suivre les franges de six télescopes dans les bandes J, H ou K, opérationnel actuellement avec quatre télescopes ([Monnier et al. 2012](#)).

Les autres interféromètres sont uniquement pourvus de système permettant de recentrer l'enveloppe des franges, à partir de acquisitions effectuées sur l'objet observé, donc à relativement basse fréquence et avec une précision de l'ordre de quelques franges, et ne permettent donc pas de faire des acquisitions à long temps de pose pour faire ressortir le signal interférométrique. On peut également citer le suiveur de frange à deux télescopes de *Palomar Testbed Interferometer* (PTI), opérationnel jusqu'au démantèlement de

l'interféromètre en 2008.

### 1.4.2 Le suiveur de franges de GRAVITY dans ce contexte

Le suiveur de franges de GRAVITY permettra de suivre les franges formées par quatre télescopes au VLTI dans la bande spectrale K. Afin de permettre l'observation du centre de la Galaxie par de longues intégrations, il devra être capable de stabiliser les franges en observant l'étoile de référence la plus brillante dans le champ de vue de 2'' du VLTI, IRS 16 C, de magnitude  $K = 9,7$ , et permettre l'intégration des images sur la voie scientifique sans perte de contraste significative. L'environnement du centre galactique est présenté à la figure 1.14.

#### Spécifications techniques

En tant que cas scientifique principal de GRAVITY, l'observation de Sgr A\* dimensionne les performances de son suiveur de franges. Ainsi, suivant les spécifications de GRAVITY, pour les conditions médianes d'observation sur le site de Paranal, sans tenir compte de vibrations instrumentales, et avec des fluctuations d'orientation des faisceaux à l'entrée des fibres inférieures à 15 mas, le suiveur de franges devra stabiliser les différences de marche à moins de 300 nm rms ( $\lambda/7$ ) par l'observation d'une étoile de référence de magnitude  $K = 10$  avec les UTs (et de magnitude  $K = 7$  avec les ATs). En supposant que les vibrations instrumentales ajoutent aux différences de marche des fluctuations inférieures à 150 nm rms, le suiveur de franges devra stabiliser les franges à moins de 350 nm rms ( $\lambda/6$ ).

#### Un défi de sensibilité

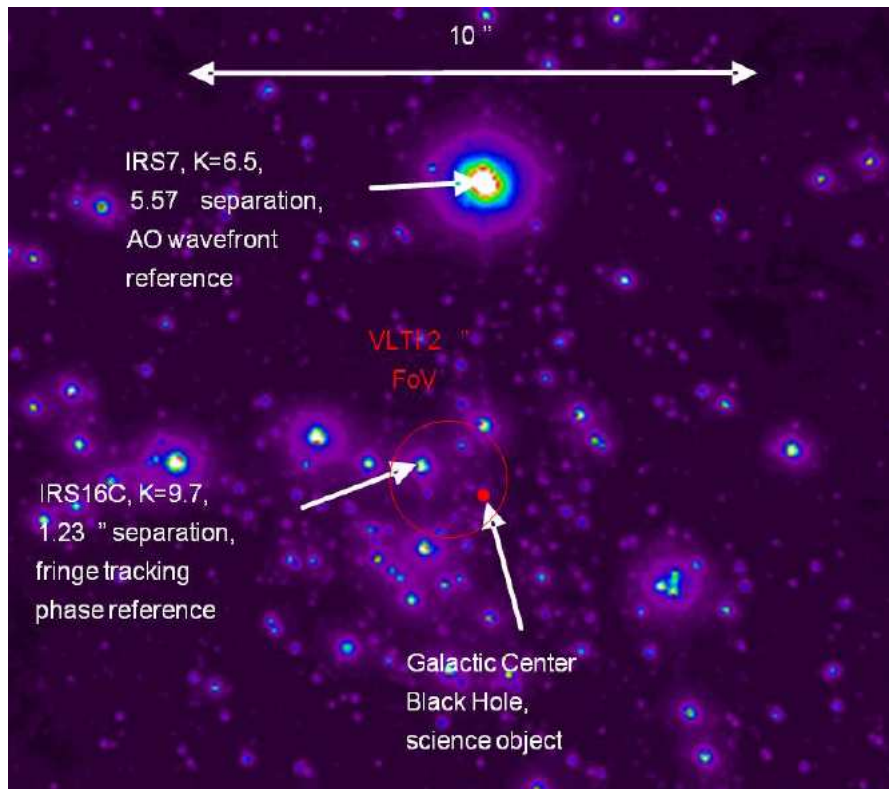
Le principal défi que devra surmonter le suiveur de franges de GRAVITY pour permettre l'observation du centre galactique est de parvenir à stabiliser les franges sur une étoile de référence de magnitude aussi faible. En effet, IRS 16 C est très proche de la limite de sensibilité de l'interféromètre du Keck, le plus sensible au monde ( $K \sim 10,3$ ).

De plus, pour stabiliser correctement les franges, cette étoile de référence devra être observée avec des temps de pose très faibles (de l'ordre de quelques millisecondes) pour pouvoir figer la turbulence à chaque image. La magnitude limite mesurée au Keck est elle obtenue avec des temps de pose légèrement plus élevés, autorisant une légère perte de contraste étalonnée par l'observation additionnelle d'étoiles étalons.

Pour parvenir à cette sensibilité inédite, et contrebalancer la complexité de l'instrument qui va de paire avec une faible transmission, GRAVITY sera également équipé d'une caméra de nouvelle génération SELEX, composée de photodiodes à avalanche infrarouge, à très bas bruit de lecture.

#### Transposition à d'autres applications

Enfin, il est à noter que le contrôle temps-réel de la phase sur un instrument optique est un problème commun à de nombreuses applications. Ainsi, les techniques développées pour stabiliser les franges sur une source faible pour l'instrument GRAVITY sont transposables à de nombreux systèmes. On peut citer notamment le contrôle de la phase pour des satellites d'observation à haute résolution en vol en formation en orbite autour de la Terre, ou des systèmes de synthèse d'ouverture au sol pour d'autres applications (scientifiques ou militaires).



**Figure 1.14** – Image de l’environnement du centre galactique en infrarouge. Le point rouge représente le centre galactique, le cercle rouge représente le champ de vue du VLTI, l’étoile brillante dans ce cercle est IRS 16 C, l’étoile de référence du suiveur de franges, et l’étoile la plus brillante en dehors du cercle est IRS 7, l’étoile de référence des senseurs de front d’onde de GRAVITY.

## 1.5 Ma thèse dans ce contexte

L’objectif de ma thèse est de développer, optimiser et caractériser l’algorithme du suiveur de franges de GRAVITY, dans le but d’atteindre les spécifications techniques énoncées précédemment, et permettre l’observation du centre galactique. J’ai dans ce but réalisé des simulations du système de contrôle dans son ensemble, tenant compte de façon aussi réaliste que possible des différentes sources de perturbation des faisceaux. J’ai de plus développé un prototype de laboratoire, dans le but de valider expérimentalement l’algorithme du suiveur de franges.

Je commencerai tout d’abord par décrire, quantifier, et modéliser les différents types de perturbations rencontrées par les faisceaux lumineux (chapitre 2). Je détaillerai ensuite l’algorithme du suiveur de franges de GRAVITY (chapitre 3). Dans le chapitre 4, je présenterai l’ensemble des simulations numériques que j’ai effectuées pour caractériser les performances du suiveur de franges, ainsi que leurs résultats. Je présenterai ensuite le démonstrateur que j’ai réalisé, et sa contribution à la caractérisation du suiveur de franges de GRAVITY (chapitre 5). Enfin, je terminerai ce manuscrit par une ouverture astrophysique préparatoire à l’exploitation de GRAVITY, en présentant les observations et analyse de données interférométriques d’un système binaire X que j’ai effectuées pendant ma thèse (chapitre 6).

---

## Chapitre 2

# Perturbations rencontrées par le suiveur de franges

J’ai illustré dans le chapitre précédent la nécessité de stabiliser les franges pour rendre possible de long temps de pose sur les sources faibles en limitant la perte de contraste provoqué par les fluctuations de différence de marche. Pour stabiliser les franges de façon efficace, il est important de bien connaître les perturbations à corriger. Une telle compréhension est même indispensable à l’utilisation d’algorithmes prédictifs, qui requièrent une connaissance préalable de ces perturbations pour optimiser leurs corrections, comme on l’expliquera dans le chapitre 3.

Nous allons donc ici nous intéresser en détail aux principaux types de perturbations que devra corriger le suiveur de franges de GRAVITY. Je discuterai tout d’abord de la turbulence atmosphérique et des différents modèles permettant de la décrire. J’analyserai ensuite la contribution instrumentale des vibrations dans ces perturbations. Enfin, ce chapitre sera également l’occasion de décrire brièvement les perturbations *subies* par le suiveur de franges, à savoir les variations de flux dans le recombineur de faisceaux.

## 2.1 Le piston atmosphérique

Intéressons-nous tout d’abord à la turbulence atmosphérique, principale cause des fluctuations de chemin optique subies par la lumière d’une étoile vue depuis la Terre par un télescope. En tant que facteur limitant de bien des types d’observations, cette perturbation est intensivement étudiée depuis quelques dizaines d’années, tant par des analyses théoriques que par des mesures directes. Je rappellerai dans cette partie les notions de base permettant de comprendre l’origine et les caractéristiques de la turbulence atmosphérique<sup>1</sup>. Je décrirai ensuite les différents modèles analytiques permettant de la décrire, et j’expliquerai comment ces modèles s’insèrent dans mon analyse du suiveur de franges de GRAVITY.

### 2.1.1 Aux origines de la turbulence atmosphérique

Deux phénomènes physiques à grande échelle interviennent principalement dans la formation et l’évolution de la turbulence atmosphérique. L’un est d’origine thermique et

---

1. Parties 2.1.1 et 2.1.2 inspirées principalement du cours de Gérard Rousset et Marc Séchaud « Propagation et imagerie à haute résolution à la travers la turbulence atmosphérique ».

gènère des mouvements d'air verticaux ; l'autre est d'origine aérodynamique et produit des mouvements d'air transversaux.

Le premier phénomène est causé par les différences de température entre le sol et l'air à différentes altitudes. En effet, la Terre est éclairée et chauffée par le Soleil de façon non uniforme : selon le lieu considéré, cet échauffement dépend de son environnement géographique, de sa localisation sur Terre (latitude principalement), de la période de l'année, et du moment de la journée (jour, nuit). De plus, selon sa nature et son albédo, le sol accumule la chaleur solaire plus rapidement que l'air. Cette différence de température sol-air crée un phénomène de convection thermique : des bulles d'air chaud proches du sol s'élèvent suivant les courants thermiques dans les différentes couches de l'atmosphère.

À ces mouvements ascendants s'ajoute un phénomène aérodynamique transversal : le vent, qui provoque un écoulement d'air turbulent plus ou moins fort selon l'altitude. À grande échelle, le vent est la combinaison de deux facteurs. Le premier vient de la circulation de l'air entre l'équateur et les pôles terrestres, due aux différences de pression atmosphérique entre ces latitudes. Le second est causé par le mouvement de rotation de la Terre sur elle-même, qui dévie ces courants en longitude. Bien entendu, les reliefs et différences locales de pression et de température modifient ces tendances de façon non négligeable.

Ces deux phénomènes génèrent ainsi un brassage de masses d'air à différentes températures, à différentes échelles. Comme l'indice de réfraction de l'air dépend de la température et de la pression, ces fluctuations entraînent également des variations locales de l'indice de réfraction.

Les propriétés optiques d'un faisceau traversant un tel milieu turbulent s'expliquent très simplement par le principe de Fermat : la lumière se propage d'un point à un autre de façon à minimiser localement son temps de trajet, c'est-à-dire son chemin optique. Suivant cette loi, les rayons lumineux se propageant dans l'atmosphère sont déviés et retardés localement en fonction de l'indice de l'air qu'ils traversent. De même, le front d'onde, qui est par définition perpendiculaire à la direction de propagation des rayons, est déformé par la propagation dans ce milieu turbulent.

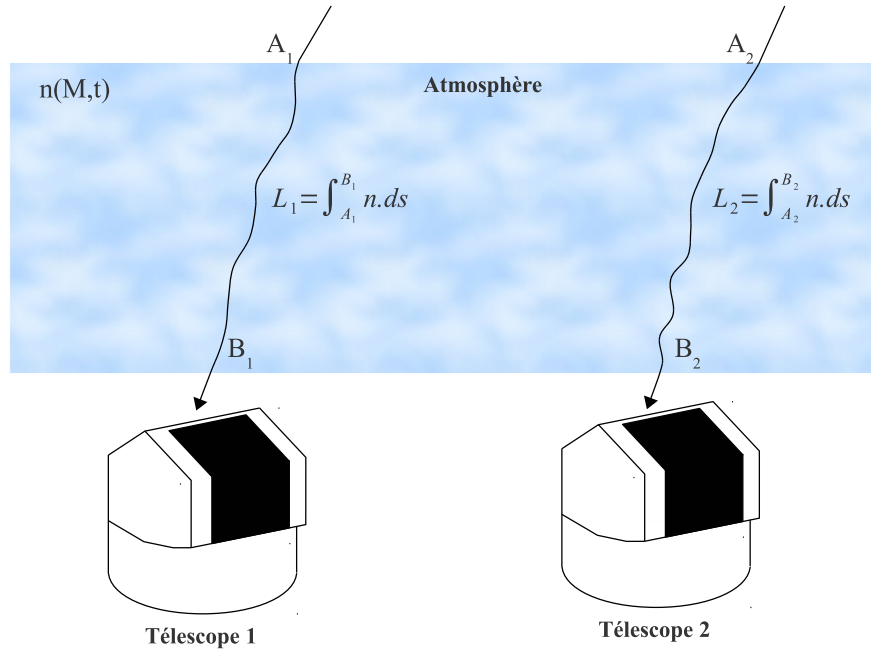
Pour arriver jusqu'à deux télescopes distants d'une centaine de mètres, deux rayons lumineux issus d'une étoile traversent donc des épaisseurs d'air très peu corrélées spatialement et temporellement en terme d'indice de réfraction, et peuvent cumuler des chemins optiques relativement différents (voir illustration en figure 2.1). Notamment, la différence de chemin optique entre ces télescopes, appelée *différence de marche* dans la suite, peut varier de plusieurs microns en quelques millisecondes. Ce phénomène de fluctuation temporelle de la différence de marche entre deux télescopes est couramment appelé *piston atmosphérique*<sup>2</sup>.

### 2.1.2 Description analytique de la turbulence

La mise en équation de ce phénomène turbulent est plus complexe et fait intervenir plusieurs grandeurs physiques à l'échelle macroscopique.

---

2. Bien qu'il s'agisse d'une *différence* de deux termes de pistons



**Figure 2.1** – Illustration du principe de Fermat : un rayon lumineux se propage d'un point à un autre de façon à minimiser son trajet optique, et est donc dévié en fonction de l'indice local du milieu traversé. Ainsi, deux faisceaux traversant deux épaisseurs d'atmosphère turbulente différentes ne rencontrent pas exactement les mêmes indices et sont déviés différemment. De même, le chemin optique qu'ils ont traversé jusqu'au télescope est légèrement différent.

### Propriétés dynamiques de la turbulence

Le modèle analytique communément adopté pour décrire la turbulence atmosphérique repose sur l'hypothèse de [Kolmogorov \(1941\)](#) qui suppose que l'énergie cinétique  $\epsilon$  transférée d'un écoulement initial à l'écoulement turbulent par unité de temps est constant quelle que soit l'échelle spatiale de la turbulence considérée, tant qu'elle est supérieure à l'échelle de dissipation de l'énergie turbulente en chaleur. Cette hypothèse permet de dimensionner la distribution des fluctuations  $V$  de vitesse en fonction de la taille caractéristique  $l$  d'un tourbillon :

$$V^2 \approx \epsilon^{2/3} l^{2/3}. \quad (2.1)$$

La déduction du spectre des fluctuations de vitesse, appelé *Spectre de Kolmogorov*, est basée sur le formalisme développé par [Tatarskii \(1961\)](#). Il nécessite l'utilisation de la fonction de structure  $D_V$  des fluctuations de vitesse, définie pour un vecteur à trois dimension  $\vec{r} = \overrightarrow{MM'}$  entre deux points  $M$  et  $M'$  par :

$$D_V(\vec{r}) = \left\langle |V(\vec{\rho}) - V(\vec{\rho} + \vec{r})|^2 \right\rangle_{\vec{\rho}}. \quad (2.2)$$

Cette fonction est liée à la fonction de covariance  $B_V$  des fluctuations de vitesse par la relation :

$$D_V(\vec{r}) = 2 \left( B_V(\vec{0}) - B_V(\vec{r}) \right), \quad (2.3)$$

où la fonction de covariance est définie par :

$$B_V(\vec{r}) = \langle V(\vec{\rho}) \cdot V^*(\vec{\rho} + \vec{r}) \rangle_{\vec{\rho}}. \quad (2.4)$$

Or la densité spectrale de puissance  $W_V$  de ces fluctuations est définie par la transformée de Fourier de la fonction de covariance, pour un vecteur de fréquence spatiale à trois dimensions  $\vec{\kappa}$  :

$$W_V(\vec{\kappa}) = \iiint B_V(\vec{r}) e^{-2i\pi\vec{\kappa}\cdot\vec{r}} d\vec{r}. \quad (2.5)$$

Une simple analyse dimensionnelle combinant les équations 2.1, 2.4, et 2.5 permet de déterminer la structure du spectre de Kolmogorov :

$$W_V(\vec{\kappa}) \propto \kappa^{-11/3}, \quad (2.6)$$

avec  $\kappa = |\vec{\kappa}|$  le module de la fréquence spatiale. Ce spectre détermine la distribution en fréquences spatiales des fluctuations de vitesse d'écoulement de l'air dans l'atmosphère.

### Propriétés optiques de la turbulence

Grâce à de cette connaissance de la structure dynamique de la turbulence atmosphérique, il est possible d'en déduire sa structure optique, et notamment les caractéristiques de son spectre de fluctuations d'indice de réfraction. En effet, [Obukhov \(1949\)](#) et [Yaglom \(1949\)](#) ont montré que toute grandeur physique d'un écoulement turbulent qui ne modifie pas sa dynamique et qui est indépendante des réactions au sein de l'écoulement (grandeur passive et conservatrice) suit également la loi de Kolmogorov 2.1. C'est le cas des grandeurs macroscopiques telles que la température, la pression, l'humidité spécifique de l'air (rapport entre la pression partielle de l'eau et la pression atmosphérique), et l'indice de réfraction. La fonction de structure  $D_N$  des fluctuations d'indice de l'air est ainsi définie par :

$$D_N(\vec{r}) = C_N^2 r^{2/3}, \quad (2.7)$$

où  $r = |\vec{r}|$  est compris entre l'échelle  $L_0$  caractéristique de formation de tourbillons (échelle externe), et l'échelle  $l_0$  caractéristique de dissipation de ces tourbillons, et où  $C_N$  est la constante de structure d'indice de l'atmosphère, qui caractérise localement la force de la turbulence. La densité spectrale de puissance  $W_N$  des fluctuations d'indice est décrite ([Tatarskii 1971](#)) par :

$$W_N(\vec{\kappa}) = 0,033(2\pi)^{-2/3} C_N^2 \kappa^{-11/3}. \quad (2.8)$$

### Conséquences sur les propriétés d'une onde lumineuse

Enfin, à partir de ce modèle décrivant les fluctuations d'indice dans l'atmosphère, on peut en déduire le profil des fluctuations de phase subies par une onde lumineuse. En effet, le déphasage  $\phi_{AB}$  subi par un champ électrique de longueur d'onde  $\lambda$  entre deux points A et B est lié au chemin optique correspondant  $L_{AB}$  par :

$$\phi_{AB} = \frac{2\pi}{\lambda} L_{AB} \quad (2.9)$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \int_A^B n(s) ds. \quad (2.10)$$

Ainsi, considérant une onde plane se propageant à la longueur d'onde  $\lambda$  dans une couche d'air turbulente d'épaisseur  $dh$  assez petite pour négliger la diffraction en champ lointain, le spectre élémentaire  $W_\phi$  des fluctuations spatiales de la phase de l'onde correspond à ([Tatarskii 1971](#)) :

$$W_\phi(\vec{\kappa}) = 0,033(2\pi)^{-2/3} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 C_N^2 dh \kappa^{-11/3}. \quad (2.11)$$



Le spectre des fluctuations temporelles de phase se déduit de ce spectre spatial en supposant que l'évolution temporelle d'une couche turbulente peut se décrire par une simple translation latérale suivant la direction et la vitesse du vent  $\vec{V}$  dans cette couche, en gardant ainsi le même profil spatial (hypothèse de Taylor de l'atmosphère figée). L'évolution temporelle de la phase à l'instant  $t + \tau$  peut alors se décrire par rapport à la phase à l'instant  $t$  par :

$$\phi(\vec{r}, t + \tau) = \phi(\vec{r} - \tau\vec{V}, t). \quad (2.12)$$

Sous cette hypothèse et en supposant un vent de direction  $\vec{x}$  dans un repère orthogonal  $(O, \vec{x}, \vec{y})$  et de vitesse  $V$ , la densité spectrale de puissance  $w_\phi$  des fluctuations de la phase du front d'onde à la fréquence temporelle  $f$  se déduit du spectre des fluctuations spatiales par la relation (Conan et al. 1995) :

$$w_\phi(f) = \frac{1}{V} \int_{-\infty}^{+\infty} W_\phi\left(\frac{f}{V}, \kappa_y\right) d\kappa_y. \quad (2.13)$$

Ainsi, suivant le modèle de turbulence précédemment décrit, le profil spectral des fluctuations temporelles de la phase d'une onde traversant une couche turbulente d'atmosphère se caractérise par la loi de puissance en  $f^{-8/3}$  suivante :

$$w_\phi(f) \propto \left(\frac{f}{V}\right)^{-8/3}. \quad (2.14)$$

### Discussion du modèle de Kolmogorov

Ce modèle d'évolution temporelle basé sur l'hypothèse de Kolmogorov constitue la base principale des analyses de la turbulence atmosphérique. Sa limite est cependant que son spectre diverge à la fréquence nulle. Or la variance des fluctuations d'une grandeur physique a pour propriété d'être égale à l'intégrale de son spectre sur l'ensemble des fréquences :

$$\sigma_\phi^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} w_\phi(f) df. \quad (2.15)$$

Ainsi, selon ce modèle, la variance  $\sigma_\phi^2$  des fluctuations temporelles de phase est infinie.

Bien qu'il existe des alternatives plus physiques à ce modèle, c'est bien souvent lui qui est utilisé pour décrire la turbulence car il est validé par l'expérience au premier ordre, est simple à utiliser et caractériser, a été beaucoup étudié et est par conséquent relativement bien connu.

#### 2.1.3 Les différents modèles de turbulence

Dans cette partie, je vais détailler d'une part l'application de ce modèle de Kolmogorov pour décrire le piston atmosphérique, puis je décrirai les alternatives à ce modèle permettant de caractériser la turbulence de façon plus physique.

#### Spectre de Kolmogorov de la phase différentielle

Pour décrire les fluctuations de différence de marche subies par un interféromètre, il faut tenir compte d'une part de l'effet de convolution de la phase par la pupille du télescope, et d'autre part de la combinaison de deux termes de phase décalés l'un par rapport à l'autre en fonction la séparation des télescopes. Ainsi, considérant deux télescopes de pupilles



circulaires de diamètre  $D$ , et un vecteur de base  $\vec{B}$  séparant les ouvertures, et faisant l'approximation que la phase est moyennée sur l'ensemble de la pupille d'un télescope<sup>3</sup>, la distribution spatiale  $\psi$  des fluctuations de phase différentielle est décrite par :

$$\psi(\vec{r}, \vec{B}, D) = g(\vec{r}, \vec{B}, D) * \phi(\vec{r}, t), \quad (2.16)$$

où  $g$  est la fonction qui convolue spatialement la phase  $\phi$  en phase différentielle  $\psi$  :

$$g(\vec{r}, \vec{B}, D) = (\delta(\vec{r} + \vec{B}) - \delta(\vec{r})) * P_D(\vec{r}). \quad (2.17)$$

$\delta$  représente la fonction de Dirac, et  $P$  la fonction de transmission de la pupille, soit pour les ouvertures circulaires considérées :

$$P_D(\vec{r}) = \frac{4}{\pi D^2} \begin{cases} 1 & \text{si } |\vec{r}| \leq D/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}. \quad (2.18)$$

Conan et al. (1995) ont démontré que la densité spectrale de puissance des fluctuations temporelles de phase différentielle se déduit du spectre des fluctuations de phase par la relation :

$$w_\psi(f) = \frac{1}{V} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \mathcal{F}[g] \left( \frac{f}{V}, \kappa_y \right) \right|^2 W_\phi(\vec{\kappa}) d\kappa_y, \quad (2.19)$$

avec  $\mathcal{F}$  l'opérateur de la transformée de Fourier.

En supposant la base orientée dans la même direction que le vent, parallèle à l'axe  $\vec{x}$ , et considérant une turbulence suivant un modèle de Kolmogorov, cette relation conduit au spectre temporel suivant (très légèrement modifié par la direction du vent selon Conan et al. (1995)) :

$$w_\psi(f) \propto \sin^2 \left( \frac{\pi B f}{V} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{J_1(\pi D q)}{\pi D q} \right)^2 q^{-11/3} d\kappa_y, \quad (2.20)$$

avec  $q$  la norme de la fréquence spatiale :

$$q = \sqrt{\left( \frac{f}{V} \right)^2 + \kappa_y^2}, \quad (2.21)$$

et  $J_1$  la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1. Selon Conan et al. (1995), ce spectre peut être approximé par un spectre asymptotique continu par morceau  $\tilde{w}_\psi$  tel que :

$$\tilde{w}_\psi(f) \propto \begin{cases} f^{-2/3} & \text{si } f < f_{c_1} \\ f^{-8/3} & \text{si } f_{c_1} < f < f_{c_2} \\ f^{-17/3} & \text{si } f > f_{c_2} \end{cases}, \quad (2.22)$$

avec les fréquences de coupures telles que  $f_{c_1} \simeq 0, 2V/B$  et  $f_{c_2} \simeq 0, 3V/D$ .

À basse fréquence, ce spectre suit une loi de puissance en  $f^{-2/3}$ , équivalente au profil spectral de la dérivée de la phase, comme attendu pour caractériser une différence de phase entre deux télescopes. Au-delà de la fréquence de coupure  $f_{c_1}$ , c'est-à-dire pour des déplacements  $l$  d'air turbulent inférieurs à la longueur de base entre les télescopes  $l \lesssim B$ , les termes de phase incidents sur les télescopes sont indépendants l'un de l'autre, et on retrouve la loi de puissance en  $f^{-8/3}$  typique des fluctuations temporelles de la phase. Au-delà de la fréquence de coupure  $f_{c_2}$ , pour des échelles de temps courtes qui correspondent à des mouvements de la couche turbulente plus petits que le diamètre du télescope  $l \lesssim D$ , le spectre suit une loi en  $f^{-17/3}$  typique de l'effet de moyenne spatiale par la pupille.

3. On néglige l'effet de filtrage par des fibres monomodes

### Les modèles de von Kármán et de Greenwood-Tarazano

Deux alternatives ont été proposées dans la littérature pour palier à la singularité non physique du modèle de Kolmogorov décrite par l'équation 2.15. Elles sont toutes deux basées sur la prise en compte de l'échelle externe  $L_0$  de la turbulence, au-delà de laquelle la fonction de structure des fluctuations d'indice de réfraction de l'atmosphère sature à une valeur finie.

Rappelons pour commencer le profil du spectre  $W_N^{Ko}$  des fluctuations d'indice issu du modèle de Kolmogorov (équation 2.8) :

$$W_N^{Ko}(\vec{\kappa}) \propto \kappa^{-11/3} \quad (2.23)$$

La saturation des fluctuations aux basses fréquences est prise en compte d'une part par le modèle de von Kármán, dont le spectre  $W_N^{vK}$  des fluctuations d'indice est décrit par Reinhardt & Collins (1972) :

$$W_N^{vK}(\vec{\kappa}) \propto \left( \kappa^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-11/6}, \quad (2.24)$$

et d'autre part par le modèle de Greenwood-Tarazano, conduisant à un spectre  $W_N^{GT}$  de profil (Greenwood & Tarazano 1974) :

$$W_N^{GT}(\vec{\kappa}) \propto \left( \kappa^2 + \frac{\kappa}{L_0} \right)^{-11/6}. \quad (2.25)$$

Les profils asymptotiques des spectres des fluctuations temporelles de la phase différentielle utilisant ces deux modèles sont décrits par Buscher et al. (1995) et conduisent dans les deux cas à une saturation du spectre en-deçà d'une troisième fréquence de coupure à  $f_{c_0} \simeq V/L_0$  :

$$\tilde{w}_\psi(f)^{vK} \propto \tilde{w}_\psi(f)^{GT} \propto \begin{cases} f^0 & \text{si } f < f_{c_0} \\ f^{-2/3} & \text{si } f_{c_0} < f < f_{c_1} \\ f^{-8/3} & \text{si } f_{c_2} < f < f_{c_2} \\ f^{-17/3} & \text{si } f > f_{c_2} \end{cases}. \quad (2.26)$$

Ces spectres, issus de modèles plus physiques que le spectre de Kolmogorov, sont a priori plus appropriés pour décrire le piston atmosphérique. Je discuterai un peu plus loin le choix final de spectre utilisé pour caractériser le suiveur de franges de GRAVITY.

#### 2.1.4 Analyse énergétique des fluctuations de phase

Dans les parties précédentes, je me suis efforcée de ne décrire que le profil spectral des fluctuations de phase de l'onde considérée, en éludant la description de leur énergie totale, mis à part dans l'équation 2.11 où la constante de structure d'indice a été introduite. Cette partie est consacrée à cette analyse énergétique et à ses variantes selon le modèle de turbulence adopté.

#### Déduction de la fonction de structure des fluctuations de phase

À partir de l'expression de la fonction de structure des fluctuations de phase  $\phi$ , il est possible d'estimer la variance  $\sigma_\psi$  des fluctuations de la phase différentielle  $\psi$  entre deux télescopes distants d'un vecteur  $\vec{B}$ . En effet, celle-ci vaut par définition :

$$\sigma_\psi^2 = \langle (\psi - \langle \psi \rangle)^2 \rangle, \quad (2.27)$$

soit pour des fluctuations de moyenne nulle :

$$\sigma_\psi^2 = \langle \psi^2 \rangle \quad (2.28)$$

$$= \langle (\phi(\vec{r}) - \phi(\vec{r} + \vec{B}))^2 \rangle \quad (2.29)$$

$$= D_\phi(\vec{B}). \quad (2.30)$$

qui correspond exactement à la valeur en  $\vec{B}$  de la fonction  $D_\phi$  de structure des fluctuations de phase. Connaissant cette valeur, on évalue donc facilement l'écart-type  $\sigma_\delta$  des fluctuations de différence de marche entre les deux télescopes :

$$\sigma_\delta = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{D_\phi(\vec{B})}. \quad (2.31)$$

### Application aux modèles Kolmogorov et von Kármán

Pour caractériser plus facilement l'énergie des fluctuations de phase d'une onde, on introduit le paramètre de Fried  $r_0$  (Fried 1966), qui par définition correspond au diamètre minimal d'une ouverture pour laquelle la résolution angulaire de l'image est limitée par la turbulence atmosphérique, suivant le modèle de Kolmogorov. La valeur en  $\vec{B}$  de la fonction  $D_\phi^{Ko}$  de structure des fluctuations de phase s'exprime alors pour ce modèle par :

$$D_\phi^{Ko}(\vec{B}) = 6,88 \left( \frac{B}{r_0} \right)^{5/3}. \quad (2.32)$$

Dans le cas d'une onde plane, le paramètre de Fried est lié à la constante d'indice  $C_N$  définie dans l'équation 2.7 par la relation (Roddiier 1981) :

$$r_0^{-5/3} \simeq 0,423 \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \int_0^L C_N^2(h) dh. \quad (2.33)$$

La valeur en  $\vec{B}$  de la fonction  $D_\phi^{vK}$  de structure de phase dans le cas d'un modèle de turbulence de von Kármán est décrite par Conan et al. (2000) :

$$D_\phi^{vK}(\vec{B}) = \frac{0.2878}{r_0^{5/3}} \int_{-\infty}^{+\infty} \kappa \left( \kappa^2 + \left( \frac{1}{L_0} \right)^2 \right)^{-11/6} (1 - J_0(2\pi B\kappa)) \left( \frac{2J_1(\pi D\kappa)}{\pi D\kappa} \right)^2 d\kappa. \quad (2.34)$$

Dans le cas des interféromètres à longue base, où le diamètre des télescopes est négligeable devant la taille de la base, on peut négliger l'effet de filtrage par la pupille. L'écart-type des fluctuations de différence de marche se calcule alors à partir de l'expression simplifiée de la fonction de structure de phase en  $\vec{B}$  :

$$D_\phi^{vK}(\vec{B}) = \frac{0.2878}{r_0^{5/3}} \int_{-\infty}^{+\infty} \kappa \left( \kappa^2 + \left( \frac{1}{L_0} \right)^2 \right)^{-11/6} (1 - J_0(2\pi B\kappa)) d\kappa. \quad (2.35)$$

À partir de l'expression de ces fonctions de structure, et de la longueur de la base, on peut ainsi calculer l'importance des fluctuations de différence de marche pour une valeur du paramètre de Fried donné. J'utiliserai notamment ces expressions pour déterminer le modèle le plus approprié aux conditions atmosphériques au VLTI.

### 2.1.5 Discussion du modèle choisi pour simuler la turbulence

Le modèle de turbulence adopté par l'ESO ([Gitton 2010](#)) pour caractériser les fluctuations en différence de marche est un modèle asymptotique continu basé sur un modèle Kolmogorov, suivant les lois de puissance suivantes :

$$\tilde{w}_\psi(f) \propto \begin{cases} f^{-2/3} & \text{si } f < f_{c_1} \\ f^{-8/3} & \text{si } f > f_{c_1} \end{cases} . \quad (2.36)$$

avec la fréquence de coupure  $f_{c_1} \simeq 0, 2V/B$ . Ce modèle ne tient pas compte du filtrage par la pupille des télescopes (loi de puissance en  $f^{-17/3}$ ) car cet effet n'est en pratique pas observé dans les spectres des fluctuations de phase mesurés. Comme attendu pour un modèle de Kolmogorov, ce spectre diverge à la fréquence nulle.

Pour cette raison, j'ai utilisé un spectre de fluctuations en différence de marche basé sur le modèle de von Kármán, dont le spectre sature à la fréquence nulle, pour caractériser la turbulence atmosphérique que corrigera le suiveur de franges de GRAVITY, en négligeant également la loi de puissance en  $f^{-17/3}$  :

$$\tilde{w}_\psi(f) \propto \begin{cases} f^0 & \text{si } f < f_{c_0} \\ f^{-2/3} & \text{si } f_{c_0} < f < f_{c_1} \\ f^{-8/3} & \text{si } f_{c_2} < f < f_{c_2} \end{cases} , \quad (2.37)$$

avec  $f_{c_0} \simeq V/L_0$ ,  $f_{c_1} \simeq 0, 2V/B$  et  $f_{c_2} \simeq 0, 3V/D$ .

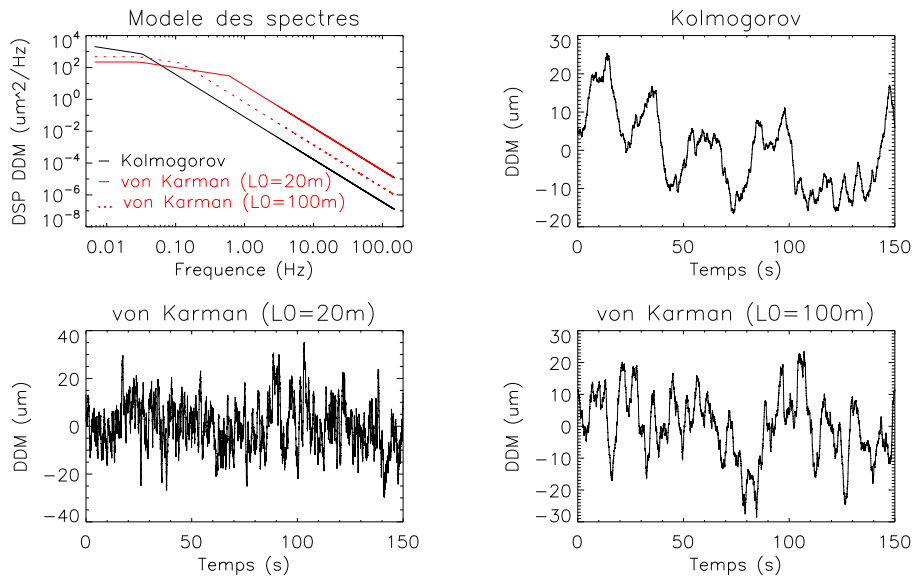
L'échelle externe  $L_0$  de la turbulence a été mesurée sur le site de Paranal au cours de deux campagnes en 1998 et en 2007 ([Martin et al. 2000](#) ; [Dali Ali et al. 2010](#)), par mesures des fluctuations de l'angle d'arrivée du front d'onde entre quatre positions par l'instrument GSM – *Generalized Seeing Monitor*. Ces deux campagnes de mesure ont conduit à des valeurs médianes de 22 et 17 m respectivement pour  $L_0$ . Cependant, les fluctuations de différence de marche mesurées au VLTI ne sont pas en accord avec celles prédites par ces valeurs de  $L_0$ , et ce de deux points de vue.

D'une part, à énergie fixée, une telle valeur de l'échelle externe de la turbulence atténuée considérablement les composantes à basse fréquence des fluctuations par rapport aux hautes fréquences, comparé aux perturbations obtenues avec une valeur de  $L_0$  plus grande. Pour illustrer ce phénomène, j'ai simulé des séquences temporelles de différences de marches à partir du modèle Kolmogorov d'une part<sup>4</sup>, et du modèle de von Kármán avec différentes valeur de  $L_0$  d'autre part<sup>5</sup> (représentés en figure 2.2), et je les ai comparées à des séquences de différences de marche typiques mesurées au VLTI avec le suiveur de franges FINITO ([Gai et al. 2003](#) ; [Bonnet et al. 2006](#)) et le suiveur de frange de PRIMA ([Delplancke et al. 2003](#) ; [Sahlmann et al. 2009](#)), reproduits en figure 2.3. La comparaison de ces mesures aux simulations des différents modèles montre que les valeurs de  $L_0 \sim 20$  m ne concordent pas avec les mesures observationnelles.

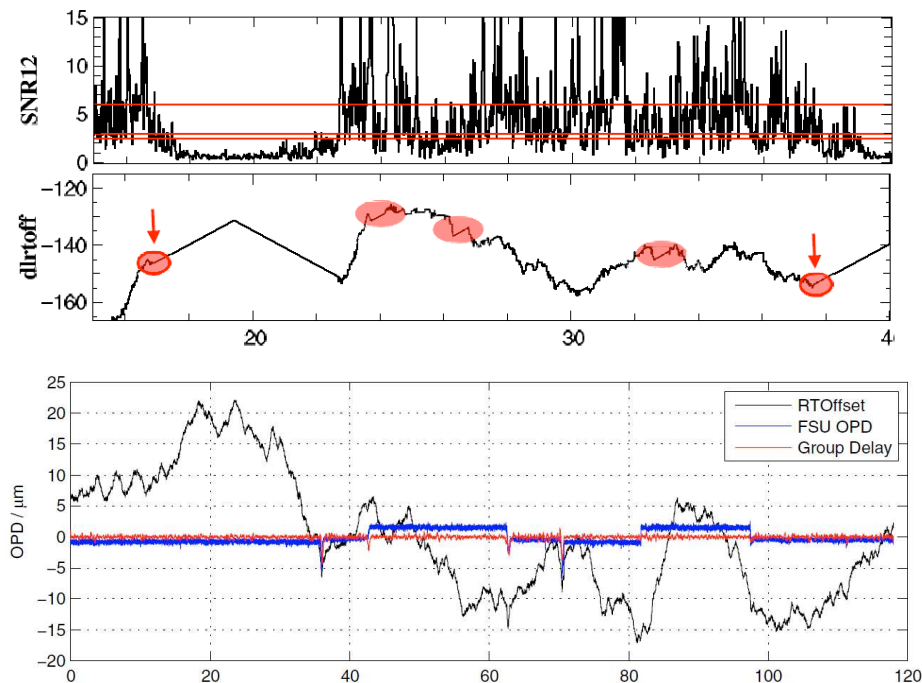
De plus, pour une valeur de  $L_0 = 20$  m, les fluctuations de phase saturent à une fréquence plus élevée que pour de plus grandes valeurs de l'échelle externe de la turbulence, ce qui induit des variations d'énergie plus faibles. Pour déterminer une valeur de  $L_0$  plus représentative des fluctuations de différence de marche mesurées à Paranal, j'ai calculé l'écart-type des fluctuations de différence de marche pour différentes valeurs de l'échelle

4. Simulation réalisée par le produit dans le domaine de Fourier du spectre de l'équation 2.36 par le spectre d'un bruit blanc Gaussien

5. Simulation réalisée par le produit dans le domaine de Fourier du spectre de l'équation 2.37 par le spectre d'un bruit blanc Gaussien

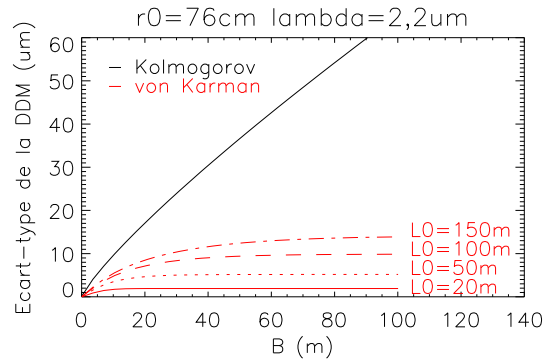


**Figure 2.2** – **Haut-gauche** : Modèles asymptotiques des spectres de la différence de marche, avec un modèle Kolmogorov et von Kármán avec deux valeurs différentes de  $L_0$  (20 et 100 m). Les trois spectres sont normalisés pour avoir la même énergie ( $\sigma_\delta = 10 \mu\text{m}$ ). **Autres** : simulation d'une séquence de perturbation pour ces trois spectres. Ces trois séquences temporelles ont le même écart-type, mais des composantes fréquentielles très différentes.



**Figure 2.3** – **Haut** : séquence temporelle de fluctuation de différence de marche mesurée par FINITO, et mesure de rapport signal-sur-bruit correspondante; tiré de [Le Bouquin et al. \(2008\)](#); abscisses en secondes, ordonnées en microns. **Bas** : de même avec le suiveur de franges de PRIMA; tiré de [Sahlmann et al. \(2009\)](#); abscisses en secondes.

externe, en fonction de la longueur de base (équations 2.31, 2.32, 2.34), représenté en figure 2.4. Une valeur de  $\sigma_\delta \sim 2 \mu\text{m}$  est obtenue pour une valeur de  $L_0 = 20 \text{ m}$  et une longueur de base de 80 m, tandis que des valeurs typiques de  $10 \mu\text{m}$  sont mesurées à Paranal (Sahlmann et al. 2009 ; Maire 2007). Un  $L_0$  de 100 m est beaucoup plus en accord avec les mesures obtenues sur ce site.



**Figure 2.4** – Écart-type des fluctuations de différence de marche en fonction de la longueur de base pour un spectre de Kolmogorov, et un spectre de von Kármán avec différentes valeurs de  $L_0$ .

Selon Maire (2007), cette différence entre la valeur de  $L_0$  mesurée sur le site et l’analyse des mesures des fluctuations de différence de marche peut s’expliquer par une contribution instrumentale de l’interféromètre sur la mesure des différences de chemin optique (turbulence dans les tunnels des lignes à retard, vibrations instrumentales), mais également par la description mono-couche de l’atmosphère. En effet, la prise en compte de plusieurs couches d’atmosphère turbulente à des vitesses d’écoulement différentes peut conduire à des valeurs d’échelle externe plus grandes que pour un modèle à une seule couche.

Ainsi, pour l’étude des performances du suiveur de franges de GRAVITY, j’utiliserai systématiquement dans la suite un spectre de turbulence utilisant un modèle de von Kármán avec une échelle externe  $L_0 = 100 \text{ m}$ . Pour des conditions médianes d’observation ( $r_0 = 60 \text{ cm}$  à  $\lambda = 2,2 \mu\text{m}$ , correspondant à un seeing de  $1''$ ), l’énergie totale des fluctuations conduit à un écart-type de la différence de marche de  $\sigma_\delta = 10 \mu\text{m}$ , valeur que j’utiliserai pour normaliser le spectre des fluctuations dans le cas de conditions médianes de piston atmosphérique.

## 2.2 Les vibrations longitudinales des télescopes

Une fois l’atmosphère turbulente traversée, l’onde lumineuse de l’étoile collectée par un télescope est généralement à nouveau perturbée avant d’être recombinaée avec les semblables échantillonnées par les autres télescopes : des vibrations instrumentales sont également susceptibles de s’ajouter aux fluctuations de son chemin optique. Bien entendu, le trajet optique de l’onde est perturbé de façon bien moins importante par ces vibrations que par la traversée de 10 km d’atmosphère turbulente (du moins si le télescope a été conçu pour un interféromètre), mais elles peuvent malgré tout limiter la stabilité des figures d’interférence si elles sont suffisamment importantes, et si les fluctuations induites par l’atmosphère sont correctement corrigées par le suiveur de franges.

### 2.2.1 Origine des vibrations

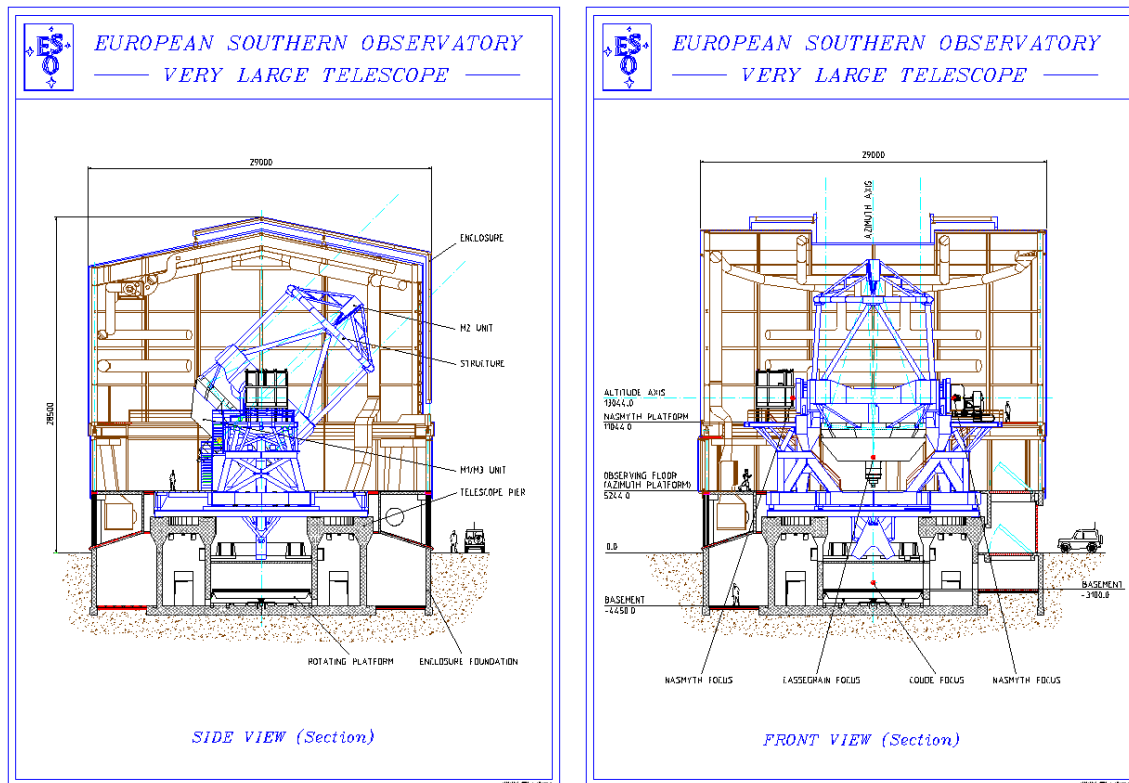
Les vibrations instrumentales sont présentes en particulier lorsque l'étoile de référence est observée avec les UTs. Ils sont en effet beaucoup plus sensibles aux excitations mécaniques de part leur imposante dimension combinées à la légèreté de leur structure et à la faible épaisseur des miroirs, dont la forme flexible est constamment analysée et corrigée des aberrations statiques par des actionneurs placés sous sa surface (correction par optique active). En particulier, les trois premiers grands miroirs ont des modes de résonance à basses fréquences susceptibles de générer d'amples oscillations s'ils sont excités. Des modes de résonance à 14, 18, 24 et 46 Hz ont été identifiés pour le miroir M3, le plus sensible des trois (Poupar et al. 2010).

De plus, contrairement aux ATs qui ne servent qu'à des observations en mode interférométrique, les télescopes de 8 m sont également utilisés individuellement. Chaque UT possède ainsi quatre foyers où différents instruments peuvent être installés : deux foyers *Nasmyth* sur l'axe d'élévation de part et d'autre du télescope, un foyer *Cassegrain* derrière le miroir primaire sur l'axe d'observation, et un foyer *Coudé* dans les fondements souterrains du télescope (voir figure 2.5). Le miroir M3 peut tourner ou être décalé pour guider le faisceau lumineux vers l'un de ces foyers, en fonction de l'instrument utilisé par l'observateur. La courbure du miroir primaire peut être modifiée pour adapter la focale du télescope à l'instrument choisi, grâce à son système d'optique active. Le foyer Coudé, utilisé par le système d'optique adaptative du VLT et pour le mode interférométrique du VLT, est atteint par propagation du faisceau sur l'axe d'élévation (comme pour un foyer Nasmyth) et par un jeu de cinq miroirs supplémentaires.

Ainsi, les trois instruments aux foyers Nasmyth et Cassegrain sont solidaires de la structure même du télescope, et sont entraînés avec lui dans ses mouvements de compensation de la rotation de la Terre. Pour cette raison, ces différents instruments sont la principale source d'excitation des vibrations longitudinales : ils sont pour la plupart équipés d'électroniques et pour certains de systèmes de refroidissement cryogéniques qui produisent d'importants mouvements mécaniques et excitent des fréquences de résonance. Ces vibrations sont transmises et amplifiées par la structure même des télescopes. Par exemple, l'instrument NACO au foyer Nasmyth de UT4 excite fortement une fréquence de résonance en tip-tilt à 18 Hz du miroir primaire du télescope, qui se propage par élasticité en vibration longitudinale du miroir M3. Certains instruments, développés antérieurement à l'utilisation du mode interférométrique du VLTI, ont ainsi été conçus sans spécification particulière pour limiter les sources de vibrations, et contribuent fortement aux perturbations longitudinales des faisceaux. Selon Poupar et al. (2010), les principaux contributeurs sont les instruments ISAAC, CRIRES, NACO, HAWK-1 et VISIR (voir la liste dans le tableau 2.1). Il est intéressant de constater que deux d'entre eux seront prochainement décommissionnés et remplacés par de nouveaux instruments qui seront peut être moins bruyants que leurs prédécesseurs.

Enfin, en plus de ces sources constantes d'excitation, d'autres facteurs ont tendance à les amplifier. Ainsi, l'amplitude des vibrations peut être jusqu'à doublée en fonction de l'élévation du télescope, qui varie régulièrement pour compenser le mouvement de l'étoile dans le ciel. D'autre part, le vent a également un impact important sur les fluctuations de chemin optique : elles sont systématiquement amplifiées pour des vitesses supérieures à 10-12 m/s, et sont décuplées dès que le télescope est face au vent. Les fluctuations de chemin optique et les caractéristiques des vibrations sont donc susceptibles de varier avec le temps à cause de ces phénomènes.





**Figure 2.5** – Vue schématique d'un UT de profil et de face.

Tiré de <http://www.eso.org/sci/facilities/paranal/telescopes/ut/index.html>.

Télescope	Foyer		
	Nasmyth A	Cassegrain	Nasmyth B
UT1 (Antu)	CRIRES	FORS2	KMOS
UT2 (Kueyen)	FLAMES	XSHOOTER	UVES
UT3 (Melipal)	ISAAC/ <i>SPHERE</i>	VISIR	VIMOS
UT4 (Yepun)	HAWK-1	SINFONI	NACO/ <i>MUSE</i>

**Tableau 2.1** – Liste des instruments aux foyers des UTs. Les noms en italique correspondent à des instruments en cours de développement, qui remplaceront les anciens instruments courant 2013-2014.

## 2.2.2 Contrôle et limitation des vibrations

Depuis la compréhension de l'impact des vibrations sur la qualité des données interférométriques, l'ESO a fait beaucoup d'efforts pour les contrôler et les limiter (Haguenauer et al. 2010 ; Poupard et al. 2010).

Ainsi, chaque télescope est maintenant équipé du système Manhattan 2, qui consiste à installer sept accéléromètres sur les trois premiers miroirs (quatre sur M1, un sur M2, et deux sur M3) pour mesurer et compenser en temps-réel les vibrations qui y sont excitées, en agissant directement sur les lignes à retard du VLTI. Ce système permet de réduire les fluctuations de 100 nm rms environ par rapport au niveau initial (Di Lieto et al. 2007 ; Bonnet et al. 2006).

Comme évoqué précédemment, les instruments qui contribuent principalement à l'exci-



tation des modes de résonance des vibrations ont été identifiés. Ces sources sont maintenant éteintes ou amorties lorsque l'opération est possible, et la distribution des instruments aux foyers des quatre UTs a été modifiée pour optimiser la réduction des vibrations.

Enfin, pour compenser les vibrations longitudinales excitées au-delà des trois premiers miroirs des télescopes, un algorithme dédié à leur compensation est ajouté au contrôleur du suiveur de franges. L'algorithme VTK – *Vibration TracKing* – permet de déterminer l'état de vibrations de fréquences propres connues à partir des différences de marche mesurées par le suiveur de frange (Di Lieto et al. 2008). Cependant, bien que son efficacité ait été démontrée (réduisant les fluctuations de différence de marche de 100 nm rms également, Bonnet et al. (2006)), cet algorithme n'est pas utilisé de façon routinière pour compenser les vibrations. Son fonctionnement n'est en effet pas trivial, et une mauvaise utilisation est susceptible de dégrader la stabilisation des différences de marche plutôt que de l'améliorer.

### 2.2.3 Modèle des vibrations

Pour analyser le comportement du suiveur de franges de GRAVITY face à ces vibrations instrumentales, j'ai utilisé un modèle de vibrations amorties pour simuler des fluctuations réalistes (sauf pour quelques cas mentionnés explicitement dans le texte). L'évolution temporelle  $p$  d'une vibration longitudinale de fréquence propre  $f_0$  excitée par un bruit blanc gaussien  $e$  d'écart-type  $\sigma_e$  et de coefficient d'amortissement  $k$  obéit à l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique suivante :

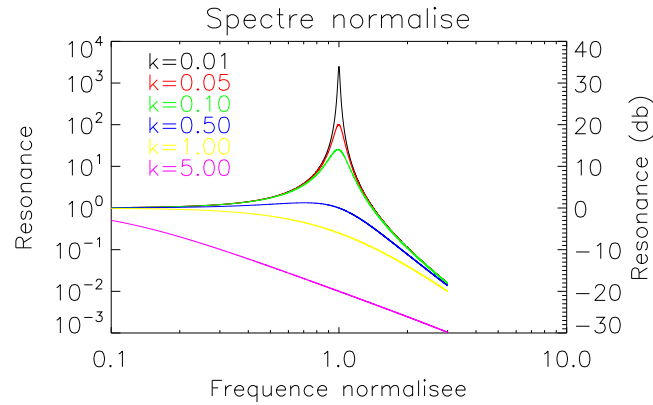
$$\frac{d^2p}{dt^2} + 2\omega_0 k \frac{dp}{dt} + \omega_0^2 p(t) = \frac{e(t)}{\tau_e^2}, \quad (2.38)$$

avec  $\omega_0 = 2\pi f_0$  la pulsation propre de la vibration et  $\tau_e$  un temps caractéristique de l'excitation. La densité spectrale de puissance moyenne  $\omega_{vib}$  de la vibration discrétisée à un pas d'échantillonnage  $T$  suit alors la loi suivante :

$$\omega_{vib}(f) = \frac{\sigma_e^2 / (16\pi^4 T^3)}{f^4 + 2f_0^2 f^2 (2k^2 - 1) + f_0^4}. \quad (2.39)$$

Plus le coefficient  $k$  est grand, plus l'oscillation est amortie. Une valeur nulle correspond à une pure sinusoïde, et une valeur supérieure à 1 correspond à un régime sans vibration. La figure 2.6 présente l'allure du spectre d'une vibration en fonction de son coefficient d'amortissement. Il est à noter également que l'énergie totale de la vibration (et donc l'écart-type de ses fluctuations) est proportionnelle à celle de l'excitation  $\sigma_e^2$ , mais n'y est pas égale : elle dépend également de sa fréquence propre  $f_0$  et de son amortissement  $k$ .

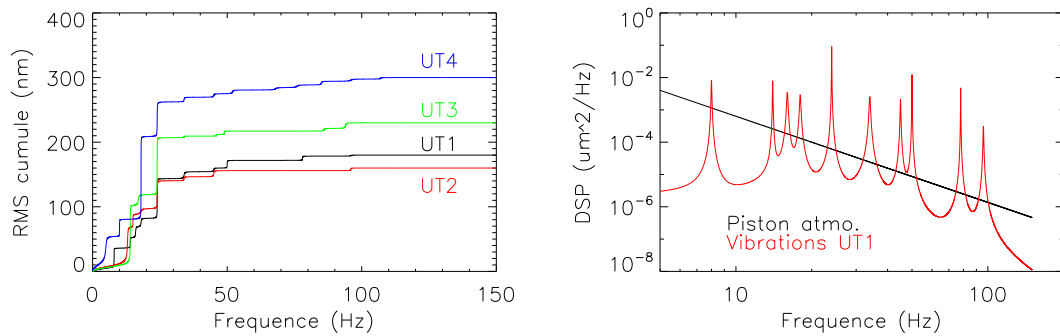
Pour chaque télescope, j'ai simulé une série de vibrations amorties de fréquences comprises entre 5 et 110 Hz, dont les paramètres (présentés dans le tableau 2.3) sont inspirés de Poupar et al. (2010) et Di Lieto et al. (2008). L'écart-type cumulé des modèles de fluctuations de chemin optique dues aux vibrations simulées est présenté en figure 2.7 (à gauche) pour chaque télescope. Les spectres simulés des fluctuations de chemin optique propre à la turbulence atmosphérique et propre aux vibrations sont présentés sur la même figure (à droite) pour le télescope UT1. À titre de comparaison, l'écart-type cumulés des vibrations sur le miroir M3 mesuré en 2009 par Poupar et al. (2010) ainsi qu'un spectre de différence de marche mesuré par Sahlmann et al. (2009) sont présentés en figure 2.8. Les spectres que je simule présentent une bonne similitude avec ceux mesurés au VLTI, dans la mesure où ces spectres évoluent en fonction du vent et de la direction d'observation. Le tableau 2.2 présente le niveau total de vibration utilisé pour simuler les conditions d'observation actuelles au VLTI.



**Figure 2.6** – Illustration de la résonance d’une vibration en fonction de son coefficient d’amortissement  $k$ . Densité spectrale de puissance décrite par l’équation 2.39, normalisée par sa valeur à la fréquence nulle, et fréquence normalisée par la fréquence propre de la vibration.

	UT1	UT2	UT3	UT4
Fluctuations (nm rms)	180	160	230	300

**Tableau 2.2** – Écart-type des fluctuations de chemin optique dues aux vibrations simulées pour chaque télescope. Tiré de [Poupar et al. \(2010\)](#).



**Figure 2.7** – **Gauche** : écart-type cumulé des vibrations en fonction de la fréquence, pour chaque télescope. **Droite** : spectre du piston atmosphérique et des vibrations simulées pour le télescope UT1 (spectre de von Kármán,  $L_0 = 100$  m, écart-type de  $10/\sqrt{2}$   $\mu\text{m}$ ).

## 2.3 Les variations de flux

Dans cette partie, on s’intéresse non plus aux perturbations à *corriger*, mais à celles *subies* par le suiveur de franges. Il s’agit ici de variations du flux des faisceaux de chaque télescope au moment de leur recombinaison. À haut rapport signal-sur-bruit ces fluctuations ne sont pas gênantes pour le suiveur de franges, mais pour des étoiles de référence à la limite de sensibilité de l’instrument, elles peuvent entraîner des baisses de signal en-deçà du niveau de bruit du détecteur, et dégrader la précision sur l’estimation correcte des différences de marche à compenser, et par conséquent l’efficacité de la correction. Il convient donc d’analyser la source, la fréquence et l’importance de ces pertes de flux pour optimiser la stratégie à adopter lorsque ces événements se produisent.

$f_0$ (Hz)	$k$	$\sigma_e$ (nm)	$f_0$ (Hz)	$k$	$\sigma_e$ (nm)
UT1			UT2		
8	0.003	0.25	13	0.01	1.8
14	0.002	0.5	15	0.003	1.0
16	0.006	1.3	18	0.02	2.5
18	0.006	1.5	24	0.002	3.0
24	0.001	2.5	34	0.004	3.0
34	0.006	5.0	45	0.003	5.0
45	0.003	4.0	96	0.001	6.0
50	0.001	4.0			
78	0.001	6.0			
96	0.003	7.0			
UT3			UT4		
14	0.002	1.4	5	0.05	0.8
17	0.01	2.5	10	0.002	0.5
24	0.001	3.7	18	0.001	2.8
34	0.003	2.0	24	0.002	5.0
46	0.002	2.7	34	0.003	4.0
49	0.001	3.0	45	0.004	6.2
86	0.003	11.0	52	0.005	9.0
94	0.002	15.0	68	0.007	13.0
			76	0.006	15.0
			85	0.002	12.0
			96	0.005	18.0
			107	0.002	11.0

**Tableau 2.3** – Paramètres des vibrations simulées sur chaque télescope.

### 2.3.1 Analyse qualitative de l'impact des pertes de flux

Tout d'abord, isolons deux télescopes de l'interféromètre pour considérer l'impact des pertes de flux sur une simple base. La précision sur l'estimation de la différence de marche dépend à la fois du contraste des franges et du flux total recombinaé (somme des flux des deux télescopes) par rapport au niveau de bruit. Or le contraste  $C$  des franges dépend entre autre de l'équilibre photométrique entre les deux télescopes :

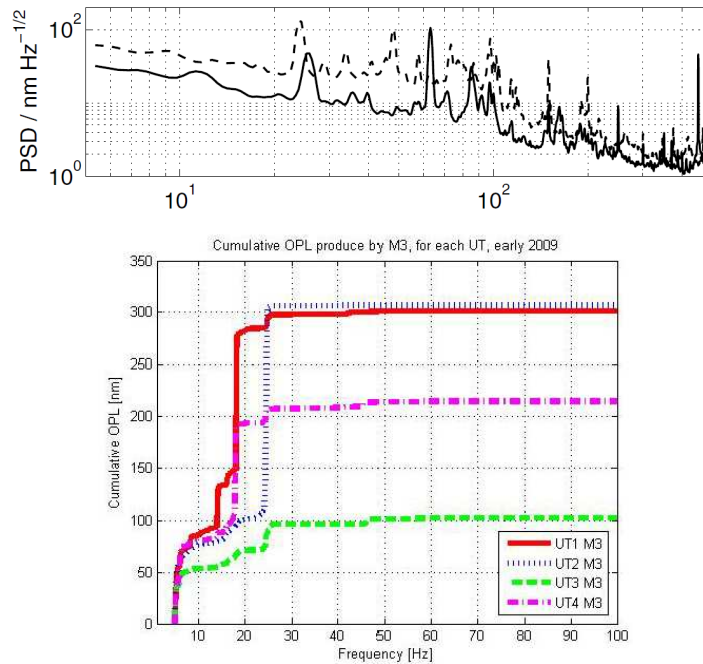
$$C \propto \frac{2\sqrt{r}}{1+r}, \quad (2.40)$$

avec  $r$  le rapport de flux entre les deux télescopes. Analysons le cas où l'on suit les franges d'une étoile à la limite de sensibilité de l'instrument. On peut distinguer deux cas limites entraînant une mauvaise estimation des différences de marche :

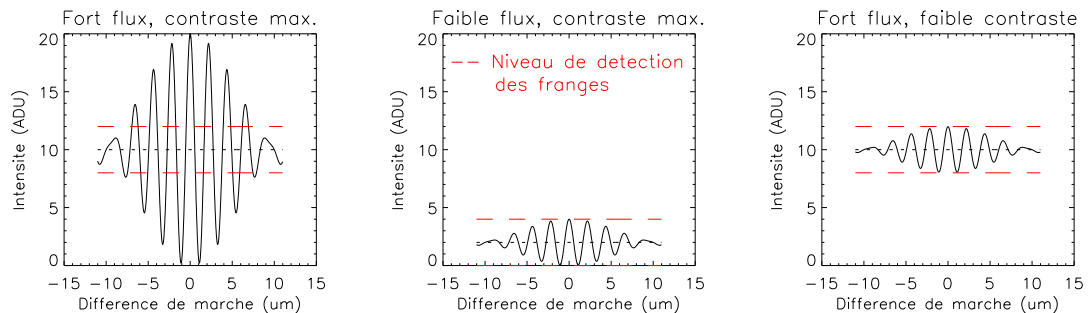
- les deux télescopes subissent des baisses de flux telles que le flux total est alors en-deçà du niveau de bruit du détecteur ;
- un télescope subit une perte de flux importante par rapport au second télescope et réduit ainsi le contraste des franges.

Ces situations extrêmes sont illustrées en figure 2.9 (respectivement au milieu et à droite de l'illustration).

Revenons maintenant à notre analyse globale à quatre télescopes, où chacun contribue à la formation de trois bases différentes. Les deux circonstances précédemment décrites



**Figure 2.8** – **Haut** : en pointillés, spectre des résidus de différence de marche mesuré avec le suiveur de franges de PRIMA sur les UTs (et sur les ATs en traits pleins). Extrait de [Sahlmann et al. \(2009\)](#). **Bas** : écart-type cumulé des vibrations en fonction de la fréquence, mesuré en 2009 sur le miroir M3 de chaque télescope. Extrait de [Poupar et al. \(2010\)](#)



**Figure 2.9** – Illustration des principales causes d’une perte de précision sur l’estimation de la différence de marche. Les traits pointillés rouges schématisent l’écart-type du bruit, le trait pointillé noir représente la somme des flux des deux télescopes. La figure de gauche est obtenue pour des flux identiques sur les deux télescopes, avec un flux total supérieur au niveau de bruit. La figure du milieu est obtenue avec des flux également équilibrés sur chaque télescope (contraste maximal), mais pour un flux total en-deçà de la sensibilité du détecteur : les franges ne sont pas identifiées. Cette situation peut correspondre aussi bien à l’observation d’une étoile trop faible qu’à celle d’une étoile brillante mais pour laquelle les deux télescopes ont subi une perte de flux identique (par exemple, même étoile qu’en figure de gauche, mais avec une perte de flux de 80 % sur chaque télescope). La figure de droite est obtenue avec un flux total supérieur au niveau de bruit, mais avec une perte de flux de 99 % sur l’un des télescopes : là encore, les franges ne sont pas détectées.

entraînent alors respectivement les situations suivantes :

- une baisse de flux sur deux télescopes en même temps induit la perte d’une seule base, et diminue le rapport signal-sur-bruit sur presque toutes les autres ;

- une perte de flux importante sur un seul télescope induit la perte complète de trois bases.

Dans le premier cas, on peut encore éventuellement estimer la différence de marche sur la base « morte » grâce aux relations de clôture de phase, dans la limite où les autres différences de marche sont estimées avec une précision suffisante. L'autre situation est plus critique : ce genre d'événement correspond exactement à utiliser un interféromètre à trois télescopes seulement (trois bases, une clôture de phase), et il n'est pas possible d'estimer les différences de marche sur les bases mortes grâce aux relations de clôture. On ne peut alors qu'attendre que le flux revienne pour pouvoir observer des franges sur ces bases, soit en espérant que les différences de marche n'ont pas trop évolué pendant la perte de flux, soit en envoyant des commandes en aveugle aux actionneurs pour avoir une différence de marche minimale au retour du flux dans le recombineur.

On comprend ainsi l'impact des variations de flux dans un instrument combinant quatre télescopes comme GRAVITY. On voit également que la « profondeur » des baisses de flux est un facteur plus critique que leur fréquence pour suivre correctement les franges sur toutes les bases, lorsqu'on peut utiliser les relations de clôture de phase entre les bases.

### 2.3.2 Origine des variations de flux

Dans GRAVITY, les faisceaux issus des quatre télescopes sont recombinaés grâce à des guides d'onde en silice, gravés par photolithographie sur un substrat de silicium (Labeyrie et al. 2006). La compacité de ce composant en optique intégrée permet ainsi de recombinaer les faisceaux de façon extrêmement stable mécaniquement et en température, au sein d'un cryostat. Les quatre faisceaux sont injectés dans ce composant par des fibres optiques monomodes dont les sorties sont collées au recombineur, injection donc également stable. La phase critique susceptible de provoquer des variations de flux dans le recombineur se situe au niveau de l'injection des faisceaux dans les fibres. En effet, avec un système d'injection optimal, la largeur du mode de la fibre est de l'ordre de grandeur de la réponse impulsionnelle du télescope, soit 55 mas avec un UT à 2,2  $\mu\text{m}$ . Un basculement des faisceaux ou une déformation du front d'onde de l'ordre de cette réponse impulsionnelle induit alors une perte de couplage importante. On voit donc que pour limiter les pertes de flux, il faut que les faisceaux, après avoir traversé 10 km d'atmosphère, et de multiples systèmes optiques en se propageant à l'air libre, soient stables à moins d'une fraction de 55 mas au niveau de l'injection dans les fibres. . .

- J'identifie trois principales sources de perturbation des faisceaux en amont des fibres :
- les perturbations résiduelles du front d'onde par l'atmosphère ;
  - les vibrations instrumentales des optiques au niveau des UTs ;
  - les erreurs de guidage en sortie des optiques adaptatives jusqu'à l'instrument dans le laboratoire du VLTI.

### Erreurs résiduelles du front d'onde

Une fibre optique monomode a la propriété de filtrer spatialement le front d'onde qui y est injecté, et de ne transmettre que la partie cohérente de l'onde (Perrin et al. 1995 ; Coudé du Foresto 1998). Cette caractéristique a l'avantage d'améliorer la précision sur la mesure des visibilités de l'objet étudié en éliminant les pertes de contraste des franges causées par les déformations du front d'onde. Cependant ce filtrage se traduit par une perte de flux injecté dans la fibre dès lors que le front d'onde à l'entrée du guide d'onde n'est pas parfaitement plan.

Pour limiter les perturbations de front d'onde causées par la traversée de l'atmosphère, GRAVITY sera installé avec de nouveaux senseurs de front d'onde infrarouge (bandes spectrales H et K) pour chaque UT (Kendrew et al. 2012), bénéficiant de la nouvelle génération de caméra à bas bruit SELEX (Finger et al. 2010). En effet, le système d'optique adaptative actuellement au foyer Coudé du VLTI, MACAO – *Multi-Application Curvature Adaptive Optics* – est équipé d'un senseur de front d'onde fonctionnant aux longueurs d'onde visibles (Arsenault et al. 2004), et est donc limité par la faible luminosité des sources du centre galactique dans cette bande spectrale. Ces nouveaux systèmes d'optique adaptative du VLTI permettront de redresser le front d'onde de façon à atteindre un rapport de Strehl de 25 % et un tip-tilt résiduel de 10 mas rms sur une étoile de référence de magnitude  $K = 7$  décalée de  $7''$  par rapport au centre du champ (Clénet et al. 2010), en utilisant les miroirs déformables de MACAO.

De plus, ce système d'optique adaptative est assisté d'un senseur de front d'onde interne à GRAVITY (fonctionnant en bande H) (Amorim et al. 2010), qui évalue les résidus d'erreur de front d'onde au niveau du recombineur de faisceaux directement sur la source scientifique elle-même, et qui permet ainsi de corriger les faisceaux des perturbations se produisant dans les tunnels du VLTI jusqu'à GRAVITY (propagation dans l'air, non sous vide).

### Vibrations instrumentales

L'estimation de 10 mas rms de tip-tilt résiduel après les systèmes d'optique adaptative tient compte en fait non seulement des résidus de perturbation du front d'onde par l'atmosphère et la propagation des faisceaux dans les tunnels du VLTI, mais également d'éventuelles vibrations instrumentales qui ne sont pas corrigées par la boucle de contrôle des optiques adaptatives. Sans vibration, le tip-tilt résiduel imputable à l'atmosphère et aux tunnels n'est que de 6,6 mas rms.

Ces vibrations instrumentales sont dominées par le mode de résonance à 18,08 Hz du miroir primaire. Dans les conditions les plus défavorables, cette résonance est principalement excitée sur le miroir d'UT4 par les cryostats de la caméra CONICA de l'instrument NACO, faisant osciller le miroir à une amplitude de 10 mas, mesure effectuée par des accéléromètres fixés sur les miroirs du télescope. Cette vibration est vue par les systèmes d'optique adaptative du télescope, mais n'est actuellement corrigée qu'à 30 % de son amplitude par le contrôleur de MACAO. Ainsi, à moins d'utiliser de façon routinière<sup>6</sup> un algorithme adapté au rejet de vibrations dans le système d'optique adaptative de GRAVITY, ces dernières sont susceptibles de contribuer aux perturbations en tip-tilt à hauteur de 9,1 mas sur un axe du système (Clénet et al. 2010).

### Erreurs de guidage

Enfin, la troisième source principale de fluctuations du couplage dans les fibres vient des erreurs de guidage des faisceaux des télescopes jusqu'à l'instrument dans le laboratoire du VLTI. Pour limiter ces erreurs, GRAVITY sera équipé de son propre système de guidage : des faisceaux laser seront émis au niveau de la séparation entre la source de référence de l'optique adaptative et les sources « interférométriques »<sup>7</sup>, faisceaux qui se propageront

6. Cette vibration a déjà été compensée avec succès en utilisant l'algorithme VTK dédié à la correction de vibrations. Cependant cet algorithme n'est pas utilisé de façon routinière à cause de sa complexité, qui l'en fait une source de dégradation plutôt que d'amélioration des performances s'il est mal utilisé.

7. L'étoile de référence du suiveur de franges, et l'objet scientifique à l'étude.

dans tout le train optique jusqu'à la caméra de guidage de GRAVITY (Amorim et al. 2010). Les erreurs de guidage seront corrigées par un miroir de tip-tilt dans le système de couplage dans les fibres (Pfuhl et al. 2010). Les dérives lentes seront corrigées toutes les 10 s par observation directe de la source de référence du suiveur de franges par la caméra d'acquisition. Grâce à ce système, les erreurs de guidage devraient être limitées à 6,8 mas rms (Amorim et al. 2010).

### Budget d'erreur spécifié pour GRAVITY

Le budget d'erreur prévu pour GRAVITY tient compte de ces trois sources aux niveaux décrits dans le tableau 2.4. Il considère quelques paramètres additionnels que l'on ne détaillera pas ici (erreurs de calibration, dés-alignement de la pupille du senseur de front d'onde, dispersion atmosphérique qui affecte le guidage en bande H pour une injection en bande K), ainsi qu'une marge de 5 mas rms. Il totalise ainsi une erreur de tip-tilt à l'entrée des fibres optiques de 15 mas rms dans des conditions d'observation médianes, en corrigeant le front d'onde grâce à une étoile de référence de magnitude  $K = 7$  située à  $7''$  du centre du champ.

Source de tip-tilt	Tip-tilt moyen (mas rms)
Résidus de l'optique adaptative	10
Système de guidage	7
Acquisition de la cible	6
Marge	5
<b>Total</b>	<b>15</b>

**Tableau 2.4** – Budget d'erreur de tip-tilt prévu pour GRAVITY. Tiré de Eisenhauer (2011) (*Final Design Review document*).

### 2.3.3 Analyse fréquentielle

Certaines des sources de perturbation n'ont qu'une contribution quasi-statique, de fréquences inférieures à 0,01 Hz, et ne contribuent qu'en terme d'erreurs systématiques au budget d'erreur astrométrique de GRAVITY. Leur contribution dynamique aux pertes de flux peut donc être négligée. Ces sources de tip-tilt quasi-statique correspondent, selon Eisenhauer (2011), à :

- la dispersion atmosphérique résiduelle (3 mas) ;
- les dérives lentes de la caméra d'acquisition (1,5 mas) ;
- les erreurs d'acquisition de la cible (6 mas).

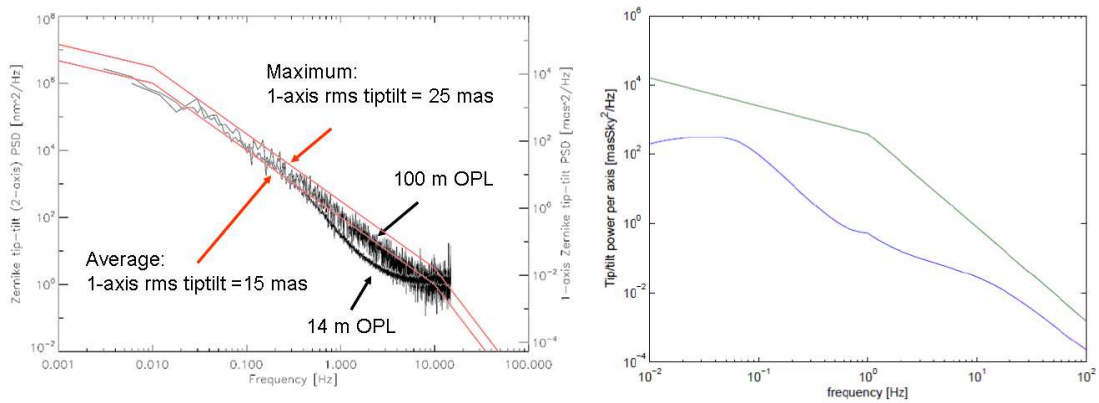
Je vais plutôt m'intéresser aux contributions du tip-tilt à plus hautes fréquences, puisque ce sont celles-ci qui provoquent des pertes de flux dans le recombineur de faisceaux susceptibles de limiter le suivi de franges. Pour être précis, seules les contributions entre 0,01 Hz (temps d'intégration de 100 s sur la voie scientifique) et 300 Hz–1 kHz (cadence du suiveur de franges) nous intéressent. Les principaux contributeurs de variation de tip-tilt à ces fréquences sont les sources suivantes :

- résidus de l'optique adaptative (9,6 mas) ;
- résidus du guidage par laser (5,6 mas) ;
- anisoplanétisme des tunnels du VLTI (2,3 mas).

Le total de ces fluctuations de tip-tilt s'élève à 11,3 mas rms.



Le spectre des perturbations résiduelles en tip-tilt en aval des optiques adaptatives du VLTI est présenté en figure 2.10 (figure de gauche), mesuré par un senseur de front d'onde sur une source artificielle. Bien que ce spectre (énergie totale et fréquences de coupures) varie selon la distance parcourue dans les tunnels du VLTI, le spectre moyen du tip-tilt est modélisé par des lois de puissance en  $f^{-2/3}$  au basses fréquences jusqu'à 0,01 Hz,  $f^{-2}$  entre 0,01 et 10 Hz, et  $f^{-11/3}$  au-delà de 10 Hz (Eisenhauer 2009). La figure de droite présente le spectre des résidus après correction par le système de guidage interne de GRAVITY (Pfuhl 2011), correspondant à un total de 5,8 mas rms (erreurs quasi-statiques de 1,5 mas rms comprises).



**Figure 2.10** – **Gauche** : spectre des perturbations en tip-tilt générées dans les tunnels du VLTI, mesuré pour deux longueurs de propagation différentes (chemins optiques (OPL) de 14 et 100 m) par un senseur de front d'onde dans le laboratoire du VLTI (en noir), et modèles correspondants (en rouge). Tiré de Eisenhauer (2009). **Droite** : modèle du spectre de perturbations en tip-tilt induit dans les tunnels (en vert), et spectre des résidus après correction par le système de guidage laser de GRAVITY (en bleu). Tiré de Pfuhl (2011).

Pour simuler les pertes de flux dans GRAVITY, j'ai cependant utilisé un modèle spectral de tip-tilt résiduel antérieur à ces mesures, basé sur des mesures effectuées avec IRIS – *InfraRed Image Sensor* –, le système de guidage actuellement utilisé au VLTI (Gitton et al. 2004). Le spectre moyen des résidus de tip-tilt de cet instrument est présenté en figure 2.11.

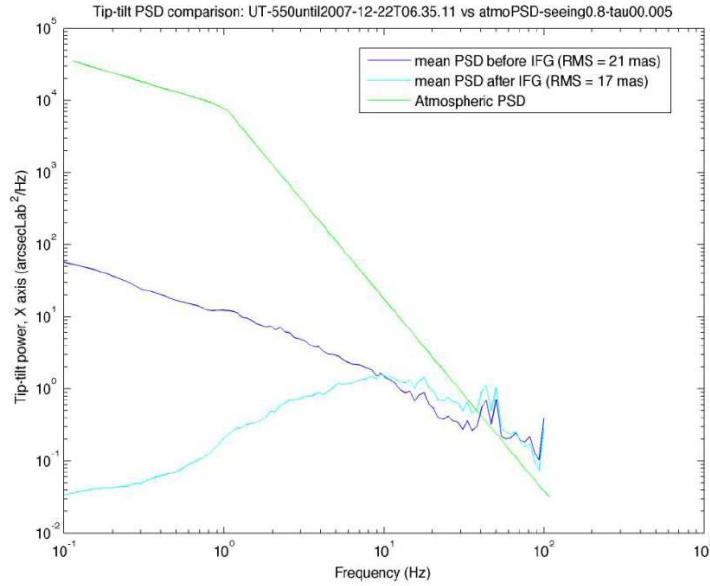
Dans la suite, j'ai donc simulé les résidus de tip-tilt de l'optique adaptative et du système de guidage par le spectre  $S_{\text{IRIS}}$  suivant, communiqué par Philippe Gitton :

$$S_{\text{IRIS}}(f) \propto \begin{cases} \log(f/f_1)/\log(f_2/f_1) & \text{si } f_1 < f < f_2 \\ \log(f/f_3)/\log(f_2/f_3) & \text{si } f_2 < f < f_3 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (2.41)$$

avec  $f_1 = 2$  Hz,  $f_2 = 8$  Hz et  $f_3 = 50$  Hz comme fréquences de coupures, et normalisé à un total de 13,7 mas rms. Aux séquences temporelles de tip-tilt résiduel générées à partir de ce spectre est ajoutée une vibration de fréquence propre 18,1 Hz et d'amplitude 7,1 mas, pour chacun des quatre faisceaux. Un spectre ainsi simulé, conduisant à un résidu de tip-tilt total de 14,6 mas rms, est présenté en figure 2.12 (en haut).

Pour calculer le taux d'injection d'une onde plane dans une fibre de mode gaussien en fonction du tip-tilt du faisceau incident, on suppose que le système optique de couplage est optimisé pour le mode de la fibre, que l'on approxime à un mode gaussien. Selon Wallner





**Figure 2.11** – Spectre moyen du tip-tilt atmosphérique (en vert), des résidus après correction par l’optique adaptative MACAO et propagation dans les tunnels (en bleu foncé), et des résidus de tip-tilts après correction par MACAO et par le système de guidage IRIS (en bleu turquoise). Mesures sur ciel avec les UTs. Tiré de [Gitton & Haguenaer \(2008\)](#).

[et al. \(2002\)](#), ce couplage optimal est obtenu pour une conception du système optique telle que le paramètre  $\chi$  vaille  $\chi_0 = 1,121$ , où :

$$\chi = \frac{D}{2\omega_{\text{pupille}}}, \quad (2.42)$$

avec  $D$  le diamètre de la pupille, et  $\omega_{\text{pupille}}$  le conjugué du rayon du mode de la fibre  $\omega_{\text{fibre}}$  dans le plan pupille (rayon où l’intensité du champ électrique vaut  $1/e^2$  de l’intensité au centre du champ), défini pour un système de couplage de focale  $f_c$  par :

$$\omega_{\text{pupille}} = \frac{\lambda f_c}{\pi \omega_{\text{fibre}}}. \quad (2.43)$$

Ainsi, le couplage optimal pour un réglage parfait est obtenu pour un système de couplage optique de focale  $f_c$  telle que :

$$\omega_{\text{fibre}} = \frac{2\chi_0 \lambda f_c}{\pi D} \quad (2.44)$$

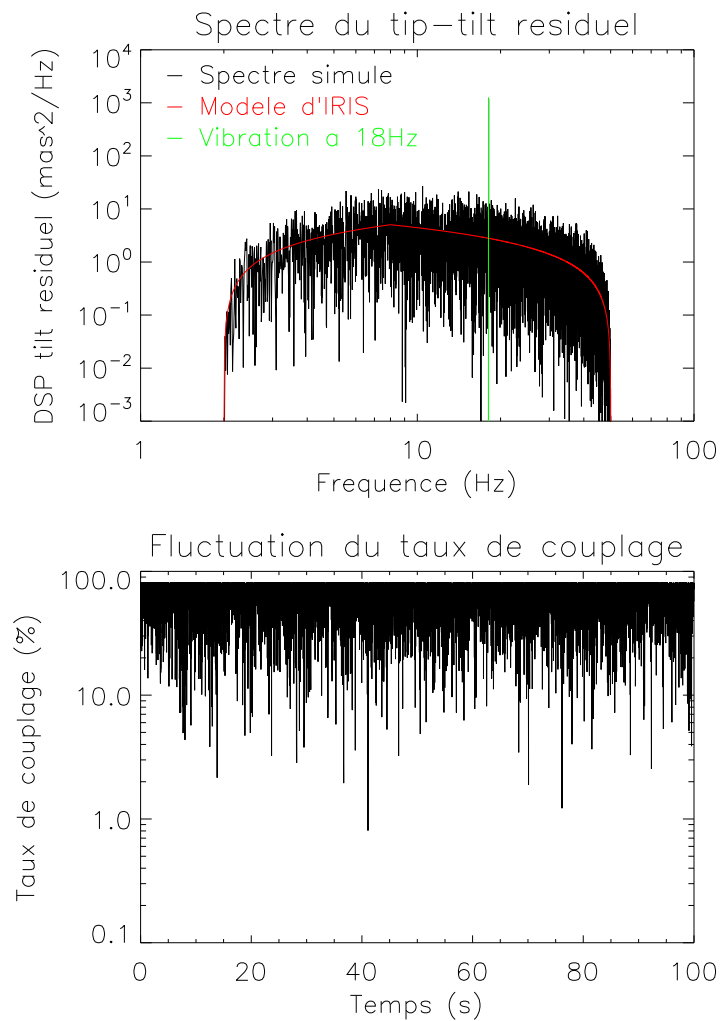
$$= 0,714 \frac{\lambda f_c}{D}. \quad (2.45)$$

Le taux de couplage maximal ainsi obtenu est alors  $\eta_0 = 81\%$ , dans le cas d’un faisceau sans obstruction centrale. Une inclinaison du faisceau dans le plan pupille d’un angle  $\theta$  induit un décentrage  $r = f_c \theta$  au niveau de la fibre, et donc une perte de couplage  $\eta_{\text{fibre}}$  :

$$\eta_{\text{fibre}}(\theta) = \eta_0 \exp\left(-2 \left(\frac{f_c \theta}{\omega_{\text{fibre}}}\right)^2\right) \quad (2.46)$$

$$= \eta_0 \exp\left(-3,9 \left(\frac{\theta D}{\lambda}\right)^2\right) \quad (2.47)$$

La partie basse de la figure 2.12 présente une simulation typique du taux de couplage  $\eta_{\text{fibre}}$  dans une fibre correspondant aux résidus de tip-tilt précédemment décrits. La perte de flux moyenne par rapport au couplage optimal est de 80 %, avec des fluctuations d'un écart-type de 21 % pour un tip-tilt résiduel de 15 mas rms. On voit que le taux de couplage est régulièrement inférieur à 10 %, avec parfois de chutes à 1 %, ce qui risque de diminuer fréquemment le contraste des fanges en deçà de la détection limite de l'instrument à bas rapport signal-sur-bruit, et dégrader la précision de l'estimation des différences de marche correspondantes.



**Figure 2.12** – **Haut** : spectre du tip-tilt résiduel utilisé pour les simulations de ce manuscrit ; modèle de la fonction de transfert d'IRIS en rouge, vibration additionnelle en vert, et exemple de spectre simulé en noir (à partir d'une séquence temporelle de bruit blanc). **Bas** : séquence temporelle de couplage dans une fibre, fluctuations correspondant au spectre simulé à gauche. L'injection maximale est de 81 %, l'injection moyenne est de 65 %.

## 2.4 Résumé du chapitre

Dans ce chapitre, j'ai identifié les trois principaux facteurs de perturbations que subira le suiveur de franges de GRAVITY : le piston atmosphérique et des vibrations instrumentales induiront des fluctuations des différences de marche sur les six bases de l'instrument, et des variations en tip-tilt des faisceaux provoqueront des pertes de couplages dans les fibres monomodes des recombineurs de faisceaux, et génèreront des fluctuations de flux dans les franges d'interférence.

J'ai ensuite étudié la contribution spectrale et énergétique de chacune de ces perturbations typiques du site de Paranal, par l'analyse de mesures publiées dans la littérature. Enfin, à partir de ces études, j'ai modélisé ces trois types de perturbations pour des conditions d'observation typiques du VLTI.

Ces modèles me permettent ainsi de reproduire des séquences temporelles de perturbations typiques de celles que le suiveur de franges de GRAVITY rencontrera. L'ensemble des simulations numériques que j'ai réalisées est basé sur ces modèles.

## Chapitre 3

# Algorithmes du suiveur de franges de GRAVITY

J'ai analysé dans la partie précédente les différents types de perturbations que le suiveur de franges de GRAVITY sera amené à compenser (turbulence et vibrations instrumentales) ainsi que celles qui sont susceptibles de limiter sa performance (fluctuations des flux injectés). Dans ce chapitre, j'aborde le cœur du suiveur de franges : j'y détaille les algorithmes qui sont utilisés pour corriger au mieux ces perturbations dans l'environnement précédemment décrit.

Après une brève présentation de la structure globale de l'algorithme, j'en décrirai la partie consacrée à l'estimation des différences de marche entre les télescopes. Je détaillerai ensuite les deux différents types de contrôle permettant de calculer les corrections à appliquer aux actionneurs en piston. Enfin, je décrirai les différents choix stratégiques à adopter en temps réel qui permettent d'adapter la réponse du suiveur de franges en fonction du diagnostic de l'état du système.

### 3.1 Architecture globale du suiveur de franges

Dans cette partie, je vais décrire le squelette global de l'algorithme de suivi de franges de GRAVITY, afin de permettre une bonne compréhension des différentes fonctions abordées dans les parties suivantes. Je vais tout d'abord décrire brièvement l'environnement informatique dans lequel évolue le suiveur de franges. Je présenterai ensuite les principales sous-fonctions qui structurent l'algorithme.

#### 3.1.1 Environnement matériel du suiveur de franges

Le suiveur de franges n'est qu'un sous-système de la structure complexe de GRAVITY, instrument lui-même dépendant de l'architecture du VLTI. Dans ce jeu de poupées russes, il est bon d'identifier clairement la hiérarchie à laquelle est soumis le suiveur de franges : quels sont les éléments qui lui sont propres, quels sont les éléments sur lesquels il a le contrôle, et de quels éléments il dépend.

#### Éléments propres au suiveur de franges

La fonction première du suiveur de franges est d'appliquer des corrections à des actionneurs en piston à partir d'une image des interférences d'une source de référence, dans

le but de stabiliser les différences de marche entre quatre télescopes. Il y a donc trois éléments que l'on peut considérer comme propres au suiveur de franges :

- un détecteur, dont la fonction est de détecter les franges d'interférence obtenues sur l'étoile de référence ;
- un calculateur temps-réel, qui calcule les corrections en piston appropriées à partir des informations déduites des franges ;
- quatre actionneurs en piston, qui appliquent les corrections calculées de façon à stabiliser les différences de marche.

Il est à noter que les actionneurs en piston sont des miroirs mobiles à la fois en tip-tilt et en piston. Leur orientation en tip-tilt, asservie de façon à stabiliser l'inclinaison des faisceaux grâce à la caméra de guidage de GRAVITY (voir chapitre précédent), est cependant indépendante de leur position en piston, et par conséquent leur fonction « tip-tilt » n'est pas prise en compte par le sous-système du suiveur de franges.

La transmission des images du détecteur au calculateur, et des commandes du calculateur aux actionneurs se fait par des liens directs entre ces trois composants. Le schéma de principe de cette architecture est présenté en figure 3.1. À ce niveau, le calculateur temps-réel est une boîte noire, qui sera décrite ultérieurement.

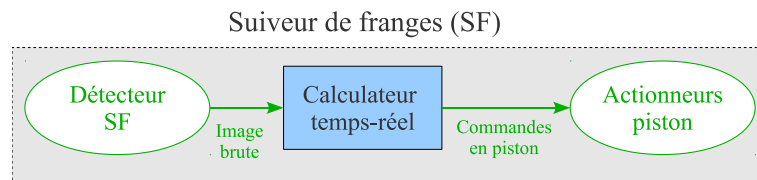


Figure 3.1 – Schéma des éléments propres au suiveur de franges.

### Hiérarchie dans l'environnement informatique de GRAVITY

En dehors de ces composants propres au suiveur de franges, ce sous-système communique et utilise des ressources partagées avec d'autres sous-systèmes. La figure 3.2 présente la place du suiveur de franges dans l'environnement informatique de GRAVITY.

N'étant pas un instrument indépendant, le fonctionnement du suiveur de franges est assujéti à des commandes venant de l'OS – *Operating System* – de GRAVITY, maître d'œuvre informatique de tout l'instrument, qui articule l'opération de tous les sous-systèmes les uns par rapport aux autres, via un réseau privé consacré aux besoins de l'OS. En retour, le suiveur de franges doit publier certaines des grandeurs qu'il calcule, pour trois principales raisons :

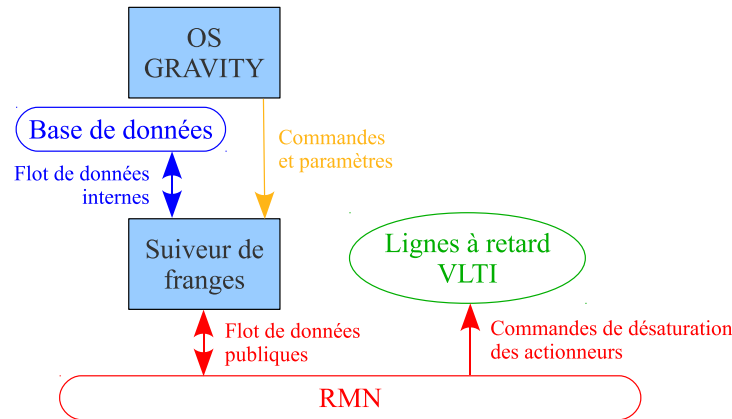
- informer en permanence l'OS de GRAVITY de son état ;
- transmettre certaines de ces grandeurs à d'autres sous-systèmes en temps réel ;
- permettre l'archivage de certaines grandeurs, qui seront utilisées ultérieurement par le logiciel de réduction de données.

