



**UNIVERSITÉ  
FRANÇOIS RABELAIS  
DE TOURS**



École Doctorale EMSTU  
Laboratoire de Mécanique et Rhéologie

**Thèse de Doctorat** présenté par :  
**Jean-Louis POISSON**  
soutenu le : 19 Juin 2012

pour obtenir le grade de : Docteur de l'université François - Rabelais  
Discipline/ Spécialité : Génie Mécanique et Productique

**DÉTERMINATION D'UN CRITÈRE DE FATIGUE MULTIAXIAL  
APPLIQUÉ A UN ÉLASTOMÈRE SYNTHÉTIQUE**

Travail supervisé par le Professeur N. RANGANATHAN, Professeur de l'Université François - Rabelais

**RAPPORTEURS :**

NADOT Yves

Professeur, Institut Pprime, ISAE-ENSMA

CHRYSOCHOOS André

Professeur, université de Montpellier

**JURY :**

CHRYSOCHOOS André

Professeur, université de Montpellier

LACROIX Florian

Maître de conférences, université François Rabelais de Tours

LEJEUNES Stéphane

Ingénieur Recherche, LMA - CNRS

MARS Wiliam V.

Ingénieur Recherche, Endurica

MEO Stéphane

Maître de conférences, université François Rabelais de Tours

NADOT Yves

Professeur, université de Poitiers

RANGANATHAN Narayanaswami

Professeur, université François Rabelais de Tours Directeur de thèse

TRAN VAN François

Professeur, université François Rabelais de Tours

CHAUVIN Yves

Invité



A ma famille, à mes amis

...





---

## Remerciements

Cette thèse a été réalisée au Laboratoire de Mécanique et Rhéologie (LMR) de l'université François Rabelais de Tours dans les locaux du Centre d'Etude et de Recherche Matériaux Elastomère (CERMEL). Je remercie Naranayaswami Ranganathan, directeur du laboratoire et également mon directeur de thèse pour m'avoir offert l'opportunité de mener à bien cette thèse dans ses locaux. Je le remercie également pour m'avoir partagé son expérience scientifique et expérimentale qui m'aura été précieuse. Je lui suis reconnaissant pour sa confiance et son soutien qu'il m'aura témoigné pendant toute la période de ma thèse, ce qui m'aura permis de vivre des expériences très enrichissantes.

Je remercie les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer mon travail de thèse. Je remercie Monsieur François Tran Van de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse. Je remercie Messieurs André Chrysochoos et Yves Nadot d'avoir accepté de rapporter sur mon mémoire de thèse. J'ai eu l'occasion de les rencontrer avant ma soutenance, et m'ont offert un accueil chaleureux (surtout l'accueil à Montpellier avec la voiture de Police qui m'attendait à la gare ...). Ils m'ont également partagé leur point de vue extérieur, qui m'a été très précieux. Je remercie Messieurs Stéphane Lejeune et William Mars d'avoir examiné mon travail. Ils m'ont montré des perspectives d'avenir de mon travail que je n'avais pas du tout soupçonnés. Enfin, je remercie Monsieur Yves Chauvin de m'avoir fait l'honneur d'avoir assisté à ma soutenance de thèse.

Je remercie Florian Lacroix, tout d'abord pour m'avoir proposé cette offre de thèse, alors que j'étais encore stagiaire au sein de Hutchinson Joué-les-Tours. Il aura été avec Stéphane Méo des encadrants de premier choix tout au long de ma thèse. Ils ont réussi à me supporter, même si parfois, j'ai pu être très difficile à encadrer, en bonne tête de lard que je suis. Ils avaient à eux deux des compétences complémentaires (Expérimental et modélisation) qui, je l'espère, reflètent l'identité de ma thèse. Ils étaient sur le terrain avec moi, à mettre les mains dans le cambouis et je leur en remercie. Leur conseil, leur expérience, et leur encadrement m'ont été indispensables ; et si je suis là où j'en suis, c'est en grande partie grâce à eux. Je suis conscient de la chance que j'ai pu avoir de travailler dans de telles conditions. Je remercie Patrice Méroz, conseiller scientifique de la société Hutchinson SNC Joué-les-Tours, pour avoir su me faire profiter de sa longue expérience professionnelle de caoutchoutier. Comme il aime à le dire, il a su me transformer, tout au long de ma thèse en quelqu'un de meilleur. Ca n'a pas

été sans mal, ne nous le cachons pas. Cette transformation a du passer par des coups de sabre récurrents (Je me demande encore comment j'ai fait pour garder ma tête sur mes épaules !!) !! Je le remercie également pour avoir été une interface précieuse entre la société Hutchinson SNC de Joué-les-Tours et moi.

Je remercie la société Hutchinson, et particulièrement les membres du département matériau pour m'avoir fourni le matériau, nécessaire à la création de mes éprouvettes. Ils m'ont transmis leur savoir-faire en terme de moulage en injection (entre autre) et ont su me libérer des créneaux pour que je puisse mouler mes éprouvettes dans de bonnes conditions. Ce ne fut pas simple, vu les contraintes temporelles que peuvent imposer la production.

Je remercie l'ensemble des membres du CERMEL avec qui j'ai eu l'occasion de travailler (Gaelle Berton, Marie-Pierre Deffarges, Stéphanie Marie Jeanne Tissier, Hassan Aldroe, Chloé Valantin, Hanaya Hassan, Agathe Chauvin, Benoit Dubec, William Jolly, Romain Magnier, Quentin Lallement, Didier Velin-Cassim, Joachim Zoungrana, Cindy Pinault, Laura Allipaz Acevedo et autres Stagiaires ou Etudiants en Projet de fin d'étude que je n'ai pas cité). Ils ont tous contribué à faire de moi ce que je suis aujourd'hui. Ca a été un réel plaisir de travailler en leur compagnie et l'ambiance avec eux était juste énorme !! C'est d'ailleurs pour ça que ce sera très très dur pour moi de quitter le CERMEL, qui aura été pour moi une seconde famille. Rien que pour ça, je ne pourrais jamais les remercier suffisamment.

Je tiens également à remercier l'ensemble des membres du LMR qui m'ont bien accueillis en leur sein. Ils m'ont témoigné d'une grande sympathie, d'une certaine complicité et je leur en suis reconnaissant. J'ai eu d'ailleurs l'opportunité, grâce au LMR et à l'école Polytech'Tours, de dispenser des TD et des TP à des étudiants de première année d'école d'ingénieur. Ce fut pour moi une expérience importante car ça m'a montré les joies et les malheurs que peuvent rencontrer les enseignant-chercheurs dans leur mission d'enseignement. Transmettre son savoir à des étudiants est une expérience enrichissante, gratifiante et je suis heureux et fier d'avoir pu en profiter.

Je remercie les membres du laboratoire d'informatique (LI), avec qui j'ai eu l'occasion de travailler pendant un an au début de ma thèse. Cette expérience m'a permis de me familiariser avec les diverses démarches administratives de l'université. Je remercie à cette occasion Jean-Charles Billaut, à cette époque directeur du laboratoire d'informatique. Il fut l'un de mes soutiens lorsque je traversais des moments difficiles au début de ma thèse.

Je remercie l'ADOCT, avec qui j'ai pu partager les expériences de différents doctorants, provenant de différents horizons. Ce fut très gratifiant car ma présence au sein de l'ADOCT m'a fait réellement découvrir le monde associatif. Les membres du bureau ont été pour moi de très bons amis. Je ne me rappellerais jamais assez des parties de tarot interminables !!!

Je remercie mes amis qui ont été un soutien permanent pour moi. Je remercie Aurélie pour sa joie de vivre et les discussions qu'on a pu avoir entre thésards !! Tiens bon pour ta deuxième thèse !! Je remercie Guillaume pour sa spontanéité et son côté délirant qui m'ont permis d'épicer mon quotidien !! J'espère que Bioforce va bien se passer pour toi !! Je remercie Alex pour son côté pétillant et pour toutes les soirées de ouf qu'on a pu faire ensemble !! J'espère que tu vas te trouver ton Jules !! Je remercie Aoi qui a du me supporter pendant trois ans en tant que Colloc, ça a pas du être facile !! Je suis sûr que tu te dégoteras un bon VIE au Canada !! Je remercie Peloch avec qui on a eu de très bons délires !! Je te souhaite de trouver ton bonheur en savoie !! Je remercie Leslie et Romain, futurs jeunes mariés et anciens collègues de l'IFOCA. On a passé de sacré bons moments ensemble sur Paris ou à Annecy !! Je vous souhaite plein de bonheur pour votre avenir en tant que couple marié !! Je remercie Agnès et Louis avec qui j'ai passé de sacré bonnes soirées !! Je remercie également François pour toutes les discussions interminables qu'on a pu avoir sur le caoutchouc !! Je remercie Agathe, Chloé, Polo, Said, Christophe,

Alexis, Florian, Stéphane, Patrice, Gaëlle, Marjo, Romain, William, Quentin une seconde fois (lol) car ils ont été pour moi une sacré bouffée d'air frais pour mon quotidien tourangeau de truffion de thésard !! Je remercie ma famille qui a toujours été aux petits soins pour moi, pour le meilleur et surtout pour le pire. Je remercie tous mes proches que je n'ai pas encore cité pour m'avoir supporté pendant toute la durée de ma thèse. Certaines périodes de ma thèse étaient vraiment vraiment très difficiles et j'ai eu de la chance que ma famille et mes amis étaient là pour me soutenir."A vaincre sans péril, on n'en tire aucune gloire" comme disait l'autre ...





---

# Table des matières

<b>Glossaire</b>	<b>1</b>
<b>Table des figures</b>	<b>3</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>7</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>8</b>
<b>Chapitre 1 Matériau de l'étude</b>	<b>13</b>
1.1 Introduction . . . . .	15
1.2 Bibliographie . . . . .	15
1.2.1 Du caoutchouc naturel au caoutchouc synthétique . . . . .	15
1.2.2 Généralités sur les élastomères . . . . .	16
1.2.3 Comportement mécanique des élastomères . . . . .	18
1.3 Matériau de l'étude . . . . .	26
1.3.1 Contexte industriel . . . . .	26
1.3.2 Composition . . . . .	26
1.4 Dispositifs expérimentaux . . . . .	28
1.4.1 Machine de traction Zwick . . . . .	28
1.4.2 Viscoanalyseur Metravib . . . . .	28
1.4.3 Eprouvettes utilisées . . . . .	28
1.4.4 Eprouvette H2 . . . . .	29
1.4.5 Eprouvette de double cisaillement . . . . .	29
1.5 Campagne expérimentale de caractérisation . . . . .	29
1.5.1 Traction quasi-statique . . . . .	29
1.5.2 Traction cyclique . . . . .	31
1.5.3 Traction dynamique . . . . .	41

---

1.5.4	Relaxation de contrainte . . . . .	42
1.6	Conclusion . . . . .	43
<b>Chapitre 2</b>	<b>Modélisation du comportement des élastomères</b>	<b>47</b>
2.1	Introduction . . . . .	49
2.2	Cadre des grandes déformations . . . . .	49
2.2.1	Définitions et description du mouvement . . . . .	49
2.2.2	Description des déformations . . . . .	50
2.2.3	Vitesse de déformation . . . . .	51
2.2.4	Description des efforts . . . . .	52
2.2.5	Equations d'équilibre . . . . .	53
2.3	Lois de comportement . . . . .	54
2.3.1	Généralités . . . . .	54
2.3.2	Hyperélasticité . . . . .	58
2.3.3	Viscoélasticité . . . . .	59
2.4	Modèles développés . . . . .	65
2.4.1	Introduction . . . . .	65
2.4.2	Modèle Analytique . . . . .	67
2.4.3	Modèle Eléments finis . . . . .	73
2.5	Conclusion . . . . .	79
<b>Chapitre 3</b>	<b>Fatigue des élastomères</b>	<b>85</b>
3.1	Introduction . . . . .	87
3.2	Approche en propagation de fissure . . . . .	87
3.3	Approche en amorçage de fissure . . . . .	90
3.3.1	Diagramme de Haigh . . . . .	90
3.3.2	Courbes SN . . . . .	92
3.4	Mise en place expérimentale . . . . .	103
3.4.1	Critère de fin de vie . . . . .	103
3.4.2	Machines de fatigue . . . . .	103
3.4.3	Protocole expérimental . . . . .	105
3.5	Résultats en fatigue . . . . .	109
3.5.1	Fatigue uniaxiale . . . . .	109
3.5.2	Fatigue multiaxiale . . . . .	119
3.6	Conclusion . . . . .	128
<b>Chapitre 4</b>	<b>Fractographie</b>	<b>131</b>
4.1	Introduction . . . . .	133
4.2	Morphologie des chargements en traction . . . . .	138
4.2.1	Zone d'amorçage de fissure . . . . .	140
4.2.2	Zone de rupture catastrophique . . . . .	144
4.3	Morphologie des chargements multiaxiaux . . . . .	147
4.3.1	Zone d'amorçage de fissure . . . . .	149
4.3.2	Zone catastrophique . . . . .	151
4.4	Bilan . . . . .	152

---

<b>Conclusion Générale et Perspectives</b>	<b>154</b>
<b>Annexe A Détermination de <math>\bar{F}</math> en traction-torsion</b>	<b>159</b>
<b>Annexe B Tableau de résultats en fatigue uniaxiale</b>	<b>161</b>
<b>Annexe C Tableau de résultats en fatigue multiaxiale</b>	<b>165</b>
<b>Annexe D Calcul du tenseur d'Eshelby</b>	<b>173</b>
<b>Annexe E Méthode de calcul du critère CED</b>	<b>177</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>181</b>





---

# Glossaire

$U$	Déplacement axial
$U_a$	Amplitude de déplacement axial
$U_m$	Déplacement axial moyen
$du$	Déplacement axial infinitésimal
$\theta$	Déplacement angulaire
$\theta_a$	Amplitude de déplacement angulaire
$\theta_m$	Déplacement angulaire moyen
$d\theta$	Déplacement angulaire infinitésimal
$\delta$	Déphasage entre la traction et la torsion
$\Psi$	Densité d'énergie de déformation hyperélastique
$\Phi$	Potentiel de dissipation viscoélastique
$\bar{\bar{F}}$	Tenseur gradient de transformation
$L$	Longueur de l'éprouvette
$R$	Rayon de la section utile du diabolo
$Z$	Hauteur du point de calcul du modèle analytique
$\bar{\bar{C}}$	Tenseur de Cauchy-Green droit
$I_1$	Premier invariant du tenseur de Cauchy-Green droit
$I_2$	Deuxième invariant du tenseur de Cauchy-Green droit
$C_{10}, C_{01}$	Paramètres matériau hyperélastique
$\nu$	Paramètre matériau viscoélastique
$p$	Condition d'incompressibilité
$\bar{\bar{E}}$	Tenseur de Green-Lagrange
$W$	Densité d'énergie dissipée
$dW$	Densité d'énergie dissipée infinitésimale
$F$	Force axiale
$C$	Couple
$V_h$	Volume de l'éprouvette
$W_d$	Densité d'énergie dissipée
$dW_d$	Densité d'énergie dissipée infinitésimale
$\bar{\bar{P}}_i$	Premier tenseur des contraintes de Piola-Kirshoff
$\varepsilon$	Déformation axiale
$\lambda$	Taux d'extension axial
$\gamma$	Déformation angulaire
$\bar{\bar{\sigma}}$	Tenseur des contraintes de Cauchy
$NR$	Caoutchouc Naturel
$CR$	Polychloroprène
$SBR$	Caoutchouc SBR
$SED$	Critère de fatigue Densité d'énergie de déformation
$DED$	Critère de fatigue Densité d'énergie dissipée
$PK1$	Critère de fatigue Contrainte principale maximale du premier tenseur de Piola-Kirshoff
$E_{shelby}$	Critère de fatigue Contrainte configurationnelle
$E^*$	Module dynamique en traction
$E'$	Module de stockage en traction
$E''$	Module de perte en traction
$G^*$	Module dynamique en Cisaillement
$G'$	Module de stockage en Cisaillement
$G''$	Module de perte en Cisaillement

# Table des figures

1.1	Charles Goodyear 1839 (SNCP, 2011)	15
1.2	Configuration sous forme de pelote statistique	16
1.3	Création d'un réseau tridimensionnel par vulcanisation (Barbin et Rodgers, 1994)	17
1.4	Contribution du noir de carbone dans $E'$ (Medalia, 1978)	17
1.5	Image d'une éprouvette diabolo	18
1.6	Comportement statique d'un caoutchouc naturel (Diani et Gilormini, 2005)	19
1.7	Principales interprétations de l'effet Mullins (Diani et al., 2009)	20
1.8	Représentation de la viscoélasticité cyclique	21
1.9	Représentation schématisée d'une boucle d'hystérésis	21
1.10	Evolution du comportement du matériau en fonction de la température (Martinez, 2005)	22
1.11	Résultats dynamique de Hofer et Lion (2009)	23
1.12	Schéma représentant les conséquences matérielles de la cristallisation	24
1.13	Lien entre l'énergie dissipée et le taux de cristallinité	25
1.14	Différents phénomènes liés au changement de volume	25
1.15	Comportement cyclique et statique d'un NR et SBR (Harwood et al., 1967)	26
1.16	Modèle de V.E.R. de Fukahori (2010)	27
1.17	Structure trans - 1,4 d'une unité répétitive du polychloroprène	27
1.18	Structure cis - 1,4 d'une unité répétitive du polychloroprène	27
1.19	machine de traction Zwick	28
1.20	DMA Metravib 4400	29
1.21	Photo d'une éprouvette H2 (Norme ISO 37)	29
1.22	Découpe de l'éprouvette H2 pour caractérisation sur Metravib	30
1.23	Éprouvette de double cisaillement	30
1.24	Montage de l'éprouvette H2 dans la machine de traction avec extensomètres	31
1.25	Essai de traction à la rupture suivant la norme ISO 37	32
1.26	Influence de la vitesse de sollicitation dans le comportement statique du CR (Zwick)	32

1.27	Définition d'un essai de traction cyclique simple . . . . .	33
1.28	Réponse du matériau à une sollicitation de traction cyclique simple (Zwick) . . . . .	34
1.29	Mise en évidence d'une stabilisation cyclique au 7 <sup>eme</sup> cycle (Zwick) . . . . .	35
1.30	Résultat de traction cyclique pour le polychloroprène à $0.042s^{-1}$ (Zwick) . . . . .	36
1.31	Influence du niveau de déformation sur $W_d$ et $E^*$ . . . . .	36
1.32	Influence de la vitesse de chargement sur l'énergie dissipée . . . . .	37
1.33	Influence de la vitesse sur le comportement cyclique du CR . . . . .	37
1.34	Définition d'un essai de traction à cyclage multiple . . . . .	38
1.35	Définition d'un essai de traction à cyclage multiple avec palier de relaxation . . . . .	38
1.36	Résultat de traction cyclique multiple pour un CR à $0.042s^{-1}$ . . . . .	39
1.37	Influence de l'historique de chargement sur le cycle stabilisé . . . . .	40
1.38	Réponse du CR à un chargement cyclique avec palier de relaxation . . . . .	40
1.39	Essai de balayage en amplitude en traction (DMA) . . . . .	41
1.40	Transition vitreuse du matériau . . . . .	42
1.41	Essai de balayage en fréquence en traction (DMA) . . . . .	43
1.42	Comportement en relaxation de contrainte en traction (a) et en cisaillement (b) . . . . .	44
1.43	relaxation de contrainte normée sur le temps . . . . .	44
2.1	Système de configurations. . . . .	49
2.2	Etat de contrainte dans les différentes configurations. . . . .	52
2.3	Conditions limites dans les configurations de référence et actuelle. . . . .	53
2.4	Représentation du modèle de Maxwell Généralisé (Marvalova, 2007) . . . . .	63
2.5	Résultat du modèle de Marvalova (2007) . . . . .	64
2.6	Milieu avec une configuration intermédiaire. . . . .	64
2.7	Description d'une sollicitation de traction-torsion d'un cylindre . . . . .	67
2.8	Stabilisation de la force et du couple maximal en fatigue . . . . .	69
2.9	Représentation de la courbe moyenne de chargement cyclique . . . . .	69
2.10	Validation du modèle analytique multiaxial . . . . .	70
2.11	Validation du modèle analytique multiaxial . . . . .	71
2.12	Validation du modèle analytique multiaxial . . . . .	72
2.13	Résultats en fatigue de Li et al. (2009) . . . . .	73
2.14	Résultats en fatigue de Woo et al. (2009) . . . . .	74
2.15	Validation du modèle de Samad et al. (2011) . . . . .	74
2.16	Eprouvette diabololo maillée . . . . .	75
2.17	Description du protocole d'identification du modèle éléments finis . . . . .	76
2.18	Résultat de l'identification du modèle ANSYS . . . . .	77
2.19	Résultat d'un calcul éléments finis . . . . .	78
2.20	Influence du rayon de l'éprouvette sur la contrainte normale . . . . .	79
2.21	Réponse en force multiaxiale du modèle EF (Déphasage $90^\circ$ ) . . . . .	80
2.22	Partie axiale de la Réponse en force multiaxiale du modèle EF (Déphasage $90^\circ$ ) . . . . .	80
2.23	Partie angulaire de la Réponse en force multiaxiale du modèle EF (Déphasage $90^\circ$ ) . . . . .	81
2.24	Réponse en force multiaxiale du modèle EF (Déphasage $180^\circ$ ) . . . . .	81
2.25	Partie axiale de la Réponse en force multiaxiale du modèle EF (Déphasage $180^\circ$ ) . . . . .	82
2.26	Partie angulaire de la Réponse en force multiaxiale du modèle EF (Déphasage $180^\circ$ ) . . . . .	82
2.27	Réponse en force multiaxiale du modèle EF (Déphasage $0^\circ$ ) . . . . .	83
2.28	Partie axiale de la Réponse en force multiaxiale du modèle EF (Déphasage $0^\circ$ ) . . . . .	83

2.29	Partie angulaire de la Réponse en force multiaxiale du modèle EF(Déphasage 0°)	84
3.1	Régimes de propagation de fissure d'un caoutchouc pure gomme (Lake et Lindley (1965))	88
3.2	Influence de la cristallisation sur la fatigue du caoutchouc naturel	89
3.3	Diagramme de Haigh de André et al. (1998) appliqué à un Caoutchouc Naturel	91
3.4	Diagramme de Haigh uniaxial Saintier (2001)	91
3.5	Diagramme de Haigh uniaxial d'Oshima et al. (2007)	92
3.6	Diagramme de Haigh uniaxial de Mars et Fatemi (2009)	92
3.7	Résultat de fatigue en traction simple de Cadwell (1940) pour un Caoutchouc Naturel	93
3.8	Résultat Fatigue traction simple Fielding (1944)	94
3.9	Eprouvette de Alshuth et Abraham (2002)	94
3.10	Résultat fatigue multiaxiale de Mars avec le SED	95
3.11	Représentation du plan de fissuration sur une éprouvette de type lanière	95
3.12	Conditions expérimentales en fatigue des travaux de Mars (2001)	96
3.13	Eprouvette de Mars et Fatemi (2004)	97
3.14	Résultats fatigue multiaxiale de Mars avec le CED	97
3.15	Résultat EF de Zine et al. (2011) sur diabolos et AE2	98
3.16	Conditions expérimentales de Harbour et al. (2008)	98
3.17	Résultats en fatigue multiaxiale de Harbour et al. (2008)	99
3.18	Résultats fatigue multiaxiale de Verron et Andriyana (2008) et Andriyana (2007)	100
3.19	Validation expérimentale des angles de fissuration prédits	101
3.20	Définition du paramètre énergétique de Ellyin et Golos (1988)	101
3.21	Résultat de fatigue de Lacroix (2004)	102
3.22	Résultat de fatigue entraînement de Le Saux (2010)	103
3.23	Photo de la machine de fatigue Electroforce BOSE 3300 du CERMEL	104
3.24	Machine de fatigue INSTRON 8802	104
3.25	Cycle de fatigue multiaxial	106
3.26	Résultats expérimentaux des différents chargements multiaxiaux	107
3.27	Eprouvettes de fatigue utilisées dans la littérature	108
3.28	Plan de l'éprouvette de type diabolos	108
3.29	Déformation maximale au cours d'un essai de fatigue	109
3.30	Courbe SN du polychloroprène avec la contrainte maximale $\sigma_{max}$	110
3.31	Courbe SN du polychloroprène avec la contrainte alternée	111
3.32	Courbe SN du polychloroprène avec la densité d'énergie de déformation	112
3.33	Courbe SN du polychloroprène avec la densité d'énergie dissipée	113
3.34	Courbe SN du polychloroprène avec la contrainte maximale, sans $R = 0.5$	114
3.35	Courbe SN du polychloroprène avec la contrainte alternée, sans $R = 0.5$	115
3.36	Courbe SN du polychloroprène avec la densité d'énergie de déformation, sans $R = 0.5$	116
3.37	Courbe SN du polychloroprène avec la densité d'énergie dissipée, sans $R = 0.5$	117
3.38	Diagramme de Haigh en traction simple pour le polychloroprène	118
3.39	Courbe de fatigue avec le critère PK1 calculé par la méthode analytique	121
3.40	Courbe de fatigue avec le critère PK1 calculé par la méthode éléments finis	122
3.41	Courbe de fatigue avec le critère SED calculé expérimentalement	122
3.42	Courbe de fatigue avec le critère SED calculé avec la méthode analytique	123
3.43	Courbe de fatigue avec le critère SED calculé avec la méthode éléments finis	123
3.44	Courbe de fatigue avec le critère Eshelby calculé avec la méthode analytique	124

