Caractérisation des vents dans la moyenne atmosphère et basse thermosphère à partir d'observations d'ondes infrasonores

Jean-Marie Lalande

▶ **To cite this version:**

Jean-Marie Lalande. Caractérisation des vents dans la moyenne atmosphère et basse thermosphère à partir d'observations d'ondes infrasonores. Autre. Ecole Centrale de Lyon, 2012. Français. NNT : 2012ECDL0015 . tel-00779186

HAL Id: tel-00779186

https://theses.hal.science/tel-00779186

Submitted on 21 Jan 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 2012-15 ANNÉE 2012

THÈSE

présentée devant
L'ÉCOLE CENTRALE LYON

pour obtenir
le grade de **DOCTEUR**
SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Jean-Marie Lalande

Caractérisation des vents dans la moyenne atmosphère et basse thermosphère à partir d'observations d'ondes infrasonores

Soutenue le 2 juillet 2012 devant la commission d'examen

JURY

Président :	M. Daniel JUVÉ	
Examinateurs :	Mme. Elisabeth BLANC	Directeur de thèse
	M. Philippe BLANC-BENON	Directeur de thèse
	M. Lars CERANNA	
	M. Alain HAUCHECORNE	Rapporteur
	M. Philippe ROUX	Rapporteur
	M. Roger WAXLER	

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509
École Centrale de Lyon
Département Analyse et Surveillance de l'Environnement
C.E.A./D.A.M.

Remerciements

Je tiens à remercier Philippe Blanc-Benon et Elisabeth Blanc, mes directeurs de thèse, pour m'avoir fait confiance tout au long de cette thèse et pour m'avoir laissé une grande liberté dans la conduite de ce projet tout en sachant me faire prendre conscience des avancées réalisées. Je les remercie pour les nombreux conseils et le soutien dont ils m'ont fait part lors des inévitables baisses de régime qui jalonnent le parcours d'une thèse. J'exprime toute ma reconnaissance à Alexis Le Pichon qui fut l'encadrant au quotidien et qui a su supporter mes coups de sang avec un calme légendaire.

Je remercie chaleureusement Philippe Roux de l'ISTerre et Alain Hauchecorne du LATMOS pour m'avoir fait l'honneur d'être les rapporteurs de ma thèse et, par leurs commentaires, d'avoir contribué à l'amélioration significative de ce manuscrit. Je remercie également Daniel Juvé pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury. Je tiens par ailleurs à témoigner ma profonde gratitude à Roger Waxler et Lars Ceranna pour avoir accepté d'examiner ce travail de thèse dans une langue qui n'est pas la leur.

Je tiens à remercier René Crusem pour son accueil au sein du laboratoire LDG ainsi que son soutien et ses encouragements continus tout au long de cette thèse, j'y associe aussi Jean-Marc Guérin, directeur-adjoint du LDG. L'acceuil aux laboratoires DSO et SEG fut tout aussi agréable, je remercie pour cela Jocelyn Guilbert et Pierre-Franck Piserchia.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Olivier Sèbe et Matthieu Landès pour leurs soutiens sans failles au cours de cette thèse, leurs disponibilités quasi-permanentes même lorsque je pouvais être désagréable. Sans vous je ne serais certainement pas là à écrire ces dernières lignes. J'ai trouvé en vous plus que des collègues et j'ai énormément apprécié nos interactions presque quotidiennes qui ont parfois donné lieu à de vifs échanges. Je ne peux pas oublier Robin Matoza, le *gentleman*, qui fut aussi un soutien important lors de son passage à DSO ainsi que mon traducteur officiel pour les résumés, article et lettre de motivation. Merci Robin pour ta disponibilité, ton efficacité et, tout simplement, ta gentillesse.

Je remercie Francis Dalaudier et Charles Cot du LATMOS pour l'intérêt qu'ils ont porté à ma thèse. Je veux aussi remercier Olaf Gainville pour ses conseils et sa disponibilité tout au long de la thèse ainsi que pour ses encouragements. Je remercie également Jean-Michel Lagrange de m'avoir consacré un peu de temps dans son emploi du temps très chargé me permettant ainsi de faire un point objectif sur mon travail.

L'ambiance au sein du laboratoire DSO fut toujours agréable grâce aux qualités humaines des gens qui le compose, aussi je tiens à remercier chaleureusement François Roque, Nicolas Brachet, Michel (prononcé Maillekeul) Dandine, Julien Vergoz, Yoann Cano, Pierre Gaillard ainsi que toute l'équipe du CSEM et de Pacte Novation. Un *special thanks* à Julien pour tous les conseils matlab qu'il m'a prodigués et pour l'intérêt constant qu'il a porté à ma thèse.

Je n'oublie pas non plus Thomas Farges à SEG qui a fait preuve d'un sou-

tien au bon moment et pour sa gentillesse. Je ne peux pas ne pas citer ici Pierre-François Roux qui fut le premier à me faire découvrir les tréfonds de l'informatique en prononçant des mots barbares tels que LaTeX, beamer, format vectoriel, GMT, ou, pire encore, makefile. À ce titre je veux aussi remercier Pierre Duperray qui m'a donné quelques conseils inestimables sur emacs et les makefiles. Étant au rayon informatique, je ne peux en sortir sans adresser un deuxième remerciement à Matthieu Landès et à François Roque pour leurs aides informatiques.

Au cours de cette thèse, j'ai eu la chance de collaborer avec Jelle Assink du NCPA à l'Université du Mississippi, et je tiens pour cela à remercier René Crusem, Roger Waxler et Alexis Le Pichon qui ont rendu ce séjour possible. *Jelle and Missy, thank you for welcoming me into your home and many thanks to all the people I met in Oxford, Mississippi, for the friendly atmosphere I enjoyed during my stay.*

Je remercie mes amis doctorants à Paris, Strasbourg et Grenoble : Flo, Julien, Clém, Aurèl, Manue, JR, Jean, pour le soutien moral durant ces années de thèse, pendant les congrès et pour toutes nos discussions scientifiques ou non. J'ai aussi une pensé pour les anciens élèves de l'École et Observatoire des Sciences de la Terre à Strasbourg, Baptiste, Damien, Maud, Thomas, ... vous avez souvent supporté mon incapacité à ne pas parler boulot et, pour cela, notamment, vous méritez un grand merci.

Je n'oublie pas bien sur les amis de Nanterre, Arsène, Didier, p'tit Steph, Yann et toute la compagnie pour le décrochage, ponctuel certes, mais tellement salvateur au cours de la thèse. Un grand grand MERCI chaleureusement chaleureux aux amis de toujours, Romain, Rémy, Manu, Tony, Jaouen, Alan et Claire, Pascal et Alice, Iuna, Lena, Virginie, JMO et Jeanie, *Mam'zelle Chaussette*, l'équipe du BD Swing Orchestra, les copines des copains, les copains des copines, les amis des amis, les enfants des copains ainsi que tous les autres que j'oublie de citer ici... Sans vous tous et votre amitié je ne serais certainement pas arrivé là !

Pour terminer, *Last but not least*, je tiens à remercier du fond du coeur mes deux soeurs Caroline et Klervi et mes parents pour leur soutien sans faille dans mes projets, vous avez été ma source de volonté pendant ces trois années de thèse qui ont par moment été difficiles.

Cette thèse n'est évidemmment pas dédiée aux réseaux informatiques récalcitrants, aux claviers insoumis, aux coupures d'électricité incessantes, aux matelas autogonflants qui ne s'autogonflent pas et, bien sûr, aux serruriers malhonnêtes...

À mes grands-parents

L'expérience est le nom que chacun donne à ses erreurs
Oscar Wilde

Table des matières

1 Introduction **1**

2 La propagation atmosphérique des infrasons : vers une méthode de sondage atmosphérique ? **5**

2.1 Le milieu de propagation : l'atmosphère 6
2.1.1 La structure de l'atmosphère 6
2.1.2 La circulation atmosphérique 9
2.1.3 Ondes et perturbations atmosphériques 17
2.2 Observations de l'atmosphère 20
2.2.1 Le Système d'Observation Global 20
2.2.2 Mesures de la moyenne atmosphère et de la thermosphère . . 27
2.3 Modélisation de l'atmosphère 30
2.3.1 Les modèles empiriques 30
2.3.2 Les modèles numériques de prévision 32
2.4 La propagation atmosphérique des infrasons 35
2.4.1 Sources infrasonores 35
2.4.2 Processus influençant la propagation des infrasons dans l'atmosphère 36
2.5 Observations des infrasons 43
2.5.1 Le réseau international du TICE 43
2.5.2 Traitements du signal 44
2.6 Ondes infrasonores et dynamique atmosphérique 48
2.6.1 Observations globales d'ondes infrasonores 49
2.6.2 Observations infrasons à la station IS22 (Nouvelle Calédonie) 50
2.6.3 Observations infrasons du réchauffement stratosphérique soudain 52
2.7 Vers l'utilisation des infrasons pour sonder l'atmosphère 55
2.7.1 Position du problème 57
2.7.2 Que peuvent apporter les infrasons sur la connaissance de l'atmosphère ? 60
2.8 Conclusion du chapitre 60

3 Problème direct : Modélisation de la propagation atmosphérique des infrasons et analyse de sensibilité **63**

3.1 Les équations linéaires de l'acoustique 64
3.1.1 Équations de la dynamique des fluides 64
3.1.2 Linéarisation des équations de la dynamique des fluides . . . 65
3.2 Les différentes méthodes d'approximation 66
3.2.1 Acoustique géométrique 66
3.2.2 L'approximation parabolique 68
3.2.3 Modes normaux 69

3.2.4 Différences finies dans le domaine temporel 70
3.2.5 Conclusion sur les méthodes de résolution numérique 70
3.3 Les équations des rayons dans un milieu en mouvement 72
3.4 Équations de perturbation au premier ordre 74
3.4.1 Équations paraxiales 75
3.4.2 Équations pour des perturbations du modèle d'atmosphère . . 77
3.4.3 Réflexion et transmission sur une interface 78
3.4.4 Perturbation au premier ordre du temps de trajet 79
3.5 Continuité des propriétés atmosphériques 80
3.6 Discussion sur les contraintes imposées dans le cadre de la résolution du problème inverse 81
3.7 Méthodes numériques et validations 84
3.7.1 L'algorithme prediction-correction 84
3.7.2 Matrice de propagation 85
3.7.3 Validations numériques 87
3.8 Étude de la sensibilité du problème direct 92
3.9 Conclusion du chapitre 98

4 Problème inverse : mise en oeuvre du sondage atmosphérique par mesures infrasons et applications 101
4.1 Formulation du problème inverse 102
4.1.1 La fonction coût 103
4.1.2 Formulation probabiliste de la fonction coût 103
4.1.3 Matrice de covariance *a posteriori* et matrice de résolution . . 105
4.2 Méthodes d'optimisation 106
4.2.1 Solution générale d'un problème aux moindres-carrés 107
4.2.2 Fomulation algébrique de la fonction coût 108
4.2.3 L'algorithme de Levenberg-Marquardt 109
4.2.4 L'algorithme Least-Squares QR 109
4.3 Observations et paramètres pour le sondage atmosphérique 112
4.3.1 Paramètres du modèle 112
4.3.2 Observations 113
4.4 Applications à des profils d'atmosphère idéalisée 115
4.4.1 Modèle d'atmosphère 115
4.4.2 Information *a priori* 116
4.4.3 Exemple 1 : jet stratosphérique coïncidant avec la stratopause 117
4.4.4 Exemple 2 : jet stratosphérique ne coïncidant pas avec la stratopause 122
4.4.5 Conclusion 125
4.5 Décomposition modale de l'espace des paramètres 126
4.5.1 Corrélation spatiale des champs de vents 126
4.5.2 Analyse en Composantes Principales 128
4.5.3 Variabilité dans l'espace des paramètres latents 131
4.6 Applications à des profils d'atmosphère réaliste 135

4.6.1 Reformulation du problème inverse . . . 135
4.6.2 Le concept de modèle cinématiquement compatible . . . 137
4.6.3 Influence du nombre de fonctions orthogonales . . . 138
4.6.4 Influence du nombre d'antennes . . . 142
4.7 Conclusion du chapitre . . . 155

5 Conclusion générale 157

Bibliographie 163

A L'assimilation de données 181
A.1 Position du problème . . . 181
A.2 Résolution du problème d'assimilation . . . 182
A.2.1 L'interpolation optimale ou solution des moindres-carrés . . . 182
A.2.2 Le filtre de Kalman . . . 183
A.2.3 L'assimilation 3D-Var . . . 183
A.2.4 L'assimilation 4D-Var . . . 184

B Dérivées partielles de l'opérateur Hamiltonien et conditions de réflexions sur une interface 187
B.1 Dérivées partielles de l'opérateur Hamiltonien . . . 187
B.2 Réflexion et transmission . . . 188
B.2.1 Condition de réflexion . . . 188
B.2.2 Condition de transmission . . . 189

C Inversion d'observation en présence d'un bruit gaussien sur les observations 191

D Résultats préliminaires d'inversion des observations du site UTTR 195

E Publications 201

Chapitre 1

Introduction

Les ondes acoustiques sont des ondes mécaniques se propageant dans les milieux solides ou fluides. Les ondes acoustiques les plus connues sont les ondes sonores dans la bande de fréquence $[20 - 20000]$ Hz, c'est-à-dire audibles à l'oreille humaine. Les ondes acoustiques sont constamment présentes dans notre environnement, le bruit urbain ou la musique plus agréable de la nature. Elles nous servent aussi à communiquer. Cependant, il existe tout un spectre des ondes acoustiques, inaudibles à l'oreille. Parmi ces ondes, on trouve les ultrasons, de fréquences sont supérieures à 20 kHz, et les infrasons, de fréquences inférieures 20 Hz, auxquelles nous nous intéresserons au cours de cette thèse.

Les ondes infrasonores sont naturellement présentes dans l'atmosphère et elles sont produites par une variété de sources naturelles (éruptions volcaniques, séismes, houles océaniques, aurores boréales, orages, ...) ou anthropogéniques (explosions chimiques, tirs de mine, avions de lignes et supersoniques, ...). Elles envahissent même notre environnement sans que nous nous en rendions compte car certaines sources, comme la houle océanique, émettent constamment des ondes infrasonores enregistrées en tout point du globe.

La particularité de ces ondes est de se propager sur de grandes distances à travers les couches de l'atmosphère. En effet, la structure atmosphérique forme des guides d'onde naturels permettant aux infrasons de se propager en étant faiblement atténuées. La découverte des ondes infrasonores atmosphériques remonte à la célèbre éruption du volcan Krakatoa [1] en 1883 [Evers 2010]. Suite à cette éruption, particulièrement puissante [2], l'ingénieur des mines Hollandais Verbeek fut chargé de rédiger un rapport sur ce phénomène géologique et géophysique et ces conséquences. Une partie de ce rapport est consacrée à l'étude de perturbations barographiques enregistrées en plusieurs point du globe. Sur certains enregistrements barométriques, on peut observer le passage de la même onde plusieurs fois, celle-ci ayant réalisée jusqu'à sept fois le tour de la Terre [Symons 1888].

De nos jours, des progrès considérables ont été réalisés sur la connaissance de l'atmosphère et la compréhension des interactions des ondes infrasonores avec celle-ci.

1. Le volcan Krakatoa est situé dans le détroit de la Sonde entre l'Île de Java et de Sumatra.
2. Cette éruption est équivalente à l'explosion de 200 mégatonnes de TNT, c'est-à-dire 13000 fois la puissance de l'explosion nucléaire d'Hiroshima durant la seconde guerre mondiale, et eut des conséquences dramatique engendrant, notamment une famine en Amérique du Nord, Europe du Nord et en Asie.

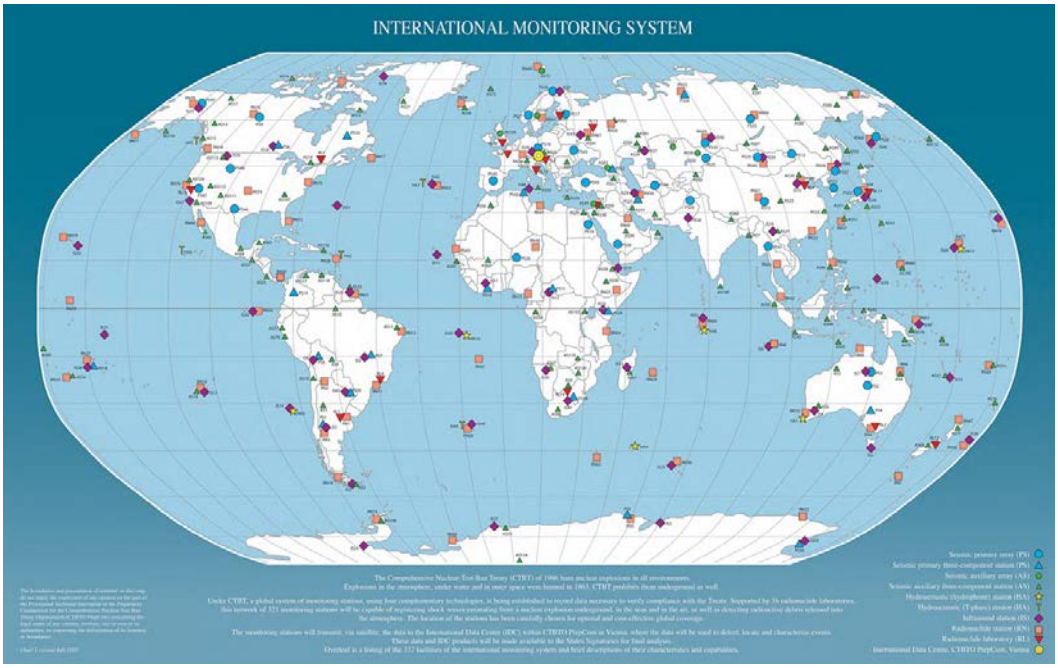


FIGURE 1.1 – Carte du réseau globale IMS.

Les infrasons furent notamment utilisés dans un contexte militaire afin de localiser les pièces d'artilleries du camp adverse. Les études détaillées sur les phénomènes physiques liés à la propagation des infrasons remontent essentiellement à la période de la guerre froide pour la surveillance des essais nucléaires.

La mesure des ondes infrasonores fut une des techniques retenues par les experts des commissions indépendantes chargés des discussions internationales sur la mise en place du Traité d'Interdiction Complète des Essais nucléaire (TICE). Ce traité, signé le 24 Septembre 1996 par 71 États, prévoyait alors, dans ces annexes, la mise en place d'un Système de Surveillance International (SSI) chargé de veiller au respect des accords signés. Ce système est composé de stations sismologiques, radionulcéides, hydroacoustiques et microbarométriques, réparties sur toute la surface du globe (voir figure 1.1). Ces dernières mesurent les fluctuations de pressions atmosphériques de très faibles amplitudes par rapport à la pression atmosphériques. L'objectif du réseau de mesures microbarométriques est de caractériser et de localiser les sources explosives de charges supérieures à 1 kilotonne de TNT dans l'atmosphère. Il est actuellement constitué de 45 stations opérationnelles certifiées par l'organisation chargée de la mise en place du traité d'interdiction (OTICE), sur un total de 60 stations prévues. Ces stations transmettent leurs enregistrements en temps réel au Centre International de Données[3] (CID). Celui-ci est épaulé dans sa tâche par des Centres Nationaux de Données (CND) chargés de la mise en place

3. Le Centre International de Données est situé à Vienne en Autriche.

des stations de mesures infrasons, de la maintenance opérationnelle et de l'exploitation de certaines stations du SSI. Au niveau Français, cette tâche est dévolue au Département Analyse et Surveillance de l'Environnement (DASE) du CEA.

La compréhension des signaux observés est un aspect fondamental pour satisfaire aux exigences du traité d'interdiction. Pour ce faire, les activités menées au CEA s'appuient sur un traitement automatique des données et une analyse systématique des signaux d'intérêt. La recherche dans le domaine des infrasons, se décompose en trois axes principaux :

- le développement des capteurs microbarométriques et filtres acoustiques associés ;
- le développement de nouvelles méthodes de traitements du signal et l'amélioration des méthodes existantes ;
- la modélisation de la propagation des ondes infrasonores.

L'objectif final de ces études est d'améliorer les capacités en termes de détection, localisation et caractérisation des sources d'intérêt. Les enregistrements continus microbarométriques ont ainsi permis de mettre en évidence et de caractériser les différentes sources d'infrasons observées par le réseau international [Campus 2010]. Par ailleurs, les interactions des ondes infrasonores avec le milieu atmosphérique ont pu être étudiées sur de longues périodes de temps, mettant ainsi en évidence les corrélations directes entre la variabilité temporelle des signaux enregistrés et la dynamique atmosphérique.

Ce type d'études s'appuie en général sur la modélisation de la propagation acoustique nécessitant la spécification de modèle atmosphérique adapté [Drob 2003, Le Pichon 2010]. Ces modèles sont toutefois entachés d'incertitudes stochastiques liées aux caractères pseudo-aléatoires des propriétés atmosphériques, et épistémiques en raison de l'insuffisance (notamment au-delà de 40 km d'altitude) et des erreurs systématiques des mesures. L'intention d'utiliser les ondes infrasonores comme une source d'information sur le milieu atmosphérique a donc émergé dans la communauté scientifique afin d'améliorer les modèles atmosphériques actuels [Donn 1971, Le Pichon 2005b, Le Pichon 2005a, Drob 2003, Evers 2009].

La caractérisation d'un milieu par l'étude de la propagation des ondes est très courante dans de nombreux domaines. En sismologie, cela a permis, par exemple, de déterminer les discontinuités internes de la Terre. La discontinuité de Mohorovicic entre la croûte terrestre et le manteau fut ainsi découverte au début du XXe siècle par le scientifique du même nom. Sur ce même principe, les ondes infrasonores ont permis de découvrir la tropopause [Whipple 1926], ainsi que le gradient vertical positif de température dans la stratosphère au milieu des années 1940 [Cox 1947]. De nos jours, l'augmentation des moyens de calcul et des techniques de modélisation des phénomènes physiques ont permis l'émergence d'algorithmes destinés à l'estimation des propriétés physiques d'un milieu lorsqu'on ne peut pas réaliser de

mesures in-situ et/ou que l'on ne peut pas mesurer directement les propriétés de ce milieu. Les méthodes mathématiques destinées à la résolution de tels problèmes, appelées méthodes inverses, sont utilisées dans de nombreux domaines (tomographie sismique, tomographie médicale, contrôle non-destructif, météorologie, localisation de source en aéroacoustique et en géophysique, économie, ...), et font l'objet de recherches actives tant dans le milieu académique et qu'industriel.

L'objectif de cette thèse est d'étudier l'intérêt des observations infrasons pour obtenir une information sur la structure de l'atmosphère. Nous nous basons pour cela sur une étude bibliographique afin d'identifier les zones de l'atmosphère dans lesquelles le manque d'observations ne permet pas de description précise. Nous discutons du potentiel des ondes infrasonores pour l'étude de la dynamique de l'atmosphère en présentant des exemples d'observations. Nous étudions ensuite le problème d'un point de vue numérique en développant un modèle de propagation acoustique que nous intégrons dans une procédure d'inversion pour estimer des champs de vents. Un tel développement est soumis à de nombreux choix liés à la physique de la propagation et à l'implémentation numérique. L'ensemble des choix réalisés dans cette thèse sont justifiés par un retour vers les observations et la contrainte de réaliser un algorithme efficace en temps de calcul afin de multiplier les tests permettant de faire évoluer la technique.

Chapitre 2

La propagation atmosphérique des infrasons : vers une méthode de sondage atmosphérique ?

Sommaire

2.1 Le milieu de propagation : l'atmosphère 6
2.1.1 La structure de l'atmosphère 6
2.1.2 La circulation atmosphérique 9
2.1.3 Ondes et perturbations atmosphériques 17
2.2 Observations de l'atmosphère 20
2.2.1 Le Système d'Observation Global 20
2.2.2 Mesures de la moyenne atmosphère et de la thermosphère . . 27
2.3 Modélisation de l'atmosphère 30
2.3.1 Les modèles empiriques 30
2.3.2 Les modèles numériques de prévision 32
2.4 La propagation atmosphérique des infrasons 35
2.4.1 Sources infrasonores 35
2.4.2 Processus influençant la propagation des infrasons dans l'atmosphère 36
2.5 Observations des infrasons 43
2.5.1 Le réseau international du TICE 43
2.5.2 Traitements du signal 44
2.6 Ondes infrasonores et dynamique atmosphérique 48
2.6.1 Observations globales d'ondes infrasonores 49
2.6.2 Observations infrasons à la station IS22 (Nouvelle Calédonie) 50
2.6.3 Observations infrasons du réchauffement stratosphérique soudain 52
2.7 Vers l'utilisation des infrasons pour sonder l'atmosphère . . 55
2.7.1 Position du problème 57
2.7.2 Que peuvent apporter les infrasons sur la connaissance de l'atmosphère ? 60
2.8 Conclusion du chapitre 60

Nous commençons par décrire la structure statique de l'atmosphère pour ensuite aborder les mécanismes de la dynamique atmosphérique. Les observations de

l'atmosphère, indispensables à l'élaboration et la validation des modèles de circulation générale, sont présentées et analysées en terme de résolution et de continuité des mesures. On met ainsi en évidence le manque chronique d'observations dans certaines régions de l'atmosphère. Ces observations constituent pourtant la pierre angulaire des modèles atmosphériques développés aussi bien pour la recherche scientifique que pour les besoins de la météorologie opérationnelle. La description des principaux modèles d'atmosphère, à la base des études de propagation atmosphérique des infrasons, permet de mettre en lumière les limites inhérentes à leur conception.

Nous présentons ensuite, d'abord d'un point de vue physique puis en analysant des enregistrements d'observations infrasons, l'interaction entre la propagation atmosphérique des infrasons et les différentes propriétés atmosphériques. La question de l'utilisation de ces observations dans le but de caractériser certaines propriétés physiques de l'atmosphère est alors posée.

2.1 Le milieu de propagation : l'atmosphère

L'atmosphère est le mélange gazeux entourant la Terre. Elle est composée d'azote (N_2) à 78,08%, d'oxygène (O_2) à 20,95%, d'argon (Ar) à 0,93%, de dioxyde de carbone (CO_2) à 0,039% ainsi que d'autres gaz à l'état de traces. La limite externe de l'atmosphère est généralement définie comme l'altitude à laquelle les molécules peuvent s'échapper dans l'espace sans que des chocs avec d'autres molécules ne les renvoient dans l'atmosphère terrestre. Selon cette définition, la limite atmosphère/espace se situe entre 500 et 1000 km. L'atmosphère joue un rôle primordial pour la présence de la vie sur Terre en filtrant le rayonnement solaire et en protégeant la Terre du vent solaire et des rayons cosmiques.

L'atmosphère est un système dynamique évoluant dans le temps selon des lois physiques complexes où de nombreux mécanismes intéragissent entre eux si bien qu'il est parfois impossible d'établir des relations uniques de cause à effet. Nous nous attachons dans cette section à décrire la structure générale de l'atmosphère, puis nous introduisons les différents modèles de circulation globale moyenne et nous détaillerons les perturbations atmosphériques pouvant influencer la propagation des ondes infrasonores. La description de l'atmosphère que nous faisons dans cette thèse a donc pour objectif de montrer l'importance de la structure atmosphérique sur les caractéristiques de la propagation des ondes infrasonores. Pour cela, nous nous appuyons sur quelques textes de références [Salby 1996, Holton 2004, Malardel 2009].

2.1.1 La structure de l'atmosphère

2.1.1.1 Densité et pression atmosphérique

Le champ de gravité terrestre empêche les constituants de l'atmosphère de s'échapper dans l'espace et est responsable de la concentration de la majeure par-

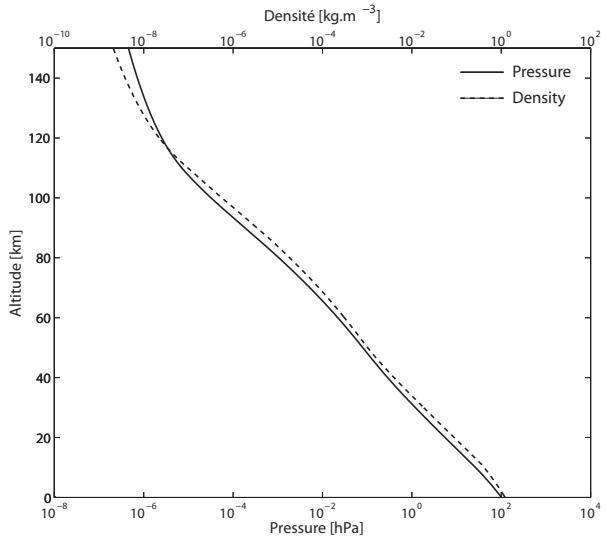


FIGURE 2.1 – Pression et densité de l'atmosphère en fonction de l'altitude (adapté à partir de *US Standard Atmosphere*)

tie de la masse atmosphérique dans les couches inférieures de l'atmosphère. C'est pourquoi la densité et la pression atmosphérique présentent une décroissance exponentielle avec l'altitude (voir fig. 2.1). Elles sont par ailleurs reliées par l'équation de l'équilibre hydrostatique :

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g, \tag{2.1}$$

où p est la pression atmosphérique, z l'altitude, ρ la densité et g l'accélération de la gravité. En général, l'approximation d'une atmosphère à l'équilibre hydrostatique est satisfaisante même lorsque celle-ci est en mouvement car les déplacements verticaux des masses d'air et leurs vitesses sont faibles par rapport à la force exercée par le champ de gravité. L'action du champ de gravité terrestre confère donc à l'atmosphère une structure verticale relativement simple en terme de pression et de densité atmosphérique.

2.1.1.2 Structure chimique et thermique de l'atmosphère

Le transport atmosphérique rend les proportions des principaux constituants chimiques (N_2, O_2, Ar et CO_2) relativement constantes jusqu'à 90-100 km d'altitude. Cette région est appelée l'homosphère par opposition à l'hétérosphère, située entre 100 et 500 km, où les proportions des constituants sont très hétérogènes, conséquence du faible transport de matière dans la haute atmosphère (voir figure 2.2). La distribution des constituants à l'état de traces est fortement variable car ceux-ci ne sont que très peu redistribués par les mouvements atmosphériques. Ils sont continuellement produits et détruits dans certaines régions du globe et transportés des régions de production vers les régions où ils sont « consommés » par la cirulation atmosphérique. Bien qu'à l'état de traces, certains de ces constituants jouent un rôle

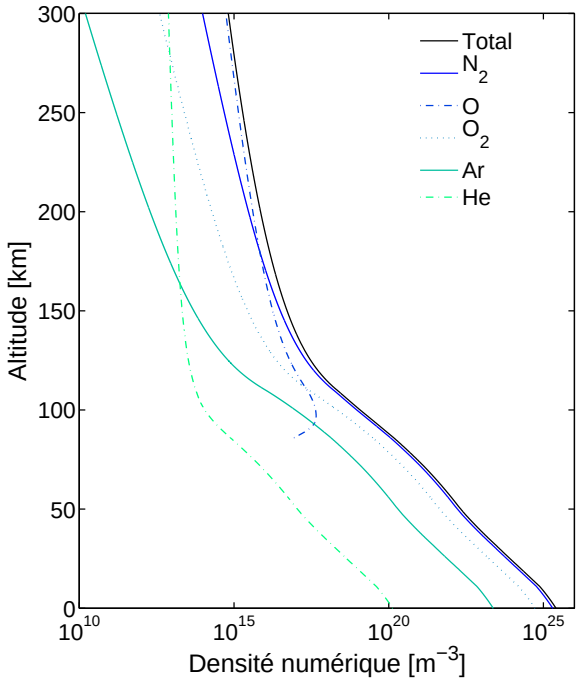


FIGURE 2.2 – Composition chimique de l'atmosphère en terme de densité numérique (adapté à partir de *US Standard Atmosphere)*.

essentiel dans la structure thermique de l'atmosphère. C'est le cas notamment des principaux gaz à effet de serre tel que la vapeur d'eau, le dioxyde de carbone, le méthane, le protoxyde d'azote et l'ozone.

L'absorption du rayonnement solaire ultraviolet et du rayonnement terrestre infrarouge par ces constituants chimiques contrôle la structure thermique de l'atmosphère qui peut être divisée en 4 couches distinctes (voir figure 2.3) :

- **la troposphère** est la couche de l'atmopshère en contact avec le sol terrestre. Elle s'étend, selon la latitude, jusqu'à 7 à 18 km d'altitude. La troposphère est plus épaisse à l'équateur où il se produit d'importants mouvements convectifs dans la zone de convergence intertropicale (ITCZ), puis son épaisseur diminue brutalement entre les moyennes latitudes et les tropiques et atteint ensuite progressivement son minimum au niveau des pôles. Elle contient environ 80% de la masse totale de l'atmosphère et 99% de la vapeur d'eau atmosphérique, à l'origine de la formation des nuages. Celle-ci est produite à la surface de la Terre principalement au niveau de l'ITCZ et est ensuite transportée par convection (circulation verticale) et advection (circulation horizontale) pour être détruite aux moyennes et hautes latitudes par condensation et précipitation. Dans cette couche, la température décroît fortement pour atteindre un minimum d'environ -50°C. Ce minimum de température constitue la limite supérieure de la troposphère appelée la tropopause ;

- **la stratosphère** se situe entre la tropopause (∼7-18 km) et la stratopause (∼50 km). La température dans cette couche augmente avec l'altitude et atteint un maximum d'environ 0°C à 50 km d'altitude. Le gradient positif de température dans la stratosphère résulte de l'absorption des rayons ultraviolets solaires par l'ozone (O_3). La stratosphère contient en effet environ 90% de l'ozone atmosphérique et le maximum de concentration se situe aux alentours de 25 km. Cette structure thermique rend cette couche dynamiquement stable en limitant le transport de matière par convection ;
- **la mésosphère** se trouve au-dessus de la stratopause entre 50 et ∼80 km d'altitude. C'est une région où la température diminue de nouveau avec l'altitude pour atteindre -100°C à environ 80 km. La limite supérieure de cette couche est appelée la mésopause et constitue la région de l'atmosphère dans laquelle la température est la plus basse ;
- **la thermosphère** est caractérisée par un gradient vertical positif de température jusqu'à environ 500 km où elle devient constante. L'augmentation de la température est due à l'absorption des rayons ultraviolets par le dioxygène. Les variations de température y sont très importantes passant de 600°C à 1800°C en fonction de l'activité solaire. Le brassage de l'air est très faible dans cette partie de l'atmosphère si bien que la composition atmosphérique est très hétérogène. Par ailleurs, en raison des faibles pressions qui y règnent, les concentrations moléculaires sont très faibles.

2.1.2 La circulation atmosphérique

Le système Terre-Océan-Atmosphère est un système dynamique dont l'énergie est fournie par le soleil. Bien que le bilan radiatif de ce système soit à l'équilibre dans sa globalité sur une année [1], localement certaines régions du globe reçoivent plus d'énergie que d'autres. La distribution d'énergie reçue par les différentes régions du globe est due aux cycles diurnes et saisonniers de la position de la Terre par rapport au soleil en raison de l'inclinaison et de la rotation de la Terre. Les régions tropicales reçoivent un surplus d'énergie solaire tandis que les régions polaires sont en déficit (voir figure 2.4). Des processus de transport tentent donc de ramener l'atmosphère à l'équilibre thermique mais les mécanismes de la circulation atmosphérique ne sont pas uniquement d'origine thermodynamique. Il existe un certain nombre de forces mécaniques fondamentales agissant sur la masse atmosphérique. Parmi les principales forces mécaniques, on peut noter la force de gravitation, la force du gradient de pression, la force de Coriolis et la force de friction. Ces différentes forces intéragissent avec les processus thermodynamiques pour contrôler la trajectoire des masses d'air.

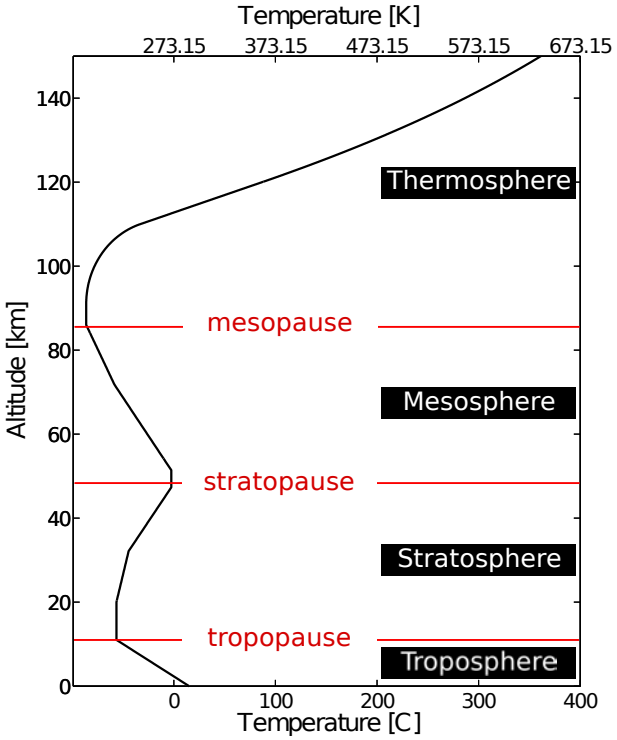


FIGURE 2.3 – Structure thermique de l'atmosphère (adapté à partir de *US Standard Atmosphere)*.

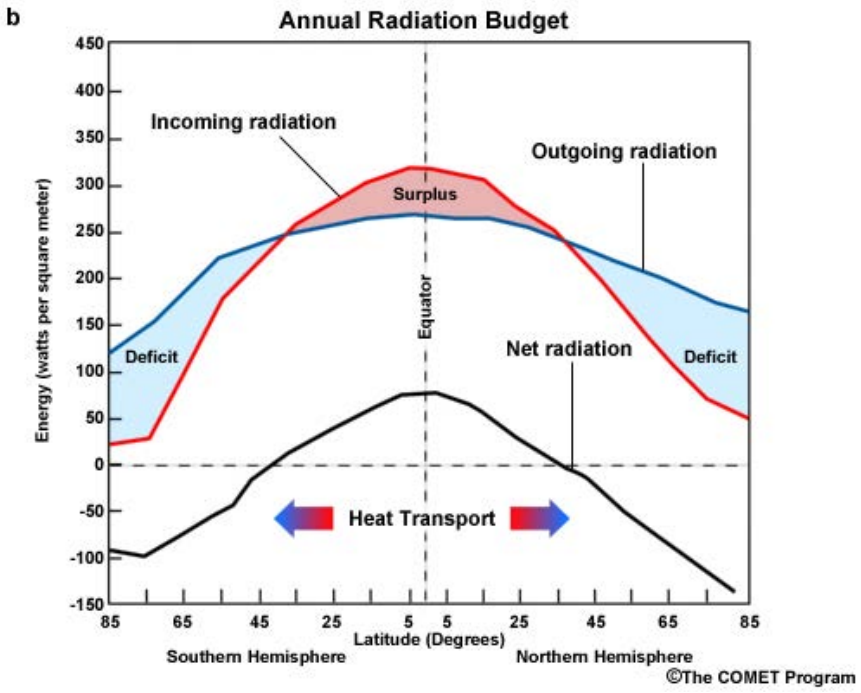


FIGURE 2.4 – Bilan annuel global des radiations à la surface de la Terre ($W.m^{-2}$) (source : programme COMET).

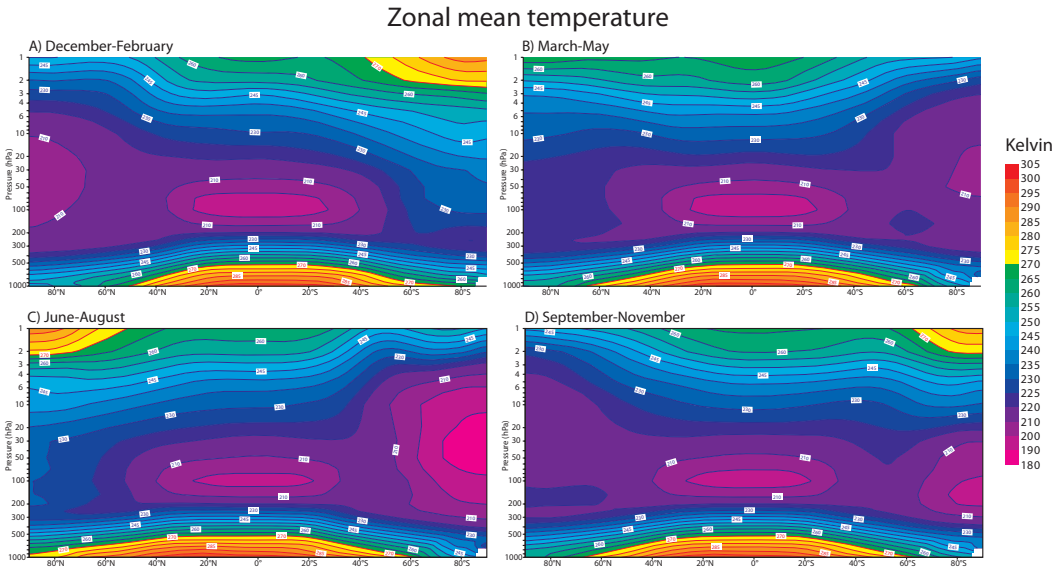


FIGURE 2.5 – Moyenne zonale de température jusqu'à 1 hPa, ∼30 km d'altitude (source ERA-40)

2.1.2.1 Circulation moyenne troposphérique

Les moyennes zonales[2] de température ou de vitesse des vents sont communément utilisées pour la description de la circulation atmosphérique. La figure 2.5 représente la distribution de la température en fonction de la latitude et des niveuw de pressions pour les mois de Décembre-Février, Mars-Mai, Juin-Août et Septembre-Novembre jusqu'à environ 1 hPa (∼30 km). Dans la troposphère, le gradient horizontal négatif de température en direction des pôles s'explique par la différence entre l'énergie radiative absorbée et émise par le système Terre-Atmosphère. Aux basses latitudes, le bilan radiatif est positif alors qu'il devient déficitaire lorsqu'on se dirige vers les pôles (voir figure 2.4). Ceci s'explique par la variation de l'incidence du rayonnement solaire avec la latitude qui module la densité surfacique d'énergie reçue. La force du gradient de pression découlant de ce gradient de température constitue le principal forçage de la circulation troposphérique. L'interprétation du mouvement des masses d'air des régions froides, de hautes pressions, vers les régions chaudes, de basses pressions en une cellule de circulation unique (voir figure 2.6 A, [Hadley 1735]) est impossible en raison de la loi de conservation du moment angulaire. Ce premier modèle de circulation a laissé place au modèle tri-cellulaire (figure 2.6 B, [Ferrel 1856]) qui permet de mieux prendre en compte les différents mécanismes de la circulation troposphérique et de mieux expliquer les observations. Les trois cellules composant ce modèle possèdent des mécanismes de circulation propres :

- **La cellule de Hadley** est une cellule thermique caractérisée par une expansion ascendante de l'air humide près de l'équateur. Cette zone convective est à l'origine de l'ITCZ. L'air asséché en altitude diverge ensuite vers les tropiques où il subside formant ainsi la ceinture anticyclonique tropicale. C'est dans cette zone tropicale que l'on trouve les principaux déserts terrestres. L'air sec converge ensuite vers l'équateur terminant ainsi le cycle de circulation méridienne. Ce courant de convergence est dévié vers l'ouest par la force de Coriolis, formant ainsi les alisés ;
- **La cellule de Ferrel** est une cellule de circulation indirecte qui assure la circulation de l'air entre la zone de haute pression subtropicale (30° de latitude) et la zone de dépression subpolaire (60° de latitude). Dans la zone subpolaire, l'ascendance de l'air chaud et humide au dessus de l'air froid venant des pôles est due au forçage dynamique. La circulation dans cette cellule est dominée par les flux de chaleur et de moment angulaire [Holton 2004], et les vents en surface soufflent vers l'est sous l'effet de la force de Coriolis ;
- **La cellule Polaire** est une cellule thermique similaire à la cellule de Hadley. La force de Coriolis dévie l'air vers l'ouest et un observateur terrestre perçoit donc des vents du nord-est dans l'hémisphère nord et du sud-est dans l'hémisphère sud.

1. L'énergie réémise vers l'espace compense parfaitement l'énergie reçue au sommet de l'atmosphère sur une année à l'échelle globale.
2. Moyenne à latitudes constantes.

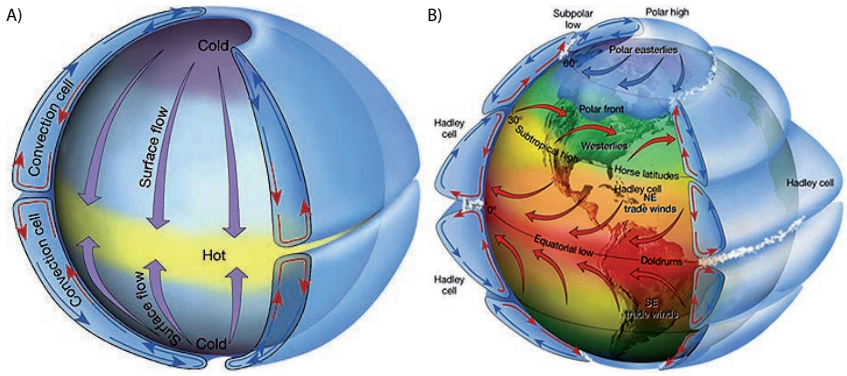


FIGURE 2.6 – La circulation thermique (A) (source NASA) et la circulation globale tri-cellulaire (B) dans la troposphère (source : programme COMET)

Au sommet de la troposphère, la rencontre des masses d'air chaudes et froides au niveau du front polaire et du front tropical est de nature à générer des courants-jets. La vitesse des vents des courants-jets est en moyenne de 25 m/s mais ils peuvent atteindre 100 m/s. Ils sont le résultat de l'équilibre entre la force du gradient de pression, générée par les contrastes de température, et la force de Coriolis. Il existe deux courants-jets principaux, le courant-jet polaire et le courant-jet subtropical, tous deux situés sous la tropopause. La position (entre 60° et 30° de latitude) et la direction (est-ouest ou nord-sud) du courant-jet polaire peuvent varier de manière significative. La figure 2.7 représentant la vitesse moyenne des vents pour les mois de Décembre-Février, Mars-Mai, Juin-Août et Septembre-Novembre dans l'hémisphère nord et sud à 250 hPa (∼ sommet de la troposphère) permet d'observer la présence de ce courant-jet ainsi que les variations latitudinales qu'il subit. On remarque aussi que le courant-jet polaire est plus stable dans l'hémisphère sud ce qui s'explique par une topographie moins marquée que dans l'hémisphère nord. Le courant-jet subtropical est lui beaucoup plus stable et s'observe parfaitement sur les moyennes zonales des vents entre 30° et 40° degré de latitude (figure 2.9). En hiver, le front polaire peut se déplacer jusqu'à environ 30° de latitude, le jet subtropical et le jet polaire sont alors susceptibles de converger. Leur influence sur la propagation des ondes infrasonores est significative car ils sont responsables du guide d'onde troposphèrique. C'est notamment la présence de ce type de courant qui a perturbé la circulation aérienne lors de l'éruption du volcan Eyfyallalokul, en Islande, en dispersant les cendres volcaniques dans la troposphère en direction de l'Europe [Matoza 2011b].

2.1.2.2 La circulation de la moyenne atmosphère

La moyenne atmosphère est la partie de l'atmosphère se situant entre 10 et ∼80 km d'altitude. Elle regroupe la stratosphère et la mésosphère. Les ondes infrasonores se propagent dans l'atmosphère et interagissent de manière significative avec la circulation de la moyenne atmosphère. L'interprétation des observations infrasons nécessite donc d'en comprendre les mécanismes principaux. Dans la stratosphère,

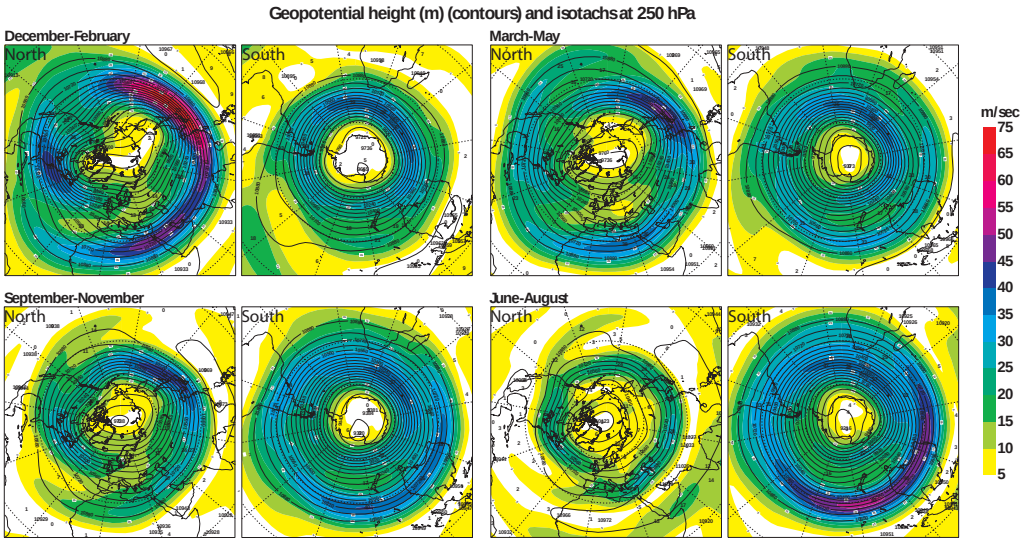


FIGURE 2.7 – Hauteur geopotentielle et vitesse moyenne des vents à 250hPa (niveau de la tropopause) pour les mois de Décembre-Février, Mars-Mai, Juin-Août et Septembre-Novembre dans l'hémisphère nord et sud (source ERA-40).

le gradient vertical positif de température limite les mouvements de convection et rend ainsi la stratosphère dynamiquement stable. Au contraire, la mésosphère, où le gradient vertical de température s'inverse, est plus instable. Bien que les transports de matière soient moins importants que dans la troposphère, la structure thermique de la moyenne atmosphère ne peut être expliquée uniquement par l'équilibre radiatif [Shepherd 2000, Shepherd 2007, Hauchecorne 2010]. Il existe en effet un certain nombre de forçages dynamiques écartant la moyenne atmosphère de l'état d'équilibre radiatif.

La circulation méridienne des basses latitudes vers les latitudes extratropicales et les régions polaires dans l'hémisphère d'hiver fut mise en évidence pour la première fois par l'analyse des distributions en Hélium et vapeur d'eau issues de mesures in-situ [Brewer 1949], et confirmée par l'analyse des quantités d'ozone [Dobson 1956]. L'intrusion d'air dans la stratosphère se fait par convection au niveau de la tropopause équatoriale. Il se produit ensuite un transport vers les latitudes extratropicales et polaires où les masses d'air subsident dans la zone de « surf » des moyennes latitudes et à travers le vortex polaire. Le mécanisme de cette circulation méridienne trouve son origine dans l'action de deux types d'onde : les ondes de gravité et les ondes planétaires de Rossby. Les ondes de gravité se propagent verticalement jusque dans la mésosphère où elles déferlent et engendrent un mélange tridimensionnel des constituants et les ondes de Rossby se propagent verticalement dans la stratosphère et sont à l'origine de la zone de « surf ». Le déferlement de ces ondes est du à des instabilités dynamiques. Il permet la redistribution de l'énergie et du moment angulaire responsable du transport de matière dans la moyenne atmosphère (voir figure

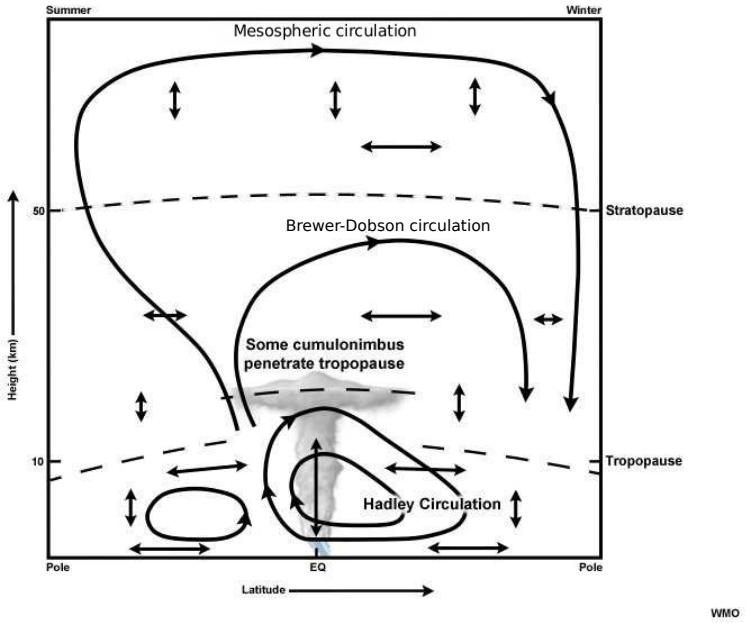


FIGURE 2.8 – Schéma de la circulation stratosphérique de Brewer-Dobson et de la circulation mésosphérique.

2.8). La circulation méridienne dans la stratosphère, résultant du déferlement des ondes de Rossby, est connue sous le nom de circulation de Brewer-Dobson. La circulation de Brewer-Dobson ainsi que la circulation mésosphérique se fait en direction du pôle de l'hémisphère d'hiver, il y a donc une inversion du sytème de circulation au moment des équinoxes.

La circulation dans la moyenne atmosphère est aussi contrôlée par les caractéristiques des vents zonaux. Dans cette région de l'atmosphère, les champs de vent sont généralement proches de l'équilibre géostrophique [3] et leur direction est principalement zonale. Dans la stratosphère, les vents zonaux sont marqués par la présence de courant-jets, dans les hémisphères Nord et Sud, avec des amplitudes maximales vers 50 km d'altitude. En hiver, le courant-jet souffle vers l'est tandis qu'il souffle vers l'ouest en été (figure 2.9). Ils peuvent atteindre des amplitudes maximales de 120 m/s au moment des solstices de juin et de décembre. La présence de ces courant-jets constitue une barrière à la circulation méridienne et contribue à la division de la stratosphère en trois zones, la zone intertropicale, la zone de surf et la zone polaire. Au niveau de la mesopause, la direction des vents s'inversent sous l'effet de l'inversion du gradient de température entre les pôles sud et nord.

3. L'équilibre entre la force du gradient de pression et la force de Coriolis.

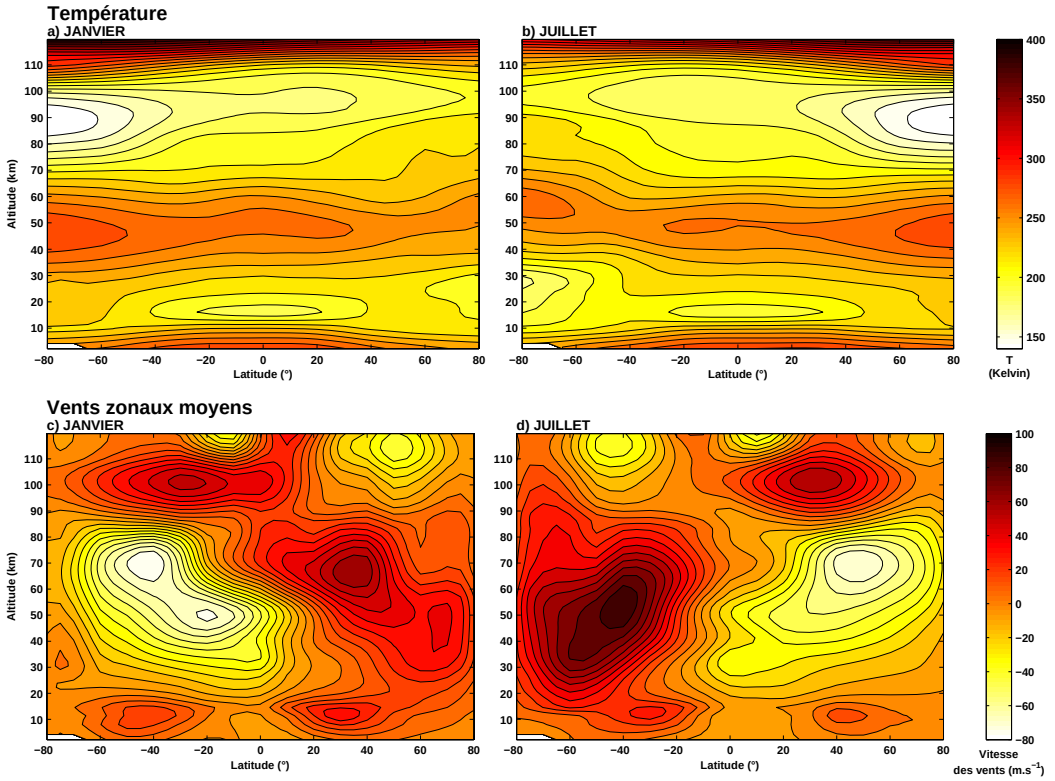


FIGURE 2.9 – Moyenne zonale de température pour les mois de Janvier (a) et Juillet (b) et des vents zonaux pour les mois de Janvier (c) et Juillet (d) (d'après les données CIRA-86 [Fleming 1990])

TABLE 2.1 – Quelques caractéristiques des principales perturbations atmosphériques.

Type de perturbation	Échelle spatiale	Longueur d'onde	Période
Ondes de Rossby	planétaire	5000 km	5-16 jours
Ondes de Kelvin	planétaire	20000 ou 40000 km	10-15 jours
Ondes de Gravité	jusqu'à 1000 km horizontalement	10-100 km horizontale 5-15 km verticale	de 10 minutes à quelques heures
Marées solaires thermiques	planétaire	-	24,12,8,6 heures

2.1.3 Ondes et perturbations atmosphériques

Le milieu atmosphérique est continuellement perturbé par la présence d'ondes atmosphériques dont les échelles spatiales et temporelles recouvrent plusieurs ordres de grandeurs. L'interaction de certaines ondes atmosphériques avec la propagation des infrasons est significative car ces ondes ont souvent un rôle fondamental dans les mécanismes de circulation atmosphérique. Il est donc nécessaire d'en expliquer les mécanismes afin d'analyser correctement l'influence de ces ondes sur les observations des infrasons. Les caractéristiques des différentes ondes atmosphériques influençant la propagation des ondes infrasonores sont décrites dans le tableau 2.1.

2.1.3.1 Ondes Planétaires

Les ondes planétaires réfèrent communément aux ondes dont l'extension horizontale est d'échelle planétaire. Elles regroupent les ondes extratropicales de Rossby et les ondes équatoriales de Rossby et de Kelvin.

L'*onde de Rossby* doit son existence à la variation de la force de Coriolis avec la latitude qui est à l'origine d'une force de rappel agissant sur un courant zonal qui serait dévié dans la direction méridienne [Holton 2004]. Les ondes de Rossby peuvent être générées naturellement par la conservation de la vorticité ou par l'écoulement d'un flux zonal au-dessus de chaînes de montagnes (notamment les Rocheuses et l'Himalaya) qui dévient l'écoulement de sa trajectoire zonale. Les ondes de Rossby libres ont généralement des amplitudes plus faibles que les ondes forcées par les systèmes orographiques. Cela explique les amplitudes plus faibles des ondes de Rossby observées dans l'hémisphère Sud ou le système orographique est moins développé. Les ondes de Rossby se propagent horizontalement dans des flux zonaux d'ouest avec une vitesse de phase dirigée vers l'ouest par rapport à l'écoulement moyen. Elles ont des périodes allant de 5 à 16 jours selon les modes. Elles se propagent aussi

verticalement dans la stratosphère où, avec la décroissance exponentielle de la densité, leurs amplitudes augmentent jusqu'à atteindre une valeur critique à l'origine du déferlement de l'onde aux moyennes latitudes dans la zone de surf.

La propagation dans la stratosphère des ondes de Rossby de nombre d'onde zonal[4] 1 et 2 est à l'origine du phénomène de *réchauffement stratosphérique soudain* que l'on peut observer pendant l'hiver à haute latitude. Ces phénomènes sont communément associés au déferlement des ondes planétaires de Rossby [Matsuno 1971, Hauchecorne 1983]. Le réchauffement peut atteindre 40 à 60°C au-dessus des pôles en seulement quelques jours. Ils sont en général associés à la formation d'ondes de Rossby de forte amplitude dans la troposphère par interaction avec la topographie [Holton 2004]. Les ondes planétaires de Rossby sont responsables des variations journalières météorologiques à moyenne latitude que l'on observe sur les signaux infrasons [Le Pichon 2005a].

Au niveau de l'équateur, on observe deux autres types d'ondes planétaires : les *ondes de Kelvin* et les *ondes de Rossby-Gravité*. Ces ondes ne peuvent se propager qu'entre 20°N et 20°S. Le réchauffement par convection au niveau de l'équateur est à l'origine de ces ondes équatoriales. L'existence de ces ondes fut d'abord prédite de manière théorique [Matsuno 1966, Holton 2004]. Elles furent ensuite observées au moyen de radiosondages par [Wallace 1968] pour les ondes de Kelvin et par [Yanai 1966, Hendon 1991] pour les ondes de Rossby-Gravité. L'ensemble des caractéristiques associées aux ondes planétaires sont résumées dans le tableau 2.2. On remarque que les amplitudes des perturbations des vents zonaux u', méridiens v' et de température T' associées aux ondes planétaires équatoriales ne sont pas significatives par rapport à celles des autres perturbations de l'atmosphère, ce qui peut expliquer pourquoi l'interaction de ces ondes avec la propagation des infrasons n'a pas encore été mise en évidence.

2.1.3.2 Les ondes de gravité

Dans une atmosphère stratifiée, une masse d'air de densité différente de celle du milieu ambiant subit une force de rappel[5] qui tend à la ramener à l'équilibre hydrostatique. Cette force de rappel est à l'origine des ondes de gravité qui se forment lors du passage d'une masse d'air sur des nuages convectifs, des reliefs où des systèmes de front météorologique. Les ondes de gravité se propagent verticalement jusque dans la mésosphère où elles déferlent lorsque la vitesse de phase atteint la vitesse du vent ou que l'amplitude atteint une valeur critique. Elles ont des longueurs d'onde horizontales de 10 à 100 km et verticales de 5 à 15 km, des périodes allant de quelques dizaines de minutes à quelques heures et une vitesse de phase pouvant atteindre 80 m/s.

4. Nombre de pic et de creux de l'onde à une latitude donnée.
5. Cette force est la poussée d'Archimède.

Caractéristiques	Onde de Rossby	Onde de Kelvin	Onde de Rossby-Gravité
Période	5 à 16 jours	15 jours	4-5 jours
Nombre d'onde zonal	1-5	1-2	4
Longeur d'onde verticale	40-50 km	6-10 km	4-8 km
V_{ph} moyenne au sol	-20 m/s	+25 m/s	-23 m/s
Direction des vents zonaux	d'Ouest en Est	d'Est en Ouest ($\leq -25m/s$)	d'Ouest en Est ($\leq +7m/s$)
V_{ph} moyenne par rapport à l'écoulement	-8 m/s	+50 m/s	-30 m/s
Amplitudes			
u'	-	8 m/s	2-3 m/s
v'	-	0	2-3 m/s
T'	-	2-3 K	1 K

TABLE 2.2 – Caractéristiques des ondes planétaires dominantes, V_{ph} est la vitesse de phase, u', v' et T' représentent respectivement les amplitudes des perturbations du champ de vent zonal, méridien et de la température.

La faible extension horizontale et les courtes périodes de ces ondes rendent leur observation difficile par les méthodes classiques de mesures. Elles jouent cependant un rôle très important dans la circulation de la moyenne atmosphère en transportant de l'énergie et de la quantité de mouvement. Elles ont aussi un rôle très important sur la propagation des ondes infrasonores en diffusant l'énergie acoustique [Chunchuzov 2004, Ostashev 2005a]. Les ondes de gravité étant mal représentées dans les modèles atmosphériques actuels, on ajoute en général des perturbations d'ondes de gravité [Gardner 1993] aux modèles atmosphériques pour modéliser la propagation des ondes infrasonores [Matoza 2011a, Green 2011].

2.1.3.3 Marées solaires thermiques

Les marées solaires sont des oscillations des champs de température et de vents résultant d'un forçage thermique. La théorie des marées solaires fut présentée pour la première fois par [Lindzen 1966] et modélisée par [Forbes 1982]. La rotation de la Terre autour de son axe entraîne des variations cycliques de l'absorption du rayonnement solaire par l'ozone de la stratosphère et la vapeur d'eau de la troposphère qui sont à l'origine des marées solaires thermiques. Les périodes associées à ces perturbations sont de 24 heures mais comprennent aussi différentes sous-harmoniques (principalement 12, 8 et 6 heures). Ces perturbations, d'extension planétaire, se propagent vers l'ouest et s'amplifie dans la mésosphère et basse thermosphère avec

la décroissance exponentielle de la densité. Elles se dissipent aux environs de 120 km d'altitude. Elles constituent, par ailleurs, la principale source de variabilité des champs de température et de vent dans la basse thermosphère [Forbes 1995]. Les oscillations périodiques des marées solaires sont relativement bien paramétrisées par les modèles atmosphériques [Drob 2008] car l'origine de ces ondes est stable et bien connue. La représentation des variations journalières des amplitudes des marées résultant des conditions météorologiques spécifiques est plus complexe en raison du manque d'observations dans la mésosphère et la basse thermosphère.

2.2 Observations de l'atmosphère

La connaissance et la compréhension du système atmosphérique dépendent de la qualité et de la quantité des observations disponibles. Ces observations peuvent être effectuées par des appareils basés au sol ou à bord de satellites par des techniques de mesure in-situ ou de télédétection. Elles sont réalisées à la fois dans un cadre opérationnel pour le développement des modèles météorologiques ou dans un cadre de recherche scientifique avec l'objectif d'améliorer la connaissance de l'atmosphère. Nous présentons maintenant les différents moyens d'observations ainsi que leurs répartitions à la surface du globe en mettant en évidence l'hétérogénéité et la quantité insuffisante d'observations dans certaines régions de l'atmosphère et du globe.

2.2.1 Le Système d'Observation Global

Pour les besoins de la météorologie opérationnelle, l'Organisation Météorologique Mondiale (OMM) coordonne le développement du Système Mondial d'Observation (SMO [6]) regroupant l'ensemble des observations utilisées pour la calibration des modèles météorologiques globaux. Ce réseau est composé d'appareils mesurant différentes propriétés physiques de l'atmosphère telles que la température, la pression, la vitesse et la direction des vents, la composition chimique ou encore l'humidité de l'air. L'ensemble des services météorologiques nationaux participe à la collecte des observations, la mise en forme des données, la qualité et les horaires de mesures devant respecter les spécifications de l'OMM. Le réseau global est divisé en plusieurs composantes :

- les **observations aux sols** sont réalisées par un ensemble d'environ 11 000 stations météorologiques mesurant la température, la pression, les vents et l'humidité au niveau du sol terrestre (voir figure 2.10) ;
- les **observations par radiosondages** permettent d'obtenir des mesures in-situ en altitude via le lancement de ballons sondes mesurant la température, les vents et l'humidité de l'air jusqu'à des altitudes pouvant atteindre 30 km (voir figure 2.10) ;
- les **observations marines** sont réalisées par des stations météorologiques embarquées sur environ 7300 bateaux et 700 bouées [7]. Elles donnent des infor-

6. GOS en anglais pour *Global Observing System*.
7. 600 bouées dérivantes appelées *drifters* et 100 bouées fixes appelées *moored buoys*.

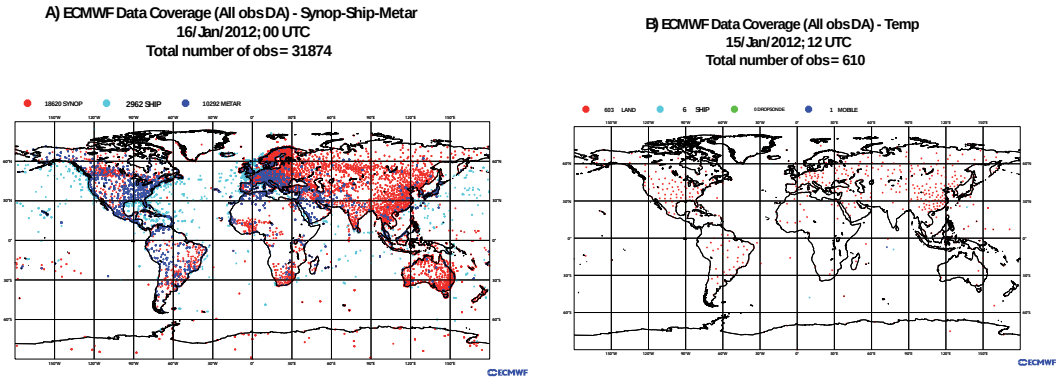


FIGURE 2.10 – Stations météorologiques en surface (A) et sites de radiosondages (B) du réseau global d'observation (source ECMWF). Les messages SYNOP proviennent des stations météorologiques au sol, les messages SHIP des stations à bord de navires, les messages METAR proviennent des stations aéroportuaires et les messages LAND proviennent des sites de radiosondages.

mations sur la température à la surface des océans, la hauteur et la période des vagues (voir figure 2.10 et 2.11) ;

- les **observations aériennes** réalisées par des instruments de mesures à bord d'environ 3000 avions de ligne fournissent des données in-situ sur la pression, la température et les vents (voir figure 2.11) ;
- les **observations satellitaires** provenant de satellites en orbite géostationnaire ou polaire permettent d'obtenir des profils verticaux de propriétés atmosphériques telles que la température, l'humidité et la vitesse des vents. Le résau des satellites GPS (Global Positioning System) est aussi utilisé pour sonder l'atmosphère au moyen des ondes radioélectriques ;
- et d'**autres observations** provenant des profileurs de vents, des radars Doppler permettent d'obtenir des données à haute résolution temporelle et spatiale dans les couches superficielles de l'atmosphère notamment concernant les systèmes de précipitation.

Le système d'observation globale regroupe des mesures in-situ et des mesures par télédétection que nous détaillons dans les sections suivantes.

2.2.1.1 Mesures in situ

Les observations in-situ sont des observations qui échantillonnent un volume d'air très petit par rapport aux phénomènes que l'on veut décrire offrant ainsi des mesures d'une grande précision sur l'état de l'atmosphère. Elles regroupent des mesures en surface (stations météorologiques au sol ou à bord de navire, bouées en mer) et en altitude (avions, radiosondages). Chaque observation est réalisée à la même heure en chaque point du globe à des fréquences différentes selon les types de mesures. Les mesures en surface et aériennes sont réalisées toutes les 6 heures (00TU, 06TU, 12TU, 18TU) et les radiosondages sont effectués à 00TU et 12TU. Malgré une très

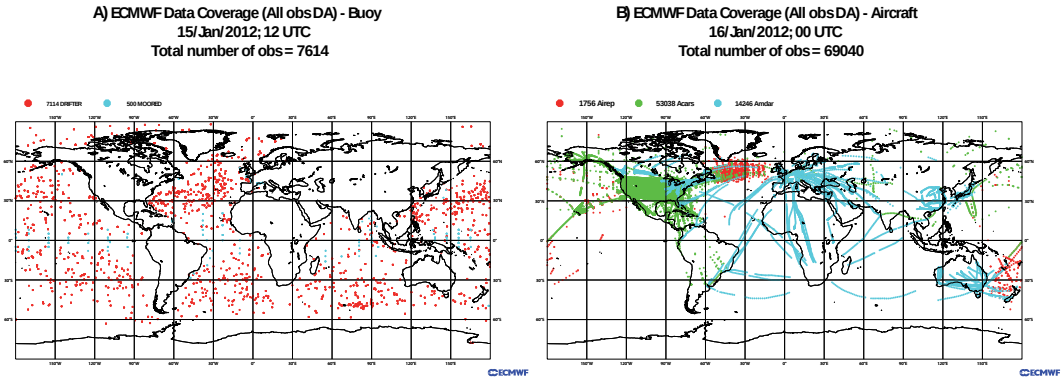


FIGURE 2.11 – Bouées météorologiques (A) et mesures aériennes (B) du réseau global d'observation (source ECMWF). Les messages DRIFTER proviennent des bouées dérivantes et les messages MOORED des bouées fixes.

grande quantité de mesures disponibles, la couverture spatiale des mesures in-situ reste très hétérogène (voir figures 2.10 et 2.11). Les régions les plus développées du globe concentrent un très grand nombre de mesures alors que la couverture est très incomplète dans les zone tropicales, désertiques et océaniques. La dispersion des mesures in-situ augmente de manière importante avec l'altitude où seules les données des ballons sondes et des stations à bord des avions sont disponibles. En effet, la couverture des sites de radiosondages est très clairsemée (figure 2.10) et les mesures ne sont effectuées que jusqu'à une altitude de 30 km avec une résolution verticale de 50 m. Les mesures aériennes quant à elles fournissent des mesures uniquement aux altitudes de vol des avions (figure 2.11).

L'ensemble des mesures in-situ disponibles pour le dévelopement des modèles météorologiques n'est pas suffisant pour décrire l'état de l'atmosphère en surface dans certaines régions du globe. Les manques les plus importants se situent dans les régions du globe en voie de développement, les régions désertiques et océaniques. En altitude, la quantité de mesures in situ en altitude décroît fortement et devient nulle au-dessus de 30 km. Il est donc nécessaire de recourir à d'autres types d'observations comme les méthodes de télédétection depuis le sol et l'espace.

2.2.1.2 La télédétection et les mesures satellites

Les instruments de mesure par télédétection permettent d'échantillonner de très larges zones souvent inaccessibles aux instruments de mesures in-situ. Ils sont pour cela très utiles car ils fournissent des informations à grande échelle sur l'état de l'atmosphère. La plupart des techniques de mesures découlent de l'interaction du rayonnement électromagnétique avec la matière. Ces interactions peuvent être de différentes natures : réfraction, absorption, émission thermique et non-thermique ou diffusion et cela dans pratiquement toutes les longueurs d'ondes du spectre élec-

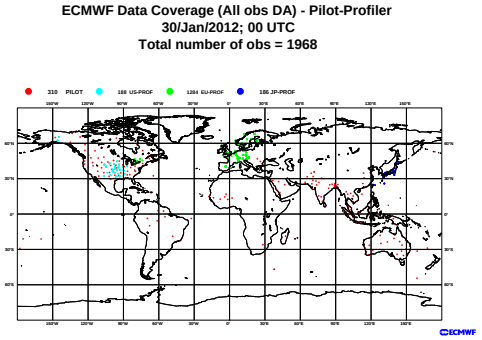


FIGURE 2.12 – Sites de radiosondages équipés pour la mesure des vents (PILOT) et de radars profileurs de vents (source ECMWF).

tromagnétique. Les méthodes de mesures peuvent être passives[8] ou actives[9] et sont réalisées par des instruments aussi bien basés au sol qu'à bord de satellites météorologiques. Ces mesures ont permis des avancées significatives dans la compréhension des phénomènes météorologiques et atmosphériques en augmentant considérablement la quantité de données disponibles et en donnant une vue globale de l'atmosphère.

Les *radars* sont des appareils émetteurs-récepteurs du rayonnement électromagnétique de grandes longueurs d'ondes. En météorologie, cette technique de mesures est principalement utilisée pour détecter les zones et types de précipitations[10] en utilisant leurs propriétés de rétrodiffusion du rayonnement électromagnétique dans certaines longueurs d'ondes. Certains radars permettent aussi de calculer la vitesse de la zone de précipitation en mesurant le décalage des longueurs d'ondes renvoyées par des particules en mouvement (effet Doppler). Le réseau GOS comprend aussi un certain nombre de *profileurs de vent* (voir figure 2.12) permettant d'obtenir des profils de vents à la verticale de l'instrument avec une résolution verticale de 100 à 200 mètres, pour les radars VHF[11], et de 30 à 40 m pour les radars UHF[12] et cela jusqu'à des altitudes atteignant 25 km pour les plus basses fréquences.

Depuis le lancement du premier satellite météorologique, Tiros 1, en 1960, la météorologie satellitaire a beaucoup évolué et le nombre de satellites s'est multiplié. Les mesures satellitaires permettent de calculer des profils verticaux des différentes propriétés atmosphériques (température, humidité, vents). Les satellites fournissent cependant des mesures moins précises que celles obtenues par radiosondage mais sont très utiles pour couvrir les zones pauvres en observations et obtenir une vue

8. Utilisation du rayonnement naturel de la matière pour en déterminer ses propriétés.
9. Source de rayonnement contrôlée par l'Homme.
10. pluies, grêles, neiges, etc.
11. Radar Very-High-Frequency utilisant des fréquences entre 30 et 300 Hz.
12. Radar Ultra-High Frequency utilisant des fréquences entre 30 et 3000 Hz.

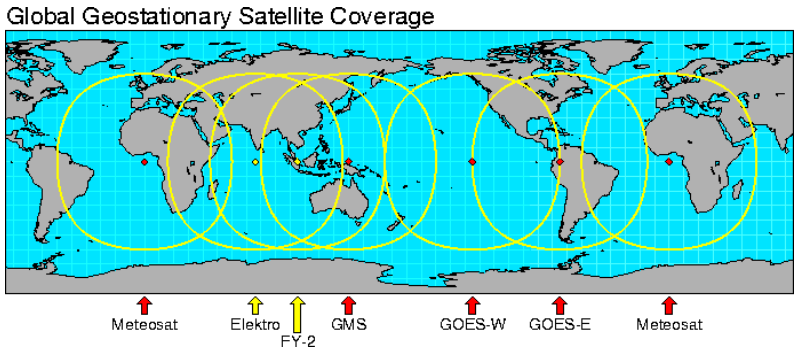


FIGURE 2.13 – Zone géographique balayée par les satellites météorologiques du Système Mondial d'Observation.

globale des phénomènes météorologiques. Les satellites utilisés en météorologie peuvent être à orbite géostationnaire ou à orbite quasi-polaires.

Les *satellites géostationnaires* se situent dans le plan de l'équateur à environ 35 800 km de la Terre et visent toujours la même zone du globe. La zone de visée est balayée en moins de 15 minutes par la plupart des satellites et la qualité des mesures réalisées est optimale à l'équateur, à la verticale du satellite, et acceptable jusqu'à 70° de latitudes nord et sud. Le réseau GOS est constitué d'environ une dizaine de satellites géostationnaires dont les principaux sont indiqués dans le tableau 2.3. L'avantage de ce type de satellites est d'avoir une large couverture régionale et une bonne résolution temporelle mais leur altitude élevée dégrade la résolution spatiale (2,5 km à l'équateur et jusqu'à 10 km à 70° Nord et Sud) par rapport aux satellites à orbites quasi-polaires.

Les *satellites à orbite quasi-polaire* se situent à environ 850 km d'altitude dans un plan légèrement incliné par rapport à l'axe des pôles. Ils suivent une trajectoire circulaire héliosynchrone (voir figure 2.14 A) de période orbitale de l'ordre de 100 minutes permettant de réaliser un peu plus de 14 orbites complètes en une journée (voir figure 2.14 B). Les satellites à orbite polaire sont généralement caractérisés par leurs horaires de passage à l'équateur. Par ailleurs, leurs altitudes de vol, plus basses que celles des satellites géostationnaires, permettent de réaliser des mesures beaucoup plus précises (résolution spatiale d'environ 1 km au sol). Ils sont très utiles pour la surveillance des zones polaires où le recoupement des traces des satellites permet d'obtenir des informations inaccessibles aux satellites géostationnaires. Les satellites à orbites quasi-polaires permettent de couvrir la Terre globalement avec un unique satellite et une résolution spatiale assez élevée mais une résolution temporelle moins bonne. On dénombre environ une centaine de satellites météorologiques à orbites quasi-polaires actuellement en opération (source OMM).

Les instruments embarqués à bord des satellites météorologiques sont générale-

TABLE 2.3 – Les principaux satellites géostationnaires contribuant au Système Mondial d'Observation (GOS, Global Observing System). Le satellite GOES ouest est réformé depuis le 16 décembre 2011.

Satellites	Positions	Zones Surveillées
Météosat 9 (MGS 2)	0^o est/ouest	Europe, Afrique Atlantique est
Météosat 7	50^o est	Océan indien, Asie
GOES ouest	135^o ouest	Pacifique central
GOES est	75^o ouest	Atlantique ouest, Amériques Pacifique est
MTSAT	140^o est	Extrême-Orient, Océanie Pacifique ouest
METSAT	83^o est	Inde
FY-2	105^o est	Chine

ment des radiomètres, des spectromètres et des radars qui, selon leurs caractéristiques, permettent de sonder différentes propriétés du sol ou de l'atmosphère à différentes altitudes.

2.2.1.3 Conclusion sur le Système Mondial d'Observation

L'objectif du système global d'observation GOS est de fournir des mesures pour le développement des modèles météorologiques opérationnels. Ce réseau regroupe un ensemble d'observations in-situ et de télédétections dont la mise en forme et la qualité sont gérées par l'OMM. L'amélioration continue des techniques de mesured permet de mieux comprendre les phénomènes météorologiques et ainsi d'améliorer la qualité des modèles atmosphériques. Dans ce contexte, l'apport de la météorologie spatiale est essentiel car elle a permit d'augmenter considérablement la quantité de données et d'obtenir une vue globale des phénomènes météorologiques. Le rôle de la moyenne atmosphère dans la dynamique générale de l'atmosphère terrestre et l'importance de prendre en compte les interactions entre la troposphère et la moyenne atmosphère ont ainsi été mis en évidence [Charlton 2005, Hinssen 2010]. Les développements des modèles météorologiques s'étendent donc jusqu'à des altitudes de plus en plus élevées [13]. Toutefois, les instruments de mesures opérationnels n'étant pas véritablement destinés à l'observation de la moyenne et haute atmosphère, la résolution des modèles atmosphériques décroît fortement avec l'altitude. La dynamique de la moyenne atmosphère et le développement d'appareils dédiés

13. La dernière version du modèle ECMWF s'étend maintenant jusqu'à la mésosphère à environ 80 km.

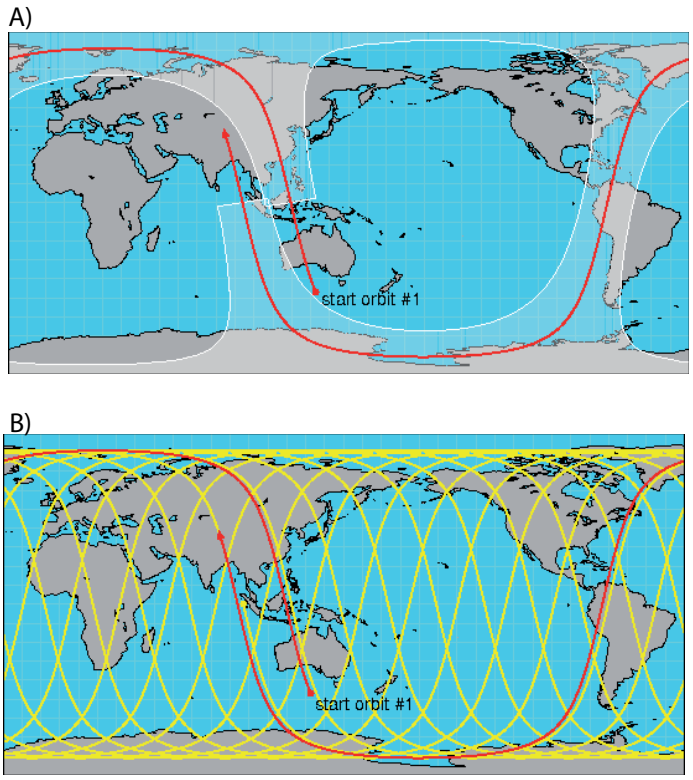


FIGURE 2.14 – Satellites à orbite quasi-polaire. (A) Trace au sol du satellite au cours d'une orbite. (B) Ensemble des orbites réalisées au cours d'une journée.

à l'observation de la moyenne atmosphère fait donc l'objet de nombreuses études scientifiques.

2.2.2 Mesures de la moyenne atmosphère et de la thermosphère

La moyenne atmosphère est en générale observée par des moyens de télédétection bien que les premières données proviennent de mesures in-situ obtenues par des fusées-sondes. Nous décrivons dans cette section les méthodes principales d'observation de la moyenne atmosphère. En général, les techniques de mesures utilisées sont relativement semblables aux méthodes de télédétection présentées dans la section précédente dans le sens où elles utilisent généralement l'interaction du rayonnement électromagnétique avec la matière.

2.2.2.1 Mesures in-situ

Il existe très peu de mesure in-situ de la moyenne atmosphère. Les mesures de radiosondages n'atteignant que 30 km d'altitude, elles fournissent des informations dans la basse stratosphère. La majorité des observations in-situ ont été obtenues par des tirs de fusées entre 1964-1990 et fournissent des mesures jusque dans la mésosphère [Minzner 1967, Theon 1972, Offermann 1974, Ackerman 1974, Trinks 1978].

2.2.2.2 Lidars

Le lidar (LIght Detection And Ranging) est une technique de mesure active généralement réalisée au sol[14]. Ce sont des appareils semblables aux radars qui émettent des ondes lasers monochromatiques et mesurent la lumière rétrodiffusée par l'atmosphère. Il existe deux types de lidars mesurant la diffusion de Rayleigh[15] et la diffusion de Raman[16]. Les lidars Rayleigh permettent de mesurer la température dans la moyenne atmosphère entre 30 et 90 km d'altitude [Hauchecorne 1980]. Le signal reçu au-dessus de 30 km étant proportionnel à la densité, on peut extraire la température en utilisant les équations de l'équilibre hydrostatique et des gaz parfaits. En-dessous de 30 km, le signal reçu est dominé par la diffusion de Mie[17] alors qu'en altitude, le facteur limitant est le rapport signal à bruit [Keckhut 1993]. Les profils verticaux de température peuvent être étendus dans la troposphère en utilisant les lidars à diffusion de Raman [Keckhut 1990, Nedeljkovic 1993] par les molécules

14. Le premier lidar spatial a été lancé en 2009 à bord du satellite ADM-Aeolus et devrait fournir des mesures de vents entre le sol et 30 km d'altitude avec une très bonne résolution verticale.

15. Diffusion des ondes par des particules dont la taille est très inférieure à la longueur d'onde incidente.

16. Diffusion inélastique de la lumière par le milieu résultant d'un échange d'énergie entre l'onde laser et les molécules du milieu. La longueur d'onde diffusée est différente de la longueur d'onde incidente.

17. Diffusion des ondes par des particules dont la taille est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde incidente.

d'azote (N_2) et de dioxygène (O_2). Certains lidars équipés d'interféromètres Fabry-Pérot permettent de mesurer le champ de vent horizontal dans la stratosphère en mesurant l'effet Doppler sur le champ rétrodiffusé par les molécules en mouvement [Chanin 1989]. Cependant, il existe très peu de lidars de ce type en opération dans le monde.

Les lidars sont très utiles pour décrire la variabilité de certains phénomènes dynamiques comme les ondes de gravité car ils réalisent des mesures continues. Cependant, les mesures ne peuvent être réalisées que la nuit en condition de ciel clair.