La communication de ces données publiques en temps réel se fait via une RMN – *Reflective Memory Network* – un réseau dédié à ce type de transfert, permettant la communication en temps réel de données entre plusieurs calculateurs à une fréquence de 1 GHz. Un système d'enregistrement sauvegarde systématiquement toutes les données transitant par ce réseau, permettant ainsi d'archiver ces mesures.

Les actionneurs en piston du suiveur de franges ont une course limitée à 30  $\mu\text{m}$  (Pfuhl 2009). Des commandes de désaturation sont envoyées en continu aux lignes à retard du

VLTI, pour éviter une perte de stabilisation des différences de marche si l'un de ces actionneurs arrive en bout de course.

Enfin, pour tout transfert de données internes qui n'ont pas besoin d'être publiques (données de calibration, variables temporaires ...), le suiveur de franges utilise de préférence une base de données en ligne dynamique.



**Figure 3.2** – Schéma de la hiérarchie du suiveur de franges dans l'environnement informatique de GRAVITY.

On peut noter qu'en pratique, GRAVITY et le VLTI ont chacun une RMN qui leur est propre, et que les commandes de désaturation des actionneurs doivent être transmises aux lignes à retard du VLTI via la RMN du VLTI, alors que toutes les autres données publiques ne transitent que par celle de GRAVITY.

### 3.1.2 Architecture globale de l'algorithme

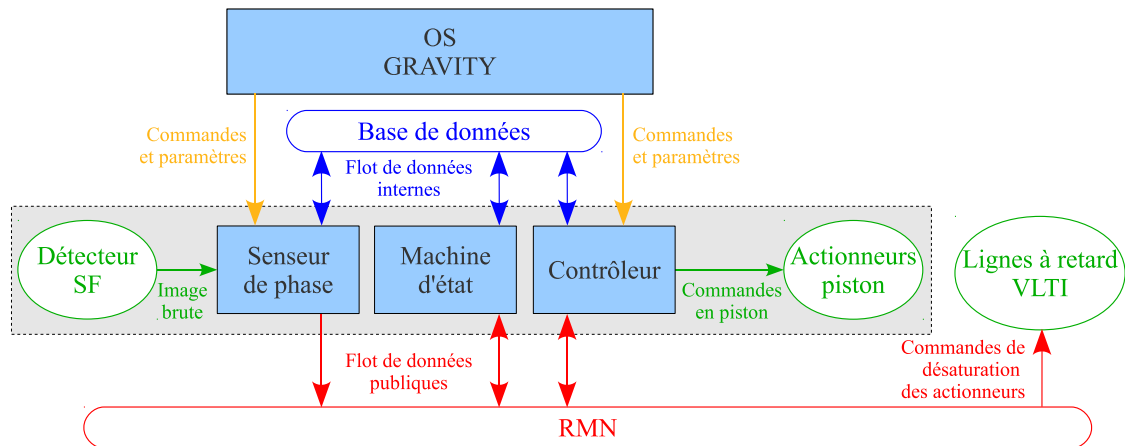
Après avoir décrit les principaux composants propres au suiveur de franges et le cadre informatique dont il dépend, intéressons-nous maintenant à la structure de l'algorithme utilisée pour stabiliser les différences de marche.

D'un point de vue global, j'identifie trois fonctions indépendantes les unes des autres dans l'algorithme :

- la première, le senseur de phase, sert principalement à estimer les différences de marche entre chaque paire de télescopes à partir de l'image des franges interférences acquises par le détecteur ;
- la dernière, le contrôleur, sert à calculer les commandes en piston à envoyer aux actionneurs ;
- la fonction intermédiaire, la machine d'état, permet d'évaluer l'état du suiveur de franges à partir des estimations du senseur de phase, et adapte la réponse du contrôleur en fonction de cette évaluation.

Physiquement, le suiveur de franges de GRAVITY est constitué de deux calculateurs temps-réel différents (architecture préconisée par l'ESO). Le senseur de phase est localisé dans le premier calculateur, la machine d'état et le contrôleur dans le second. Les données utilisées par les deux calculateurs sont transmises de l'un à l'autre via la RMN. La figure 3.3 représente l'architecture globale de l'algorithme.

Dans les paragraphes suivants, je commencerai par détailler les parties de l'algorithme fonctionnant en boucle fermée (le senseur de phase et contrôleur), qui correspond à l'état



**Figure 3.3** – Schéma de l'architecture principale de l'algorithme du suiveur de frange, dans l'environnement informatique de GRAVITY.

principal du suiveur de franges, celui qui permet de stabiliser les franges. Je décrirai ensuite la machine d'état et les états secondaires du contrôleur.

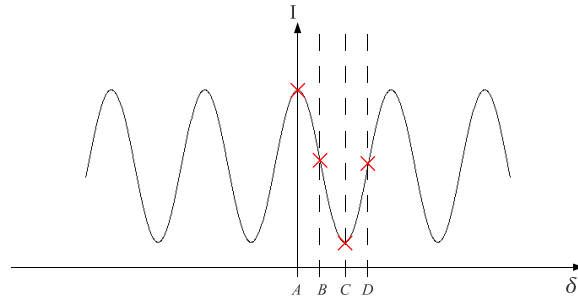
## 3.2 Le senseur de phase

Le senseur de phase a pour but d'estimer au mieux les observables utiles au suiveur de franges à partir de l'image transmise par le détecteur. Après un premier traitement pour ne conserver que le signal utile, cette fonction permet d'estimer le flux reçu par chacun des télescopes (en entrée du recombineur), le contraste de chaque figure d'interférence, la différence de marche de chaque base, et la précision sur cette estimation.

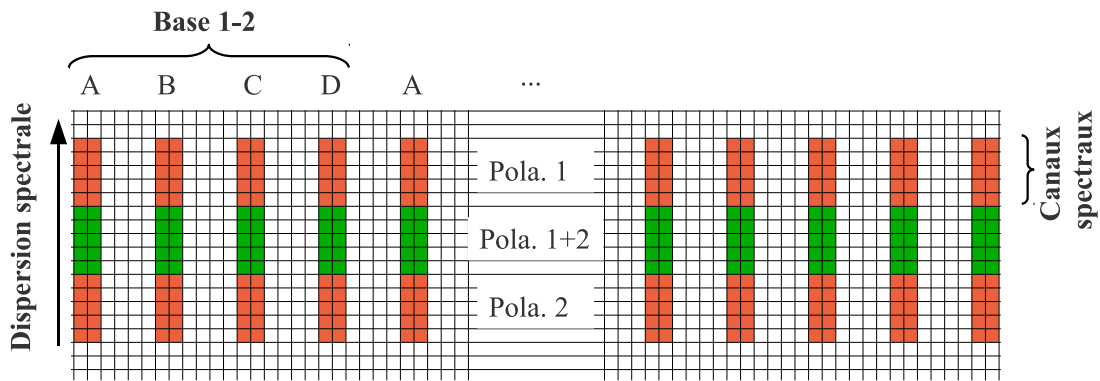
### 3.2.1 Prétraitement de l'image brute

#### Description des images brutes

J'ai évoqué dans le chapitre précédent le fait que les faisceaux sont recombinaés grâce à un composant en optique intégrée. Ce composant permet de recombinaer indépendamment chacune des six paires disponibles avec quatre télescopes. Les franges de chaque base sont échantillonnées spatialement sur quatre sorties du recombineur en quadrature de phase, nommées A, B, C et D, tel qu'illustré par la figure 3.4 (Lacour et al. 2008 ; Jocu et al. 2010). L'information interférométrique sur les six bases est ainsi codée en 24 sorties par le recombineur. Chacune est imagée sur deux pixels du détecteur du suiveur de franges par un spectromètre, avec un espace de quatre pixels entre chaque échantillon (Straubmeier 2011). Les faisceaux sont dispersés dans la direction orthogonale à l'alignement des sorties du recombineur, avec une résolution spectrale  $R = 22$  sur cinq canaux spectraux. De plus, les polarisations des faisceaux peuvent être séparées selon le mode de l'instrument utilisé, avec un écart de dix pixels entre chaque polarisation. La figure 3.5 schématise une image obtenue avec le détecteur du suiveur de franges. Dans la suite, je ne considérerai que le mode non-polarisé de l'instrument.



**Figure 3.4** – Principe de la modulation de type ABCD : l'intensité des franges est échantillonnée sur quatre points en quadrature de phase. Si la différence de marche est nulle comme sur cet exemple, *A* correspond à une frange brillante, *C* à une frange sombre, et *B* et *D* sont aux maxima de la dérivée de la fonction cosinus, points les plus sensibles aux variations de différence de marche.



**Figure 3.5** – Structure d'une image du détecteur du suiveur de franges. L'image en rouge correspond à la configuration de l'instrument où les polarisations sont séparées, l'image en vert correspond à la configuration avec les deux polarisations superposées.

### Algorithme de pré-traitement

En premier lieu, j'épure l'image des biais propres au détecteur, puis connaissant la structure des images, j'en extrais l'information utile à l'estimation des observables interférométrique.

Soit  $I^t$  l'image transmise par le détecteur à l'itération  $t$ . Le premier traitement à appliquer à cette image consiste à lui soustraire le courant d'obscurité  $D$  pour ne garder que le signal propre à la source observée, et à normaliser le signal obtenu en fonction de la dynamique  $G$  de chaque pixel du détecteur (champ plat du détecteur). Ces deux cartes de courant d'obscurité et de champ plat doivent être acquises au préalable avant le début de l'acquisition. Le courant d'obscurité mesuré est rapporté au temps de pose utilisé pendant le suivi de franges. Le champ plat est mesuré en éclairant uniformément le détecteur. Il peut être exprimé soit en pourcentage, auquel cas l'image normalisée par le champ plat est exprimée en ADU<sup>1</sup>, soit être étalonné et exprimé en ADU/photon, auquel cas les images traitées s'expriment en nombre de photons. Le signal  $S^t$  ainsi pré-traité est calculé par la

1. *Analog to Digital Unit.*



relation<sup>2</sup> :

$$S^t = \frac{I^t - D}{G}. \quad (3.1)$$

La seconde opération à effectuer sur cette image consiste à en extraire le signal utile, c'est-à-dire les  $N_p = 24$  mesures d'intensité en bande large  $Q^t$ , et  $N_p \times N_\lambda$  mesures d'intensité dispersées  $q_l^t$ , avec  $N_\lambda = 5$  le nombre de canaux spectraux. Chaque intensité en bande large est d'une part la somme de deux pixels consécutifs sur l'axe des abscisses du détecteur (étalement des images sur deux pixels), et d'autre part la somme de cinq pixels sur l'axe des ordonnées (somme de cinq canaux spectraux). Ainsi, connaissant l'ensemble  $\{(x_i, y_i)\}_{i \in [0, N_p]}$  des positions inférieures gauche des 24 spectres sur le détecteur, je définie les intensités en bande large par la somme suivante :

$$Q_i^t = \sum_{l=0}^{N_\lambda-1} (S_{x_i, y_i+l}^t + S_{x_i+1, y_i+l}^t) \quad i \in [1, N_p]. \quad (3.2)$$

De même, les intensités dispersées  $q_l^t$  se calculent pour chaque canal spectral  $l$  par la somme de deux pixels adjacents sur l'axe des abscisses du détecteur. De plus, du fait de la dispersion du flux sur cinq canaux spectraux, chaque mesure individuelle d'intensité dispersée est cinq fois plus faible que sa correspondante en bande large (en supposant un spectre uniforme). Pour avoir des signaux de rapport signal-sur-bruit équivalents entre les mesures en bande large et celles dispersées, je calcule chaque intensité dispersée à l'itération  $t$  par la moyenne glissante des cinq images précédentes, sommée sur deux pixels adjacents :

$$q_{i,l}^t = \sum_{k=0}^{N_\lambda-1} (S_{x_i, y_i}^{t+k} + S_{x_i+1, y_i}^{t+k}) \quad i \in [1, N_p], \quad l \in [1, N_\lambda]. \quad (3.3)$$

En conséquence de cette moyenne glissante pour augmenter le rapport signal-sur-bruit sur les signaux dispersés, toute grandeur calculée à partir de ces mesures correspondra également à une moyenne temporelle sur cinq itérations, et aura donc un retard moyen de deux trames par rapport aux grandeurs calculées en bande large.

### 3.2.2 Extraction de l'information cohérente

#### Formalisme de la V2PM

Pour extraire les flux incohérents et la cohérence du champ propres à l'objet observé, j'utilise le formalisme de démodulation des images par une matrice étalonnée au préalable, et contenant les paramètres instrumentaux représentatifs de la formation des images. Ce formalisme a été développé pour la réduction de données de l'instrument AMBER du VLTI (Millour et al. 2004), et adapté au mode de recombinaison de type ABCD utilisé par GRAVITY par Lacour et al. (2008).

Considérons l'intensité  $Q_i$  mesurée en sortie d'une voie du recombinateur résultant de la combinaison de deux champs électriques  $A_n$  et  $A_m$  issus des télescopes  $n$  et  $m$  de visibilité  $V_{n,m}$ . En négligeant les termes de diaphonie causée par la faible transmission des faisceaux parasites dans cette voie venant des autres télescopes, cette intensité à l'itération

2. On verra dans la partie suivante que les défauts instrumentaux autres que ceux liés au détecteur sont pris en compte par une autre étape de l'algorithme.

$t$  se déduit de la relation suivante :

$$Q_i^t = |\sqrt{A_n^t} + \sqrt{T_m^i} A_m^t|^2 \quad (3.4)$$

$$= T_n^i |A_n^t|^2 + T_m^i |A_m^t|^2 + 2\Re \left[ \sqrt{T_n^i T_m^i} O_{n,m}^i A_n^t A_m^{t*} V_{n,m}^t \right]. \quad (3.5)$$

Les termes  $T_n^i$  et  $T_m^i$  correspondent aux facteurs de transmission du flux issus respectivement des télescopes  $n$  et  $m$  dans la voie  $i$  du recombineur, et le terme  $O_{n,m}^i$  correspond au terme de cohérence complexe instrumentale entre ces deux amplitudes sur cette voie. Typiquement, le module et la phase de cette grandeur caractérisent respectivement le contraste propre à l'instrument et le déphasage introduit par le recombineur entre les deux voies pour échantillonner les franges sur quatre sorties en quadrature de phase. Ainsi, notant  $F_n^t = |A_n^t|^2$  et  $F_m^t = |A_m^t|^2$  les flux incohérents dans le recombineur issus des télescopes, et  $C_{n,m}^t = A_n^t A_m^{t*} V_{n,m}^t$  le flux cohérent entre les deux télescopes, cette relation s'écrit :

$$Q_i^t = T_n^i F_n^t + T_m^i F_m^t + 2\sqrt{T_n^i T_m^i} \Re [O_{n,m}^i] \Re [C_{n,m}^t] - 2\sqrt{T_n^i T_m^i} \Im [O_{n,m}^i] \Im [C_{n,m}^t]. \quad (3.6)$$

Cette équation se généralise sous forme matricielle pour calculer l'ensemble des 24 intensités  $Q^t$  formées par le recombineur :

$$Q^t = \text{V2PM} F^t, \quad (3.7)$$

avec  $F^t$  le vecteur des flux incohérents et cohérents, formé en trois parties :

$$F^t = \left[ \begin{array}{ccc} [F_a^t]_{a \in [1, N_a]}^T & [\Re [C_b^t]]_{b \in [1, N_b]}^T & [\Im [C_b^t]]_{b \in [1, N_b]}^T \end{array} \right]^T, \quad (3.8)$$

$N_a$  et  $N_b$  étant respectivement le nombre de télescopes et le nombre de bases, V2PM est la *Visibility to Pixel Matrix* (V2PM), matrice de passage des cohérences aux intensités,  $x^T$  la transposée de  $x$ . Cette matrice est formée des termes instrumentaux de transmission  $T_n^i$  et de cohérence  $O_{n,m}^i$ . Il est à noter que cette matrice V2PM se généralise très facilement pour tenir compte des termes de diaphonie. Ces termes ont été ici négligés pour simplifier l'explication du formalisme adopté. J'attire également l'attention du lecteur sur le changement d'indexation du vecteur des flux cohérents  $C^t$  : étant défini pour chaque base, on peut l'indexer soit par deux entiers  $n$  et  $m$  dans  $[1, N_a]$  tels que  $n \neq m$ , représentatifs des deux télescopes combinés, soit par un entier  $b$  dans  $[1, N_b]$ , représentatif de la base considérée. Dans la suite, j'utiliserai les deux indexations, de façon à simplifier la compréhension des équations.

En supposant cette matrice étalonnée au préalable, j'estime ainsi les flux incohérents et cohérents de la cible à partir des mesures d'intensité par la relation :

$$F^t = \text{P2VM} Q^t, \quad (3.9)$$

où P2VM est la *Pixel to Visibility Matrix* (P2VM), matrice pseudo-inverse de la V2PM.

De la même façon, j'extrais des intensités  $q_l^t$  correspondantes les vecteurs  $F_l^t$  des flux incohérents et cohérents de chaque canal spectral  $l$ , à partir des P2VM de chaque canal spectral P2VM $_l$  étalonnées au préalable :

$$F_l^t = \text{P2VM}_l q_l^t \quad l \in [1, N_\lambda]. \quad (3.10)$$

De même, ce vecteur se décompose en trois parties pour chaque canal spectral  $l$  :

$$F_l^t = \left[ \begin{array}{ccc} [F_{a,l}^t]_{a \in [1, N_a]}^T & [\Re [C_{b,l}^t]]_{b \in [1, N_b]}^T & [\Im [C_{b,l}^t]]_{b \in [1, N_b]}^T \end{array} \right]^T \quad l \in [1, N_\lambda]. \quad (3.11)$$

### Analyse de l'information cohérente

Intéressons-nous aux termes complexes de flux cohérents (ou cohérences complexes)  $C_{n,m}^t$  entre deux télescopes  $n$  et  $m$ , qui se reconstruisent en extrayant les deux dernières parties du vecteur de flux en bande large  $F^t$  :

$$C_{n,m}^t = \Re [C_{n,m}^t] + i\Im [C_{n,m}^t]. \quad (3.12)$$

Je considère ici le cas (et les indexations) propres aux cohérences en bande large de l'équation 3.8, mais l'analyse suivante se généralise également à chaque canal spectral  $l \in [1, N_\lambda]$ .

Considérons pour l'instant un cas monochromatique d'étoile n'émettant qu'à la longueur d'onde  $\lambda_0$ . Les amplitudes complexes  $A_n^t$  et  $A_m^t$  des deux champs électriques recombinés sont représentatives de l'onde lumineuse issue de l'étoile filtrée par chaque télescope. Ces termes, propres à la propagation de l'onde depuis la source jusqu'à l'instrument, ont des modules semblables, représentatifs du flux injecté dans le recombineur, et des termes de phase représentatifs du chemin optique qu'ils ont parcouru jusqu'au recombineur de l'instrument. Ainsi, le terme  $A_n^t$  se décompose de la façon suivante :

$$A_n^t = |A_n^t| \exp(i\phi_n^t), \quad (3.13)$$

où le terme de phase est lié au chemin optique parcouru  $p_n^t$  et à la longueur d'onde  $\lambda_0$  par la relation :

$$\phi_n^t = \frac{2\pi p_n^t}{\lambda_0}. \quad (3.14)$$

Il en va de même pour le terme de phase de l'amplitude complexe sur le télescope  $m$ , pour un chemin optique  $p_m^t$ .

Le terme de visibilité complexe  $V_{n,m}^t$  est lui propre à la cohérence spatiale de l'objet observé sur cette base :

$$V_{n,m}^t = |V_{n,m}^t| \exp(i\Phi_{n,m}^t), \quad (3.15)$$

son module valant 1 et sa phase 0 si l'objet n'est pas résolu ou s'il est symétrique sur cette base.

Le terme de flux cohérent s'exprime donc en fonction de la phase différentielle  $\psi_{n,m}^t = \phi_m^t - \phi_n^t$  par la relation :

$$C_{n,m}^t = |A_n^t| |A_m^t| |V_{n,m}^t| \exp(i\Phi_{n,m}^t + i\psi_{n,m}^t). \quad (3.16)$$

La différence de marche entre deux télescopes étant directement proportionnelle à la phase différentielle, on comprend tout l'intérêt de suivre les franges sur une étoile de référence non résolue par l'instrument : si ses phases propres  $\Phi_{n,m}^t$  ne sont pas nulles, il est impossible d'extraire les termes propres aux différences de marche à moins de connaître parfaitement ces termes de phase. Dans la suite, je supposerai donc que la source de référence du suiveur de franges n'est pas résolue par l'instrument<sup>3</sup>. L'équation précédente se simplifie alors :

$$C_{n,m}^t = |A_n^t| |A_m^t| \exp(i\psi_{n,m}^t). \quad (3.17)$$

Dans le cas polychromatique où l'étoile vue par l'instrument a un spectre  $\Sigma$  étendu en fonction de  $\lambda$ , l'équation 3.5 se généralise en une somme sur toutes les longueurs d'onde du spectre. Les termes réels résultent alors d'une simple somme et les flux incohérents  $F_n^t$

3. Dans le cas contraire, les clôtures de phase non nulles doivent être soustraites au signal mesuré.

correspondent donc aux flux collectés sur toute la bande spectrale. Le terme de cohérence complexe de l'équation 3.17 correspond lui à une somme complexe :

$$C_{n,m}^t = |A_n^t| |A_m^t| \int \Sigma(\sigma) \exp\left(2i\pi\delta_{n,m}^t\sigma\right) d\sigma, \quad (3.18)$$

où  $\sigma = 1/\lambda$  est le nombre d'onde, et :

$$\delta_{n,m}^t = p_m^t - p_n^t \quad (3.19)$$

la différence de marche entre les deux télescopes. Après une transformée de Fourier et un changement de variable, on retrouve une expression semblable à l'équation monochromatique 3.17 :

$$C_{n,m}^t = |A_n^t| |A_m^t| E(\delta_{n,m}^t) \exp\left(2i\pi\frac{\delta_{n,m}^t}{\lambda_0}\right), \quad (3.20)$$

où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde moyenne du spectre, E est l'enveloppe des franges, transformée de Fourier du produit du spectre de l'étoile et de la transmission spectrale instrumentale :

$$E(\delta_{n,m}^t) = \mathcal{F}[\Sigma](\delta_{n,m}^t). \quad (3.21)$$

### 3.2.3 Estimation des observables en bande large

Une fois cette analyse préliminaire comprise, l'estimation des observables en bande large se fait très simplement à partir du vecteur de flux  $F^t$  calculé par l'équation 3.9.

Tout d'abord, j'extrais les flux incidents  $[F_a^t]_{a \in [1, N_a]}^T$  issus de chaque télescope de la première partie de ce vecteur  $F^t$ . Ces flux permettent d'estimer la quantité de photons collectée par chacun des quatre télescopes, et d'évaluer ainsi si le rapport signal-sur-bruit sur l'estimation des différences de marche est suffisamment fiable pour envoyer des commandes aux actionneurs en piston.

En reconstruisant le terme de cohérence complexe  $C_{n,m}^t = \Re[C_{n,m}^t] + i\Im[C_{n,m}^t]$  de chaque base à partir des deux dernières parties du vecteur de flux, j'estime ensuite le contraste des franges en bande large :

$$E_{n,m}^t = \frac{|C_{n,m}^t|}{\sqrt{F_n^t F_m^t}}. \quad (3.22)$$

Le contraste est un indicateur qui permet d'évaluer si la différence de marche entre les télescopes est trop grande pour être estimée avec une bonne précision. Ainsi, en supposant le spectre de l'étoile et de l'instrument uniformes sur une largeur spectrale  $\Delta\sigma$  autour du nombre d'onde moyen :

$$\Sigma(\sigma) = \begin{cases} 1/\Delta\sigma & \text{si } -\frac{\Delta\sigma}{2} \leq \sigma \leq \frac{\Delta\sigma}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (3.23)$$

l'enveloppe des franges dépend de la différence de marche (équation 3.21) :

$$E_{n,m}^t = \text{sinc}\left(\pi\frac{\delta_{n,m}^t}{L_c}\right), \quad (3.24)$$

avec la fonction de sinus cardinal définie telle que  $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ , et la longueur de cohérence :

$$L_c = \frac{1}{\Delta\sigma} \simeq \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}, \quad (3.25)$$

et  $\Delta\lambda$  la largeur spectrale (en longueur d'onde). Pour une différence de marche proche ou supérieure à  $L_c$ , la faible valeur du contraste des franges diminue drastiquement la précision sur l'estimation de la différence de marche. Dans la configuration de GRAVITY, avec  $\lambda_0 = 2,2 \mu\text{m}$  et  $\Delta\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ , la longueur de cohérence en bande large est de l'ordre de  $L_c \simeq 9,7 \mu\text{m}$  (soit environ huit franges dans l'enveloppe).

Enfin (et surtout), de la phase des cohérences complexes  $C_b^t$ , je déduis la différence de marche  $\delta_b^{Pt}$  à la longueur d'onde moyenne (retard de phase) sur chaque base  $b \in [1, N_b]$  (voir équation 3.20) :

$$\delta_b^{Pt} = \frac{\lambda_0}{2\pi} \arg(C_b^t). \quad (3.26)$$

On voit cependant que cette valeur est estimée modulo  $\lambda_0$ . Il n'est donc pas possible par cet estimateur de savoir quelle frange est observée, seulement son décalage par rapport à la différence de marche  $k\lambda_0$ , avec  $k \in \mathbb{Z}$  l'ordre interférométrique de la frange.

### 3.2.4 Estimation du retard de groupe

#### Explication qualitative

C'est pour pallier à cette indétermination que les franges sont dispersées par le spectromètre sur cinq canaux spectraux. Supposons dans un premier temps que les différences de marche entre les télescopes sont indépendantes de la longueur d'onde. Le pas des interférences étant défini par la longueur d'onde, on comprend donc qu'à une différence de marche donnée, les phases différentielles  $\psi_{b,l}^t = 2\pi\delta_b^t/\lambda_l$  des différents canaux spectraux à la longueur d'onde  $\lambda_l$  seront toutes différentes *sauf* si la différence de marche est nulle. De plus, cet écart de phase différentielle entre les canaux spectraux est proportionnel à  $\delta_b^t$  (voir illustration en figure 3.6). On voit donc intuitivement que l'on peut mettre à profit ce phénomène et déterminer précisément la différence de marche en comparant les différents canaux spectraux.

#### Algorithme d'estimation du retard de groupe

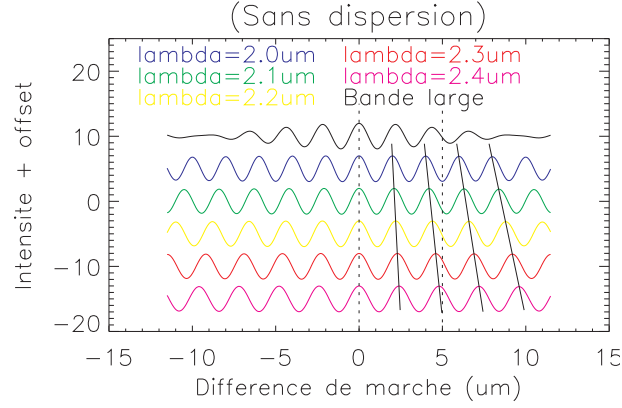
Cette estimation se fait de façon plus formelle et plus précise dans l'espace des phases. Pour cela, j'utilise le formalisme basé sur le calcul du produit spectral croisé, tel que décrit par [Pedretti et al. \(2005\)](#) et dérivé des techniques d'interférométrie à deux longueurs d'onde ([Polhemus 1973](#)).

Ainsi, à partir des cohérences complexes  $C_{b,l}^t = \Re[C_{b,l}^t] + i\Im[C_{b,l}^t]$  de chaque base  $b \in [1, N_b]$  et de chaque canal spectral  $l \in [1, N_\lambda]$ , reconstruites grâce au vecteur de flux estimé à l'équation 3.11, je calcule le produit spectral croisé  $X_{b,l,l+1}^t$  entre deux canaux spectraux adjacents  $l$  et  $l+1$ , défini tel que :

$$X_{b,l,l+1}^t = C_{b,l}^t C_{b,l+1}^{t*} \quad b \in [1, N_b], \quad l \in [1, N_\lambda - 1]. \quad (3.27)$$

On voit grâce à l'équation 3.20 (dans sa version dispersée) que la phase  $\chi_{b,l,l+1}^t$  de ce terme se développe en :

$$\chi_{b,l,l+1}^t = 2\pi\delta_b^t(\sigma_l - \sigma_{l+1}) \quad (3.28)$$



**Figure 3.6** – Illustration de franges dispersées : l'intensité est représentée en fonction de la différence de marche pour cinq longueurs d'onde différentes. À première vue, les paquets de frange semblent identiques, mais en fait les franges ont un pas légèrement différent pour chaque canal spectral représenté. On voit qu'à la différence de marche nulle (trait en pointillés au centre), les intensités sont maximales quelle que soit la longueur d'onde : c'est la frange blanche centrale. À une différence de marche de 5  $\mu\text{m}$ , on voit que les états d'interférences sont très différents selon la longueur d'onde : à  $\lambda = 2,0 \mu\text{m}$  (en rose) l'interférence se fait sur une frange sombre, alors qu'à  $\lambda = 2,4 \mu\text{m}$  (en bleu) elle se fait sur une frange brillante. La courbe noire représente les franges non dispersées, somme des cinq canaux spectraux représentés.

où :

$$X_{b,l,l+1}^t = |X_{b,l,l+1}^t| \exp(i\chi_{b,l,l+1}^t), \quad (3.29)$$

avec  $\sigma_l$  et  $\sigma_{l+1}$  les nombres d'onde moyens des deux canaux spectraux croisés. Ainsi, en définissant la longueur d'onde de battement  $\Lambda_{l,l+1}$  telle que :

$$\Lambda_{l,l+1} = \frac{1}{\sigma_l - \sigma_{l+1}} \quad (3.30)$$

$$= \frac{\lambda_l \lambda_{l+1}}{\lambda_{l+1} - \lambda_l} \quad (3.31)$$

avec  $\lambda_l$  et  $\lambda_{l+1}$  les longueurs d'onde moyennes des deux canaux spectraux, j'estime la différence de marche  $\delta_{b,l}^t$  sur la base  $b$  pour chaque paire de canaux spectraux adjacents par :

$$\delta_{b,l}^t = \frac{\Lambda_{l,l+1}}{2\pi} \chi_{b,l,l+1}^t \quad l \in [1, N_\lambda - 1]. \quad (3.32)$$

Enfin, je calcule l'estimation finale de la différence de marche  $\delta_b^{Gt}$  sur la base  $b \in [1, N_b]$  (retard de groupe) par la moyenne pondérée de ces valeurs sur les différents spectres croisés :

$$\delta_b^{Gt} = \frac{\sum_{l=1}^{N_\lambda-1} |X_{b,l,l+1}^t| \delta_{b,l}^t}{\sum_{l=1}^{N_\lambda-1} |X_{b,l,l+1}^t|}. \quad (3.33)$$

Cette moyenne pondérée permet d'une part d'augmenter la précision de l'estimation par rapport aux estimations individuelles  $\delta_{b,l}^t$  de chaque paire de canaux spectraux, et d'autre part de tenir compte du spectre de la source et de l'instrument, qui peut induire des différences de flux entre les canaux spectraux et ainsi dégrader la précision de l'estimation

finale. De plus, le fait de moyenner les différences de marche individuelles plutôt que de sommer les produits spectraux croisés dans l'espace complexe puis d'en extraire la phase permet de tenir compte des différences de longueur d'onde entre chaque canal spectral et ainsi d'améliorer l'exactitude de l'estimation.

Enfin, on peut noter que les différences de marche  $\delta_{b,l}^t$  sont estimées modulo  $\Lambda_{l,l+1}$ . Compte-tenu de la résolution  $R = 22$  du suiveur de franges de GRAVITY, les différences de marche finales sont donc estimées modulo  $\sim 48 \mu\text{m}$ , de l'ordre de la longueur de cohérence des interférences dispersées (cf. équation 3.25). Ce domaine de validité de l'estimation permet ainsi de mesurer la différence de marche sans ambiguïté, quelle que soit l'importance des fluctuations induites par le piston atmosphérique (de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$  rms) et par les vibrations (de l'ordre de  $300 \text{ nm}$  rms).

### Comparaison de deux estimateurs de retard de groupe

Le choix de cet estimateur de retard de groupe résulte d'une étude que j'ai menée au préalable, dans laquelle j'ai comparé son efficacité à celle de l'estimateur de retard de groupe utilisé par le suiveur de franges de PRIMA (Sahlmann et al. 2009) et auparavant par le suiveur de franges de PTI – *Palomar Testbed Interferometer* – qui n'est actuellement plus opérationnel (Colavita et al. 1999).

Cet algorithme consiste à calculer par chaque base  $b$  la transformée de Fourier discrète des  $N_\lambda$  cohérences complexes dispersées  $C_{b,l}^t$ . Le retard de groupe est alors défini par la fréquence à laquelle le module de ce spectre est maximal (voir les références précédentes pour plus de détails).

Pour les comparer, j'ai effectué des simulations de suivi de franges utilisant ces deux algorithmes à partir de séquences de perturbations identiques, pour différents rapports signal-sur-bruit. La figure 3.7 présente les résultats de ces simulations numériques. On constate que l'algorithme basé sur la transformée de Fourier discrète est moins efficace que celui détaillé dans le paragraphe précédent. Les franges sont moins bien stabilisées à bas rapport signal-sur-bruit lorsque l'estimateur de retard de groupe est plus souvent sollicité qu'à bas rapport signal-sur-bruit, en raison de pertes de flux dans les faisceaux plus fréquentes.

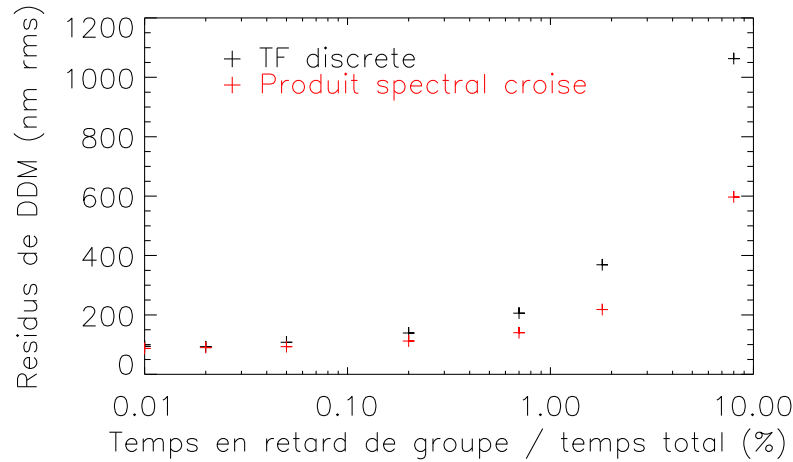
Ainsi, dans la suite j'utiliserai exclusivement l'algorithme d'estimation du retard de groupe basé sur le produit spectral croisé.

### 3.2.5 Estimation de la différence de marche à corriger

#### Discussion des deux estimateurs

Par les calculs précédents, j'ai donc décrits deux estimateurs de différence de marche différents : pour chaque base  $b$ , le senseur de phase estime à la fois le retard de phase  $\delta_b^{P t}$  par l'équation 3.26, et le retard de groupe  $\delta_b^{G t}$  par l'équation 3.33. Ces deux estimateurs sont complémentaires :

- le retard de phase permet une estimation quasi-instantanée des différences de marche (représentatives des résidus présents pendant l'intégration précédente) et permet donc de les corriger de façon très réactive. Cependant, cette estimation n'est valide que sur une plage de  $2,2 \mu\text{m}$ , et cet estimateur seul ne permet pas de savoir si les franges sont stabilisées à la différence de marche nulle, ou bien sur une frange brillante d'ordre supérieur ;



**Figure 3.7** – Écart-type des résidus de différence de marche en fonction de la proportion de temps utilisant l’estimateur de retard de groupe, avec l’algorithme utilisant la transformée de Fourier discrète en noir, et le produit spectral croisé en rouge. Une séquence de perturbation en différence de marche de 140 s est utilisée, représentative de la turbulence comme décrite dans le chapitre 2, sans vibrations instrumentales, avec des fluctuations de tip-tilt telles que décrites dans le chapitre 2 également.

- le retard de groupe, à l’inverse, permet d’estimer des valeurs de différence de marche valides sur une large course de 48  $\mu\text{m}$ . Cependant, pour les estimer avec un rapport signal-sur-bruit équivalent aux estimations du retard de phase, les intensités dispersées sont sommées sur les cinq dernières images. Le retard de groupe est ainsi évalué avec 2 trames de retard par rapport au retard de phase.

Comment combiner au mieux ces deux estimateurs pour stabiliser les franges à la différence de marche nulle ?

Pour déterminer la meilleure correction à apporter, il faut rappeler les objectifs du suiveur de franges :

- les franges doivent rester stabilisées à une phase fixée pendant une intégration sur la voie scientifique. En effet, si la phase fluctue au cours d’une pose, ou pire, si la différence de marche varie lentement de plusieurs franges, le contraste des franges sur la voie scientifique (qui utilise de longues intégrations de l’ordre de 100 s) sera drastiquement réduit par ces variations ;
- les différences de marche doivent être stabilisées sur la frange centrale du paquet de franges, qui correspond au contraste maximal.

Le contrôle optimal est donc d’utiliser systématiquement le retard de phase pour stabiliser les interférences sur une frange brillante. Comme cet estimateur est précis et réactif, c’est le plus approprié pour limiter les fluctuations de phase à l’intérieur d’une frange et limiter les pertes de contraste dans la voie scientifique.

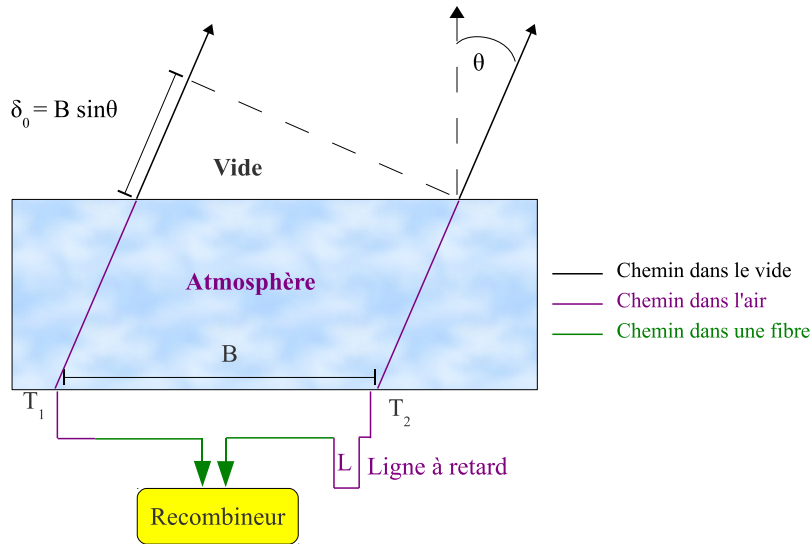
### Analyse du phénomène de dispersion

Il y a cependant plusieurs facteurs qui peuvent provoquer des « sauts de franges », c’est-à-dire des variations de différence de marche supérieures à  $\lambda_0$  qui ne sont pas identifiées par l’estimateur de retard de phase. En effet, la turbulence atmosphérique est susceptible



de provoquer d'importantes variations de différence de marche, qui peuvent dépasser  $\lambda_0$  de temps en temps, selon l'importance du seeing et de la fréquence de boucle du suiveur de franges.

Le second paramètre à prendre en compte susceptible de provoquer des sauts de franges est le phénomène de dispersion. En effet, jusqu'à présent j'ai supposé la différence de marche entre les pupilles constante quelle que soit la longueur d'onde (voir partie précédente). Cette hypothèse serait vérifiée si les différences de marche liées à la trajectoire de l'étoile par rapport aux lignes de bases étaient compensées par des lignes à retard sous vide (voir figure 3.8), ce qui n'est pas le cas au VLTI : les lignes à retard sont à l'air libre. Or l'indice de l'air dépend de la longueur d'onde, et donc en vertu de l'équation 2.10 du chapitre 2, le chemin optique également. Les corrections appliquées par les lignes à retard ne sont donc valables que pour une longueur d'onde donnée, mais pas sur tout le spectre. De plus, une fraction de ce chemin optique est également compensée dans des lignes à retard fibrées pour les fonctions astrométriques de GRAVITY. De la même façon, la dispersion de l'indice du verre fluoré de ces fibres ajoute également une dépendance de la différence de marche à la longueur d'onde.



**Figure 3.8** – Illustration du phénomène de dispersion : la différence de marche  $\delta_0$  dans le vide liée à la direction de l'étoile est compensée par un chemin géométrique  $L$  par les lignes à retard dans l'air, dont l'indice varie avec la longueur d'onde (contrairement à l'indice du vide).

Analysons ce phénomène de façon quantitative, sur une unique base formée de deux télescopes. Soit  $\delta_0$  la différence de marche dans le vide due à l'orientation de l'étoile par rapport à la base. Soit  $L$  le chemin *géométrique* ajouté par une ligne à retard dans l'air. La différence de chemin optique  $\delta$  à une longueur d'onde  $\lambda$  au niveau du recombineur est alors :

$$\delta(\lambda) = \delta_0 - n(\lambda)L. \quad (3.34)$$

Selon [Daigne & Lestrade \(1999\)](#), aux conditions de température et de pression dans les lignes à retard du VLTI telles que  $T = 289$  K et  $P = 743$  hPa ([Lévêque et al. 1996](#)), l'indice de l'air à la longueur d'onde  $\lambda$  s'exprime par :

$$n(\lambda) = 1 + \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2} + \frac{\gamma}{\lambda^4}, \quad (3.35)$$

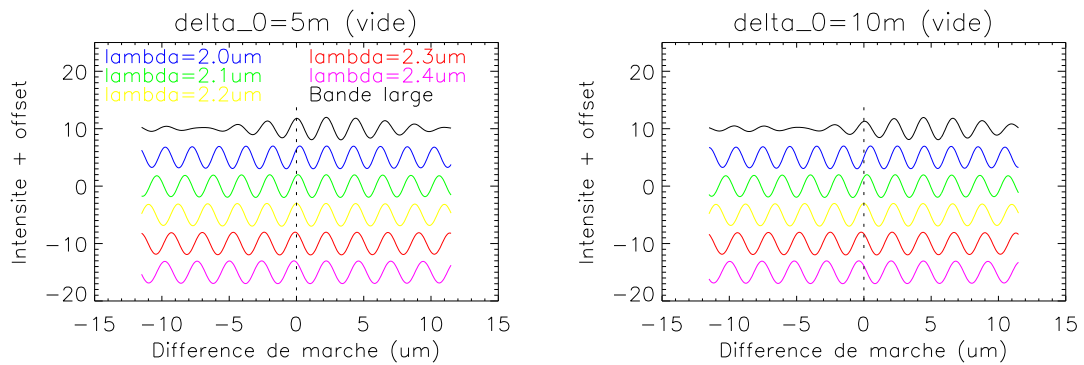
avec  $\alpha = 199,329 \cdot 10^{-6}$ ,  $\beta = 1,129 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}^2$ , et  $\gamma = 0,009 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}^4$ . Supposons que la ligne à retard annule exactement la différence de marche à la longueur d'onde  $\lambda_0$  :

$$L = \frac{\delta_0}{n(\lambda_0)}. \quad (3.36)$$

À une longueur d'onde  $\lambda_1 \neq \lambda_0$ , il reste donc une différence de marche résiduelle entre les télescopes de :

$$\delta(\lambda_1) = \delta_0 \left( 1 - \frac{n(\lambda_1)}{n(\lambda_0)} \right). \quad (3.37)$$

Typiquement, pour une différence de marche compensée dans l'air à  $\lambda_0 = 2,2 \mu\text{m}$  équivalente à 10 m dans l'air, il y a une différence de marche résiduelle de  $1 \mu\text{m}$  à  $\lambda_1 = 2,45 \mu\text{m}$ . Ainsi, même si la différence de marche est compensée à une longueur d'onde, le contraste des franges non dispersées ne sera pas maximal à cause de la différence de marche résiduelle aux autres longueurs d'onde. Ce phénomène est représenté en figure 3.9. De plus, à cause de la rotation de la Terre, la différence de marche dans le vide  $\delta_0$  varie avec le temps, et provoque donc un déplacement régulier de l'enveloppe des franges.



**Figure 3.9** – Illustration de la dispersion : franges dispersées sur chaque canal spectral, pour des valeurs de différence de marche dans l'air équivalentes à 5 m (gauche) et 10 m (droite) dans le vide, correspondant respectivement à une source d'angle zénithal de 3 et 6° observée avec une base de 100 m. La différence de marche est compensée à la longueur d'onde moyenne (courbe jaune) dans l'air. Il en résulte que l'enveloppe des franges en bande large est décalée par rapport à la différence de marche nulle.

L'estimateur de retard de groupe mesure justement la position du maximum de l'enveloppe de cohérence des franges, puisqu'il se calcule à partir du déphasage entre les franges deux longueurs d'onde : le maximum de l'enveloppe de cohérence correspond à la différence de marche où tous les canaux spectraux sont en phase. Cet estimateur permet par conséquent de mesurer ce décalage progressif du paquet de franges, et d'être ainsi sûr que la frange suivie correspond bien à celle de contraste maximal. Un exemple de décalage progressif de l'enveloppe des franges à cause de la dispersion dans les lignes à retard est donné par [Le Bouquin et al. \(2008\)](#) (Figure 4), et montre une dérive de  $\sim 500 \text{ nm}$  de l'enveloppe sur une échelle de temps de 30 s.

Enfin, pour les fonctions astrométriques de GRAVITY, une partie du chemin optique des différents faisceaux sera parcourue dans des lignes à retard différentielles : les faisceaux se propageront dans des fibres optiques en verre fluoré, qui seront plus ou moins étirées en fonction de la position relative de l'étoile de référence du suiveur de franges par rapport

à la cible scientifique, de façon à corriger les différences de marche différentielles entre les deux objets. Le même phénomène se produit donc pour des différences de marche plus faibles (séparations de l'ordre de  $2''$ , soit  $\sim 1,4$  mm de différence de marche différentielle pour une base de 140 m) corrigées dans un milieu de dispersion plus élevée. Pour une différence de marche dans la fibre équivalente à 1,4 mm dans le vide compensée à  $2,2 \mu\text{m}$ , on s'attend à une différence de marche résiduelle de 300 nm à  $2,4 \mu\text{m}$  (Perrin et al. 2009).

Ainsi, ces deux effets vont contribuer à faire bouger les franges d'interférence dans leur enveloppe de cohérence, de façon continue au cours de longues intégrations de 100 s.

### Différence de marche à corriger

En conclusion, les franges seront stabilisées systématiquement grâce à l'estimation du retard de phase *sauf* si le retard de groupe permet de constater que la frange suivie ne correspond pas à la frange de contraste maximal. Ainsi, je définie la différence de marche à corriger sur la base  $b$  par la relation suivante :

$$\delta_b^t = \begin{cases} \delta_b^{Pt} & \text{si } -\frac{\lambda_0}{2} \leq \delta_b^{Gt} \leq \frac{\lambda_0}{2} \\ \delta_b^{Gt} & \text{sinon} \end{cases} . \quad (3.38)$$

Par cette méthode, les franges sont constamment stabilisées sur la frange brillante de contraste maximal, sauf lorsqu'un saut de frange est détecté, le temps de recentrer les franges au maximum de l'enveloppe de cohérence.

Cette stratégie est différente de celle adoptée par le suiveur de franges de PRIMA, qui asservi la position des franges à une différence de marche variable de façon à maintenir le retard de groupe nul, et la différence de marche au maximum de cohérence (Sahlmann et al. 2009). En effet, en stabilisant les franges avec cette méthode, les franges resteront asservies à leur maximum de cohérence, mais défileront lentement à l'intérieur de l'enveloppe. Les interférences mesurées par de longues poses sur la voie scientifique auront alors un faible contraste. La stratégie de correction des différences de marche que j'ai adopté est par contre similaire à celle utilisée par le suiveur de franges de l'interféromètre du Keck en mode « référence de phase », principalement utilisé en parallèle de leur instrument nulleur (Colavita et al. 2010).

### 3.2.6 Estimation de la précision de mesure

Je montrerai dans la partie suivante qu'avoir en temps réel une estimation de la précision des mesures de différence de marche permet d'optimiser la stabilisation des franges, en jouant sur les relations de clôture de phase qui relient les bases entre elles. C'est donc également la tâche du senseur de phase que d'estimer la précision sur ces différences de marche.

### Origine du bruit sur les images

Pour ce faire, il est crucial de connaître parfaitement les caractéristiques du détecteur utilisé. En effet, deux sources principales sont à l'origine des imprécisions de mesures : le bruit de photons, et le bruit de lecture de la caméra. De plus, dans le cas de photo-diodes à avalanche telles que celles qui composeront le détecteur du suiveur de franges de GRAVITY (matrice de photo-diodes à avalanche infrarouge de SELEX, Finger et al. 2010), le bruit de photons peut être légèrement amplifié d'un facteur  $F_{\text{apd}}$ , proche de l'unité. Connaissant le bruit de lecture du détecteur  $\sigma_{\text{ron}}$ , pour chaque pixel  $i \in [1, N_p]$  ( $N_p = 24$ ) et à chaque

itération  $t$ , j'estime donc, d'une part, la variance  $\sigma_{Q_i}^t$  sur les intensités  $Q_i^t$  en bande large par :

$$\sigma_{Q_i}^t = F_{\text{apd}}^2 Q_i^t + 10 \sigma_{\text{ron}}^2, \quad (3.39)$$

et d'autre part, la variance  $\sigma_{q_{i,l}}^t$  sur les intensités dispersées  $q_{i,l}^t$  sur le canal spectral  $l$  par :

$$\sigma_{q_{i,l}}^t = F_{\text{apd}}^2 q_{i,l}^t + 10 \sigma_{\text{ron}}^2. \quad (3.40)$$

La première partie de ces équations correspond à une estimation du bruit de photons amplifié par le facteur d'excès  $F_{\text{apd}}$ , la seconde correspond à l'estimation du bruit de lecture de la caméra. Dans la première équation, le facteur 10 correspond au nombre de pixels additionnés pour obtenir les signaux  $Q_i^t$  : cinq canaux spectraux, étalés sur deux pixels de la caméra. Dans la seconde équation, le facteur 10 correspond au nombre d'images consécutives additionnées pour obtenir les signaux  $q_{i,l}^t$  : cinq images ajoutées, également étalées sur deux pixels.

### Estimation du bruit sur le retard de phase

Pour estimer finement la précision sur les différences de marche, il faut tenir compte des imperfections instrumentales du recombineur en optique intégrée, dont les transmissions sur chaque sortie ne sont pas toujours très équilibrées, et dont les déphasages en quadrature ne sont pas parfaitement de  $90^\circ$ . Pour cela, j'utilise l'outil statistique des matrices de covariance du bruit.

Ainsi, en négligeant les termes de covariance entre les intensités des pixels des images, je définie  $\Sigma_Q^t$  la matrice diagonale de covariance des intensités en bande large :

$$\Sigma_Q^t = \text{diag}(\sigma_{Q_i}^t)_{i \in [1, N_p]}. \quad (3.41)$$

Je calcule alors la matrice de covariance  $\Sigma_F^t$  des flux incohérents et cohérents  $F^t$  grâce à la P2VM en bande large par :

$$\Sigma_F^t = \text{P2VM} \Sigma_Q^t \text{P2VM}^T. \quad (3.42)$$

Pour calculer la variance sur les phases différentielles  $\psi_b^t = \arg(C_b^t)$  des six bases  $b$  définies dans l'équation 3.26, j'utilise le formalisme suivant, développé par [Williams et al. \(2006\)](#) (voir illustration en figure 3.10).

Considérons pour l'instant un unique vecteur complexe  $\vec{C}$  de phase  $\psi$ , de coordonnées  $X = [\Re(\vec{C}), \Im(\vec{C})]$  dans le repère complexe, et de coordonnées  $Y = [|C|, 0]$  dans le repère  $(O, \vec{\alpha}, \vec{\beta})$ , avec  $\vec{\alpha}$  en phase et  $\vec{\beta}$  en quadrature avec  $\vec{C}$ . Ces coordonnées se déduisent de  $X$  par la relation :

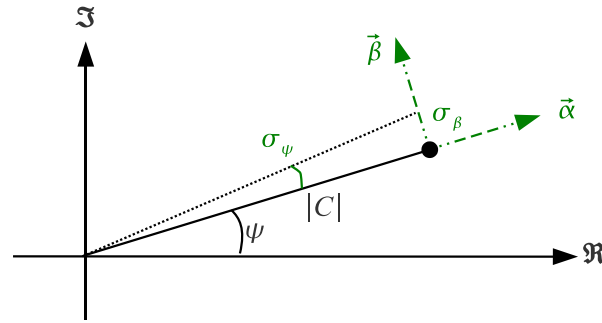
$$Y = \Theta(\psi)X, \quad (3.43)$$

avec la matrice de rotation orthogonale :

$$\Theta(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix}. \quad (3.44)$$

Connaissant la matrice de covariance  $\Sigma_X$  du bruit dans le repère complexe, la matrice de covariance  $\Sigma_Y$  du bruit dans ce repère s'estime alors simplement par la relation :

$$\Sigma_Y = \Theta(\psi)\Sigma_X\Theta(\psi)^T. \quad (3.45)$$



**Figure 3.10** – Estimation de la précision sur la mesure de la phase d'un vecteur complexe : connaissant la dispersion  $\sigma_\beta$  du vecteur sur l'axe  $\beta$  (grâce à la matrice de covariance dans le repère complexe et à la matrice de changement de repère) et sa norme  $|C|$ , on en déduit la précision de mesure sur la phase du vecteur :  $\sigma_\psi = \arctan \frac{\sigma_\beta}{|C|}$ .

Le bruit  $\sigma_\psi$  sur la phase se déduit du second terme de la diagonale,  $\sigma_\beta^2$ , correspondant à la variance du bruit sur l'axe  $\vec{\beta}$  par la relation :

$$\sigma_\psi = \arctan \frac{\sigma_\beta}{|C|}. \quad (3.46)$$

Ce formalisme se généralise facilement à une collection de vecteurs complexes selon [Williams et al. \(2006\)](#). Pour estimer le bruit  $\sigma_\delta^{Pt} = [\sigma_{\delta b}^{Pt}]_{b \in [1, N_b]}^T$  sur les différences de marche à la longueur d'onde moyenne, j'extrais la matrice  $\Sigma_C^t$   $12 \times 12$  inférieure droite de  $\Sigma_F^t$  contenant les parties réelles et imaginaires des cohérences, et je calcule la matrice de covariance  $\Sigma_Y^t$  du bruit dans le repère en-phase-quadrature de chaque cohérence complexe :

$$\Sigma_Y^t = \Theta^t \Sigma_C^t \Theta^{tT}, \quad (3.47)$$

avec la matrice  $\Theta^t$  diagonale par bloc<sup>4</sup> :

$$\Theta^t = \left[ \begin{array}{c|c} C^t & S^t \\ \hline -S^t & C^t \end{array} \right], \quad (3.48)$$

où :

$$C^t = \text{diag} \left( \cos \psi_b^t \right)_{b \in [1, N_b]}, \quad (3.49)$$

et

$$S^t = \text{diag} \left( \sin \psi_b^t \right)_{b \in [1, N_b]}. \quad (3.50)$$

J'estime ainsi le vecteur des écarts-types  $\sigma_\delta^{Pt}$  sur les différences de marche à partir du vecteur  $\sigma_\beta^{t2}$  des six derniers termes de la diagonale de la matrice  $\Sigma_Y^t$  :

$$\sigma_\delta^{Pt} = \frac{\lambda_0}{2\pi} \arctan \left( \frac{\sigma_\beta^t}{|C^t|} \right), \quad (3.51)$$

avec  $C^t = [C_b^t]_{b \in [1, N_b]}^T$  le vecteur des cohérences complexes en bande large.

4. Il est à noter que la forme de  $\Theta^t$  est légèrement différente de celle généralisée par [Williams et al. \(2006\)](#), car elle est adaptée à la construction par bloc de la matrice  $\Sigma_C^t$ .

### Estimation du bruit sur le retard de groupe

L'estimation de la précision sur les mesures de différence de marche du retard de groupe se fait de façon similaire. À partir des variances  $\sigma_{q^{i,l}}^{t2}$  des intensités estimées (équation 3.40), je construis la matrice de covariance des intensités pour chaque canal spectral  $l$  :

$$\Sigma_{q^l}^t = \text{diag}(\sigma_{q^{i,l}}^{t2})_{i \in [1, N_p]}, \quad (3.52)$$

et j'en déduis la matrice de covariance  $\Sigma_{F_l}^t$  des flux incohérents et cohérents  $F_l^t$  :

$$\Sigma_{F_l}^t = \text{P2VM}_l \Sigma_Q^t \text{P2VM}_l^T, \quad (3.53)$$

à partir des matrices  $\text{P2VM}_l$  de chaque canal spectral.

Les  $2 \times 6$  derniers termes diagonaux de cette matrice de covariance donnent une estimation de la variance du bruit sur les parties réelles  $\sigma_{\Re[C]b,l}^{t2}$  et imaginaires  $\sigma_{\Im[C]b,l}^{t2}$  respectivement des cohérences complexes de chaque base  $b$  sur chaque canal spectral  $l$ . J'estime la variance du bruit sur les parties réelles  $\sigma_{\Re[X]b,l,l+1}^{t2}$  et imaginaires  $\sigma_{\Im[X]b,l,l+1}^{t2}$  du produit spectral croisé  $X_{b,l,l+1}^t$  entre les canaux spectraux  $l$  et  $l+1$  respectivement par les relations :

$$\begin{aligned} \sigma_{\Re[X]b,l,l+1}^{t2} &= \Re [C_{b,l+1}^t]^2 \sigma_{\Re[C]b,l}^{t2} + \Re [C_{b,l}^t]^2 \sigma_{\Re[C]b,l+1}^{t2} \\ &\quad + \Im [C_{b,l+1}^t]^2 \sigma_{\Im[C]b,l}^{t2} + \Im [C_{b,l}^t]^2 \sigma_{\Im[C]b,l+1}^{t2} \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\Im[X]b,l,l+1}^{t2} &= \Im [C_{b,l+1}^t]^2 \sigma_{\Re[C]b,l}^{t2} + \Im [C_{b,l}^t]^2 \sigma_{\Re[C]b,l+1}^{t2} \\ &\quad + \Re [C_{b,l+1}^t]^2 \sigma_{\Im[C]b,l}^{t2} + \Re [C_{b,l}^t]^2 \sigma_{\Im[C]b,l+1}^{t2}. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Pour chaque paire de canaux spectraux adjacents  $(l, l+1)$ , je construis la matrice de covariance  $\Sigma_{X,l,l+1}^t$  par bloc des produits spectraux croisés correspondants :

$$\Sigma_{X,l,l+1}^t = \left[ \begin{array}{c|c} \text{diag}(\sigma_{\Re[X]b,l,l+1}^{t2}) & 0 \\ \hline 0 & \text{diag}(\sigma_{\Im[X]b,l,l+1}^{t2}) \end{array} \right], \quad (3.56)$$

de façon à estimer la matrice de covariance du bruit  $\Sigma_{Y,l,l+1}^t$  des produits spectraux croisés dans le repère en-phase-quadrature :

$$\Sigma_{Y,l,l+1}^t = \Theta_{l,l+1}^t \Sigma_{X,l,l+1}^t \Theta_{l,l+1}^{tT}, \quad (3.57)$$

avec  $\Theta_{l,l+1}^t$  la matrice des rotations d'angles égaux aux phases  $\chi_{b,l,l+1}^t$  des produits spectraux croisés :

$$\Theta_{l,l+1}^t = \left[ \begin{array}{c|c} C_{l,l+1}^t & S_{l,l+1}^t \\ \hline -S_{l,l+1}^t & C_{l,l+1}^t \end{array} \right], \quad (3.58)$$

où :

$$C_{l,l+1}^t = \text{diag}(\cos \chi_{b,l,l+1}^t)_{b \in [1, N_b]}, \quad (3.59)$$

et

$$S_{l,l+1}^t = \text{diag}(\sin \chi_{b,l,l+1}^t)_{b \in [1, N_b]}. \quad (3.60)$$

J'estime le bruit  $\sigma_{\delta l, l+1}^t$  sur les différences de marche mesurées sur chaque paire de canaux spectraux adjacents (équation 3.32) en extrayant le vecteur  $\sigma_{\beta l, l+1}^t$  des six derniers termes diagonaux de  $\Sigma_{Y l, l+1}^t$ , variances sur les axes de quadrature, par :

$$\sigma_{\delta l, l+1}^t = \frac{\Lambda_{l, l+1}}{2\pi} \arctan \left( \frac{\sigma_{\beta l, l+1}^t}{|X_{l, l+1}^t|} \right). \quad (3.61)$$

Enfin, j'estime la précision  $\sigma_{\delta}^{Gt}$  sur les différences de marche (retard de groupe) calculées par l'équation 3.33 par :

$$\sigma_{\delta}^{Gt} = \frac{\sqrt{\sum_{l=1}^{N_{\lambda}-1} |X_{b, l, l+1}^t|^2 \sigma_{\delta l, l+1}^{t2}}}{\sum_{l=1}^{N_{\lambda}-1} |X_{b, l, l+1}^t|}. \quad (3.62)$$

### Bruit sur les différences de marche à corriger

Pour finir, étant donné que la différence de marche servant à calculer les commandes aux actionneurs correspond soit au retard de phase soit au retard de groupe selon la valeur de cette dernière (voir équation 3.38), j'associe de la même manière à cette grandeur une estimation du bruit correspondant, pour chacune des six bases  $b \in [1, N_b]$  :

$$\sigma_{\delta b}^t = \begin{cases} \sigma_{\delta b}^{Pt} & \text{si } -\frac{\lambda_0}{2} \leq \delta_b^{Gt} \leq \frac{\lambda_0}{2} \\ \sigma_{\delta b}^{Gt} & \text{sinon} \end{cases}. \quad (3.63)$$

Ces estimations instantanées du bruit sur les différences de marche permettent d'évaluer la précision de leur mesure. Elle peut en effet varier significativement entre deux itérations, en fonction des variations de flux sur les télescopes et de la différence de marche résiduelle. J'utiliserai ces estimations du bruit de mesure dans la suite pour améliorer la stabilisation des franges.

## 3.3 Le contrôleur en boucle fermée

À partir de ces estimations des différences de marche sur les six bases reliant les télescopes, la principale tâche du suiveur de franges est de déterminer les commandes optimales à appliquer aux quatre actionneurs en piston qui permettront de minimiser ces résidus. Pour cela, je vais considérer deux types de contrôle : un contrôleur classique de type intégrateur, et un contrôleur prédictif basé sur un filtre de Kalman.

### 3.3.1 Contrôleur intégral

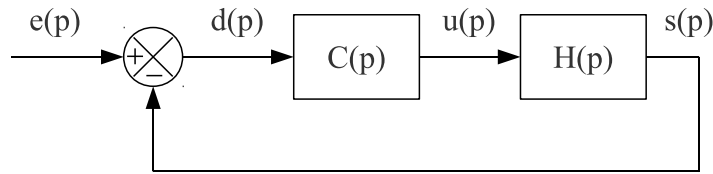
Le principe d'un contrôleur intégral (ou intégrateur) est relativement simple : connaissant l'erreur par rapport à la consigne, c'est-à-dire le résidu de différence de marche dans notre système où la consigne est nulle, on ajoute directement cet écart (à un gain près) à la position des actionneurs, afin de corriger l'erreur estimée.

### Du contrôleur PID à l'intégrateur pur

Le type de contrôleur utilisé classiquement en automatisme pour asservir des systèmes de contrôle de grandeur physique est un contrôleur PID, pour *Proportionnel Intégral Dérivé*, basée sur une architecture à 3 niveaux. Dans une boucle d'asservissement telle que représentée par la figure 3.11, la fonction de transfert  $C$  du contrôleur s'exprime en fonction de la variable  $p$  de Laplace par l'expression suivante :

$$C(p) = K_P + \frac{1}{\tau_I p} + \tau_D p, \quad (3.64)$$

avec  $K_P$  le gain proportionnel,  $\tau_I$  celui de l'intégrateur, et  $\tau_D$  celui du contrôleur dérivé. L'ajustement de ces trois gains est en général suffisant pour optimiser la réponse d'un système de régulation.



**Figure 3.11** – Schéma d'asservissement de la boucle de contrôle.  $C$  est la fonction de transfert du contrôleur,  $H$  celle du système,  $e$  est la consigne à laquelle on souhaite asservir le système,  $s$  est la mesure,  $d$  est l'erreur à la consigne, et  $u$  la commande appliquée aux actionneurs. Les grandeurs sont exprimées dans le domaine de Laplace, et  $p$  est la variable de Laplace.

Ainsi, dans le cas du contrôleur du suiveur de franges, j'ai fixé le gain de la fonction dérivative à zéro. En effet, cette fonction amplifie les composantes hautes fréquences du spectre des erreurs, et est par conséquent très sensible au bruit. Dans un système bruité tel que le notre, il faut annuler ce gain pour éviter les instabilités. Concernant la fonction proportionnelle du contrôleur, l'augmentation de son gain a pour effet d'augmenter la rapidité de la correction, mais en dégradant la stabilité de l'asservissement (envoi de commandes en position directement proportionnelles à l'erreur instantanée). Mes optimisations des gains proportionnel et intégral sur une grille de valeurs, préliminairement aux simulations de la boucle de contrôle, ont conduit à des valeurs nulles pour le gain proportionnel. Cette tendance devra être confirmée par des tests sur ciel une fois GRAVITY installé au VLTI. Dans la suite, je ne décrirai qu'un contrôleur utilisant seulement la fonction intégrale du PID, étant donnée que la fonction proportionnelle est inutilisée dans les simulations.

La fonction de transfert du contrôleur se simplifie alors à l'expression suivante :

$$C(p) = \frac{1}{\tau_I p}, \quad (3.65)$$

et la correction  $u$  calculée par le contrôleur dépend de l'erreur  $d$  entre la consigne et la mesure :

$$u(p) = \frac{d(p)}{\tau_I p}. \quad (3.66)$$

Dans le domaine temporel, cette commande  $U$  aux actionneurs correspond à :

$$U(t) = \frac{1}{\tau_I} \int_0^t D(t) dt, \quad (3.67)$$



qui se discrétise à l'itération  $t$  avec un pas d'échantillonnage  $T$  :

$$U^t = \frac{T}{\tau_I} \sum_{\tau=0}^t D^\tau \quad (3.68)$$

$$U^t = U^{t-1} + \frac{T}{\tau_I} D^t. \quad (3.69)$$

La commande intégrale correspond à ajouter à la position précédente de l'actionneur l'erreur entre la consigne et la mesure pondérée par le gain  $K = T/\tau_I$ .

### Considérations générales

En pratique, le gain optimal du contrôleur dépend du délai entre le moment où l'écart à la consigne se forme, et le moment où la correction est réellement appliquée. Or j'ai expliqué dans la partie précédente que les estimateurs de retard de phase et de retard de groupe utilisés pour évaluer les résidus de différence de marche ne sont pas égaux en terme de réactivité, et notamment que l'estimation du retard de groupe repose sur une moyenne glissante de cinq images. Il faut donc adapter la réponse du contrôleur en fonction de l'estimateur utilisé.

De plus, dans le cas de GRAVITY, les franges sont suivies sur six bases simultanément et six différences de marche sont estimées. Cependant, quatre actionneurs sont disponibles (et je montrerai plus loin que trois suffisent) pour annuler les différences de chemin optique. Compte tenu de cette configuration, deux questions se posent :

- comment inverser de façon optimale ces six observables en quatre commandes ?
- vaut-il mieux calculer les corrections dans l'espace des actionneurs ou dans celui des bases où les différences de marche sont estimées ?

Ces différentes questions vont être successivement étudiées dans cette partie.

### Gain de l'intégrateur

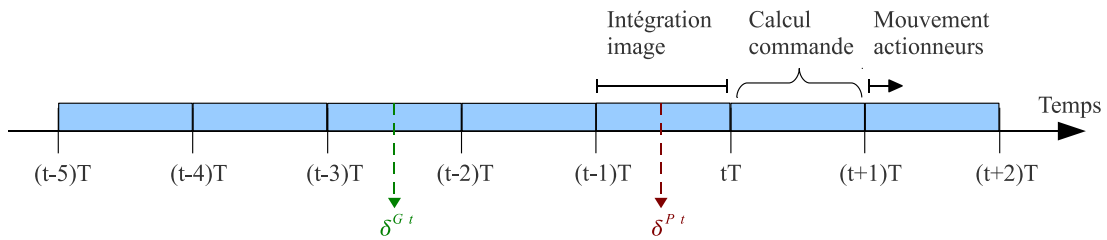
Dans un monde idéal où l'on serait capable d'estimer rapidement la différence de marche entre deux télescopes, et d'appliquer instantanément la correction correspondante aux actionneurs, la commande optimale serait d'ajouter directement l'écart mesuré aux positions des actionneurs pour rectifier l'erreur (gain unitaire).

En pratique cependant, les perturbations évoluent avec le temps, et le temps d'estimer l'erreur, et que la correction soit effectivement appliquée par les actionneurs, celle-ci n'est déjà plus appropriée à l'erreur réelle. Si la correction met trop de temps à être appliquée par les actionneurs, une commande de plus en plus importante sera appliquée avant d'en voir l'effet sur les résidus estimés, et le système se mettra à osciller et diverger. Il faut donc appliquer une commande progressive, en ajoutant à la position des actionneurs seulement une fraction de l'erreur estimée, ce qui permet d'éviter ce genre d'instabilité. Le gain optimal du contrôleur dépend principalement du temps de réponse entre la mesure de l'erreur et l'application de la correction, et du bruit sur la mesure.

Or, j'ai expliqué dans la partie précédente que l'estimateur de retard de phase fournit une estimation de la différence de marche à partir de la dernière image acquise par le détecteur, tandis que l'estimateur de groupe utilise une moyenne glissante sur les cinq dernières images pour estimer la différence de marche. Les deux estimations sont donc effectuées avec des délais différents, correspondants au moment où commence le calcul à une demie itération pour le premier et de 2,5 itérations pour le second (voir figure 3.12).

Par conséquent, le gain du contrôleur devra être adapté en fonction de l'estimateur utilisé, de façon à ce que le contrôle de la différence de marche reste stable et optimal quelles que soient les valeurs des résidus. Ainsi, pour chaque base  $b \in [1, N_b]$  et à chaque itération  $t$ , je définie le gain  $K_b^t$  du contrôleur tel que :

$$K_b^t = \begin{cases} K_P & \text{si } -\frac{\lambda_0}{2} \leq \delta_b^{Gt} \leq \frac{\lambda_0}{2} \\ K_G & \text{sinon} \end{cases} . \quad (3.70)$$



**Figure 3.12** – Diagramme de temps du suiveur de franges : la commande appliquée aux actionneurs à l'itération  $t + 1$  résulte d'une seule image pour l'estimateur de retard de phase, et de la moyenne de cinq images pour l'estimateur de retard de groupe. Dans le premier cas, l'effet de moyenne pendant le temps d'intégration  $T$  donne une estimation de la différence de marche à l'instant  $(t - 0,5)T$ , et dans le second cas, à l'instant  $(t - 2,5)T$ .

Les calculateurs temps-réel du suiveur de franges permettent de calculer les commandes en une itération du contrôleur au maximum. De plus, les actionneurs en piston du suiveur de franges de GRAVITY correspondent à des systèmes du second ordre avec une fréquence de coupure à  $-3$  dB de  $f_c = 220$  Hz. Ils ont donc un temps de réponse minimal pour une précision de 5 % de la commande envoyée de :

$$t_5 \% \geq \frac{2,86}{2\pi f_c}, \quad (3.71)$$

soit 2 ms pour les actionneurs considérés. Ainsi, considérant que le suiveur de franges fonctionne à une cadence de 250 Hz, il faut compter un retard de deux itérations entre l'instant moyen où se forment les différences de marche et celui où les actionneurs appliquent les corrections dans le cas où l'estimateur de retard de phase évalue l'erreur, et de quatre itérations dans le cas où l'estimateur de retard de groupe est utilisé. On peut dès lors donner une première approximation des gains optimaux correspondants :

$$K_P \simeq 0,5 \quad (3.72)$$

$$K_G \simeq 0,25. \quad (3.73)$$

Ces valeurs ne sont cependant qu'indicatives. Les gains optimaux dépendent également de la précision sur l'estimation des différences de marche, et sont susceptibles d'être plus faibles en cas de faible rapport signal-sur-bruit.

### Inversion différences de marche-pistons

La seconde particularité de la configuration de GRAVITY à prendre en compte est le fait que l'on mesure des différences de marche sur six bases, qui sont corrigées grâce à quatre actionneurs en piston. Il faut donc estimer les chemins optiques parcourus par

les faisceaux jusqu'aux quatre télescopes à partir des différences de marche estimées. En réalité, il n'est pas possible de retrouver la valeur des chemins optiques absolues à partir des différences de marche, et on ne peut évaluer que les valeurs des pistons relativement à une référence qui leur est commune. Ainsi, seuls trois actionneurs pourraient être utilisés pour annuler les six différences de marche, en choisissant l'un des télescopes comme référence de piston aux autres. Cependant, étant donné que quatre actionneurs sont à disposition du suiveur de franges de GRAVITY, je calculerai quatre commandes en piston de moyenne nulle, donc définies relativement par rapport au piston moyen sur les quatre pupilles. C'est en effet la référence optimale pour éviter la saturation rapide des actionneurs.

Soit  $M$  la matrice permettant de calculer le vecteur  $\delta^t$  des différences de marche à partir d'un vecteur  $p^t$  de quatre pistons :

$$\delta^t = M p^t. \quad (3.74)$$

Dans la suite, je prendrai pour exemple des vecteurs de différences de marche et de pistons ordonnés tels que :

$$\delta^t = [\delta_{1,2}^t \quad \delta_{1,3}^t \quad \delta_{1,4}^t \quad \delta_{2,3}^t \quad \delta_{2,4}^t \quad \delta_{3,4}^t]^T, \quad (3.75)$$

et

$$p^t = [p_1^t \quad p_2^t \quad p_3^t \quad p_4^t]^T, \quad (3.76)$$

avec  $p_n^t$  le piston sur le télescope  $n$ , et  $\delta_{n,m}^t$  la différence de marche entre les télescopes  $n$  et  $m$ . En vertu de l'équation 3.19, la matrice  $M$  est formée telle que :

$$M = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.77)$$

Connaissant le vecteur des différences de marche, on cherche à effectuer l'opération inverse de façon à calculer les termes de piston à appliquer aux actionneurs. On cherche donc une matrice  $\bar{M}$  telle que :

$$p^t = \bar{M} \delta^t. \quad (3.78)$$

La façon la plus simple est de calculer la matrice  $M^+$  pseudo-inverse de  $M$  par décomposition en valeurs singulières. Je calcule ainsi les matrices unitaires  $U$  ( $6 \times 6$ ) et  $V$  ( $4 \times 4$ ) et la matrice  $S$  diagonale des valeurs singulières ( $6 \times 4$ ) telles que :

$$M = USV^T, \quad (3.79)$$

et je construis la matrice pseudo-inverse de  $M$  telle que :

$$M^+ = VS^\dagger U^T, \quad (3.80)$$

avec  $S^\dagger$  la matrice ( $4 \times 6$ ) dont les termes diagonaux correspondent aux inverses des termes diagonaux non nuls de  $S$ , tous les autres termes étant nuls. Dans le cas de la matrice définie

à l'équation 3.77, j'utilise la décomposition suivante :

$$U = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 & 3 & 3 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & -3 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \\ 3 & -3 & 0 & 4 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -3 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & -3 & 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad V = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.81)$$

conduisant à la matrice pseudo-inverse telle que :

$$M^+ = \frac{1}{4} M^T. \quad (3.82)$$

On voit que l'une des quatre valeurs singulières de cette décomposition est nulle, sur la dernière colonne de la matrice S, montrant que le système est sur-contraint. Ce mode correspond au piston de référence, invisible par les mesures de différences de marche. En lui associant le vecteur singulier  $[1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ , on force ainsi la somme des piston à la valeur nulle. Cette inversion matricielle permet donc de calculer les valeurs de piston liées aux mesures de différence de marche de telle sorte que la moyenne des pistons soit nulle.

Cette méthode, bien qu'optimale en temps de calcul, ne met pas pleinement à profit les relations de clôture entre les bases. En effet, si un objet non résolu est observé par un triplet de télescopes  $(n, m, o)$ , la somme de ses différences de marche s'annule, en vertu de l'équation 3.19 :

$$\delta_{n,m}^t + \delta_{m,o}^t + \delta_{o,n}^t = 0. \quad (3.83)$$

Ainsi, à partir des estimations de deux différences de marche de ce triplet, on peut avoir une meilleure estimation de la troisième si son incertitude de mesure est grande. Cette opération se généralise en mettant à profit l'estimation du vecteur  $\sigma_\delta^t$  des incertitudes de mesure des différences de marche calculées par l'équation 3.63 pour chaque base, en calculant la matrice pseudo-inverse pondérée de M. Suivant le raisonnement de [Menu et al. \(2012\)](#), je définis ainsi la matrice  $6 \times 6$   $W_\delta^t$  des poids sur les différences de marche telle que :

$$W_\delta^t = \text{diag} \left( \frac{1}{\sigma_{\delta b}^t} \right)_{b \in [1, N_b]}. \quad (3.84)$$

L'inverse généralisée pondérée  $M_W^{t \dagger}$  se calcule par :

$$M_W^{t \dagger} = W_p^{t \dagger} M^T W_\delta^t, \quad (3.85)$$

où  $W_p^{t \dagger}$  est la pseudo-inverse de la matrice des poids sur les pistons :

$$W_p^t = M^T W_\delta^t M. \quad (3.86)$$

Cette opération permet de redistribuer le poids des incertitudes de mesure sur les différences de marche dans l'inversion matricielle pour avoir une estimation optimale des pistons.

Son impact n'étant pas trivial, je vais l'illustrer par deux exemples basiques. Considérons tout d'abord le cas où les incertitudes de mesure  $\sigma_{\delta b}^t$  sont identiques sur toutes

les bases  $b$ , et égales à  $\sigma_\delta$ . Les matrices de poids sur les différences de marche et sur les pistons valent alors respectivement :

$$W_\delta^t = \frac{1}{\sigma_\delta^2} I, \quad W_p^t = \frac{1}{\sigma_\delta^2} M^T M \quad (3.87)$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad (3.88)$$

avec  $I$  la matrice identité. La décomposition en valeurs singulières de cette seconde matrice conduit à l'inverse suivante :

$$W_p^{t\dagger} = \frac{\sigma_\delta^2}{16} M^T M, \quad (3.89)$$

et par conséquent à l'inverse généralisée pondérée :

$$M_W^{t\dagger} = \frac{1}{16} M^T M M^T \quad (3.90)$$

$$= \frac{1}{4} M^T \quad (3.91)$$

$$= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.92)$$

Ainsi, si les incertitudes de mesures sont identiques sur les six bases, on retrouve comme attendu la matrice pseudo-inverse non pondérée de l'équation 3.82. Considérons maintenant le cas où le rapport signal-sur-bruit est nul sur la base 3-4 (choisie arbitrairement). Les matrices de poids sur les différences de marche et les pistons valent alors, avec les notations décrites précédemment :

$$W_\delta^t = \frac{1}{\sigma_\delta^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad W_p^t = \frac{1}{\sigma_\delta^2} \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}. \quad (3.93)$$

On peut noter les poids plus faibles sur les troisièmes et quatrièmes colonnes et lignes de la matrice de poids des pistons, dus au poids nul sur la base 3-4, comparé au cas précédent (équation 3.88). La décomposition en valeurs singulières de cette matrice conduit à la matrice pseudo-inverse suivante :

$$W_p^{t\dagger} = \frac{\sigma_\delta^2}{16} \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 5 & -3 \\ -1 & -1 & -3 & 5 \end{bmatrix}, \quad (3.94)$$

et à la matrice pseudo-inverse pondérée de  $M$  :

$$M_W^{t\dagger} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1,5 & -0,5 & 1,5 & -0,5 & 0 \\ 0 & -0,5 & 1,5 & -0,5 & 1,5 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.95)$$

On constate que la dernière colonne de cette matrice est nulle : la différence de marche sur la base 3–4 ne sera effectivement pas prise en compte dans le calcul des pistons. De plus, en comparant cette matrice à celle du cas précédent (équation 3.92), on voit que le calcul des pistons fait intervenir les valeurs des différences de marches des bases 1–4 et 2–4 pour le télescope 3 (troisième ligne), et des bases 1–2 et 2–3 pour le télescope 4 (quatrième ligne), tandis que le calcul des pistons sur les télescopes 1 et 2 reste inchangé. Ainsi, par l'utilisation des relations de clôture de phase entre les triplets de télescopes 1–3–4 et 2–3–4, l'estimation des pistons sur les télescopes 3 et 4 est effectuée sans tenir compte de la différence de marche à rapport signal-sur-bruit nul.

Cependant, les valeurs des poids étant ré-estimées à chaque itération du suiveur de franges, cette pondération est relativement couteuse en temps de calcul car elle utilise une décomposition en valeurs singulières (pour calculer  $W_p^{t\dagger}$ ) à chaque itération du calculateur. Elle est cependant cruciale à faible rapport signal-sur-bruit où les pertes de flux sur un télescope sont fréquentes, car elle permet au contrôleur d'être bien plus robuste, comme on le verra dans le chapitre 4.

Ainsi, pour inverser les différences de marche en pistons dans l'équation 3.78, la méthode optimale est d'utiliser la matrice d'inversion pondérée  $\bar{M} = M_W^{t\dagger}$  tant que le contrôleur fonctionne à une cadence suffisamment lente pour réaliser ce calcul. Si le suiveur de frange fonctionne à un régime soutenu, typiquement en observant une étoile brillante par rapport à la sensibilité de l'instrument, l'inversion non pondérée par la matrice  $\bar{M} = M^+$  est préférable pour limiter le temps de calcul, et justifiée car le gain en robustesse apporté par l'inversion pondérée est faible à haut rapport signal-sur-bruit.

Dans les simulations effectuées dans le chapitre 4, j'utiliserai principalement l'inversion pondérée pour cette opération, excepté dans la partie 4.5 où je simulerai et comparerai les deux inversions.

### Espace de calcul des commandes

Après avoir discuté des gains optimaux du contrôleur intégral, et après avoir analysé la meilleure façon d'estimer quatre pistons à partir de six mesures de différence de marche, se pose maintenant la question de l'ordre dans lequel doivent se faire ces opérations. Faut-il :

- d'abord calculer six commandes permettant de corriger les six résidus de différence de marche estimés par le senseur de phase puis calculer les quatre commandes aux actionneurs correspondantes ?
- d'abord calculer les pistons correspondants aux résidus de différence de marche estimés, puis calculer les commandes aux actionneurs à partir de ces quatre pistons ?

En d'autres termes, faut-il calculer les commandes dans l'espace des bases, avec donc six contrôleurs, ou bien dans l'espace des ouvertures, avec quatre contrôleurs ? La réponse n'est pas triviale et les deux schémas doivent être considérés.

Dans l'espace des bases, je calcule les commandes aux actionneurs de la façon suivante :

1. amélioration des estimations de résidus de différence de marche par redistribution des poids<sup>5</sup> :

$$\delta_w^t = \mathbb{I}_w^t \delta^t, \quad (3.96)$$

où  $\mathbb{I}_w^t$  est la matrice d'identité pondérée définie par :

$$\mathbb{I}_w^t = M M_W^{t\dagger}; \quad (3.97)$$

---

5. Cette étape est omise si le contrôleur est utilisé dans sa version non pondérée.

2. calcul du vecteur des six corrections  $u_\delta^t$  en différence de marche grâce au vecteur  $K^t$  des six gains défini à l'équation 3.70 :

$$u_\delta^t = K^t \delta_w^t; \quad (3.98)$$

3. calcul des positions  $U^t$  des actionneurs correspondantes, par inversion des commandes en différence de marche en commandes en piston par la matrice  $\bar{M}$  (pondérée ou non) :

$$U^t = U^{t-1} + \bar{M} u_\delta^t. \quad (3.99)$$

La matrice  $\mathbb{I}_w^t$  permet de ré-estimer les différences de marche en tenant compte des différents poids dans les relations de clôture.

Dans l'espace des ouvertures, je calcule les commandes aux actionneurs par l'algorithme suivant :

1. calcul du vecteur  $p^t$  des pistons sur les quatre ouvertures correspondant aux estimations des différences de marche, par inversion avec la matrice  $\bar{M}$  (pondérée ou non) :

$$p^t = \bar{M} \delta^t; \quad (3.100)$$

2. calcul des nouvelles positions  $U^t$  des actionneurs en piston, par application du vecteur  $K_p^t$  de gain sur les quatre ouvertures :

$$U^t = U^{t-1} + K_p^t p^t. \quad (3.101)$$

Je définis le gain  $K_{pn}^t$  sur chaque ouverture  $n$  par la moyenne des gains  $K_{n,m}^t$  (retard de phase ou retard de groupe) sur les trois bases  $(n, m)$  liées à ce télescope, pour  $m \in [1, N_a]$  et  $m \neq n$ . En effet, chaque commande en piston est calculée à partir de trois différences de marche pouvant être mesurées avec deux estimateurs de réponses différentes. Il faut donc que la commande envoyée à l'actionneur soit un compromis entre les différentes temps de réponse des trois estimateurs utilisés pour optimiser la commande. Si par exemple deux bases sur les trois liées au télescope  $n$  ont une différence de marche estimée par le retard de phase tandis que le retard de groupe est utilisé pour estimer la troisième, le piston résiduel sur ce télescope sera principalement estimé à partir de mesures de retard de phase, avec un retard faible par rapport à la configuration inverse (deux estimations du retard de groupe et une du retard de phase). On peut alors utiliser un gain relativement plus élevé que dans la configuration inverse. Ce calcul se généralise sous forme matricielle avec la valeur absolue de la matrice  $M$  par :

$$K_p^t = \frac{1}{3} |M^T| K^t. \quad (3.102)$$

J'analyserai et comparerai ces deux versions du contrôleur dans le chapitre 4 présentant le résultat des simulations numériques.

### 3.3.2 Contrôleur Kalman

Le contrôleur Kalman est un algorithme prédictif plus complexe qu'un simple intégrateur. Le calcul de ses commandes est basé sur un modèle des perturbations et permet ainsi de calculer des corrections adaptées aux fluctuations de différence de marche d'une part, et d'autre part de prévoir l'état des perturbations en cas d'estimation momentanément peu fiable des résidus (typiquement à faible rapport signal-sur-bruit).

### Contexte du filtrage Kalman

Le filtrage Kalman est un algorithme récursif développé par [Kalman \(1960\)](#) qui permet d'estimer l'état d'un système à partir d'un modèle et d'une série de mesures bruitées. C'est un algorithme très utilisé dans divers domaines de l'automatisme, allant du suivi de cibles (visages, missiles...) ([Han et al. 2008](#)), à la navigation ([Hu et al. 2003](#)), en passant par l'économie ([Harvey 1987](#)). Dans le domaine de l'instrumentation en astronomie, ce filtre a été adapté il y a quelques années aux systèmes d'optique adaptative par [Le Roux et al. \(2004\)](#) et [Petit et al. \(2004\)](#) dans le but de compenser de façon optimale à la fois les perturbations atmosphériques et les vibrations instrumentales impactant le front d'onde. Ce développement est en passe d'être concrétisé sur ciel avec le système d'optique adaptative SAXO – *SPHERE AO for eXoplanet Observation* – ([Sauvage et al. 2010](#)) de l'instrument SPHERE – *Spectro-Polarimetric High-contrast Exoplanet Research* – ([Beuzit et al. 2010](#)).

Basé sur cette expérience dans le domaine de l'optique adaptative, l'algorithme du filtre Kalman a été récemment adapté au suivi de franges à deux télescopes par [Lozi et al. \(2011\)](#) pour le démonstrateur PERSEE – *Pegase Experiment for REsearch and Stabilization of Extreme Extinction* – d'interférométrie spatiale à frange noire polychromatique (pour stabiliser les faisceaux dirigés par les sidérostats avec une grande précision par rapport au recombineur). Ce formalisme a ensuite été adapté au suivi de franges à quatre télescopes par [Menu et al. \(2012\)](#) dans le cadre de GRAVITY, en démontrant que pour ce type de contrôle, le calcul des commandes dans l'espace des bases est mieux adapté qu'un contrôle modal.

La suite de cette partie présente l'algorithme du contrôleur Kalman que j'ai adopté pour le suiveur de franges de GRAVITY, et est principalement basé sur les travaux de [Menu et al. \(2012\)](#).

### Modèle d'évolution des perturbations

J'ai expliqué dans le chapitre 2 que les perturbations en différence de marche rencontrées par le suiveur de franges de GRAVITY sont constituées d'une part d'une composante due à la turbulence atmosphérique, et d'autre part de plusieurs composantes dues à des vibrations instrumentales à différentes fréquences propres. On peut donc décomposer les fluctuations temporelles  $\delta_b^{\text{pert } t}$  de la différence de marche sur chaque base  $b$  en une somme des fluctuations propres à chaque composante des perturbations :

$$\delta_b^{\text{pert } t} = \delta_b^{\text{atm } t} + \sum_{i=1}^{N_{vb}} \delta_b^{\text{vib } i t}, \quad (3.103)$$

où  $\delta_b^{\text{atm } t}$  est la composante propre à la turbulence atmosphérique, et  $\delta_b^{\text{vib } i t}$  est la contribution d'une vibration parmi  $N_{vb}$  sur la base  $b$ .

J'ai montré dans la partie 2.2.3 que l'évolution temporelle  $\delta_b^{\text{vib } i}$  d'une vibration peut être décrite par un modèle d'oscillateur de fréquence propre  $f_0^i$ , amorti par un coefficient d'amortissement  $k^i$ , entretenu par une excitation  $e_b^i$ , et qu'elle obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 \delta_b^{\text{vib } i}}{dt^2} + 2\omega_0^i k^i \frac{d\delta_b^{\text{vib } i}}{dt} + \omega_0^{i2} \delta_b^{\text{vib } i}(t) = \frac{e_b^i(t)}{\tau_e^2}, \quad (3.104)$$

avec  $\omega_0^i = 2\pi f_0^i$ . Cette évolution temporelle se discrétise par l'équation récursive d'ordre



deux suivante, aussi appelée processus auto-régressif d'ordre deux (Petit et al. 2006) :

$$\delta_b^{\text{vib } i t+1} = a_1^i \delta_b^{\text{vib } i t} + a_2^i \delta_b^{\text{vib } i t-1} + v_b^{i t}, \quad (3.105)$$

avec les coefficients :

$$a_1^i = 2 \exp(-k^i \omega_0^i T) \cos(\omega_0^i T \sqrt{1 - k^i}) \quad (3.106)$$

$$a_2^i = -\exp(-2k^i \omega_0^i T). \quad (3.107)$$

Le terme d'excitation est généralement inconnu et est modélisé par un bruit blanc gaussien d'écart-type  $\sigma_{v_b}^i$ . L'erreur du modèle auto-régressif d'ordre deux par rapport au spectre d'une vibration est illustré en figure 3.13 (à gauche). On voit que ce modèle représente très bien une vibration amortie telle que décrite par l'équation 3.104, à part une légère divergence aux hautes fréquences.

J'ai également décrit dans le chapitre 2 qu'un coefficient d'amortissement  $k \geq 1$  permet de décrire l'évolution d'un système non résonnant, obéissant à des lois de puissance en  $f^0$  aux basses fréquences  $f$ , en  $f^{-2}$  autour de la fréquence propre  $f_0$  (largeur dépendant de  $k$ ), et en  $f^{-4}$  à haute fréquence. Suivant le raisonnement de Meimon et al. (2010), j'approxime l'évolution temporelle de la turbulence atmosphérique décrite par le modèle spectral de l'équation 2.37 (lois de puissances en  $f^0$ ,  $f^{-2/3}$  et  $f^{-8/3}$ ) par ce même processus auto-régressif d'ordre deux :

$$\delta_b^{\text{atm } t+1} = a_1^{\text{atm}} \delta_b^{\text{atm } t} + a_2^{\text{atm}} \delta_b^{\text{atm } t-1} + v_b^{\text{atm } t}, \quad (3.108)$$

avec les coefficients :

$$a_1^{\text{atm}} = 2 \exp(-k^{\text{atm}} \omega_0^{\text{atm}} T) \cos(\omega_0^{\text{atm}} T \sqrt{1 - k^{\text{atm}}}) \quad (3.109)$$

$$a_2^{\text{atm}} = -\exp(-2k^{\text{atm}} \omega_0^{\text{atm}} T), \quad (3.110)$$

et  $v_b^{\text{atm } t}$  un bruit blanc gaussien d'écart-type  $\sigma_{v_b}^{\text{atm}}$ . Ce modèle ne correspond pas parfaitement à l'évolution temporelle de la turbulence décrite dans le chapitre 2, comme l'illustre la figure 3.13 (à droite), mais a le mérite de correspondre au processus récursif d'ordre  $p$  le plus proche du modèle décrit par les lois de puissances de l'équation 2.37, obtenu pour  $p = 2$ .