3.45	Courbe de fatigue avec le critère CED calculé avec la méthode analytique . . . . .	124
3.46	Courbe de fatigue avec le critère CED calculé avec la méthode éléments finis . . . . .	125
3.47	Courbe de fatigue avec le critère DED calculé expérimentalement . . . . .	125
3.48	Courbe de fatigue avec le critère DED calculé avec la méthode analytique . . . . .	126
3.49	Courbe de fatigue avec le critère DED calculé avec la méthode éléments finis . . . . .	126
3.50	Influence du pilotage dans le comportement en fatigue du CR . . . . .	127
3.51	Diagramme de Haigh multiaxial . . . . .	128
4.1	Influence de la fréquence dans la morphologie des languettes (Legorju-Jago, 1998) . . . . .	134
4.2	Observation de la zone d'amorçage de fissure pour un polychloroprène (Lacroix, 2004) . . . . .	135
4.3	Observation des languettes en zone d'amorçage de fissure dans un CR (Lacroix, 2004) . . . . .	135
4.4	Faciès de rupture en fatigue typique pour un HNBR (Gauchet, 2007) . . . . .	136
4.5	Influence renforcement dans la morphologie des ruptures du HNBR (Gauchet, 2007) . . . . .	136
4.6	Influence de la charge maximale sur le faciès de rupture d'un HNBR (Gauchet, 2007) . . . . .	137
4.7	Diagramme de Haigh uniaxial de Le Cam et al. (2008) . . . . .	138
4.8	Images macroscopiques de faciès de rupture pour différents rapports de charge . . . . .	139
4.9	Schématisation des faciès de rupture à rapports de charge positifs . . . . .	140
4.10	Images de la zone d'amorçage de fissure pour différents $R$ . . . . .	141
4.11	Images macroscopiques de la zone d'amorçage de fissure pour différents $R$ . . . . .	142
4.12	Influence de $R$ sur la densité de languette en zone d'amorçage de fissure . . . . .	143
4.13	Images microscopiques de la zone d'amorçage de fissure pour différents $R$ . . . . .	143
4.14	Images de la zone d'amorçage de fissure pour différents rapports de charge . . . . .	144
4.15	Images de la zone de rupture catastrophique pour différents rapports de charge . . . . .	145
4.16	Influence de $R$ sur la densité de languette en zone d'amorçage de fissure . . . . .	146
4.17	Images de la zone de rupture catastrophique pour différents rapports de charge . . . . .	146
4.18	Images de la zone de rupture catastrophique pour différents rapports de charge . . . . .	147
4.19	Images macroscopiques de faciès de rupture en fatigue multiaxiale . . . . .	148
4.20	Images de la zone d'amorçage de fissure de faciès de rupture prises au MEB (x27) . . . . .	149
4.21	Images de la zone d'amorçage de fissure de faciès de rupture prises au MEB (x55) . . . . .	150
4.22	Images de la zone d'amorçage de fissure de faciès de rupture prises au MEB (x1100) . . . . .	151
4.23	Images de la zone catastrophique de faciès de rupture prises au MEB (x140) . . . . .	152
4.24	Images de la zone catastrophique de faciès de rupture prise au MEB (x1100) . . . . .	153
E.1	Positionnement de la détermination du plan de fissuration du critère CED . . . . .	178
E.2	Angles formés par la normale $\vec{R}$ avec les plans $(e_\theta, e_z)$ et $(e_r, \theta)$ . . . . .	178
E.3	Evolution du critère CED en fonction des angles $x$ et $y$ ( $\delta=90^\circ$ , $d_{max}=15$ mm, $R_d=0.2$ ) . . . . .	179



---

# Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques statiques du CR . . . . .	31
1.2	Cycles nécessaires à la stabilisation cyclique du CR . . . . .	34
2.1	Tableau récapitulatif des modèle hyperélastiques statistiques . . . . .	59
2.2	Liste des modèles phénoménologiques (Marckmann et Verron, 2006), (Lejeunes, 2006) . . . . .	60
2.3	Tableau récapitulatif des principales formulations intégrales . . . . .	62
2.4	Tableau récapitulatif non exhaustif de modèles viscohyperélastiques . . . . .	66
2.5	Validation du modèle analytique en termes de densité d'énergie dissipée . . . . .	70
3.1	Conditions expérimentales INSTRON 8802 . . . . .	105
3.2	Conditions de fatigue multiaxiales . . . . .	106
B.1	Résultats de fatigue en traction (INSTRON) . . . . .	162
B.2	Résultats de fatigue en traction (suite)(INSTRON) . . . . .	163
C.1	Résultats de fatigue multiaxiale (BOSE) . . . . .	166
C.2	Résultats de fatigue multiaxiale (suite)(BOSE) . . . . .	167
C.3	Résultats de fatigue multiaxiale (BOSE) . . . . .	168
C.4	Résultats de fatigue multiaxiale (suite)(BOSE) . . . . .	169
C.5	Résultats de fatigue multiaxiale (BOSE) . . . . .	170
C.6	Résultats de fatigue multiaxiale (fin)(BOSE) . . . . .	171





---

# Introduction générale

Les élastomères présentent une diversité importante d'applications industrielles (éléments de transmission, pneumatique, durites ...), ce qui en font des matériaux de plus en plus utilisés dans l'industrie. En plus de leur diversité, ils présentent un comportement mécanique complexe. Outre la capacité à supporter des grandes déformations (Treloar, 1944), la réponse mécanique du matériau à un chargement quelconque est dépendante de la température du milieu, du niveau de chargement et de sa vitesse. Cela se manifeste par différents phénomènes tels que l'effet Mullins, qui se traduit par un adoucissement du comportement cyclique du matériau (Diani et al., 2009), (Mullins et Tobin, 1965), (Mullins, 1969). D'autre part, la réponse du matériau dépend du niveau de déformation qui lui est appliqué, ainsi que de la fréquence de sollicitation. Lorsque nous observons l'évolution des modules dynamiques du matériau en fonction de l'amplitude de déformation imposée, nous pouvons remarquer l'existence d'une amplitude de déformation seuil, en dessous de laquelle les modules dynamiques du matériau ne semblent pas évoluer. Au delà de ce seuil, les modules dynamiques diminuent logarithmiquement. Ce phénomène a été couramment rencontré dans la littérature et correspond à l'effet Payne (Payne et Whittaker, 1971b), (Fletcher et Gent, 1954), (Ramier et al., 2007), (Hofer et Lion, 2009). Quand nous observons l'évolution des modules dynamiques du matériau en fonction de la fréquence de sollicitation, le matériau semble se rigidifier en augmentant la fréquence. Cela correspond à l'effet Gent-Fletcher (Olsson, 2005), (Khedimi, 2010), (Martinez et al., 2011). Le comportement des élastomères dépend également de la température à laquelle ils sont utilisés. A basse température, les caoutchoucs ont un comportement vitreux, alors qu'à haute température, ils ont un comportement visqueux. Autour de la température  $T_g$ , le matériau subit une transition, dans laquelle il passe d'un état vitreux à un état caoutchoutique. Cette température est communément appelée température de transition vitreuse. La transition vitreuse correspond à l'instant où la phase amorphe d'un polymère passe d'un état macroscopique figé à un état métastable malléable (Le Clerc, 2006). Cette température est importante car elle définit la gamme de température dans laquelle les caoutchoucs possèdent un comportement "caoutchoutique". La connaissance du comportement mécanique de notre matériau nécessite donc une campagne expérimentale de caractérisation statique, cyclique et dynamique, permettant de définir la nature du comportement de notre matériau. Le

matériau de notre étude est un polychloroprène<sup>1</sup> destiné à l'application de poulie découpleuse, installée au niveau de l'axe de l'alternateur pour le protéger des acyclismes créés par le fonctionnement du moteur thermique. Il a été montré que le polychloroprène est un matériau qui cristallise sous tension (Krigbaum et Roe, 1964), (Zhang et al., 2011). La cristallisation consiste en la création de renforcements au sein d'un matériau amorphe sous tension. Ce phénomène a été quantifié par dispositif à rayon X (Alexander et al., 1955), (Murakami et al., 2002), (Toki et Hsiao, 2003), par observation du changement de volume (Chenal et al., 2007), (Le Cam, 2010).

A partir de cette définition, nous pouvons déterminer la loi contrainte-déformation du matériau. Cette loi se base sur les principes de la thermodynamique, adaptés au cadre des grandes déformations, qui aboutissent à la formulation de l'inégalité de Clausius-Duhem (Méo, 2000). L'hypothèse de l'état local (Lemaitre et Chaboche, 1985), l'hypothèse des matériaux standards (Sidoroff, 1975a) et l'hypothèse des matériaux standards généralisés (Halphen et Quoc Son, 1975) mènent à la définition d'une loi contrainte-déformation, à partir de l'inégalité de Clausius-Duhem. Cette loi est alors dépendante du potentiel d'énergie de déformation  $\psi$  et du potentiel de dissipation  $\varphi$ . Il existe différents modèles utilisés dans la littérature pour décrire le comportement mécanique des caoutchoucs. Les modèles hyperélastique, traduisant la capacité du matériau à supporter les grandes déformations, se basent sur la formulation de la densité d'énergie de déformation (Wall, 1942), (Boyce et Arruda, 2000), (Mooney, 1940), (Rivlin, 1992), (Ogden, 1973), (Hart-Smith, 1966), (Gent et Thomas, 1958). Les élastomères sont souvent considérés comme étant incompressible, car de comportement similaire à un fluide. Cette condition se traduit, dans la loi de comportement, par l'ajout d'un multiplicateur de Lagrange  $p$ , homogène à une pression hydrostatique. Les modèles viscoélastiques (qui définissent la dépendance du matériau vis-à-vis du temps) dans le contexte des petites déformations, décomposent le tenseur des contraintes en une partie déviatorique et une partie sphérique :

$$\bar{\sigma}(t) = \int_0^t 2\mu(t-t')\dot{\bar{\epsilon}}^D dt' + \int_0^t K(t-t')tr(\dot{\bar{\epsilon}}(t'))dt' \bar{I} \quad (1)$$

Où  $\mu$  et  $K$  sont des fonctionnelles de relaxation de la partie déviatorique et sphérique. Ces fonctions de relaxation dépendent essentiellement du modèle rhéologique choisi pour décrire le comportement viscoélastique du matériau. En grandes déformations, il existe deux approches permettant de décrire la partie viscoélastique du matériau. L'approche intégrale se base sur les travaux de Coleman et Noll (1961), Bernstein et Kearsley (1963), Simo (1987), Holzapfel (1996a). Cette méthode définit la partie visqueuse par des intégrales héréditaire de la fonctionnelle de relaxation. L'approche différentielle repose sur la théorie de l'état local (Lemaitre et Chaboche, 1985), l'hypothèse des matériaux standards généralisés (Halphen et Quoc Son, 1975). Ils définissent la partie visqueuse par le potentiel de dissipation (Boukamel, 2006).

Les modèles de comportement, préalablement identifiés, nous permettent de calculer les paramètres mécaniques utilisés pour dimensionner notre matériau en fatigue. Dans la littérature, il existe deux approches qui traitent de la fatigue des élastomères : l'approche en propagation et en initiation de fissure. La première consiste à étudier l'avancée d'une fissure pré-existante au sein du matériau

- soit par une méthode expérimentale avec la méthode de calcul de l'énergie de déchirement développée par Rivlin et Thomas (1953), puis validée par Thomas (1960) et Greensmith (1960) pour différents élastomères.

1. dans la suite du manuscrit, on pourra faire référence à ce matériau avec l'appellation CR

– soit par une méthode numérique par le calcul de l'intégrale de Rice dans un contour fermé autour de la pointe de fissure (Martin-Borret, 1998), (Rice, 1968).

La seconde consiste à estimer la durée de vie de pièces sans défauts apparents par l'utilisation d'un paramètre issu de la mécanique des milieux continus : le critère de fatigue. Différents critères de fatigue multiaxial ont été développés dans la littérature :

- les modèles basés sur une représentation à deux paramètres du comportement en fatigue du matériau (diagramme de Haigh) (André, 1998), (Saintier, 2001), (Saintier et al., 2006), (Le Cam et al., 2008), (Oshima et al., 2007), (Gold et al., 2007), (Mars et Fatemi, 2009)
- la première déformation principale (Cadwell, 1940), (Fielding, 1944), (Roberts et Benzies, 1977)
- la première contrainte principale (Saintier, 2001), (Bennani, 2006), (Brunac et al., 2009)
- la densité d'énergie de déformation (SED) (Alshuth et Abraham, 2002), (Mars et Fatemi, 2002), (Mars, 2001)
- la densité d'énergie de fissuration (CED), qui représente la portion d'énergie nécessaire à la fissuration de l'éprouvette pour des chargements multiaxiaux (Mars, 2001), (Zine et al., 2006), (Zine et al., 2011), (Kim et al., 2005), (Harbour et al., 2007), (Harbour et al., 2008), (Mars et Fatemi, 2004)
- la contrainte configurationnelle, qui traduit les irréversibilités créées au sein du matériau par le chargement en fatigue. (Verron et al., 2006), (Verron et Andriyana, 2008), (Andriyana et Verron, 2005), (Andriyana et Verron, 2008), (Andriyana et al., 2008), (Andriyana et Verron, 2007), (Previati et Kaliske, 2012)
- la densité d'énergie dissipée (DED) (Lacroix, 2004), (Lacroix et al., 2005), (Le Saux et al., 2010b), (Le Saux et al., 2010a), (Le Saux, 2010)

L'observation au MEB de faciès de rupture d'éprouvettes testées en fatigue permet, en plus de localiser l'initiation de fissure et quantifier la propagation de fissure (Lacroix, 2004), (Gauchet, 2007), de quantifier la morphologie de notre matériau selon différents aspects :

- Observation des phases cristallines présentes au sein du matériau (Walters, 1964)
- Quantifier les réactions chimiques présentes au sein du matériau (Bascom, 1977a)
- Comparer l'influence du type de chargement sur la rupture du matériau (Bhowmick et al., 1979b), (Chakraborty et al., 1982)
- Observer l'influence des ingrédients sur la rupture du matériau (Mathew et al., 1982)
- Observer l'influence des paramètres mécaniques sur la rupture du matériau (Legorju-Jago, 1998), (Gauchet, 2007)

Des languettes ont été observés dans les faciès de rupture de caoutchouc naturel<sup>2</sup> (Legorju-Jago, 1998), de polychloroprène (Lacroix, 2004) et de nitrile hydrogéné (Gauchet, 2007) et sont décrites comme la thermo-oxydation de la matrice élastomère lors de la sollicitation en fatigue (Legorju-Jago, 1998). L'influence de la température, de la fréquence et du niveau de contrainte sur la morphologie des languettes ont été observées (Legorju-Jago, 1998), (Gauchet, 2007). Nous allons donc voir si le rapport de charge et le rapport de déformation ont un lien avec la morphologie des languettes, et tenter de quantifier cela.

Le but de ce travail est de proposer une méthode d'estimation des durées de vie d'une pièce en élastomère, à partir de l'approche en initiation de fissure. L'énergie dissipée est déterminée comme critère de fatigue multiaxiale, en s'inspirant des travaux réalisés par Lacroix (2004), puis confrontée à ceux présents dans la littérature. Cette étude a été réalisée au CERMEL (Centre d'Etude et de Recherche

---

2. dans la suite du manuscrit, on pourra faire référence à ce matériau avec l'appellation NR

Matériaux ELastomères). Cette plateforme de recherche est le fruit de la collaboration entre l'entreprise Hutchinson et le LMR (Laboratoire de Mécanique et Rhéologie) de Tours.

Une première partie est consacrée à la caractérisation du comportement mécanique du polychloroprène. Au préalable, les spécificités de la réponse mécanique des élastomères sont rappelées dans une section bibliographique.

Dans la seconde partie, un modèle de comportement est déterminé. Celui-ci repose sur les principes de la thermodynamique adaptés au cadre des grandes déformations. Au cours de cette partie, deux modèles de comportements seront développés. Un modèle analytique qui se base sur un modèle viscoélastique, en grandes déformations, formulé dans l'approche différentielle. Et un modèle éléments finis, implémenté dans le code de calcul ANSYS v11, qui base sa formulation de modèle viscoélastique en grandes déformations par une approche intégrale. Ces modèles sont identifiés à partir d'un cycle stabilisé en fatigue en traction uniaxiale, puis validés avec des cycles stabilisés en fatigue multiaxiale. Le modèle analytique propose une erreur inférieure à 10% avec la réalité expérimentale, et le modèle éléments finis semble bien représenter les cycles stabilisés en fatigue multiaxiale.

Le chapitre suivant se focalise sur l'étude en fatigue de notre matériau. Une liste non exhaustive de critères de fatigue multiaxiale est présentée. Ceux-ci sont alors confrontés à l'énergie dissipée à partir d'une campagne expérimentale en fatigue multiaxiale. Dans cette partie, un diagramme de Haigh est construit afin de montrer l'influence de la cristallisation du matériau dans son comportement en fatigue. Enfin, une analyse post-mortem de faciès de rupture, préalablement testés en fatigue, est réalisée avec un microscope électronique à balayage (MEB). Cette observation permet de décrire les phénomènes microscopiques liés à l'endommagement en fatigue du matériau.

# Matériau de l'étude

## Contents

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>15</b>
<b>1.2</b>	<b>Bibliographie</b>	<b>15</b>
1.2.1	Du caoutchouc naturel au caoutchouc synthétique	15
1.2.2	Généralités sur les élastomères	16
1.2.3	Comportement mécanique des élastomères	18
<b>1.3</b>	<b>Matériau de l'étude</b>	<b>26</b>
1.3.1	Contexte industriel	26
1.3.2	Composition	26
<b>1.4</b>	<b>Dispositifs expérimentaux</b>	<b>28</b>
1.4.1	Machine de traction Zwick	28
1.4.2	Viscoanalyseur Metravib	28
1.4.3	Eprouvettes utilisées	28
1.4.4	Eprouvette H2	29
1.4.5	Eprouvette de double cisaillement	29
<b>1.5</b>	<b>Campagne expérimentale de caractérisation</b>	<b>29</b>
1.5.1	Traction quasi-statique	29
1.5.2	Traction cyclique	31
1.5.3	Traction dynamique	41
1.5.4	Relaxation de contrainte	42
<b>1.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>43</b>

---



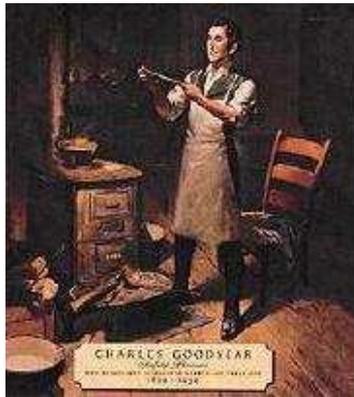


FIGURE 1.1 – Charles Goodyear 1839 (SNCP, 2011)

## 1.1 Introduction

De part leurs diversités (monomère, formulation) et leurs comportements complexes (grandes déformations, caractère dissipatif), les élastomères sont de plus en plus utilisés dans des applications industrielles (éléments de transmission, supports moteur, pièces d'étanchéité ...). L'objectif de ce chapitre est de proposer une approche complète du comportement mécanique du matériau de notre étude, indispensable dans le choix du modèle mathématique le plus adapté pour décrire sa réponse mécanique. Une première partie sera consacrée à la bibliographie concernant le matériau, qui traitera principalement du comportement mécanique des élastomères. Ensuite, après avoir présenté les dispositifs et protocoles expérimentaux utilisés dans la caractérisation de notre matériau, nous présenterons les résultats obtenus et les exploiterons.

## 1.2 Bibliographie

### 1.2.1 Du caoutchouc naturel au caoutchouc synthétique

Le caoutchouc provient du latex issu de différentes plantes, dont l'hévéa. Le terme caoutchouc signifie en Quetchuan bois ("cao") qui pleure ("tchu"). A partir du 15<sup>e</sup> siècle, alors que les Européens partent à la découverte du "nouveau monde", ils observent l'utilisation locale de ce matériau dans des produits tels que les balles, les bottes, les toiles ... De retour de son voyage en Amérique du sud, en 1745, Charles Marie de la Condamine, avec François Fresneau, communiquent leur travaux concernant le caoutchouc à l'Académie des Sciences de Paris. En 1770 apparaissent les premières gommes à effacer en Grande-Bretagne. En 1819, Thomas Hancock découvre le procédé de "mastication", permettant ainsi la mise en forme ultérieure du matériau. C'est en 1839 que Charles Goodyear constate qu'en chauffant un mélange de caoutchouc et de soufre, les qualités élastiques du matériau sont améliorées et définitivement stabilisées : c'est la vulcanisation.

L'industrie du caoutchouc commence son essor, mais le coût de la matière première reste élevé car seul le Brésil est producteur. Ainsi, Wickham, planteur britannique installé au Brésil en 1876, recueille 70000 graines d'hévéa pour les mettre à germer en Angleterre puis les planter dans les colonies d'Asie du sud-est. Seuls 3000 plants sont expédiés à Ceylan. Ils sont à l'origine d'une grande partie des plantations de caoutchouc dans le monde. En 1888, Dunlop réinvente le pneumatique utilisé pour les vélos en collant à la roue en bois des bandes de caoutchoucs. Cette technologie est également transposée pour

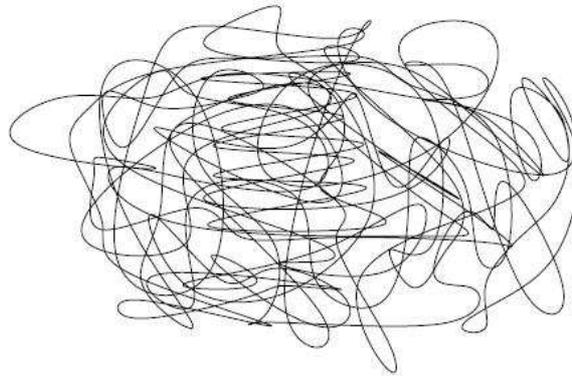


FIGURE 1.2 – Configuration sous forme de pelote statistique

les automobiles à partir de 1895. En 1909, le chimiste allemand Friedrich Hofmann dépose le premier brevet pour un véritable caoutchouc synthétique. Il faut attendre la première guerre mondiale et les effets du blocus pour initier une production industrielle de caoutchouc synthétique, qui prend de l'ampleur au fil des années, jusqu'à atteindre le niveau de celle du caoutchouc naturel dans les années 60. La crise pétrolière de 1973 provoque une remise en question de la prépondérance des caoutchoucs issus de l'industrie du pétrole. Après des décennies, le ratio entre caoutchoucs synthétiques et caoutchouc naturel est de nos jours à 60/40.

### 1.2.2 Généralités sur les élastomères

Les élastomères synthétiques sont constitués de longues chaînes macromoléculaires, issus de la polymérisation de motifs monomères, conférant au matériau ses propriétés physico-chimiques. A l'état cru, les chaînes macromoléculaires, configurées sous forme de pelote statistique aléatoire (fig 1.2), ne sont reliées entre elles que par des liaisons faibles, qui conduisent à un glissement inter-chaînes pour de faibles contraintes.

La vulcanisation crée des liaisons fortes, menant à la création d'un réseau tridimensionnel. Historiquement, la vulcanisation implique la réticulation au soufre. Actuellement, il existe une diversité de vulcanisation, suivant le type de liaisons créées entre chaînes, dont les principales sont :

- La vulcanisation au soufre, en créant des ponts  $-C-S_n-C-$  (fig. 1.3) par l'incorporation de soufre. Cette technique permet l'obtention de bonnes caractéristiques mécaniques, au détriment d'une tenue à la température plus délicate à obtenir.
- La vulcanisation au peroxyde, en créant des ponts  $-C-C-$  par réactions radicalaires générées par les peroxydes. Cette vulcanisation apporte des bonnes tenues en température, mais des propriétés mécaniques légèrement plus faibles que celles de la vulcanisation au soufre.
- La vulcanisation aux oxydes métalliques, spécifique aux élastomères hallogénés (CR, BIIR, CIIR ...).

Les éléments fondamentaux structurant les propriétés d'un caoutchouc sont les types de polymère et de vulcanisation. Cependant, les propriétés obtenues par ce biais peuvent être améliorées par l'usage d'éléments secondaires tels que les charges, les plastifiants, les accélérateurs ... Les charges sont utilisés pour rigidifier le matériau (fig. 1.4).

Les deux charges renforçantes les plus utilisées dans l'industrie du caoutchouc sont la silice et le noir de carbone. La première provient principalement de la neutralisation de silicate de sodium par un acide

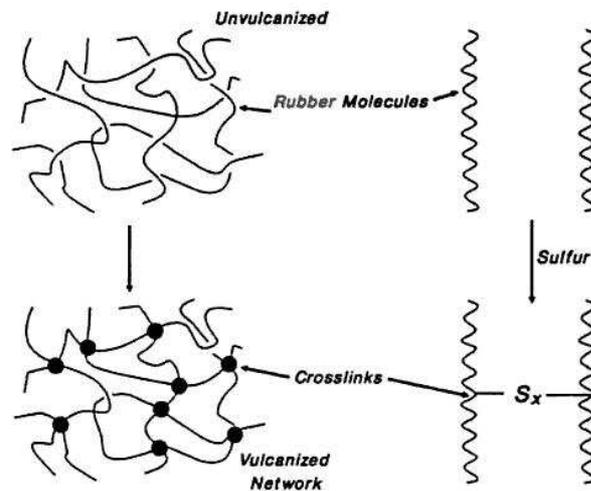


FIGURE 1.3 – Création d'un réseau tridimensionnel par vulcanisation (Barbin et Rodgers, 1994)

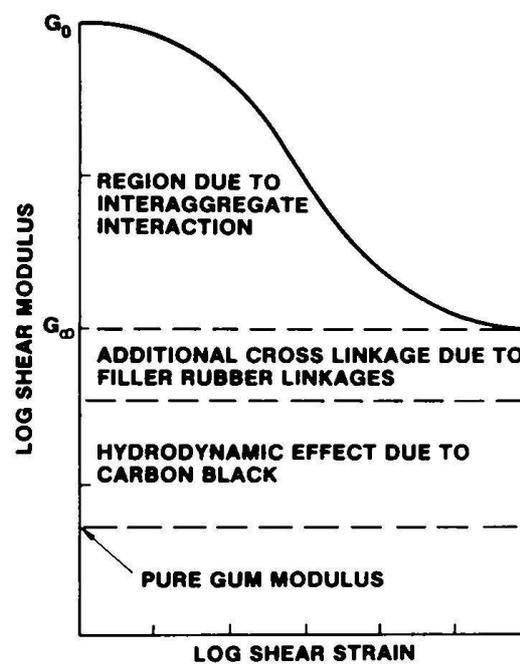


FIGURE 1.4 – Contribution du noir de carbone dans le module de stockage d'un élastomère (Medalia, 1978)

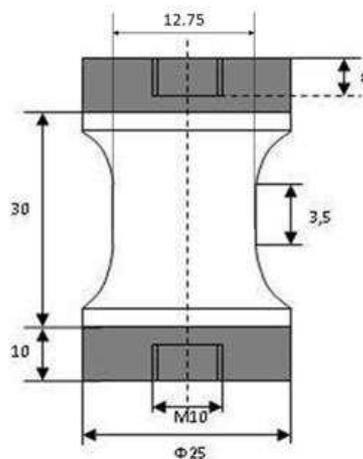


FIGURE 1.5 – Image d'une éprouvette diabolo

(Boudimbou, 2011) tandis que le second résulte de la combustion incomplète d'hydrocarbures dans un four (Gauchet, 2007). Les ingrédients présents dans la formulation du matériau sont introduits dans un mélangeur interne. Ce dispositif est constitué de deux rotors placés dans une chambre fermée et thermorégulée. Ceux-ci, positionnés en vis-à-vis, tournent en sens contraire. Cette étape permet de faciliter la mise en oeuvre du matériau brut (en coupant les chaînes macromoléculaires) et l'incorporation des ingrédients.