2.2.2.3 Radars MST

Les radars MST sont destinés à réaliser des mesures de vent dans la zone mésosphère-stratosphère-troposphère [Woodman 1974]. Ils mesurent le décalage Doppler d'un faisceau d'ondes radios diffusé par les inhomogénéités de l'atmosphère. Ils opérent dans le domaine VHF (30-60 MHz) jusqu'à environ une centaine de kilomètres d'altitude et sont très utiles pour l'étude des ondes planétaires [Williams 1992], des ondes de gravité [Larsen 1982] et des marées atmosphériques [Fukao 1980].

2.2.2.4 Les satellites Tiros-N/NOAA

Les premières observations de télédétection spatiale dans la moyenne atmosphère ont été collectées entre 1979 et 1994 par les satellites météorologiques opérationnels Tiros-N/NOAA [Ramaswamy 2001] à orbite quasi-polaire. Ces satellites sont équipés d'appareils MSU (Microwave Sounder Unit) et SSU (Stratospheric Sounder Unit), visant au nadir [18], développés pour mesurer la température et l'humidité de l'air entre 10 et 1 hPa (∼20-50 km). Les observations données par ces appareils permettent un suivi temporel des propriétés de la moyenne atmosphère avec une bonne résolution horizontale mais une faible résolution verticale [Rodgers 2000]. L'orbite quasi-polaire limite aussi la résolution temporelle car une même région du globe n'est observée qu'une seule fois par jour.

Le sondeur MSU [Spencer 1993] mesure les émissions thermiques sur 4 canaux entre 50 et 60 GHz (domaine des micro-ondes) fournissant des mesures de température entre la basse troposphère et la basse stratosphère (∼10 à 20 km).

Le sondeur SSU [Nash 1982] mesure les émissions thermiques infrarouges sur 3 canaux dans toute la stratosphère. Ces appareils ont ensuite été remplacés par les AMSU (Advanced Microwave Stratospheric Unit) fournissant des mesures plus précises [Gelman 2000] à partir du satellite NOAA-15 lancé en 1998.

18. Ligne de visée verticale où proche de la verticale en direction de la Terre.

Dans la stratosphère et aux latitudes extratropicales, les champs de vents peuvent être calculés à partir des mesures de température provenant des appareils MSU, SSU et AMSU via les équations de l'équilibre géostrophique et des vents thermiques [Holton 2004]. Ces équations n'étant pas valables dans les régions tropicales, il est nécessaire d'utiliser d'autres technologies pour ces régions.

2.2.2.5 Le satellite UARS

Le satellite UARS [19] [Reber 1993], lancé en 1991 sur une orbite quasi-circulaire à 585 km d'altitude, a fourni environ 13 années d'observations de la moyenne et haute atmosphère avant d'être désactivé le 14 décembre 2005. Ce satellite était muni des interféromètres WindII [20] [Shepherd 1993] et HRDI [21] [Hays 1993], visant tous deux les limbes terrestres [22].

L'appareil WindII fournissait des mesures de vent et de température entre 80 et 300 km d'altitude [23] uniquement la nuit. HRDI était destiné à la mesure des vents de la stratosphère à la basse thermosphère. Les mesures dans la stratosphère et la mésosphère étaient réalisées le jour alors que les mesures concernant la basse thermosphère (jusqu'à 95 km) étaient réalisées la nuit. Ces deux appareils ont été développés pour atteindre des précisions de 5 $m.s^{-1}$. Cependant, des études statistiques sur les mesures colocalisées des deux instruments mettent en évidence des différences pouvant atteindre 20-30 $m.s^{-1}$, indiquant que dans certaines conditions l'erreur est sous-estimée [Burrage 1997].

2.2.2.6 Le satellite TIMED

Le satellite à orbite quasi-polaire TIMED destiné à étudier le couplage Mésosphère-Thermosphère entre 60 et 180 km d'altitude a été lancé en 2002. Il embarque à son bord l'interféromètre TIDI [24] [Killeen 1999] pour les mesures des vents et le radiomètre SABER pour les mesures de température [Mlynczak 1997]. TIDI permet d'obtenir des informations essentielles concernant les ondes de gravité, la densité de l'atmosphère ou les émissions de lumière du ciel nocturne (airglow). Il mesure les vents dans les limbes terrestres avec une résolution verticale de 2.5 km et une résolution horizontale d'environ 250 km et cela avec une précision d'environ 3 $m.s^{-1}$. Cet instrument à été conçu de manière à réaliser des mesures de jour et de nuit en fonction des radiations émises par les différentes formes d'oxygène à certaines altitudes. D'une manière générale, TIDI permet de mesurer les vitesses de vent entre 60 et 180 km d'altitude de jour et entre 80 et 110 km la nuit. L'instrument SABER [25] mesure

19. Upper Atmospheric Research Satellite.
20. Wind Imaging Interferometer.
21. High Resolution Doppler Interferometry.
22. Ligne de visée vers la lumière terrestre avec l'espace en fond.
23. On peut toutefois considérer qu'au delà de 190 km l'incertitude devient trop importante en raison de la diminution du rapport signal à bruit.
24. TIMED Doppler Interferometer.
25. Sounding of the Atmosphere using Broadband Emission Radiometry.

les émissions infrarouges dans 10 canaux et vise lui aussi les limbes terrestres. Il permet de mesurer les distributions verticales des différents constituants (N_2, 0_3, CO_2, H, vapeur d'eau) ainsi que la température entre 10 et 180 km d'altitude avec une résolution verticale de 400 m.

2.2.2.7 Le réseau de satellites GPS

L'intérêt du réseau GPS pour la télédétection atmosphérique est apparu assez récemment [Kursinski 1997]. Son utilisation pour le développement des modèles météorologiques est maintenant opérationnelle. La méthode utilise les propriétés de réfraction et du temps de trajet des ondes radios entre un satellite GPS et un satellite en orbite basse pour déterminer des profils de température, d'humidité et de pression. Les satellites GPS ont une ligne de visée au limbe ce qui procure une faible résolution horizontale (∼150 km) et une bonne résolution verticale (∼0,5-1,5 km). Cette technique d'observation permet d'obtenir des profils de température, pression et humidité entre 0 et 60 km. Par ailleurs, certaines observations sont issues de mesures entre les satellites GPS et des stations réceptrices au sol.

2.3 Modélisation de l'atmosphère

Nous présentons dans cette section les différents modèles atmosphériques utilisés dans le cadre des études de propagation des ondes infrasonores. Les modèles atmosphériques les plus précis sont développés pour les besoins de la météorologie opérationnelle en matière de prévision du temps et combinent équations de la dynamique des fluides et observations. Les altitudes maximales de ces modèles ne permettant pas de satisfaire les besoins en matière de propagation des ondes infrasonores, il est donc nécessaire de les combiner avec des modèles empiriques pour la haute atmosphère. Le terme empirique désigne les modèles uniquement contraints par des données historiques[26]. La combinaison des modèles numériques et empiriques peut s'avérer ardue car le modèle doit en principe respecter la physique de l'atmosphère dans la zone de transition. Les modèles composites reposant sur des principes physiques rigoureux sont dits semi-empiriques [Drob 2003]. Il existe très peu de modèles semi-empiriques, aussi, la plupart du temps, nous utiliserons des techniques d'interpolation classique pour combiner ces modèles.

2.3.1 Les modèles empiriques

Les modèles empiriques compilent des observations historiques afin de décrire la climatologie de l'atmosphère jusqu'à la limite de la thermosphère (∼500 km). Ils décrivent la dynamique globale de l'atmosphère sans en expliquer les mécanismes physiques. Dans les applications de propagation d'ondes infrasonores, on utilise les

26. Ces modèles étant tout de même contraint par l'équation de l'équilibre hydrostatique.

modèles de vents HWM[27] [Hedin 1988, Hedin 1991, Hedin 1996, Drob 2008] et de chimie/densité/température MSIS[28] [Hedin 1977, Hedin 1983, Hedin 1991].

2.3.1.1 Le modèle de vents horizontaux HWM

Le modèle HWM décrit les champs statistiques de vents horizontaux dans un modèle analytique en combinant des observations provenant de différents instruments. La dernière version du modèle HWM [Drob 2008] compile environ 60×10^6 points de données provenant de 35 appareils différents sur une période de 50 ans alors que la base de données historique [Hedin 1988, Hedin 1991, Hedin 1996] du modèle précédent en contenait $1,2 \times 10^6$ (voir tableau 2.4). La base de données des observations de l'appareil WindII (cf. section 2.2.2) constitue le principal ajout par rapport aux observations historiques utilisées dans la précédente version [Hedin 1996]. Des mesures interférométriques au sol de la base de données CEDAR (http ://cedar-wab.hao.ucar.edu) en 11 lieux différents ont amélioré la couverture thermosphérique (particulièrement autour de 250 km d'altitude) dans l'hémisphère sud. Les mesures provenant de l'appareil HDRI (cf. section 2.2.2) constituent aussi un ajout majeur par rapport à la précédente version entre 50 et 115 km. Par ailleurs, le modèle HWM assimile un ensemble de mesures au sol provenant de radars météorologiques MF, de lidar mesurant la densité, la température et les vents [She 2004] ainsi que des données issues de fusée-sonde [Larsen 2002]. Enfin, entre 0 et 55 km d'altitude, le modèle HWM7 résulte de la moyenne sur 5 ans des modèles de prévision numérique GFS [Kanamitsu 1989] et GEOS-4 [Suarez 2005].

Au cours des développements successifs des modèles HWM, la quantité croissante de données conjuguées à l'amélioration des techniques de mesures et des capacités mémoires des ordinateurs a permis d'affiner à chaque étape la spécification des modèles HWM en incorporant de plus en plus d'observations (voir tableau 2.4). Malgré tous ces ajouts, le modèle HWM07 souffre toujours du manque de données dans certaines régions de l'atmosphère principalement au-dessus de 200 km, ce qui ne concerne pas les applications de propagation infrasons. Ce modèle permet via sa formulation mathématique de représenter convenablement les vents zonaux moyens, les marées solaires, les ondes planétaires stationnaires et les variations saisonnières mais échoue à décrire d'autres types de marées solaires non-migrantes, les variations diurnes des amplitudes des marées et de tous les phénomènes atmosphériques non-stationnaires.

2.3.1.2 La série des modèles MSIS

MSIS [Hedin 1977] est le modèle de référence pour la température, la composition chimique et la densité totale entre 85 et 700 km d'altitude. La base de données historiques de ce modèle est constituée des mesures des spectromètres de masse

27. Horizontal Wind Model
28. Mass Spectrometer and Incoherent Scattering

TABLE 2.4 – Nombre d'observations dans les spécifications successives du modèle HWM07.

Modèle	Nombre d'observations
HWM87	8000
HWM93	1.2×10^6
HWM07	60×10^6

embarqués à bord des satellites AE-B, Ogo 6, San Marco 3, AerosA, and AE-C et de 4 radars au sol (Arecibo, Jicamarca, Millstone Hill et Saint-Santin). De la même manière que le modèle HWM, ce modèle a subi de constantes évolutions depuis sa première version [Hedin 1977] afin d'intégrer les nouvelles observations disponibles. La base de données historiques utilisée pour le développement du modèle MSIS est résumée dans le tableau 2.5. La dernière version [Hedin 1991] inclut notamment des mesures de spectromètres de masse réalisées par les satellites Atmospheric-Explorer (AE-D et AE-E) ainsi que des données in-situ de fusées-sondes.

La formulation analytique de ce modèle est similaire à celle du modèle HWM, ce qui permet de paramétriser les effets de l'activité solaire, des tempêtes géomagnétiques, des variations journalières et mensuelles. Les coefficients des fonctions analytiques utilisées sont par ailleurs contraints de manière à minimiser l'écart avec l'équilibre hydrostatique. La partie la plus utile du modèle MSIS pour la propagation infrasonore se situe dans la mésosphère et la basse thermosphère. Les données contraignant le modèle MSIS à ces altitudes regroupent principalement des données radars, lidars et fusées-sondes déjà présentes dans la version précédente [Hedin 1987]. La couverture géographique et temporelle des données reste trop faible pour parvenir à expliquer de manière satisfaisante les variations journalières des propriétés atmosphériques.

2.3.2 Les modèles numériques de prévision

2.3.2.1 Principe de base des modèles numériques météorologiques

Les modèles de prévisions numériques reposent sur les lois physiques décrivant les mouvements des fluides. Les équations de la dynamique des fluides sont des équations aux dérivées partielles non linéaires pour lesquelles il n'existe pas de solutions analytiques. La résolution de ces équations ne peut donc se faire que de manière numérique. Le calcul de la prévision au temps $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ résulte de l'intégration des équations de la mécanique des fluides, noté $\mathcal{M}$:

$$\mathbf{x}(t_{i+1}) = \mathcal{M}_i(\mathbf{x}(t_i)). \tag{2.2}$$

L'opérateur $\mathcal{M}$ est décomposé en deux parties :

- **la dynamique**, calculant l'évolution de l'atmosphère via les équations de la dynamique des fluides pour un fluide laminaire et isolé de l'extérieur (évolution

TABLE 2.5 – Données historiques du modèle MSIS. Tp :température neutre, MS : Spectromètre de masse, UV : absorption des Ultra-Violets.

Données	Types	Altitudes (km)	Période	Propriétés
Satellites				
AE-B	in-situ	300-400	∼1966	N_2
AE-C	in-situ	150-600	1974	N_2, O, He Ar
Ogo 6	in-situ	400-600	∼1969-1970	N_2, O, He
San Marco 3	in-situ	140-250	∼1971	N_2, O, He Ar
AerosA	in-situ	200-500	∼1973	N_2, O, He Ar
AE-D	in-situ	140-400		N_2, O, He Ar, O_2, Tp
AE-E	in-situ	100-500		N_2, O, He Ar O_2, H Tp
ESRO 4	in-situ	200-350		N_2, O, He Ar
DE-E	in-situ			
Radar				
Arecibo	télédétection	650-700	1966-1969	Tp
Jicamarca	télédétection	650-700	1967-1969	Tp
Millstone Hill	télédétection	650-700	1969-1971	Tp
Saint-Santin	télédétection	650-700	1969-1972	Tp
Malvern	télédétection	250-400	1971-1975	Tp
fusées-sondes				
MS/UV[1] gauge[2], grenade[2] sphère tombante[2]	in-situ	90-220	1961-1972	N_2, Ar, O_2, O Tp, ρ

[1] Catalogues : [Offermann 1974], [Ackerman 1974], [Trinks 1978].

[2] Catalogues : [Minzner 1967], [Theon 1972].

adiabatique, sans interaction avec la surface et l'espace), et sans changement d'état.

– **La physique**, nécessaire à l'évolution de l'état du modèle mais non décrite explicitement par la dynamique. Cette partie prend en compte le rayonnement électromagnétique, les flux turbulents, les échanges avec l'extérieur, les précipitations et les changements d'états.

Le modèle initial à partir duquel l'intégration des équations du mouvement des fluides est réalisée est défini à partir des observations de l'état de l'atmosphère (section 2.2.1). L'étape consistant à définir un modèle numérique en accord avec les observations du système atmosphérique s'appelle l'assimilation de données (ces méthodes sont décrites dans l'annexe A). Les principes mathématiques à la base de l'assimilation de données sont les mêmes que ceux utilisés en méthodes inverses que nous aborderons au cours de cette thèse. L'état atmosphérique généré par la phase d'assimilation s'appelle l'*analyse*. Le modèle résultant de l'analyse est ensuite utilisé lors de la phase de prévision (équation (2.2)). Les cycles d'assimilation/prévision caractérisant les modèles numériques sont décrits dans [Holton 2004, Malardel 2009].

2.3.2.2 Quelques modèles numériques de prévision

Il existe seulement quelques centres météorologiques développant des modèles de prévision météorologique synoptique globaux. Les plus connus sont développés en Europe, en Amérique du Nord et en Australie. En Europe, des modèles globaux sont développés en Allemagne[29], en France[30] et au Royaume-Uni[31]. Par ailleurs, il faut ajouter à ces trois modèles, le modèle IFS (Integrated Forecast System) développé par le Centre Européen pour les Prévisions Météorologiques à Moyen Terme[32]. Aux États-Unis, le modèle GFS[33] est développé par le *National Weather Service* de la NOAA[34]. Des modèles globaux sont développés par l'US Navy et la NASA avec le modèle GEOS-5[35] s'étendant jusqu'à 0.01 hPa ($\sim$ 60 km) à des fins de recherche scientifique. Par ailleurs, on notera aussi le modèle GEM[36] developé au Canada par le *Meteorological Service of Canada*.

Le tableau (2.6) résume les caractéristiques des principaux modèles globaux, utilisés notamment pour la modélisation de la propagation infrason. La plupart de ces modèles sont formulés dans le domaine spectral, ce qui permet de réduire le nombre de paramètres du modèle et de faciliter certains calculs. Dans cette formulation, les paramètres du modèle ne correspondent plus à une information locale du champ atmosphérique mais à des coefficients spectraux donnant une information sur

29. le modèle GME.
30. le modèle Arpège.
31. le modèle UKMO.
32. ECMWF, European Center for Medium Range Forecast
33. Global Forecast System
34. National Oceanic and Atmospheric Administration
35. the Goddard Earth Observing System Model
36. Global Environmental Multiscale Model

TABLE 2.6 – Principaux modèles atmosphériques et leurs caractéristiques

Modèle atmosphérique	Paramétrisation	Troncature	Maille équivalente	Résolution vertical	Résolution temporelle
IFS	spectrale	T799	25 km	91 niveaux	6 heures
GFS	spectrale	T574	27 km	64 niveaux	6 heures
UKMO	spectrale	T799	25 km	70 niveaux	12 heures
GME	Icosahedral-hexagonal		40 km	60 niveaux	6 heures
Arpège	spectrale	T1291 (France) T358 (moyennes) T224 (antipodes)	15 km 90 km	60 niveaux	6 heures

la variabilité des paramètres pour une certaine longueur d'onde. Cette formulation est utile lors de la phase d'assimilation car elle permet de réduire le nombre d'inconnues. La qualité des modèles numériques est d'autant meilleure que les observations de l'atmosphère sont disponibles en grande quantité et en qualité. L'amélioration de ces modèles est donc conditionnée par les progrès réalisés dans les techniques de mesures et à l'apport de nouvelles données.

Par ailleurs, la quasi-totalité des modèles numériques utilise la pression comme coordonnée verticale au lieu de l'altitude. Cela a l'avantage de simplifier la formulation des équations de la mécanique des fluides. Les niveaux d'un modèle météorologique correspondent donc à des niveaux isobares, il faut donc convertir ces niveaux en altitude via l'équation de l'équilibre hydrostatique pour les applications de propagation d'ondes infrasonores.

2.4 La propagation atmosphérique des infrasons

Nous abordons dans cette section la propagation atmosphérique des ondes infrasonores et son interaction avec la dynamique de l'atmosphère. Nous décrivons la propagation des infrasons dans l'atmosphère, afin de mettre en évidence l'importance du milieu atmosphérique sur les caractéristiques de la propagation de l'onde. La propagation de l'énergie acoustique est contrôlée par les propriétés de réfraction, de réflexion, de diffusion, d'advection, d'atténuation et de dispersion du milieu de propagation décrites dans les sections suivantes. On se rend ainsi compte de l'intérêt de l'observation des infrasons pour caractériser l'atmosphère.

2.4.1 Sources infrasonores

Les sources d'ondes infrasonores sont d'origine anthropique ou naturelle. Parmi les sources anthropiques, on trouve les avions supersoniques [Balachandran 977], les explosions chimiques [Ceranna 2009], les tirs de mines [Hagerty 2002] ou encore les

torchères de gaz des champs pétroliers. Les sources générant naturellement des infrasons sont par exemple les éruptions volcaniques [Delclos 1990], la houle océanique [Donn 1971], le surf [Garcès 2006], les séismes [Mutschlecner 2005] ou encore les aurores boréales [Wilson 1967, Wilson 1969]. Une revue exhaustive des sources d'infrasons est disponible dans [McKisic 1997, Campus 2010]. À titre indicatif, le tableau 2.7 présente les principales sources d'infrasons étudiées dans la littérature.

2.4.2 Processus influençant la propagation des infrasons dans l'atmosphère

2.4.2.1 Vitesse adiabatique du son

La propagation des ondes infrasonores est gouvernée par la vitesse du son dans l'atmosphère qui en l'absence de dispersion est décrite par la relation de Laplace :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \tag{2.3}$$

où $\gamma = C_p/C_v$ est le rapport des chaleurs spécifiques à pression constante C_p et à volume constant C_v, $R = 8314,48$ J/(kmol.K) est la constante universelle des gaz parfaits, T est la température en kelvin et M est la masse molaire moyenne. Les fractions des principaux constituants de l'atmosphère sont approximativement constantes jusqu'à 90 km d'altitude et la masse molaire moyenne est égale à $M_{air} =$ 29 g/mol. Au-dessus de 90 km, la masse molaire M dépend de l'altitude car la composition de l'atmosphère est plus hétérogène. Dans l'atmosphère normale, le rapport des chaleurs spécifiques γ, est indépendant de la température et peut être relié au nombre de degrés de liberté des molécules constituants le mélange gazeux atmosphérique. Celui-ci étant principalement constitué de gaz diatomique (N_2 à 78% et O_2 à 21 %) on dénombre 5 degrés de liberté, 3 translationnels et 2 rotationnels, le degré de liberté vibrationnel étant considéré comme gelé en-dessus de 90 km d'altitude. Dans ces conditions, le rapport des chaleurs spécifiques $\gamma = 1,4$ est une bonne approximation jusqu'à la mésopause. La vitesse du son donnée par l'équation (2.3) n'est plus valide au-dessus de la mésopause car elle ne tient pas compte de la dispersion des ondes acoustiques résultant de la dépendance de γ à la fréquence des ondes.

2.4.2.2 Advection de l'énergie acoustique par l'effet des vents

Les vents transportent l'énergie acoustique par advection. Le champ de vent atmosphérique perturbe en effet la vitesse de propagation des ondes acoustiques qui se déplacent avec une vitesse effective :

$$c_{eff} = c_0 + \mathbf{n}.\mathbf{v}, \tag{2.4}$$

où $\mathbf{n}$ est la normale au front d'onde et $\mathbf{v}$ est le vecteur vent. La vitesse des vents peut atteindre des amplitudes significatives par rapport à la vitesse du son (jusqu'à

TABLE 2.7 – Les principales sources d'infrasons et leurs caractéristiques

Source	Bande de fréquence (Hz)	Amplitude maximale (Pa)	Distance de détection (km)
Explosion nucléaire atmosphérique	0.002-20	$\geq$20	$\geq$20,000
Explosion nucléaire souterraine	$\sim$1-20	$\sim$1	$\sim$1,000
Tir de mine	0.05-20	$\sim$5	$\geq$5,000
Explosion chimique	0.05-20	$\sim$10	$\geq$5,000
Avion	0.3-20	$\sim$2	$\leq$100
Avion supersonique	0.3-20	$\sim$10	$\sim$5,000
Météorites	0.01-20	$\geq$10	$\geq$20,000
Aurores boréales	0.008-20	$\sim$2	$\sim$4,000
Éruptions volcaniques	0.002-20	$\geq$10	$\geq$20,000
Séismes	$\sim$0.005-10	$\sim$4	$\geq$10,000
Ondes Associées aux Montagnes (OAM)	$\sim$0.007-0.1	$\sim$5	$\sim$10,000
Surf	1-20	$\sim$0.2	$\sim$300
Houle océanique	0.1-0.4	$\sim$5	$\sim$10,000
Tornade	$<$0.1	$\sim$0.5	$\sim$300
Éclairs	0.5-20	$\sim$5	$\sim$50
Tsunami	$\sim$0.5-20	$\sim$0.1	$\sim$1,000

120 m/s dans la stratosphère) si bien que l'on ne peut pas la négliger. La relation (2.4) indique que la vitesse effective des ondes augmente pour une propagation dans la direction des vents dominants et décroît lorque l'onde se propage dans la direction contraire aux vents.

La propagation des ondes infrasonores est illustrée à travers un tracé de rayons pour un milieu atmosphérique issu du modèle HWM07-MSIS extrait au 1^{er} Janvier à 12H00 TU de coordonnées géographiques 20.85°S, 168.14°E (voir figure 2.15 A). Les rayons sont tirés à partir d'une source située en $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ et un échantillonnage régulier des angles d'incidences entre [30°-85°] et les bornes azimutales [0°-360°]. Sur la figure 2.15 B, chaque point représente la position des rebonds au sol des rayons coloré en fonction de leurs altitudes de réfraction. L'empreinte au sol du champ d'onde infrasonores est composée de quatre rebonds stratosphériques, *Is1* à *Is4*, et de deux rebonds thermosphériques, *It1* et *It2*. Les vents rendent le milieu de propagation anisotrope et le champ d'ondes infrasonores est donc naturellement déformé en fonction de la direction de propagation (voir figure 2.15 B, D et G). Les vents affectent non seulement la vitesse du son dans la direction de propagation mais contribuent aussi à la réfraction horizontale de l'énergie acoustique, c'est-à-dire à la déviation de l'énergie acoustique de sa trajectoire initiale par l'effet de la composante transverse des vents.

2.4.2.3 Atténuation, diffusion, absorption et dispersion des ondes infrasonores

L'intensité d'une onde acoustique est attenuée au cours de sa propagation dans le milieu atmosphérique. L'atténuation d'une onde est due à plusieurs facteurs : l'expansion géométrique du front d'onde, la diffusion, la réfraction, l'absorption et la dispersion de l'énergie acoustique.

Les inhomogénéités du milieu atmosphérique et les turbulences sont de nature à diffuser le champ d'onde acoustique (voir figure 2.16). La diffusion peut être due aux inhomogénéité scalaire (inhomogénéité du champ de vitesses du son) ou vectorielle (inhomogénéité du champ de vents). La diffusion est le phénomène par lequel l'énergie d'une onde est déviée dans de multiples directions par son interaction avec des inhomogénéités, répartissant ainsi l'énergie du champ d'ondes dans les différentes directions de réflexion.

L'absorption atmosphérique constitue un des mécanismes de perte d'énergie les plus importants. Le modèle d'absorption le plus complet [Sutherland 2004] résulte de l'analyse théorique des mécanismes d'absorption [Evans 1972]. Il existe deux formes d'absorption, l'absorption classique et l'absorption par relaxation. L'absorption classique est associée à la transformation irréversible de l'énergie cinétique des molécules en chaleur au passage d'une onde acoustique [Ejakov 2003]. Ce type de perte d'énergie est notamment due à la viscosité et à la conductivité thermique du milieu de propagation. La perte d'énergie par relaxation est associée à la redistribution d'én-

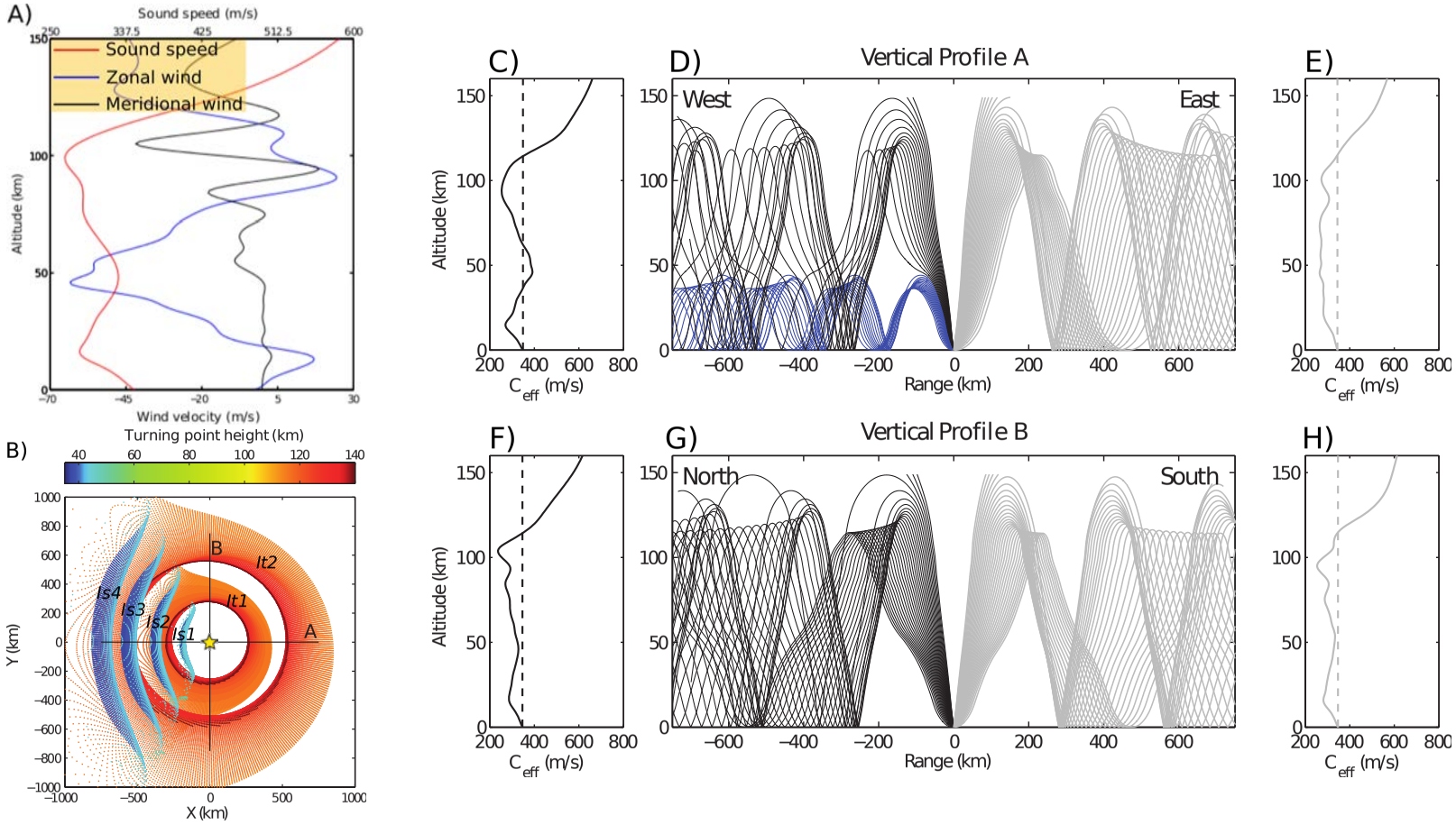
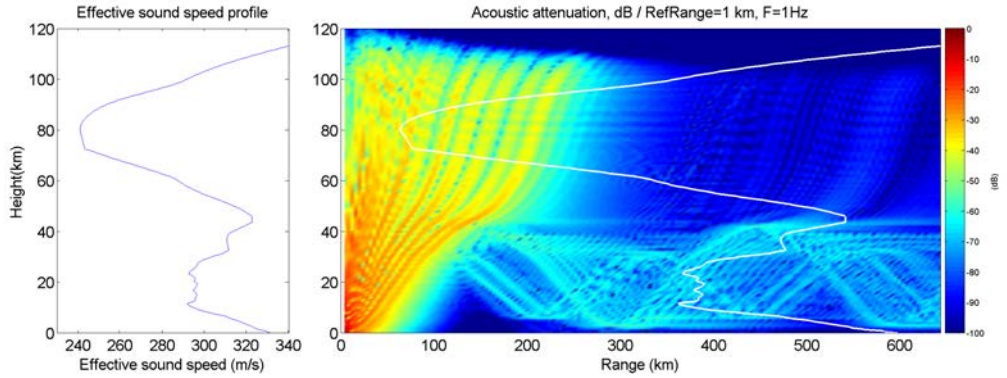


FIGURE 2.15 – Influence des vents sur la propagation des ondes infrasonores. (A) Profils de vitesse du son et de vitesse des vents zonaux et méridiens. (B) Empreinte au sol du champ d'onde infrasonore obtenu par tracé de rayon pour une source (étoile jaune) situé en $(x, y, z) = (0, 0, 0)$, les points représentent la position des rebonds au sol des rayons colorés en fonction de leurs altitudes de réfraction (*Turning point height*), *Is* correspond aux rebonds stratosphériques et *It* aux rebonds thermosphériques. (D)-(G) Tracé de rayons dans les plans verticaux correspondant aux sections A et B de la figure (B). (C) Vitesse effective dans la direction Est-Ouest, (E) vitesse effective dans la direction Ouest-Est, (F) vitesse effective dans la direction Sud-Nord et (H) vitesse effective dans la direction Nord-Sud. Les lignes pointillées représentent la vitesse effective à la source c_0. Les altitudes où la vitesse effective $c_{eff}(z)$ est supérieure à c_0 correspondent aux altitudes de réfraction de l'énergie acoustique.

A)



B)

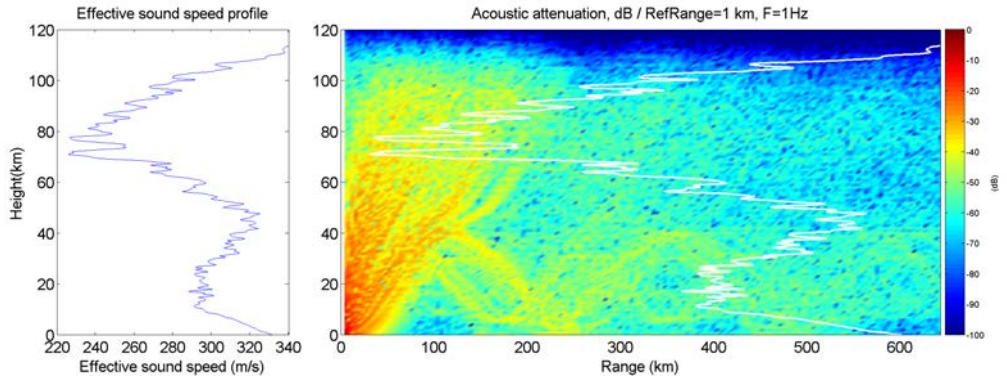


FIGURE 2.16 – Influence des petites structures atmosphériques sur la diffusion du champ d'onde acoustique simulé par l'équation parabolique avec un modèle de vitesses du son incluant (A) ou non (B) des perturbations d'ondes de gravité [Matoza 2011a]. Sur les profils d'atténuation acoustique, les courbes blanches sur représentent la vitesse effective du son.

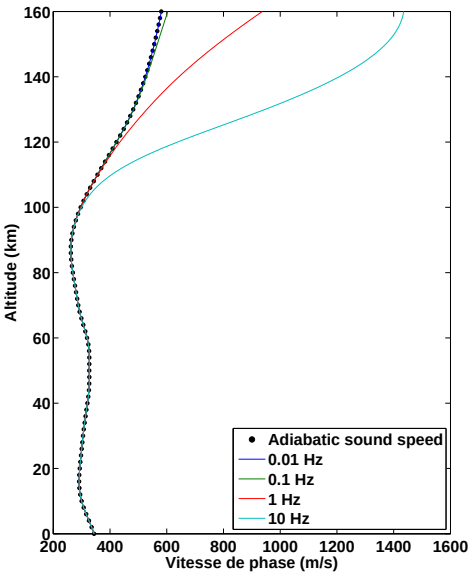


FIGURE 2.17 – Vitesse de phase des ondes infrasonores en fonction de la fréquence. La dispersion de la vitesse devient significative au-dessus de 100 km d'altitude sous l'effet de l'absorption atmosphérique.

ergie cinétique ou d'énergie interne des molécules constituant le mélange gazeux. Elle se décompose en relaxation vibrationnelle et rotationnelle résultant des transferts entre les différents niveaux d'énergie des molécules et dépend donc des propriétés des molécules constituant le gaz. L'absorption par relaxation rotationnelle prédomine pour des rapports fréquence/pression d'environ ∼100 kHz/atm. Au-dessus de la mésopause, l'absorption classique et par relaxation rotationnelle sont prédominantes à cause de la décroissance exponentielle de la pression. Par contre dans les couches les plus superficielles de l'atmosphère, l'absorption par relaxation vibrationnelle est dominante [Bass 1995].

La description complète de l'absorption des ondes acoustiques dans un milieu tel que l'atmosphère nécessite donc de décrire chacun des mécanismes de transfert d'énergie possible pour les différentes molécules constituant l'atmosphère. Cependant, étant donné les incertitudes sur la connaissance de l'atmosphère, notamment aux altitudes de propagation des infrasons, les modèles d'absorption des ondes acoustiques ne sont qu'approximatifs [Sutherland 2004].

La réponse de l'atmosphère au passage d'une onde acoustique n'est donc pas toujours adiabatique car l'absorption du son entraîne des échanges de chaleur irréversibles. L'équation standard de la vitesse du son adiabatique s'applique avec une précision raisonnable lorsque la longueur d'onde de l'onde acoustique est très supérieure au libre parcours moyen des molécules. Il faut, *a priori*, adopter une définition différente lorsque la longueur d'onde est proche du libre parcours moyen

car les échanges irréversibles de chaleur au passage de l'onde rendent le milieu dispersif [Bass 2007]. La figure 2.17 donne la vitesse de phase d'une onde acoustique en fonction de sa fréquence. La dispersion des ondes acoustiques est inexistante en dessous de 100 km d'altitude comme cela a été indiqué précédemment, elle intervient à partir de 100 km et la vitesse augmente avec la fréquence. On remarque cependant que pour les fréquences les moins élevées la dispersion est très faible et pourra être négligée dans les premières études du sondage infrason considérées dans cette thèse.

2.4.2.4 Propagation à travers les guides d'ondes atmosphériques et phases infrasonores

Au premier ordre, l'atmosphère peut être décrite comme un milieu stratifié (voir section 2.1.1) dont la structure permet la propagation des ondes infrasonores sur de longues distances à travers les guides d'ondes atmosphériques. Ces guides d'ondes se forment lorsque $V_{ratio} \geq 1$ avec,

$$V_{ratio}(z, \phi) = \frac{c_{eff}(z, \phi)}{c_0}, \tag{2.5}$$

où c_0 est la vitesse à la source, et $c_{eff}(z, \phi)$ la vitesse effective de l'équation (2.4) associée à l'azimut ϕ.

Le guide d'onde le plus direct résulte de l'augmentation rapide de la vitesse du son dans la thermosphère qui engendre la réfraction de l'énergie entre 90 et 120 km d'altitude. Les ondes réfractées à ces altitudes forment les phases thermosphériques et se caractérisent par des vitesses de passage élevées car elles correspondent à des angles d'incidences faibles par rapport à la verticale au niveau de la source. Un autre guide d'onde fondamental pour l'interprétation des ondes infrasonores est le guide d'onde stratosphérique générant les phases du même nom. La formation de ce guide d'onde est plus complexe que le guide thermosphérique car il résulte de l'interaction de la vitesse du son et de l'effet des vents dans la stratosphère. Ce guide d'onde n'est pas isotrope car il est modulé par la directivité des vents. Il apparaît et disparaît en fonction de la vitesse des vents dans la stratosphère et présente des variations saisonnières très marquées liées à l'inversion des vents stratosphériques pendant les périodes de transition saisonnières Été/Hiver. Par ailleurs, il arrive aussi que le jet stratosphérique soit situé au-dessus de 50 km d'altitude générant ainsi des phases mésosphériques. Il existe aussi un guide d'onde troposphérique se formant en présence de fort jet dans la troposphère. Ce guide d'onde est la plupart du temps moins stable que les guides stratosphériques et thermosphériques car la troposphère est beaucoup plus turbulente. L'ensemble des phases infrasons observées ainsi que leurs caractéristiques sont résumées dans le tableau 2.8.

2.4.2.5 Variabilité des guides d'ondes atmosphériques

Les guides d'ondes atmosphériques décrits précédemment sont soumis à la dynamique atmosphérique. Si le guide d'onde thermosphérique est continuellement

TABLE 2.8 – Nomenclature et caractéristiques des phases infrasonores [Brown 2002].

Phase	Désignation	Altitudes de réfraction (km)	Vitesse de passage (m/s)
Troposphérique	*Iw*	5-20	310-330
Stratosphérique	*Is*	40-50	280-310
Mésosphérique	*Im*	>50	280-310
Thermosphérique	*It*	100-120	240-300
Onde de Lamb	*ILm*	0-1	>330

présent dans l'atmosphère de part l'augmentation de la température, ses caractéristiques (altitude de réfraction) fluctuent considérablement au cours d'une journée. Cette variabilité est principalement contrôlée par la présence des marées solaires se propageant verticalement jusque dans la thermosphère et perturbant, à des périodes de 24 heures et de ses sous-harmoniques, la structure thermique de la thermosphère. Cependant, à l'intérieur de ce guide d'onde, la propagation des ondes infrasonores est aussi influencée par l'effet des vents notamment stratosphériques. La variabilité du guide d'onde stratosphérique est fortement marquée par les variations saisonnières des jets stratosphériques qui s'inversent d'une saison à l'autre et d'un hémisphère à l'autre. Le guide d'onde troposphérique résulte de conditions météorologiques particulières pour lesquelles il n'existe pas de variations saisonnières caractéristiques.

2.5 Observations des infrasons

2.5.1 Le réseau international du TICE

Le Traité d'Interdiction Complète des Essais nucléaires (TICE) signé par 71 États en 1996 contient dans ses annexes la description d'un réseau opérationnel de surveillance pour la vérification de ce traité. Ce Système de Surveillance International (SSI) est composé de quatre réseaux de stations globalement distribuées : sismologiques, radionucléïdes, hydroacoustiques et microbarométriques. Ces dernières ont pour but de mesurer les ondes infrasonores produites par des explosions aériennes. Dans cette optique, le développement des techniques de mesures et de traitement du signal en temps réel ont été menés afin de satisfaire aux exigences du traité. Parallèlement, l'expertise concernant l'analyse des signaux, la compréhension des phénomènes liés à la propagation et la génération des ondes infrasonores a permis d'améliorer les capacités de détection du réseau SSI. Actuellement, le réseau de mesures microbarométriques est opérationnel à 70%. Cela signifie que les stations concernées (figure 2.18) enregistrent en continu les signaux infrasons et les transmettent en temps réel au Centre International de Données (CID) situé à Vienne, Autriche, ainsi qu'à des Centres Nationaux de Données pilotés par des États membres.

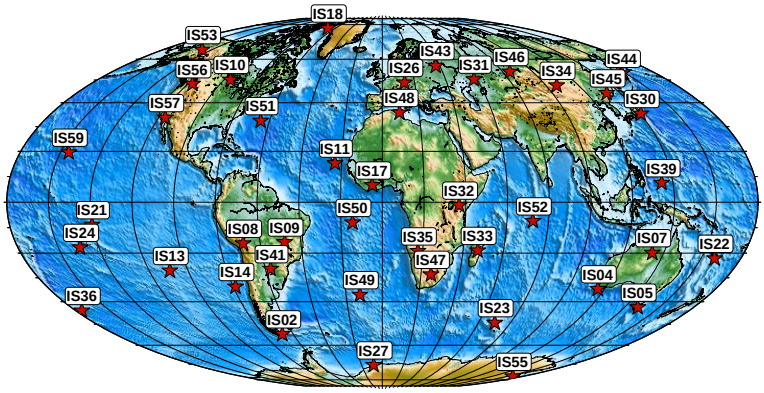


FIGURE 2.18 – Répartition des stations microbarométriques du réseau IMS.

Bien que la mission du CID concerne principalement la détection et la caractérisation des différentes sources d'infrasons, de nombreux travaux de recherche ont porté sur la simulation de la propagation des infrasons ainsi que la modélisation des différentes sources d'infrasons, et ce dans le but de mieux comprendre les observations. Par ailleurs, l'observation en continu des ondes infrasonores a permis de mettre en évidence le lien entre les signaux infrasonores et la dynamique de l'atmosphère à diverses échelles.

Les stations microbarométriques du réseau de surveillance infrasons sont constituées d'un minimum de quatre capteurs organisés en antenne d'ouverture ∼1-2 km (figure 2.19). Les capteurs microbarométriques permettent d'enregistrer des signaux dans la bande de fréquence $[0.001 - 10]$ Hz avec une très bonne précision [Ponceau 2010].

2.5.2 Traitements du signal

Lorsque les stations de mesures sont constituées de plusieurs capteurs dont l'ouverture est de l'ordre de grandeur des longueurs d'ondes observées on parle d'antenne de capteurs. Alors qu'un unique capteur permet déterminer le contenu fréquentiel d'une onde, les méthodes de traitement d'antenne permettent, elles, d'extraire le signal cohérent au sein du bruit et de déterminer les caractéristiques du vecteur d'onde $\mathbf{k}$ associée au front d'onde cohérent. Un des objectifs des méthodes de traitement d'antenne consiste à séparer les différents fronts d'ondes se propageant à travers l'antenne [Rost 2002].

La plupart des méthodes de traitement d'antenne suppose que les fronts d'ondes

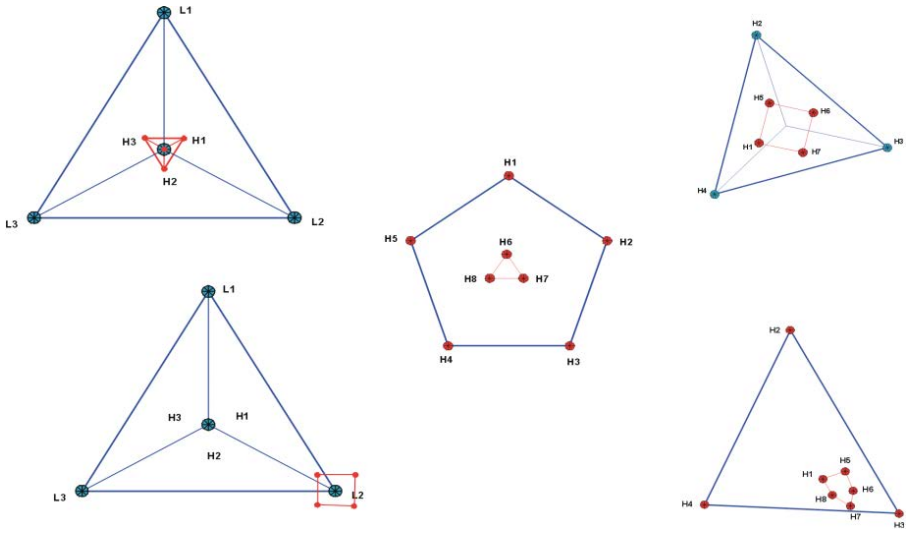


FIGURE 2.19 – Exemples de configuration d'antenne du réseau IMS.

peuvent être modélisés par des ondes planes :

$$f(\mathbf{r}, t) = \exp\left(i(\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r})\right), \tag{2.6}$$

où $\mathbf{k}$ est le vecteur d'onde de norme $\|\mathbf{k}\| = 2\pi f/c$, avec f la fréquence, c la vitesse de phase et $\omega = 2\pi f$ la fréquence angulaire.

2.5.2.1 Formation de voies classique

La méthode de formation de voies classique ou *retard-sommation* consiste à rechercher les décalages temporels à appliquer aux signaux enregistrés par chacun des capteurs afin de générer un signal somme qui maximise l'énergie. Les décalages temporels théoriques correspondant au passage d'une onde plane sont calculés de manière systématique pour tous les vecteurs lenteurs horizontaux possibles $\mathbf{s}_{hor} = (s_x, s_y)$. La méthode de formation de voies était à l'origine réalisée dans le domaine temporel [Rost 2002], cependant, son application dans le domaine fréquentiel permet de réduire le temps calcul [Capon 1969]. Un autre avantage du domaine fréquentiel résulte du fait que la phase n'est plus une quantité échantillonnée ce qui rend la méthode plus précise car, dans le domaine temporel, les retards en temps sont obtenus au pas d'échantillonnage près.

2.5.2.2 L'algorithme *Progressive Multi-Channel Correlation* (PMCC)

L'algorithme PMCC [Cansi 1995] a été développé au CEA pour traiter automatiquement et en temps réel les signaux sismiques et infrasons mesurés sur des antennes de capteurs. Cette méthode permet notamment d'améliorer la capacité de détection des fronts d'ondes cohérents en relachant la contrainte en onde plane.

La transformée de Fourier $S(f)$ du signal $s(t)$ peut s'écrire :

$$S(f) = A(f)\exp(i\phi(f)), \tag{2.7}$$

où $A(f)$ est l'amplitude spectrale et $\phi(f)$ est la phase du signal. Lorsque l'ouverture du réseau est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, l'amplitude spectrale et la phase sont des fonctions lentement variables sur les distances inter-capteurs. Les signaux enregistrés sur deux capteurs distincts vérifient donc les relations :

$$A_2(f) = A_1(f), \tag{2.8}$$
$$\phi_2(f) = \phi_1(f) - \Theta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1), \tag{2.9}$$

où $\Theta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = \mathbf{k}.(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$. Le décalage temporel observé entre différents capteurs ne dépend alors que de la position de ces capteurs et il est identique pour chacune des fréquences. On peut alors écrire :

$$\Delta t_{ij} = \frac{1}{2\pi f}(\phi_j(f) - \phi_i f)\cdot \tag{2.10}$$

Lorsque le signal analysé correspond au passage d'une onde plane, les différences de temps d'arrivées entre trois capteurs i, j et k vérifient la relation de fermeture suivante :

$$\Delta t_{ij} + \Delta t_{jk} + \Delta t_{ki} = 0\cdot \tag{2.11}$$

Au contraire, lorsque le signal est uniquement composé de bruit, la phase varie aléatoirement avec la fréquence du signal. Les relations (2.8) et (2.9) ainsi que la relation de fermeture (2.11) ne sont alors plus valides.

Dans le cas de l'algorithme PMCC les décalages temporels Δt_{ij} sont obtenus dans le domaine temporel en prenant le maximum de la fonction de corrélation :

$$C_{ij}(\Delta t_{ij}) = \int_{-W/2}^{W/2} s_i(t)s_j(t + \Delta t_{ij})dt, \tag{2.12}$$

où les signaux $s(t)$ sont filtrés dans plusieurs bandes de fréquences étroites et W, la taille de la fenêtre de corrélation, est adaptée à la bande de fréquences selon une loi log-normale (voir figure 2.20).

La détection des fronts d'ondes cohérents traversant l'antenne de capteurs est uniquement basée sur le respect de la relation de fermeture (2.11) et ne dépend donc pas de l'amplitude du signal enregistré.

En raison de la présence de bruit dans les signaux enregistrés et de l'hypothèse d'onde plane qui peut ne pas être valide, la relation de fermeture (2.11) n'est pas exactement satisfaite. Par ailleurs, pour les capteurs les plus éloignés, il y a souvent une ambiguïté sur la position du maximum de la fonction de corrélation. Afin de

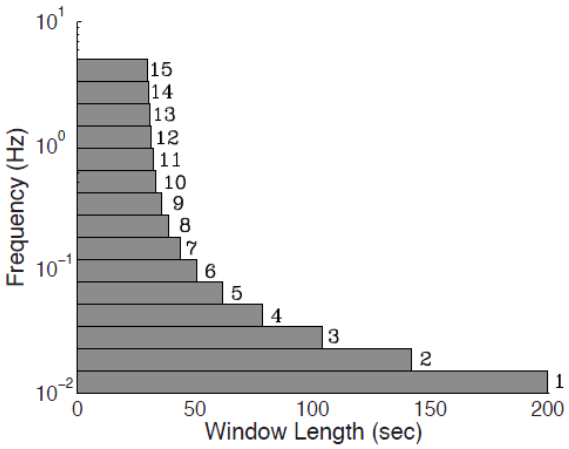


FIGURE 2.20 – Bandes de fréquences des filtres utilisées pour l'analyse PMCC automatique et largeurs des fenêtres de corrélation W correspondantes utilisées.

prendre en compte ces différents aspects, les capteurs sont pris en compte progressivement et on calcul une consistance c_n associée à une sous-antenne de n capteurs :

$$c_n = \sqrt{\frac{6}{n(n-1)(n-2)} \sum_{i<j<k} r_{ijk}^2}. \tag{2.13}$$

Une détection est observée lorsque la consistance c_n est inférieure à un certain seuil $c_{treshold}$. L'algorithme recherche ensuite si d'autres capteurs permettent d'expliquer cette détections. La procédure est initialisée pour l'antenne de trois capteurs d'ouverture minimale. À la fin du processus, une détection est caractérisée par sa consistance et par le nombre capteur de la sous-antenne utilisés.

2.5.2.3 Calcul de la vitesse de phase apparente et azimut

Pour chaque couple de capteurs i et j, on a l'équation :

$$\Delta t_{ij} = (x_j - x_i)s_x + (y_j - y_i)s_y \tag{2.14}$$

où (s_x, s_y) sont les composantes du vecteur lenteur horizontal $\mathbf{s}_{hor}$ et (x_i, y_i) les coordonnées cartésiennes du capteurs i. Le vecteur lenteur horizontal est obtenu en résolvant, au sens des moindres-carrés, le système d'équations formé par l'ensemble des équations (2.14) de l'antenne. La vitesse de phase apparente, ou vitesse de passage est donnée par $v_t = 1/\sqrt{s_x^2 + s_y^2}$, et l'azimut par $\phi = \text{atan}(s_x/s_y)$. La précision des mesures d'azimuts et de vitesses de passages dépend de la configuration de l'antenne de mesure considérée. Les écart-types de mesures peuvent être obtenues analytiquement en utilisant la relation de Cramer-Rao qui fournit une borne inférieure sur l'écart-type d'un estimateur statistique (l'estimateur étant ici le système d'équations formé par les équations (2.14) de l'antenne) [Rao 1945, Cramér 1999]. Les écarts-types de mesures d'azimut et de vitesse de phase apparente pour les stations IS22

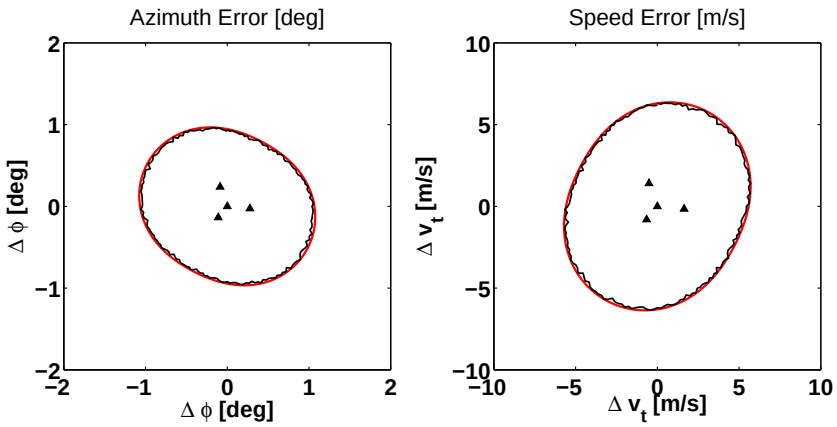


FIGURE 2.21 – Écarts-types sur l'azimut et la vitesse de phase apparente pour la station IS22. Le calcul est réalisé en considérant un écart-type de 1 seconde sur les temps d'arrivées. Les triangles noires représentent la disposition de l'antenne IS22. Les courbes rouges correspondent au résultat issu de la borne de Cramer-Rao alors que les courbes noirs correspondent aux résultats obtenues statistiquement en considérant les différences de temps d'arrivées théoriques d'une onde plane dans toutes les directions azimutales auxquelles on ajoute un bruit gaussien d'écart-type 1 seconde. La mesure statistique est réalisée en tirant aléatoirement 100 réalisations de bruit dans chacune des directions azimutales.

(Nouvelle-Calédonie) et IS18 (Groenland), pour lesquelles nous présentons des observations dans la suite de la thèse, sont représentés sur les figures 2.21 et 2.22. L'ouverture de la station de la station IS18 étant plus faible que celle de la station IS22, les écarts-types sur la mesure de l'azimut et de la vitesse de passage sont plus importants.

2.6 Ondes infrasonores et dynamique atmosphérique

L'analyse de quatre années d'observations de signaux infrasonores dans la bande de fréquence $[0,1-1]$Hz, associée à la houle océanique, par [Donn 1971] a mis en évidence pour la première fois la relation entre les caractéristiques des signaux infrasons observés et la variabilité atmosphérique diurne et saisonnière ainsi que l'apport des mesures microbarométriques en continu pour le suivi de différents paramètres atmosphériques. Avec le développement du réseau SSI ces mesures se sont multipliées constituant une base de données unique pour étudier l'interaction de la propagation des infrasons avec la dynamique de l'atmosphère. Dans ce contexte, toutes les sources périodiques ou quasi-périodiques peuvent s'avérer utiles pour analyser les fluctuations saisonnières des caractéristiques des ondes infrasonores. Les sources permanentes d'infrasons pourraient, à terme, être utilisées pour caractériser l'état de l'atmosphère. Dans cette section, nous présentons et décrivons les enregistrements continus de stations du réseau SSI pour lesquels les caractéristiques des ondes infra-

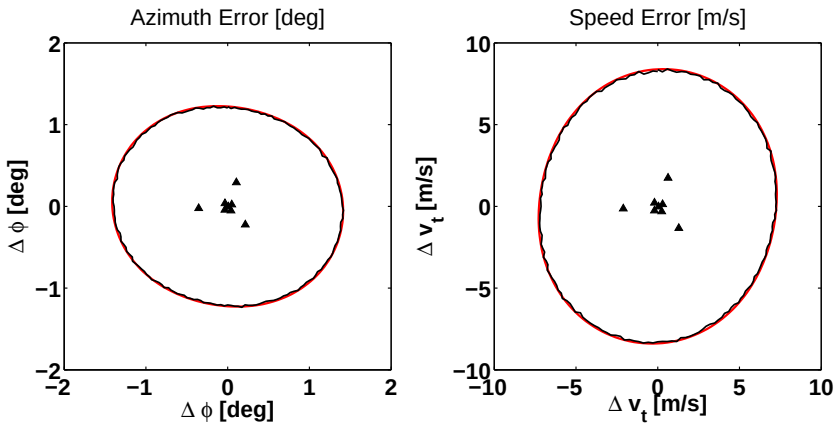


FIGURE 2.22 – Idem figure 2.21 pour la station IS18.

sonores peuvent être expliquées par la dynamique de l'atmosphère.

2.6.1 Observations globales d'ondes infrasonores

Le retraitement de l'intégralité des signaux infrasons du réseau SSI a bénéficié des améliorations récentes de la méthode de traitement PMCC [Landès 2012]. Ce nouveau traitement a permis la détection d'environ 26 millions de trains d'ondes cohérents dont environ 60% se situent dans la bande de fréquence associée à la houle océanique $[0.1 - 0.4]$ Hz. Les ondes infrasonores émises par la houle océanique résultent de l'interaction non-linéaire des vagues [Longuet-Higgins 1950] et sont enregistrés continuellement sur les stations du réseaux SSI [Campus 2010]. Ces observations ont souvent été considérées comme une source de bruit empêchant l'étude des autres sources d'infrasons. Cependant, la communauté scientifique s'est récemment intéressée à leur modélisation [Arendt 2000, Waxler 2006, Landès 2012] car ils constituent une source quasi-continue d'infrasons observés à longue distance et sur toutes les stations microbarométriques du SSI.

L'étude globale des détections dans la bande de fréquence de la houle océanique met en évidence les variations saisonnières des azimuts détectés. La figure 2.23 représente en couleur les azimuts moyens hebdomadaires des détections de chacune des stations du réseau SSI classées de haut en bas de la figure en fonction de leurs latitudes. On observe sur l'ensemble des stations une variation saisonnière des azimuts détectés entre 2005 et 2011. Aux latitudes équatoriales, l'absence de jets stratosphériques rend la variabilité saisonnière moins marquée qu'aux moyennes latitudes. Aux latitudes plus proches des pôles, on observe une variabilité de plus petite échelle temporelle se superposant à la variabilité saisonnière. La cause de cette variabilité n'est pas encore véritablement identifiée mais on peut supposer que le rôle des vortex polaires dans la circulation aux latitudes élevées en soit à l'origine. L'amplitude et la localisation des sources de houle océanique sont aussi sujets

à une variation saisonnière, l'ensemble des azimuts détectés par le réseau SSI résulte donc de cette variabilité saisonnière et de la variabilité atmosphérique. Les variations temporelles de plus petites échelles des azimuts détectés peuvent être la conjonction des effets de la source et de la variabilité journalière des conditions météorologiques notamment dans la troposphère. Les variations saisonnières très marquées des caractéristiques de la houle océanique [Le Pichon 2006, Landès 2012] révèlent l'intérêt de ces observations pour étudier l'atmosphère. La modélisation précise de la houle océanique est cependant complexe de part ses fondements théoriques [Longuet-Higgins 1950, Waxler 2006] mais aussi car elle nécessite une connaissance précise de l'état de la surface des océans ce qui en limite pour l'instant les applications possibles.

2.6.2 Observations infrasons à la station IS22 (Nouvelle Calédonie)

La station IS22 (voir figure 2.24) détecte des sources liées au déferlement des vagues (appelé le surf), à la houle océanique et aux ondes de montagnes[37] et les explosions volcaniques du Yasur et du Lopevi. Les détections observées sont remarquables car les variations saisonnières de l'azimut y sont clairement visibles pour l'ensemble des sources enregistrées. Les variations temporelles de V_{ratio} prises au dessus de la station IS22 sont par ailleurs en parfaite corrélation avec les variations des azimuts de chaque sources détectées (voir figure 2.25).

Parmi ces sources, les volcans constituent des sources naturelles d'infrasons très énergétique, fixe et qui peuvent parfois être explosives. L'activité volcanique peut s'étendre sur des périodes prolongées permettant ainsi d'étudier l'interaction des ondes infrasonores avec le milieu atmosphérique : c'est le cas de l'Etna [Evers 2005], du Kilauea à Hawaï [Fee 2007] ou encore du volcan Tungurahua en Équateur [Assink 2012]. Dans la région du Vanuatu, les éruptions du Yasur, du Lopevi et d'Ambrym constituent des sources explosives uniques enregistrées par la station IS22 du réseau SSI depuis son installation en 2003 (voir figure 2.24). En particulier, le suivi des détections infrasons associées aux éruptions quasi-continues des volcans Yasur et Lopevi permet d'étudier les fluctuations saisonnières de l'atmosphère sur plusieurs années. Le Yasur est situé à 400 km de la station IS22 avec un azimut de 42,7° et le Lopevi à 650 km avec un azimut de 14,3° de la station IS22. Dans cette région, les vents stratosphériques soufflent d'Est en Ouest pendant l'Été austral et s'inversent en hiver. La disposition géographique des volcans par rapport à la station d'observation sur un axe pricipalement Nord-Sud rend la propagation des ondes très sensible à l'intensité et à la direction des vents zonaux qui dominent dans la stratosphère (voir figure 2.27). De plus, sur la figure 2.26 on remarque que le Yasur n'est détecté que durant l'Été austral bien qu'il soit toujours en éruption alors que les détections associées au Lopevi sont observées de manière continue. Ceci s'explique par les différents types de propagation des infrasons. En effet, le Lopevi génère des phases thermosphériques qui sont influencées par les fluctuations

37. Connu sous le nom MAW pour Mountain Associated Waves

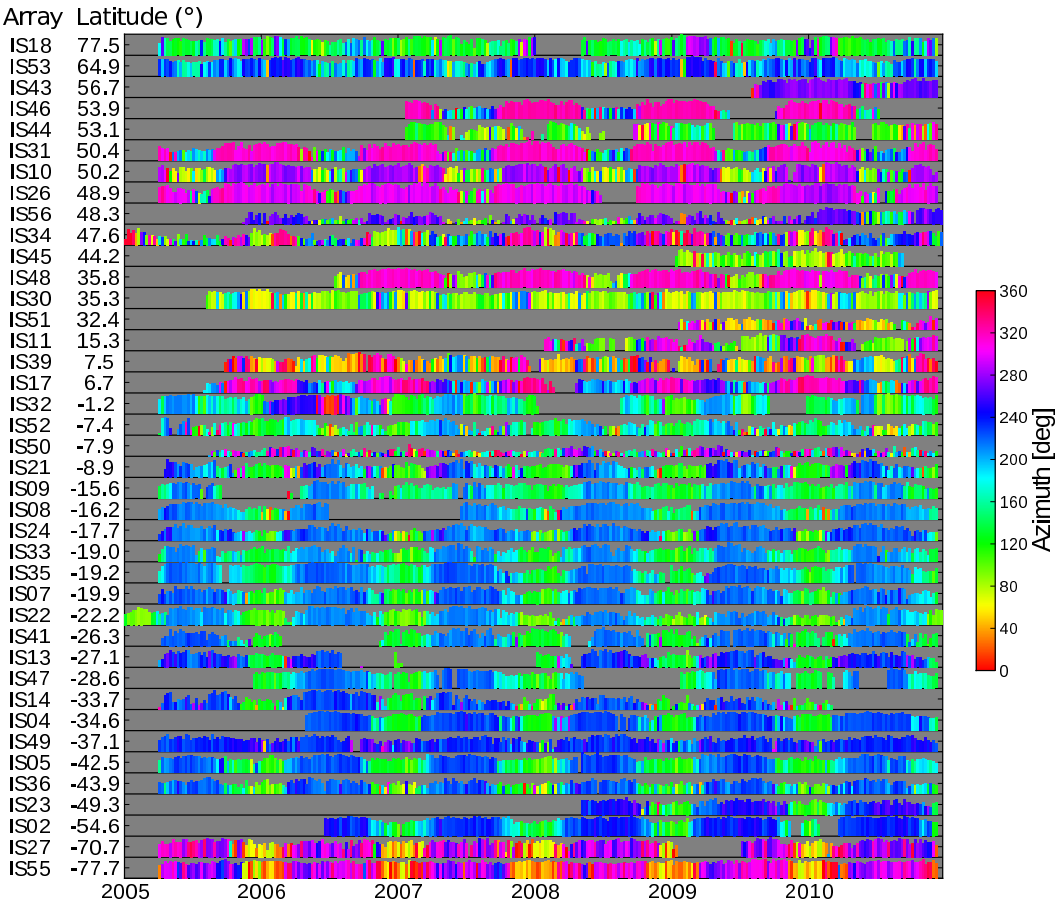


FIGURE 2.23 – Distribution des azimuts moyens hebdomadaires des détections dans la bande fréquence $[0.1 - 0.4]$ Hz sur les stations du SSI entre 2005 et 2010. Ces détections sont associées aux ondes infrasonores générées par la houle océanique. Les stations sont classées de haut en bas en fonction des latitudes du Nord vers le Sud et la barre de couleur code l'azimut moyen détecté et la taille des pixels est proportionnelle aux nombres de détections observées durant une semaine. La variabilité saisonnière observée sur l'azimut moyen de détection est le résultat de l'effet conjoint de la variabilité saisonnière des jets stratosphériques et de la variabilité saisonnière de la houle océanique. Dans l'hémisphère sud, où la distribution des sources de houles océaniques est relativement homogène entre 40°S et 60°S de latitude on peut clairement observer l'effet de l'inversion du jet stratosphérique qui se traduit par la détection des sources situées à l'Est (azimut de détection à $\sim$240°) durant l'hiver austral et à l'Ouest (azimut de détection à $\sim$120°) durant l'été austral. Dans l'hémisphère nord la distribution et la variabilité saisonnière des sources est plus complexe et les observations ne peuvent pas être uniquement reliées à la dynamique des vents stratosphériques. Cependant, pour les stations IS46, IS31, IS10, IS26 et IS48 et dans une moindre mesure IS56, la saisonnalité des azimuts détectés est bien présente. Pendant l'hiver, ces stations détectent principalement des ondes infrasonores se propageant d'Ouest en Est alors que pendant l'été, elles proviennent majoritairement de l'Est. D'un point de vue global, les variations d'azimuts observées sur les stations du SSI sont corrélées aux inversions des jets stratosphériques (d'après [Landès 2012]).

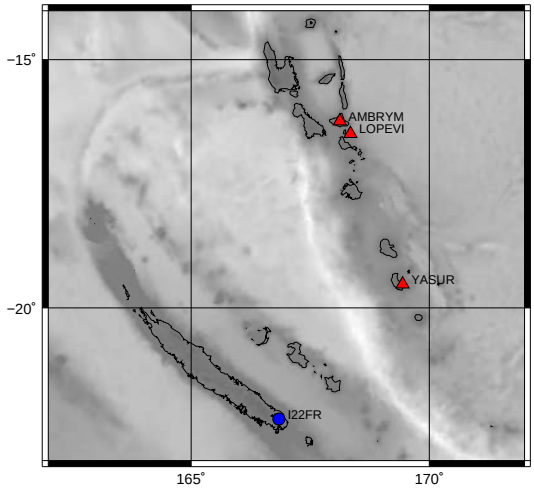


FIGURE 2.24 – Localisation géographique de la station IS22 (rond bleu), Nouvelle-Calédonie, et des volcans de l'archipel du Vanuatu (triangle rouge).

du jet stratosphérique mais dont la présence n'est pas conditionnée par le guide stratosphérique. Le Yasur génère quant à lui des phases stratosphériques qui sont observées uniquement lorsque le jet stratosphérique est dirigé d'Est en Ouest, c'est-à-dire durant l'Été austral. L'amplitude des déviations d'azimuts des détections du Lopevi atteignent 15° et celle du Yasur 4° [Le Pichon 2005b, Le Pichon 2005a]. Ce type de sources volcanique est un moyen unique qui permet de valider les modèles météorologiques sur plusieurs années [Antier 2007]. La figure 2.27 représente une comparaison simulations/observations réalisées sur quatre ans par une méthode de tracé de rayon. Bien que les simulations s'accordent très bien avec les observations, des différences significatives sont observées lors des transitions saisonnières, suggérant que l'intensité des vents stratosphériques est mal estimée lors de ces périodes. Les variations périodiques d'azimut des ondes infrasons détectées sont reliées aux perturbations des ondes planétaires de Rossby. Le caractère stationnaire de ces oscillations est remarquable et est en adéquation avec la stationnarité des ondes planétaires dans l'hémisphère Sud par rapport à l'hémisphère Nord.

2.6.3 Observations infrasons du réchauffement stratosphérique soudain

Les réchauffements stratosphériques soudains (SSW) sont des phénomènes durant lesquels la température dans la stratosphère augmente brutalement en quelques jours suite au déferlement des ondes planétaires de Rossby. Dans les cas les plus extrêmes, cette augmentation peut atteindre jusqu'à 60° Kelvin et est accompagnée d'un changement de direction des vents stratosphériques. Des amplitudes anormalement élevées des signaux infrasonores associés à la houle océanique ont pu être détectées à La Palissades (New-York) lors d'un réchauffement stratosphérique [Donn 1971]. L'effet d'un réchauffement stratosphérique soudain permet aussi d'ex-

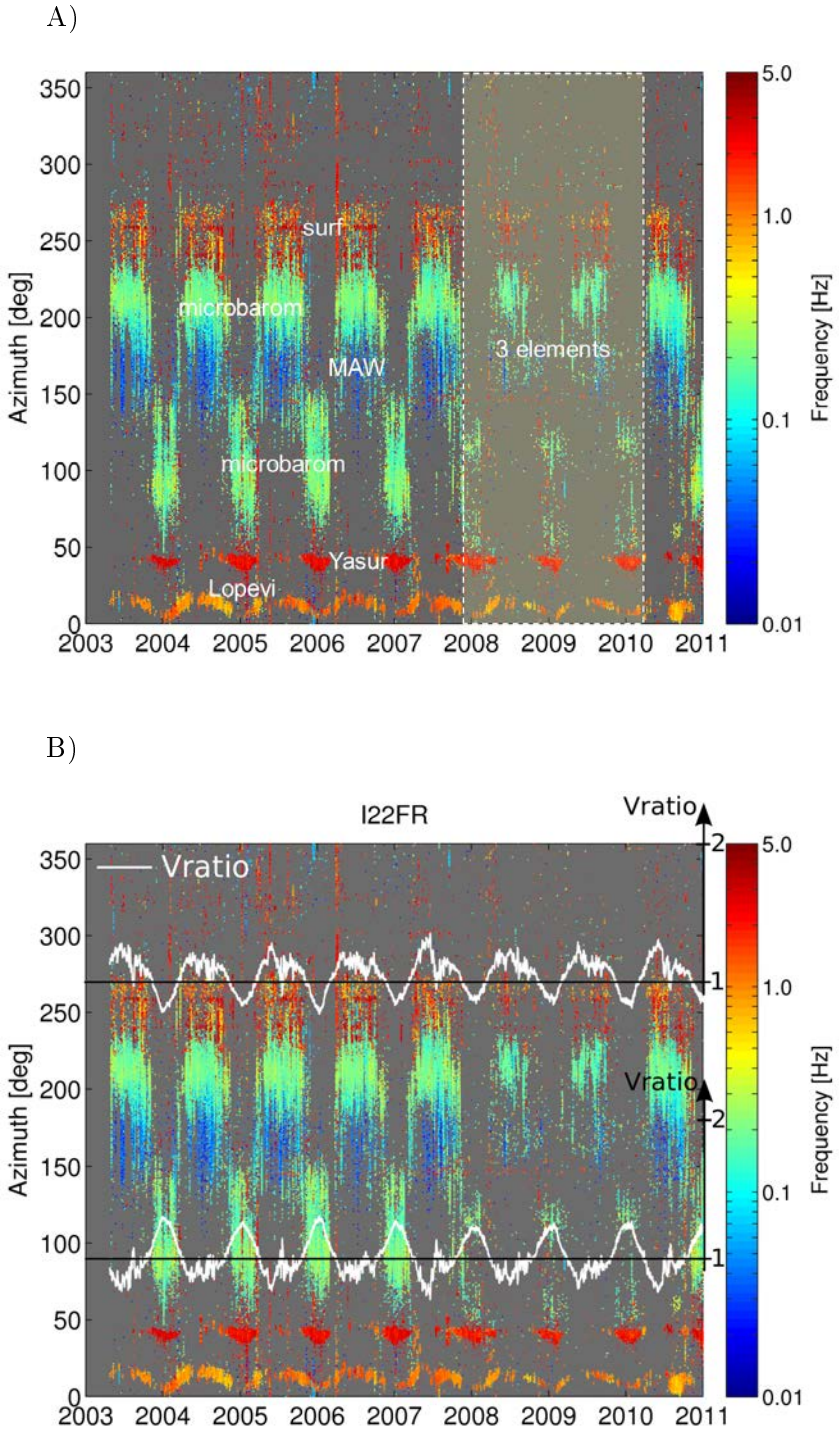


FIGURE 2.25 – Observations infrasonores à la station IS22 entre 2003 et 2011. (A) les sources détectées à cette station sont le déferlement des vagues en zone côtière (surf), la houle océanique (microbarom), les ondes associées aux montagnes (MAW) et les volcans Yasur et Lopevi. Le rectangle correspond à la période où seuls trois capteurs sont disponibles. (B) Les courbes blanches correspondent à la valeur du $V_{ratio}(z,\phi) = c_{eff}(z,\phi)/c_0$ à $z = 50$ km au dessus de IS22 pour $\phi = 90^\circ$ et $\phi = 270^\circ$. Lorsque $V_{ratio} > 1$ le guide stratosphérique est présent dans l'azimut considéré ($\phi = 90^\circ$ ou $\phi = 270^\circ$). Il est donc dirigé vers l'Ouest durant l'hiver austral et vers l'Est durant l'été austral. Les azimuts des sources d'infrasons détectées sont corrélées avec la direction du guide stratosphérique.

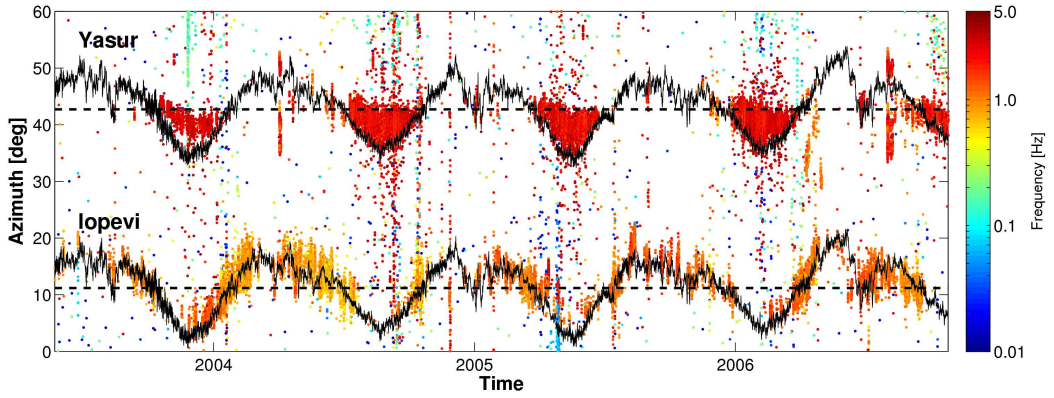


FIGURE 2.26 – Observations infrasonores d'origine volcanique à la station IS22 entre 2003 et 2007, les pixels représentent l'azimut des détections infrasons obtenues par analyse PMCC et sont colorés en fonction de la fréquence centrale du filtre passe-bande utilisé pour la détection. Les lignes pointillées représentent les azimuts des volcans Yasur et Lopevi par rapport à la station IS22. Les courbes noires représentent l'intensité normalisée des vents (modèle NRLG2S) dans les directions volcans/station à 50 km d'altitude au point milieu entre la station et le volcan considéré. Le vent nul est centré sur l'azimut de chaque volcan et la direction des vents est opposée à la direction source-station au dessus des lignes pointillées.

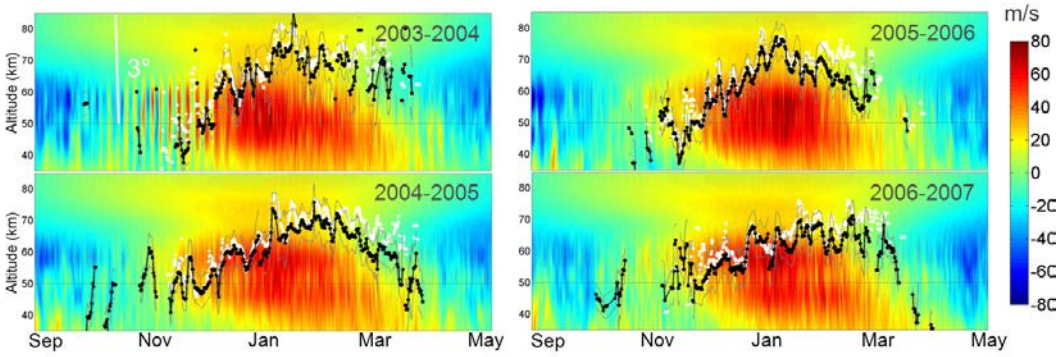


FIGURE 2.27 – Déviations d'azimuts des ondes infrasonores émises par le Yasur superposées au modèle de vents transverses à la direction de propagation. Les observations proviennent de quatre années d'enregistrements à la station IS22 entre 2003 et 2007. Les points noirs représentent les déviations d'azimuts observées, celles-ci peuvent atteindre $\sim 3^{\circ}$ par rapport à l'azimut du volcan (ligne pointillée). Les points blancs sont les déviations d'azimuts prédites par tracé de rayons avec le modèle de vent NRL-G2S [Le Pichon 2010].

pliquer une propagation des ondes infrasonores anormalement guidée vers l'Ouest en février 2008 à la suite d'une entrée de météorite dans l'atmosphère [Hedlin 2010]. Cependant, la houle océanique est une source priviligiée pour étudier ce type de phénomènes car ce sont des sources stables par rapport à l'échelle de temps des réchauffements stratosphériques.

En Janvier 2009, un SSW (voir figure 2.28) fut clairement observé par 4 stations (IS18 au Groenland, IS53 en Alaska, IS56 aux USA et IS10 au Canada) du réseaux IMS [Evers 2009]. La houle océanique enregistrées par les stations du réseau SSI dans l'hémisphère nord pendant les périodes hivernales résultent de l'interaction non-linéaire des vagues dans l'océan Atlantique et Pacifique (voir figure 2.29). La figure 2.30 montre les détections infrasonores à la station IS18 au moment du réchauffement stratosphérique. Entre mi-Janvier et fin Janvier on observe un changement brutal de l'azimut des détections parfaitement corrélé avec la période du réchauffement stratosphérique durant lequel la direction du jet stratosphérique s'inverse vers l'Ouest. En hiver, la source détectée par la station IS18 se situe à 210° d'azimuth et correspond à la houle océanique de l'océan Atlantique (MBAO). Lors du réchauffement stratosphérique, le changement de direction d'Est en Ouest favorise la propagation des microbaroms de l'océan Pacifique dans la direction 130°. L'azimut semble être le paramètre le plus utile pour étudier l'impact d'un réchauffement stratosphérique car la fréquence et la vitesse de phase apparente des détections à IS18 ne permettent à priori pas de différencier plusieurs sources de houle océanique (voir figure 2.30).

2.7 Vers l'utilisation des infrasons pour sonder l'atmosphère

Au cours de ce chapitre, nous avons décrit l'interaction de la propagation des ondes infrasonores avec le milieu atmosphérique. Bien que cette interaction soit encore le sujet d'étude scientifique, la circulation moyenne de l'atmosphère, ses perturbations stationnaires ainsi que certains phénomènes atmosphériques non-stationnaires d'échelles spatio-temporelles variables permettent d'expliquer la variabilité des signaux infrasons observés. Nous avons explicité l'intérêt de certaines sources répétitives d'infrasons (houle océanique, explosions volcaniques) pour étudier la dynamique de l'atmosphère. D'autres sources répétitives ont aussi montré leurs intérêts pour l'étude de la variabilité saisonnières et diurnes de l'atmosphère, c'est le cas notamment des infrasons générés par le déferlement des vagues près des côtes [Le Pichon 2004, Arrowsmith 2005, Garcès 2006], ou des infrasons générés par les vols réguliers du *Concorde* entre l'Europe et les États-Unis [Balachandran 977, Le Pichon 2002].

Les observations continues d'infrasons ont permis de préciser les connaissances sur la propagation des ondes infrasonores en augmentant de manière significative la quantité de données disponibles et en rendant possible des études systématiques

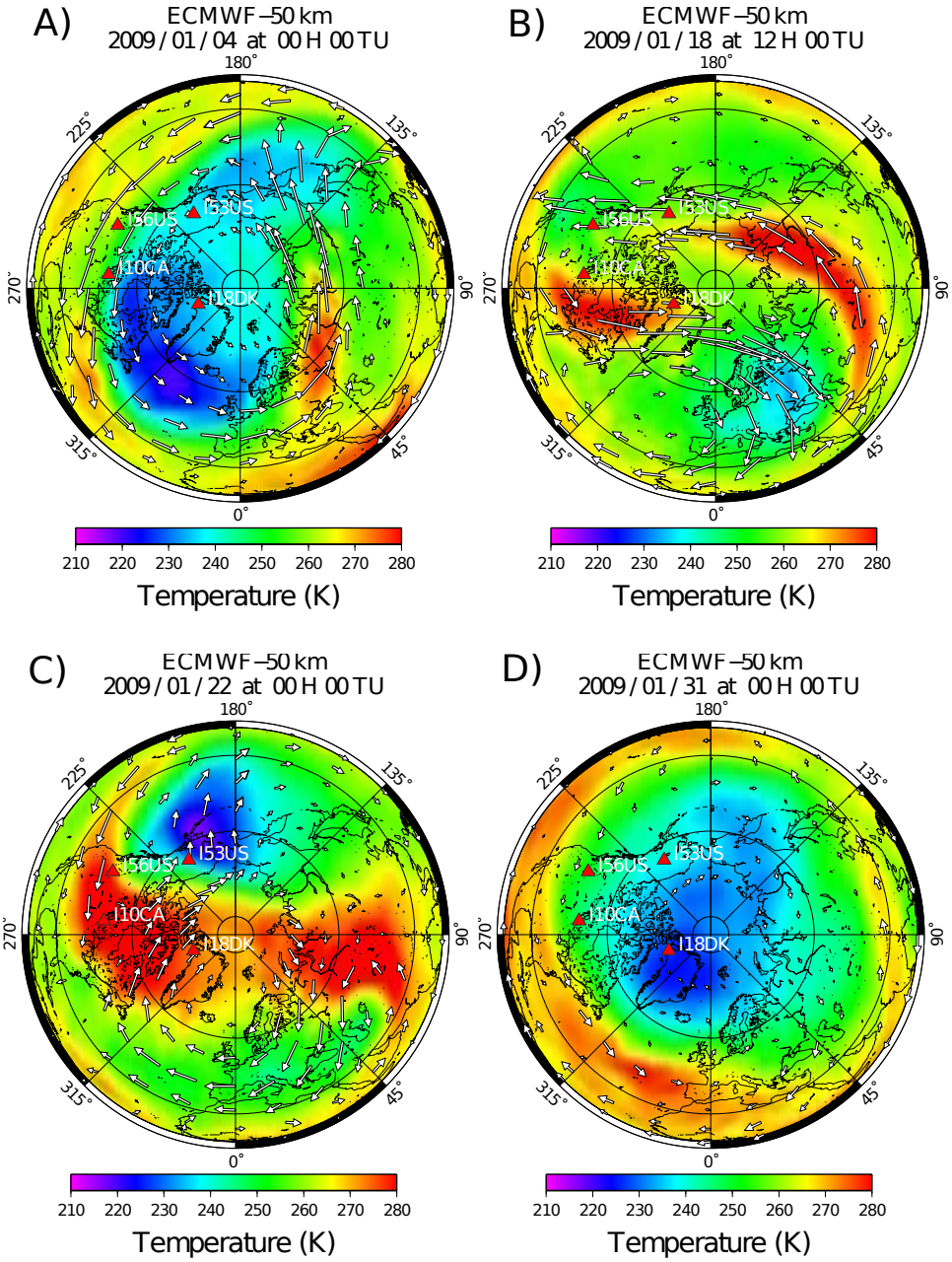


FIGURE 2.28 – Analyse ECMWF à 50 km d'altitude vue du pôle Nord pour différentes périodes du mois de Janvier 2009. Sur chacune des figures, la barre de couleur indique la température alors que la direction des vents est réprésentée par les flèches blanches dont la longueur est proportionnelle à l'intensité des vents et les triangles rouges indiquent les stations sur lesquels on observe clairement l'effet du réchauffement stratosphérique sur les caractéristiques des observations infrasonores. (A) représente la période avant le réchauffement le 4 Janvier 2009, (B) l'amorce du réchauffement le 18 Janvier 2009, (C) caractérise la période du réchauffement le 22 Janvier 2009 et (D) la période après le réchauffement le 31 Janvier 2009. Avant le réchauffement stratosphérique, le jet stratosphérique est dirigé d'Ouest en Est, le réchauffement stratosphérique est caractérisé par une augmentation de la température d'environ 50° Kelvin associée à une inversion des vents stratosphériques. Le changement de direction du jet stratosphérique engendre un changement de direction du guide d'onde stratosphérique identique.