Les modèles d'évolution des différentes composantes décrits par les équations 3.105 et 3.108 peuvent se formaliser sous la forme matricielle suivante, en ne considérant toujours qu'une base  $b$  :

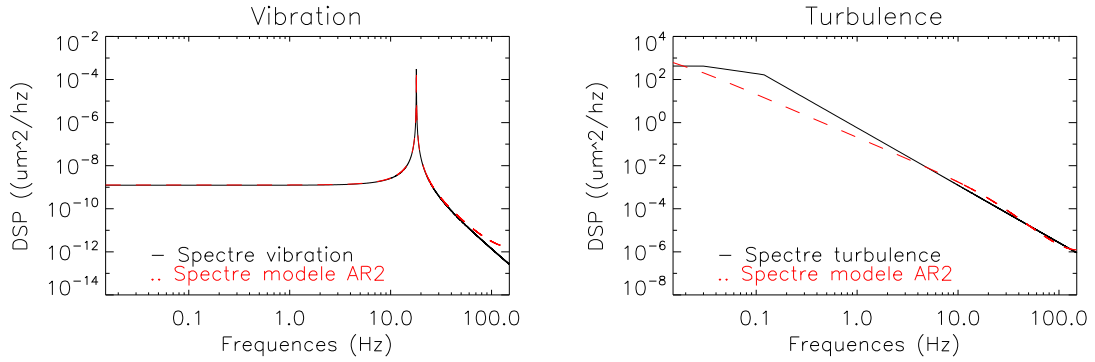
$$x_b^{t+1} = A_b x_b^t + v_b^t, \quad (3.111)$$

où le vecteur  $x_b^t$  de taille  $2(1 + N_{v_b})$  décrit l'état des composantes des perturbations à l'itération  $t$  et  $t - 1$ , le vecteur  $v_b^t$  de taille  $2(1 + N_{v_b})$  contient les termes d'excitation à l'itération  $t$ , et la matrice  $A_b$  de taille  $2(1 + N_{v_b}) \times 2(1 + N_{v_b})$  contient les paramètres des modèles auto-régressifs d'ordre deux des composantes des perturbations :

$$x_b^t = \left[ \delta_b^{\text{atm } t} \quad \delta_b^{\text{atm } t-1} \quad \delta_b^{\text{vib } 1 t} \quad \delta_b^{\text{vib } 1 t-1} \quad \dots \quad \delta_b^{\text{vib } N_{v_b} t} \quad \delta_b^{\text{vib } N_{v_b} t-1} \right]^T \quad (3.112)$$

$$v_b^t = \left[ v_b^{\text{atm } t} \quad 0 \quad v_b^{1 t} \quad 0 \quad \dots \quad v_b^{N_{v_b} t} \quad 0 \right]^T \quad (3.113)$$

$$A_b = \begin{bmatrix} A_b^{\text{atm}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_b^1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & A_b^{N_{v_b}} \end{bmatrix}, \quad (3.114)$$



**Figure 3.13** – Spectres des perturbations (en noir) et spectre du modèle auto-régressif d'ordre deux correspondant (en rouge), pour une vibration à gauche, et la turbulence à droite (telle que caractérisée dans le chapitre 2).

et

$$A_b^{\text{atm}} = \begin{bmatrix} a_1^{\text{atm}} & a_2^{\text{atm}} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.115)$$

$$A_b^i = \begin{bmatrix} a_1^i & a_2^i \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad i \in [1, N_v b]. \quad (3.116)$$

Cette équation, appelée *équation d'état*, permet de décrire l'évolution temporelle de chaque composante individuelle de la perturbation sur la base  $b$ , par le vecteur  $x^t$  qui caractérise l'état des perturbation à l'itération  $t$ . Elle se généralise très simplement dans le cas de six bases en considérant que toutes les composantes des perturbations sont indépendantes les unes des autres, donnant ainsi l'équation d'état suivante :

$$x^{t+1} = A x^t + v^t, \quad (3.117)$$

avec  $x^t$  le vecteur d'état de dimension  $2(6 + N_v)$ ,  $v^t$  le vecteur des termes d'excitation de même taille, et  $A$  la matrice de taille  $2(6 + N_v) \times 2(6 + N_v)$  des paramètres des modèles, où  $N_v$  est le nombre total de vibrations sur l'ensemble des six bases :

$$N_v = \sum_{b=1}^{N_b} N_v b \quad (3.118)$$

et :

$$x^t = \begin{bmatrix} x_1^t \text{T} & \dots & x_{N_b}^t \text{T} \end{bmatrix} \text{T} \quad (3.119)$$

$$v^t = \begin{bmatrix} v_1^t \text{T} & \dots & v_{N_b}^t \text{T} \end{bmatrix} \text{T} \quad (3.120)$$

$$A = \text{diag} (A_b)_{b \in [1, N_b]}. \quad (3.121)$$

### Modèle d'évolution du système

En fonctionnement en boucle fermée, l'estimation des différences de marche fournie à chaque itération par le capteur de phase est en réalité une mesure bruitée de résidus par rapport à la position des actionneurs, déterminée par les commandes précédentes.

Ainsi, l'estimation des différences de marche  $\delta_w^t$  à l'itération  $t$ , pondérée par la matrice de l'équation 3.97, se décompose par le modèle discret suivant :

$$\delta_w^t = \delta^{\text{pert } t-1} - MU^{t-2} + w^t, \quad (3.122)$$

où  $w^t$  est le bruit de mesure sur les différences de marche estimées à l'itération  $t$ ,  $U^{t-2}$  la position des actionneurs appliquée pendant l'itération  $t-1$ , et  $\delta^{\text{pert } t-1}$  les perturbations moyennes intégrées pendant l'itération  $t-1$ .

Cette équation se généralise avec l'équation 3.103 sous forme matricielle pour décrire l'évolution des différences de marche estimées par rapport aux différentes composantes des perturbations :

$$\delta_w^t = Cx^t - MU^{t-2} + w^t, \quad (3.123)$$

où  $C$  est une simple matrice  $6 \times 2(6 + N_v)$  permettant de sommer les composantes des perturbations correspondant à l'itération  $t-1$  :

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & C_{N_b} \end{bmatrix}, \quad (3.124)$$

avec  $C_b$  des vecteurs de taille  $2(1 + N_{v_b})$  définis pour chaque base  $b$  par :

$$C_b = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.125)$$

L'équation 3.123, dite *équation d'observation* du système, permet de lier les mesures de résidus de différence de marche à l'espace des différentes composantes des perturbations. Dans la suite (et dans les simulations présentées dans le chapitre 4) j'utiliserai systématiquement la version pondérée des différences de marche, qui permet d'améliorer leur estimation par les relations de clôture de phase en tenant compte de l'estimation de la précision de mesure sur chaque base.

### Algorithme de contrôle

À partir de cette description de l'évolution temporelle du système et des perturbations, le filtre de Kalman permet de prédire le prochain état des perturbations à partir des estimations antérieures. Ainsi, en notant  $\hat{x}^{t|t'}$  l'estimation des états des perturbations à l'itération  $t$  connaissant toutes les mesures de résidu jusqu'à l'itération  $t'$ , le filtrage Kalman se résume aux deux équations :

$$\hat{x}^{t|t} = \hat{x}^{t|t-1} + G_\infty \left( \delta_w^t + MU^{t-2} - C\hat{x}^{t|t-1} \right) \quad (3.126)$$

$$\hat{x}^{t+1|t} = A\hat{x}^{t|t} \quad (3.127)$$

La première équation met à jour l'état des perturbations grâce à la nouvelle estimation des résidus  $\delta^t$ , qui permet d'estimer l'erreur entre cette mesure et la prédiction précédente de l'état des perturbations. La seconde équation prédit l'état suivant des perturbations grâce à leur modèle d'évolution temporelle. À partir de cette prédiction de l'état des perturbations, on voit facilement que la commande optimale consiste à anticiper sur les prochaines valeurs des fluctuations de différence de marche et de positionner les actionneurs de façon à l'annuler :

$$U^t = \bar{M}K\hat{x}^{t+1|t}, \quad (3.128)$$

où  $\bar{M} = M_W^t{}^\dagger$  est la matrice d'inversion pondérée, et  $K$  est la matrice complémentaire de  $C$  :

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & K_{N_b} \end{bmatrix}, \quad (3.129)$$

avec  $K_b$  des vecteurs de taille  $2(1 + N_{vb})$  définis pour chaque base  $b$  par :

$$K_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.130)$$

On voit là toute la différence en ce contrôleur basé sur un filtre de Kalman et un contrôleur classique de type intégrateur. Les commandes correctives sont calculées à partir d'un modèle d'évolution des perturbations (équation 3.127), mis à jour par les mesures (équation 3.126), tandis que pour un contrôleur classique, les commandes sont calculées seulement à partir des mesures d'erreur elles-même.

### Gain du filtre Kalman

Dans l'équation 3.126 de mise à jour de l'état des perturbations, les erreurs entre les mesures et les prédictions sont pondérées par  $G_\infty$ , matrice des gains du Kalman de dimensions  $2(6 + N_v) \times 6$ . Cette matrice définit les poids optimaux entre le modèle et les mesures et est calculée à partir de la matrice de covariance du bruit de mesure  $\Sigma_w$  et de la matrice  $\Sigma_v$  de covariance des bruits d'excitation des perturbations :

$$\Sigma_w = \text{diag} \left( \sigma_\delta^2 \right)_{b \in [1, N_b]} \quad (3.131)$$

$$\Sigma_v = \text{diag} \left( \Sigma_{vb} \right)_{b \in [1, N_b]}, \quad (3.132)$$

où :

$$\Sigma_{vb} = \begin{bmatrix} \sigma_{vb}^{\text{atm}2} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{vb}^{12} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_{vb}^{N_v b^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.133)$$

La matrice  $G_\infty$  se calcule par l'opération suivante :

$$G_\infty = \Sigma_\infty C^T \left( C \Sigma_\infty C^T + \kappa \Sigma_w \right)^{-1}, \quad (3.134)$$

où  $\Sigma_\infty$  est la solution de Riccati suivante, qui se résout par itérations successives :

$$\Sigma_\infty = A \Sigma_\infty A^T - A \Sigma_\infty C^T \left( C \Sigma_\infty C^T + \kappa \Sigma_w \right)^{-1} C \Sigma_\infty A^T + \Sigma_v. \quad (3.135)$$

$\kappa$  est un facteur empirique qui augmente artificiellement la matrice de covariance du bruit, afin de tenir compte des erreurs de modèle des perturbations et du bruit de mesure. En effet, les composantes des perturbations sont modélisées par des excitations gaussiennes, ce qui n'est pas forcément le cas des vraies perturbations. Ce coefficient permet ainsi de tenir compte de ces erreurs de modèle dans le calcul du gain, en augmentant la matrice

de covariance du bruit d'un facteur 3 à 5 dans le cas de GRAVITY (valeur qui résulte de simulations).

Connaissant les bruits de mesure moyens sur les différences de marche  $\langle \sigma_\delta^P \rangle_t$  et  $\langle \sigma_\delta^G \rangle_t$  calculées par les estimateurs de retard de phase et de retard de groupe, je calcule donc deux gains de Kalman optimaux  $G_\infty^P$  et  $G_\infty^G$ , et j'adapte la matrice  $G_\infty$  en fonction de la valeur de différence de marche adéquate :

$$G_\infty = \begin{bmatrix} G_1 & \dots & G_{N_b} \end{bmatrix} \quad (3.136)$$

où  $G_b$  est la colonne  $b$  de la matrice  $G_\infty$  telle que :

$$G_b = \begin{cases} G_\infty^P & \text{si } -\frac{\lambda_0}{2} \leq \delta_b^G \leq \frac{\lambda_0}{2} \\ G_\infty^G & \text{sinon} \end{cases} . \quad (3.137)$$

De cette façon, le gain de chaque commande en différence de marche sera adaptée au bruit de mesure correspondant.

### 3.3.3 Identification des paramètres du Kalman

Le cadre du contrôle basé sur le filtre de Kalman est donc bien défini et relativement simple, puisqu'il est constitué de trois équations (3.126, 3.127 et 3.128) à base de produits matriciels. Cependant, il n'a d'intérêt que si les différentes composantes des perturbations sont correctement identifiées au préalable, que la matrice  $A$  représente fidèlement l'évolution de ces composantes, et que les termes d'excitation  $\{\sigma_v^{\text{atm}}, \{\sigma_v^i\}_{i \in [1, N_v]}\}$  et de bruit de mesure  $\sigma_\delta$  soient correctement estimés.

#### Séquence de perturbations en boucle pseudo-ouverte

J'effectue cette identification en deux étapes. La première consiste à obtenir une série de mesures qui soit représentative des perturbations en différence de marche rencontrées sur chaque base. L'idéal serait pour cela de pouvoir estimer les différences de marche en boucle ouverte, c'est-à-dire les mesurer directement avec le capteur de phase, pendant un temps suffisamment long pour pouvoir identifier les différentes composantes des perturbations. Ce type de mesure n'est cependant pas possible, car sans contrôle en temps réel, les fluctuations de différence de marche sont trop importantes pour que le contraste des franges reste plus de quelques millièmes de seconde à une valeur suffisante pour pouvoir estimer avec précision la phase différentielle, et donc avoir une mesure directe des perturbations. J'extrapole donc les fluctuations de différence de marche dues aux perturbations à partir d'une série de mesures en boucle fermée, connaissant l'estimation des résidus et la correction appliquée aux actionneurs. On voit que pour cette méthode, il est important de bien connaître la réponse des actionneurs pour pouvoir reconstruire fidèlement la séquence de perturbation. Connaissant la position moyenne  $U^{t-2}$  des actionneurs pendant l'itération  $t-1$  et l'estimation pondérée  $\delta_w^t$  des résidus de différence de marche calculée pendant l'itération  $t$  (à partir de l'image intégrée pendant l'itération  $t-1$ ), je reconstruis ainsi la perturbation moyenne pendant l'itération  $t-1$  en boucle pseudo-ouverte :

$$\delta^{\text{PO}t-1} = \delta_w^t + M U^{t-2}, \quad (3.138)$$

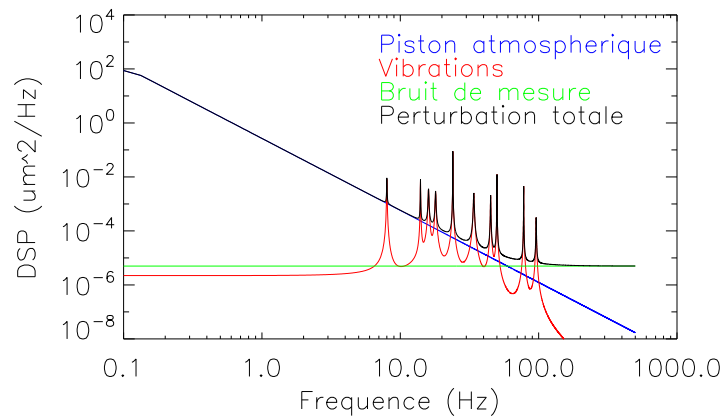
qui sert de base pour identifier les paramètres du modèle des perturbations.

### Ajustement spectral

La seconde étape consiste à identifier les contributions des différents types de perturbations au sein de cette série de mesures. Pour cela, j'adopte la méthode d'ajustement spectral décrite par Meimon et al. (2010) et améliorée par Menu et al. (2012). Le principe consiste à identifier et caractériser les différentes composantes dans le spectre de la séquence de perturbations mesurée en boucle pseudo-ouverte. En effet, dans le domaine fréquentiel, les différentes composantes ont des signatures très différentes et bien identifiables contrairement au domaine temporel où elles sont toutes mélangées. Ainsi, un spectre de perturbations typique est constitué :

- d'une composante en bande large due à la turbulence, s'étalant de façon continue sur toutes les fréquences ;
- d'un certain nombre de pics localisés aux fréquences propres des différentes vibrations ;
- d'un plateau constant, visible aux hautes fréquences, caractéristique du niveau de bruit.

Un modèle de spectre de perturbations typique est présenté en figure 3.14.



**Figure 3.14** – Spectre typique des perturbations : une composante large bande due au piston atmosphérique, des pics de vibration étroits et très localisés, et une queue plate à haute fréquence due au bruit de mesure blanc.

La procédure utilisée pour déterminer les paramètres du modèle de chaque composante est basée sur la méthode de maximisation de la vraisemblance entre le spectre mesuré et le modèle des perturbations décrit par Meimon et al. (2010), en faisant varier les paramètres du modèle sur une grille prédéfinie. Étant donné que chaque composante des perturbations a une signature bien identifiable dans le spectre, on peut construire le modèle de façon itérative, composante par composante, en isolant les parties du spectre les plus représentatives de la composante modélisée. Cette méthode permet de maximiser la vraisemblance du modèle aux données sur une grille tridimensionnelle, en déterminant les paramètres  $a_1$ ,  $a_2$  et  $\sigma_v$  du modèle autorégressif d'ordre deux les plus adaptés à chaque composante individuelle, au lieu de calculer le modèle des perturbations sur une grille de dimensions  $2(1 + N_{vb})$ .

La composante la plus facile à estimer est le bruit de mesure  $\sigma_\delta$ , que j'identifie en isolant le spectre des perturbations aux hautes fréquences.

J'identifie ensuite les paramètres du modèle du piston atmosphérique en plusieurs étapes. Afin de ne pas obtenir des paramètres biaisés par les pics de vibration, il faut isoler les parties du spectre propres à turbulence seule (Menu et al. 2012). À ce point du processus d'identification, on n'a cependant aucun *a priori* sur leur position fréquentielle dans le spectre. Il faut d'abord calculer une première estimation du modèle de la turbulence sur l'ensemble du spectre afin de pouvoir y détecter des pics de résonance. Une vibration est détectée dès lors que le spectre mesuré dépasse le modèle pré-estimé d'un facteur sept, et les bandes fréquentielles où le spectre dépasse le modèle d'un facteur quatre autour de ce pic sont exclues de l'itération suivante servant à modéliser la turbulence. Ce procédé est effectué plusieurs fois afin d'être certain que toutes les vibrations sont exclues du spectre utilisé pour maximiser la vraisemblance du modèle.

Chaque pic de vibration ainsi détecté est ensuite individuellement modélisé, en maximisant la vraisemblance du modèle aux données sur une grille affinée en estimant la fréquence propre, amortissement, et excitation de la vibration par la position, largeur, et énergie du pic détecté.

### Mise à jour du modèle de perturbations

Le modèle ainsi construit correspond en quelque sorte à une photographie des perturbations, représentative de ses caractéristiques pendant l'intervalle de temps correspondant aux mesures en boucle pseudo-ouverte. Ces paramètres sont cependant susceptibles de varier avec le temps pour de nombreuses raisons : dérive de vibrations, apparition, disparition, atténuation ou amplification d'une résonance, diminution ou augmentation du seeing, changement de la vitesse ou de la direction du vent . . . Di Lieto et al. (2008) montrent ainsi que les vibrations mesurées au VLTI varient de quelques dixièmes de Hertz en fréquence propre, et de quelques dizaines de nanomètres sur des échelles de temps de l'ordre de 10 s. Pour tenir compte des variations temporelles à moyen terme, il faut régulièrement mettre à jour le modèle des perturbations et les matrices correspondantes.

Tandis que la toute première identification du modèle se calcule à partir de la séquence en boucle pseudo-ouverte acquise grâce à un contrôleur classique (intégrateur), les mises à jour suivantes sont alors calculées en stabilisant les franges avec le contrôleur Kalman. Cependant, bien que la première étape du processus d'identification doive se faire en boucle fermée et en temps réel pour pouvoir stabiliser les franges proches de la différence de marche nulle et avoir ainsi une bonne estimation des perturbations correspondantes en boucle pseudo-ouverte, le calcul du modèle par ajustement spectral nécessite lui d'être calculé sur un ordinateur non-temps-réel, en parallèle. Il faut en effet intervenir des opérations gourmandes en temps de calcul (transformées de Fourier, calcul de spectre sur une grille de paramètres, calcul itératif de résolution de l'équation de Riccati. . .) et dure typiquement quelques secondes. Afin de pouvoir faire cette mise à jour régulière (typiquement toutes les 10–20 s) tout en continuant de suivre les franges, le calcul du modèle doit donc être déporté sur un ordinateur différent de façon à ne pas ralentir les calculateurs temps-réel utilisés pour estimer les différences de marche et calculer les commandes aux actionneurs.

De plus, la transition d'un modèle à un nouveau doit être transparente pour le contrôleur. Pour cela il faut s'assurer que les dimensions des matrices restent compatibles entre-elles avant et après une mise à jour : en effet, dans l'équation 3.126, le vecteur d'état  $\hat{x}^{t|t-1}$

prédit à l'itération précédente est mis à jour via les matrices  $C$  et  $G_\infty$  (et donc la matrice  $A$  via le calcul du gain). Si une nouvelle vibration est identifiée ou si une ancienne n'est plus détectée, il faut que la transition soit transparente pour le contrôleur, ce qui peut être fait par deux méthodes différentes :

- soit utiliser des matrices de taille constante pour toutes les mises à jour du modèle, en prévoyant un nombre de vibrations fixe et suffisamment grand, quitte à fixer les paramètres des composantes absentes à zéro ;
- soit supprimer ou ajouter des lignes de zéros dans le vecteur d'état  $\hat{x}^{t-1}$  de l'itération précédente, si des vibrations disparaissent ou apparaissent entre deux mises à jour.

L'inconvénient de la première méthode est qu'elle peut conduire à systématiquement utiliser des matrices relativement grosses (typiquement  $132 \times 132$  pour la matrice  $A$  en limitant le modèle à dix vibrations par base au maximum). L'inconvénient de la seconde est qu'elle nécessite une opération supplémentaire dans le contrôleur fonctionnant en temps réel, afin d'ajouter ou supprimer des lignes du vecteur  $\hat{x}^{t-1}$ . Cependant, cette opération est minime comparée au gain de temps de calcul potentiel dû à la réduction des tailles des matrices.

Enfin, pour limiter le temps de transition après une mise à jour du modèle, il faut s'assurer que les vibrations qui restent présentes dans le modèle entre deux mises à jour restent à la même position dans les matrices utilisées par le contrôleur Kalman. Sans cela en effet, les valeurs de  $\hat{x}^{t-1}$  ne sont plus en accord avec les paramètres appropriés du modèle, et toute l'antériorité des mesures est alors perdue. Pour éviter de perdre en efficacité le temps que le contrôleur se stabilise suite à une mise à jour du modèle, il faut identifier chaque vibration individuelle par sa fréquence propre et suivre son évolution d'une mise à jour à l'autre.

## 3.4 La machine d'état

La machine d'état est la partie de l'algorithme qui décide de l'état du système en fonction de certains paramètres pertinents ou de commandes de l'OS de GRAVITY, et qui adapte son fonctionnement selon certains critères. Dans une architecture aussi complexe que GRAVITY, j'ai identifié trois niveaux d'état du système : je définis en effet un état spécifique à chacune des six bases, un état pour chaque télescope, et un état global du suiveur de franges, dépendants les uns des autres.

### 3.4.1 État par base

Le plus bas niveau du système, dont l'état définit la majorité de ceux aux étages supérieurs du système, se situe au niveau des différentes bases. C'est un état passif, au sens où il n'est qu'une transcription des observables du senseur de franges en états, et que l'état d'une base seule n'induit pas directement un comportement particulier du suiveur de franges.

Les différents états possibles et les transitions entre chaque sont résumés par le schéma présenté en figure 3.15. Pour chaque base, je définis les trois états principaux suivants :

**Pas de franges :** état d'une base si les franges ne sont pas détectées à l'itération  $t$ .

Cet état peut correspondre soit à une perte de flux sur l'un des deux télescopes correspondants, soit à une différence de marche élevée sur cette base (au-delà de limite de l'enveloppe de cohérence), soit à une cible résolue sur cette base ;

**Frange centrale :** état d'une base dont les franges sont centrées à une différence de marche proche de zéro à  $\pm\lambda_0/2$ . L'estimateur de retard de phase est alors utilisé



pour mesurer la différence de marche résiduelle.

**Frangé latérale :** état d'une base dont les franges sont centrées à une différence de marche plus grande que la frangé centrale. L'estimateur de retard de groupe est alors utilisé pour mesurer la différence de marche résiduelle.

Les transitions entre ces différents états sont régies par les différentes estimations effectuées par le senseur de phase. Ainsi, la transition entre les états « Frangé centrale » et « Frangé latérale » dépend de la valeur du retard de groupe tel que décrit par l'équation 3.38 : si sa valeur absolue sur une base devient inférieure à  $\lambda_0/2$  entre deux itérations, l'état de la base bascule de l'état « Frangé latérale » à « Frangé centrale », et inversement si le retard de groupe est supérieur à  $\lambda_0/2$  en valeur absolue. Dans tous les cas, l'état de la base bascule à « Pas de frangé » dès lors que l'incertitude sur la différence de marche devient trop importante pour que la correction appliquée soit fiable. La transition s'effectue en fonction de la valeur de  $\sigma_{\delta_b}^t$  par rapport à un seuil  $\sigma_s$  (à définir et ajuster par des tests avec l'instrument).

L'état des six bases est défini dès lors que le suiveur de franges est en marche et que son détecteur acquiert des images. Ils sont indépendants de l'état des télescopes et du suiveur de franges tant qu'il est en marche, car ils résultent uniquement d'estimations issus du senseur de phase : si par exemple seulement deux télescopes sont utilisés (choix de l'observateur, télescope ou ligne à retard indisponible...), cinq bases resteront figées à l'état « Pas de frangé » car le rapport signal-sur-bruit sur les pixels correspondants sera nul. De même, ils sont valables aussi bien quand le système est en boucle ouverte qu'en boucle fermée.

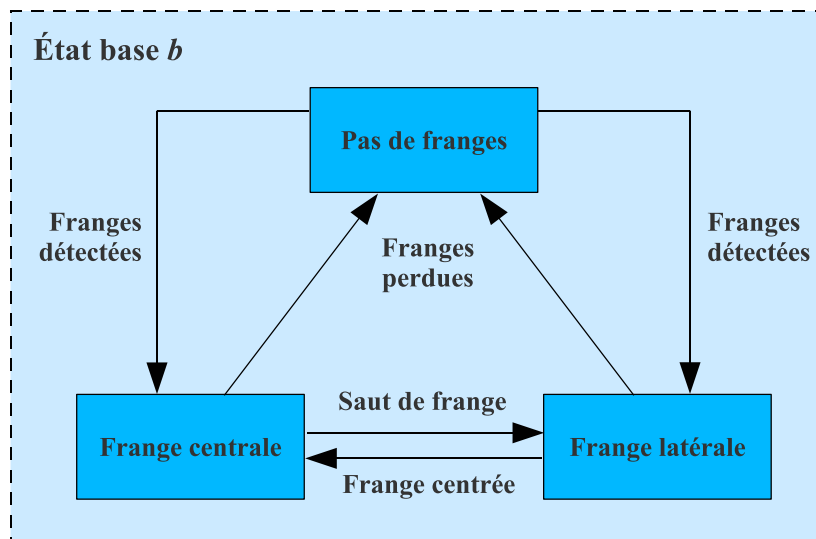


Figure 3.15 – États par base.

### 3.4.2 État par télescope

Les états des télescopes correspondent quand à eux à des états actifs : l'état sur un télescope définit en effet de l'action à entreprendre et le type de commande à envoyer à l'actionneur correspondant. L'état par télescope a ainsi un impact direct sur le fonctionnement du contrôleur.

Chaque base est reliée aux deux télescopes la constituant, et chaque télescope est relié aux trois autres par trois bases différentes. On comprend donc que l'état de chaque télescope est principalement déterminé par l'état des trois bases auxquelles il est relié.

### Liens avec les états des bases

Je généralise les états par base décrits précédemment en un état binaire général :

**Franges** : correspond aux deux états « Frange centrale », et « Frange latérale ». Cet état sera numéroté 1 dans la suite ;

**Pas de frange** : cet état (décrit dans la partie précédente) sera numéroté 0 dans la suite.

En notant  $E_b^t$  le vecteur des états binaires des six bases à l'itération  $t$ , le vecteur  $E_a^t$  des nombres de bases à l'état binaire 1 des quatre télescopes se calcule par l'équation :

$$E_a^t = |M^T|E_b^t \quad (3.139)$$












Je définis l'état fondamental d'un télescope par « En poursuite » s'il a au moins une base à l'état 1 pour permettre d'estimer une commande à l'actionneur de ce télescope, et par « Perdu » si aucune des trois bases qui lui sont liées n'a de franges.

En fonction du nombre de bases à l'état 1 sur les quatre télescopes, je montre dans le tableau 3.1 qu'il y a exactement onze configurations différentes qui peuvent être identifiées, grâce aux symétries de l'architecture à quatre télescopes. Il y a en effet au total 64 états *possibles* du vecteur  $E_b^t$  des états des bases ( $2^6$ ), mais en ne distinguant pas les télescopes les uns par rapport aux autres, ou les bases les unes par rapport aux autres, ce nombre se réduit à onze cas *génériques*. Pour le démontrer, je procède de la façon suivante :

- je considère les configurations où  $k$  bases n'ont pas de franges, avec  $k$  allant successivement de un à six, reporté dans la deuxième colonne du tableau ;
- pour chaque configuration, je dénombre les cas possibles ( $k$  parmi  $N_b = 6$ ), et analyse les symétries de l'architecture offertes par la configuration étudiée ;
- pour chaque situation générique identifiée, je dénombre les cas correspondants, reportés dans la troisième colonne du tableau ;
- on peut vérifier que la somme des cas des situations génériques correspond bien au nombre de cas possibles  $C_6^k$ .

La somme de la colonne trois du tableau 3.1 étant égale à 64, tous les cas possibles sont bien considérés par ces onze configurations génériques.

Pour tous ces états sauf pour un, l'état fondamental d'un télescope à lui seul permet de déterminer l'action à entreprendre par la machine d'état, indépendamment des autres télescopes. La seule exception correspond à la configuration sur l'antépénultième ligne du tableau 3.1 (indiquée en gras dans le tableau), lorsqu'il n'y a que deux bases avec des franges, et qu'elles sont opposées (ne partageant aucun télescope en commun) : les franges peuvent alors être suivies par les quatre télescopes, mais sous forme de deux paires de télescopes découplées l'une de l'autre. Lorsque cette configuration se présente, il faut parvenir à retrouver les franges sur les autres bases sans perdre celles sur les deux bases correctes. Il faut alors chercher les franges en déplaçant deux télescopes de façon synchronisée, en maintenant le suivi de franges sur les deux paires de télescopes où les franges sont présentes. Cette configuration est facilement identifiable, car c'est la seule pour laquelle chacun des télescopes n'a qu'une seule base à l'état 1 sur les trois bases qui lui sont liées.

Schéma	Bases à 1	Nbr cas	Bases par télescope				Commentaires
			T1	T2	T3	T4	
	6	×1	3	3	3	3	
	5	×6	3	3	2	2	
	4	×3	2	2	2	2	Bases à 0 opposées
	4	×12	3	2	2	1	Bases à 0 sur le même télescope
	3	×4	3	1	1	1	Bases à 1 sur le même télescope (une clôture perdue)
	3	×12	2	2	1	1	Deux bases à 0 opposées
	3	×4	2	2	2	0	Bases à 0 sur le même télescope (une clôture restante)
	2	×12	2	1	1	0	Bases à 1 sur le même télescope
	<b>2</b>	<b>×3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>Bases à 1 opposées</b>
	1	×6	1	1	0	0	
	0	×1	0	0	0	0	

**Tableau 3.1** – Configurations reliant l'état des bases à celui des télescopes. Les télescopes sont numérotés de 1 à 4 dans le sens horaire à partir du coin supérieur gauche. Leur couleur est bleue s'ils ont au moins une base permettant de calculer une commande à l'actionneur correspondant (En poursuite), rouge sinon (Perdu). Les bases sont vertes si leur état est à 1, rouge sinon. La configuration en gras correspond à un cas particulier qui nécessite un traitement particulier (voir dans le texte).

### Définition des états et transitions par télescope

Un fois ce lien entre l'état des bases et celui des télescopes analysé, on peut alors aisément définir les différents états possibles de chaque télescope, ainsi que les transitions entre chaque état. Ainsi, je distingue sept états différents pour chaque télescope :

**En marche** : état dans lequel se place un télescope opérationnel lorsque le suiveur de franges est dans l'attente d'une commande de l'OS de GRAVITY. L'actionneur en piston correspondant reste fixé à sa position initiale ;

**Indisponible** : état dans lequel se place un télescope non fonctionnel si l'un de sous-système de GRAVITY ou du VLTI est non utilisé indisponible (actionneur, ligne à retard, télescope... ). Aucune commande n'est envoyée à l'actionneur correspondant ;

**Étalonnage** : état dans lequel se place un télescope lorsqu'il est dans l'attente de com-

mandes en position de la part de l'OS de GRAVITY pour étalonner l'instrument ;

**Poursuite** : état d'un télescope lorsqu'il suit les franges : la position de l'actionneur qui lui est lié est actualisée par le contrôleur du suiveur de franges ;

**En attente** : état d'un télescope ayant momentanément perdu toutes ses franges : l'actionneur correspondant reste figé à sa position actuelle et une temporisation est incrémentée ;

**Recherche de franges** : état d'un télescope dont l'actionneur se déplace linéairement pour chercher les franges sur une des bases qui lui sont liées ;

**Recherche et poursuite synchronisées** : état d'un télescope dont l'actionneur se déplace linéairement pour chercher les franges sur deux des bases qui lui sont liées, tout en suivant les franges sur la troisième base.

Ces états et les différentes transitions permettant de basculer de l'un à l'autre sont représentés en figure 3.16. Un télescope  $n$  bascule dans l'état « Poursuite » dès lors que les franges sont visibles sur au moins une des trois bases qui lui sont liées ( $E_{an}^t \geq 1$ ), sauf si les quatre télescopes n'ont tous qu'une base avec des franges présentes ( $E_a^t = [1 \ 1 \ 1 \ 1]$ ). À l'inverse, si les franges ne sont présentes sur aucune de ses trois bases, ou si les quatre télescopes ont tous des franges sur une unique base, le (ou les quatre) télescope(s) en question se met(tent) dans l'état « En attente » dans l'éventualité où cette perte ne serait que temporaire, et une temporisation est initialisée. Si le télescope reste dans cet état pendant un certain temps  $\tau_l$  (à définir et optimiser lors de l'intégration de GRAVITY), il bascule alors dans l'état « Recherche de franges » ou « Recherche et poursuite synchronisée ».

Les transitions déclenchant la mise en marche, l'étalonnage, et la recherche initiale des franges sont déclenchées par l'OS de GRAVITY.

### 3.4.3 État global du suiveur de franges

Enfin, au niveau global du suiveur de franges, je définis six états différents :

**En marche** : état qui déclenche la mise en marche de tout le système du suiveur de franges ;

**Indisponible** : état du suiveur de franges s'il y a suffisamment de défaillance pour empêcher l'opération minimale à deux télescopes ;

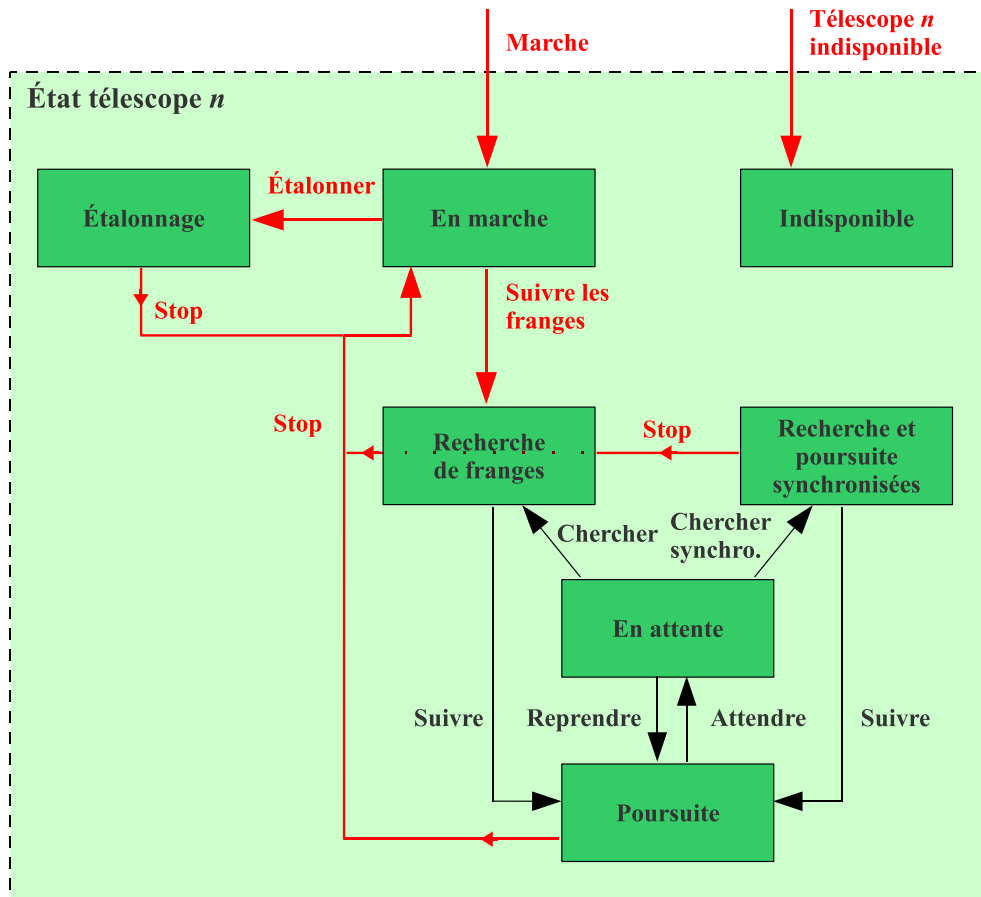
**Étalonnage** : état du suiveur de franges rendant possible l'étalonnage du système ;

**Recherche de franges** : état du système lorsque les franges sont cherchées par les quatre actionneurs ;

**Poursuite intégrateur** : état du système lors de la première poursuite des franges, tant que le modèle du contrôleur Kalman n'a pas été identifié ;

**Poursuite Kalman** : état du système lors qu'il suit les franges et que le modèle du Kalman a été identifié.

Les différents états possibles du suiveur de franges et les conditions de transition de l'un à l'autre sont résumés dans le schéma en figure 3.17. Ces différentes transitions sont principalement régies par des commandes spécifiques de l'OS de GRAVITY (mise en marche, arrêt, étalonnage de l'instrument, initialisation du suivi de franges). Les seules commandes générales gérées par la machine d'état du suiveur de franges à ce niveau consistent à déclencher le suivi une fois les franges trouvées, et à choisir le contrôleur à utiliser (intégrateur ou



**Figure 3.16** – États par télescope. Les transitions en rouge sont déclenchées par des commandes spécifiques de l’OS GRAVITY.

Kalman). Dès lors qu’un modèle d’évolution des perturbations est disponible, le suivi de frange s’effectue avec le contrôleur Kalman. À l’inverse, si aucun modèle n’est disponible, le suivi est réalisé avec le contrôleur intégrateur. Il est à noter que si l’utilisateur souhaite suivre les franges uniquement avec l’intégrateur pour diverses raisons (tests, réinitialisation du modèle...), il suffit de rendre le modèle indisponible à la vue du contrôleur.

### 3.5 Résumé du chapitre

J’ai présenté dans ce chapitre l’ensemble de l’algorithme qui sera utilisé pour stabiliser les franges d’interférence de l’instrument GRAVITY. Après une description de l’architecture globale de l’algorithme, j’ai détaillé les différents estimateurs permettant d’estimer les différences de marche résiduelles, et les choix que j’ai adoptés pour en optimiser la précision.

J’ai ensuite présenté le contrôleur permettant de stabiliser les franges à partir des estimations des différences de marche. J’ai décrit deux algorithmes de contrôle basés sur des architectures différentes : un contrôleur intégral calculant ses commandes correctives à partir des erreurs de différence de marche estimées, et un contrôleur Kalman dont les commandes sont calculées à partir d’un modèle des perturbations et mises à jour par les

mesures de différence de marche.

Enfin, j'ai identifié les différents états dans lequel peut trouver le suiveur de franges, et j'ai notamment spécifié la façon dont sont gérées les commandes aux actionneurs en fonction de l'état des interférences sur chaque bases.

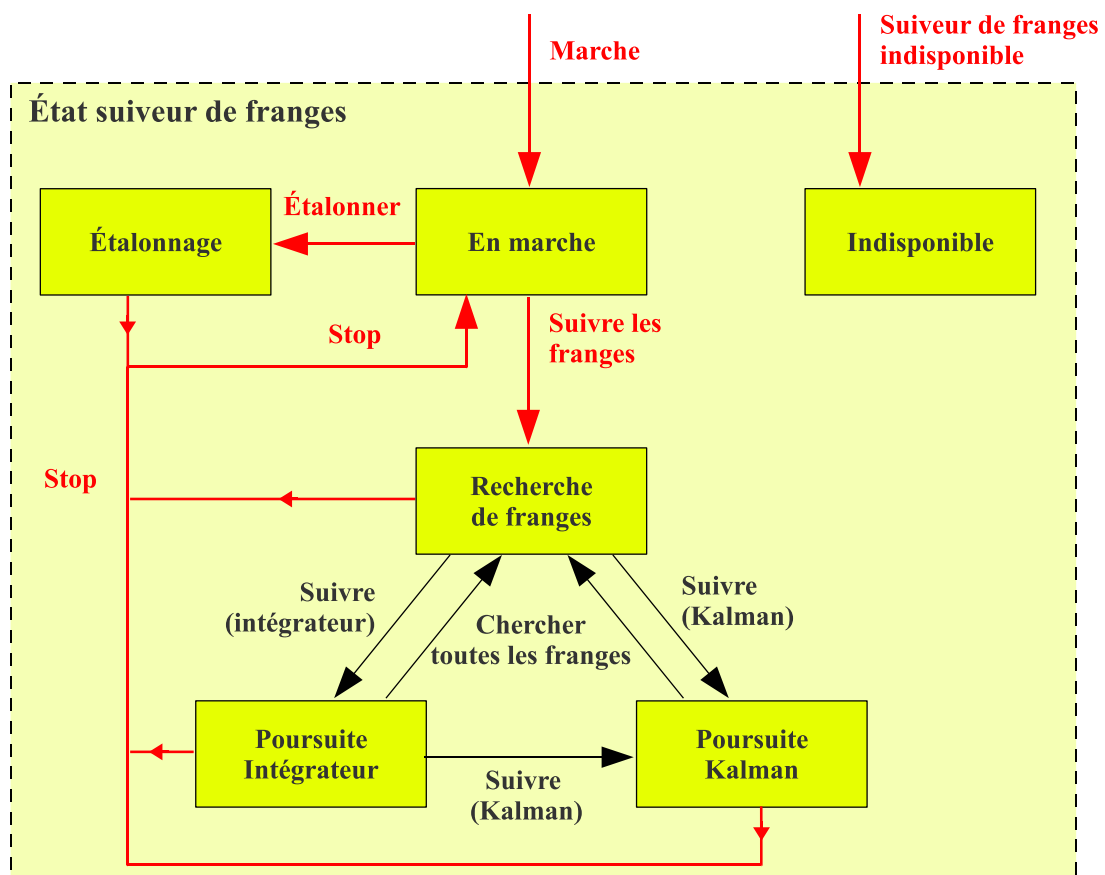


Figure 3.17 – États du suiveur de franges.



---

## Chapitre 4

# Simulations numériques du suiveur de franges

Dans les deux chapitres précédents, j'ai décrit d'une part les différents types de perturbation auxquels devra faire face un suiveur de franges au VLTI, et d'autre part les algorithmes choisis pour stabiliser les franges de l'instrument GRAVITY. Il est temps à présent de donner un peu de relief à ces algorithmes et d'évaluer leur efficacité.

Pour cela, deux méthodes très différentes et complémentaires peuvent être utilisées. Par la première, ces algorithmes sont mis en œuvre au moyen de simulations numériques qui reproduisent le suiveur de franges et son environnement le plus fidèlement possible. L'autre méthode consiste à développer un prototype de laboratoire du suiveur de franges pour en mesurer réellement les performances.

J'ai étudié ces deux types de validation pendant ma thèse, à des degrés de développement et d'aboutissement différents. La partie instrumentale de cette analyse sera présentée dans le chapitre 5. Je vais discuter des résultats des simulations numériques dans celui-ci.

Après une brève description du contexte dans lequel ces simulations ont été réalisées et de leurs objectifs dans une première partie, j'en décrirai ensuite les divers résultats : les trois parties suivantes détailleront les performances du contrôleur de la boucle d'asservissement, et en particulier celles de l'algorithme de Kalman par différentes études. Dans la dernière partie, je présente le résultat de simulations de suivi de franges dans l'hypothèse de l'utilisation d'une version dégradée du recombineur de faisceaux.

### 4.1 Langage de programmation

J'ai réalisé ces simulations en langage de programmation IDL – *Interactive Data Language* – à partir d'un squelette de code développé à l'ONERA par Frédéric Cassaing dans le contexte d'un appel d'offre lancé par l'ESO pour déterminer la configuration de suivi de franges optimale pour ses instruments de deuxième génération au VLTI. Le but final de ce code est de pouvoir analyser tout type de recombinaison de faisceaux, de contrôleur, et de perturbation, en simulant la chaîne d'asservissement des franges de bout en bout à partir d'un algorithme fonctionnant en temps réel.

La majorité des simulations présentées dans ce chapitre ont été réalisées à partir de ces routines. J'ai complété ce code pour l'adapter à la configuration instrumentale de GRAVITY, pour y inclure les algorithmes décrits dans le chapitre 3, et pour y simuler des perturbations typiques du VLTI telles que décrites dans le chapitre 2. Seules les simulations



décrites en parties 4.3 et 4.4 n'utilisent pas l'architecture de ce code, mais une version simplifiée à deux télescopes, plus économique en temps de calcul et moins rigide.

## 4.2 Simulations du suiveur de franges de GRAVITY

Dans cette partie, je présente le résultat de nombreuses simulations ayant pour but de comparer un intégrateur classique au contrôleur Kalman, soumis à différentes conditions d'observation. En outre, ces simulations ont pour objectif de prévoir la configuration optimale du suiveur de franges de GRAVITY en fonction du niveau de perturbation auquel il est soumis, et de la luminosité de l'étoile observée.

### 4.2.1 Description des simulations

Commençons par décrire la façon dont sont menées ces simulations. Certains paramètres, qui sont détaillés dans le tableau 4.1 garderont des valeurs fixes pour l'ensemble de ces calculs. Les paramètres que je fais varier pour tester l'efficacité des contrôleurs sont résumés dans le tableau 4.2 avec leur plage de variation.

Paramètre	Notation	Valeur	Source
Longueur d'onde moyenne ( $\mu\text{m}$ )	$\lambda_0$	2,2	Conception
Bande spectrale ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta\lambda$	0,5	Conception
Nombre de canaux spectraux	$N_\lambda$	5	1
Nombre de télescopes	$N_a$	4	Conception
Nombre de bases	$N_b$	6	Conception
Diamètre des télescopes (m)	$D$	8,2	2
Longueur de base moyenne avec les UTs (m)	$B$	80	Conception
Transmission totale (%)	$\eta_{\text{inst}}$	1	3
Bruit de lecture ( $e^-$ rms)	$RON$	4	4
Facteur d'excès de bruit	$F_{APD}$	1,5	5
Temps de cohérence (ms)	$\tau_0$	3,4	6
Vitesse du vent (m/s)	$V$	12	6
Échelle externe de la turbulence (m)	$L_0$	100	Chap. 2
Nombre de poses	$N$	30 000	1

**Sources** : (1) Perrin et al. (2011b); (2) Correspond en fait au diamètre du miroir primaire des UTs. La pupille étant définie par M2, le diamètre effectif du miroir est de 8,0 m; (3) selon Eisenhauer (2011), la transmission totale du suiveur de franges est de 0,65 %. Cette valeur tient compte de la perte de couplage d'une onde plane dans des fibres à mode gaussien de 81 %, et de 80 % de perte moyenne de couplage due aux fluctuations résiduelles de tip-tilts; ces deux paramètres sont pris en compte indépendamment dans nos simulations, ce qui conduit à une transmission totale de 1 %; (4) Sturm (2011) ( $RON=5 e^-$  rms, objectif  $3 e^-$  rms); (5) Communication de Frank Eisenhauer; valeur récemment mesurée de 1,1 (Finger et al.); (6) Gitton (2010).

Tableau 4.1 – Paramètres choisis pour les simulations.

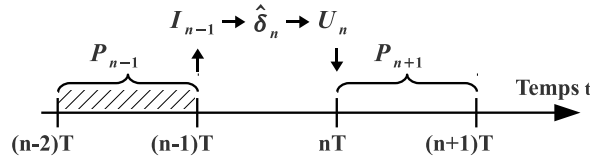
### Simulation des images

Afin d'évaluer les performances du suiveur de franges de GRAVITY, j'ai simulé l'architecture correspondant à cet instrument, c'est-à-dire une combinaison de quatre télescopes formant bases, dans la bande K. Des images sont calculées à chaque itération de la boucle

Paramètre	Notation	Valeur
Magnitude en bande K	$K$	6 – 12
Tip-tilt par télescope (mas rms)	$\sigma_{tt}$	15 ; 20
Niveau de vibrations (nm rms, DDM)	$\sigma_{vib}$	0 ; 150 ; 240–380
Niveau de DDM atmosphérique ( $\mu\text{m}$ rms)	$\sigma_{atm}$	10 ; 15
Fréquence de boucle (Hz)	$f$	100 – 1 000
Nombre d'itération en boucle pseudo-ouverte	$N_m$	2 000 – 5 000

**Tableau 4.2** – Différents paramètres simulés avec leur plage de variation. Justification de ces choix dans le texte.

simulant le suiveur de franges, tenant compte à la fois des nouvelles perturbations instantanées, des corrections calculées par le contrôleur, et d'un retard de deux trames entre la perturbation simulée et l'application de la correction. Ce retard de deux trames est dû d'une part au temps d'intégration nécessaire pour acquérir une image représentative de la nouvelle perturbation, et d'autre part au temps nécessaire au suiveur de franges pour calculer et appliquer la correction appropriée. Dans ces simulations, j'ai supposé la réponse des actionneurs instantanée. J'approxime ainsi ce retard à deux trames, multiple du temps de pose pour simplifier l'implémentation des simulations. La figure 4.1 présente un schéma explicatif du séquençement adopté pour ces simulations.



**Figure 4.1** – Discrétisation temporelle adoptée pour nos simulations : à l'itération  $(n - 1)$  une image  $I$  est calculée, représentative de la perturbation intégrée entre l'itération  $(n - 2)$  et  $(n - 1)$ , donc à une moyenne en  $n - 1,5$ . Les différences de marche  $\hat{\delta}$  et les corrections  $U$  correspondantes sont calculées à partir de cette image entre les itérations  $n - 1$  et  $n$ , et envoyée à l'itération suivante  $n$ , et appliquée entre  $n$  et  $n + 1$ , soit  $n + 0,5$  en moyenne. Il y a donc deux trames de retard entre la perturbation estimée et la commande appliquée.

Je calcule la luminosité  $L$  de l'étoile de référence à partir de sa magnitude  $K$  par la relation suivant :

$$L = L_0 10^{-K/2,5}, \quad (4.1)$$

avec une luminosité à magnitude nulle  $L_0 = 670 \text{ Jy}$  à  $2,2 \mu\text{m}$  selon [Campins et al. \(1985\)](#). Dans cette analyse, j'ai simulé des étoiles de magnitude allant de 6 à 12. Le flux  $F_{\text{max}}$  à l'entrée de chaque fibre est calculé à partir du nombre de photons collectés par un télescope de diamètre  $D$ , pendant un temps d'intégration  $T = 1/f$ , avec une transmission totale de l'instrument  $\eta_{\text{inst}}$ , et une résolution spectrale  $R$  sur l'ensemble de la bande K :

$$F_{\text{max}} = \eta_{\text{inst}} \frac{\pi D^2}{4R} LT. \quad (4.2)$$

Afin d'optimiser les performances du suiveur de franges en fonction de la luminosité de l'étoile de référence, j'ai réalisé ces simulations sur une plage de fréquence de boucle  $f$  variant de 100 Hz à 1 kHz. La valeur transmission instrumentale  $\eta_{\text{inst}}$  utilisée (voir tableau 4.1) tient compte de la transmission de l'atmosphère, du VLTI, du recombineur,

de l'efficacité quantique du détecteur, du rapport de Strehl après correction par les systèmes d'optique adaptative.

Je simule le filtrage par les fibres monomodes en fonction du tip-tilt résiduel instantané  $\theta$  (voir chapitre 2, partie 2.3.3) par un taux de couplage :

$$\eta_{\text{fibre}}(\theta) = \eta_0 \exp\left(-2\left(\frac{f_c \theta}{\omega_{\text{fibre}}}\right)^2\right). \quad (4.3)$$

Le couplage optimal d'une onde plane dans une fibre de mode gaussien  $\omega_{\text{fibre}}$  est obtenu pour un système d'injection de focale  $f_c$  telle que :

$$\omega_{\text{fibre}} = 0,714 \frac{\lambda_0 f_c}{D}, \quad (4.4)$$

donnant alors un taux de couplage maximal  $\eta_0 = 81\%$  (Wallner et al. 2002). On obtient ainsi le flux incohérent de chaque ouverture par :

$$F_{\text{coh}} = \eta_{\text{fibre}}(\theta) F_{\text{max}}. \quad (4.5)$$

Les images sont calculées sur le même schéma de recombinaison de type ABCD que pour GRAVITY (Lacour et al. 2008 ; Jocou et al. 2010) : les franges formées par chaque paire de télescopes sont échantillonnées spatialement sur quatre pixels en quadrature de phase à chaque itération (voir figure 3.4). Ce type de combinaison est en effet optimal selon Blind et al. (2011), comparé aux schémas utilisant une modulation temporelle pour mesurer les franges, qui sont plus sensibles au piston atmosphérique. Il permet d'estimer le flux total, la phase et le contraste des franges sur chaque base à chaque image (Shao & Staelin 1977). Dans la pratique les voies en opposition de phase (A-C et B-D) sont parfaitement déphasées de  $\pi$  par simple conservation de l'énergie dans les guides d'onde du composant en optique intégrée. Par contre, la modulation de  $\pi/2$ , introduite dans une voie des guides par modification locale très précise de l'indice du guide, est en général imparfaite et légèrement chromatique (Benisty et al. 2009). J'ai donc pris soin d'inclure ces imperfections dans les simulations. Le tableau 4.3 présente les valeurs de déphasage de  $\sim \pi/2$  que j'ai utilisées dans les simulations. Elles sont basées sur des mesures réelles de déphasage des composants qui seront utilisés dans GRAVITY, fournies par Laurent Jocou.

Enfin, ces 24 intensités (6 bases  $\times$  4 pixels en quadrature de phase) sont calculées sur cinq canaux spectraux pour permettre l'estimation du retard de groupe des franges, en supposant le spectre de la source et de l'instrument uniforme. À ces images j'ajoute finalement du bruit issu de deux différentes sources :

- du bruit de photon, amplifié d'un facteur 1,5 à cause de l'excès de bruit généré par le détecteur (photo-diode à avalanche) ;
- du bruit de lecture du détecteur de  $4 e^- \text{ rms}^1$ , amplifié d'un facteur  $\sqrt{2}$  car les sorties du recombineur du suiveur de franges de GRAVITY sont imagées sur deux pixels.

### Algorithmes utilisés et conditions simulées

À chaque itération de la boucle, j'estime les différences de marche sur chacune des six bases avec le senseur de phase décrit dans le chapitre 3, en utilisant l'algorithme de produit spectral croisé pour le calcul du retard de groupe.

---

1. L'efficacité quantique simulée du détecteur est 100 %

Base	1-2	1-3	1-4	2-3	2-4	3-4
Déphasage moyen ( $^{\circ}$ )	92	94	95	103	107	79
Variation sur le spectre ( $^{\circ}$ )	2	15	15	7	9	11

**Tableau 4.3** – Déphasage simulé entre les voies A et B pour chacune des bases à la longueur d’onde moyenne  $\lambda_0$ , et variation sur l’ensemble de la bande spectrale, représentatifs des déphasages mesurés pour les recombineurs de GRAVITY (transmis par Laurent Jocou).

J’utilise les deux types de contrôleurs décrits dans le chapitre 3 dans ces simulations, afin de pouvoir comparer leurs performances respectives :

- le contrôleur intégral pondéré, dans ses deux versions calculant les commandes dans l’espace des différences de marche et dans l’espace des pistons ;
- le contrôleur Kalman pondéré, utilisant un modèle de perturbations calculé à partir d’une courte séquence de suivi de franges, cette séquence étant simulée au préalable avec l’intégrateur pondéré dans sa version calculant les commandes dans l’espace des pistons.

Des séquences en boucle pseudo-ouverte de différentes longueurs  $N_m$  sont utilisées afin d’analyser l’influence de ce paramètre sur l’efficacité du contrôleur Kalman (voir. tableau 4.2). J’ai optimisé les gains du contrôleur intégral sur une grille de valeurs au préalable, par de courtes simulations, et les ai fixés à  $K_P = 0,4$  et  $K_G = 0,18$ .

Pour chaque magnitude de l’étoile de référence simulée, j’ai mis la robustesse et l’efficacité de ces contrôleurs à l’épreuve en simulant différentes conditions d’observation (résumées dans le tableau 4.2) :

- deux niveaux de tip-tilt résiduel : le niveau médian de 15 mas rms tel qu’attendu grâce au système de guidage interne de GRAVITY, et un niveau plus élevé de 20 mas rms en cas de fortes perturbations moins bien compensées par les optiques adaptatives des télescopes ;
- deux niveaux de piston atmosphérique : un niveau de 10  $\mu\text{m}$  rms sur les différences de marche, correspondant à un seeing de  $1''^2$ , et un niveau de 15  $\mu\text{m}$  correspondant à de fortes perturbations avec un seeing de  $1,7''$  ;
- trois niveaux de vibrations : le niveau actuellement mesuré sur chacun des UTs au VLTI (cf. tableau 2.2), allant de 240 à 380 nm rms en différence de marche selon la base considérée, un niveau total de 150 nm rms sur chaque base tel qu’espéré lors de l’utilisation de GRAVITY (et servant de spécification au suiveur de franges), et un niveau de vibrations nul afin de faire des comparaisons à cette situation idéale.

### Méthode adoptée

Les simulations en boucle fermée de suivi de franges avec ces différents contrôleurs et dans les conditions décrites ci-dessus sont réalisées sur des séquences de  $N = 30\,000$  points. Chaque simulation dans cet espace de paramètres a été réalisée dix fois, avec à chaque fois de nouvelles séquences aléatoires de perturbations. Ainsi, pour chaque condition d’observation simulée, j’obtiens une estimation de la performance de chaque contrôleur sur 60 observables (6 bases  $\times$  10 simulations).

Pour réduire les erreurs statistiques dues au tirage aléatoire simulant les perturbations, les résultats présentés dans la suite résultent de la médiane sur ces 60 mesures de l’écart-type des résidus de différence de marche. L’incertitude statistique sur les écarts-types

2. Le seeing médian à Paranal est de  $0,8''$ , [Gitton \(2010\)](#).

présentés est ainsi réduite à 9 nm au maximum. Les écarts-types sont calculés sur les 29 000 derniers points de chaque séquence, éludant ainsi les 1 000 premiers points pendant lesquels le contrôle des franges peut ne pas être encore stabilisé.

Enfin, chaque simulation est réalisée pour 10 fréquences d'échantillonnage comprises entre 100 Hz et 1 kHz. Pour chaque magnitude  $K$  simulée, je ne présente le résultat qu'à la fréquence de boucle optimale, conduisant à la valeur de l'écart-type des résidus la plus faible, et qui correspond au meilleur compromis entre le niveau de bruit sur l'image et la bande passante de la boucle d'asservissement.

Note : Dans le reste de cette partie décrivant le résultat de ces simulations, je parlerai pour simplifier de « différence de marche résiduelle » ou de « résidus de différence de marche ». Ces termes feront systématiquement référence à la valeur minimale de la médiane des 60 écart-types des résidus de différence de marche en fonction de la fréquence.

### 4.2.2 Résultats détaillés des simulations

Je présente dans la figure 4.2 le fruit de ces simulations réalisées pour un niveau de perturbation atmosphérique moyen, c'est-à-dire avec un niveau de différence de marche de 10  $\mu\text{m}$  rms, correspondant à un seeing de 1". Les fréquences optimales correspondantes sont présentées en figure 4.4. La figure 4.3 ne présente quant à elle que les performances des intégrateurs et du contrôleur Kalman dont le modèle est identifié sur 5 000 points, sur une échelle de résidus plus petite.

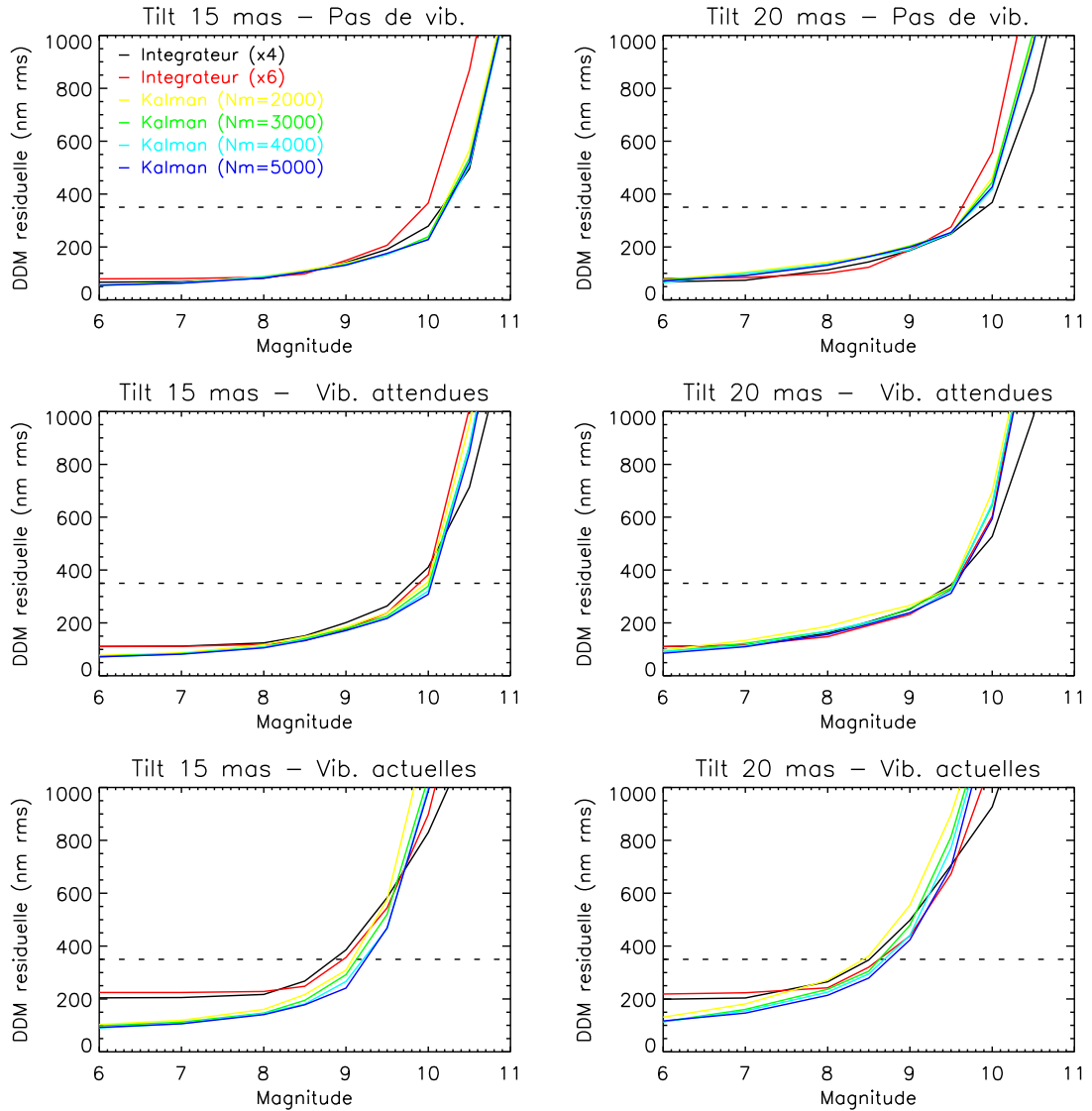
### Influence de la taille de la séquence en boucle pseudo-ouverte

Tout d'abord, on peut noter que de manière générale le contrôleur Kalman est d'autant plus efficace que la séquence en boucle pseudo-ouverte utilisée pour identifier le modèle de perturbation est grande. Cette constatation est d'autant plus vraie à fort niveau de bruit : grandes magnitudes, tip-tilt résiduel et/ou niveau de vibrations important, où l'on voit clairement le bénéfice d'un grand nombre de points pour calculer le modèle.

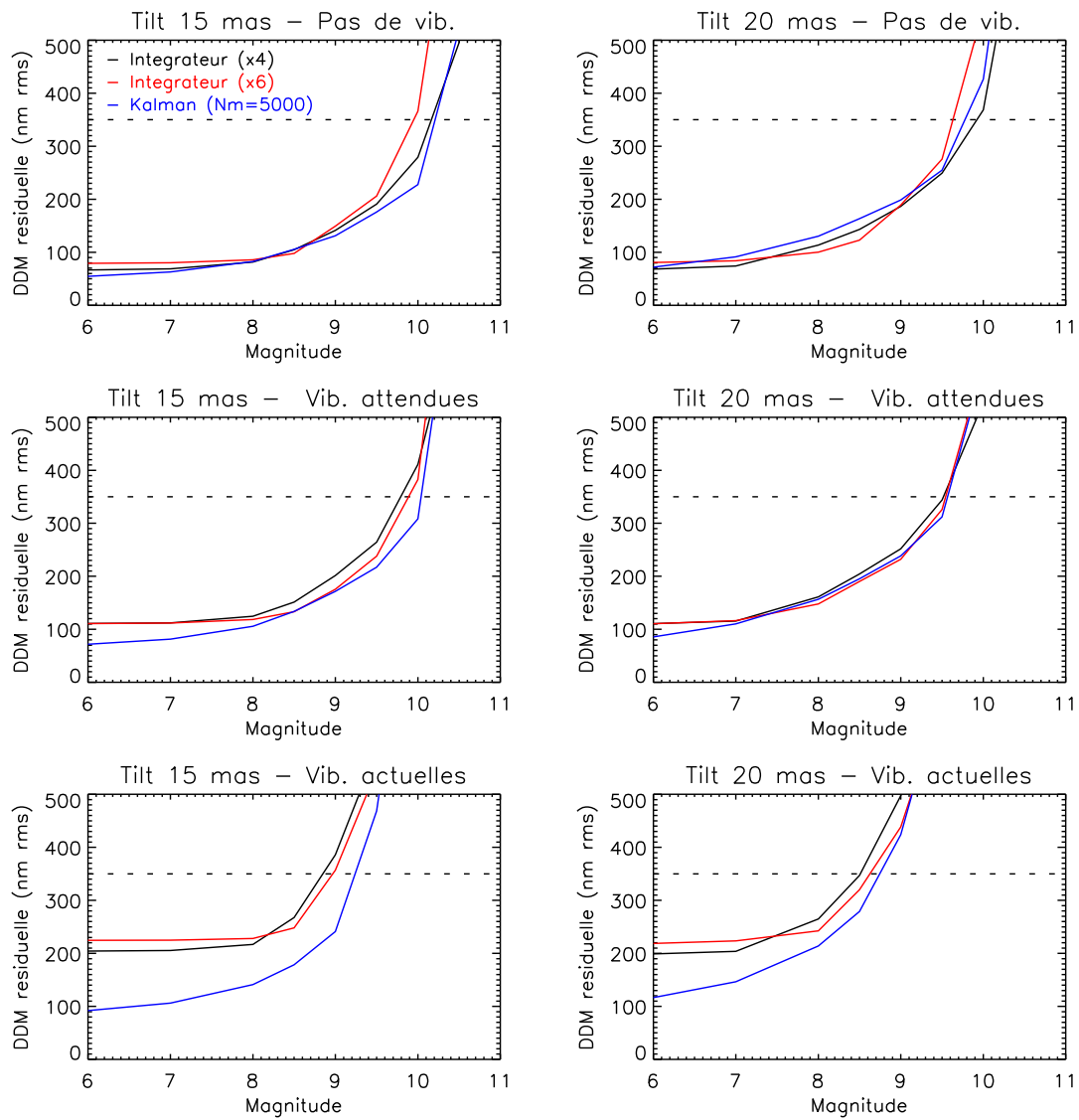
En effet, plus il y a de mesures dans la séquence en boucle pseudo-ouverte, meilleur est le rapport signal-sur-bruit du spectre de perturbations reconstruit, et meilleure est leur identification. Il est d'autant plus utile d'avoir un grand nombre de points dans le modèle pour bien identifier les composantes des perturbations aux basses fréquences, comme certaines vibrations, ou pour améliorer le modèle de la turbulence sur un large domaine spectral.

Dans l'absolu, on ne peut cependant pas augmenter indéfiniment le nombre de points utilisé pour identifier le modèle de perturbations. Il a en effet une durée de validité limitée, en particulier pour les vibrations dont les caractéristiques varient lentement (sur des échelles de quelques secondes à quelques minutes), selon la force et la direction du vent, ou l'orientation des télescopes. Ainsi, utiliser des séquences trop longues en boucle pseudo-ouverte pourrait entraîner une mauvaise identification des vibrations (par exemple identifier une vibration très amortie au lieu d'une vibration très piquée dont la fréquence dérive avec le temps).

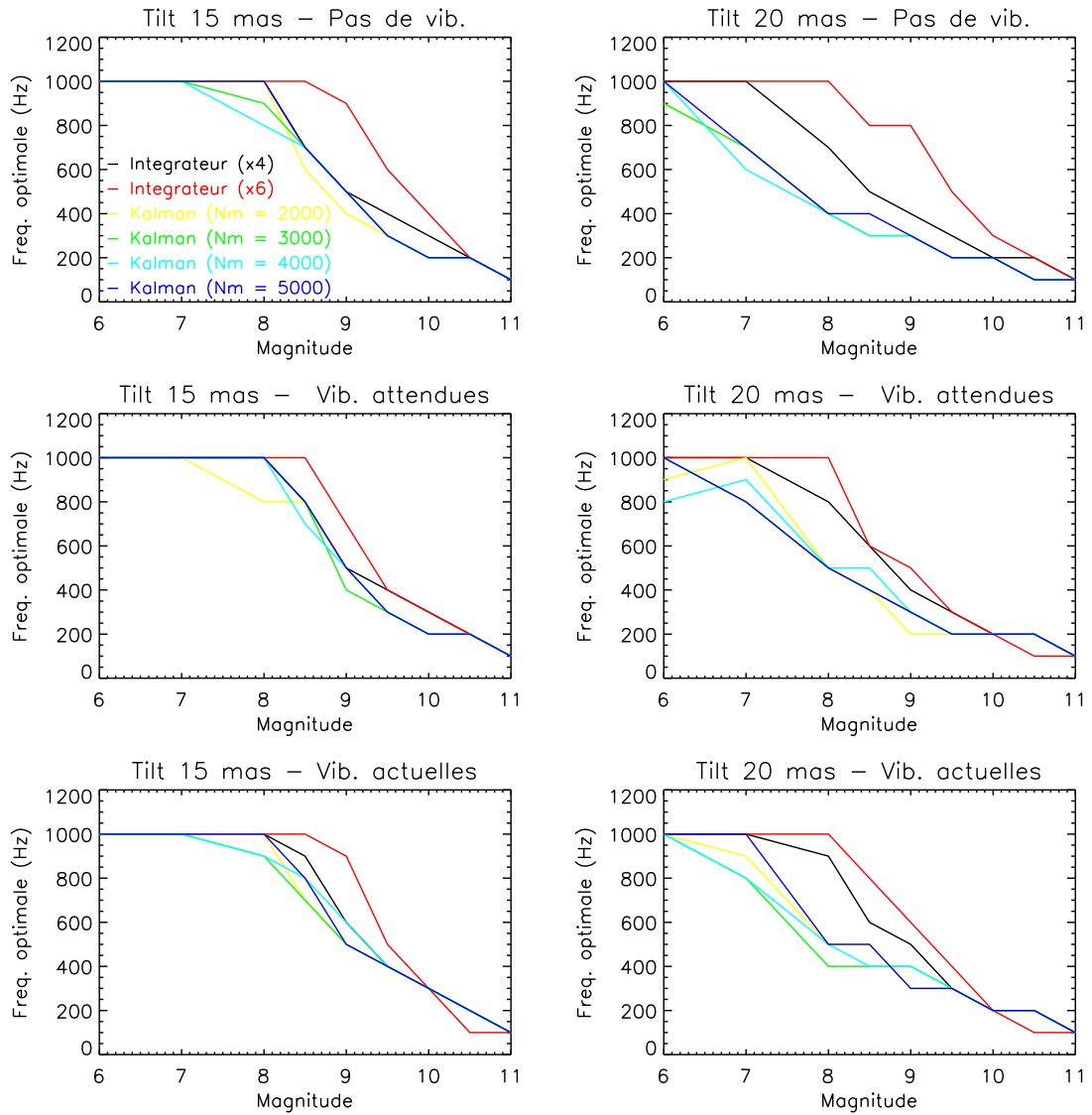
Quoi qu'il en soit, ces variations temporelles des perturbations ne sont pas prises en compte dans ces simulations. J'aurai l'occasion de reparler de l'influence de ce phénomène dans les parties 4.3 et 4.4.



**Figure 4.2** – Différences de marche résiduelles en fonction de la magnitude de l'étoile, obtenues pour chaque contrôleur, pour un niveau médian de piston atmosphérique ( $10 \mu\text{m}$  rms en différence de marche). Les simulations ont été réalisées sous deux niveaux de tip-tilt résiduel : 15 mas rms (**gauche**) et 20 mas rms (**droite**) par pupille; et trois niveaux de vibrations différents : pas de vibrations (**haut**), faible niveau de vibrations de 150 nm rms par base (**milieu**), et niveau de vibrations actuel avec les UT allant de 240 à 380 nm rms selon la base considérée (**bas**). La droite horizontale en pointillés représente un niveau résiduel de 350 nm rsm, correspondant à la spécification du suiveur de franges de GRAVITY sur une étoile de magnitude  $K = 10$ .



**Figure 4.3** – Gros plan de la figure 4.2, présentant les différences de marche résiduelles obtenues avec les intégrateurs et le contrôleur Kalman basé sur un modèle de perturbations à 5000 points.



**Figure 4.4** – Fréquence de boucle optimale en fonction de la magnitude de l'étoile obtenue pour chaque contrôleur, avec les mêmes conditions d'observation que pour les figures 4.2 et 4.3. Le palier à 1 kHz est une limite des simulations, la plage des fréquences simulées s'étendant entre 100 et 1000 Hz.



### Influence du niveau de vibration

À haut rapport signal-sur-bruit (jusqu'à  $K \sim 9$ ), on voit très clairement l'intérêt du contrôleur Kalman par rapport aux intégrateurs : tandis que les résidus de différence de marche obtenus avec les intégrateurs sont dominés aux basses magnitudes par le niveau moyen de vibrations, le contrôleur Kalman y est lui quasiment insensible, stabilise les franges à 120 nm rms maximum à magnitude  $K = 6$ , et à moins de  $\lambda/10$  jusqu'à  $K = 8,5$  (dans les conditions les plus défavorables). En l'absence de vibration, le contrôleur Kalman présente des performances très similaires aux intégrateurs, et corrige donc la turbulence atmosphérique aussi efficacement que les contrôleurs classiques.

Cet avantage du contrôleur Kalman en présence de fortes vibrations est bien entendu donné par son utilisation d'un modèle des perturbations, qui lui permet (lorsqu'elles sont correctement modélisées) de corriger de façon indépendante la turbulence atmosphérique et chacun des pics de vibration, en anticipant l'état de chacune de ces composante, tandis qu'un contrôleur intégral classique ne fait que les atténuer en fonction de leur fréquence et de sa bande passante.

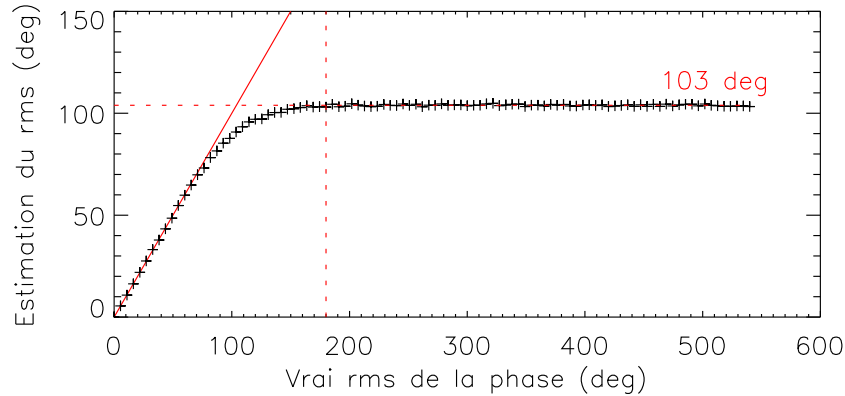
À magnitude élevée, les performances des intégrateurs et du contrôleur Kalman diminuent très rapidement. Cela est dû à la combinaison de deux causes :

- pour garder un rapport signal-sur-bruit raisonnable, la fréquence de boucle doit être diminuée pour collecter suffisamment de photons. Or réduire la fréquence a un impact direct sur la bande passante du système qui dès lors compense moins les hautes fréquences ;
- les variations de tip-tilt se traduisent par des pertes de flux régulières sur les ouvertures. Or la perte d'un télescope fait non seulement perdre l'avantage de la redondance entre les mesures de différence de marche fournie par les relations de clôture de phase, mais gaspille un tiers du flux issu des autres télescopes dans une recombinaison où le signal est de toute façon trop faible pour estimer avec précision le piston correspondant.

De plus, à bas rapport signal-sur-bruit, le contrôleur Kalman est moins robuste que les intégrateurs, même en présence de fortes vibrations. Cette inversion de tendance est due à l'utilisation d'un modèle de perturbation incorrect par le filtre Kalman. En effet, j'ai rappelé précédemment que ce modèle de perturbation est calculé à partir d'une séquence acquise au préalable en boucle fermée en utilisant un *contrôleur intégral*, qui sert de base pour reconstruire la séquence de perturbations correspondante en boucle pseudo-ouverte. Or si les franges ne sont pas stabilisées correctement lors de ces séquences préliminaires, la séquence de perturbation reconstruite n'est plus suffisamment représentative de la perturbation réelle, et par conséquent le modèle utilisé par le contrôleur Kalman n'est plus approprié.

Il est d'ailleurs intéressant de noter que l'algorithme Kalman est moins robuste que les intégrateurs dès lors que ces derniers stabilisent les franges à des résidus supérieurs à  $\sim \lambda/4$  (soit  $\sim 550$  nm). Ce niveau de stabilité correspond en effet à celui que l'on mesurerait en boucle ouverte pour une différence de marche aléatoire de distribution gaussienne, quel que soit son écart-type tant qu'il est supérieur à  $\lambda/4$ , comme l'explique la figure 4.5. Ainsi, utiliser une séquence aussi peu stabilisée pour reconstruire les perturbations en boucle pseudo-ouverte a deux conséquences : elle conduit d'une part à un modèle à faible rapport signal-sur-bruit peu représentatif des perturbations. D'autre part, l'estimation incorrecte du bruit sur les différences de marche affectera directement le calcul du gain du contrôleur

Kalman, qui ne sera dès lors plus optimal puisque basé sur une statistique gaussienne erronée.



**Figure 4.5** – Écart-type estimé de la phase d’une série aléatoire de nombres complexes suivant une distribution gaussienne de moyenne nulle, en fonction du véritable écart-type simulé. On voit que si un terme de phase n’est pas stable à moins de  $180^\circ$  rms, son écart-type est filtré à une valeur constante de  $\sim 103^\circ$  (soit  $\lambda/3,5$  en différence de marche) par la conversion en nombre complexe. Simulation réalisée sur des séries de 10 000 nombres complexes de module unitaire.

### Influence du tip-tilt résiduel

Pour des magnitudes brillantes, les deux niveaux de tip-tilt simulés ont peu d’influence sur les performances des contrôleurs. En effet, la fraction de temps à rapport signal-sur-bruit trop faible est très petite car le nombre de photons collectés par les télescopes est suffisamment important pour éviter les pertes de flux qui empêcheraient une estimation précise de la différence de marche sur les différentes bases.

À faible rapport signal-sur-bruit et à fort niveau de tip-tilt, les performances du suiveur de franges sont dégradées de façon similaire pour les intégrateurs comme pour le contrôleur Kalman. Alors qu’on s’attendrait à ce que le contrôleur Kalman soit plus robuste grâce à sa capacité de prédire l’état des perturbations par l’utilisation d’un modèle, il n’en est rien et il est tout autant affecté par les pertes de flux que les intégrateurs. Là encore, sa robustesse est limitée par l’imprécision sur l’estimation des perturbations en boucle pseudo-ouverte avec un intégrateur classique, qui n’est pas particulièrement robuste aux pertes de flux. De façon globale, l’augmentation du niveau de tip-tilt de 15 à 20 mas rms induit la perte d’une demi-magnitude en sensibilité du suiveur de franges, quel que soit le contrôleur utilisé.

### Influence de la turbulence atmosphérique

Pour estimer la performance du suiveur de franges en présence de fort piston atmosphérique et analyser la robustesse des contrôleurs, j’ai réalisé des simulations identiques, mais avec un niveau de différence de marche atmosphérique de  $15 \mu\text{m}$ . Considérant un modèle de turbulence de Von Kàrmàn avec une échelle externe de la turbulence de 100 m, cela correspond à un fort seeing de  $1,7''$  (Conan et al. 2000). La figure 4.6 présente le résultat de ces simulations avec chacun des contrôleurs en fonction de la magnitude. Les traits

pointillés rappellent les résidus calculés avec  $10\ \mu\text{m}$  de turbulence atmosphérique. Une vue détaillée de ces résultats est présentée en figure 4.7 avec seulement les deux intégrateurs et le contrôleur Kalman utilisant un modèle à 5 000 points. Les fréquences optimales déterminées par ces simulations sont présentées dans la figure 4.8.

À haut rapport signal-sur-bruit le suiveur de franges est peu sensible à cette forte turbulence : jusqu'à  $K \sim 8$ , les intégrateurs et le contrôleur Kalman ne perdent qu'environ 30 nm rms en stabilité sur les différences de marche et corrigent donc encore parfaitement la turbulence et les vibrations.

À bas rapport signal-sur-bruit, la sensibilité du suiveur de franges est globalement réduite d'une demie à une magnitude par rapport aux conditions atmosphériques médianes, quel que soit le contrôleur utilisé.

Ces tendances sont similaires pour les deux niveaux de tip-tilt et trois niveaux de vibrations simulés.

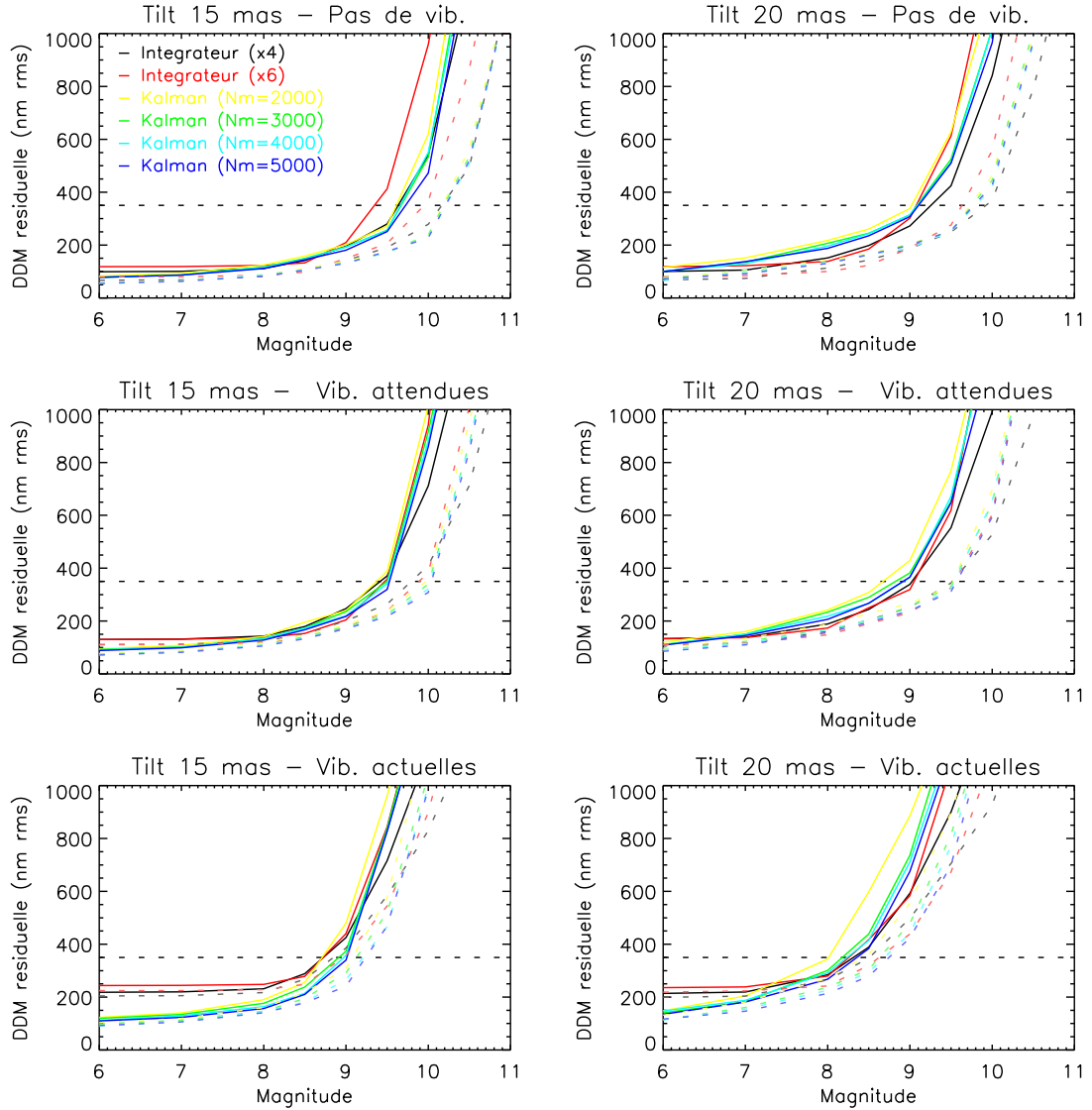
### 4.2.3 Identification du modèle sur une étoile brillante

Le résultat des simulations précédentes a montré que pour suivre les franges d'une étoile de magnitude élevée, les performances du contrôleur Kalman étaient en partie limitées par l'utilisation d'un modèle trop bruité, empêchant l'identification précise des perturbations. Une solution pour palier à cette faiblesse consiste à calculer le modèle des perturbations à partir de séquences à haut rapport signal-sur-bruit par l'observation d'une étoile brillante avec un intégrateur, avant de suivre les franges avec le contrôleur Kalman sur l'étoile faible. En effet en supposant qu'il existe une étoile de magnitude  $K = 7$  suffisamment proche de l'étoile de référence peu lumineuse, on peut négliger les erreurs d'anisoplanétisme et considérer que le flux des deux étoiles traverse les mêmes couches d'atmosphère et subissent les mêmes perturbations, tant pour la turbulence que pour les vibrations. Les perturbations reconstruites à partir d'une acquisition sur l'étoile brillante seront alors identifiées avec un rapport signal-sur-bruit plus élevé et seront susceptibles de fournir un modèle de perturbation plus exact au contrôleur Kalman.

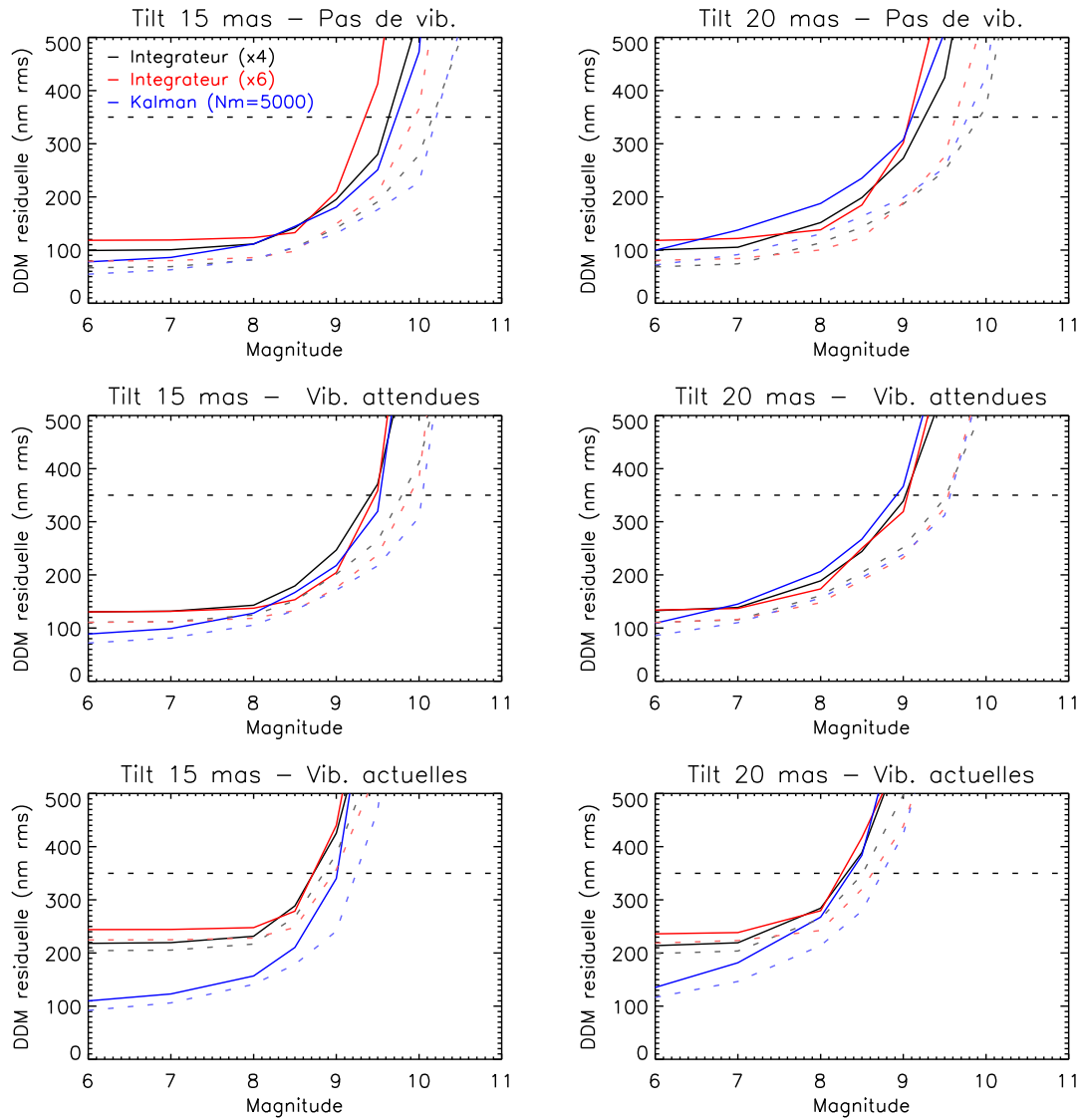
La figure 4.9 présente le résultat de simulations dans lesquelles j'ai calculé le modèle utilisé par le contrôleur Kalman, à partir d'une séquence en boucle pseudo-ouverte acquise sur une étoile de magnitude  $K = 7$ . Le gain du contrôleur Kalman reste lui calculé à partir du bruit sur les différences de marche estimé directement sur l'étoile de référence peu brillante, en asservissant les franges avec intégrateur pendant une courte séquence préliminaire. Le gain du contrôleur Kalman est ainsi optimisé pour l'étoile dont on souhaite stabiliser les franges.

On constate que l'amélioration apporté par cette technique est fortement lié au niveau de vibrations. En effet, en présence de turbulence atmosphérique seulement, il n'y a aucune amélioration dans le suivi de franges avec le contrôleur Kalman utilisant un modèle à haut rapport signal-sur-bruit (figure 4.9 première ligne). En présence d'un faible niveau de vibration, les résidus sont légèrement plus stables aux magnitudes élevées ( $K > 10$ ) par cette méthode. Par contre, avec le niveau de vibrations tel qu'actuellement au VLTI, l'identification des perturbations sur une étoile brillante améliore sensiblement les performances du contrôleur Kalman aux magnitudes élevées. Cette méthode apporte alors un gain de 250 nm rms sur la stabilité des franges pour une étoile de magnitude 10.