Le produit résultant est ensuite mis en feuille avec un mélangeur à cylindres, puis vulcanisé suivant deux techniques de moulage pour produire les éprouvettes nécessaires à cette étude :

- Le moulage par compression permet l'obtention de plaques rectangulaires de 2mm d'épaisseur. Une ébauche est placée dans un moule, dont les parois sont chauffées à la température de vulcanisation du matériau (170°C). Enfin, le moule est mis sous pression durant la vulcanisation (17 minutes). Ces plaques sont utilisées pour y découper des éprouvettes H2 et de double cisaillement (cf. paragraphe 1.4.3).
- Le moulage par injection est appliqué à la production des éprouvettes de type diabolo, de structure axisymétrique (fig. 1.5). Le matériau est injecté dans un moule à huit empreintes, puis vulcanisé sous pression à la même température que le moulage des plaques (4 minutes)

### 1.2.3 Comportement mécanique des élastomères

Dans cette partie, nous allons voir en quoi le comportement mécanique des élastomères est complexe, et développer leurs différentes spécificités.

#### 1.2.3.1 Hyperélasticité

Les élastomères, dans leur état caoutchoutique, peuvent supporter de grandes déformations, et ce, de manière quasi-réversible. Treloar (1944) caractérise le comportement statique d'un caoutchouc naturel chargé pour différentes sollicitations : traction uniaxiale (UT), traction equibiaxiale (ET) et cisaillement pur (PS) (fig. 1.6).

Il met en évidence une déformation du matériau pouvant atteindre 800% en traction simple, ce qui dépasse nettement le cadre des petites déformations. Outre le comportement hyperélastique exhibé par les élastomères, ils présentent un comportement qui dépend fortement des conditions de chargement qui

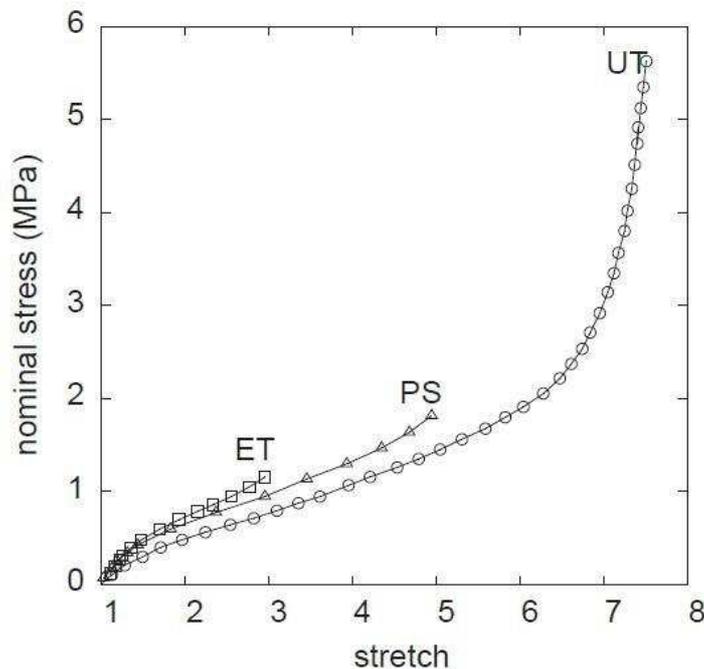


FIGURE 1.6 – Comportement statique d'un caoutchouc naturel pour différents chargements (Diani et Gilormini, 2005), à partir des données expérimentales de Treloar (1944)

leur sont imposées. La partie suivante expose les différents phénomènes liés à la réponse cyclique, puis dynamique des élastomères.

### 1.2.3.2 Effet Mullins

Lorsqu'un élastomère est sollicité cycliquement, un adoucissement est observé dans les premiers cycles, communément appelé effet Mullins. Ce phénomène a été mis en évidence par Mullins (1948) pour des caoutchoucs naturels chargés au noir de carbone, puis pure gomme (Harwood et al., 1966) ainsi que pour d'autres élastomères (SBR (Harwood et al., 1965), NBR (Kakavas, 1996), EPDM (Flamm et al., 2008)). Plusieurs interprétations se sont succédées pour expliquer ce phénomène : désagrégation de la structure secondaire de charge (Mullins et Tobin, 1965), destruction et reconstruction des liaisons entre les charges et la matrice (Bueche, 1960), glissement des chaînes macromoléculaires au niveau des surfaces de charge (Houwink, 1956). Une schématisation de ces interprétations est proposé par Diani et al. (2009) (fig. 1.7). Besdo et Ihlemann (2003) développent un modèle cohérent de l'effet Mullins par la prise en compte de liaisons faibles (Van der Waals) et de liaisons fortes (réticulation) entre chaînes macromoléculaires dans le comportement du matériau, mettant ainsi en évidence le rôle des interactions entre chaînes macromoléculaires dans l'effet Mullins. Dorfmann et Ogden (2004) montrent que l'effet Mullins est d'autant plus marqué que le taux de noir de carbone dans le caoutchouc est important.

L'effet Mullins est un phénomène qui a été étudié pendant plusieurs décennies, mais son interprétation physique reste délicate. Il peut être décrit par différents réarrangements structurels au sein du matériau, liés à la configuration des chaînes macromoléculaires et des structures de charge.

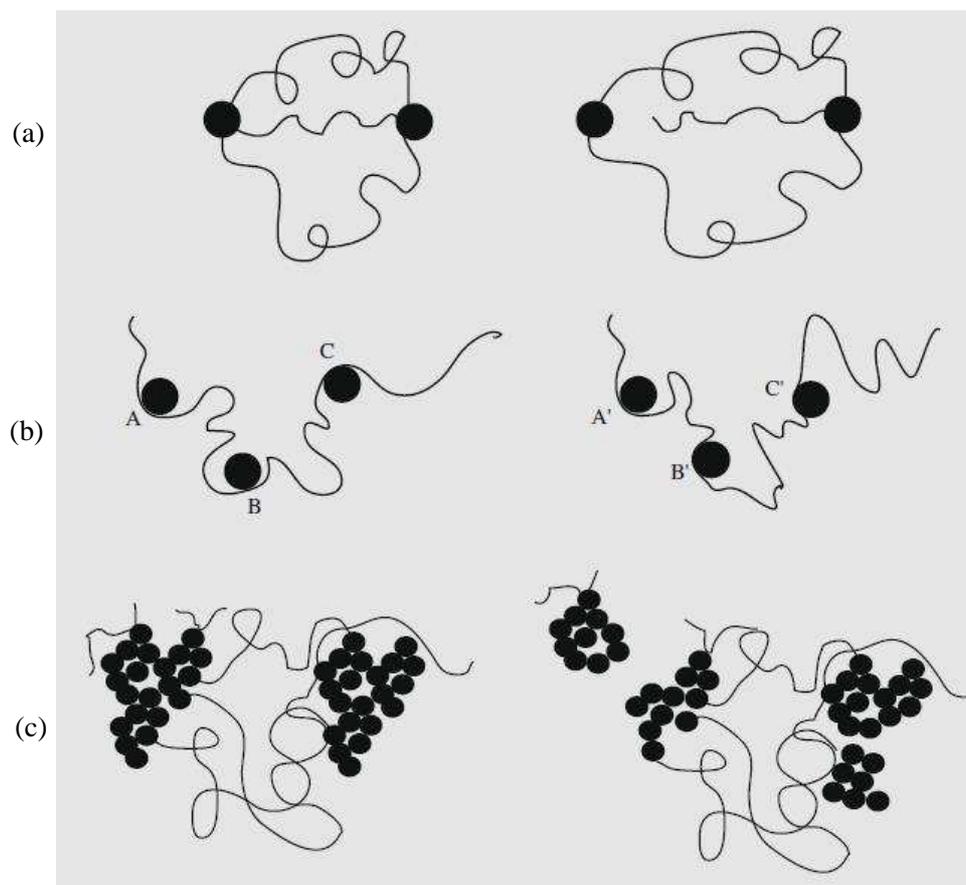


FIGURE 1.7 – Schématisation des principales interprétations physiques de l'effet Mullins (Diani et al., 2009) : (a) Rupture des chaînes courtes (Bueche, 1960), (b) Glissement des chaînes macromoléculaires au niveau de la surface des charges (Houwink, 1956), (c) Rupture de la structure secondaire des charges (Mullins et Tobin, 1965)

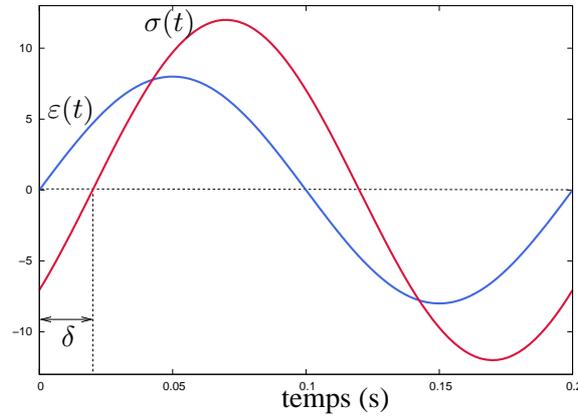


FIGURE 1.8 – Représentation du retard de phase entre la contrainte et la déformation d'un matériau viscoélastique

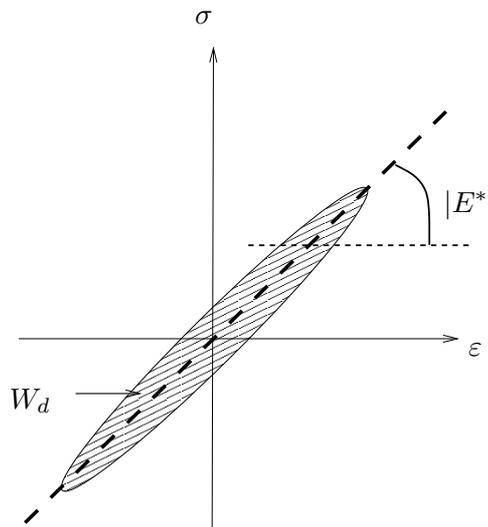


FIGURE 1.9 – Représentation schématique d'une boucle d'hystérésis

### 1.2.3.3 Viscoélasticité

Sous chargement cyclique, le comportement viscoélastique se manifeste par le déphasage  $\delta$  (communément appelé angle de perte) entre le pilotage et sa réponse (fig. 1.8).

Lorsque nous étudions la réponse mécanique d'un matériau viscoélastique à un cycle de chargement, dans le plan contrainte-déformation, un phénomène d'hystérésis apparaît (fig. 1.9), traduisant une dissipation d'énergie entre le chargement et le déchargement.

$W_d$  et  $|E^*|$  correspondent respectivement à l'énergie dissipée par le matériau au cours du cycle et à la norme de son module complexe. Ce dernier est alors calculé suivant les eq. 1.1a et 1.1b :

$$E^*(t) = E'(t) + i.E''(t) \quad (1.1a)$$

$$|E^*| = \sqrt{E'^2 + E''^2} \quad (1.1b)$$

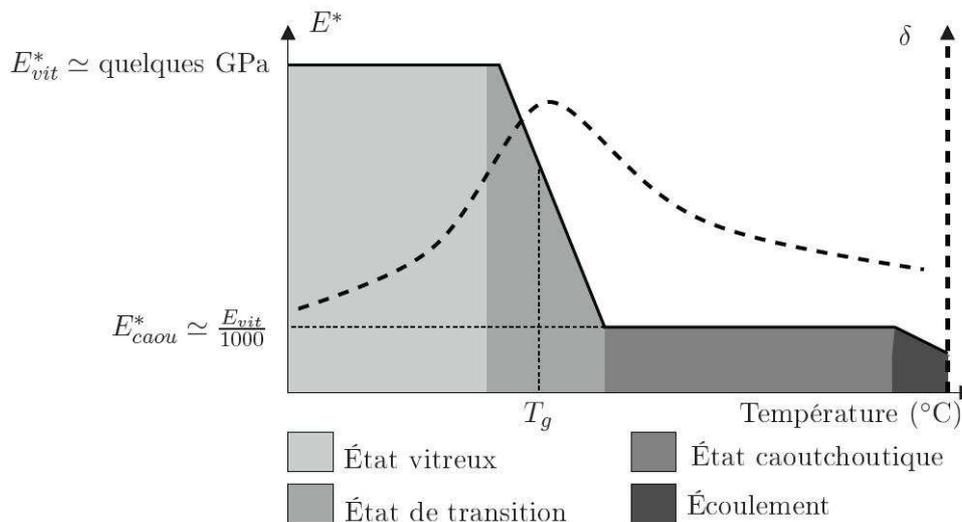


FIGURE 1.10 – Evolution du comportement du matériau en fonction de la température (Martinez, 2005)

Où  $E'(t)$  et  $E''(t)$  représentent respectivement les composantes élastique (module de stockage) et visqueuse (module de perte) du module. Ils peuvent être calculés suivant les eq. 1.2 :

$$E'(t) = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cdot \cos(\delta) \quad (1.2a)$$

$$E''(t) = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cdot \sin(\delta) \quad (1.2b)$$

$\sigma_0$  et  $\varepsilon_0$  représentent respectivement les amplitudes de contrainte et de déformation. Il vient donc :

$$\tan \delta = \frac{E''}{E'} \quad (1.3)$$

Les caractéristiques dynamiques des élastomères peuvent être utilisées pour mettre en évidence l'influence de la température dans le comportement mécanique des élastomères (fig. 1.10). En effet, à la température de transition vitreuse  $T_g$ , les caoutchoucs passent d'un état vitreux à un état caoutchoutique.

Le choix de la caractéristique dynamique, utilisée pour définir la  $T_g$ , est controversée dans la littérature ( $E'$  (Le Clerc, 2006),  $E''$  Rieger (2001), Ferrillo et Achorn (1996),  $\tan \delta$  (Peleg, 1995), (Rotter et Ishida, 1992), (Anseth et al., 1996), (Ferrillo et Achorn, 1996)). Notre définition de  $T_g$  correspond au point d'inflexion de la chute du module de stockage  $E'$ .

En plus de dépendre de la température du milieu, les caractéristiques dynamiques des élastomères varient suivant l'amplitude et la fréquence du chargement dynamique.

#### 1.2.3.4 Effet Payne/Effet Gent-Fletcher

L'effet Payne se manifeste par une diminution de la raideur dynamique à partir du domaine d'élasticité non linéaire du matériau. Cette réaction est bien appréhendée dans la littérature : Payne et Whittaker (1971b) constatent ce phénomène pour une sollicitation en double cisaillement. Ils l'expliquent, entre autre, par la désagrégation de la structure de noir de carbone. En effet, ils observent l'influence du

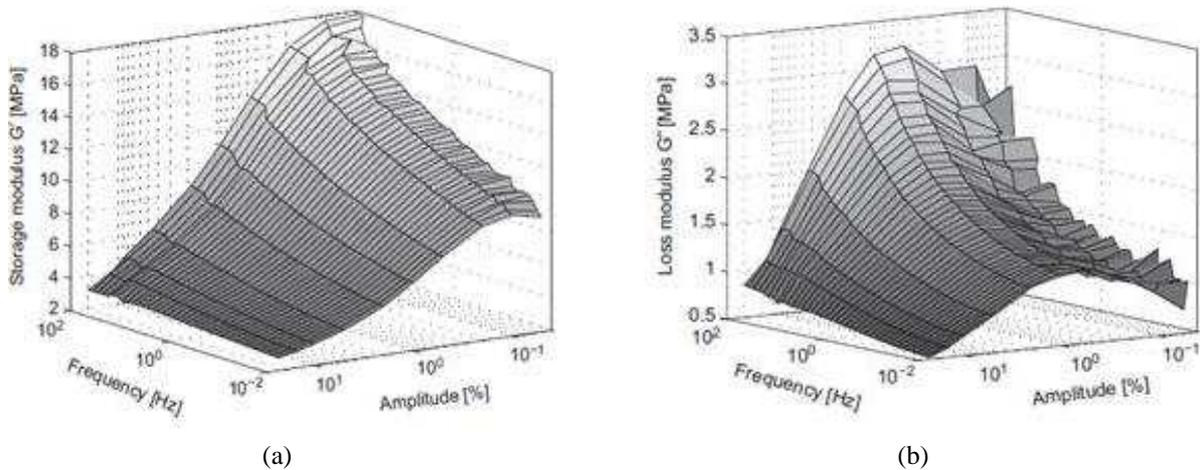


FIGURE 1.11 – Influence de la fréquence et de l'amplitude dynamique sur le comportement dynamique d'un élastomère (Hofer et Lion, 2009)

temps de mélangeage (favorisant la dispersion du noir de carbone) sur l'effet Payne. Ils remarquent que celui-ci est plus marqué pour des temps de mélangeage courts. Fletcher et Gent (1954), quant à eux, constatent que ce phénomène est plus important pour des volumes plus conséquents de noirs de carbone. Ramier et al. (2007) étudient l'influence du traitement de surface de la charge pour un matériau SBR renforcé à la silice. Ils montrent que l'effet Payne est lié à l'interaction entre la charge et la matrice. Cassagnau (2003) constate que le désenchevêtrement des macromolécules entre elles peut avoir un lien avec l'effet Payne. Hofer et Lion (2009) étudient l'influence de l'amplitude dynamique, ainsi que de la fréquence sur le comportement dynamique d'un caoutchouc. Les résultats expérimentaux sont présentés dans la figure 1.11.

Une rigidification, ainsi qu'une élévation non négligeable du module de perte, semblent s'y produire avec l'augmentation de la fréquence, correspondant à l'effet Gent-Fletcher. Il a souvent été constaté dans la littérature (Martinez et al., 2011), (Khedimi, 2010), (Nakajima et al., 1973), (Nakajima et al., 1974), (Nakajima et Collins, 1975), (Ferry et al., 1952), (Isono et Ferry, 1984), (Olsson, 2005) mais il ne semble pas encore avoir eu d'explications physiques liées à ce phénomène.

### 1.2.3.5 Cristallisation sous tension

La cristallisation consiste en la création de renforcements de certains élastomères sous tension (Fielding, 1944). La plupart des études, présentes dans la littérature, associent exclusivement ce phénomène au caoutchouc naturel. Cependant, Krigbaum et Roe (1964) et Zhang et al. (2011) mettent en évidence la cristallisation sous tension du polychloroprène. Différents moyens expérimentaux ont été mis en place pour caractériser ce phénomène. La méthode de diffraction par Rayons X est la plus répandue pour qualifier la cristallisation (Alexander et al., 1955), (Murakami et al., 2002).

Toki et Hsiao (2003) déterminent le taux de cristallinité pour différents élastomères à l'aide d'un tel dispositif. Ils proposent un schéma descriptif de la cristallisation, dans lequel ils identifient trois phases : une phase amorphe orientée, une phase amorphe non orientée et une phase cristalline (fig. 1.12). Dans une autre étude, Toki et al. (2000) étudient l'évolution du taux de cristallinité d'un caoutchouc naturel au cours d'un cycle de chargement. Ils mettent en évidence que l'énergie dissipée mécaniquement du matériau est liée avec la cristallisation (fig. 1.13)

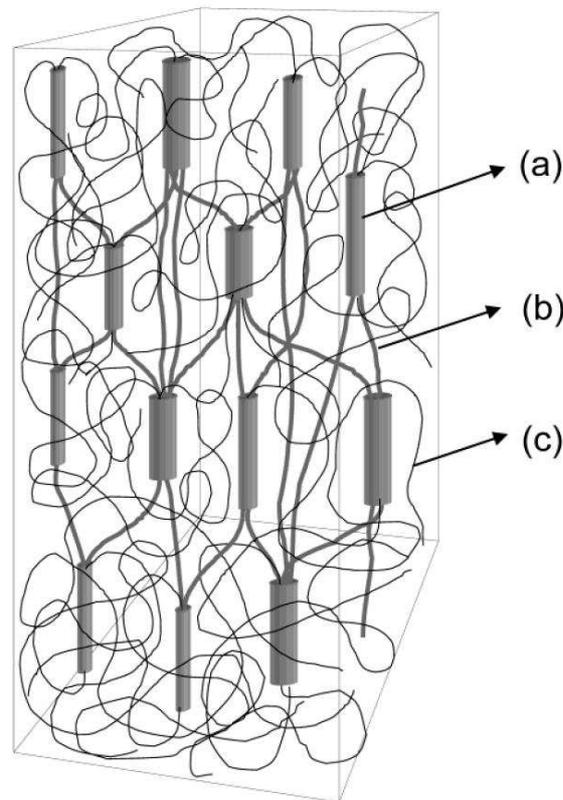


FIGURE 1.12 – Schema représentant les structures créées au sein du matériau lors de la cristallisation (Toki et Hsiao, 2003) : (a) Fibrilles cristallines, (b) chaînes amorphes orientées, (c) chaînes amorphes non orientées

Chenal et al. (2007) utilisent un dispositif expérimental permettant de déterminer la variation relative de volume au cours d'un chargement uniaxial. Ils mettent en évidence plusieurs phénomènes qui induisent un changement de volumes. La cavitation et la décohésion sont à l'origine de gains de volumes, alors que la cristallisation est à l'origine d'une perte de volume (fig. 1.14).

Le Cam (2010) mesure la variation de volume d'éprouvettes en NR et en SBR provoquée par un chargement en traction cyclique. Il montre, pour le SBR, que la variation de volume est similaire entre le chargement et le déchargement. Il en déduit que le caractère hystérétique de la variation de volume du caoutchouc naturel est lié à la cristallisation du matériau. Cela est cohérent avec le constat effectué par Toki et al. (2000) pour le lien entre la réponse mécanique et le taux de cristallinité.

Harwood et al. (1967) comparent la réponse cyclique et monotone d'un caoutchouc naturel et d'un SBR (fig. 1.15). Ils montrent un adoucissement du caoutchouc naturel lors du chargement cyclique, qui est inexistant pour le SBR. Ils imputent cette différence entre le comportement statique et cyclique à la cristallisation sous tension (Vandenbroucke, 2010), (Le Cam, 2005). Vandenbroucke (2010) explique cette différence par une rigidification du comportement du matériau en traction statique par cristallisation. Cette réaction est en revanche annihilée au cours du chargement cyclique, du fait du retour à 0N lors des phases de déchargements, provoquant ainsi la disparition des renforcements liés à la cristallisation.

Fukahori (2010) propose un modèle de volume élémentaire représentatif (V.E.R.) d'un caoutchouc naturel renforcé au noir de carbone et vulcanisé (fig. 1.16). Dans ce modèle, il suppose que le caoutchouc

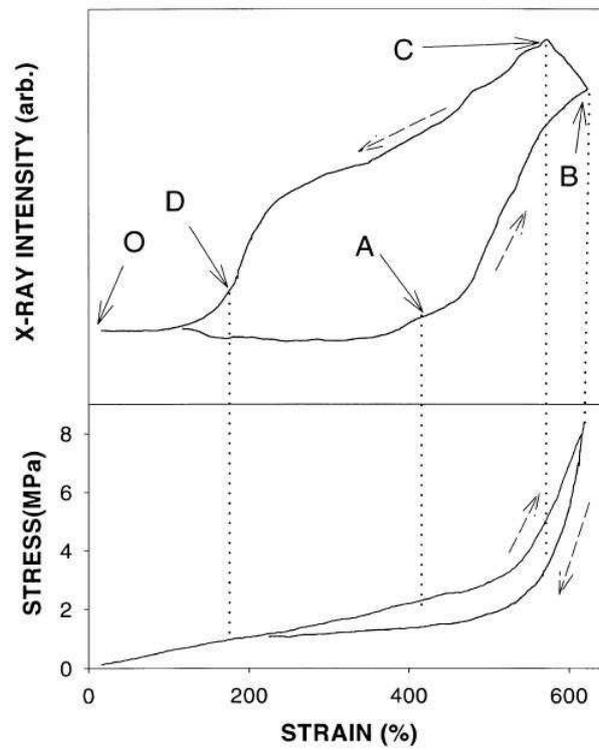


FIGURE 1.13 – Lien entre la boucle d’hystérésis et les résultats en diffraction (Toki et al., 2000)

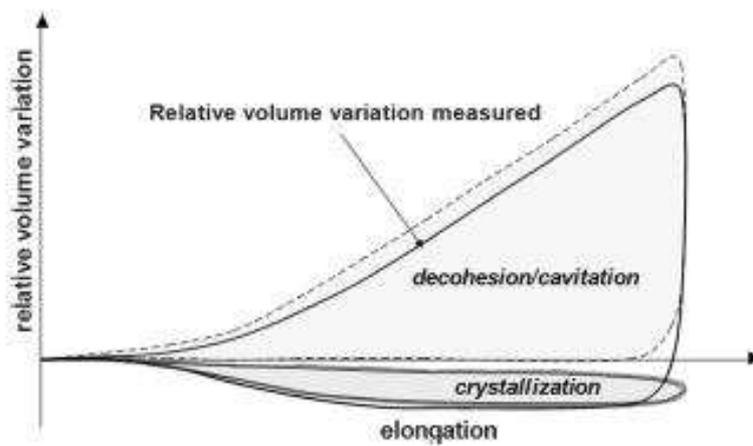


FIGURE 1.14 – Différents phénomènes liés au changement de volume au cours d’un cycle de chargement (Chenal et al., 2007)

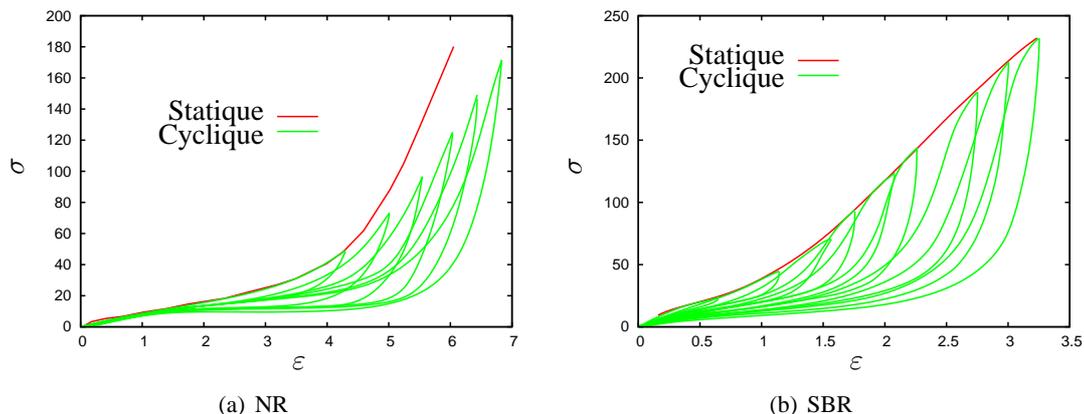


FIGURE 1.15 – Confrontation de la littérature entre le comportement cyclique et statique d'un caoutchouc naturel (a) et d'un SBR (b) (Harwood et al., 1967)

naturel est composé de trois phases : une phase vulcanisée (en gris dans la fig. 1.16), une phase non vulcanisée (les chaînes présentes dans la fig. 1.16) et les particules de carbones (les sphères de la fig. 1.16). Il postule ainsi que la cristallisation du caoutchouc naturel se situe au niveau de la phase non vulcanisée du matériau.