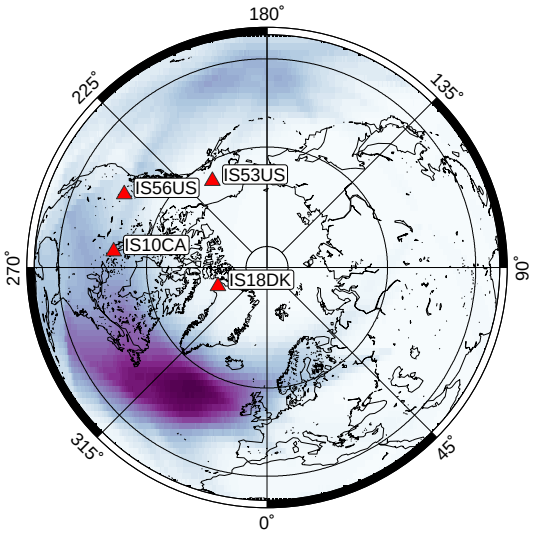


FIGURE 2.29 – Probabilité de présence des sources de houle océanique par analyse des signaux du réseau SSI (adapté à partir de [Landès 2012]). La probabilité égale à 1 est représenté par la couleur violette et la probabilité nulle est en blanc. On observe dans l'hémisphère Nord deux sources majeures dans les océans Atlantique et Pacifique.

conjointes de cette propagation et de la dynamique de l'atmosphère. L'utilisation des infrasons pour corriger les modèles atmosphériques de manière empirique a montré que les vitesses des vents dans la moyenne atmosphère et basse thermosphère pouvaient être sous-estimées d'environ 30 m/s [Le Pichon 2005a]. Cependant, le premier développement d'un algorithme d'inversion rigoureux pour retrouver des paramètres atmosphériques à partir d'observations infrasonores est très récent [Drob 2010]. La mise en place de tels algorithmes ainsi que l'analyse du problème de sondage atmosphérique par mesures infrasons fait appel aux techniques mathématiques des problèmes inverses.

2.7.1 Position du problème

On commence par définir une relation physique entre les paramètres du modèle $\mathbf{m}$ et les observations $\mathbf{d}$:

$$\mathbf{d} = \mathrm{g}(\mathbf{m}), \tag{2.15}$$

où g est l'opérateur permettant de passer de l'espace des paramètres à l'espace des données. Dans le cas du sondage atmosphérique par mesures infrasons, le vecteur $\mathbf{m}$ est composé de certaines propriétés physiques de l'atmosphère auxquelles la propagation des infrasons est sensible, $\mathbf{d}$ est le vecteur des observations contenant les caractéristiques des ondes infrasonores et g modélise la propagation des ondes infrasonores. L'objectif d'un problème inverse est de retrouver un ensemble de paramètres $\mathbf{m}^*$ correspondant à un jeu d'observations $\mathbf{d}_{obs}$, tel que :

$$\mathrm{g}(\mathbf{m}^*) = \mathbf{d}_{obs}. \tag{2.16}$$

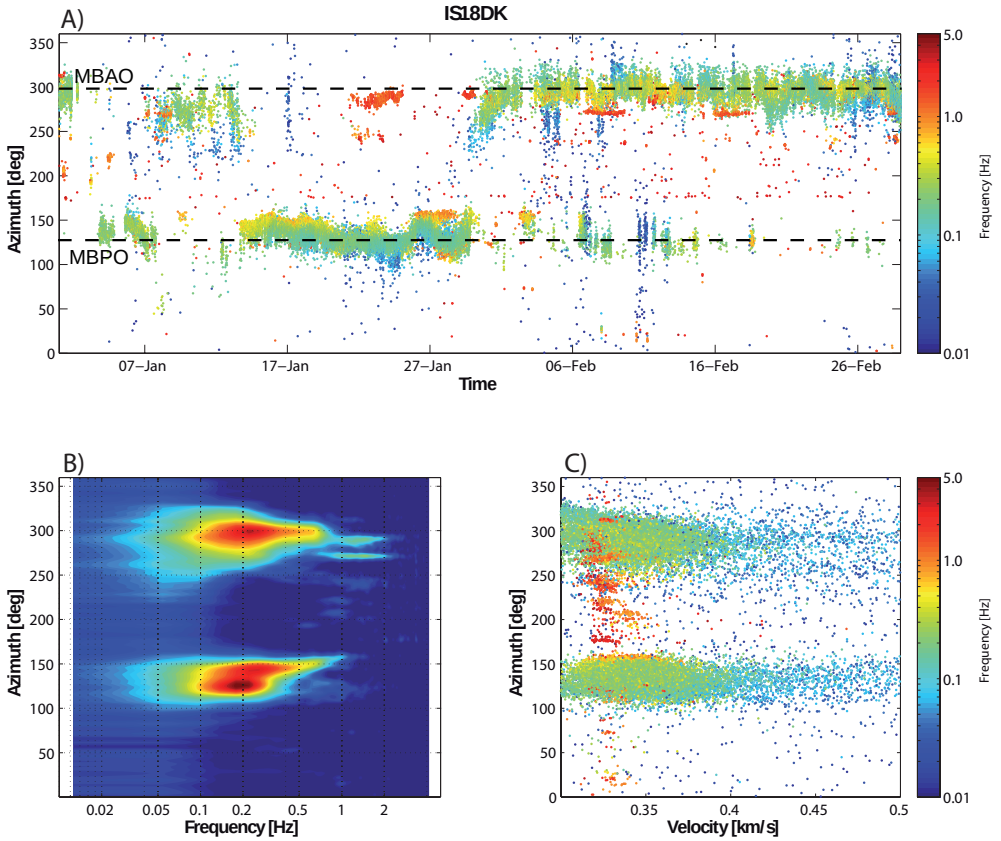


FIGURE 2.30 – Détections infrasons observées à la station IS18 (Groenland) lors du réchauffement stratosphérique de Janvier 2009 (A). Répartition en azimuts et fréquences (B) et répartition en azimuts et vitesses de passage (C) des détections. La station IS18 détecte deux sources de houle océanique, la houle océanique de l'Atlantique Nord (MBAO) et la houle océanique du Pacifique (MBPO). Les ondes infrasonores générées par ces deux sources de houle océanique ne sont pratiquement pas distinguable en terme de vitesse de phase apparente et de fréquence.

Dans les applications géophysiques, il est en général impossible de trouver une solution exacte au problème posé par l'équation (2.16) car l'opérateur g n'est pas inversible. En effet, la plupart du temps, il n'existe pas de relation directe permettant de calculer les paramètres du modèle $\mathbf{m}$ à partir d'observations $\mathbf{d}_{obs}$. Par ailleurs, dans la réalité, les observations sont souvent entachées d'erreurs, si bien que la solution du problème posé par l'équation (2.16) n'est pas unique. En général, le problème inverse se pose comme un problème de minimisation d'une fonction d'erreurs traduisant les écarts entre les observations $\mathbf{d}_{obs}$ et les simulations du problème direct $\mathrm{g}(\mathbf{m})$. Les méthodes destinées à la recherche des minima d'une fonction d'erreur se classent en deux catégories [Tarantola 2005, Bonnans 2003] :

- les méthodes d'optimisation locale,
- et les méthodes d'optimisation globale.

Les méthodes d'optimisation locale permettent de trouver le minimum d'une fonction d'erreur dans le voisinage d'une solution initiale alors que les méthodes d'optimisation globale échantillonnent de manière intensive l'espace des solutions possibles afin de localiser les différents minima de la fonction d'erreur.

Les méthodes d'optimisation locale, ou méthodes de gradient, sont adaptées lorsque le problème direct est *linéarisable*, c'est-à-dire qu'il existe un développement de Taylor de la fonction g dans le voisinage du modèle courant $\mathbf{m}_c$:

$$\mathrm{g}(\mathbf{m}_c + \delta\mathbf{m}) = \mathrm{g}(\mathbf{m}_c) + \mathbf{G}_c\delta\mathbf{m} + o(\delta\mathbf{m}^2), \tag{2.17}$$

où $\mathbf{G}_c$ est la matrice des dérivées premières de g communément appelées matrice des dérivées de Fréchet,

$$\mathbf{G}_c = \left[\frac{\partial g^i}{\partial m_k}\right]_{\mathbf{m}_c}. \tag{2.18}$$

Ces méthodes construisent une suite de solutions $\{\mathbf{m}_k\}$ de problème inverse localement linéarisé. La suite de solutions $\{\mathbf{m}_k\}$ convergeant vers la solution du problème inverse non-linéaire.

Lorsque le problème direct est trop fortement non-linéaire, les méthodes de gradient ne sont plus applicables et on utilise des algorithmes d'optimisation globale qui échantillonnent l'espace des paramètres de manière intensive afin de représenter l'ensemble des solutions possibles au problème inverse. Ces méthodes nécessitent de calculer le problème direct pour un très grand nombre d'échantillons de l'espace des paramètres du modèles. Le nombre d'échantillons nécessaire à la représentation globale de la fonction coût augmente exponentiellement avec le nombre de paramètres du modèle [Tarantola 2005]. Le coût en temps de calcul du problème direct ainsi que la quantité de paramètres du modèle sont donc susceptibles de faire exploser le coût en temps de calcul de ce type de méthode et d'en limiter les conditions d'application.

2.7.2 Que peuvent apporter les infrasons sur la connaissance de l'atmosphère ?

Comme nous l'avons vu dans la section 2.4, la propagation des infrasons est contrôlée par un ensemble de propriétés atmosphériques. L'impact de ces propriétés sur les caractéristiques des ondes infrasonores peut être de nature cinématique ou dynamique. Les propriétés cinématiques des ondes infrasonores dépendent essentiellement de la température et de la vitesse des vents. La vitesse du son est directement liée à la température de l'atmosphère par l'équation de Laplace (2.3) lorsque le passage d'une onde acoustique est assimilable à une transformation adiabatique. Cependant pour certaines fréquences dans la basse thermosphère, l'hypothèse d'une propagation adiabatique n'est plus valide et il faudrait tenir compte des propriétés de dispersion du milieu liées à l'absorption atmosphérique. En réalité, nous pourrons nous satisfaire de l'équation de Laplace pour la vitesse du son car la dispersion devient significative, pour les altitudes qui nous intéressent ($<$130 km), uniquement pour des ondes de fréquence supérieure à 2 Hz, ce qui est élevé par rapport aux applications envisagées. Les propriétés dynamiques des ondes infrasonores sont principalement contrôlées par les propriétés d'atténuation, d'absorption, de diffusion, de dispersion et de viscosité du milieu atmosphérique. Les incertitudes sur la composition de la moyenne et haute atmosphère [Sutherland 2004] rendent la modélisation des propriétés dynamiques des ondes infrasonores peu fiable. Par ailleurs, la prise en compte de ces phénomènes dans les codes de propagation n'est pas encore totalement maîtrisée et peut nécessiter, par ailleurs, des temps de calcul assez importants (voir chapitre 3).

2.8 Conclusion du chapitre

L'objectif de ce premier chapitre était, dans un premier temps, de décrire la structure atmosphérique, les mécanismes de la circulation ainsi que les principales perturbations atmosphériques. La compréhension du système atmosphérique est le fruit de l'analyse des observations acquises au fil des ans et de l'amélioration des techniques de mesures. Cependant, l'atmosphère est un milieu très complexe et la communauté scientifique est continuellement à la recherche de nouvelles techniques de mesures pour observer les zones de l'atmosphère les plus inaccessibles (zones océaniques, haute atmosphère, ...). À travers une étude bibliographique, se voulant exhaustive, nous donnons un aperçu des techniques de mesures historiques et actuelles dans l'atmosphère superficielle et la moyenne atmosphère. Dans le même temps, nous mettons en évidence les limites inhérentes à ces techniques en termes de résolution, précision et continuité des mesures. L'étude de l'atmosphère ne s'arrête pas à l'analyse des observations disponibles. Un des volets importants consiste à assimiler ces observations au sein de modèle numérique de prévision ou de modèle empirique. Les modèles numériques sont développés pour les besoins de la météorologie opérationnelle et sont limités à la troposphère et la stratosphère. Les modèles empiriques décrivent d'un point de vue statistique les observations de la moyenne et

haute atmosphère. Nous présentons les différents modèles numériques et empririques disponibles actuellement. Les incertitudes associés à ces modèles sont directement reliées aux incertitudes des méthodes de mesures et, par ailleurs, elles augmentent de manière drastique dans les régions pauvres en observations. L'amélioration des modèles atmosphériques passe nécessairement par l'augmentation de la quantité d'observations disponibles et par l'augmentation des ressources informatiques permettant de prendre en compte une quantité sans cesse croissante d'observations.

Parallèlement aux avancées scientifiques sur la compréhension et la modélisation du système atmosphérique, la mise en place du Système de Surveillance International a permis d'enregistrer, depuis une dizaine d'années et à l'échelle globale, les ondes infrasonores se propageant dans l'atmosphère. Si la compréhension des mécanismes de la dynamique atmosphérique est essentielle pour analyser les enregistrements microbarométriques, et cela en raison de la corrélation entre les caractéristiques des ondes enregistrées et la variabilité atmosphérique, la question de l'utilisation de ces observations comme une mesure de l'état de l'atmosphère s'est naturellement posée. Nous décrivons en détail les interactions des ondes infrasonores avec le milieu atmosphérique afin de mettre en évidence le potentiel des enregistrements microbarométriques pour observer ce système. Nous présentons quelques exemples d'enregistrements de stations du Système de Surveillance International pour illustrer ce potentiel. Nous proposons d'utiliser les observations infrasonores pour estimer de manière objective des propriétés atmosphériques dans la moyenne atmosphère et la basse thermosphère. Pour cela nous utilisons la théorie des méthodes inverses permettant de formuler mathématiquement le problème d'estimation à partir d'observations indirectes d'un système physique. Ce type de problème s'appuie sur le développement d'un problème direct modélisant la propagation atmosphérique des ondes infrasonores que nous abordons dans le chapitre 3.

Chapitre 3

Problème direct : Modélisation de la propagation atmosphérique des infrasons et analyse de sensibilité

Sommaire

3.1 Les équations linéaires de l'acoustique 64
3.1.1 Équations de la dynamique des fluides 64
3.1.2 Linéarisation des équations de la dynamique des fluides . . . 65
3.2 Les différentes méthodes d'approximation 66
3.2.1 Acoustique géométrique 66
3.2.2 L'approximation parabolique 68
3.2.3 Modes normaux 69
3.2.4 Différences finies dans le domaine temporel 70
3.2.5 Conclusion sur les méthodes de résolution numérique 70
3.3 Les équations des rayons dans un milieu en mouvement . . 72
3.4 Équations de perturbation au premier ordre 74
3.4.1 Équations paraxiales 75
3.4.2 Équations pour des perturbations du modèle d'atmosphère . 77
3.4.3 Réflexion et transmission sur une interface 78
3.4.4 Perturbation au premier ordre du temps de trajet 79
3.5 Continuité des propriétés atmosphériques 80
3.6 Discussion sur les contraintes imposées dans le cadre de la résolution du problème inverse 81
3.7 Méthodes numériques et validations 84
3.7.1 L'algorithme prediction-correction 84
3.7.2 Matrice de propagation 85
3.7.3 Validations numériques 87
3.8 Étude de la sensibilité du problème direct 92
3.9 Conclusion du chapitre 98

Nous abordons dans ce chapitre la description de la modélisation de la propagation atmosphérique des ondes infrasonores. Nous nous plaçons dans le cas de l'acoustique linéaire où l'onde est considérée comme une perturbation de faible amplitude des propriétés ambiantes du milieu de propagation. Le système d'équations de l'acoustique linéaire est alors obtenu en linéarisant les équations de la mécanique

des fluides. Les solutions analytiques de ce système d'équations n'étant pas connues dans le cas général, on utilise des méthodes numériques pour la résolution directe du système ou d'approximation de ce système. Nous présentons les différentes approximations utilisées en propagation acoustique afin de rendre compte du degré de détails physiques qu'elles impliquent. Cela nous permet de justifier le choix d'utiliser un modèle de propagation basé sur l'acoustique géométrique.

Nous développons ensuite les fondements de l'acoustique géométrique permettant d'obenir les équations des rayons le long desquels l'énergie acoustique se propage. Nous dérivons par ailleurs les formes perturbatives au premier ordre des équations des rayons pour obtenir les équations paraxiales et les équations relatives aux perturbations du milieu de propagation. Les méthodes de résolution numériques des équations sont brièvement présentées ainsi qu'une validation de l'implémentation numérique des équations utilisées dans le cadre de cette thèse. Finalement, nous donnons une interprétation des résultats obtenus à partir des équations de perturbations en terme de sensibilité du problème direct au perturbation du milieu de propagation.

3.1 Les équations linéaires de l'acoustique

Les ondes acoustiques perturbent les propriétés physiques du milieu dans lequel elles se propagent. Ces perturbations répondent aux équations de la dynamique des fluides de la même manière que les propriétés du milieu ambiant. Lorsque ces perturbations sont de faibles amplitudes par rapport aux propriétés du milieu de propagation, on peut alors linéariser les équations de la dynamique des fluides et obtenir les équations linéaires de l'acoustique.

3.1.1 Équations de la dynamique des fluides

Les équations de la dynamique des fluides pour un fluide parfait de vitesse $\mathbf{v}$, de pression p, de densité ρ et d'entropie s s'écrivent :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{v}.\nabla)\rho + \rho \nabla.\mathbf{v} = \rho \mathcal{Q}, \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}.\nabla)\mathbf{v} + \frac{1}{\rho}\nabla p - \mathbf{g} = \mathbf{F}, \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + (\mathbf{v}.\nabla)s = 0, \tag{3.3}$$

$$p = p(\rho, s), \tag{3.4}$$

où $\mathbf{g} = (0, 0, g)$ est le vecteur accélération de la pesanteur, $\mathbf{F}$ est la résultante des forces externes agissant sur le système et $\mathcal{Q}$ est une source de masse. Les équations (3.1)-(3.2) expriment respectivement la loi de conservation de la masse et la loi de conservation du moment, l'équation (3.3) exprime l'hypothèse d'un milieu à

entropie constante et l'équation (3.4) est une équation d'état permettant de fermer le système. L'hypothèse d'un milieu à entropie constante découle de l'hypothèse de Laplace selon laquelle la propagation acoustique est une transformation adiabatique, cette hypothèse est couramment utilisée pour la modélisation de la propagation des ondes infrasonores. La densité du milieu atmosphérique intervient dans les équations (3.1)-(3.2) ainsi que dans l'équation d'état (3.4). En théorie, le calcul de la densité atmosphérique nécessite de considérer le milieu atmosphérique comme un mélange gazeux constitué d'espèces chimiques de densités variables. Cependant, les concentrations des différentes espèces chimiques étant relativement homogènes jusqu'à 100 km d'altitude (voir section 2.1.1 du chapitre 2), il est courant d'utiliser la densité totale ρ calculée à partir des concentrations des principaux constituants de l'atmosphère.

3.1.2 Linéarisation des équations de la dynamique des fluides

En suivant [Pierce 1989], nous notons $p'(\mathbf{x},t)$, $\rho'(\mathbf{x},t)$, $v'(\mathbf{x},t)$ et $s'(\mathbf{x},t)$ les perturbations du milieu ambiant en pression, densité, entropie et vitesse liées au passage d'une onde acoustique :

$$p(\mathbf{x},t) = p_0 + p'(\mathbf{x},t), \tag{3.5}$$
$$\rho(\mathbf{x},t) = \rho_0 + \rho'(\mathbf{x},t), \tag{3.6}$$
$$\mathbf{v}(\mathbf{x},t) = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'(\mathbf{x},t), \tag{3.7}$$
$$s(\mathbf{x},t) = s_0 + s'(\mathbf{x},t), \tag{3.8}$$

où p_0, ρ_0, $\mathbf{v}_0$ and s_0 sont, respectivement la densité, la pression, l'entropie et la vitesse du milieu fluide ambiant. En reprenant les travaux de [Ostashev 1997a], les équations linéaires de l'acoustique sont obtenues en insérant (3.5)-(3.8) dans (3.1)-(3.4) et en retenant uniquement les termes du premier ordre en $p'(\mathbf{x},t)$, $\rho'(\mathbf{x},t)$, $v'(\mathbf{x},t)$ et $s'(\mathbf{x},t)$:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + (\mathbf{v}_0.\nabla)\rho' + (\mathbf{v}'.\nabla)\rho_0 + \rho_0 \nabla.\mathbf{v}' + \rho' \nabla.\mathbf{v}_0 = \rho_0 \mathcal{Q} \tag{3.9}$$
$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + (\mathbf{v}_0.\nabla)\mathbf{v}' + (\mathbf{v}'.\nabla)\mathbf{v}_0 + \frac{\nabla p'}{\rho_0} - \frac{\rho' \nabla p_0}{\rho_0^2} = \mathbf{F} \tag{3.10}$$
$$\frac{\partial s'}{\partial t} + (\mathbf{v}_0.\nabla)s' + (\mathbf{v}'.\nabla)s_0 = 0 \tag{3.11}$$
$$p' = c^2 \rho', \tag{3.12}$$

Les mécanismes de génération des ondes acoustiques sont multiples ; certaines ondes acoustiques sont générées par des injections de masse dans le milieu (e.g, explosions) d'autres par l'action de forces extérieures au milieu (e.g., houle océanique [Waxler 2006]) ou par combinaison de ces deux phénomènes physiques (e.g., sources

volcaniques).

Les équations (3.9)-(3.12) décrivent la propagation des ondes acoustiques et des ondes de gravité internes dans le cas général. La résolution directe des équations de l'acoustique linéaire est un problème coûteux en temps de calcul et en mémoire qui reste difficile à mettre en oeuvre pour la propagation en milieu extérieur. Les méthodes numériques les plus couramment utilisées pour la résolution de ces équations en milieu extérieur sont les méthodes de différences finies dans le domaine temporel [Salomons 2002, Blumrich 2002]. Les méthodes d'éléments finis, de volumes finis ou les méthodes Galerkin discontinu sont aussi utilisées en aéroacoustique, car elles permettent de prendre en compte des géométries complexes en utilisant des maillages non structurés. L'utilisation de ces méthodes est en général motivée par l'étude des phénomènes de diffraction et de diffusion dans les milieux complexes [Botteldooren 1995, Van Renterghem 2003] ou pour l'étude du bruit généré par des sources en mouvement [Cotté 2009, Blanc-Benon 2011, Dragna 2011].

L'application de ces méthodes dans le cadre de la propagation des ondes infrasonores pose encore des difficultés supérieures en termes de temps de calcul en raison des distances de propagation pouvant atteindre plusieurs milliers de kilomètres [Millet 2007]. Un code de volumes finis utilisant des schémas numériques d'ordres élevés adaptés aux machines multi-coeurs a été développé récemment pour la simulation de la propagation des infrasons [Del Pino 2009].

Moyennant certaines approximations sur le milieu de propagation (par exemple la stratification de l'atmosphère), les équations de l'acoustique linéaire peuvent être simplifiées et il est possible d'obtenir une équation unique appelée équation d'onde [Ostashev 1997a, Whitham 1974]. Dans la section suivante, nous décrivons les principales méthodes utilisées pour la simulation de la propagation atmosphérique des infrasons en énonçant les principales hypothèses, les limites et avantages de chacune de ces méthodes.

3.2 Les différentes méthodes d'approximation

Nous présentons les méthodes couramment utilisées pour la résolution des équations de l'acoustique linéaire (3.9)-(3.12). Nous mettons ainsi en lumière les avantages et inconvénients de ces méthodes afin de justifier le choix de la méthode de propagation qui sera utilisée pour la résolution du problème inverse.

3.2.1 Acoustique géométrique

L'acoustique géométrique découle des lois de Snell-Descartes pour le calcul de la réfraction des ondes dans un milieu à indices variables. Cependant, les premiers développements mathématiques rigoureux de l'acoustique géométrique dans un milieu en mouvement sont apparus tardivement [Blokhintzev 1946]. Cette approxima-

tion permet de simplifier les équations de propagation en se ramenant à un problème indépendant de la fréquence ce qui a pour conséquence de réduire le temps de calcul. On peut formuler, à partir de cette approximation, une équation eikonale pour le calcul des temps de trajet des fronts d'ondes et une équation de transport pour le calcul de la forme d'onde.

Dans l'approximation géométrique, on fait l'hypothèse que les propriétés du milieu de propagation suivent des fonctions lentement variables sur une longueur d'onde λ. Ce qui se traduit, pour les propriétés de vitesse du son c et de vitesse des vents v_i par les relations suivantes :

$$\left|\frac{dc}{d\mathbf{x}}\right| \ll \frac{c}{\lambda}, \text{ et } \left|\frac{dv_i}{d\mathbf{x}}\right| \ll \frac{v_i}{\lambda}. \tag{3.13}$$

Cette méthode est en général valide lorsque l'amplitude de l'onde varie peu sur une longueur d'onde et si la courbure du front d'onde est fortement supérieure à la longueur d'onde.

Il existe un certain nombre de codes de tracé de rayons basés sur des formulations mathématiques différentes. Parmi les différents code de tracés de rayons disponibles, on peut noter le code développé par [George 1971] calculant les trajectoires des rayons en coordonnées sphériques pour des ondes acoustique-gravité dans une atmosphère 3D. Un peu plus tard, [Candel 1977] développa les équations de conservation le long des rayons et ainsi que leurs résolutions numériques afin de calculer l'évolution de l'amplitude le long des rayons. Le code *Harpa* [Jones 1986], adapté du code de tracé de rayon en milieu océanique *Harpo* [Jones 1986], permet de calculer les rayons et l'évolution de l'amplitude dans un milieu 3D. Ce code permet aussi de calculer les rayons propres entre une source et un récepteur. Plus récemment, le code *Wasp* [Virieux 2004, Dessa 2005] basé sur une approche Hamiltonienne du tracé de rayons a été développé pour calculer des rayons dans une atmosphère 3D en prenant en compte l'absportion atmosphérique. Enfin, le code *Agap* [Gainville 2008] réalise un calcul non-linéaire de la forme d'onde avec l'équation de Burgers le long des rayons dans une atmosphère 3D. Il permet par ailleurs de prendre en compte différents types de sources (source ponctuelle, subsonique ou supersonique).

L'approximation des équations de l'acoustique linéaire par l'acoustique géométrique atmosphérique présente certaines limites d'application. Cette méthode prédit notamment une zone d'ombre acoustique dans laquelle aucun rayon ne pénètre. La présence de cette zone est due au gradient vertical négatif de température (donc de vitesse du son) dans la troposphère qui favorise la propagation du son vers le haut. Cette zone d'ombre est délimitée par les bords des guides d'onde et les caustiques [1] où le champ d'onde prédit par l'acoustique géométrique est discontinu. Bien que liée à la théorie de l'acoustique géométrique, cette zone d'ombre s'observe

1. Lieu de repliement du front d'onde.

physiquement par une diminution de l'énergie du champ de pression dans cette zone [Whipple 1935, Cox 1949, Kulichkov 2002]. Dans la réalité, la présence d'énergie acoustique dans la zone d'ombre est due aux réflexions partielles et à la diffraction du champ d'onde par les petites inhomogénéités de l'atmosphère. La principale limite de l'acoustique géométrique réside donc dans le fait quelle ne permet pas de modéliser la diffusion d'un champ d'onde. Ces effets sont importants au niveau des caustiques ou l'acoustique géométrique prévoit des amplitudes infinies. Il existe cependant des solutions numériques pour corriger le modèle de tracé de rayon au niveau des caustiques [Ludwig 1966, Chapman 1985, Gabillet 1993, Salomons 1998, Coulouvrat 2000].

En dehors de cette limite d'application, l'acoustique géométrique fournit des résultats d'assez bonne qualité pour des perturbations de faibles amplitudes et en l'absence d'inhomogénéité d'échelle comparable à la longeur d'onde. Par ailleurs, ce type de méthode permet de prendre en compte les champs 3D/4D des propriétés atmosphériques pour un coût en calcul assez faible.

3.2.2 L'approximation parabolique

L'équation de Helmholtz pour la propagation acoustique dans un milieu inhomogène en mouvement est donnée par [Ostashev 1994, Ostashev 1997b] :

$$\left[\triangle + k_0^2(1+\varepsilon)\right]\mathcal{P}(\mathbf{x}) = 0 \tag{3.14}$$

où $\mathcal{P}(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x},\omega)\exp(i\omega\tau(\mathbf{x}))$ est le champ de pression acoustique, et ε,

$$\varepsilon = \varepsilon_c - (\nabla \ln(\frac{\rho}{\rho_0})).\nabla - \frac{2i}{\omega}\frac{\partial v_i}{\partial x_i}\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{2ik}{c_0}\mathbf{v}.\nabla, \tag{3.15}$$

avec $\varepsilon_c = c_0^2/c(\mathbf{x})^2 - 1$, c_0 étant la vitesse moyenne du son et $c(\mathbf{x})$ une perturbation spatialement dépendante de la vitesse.

L'approximation parabolique consiste à approcher l'équation de Helmholtz dans une direction de propagation privilégiée. Elle fut développée à l'origine pour la modélisation de la propagation des ondes électromagnétique [Leontovich 1965] et rapidement adoptée pour la propagation en acoustique sous-marine [Tappert 1977, Fawcett 1993, Sturm 2003, Sturm 2005]. L'approximation peut être soit petit-angle soit grand-angle définissant ainsi la limite angulaire de validité de l'approximation autour de la direction privilégiée. L'approximation petit-angle permet de modéliser la propagation pour des angles de $\sim 20^o$ par rapport à la direction privilégiée alors que l'équation parabolique grand angle permet d'aller jusqu'à 60^o. Les angles d'incidence des phases infrasonores à la source conduisent à privilégier l'utilisation de l'équation parabolique grand angle afin de modéliser correctement la propagation des phases thermosphériques. L'avantage de cette méthode est de prendre en compte la majorité des phénomènes physiques affectant la propagation des ondes acoustiques et notamment la diffusion du champ d'onde par les inhomogénéités de l'atmosphère.

Elle ne prend cependant pas en compte la modélisation du champ rétrodiffusé. Il existe plusieurs approximations paraboliques dont les différentes formulations résultent des approximations physiques réalisées. La première équation parabolique pour une propagation en milieu inhomogène en mouvement a été développé par ([Ostashev 1997b]). L'approximation parabolique pour des nombres de Mach élevés [Lingevitch 2002] permet d'étendre le domaine d'application dans la moyenne et haute atmosphère où les vents peuvent atteindre des vitesses supérieures à 100 m/s [2]. Ce type de méthode est néanmoins compliquée et coûteuse à mettre en place dans des atmosphères réalistes. Une méthode hybride entre le tracé de rayon et l'approximation parabolique a été développée afin de combiner les avantages de l'acoustique géométrique et de l'équation parabolique [Coulouvrat 2008]. Une simplifiaction de l'approximation parabolique consiste à développer les équations en modèle de vitesse effective du son [Dallois 2001] ce qui ne permet pas de prendre en compte les effets de la réfraction verticale du champ d'onde et donc de modéliser la déviation d'azimut de l'énergie acoustique.

L'approximation parabolique peut aussi être utilisée pour générer les formes d'ondes théoriques au niveau d'un récepteur via l'approximation parabolique en domaine temporel. Cette méthode correspond à la transformée de Fourier inverse de l'approximation parabolique et peut être résolue directement dans le domaine temporel [Collins 1988]. On peut aussi reconstruire le spectre en utilisant l'équation parabolique standard pour chaque fréquence et calculer la transformée de Fourier inverse de ce spectre pour retrouver la forme d'onde. Cette méthode est néanmoins couteuse en temps de calcul et souffre des mêmes limites que la méthode parabolique classique.

3.2.3 Modes normaux

La méthode des modes normaux est une méthode numérique permettant de modéliser la forme d'onde complète en prenant en compte les différents phénomènes physiques influançant la propagation de l'énergie acoustique tels que l'expansion géométrique, la réfraction, la diffraction, l'absorption ou la topographie [Raspet 1992, Waxler 2004]. Cette méthode a été introduite par [Pierce 1976] pour modéliser la propagation des infrasons, de fréquence dominante 0.1Hz, générés par de puissantes explosions. Elle a ensuite été reprise par [Dighe 1998] et étendue aux fréquences $\geq$ 0.1Hz. C'est une méthode de simulation adaptée à la propagation dans des guides d'ondes. La solution du champ de pression acoustique dans un milieu stratifié s'écrit sous la forme :

$$p_n = f_n(z)\exp(iq_n x - i\omega t), \tag{3.16}$$

où f_n et q_n sont les vecteurs propres et les valeurs propres de l'équation d'onde 1D munie des conditions aux limites à la surface et sur les bords du domaine de

2. ce qui correspond à des nombres de Mach d'environ 0.3

propagation. L'indice n correspondant aux différents modes de propagation. Sous sa forme de base, la méthode des modes normaux s'applique aux milieux 1D, ce qui est facteur limitant pour la propagation à longue distance. Par ailleurs, le coût en temps de calcul augmente avec le nombre de couches du modèle atmosphérique et le nombre de fréquences modélisées. L'extension aux milieux 2D, via les modes couplés [Jensen 1994, Godin 2002], entraîne une surcharge de calcul importante par rapport au problème 1D et il n'existe pas, actuellement, d'extension naturelle aux milieux 3D.

3.2.4 Différences finies dans le domaine temporel

Avec l'amélioration continuelle des moyens de calculs, la construction de la forme d'onde par des méthodes de différences finies dans le domaine temporel est devenu réalisable pour la résolution des problèmes en aéroacoustique. Des méthodes numériques spécifiques ont été développées afin d'augmenter la précision de ces méthodes qui dépendent du maillage considéré tout en diminuant la charge de calcul [Tam 1993, Tam 1996, Bogey 2004]. L'utilisation de méthodes des différences finies dans le domaine temporel pour la propagation acoustique dans un milieu inhomogène en mouvement, comme l'atmosphère, est relativement récente [Ostashev 2005b]. Avec l'augmentation continue de la puissance de calcul, elles ont pu être appliquées à la propagation des ondes infrasonores à longues distances [de Groot-Hedlin 2008]. Ces méthodes permettent de modéliser un grand nombre de phénomène physique directement décrits dans les équations linéaires de l'acoustique. La discrétisation de la grille en temps et en espace peut cependant s'avérer critique pour la gestion du temps de calcul et la stabilité numérique du modèle de propagation. Le coût en temps de calcul est un facteur limitant pour l'application dans des atmosphères 3D où la réfraction horizontale de l'énergie acoustique est significative.

3.2.5 Conclusion sur les méthodes de résolution numérique

Les principaux paramètres extraits des formes d'ondes enregistrées par les antennes de capteurs microbarométriques sont la fréquence, l'amplitude, l'azimuth du front d'onde, le temps d'arrivée et la vitesse de passage [Cansi 1995]. Lorsque la source est connue (position, temps origine), il est aussi possible de calculer le temps de trajet et la déviation d'azimut que subit le front d'onde entre la source et l'antenne de capteurs.

La propagation des ondes infrasonores est le résultat d'interactions physiques plus ou moins complexes et sensibles à différentes propriétés atmosphériques. Ces processus sont plus ou moins bien modélisés par les méthodes numériques de propagation compte tenu des incertitudes associées au milieu de la propagation et des hypothèses physiques inhérentes à ces méthodes. Par ailleurs, les phénomènes physiques impliqués dans la propagation sont encore l'objet d'études intensives, notamment en ce qui concerne les effets non-linéaires et la propagation dans la haute atmosphère.

Les méthodes d'approximations paraboliques, des modes normaux ou des différences finies, assimilant un niveau de description physique élevé, semblent peu attractives pour la modélisation des temps d'arrivées en terme de temps de calcul par rapport aux méthodes de tracé de rayons. Par ailleurs, elles ne permettent pas, la plupart du temps, de calculer la déviation d'azimut et la vitesse de passage de l'onde. Ce point est particulièrement limitant dans le cadre de cette thèse car ces deux paramètres fournissent une information très utile sur la cinématique du milieu de propagation comme nous le verrons dans la suite de la thèse. De plus, le calcul de la forme d'onde nécessite la connaissance du champ d'onde initial qui peut être difficile à estimer. A l'opposé, les algorithmes de tracé de rayons sont très performants pour le calcul des temps de propagation et permettent, par ailleurs, de calculer la déviation d'azimut et la vitesse de passage le long des rayons acoustiques dans des atmosphères 3D/4D.

L'amplitude des ondes acoustiques résulte de l'interaction de plusieurs phénomènes physiques, à la fois cinématique et dynamique. Le calcul de l'amplitude dans les codes de tracé de rayons est problématique en raison des hypothèses physiques réalisées (ex. : approximation haute fréquence) qui ne permettent pas de prendre en compte les phénomènes de diffraction et de diffusion de l'énergie acoustique. Cependant, en propagation atmosphérique, le calcul de l'amplitude acoustique est soumis à de nombreuses incertitudes directement liées aux incertitudes stochastiques et épistémiques des modèles d'absorption atmosphérique, et cela quelque soit la méthode l'approche numérique utilisée. Les modèles d'absorption nécessitent, en effet, une connaissance détaillée de la constitution chimique dans la moyenne et haute atmosphère [Sutherland 2004]. Concernant les codes de tracé de rayons, leur principale limite est de ne prédire aucune arrivée dans la zone d'ombre géométrique ainsi que certaines réfractions dues, notamment, à la turbulence atmosphérique.

Le développement d'un algorithme d'inversion pour le sondage atmosphérique doit dans un premier temps s'appuyer sur des observations infrasons dont la relation avec les propriétés atmosphérique est bien comprise. Pour ces raisons, nous choisissons de développer notre algorithme d'inversion en utilisant une méthode de tracé de rayons. Le principal intérêt de cette méthode étant de calculer les temps de trajets, déviation d'azimuts et vitesses de passage que l'on peut directement extraire des enregistrements acoustiques. Nous utilisons un formalisme Hamiltonien [Virieux 2004, Dessa 2005] pour décrire les équations des rayons ce qui permet de développer simplement les formes perturbatives de ces équations. On obtient ainsi des équations de sensibilité des rayons pour :

- des perturbations des conditions initiales ;
- des perturbations des paramètres du milieu de propagation.

Dans la suite de ce chapitre nous décrivons le modèle de propagation développé au cours de cette thèse et les équations de perturbations utilisées pour la résolution

du problème inverse. Le chapitre se conclut par une présentation des méthodes de résolution numériques utilisées et une validation du modèle de propagation et des équations de perturbation implémentées.

3.3 Les équations des rayons dans un milieu en mouvement

Les résultats de l'acoustique géométrique dans les milieux stationnaires et non-stationnaires sont maintenant bien connus. Nous décrivons ici les étapes du développement des équations des rayons et les hypothèses permettant de les obtenir. On considère les solutions des équations de l'acoustique linéaire sous la forme d'ondes planes harmoniques. Les perturbations acoustiques p', ρ', et v' en pression, densité et vitesse peuvent alors s'écrire :

$$(p', \rho', \mathbf{v}')(\mathbf{x}, t) = (\hat{p}, \hat{\rho}, \hat{\mathbf{v}})(\mathbf{x}, \omega) \exp(ik\Theta), \tag{3.17}$$

où Θ est la fonction de phase dépendant de la position, k est le nombre d'onde et $\hat{p}$, $\hat{\rho}$ et $\hat{\mathbf{v}}$ correspondent aux amplitudes des perturbations acoustiques. En substituant (3.17) dans les équations (3.9) et (3.10) on obtient un système d'équation pour ces perturbations acoustiques :

$$ik\left(\hat{\mathbf{v}}\frac{D\Theta}{Dt} + \frac{\hat{p}}{\rho_0}\nabla\Theta\right) = \frac{\hat{\rho}\nabla p_0}{\rho_0^2} - \frac{D\hat{\mathbf{v}}}{Dt} - (\hat{\mathbf{v}}.\nabla)\mathbf{v}_0 - \frac{\nabla\hat{p}}{\rho_0} \tag{3.18}$$

$$ik\left(\hat{\rho}\frac{D\Theta}{Dt} + \rho_0\hat{\mathbf{v}}.\nabla\Theta\right) = -\frac{D\hat{\rho}}{Dt} - \hat{\mathbf{v}}.\nabla\rho_0 - \rho_0\nabla.\hat{\mathbf{v}} - \hat{\rho}\nabla.\mathbf{v}_0, \tag{3.19}$$

où $D/Dt = \partial/\partial t + (\mathbf{v}_0.\nabla)$ est la dérivée convectée.

L'approche géométrique repose sur l'hypothèse que le milieu de propagation est lentement variable sur une longueur d'onde λ (équations 3.13). Cela signifie que l'influence de l'environnement sur la propagation de l'onde acoustique est considérée comme indépendante du voisinage de ce point. L'énergie acoustique est donc supposée se propager selon des rayons subissant un ensemble d'interactions ponctuelles. L'hypothèse haute fréquence permet d'introduire un développement asymptotique pour les perturbations acoustiques en puissance entière d'un petit paramètre ε. En prenant $\varepsilon \approx 1/\ ik$, le développement asymptotique des perturbations acoustiques s'écrit :

$$(\hat{p}, \hat{\rho}, \hat{\mathbf{v}}) = \sum_{n=0}^{N} \frac{(\hat{p}, \hat{\rho}, \hat{\mathbf{v}})_n}{(ik)^n} + o\left((ik)^{-N}\right). \tag{3.20}$$

Le développement asymptotique de l'amplitude des perturbations repose sur l'hypothèse que l'on peut séparer la partie fréquentielle de la partie spatiale d'une onde plane harmonique. Dans le cadre de l'approximation géométrique, on s'intéresse

aux premiers ordres du développement (3.20) car les ordres supérieures deviennent rapidement négligeables. On utilise le premier ordre afin de dériver les équations des rayons. Le deuxième ordre permet, lui, d'obtenir une équation de transport de l'énergie acoustique le long des rayons. En remplaçant les amplitudes des perturbations acoustiques pour la pression, la densité et la vitesse du milieu dans (3.18)-(3.19) par les développements correspondants (équation (3.20)) et en gardant uniquement les termes du premier ordre, on obtient le système d'équations,

$$\hat{\mathbf{v}}_0 \frac{D\Theta}{Dt} + \frac{\hat{p}_0}{\rho_0} = 0, \tag{3.21}$$

$$\rho_0 \frac{D\Theta}{Dt} + \rho_0 \hat{\mathbf{v}}_0 . \nabla\Theta = 0, \tag{3.22}$$

$$\hat{p}_0 = c^2 \hat{\rho}_0 . \tag{3.23}$$

Ce système d'équation linéaire homogène s'écrit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \nabla\Theta/\rho_0 & 0 & D\Theta/Dt \\ 0 & D\Theta/Dt & \rho_0(\nabla\Theta)^t \\ 1 & -c^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p}_0 \\ \hat{\rho}_0 \\ \hat{\mathbf{v}}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} . \tag{3.24}$$

Les solutions non triviales en $\hat{p}_0$, $\hat{\rho}_0$ et $\hat{\mathbf{v}}_0$ du système (3.24) sont obtenues lorsque le déterminant du système est égal à zéro. On obtient alors l'équation de l'eikonale dans un milieu non-stationaire :

$$(\nabla\Theta)^2 = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial\Theta}{\partial t} + \mathbf{v}_0 . \nabla\Theta \right)^2 \tag{3.25}$$

Dans un milieu stationnaire, on peut écrire la fonction de phase Θ en fonction du vecteur position $\mathbf{q}$ afin d'obtenir une équation pour le temps de trajet $\mathcal{T}(\mathbf{q})$:

$$(\nabla\mathcal{T})^2 = \frac{1}{c^2(\mathbf{q})} \left(1 - \mathbf{v}(\mathbf{q}) . \nabla\mathcal{T}\right)^2 . \tag{3.26}$$

La première dérivation de l'équation eikonale dans un milieu en mouvement fut développée par [Blokhintzev 1946]. C'est une équation non-linéaire du premier ordre permettant de calculer le temps de trajet d'un front d'onde dans un milieu quelconque. Les lignes caractéristiques de cette équation correspondent aux rayons acoustiques.

L'objectif de l'acoustique géométrique est de calculer les rayons le long desquels l'énergie acoustique se propage. La vitesse de propagation de l'énergie acoustique, où vitesse de groupe, est notée :

$$\mathbf{v}_g = c\mathbf{n} + \mathbf{v}, \tag{3.27}$$

où $\mathbf{n}$ est la normale au front d'onde et $\mathbf{v}$ est le champ de vent. L'équation de l'eikonale (3.25) est une équation non-linéaire d'ordre 1 que l'on peut écrire sous la forme,

$$\mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = 0, \tag{3.28}$$

où $\mathbf{p} = \nabla\mathcal{T}$ et $\mathcal{H}$ est un opérateur décrivant un système Hamiltonien dont l'évolution dans le temps est décrit par les équations Hamiltoniennes,

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{q}}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{p}}, \tag{3.29}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}\tau} = -\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{q}}, \tag{3.30}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{T}}{\mathrm{d}\tau} = \mathbf{p}.\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{p}}, \tag{3.31}$$

où τ est la variable indépendante d'intégration. Ces équations définissent les trajectoires des rayons correspondants aux lignes caractéristiques selon lesquels la solution de l'équation eikonale se réduit à l'intégration d'un système d'équations différentielles ordinaires. En suivant [Virieux 2004], nous prenons :

$$\mathcal{H}(\mathbf{q},\mathbf{p}) = 1/2\left[\mathbf{p}^2 - u^2(\mathbf{q})\left(1 - \mathbf{p}.\mathbf{v}(\mathbf{q})\right)^2\right], \tag{3.32}$$

ou $u = 1/c$ est la lenteur du son. Le long d'un rayon, la loi de conservation $\mathcal{H} = 0$ doit être satisfaite. Les trajectoires des rayons sont obtenues en résolvant les équations (3.29) et (3.30) avec des conditions initiales en $\mathbf{q}$ et $\mathbf{p}$ correspondant au type de source acoustique que l'on souhaite modéliser. Dans le cas d'une source ponctuelle, les conditions initiales se réduisent à déterminer deux paramètres pour le vecteur lenteur $\mathbf{p}$: l'angle d'incidence θ et l'azimuth ϕ. L'initialisation des rayons dans le cas de sources plus complexes est décrite dans [Gainville 2008].

3.4 Équations de perturbation au premier ordre

L'équation fondamentale pour la résolution du problème d'inversion des temps de trajet est l'équation de sensibilité du temps de trajet aux perturbations du milieu de propagation. Il existe trois approches principales pour dériver cette équation. La plus commune est basée sur le principe de Fermat selon lequel un rayon est une courbe stationnaire pour des petites perturbations du milieu de propagation. Cette méthode est souvant utilisée pour la propagation des ondes sismiques [Aki 2002, Nolet 1987, Chapman 1992]. Une seconde approche est basée sur la perturbation des équations Hamiltoniennes issues de l'équation eikonale [Farra 1989, Virieux 1991]. Une dernière approche utilise la formulation Lagrangienne des équations des rayons [Snieder 1992]. Nous développons ici les formes perturbatives des équations Hamiltoniennes en suivant [Farra 1989]. Nous obtenons ainsi :

- les équations paraxiales résultant de la perturbation des conditions initiales ;
- un système d'équations résultant de la perturbation du milieu de propagation ;
- la perturbation au premier ordre de l'équation du temps de trajet.

La procédure classique de la formulation perturbative consiste à introduire un petit paramètre ε permettant d'approcher la solution d'un problème mathématique lorque l'on connaît la solution en $\varepsilon = 0$. La méthode consiste à approcher la solution

sous la forme d'un développement en série de puissance de ε. La solution approximée est d'autant plus précise que la valeur absolue du paramètre ε est petite. Dans cette section, nous parlerons d'éléments paraxiaux pour définir les perturbations des trajectoires par rapport à un rayon de référence qu'ils s'agissent de perturbations engendrées par des perturbations des conditions initiales ou de perturbations du milieu de propagation.

3.4.1 Équations paraxiales

Le système d'équations paraxiales est utilisé pour approximer la propagation d'une onde dans une direction privilégiée. On l'utilise aussi pour le calcul de l'expansion géométrique du front d'onde ou la détection des caustiques. Une dérivation rigoureuse de ces équations est donnée dans [Candel 1977] où le terme d'éléments géodésiques est introduit. Ces éléments géodésiques sont mathématiquement équivalents aux éléments paraxiaux dont nous parlerons au cours de ce chapitre. Les éléments paraxiaux étant les quantités régies par les équations paraxiales. Nous reprenons ici le développement des équations paraxiales dans le formalisme Hamiltonien présenté par [Farra 1989] pour les ondes sismiques et nous l'appliquons au cas particulier des ondes infrasonores.

Les rayons paraxiaux sont des rayons situés au voisinage d'un rayon de référence et dont les conditions initiales sont très proches de ce rayon. La théorie de la perturbation constitue donc une approche naturelle pour le développement des équations paraxiales. On commence par écrire les rayons paraxiaux comme des perturbations autour d'un rayon $\mathbf{y}_0(\tau)$, tel que $\mathbf{y}(\tau) = \mathbf{y}_0(\tau) + \Delta\mathbf{y}(\tau)$ où,

$$\mathbf{y}_0(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_0(\tau) \\ \\ \mathbf{p}_0(\tau) \end{bmatrix}, \tag{3.33}$$

est le rayon de référence et,

$$\Delta\mathbf{y}(\tau) = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{q}(\tau) \\ \\ \Delta\mathbf{p}(\tau) \end{bmatrix}, \tag{3.34}$$

est une perturbation de la trajectoire constituée des éléments paraxiaux. On suppose que $\Delta\mathbf{q}$ et $\Delta\mathbf{p}$ peuvent s'écrire selon un développement en série de puissance du petit paramètre ε :

$$\Delta\mathbf{q}(\tau) = \varepsilon\mathbf{q}_1(\tau) + \varepsilon^2\mathbf{q}_2(\tau) + \dots \tag{3.35}$$

$$\Delta\mathbf{p}(\tau) = \varepsilon\mathbf{p}_1(\tau) + \varepsilon^2\mathbf{p}_2(\tau) + \cdots \tag{3.36}$$

En insérant les développements (3.35) et (3.36) dans l'Hamiltonien (3.32) et en linéarisant au premier ordre, on obtient une équation de perturbation pour l'Hamiltonien :

$$\Delta\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \left(\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{q}}\right)_0 .\mathbf{q}_1 + \left(\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{p}}\right)_0 .\mathbf{p}_1, \tag{3.37}$$

où $\mathcal{H}_0$ est l'Hamiltonien calculé le long du rayon de référence. L'équation de perturbation (3.37) doit satisfaire l'égalité $\Delta\mathcal{H} = 0$ le long du rayon. C'est un critère permettant de valider l'intégration des éléments paraxiaux. On insère (3.35)-(3.36) dans les équations (3.29)-(3.30) et on développe au premier ordre pour obtenir les équations paraxiales :

$$\dot{\mathbf{q}}_1 = \quad \nabla_{\mathbf{q}}\nabla_{\mathbf{p}}\mathcal{H}_0\mathbf{q}_1 + \nabla_{\mathbf{p}}\nabla_{\mathbf{p}}\mathcal{H}_0\mathbf{p}_1 \tag{3.38}$$

$$\dot{\mathbf{p}}_1 = -\nabla_{\mathbf{q}}\nabla_{\mathbf{q}}\mathcal{H}_0\mathbf{q}_1 - \nabla_{\mathbf{p}}\nabla_{\mathbf{q}}\mathcal{H}_0\mathbf{p}_1, \tag{3.39}$$

qui s'écrit sous forme matricielle,

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1 \\ \dot{\mathbf{p}}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_p\nabla_q\mathcal{H}_0 & \nabla_p\nabla_p\mathcal{H}_0 \\ -\nabla_q\nabla_q\mathcal{H}_0 & -\nabla_q\nabla_p\mathcal{H}_0 \end{bmatrix}_0 \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{p}_1 \end{bmatrix}, \tag{3.40}$$

avec $\dot{\mathbf{q}}_1 = d\mathbf{q}_1/d\tau$ et $\dot{\mathbf{p}}_1 = d\mathbf{p}_1/d\tau$. L'équation (3.40) est un système d'équations linéaires qui peut être résolu par la méthode de la matrice de propagation [Aki 2002] que nous décrivons dans la partie 3.7. Ce système peut alors être initialisé pour des perturbations du vecteur lenteur à la source $\mathbf{p}_1(\tau_0)$ et/ou de la position de la source $\mathbf{q}_1(\tau_0)$. Cependant, dans la plupart des cas, on ne considérera que des perturbations du vecteur lenteur car ce sont ces perturbations qui permettent d'obtenir les tubes de rayons. Les perturbations élémentaires associées au vecteur position permettent d'obtenir un ensemble de trois trajectoires paraxiales indépendantes correspondant à des perturbations des trois coordonnées spatiales à la source.

Ces trajectoires paraxiales peuvent être utilisées pour le calcul des rayons propres, la détection des caustiques et pour le calcul de l'évolution de l'amplitude $\mathcal{A}$ liée à l'expansion géométrique le long d'un rayon de référence en utilisant la formule [Piserchia 1998] :

$$\mathcal{A}(\tau) = \mathcal{A}(\tau_0)\sqrt{\frac{\mathcal{J}(\tau_0)\rho(\tau_0)c(\tau_0)}{\mathcal{J}(\tau)\rho(\tau)c(\tau)}}e^{(-i\mathrm{KMAH}(\tau)\pi/2)sign(\omega)}, \tag{3.41}$$

où l'énergie à la source $\mathcal{A}(\tau_0)$ dépend de la vitesse et de la densité du milieu à la source, l'index KMAH correspond au nombre de caustiques traversées par le rayon et induisant un déphasage de $\pi/2$ et $\mathcal{J}$ est le Jacobien de la matrice des éléments paraxiaux défini par :

$$\mathcal{J}(\tau) = \begin{vmatrix} p_x & \mathbf{q}^1_{1,x} & \mathbf{q}^2_{1,x} & \mathbf{q}^3_{1,x} \\ p_y & \mathbf{q}^1_{1,y} & \mathbf{q}^2_{1,y} & \mathbf{q}^3_{1,y} \\ p_z & \mathbf{q}^1_{1,z} & \mathbf{q}^2_{1,z} & \mathbf{q}^3_{1,z} \\ 0 & p_{x,i} & p_{y,i} & p_{z,i} \end{vmatrix}. \tag{3.42}$$

Dans cette thèse nous utiliserons les trajectoires paraxiales pour la génération de données synthétiques par des méthodes d'optimisation classiques.

3.4.2 Équations pour des perturbations du modèle d'atmosphère

Les équations de perturbation des trajectoires des rayons induites par des perturbations du milieu de propagation s'établissent de manière équivalente aux équations paraxiales. Les perturbations du milieu de propagation peuvent être soit des perturbations de la vitesse du son soit des perturbations de la vitesse des vents. La forme du système d'équations résultant de ces différentes perturbations est cependant identique dans les deux cas de figures.

Une perturbation du modèle atmosphérique engendre une perturbation $\Delta\mathcal{H}$ de l'Hamiltonien, telle que :

$$\mathcal{H} = \Delta\mathcal{H}_0 + \Delta\mathcal{H}, \tag{3.43}$$

où $\mathcal{H}$ est l'Hamiltonien dans le milieu perturbé et $\mathcal{H}_0$ l'Hamiltonien dans le milieu de référence. La perturbation $\Delta\mathcal{H}$ s'écrit en série de puissance du petit paramètre ε :

$$\Delta\mathcal{H} = \varepsilon\mathcal{H}_1 + \varepsilon^2\mathcal{H}_2 + \cdots \tag{3.44}$$

En insérant (3.35)-(3.36) et la perturbation (3.44) dans l'équation eikonale, on dérive la loi de conservation pour l'Hamiltonien $\mathcal{H}$:

$$\nabla_{\mathbf{q}}\mathcal{H}_0.\mathbf{q}_1(\tau) + \nabla_{\mathbf{p}}\mathcal{H}_0.\mathbf{p}_1(\tau) + \mathcal{H}_1 = 0, \tag{3.45}$$

où les dérivées partielles de l'Hamiltonien $\mathcal{H}_0$ sont calculées le long du rayon de référence $\mathbf{y}_0(\tau)$. Le système d'équations des éléments paraxiaux $\mathbf{q}_1$ et $\mathbf{p}_1$ est alors :

$$\dot{\mathbf{q}}_1 = \quad \nabla_{\mathbf{q}}\nabla_{\mathbf{p}}\mathcal{H}_0\mathbf{x}_1 + \nabla_{\mathbf{p}}\nabla_{\mathbf{p}}\mathcal{H}_0\mathbf{p}_1 + \nabla_{\mathbf{p}}\mathcal{H}_1 \tag{3.46}$$

$$\dot{\mathbf{p}}_1 = -\nabla_{\mathbf{q}}\nabla_{\mathbf{q}}\mathcal{H}_0\mathbf{x}_1 - \nabla_{\mathbf{p}}\nabla_{\mathbf{q}}\mathcal{H}_0\mathbf{p}_1 - \nabla_{\mathbf{q}}\mathcal{H}_1, \tag{3.47}$$

qui s'écrit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1 \\ \dot{\mathbf{p}}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_p\nabla_q\mathcal{H}_0 & \nabla_p\nabla_p\mathcal{H}_0 \\ -\nabla_q\nabla_q\mathcal{H}_0 & -\nabla_q\nabla_p\mathcal{H}_0 \end{bmatrix}_0 \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{p}_1 \end{bmatrix} + \Delta\mathbf{H}(\tau), \tag{3.48}$$

où,

$$\Delta\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial\Delta\mathcal{H}}{\partial p_i} \\ -\frac{\partial\Delta\mathcal{H}}{\partial q_i} \end{pmatrix}. \tag{3.49}$$

Nous avons ici le système d'équations générale pour une perturbation du milieu de propagation, il nous reste maintenant à expliciter le terme $\Delta\mathcal{H}$ pour des perturbations en lenteur du son et en vitesse des vents.

(1) Perturbation en lenteur

Soit une perturbation du modèle de lenteur,

$$u(\mathbf{q}) = u_0(\mathbf{q}) + \delta u, \tag{3.50}$$

avec le développement en série de puissance de ε,

$$\delta u = \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \cdots \tag{3.51}$$

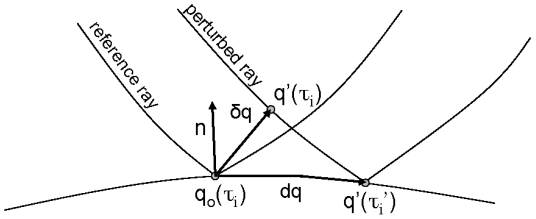


FIGURE 3.1 – Schéma illustrant la géométrie de la réflexion d'un rayon de référence et d'un rayon .

En insérant le développement (3.51) dans l'équation (3.32) et en gardant les termes du premier ordre en ε on obtient pour $\Delta\mathcal{H}$ l'équation suivante :

$$\Delta\mathcal{H} = -\varepsilon u_0 u_1 (1 - \mathbf{p}.\mathbf{v})^2 \cdot \tag{3.52}$$

(2) Perturbation des vitesses de vent

De la même manière, on considère une perturbation de la vitesse des vents telle que,

$$\mathbf{v}(\mathbf{q}) = \mathbf{v}_0(\mathbf{q}) + \delta\mathbf{v} \cdot \tag{3.53}$$

avec le développement en série de puissance de ε,

$$\delta\mathbf{v} = \varepsilon\mathbf{v}_1 + \varepsilon^2\mathbf{v}_2 + \cdots \cdot \tag{3.54}$$

En insérant l'équation (3.54) dans la fonction hamiltonienne et en ne gardant que les termes du premier ordre en ε, on obtient,

$$\Delta\mathcal{H} = \varepsilon \left[u_0^2(\mathbf{q}) (\mathbf{p}_0.\delta\mathbf{v}) (1 - \mathbf{p}_0.\mathbf{v}_0(\mathbf{q})) \right] \cdot \tag{3.55}$$

Le système d'équations des perturbations des trajectoires engendré par une perturbation du milieu de propagation est similaire au système d'équations paraxiales (3.40) avec un terme source supplémentaire $\Delta\mathbf{H}$.

Les dérivées de ce terme de perturbation par rapport à la position et au vecteur lenteur sont explicitées en annexe B.

3.4.3 Réflexion et transmission sur une interface

Les équations de perturbation définies dans les sections 3.4.1 et 3.4.2 sont valides lorsque les propriétés atmosphériques sont représentées par des champs scalaires et vectoriels continus. Au niveau de la surface de la Terre, la condition de continuité n'est plus respectée et les équations (3.40)-(3.48) doivent être remplacées par des conditions de réflexion/transmission lorsque le rayon de référence $\mathbf{y}_0$ atteint le sol [Candel 1977, Farra 1989].

Ces conditions de réflexion et de transmission des éléments paraxiaux doivent être considérées avec soin car les trajectoires paraxiales sont susceptibles d'atteindre le sol pour un paramètre d'intégration τ différent du rayon de référence (voir figure 3.1). Pour un rayon atteignant une interface en τ_i et des coordonnées dans l'espace des phases $\mathbf{y}_0(\tau_i) = (\mathbf{q}_0, \mathbf{p}_0)$, le rayon perturbé interceptera la même interface en τ_i' et des coordonnées dans l'espace des phases $\mathbf{y}'(\tau_i') = (\mathbf{q}', \mathbf{p}')$. En général, τ_i et τ_i' ne coïncident pas et les rayons perturbés doivent être projetés sur la surface de réflexion pour atteindre le sol. Notons $\mathbf{q}_1(\tau_i) = \mathbf{q}'(\tau_i) - \mathbf{q}_0(\tau_i)$ et $\mathbf{p}_1(\tau_i) = \mathbf{p}'(\tau_i) - \mathbf{p}_0(\tau_i)$ les éléments paraxiaux en τ_i et $\mathrm{d}\mathbf{q} = \mathbf{q}'(\tau_i') - \mathbf{q}_0(\tau_i)$ et $\mathrm{d}\mathbf{p} = \mathbf{p}'(\tau_i') - \mathbf{p}_0(\tau_i)$ les éléments paraxiaux réfléchis sur la surface de réflexion. Les coordonnées dans l'espace des phases des éléments paraxiaux projetés sur la surface sont notés $\mathrm{d}\mathbf{y}_1 = (\mathrm{d}\mathbf{q}_1, \mathrm{d}\mathbf{p})_1$.

Le calcul de $\mathbf{y}_1 = (\mathbf{q}_1, \mathbf{p}_1)$ résulte des équations (3.40) et (3.48) alors que les éléments paraxiaux sur la surface $\mathrm{d}\mathbf{y}_1$ sont calculés en utilisant les conditions de réflexion. La réflexion et la transmission d'un rayon perturbé sur une interface sont obtenues par une transformation linéaire des éléments paraxiaux en τ_i :

$$\mathrm{d}\hat{\mathbf{y}}(\tau_i') = \mathcal{T}\mathcal{R}\delta\mathbf{y}(\tau_i), \tag{3.56}$$

où $\hat{\mathbf{y}}$ représente les coordonnées transmises dans le milieu, et $\mathcal{T}$ et $\mathcal{R}$ sont les opérateurs linéaires de transmission et de réflexion. Ces opérateurs sont de la forme :

$$\mathcal{T} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \mathcal{T}_1 & \mathcal{T}_2 \end{bmatrix}, \tag{3.57}$$

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_1 & 0 \\ \mathcal{R}_2 & I \end{bmatrix}. \tag{3.58}$$

$\mathcal{T}$ et $\mathcal{R}$ sont des matrices 6×6 dont les éléments sont explicités dans [Farra 1989] [3]. Les opérateurs de réflexion et transmission sont identiques pour des perturbations des conditions initiales et du milieu atmosphérique. La seule exception intervient lorsqu'on perturbe le milieu au voisinage de la source. Dans ce cas, on doit prendre en compte une perturbation supplémentaire du vecteur lenteur $\mathbf{p}_i$ afin de satisfaire la relation de conservation $\mathcal{H} = 0$ des équations (3.37)-(3.45) [Farra 1989] . Cependant, en raison de l'extrême sensibilité des rayons aux conditions initiales, nous supposerons l'atmosphère connue au voisinage de la source si bien que nous n'avons pas à prendre en compte ce cas spécifique. La prise en compte de la condition de réflexion est fondamentale pour le calcul de la sensibilité du problème direct. Sans cette condition les gradients par rapport aux paramètres du modèle atmosphérique serait erronés.

3.4.4 Perturbation au premier ordre du temps de trajet

Les temps de trajet des premières arrivées de l'onde [4], correspondant à l'arrivée de la plus haute fréquence, sont des mesures fondamentales pour le prob-

3. Nous les rappelons en l'annexe B.
4. On utilise aussi le terme anglo-saxon *onset time*.

lème de sondage amosphérique développé dans cette thèse. L'information contenue par le temps de trajet sur le milieu de propagation traversé est une donnée largement utilisée dans les applications tomographiques et les sondages atmosphériques [Nolet 1987, Rodgers 2000].

L'équation de perturbation au premier ordre du temps de trajet s'obtient en insérant les éléments paraxiaux provenant des perturbations du milieu de propagation dans l'équation (3.31). Supposons que l'on a calculé le problème aux valeurs limites du tracé de rayons entre une source et un récepteur. Le temps de trajet est obtenu en calculant l'intégrale de l'équation (3.31) le long de ce rayon :

$$\mathcal{T}(\tau_s, \tau_r) = \int_{\tau_s}^{\tau_r} \mathbf{p}.\dot{\mathbf{q}}\, d\tau, \tag{3.59}$$

où τ_s et τ_r sont les paramètres indépendants d'intégration à la source et au récepteur. En utilisant les développements en série de puissance (3.35)-(3.36), l'intégrande de l'équation (3.59) s'écrit en gardant uniquement les termes du premier ordre en ε :

$$\mathbf{p}.\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{p}_0.\dot{\mathbf{q}}_0 + \varepsilon(\mathbf{p}_0.\dot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{p}_1.\dot{\mathbf{q}}_0)\cdot \tag{3.60}$$

L'équation (3.59) devient alors :

$$\mathcal{T}(\tau_s, \tau_r) = \mathcal{T}_0(\tau_s, \tau_r) + \varepsilon \int_{\tau_s}^{\tau_r} (\mathbf{p}_0.\dot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{p}_1.\dot{\mathbf{q}}_0)\, d\tau\cdot \tag{3.61}$$

En utilisant l'équation (3.45), on obtient $\mathbf{p}_1.\dot{\mathbf{q}}_0 = \mathbf{p}_0.\mathbf{q}_1 - \mathcal{H}_1$. On peut alors utiliser la méthode d'intégration par partie pour simplifier l'intégrale de l'équation (3.61). Ainsi, on obtient la perturbation du temps de trajet au premier ordre,

$$\mathcal{T}_1 = [\mathbf{p}_0.\mathbf{q}_1]_{\tau_S}^{\tau_R} - \int_{\tau_S}^{\tau_R} \mathcal{H}_1\, d\tau, \tag{3.62}$$

où $\mathbf{q}_1$ est la perturbation en position calculée avec (3.48) et $\mathbf{p}_0$ est le vecteur lenteur à la source et au récepteur du rayon de référence. Étant donné que l'on ne considère pas les perturbations de la position de la source, le calcul de la perturbation au premier ordre du temps de trajet se réduit au calcul de l'intégrale de la perturbation de l'Hamiltonien $\mathcal{H}_1$ le long d'un rayon donné.

3.5 Continuité des propriétés atmosphériques

Les équations des rayons (3.29)-(3.31) ainsi que les équations (3.40) et (3.48) nécessitent la continuité de la dérivée seconde des champs de vents et de lenteur du son. Pour satisfaire cette exigence, nous utilisons une paramétrisation B-spline uniforme de degré 3 des champs cinématiques [De Boor 2001]. Ces champs et leurs dérivées sont en calculés en tout points de la grille par la relation :

$$\mathbf{C}(u) = \sum_{i=0}^{n} B_{i,n}(u)\mathbf{P}_i,$$

où u est une coordonnée spatiale réduite, $B_{i,n}(u)$ est la base des fonctions B-spline, $\mathbf{P}_i$ est le polygone de contrôle correspondant aux paramètres atmosphériques au voisinage du point considéré et $n = p + 1$ avec p le degré de la paramétrisation polynomiale choisie. Afin d'obtenir la continuité de la dérivée seconde, nous prenons $p = 3$ ce qui signifie que l'interpolation et le calcul des dérivées des champs nécessite un polygone de contrôle $\mathbf{P}_i$ composé de quatre points pour le cas 1D. Le calcul se fait ensuite par la multiplication de ce polygone de contrôle avec la base de fonctions $B_{i,n}(u)$ pour l'altitude considérée, tel que :

$$\mathbf{C}_i(u) = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{i-1} \\ P_i \\ P_{i+1} \\ P_{i+2} \end{bmatrix}. \tag{3.63}$$

Cette paramétrisation des champs cinématiques présente l'avantage d'être très efficace car dans le cas uniforme [5] une partie des fonctions B-splines peut être précalculée. Le calcul quasi-instantané de cette méthode est très utile car l'évaluation des champs cinématiques et des dérivées est réalisée de nombreuses fois au cours des problèmes directs et inverses. Par ailleurs, l'extension au champ tridimensionnelle est directe car c'est une méthode linéaire. Nous avons maintenant tous les éléments de notre problème de propagation des ondes infrasonores ainsi que les équations de sensibilité de ce problème aux paramètres cinématiques de l'atmosphère. Certaines contraintes sur l'implémentation du problème direct sont imposées par l'objectif final de résolution d'un problème inverse. Dans la section suivante, nous entamons une discussion sur les modalités pratiques de la mise en place du problème inverse. Cela nous amène à réaliser des choix sur l'implémentation numérique du problème direct justifiés par le type de problème que nous souhaitons résoudre.

3.6 Discussion sur les contraintes imposées dans le cadre de la résolution du problème inverse

Les ondes infrasonores peuvent se propager sur de longues distances car elles sont peu atténuées le long de leur trajet (voir section 2.4.2.3). Les phases thermosphériques sont les plus atténuées car elles subissent l'absorption atmosphérique due aux effets de viscosité, de conductivité thermique et de perte par relaxation moléculaire qui sont importants dans la haute atmosphère. La distance de propagation du premier rebond thermosphérique se situe entre 200 et 500 km (voir figure 2.15). Il est parfois possible d'observer plusieurs rebonds lorsque la source est suffisamment énergétique. Les phases stratosphériques sont, quant à elles, très peu atténuées et se propagent sur des milliers de kilomètres lorsque le guide d'onde stratosphérique est stable. On estime, en général, que la sphéricité de la Terre doit être prise en compte dans la modélisation lorsque les distances de propagation considérées excèdent ∼700

5. Uniforme signifiant que les noeuds du modèle sont espacés régulièrement.

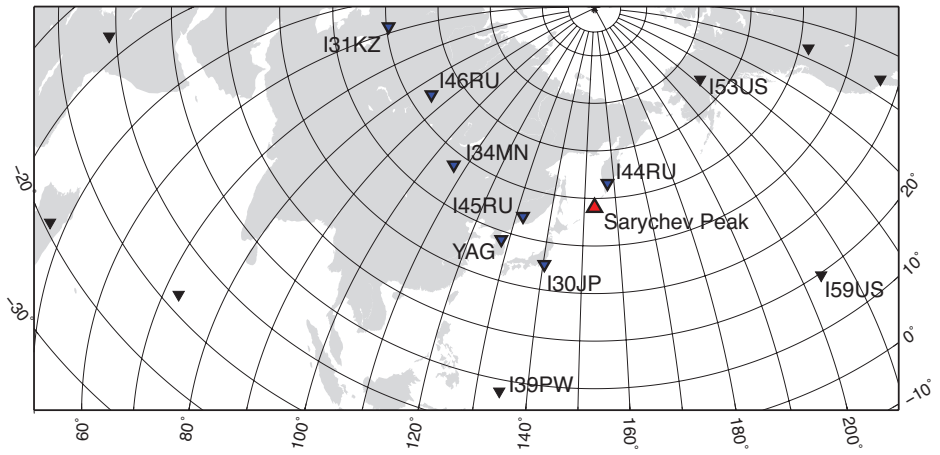


FIGURE 3.2 – Carte de localisation géographique du *Sarychev Peak* (triangle rouge) et des antennes ayant enregistré les éruptions (triangles bleus). Les antennes infrasons n'ayant pas enregistré l'évènement sont indiquées par des triangles noires ([Matoza 2011a]).

km [Virieux 2004, Dessa 2005].

Le réseau de microbaromètres du SSI est actuellement composé de 45 antennes et couvre la surface terrestre à l'échelle globale ; la distance moyenne inter-stations est d'environ 2000 km. Les observations infrasonores du réseau SSI constituent la base de données la plus importante au monde. Malgré cela, les sources enregistrées peuvent se trouver à des distances relativement éloignées des antennes de mesures et n'être enregistrées que par un nombre limité de stations (entre 2 et 3 pour les évènements GT0 [6]). La modélisation des événements observées par le réseau SSI nécessite donc, en général, de prendre en compte la sphéricité de la Terre.

Les propriétés atmosphériques ont une variabilité spatiale qui s'étend sur plusieurs ordres de grandeurs (de l'échelle micrométéorologique à l'échelle planétaire). L'interaction des ondes infrasons avec le milieu atmosphérique se fait principalement au niveau des échelles spatio-temporelles moyennes (à partir d'environ 10 km et de l'ordre de la journée), synoptiques (à partir de plusieurs centaines de kilomètres et de l'ordre de la semaine) et planétaires (voir chapitre 2). Étant donné l'espacement inter-stations du réseau actuel, le réseau SSI ne pourra offrir qu'une vue partielle souvent insuffisante pour rendre compte de l'état atmosphérique.

Pour illustrer le type de problème auquel nous sommes confronté, nous nous appuyons sur l'observation de l'éruption du *Sarychev Peak* aux Îles Kuriles en Juin 2009 (voir figure 3.2) [Matoza 2011a]. Cette éruption fut suffisamment énergétique

6. Les évènements GT0 (*Ground Truth events*) correspondent aux sources dont la position est parfaitement connue.

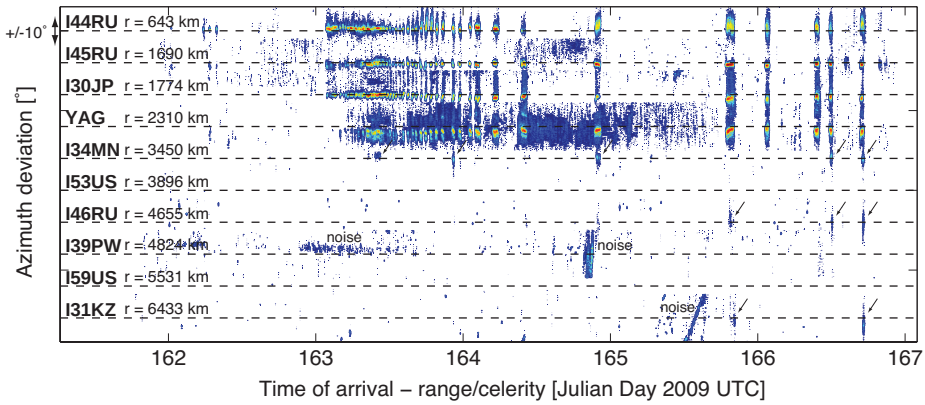


FIGURE 3.3 – Résultats du traitement PMCC pour les 10 antennes microbarométriques ayant observé l'éruption du Sarychev Peak. Les observations sont représentées dans l'ordre croissant des distances des antennes par rapport au volcan. On représente la déviation d'azimut des détections par rapport à l'azimut de la source. La barre de couleurs correspond au $\log_{10}(N)$, où N est le nombre de détections PMCC dans une case de 0,1° en azimut et 3,5 minutes en temps. Par ailleurs, les détections sont alignées en temps par rapport à un temps origine supposé des différentes explosions et une vitesse de propagation moyenne de 330 m/s. Les détections des infrasons de la séquence éruptive du Sarychev Peak sont clairement energistrées aux stations IS44 (r = 643 km), IS45 (1690 km), IS30 (1774 km) et YAG (2310 km). Les stations IS34 (3450 km), IS46 (4655 km) et IS31 (6433 km) enregistrent, elles, une partie des éruptions, alors que IS53, IS39 et IS59 n'enregistrent aucune détection. ([Matoza 2011a]).

pour être observée par 6 antennes du réseau SSI jusqu'à une distance de 6433 km et une station additionnelle (YAG) opérée par l'Institut Coréen de Géoscience et des Ressources Minérales (KIGAM) (voir figure 3.3).

Dans ce type de propagation, les variations 3D et 4D de l'atmosphère le long des trajets deviennent significatives et sont susceptibles d'entrainer des conversions de phases. La quantité de paramètres d'un modèle atmsophérique tridimensionnelle $n_x \times n_y \times n_z$ augmente alors très rapidement avec les distances de propagation, et cela, sans considération de l'évolution temporelle de l'atmosphère. Par exemple, si l'on considère le cas de l'explosion du Sarychev Peak, on peut évaluer grossièrement la surface du globe impliquée à 40° en latitude et 100° en longitude. En prenant les noeuds du modèle global ECMWF (1° en latitude et longitude) comme paramètres de contrôle du problème inverse on atteint 4000 inconnues par niveau du modèle atmosphérique et par pas de temps (6 heures sur le modèle ECMWF). Par ailleurs, avec un échantillonnage en altitude de 1 km jusqu'à ∼140 km d'altitude, on arrive à 560000 paramètres à estimer à partir des observations de 7 stations microbarométriques. En choisissant la grille du modèle judicieusement il est possi-

ble de réduire le nombre d'inconnues, cependant, il est toutefois impossible de résoudre ce type de problème actuellement en raison du faible nombre d'observations disponibles. L'application d'un algorithme d'inversion de la structure atmosphérique nécessiterait, par ailleurs, de pouvoir détecter les lieux de conversions de phases afin de prendre en compte correctement les observations enregistrées, ce qui nécessite un échantillonnage spatial en terme de mesure dont on ne dispose pas avec le réseau SSI.

Il existe cependant des expériences pour lesquelles des réseaux d'antennes disposant d'une meilleure résolution spatiale ont été déployées. C'est le cas des expériences de calibration menées dans le cadre du traité d'interdiction des essais nucléaire à Sayarim, Israël [Gitterman 2009, Gitterman 2010], ainsi que des explosions du site UTTR[7] enregistrées par le *National Center for Physical Acoustics* de l'université du Mississippi [Talmadge 2010]. Pour ce type d'expériences, il existe suffisamment de stations microbarométriques à des distances inférieures à ∼700 km de la source pour envisager la résolution d'un problème de sondage atmosphérique. Nous ferons donc le choix de développer numériquement les équations présentées dans les parties précédentes en géométrie cartésienne afin de s'intéresser plus particulièrement à ce type de problème. Par ailleurs, bien que le code de tracé de rayons soit développé pour prendre en compte des modèles d'atmosphère 3D voire 4D, nous utiliserons, dans la suite de la thèse, des profils atmosphériques 1D afin de restreindre le nombre d'inconnues et de simplifier le problème. Notons que l'approximation d'une atmosphère 1D, pour les distances de propagation inférieure à 700 km, donnent des résultats satisfaisants [Ceranna 2009].

Dans la section suivante, nous présentons les méthodes numériques utilisées pour la résolution des équations (3.29)-(3.31) et de l'équation (3.48) ainsi que les tests de validation des résultats numériques réalisés.

3.7 Méthodes numériques et validations

Nous décrivons les méthodes numériques utilisées pour la résolution des équations du problème direct. Ces méthodes seront détaillées très succintement, le lecteur intéressé pourra se référer aux ouvrages spécialisés pour plus de détails. Nous présentons par ailleurs les résultats numériques de validation de l'intégration des équations présentées.

3.7.1 L'algorithme prediction-correction

Nous décrivons pour commencer la méthode de résolution utilisée pour le calcul des équations des rayons (3.29)-(3.30). Le sytème défini par ces deux équations est un système d'équation différentielle classique :

7. Utah Test and Training Range.

$$y' = \mathrm{f}(t, y) \tag{3.64}$$
$$\text{avec} \quad y(t_0) = \alpha\cdot \tag{3.65}$$

Nous utilisons l'algorithme prédiction-correction PECE[8] qui est une méthode de Adams-Bashforth-Moulton à ordre variable [Shampine 1975]. La méthode de Adams-Bashforth-Moulton classique est une méthode à pas multiple d'ordre 4 calculant la solution y_{k+1} au pas de temps de temps t_{k+1} en utilisant le calcul aux pas de temps précédents y_{k-3}, y_{k-2}, y_{k-1} et y_k. Cette méthode utilise une formule de prédiction explicite pour obtenir une approximation de la solution en $t_{k+1} = t_k + h$, h étant le pas en temps :

$$p_{k+1} = y_k + \frac{h}{24}\left[-9f_{k-3} + 37f_{k-2} - 59f_{k-1} + 55f(k)\right], \tag{3.66}$$

puis une formule de correction implicite,

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{24}\left[f_{k-21} - 5f_{k-1} + 19f_k + 9f(t_{k+1}, p_{k+1})\right]\cdot \tag{3.67}$$

Cette formulation nécessite à chaque pas d'intégration les solutions des quatres étapes précédentes, il est donc nécessaire d'ulitiser une autre méthode pour calculer les solutions des trois premiers pas de temps. Pour cela, l'algorithme PECE utilise une méthode de Runge-Kutta classique.

Cette méthode permet de résoudre de manière précise et efficace les problèmes aux conditions initiales dont font partie les équations des rayons. L'utilisation d'ordre de développement variable pour la prédiction-correction permet d'atteindre des erreurs de troncature très faibles. Par ailleurs la méthode ne nécessite que deux évaluations du système d'équation des rayons à chaque pas de temps et ce même pour des pas de temps assez grands, ce qui la rend extrêmement efficace. Une explication détaillée de l'algorithme PECE est disponible dans [Shampine 1975].

3.7.2 Matrice de propagation

Les systèmes d'équations différentielles obtenus dans les sections 3.4.1 et 3.4.2 sont résolus par la méthode de la matrice de propagation [Aki 2002]. Cette méthode permet de résoudre les systèmes du type :

$$\frac{d\mathbf{f}(\tau)}{d\tau} = \mathbf{A}(\tau)\mathbf{f}(\tau), \tag{3.68}$$

où $\mathbf{f}$ est vecteur colonne de dimension $n \times 1$, et $\mathbf{A}$ est une matrice de dimension $n \times n$[9]. La matrice de propagation de ce système d'équations est alors définie telle que :

8. Predict, Evaluate, Correct, Evaluate.

9. Le système d'équations générale de perturbation des rayons (3.48) comprend 6 équations ($n = 6$).

$$\mathbf{P}(\tau,\tau_0) = \mathbf{I} + \int_{\tau_0}^{\tau} \mathbf{A}(\tau_1)d\tau_1 + \int_{\tau_0}^{\tau} \mathbf{A}(\tau_1) \int_{\tau_0}^{\tau_1} \mathbf{A}(\tau_2)d\tau_2 + \ldots, \tag{3.69}$$

ou $\mathbf{I}$ est la matrice identité. La matrice $\mathbf{P}(\tau,\tau_0)$ est définie de manière à satisfaire le système d'équations différentielles (3.68) :

$$\frac{d\mathbf{P}(\tau,\tau_0)}{d\tau} = \mathbf{A}(\tau)\mathbf{P}(\tau,\tau_0)\cdot \tag{3.70}$$

D'après l'équation (3.69), on a $\mathbf{P}(\tau_0,\tau_0)) = \mathbf{I}$. Par ailleurs, une propriété importante de la matrice de propagation est donnée par :

$$\mathbf{f}(\tau) = \mathbf{P}(\tau,\tau_0)\mathbf{f}(\tau_0)\cdot \tag{3.71}$$

Ainsi $\mathbf{P}(\tau,\tau_0)$ permet de générer les perturbations de trajectoire en un τ quelconque en opérant sur les conditions initiales en τ_0. Une autre propriété intéressante de la matrice de propagation est donnée par la relation :

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\tau_2) &= \mathbf{P}(\tau_2,\tau_1)\mathbf{f}(\tau_1) \\ &= \mathbf{P}(\tau_2,\tau_1)\mathbf{P}(\tau_1,\tau_0)\mathbf{f}(\tau_0)\cdot \end{aligned} \tag{3.72}$$

En prenant $z_2 = z_0$ dans l'équation (3.72) on obtient alors,

$$\mathbf{I} = \mathbf{P}(\tau_0,\tau_1)\mathbf{P}(\tau_1,\tau_0), \tag{3.73}$$

impliquant que l'inverse de $\mathbf{P}(\tau_1,\tau_0)$ est $\mathbf{P}(\tau_0,\tau_1)$. Lorsque la matrice $\mathbf{A}$ ne dépend pas de τ, l'équation (3.69) peut alors se réduire :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\tau,\tau_0) &= \mathbf{I} + (\tau-\tau_0)\mathbf{A} + \frac{1}{2}(\tau-\tau_0)^2\mathbf{A}\mathbf{A} + \ldots \\ &= \exp\left[(\tau-\tau_0)\mathbf{A}\right]\cdot \end{aligned} \tag{3.74}$$

En ce qui concerne les systèmes d'équations que l'on souhaite résoudre, on considérera la matrice $\mathbf{A}$ comme constante entre deux paramètres d'intégration $\tau_k - 1$ et τ_k. On pourra alors calculer la matrice de propagation récursivement pour :

$$\mathbf{P}(\tau,\tau_0) = \mathbf{P}(\tau,\tau_{k-1})\mathbf{P}(\tau_{k-1},\tau_{k-2})\ldots\mathbf{P}(\tau,\tau_0)\cdot \tag{3.75}$$

La méthode de la matrice de transfert peut aussi être utilisée afin de résoudre les systèmes d'équations différentielles non-homogènes du type :

$$\frac{d\mathbf{f}(\tau)}{d\tau} = \mathbf{A}(\tau)\mathbf{f}(\tau) + \mathbf{g}(\tau), \tag{3.76}$$

ou $\mathbf{g}$ est un terme source fonction de τ de dimension $n \times 1$. La solution $\mathbf{f}$ est alors donnée par la relation :

$$\mathbf{f}(\tau) = \mathbf{P}(\tau,\tau_0)\left[\int_{\tau_0}^{\tau} \mathbf{P}^{-1}(\zeta,\tau_0)\mathbf{g}(\zeta)d\zeta + \mathbf{f}(\tau_0)\right]\cdot \tag{3.77}$$

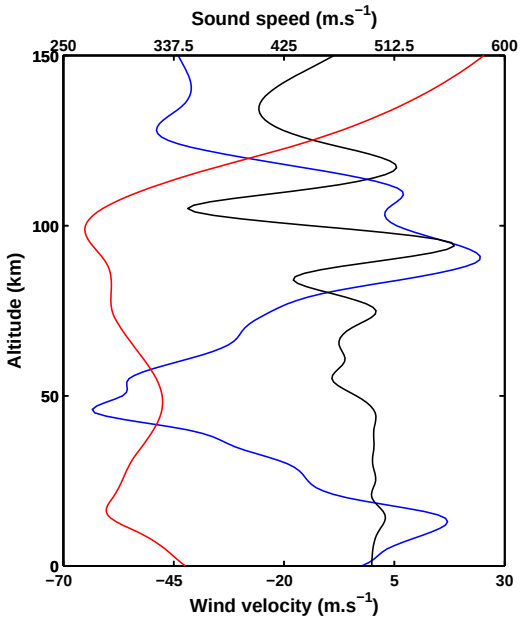


FIGURE 3.4 – Modèle atmosphérique HWM07 utilisé pour les tests de validation numérique. La courbe rouge représente la vitesse du son, la courbe bleue le vent zonal et la courbe noire le vent méridien.