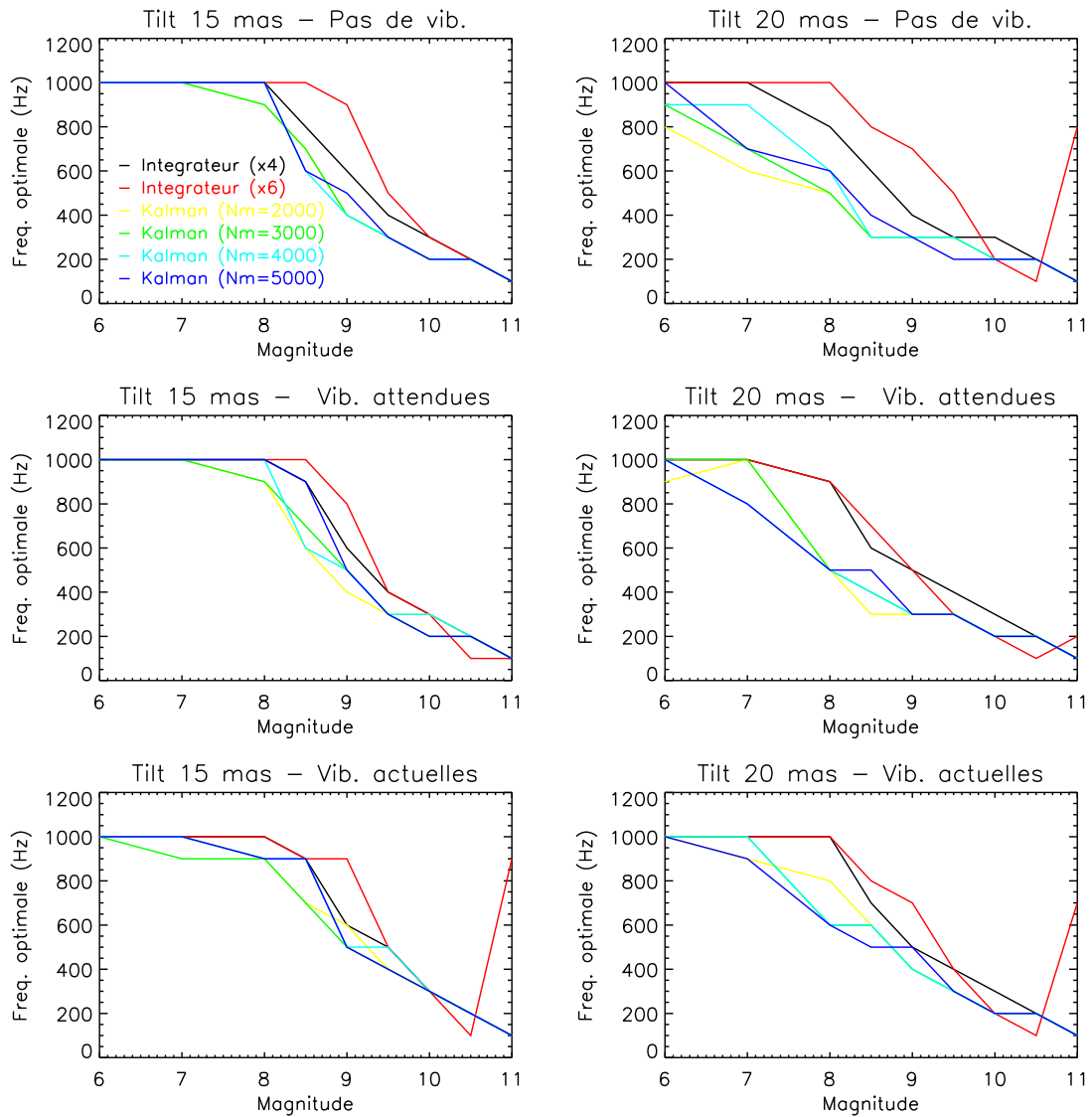
Ces résultats confirment donc le fait que les performances du contrôleur Kalman sont limitées par la précision du modèle utilisé, et en particulier pour les vibrations. En effet, la turbulence atmosphérique est une composante présente sur tout le spectre des fréquences



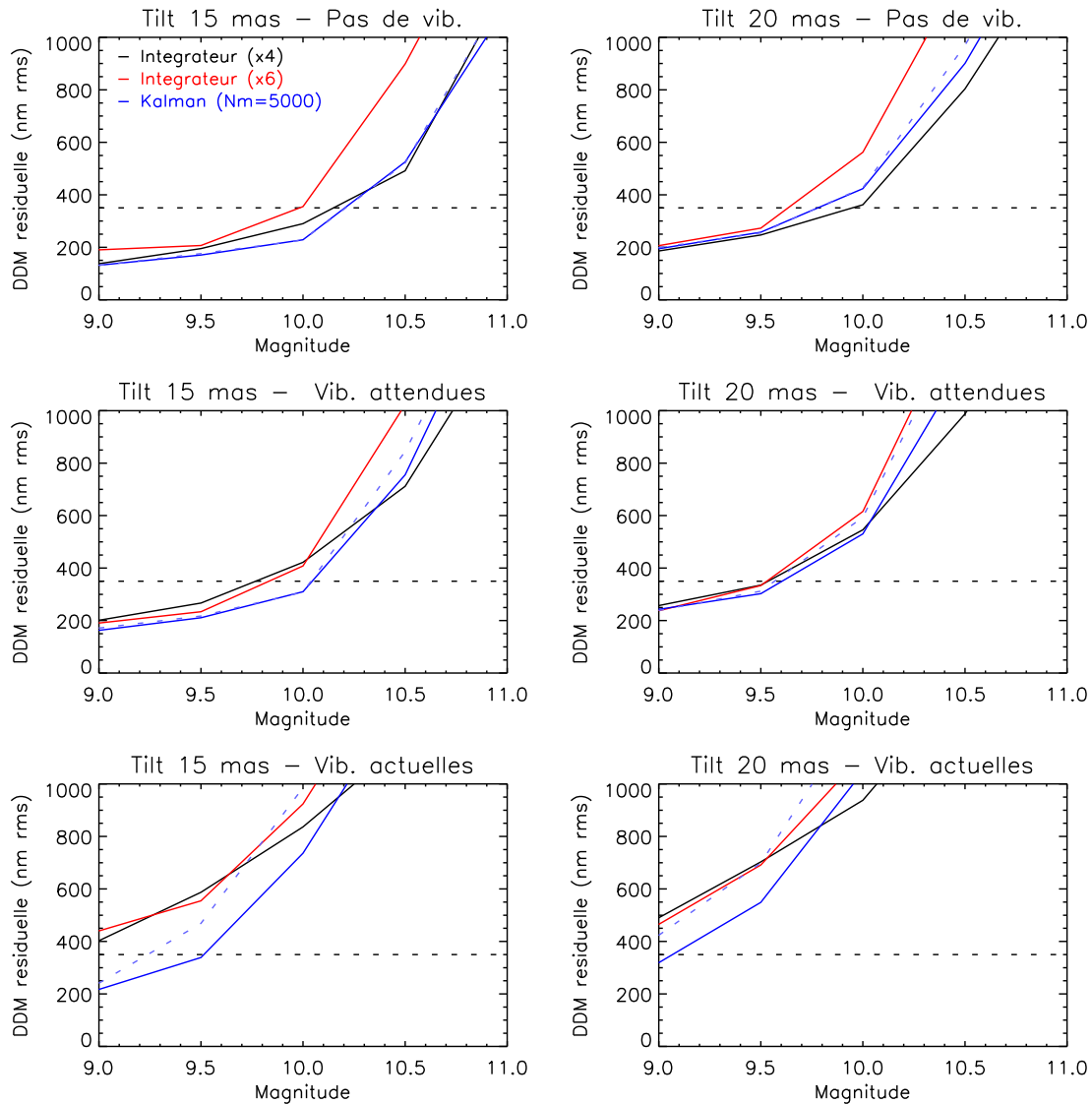
**Figure 4.6** – Différences de marche résiduelles en fonction de la magnitude de l'étoile, obtenues pour chaque contrôleur, pour un fort niveau de piston atmosphérique (15  $\mu\text{m}$  rms en différence de marche). Ces simulations ont été réalisées sous deux niveaux de tip-tilt résiduel : 15 mas rms (**gauche**) et 20 mas rms (**droite**) par pupille; et trois niveaux de vibrations différents : pas de vibrations (**haut**), faible niveau de vibrations de 150 nm rms par base (**milieu**), et niveau de vibrations actuel avec les UT allant de 240 à 380 nm rms selon la base considérée (**bas**). La droite horizontale en pointillés représente un niveau résiduel de 350 nm rsm, correspondant à la spécification du suiveur de franges de GRAVITY sur une étoile de magnitude  $K = 10$ . Les autres courbes en pointillés rappellent les différences de marche résiduelles obtenues pour 10  $\mu\text{m}$  rms de perturbation atmosphérique présentées dans la figure 4.2.



**Figure 4.7** – Gros plan de la figure 4.6, présentant les différences de marche résiduelles obtenues avec les intégrateurs et le contrôleur Kalman basé sur un modèle de perturbations à 5000 points. Les courbes en pointillés rappellent les différences de marche résiduelles obtenues pour  $10 \mu\text{m rms}$  de perturbation atmosphérique présentées à la figure 4.3.



**Figure 4.8** – Fréquence de boucle optimale en fonction de la magnitude de l'étoile, obtenue pour chaque contrôleur, pour les mêmes conditions d'observation qu'en figures 4.6 et 4.7. On peut noter la fréquence optimale très élevée de l'intégrateur dans certaines conditions pour une étoile de référence de magnitude 11, contrairement à toute attente. C'est dû au fait qu'une telle étoile de référence est bien au-delà de la limite de sensibilité du suiveur de frange dans ces conditions pour toutes les fréquences simulées : il n'y a alors pas de valeur optimale significative.



**Figure 4.9** – Différences de marche résiduelles en fonction de la magnitude de l'étoile, obtenues avec les deux intégrateurs et le contrôleur Kalman utilisant un modèle basé sur une séquence de 5000 en boucle pseudo-ouverte sur une étoile de magnitude  $K = 7$ . Résultats pour un niveau de turbulence médian, sous deux niveaux de tip-tilt résiduel : 15 mas rms (**gauche**) et 20 mas rms (**droite**) par pupille; et trois niveaux de vibrations différents : pas de vibrations (**haut**), faible niveau de vibrations de 150 nm rms par base (**milieu**), et niveau de vibrations actuel avec les UT allant de 240 à 380 nm rms selon la base considérée (**bas**). La droite horizontale en pointillés représente un niveau résiduel de 350 nm rms, correspondant à la spécification du suiveur de franges de GRAVITY sur une étoile de magnitude  $K = 10$ . La courbe en pointillés bleus rappelle les différences de marche résiduelles obtenues dans les mêmes conditions mais en identifiant les perturbations à partir du flux de l'étoile elle-même (voir figure 4.2).

temporelles, et est donc plus facilement identifiable que les vibrations localisées dans une bande étroite autour d'une fréquence. En outre, plus les vibrations sont fortes, plus elles sont facilement identifiables dans le spectre des perturbations reconstruites à partir d'une séquence à haut rapport signal-sur-bruit, et donc mieux corrigées.

#### 4.2.4 Analyse des fréquences d'échantillonnage optimales

Ces simulations m'ont également permis de déterminer la fréquence d'échantillonnage optimale pour une magnitude et des conditions d'observation données. Ces fréquences optimales résultent du compromis entre la bande passante du contrôleur et la précision de l'estimation des différences de marche :

- la bande passante, qui est de l'ordre d'un dixième de la fréquence d'échantillonnage, doit être la plus grande possible pour permettre de corriger efficacement les vibrations et les composantes du piston atmosphérique à haute fréquence ;
- plus la fréquence d'échantillonnage est faible, plus le temps de pose est élevé, et meilleur est le rapport signal-sur-bruit sur l'estimation des différences de marche, qui détermine également l'efficacité de la correction.

On constate que la fréquence optimale ne dépend que marginalement du niveau de vibration. En effet, étant donné que le spectre des vibrations est identique pour toutes les simulations (mise à part le niveau total de vibration), une modification de la bande passante du contrôleur n'apportera pas un gain significatif par rapport à la perte de précision sur l'estimation des différences de marche.

Par contre la fréquence optimale varie clairement avec le niveau de tip-tilt : plus celui-ci est important, plus les pertes de flux sont fréquentes et importantes. Une diminution de la fréquence d'échantillonnage permet alors de collecter plus de flux et de compenser la perte de précision induite par ces fluctuations.

Enfin, on constate que de manière générale, la fréquence optimale d'un contrôleur Kalman est plus basse que celle d'un intégrateur. Cela signifie soit que le contrôleur Kalman a besoin d'une meilleure précision sur l'estimation des différences de marche pour être efficace, soit qu'il n'a pas besoin d'augmenter significativement sa bande passante pour corriger efficacement les perturbations. Un compromis entre ces deux explications semble le plus probable. D'une part, étant donné que le gain du contrôleur dépend du niveau de bruit sur l'estimation des différences de marche, si la précision sur cette estimation est bonne, l'efficacité du contrôleur en sera d'autant meilleure. D'autre part, par sa capacité prédictive, le contrôleur Kalman a une meilleure bande passante qu'un contrôleur intégral qui a intérêt à utiliser une fréquence élevée pour corriger les vibrations.

Pour conclure, on voit également que la fréquence maximale de 1 kHz utilisée pour ces simulations est atteinte pour des magnitudes plus brillantes que  $K \simeq 8$  dans le cas d'un niveau de tip-tilt de 15 mas rms. Une fréquence d'échantillonnage plus élevée (potentiellement jusqu'à 2 kHz) permettrait certainement d'améliorer encore les performances du contrôleur. Cependant, une telle cadence n'est possible que si les calculateurs temps-réel utilisés sont suffisamment rapides pour cela, ce qui n'est *a priori* pas le cas de ceux du suiveur de franges de GRAVITY. Les tests réalisés par les ingénieurs système de l'équipe GRAVITY au LESIA ont en effet montré que la fréquence maximale des calculateurs temps réels du suiveur de franges est de l'ordre de 1 kHz avec les algorithmes utilisés.



### 4.2.5 Discussion sur ces simulations

#### L'efficacité du contrôleur Kalman

De manière générale, ces simulations me permettent de confirmer le fait que le contrôleur Kalman est adapté à corriger les perturbations de différence de marche rencontrées par un suiveur de franges, et qu'il est particulièrement efficace pour corriger des vibrations instrumentales, contrairement aux intégrateurs classiques.

En effet, à haut rapport signal-sur-bruit, il est quasiment insensible au niveau de perturbation, quelle que soit l'importance des vibrations, et permet de stabiliser les franges à des résidus plus faibles qu'un intégrateur. Cependant, pour des magnitudes élevées, la tendance s'inverse car l'efficacité du contrôleur Kalman est limitée par la précision du modèle de perturbation sur lequel il est basé : dès lors que les différences de marche mesurées au préalable avec un intégrateur ne sont pas stabilisées à moins de  $\lambda/4$ , les vibrations n'y sont pas précisément identifiées. De même, la capacité de prédiction du contrôleur Kalman, qui pourrait être un avantage en présence de pertes de flux régulières, est fortement inhibée par les imprécisions du modèle, qui l'empêchent de calculer des commandes appropriées dans ces conditions.

J'ai cependant montré que ce phénomène peut être en partie limité en calculant le modèle à partir de mesures sur une étoile plus brillante. Cette méthode permet en effet de reconstruire les perturbations à partir de résidus plus stables et donc moins bruités. Le modèle qui en découle est alors plus en accord avec les vraies perturbations, notamment pour les vibrations. Les performances relatives du contrôleur Kalman sont alors d'autant meilleures que les vibrations sont fortes, en comparaison avec les intégrateurs.

#### Performances par rapport aux spécifications de GRAVITY

J'ai déjà évoqué dans le chapitre 1 que GRAVITY était entièrement dimensionné pour l'observation de l'environnement du trou noir super-massif au centre de notre Galaxie, et que l'étoile la plus brillante à moins de  $2''$  de cette cible était IRS 16C, seule étoile susceptible de servir de référence au suiveur de franges de GRAVITY pour étudier le centre galactique. Cette étoile de magnitude  $K = 9,7$  sert donc de base aux spécifications du suiveur de franges, à savoir :

« Pour des conditions médianes de turbulence sur le site du VLTI, en considérant un tip-tilt résiduel des faisceaux de 15 mas rms à l'entrée du recombinateur, le suiveur de franges de GRAVITY doit être capable, par l'observation d'une étoile de magnitude  $K = 10$  avec les UTs, de stabiliser les franges

1. à moins de 300 nm rms, sans tenir compte des vibrations instrumentales, en supposant qu'elles s'ajouteront aux résidus de façon incohérente (objectif : 200 nm rms) ;
2. à moins de 350 nm rms, supposant que les vibrations au VLTI seront réduites à un niveau de 150 nm rms en différence de marche quand GRAVITY sera opérationnel (objectif : 250 nm rms). »

Les simulations que j'ai présentées dans cette partie ont été réalisées de façon à être aussi fidèles que possible aux conditions réelles d'observation que rencontrera le suiveur de franges de GRAVITY. Les conditions de ces deux spécifications correspondent aux résultats présentés respectivement en haut à gauche et au milieu à gauche des figures 4.2 et 4.3. Les performances simulées pour une étoile de magnitude 10 sont regroupées dans le tableau 4.4.

Par ces simulations, je démontre donc que le contrôleur Kalman permet d’atteindre les deux spécifications du suiveur de franges de GRAVITY, lui donnant une marge de près de 70 nm rms et 40 nm rms sur les deux limites spécifiées. L’intégrateur avec contrôle sur les pistons limite également les résidus à moins de 300 nm rms en l’absence de vibrations, mais les deux intégrateurs échouent à stabiliser les franges au niveau demandé par la spécification en présence de faibles vibrations. Le contrôleur Kalman est donc d’un intérêt crucial pour permettre l’observation du centre galactique avec GRAVITY.

Cependant, je montre également que les résultats obtenus pour les conditions spécifiées sont à la limite des performances du contrôleur Kalman. Elles dépendent principalement de la réduction du niveau de vibrations actuel des UTs, sans quoi les franges ne pourront pas être stabilisées à moins de 830 nm rms à magnitude 10, et ne seront stabilisées à 350 nm rms qu’aux magnitudes inférieures à 9. De même une moins bonne stabilisation du tip-tilt ou une atmosphère plus turbulente diminuent systématiquement la sensibilité du suiveur de franges.

Contrôleur	DDM résiduelle (nm rms)		
	Sans vibr.	Vibr. spécifiées	Vibr. actuelles
Intégrateur ( $\times 4$ )	279	411	830
Intégrateur ( $\times 6$ )	366	383	898
Kalman ( $N_m = 5\,000$ )	<b>228</b>	<b>308</b>	986
Spécification	300	350	-
Objectif	200	250	-

**Tableau 4.4** – Performances simulées du suiveur de franges pour une étoile de magnitude  $K = 10$ , avec 15 mas rms de tip-tilt résiduel des faisceaux, et 10  $\mu\text{m}$  rms de turbulence atmosphérique, pour différents contrôleurs.

Enfin, ces résultats ont été obtenus en simulant une réponse instantanée des actionneurs de piston, tandis que la bande passante à 3 dB de ceux utilisés par GRAVITY est de 220 Hz. Ce paramètre aura relativement peu d’impact pour suivre les franges à magnitude 10 tel qu’attendu par les spécifications puisqu’une fréquence de boucle de 300 Hz au maximum est nécessaire pour collecter suffisamment de flux pour estimer les différences de marche avec précision. Par contre cette bande passante limitée atténuera les performances du suiveur de franges pour l’observation d’étoiles plus lumineuses, pour lesquelles une cadence plus élevée est en théorie optimale et permet d’augmenter la bande passante du contrôleur. On peut déjà estimer que les performances du suiveur de franges seront affectées pour des fréquences de boucle supérieures à  $\sim 500$  Hz, soit pour des magnitudes inférieures à 8–9 selon les conditions d’observation. De plus, aux basses magnitudes, il faudra également tenir compte de la réponse des actionneurs lors du calcul du modèle de perturbations : on a déjà eu un aperçu dans les précédentes simulations de l’effet d’un modèle ne se rapportant pas correctement aux véritables perturbations. Il sera donc important de déconvoluer la réponse des actionneurs avant l’identification des perturbations à partir des séquences en boucle pseudo-ouverte, pour ne pas sous-évaluer l’énergie des vibrations ou biaiser le modèle de la turbulence. Enfin, pour optimiser le calcul des commandes aux actionneurs dans le cas d’une fréquence de boucle élevée, il faudrait idéalement que la réponse des actionneurs soit prise en compte par le contrôleur Kalman lui-même, tel que décrit par [Correia et al. \(2008\)](#) dans le cadre des systèmes d’optique adaptative.

### 4.3 Comparaison du contrôleur Kalman et du VTK

J'ai montré dans la partie précédente que le contrôleur Kalman était particulièrement efficace pour corriger les vibrations instrumentales. Il existe cependant déjà au VLTI un algorithme dédié à leur compensation en temps réel, l'algorithme VTK – *Vibration Tracking*. Dans cette partie, je vais présenter le résultat de simulations dont le but est de comparer les performances des deux algorithmes.

#### 4.3.1 Présentation de l'algorithme VTK

Le VTK est un algorithme issu de la famille des contrôleurs actifs de vibrations, qui ont été largement étudiés lors des deux dernières décennies pour diverses applications dans l'industrie (Sievers & von Flotow 1992 ; Fuller & von Flotow 1995). Depuis la découverte que les vibrations des télescopes au VLT sont un problème majeur pour exploiter au mieux la résolution offerte par les UTs, cet algorithme a été successivement adapté au contrôle de vibrations longitudinales pour le suivi de franges au VLTI avec FINITO (Di Lieto et al. 2008), et au contrôle de vibrations en tip-tilt pour le système d'optique adaptative de l'instrument de deuxième génération du VLT MUSE (Muradore et al. 2012). Cependant, bien que le VTK soit implémenté au VLTI et qu'il puisse être utilisé avec les deux suiveurs de franges actuellement opérationnels, il n'est utilisé avec FINITO qu'occasionnellement sur demande de l'utilisateur, et n'a encore pas eu l'opportunité d'être utilisé avec le suiveur de franges de PRIMA.

Cet algorithme permet de corriger un jeu de vibrations dont on connaît grossièrement les fréquences propres au préalable à 1 Hz près, et fonctionne en parallèle à un intégrateur classique qui sert à compenser la turbulence atmosphérique à large bande. Pour chaque vibration ciblée, il génère une commande basée sur deux sinusoides en quadrature de phase à la fréquence de la vibration, et décalées d'une phase qui dépend à la fois du retard pur du contrôleur et du résidu de vibration mesuré. De plus, il utilise une boucle à verrouillage de phase pour mettre à jour la fréquence de la vibration à chaque itération, permettant ainsi de s'adapter à des variations temporelles des harmoniques (Wu & Bodson 2003). Enfin, lorsqu'une perte de flux est détectée, le signal généré est atténué progressivement jusqu'à ce que le rapport signal-sur-bruit soit suffisamment élevé pour permettre d'estimer à nouveau avec précision les résidus de différence de marche.

On peut déjà énumérer plusieurs différences d'architecture entre le contrôleur Kalman et l'algorithme VTK :

- le VTK ne peut apporter de correction que sur de fines bandes spectrales autour de fréquences prédéfinies. Il ne peut donc corriger que des vibrations et nécessite obligatoirement de fonctionner en parallèle avec un contrôleur bande large classique pour compenser la turbulence atmosphérique, tandis que le contrôleur Kalman peut traiter des perturbations sur des bandes larges comme sur des bandes étroites (vibrations et turbulence) dans la mesure où elles sont correctement modélisées ;
- le contrôleur Kalman pondère la correction de chaque perturbation de façon statistiquement optimisée selon leur énergie et le bruit de mesure du système grâce à son vecteur de gain, tandis que le VTK calcule ses corrections directement sans tenir compte du rapport signal-sur-bruit sur les résidus de différence de marche ;
- le VTK peut adapter ses corrections à des variations temporelles des paramètres des vibrations (changement de fréquence ou d'amplitude), tandis que les corrections du contrôleur Kalman sont figées sur un modèle fréquentiel fixe, « photographie »

des paramètres du modèle autorégressif d'ordre deux des perturbations sur une dizaine de secondes.

Les deux algorithmes ont aussi une similitude : tout deux ont besoin d'un *a priori* sur les perturbations qu'ils corrigent, par l'acquisition d'une séquence en boucle pseudo-ouverte pour le contrôleur Kalman, et en fixant manuellement le nombre de vibrations à corriger et leur fréquence à 1 Hz près pour le VTK (ce qui pourrait être automatisé par une acquisition en boucle pseudo-ouverte comme pour le contrôleur Kalman).

### 4.3.2 Description des simulations

Pour pouvoir comparer les deux algorithmes, j'ai donc adapté l'algorithme VTK en langage IDL, dans sa configuration actuellement utilisée au VLTI, avec l'aide et les conseils avisés de Nicola di Lieto et de Lorezo Pettazzi.

#### Simulation des images

La plupart des paramètres que j'ai utilisés dans ces simulations sont les mêmes que ceux décrits dans la partie précédente. Je ne vais donc présenter ici que les différences.

Seuls deux faisceaux recombinaison sur une base ont été simulés. En effet, bien que FINITO (pour lequel le VTK est utilisé) permette de suivre les franges de trois télescopes, les différences de marche ne sont stabilisées que sur deux bases sur trois, en n'envoyant de commandes qu'à deux lignes à retard, et sans utiliser la relation de clôture de phase entre les trois télescopes pour améliorer le contrôle. Ainsi, les deux bases sont stabilisées aveuglement l'une de l'autre, comme si l'on utilisait indépendamment deux paires de télescopes et non un triplet. J'ai donc simulé la même architecture, en isolant seulement une base de ce schéma. Ainsi, tout le flux incohérent de chaque télescope est utilisé pour cette recombinaison (au lieu d'être divisé en trois dans le cas de GRAVITY pour être recombinaison en trois bases).

Les franges sont échantillonnées sur quatre pixels en quadrature de phase, de la même façon qu'en partie 4.2, en utilisant les déphasages imparfaits de la base 1-2 (voir tableau 4.3). Du bruit de photons amplifié d'un facteur  $F_{APD} = 1,5$  et du bruit de lecture de  $4\sqrt{2}$  e<sup>-</sup> rms sont ajoutés à chaque image. Les simulations sont également réalisées dans la bande K à 2,2 μm. Cependant, pour simplifier la comparaison, les images sont calculées sur l'ensemble de la bande K, sans dispersion spectrale. Aucune estimation du retard de groupe n'est donc calculée, et les brusques sauts de franges risquent donc de ne pas être détectés. Cependant, on verra par la suite que cette architecture simplifiée permet malgré tout de comparer les algorithmes Kalman et VTK de plusieurs points de vue.

Enfin, je simule une fréquence de boucle de 2 kHz afin d'utiliser un cadencement du même ordre que celui utilisé au VLTI par l'algorithme VTK. La réponse des actionneurs est supposée instantanée et seul un pur retard de deux trames est simulé entre l'intégration des perturbations et l'application de la correction correspondante.

On peut déjà noter qu'en terme de flux, ces simulations dans une configuration simplifiée sont relativement comparables à celles réalisées dans la partie précédente : tandis que la fréquence de boucle élevée fait perdre un facteur 6,7 sur le nombre de photons collectés par rapport à une fréquence de 300 Hz (fréquence typique pour suivre les franges d'une étoile de magnitude 10 avec GRAVITY), l'utilisation de tout le flux d'un télescope sur une seule base augmente le flux incohérent d'un facteur 3, et l'utilisation de toute la bande spectrale sur un seul pixel diminue le bruit d'un facteur  $\sqrt{5}$  au minimum (cas à faible rapport signal-sur-bruit où le bruit de lecture domine). Ces simulations sont donc

comparables en terme de sensibilité. En terme de performances, ces simulations à 2 kHz devraient conduire à des résultats plus optimistes, car la bande passante du contrôleur est alors plus élevée.

### Algorithmes de suivi de franges

J'estime la phase des franges et le rapport signal-sur-bruit sur la visibilité par l'algorithme utilisé par le suiveur de franges de PRIMA et détaillé dans [Sahlmann et al. \(2009\)](#). Dans cette configuration à seulement une base, le rapport signal-sur-bruit est simplement utilisé pour définir l'état du système : poursuite des franges, commandes figées, ou recherche de franges, où les transitions entre chaque état sont décrites par [Sahlmann et al. \(2009\)](#) et [Le Bouquin et al. \(2008\)](#).

Je compare trois contrôleurs dans ces simulations : un simple contrôleur proportionnel-intégral (PI), ce même contrôleur PI combiné à l'algorithme VTK, et le contrôleur Kalman.

Les gains  $K_P$  et  $K_I$  du contrôleur PI simulés ici sont les mêmes que ceux utilisés avec FINITO au VLTI. La commande en position  $U$  appliquée à l'actionneur à l'itération  $n$  est calculée en fonction de l'estimation de la phase résiduelle dépliée  $\bar{\phi}$  par :

$$U_n = K_I \frac{\lambda_0}{2\pi} \bar{\phi}_n + K_P \frac{\lambda_0}{2\pi} \bar{\phi}_{n-1} + U_{n-1}, \quad (4.6)$$

avec  $K_P = 0,063$  et  $K_I = 0,007$ . La phase  $\phi$  est dépliée d'éventuels sauts de  $2\pi$  en la supposant continue et variant de moins de  $\pi$  entre deux estimations :

$$\bar{\phi}_n = \begin{cases} \phi_n + 2\pi & \text{si } \phi_n - \bar{\phi}_{n-1} < -\pi \\ \phi_n - 2\pi & \text{si } \phi_n - \bar{\phi}_{n-1} > \pi \\ \phi_n & \text{sinon} \end{cases} . \quad (4.7)$$

Lorsque l'algorithme VTK est utilisé, j'ajoute à cette commande des termes correctifs spécifiques aux vibrations. Ces corrections sont également calculées à partir de l'estimation de la phase  $\hat{\phi}$ , filtrée au préalable par un filtre passe-haut de façon à isoler les composantes haute-fréquence relatives aux vibrations. Un simple filtre du premier ordre est utilisé, filtrant les fréquences inférieures à 3 Hz, tel qu'utilisé par [Di Lieto et al. \(2008\)](#) :

$$\hat{\phi}_n = \phi_n - \phi_{n-1} + 0.99\hat{\phi}_{n-1} \quad (4.8)$$

Je calcule les corrections ajoutées pour chaque vibration comme décrit par [Di Lieto et al. \(2008\)](#) en utilisant les mêmes paramètres que ceux utilisés au VLTI. Seul le retard pur du système est adapté à notre schéma à retard de deux trames.

Enfin, je calcule les commandes du contrôleur Kalman de la même façon que dans les parties précédentes, à ceci près qu'aucune répartition du bruit entre les bases n'est calculée, puisqu'une seule base est utilisée dans ce schéma. Le modèle des perturbations est calculé à partir d'une séquence de 5 000 images acquises en boucle fermée avec le contrôleur PI, à partir de laquelle la perturbation correspondante est reconstruite en boucle pseudo-ouverte.

### Perturbations simulées

Dans la suite, j'ai réalisé les simulations de suivi de franges à partir de séquences de piston atmosphérique issues d'un modèle de von Kàrmàn avec une échelle externe de

l'atmosphère  $L_0 = 100$  m, telle que décrite dans le chapitre 2. La turbulence est normalisée à un écart-type de  $12 \mu\text{m rms}$  (sauf dans la partie 4.3.6), ce qui correspond à un seeing de  $1,3''$  selon Conan et al. (2000). Les vibrations simulées seront décrites un peu plus loin dans cette partie. Enfin, aucune perte de flux n'est simulée, excepté en partie 4.3.6 où la robustesse des contrôleurs est spécifiquement étudiée.

Les résultats présentés ci-dessous sont là encore le fruit de dix simulations avec des séquences de perturbations différentes, afin de réduire l'incertitude sur la statistique des résultats. Les écarts-types présentés dans les différents tableaux présentent systématiquement la médiane sur ces dix simulations, tandis que les spectres présentés dans les figures correspondent à une seule séquence de perturbations (la première de la série de dix).

### 4.3.3 Efficacité selon la nature de la vibration

Pour commencer, je vais comparer la capacité de chaque contrôleur à compenser différents types de vibration. En effet, on a vu que le modèle de vibration utilisé par le contrôleur Kalman est basé sur un modèle auto-régressif d'ordre deux, particulièrement bien adapté aux vibrations légèrement amorties. Quant à l'algorithme VTK, ses corrections générées par des sinusoides en quadrature le rendent *a priori* bien adapté aux vibrations peu amorties. Cette partie a donc pour but de vérifier ces hypothèses. C'est également l'occasion de caractériser la robustesse des différents contrôleurs à des variations temporelles des vibrations, comme celles observées au VLTI.

Pour vérifier ces hypothèses, j'ai donc simulé des perturbations en piston ne comprenant qu'une seule vibration ajoutée au piston atmosphérique, afin de ne pas biaiser les résultats par la propension des contrôleurs à corriger plusieurs pics de vibration à la fois. De plus, ces simulations sont réalisées à haut rapport signal-sur-bruit sur une étoile de magnitude  $K = 6$ . J'ai simulé successivement six vibrations :

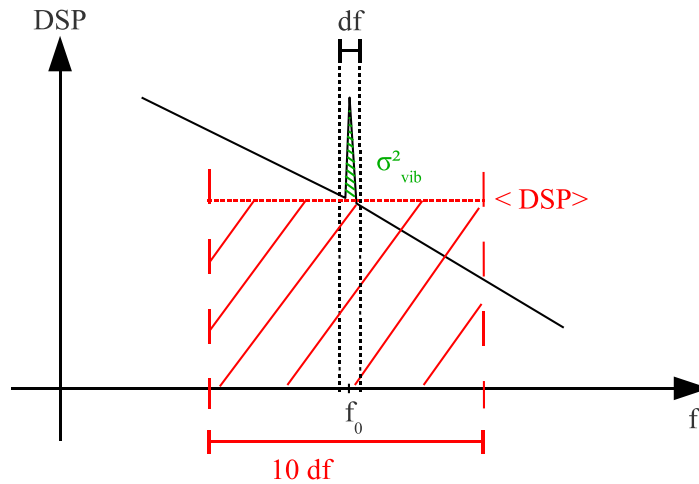
1. une vibration purement sinusoidale, de fréquence 18 Hz et d'amplitude 400 nm ;
2. une vibration amortie de fréquence propre 18 Hz, excitée par un bruit Gaussien d'écart-type 5 nm, de coefficient d'amortissement  $k = 0,001$  (correspondant à une résonance de 54 dB par rapport à la fréquence nulle), dont l'écart-type total est fixé à 280 nm rms ;
3. une vibration amortie de fréquence propre 18 Hz, excitée par un bruit Gaussien d'écart-type 5 nm, de coefficient d'amortissement  $k = 0,005$  (correspondant à une résonance de 40 dB par rapport à la fréquence nulle), dont l'écart-type total est fixé à 280 nm rms ;
4. une vibration sinusoidale dont la fréquence varie linéairement de 16 à 20 Hz, d'amplitude 400 nm ;
5. une vibration sinusoidale de fréquence moyenne 18 Hz modulée sur une amplitude de 1 Hz à une fréquence de 0,01 Hz, et d'amplitude 400 nm ;
6. la même vibration à fréquence dérivante que la numéro quatre, mais dont l'amplitude moyenne de 400 nm est lentement modulée sur 80 nm à une fréquence de 0,04 Hz.

Les simulations des trois premières vibrations permettront ainsi de caractériser la capacité des contrôleurs à corriger des vibrations purement sinusoidales ou légèrement amorties, tandis que les simulations des trois dernières vibrations permettront de mesurer leur robustesse à compenser des vibrations variant temporellement. Il est à noter que les fréquences des vibrations sont toutes fixées à 18 Hz (choix arbitraire), afin d'utiliser la même zone



spectrale des fonctions de transfert des trois contrôleurs. De même les amplitudes de vibrations sont choisies de telle sorte que toutes aient un écart-type de  $\sim 280$  nm rms, et donc la même énergie dans le spectre des perturbations.

Le tableau 4.5 présente la médiane sur les dix simulations de l'écart-type des résidus de différence de marche, pour les six cas simulés. La figure 4.11 montre les spectres de la perturbation et des résidus obtenus avec les trois contrôleurs pour l'un des dix échantillons simulés, pour chaque type de vibration. Enfin, le tableau 4.6 présente une estimation des vibrations résiduelles obtenues avec chaque contrôleur. Je calcule la variance de ces résidus de vibrations en intégrant le spectre des résidus de différence de marche sur une petite bande spectrale autour de la vibration, après avoir pris soin de soustraire la contribution énergétique propre au résidu de turbulence atmosphérique, estimée en moyennant le spectre sur une bande spectrale dix fois plus large. Le principe de ce calcul est schématisé en figure 4.10.



**Figure 4.10** – Schéma présentant le principe utilisé pour estimer l'énergie d'une vibration. La contribution énergétique  $\langle DSP \rangle$  de la turbulence atmosphérique est estimée en moyennant le spectre autour de la fréquence propre  $f_0$  de la vibration sur une bande spectrale dix fois plus large que la vibration, en négligeant la contribution du pic de vibration étroit. La variance de la vibration  $\sigma_{vib}^2$  est estimée en intégrant le spectre duquel on a soustrait cette contribution atmosphérique sur une bande spectral étroite  $df$ .

On constate que quelles que soient les perturbations simulées, le contrôleur Kalman est bien plus efficace que les contrôleurs PI et PI associé au VTK (tableau 4.5), conduisant à des résidus de différence de marche 3 à 5 fois plus faibles par rapport à l'algorithme VTK. En observant les spectres de la figure 4.11, on voit que c'est majoritairement dû à une meilleure correction de la turbulence atmosphérique par rapport au contrôleur PI. Il s'avère en effet que les gains de ce contrôleur sont volontairement réduits pour privilégier la stabilité du contrôleur à son efficacité, et ainsi limiter la divergence des commandes en cas de perte de flux ou d'augmentation soudaine des perturbations. Étant donné que le contrôleur Kalman utilise un gain statistiquement optimisé par rapport au bruit de mesure et à la variance des perturbations, il n'est pas confronté à cette difficulté. De plus ces premières simulations étant réalisées à haut rapport signal-sur-bruit et sans variation de flux, la perte de stabilité de la boucle est très improbable et ne justifie pas l'utilisation de faibles gains.

Type de Vibration	DDM résiduelle (nm rms)		
	PI	PI + VTK	Kalman
1	255	176	54
2	264	256	63
3	256	262	55
4	266	192	57
5	252	186	60
6	265	190	59

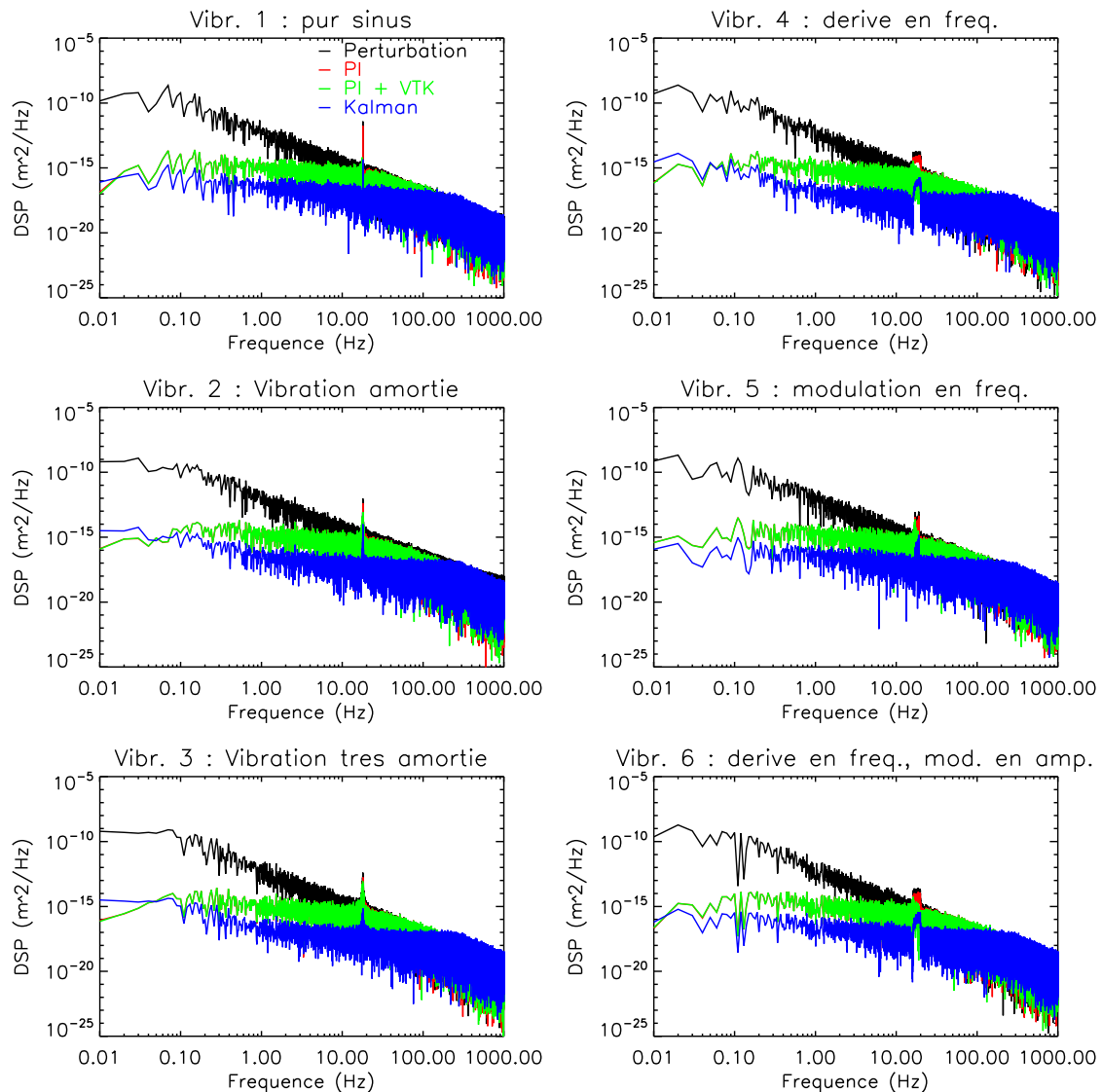
**Tableau 4.5** – Écart-type des résidus de différence de marche, obtenus avec les trois contrôleurs simulés, pour chacune des six conditions d’observation simulées : les simulations ont été réalisées pour une étoile de magnitude six, avec 12  $\mu\text{m}$  rms de turbulence atmosphérique, sans perte de flux, avec six types de vibrations différentes. Voir dans le texte pour le détail des caractéristiques des vibrations.

Type de Vibration	Vibr. simulée (nm rms)	Vibr. estimée (nm rms)	Vibr. résiduelle (nm rms)			Largeur intégrée (Hz)
			PI	PI + VTK	Kalman	
1	283	284	191	40	10	1
2	280	275	187	158	33	1
3	280	261	176	167	11	1
4	283	279	191	50	32	4
5	283	279	187	63	28	2
6	284	279	192	52	29	4

**Tableau 4.6** – Écart-type des résidus de vibration, estimés par intégration du spectre dans une zone de 0,5 à 2 Hz autour de la vibration, après soustraction d’une estimation du résidu de turbulence atmosphérique. La troisième colonne indique la largeur spectrale utilisée pour estimer le résidu de vibration. La quatrième colonne présente l’écart-type de la vibration non corrigée, calculé de la même façon à partir du spectre de la turbulence, et la deuxième colonne présente le véritable écart-type simulé. La comparaison entre les colonnes deux et quatre donne ainsi une idée de l’exactitude de la méthode pour estimer les résidus de vibrations.

Concernant la correction propre aux vibrations (voir tableau 4.6), on constate comme attendu que le contrôleur PI est proprement inefficace à les corriger, et laisse entre 40 et 45 % de leur énergie non compensée dans le spectre des résidus. Il n’est capable de les corriger en partie que parce que leur fréquence propre de 18 Hz est légèrement inférieure à sa bande passante. Le contrôleur Kalman est le plus efficace à corriger les vibrations quelle que soit leur nature, ne laissant que 0,1 à 1,4 % de leur énergie dans les résidus, tandis que le VTK compense les vibrations à 2–4 % de leur énergie, excepté pour les vibrations amorties où plus de 30 % de l’énergie des vibrations est encore présente dans les résidus. De plus, le contrôleur Kalman est tout à fait robuste aux variations temporelles en fréquence et en amplitude simulées pour les trois dernières vibrations, puisqu’il les corrige mieux que le VTK. Il est intéressant de noter que l’identification du modèle de perturbation est réalisée sur des séquences en boucle pseudo-ouvertes représentatives du début des variations temporelles (les 5 000 premiers points), et que ce sont visiblement les fréquences correspondantes qui sont le mieux corrigées (voir les spectres résiduels de la colonne de droite de la figure 4.11) : la fréquence des vibrations 4 et 6 est croissante avec le temps, allant de 16 Hz en début de simulation à 20 Hz à la fin. Les 5 000 points utilisés pour identifier le modèle correspondent donc aux fréquences proches de 16 Hz, qui sont





**Figure 4.11** – Densités spectrales de puissance de la perturbation (noir) et des résidus de différence de marche avec le contrôleur PI (rouge), PI associé au VTK (vert), et Kalman (bleu), pour chacune des six conditions d’observation analysées, indexées de haut en bas et de gauche à droite. On note que le spectre obtenu avec le contrôleur PI est très peu visible : il est en effet superposé avec celui obtenu avec l’algorithme VTK, excepté aux fréquences correspondant aux vibrations. Ce phénomène est parfaitement attendu, puisque la correction apportée par le VTK n’est appliquée que sur étroite bande fréquentielle autour des vibrations, et que les autres composantes fréquentielle de la perturbation sont corrigées par le contrôleur PI.

effectivement mieux corrigées par le contrôleur Kalman.

Il faut enfin apporter deux compléments sur les remarques précédentes concernant les performances du VTK :

- dans le cas de vibrations amorties ou s’étalant sur une bande spectrale un peu large, il est possible d’ajuster un paramètre particulier de l’algorithme du VTK pour optimiser sa correction. Ainsi, en reproduisant ces simulations en utilisant un facteur d’oubli  $\lambda = 0.99$  au lieu de  $\lambda = 0.998$  (voir [Di Lieto et al. \(2008\)](#) pour

plus de détails), les résidus obtenus pour les vibrations large-bande sont du même ordre que ceux obtenus avec le contrôleur Kalman, alors que ceux obtenus pour la vibration purement sinusoïdale restent inchangés. L'étude détaillée de l'algorithme VTK est cependant au-delà de l'objectif de ces simulations, et j'ai donc privilégié son utilisation avec ses paramètres par défaut, tel qu'utilisé au VLTI ;

- la correction de vibrations amorties apportée par le VTK dépend également de la fréquence propre des vibrations. Ainsi, en reproduisant les simulations avec la vibration 2 (la moins amortie) en utilisant le même coefficient d'amortissement, le même écart-type, mais en changeant sa fréquence propre à 24 Hz, le VTK apporte une meilleure compensation que pour une fréquence propre de 18 Hz, ne laissant que 100 nm rms de résidus de différence de marche spécifiques à cette vibration, soit 13 % de son énergie initiale.

Suite à cette analyse du comportement des différents contrôleurs en fonction de la nature des vibrations, je simulerai uniquement de pures sinusoïdes.

#### 4.3.4 Efficacité selon l'importance des vibrations

Je vais maintenant discuter de la capacité des trois algorithmes à corriger différents niveaux d'importance des vibrations. Je réaliserai cette fois encore les simulations sur une étoile de magnitude  $K = 6$  pour ne pas biaiser les conclusions par la robustesse au niveau de bruit des contrôleurs. Pour la même raison, aucune variation de flux n'est simulée. À la turbulence atmosphérique de 12  $\mu\text{m}$  rms précédemment décrite, j'ajoute cette fois cinq vibrations purement sinusoïdales, dont les caractéristiques sont décrites dans le tableau 4.7, et dont l'écart-type total est normalisé à trois valeurs différentes : 250, 350 et 450 nm rms. On peut d'ores et déjà noter que ces niveaux de vibrations correspondent globalement à ceux actuellement mesurés au VLTI avec les UTs (entre 240 et 380 nm rms selon la base utilisée), et que dans une certaine mesure les résultats de ces simulations peuvent donc être comparés à ceux mesurés avec les suiveurs de franges opérationnels au VLTI.

	Vibr. 1	Vibr. 2	Vibr. 3	Vibr. 4	Vibr. 5
Fréquence (Hz)	18	24,2	25,7	47	79
Amplitude (nm)	400	200	100	300	250

**Tableau 4.7** – Spectre des vibrations simulées, précisant leur fréquence propre et amplitude relative respectives. La valeur de leur amplitude n'est qu'indicative car ce spectre est normalisé à différents niveaux de vibrations comme précisé dans le texte.

Je présente l'écart-type des différences de marche résiduelles (médiane sur les dix échantillons) pour chaque contrôleur testé et chaque niveau de vibrations simulé dans le tableau 4.8. Dans le tableau 4.9, je détaille les résidus spécifiques à chacune des vibrations dans chacun des cas. Les spectres de la turbulence et des résidus de différence de marche sont présentés dans la figure 4.12 pour une simulation dont le niveau total de vibrations est de 350 nm rms. Il est à noter que les spectres obtenus pour les niveaux de vibrations de 250 et 450 nm rms sont très semblables à celui de la figure 4.12 et n'apportent que peu d'informations complémentaires comparés aux tableaux 4.8 et 4.9.

On constate tout d'abord que le contrôleur PI est inefficace à corriger les vibrations, et que les différences de marche résiduelles sont dominées par les vibrations non compensées, quel que soit le niveau total de vibration. De plus, le détail des résidus de vibrations présenté dans le tableau 4.9 indique que les trois vibrations basse-fréquence qui sont infé-

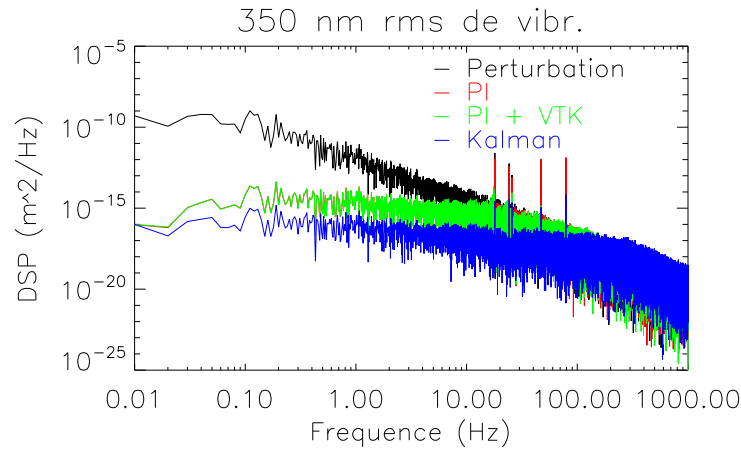
Niveau de Vibration (nm rms)	DDM résiduelle (nm rms)		
	PI	PI + VTK	Kalman
250	292	201	63
350	364	203	62
450	439	205	68

**Tableau 4.8** – Écart-type des résidus de différence de marche, obtenus avec les trois contrôleurs simulés, pour les trois niveaux de vibrations simulés. Les simulations ont été réalisées pour une étoile de magnitude six, avec 12  $\mu\text{m}$  rms de turbulence atmosphérique, sans perte de flux, avec les cinq vibrations sinusoïdales décrites dans le tableau 4.7.

Niveau de vibr. (nm rms)	Vibr. No	Vibr. simulée (nm rms)	Vibr. estimée (nm rms)	Vibr. résiduelle (nm rms)		
				PI	PI + VTK	Kalman
250	1	166	166	112	31	8
	2	83	83	68	19	14
	3	42	43	36	14	9
	4	125	124	131	17	7
	5	104	104	119	12	12
350	1	233	232	157	35	7
	2	116	116	94	9	9
	3	58	59	49	20	11
	4	174	174	184	24	7
	5	145	145	166	16	12
450	1	299	298	201	38	11
	2	149	149	121	10	15
	3	75	75	63	23	14
	4	224	224	236	31	12
	5	187	187	214	22	16

**Tableau 4.9** – Écart-type des résidus de vibrations pour chaque niveau de vibrations simulé, estimés par intégration du spectre dans une zone large de 1 Hz autour de la vibration, après soustraction d’une estimation du résidu de turbulence atmosphérique. La quatrième colonne présente l’écart-type de la vibration initiale, calculé de la même façon à partir du spectre de la turbulence, et la troisième colonne présente le véritable écart-type simulé. La comparaison entre ces deux colonnes donne ainsi une idée de l’exactitude de la méthode pour estimer les résidus de vibrations.

rieures à la bande passante du contrôleur sont légèrement compensées, respectivement à environ 45, 66 et 72 % de leur énergie initiale, alors que les deux vibrations à plus haute fréquence sont légèrement amplifiées par le contrôleur, à environ 111 et 131 % de leur énergie initiale respectivement (quel que soit le niveau total de vibration). Enfin, il est intéressant à ce point de tracer quelques comparaisons avec les résultats obtenus avec le suiveur de franges de PRIMA en utilisant les UTs, décrits par [Sahlmann et al. \(2009\)](#). En effet, les simulations réalisées avec le contrôleur PI présentent les mêmes paramètres de contrôle que ce suiveur de franges : acquisition en bande K, avec deux télescopes de 8 m, même type de recombinaison des faisceaux sur quatre pixels, même algorithme de démodulation de la phase, et même contrôleur sans compensation particulière des vibrations. Les observations décrites dans cet article ont été conduites en 2009 avec les télescopes UT3 et UT4, combinaison perturbée à l’époque par 333 nm rms de vibrations selon [Poupar et al. \(2010\)](#). À haut rapport signal-sur-bruit, ce suiveur de franges stabilisait les différences de



**Figure 4.12** – Densité spectrale de puissance de la perturbation (noir) et des résidus de différence de marche avec le contrôleur PI (rouge), PI associé au VTK (vert), et Kalman (bleu), pour un niveau total de 350 nm rms de vibrations, 12  $\mu\text{m}$  de turbulence, pour une étoile de magnitude six sans variation de flux.

marche à 440 nm rms avec un seeing médian de 1,1", à une fréquence de boucle de 1 kHz. Mes simulations à un niveau de vibrations équivalent (350 nm rms) avec un contrôleur PI conduisent à des résidus de 360 nm rms. Ainsi, ces simulations conduisent à des résultats très similaires à ceux réellement mesurés au VLTI dans les mêmes conditions. Il faut également noter que ces simulations sont réalisées à une cadence deux fois plus élevée, et corrigent donc mieux les perturbations avec une bande passante deux fois plus grande, ce qui explique en partie les résultats plus optimistes de nos simulations. De plus, le niveau de vibrations de 330 nm rms sur la base UT3-UT4 n'est mesuré que jusqu'aux trois premiers miroirs, et il est plus que probable que le niveau total de vibrations en incluant toute la chaîne optique soit bien supérieur. Sous cette hypothèse, mes simulations avec un niveau de vibrations de 450 nm rms conduisant à des résidus de 440 nm rms en différence de marche avec le contrôleur PI sont alors parfaitement en accord avec les mesures de [Sahlmann et al. \(2009\)](#) dans ces mêmes conditions.

Concernant l'efficacité des algorithmes VTK et Kalman, on constate qu'ils sont tous deux parfaitement insensibles au niveau de vibrations dans ces simulations à haut rapport signal-sur-bruit (visible dans les tableaux 4.8 et 4.9), et qu'ils sont tous deux dominés par les résidus de turbulence atmosphérique, avec 44 à 59 nm rms de résidus propres aux vibrations avec le VTK, et 21 à 31 nm rms avec le contrôleur Kalman. Là encore, on constate que le contrôleur Kalman est beaucoup plus efficace que le PI associé au VTK pour corriger la turbulence atmosphérique, et qu'à haut rapport signal-sur-bruit le PI pâtit de sa stratégie privilégiant la stabilité à l'efficacité. Concernant la correction propre aux vibrations, le contrôleur Kalman est légèrement plus efficace que le VTK, ne laissant dans les résidus que 0,1 à 5 % de leur énergie initiale, pour 0,5 à 12 % avec l'algorithme VTK. Le détail des énergies résiduelles de chacune des vibrations est reporté dans le tableau 4.10

Enfin, on peut s'attarder sur l'efficacité des contrôleurs à compenser les vibrations 2 et 3, relativement faibles et de fréquences propres séparées de 1,5 Hz. On constate que la plus faible des deux est systématiquement sous-compensée par les deux algorithmes, quel que soit le niveau total de vibration. En effet, leurs fréquences propres n'étant séparées que de 1,5 Hz, leur identification à partir de l'estimation de la différence de marche résiduelle est

rendue plus difficile, et la plus énergétique des deux est alors plus facilement compensée. Cet effet est lié à la longueur de la séquence en boucle pseudo-ouverte utilisée pour identifier les perturbations. Avec une longueur de 2,5 s (5 000 itérations à une fréquence de 2 kHz), cette séquence permet de détecter des composantes fréquentielles avec une résolution de 0,4 Hz. Les deux vibrations sont donc effectivement résolues dans cette séquence en boucle pseudo-ouverte, mais moins de quatre éléments de résolution permettent de les échantillonner. Une séquence plus longue permettrait certainement de mieux les identifier.

Contrôleur Niveau de vibr. (nm rms)	Énergie résiduelle (%)					
	PI + VTK			Kalman		
	250	350	450	250	350	450
Vibr. 1	3,5	2,3	1,6	0,2	0,1	0,1
Vibr. 2	5,2	0,6	0,5	2,8	0,6	1,0
Vibr. 3	11,1	11,9	9,4	4,6	3,6	3,5
Vibr. 4	1,8	1,9	1,9	0,3	0,2	0,3
Vibr. 5	1,3	1,2	1,4	1,3	0,7	0,1

**Tableau 4.10** – Énergie résiduelle des vibrations en utilisant les algorithmes VTK et Kalman, pour les trois niveaux de vibrations simulés.

### 4.3.5 Robustesse au niveau de bruit

J'ai donc montré qu'à haut rapport signal-sur-bruit, les algorithmes VTK et Kalman sont tous deux très efficaces à corriger les vibrations, quelles que soient leurs énergies. Je vais maintenant m'intéresser à leur robustesse au niveau de bruit, en simulant des étoiles de différentes magnitudes, allant de 6 à 10. J'utilise pour cela le même spectre de vibrations que précédemment, avec les cinq vibrations caractérisées dans la [tableau 4.7](#), normalisées à un niveau total de 350 nm rms.

Les écarts-types des résidus de différence de marche sont présentés dans le [tableau 4.11](#) pour chaque magnitude simulée. Les résidus spécifiques à chaque vibration sont présentés dans le [tableau 4.12](#).

Magnitude	DDM résiduelle (nm rms)		
	PI	PI + VTK	Kalman
6	364	203	62
7	364	204	72
8	366	205	85
9	365	203	139
10	- <sup>a</sup>	- <sup>a</sup>	182

*a.* Sauts de franges non détectés

**Tableau 4.11** – Écart-type des résidus de différence de marche, obtenus avec les trois contrôleurs simulés, pour des étoiles de différentes magnitudes. Les simulations ont été réalisées avec 12  $\mu$ m rms de turbulence atmosphérique, sans perte de flux, avec les cinq vibrations sinusoidales décrites dans le [tableau 4.7](#), normalisées à un total de 350 nm rms.

On constate que les contrôleurs PI et PI associé au VTK sont insensibles au niveau de bruit, jusqu'à la limite de sensibilité des contrôleurs à magnitude 10 pour laquelle

Magnitude	Vibr. No	Vibr. simulée (nm rms)	Vibr. estimée (nm rms)	Vibr. résiduelle (nm rms)		
				PI	PI + VTK	Kalman
6	1	233	232	157	35	7
	2	116	116	94	9	9
	3	58	59	49	20	11
	4	174	174	184	24	7
	5	145	145	166	16	12
7	1	233	232	157	35	7
	2	116	116	94	9	8
	3	58	59	49	21	11
	4	174	174	184	24	7
	5	145	145	166	17	11
8	1	233	232	157	32	13
	2	116	116	94	10	11
	3	58	59	50	21	11
	4	174	174	184	24	10
	5	145	145	167	17	22
9	1	233	232	158	33	29
	2	116	116	95	9	22
	3	58	59	50	20	18
	4	174	174	184	24	19
	5	145	145	166	17	28

**Tableau 4.12** – Écart-type des résidus de vibrations pour chaque magnitude simulée, estimés par intégration du spectre dans une zone large de 1 Hz autour de la vibration, après soustraction d'une estimation du résidu de turbulence atmosphérique.

le manque d'estimation du retard de groupe empêche de détecter les sauts de franges provoqués par la réduction de leur performance. De plus, là encore les performances du contrôleur PI sont comparables à celles mesurées avec le suiveur de franges de PRIMA, dont la limite de sensibilité avec les UTs est estimée entre les magnitudes 8,6 et 11,7 selon [Sahlmann et al. \(2009\)](#).

Le contrôleur Kalman quant à lui montre une légère dépendance au niveau de bruit et perd progressivement en efficacité lorsque la magnitude augmente, à la fois dans sa correction des vibrations (voir la progression des résidus dans le [tableau 4.12](#)) et dans celle de la turbulence : à magnitude 9, avec un total de 53 nm rms spécifique aux vibrations, la contribution propre à la turbulence dans les résidus s'élève à 128 nm rms, contre 58 nm rms à magnitude 6. Le contrôleur Kalman reste cependant globalement plus efficace que le VTK combiné au contrôleur PI, notamment pour compenser la turbulence atmosphérique, ce qui lui permet de ne pas subir de saut de franges non détecté à magnitude 10, à condition que la courte séquence en boucle pseudo-ouverte servant de base au modèle ne contienne pas de saut de franges. À magnitude 9, les algorithmes VTK et Kalman sont aussi efficaces l'un que l'autre pour compenser les vibrations, avec un total de 49 nm rms spécifique aux vibrations pour le premier, et 53 nm rms pour le second.

### 4.3.6 Robustesse aux pertes de flux

Je vais à présent m'intéresser plus spécifiquement à la robustesse des différents contrôleurs aux pertes de flux. Pour cela, je simule cette fois des variations résiduelles du tip-tilt des faisceaux à l'entrée des fibres monomodes de 15 et 18 mas rms, provoquant ainsi des variations du flux incohérent dans les guides, qui se traduisent par des pertes de flux régulières à bas rapport signal-sur-bruit. Cependant, étant donné que ces simulations n'estiment pas le retard de groupe des franges, les perturbations doivent être réduites à un niveau sous-réaliste afin de ne pas subir de sauts de franges pendant les pertes de flux, qui ne seraient alors pas détectés. Pour cette étude, la turbulence atmosphérique est donc réduite à  $8 \mu\text{m rms}$ , correspondant à un seeing de  $0,8''$ , et une étoile de magnitude  $K = 7$  est utilisée comme référence pour suivre les franges. Le même spectre des cinq vibrations décrites dans le tableau 4.7 est simulé, normalisé à un total de 200 nm rms. Les conditions d'observation ici simulées ne sont donc pas représentatives de perturbations réalistes, mais permettent malgré tout d'apprécier et de comparer la robustesse aux pertes de flux des deux algorithmes VTK et Kalman.

Les écarts-types des résidus de différence de marche pour chacune des simulations sont présentées dans le tableau 4.13, et les résidus spécifiques à chaque vibration dans le tableau 4.14.

Tip-tilt (mas rms)	DDM résiduelle (nm rms)		
	PI	PI + VTK	Kalman
0	213	123	53
15	218	140	71
18	228	184	69

**Tableau 4.13** – Écarts-types des résidus de différence de marche, obtenus avec les trois contrôleurs simulés, pour trois niveaux de tip-tilt résiduel des faisceaux. Les simulations ont été réalisées avec  $8 \mu\text{m rms}$  de turbulence atmosphérique, pour une étoile de magnitude 7, avec les cinq vibrations sinusoïdales décrites dans le tableau 4.7, normalisées à un total de 200 nm rms.

Tip-tilt (mas rms)	Vibr. No	Vibr. simulée (nm rms)	Vibr. estimée (nm rms)	Vibr. résiduelle (nm rms)		
				PI	PI + VTK	Kalman
15	1	133	133	90	34	10
	2	66	67	54	23	10
	3	33	34	29	12	11
	4	100	99	105	20	7
	5	83	83	95	15	10
18	1	133	133	91	62	13
	2	66	68	55	45	11
	3	33	35	29	13	7
	4	100	99	105	40	8
	5	83	83	95	35	9

**Tableau 4.14** – Écart-type des résidus de vibrations pour deux niveaux de tip-tilt non nul, estimés par intégration du spectre dans une zone large de 1 Hz autour de la vibration, après soustraction d'une estimation du résidu de turbulence atmosphérique.

On constate que les performances de l'algorithme VTK diminuent considérablement

avec le niveau de tip-tilt et qu'il corrige moins bien les vibrations en présence de pertes de flux, bien que ses corrections soient progressivement atténuées en cas de détection de perte de flux. Ainsi, avec 15 mas rms de variation de tip-tilt, la contribution des vibrations aux résidus de différences de marche s'élève à 50 nm rms avec cet algorithme, et à 94 nm rms avec 18 mas rms de tip-tilt, soit 12 % et 26 % de l'énergie des résidus de différence de marche respectivement. Le contrôleur Kalman est quant à lui insensible aux variations de flux, et bénéficie complètement de la capacité prédictive que lui offre l'utilisation d'un modèle de perturbation pour calculer ses commandes.

#### 4.3.7 Résumé et discussion

En résumé, grâce à ces simulations utilisant une architecture de suivi de franges simplifiée (deux télescopes, pas de dispersion, contrôle basé sur la phase résiduelle seulement sans retard de groupe), j'ai pu réaliser une comparaison relativement complète des deux algorithmes VTK et Kalman, tous deux optimaux pour compenser des vibrations instrumentales. Voici les grandes lignes de ces résultats :

- un contrôleur classique de type PI est complètement insuffisant pour corriger des pics de vibration ;
- les algorithmes VTK et Kalman sont tous deux appropriés pour cette tâche ;
- ces deux algorithmes sont tous deux insensibles au niveau total de vibrations (à haut rapport signal-sur-bruit) ;
- l'algorithme Kalman est plus efficace pour corriger les vibrations que le VTK, en particulier à haut rapport signal-sur-bruit ;
- l'efficacité du contrôleur Kalman diminue lorsque le niveau de bruit augmente alors que le VTK reste stable ;
- le contrôleur Kalman est très robuste aux variations et pertes de flux, tandis que le VTK y est très sensible et voit son efficacité chuter avec l'augmentation du tip-tilt des faisceaux.

À cela on peut ajouter deux commentaires annexes :

- le contrôleur Kalman est beaucoup plus efficace que le contrôleur PI pour corriger la turbulence atmosphérique. Cependant, cet avantage est dû à un réglage volontaire du contrôleur PI privilégiant la stabilité à l'efficacité, quelle que soit la luminosité de l'étoile observée. L'optimisation des gains du PI en fonction de la magnitude de la cible permettrait d'obtenir des performances similaires à ce que donne le contrôleur Kalman de façon automatique ;
- l'algorithme VTK utilisant ses paramètres par défaut n'est pas optimisé pour corriger des vibrations amorties, et nécessite un réglage particulier pour leur compensation.

Globalement, ces résultats sont en accord avec les conclusions tirées dans la partie précédente sur le contrôleur Kalman, dans la mesure où ces simulations sans estimation du retard de groupe n'ont pas permis d'atteindre ses limites, observées précédemment lorsque les résidus de différence de marche mesurés pour calculer le modèle de perturbations sont trop importants (supérieurs à  $\sim \lambda/4$ ). Ainsi, j'ai confirmé dans ces deux premières parties que le contrôleur Kalman est très efficace pour corriger les vibrations, qu'il est insensible à leur niveau global à haut rapport signal-sur-bruit, et qu'il est au moins aussi efficace qu'un contrôleur classique pour compenser la turbulence atmosphérique.



## 4.4 Performances du Kalman sur des mesures sur ciel

Dans les deux parties précédentes, j'ai montré que les simulations numériques étaient très encourageantes vis-à-vis de l'efficacité du contrôleur Kalman à corriger les vibrations longitudinales au VLTI, en plus du piston atmosphérique. On a également eu l'occasion de constater que selon ces simulations, le contrôleur Kalman permettrait de mieux corriger la turbulence que le suiveur de franges FINITO, qui utilise un contrôleur avec des gains volontairement réduits.

Dans une tentative de se détacher un tant soit peu de ces résultats entièrement basés sur des simulations, j'ai obtenu des données de suivi de franges mesurées avec le suiveur de franges de PRIMA au VLTI, lors des campagnes de mise en service de l'instrument. À partir de ces fichiers, il est possible de reconstruire des séquences de perturbation en boucle pseudo-ouverte qui sont représentatives des véritables perturbations de différence de marche au VLTI. Dans cette partie, j'analyse l'efficacité du contrôleur Kalman à corriger les perturbations de ces mesures sur ciel.

### 4.4.1 Description des simulations

Pour chaque fichier de mesure, je reconstruis la séquence  $\delta^{PO}$  de perturbation correspondante en boucle pseudo-ouverte, à partir des phases  $\hat{\phi}$  estimées par le senseur de franges de PRIMA, de la longueur d'onde en bande large  $\lambda_0$  moyennée sur les voies ABCD du recombineur, et des commandes  $U$  envoyées aux lignes à retard du VLTI. Je prends soin de supprimer les parties correspondant à des recherches de franges dans les séquences des phases  $\hat{\phi}$  et des commandes  $U$ . Une fois de plus, je suppose qu'il y a un retard de deux trames entre le moment où une correction est appliquée et le moment où l'image qui conduit à cette commande est intégrée (voir figure 4.1). La séquence des perturbations reconstruite est ainsi représentative des vraies perturbations en différence de marche au bruit de mesure près qui est inclus dans l'estimation de la phase :

$$\delta_n^{PO} = U_{n-1} + \frac{\lambda_0}{2\pi} \hat{\phi}_{n+1} \quad (4.9)$$

Je simule le suivi de franges sur cette séquence de perturbation avec un contrôleur Kalman en appliquant les étapes suivantes à chaque itération de la boucle :

1. estimation des résidus de différence de marche, par la différence entre la perturbation  $\delta^{PO}$  et la commande calculée par le contrôleur Kalman deux itérations plus tôt ;
2. calcul de la commande par le contrôleur Kalman à partir de ce résidu.

Il est à noter que cette analyse ne simule pas la création de l'image, ni l'estimation des phases à partir de l'intensité mesurée sur les pixels, mais seulement la partie « contrôle » du suiveur de franges, avec les mêmes interfaces entrée-sortie que le véritable contrôleur du suiveur de franges (résidu de différence de marche et commande aux lignes à retard). Le bruit de mesure est compris dans la perturbation  $\delta^{PO}$  (reconstruite à partir de l'estimation des phases bruitées) et suppose la dépendance du bruit avec la différence de marche résiduelle négligeable.

Le modèle de perturbation utilisé par le contrôleur Kalman est calculé sur les  $N_m$  premiers points de la séquence de perturbation reconstruite  $\delta^{PO}$ , et la simulation du contrôle en boucle fermée est réalisée sur tout le reste de la séquence avec le contrôleur Kalman. J'ai réalisé ces simulations pour quatre valeurs différentes de  $N_m$ , allant de 2 000 à 5 000 points.

### 4.4.2 Description des données PRIMA

Pour cette analyse, j'ai obtenu un échantillon de 31 fichiers de mesures du suiveur de franges de PRIMA, fourni par Roberto Abuter. Toutes les mesures ont été réalisées en utilisant deux ATs (télescopes AT3 et AT4) disposés sur les stations G2 et J2 (base de 91 m). Bien que ces télescopes soient moins sujets aux vibrations que les UTs, l'observation des spectres de perturbations reconstruites montre que presque tous les fichiers présentent une forte vibration à environ 100 Hz, et qu'une bonne partie d'entre eux présentent plusieurs pics de vibrations s'étalant entre 50 et 300 Hz environ. Ces données vont donc me permettre de vérifier la capacité du filtre Kalman à corriger des vibrations instrumentales.

Les conditions d'observation de l'ensemble des fichiers sont résumées dans le tableau 4.15. Elles sont représentatives d'une atmosphère plutôt stable par rapport aux conditions médianes d'observation sur le site de Paranal (seeing médian de 0,8", temps de cohérence de 3,4 ms), mais s'étendent cependant sur une gamme assez large de conditions atmosphériques.

Les fichiers représentent des séquences de 300 s, échantillonnées pour la plupart à 1 kHz exceptés sept fichiers qui ont été obtenus en utilisant une fréquence d'échantillonnage de 250 Hz (fichiers indexés 8 à 14 dans la suite).

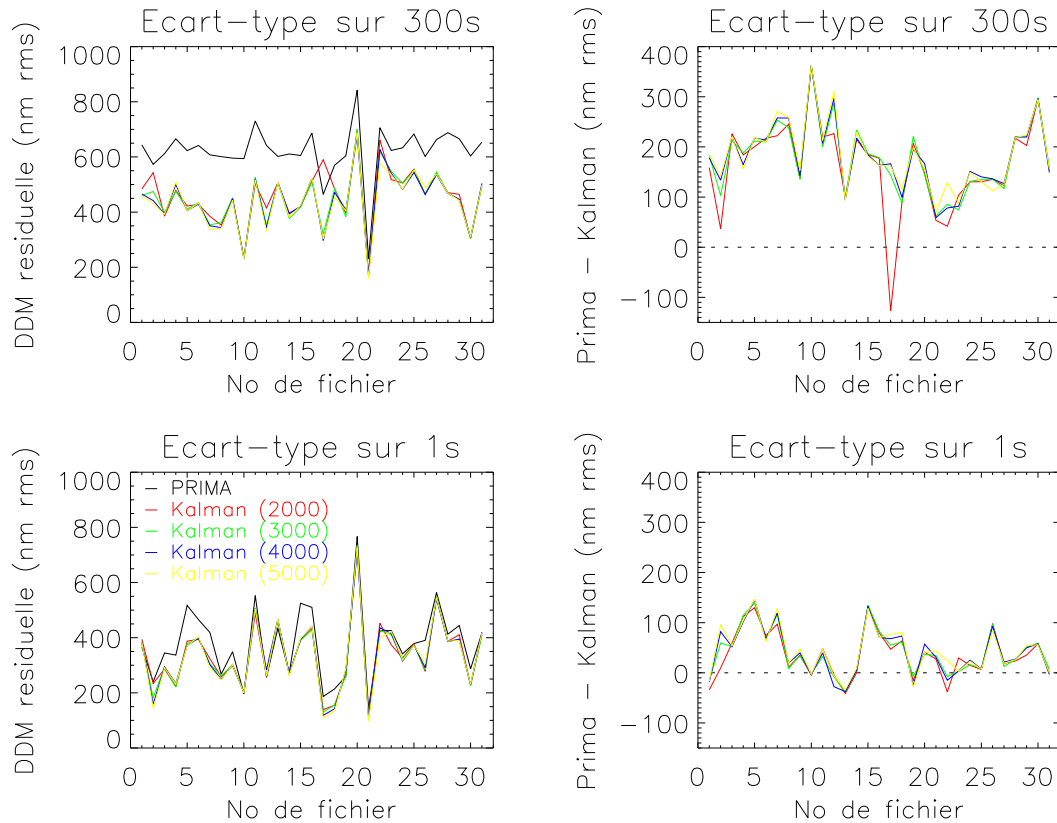
Paramètre	Minimum	Maximum	Médiane
Seeing (")	0,49	1,19	0,73
Temps de cohérence (ms)	2,5	5,5	4,0
Masse d'air traversée	1,0	1,4	1,1
Vitesse du vent (m/s)	2,0	8,2	6,0
Orientation du vent (°)	4	358	28
Magnitude de l'étoile	2,1	4,88	3,04

**Tableau 4.15** – Conditions d'observation des mesures obtenues avec le suiveur de franges de PRIMA, avec pour chaque paramètre les valeurs minimales, maximales et médianes sur les 31 fichiers. Les médianes du seeing et du temps de cohérence sur ces fichiers représentent des conditions d'observation légèrement plus favorables que les conditions médianes au VLTI (qui correspondent à un seeing de 0,8" et un temps de cohérence de 3,4 ms).

### 4.4.3 Résultats sur l'ensemble des données

La figure 4.13 présente pour chacun des fichiers dans la colonne de gauche l'écart-type des résidus mesuré avec le suiveur de franges de PRIMA (directement déduit de l'estimation des phases) et ceux que j'ai simulés avec le contrôleur Kalman, et à droite la différence entre l'écart-type mesuré avec PRIMA et ceux simulés avec le contrôleur Kalman, pour chaque longueur  $N_m$  de séquence utilisée pour le modèle. Dans la partie haute, les écarts-types sont calculés sur toute la longueur de chaque fichier (soit environ 300 s), tandis que dans la partie basse ils représentent la médiane des écarts-types calculés sur une fenêtre de 1 s glissant sur l'ensemble du fichier (soit la médiane de  $\sim 300$  écarts-types calculés sur 1 s), de la même façon que calculé par [Sahlmann et al. \(2009\)](#), et qui permet de ne pas prendre en compte les périodes de recherche de franges ou de brusque variations dans le calcul de l'écart-type. Le tableau 4.16 détaille quelques statistiques sur les écarts-types mesurés par PRIMA et simulés avec le contrôleur Kalman pour les 31

fichiers, et le tableau 4.17 des statistiques sur la différence d'écart-type des résidus entre les mesures PRIMA et les simulations du contrôleur Kalman.



**Figure 4.13** – **Gauche** : écart-type des résidus de différence de marche mesurés avec le suiveur de franges de PRIMA et simulés avec le contrôleur Kalman utilisant des séquences de différentes longueurs pour calculer le modèle. Écart-type calculés sur 300 s en haut, et sur des fenêtres glissantes de 1 s en bas. **Droite** : différence entre les écarts-types mesurés par PRIMA et ceux simulés avec le contrôleur Kalman, calculés sur 300 s en haut, et sur des fenêtres glissantes de 1 s en bas.

Contrôleur	Écart-type des résidus (nm rms)					
	calculé sur 300 s			calculé sur 1 s		
	Min	Max	Médiane	Min	Max	Médiane
Prima	231	843	622	142	767	379
Kalman ( $N_m = 2000$ )	176	696	471	115	733	327
Kalman ( $N_m = 3000$ )	168	701	460	108	734	324
Kalman ( $N_m = 4000$ )	171	<b>677</b>	449	112	<b>712</b>	<b>315</b>
Kalman ( $N_m = 5000$ )	<b>160</b>	686	<b>443</b>	<b>99</b>	726	318

**Tableau 4.16** – Minimum, maximum et médiane sur les 31 fichiers des écarts-types des résidus de différence de marche avec le contrôleur Kalman, pour chaque longueur de séquence servant à calculer le modèle des perturbations. Statistiques pour les écarts-types calculés sur toute la longueur des fichiers à gauche, et sur des fenêtres glissantes de 1 s de large à droite. Les valeurs en gras présentent les valeurs minimales en fonction de  $N_m$ .

Ces simulations montrent que le contrôleur Kalman est systématiquement plus efficace

$N_m$	Différence d'écart-type PRIMA - Kalman (nm rms)					
	calculé sur 300 s			calculé sur 1 s		
	Min	Max	Médiane	Min	Max	Médiane
2000	-127	361	177	-41	134	30
3000	62	363	<b>183</b>	-38	139	34
4000	59	363	167	-38	145	40
5000	<b>71</b>	<b>364</b>	163	<b>-34</b>	<b>147</b>	<b>43</b>

**Tableau 4.17** – Minimum, maximum et médiane sur les 31 fichiers des différences d'écart-types des résidus mesurés par PRIMA moins ceux simulés avec le contrôleur Kalman, pour chaque longueur de séquence servant à calculer le modèle des perturbations. Statistiques pour les écarts-types calculés sur toute la longueur des fichiers à gauche, et sur des fenêtres glissantes de 1 s de large à droite. Les valeurs en gras présentent les valeurs maximales en fonction de  $N_m$ .

que le contrôleur du suiveur de franges de PRIMA sur des échelles de temps de 300 s (à part pour *un* fichier, en n'utilisant *que* 2000 points pour calculer le modèle de perturbations), améliorant la stabilité des franges d'une valeur médiane d'environ 170 nm rms sur l'ensemble des fichiers par rapport au suiveur de franges de PRIMA.

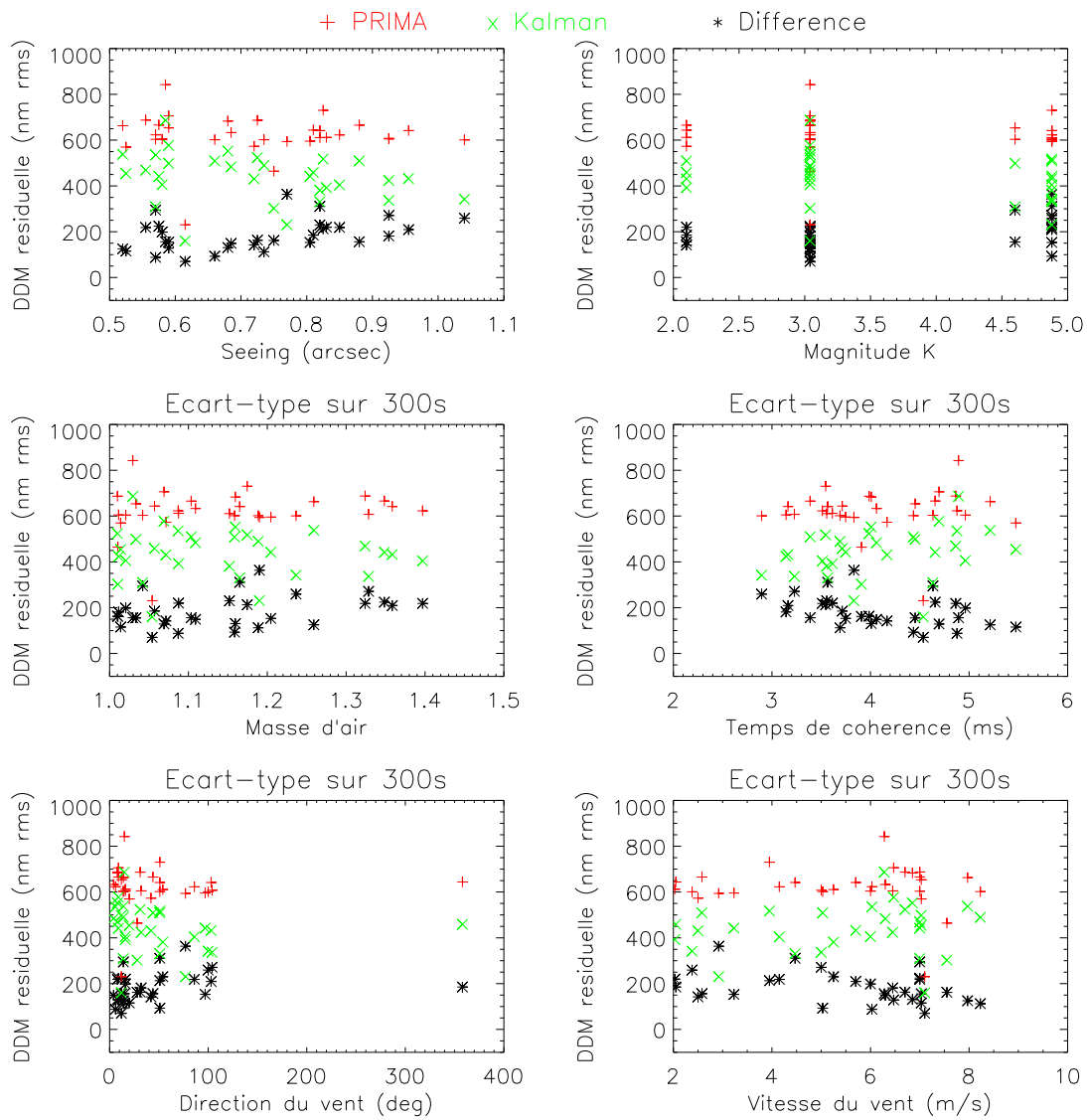
Ces contrôleurs sont tous deux plus efficaces sur de courtes échelles de temps de 1 s, qui font abstraction de soudaines hausses des perturbations, susceptibles de faire perdre les franges (ou la frange centrale) au suiveur de franges (Mérand et al. 2012). Le contrôleur Kalman stabilise les franges à des résidus environ 150 nm rms plus faibles, et le contrôleur de PRIMA à des résidus 250 nm plus faibles (voir tableau 4.16). Là encore, le contrôleur Kalman est globalement plus efficace que le contrôleur PI du suiveur de franges de PRIMA sur ces courtes échelles de temps (excepté pour 5 fichiers), et améliore la stabilité des franges de 30 à 40 nm rms par rapport au suiveur de franges de PRIMA (médiane sur les 31 fichiers, voir tableau 4.17).

Enfin, comme on a pu le constater en partie 4.2.2 à haut rapport signal-sur-bruit, la longueur de la séquence servant à identifier le modèle a peu d'influence sur l'efficacité du contrôleur Kalman. L'augmenter permet principalement d'accroître le rapport signal-sur-bruit de la séquence, si les pics sont suffisamment séparés.

La figure 4.14 présente les écarts-types obtenus en fonction des conditions d'observation. Il y a cependant trop peu de fichiers et des conditions trop peu dispersées pour établir objectivement une tendance dans les performances des contrôleurs en fonction de ces paramètres. Cette représentation confirme simplement que le contrôleur Kalman est plus efficace que le PI.

#### 4.4.4 Analyse de la simulation sur un jeu de données

Dans cette partie, je m'intéresse à un jeu de données en particulier afin d'analyser plus précisément les spectres des résidus de différence de marche. J'ai choisi pour cela le fichier 22 dont la séquence de perturbation présente de nombreux pics de vibrations. Le tableau 4.18 présente les conditions d'observation correspondantes, et le tableau 4.19 les écarts-types des résidus correspondants. Je présente dans la figure 4.15 (haut) le spectre des 5000 premiers points de la séquence de perturbation reconstruite, avec le modèle de perturbation utilisé pour le contrôle du filtre Kalman. La partie basse de la figure présente le spectre des perturbations reconstruites, le spectre des résidus de différence de marche mesurés par le suiveur de franges de PRIMA, et le spectre des résidus en simulant un



**Figure 4.14** – Écart-types des résidus en fonction des conditions d'observation, mesurés avec le suiveur de franges de PRIMA (rouge), simulés avec un contrôleur Kalman ( $N_m = 5000$ ) (vert), et différence entre ces deux valeurs (noir). Calcul sur  $\sim 300$  s.

contrôleur Kalman.

Paramètre	valeur
Seeing (")	0,59
Temps de cohérence (ms)	4,7
Masse d'air traversée	1,1
Vitesse du vent (m/s)	6,5
Orientation du vent (°)	9
Magnitude de l'étoile	3,04

**Tableau 4.18** – Conditions d'observation des mesures obtenues avec le suiveur de franges de PRIMA pour le fichier 22.

Contrôleur	Écart-type des résidus (nm rms)	
	calculé sur 300 s	calculé sur 1 s
Prima	706	425
Kalman ( $N_m = 2000$ )	662	452
Kalman ( $N_m = 3000$ )	619	426
Kalman ( $N_m = 4000$ )	627	436
Kalman ( $N_m = 5000$ )	577	400

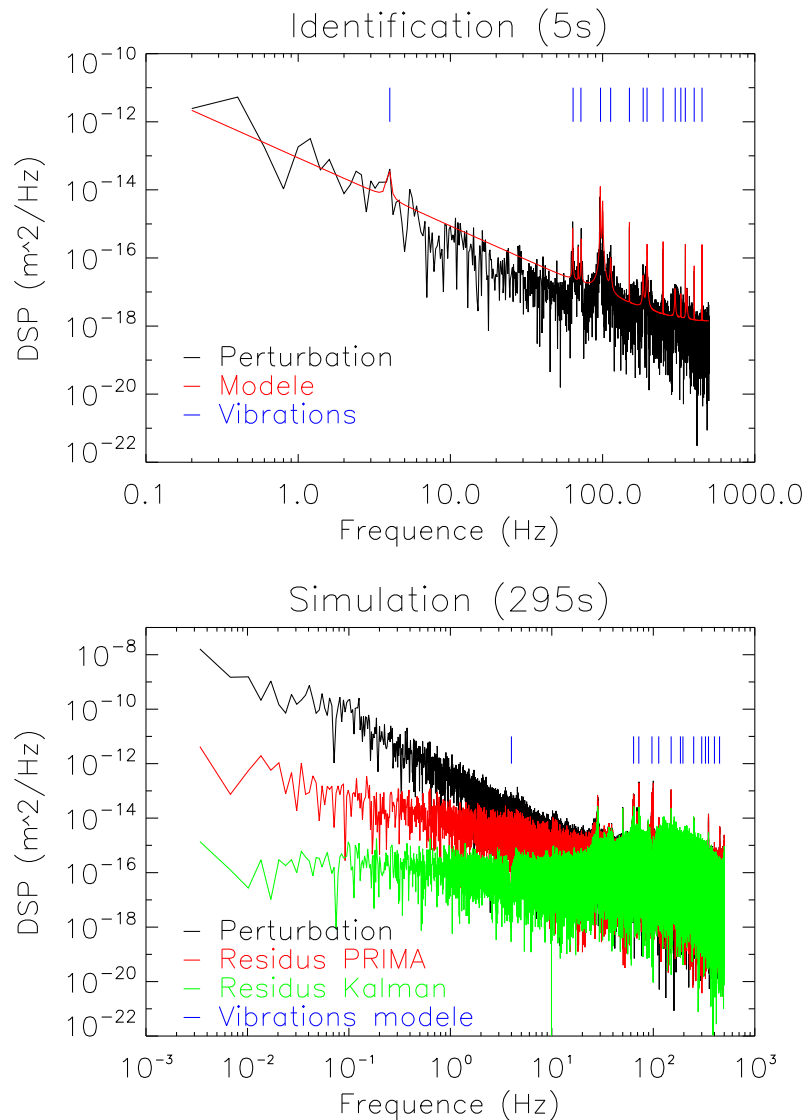
**Tableau 4.19** – Résidus de différence de marche du fichier 22, selon le contrôleur utilisé.

Dans le spectre de la courte séquence utilisée pour identifier le modèle, on constate qu'il y a une forêt de vibrations très énergétiques comprises entre 50 et 500 Hz, la plus importante étant à  $\sim 100$  Hz. Elles sont toutes bien identifiées et correctement modélisées par la procédure d'ajustement spectral utilisée pour calculer le modèle de perturbations. Une fausse détection de pic de vibration s'est cependant produite à la fréquence 4 Hz.

Dans le spectre des résidus, on constate tout d'abord que le contrôleur Kalman apporte un gain important sur la correction de la turbulence atmosphérique par rapport au contrôleur du suiveur de franges de PRIMA, comme je l'avais également montré dans la partie 4.3 avec le contrôleur PI utilisé pour ces simulations. On constate également que toutes les vibrations identifiées dans le modèle sont mieux compensées par le contrôleur Kalman par rapport au contrôleur de PRIMA :

- les vibrations aux fréquences 100, 110, 400 et 450 Hz sont complètement supprimées par le contrôleur Kalman ;
- celles aux fréquences 60, 70, 150 et 350 Hz sont fortement corrigées par le contrôleur Kalman ;
- la turbulence atmosphérique à la fréquence 4 Hz est mieux compensée car une vibration y a été faussement détectée dans la séquence préliminaire ;
- seule la vibration à 250 Hz n'est pas correctement compensée.

On constate également que des vibrations sont apparues dans le spectre des résidus aux fréquences 30, 35, 40 et 50 Hz, qui n'étaient pas présentes dans le spectre de la séquence préliminaire de 5000 points. Ils ne sont donc par conséquent pas du tout compensés par le contrôleur Kalman. De plus, les deux faibles vibrations vers 200 Hz qui étaient présentes dans la séquence préliminaire de 5000 points semblent avoir disparu dans le reste de la séquence de perturbation (le spectre seul des perturbations est reproduit en figure 4.16 pour permettre la comparaison). Les perturbations à ces fréquences ne sont donc pas

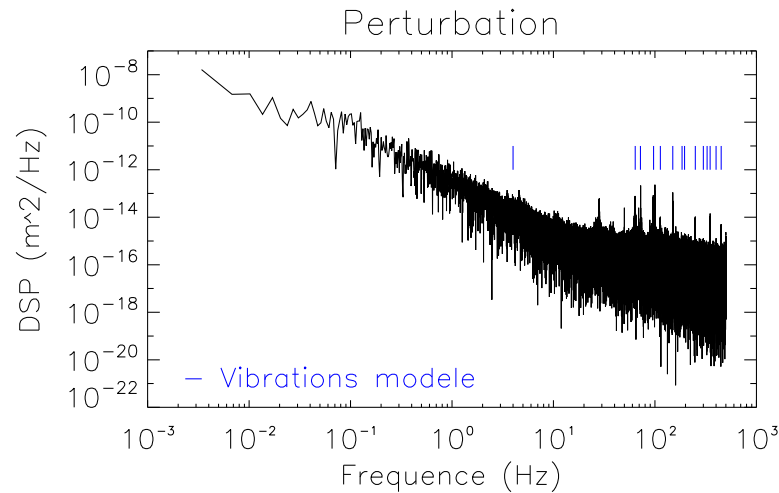


**Figure 4.15** – Analyse du fichier 22. **Haut** : spectre de la séquence de 5000 points utilisé pour identifier les perturbations (en noir), et modèle calculé (rouge). **Bas** : spectre des perturbations reconstruites en boucle pseudo-ouverte (noir), des résidus de différence de marche mesurés par le suiveur de franges de PRIMA (rouge), et simulé avec le contrôleur Kalman (vert). Les fréquences des vibrations identifiées dans le modèle sont repérées dans chaque graphe par des traits verticaux bleus.

correctement compensées à ces fréquences.

#### 4.4.5 Résumé et conclusions

Grâce à ces données issues du suiveur de franges de PRIMA, j'ai ainsi pu comparer les performances du contrôleur Kalman à celles du contrôleur de PRIMA dans des conditions réalistes de perturbations. Bien que ces mesures n'étaient représentatives que de perturbations liées aux ATs et obtenues à haut rapport signal-sur-bruit, elles permettent cependant de confirmer plusieurs points concernant le contrôleur Kalman :



**Figure 4.16** – Spectre des perturbations reconstruites du fichier 21. Les fréquences des vibrations identifiées dans le modèle sont indiquées par des traits verticaux bleus.

- cet algorithme est parfaitement adapté à la correction des perturbations en différence de marche pour stabiliser les franges ;
- le contrôleur Kalman est systématiquement plus efficace que le suiveur de franges de PRIMA pour stabiliser les franges sur de longues périodes (gain de 170 nm rms sur les résidus). Il est également légèrement plus efficace sur des échelles de temps de l'ordre de 1 s (gain de 35 nm rms sur les résidus) ;
- ce gain en performance du contrôleur Kalman est attribué à deux raisons. La première est qu'il est plus efficace que le suiveur de franges de PRIMA pour compenser la turbulence atmosphérique, d'une part parce que son gain est optimisé selon le bruit de mesure de l'observation, alors que les gains du contrôleur de PRIMA sont fixes, et d'autre part parce que sa capacité prédictive (commandes basées sur un modèle) le rend plus robuste aux baisses de signal, qui déclenchent le « gel » des commandes lorsqu'elles sont détectées par la machine d'état de PRIMA. C'est probablement pour cette même raison que le gain en stabilité du contrôleur Kalman sur PRIMA est principalement visible sur de grandes échelles de temps plutôt que sur 1 s (les périodes de 1 s correspondant à un gel des commandes sont filtrées par la médiane) ;
- la seconde raison est que le contrôleur Kalman est très efficace pour corriger les vibrations instrumentales, lorsqu'elles sont identifiées dans son modèle.

Par ces simulations, j'ai également confirmé que des vibrations instrumentales pouvaient apparaître ou disparaître en cours d'observation, et que le contrôleur Kalman n'est pas robuste à ces changements : il ne corrige que les vibrations contenues dans son modèle et pas celles qui apparaissent plus tard, et si une vibration de son modèle disparaît en cours d'observation, la correction des perturbations à la fréquence correspondante n'est plus optimale. Cependant, la mise à jour du modèle de perturbation de façon régulière (toutes les 5–10 s) (voir chapitre 3) devrait permettre au contrôleur Kalman de toujours corriger les perturbations présentes en cours d'observation, et probablement affiner leur identification sur la séquence de perturbations en boucle pseudo-ouverte reconstruite à partir de résidus stabilisés par le contrôleur Kalman lui-même plutôt que par un contrôleur classique (qui fournit à priori des résidus moins stables).



## 4.5 Recombinateur de type ABC : adaptation du suiveur de franges

Pour clore ce chapitre sur les simulations numériques du suiveur de franges, je vais présenter dans cette partie les résultats d'une étude déclenchée par un éventuel changement dans la conception de la métrologie de GRAVITY, susceptible d'avoir des répercussions sur les performances du suiveur de franges (entre autres). Le résultat des simulations présentées dans cette partie a pour but de quantifier l'impact de ce changement sur l'efficacité du suiveur de franges.

### 4.5.1 Contexte : mesures astrométriques de GRAVITY

Commençons par rappeler brièvement le principe des mesures astrométriques, qui requiert l'installation de deux sous-systèmes spécifiques dans l'instrument GRAVITY, à savoir la métrologie et les lignes à retard différentielles.

#### Principe de l'astrométrie

L'astrométrie est un domaine d'étude s'intéressant aux mesures précises de position (relative ou absolue) des astres sur la sphère céleste, dans le but d'en analyser les variations temporelles. Les applications de cette science sont multiples puisque rien n'est fixe dans l'univers : corps du système solaire, cinématique stellaire, dynamique des galaxies... Plus spécifiquement, voici une liste non exhaustive des domaines de recherche où elle a un apport majeur en physique stellaire :

- caractérisation du mouvement propre des étoiles ;
- mesure de parallaxe des astres pour déterminer leur distance à la Terre ;
- mesure de déplacements d'un astre dans un système multiple (dont la détection d'exoplanètes).

Tout l'intérêt de cette technique réside dans la précision de mesure que l'on peut atteindre : plus la précision est bonne plus on peut caractériser des mouvements de faibles amplitudes ou sur de courtes échelles de temps. Avec une grande précision astrométrique, on peut par exemple mesurer la parallaxe d'étoiles plus lointaines, détecter des compagnons de plus faible masse dans les systèmes doubles, caractériser un déplacement d'une étoile sur une large orbite en un temps plus court...

Il existe deux méthodes modernes qui permettent de faire des mesures astrométriques de haute précision de nos jours. La principale est d'utiliser des satellites pour s'affranchir des limitations dues à l'atmosphère terrestre, comme le fit le satellite HIPPARCOS – *High Precision PARallax Collecting Satellite* – de 1989 à 1993 avec une précision astrométrique de 700 à 900  $\mu\text{as}$  dans le visible (Perryman et al. 1997), où comme le fera son successeur GAIA – *Global Astrometric Interferometer for Astrophysics* – à partir de 2013, avec une précision de 7 à 300  $\mu\text{as}$  dans le visible également, selon la luminosité de la cible (Prusti 2012). La seconde méthode pour faire des mesures astrométriques de précision est bien sûr l'interférométrie (optique ou radio), dont l'erreur astrométrique différentielle entre deux cibles angulairement proches est d'autant plus faible que la séparation entre les télescopes est grande (Shao & Colavita 1992).