## 1.3 Matériau de l'étude

### 1.3.1 Contexte industriel

Le matériau de cette étude est un polychloroprène, développé par la société Hutchinson, pour la fabrication de "silent blocks rotatifs". Cette pièce est un élément de moteur thermique, placée entre l'axe de l'alternateur et la courroie de transmission. La poulie découpleuse a ainsi pour rôle de protéger l'alternateur des acyclismes créés par le fonctionnement des moteurs thermiques et transmis par la courroie de transmission. Les conditions de fonctionnement d'une poulie découpleuse peuvent se résumer en trois grandes phases de fonctionnement :

- la phase de démarrage-arrêt où le corps découpleur subit une forte déformation angulaire ( $40^\circ$ ) à basse fréquence ( $5Hz$ ).
- la phase de ralenti où l'angle de déformation est plus faible, et la fréquence élevée (20 à  $30Hz$ ).
- la phase principale qui comporte des variations de vitesses en continu (accélération et décélération du moteur). La fréquence peut être plus ou moins importantes selon le régime moteur, mais la déformation reste faible.

Il est à noter que la température d'utilisation de la poulie dépend de celle régnant autour du moteur.

### 1.3.2 Composition

Le polychloroprène est un élastomère, dont la structure des chaînes est majoritairement de configuration trans - 1,4 (85 %) et cis - 1,4 (10 %). La figure 1.17 et 1.18 représentent ces deux structures.

Le matériau est vulcanisé au soufre et à l'oxyde de zinc. Il est chargé au noir de carbone N990.

Afin de formuler un modèle le mieux adapté pour décrire la réponse mécanique du polychloroprène, il est important d'avoir une connaissance accrue de son comportement mécanique. Cette information est

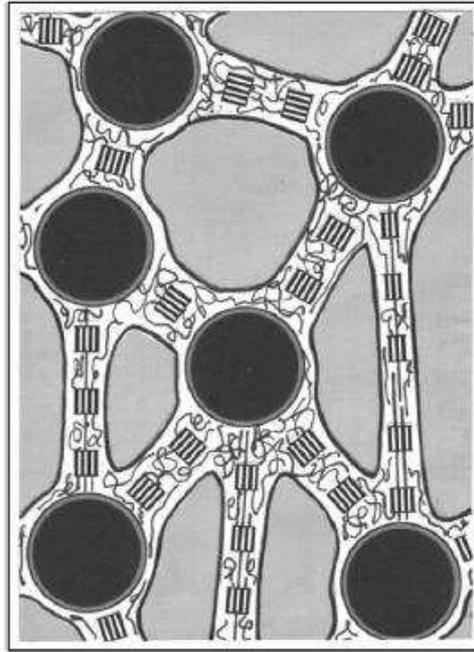


FIGURE 1.16 – Modèle de volume élémentaire représentatif d'un caoutchouc naturel de Fukahori (2010)

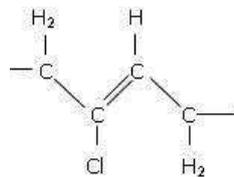


FIGURE 1.17 – Structure trans - 1,4 d'une unité répétitive du polychloroprène

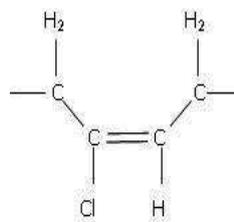


FIGURE 1.18 – Structure cis - 1,4 d'une unité répétitive du polychloroprène

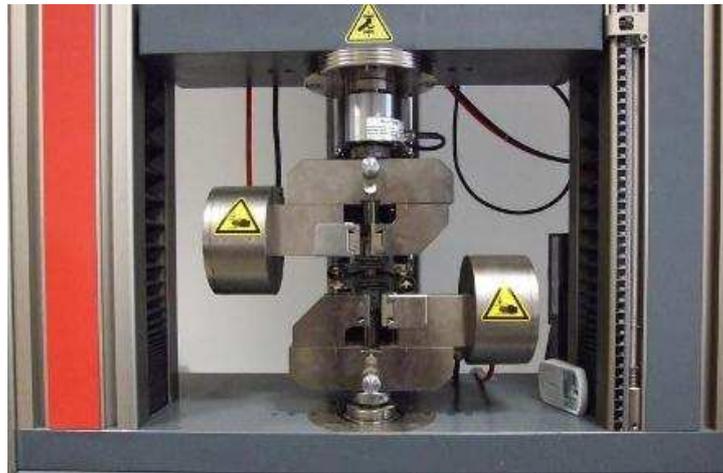


FIGURE 1.19 – machine de traction Zwick

fournie par une campagne expérimentale de caractérisation du matériau. .

## 1.4 Dispositifs expérimentaux

L'objectif de cette partie est de présenter le matériel mis à notre disposition pour mener à bien la caractérisation mécanique de notre matériau.

### 1.4.1 Machine de traction Zwick

Les machines de traction sont couramment utilisées dans l'industrie du caoutchouc pour contrôler les caractéristiques statiques en traction des matériaux telles que la contrainte et déformation à la rupture. La machine de traction Zwick (fig. 1.19) est équipée de mors à serrage pneumatique, et d'extensomètres grande course capables de supporter une rupture du matériau. La vitesse maximale autorisée par la machine est de  $2m/min$  (vitesse de déplacement de la traverse), ce qui limite ses applications d'un point de vue dynamique. La cellule de force de la machine est de  $\pm 10kN$ .

### 1.4.2 Viscoanalyseur Metravib

Le viscoanalyseur (fig. 1.20) est une machine qui permet de caractériser comportement dynamique des matériaux par :

- un balayage en fréquence (de  $10^{-3}$  Hz à  $10^3$  Hz, suivant l'amplitude de déplacement) (Effet Gent-Fletcher)
- un balayage en température (de  $-150^{\circ}C$  à  $450^{\circ}C$ ) (Détermination de la  $T_g$ )
- un balayage en amplitude de déplacement (Effet Payne)

### 1.4.3 Eprouvettes utilisées

Selon les essais réalisés au cours de cette partie, différentes géométries d'éprouvettes ont été utilisées. Celles ci sont toutes obtenues à partir d'une plaque de 2 mm moulée en compression (cf. paragraphe 1.2.2), dans laquelle les éprouvettes sont découpées avec un emporte-pièce.



FIGURE 1.20 – DMA Metravib 4400



FIGURE 1.21 – Photo d'une éprouvette H2 (Norme ISO 37)

#### 1.4.4 Epreuve H2

L'éprouvette H2 (fig. 1.21) est choisie pour caractériser le matériau en traction. Concernant les essais réalisés sur le viscoanalyseur, quelques modifications ont dû être faites afin de respecter l'encombrement, ainsi que les limites données par la machine. En effet, les talons de l'éprouvette ont été découpés afin que la partie utile de l'éprouvette reste entre les mors de traction (fig. 1.22).

#### 1.4.5 Epreuve de double cisaillement

L'éprouvette de double cisaillement est constituée de trois armatures métalliques sur lesquels sont collées deux pièces cylindriques en caoutchouc (fig 1.23). Cette éprouvette sera utilisée pour quantifier le comportement visqueux de notre matériau en double cisaillement.

### 1.5 Campagne expérimentale de caractérisation

#### 1.5.1 Traction quasi-statique

Afin d'avoir une première approche du comportement hyperélastique du polychloroprène, des essais en traction quasi-statique sont menés avec la machine de traction Zwick, à vitesses de déformation

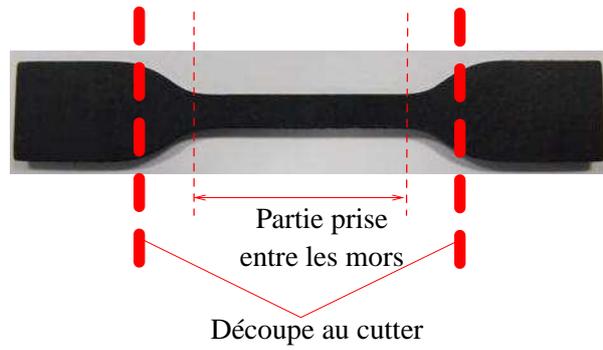


FIGURE 1.22 – Découpe de l'éprouvette H2 pour caractérisation sur Metravib



FIGURE 1.23 – Eprouvette de double cisaillement



FIGURE 1.24 – Montage de l'éprouvette H2 dans la machine de traction avec extensomètres

Module à 10% MPa	Module à 50% MPa	Module à 100 % MPa	Contrainte à Rupture MPa	Déformation Rupture %
0,32	0,98	1,61	18,9	670%

TABLE 1.1 – Caractéristiques statiques du CR

constantes ( $0.0042s^{-1}$ ,  $0.083s^{-1}$  et  $0.42s^{-1}$ ). La déformation du matériau est mesurée à l'aide d'extensomètres grande course, en contact de l'éprouvette H2 au niveau de sa partie utile, afin de suivre les déformations réelles subies par le matériau (fig. 1.24).

Les essais réalisés à  $0.42s^{-1}$  (fig. 1.25) ont pour objectifs de déterminer les caractéristiques technologiques du polychloroprène, résumées dans le tableau 1.1.

D'autre part, la réponse quasi-statique du matériau semble dépendre de la vitesse de sollicitation (fig. 1.26). Ce résultat suggère donc que le polychloroprène présente un comportement viscoélastique en grandes déformations.

Des essais de caractérisation cyclique seront donc réalisés dans la partie suivante afin de qualifier l'influence de la vitesse de chargement sur le comportement cyclique du polychloroprène.

## 1.5.2 Traction cyclique

Deux méthodes ont été développées pour caractériser le comportement en traction cyclique du polychloroprène :

- les essais de traction cyclique simple sont réalisés pour différentes vitesses et niveaux de chargement. Les conditions retenues sont précisées dans le tableau 1.28. Ces essais, en plus de qualifier le comportement viscoélastique du polychloroprène (influence de la vitesse de sollicitation), déterminent le nombre de cycles à partir duquel l'effet Mullins est supprimé pour chaque condition parcourue.
- les essais de traction cyclique à différents niveaux de chargement ont pour objectif de mettre en

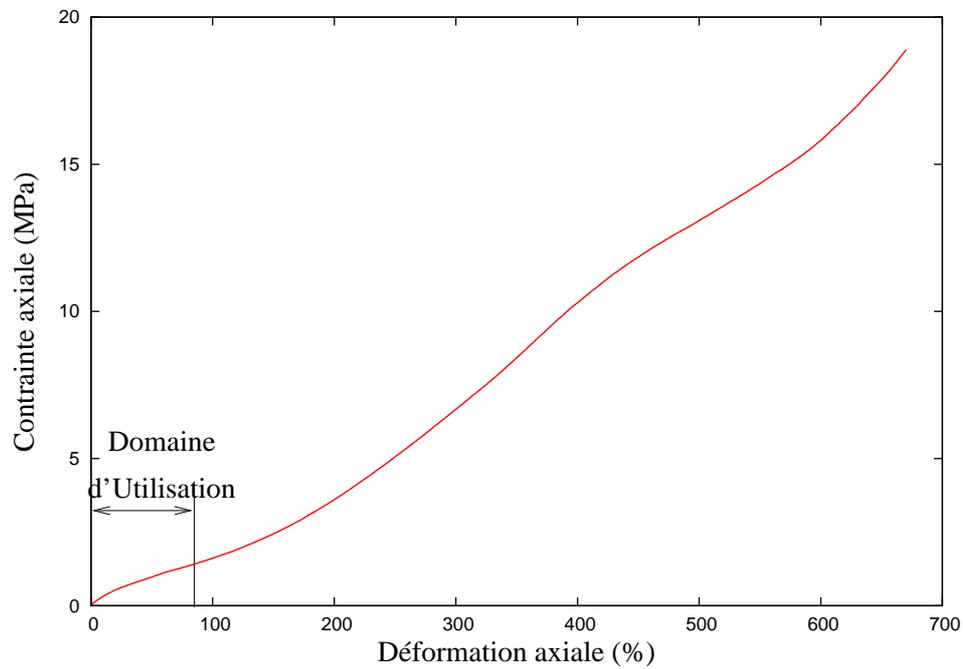


FIGURE 1.25 – Essai de traction à la rupture suivant la norme ISO 37

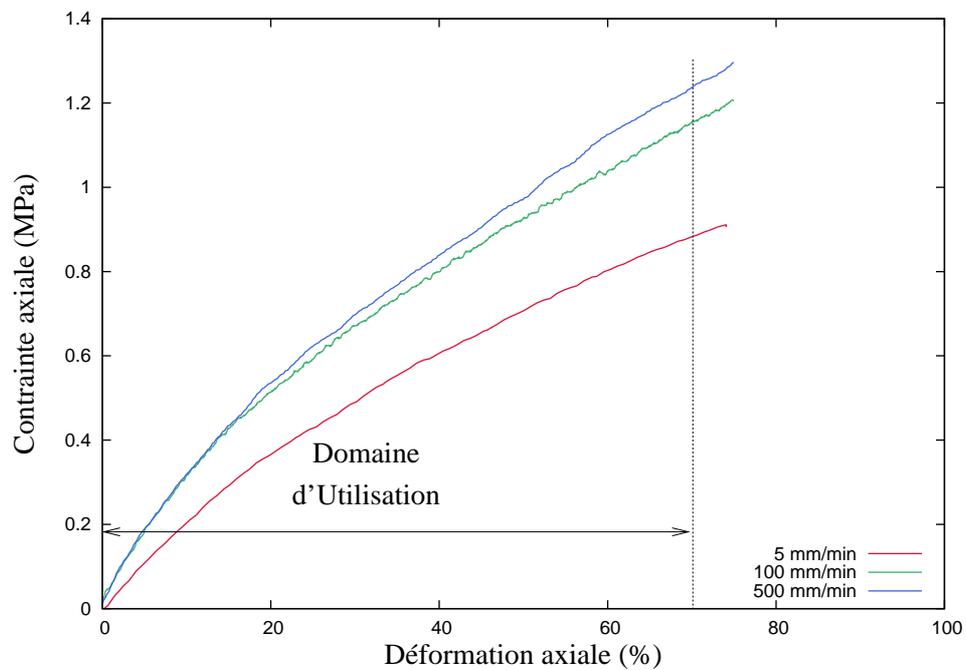


FIGURE 1.26 – Influence de la vitesse de sollicitation dans le comportement statique du CR (Zwick)

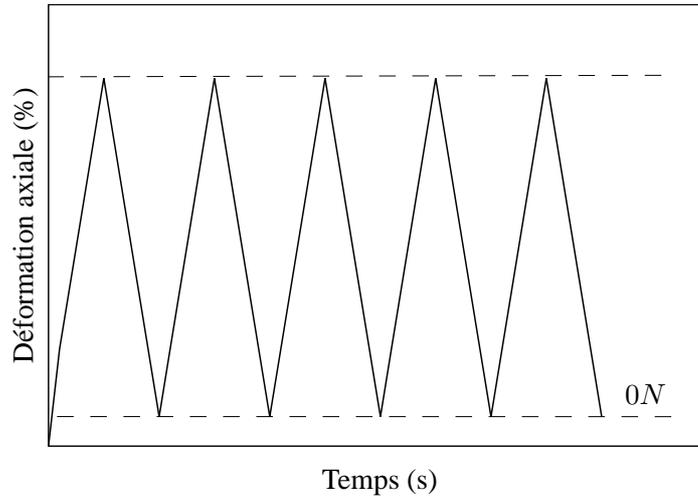


FIGURE 1.27 – Définition d'un essai de traction cyclique simple

évidence l'influence de l'historique de chargement dans le cycle stabilisé<sup>1</sup>. Ces essais permettent également de vérifier l'existence ou non d'une source non visqueuse de dissipation cyclique du polychloroprène.

### 1.5.2.1 Traction cyclique simple

Le protocole d'essai en traction cyclique simple est défini dans la figure 1.27

#### REMARQUE 1.1

Nous avons choisi de définir  $0N$  comme niveau minimal de chargement cyclique, pour l'ensemble des essais réalisés dans cette partie, afin d'éviter tout problème lié au flambement de l'éprouvette.

Au cours de cette campagne d'essais, les paramètres exploités seront essentiellement l'énergie dissipée  $W_d$  et la raideur dynamique  $|E^*|$  calculés lors du cycle stabilisé (Eq. 1.4) :

$$W_d = \int_{\text{cycle stabilisé}} \bar{\Pi} : d\bar{F} \quad (1.4a)$$

$$|E^*| = \frac{\Pi_{33}(E_{33_{max}}) - \Pi_{33}(E_{33_{min}})}{E_{33_{max}} - E_{33_{min}}} \quad (1.4b)$$

Dans l'eq. 1.4,  $\bar{\Pi}$ ,  $\bar{E}$  et  $\bar{F}$  correspondent respectivement au premier tenseur des contraintes de Piola-Kirshoff, au tenseur des déformation de Green-Lagrange et au gradient de transformation. Ces grandeur seront définis dans le chapitre 2.

La réponse de notre matériau, soumis à un chargement cyclique en traction simple, se traduit par une boucle d'hysteresis (fig. 1.28). De plus, la présence de l'effet Mullins est confirmée et se manifeste par l'adoucissement du comportement lors des premiers cycles de chargement (cf. paragraphe 1.2.3.2). Pour

1. justifiant ainsi l'utilisation d'un cycle stabilisé pour calculer les critères de fatigue du matériau de notre étude (cf. paragraphe 3.5.2)

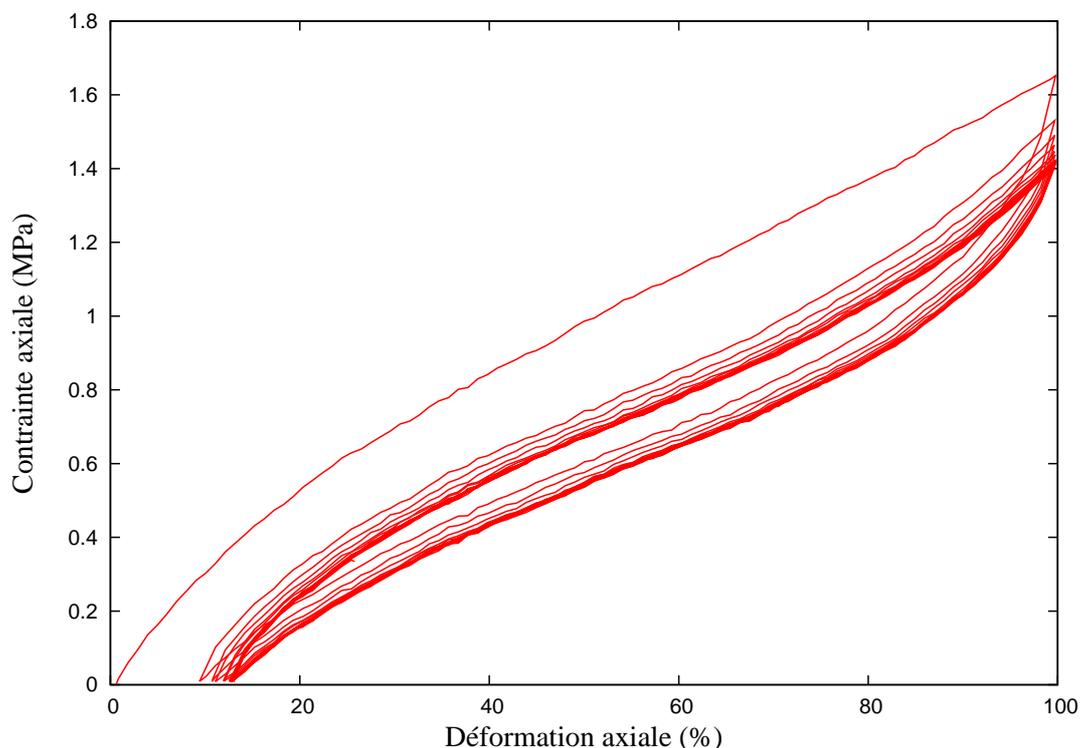


FIGURE 1.28 – Réponse du matériau à une sollicitation de traction cyclique simple (Zwick)

une vitesse de  $0.042s^{-1}$  et 100% de déformation maximale, la réponse du matériau se stabilise à partir du 7<sup>ème</sup> cycle (fig. 1.29).

Le tableau 1.2 présente le nombre de cycles nécessaire à la stabilisation du comportement du matériau, pour l'ensemble des conditions parcourues dans cette partie. Nous remarquons que celui-ci semble dépendre du niveau de déformation maximal, et non de la vitesse de chargement. D'autre part, il suffit de réaliser au moins 15 cycles de chargement pour aboutir à un comportement stabilisé du polychloroprène. Cette condition sera utilisée dans la définition des essais de traction à différents niveaux de chargement (cf. paragraphe 1.5.2.2).

Dans la figure 1.30, le comportement stabilisé (traits pleins) du polychloroprène suivant différents niveaux de chargement ont été superposés, pour une vitesse de  $0.042s^{-1}$ . Ce résultat semble indiquer qu'en augmentant le niveau de chargement, il apparaît une diminution du module dynamique et une

Vitesse	Déformation maximale	Nombre de cycles
$v \in [0.017s^{-1} - 0.067s^{-1}]$	25%	15
	50%	10
	75%	9
	100%	7

TABLE 1.2 – Tableau récapitulatif du nombre de cycles nécessaire à la stabilisation du matériau pour un chargement cyclique simple

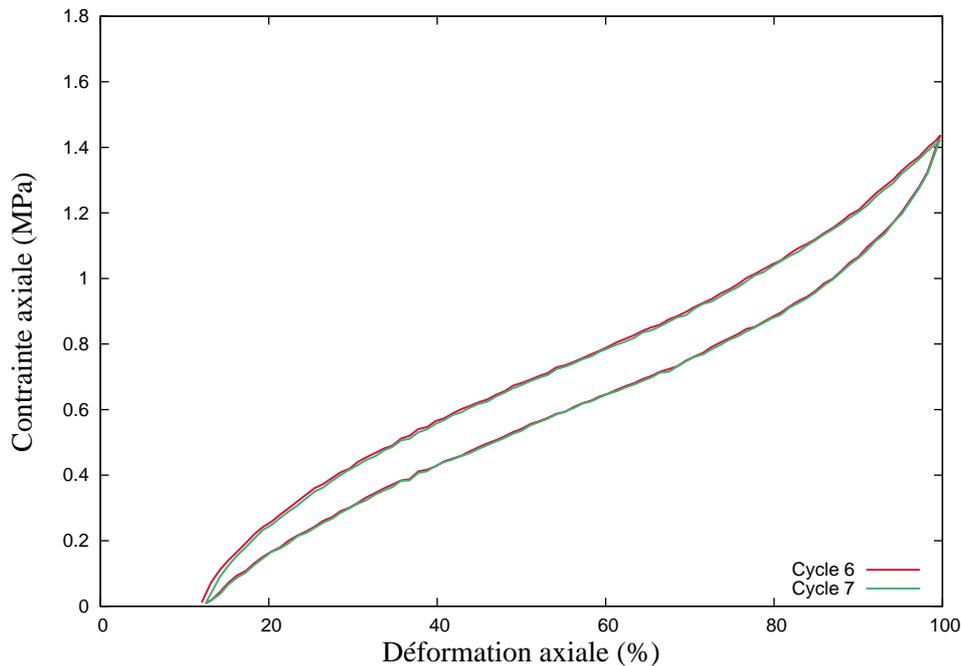


FIGURE 1.29 – Mise en évidence d’une stabilisation cyclique au 7<sup>ème</sup> cycle (Zwick) (100% de déformation axiale maximale, vitesse :  $0.042s^{-1}$ )

augmentation de l’énergie dissipée de la réponse stabilisée.

Le calcul de l’énergie dissipée et du module dynamique, pour chaque cycle stabilisé, confirme l’observation faite en premier abord (fig. 1.31). Ce résultat semble être la conséquence de l’effet Payne (cf. paragraphe 1.2.3.4), mettant ainsi en évidence la viscoélasticité non linéaire du matériau.

Afin de quantifier l’influence de la vitesse sur le comportement stabilisé du CR, les cycles stabilisés, correspondant à différentes vitesses de déformations, sont superposés dans la fig. 1.32.

Il semble que la raideur du matériau, ainsi l’aire contenue dans la boucle d’hystérésis augmente avec la vitesse de sollicitation. En étudiant les résultats présentés en figure 1.33, les observations faites en première approche sont confirmées et une rigidification du matériau, accompagnée d’une augmentation de l’énergie dissipée, apparaît en accentuant la vitesse de sollicitation.

L’ensemble des résultats exploités dans cette section a montré que le polychloroprène avait un comportement cyclique dissipatif, avec une réponse hystérétique. De plus, celui-ci s’adoucit dans les premiers cycles, de part l’effet Mullins. L’étude du comportement du matériau peut s’affranchir de ce phénomène en se focalisant sur sa réponse stabilisée, qui dépend elle même de la vitesse et de l’amplitude de sollicitation. Ce résultat signifie la présence d’une composante visqueuse (influence de la vitesse) dans le caractère dissipatif du matériau. Pour le moment, rien ne prouve que la source de cette dernière soit exclusivement de nature visqueuse, c’est pourquoi des essais complémentaires sont menés dans la section suivante.

### 1.5.2.2 Traction cyclique à différents niveaux de déformation

Les essais de traction cyclique à différents niveaux de déformation ont été menés selon deux méthodes : une première dans laquelle chaque niveau de déformation comporte 20 cycles (fig. 1.34), et l’autre dans laquelle viennent s’ajouter aux cycles une période d’une heure de relaxation de contrainte (fig. 1.35).