En utilisant (3.73), la solution (3.77) peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{f}(\tau) = \int_{\tau_0}^{\tau} \mathbf{P}(\tau,\zeta)\mathbf{g}(\zeta)d\zeta + \mathbf{P}(\tau,\tau_0)\mathbf{f}(\tau_0)\cdot \tag{3.78}$$

La matrice $\mathbf{A}$ des systèmes (3.40) et (3.48) que nous souhaitons résoudre par la méthode de la matrice de propagation est composée des dérivées secondes de l'opérateur Hamiltonien :

$$\mathbf{A}(\tau) = \left[\begin{array}{cc} \nabla_p\nabla_q\mathcal{H}_0(\tau) & \nabla_p\nabla_p\mathcal{H}_0(\tau) \\ -\nabla_q\nabla_q\mathcal{H}_0(\tau) & -\nabla_q\nabla_p\mathcal{H}_0(\tau) \end{array} \right]_0, \tag{3.79}$$

où l'indice 0 signifie que les calculs sont fait le long du rayon de référence. Les éléments de cette matrice sont dépendants de τ et ne sont pas constants le long d'un rayon, il sera donc nécessaire de choisir soigneusement la valeur du paramètre d'intégration τ lors du calcul des rayons afin que l'échantillonnage des dérivées secondes de l'Hamiltonien soit correct et que l'approximation d'une matrice $\mathbf{A}$ constante entre deux paramètres d'intégration soit valable.

3.7.3 Validations numériques

Les méthodes numériques de résolution des équations différentielles ordinaires calculent l'évolution du système par pas de temps successif. Lors de la résolution des équations, un point crucial est la propagation des erreurs au cours du calcul.

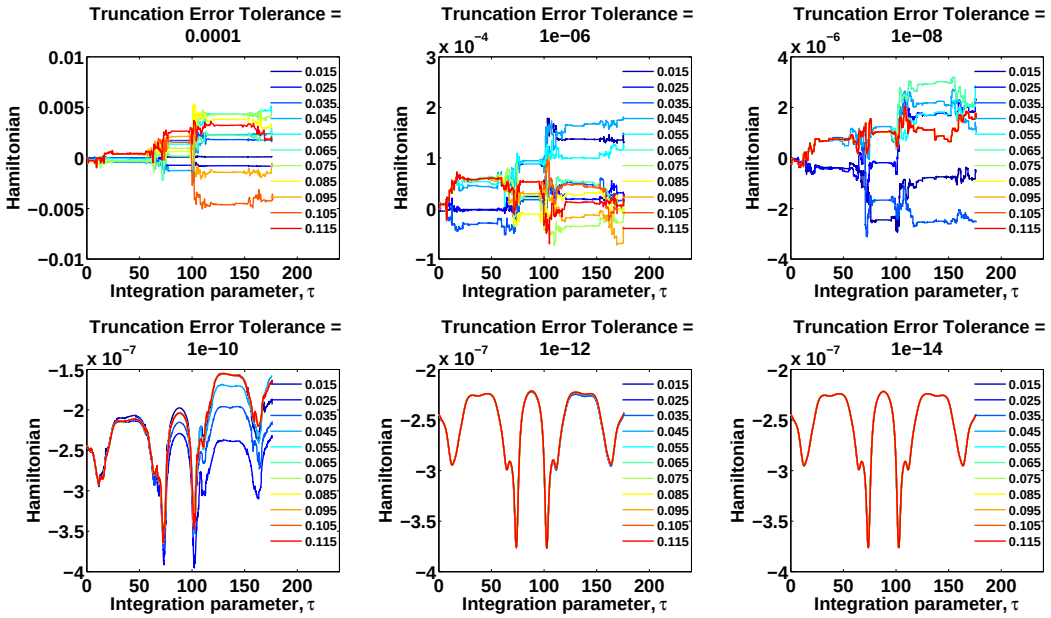


FIGURE 3.5 – Influence de la tolérance sur l'erreur de troncation et de la valeur du paramètre d'intégration (traits colorés) sur le comportement de l'hamiltonien au cours de l'intégration d'un rayon d'angle d'incidence fixé à 65° et d'azimut 70°.

Des critères de tolérance sur la précision des calculs permettent de maitriser ces erreurs. Dans cette section, nous étudions l'effet des paramètres d'intégrations des équations différentielles afin d'optimiser le choix de ces paramètres pour des niveaux de précision et des temps de calcul raisonnables.

L'algorithme PECE dispose d'un critère de tolérance sur l'erreur de troncature au cours de l'intégration. Le pas d'intégration auquel les solutions successives sont calculées n'est, *a priori*, pas fondamentale sur la précision du calcul des trajectoires des rayons avec cette méthode. Cependant, le choix du pas d'intégration est cependant pour le calcul numérique des équations de perturbation des rayons (3.40) et (3.48) par la méthode de la matrice de propagation. En effet, les solutions des équations de perturbations étant directement calculées pour les différents pas d'intégration des rayons, leurs précision dépend directement du choix du pas d'intégration. Cet inconvénient est compensé par l'efficacité de la méthode en temps de calcul, et ce, même pour des faibles pas d'intégration. Cette caractéristique est particulièrement utile car le système (3.48) doit être résolu pour des perturbations de chacun des paramètres du modèles et pour chaque rayon.

Nous évaluons l'influence du critère de tolérance de l'algorithme PECE sur la qualité de l'intégration en vérifiant la nullité de l'Hamiltonien au cours de l'intégration d'un rayon (voir figure 3.5). Lorsque l'erreur de troncature est trop impor-

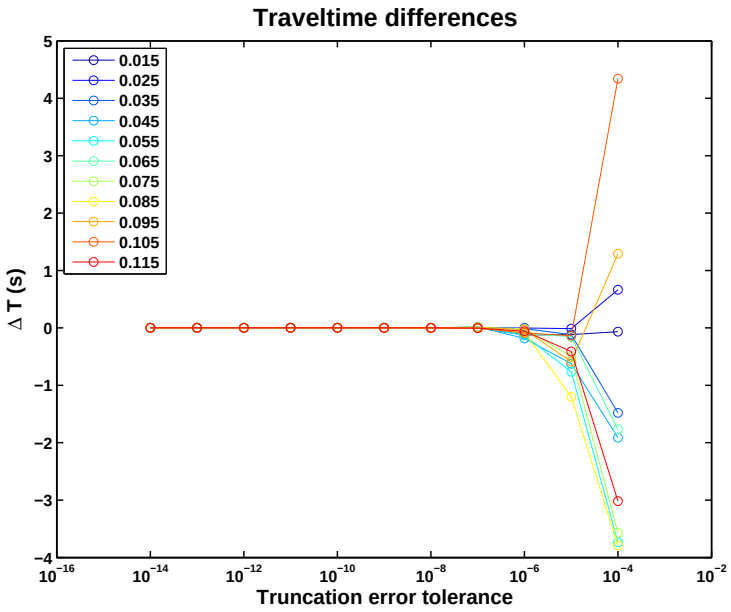


FIGURE 3.6 – Influence de la tolérance sur l'erreur de troncation et de la valeur du paramètre d'intégration (traits colorés) sur le calcul du temps de trajet pour un rayon d'angle d'incidence fixé à 65° et d'azimut 70°.

tante, la valeur de l'Hamiltonien diverge significativement de sa valeur initiale et son comportement est chaotique. Pour les tolérances les plus élevées, l'Hamiltonien est instable pour différentes valeurs du paramètre d'intégration. Lorsque le critère de tolérance décroît, la valeur de l'Hamiltonien est plus faible et celui-ci est plus stable par rapport aux valeurs du paramètre d'intégration $d\tau$. Par ailleurs, l'influence du critère de tolérance et du pas d'intégration sur le calcul du temps de trajet peut être significative (voir figure 3.6). En effet, pour des tolérances élevées de l'erreur de troncature, des différences de 5 s peuvent être observées par rapport au résultat obtenu pour une tolérance de $1 \times e^{-14}$. On observe une stabilisation du calcul du temps de trajet pour une tolérance de $1 \times e^{-8}$.

Le calcul des trajectoires paraxiales pour des perturbations des conditions initiales ou du milieu de propagation nécessite le calcul des dérivées seconde de l'Hamiltonien par rapport aux coordonnées de phase $\mathbf{y}(\tau)$ le long de la trajectoire de référence. La matrice des dérivées secondes est directement calculée aux points d'intégration des rayons de référence. On vérifie donc l'influence du pas d'intégration sur le calcul de la matrice des dérivées secondes (voir figure 3.7). De manière générale, le calcul des éléments paraxiaux diverge légèrement au cours de l'intégration le long d'un rayon. Cette divergence est de moins en moins perceptible à mesure que l'on diminue la tolérance sur l'erreur de troncature.

La figure 3.8 montre l'échantillonnage du terme de perturbation $\Delta\mathcal{H}$ due à une

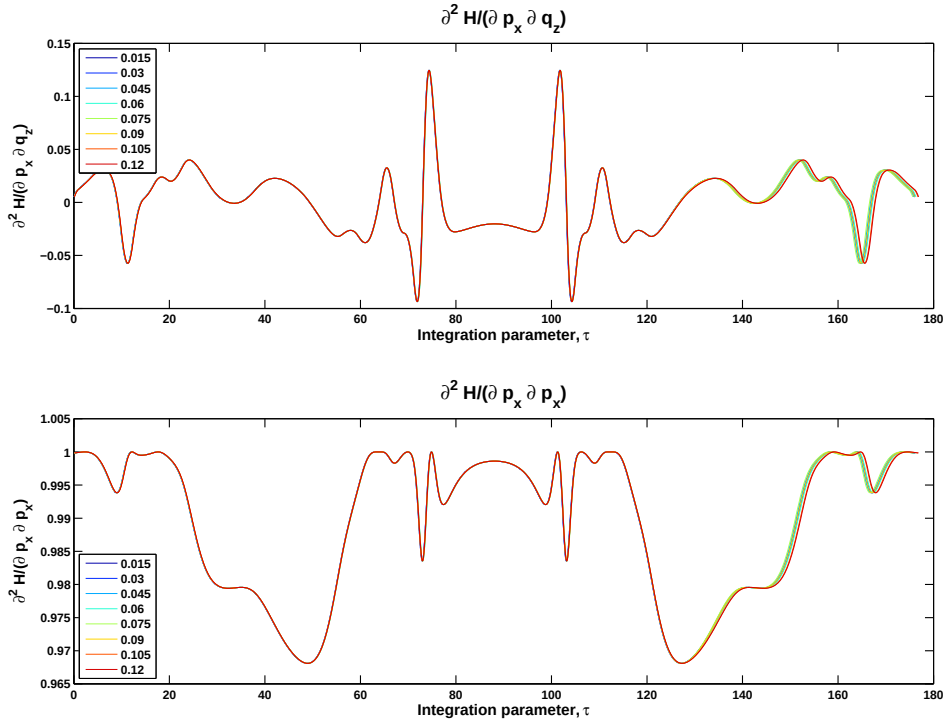


FIGURE 3.7 – Influence de la valeur du paramètre d'intégration $d\tau$ (traits colorés) sur deux composantes de la matrice des dérivées seconde de l'Hamiltonien, $\partial^2\mathcal{H}/\partial p_x \partial q_z$ et $\partial^2\mathcal{H}/\partial p_x^2$. La tolérance est prise égale à $1e^{-6}$.

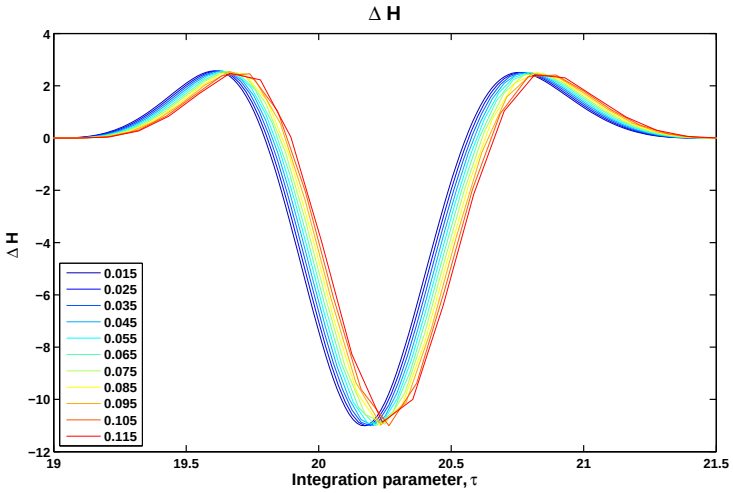


FIGURE 3.8 – Échantillonnage de la pertubation $\Delta\mathcal{H}$ induite par une perturbation du modèle de vent en fonction de la valeur du paramètre d'intégration $d\tau$.

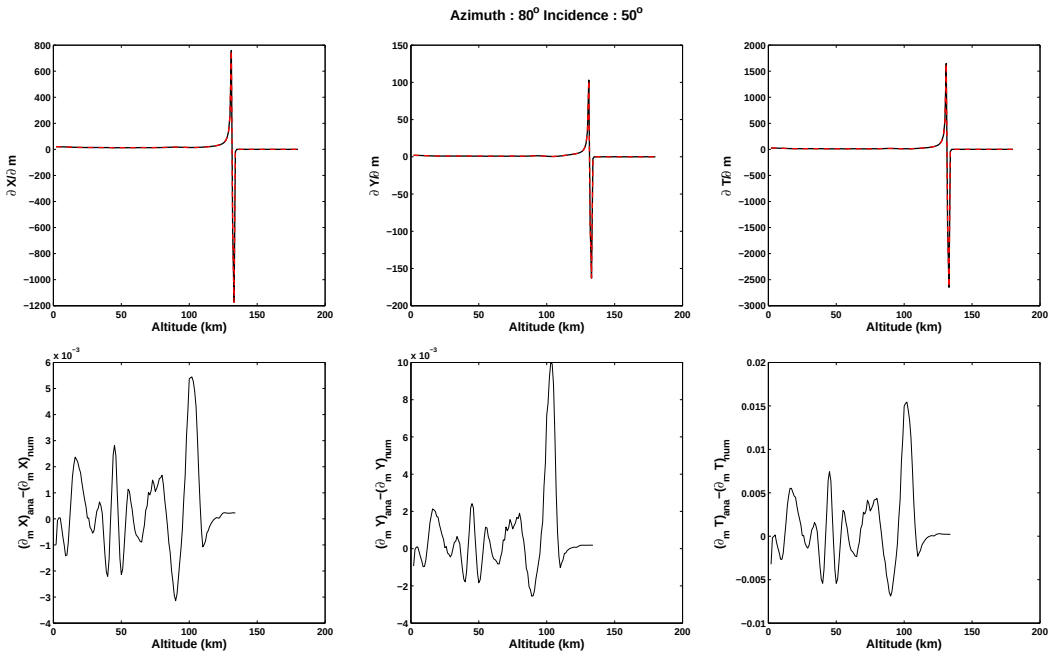


FIGURE 3.9 – Validation du calcul des éléments paraxiaux pour des perturbations des vents zonaux. (*haut*) Comparaison des résultats obtenus avec le calcul explicite (traits rouges) et avec le calcul en différences finies centrées (traits noirs). (*bas*) Différence entre le calcul explicite et le calcul en différences finies.

perturbation de vent à 20 km d'altitude. On observe un décalage de la perturbation lorsque le paramètre d'intégration augmente ainsi qu'un comportement moins lisse de cette perturbation. L'ensemble de ces erreurs se propageant au cours de l'intégration, il est nécessaire d'être le plus précis possible afin d'affiner le calcul des gradients.

Pour terminer, nous comparons le calcul des éléments paraxiaux avec un calcul numérique des dérivées afin de s'assurer de la validité des résultats obtenus par la méthode de la matrice de propagation (voir figures 3.9 et 3.10). Les différences entre la sensibilité obtenue par la méthode de la matrice de propagation et les différences finies sont faibles par rapport à la valeur absolue du gradient, validant ainsi l'intégration des éléments paraxiaux et le calcul de la perturbation au premier ordre du temps de trajet. La sensibité du rayon étudié est très importante au point de réfraction du rayon et le gradient est discontinu dans le voisinage de ce point, ce qui est de nature à poser problème dans l'inversion.

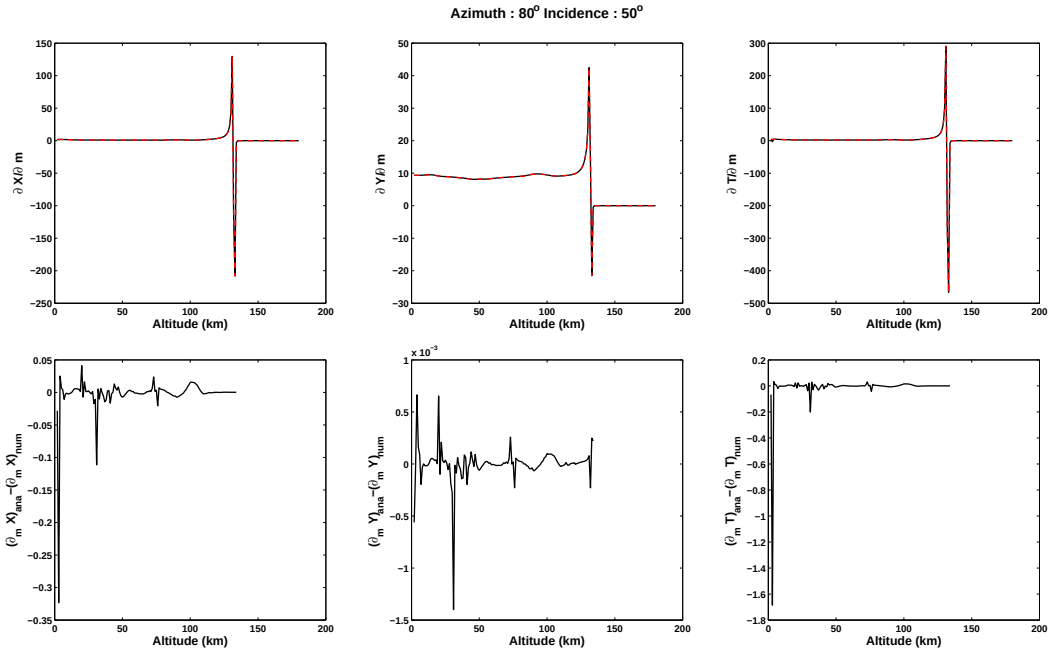


FIGURE 3.10 – Idem figure 3.9 pour les vents méridiens.

3.8 Étude de la sensibilité du problème direct

Les équations de perturbation des trajectoires des rayons et du temps de trajet permettent d'interpréter le problème direct et par conséquent la propagation des ondes infrasonores en terme de sensibilité par rapport aux paramètres du modèle atmosphérique. Les calculs de sensibilité ont été réalisés avec un profil atmosphérique extrait du modèle HWM07, dont le jet stratosphérique permet de générer des phases stratosphériques (voir figure 3.4).

La nature stratifiée de l'atmosphère est à l'origine de la propagation guidée des phases infrasonores qui est contrôlée au premier ordre par la structure thermique de l'atmosphère. L'effet des vents module la vitesse de propagation en une vitesse effective de propagation. Le guide d'onde stratosphérique résulte de la conjonction de la vitesse adiabatique du son et de l'effet des vents. Dans le cadre du sondage atmosphérique utilisant les ondes infrasonores, nous utiliserons uniquement les phases stratosphériques et thermosphériques. Celle-ci se caractérisent par des altitudes de réfraction et des caractéristiques cinématiques (temps d'arrivée, vitesse de passage) bien distinctes.

Les profils de sensibilité du problème de propagation aux paramètres de l'atmosphère ont donc des structures différentes selon le type de phases auxquels il sont associés. Dans le cadre du problème inverse, nous utiliserons, pour des raisons que

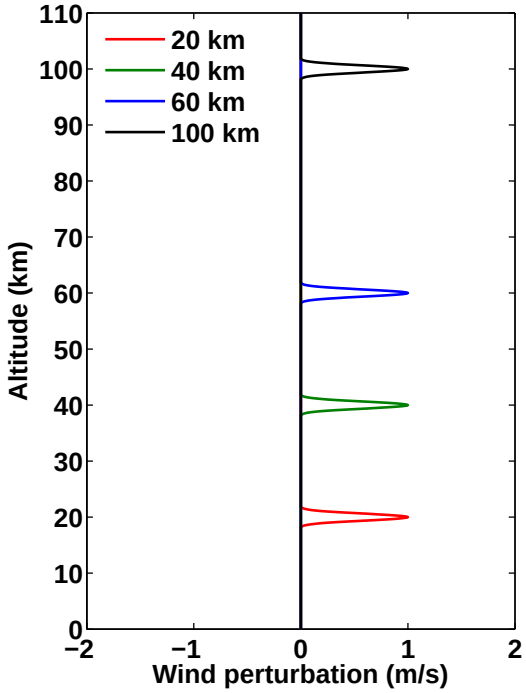


FIGURE 3.11 – Profils de perturbation des vents pour des perturbations unitaires situées à 20 km, 40 km, 60 km et 100 km d'altitude. Ces profils sont calculés par interpolation B-splines. Ce type de perturbations est utilisé pour le calcul des perturbations des trajectoire des rayons. On utilise les même perturbations pour les vents zonaux et les vents méridiens.

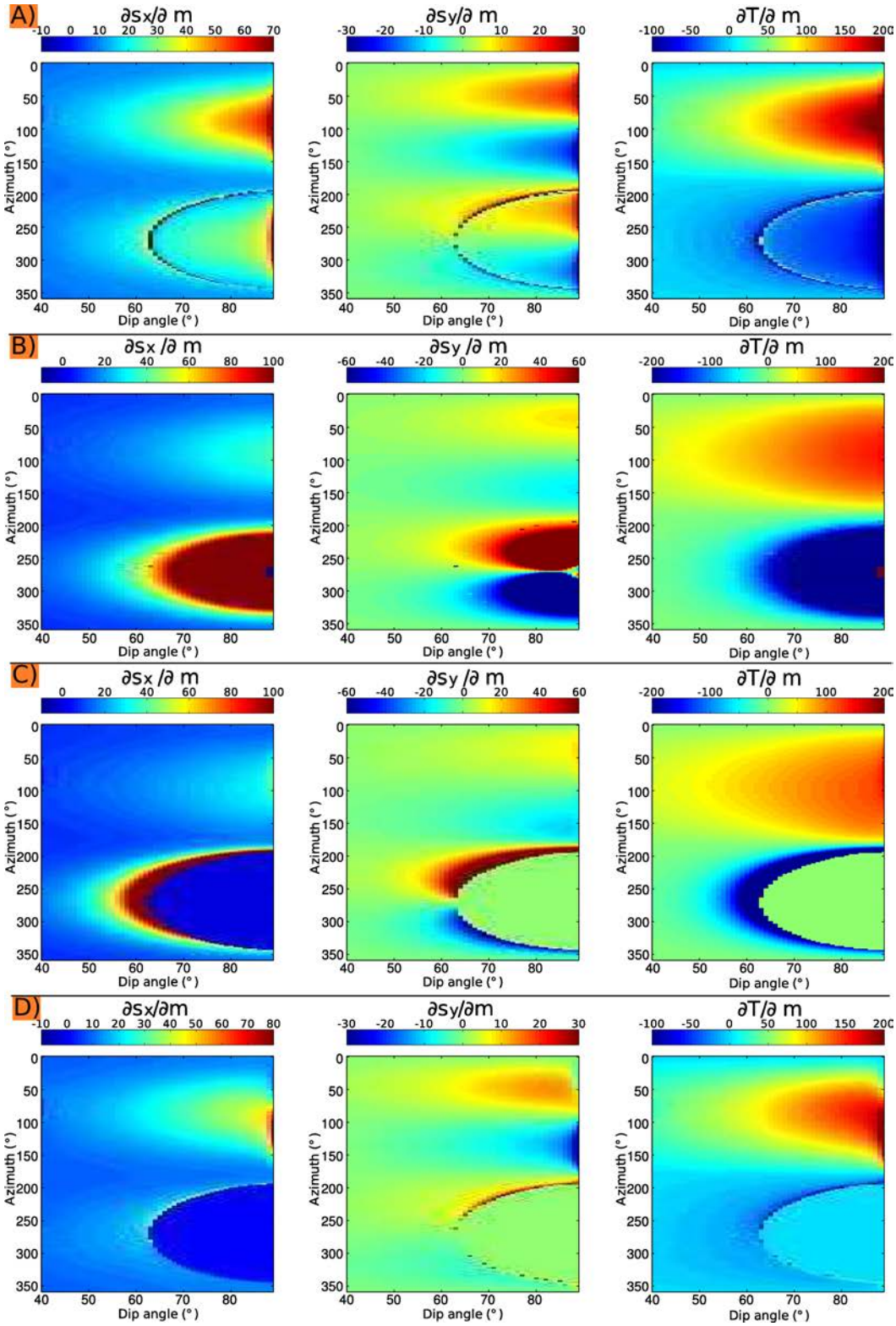


FIGURE 3.12 – Valeur des gradients $\partial s_x/\partial \mathbf{m}$, $\partial s_y/\partial \mathbf{m}$ et $\partial \mathcal{T}/\partial \mathbf{m}$ en fonction de l'angle d'incidence (Dip angle) et de l'azimut du rayon à la source, s_x et s_y sont les positions en coordonnées cartésiennes du premier rebond de chaque rayon calculé. Gradients par rapport à la vitesse du vent zonal à 20 km (A), à 40 km (B), à 60 km (C) et à 100 km (D). Les gradients sont calculés par les équations (3.80), (3.81) et (3.82) avec $\delta\mathbf{m}$ correspondant à une perturbation unitaire de la vitesse du vent zonal à 20 km, 40 km, 60 km et 100 km (voir figure 3.11).

nous expliquerons dans le chapitre 4, la sensibilité des coordonnées $\mathbf{q}_x$ et $\mathbf{q}_y$ des rayons et celle du temps de trajet aux perturbations du modèle de vent, défini par ses composantes zonales et méridiennes. Les stations de mesures des ondes infrasonores sont situées au sol, ce qui nous amène à nous intéresser aux valeurs des gradients au niveau du sol. Nous utiliserons les gradients de la position des rayons au sol s_x et s_y et du temps de trajet T par rapport aux paramètres du modèle de vent notés $\mathbf{m} = \{\mathbf{v}_x; \mathbf{v}_y\}$, où $\mathbf{v}_x$ et $\mathbf{v}_y$ représentent respectivement les composantes zonale et méridienne des vents. Les expressions de ces gradients sont données pour un rayon de référence par les relations :

$$\frac{\partial s_x}{\partial \mathbf{m}} = \mathcal{R}\mathrm{q}_1^x(\tau_{0,grd}; \delta\mathbf{m}), \tag{3.80}$$

$$\frac{\partial s_y}{\partial \mathbf{m}} = \mathcal{R}\mathrm{q}_1^y(\tau_{0,grd}; \delta\mathbf{m}), \tag{3.81}$$

$$\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \mathbf{m}} = \mathcal{T}_1(\tau_{0,grd}; \delta\mathbf{m}), \tag{3.82}$$

où q_1^x et q_1^y sont les éléments paraxiaux pour une perturbation de vent $\delta\mathbf{m}$ unitaire lorsque le rayon de référence atteint le sol en $\tau_{0,grd}$ et $\mathcal{R}$ est la matrice de réflexion au sol des éléments paraxiaux (voir 3.4.3). Les éléments q_1^x et q_1^y sont obtenues par la résolution du système (3.48).

Les courbes de sensibilité (voir figures 3.9 et 3.10) représentent donc les gradients (3.80), (3.81) et (3.82) pour un rayon thermosphérique. Ces gradients sont très sensibles aux vitesses des vents au niveau de l'altitude de réfraction du rayon. Au-dessus de l'altitude de réfraction, la valeur du gradient est de signe opposé à la valeur sous l'altitude de réfraction. Ce comportement non-intuitif au voisinage du point de réfraction est systématique mais n'a pas de sens du point de vue de la physique, il est en fait du à la paramétrisation du problème direct. Bien que la méthode d'interpolation par les fonctions B-splines soit caractérisée par une relative localité du problème [10], une perturbation des paramètres atmosphériques dans le voisinage de l'altitude de réfraction engendrera nécessairement une perturbation du profil atmosphérique dans le voisinage de la perturbation alors que du point de la physique un rayon n'est sensible que localement au milieu de propagation (c'est le principe de l'approximation haute fréquence). Une autre paramétrisation induirait donc un comportement différent du gradient et une paramétrisation locale (par exemple par bloc) résulterait en un gradient nul au-dessus de l'altitude de réfraction. Ce type d'effet de paramétrisation est problématique dans le cadre de la résolution du problème inverse car il en résulte des comportements non physiques dans la solution du problème (ex. : présence de discontinuités). Nous aurons donc intérêt lors de la résolution du problème inverse à supprimer ce comportement sur le gradient en appliquant un *cutoff* au-dessus de l'altitude de réfraction du rayon.

10. L'interpolation ne requiert que 4 noeuds dans le voisinage de l'altitude considérée.

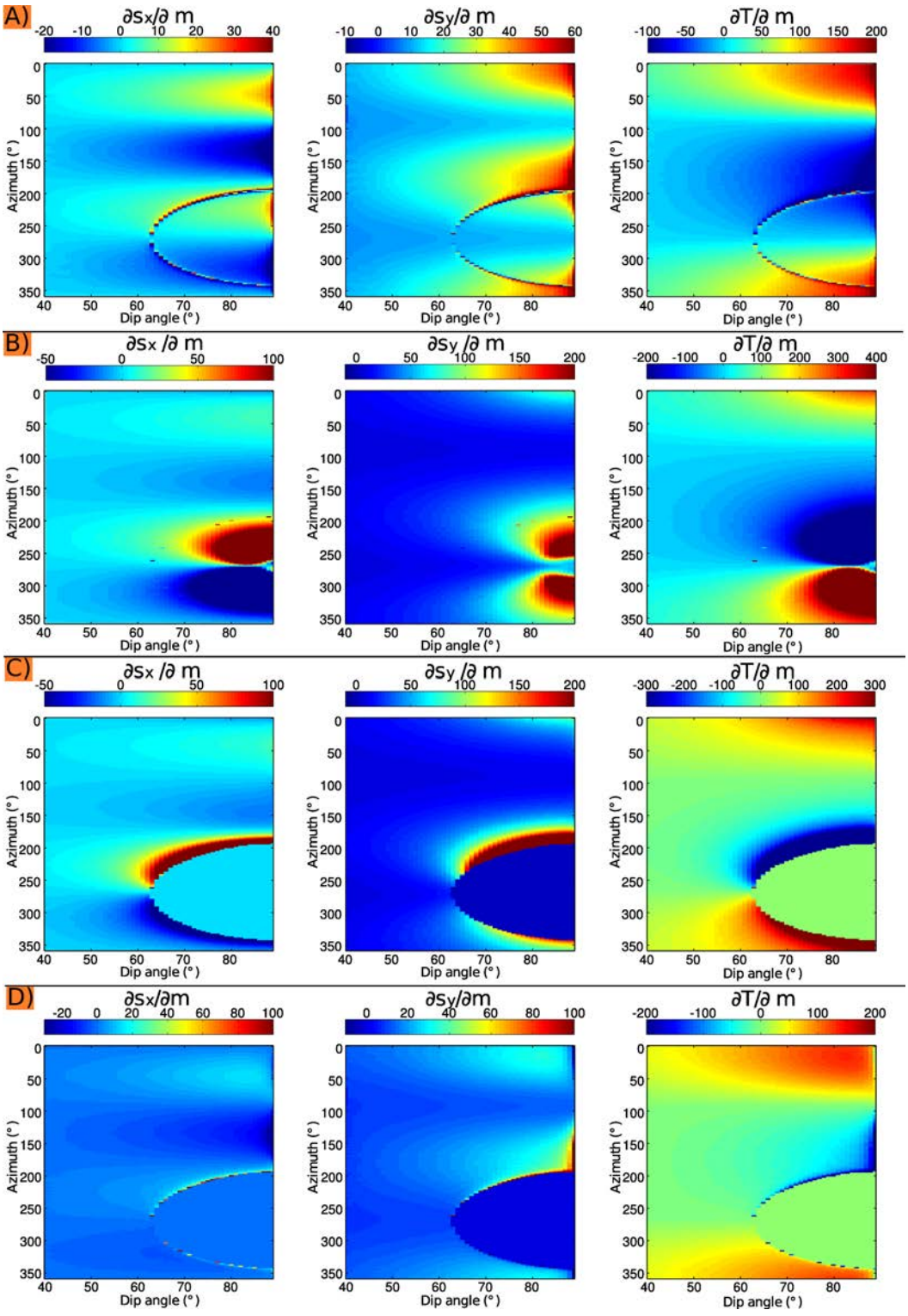


FIGURE 3.13 – Valeur des gradients $\partial s_x/\partial \mathbf{m}$, $\partial s_y/\partial \mathbf{m}$ et $\partial \mathcal{T}/\partial \mathbf{m}$ en fonction de l'angle d'incidence (Dip angle) et de l'azimut du rayon à la source, s_x et s_y sont les positions en coordonnées cartésiennes du premier rebond de chaque rayon calculé. Gradients pour chaque rayon par rapport à la vitesse du vent méridien à 20 km (A), à 40 km (B), à 60 km (C) et à 100 km (D). Les gradients sont calculés par les équations (3.80), (3.81) et (3.82) avec $\delta\mathbf{m}$ correspondant à une perturbation unitaire de la vitesse du vent zonal à 20 km, 40 km, 60 km et 100 km (voir figure 3.11).

Nous calculons les gradients des positions au sol et des temps de trajet pour des perturbations des vents zonaux et des vents méridiens pour des azimuts entre $[0^\circ - 360^\circ]$ et des angles d'incidence compris entre $[40^\circ - 90^\circ]$. Les figures 3.12 et 3.13 représentent respectivement les gradients par rapport aux vents zonaux et aux vents méridiens à 20, 40, 60 et 100 km d'altitude. La figure 3.11 représente les profils de perturbation des vents et la figure 3.4 constitue le milieu de référence utilisé pour le calcul des gradients. Bien que le comportement de ces gradients est lié à la structure atmosphérique utilisée pour le calcul, il est cependant possible de tirer des conclusions d'un point de vue global.

De manière générale, on observe une discontinuité des gradients pour les azimuts entre $[200^\circ - 350^\circ]$ et les angles d'incidence compris entre $[60^\circ - 90^\circ]$. Cette discontinuité correspond à la transition de phase entre les trajets stratosphériques et les trajets thermosphériques. Contrairement au comportement du gradient au niveau de l'altitude de réfraction des rayons décrit précédemment, la discontinuité est ici une réalité physique car les phases thermosphériques et stratosphériques possèdent des caractéristiques cinématiques discontinues que l'on retrouve nécessairement dans les gradients. La gestion de cette discontinuité est un point clé car elle est susceptible d'engendrer des instabilités dans l'algorithme d'inversion. Sur la figure 3.12 représentant les gradients par rapport aux vents zonaux, le gradient à 20 km présente deux lobes liés à la propagation dans le sens du jet stratosphérique (azimut à 270°) et dans le sens opposé au jet (azimut à 90°). Les gradients du temps de trajets sont positifs dans la direction opposée au jet stratosphérique et négatifs dans la direction du jet. Ces résultats confirment l'augmentation du temps de trajet lorsque la propagation se fait dans la direction opposée au jet stratosphérique et la réduction lorsque la propagation se fait dans la direction du jet. Les gradients de la position s_y présentent quatre lobes centrés sur les azimuts 45°, 135°, 225° et 315°, pour lesquels la valeur absolue de la projection de la composante zonale des vents est maximale sur la direction portée par l'axe y (direction sud-nord). La déviation des rayons par rapport à l'azimut initial est alors maximale. À 90° et 270° degrés, la déviation des rayons est surtout infuencée par les vents méridiens et le gradient par rapport aux vents zonaux est nul. En dehors de la zone de conversion de phase, le comportement des phases thermosphériques est semblable à celui des phases stratosphériques à 20 km d'altitude. Le signe du gradient est en effet identique d'un coté ou de l'autre de la discontinuité et les phases thermosphériques sont sensibles à l'amplitude du jet stratosphérique de la même manière que les phases thermosphériques. La valeur du gradient des phases stratosphériques est particulièrement sensible à la valeur du jet à 40 km, au niveau de l'altitude de réfraction des rayons stratosphériques. Au-dessus du guide d'onde stratosphérique (gradient à 60 et 100 km de la 3.12), le gradient des phases stratosphériques devient nul ce qui est parfaitement cohérent.

Le comportement des gradients par rapport aux vents méridiens (voir figure 3.13) permet d'obtenir des informations similaires aux gradients présentés dans le paragraphe précédent. Les quatre lobes de sensibilité se situent maintenant sur la

composante q_x car l'effet des vents méridiens est identique sur cette composante à celui des vents zonaux sur la composante q_y des rayons. Sur la composante q_y et le temps de trajet, les lobes sont maintenant centrés sur les azimuts 0° et 180° qui correspondent à l'orientation des vents méridiens. Ils s'interprètent de la même manière que les gradients par rapport aux vents zonaux pour la composante q_x et le temps de trajet.

3.9 Conclusion du chapitre

Nous avons présenté dans ce chapitre les équations régissant la propagation des ondes infrasonores dans le milieu atmosphérique. Les avantages et inconvénients des méthodes de résolution numérique de ces équations nous amènent à choisir le modèle de propagation basé sur l'acoustique géométrique.

Les modèles de tracé de rayons permettent en effet de calculer directement les temps de trajet, vitesse de passage et déviation d'azimut que l'on observe au niveau des antennes de mesures microbarométriques et qui sont directement reliés à la cinématique du milieu de propagation [Le Pichon 2005b, Le Pichon 2005a, Antier 2007] (voir chapitre 2). Le choix de cette méthode est aussi justifié par l'efficacité en temps de calcul des méthodes de tracé de rayon, permettant ainsi de concevoir un algorithme d'inversion efficace ce qui s'avère très utile dans une phase de développement méthodologigue afin de multiplier les tests paramétriques. Par ailleurs, il apparaît encore prématuré d'utiliser des méthodes permettant de modéliser un plus grand nombre de phénomènes physiques car ceux-ci introduisent des effets non-linéaires sur le problème inverse. Une discussion sur les types de problème de sondage auxquelles on s'intéresse nous permet de choisir une formulation du problème en coordonnées cartésiennes. Par ailleurs, bien que l'algorithme puissent prendre en compte des atmosphères tridimensionnelles, nous utiliserons uniquement des modèles atmosphériques verticaux lors de la résolution du problème inverse.

Nous avons ensuite présenté le développement de la théorie de la perturbation au premier ordre du problème direct afin d'expliciter les équations de perturbation des trajectoires des rayons et du temps de trajet pour des perturbations du milieu de propagation. Les tests de validation du calcul numérique des équations ont été menés en se concentrant sur les perturbations associées au modèle de vent car nous cherchons uniquement, dans un premier temps, à estimer les vitesses des vents. Ces validations numériques ont aussi pour objectif de déterminer les paramètres d'intégration des différentes équations afin d'obtenir des calculs numériques stables dans toutes les conditions.

Les éléments paraxiaux calculés par les équations de perturbation sont directement utilisés pour la construction des gradients des positions des rayons au sol et des temps de trajets. Nous avons finalement interprété ces gradients dans un cas

particulier de structure atmosphérique en mettant en évidence des discontinuités susceptibles de poser des problèmes lors de la phase d'inversion. Nous avons donc maintenant tous les éléments du problème direct de propagation et de la sensibilité de ce problème aux paramètres atmosphériques pour introduire la description de l'algorithme d'inversion.

Chapitre 4

Problème inverse : mise en oeuvre du sondage atmosphérique par mesures infrasons et applications

Sommaire

4.1 Formulation du problème inverse 102
4.1.1 La fonction coût 103
4.1.2 Formulation probabiliste de la fonction coût 103
4.1.3 Matrice de covariance *a posteriori* et matrice de résolution . 105
4.2 Méthodes d'optimisation 106
4.2.1 Solution générale d'un problème aux moindres-carrés 107
4.2.2 Fomulation algébrique de la fonction coût 108
4.2.3 L'algorithme de Levenberg-Marquardt 109
4.2.4 L'algorithme Least-Squares QR 109
4.3 Observations et paramètres pour le sondage atmosphérique 112
4.3.1 Paramètres du modèle 112
4.3.2 Observations 113
4.4 Applications à des profils d'atmosphère idéalisée 115
4.4.1 Modèle d'atmosphère 115
4.4.2 Information *a priori* 116
4.4.3 Exemple 1 : jet stratosphérique coïncidant avec la stratopause 117
4.4.4 Exemple 2 : jet stratosphérique ne coïncidant pas avec la stratopause122
4.4.5 Conclusion 125
4.5 Décomposition modale de l'espace des paramètres 126
4.5.1 Corrélation spatiale des champs de vents 126
4.5.2 Analyse en Composantes Principales 128
4.5.3 Variabilité dans l'espace des paramètres latents 131
4.6 Applications à des profils d'atmosphère réaliste 135
4.6.1 Reformulation du problème inverse 135
4.6.2 Le concept de modèle cinématiquement compatible 137
4.6.3 Influence du nombre de fonctions orthogonales 138
4.6.4 Influence du nombre d'antennes 142
4.7 Conclusion du chapitre 155

Un problème inverse peut être formuler comme la minimisation d'une fonction d'erreur traduisant les écarts entre des simulations numériques et des observations d'un phénomène physique quelconque. En passant par le formalisme probabiliste, on définit une fonction d'erreur adaptée à la résolution des problèmes inverses géophysiques [Tarantola 2005]. Nous présentons ensuite les méthodes d'optimisation utilisées au cours de cette thèse. La mise en oeuvre de l'algorithme est présentée à travers l'inversion d'observations synthétiques issues d'atmosphères idéalisées. Ceci nous permet d'évaluer le pouvoir de résolution théorique des observations infrasons pour la caractérisation de l'atmosphère. L'inversion d'observations synthétiques issues d'atmosphères réalistes nécessite une paramétrisation spécifique des paramètres du modèle. Nous utilisons l'analyse en Composante Principale [Jolliffe 2002], dans sa formulation probabiliste [Tipping 1999], pour décomposer la variabilité des propriétés atmosphériques dans une base de fonctions orthogonales. Les paramètres que nous inversons ne sont alors plus des paramètres physiques mais des paramètres dits *latents* dans un espace de dimension réduite. La mise en oeuvre et les difficultés de l'inversion des observations synthétiques issues de modèles d'atmosphères réalistes sont présentées et analysées.

4.1 Formulation du problème inverse

Résoudre un problème inverse consiste à estimer un vecteur de paramètres $\mathbf{m}^*$ d'un système physique à partir d'observations $\mathbf{d}_{obs}$ fournissant des informations, souvent indirectes, sur ces paramètres. On peut donc écrire formellement :

$$\mathrm{g}(\mathbf{m}^*) = \mathbf{d}_{obs}, \tag{4.1}$$

où g est une relation modélisant le phénomène physique que l'on observe. Le problème inverse est dit *mal-posé* [Hadamard 1923], lorsque :

- la solution n'existe pas,
- la solution n'est pas unique,
- la solution n'est pas stable pour des perturbations des observations.

Le caractère mal-posé d'un problème inverse intervient par exemple lorsque :

- les observations ne permettent pas de contraindre les paramètres,
- les observations sont entachées d'incertitudes,
- le problème est surdéterminé [1] et certaines observations sont incompatibles,
- ...

Ce sont des situations que l'on rencontre fréquemment dans les problèmes inverses en géophysique. La formulation du problème est alors une étape fondamentale

1. Dans les problèmes inverses surdéterminés la quantité d'observation est supérieure aux nombres de paramètres à estimer, c'est par exemple le cas des problèmes de régression linéaire.

car elle doit permettre de traiter les difficultés liées à la résolution du problème inverse.

4.1.1 La fonction coût

En général le problème inverse est abordé comme un problème de minimisation d'une fonctionnelle d'erreur,

$$\min_{\mathbf{m}} \mathcal{C}(\mathbf{m}),$$

où $\mathcal{C}(\mathbf{m})$ représente les écarts entre les observations et les données simulées au sens d'une certaine norme p,

$$\mathcal{C}(\mathbf{m}) = \|\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{m})\|_p. \tag{4.2}$$

Le choix de la norme L_2 est le plus courant en raison des propriétés de continuité associées aux fonctions quadratiques. Le problème inverse est alors un problème de minimisation des moindres carrés que l'on peut résoudre par des algorithmes itératifs à descente de gradient [Bonnans 2003]. La dérivée de la fonction coût associée à la norme L_1 n'est pas continue en tout point de l'espace des paramètres [Tarantola 2005]. Il faut en principe utiliser des algorithmes d'optimisation linéaire [Dantzig 1997, Dantzig 2003] minimisant une fonction coût sous des contraintes linéaires d'égalités ou d'inégalités. La difficulté de ces méthodes est liée à la non-unicité de la solution, et cela, que le problème direct soit linéaire ou non-linéaire [Tarantola 2005]. Certains auteurs ont cependant montré que les méthodes de minimisation à gradient de descente permettaient de résoudre des problèmes en norme L_1 [Tarantola 2005, Brossier 2010]. L'intérêt de la norme L_1 est lié à sa robustesse en présence d'observations aberrantes contrairement à la norme L_2. La norme utilisée est implicitement liée à une distribution des incertitudes de mesure. Ainsi, la norme L_2 est équivalente au choix d'une distribution gaussienne d'écart-type unité, alors que la norme L_1 se rapproche d'une distribution de Laplace (distribution exponentielle).

Afin de garantir la stabilité de la solution du problème inverse, il est en général nécessaire d'ajouter de l'information supplémentaire, c'est-à-dire des termes de régularisation, à la fonction coût afin de traiter le caractère mal-posé du problème. L'approche la plus générale et la moins subjective est de s'appuyer sur un formalisme probabiliste [Tarantola 2005, Nolet 2008].

4.1.2 Formulation probabiliste de la fonction coût

La formulation probabiliste du problème inverse est une approche générale pouvant s'appliquer à l'ensemble des domaines dans lesquels les problèmes inverses interviennent [Tarantola 2005]. Elle convient parfaitement à la résolution des problèmes rencontrés en géophysique. Le concept d'état d'information modélisant les incertitudes sur les paramètres du modèle $\mathbf{m}$ et sur les observations $\mathbf{d}_{obs}$ y joue un rôle

central. Ces états d'informations sont décrits par des densités de probabilité et la solution du problème inverse est alors une densité de probabilité *a posteriori* σ_{m} sur les paramètres du modèle résultant de la combinaison de tous les états d'informations :

$$\sigma_{\mathrm{m}}(\mathbf{m}, \mathbf{d}_{obs}) = k\rho_{\mathrm{m}}(\mathbf{m})L(\mathbf{m}), \tag{4.3}$$

où $\rho_{\mathrm{m}}(\mathbf{m})$ est la densité de probabilité *a priori* représentant l'état d'information sur les paramètres du modèle en l'absence d'observation, $L(\mathbf{m})$ est une fonction de vraisemblance combinant un état d'information sur les observations $\rho_{\mathrm{D}}(\mathbf{d})$ et l'information apportée par la prédiction théorique du problème direct. En choisissant des densités de probabilité gaussiennes, on ramène le problème inverse à la résolution d'un problème aux moindres carrés classique. Bien qu'il existe des densités de probabilité plus représentatives de la réalité nous considérerons le cas gaussien en raison de l'objectif prospectif de cette thèse.

En posant $\Delta\mathbf{d} = (\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{m}))$ l'écart entre les observations et les données simulées et $\Delta\mathbf{m} = (\mathbf{m} - \mathbf{m}_p)$, l'écart entre le modèle courant et le modèle *a priori* $\mathbf{m}_p$, on écrit alors :

$$\rho_{\mathrm{m}}(\mathbf{m}) = k \exp\left(-\frac{1}{2}\Delta\mathbf{m}^t\mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1}\Delta\mathbf{m}\right), \tag{4.4}$$

et,

$$L(\mathbf{m}) = k \exp\left(-\frac{1}{2}\Delta\mathbf{d}^t\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}\Delta\mathbf{d}\right), \tag{4.5}$$

où t est l'opération de transposition, $\mathbf{C}_{\mathrm{m}}$ et $\mathbf{C}_{\mathrm{D}}$ sont les matrices de covariance des paramètres du modèle et des observations respectivement. Cette dernière combine les incertitudes de mesure $\mathbf{C}_{\mathrm{d}}$ et l'incertitude sur la théorie $\mathbf{C}_{\mathrm{T}}$. Dans la pratique on considère une théorie exacte et $\mathbf{C}_{\mathrm{D}} = \mathbf{C}_{\mathrm{d}}$. La densité de probabilité *a posteriori* sur les paramètres du modèle s'écrit :

$$\sigma_{\mathrm{m}}(\mathbf{m}) = k \exp\left(-\mathcal{C}(\mathbf{m})\right), \tag{4.6}$$

où k est un paramètre de normalisation et $\mathcal{C}$, la fonctionnelle d'erreur,

$$\mathcal{C}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}\Delta\mathbf{d}^t\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}\Delta\mathbf{d} + \frac{1}{2}\Delta\mathbf{m}^t\mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1}\Delta\mathbf{m}\cdot \tag{4.7}$$

La fonction coût (4.7) combine de manière objective l'information apportée par les observations, la théorie et la connaissance *a priori* des paramètres du modèle. En fonction de la nature du problème direct, on choisit de résoudre le problème inverse par des méthodes d'optimisation globales ou locales. Les méthodes d'optimisation globale, ou méthodes de Monte-Carlo, sont adaptées à la résolution des problèmes inverses fortement non-linéaires qui sont en général caractérisés par des densités de probabilité *a posteriori* multimodales. Elles explorent de manière intensive l'espace des paramètres du modèle pour reconstruire la densité de probabilité

a posteriori. L'utilisation de ce type d'algorithme est cependant limitée aux problèmes ayant un nombre raisonnable de paramètres à estimer. En effet, la quantité de réalisations nécessaire pour échantillonner convenablement une densité de probabilité *a posteriori* augmente exponentiellement avec le nombre de paramètres. Les méthodes d'optimisation locale, elles, minimisent la fonction coût (4.7) en partant d'une solution initiale.

Dans le cas du sondage atmosphérique, la résolution du problème inverse par des méthodes de type Monte-Carlo ne semble pas envisageable en raison du nombre important de paramètres à estimer. Nous poursuivons donc les travaux de [Drob 2010] en abordant l'inversion des mesures infrasons comme un problème d'optimisation locale. Ces méthodes permettent de trouver le minimum d'une fonctionnelle d'erreur dans le voisinage d'une solution initiale [Bonnans 2003]. La densité de probabilité *a posteriori* peut alors être approximée par la loi gaussienne tangente en ce minimum local [Tarantola 2005].

4.1.3 Matrice de covariance *a posteriori* et matrice de résolution

Lorsque l'on a calculé une solution optimale $\mathbf{m}_{\mathrm{ML}}$ par une méthode d'optimisation locale quelconque, la matrice de covariance *a posteriori*, notée $\tilde{\mathbf{C}}_{\mathrm{m}}$, de la loi de densité gaussienne tangente à $\mathbf{m}_{\mathrm{ML}}$ s'écrit [Tarantola 2005] :

$$\tilde{\mathbf{C}}_{\mathrm{m}} = \left(\mathbf{G}_{\mathrm{ML}}^{t}\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}\mathbf{G}_{\mathrm{ML}} + \mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1}\right)^{-1}, \tag{4.8}$$

où $\mathbf{G}_{\mathrm{ML}}$ est la matrice des dérivées de Fréchet du problème direct calculée en $\mathbf{m}_{\mathrm{ML}}$. À partir de la matrice de covariance, on peut calculer la matrice de corrélation des incertitudes associées dont l'interprétation est en général moins complexe [Tarantola 2005]. Les éléments de la matrice de corrélation entre les paramètres m_i et m_j du modèle sont donnés par :

$$\tilde{\rho}(m_i, m_j) = \frac{\tilde{C}_{\mathrm{m}}(m_i, m_j)}{\sqrt{\tilde{C}(m_i, m_i)\tilde{C}(m_j, m_j)}}. \tag{4.9}$$

On peut, par ailleurs calculer, lorsque la dimension de l'espace des paramètres le permet, la matrice de résolution,

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{C}}_{\mathrm{m}}\mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1}. \tag{4.10}$$

La matrice de résolution $\mathbf{R}$ peut être définie comme un filtre à travers lequel on perçoit le système physique. On peut réécrire $\mathbf{R}$ sous la forme,

$$\tilde{\mathbf{C}}_{\mathrm{m}} = (\mathbf{I} - \mathbf{R})\mathbf{C}_{\mathrm{m}}. \tag{4.11}$$

Ainsi, lorsque la matrice de résolution est proche de l'identité alors la matrice de covariance *a posteriori* est proche de la matrice nulle, ce qui signifie que les paramètres

du modèle sont bien résolus par les observations. La trace de la matrice de résolution (4.10),

$$\mathrm{tr}(\mathbf{R}) = \mathrm{tr}(\mathbf{I}) - \mathrm{tr}\left(\tilde{\mathbf{C}}_{\mathrm{m}}\mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1}\right), \tag{4.12}$$

donne l'estimation du nombre de paramètres résolu par les observations en fonction du nombre total de paramètres du modèle $\mathrm{tr}(\mathbf{I})$ et du nombre de paramètres résolu par l'information *a priori* $\mathrm{tr}\left(\tilde{\mathbf{C}}_{\mathrm{m}}\mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1}\right)$.

Le calcul et l'interprétation des deux matrices présentées dans cette section devraient, en principe, être réalisés lors de la résolution de tous problèmes inverses. Cependant, lorsque la quantité de paramètres à estimer est importante, le calcul de ces matrices est évité au profit de méthode d'analyse de résolution plus empirique comme les « *checkerboard tests* » utilisés en tomographie sismique [Nolet 1987].

4.2 Méthodes d'optimisation pour la résolution locale

La résolution locale d'un problème d'inversion est basée sur des méthodes itératives à descente de gradient [Bonnans 2003] où le modèle est mis à jour itérativement selon la relation :

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k - \mu_k \boldsymbol{\gamma}_k, \tag{4.13}$$

μ_k étant un scalaire destiné à optimiser la convergence de la minimisation et $\boldsymbol{\gamma}_k$ est la direction de plus grande pente de la fonction coût $\mathcal{C}(\mathbf{m})$ en $\mathbf{m}_k$. En norme L_2, la direction de plus grande pente est donnée par [Tarantola 2005] :

$$\boldsymbol{\gamma}_k = \mathbf{C}_{\mathrm{m}}\hat{\boldsymbol{\gamma}}_k, \tag{4.14}$$

où $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_k$ est le gradient de la fonction coût donné par la relation :

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_k = \mathbf{G}_k^t\mathbf{C}_{\mathbf{D}}^{-1}(\mathrm{g}(\mathbf{m}_k) - \mathbf{d}_{obs}) + \mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1}(\mathbf{m}_k - \mathbf{m}_p)\cdot \tag{4.15}$$

La matrice $\mathbf{G}_k$, appelée matrice des dérivées de Fréchet, est constituée des dérivées partielles du problème direct $\mathrm{g}(\mathbf{m})$ évaluées en $\mathbf{m}_k$,

$$G_{i,k}^{\alpha} = \left[\frac{\partial \mathrm{g}^{\alpha}}{\partial m_i}\right]_{\mathbf{m}_k}, \tag{4.16}$$

où i est un indice portant sur les paramètres du modèle et α un indice portant sur les observations. La résolution du problème inverse consiste donc à calculer une perturbation $\delta\mathbf{m} = \mathbf{m}_k - \mathbf{m}_{k+1}$ satisfaisant $\mathcal{C}(\mathbf{m}_{k+1}) < \mathcal{C}(\mathbf{m}_k)$. Pour cela, nous avons testé deux approches au cours de cette thèse :

- la première repose sur l'algorithme de Levenberg-Marquardt [Levenberg 1944, Marquardt 1963]. Elle résout le problème d'optimisation en construisant une direction de descente hybride entre la méthode du gradient et la méthode de Gauss-Newton ;

– la seconde consiste à résoudre itérativement un système d'équations linéaires par un algorithme de gradients conjugués, lui aussi itératif. Nous utilisons pour cela l'algorithme *Least-Squares QR* (LSQR) [Paige 1982].

Les deux approches proposées reposent sur la résolution d'un problème de minimisation au sens des moindres carrés. Dans le paragraphe 4.2.1, nous décrivons la solution classique des moindres carrés pour la minimisation d'une fonctionnelle quadratique. Les algorithmes de minimisation que nous utilisons requierent la formulation d'un système d'équations linéaires en $\delta\mathbf{m}$ dérivant de la fonction $\mathcal{C}(\mathbf{m})$, de la forme :

$$\mathbf{A}\delta\mathbf{m} = \mathbf{b}\cdot \tag{4.17}$$

L'obtention de ce système est décrit dans le paragraphe 4.2.2. Enfin, nous présentons les algorithmes de Levenberg-Marquardt et LSQR utilisés au cours de cette thèse dans les sections 4.2.3 et 4.2.4. En théorie, ces deux algorithmes sont relativement similaires et devraient mener à des solutions identiques, cependant, en raison de leurs spécificités numériques et algorithmiques, on peut observer de légères différences dans le résultat de l'inversion.

4.2.1 Solution générale d'un problème aux moindres-carrés

Lorsque la fonction coût étudiée est quadratique, la méthode de Newton converge vers le minimum de cette fonction en une seule itération [Bonnans 2003]. Cette méthode peut s'appliquer lorsqu'il existe un développement de Taylor à l'ordre deux de la fonction coût au voisinage d'un modèle $\mathbf{m}_0$:

$$\mathcal{C}(\mathbf{m}_0 + \delta\mathbf{m}) = \mathcal{C}(\mathbf{m}_0) + \frac{\partial\mathcal{C}(\mathbf{m}_0)}{\partial\mathbf{m}}\delta\mathbf{m} + \frac{1}{2}\delta\mathbf{m}^t\mathbf{H}_0\delta\mathbf{m} + \mathcal{O}(|\delta\mathbf{m}|^3), \tag{4.18}$$

où $\mathbf{H}_0$ est la matrice Hessienne définie par :

$$H_{0,ij} = \left[\frac{\partial^2\mathcal{C}}{\partial m_i \partial m_j}\right]_{\mathbf{m}_0}, \tag{4.19}$$

les indices i et j portant sur les paramètres du modèle. On peut ainsi écrire la dérivée de $\mathcal{C}(\mathbf{m})$ à l'ordre deux en posant $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \delta\mathbf{m}$:

$$\nabla_{\mathbf{m}}\mathcal{C}(\mathbf{m}) = \nabla_{\mathbf{m}}\mathcal{C}(\mathbf{m}_0) + \mathbf{H}_0\delta\mathbf{m}\cdot \tag{4.20}$$

La perturbation $\delta\mathbf{m}$ de la solution initiale $\mathbf{m}_0$ minimisant la fonction $\mathcal{C}$ est obtenue en appliquant la condition d'optimalité au premier ordre $\nabla_{\mathbf{m}}\mathcal{C}(\mathbf{m}) = 0$. On obtient alors la relation :

$$\mathbf{H}_0\delta\mathbf{m} = -\left[\nabla_{\mathbf{m}}\mathcal{C}\right]_{\mathbf{m}_0}, \tag{4.21}$$

où les dérivées seconde de la fonction coût $\mathcal{C}(\mathbf{m})$ s'écrivent,

$$\frac{\partial^2\mathcal{C}(\mathbf{m}_0)}{\partial\mathbf{m}^2} = \mathbf{G}_0^t\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}\mathbf{G}_0 + \mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1} + \frac{\partial\mathbf{G}_0^t}{\partial\mathbf{m}^t}\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}(\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{m}_0))\cdot \tag{4.22}$$

Le deuxième terme de l'expression (4.22) est en général considéré comme négligeable par rapport au terme $\left(\mathbf{G}_0^t\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}\mathbf{G}_0 + \mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1}\right)$ lorsque le problème est quasi-linéaire

et que les résidus sont faibles [Bonnans 2003, Tarantola 2005]. L'approximation de la matrice Hessienne par le premier terme de l'équation (4.22) donne la solution des moindres carrés de Gauss-Newton. La perturbation $\delta\mathbf{m}$ s'écrit alors :

$$\delta\mathbf{m} = -\left[\mathbf{G}_0^t\mathbf{C}_\mathrm{D}^{-1}\mathbf{G}_0 + \mathbf{C}_\mathrm{m}^{-1}\right]^{-1}\left[\nabla_\mathbf{m}\mathcal{C}\right]_{\mathbf{m}_0}. \tag{4.23}$$

Les équations (4.23) définissant la perturbation optimale sont appelées les équations normales du problème aux moindres carrés. La résolution du problème inverse peut être rendue difficile lorsque la matrice $\left[\mathbf{G}_0^t\mathbf{C}_\mathrm{D}^{-1}\mathbf{G}_0 + \mathbf{C}_\mathrm{m}^{-1}\right]$ est mal-conditionnée malgré l'apport de l'information *a priori*. Le calcul de l'inverse de cette matrice est alors instable numériquement [Bonnans 2003]. Comme nous le verrons dans les paragraphes suivants, l'intérêt des méthodes de résolution que nous utilisons est de déterminer des solutions stables pour $\delta\mathbf{m}$.

4.2.2 Fomulation algébrique de la fonction coût

La formulation algébrique du problème inverse est une étape clé de la résolution du problème inverse. Afin d'obtenir cette formulation algébrique, on écrit la fonction coût (4.7) en faisant intervenir le produit scalaire $\langle a\ , b\rangle$ de deux éléments dans l'espace des observations et dans l'espace des paramètres :

$$\mathcal{C}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}\langle\mathbf{C}_\mathrm{D}^{-1/2}\Delta\mathbf{d}, \mathbf{C}_\mathrm{D}^{-1/2}\Delta\mathbf{d}\rangle + \frac{1}{2}\langle\mathbf{C}_\mathrm{m}^{-1/2}\Delta\mathbf{m}, \mathbf{C}_\mathrm{m}^{-1/2}\Delta\mathbf{m}\rangle. \tag{4.24}$$

Les matrices $\mathbf{C}_\mathrm{D}^{-1/2}$ et $\mathbf{C}_\mathrm{m}^{-1/2}$ existent lorsque $\mathbf{C}_\mathrm{D}$ et $\mathbf{C}_\mathrm{m}$ sont définies positives ce qui est le cas lorsque l'on considère des matrices de covariance gaussienne. L'équation (4.24) peut se réécrire en regroupant les produits scalaires :

$$\mathcal{C}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}\left\langle \begin{bmatrix} \mathbf{C}_\mathrm{D}^{-1/2}(\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{m})) \\ -\mathbf{C}_\mathrm{m}^{-1/2}(\mathbf{m}_p - \mathbf{m}) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{C}_\mathrm{D}^{-1/2}(\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{m})) \\ \mathbf{C}_\mathrm{m}^{-1/2}(\mathbf{m}_p - \mathbf{m}) \end{bmatrix} \right\rangle. \tag{4.25}$$

Ainsi, sous cette formulation, le problème inverse revient à résoudre le problème aux moindres carrés suivant :

$$\min_\mathbf{m}\ \frac{1}{2}\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{C}_\mathrm{D}^{-1/2}(\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{m})) \\ \mathbf{C}_\mathrm{m}^{-1/2}(\mathbf{m}_p - \mathbf{m}) \end{bmatrix} \right\|_2.$$

Ce problème non-linéaire en $\mathbf{m}$ est résolu itérativement pour $\delta\mathbf{m}$ par le problème linéarisé :

$$\min_{\delta\mathbf{m}}\ \frac{1}{2}\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{C}_\mathrm{D}^{-1/2}(\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{G}\delta\mathbf{m})) \\ -\mathbf{C}_\mathrm{m}^{-1/2}(\mathbf{m}_p - \mathbf{m} - \delta\mathbf{m}) \end{bmatrix} \right\|_2.$$

En écrivant le système précédent sous la forme,

$$\min_{\delta\mathbf{m}}\ \frac{1}{2}\left\| \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_\mathrm{D}^{-1/2}\mathbf{G} \\ \mathbf{C}_\mathrm{m}^{-1/2} \end{bmatrix} \delta\mathbf{m} - \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_\mathrm{D}^{-1/2}(\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{m})) \\ \mathbf{C}_\mathrm{m}^{-1/2}(\mathbf{m}_p - \mathbf{m}) \end{bmatrix} \right\|_2,$$

on obtient la forme algébrique suivante pour la fonction coût (4.7) :

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{G} \\ \mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \delta\mathbf{m} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{m})) \\ \mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{m}_p - \mathbf{m}) \end{bmatrix}. \tag{4.26}$$

Le système (4.26) pouvant alors être résolu au sens des moindres carrés par la méthode de Gauss-Newton.

4.2.3 L'algorithme de Levenberg-Marquardt

L'algorithme de Levenberg-Marquardt est basé sur la méthode de Gauss-Newton mais offre un schéma numérique plus stable par l'utilisation d'un facteur d'amortissement λ améliorant le conditionnement de la matrice du système linéaire à résoudre. Dans le cas de la minimisation de la fonction (4.7), l'algorithme de Levenberg-Marquardt cherche, à l'itération k, la direction de descente $\mathbf{d}_k$ satisfaisant le système d'équation :

$$\left[\mathbf{G}_k^t\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}\mathbf{G}_k + \mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1} + \lambda_k\mathbf{I}\right]\mathbf{d}_k = -\left[\nabla_{\mathbf{m}}\mathcal{C}\right]_{\mathbf{m_k}}. \tag{4.27}$$

Lorsque le facteur d'amortissement λ_k est proche de zéro, l'algorithme de Levenberg-Marquardt est similaire à l'algorithme de Gauss-Newton et, lorsqu'il augmente, alors l'algorithme se rapproche de la méthode du gradient classique. Lorsque l'on s'approche d'une solution optimale le facteur d'amortissement λ_k est diminué afin d'améliorer la convergence. Au cours du processus itératif, le facteur λ est choisi de manière empirique afin de forcer la condition de décroissance monotone $\mathcal{C}(\mathbf{m}_{k+1}) < \mathcal{C}(\mathbf{m}_k)$. La formulation de l'algorithme de Levenberg-Marquardt est en fait équivalente à la régularisation de Tikhonov consistant à lisser la solution obtenue par ajout d'une contrainte sur le modèle [Tikhonov 1977]. Dans l'algorithme de Levenberg-Marquardt, le terme $\lambda_k\mathbf{I}$ a été introduit indépendamment afin d'améliorer le conditionnement du terme $\left(\mathbf{G}_k^t\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}\mathbf{G}_k + \mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1}\right)$. D'un point de vue numérique, la résolution du système d'équation (4.27) est ici réalisée par la méthode classique des pivots de Gauss.

4.2.4 L'algorithme Least-Squares QR

L'algorithme *Least-Squares QR*, ou LSQR, est recommandé pour la résolution des problèmes inverses de grandes dimensions ainsi que pour la résolution des systèmes d'équations mal conditionnés [Paige 1982]. Nous proposons d'utiliser cet algorithme pour la résolution du système linéaire (4.26) au sein d'un processus itératif afin de prendre en compte la nature non-linéaire du sondage atmosphérique par mesures infrasons. L'intérêt de cet algorithme est d'utiliser un schéma numérique itératif particulièrement stable pour les matrices mal-conditionnées offrant ainsi une solution stable de la perturbation $\delta\mathbf{m}$. L'algorithme LSQR résout les problèmes du type $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ au sens des moindres carrés :

$$\min_{\mathbf{x}} \quad \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2$$

où $\mathbf{A}$ est une matrice rectangle ou carré réelle. La séquence des solutions $\{\mathbf{x}_k\}$ est générée afin que la norme des résidus $\|\mathbf{r}_k = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_k\|_2$ soit strictement décroissante. Notons que les résidus $\mathbf{r}_k$ constituent, au signe près, le gradient de la fonction quadratique :

$$\mathrm{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^t\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{x}^t\mathbf{b}. \tag{4.28}$$

L'algorithme LSQR est basé sur une bidiagonalisation du système $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ utilisant un nombre d'étapes finies [Golub 1965]. Cette procédure itérative est initialisée par,

$$\beta_1\mathbf{u}_1 = \mathbf{b}, \tag{4.29}$$
$$\alpha_1\mathbf{v}_1 = \mathbf{A}^t\mathbf{u}_1, \tag{4.30}$$

et les relations de récurrence,

$$\beta_{i+1}\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{A}\mathbf{v}_i - \alpha_i\mathbf{u}_i, \tag{4.31}$$
$$\alpha_{i+1}\mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{A}^t\mathbf{u}_{i+1} - \beta_{i+1}\mathbf{v}_i, \tag{4.32}$$

où $\alpha_i \geq 0$ et $\beta_i \geq 0$ sont des scalaires choisis afin de satisfaire les normes euclidiennes $\|\mathbf{u}_i\| = \|\mathbf{v}_i\| = 1$. On définit ainsi les matrices,

$$\mathbf{U}_k = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_k], \tag{4.33}$$
$$\mathbf{V}_k = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_k], \tag{4.34}$$

$$\mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} \alpha_1 & & & \\ \beta_2 & \alpha_2 & & \\ & \beta_3 & \ddots & \\ & & \ddots & \alpha_k \\ & & & \beta_{k+1} \end{bmatrix} \tag{4.35}$$

On peut réécrire les relations de récurrence (4.31) et (4.32) sous forme matricielle :

$$\mathbf{U}_{k+1}(\beta_1\mathbf{e}_1) = \mathbf{b}, \tag{4.36}$$
$$\mathbf{A}\mathbf{V}_k = \mathbf{U}_{k+1}\mathbf{B}_k, \tag{4.37}$$
$$\mathbf{A}^t\mathbf{U}_{k+1} = \mathbf{V}_k\mathbf{B}_k^t + \alpha_k\mathbf{v}_k\mathbf{e}_{k+1}^t. \tag{4.38}$$

Soit un vecteur $\mathbf{y}_k$ dans l'espace des solutions tel que :

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{V}_k\mathbf{y}_k, \tag{4.39}$$

On choisit $\mathbf{y}_k$ afin de minimiser $\mathbf{r}_k = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_k$. En utilisant les expressions des équations (4.36), (4.37), le problème de minimisation s'écrit :

$$\min_{\mathbf{y}_k} \quad \|\mathbf{U}_{k+1}(\beta_1\mathbf{e}_1) - \mathbf{U}_{k+1}\mathbf{B}_k\mathbf{y}_k\|. \tag{4.40}$$

La matrice $\mathbf{U}_{k+1}$ étant orthonormale, le problème (4.40) se réduit à la résolution du problème :

$$\min_{\mathbf{y}_k} \quad \|\beta_1 \mathbf{e}_1 - \mathbf{B}_k \mathbf{y}_k\|, \tag{4.41}$$

qui est le sous-système résolu par l'algorithme LSQR. De la même manière, on peut définir une matrice orthonormale $\mathbf{Q}_k$ telle que :

$$\min_{\mathbf{y}_k} \quad \|\mathbf{Q}_k(\beta_1 \mathbf{e}_1 - \mathbf{B}_k \mathbf{y}_k)\|, \tag{4.42}$$

soit équivalent au problème (4.41). Le problème consiste donc à choisir la matrice $\mathbf{Q}$ afin de simplifier la résolution du système (4.41). Une telle matrice peut être obtenue par la décomposition QR :

$$\mathbf{Q}_k \begin{bmatrix} \mathbf{B}_k & \beta_1 \mathbf{e}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_k & f_k \\ 0 & \bar{\phi}_{k+1} \end{bmatrix}, \tag{4.43}$$

où $\mathbf{R}_k$ est une matrice triangulaire supérieure. La solution du problème (4.42) est alors :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{Q}_k(\beta_1 \mathbf{e}_1). \tag{4.44}$$

Par substitution, on obtient la solution du problème original :

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{V}_k \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{Q}_k(\beta_1 \mathbf{e}_1)\cdot \tag{4.45}$$

On note $\mathbf{D}_k = \mathbf{V}_k \mathbf{R}_k^{-1}$, la matrice des directions de descentes de l'algorithme LSQR ; celles-ci sont analytiquement équivalentes aux directions de la méthode classique des gradients conjugués [Hestenes 1952].

Notre problème étant non-linéaire, nous résolvons le problème inverse linéarisé (4.26) par l'algorithme LSQR itérativement jusqu'à obtenir une solution satisfaisante. Le problème de propagation atmosphérique est caractérisé par un comportement fortement non-linéaire au voisinage des zones de transition entre les phases stratosphérique et thermosphérique. Dans cette zone, la résolution du problème inverse linéaire peut potentiellement mener à des instabilités dans le processus itératif. On peut alors régulariser le système d'équations (4.26) de manière similaire à l'algorithme de Levenberg-Marquardt afin de générer de faibles perturbations de la solution au voisinage de la zone de transition de phase.

On s'aperçoit finalement que la principale différence entre les deux approches proposées réside dans la méthode de résolution du système d'équation linéaire (4.26). L'algorithme LSQR est très utilisé en raison de sa stabilité numérique dans les applications de tomographie sismique globale et régionale [Nolet 1987, Nolet 2008]. En fixant le paramètre λ selon la même méthode empirique que celle de l'algorithme de Levenberg-Marquardt, les deux approches mènent à des solutions identiques lorsque l'on considère des applications à partir d'atmosphères idéalisées. Cependant, dans les applications plus réalistes, l'algorithme LSQR est plus stable. Par ailleurs, LSQR offre plus liberté à l'utilisateur sur le choix du paramètre de régularisation λ, qui peut ainsi être supprimé.

4.3 Observations et paramètres pour le sondage atmosphérique

4.3.1 Paramètres du modèle

Le problème direct introduit dans le chapitre précédent modélise l'interaction des ondes infrasonores avec les propriétés cinématiques du milieu de propagation atmosphérique. Le vecteur des paramètres du problème inverse est donc la concaténation du champ de vitesse du son c et du champ de vent $\mathbf{v}$:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} c(\mathbf{q}) \\ \mathbf{v}(\mathbf{q}) \end{bmatrix}, \tag{4.46}$$

où $\mathbf{v}$ est un champ de vent tridimensionnel :

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_x(\mathbf{q}) \\ v_y(\mathbf{q}) \\ v_z(\mathbf{q}) \end{bmatrix}, \tag{4.47}$$

et $\mathbf{q}$ le vecteur position. Les problèmes que nous souhaitons résoudre sont actuellement limités à une propagation dans une atmosphère stratifiée ne dépendant que de l'altitude :

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} c(z) \\ \mathbf{v}(z) \end{bmatrix}. \tag{4.48}$$

Dans l'atmosphère, l'amplitude de la composante verticale des vents v_z est négligeable par rapport aux vitesses horizontales v_x et v_y, on prendra donc $v_z = 0$. L'atmosphère étant un milieu variable sur une gamme très étendue d'échelles spatiales et temporelles, il est très difficile d'obtenir des mesures précises de l'atmosphère permettant de décrire complètement son état à un instant t, particulièrement dans la moyenne et haute atmosphère (voir chapitre 2). Les modèles empiriques décrivant l'état de l'atmosphère à ces altitudes sont entachés d'incertitudes statistiques et systématiques [Drob 2003]. Les incertitudes statistiques sont liées à des phénomènes météorologiques qui ne sont pas résolus par les modèles, comme la présence d'ondes de gravité, d'ondes planétaires ou de turbulences. Les incertitudes systématiques trouvent leurs origines dans les biais sur les observations et la modélisation.

L'estimation précise des incertitudes dans les modèles atmosphériques est un sujet de recherche actif dans la communauté des sciences de l'atmosphère et de la météorologie. Les incertitudes associées aux propriétés atmosphériques dépendent de l'altitude et de la capacité des modèles à restituer la dynamique locale des différentes régions du globe [Drob 2000, Drob 2008]. Ainsi, par exemple, l'oscillation quasi-biennale des vents dans la stratosphère équatoriale n'est pas parfaitement restituée et les incertitudes sur les vitesses des vents zonaux dans cette région du globe entre 15 et 35 km d'altitude varient entre $\sim$ 10 et 20 m/s. Les incertitudes entre 35 et 50 km d'altitude dans l'atmosphère équatoriale atteignent les mêmes amplitudes quasi-continuellement. Aux moyennes latitudes, la dynamique de la stratosphère est

dominée par la présence de jets stratosphériques d'ouest en Est en hiver s'inversant en été dans les deux hémisphères. Les incertitudes sur l'estimation des vents zonaux des moyennes latitudes suivent donc des variations saisonnières liées à des amplifications localisées des jets stratosphériques et des perturbations associées aux ondes planétaires encore mal résolues. La dynamique de la moyenne atmosphère à ces latitudes est mieux restituée qu'aux latitudes équatoriales et les niveaux d'incertitudes atteignent en moyenne 10 m/s. Cependant, localement, elles peuvent atteindre 20 m/s, notamment dans l'hémisphère Sud. La meilleure restitution des vents zonaux dans l'hémisphère Nord, par rapport à l'hémisphère Sud, s'explique notamment par la densité plus importante d'observations. L'incertitude sur les vents méridiens peut atteindre ∼30 m/s en raison de la variabilité journalière dominant la dynamique de ces vents.

Les observations étant plus rares au-delà de 50 km d'altitude, les modèles actuels ne peuvent décrire correctement les variations journalières de la dynamique des vents, c'est pourquoi les incertitudes augmentent significativement avec l'altitude. La dynamique de l'atmosphère entre 60 et 120 km est dominée par les marées solaires avec des oscillations marquées à 24, 12 et 8 heures. Cependant, l'amplitude et la phase des oscillations peuvent varier significativement quotidiennement et spatialement. Ainsi, les incertitudes des modèles de vents dans la mésosphère et la thermosphère atteignent des valeurs de $\sim$ 30 m/s en moyenne et parfois bien plus au-delà de 90 km.

En comparaison, la température est bien plus stable que les vents. Ses variations spatio-temporelles sont bien mieux décrites par les modèles atmosphériques empiriques. L'incertitude sur la température T de l'atmosphère est en général évaluée à $\sigma_T \sim 2-5$ K pour le modèle MSIS-00, entraînant une incertitude sur la vitesse du son d'environ $\sigma_c \sim 1-3$ m/s en utilisant la relation entre la vitesse adiabatique du son et la température $c^2 = 401.857T$ [Drob 2010]. Au regard de ces incertitudes, nous choisissons de concentrer notre analyse en restreignant les paramètres du problème inverse aux deux composantes horizontales des vents. On a alors :

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} v_x(\mathbf{q}) \\ v_y(\mathbf{q}) \end{bmatrix}. \tag{4.49}$$

On sait aussi que les modèles atmosphériques (voir Chapitre 2) sont mieux résolus dans la basse atmosphère que dans la moyenne et haute atmosphère en raison de la quantité et de la précision des observations. Cette connaissance sera introduite dans l'information *a priori* sur les paramètres du modèle afin de restreindre les variations des paramètres jusqu'à environ 25 km d'altitude.

4.3.2 Observations

Les méthodes de traitement en réseau telles que PMCC [Cansi 1995] permettent de mesurer les temps d'arrivée, la vitesse de passage, l'azimut, l'amplitude et la

fréquence des fronts d'ondes cohérents se propageant à travers une antenne de microbaromètres. Dans le cas de l'inversion des propriétés cinématiques de l'atmosphère, les paramètres les plus utiles sont les temps d'arrivées $\mathcal{T}^i$, la vitesse de passage v_t^i et la déviation d'azimut ϕ^i des ondes détectées. La vitesse de passage correspond à la vitesse du front d'onde projetée dans le plan constitué par l'antenne de microbaromètres. Cette vitesse diffère de la vitesse réelle du front d'onde en raison de l'angle d'incidence de celui-ci noté θ. La vitesse de passage et l'angle d'incidence sont reliés par la relation $\theta = \arcsin(v_t/c_0)$, où c_0 est la vitesse effective du son au voisinage de l'antenne de mesure. On note $\tilde{\mathbf{d}}$, le vecteur des observations :

$$\tilde{\mathbf{d}}_{obs} = \begin{bmatrix} \mathcal{T}^i \\ \theta^i \\ \phi^i \end{bmatrix} \tag{4.50}$$

où i est l'indice des détections observées.

Dans les milieux stationnaires en mouvement, le principe de réciprocité, ou retournement temporel, peut être généralisé par le théorème de renversement de l'écoulement [Godin 1997, Eversman 2001]. Bien que ce principe soit connu depuis longtemps en optique, son utilisation en acoustique est beaucoup plus récente (voir [Fink 2001] pour une revue). Les applications de ce principe concerne la localisation de diffracteurs, utilisée en imagerie médicale et en contrôle non-destructif des matériaux, et les problèmes de communication discrète [Roux 2003]. L'utilisation du théorème du renversement temporel est aussi courante en tomographie sismique [Delprat-Jannaud 1995, Billette 1998], notamment par le biais du calcul des gradients par les équations adjointes [Tromp 2005, Fichtner 2010]. D'après le principe du retournement temporel, la rétropropagation d'un signal acoustique à partir d'un récepteur se focalise au niveau de la source d'émission en inversant le signe des champs de vent. Ainsi, en rétropropageant les azimuts ϕ^i et les angles d'incidences θ^i détectés au niveau d'une antenne de mesure microbarométrique, on estime la localisation de la source d'émission du signal acoustique. Dans le cas du problème inverse, on utilise ce principe en calculant les temps de trajet $\mathcal{T}^i$ comme des fonctions de l'azimut et de l'angle d'incidence des détections. Les incertitudes sur le modèle de propagation, les observations et la théorie engendrent néanmoins une erreur de localisation de la source. On minimise cette erreur en utilisant la position réelle de la source $\mathbf{s}^{act}$ comme une donnée du problème inverse. Le vecteur des observations $\mathbf{d}_{obs}$ est alors :

$$\mathbf{d}_{obs} = \begin{bmatrix} \mathcal{T}^i \\ s_x^{act,i} \\ s_y^{act,i} \end{bmatrix} \tag{4.51}$$

où $\mathbf{s}^{act,i}$ sont les coordonnées cartésiennes de la source d'émission acoustique pour la détection i. Le problème direct est alors calculé en fonction des paramètres des

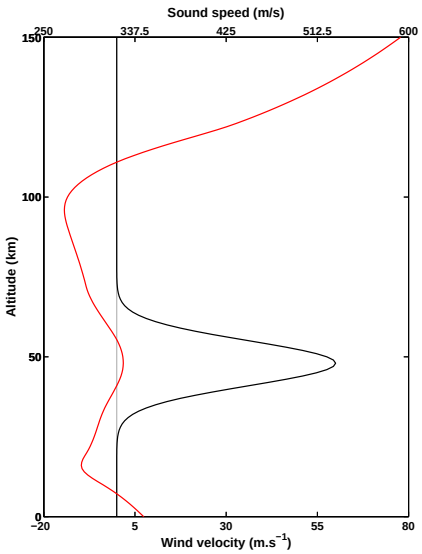


FIGURE 4.1 – Le modèle de vitesse du son est issu d'un profil de température du modèle MSIS et de l'équation de la vitesse adiabatique du son. Le profil de vitesse de vent zonal est paramétré par la fonction gaussienne (4.53) avec $\mathcal{A} = 60$ m/s, $\mathcal{Z} = 48$ km et $\Sigma = 7$ km.

fronts d'ondes détectés à chaque récepteur par rétro-propagation tel que :

$$\mathrm{g}(-\mathbf{m}, \theta^{obs,i}, \phi^{obs,i}) = \begin{bmatrix} \mathcal{T}^{sim,i}(-\mathbf{m}, \theta^{obs,i}, \phi^{obs,i}) \\ s_x^{sim,i}(-\mathbf{m}, \theta^{obs,i}, \phi^{obs,i}) \\ s_y^{sim,i}(-\mathbf{m}, \theta^{obs,i}, \phi^{obs,i}) \end{bmatrix} \tag{4.52}$$

On évite ainsi le calcul coûteux en temps CPU des rayons propres, dont le but est de rechercher les paramètres θ^i, ϕ^i reliant une source à un récepteur. Par ailleurs, cette formulation permet de prendre en compte la présence de multi-trajets source-récepteur lorsqu'un récepteur détecte des phases stratosphériques et thermosphériques.

4.4 Applications à des profils d'atmosphère idéalisée

Nous appliquons le problème inverse sur des observations synthétiques calculées à partir d'atmosphères idéalisées afin de mettre en évidence le pouvoir de résolution théorique des observations infrasonores pour retrouver les champs de vents. Ces applications synthétiques ont pour objectif de préciser les conditions de mise en oeuvre du sondage atmosphérique par mesures infrasons.

4.4.1 Modèle d'atmosphère

La dynamique de la moyenne atmosphère est caractérisée par la présence de courant-jet entre 40 et 70 km d'altitude [Hauchecorne 2010, Shepherd 2000]. Ces

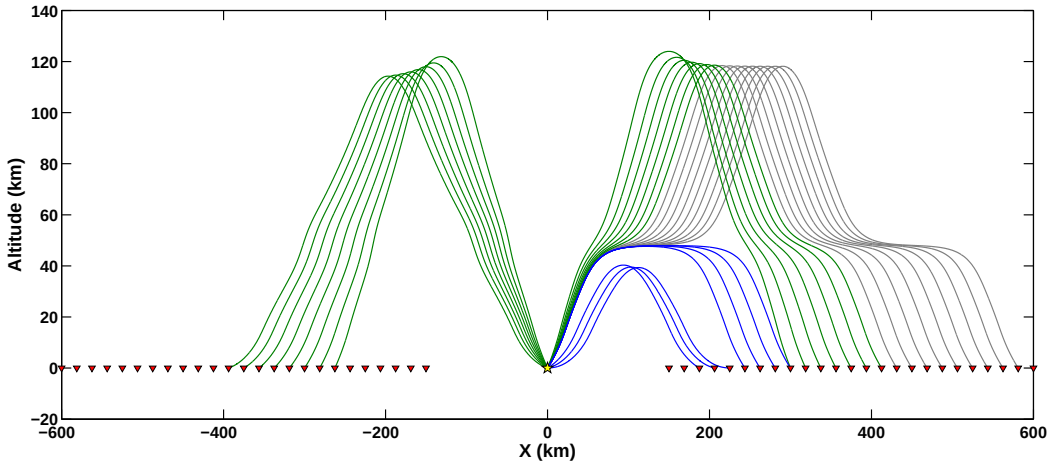


FIGURE 4.2 – Tracé de rayons propres représentant les observations synthétiques obtenues à partir du modèle atmosphérique représenté sur la figure 4.1.

courants-jets ont la particularité de s'inverser entre l'hiver et l'été entraînant ainsi une variation saisonnière des caractéristiques des ondes infrasonores se propageant dans la stratosphère et dans la thermosphère [Le Pichon 2006, Le Pichon 2005a]. Nous représentons le jet stratosphérique par une gaussienne :

$$v_x(z) = \mathcal{A} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{(\mathcal{Z}-z).^2}{\Sigma^2}\right). \tag{4.53}$$

où $\mathcal{A}$ est l'amplitude du jet, $\mathcal{Z}$ la hauteur de la vitesse maximale et Σ l'épaisseur. Le jet stratosphérique est orienté sur la composante x des vents correspondant à la direction est-ouest des vents zonaux. Par ailleurs, les vents méridiens sont supposés nuls. La vitesse du son dans l'atmosphère, représentant l'ordre zéro de l'interaction du champ d'ondes infrasonores avec l'atmosphère, est issue d'un profil de température réaliste du modèle MSIS [2] (voir figure 4.1) afin d'obtenir un champ acoustique réaliste. La stratopause, altitude à laquelle la température, et donc la vitesse du son, est maximale est située à 48 km d'altitude. Afin d'étudier l'influence de la position du jet stratosphérique par rapport à la stratopause, des jeux d'observations synthétiques sont produits pour trois altitudes du jet stratosphérique : 35, 48 et 60 km, l'amplitude du jet étant fixée à 60 m/s. La résolution verticale du modèle est de 1 km. La source infrasonore est située au centre d'une grille cartésienne et les antennes de mesures, espacées de 75 km, sont situées à l'est et à l'ouest de la source (voir figure 4.2).