### Principe de la mesure astrométrique en interférométrie

Le principe des mesures astrométriques en interférométrie est résumé par la figure 4.17, simplifié à deux télescopes. Il consiste à observer simultanément deux étoiles proches avec  $N$  télescopes, et à recombinaison les faisceaux de ces deux cibles individuellement. L'une des deux (l'étoile  $a$ ) sert de référence astrométrique à la seconde (étoile  $b$ ). La différence de marche due à l'angle zénithal  $\theta_a$  de l'étoile  $a$  est compensée par les lignes à retard du VLTI. En supposant les deux étoiles très proches l'une de l'autre, on peut négliger les erreurs d'anisoplanétisme et considérer que leurs flux traversent les mêmes couches d'atmosphère, et subissent donc les mêmes turbulences. Le suiveur de franges stabilise donc les franges des deux étoiles simultanément. Si les chemins optiques parcourus par les faisceaux des deux étoiles sont identiques, les paquets de franges de chaque base ne sont donc séparés que d'une différence de marche  $\delta_a - \delta_b$  dépendant de la base  $B$  et de la position angulaire des deux étoiles, donc de leur séparation  $d\theta$  à l'ordre zéro ( $d\theta = \theta_a - \theta_b \ll 1^\circ$ <sup>3</sup>). La mesure de cette différence de marche différentielle permet donc de mesurer précisément la position angulaire de l'étoile  $b$  relativement à l'étoile  $a$ .

Cette mesure n'est cependant réalisable que si la condition sur l'égalité des chemins optiques est respectée. À cette fin, deux sous-systèmes sont ajoutés à l'architecture de l'instrument : la métrologie sert à mesurer au mieux toute différence de marche entre les voies traversées par les faisceaux de chaque étoile, et les lignes à retard différentielles servent à les compenser. La partie la plus critique est donc de mesurer précisément ces différences de marche non communes aux deux voies, à 5 nm près pour obtenir une précision astrométrique de 10  $\mu\text{as}$  pour une base de 100 m.

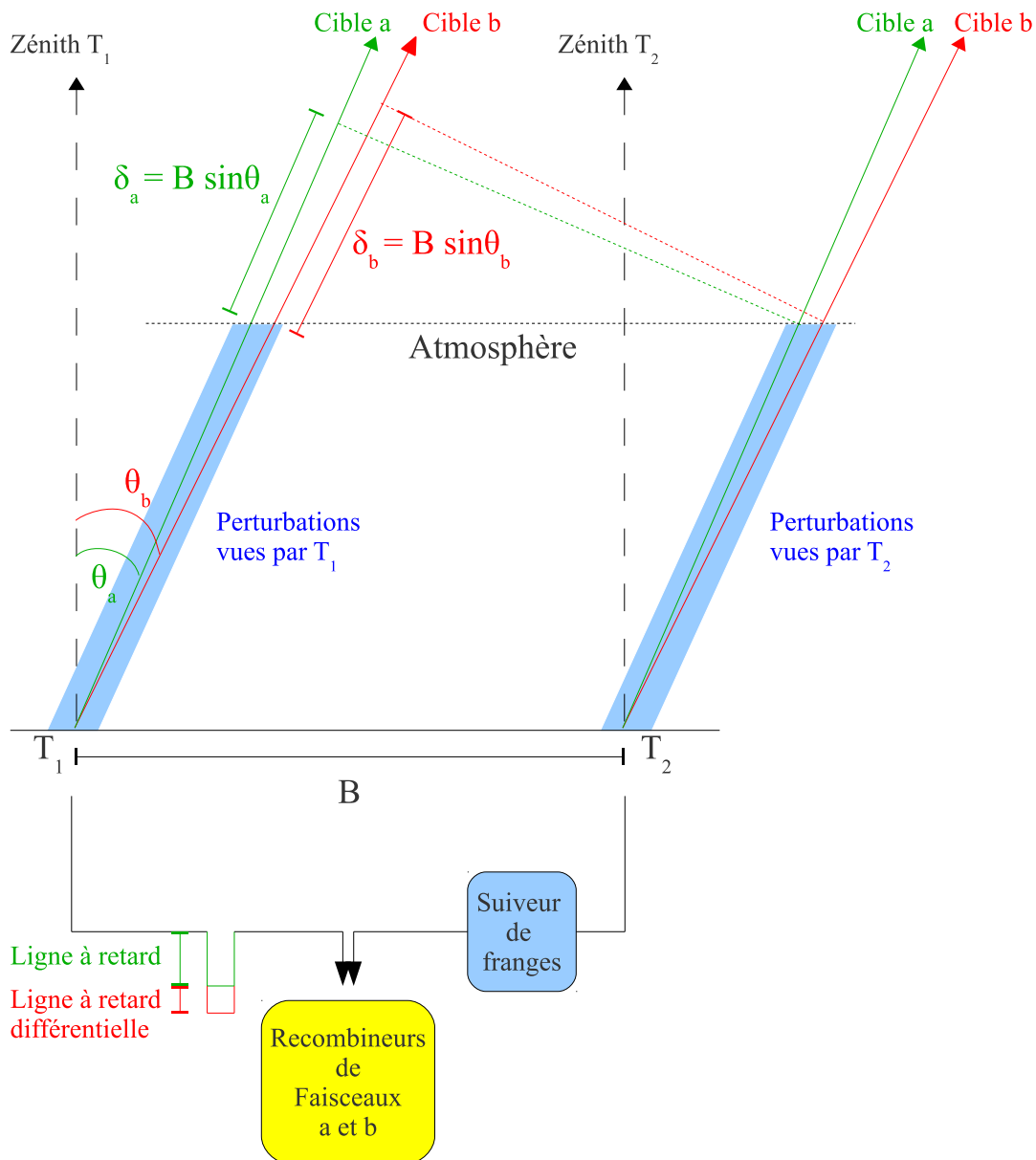
Cette précision astrométrique est justement l'une des spécifications de GRAVITY. Pour l'atteindre, un faisceau laser à 1,9  $\mu\text{m}$  sera injecté dans deux sorties de chacun des deux recombineurs de faisceaux utilisés pour l'étoile  $a$  et l'étoile  $b$ . Ce faisceau se propagera ainsi à contre-sens dans tout le train optique, jusqu'au miroir secondaire des télescopes. Les deux sorties des recombineurs par lesquelles sera injecté le laser de métrologie sont choisies de façon à illuminer les quatre télescopes, l'une dans la voie D de la base 1-4, l'autre dans la voie D de la base 2-3. La différence de chemin optique parcouru par les faisceaux des deux étoiles sera mesurée au niveau des quatre miroirs secondaires des télescopes, en analysant les interférences formées par les deux faisceaux de métrologie issus des deux recombineurs. La position des lignes à retard différentielles sera ensuite asservie à cette mesure.

#### 4.5.2 Injection du laser de métrologie

La solution initiale retenue pour injecter le faisceau du laser de métrologie dans les optiques intégrées de GRAVITY était d'utiliser une lame dichroïque, qui permettait de réfléchir le flux du laser à 1,9  $\mu\text{m}$  vers le recombineur tout en transmettant le flux des étoiles à 2,2  $\mu\text{m}$  vers les détecteurs. L'inconvénient de cette technique est que le chemin optique traversé dans l'air jusqu'à l'injection dans l'optique intégrée n'est pas commun aux deux voies  $a$  et  $b$  et est susceptible de changer en fonction des variations de température.

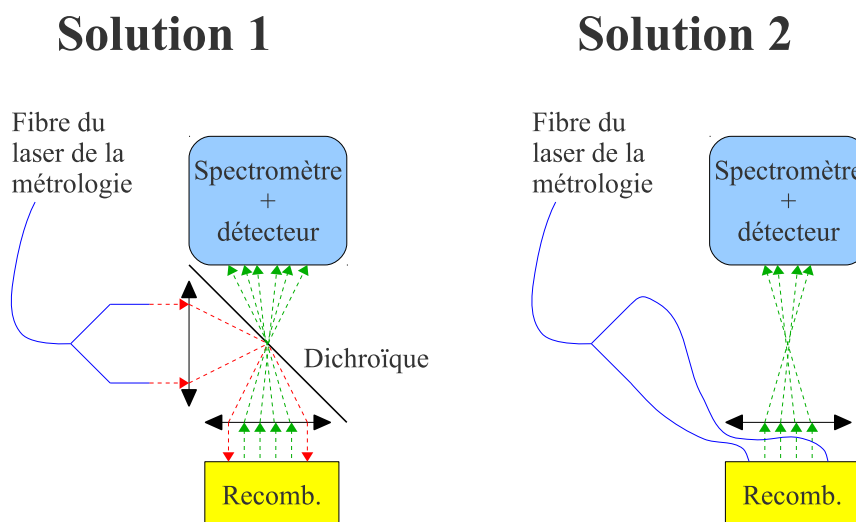
Pour limiter l'imprécision liée à ce mode d'injection, une solution secondaire a été envisagée, qui consiste à injecter directement le flux du laser de métrologie dans l'optique intégrée par contact optique avec deux fibres de longueurs égalisées entre les voies  $a$  et  $b$ . Les chemins optiques non communs sont alors minimisés, mais au prix de la perte totale

3. En pratique, les deux cibles sont dans le champ de vue de 2'' du VLTI :  $d\theta < 2''$



**Figure 4.17** – Principe des mesures astrométriques en interférométrie avec une base de longueur  $B$  formée par deux télescopes  $T_1$  et  $T_2$ . Deux étoiles proches  $a$  et  $b$ , de séparation angulaire  $\theta_a - \theta_b \ll 1$ , sont observées simultanément, et leur faisceaux sont recombinaés individuellement. La différence de marche de l'étoile de référence est compensée par la ligne à retard principale. Compte-tenu de la faible séparation angulaire entre les deux étoiles, on considère que leur flux lumineux traverse les mêmes couches d'atmosphère pour arriver jusqu'à chaque télescope, et que le suiveur de franges corrige des perturbations identiques aux deux cibles. Idéalement, les faisceaux des deux cibles parcourent donc des chemins optiques identiques, à la différence de marche différentielle  $\delta_a - \delta_b$  près, qui est compensée par la ligne à retard différentielle. La mesure de différence de marche différentielle résiduelle permet de mesurer avec une grande précision la séparation angulaire  $\theta_a - \theta_b$  entre les deux cibles, à condition de connaître la base  $B$  avec précision.

de deux sorties des recombineurs de faisceaux, dont le flux sortant est obstrué par les fibres optiques. Un schéma de principe de ces deux solutions est présenté en figure 4.18.



**Figure 4.18** – Deux solutions possibles pour injecter le laser de métrologie dans les recombineurs de faisceaux. La première injecte les deux faisceaux en utilisant une lame dichroïque, qui permet de ne pas couper le flux à  $2,2 \mu\text{m}$  sortant des deux voies de l’optique intégrée. La seconde injecte directement les deux faisceaux du laser de métrologie dans l’optique intégrée par contact optique avec les fibres optiques, ce qui réduit au minimum les trajets optiques non communs aux deux voies, mais empêche d’imager le flux des sorties correspondantes sur les détecteurs.

Cette seconde solution n’est pas encore validée pour être mise en œuvre dans la conception de GRAVITY, et est actuellement à l’étude. Ce choix a en effet des répercussions majeures sur l’ensemble de l’instrument, puisque cette solution permet en effet d’en améliorer la précision astrométrique, au prix d’une perte de sensibilité et potentiellement d’une perte de précision sur l’estimation des visibilités de la cible de la voie scientifique, et d’une perte de performance du suiveur de franges. Il convient donc d’analyser l’impact d’une telle décision sur la stabilisation des différences de marche.

De plus, pour limiter la perte en flux et en précision sur les phases et visibilités, une technique possible serait de suivre les franges à une consigne non nulle de telle sorte que les voies obstruées soient asservies à une différence de marche correspondant à une frange noire. Enfin, suivre les franges successivement à différentes consignes pourrait éventuellement permettre de supprimer des biais liés à la perte de symétrie dans l’échantillonnage des franges sur trois signaux en quadrature de phase au lieu de quatre.

Dans cette partie, je vais donc analyser l’impact sur les performances du suiveur de franges du choix de cette solution d’injection du laser de métrologie.

### 4.5.3 Adaptation aux consignes non nulles

Suivre des franges à une consigne de différence de marche non nulle n’est cependant pas aussi trivial que pour d’autres asservissements classiques, pour lesquels il « suffit » d’appliquer l’algorithme de contrôle sur l’écart entre la consigne et la mesure des résidus. Deux difficultés sont en effet à prendre en compte : les relations de clôture de phase d’une part, et l’incertitude sur l’ordre de la frange dont la phase est estimée d’autre part.

### Contrainte des relations de clôture de phase

Pour comprendre la difficulté imposée par ces relations de clôture de phase, commençons par considérer une architecture à seulement trois télescopes  $(i, j, k)$ . Supposons que l'étoile observée par le suiveur de franges soit non-résolue. Les phases propres de l'objet étant alors nulles, les phases différentielles mesurées ne sont dues qu'aux perturbations vues par chaque télescope et sont liées par la clôture de phase  $C_{ijk}$  nulle de ce triplet

$$C_{ijk} = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi_{ij} + \phi_{jk} + \phi_{ki} = 0, \quad (4.10)$$

où la phase différentielle  $\phi_{ij}$  entre deux télescopes  $i$  et  $j$  est définie par la différence des déphasages  $\varphi_i$  et  $\varphi_j$  vus par chaque télescope :

$$\phi_{ij} = \varphi_j - \varphi_i. \quad (4.11)$$

Si le suiveur de franges asservit les trois différences de marche (donc les trois phases différentielles) à une consigne nulle, la relation 4.10 est vérifiée, et il n'y a pas de problème d'asservissement. Cependant, si une consigne  $\Phi_1$  non nulle est imposée sur l'une des bases, l'asservissement des deux autres bases ne pourra se faire sans biais que si la relation 4.10 est vérifiée. Ainsi, les trois consignes sont liées entre elles par deux paramètres indépendants, les consignes  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  imposées sur deux bases, fixant la consigne sur la troisième base :

$$\begin{cases} \phi_{ij} = \Phi_1 \\ \phi_{jk} = \Phi_2 \\ \phi_{ki} = -\Phi_1 - \Phi_2 \end{cases} \quad (4.12)$$

Ce simple cas à trois télescopes nous fait donc entrevoir qu'il ne sera pas si simple d'asservir les deux bases impactées par la métrologie à une consigne non nulle tout en maintenant l'asservissement sur la frange blanche pour les quatre autres bases.

Analysons maintenant cette contrainte appliquée à l'architecture à quatre télescopes de GRAVITY, notés  $(i, j, k, l)$ . En supposant une fois de plus que la cible est une étoile non résolue, les phases différentielles sont liées entre elles par trois relations de clôtures nulles indépendantes :

$$\begin{aligned} C_{ijk} = 0 & \Rightarrow \phi_{ij} + \phi_{jk} + \phi_{ki} = 0 & (4.13) \\ C_{ijl} = 0 & \Rightarrow \phi_{ij} + \phi_{jl} + \phi_{li} = 0 \\ C_{ikl} = 0 & \Rightarrow \phi_{ik} + \phi_{kl} + \phi_{li} = 0. \end{aligned}$$

La quatrième relation de clôture est liée aux trois précédentes par la relation

$$C_{ijk} + C_{ikl} = C_{ijl} + C_{jkl} \quad (4.14)$$

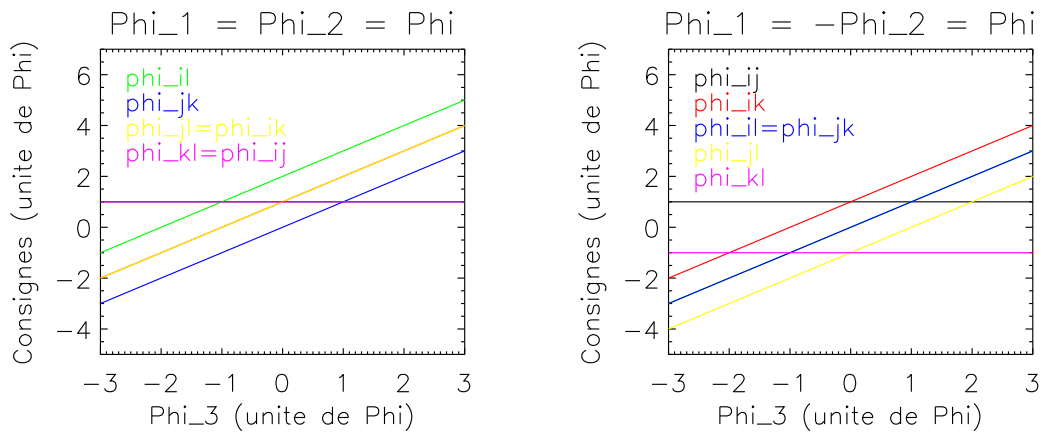
L'asservissement ne peut être réalisé que si les consignes sur les six bases respectent ces relations de clôture. Or ce système est entièrement déterminé par trois paramètres indépendants  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  et  $\Phi_3$  tels que :

$$\begin{cases} \phi_{ij} = \Phi_1 \\ \phi_{ik} = \Phi_1 + \Phi_3 \\ \phi_{il} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 \\ \phi_{jk} = \Phi_3 \\ \phi_{jl} = \Phi_2 + \Phi_3 \\ \phi_{kl} = \Phi_2 \end{cases} \quad (4.15)$$

Ces relations nous permettent d'ores et déjà de répondre à deux questions cruciales :

- peut-on suivre les franges sur deux bases opposées ( $i-j$  et  $k-l$ ) avec des consignes non nulles, et asservir les quatre autres bases à une consigne nulle ?  
Autrement dit : soient  $\Phi_1 \neq 0$  et  $\Phi_2 \neq 0$ ; existe-t-il  $\Phi_3 \in \mathbb{R}$  tel que  $\phi_{ik} = \phi_{il} = \phi_{jk} = \phi_{jl} = 0$ ? La réponse est non : par exemple, il n'est pas possible de fixer les consignes  $\Phi_{ik}$  et  $\phi_{il}$  à zéro si  $\Phi_2$  est non nulle;
- peut-on suivre la même consigne sur toutes les bases ?  
Autrement dit existe-t-il des combinaisons  $(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3)$  telles que  $\phi_{ij} = \phi_{ik} = \phi_{il} = \phi_{jk} = \phi_{jl} = \phi_{kl}$ ? La réponse est oui, l'unique solution est alors  $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = 0$ , pour laquelle toutes les consignes sont nulles.

Deux autres combinaisons de paramètres sont intéressantes dans notre cas imposé par la modification de l'injection du laser de la métrologie : les deux voies obturées par les fibres optiques correspondent toutes deux aux voies D des quatre sorties en quadrature de phase. Il faudra donc imposer des consignes  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  identiques sur les deux bases correspondantes. Je présente dans la figure 4.19 les combinaisons de consigne possibles en fonction du choix des paramètres  $(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3)$  dans ce cas, et dans le cas où ces deux consignes sont opposées. Sur les bases autres que celles modifiées par la métrologie, on souhaite *a priori* asservir les franges à des consignes aussi proches de zéro que possible pour rester à proximité de la frange blanche. Dans le cas où  $\Phi_1 = \Phi_2$ , la meilleure combinaison est donc donnée pour  $\Phi_3 = -\Phi_1$ .

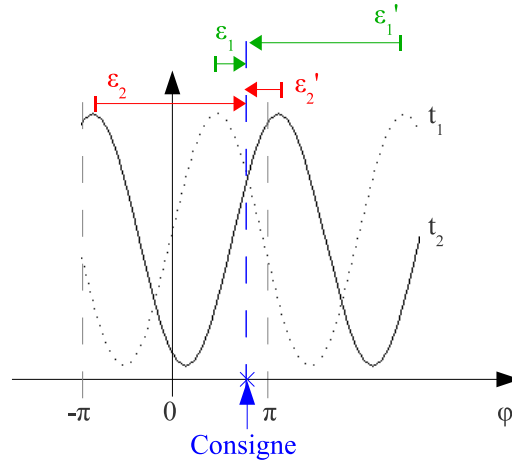


**Figure 4.19** – Combinaisons de consignes possibles sur les six bases, dans le cas où  $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi$  à gauche, et dans le cas où  $\Phi_1 = -\Phi_2 = \Phi$  à droite. Une coupe verticale pour une valeur de  $\Phi_3$  choisie indique les six consignes correspondantes, en unité de  $\Phi$ .

### Précaution à prendre concernant l'ordre des franges

La seconde difficulté à suivre les franges à des consignes non nulles est due au fait que la phase est estimée modulo  $2\pi$ . Si la consigne est fixée à une valeur proche de  $\pm\pi$ , l'asservissement est rendu très instable par l'indétermination de l'ordre de la frange suivie, et oscillera entre deux franges. La figure 4.20 présente un schéma explicatif de ce genre de situation instable.

Il convient donc de constamment vérifier l'ordre de la frange observée avec l'estimation du retard de groupe afin d'être sûr de rester sur la frange centrale d'une part, et d'autre part de déplier l'erreur à la consigne si celle-ci est supérieure à  $\pi$ .



**Figure 4.20** – Schéma explicatif du risque d'instabilité provoqué par des consignes proches de  $\pm\pi$ . Deux figures de franges sont représentées avec des déphasages différents, en pointillés à l'instant  $t_1$  et en trait plein à l'instant  $t_2$ . Les commandes appliquées aux actionneurs sont basées sur les écarts  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  à la consigne. Si le déphasage entre les deux instants est bien inférieur à  $\pi$ , la seconde commande sera erronée, car estimée à partir d'une frange différente de celle de la première commande. Dans ce cas, la commande appropriée eût été  $\epsilon'_2$ , soit  $\epsilon_2 - 2\pi$ .

#### 4.5.4 Simulations de suivi de franges modifié par la métrologie

Compte-tenu des modifications de l'algorithme pour tenir compte du suivi de franges à des consignes non-nulles, je vais maintenant présenter les simulations réalisées pour analyser l'impact de la perte de deux sorties du recombineur sur la stabilisation des franges à différentes consignes.

##### Description des simulations

Pour cela, j'ai réalisé des simulations avec le schéma de recombinaison habituel (voir partie 4.2.1), ainsi qu'avec un recombineur modifié (que l'on appellera « recombineur ABC » pour simplifier dans la suite) afin de pouvoir comparer facilement les deux cas. Pour simuler le recombineur ABC, j'ai supprimé deux lignes de la matrice V2PM afin de créer des images de 22 pixels par canal spectral. Les lignes supprimées correspondent aux voies D des bases 1-4 et 2-3. La matrice pseudo-inverse de cette V2PM modifiée est utilisée pour estimer les cohérences complexes de chaque base à partir de l'image bruitée. Les phases et retards de groupe de chaque base sont ensuite estimés avec les algorithmes habituels à partir des cohérences complexes.

J'ai utilisé de simples intégrateurs pour asservir les franges dans ces simulations. En effet, cette modification du recombineur n'affecte que l'estimation des différences de marche, et non le calcul des commandes. Cependant, j'ai utilisé deux versions de l'intégrateur : dans l'une les pistons sont calculés par inversion directe de l'estimation des différences de marche, tandis que dans l'autre cette inversion est pondérée par le bruit sur les différences de marche, de façon à améliorer leur estimation par les relations de clôture entre les bases (voir partie 3.3.1).

Les consignes imposées aux six bases sont choisies telles que  $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi$  et  $\Phi_3 = -\Phi$ ,

comme décrit précédemment :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{12} = 0 \\ \phi_{13} = \Phi \\ \phi_{14} = \Phi \\ \phi_{23} = \Phi \\ \phi_{24} = \Phi \\ \phi_{34} = 0 \end{array} \right. \quad (4.16)$$

J'ai simulé quatre consignes  $\Lambda_c$  de différence de marche différentes pour ces simulations : 0,  $\lambda/4$ ,  $\lambda/2$ , et  $-\lambda/4$ .

Chaque simulation est répétée dix fois avec à chaque fois des séquences de perturbation différentes, simulées de la même façon qu'en partie 4.2. Les résultats dans la suite présentent systématiquement des moyennes sur ces dix simulations.

### Résultat des simulations à haut rapport signal-sur-bruit

Afin de valider l'adaptation des algorithmes à des consignes non nulles telle que décrite précédemment, j'ai tout d'abord réalisé de simples simulations à haut rapport signal-sur-bruit, avec une étoile de magnitude  $K = 6$ , à 1 kHz, avec 10  $\mu\text{m}$  de turbulence atmosphérique, et sans vibration ni variation de flux. Dans la figure 4.21, je présente l'erreur moyenne à la consigne en fonction de la consigne nominale  $\Lambda_c$ , pour chaque base, avec les deux contrôleurs (pondéré et non pondéré), et avec les deux versions de recombineur différentes (modifié ou non par la métrologie). La figure 4.22 présente l'écart-type des résidus de différence de marche pour chaque base en fonction de la consigne nominale, également pour chacune de ces situations.

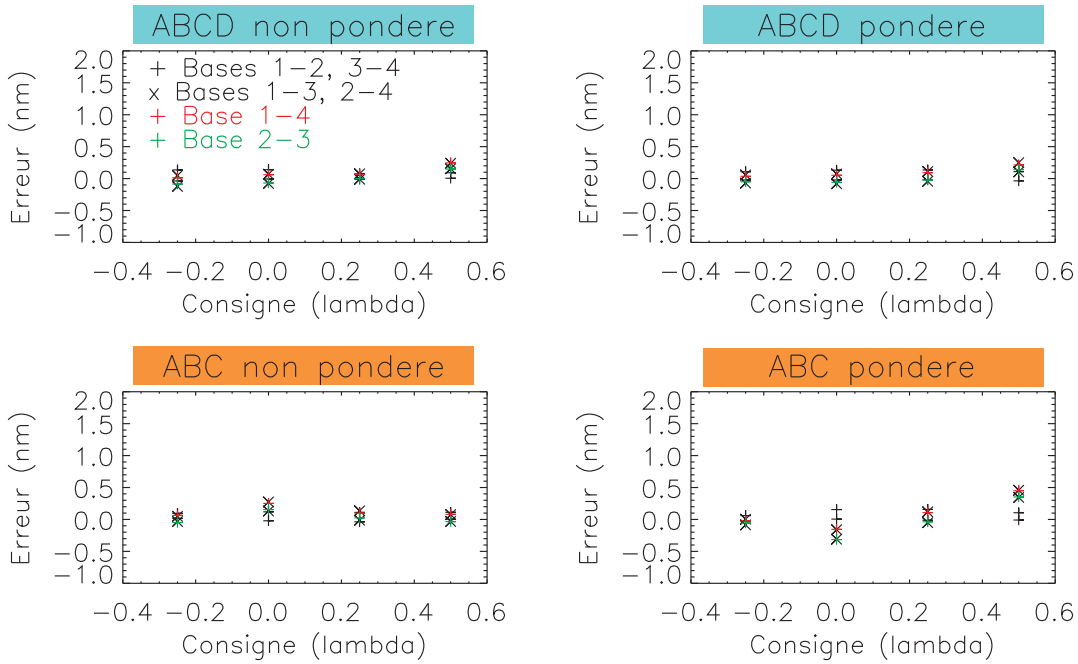
On constate que les différences de marche sont correctement asservies à la consigne imposée, à une précision inférieure au nanomètre, quelle que soit la valeur de la consigne. La modification de l'algorithme de façon à suivre les consignes non nulles est donc appropriée, même pour des consignes proches de  $\lambda/2$ . On constate également qu'à haut rapport signal-sur-bruit, la perte de deux sorties du recombineur n'impacte pas la précision du suivi de franges. De même, à haut rapport signal-sur-bruit, le fait de suivre les franges à des consignes non nulles n'a aucun impact sur la stabilité de cet asservissement : les résidus de différence de marche restent stable à 68 nm rms près quelle que soit la consigne, le recombineur, ou le contrôleur utilisé.

### Résultat des simulations à bas rapport signal-sur-bruit

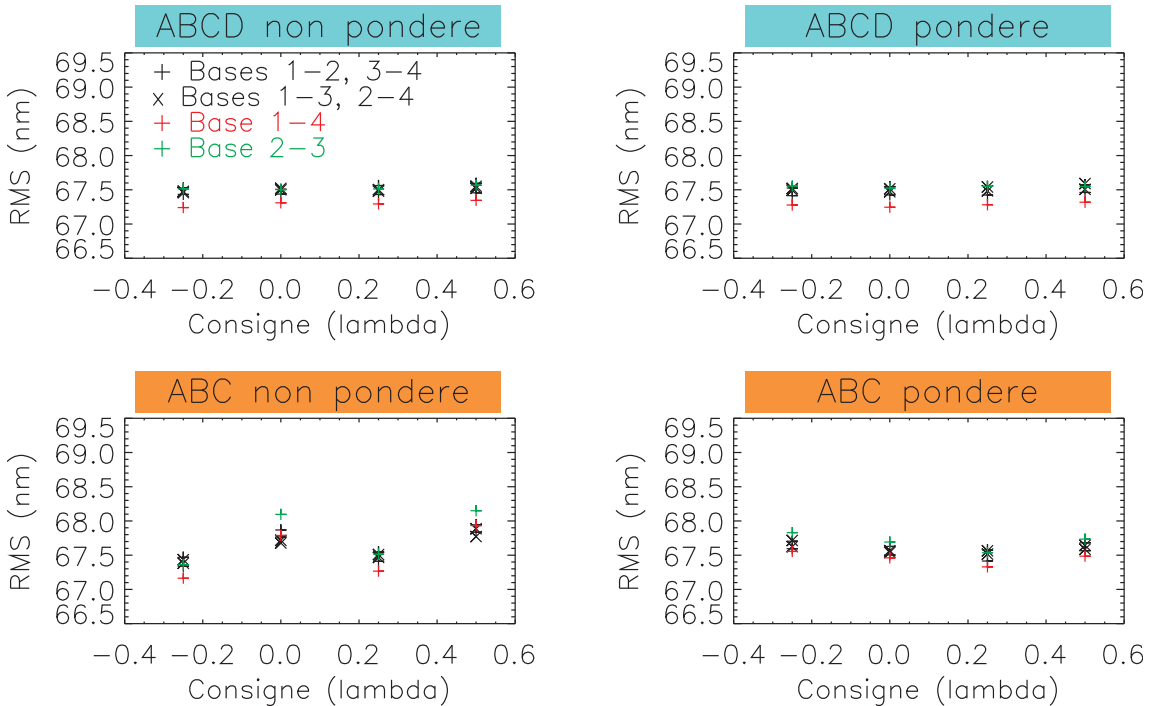
L'impact des consignes non nulles et/ou de la modification du recombineur sur l'efficacité du suiveur de franges se révèle à faible rapport signal-sur-bruit. Pour le mettre en relief, j'ai réalisé ces mêmes simulations pour suivre les franges d'une étoile de magnitude  $K = 10$ , à une fréquence de 300 Hz, avec des pertes de flux provoquées par un tip-tilt résiduel de 15 mas, avec une turbulence atmosphérique de 10  $\mu\text{m}$ , et 150 nm de vibrations. La figure 4.23 présente les erreurs moyennes aux consignes fixées pour chaque base, en fonction de la consigne nominale  $\Lambda_c$  pour chaque situation simulée, et la figure 4.24 les écarts-types correspondants.

Commençons par analyser les erreurs aux consignes (figure 4.23). On constate tout d'abord qu'à faible rapport signal-sur-bruit, elles ne sont plus systématiquement nulles, mais sont clairement proportionnelles à la consigne imposée : plus la consigne est grande, plus l'erreur d'asservissement à cette position est grande ; les bases 1-2 et 3-4, dont les

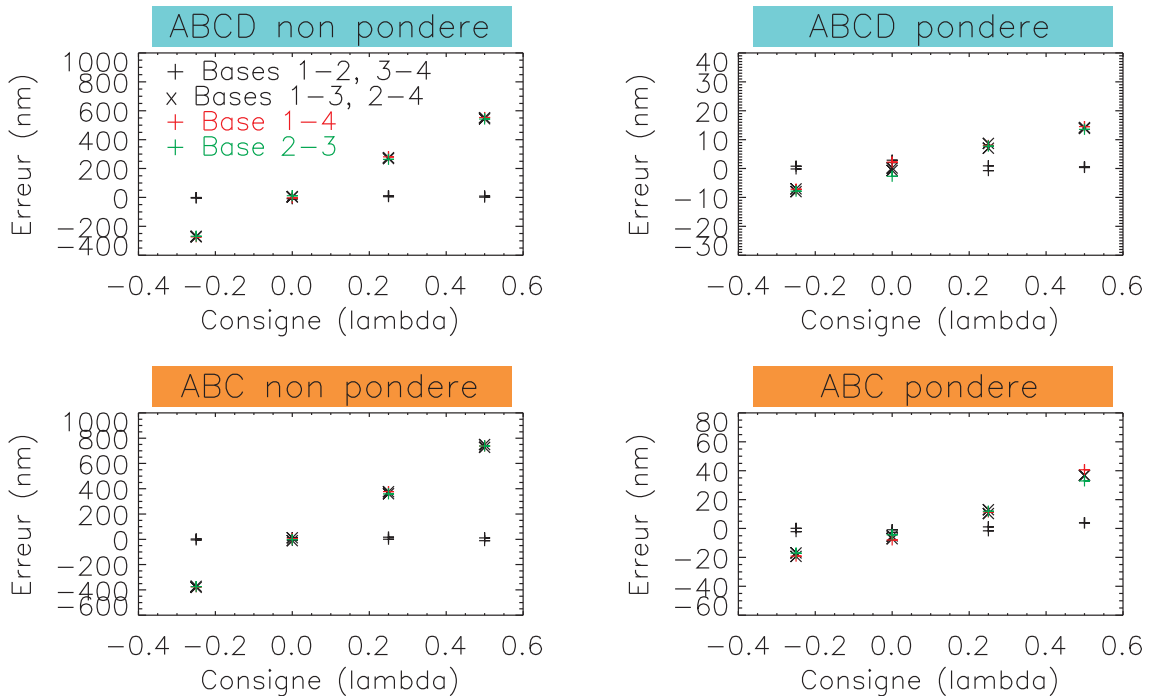




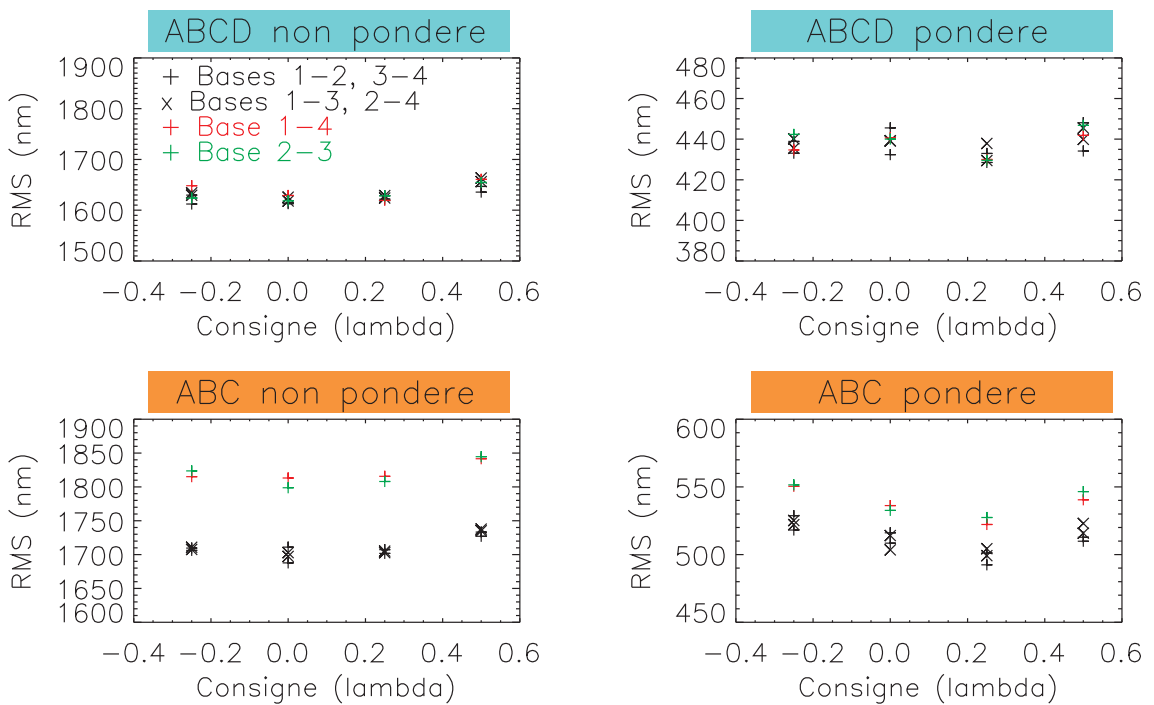
**Figure 4.21** – Erreur à la consigne en fonction de la consigne  $\Lambda_c$ , pour chaque base. À chaque valeur de  $\Lambda_c$  en abscisse, six points sont représentés (un par base). Les deux bases susceptibles d’être modifiées par la métrologie sont en couleur (elles ne sont modifiées que dans les schémas du bas); les deux bases pour lesquelles la consigne est systématiquement nulle sont représentées par des signes +, les deux autres par des signes  $\times$ . Simulations à haut rapport signal-sur-bruit, sans vibrations ni pertes de flux.



**Figure 4.22** – Écart-type des résidus de différence de marche de chaque base, en fonction de la consigne  $\Lambda_c$ , à haut rapport signal-sur-bruit.



**Figure 4.23** – Erreur à la consigne en fonction de la consigne  $\Lambda_c$ , pour chaque base. Les deux bases susceptibles d'être modifiées par la métrologie sont en couleur ; les deux bases pour lesquelles la consigne est systématiquement nulle sont représentées par des signes +, les deux autres par des signes x. Simulations avec une étoile de magnitude  $K = 10$ , avec 150 nm rms de vibrations,  $10 \mu\text{m}$  de turbulence atmosphérique, et 15 mas de tip-tilt résiduel.



**Figure 4.24** – Écart-type des résidus de différence de marche de chaque base, en fonction de la consigne  $\Lambda_c$ , pour une étoile de magnitude  $K = 10$ , avec 150 nm rms de vibrations,  $10 \mu\text{m}$  de turbulence atmosphérique, et 15 mas de tip-tilt résiduel.

franges sont stabilisées à la différence de marche nulle, n'ont quant à elles aucune erreur dans leur asservissement.

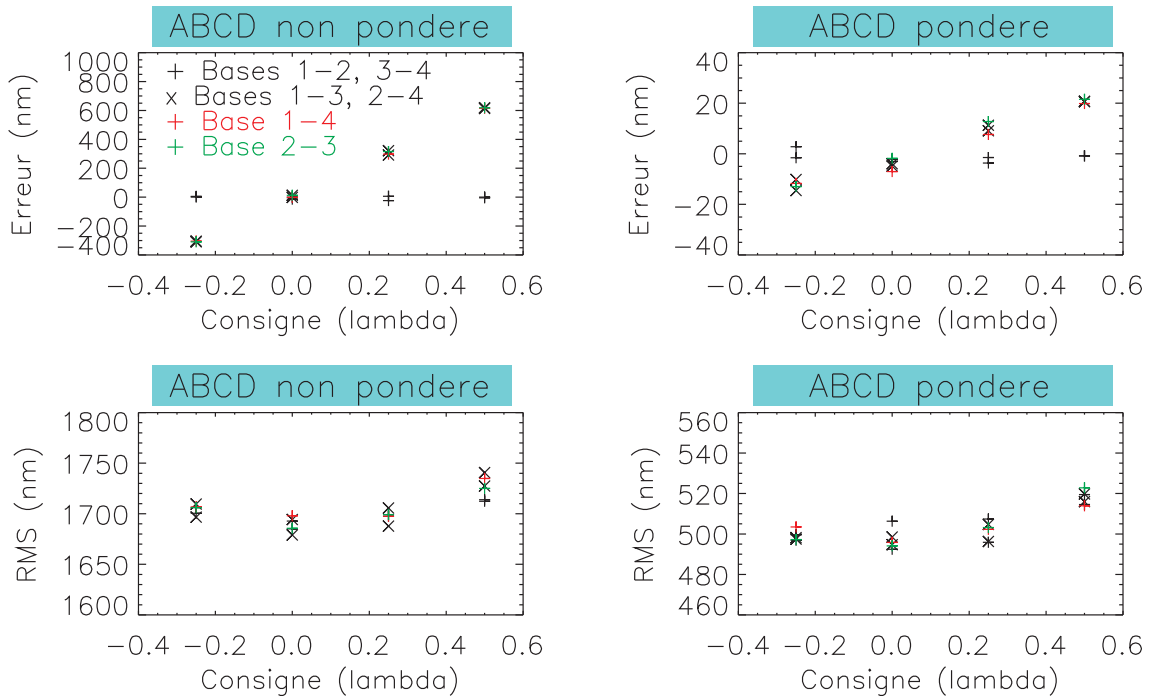
De plus, cette erreur est légèrement plus importante sur l'ensemble des bases à consigne non nulle avec un recombineur ABC qu'avec un recombineur normal : pour une consigne de  $\lambda/2$ , l'erreur est de  $\sim 750$  nm avec un recombineur ABC au lieu de  $\sim 650$  nm avec un recombineur ABCD, lorsque l'inversion des différences de marche en piston n'est pas pondérée. Ce même phénomène se produit également dans la version pondérée des simulations. On constate également que toutes les bases à consigne non nulle sont affectées de la même façon avec la même erreur, qu'il s'agisse d'une base modifiée par la métrologie ou non. C'est simplement dû aux relations de clôture, qui contraignent l'ensemble des résidus selon les relations 4.13. Ainsi, avec un recombineur ABC, toutes les bases pâtissent de la perte de précision sur l'estimation de deux différences de marche.

Par contre, le fait de pondérer l'inversion des différences de marche pour utiliser au mieux les relations de clôture lors de l'estimation des pistons est beaucoup plus efficace pour suivre les franges à la consigne assignée : pour une consigne de  $\lambda/2$ , l'erreur sur la consigne n'est plus que de 15 nm avec le recombineur ABCD au lieu de 650 nm, et de  $\sim 35$  nm au lieu de 750 nm avec le recombineur ABC.

Analysons maintenant la stabilité des franges (figure 4.24). On constate tout d'abord que dans la version modifiée du recombineur, les différences de marche estimées sur les deux bases modifiées du recombineur ABC sont clairement moins bien stabilisées que sur les quatre autres bases : il y a plus de 100 nm rms de différence dans la version non pondérée des simulations, et près de 50 nm rms de différence dans la version pondérée. Cette perte d'efficacité est effectivement attendue compte-tenu du fait que les différences de marche de ces deux bases sont estimées avec une moins bonne précision, à partir de trois intensités en quadrature de phase au lieu de quatre.

Par contre, on se serait attendu à ce que la stabilité des franges varie de façon plus importante en fonction de la consigne, et qu'en particulier l'écart-type des résidus sur ces deux bases modifiées pour une consigne de  $\lambda/4$  soit du même ordre que celui sur les bases non-modifiées : en effet une consigne de  $\lambda/4$  correspond à asservir la frange sombre sur la voie D du recombineur, et ainsi à limiter la perte de flux sur ces deux bases. On constate cependant que les écarts-types des résidus sont en effet minimisés pour cette consigne avec le contrôleur pondéré, mais qu'ils restent cependant supérieurs aux autres bases. Cette perte de stabilité malgré la consigne appropriée est due au fait que les différences de marche sont estimées à partir de seulement 3 mesures d'intensité au lieu de quatre. Le fait de mesurer une intensité nulle sur un quatrième pixel est malgré tout une information en soit qui aurait amélioré la précision sur l'estimation de la différence de marche. Cet effet se retrouve également dans l'analyse de la matrice V2PM modifiée par la perte de deux lignes. Elle a en effet toujours 16 valeurs singulières non nulles, car l'estimation des quatre flux et des six cohérences complexes de l'objet est toujours possible, malgré la perte de deux voies sur des bases opposées. Cependant, quatre valeurs singulières sont significativement plus faibles que pour la matrice V2PM non modifiée et montrent que deux cohérences complexes seront estimés avec une incertitude plus grande. Ainsi, même en stabilisant les franges à une consigne de  $\lambda/4$  sur ces deux bases modifiées, la différence de marche reste malgré tout moins bien estimée.

Enfin, on constate comme attendu que les franges sont mieux stabilisées avec un contrôleur pondéré tirant au mieux profit des relations de clôture qu'un contrôleur non pondéré, avec des écarts-types des résidus réduits de plus 1  $\mu\text{m}$ . Les franges sont également glo-



**Figure 4.25** – Erreur à la consigne (haut) et écart-type des résidus de différence de marche (bas) de chaque base, en fonction de la consigne  $\Lambda_c$ , pour une étoile de magnitude  $K = 10, 1$ , avec 150 rms de vibrations, 10  $\mu\text{m}$  de turbulence atmosphérique, et 15 mas de tip-tilt résiduel.

blement mieux stabilisées avec le recombineur ABCD qu’avec sa version modifiée par la métrologie ( $\sim 1630$  nm rms avec la version ABCD contre  $\sim 1700$  nm rms avec la version ABC pour un contrôleur non pondéré, et 440 nm rms contre 500 nm rms avec un contrôleur pondéré). Cependant, cette perte de stabilité avec le recombineur modifié est simplement due à la perte de flux liée à l’obstruction de deux sorties sur 24 de l’optique intégrée, ce qui correspond à une perte de sensibilité de 0,1 magnitude. En effet, la figure 4.25 présente les erreurs moyennes aux consignes et écarts-types des résidus dans le cas d’une étoile de magnitude  $K = 10, 1$ , avec seulement un recombineur non modifié par la métrologie. On voit que les écarts-types valent également 1700 nm rms dans le cas d’un contrôleur non pondéré, et 500 nm rms avec un contrôleur pondéré, soit exactement la même efficacité de suivi qu’avec le recombineur ABC pour une étoile de magnitude 10.

#### 4.5.5 Résumé des simulations et discussion

Par cette analyse, j’ai donc mis en relief de nombreux points. En premier lieu, sur le fait de suivre les franges à des consignes non nulles :

- dès lors que plus de trois télescopes sont utilisés et que des relations de clôture de phase interviennent entre les bases, le choix de la valeur des consignes est contraint par ces relations. Notamment, il n’est pas possible d’imposer une consigne identique sur toutes les bases, sauf si la consigne est nulle ;
- à faible rapport signal-sur-bruit, l’erreur d’asservissement à la consigne est directement proportionnelle à la consigne : plus la consigne imposée est loin de la différence de marche nulle, plus l’erreur moyenne est grande ;

- de plus, l’erreur à la consigne dépend également du niveau de bruit global : plus il est élevé, plus l’erreur est importante ;
- si le bruit est plus important sur une base, toutes les autres pâtissent de son imprécision à cause des relations de clôture et l’erreur d’asservissement est plus importante sur toutes les bases où la consigne est non nulle ;
- l’utilisation de consignes non nulles a peu d’impact sur la stabilité de l’asservissement. Avec un algorithme optimisé (inversion pondérée des différences de marche), l’écart-type des résidus ne dépend pas de la valeur de la consigne.

Ces simulations m’ont en particulier permis d’analyser l’impact de la perte de deux sorties du recombineur sur le suivi de franges :

- les différences de marche sont estimées avec une précision moins bonne sur les deux bases concernées, ce qui accroît l’erreur à la consigne sur toutes les bases dont la consigne est non nulle (cf paragraphe ci-dessus) ;
- les franges sur ces deux bases sont moins bien stabilisées que sur les autres bases, quelle que soit la consigne ;
- asservir les franges à une consigne telle que la voie obstruée soit sur une frange sombre minimise l’instabilité de l’asservissement, mais n’est pas équivalent à utiliser quatre intensités en quadrature de phase pour estimer la différence de marche ;
- l’écart-type des résidus de différence de marche avec un recombineur modifié est similaire à celui qu’obtiendrait un recombineur non modifié en observant une étoile moins lumineuse de 0,1 magnitude, ce qui correspond bien à la perte d’un douzième du flux total.

Pour conclure sur l’impact du choix de ce recombineur sur le suiveur de franges de GRAVITY, la conséquence la plus importante est la perte de stabilité des franges due à la baisse de sensibilité de l’instrument. Étant donné que le suiveur de franges est à la limite de ses spécifications pour une étoile de magnitude 10, en particulier avec le niveau de vibrations actuel au VLTI (voir partie 4.2), choisir cette version modifiée du recombineur serait risquer de ne pas être capable de stabiliser suffisamment les franges sur l’étoile IRS 16C pour observer correctement le centre galactique avec GRAVITY. Il est à noter qu’obtenir des erreurs non nulles aux consignes fixées n’a pas de conséquence critique sur le suiveur de franges ou sur l’acquisition des franges sur la voie scientifique, à part une petite baisse des visibilitées sur ces bases. Asservir les franges à une différence de marche non nulle n’a pas d’importance en soit, ce qui compte c’est qu’elle reste stable à la position choisie.

## 4.6 Conclusions sur les simulations de suivi de franges

Nous sommes arrivés au bout de ce chapitre consacré aux simulations numériques de suivi de franges. Il est utile à ce point d’en discuter les limites et d’en résumer l’ensemble des résultats.

### 4.6.1 Limites de ces simulations

La première limitation que l’on peut souligner est que dans toutes les simulations décrites ci-dessus, j’ai supposé la réponse des actionneurs instantanée, pour simplifier la mise en œuvre des simulation. La bande passante à 3 dB de ceux qui seront utilisés pour GRAVITY a été mesurée à 220 Hz. Cette bande passante limitée ne devrait pas

affecter les résultats à faible rapport signal-sur-bruit de ces simulations, pour lesquelles une fréquence inférieure à 300 Hz a été utilisée. En particulier, les conclusions concernant les spécifications du suiveur de franges de GRAVITY restent inchangées. Par contre, pour des étoiles plus lumineuses que  $K = 8,5$  où une fréquence de boucle supérieure à 500 Hz est censée être optimale, le temps de réponse des actionneurs limitera éventuellement ces performances aux hautes fréquences. Pour un contrôle des différences de marche optimal, la fonction de transfert des quatre actionneurs devra être étalonnée et les commandes adaptées à ces réponses. Dans le cas du contrôleur intégral, cela consiste principalement à diminuer les gains en fonction du temps de réponse des actionneurs, de façon à éviter les instabilités (ou divergences du système). Dans le cas du contrôleur Kalman, l'opération est un peu plus complexe : il faut en effet d'une part tenir compte de ces réponses au moment de la construction des séquences de perturbation en boucle pseudo-ouverte, de façon à connaître avec précision la position moyenne des actionneurs à chaque itération de la boucle, et d'autre part adapter les commandes du contrôleur Kalman aux fonctions de transfert des actionneurs, tel que décrit par [Correia et al. \(2008\)](#).

De plus, j'ai simulé dans ce chapitre des perturbations temporellement invariantes, notamment pour les vibrations, à part pour quelques simulations simples dans la partie 4.3 dans lesquelles la fréquence et l'amplitude de quelques vibrations variaient avec le temps. On sait cependant que la turbulence atmosphérique ainsi que les vibrations instrumentales au VLTI sont susceptibles de varier sur des échelles de temps de quelques dizaines de seconde, comme je l'ai confirmé dans la partie 4.4. Pour corriger efficacement ces vibrations, le modèle de perturbations utilisé par le contrôleur Kalman devra être mis à jour régulièrement toutes les 10 s comme expliqué dans le chapitre 3, de façon à corriger constamment les vibrations présentes et ne pas dégrader sa performance en corrigeant des vibrations fantômes.

#### 4.6.2 Résumé des simulations

Malgré ces deux simplifications délibérées pour simplifier la mise en œuvre du programme de simulations, les conditions de suivi de franges simulées sont cependant suffisamment réalistes caractériser ses algorithmes. Elles me permettent notamment de conclure sur la possibilité d'atteindre les performances attendues dans le cadre du programme scientifique de GRAVITY. Je vais maintenant résumer les résultats déterminants que j'ai obtenus par l'ensemble de ces simulations.

J'ai étudié en partie 4.2 l'efficacité du suiveur de franges de GRAVITY en fonction de la luminosité de l'étoile observée et déterminé systématiquement la fréquence de boucle donnant des performances optimales. J'ai également étudié sa robustesse à différentes qualités de conditions d'observation, en simulant différents niveaux de piston atmosphérique, de vibrations instrumentales, et de stabilité d'injection du flux dans les fibres. Pour cela, j'ai caractérisé les performances de deux contrôleurs : un intégrateur classique et un contrôleur utilisant un filtre de Kalman dont le calcul des commandes est basé sur un modèle des perturbations déterminé au préalable. J'ai montré par ces simulations que le contrôleur Kalman est globalement plus efficace que l'intégrateur. Il est insensible au niveau de perturbation à haut rapport signal-sur-bruit, alors que la performance de l'intégrateur est limitée par le niveau de vibrations longitudinales. J'ai cependant montré qu'à bas rapport signal-sur-bruit, ses performances sont limitées par la qualité de son modèle de perturbation, qui est déterminé à partir d'une séquence acquise à l'aide d'un intégrateur. Ainsi, si les franges ne sont pas stabilisées à un écart-type inférieur à  $\lambda/4$  pendant cette séquence

préliminaire, le contrôleur n'est plus apte à stabiliser efficacement les franges. J'ai montré qu'il permet néanmoins d'atteindre les spécifications fixées pour le suiveur de franges de GRAVITY, à savoir de stabiliser les franges à moins de 350 nm rms sur une étoile de magnitude 10 pour un niveau de vibrations de 150 nm rms. De plus, ces simulations m'ont permis de montrer que les performances à haut rapport signal-sur-bruit des deux contrôleurs sont limitées par la fréquence d'échantillonnage maximale de 1 kHz du calculateur temps-réel utilisé. De manière générale, la fréquence optimale a tendance à baisser si les fluctuations en tip-tilt augmentent, mais reste stable quel que soit le niveau de perturbations. Enfin, le contrôleur Kalman est plus efficace pour des fréquences d'échantillonnage inférieures à celles d'un intégrateur.

Les simulations présentées en partie 4.3 m'ont permis de comparer le contrôleur Kalman à l'algorithme VTK utilisé au VLTI pour corriger les vibrations longitudinales. J'ai démontré que le contrôleur Kalman est légèrement plus efficace que cet algorithme pour cette tâche. J'ai également montré qu'il est plus efficace pour corriger la turbulence atmosphérique que le contrôleur PI utilisé au VLTI, car ses gains sont statistiquement optimisés selon le niveau de bruit et de perturbation, tandis que les gains du contrôleur PI sont figés à des valeurs privilégiant la stabilité du contrôleur à son efficacité. Les résultats de ces deux premières parties ont été soumis pour publication dans le journal *Astronomy & Astrophysics*. La version de cet article soumise le 14 août 2012 est présentée dans l'annexe 6.4.2 (Choquet et al. 2012).

Dans la partie 4.4, j'ai réalisé des simulations de suivi de franges à partir de véritables séquences de mesure sur ciel effectuées par le suiveur de franges de PRIMA. J'ai confirmé par ces simulations que le contrôleur Kalman est plus efficace qu'un contrôleur classique pour corriger les vibrations, et qu'il est également plus efficace que PRIMA pour corriger la turbulence atmosphérique. Sa performance est limitée par l'apparition ou la disparition de vibrations en cours de suivi, changements qui ne sont pas compris par son modèle de turbulence statique.

Enfin dans la dernière partie, j'ai étudié l'impact de suivre les franges à une différence de marche non nulle, et analysé les conséquences d'une modification du recombineur de faisceau pour améliorer la précision astrométrique de l'instrument. J'ai montré que le choix des consignes de différence de marche est contraint par les relations de clôture de phase. De plus, à faible rapport signal-sur-bruit les franges ne sont pas stabilisées exactement à la consigne demandée : l'erreur est proportionnelle à la consigne et augmente avec le niveau de bruit. La modification du recombineur, qui induit la perte de deux de ses sorties, entraîne une perte de stabilité des franges sur les bases impactées, ainsi qu'une perte de stabilité sur toutes les autres bases entraînée par la baisse de sensibilité liée à la perte d'un douzième du flux de l'étoile.

## Chapitre 5

# Réalisation d'un prototype de laboratoire

Dans le chapitre précédent j'ai présenté les performances théoriques de l'algorithme du suiveur de franges de GRAVITY, obtenues par des simulations numériques de la boucle de contrôle et des modélisations réalistes des conditions d'observation au VLTI.

Pour valider de façon expérimentale les performances de cet algorithme et optimiser le fonctionnement de la machine d'état du contrôleur, j'ai consacré une partie de ma thèse au développement d'un prototype de laboratoire du suiveur de franges. L'objectif de ce démonstrateur est de simuler des conditions d'observations similaires à celles rencontrées au VLTI, développer l'algorithme de suivi de franges dans un environnement informatique fonctionnant en temps réel, et analyser la performance atteinte dans le contrôle des différences de marche.

Dans ce chapitre, je présenterai principalement certaines étapes intermédiaires et obstacles à considérer pour le bon fonctionnement d'un suiveur de franges opérationnel. Ainsi, après une brève description du montage instrumental mis en œuvre pour l'élaboration de ce démonstrateur, je détaillerai deux aspects du suivi de franges qui n'ont pas été abordés dans les chapitres précédents, mais dont l'analyse s'est révélée indispensable au cours du développement expérimental. Le premier point concerne l'étalonnage de l'instrument, et le second l'uniformité de la longueur d'onde effective en sortie du recombineur. Je présenterai enfin le bilan partiel obtenu grâce à ce montage, et j'en discuterai les résultats et les perspectives.

### 5.1 Description du prototype

Cette partie est consacrée à la description du démonstrateur du suiveur de franges développé à Meudon. J'y présente le montage optique réalisé d'une part, et l'environnement informatique utilisé pour contrôler les différences de marche d'autre part.

#### 5.1.1 Le montage optique

##### Choix de la bande spectrale

Plutôt que d'utiliser la même bande spectrale que GRAVITY, le prototype du suiveur de franges a été réalisé dans la bande H. Plusieurs raisons ont motivé ce choix :



- l'utilisation de la bande K n'est pas nécessaire pour démontrer expérimentalement le fonctionnement des algorithmes ni pour en caractériser les performances ;
- le coût d'un montage en bande K est beaucoup plus élevé qu'en bande H (détecteur et fibres optiques principalement) ;
- une caméra fonctionnant à 2  $\mu\text{m}$  doit être refroidie dans une enceinte cryogénique pour en limiter le bruit thermique et le courant d'obscurité, ce qui est considérablement moins pratique d'utilisation qu'une caméra en bande H simplement refroidie par des modules Peltier ;
- un composant en optique intégrée conçu pour fonctionner en bande H et semblable à celui utilisé pour GRAVITY (recombineur de quatre faisceaux sur quatre sorties en quadratures de phase de type ABCD) était disponible à l'IPAG, suite aux développements effectués pour l'instrument PIONIER.

Les caractéristiques de cette caméra en bande H sont donc bien entendu différentes de celles de la caméra SELEX qui sera utilisé par le suiveur de franges de GRAVITY. Son bruit de lecture est notamment de  $380 e^-$ , lorsqu'elle est refroidie à 250 K (donnée du constructeur).

### Principaux éléments du prototype

L'objectif primaire de ce prototype est de démontrer le principe du suivi de franges à quatre télescopes et d'optimiser les algorithmes de contrôle. J'ai donc développé un montage relativement simple, constitué uniquement des composants élémentaires d'un suiveur de franges similaire à celui de GRAVITY.

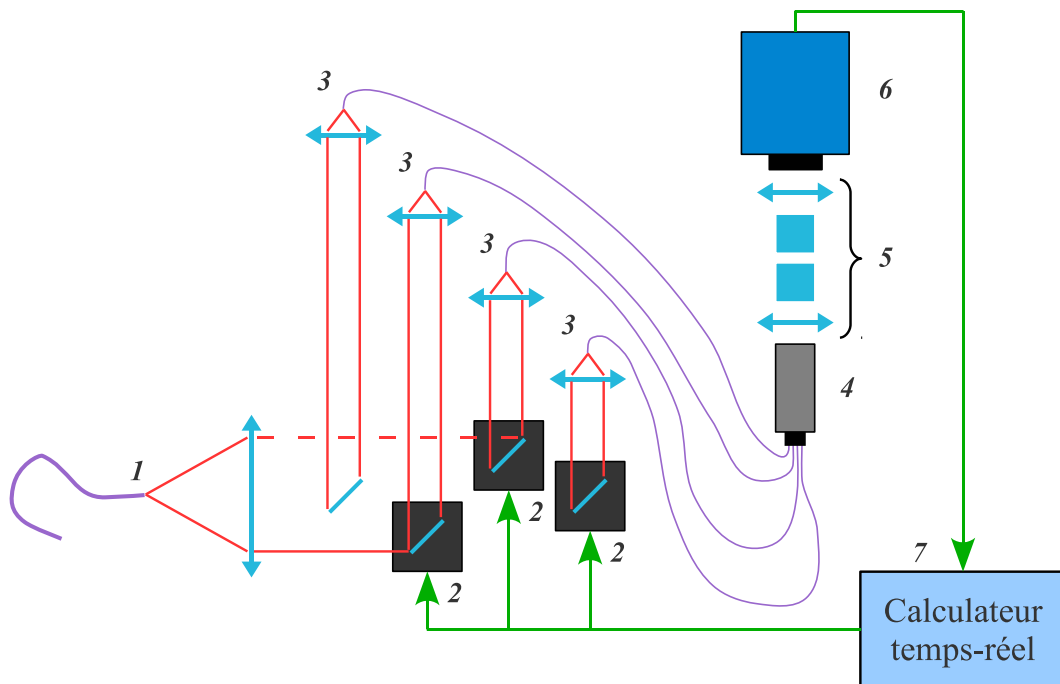
Le schéma optique du prototype est présenté en figure 5.1, et une photographie du banc optique en figure 5.2. Un large faisceau collimaté est intercepté par quatre miroirs qui réfléchissent la lumière en direction de systèmes d'injection dans des fibres monomodes et simulent les télescopes du VLT. Trois de ces miroirs sont montés sur des platines de translation piézoélectriques dans le but de contrôler en temps réel les différences de marche sur les six bases ainsi formées. Les trois commandes en piston sont calculées par rapport à la position du télescope fixe, contrairement à la configuration à quatre actionneurs de GRAVITY pour laquelle les commandes sont calculées par rapport au piston moyen sur les quatre télescopes.

Les systèmes d'injection dans les fibres sont disposés de façon à égaliser les chemins *géométriques* parcourus par les quatre faisceaux. Les quatre faisceaux sont injectés dans des fibres monomodes à maintien de polarisation, dont les longueurs ont été égalisées de façon à limiter l'effet de dispersion décrit dans la partie 3.2.5 de ce manuscrit.

Le flux sortant des quatre fibres est injecté dans un recombineur de faisceaux en optique intégrée permettant d'échantillonner les franges des six bases sur quatre sorties en quadrature de phase (modulation de type ABCD). Les 24 sorties de ce composant sont imagées sur un détecteur infrarouge par un système d'imagerie sur cinq canaux spectraux, avec séparation des deux polarisations.

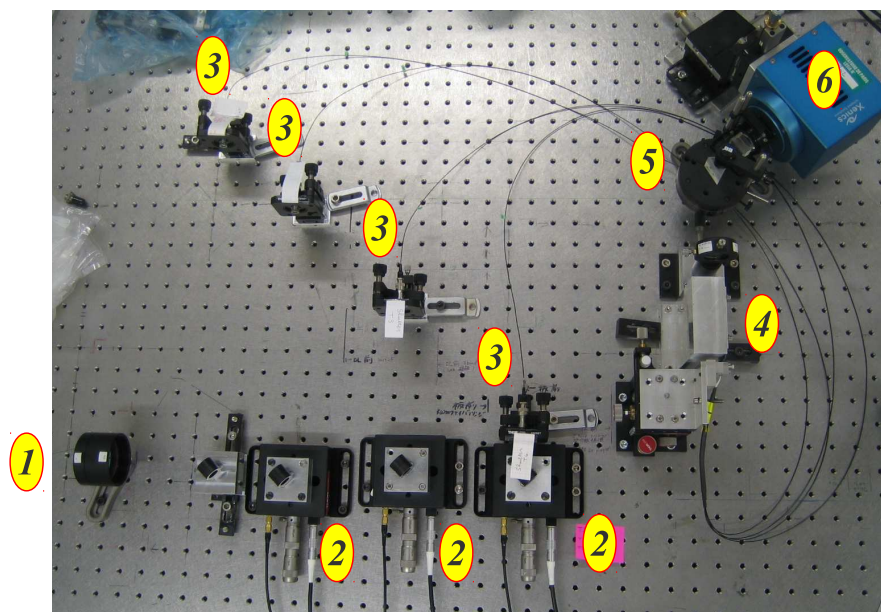
Enfin, le contrôle des différences de marche est assuré par un calculateur temps-réel, cœur du démonstrateur, qui contient l'algorithme de suivi de franges. Ses trois fonctions primaires se résument à :

- lire les images acquises par le détecteur ;
- estimer les différences de marche entre les télescopes ;
- envoyer des commandes aux actionneurs en piston.



**Figure 5.1** – Schéma optique du prototype du suiveur de franges de GRAVITY.

**1** : source ; **2** : platines de translation piézoélectriques ; **3** : fibres optiques monomode équilibrées en dispersion ; **4** : recombinateur de faisceaux en optique intégrée ; **5** : système d'imagerie ; **6** : détecteur ; **7** : ordinateur temps-réel.



**Figure 5.2** – Photographie du banc optique du démonstrateur. Les numéros se rapportent aux éléments décrits dans la légende de la figure 5.1. La source et le ordinateur temps-réel sont en dehors de l'image.

### 5.1.2 L'environnement informatique

Trois différentes architectures informatiques ont été développées à l'interface du montage optique pour stabiliser les franges. Elles sont conçues avec respectivement pour calculateur :

1. un ordinateur de bureau non temps-réel, utilisant un programme en Labview pour suivre les franges ;
2. un ordinateur fonctionnant avec un OS temps-réel commercial, consacré uniquement au contrôle des différences de marche, utilisant un programme en Labview temps-réel, et assisté d'un ordinateur de bureau pour la gestion des tâches non temps-critique (affichage d'observables, envoi de commandes) ;
3. les calculateurs temps-réel qui seront utilisés par l'instrument GRAVITY, utilisant un programme en TAC – *Tools for Advanced Control* – qui est le langage de programmation utilisé pour les applications temps-réel au VLT (Bauvir et al. 2004).

Pour mettre en œuvre cette troisième architecture, j'ai été aidée par Roderick Dembet et Pierre Fédou, ingénieurs, pour implanter l'algorithme en TAC dans les calculateurs de GRAVITY, et par Emmanuel Chambon, Brice Delpèche, Kevin Tretout, Ferhat Ahmim, et Hugo Ricateau, stagiaires et étudiants, pour développer de l'interface entre le détecteur et ces calculateurs.

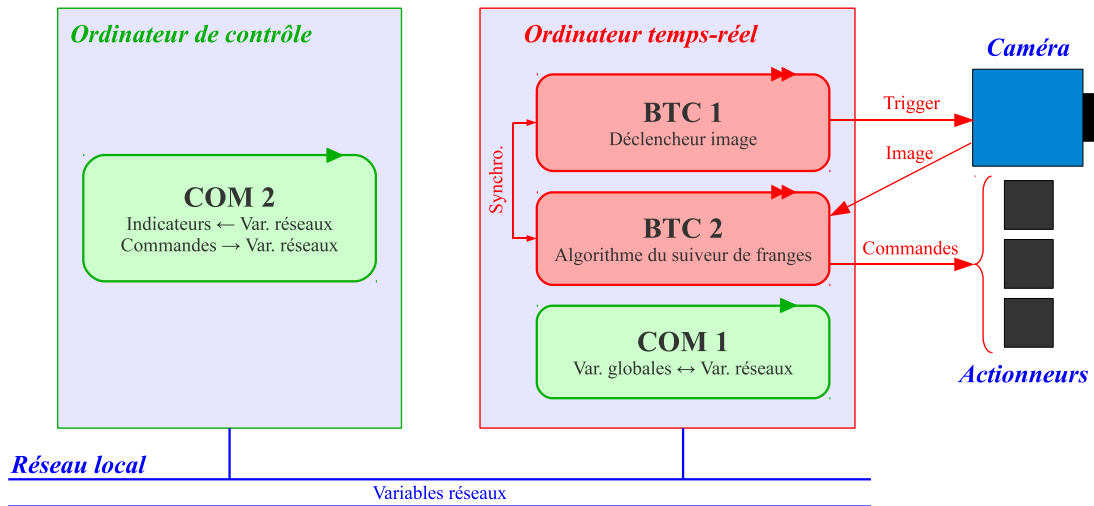
La première architecture a été développée pour une utilisation temporaire, avec pour but principal de permettre la mise en œuvre du système optique, et le débogage du programme de contrôle. Cette version initiale du prototype m'a permis de suivre les franges avec un algorithme simplifié, à une faible cadence à cause de l'utilisation d'une architecture non temps-réel, comme je le détaillerai en partie 5.4, ne permettant de corriger que les faibles perturbations locales du laboratoire.

Le développement de la seconde architecture, fonctionnant en temps réel, est nécessaire pour augmenter la fréquence du contrôleur et permettre de corriger des perturbations en piston plus réalistes. La validation du suivi de franges avec cette architecture n'a cependant pas pu être menée à terme, faute de temps. Deux difficultés ont principalement retardé la validation de cette étape :

- les interfaces entre l'ordinateur temps-réel, le détecteur, et les platines piézoélectriques n'étaient pas triviales. Il a fallu synchroniser le déclenchement des acquisitions à la fréquence du contrôleur d'une part, et construire une carte électronique permettant l'asservissement en position des platines piézoélectriques par la lecture de jauges de contrainte d'autre part ;
- la gestion de systèmes fonctionnant en temps réel n'est également pas triviale et nécessite un apprentissage et des attentions particulières.

Ce dernier point mérite d'être brièvement détaillé, car ce type de gestion sera potentiellement également utilisé pour évaluer le contrôle des franges avec les calculateurs temps-réel de GRAVITY, via les interfaces graphiques de l'utilisateur. Ce schéma de gestion, illustré en figure 5.3, utilise un ordinateur temps-réel sur lequel fonctionne l'algorithme de contrôle des franges. Cet ordinateur ne doit en aucun cas être retardé par des fonctions d'affichage, sous peine de réduire sa fréquence de boucle, et ainsi limiter la bande passante du contrôleur. Les fonctions d'affichage et de modification de paramètres sont déportées sur un ordinateur de contrôle, qui fonctionne à une cadence réduite (typiquement 20 Hz) et non temps-critique. Les deux ordinateurs sont placés sur un même réseau local pour permettre la communication des paramètres et des observables de l'un à l'autre. La réception

et l'envoi de données sur l'ordinateur temps-réel se fait à faible fréquence (typiquement 20 Hz) et avec une priorité minimale afin de ne pas retarder les boucles de contrôle des franges. Dans le cas du démonstrateur du suiveur de franges, deux boucles temps-critique fonctionnent sur l'ordinateur temps-réel. La première envoie un signal de déclenchement de l'acquisition de l'image du détecteur. La seconde exécute l'algorithme du suiveur de franges à chaque image reçue, et envoie les corrections calculées aux actionneurs en piston. Ces deux boucles sont synchronisées, et tournent avec une priorité maximale chacune sur un processeur de l'ordinateur temps-réel.



**Figure 5.3** – Schéma de principe de la gestion des différentes boucles de contrôle. L'ordinateur temps-réel est utilisé pour la stabilisation des différences de marche. L'ordinateur de contrôle permet à l'utilisateur de communiquer avec l'ordinateur temps-réel. Les deux machines sont placées sur un même réseau local. Deux boucles temps-critique fonctionnent sur l'ordinateur temps-réel. La première (BTC 1) sert au déclenchement de l'acquisition des images du détecteur. La deuxième (BTC 2) contient l'algorithme du suiveur de franges. Une troisième boucle non temps-critique permet la réception et l'envoi de données à l'ordinateur de contrôle à une fréquence réduite.

## 5.2 Étalonnage de l'instrument

Dans cette partie, je détaille la procédure d'étalonnage de l'instrument et les algorithmes utilisés pour en extraire les caractéristiques instrumentales d'intérêt.

Cette étape d'étalonnage est absolument nécessaire pour permettre l'estimation précise des grandeurs photométriques et interférométriques propres à l'étoile observée (les vecteurs de flux 3.8 et 3.11 du chapitre 3). Elle consiste à caractériser les paramètres de transmission et de cohérence complexe instrumentale regroupés dans les matrices V2PM pour les deux polarisations, en bande large et pour chaque canal spectral (équations 3.9 et 3.10), ainsi que la longueur d'onde moyenne du spectre et les longueurs d'onde effectives de chaque canal spectral et de chaque polarisation. Dans toute la procédure d'étalonnage décrite dans la suite, on suppose que les images utilisées sont systématiquement pré-traitées par soustraction du fond de ciel<sup>1</sup> et normalisation par le gain du détecteur. La procédure est uniquement décrite avec les notations et indexations propres aux mesures en bande large

1. Ou « fond de laboratoire » puisque cet étalonnage est réalisé avec une source interne à l'instrument.

dans le chapitre 3, mais elle se généralise pour caractériser les paramètres pour chaque canal spectral  $l \in [1, N_\lambda]$ .

### 5.2.1 Transmissions instrumentales

La première étape consiste à mesurer les transmissions instrumentales  $T_n^i$  subies par les faisceaux issus de chaque télescope  $n \in [1, N_a]$ , depuis la source d'étalonnage jusqu'au détecteur, pour chaque sortie du recombineur  $i \in [1, N_p]$ .

#### Protocole expérimental

La procédure, répétée pour chaque faisceau  $n$ , consiste à obturer les entrées de l'instrument correspondant aux télescopes autres que  $n$ , et acquérir une série d'images dont on calcule la moyenne temporelle  $\langle Q_i^t \rangle_t$ . L'équation 3.5 se simplifie alors en ne conservant que les termes photométriques propres au télescope  $n$  :

$$\langle Q_i^t \rangle_t = T_n^i \langle F_n^t \rangle_t. \quad (5.1)$$

#### Algorithme d'estimation des transmissions

En faisant l'hypothèse raisonnable que le flux collecté sur la voie  $n$  est imagé sans perte sur le détecteur, j'estime le flux total  $\langle F_n^t \rangle_t$  par la somme des signaux reçus par le détecteur :

$$\langle F_n^t \rangle_t = \sum_{i=1}^{N_p} \langle Q_i^t \rangle_t. \quad (5.2)$$

La transmission de chaque sortie  $i$  du recombineur de faisceaux est alors estimée simplement par l'opération :

$$T_n^i = \frac{\langle Q_i^t \rangle_t}{\langle F_n^t \rangle_t}. \quad (5.3)$$

### 5.2.2 Cohérences complexes instrumentales et longueurs d'onde effectives

La seconde étape consiste à caractériser les termes de cohérence complexe instrumentaux  $O_{n,m}^i$  (c'est-à-dire contrastes et phases instrumentaux) subis par chaque couple de faisceaux issus des télescopes  $(n, m)$  depuis la source jusqu'au détecteur, pour chaque sortie  $i$  du recombineur.

#### Protocole expérimental

La procédure d'étalonnage consiste à obturer toutes les entrées de l'instrument sauf celles correspondant au couple  $(n, m)$ , et à mesurer les figures d'interférence en faisant varier linéairement la différence de marche entre les deux télescopes grâce à l'un des actionneurs en piston sur la voie  $n$  ou  $m$ . Cette procédure est à répéter pour les six couples de télescopes à disposition.

On obtient ainsi pour chaque sortie  $i$  du recombineur une série de mesures d'intensités  $Q_i^t$  pour différentes valeurs connues de différence de marche  $\delta^t$  appliquées par l'actionneur.

En supposant la source étalon non résolue, l'équation 3.5 s'écrit alors :

$$\begin{aligned} Q_i^t(\delta^t) &= T_n^i |A_n^t|^2 + T_m^i |A_m^t|^2 + 2\Re \left[ \sqrt{T_n^i T_m^i} O_{n,m}^i A_n^t A_m^{t*} \right] \\ &= T_n^i F_n^t + T_m^i F_m^t + 2\sqrt{T_n^i T_m^i F_n^t F_m^t} E(\delta^t) |O_{n,m}^i| \cos \left( \psi_{n,m}^0 + 2\pi\sigma_0^i \delta^t + \psi_{n,m}^i \right), \end{aligned} \quad (5.4)$$

où  $E$  est l'enveloppe de cohérence des franges (voir équation 3.21),  $\sigma_0^i = 1/\lambda_0^i$  le nombre d'onde effectif de la bande spectrale considérée (bande large ou bande d'un canal spectral) correspondant à la voie  $i$  du recombineur,  $\psi_{n,m}^0$  la différence de marche initiale entre les deux télescopes, inconnue et supposée constante le temps que s'effectue l'étalonnage,  $|O_{n,m}^i|$  le contraste instrumental moyen sur la bande spectrale considérée, et  $\psi_{n,m}^i$  la phase différentielle instrumentale entre les deux faisceaux  $(n, m)$ . La cohérence complexe instrumentale que l'on souhaite étalonner s'écrit :

$$O_{n,m}^i = |O_{n,m}^i| \exp \left( i\psi_{n,m}^i \right). \quad (5.5)$$

### Extraction de l'information cohérente

La première étape du calcul consiste à isoler l'information cohérente de ces interférogrammes. Pour cela, je calcule la moyenne des intensités sur l'ensemble des différences de marche. Ce flux moyen correspond à l'information photométrique de la figure d'interférence :

$$\langle Q_i^t \rangle_{\delta^t} = T_n^i \langle F_n^t \rangle_t + T_m^i \langle F_m^t \rangle_t. \quad (5.6)$$

L'information cohérente normalisée  $\check{Q}_i^t$  correspond à :

$$\check{Q}_i^t(\delta^t) = \frac{Q_i^t(\delta^t) - \langle Q_i^t \rangle_{\delta^t}}{\langle Q_i^t \rangle_{\delta^t}} \quad (5.7)$$

$$= E_{ph} E(\delta^t) |O_{n,m}^i| \cos \left( \psi_{n,m}^0 + 2\pi\sigma_0^i \delta^t + \psi_{n,m}^i \right), \quad (5.8)$$

où  $E_{ph}$  est le contraste dégradé par le déséquilibre photométrique entre les deux voies :

$$E_{ph} = \frac{2\sqrt{T_n^i T_m^i F_n^t F_m^t}}{T_n^i \langle F_n^t \rangle_t + T_m^i \langle F_m^t \rangle_t}. \quad (5.9)$$

L'extraction des termes instrumentaux à étalonner se fait plus facilement dans le plan de Fourier que dans le domaine temporel, où les variables  $\delta^t$  et  $\sigma$  sont conjuguées. Je calcule donc  $\tilde{Q}_i$ , transformée de Fourier de l'information cohérente de l'interférogramme :

$$\tilde{Q}_i(\sigma) = \mathcal{F} \left[ \check{Q}_i^t \right] (\sigma) \quad (5.10)$$

$$= E_{ph} |O_{n,m}^i| \Sigma(\sigma) * \left[ \frac{\delta(\sigma - \sigma_0^i) + \delta(\sigma + \sigma_0^i)}{2} \right] \exp \left( i \frac{\sigma}{\sigma_0^i} (\psi_{n,m}^i + \psi_{n,m}^0) \right), \quad (5.11)$$

avec  $\Sigma$  le spectre normalisé de la bande spectrale considérée,  $\delta(\sigma)$  la fonction de Dirac en  $\sigma$ , et  $a*b$  le produit de convolution de  $a$  par  $b$ . En extrayant la partie  $\tilde{Q}_i^+$  de la transformée de Fourier aux fréquences  $\sigma$  positives, cette expression se simplifie en :

$$\tilde{Q}_i^+(\sigma) = \frac{E_{ph}}{2} |O_{n,m}^i| \Sigma(\sigma - \sigma_0^i) \exp \left( i \frac{\sigma}{\sigma_0^i} (\psi_{n,m}^i + \psi_{n,m}^0) \right). \quad (5.12)$$

### Contraste instrumental

Le contraste instrumental  $|O_{n,m}^i|$  se dérive de cette transformée de Fourier en calculant l'énergie  $S_i$  couverte par le spectre de la bande spectrale considérée :

$$S_i = \int_0^\infty |\tilde{Q}_i^+(\sigma)| d\sigma \quad (5.13)$$

$$= \frac{E_{ph}}{2} |O_{n,m}^i|. \quad (5.14)$$

En supposant que les flux de la lampe étalon injectés dans les deux voies  $n$  et  $m$  sont égaux,  $F_n^t = F_m^t$ , et connaissant les transmissions instrumentales étalonnées au préalable, j'estime le contraste instrumental par l'équation :

$$|O_{n,m}^i| = 2S_i \frac{T_n^t + T_m^t}{2\sqrt{T_n^t T_m^t}} \quad (5.15)$$

### Longueurs d'onde effectives

La longueur d'onde effective  $\sigma_0^i$  de la bande spectrale considérée est la longueur d'onde moyenne du spectre  $\Sigma$  correspondant. Pour tenir compte de la forme du spectre dans l'estimation de la longueur d'onde moyenne, je calcule la moyenne pondérée du module de l'expression 5.12 :

$$\sigma_0^i = \frac{\int_0^\infty |\tilde{Q}_i^+(\sigma)| \sigma d\sigma}{\int_0^\infty |\tilde{Q}_i^+(\sigma)| d\sigma} \quad (5.16)$$

### Phases de modulation instrumentales

Étant donné que la phase différentielle  $\psi_{n,m}^0$  entre les faisceaux est inconnue, l'estimation des phases instrumentales absolues  $\psi_{n,m}^i$  est impossible. On ne peut caractériser leur valeurs que relativement à une phase de référence. On définit cette référence comme étant la phase instrumentale sur l'une des quatre voies du recombineur directement liées aux entrées du couple de faisceaux  $(n, m)$ , choisie arbitrairement comme étant la voie A, d'index  $i = A$ . La phase instrumentale  $\Psi_{n,m}^i$  de chaque voie  $i$  relativement à cette voie de référence A correspond alors à la phase du produit de la transformée de Fourier de l'équation 5.12 de la voie  $i$  au conjugué de la voie A, à la fréquence correspondant au nombre d'onde effectif de la bande considérée :

$$\Psi_{n,m}^i = \psi_{n,m}^i - \psi_{n,m}^A \quad (5.17)$$

$$= \arg \left( \tilde{Q}_i^+(\sigma_0^i) \tilde{Q}_A^{+*}(\sigma_0^A) \right). \quad (5.18)$$

La phase  $\Psi_{n,m}^A$  est nulle par définition.

### 5.2.3 Clôtures de phase instrumentales

Bien que l'étalonnage des phases instrumentales absolues  $\psi_{n,m}^i$  soit impossible, il est cependant nécessaire d'étalonner les clôtures de phase instrumentales afin de ne pas biaiser l'estimation des clôtures propres à l'objet observé.



### Protocole expérimental

Pour étalonner ces clôtures instrumentales, il faut acquérir une série d'images  $Q_i^t$  en injectant les faisceaux dans les quatre entrées de l'instrument, afin de pouvoir mesurer les clôtures de phase sur les quatre triplets de télescopes. En effet, des termes de phases non nuls sont ajoutés aux faisceaux dans le composant en optique intégrée, déphasages différents pour chacune des bases, en fonction du chemin optique parcouru dans le composant par chaque faisceau recombines. Il en résulte des clôtures de phases instrumentales significativement non nulles.

### Algorithme d'estimation des clôtures instrumentales

À partir d'une V2PM temporairement construite avec les cohérences complexes temporaires  $\check{O}_{n,m}^i$  définies telles que :

$$\check{O}_{n,m}^i = |O_{n,m}^i| \exp\left(i\Psi_{n,m}^i\right), \quad (5.19)$$

je calcule la matrice pseudo-inverse  $P2\check{V}M$  temporaire correspondante, qui me permet d'estimer les cohérences complexes  $C_{n,m}^t$  de la source pour chaque couple de télescopes  $(n, m)$ , définies à l'équation 3.12. La phase de ces termes représente la phase différentielle  $\psi_{n,m}^t$  causée par la différence de chemin optique entre les deux télescopes, biaisée par la phase absolue instrumentale  $\psi_{n,m}^A$  de la voie A servant de référence :

$$\arg\left(C_{n,m}^t\right) = \psi_{n,m}^t + \psi_{n,m}^A. \quad (5.20)$$

Pour chaque triplet de télescopes, je calcule la clôture de phase moyenne  $\langle\theta_{n,m,o}^t\rangle_t$  définie telle que :

$$\langle\theta_{n,m,o}^t\rangle_t = \left\langle \arg\left(C_{n,m}^t\right) + \arg\left(C_{m,o}^t\right) + \arg\left(C_{o,n}^t\right) \right\rangle_t. \quad (5.21)$$

La clôture de phase liée aux termes de pistons sur les trois télescopes étant nulle, cette clôture moyenne correspond exactement à la clôture de phase instrumentale, définie par :

$$\langle\theta_{n,m,o}^t\rangle_t = \theta_{n,m,o}^A \quad (5.22)$$

$$= \psi_{n,m}^A + \psi_{m,o}^A + \psi_{o,n}^A. \quad (5.23)$$

Cette opération se généralise par l'opération matricielle suivante :

$$\Theta^A = \left\langle N\Psi^t \right\rangle_t, \quad (5.24)$$

où  $\Theta^A$  est le vecteur des quatre clôtures de phase instrumentales,  $\Psi^t$  le vecteur des six phases des cohérences complexes, et N la matrice de passage de l'un à l'autre. Ainsi, avec les notations du chapitre 3, on a :

$$\Psi^t = \arg\left(\left[C_{1,2}^t \quad C_{1,3}^t \quad C_{1,4}^t \quad C_{2,3}^t \quad C_{2,4}^t \quad C_{3,4}^t\right]^T\right) \quad (5.25)$$

$$\Theta^A = \left[\theta_{1,2,3}^A \quad \theta_{1,2,4}^A \quad \theta_{1,3,4}^A \quad \theta_{2,3,4}^A\right]^T \quad (5.26)$$

$$N = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$



Je définis un vecteur de phases correctives  $\tilde{\Psi}_{n,m}^A$  tel que :

$$N\tilde{\Psi}_{n,m}^A = \Theta^A, \quad (5.28)$$

par exemple avec les notations précédentes :

$$\tilde{\Psi}^A = \left[ 0 \quad 0 \quad 0 \quad \theta_{1,2,3}^A \quad \theta_{1,2,4}^A \quad \theta_{1,3,4}^A \right]^T. \quad (5.29)$$

Ce vecteur de phases permet ainsi de caractériser complètement les cohérences complexes introduites par l'instrument, qui sont alors définies pour chaque couple de télescopes  $(n, m)$  et chaque voie  $i$  du recombineur de faisceaux par :

$$O_{n,m}^i = |O_{n,m}^i| \exp\left(i(\Psi_{n,m}^i + \tilde{\Psi}_{n,m}^A)\right), \quad (5.30)$$

où  $\tilde{\Psi}_{n,m}^A$  est l'élément du vecteur  $\tilde{\Psi}^A$  correspondant à la base considérée.

#### 5.2.4 Caractéristiques instrumentales du démonstrateur

La figure 5.4 présente les caractéristiques instrumentales du démonstrateur à la longueur d'onde moyenne, pour une seule polarisation, moyennées sur onze mesures réparties entre le 24 janvier et 10 février 2012.

##### Analyse des transmissions mesurées

Chaque faisceau  $n$  étant divisé en trois pour interférer avec les  $N_a - 1$  autres faisceaux, puis en quatre pour échantillonner les franges par une modulation de type ABCD, on s'attend à des valeurs de transmission typiques de 1/12 pour les douze sorties auxquelles contribue le télescope  $n$ , et nulles pour les douze autres sorties.

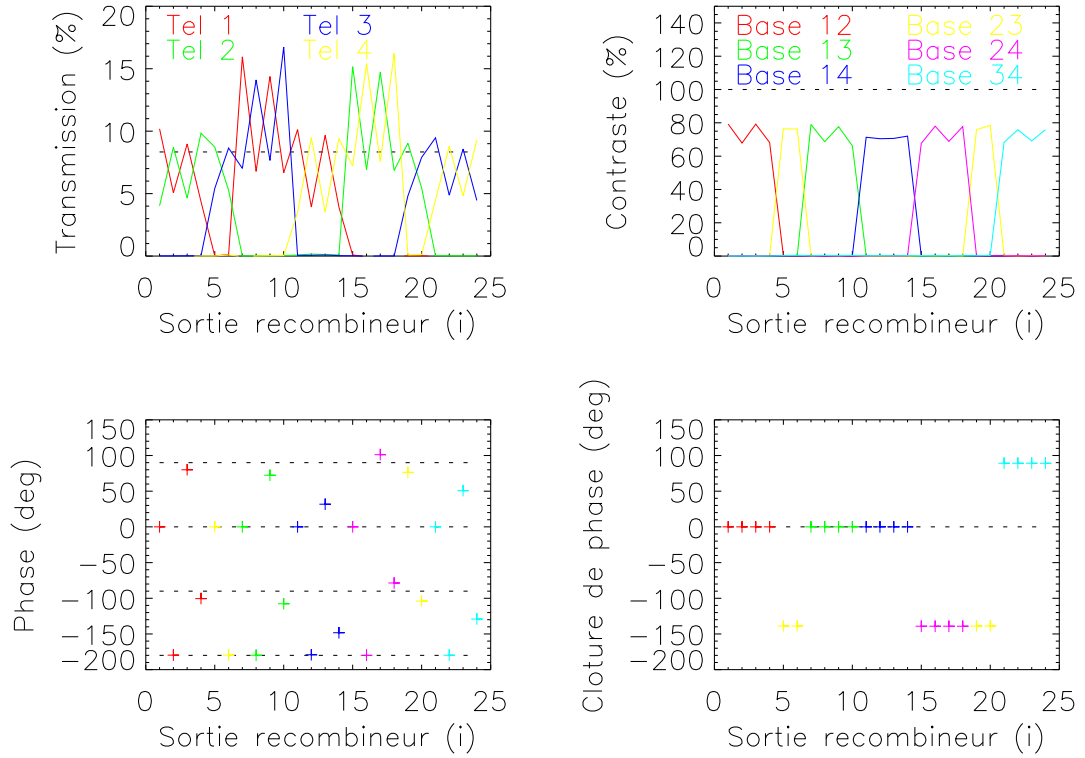
En pratique, les transmissions diffèrent sensiblement de cette valeur nominale de 1/12, principalement à cause des différences de transmission au sein du recombineur de faisceaux en optique intégrée, dues à des imperfections de fabrication, qui varient d'un composant à un autre (Benisty et al. 2009). Les transmissions de valeur nominale nulle diffèrent également légèrement de zéro, par propagation du flux dans le substrat du composant, en dehors des guides d'onde, et qui est susceptible de générer des termes de diaphonie dans les interférences. Ces fuites sont cependant faibles, et contribuent à moins de 0,7 % du flux total de chaque télescope pour le recombineur du démonstrateur.

Ces valeurs sont très stables temporellement sur cette période de mesures, et varient de moins de 0,9 % rms par rapport aux valeurs moyennes.

##### Analyse des contrastes du démonstrateur

La valeur optimale du contraste instrumental est de 100 % afin d'obtenir des mesures des grandeurs interférométriques avec une précision maximale. En pratique, le composant en optique intégrée réduit légèrement le contraste à des valeurs comprises entre 82 et 98 % selon la sortie considérée, et selon le composant utilisé, selon Benisty et al. (2009).

Les valeurs de contraste instrumental mesurées avec le démonstrateur présentent une valeur moyenne légèrement plus faible de 73 %. Il est à noter cependant que ces valeurs ont été caractérisées en supposant les flux équilibrés à l'entrée des quatre fibres. Des différences de flux peuvent potentiellement biaiser ces mesures. Il est cependant possible d'améliorer la caractérisation des contrastes instrumentaux en tenant compte des transmission



**Figure 5.4** – Caractéristiques instrumentales du démonstrateur, moyennes de onze mesures effectuées entre le 24 janvier et le 10 février 2012. **De gauche à droite, et de haut en bas :** transmissions  $T_n^i$ ; contraste  $|O_{n,m}^i|$ ; phases instrumentales  $\Psi_{n,m}^i$  relativement à  $\psi_{n,m}^A$ ; phases additionnelles  $\tilde{\Psi}_{n,m}^A$  contenant les clôtures de phases instrumentales. Ces deux dernières grandeurs ne sont représentées que pour les valeurs aux quatre voies  $i$  directement liées au couple de télescopes  $(n, m)$ . Les valeurs en pointillés noirs représentent les valeurs nominales d'un instrument parfait.

instrumentale caractérisées au préalable. Cependant, à moins d'effectuer des mesures photométriques permettant de mesurer les différences de flux entre chaque télescope à l'entrée du recombineur, il n'est pas possible d'estimer la perte de contraste induite uniquement par le recombineur.

Ces mesures de contraste sont relativement stables sur une échelle de temps de quinze jours, avec une dispersion maximale de 2 % rms par rapport à leur valeur moyenne.

### Analyse des phases mesurées

Les modulations optimales pour échantillonner les figures d'interférence en quatre mesures correspondent à des déphasages parfaitement en quadrature, c'est-à-dire avec des phases de  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  et  $-90^\circ$  respectivement sur les voies B, C et D de chaque base relativement à la voie A.

En pratique, les voies en opposition de phase (C par rapport à A, et D par rapport à B) ont un déphasage très précisément de  $180^\circ$  à moins d'un  $1^\circ$  près, par conservation de l'énergie. Par contre les voies en opposition de phase (B par rapport à A) diffèrent significativement du déphasage nominal de  $90^\circ$ , avec des différences très variables selon les bases considérées. Pour le démonstrateur, les valeurs mesurées pour les déphasages

correspondant aux voies B des six bases s'échelonnent entre  $32^\circ$  et  $101^\circ$ . Le déphasage de  $32^\circ$  pour la base 1–4 est très différent de la valeur nominale de  $90^\circ$  et impacte directement la précision de l'estimation des différences de marche entre ces deux télescopes. Selon [Benisty et al. \(2009\)](#), cette erreur de déphasage pourrait être due à une inhomogénéité dans la constitution du substrat du composant à l'endroit de ce déphasage.

Ces mesures de phases relatives sont toutes très stables temporellement, avec une dispersion de moins de  $2^\circ$  rms sur les onze étalonnages effectués entre le 24 janvier et le 10 février 2012.

Les clôtures de phase instrumentales peuvent, elles, avoir des valeurs très diverses d'un composant à l'autre, et n'ont pas de valeur nominale attendue. Les mesures effectuées en janvier et février sont relativement stables et présentent une dispersion d'environ  $4^\circ$  rms par rapport à leur valeur moyenne.