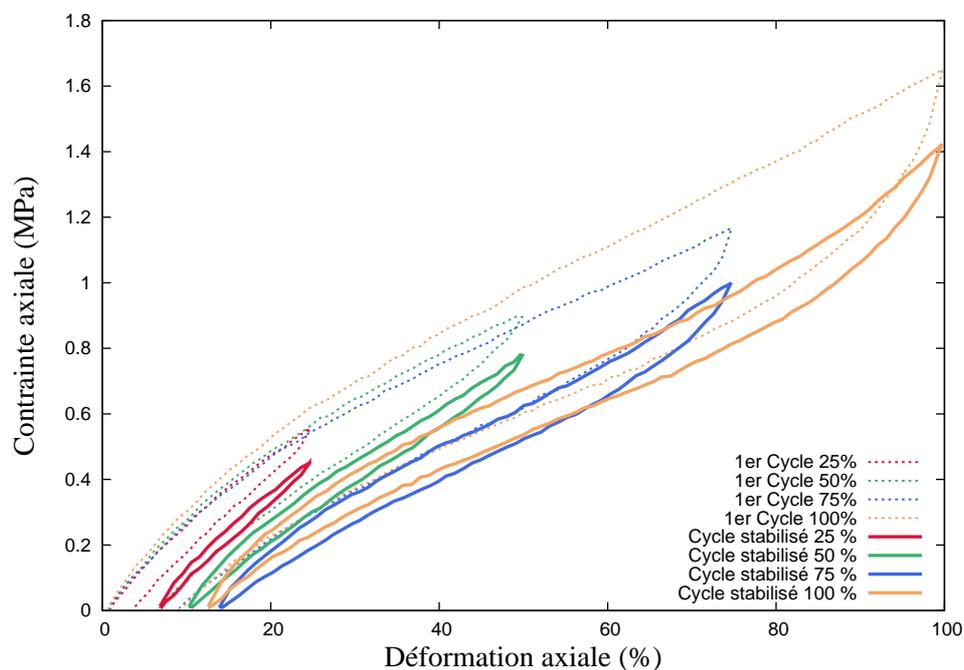


FIGURE 1.30 – Résultat de traction cyclique pour le polychloroprène à  $0.042s^{-1}$  (Zwick)

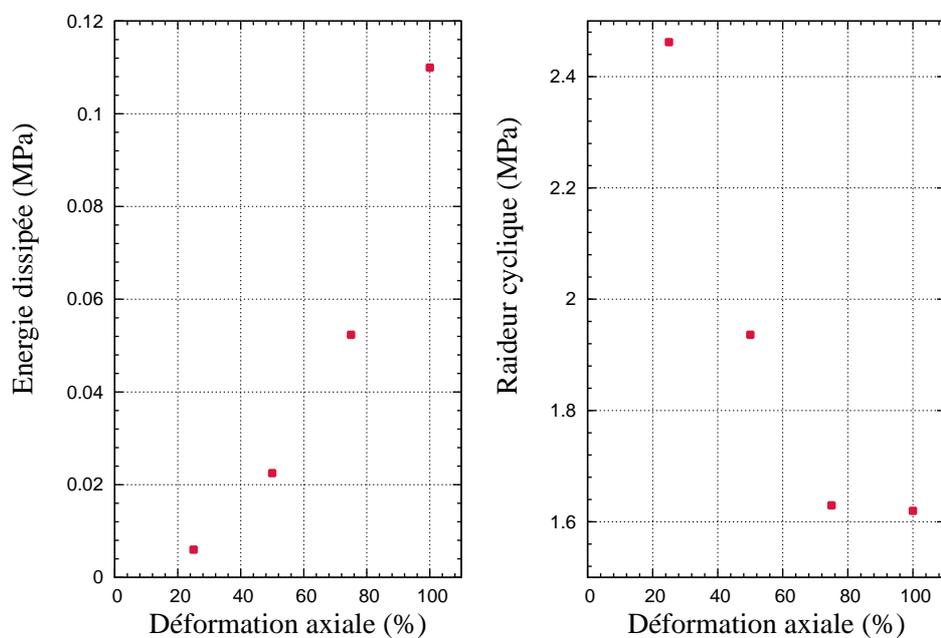


FIGURE 1.31 – Influence du niveau maximal de déformation sur le comportement cyclique stabilisé du polychloroprène à  $0.042s^{-1}$  (Zwick)

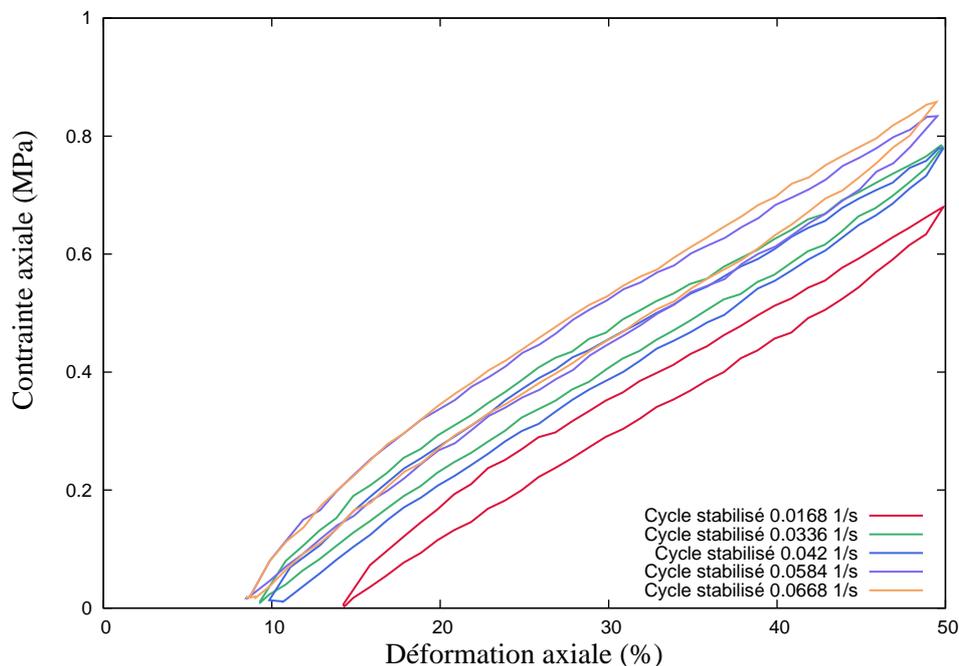


FIGURE 1.32 – Influence de la vitesse de sollicitation sur la réponse cyclique stabilisée du polychloroprène, avec une déformation maximale de 50 % (Zwick)

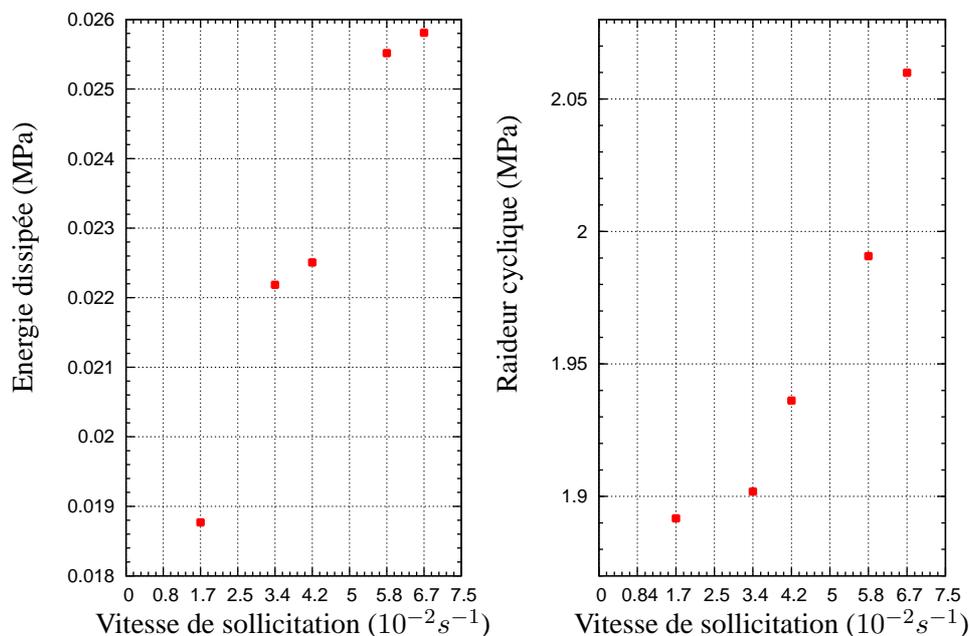


FIGURE 1.33 – Evolution des caractéristiques cyclique stabilisées du polychloroprène en fonction de la vitesse de chargement (50% de déformation axiale maximale) (Zwick)

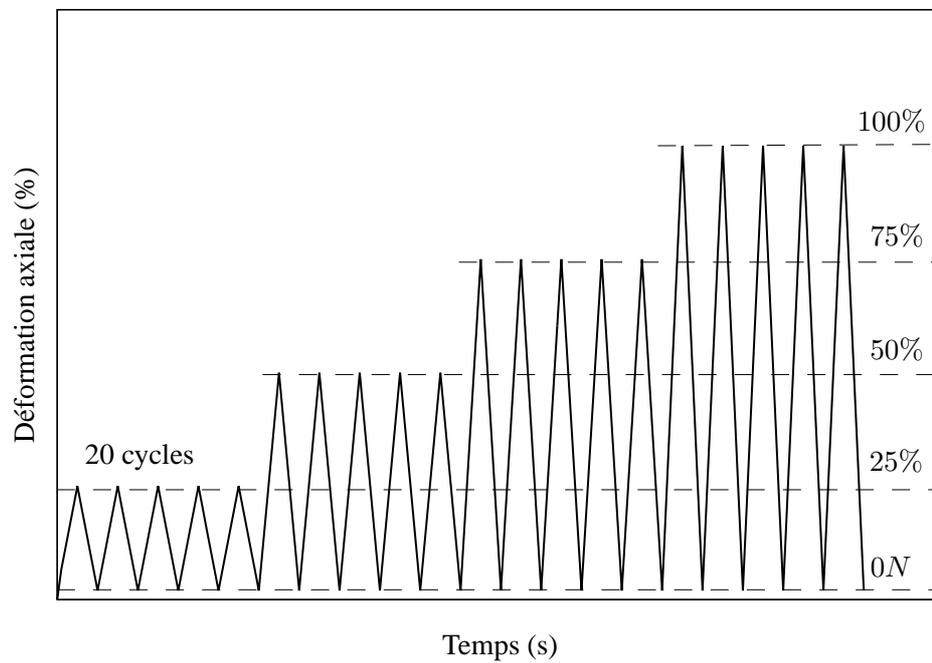


FIGURE 1.34 – Définition d'un essai de traction à cyclage multiple

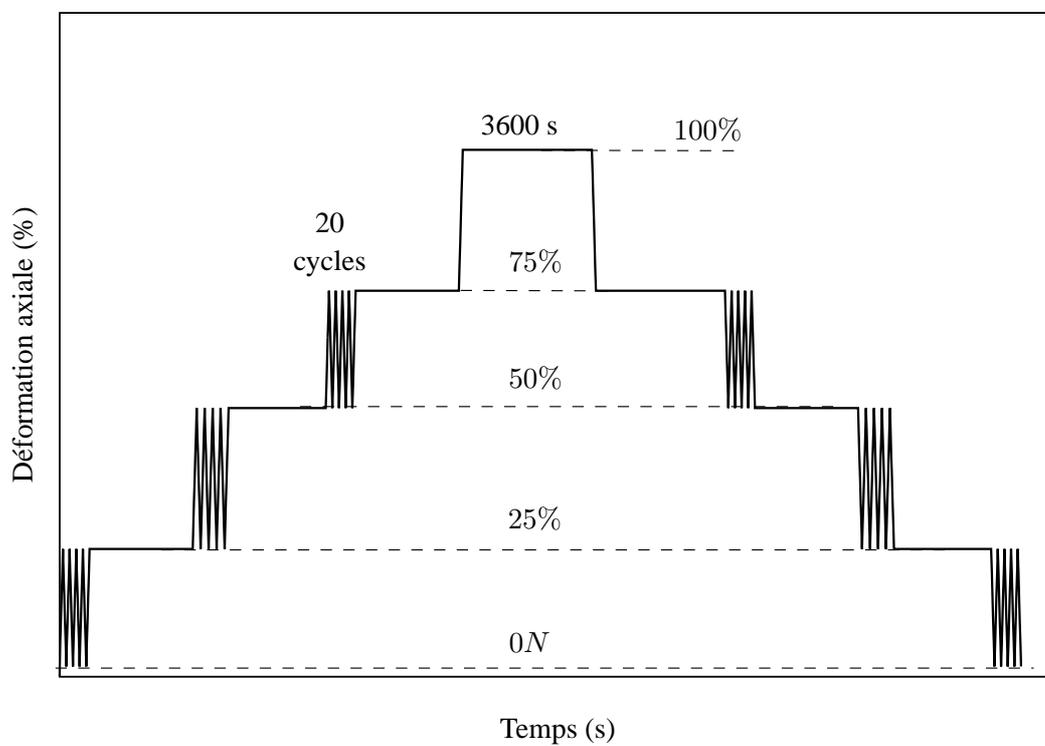


FIGURE 1.35 – Définition d'un essai de traction à cyclage multiple avec palier de relaxation

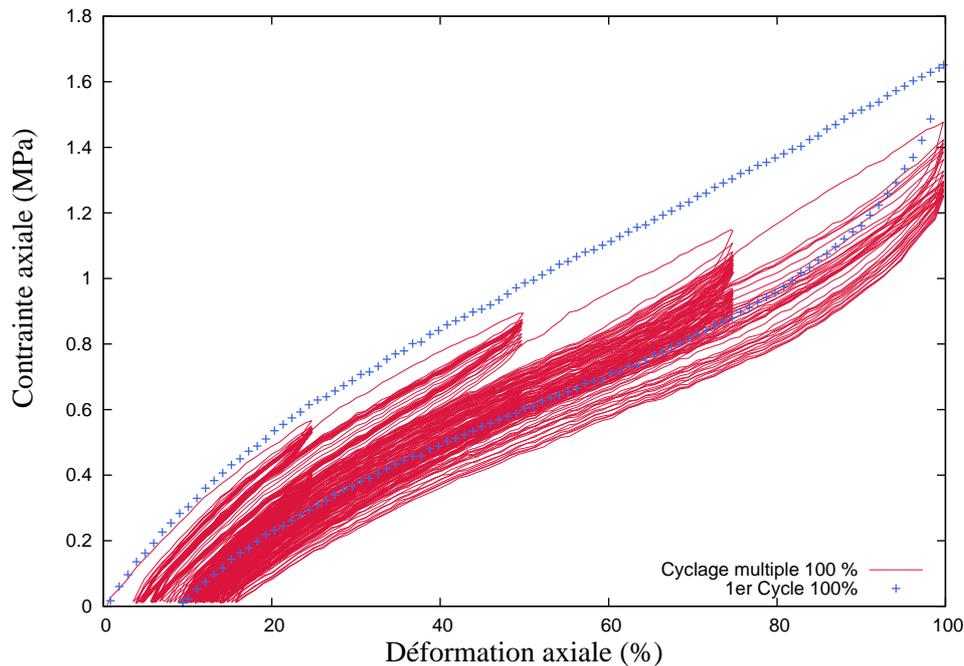


FIGURE 1.36 – Résultat de traction cyclique multiple pour un polychloroprène à  $0.042s^{-1}$  (Zwick)

Les essais ont été réalisés pour une vitesse constante de  $0.042s^{-1}$ . Le premier essai a pour but d'étudier l'influence de l'historique de comportement.

Dans la fig. 1.36, la réponse du CR à un chargement cyclique à différents niveaux de chargement, est représentée en trait plein rouge alors que le cycle de chargement à 100% de déformation est tracé en points bleus. Il semble que les différents chargements successifs apportent un adoucissement non négligeable par rapport au matériau non sollicité. D'autre part, cet écart semble progressif vis-à-vis des blocs de chargement. Cela peut suggérer la présence de cristallisation sous tension dans le polychloroprène étudié, conformément à ce que l'on trouve dans la littérature (Harwood et al., 1967). Cet adoucissement se confirme dans le comportement stabilisé à 100 % de déformation (fig. 1.37).

La réponse cyclique, à différents niveaux de sollicitation, apporte une information supplémentaire : le comportement hystérétique stabilisé du polychloroprène semble dépendre de l'historique de chargement. Toutefois, la nature du phénomène dissipatif n'est toujours pas totalement déterminée. La seconde méthode de chargement à cyclage multiple a pour objectif de vérifier l'existence ou non d'une source non visqueuse de dissipation. Pour cela, un essai en chargement et déchargement, défini dans la fig. 1.35, est réalisé. Au cours de chaque étape, 20 cycles sont effectués pour supprimer l'effet Mullins (cf. tableau 1.2) et une relaxation de contrainte de 3600 secondes permet de supprimer la composante visqueuse du matériau.

Entre 0 et 50 % de déformation, la réponse stabilisée du polychloroprène en phase de chargement est proche de celle en phase de déchargement (fig. 1.38), ce qui n'est plus le cas à 75% de déformation. Ainsi, l'hypothèse que les phénomènes dissipatifs soient principalement de nature visqueuse semble pertinente jusqu'à 50 % de déformation.

Dans cette partie, nous avons constaté que la réponse cyclique du CR était de forme hystérétique, suggérant une dissipation d'énergie. La campagne de caractérisation en traction cyclique simple a mis en évidence une dépendance du comportement stabilisé du matériau à la vitesse de chargement, montrant

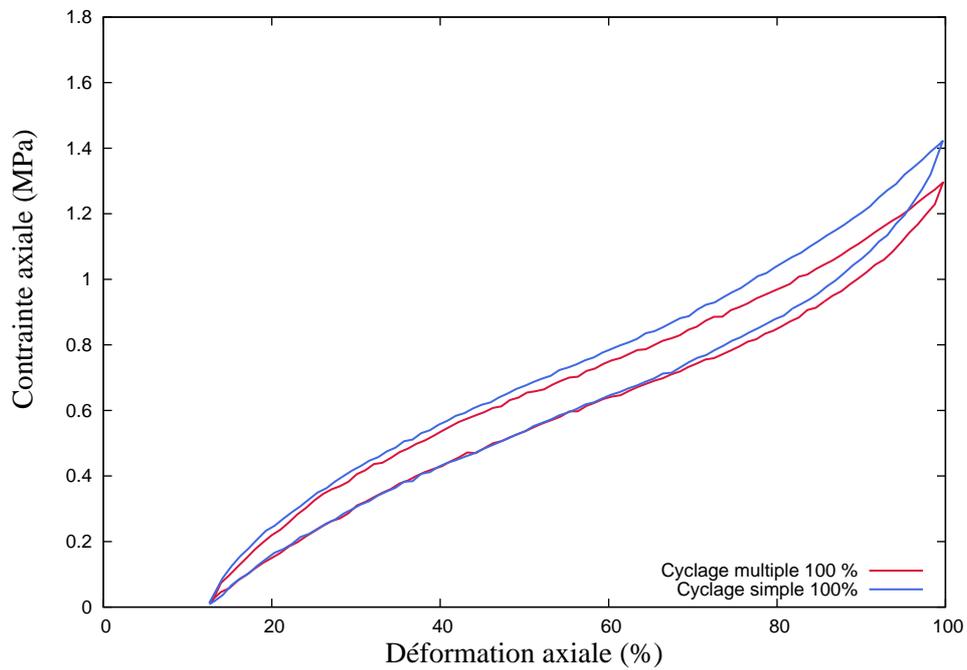


FIGURE 1.37 – Comparaison de cycle stabilisé pour un cyclage simple et multiple avec 100 % de déformation maximale. (Zwick)

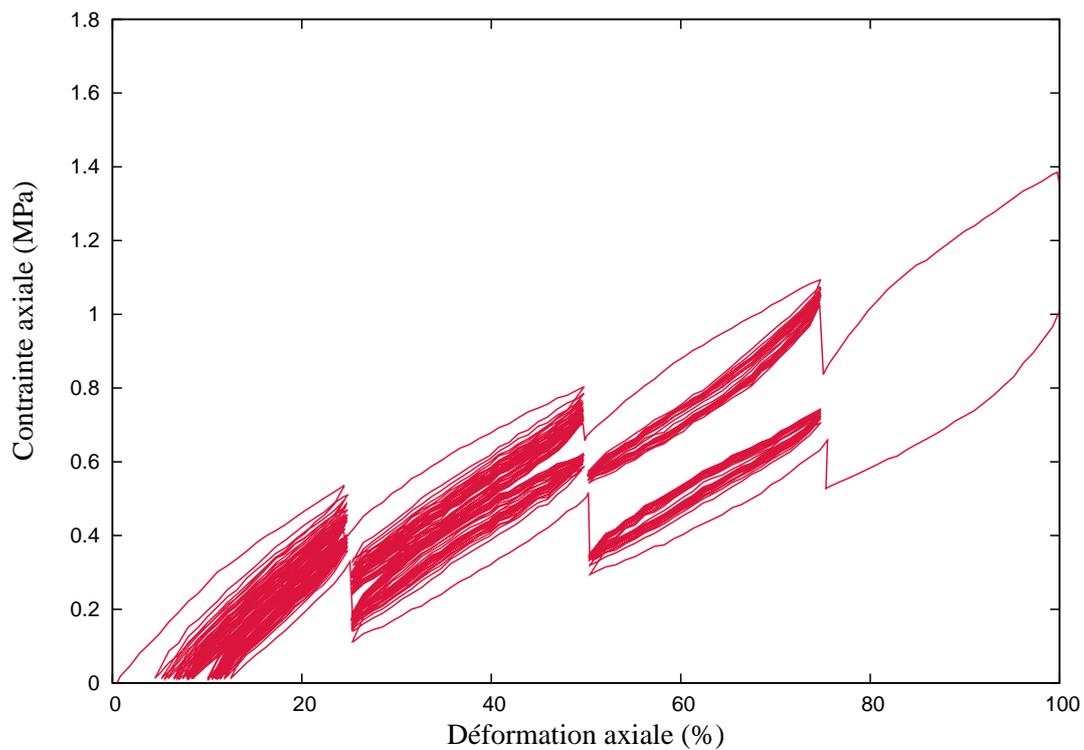


FIGURE 1.38 – Réponse du matériau à un chargement cyclique avec palier de relaxation à  $0.042s^{-1}$  (Zwick)

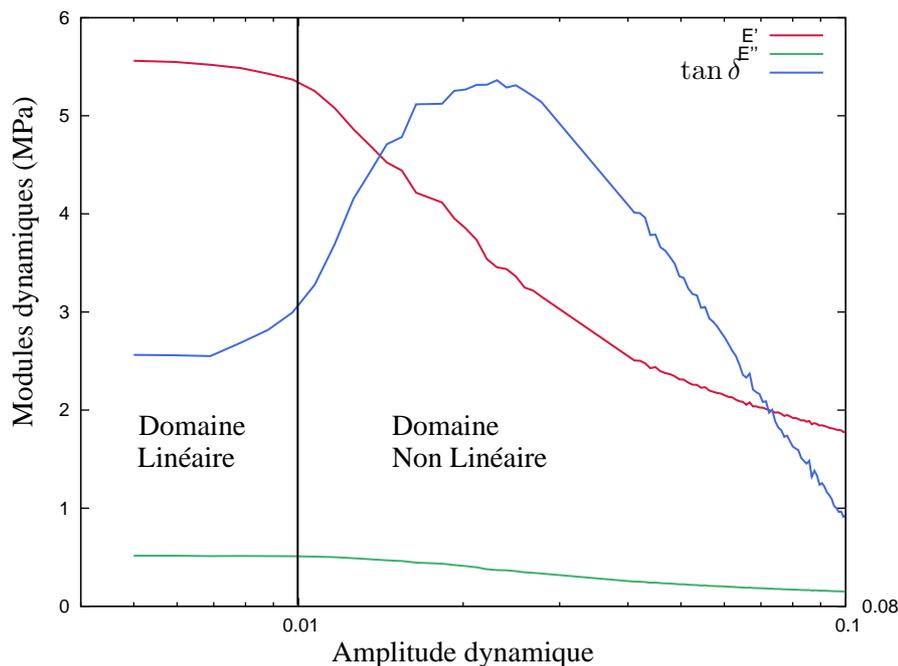


FIGURE 1.39 – Essai de balayage en amplitude en traction (DMA)

ainsi qu'une partie de la dissipation du matériau était de nature visqueuse. La caractérisation en traction cyclique à différents niveaux de chargement a montré que le polychloroprène pouvait être considéré comme viscoélastique jusqu'à 50% de déformation.

Afin d'avoir une description complète du comportement mécanique du polychloroprène, une campagne de caractérisation dynamique est réalisée.

### 1.5.3 Traction dynamique

Les essais dynamiques, réalisés avec le viscoanalyseur Metravib vont permettre de compléter les résultats obtenus pour de faibles vitesses de déformations. Trois différents protocoles seront réalisés : un balayage en amplitude de déformation, un balayage en température et un balayage en fréquence.

#### 1.5.3.1 Balayage en amplitude de déformation

L'essai de balayage en amplitude est réalisé pour déterminer le domaine de viscoélasticité linéaire et l'amplitude de déformation délimitant cette zone. Cette information sera ensuite utilisée pour mener un essai de balayage en température. La fréquence utilisée est de 5 Hz car c'est celle retenue pour la campagne expérimentale en fatigue. La température d'essai est de 23°C. La plage d'amplitude de déformation observée est contenue dans l'intervalle [0.01%-10%].

La figure 1.39 met bien en évidence l'existence de deux domaines dans la réponse en termes de modules élastiques du matériau : un domaine linéaire dans lequel les modules restent constants jusqu'à une amplitude de déformation seuil (ici, 1 % de déformation) et un domaine non linéaire, dans lequel les modules élastiques décroissent linéairement avec l'augmentation de l'amplitude de déformation dynamique. Ce résultat corrobore le constat fait avec le comportement cyclique du matériau.

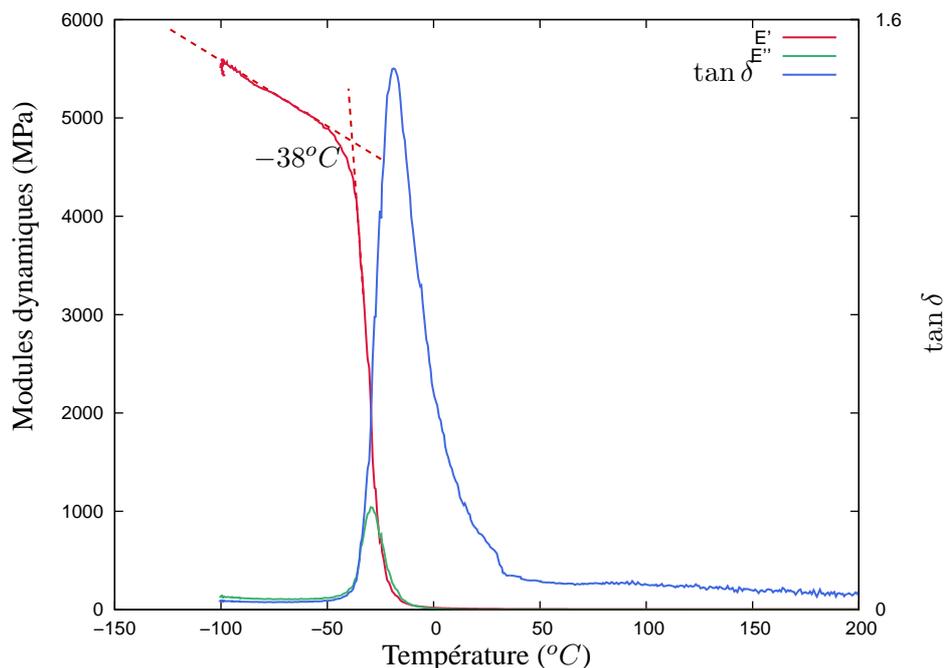


FIGURE 1.40 – Détermination de la température de transition vitreuse du polychloroprène(DMA)

### 1.5.3.2 Balayage en Température

L'essai de balayage en température a pour objectif de déterminer la température de transition vitreuse, afin de vérifier si le comportement du matériau est bien caoutchoutique à la température ambiante. L'amplitude de déformation du chargement est de 1%, la fréquence de 5 Hz.