4.4.2 Information *a priori*

L'information *a priori* sur les paramètres du modèle de vent est représentée par une variable aléatoire gaussienne de moyenne $\mathbf{m}_p$ et de matrice de covariance $\mathbf{C}_\mathrm{m}$.

2. cf. description du modèle dans le chapitre 2.

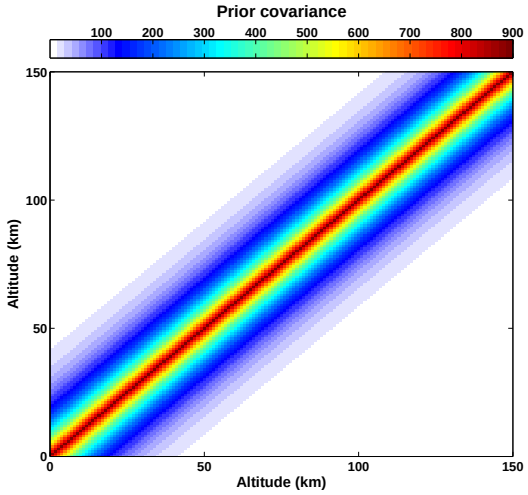


FIGURE 4.3 – Matrice de covariance *a priori* sur les paramètres du modèle, $\mathcal{L} = 10$ km et $\sigma = 30$ m/s.

L'information la plus élémentaire est de considérer des paramètres indépendants d'incertitudes gaussiennes. La matrice de covariance *a priori* $\mathbf{C}_\mathrm{m}$ se réduit alors à une matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont les variances associées à chaque paramètre. Une telle densité de probabilité n'est pas représentative des propriétés atmosphériques car elle laisse trop de degrés de liberté aux paramètres du modèle. La distribution spatio-temporelle des propriétés est contrôlée par les équations de la dynamique des fluides. Ces lois physiques introduisent donc des corrélations spatiales et temporelles entre les paramètres du modèle atmosphérique.

Le système d'équations (4.26) requiert le calcul de la matrice $\mathbf{C}_\mathrm{m}^{-1/2}$, la matrice $\mathbf{C}_\mathrm{m}$ doit donc être définie positive. Nous proposons d'utiliser une matrice $\mathbf{C}_\mathrm{m}$ avec une covariance exponentielle [Tarantola 1984],

$$\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \exp\left(-\frac{|(z_i - z_j)|}{\mathcal{L}}\right), \tag{4.54}$$

où σ_i est l'écart-type *a priori* pour le paramètre $v(z_i)$, et $\mathcal{L}$ est la longueur de corrélation des paramètres du modèle. La figure 4.3 représente une matrice de covariance standard avec une longueur de corrélation égale à 10 km et un écart-type uniforme.

4.4.3 Exemple 1 : jet stratosphérique coïncidant avec la stratopause

Nous présentons, dans un premier temps, l'inversion des observations synthétiques obtenues lorsque l'altitude du jet stratosphérique coïncide avec l'altitude de la stratopause à 48 km (voir figure 4.1). Le tracé de rayon propre correspondant à cette situation est présenté sur la figure 4.2. Les rayons indiqués en gris sont rejetés en raison de la forte atténuation par expansion géométrique qu'ils subissent. Par ailleurs, ces rayons, proches de la zone de transition de phase, sont susceptibles de

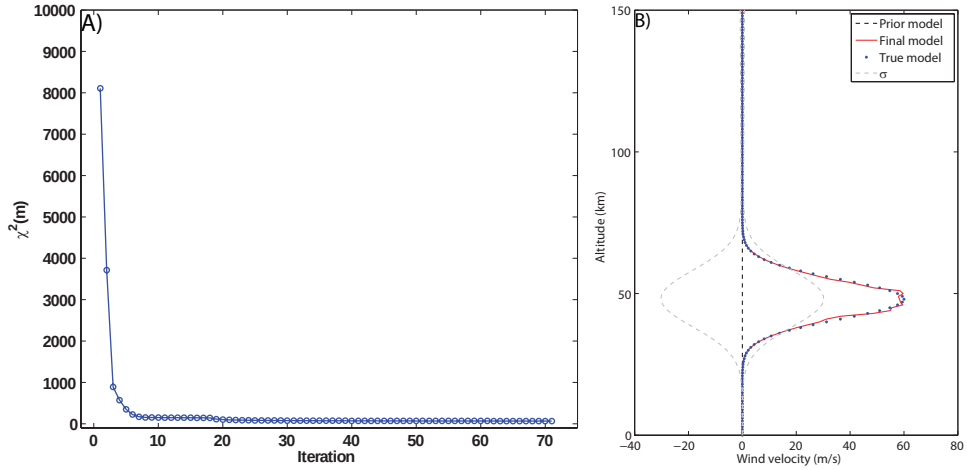


FIGURE 4.4 – (A) Évolution du $\chi^2 = 2\mathcal{C}(\mathbf{m})$. (B) Résultat de l'inversion lorsque la matrice de covariance *a priori* est définie par l'équation (4.55).

se convertir en phases stratosphériques au cours de l'inversion rendant le problème localement singulier. Le modèle initial de la procédure d'inversion itérative est tel que $\mathbf{m}_0 = \mathbf{0}$ m/s.

Afin de mettre en évidence l'influence de l'information *a priori* sur le résultat de l'inversion, nous réalisons deux inversions pour différentes matrices de covariance *a priori* $\mathbf{C_m}$:

- la première inversion est réalisée en utilisant une matrice de covariance $\mathbf{C_m}$ diagonale, les paramètres du modèles sont donc considérés indépendants ;
- la seconde inversion est réalisée en utilisant la matrice de covariance définie par l'équation (4.54), les incertitudes des paramètres étant fixées afin de laisser plus de liberté au niveau du jet stratosphérique où l'écart-type maximal est de 30 m/s.

4.4.3.1 Inversion 1 : $C_{ij,\mathrm{m}} = \sigma_i \sigma_j \delta_{ij}$

Pour cette première inversion, nous utilisons une matrice de covariance au sein de laquelle nous n'introduisons pas de corrélation entre les paramètres du modèle. La matrice $\mathbf{C}_\mathrm{m}$ s'écrit :

$$C_{ij,\mathrm{m}} = \sigma_i \sigma_j \delta_{ij}, \tag{4.55}$$

avec σ_i l'écart-type associé au paramètre $v(z_i)$. En utilisant une information *a priori* de ce type, le processus d'inversion est généralement instable en raison du peu de contraintes subies par les paramètres du modèle. Dans ce cas, l'utilisation d'une régularisation de Tikhonov au sein de la procédure de minimisation permet de converger vers une solution minimisant les écarts aux observations (voir figure 4.4). Le modèle final obtenu est en accord avec le modèle réel. On observe néanmoins des irrégularités dans la structure du profil optimal qui s'expliquent par le fait qu'il n'y

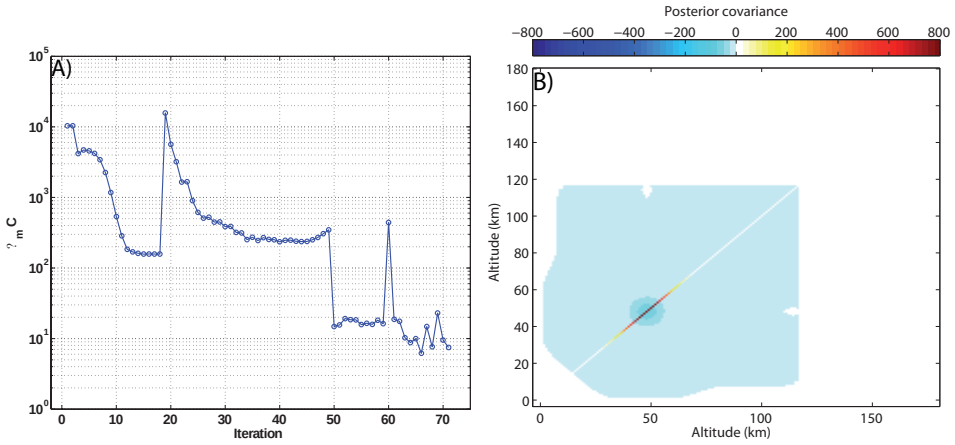


FIGURE 4.5 – (A) Évolution du gradient de la fonction coût $\nabla_{\mathbf{m}}\mathcal{C}$. (B) Matrice de covariance *a posteriori*.

ait pas de corrélation entre les paramètres du modèle. Néanmoins, l'évolution du gradient de la fonction coût au cours des itérations (voir figure 4.5 A) indique que l'on ne converge pas vers un minimum stable car la condition d'optimalité au premier ordre $\nabla_{\mathbf{m}}\mathcal{C} = 0$ n'est pas atteinte. Les oscillations de la fonction coût semblent indiquer que le comportement de la fonction dans le voisinage de la solution obtenue n'est pas régulier, traduisant le fait que la solution finale n'est pas stable pour de petites perturbations des observations. Finalement, la matrice de covariance *a posteriori* du modèle final (voir figure 4.5 B) indique que la variance des paramètres n'a pas été réduite de manière significative par rapport à l'état initial. L'information *a priori* utilisée n'est donc pas adaptée pour que les observations contraignent de manière satisfaisante les paramètres du modèle. La matrice de covariance *a posteriori* calculée par l'équation (4.8) (voir figure 4.5 B) fait apparaître des éléments non diagonaux. Ces éléments non diagonaux indiquent que les paramètres ne sont pas résolus indépendamment par observations. D'une manière générale, l'amplitude maximale du jet stratosphérique est anticorrélée aux paramètres situés dans le voisinage de cette amplitude maximale. Cela signifie qu'une augmentation de l'amplitude du jet stratosphérique devra être compensée par une réduction de l'amplitude des vents sur les autres paramètres constituants le profil de vent.

Une telle information *a priori* ne permet donc pas de résoudre correctement le problème inverse. Une information *a priori* plus représentative de la réalité consiste à ajouter des coefficients de corrélation sur les paramètres du modèle.

4.4.3.2 Inversion 2 : $\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \exp\left(-\frac{|(z_i - z_j)|}{\mathcal{L}}\right)$

La matrice de covariance $\mathbf{C}_{\mathrm{m}}$ de l'équation (4.54) incorpore des coefficients de corrélation entre les paramètres par le biais d'une fonction de corrélation de décroissance exponentielle. Cette fonction de corrélation est paramétrée par une longueur

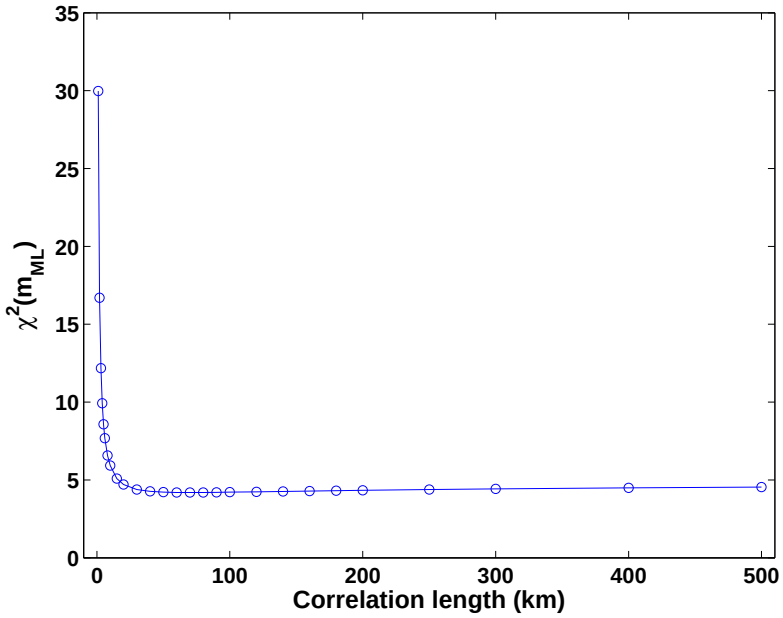


FIGURE 4.6 – Évolution du $\chi^2(\mathbf{m}_{\mathrm{ML}}) = 2\mathcal{C}(\mathbf{m}_{\mathrm{ML}})$ pour différentes longueurs de corrélation, $\mathbf{m}_{\mathrm{ML}}$ est le modèle optimal obtenue après inversion.

de corrélation $\mathcal{L}$. Plus la longueur de corrélation est faible, plus le problème est contraint par les observations et moins par l'information *a priori*. A l'opposé, plus la longueur de corrélation est importante, plus les paramètres du modèle sont contraints par l'information *a priori*. Le profil d'écart-type utilisé est identique à celui de l'inversion réalisée précédemment.

On détermine la longueur de corrélation optimale par une méthode *L-curve* [Hansen 1992] en résolvant le problème inverse pour différentes longueurs de corrélation (voir figure 4.6). On choisit en général la longueur de corrélation afin de minimiser à la fois la fonction coût et la contrainte du modèle *a priori*. La méthode *L-curve* permet d'identifier clairement la longueur de corrélation satisfaisant ce critère de choix. Ici, la valeur du $\chi^2(\mathbf{m}_{\mathrm{ML}})$ se stabilise à partir d'une longueur de corrélation $\mathcal{L} \sim 20$ km constituant le meilleur compromis entre le poids du modèle *a priori* et le poids des observations.

La matrice de covariance *a priori* (4.54) associée à la longueur de corrélation $\mathcal{L} =$ 20 km est représentée sur la figure 4.7 ainsi qu'un tirage aléatoire de modèles respectant la densité de probabilité *a priori*. Les résultats de l'inversion sont représentés sur les figures 4.8 et 4.9. Le modèle obtenu après inversion est parfaitement en accord avec le modèle réel. La minimisation converge vers une solution stable en seulement une dizaine d'itérations (voir figure 4.8 B). La matrice de covariance *a posteriori* (figure 4.9A)) montre que la variance des paramètres est considérablement réduite ($\sim$ 1 ordre de grandeur). De la même manière que dans l'inversion précédente, les

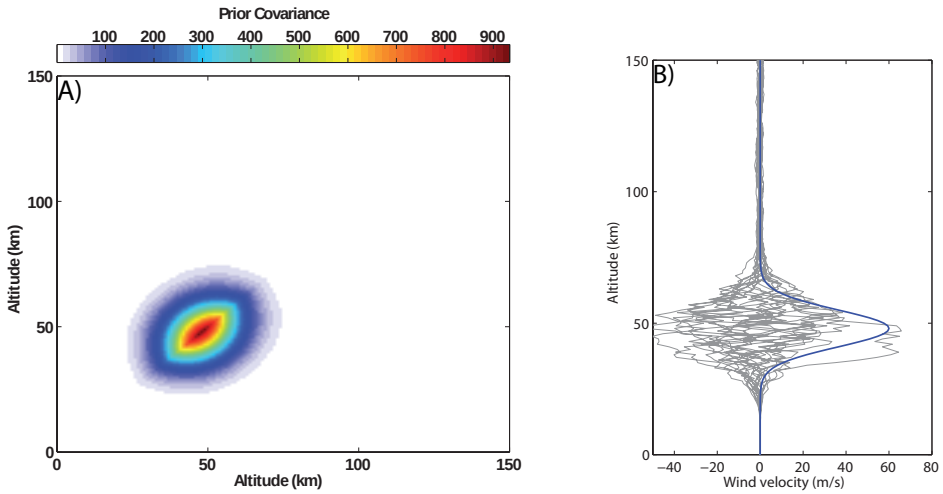


FIGURE 4.7 – (A) Matrice de covariance *a priori* des paramètres du modèle caractérisé par $\mathcal{L} = 20$ km. (B) La courbe bleue représente le modèle réel que l'on cherche à retrouver et les courbes grises représentent les écart-types.

paramètres correspondants à l'amplitude maximale du jet stratosphérique sont anticorrélés aux paramètres situés dans le voisinage de ce maximum d'amplitude. Ceci s'observe clairement sur la matrice de corrélation (voir figure 4.9 C) associées à la matrice de covariance *a posteriori*. La matrice de résolution calculée par l'équation (4.10) indique que les paramètres les mieux résolus par les observations se trouvent au niveau de l'amplitude maximale du jet stratosphérique. L'analyse de cette matrice montre que les autres paramètres du modèle ne sont pas résolus indépendamment par les observations.

Pour terminer, nous calculons la trace de matrice de résolution correspondant aux inversions réalisées pour différentes longueurs de corrélation (voir figure 4.10). La valeur de cette trace donne une indication de la quantité de paramètres résolus par les observations. On observe ici que la disposition du système d'observation ne permet pas de résoudre un nombre important de paramètres (entre 1 et 2,2 selon les longueurs de corrélation). Ceci est principalement dû au fait que la source et les capteurs se trouvent au sol et illuminent le système physique uniquement par le bas. Par ailleurs, la décroissance de la trace de la matrice de résolution tr($\mathbf{R}$) en fonction de la longueur de corrélation confirme l'interprétation selon laquelle plus la longueur de corrélation est grande moins les observations auront de poids par rapport à l'information *a priori*.

Cette expérience synthétique met en évidence l'importance de l'information *a priori* dans la résolution du sondage atmosphérique par inversion des observations infrasonores. De manière générale, le succès de l'inversion dépendra de la capacité à définir objectivement une information *a priori*, suffisamment informative sur le

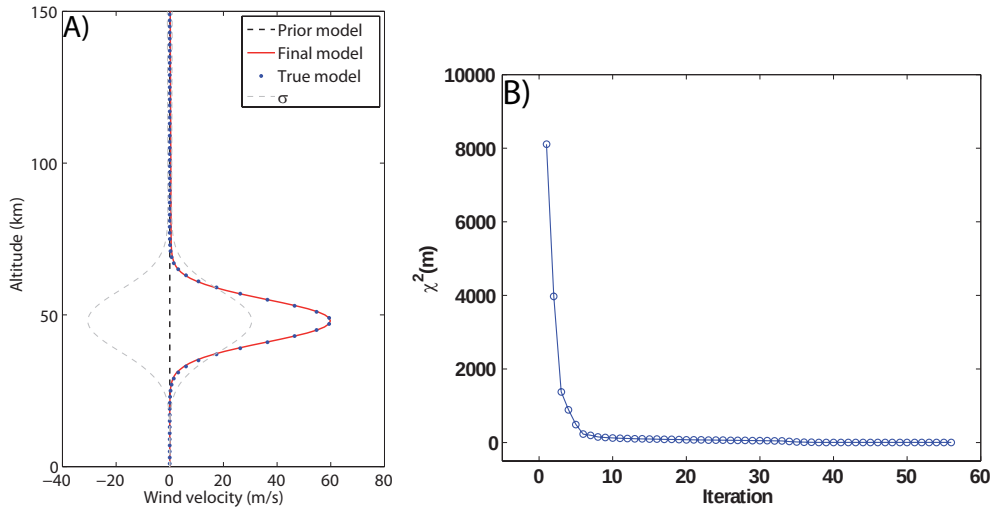


FIGURE 4.8 – Inversion d'un jet stratosphérique centré sur le maximum de température. (A) Résultat de l'inverion. (B) Évolution du $\chi^2(\mathbf{m})$ en fonction du nombre d'itérations.

système, qui mais pas trop contraignante.

4.4.4 Exemple 2 : jet stratosphérique ne coïncidant pas avec la stratopause

On se pose maintenant la question de la capacité de notre problème inverse à retrouver les caractéristiques d'un jet stratosphérique lorsque celui-ci ne coïncide pas avec le maximum de vitesse du son. Pour cela, nous calculons deux jeux d'observations synthétiques en positionnant successivement le jet stratosphérique à 35 km et 60 km d'altitude. L'amplitude du jet reste fixée à 60 m/s (voir figures 4.11 A et 4.12 A).

Pour ces deux modèles, nous réalisons deux inversions en changeant le modèle *a priori* :

- dans un premier temps, on prend $\mathbf{m}_p = \mathbf{m}_0 = \mathbf{0}$ (voir figures 4.11B) et 4.12B)) ;
- puis, en considérant l'existence d'un jet dont l'altitude est conforme au modèle réel (voir figures 4.11C) et 4.12C)).

Lorsque le modèle *a priori* est le vecteur nul, le modèle inversé est un jet stratosphérique décalé vers la position du maximum de vitesse du son (voir figures 4.11 B et 4.12 B). On peut attribuer ce comportement au fait que les rayons sont naturellement réfractés par la structure thermique de l'atmosphère engendrant une sensibilité naturelle des rayons au niveau du maximum de vitesse du son. En prenant des modèles *a priori* plus proches des modèles réels, pour lesquel un jet stratosphérique de 30 m/s est préexistant respectivement à 35 et 60 km d'altitude,

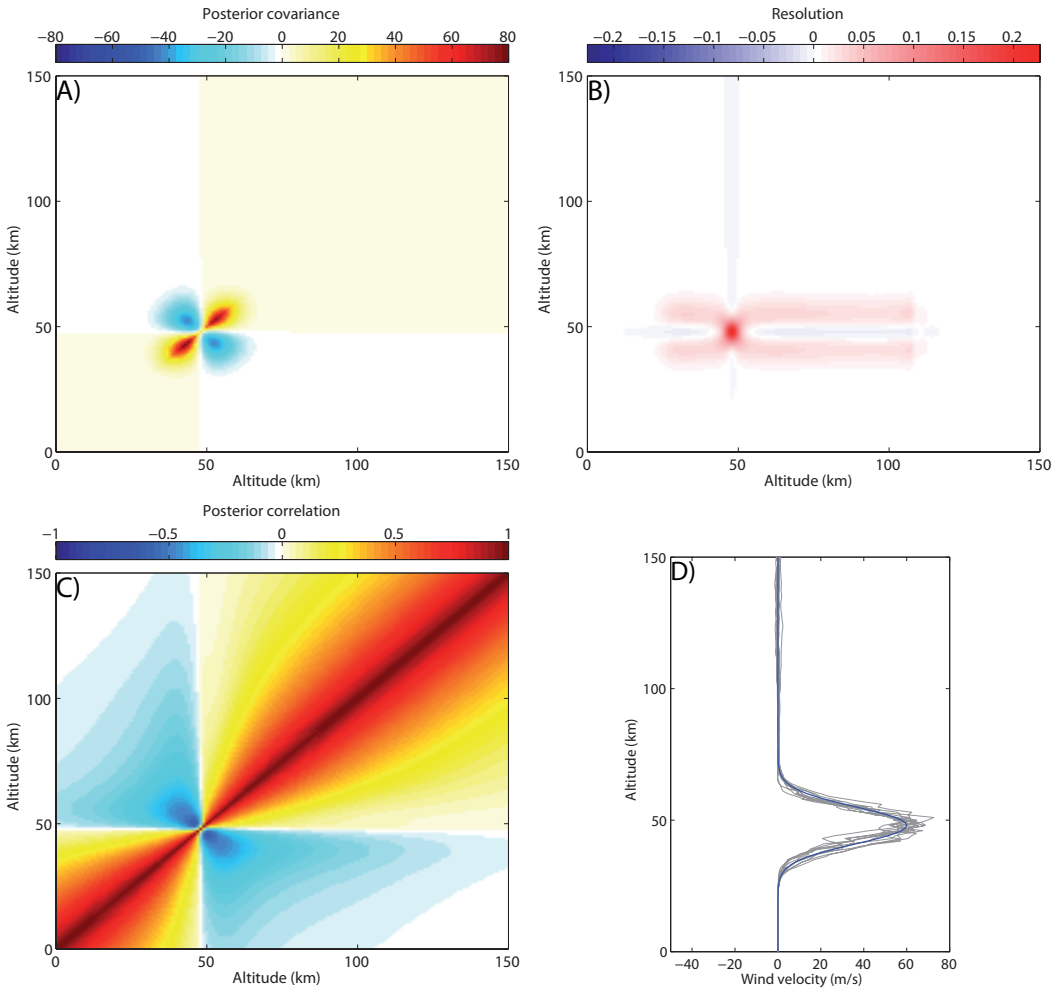


FIGURE 4.9 – Matrice de covariance *a posteriori* (A), matrice de résolution (B) et matrice de corrélation (C) des paramètres du modèle de l'inversion 1, et tirage aléatoire selon la densité de probabilité *a posteriori* (D).

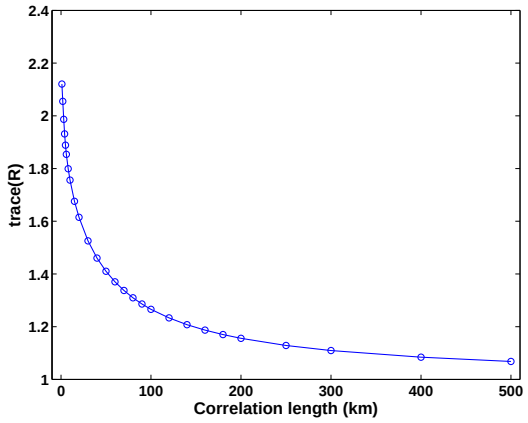


FIGURE 4.10 – Évolution de tr($\mathbf{R}$) pour différentes longueurs de corrélation.

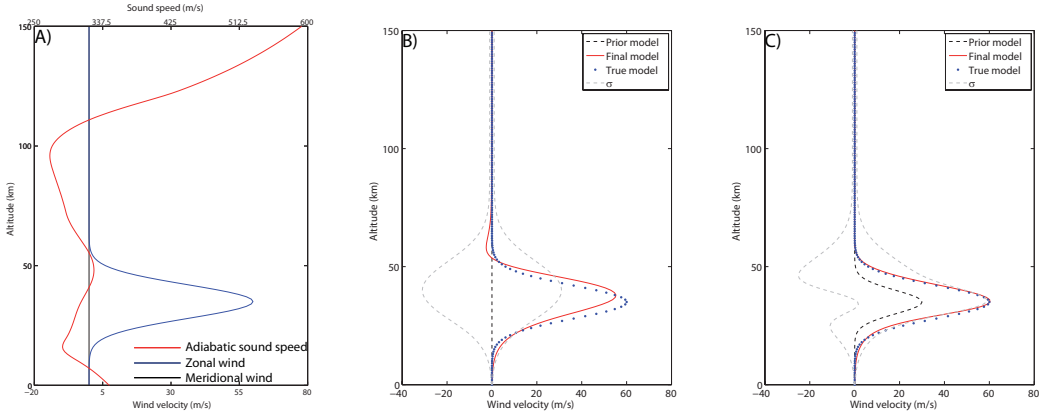


FIGURE 4.11 – Inversion d'un jet stratosphérique situés à 35 km d'altitude (A), lorsque $\mathbf{m}_p = \mathbf{m}_0 = \mathbf{0}$ m/s (B) et, en considérant l'existence d'un jet dont l'altitude coincide à celle du modèle réel (C).

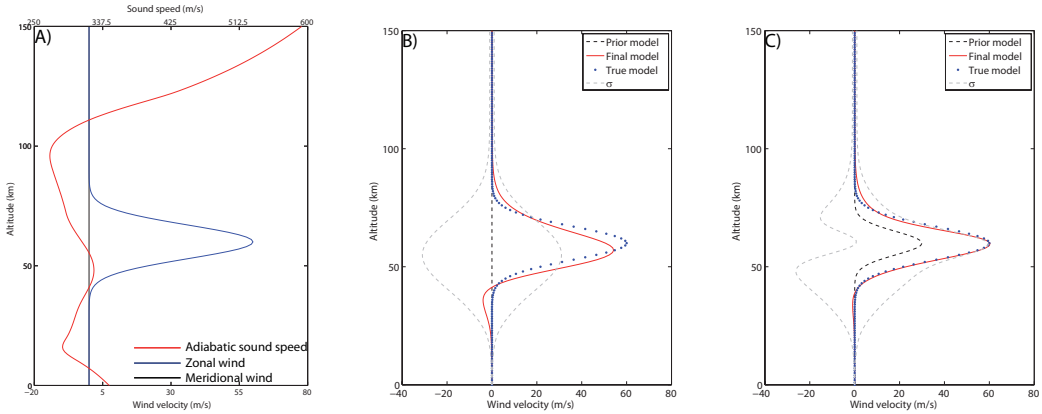


FIGURE 4.12 – Idem 4.11 pour un jet situé à 60 km.

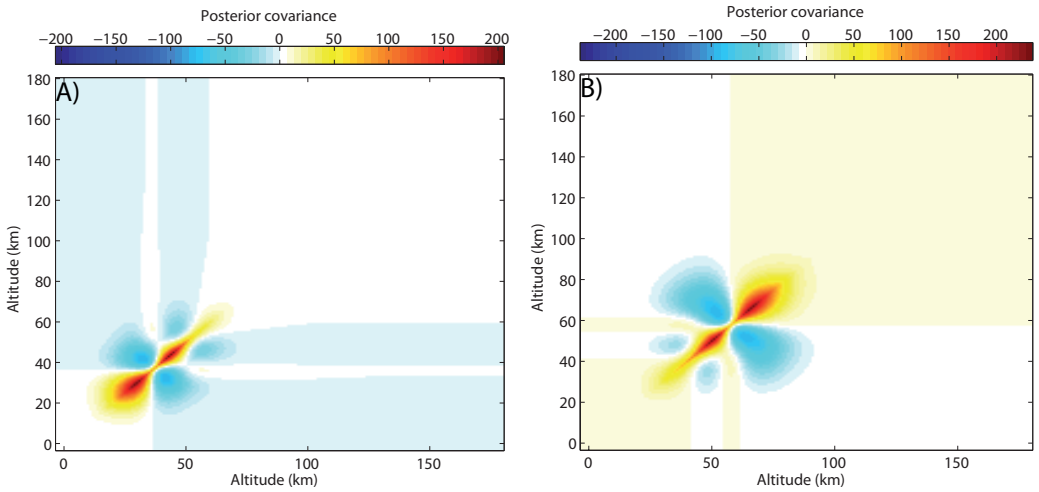


FIGURE 4.13 – Matrice de covariance *a posteriori* résultant de l'inversion des observations pour le jet situé à 35 km (a) et à 60 km (b).

on est capable de retrouver correctement l'amplitude du jet réel (voir figures 4.11 C et 4.12 C). On observe, sur les matrices de covariance *a posteriori* de ces inversions la présence de deux paires de lobes négatifs, une située au niveau de l'altitude du jet stratosphérique, et une autre située au niveau du maximum de température dans la stratosphère (voir figure 4.13). La présence de ces deux lobes traduit le fait que les observations sont sensibles à l'altitude du jet et, dans une moindre mesure à la présence du maximum de température au niveau de la stratopause. Il y a donc une ambiguité sur l'altitude du jet stratosphérique lorsque celui-ci n'est pas situé au niveau de la stratopause et que le modèle a priori ne prend pas ou mal en compte l'existence du jet.

4.4.5 Conclusion

Les inversions d'observations synthétiques obtenues à partir de modèles atmosphériques idéalisés avaient pour objectif de quantifier le pouvoir de résolution des ondes infrasonores pour les paramètres de vents. La structure des profils de sensibilité est marquée par de fortes amplitudes aux niveaux des altitudes de réfraction des rayons acoustiques. Par ailleurs, les phases thermosphériques sont caractérisées par une sensibilité significative au niveau de la stratopause en présence d'un jet stratosphérique. Hors de ces zones de forte sensibilité, les rayons acoustiques apportent peu d'informations sur la structure des profils de vents. L'information contenue dans les observations infrasonores est donc concentrée à certaines altitudes accentuant ainsi le rôle de l'information *a priori* dans la résolution du problème inverse. Dans le cadre de notre problème, l'information *a priori* représente en effet la principale source d'information sur les paramètres du modèle. Étant donnés ces résultats, il convient de s'interroger sur la manière d'aborder le problème inverse avec des atmosphères plus réalistes. La structure verticale des champs atmosphériques étant

plus complexe dans la réalité, il sera nécessaire de définir une information *a priori* contraignant les paramètres du modèle de manière statistique alors que les observations ne permettront d'ajuster les paramètres qu'au niveau des zones de forte sensibilité.

4.5 Décomposition modale de l'espace des paramètres

Les observations fournissent sur le milieu physique une information indirecte contrôlée par le système de mesure et par la sensibilité du phénomène physique aux paramètres du milieu. Les inversions de données synthétiques générées à partir de modèles atmosphériques idéalisés montrent que l'information contenue dans les observations est intrinsèquement limitée à certaine zone de l'atmosphère par la nature guidée de la propagation. Dans ce contexte, l'information *a priori* est fondamentale pour assurer le succès de l'inversion même dans des configurations d'atmosphères idéalisées. Les observations d'infrasons ne peuvent fournir qu'une information partielle sur la structure verticale de l'atmosphère et l'information *a priori* est alors fondamentale pour les applications réalistes. La difficulté majeure d'un problème inverse consiste donc à définir cette information *a priori* de manière objective.

En général, les degrés de liberté de l'espace des paramètres du modèle sont plus importants que dans la réalité où des lois physiques gouvernent le comportement du système physique. Nous mettons en évidence succintement les corrélations des paramètres de vents à partir de profils issus du modèle de prévision numérique ECMWF jusqu'à environ 80 km et du modèle empirique des vents horizontaux HWM07. Un modèle composite ECMWF/HWM07 est obtenu en interpolant les champs de vents par des fonctions splines cubiques.

4.5.1 Corrélation spatiale des champs de vents

Différents niveaux de variabilité du modèle composite ECMWF/HWM07 pris aux moyennes latitudes apparaissent clairement sur les séries temporelles des vents zonaux et méridiens (voir figures 4.14 et 4.15). On observe en effet une variation saisonnière des jets stratosphériques à laquelle se superpose des structures de plus petites échelles spatiales et temporelles représentant l'effet des ondes de gravité et des ondes planétaires. Dans la troposphère, la variabilité temporelle est aussi importante mais l'amplitude des vents est plus faible que dans la stratosphère. Dans la thermosphère, on observe d'importantes variations diurnes résultants des oscillations des marées solaires alors que ces oscillations sont relativement stables d'un jour à l'autre [Drob 2008]. Les vents méridiens du modèle ECMWF sont dominés par la variabilité journalière dans la troposphère-stratosphère-mésosphère bien qu'on y observe des oscillations saisonnières marquées. Les vents méridiens thermosphériques sont aussi caractérisés par l'importance de la variabilité diurne des marées solaires.

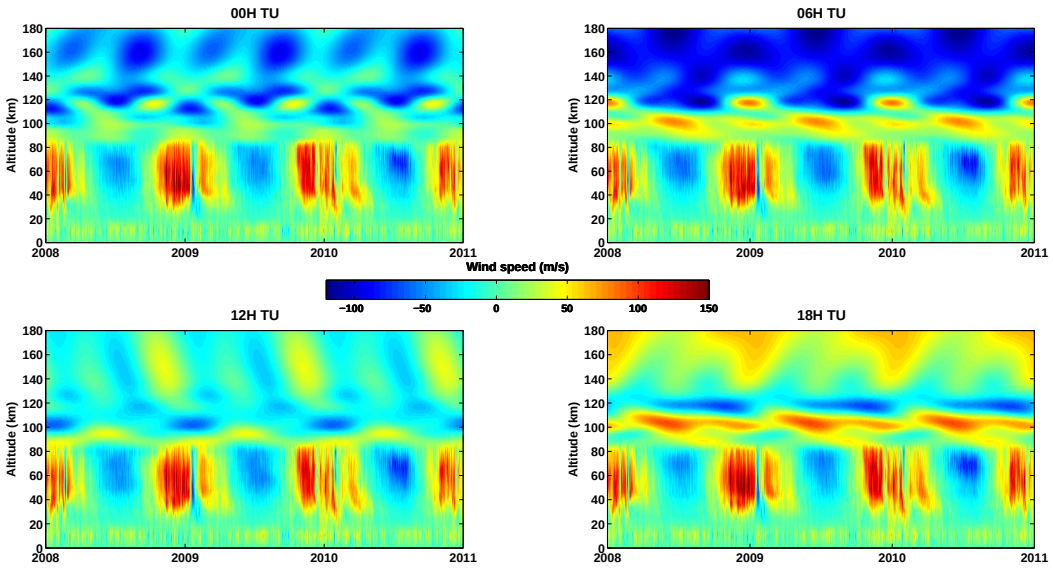


FIGURE 4.14 – Séries temporelles des vents zonaux ECMWF/HWM07 entre les années 2008 et 2010 à 45° de latitude et 0° de longitude.

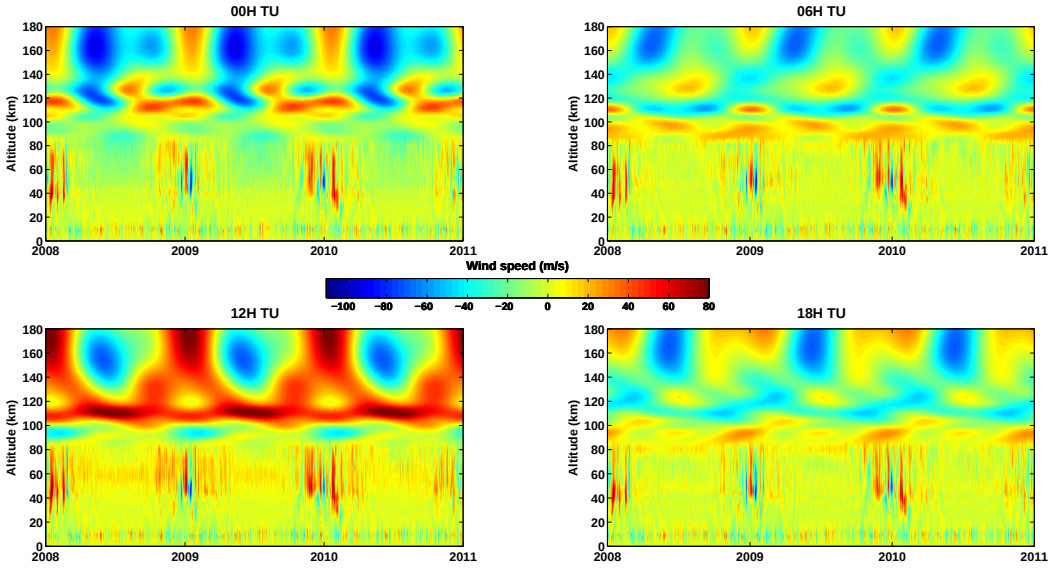


FIGURE 4.15 – Séries temporelles des vents méridiens ECMWF/HWM07 entre les années 2008 et 2010 à 45° de latitude et 0° de longitude.

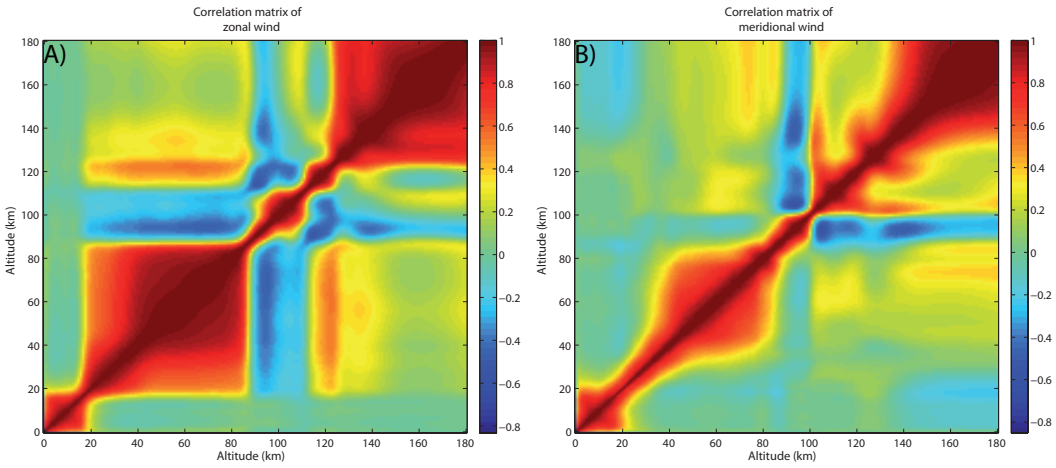


FIGURE 4.16 – Matrice de corrélation des vents zonaux (A) et méridiens (B) du modèle composite ECMWF/HWM07 entre les années 2008 et 2010 à 45° de latitude et 0° de longitude.

La figure 4.16 représente les corrélations spatiales des vents zonaux et méridiens obtenues à partir des séries temporelles des figures 4.14 et 4.15. Ces matrices sont remarquablement structurées, aussi bien pour les vents zonaux que méridiens. La très forte corrélation spatiale des vents zonaux et méridiens entre 20 et 80 km d'altitude résulte de la présence des jets stratosphériques des moyennes latitudes. La circulation de Brewer-Dobson (voir chapitre 2), caractérisée par l'inversion des directions des vents zonaux au niveau de la mésopause, se traduit par une anticorrélation des vents zonaux entre 85 et 115 km d'altitude. Cette anticorrélation se retrouve aussi sur les vents méridiens entre 85 et 100 km. On retrouve une forte corrélation des vents zonaux et méridiens dans la basse thermosphère en raison des courants-jets associés aux marées solaires thermiques.

4.5.2 Analyse en Composantes Principales

La figure 4.17 représente les matrices de covariance des champs de vents zonaux et méridiens associées aux matrices de corrélation de la figure 4.16. L'interprétation de la matrice de covariance $\mathbf{C}$ est en générale plus compliquée car elle fait intervenir les coefficients de corrélation linéaire entre les paramètres et les écarts-types des paramètres correspondant. La matrice de covariance est définie par :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_1\sigma_1 & \dots & \rho_{1k}\sigma_1\sigma_k & \dots & \rho_{1n}\sigma_1\sigma_n \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{k1}\sigma_k\sigma_1 & \dots & \sigma_k\sigma_k & \dots & \rho_{kn}\sigma_k\sigma_n \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1}\sigma_n\sigma_1 & \dots & \rho_{nk}\sigma_n\sigma_k & \dots & \sigma_n\sigma_n \end{bmatrix}, \tag{4.56}$$

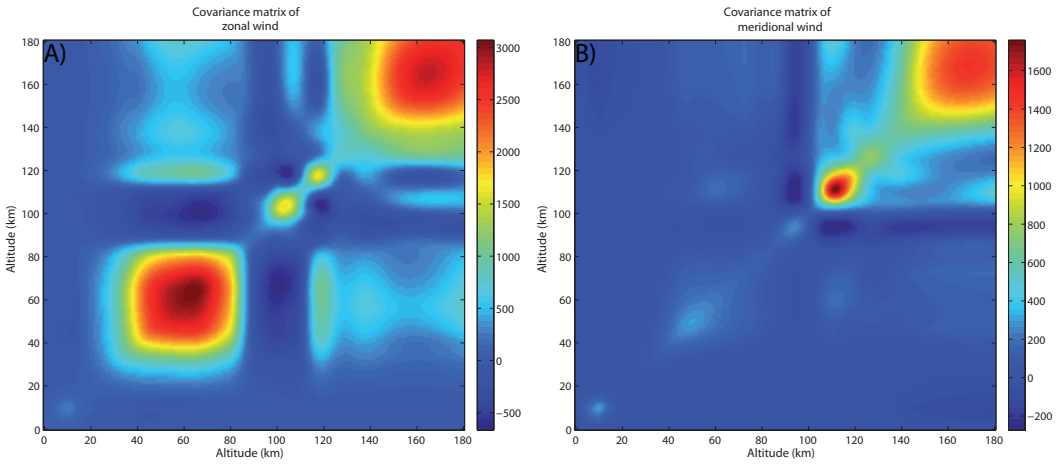


FIGURE 4.17 – Matrice de covariance des vents zonaux (A) et méridiens (B) du modèle composite ECMWF/HWM07 entre 2008 et 2010 à 45°N de latitude et 0° de longitude.

où ρ_{ij} sont les coefficients de dépendances linéaires des paramètres i et j. On a, par ailleurs, $\rho_{ii} = 1$. La structure des matrices de covariance des vents zonaux et méridiens des moyennes latitudes est semblable à celle des matrices de corrélation. Plutôt que de calculer explicitement la matrice de covariance $\mathbf{C_m}^{-1/2}$, du système d'équations du sondage atmosphérique (4.26) (voir section 4.2.2), nous choisissons d'exprimer les paramètres du modèle dans une base de fonctions orthogonales, limitant ainsi les degrés de liberté de ces paramètres. Ce choix est motivé par la nécessité de réduire la quantité d'inconnues du problème inverse original et d'apporter une contrainte statistique au modèle atmosphérique. À l'heure actuelle, les applications possibles du sondage atmosphérique à partir des mesures infrasons mènent à un problème sous-déterminé car la quantité d'observations est limitée par le nombre d'antennes disponibles. Cette manière de paramétrer l'espace des modèles permet à la fois de réduire la quantité de paramètres à estimer et de régulariser le problème inverse par une contrainte statistique.

Les techniques de décomposition d'ensemble de données ont été largement utilisées pour analyser les modes de variabilité des propriétés physiques de l'atmosphère [Williams 1997, Bordoni 2006]. La décomposition en Fonctions Orthogonales Empiriques [3] a été introduite pour la première fois en météorologie par [Lorenz 1956] pour la prévision statistique du temps et un certain nombre de méthodes de décomposition empirique ont été développées depuis [Bretherton 1992, Fodor 2002, Macqueen 1967]. L'analyse en composantes principales (ACP) [Jolliffe 2002] est une de ces méthodes de décomposition de données multivariées. L'ACP est une transfor-

3. Cette méthode a été largement appliquée dans le cadre de la tomographie acoustique océanique [Munk 1995].

mation linéaire orthogonale d'un ensemble de réalisations d'un vecteur de paramètres dans un espace de dimension réduite. L'ensemble des d réalisations $\tilde{\mathbf{m}}$ du vecteur $\mathbf{m}$, de dimension M, est décrit par une relation linéaire de la forme :

$$\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{W}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon}, \tag{4.57}$$

où $\mathbf{W}$ est une matrice de dimension $d \times q$ composée de fonctions orthogonales représentant les q premiers axes principaux de variabilité des d réalisations, $\boldsymbol{\eta}$ est le vecteur des variables *latentes* décrivant la variabilité des réalisations de $\mathbf{m}$ dans l'espace généré par les fonctions orthogonales, $\boldsymbol{\mu}$ est la moyenne des réalisations et $\boldsymbol{\varepsilon}$ un vecteur de bruit. Il existe différentes manières de définir les paramètres de l'ACP, nous proposons ici d'utiliser une généralisation probabiliste de l'ACP [Tipping 1999]. Dans cette formulation, on suppose que les données suivent une densité de probabilité gaussienne et on cherche l'ensemble des fonctions orthogonales afin de modéliser les variables latentes et le bruit par les densités de probabilité gaussiennes $\boldsymbol{\eta} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I})$ et $\boldsymbol{\varepsilon} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2\mathbf{I})$ respectivement. Sous ces hypothèses, les réalisations du vecteur $\tilde{\mathbf{m}}$ sont décrites par la densité de probabilité gaussienne $\tilde{\mathbf{m}} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{C})$. La matrice de covariance de l'ensemble des réalisations du vecteur $\mathbf{m}$ est donnée par $\mathbf{C} = \mathbf{W}\mathbf{W}^t + \sigma^2\mathbf{I}$. La densité de probabilité optimale représentant les d réalisations $\tilde{\mathbf{m}}$ est obtenue pour :

$$\boldsymbol{\mu} = \langle \tilde{\mathbf{m}} \rangle, \tag{4.58}$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{V}_q(\mathbf{D}_q - \sigma^2\mathbf{I}_q)^{1/2}, \tag{4.59}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{M-q}\sum_{i=q+1}^{M} \lambda_i \tag{4.60}$$

où $\mathbf{V}_q$ et $\mathbf{D}_q$ sont respectivement les matrices des q premiers vecteurs propres et des q premières valeurs propres λ_i de la matrice de covariance $\mathbf{C}$ et σ^2 la variance associée au bruit. Les valeurs propres λ_i représentent l'énergie associée aux axes principaux, c'est-à-dire la part de la variance totale de l'ensemble des modèles $\tilde{\mathbf{m}}$ expliquée par chacun des axes (voir figure 4.18).

L'amplitude des valeurs singulières étant décroissante, la base de vecteurs propres associée peut être tronquée afin de conserver les axes principaux dominants. Ceux-ci sont associés aux différents modes de variabilité temporelle des propriétés atmosphériques. Ainsi, les premiers axes principaux représentent la variabilité dans la stratosphère et la thermosphère où l'on trouve les courants-jets les plus importants (voir figure 4.19). Le premier axe zonal reflète clairement la variabilité associée aux jets stratosphériques. Dans la troposphère, la variabilité de plus faible amplitude est représentée sur les axes 6, 7, 8 et 9 associés à des valeurs singulières de magnitudes plus faibles. De manière générale, l'amplitude des fonctions orthogonales décroît avec les valeurs singulières auxquelles elles sont associées.

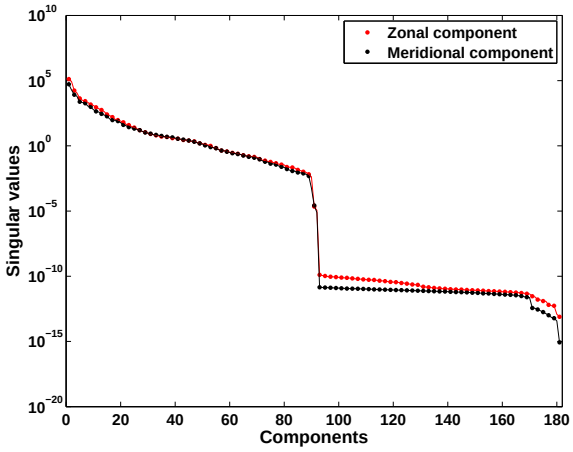


FIGURE 4.18 – Valeurs singulières associées aux matrices de covariance des composantes zonale et méridienne du modèle de vent composite ECMWF/HWM07 à 45°N de latitude et 0° de longitude.

4.5.3 Variabilité dans l'espace des paramètres latents

Les séries temporelles de vents zonaux et méridiens (voir figures 4.14 et 4.15) sont décrites par des variables latentes dans l'espace des fonctions orthogonales suivant la relation :

$$\boldsymbol{\eta} \sim (\mathbf{W}^t\mathbf{W})^{-1}\mathbf{W}^t(\mathbf{m} - \boldsymbol{\mu}). \tag{4.61}$$

Les figures 4.20 et 4.21 représentent respectivement la variabilité des paramètres latents associés aux champs de vents zonaux et méridiens. Les fluctuations des paramètres latents correspondants au premier axe sont caractérisés par une variation saisonnière associée à la dynamique stratosphérique. D'un point de vue général, le comportement des paramètres latents est plus stable en été qu'en hiver. Les axes principaux représentants les oscillations des marées solaires dans la basse thermosphère (axes 2, 3 et 4) sont caractérisés par des variations distinctes des paramètres latents associées aux différentes heures de la journée. Par ailleurs, on remarque aussi que les paramètres latents associés aux axes représentant la variabilité troposphérique (axes 6, 7, 8 et 9) possèdent des fluctuations journalières importantes se superposant parfois à la variation saisonnière.

La décomposition des champs de vents zonaux et méridiens sépare la variabilité atmosphérique en composantes de différentes échelles temporelles en fonction de l'amplitude des variations qui y sont associées. Certains axes représentent cependant plusieurs échelles temporelles, c'est le cas par exemple des variables latentes correspondants aux axes 5, 6 et 7 sur lesquels apparaissent une variabilité diurne et saisonnière. Les axes 8 et 9 des vents zonaux et les axes 6 et 10 des vents méridiens sont eux uniquement dominés par les phénomènes météorologiques de petites échelles dans la troposphère.

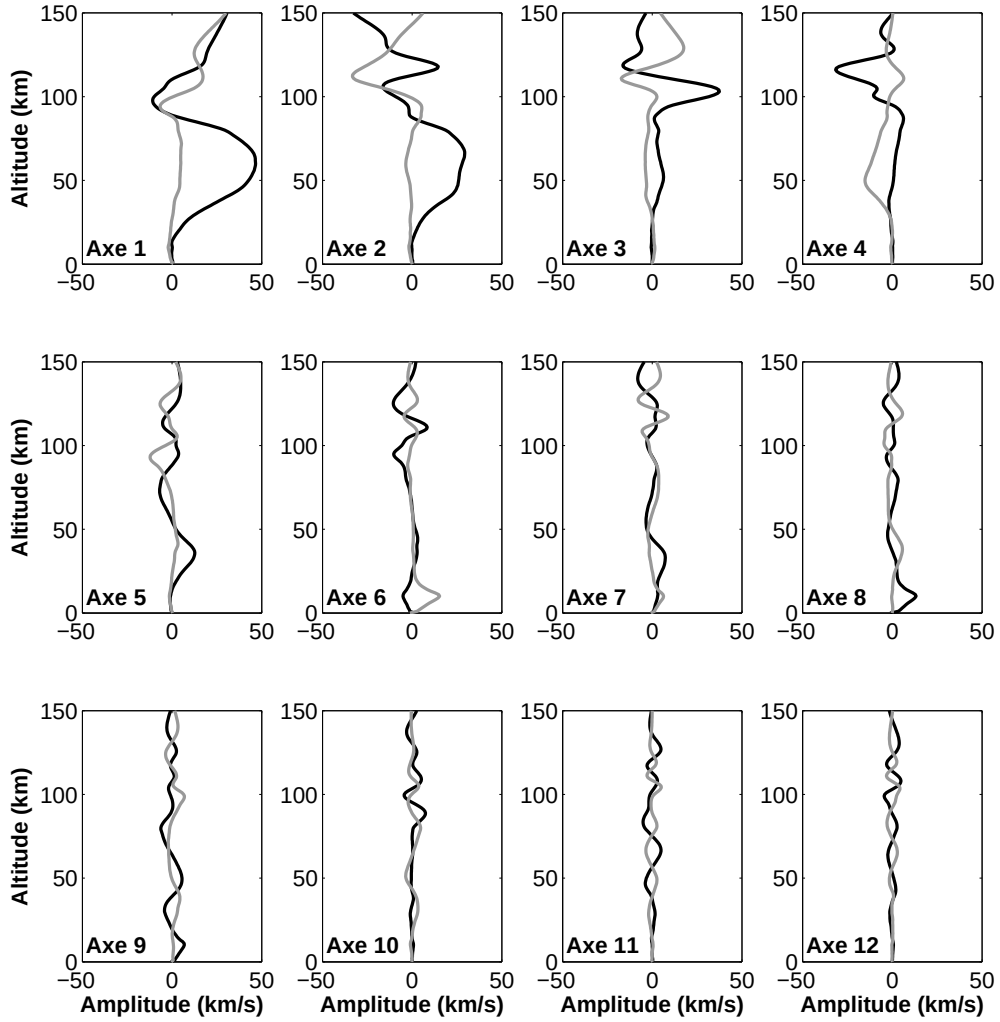


FIGURE 4.19 – Axes principaux du modèle composite ECMWF/HWM07 à 45°N de latitude et 0° de longitude. Les courbes noires représentent les axes principaux associés aux vents zonaux et les courbes grises les axes principaux associés aux vents méridiens.

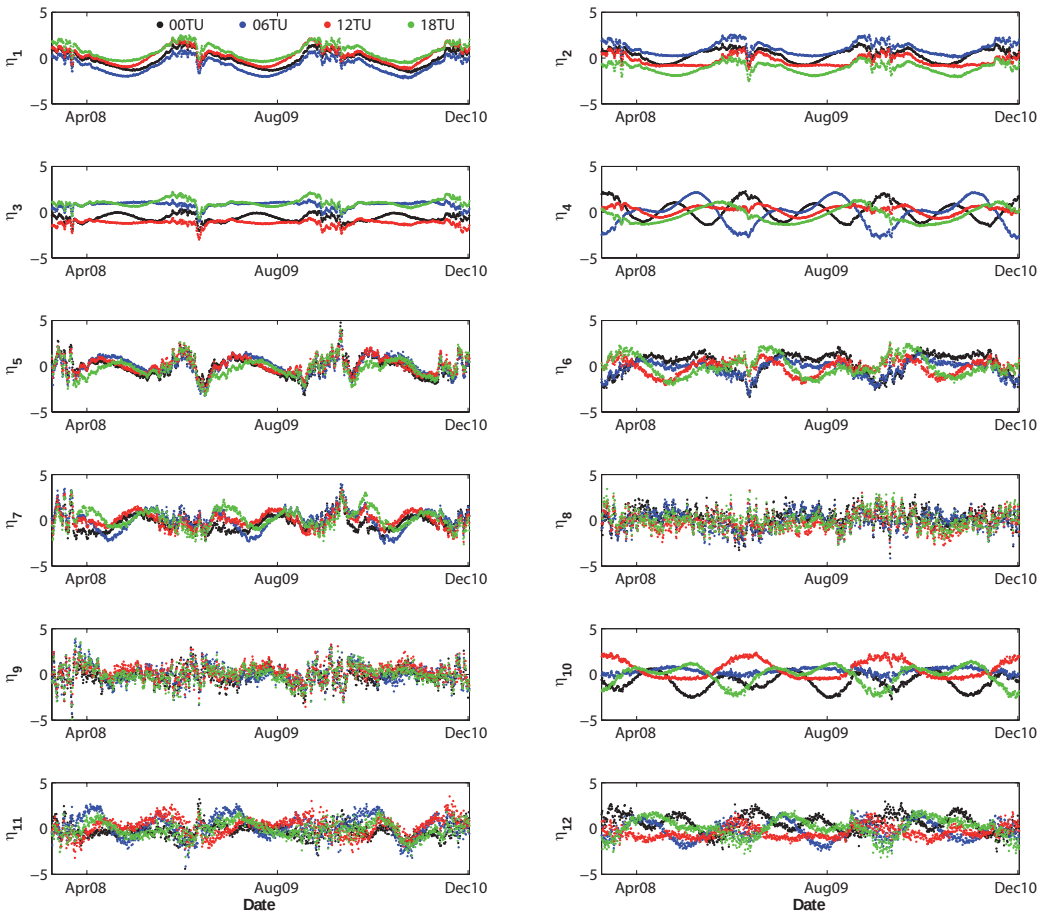


FIGURE 4.20 – Variabilité des paramètres latents associés aux vents zonaux pour les douzes premiers axes principaux du modèle composite ECMWF/HWM07 à 45°N de latitude et 0° de longitude.

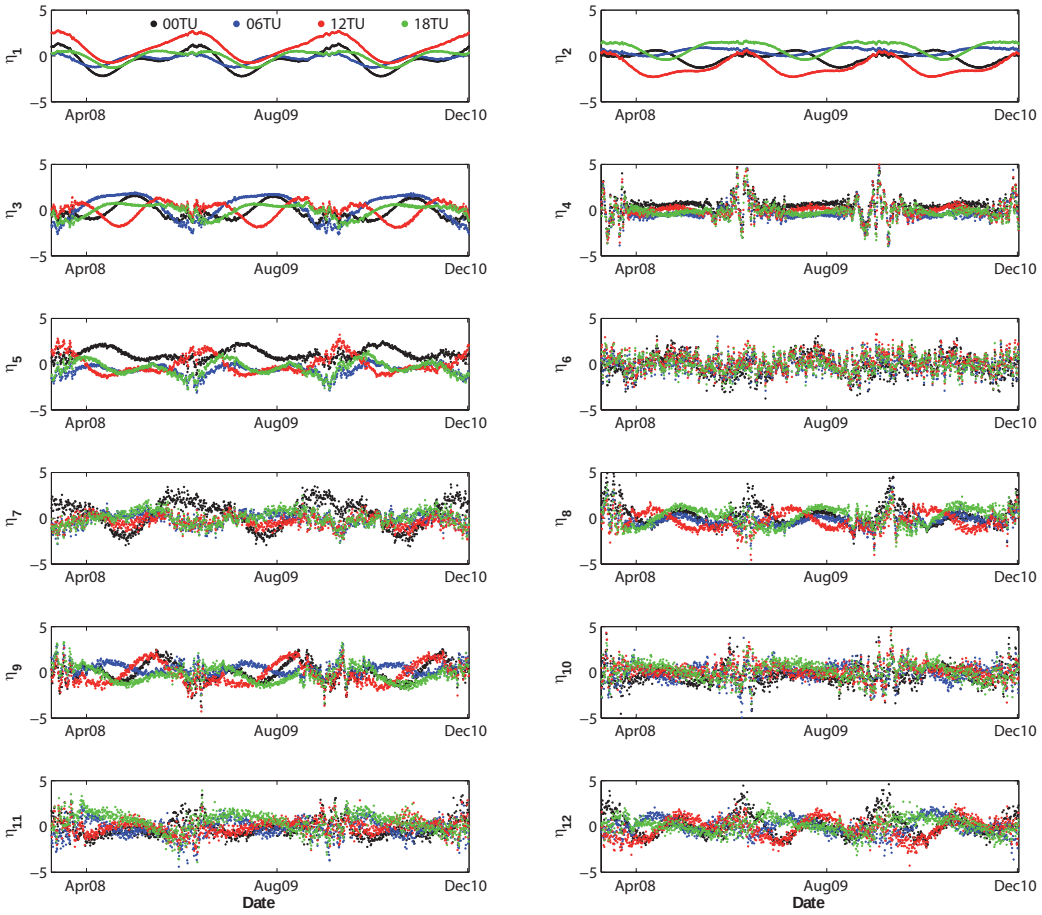


FIGURE 4.21 – Idem figure 4.20 pour les vents méridiens.

Nous avons donc une représentation paramétrique du problème inverse obtenue par l'ACP nous permettant de réduire le nombre d'inconnues tout en contraignant l'espace des solutions possibles afin que les modèles respectent une statistique issue d'observations et de modèles atmosphériques préexistants. Cependant, il est possible que les observations infrasonores ne soient pas sensibles à certains modes de variabilité représentés par les axes principaux.

4.6 Applications à des profils d'atmosphère réaliste

Dans cette section, nous appliquons la procédure d'inversion sur des atmosphères réalistes. Pour cela, nous reformulons la fonction coût afin d'inverser non plus les paramètres physiques du modèle atmosphérique mais les projections de ces paramètres dans la base de fonctions orthogonales issue de l'ACP. Les inversions réalisées dans cette section sont destinées à mettre en évidence l'influence du nombre de fonctions othogonales sur le résultat de l'inversion ainsi que l'influence du nombre d'antennes mesurant une même explosion. Les résultats de cette dernière expérience numérique ont fait l'objet d'un article dans la revue *Geophysical Journal International* (voir annexe E).

4.6.1 Reformulation du problème inverse

L'algorithme d'inversion que nous avons développé se base sur la minimisation de la fonction coût (4.7) :

$$\mathcal{C}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}(\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{m}))^t \mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}(\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{m})) + \frac{1}{2}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_p)^t \mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_p),$$

où $\mathbf{m}$ est le vecteur des paramètres du modèle constitué des champs de vents zonaux et méridiens $\mathbf{m} = [v_x(z); v_y(z)]$. En utilisant l'ACP probabiliste, on écrit $\mathbf{m}$ comme une projection dans la base des fonctions orthogonales $\mathbf{W}$:

$$\mathbf{m} \approx \mathbf{W}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\mu}, \tag{4.62}$$

où $\boldsymbol{\eta}$ sont les variables latentes et $\boldsymbol{\mu}$ est la moyenne de l'ensemble des réalisations du problème inverse. En utilisant (4.62) et $\mathbf{C}_{\mathrm{m}} \approx \mathbf{W}\mathbf{W}^t$, on obtient :

$$\begin{aligned}\mathcal{C}(\mathbf{W}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\mu}) =& \frac{1}{2}(\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{W}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\mu}))^t \mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}(\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{W}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\mu})) \\ &+ \frac{1}{2}(\mathbf{W}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\mu} - \mathbf{m}_p)^t (\mathbf{W}\mathbf{W}^t)^{-1}(\mathbf{W}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\mu} - \mathbf{m}_p).\end{aligned} \tag{4.63}$$

On pose par ailleurs :

$$\Psi(\boldsymbol{\eta}) = (\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{W}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\mu}))^t \mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}(\mathbf{d}_{obs} - \mathrm{g}(\mathbf{W}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\mu})). \tag{4.64}$$

En considèrant $\mathbf{m}_p = \boldsymbol{\mu}$, la fonction coût s'écrit :

$$\mathcal{C}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{2}\Psi(\boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{2}\boldsymbol{\eta}^t\boldsymbol{\eta}. \tag{4.65}$$

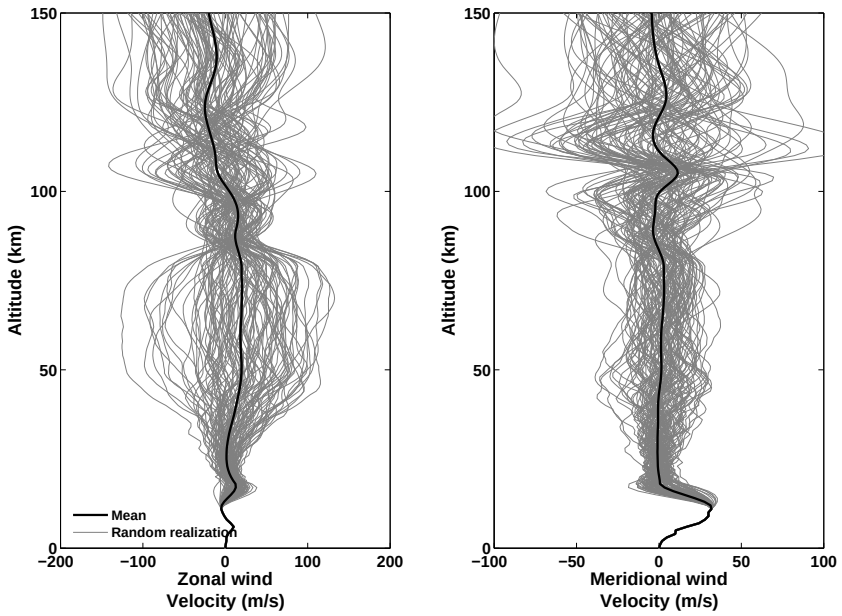


FIGURE 4.22 – Réalisations aléatoires de moyenne $\boldsymbol{\mu}$ et de matrice de covariance $\mathbf{W}\mathbf{W}^t$.

Sous cette formulation, la densité de probabilité *a priori* sur les variables latentes laisse autant de variabilité aux paramètres des champs de vents qu'il y en a dans la série temporelle utilisée pour l'ACP. Une telle statistique est susceptible de laisser un grand nombre de degré de liberté au modèle. À titre d'exemple, nous représentons sur la figure 4.22 un tirage aléatoire de 100 profils respectant la distribution normale $\boldsymbol{\eta} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I})$. Cette distribution modélise les séries temporelles des figures 4.14 et 4.15. Avec une telle densité de probabilité *a priori*, le modèle inversé sera peu contraint par l'information *a priori*. Cette formulation du problème devrait mieux convenir lorsque l'ACP est réalisée sur des séries temporelles moins longues, par exemple représentatives d'une saison.

Une autre solution consiste à définir une nouvelle densité de probabilité $\boldsymbol{\eta} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\eta}_p, \mathbf{C}_\eta)$ plus contraignante sur les paramètres du modèle. Les variables latentes $\boldsymbol{\eta}$ étant indépendantes, la matrice $\mathbf{C}_\eta$ est diagonale. La matrice de covariance sur les paramètres du modèle $\mathbf{m}$ et la matrice de covariance sur les paramètres latents sont reliées par :

$$\mathbf{C}_\mathrm{m} \approx \mathbf{W}\mathbf{C}_\eta\mathbf{W}^t. \tag{4.66}$$

La fonction coût (4.63) s'écrit alors :

$$\mathcal{C}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{2}\Psi(\boldsymbol{\eta}) \; + \; \frac{1}{2}(\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_p)^t\mathbf{C}_\eta^{-1}(\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_p). \tag{4.67}$$

où $\boldsymbol{\eta}_p$ est le vecteur des variables latentes correspondant au modèle *a priori* $\mathbf{m}_p$.

Les inversions que nous présentons dans la suite de cette section se basent sur la fonction coût (4.67). Pour résoudre le problème inverse linéaire, il faut par ailleurs redéfinir la matrice des dérivées de Fréchet $\mathbf{G}$ du système d'équations (4.26) en fonction des variables latentes. La projection des paramètres $\mathbf{m}$ dans la base de fonctions orthogonales étant linéaire, le calcul des dérivées des observations simulées par rapport aux paramètres latents est direct. Ainsi, en reprenant les expressions (3.80)-(3.82) définies dans le chapitre 3 et en composant les dérivées partielles, on obtient les expressions :

$$\frac{\partial s_x}{\partial \boldsymbol{\eta}} = \frac{\partial s_x}{\partial \mathbf{m}} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \boldsymbol{\eta}} = \mathcal{R}\mathrm{q}_1^x(\tau_{0,grd}; \delta\mathbf{m})\mathbf{W}, \tag{4.68}$$

$$\frac{\partial s_y}{\partial \boldsymbol{\eta}} = \frac{\partial s_y}{\partial \mathbf{m}} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \boldsymbol{\eta}} = \mathcal{R}\mathrm{q}_1^y(\tau_{0,grd}; \delta\mathbf{m})\mathbf{W}, \tag{4.69}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\eta}} = \frac{\partial T}{\partial \mathbf{m}} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \boldsymbol{\eta}} = \mathcal{T}_1(\tau_{0,grd}; \delta\mathbf{m})\mathbf{W}\cdot \tag{4.70}$$

Les expressions (4.68)-(4.70) constituent les éléments de la matrice des dérivées de Fréchet $\mathbf{G}_{\boldsymbol{\eta}}$ par rapport aux paramètres latents.

4.6.2 Le concept de modèle cinématiquement compatible

Le choix d'un modèle initial $\mathbf{m}_0$ est un problème critique car il conditionne le succès de l'inversion. En effet, le problème d'inversion des temps d'arrivées est un problème non-linéaire possédant en général plusieurs minimas. Les méthodes d'optimisation locale, en convergeant vers le minimum local situé dans le voisinage du modèle initial, sont particulièrement dépendantes du modèle initial. Dans la pratique, on prend souvent $\mathbf{m}_0 = \mathbf{m}_p$, où $\mathbf{m}_p$ est le modèle *a priori*. Pour des raisons d'ordre numérique, on préfère parfois un modèle initial respectant certaines caractéristiques cinématiques ; par exemple, en tomographie des temps de premières arrivées sismiques on utilise souvent un modèle plus rapide que le modèle recherché, les résidus initiaux étant alors positifs [Taillandier 2008], alors qu'en tomographie sismique inter-puits, le modèle initial est souvent plus lent que le modèle recherché [Baina 1998].

La propagation des ondes infrasonores est contrôlée par la présence des différents guides d'ondes atmosphériques. Si le guide d'onde thermosphérique est naturellement présent dans l'atmosphère en raison de l'augmentation significative de la vitesse du son dans la thermosphère, le guide d'onde stratosphérique est soumis aux variations saisonnières des vents stratosphériques des moyennes latitudes. La présence du guide stratosphérique induit une discontinuité du champ d'onde acoustique. En effet, en fonction des caractéristiques du champ d'onde à la source (incidence et azimut), une partie de l'énergie acoustique se propage dans la stratosphère tandis qu'une autre partie se propage dans la thermosphère. Le comportement des différentes méthodes de modélisation acoustique au niveau de ces discontinuités diffère

selon qu'elles modélisent ou non les phénomènes de diffraction et de diffusion de l'énergie acoustique, qui sont importants au niveau des zones de conversion de phases et des caustiques (voir chapitre 3). La modélisation du champ acoustique au niveau de ces discontinuités par la méthode du tracé de rayon nécessite un traitement particulier [Chapman 1985, Gainville 2008]. Celle-ci n'a pas été mise en oeuvre dans cette thèse afin de se concentrer sur les aspects essentiels de l'inversion des paramètres cinématiques des modèles.

La réfraction stratosphérique des rayons acoustiques est très sensible à la structure atmosphérique et se traduit par une discontinuité brutale des propriétés du champ d'onde acoustique pour des petites perturbations des conditions initiales ou de la structure du jet stratosphérique. Le problème direct est donc non-différentiable en un certain domaine de l'espace des paramètres que l'on appelle la zone de transition entre les phases stratosphériques et thermosphériques.

Dans le cadre de l'inversion, le problème engendré par cette discontinuité du champ acoustique se pose notamment lorsque le modèle initial ne permet pas d'expliquer correctement le type de phase observé. Il est en effet impossible de convertir spontanément des phases mal modélisées par des méthodes d'optimisation locale, il faudrait pour cela utiliser des algorithmes de recherche globale. Dans le cadre de l'optimisation locale, il est nécessaire de connaître le type des phases observées et de disposer d'un modèle initial, potentiellement différent du modèle *a priori*, expliquant l'ensemble des observations afin de ne pas générer de biais lors de l'inversion. Nous introduisons ici le concept de modèle *cinématiquement compatible* avec les observations, correspondant aux modèles pour lesquelles les phases observées sont correctement simulées. Il arrive très souvent que les modèles météorologiques disponibles ne permettent pas d'expliquer les observations enregistrées par les capteurs microbarométriques. Il se pose alors le problème de générer un modèle initial cinématiquement compatible. Une autre solution consiste à initialiser l'inversion avec les phases correctement simulées et à introduire les autres phases au cours du processus itératif une fois celles-ci correctement simulées.

4.6.3 Influence du nombre de fonctions orthogonales

4.6.3.1 Configuration du réseau, modèle atmosphérique et information *a priori*

Le réseau d'observation est composé de lignes d'antennes situées au Nord, au Sud, à l'Est et à l'Ouest de la source explosive (voir figure 4.23). Les antennes de mesures se trouvent à des distances par rapport à la source comprises entre 300 et 600 km et l'espacement inter-stations est d'environ 15 km. Nous n'utilisons ici que les phases thermosphériques car elles sont en général plus stables en ce qui concerne les conversions de phases. Les observations synthétiques sont générées à partir d'un modèle composite ECMWF/HWM07, extrait le 20 Juin 2009, à 12 heures TU aux

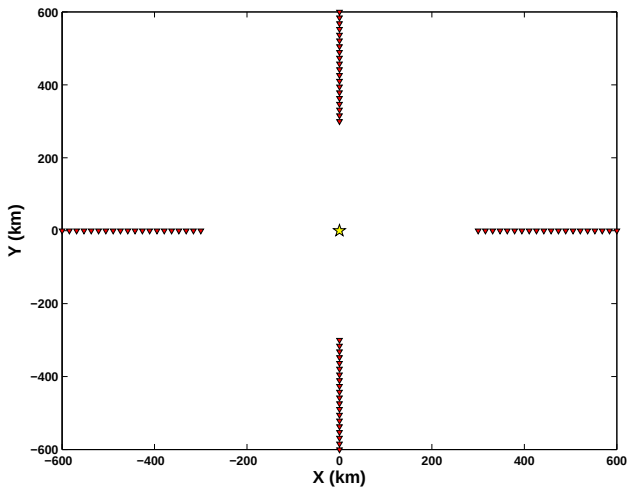


FIGURE 4.23 – Disposition du réseau d'antennes, chaque triangle représente la position d'une antenne de mesure, l'étoile représente la position de la source.

coordonnées géographiques 42°N de latitude et 114°W de longitude (voir figure 4.24).

Le modèle *a priori*, $\mathbf{m}_p$, est une réalisation aléatoire respectant une densité de probabilité gaussienne centrée sur le modèle réel (voir figure 4.24). Nous définissons une densité de probabilité *a priori* telle que $\mathbf{m} \sim \mathcal{N}(\mathbf{m}_p, \mathbf{C_m})$, où les matrices $\mathbf{C_m}$ correspondant aux deux champs de vents zonaux et méridiens sont représentées sur la figure 4.25. Cette information *a priori* est représentée, pour chacune des inversions réalisées, par une densité gaussienne $\mathbf{m}' \sim \mathcal{N}(\mathbf{W}_k\boldsymbol{\eta}_k + \boldsymbol{\mu}, \mathbf{W}_k\mathbf{C}_\eta\mathbf{W}_k^t)$, où $\mathbf{W}_k$ est la base tronquée composée de k fonctions orthogonales.

4.6.3.2 Résultats et discussion

Afin de mettre en évidence l'effet des fonctions orthogonales sur le résultat de l'inversion nous réalisons 8 inversions en augmentant le nombre de fonctions représentant les champs de vents. Nous analysons par ailleurs les résultats obtenus en calculant la matrice de covariance *a posteriori*. La figure 4.26 représente la valeur du $\chi^2(\boldsymbol{\eta})$ résultant de l'inversion en fonction du nombre de fonctions orthogonales utilisé. Cette courbe semble prendre la forme d'une *L-curve*, donnant ainsi la possibilité d'estimer objectivement le nombre de fonctions orthogonales le mieux adapté pour représenter correctement les profils de vents et les caractéristiques des observations infrasonores. Cependant, ce comportement ne s'observe pas dans toutes les circonstances, pour certaines structures atmosphériques, la décroissance du $\chi^2(\boldsymbol{\eta})$ n'est pas monotone avec l'augmentation du nombre de fonctions orthogonales, traduisant ainsi l'influence dominante de certaines fonctions orthogonales sur le champ d'onde acoustique. Par ailleurs, lorsque le nombre de fonctions orthogonales est très faible, le phénomène d'*over-fitting* est susceptible d'apparaître, introduisant des biais dans la solution obtenue [Trampert 1996].

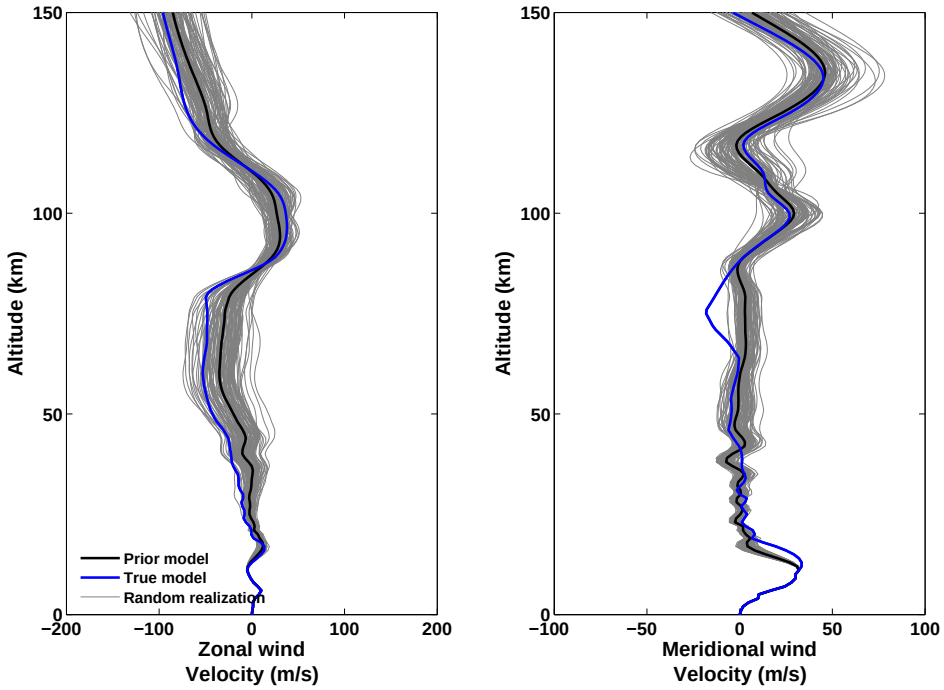


FIGURE 4.24 – Profils des vents zonaux et méridiens du 20 Juin 2009, à 12 heures TU, du modèle composite ECMWF/HWM07 (courbes bleues), modèle initial (courbes noires) et réalisations aléatoires selon la densité de probabilité a priori (courbes grises).

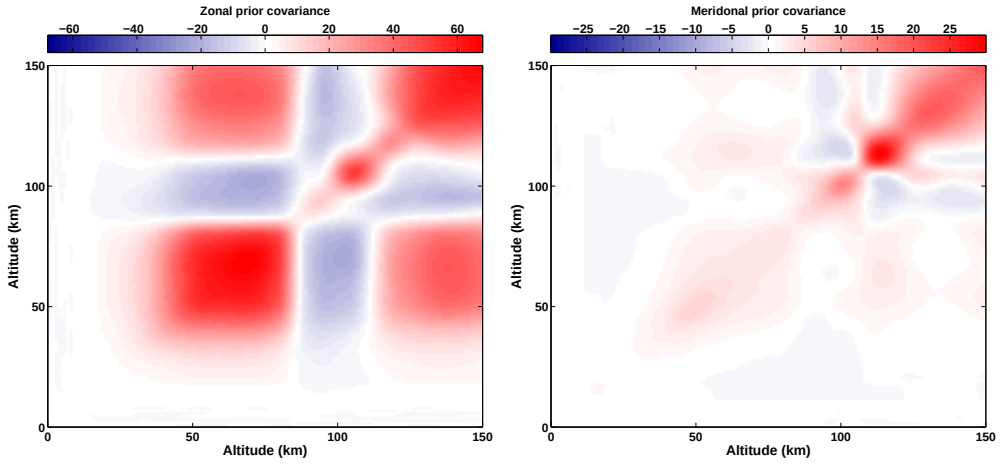


FIGURE 4.25 – Matrice de covariance a priori pour les champs de vents zonaux et méridiens.

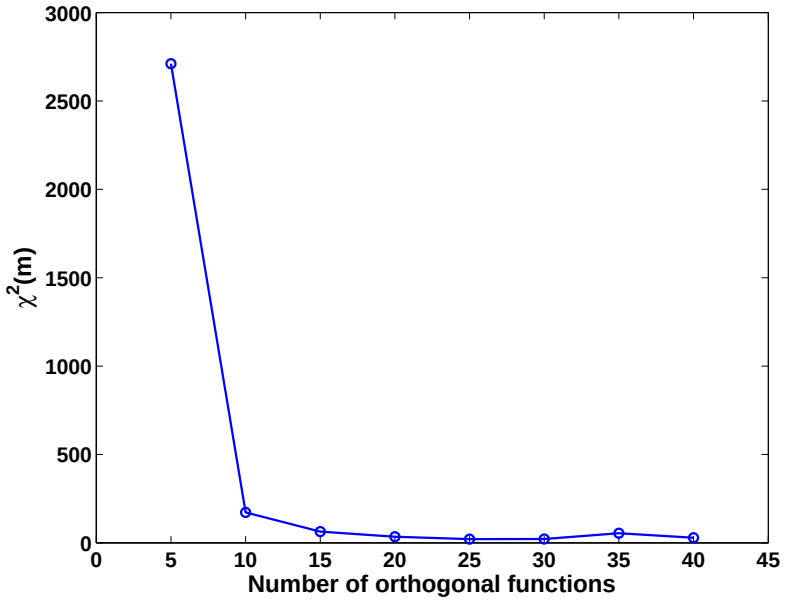


FIGURE 4.26 – Valeur du $\chi^2(\boldsymbol{\eta})$ après inversion en fonction du nombre de fonctions orthogonales utilisées par champs de vents.

Les figures 4.27 et 4.28 représentent, respectivement , les profils de vents zonaux et méridiens obtenus pour chacune des 8 inversions réalisées. Dans l'ensemble on obtient un bon accord entre les profils de vents zonaux estimés par inversion et le profil réel, et cela, même lorsque le nombre de fonctions orthogonales est réduit. D'une manière générale, l'accord entre les profils estimés et le profil réel s'améliore lorsque le nombre de fonctions orthogonales augmente. On remarque cependant que la composante zonale estimée avec 35 fonctions ortogonales est de moins bonne qualité qu'en prenant 30 ou 40 fonctions orthogonales.

Concernant les vents méridiens, le profil estimé en utilisant seulement 5 fonctions orthogonales diverge significativement par rapport au profil initial, bien que l'accord entre les données observées et les données simulées soit meilleurs après inversion. Nous sommes ici en face du phénomène d'*over-fitting*. Le nombre de fonctions orthogonales utilisé ne permet pas d'expliquer correctement la structure du profil de vent méridien réel alors que l'algorithme parvient à obtenir une structure plus en accord avec les observations. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que l'application modélisant les observations ne définit pas une transformation orthogonale des paramètres latents dans l'espace des observations. En augmentant le nombres de fonctions orthogonales, ce phénomène disparaît et les profils de vents méridiens estimés sont en bon accord avec le profil réel. Par ailleurs, en augmentant le nombre de fonctions orthogonales, on remarque que l'on parvient aussi à estimer les plus petites structures du profils réels.

L'analyse des matrices de covariance *a posteriori* donne un éclairage particulièrement intéressant concernant l'apport des observations infrasonores sur les incertitudes des paramètres des modèles de vents (voir figures 4.29 et 4.30). Afin de quantifier l'apport des observations infrasonores, il est nécessaire d'interpréter ces matrices par rapport aux matrices de covariance *a priori* correspondantes (voir figure 4.25). Le premier élément que l'on peut noter est la réduction globale des valeurs des variances, et covariances des paramètres par rapport aux valeurs des matrices de covariances *a priori*, et cela, aussi bien sur les vents zonaux que les vents méridiens, bien que cette réduction soit plus marquée pour les vents zonaux. On peut donc en conclure qu'il y a un réel apport des observations sur les incertitudes des paramètres de vents.

D'autre part, la structure des matrices de covariance est relativement stable lorsqu'on augmente le nombre de fonctions orthogonales utilisées pour la résolution du problème inverse. En tout logique, l'augmentation du nombre de fonctions orthogonales s'accompagne de l'apparition de plus petites structures dans la matrice de covariances. À l'échelle macroscopique, on observe une réduction importante de l'incertitude sur les paramètres aux niveaux des altitudes auxquelles l'énergie acoustique est réfractées, c'est-à-dire à $\sim$50 km et entre 100 et 120 km d'altitude. De la même manière que sur les expériences sur les atmosphères idéalisées, on observe l'apparition de lobes d'anticorrélation aux niveaux de ces altitudes. Pour terminer, les incertitudes sur les paramètres du modèle au-dessus des altitudes de réfraction, à $\sim$120 km, sont les plus élevées et la structure de la matrice de covariance ne subit pas de modification importante par rapport à son état *a priori*, ce qui est en accord avec le fait que les observations ne contraignent pas ces paramètres.

Cette expérience justifie l'utilisation, dans un premier temps, de la décomposition de l'espace des paramètres du modèle par l'ACP probabiliste pour résoudre le problème de sondage atmosphérique par observations d'ondes infrasonores.

4.6.4 Influence du nombre d'antennes

L'objectif de cette section est d'évaluer l'influence du nombre d'antennes constituant un réseau de mesures dans différentes configurations atmosphériques. Nous utilisons des modèles atmosphériques réalistes issus des modèles empiriques de vents horizontaux HWM07 et de température MSIS00 et du modèle semi-empirique NRL-G2S. Les modèles empiriques HWM07 et MSIS00 sont décrits en détail dans le chapitre 2. Le modèle semi-empirique NRL-G2S combine, lui, les modèles de prévisions numériques jusqu'à 55 km aux modèles empiriques HWM07 et MSIS00 dans la moyenne et haute atmosphère [Drob 2003] . On évalue ainsi la capacité de l'algorithme d'inversion à retrouver des structures atmosphériques verticales de différentes complexités pour des conditions d'acquisition variées.