### 5.3 Linéarité des estimateurs de phase

Dans cette partie, je vais présenter une difficulté rencontrée au cours de l'élaboration du démonstrateur de suiveur de franges, non modélisée lors des simulations présentées dans le chapitre 4, mais qui est susceptible de dégrader les performances du contrôleur en fonction de la qualité optique du spectromètre du suiveur de franges de GRAVITY. Cette difficulté est engendrée par des différences de longueur d'onde effective entre les quatre voies A, B, C et D échantillonnant les franges sur une même base.

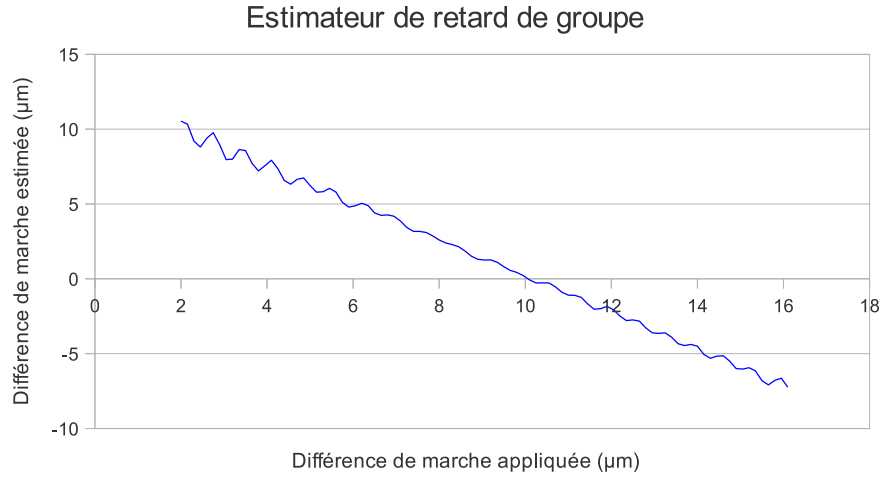
#### 5.3.1 Explication du problème

J'ai montré dans le chapitre 3 que les cohérences complexes  $C_b^t$  sont estimées à chaque itération  $t$  et pour chaque base  $b$  à partir des intensités mesurées sur les quatre sorties ABCD correspondantes du recombineur par inversion de la matrice de passage V2PM (équation 3.9). De la phase de cette cohérence complexe, on déduit la différence de marche  $\delta_b^t$  entre les deux télescopes considérés, connaissant la longueur d'onde effective  $\lambda_0$  (ou  $\lambda_t$  pour estimer le retard de groupe).

Cependant, une difficulté se pose si la réponse spectrale et les longueurs d'onde effectives  $\lambda_0^i$  des voies A, B, C et D sont différentes. Les interférences se font alors à des longueurs d'onde différentes sur ces voies. La cohérence complexe est alors estimée, via la matrice P2VM, par des opérations linéaires entre des états d'interférence à des longueurs d'onde différentes, ce qui introduit une non-linéarité dans l'estimation de la phase et des différences de marche (alors estimée à la longueur d'onde moyenne entre les quatre voies), phénomène typique d'un battement entre deux modulations de fréquences différentes.

Ce phénomène, observé par le suiveur de franges de PRIMA ([Sahlmann et al. 2009, 2010](#)), a été également rencontré avec le démonstrateur du suiveur de franges de GRAVITY. La conséquence de cet effet sur l'efficacité du suivi de franges est que plus la différence de marche est grande, plus son estimation est biaisée. La correction appliquée à l'actionneur sera alors erronée. L'efficacité de suivi ne sera pas fondamentalement dégradée tant que la non-linéarité des estimateurs de différence de marche reste inférieure à la longueur d'onde moyenne. La pire situation correspond au cas où la non-linéarité est suffisamment importante pour estimer une différence de marche nulle pour plusieurs valeurs de différence de marche effectives entre les télescopes. Dans cette situation en effet, les franges sont susceptibles d'être stabilisées à une valeur non nulle de la différence de marche, réduisant le contraste des franges et diminuant ainsi la précision sur l'estimation

des visibilitées. De plus, une telle situation est instable puisque le contrôleur risque de se stabiliser en différentes valeurs de la différence de marche au cours d'une pose de la voie scientifique, et ainsi en diminuer le contraste des franges. Enfin, une estimation biaisée de la différence de marche ajoute également un biais important sur les mesures astrométriques, calculées par la différence de phase entre la voie scientifique et la voie du suiveur de franges.



**Figure 5.5** – Illustration de la non-linéarité de l'estimateur de retard de groupe liée à des longueurs d'onde disparates sur une même base. Une rampe de différence de marche est appliquée par l'actionneur du télescope 3, le retard de groupe est estimé pour la base formée entre les télescopes 1 et 3.

### 5.3.2 Caractérisation de la perte de linéarité

Pour simplifier les notations et indexations, considérons uniquement des interférences formées sur une seule base pour une différence de marche  $\delta$ , échantillonnées sur quatre sorties  $i \in [ABCD]$  en quadrature de phase de nombres d'onde effectifs  $\sigma_i$ , dont on mesure les intensités  $I_i$ , sur un unique canal spectral pour le moment. En supposant les caractéristiques instrumentales parfaitement étalonnées, la cohérence complexe  $C$  estimée à partir de ces intensités (via la matrice V2PM par exemple) correspond à l'opération linéaire suivante :

$$C = (I_A - I_C) + i(I_B - I_D). \quad (5.31)$$

En supposant les déphasages des voies en opposition de phase parfaitement égaux à  $180^\circ$  (hypothèse tout à fait raisonnable), le rapport des parties imaginaire et réelle de la cohérence complexe, qui permet d'en déduire la phase  $\psi$ , correspond à :

$$\frac{\Im[C]}{\Re[C]} = \tan(\psi) \quad (5.32)$$

$$= \frac{\cos(2\pi\delta\sigma_B + \psi_B) + \cos(2\pi\delta\sigma_D + \psi_D)}{\cos(2\pi\delta\sigma_A) + \cos(2\pi\delta\sigma_C)}, \quad (5.33)$$

où  $\psi_B$  est le déphasage de la voie B par rapport à A. En supposant ce déphasage parfaitement égal à  $90^\circ$ , cette expression s'écrit sous la forme :

$$\tan(\psi) = \frac{\sin(2\pi\delta\bar{\sigma}_{BD}) \cos(2\pi\delta\Delta\sigma_{BD})}{\cos(2\pi\delta\bar{\sigma}_{AC}) \cos(2\pi\delta\Delta\sigma_{AC})}, \quad (5.34)$$

avec  $\bar{\sigma}_{AC}$  et  $\bar{\sigma}_{BD}$  les nombres d'onde moyens entre les voies A et C et les voies B et D respectivement :

$$\bar{\sigma}_{AC} = \frac{\sigma_A + \sigma_C}{2} \quad (5.35)$$

$$\bar{\sigma}_{BD} = \frac{\sigma_B + \sigma_D}{2}, \quad (5.36)$$

et  $\Delta\sigma_{AC}$  et  $\Delta\sigma_{BD}$  la dispersion des nombres d'onde par rapport à ces moyennes :

$$\Delta\sigma_{AC} = \frac{\sigma_A - \sigma_C}{2} \quad (5.37)$$

$$\Delta\sigma_{BD} = \frac{\sigma_B - \sigma_D}{2}. \quad (5.38)$$

On voit que l'expression littérale du biais introduit par les différences de nombre d'onde n'est pas triviale. Dans la suite, je donnerai des ordres de grandeur de l'erreur d'estimation de la différence de marche, que je comparerai ensuite à l'erreur obtenue par une simulation numérique.

La phase  $\psi^i$  de la cohérence complexe de la figure d'interférence échantillonnée sur la voie  $i$  s'exprime par :

$$\psi^i = 2\pi\delta(\sigma_0 + \hat{\sigma}^i) \quad (5.39)$$

$$= 2\pi\sigma_0 \left( \delta + \delta \frac{\hat{\sigma}^i}{\sigma_0} \right) \quad (5.40)$$

avec  $\sigma_0$  le nombre d'onde moyen sur les quatre voies, et  $\hat{\sigma}^i$  la différence sur la voie  $i$  :

$$\sigma^i = \sigma_0 + \hat{\sigma}^i. \quad (5.41)$$

La différence de marche  $\hat{\delta}$ , estimée à la longueur d'onde moyenne, peut s'approximer par l'expression suivante, à partir de l'écart-type  $\Delta\sigma_0$  de la dispersion des nombres d'onde sur les quatre voies ABCD :

$$\hat{\delta} \sim \delta + \delta \frac{\Delta\sigma_0}{\sigma_0}. \quad (5.42)$$

Cette estimation présente une erreur  $\epsilon$  proportionnelle à la différence de marche, de l'ordre de :

$$\epsilon \sim \delta \frac{\Delta\sigma_0}{\sigma_0}. \quad (5.43)$$

L'estimateur de retard de phase étant utilisé uniquement pour estimer la différence de marche autour de la frange centrale, l'erreur maximale  $\epsilon_{max}^P$  sur cette estimation sera donc de l'ordre de :

$$\epsilon_{max}^P \sim \frac{\lambda_0}{2} \frac{\Delta\sigma_0}{\sigma_0} \quad (5.44)$$

$$\sim \frac{\Delta\lambda_0}{2}, \quad (5.45)$$

où  $\Delta\lambda_0$  est la dispersion des longueurs d'onde sur les quatre voies ABCD concernées. Ainsi, une dispersion de 5 % dans ces longueurs d'onde (soit une disparité de 110 nm pour une longueur d'onde moyenne de 2,2  $\mu\text{m}$ ) induit une erreur maximale de l'ordre de 50 nm sur l'estimation du retard de phase.

Dans le cas de l'estimateur de retard de groupe, on peut évaluer l'ordre de grandeur de l'erreur de façon similaire, en décomposant la phase  $\chi_{l,l+1}^i$  du produit spectral croisé sur la voie  $i$  entre deux canaux spectraux  $l$  et  $l+1$  de nombres d'onde  $\sigma_l^i$  et  $\sigma_{l+1}^i$  :

$$\chi_{l,l+1}^i = 2\pi\delta(\sigma_l^i - \sigma_{l+1}^i) \quad (5.46)$$

$$= 2\pi\delta\left(\frac{1}{\Lambda_{l,l+1}} + \hat{\sigma}_l^i - \hat{\sigma}_{l+1}^i\right) \quad (5.47)$$

$$= \frac{2\pi}{\Lambda_{l,l+1}} \left(\delta + \delta\Lambda_{l,l+1}(\hat{\sigma}_l^i - \hat{\sigma}_{l+1}^i)\right), \quad (5.48)$$

où  $\Lambda_{l,l+1}$  est la longueur d'onde de battement définie au chapitre 3 à partir de la moyenne  $\sigma_l$  et  $\sigma_{l+1}$  des nombres d'onde sur les quatre voies ABCD pour chaque canal spectral :

$$\Lambda_{l,l+1} = \frac{1}{\sigma_l - \sigma_{l+1}}. \quad (5.49)$$

On peut donc estimer l'ordre de grandeur de la différence de marche mesurée par l'estimateur de retard de groupe :

$$\hat{\delta}^G \sim \delta + \delta \Lambda_{l,l+1} \sqrt{\Delta\sigma_l^2 - \Delta\sigma_{l+1}^2}, \quad (5.50)$$

soit avec une erreur  $\epsilon^G$  proportionnelle à la différence de marche :

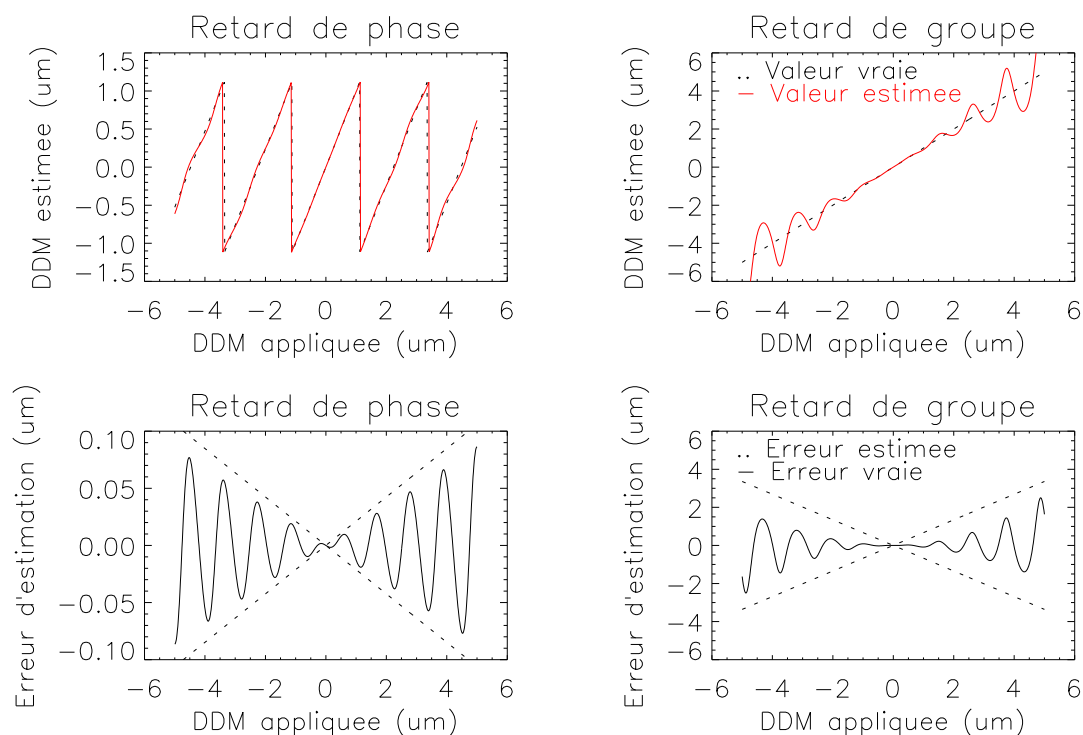
$$\epsilon^G = \delta \Lambda_{l,l+1} \sqrt{\Delta\sigma_l^2 - \Delta\sigma_{l+1}^2}. \quad (5.51)$$

La figure 5.6 illustre la non-linéarité de l'estimation de la différence de marche obtenue en simulant une disparité de longueur d'onde sur quatre voies en quadrature de phase, avec l'estimateur de retard de phase à gauche, et l'estimateur de retard de groupe à droite. Elle montre une bonne concordance entre les erreurs estimées à l'équation 5.43 et 5.51 (en pointillés sur les graphes inférieurs de la figure) et la véritable erreur d'estimation.

### 5.3.3 Conséquence sur le suiveur de franges de GRAVITY

À partir des performances attendues pour le spectromètre du suiveur de franges de GRAVITY, on peut estimer la perte de linéarité dans les estimateurs suite aux disparités en longueur d'onde entre les 24 sorties du recombineur de faisceaux. La figure 5.7 présente les décalages de longueur d'onde de chaque sortie par rapport à la sortie centrale, pour chaque canal spectral. Avec le schéma optique actuel de ce spectromètre, on s'attend donc à une disparité en longueur d'onde maximale de 1,1 nm.

À partir des tables de longueur d'onde attendues pour chaque sortie et chaque canal spectral du suiveur de franges de GRAVITY, transmises par Christian Straubmeier (Université de Cologne, responsable des spectromètres de GRAVITY), j'ai simulé la linéarité de l'estimation de la différence de marche attendue pour l'estimateur de retard de phase et de retard de groupe, présentées pour chaque base à la figure 5.8. Avec une telle disparité de longueurs d'onde, l'erreur d'estimation de la différence de marche devrait être inférieure à 50 nm sur une plage de 14  $\mu\text{m}$ . Cette erreur est tout à fait acceptable. En effet, une erreur d'estimation de la différence de marche est équivalente à une modification du gain du contrôleur. L'impact d'une erreur de moins de 1 % sur la différence de marche aura un impact faible sur la bande passante du contrôleur.



**Figure 5.6** – **Haut** : simulation de l'estimation de la différence de marche à partir de quatre intensités en quadrature de phase de longueurs d'onde différentes, pour l'estimateur de retard de phase (à gauche) et de retard de groupe (à droite). **Bas** : erreur d'estimation sur la différence de marche, pour les deux estimateurs. Les traits en pointillés représentent l'estimation de l'erreur par les équations 5.43 et 5.51. ( $\lambda_A^1 = 2,2 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_C^1 = 2,2 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_B^1 = 2,25 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_D^1 = 2,3 \mu\text{m}$ ;  $\lambda_A^2 = 2,3 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_C^2 = 2,3 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_B^2 = 2,35 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_D^2 = 2,4 \mu\text{m}$ ).

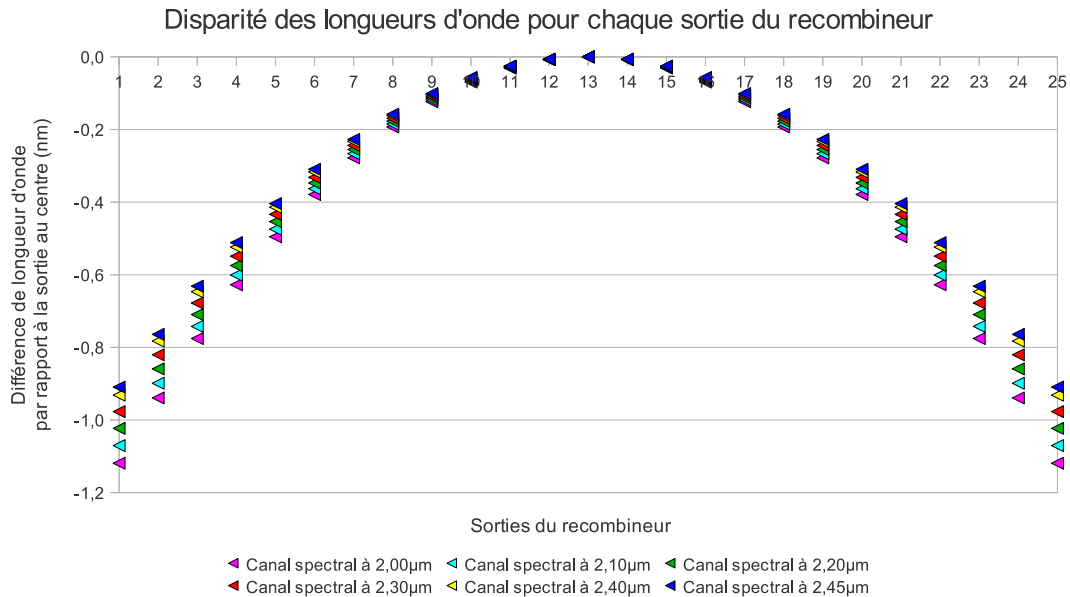
## 5.4 Résultats du suiveur de franges

Dans cette partie je présente les résultats préliminaires obtenus avec la première version du démonstrateur, utilisant un environnement informatique non temps-réel. Les deux versions temps-réel développées après ne sont à l'heure actuelle pas encore parvenues à stabiliser les franges obtenues avec le démonstrateur.

### 5.4.1 Résultats obtenus avec un intégrateur

Dans la version du contrôleur présentée ici, l'algorithme du suiveur de franges est déployé sur un ordinateur de bureau, non temps-réel. Ainsi, la boucle de contrôle n'est pas cadencée à une fréquence fixe, et les opérations sont plus ou moins ralenties, en fonction des opérations secondaires gérées par le même processeur : affichage de fenêtres graphiques, analyse des mouvements de la souris, exécution d'applications en tâche de fond... Ainsi, le contrôle des franges peut s'effectuer avec des fréquences instantanées s'échelonnant entre 10 et 250 Hz. Pour cette même raison, l'algorithme fonctionne à une fréquence moyenne de l'ordre de 50 Hz, relativement faible comparée à celle nécessaire pour corriger des perturbations comme le piston atmosphérique ou des vibrations hautes fréquences.

La figure 5.9 présente des résultats typiques obtenus avec cette version du démonstrateur, en boucle ouverte et en boucle fermée. Aucune perturbation en piston n'est générée, le



**Figure 5.7** – Disparité des longueurs d’onde attendue pour GRAVITY : écart en longueur d’onde par rapport à la voie centrale du recombineur, pour chaque canal spectral. L’écart maximal est inférieur à 1,2 nm. Données transmises par Christian Straubmeier.

contrôleur corrige simplement les perturbations locales du laboratoire, qui sont de l’ordre de 100 nm rms sur 30 s. Le contrôleur utilisé est un intégrateur avec un gain de 0,4. Les résidus mesurés en boucle fermée sont inférieurs à 10 nm rms, soit une atténuation d’un facteur 10 sur les fluctuations en boucle ouverte.

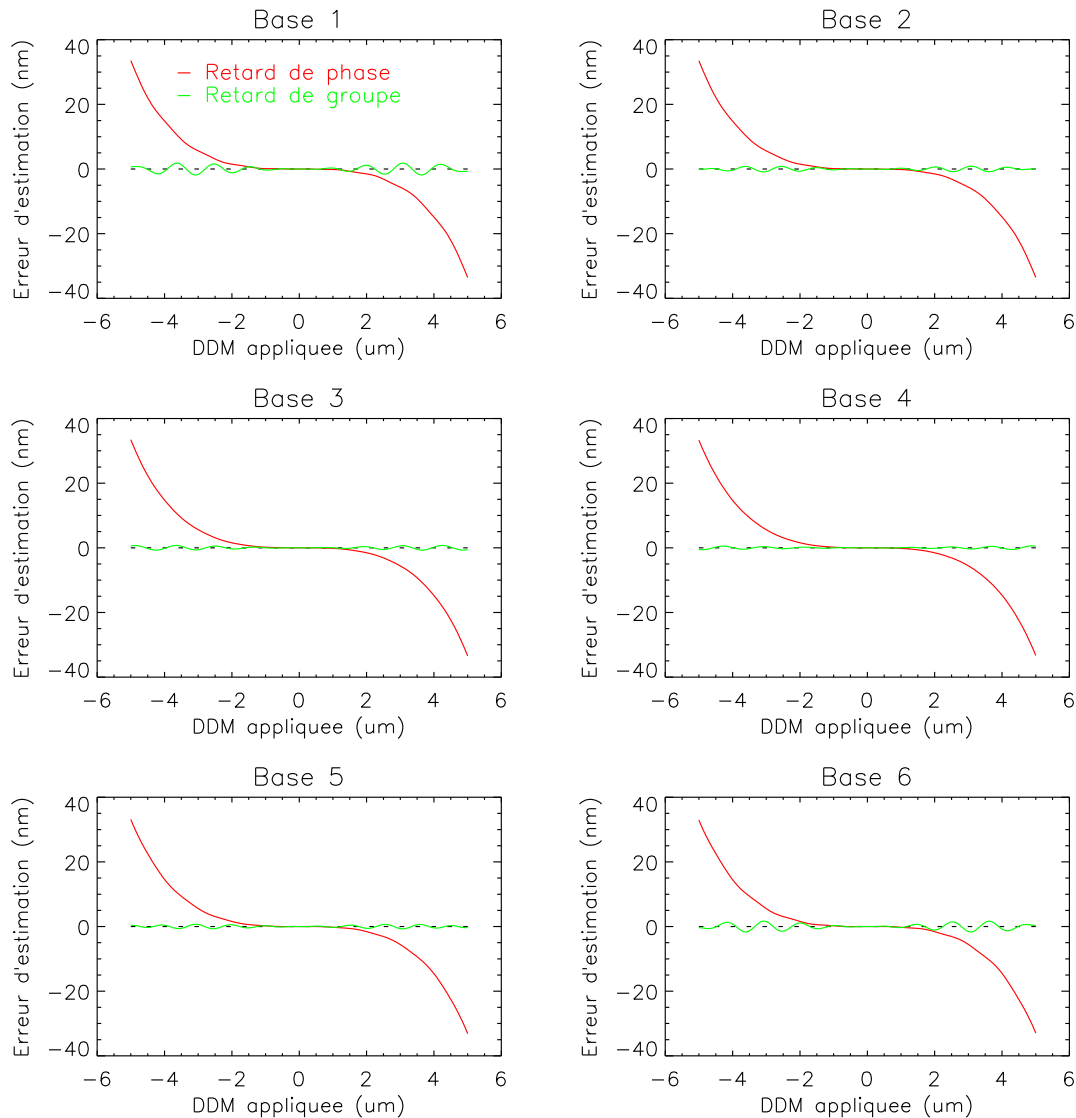
#### 5.4.2 Résultats obtenus avec un contrôleur Kalman

Une seconde étape validée avec cette version non temps-réel du prototype avant le développement de sa version temps-réel fut de démontrer le fonctionnement du contrôleur Kalman, avec l’aide de Jonathan Menu, stagiaire. Il est à noter que pour cette démonstration, le contrôle est calculé au niveau des trois modes non nuls de la décomposition en valeurs singulières, et non au niveau des six différences de marche. De plus, la cadence du contrôleur est volontairement fixée à une fréquence fixe de 17 Hz, suffisamment basse pour permettre l’exécution d’applications secondaires sans ralentir le fonctionnement du suiveur de franges. Enfin, pour valider l’efficacité du contrôleur à corriger des vibrations instrumentales, une oscillation est artificiellement générée avec l’un des actionneurs en piston (correspondant au télescope 2), avec une fréquence de 1 Hz et une amplitude de 400 nm.

La figure 5.10 présente les densités spectrales de puissance des différences de marche mesurées avec le démonstrateur en boucle ouverte, avec un intégrateur de gain 0,4, et avec le contrôleur Kalman (corrections calculées sur les trois modes). La figure 5.11 présente les écarts-types cumulés en fonction de la fréquence pour ces mêmes mesures.

On voit très clairement la présence de la vibration à 1 Hz dans les spectres des différences de marche mesurées en boucle ouverte sur les trois bases liées au télescope 2. On constate qu’elle n’est qu’en partie corrigée par l’intégrateur, à hauteur de 75 % de son

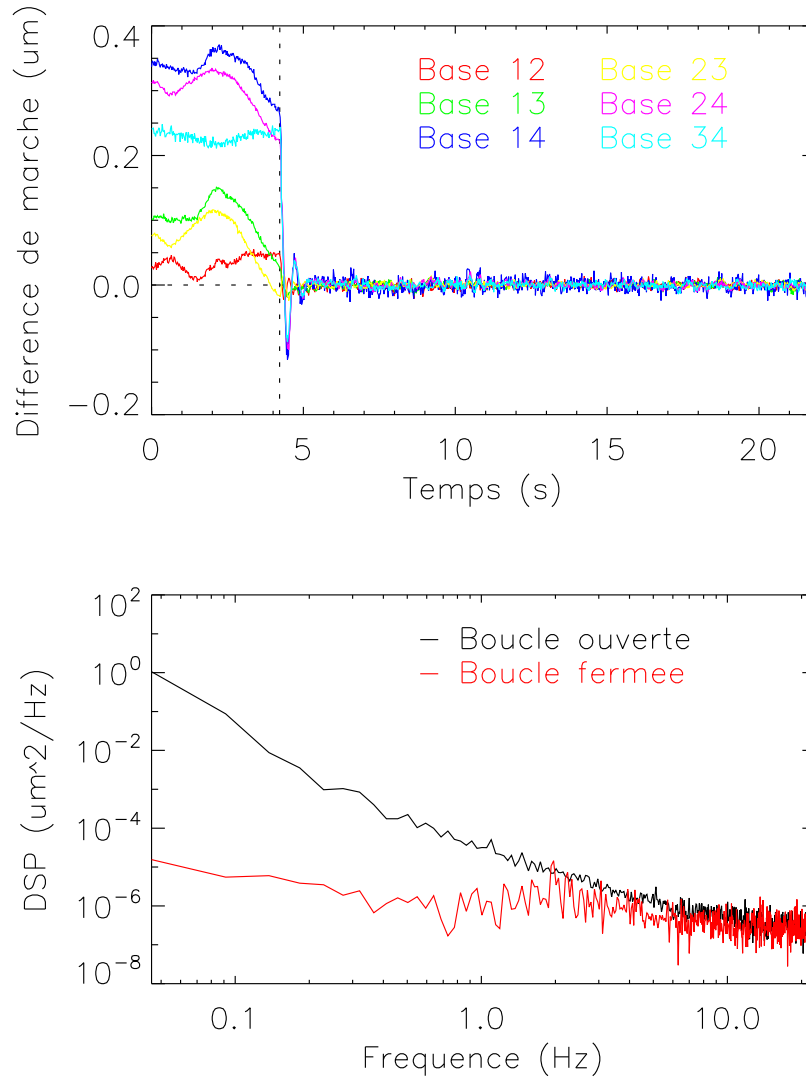




**Figure 5.8** – Erreurs attendues sur les estimateurs de différence de marche avec les longueurs d'onde attendues pour le spectromètre du suiveur de franges de GRAVITY, sur les six bases. Les bases 1 et 6 ont un biais légèrement supérieur aux autres bases car elles correspondent aux sorties extrêmes du recombineur, où les disparités en longueur d'onde sont les plus importantes.

énergie initiale en moyenne sur les trois bases affectées, tandis qu'elle est corrigée à 99,8 % avec le contrôleur Kalman. De plus, sur l'ensemble des séquences mesurées, les différences de marche sont stabilisées à des résidus de 56 nm rms avec le contrôleur Kalman, contre 103 nm rms avec l'intégrateur, en moyenne sur les six bases. Cette démonstration confirme donc expérimentalement que le contrôleur Kalman est plus efficace qu'un contrôleur intégral classique pour stabiliser les différences de marche en présence de vibrations.

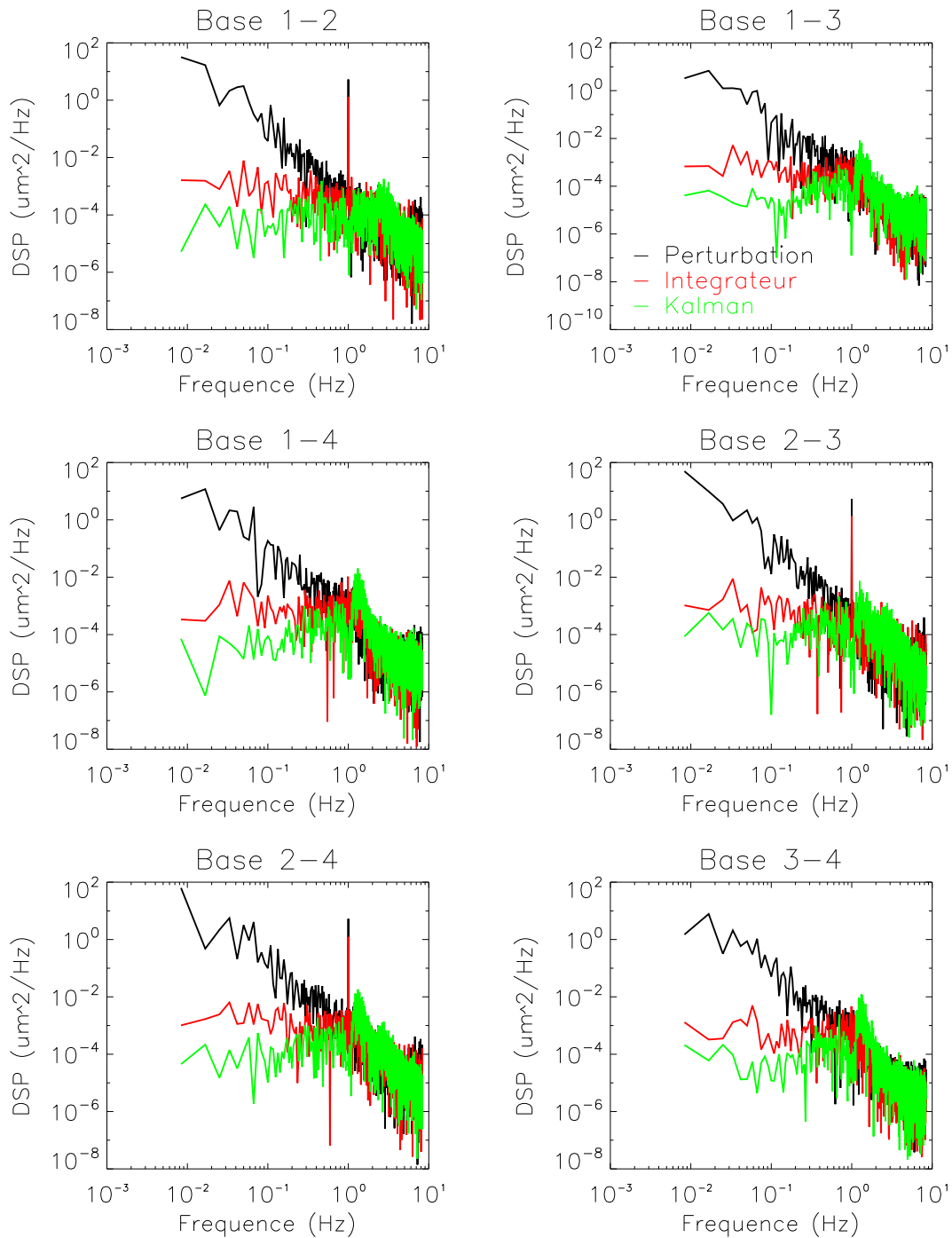
On constate cependant que les perturbations sont légèrement amplifiées par le contrôleur Kalman dans la bande fréquentielle légèrement supérieure à la fréquence propre de la vibration, entre 1 et 2 Hz. Cette amplification contamine toutes les bases, qu'elles soient affectées ou non par la vibration à 1 Hz. Il en résulte que les différences de marche non affectées par la vibration sont moins bien stabilisées par le contrôleur Kalman que par



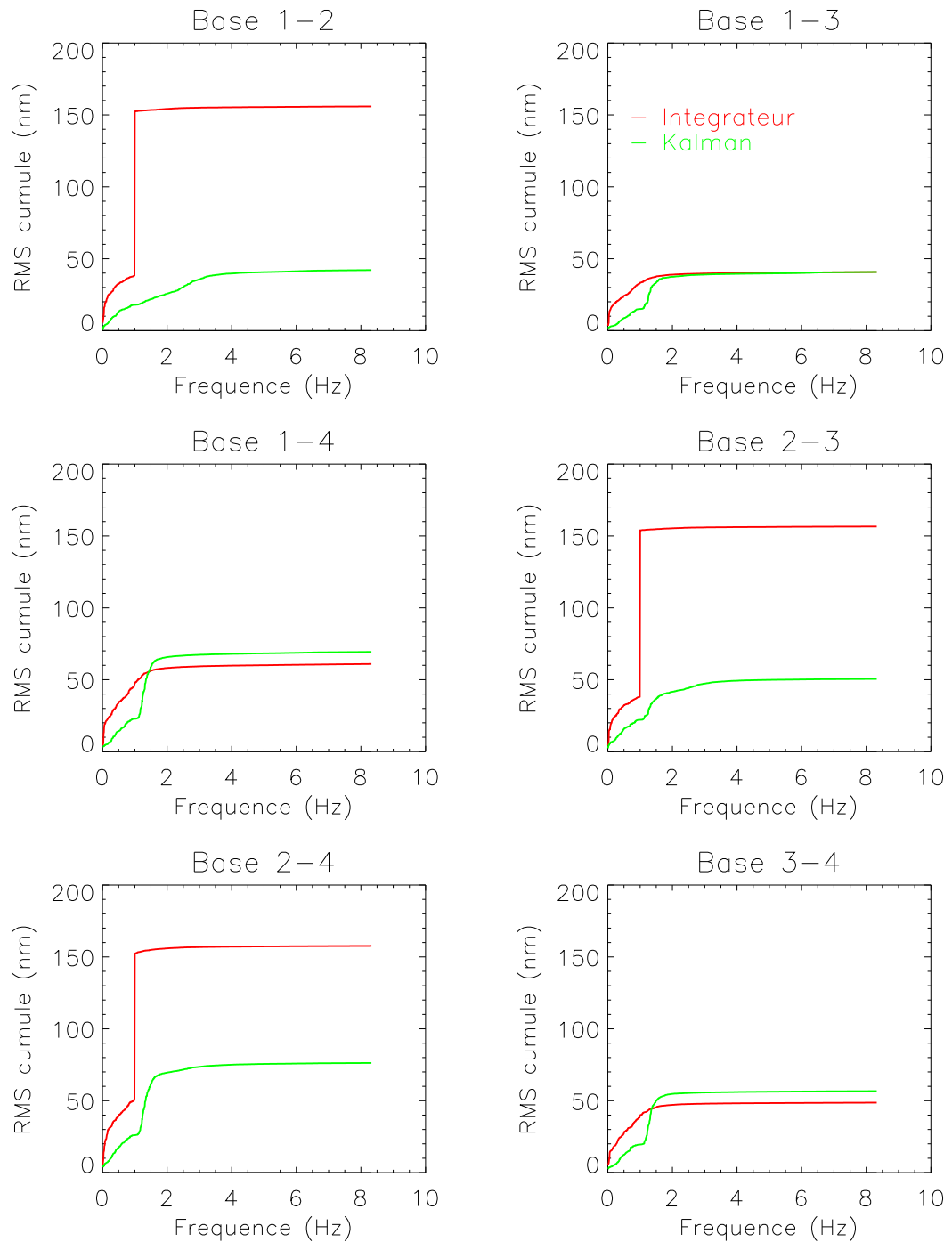
**Figure 5.9** – **Haut** : fermeture de la boucle de contrôle avec le démonstrateur du suiveur de franges. Différences de marche estimées sur les six bases avant et après enclenchement de l’asservissement (à  $t = 4,2$  s). **Bas** : spectres des résidus de différence de marche, moyennés sur les six bases, mesurés en boucle ouverte et en boucle fermée.

l’intégrateur (notamment sur les bases 1–4 et 3–4). Cet effet est très certainement dû au fait que les corrections sont calculées dans l’espace des modes par le contrôleur Kalman. Chaque mode étant une combinaison linéaire des pistons sur les quatre télescopes (voir les trois premières colonnes du vecteur  $V$ , équation 3.81), les composantes des perturbations présentes sur chaque télescope individuel se retrouvent dans le spectre de chacun des trois modes. Ainsi, une vibration identifiée dans les spectres des modes mesurés en boucle pseudo-ouverte est difficilement attribuable à un télescope ou une base en particulier, et est corrigée de façon similaire par les quatre actionneurs en piston.

Il n’a cependant pas été possible de confirmer cette hypothèse par des tests avec un contrôleur Kalman avec des corrections calculées dans l’espace des différences de marche, faute de temps.



**Figure 5.10** – Densités spectrales de puissances mesurées sur les six bases du démonstrateur, en boucle ouverte (noir), avec un intégrateur (rouge), et un contrôleur Kalman (vert). Une vibration à 1 Hz est artificiellement ajoutée par l'actionneur en piston du télescope 2.



**Figure 5.11** – écarts-types cumulés mesurés sur les six bases du démonstrateur avec un intégrateur (rouge) et un contrôleur Kalman (vert). Les données mesurées sont les mêmes qu'en figure 5.10.

## 5.5 Résumé et perspectives

Dans ce chapitre j'ai présenté le démonstrateur du suiveur de franges développé dans le but de valider et caractériser expérimentalement les algorithmes de contrôle des différences de marche qui seront utilisés pour GRAVITY. Ce démonstrateur a été bénéfique à plusieurs titres :

- il a permis l'apprentissage de la gestion optimisée de boucles fonctionnant en temps réel, et des méthodes de transfert de données entre systèmes temps-réel sans en ralentir le cadencement ;
- il a permis de mettre en relief des considérations nécessaires au bon fonctionnement de l'instrument, qui n'ont pas été analysées par des simulations numériques : les procédures et algorithmes d'étalonnage de l'instrument d'une part, et l'impact de disparités des réponses spectrales des sorties du recombineur utilisées pour estimer les différences de marche d'autre part.
- il a permis de démontrer l'efficacité du contrôleur Kalman à corriger des perturbations issues de turbulences et de vibrations instrumentales, et de confirmer que ce contrôleur est plus efficace qu'un intégrateur pour corriger les vibrations.

Deux versions temps-réel de l'algorithme sont actuellement en cours de développement :

- une version de laboratoire utilisant un ordinateur avec un OS temps-réel commercial ;
- une version développée sur les calculateurs temps-réel du suiveur de franges de GRAVITY.

La première version a depuis peu toutes les interfaces matérielles nécessaires entre le calculateur et le démonstrateur (détecteur et actionneurs), et ne nécessite plus que l'interface logicielle des actionneurs dans la boucle temps-réel pour permettre le contrôle des différences de marche et la caractérisation expérimentale des algorithmes.

En parallèle, des interfaces matérielles ont également été développées entre les calculateurs temps-réel de GRAVITY et le démonstrateur, afin de pouvoir valider les algorithmes directement avec l'architecture informatique utilisée au VLTI. Un premier asservissement des franges via ces calculateurs devrait être réalisé prochainement, sous quelques semaines. Ces calculateurs seront intégrés à l'instrument complet à partir de juin 2013 au MPE à Garching, afin de réaliser des tests et caractérisations des algorithmes avec les véritables interfaces de l'instrument. À la mi-2014, l'ensemble de l'instrument sera ensuite envoyé au Chili pour être intégré au VLTI, dans le but d'être mis en service et offert à la communauté scientifique fin 2014.

## Chapitre 6

# Application astrophysique : Vela X-1

Après tous ces développements instrumentaux, optimisations et tests du suiveur de frange de l'instrument GRAVITY, il est temps de s'intéresser à ce que l'on peut observer avec des interféromètres à longues bases. J'ai brièvement évoqué les atouts et inconvénients de ces instruments dans le chapitre 1. Dans celui-ci, on passe à la pratique.

On va s'intéresser ici à une espèce particulière, la binaire X à forte masse. On verra tout d'abord à quoi correspond ce type d'objet astrophysique. On s'intéressera ensuite à l'un de ses spécimens, Vela X-1, que l'on a observée au cours de deux campagnes d'observation en mars 2010 et mars 2012 avec le VLTI. Je décrirai les instruments utilisés et analyserai les mesures obtenues pour chacune de ces observations. Je conclurai sur les perspectives ouvertes par ces résultats.

### 6.1 Vela X-1 : une binaire X à forte masse

#### 6.1.1 Le bestiaire des binaires X

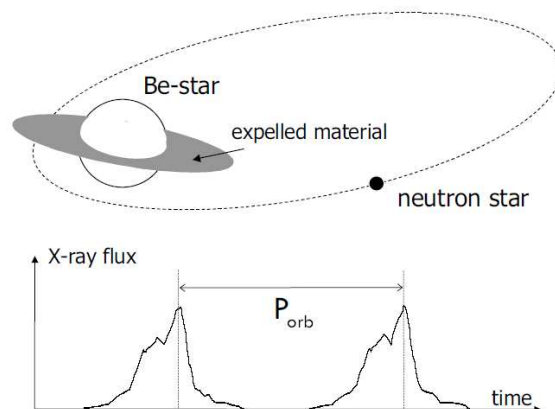
Les binaires X sont des systèmes doubles dont l'un des composants est un objet compact issu de la mort d'une étoile (naine blanche, étoile à neutron ou trou noir stellaire), l'autre composant est une étoile de la séquence principale ou en fin de vie. Dans leurs mouvements orbitaux conjoints, la première accrete de la matière de la seconde. En tombant sur l'objet compact, cette matière est alors soumise à un intense champ de gravitation, et est échauffée à des températures extrêmes. L'objet compact, habituellement trop peu lumineux pour être observable, devient alors très lumineux dans les hautes énergies, notamment dans les rayons X. D'où leur nom de *binaires X*. Environ 300 binaires X sont répertoriées dans notre Galaxie et dans les nuages de Magellan (Liu et al. 2006, 2007).

Les binaires X sont réparties en deux grandes classes, en fonction de la masse du composant visible du couple : si la masse du système est dominée par celle de l'objet compact, on parlera de binaire X à *faible masse*. Le compagnon visible est alors généralement une étoile naine de type spectral supérieur à B, ayant une masse inférieure ou de l'ordre de celle de notre Soleil. 187 binaires X à faible masse sont connues dans notre Galaxie et dans les nuages de Magellan, cataloguées par Liu et al. (2007). Quant aux systèmes dans lesquels le compagnon visible possède une masse supérieure à 10 masses solaires (de type O ou B), ils sont appelés binaires X à *forte masse*. Liu et al. (2006) en dénombrent 114 dans notre Galaxie.

J'ai démontré tout au long de ce manuscrit que la sensibilité est encore un luxe en interférométrie, et qu'à moins d'utiliser un suiveur de franges efficace, les interféromètres à longues bases actuels n'atteignent guère des sensibilités meilleures que la magnitude 9. Dans les parties suivantes, on s'intéressera donc uniquement à la classe des binaires à forte masse. Ce sont en effet des cibles bien plus faciles à observer car elles sont beaucoup plus lumineuses aux longueurs d'onde optiques (visible et infrarouge) que leurs cousines à faible masse, grâce à la présence du corps massif dans ces couples. Pour preuve, selon [Liu et al. \(2007\)](#), les deux binaires X à faible masse les plus lumineuses dans le visible ont des magnitudes respectives  $V < 7,8$  et  $V < 10,7$ , alors que 18 binaires X à forte masse sont plus lumineuses que  $V = 9$ , et 40 plus lumineuses que  $H = 9$  dans le proche infrarouge.

Parmi les binaires X à forte masse, il existe également deux principales sous-catégories ([Chaty 2011](#)), qui se distinguent par des processus d'accrétion différents :

- la première catégorie regroupe les systèmes dont le compagnon visible est entouré d'un disque. L'accrétion se fait alors au moment où l'objet compact traverse le disque, et peut être extrêmement variable selon l'excentricité de l'orbite, et l'importance du disque circum-stellaire. Dans ces systèmes, le compagnon optique est une étoile Be à rotation rapide, dans (ou proche de) la séquence principale (classe III à V), ayant un vent équatorial relativement lent (150–600 km/s) et dense ( $\sim 10^{-7} M_{\odot}/\text{an}$ ) qui crée un disque de gaz autour de l'étoile ([Waters et al. 1988](#)). Un schéma de principe de ce type de binaire X est présenté figure 6.1 ;
- dans la seconde catégorie, le compagnon visible est une supergéante qui émet un fort vent stellaire ( $\sim 600\text{--}900\text{km/s}$ ). L'objet compact accrète alors directement le vent s'il est sur une orbite suffisamment proche, ou via un disque d'accrétion si la supergéante remplit son lobe de Roche.



**Figure 6.1** – Principe de la binaire X à étoile Be. L'objet compact (ici une étoile à neutron) est sur une orbite excentrique autour de l'étoile Be qui ne remplit pas son lobe de Roche. Au passage au périastre, l'objet compact traverse le disque et accrète la matière éjectée par l'étoile Be à rotation rapide, provoquant ainsi une augmentation de la luminosité de l'objet compact dans le domaine des rayons X. Extrait de [Tauris & van den Heuvel \(2006\)](#).

### 6.1.2 L'apport de l'interférométrie infrarouge

Les binaires X sont intensément observées dans le domaine des hautes énergies (rayons X et gamma), ce qui permet de caractériser l'environnement proche des deux corps via

l'analyse de l'intensité et de la variabilité de leur émission à ces longueurs d'onde. La nature grumeleuse du vent stellaire des supergéantes a ainsi pu être caractérisée en observant précisément les variations de l'émission X de l'objet compact au cours de son orbite (Walter & Zurita Heras 2007).

Cependant, cette méthode ne permet pas de caractériser la géométrie et les propriétés physiques de cet environnement sur une échelle plus large, et est limitée à la caractérisation de ses propriétés locales au passage de l'objet compact. Comment sont modifiés ou reformés les disques des étoiles Be au passage de l'objet compact ? Comment est structuré le vent stellaire des supergéantes par le mouvement orbital de l'objet compact ? Y a-t-il de la matière propulsée par ces passages ? Ces questions ne sont pas résolues pour l'instant, seules quelques simulations numériques permettent d'avoir une idée des réponses de certaines d'entre elles. Hadrava & Čechura (2012) montrent par exemple que la force de Coriolis créée par le mouvement de l'objet compact peut générer une queue de gaz en traversant le vent stellaire des supergéantes sur leurs orbites.

La difficulté de faire de telles analyses à une échelle plus grande vient du fait que ce sont des objets très petits et serrés, situés à des distances de l'ordre du kilo-parsec. Si on considère une supergéante de taille  $\sim 30 R_{\odot}$  située à 1 kpc, il faut typiquement une résolution angulaire de 1,4 mas pour observer son environnement à 10 rayons stellaires. Seules des observations interférométriques avec des bases de l'ordre de 100 m peuvent résoudre la forme globale du vent stellaire à cette échelle dans l'infrarouge proche ou le visible. Jusqu'à présent, seule la binaire X CI Cam a été observée par interférométrie par Thureau et al. (2009), en combinant des observations en bande H et K avec les interféromètres IOTA et PTI. CI Cam est une binaire X à étoile Be dont la nature de l'objet compact est encore indéterminée (trou noir ou naine blanche). Ces observations ont permis de confirmer la présence d'un anneau de poussière autour du système, et ont montré qu'il avait une forme très clairement asymétrique et inhomogène, s'étendant à  $\sim 37$  u. a. de l'étoile. Mise à part cette observation particulièrement intéressante, aucune autre tentative n'a été conduite pour résoudre l'environnement proche de binaires X.

### 6.1.3 Présentation de Vela X-1

Dans ce contexte, j'ai pu obtenir une série d'observations au VLTI du système Vela X-1, candidat particulièrement intéressant à bien des points de vue : parmi les plus brillantes aux longueurs d'onde optiques, parmi les plus lumineuses dans le domaine des rayons X, certainement la plus connue et la plus observée des binaires X. Intéressons-nous donc à cet exemplaire bien particulier.

#### Découverte de la binaire X

La « faible » source X Vela X-1<sup>1</sup> fut découverte le 20 Septembre 1966 à l'occasion d'un tir de fusée<sup>2</sup> par Chodil et al. (1967), lancée à 168 km d'altitude dans le but de caractériser l'intensité de sources X déjà connues. Cette découverte fut ensuite confirmée par d'autres tirs de fusée (Gursky et al. 1968), puis par le satellite Uhuru (Giacconi et al. 1971), premier satellite entièrement consacré à l'observation de sources cosmiques dans le domaine des rayons X.

1. Aussi appelée Vel XR-1, ou GX 263+3, ou 4U 0900-40

2. L'atmosphère terrestre étant complètement opaque dans cette bande spectrale, les observations dans le domaine des rayons X ont tout d'abord été conduites par des tirs de fusée, puis par l'utilisation de satellites.



Les observations qui suivirent mirent en évidence une variabilité de la source, qui fut attribuée à des éclipses dues à la présence d'un compagnon. La supergéante HD 77 581 (aussi nommée GP Vel) fut associée à la source X Vela X-1 par [Brucato & Kristian \(1972\)](#).

Ainsi fut découverte la binaire X à éclipse Vela X-1–HD 77 581. Dans la suite, pour distinguer en toute rigueur le *système binaire* Vela X-1 de *l'objet compact* Vela X-1, on privilégiera les noms **4U 0900-40** pour désigner l'étoile à neutron et **HD 77 581** pour le compagnon visible, et on gardera la dénomination **Vela X-1** uniquement pour désigner l'ensemble du système binaire.

### Caractéristiques des deux composants

La source X 4U 0900-40 est un pulsar de période 283 s ([McClintock et al. 1976](#)). Sa masse, dernièrement estimée à  $M_X = 1,77 M_\odot$  par [Rawls et al. \(2011\)](#), est encore de nos jours extrêmement discutée, et est responsable en partie de la célébrité de Vela X-1. Sa valeur très élevée (l'une des plus élevées connues) et déterminée de façon très précise en combinant mesures de vitesses radiales et mesures de durée d'éclipse, permet en effet d'exclure certains modèles de structure interne des étoiles à neutron. La structure de la matière soumise à des conditions extrêmes dans ces corps stellaires est en effet de nos jours encore mal connue. Elle est décrite par une équation d'état de la matière qui dépend de la masse et de la taille du résidu stellaire, et de laquelle découle une limite maximale pour la masse de toute étoile à neutron. Il existe plusieurs théories et plusieurs équations d'état qui conduisent à diverses masses limites, allant de 1,5 à 3  $M_\odot$ . La détermination précise de la masse de 4U 0900-40 est donc d'un intérêt très particulier pour comprendre l'état de la matière soumise à de hautes densités.

Le compagnon visible HD 77 581 est une supergéante de type spectral B0.5Ib. Sa masse est évaluée à  $M_O = 24 M_\odot$  et son rayon à  $R_O = 32 R_\odot$ . Elle émet un fort vent stellaire de vitesse terminale  $V = 1105$  km/s, et subit une perte de masse estimée à  $\dot{M}_0 \sim 2 \times 10^{-6} M_\odot/\text{an}$ .

Les deux corps sont sur une orbite très serrée, avec une séparation de  $a_x \sin i = 49 R_\odot$ . Le pulsar n'est donc qu'à  $\sim 1,5$  rayon stellaire, bien ancré dans le vent de la supergéante. Leur période orbitale est de 9 jours, ce qui est relativement court pour une binaire X à forte masse.

Les principales grandeurs caractéristiques de Vela X-1 sont regroupées dans le tableau 6.1. Les tailles angulaires correspondantes sont présentées dans le tableau 6.2. La résolution des deux corps du système est donc bien au-delà des capacités des interféromètres optiques actuels. Par contre, la caractérisation de l'environnement à quelques rayons stellaires leur est accessible et est susceptible d'apporter des compléments d'informations inédits sur ce système.

### Caractéristiques de l'environnement du système

L'environnement de Vela X-1 a été sondé à plusieurs reprises en analysant l'activité de l'étoile à neutron dans le domaine des rayons X par le satellite INTEGRAL ([Winkler et al. 2003](#)). En plus d'un fort niveau moyen d'activité dû à la proximité entre les deux corps, l'intensité lumineuse du système est très variable en rayons X, présentant en effet d'intenses sursauts lumineux (jusqu'à 20 fois sa luminosité moyenne) et de soudaines extinctions en-deçà de la sensibilité limite des instruments, variant sur des échelles de temps irrégulières de plusieurs jours, heures, ou même quelques minutes.

Objet	Paramètre	Valeur	Référence
Vela X-1	$d$ (kpc)	$1,9 \pm 0,2$	1
	$a_x \sin i$ ( $R_\odot$ )	$49,10 \pm 0.06^a$	2
	$P$ (d)	$8,964368 \pm 0,000040$	2
	$e$	$0,0898 \pm 0,0012$	2
	$i$ (deg)	$78,8 \pm 1,2$	3
4U 0900-40	$L_X$ (erg/s)	$3,5 \times 10^{36}$	4
	$M_X$ ( $M_\odot$ )	$1,770 \pm 0,083$	3
HD 77 581	$M_O$ ( $M_\odot$ )	$24,00 \pm 0,37$	3
	$R_O$ ( $R_\odot$ )	$31,82 \pm 0,28$	3
	$\dot{M}_0$ ( $M_\odot/\text{an}$ )	$1,5 - 2 \times 10^{-6}$	4
	$V$ (km/s)	$1105 \pm 100$	5

*a.*  $113,98 \pm 0.13$  secondes-lumière dans l'article donné en référence.

**Références** : (1) [Sadakane et al. \(1985\)](#); (2) [Bildsten et al. \(1997\)](#); (3) [Rawls et al. 2011](#); (4) [Watanabe et al. \(2006\)](#); (5) [Prinja et al. \(1990\)](#).

**Tableau 6.1** – Carte d'identité de Vela X-1.

Paramètre	Valeur (mas)
$a_x \sin i$	$0,12 \pm 0,01$
$R_O$	$0,078 \pm 0,008$

**Tableau 6.2** – Tailles angulaires caractéristiques de Vela X-1, en supposant une distance de 1,9 kpc à la Terre.

Ces variations sont globalement attribuées à des inhomogénéités du vent de la super-géante par [Kreykenbohm et al. \(2008\)](#) et [Fürst et al. \(2010\)](#) :

- les sursauts seraient dus à l'accrétion de grumeaux denses de matière stellaire, et/ou à la formation temporaire de petits disques d'accrétion instables autour de l'étoile à neutron. La matière y étant stockée se ferait soudainement accrêter au moment de la destruction de ces disques, générant des sursauts lumineux à de hautes énergies ;
- les brusques extinctions seraient dues soit au passage de grumeaux denses sur la ligne de visée, soit à des chutes d'activité de l'étoile à neutron liées à son passage dans des vides du vent stellaire, déclenchant des effets d'« hélice » ([Lamb et al. 1973](#) ; [Illarionov & Sunyaev 1975](#)) : la taille de la magnétosphère du pulsar (qui dépend de l'intensité du champ magnétique et du taux d'accrétion) augmente au-delà de son rayon de co-rotation, et la force centrifuge empêche alors la matière d'entrer dans la magnétosphère et de se faire accrêter par l'étoile à neutron. Ce phénomène complexe a en effet été identifié par [Cui \(1997\)](#) sur deux pulsars, et pourrait être également la cause des extinctions de la luminosité de Vela X-1 aux rayons X.

L'observation précise de ces extinctions par l'instrument *Suzaku*, plus sensible ([Kunieda & Suzaku Team 2005](#)), a montré qu'elles étaient très prononcées (d'un facteur 20 en-deçà de sa luminosité moyenne), mais non totales, et que l'étoile à neutron continuait de pulser faiblement pendant ces bas régimes ([Doroshenko et al. 2011](#)). Ce flux résiduel est attribué à des fuites de matière à travers la magnétosphère de l'étoile à neutron par des instabilités de Kelvin-Helmholz ([Burnard et al. 1983](#)).

De plus, sur une échelle plus grande, la présence d'une traînée de matière en aval de l'étoile à neutron a été évoquée à plusieurs reprises lors de mesures spectroscopiques ([Sada-](#)

kane et al. 1985 ; Watanabe et al. 2006), telles que simulées par Hadrava & Čechura (2012). L'observation directe de telles structures par interférométrie serait donc particulièrement intéressante.

Achevons cet état de connaissance de Vela X-1 par une belle image : sur une échelle beaucoup plus grande que ces structures du vent stellaire façonnées par l'étoile à neutron, et encore plus grande que les structures locales sondées aux hautes énergies par l'activité de l'objet compact, une onde de choc parabolique a été imagée par Kaper et al. (1997), à 54'' au Nord du système (soit 0,49 pc). Ce bel arc, reproduit en figure 6.2, prouve que le système se déplace à très grande vitesse dans le milieu interstellaire vers le Nord. Ces observations confirment l'hypothèse que Vela X-1 appartiendrait à l'origine à l'association d'étoiles OB Vel OB1, située à 1 820 pc au Sud de Vela X-1 (direction parfaitement opposée à l'onde de choc), qu'elle a fui il y a 2,5 millions d'années à une vitesse de 90 km/s, au moment de l'explosion de la supernova qui a créé l'étoile à neutron 4U 0900-40. Ce phénomène, prédit par Blaauw (1961) pour toutes les binaires X à forte masse, serait provoqué après une phase de transfert de masse rapide de l'étoile primaire à son compagnon, jusqu'à ce que le rapport de masse s'inverse et que la primaire devienne une étoile à hélium, puis qu'elle explose en supernova. La détente provoquée par l'éjection de l'enveloppe de gaz de la supernova donne une vitesse supérieure à 10 km/s au système, qui reste lié si la masse du compagnon est suffisamment élevée.

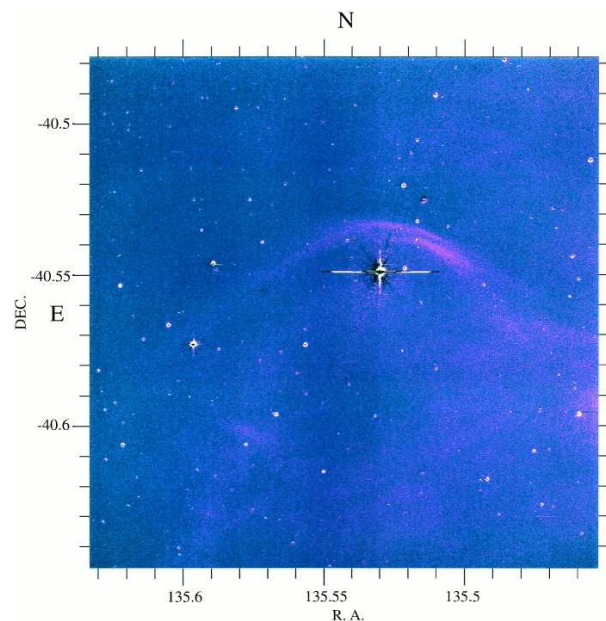


Figure 6.2 – Image de l'onde de choc au Nord de Vela X-1. Extrait de Kaper et al. (1997).

Vela X-1 est donc une binaire intéressante à bien des points de vue. Je vais maintenant décrire ce que j'ai observé et analysé grâce aux instruments AMBER et PIONIER du VLTI, et voir comment nos mesures peuvent compléter ce panorama.

## 6.2 Observations en bande K

Commençons par les observations obtenues avec AMBER le 26 mars 2010, en mode « service » (c'est-à-dire effectuées par un astronome de l'ESO). Après une petite présentation de l'instrument, je décrirai en détail les grandeurs mesurées pendant ces observations.

### 6.2.1 Présentation de l'instrument AMBER

AMBER – *Astronomical Multi-BEam combineR* – est un instrument installé au VLTI depuis 2004 (Petrov et al. 2007). Il permet de combiner trois télescopes et ainsi d'obtenir une information sur la symétrie de la cible grâce à une mesure de clôture de phase. Il fonctionne dans les bandes spectrales J, H et K (de 1 à 2,4  $\mu\text{m}$ ), et offre trois résolutions spectrales différentes (30, 1 500 et 12 000), en faisant actuellement le seul instrument du VLTI offrant des mesures interférométriques à haute résolution spectrale.

Les faisceaux sont filtrés spatialement par des fibres optiques monomodes pour permettre des mesures de visibilité de haute précision : les erreurs de front d'onde sont transposées en fluctuations d'intensités, ne gardant ainsi que le flux cohérent, et un terme de piston représentatif de la différence de marche moyenne du front d'onde. Une petite fraction du flux de chaque faisceau est prélevée avant la recombinaison pour obtenir des mesures photométriques simultanément aux mesures interférométriques, permettant d'étalonner le flux cohérent. Les franges sont obtenues par recombinaison multi-axiale à codage spatial, en focalisant les trois faisceaux dans une configuration non redondante sur une même zone du détecteur.

L'information interférométrique (phases et visibilités carrées) est récupérée pour chaque canal spectral par démodulation de l'image par une P2VM<sup>3</sup> étalonnée au préalable à l'aide d'une source interne.

### 6.2.2 Description des observations

Vela X-1 a été observée le 26 mars 2010, ce qui correspond à une phase orbitale de 0,3. La moyenne résolution spectrale ( $R = 1\,500$ ) de l'instrument dans la bande spectrale K a été utilisée, en combinant trois télescopes de 8,2 m : UT1, UT3, et UT4, afin d'avoir la sensibilité suffisante pour pouvoir observer la cible à cette résolution, Vela X-1 ayant une magnitude  $K = 5,6$  à 2,2  $\mu\text{m}$ . Le tableau 6.4 résume les caractéristiques géométriques des bases obtenues dans cette configuration. Le plan (u,v) couvert lors de l'observation est présenté en figure 6.3. Le suiveur de franges FINITO a été utilisé pour réaliser ces observations afin d'en stabiliser les franges. L'étoile HD 76 304 du catalogue Mérand et al. (2005), de diamètre angulaire  $0,749 \pm 0,010$  mas a été utilisée pour étalonner cette observation.

Nom	Distance (°)	Type	Magnitude K	Diamètre	Ref.
HD 76 304	1,6	K0II-III	3,96	$0,749 \pm 0,010$	1

Références : (1) Mérand et al. (2005).

Tableau 6.3 – Détail de l'étoile choisie pour étalonner les observations de Vela X-1 avec AMBER.

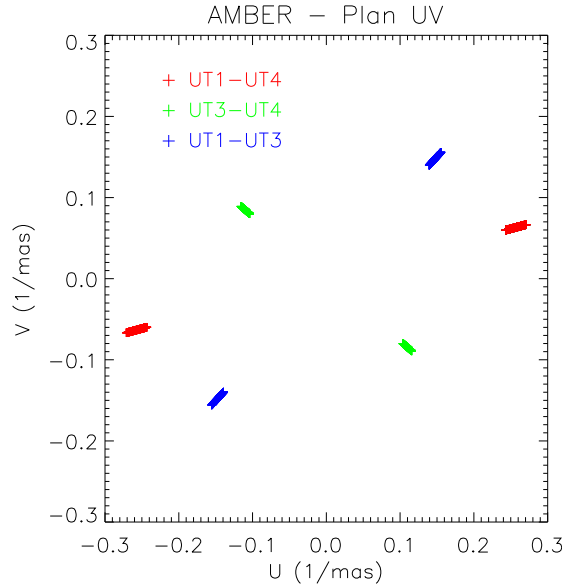
### 6.2.3 Analyse photométrique et spectrale

La somme des spectres bruts obtenus par les trois télescopes est présentée dans la figure 6.4 (en haut) pour Vela X-1 et son étoile étalon. Le rapport de flux moyen  $F_{cal}/F_{sci} = 4,4$  correspond bien à la différence de magnitude  $\delta K = -1,6$  attendue entre les deux objets :  $K = 4,0$  pour l'étalon,  $K = 5,6$  pour Vela X-1. Les spectres normalisés par le flux moyen des deux étoiles sont également présentés sur cette même figure (en bas). On y distingue déjà clairement deux raies d'absorption propres à Vela X-1 aux longueurs

3. P2VM : aura été définie dans les chapitres précédents.

Base	Longueur (m)	Orientation (deg)
UT3-UT4	62,5	110,8
UT1-UT3	102,4	32,4
UT1-UT4	130,2	60,4

**Tableau 6.4** – Caractéristiques géométriques des bases utilisées pour l’observation de Vela X-1 avec AMBER. L’orientation des bases est donnée par rapport à l’axe Nord-Sud, comptée positivement vers l’Est.



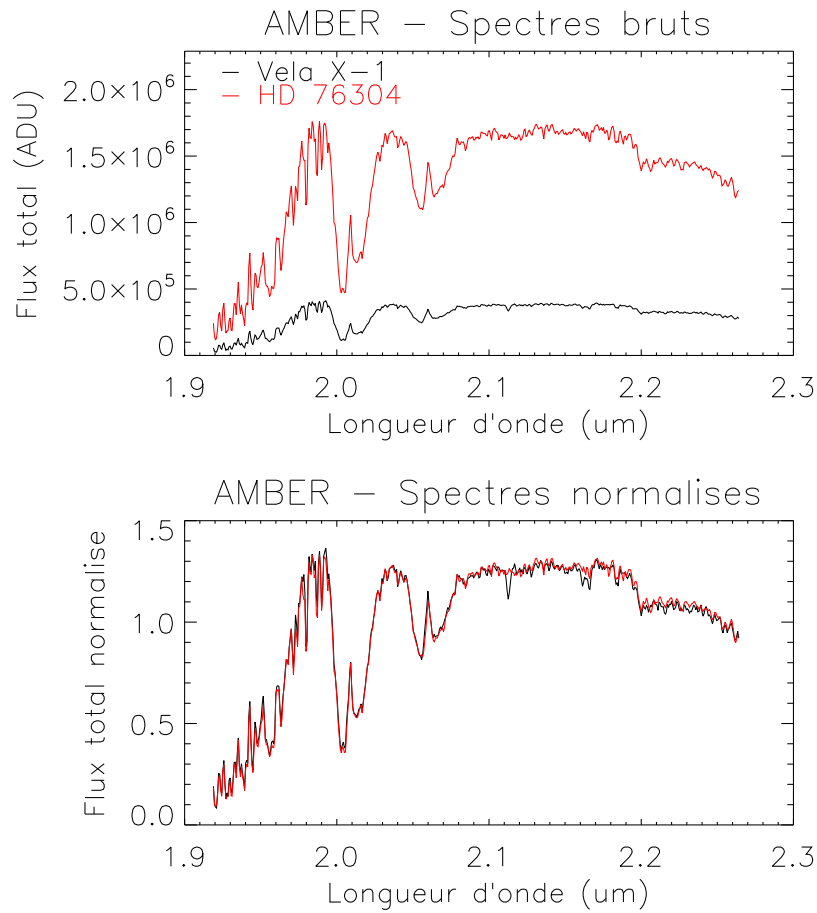
**Figure 6.3** – Plan  $(u,v)$  couvert par l’observation de Vela X-1 le 26 mars 2010 avec l’instrument AMBER en mode moyenne résolution.

d’onde 2,11 et 2,16  $\mu\text{m}$ . Toute la partie du spectre aux courtes longueurs d’onde (jusqu’à  $\sim 2,03 \mu\text{m}$ ) est très bruitée par des bandes d’absorption de l’eau et de monoxyde de carbone de l’atmosphère terrestre. Je n’exploiterai pas cette partie du spectre pour éviter de mal interpréter.

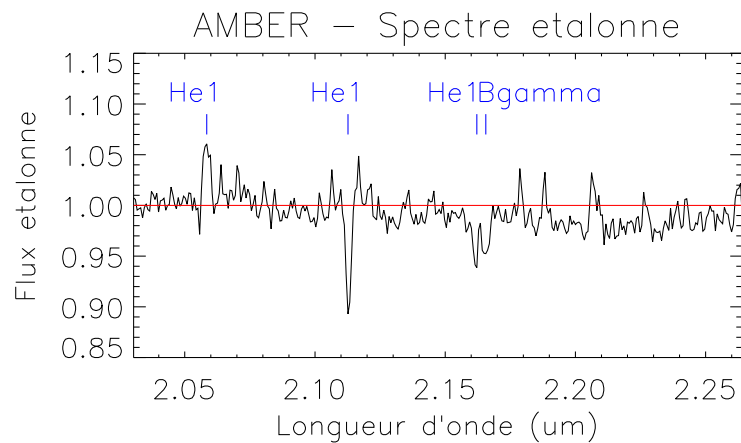
Les longueurs d’onde étalonnées par l’instrument n’étant pas correctes, la table des longueurs d’onde a été calculée par Antoine Mérand en ajustant une partie du spectre mesuré riche en raies telluriques au modèle d’un spectre atmosphérique synthétique, créé à partir de la base de données HITRAN (Rothman et al. 2009) regroupant les paramètres spectroscopiques de molécules atmosphériques, un modèle d’atmosphère tenant compte de la quantité de vapeur d’eau en fonction de la masse d’air traversée par la lumière (Kerber et al. 2010), et la dispersion des fibres optiques de l’instrument. La précision sur les longueurs d’onde est de 1 nm.

Le spectre de Vela X-1 étalonné par HD 76 304 est présenté en figure 6.5. On mesure quatre raies bien visibles dans ce spectre, l’une d’elles en émission à 2,058  $\mu\text{m}$ , les trois autres en absorption aux longueurs d’onde 2,113, 2,162 et 2,166  $\mu\text{m}$ .

On retrouve parfaitement ces raies dans les spectres d’étoiles de type B0.5Ib (spectre du milieu, figure 6.6) dans cette bande, qui sont décrites par Hanson et al. (1996) comme étant toutes des raies de transition de l’Hélium, exceptée la raie à 2,166  $\mu\text{m}$ , la raie « Brackett- $\gamma$  », qui est la seule raie de l’hydrogène dans cette bande spectrale. Les transi-



**Figure 6.4 – Haut** : Spectres bruts de Vela X-1 et de l'étalon HD 76 304 obtenus avec AMBER, sommés sur les trois télescopes. **Bas** : Mêmes spectres rapportés au flux moyen de chaque étoile.



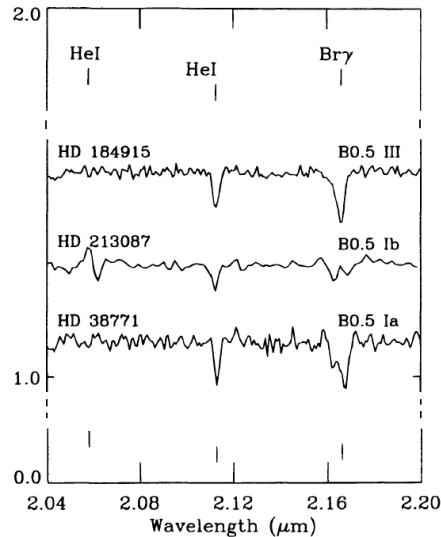
**Figure 6.5** – Spectre de Vela X-1 étalonné par le spectre de l'étalon HD 76 304.

tions atomiques correspondantes sont résumées dans le tableau 6.5 telles que décrites par [Hanson et al. \(1996\)](#). L'attention du lecteur est attirée sur le fait que la raie de l'hélium à 2,058  $\mu\text{m}$  se trouve au beau milieu d'une bande d'absorption de notre atmosphère (voir

figure 6.4). Sa forme est donc potentiellement mal étalonnée, ce qui peut expliquer la différence de forme entre la raie mesurée avec AMBER et celle observée par [Hanson et al. \(1996\)](#).

Transition	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	Remarques
H I (4-7)	2,1661	Raie Brackett- $\gamma$
He I ( $2s\ ^1S - 2p\ ^1P^0$ )	2,0581	
He I ( $3p\ ^3P^0 - 4s\ ^3S$ )	2,1126	3 transitions non résolues (2,11274, 2,11267 et 2,11258 $\mu\text{m}$ )
He I ( $7f\ ^3F^0 - 4d\ ^3D$ et $7f\ ^1F^0 - 4d\ ^1D$ )	2,1625	

**Tableau 6.5** – Transitions atomiques attendues pour une étoile de type B0.5Ib, selon [Hanson et al. \(1996\)](#)



**Figure 6.6** – Spectres d'étoiles de type B0.5 dans la bande K. Extrait de [Hanson et al. \(1996\)](#).

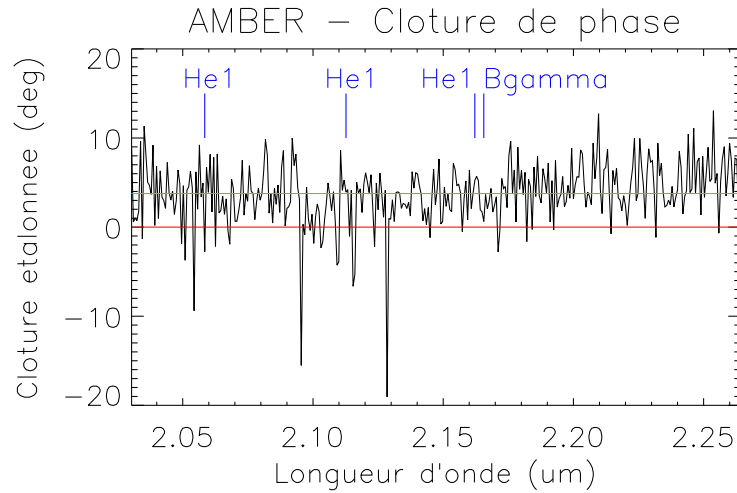
Cette analyse spectrale m'a donc permis de détecter des raies caractéristiques de la supergéante HD 77581. Il sera particulièrement intéressant de voir dans les parties suivantes si ces signatures se retrouvent dans les grandeurs interférométriques afin de voir si on peut en préciser l'origine physique : ces absorptions/émissions se produisent-elles à une distance précise dans le vent de l'étoile ? Sont-elles corrélées à l'orbite de l'objet compact ? Ou au contraire sont-elles générées uniformément au sein du vent stellaire ?

#### 6.2.4 Analyse des clôtures de phase

La clôture de phase de Vela X-1 étalonnée par HD 76304 est présentée en figure 6.7 en fonction de la longueur d'onde. Ses valeurs aux courtes longueurs d'onde (jusqu'à 2,08  $\mu\text{m}$ ) sont extrêmement bruitées (précision moyenne de  $13^\circ$ ) car cette bande spectrale correspond à une forte absorption de l'atmosphère (voir figure 6.4).

En moyennant la clôture sur toutes les longueurs d'onde de façon à en réduire l'incertitude, je mesure un signal de clôture de  $3,8 \pm 0,6^\circ$ . Il y a donc un faible signal significativement non nul, qui suggérerait une légère asymétrie dans la distribution d'intensité de





**Figure 6.7** – Clôture de phase de Vela X-1 étalonnée par HD 76 304, en fonction de la longueur d'onde. Les positions spectrales des quatre raies détectées dans le spectre sont représentées par des tirets bleus verticaux.

Vela X-1. Cette asymétrie est certainement corrélée à la position de l'étoile à neutron sur son orbite autour de la supergéante, qui correspond à une phase orbitale où les deux corps sont quasiment à leur séparation maximale dans le ciel (phase de 0,33). Le tableau 6.6 détaille les valeurs de la clôture de phase aux longueurs d'onde des raies détectées dans le spectre de Vela X-1. On constate que le signal de clôture à ces longueurs d'onde n'est pas significativement différent du signal de clôture du continuum. On ne peut donc pas affirmer que ces signatures spectrales sont liées à une asymétrie particulière du vent stellaire. Elles ne sont donc *a priori* pas corrélées au passage de l'étoile à neutron. Ces raies sont donc *a priori* propres au vent stellaire de la supergéante, et ne sont pas générées par l'objet compact.

Raie	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	Clôture mesurée ( $^{\circ}$ )
He I	2,058	$-3 \pm 13$
He I	2,113	$4 \pm 9$
He I	2,162	$5 \pm 7$
Brackett- $\gamma$	2,166	$1 \pm 8$

**Tableau 6.6** – Détail des clôtures de phase mesurées avec AMBER aux longueurs d'onde des quatre raies détectées dans le spectre de Vela X-1

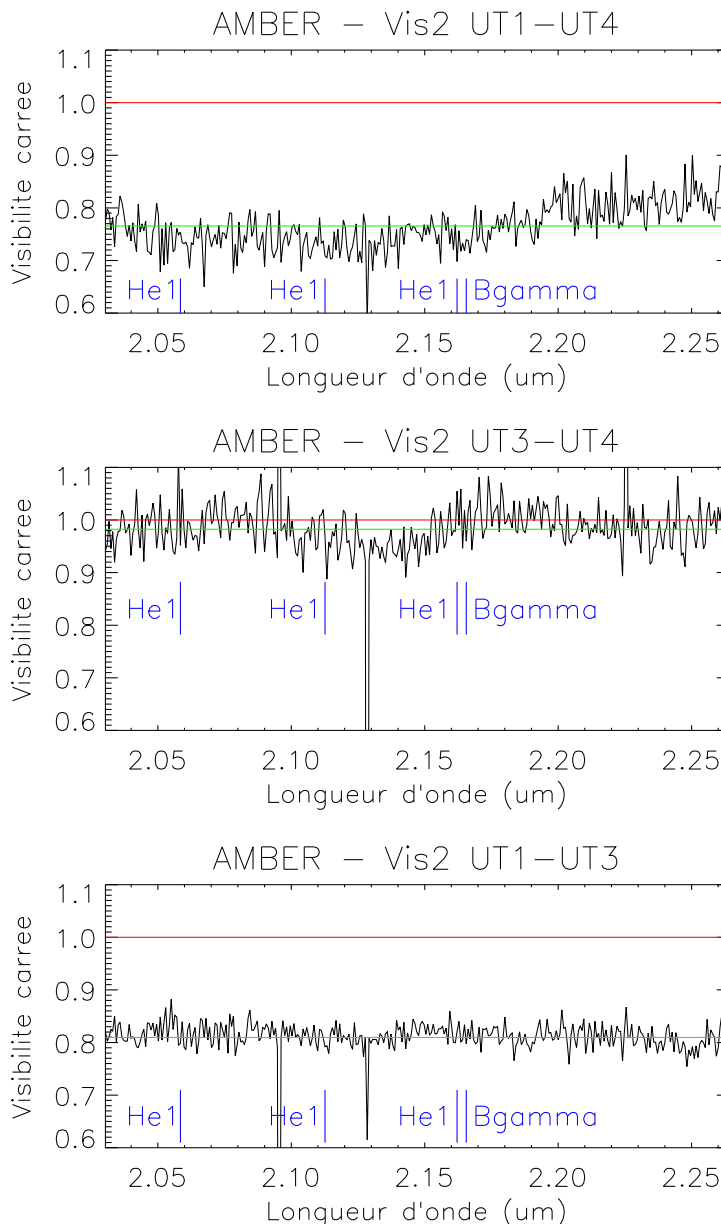
### 6.2.5 Les visibilité carrées

Les mesures de visibilité carrées de Vela X-1 obtenues lors de cette observation sont présentées en figure 6.8, pour les trois bases formées par le triplet UT1-UT3-UT4. On mesure des visibilité carrées bien inférieures au continuum aux longueurs d'onde 2,096 et 2,128  $\mu\text{m}$  : les visibilité carrées mesurées à la première longueur d'onde sur la base UT1-UT3 et à la deuxième longueur d'onde sur la base UT3-UT4 ont toutes deux des valeurs négatives avec des précision de mesure supérieures à 100 %. Ces valeurs erronées sont probablement des artefacts de mesures, et non un signal spectral propre à la source,



car il n'y a pas de raies spectrales particulières à ces longueurs d'onde. Ces erreurs sont probablement dues à un défaut du détecteur sur les pixels correspondants ou à une erreur de l'algorithme de réduction de données.

La plus courte base (UT3-UT4) est visiblement non résolue, tandis que les deux autres le sont partiellement, à 81 et 77 % respectivement sur les bases UT1-UT3 et UT1-UT4. Les visibilités carrées moyennes et les précisions moyennes sont résumées dans le tableau 6.7. On résout donc marginalement une structure dans l'environnement de la binaire X, probablement due au vent de la supergéante.



**Figure 6.8** – Visibilité carrée de Vela X-1, étalonnée par HD 76 304, mesurées sur les trois bases formées par les télescopes UT1, UT3 et UT4. Les positions des quatre raies détectées dans le spectre sont représentées par les traits bleus. Les lignes horizontales vertes représentent les visibilités carrées moyennes sur la bande spectrale 2,030–2,264  $\mu\text{m}$ .

Base	UT3-UT4	UT1-UT3	UT1-UT4
$\langle V^2 \rangle$ (%)	$98 \pm 4$	$81 \pm 5$	$77 \pm 4$

**Tableau 6.7** – Visibilités carrées de Vela X-1, étalonnées par HD 76 304, moyennées entre 2,030  $\mu\text{m}$  et 2,264  $\mu\text{m}$ , et précisions correspondantes.

Les visibilités carrées aux longueurs d’onde des raies détectées dans le spectre de Vela X-1 sont présentées dans le tableau 6.8. De même que pour les clôtures de phase, ces valeurs ne sont pas significativement différentes des visibilités carrées moyennes (voir tableau 6.7). Ces signatures spectrales ne sont pas générées à une distance particulière de l’étoile, mais dans l’ensemble de la structure qui est marginalement résolue sur l’ensemble du spectre.

Raie	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$V^2$ (%)		
		UT3-UT4	UT1-UT3	UT1-UT4
He I	2,058	$95 \pm 11$	$80 \pm 9$	$75 \pm 9$
He I	2,113	$97 \pm 11$	$79 \pm 9$	$71 \pm 8$
He I	2,162	$105 \pm 12$	$82 \pm 9$	$70 \pm 8$
Brackett- $\gamma$	2,166	$96 \pm 11$	$80 \pm 9$	$74 \pm 8$

**Tableau 6.8** – Visibilités carrées de Vela X-1 aux longueurs d’onde des quatre raies détectées dans le spectre de l’étoile.

### 6.2.6 Caractérisation de l’environnement de la binaire

L’environnement stellaire de Vela X-1 étant partiellement résolu par ces observations AMBER, il est dès lors possible de le dimensionner qualitativement dans cette bande spectrale. Pour ce faire, j’ajuste au mieux nos mesures par un modèle géométrique représentatif de la distribution lumineuse de notre cible. On a vu dans la partie 6.2.4 que la clôture de phase mesurée pendant cette observation est relativement faible. Je choisis donc volontairement d’utiliser un modèle centro-symétrique pour décrire notre système, que je ne comparerai qu’aux mesures de visibilités carrées afin de limiter le nombre de degrés de liberté de cet ajustement.

De plus, il est prématuré de se prononcer sur une forme quelconque de la structure observée, à cause du peu de mesures effectuées : avec seulement une observation sur trois bases, l’échantillonnage du plan (u,v) est minimal et ne permet pas de discriminer une forme plutôt qu’une autre (gaussienne, disque uniforme, assombrissement centre-bord. . .). Pour évaluer la taille de la structure résolue par nos observations, j’ajuste donc à nos mesures un modèle de disque uniforme ayant pour seul paramètre variable le diamètre angulaire du disque.

J’ai rappelé dans le chapitre introductif (chapitre 1) qu’il existe une simple transformation de Fourier entre la distribution d’intensité de l’objet observé et la visibilité mesurée en combinant deux télescopes séparés par un vecteur de base  $\vec{B}$ . Pour ajuster les mesures  $\hat{V}^2$  de visibilité carrée au modèle d’un disque uniforme  $I_m$  de diamètre  $D$  tel que :

$$I_m(r, D) = \frac{4}{\pi D^2} \begin{cases} 1 & \text{si } r \leq D/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (6.1)$$

il nous faut donc les comparer aux valeurs  $V_m^2$  correspondant au modèle :

$$\begin{aligned} V_m^2(\nu, D) &= \left| \text{TF}_{[I_m(r,D)]}(\nu) \right| \\ &= \left( 2 \frac{J_1(\pi\nu D)}{\pi\nu D} \right)^2, \end{aligned} \quad (6.2)$$

pour chaque fréquence spatiale  $\nu$  du plan (u,v), définie pour chaque base  $\vec{B}$  et chaque longueur d'onde  $\lambda$  par

$$\nu = |\vec{B}|/\lambda. \quad (6.3)$$

Le meilleur modèle au sens des moindres carrés est obtenu pour la valeur  $D_K$  du diamètre minimisant l'écart quadratique  $\chi^2$  entre le modèle et les mesures sur l'ensemble des fréquences spatiales  $\mathcal{F}$

$$\chi^2(D_K) = \min_D \left( \chi^2(D) \right), \quad (6.4)$$

où l'écart quadratique  $\chi^2$  est défini tel que

$$\chi^2(D) = \sum_{\nu \in \mathcal{F}} \left( \frac{V_m^2(\nu, D) - \hat{V}^2(\nu)}{\sigma_{V^2}(\nu)} \right)^2. \quad (6.5)$$

Afin d'évaluer facilement la qualité de l'ajustement du modèle aux données, j'utilise de préférence l'écart quadratique réduit  $\chi_r^2$ , calculé en normalisant le  $\chi^2$  par le nombre de degrés de liberté  $N_{dl}$  du système :

$$\chi_r^2 = \frac{\chi^2}{N_{dl}}, \quad (6.6)$$

le nombre de degrés de liberté étant défini par la différence entre le nombre  $N_d$  de mesures et le nombre  $N_p$  de paramètres à ajuster (le diamètre du disque étant le seul paramètre de notre modèle) :

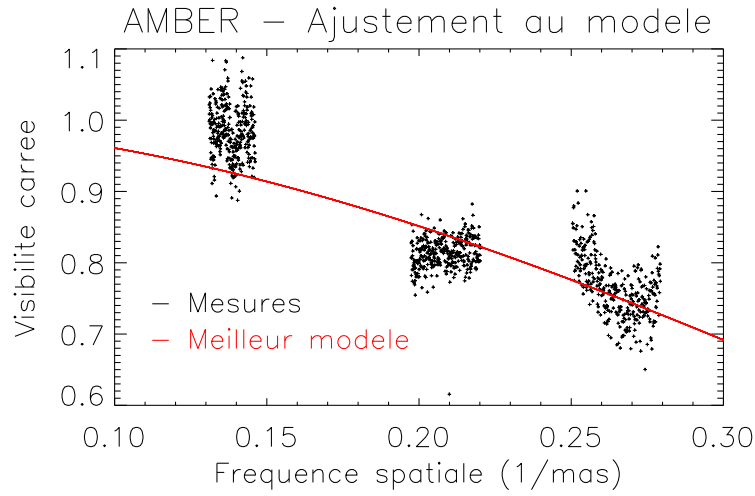
$$N_{dl} = N_d - N_p. \quad (6.7)$$

Le  $\chi^2$  réduit a ainsi l'avantage d'être indépendant du nombre de variables du système, et est ainsi un peu plus parlant que le  $\chi^2$  brut : on voit en combinant les équations 6.5 et 6.6 qu'un  $\chi^2$  réduit d'une valeur proche de l'unité correspond à un écart du modèle aux données de l'ordre de grandeur de l'incertitude de mesure  $\sigma_{V^2}$  et donc à un bon ajustement. Une valeur de  $\chi_r^2$  inférieure à 1 indique que l'écart aux données est globalement inférieur à la précision des mesures et que les barres d'erreur sont surestimées. Inversement, un  $\chi^2$  réduit supérieur à 1 indique que soit les barres d'erreur sont sous-estimées, soit le modèle n'est pas compatible avec les données.

Par cette méthode, le meilleur modèle correspondant à nos mesures est obtenu avec un disque de diamètre  $D_K = 1,27$  mas, pour un  $\chi^2$  réduit  $\chi_r^2(D_K) = 0,24$ . Cette valeur du  $\chi^2_r$  inférieure à 1 indique donc que ce meilleur modèle est bien compatible avec les données, et que leurs barres d'erreur sont même surestimées. La figure 6.9 présente les visibilité carrées obtenues avec ce modèle comparées aux visibilité carrées mesurées par ces observations.

Afin de déterminer avec réalisme l'incertitude sur ce diamètre, la façon la plus objective est de chercher la variation du diamètre depuis sa valeur optimale  $D_K$  pour laquelle le modèle n'est plus approprié à nos mesures, c'est-à-dire pour laquelle l'écart quadratique  $\chi^2$  s'est éloignée de sa valeur minimale de façon significative. Pour cela, je cherche la variation  $\sigma_D$  qui augmente le  $\chi^2$  du nombre de degrés de liberté  $N_{dl}$  du système :

$$\chi^2(D_K \pm \sigma_D) = \chi^2(D_K) + N_{dl}, \quad (6.8)$$

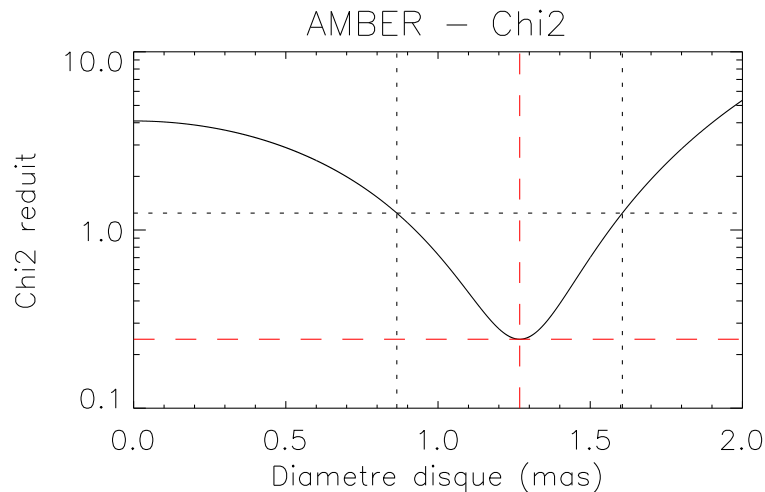


**Figure 6.9** – Visibilités carrées de Vela X-1 (noir), et visibilités carrées obtenues avec un modèle de disque uniforme de diamètre angulaire  $D_K = 1,27$  mas (rouge).

qui correspond à une simple variation de 1 du  $\chi_r^2$  par rapport à sa valeur minimale :

$$\chi_r^2(D_K \pm \sigma_D) = \chi_r^2(D_K) + 1. \quad (6.9)$$

La figure 6.10 présente le  $\chi^2$  réduit calculé en fonction du diamètre du disque modélisé. Les lignes verticales l'en bornent d'une variation de 1 de part et d'autre de sa valeur minimale, définissant ainsi une incertitude de  $+0,34$  mas et  $-0,40$  mas sur le diamètre estimé  $D_K$ , que l'on arrondit à sa valeur maximale  $\sigma_D = 0,40$  mas.



**Figure 6.10** –  $\chi^2$  réduit obtenu en comparant les visibilités carrées mesurées au modèle d'un disque uniforme, en fonction du diamètre angulaire du disque. Les tirets rouges indiquent le diamètre du meilleur modèle au sens des moindres carrés (1,27 mas) et le  $\chi^2$  réduit correspondant (0,24). Les traits pointillés noirs bornent une variation de 1 du  $\chi^2$  réduit par rapport à sa valeur minimale, et indiquent les variations correspondantes du diamètre du modèle.

### 6.2.7 Conclusions sur ces observations

Pour prendre un peu de recul sur cette analyse, voici un résumé de ce que nous a apporté (ou pas) ce jeu d’observation de Vela X-1 avec l’instrument AMBER, dans la bande spectrale K :

- les raies observées dans le spectre de l’étoile sont générées uniformément dans le vent de la supergéante HD 77 581 et ne sont pas particulièrement excitées ou atténuées localement au passage de l’étoile à neutron ;
- un faible signal de  $3,8 \pm 0,6^\circ$  dans le continuum de la clôture de phase indique la présence d’une légère asymétrie dans le vent stellaire due à la position orbitale du pulsar ;
- une structure a partiellement été résolue autour du système, que l’on a pu dimensionner à un diamètre  $D_K = 1,3 \pm 0,4$  mas. Compte-tenu du diamètre de la supergéante (voir tableau 6.2), c’est très certainement le vent stellaire de l’étoile que l’on a observé, et non l’étoile elle-même.

En supposant le système Vela X-1 à une distance de  $1,9 \pm 0,2$  kpc de la Terre, la structure résolue par ces observations s’étendrait sur un diamètre de  $531 \pm 173 R_\odot$ , soit  $8 \pm 3$  fois la taille de la supergéante.

## 6.3 Observations en bande H

Après ces premières mesures déjà riches en informations, j’ai pu observer une nouvelle fois Vela X-1 au VLTI, en utilisant cette fois-ci l’instrument PIONIER, pendant quatre demi-nuits, entre le 25 et le 31 mars 2012.

### 6.3.1 Présentation de l’instrument PIONIER

PIONIER –*Precision Integrated-Optics Near-infrared Imaging Experiment* – est un instrument développé par nos collègues grenoblois de l’IPAG et installé très récemment au VLTI en octobre 2010 (Le Bouquin et al. 2011). C’est le premier instrument permettant de combiner enfin quatre télescopes de cet observatoire, et en particulier les quatre UT de 8,2 m de diamètre de ce site. L’histoire a d’ailleurs voulu que la toute première combinaison de ces quatre géants se fasse le 17 mars 2011, 10 ans jour pour jour après les premières franges obtenue au VLTI par l’instrument VINCI (Glindemann et al. 2001). PIONIER ouvre ainsi la voie aux instruments de seconde génération GRAVITY et MATISSE. Pour chacune de ses observations, il délivre ainsi six mesures de visibilités (le double d’AMBER), et quatre clôtures de phase, dont trois indépendantes (le triple d’AMBER).

C’est un instrument fonctionnant en proche infrarouge dans la bande spectrale H (1,45–1,8  $\mu\text{m}$ ). Il offre trois résolutions spectrales différentes (bande large,  $R \sim 15$ ,  $R \sim 35$ ), et utilise la lumière naturelle de la cible, c’est-à-dire sans séparer les polarisations, ce qui permet d’utiliser tout le flux de l’étoile et d’augmenter la sensibilité de l’instrument.