En utilisant la définition de la transition vitreuse comme étant le point d'inflexion du module de stockage, la température de transition vitreuse est ici égale à  $-38^{\circ}\text{C}$  (fig. 1.40). La valeur de la  $T_g$  obtenue dans notre étude est cohérente avec le résultat de Lacroix (2004), qui a travaillé avec le même matériau.

### 1.5.3.3 Balayage en fréquence

Cet essai a pour objectif de montrer l'influence de la fréquence sur la partie dissipative du matériau. L'essai sera mené pour une amplitude de 1% de déformation, et à température ambiante.

La figure 1.41 montre l'influence de la fréquence sur le comportement dynamique du polychloroprène à température ambiante. Ce résultat met en évidence une augmentation de la composante visqueuse du module d'élasticité du matériau avec l'augmentation de la fréquence entre 0,01 Hz et 200 Hz. La dépendance du comportement dynamique du CR vis-à-vis de la fréquence conforte donc l'idée que ce matériau puisse être considéré comme viscoélastique. Ce résultat est conforme à la dépendance temporelle du comportement dynamique du matériau.

## 1.5.4 Relaxation de contrainte

La caractérisation en relaxation de contrainte est réalisée pour quantifier le comportement viscoélastique du matériau. L'exploitation de ce résultat sera ensuite réutilisé dans le paragraphe 2.4.3 pour identifier

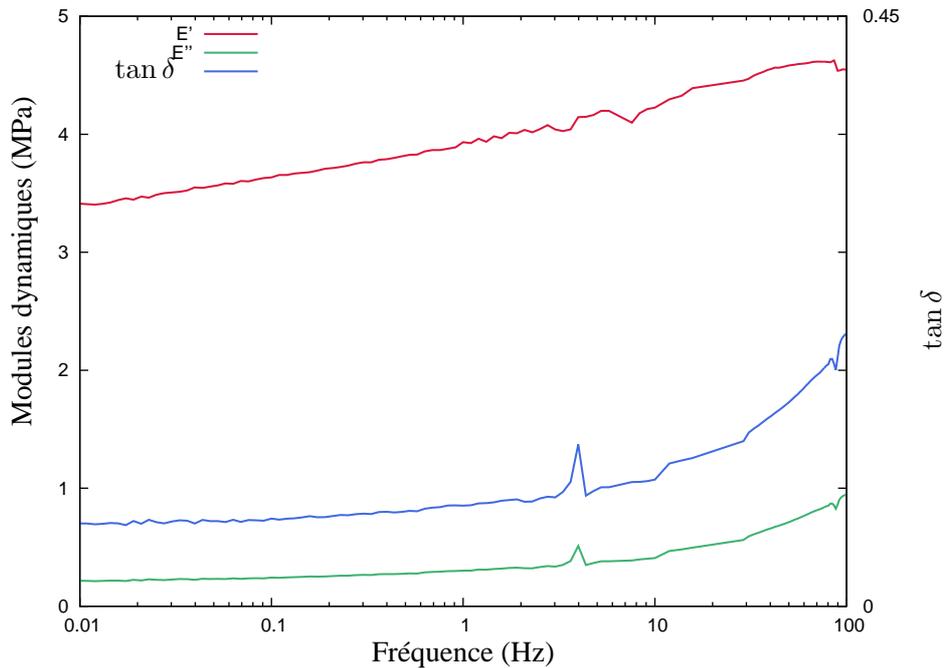


FIGURE 1.41 – Essai de balayage en fréquence en traction (DMA)

la partie viscoélastique du modèle éléments finis à partir de séries de Prony. Cet essai sera effectué pour deux types de sollicitation, afin d'étudier l'influence de la cinématique de la sollicitation sur le comportement viscoélastique du matériau :

- Le double cisaillement
- La traction simple

L'essai en traction est réalisé avec le dynamomètre Zwick, pour une déformation de 25%, avec un temps de relaxation de 5000 s, tandis que l'essai en double cisaillement est mené avec le viscoanalyseur Metravib, pour une déformation de 25% et un temps de relaxation de 1000 s. Les résultats sont présentés sous la forme de l'évolution temporelle du module normalisé de relaxation (fig. 1.42).

Le matériau, en cisaillement, semble atteindre son état stabilisé en contrainte au bout de 1000 secondes et se relaxe de 20 % de la raideur totale du matériau. L'allure de la relaxation de contrainte en traction ressemble beaucoup à celle de double cisaillement. Toutefois, il est à noter une différence au niveau du temps de relaxation : pour l'essai en double cisaillement, ce dernier est de 1000 secondes, alors que concernant l'essai de traction, celui-ci est de 5000 secondes. En normant les temps de relaxation pour comparer l'allure des deux courbes (fig. 1.43), elles sont presque identiques, ce qui montre que le phénomène de relaxation semble, à long terme, indépendant du type de sollicitation.

## 1.6 Conclusion

Une bonne connaissance du matériau est une étape indispensable à la compréhension de son comportement. C'est dans ce contexte que celui-ci a été présenté dans ce chapitre. Dans un premier temps, l'historique des élastomères a été rappelé, retraçant les dates clés de l'industrie du caoutchouc. Ensuite, une bibliographie, traitant du comportement mécanique des élastomères, a été développée, établissant le cadre théorique de la caractérisation du polychloroprène. Une description mécanique de celui-ci est alors

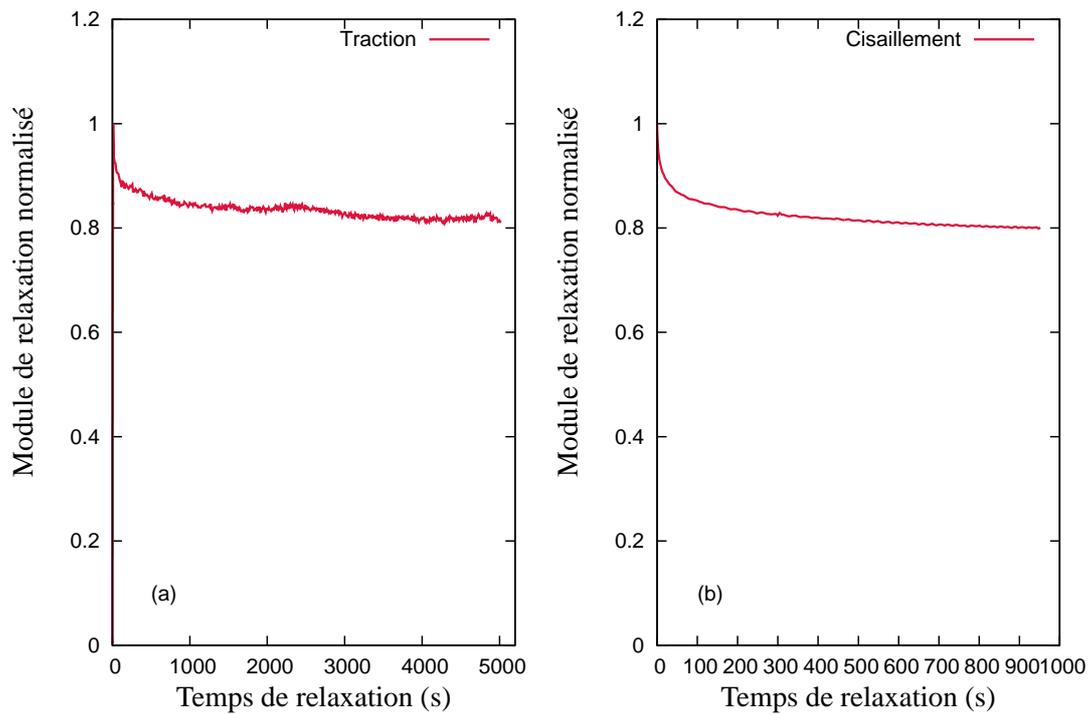


FIGURE 1.42 – Comportement en relaxation de contrainte en traction (a) et en cisaillement (b)

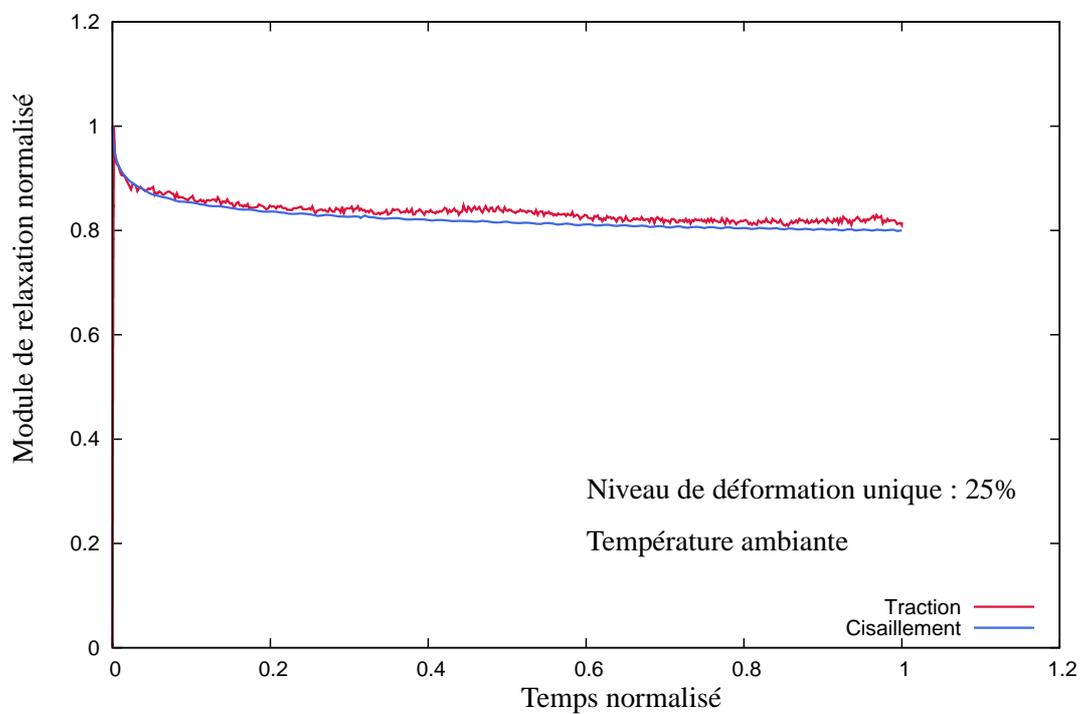


FIGURE 1.43 – Comparaison du comportement en traction et en cisaillement de relaxation de contrainte normé sur le temps

---

proposée, mettant en évidence le caractère hyperélastique de son comportement statique. Les essais cycliques ont mis en évidence un comportement viscoélastique du polychloroprène, avec une description qualitative de l'influence de la vitesse de déformation sur la réponse du matériau. Nous avons également montré la pertinence de l'hypothèse que la dissipation mécanique soit exclusivement de nature visqueuse (jusqu'à 50 % de déformation). Cette composante a été quantifiée avec un essai de relaxation de contrainte en traction et en double cisaillement. Une campagne de caractérisation dynamique a consolidé nos connaissances. Les essais de caractérisation dynamique ont conforté les résultats obtenus en traction cyclique. Après avoir proposé une description détaillée du CR dans ce chapitre, la modélisation de son comportement peut à présent être abordée dans le chapitre suivant.



---

# Modélisation du comportement des élastomères

## Contents

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>49</b>
<b>2.2</b>	<b>Cadre des grandes déformations</b>	<b>49</b>
2.2.1	Définitions et description du mouvement	49
2.2.2	Description des déformations	50
2.2.3	Vitesse de déformation	51
2.2.4	Description des efforts	52
2.2.5	Equations d'équilibre	53
<b>2.3</b>	<b>Lois de comportement</b>	<b>54</b>
2.3.1	Généralités	54
2.3.2	Hyperélasticité	58
2.3.3	Viscoélasticité	59
<b>2.4</b>	<b>Modèles développés</b>	<b>65</b>
2.4.1	Introduction	65
2.4.2	Modèle Analytique	67
2.4.3	Modèle Eléments finis	73
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>79</b>

---



## 2.1 Introduction

Le chapitre précédent a montré que le polychloroprène, en plus de supporter de grandes déformations, possédait une composante dissipative, que nous pouvons supposer de nature viscoélastique. L'objectif de ce chapitre est d'établir un modèle pouvant représenter la réponse mécanique de notre matériau. Une première partie, inspiré des travaux de (Méo, 2000), traitera du cadre thermodynamique des grandes déformations, dans lequel se basera la formulation de notre loi de comportement. Une liste non exhaustive de modèles hyperélastiques, puis viscohyperélastiques sera alors présentée. Dans une seconde partie, deux modèles complémentaires (analytique et éléments finis) seront alors définis. Ceux-ci seront utilisés pour déterminer des paramètres mécaniques localisés dans une structure en caoutchouc dans le chapitre suivant.

## 2.2 Cadre des grandes déformations

### 2.2.1 Définitions et description du mouvement

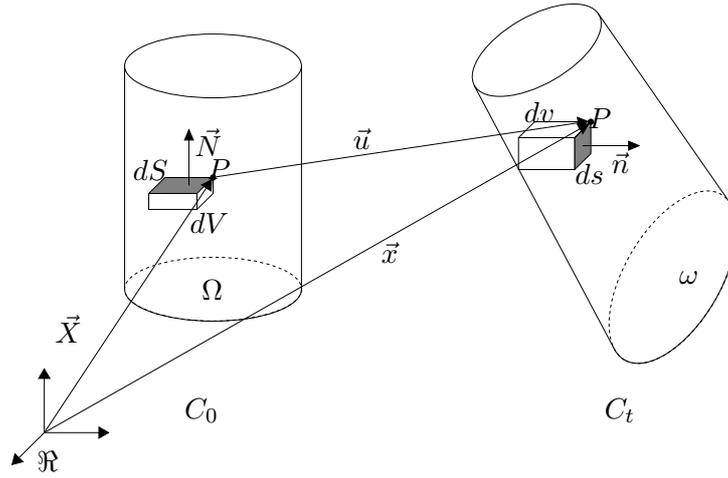


FIGURE 2.1 – Système de configurations.

Soit un solide  $S$  évoluant dans un référentiel  $\mathcal{R}$ . Il occupe le domaine  $\Omega$  dans la configuration  $C_0$  que nous considérons comme la configuration initiale. Il occupera à l'instant  $t$  le domaine  $\omega$  dans la configuration  $C_t$ . (Fig. 2.1). On peut définir une fonction  $\chi$  qui, à la position  $\vec{X}$  d'une particule  $P$  dans  $C_0$  associe  $\vec{x}$  sa position dans  $C_t$  :

$$\chi : \begin{cases} C_0 & \rightarrow & C_t \\ \vec{X} & \mapsto & \vec{x} = \chi(\vec{X}, t) \end{cases} \quad (2.1)$$

En utilisant  $\vec{u}$ , le vecteur déplacement, l'eq. 2.1 peut se mettre sous forme équivalente :

$$\vec{x} = \vec{X} + \vec{u}(\vec{X}, t) \quad (2.2)$$

En vue de définir la transformation locale, au voisinage de la particule  $P$ , on introduit classiquement l'application linéaire tangente  $\bar{\bar{F}}$  associée à la fonction  $\chi$ . Considérant un vecteur  $d\vec{X}$  dans la configuration initiale, son image  $d\vec{x}$  dans la configuration actuelle s'obtient par la relation :

$$\vec{d}x = \bar{\bar{F}}.d\vec{X} \quad (2.3)$$

et de manière indicielle, en utilisant l'eq.2.3 :

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} = \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \delta_{ij} \quad (2.4)$$

$\bar{\bar{F}}$  (appelé aussi gradient de la transformation) représente la cinématique du mouvement de la configuration initiale vers la configuration actuelle. Au niveau local, les lois de transformation, liant un élément de volume  $dV$  ou de surface  $\vec{N}dS$  de  $C_0$  à leurs images respectives  $dv$  et  $\vec{n}ds$  dans  $C_t$ , se déclinent comme suit :

$$\text{pour un élément de volume } dv = \det \bar{\bar{F}} dV \quad (2.5)$$

$$\text{pour un élément de surface } \vec{n}.ds = \det \bar{\bar{F}} \bar{\bar{F}}^{-T} . \vec{N}dS \quad (2.6)$$

D'après l'eq. 2.5, la condition d'incompressibilité (c'est à dire conservation de volume) peut localement s'exprimer comme suit :

$$J = \det \bar{\bar{F}} = 1 \quad (2.7)$$

Cette condition est couramment utilisée dans le cadre de l'étude des élastomères qui sont considérés comme incompressibles.

## 2.2.2 Description des déformations

Les déformations peuvent être décrites suivant deux approches, selon la configuration dans laquelle nous nous plaçons : la description lagrangienne (configuration initiale) et la description eulérienne (configuration actuelle).

### 2.2.2.1 Description lagrangienne des déformations

Soient  $d\vec{X}$  et  $d\vec{Y}$  deux vecteurs de la configuration initiale  $C_0$  et soient  $d\vec{x}$  et  $d\vec{y}$  leurs images respectives dans la configuration actuelle  $C_t$ . On a donc :

$$\begin{aligned} d\vec{x}.d\vec{y} &= (\bar{\bar{F}}.d\vec{X}).(\bar{\bar{F}}.d\vec{Y}) \\ &= d\vec{X}.\bar{\bar{F}}^T.\bar{\bar{F}}.d\vec{Y} \\ &= d\vec{X}.\bar{\bar{C}}.d\vec{Y} \end{aligned} \quad (2.8)$$

On définit ainsi le tenseur des dilatations, ou tenseur de Cauchy-Green droit :

$$\bar{\bar{C}} = \bar{\bar{F}}^T.\bar{\bar{F}} \quad (2.9)$$

Considérant les déformations comme les variations de dilatations entre l'état de référence et l'état actuel, on définit le tenseur des déformations de Green-Lagrange par :

$$\bar{\bar{E}} = \frac{1}{2}(\bar{\bar{C}} - \bar{\bar{I}}) \quad (2.10)$$

### 2.2.2.2 Description eulerienne des déformations

De la même façon que dans le précédent paragraphe, on définit dans la configuration actuelle le tenseur de Cauchy-Green gauche comme étant :

$$d\vec{X} \cdot d\vec{Y} = d\vec{x} \cdot \bar{\bar{B}}^{-1} \cdot d\vec{y} \quad (2.11)$$

$$\bar{\bar{B}} = \bar{\bar{F}} \cdot \bar{\bar{F}}^T \quad (2.12)$$

Dans la configuration actuelle, la mesure des déformations est décrite par  $\bar{\bar{A}}$  le tenseur d'Euler-Almansi :

$$\bar{\bar{A}} = \frac{1}{2}(\bar{\bar{I}} - \bar{\bar{B}}^{-1}) \quad (2.13)$$

Nous remarquons que pour les petites déformations, les termes du second ordre sont négligés, et donc :

$$\begin{aligned} \bar{\bar{\varepsilon}} &= \frac{1}{2}(\bar{\bar{\text{grad}}}_X u + \bar{\bar{\text{grad}}}_X^T u) \\ \bar{\bar{C}} \simeq \bar{\bar{B}} \simeq \bar{\bar{I}} + 2\bar{\bar{\varepsilon}} \text{ et } \bar{\bar{E}} \simeq \bar{\bar{A}} \simeq \bar{\bar{\varepsilon}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

### 2.2.2.3 Invariants de tenseur

On rappelle ici la définition des trois invariants d'un tenseur  $\bar{\bar{X}}$  :

$$\begin{aligned} I_1 &= \text{tr} \bar{\bar{X}} \\ I_2 &= \frac{1}{2}((\text{tr} \bar{\bar{X}})^2 - \text{tr}(\bar{\bar{X}}^2)) \\ I_3 &= \det \bar{\bar{X}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

### 2.2.3 Vitesse de déformation

On définit le vecteur vitesse  $\vec{v}$  comme étant la dérivée par rapport au temps de  $\vec{x}(\vec{X}, t)$ . Pour  $d\vec{x}$  de  $C_t$ , il vient :

$$\begin{cases} d\vec{v} = \dot{\vec{x}} = \dot{\bar{\bar{F}}} \cdot d\vec{X} = \bar{\bar{L}} \cdot d\vec{x} \\ \bar{\bar{L}} = \dot{\bar{\bar{F}}} \cdot \bar{\bar{F}}^{-1} = \bar{\bar{D}} + \bar{\bar{W}} \end{cases} \quad (2.16)$$

$\bar{\bar{D}}$  et  $\bar{\bar{W}}$  définissent respectivement les parties symétriques et antisymétriques de  $\bar{\bar{L}}$ . Le tenseur  $\bar{\bar{D}}$  représente la vitesse de déformation et  $\bar{\bar{W}}$ , le tenseur vitesse de rotation. Ce sont respectivement les taux de déformation et de rotation de la transformation. Si  $d\vec{x}$  et  $d\vec{y}$  sont deux vecteurs de  $C_t$ , il nous faut exprimer la dérivée par rapport au temps de leur produit scalaire. Dans la configuration actuelle, on a :

$$\frac{d}{dt}(d\vec{x} \cdot d\vec{y} - d\vec{X} \cdot d\vec{Y}) = 2d\vec{x} \cdot \bar{\bar{D}} \cdot d\vec{y} \quad (2.17)$$

Tandis qu'en configuration initiale, on a :

$$\frac{d}{dt}(d\vec{x} \cdot d\vec{y} - d\vec{X} \cdot d\vec{Y}) = 2d\vec{X} \cdot \dot{\bar{\bar{E}}} \cdot d\vec{Y} \quad (2.18)$$

Ainsi, on obtient bien, après vérification que  $\dot{\bar{\bar{E}}} = \bar{\bar{F}}^T \cdot \bar{\bar{D}} \cdot \bar{\bar{F}}$ , ce qui montre que  $\dot{\bar{\bar{E}}}$  et  $\bar{\bar{D}}$  sont bien les transportés l'un de l'autre.

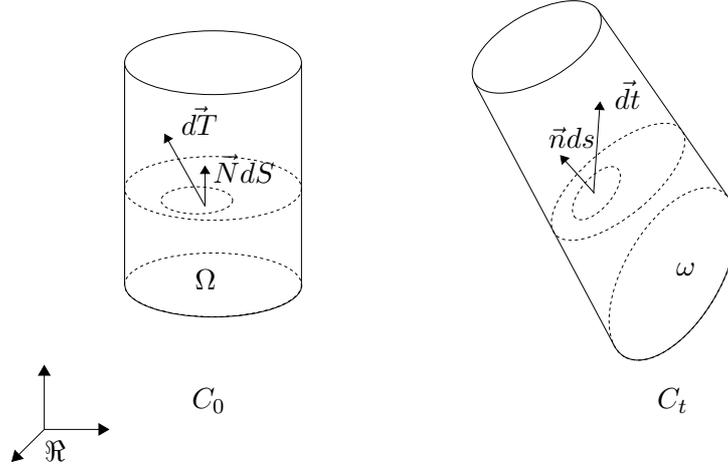


FIGURE 2.2 – Etat de contrainte dans les différentes configurations.

### 2.2.4 Description des efforts

Trois descriptions peuvent être utilisées pour définir l'état de contrainte dans un solide, suivant que l'on considère (fig. 2.2) :

- les efforts intérieurs de cohésion dans la configuration actuelle ( $\vec{dt}$ ) à travers un élément de surface déformée ( $\vec{n}ds$ ) (description eulérienne)
- les efforts intérieurs de cohésion dans la configuration actuelle ( $\vec{dt}$ ) à travers un élément de surface non déformée ( $\vec{N}dS$ ) (description mixte)
- le transport des efforts de cohésion ( $\vec{dT}$ ) à travers un élément de surface non déformée ( $\vec{N}dS$ ) (description lagrangienne)

#### 2.2.4.1 Description eulérienne

On définit  $\bar{\sigma}$  le tenseur des contraintes de Cauchy comme suit :

$$\vec{dt} = \bar{\sigma} \cdot \vec{n}ds \quad (2.19)$$

$\bar{\sigma}$  représente donc les efforts de cohésion réellement exercés à travers un élément de surface déformé et par unité de surface déformée. Ce tenseur est symétrique.

#### 2.2.4.2 Description mixte

Le transport de l'élément de surface  $\vec{n}ds$  dans cette configuration permet d'écrire :

$$\vec{dt} = \bar{\sigma} \cdot J \bar{F}^{-T} \cdot \vec{N}dS \quad (2.20)$$

Soit, en définissant  $\bar{\bar{\Pi}}$  comme le premier tenseur de Piola-Kirchoff (PK1) :

$$\begin{cases} \bar{\bar{\Pi}} = J \bar{\sigma} \cdot \bar{F}^{-T} \\ \vec{dt} = \bar{\bar{\Pi}} \cdot \vec{N}dS \end{cases} \quad (2.21)$$

$\bar{\bar{\Pi}}$  est un tenseur non symétrique. On parle de description mixte des contraintes car  $\bar{\bar{\Pi}}$  n'est ni lagrangien, ni eulérien.

### 2.2.4.3 Description lagrangienne

L'obtention d'une description complètement lagrangienne de l'état des contraintes nécessite le transport de l'effort réel de cohésion  $\vec{t}$  dans la configuration initiale.

$$d\vec{T} = \bar{F}^{-1} \cdot \bar{\Pi} \cdot \vec{N} dS \quad (2.22)$$

On introduit ainsi le second tenseur de Piola-Kirchoff  $\bar{S}$  (PK2) tel que :

$$\begin{cases} \bar{S} = \bar{F}^{-1} \cdot \bar{\Pi} \\ d\vec{T} = \bar{S} \cdot \vec{N} dS \end{cases} \quad (2.23)$$

Bien que sans signification physique,  $\bar{S}$  présente les avantages :

- d'être symétrique
- et de permettre une écriture de la loi de comportement inconditionnellement objective

### 2.2.5 Equations d'équilibre

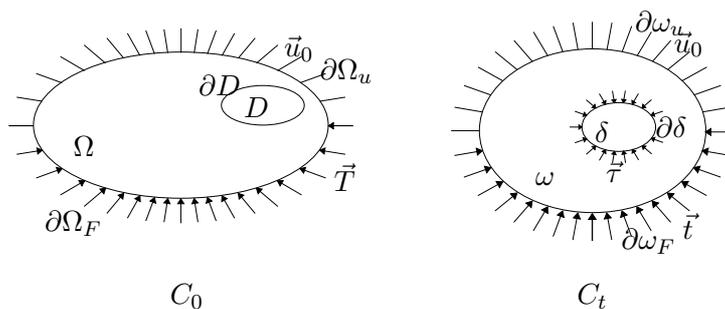


FIGURE 2.3 – Conditions limites dans les configurations de référence et actuelle.