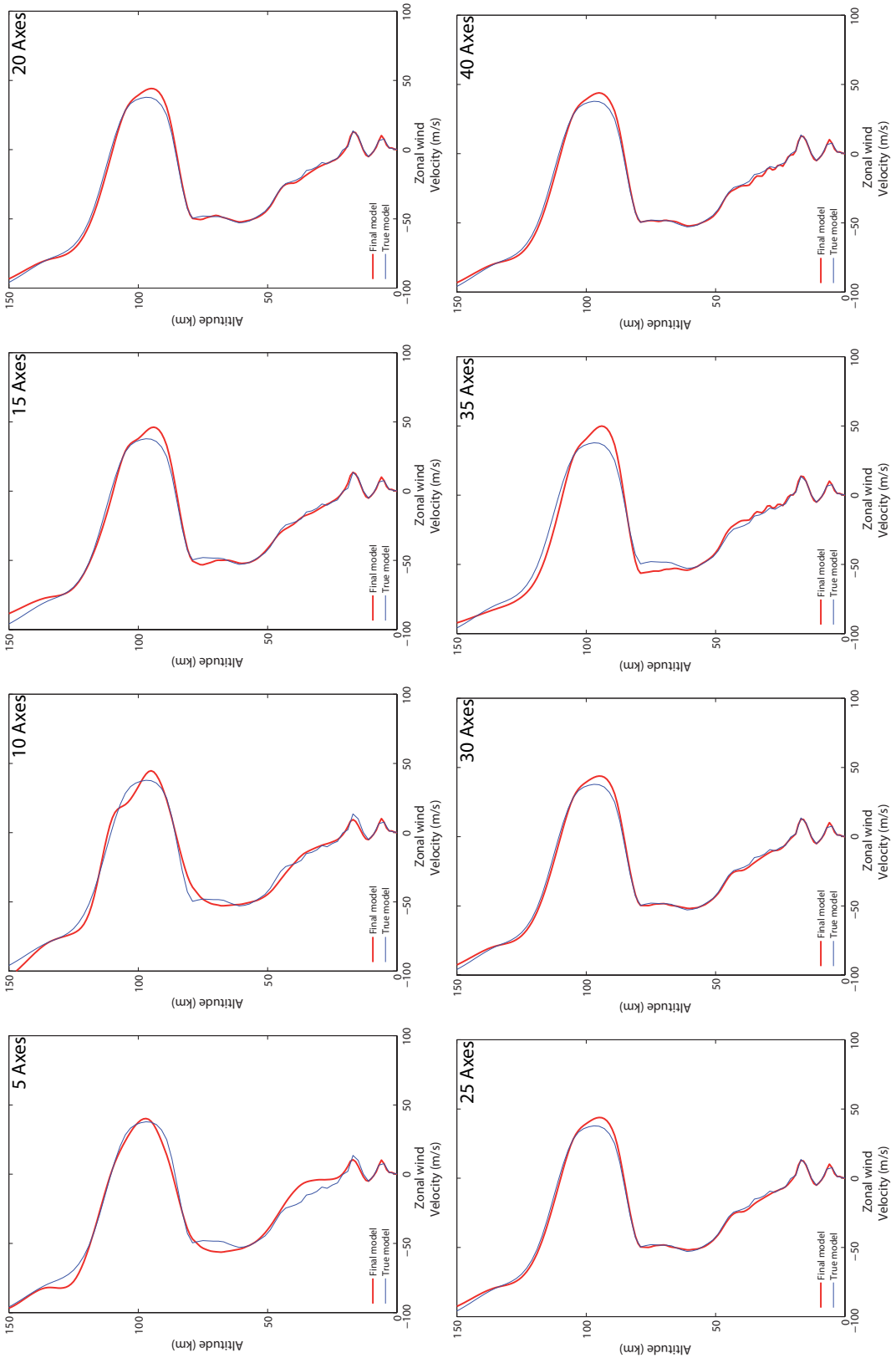


FIGURE 4.27 – Profils de vents zonaux obtenus pour chacune des 8 inversions réalisées.

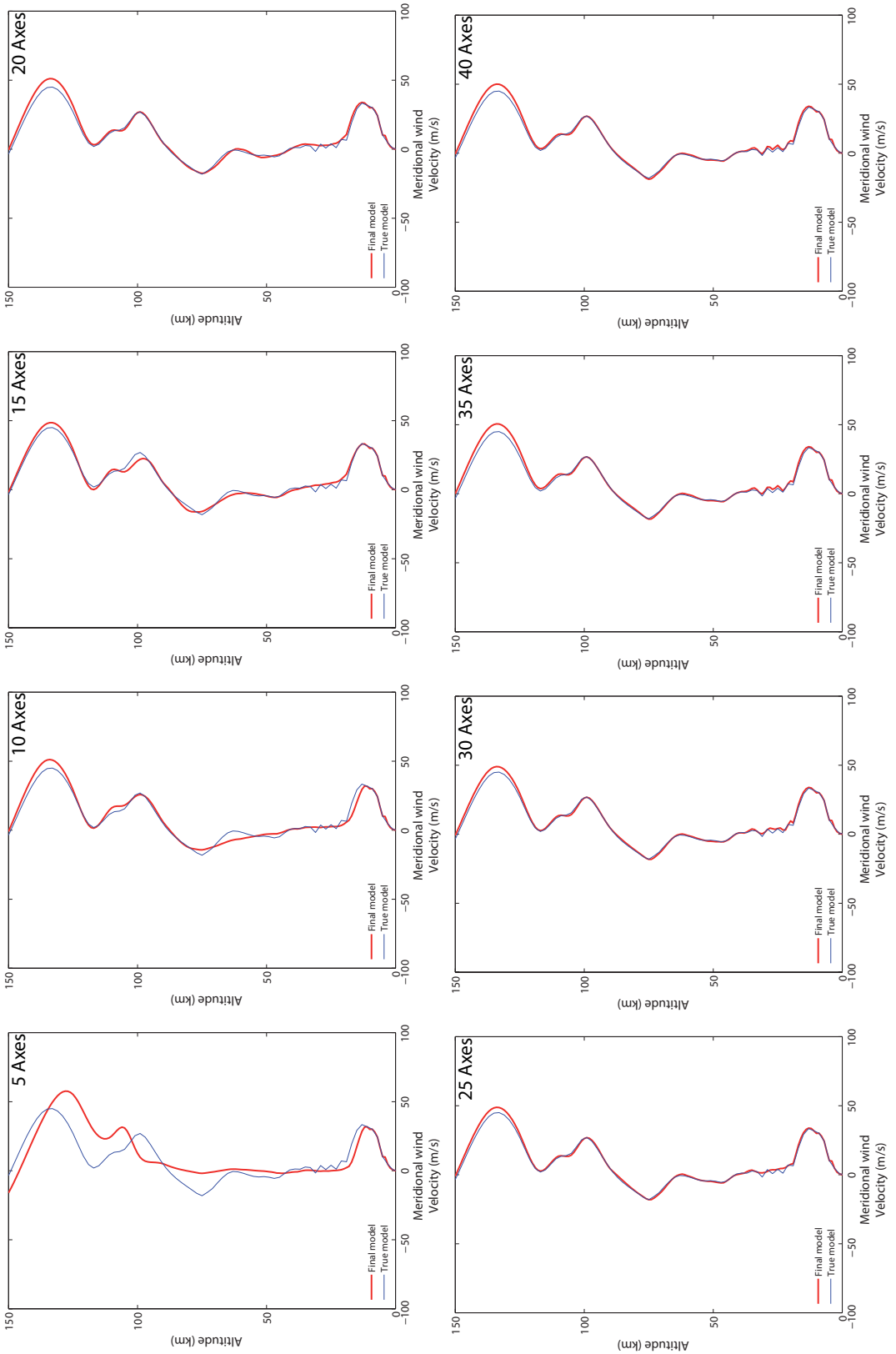


FIGURE 4.28 – Profils de vents meridiens obtenus pour chacune des 8 inversions réalisées.

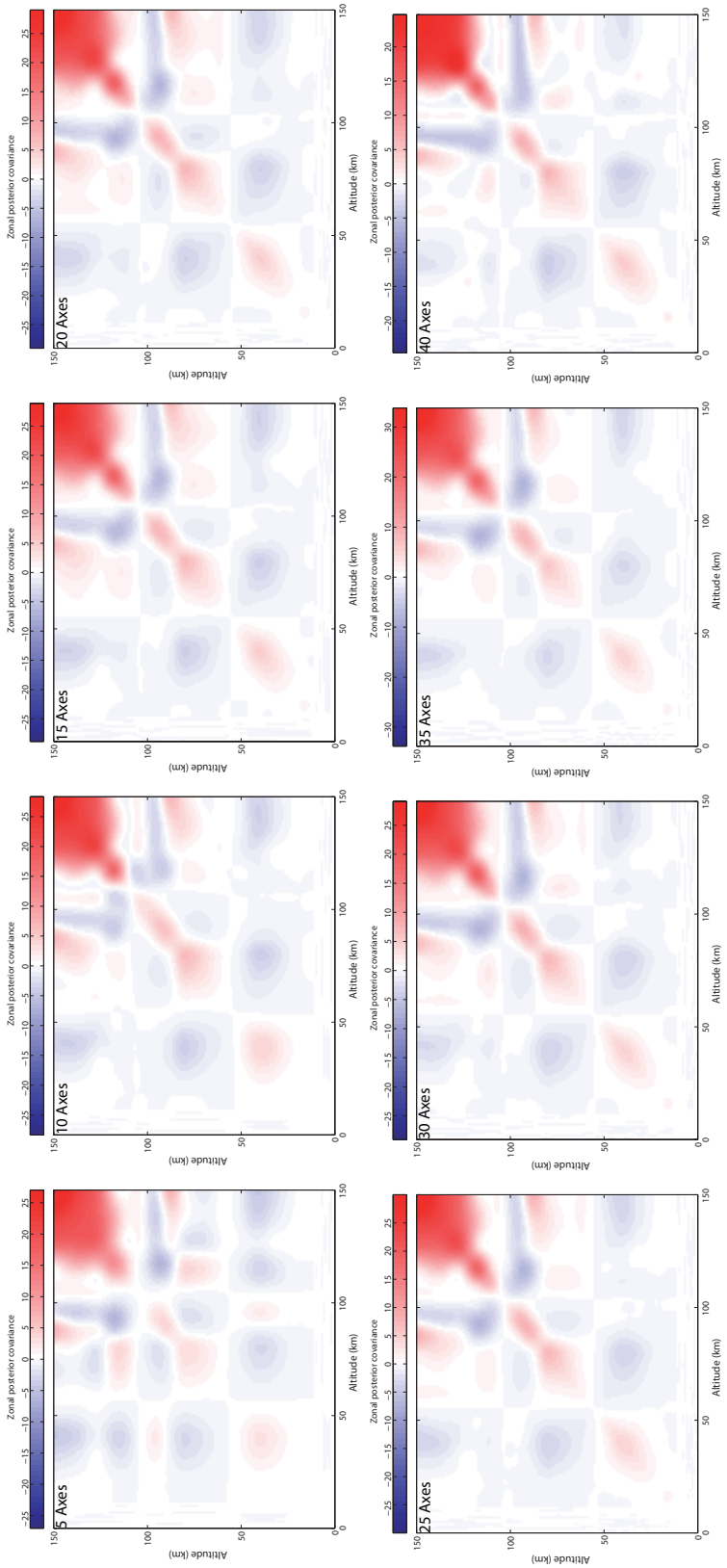


FIGURE 4.29 – Matrice de covariance a posteriori correspondant aux vents zonaux pour chacune des 8 inversions réalisées.

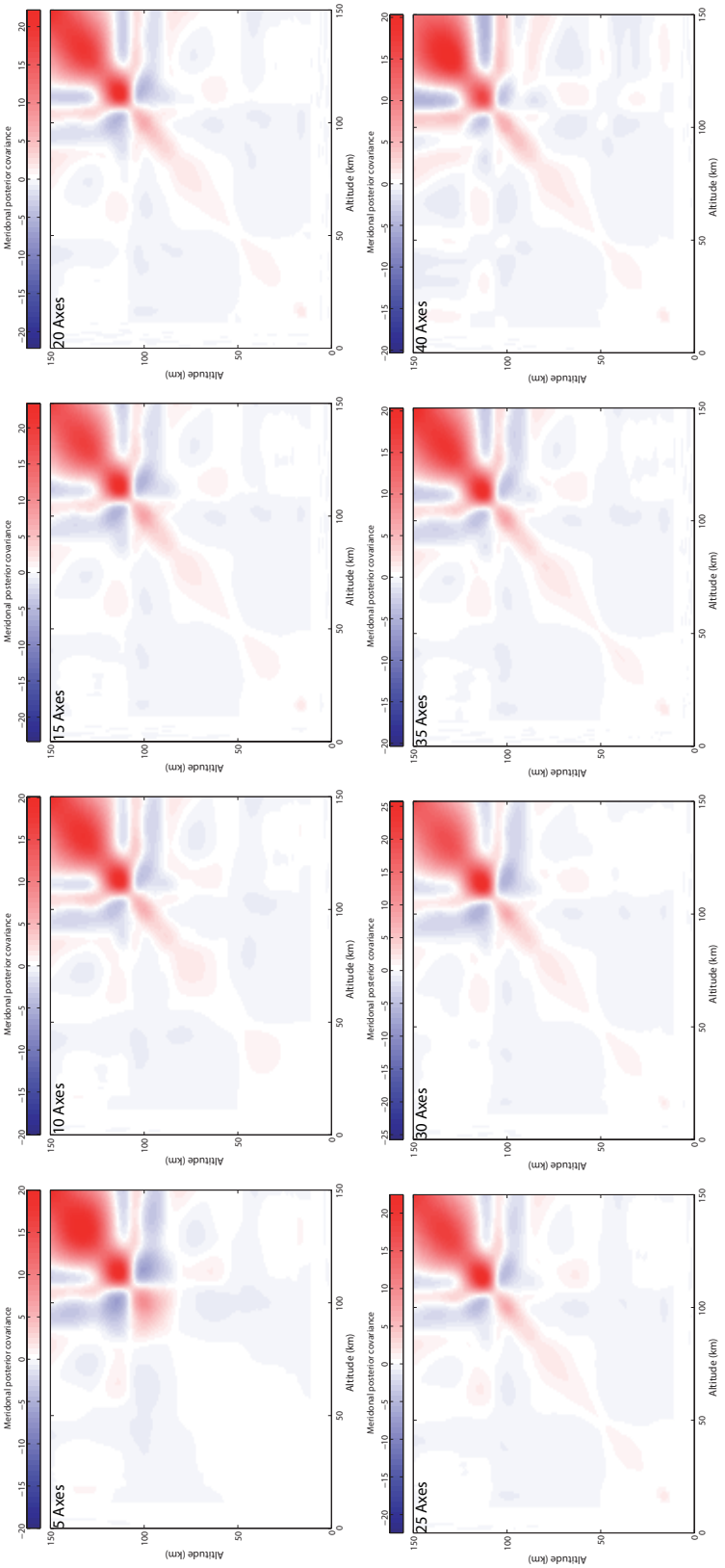


FIGURE 4.30 – Idem Figure 4.29 pour les vents méridiens.

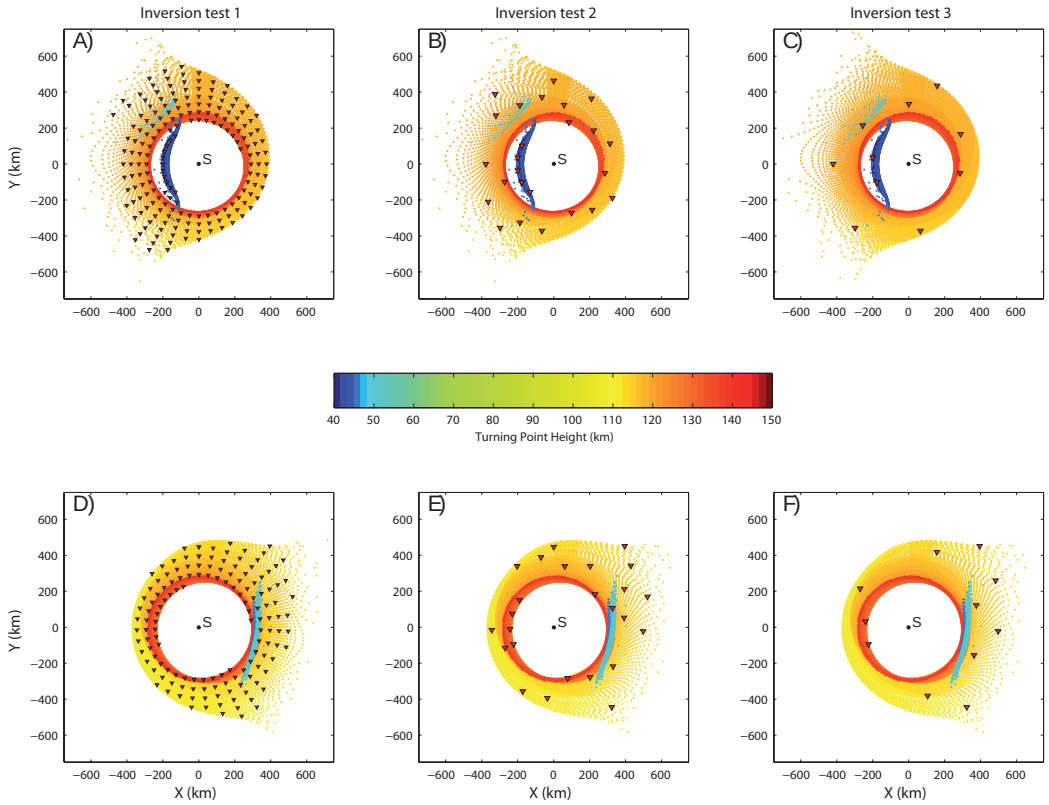


FIGURE 4.31 – *Haut* : L'empreinte au sol correspond au profil HWM07 du 1^{er} Janvier, à 12 heures TU. Les triangles indiquent les positions des 164 antennes (A), 25 antennes (B) et 10 antennes (C) utilisées pour chaque inversions. *Bas* : idem pour le profil HWM07 du 28 Octobre, à 12 heures TU. Les triangles indiquent les positions des 145 antennes (D), 25 antennes (E) and 10 antennes (F). La couleur code l'altitude de réfraction des rayons et la source est située en $(x, y, z) = (0, 0, 0)$.

4.6.4.1 Configurations des réseaux et modèles atmosphériques

Le réseau de mesure initial est destiné à enregistrer une source explosive située au point origine d'une grille cartésienne. Ce réseau est formé par des lignes d'antennes dont les azimuts sont échelonnés par pas de 10°, chaque ligne étant composée de 10 antennes situées entre 180 et 600 km de la source constituant un total de 360 antennes de mesures. On obtient un réseau homogène permettant d'échantillonner avec une haute résolution le champ d'onde généré par une source explosive (voir figures 4.31 et 4.32).

Les profils de vents sont extraits des modèles HWM07 et NRL-G2S aux moyennes latitudes dans l'hémisphère sud le 1^{er} Janvier, à 12 heures TU et le 28 Octobre, à 12 heures TU. Le premier cas correspond à une période d'été austral caractérisée par la présence d'un jet stratosphérique atteignant ∼60 m/s pour le modèle empirique

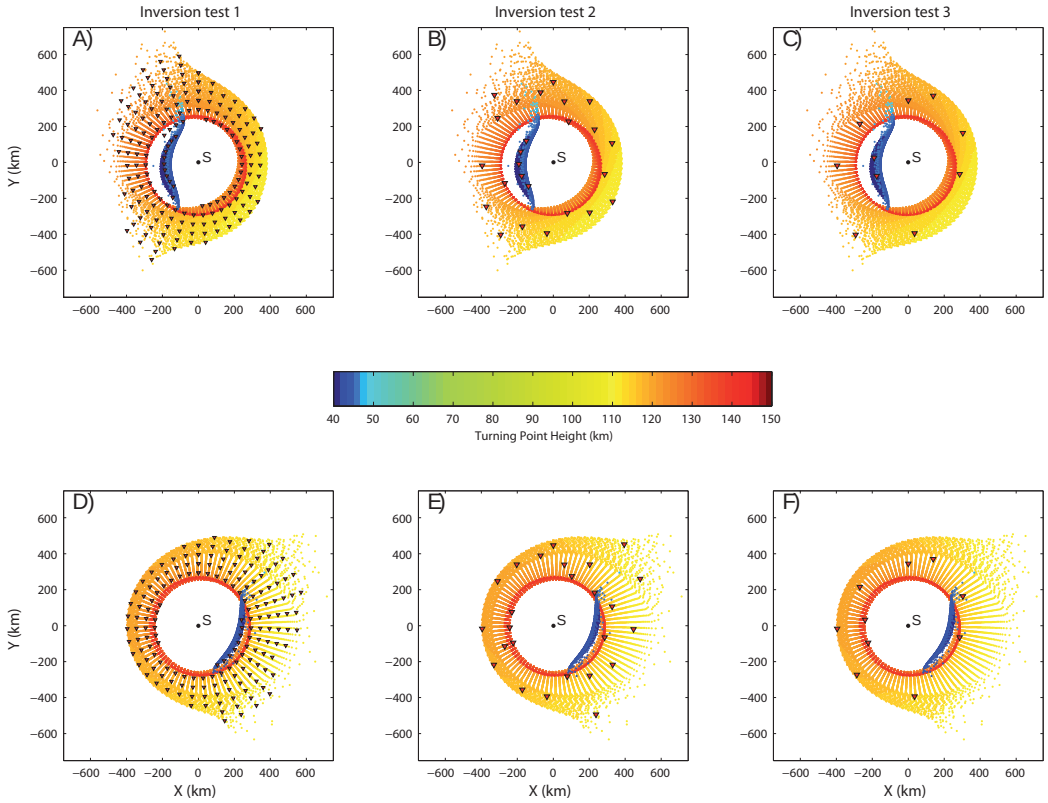


FIGURE 4.32 – *Haut* : L'empreinte au sol correspond au profil NRL-G2S du 1^{er} Janvier, à 12 heures TU. Les triangles indiquent les positions des 180 antennes (A), 25 antennes (B) et 10 antennes (C) utilisées pour chaque inversions. *Bas* : idem pour le profil NRL-G2S du 28 Octobre, à 12 heures TU. Les triangles indiquent les positions des 173 antennes (D), 25 antennes (E) and 10 antennes (F). La couleur code l'altitude de réfraction des rayons et la source est située en $(x, y, z) = (0, 0, 0)$.

TABLE 4.1 – Données synthétiques issues du modèle HWM07.

	été			équinoxe		
	I-1	I-2	I-3	I-1	I-2	I-3
Nb. antennes	164	25	10	145	25	10
Is	28	6	3	7	1	1
It	169	20	8	145	25	11

HWM07 et ∼90 m/s pour le modèle NRL-G2S. Le second modèle correspond à la transition saisonnière (que l'on appellera aussi condition d'équinoxe) entre l'hiver et l'été austral lors de laquelle le jet stratosphérique est beaucoup moins marqué et dirigé d'ouest en est. Pour ces deux configurations atmosphériques nous réalisons trois inversions :

- (I-1) utilise l'intégralité des détections du réseau d'observation ;
- (I-2) pour laquelle on a selectionné 25 antennes aléatoirement ;
- (I-3) pour laquelle on a selectionné 10 antennes aléatoirement.

Les figures 4.31 et 4.32 indiquent les positions des antennes pour chaque configuration d'antennes ainsi que les empreintes au sol des champs d'ondes acoustiques correspondant aux différentes conditions atmosphériques choisies. Le nombre d'antennes utilisé pour chaque inversion ainsi que les phases observées sont résumés par le tableau 4.1 pour le modèle HWM07 et le tableau 4.2 pour NRL-G2S.

TABLE 4.2 – Données synthétiques issues du modèle NRL-G2S.

	été			équinoxe		
	I-1	I-2	I-3	I-1	I-2	I-3
Nb. antennes	180	25	10	173	25	10
Is	19	5	5	12	0	0
It	165	20	5	165	25	10

4.6.4.2 Initialisation de l'inversion

Pour chaque inversion, le modèle *a priori* $\mathbf{m}_p$ est défini par une moyenne temporelle sur la période saisonnière du modèle recherché. Dans tous les cas, le modèle *a priori* ainsi défini n'est pas cinématiquement compatible avec les observations synthétiques. Par ailleurs, les premiers kilomètres de l'atmosphère, entre 0 et ∼20-25 kilomètres d'altitude, sont considérés connus. Cet *a priori* se justifie car cette tranche de l'atmosphère est la mieux résolue par les modèles actuels. Par ailleurs, d'un point de vue numérique, cela permet de stabiliser l'inversion par rapport à la très forte sensibilité du problème direct aux conditions atmosphériques au voisinage de la source. Le nombre de fonctions orthogonales utilisées pour chaque inversion

TABLE 4.3 – Nombres de fonctions orthogonales utilisées pour la reconstruction des profils de vents zonaux et méridiens.

	été			équinoxe		
	I-1	I-2	I-3	I-1	I-2	I-3
HWM07	17	17	17	20	20	20
NRL-G2S	19	19	19	21	21	21

est indiqué dans le tableau 4.3.

On choisit le modèle initial tel que $\mathbf{m}_0 = \mathbf{m}_p$. Celui-ci n'étant pas cinématiquement compatible, seules les phases correctement modélisées sont utilisées au cours des premières itérations du processus d'inversion. Après un certain nombre d'itérations, nous parvenons pour l'ensemble des cas d'études à obtenir un modèle cinématiquement compatible avec l'ensemble des observations.

4.6.4.3 Amélioration de la convergence par une approche heuristique

Le modèle optimal $\mathbf{m}_{\mathrm{ML}}$ résultant de la minimisation de la fonction coût (4.7) est issu de l'information *a priori* et de l'information contenue dans les observations. En pratique, les amplitudesx du terme d'écart au modèle *a priori* $\Delta\mathbf{m}'\mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1}\Delta\mathbf{m}$ et d'écart aux observations $\Delta\mathbf{d}'\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}\Delta\mathbf{d}$ doivent être du même ordre de grandeur pour qu'il y ait un compromis entre les informations apportées par ces deux termes. Lorsque ce n'est pas le cas, il est utile d'introduire un paramètre de pondération α contrôlant les poids respectifs des deux termes de la fonction coût :

$$\mathcal{C}(\mathbf{m}) = \Delta\mathbf{d}^t\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}\Delta\mathbf{d} + \alpha\Delta\mathbf{m}^t\mathbf{C}_{\mathrm{m}}^{-1}\Delta\mathbf{m}\cdot \tag{4.71}$$

Le modèle initial utilisé pour chacune des inversions étant éloigné du modèle recherché, il est caractérisé par de larges résidus initiaux. Le poids des observations est alors dominant dans la fonction coût et les perturbations successives des paramètres du modèle peuvent être importantes. Ce type de configuration est susceptible de faire diverger le processus d'inversion. En augmentant le poids du modèle *a priori*, on stabilise la convergence du problème inverse en limitant l'amplitude des perturbations. Cependant, dans tous les cas, l'inversion est stabilisée pour des valeurs importantes du paramètre α. Le terme d'écart au modèle *a priori* devient alors dominant dans la fonction coût au cours du processus d'inversion. L'information contenue dans les observations n'est alors plus intégrée dans l'estimation des paramètres du modèle. Ce cas de figure traduit le fait que l'hypothèse de distributions gaussiennes des incertitudes n'est pas adaptée [Tarantola 2005].

Afin de quantifier dans quelles mesures les observations infrasons permettent d'estimer la structure atmosphérique tout en conservant l'hypothèse des distributions gaussiennes, nous proposons de moduler le paramètre de pondération α au

cours du processus itératif. L'objectif de cette modulation est d'accorder plus de poids au modèle *a priori* lors des premières itérations afin d'éviter les perturbations trop importantes du modèle générées par de larges résidus, puis de diminuer le poids du modèle *a priori* avec la décroissance des résidus. Ainsi, l'information contenue dans les observations devient dominante dans l'estimation des paramètres du modèle. Pour cela, on décroît logarithmiquement l'amplitude du paramètre α au cours du processus d'inversion. Les valeurs initiales et finales du paramètres α sont choisies de manière empirique pour chaque inversion afin d'obtenir une convergence stable.

4.6.4.4 Résultats des inversions avec le modèle HWM07-MSIS

Les observations synthétiques issues du modèle HWM07-MSIS au 1^{er} Janvier, à 12 heures TU (voir figure 4.33 A) consistent en un total de 169 arrivées thermosphériques et 28 arrivées stratosphériques (voir tableau 4.1). Cet état atmosphérique est caractérisé par la présence d'un fort jet stratosphérique responsable de la réfraction stratosphérique d'une partie de l'énergie acoustique.

La date à laquelle le profil atmosphérique est extrait correspond statistiquement à la période où l'amplitude du jet est maximale. Le modèle initial représentant la moyenne saisonnière de l'amplitude du jet stratosphérique, l'amplitude initiale du jet est donc logiquement sous-estimée et ne permet pas de générer l'ensemble des phases stratosphériques observées. Le résultat final de l'inversion réalisée avec l'ensemble des antennes pour lesquelles on dispose d'observations permet d'obtenir un modèle de vents en parfait accord avec le modèle réel, et cela aussi bien pour les champs de vents zonaux et méridiens (voir figure 4.33 B).

En réduisant le nombre d'antennes utilisées, la structure verticale est toujours similaire au profil réel alors que l'estimation de l'amplitude des vents est de moins bonne qualité (voir figure 4.33 C et D). Cependant, les résultats restent satisfaisants car l'erreur moyenne d'estimation n'excède pas $\sim$3.28 m/s (voir tableau 4.4), et cela pour les vents zonaux et méridiens. De manière surprenante, l'erreur moyenne d'estimation du profil décroît de 0,68 à 0,57 m/s entre l'inversion (I-1) et l'inversion (I-2) alors que la quantité d'observations diminue. On peut néanmoins expliquer cela par une meilleur adéquation du profil de vent méridien estimé avec le profil réel au-dessus de 120 km, altitudes uniquement contraintes par la décomposition orthogonales du modèle (c'est-à-dire par l'information *a priori*) et non par les données.

Les observations synthétiques issues du modèle HWM07-MSIS au 28 Octobre, à 12 heures TU (voir figure 4.33 E) sont caractérisées par des réfractions stratosphériques moins marquées et dans la direction opposée à celle du modèle précédent. Lors de ces périodes de transitions saisonnières, il est en général nécessaire d'augmenter le nombre de fonctions orthogonales afin de représenter correctement les profils atmosphériques. En effet, la contribution de la première fonction orthogonale représen-

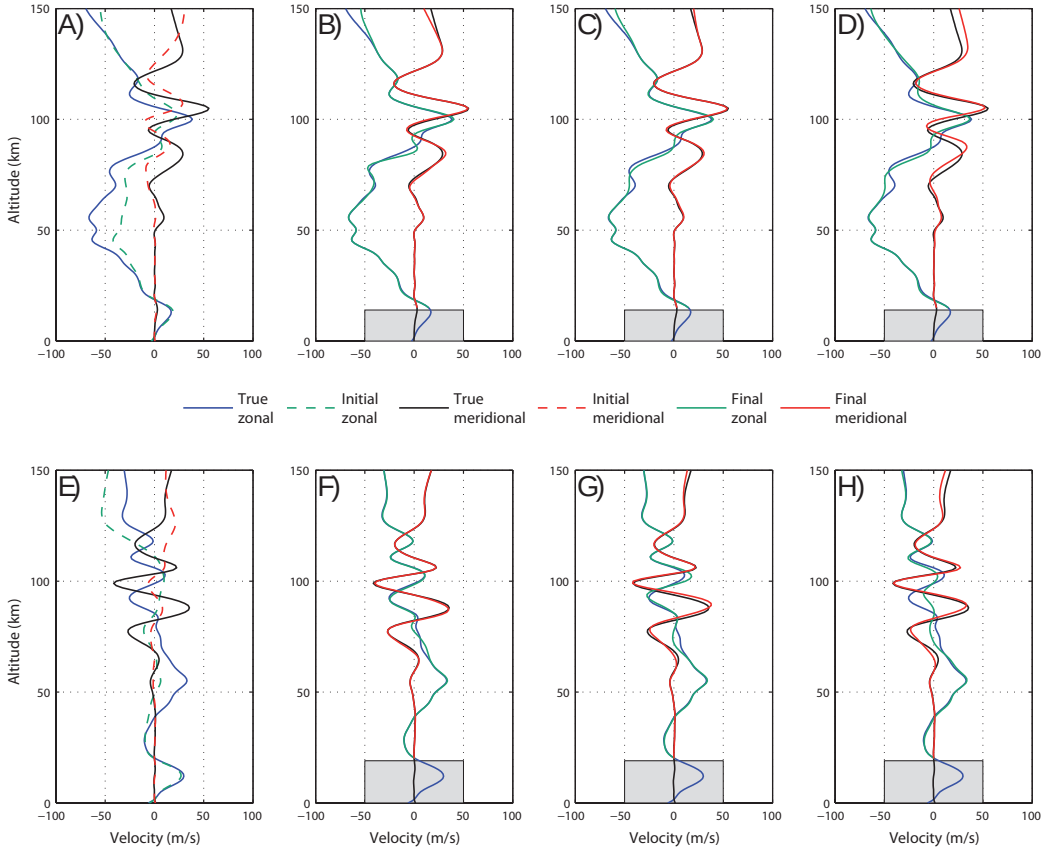


FIGURE 4.33 – Résultats de l'inversion des observations synthétiques issues du modèle HWM07. (A) Profils de vents réels au 1^{er} Janvier, à 12 heures TU (*traits pleins*) et profils de vents initiaux (*traits pointillés*). Comparaison des profils réels et des profils estimés avec 164 antennes (B), 25 antennes (C) and 10 antennes (D). (E) Profils de vents réels au 12 Octobre, à 12 heures TU (*traits pleins*) et profils initiaux (*traits pointillés*). Comparaison des profils réels et des profils estimés avec 145 antennes (F), 25 antennes (G) and 10 antennes (H). Les rectangles grisés correspondent à la section du profil atmosphérique considérée connue.

tant la variabilité stratosphérique est plus faible, ce qui donne plus d'importance aux fonctions orthogonales d'ordres plus élevés.

L'inversion des observations synthétiques dans les trois configurations de mesures (voir figure 4.33 A, B et C) permet de retrouver des profils en parfait accord avec les profils réels, et ce malgré l'augmentation du nombre d'inconnues du problème (voir tableau 4.4). La dégradation des profils estimés reste limitée lorsque le nombre d'antennes utilisées diminue.

TABLE 4.4 – Erreur moyenne (en m/s) des profils de vents issus de chacune des inversions réalisées.

		été			équinoxe		
		I-1	I-2	I-3	I-1	I-2	I-3
HWM07	Zonal	1.32	1.51	3.00	1.00	1.47	2.97
	Meridien	0.68	0.57	3.28	0.62	1.86	2.01
NRL-G2S	Zonal	1.08	1.45	2.63	2.29	1.78	2.52
	Meridien	0.73	0.76	1.88	0.75	1.07	1.40

4.6.4.5 Résultats d'inversion avec le modèle NRL-G2S

D'une manière générale, l'inversion des observations générées à partir du modèle NRL-G2S mène à des résultats similaires à l'inversion des observations de la section précédente. Les résultats d'inversions sont d'autant plus remarquables que les profils de vents extraits du modèle semi-empiriques NRL-G2S possèdent des structures verticales plus complexes.

La structure verticale détaillée du modèle NRL-G2S est décrite en augmentant le nombre de fonctions orthogonales pour la résolution du problème inverse (voir tableau 4.3). De la même manière que le modèle HWM07, la résolution du modèle NRL-G2S nécessite une quantité de fonctions orthogonales supérieure lors de la période de transition saisonnière (voir tableau 4.3). La figure 4.34 représente les résultats des 3 inversions réalisées pour les deux conditions de vents zonaux et méridiens considérées. L'accord entre les structures et les amplitudes des vents estimés par inversion et les profils recherchés est satisfaisant dans chacun des cas. En général, l'erreur moyenne des profils inversés (voir tableau 4.4) augmente lorsque le nombre d'antennes considérées diminue. La seule exception se produit pour le profil extrait au 28 Octobre où l'erreur moyenne la plus significative (2,29 m/s) est obtenue lors de l'inversion (I-1) utilisant le nombre maximal d'antenne.

Cette erreur s'explique principalement par la différence entre le profil de vent zonal estimé et le profil réel entre 75 et 100 km d'altitude. La modification des paramètres de l'inversion menant invariablement au même profil, on attribue cette

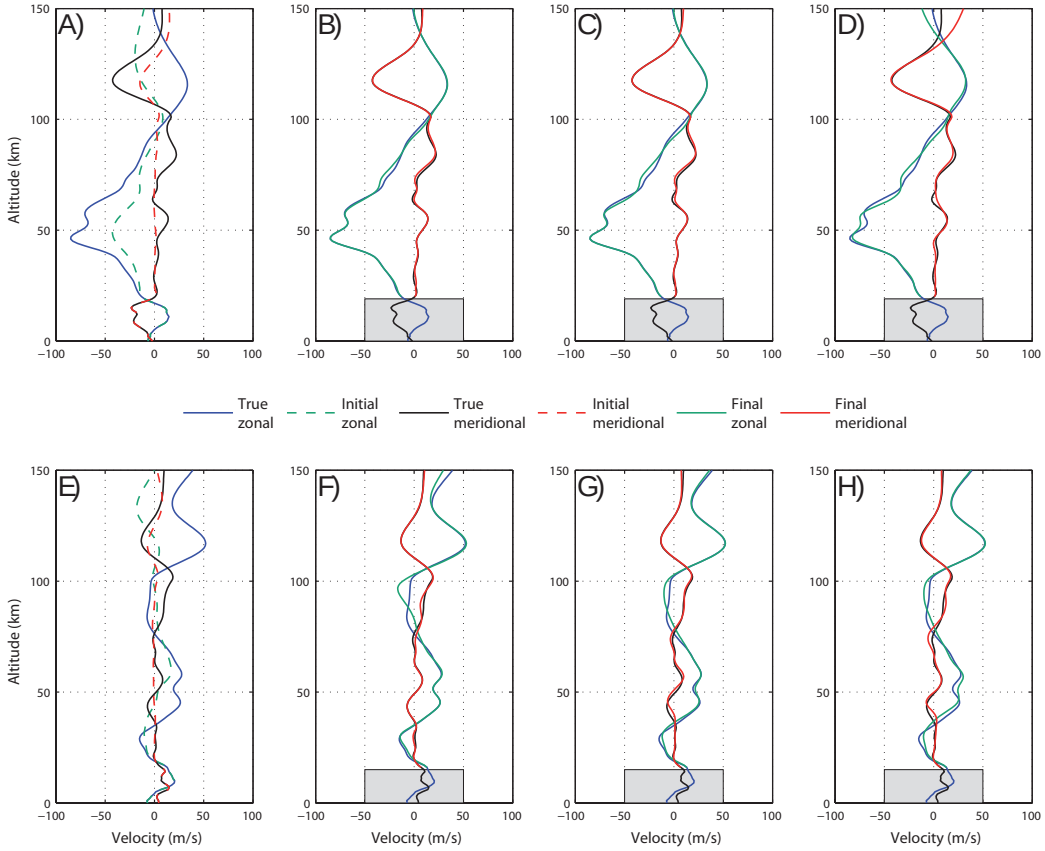


FIGURE 4.34 – Résultats de l'inversion des observations synthétiques issues du modèle NRL-G2S. (A) Profils de vents réels au 1^{er} Janvier, à 12 heures TU (*traits pleins*) et profils de vents initiaux (*traits pointillés*). Comparaison des profils réels et des profils estimés avec 180 antennes (B), 25 antennes (C) and 10 antennes (D). (E) Profils de vents réels au 12 Octobre, à 12 heures TU (*traits pleins*) et profils initiaux (*traits pointillés*). Comparaison des profils réels et des profils estimés avec 173 antennes (F), 25 antennes (g) and 10 antennes (H). Les rectangles grisés correspondent à la section du profil atmosphérique considérée connue.

erreur à la présence d'un minimum local dans la fonction coût. Dans ce type de configuration, l'utilisation de méthode de type Monte-Carlo pourrait fournir une indication sur la variabilité des modèles acceptables dans cette région pour localiser la présence d'éventuels minima locaux.

4.7 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous proposons une discussion portant sur les bases des problèmes inverses. Cela nous permet de mettre en évidence les enjeux liés à la résolution de ce type de problème dans le contexte de la géophysique et de présenter les méthodes de résolution que nous avons utilisées dans cette thèse. Afin de régulariser la solution du problème inverse nous utilisons le formalisme probabiliste introduit par [Tarantola 2005] qui présente l'avantage de combiner objectivement les différents états d'information (information *a priori*, observations, théorie, ...). En suivant les travaux de [Drob 2010], nous abordons le sondage atmosphérique comme un problème d'optimisation locale.

La formulation de notre problème inverse tire parti du théorème du renversement temporel, valide dans les milieux stationnaires. Nous utilisons donc les vitesses de passages et azimuts des fronts d'ondes observés comme valeurs initiales du problème direct et nous rétropropageons ces observations dans le milieu pour estimer des temps de trajet et des localisations de source. La fonction coût à minimiser traduit ainsi les écarts des temps de trajet et des positions de source observés et simulés au sens de la norme L_2. Cette formulation présente l'avantage d'éviter le problème d'identification lorsque plusieurs phases sont observées sur un même capteur, mais semble être très dépendante de la précision des mesures de vitesse de passage, comme l'indique les inversions présentées dans l'annexe C. Les résultats d'inversion présentés dans ce chapitre montrent, par ailleurs, l'importance de l'information *a priori* pour converger vers une solution optimale. C'est une caractéristique commune à la majorité des problèmes inverses rencontrés en géophysique, qui tient ici à la structure particulière des profils de sensibilité de la méthode du tracé de rayons. En effet, la propagation de l'énergie acoustique est particulièrement sensible aux caractéristiques cinématiques au niveau des bords des guides d'ondes atmosphériques.

En raison de la concentration de la sensibilité du problème direct sur les bords des guides d'ondes, une régularisation supplémentaire du problème inverse semble indispensable. Nous étudions, pour cela, l'intérêt des méthodes de projection sur des bases de fonctions orthogonales afin de réduire la quantité d'inconnues du modèle et de le contraindre statistiquement. La paramétrisation du modèle de vent par les composantes principales de l'ACP probabiliste s'inscrit parfaitement dans notre formulation du problème inverse et fournit des résultats justifiant notre approche. Les paramètres du modèle sont alors ajustés statistiquement par rapport aux zones où la sensibilité aux observations est forte.

Chapitre 5

Conclusion générale

Les travaux menés au cours de cette thèse ont été initiés par les récentes études conduites dans le cadre du Traité d'Interdiction Complète des Essais nucléaire (TICE). Sous l'impulsion de ce traité, les études couplées sur la propagation des ondes infrasonores et la dynamique de l'atmosphère se sont multipliées au cours des dernières années [Le Pichon 2010]. Si l'analyse des signaux infrasonores nécessite de comprendre les mécanismes de la dynamique atmosphérique, en retour, la question de l'utilisation de ces enregistrements comme une source d'information sur l'atmosphère s'est naturellement posée. Dans ce contexte, la problématique de cette thèse consistait à déterminer l'apport de la surveillance acoustique pour la caractérisation des propriétés physiques (vents, température, ...) dans la moyenne atmosphère (entre 10 et 90 km d'altitude) et jusque dans la basse thermosphère (<130 km).

Afin de répondre au problème posé, il semblait pertinent de commencer par une description de l'objet d'étude, l'atmosphère, en exposant les principaux mécanismes à l'origine de la structure et de la circulation atmosphérique (absorption du rayonnement solaire, émissions infrarouges terrestres, perturbations atmosphériques, ...). Observer l'atmosphère est essentiel pour comprendre son fonctionnement et constitue un défi de taille en raison de sa grande dimension et de l'étendue des échelles de variabilités spatio-temporelles qu'elle contient. Les moyens conventionnels de mesures (voir section 2.2 du chapitre 2) étant limités en termes de résolution, précision et continuité des mesures, ceux-ci ne permettent pas d'observer correctemment l'ensemble des phénomènes atmosphériques. D'autre part, les observations sont indispensables au développement des modèles atmosphériques. Ceux-ci ont d'ailleurs largement bénéficié de l'augmentation de la quantité d'observations grâce à l'essor de la météorologie satellitaire ainsi que de l'augmentation des capacités informatiques. Malgré ces progrès, certaines zones de l'atmosphère souffrent toujours d'un manque chronique d'observations et des incertitudes systématiques des moyens de mesures, notamment au-delà de 50 km d'altitude. Afin de palier ce manque d'observations et de limiter l'effet des erreurs de mesures, l'enjeu consiste à multiplier les sources d'informations rendant compte de l'état de l'atmosphère.

Dans ce contexte, nous étudions l'intérêt des ondes infrasonores, enregistrées en continu à la surface du globe par le réseau de microbaromètres du Système de Surveillance International (SSI), pour caractériser l'atmosphère. Nous éclaircissons ce potentiel en analysant l'intéraction des infrasons avec le milieu atmosphérique afin de mettre en évidence les propriétés physiques du milieu influençant la prop-

agation de ces ondes. L'analyse d'enregistrements microbarométriques indique'que les caractéristiques des ondes infrasonores sont soumises aux différentes échelles de variabilité temporelle (variations diurnes, saisonières, ...) et spatiale (ondes de gravité, ondes planétaires, ...) de l'atmosphère. Un des intérêts des ondes infrasonores réside dans le fait qu'elles sont continuellement émises par certaines sources, notamment la houle océanique, mais aussi par certains volcans (ex. : région du Vanuatu). Elles contiennent, en ce sens, une information unique sur l'état de l'atmosphère car elles sont sensibles à un très large spectre de variabilités spatio-temporelles et, par ailleurs, elles possèdent une très haute résolution temporelle. Cependant, la couverture globale du réseau de microbaromètres du SSI est destinée à la localisation et la caractérisation des explosions atmosphériques. Ce réseau est marqué par un espacement inter-station d'environ 2000 km, qui n'est pas adapté aux applications de type tomographique.

De nombreuses études ont d'ores et déjà souligné l'intérêt des ondes infrasonores pour sonder et/ou évaluer les modèles atmosphériques actuels [Le Pichon 2005b, Le Pichon 2005a, Antier 2007, Assink 2012]. Cependant, l'utilisation de ces observations au sein d'un algorithme d'inversion rigoureux pour estimer les paramètres atmosphériques de façon objective n'est que très récente [Drob 2010]. L'évaluation exact du potentiel des observations infrasonores passe nécessairement par l'analyse de ce problème inverse et le développement d'algorithmes d'inversions pouvant être utilisés systématiquement. Nous proposons une formulation du sondage atmosphérique se limitant, dans un premier temps, à la détermination de la structure des vents dans la moyenne et haute atmosphère. Nous choisissons les observations les plus pertinentes pour l'étude des propriétés cinématiques du milieu : le temps de trajet, la vitesse de passage ainsi que la déviation d'azimut du front d'onde infrasonore. Cet algorithme est basé sur un code de tracé de rayons simulant de manière satisfaisante l'ensemble de ces observations avec des temps de calcul raisonnables. Dans le chapitre 3, nous développons la méthode du tracé de rayon en 3D dans le formalisme Hamiltonien [Virieux 2004, Dessa 2005], qui est particulièrement adapté au développement des formes perturbatives des équations des rayons [Farra 1989]. Ces formes perturbatives permettent de calculer explicitement et avec précision la sensibilité au premier ordre du problème direct. L'analyse de la structure des profils de sensibilité indique que les observations infrasonores sont essentiellement sensibles aux paramètres du modèle atmosphérique au niveau des altitudes de réfraction des rayons acoustiques. Par ailleurs, nous mettons en évidence la présence de discontinuités dans la structure de ces profils liées aux guides d'ondes thermosphérique et stratosphérique, dont les propriétés cinématiques sont bien distinctes.

Le problème inverse est basé sur une fonction coût, mesurant les écarts entre données observées et simulées, issue du formalisme probabiliste. L'intérêt de ce formalisme est de régulariser objectivement la solution du problème inverse [Tarantola 2005]. Cette solution s'exprime sous la forme d'une densité de probabilité conjuguant l'information *a priori* et l'information contenue dans les observations.

Les méthodes d'optimisation globale, qui reconstruisent la densité de probabilité via un échantillonnage intensif de l'espace des paramètres, sont les plus adaptées à la résolution du problème. Elles peuvent cependant s'avérer coûteuses lorsque le nombre de paramètres à estimer devient important. Nous choisissons une méthode d'optimisation où le problème direct est linéarisé localement afin de résoudre itérativement un système d'équations linéaires et générer une suite de solutions convergeant vers un modèle optimal. Le problème direct linéaire est calculé à partir des formes perturbatives des équations des rayons, présentées au chapitre 3.

L'implémentation numérique de l'algorithme est validée à travers l'inversion d'observations synthétiques générées, dans un premier temps, à partir d'atmosphères idéalisées. Nous quantifions ainsi le potentiel des observations infrasonores en analysant, non seulement, les résulats des inversions, mais aussi, la distribution *a posteriori* des paramètres, qui, dans le cas d'une optimisation locale, est la densité de probabilité gaussienne tangente à la densité de probabilité *a posteriori* au modèle optimal. D'autre part, nous calculons aussi la matrice de résolution qui donne un aperçu des paramètres réellement résolus par les observations. Cette analyse indique que les observations infrasonores sont essentiellemment sensibles aux paramètres du modèle au voisinage des altitudes de réfraction de l'énergie acoustique, c'est-à-dire au niveau de la stratopause et dans la basse thermosphère entre 100 et 130 km d'altitude, ce qui découle de la structure des profils de sensibilité du problème direct. En considérant la structure de ces profils, nous montrons qu'il est nécessaire de disposer d'une information *a priori* de bonne qualité pour estimer correctement l'ensemble des paramètres du modèle. Par ailleurs, sur ces exemples idéalisés, nous montrons que la structure du modèle de vitesse du son est à l'origine d'une ambiguité sur l'estimation de la structure d'un jet stratosphérique. Au niveau de la stratopause, la présence d'un maximum de vitesse du son entraîne une courbure naturelle des rayons. Cette courbure se traduit par une sensibilité accrue des rayons aux variations du modèle de vent et génére une ambiguité sur la structure du modèle de vent (notamment l'altitude des jets stratsphériques), que l'on peut lever en utilisant une information *a priori* adéquate.

Ces résultats mettent en évidence la nécessité d'une paramétrisation spécifique pour les études plus réalistes, qu'ils s'agissent d'observations synthétiques ou d'observations réelles. L'intérêt d'une telle paramétrisation étant de réduire le nombre de degrés de liberté des paramètres et de définir une information *a priori* permettant d'estimer le plus objectivement possible les paramètres. Nous proposons pour cela de décomposer les modes de variabilité atmosphérique en fonction orthogonale via l'Analyse en Composante Principale. Nous appliquons cette technique sur des séries temporelles de profils de vents afin de contraindre statistiquement les paramètres du modèle. La contrainte statistique introduite par l'analyse en composante principale permet notamment de propager l'information contenue dans les observations vers les paramètres non résolus par celles-ci. L'application de cette méthode sur des atmosphères réalistes fournit des résultats encourageants même en réduisant le nombre

de stations enregistrant une explosion. D'autres part, nous montrons que le modèle initialisant la procédure d'inversion devrait normalement être capable d'expliquer l'ensemble des phases observées. Des inversions supplémentaires d'observations synthétiques, auxquelles nous ajoutons un bruit gaussien (voir annexe C), indiquent que notre algorithme est assez sensible aux incertitudes de mesures, particulièrement sur la vitesse de passage. Actuellement, les incertitudes sont, au mieux, d'environ 10 m/s sur la vitesse de passage et de quelques degrés sur l'azimut pour les stations infrasons du SSI. Il semble nécessaire d'améliorer la précision des mesures dans le futur. Le choix d'une autre statistique d'erreur sur les mesures (par exemple l'utilisation d'une fonction coût en norme L_1) peut aussi être de nature à améliorer la robustesse par rapport au niveau de bruit.

Ces travaux sur l'inversion des observations infrasonores pour caractériser des propriétés atmosphériques permettent, par ailleurs, de définir des axes de développements prioritaires pour l'avenir. Les développements les plus évidents consistent, en premier lieu, à évaluer l'impact des différentes hypothèses réalisées sur la propagation acoustique pour la mise en oeuvre du problème inverse. Parmi les aspects essentiels, l'étude des incertitudes sur les différents paramètres doit permettre de définir des statistiques d'erreurs plus représentatives de la réalité. Il se pose, pour cela, le problème de quantifier les incertitudes des modèles atmosphériques actuelles, ce qui fait l'objet de recherches actives par la communauté des sciences de l'atmosphère. À l'avenir, la modèlisation de la propagation acoustique devra prendre en compte un niveau de détail physique plus élevé. Dans le chapitre 3, nous avons exposé les limites des codes de tracé de rayons au niveau de la zone d'ombre, des caustiques et de la zone de transition de phases. Certaines techniques spécifiques destinées à étendre la validité de la méthode du tracé de rayons dans ces zones pourront être ajoutées au problème direct. La paramétrisation du modèle atmosphérique est aussi un élément essentiel du problème inverse. Le choix de la paramétrisation doit donc permettre d'éviter l'apparition de biais dans la solution obtenue. L'origine de tels biais peut se trouver soit dans le modèle de propagation utilisé soit dans la paramétrisation elle-même. L'utilisation de différentes méthodes numériques pour la propagation des ondes infrasonores peut, dans ce cas, donner un regard critique sur les résultats obtenus.

Le sondage atmosphérique à partir d'observations infrasonores n'en est encore qu'à ses débuts et, dans ce contexte, l'intérêt d'un tel code est de fournir un outil d'aide à la décision pour la mise en place de réseaux d'observations spécifiquement dédiés à la caractérisation de l'atmosphère. Les améliorations algorithmiques de la méthode ne doivent donc pas occulter le fait qu'un grand nombre de simplifications ont été décidées en raison des contraintes opérationnelles des réseaux d'observations actuelles. Un des enjeux majeur pour le développement de la méthode, sera donc de collecter des jeux de données spécifiquement destinés au sondage atmosphérique. Cela passe nécessairement par l'installation de réseaux de stations microbarométriques permanents mesurant des sources explosives récurrentes. L'objectif

étant, ainsi, de permettre l'utilisation d'algorithmes d'inversion de manière plus systématique afin de faire progresser cette technique de sondage. Les travaux sur le sondage atmosphérique à partir de mesures des ondes infrasonores sont amenés à se poursuivre dans le cadre du projet européen ARISE [Blanc 2011] dont l'objectif est de combiner les observations atmosphériques réalisées par différentes communautés scientifiques (météorologie, infrason, volcanologie, ...) afin de développer une nouvelle infrastructure de mesure de l'atmosphère jusqu'aux altitudes mésosphériques. Dans le cadre de ce projet, des campagnes de mesures vont être organisées afin d'étudier l'apport de différentes méthodes d'observations (lidar, infrason, mesures de la lumière nocturne, ...) et l'intérêt d'utiliser ces observations conjointement.

Bibliographie

[Ackerman 1974] M. Ackerman, P. Simon, U. von Zahn et U. Laux. *Simultaneous Upper Air Composition Measurements by Means of UV Monochromators and Mass Spectrometers.* Journal of Geophysical Research, vol. 79, no. 31, pages 4757–4764, 1974. (Cité en pages 27 et 33.)

[Aki 2002] Keiiti Aki et Paul G. Richards. Quantitative seismology. University Science Books, 2002. (Cité en pages 74, 76 et 85.)

[Antier 2007] K. Antier, A. Le Pichon, S. Vergniolle, C. Zielinski et M. Lardy. *Multiyear validation of the NRL-G2S wind fields using infrasound from Yasur.* Journal of Geophysical Research, vol. 112, no. D23110, Décembre 2007. (Cité en pages 52, 98 et 158.)

[Arendt 2000] Steve Arendt et David C. Fritts. *Acoustic radiation by ocean surface waves.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 415, no. 1, pages 1–21, 2000. (Cité en page 49.)

[Arrowsmith 2005] Stephen J. Arrowsmith et Michael A. H. Hedlin. *Observations of infrasound from surf in southern California.* Geophysical Research Letters, vol. 32, no. 9, pages L09810+, Mai 2005. (Cité en page 55.)

[Assink 2012] J. D. Assink, R. Waxler et D. Drob. *On the sensitivity of infrasonic traveltimes in the equatorial region to the atmospheric tides.* Journal of Geophysical Research, vol. 117, no. D01110, Janvier 2012. (Cité en pages 50 et 158.)

[Baina 1998] R. Baina. *Tomographie sismique entre puits : mise en oeuvre et rôle de l'analyse a posteriori ; vers une prise en compte de la bande passante.* PhD thesis, Thèse de Doctorat de l'Universitè de Rennes 1, 1998. (Cité en page 137.)

[Balachandran 977] N. K. Balachandran, W. L. Donn et D.H. Rind. *Concorde sonic-booms as an atmospheric probe.* Science, vol. 197, no. 4298, pages 47–49, 1977. (Cité en pages 35 et 55.)

[Bass 1995] H. E. Bass. *Atmospheric absorption of sound : Further developments.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 97, no. 1, page 680, 1995. (Cité en page 41.)

[Bass 2007] Henry E. Bass, Claus H. Hetzer et Richard Raspet. *On the speed of sound in the atmosphere as a function of altitude and frequency.* Journal of Geophysical Research, vol. 112, no. D15110, Août 2007. (Cité en page 42.)

[Billette 1998] Frédéric Billette et Gilles Lambaré. *Velocity macro-model estimation from seismic reflection data by stereotomography.* Geophysical Journal International, vol. 135, no. 2, pages 671–690, 1998. (Cité en page 114.)

[Blanc-Benon 2011] P. Blanc-Benon, D. Dragna et F. Poisson. *Time-domain simulations of outdoor sound propagation in presence of a complex topography.*

Acoustical Society of America Journal, vol. 129, page 2479, 2011. (Cité en page 66.)

[Blanc 2011] E. Blanc, M. Bittner, A. Hauchecorne, L. Ceranna, A. Charlton-Perez, M. Ripepe, L. G. Evers, T. Kvaerna, J. Lastovicka, L. Eliasson, N. Crosby, P. Blanc-Benon, C. Pilger, N. Brachet, A. Le Pichon, P. Keckhut, T. Farges, L. Liszka et Arise. *Synergy between infrasound, lidar and airglow layer observation networks for atmospheric studies : the ARISE project.* In American Geophysical Union, Fall Meeting 2011, abstract #S41E-06, Décembre 2011. (Cité en page 161.)

[Blokhintzev 1946] D. Blokhintzev. *The Propagation of Sound in an Inhomogeneous and Moving Medium I.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 18, no. 2, page 322, 1946. (Cité en pages 66 et 73.)

[Blumrich 2002] Reinhard Blumrich et Dietrich Heimann. *A linearized Eulerian sound propagation model for studies of complex meteorological effects.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 112, no. 2, pages 446–455, 2002. (Cité en page 66.)

[Bogey 2004] C. Bogey et C. Bailly. *A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations.* Journal of Computational Physics, vol. 194, pages 194–214, Février 2004. (Cité en page 70.)

[Bonnans 2003] J.-F. Bonnans, J.-C. Gilbert, C. Lemaréchal et C.A. Sagastizábal. Numerical optimization : theoretical and practical aspects. Universitext (1979). Springer, 2003. (Cité en pages 59, 103, 105, 106, 107 et 108.)

[Bordoni 2006] S. Bordoni et B. Stevens. *Principal Component Analysis of the Summertime Winds over the Gulf of California : A Gulf Surge Index.* Monthly Weather Review, vol. 134, page 3395, 2006. (Cité en page 129.)

[Botteldooren 1995] D. Botteldooren. *Finite-difference time-domain simulation of low-frequency room acoustic problems.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 98, no. 6, pages 3302–3308, 1995. (Cité en page 66.)

[Bretherton 1992] C. S. Bretherton, C. Smith et J. M. Wallace. *An Intercomparison of Methods for Finding Coupled Patterns in Climate Data.* Journal of Climate, vol. 5, pages 541–560, Juin 1992. (Cité en page 129.)

[Brewer 1949] A. W Brewer. *Evidence for a world circulation provided by the measurements of helium and water vapour distribution in the stratosphere.* Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, vol. 75, no. 326, pages 351–363, Octobre 1949. (Cité en page 14.)

[Brossier 2010] Romain Brossier, Stephane Operto et Jean Virieux. *Which data residual norm for robust elastic frequency-domain full waveform inversion ?* Geophysics, vol. 75, no. 3, pages R37–R46, 2010. (Cité en page 103.)

[Brown 2002] D. J. Brown, C. N. Katz, R. Le Bras, M. P. Flanagan, J. Wang et A. K. Gault. *Infrasonic Signal Detection and Source Location at the Prototype International Data Centre.* Pure and Applied Geophysics, vol. 159, pages 1081–1125, 2002. (Cité en page 43.)

[Burrage 1997] M. D. Burrage, W. R. Skinner et P. B. Hays. *Intercalibration of HRDI and WINDII wind measurements.* Annales Geophysicae, vol. 15, no. 9, pages 1089–1098, 1997. (Cité en page 29.)

[Campus 2010] P Campus et DR Christie. *Worldwide Observations of Infrasonic Waves.* In A. Le Pichon, E. Blanc et A. Hauchecorne, editeurs, Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies, pages 185–234. Springer, 2010. (Cité en pages 3, 36 et 49.)

[Candel 1977] S. M. Candel. *Numerical solution of conservation equations arising in linear wave theory - Application to aeroacoustics.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 83, pages 465–493, Décembre 1977. (Cité en pages 67, 75 et 78.)

[Cansi 1995] Y. Cansi. *An automatic seismic event processing for detection and location : The P.M.C.C. Method.* Geophysical Research Letters, vol. 22, no. 9, pages PP. 1021–1024, 1995. (Cité en pages 45, 70 et 113.)

[Capon 1969] J. Capon. *High Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis.* In Proc. IEEE, Volume 57, p. 1408-1418, volume 57, pages 1408–1418, 1969. (Cité en page 45.)

[Ceranna 2009] L. Ceranna, A. Le Pichon, D. N. Green et P. Mialle. *The Buncefield explosion : a benchmark for infrasound analysis across Central Europe.* Geophysical Journal International, vol. 177, no. 2, pages 491–508, Mai 2009. (Cité en pages 35 et 84.)

[Chanin 1989] M. L. Chanin, A. Garnier, A. Hauchecorne et J. Porteneuve. *A Doppler lidar for measuring winds in the middle atmosphere.* Geophysical Research Letters, vol. 16, no. 11, pages PP. 1273–1276, 1989. (Cité en page 28.)

[Chapman 1985] C. H. Chapman. *Ray theory and its extensions : WKBJ and Maslov seismograms.* J. Geophys., vol. 58, pages 27–43, 1985. (Cité en pages 68 et 138.)

[Chapman 1992] C. H. Chapman et R. G. Pratt. *Traveltime tomography in anisotropic media : I. Theory.* Geophysical Journal International, vol. 109, no. 1, pages 1–19, 1992. (Cité en page 74.)

[Charlton 2005] A. J. Charlton, A. O'neill, W. A. Lahoz, A. C. Massacand et P. Berrisford. *The impact of the stratosphere on the troposphere during the southern hemisphere stratospheric sudden warming, September 2002.* Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, vol. 131, no. 609, pages 2171–2188, 2005. (Cité en page 25.)

[Chunchuzov 2004] I. P. Chunchuzov. *Influence of internal gravity waves on sound propagation in the lower atmosphere.* Meteorology and Atmospheric Physics, vol. 85, no. 1-3, Décembre 2004. (Cité en page 19.)

[Collins 1988] Michael D. Collins. *The time-domain solution of the wide-angle parabolic equation including the effects of sediment dispersion.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 84, no. 6, pages 2114–2125, 1988. (Cité en page 69.)

[Cotté 2009] B. Cotté, P. Blanc-Benon, C. Bogey et F. Poisson. *Time-Domain Impedance Boundary Conditions for Simulations of Outdoor Sound Propagation.* AIAA Journal, vol. 47, pages 2391–2403, Octobre 2009. (Cité en page 66.)

[Coulouvrat 2000] François Coulouvrat. *Focusing of weak acoustic shock waves at a caustic cusp.* Wave Motion, vol. 32, no. 3, pages 233 – 245, 2000. (Cité en page 68.)

[Coulouvrat 2008] F. Coulouvrat. *Parabolic approximation in ray coordinates for high-frequency nonlinear waves in a inhomogeneous and high speed moving fluid.* Wave Motion, vol. 45, no. 6, pages 804 – 820, 2008. (Cité en page 69.)

[Cox 1947] E. F. Cox. *Microbarometric Pressures from Large High Explosive Blasts.* Acoustical Society of America Journal, vol. 19, page 832, 1947. (Cité en page 3.)

[Cox 1949] E. F. Cox. *Abnormal Audibility Zones in Long Distance Propagation through the Atmosphere.* Acoustical Society of America Journal, vol. 21, page 6, 1949. (Cité en page 68.)

[Cramér 1999] H. Cramér. Mathematical methods of statistics. Princeton Landmarks in Mathematics and Physics. Princeton University Press, 1999. (Cité en page 47.)

[Dallois 2001] L. Dallois, Ph. Blanc-Benon et D. Juvé. *A wide-angle parabolic equation for acoustic waves in moving inhomogeneous media : applications to atmospheric sound propagation.* Journal of Computational Acoustics, vol. 9, pages 477–494, Octobre 2001. (Cité en page 69.)

[Dantzig 1997] George B. Dantzig et Mukund N. Thapa. Linear programming 1. introduction. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Springer New York, 1997. (Cité en page 103.)

[Dantzig 2003] George Dantzig et Mukund Thapa. Linear programming 2. theory and extensions. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Springer New York, 2003. (Cité en page 103.)

[De Boor 2001] C. De Boor. A practical guide to splines. Springer, 2001. (Cité en page 80.)

[de Groot-Hedlin 2008] C. de Groot-Hedlin. *Finite-difference time-domain synthesis of infrasound propagation through an absorbing atmosphere.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 124, no. 3, page 1430, 2008. (Cité en page 70.)

[Del Pino 2009] S. Del Pino, B. Després, P. Havé, H. Jourdren et P.F. Piserchia. *3D Finite Volume simulation of acoustic waves in the earth atmosphere.* Computers & Fluids, vol. 38, no. 4, pages 765 – 777, 2009. (Cité en page 66.)

[Delclos 1990] C. Delclos, E. Blanc, P. Broche, F. Glangeaud et J. L. Lacoume. *Processing and Interpretation of Microbarograph Signals Generated by the Explosion of Mount St. Helens.* Journal of Geophysical Research, vol. 95, no. D5, pages 5485–5494, 1990. (Cité en page 36.)

[Delprat-Jannaud 1995] F. Delprat-Jannaud et P. Lailly. *Reflection tomography : How to handle multiple arrivals ?* Journal of Geophysical Research, vol. 100, no. B1, pages 703–715, 1995. (Cité en page 114.)

[Dessa 2005] J.-X. Dessa, J. Virieux et S. Lambotte. *Infrasound modeling in a spherical heterogeneous atmosphere.* Geophysical Research Letters, vol. 32, page 5 PP., Juin 2005. (Cité en pages 67, 71, 82 et 158.)

[Dighe 1998] K. A. Dighe, R. W. Whitaker et W. T. Armstrong, editeurs. Modeling study of infrasonic detection of a 1kt atmospheric blast, Santa Fe, New Mex, 1998. 20th annual seismic research symposium on monitoring a comprehensive test ban treaty. (Cité en page 69.)

[Dobson 1956] G. M. B. Dobson. *Origin and Distribution of the Polyatomic Molecules in the Atmosphere.* Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, vol. 236, no. 1205, pages 187–193, 1956. ArticleType : research-article / Full publication date : Aug. 2, 1956 / Copyright 1956 The Royal Society. (Cité en page 14.)

[Donn 1971] William L. Donn et David Rind. *Natural Infrasound as an Atmospheric Probe.* Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, vol. 26, no. 1-4, pages 111–133, Décembre 1971. (Cité en pages 3, 36, 48 et 52.)

[Dragna 2011] D. Dragna, B. Cotté, Ph. Blanc-Benon et Poisson F. *Time-domain simulations of outdoor sound propagation with suitable impedance boundary conditions.* AIAA Journal, vol. 49, pages 1420–1428, 2011. (Cité en page 66.)

[Drob 2000] D. P. Drob et J. M. Picone, editeurs. Statistical performance measures of the hwm-93 and msise-90 empirical atmospheric models and the relation to infrasonic ctbt monitoring, New Orleans, La, 2000. 22th annual seismic research symposium on monitoring a Comprehensive Test-Ban Treaty. (Cité en page 112.)

[Drob 2003] Douglas P. Drob, J. M. Picone et M. Garcès. *Global morphology of infrasound propagation.* Journal of Geophysical Research, vol. 108, no. 4680, Novembre 2003. (Cité en pages 3, 30, 112 et 142.)

[Drob 2008] D. P. Drob, J. T. Emmert, G. Crowley, J. M. Picone, G. G. Shepherd, W. Skinner, P. Hays, R. J. Niciejewski, M. Larsen, C. Y. She, J. W. Meriwether, G. Hernandez, M. J. Jarvis, D. P. Sipler, C. A. Tepley, M. S. O'Brien, J. R. Bowman, Q. Wu, Y. Murayama, S. Kawamura, I. M. Reid et R. A. Vincent. *An empirical model of the Earth's horizontal wind fields : HWM07.* Journal of Geophysical Research, vol. 113, no. A12304, Décembre 2008. (Cité en pages 20, 31, 112 et 126.)

[Drob 2010] P. D. Drob, R. R. Meier, J. M. Picone et M. M. Garcès. *Inversion of Infrasound Signals for Passive Atmospheric Remote Sensing.* In A. Le Pichon, E. Blanc et A. Hauchecorne, editeurs, Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies, pages 185–234. Springer, 2010. (Cité en pages 57, 105, 113, 155 et 158.)

[Ejakov 2003] Sally G Ejakov, Scott Phillips, Yefim Dain, Richard M Lueptow et Jacobus H Visser. *Acoustic attenuation in gas mixtures with nitrogen : experimental data and calculations.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 113, no. 4 Pt 1, pages 1871–1879, Avril 2003. PMID : 12703699. (Cité en page 38.)

[Evans 1972] L. B. Evans. *Atmospheric Absorption of Sound : Theoretical Predictions.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 51, no. 5B, page 1565, 1972. (Cité en page 38.)

[Evers 2005] L. Evers et H. Haak. *The detectability of infrasound in The Netherlands from the Italian volcano Mt. Etna.* Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, vol. 67, no. 3, pages 259–268, Février 2005. (Cité en page 50.)

[Evers 2009] L. G. Evers et P. Siegmund. *Infrasonic signature of the 2009 major sudden stratospheric warming.* Geophysical Research Letters, vol. 36, no. 23, pages L23808+, Décembre 2009. (Cité en pages 3 et 55.)

[Evers 2010] L. G. Evers et H. W. Haak. *The characteristics of infrasound, its propagation and some early history.* In A. Le Pichon, E. Blanc et A. Hauchecorne, editeurs, Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies, pages 185–234. Springer, 2010. (Cité en page 1.)

[Eversman 2001] W. Eversman. *A reverse flow theorem and acoustic reciprocity in compressible potential flows in ducts.* Journal of Sound and Vibration, vol. 246, no. 1, pages 71 – 95, 2001. (Cité en page 114.)

[Farra 1989] V. Farra, J. Virieux et R. Madariaga. *Ray perturbation theory for interfaces.* Geophysical Journal International, vol. 99, no. 2, pages 377–390, Novembre 1989. (Cité en pages 74, 75, 78, 79 et 158.)

[Fawcett 1993] John A. Fawcett. *Modeling three-dimensional propagation in an oceanic wedge using parabolic equation methods.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 93, no. 5, pages 2627–2632, 1993. (Cité en page 68.)

[Fee 2007] David Fee et Milton Garcés. *Infrasonic tremor in the diffraction zone.* Geophysical Research Letters, vol. 34, no. 16, Août 2007. (Cité en page 50.)

[Ferrel 1856] W. Ferrel. *An essay on the winds and the currents of the Oceans.* Nashville journal of medicine and surger, 1856. (Cité en page 12.)

[Fichtner 2010] A. Fichtner, F. Bleidinhaus et Y. Capdeville. Full seismic waveform modelling and inversion. Advances in Geophysical and Environmental Mechanics and Mathematics. Springer, 2010. (Cité en page 114.)

[Fink 2001] Mathias Fink et Claire Prada. *Acoustic time-reversal mirrors.* Inverse Problems, vol. 17, no. 1, page R1, 2001. (Cité en page 114.)

[Fleming 1990] Eric L. Fleming, Sushil Chandra, J.J. Barnett et M. Corney. *Zonal mean temperature, pressure, zonal wind and geopotential height as functions of latitude.* Advances in Space Research, vol. 10, no. 12, pages 11 – 59, 1990. (Cité en page 16.)

[Fodor 2002] I.K. Fodor. *A Survey of Dimension Reduction Techniques.* Rapport technique, U.S. Department of energy, Lawrence Livermore National Laboratory, 2002. (Cité en page 129.)

[Forbes 1982] Jeffrey M. Forbes et Maura E. Hagan. *Thermospheric Extensions of the Classical Expansion Functions for Semidiurnal Tides.* Journal of Geophysical Research, vol. 87, no. A7, pages 5253–5259, 1982. (Cité en page 19.)

[Forbes 1995] J. M. Forbes, M. E. Hagan, S. Miyahara, F. Vial, A. H. Manson, C. E. Meek et Y. I. Portnyagin. *Quasi 16-day oscillation in the mesosphere and lower thermosphere.* Journal of Geophysical Research, vol. 100, no. D5, pages 9149–9163, 1995. (Cité en page 20.)

[Fukao 1980] Shoichiro Fukao, Toru Sato, Norikazu Yamasaki, Robert M. Harper et Susumu Kato. *Radar Measurement of Tidal Winds at Stratospheric Heights over Arecibo.* Journal of the Atmospheric Sciences, vol. 37, no. 11, pages 2540–2544, Novembre 1980. (Cité en page 28.)

[Gabillet 1993] Yannick Gabillet, Hartmut Schroeder, Gilles A. Daigle et Andre L'Esperance. *Application of the Gaussian beam approach to sound propagation in the atmosphere : Theory and experiments.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 93, no. 6, pages 3105–3116, 1993. (Cité en page 68.)

[Gainville 2008] O. Gainville. *Modélisation de la propagation atmosphérique des ondes infrasonores par une méthode de tracé de rayons non linéaires.* PhD thesis, Thèse de Doctorat de l'École Centrale Lyon, 2008. (Cité en pages 67, 74 et 138.)

[Garcès 2006] M. Garcès, J. Aucan, D. Fee, P. Caron, M. Merrifield, R. Gibson, J. Bhattacharyya et S. Shah. *Infrasound from large surf.* Geophysical Research Letters, vol. 33, page 4 PP., Mars 2006. (Cité en pages 36 et 55.)

[Gardner 1993] C. S. Gardner, C. A. Hostetler et S. J. Franken. *Gravity Wave Models for the Horizontal Wave Number Spectra of Atmospheric Velocity and Density Fluctuations.* Journal of Geophysical Research, vol. 98, no. D1, pages 1035–1049, 1993. (Cité en page 19.)

[Gelman 2000] M. Gelman. *The transition from SSU to AMSU data in CPC stratospheric analyses.* SPARC Newsletter, vol. 15, 2000. (Cité en page 28.)

[George 1971] T.M. George, United States. National Oceanic, Atmospheric Administration et Wave Propagation Laboratory. A program for calculating three-dimensional acoustic-gravity ray paths in the atmosphere. NOAA technical report ERL : WPL. Wave Propagation Laboratory, 1971. (Cité en page 67.)

[Gitterman 2009] Y. Gitterman et A. Hofstetter. *Sayarim Infrasound Calibration Explosion : conducting, near-source and local observations.* AGU Fall Meeting Abstracts, page B1723, Décembre 2009. (Cité en page 84.)

[Gitterman 2010] Y. Gitterman. *Sayarim Infrasound Calibration Explosion provides first GT0 dataset for CTBTO.* In EGU General Assembly Conference Ab-

stracts, volume 12 of *EGU General Assembly Conference Abstracts*, page 8658, Mai 2010. (Cité en page 84.)

[Godin 1997] Oleg A. Godin. *Reciprocity and energy theorems for waves in a compressible inhomogeneous moving fluid.* Wave Motion, vol. 25, no. 2, pages 143 – 167, 1997. (Cité en page 114.)

[Godin 2002] Oleg A. Godin. *Coupled-mode sound propagation in a range-dependent, moving fluid.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 111, no. 5, pages 1984–1995, 2002. (Cité en page 70.)

[Golub 1965] G. Golub et W. Kahan. *Calculating the Singular Values and Pseudo-Inverse of a Matrix.* Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Series B : Numerical Analysis, vol. 2, no. 2, pages 205–224, 1965. (Cité en page 110.)

[Green 2011] David N. Green, Julien Vergoz, Robert Gibson, Alexis Le Pichon et Lars Ceranna. *Infrasound radiated by the Gerdec and Chelopechene explosions : propagation along unexpected paths.* Geophysical Journal International, vol. 185, no. 2, pages 890–910, 2011. (Cité en page 19.)

[Hadamard 1923] J. Hadamard. Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations. Dover phoenix editions. Dover Publications, 1923. (Cité en page 102.)

[Hadley 1735] G. Hadley. *On the cause of the general trade winds.* Phil Trans Roy. Soc., vol. 34, pages PP. 58–62, 1735. (Cité en page 12.)

[Hagerty 2002] M T Hagerty, W Y Kim et P. Martysevich. *Infrasound Detection of Large Mining Blasts in Kazakstan.* Pure and Applied Geophysics, vol. 159, no. 5, pages 1063–1079, 2002. (Cité en page 35.)

[Hansen 1992] Per Christian Hansen. *Analysis of Discrete Ill-Posed Problems by Means of the L-Curve.* SIAM Review, vol. 34, no. 4, page 561, 1992. (Cité en page 120.)

[Hauchecorne 1980] Alain Hauchecorne et Marie-Lise Chanin. *Density and temperature profiles obtained by lidar between 35 and 70 km.* Geophysical Research Letters, vol. 7, no. 8, pages PP. 565–568, 1980. (Cité en page 27.)

[Hauchecorne 1983] A. Hauchecorne et M. L. Chanin. *Mid-latitude lidar observations of planetary waves in the middle atmosphere during winter of 1981-1982.* Journal of Geophysical Research, vol. 88, no. C6, pages 3843–3849, 1983. (Cité en page 18.)

[Hauchecorne 2010] Alain Hauchecorne, Philippe Keckhut et Marie-Lise Chanin. *Dynamics and Transport in the Middle Atmosphere Using Remote Sensing Techniques from Ground and Space.* In Alexis Le Pichon, Elisabeth Blanc et Alain Hauchecorne, editeurs, Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies, pages 665–683. Springer Netherlands, Dordrecht, 2010. (Cité en pages 14 et 115.)

[Hays 1993] Paul B. Hays, Vincent J. Abreu, Michael E. Dobbs, David A. Gell, Heinz J. Grassl et Wilbert R. Skinner. *The High-Resolution Doppler Imager on the Upper Atmosphere Research Satellite.* Journal of Geophysical Research, vol. 98, no. D6, pages 10,713–10,723, 1993. (Cité en page 29.)

[Hedin 1977] A. E. Hedin, J. E. Salah, J. V. Evans, C. A. Reber, G. P. Newton, N. W. Spencer, D. C. Kayser, D. Alcaydé, P. Bauer, L. Cogger et J. P. McClure. *A Global Thermospheric Model Based on Mass Spectrometer and Incoherent Scatter Data MSIS, 1, N2 Density and Temperature.* Journal of Geophysical Research, vol. 82, no. 16, pages 2139–2147, 1977. (Cité en pages 31 et 32.)

[Hedin 1983] A. E. Hedin. *A Revised Thermospheric Model Based on Mass Spectrometer and Incoherent Scatter Data : MSIS-83.* Journal of Geophysical Research, vol. 88, no. A12, pages 10,170–10,188, 1983. (Cité en page 31.)

[Hedin 1987] Alan E. Hedin. *MSIS-86 Thermospheric Model.* Journal of Geophysical Research, vol. 92, no. A5, pages 4649–4662, 1987. (Cité en page 32.)

[Hedin 1988] A. E. Hedin, N. W. Spencer et T. L. Killeen. *Empirical Global Model of Upper Thermosphere Winds Based on Atmosphere and Dynamics Explorer Satellite Data.* Journal of Geophysical Research, vol. 93, no. A9, pages 9959–9978, 1988. (Cité en page 31.)

[Hedin 1991] A. E. Hedin. *Extension of the MSIS Thermosphere Model into the Middle and Lower Atmosphere.* Journal of Geophysical Research, vol. 96, no. A2, pages 1159–1172, 1991. (Cité en pages 31 et 32.)

[Hedin 1996] A.E. Hedin, E.L. Fleming, A.H. Manson, F.J. Schmidlin, S.K. Avery, R.R. Clark, S.J. Franke, G.J. Fraser, T. Tsuda, F. Vial et R.A. Vincent. *Empirical wind model for the upper, middle and lower atmosphere.* Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, vol. 58, no. 13, pages 1421–1447, Septembre 1996. (Cité en page 31.)

[Hedlin 2010] Michael A. H. Hedlin, Doug Drob, Kris Walker et Catherine de Groot-Hedlin. *A study of acoustic propagation from a large bolide in the atmosphere with a dense seismic network.* Journal of Geophysical Research, vol. 115, no. B11312, Novembre 2010. (Cité en page 55.)

[Hendon 1991] Harry H. Hendon et Brant Liebmann. *The Structure and Annual Variation of Antisymmetric Fluctuations of Tropical Convection and Their Association with Rossby-Gravity Waves.* Journal of the Atmospheric Sciences, vol. 48, no. 19, pages 2127–2140, Octobre 1991. (Cité en page 18.)

[Hestenes 1952] Magnus R. Hestenes et Eduard Stiefel. *Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems.* Journal of Research of the National Bureau of Standards, vol. 49, no. 6, pages 409–436, Décembre 1952. (Cité en page 111.)

[Hinssen 2010] Yvonne Hinssen, Aarnout van Delden, Theo Opsteegh et Wouter de Geus. *Stratospheric impact on tropospheric winds deduced from potential*

vorticity inversion in relation to the Arctic Oscillation. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, vol. 136, no. 646, pages 20–29, 2010. (Cité en page 25.)

[Holton 2004] James R. Holton. An introduction to dynamic meteorology. Academic Press, Mars 2004. (Cité en pages 6, 12, 17, 18, 29 et 34.)

[Ide 1997] Kay Ide, Phillippe Courtier, Michael Ghil et Andrew C. Lorenz. *Unified Notation for Data Assimilation : Operational, Sequential and Variational*. J. of Meteorological Society of Japan, vol. 75, no. 1B, pages 181–189, 1997. (Cité en page 181.)

[Jensen 1994] Finn Bruun Jensen. Computational ocean acoustics. AIP series in modern acoustics and signal processing. American Institute of Physics, 1994. (Cité en page 70.)

[Jolliffe 2002] I.T. Jolliffe. Principal component analysis. Springer series in statistics. Springer-Verlag, 2002. (Cité en pages 102 et 129.)

[Jones 1986] R.M. Jones, J.P. Riley, T.M. Georges et Environmental Research Laboratories (U.S.). Harpa : a versatile three-dimensional hamiltonian ray-tracing program for acoustic waves in the atmosphere above irregular terrain. U.S. Dept. of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, Environmental Research Laboratories, 1986. (Cité en page 67.)

[Kalman 1960] R. E. Kalman. *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*. Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering, no. 82 (Series D), pages 35–45, 1960. (Cité en page 183.)

[Kanamitsu 1989] Masao Kanamitsu. *Description of the NMC global data assimilation and forecast system*. Weather and Forecasting, vol. 4, no. 3, pages 335–342, 1989. (Cité en page 31.)

[Keckhut 1990] Philippe Keckhut, M. L. Chanin et A. Hauchecorne. *Stratosphere temperature measurement using Raman lidar*. Applied Optics, vol. 29, no. 34, pages 5182–5186, Décembre 1990. (Cité en page 27.)

[Keckhut 1993] P. Keckhut, A. Hauchecorne et M. L. Chanin. *A Critical Review of the Database Acquired for the Long-Term Surveillance of the Middle Atmosphere by the French Rayleigh Lidars*. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, vol. 10, no. 6, pages 850–867, Décembre 1993. (Cité en page 27.)

[Killeen 1999] Timothy L Killeen, Wilbert R Skinner, Roberta M Johnson, Charles J Edmonson, Qian Wu, Rick J Niciejewski, Heinz J Grassl, David A Gell, Peter E Hansen, Jon D Harvey et Julie F Kafkalidis. *TIMED Doppler interferometer (TIDI)*. Proceedings of SPIE, vol. 3756, no. 1, pages 289–301, Octobre 1999. (Cité en page 29.)

[Kulichkov 2002] S. N. Kulichkov, G. A. Bush et A. I. Svertilov. *Modeling three-dimensional propagation in an oceanic wedge using parabolic equation methods*. Izvestiya Atmospheric and Ocaenic Physics, vol. 38, no. 4, pages 397–402, 2002. (Cité en page 68.)

[Kursinski 1997] E. R. Kursinski, G. A. Hajj, J. T. Schofield, R. P. Linfield et K. R. Hardy. *Observing Earth's atmosphere with radio occultation measurements using the Global Positioning System.* Journal of Geophysical Research, vol. 102, no. D19, pages 23,429–23,465, 1997. (Cité en page 30.)

[Landès 2012] M. Landès, L. Ceranna, A. Le Pichon et R. S. Matoza. *Localization of microbarom sources using the IMS infrasound network.* Journal of Geophysical Research, vol. 117, no. D06102, 2012. (Cité en pages 49, 50, 51 et 57.)

[Larsen 1982] M. F. Larsen, W. E. Swartz et R. F. Woodman. *Gravity-wave generation by thunderstorms observed with a vertically-pointing 430 MHz radar.* Geophysical Research Letters, vol. 9, no. 5, pages PP. 571–574, 1982. (Cité en page 28.)

[Larsen 2002] M. F. Larsen. *Winds and shears in the mesosphere and lower thermosphere : Results from four decades of chemical release wind measurements.* Journal of Geophysical Research, vol. 107, Août 2002. (Cité en page 31.)

[Le Pichon 2002] A. Le Pichon, M. Garcès, E. Blanc, M. Barthélémy et D. P. Drob. *Acoustic propagation and atmosphere characteristics derived from infrasonic waves generated by the Concorde.* Journal of the Acoustical Society of America, vol. 111, no. 1 Pt 2, pages 629–641, 2002. (Cité en page 55.)