Les faisceaux sont filtrés spatialement par des fibres optiques monomodes tout comme AMBER. La recombinaison de quatre faisceaux est effectuée en utilisant un composant en optique intégrée, avec normalement deux sorties par base en opposition de phase (AC). Cependant, suite à un problème technique avec ce recombineur, un composant de type ABCD a été utilisé pendant notre observation, échantillonnant les franges de chaque base sur quatre sorties en quadrature de phase. Les franges sont mesurées temporellement par balayages successifs, c’est-à-dire en faisant varier linéairement la différence de marche entre

chaque paire de faisceaux, à l'aide de quatre miroirs montés sur des platines de translation piézoélectriques. La figure 6.11 montre une photo de l'instrument dans les sous-sol du VLTI.



**Figure 6.11** – Photographie de l'instrument PIONIER dans le laboratoire du VLTI, à la place qui sera occupée par GRAVITY d'ici deux ans. En avant-plan on voit l'un des modules d'injection dans une fibre, reproduit trois fois en arrière plan.

### 6.3.2 Description des observations

Vela X-1 a été observée pendant quatre demi-nuits, les 25, 27, 29 et 31 mars 2012, couvrant ainsi presque entièrement une période orbitale de 9 jours de la binaire. Les phases correspondantes sont résumées dans le tableau 6.9. Les observations ont été faites en mode visiteur, par Jean-Baptiste Le Bouquin et moi-même, nous permettant d'optimiser la configuration de l'instrument en fonction des conditions atmosphériques, notamment sa résolution spectrale, l'échantillonnage des franges, et le mode de lecture du détecteur. Sur l'ensemble des quatre nuits, les observations ont été faites soit en bande large soit avec une faible dispersion spectrale ( $R \sim 15$ ). Le résumé des observations est présenté dans le tableau 6.10, avec le nombre d'observation par nuit en fonction de la résolution choisie. Chaque observation correspond à cinq acquisitions successives de Vela X-1 intercalées entre deux observations d'étoiles étalons. Pour augmenter le rapport signal-sur-bruit de nos mesures, je moyennerai systématiquement les cinq acquisitions de chaque observation.

Date	MJD	Phase orbitale
25 mars 2012	56012	0,872
27 mars 2012	56014	0,095
29 mars 2012	56016	0,319
31 mars 2012	56018	0,542

**Tableau 6.9** – Date des observations de Vela X-1 avec PIONIER, et phases orbitales correspondantes.

Les quatre télescopes auxiliaires (AT) de 1,8 m ont été utilisés pour ces observations en étant disposés sur les stations A1, I1, K0 et G1 (voir plan du site de Paranal en figure 6.12).

Date	$N_{obs}$	Résolution	Seeing
25 mars	7	Faible	0,5–0,9''
27 mars	4	Faible	0,5–0,8''
	2	Bande large	0,9–1''
29 mars	1	Faible	1,4''
	7	Bande large	0,9–1,5''
31 mars	7	Faible	0,7–1,1''
	1	Bande large	1''

**Tableau 6.10** – Nombre d’observations par nuit en fonction de la résolution choisie : bande large ( $R \sim 5$ ) ou faible dispersion ( $R \sim 15$ ).

Télescopes	Stations	Longueur (m)	Orientation (deg)
AT1–AT2	A1–I1	106,7	84,0
AT1–AT3	A1–K0	129,0	63,9
AT1–AT4	A1–G1	80,0	107,9
AT2–AT3	I1–K0	46,6	12,0
AT2–AT4	I1–G1	46,6	40,0
AT3–AT4	K0–G1	90,5	26,0

**Tableau 6.11** – Caractéristiques géométriques des bases utilisées pour l’observation de Vela X-1 avec PIONIER. L’orientation des bases est donnée par rapport à l’axe Nord-Sud, comptée positivement vers l’Est.

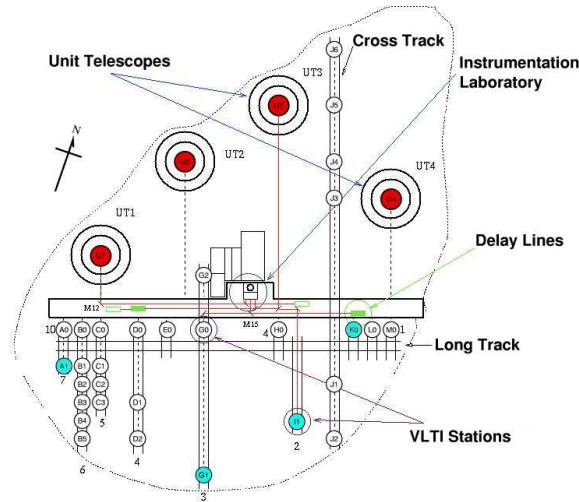
Les caractéristiques géométriques des six bases sont présentées dans le tableau 6.11. Le plan (u,v) couvert par ces observations est présenté en figure 6.13. On constate d’ores et déjà qu’il est beaucoup mieux échantillonné que celui obtenu pour les observations AMBER (voir figure 6.3), pour deux principales raisons :

- en combinant quatre télescopes, PIONIER fournit deux fois plus de points de mesure qu’AMBER qui ne combine que trois télescopes (six points de mesure au lieu de trois);
- pour chaque nuit, ces observations cumulent entre six et huit observations étalées sur plusieurs heures, au lieu d’une unique observation avec AMBER. La rotation de la Terre permet d’échantillonner un point du plan (u,v) légèrement différent entre chaque observation (effet d’hypersynthèse). De plus, PIONIER est un instrument d’une efficacité et d’une fluidité admirables, qui ne prend en moyenne que 10 minutes pour chaque observation (pointage de l’étoile compris), permettant ainsi de mitrailler sa cible au cours d’une nuit (six à huit observations de Vela X-1 par demi-nuit, et autant d’observations d’étalons).

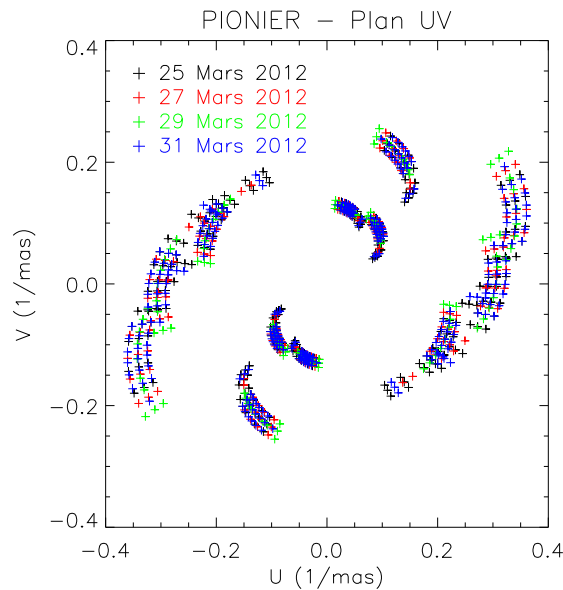
De plus, on voit aussi très clairement l’intérêt de l’observation en bande H plutôt qu’en bande K : pour des longueurs de base équivalentes (62 à 130 m avec AMBER, 47 à 129 m avec PIONIER), les fréquences spatiales échantillonnées sont plus grandes d’un facteur  $\sim 4/3$ , grâce à la meilleure résolution angulaire due à une longueur d’onde plus courte d’un facteur  $\sim 3/4$ . Par contre, l’avantage certain d’AMBER réside dans sa grande résolution spectrale, nous permettant d’une part d’échantillonner le plan (u,v) sur 340 canaux spectraux au lieu d’un ou trois avec PIONIER, et d’autre part (et surtout !) de conduire une analyse interférométrique et spectrale simultanément.

Pour finir sur cette description générale des observations, quelques mots sur les étoiles





**Figure 6.12** – Schéma géométrique du site du VLTI. Les quatre stations utilisées pour nos observations avec PIONIER sont colorées en bleu.



**Figure 6.13** – Plan  $(u,v)$  obtenu pendant nos observations de Vela X-1 avec PIONIER, pour chacune des quatre nuits. Chaque point représente la moyenne de cinq observations successives.

utilisées pour étalonner nos mesures sur Vela X-1. Quatre étoiles différentes ont été choisies : HD 74 417, HD 76 111, HD 80 934, HD 75 708 (la première n'ayant été utilisée que la première nuit). Leurs caractéristiques sont détaillées dans le tableau 6.12. Elles ont été sélectionnées pour leur proximité angulaire avec Vela X-1 et pour leur luminosité comparable.

### 6.3.3 Analyse des visibilité

Les visibilité carrées de Vela X-1 sont présentées dans la figure 6.15 pour chaque nuit d'observation, étalonnées par les étoiles précédemment décrites. Alors qu'on pourrait s'at-



Nom	Distance (°)	Type	Magnitude H	Diamètre	Ref.
HD 74 417	4,9	K3III	4,32	$0,806 \pm 0,010$	1
HD 76 111	1,8	K0III	5,44	$0,411 \pm 0,029$	2
HD 80 934	4,2	K0III	5,17	$0,467 \pm 0,033$	2
HD 75 708	4,5	G8III	5,69	$0,362 \pm 0,026$	2

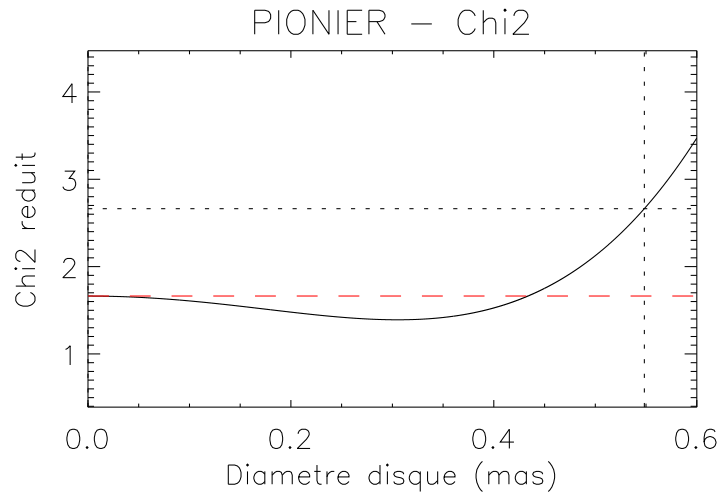
Références : (1) Mérand et al. (2005); (2) Lafrasse et al. (2010).

**Tableau 6.12** – Détail des étoiles choisies pour étalonner les observations de Vela X-1 avec PIONIER.

tendre à résoudre plus facilement l’environnement de la supergéante puisque la résolution spatiale est meilleure en bande H qu’en bande K, on constate que l’on ne résout rien de significatif et que les visibilité carrées ne valent pas moins de 90 %. Le tableau 6.13 présente les visibilité carrées de chaque base pour les quatre nuits, moyennées sur l’ensemble des observations et des canaux spectraux. Même les plus grandes bases sont très marginalement résolues.

Date	$\langle V^2 \rangle \pm \langle \sigma_{V^2} \rangle$ (%)					
	A1-I1	A1-K0	A1-G1	I1-K0	I1-G1	K0-G1
25 mars	$99 \pm 1$	$98 \pm 2$	$99 \pm 1$	$97 \pm 2$	$99 \pm 1$	$99 \pm 1$
27 mars	$98 \pm 1$	$98 \pm 2$	$102 \pm 2$	$99 \pm 1$	$100 \pm 1$	$96 \pm 1$
29 mars	$92 \pm 3$	$97 \pm 2$	$98 \pm 2$	$98 \pm 3$	$97 \pm 1$	$98 \pm 2$
31 mars	$99 \pm 2$	$97 \pm 2$	$99 \pm 1$	$95 \pm 2$	$99 \pm 1$	$99 \pm 1$

**Tableau 6.13** – Visibilité carrées de Vela X-1 moyennées pour chaque base, et pour chaque nuit.



**Figure 6.14** –  $\chi^2$  réduit obtenu en comparant les visibilité carrées mesurées au modèle d’un disque uniforme, en fonction du diamètre angulaire du disque. Les tirets rouges représentent la valeur du  $\chi^2$  réduit obtenu pour une étoile ponctuelle (diamètre nul). Les traits pointillés noirs bornent une variation de 1 du  $\chi^2$  réduit par rapport à cette valeur, et indiquent le diamètre du modèle correspondant à cette variation significative du  $\chi^2$ .

Cependant, à défaut de résoudre une quelconque structure autour du système Vela X-

1, l'excellente précision obtenue sur ces mesures peut me permettre de contraindre la taille maximale de l'environnement stellaire de la supergéante visible en bande H. Pour cela, j'utilise la même méthode que précédemment pour estimer la taille du vent stellaire à partir des visibilités carrées mesurées par AMBER (partie 6.2.6). Comme il n'y a de différence significative ni entre les quatre nuits d'observation, ni entre les différents canaux spectraux, je compare l'ensemble des visibilités carrées obtenues avec PIONIER à celles qu'on obtiendrait en observant un disque uniforme de diamètre  $D$ . La figure 6.14 représente le  $\chi^2$  réduit en fonction du diamètre du modèle. Comme attendu au vu des visibilités carrées, le meilleur modèle au sens des moindres carrés, obtenu pour un diamètre de 0,3 mas, n'est pas significativement plus réaliste qu'un modèle d'étoile ponctuelle : la différence de  $\chi^2$  réduit entre un modèle de diamètre nul et de diamètre 0,3 mas est inférieure à 1.

Dans ce cas, la contrainte la plus réaliste sur la taille maximale de l'environnement de Vela X-1 est de la définir par une variation significative du  $\chi^2$  par rapport à un modèle d'étoile non résolue, et non par rapport au meilleur modèle de disque de diamètre 0,3 mas. Par cette méthode, ces observations me permettent de conclure que le vent stellaire de la supergéante a un diamètre de 0,55 mas tout au plus dans la bande spectrale H, soit  $225 R_{\odot}$  en supposant Vela X-1 éloignée de 1,9 kpc.

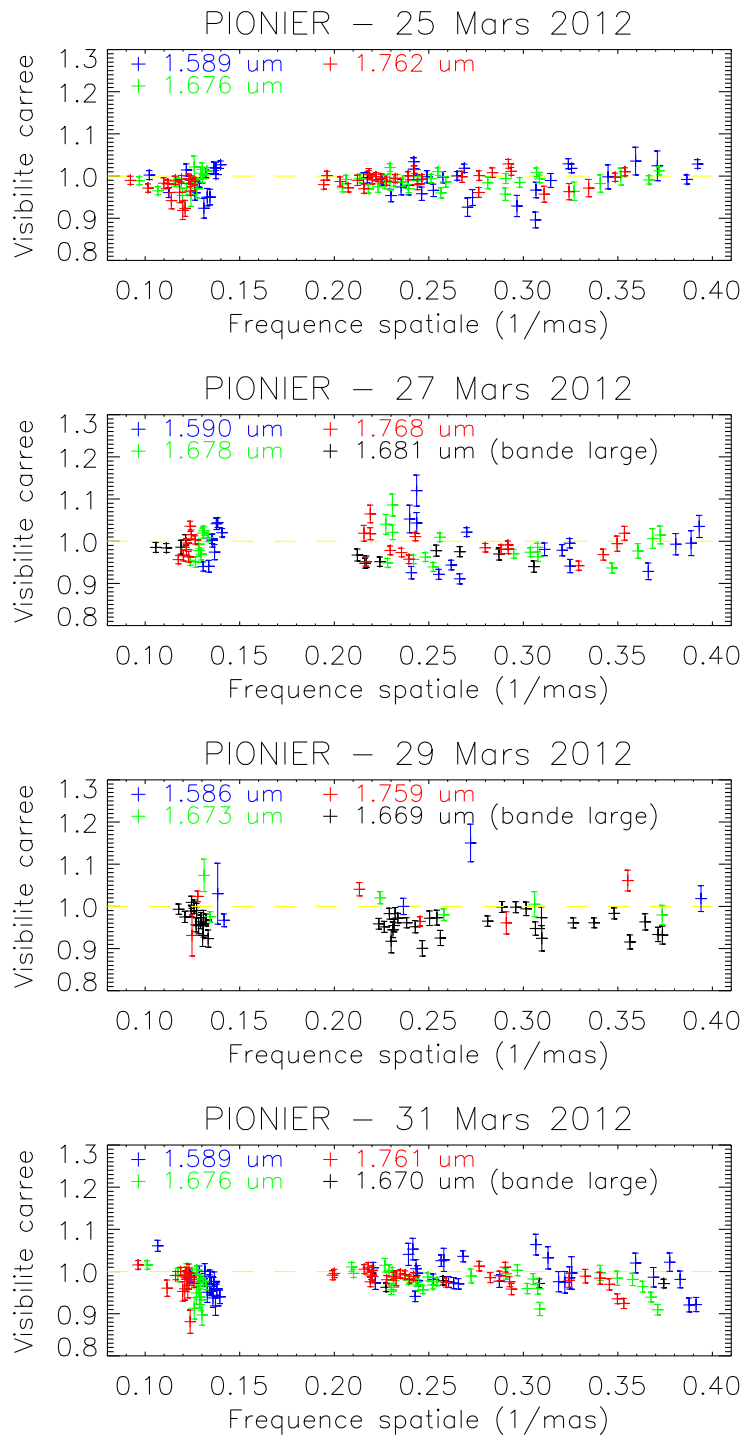
#### 6.3.4 Analyse des clôtures de phase

Avec des mesures de visibilité aussi proches d'un objet résolu, on s'attend également à mesurer des clôtures de phase proches de 0. C'est effectivement le cas, comme le montre la figure 6.16, qui représente les clôtures mesurées par PIONIER pour chaque nuit d'observation. Cependant, en moyennant la clôture de chaque triplet sur toute la nuit pour en augmenter le rapport signal-sur-bruit, on constate qu'il y a une légère oscillation des clôtures qui sort des barres d'erreur au long des quatre nuits d'observation, d'amplitude  $0,5^{\circ}$  tout au plus, comme on le constate sur la figure 6.17. On observe donc une très légère variation de la symétrie de la cible en fonction de la phase orbitale de la binaire, qui est certainement liée à l'interaction de l'étoile à neutron dans le vent stellaire de la supergéante.

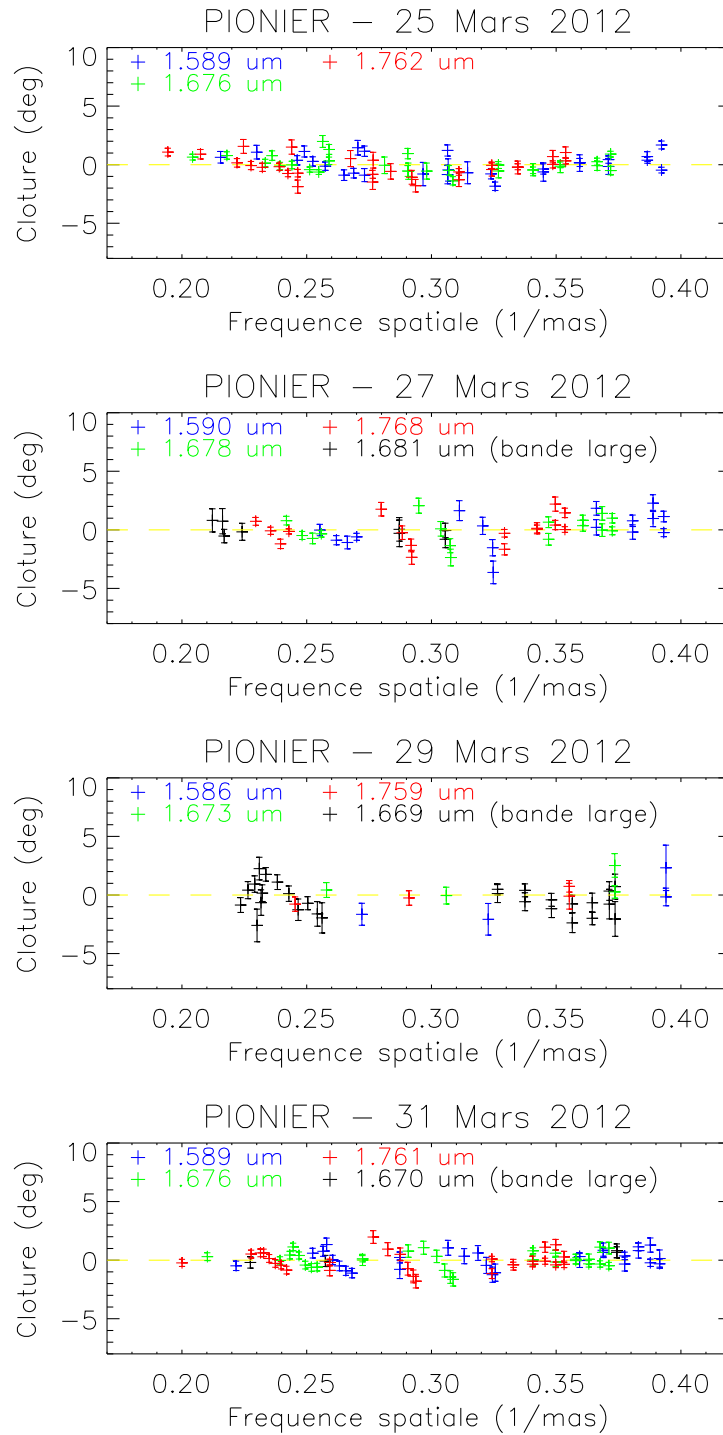
Toutefois, ce signal de clôture est très difficile à caractériser par ajustement à de simples modèles. . . En ne conservant que ces signaux moyennés sur toute une nuit, on obtient seulement  $N_d = 3$  mesures indépendantes (la quatrième clôture étant une combinaison linéaire des trois autres). En cherchant à contraindre l'asymétrie dans la distribution lumineuse de la cible par le plus simple modèle qu'il soit, c'est-à-dire un couple d'étoiles ponctuelles, il y a  $N_p = 3$  paramètres à contraindre : deux paramètres de position relative d'une étoile par rapport à l'autre, ainsi qu'un paramètre de rapport de flux entre les deux. Comme le montre l'équation 6.7, il n'y a aucun degré de liberté pour ajuster ces paramètres à nos trois mesures indépendantes de chaque nuit. Il n'est donc pas possible de caractériser le système à partir de nos mesures, à moins de poser des hypothèses fortes sur sa géométrie (typiquement en fixer un paramètre), ou bien d'utiliser les mesures de clôture non moyennées avec un signal noyé dans le bruit. . .

Pour contraindre un minimum la géométrie du système, j'ai cependant succinctement étudié cette asymétrie responsable d'un signal de clôture de  $0,5^{\circ}$  au maximum, au jour des hypothèses suivantes :

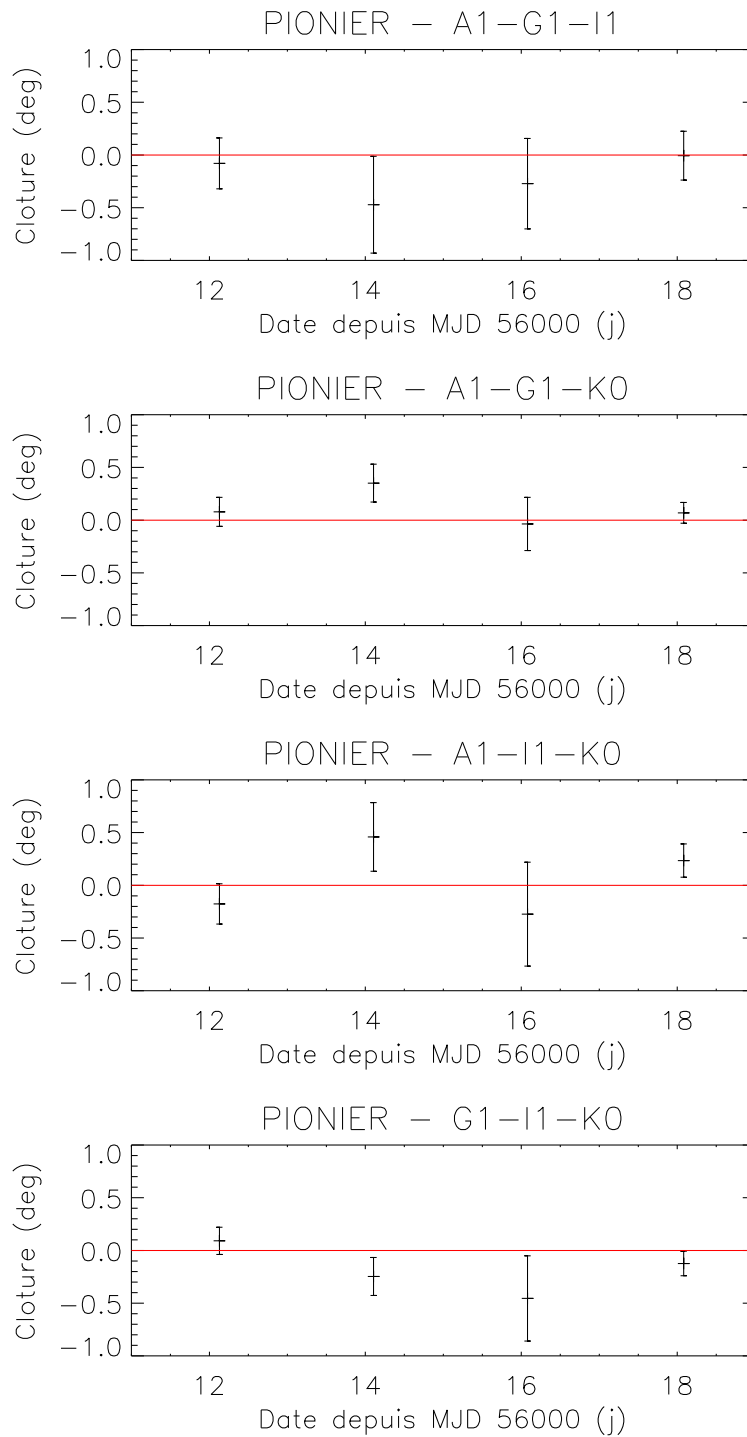
- on utilise le simple modèle de deux points non résolus, séparés d'une distance  $\rho$  et d'un angle  $\theta$  en coordonnées polaires, de rapport de flux  $r$  ;
- on suppose  $\rho = 0,5$  mas pour être en accord avec notre analyse des visibilités carrées



**Figure 6.15** – Visibilités carrées étalonnées de Vela X-1, pour chacune des nuits d'observation, en fonction du module de la fréquence spatiale.



**Figure 6.16** – Clôtures de phase étalonées de Vela X-1, pour chacune des nuits d'observation, en fonction du module de la fréquence spatiale maximale entre les trois bases du triplet considéré.



**Figure 6.17** – Clôtures de phase de Vela X-1 en fonction de la date, moyennées sur toute la nuit pour augmenter le rapport signal-sur-bruit.

$\theta$ ( $^\circ$ )	$r$
-90	-
0	0.1
90	-
180	0.1

**Tableau 6.14** – Paramètres d’un modèle de système binaire de séparation 0,5 mas générant un signal de  $0,5^\circ$  dans les clôtures de phase formées dans la même configuration que nos observations de Vela X-1 avec PIONIER, pour quatre valeurs d’angle polaire différentes. Les angles  $\pm 90^\circ$  ne produisent pas de signal de clôture supérieur à  $0,25^\circ$ .

(voir partie précédente).

En générant des clôtures de phase correspondant au modèle, je cherche, pour différentes valeurs de  $\theta$ , la valeur du rapport de flux qui produit un signal de  $0,5^\circ$  au maximum dans les clôtures du modèle, à l’aide du logiciel Aspro2<sup>4</sup> du Jean-Marie Mariotti Center. Les résultats de cette analyse grossière sont présentés dans le tableau 6.14. Bien que cette étude mérite d’être plus poussée, elle nous montre déjà que sous les hypothèses précédentes, l’asymétrie observée a plutôt une orientation Nord-Sud que Est-Ouest, et qu’elle ne contribue pas à plus de 10 % du flux total mesuré.

## 6.4 Discussion des résultats

Après ces analyses des deux observations de Vela X-1, il est temps de prendre un peu de recul et de comparer et discuter leurs résultats.

### 6.4.1 Résumé des épisodes précédents

Résumons les principaux résultats de ces observations : d’une part les mesures avec AMBER m’ont permis de résoudre clairement une structure autour de Vela X-1, dont j’ai pu évaluer le diamètre à  $531 \pm 173 R_\odot$  ; et d’autre part, les observations PIONIER n’ont rien résolu de significatif dans cet environnement malgré leur meilleure résolution angulaire, à part une légère asymétrie selon la phase orbitale du système, et m’ont permis de fixer une limite supérieure de  $225 R_\odot$  au diamètre de l’environnement stellaire de la supergéante. La figure 6.18 résume la géométrie du système et place nos résultats dans ce contexte. Ces deux résultats ne sont *a priori* pas compatibles. On peut avancer deux scénarii possibles pour expliquer ces différentes mesures.

### Un fort gradient de température

L’une des différences majeures entre ces deux observations réside dans leur bande spectrale : celles obtenues avec AMBER ont été effectuées à  $2,15 \mu\text{m}$ , tandis que les mesures avec PIONIER ont été faites à  $1,68 \mu\text{m}$ .

En supposant que l’émission lumineuse suit une loi de corps noir, la loi de Wien nous permet de lier sa température  $T$  à la longueur d’onde  $\lambda_{max}$  de son maximum d’émission :

$$\lambda_{max}T = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m.K.} \quad (6.10)$$

4. Simule les clôtures de phase obtenues en fonction du modèle de distribution lumineuse de la cible, pour la même configuration que nos observations de Vela X-1 avec PIONIER.

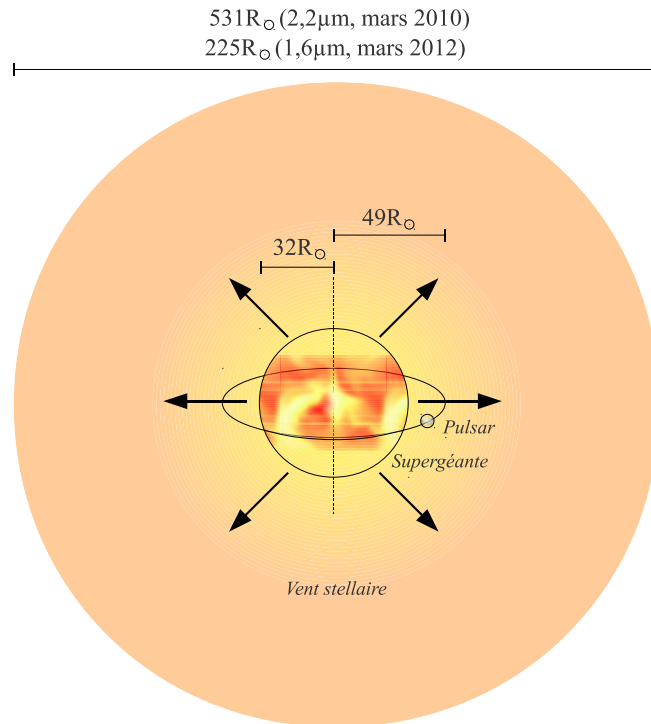


Figure 6.18 – Schéma résumant la géométrie de Vela X-1.

La première observation en bande K m'a donc permis de résoudre une structure de température dominante à 1350 K, les suivantes favorisant l'observation de matière bien plus chaude à 1725 K. La loi de Stefan-Boltzmann nous permet de relier le rayon  $R$  d'une étoile à sa température  $T$  via sa luminosité  $L$  :

$$L = 4\pi\sigma R^2 T^4, \quad (6.11)$$

avec  $\sigma$  la constante de Stefan. En supposant la luminosité de l'étoile constante en fonction de la longueur d'onde, et que le vent stellaire suit cette loi du corps noir, le rayon du vent stellaire devrait dépendre de sa température selon la relation :

$$R \propto \frac{1}{T^2}. \quad (6.12)$$

Or nos mesures correspondent plutôt à une loi de puissance en  $T^{-3,5}$ .

Si ces mesures sont effectivement compatibles, cela induirait qu'il y a un gradient de température plus important que celui prédit par la loi de Stefan-Boltzmann au sein du vent stellaire de la supergéante : le vent à 1725 K s'étendrait alors beaucoup plus loin de l'étoile que la matière « chaude », qui resterait confinée près de sa source dans un rayon de 1,8 rayon stellaire ( $112,5 R_\odot$ ). Ce fort gradient de température au sein du vent stellaire pourrait être lié à la présence de l'étoile à neutron qui orbite justement à 1,5 rayon stellaire de sa compagne. Sa présence sur cette orbite proche de la supergéante pourrait par exemple confiner le vent stellaire chaud à l'intérieur de son orbite, et isoler thermiquement le vent stellaire à des distances plus éloignées.

### Une enveloppe diffuse temporaire

Le second scénario repose sur le fait que les observations AMBER et PIONIER sont séparées de deux longues années. Il est ainsi possible qu'on ait observé en mars 2010 une structure temporaire, qui aurait simplement disparu deux ans plus tard par diffusion dans le milieu interstellaire. J'ai déjà évoqué la forte variabilité de Vela X-1 dans le domaine des hautes énergies, et le fait qu'elle est sujette à de brusques sursauts lumineux comme à de soudaines extinctions quasi-totales à ces longueurs d'onde (voir partie 6.1.3). Il n'est donc pas à exclure que cette variabilité lumineuse soit corrélée à une variabilité de la géométrie de son environnement, puisque son intensité dans le domaine des rayons X reflète l'activité de l'accrétion de matière par l'étoile à neutron.

Cette hypothèse pourrait être étayée par une récente publication de [Bosch-Ramon et al. \(2012\)](#), montrant par simulations numériques que dans les systèmes binaires pulsar-supergéante dans lesquels l'étoile à neutron n'accrète pas de matière, l'interaction entre le vent des deux corps produit des ondes de choc soufflant la matière sur des distances de plusieurs dizaines de rayons stellaires.

Or j'ai expliqué dans la partie 6.1.3 que les extinctions de Vela X-1 aux hautes énergies étaient interprétées par des arrêts de son activité d'accrétion, par effet d'hélice, étant protégée par son champ magnétique. Si à cette occasion, une onde de choc est produite entre le vent de la supergéante et celui du pulsar dans cette phase « éteinte », c'est peut-être ce phénomène que l'on a observé en 2010, suite à une extinction importante de son accrétion.

#### 6.4.2 Quelques perspectives

Bien que ces observations aient été fructueuses et que j'aie pu caractériser pour la première fois l'environnement stellaire de Vela X-1 à haute résolution, elles apportent également un nouveau lot de questions, notamment sur la variabilité éventuelle de son environnement stellaire. Des observations complémentaires sont indispensables pour trancher la question.

Pour cela, on peut envisager différents types d'observation :

- de nouvelles observations interférométriques en bande K pour confirmer si la structure observée en 2010 était temporaire ou non ;
- des observations simultanées ou légèrement antérieures (à moins de 9 jours) aux hautes énergies pour surveiller son activité d'accrétion, qui pourrait être responsable d'une nouvelle structure diffuse ;
- des observations interférométriques en infrarouge moyen, pour voir si des structures plus froides peuvent être résolues autour du système.

Tout un programme pour résoudre<sup>5</sup> le mystère qui entoure Vela X-1 !

---

5. Angulairement ! :)





---

## Conclusion

Rappelons brièvement le contexte de ma thèse. L'interférométrie longue base est une technique offrant des capacités de résolution angulaire inégalées par les autres techniques d'observation (optique adaptative, télescopes spatiaux, traitement d'image *a posteriori*), atteignant une limite de résolution entre 1 et 40 mas, du visible à l'infrarouge lointain. À l'heure actuelle, cette technique est cependant très limitée en terme de sensibilité, de part l'utilisation d'une faible surface collectrice (utilisation de petites pupilles en petit nombre, excepté au VLTI lorsque les quatre UTs sont recombines), et d'un train optique complexe conduisant à une faible transmission. De plus, les fluctuations de chemin optique induites par la turbulence atmosphérique, de l'ordre du micron en quelques dizaines de millisecondes, empêchent toute mesure précise de contraste par intégration des franges sur de longues poses, à moins d'utiliser un suiveur de franges qui stabilise la phase en temps réel. Par conséquent, le développement d'algorithmes efficaces de contrôle de la phase, stabilisant les franges pendant quelques dizaines de secondes à des résidus de différence de marche d'une fraction de longueur d'onde, est un enjeu crucial pour permettre à l'interférométrie de rivaliser en terme de sensibilité avec les autres techniques instrumentales en haute résolution angulaire.

GRAVITY est un instrument de deuxième génération du VLTI qui permettra de recombinaison jusqu'à quatre télescopes dans la bande infrarouge K, et dont la première lumière est prévue pour 2014. Afin de rendre possible l'observation du centre galactique, principal objectif scientifique de l'instrument, le suiveur de franges de GRAVITY devra être capable de stabiliser les différences de marche à des résidus inférieurs à 350 nm rms sur six bases conjointement, par l'observation d'une étoile de référence de magnitude 10, limite de sensibilité des interféromètres actuels. Ma thèse a pour objectif le développement, optimisation et caractérisation de l'algorithme de suivi de franges de GRAVITY.

Dans ce but, j'ai analysé, dimensionné, et modélisé les différentes sources de perturbations subies par les faisceaux recombines. En plus du piston atmosphérique, principale cause de fluctuation des différences de marche, les faisceaux sont également perturbés par d'importantes vibrations instrumentales lorsque les UTs sont utilisés, contribuant aux fluctuations des chemins optiques à hauteur de 150 à 300 nm rms. De part l'utilisation de fibres monomodes pour filtrer spatialement le champ électrique de l'onde, les faisceaux recombines subissent également des variations d'intensité, qui rendent difficile la détection des franges à la limite de sensibilité de l'instrument.

J'ai ensuite développé l'algorithme du suiveur de franges, permettant d'estimer les différences de marche sur chaque base de l'interféromètre, et calculant des corrections optimisées à appliquer aux actionneurs en piston. Le système de contrôle est basé sur un filtre de Kalman adapté au suivi de franges à quatre télescopes, qui permet de calculer des commandes optimisées à partir d'une connaissance *a priori* des perturbations et du bruit de mesure. J'ai également analysé la stratégie de contrôle de l'ensemble du système

en fonction des différents états dans lesquels le suiveur de franges est susceptible de se trouver.

Pour optimiser ces algorithmes, j'ai complété des routines développées par Frédéric Cassaing à l'ONERA, permettant de simuler différents types de suiveurs de franges, et je les ai adaptées à l'architecture de GRAVITY et aux conditions d'observation au VLTI. J'ai ainsi pu caractériser les performances de l'ensemble de l'algorithme du suiveur de franges, et montrer notamment qu'il est capable de stabiliser les franges à 310 nm rms sur une étoile de magnitude 10 dans les conditions d'observation attendues au VLTI en 2014, notamment grâce au contrôleur Kalman. J'ai également réalisé des simulations avec l'algorithme VTK actuellement utilisé au VLTI pour corriger les vibrations instrumentales. J'ai démontré que le contrôleur Kalman est plus efficace pour cette tâche, et qu'il fournit de plus une meilleure correction du piston atmosphérique que le contrôleur intégral des suiveurs de franges du VLTI. De plus, l'ESO m'ayant fourni des séquences de différences de marche mesurées par le suiveur de franges de PRIMA, j'ai pu réaliser des simulations de suivi de franges à partir de perturbations réalistes et représentatives des conditions d'observation au VLTI. J'ai montré que le contrôleur Kalman est plus efficace que le suiveur de franges de PRIMA pour corriger les vibrations instrumentales et le piston atmosphérique, améliorant la stabilité des franges de 170 nm rms en moyenne. Enfin, j'ai réalisé des simulations de suivi de franges dans une version dégradée du recombineur de GRAVITY, envisagée pour améliorer la précision astrométrique de GRAVITY. J'ai montré que cette architecture induirait une perte de précision dans la stabilisation des franges, même en asservissant les différences de marche à une consigne non nulle qui aurait pu être plus appropriée à cette nouvelle architecture de l'instrument.

Parallèlement à ce travail de caractérisation des algorithmes par des simulations numériques, j'ai développé un démonstrateur du suiveur de franges de GRAVITY dans le but de valider expérimentalement les performances simulées. Il a permis de démontrer un premier fonctionnement des boucles de contrôle utilisant un intégrateur classique et un contrôleur Kalman. De plus, le développement de ce prototype m'a permis d'analyser le fonctionnement de systèmes temps-réel, et d'étudier la procédure et les algorithmes d'étalonnage de l'instrument. De plus, il a mis en relief la non-linéarité des estimateurs de différence de marche en cas de disparité des longueurs d'onde effectives des différentes voies servant à échantillonner les franges. À partir des caractéristiques du spectromètre de GRAVITY, j'ai pu déterminer que les estimateurs de différence de marche de l'instrument seront raisonnablement linéaires et n'affecteront pas les performances du suiveur de franges.

Enfin, j'ai participé au cours de cette thèse à un programme astrophysique, portant sur l'étude de la binaire X à forte masse Vela X-1 par des observations interférométriques en infrarouge. J'ai analysé des observations de ce système obtenues dans la bande K avec l'instrument AMBER, et à partir desquelles j'ai pu mesurer un vent stellaire s'étendant à huit rayons stellaires autour de la supergéante de ce système. J'ai également effectué des observations de Vela X-1 en bande H avec l'instrument PIONIER, dont j'ai mesuré un vent stellaire de seulement trois fois la taille de la supergéante. J'en ai déduit la présence soit d'un fort gradient de température dans le vent de la supergéante, soit d'une enveloppe diffuse temporaire, qui pourrait être liée à des irrégularités dans le processus d'accrétion par l'étoile à neutron de matière en provenance de la supergéante.

Pour conclure, mon travail de thèse montre que le suiveur de franges de GRAVITY permettra de stabiliser les franges pendant plus de 100 s à  $\lambda/6$  sur une étoile de référence de magnitude  $K = 10$ . Grâce à cette performance, GRAVITY sera capable d'observer des objets de magnitude  $K = 16$  avec une résolution inégalée, en faisant l'interféromètre

infrarouge avec la meilleure sensibilité au monde. Ainsi, une fois GRAVITY installé, le VLTI fonctionnera enfin au régime nominal pour lequel il a été conçu 30 ans plus tôt, en recombinaison les quatre grands télescopes de 8 m de diamètre sur des bases de 50 à 130 m. Il permettra ainsi d'aborder une large gamme de questions ouvertes sur l'astrophysique galactique et extragalactique moderne (relativité en champ fort, noyaux actifs de galaxie, exoplanètes, ...).



---

## Bibliographie

- A. Amorim, J. Lima, O. Pfuhl, F. Eisenhauer, S. Kellner, M. Haug, M. Thiel, P. Carvas, G. Perrin, W. Brandner, C. Straubmeier, et J.-P. Berger. The GRAVITY acquisition and guiding system. *Proceedings of the SPIE*, 7734 :773415–773415–12, 2010. [18](#), [43](#), [44](#)
- R. Arsenault, R. Donaldson, C. Dupuy, E. Fedrigo, N. N. Hubin, L. Ivanescu, M. E. Kasper, S. Oberti, J. Paufique, S. Rossi, A. Silber, B. Delabre, J.-L. Lizon, et P. Gigan. MACAO-VLTI adaptive optics systems performance. *Proceedings of the SPIE*, 5490 : 47–58, 2004. [43](#)
- B. Bauvir, A. Wallander, P. Duhoux, A. Huxley, et R. Karban. Designing a common real-time controller for VLT applications. *Proceedings of the SPIE*, 5496 :155–166, septembre 2004. [152](#)
- M. Benisty, J.-P. Berger, L. Jocou, P. Labeye, F. Malbet, K. Perraut, et P. Kern. An integrated optics beam combiner for the second generation VLTI instruments. *Astronomy and Astrophysics*, 498 :601–613, mai 2009. [96](#), [158](#), [160](#)
- J.-L. Beuzit, A. Boccaletti, M. Feldt, K. Dohlen, D. Mouillet, P. Puget, F. Wildi, L. Abe, J. Antichi, A. Baruffolo, P. Baudoz, M. Carillet, J. Charton, R. Claudi, S. Desidera, M. Downing, C. Fabron, P. Feautrier, E. Fedrigo, T. Fusco, J.-L. Gach, E. Giro, R. Gratton, T. Henning, N. Hubin, F. Joos, M. Kasper, A.-M. Lagrange, M. Langlois, R. Lenzen, C. Moutou, A. Pavlov, C. Petit, J. Pragt, P. Rabou, F. Rigal, S. Rochat, R. Roelfsema, G. Rousset, M. Saisse, H.-M. Schmid, E. Stadler, C. Thalmann, M. Turatto, S. Udry, F. Vakili, A. Vigan, et R. Waters. Direct Detection of Giant Extrasolar Planets with SPHERE on the VLT. Dans V. Coudé Du Foresto, D. M. Gelino, et I. Ribas, éditeurs, *Pathways Towards Habitable Planets*, volume 430 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 231, octobre 2010. [77](#)
- L. Bildsten, D. Chakrabarty, J. Chiu, M. H. Finger, D. T. Koh, R. W. Nelson, T. A. Prince, B. C. Rubin, D. M. Scott, M. Stollberg, B. A. Vaughan, C. A. Wilson, et R. B. Wilson. Observations of Accreting Pulsars. *Astrophysical Journal, Supplement*, 113 : 367, 1997. [175](#)
- A. Blaauw. On the origin of the O- and B-type stars with high velocities (the “run-away” stars), and some related problems. *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, 15 :265, 1961. [176](#)
- N. Blind, O. Absil, J.-B. Le Bouquin, J.-P. Berger, et A. Chelli. Optimized fringe sensors for the VLTI next generation instruments. *Astronomy and Astrophysics*, 530 :A121+, juin 2011. [96](#)

- H. Bonnet, B. Bauvir, A. Wallander, M. Cantzler, J. Carstens, F. Caruso, N. di Lieto, S. Guisard, P. Haguenaue, N. Housen, M. Mornhinweg, J.-L. Nicoud, A. Ramirez, J. Sahlmann, G. Vasisht, S. Wehner, et J. Zagal. Enabling Fringe Tracking at the VLTI. *The Messenger*, 126 :37–40, 2006. [22](#), [33](#), [37](#), [38](#)
- V. Bosch-Ramon, M. V. Barkov, D. Khangulyan, et M. Perucho. Simulations of stellar/pulsar wind interaction along one full orbit. *Astronomy and Astrophysics*, 544 :A59, 2012. [197](#)
- R. J. Brucato et J. Kristian. Optical Candidates for Two X-Ray Sources. *Astrophysical Journal, Letters*, 173 :L105, mai 1972. [174](#)
- D. J. Burnard, J. Arons, et S. M. Lea. Accretion onto magnetized neutron stars - X-ray pulsars with intermediate rotation rates. *Astrophysical Journal, Letters*, 266 :175–187, mars 1983. [175](#)
- D. F. Buscher, J. T. Armstrong, C. A. Hummel, A. Quirrenbach, D. Mozurkewich, K. J. Johnston, C. S. Denison, M. M. Colavita, et M. Shao. Interferometric seeing measurements on Mt. Wilson : power spectra and outer scales. *Applied Optics*, 34 :1081, février 1995. [31](#)
- H. Campins, G. H. Rieke, et M. J. Lebofsky. Absolute calibration of photometry at 1 through 5 microns. *Astronomical Journal*, 90 :896–899, mai 1985. [95](#)
- S. Chaty. Nature, Formation, and Evolution of High Mass X-Ray Binaries. Dans L. Schmidtbreick, M. R. Schreiber, et C. Tappert, éditeurs, *Evolution of Compact Binaries*, volume 447 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 29, septembre 2011. URL <http://adsabs.harvard.edu/abs/2011ASPC..447...29C>. [172](#)
- G. Chodil, H. Mark, R. Rodrigues, F. D. Seward, et C. D. Swift. X-Ray Intensities and Spectra from Several Cosmic Sources. *Astrophysical Journal, Letters*, 150 :57, 1967. [173](#)
- E. Choquet, J. Menu, G. Perrin, F. Cassaing, S. Lacour, et F. Eisenhauer. Comparison of 4-telescope fringe tracking algorithms for single-mode near-infrared long baseline interferometers. Submitted to *A&A*, 2012. [148](#)
- Y. Clénet, E. Gendron, G. Rousset, S. Hippler, F. Eisenhauer, S. Gillessen, G. Perrin, A. Amorim, W. Brandner, K. Perraut, et C. Straubmeier. Dimensioning the Gravity adaptive optics wavefront sensor. *Proceedings of the SPIE*, 7736 :77364A–77364A–17, 2010. [17](#), [43](#)
- M. M. Colavita, J. K. Wallace, B. E. Hines, Y. Gursel, F. Malbet, D. L. Palmer, X. P. Pan, M. Shao, J. W. Yu, A. F. Boden, P. J. Dumont, J. Gubler, C. D. Koresko, S. R. Kulkarni, B. F. Lane, D. W. Mobley, et G. T. van Belle. The Palomar Testbed Interferometer. *Astrophysical Journal*, 510 :505–521, janvier 1999. [60](#)
- M. M. Colavita, A. J. Booth, J. I. Garcia-Gathright, G. Vasisht, R. L. Johnson, et K. R. Summers. Fringe measurement and control for the Keck Interferometer. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 122 :795–807, juillet 2010. [22](#), [64](#)
- J.-M. Conan, G. Rousset, et P.-Y. Madec. Wave-front temporal spectra in high-resolution imaging through turbulence. *Journal of the Optical Society of America A*, 12 :1559–1570, juillet 1995. [29](#), [30](#)

- R. Conan, A. Ziad, J. Borgnino, F. Martin, et A. A. Tokovinin. Measurements of the wavefront outer scale at Paranal : influence of this parameter in interferometry. *Proceedings of the SPIE*, 4006 :963–973, 2000. [32](#), [103](#), [115](#)
- C. Correia, H.-F. Raynaud, C. Kulcsár, et J.-M. Conan. Globally optimal minimum mean-square error control in adaptive optical systems with mirror dynamics. *Proceedings of the SPIE*, 7015 :70151F–70151F–12, 2008. [111](#), [147](#)
- V. Coudé du Foresto. Optical Fibers in Astronomical Interferometry. Dans S. Arribas, E. Mediavilla, et F. Watson, éditeurs, *Fiber Optics in Astronomy III*, volume 152 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 309, 1998. URL <http://adsabs.harvard.edu/abs/1998ASPC..152..309C>. [42](#)
- W. Cui. Evidence for "Propeller" Effects in X-Ray Pulsars GX 1+4 and GRO J1744-28. *Astrophysical Journal, Letters*, 482 :L163, juin 1997. [175](#)
- G. Daigne et J.-F. Lestrade. Astrometric optical interferometry with non-evacuated delay lines. *Astronomy and Astrophysics, Supplement*, 138 :355–363, 1999. [62](#)
- W. Dali Ali, A. Ziad, A. Berdja, J. Maire, J. Borgnino, M. Sarazin, G. Lombardi, J. Navarrete, H. Vazquez Ramio, M. Reyes, J. M. Delgado, J. J. Fuensalida, A. Tokovinin, et E. Bustos. Multi-instrument measurement campaign at Paranal in 2007. Characterization of the outer scale and the seeing of the surface layer. *Astronomy and Astrophysics*, 524 :A73, décembre 2010. [33](#)
- F. Delplancke, F. Derie, F. Paresce, A. Glindemann, F. Lévy, S. Lévêque, et S. Ménardi. PRIMA for the VLTI - Science. *Astrophysics and Space Science*, 286 :99–104, 2003. [33](#)
- N. Di Lieto, J. Sahlmann, A. Wallander, et G. Vasisht. An approach to stabilizing large telescopes for stellar interferometry. Dans *Proceeding of ICALEPCS07*, 2007. [37](#)
- N. Di Lieto, P. Haguenaer, J. Sahlmann, et G. Vasisht. Adaptive vibration cancellation on large telescopes for stellar interferometry. *Proceedings of the SPIE*, 7013 :70130H–10, juillet 2008. [38](#), [84](#), [112](#), [114](#), [118](#)
- V. Doroshenko, A. Santangelo, et V. Suleimanov. Witnessing the magnetospheric boundary at work in Vela X-1. *Astronomy and Astrophysics*, 529 :A52, mai 2011. [175](#)
- F. Eisenhauer. GRAVITY - Phase B - GRAVITY technical note on VLTI induced tip-tilt. Rapport technique VLT-TRE-GRA-15880-7501 issue 1.0, GRAVITY Consortium, 2009. [45](#)
- F. Eisenhauer. GRAVITY - Phase C - System design. Rapport technique VLT-TRE-GRA-15880-3101 Issue 3.0, GRAVITY Consortium, 2011. [17](#), [44](#), [94](#)
- F. Eisenhauer, G. Perrin, W. Brandner, C. Straubmeier, K. Perraut, A. Amorim, M. Schöller, S. Gillessen, P. Kervella, M. Benisty, C. Araujo-Hauck, L. Jocou, J. Lima, G. Jakob, M. Haug, Y. Clénet, T. Henning, A. Eckart, J.-P. Berger, P. Garcia, R. Abuter, S. Kellner, T. Paumard, S. Hippler, S. Fischer, T. Moulin, J. Villate, G. Avila, A. Gräter, S. Lacour, A. Huber, M. Wiest, A. Nolot, P. Carvas, R. Dorn, O. Pfuhl, E. Gendron, S. Kendrew, S. Yazici, S. Anton, Y. Jung, M. Thiel, É. Choquet, R. Klein, P. Teixeira, P. Gitton, D. Moch, F. Vincent, N. Kudryavtseva, S. Ströbele, S. Sturm, P. Fédou,



- R. Lenzen, P. Jolley, C. Kister, V. Lapeyrère, V. Naranjo, C. Lucuix, R. Hofmann, F. Chapron, U. Neumann, L. Mehrgan, O. Hans, G. Rousset, J. Ramos, M. Suarez, R. Lederer, J.-M. Reess, R.-R. Rohloff, P. Haguenaue, H. Bartko, A. Sevin, K. Wagner, J.-L. Lizon, S. Rabien, C. Collin, G. Finger, R. Davies, D. Rouan, M. Wittkowski, K. Dodds-Eden, D. Ziegler, F. Cassaing, H. Bonnet, M. Casali, R. Genzel, et P. Lena. GRAVITY : Observing the Universe in Motion. *The Messenger*, 143 :16–24, mars 2011. [14](#), [15](#), [16](#)
- G. Finger, I. Baker, D. Alvarez, D. Ives, L. Mehrgan, M. Meyer, J. Stegmeier, P. Thorne, et H.J. Weller. Evaluation and optimization of NIR HgCdTe Avalanche Photodiode Arrays for Adaptive Optics and Interferometry. published in proc. SPIE. [19](#), [94](#)
- G. Finger, I. Baker, R. Dorn, S. Eschbaumer, D. Ives, L. Mehrgan, M. Meyer, et J. Stegmeier. Development of high-speed, low-noise NIR HgCdTe avalanche photodiode arrays for adaptive optics and interferometry. *Proceedings of the SPIE*, 7742 :77421K–14, juillet 2010. [43](#), [64](#)
- D. L. Fried. Optical Resolution Through a Randomly Inhomogeneous Medium for Very Long and Very Short Exposures. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 56 :1372, 1966. [32](#)
- C. Fuller et A. von Flotow. Active control of sound and vibration. *IEEE Control Systems*, 15(6) :9–19, décembre 1995. [112](#)
- F. Fürst, I. Kreykenbohm, K. Pottschmidt, J. Wilms, M. Hanke, R. E. Rothschild, P. Kretschmar, N. S. Schulz, D. P. Huenemoerder, D. Klochkov, et R. Staubert. X-ray variation statistics and wind clumping in Vela X-1. *Astronomy and Astrophysics*, 519 :A37, septembre 2010. [175](#)
- M. Gai, D. Bonino, L. Corcione, L. Delage, D. Gardiol, A. Gennai, M. G. Lattanzi, D. Loriggia, G. Massone, S. Menardi, et F. Reynaud. Fringe tracking for VLTI and LBT. *Memorie della Società Astronomica Italiana*, 74 :130, 2003. [33](#)
- R. Genzel, R. Schödel, T. Ott, A. Eckart, T. Alexander, F. Lacombe, D. Rouan, et B. Aschenbach. Near-infrared flares from accreting gas around the supermassive black hole at the Galactic Centre. *Nature*, 425 :934–937, octobre 2003. [15](#), [16](#)
- R. Giacconi, E. Kellogg, P. Gorenstein, H. Gursky, et H. Tananbaum. An X-Ray Scan of the Galactic Plane from UHURU. *Astrophysical Journal, Letters*, 165 :L27, avril 1971. [173](#)
- S. Gillessen. GRAVITY - Phase C - Metrology. FDR Document VLT-TRE-GRA-15880-8001 issue 3.0, GRAVITY Consortium, 2011. [20](#)
- S. Gillessen, F. Eisenhauer, S. Trippe, T. Alexander, R. Genzel, F. Martins, et T. Ott. Monitoring Stellar Orbits Around the Massive Black Hole in the Galactic Center. *Astrophysical Journal*, 692 :1075–1109, février 2009. [15](#)
- P. Gitton. VLT - Interface Control Document between VLTI and its Instruments Part II. Rapport technique VLT-ICD-ESO-15000-4809 Issue 1.0, ESO, mai 2010. [33](#), [94](#), [97](#)
- P. Gitton et P. Haguenaue. Status of the VLTI complementary characterization. *Proceedings of the SPIE*, 7013 :70130J–70130J–11, 2008. [46](#)

- P. B. Gitton, S. A. Leveque, G. Avila, et T. Phan Duc. IRIS : an infrared tilt sensor for the VLTI. *Proceedings of the SPIE*, 5491 :944, octobre 2004. 45
- A. Glindemann, B. Bauvir, F. Delplancke, F. Derie, E. di Folco, A. Gennai, P. Gitton, N. Housen, A. Huxley, P. Kervella, B. Koehler, S. Lévêque, A. Longinotti, S. Ménardi, S. Morel, F. Paresce, T. Phan Duc, A. Richichi, M. Schöller, M. Tarengi, A. Wallander, M. Wittkowski, et R. Wilhelm. Light at the end of the tunnel - first fringes with the VLTI. *The Messenger*, 104 :2–5, juin 2001. 186
- D.P. Greenwood et D.O. Tarazano. A proposed form for the atmospheric microtemperature spatial spectrum in the input range. Rapport technique, Rome Air Development Center Griffiss Air Force Base, New York, 1974. URL <http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?AD=AD0776294>. 31
- H. Gursky, E. M. Kellogg, et P. Gorenstein. The Location of the X-Ray Source in VELA. *Astrophysical Journal, Letters*, 154 :L71, novembre 1968. 173
- P. Hadrava et J. Čechura. Really focused stellar winds in X-ray binaries. *Astronomy and Astrophysics*, 542 :A42, juin 2012. 173, 176
- P. Haguenauer, J. Alonso, P. Bourget, S. Brillant, P. Gitton, S. Guisard, S. Poupard, N. Schuhler, R. Abuter, L. Andolfato, G. Blanchard, J.-P. Berger, A. Cortes, F. Dérie, F. Delplancke, N. di Lieto, C. Dupuy, B. Gilli, A. Glindemann, S. Guniat, G. Huedepohl, A. Kaufer, J.-B. Le Bouquin, S. Lévêque, S. Ménardi, A. Mérand, S. Morel, I. Percheron, T. Phan Duc, A. Pino, A. Ramirez, S. Rengaswamy, A. Richichi, T. Rivinius, J. Sahlmann, M. Schoeller, C. Schmid, S. Stefl, G. Valdes, G. van Belle, S. Wehner, et M. Wittkowski. The very large telescope Interferometer : 2010 edition. *Proceedings of the SPIE*, 7734 :773404–11, juillet 2010. 37
- N. Hamaus, T. Paumard, T. Müller, S. Gillessen, F. Eisenhauer, S. Trippe, et R. Genzel. Prospects for Testing the Nature of Sgr A\*’s Near-Infrared Flares on the Basis of Current Very Large Telescope–and Future Very Large Telescope Interferometer–Observations. *Astrophysical Journal*, 692 :902–916, février 2009. 15
- Z Han, Q. Ye, et J. Jiao. Online feature evaluation for object tracking using Kalman Filter. Dans *ICPR’08*, pages 1–4, 2008. 77
- M. M. Hanson, P. S. Conti, et M. J. Rieke. A Spectral Atlas of Hot, Luminous Stars at 2 Microns. *Astrophysical Journal, Supplement*, 107 :281, 1996. 178, 179, 180
- A. C. Harvey . *Applications of the Kalman filter in econometrics*, chapitre 8, page 285. Cambridge University Press, 1987. 77
- C. Hu, W. Chen, Y. Chen, et D. Liu. Adaptive Kalman Filtering for Vehicle Navigation. *Journal of Global Positioning Systems*, 2 :42–47, 2003. 77
- A. F. Illarionov et R. A. Sunyaev. Why the Number of Galactic X-ray Stars Is so Small ? *Astronomy and Astrophysics*, 39 :185, février 1975. 175
- R. C. Jennison. A phase sensitive interferometer technique for the measurement of the Fourier transforms of spatial brightness distributions of small angular extent. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 118 :276, 1958. 12

- L. Jocou, K. Perraut, A. Nolot, J. P. Berger, T. Moulin, P. Labeye, S. Lacour, G. Perrin, J. B. Lebouquin, H. Bartko, M. Thiel, et F. Eisenhauer. The GRAVITY integrated optics beam combination. *Proceedings of the SPIE*, 7734 :773430–773430–12, juillet 2010. 19, 52, 96
- R. E. Kalman. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering*, 82(Series D) :35–45, 1960. 77
- L. Kaper, J. T. van Loon, T. Augusteijn, P. Goudfrooij, F. Patat, L. B. F. M. Waters, et A. A. Zijlstra. Discovery of a Bow Shock around VELA X-1. *Astrophysical Journal, Letters*, 475 :L37, janvier 1997. 176
- S. Kendrew, S. Hippler, W. Brandner, Y. Clénet, C. Deen, E. Gendron, A. Huber, R. Klein, W. Laun, R. Lenzen, V. Naranjo, U. Neumann, J. Ramos, R.-R. Rohloff, P. Yang, F. Eisenhauer, E. Fedrigo, M. Suarez-Valles, A. Amorim, K. Perraut, G. Perrin, et C. Straubmeier. The GRAVITY Coudé Infrared Adaptive Optics (CIAO) system for the VLT Interferometer. To be published in Proc. SPIE, juillet 2012. URL <http://adsabs.harvard.edu/abs/2012arXiv1207.2945K>. 17, 18, 43
- F. Kerber, R. R. Querel, R. W. Hanuschik, A. Chacón, M. Caneo, L. Cortes, M. Cure, L. Illanes, D. A. Naylor, A. Smette, M. Sarazin, D. Rabanus, et G. Tompkins. Support for site testing of the European Extremely Large Telescope : precipitable water vapor over Paranal. *Proceedings of the SPIE*, 7733 :77331M–77331M–12, juillet 2010. 178
- A. Kolmogorov. The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers. *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, 30 :301–305, 1941. 27
- I. Kreykenbohm, J. Wilms, P. Kretschmar, J. M. Torrejón, K. Pottschmidt, M. Hanke, A. Santangelo, C. Ferrigno, et R. Staubert. High variability in Vela X-1 : giant flares and off states. *Astronomy and Astrophysics*, 492 :511–525, décembre 2008. 175
- H. Kunieda et Suzaku Team. Mission overview of Suzaku and topics of observations. Dans *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, volume 37 de *Bulletin of the AAS*, page 153.06, décembre 2005. URL <http://adsabs.harvard.edu/abs/2005AAS...20715306K>. 175
- P. Labeye, J.-E. Broquin, J.-P. Berger, P. Kern, et P. Noël. Silicon-based integrated optics for stellar interferometry imaging. *Proceedings of the SPIE*, 6125 :161–171, 2006. 42
- A. Labeyrie. Attainment of Diffraction Limited Resolution in Large Telescopes by Fourier Analysing Speckle Patterns in Star Images. *Astronomy and Astrophysics*, 6 :85, mai 1970. 7
- S. Lacour, L. Jocou, T. Moulin, P. R. Labeye, M. Benisty, J.-P. Berger, A. Delboulbé, X. Haubois, E. Herwats, P. Y. Kern, F. Malbet, K. Rousset-Perraut, et G. Perrin. Characterization of integrated optics components for the second generation of VLTI instruments. *Proceedings of the SPIE*, 7013 :701316–7, juillet 2008. 52, 54, 96
- S. Lafrasse, G. Mella, D. Bonneau, G. Duvert, X. Delfosse, et A. Chelli. JMMC Stellar Diameters Catalogue - JSDC (Lafrasse+, 2010). *VizieR Online Data Catalog*, 2300 :0, 2010. 190

- F. K. Lamb, C. J. Pethick, et D. Pines. A Model for Compact X-Ray Sources : Accretion by Rotating Magnetic Stars. *Astrophysical Journal, Letters*, 184 :271–290, août 1973. [175](#)
- J.-B. Le Bouquin, R. Abuter, B. Bauvir, H. Bonnet, P. Haguenaier, N. di Lieto, S. Menardi, S. Morel, F. Rantakyro, M. Schoeller, A. Wallander, et S. Wehner. Fringe tracking at VLTI : status report. *Proceedings of the SPIE*, 7013 :701318–10, juillet 2008. [22](#), [34](#), [63](#), [114](#)
- J.-B. Le Bouquin, J.-P. Berger, B. Lazareff, G. Zins, P. Haguenaier, L. Jocou, P. Kern, R. Millan-Gabet, W. Traub, O. Absil, J.-C. Augereau, M. Benisty, N. Blind, X. Bonfils, P. Bourget, A. Delboulbe, P. Feautrier, M. Germain, P. Gitton, D. Gillier, M. Kieckebusch, J. Kluska, J. Knudstrup, P. Labeye, J.-L. Lizon, J.-L. Monin, Y. Magnard, F. Malbet, D. Maurel, F. Ménard, M. Micallef, L. Michaud, G. Montagnier, S. Morel, T. Moulin, K. Perraut, D. Popovic, P. Rabou, S. Rochat, C. Rojas, F. Roussel, A. Roux, S. Stadler, E. andSteffl, E. Tatulli, et N. Ventura. PIONIER : a 4-telescope visitor instrument at VLTI. *Astronomy and Astrophysics*, 535 :A67, novembre 2011. [186](#)
- B. Le Roux, J.-M. Conan, C. Kulcsár, H.-F. Raynaud, L. M. Mugnier, et T. Fusco. Optimal control law for classical and multiconjugate adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America A*, 21 :1261–1276, juillet 2004. [77](#)
- S. Lévêque, B. Koehler, et O. von der Lühe. Longitudinal Dispersion Compensation for the Very Large Telescope Interferometer. *Astrophysics and Space Science*, 239 :305–314, 1996. [62](#)
- Q. Z. Liu, J. van Paradijs, et E. P. J. van den Heuvel. Catalogue of high-mass X-ray binaries in the Galaxy (4th edition). *Astronomy and Astrophysics*, 455 :1165–1168, septembre 2006. [171](#)
- Q. Z. Liu, J. van Paradijs, et E. P. J. van den Heuvel. A catalogue of low-mass X-ray binaries in the Galaxy, LMC, and SMC (Fourth edition). *Astronomy and Astrophysics*, 469 :807–810, juillet 2007. [171](#), [172](#)
- B. Lopez, P. Antonelli, S. Wolf, S. Lagarde, W. Jaffe, R. Navarro, U. Graser, R. Petrov, G. Weigelt, Y. Bresson, K. H. Hofmann, U. Beckman, T. Henning, W. Laun, C. Leinert, S. Kraus, S. Robbe-Dubois, F. Vakili, A. Richichi, P. Abraham, J.-C. Augereau, J. Behrend, P. Berio, N. Berruyer, O. Chesneau, J. M. Clausse, C. Connot, K. Demyk, W. C. Danchi, M. Dugué, G. Finger, S. Flament, A. Glazenberg, H. Hannenburg, M. Heininger, Y. Hugues, J. Hron, S. Jankov, F. Kerschbaum, G. Kroes, H. Linz, J.-L. Lizon, P. Mathias, R. Mathar, A. Matter, J. L. Menut, K. Meisenheimer, F. Millour, N. Nardetto, U. Neumann, E. Nussbaum, A. Niedzielski, L. Mosoni, J. Olofsson, Y. Rabbia, T. Ratzka, F. Rigal, A. Roussel, D. Schertl, F.-X. Schmider, B. Stecklum, E. Thiebaut, M. Vannier, B. Valat, K. Wagner, et L. B. F. M. Waters. MATISSE : perspective of imaging in the mid-infrared at the VLTI. *Proceedings of the SPIE*, 7013 :70132B–70132B–10, juillet 2008. [14](#)
- J. Lozi, F. Cassaing, J.-M. Le Duigou, B. Sorrente, J. Montri, J.-M. Reess, E. Lhome, T. Buey, F. Hénault, A. Marcotto, P. Girard, M. Barillot, M. Ollivier, et V. Coudé Du Foresto. Current results of the PERSEE testbench : the cophasing control and the polychromatic null rate. *Proceedings of the SPIE*, 8151 :81510B–17, juillet 2011. [77](#)

- J. Maire. *Modélisation des effets optiques de la turbulence atmosphérique pour les grands télescopes et les observations à Haute Résolution Angulaire*. Thèse de Doctorat, Université de Nice Sophia-Antipolis, mai 2007. [35](#)
- F. Martin, R. Conan, A. Tokovinin, A. Ziad, H. Trinquet, J. Borgnino, A. Agabi, et M. Sarazin. Optical parameters relevant for High Angular Resolution at Paranal from GSM instrument and surface layer contribution. *Astronomy and Astrophysics, Supplement*, 144 :39–44, mai 2000. [33](#)
- J. E. McClintock, S. Rappaport, P. C. Joss, H. Bradt, J. Buff, G. W. Clark, D. Hearn, W. H. G. Lewin, T. Matilsky, W. Mayer, et F. Primini. Discovery of a 283-second periodic variation in the X-ray source 3U 0900-40. *Astrophysical Journal, Letters*, 206 : L99–L102, juin 1976. [174](#)
- S. Meimon, C. Petit, T. Fusco, et C. Kulcsar. Tip-tilt disturbance model identification for Kalman-based control scheme : application to XAO and ELT systems. *Journal of the Optical Society of America A*, 27 :A122–A132, septembre 2010. [78](#), [83](#)
- J. Menu, G. Perrin, E. Choquet, et S. Lacour. Kalman-filter control schemes for fringe tracking. Development and application to VLTI/GRAVITYs. *Astronomy and Astrophysics*, 541 :A81, mai 2012. [73](#), [77](#), [83](#), [84](#)
- A. Mérand, P. Bordé, et V. Coudé du Foresto. Calibrator stars for 200m baseline interferometry (Merand+, 2005). *VizieR Online Data Catalog*, 343 :31155, 2005. [177](#), [190](#)
- A. Mérand, F. Patru, J.-P. Berger, I. Percheron, et S. Poupau. Fringe tracking performance monitoring : FINITO at VLTI. SPIE proceedings 2012, accepted, juillet 2012. [129](#)
- D. Merritt, T. Alexander, S. Mikkola, et C. M. Will. Testing properties of the Galactic center black hole using stellar orbits. *Physical Review D*, 81(6) :062002, mars 2010. [15](#)
- F. Millour, E. Tatulli, A. E. Chelli, G. Duvert, G. Zins, B. Acke, et F. Malbet. Data reduction for the AMBER instrument. *Proceedings of the SPIE*, 5491 :1222, octobre 2004. [54](#)
- J. D. Monnier, F. Baron, M. Anderson, S. Kraus, R. Millan-Gabet, E. Pedretti, X. Che, T. ten Brummelaar, et N. Calvet. Tracking Faint Fringes with the CHARA-Michigan Phasetracker (CHAMP). *Proceedings of the SPIE*, 8445 :84451I, 2012. [22](#)
- R. Muradore, L. Pettazzi, E. Fedrigo, et R. Clare. On the rejection of vibrations in Adaptive Optics Systems. Proceedings of the SPIE, 2012. [112](#)
- A.M. Obukhov. Structure of the temperature field in a turbulent flow. *Izv. Acad. Nauk. SSSR Ser. Geograf. Geofiz.*, 13 :58–69, 1949. [28](#)
- E. Pedretti, W. A. Traub, J. D. Monnier, R. Millan-Gabet, N. P. Carleton, F. P. Schloerb, M. K. Brewer, J.-P. Berger, M. G. Lacasse, et S. Ragland. Robust determination of optical path difference : fringe tracking at the Infrared Optical Telescope Array interferometer. *Applied Optics*, 44 :5173–5179, septembre 2005. [58](#)
- G. Perrin, V. Coudé du Foresto, S. T. Ridgway, J.-M. Mariotti, et J. A. Benson. Fibered recombination unit for the Infrared-Optical Telescope Array. *Proceedings of the SPIE*, 2476 :120–128, juin 1995. [42](#)

- G. Perrin, F. Cassaing, J. Lozi, et P. Fédou. GRAVITY - Phase B - Fringe Tracking. PDR Document VLT-TRE-GRA-15882-6701 issue 1.0, GRAVITY Consortium, 2009. 64
- G. Perrin, F. Chapron, P. Fédou, L. Jocou, K. Perraut, et D. Ziegler. GRAVITY - Phase C - Fiber Control Unit. FDR Document VLT-TRE-GRA-15882-6401 issue 3, GRAVITY Consortium, 2011a. 18
- G. Perrin, P. Fédou, R. Dembet, É. Choquet, et J. Menu. GRAVITY - Phase C - Fringe Tracking. FDR Document VLT-TRE-GRA-15882-6701 issue 3.0, GRAVITY Consortium, 2011b. 94
- M. A. C. Perryman, L. Lindegren, J. Kovalevsky, E. Hoeg, U. Bastian, P. L. Bernacca, M. Crézé, F. Donati, M. Grenon, M. Grewing, F. van Leeuwen, H. van der Marel, F. Miguard, C. A. Murray, R. S. Le Poole, H. Schrijver, C. Turon, F. Arenou, M. Froeschlé, et C. S. Petersen. The HIPPARCOS Catalogue. *Astronomy and Astrophysics*, 323 : L49–L52, 1997. 134
- C. Petit, F. Quiros-Pacheco, J.-M. Conan, C. Kulcsar, H.-F. Raynaud, T. Fusco, et G. Rousset. Kalman-filter-based control for adaptive optics. *Proceedings of the SPIE*, 5490 :1414–1425, octobre 2004. 77
- C. Petit, J.-M. Conan, C. Kulcsár, H.-F. Raynaud, T. Fusco, J. Montri, et D. Rabaud. First laboratory demonstration of closed-loop Kalman based optimal control for vibration filtering and simplified MCAO. *Proceedings of the SPIE*, 6272 :62721T, juillet 2006. 78
- R. G. Petrov, F. Malbet, G. Weigelt, P. Antonelli, U. Beckmann, Y. Bresson, A. Chelli, M. Dugué, G. Duvert, S. Gennari, L. Glück, P. Kern, S. Lagarde, E. Le Coarer, F. Lisi, F. Millour, K. Perraut, P. Puget, F. Rantakyro, S. Robbe-Dubois, A. Roussel, P. Salinari, E. Tatulli, G. Zins, M. Accardo, B. Acke, K. Agabi, E. Altariba, B. Arezki, E. Aristidi, C. Baffa, J. Behrend, T. Blöcker, S. Bonhomme, S. Busoni, F. Cassaing, J.-M. Clausse, J. Colin, C. Connot, A. Delboulbé, A. Domiciano de Souza, T. Driebe, P. Feautrier, D. Ferruzzi, T. Forveille, E. Fossat, R. Foy, D. Fraix-Burnet, A. Gallardo, E. Giani, C. Gil, A. Glentzlin, M. Heiden, M. Heininger, O. Hernandez Utrera, K.-H. Hofmann, D. Kamm, M. Kiekebusch, S. Kraus, D. Le Contel, J.-M. Le Contel, T. Lesourd, B. Lopez, M. Lopez, Y. Magnard, A. Marconi, G. Mars, G. Martinot-Lagarde, P. Mathias, P. Mège, J.-L. Monin, D. Mouillet, D. Mourard, E. Nussbaum, K. Ohnaka, J. Pacheco, C. Perrier, Y. Rabbia, S. Rebattu, F. Reynaud, A. Richichi, A. Robini, M. Sacchetti, D. Schertl, M. Schöller, W. Solscheid, A. Spang, P. Stee, P. Stefanini, M. Tallon, I. Tallon-Bosc, D. Tasso, L. Testi, F. Vakili, O. von der Lüche, J.-C. Valtier, M. Vannier, et N. Ventura. AMBER, the near-infrared spectro-interferometric three-telescope VLTI instrument. *Astronomy and Astrophysics*, 464 :1–12, mars 2007. 177
- O. Pfuhl. GRAVITY - Phase B - Fiber coupler. Rapport technique, GRAVITY Consortium, 2009. 50
- O. Pfuhl. GRAVITY - Phase C - Guiding system. Rapport technique VLT-TRE-GRA-15880-7001, GRAVITY Consortium, 2011. 45
- O. Pfuhl, F. Eisenhauer, M. Haug, M. Thiel, S. Kellner, A. Amorim, W. Brandner, J. P. Berger, K. Rousset-Perraut, G. S. Perrin, C. Straubmeier, S. Gillessen, H. Bartko, et A. P. Gräter. The Fiber Coupler subsystem of the future VLTI instrument GRAVITY. *Proceedings of the SPIE*, 7734 :77342A–77342A–8, 2010. 44



- C. Polhemus. Two-wavelength interferometry. *Applied Optics*, 12 :2071, septembre 1973. 58
- S. Poupau, P. Haguenaue, A. Merand, J. Alonso, P. Bourget, S. Brillant, R. Castillo, N. di Lieto, J.-L. Lizon, P. Gitton, J. Sahlmann, et N. Schuhler. Status of the VLTI-UT performances wrt vibrations. *Proceedings of the SPIE*, 7734 :773437–8, juillet 2010. 36, 37, 38, 39, 41, 120
- R. K. Prinja, M. J. Barlow, et I. D. Howarth. Terminal velocities for a large sample of O stars, B supergiants, and Wolf-Rayet stars. *Astrophysical Journal*, 361 :607–620, 1990. 175
- T. Prusti. The promises of Gaia. *Astronomische Nachrichten*, 333 :453, 2012. 134
- M. L. Rawls, J. A. Orosz, J. E. McClintock, M. A. P. Torres, C. D. Bailyn, et M. M. Buxton. Refined Neutron Star Mass Determinations for Six Eclipsing X-Ray Pulsar Binaries. *Astrophysical Journal*, 730 :25, mars 2011. 174, 175
- G. W. Reinhardt et S. A. Jr. Collins. Outer-Scale Effects in Turbulence-Degraded Light-Beam Spectra. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 62 :1526–1528, avril 1972. 31
- F. Roddier. The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy. *Progress in optics*, 19 :281–376, 1981. 32
- L. S. Rothman, I. E. Gordon, A. Barbe, D. C. Benner, P. F. Bernath, M. Birk, V. Bouillon, L. R. Brown, A. Campargue, J.-P. Champion, K. Chance, L. H. Coudert, V. Dana, V. M. Devi, S. Fally, J.-M. Flaud, R. R. Gamache, A. Goldman, D. Jacquemart, I. Kleiner, N. Lacome, W. J. Lafferty, J.-Y. Mandin, S. T. Massie, S. N. Mikhailenko, C. E. Miller, N. Moazzen-Ahmadi, O. V. Naumenko, A. V. Nikitin, J. Orphal, V. I. Perevalov, A. Perrin, A. Predoi-Cross, C. P. Rinsland, M. Rotger, M. Šimečková, M. A. H. Smith, K. Sung, S. A. Tashkun, J. Tennyson, R. A. Toth, A. C. Vandaele, et J. Vander Auwera. The HITRAN 2008 molecular spectroscopic database. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 110 :533–572, 2009. 178
- G. Rousset, J. C. Fontanella, P. Kern, P. Gigan, et F. Rigaut. First diffraction-limited astronomical images with adaptive optics. *Astronomy and Astrophysics*, 230 :L29–L32, avril 1990. 7
- K. Sadakane, R. Hirata, J. Jugaku, Y. Kondo, M. Matsuoka, Y. Tanaka, et G. Hammerschlag-Hensberge. Ultraviolet spectroscopic observations of HD 77581 (Vela X-1 = 4U 0900-40). *Astrophysical Journal, Letters*, 288 :284–291, janvier 1985. 175
- J. Sahlmann, S. Ménardi, R. Abuter, M. Accardo, S. Mottini, et F. Delplancke. The PRIMA Fringe Sensor Unit. *Astronomy and Astrophysics*, 507 :1739–1757, décembre 2009. 22, 33, 34, 35, 38, 41, 60, 64, 114, 120, 121, 123, 127, 160
- J. Sahlmann, R. Abuter, S. Ménardi, C. Schmid, N. di Lieto, F. Delplancke, R. Frahm, N. Gomes, P. Haguenaue, S. Lévêque, S. Morel, A. Mueller, T. Phan Duc, N. Schuhler, et G. van Belle. First results from fringe tracking with the PRIMA fringe sensor unit. *Proceedings of the SPIE*, 7734 :773422–12, juillet 2010. 160

- J.-F. Sauvage, T. Fusco, C. Petit, S. Meimon, E. Fedrigo, M. Suarez Valles, M. Kasper, N. Hubin, J.-L. Beuzit, J. Charton, A. Costille, P. Rabou, ., D. Mouillet, P. Baudoz, T. Buey, A. Sevin, F. Wildi, et K. Dohlen. SAXO, the eXtreme Adaptive Optics System of SPHERE : overview and calibration procedure. *Proceedings of the SPIE*, 7736 : 77360F–77360F–10, juillet 2010. [77](#)
- M. Shao et M. M. Colavita. Potential of long-baseline infrared interferometry for narrow-angle astrometry. *Astronomy and Astrophysics*, 262 :353–358, août 1992. [134](#)
- M. Shao et D. H. Staelin. Long-baseline optical interferometer for astrometry. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 67 :81–86, janvier 1977. [22](#), [96](#)
- M. Shao et D. H. Staelin. First fringe measurements with a phase-tracking stellar interferometer. *Applied Optics*, 19 :1519–1522, mai 1980. [22](#)
- L. A. Sievers et A. H. von Flotow. Comparison and extensions of control methods for narrow-band disturbance rejection. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 40 :2377–2391, octobre 1992. [112](#)
- C Straubmeier. GRAVITY - Phase C - Spectrometer. Rapport technique, GRAVITY Consortium, 2011. [19](#), [52](#)
- E. Sturm. GRAVITY - Phase C - Detectors. Rapport technique VLT-TRE-GRA-15880-6602 issue 3, GRAVITY Consortium, 2011. [94](#)
- V. I. Tatarskii. *The effects of the turbulent atmosphere on wave propagation*. Jerusalem : Israel Program for Scientific Translations, 1971, 1971. [28](#)
- V.I. Tatarskii. Wave Propagation in a Turbulent Medium. *Science*, 134 :324–325, 1961. [27](#)
- T. M. Tauris et E. P. J. van den Heuvel. *Formation and evolution of compact stellar X-ray sources*, chapitre 16, pages 623–665. Numéro 39 dans Cambridge Astrophysics Series. Cambridge University Press, avril 2006. URL <http://adsabs.harvard.edu/abs/2006csxs.book..623T>. [172](#)
- E. Thiébaud. MIRA : an effective imaging algorithm for optical interferometry. *Proceedings of the SPIE*, 7013 :70131I–70131I–12, juillet 2008. [12](#)
- N. D. Thureau, J. D. Monnier, W. A. Traub, R. Millan-Gabet, E. Pedretti, J.-P. Berger, M. R. Garcia, F. P. Schloerb, et A.-K. Tannirkulam. Imaging the asymmetric dust shell around CI Cam with long baseline optical interferometry. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 398 :1309–1316, septembre 2009. [173](#)
- O. Wallner, P. J. Winzer, et W. R. Leeb. Alignment tolerances for plane-wave to single-mode fiber coupling and their mitigation by use of pigtailed collimators. *Applied Optics*, 41 :637–643, février 2002. [45](#), [96](#)
- R. Walter et J. Zurita Heras. Probing clumpy stellar winds with a neutron star. *Astronomy and Astrophysics*, 476 :335–340, décembre 2007. [173](#)
- S. Watanabe, M. Sako, M. Ishida, Y. Ishisaki, S. M. Kahn, T. Kohmura, F. Nagase, F. Paerels, et T. Takahashi. X-Ray Spectral Study of the Photoionized Stellar Wind in Vela X-1. *Astrophysical Journal*, 651 :421–437, 2006. [175](#), [176](#)



- L. B. F. M. Waters, E. P. J. van den Heuvel, A. R. Taylor, G. M. H. J. Habets, et P. Persi. Evidence for low-velocity winds in Be/X-ray binaries. *Astronomy and Astrophysics*, 198 :200–210, juin 1988. 172
- C. M. Will. Testing the General Relativistic “No-Hair” Theorems Using the Galactic Center Black Hole Sagittarius A\*. *Astrophysical Journal, Letters*, 674 :L25–L28, février 2008. 15
- D. F. Williams, C. M. Wang, et U. Arz. In-Phase/Quadrature Covariance-Matrix Representation of the Uncertainty of Vectors and Complex Numbers. Dans *ARFTG Conf. Dig.*, volume 68, décembre 2006. 65, 66
- C. Winkler, T. J.-L. Courvoisier, G. Di Cocco, N. Gehrels, A. Giménez, S. Grebenev, W. Hermsen, J. M. Mas-Hesse, F. Lebrun, N. Lund, G. G. C. Palumbo, J. Paul, J.-P. Roques, H. Schnopper, V. Schönfelder, R. Sunyaev, B. Teegarden, P. Ubertini, G. Vedrenne, et A. J. Dean. The INTEGRAL mission. *Astronomy and Astrophysics*, 411 : L1–L6, novembre 2003. 174
- B. Wu et M. Bodson. A magnitude/phase-locked loop approach to parameter estimation of periodic signals. *IEEE Transactions on automatic Control*, 48(4) :612–618, avril 2003. 112
- A.M. Yaglom. On the local structure of the temperature field in a turbulent flow. *Academy of Sciences, USSR (DOKLADY)*, 69(6) :0, 1949. 28

# Publication concernant le suiveur de franges

Soumis à Astronomy and Astrophysics le 14 août 2012, recommandé pour publication après modifications.

## Comparison of 4-telescope fringe tracking algorithms for single-mode near-infrared long baseline interferometers

É. Choquet<sup>1,2</sup>, J. Menu<sup>3,\*</sup>, G. Perrin<sup>1,2</sup>, F. Cassaing<sup>2,4</sup>, S. Lacour<sup>1,2</sup>, and F. Eisenhauer<sup>5</sup>

<sup>1</sup> LESIA, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC, Université Paris-Diderot, Paris Sciences et Lettres, 5 place Jules Janssen, 92 195 Meudon, France

<sup>2</sup> Groupement d'Intérêt Scientifique PHASE (Partenariat Haute résolution Angulaire Sol Espace) between ONERA, Observatoire de Paris, CNRS and Université Paris Diderot

<sup>3</sup> Instituut voor Sterrenkunde, KU Leuven, Celestijnenlaan 200D, 3001 Leuven, Belgium

<sup>4</sup> Onera – The French Aerospace Lab, BP 72, 92 322 Châtillon, France

<sup>5</sup> Max Planck Institute for extraterrestrial Physics, PO Box 1312, Giessenbachstr., 85 741 Garching, Germany

Received dd Month 2012/ Accepted dd Month 2012

### ABSTRACT

To enable optical long baseline interferometry toward faint objects, long integrations are necessary despite atmospheric turbulence. Fringe trackers are needed to stabilize the fringes and thus increase the fringe visibility and phase signal-to-noise ratio (SNR), with efficient controllers robust to instrumental vibrations, and to subsequent path fluctuations and flux drop-outs.

We report on simulations, analyzes and comparison of the performances of a classical integrator controller and of a Kalman controller, both optimized to track fringes on a 4-telescope single-mode long baseline interferometer in the near-infrared, under realistic observing conditions based on the design of the Very Large Telescope Interferometer (VLTI) GRAVITY instrument (turbulence, vibrations, detection noise, and instrument photometric performance), for different source magnitudes, disturbance conditions, and sampling frequencies. We also simulate and compare the performances of the Kalman controller with the vibration tracking algorithm (VTK) already in use at VLTI and optimized to cancel out high frequency vibrations.

We find that both controller performances follow a two-regime law with the star magnitude, a constant disturbance limited regime, and a diverging detector and photon noise limited regime. Moreover, we find that the Kalman controller is optimal in the high and medium SNR regime due to its control based on an accurate disturbance model. In the low SNR regime, the model is not accurate enough to be more robust than an integrator controller. Identifying the disturbances from high SNR measurements improves the Kalman performances in case of strong optical path difference disturbances.

**Key words.** Instrumentation: high angular resolution – Atmospheric effects – Methods: numerical – Techniques: interferometric

### 1. Introduction

Atmospheric turbulence is presently a major limiting factor for the sensitivity of ground-based optical long baseline interferometers. Because of the short coherence time of atmospheric turbulence – typically  $\tau_0 = 20$  ms in the near infrared – basic observations are indeed limited to short exposure times, and as a consequence to bright targets. Without precaution, the random fringe motion induced by the turbulent atmosphere would completely blur fringe contrast and spoil the high angular resolution information.

To overcome this limitation, a servo-system called fringe tracking has been developed by Shao & Staelin (1977) and demonstrated three years later (Shao & Staelin 1980). By stabilizing the interferometric fringes to a fraction of wavelength, such a system would indeed enable exposure times of several minutes without the visibility loss inherent to the fringe motion, and therefore give access to new sensitivity limits. Fringe trackers have since proven themselves to be essential, not only to observe faint targets, but also to perform astrometry with a sub milliarcsecond (mas) accuracy. That explains why the main long baseline interferometers are currently being provided either with instruments including their own fringe trackers: PRIMA (Delplancke et al. 2006), GRAVITY (Eisenhauer

et al. 2011), or with shared fringe trackers: fringe tracker of the Keck Interferometer (Colavita et al. 2010), CHAMP for the CHARA array (Berger et al. 2008), FINITO for the Very Large Telescope Interferometer (VLTI) (Gai et al. 2003; Le Bouquin et al. 2008).

The VLTI is the most powerful observatory to match high sensitivity and high angular resolution. It is indeed the only long-baseline interferometer allowing to combine four 8.2 m unit telescopes (UTs) on the one hand, with thus the greatest available collecting surface, and it provides baselines with lengths ranging from 8 m to 202 m with the movable auxiliary telescopes (ATs) on the other hand, with thus a resolution of 2 mas at  $2.2 \mu\text{m}$ . The four UTs were combined for the first time by Le Bouquin et al. (2011) with the H-band visitor instrument PIONIER (Berger et al. 2010), leading the way to new results with interferometers. An efficient fringe tracker will greatly contribute to such advances, and the European Southern Observatory (ESO) has recently called for proposals for an optimized fringe tracker suiting to its next generation of instruments (Blind et al. 2011). In this context, the GRAVITY instrument (Eisenhauer et al. 2011), planned to be on sky in 2014 at VLTI, will combine up to four telescopes in the K band with its own fringe tracker. It will lead to unprecedented imaging of targets of magnitudes up to  $K = 16$  with 100 s exposure time (Gillissen et al. 2010), thanks to fringe tracking on an unresolved reference star of magnitude up to 10,

\* PhD Fellow of the Research Foundation – Flanders (FWO)

which is the current best sensitivity limit (Keck Interferometer, Ragland et al. 2010) in this band. This will enable observations of the close environment of Sgr A\*, the supermassive black hole in the center of the Galaxy, for which GRAVITY has been designed.

However, this is particularly challenging for multipurpose facilities such as the VLTI. Each individual UT can be used alone and is equipped with several instruments fixed at its different foci. These instruments (electronics, coolers...) excite vibration frequencies differing from one UT to another, leading to important path length fluctuations which add to the atmospheric ones on the one hand, and to variations of the flux injected into the beam combiner on the other hand. ESO follow up the evolution of mechanical vibrations and make strong efforts to limit their effects (Haguenauer et al. 2010; Poupar et al. 2010). Vibrations from the first three mirrors of each telescope are measured by a set of accelerometers and compensated by the optical delay lines. Di Lieto et al. (2008) developed an adaptive narrow-band algorithm (Vibration tracking algorithm, VTK) that compensates for some pre-selected remaining resonant frequencies.

An alternative approach is to compensate for all vibrations without any a priori and for the turbulence at the same time. This can be possible thanks to a Kalman controller, which is a predictive algorithm based on the model of the disturbances. The formalism was first developed by Kalman (1960), then has been recently transposed to adaptive optics (AO) systems by Meimon et al. (2010) and Petit et al. (2004). Based on this experience, Kalman filtering was adapted to 2-way fringe trackers by Lozi et al. (2011) and to 4-way fringe trackers by Menu et al. (2012).

This paper aims at comparing the performances of the Kalman controller and of an optimized Integral controller in a 4-telescope fringe tracker subjected to disturbances representative of the VLTI observing conditions. In this goal, realistic numerical simulations were made to analyze their robustness against vibrations and flux dropouts. In addition, 2-telescope simulations were performed to compare the performance of the Kalman and VTK controllers with respect to vibrations.

In Sect. 2 of this paper, we describe the simulation of the disturbance sequences, and in Sect. 3 the parameters used for the detection train. In Sect. 4 the algorithms used to estimate the optical path difference (OPD) on each baseline, and to control the piston actuators are presented. In Sect. 5, the simulations done to evaluate the performances of the integrator and Kalman controllers in the framework of GRAVITY are presented with their results, and those to compare the VTK and Kalman algorithms are presented in Sect. 6. These results are analyzed and discussed in Sect. 7.

## 2. Simulation of the disturbances

We analyze the closed-loop behavior of the fringe tracker with an iterative time-domain simulator reproducing the entire acquisition and control process of the fringe tracker. Discrete sequences of disturbance representative of observing conditions at VLTI are injected in the simulator. At each iteration, the image on the fringe tracker detector is computed from the OPD residuals, then is processed by the algorithm of the fringe tracker to deduce new piston commands.

Our simulations are based on a set of parameters whose values are specified by the design of the GRAVITY instrument. They are listed in Table 1. To evaluate the robustness of the fringe tracker controller, we simulated different observing conditions. The parameters and their range of variations are listed in Table 2.

**Table 1.** Values used in the simulations for the fixed parameters.

Item	Value
Average wavelength ( $\mu\text{m}$ )	2.2
Spectral bandwidth ( $\mu\text{m}$ )	0.5
Number of spectral channels	5
Number of telescopes	4
Number of baselines	6
Telescope diameter (m)	8.2
Average baseline length (m)	80
Total transmission (%)	0.8
Detector RON ( $e^-$ )	4
APD noise excess factor <sup>1</sup>	1.5
Seeing (")	0.8
Atmospheric coherence time (ms)	3.4
Wind speed (m/s)	12
Atmospheric turbulence outer scale (m)	100
Number of frames	30 000

<sup>(1)</sup> Noise excess factor of an Avalanche Photo-Diode. See Sect. 3.2.