On définit donc la configuration actuelle (Fig. 2.3) :

- $\omega$ , le domaine occupé par le solide dans cette configuration ;
- $\partial\omega$ , sa surface ;
- $\partial\omega_u$  et  $\partial\omega_F$  respectivement les sous-domaines de  $\partial\omega$  sur lesquels on applique un déplacement imposé  $\vec{u}_0$  ou une densité surfacique de force par unité de surface déformée  $\vec{t}$  ( $\partial\omega_u \cup \partial\omega_F = \partial\omega$  et  $\partial\omega_u \cap \partial\omega_F = \emptyset$ ) ;
- $\delta$  un élément de volume dans la configuration déformée ;
- et  $\vec{t}$  les efforts de cohésion exercés à travers l'élément de surface  $\partial\delta$ .

Dans la configuration de référence,  $\Omega$ ,  $\partial\Omega$ ,  $\partial\Omega_u$ ,  $\partial\Omega_F$ ,  $D$  et  $\partial D$  sont respectivement les transportés de  $C_t$  vers  $C_0$  par l'intermédiaire de  $\bar{F}^{-1}$  de  $\omega$ ,  $\partial\omega$ ,  $\partial\omega_u$ ,  $\partial\omega_F$ ,  $\delta$  et  $\partial\delta$ .  $\vec{T}$  est la densité surfacique de force exprimée dans  $C_0$ .

#### 2.2.5.1 Configuration actuelle

L'écriture de la conservation de la quantité de mouvement, traduisant la configuration actuelle, l'équilibre du sous domaine  $\partial\delta$  s'écrit :

$$\int_{\partial\delta} \vec{t} ds + \int_{\delta} \rho \vec{f} dv = \vec{0} \quad (2.24)$$

Où  $\rho$  est la masse volumique dans la configuration actuelle,  $\vec{f}$  la densité massique de force. On obtient dans la configuration actuelle, en utilisant le théorème de la divergence, après avoir injecté l'équation 2.19 dans l'équation 2.24 :

$$\begin{cases} \operatorname{div}_x \bar{\sigma} + \rho \vec{f} = \vec{0} & \text{sur } \omega \\ \bar{\sigma} \cdot \vec{n} = \vec{t} & \text{sur } \partial\omega_F \\ \vec{u} = \vec{u}_0 & \text{sur } \partial\omega_u \end{cases} \quad (2.25)$$

où  $\operatorname{div}_x$  correspond à l'opérateur divergent en coordonnées eulériennes.

### 2.2.5.2 Configuration de référence

L'équilibre peut aussi être exprimé dans la configuration de référence. On note  $\partial\Omega_u$  et  $\partial\Omega_F$  les images respectives de  $\partial\omega_u$  et  $\partial\omega_F$  par l'application  $\chi^{-1}$ .

$$\begin{cases} \operatorname{div}_X \bar{\Pi} + \rho_0 \vec{f} = \vec{0} & \text{sur } \Omega \\ \bar{\Pi} \cdot \vec{N} = \vec{T} & \text{sur } \partial\Omega_F \\ \vec{u} = \vec{u}_0 & \text{sur } \partial\Omega_u \end{cases} \quad (2.26)$$

où  $\operatorname{div}_X$  représente l'opérateur divergent en coordonnées lagrangiennes.

## 2.3 Lois de comportement

### 2.3.1 Généralités

Dans un premier temps, les relations qui reposent sur les principes de la thermodynamiques sont rappelées dans le contexte des grandes déformations, afin de pouvoir ensuite établir l'inégalité de Clausius-Duhem. Cette inéquation est la base de la formulation des lois de comportement en grandes déformations. Les formalismes sont exprimés ici dans la description mixte.

#### 2.3.1.1 Premier principe

On considère le solide  $S$  occupant  $\Omega$  en configuration  $C_0$ . Soient  $\mathcal{P}_{int}$  et  $\mathcal{Q}$  respectivement la puissance des efforts intérieurs et le taux de chaleur reçu,  $\mathcal{E}$  et  $e$  son énergie interne et son énergie interne spécifique, on a :

$$\dot{\mathcal{E}} = -\mathcal{P}_{int} + \mathcal{Q} \quad (2.27)$$

Chaque terme de l'équation 2.27 peut être exprimé dans la description mixte :

–  $\mathcal{E}$  s'exprime à partir de sa valeur spécifique :

$$\mathcal{E} = \int_{\Omega} \rho_0 e dV. \quad (2.28)$$

– La puissance des efforts internes est obtenue par intégration de sa valeur massique. Cette dernière est déduite de l'écriture du principe des puissances virtuelles et est égale au produit d'une grandeur cinématique avec son dual en contrainte. Il vient alors :

$$-\mathcal{P}_{int} = \int_{\Omega} \bar{\Pi} : \dot{\bar{F}}. \quad (2.29)$$

– Enfin, le taux de chaleur peut être décomposé en un apport massique  $r$  (rayonnement) et une perte surfacique  $\vec{Q}$  (conduction) au travers de la frontière  $\partial\Omega$ ;  $\vec{N}$  représente la normale sortante à  $\partial\Omega$

$$\mathcal{Q} = \int_{\Omega} \rho_0 r dV - \int_{\partial\Omega} \vec{Q} \cdot \vec{N} dS \quad (2.30)$$

Ainsi, on peut écrire une forme locale du premier principe :

$$\rho_0 \dot{e} = \bar{\bar{\Pi}} : \dot{\bar{F}} + \rho_0 r - \text{div}_X \vec{Q} \quad (2.31)$$

### 2.3.1.2 Second principe (Inégalité de Clausius-Duhem)

$\mathcal{S}$  définit l'entropie du système,  $\eta$  sa densité massique;  $\mathcal{T}_{ext}$  est le taux de chaleur reçu par le système, divisé par la température  $T$ . Dès lors, l'inégalité fondamentale pour un système adiabatique s'écrit :

$$\dot{\mathcal{S}} - \mathcal{T}_{ext} \geq 0, \quad (2.32)$$

$$\text{où } \mathcal{S} = \int_{\Omega} \rho_0 \eta dV \quad (2.33)$$

$$\text{et } \mathcal{T}_{ext} = \int_{\Omega} \frac{\rho_0 r}{T} dV - \int_{\partial\Omega} \frac{\vec{Q} \cdot \vec{N}}{T} dS. \quad (2.34)$$

Il vient alors localement dans  $C_0$  :

$$\underbrace{\rho_0 \dot{\eta} - \frac{\rho_0 r}{T} + \vec{Q} \cdot \text{grad}_X \frac{1}{T}}_{\phi_0: \text{dissipation dans } C_0} \geq 0. \quad (2.35)$$

En introduisant (2.31) dans (2.35), on obtient l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$\phi_0 = -\rho_0 (\dot{e} - T \dot{\eta}) - \frac{1}{T} \vec{Q} \cdot \text{grad}_X T + \bar{\bar{\Pi}} : \dot{\bar{F}} \geq 0. \quad (2.36)$$

Avant de pouvoir déterminer les lois de comportement en grandes déformations, il est avant tout nécessaire de poser les hypothèses suivantes :

### 2.3.1.3 Hypothèse de l'état local

Nous adopterons la méthode de l'état local telle qu'elle est exposée dans l'ouvrage de **Lemaitre et Chaboche (1985)** : la connaissance en un point d'un certain nombre de variables permet de déterminer intégralement l'état thermodynamique en ce point. Les dérivées par rapport au temps de ces variables n'interviennent pas dans la définition de l'état. L'évolution sera donc considérée comme une succession d'états d'équilibre. Dans le cadre de cette hypothèse, deux types de variables peuvent être considérées :

- Les **variables observables** qui sont déterminées directement par la mesure. On définit comme variables observables le couple  $(\bar{F}, T)$  qui correspond à une mesure de déformation et de température.
- et les **variables internes** qui peuvent décrire des phénomènes complexes tels que la plasticité, l'endommagement ou encore la viscosité.

On peut alors définir les variables d'état  $(\bar{F}, T, V_i)$  avec  $V_i$  représentant les variables internes, qui peuvent être des tenseurs d'ordre  $n$ .

### 2.3.1.4 Hypothèse des matériaux standards

On postule qu'il existe un potentiel thermodynamique d'énergie libre spécifique de Helmholtz  $\Psi$  dépendant des variables d'état tel que :

$$\Psi = e - \eta T \quad (2.37)$$

Sous cette hypothèse, on peut écrire que :

$$\dot{e} = \dot{\Psi} + \dot{\eta}T + \eta\dot{T} \quad (2.38)$$

$$\dot{e} - \dot{\eta}T = \dot{\Psi} + \eta\dot{T} \quad (2.39)$$

De plus, d'après l'hypothèse de l'état local, on a :

$$\Psi = \Psi(\bar{\bar{F}}, T, V_i) \quad (2.40)$$

Ainsi, la dérivée temporelle de  $\Psi$  devient :

$$\dot{\Psi} = \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\bar{F}}} : \dot{\bar{\bar{F}}} + \frac{\partial \Psi}{\partial T} \dot{T} + \sum \frac{\partial \Psi}{\partial V_i} \bullet \dot{V}_i \quad (2.41)$$

Où  $\bullet$  représente le produit contracté  $n$  fois,  $n$  représentant l'ordre des variables internes  $V_i$ . En reprenant les équations 2.39 et 2.41 dans l'équation 2.36, l'inégalité de Clausius-Duhem peut se réécrire comme suit :

$$\phi_0 = (\bar{\bar{\Pi}} - \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\bar{F}}}) : \dot{\bar{\bar{F}}} - \rho_0 (\eta + \frac{\partial \Psi}{\partial T}) \dot{T} - \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial V_i} \bullet \dot{V}_i - \frac{1}{T} \vec{Q} \cdot \text{grad}_X T \geq 0 \quad (2.42)$$

#### REMARQUE 2.1

On fait l'hypothèse que la dissipation ( $\phi_0$ ) résulte uniquement des déformations totales, des variables internes et de la conduction thermique. Ceci conduit à considérer :

$$\eta = - \frac{\partial \Psi}{\partial T} \quad (2.43)$$

Ainsi, l'équation 2.42 devient :

$$\phi_0 = (\bar{\bar{\Pi}} - \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\bar{F}}}) : \dot{\bar{\bar{F}}} - \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial V_i} \bullet \dot{V}_i - \frac{1}{T} \vec{Q} \cdot \text{grad}_X T \geq 0 \quad (2.44)$$

$\psi$ , initialement dépendant de  $\bar{\bar{F}}$ , devient, par le principe d'objectivité, dépendant de  $\bar{\bar{C}}$ . On montre que :

$$(\bar{\bar{F}} - \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\bar{F}}}) : \dot{\bar{\bar{F}}} = \bar{\bar{F}}^{-1} \cdot (\bar{\bar{\Pi}} - 2\rho_0 \cdot \bar{\bar{F}} \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\bar{C}}}) : \dot{\bar{\bar{C}}} \quad (2.45)$$

### 2.3.1.5 Découplage de la dissipation

$\phi_0$ , la dissipation dans  $C_0$ , peut être décomposée en une contribution purement thermique  $\phi_0^{ther}$  et une autre purement mécanique,  $\phi_0^{meca}$  :

$$\phi_0 = \underbrace{\bar{F}^{-1} \cdot (\bar{\Pi} - 2\rho_0 \bar{F} \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{C}})}_{\phi_0^{meca}} : \dot{\bar{E}} - \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial V_i} \bullet \dot{V}_i - \underbrace{\frac{1}{T} \bar{Q} \cdot \text{grad}_X T}_{\phi_0^{ther}} \quad (2.46)$$

On suppose que les dissipations mécaniques et thermiques sont séparément positives (Germain, 1973) :

$$\phi_0^{meca} \geq 0 \quad \text{et} \quad \phi_0^{ther} \geq 0 \quad (2.47)$$

### 2.3.1.6 Hypothèse des matériaux standards généralisés

Dans le cadre de l'hypothèse des matériaux standards généralisés (Halphen et Quoc Son, 1975), on peut écrire qu'il existe un pseudo potentiel de dissipation à valeur scalaire, continu, convexe, positif et nul à l'origine tel que :

$$\varphi = \varphi_{meca}(\dot{\bar{E}}, \dot{V}_i) + \varphi_{ther}(\bar{Q}) \quad (2.48)$$

Dans ces conditions, on peut alors exprimer la dissipation sous la forme :

$$\phi_0 = \frac{\partial \varphi_{meca}}{\partial \dot{\bar{E}}} : \dot{\bar{E}} + \frac{\partial \varphi_{meca}}{\partial \dot{V}_i} \bullet \dot{V}_i + \frac{\partial \varphi_{ther}}{\partial \bar{Q}} \cdot \bar{Q} \quad (2.49)$$

En utilisant les équations 2.44 et 2.49, on peut définir les lois d'état et les lois complémentaires du matériau dans la description mixte :

$$\begin{cases} \bar{F}^{-1} \cdot (\bar{\Pi} - 2\rho_0 \bar{F} \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{C}}) = \frac{\partial \varphi_{meca}}{\partial \dot{\bar{E}}} \\ \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial V_i} = - \frac{\partial \varphi_{meca}}{\partial \dot{V}_i} \\ \frac{1}{T} \text{grad}_X T = - \frac{\partial \varphi_{ther}}{\partial \bar{Q}} \end{cases} \quad (2.50)$$

### 2.3.1.7 Prise en compte de l'incompressibilité

L'hypothèse d'incompressibilité intervient lors d'une transformation isochore telle que :

$$I_3 = (\det(\bar{F}))^2 = J^2 = 1 \iff \bar{C}^{-1} : \dot{\bar{C}} = 0 \quad (2.51)$$

Ainsi, la loi de comportement doit être modifiée. Pour cela, un multiplicateur de Lagrange, noté  $p$  et assimilable à une pression hydrostatique, est ajouté à l'expression de la loi contrainte-déformation. Cela se traduit par la modification de la première des équations 2.50 :

$$\bar{F}^{-1} \cdot (\bar{\Pi} - 2\rho_0 \bar{F} \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{C}}) + p \bar{C}^{-1} = \frac{\partial \varphi_{meca}}{\partial \dot{\bar{E}}} \quad (2.52)$$

ou encore :

$$\bar{\Pi} = 2\rho_0 \bar{F} \cdot \frac{\partial W}{\partial \bar{C}} + \bar{F} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\bar{E}}} - p \bar{F}^{-T} \quad (2.53)$$

## REMARQUE 2.2

**Lejeunes (2006)** propose un paragraphe complet dédié aux modèles décrivant le comportement compressible des élastomères. Cette classe de modèles repose sur un découplage de la densité d'énergie de déformation en une partie purement isochorique et une partie purement volumique. Pour cela, le modèle nécessite une décomposition du gradient de transformation, ou du tenseur de Cauchy-Green droit telle que

$$\bar{\bar{F}} = J^{\frac{1}{3}} \bar{\bar{F}} \quad (2.54)$$

et

$$\bar{\bar{C}} = J^{\frac{2}{3}} \bar{\bar{C}} \quad (2.55)$$

La cinématique, de gradient  $\bar{\bar{F}}$  est définie de sorte que  $\det \bar{\bar{F}} = 1$ , donnant lieu ainsi à une transformation incompressible. La densité d'énergie de déformation est donc découplée de la manière suivante :

$$\psi(\bar{\bar{C}}) = \psi_{ISO}(\bar{\bar{C}}) + \psi_{VOL}(J) \quad (2.56)$$

La partie isochorique de la densité d'énergie de déformation peut être choisie parmi les modèles hyperélastiques présentés dans le paragraphe 2.3.2. Quant à la partie volumique, il existe différentes fonctions de  $J$  utilisées dans la littérature pour la définir.

## 2.3.2 Hyperélasticité

Dans la partie précédente, nous avons parcouru les formalismes liés à l'établissement d'une loi de comportement d'un matériau dans le cadre des grandes déformations. Ici, nous nous focaliserons, dans un premier temps, sur les modèles hyperélastiques, traduisant du caractère non linéaire de l'élasticité du matériau. Ceux-ci, adaptés aux grandes déformations, ne tiennent pas compte des phénomènes dissipatifs susceptibles d'être présents dans le matériau. C'est en cela que cette classe de modèles reste limitée dans le cadre des élastomères. Une telle formulation se base essentiellement sur l'expression de l'énergie de déformation, déterminée suivant deux approches :

- Les formulations statistiques, qui reposent essentiellement sur la déformation des chaînes macromoléculaires et une loi de probabilité qui définit la répartition de ces chaînes au sein du matériau.
- Les formulations phénoménologiques, basées sur la dépendance de l'énergie de déformation aux invariants du tenseur de dilatation de Cauchy-Green gauche ou droit, ou éventuellement des élongations principales.

Ce paragraphe a pour objectif de présenter les principaux modèles hyperélastiques, sans pour autant être exhaustif.

### 2.3.2.1 Formulation statistique de l'énergie de déformation hyperélastique

Cette approche s'appuie sur le travail de **Wall (1942)** qui développe le concept de déformation d'une longue chaîne macromoléculaire selon les trois directions, en supposant la déformation macroscopique des élastomères équivalente à la celle de ses chaînes. Il introduit une loi de probabilité donnant la distribution de chaînes de même longueur. C'est dans ce contexte que le modèle de néo-Hooke fait son apparition (**Treloar, 1943**), dont l'expression est :

$$W = NkT(I_1 - 3) \quad (2.57)$$

où  $N$ ,  $k$ ,  $T$ , et  $I_1$  la longueur maximale des chaînes, la constante de Boltzmann, la température du matériau et le premier invariant du tenseur de Cauchy-Green droit. Ces travaux sont à l'origine de modèles plus complets, basés sur la déformation d'un volume élémentaire représentatif (V.E.R.) constitué de plusieurs chaînes. Le tableau 2.1 propose une liste non exhaustive de ces modèles :

Modèle	Référence	Densité d'énergie
1 Chaîne	(Treloar, 1973)	$W = NkT\left(\frac{\lambda}{\sqrt{N}}\beta + \ln\left(\frac{\beta}{\sinh\beta}\right)\right)$
8 chaînes	(Boyce et Arruda, 2000)	$W = N.k.\sqrt{n}(\beta_{chaîne}.\lambda_{chaîne} + \sqrt{n}.\left(\frac{\beta_{chaîne}}{\sinh(\beta_{chaîne})}\right))$
"Full-Network"	(Diani et Gilormini, 2005)	$W = \frac{\nu}{4\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} w(r) \sin\theta d\theta d\phi^3$

TABLE 2.1 – Tableau récapitulatif des modèle hyperélastiques statistiques

où  $\nu$  représentent respectivement le nombre d'enchevêtrement de chaînes.  $\beta$  correspond à la fonction inverse de langevin  $\mathcal{L}$  :

$$\mathcal{L}(\lambda) = \coth(\lambda) - \frac{1}{\lambda} = \beta^{-1} \quad (2.58)$$

### 2.3.2.2 Modèles phénoménologiques

Les modèles phénoménologiques, contrairement aux modèles statistiques, ne sont pas physiquement motivés et reposent essentiellement sur des considérations mathématiques. Le tableau 2.2 en propose une liste non exhaustive.

Leur classement s'inspire des travaux de Marckmann et Verron (2006) et de Lejeunes (2006). Dans ce tableau, la formulation, le nombre de paramètres impliqués et le domaine de validité de chaque modèle y sont indiqués (le domaine de validité des modèles d'Ogden et de Mooney-Rivlin dépendront du degré de troncature).

## 2.3.3 Viscoélasticité

### 2.3.3.1 Introduction

Les modèles hyperélastiques présentés dans le paragraphe 2.3.2 ne rendent pas compte de la sensibilité temporelle d'un matériau. Cette dépendance relève de son caractère viscoélastique. Ces modèles seront d'abord présentés dans le contexte des petites déformations, puis ensuite dans celui des grandes déformations.

### 2.3.3.2 Viscoélasticité linéaire

Dans le cadre des petites déformations, pour un matériau homogène, élastique et isotrope, on rappelle que  $\bar{\sigma} = \lambda \text{tr}(\bar{\epsilon}) \bar{I} + 2\mu \bar{\epsilon}$ , avec  $\lambda$  et  $\mu$ , les coefficients de Lamé.

3.  $w(r)$  correspond à l'énergie de déformation d'une chaîne.

Modèle	Référence	Densité d'énergie	Nb Param.	Validité
Ogden	(Ogden, 1973)	$W = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3)$	2n	N.C.
Hart-Smith	(Hart-Smith, 1966)	$W = C_1 \int \exp[C_3(I_1 - 3)^2] dI_1 + C_2 \ln\left(\frac{I_2}{3}\right)$	3	500 %
Mooney-Rivlin	(Rivlin, 1992)	$W = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} (I_1 - 3)^i \cdot (I_2 - 3)^j$	2n	N.C.
Gent-Thomas	(Gent et Thomas, 1958)	$W = C_1 \cdot (I_1 - 3) + C_2 \cdot \ln\left(\frac{I_2}{3}\right)$	2	200%
Mooney	(Mooney, 1940)	$W = C_1 \cdot (I_1 - 3) + C_2 \cdot (I_2 - 3)$	2	100%

TABLE 2.2 – Tableau récapitulatif des modèle hyperélastiques phénoménologiques inspiré de (Marckmann et Verron, 2006) (Lejeunes, 2006)

Soit une sollicitation de relaxation unidimensionnelle  $\varepsilon(t)$  telle que  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \mathcal{H}(t - t')$ , avec  $\varepsilon_0$  constante,  $t'$  le temps de référence et  $\mathcal{H}$  fonction d'échelon d'Heavyside<sup>1</sup>. La réponse en contrainte à une telle sollicitation s'écrit alors :

$$\sigma(t) = R(t - t')\varepsilon_0 \quad (2.59)$$

où  $R(t - t')$  est le module de relaxation.

Maintenant, si l'on considère une succession d'incrément de déformation tels que :

$$\varepsilon(t) = \sum_i \varepsilon_i \mathcal{H}(t - t'_i) \quad (2.60)$$

Le principe de superposition de Boltzmann nous permet de calculer la réponse du matériau en contrainte comme suit :

$$\sigma(t) = \sum_i \sigma(\varepsilon_i, t - t'_i) = \sum_i R(t - t'_i)\varepsilon_i \quad (2.61)$$

La généralisation à trois dimensions permet d'écrire la loi de comportement d'un matériau viscoélastique linéaire, supposé homogène isotrope, en fonction d'une intégrale héréditaire liant les contraintes à l'histoire des déformations telle que :

$$\bar{\sigma}(t) = \int_0^t \lambda(t - t') \text{tr}(\dot{\bar{\varepsilon}}(t')) dt' \bar{I} + \int_0^t 2\mu(t - t') \dot{\bar{\varepsilon}}(t') dt' \quad (2.62)$$

Il est commode de séparer les contributions des parties déviatorique et sphérique.

$$\begin{cases} \bar{\sigma}^D(t) = \bar{\sigma}(t) - \frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\sigma}(t)) \\ \bar{\varepsilon}^D(t) = \bar{\varepsilon}(t) - \frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\varepsilon}(t)) \end{cases} \quad (2.63)$$

On peut alors écrire la loi de comportement sous la forme suivante :

1.  $\mathcal{H} = 0$  si  $t - t' < 0$  et  $\mathcal{H} = 1$  sinon

$$\begin{cases} \bar{\sigma}^D(t) = \int_0^t 2\mu(t-t')\dot{\bar{\varepsilon}}^D(t')dt' \\ tr(\bar{\sigma}(t)) = 3 \int_0^t K(t-t')tr(\dot{\bar{\varepsilon}}(t'))dt' \end{cases} \quad (2.64)$$

où  $K$  est le module de compressibilité relié aux coefficients de Lamé par  $3K(t) = 3\lambda(t) + 2\mu(t)$ . Dans ce cas,  $K(t)$  et  $\mu(t)$  sont des fonctionnelles de relaxation. On peut alors écrire une forme équivalente à l'équation 2.62 :

$$\bar{\sigma}(t) = \int_0^t 2\mu(t-t')\dot{\bar{\varepsilon}}^D dt' + \int_0^t K(t-t')tr(\dot{\bar{\varepsilon}}(t'))dt' \bar{I} \quad (2.65)$$

Les modules de relaxation peuvent être définies à partir du modèle rhéologique choisi. Le plus complet, qui est notamment celui utilisé dans le code de calcul ANSYS pour modéliser le comportement des matériaux viscoélastiques dans le cadre des petites déformations, est le modèle de Maxwell généralisé (fig. 2.4). La fonction de relaxation d'un tel modèle est représenté par une série de Prony (eq. 2.66) :

$$\begin{cases} \mu(t) = \mu_\infty \left( 1 + \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\mu_\infty} e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right) \\ K(t) = K_\infty \left( 1 + \sum_{i=1}^N \frac{K_i}{K_\infty} e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right) \end{cases} \quad (2.66)$$

### 2.3.3.3 Viscoélasticité en grandes déformations

Le cadre des grandes déformations est un contexte qui ajoute une difficulté dans la description d'un comportement viscoélastique. [Drapaca et al. \(2007\)](#) et [Wineman \(2009\)](#) proposent un état de l'art des modèles viscoélastiques appliqués aux petites et grandes déformations. Deux approches sont principalement utilisées à cet effet :

- Les formulations intégrales, qui considèrent les contraintes comme une fonction de l'histoire des déformations ([Coleman et Noll, 1961](#)), ([Bernstein et Kearsley, 1963](#)), ([Simo, 1987](#)), ([Morman et Pan, 1988](#)), ([Holzapfel, 1996a](#)), ([Saad, 2003](#))
- Les formulations différentielles qui sont principalement axées sur la théorie de l'état local et des matériaux standards généralisés ([Sidoroff, 1975a](#)), ([Sidoroff, 1975b](#)), ([Halphen et Quoc Son, 1975](#)), ([Méo, 2000](#)), ([Martinez, 2005](#)), ([Grandcoin, 2008](#)), ([Khedimi, 2010](#)). Cette approche est, pour une grande part, présentée dans le paragraphe 2.3.1.6.

### Formulation intégrale

Nous partons des exemples présentés par [Méo \(2000\)](#), et dont l'élaboration a été réalisée à partir d'une généralisation du principe de superposition de Boltzmann (tableau 2.3).