[Le Pichon 2004] A. Le Pichon, V. Maurer, D. Raymond et O. Hyvernaud. *Infrasound from ocean waves observed in Tahiti.* Geophysical Research Letters, vol. 31, page 4 PP., Octobre 2004. (Cité en page 55.)

[Le Pichon 2005a] A. Le Pichon, E. Blanc et D. Drob. *Probing high-altitude winds using infrasound.* Journal of Geophysical Research, vol. 110, no. D20104, Octobre 2005. (Cité en pages 3, 18, 52, 57, 98, 116 et 158.)

[Le Pichon 2005b] A. Le Pichon, E. Blanc, D. Drob, S. Lambotte, J. X. Dessa, M. Lardy, P. Bani et S. Vergniolle. *Infrasound monitoring of volcanoes to probe high-altitude winds.* Journal of Geophysical Research, vol. 110, no. D13106, Juillet 2005. (Cité en pages 3, 52, 98 et 158.)

[Le Pichon 2006] A. Le Pichon, L. Ceranna, M. Garcés, D. Drob et C. Millet. *On using infrasound from interacting ocean swells for global continuous measurements of winds and temperature in the stratosphere.* Journal of Geophysical Research, vol. 111, no. D11106, Juin 2006. (Cité en pages 50 et 116.)

[Le Pichon 2010] A. Le Pichon, E. Blanc et A. Hauchecorne, editeurs. Infrasound monitoring for atmospheric studies. Springer, 1st edition. édition, Mars 2010. (Cité en pages 3, 54 et 157.)

[Leontovich 1965] M. A. Leontovich et V. A. Fock. Solution of the problem of propagation of electromagnetic waves along the earth's surface by the method of parabolic equation. Oxford : Pergamon Press, 1965. (Cité en page 68.)

[Levenberg 1944] K Levenberg. *A method for the solution of certain problems in least squares.* Quart. Applied Math., vol. 2, pages 164–168, 1944. (Cité en page 106.)

[Lindzen 1966] Richard S. Lindzen. *On the theory of the diurnal tide.* Monthly Weather Review, vol. 94, no. 5, pages 295–301, Mai 1966. (Cité en page 19.)

[Lingevitch 2002] Joseph F. Lingevitch, Michael D. Collins, Dalcio K. Dacol, Douglas P. Drob, Joel C. W. Rogers et William L. Siegmann. *A wide angle and high Mach number parabolic equation.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 111, no. 2, page 729, 2002. (Cité en page 69.)

[Longuet-Higgins 1950] M. S. Longuet-Higgins. *A Theory of the Origin of Microseisms.* Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, vol. 243, no. 857, pages 1 –35, 1950. (Cité en pages 49 et 50.)

[Lorenz 1956] E.N. Lorenz. Empirical orthogonal functions and statistical weather prediction. Scientific report. Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Meteorology, 1956. (Cité en page 129.)

[Ludwig 1966] Donald Ludwig. *Uniform asymptotic expansions at a caustic.* Communications on Pure and Applied Mathematics, vol. 19, no. 2, pages 215–250, 1966. (Cité en page 68.)

[Macqueen 1967] J. B. Macqueen. *Some Methods for classification and analysis of multivariate observations.* In Procedings of the Fifth Berkeley Symposium on Math, Statistics, and Probability, volume 1, pages 281–297. University of California Press, 1967. (Cité en page 129.)

[Malardel 2009] S. Malardel. Fondamentaux de météorologie : à l'école du temps. Cépaduès-éd., 2009. (Cité en pages 6 et 34.)

[Marquardt 1963] Donald W. Marquardt. *An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters.* Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, vol. 11, no. 2, pages 431–441, Juin 1963. ArticleType : research-article / Full publication date : Jun., 1963 / Copyright 1963 Society for Industrial and Applied Mathematics. (Cité en page 106.)

[Matoza 2011a] Robin S. Matoza, Alexis Le Pichon, Julien Vergoz, Pascal Herry, Jean-Marie Lalande, Hee-il Lee, Il-Young Che et Alexander Rybin. *Infrasonic observations of the June 2009 Sarychev Peak eruption, Kuril Islands : Implications for infrasonic monitoring of remote explosive volcanism.* Journal of Volcanology and Geothermal Research, vol. 200, no. 1-2, pages 35–48, Février 2011. (Cité en pages 19, 40, 82 et 83.)

[Matoza 2011b] Robin S. Matoza, Julien Vergoz, Alexis Le Pichon, Lars Ceranna, David N. Green, Laslo G. Evers, Maurizio Ripepe, Paola Campus, Ludwik Liszka, Tormod Kvaerna, Einar Kjartansson et Ármann Hoskuldsson. *Long-range acoustic observations of the Eyjafjallajokull eruption, Iceland, April-May 2010.* Geophysical Research Letters, vol. 38, page 5 PP., Mars 2011. (Cité en page 13.)

[Matsuno 1966] Matsuno. *Quasi-geostrophic motions in the equatorial area.* Journal of the Meteorological Society of Japan, vol. 44, no. 1, pages 25–43, 1966. (Cité en page 18.)

[Matsuno 1971] Taroh Matsuno. *A Dynamical Model of the Stratospheric Sudden Warming*. Journal of the Atmospheric Sciences, vol. 28, no. 8, pages 1479–1494, Novembre 1971. (Cité en page 18.)

[McKisic 1997] J. McKisic. Infrasound and the infrasonic monitoring of atmospheric nuclear explosions : A literature review. AD-a339 249. Tracor applied Sciences Inc. rockville md, 1997. (Cité en page 36.)

[Millet 2007] C. Millet, J.-C. Robinet et C. Roblin. *On using computational aeroacoustics for long-range propagation of infrasounds in realistic atmospheres*. Geophysical Research Letters, vol. 34, no. L14814, Juillet 2007. (Cité en page 66.)

[Minzner 1967] R. A. Minzner, P. Morgenstern et S. M. Mello. Tabulations of the atmospheric density, temperature and pressure from 437 rocket and optical-probe soundings during the period 1947 to early 1965. NASA technical report R-67-10-N. National Aeronautics and Space Administration, 1967. (Cité en pages 27 et 33.)

[Mlynczak 1997] M Mlynczak. *Energetics of the mesosphere and lower thermosphere and the SABER experiment*. Advances in Space Research, vol. 20, no. 6, pages 1177–1183, 1997. (Cité en page 29.)

[Munk 1995] Walter Heinrich Munk, Peter Worcester et Carl Wunsch. Ocean acoustic tomography. Cambridge University Press, 1995. (Cité en page 129.)

[Mutschlecner 2005] J. P. Mutschlecner et R. W. Whitaker. *Infrasound from earthquakes*. Journal of Geophysical Research, vol. 110, no. D01108, Janvier 2005. (Cité en page 36.)

[Nash 1982] J. Nash et J.L. Brownscombe. *Validation of the stratospheric sounding unit*. Advances in Space Research, vol. 2, no. 6, pages 59–62, 1982. (Cité en page 28.)

[Nedeljkovic 1993] D. Nedeljkovic, A. Hauchecorne et M. -L Chanin. *Rotational Raman lidar to measure the atmospheric temperature from the ground to 30 km*. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 31, no. 1, pages 90–101, Janvier 1993. (Cité en page 27.)

[Nolet 1987] Guust Nolet. Seismic tomography : with applications in global seismology and exploration geophysics. Springer, 1987. (Cité en pages 74, 80, 106 et 111.)

[Nolet 2008] G. Nolet. A breviary of seismic tomography : Imaging the interior of the earth and sun. Cambridge University Press, 2008. (Cité en pages 103 et 111.)

[Offermann 1974] D. Offermann. *Composition Variations in the Lower Thermosphere*. Journal of Geophysical Research, vol. 79, no. 28, pages 4281–4293, 1974. (Cité en pages 27 et 33.)

[Ostashev 1994] V. E. Ostashev. *Sound propagation and scattering in media with random inhomogeneities of sound speed, density and medium velocity*. Waves in Random Media, vol. 4, pages 403–428, Octobre 1994. (Cité en page 68.)

[Ostashev 1997a] V. Ostashev. Acoustics in moving inhomogeneous media. The Council for Museums, Archives & Libraries, 1997. (Cité en pages 65 et 66.)

[Ostashev 1997b] V.E. Ostashev, D. Juvé et P. Blanc-Benon. *Derivation of a wide-angle parabolic equation for sound waves in inhomogeneous moving media.* Acta Acustica united with Acustica, vol. 83, no. 3, pages 455–460, 1997. (Cité en pages 68 et 69.)

[Ostashev 2005a] Vladimir E. Ostashev, Igor P. Chunchuzov et D. Keith Wilson. *Sound propagation through and scattering by internal gravity waves in a stably stratified atmosphere.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 118, no. 6, pages 3420–3429, 2005. (Cité en page 19.)

[Ostashev 2005b] Vladimir E. Ostashev, D. Keith Wilson, Lanbo Liu, David F. Aldridge, Neill P. Symons et David Marlin. *Equations for finite-difference, time-domain simulation of sound propagation in moving inhomogeneous media and numerical implementation.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 117, no. 2, pages 503–517, 2005. (Cité en page 70.)

[Paige 1982] Christopher C. Paige et Michael A. Saunders. *Algorithm 583 : LSQR : Sparse Linear Equations and Least Squares Problems.* ACM Trans. Math. Softw., vol. 8, no. 2, pages 195–209, Juin 1982. (Cité en pages 107 et 109.)

[Pierce 1976] A. Pierce et W. Kinney. *Computational techniques for the study of infrasound propagation in the atmosphere.* Rapport technique, Air Force Geophysics Laboratories, 1976. (Cité en page 69.)

[Pierce 1989] Allan D. Pierce. Acoustics : an introduction to its physical principles and applications. Acoustical Soc of America, 1989. (Cité en page 65.)

[Piserchia 1998] P.-F. Piserchia. *Porpagation et converstion des ondes T par simulation numérique hybride.* PhD thesis, Thèse de Doctorat de l'Université de Nice Sophia-Antipolis, 1998. (Cité en page 76.)

[Ponceau 2010] D. Ponceau et L. Bosca. *Low-Noise Broadband Microbarometers.* In A. Le Pichon, E. Blanc et A. Hauchecorne, editeurs, Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies, pages 185–234. Springer, 2010. (Cité en page 44.)

[Ramaswamy 2001] V. Ramaswamy, M.-L. Chanin, J. Angell, J. Barnett, D. Gaffen, M. Gelman, P. Keckhut, Y. Koshelkov, K. Labitzke, J.-J. R. Lin, A. O'Neill, J. Nash, W. Randel, R. Rood, K. Shine, M. Shiotani et R. Swinbank. *Stratospheric temperature trends : Observations and model simulations.* Reviews of Geophysics, vol. 39, no. 1, pages PP. 71–122, 2001. (Cité en page 28.)

[Rao 1945] Radhakrishna C. Rao. *Information and the accuracy attainable in the estimation of statistical parameters.* Bull. Calcutta Math. Soc., vol. 37, pages 81–91, 1945. (Cité en page 47.)

[Raspet 1992] Richard Raspet, Gordon Baird et Wenliang Wu. *Normal mode solution for low-frequency sound propagation in a downward refracting atmosphere above a complex impedance plane.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 91, no. 3, pages 1341–1352, 1992. (Cité en page 69.)

[Reber 1993] Carl A. Reber, Charles E. Trevathan, Robert J. McNeal et Michael R. Luther. *The Upper Atmosphere Research Satellite (UARS) Mission.* Journal of Geophysical Research, vol. 98, no. D6, pages 10,643–10,647, 1993. (Cité en page 29.)

[Rodgers 2000] Clive D. Rodgers. Inverse methods for atmospheric sounding : theory and practice. World Scientific, 2000. (Cité en pages 28, 80 et 181.)

[Rost 2002] Sebastian Rost et Christine Thomas. *Array seismology : Methods and applications.* Reviews of Geophysics, vol. 40, no. 3, pages 1008+, Décembre 2002. (Cité en pages 44 et 45.)

[Roux 2003] Philippe Roux et Mathias Fink. *Green's function estimation using secondary sources in a shallow water environment.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 113, no. 3, pages 1406–1416, 2003. (Cité en page 114.)

[Salby 1996] M.L. Salby. Fundamentals of atmospheric physics. International Geophysics Series. Academic Press, 1996. (Cité en page 6.)

[Salomons 1998] Erik M. Salomons. *Caustic diffraction fields in a downward refracting atmosphere.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 104, no. 6, pages 3259–3272, 1998. (Cité en page 68.)

[Salomons 2002] E. M. Salomons, R. Blumrich et D. Heimann. *Eulerian time-domain model for sound propagation over a finite-impedance ground surface. Comparison with frequency-domain models.* ACTA ACUSTICA UNITED WITH ACUSTICA, vol. 88, no. 4, Juillet 2002. (Cité en page 66.)

[Shampine 1975] Lawrence F. Shampine et Marilyn Kay Gordon. Computer solution of ordinary differential equations : the initial value problem. W. H. Freeman, 1975. (Cité en page 85.)

[She 2004] C. Y. She, Tao Li, Richard L. Collins, Tao Yuan, Bifford P. Williams, Takuya D. Kawahara, Joe D. Vance, Phil Acott, David A. Krueger, Han-Li Liu et Maura E. Hagan. *Tidal perturbations and variability in the mesopause region over Fort Collins, CO (41N, 105W) : Continuous multi-day temperature and wind lidar observations.* Geophysical Research Letters, vol. 31, page 5 PP., Décembre 2004. (Cité en page 31.)

[Shepherd 1993] G. G. Shepherd, G. Thuillier, W. A. Gault, B. H. Solheim, C. Hersom, J. M. Alunni, J.-F. Brun, S. Brune, P. Charlot, L. L. Cogger, D.-L. Desaulniers, W. F. J. Evans, R. L. Gattinger, F. Girod, D. Harvie, R. H. Hum, D. J. W. Kendall, E. J. Llewellyn, R. P. Lowe, J. Ohrt, F. Pasternak, O. Peillet, I. Powell, Y. Rochon, W. E. Ward, R. H. Wiens et J. Wimperis. *WINDII, the Wind Imaging Interferometer on the Upper Atmosphere Research Satellite.* Journal of Geophysical Research, vol. 98, no. D6, pages 10,725–10,750, 1993. (Cité en page 29.)

[Shepherd 2000] T.G. Shepherd. *The middle atmosphere.* Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, vol. 62, no. 17, pages 1587–1601, 2000. (Cité en pages 14 et 115.)

[Shepherd 2007] T. G. Shepherd. *Transport in the Middle Atmosphere.* Journal of the Meteorological Society of Japan, vol. 85B, pages 165–191, 2007. (Cité en page 14.)

[Snieder 1992] Roel Snieder et Malcolm Sambridge. *Ray perturbation theory for traveltimes and ray paths in 3-D heterogeneous media.* Geophysical Journal International, vol. 109, no. 2, pages 294–322, 1992. (Cité en page 74.)

[Spencer 1993] Roy W. Spencer et John R. Christy. *Precision Lower Stratospheric Temperature Monitoring with the MSU : Technique, Validation, and Results 1979-1991.* Journal of Climate, vol. 6, no. 6, pages 1194–1204, Juin 1993. (Cité en page 28.)

[Sturm 2003] Frederic Sturm et John A. Fawcett. *On the use of higher-order azimuthal schemes in 3-D PE modeling.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 113, no. 6, pages 3134–3145, 2003. (Cité en page 68.)

[Sturm 2005] Frederic Sturm. *Numerical study of broadband sound pulse propagation in three-dimensional oceanic waveguides.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 117, no. 3, pages 1058–1079, 2005. (Cité en page 68.)

[Suarez 2005] Max J Suarez, Arlindo daSilva, Dick Dee, Stephen Bloom, Michael Bosilovich, Steven Pawson, Siegfried Schubert, Man-Li Wu, Meta Sienkiewicz et Ivanka Stajner. *Documentation and Validation of the Goddard Earth Observing System (GEOS) Data Assimilation System, Version 4.* NASA Technical Memorandum, vol. 26, no. April, page 165, 2005. (Cité en page 31.)

[Sutherland 2004] Louis C Sutherland et Henry E Bass. *Atmospheric absorption in the atmosphere up to 160 km.* Journal of the Acoustical Society of America, vol. 115, no. 3, page 1012, 2004. (Cité en pages 38, 41, 60 et 71.)

[Symons 1888] G.J. Symons, J.W. Judd, R. Strachey, W.J.L. Wharton, F.J. Evans, F.A.R. Russell, D. Archibald et G.M. Whipple. The eruption of krakatoa : And subsequent phenomena. Report of the Krakatoa Committee of the Royal Society. Trübner & Company, 1888. (Cité en page 1.)

[Taillandier 2008] C. Taillandier. *Formulation de la tomographie des temps de première arrivée à partir d'une méthode de gradient : un pas vers une tomographie interactive.* PhD thesis, Thèse de Doctorat de l'École Nationale Supèrieure des Mines de Paris, 2008. (Cité en page 137.)

[Talmadge 2010] C. L. Talmadge, R. Waxler, D. Kleinert, S. Nava, J. Assink, H. Buchanan, B. Carpenter et J. Heffington. *A large scale infrasound array deployment in the American West.* AGU Fall Meeting Abstracts, page A1923, Décembre 2010. (Cité en page 84.)

[Tam 1993] CKW Tam et JC Webb. *Dispersion-relation-preserving finite-difference schemes for computational acoustics.* Journal of Computational Acoustics, vol. 107, no. 2, pages 262–281, AUG 1993. (Cité en page 70.)

[Tam 1996] CKW Tam et Z Dong. *Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nonuniform mean*

flow. Journal of Computational Acoustics, vol. 4, no. 2, pages 175–201, JUN 1996. (Cité en page 70.)

[Tappert 1977] F. D. Tappert. *The parabolic approximation methods*. In J.B. Keller et J.S. Papadakis, editeurs, Wave propagation and underwater acoustics, Lecture notes in physics. Springer-Verlag, 1977. (Cité en page 68.)

[Tarantola 1984] A. Tarantola et A. Nercessian. *Three-dimensional inversion without blocks*. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, vol. 76, no. 2, pages 299–306, 1984. (Cité en page 117.)

[Tarantola 2005] Albert Tarantola. Inverse problem theory and methods for model parameter estimation. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005. (Cité en pages 59, 102, 103, 105, 106, 108, 150, 155, 158, 181 et 184.)

[Theon 1972] J.S. Theon, W. S. Smith, J. F. Casey et B. R. Kirkwood. The mean observed meteorological structure and circulation of the stratosphere and mesosphere. NASA technical report R-375. National Aeronautics and Space Administration, 1972. (Cité en pages 27 et 33.)

[Tikhonov 1977] A.N. Tikhonov et V.I.A. Arsenin. Solutions of ill-posed problems. Scripta series in mathematics. Winston, 1977. (Cité en page 109.)

[Tipping 1999] Michael E. Tipping et Chris M. Bishop. *Probabilistic Principal Component Analysis*. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, vol. 61, pages 611–622, 1999. (Cité en pages 102 et 130.)

[Trampert 1996] Jeannot Trampert et Roel Snieder. *Model Estimations Biased by Truncated Expansions : Possible Artifacts in Seismic Tomography*. Science, vol. 271, no. 5253, pages 1257–1260, 1996. (Cité en page 139.)

[Trinks 1978] H. Trinks, D. Offermann, U. von Zahn et C. Steinhauer. *Neutral Composition Measurements Between 90- and 220-km Altitude by Rocket-Borne Mass Spectrometer*. Journal of Geophysical Research, vol. 83, no. A5, pages 2169–2176, 1978. (Cité en pages 27 et 33.)

[Tromp 2005] Jeroen Tromp, Carl Tape et Qinya Liu. *Seismic tomography, adjoint methods, time reversal and banana-doughnut kernels*. Geophysical Journal International, vol. 160, no. 1, pages 195–216, 2005. (Cité en page 114.)

[Van Renterghem 2003] T. Van Renterghem et D. Botteldooren. *Numerical Simulation of the Effect of Trees on Downwind Noise Barrier Performance*. Acta Acustica united with Acustica, vol. 89, no. 5, pages 764–778, 2003. (Cité en page 66.)

[Virieux 1991] Jean Virieux. *Fast and accurate ray tracing by Hamiltonian perturbation*. Journal of Geophysical Research, vol. 96, no. B1, pages 579–594, Janvier 1991. (Cité en page 74.)

[Virieux 2004] J. Virieux, N. Garnier, E. Blanc et J.-X. Dessa. *Paraxial ray tracing for atmospheric wave propagation*. Geophysical Research Letters, vol. 31, page 5 PP., Octobre 2004. (Cité en pages 67, 71, 74, 82 et 158.)

[Wallace 1968] J. M. Wallace et V. E. Kousky. *Observational Evidence of Kelvin Waves in the Tropical Stratosphere.* Journal of Atmospheric Sciences, vol. 25, pages 900–907, Septembre 1968. (Cité en page 18.)

[Waxler 2004] R. Waxler. *Modal expansions for sound propagation in the nocturnal boundary layer.* Acoustical Society of America Journal, vol. 115, pages 1437–1448, Avril 2004. (Cité en page 69.)

[Waxler 2006] Roger Waxler et Kenneth E. Gilbert. *The radiation of atmospheric microbaroms by ocean waves.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 119, no. 5, page 2651, 2006. (Cité en pages 49, 50 et 65.)

[Whipple 1926] F. J. W. Whipple. *Audibility of Explosions and the Constitution of the Upper Atmosphere.* Nature, vol. 118, pages 309–313, Août 1926. (Cité en page 3.)

[Whipple 1935] F. J. W. Whipple. *The propagation of sound to great distances.* Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, vol. 61, no. 261, pages 285–308, 1935. (Cité en page 68.)

[Whitham 1974] G.B. Whitham. Linear and nonlinear waves. Pure and applied mathematics. Wiley, 1974. (Cité en page 66.)

[Williams 1992] C. R. Williams et S. K. Avery. *Analysis of Long-Period Waves Using the Mesosphere-Stratosphere-Troposphere Radar at Poker Flat, Alaska.* Journal of Geophysical Research, vol. 97, no. D18, pages 20,855–20,861, 1992. (Cité en page 28.)

[Williams 1997] Christopher R. Williams. *Principal Component Analysis of Wind Profiler Observations.* Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, vol. 14, no. 3, pages 386–395, Juin 1997. (Cité en page 129.)

[Wilson 1967] Charles R. Wilson et Sue Nichparenko. *Infrasonic Waves and Auroral Activity.* Nature, vol. 214, no. 5095, pages 1299–1302, Juin 1967. (Cité en page 36.)

[Wilson 1969] Charles R. Wilson. *Auroral Infrasonic Waves.* Journal of Geophysical Research, vol. 74, no. 7, pages 1812–1836, 1969. (Cité en page 36.)

[Woodman 1974] Ronald F. Woodman et Alberto Guillen. *Radar Observations of Winds and Turbulence in the Stratosphere and Mesosphere.* Journal of the Atmospheric Sciences, vol. 31, no. 2, pages 493–505, Mars 1974. (Cité en page 28.)

[Yanai 1966] M. Yanai et T. Maruyama. *Stratospheric Wave Disturbances Propagating over the Equatorial Pacific.* Journal of the Meteorological Society of Japan, vol. 44, no. 5, pages 291–294, 1966. (Cité en page 18.)

Annexe A

L'assimilation de données

L'assimilation de données est le processus visant à définir l'état d'un système physique à partir d'observations de ce système. Ces méthodes sont utilisées en météorologie opérationnelle pour définir un état de l'atmosphère servant à l'initialisation de la procédure de prévision. Les fondements mathématiques de l'assimilation de données sont identiques aux problèmes inverses mais ces méthodes sont plus spécifiquement dédiées à l'étude des systèmes dynamiques comme l'atmosphère et l'océan. Par ailleurs, une autre spécificité de l'assimilation de données consiste à prendre en compte des observations de nature très variées (voir la description des méthodes d'observations de l'atmosphère dans la section 2.2 du chapitre 2). Ces spécificités sont donc à l'origine du développement de méthodes propres à l'assimilation de données.

Dans cette annexe, nous décrivons les différentes méthodes d'assimilations utilisées en météorologie en mettant en évidence les liens avec la théorie des problèmes inverses que nous présentons dans le chapitre 4. Les divers champs d'application des méthodes inverses et des méthodes d'assimilation de données ont vu émerger des terminologies spécifiques à chaque domaine. Cette annexe se base sur la littérature issue de différents domaines [Ide 1997, Tarantola 2005, Rodgers 2000] afin de fournir une description la plus unifiée possible. L'objectif de cette annexe est, par ailleurs, d'identifier les liens entre le formalisme des méthodes inverses et celui de l'assimilation de données.

A.1 Position du problème

En météorologie, l'assimilation de données est le processus par lequel est généré un modèle initial servant à la phase de prévision. L'objectif de l'assimilation est donc de construire un modèle à l'instant t qui soit le plus représentatif possible des observations disponibles à cet instant t.

Les observations disponibles ne coïncident pas, en général, avec la résolution temporelle du modèle, par ailleurs la résolution spatiale du modèle n'est pas non plus identique au volume de sensibilité des différentes d'observations. Afin de prendre en compte ces caractéristiques, on définit un opérateur d'observation, H, permettant de passer de l'ensemble des paramètres du modèle, $\mathbf{x}$ à l'ensemble des observations, notée $\mathbf{y}$, tel que :

$$\mathbf{y}(t) = H(\mathbf{x}(t)), \tag{A.1}$$

où $\mathbf{y}$ est un vecteur d'observations simulées correspondant au modèle $\mathbf{x}$. Dans les cas les plus simples, l'opérateur H se résume à une interpolation permettant de passer des paramètres du modèle vers les positions des observations. Cependant, dans certains cas, les observations ne sont pas directement comparables aux paramètres du modèle. C'est le cas par exemple des observations par télédétection qui ne mesurent pas directement des propriétés physiques de l'atmosphère mais un phénomène physique (radiométrie, interférométrie, radar, lidar,...) sensible à ces propriétés physiques. Dans ce cas, il est nécessaire de modéliser le phénomène physique à partir d'un état de l'atmosphère par l'intermédiaire d'un opérateur, g, appelé le problème direct. Le vecteur des observations simulées est alors obtenue via l'équation :

$$\mathbf{y}(t) = H(\mathrm{g}(\mathbf{x}(t))), \tag{A.2}$$

Un algorithme d'assimilation de données cherche donc à définir un modèle $\mathbf{x}^*$ reproduisant le plus fidèlement possible un ensemble d'observation $\mathbf{y}_{obs}$:

$$\mathbf{y}_0 = H(\mathrm{g}(\mathbf{x}^*)). \tag{A.3}$$

On voit donc ici la similitude avec la position du problème inverse introduite dans le chapitre 4. On peut résoudre le problème d'assimilation de données par des méthodes d'interpolations statistiques ou par des méthodes variationnelles.

A.2 Résolution du problème d'assimilation

Nous supposerons maintenant que les observations dont on dispose de l'atmosphère sont directement comparables avec les paramètres du modèle atmosphériquex via l'opérateur d'observation H.

A.2.1 L'interpolation optimale ou solution des moindres-carrés

L'interpolation optimale (OI) est une solution au problème d'assimilation qui fut très utilisée dans les modèles de prévisions numériques. Cette solution est équivalente à la solution des moindres-carrés rencontrée en méthodes inverses. En posant $\mathbf{B}$ et $\mathbf{R}$ les matrices de covariances d'erreur sur les paramètres du modèle et sur les observations, l'interpolation optimale s'écrit :

$$\mathbf{x}^a = \mathbf{x}^b + \mathbf{K}(\mathbf{y}_0 - H(\mathbf{x}_b)), \tag{A.4}$$

avec,

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}, \tag{A.5}$$

où $\mathbf{x}^a$ est appelé l'analyse, $\mathbf{x}^b$ est le terme d'ébauche, $\mathbf{K}$ est la matrice de gain, et $\mathbf{H}$ est la matrice des dérivées partielles de l'opérateur d'observation H évaluée en $\mathbf{x}_b$:

$$\mathbf{H} = \left[\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}\right]_{\mathbf{x}_b}. \tag{A.6}$$

La matrice $\mathbf{H}$ est l'équivalent mathématique de la matrice des dérivées de Fréchet $\mathbf{G}$ de la théorie des problèmes inverses.

A.2.2 Le filtre de Kalman

Lorsque les observations sont obtenues séquentiellement, de telle manière que l'état du milieu varie peu entre les observations successives, ou qu'elles sont corrélées, alors les observations antérieures à l'instant t sont susceptibles de fournir une information a priori sur l'état du milieu à $t+1$. Il convient cependant de modéliser l'évolution temporelle du milieu. C'est dans cette optique que le filtre de Kalman a été développé [Kalman 1960].

Le filtre de Kalman combine donc l'équation de la dynamique du modèle (2.2) et l'équation (A.1) pour générer une analyse $\mathbf{x}^a$. La linéarisation des équations (2.2) et (A.1) s'écrit :

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{M}_t \mathbf{x}_{t-1} \tag{A.7}$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}\mathbf{x}_t \tag{A.8}$$

où $\mathbf{M}$ est la linéarisation des équations primitives de la dynamique du modèle. On utilise l'analyse $\mathbf{x}^a$ à $t-1$ et l'équation (A.7) pour obtenir une estimation de l'état du milieu $\mathbf{x}_t^f$ et de sa matrice de covariance $\mathbf{P}_t^f$ à l'instant t :

$$\mathbf{x}_t^f = \mathbf{M}_{t-1} \mathbf{x}_{t-1}^a \tag{A.9}$$

$$\mathbf{P}_t^f = \mathbf{M}_t \mathbf{P}_{t-1}^a \mathbf{M}_t^T. \tag{A.10}$$

En combinant les équations (A.9) et (A.10), les observations à l'instant t et l'estimation de l'interpolation optimale, on obtient les équations du filtre de Kalman :

$$\mathbf{x}_t^a = \mathbf{x}_t^f + \mathbf{K}_t(\mathbf{y}_t^0 - \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t^f), \tag{A.11}$$

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_t^f \mathbf{H}_t^T (\mathbf{H}_t \mathbf{P}_t^f \mathbf{H}_t^T + \mathbf{R}_t)^{-1}, \tag{A.12}$$

$$\mathbf{P}_t^a = \mathbf{P}_t^f + \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \mathbf{P}_t^f, \tag{A.13}$$

avec $\mathbf{K}_t$, la matrice de gain du filtre de Kalman. La solution du filtre de Kalman fourni la meilleure estimation possible à l'instant t étant données les observations et les équations de la dynamique de l'atmosphère. Cette méthode d'assimilation est particulièrement intéressante pour l'assimilation de données satellites qui ont une résolution temporelle fine et, d'une manière générale, lorsque l'on dispose de mesures systématiques dans le temps.

A.2.3 L'assimilation 3D-Var

La méthode d'assimilation 3D-Var est basée sur une formulation variationnelle du problème d'assimilation. Elle vise à assurer la cohérence spatiale de l'analyse sur tout le globe et pour toutes les échelles traitées par l'analyse. Cette méthode se formule comme la minimisation d'un fonction coût J qui est une mesure des distances entre l'analyse et l'ébauche et entre l'analyse et les observations :

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) + \frac{1}{2}(H(\mathbf{x}) - \mathbf{y}^0)^T \mathbf{R}^{-1} (H(\mathbf{x}) - \mathbf{y}^0) \tag{A.14}$$

Lorsque H est un opérateur non-linéaire, la fonction coût J est susceptible de posséder plusieurs minima, on calcul alors le modèle linéaire tangent $\mathbf{H}$ pour approcher itérativement la position du minimum global. Afin de converger vers le minimum global, l'ébauche $\mathbf{x}^b$ doit se trouver dans le bassin d'attraction de ce minimum global. Le modèle optimal $\mathbf{x}^*$ recherché doit respecter la condition d'optimalité du 1^{er} ordre donnée par :

$$\nabla_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}^*) = 0\cdot \tag{A.15}$$

Le gradient de la fonction coût J s'écrit :

$$\nabla_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) = \left[\mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{x}^b) - \mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\left(\mathbf{y}-H(\mathbf{x})\right)\right]\cdot \tag{A.16}$$

Les algorithmes permettant d'approcher cette condition sont les méthodes de gradient. La solution, à chaque itération, peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{n+1} &= \mathbf{x}_n - \mu_n \mathbf{B}\nabla_{\mathbf{x}_n} J(\mathbf{x}_n)\\ &= \mathbf{x}_n - \mu_n\left[\mathbf{B}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\left(\mathbf{y}-H(\mathbf{x})\right) + (\mathbf{x}-\mathbf{x}^b)\right],\end{aligned} \tag{A.17}$$

où μ_n est un scalaire déterminé par recherche linéaire.

La solution de quasi-Newton est, elle, obtenue en utilisant une approximation de la condition d'optimalité du second-ordre. Concrètement, cela signifie que l'on utilise la matrice Hessienne (reliée à la courbure de la fonction coût), et la solution du problème d'assimilation est alors donnée par :

$$\mathbf{x}^f = \mathbf{x}^b + (\mathbf{B}^{-1} + \mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}(H(\mathbf{x}) - \mathbf{y}^0)\cdot \tag{A.18}$$

En écrivant la matrice de gain $\mathbf{K}$ de l'interpolation optimale telle que :

$$\begin{aligned}\mathbf{K} &= \mathbf{B}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}\\ &= (\mathbf{B}^{-1} + \mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\end{aligned} \tag{A.19}$$

On obtient l'équivalence entre l'interpolation optimale et l'assimilation 3D-Var. Cette solution est étroitement liée au problème inverse gaussien qui décrit les différentes quantités impliquées dans le problème inverse aux moyens de densité de probabilité gaussienne [Tarantola 2005].

La formulation 3D-Var permet de prendre en compte directement l'extension au problème non-linéaire et de donner la possibilité d'utiliser des opérateurs d'observation H complexe permettant d'utiliser des observations très diverses dont la répartition spatiale est inégale.

A.2.4 L'assimilation 4D-Var

L'assimilation 4D-Var est basée sur le même principe que l'assimilation 3D-Var mais elle prend en compte la dimension temporelle. L'assimilation des observations se fait donc sur une fenêtre temporelle de quelques heures. Dans ce cas là, la fonction coût est donnée par :

$$
\begin{aligned}
J\left[\mathbf{x}(t_0)\right] =& \frac{1}{2}(\mathbf{x}(t_0) - \mathbf{x}^b(t_0))^T \mathbf{B}_0^{-1}(\mathbf{x}(t_0) - \mathbf{x}^b(t_0)) \\
&+ \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n}(H_i(\mathbf{x}(t_i)) - \mathbf{y}_i^0)^T \mathbf{R}_i^{-1}(H_i(\mathbf{x}(t_i)) - \mathbf{y}_i^0),
\end{aligned}
\tag{A.20}
$$

et le gradient de cette fonction s'écrit :

$$
\begin{aligned}
\left[\nabla_{\mathbf{x}(t_0)J}\right]^T =& \sum_{i=0}^{n} \mathbf{M}(t_{i+1}, t_0)^T \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}(H_i(\mathbf{x}(t_i)) - \mathbf{y}_i^0) \\
&+ \mathbf{B}_0^{-1}(\mathbf{x}(t_0) - \mathbf{x}^b(t_0)),
\end{aligned}
\tag{A.21}
$$

avec,

$$
\mathbf{M}(t_{i+1}, t_0)^T = \prod_{j=0}^{i-1} \mathbf{M}(t_{j+1}, t_j)^T \tag{A.22}
$$

La matrice $\mathbf{M}$ est l'opérateur représentant la dynamique du système. La solution est ensuite obtenue de manière équivalente à l'assimilation 3D-Var.

Annexe B

Dérivées partielles de l'opérateur Hamiltonien et conditions de réflexions sur une interface

Dans cette annexe, on explicitera les dérivées partielles de l'opérateur Hamiltonien en utilisant la convention de sommation d'Einstein. On explicitera par ailleurs les détails du calcul des conditions de réflexion et transmission des rayons sur une interface quelconque.

B.1 Dérivées partielles de l'opérateur Hamiltonien

Nous rappelons l'opérateur Hamiltonien (3.32) défini dans la section 3.3 :

$$\mathcal{H}(\mathbf{q},\mathbf{p}) = 1/2\left[\mathbf{p}^2 - u^2(\mathbf{q})\left(1-\mathbf{p}.\mathbf{v}(\mathbf{q})\right)^2\right]\cdot \tag{B.1}$$

L'opérateur $\mathbf{p} = \nabla\mathcal{T}$ et $\mathcal{H}$ est un opérateur décrivant un système Hamiltonien dont l'évolution dans le temps est décrit par les équations Hamiltoniennes :

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{q}}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{p}}, \tag{B.2}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}\tau} = -\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{q}}, \tag{B.3}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{T}}{\mathrm{d}\tau} = \mathbf{p}.\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{p}}, \tag{B.4}$$

où τ est la variable indépendante d'intégration. Ces équations définissent les trajectoires des rayons correspondant aux lignes caractéristiques selon lesquelles la solution de l'équation eikonale se réduit à l'intégration d'un système d'équations différentielles ordinaires. Les expressions analytiques des dérivées de l'opérateur Hamiltonien utilisées pour le tracé de rayons sont données par :

$$\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial q_i} = -\frac{1}{2}\Omega\frac{\partial u^2}{\partial q_i} + u^2\Omega p_l\frac{\partial v_l}{\partial q_i}, \tag{B.5}$$

$$\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial p_i} = p_i + u^2\Omega v_i, \tag{B.6}$$

où $\Omega = 1 - p_k v_k$. Les dérivées secondes du système d'équations paraxiales (3.40) s'écrivent :

$$\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial p_i \partial p_j} = \delta_{ij} - v_i v_j u^2, \tag{B.7}$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial p_i \partial q_j} = u^2 \Omega \frac{\partial v_i}{\partial q_j} + \Omega v_i \frac{\partial u^2}{\partial q_j} - u^2 v_i p_k \frac{\partial v_k}{\partial q_j}, \tag{B.8}$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial q_i \partial q_j} = -\frac{1}{2}\Omega^2 \frac{\partial^2 u^2}{\partial q_i \partial q_j} + \Omega \frac{\partial u^2}{\partial q_i} p_l \frac{\partial v_l}{\partial q_i} \tag{B.9}$$

$$- u^2 \left(p_l \frac{\partial v_l}{\partial q_j} \right) \left(p_l \frac{\partial v_l}{\partial q_i} \right) + u^2 \Omega p_l \frac{\partial^2 v_l}{\partial q_i \partial q_j}. \tag{B.10}$$

La perturbation $\Delta\mathcal{H}$ de l'Hamiltonien résultant d'une perturbation unitaire du modèle de vent δv s'écrit :

$$\Delta \mathcal{H} = u^2 p_i \delta v_i (1 - p_i v_i), \tag{B.11}$$

et les dérivées partielles de $\Delta\mathcal{H}$ sont données par :

$$\frac{\partial \Delta \mathcal{H}}{\partial p_i} = u^2 (\delta v_i p_j \delta v_j - v_i p_j \delta v_j), \tag{B.12}$$

$$\frac{\partial \Delta \mathcal{H}}{\partial q_i} = \frac{\partial u^2}{\partial q_i} p_j v_j p_k \delta v_k \tag{B.13}$$

$$+ u^2 \left(p_j v_j p_k \frac{\partial \delta v_k}{\partial q_i} - p_j \delta v_j p_k \frac{\partial v_k}{q_i} \right). \tag{B.14}$$

Pour chaque équation présentée dans cette annexe, nous utilisons la convention de sommation d'Einstein sur les indices répétés.

B.2 Réflexion et transmission des rayons perturbés sur une interface

Nous notons par $(\mathbf{a}.\mathbf{b})$ le produit vectoriel et par $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$ le produit tensoriel entre deux vecteurs.

B.2.1 Condition de réflexion

Soit un rayon de référence de coordonnées $\mathbf{y}_0(\tau) = [\mathbf{q}_0, \mathbf{p}_0]$ et $\delta\mathbf{y}(\tau) = [\delta\mathbf{q}, \delta\mathbf{p}]$ les éléments paraxiaux correspondants. On note τ_i et τ_i' les paramètres d'intégration auxquels le rayon de référence et le rayon paraxial atteignent la surface de réflexion. Par ailleurs, sur la surface de réflexion $\mathrm{d}\mathbf{y}(\tau_i') = [\mathrm{d}\mathbf{q}, \mathrm{d}\mathbf{p}]$, tel que $\mathrm{d}\mathbf{q} = \mathbf{q}(\tau_i') - \mathbf{q}_0(\tau_i)$ et $\mathrm{d}\mathbf{p} = \mathbf{p}(\tau_i') - \mathbf{p}_0(\tau_i)$. À partir des équations des rayons, on obtient :

$$\mathrm{d}\mathbf{q} = \delta\mathbf{q}(\tau_i) + \nabla_{\mathbf{p}} \mathcal{H} d\tau, \tag{B.15}$$

$$\mathrm{d}\mathbf{p} = \delta\mathbf{p}(\tau_i) - \nabla_{\mathbf{q}} \mathcal{H} d\tau, \tag{B.16}$$

où $d\tau = \tau_i' - \tau_i$ et les dérivées partielles de $\mathcal{H}$ sont calculées en $\mathbf{y}_0(\tau_i)$. L'équation modélisant la surface de réflexion est notée $f(\mathbf{q}) = 0$ et ∇f_0 est la normale au point de réflexion du rayon de référence (voir figure 3.1). La condition $f(\mathbf{q}_0(\tau_i) + \mathrm{d}\mathbf{q}) = 0$ signifie que le rayon paraxial a atteint la surface de réflexion. Au premier ordre, cette condition se traduit par $(\mathrm{d}\mathbf{q}.\nabla f_0) = 0$. On peut alors obtenir l'expression du paramètre d'intégration $d\tau$ en combinant la condition de réflexion $(\mathrm{d}\mathbf{q}.\nabla f_0) = 0$ avec l'équation (B.15) :

$$d\tau = -\frac{(\nabla f_0.\delta\mathbf{q})}{(\nabla f_0.\nabla_{\mathbf{p}}\mathcal{H})}\cdot \tag{B.17}$$

Les éléments $\mathrm{d}\mathbf{y}$ sont ainsi obtenues par une transformation linéaire $\mathcal{R}$ des éléments paraxiaux $\delta\mathbf{y}(\tau_i')$:

$$\mathrm{d}\mathbf{y} = \mathcal{R}\delta\mathbf{y}, \tag{B.18}$$

où $\mathcal{R}$ est de la forme :

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_1 & 0 \\ \mathcal{R}_2 & I \end{bmatrix}\cdot \tag{B.19}$$

Les éléments de la matrice 6×6 $\mathcal{R}$ s'écrivent :

$$\mathcal{R}_1 = \mathbf{I} - \frac{\nabla_{\mathbf{p}}\mathcal{H} \otimes \nabla f_0}{(\nabla f_0.\nabla_{\mathbf{p}}\mathcal{H})} \tag{B.20}$$

$$\mathcal{R}_2 = \frac{\nabla_{\mathbf{q}}\mathcal{H} \otimes \nabla f_0}{(\nabla f_0.\nabla_{\mathbf{p}}\mathcal{H})} \tag{B.21}$$

B.2.2 Condition de transmission

On dérive maintenant l'opérateur de transmission des coordonnées de phase. Les variables transmises dans le milieu après réflexion sont indiquées avec un chapeau. Notons $\mathrm{d}\hat{\mathbf{y}} = [\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{p}}]$ les éléments paraxiaux transmis après réflexion. Sur la surface de réflexion, on a la condition de continuité :

$$\mathrm{d}\hat{\mathbf{q}} = \mathrm{d}\mathbf{q}, \tag{B.22}$$

où $\mathrm{d}\hat{\mathbf{q}}$ est le vecteur position paraxial. La condition de continuité pour la perturbation du vecteur lenteur est donnée par $\mathrm{d}\hat{\mathcal{H}} = \mathrm{d}\mathcal{H}$:

$$(\nabla_p\hat{\mathcal{H}}.\mathrm{d}\hat{\mathbf{p}}) + (\nabla_x\hat{\mathcal{H}}.\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}) = (\nabla_p\mathcal{H}.\mathrm{d}\mathbf{p}) + (\nabla_x\mathcal{H}.\mathrm{d}\mathbf{x})\cdot \tag{B.23}$$

Pour dériver la transmission de la perturbation du vecteur lenteur, nous devons aussi utiliser une condition issue de la loi de Snell-Descartes sur une interface :

$$(\hat{\mathbf{p}}_0 + \mathrm{d}\hat{\mathbf{p}}) \times \nabla f = (\mathbf{p}_0 + \mathrm{d}\mathbf{p}) \times \nabla f, \tag{B.24}$$

avec,

$$\nabla f = \nabla f_0 + \nabla\nabla f_0.\mathrm{d}\mathbf{q}\cdot \tag{B.25}$$

On insère l'équation (B.25) dans (B.24) pour obtenir la relation de continuité entre $\mathrm{d}\hat{\mathbf{p}}$ et $\mathrm{d}\mathbf{p}$:

$$\mathrm{d}\hat{\mathbf{p}} \times \nabla f_0 = \mathrm{d}\mathbf{p} \times \nabla f_0 + (\mathbf{p}_0 - \hat{\mathbf{p}}) \times (\nabla\nabla f_0 . \mathrm{d}\mathbf{q}) \cdot \tag{B.26}$$

L'équation de continuité entre $\mathrm{d}\hat{\mathbf{y}}$ et $\mathrm{d}\mathbf{y}$ peut alors s'écrire sous la forme :

$$d\hat{\mathbf{y}} = \mathcal{T} d\mathbf{y} \tag{B.27}$$

où $\mathcal{T}$ est de la forme :

$$\mathcal{T} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \mathcal{T}_1 & \mathcal{T}_2 \end{bmatrix} \cdot \tag{B.28}$$

Les éléments $\mathcal{T}_1$ et $\mathcal{T}_2$ sont donnés par :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_1 = &- \frac{\nabla f_0 \otimes \left(\nabla_{\mathbf{q}} \hat{\mathcal{H}} - \nabla_{\mathbf{q}} \mathcal{H} \right)}{(\nabla_{\mathbf{p}} \hat{\mathcal{H}} . \nabla f_0)} \\ &- \frac{\left(\nabla_{\mathbf{p}} \hat{\mathcal{H}} - \nabla_{\mathbf{p}} \mathcal{H} \right) \otimes \nabla f_0}{(\nabla f_0 . \nabla f_0)} \left[\mathbf{I} - \frac{\nabla f_0 \otimes \nabla_{\mathbf{p}} \hat{\mathcal{H}}}{(\nabla_{\mathbf{p}} \hat{\mathcal{H}} . \nabla f_0)} \right] \nabla\nabla f_0, \end{aligned} \tag{B.29}$$

et,

$$\mathcal{T}_2 = \mathbf{I} - \frac{\nabla f_0 \otimes \left(\nabla_{\mathbf{p}} \hat{\mathcal{H}} - \nabla_{\mathbf{p}} \mathcal{H} \right)}{(\nabla_{\mathbf{p}} \hat{\mathcal{H}} . \nabla f_0)} \cdot \tag{B.30}$$

Enfin, les opérateurs de réflexion $\mathcal{R}$ et de transmission $\mathcal{T}$ étant linéaires, on peut écrire :

$$\delta\hat{\mathbf{y}} = \mathcal{T}\mathcal{R}\delta\mathbf{y}\,(\tau_i) \tag{B.31}$$

avec,

$$\mathcal{T}\mathcal{R} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_2 & 0 \\ \mathcal{T}_1\mathcal{R}_1 + \mathcal{T}_2\mathcal{R}_2 & \mathcal{T}_2 \end{bmatrix} \cdot \tag{B.32}$$

Annexe C

Inversion d'observation en présence d'un bruit gaussien sur les observations

L'objectif de cette annexe est d'évaluer l'influence du bruit sur les observations. Nous reprenons, pour cela, les observations générées sur les atmosphères idéalisées de la section 4.4.3. Nous y ajoutons des niveaux de bruit gaussien sur les différents paramètres observés : vitesse de passage, azimut et temps d'arrivée. La vitesse de passage constitue certainement le paramètre le plus sensible aux erreurs de mesures en fonction de la configuration des antennes de microbaromètres. Par ailleurs, connaissant l'azimut de la source, il est a priori aisé de détecter des valeurs de déviation d'azimuts aberrantes. Les temps d'arrivées des phases infrasonores peuvent être pointés soit manuellement soit par des méthodes automatiques. En l'état actuel des connaissances, nous ne disposons pas de l'expérience nécessaire pour déterminer la précision de l'estimation des temps de trajets pour permettre de réaliser un sondage atmosphérique mais on estime que l'incertitude sur les temps de trajets est faible par rapport à l'incertitude sur la vitesse de passage. Nous fixons l'incertitude sur le temps de trajet à $\sigma_{\mathcal{T}} = 2$ s. Les résultats d'inversions pour différents niveaux de bruit sont représentés sur la figure C.1. Le résultat se dégrade logiquement avec l'augmentation des niveaux de bruit. En particulier, on remarque que la procédure d'inversion ne permet pas de retrouver correctement l'amplitude du jet stratosphérique lorsque le niveau de bruit augmente sur la vitesse de passage. Les matrices de covariance *a posteriori* correspondantes (voir figure C.2) indiquent que la réduction de l'incertitude sur les paramètres diminue avec l'augmentation du bruit. De ces résultats, on conclut que l'algorithme d'inversion tel qu'il est développé est relativement sensible au bruit sur les observations. Toutefois, nous pensons que l'utilisation de densités de probabilité plus précises et plus adaptées à ce problème inverse peut permettre d'améliorer significativement la robustesse de l'algorithme par rapport au bruit des mesures.

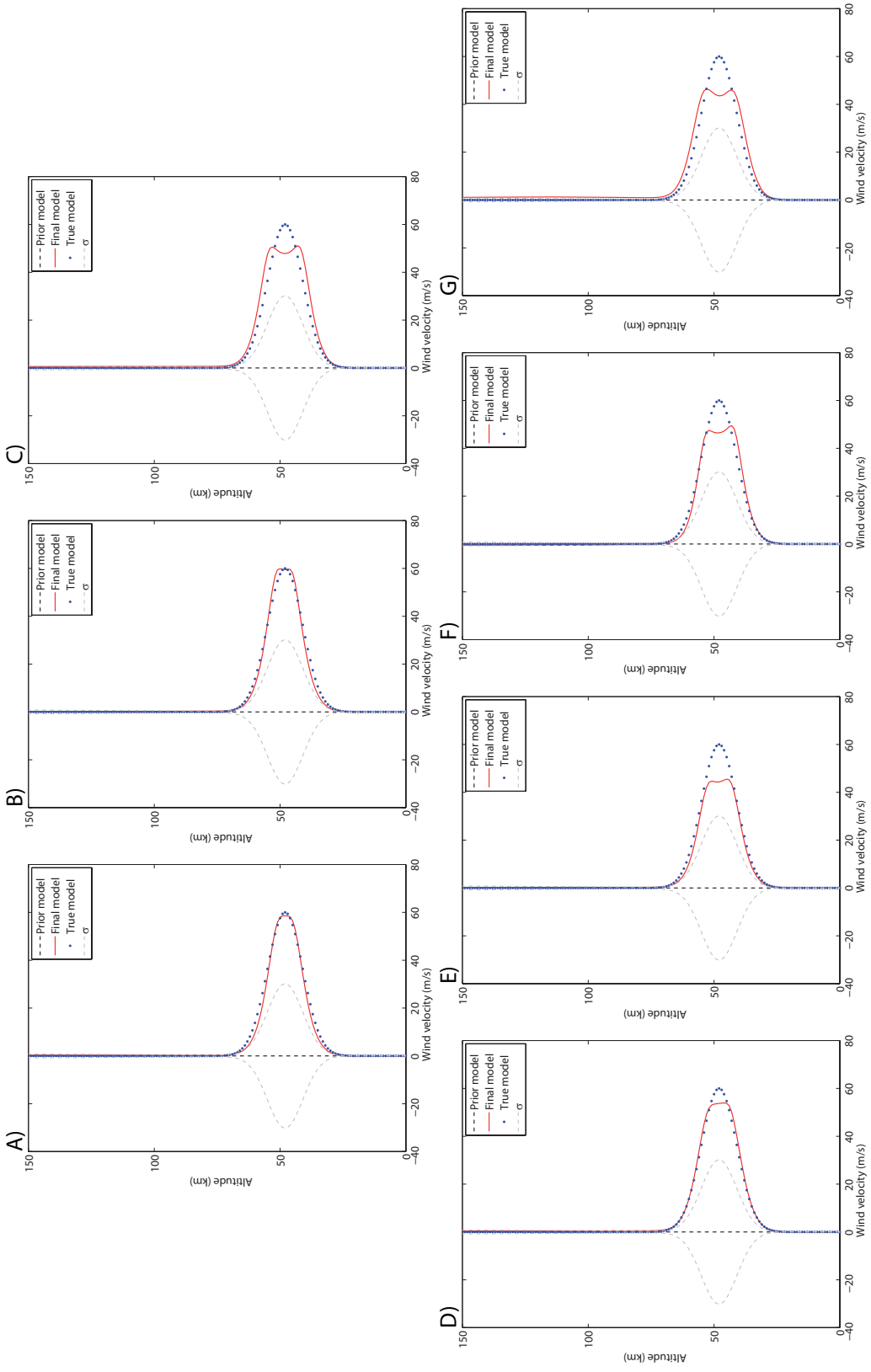


FIGURE C.1 – Inversion de données dégradées par un bruit gaussien sur la vitesse de passage et l'azimut avec $\sigma_{v_t} = 2$ m/s et $\sigma_\phi = 1^o$ (A), $\sigma_{v_t} = 3$ m/s et $\sigma_\phi = 2^o$ (B), $\sigma_{v_t} = 4$ m/s et $\sigma_\phi = 3^o$ (C), $\sigma_{v_t} = 5$ m/s et $\sigma_\phi = 3^o$ (D), $\sigma_{v_t} = 6$ m/s et $\sigma_\phi = 3^o$ (E), $\sigma_{v_t} = 8$ m/s et $\sigma_\phi = 3^o$ (F), $\sigma_{v_t} = 10$ m/s et $\sigma_\phi = 3^o$ (G).

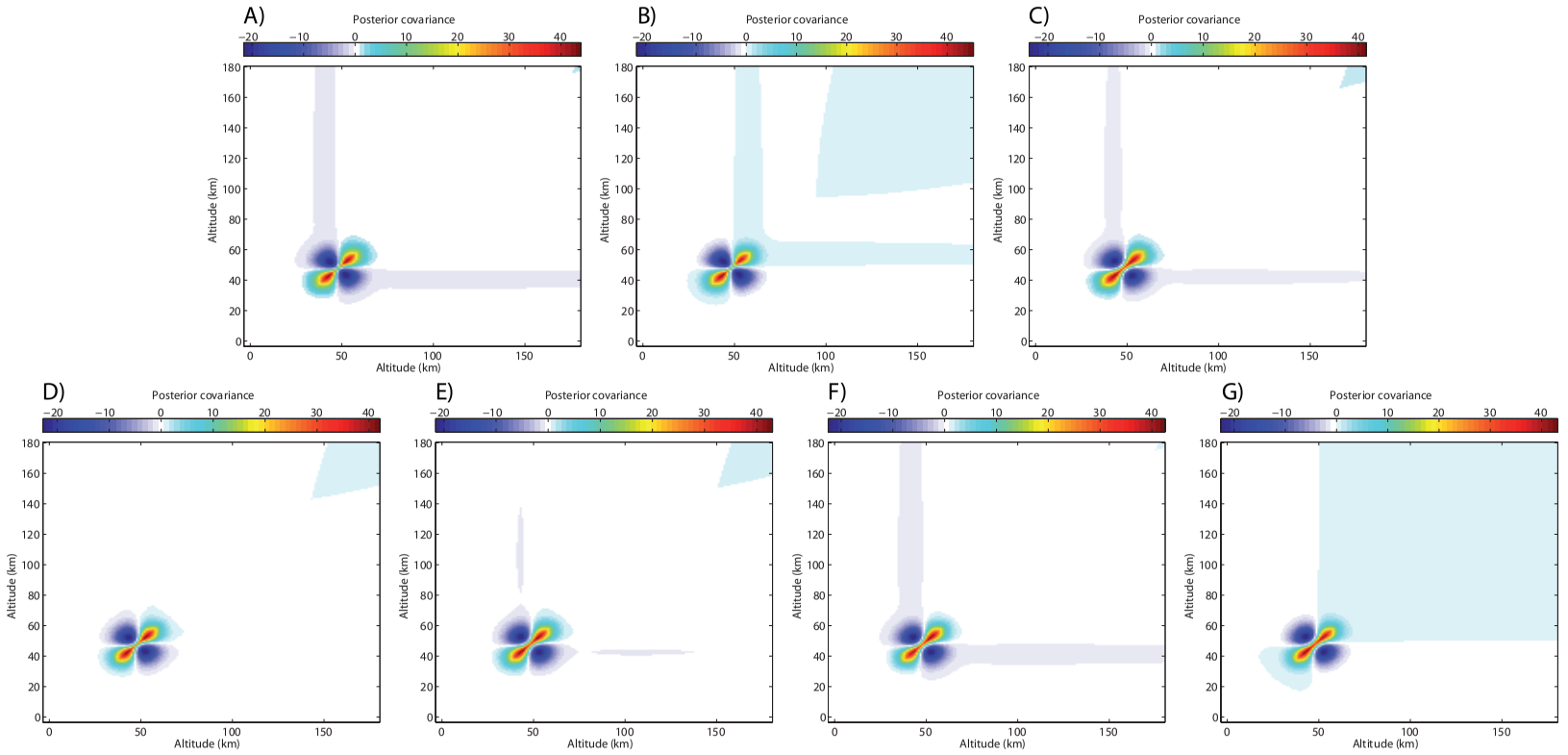


FIGURE C.2 – Matrice de covariance *a posteriori* pour les inversions réalisées avec $\sigma_{v_t} = 2$ m/s et $\sigma_\phi = 1^o$ (A), $\sigma_{v_t} = 3$ m/s et $\sigma_\phi = 2^o$ (B), $\sigma_{v_t} = 4$ m/s et $\sigma_\phi = 3^o$ (C), $\sigma_{v_t} = 5$ m/s et $\sigma_\phi = 3^o$ (D), $\sigma_{v_t} = 6$ m/s et $\sigma_\phi = 3^o$ (E), $\sigma_{v_t} = 8$ m/s et $\sigma_\phi = 3^o$ (F), $\sigma_{v_t} = 10$ m/s et $\sigma_\phi = 3^o$ (G).

Annexe D

Résultats préliminaires d'inversion des observations du site UTTR

Dans le cadre de ses travaux sur la propagation des ondes infrasonores, le *National Center for Physical Acoustics* de l'Université du Mississippi a déployé un réseau de microbaromètres à haute résolution spatiale mesurant les explosions sur le site militaire américain UTTR (Utah Test and Training Range). Ce réseau d'observation est composé de 24 antennes microbarométriques situées de manière à enregistrer les phases stratosphériques et thermosphériques émises par des explosions récurrentes réalisées par l'armée américaine (voir figure D.1).

L'explosion du 16 Août 2010 a été enregistrée par certaines stations du réseau UTTR (voir figure D.2). Les structures observées sur les formes d'ondes (voir figure D.3 A) ne sont pas retrouvées sur les formes d'ondes simulées par modes normaux (voir figure D.3 B), ce qui peut s'expliquer par une diffraction plus importante du champ d'onde acoustique. Par ailleurs, les formes d'ondes simulées affichent un retard d'environ 5 secondes par rapport aux observations. Un retard de magnitude identique est observé sur les simulations par tracé de rayon. Toutefois, en utilisant le modèle ECMWF correspondant à la période de l'explosion, l'empreinte au sol des phases stratosphériques ne permet pas d'expliquer les phases observées (voir figure D.5 A). En effet, pour la plupart des stations ayant enregistré l'explosion, aucune phase stratosphérique n'est simulée. Nous proposons deux explications à cela :

- le modèle ECMWF est entaché d'incertitudes ;
- nous sommes dans la limite d'application du tracé de rayon.

Toutefois, étant donnés les amplitudes des observations et, par ailleurs, les faibles amplitudes modélisées par la méthode des modes normaux, nous pensons que certaines observations peuvent être expliquées par le tracé de rayons, moyennant des corrections du modèle de vents. Nous appliquons la procédure d'inversion développée au cours de cette thèse en éliminant les observations au-delà de 340° d'azimut, afin de ne pas biaiser le résultat par la présence suspectée d'arrivées diffractées. Le modèle de vent résultant de la minimisation de la fonction coût (voir D.4) permet de mieux expliquer les observations. Notamment, on remarque (voir D.4) que le jet stratosphérique *a posteriori* est de plus forte amplitude. Par ailleurs, l'augmentation de l'amplitude des vents méridiens en direction du Nord permet d'expliquer la présence de phases stratosphériques au Nord-Ouest de la source. Finalement, le tracé de rayon *a posteriori* montre un meilleur accord entre l'empreinte au sol des phases stratosphériques et les observations (voir figure D.5 B). Ces résultats préliminaires

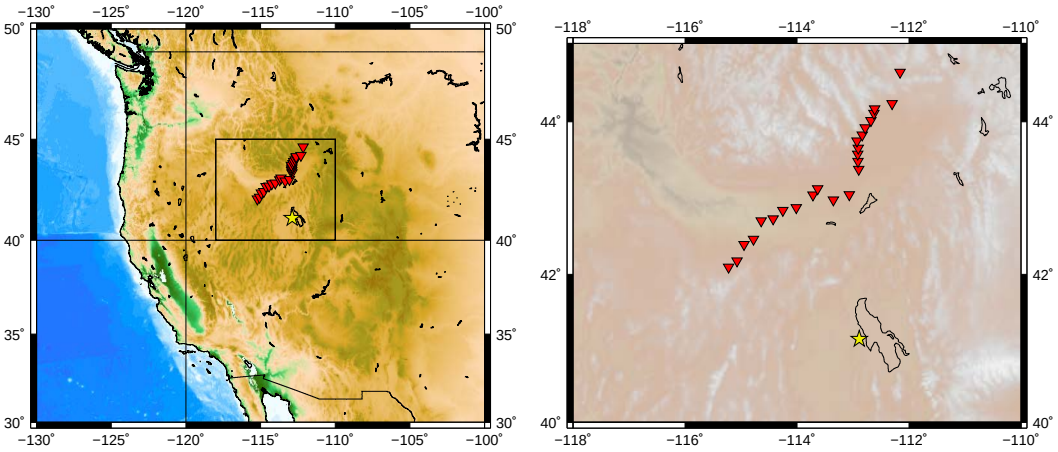


FIGURE D.1 – Dispositif de mesure du site UTTR avec un zoom sur la région concernée.

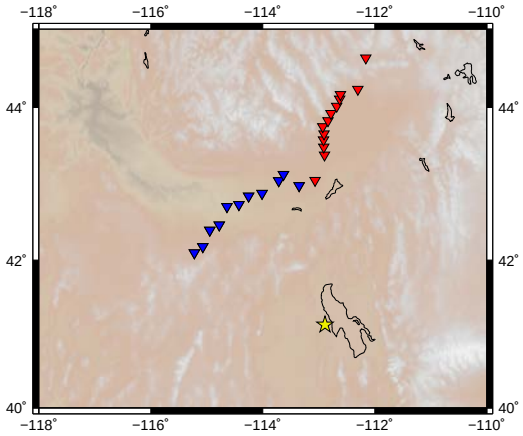


FIGURE D.2 – Observation de l'explosion du 16 Août 2010 à 22H01 TU : les stations ayant enregistrée l'explosion sont indiquées par des triangles bleus.

demanderont à être analysés plus en détail dans le futur.

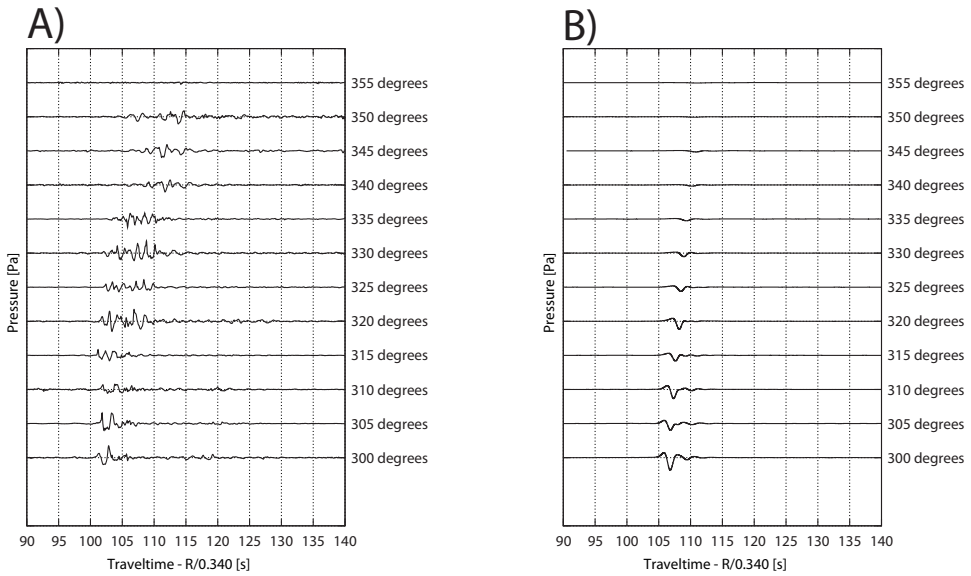


FIGURE D.3 – Phases stratosphériques observées à la suite de l'explosion 16 Août 2010 à 22H01TU (A). Simulation par modes normaux des formes d'ondes pour cette explosion en utilisant le modèle ECMWF (B). L'axe du temps est représenté en temps reatrdé ou R représente la distance source-station.

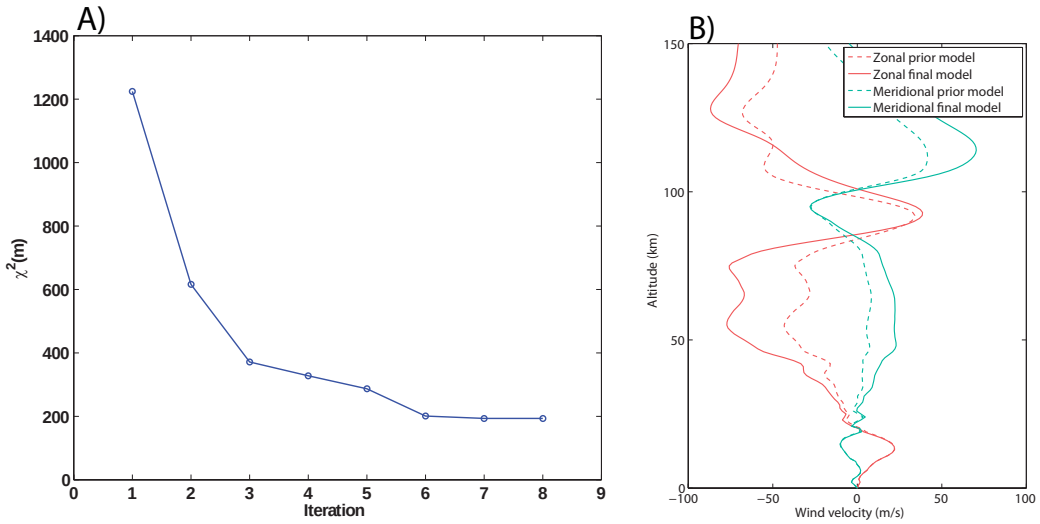


FIGURE D.4 – Évolution du $\chi^2(\mathbf{m})$ au cours de l'inversion (A). Profils de vents zonal et méridien avant inversion (traits pointillés) et après inversion (traits pleins) (B). Sur le profil de vent zonal, la différence entre le profil initial et le profil inversé atteint $\sim$ 30m/s au-dessus de 50 m/s alors que la différence sur les vents méridiens est d'environ 10m/s. Une telle différence sur les vents zonaux semble très importante et peut s'expliquer par l'incertitude sur les paramètres du vecteur d'onde observées (vitesses de phase apparente et azimuts), par l'inadéquation de l'hypothèse de milieu 1D ainsi que par l'enregistrement de phases diffractées ne pouvant pas être correctement expliquées par la théorie des rayons.

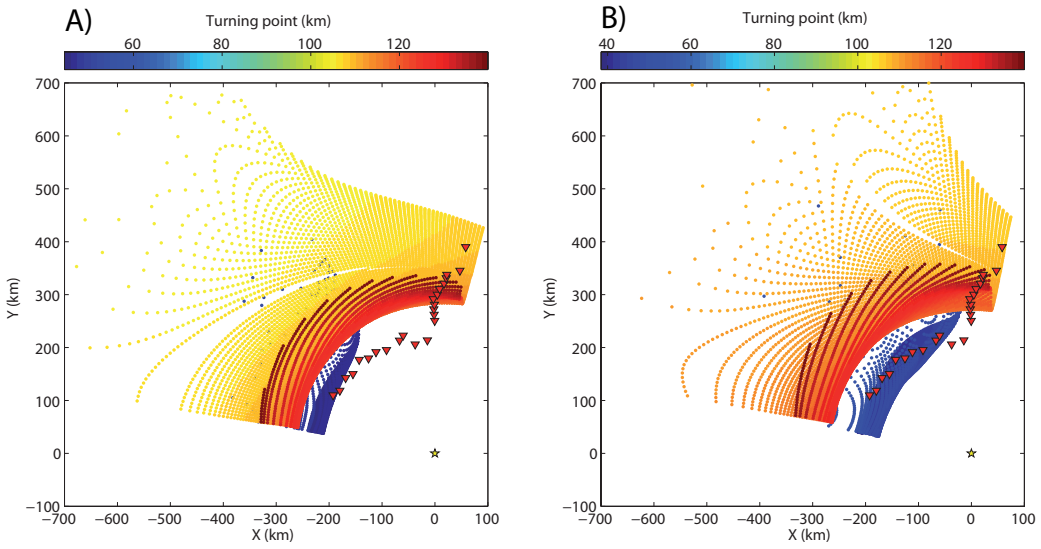


FIGURE D.5 – Empreinte au sol du champ d'onde acoustique obtenue par tracé de rayon avant inversion (A). Empreinte au sol du champ d'onde acoustique obtenue après inversion (B). Les positions des rebonds sont colorées en fonction de la hauteur de réfraction des rayons correspondant, l'étoile représente la position de la source. Après inversion, on remarque que le rebond stratosphérique s'est déplacé vers le Nord-Ouest par rapport à sa position initiale, ce qui permet d'expliquer les phases stratosphériques observées.

Annexe E

Publications

Les travaux réalisés durant cette thèse ont donné lieu à la participation à deux articles scientifiques :

- 2010, Matoza R.S., Le Pichon A., Vergoz J., Herry P., **Lalande J.-M.**, Lee H.-I., Che I.-Y. & Rybin A., *Infrasonic observations of the June 2009 Sarychev Peak eruption, Kuril Islands : Implications for infrasonic monitoring of explosive volcanism*, J. Volcano. Geoth. Res., 200, 35-48.
- 2011, **Lalande J.-M.**, Sèbe Olivier, Landès Matthieu, Blanc-Benon P., Matoza R.S., Le Pichon A. & Blanc E., *Infrasound data inversion for atmospheric Sounding*, Geophysical Journal International, In press.

L'intégralité de l'article écrit en tant que premier auteur est fourni dans cet annexe.

Geophysical Journal International

Geophys. J. Int. (2012) doi: 10.1111/j.1365-246X.2012.05518.x

Infrasound data inversion for atmospheric sounding

J.-M. Lalande,[1,2] O. Sèbe,[1] M. Landès,[1] Ph. Blanc-Benon,[2] R. S. Matoza,[3] A. Le Pichon[1] and E. Blanc[1]

[1]*CEA, DAM, DIF,* F91297, *Arpajon, France. E-mail: jeanmarie.lalande@gmail.com*
[2]*LMFA, UMR CNRS* 5509, *École Centrale Lyon, Université de Lyon,* 69134, *Ecully Cedex, France*
[3]*IGPP, Scripps Institution of Oceanography, University of California, San Diego, La Jolla, CA, USA*

Accepted 2012 April 19. Received 2012 January 26; in original form 2011 August 28

SUMMARY

The International Monitoring System (IMS) of the Comprehensive Nuclear-Test-Ban Treaty (CTBT) continuously records acoustic waves in the 0.01–10 Hz frequency band, known as infrasound. These waves propagate through the layered structure of the atmosphere. Coherent infrasonic waves are produced by a variety of anthropogenic and natural sources and their propagation is controlled by spatiotemporal variations of temperature and wind velocity. Natural stratification of atmospheric properties (e.g. temperature, density and winds) forms waveguides, allowing long-range propagation of infrasound waves. However, atmospheric specifications used in infrasound propagation modelling suffer from lack and sparsity of available data above an altitude of 50 km. As infrasound can propagate in the upper atmosphere up to 120 km, we assume that infrasonic data could be used for sounding the atmosphere, analogous to the use of seismic data to infer solid Earth structure and the use of hydroacoustic data to infer oceanic structure. We therefore develop an inversion scheme for vertical atmospheric wind profiles in the framework of an iterative linear inversion. The forward problem is treated in the high-frequency approximation using a Hamiltonian formulation and complete first-order ray perturbation theory is developed to construct the Fréchet derivatives matrix. We introduce a specific parametrization for the unknown model parameters based on Principal Component Analysis. Finally, our algorithm is tested on synthetic data cases spanning different seasonal periods and network configurations. The results show that our approach is suitable for infrasound atmospheric sounding on a regional scale.

Key words: Seismic monitoring and test-ban treaty verification; Wave propagation; Acoustic properties.

GJI Seismology

1 INTRODUCTION

The infrasound network of the International Monitoring System (IMS), deployed for verification of the Comprehensive Nuclear Test-Ban Treaty (CTBT), continuously records coherent infrasonic waves at the Earth's surface. Atmospheric infrasound can propagate over long range (from hundreds to thousands of kilometres) due to low attenuation (Bass *et al.* 1995; Sutherland & Bass 2004) and due to atmospheric ducts formed by temperature and wind variations with altitude (Drob *et al.* 2003).

Natural sources of infrasound include volcanic eruptions (Delclos *et al.* 1990; Garcés *et al.* 1999; Matoza *et al.* 2009; Fee *et al.* 2010), ocean swell (Le Pichon *et al.* 2004; Garcés *et al.* 2006), earthquakes (Mutschlecner & Whitaker 2005) and auroral activity (Wilson & Nichparenko 1967; Wilson 1969), and anthropogenic sources include supersonic aircraft (Balachandran *et al.* 1977; Le Pichon *et al.* 2002), chemical explosions (Ceranna *et al.* 2009) and mining blasts (Hagerty *et al.* 2002).

The increasing number of IMS infrasound arrays and additional arrays operated by research institutions allows new global-scale infrasound and atmospheric studies (Le Pichon *et al.* 2010). One of the major interests of the IMS infrasound network is the discrimination and characterization of different sources of infrasound, with the objective to detect atmospheric explosions anywhere on the Earth. Improvements in signal processing, source characterization and propagation modelling, together with an increasing amount of recorded data (Campus & Christie 2010) have considerably enlarged the scope of infrasound studies. Infrasound is valuable for monitoring volcanic activity, either by providing information in addition to seismometers (Matoza 2009) or as a remote monitoring technique when no seismic network is available (Matoza *et al.* 2011). Marty *et al.* (2010) have also demonstrated the capability of studying atmospheric gravity waves by means of the IMS infrasound network. In addition, it has been shown that continuous records of low-frequency acoustic waves can be used to improve understanding of atmospheric dynamics up to the lower thermosphere (Drob *et al.* 2003; Le Pichon *et al.* 2010).

The importance of accurate propagation modelling for infrasound studies has motivated the development of a variety of propagation models, for example, Tau-p ray tracing (Garcés *et al.* 1998),

© 2012 The Authors
Geophysical Journal International © 2012 RAS

normal modes (Pierce 1967), parabolic equation methods (Ostashev *et al.* 1997; Lingevitch *et al.* 2002), Finite-difference time-domain methods (de Groot-Hedlin 2008) and asymptotic methods which account for realistic 3-D atmospheres (Virieux *et al.* 2004; Dessa *et al.* 2005) and non-linear effects (Gainville *et al.* 2006).

Infrasound wave propagation modelling must be combined with accurate atmospheric specifications of temperature, wind velocities, density and molecular composition. Winds influence infrasound propagation by perturbing the background adiabatic sound speed in the direction of propagation resulting in an 'effective' sound speed (Pierce 1994), while wind components transverse to the direction of propagation deviate the wave front azimuth (Antier *et al.* 2007).

Atmospheric specifications dedicated to infrasound studies are constructed by combining numerical weather models for the lower atmosphere and empirical climatologies of the upper atmosphere. Atmospheric models up to 50 km altitude are provided directly by Numerical Weather Prediction (NWP) Centers (e.g. European Center for Medium Range Weather Forecasts and National Center for Environmental Prediction). They result from a rigorous statistical combination of fluid dynamic equations with observations (Kalnay *et al.* 1990; Hogan & Rosmond 1991; Courtier *et al.* 1998). Empirical climatologies are obtained by fitting data sets covering several decades to statistically describe wind fluctuations (Drob *et al.* 2008), temperature, density and molecular composition (Hedin 1991). These data sets include satellite observations of the middle and upper atmosphere and data from ground-based instruments such as lidars or radars (Hauchecorne *et al.* 2010). However, since observations above 50 km are sparse, empirical models only describe dominant seasonal to diurnal patterns and fail to capture fine-scale spatiotemporal structure related to meteorology. As infrasound can propagate at high altitudes (up to ∼120 km) through thermospheric and stratospheric ducts, significant and systematic bias has been observed (e.g. during seasonal transition) between observations and simulations (Donn & Rind 1971; Le Pichon *et al.* 2005a; Antier *et al.* 2007). It has been shown that wind corrections can be applied to improve agreement between observed and simulated data (Le Pichon *et al.* 2005b; Drob *et al.* 2010).

Extending this idea, we investigate the capability of infrasound observations for use as a remote sensing technique to improve the characterization of atmospheric properties in the mesosphere and lower thermosphere. Wave front parameters of coherent signals, such as trace-velocity, azimuth, traveltime or frequency can be estimated using array processing (Cansi 1995) and can be associated to a particular path in the atmosphere. These detected wave front characteristics can provide source localization estimation using backpropagation techniques. However, due to various levels of approximation (e.g. modelling theory, parametrization, data uncertainties and uncertainty in the atmospheric state) deviation from the actual source location is observed (Evers & Haak 2005; Matoza *et al.* 2011). To minimize the deviation between estimated and actual source location, we apply wind corrections to actual atmospheric specifications.

In this paper, wind corrections are applied on an iterative linear inversion scheme (Tarantola 2005) and adiabatic sound speed is assumed to be known. Although in practice multiple factors will control the feasibility of the infrasound data inversion (e.g. source characteristics, acquisition geometry, atmospheric specifications and data signal-to-noise ratios), here we focus on the effects of acquisition geometry (source–receiver geometry and number of infrasound receivers available) as well as the vertical complexity of atmospheric models.

2 INFRASOUND ATMOSPHERIC SOUNDING

The problem of retrieving meteorological parameters from infrasound observations is an inverse problem similar to seismic tomography (see Nolet 1987, for a review). The forward problem of infrasound propagation in the atmosphere is treated in the high-frequency approximation leading to the equations of ray trajectory along which the acoustic energy propagates.

As stated by Drob *et al.* (2010), we consider uncertainties associated with wind fields to be significantly higher than those of the temperature field, especially between the stratosphere and the lower thermosphere. Indeed, Drob *et al.* (2010) estimate the uncertainties of the adiabatic sound speed to be ∼1–3 m s^{-1} while uncertainties associated to wind velocities can easily reach ∼25–30 m s^{-1} above 50 km. Therefore, the inversion algorithm is developed to retrieve wind profiles assuming adiabatic sound speed is known.

2.1 Infrasound observables

Infrasound stations of the IMS network, recording infrasound waves at the Earth's surface, are composed of at least four microbarometric sensors in an array configuration. Array processing techniques are used to detect characteristics of coherent infrasound waves crossing an array (Cansi 1995). Typical infrasound observations are the trace velocity, the azimuth of the incoming wave front, the frequency content and the amplitude. Wave propagation traveltimes can be deduced when source origin time is known. The incidence angle of the wave front is related to the measured trace velocity v_t by the relation $\theta = \arcsin(v_t/c_0)$, where θ is measured with respect to the vertical axis and c_0 the effective sound speed at the Earth's surface. Thus, the vector of observed data, $\tilde{\mathbf{d}}$, should be noted,

$$\tilde{\mathbf{d}} = \{T^i, \theta^i, \phi^i\}, \tag{1}$$

where T^i, θ^i and ϕ^i are, respectively, the traveltime, the incidence angle and the azimuth of the ith detection.

In moving media, the reciprocity principles can be applied provided that wind components are reversed. According to this principle, sound signals propagating in opposite directions coincide so that source and receiver can be switched. Consequently, backpropagation of azimuth ϕ^i and incidence angle θ^i detected at a microbarometer array should reach the source location. In an inverse procedure, it is worthwhile to use the reciprocity principle and compute the traveltime T^i as a function of detected azimuths ϕ^i and incidence angles θ^i, as though the corresponding receiver were the source (Delprat-Jannaud & Lailly 1995). This way, the vector of observables could be transformed,

$$\mathbf{d} = \{T^i(\theta^i, \phi^i); \mathbf{s}\}, \tag{2}$$

where T^i is the traveltime of the ith detection and $\mathbf{s}$ the Cartesian components of the actual source location. This choice of infrasound observables avoids the eigenray computation usually required by tomographic problems (Julian & Gubbins 1977; Spiesberger & Worcester 1983), the source location being directly considered as data to be fitted. In addition, multiple paths (e.g. stratospheric and thermospheric paths) are easily handled in the inversion procedure (Delprat-Jannaud & Lailly 1995) as all simulated data are directly related to an observed azimuth and incidence angle.

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

2.2 Misfit function for infrasound atmospheric sounding

The general objective of the inverse problem is to retrieve a vector of model parameters $\mathbf{m}^*$ corresponding to a set of observables $\mathbf{d}_{\rm obs}$ such as,

$$\mathrm{g}(\mathbf{m}^*) = \mathbf{d}_{\rm obs}, \tag{3}$$

where g is the forward model operator computing the set of simulated data. The vector of model parameters is defined as the concatenation of zonal and meridional wind fields, $\mathbf{m} = \{v_x^k, v_y^k\}$, k being the number of parameters building the 1-D profiles. However, due to various levels of approximation in the forward model theory and uncertainties in the observed data, it is generally impossible to find a unique model $\mathbf{m}^*$ that strictly satisfies eq. (3). A common solution consists of finding the least-squares solution to the eq. (3). Defining a residual vector $\Delta\mathbf{d} = \mathbf{d}_{\rm obs} - \mathrm{g}(\mathbf{m})$ as the difference between observed and simulated data, the least-squares solution corresponds to model $\mathbf{m}$ minimizing the L_2-norm $\Delta\mathbf{d}^t\Delta\mathbf{d}$. Tarantola (2005) extended the inverse problem using a probabilistic point of view to overcome some limitations related to ill-conditioning, uncertainty considerations and non-unicity of the basic L_2-norm solution. In this formulation, model parameters, observations and forward theory are described by means of probability density functions. The solution of the inverse problem is, therefore, a posterior probability density function $\sigma(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\rm obs})$. Under the common assumption of Gaussian probability density functions, the maximum of $\sigma(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\rm obs})$ is the minimum of the misfit function,

$$\mathcal{C}(\mathbf{m}) = \Delta\mathbf{d}^t\mathbf{C}_{\rm D}^{-1}\Delta\mathbf{d} + \alpha\Delta\mathbf{m}^t\mathbf{C}_{\rm m}^{-1}\Delta\mathbf{m}, \tag{4}$$

where $\Delta\mathbf{m} = \mathbf{m} - \mathbf{m}_{\rm p}$ represents the difference between a vector $\mathbf{m}$ in the model space and $\mathbf{m}_{\rm p}$ the mean prior information on model parameters, $\mathbf{C}_{\rm D}$ and $\mathbf{C}_{\rm m}$ are the covariance matrices representing, respectively, data uncertainties and prior model uncertainties. The proper balance between data fit and model fit in eq. (4) is controlled by a weighting factor α and should be determined using the L-curve method (Hansen 1992).

According to eq. (2) described in Section 2.1, the residual vector $\Delta\mathbf{d}$ in eq. (4) quantifies both source position and traveltime residuals,

$$\Delta\mathbf{d} = \begin{bmatrix} s_x^{\rm act} - \mathbf{s}_x(\mathbf{m}) \\ s_y^{\rm act} - \mathbf{s}_y(\mathbf{m}) \\ \mathbf{t}_{\rm obs} - \mathbf{t}(\mathbf{m}) \end{bmatrix}, \tag{5}$$

where $s_x^{\rm act}$, $s_y^{\rm act}$ are the coordinates of the actual source location in the Cartesian plane, $\mathbf{s}_x(\mathbf{m}) = \{s_x^i\}$ and $\mathbf{s}_y(\mathbf{m}) = \{s_y^i\}$ are the simulated source location, $\mathbf{t}_{\rm obs} = \{t_{\rm obs}^i\}$ and $\mathbf{t}(\mathbf{m}) = \{t^i\}$ are the observed and simulated traveltimes and i corresponds to datum index.

Minimizing the objective function (4) leads to a weighted least-squares solution. This solution is equivalently obtained by iteratively solving, in the least-squares sense, the linear system (Monteiller *et al.* 2005),

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{C}_{\rm D}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{G}_c \\ \alpha^{\frac{1}{2}}\mathbf{C}_{\rm m}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix}\delta\mathbf{m} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_{\rm D}^{-\frac{1}{2}}\Delta\mathbf{d} \\ \alpha^{\frac{1}{2}}\mathbf{C}_{\rm m}^{-\frac{1}{2}}\Delta\mathbf{m} \end{bmatrix}, \tag{6}$$

where, $\delta\mathbf{m}$ is a model perturbation and $\mathbf{G}_c$ is the Fréchet derivatives matrix:

$$\mathbf{G}_c = \left[\frac{\partial\mathbf{g}^i}{\partial m_n}\right]_{\mathbf{m}_c}, \tag{7}$$

$\mathbf{g}^i = \{s_x^i; s_y^i; t^i\}$ being the simulation corresponding to datum i and n the index of model parameters. Data uncertainties are considered to be independent so that the covariance matrix $\mathbf{C}_{\rm D}$ is diagonal. We use the LSQR algorithm (Paige & Saunders 1982) in an iterative procedure to solve the system of linear eqs (6). This algorithm is similar to the conjugate gradients method and is particularly efficient for large sparse linear system. Other optimization algorithms, such as the Levenberg–Marquardt algorithm (Levenberg 1944; Marquardt 1963), could be used to minimize the objective function (4). This algorithm uses a line-search method to scale the gradient of eq. (4) by a factor either denoted α or λ in the literature. This factor belongs to the optimization procedure and is independent of the weighting factor α of eq. (4).