**Table 2.** Values used in the simulations for the varying parameters.

Item	Values
K-band star magnitude	6 – 12
Tilt per axis (mas rms)	15 & 20
Vibrations level	None; Low level; Current level <sup>1</sup>
Atmospheric OPD ( $\mu\text{m}$ rms)	10 & 15
Loop frequency (Hz)	100 – 1000
Kalman model (frames)	2 000 – 5 000

<sup>(1)</sup> See Table 4 for the RMS values.

This section describes the simulation of the disturbances, namely the modeling of the atmospheric piston, of the longitudinal vibrations, and of the flux variations.

### 2.1. Modeling of piston disturbances

We simulate the piston disturbances by  $N$ -point sequences of piston fluctuations defined for each apertures. The sequence of piston disturbances, hereafter  $\{\mathbf{P}_n\}_{n \in [1, N]}$ , is computed from the sum of the two main causes of perturbations, atmospheric piston and longitudinal vibrations.

#### 2.1.1. Atmospheric piston

To simulate the atmospheric disturbance on each aperture, we used a Von Kármán model (Reinhardt & Collins 1972), with a refractive-index spatial power spectrum  $\Phi_N$  proportional to

$$\Phi_N(\kappa) \propto (\kappa^2 + 1/L_0^2)^{-11/6}, \quad (1)$$

with  $\kappa$  the spatial frequency. Unlike a basic Kolmogorov model which diverges at zero frequency, this model includes a finite atmospheric outer scale  $L_0$ , which leads to the saturation of the spectrum at low frequencies. Note that a Kolmogorov model is used to characterize the atmospheric piston in the Interface Control Document (ICD) between VLTI and its instrument. Parameters related to the atmospheric turbulence may thus differ between our simulations and the ICD for that specific reason.

The asymptotic OPD temporal power spectrum density (PSD)  $S_{\text{atm}}$  for a Von Kármán model is described by Buscher

É. Choquet et al.: Comparison of 4-telescope fringe tracking algorithms for single-mode near-infrared interferometers

et al. (1995). It follows an  $f^0$  law for low temporal frequencies  $f$ , an  $f^{-2/3}$  power law between the two cut-off frequencies  $f_1 \sim 0.2V/B$  and  $f_2 \sim V/L_0$ , where  $V$  is the wind speed and  $B$  the length of the baseline, and an  $f^{-8/3}$  law for higher frequencies:

$$S_{\text{atm}}(f) \propto \begin{cases} f^0 & \text{if } f < f_1 \\ f^{-2/3} & \text{if } f_1 < f < f_2 \\ f^{-8/3} & \text{if } f > f_2 \end{cases} . \quad (2)$$

Atmospheric piston sequences are simulated by multiplying in Fourier space the spectra of white Gaussian noise sequences with this asymptotic power spectrum. The time-sequences are then scaled to match the OPD variance  $\sigma_{\text{atm}}^2$ .

A typical value of  $L_0 = 22$  m was measured at Paranal during two measurement campaigns with the Generalized Seeing Monitor (GSM) instrument in 1998 and 2007 (Martin et al. 2000; Dali Ali et al. 2010). For median seeing conditions of  $0.8''$  at Paranal, this should lead to a typical value of  $1.8 \mu\text{m}$  RMS for the atmospheric OPD in the K band (Conan et al. 2000; Maire et al. 2006). However, values around  $10 \mu\text{m}$  are measured at the VLTI in this spectral band with the instruments AMBER (Maire 2007) and PRIMA (Sahlmann et al. 2009), related to larger atmospheric outer scale values around 100 m. Maire (2007) attributes the important difference with the GSM measurements to an instrumental contribution from the VLTI in the OPD fluctuations. However, to clearly identify the instrumental impact of the interferometer, GSM and OPD measurements should be carried out simultaneously. Moreover, we calculated atmospheric OPD sequences for observing conditions with  $L_0 = 22$  m and  $\sigma_{\text{atm}} = 1.8 \mu\text{m}$  on the one hand, and with  $L_0 = 100$  m and  $\sigma_{\text{atm}} = 10 \mu\text{m}$  on the other hand. Time sequences are presented in Fig. 1 with the corresponding PSD and asymptotic Von Kármán models. The model using a higher value for  $L_0$  leads to an important damping of the high frequencies, which is similar to measured OPD sequences with the PRIMA fringe sensor unit (Sahlmann et al. 2009). Therefore, to have a OPD disturbance spectrum and standard deviation fitting with OPD measurements at VLTI, we chose to simulate the atmospheric piston sequences with a Von Kármán model and an atmospheric outer scale value of  $L_0 = 100$  m, and scaled the atmospheric disturbance to a standard deviation of  $\sigma_{\text{atm}} = 10 \mu\text{m}$ . A typical simulated atmospheric OPD sequence is presented in Fig. 1 (c).

### 2.1.2. Piston vibrations

To simulate the total piston disturbance sequences  $\{P_n\}_{n \in [1, N]}$ , we add a series of vibration disturbances to the previously described atmospheric piston sequences. Strong vibrations are indeed excited by the instruments installed at the focuses of the UTs and propagate along the telescope structure. We modeled each vibration peak by a damped harmonic oscillator excited by a Gaussian noise  $v$ , characterized by three parameters: the natural frequency  $f_0$ , the damping coefficient  $k$ , and the variance of the excitation  $\sigma_v^2$ . The temporal evolution  $p_v(t)$  of a piston vibration is defined by the following differential equation (Petit 2006):

$$\frac{d^2 p_v}{dt^2} + 4\pi k f_0 \frac{dp_v}{dt} + 4\pi^2 f_0^2 p_v(t) = \frac{v(t)}{T^2}, \quad (3)$$

where  $T$  is the sampling pitch. The related temporal PSD  $S_{\text{vib}}$  is thus expressed by

$$S_{\text{vib}}(f) = \frac{\sigma_v^2 T / (16\pi^4 T^4)}{f^4 + 2f_0^2 f^2 (2k^2 - 1) + f_0^4}. \quad (4)$$

**Table 3.** Parameters of the vibration peaks simulated on each telescope. The standard deviation of their excitations are for the simulated current conditions at VLTI observatory.

Telescope 1			Telescope 2		
$f_0$ (Hz)	$k$	$\sigma_v$ (nm)	$f_0$ (Hz)	$k$	$\sigma_v$ (nm)
8	0.003	0.25	13	0.01	1.8
14	0.002	0.5	15	0.003	1.0
16	0.006	1.3	18	0.02	2.5
18	0.006	1.5	24	0.002	3.0
24	0.001	2.5	34	0.004	3.0
34	0.006	5.0	45	0.003	5.0
45	0.003	4.0	96	0.001	6.0
50	0.001	4.0			
78	0.001	6.0			
96	0.003	7.0			

Telescope 3			Telescope 4		
$f_0$ (Hz)	$k$	$\sigma_v$ (nm)	$f_0$ (Hz)	$k$	$\sigma_v$ (nm)
14	0.002	1.4	5	0.05	0.8
17	0.01	2.5	10	0.002	0.5
24	0.001	3.7	18	0.001	2.8
34	0.003	2.0	24	0.002	5.0
46	0.002	2.7	34	0.003	4.0
49	0.001	3.0	45	0.004	6.2
86	0.003	11.0	52	0.005	9.0
94	0.002	15.0	68	0.007	13.0
			76	0.006	15.0
			85	0.002	12.0
			96	0.005	18.0
			107	0.002	11.0

**Table 4.** Standard deviation of the simulated piston vibration sequences.

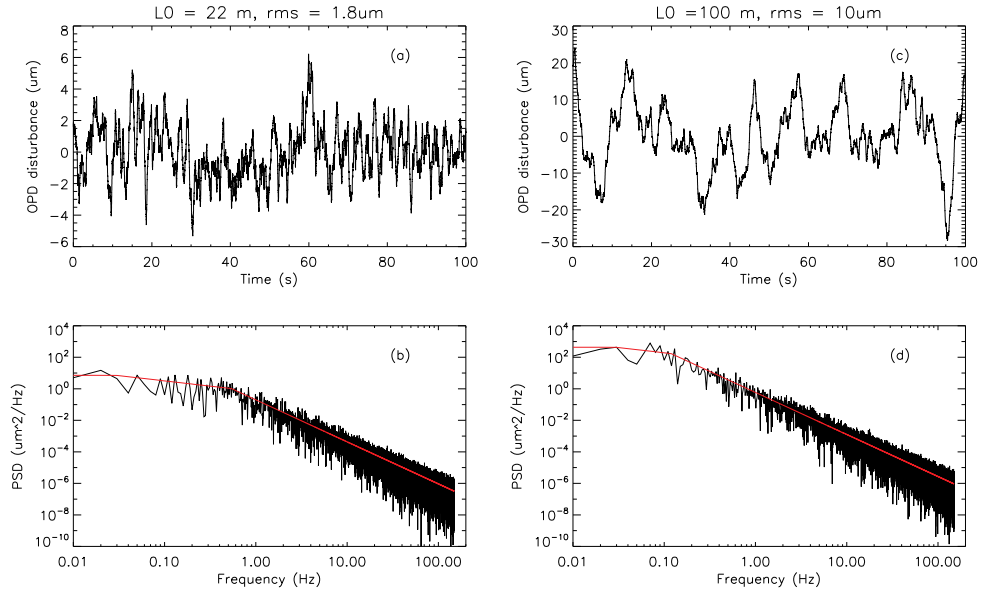
Vibration level	Total vibration RMS (nm)			
	Tel. 1	Tel. 2	Tel. 3	Tel. 4
Current	180	160	230	300
Expected	106	106	106	106

The corresponding piston vibration sequence is computed by multiplying in the Fourier space the modeled vibration PSD and the spectrum of a white Gaussian noise sequence. The piston vibration spectrum is supposed to be constant during individual sequences.

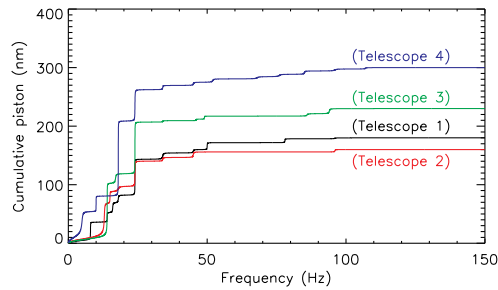
Two different levels of vibrations are tested in our simulations: the current level at VLTI on the UTs, and the one expected by ESO for 2014 thanks to the strong efforts to reduce the vibrations (Poupar et al. 2010). For the current conditions, we used the vibration parameters listed in Table 3 for the four telescopes. This corresponds to a resonance of 54 dB for the purest vibration ( $k = 0.001$ ), and 20 dB for the more damped ( $k = 0.05$ ). These values have been inspired by the vibration spectra measured on the UTs by Di Lieto et al. (2008) and Poupar et al. (2010). For the vibration level expected for 2014, we used the same vibration parameters, and scaled the total OPD standard deviations to  $\sigma_{\text{vib}} = 150$  nm, as specified for the fringe tracker of GRAVITY (Perrin et al. 2011). The total standard deviations of the simulated vibration are shown in Table 4 for both vibration levels. The simulated cumulative piston vibration spectra under current VLTI conditions are presented in Fig. 2.

The PSD of a disturbance sequence on the telescope 1 is shown in Fig. 3, with the models for the atmospheric turbulence and longitudinal vibrations.

É. Choquet et al.: Comparison of 4-telescope fringe tracking algorithms for single-mode near-infrared interferometers



**Fig. 1.** Simulated OPD sequences with the corresponding PSD and models, for an outer scale  $L_0$  of 22 m and 100 m, with respective OPD standard deviations of 1.8  $\mu m$  and 10  $\mu m$ . From top to bottom, left to right: (a) Typical OPD sequence of atmospheric disturbance with  $L_0 = 22$  m and  $\sigma_{atm} = 1.8 \mu m$ . (b) PSD of the OPD sequence (a) (black) and asymptotic model (red). (c) Typical OPD sequence of atmospheric disturbance with  $L_0 = 100$  m and  $\sigma_{atm} = 10 \mu m$ . (d) PSD of the OPD sequence (c) (black) and model (red). The parameters used are  $B = 80$  m and  $V = 12$  m.s $^{-1}$ .



**Fig. 2.** Cumulative piston modeled for each telescope, in the current conditions at VLTI.

## 2.2. Flux variations

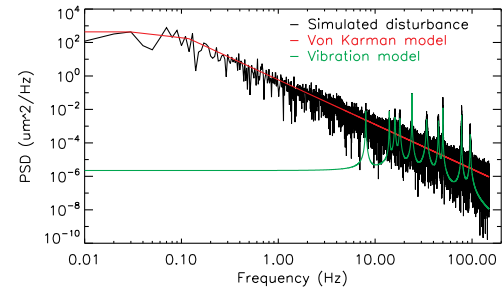
For a single-mode fiber interferometer, the flux variations come from residual wavefront errors and tip-tilt fluctuations of the beams at the input of the fibers. The number of photons at the inputs of the beam combiner is hereafter defined by the sequence  $\{F_n\}_{n \in \llbracket 1, N \rrbracket}$ .

### 2.2.1. Total coherent flux

The brightness  $E$  of a star of magnitude  $K$  is defined by

$$E = E_0 10^{-K/2.5}, \quad (5)$$

with  $E_0 = 670$  Jy in the K band (Campins et al. 1985).



**Fig. 3.** PSD of a disturbance sequence on telescope 1 (black) and models used: Von Kármán model for the atmospheric piston (red), and vibration model in the current conditions at VLTI (green).

The maximum coherent flux  $F_{max}$  coming to the input of each fiber during one frame is computed for the whole K band by

$$F_{max} = T \frac{\pi D^2}{4 R_{bb} f_{FT}} E, \quad (6)$$

with  $D$  the diameter of the telescope,  $R_{bb}$  the broad-band K band spectral resolution,  $f_{FT}$  the frame rate, and  $T$  the overall transmission of the system, from the primary mirror to the detector.

We simulated an overall transmission of 1 % as modeled for GRAVITY. This leads to a typical flux of 400 photons per aperture and per frame at the input of the beam combiner for a

É. Choquet et al.: Comparison of 4-telescope fringe tracking algorithms for single-mode near-infrared interferometers

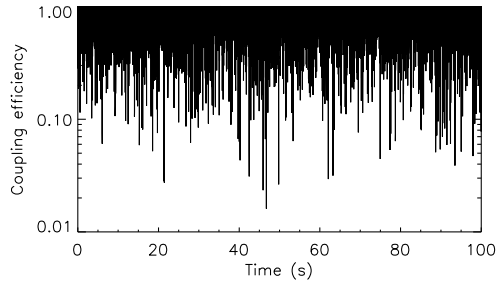


Fig. 4. Simulated coupling efficiency sequence.

magnitude K=10 star, a telescope diameter of 8.2 m, and a loop frequency of 300 Hz.

### 2.2.2. Fiber injection efficiency

The tip-tilt fluctuations leading to flux variations come from three different contributions: UT vibrations, residual wavefront aberrations from the AO, and tilt errors from the beam relay and guiding system.

We modeled the tilt vibrations on the UTs by a pure sinusoidal vibration at frequency 18.1 Hz with random phases for each telescope, and a standard deviation of 5 mas as specified for GRAVITY.

We modeled the residual tilt from the AO system as well as the tilt from guiding errors with the temporal PSD measured with the IRIS tilt sensor (Gitton et al. 2004). We used the following empirical model for the spectrum  $S_{\text{IRIS}}$ , deduced from past ESO measurements<sup>1</sup>:

$$S_{\text{IRIS}}(f) \propto \begin{cases} \log(f/f_1)/\log(f_2/f_1) & \text{if } f_1 < f < f_2 \\ \log(f/f_3)/\log(f_2/f_3) & \text{if } f_2 < f < f_3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (7)$$

with the cut-off frequencies  $f_1 = 2$  Hz,  $f_2 = 8$  Hz and  $f_3 = 50$  Hz. We multiplied this model with the spectra of white Gaussian noise sequences to get random tilt sequences for each aperture. GRAVITY comprises a guiding camera to stabilize the beam in the VLTI lab, thus reducing the impact of residual tilt and vibration. The tip-tilt sequences simulating AO residuals and guiding errors are respectively scaled to a standard deviation of 8.8 mas and 10.5 mas, as specified for GRAVITY.

The total tip-tilt sequences  $\{\theta_n\}_{n \in \llbracket 1, N \rrbracket}$  are computed from the sum of these three simulated tilt sequences.

To compute the coupling ratio into the single-mode fibers, we assumed that the fiber coupler numerical aperture is optimized for the mode of the fibers. Following Wallner et al. (2002), the fiber mode field radius  $\omega_0$  is then

$$\omega_0 \approx 0.714 \frac{\lambda_0 f_c}{D}, \quad (8)$$

with  $f_c$  the fiber coupler focal length. The coupling efficiency  $\eta$  for a beam tilted by an angle  $\theta$  with respect to the optical axis is:

$$\eta(\theta) = \eta_0 \exp\left(-2 \left(\frac{f_c \theta}{\omega_0}\right)^2\right), \quad (9)$$

<sup>1</sup> Philippe Gitton private communication

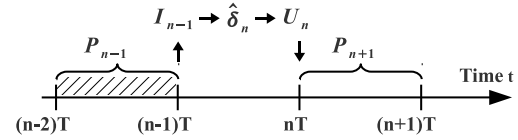


Fig. 5. Representation of the simulated discretized time-scheme. At iteration  $n$ , the OPDs  $\hat{\delta}_n$  are estimated from the image  $I_{n-1}$  delivered at the end of the previous iteration, which is representative of piston disturbances  $P_{n-1}$  integrated between time steps  $n-2$  and  $n-1$ . The corresponding correction on the delay lines  $U_n$  is applied during the following iteration.

with an optimum coupling efficiency  $\eta_0 = 81\%$  (without tilts and misalignments).

We thus simulated the sequence  $\{F_n\}_{n \in \llbracket 1, N \rrbracket}$  of coherent flux fluctuations such that:

$$F_n = F_{\text{max}} \eta_0 \exp\left(-2 \left(\frac{f_c \theta_n}{\omega_0}\right)^2\right). \quad (10)$$

For a telescope of diameter  $D = 8.2$  m, the average loss from optimal coupling is 80 % with a standard deviation of 20 %. A typical normalized flux sequence (a) and the corresponding tip-tilt spectrum (b) are presented in Fig. 4.

## 3. Simulation of the detection system

### 3.1. Acquisition sequence

To simulate a realistic acquisition temporal process, we introduced a two-frame delay between the correction applied by the piston actuators and the corresponding effective disturbances. This takes into account one frame for the fringes to be acquired, and one frame for the fringe tracker to compute the corresponding corrections, which are applied at the beginning of the next frame. This time scheme is illustrated in Fig. 5. The response of the actuators is assumed to be instantaneous at this point.

### 3.2. Beam combiner and detector

So as to properly estimate the residual OPDs (see Sect. 4.1), fringes are spectrally dispersed. The full K band is divided into  $N_\lambda = 5$  spectral channels with effective wavelengths  $\{\lambda_l\}_{l \in \llbracket 1, N_\lambda \rrbracket} = \{1.95 \mu\text{m}, 2.075 \mu\text{m}, 2.2 \mu\text{m}, 2.325 \mu\text{m}, 2.45 \mu\text{m}\}$ .

The complex amplitude vector  $A_n^l$  is computed for each spectral channel  $l$ , with phases deduced from the difference between the piston disturbances  $P_n$  and the piston actuator positions, i.e. the commands  $U_{n-1}$  computed at the previous iteration:

$$A_n^l = \sqrt{\frac{F_n}{N_\lambda}} \exp\left(2i\pi \frac{P_n - U_{n-1}}{\lambda_l}\right). \quad (11)$$

To simulate the interferences, we used a pairwise ABCD beam combination with spatial coding (Benisty et al. 2009), where each couple of beams produces 4 intensities in phase quadrature (ABCD-like combination, Shao & Staelin (1977)). This configuration is indeed optimal to sample fringes from 4 telescopes as explained in Blind et al. (2011), and corresponds to the fringe sampling chosen for the GRAVITY VLTI instrument. To create a realistic ABCD-like combination, the modulations in phase opposition (A-C and B-D) are exactly  $180^\circ$  due to energy conservation, whereas the quadrature phase shifts are non-perfect and weakly wavelength-dependent.

**Table 5.** Simulated phase shifts of the B-A quadrature (nominal value of  $90^\circ$ ) for the 6 baselines. The first line presents the average of the phase shifts over the spectral channels. The second line presents the variation range over the spectral channels.

Baseline	1-2	1-3	1-4	2-3	2-4	3-4
Phase ( $\lambda_0$ )	92	94	95	103	107	79
shifts ( $^\circ$ ) ( $\Delta\lambda$ )	2	15	15	7	9	11

The simulated A-B phase shifts are inspired from measurements of the GRAVITY integrated optics beam combiner<sup>2</sup> and are detailed in Table 5. They present departures from the nominal  $90^\circ$  phase shift from  $2^\circ$  to  $17^\circ$  and an average chromatic spread of  $9.8^\circ$ . Each interference pattern has a reduced contrast of 75 % to account for overall contrast loss of the instrument, partial polarization effects, and OPD turbulence residuals.

A  $N_\lambda * 24$  pixel dispersed image  $I_n$  on the detector is computed, where each row corresponds to one spectral channel. The 24 intensity row  $I_n^l$  at spectral channel  $l$  is computed thanks to the corresponding visibility-to-pixel matrix (V2PM), following the formalism developed by Lacour et al. (2008):

$$I_n^l = \text{V2PM}^l \times C_n^l, \quad (12)$$

where  $\text{V2PM}^l$  is the V2PM at spectral channel  $l$ , and  $C_n^l$  is the vector of the coherences, defined in three parts such that:

$$C_n^l = [C_{F_n}^l \quad \Re(C_{C_n}^l) \quad \Im(C_{C_n}^l)]^T, \quad (13)$$

with  $C_{F_n}^l$  the 4 flux vector, defined for each aperture  $i$  by:

$$C_{F_n}^{l(i)} = |A_n^{l(i)}|^2, \quad (14)$$

and  $C_{C_n}^l$  the 6 complex coherence vector, defined for each baseline  $k$  combining the telescopes  $(i, j)$  by:

$$C_{C_n}^{l(k)} = A_n^{l(i)} A_n^{l(j)*}. \quad (15)$$

Finally, two sources of noise are added to each pixel of the image  $I_n$ :

- Photon noise, amplified by a factor 1.5 to take into account the noise excess factor from an avalanche photo-diode detector (APD);
- Read-out noise of  $\text{RON} = 4 e^-$  rms, amplified by a factor  $\sqrt{2}$  to account for a spread of the intensities over two detector pixels due to non-perfect imaging optics.

These parameters are the characteristics of the SELEX-Galileo detector of the GRAVITY fringe tracker (Finger et al. 2010).

#### 4. Description of the fringe tracker algorithms

Fringe tracking can be split into two equally important parts: first, a good OPD estimation, and second, an efficient controller. The algorithms used to estimate the OPD and the different controllers that will be compared in this paper are presented in this section.

<sup>2</sup> Laurent Jocou private communication

#### 4.1. OPD estimation

The 6 residual OPD vector  $\hat{\delta}_n$  at time step  $n$  is computed from the last available image  $I_{n-1}$ . Two operators are used for its estimation. The phase delay (PD) OPDs are estimated from the wide-band intensities. The group delay (GD) OPDs are estimated from the dispersed intensities and are related to the maximum of the coherence envelope. The PD estimation gives the more accurate estimation of the OPDs since the signal-to-noise ratio (SNR) is higher for the wide band intensities than for the dispersed ones. However its drawback is that the OPDs are estimated modulo the wide-band averaged wavelength  $\lambda_0$ , which is not enough to properly estimate the residual OPDs of sudden strong disturbances. In that case, the GD OPD estimation is necessary to detect the so-called fringe jumps.

##### 4.1.1. Phase delay estimation

The 24 wide-band intensity vector  $I_{n-1}^{\text{wb}}$  is computed from the sum of the  $N_\lambda$  dispersed pixels:

$$I_{n-1}^{\text{wb}} = \sum_{l=1}^{N_\lambda} I_{n-1}^l. \quad (16)$$

The wide-band coherence vector  $\hat{C}_n^{\text{wb}}$  is estimated at time-step  $n$  from the wide-band pixel-to-visibility matrix (P2VM)  $\text{P2VM}^{\text{wb}}$ , pseudo-inverse matrix of the wide-band V2PM:

$$\hat{C}_n^{\text{wb}} = \text{P2VM}^{\text{wb}} \times I_{n-1}^{\text{wb}}. \quad (17)$$

The residual PD OPD vector is deduced from the phase of the part of the coherence vector related to the corresponding complex coherences:

$$\hat{\delta}_n^{\text{PD}} = \frac{\lambda_0}{2\pi} \arg(\hat{C}_{C_n}^{\text{wb}}) \pmod{\lambda_0}. \quad (18)$$

The resulting PD OPDs are thus computed modulo  $\lambda_0$ , giving an estimation of the OPD within the acquired fringe (a range of  $2.2 \mu\text{m}$  in the K band), but with no information about its interferometric order.

##### 4.1.2. Group delay estimation

To estimate the position of the envelop of coherence, the fringes are spectrally dispersed over  $N_\lambda$  spectral channels, and the group delay OPD is estimated from the coherence measurements on these spectral channels. As a consequence from this spectral dispersion, the SNR on each coherence is lowered by a factor  $N_\lambda$ . To increase the SNR, the GD OPDs are estimated from the sum  $\bar{I}_{n-1}$  of the last  $N_\lambda$  images:

$$\bar{I}_{n-1} = \sum_{n'=1}^{N_\lambda} I_{n-n'}. \quad (19)$$

As a consequence, the GD OPD estimated at frame  $n$  is a moving average of the  $N_\lambda$  previous envelop positions.

The GD OPD is then estimated with an algorithm similar to the double Fourier interferometry used at IOTA (Pedretti et al. 2005). The complex coherence vector  $\hat{C}_n^l$  is estimated at time step  $n$  for each spectral channel  $l$  using  $\text{P2VM}^l$ :

$$\hat{C}_n^l = \text{P2VM}^l \times \bar{I}_{n-1}^l. \quad (20)$$



É. Choquet et al.: Comparison of 4-telescope fringe tracking algorithms for single-mode near-infrared interferometers

The cross-spectrum products between the complex coherences of each adjacent spectral channel are computed. The cross-spectrum product  $X_n(l_1, l_2)$  of the coherence between channels  $l_1$  and  $l_2$  is defined by the product of the first one with the conjugate of the second one:

$$X_n(l_1, l_2) = \hat{C}_{C_n}^{l_1} \cdot \left( \hat{C}_{C_n}^{l_2} \right)^* . \quad (21)$$

To increase the SNR, the GD OPD vector is estimated from the average of the  $N_\lambda - 1$  phases of the cross-spectrum products between each consecutive spectral channels:

$$\hat{\delta}_n^{\text{GD}} = \frac{1}{N_\lambda - 1} \sum_{l=1}^{N_\lambda-1} \frac{\Lambda_{(l,l+1)}}{2\pi} \arg(X_n(l, l+1)) \pmod{\Lambda_{(l,l+1)}} , \quad (22)$$

where  $\Lambda_{(l,l+1)}$  is the beating wavelength between the spectral channels  $l$  and  $l+1$ :

$$\Lambda_{(l,l+1)} = \frac{\lambda_l \lambda_{l+1}}{\lambda_{l+1} - \lambda_l} . \quad (23)$$

The resulting GD OPDs are thus computed within a range of  $32 \mu\text{m}$  in the K band, enabling the knowledge of the interferometric order of the measured fringe.

#### 4.1.3. Final OPD estimation

To solve for the ambiguity on fringe order, the OPD  $\hat{\delta}_n^{(k)}$  on each baseline  $k$  is estimated such that:

$$\hat{\delta}_n^{(k)} = \begin{cases} \hat{\delta}_n^{\text{PD}} & \text{if } |\hat{\delta}_n^{\text{GD}}| < \lambda_0/2 \\ \hat{\delta}_n^{\text{GD}} & \text{otherwise} \end{cases} . \quad (24)$$

The phase of the fringe is thus tracked except when a fringe jump occur. The system is therefore stabilized to the zero-phase of the central fringe, enabling long integrations on the science beam with no loss in the visibility accuracy.

## 4.2. OPD noise estimation

The actuator commands are computed to take advantage of the redundancy of the 4-telescope 6-baseline architecture, with 3 independent closure phases (see Sect. 4.3), and improve the accuracy on the OPD estimation. In this purpose, the OPD noise is estimated at each frame  $n$  for the PD and GD estimators.

The variance  $\sigma_{l_{n-1}}^2$  of each pixel of the last available image  $l_{n-1}$  is estimated by:

$$\sigma_{l_{n-1}}^2 = 1.5 l_{n-1} + 2\text{RON}^2 , \quad (25)$$

taking into account the detector characteristics as described in Sect. 3.2: The first part of the equation corresponds to the photon noise amplified by the noise excess factor of the detector, and the second part corresponds to the detector read-out noise on two pixels.

#### 4.2.1. PD OPD noise

The covariance matrix  $\Sigma_{n-1}^{\text{wb}}$  of the wide band intensities is computed:

$$\Sigma_{n-1}^{\text{wb}} = \text{diag} \left( \sum_{l=1}^{N_\lambda} (\sigma_{l_{n-1}}^l)^2 \right) . \quad (26)$$

We then deduce the covariance matrix of the wide band complex coherence:

$$\Sigma_{C_n}^{\text{wb}} = \text{P2VM}^{\text{wb}} \times \Sigma_{n-1}^{\text{wb}} \times (\text{P2VM}^{\text{wb}})^{\text{H}} , \quad (27)$$

where  $M^{\text{H}}$  is the adjoint matrix of  $M$ . The variance  $\sigma_{C_n}^{\text{wb}(k)^2}$  of the complex coherence of the baseline  $k$  is defined as the diagonal term of the corresponding covariance matrix:

$$\sigma_{C_n}^{\text{wb}(k)^2} = \Sigma_{C_n}^{\text{wb}(k,k)} . \quad (28)$$

The PD OPD noise vector  $\sigma_{PDn}$  is estimated from the noise  $\sigma_{\phi_n}^{\text{wb}}$  on the phase of the complex coherence (see Appendix A for the derivation of the noise on the phase of the complex coherence):

$$\sigma_{PDn} = \frac{\lambda_0}{2\pi} \sigma_{\phi_n}^{\text{wb}} . \quad (29)$$

#### 4.2.2. GD OPD noise

The covariance matrix  $\Sigma_{n-1}^l$  of the intensities of spectral channel  $l$  is computed from the sum of the  $N_{\text{GD}}$  last pixel noise estimations:

$$\Sigma_{n-1}^l = \text{diag} \left( \sum_{n'=1}^{N_{\text{GD}}} (\sigma_{n-n'}^l)^2 \right) . \quad (30)$$

We then deduce the covariance matrix of the complex coherence of each spectral channel  $l$ :

$$\Sigma_{C_n}^l = \text{P2VM}^l \times \Sigma_{n-1}^l \times (\text{P2VM}^l)^{\text{H}} . \quad (31)$$

The vector  $\sigma_{C_n}^{l^2}$  of the variance of the complex coherences is computed as the diagonal terms of this covariance matrix:

$$\sigma_{C_n}^{l(k)^2} = \Sigma_{C_n}^{l(k,k)} . \quad (32)$$

The variance vector  $\sigma_{X_n}^2(l, l+1)$  of the cross-spectrum product between each adjacent spectral channels  $l$  and  $l+1$  is derive as described in Appendix B.

Finally the GD OPD variance vector is computed from the average of the  $N_\lambda - 1$  variances  $\sigma_{\phi_n}^{l,l+1^2}$  of the phase of the cross-product between each adjacent spectral channels (see Appendix A for the derivation of the noise on the phase of the cross product):

$$\sigma_{GDn} = \frac{1}{N_\lambda - 1} \sqrt{\sum_{l=1}^{N_\lambda-1} \left( \frac{\Lambda_{(l,l+1)}}{2\pi} \right)^2 \sigma_{\phi_n}^{l,l+1^2}} . \quad (33)$$

#### 4.2.3. OPD noise

The OPD noise on the baseline  $k$  is determined in the same way as the corresponding OPD value:

$$\sigma_n^{(k)} = \begin{cases} \sigma_{PDn}^{(k)} & \text{if } |\hat{\delta}_n^{\text{GD}}| < \lambda_0/2 \\ \sigma_{GDn}^{(k)} & \text{otherwise} \end{cases} . \quad (34)$$

## 4.3. OPD controllers

In this section we describe the different controllers compared in our simulations: an integrator controller and a controller based on the Kalman algorithm.

#### 4.3.1. Integrator controller

The integrator controller is implemented in two different schemes to investigate the better way to compute 4 piston commands from 6 estimated OPDs. In the first scheme (hereafter called *OPD control scheme*), commands are computed in baseline space to correct for the residual OPDs, then the corresponding piston commands are computed. In the second scheme (the *piston control scheme*), residual pistons are estimated from the estimated OPDs, then actuators commands are computed to correct for the piston residuals.

To take into account the  $N_l$  latency from the GD estimator, two different integrator gains are used,  $K_{PD}$  and  $K_{GD}$ . The optimum gain on the baseline ( $k$ ) is set such that:

$$K_n^{(k)} = \begin{cases} K_{PD} & \text{if } |\hat{\delta}_n^{GD(k)}| < \lambda_0/2 \\ K_{GD} & \text{otherwise} \end{cases}. \quad (35)$$

$\mathbf{K}_n$  is the vector of gains on each baseline.  $K_{PD}$  and  $K_{GD}$  were optimized with closed-loop simulations on a grid of values for both gains.

Moreover, to take advantage of the redundancy in the 4 telescopes – 6 baselines architecture, weighted recombinations of the OPD residues are computed by redistributing of the OPD noise between the 6 baselines, as described by Menu et al. (2012). Let  $\mathbf{M}$  be the transfer matrix computing the 6 OPD vector corresponding to a 4 piston vector:

$$\hat{\delta}_n = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{p}}_n, \quad (36)$$

The weighted recombination of the OPDs is achieved by computing the weighted generalized inverse  $\mathbf{M}_n^{W \dagger}$  of the matrix  $\mathbf{M}$ :

$$\mathbf{M}_n^{W \dagger} = (\mathbf{M}^T \times \mathbf{W}_n \times \mathbf{M})^\dagger \times \mathbf{M}^T \times \mathbf{W}_n, \quad (37)$$

with the weight matrix  $\mathbf{W}_n$  defined as the inverse of the diagonal matrix of the OPD noise variance  $\sigma_n^2$ :

$$\mathbf{W}_n = \text{diag}(1/\sigma_n^2). \quad (38)$$

This weighted combination is used in both the OPD and piston scheme of the integrator controller.

*OPD control scheme:* In this configuration, the weighted recombination of the OPDs  $\hat{\delta}_n^W$  is first computed

$$\hat{\delta}_n^W = \mathbf{1}_n^W \times \hat{\delta}_n, \quad (39)$$

with the weighted identity matrix

$$\mathbf{1}_n^W = \mathbf{M} \times \mathbf{M}_n^{W \dagger}. \quad (40)$$

OPD commands  $\mathbf{u}_n^{\text{opd}}$  are then computed to compensate for these residual OPDs:

$$\mathbf{u}_n^{\text{opd}} = \mathbf{K}_n \times \hat{\delta}_n. \quad (41)$$

They are lastly inverted to compute the piston commands  $\mathbf{U}_n$ :

$$\mathbf{U}_n = \mathbf{U}_{n-1} + \mathbf{M}_n^{W \dagger} \times \mathbf{u}_n^{\text{opd}}. \quad (42)$$

*Piston control scheme:* In the aperture space control configuration, the residual piston vector  $\hat{\mathbf{p}}_n$  is first deduced with the weighted inversion of the OPD vector  $\hat{\delta}_n$ :

$$\hat{\mathbf{p}}_n = \mathbf{M}_n^{W \dagger} \times \hat{\delta}_n. \quad (43)$$

The correction  $\mathbf{U}_n$  of the integrator controller is then computed and sent to the piston actuators:

$$\mathbf{U}_n = \mathbf{U}_{n-1} + (\mathbf{N} \times \mathbf{K}_n) \times \hat{\mathbf{p}}_n. \quad (44)$$

The matrix  $\mathbf{N}$  converts the baseline gain vector  $\mathbf{K}_n$  into an aperture gain vector by averaging the gain on the three baselines related to each aperture:

$$\mathbf{N} = \frac{1}{3} |\mathbf{M}^T|. \quad (45)$$

#### 4.3.2. Kalman controller

The Kalman controller is a recursive algorithm which can predict the new state of the disturbances from a set of previous measurements and from the model of the evolution of the system.

We simulated an OPD scheme Kalman-filter as described by Menu et al. (2012). We only detail in this section the differences between our algorithm and the one described in this paper, and give a brief summary of the principle of the controller:

1. A pseudo-open loop (POL) sequence is acquired using a classical piston scheme integrator controller to track the fringe. The OPD disturbances are estimated from the estimated OPD residuals and actuator commands.
2. An auto-regressive model of order 2 (AR2 model) of the disturbances is computed for each baseline from the POL sequences.
3. The Kalman gain matrix is computed providing optimal gains for the components of the AR2 model (atmospheric disturbance and each individual vibration), based on the measurement and disturbance covariance matrices.

Based on this preliminary analysis, at each loop iteration the following steps are achieved by the Kalman controller:

1. The errors between the OPD residual measurements and the OPD residual expected from the model are computed.
2. The current state of disturbances is updated with these errors weighted by the Kalman gain.
3. The next state of the disturbances is estimated with the AR2 model.
4. OPD commands are computed from this estimation.
5. Actuators commands are computed from OPD commands with the weighted pseudo-inverse matrix  $\mathbf{M}_n^{W \dagger}$ .

All OPD measurements are recombined by redistributing the weights as in Eq. 39, with the corresponding weighted covariance matrix:

$$\Sigma_n^W = \mathbf{1}_n^W \times \Sigma_n \times \mathbf{1}_n^{W T}, \quad (46)$$

with the raw covariance matrix

$$\Sigma_n = \text{diag}(\sigma_n^2). \quad (47)$$

The difference with the Kalman controller described in Menu et al. (2012) is that different Kalman gains are computed from the phase and group delay POL measurements and their different noise levels. The Kalman gain used for each baseline at step 2 of the control process depends on the OPD selected by Eq. 24.

É. Choquet et al.: Comparison of 4-telescope fringe tracking algorithms for single-mode near-infrared interferometers

## 5. Results of the simulations

The performances of the integral and of the Kalman controllers were simulated for different star magnitudes, observing conditions (different vibration levels, tip-tilt levels, atmospheric piston levels), and loop frequencies (ranging from 100 Hz to 1 kHz). The various parameters are summarized in Table 2. Both versions (piston and OPD scheme) of the integral controller were simulated, and the disturbance model used for the Kalman controller was identified with POL sequences of 4 different lengths.

To improve the statistics on the results, each simulation is performed 10 times with different disturbance sequences. In the following, we present results at the loop frequency minimizing the median of the OPD residuals. The results of the optimization of the loop frequency are given in Appendix C, and thus give the best compromise between the controller bandwidth and accuracy of the OPD estimation.

### 5.1. Performances at different vibration levels

We analyzed the performances of the controllers by simulating 3 different vibration levels: no longitudinal vibration, a low vibration level as expected at VLTI for 2014 (150 nm rms OPD on each baseline), and the vibration level currently estimated at VLTI on the UTs (cf. Tables 3 and 4). The residual OPDs at optimal loop frequency are presented in Fig. 6 as a function of magnitude, for the 3 vibration levels, with flux variations due to 15 mas rms residual tip-tilt. The corresponding optimal frequencies are presented in Fig. C.1.

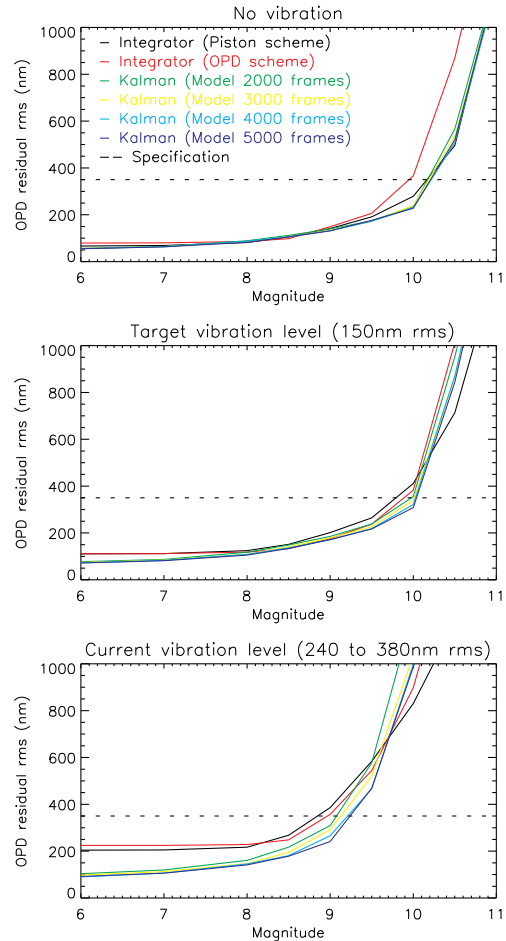
For reference stars of magnitude up to  $\sim 9.5$ , the piston and OPD schemes of the integrator are equally efficient, for the three vibration levels. The piston scheme integrator is more robust to fainter magnitudes and presents a gain of a few hundred of nanometers rms over the OPD scheme.

Without vibrations (Fig. 6, top), the Kalman controller and the piston scheme integrator have very similar performances, whatever the magnitude.

At high SNR, the Kalman is mainly insensitive to the vibration level, unlike the integrator controllers. This can be seen when comparing the middle and top graphs of Fig. 6: for a star of magnitude 6 with strong vibrations, the OPD residuals increase of a few tens of nanometer with the Kalman controllers, and of more than 100 nm rms with the integrator controllers.

At low SNR, the performances of the integrator and Kalman controllers sensibly decrease. The Kalman controller is less robust than the integrator controller at faint magnitudes. The disturbance model is estimated from POL sequences using close loop measurements with a classical integrator: at high SNR, the fringes are properly tracked during the POL sequence (down to 100 – 200 nm rms), and the disturbance model is estimated with a good precision. The vibrations are thus efficiently damped by the Kalman controller and not by the integrator controller because they have frequencies beyond the integrator bandwidth. At low SNR, the model is identified from a poorly tracked POL sequence (OPD residuals greater than 500 nm rms with the integrator controller), and the errors on the model lead to a better control with the integrator controller than with the Kalman controller.

The performances of the Kalman controller are slightly improved if the length of the POL sequence used to identify the disturbance model is increased. The longer the POL sequence, the better the SNR in the identification of the disturbances. This is especially useful to properly model the atmospheric disturbance since more lower frequencies are acquired.



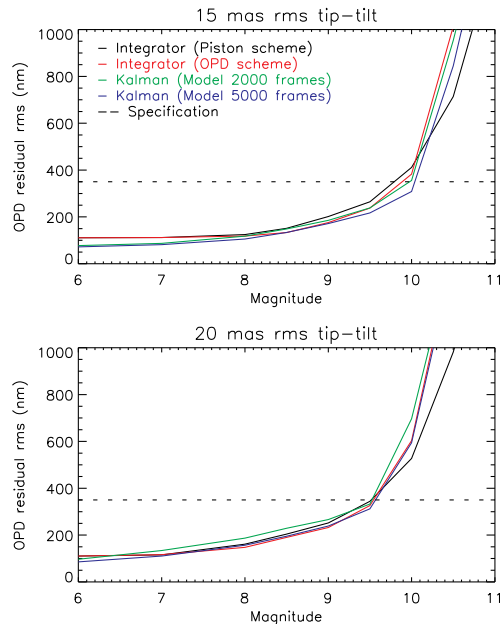
**Fig. 6.** OPD residuals as a function of magnitude. Top: no vibration; middle: Expected vibration level at VLTI; bottom: Current vibration level at VLTI. The atmospheric OPD level is 10  $\mu\text{m}$  rms and, the residual tip-tilt of the beams is 15 mas rms.

### 5.2. Performances at different flux variation levels

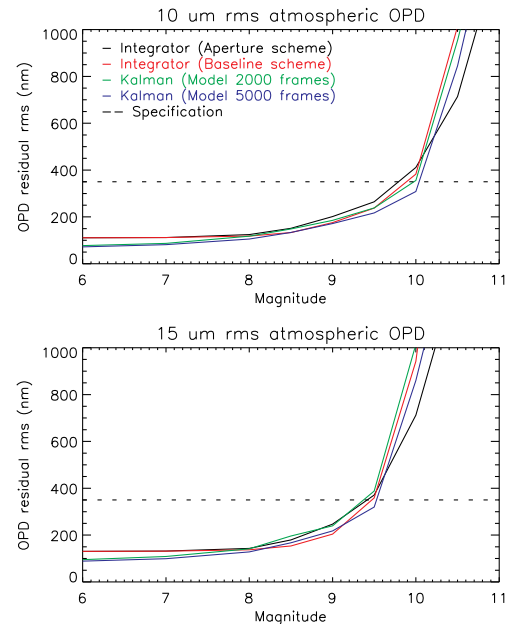
The robustness of the controllers to flux dropouts was analyzed by simulating a residual tip-tilt jitter of the beams with two different levels: 15 mas rms as expected for GRAVITY after guiding correction, and 20 mas rms. The residual OPDs at optimal loop frequency are presented in Fig. 7 as a function of magnitude, for both tip-tilt levels, with OPD vibrations of 150 nm rms and atmospheric disturbance of 10  $\mu\text{m}$  rms. The corresponding optimal frequencies are presented in Fig. C.2.

At high SNR (up to magnitude 8), the Kalman and the integrator controllers are equally insensitive to flux variations, and the OPD residuals are hardly larger with 20 mas than with 15 mas rms residual tip-tilt. The impact of flux dropouts is quite low at high SNR, and the consequent control errors are minimal.

É. Choquet et al.: Comparison of 4-telescope fringe tracking algorithms for single-mode near-infrared interferometers



**Fig. 7.** OPD residuals as a function of magnitude, with flux variations due to 15 mas rms (top) and 20 mas rms (bottom) residual tip-tilt. The OPD disturbances are 10  $\mu\text{m}$  rms atmospheric OPD and 150 nm rms vibration OPD.



**Fig. 8.** OPD residuals as a function of magnitude. The simulated atmospheric OPD are 10  $\mu\text{m}$  rms (top) and 15  $\mu\text{m}$  rms (bottom). The vibration level is 150 nm rms per baseline, and flux variations are due to 15 mas rms residual tip-tilt of the beams.

At low SNR, both controllers are almost equally robust to flux dropouts. Their performances as a function of magnitude are shifted of a quarter of magnitude between the two simulated tip-tilt levels. With a reference star of faint magnitude, flux variations induce frequent flux dropouts. The efficiency of the Kalman controller depends on the quality of the disturbance model, and consequently on the integrator controller accuracy. The predictive power of the Kalman filter is thus inhibited by the poor quality of the model at low SNR, and the Kalman controller is not more robust than the integrator controller.

### 5.3. Performances at different atmospheric OPD levels

We analyzed the performances of the controllers with 10  $\mu\text{m}$  and 15  $\mu\text{m}$  rms atmospheric piston, respectively 1'' and 1.7'' seeing, assuming a Von Kármán model with 100 m outer scale (Conan et al. 2000). The residual OPDs are presented in Fig. 8 for both atmospheric levels, with 150 nm rms vibrations and 15 mas rms residual tip-tilt of the beams. The corresponding optimal frequencies are presented in Fig. C.3.

The performances of each controller as a function of magnitude are noticeably similar for both disturbance levels, except that they are shifted by half a magnitude, giving an idea of the impact of seeing.

### 5.4. Kalman model identification on a bright star

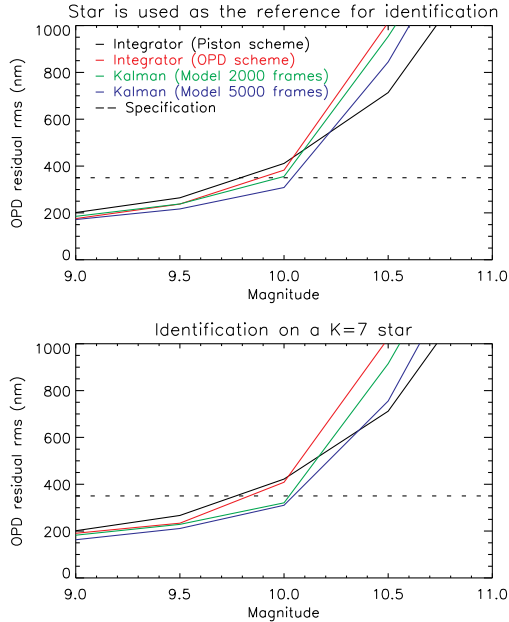
To analyze the impact of the disturbance modeling errors in the Kalman controller, further simulations were done by estimating the disturbance model on a bright reference star of magnitude

$K = 7$  before tracking on the faint star, assuming anisoplanatism errors can be neglected. Identifying the disturbance model on a bright star before tracking on a fainter star could indeed be particularly interesting to enable fringe tracking on more reference targets. The noise and Kalman gain are still computed with the faint star POL measurement. The simulations were performed with loop frequencies ranging from 100 to 500 Hz. The OPD residuals with high and low SNR models are presented for 150 nm rms OPD vibrations in Fig. 9, and in Fig. 10 for the current level of vibration at VLTI.

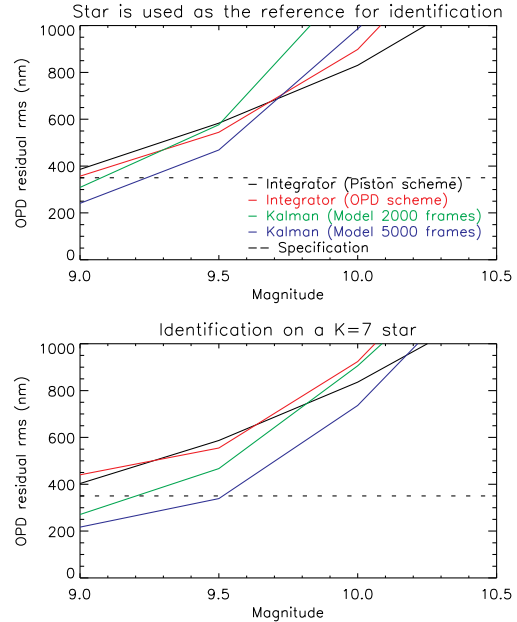
For a low vibration level (Fig. 9), the gain in performances with the second method is only a few tens of nanometers at low SNR. There is no clear improvement with the Kalman controller using better disturbance models. The performances are limited by noise level and flux dropouts.

For stronger vibrations (Fig. 10), the identification of the disturbances with high SNR POL sequences clearly improves the Kalman performances. At magnitude 10 the OPD residuals are lowered by 250 nm rms by identifying the disturbances model with a  $K = 7$  reference. At low SNR, the vibration level is too high for the integrator to properly track the fringes during the POL sequence (OPD residues of 820 nm rms at magnitude 10), and the disturbance model estimated from these measurements is not accurate enough to provide an efficient fringe tracking with the Kalman controller. On the other hand, with high SNR POL sequences, the estimated disturbance model provides commands whose quality depends on the magnitude of flux dropouts. However the vibration level is too important during flux dropouts to achieve OPD residuals below 350 nm rms at magnitude 10 with the Kalman controller.

É. Choquet et al.: Comparison of 4-telescope fringe tracking algorithms for single-mode near-infrared interferometers



**Fig. 9.** OPD residuals as a function of magnitude, for  $10 \mu\text{m}$  rms atmospheric OPD,  $150 \text{ nm}$  rms vibration OPD, and  $15 \text{ mas}$  rms residual tip-tilt of the beams. Top: disturbance model is computed from a POL sequence acquired on the star itself. Bottom: the model is computed observing a brighter object ( $K = 7$ ).



**Fig. 10.** Same as Fig. 9, except for the vibration level, which is set to the current vibration level at VLTI (from  $240$  to  $380 \text{ nm}$  rms OPD)

## 6. Comparison with the VTK algorithm

In this section, the Kalman controller is compared to the VTK algorithm (Di Lieto et al. 2008), optimized to cancel out vibrations, and already in use at VLTI. We have simulated the VTK algorithm as implemented at VLTI and used with FINITO, with identical parameters.

The goal of these simulations is to compare the performance of the Kalman controller with an alternative controller aimed at reducing vibrations, the VTK, which is routinely used on sky. The two algorithms are compared for a simple 2-telescope architecture, with no spectral dispersion (no group delay estimator). The group delay of the fringes is thus not estimated and only the phase of the fringes is tracked. The comparison of the two algorithms with GRAVITY-like architecture (4 telescopes, 5 spectral channels) is beyond the scope of this paper.

### 6.1. Description of the simulations

To compare the VTK and the Kalman algorithms, a broad-band image of 4 pixels is computed ( $N_\lambda = 1$ ), using the beam combiner phase shifts of baseline 1-2 (see Table 5). The phase delay OPD and the SNR are estimated with the algorithms described by Sahlmann et al. (2009) and used for the PRIMA Fringe Sensor Unit (FSU). The atmospheric disturbance is simulated as described in Sect. 2.1.1 and scaled to an OPD disturbance level of  $12 \mu\text{m}$  rms. The simulated loop frequency is  $2 \text{ kHz}$ .

The VTK algorithm is simulated as described by Di Lieto et al. (2008): a classical proportional-integral (PI) controller is

used to correct for the broad-band (atmospheric) disturbance. The low frequency components of the OPD residuals are filtered out to feed the adaptive algorithm with only high frequencies. The VTK algorithm is applied to a set of predefined vibrations and the optimized corrections are added to the commands of the PI controller.

The VTK algorithm is built on a recursive least square algorithm to minimize the vibration residual at a given frequency. Part of the algorithm is dedicated to track the vibration parameters in case of amplitude or frequency drifts. Commands are slowly smoothed down to zero when flux dropouts are detected by the PI controller. Further details on the algorithm can be found in Di Lieto et al. (2008). We simulated the same parameters as those currently used at VLTI, except for the Plant pure delay, which was adapted to the two-frame delay simulation of the processing and communication delay.

The model identification process and Kalman controller are adapted from Sect. 4.3.2 to a single-baseline control. We used 5000 frame POL sequences to compute the disturbance model.

Finally, each simulation is performed with 10 different random disturbance sequences in order to improve the statistics on the results. The standard deviations presented in Table 6 to 8 are the median values over the 10 simulations.

### 6.2. Comparison of the algorithms

The performances of the algorithms to track fringes on one baseline are analyzed for several vibration levels and several noise levels.

**Table 6.** OPD residual using three different controllers, for the vibrations labeled in Sect. 6.2.1.

Vibration label	OPD residuals (nm rms)		
	PI	VTK	Kalman
1	255	176	54
2	265	190	59
3	269	204	55
4	288	209	58

**Table 7.** Vibration residual with the three different controllers, for the vibrations labeled in Sect. 6.2.1.

Vibration label	Vibration residuals (nm rms)		
	PI	VTK	Kalman
1	191	40	10
2	192	52	29
3	190	66	27
4	220	87	10

### 6.2.1. Efficiency for different kinds of vibrations

To analyze the robustness of the controllers against the nature of the vibration (damped or pure harmonic), and to varying vibrations, we simulated 4 kinds of vibrations at high SNR ( $K=6$ ) without flux variations:

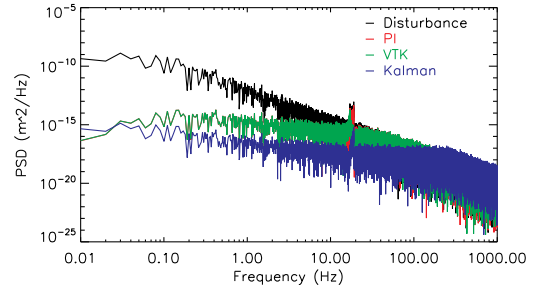
1. a pure sinusoidal vibration, with a frequency of 18 Hz, and an amplitude of 400 nm;
2. a sinusoidal vibration with a frequency drifting from 16 Hz to 20 Hz, and an amplitude of 400 nm with a modulation of 80 nm;
3. a sinusoidal vibration at 18Hz with a modulation of 1 Hz, and an amplitude of 400 nm with a modulation of 80 nm;
4. a damped vibration of natural frequency 24 Hz and damping coefficient  $k = 0.001$  (using the model Eq. 4), scaled to a standard deviation of 280 nm rms. This corresponds to an excitation of 54 dB compared with a fully damped vibration.

The standard deviations of the OPD residuals for each vibration are presented in Table 6, using a classical PI controller, the PI controller with the VTK algorithm, and the Kalman algorithm. For each controller, we estimated the vibration residuals by integrating the PSD around the residual peak, after subtraction of the estimation of the atmospheric residues. The vibration residuals are presented in Table 7. The power spectrum density (PSD) of the OPD residuals are shown in Fig. 11 for each controller for the case of the vibration with modulated frequency and amplitude (vibration labeled 3).

The VTK and the Kalman algorithms both provide a better correction of the disturbance than the PI controller. They are mostly insensitive to the nature of the vibration. The Kalman algorithm is globally slightly more efficient to cancel out vibrations, particularly against slightly damped vibrations (see Table 7). In addition, the Kalman controller is more efficient than the VTK-based controller to correct atmospheric piston (cf. Fig. 11).

### 6.2.2. Efficiency versus total level of vibration

We analyzed the efficiency of the controllers to correct for different vibration levels, at high SNR ( $K = 6$ ), without flux variation. We simulated 5 pure sinusoidal vibrations and scaled the total vibration level to three different standard deviations: 250 nm

**Fig. 11.** Power spectrum density of the disturbance and of the OPD residuals using the three controllers, for a star of magnitude 6, without flux variation. The simulated disturbance are the atmospheric OPD and a sinusoidal vibration with modulated frequency and amplitude (vibration labeled 3 in Sect. 6.2.1).**Table 8.** Simulated vibration spectrum, with natural frequency and relative amplitude of the peaks. The global spectrum is normalized to a total vibration level as specified in the text.

	Vib 1	Vib 2	Vib 3	Vib 4	Vib 5
Frequency (Hz)	18	24.2	25.7	47	79
Amplitude (nm)	400	200	100	300	250

**Table 9.** OPD residuals using three different controllers, for a  $K = 6$  star, without flux variations, for three different vibration levels, with the vibration spectrum described in Table 8.

Vibration level (nm rms)	OPD residuals (nm rms)		
	PI	VTK	Kalman
250	292	201	63
350	364	203	62
450	439	205	68

rms, 350 nm rms, and 450 nm rms. The vibration spectrum is detailed in Table 8.

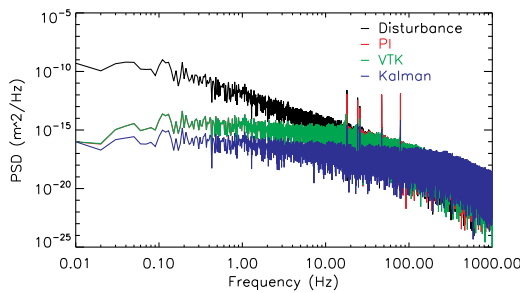
The standard deviations of the OPD residuals for the three simulated vibration levels are presented in Table 9. The vibration residuals are presented in Table 10 for the total vibration level of 350 nm rms, and the PSD of the OPD residuals are shown in Fig. 12 for this same vibration level.

The PI controller is clearly limited by the vibrations: the total OPD residues level is dominated by the vibration level. Note that these OPD residuals obtained with the PI controller for a vibration level between 350 and 450 nm rms are fully consistent with the OPD residuals measured at VLTI with the K-band, 2-telescope, PI-controller fringe tracker of PRIMA with the UTs at high SNR (Sahlmann et al. 2009). This confirms the realism of our simulations and our modeling of the disturbance level. The VTK and the Kalman controllers are both poorly sensitive to the change of vibration level. The Kalman algorithm is still more efficient to correct for the atmospheric disturbance than the PI controller, and consequently than the VTK controller. The correction of vibrations is also more efficient with the Kalman controller than with the VTK (see Table 10).

É. Choquet et al.: Comparison of 4-telescope fringe tracking algorithms for single-mode near-infrared interferometers

**Table 10.** Vibration residuals with the three different controllers, for the total vibrations level of 350 nm rms. The label of the vibrations are related to the spectrum in Table 8.

Vibration label	Vibration residuals (nm rms)		
	PI	VTK	Kalman
Vib 1	157	35	7
Vib 2	94	9	9
Vib 3	49	20	11
Vib 4	184	24	7
Vib 5	166	16	12



**Fig. 12.** Power spectrum density of the disturbance and of the OPD residuals using the three controllers, for star of magnitude 6, with no flux variation. The simulated disturbance are the atmospheric OPD and the 5 sinusoidal vibrations described in Table 8, scaled to a total standard deviation of 350 nm rms.

### 6.2.3. Performances for different noise levels

To analyze the efficiency of the controllers as a function of SNR, we simulated the same 5 sinusoidal vibrations (cf. Table 8) with the total vibration level set to 350 nm rms for magnitudes ranging from 6 to 10, without flux variations.

The standard deviations of the OPD residuals are presented in Table 11 for each magnitude. The vibration residuals for magnitudes 7 and 9 are presented in Table 12. Here again, the results get with the PI controller are consistent with the performances measured at VLTI by the PRIMA FSU by Sahlmann et al. (2009), which can track fringes down to  $\sim 340$  nm rms on stars as faint as  $K = 8.6$ . In addition, from this comparison, we can deduce that the fringe tracker of GRAVITY should have about the same sensitivity as the PRIMA FSU.

The Kalman controller is still globally more efficient than the VTK algorithm whatever the reference star magnitude (Table 11). The performance of the Kalman controller depends on the quality of the disturbance model, and consequently on the performance of the integrator controller, and also depends on noise level, as the Kalman gain is set to a value optimized to the level of confidence in the OPD measurements. The higher the noise level, the less accurate the disturbance model, and the lower the Kalman gain. The performance of the Kalman filter thus depends on the star magnitude.

In addition, the Kalman controller clearly improves the sensitivity of the fringe tracker compared to the integrator or VTK controllers: for a star of magnitude 10, undetected fringe jumps occur and the integrator and VTK controllers can not track the central fringe on long time scales without group delay estimation. On the contrary, the Kalman controller is not affected by short fringe jumps, and its predictive capability enables phase

**Table 11.** OPD residuals using three different controllers, for different star magnitudes. The simulated vibrations are described in Table 8, and scaled to a total of 350 nm rms.

Magnitude	OPD residuals (nm rms)		
	PI	VTK	Kalman
6	364	203	62
7	364	204	72
8	366	205	85
9	365	203	139
10	- <sup>1</sup>	- <sup>1</sup>	182

**Notes.** <sup>(1)</sup> Undetected fringe jumps occurs at low SNR, because the OPD is estimated from phase delay measurements in this basic comparison, with no disentanglement with a group delay estimation (see Sec. 6.1). The residuals are not relevant when fringe jumps occurs.

**Table 12.** Vibration residuals with the three different controllers, at magnitudes 7 and 9, without flux variation. The label of the vibrations are related to the parameters in Table 8, and the total vibration level is scaled to 350 nm rms.

Magnitude	Vibration label	Vibration residuals (nm rms)		
		PI	VTK	Kalman
7	Vib 1	157	35	7
	Vib 2	94	9	8
	Vib 3	49	21	11
	Vib 4	184	24	7
	Vib 5	166	17	11
9	Vib 1	158	33	29
	Vib 2	95	9	22
	Vib 3	50	20	18
	Vib 4	184	24	19
	Vib 5	166	17	28

tracking on long time scales without group delay correction. However, this performance is only possible if no fringe jump occur during the short POL sequence acquired with the integrator controller in these simulations with no group delay estimation. Otherwise the disturbance model is biased by undetected fringe jumps.

### 6.2.4. Robustness against flux dropouts

To analyze the robustness of the algorithms to flux dropouts in this basic architecture, we simulated five sinusoidal vibrations (see Table 8) scaled to a total vibration level of 200 nm rms, for a  $K = 7$  star, and we simulated flux variations due to residual tip-tilt of the beams with three different levels: 0, 15 and 18 mas rms. The atmospheric OPD disturbance is lowered to  $8 \mu\text{m}$  rms to avoid fringe jumps during flux dropouts, as no group delay is computed for the VTK algorithm.

The standard deviations of the OPD residuals are presented in Table 13 for each tip-tilt level. The vibration residuals for the 15 mas and 18 mas rms tip-tilt levels are presented in Table 14.

The Kalman controller is more robust than the VTK algorithm despite the smoothing of the corrections when flux dropouts happen. The better performance of the Kalman versus the VTK algorithm is mainly due to the predictive capability of the Kalman controller.

## 7. Discussion

We performed simulations of a 4-telescope fringe tracker under realistic disturbances based on observing conditions at VLTI



**Table 13.** OPD residuals using three different controllers, for the three simulated tip-tilt levels, 8  $\mu\text{m}$  rms atmospheric OPD and 200 nm rms vibration OPD, on a  $K = 7$  reference star.

Tip-tilt (mas rms)	OPD residuals (nm rms)		
	PI	VTK	Kalman
0	213	123	53
15	218	140	71
18	228	184	69

**Table 14.** Vibration residuals with the three different controllers, with tip-tilt variations of 15 and 18 mas rms. The label of the vibrations are related to the parameters in Table 8

Tip-tilt (mas rms)	Vibration label	Vibration residuals (nm rms)		
		PI	VTK	Kalman
15	Vib 1	89	34	10
	Vib 2	54	23	10
	Vib 3	29	12	7
	Vib 4	105	20	8
	Vib 5	95	15	10
18	Vib 1	91	62	13
	Vib 2	55	45	11
	Vib 3	29	13	7
	Vib 4	105	41	8
	Vib 5	95	35	9

(flux variations, vibrations, and seeing conditions) and compared the performances obtained with an optimized integrator controller and with a controller based on a Kalman filter. We also compared the performances of the Kalman filter with the VTK algorithm currently used at VLTI to correct for high frequency vibrations. We discuss in this section some characteristics deduced from these simulations and analyze these performances in the framework of GRAVITY.

### 7.1. High and mid SNR regime

At high SNR the gain of performances with the Kalman algorithm over an integrator controller is very clear. Whereas the integrator controller is clearly limited by the vibrations, the Kalman is almost insensitive to the vibration level, and more generally to the disturbance level in this range of magnitude. The disturbance model is accurately estimated and the actuator commands are computed with accurate recognition of the vibrations. This is also the case of the VTK controller which is insensitive to the vibration level (Table 9). In addition, the Kalman controller is much more efficient than the VTK to correct for the atmospheric disturbance whatever the noise or disturbance level, and is globally slightly better to correct vibrations.

In addition, the high degree of redundancy in the 4-telescope 6-baseline architecture, with 3 independent closure phases, significantly improves the efficiency of Kalman and integrator controllers compared to a 2-telescope architecture. Their efficiency to track fringes is globally constant for stars of magnitude up to 8.5.

### 7.2. Low SNR regime

At low SNR, the performances of the Kalman controller significantly decrease with star magnitude. This can be attributed to two reasons:

- In the low SNR regime, recurrent flux dropouts at the fiber injection level limit or suppress the benefits of the redun-

**Table 15.** OPD residuals at magnitude 10, with 150 nm rms OPD vibrations, 10  $\mu\text{m}$  rms atmospheric OPD, 15 mas rms residual tip-tilt per beam.

Controller	OPD residuals (nm rms)
Piston scheme integrator	411
OPD scheme integrator	383
Kalman (POL 2 000 frames)	356
Kalman (POL 3 000 frames)	339
Kalman (POL 4 000 frames)	321
Kalman (POL 5 000 frames)	308

**Table 16.** OPD residuals at magnitude 10, without longitudinal vibrations, 10  $\mu\text{m}$  rms atmospheric OPD, 15 mas rms residual tip-tilt per beam.

Controller	OPD residuals (nm rms)
Piston scheme integrator	279
OPD scheme integrator	366
Kalman (POL 2 000 frames)	235
Kalman (POL 3 000 frames)	239
Kalman (POL 4 000 frames)	230
Kalman (POL 5 000 frames)	228

dancy provided by the closure phases. The robustness of the controller is then significantly degraded.

- Because of poor efficiency fringe tracking during the POL sequence with the integrator controller, the model of disturbance is not accurately estimated and the corrections are not properly adapted to correct for the disturbances. In this situation, the control can be improved by identifying the disturbance model from high SNR POL sequences (cf. Fig. 10).

For observing conditions leading to OPD residues of more than  $\sim \lambda/4$  with the integrator controller (faint magnitude, high disturbance or flux dropout level), the noise on the POL sequence is too important to provide an accurate identification of the disturbance model and the Kalman controller is less robust than a classical integrator controller.

This degradation of the Kalman performances with SNR is also noticed in the VTK/Kalman simulations (Sect. 6.2.3), but Kalman is still performing better than the VTK for the simulated conditions, as the fringes were properly tracked by the PI controller during the POL sequences.

### 7.3. Specifications for GRAVITY

The fringe tracker reference target for the main science case of GRAVITY is IRS16C with a magnitude  $K = 9.7$ . Based on this object, the specifications for the fringe tracker of GRAVITY are to achieve fringe tracking down to 350 nm rms on a  $K = 10$  reference source with the UTs, assuming vibrations below 150 nm rms OPD, 15 mas rms residual tip-tilt per beam, and median seeing conditions. Moreover, fringe tracking down to 300 nm rms OPD must be achieved without vibrations in the same observing conditions, assuming that OPD vibrations will add incoherently to the residues.

From our simulations, the Kalman controller enables the fringe tracker of GRAVITY to reach the specification, unlike the integrator controller. The OPD residuals for each controller for fringe tracking at magnitude 10 under the specified conditions are detailed in table 15. The use of a long POL sequence of 5 000 frames to identify the disturbance model provides a 40 nm rms



É. Choquet et al.: Comparison of 4-telescope fringe tracking algorithms for single-mode near-infrared interferometers

margin to the specified OPD residual level, at the cost of memory and time calculation to identify the model.

Without vibrations, the Kalman algorithm also provides a better control than the integrator controller, although both algorithms reach the specification of GRAVITY. The corresponding OPD residuals are detailed in table 16. The Kalman controller provides  $\sim 70$  nm rms margin to the specified OPD residual level.

However, these performances at magnitude 10 are close to the limits of the Kalman controller. They quickly degrade with stronger disturbances: for 350 nm rms OPD residuals, the fringe tracker sensitivity is lowered by half a magnitude for 20 mas rms tip-tilt of the beams or for 15  $\mu\text{m}$  rms atmospheric OPD. The damping of the vibration level at VLTI is also crucial, for with the current vibration level on the UTs, fringe tracking at magnitude 10 can not be expected to provide OPD residuals lower than 800 nm rms, and the 350 nm rms residual level can only be reached with a  $K = 9.2$  star.

#### 7.4. Limits on the simulations

To simulate realistic atmospheric piston sequences, we used a Von Kármán model with an atmospheric outer scale  $L_0 = 100$  m, normalized to a total level of 10  $\mu\text{m}$  rms OPD. This leads to OPD variations of 220 nm rms on time-scales of 48 ms. Yet, a value of 310 nm rms is specified by ESO in the ICD to characterize atmospheric turbulence under median conditions for such time-scales, which corresponds to a total disturbance level of 15  $\mu\text{m}$  rms OPD with our model. According to this document, the simulated performances should thus be shifted by half a magnitude toward brighter stars (see Sec. 5.3). However, we used a von Kármán model based on real measurements from OPD measurements at VLTI instead of the Kolmogorov model used in the ICD. Unlike the von Kármán model, the Kolmogorov model diverges at zero frequency and leads to a total piston variation depending on the time-scale. Considering the difference between these two models, a total of 10  $\mu\text{m}$  rms OPD with the simulated von Kármán model may still corresponds to median conditions at VLTI.

Moreover, we simulated an instantaneous response for the piston actuators, whereas a 3 dB bandwidth of 220 Hz is expected for the tip-tilt-piston actuators of GRAVITY. However, the limited bandwidth should not change the general conclusions of these simulations. We can anticipate a small loss in performances in fringe tracking on reference sources brighter than  $K = 8.5$  whose optimal frequency is greater than 500 Hz.

Finally, we considered time-invariant vibrations in the simulations of the GRAVITY fringe tracker, whereas instrumental vibrations at VLTI may have varying frequency or amplitude. To correct efficiently such vibrations with the Kalman filter, the disturbance model have to be regularly updated on time-scales of 5-10 s. In addition, refreshing the disturbance model from OPDs stabilized with a Kalman filter could also improve the controller efficiency, compared to pseudo-open loop sequences stabilized with a classical controller.

*Acknowledgements.* We thank Nicola di Lieto and Lorenzo Pettazzi for their help in the implementation of the VTK algorithm, and their useful advices. EC is grateful to DGA and CNRS/INSU for PhD fellowship grant.

#### References

- Benisty, M., Berger, J.-P., Jocou, L., et al. 2009, A&A, 498, 601  
 Berger, D. H., Monnier, J. D., Millan-Gabet, R., et al. 2008, Proc. SPIE, 7013, 701319  
 Berger, J.-P., Zins, G., Lazareff, B., et al. 2010, Proc. SPIE, 7734, 773435  
 Blind, N., Absil, O., Le Bouquin, J.-B., Berger, J.-P., & Chelli, A. 2011, A&A, 530, A121+

- Buscher, D. F., Armstrong, J. T., Hummel, C. A., et al. 1995, Appl. Opt., 34, 1081  
 Campins, H., Rieke, G. H., & Lebofsky, M. J. 1985, AJ, 90, 896  
 Colavita, M. M., Booth, A. J., Garcia-Gathright, J. I., et al. 2010, PASP, 122, 795  
 Conan, R., Ziad, A., Borgnino, J., Martin, F., & Tokovinin, A. A. 2000, Proc. SPIE, 4006, 963  
 Dali Ali, W., Ziad, A., Berdjia, A., et al. 2010, A&A, 524, A73  
 Delplancke, F., Derie, F., Lévêque, S., et al. 2006, Proc. SPIE, 6268, 62680U  
 Di Lieto, N., Haguenaer, P., Sahlmann, J., & Vasisht, G. 2008, Proc. SPIE, 7013, 70130H  
 Eisenhauer, F., Perrin, G., Brandner, W., et al. 2011, The Messenger, 143, 16  
 Finger, G., Baker, I., Dorn, R., et al. 2010, Proc. SPIE, 7742, 77421K  
 Gai, M., Bonino, D., Corcione, L., et al. 2003, Mem. Soc. Astron. Ital., 74, 130  
 Gillessen, S., Eisenhauer, F., Perrin, G., et al. 2010, Proc. SPIE, 7734, 77340Y  
 Gitton, P. B., Leveque, S. A., Avila, G., & Phan Duc, T. 2004, Proc. SPIE, 5491, 944  
 Haguenaer, P., Alonso, J., Bourget, P., et al. 2010, Proc. SPIE, 7734, 773404  
 Kalman, R. E. 1960, Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering, 82, 35  
 Lacour, S., Jocou, L., Moulin, T., et al. 2008, Proc. SPIE, 7013, 701316  
 Le Bouquin, J.-B., Abuter, R., Bauvir, B., et al. 2008, Proc. SPIE, 7013, 701318  
 Le Bouquin, J.-B., Berger, J.-P., Lazareff, B., et al. 2011, A&A, 535, A67  
 Lozi, J., Cassaing, F., Le Duigou, J.-M., et al. 2011, Proc. SPIE, 8151, 81510B  
 Maire, J. 2007, PhD thesis, Université de Nice Sophia-Antipolis  
 Maire, J., Ziad, A., Borgnino, J., et al. 2006, A&A, 448, 1225  
 Martin, F., Conan, R., Tokovinin, A., et al. 2000, A&AS, 144, 39  
 Meimon, S., Petit, C., Fusco, T., & Kulcsar, C. 2010, J. Opt. Soc. Am. A, 27, A122  
 Menu, J., Perrin, G., Choquet, E., & Lacour, S. 2012, A&A, 541, A81  
 Pedretti, E., Traub, W. A., Monnier, J. D., et al. 2005, Appl. Opt., 44, 5173  
 Perrin, G., Fédou, P., Dembet, R., Choquet, E., & Menu, J. 2011, Beam Combiner Instrument, Fringe Tracking, FDR Document 3.0, LESIA  
 Petit, C. 2006, PhD thesis, Université Paris 13  
 Petit, C., Quiros-Pacheco, F., Conan, J.-M., et al. 2004, Proc. SPIE, 5490, 1414  
 Poupau, S., Haguenaer, P., Merand, A., et al. 2010, Proc. SPIE, 7734, 773437  
 Ragland, S., Akeson, R., Colavita, M., et al. 2010, Proc. SPIE, 7734, 773402  
 Reinhardt, G. W. & Collins, S. A. J. 1972, Journal of the Optical Society of America (1917-1983), 62, 1526  
 Sahlmann, J., Ménardi, S., Abuter, R., et al. 2009, A&A, 507, 1739  
 Shao, M. & Staelin, D. H. 1977, Journal of the Optical Society of America (1917-1983), 67, 81  
 Shao, M. & Staelin, D. H. 1980, Appl. Opt., 19, 1519  
 Wallner, O., Winzer, P. J., & Leeb, W. R. 2002, Appl. Opt., 41, 637  
 Williams, D. F., Wang, C. M., & Arz, U. 2006, in ARFTG Conf. Dig., Vol. 68

#### Appendix A: Derivation of the noise of the phase

Let  $V$  be a complex visibility of phase and modulus  $\phi$  and  $|V|$  respectively in the complex plane. Let  $\sigma_V = (\sigma_x, \sigma_y)$  be the noise on  $V$  in the complex plane, with  $\sigma_x$  and  $\sigma_y$  the real and imaginary parts respectively. Assuming that the noise are not correlated, the noise on the complex vector  $V$  is thus described by an ellipse of semi-minor axis  $\sigma_x$  and semi-major axis  $\sigma_y$  in the basis  $(V, \mathfrak{I}, \mathfrak{R})$  centered on  $V$  (see Fig. A.1). A point on the ellipse with coordinates  $(x, y)$  in this basis verifies the equation :

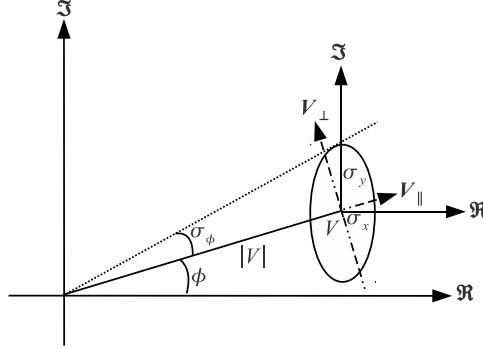
$$\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2 = 1 \quad (\text{A.1})$$

In the radial orthonormal basis  $(V, V_{\parallel}, V_{\perp})$  defined respectively by the axis parallel and orthogonal to  $V$ , the same point of coordinates  $(u, v)$  verifies the equation:

$$\left(\frac{u \cos \phi - v \sin \phi}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{u \sin \phi + v \cos \phi}{\sigma_y}\right)^2 = 1 \quad (\text{A.2})$$

The noise  $\sigma_{\phi}$  on the phase can be approximated by the differential phase between the  $V$  and the point of the ellipse whose partial derivative in  $u$  is null (which corresponds to the point of maximal coordinate on the axis  $B_{\perp}$ ). Two points verify

É. Choquet et al.: Comparison of 4-telescope fringe tracking algorithms for single-mode near-infrared interferometers



**Fig. A.1.** Representation of the complex visibility  $V$  and of the noise  $\sigma_v$  in the complex plane ( $V$ ,  $\Re$ ,  $\Im$ ) and in the radial basis ( $V$ ,  $V_{\parallel}$ ,  $V_{\perp}$ ).

these relations, with coordinates  $(u_1, v_1)$  and  $(u_2, v_2)$  in the basis ( $V$ ,  $V_{\parallel}$ ,  $V_{\perp}$ ):

$$u_{1,2} = \pm \frac{\cos \phi \sin \phi (\sigma_y^2 - \sigma_x^2)}{\sqrt{\sigma_y^2 \cos^2 \phi + \sigma_x^2 \sin^2 \phi}} \quad (\text{A.3})$$

$$v_{1,2} = \pm \sqrt{\sigma_y^2 \cos^2 \phi + \sigma_x^2 \sin^2 \phi} \quad (\text{A.4})$$

The noise  $\sigma_{\phi}$  on the phase is thus:

$$\sigma_{\phi} = \max \left( \left| \arctan \left( \frac{v_1}{|V| + u_1} \right) \right|, \left| \arctan \left( \frac{v_2}{|V| + u_2} \right) \right| \right) \quad (\text{A.5})$$

This expression neglect the covariance terms between the real and the imaginary part of the complex vector. We refer to Williams et al. (2006) for the analytical expression on the noise on the phase in case of correlation between both measurements.

## Appendix B: Derivation of the noise of the cross product operator

The cross-product operator for a single baseline can be expressed as a function  $z$  of two complex numbers  $x$  and  $y$ :

$$z = xy^* \quad (\text{B.1})$$

The expression of the real and imaginary parts of  $z$  are developed respectively as:

$$\Re(z) = \Re(x)\Re(y) + \Im(x)\Im(y) \quad (\text{B.2})$$

$$\Im(z) = \Re(y)\Im(x) - \Re(x)\Im(y) \quad (\text{B.3})$$

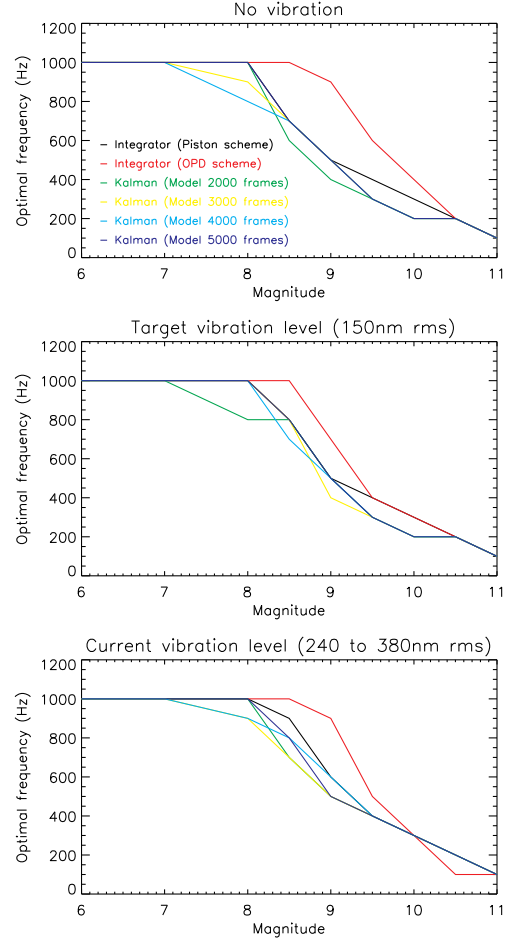
The variance of these expressions is expressed respectively as:

$$\sigma_{\Re(z)}^2 = \Re(y)^2 \sigma_{\Re(x)}^2 + \Re(x)^2 \sigma_{\Re(y)}^2 + \Im(y)^2 \sigma_{\Im(x)}^2 + \Im(y)^2 \sigma_{\Im(y)}^2 \quad (\text{B.4})$$

$$\sigma_{\Im(z)}^2 = \Im(y)^2 \sigma_{\Re(x)}^2 + \Im(x)^2 \sigma_{\Re(y)}^2 + \Re(y)^2 \sigma_{\Im(x)}^2 + \Re(x)^2 \sigma_{\Im(y)}^2 \quad (\text{B.5})$$

With  $\sigma_{\Re(x)}^2$  and  $\sigma_{\Im(x)}^2$  the variance of the real and imaginary part of  $x$  respectively.

## Appendix C: Optimal frequencies



**Fig. C.1.** Optimal frequencies as a function of the magnitude for conditions related to Fig. 6.

É. Choquet et al.: Comparison of 4-telescope fringe tracking algorithms for single-mode near-infrared interferometers

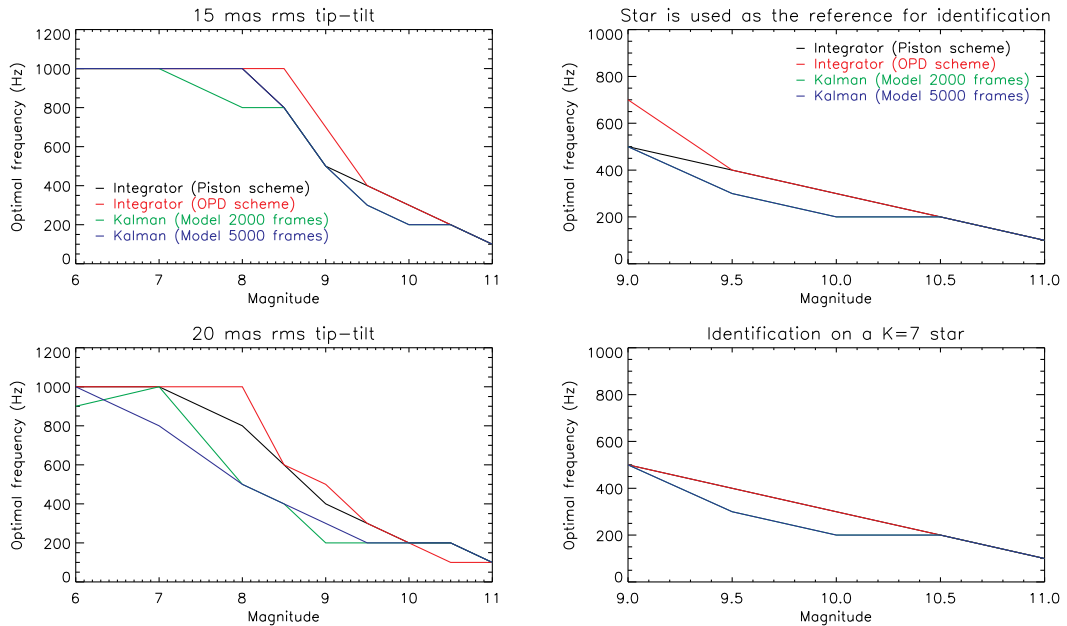


Fig. C.2. Optimal frequencies as a function of the magnitude for conditions related to Fig. 7.

Fig. C.4. Optimal frequencies as a function of the magnitude for conditions related to Fig. 9.

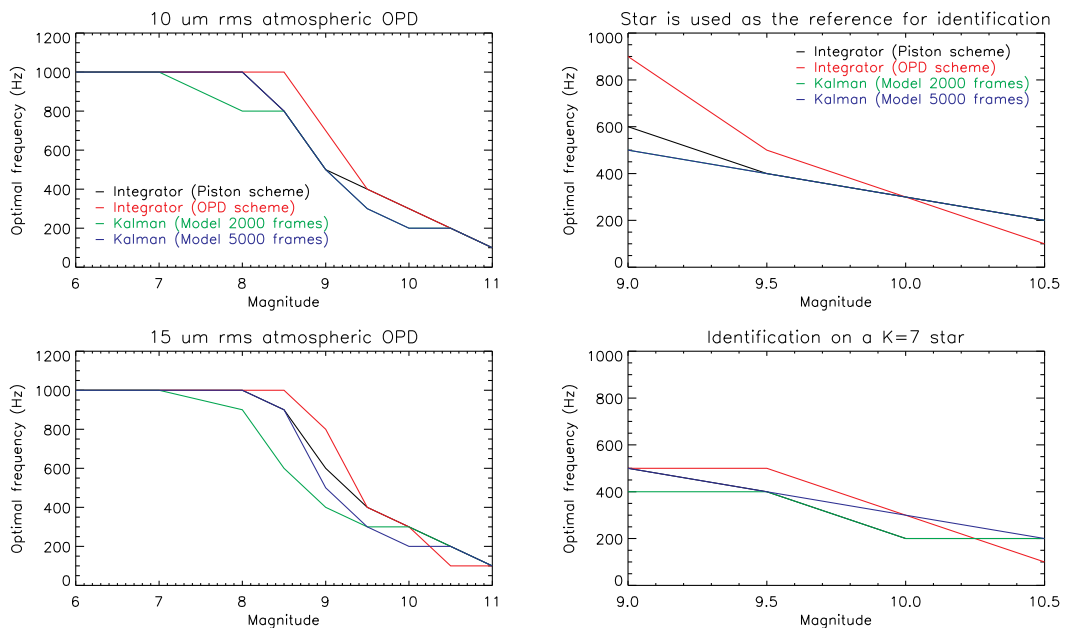


Fig. C.3. Optimal frequencies as a function of the magnitude for conditions related to Fig. 8.

Fig. C.5. Optimal frequencies as a function of the magnitude for conditions related to Fig. 10.







## Abstract

My PhD was initiated in the framework of the development of GRAVITY, second generation instrument for the VLTI, whose first light is expected for 2014. GRAVITY will combine up to four telescopes in the K infrared spectral band ( $\sim 2.2 \mu\text{m}$ ). By stabilizing the phase of a reference star of magnitude as faint as  $K = 10$ , this instrument will enable astrometric measurements with a precision of  $10 \mu\text{as}$  on objects of magnitude up to  $K = 15$ , and phase referenced imaging on objects as faint as  $K = 16$  with about  $4 \text{ mas}$  angular resolution.

The goal of my PhD consists in developing the fringe tracker algorithms of GRAVITY, a critical sub-system to reach these sensitivity limits unequaled in infrared long-baseline interferometry. To enable integrations longer than  $100 \text{ s}$  on the science beam, the fringe tracker will have to stabilize the optical path differences, with residues as low as  $350 \text{ nm}$  rms on the reference star, despite disturbance due to atmospheric piston, instrumental vibrations, and variations of flux in the recombined beams.

In this aim, I performed numerical simulations of the whole control loop, by realistically modeling different disturbance sources inducing path length fluctuations in the beams, and flux variations in the beams. I demonstrated that fringes will be stabilized down to  $310 \text{ nm}$  rms on a  $K = 10$  magnitude star with the expected observing conditions at VLTI in 2014, with a predictive controller based on Kalman filtering that uses a disturbance model to compute the actuator commands. However, I showed that this performance strongly decreases for less optimistic conditions.

In addition, I analyzed the efficiency in correcting both atmospheric piston and vibrations of the Kalman controller, compared to the algorithms currently used at VLTI. From on-sky phase measurements with the PRIMA instrument at VLTI, I showed that the disturbances are better corrected with the Kalman controller than with the PRIMA-FSU. Moreover, I performed numerical simulations demonstrating that the Kalman controller is more efficient to compensate vibrations than the VTK algorithm, dedicated to correct vibrations at VLTI.

Moreover, I developed a laboratory demonstrator of the GRAVITY fringe tracker, to experimentally validate its algorithms. I thus analyzed instrumental specificities of the fringe tracker with this prototype that are not included in the simulations, such as the calibration process and bias induced by imperfect dispersive optical systems.

Finally, I contributed to an astrophysical study, in which I performed and analyzed infrared interferometric observations of the X-ray binary Vela X-1. I measured a stellar wind with different sizes in the H and K spectral bands, revealing either a strong temperature gradient in the stellar wind, or transient events in the accretion process. When GRAVITY is operational, this study will be extended to fainter X-ray binaries, thanks to the unique sensitivity of the instrument in infrared interferometry.

To conclude, my PhD demonstrated that the performance of the fringe tracker matches the specifications of the GRAVITY instrument, making it the first four-telescope fringe tracker operational for faint targets, despite strong disturbances. GRAVITY and the fringe tracker thus pave the way to astrophysical observation unprecedented in optical interferometry.

**Keywords :** Optical interferometry, high angular resolution, fringe tracking, GRAVITY, atmospheric turbulence.

## Résumé

Ma thèse s'inscrit dans le contexte du développement de GRAVITY, instrument de deuxième génération du VLTI, dont la première lumière est prévue pour 2014. GRAVITY pourra recombinaison jusqu'à quatre télescopes en bande K ( $\sim 2,2 \mu\text{m}$ ). Par stabilisation de la phase sur une étoile de référence de magnitude aussi faible que  $K = 10$ , il permettra de réaliser des mesures astrométriques avec une précision de  $10 \mu\text{as}$  sur des objets jusqu'à  $K = 15$ , et des images à référence de phase jusqu'à  $K = 16$  avec une résolution de  $4 \text{ mas}$ .

Mon travail de thèse consiste à développer les algorithmes du suiveur de franges de GRAVITY, sous-système essentiel pour permettre à l'instrument d'atteindre ces limites de sensibilité inégalées en interférométrie longue base infrarouge. Pour rendre possible des intégrations supérieures à  $100 \text{ s}$  sur la voie scientifique, il devra stabiliser les différences de marche à des résidus inférieurs à  $350 \text{ nm rms}$  sur l'étoile de référence, malgré les perturbations provoquées par le piston atmosphérique, des vibrations instrumentales, et des variations de flux des faisceaux recombinaison.

Dans ce but, j'ai réalisé des simulations numériques de la boucle de contrôle dans son ensemble, en modélisant de façon réaliste les différentes sources de perturbations générant des fluctuations de différence de marche et des variations de flux dans les faisceaux recombinaison. J'ai ainsi démontré que, par l'utilisation d'un contrôleur prédictif basé sur un filtre de Kalman utilisant un modèle des perturbations pour calculer les commandes aux actionneurs, les franges seront stabilisées à  $310 \text{ nm rms}$  sur une étoile de magnitude 10 dans les conditions d'observation attendues au VLTI en 2014. J'ai montré cependant que ces performances diminuaient fortement pour des conditions moins favorables.

De plus, j'ai analysé l'efficacité du contrôleur Kalman pour compenser le piston atmosphérique et les vibrations par rapport aux algorithmes actuellement utilisés au VLTI. À partir de mesures sur ciel avec l'instrument PRIMA, j'ai montré que les perturbations sont mieux corrigées avec un contrôleur Kalman qu'avec le suiveur de franges de PRIMA. De plus, j'ai démontré par des simulations numériques que le filtre Kalman est plus efficace pour compenser les vibrations que l'algorithme VTK, consacré à leur correction au VLTI.

J'ai également développé un démonstrateur de laboratoire du suiveur de franges de GRAVITY, dans le but d'en valider expérimentalement la boucle de contrôle. J'ai ainsi pu analyser des spécificités absentes des simulations initiales, telles que la procédure d'étalement, et l'analyse de biais induits par une dispersion spectrale imparfaite.

Enfin, j'ai participé à un programme astrophysique pour lequel j'ai réalisé et analysé des observations interférométriques de la binaire X à forte masse Vela X-1 en infrarouge. J'ai mesuré un vent stellaire de tailles différentes dans les bandes H et K, démontrant la présence soit d'un fort gradient de température, soit d'évènements temporaires dans le vent. Une fois GRAVITY opérationnel, cette étude préliminaire sera étendue à des binaires X moins lumineuses, grâce à sa sensibilité inédite en interférométrie infrarouge.

Pour conclure, mon travail de thèse a permis de démontrer que les performances du suiveur de franges sont compatibles avec les spécifications de GRAVITY, en faisant par conséquent le premier suiveur de franges à quatre télescopes à fonctionner sur des sources faibles, et ce malgré des perturbations importantes. GRAVITY et son suiveur de franges ouvrent ainsi la voie à des observations astrophysiques inédites en interférométrie optique.

**Mots-clés :** Interférométrie optique, haute résolution angulaire, suivi de franges, GRAVITY, turbulence atmosphérique.