2.3 Forward problem: infrasound propagation modelling

Infrasound wave propagation is treated in the high-frequency approximation for computational efficiency and because it permits handling 3-D geometry. The forward problem is supplemented with two sets of perturbed equations derived from the ray trajectory equations. First, we consider perturbation of ray trajectory due to perturbations of initial conditions leading to the paraxial equations. Paraxial equations are used to compute synthetic data given some positions of source and infrasound arrays. We derive a second set of perturbed equations applying unit perturbation of wind parameters.

2.3.1 Ray tracing theory background

The high-frequency approximation to the wave equation leads to the eikonal equation for the traveltime wave fronts (Virieux *et al.* 2004),

$$(\nabla T)^2 = \frac{1}{c^2(\mathbf{q})}\left(1 - \mathbf{v}(\mathbf{q})\ .\ \nabla T\right)^2, \tag{8}$$

where T is the traveltime of the wave front. The eikonal eq. (8) is a non-linear second-order differential equation which can be solved by the method of characteristics (Courant & Hilbert 1989). Position $\mathbf{q}$ and slowness vector $\mathbf{p} = \nabla T$ are solutions of the differential equations (Whitham 1999):

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}q_i}{\mathrm{d}\tau} &= \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial p_i} \\ \frac{\mathrm{d}p_i}{\mathrm{d}\tau} &= -\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial q_i}, \end{aligned} \tag{9}$$

with the Hamiltonian,

$$\mathcal{H}(\mathbf{q},\mathbf{p}) = 1/2\left[\mathbf{p}^2 - u^2(\mathbf{q})(1 - \mathbf{p}.\mathbf{v}(\mathbf{q}))^2\right]. \tag{10}$$

System (9) defines the ray trajectory equations, with $\mathcal{H}(\mathbf{q},\mathbf{p})$ the Hamiltonian function and u the sound slowness defined as the inverse of sound speed $u = 1/c$. The conservation law, $\mathcal{H} = 0$, emerging from the eikonal eq. (8) must be satisfied along the whole ray trajectory and is used to initialize the system of ray equations.

The sampling parameter along the ray trajectory τ depends on the chosen Hamiltonian $\mathcal{H}$. It could be an arc length along the ray or the time. Here, it has a more complex meaning which can be defined using the expression of traveltime in the Lagrangian formulation:

$$T = \int_{R(\mathbf{m})} \frac{\mathrm{d}s}{c + \mathbf{v}.\mathbf{n}}, \tag{11}$$

where ds represents the curvilinear coordinate and $R(\mathbf{m})$ is the ray trajectory. In the Hamiltonian formulation, the expression for

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

traveltime is given by

$$T = \int_{R(\mathbf{m})} (\mathbf{p}.\dot{\mathbf{q}} - \mathcal{H})\, \mathrm{d}\tau, \tag{12}$$

where $\dot{\mathbf{q}} = \mathrm{d}\mathbf{q}/\mathrm{d}\tau$. The relation between the sampling parameter τ and the arc length *ds* along the ray is obtained by straightforward analysis and leads to,

$$\mathrm{d}\tau = c(\mathbf{q})\mathrm{d}s\cdot \tag{13}$$

The sampling parameter $d\tau$ has the dimension of a velocity multiplied by a distance. This formulation of the sampling parameter is convenient because the distance along the ray path is automatically reduced when the local sound speed increases. The differential eqs (9) are solved in the Cartesian coordinate system using the Adams–Bashforth–Moulton multistep solver (Shampine & Gordon 1975). This method allows a rapid and accurate computation by controlling the local truncation error along the ray trajectory. The ray computation accuracy can be controlled by verifying the nullity of the Hamiltonian along the ray trajectory. A sampling parameter of $\mathrm{d}\tau = 0.02\ \mathrm{m^2 s^{-1}}$ has been shown to give satisfying accuracy for our purposes.

2.3.2 *Paraxial equations*

Paraxial equations are derived from perturbations of initial conditions $\mathbf{q}_0$ and $\mathbf{p}_0$. Given a slightly perturbed position $\mathbf{q}_0 + \delta\mathbf{q}$ and slowness vector $\mathbf{p}_0 + \delta\mathbf{p}$, the resulting Hamiltonian perturbation is $\mathcal{H}_0 + \left(\partial_{\mathbf{q}}\mathcal{H}\right)_0 .\delta\mathbf{q} + \left(\partial_{\mathbf{p}}\mathcal{H}\right)_0 .\delta\mathbf{p}$, where $\mathcal{H}_0$ indicates computation along the unperturbed ray. In the following, we denote phase space perturbed coordinates $\delta\mathbf{y} = (\delta\mathbf{q}, \delta\mathbf{p})$ and $\dot{\delta\mathbf{y}} = (\mathrm{d}\delta\mathbf{q}/\mathrm{d}\tau, \mathrm{d}\delta\mathbf{p}/\mathrm{d}\tau)$. Thus, the linearized system of perturbed equations is,

$$\dot{\delta\mathbf{y}}(\tau) = \mathbf{H}_0(\tau)\delta\mathbf{y}(\tau), \tag{14}$$

with

$$\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} \nabla_p\nabla_q\mathcal{H}_0 & \nabla_p\nabla_p\mathcal{H}_0 \\ -\nabla_q\nabla_q\mathcal{H}_0 & -\nabla_q\nabla_p\mathcal{H}_0 \end{bmatrix}_0 . \tag{15}$$

Eq. (14) is a homogeneous system of equations which is solved efficiently by the propagator matrix method (Aki & Richards 1980). The partial derivatives of the Hamiltonian function have been calculated in Virieux *et al.* (2004) and Dessa *et al.* (2005) and are recalled in the Appendix.

2.3.3 *First-order perturbation theory due to change in wind model*

The computation of ray perturbation due to a change in the atmospheric model is performed using an approach equivalent to the derivation of paraxial equations (Farra *et al.* 1989). Let us consider a slight perturbation of the wind model $\mathbf{v}(\mathbf{q}) = \mathbf{v}_0(\mathbf{q}) + \delta\mathbf{v}$. This perturbation generates a perturbation of the Hamiltonian function $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \Delta\mathcal{H}$, subscript 0 indicating computation along the reference unperturbed ray. A first-order analysis leads to the perturbed Hamiltonian,

$$\Delta\mathcal{H} = u_0^2(\mathbf{q})\,(\mathbf{p}_0 \,.\, \delta\mathbf{v})[1 - \mathbf{p}_0 \,.\, \mathbf{v}_0(\mathbf{q})] + o(\delta\mathbf{v}^2)\cdot \tag{16}$$

The system of perturbed equations becomes,

$$\dot{\delta\mathbf{y}}(\tau) = \mathbf{H}_0(\tau)\delta\mathbf{y}(\tau) + \Delta\mathbf{H}(\tau), \tag{17}$$

where,

$$\Delta\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial\Delta\mathcal{H}}{\partial p_i} \\ -\frac{\partial\Delta\mathcal{H}}{\partial q_i} \end{pmatrix} . \tag{18}$$

This system of equations is similar to the paraxial system of eqs (14) with a source term $\Delta\mathcal{H}$. Eq. (17) is also solved by standard propagator methods (Aki & Richards 1980; Farra *et al.* 1989). Expressions of partial derivatives are given in the Appendix.

2.3.4 *Reflection and transmission at an interface*

The equations defined in Sections 2.3.2 and 2.3.3 are valid for continuous atmospheric properties. This condition breaks down when rays intersect the Earth's surface, and reflection conditions must be matched at the interface (Candel 1977; Farra *et al.* 1989). Reflection and transmission of perturbed rays due to perturbations of initial conditions and wind model perturbations must be considered with care as perturbed rays may not reach the ground interface with the same sampling parameter τ as the reference ray (Fig. 1). For a ray reaching the interface at sampling parameter τ_i with phase coordinates $\mathbf{y}_0(\tau_i) = (\mathbf{q}_0, \mathbf{p}_0)$, the perturbed ray will intersect the same interface at sampling parameter τ_i' and phase coordinates $\mathbf{y}'(\tau_i') = (\mathbf{q}', \mathbf{p}')$. In general, τ_i and τ_i' will not coincide, so that paraxial or perturbed rays have to be projected over the interface. We denote by $\delta\mathbf{q} = \mathbf{q}'(\tau_i) - \mathbf{q}_0(\tau_i)$ and $\delta\mathbf{p} = \mathbf{p}'(\tau_i) - \mathbf{p}_0(\tau_i)$ the deviation between unperturbed and perturbed rays at equal sampling parameter τ_i. The computation of $\delta\mathbf{y} = (\delta\mathbf{x}, \delta\mathbf{p})$ results from eqs (14) or (17). Deviation $d\mathbf{q} = \mathbf{q}'(\tau_i') - \mathbf{q}_0(\tau_i)$ and $d\mathbf{p} = \mathbf{p}'(\tau_i') - \mathbf{p}_0(\tau_i)$ between unperturbed and perturbed ray at the interface are computed using reflection conditions for the perturbed ray. We also introduce phase coordinates $d\mathbf{y} = (d\mathbf{q}, d\mathbf{p})$. The reflection and transmission of perturbed ray coordinates at the ground surface are given by

$$d\hat{\mathbf{y}}(\tau_i') = \mathcal{T}\mathcal{R}\delta\mathbf{y}(\tau_i), \tag{19}$$

where the hat symbol refers to phase coordinates in the transmitted medium, and $\mathcal{T}$ and $\mathcal{R}$ are linear operators of the form,

$$\mathcal{T} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \mathcal{T}_1 & \mathcal{T}_2 \end{bmatrix}, \tag{20}$$

and,

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_1 & 0 \\ \mathcal{R}_2 & I \end{bmatrix} . \tag{21}$$

$\mathcal{T}$ and $\mathcal{R}$ are 6×6 matrices whose elements are developed in Farra *et al.* (1989). Reflection and transmission operators applied to perturbed rays have the same expression whether we slightly perturb the initial conditions or the wind model. The only exception arises when the wind model is perturbed in the vicinity of the source. In this case, a perturbation of the initial slowness vector $\mathbf{p}_i$ has to be taken into account to satisfy the conservation equation $\mathcal{H} = 0$ (Farra *et al.* 1989). However, due to the extreme sensitivity of the ray trajectory to initial conditions, we hold the wind model unchanged in the lowermost ∼18–25 km during the inversion procedure, so that we do not need to derive these special conditions in the forward model.

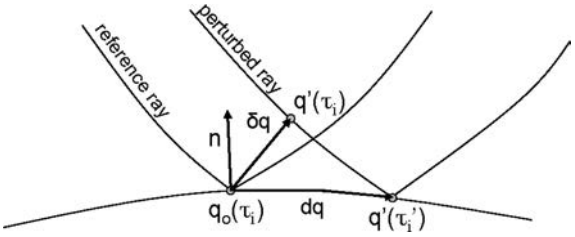


Figure 1. Geometry of the reflection of a reference ray and a perturbed ray at an interface.

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

2.3.5 Forward problem parametrization

The ray eqs (9) require the estimation of local sound and wind velocity and their first spatial derivatives, and, systems (14) and (17) require also the second spatial derivatives. We consequently need an analytic representation of wind profiles (Virieux & Farra 1991; Virieux *et al.* 2004). A convenient way to describe the atmospheric models is to use polynomial parametric curves such as B-spline basis functions (De Boor 1978). A B-spline curve of degree p satisfies the locality property, as only $p+1$ points (the control polygon) are needed to compute each segment of the interpolation curve of the entire 1-D profile. Moreover, computation of local sound and wind velocities as well as their nth spatial derivatives are achieved very efficiently due to pre-computed B-spline functions. To satisfy the continuity of the second-order derivative of sound speed and wind fields, B-splines of degree 3 are used leading to a local control polygon composed of four points.

2.3.6 Characteristics of infrasound propagation

The forward model described in Section 2.3.1 is used to illustrate atmospheric wave propagation with HWM07-MSIS profiles (Hedin 1991; Drob *et al.* 2008) on January 1 12H00 UTC and geographical coordinates 20.85°S,168.14°E (Fig. 2). Acoustic ray simulation are performed with a source at $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ and a grid spanning [0°–360°] in azimuth and [30°–85°] in incidence angle, with uniform sampling step of 0.25° in incidence and azimuth. Fig. 3 shows ray endpoints at the ground surface colour coded according to the turning point altitude. The acoustic energy is ducted between the ground and both ∼45–55 km and ∼110–130 km. Refracting paths at ∼110–130 km correspond to thermospheric arrivals (*It*) and are observed in all azimuthal directions, while stratospheric arrivals (*Is*) refracted at approximately ∼45–50 km are observed west from the source in the direction of the stratospheric wind jet. Fast stratospheric arrivals *Isf* (Evers & Haak 2007) are also modelled northwest from the source. Thermospheric paths are quite stable on seasonal timescales but major changes occur at the diurnal scale due to successive cooling and heating in the thermosphere. Stratospheric waves are usually stable during a season due to the stationarity of the stratospheric wind jet. However, they strongly depend on stratospheric wind jet reversals.

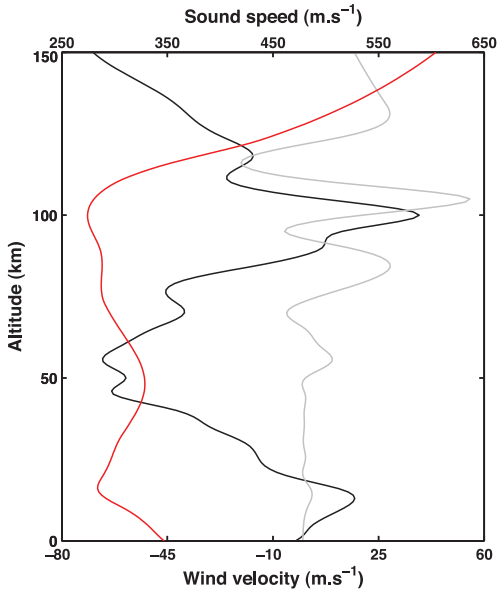


Figure 2. HWM07-MSIS atmospheric sound speed (red line), zonal wind velocity (black line) and meridional wind velocity (grey line) for austral summer (January 1 12H00 UTC) at geographical coordinates 20.85°S,168.14°E.

3 CONSTRUCTION OF THE FRÉCHET DERIVATIVES MATRIX

This section details the construction of the Fréchet derivatives matrix (7) needed for the resolution of the system (6) in the iterative least-squares sense.

3.1 Sensitivity of the forward model to wind parameters

The Fréchet derivatives matrix, $\mathbf{G}_c$, is the matrix of partial derivatives of the forward model outputs with respect to model parameters. It is constructed using the ray perturbed eq. (17) and reflection condition (21) for partial derivatives of estimated source position and the derivative of traveltime. The differential expression for traveltime at sampling parameter τ is given by,

$$\Delta T(\tau) = [\mathbf{p}_0.\mathrm{d}\mathbf{q}]_{\tau_0}^{\tau} - \int_{\tau_0}^{\tau} \Delta H \mathrm{d}\tau, \tag{22}$$

where ΔH is the perturbed hamiltonian of eq. (16).

In the following, we denote τ^i_{grd} the sampling parameter at which the reference ray intersects the ground surface. The expressions of partial derivatives for unit perturbation of wind field are given by

$$\frac{\partial s_x^i}{\partial m_n} = \mathcal{R}\delta q_x^i\left(\tau^i_{\mathrm{grd}}; \delta m_n\right), \tag{23}$$

$$\frac{\partial s_y^i}{\partial m_n} = \mathcal{R}\delta q_y^i\left(\tau^i_{\mathrm{grd}}; \delta m_n\right), \tag{24}$$

$$\frac{\partial T^i}{\partial m_n} = \Delta T^i\left(\tau^i_{\mathrm{grd}}; \delta m_n\right), \tag{25}$$

where δq_x^i and δq_y^i are elements of the perturbed phase coordinates given by the system (17) and i refers to each observation. Reflection conditions are also applied by multiplication with matrix $\mathcal{R}$. Vector $m_n = \{v_x^k; v_y^k\}$ stands for the set of model parameters with $n = 1, \ldots, 2k$, k the number of model parameters per wind field, and δm_n is a unitary perturbation of the nth component of the wind field. In these equations, local wind velocity and sound speed are interpolated using B-spline functions.

3.2 Inverse problem parametrization: a modified Fréchet derivatives matrix

The spatiotemporal variability of atmospheric parameters can be successfully described using principal component analysis (PCA; Williams 1997; Bordoni & Stevens 2006) or other related dimensionality reduction methods. These methods are useful to find both temporal and spatial patterns in a data set. Similar to ocean acoustic tomography (Munk *et al.* 1995), we apply PCA to horizontal wind model time-series to reduce the number of unknowns describing the model. Let us denote by $\mathbf{m}^\beta$ a set of 1-D wind profiles with $\beta = \{1, \ldots, N\}$ the index of profiles and N is the number of profiles. The projection of the data set, $\mathbf{m}^\beta$, in a linear orthogonal subspace, is written,

$$\mathbf{m}^\beta = \mathbf{W}\boldsymbol{\eta}^\beta + \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\epsilon}, \tag{26}$$

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

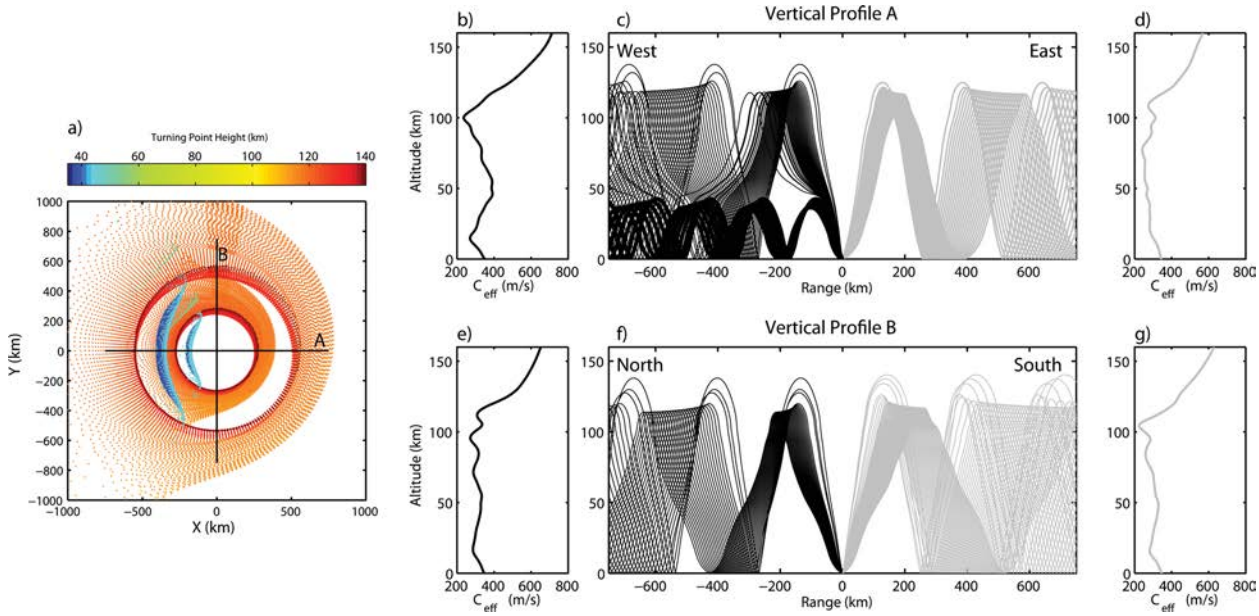


Figure 3. Infrasound ray tracing simulation. (a) Map of ray endpoints, (b) westward effective soundspeed, (c) ray tracing in east–west profile A, (d) eastward effective sound speed, (e) northward effective sound speed, (f) ray tracing in north–south direction and (g) southward effective soundspeed.

where **W** is the matrix of orthogonal basis functions (OBFs), defined by PCA, whose elements are $W_{ij} = \phi^i(z_j)$, and $\phi^i(z)$ are the OBFs, $\boldsymbol{\eta}^\beta$ are the variables in the OBF, the vector $\boldsymbol{\mu}$ is the average of the data set and $\boldsymbol{\epsilon}$ is a noise vector. Variables $\boldsymbol{\eta}^\beta$ are commonly called latent variables. OBFs are defined as the eigenvectors of the covariance matrix:

$$S_{ij} = \frac{\sum_{\beta=1}^{N} \left(m_i^\beta - \mu_j^\beta\right)\left(m_j^\beta - \mu_j^\beta\right)^t}{N}, \tag{27}$$

where $i = j = \{1, \ldots, n\}$ represent altitude indices and n the number of parameters in the 1-D profiles. Since most of the variance in the data set is contained in the first principal axis, the OBF **W** can be truncated to reduce the number of explanatory variables.

PCA is performed on the HWM07 (Drob *et al.* 2008) and NRLG2S (Drob *et al.* 2003) atmospheric specifications used for synthetic inversion in Section 4. HWM07 is an empirical horizontal wind model describing dominant diurnal to seasonal patterns of the atmosphere, while NRLG2S is a global hybrid spectral model combining NWP models of the lower atmosphere with empirical models of the upper atmosphere, such as HWM93 (Hedin *et al.* 1996) or HWM07. Here, NRLG2S is combined with the HWM93 specification. NWP models provide detailed descriptions of the atmosphere up to ∼50 km based on fluid dynamic equations.

A 1-yr time-series of HWM07 and a 4-yr time-series (2003–2007) of NRLG2S at geographical coordinates 20.85°S, 168.14°E constitute the data set used for the PCA. Fig. 4 shows the first four OBFs obtained with HWM07 and NRLG2S specifications, while Fig. 5 shows the total L_2-norm error of the reconstructed time-series as a function of the number of latent variables used for the reconstruction.

OBFs of the first mode display similar behaviour for HWM07 and NRLG2S specification. For instance, the first mode of zonal component characterizes the variance in the stratospheric wind jet. Major differences between OBFs associated with HWM07 and NRLG2S specifications occur in the higher modes.

The total L_2-norm error of reconstructed HWM07 zonal and meridional wind profiles does not decrease beyond the 23rd OBF, while for NRLG2S profiles the decrease in total L_2-norm error is continuous and more OBFs are required to obtain comparable error. Latent variables in the OBF space are used as control variables of the inverse problem instead of the n control points describing each wind component.

We use (23)–(25) and the derivative of model parameters with respect to latent variables, $\partial m_n/\partial \eta_l = W_{nl}$, to obtain the derivatives of position and traveltime with respect to linear coefficient of the OBF are

$$\frac{\partial s_x^i}{\partial \eta_l} = \frac{\partial s_x^i}{\partial m_n}\frac{\partial m_n}{\partial \eta_l} = \mathcal{R}\delta q_x^i\left(\tau_{\rm grd}^i; \delta m_n\right) W_{nl}, \tag{28}$$

$$\frac{\partial s_y^i}{\partial \eta_l} = \frac{\partial s_y^i}{\partial m_n}\frac{\partial m_n}{\partial \eta_l} = \mathcal{R}\delta q_y^i\left(\tau_{\rm grd}^i; \delta m_n\right) W_{nl}, \tag{29}$$

$$\frac{\partial T^i}{\partial \eta_l} = \frac{\partial T^i}{\partial m_n}\frac{\partial m_n}{\partial \eta_l} = \Delta T^i\left(\tau_{\rm grd}^i; \delta m_n\right) W_{nl}, \tag{30}$$

where l is the index of OBF and $l < n$ such that W_{nl} represents the truncated basis functions.

4 SYNTHETIC INVERSION EXPERIMENT

In this section, the inversion algorithm is validated and performance is evaluated on a set of synthetic data cases. The synthetic data are chosen to investigate key features of infrasonic atmospheric sounding.

4.1 Details on synthetic data

Synthetic data sets are generated using the forward model described in Section 2.3.1 for different synthetic infrasound network configurations and atmospheric specifications. Atmospheric

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

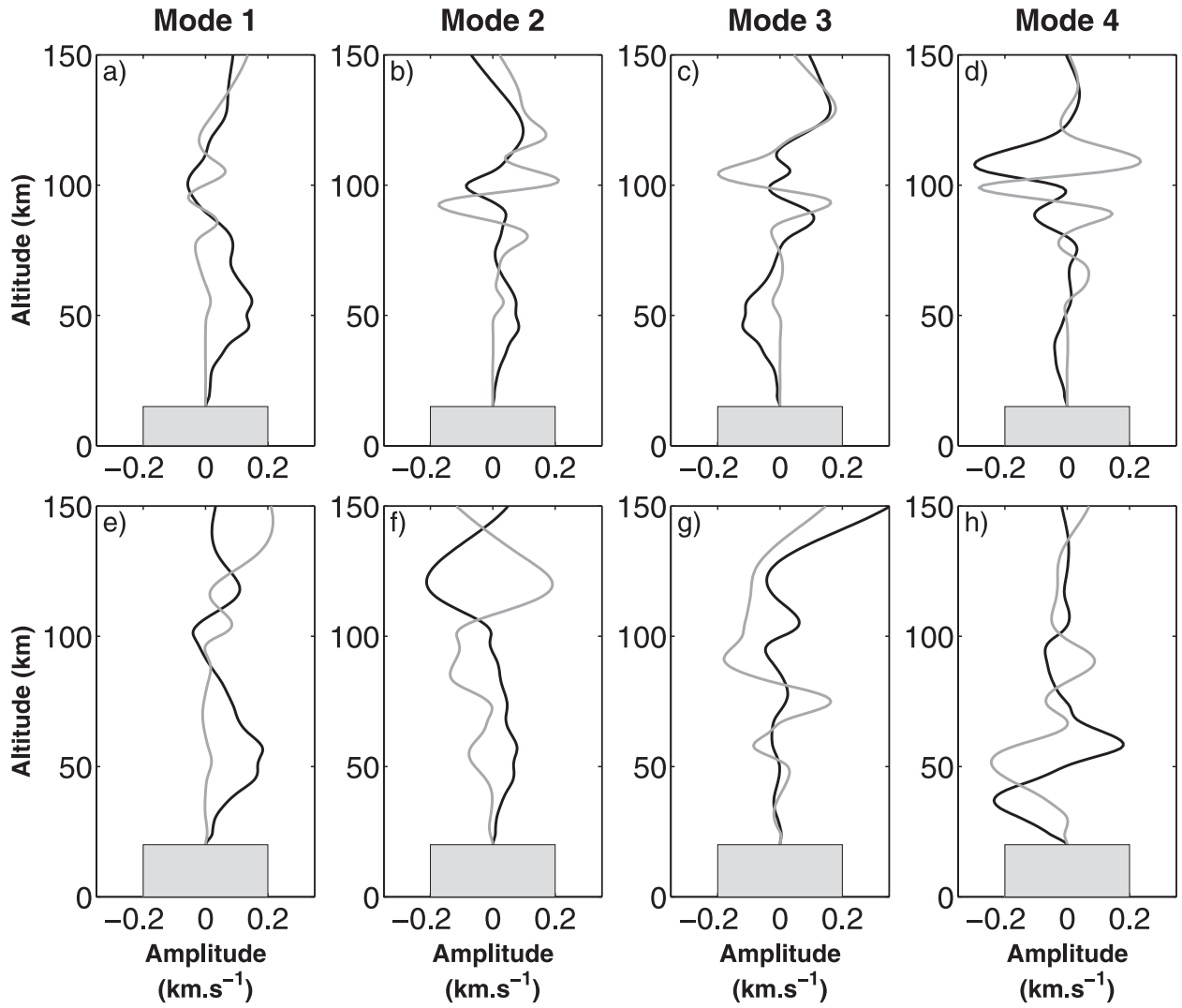


Figure 4. Orthogonal basis function (OBF) obtained by PCA analysis of 1-D profile time-series at geographical coordinates 20.85°S,168.14°E. (a–d) OBFs associated to HWM07 specifications: (a)–(d) correspond, respectively, to modes 1, 2, 3 and 4 (decreasing order of associated eigenvalues). (e–h) same as (a-d) for NRLG2S specification. Dark lines correspond to zonal wind OBF and grey lines to meridional wind OBF. Grey rectangles correspond to the section of wind profiles not inverted.

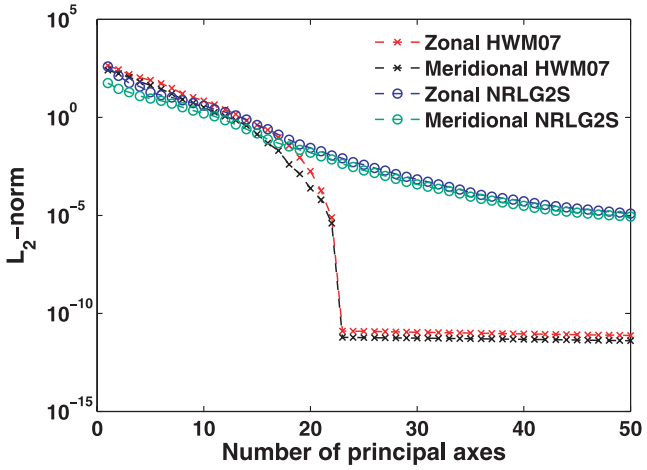


Figure 5. Total L_2-norm error of the reconstructed profiles depending on the atmospheric specification versus the number of axes used for the reconstruction.

conditions correspond to austral summer, January 1 12H00 UTC, for HWM07 (Fig. 8a) and NRLG2S (Fig. 9a), and equinox conditions, October 28 12H00 UTC, for HWM07 (Fig. 8e) and NRLG2S (Fig. 9e) at geographical coordinates 20.85°S, 168.14°E. The background infrasound network used for synthetic data computation in different atmospheric configurations is composed of 360 arrays ranging from 180 to 600 km from the source at every 10° in azimuth.

For each atmospheric profile, we perform three inversions. The first inversion (hereafter abbreviated I-1) uses all synthetic detections. The second and third inversions (abbreviated I-2 and I-3) are performed using an arbitrary selection of 25 and 10 arrays among the arrays detecting the event. Figs. 6 and 7 show the infrasound arrays detecting the events for each inversion I-1, I-2 and I-3 and each atmospheric profile used for synthetic data generation. A map of ray endpoints colour coded according to the turning point altitude are also shown in each case. In addition, detected rays with turning point altitudes above ∼140 km are removed from the inversion procedure. Tables 1 and 2 synthesize the arrays and the corresponding detected phases for each inversion.

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

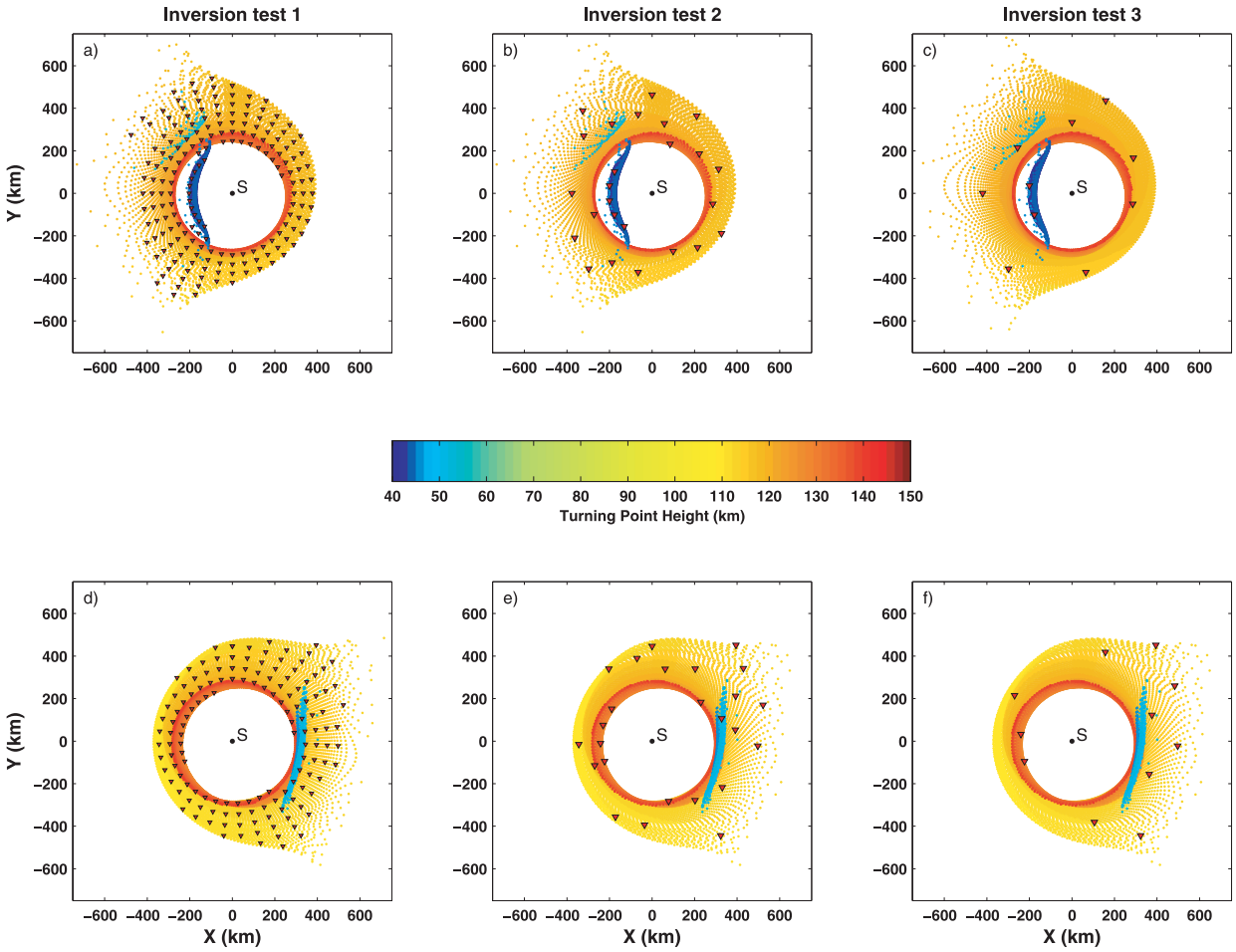


Figure 6. Synthetic array locations (triangles) used for each inversion of the HWM07 synthetic data set superimposed on the map of ray endpoints colour coded according to the turning point altitude. Maps of ray endpoints for the austral summer condition and location of 164 arrays (a), 25 arrays (b) and 10 arrays (c). Maps of ray endpoints for the equinox condition and location of 145 arrays (d), 25 arrays (e) and 10 arrays (f). The source (black dot) is located at $(x, y, z) = (0, 0, 0)$.

4.2 Details on the inverse procedure

4.2.1 The concept of a kinematically compatible model

The choice of a starting model is a critical step since it should be located in the vicinity of the global minimum. The starting model is generally chosen as the mean prior information on the atmospheric state which has to be set objectively. We introduce the concept of a kinematically compatible model as an atmospheric model that correctly predicts the observed infrasound phases (i.e. stratospheric and/or thermospheric phases). The iterative inverse algorithm converges towards a local minimum when mismodelled phases are present. Indeed, mismodelled phases behave as outliers in the data set for which least-squares methods are known to be non-robust. Meanwhile, a starting model that correctly predicts observed phases does not guarantee a convergence towards the global minimum.

4.2.2 Inversion initialization

For each inversion case, the starting models are the time-averaged mean of the corresponding season (Figs 8a & e and 9a & e). These models are likely kinematically incompatible with observations. To overcome these kinematic incompatibilities, the inversion is run with well-modelled phases for the first iterations until a correct prediction of all phases is obtained. Moreover, to stabilize the inversion procedure, the lowermost kilometres of the atmosphere (typically up to ∼15–20 km) are assumed to be known and remain unperturbed during the inversion procedure. This assumption is not excessively restrictive as atmospheric specifications are generally well resolved at these altitudes. In addition, Table 3 resumes the number of OBFs used to reconstruct zonal and meridional winds in each inversion case.

4.2.3 An heuristic method to improve the convergence

For each inversion, the weighting factor α of eq. (6) is logarithmically relaxed during the inversion procedure leading to an increasing weight of the data misfit term (6) with iteration. This is an heuristic method in contradiction with the probabilistic assumption behind the objective function (4) because it changes the covariance matrix $\mathbf{C}_\mathrm{m}$ during the iterative procedure and is equivalent to changing the prior information at each iteration. However, such an heuristic method is justified because, in the case of synthetic data inversion, the model $\mathbf{m}_p$ does not represent a prior information on the atmospheric state in the sense of the probabilistic formulation. It is actually related to a critical starting model, from which we expect to

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

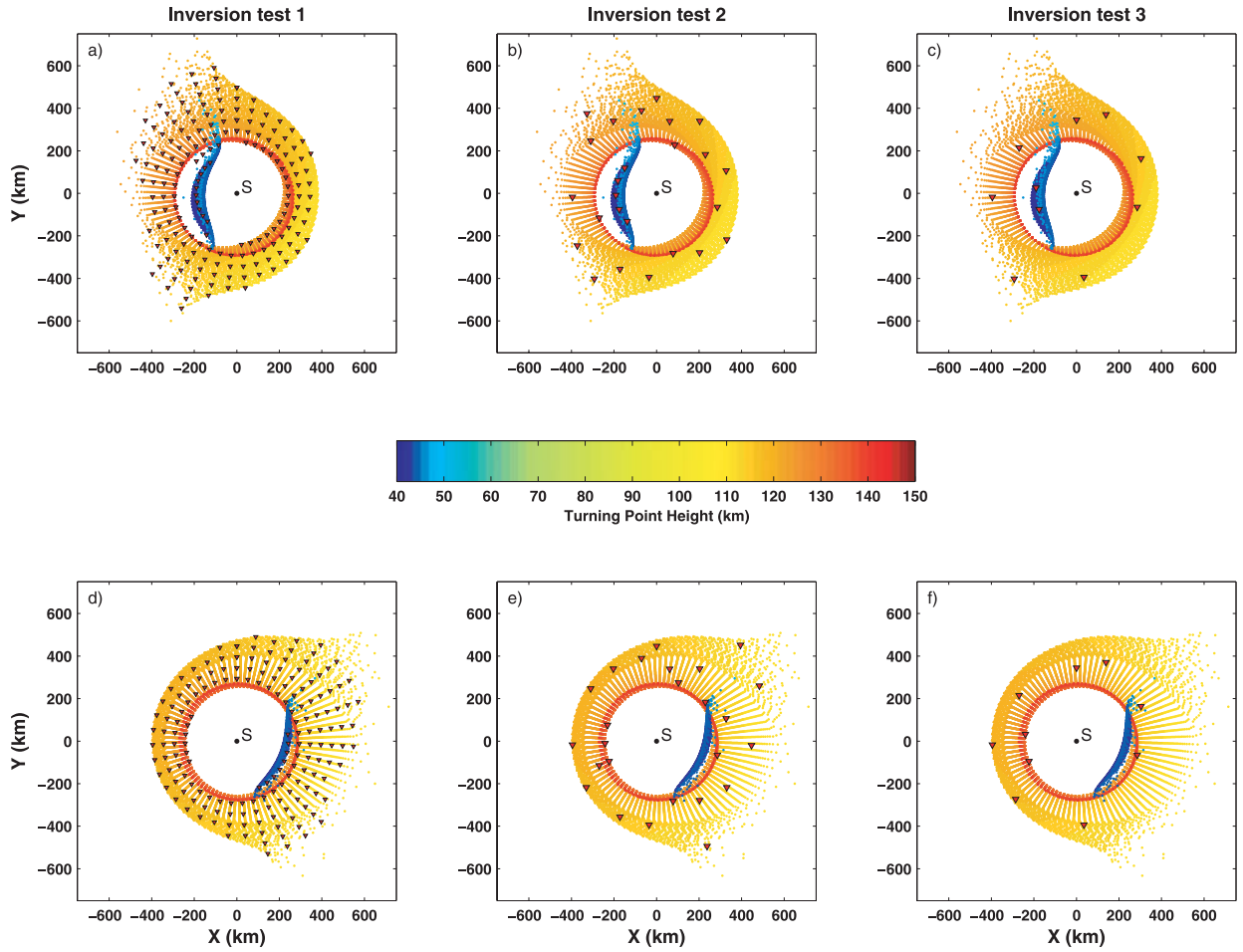


Figure 7. Synthetic array locations (triangles) used for each inversion of the NRLG2S synthetic data set superimposed on the map of ray endpoints colour coded according to the turning point altitude. Map of ray endpoints for the austral summer condition and location of 180 arrays (a), 25 arrays (b) and 10 arrays (c). Map of ray endpoints for the equinox condition and location of 173 arrays (d), 25 arrays (e) and 10 arrays (f). The source (black dot) is located at $(x, y, z) = (0, 0, 0)$.

Table 1. HWM07 synthetic data set used for validation of inverse algorithm. I-1 corresponds to inversion with the highest number of arrays, I-2 to 25 arrays and I-3 to 10 arrays.

	Summer			Equinox		
	I-1	I-2	I-3	I-1	I-2	I-3
Number of arrays	164	25	10	145	25	10
Is	28	6	3	7	1	1
It	169	20	8	145	25	11

Table 2. NRLG2S synthetic data set used for validation of inverse algorithm. I-1 corresponds to inversion with the highest number of arrays, I-2 to 25 arrays and I-3 to 10 arrays.

	Summer			Equinox		
	I-1	I-2	I-3	I-1	I-2	I-3
Number of arrays	180	25	10	173	25	10
Is	19	5	5	12	0	0
It	165	20	5	165	25	10

converge towards the true state. This is emphasized because starting models used in this study result in very large misfit values that may not be observed with real data sets (Antier *et al.* 2007; Ceranna *et al.* 2009; Hedlin *et al.* 2010), except in the presence of outliers in the data sets.

4.3 Inversion results with HWM07 specification

Synthetic data from summer conditions (Fig. 8a) result in 169 thermospheric and 28 stratospheric arrivals (Table 1). This atmospheric state typically corresponds to conditions where the starting model is likely kinematically incompatible with observations because of a strong sensitivity of thermospheric and stratospheric paths to the transition point. For instances, stratospheric arrivals can be modelled as thermospheric paths when the stratospheric wind jet is underestimated, while thermospheric paths are likely modelled as stratospheric paths when stratospheric wind jet is overestimated. In these cases, inversion starts with the compatible phases for the first iterations. The atmospheric profiles are successfully retrieved (Fig. 8b) in the case of the dense network of stations for both zonal and meridional fields. When decreasing the number of stations, the quality of the retrieval is affected but remain satisfying as mean error does not exceed $\sim$3.5 m s^{-1} (Table 4) for both zonal and meridional winds in the least favourable case (i.e. with 10 infrasound arrays).

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

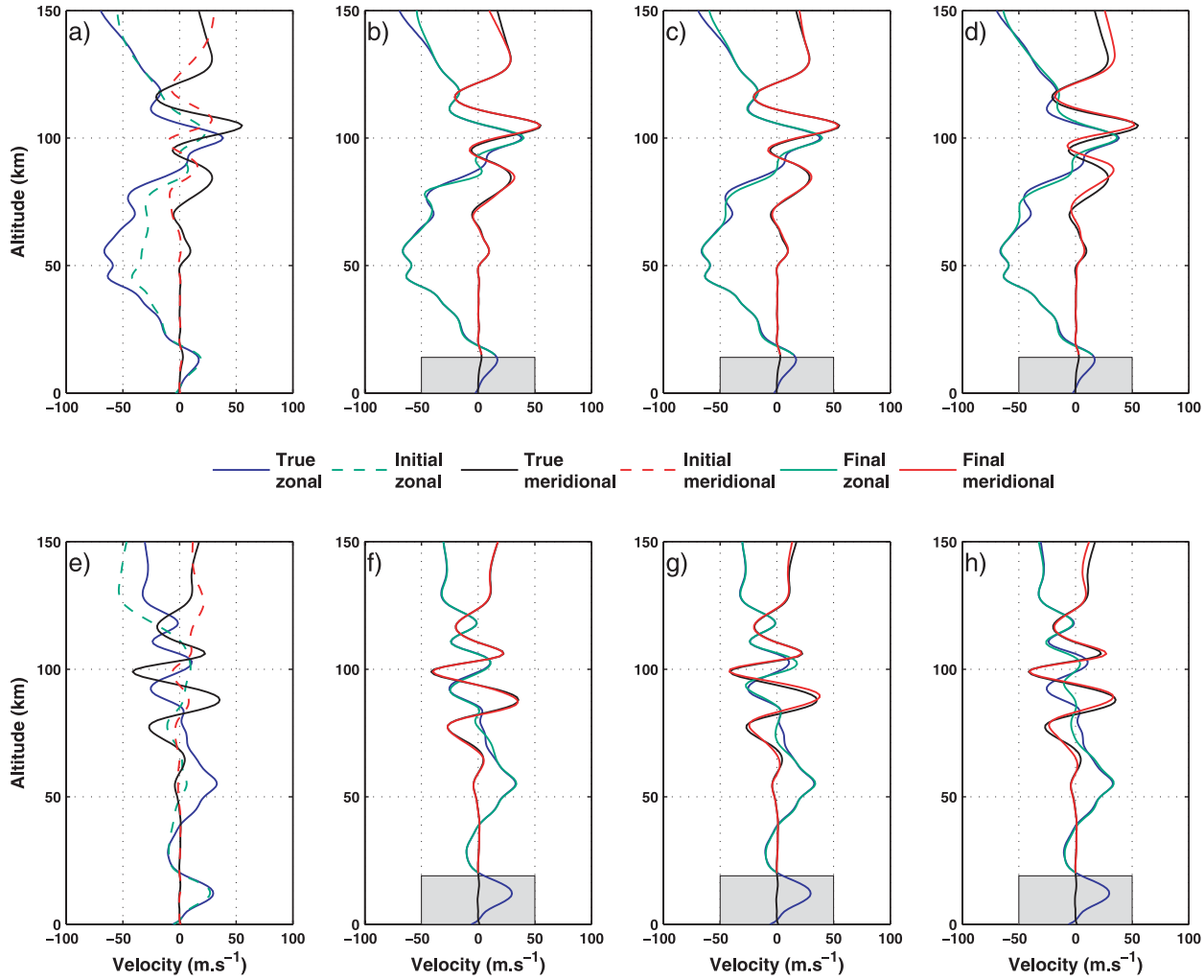


Figure 8. Inversion results from HWM07 synthetic data. (a) True summer wind profiles (solid lines) versus initial wind profiles (dashed lines). Retrieved profiles after inversion with 164 arrays (b), 25 arrays (c) and 10 arrays (d) versus true wind state. (e) True equinox wind profiles (solid lines) versus initial wind profiles (dashed lines). Retrieved profiles after inversion with 145 arrays (f), 25 arrays (g) and 10 arrays (h) versus true wind state. Grey rectangles correspond to the section of wind profiles not inverted.

In addition, the overall wind field structure is always successfully recovered.

Equinox atmospheric profiles (Fig. 8e) are characterized by wind amplitudes significantly lower than summer conditions (Fig. 8a), especially at stratospheric altitudes. This results in wind profiles where weak amplitude variabilities have a great importance in the overall wind structures. We observed that more OBFs and latent variables are needed to reconstruct the atmospheric profiles (Table 3). The inversion can therefore become unstable as higher order basis functions correspond to more oscillating eigenvectors of the covariance matrix (27). In this case, convergence is ensured by adequately setting the weighting parameter α. The retrieved profiles are satisfactory despite the increased number of unknown parameters. As expected, the decreasing number of infrasound arrays affects the inversion retrieval by increasing the mean error in the retrieved atmospheric profiles (Table 4).

Finally, we note that mean error in retrieved summer meridional profile decreases between the first and second inversion from 0.68 to 0.57 m s^{-1}. This may seem surprising as the number of infrasound arrays decreases from 164 to 25 between the first and second inversion. This is due to a better meridional retrieval above 120 km, that is, altitudes not reached by ray paths.

4.4 Inversion results with NRLG2S specification

The inversions of synthetic data computed with NRLG2S specifications lead to the same conclusions as those derived from the HWM07 related data set. NRLG2S atmospheric specifications which use NWP model up to ∼50 km, contain more detail compared with HWM07. These fine-scale vertical structures require an increasing number of OBFs (see Table 3) to describe the NRLG2S profiles with an accuracy equivalent to that of HWM07. In addition, we also note that equinox conditions require more OBFs than profiles from austral summer conditions (Table 3). Fig. 9 summarizes the results of the six inversions made for summer and equinox conditions. As for HWM07, the general structure of atmospheric profiles are well retrieved for both zonal and meridional winds. The mean error of the retrieved profiles (Table 4) increases with a decreasing number of infrasound arrays with an exception for zonal wind retrieval

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

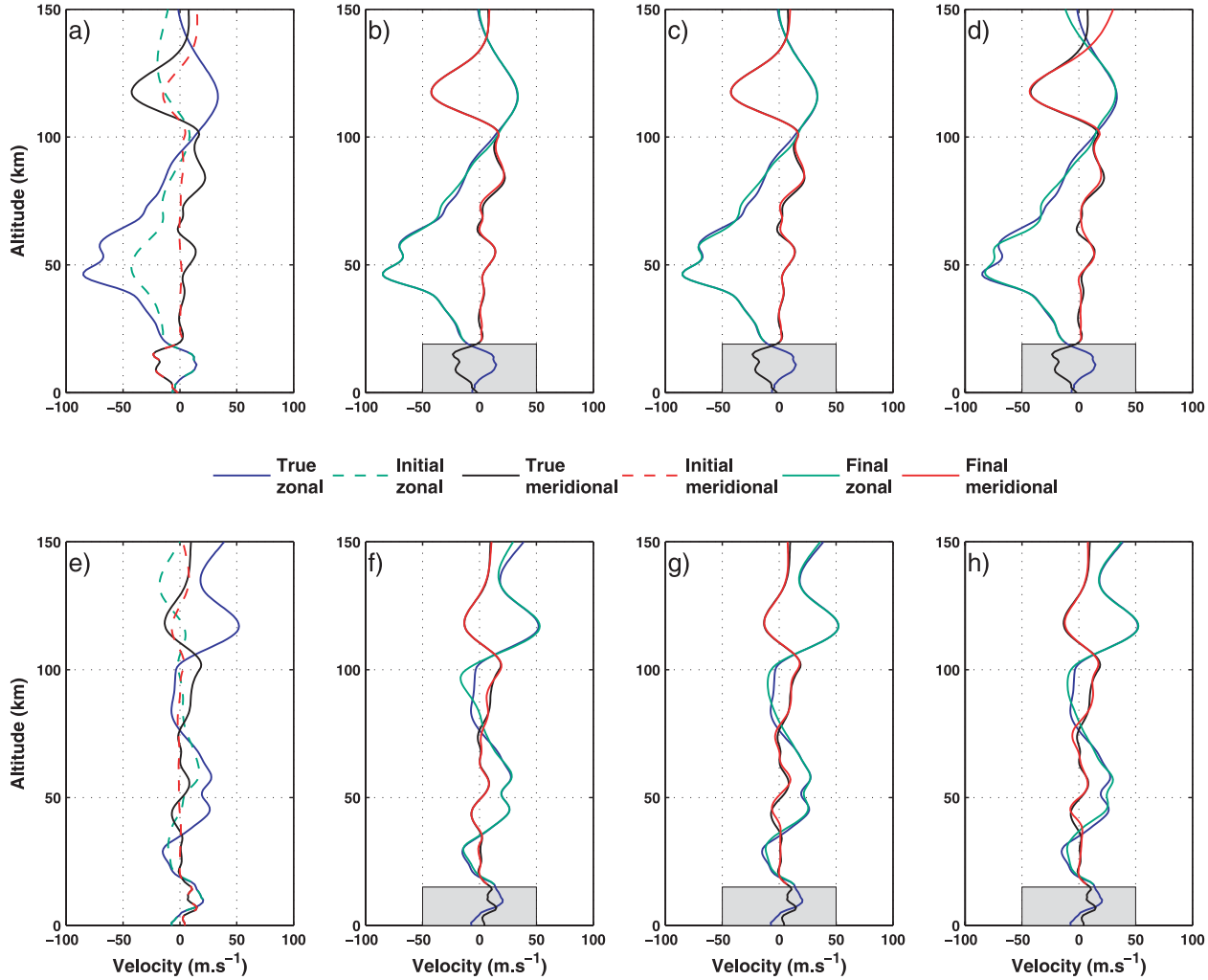


Figure 9. Inversion results from NRLG2S synthetic data. (a) True summer wind profiles (solid lines) versus initial wind profiles (dashed lines). Retrieved profiles after inversion with 180 arrays (b), 25 arrays (c) and 10 arrays (d) versus true wind state. (e) True equinox wind profiles (solid lines) versus initial wind profiles (dashed lines). Retrieved profiles after inversion with 173 arrays (f), 25 arrays (g) and 10 arrays (h) versus true wind state. Grey rectangles correspond to the section of wind profiles not inverted.

Table 3. Number of OBF used to reconstruct zonal and meridional wind profiles for each inversion. I-1 corresponds to inversion with the highest number of arrays, I-2 to 25 arrays and I-3 to 10 arrays.

	Summer			Equinox		
	I-1	I-2	I-3	I-1	I-2	I-3
HWM07	17	17	17	20	20	20
NRLG2S	19	19	19	21	21	21

Table 4. Mean error (in m s^{-1}) of the retrieved wind profiles for the 12 synthetic inversions. I-1 corresponds to inversion with the highest number of arrays, I-2 to 25 arrays and I-3 to 10 arrays.

		Summer			Equinox		
		I-1	I-2	I-3	I-1	I-2	I-3
HWM07	Zonal	1.32	1.51	3.00	1.00	1.47	2.97
	meridional	0.68	0.57	3.28	0.62	1.86	2.01
NRLG2S	Zonal	1.08	1.45	2.63	2.29	1.78	2.52
	meridional	0.73	0.76	1.88	0.75	1.07	1.40

during the equinox which has an abnormally high mean error of 2.29 m s^{-1} after inversion I-1 (composed of 173 arrays). This is mainly explained by the poor retrieval of zonal wind between 75 and 100 km which can be due to the presence of local minima. The use of Monte Carlo sampling of the parameter space may help to understand this feature. The corresponding retrievals for inversion I-2 and I-3 are significantly better at these altitudes.

The mean error of retrieved profiles from NRLG2S and HWM07 specifications are not comparable as we do not use the same infrasound network for each inversion experiments and the weighting parameter α controlling the relative weight between data fit and prior model fit is specific to each inversion.

5 DISCUSSION

In this section some features of infrasound atmospheric sounding arising from the synthetic inversion experiments are discussed. We discuss some aspects of the convergence, as well as implications of the simplifications and assumptions made.

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

We introduce the weighting parameter α in eq. (6), which controls the trade-off between data fit and prior model fit. Increasing this coefficient gives more weight to the prior model and slows down the convergence rate. Consequently, more iterations are needed to obtain a satisfying data fit. Most of the instabilities encountered in the inversion can be avoided by properly setting this parameter. In the probabilistic formulation of the objective function, this weighting factor should actually be incorporated inside the covariance matrix $\mathbf{C}_{\mathrm{m}}$. However, this formulation makes it easier to change the trade-off between data and model misfit and helps to stabilize the inversion.

Ray tracing methods are strongly sensitive to the transition point between stratospheric and thermospheric paths (Drob *et al.* 2010). At this transition point, ray tracing methods are discontinuous and both stratospheric and thermospheric branches diverge asymptotically towards infinity. The related infrasound phases are subject to strong geometrical spreading. In this domain, the stratospheric phases correspond physically to the fast stratospheric arrivals (Evers & Haak 2007) while thermospheric phases cannot be observed due to the strong attenuation by geometrical expansion. In the vicinity of this transition point, both forward and inverse problems are non-linear, and this is the point where linear inversion methods breakdown. Mathematically, it is due to the non-differentiability of the forward problem. To avoid instability of the inversion caused by this non-linearity, we attempt to prevent phase conversions during the inverse procedure. This is done by a proper choice of prior model weight and introducing regularization terms to avoid strong perturbation of the wind model. The main limit of our algorithm in this regard is the same as every linear inversion algorithm and depends on the choice of starting model. In Section 4.2 we introduced the concept of a kinematically compatible model, which is characterized by predicted infrasound phases compatible with observations. Incompatible starting models result in a convergence towards a local minimum. This can be avoided by running the inversion using only well-modelled phases for the first iterations provided that infrasound phases can be identified without confusion.

Atmospheric profiles from NRLG2S specifications are not retrieved as easily as profiles from the HWM07 model. The inversion of NRLG2S synthetic data requires generally more iterations than inversion from HWM07 synthetic data. This result was expected since NRLG2S contains vertical fine-scale structures that are not present in the HWM07 wind model. The vertical complexity is better retrieved by increasing the number of orthogonal functions and latent variables. However, empirical orthogonal functions of higher order contain higher frequency oscillations, resulting in a possibly unstable inversion procedure. These instabilities can be easily handled by adjusting the weighting parameter α.

The number of stations and their positions strongly affects the inversion results. To illustrate these features, we have shown the impact of a reduced number of infrasound arrays on the inversion. Ideally, the array network should cover different range and azimuths. A poor coverage in azimuth and propagation range will, as expected, result in poor retrieval of wind parameters. Azimuthal coverage is important, as it allows handling the anisotropic nature of infrasound atmospheric sounding due to wind directivity. Range coverage is important for distributing sensitivity to the wind model at different altitudes.

In this study, we have considered the ideal case of noise-free data to highlight main issues of the infrasound inversion algorithm. The present algorithm is based on the assumption of Gaussian uncertainties over the data space. Departure from this assumption may occur with real data and could lead to a convergence towards a local minimum. Different statistical laws or error norm should be investigated in the presence of noisy data to find the formulation appropriate to infrasound observations.

The spatiotemporal variability of the atmosphere is a key feature in the understanding of infrasound propagation. Ray tracing is adapted to model large-scale atmospheric effects on infrasound propagation; this includes the day-to-day variability due to planetary waves and ray path changes due to migrating solar tides. Indeed, the infrasound wavefield is strongly influenced by various scales of variability of the atmospheric system, including the general circulation, seasonal changes, diurnal fluctuation due to planetary waves, migrating and non-migrating solar tides and gravity waves. Atmospheric effects such as gravity waves and turbulence in the boundary layer are known to produce scattering of the acoustic energy that are not modelled in the high-frequency approximation of the wave equation. Specific methods based on full-waveform modelling are required to reproduce these scattering effects (Millet *et al.* 2007).

In addition, we assume a range-independent atmosphere and Cartesian geometry for numerical simplification. Considering this, we state that this inversion algorithm is well suited to regional application, that is, propagation range up to 700 km. Application to long-range propagation would require the forward problem to be converted into spherical coordinate. Though there is no mathematical difficulty in using spherical coordinates, this algorithm is developed in a Cartesian frame for simplification and because it is inconceivable, with the current infrasound network, to perform inversion on long-range propagation. Indeed, long-range propagation is subject to 3-D/4-D propagation effects and requires the use of 3-D/4-D atmospheric models, increasing drastically the amount of unknown parameters. This increase in unknown model parameters has to be counter-balanced by an increase in infrasound observations to track the 3-D/4-D propagation effects.

Several ground truth event studies with high spatial coverage of infrasound receivers have been conducted to characterize infrasound propagation. The 1987 Misty picture experiment (New Mexico, USA) for which 23 sensors were deployed up to a range of 1200 km (Reed *et al.* 1987; Blanc 1988), is a unique data set in terms of station coverage. However, wave front parameters such as trace velocity and azimuth, which are explicitly used in our inversion, are not available because infrasound receivers consisted of single sensor. Thus, the proposed algorithm is not adapted to invert this data set which requires the computation of eigenrays. Since this first experiment, infrasound calibration explosions have been conducted at the Sayarim Military Range, Israel, in 2009 August and 2011 January and instrumented by infrasound receivers in array configurations (Gitterman *et al.* 2011). In addition, similar experiments have been conducted at the Utah Test and Training Range (UTTR), United States, with a high spatial resolution of infrasound arrays (Talmadge *et al.* 2010). Due to the amount of infrasound arrays located at regional-scale distances, these data sets constitute an ideal starting point to perform infrasound atmospheric sounding.

We note that the quality of inverted atmospheric profiles greatly depends on the accuracy of the forward model in describing propagation physics. In this study, assumptions and simplifications were made to understand the behaviour of the different physical parameters in an inversion procedure. The consideration of more detailed physics in the infrasound propagation modelling, including amplitude evolution, non-linearity and frequency dependence, will increase the non-linearity of the inverse problem and, consequently, will have to be introduced progressively.

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

6 CONCLUSION

This study describes a new algorithm for infrasound atmospheric sounding. Our approach was motivated by recent infrasound studies, which have highlighted the potential of infrasound signal for global atmospheric studies, especially for improving the understanding of the mesosphere and lower thermosphere. However, rigorous development of inverse theory in the context of infrasound studies has not been extensively covered in the literature; Drob *et al.* (2010) have studied this problem in a context similar to this study.

The good agreement between inverted profiles and true profiles shows that our approach is appropriate for infrasonic atmospheric sounding. A specific parametrization of the unknown model parameters based on PCA is adopted, which naturally introduces some regularization of the inverse problem. Atmospheric sounding with infrasound data should be restricted to a regional scale, that is, propagation ranges less than 700 km from the source, which correspond to distances where atmospheric 3-D effects on the propagation are not too important, and where ray tracing can be used in Cartesian coordinates neglecting the Earth's sphericity. Furthermore, currently available infrasound network configurations do not allow infrasound tomography at a global scale.

We propose to use this algorithm to assess the performance of existing regional monitoring network as well as in the designing of regional infrasound observing system. Application to real data cases is possible, but may require additional work on robustness to noise level and uncertainty analysis (including correlation of uncertainties in the data covariance matrix $\mathbf{C}_D$), the error norm used in the misfit function (here an L_2-norm) and uncertainty distributions.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors acknowledge Douglas P. Drob for providing the NRLG2S-HWM93 atmospheric specifications. Careful reviews from Olaf Gainville and two anonymous reviewers helped to improve the original manuscript. The authors are thankful to Jean Virieux for preliminary discussions about this work.

REFERENCES

Aki, K. & Richards, P., 1980. *Quantitative Seismology,* 2nd edn, Freeman, San Francisco, CA.

Antier, K., Le Pichon, A., Vergniolle, S., Zielinski, C. & Lardy, M., 2007. Multiyear validation of the NRL-G2S wind fields using infrasound from Yasur, *J. geophys. Res.,* **112,** D23110.

Balachandran, N.K., Donn, W.L. & Rind, D.H., 1977. Concorde sonic booms as an atmospheric probe, *Science,* **197,** 47–49.

Bass, H.E., Sutherland, L.C., Zuckerwar, A.J., Blackstock, D.T. & Hester, D.M., 1995. Atomospheric absorption of sound: further developments, *J. acoust. Soc. Am.,* **97,** 680–683, doi:10.1121/1.412989.

Blanc, E., 1988. Mesures ionosphériques et microbarographiques-expérience misty picture. Technical Report 370/88, CEA.

Bordoni, S. & Stevens, B., 2006. Principal component analysis of the Summertime Winds over the Gulf of California: a Gulf Surge Index, *Mon. Weather Rev.,* **134,** 3395–3414.

Campus, P. & Christie, D.R., 2010. Worldwide observations of Infrasonic Waves, in *Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies,* ch. 6, Springer, Dordrecht.

Candel, S., 1977. Numerical solution of conservation equations arising in linear wave theory: application to aeroacoustics, *J. Fluid Mech.,* **83,** 465–493.

Cansi, Y., 1995. An automatic seismic event processing for detection and location: the PMCC method, *Geophys. Res. Lett.,* **22,** 1081–1125.

Ceranna, L., Le Pichon, A., Green, D.N. & Mialle, P., 2009. The Buncefield explosion: a benchmark for infrasound analysis across Central Europe, *Geophys. J. Int.,* **177,** 491–508.

Courant, R. & Hilbert, D., 1989. *Methods of Mathematical Physics,* Volume II, Wiley Interscience, New York, NY.

Courtier, P. *et al.,* 1998. The ECMWF implementation of three-dimensional variational assimilation (3D-Var) I: formulation, *Q. J. R. Meteorol. Soc.,* **124,** 1783–1807.

De Boor, C., 1978. *A Practical Guide to Splines,* Springer-Verlag, New York, NY.

Delclos, C., Blanc, E., Broche, P., Glangeaud, F. & Lacoume, J.L., 1990. Processing and interpretation of microbarograph signals generated by the explosion of Mount St. Helens, *J. geophys. Res.,* **95,** 5485–5494.

Delprat-Jannaud, F. & Lailly, P., 1995. Reflection tomography: how to handle multiple arrivals? *J. geophys. Res.,* **100,** 703–715.

Dessa, J.-X., Virieux, J. & Lambotte, S., 2005. Infrasound modeling in a spherical heterogeneous atmosphere, *Geophys. Res. Lett.,* **32,** L12808, doi:10.1029/2005GL022867.

Donn, W. & Rind, D., 1971. Natural infrasound as an atmospheric probe, *Geophys. J. R. astr. Soc.,* **26,** 111–133.

Drob, D.P., Picone, J.M. & Garcès, M., 2003. Global morphology of infrasound propagation, *J. geophys. Res.,* **108,** 4680, doi:10.1029/2002JD003307.

Drob, P.D. *et al.,* 2008. An empirical model of the earth's horizontal wind fields: HWM07, *J. geophys. Res.,* **113,** A12304, doi:10.1029/2008JA013668.

Drob, P.D., Meier, R.R., Picone, J.M. & Garcès, M.M., 2010. Inversion of infrasound signals for passive atmospheric remote sensing, in *Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies,* ch. 24, Springer, Dordrecht.

Evers, L.G. & Haak, H.W., 2005. The detectability of infrasound in the Netherlands from the Italian volcano Mt. Etna, *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.,* **67,** 259–268.

Evers, L.G. & Haak, H.W., 2007. Infrasonic forerunners: exceptionally fast acoustic phases, *Geophys. Res. Lett.,* **34,** L10806, doi:10.1029/2007GL029353.

Farra, V., Virieux, J. & Madariaga, R., 1989. Ray perturbation theory for interfaces, *Geophys. J. Int.,* **99,** 377–390.

Fee, D., Garces, M. & Steffke, A., 2010. Infrasound from Tungurahua Volcano 2006-2008: Strombolian to Plinian eruptive activity, *J. Volc. Geotherm. Res.,* **193,** 67–81.

Gainville, O., Piserchia, P.-F., Blanc-Benon, P. & Scott, J., 2006. Ray tracing for long range atmospheric propagation of infrasound, in *Proceedings of 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference,* Cambridge, MA AIAA Paper No. 2006–2451.

Garcés, M., Hansen, R.A. & Lindquist, K.G., 1998. Traveltimes for infrasonic waves propagating in a stratified atmosphere, *Geophys. J. Int.,* **135,** 255–263.

Garcés, M., Iguchi, M., Ishihara, K., Morissey, M., Sudo, Y. & Tsutsui, T., 1999. Infrasonic precursors to a vulcanian eruption at Sakurajima Volcano, Japan, *Geophys. Res. Lett.,* **26,** 2537–2540.

Garcés, M., Aucan, J., Fee, D., Caron, P., Merrifield, M., Gibson, R., Bhattacharyya, J. & Shah, S., 2006. Infrasound from large surf, *Geophys. Res. Lett.,* **33,** L05611, doi:10.1029/2005GL025085.

Gitterman, Y., Given, J., Coyne, J., Zerbo, L. & Hofstetter, R., 2011. Large-scale explosion sources at Sayarim, Israel, for infrasound calibration of the International Monitoring System, *in Conference on Comprehensive Nuclear-Test-Ban Treaty: Science and Technology,* Vienna, Austria, 2011 June 8–10.

de Groot-Hedlin, C.D., 2008. Finite-difference time-domain synthesis of infrasound propagation through an absorbing atmosphere, *J. acoust. Soc. Am.,* **124,** 1430–1441.

Hagerty, M.T., Kim, W.-Y. & Martysevich, P., 2002. Infrasound detection of large mining blasts in Kazakstan, *Pure appl. Geophys.,* **159,** 1063–1079.

Hansen, C., 1992. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve, *SIAM Rev.,* **34,** 561–580.

Hauchecorne, A., Keckhut, P. & Chanin, M.-L., 2010. Dynamics and transport in the middle atmosphere using remote sensing techniques from ground and space, in *Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies,* ch. 22, Springer, Dordrecht.

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

Hedin, A.E., 1991. Extension of the MSIS thermosphere model into the middle and lower atmosphere, *J. geophys. Res.,* **96,** 1159–1172.
Hedin, A.E. *et al*., 1996. Empirical wind model for the upper, middle and lower atmosphere, *J. Atmos. Terr. Phys.,* **58,** 1421–1447.
Hedlin, M.A.H., Drob, D., Walker, K.T. & C. de Groot-Hedlin, C., 2010. A study of acoustic propagation from a large bolide in the atmosphere with a dense seismic network, *J. geophys. Res.,* **115,** B11312, doi:10.1029/2010JB007669.
Hogan, T.F. & Rosmond, T.E., 1991. The description of the navy operational global atmospheric prediction systems spectral forecast model, *Mon. Weather Rev.,* **119,** 1786–1815.
Julian, B.R. & Gubbins, D., 1977. Three dimensional seismic ray tracing, *J. Geophys.,* **43,** 95–114.
Kalnay, E., Kanamitsu, M. & Baker, W.E., 1990. Global numerical weather prediction at the National-Meteorological-Center, *Bull. Am. Meteorol. Soc.,* **71,** 1410–1428.
Le Pichon, A., Garcés, M., Blanc, E. & Barthélémy, M., 2002. Acoustic propagation and atmosphere characteristics derived from infrasonic waves generated by the Concorde, *J. acoust. Soc. Am.,* **111,** 629–641.
Le Pichon, A., Maurer, V., Raymond, D. & Hyvernaud, O., 2004. Infrasound from ocean waves observed in Tahiti, *Geophys. Res. Lett.,* **31,** L19103, doi:10.1029/2004GL020676.
Le Pichon, A., Blanc, E. & Drob, D.P., 2005a. Probing high-altitude winds using infrasound. *J. geophys. Res.,* **110,** D20104, doi:10.1029/2005JD006020.
Le Pichon, A., Blanc, E., Drob, D.P., Lambotte, S., Dessa, J.-X., Lardy, M., Bani, P. & Vergniolle, S., 2005b. Infrasound monitoring of volcanoes to probe high-altitude winds, *J. geophys. Res.,* **110,** D13106, doi:10.1029/2004JD005587.
Le Pichon, A., Blanc, E. & Hauchecorne, A., 2010. *Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies*, 1st edn, Springer, Dordrecht.
Lingevitch, J.F., Collins, M.D., Mills, M.J. & Evans, R.B. & Siegmann, W.L., 2002. A wide angle and high Mach number parabolic equation, *J. acoust. Soc. Am.,* **111,** 729–734.
Levenberg, K., 1944. A method for the solution of certain problems in least squares, *Quart. appl. Math.,* **2,** 164–168.
Marquardt, D., 1963. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, *SIAM, J. appl. Math.,* **11,** 431–441.
Marty, J., Ponceau, D. & Dalaudier, F., 2010. Using the International Monitoring System infrasound network to study gravity waves, *Geophys. Res. Lett.,* **37,** L19802, doi:10.1029/2010GL044181.
Matoza, R.S., 2009. Seismic and infrasonic source processes in volcanic fluid systems, *PhD thesis*, University of California, San Diego.
Matoza, R.S., Fee, D., Garces, M., Seiner, J.M., Ramon, P.A. & Hedlin, M.A.H., 2009. Infrasonic jet noise from volcanic eruptions, *Geophys. Res. Lett.,* **36,** L08303, doi:10.1029/2008GL036486.
Matoza, R.S., Le Pichon, A., Vergoz, J., Herry, P., Lalande, J.-M., Lee, H. I., Che, I.-Y. & Rybin, A., 2011. Infrasonic observations of the June 2009 Sarychev Peak eruption, Kuril Islands: implications for infrasonic monitoring of explosive volcanism, *J. Volc. Geotherm. Res.,* **200,** 35–48.
Millet, C., Robinet, J.-C. & Roblin, C., 2007. On using computational aeroacoustics for long-range propagation of infrasounds in realistic atmospheres, *Geophys. Res. Lett.,* **34,** L14814, doi:10.1029/2007GL029449.
Monteiller, V., Got, J.-L., Virieux, J. & Okubo, P., 2005. An efficient algorithm for double-difference tomography and location in heterogeneous media, with an application to the Kilauea volcano, *J. geophys. Res.,* **110,** B12306, doi:10.1029/2004JB003466.
Munk, W., Worcester, P. & Wunsch, C., 1995. *Ocean Acoustic Tomography*, Cambridge University Press, Cambridge.
Mutschlecner, J. P. & Whitaker, R. W., 2005. Infrasound from earthquakes, *J. geophys. Res.,* **110,** D01108, doi:10.1029/2004JD005067.
Nolet, G., 1987. *Seismic Tomography*, Reidel, Dordrecht, The Netherlands.
Ostashev, V.E., Juvé, D. & Blanc-Benon Ph., 1997. Derivation of a wide angle parabolic equation for sound waves in inhomogeneous moving media, *Acta acuost. United with Acustica,* **83,** 455–460.
Paige, C.C. & Saunders, M.A., 1982. LSQR: sparse linear equations and least-squares problems, *ACM Trans. Math. Softw.,* **8,** 195–209.
Pierce, A.D., 1967. Guided Infrasonic Modes in a Temperature- and Wind-Stratified Atmosphere, *J. acoust. Soc. Am.,* **41,** 597–611.
Pierce, A.D., 1994. *Acoustics: An Introduction to its Physical Principles and Applications*, 3rd edn, Acoust. Soc. Am., New York, NY.
Reed, J.W., Church, H.W. & Huck, T.W., 1987. Misty picture weather-watch and microbarograph project: experiments 9412–14-18. Sand-201387-2978c, Sandia National Laboratories.
Shampine, L.F. & Gordon, M.K., 1975. *Computer Solution of Ordinary Differential Equations: The Initial Value Problem*, W. H. Freeman, San Francisco, CA.
Spiesberger, J.L. & Worcester, P.F., 1983. Perturbations in travel time and ray geometry due to mesoscale disturbances: a comparison of exact and approximate calculations, *J. acoust. Soc. Am.,* **74,** 219–225.
Sutherland, L.C. & Bass, H.E., 2004. Atmospheric absorption in the atmosphere up to 160 km, *J. acoust. Soc. Am.,* **115,** 1012–1032.
Talmadge, C.L., Waxler, R., Kleinert, D., Nava, S., Assink, J., Buchanan, H., Carpenter, B. & Heffington, J., 2010. A large scale infrasound array deployment in the American West, Am. geophys. Un., Fall Meeting, Poster S11A-1923.
Tarantola, A., 2005. *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*, SIAM, Philadelphia, PA.
Virieux, J. & Farra, V., 1991. Ray-tracing in 3-D complex isotropic media: an analysis of the problem, *Geophysics*, **56,** 2057–2069.
Virieux, J., Garnier, N., Blanc, E. & Dessa, J.-X., 2004. Paraxial ray tracing for atmospheric wave propagation, *Geophys. Res. Lett.,* **31,** L20106, doi:10.1029/2005GL020514.
Whitham, G.B., 1999. *Linear and Nonlinear Waves*. Wiley, New York, NY.
Williams, C.R., 1997. Principal component analysis of wind profiler observations, *J. Atmos. Ocean. Tech.,* **14,** 386–395.
Wilson, C.R., 1969. Auroral infrasonic waves, *J. geophys. Res.,* **74,** 1812–1836.
Wilson, C.R. & Nichparenko, S., 1967. Infrasonic waves and auroral activity, *Nature,* **214,** 1299–1302.

APPENDIX: PARTIAL DERIVATIVES OF THE HAMILTONIAN FUNCTION

Analytical expressions used for the ray tracing equations are

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} = -\frac{1}{2}\Omega \frac{\partial u^2}{\partial q_i} + u^2 \Omega p_l \frac{\partial v_l}{\partial q_i}, \tag{A1}$$

and

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} = p_i + u^2 \Omega v_i, \tag{A2}$$

where $\Omega = 1 - p_k v_k$. Second partial derivatives used in the paraxial system (14) and perturbed system are

$$\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial p_i \partial p_j} = \delta_{ij} - v_i v_j u^2, \tag{A3}$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial p_i \partial q_j} = u^2 \Omega \frac{\partial v_i}{\partial q_j} + \Omega v_i \frac{\partial u^2}{\partial q_j} - u^2 v_i p_k \frac{\partial v_k}{\partial q_j} \tag{A4}$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial q_i \partial q_j} = -\frac{1}{2}\Omega^2 \frac{\partial^2 u^2}{\partial q_i \partial q_j} + \Omega \frac{\partial u^2}{\partial q_i} p_l \frac{\partial v_l}{\partial q_i} - u^2 \times \left(p_l \frac{\partial v_l}{\partial q_j}\right)\left(p_l \frac{\partial v_l}{\partial q_i}\right) + u^2 \Omega p_l \frac{\partial^2 v_l}{\partial q_i \partial q_j}. \tag{A5}$$

The perturbation $\Delta\mathcal{H}$ of the Hamiltonian due to a unit perturbation of wind model, δv, is

$$\Delta \mathcal{H} = u^2 p_i \delta v_i (1 - p_i v_i). \tag{A6}$$

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

Partial derivatives of the perturbed Hamiltonian $\Delta\mathcal{H}$ are

$$\frac{\partial \Delta\mathcal{H}}{\partial p_i} = u^2(\delta v_i p_j \delta v_j - v_i p_j \delta v_j), \tag{A7}$$

and

$$\frac{\partial \Delta\mathcal{H}}{\partial q_i} = \frac{\partial u^2}{\partial q_i} p_j v_j p_k \delta v_k + u^2 \left(p_j v_j p_k \frac{\partial \delta v_k}{\partial q_i} - p_j \delta v_j p_k \frac{\partial v_k}{q_i} \right). \tag{A8}$$

In each case, the Einstein sommation convention is used.

© 2012 The Authors, *GJI*
Geophysical Journal International © 2012 RAS

ÉCOLE CENTRALE LYON **Direction de la recherche**

Liste des personnes Habilitées à Diriger des Recherches en poste à l'Ecole Centrale de Lyon

Nom-Prénom	*Corps grade*	Laboratoire ou à défaut département ECL	Etablissement
BEROUAL Abderrahmane	*professeur*	AMPERE	ECL
BURET François	*professeur*	AMPERE	ECL
JAFFREZIC-RENAULT Nicole	*directeur de recherche*	AMPERE	CNRS/ECL
KRÄHENBÜHL Laurent	*directeur de recherche*	AMPERE	CNRS/ECL
NICOLAS Alain	*professeur*	AMPERE	ECL
NICOLAS Laurent	*directeur de recherche*	AMPERE	CNRS/ECL
SCORLETTI Gérard	*professeur*	AMPERE	ECL
SIMONET Pascal	*directeur de recherche*	AMPERE	CNRS/ECL
VOLLAIRE Christian	*professeur*	AMPERE	ECL
		Nbre Ampère 9	
HELLOUIN Yves	*maître de conférences*	DER EEA	ECL
		Nbre DER EEA 1	
GUIRALDENQ Pierre	*professeur émérite*	DER STMS	ECL
VINCENT Léo	*professeur*	DER STMS	ECL
		Nbre DER STMS 2	
LOHEAC Jean-Pierre	*maître de conférences*	ICJ	ECL
MAITRE Jean-François	*professeur émérite*	ICJ	ECL
MARION Martine	*professeur*	ICJ	ECL
MIRONESCU Elisabeth	*professeur*	ICJ	ECL
MOUSSAOUI Mohand	*professeur*	ICJ	ECL
MUSY François	*maître de conférences*	ICJ	ECL
ZINE Abdel-Malek	*maître de conférences*	ICJ	ECL
		Nbre ICJ 7	
DAVID Bertrand	*professeur*	ICTT	ECL
		Nbre ICTT 1	
CALLARD Anne-Ségolène	*professeur*	INL	ECL
CLOAREC Jean-Pierre	*maître de conférences*	INL	ECL
GAFFIOT Frédéric	*professeur*	INL	ECL
GAGNAIRE Alain	*maître de conférences*	INL	ECL
GARRIGUES Michel	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
GENDRY Michel	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
GRENET Geneviève	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
HOLLINGER Guy	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
KRAWCZYK Stanislas	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
LETARTRE Xavier	*chargé de recherche*	INL	CNRS/ECL
O'CONNOR Ian	*professeur*	INL	ECL
PHANER-GOUTORBE Magali	*professeur*	INL	ECL

ROBACH Yves	*professeur*	INL	ECL
SAINT-GIRONS Guillaume	*chargé de recherche*	INL	CNRS/ECL
SEASSAL Christian	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
SOUTEYRAND Eliane	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
TARDY Jacques	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
VIKTOROVITCH Pierre	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL

Nbre INL 18

CHEN Liming	*professeur*	LIRIS	ECL

Nbre LIRIS 1

BAILLY Christophe	*professeur*	LMFA	ECL
BERTOGLIO Jean-Pierre	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
BLANC-BENON Philippe	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
BOGEY Christophe	*chargé de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
CAMBON Claude	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
CARRIERE Philippe	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
CHAMPOUSSIN J-Claude	*professeur émérite*	LMFA	ECL
COMTE-BELLOT geneviève	*professeur émérite*	LMFA	ECL
FERRAND Pascal	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
GALLAND Marie-Annick	*professeur*	LMFA	ECL
GODEFERD Fabien	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
GOROKHOVSKI Mikhail	*professeur*	LMFA	ECL
HENRY Daniel	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
JEANDEL Denis	*professeur*	LMFA	ECL
JUVE Daniel	*professeur*	LMFA	ECL
LE RIBAULT Catherine	*chargée de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
LEBOEUF Francis	*professeur*	LMFA	ECL
PERKINS Richard	*professeur*	LMFA	ECL
ROGER Michel	*professeur*	LMFA	ECL
SCOTT Julian	*professeur*	LMFA	ECL
SHAO Liang	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
SIMOENS Serge	*chargé de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
TREBINJAC Isabelle	*maître de conférences*	LMFA	ECL

Nbre LMFA 23

BENAYOUN Stéphane	*professeur*	LTDS	ECL
CAMBOU Bernard	*professeur*	LTDS	ECL
COQUILLET Bernard	*maître de conférences*	LTDS	ECL
DANESCU Alexandre	*maître de conférences*	LTDS	ECL
FOUVRY Siegfrid	*chargé de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
GEORGES Jean-Marie	*professeur émérite*	LTDS	ECL
GUERRET Chrystelle	*chargé de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
HERTZ Dominique	*past*	LTDS	ECL
ICHCHOU Mohamed	*professeur*	LTDS	ECL
JEZEQUEL Louis	*professeur*	LTDS	ECL
JUVE Denyse	*ingénieur de recherche*	LTDS	ECL
KAPSA Philippe	*directeur de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
LE BOT Alain	*directeur de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
LOUBET Jean-Luc	*directeur de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
MARTIN Jean-Michel	*professeur*	LTDS	ECL
MATHIA Thomas	*directeur de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
MAZUYER Denis	*professeur*	LTDS	ECL
PERRET-LIAUDET Joël	*maître de conférences*	LTDS	ECL
SALVIA Michelle	*maître de conférences*	LTDS	ECL

SIDOROFF François	*professeur*	LTDS	ECL
SINOU Jean-Jacques	*professeur*	LTDS	ECL
STREMSDOERFER Guy	*professeur*	LTDS	ECL
THOUVEREZ Fabrice	*professeur*	LTDS	ECL
TREHEUX Daniel	*professeur*	LTDS	ECL
VINCENS Eric	*maître de conférences*	LTDS	ECL
		Nbre LTDS 25	
	Total HdR ECL	91	

dernière page de la thèse

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 7 août 2006,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur Ph. BLANC-BENON

et les rapports de

Monsieur A. HAUCHECORNE
Directeur de Recherche CNRS - LATMOS - Bureau : Guy-B2304 - 11 bd D'Alembert
78280 GUYANCOURT

Et de

Monsieur Ph. ROUX
Directeur de Recherche CNRS - ISTerre - Université Joseph Fourier - Maison des Géosciences
1381 rue de la Piscine - BP 53 - 38041 Grenoble cedex 9

Monsieur LALANDE Jean-Marie

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 22 juin 2012

P/Le directeur de l'E.C.L.
La directrice des Etudes

ECOLE CENTRALE LYON
SCOLARITE 3ème Cycle

M-A. GALLAND

Résumé : Le Système de Surveillance International (SSI), destiné à vérifier l'application du Traité d'Interdiction Complète des Essais Nucléaire (TICE), est constitué de quatre réseaux de stations : sismologiques, hydroacoustiques, radionucléides et microbarométriques. Ces dernières enregistrent en continu les ondes infrasonores dans la bande de fréquence 0.02-4 Hz. Ces ondes se propagent dans l'atmosphère sur de longues distances à travers les guides résultant de la stratification naturelle des propriétés atmosphériques (température, densité, vents, ...) et représentent une source d'information pour comprendre la dynamique atmosphérique jusque dans la basse thermosphère. L'objectif de cette thèse est d'analyser dans quelle mesure les observations infrasonores peuvent être assimilées dans les modèles atmosphériques.

Nous commençons par décrire l'atmosphère et ses mécanismes de circulation ainsi que les différentes techniques d'observations utilisées pour le développement des modèles atmosphériques. L'analyse descriptive de l'interaction des ondes infrasonores avec l'atmosphère permet de mettre en évidence l'intérêt des mesures infrasonores par rapport aux méthodes de mesures conventionnelles. Afin de rendre compte de ce potentiel nous développons un algorithme d'inversion afin d'estimer des paramètres atmosphériques dont le problème direct est traité par une méthode de tracé de rayons. Le développement des formes perturbatives des équations des rayons pour des perturbations du milieu de propagation, et plus particulièrement des paramètres de vents, est décrit en détail. Nous formulons et analysons le problème inverse au travers de différents cas d'études synthétiques visant à mettre en évidence les conditions d'applications de l'algorithme. Les résultats obtenus témoignent de la pertinence de notre approche et montre que l'apport des observations infrasonores peut-être significatif au niveau des altitudes de réfraction de l'énergie acoustique, c'est-à-dire à environ 50 km et entre 100 et 120 km d'altitude.

Abstract : The International Monitoring System (IMS) designed to monitor compliance with the Comprehensive Nuclear Test-Ban Treaty (CTBT) uses four complementary verification methods : seismic, hydroacoustic, radionucleide and microbarometric stations spanning the entire globe. Microbarometric stations record continuously infrasonic waves in the frequency band 0.02-4 Hz. These waves propagate at long-ranges through atmospheric ducts resulting from the natural stratification of atmospheric properties (temperature, density, winds, ...) and represent a valuable information to understand atmospheric dynamic until the lower thermosphere. In this thesis, we seek to determine the possible contribution of infrasound observations for improving current atmospheric specifications.

We describe the atmospheric media ans its circulation mechanisms as well as the conventional observations used in the development of atmospheric models. A description of the interaction between infrasonic waves and the atmosphere help to understand the interest of microbarometric measurement compared with conventional observations. To highlight this potential we develop an inverse algorithm in order to estimate atmospheric parameters from infrasonic observations. The forward problem is handled by a ray-tracing algorithm. First-order perturbation equation resulting from perturbation of atmospheric properties, and especially wind parameters, are developped and numerically validated. We then analyse the inverse problem through several numerical experiments in order to show the capabilities and limitations of our algorithm. Results show the suitability of our approach and indicate that infrasonic observations can significantly improve current atmospheric specification at the altitudes of acoustic energy refraction, i.e. around 50 km and between 100 and 120 km.