[Simo \(1987\)](#) développe un modèle basé sur une décomposition additive des contraintes en :

- Un tenseur des contraintes de type déviatorique, qui est lui même décomposé en une partie élastique et une partie visqueuse. Ces contraintes sont liées au tenseur gradient modifié  $\bar{\bar{F}} = J^{-\frac{1}{3}} \bar{F}$ .
  - Un tenseur des contraintes sphérique qui prend en compte la quasi-incompressibilité des élastomères
- Ce modèle aboutit à une formulation fonctionnelle tout en s'appuyant sur une approche par variables internes. L'énergie libre postulée est de la forme :

Modèle	Formulation du comportement
<b>FL.V.</b> Finite Linear Viscoelasticity (Coleman et Noll, 1961)	$\bar{R}^T(t) \cdot \bar{\sigma}(t) \cdot \bar{R}(t) = -p(t)\bar{I} + f(\bar{E}(t))$ $+ \int_{-\infty}^t \bar{K}(\bar{E}(t), s) : \bar{E}_d(t, s) ds$ Notion de mémoire évanescence des élastomères avec $\bar{E}_d(s) = \bar{E}(t-s) - \bar{E}(t)$ et $f$ une loi hyperélastique
<b>M.F.L.V.</b> Modified Finite Linear Viscoelasticity (Morman et Pan, 1988)	$\bar{R}^T(t) \cdot \bar{\sigma}(t) \cdot \bar{R}(t) = -p(t)\bar{I} + f(\bar{E}(t))$ $+ \int_{-\infty}^t \bar{K}_0(t, s) : \bar{H}_d(t, s) ds$ Introduction d'une mesure généralisée des déformations évanescences, $\bar{H}_d(t, s) = \bar{H}(\bar{E}(t-s)) - \bar{H}(\bar{E}(t))$ .
<b>B.K.Z.</b> (Bernstein et Kearsley, 1963)	$\bar{\sigma}(t) = -p(t)\bar{I} + \int_{-\infty}^t \bar{F}^{-1}(t') \cdot \frac{\partial W(\bar{E}(t, t'))}{\partial \bar{E}(t, t')} \cdot \bar{F}^{-T}(t') dt'$ où $W$ est un potentiel.

TABLE 2.3 – Tableau récapitulatif, et non exhaustif des principales formulations viscoélastiques intégrales en grandes déformations

$$\psi(\bar{E}, \bar{A}_v) = \psi_{vol}(J) + \psi(\bar{E}) - \bar{A}_v : \bar{E} + \psi_v(\bar{A}_v) \quad (2.67)$$

où  $\bar{E}$  est le tenseur de Green-Lagrange et la variable interne  $\bar{A}_v$  est un tenseur associé au caractère visqueux du matériau. Il suppose alors que cette variable interne obéit à une équation différentielle linéaire semblable aux équations d'évolution de la viscoélasticité linéaire. Il obtient alors, en description lagrangienne, la loi de comportement suivante :

$$\bar{S} = Jp\bar{C}^{-1} + J^{-\frac{2}{3}} \left[ \int_0^t a + (1-a)e^{-\frac{t-t'}{\tau}} \frac{d}{dt'} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \bar{E}} \right) dt' \right]^D \quad (2.68)$$

où  $p$  est homogène à une pression hydrostatique,  $\tau$  est le temps de relaxation et  $a$  est un coefficient tel que  $a \in [0..1]$  et sa valeur permet de passer d'un élément de type Maxwell ( $a = 0$ ) vers celui de type ressort ( $a = 1$ ).

Holzapfel et Simo (1996) et Holzapfel (1996a) ont repris le travail de Simo (1987) pour modéliser respectivement le comportement thermoélastique puis viscoélastique des élastomères. (Holzapfel, 1996a) est utilisé comme référence pour expliquer l'implémentation, dans le code de calcul Eléments Finis ANSYS ADPL, du comportement viscoélastique en grandes déformations. Holzapfel (1996b) propose de détailler le programme, implémenté dans ANSYS, à partir duquel les résultats présentés dans Holzapfel (1996a) ont été obtenus. Ce modèle correspond à celui de Maxwell généralisé (fig. 2.4). L'auteur se base sur une décomposition du potentiel d'énergie libre de Helmholtz  $\psi$  :

$$\psi(\bar{C}, \bar{\Gamma}) = U^\infty(J) + \psi^\infty(\bar{C}) + \Upsilon(\bar{C}, \bar{\Gamma}^\alpha) \quad (2.69)$$

Où  $U$  représente à la partie sphérique du comportement, pour prendre en compte le caractère quasi-incompressible du matériau,  $\bar{C} = \bar{F}^T \cdot \bar{F}$  est le tenseur de Cauchy-Green droit relatif à la cinématique  $\bar{F}$ ,  $\bar{\Gamma}^\alpha$  correspond à la variable interne qui décrit la partie visqueuse de chaque branche  $\alpha$  du modèle de

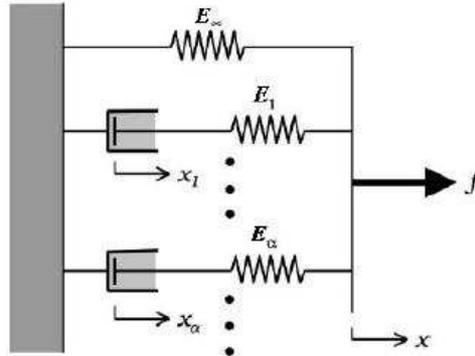


FIGURE 2.4 – Représentation du modèle de Maxwell Généralisé (Marvalova, 2007)

Maxwell généralisé. A partir de l'équation 2.69, le deuxième tenseur de Piola-Kirchhoff est décomposé comme suit :

$$\bar{\bar{S}} = \bar{\bar{S}}_{vol}(J) + \bar{\bar{S}}_{ISO}(\bar{\bar{C}}, \bar{\Gamma}^\alpha) \quad (2.70)$$

où

$$\bar{\bar{S}}_{ISO} = \bar{\bar{S}}_{ISO}^\infty + \sum_{\alpha=1}^n \bar{\bar{Q}}^\alpha \quad (2.71)$$

avec

$$\bar{\bar{S}}_{ISO}^\infty = J^{-\frac{2}{3}} DEV_L \left( 2 \frac{\partial \tilde{\psi}^\infty(\bar{\bar{C}})}{\partial \bar{\bar{C}}} \right) \quad (2.72)$$

et

$$DEV_L(\cdot) = (\cdot) - \frac{1}{3} [(\cdot) : \bar{\bar{C}}] \bar{\bar{C}}^{-1} \quad (2.73)$$

$DEV_L(\cdot)$  représente l'opérateur d'ordre 4 déviateur lagrangien, alors que les tenseurs  $\bar{\bar{Q}}^\alpha$  correspondent à des tenseurs d'ordre 2, directement liés aux variables internes introduites pour chaque branche du modèle de Maxwell généralisé. Ces paramètres sont obtenus par  $\alpha$  équations différentielles linéaires d'ordre 1, valables pour chaque branche  $\alpha$  du modèle de Maxwell généralisé :

$$\dot{\bar{\bar{Q}}}^\alpha + \frac{\bar{\bar{Q}}}{\tau_\alpha} = \frac{d}{dt} \left( J^{-\frac{2}{3}} \cdot DEV_L \left( 2 \frac{\partial \tilde{\psi}^\alpha}{\partial \bar{\bar{C}}} \right) \right) \quad (2.74)$$

Où  $\psi^\alpha$  correspond à l'énergie libre de chaque branche  $\alpha$  du modèle de Maxwell généralisé. A partir de ce formalisme, chaque tenseur  $\bar{\bar{Q}}^\alpha$  est obtenu avec l'aide de la relation suivante :

$$\bar{\bar{Q}}^\alpha = \bar{\bar{Q}}_0^\alpha \exp\left(-\frac{t}{\tau_\alpha}\right) + \int_0^t \beta_\infty^\alpha \exp\left(-\frac{t-s}{\tau_\alpha}\right) \frac{d}{ds} \left( J^{-\frac{2}{3}} \cdot DEV_L \left( 2 \frac{\partial \tilde{\psi}^\alpha}{\partial \bar{\bar{C}}} \right) \right) ds \quad (2.75)$$

avec

$$\tilde{\psi}^\alpha(\bar{\bar{C}}) = \beta_\infty^\alpha \tilde{\psi}^\infty(\bar{\bar{C}}) \quad (2.76)$$

Cette formulation, outre sa complexité, ressemble fortement à l'expression du comportement viscoélastique linéaire. En effet, nous pouvons faire un rapprochement entre les paramètres  $(G_i, \tau_i)$  utilisés dans les séries de Prony avec les paramètres  $(\beta_\infty^\alpha, \tau_\alpha)$  permettant de décrire le comportement visqueux en

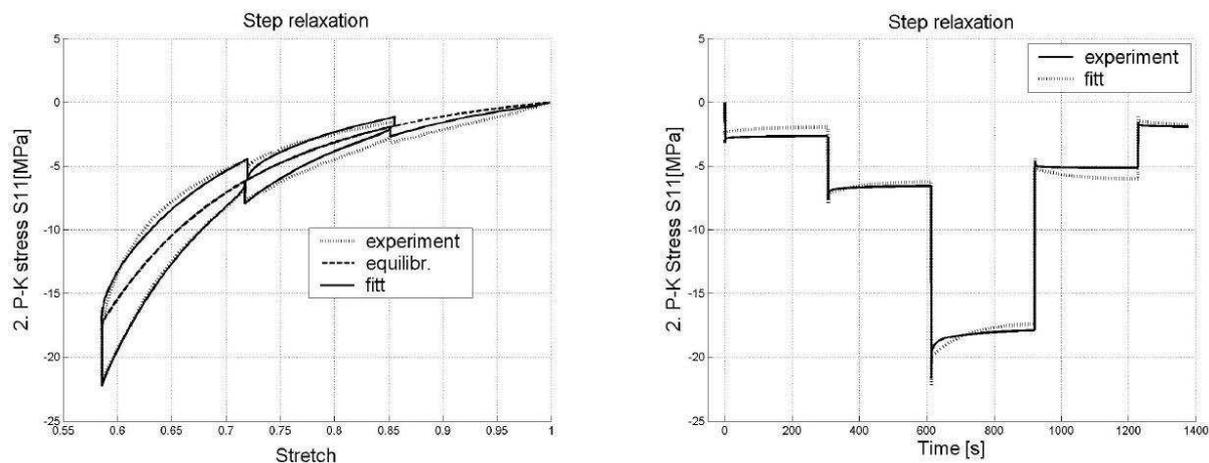


FIGURE 2.5 – Confrontation du modèle Eléments Finis avec les résultats expérimentaux (Marvalova, 2007)

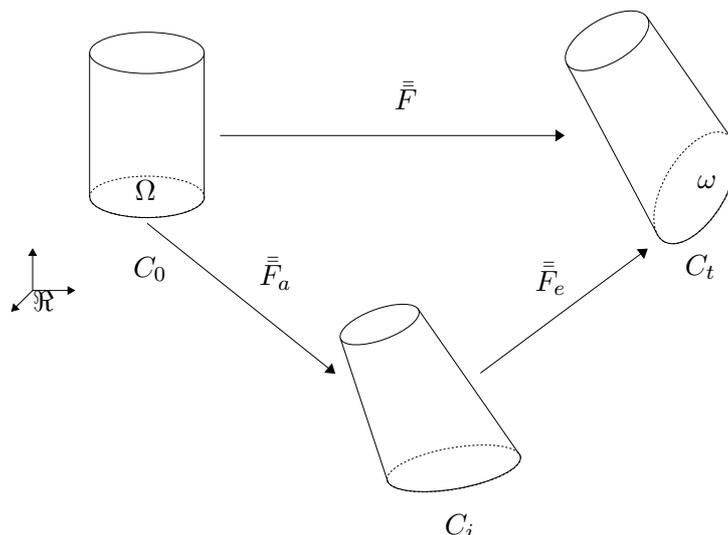


FIGURE 2.6 – Milieu avec une configuration intermédiaire.

grandes déformations. Marvalova (2007) utilise l'étude développée par Holzapfel (1996a) pour modéliser le comportement d'un élastomère chargé à partir du code de calcul ANSYS. Elle y redéfinit les concepts développés par Holzapfel (1996a). Au travers d'une comparaison numérique/expérimentale, l'auteur valide alors le modèle implémenté dans ANSYS (fig. 2.5).

### Formulation Différentielle

La formulation différentielle est fondée sur l'hypothèse des matériaux standards généralisés (cf. paragraphe 2.3.1.6). Pour la mise en oeuvre d'une telle approche, un choix judicieux de variables internes est nécessaire. Il est souvent préférable de se ramener à des variables ayant un sens physique. Une méthode consiste en l'introduction d'états intermédiaires ( $C_i$ ) pour passer d'un état de référence  $C_0$  à un état actuel  $C_t$  (fig.2.6).

Ce concept a été initialement développé pour décrire les comportements élastoplastiques en grandes

déformations (Sidoroff, 1975b). Il considère donc la transformation comme la décomposition d'une transformation purement élastique avec une autre purement anélastique (Boukamel, 2006)(fig. 2.6). En notant  $\bar{\bar{F}}_e$  et  $\bar{\bar{F}}_a$  respectivement les gradients de transformation élastiques et anélastiques, le tenseur gradient  $\bar{\bar{F}}$  se décompose comme suit

$$\bar{\bar{F}} = \bar{\bar{F}}_e \cdot \bar{\bar{F}}_a \quad (2.77)$$

Ainsi, pour chaque transformation, il est possible de définir les tenseurs de Cauchy-Green droit :

$$\bar{\bar{C}}_e = \bar{\bar{F}}_e^T \cdot \bar{\bar{F}}_e \quad (2.78a)$$

$$\bar{\bar{C}}_a = \bar{\bar{F}}_a^T \cdot \bar{\bar{F}}_a \quad (2.78b)$$

Il en va de même pour le tenseur de Cauchy-Green gauche et le tenseur taux de déformation. Différents modèles résultent de ce formalisme. L'ensemble des modèles présentés sont exprimés dans la description mixte, c'est-à-dire sous la forme du premier tenseur des contraintes de Piola-Kirchoff en fonction du tenseur des déformation de Green-Lagrange. Le tableau 2.4 propose une liste non exhaustive de modèles développés à partir de l'approche des états intermédiaires. Dans ce tableau, pour l'ensemble des modèles présentés, l'écriture des potentiels hyperélastiques et dissipatifs sont exprimés, ainsi que l'équation complémentaire produite par l'introduction d'une variable interne.

#### REMARQUE 2.3

Afin de développer des modèles plus complets, Sidoroff (Sidoroff, 1976) propose une décomposition de la transformation en plusieurs états intermédiaires. Méo (2000), Martinez (2005), Grandcoin (2008) montrent des applications de ce type de décomposition dans le cas de comportement hyperelasto-visco-plastique.

## 2.4 Modèles développés

### 2.4.1 Introduction

Afin de décrire le comportement du polychloroprène, deux approches ont été développées. La première, analytique, utilise une formulation différentielle de la viscoélasticité en grandes déformations sur une géométrie simplifiée. La seconde consiste en une méthode par éléments finis, avec le code de calcul ANSYS, reprenant les travaux de Holzapfel (1996a). Le but de ces modélisations est l'obtention d'une loi contrainte-déformation simple qui puisse retranscrire la réponse du matériau et de la structure à un chargement cyclique, jusqu'à un niveau maximal de déformation égal à 70%. Le tableau 2.2, résumant une liste non exhaustive des principaux modèles hyperélastiques disponibles dans la littérature, montre que le modèle de Mooney est capable de décrire le comportement des élastomères jusqu'à 100% de déformation. Il est donc choisi pour représenter la partie hyperélastique du comportement de notre matériau (pour le modèle analytique et éléments finis) car il semble être le modèle le plus simple qui convienne à notre application. Concernant la partie viscoélastique, le modèle diffère selon l'approche envisagée.

- La méthode éléments finis ne nous donne pas le choix du modèle (modèle de Maxwell généralisé), mais nous contrôlons le nombre de branches viscoélastiques nécessaires. Dans notre application, nous en choisissons deux.
- L'approche analytique nous laisse plus de libertés. Dans ce chapitre, nous avons vu différents modèles viscoélastiques issus de la méthode différentielle. Le modèle de Kelvin-Voigt, dans un souci de simplicité, est adopté.

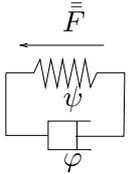
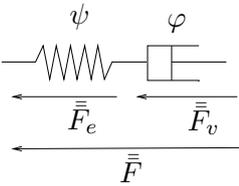
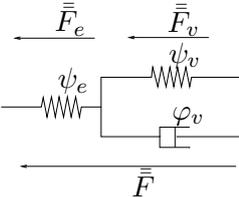
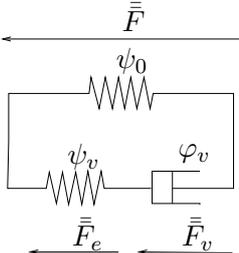
Modèle	Représentation rhéologique	$\psi$	$\varphi$	Equation complémentaire
Kelvin-Voigt		$\psi = \psi(\bar{C})$	$\varphi = \varphi(\dot{\bar{E}})$	$\emptyset$
Maxwell		$\psi = \psi(\bar{C}_e)$	$\varphi = \varphi(\dot{\bar{C}}_v)$	$\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \bar{C}_v} = - \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\bar{C}}_v}$
Poynting-Thompson		$\psi = \psi_e(\bar{C}_e) + \psi_v(\bar{C}_v)$	$\varphi = \varphi(\dot{\bar{C}}_v)$	$\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \bar{C}_v} = - \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\bar{C}}_v}$
Zener		$\psi = \psi_0(\bar{C}) + \psi_v(\bar{C}_v)$	$\varphi = \varphi(\dot{\bar{C}}_v)$	$\rho_0 \frac{\partial \psi_v}{\partial \bar{C}_v} = - \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\bar{C}}_v}$

TABLE 2.4 – Tableau récapitulatif non exhaustif de modèles viscohyperélastiques

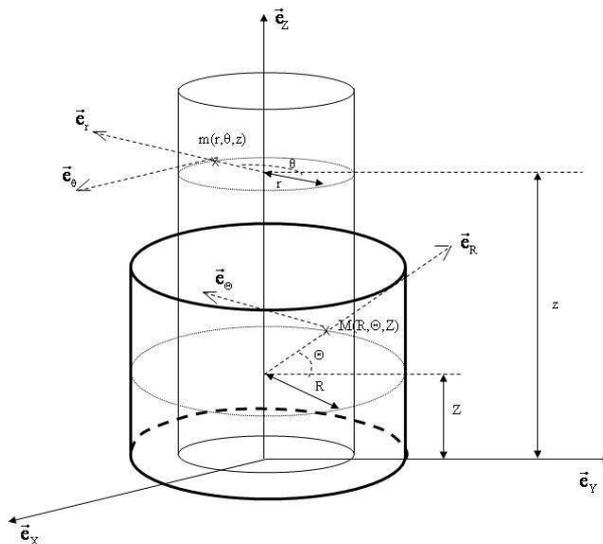


FIGURE 2.7 – Description d'une sollicitation de traction-torsion d'un cylindre

## 2.4.2 Modèle Analytique

Le modèle de comportement analytique constitue un outil simple pour calculer, *a posteriori*, des critères de fatigue locaux, pour une structure donnée en polychloroprène. Dans cette partie, le modèle va être utilisé sur une structure cylindrique, le diabolo étant approximé par un cylindre, dont le rayon est celui de la partie utile. La méthodologie de ce calcul, qui se base sur les travaux de [Hartman \(2001\)](#) et [Feng et al. \(1992\)](#), est présentée en annexe (annexe A). Ainsi, la cinématique de la sollicitation multiaxiale sera d'abord déterminée, à partir d'un chargement simultané en traction et torsion d'un cylindre. Ensuite, une loi de comportement de type Kelvin-Voigt adaptée aux grandes déformations sera utilisée pour obtenir la relation Contrainte-Déformation pour le polychloroprène. Cette formulation reposera sur les formalismes de la thermodynamique présentés dans le paragraphe 2.2. Ce modèle de comportement disposera de paramètres matériaux qu'il sera nécessaire d'identifier et de valider.

### 2.4.2.1 Formulation

Le chargement multiaxial, tel qu'il a été approché dans cette étude, est une combinaison d'une sollicitation en traction et en torsion. La structure étudiée étant un cylindre, il est donc judicieux de formuler la cinématique du chargement dans un repère cylindrique. D'après ce qui a été vu dans ce chapitre, la base de la loi de comportement se trouve dans le calcul du tenseur gradient.

La figure 2.7 représente la sollicitation de traction-torsion d'une structure cylindrique, dans lequel un point  $M(R, \Theta, Z)$ , à l'état initial, est transformé en un point  $m(r, \theta, z)$ . Les relations liant les coordonnées à l'état initial à ceux de l'état actuel sont formulées dans l'eq. 2.79 :

$$r = \lambda^{-1/2} R \quad \theta = \Theta + \frac{\beta Z}{L} \quad z = \lambda Z \quad (2.79)$$

Où  $\lambda$  correspond à l'élongation axiale,  $\beta$  au pilotage angulaire,  $L$  à la longueur du cylindre. La position actuelle est donc définie eq.2.1 :

$$\bar{x} = r\bar{e}_r + z\bar{e}_z = \lambda^{-1/2} R \cos\left(\frac{\beta Z}{L}\right)\bar{e}_R + \lambda^{-1/2} R \sin\left(\frac{\beta Z}{L}\right)\bar{e}_\Theta + Z\lambda\bar{e}_Z \quad (2.80)$$

A partir de l'éq. 2.80, le tenseur gradient peut être calculé :

$$F = \begin{pmatrix} \lambda^{-1/2} R \cos(\frac{\beta Z}{L}) & -\lambda^{-1/2} R \sin(\frac{\beta Z}{L}) & -\frac{\lambda^{-1/2} R \beta}{L} \sin(\frac{\beta Z}{L}) \\ \lambda^{-1/2} R \sin(\frac{\beta Z}{L}) & \lambda^{-1/2} R \cos(\frac{\beta Z}{L}) & \frac{\lambda^{-1/2} R \beta}{L} \cos(\frac{\beta Z}{L}) \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \quad (2.81)$$

A présent, à partir du tenseur gradient, la loi de comportement peut être calculée (eq. 2.82).

$$\bar{\Pi} = 2\bar{F} \cdot \frac{\partial W}{\partial \bar{C}} + \bar{F} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{E}} - p\bar{F}^{-T} \quad (2.82)$$

### 2.4.2.2 Identification

La réponse du matériau, à une sollicitation cyclique, peut être divisée en trois parties (fig. 2.8) :

- adoucissement, dû aux phénomènes liés au matériau (effet Mullins, endommagement, viscoélasticité)
- stabilisation du comportement mécanique
- rupture

Un point représentatif de l'histoire du chargement se trouve donc dans la phase de stabilisation. C'est pour cette raison que l'identification du modèle est réalisée à partir d'un cycle stabilisé du matériau, en l'occurrence, le 2000<sup>me</sup> cycle. La partie hyperélastique, dont l'expression est rappelée dans l'éq.2.83, est identifiée sur la moyenne du cycle stabilisé, en traction simple. La fig. 2.9 représente la courbe moyenne relatif à un cycle de chargement.

$$\Pi_{33} = 2\left(\lambda - \frac{1}{\lambda}\right)\left[C_{10} + \frac{C_{01}}{\lambda}\right] \quad (2.83)$$

L'identification du comportement se fera avec l'aide du logiciel Matlab, par une minimisation de l'écart, au sens des moindres carrés, entre courbes expérimentale et théorique. Les paramètres ainsi obtenus sont  $C_{10} = 0.0476MPa$  et  $C_{01} = 0.7087MPa$ . A présent, la partie visqueuse est identifiée à partir de la boucle d'hystérésis, formée par le 2000<sup>me</sup> cycle.

Pour déterminer la partie visqueuse du modèle, les coefficients  $C_{10}$  et  $C_{01}$  sont fixés, et l'expression de la contrainte de traction devient :

$$\Pi_{33} = 2\left(\lambda - \frac{1}{\lambda}\right)\left(C_{10} + \frac{C_{01}}{\lambda}\right) + \eta\dot{\lambda}\left(\lambda^2 - \frac{1}{2}\lambda^{-\frac{7}{2}}\right) \quad (2.84)$$

Ainsi,  $\eta$  est identifié de la même façon que les coefficients de Mooney-Rivlin. Voici les coefficients identifiés pour le modèle analytique :

$$C_{10} = 0.0476MPa \quad (2.85)$$

$$C_{01} = 0.7067MPa \quad (2.86)$$

$$\eta = 0.0037MPa.s - 1 \quad (2.87)$$

A partir de ce modèle, les figures 2.10, 2.11, 2.12 montrent les résultats du modèle analytique (traits pleins) superposés à la réalité expérimentale correspondante (courbes en pointillés) pour trois états multiaxiaux différents.

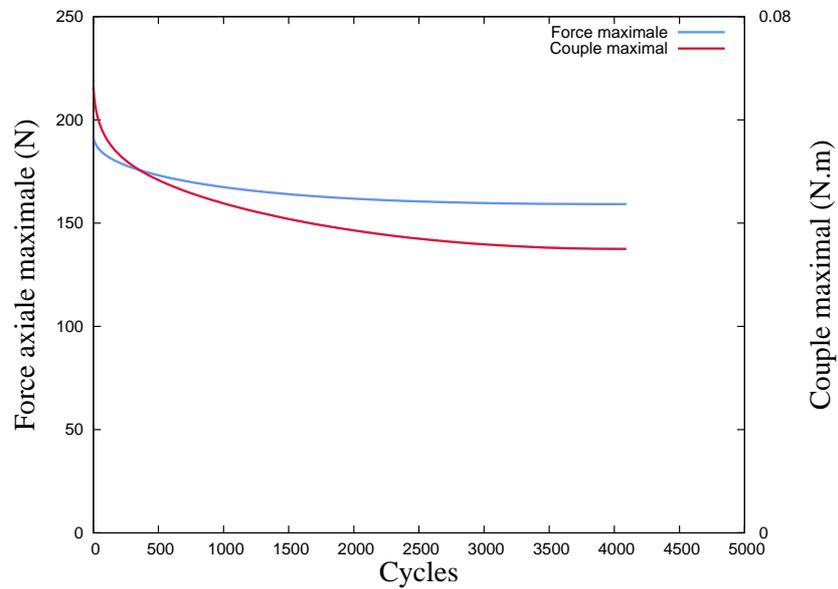


FIGURE 2.8 – Evolution de la force et du couple maximal au cours d'un essai de fatigue multiaxial piloté en déplacement ( $\delta = 180^\circ$ ,  $d_{max} = 20mm$  et  $R_d = -0.2$ )

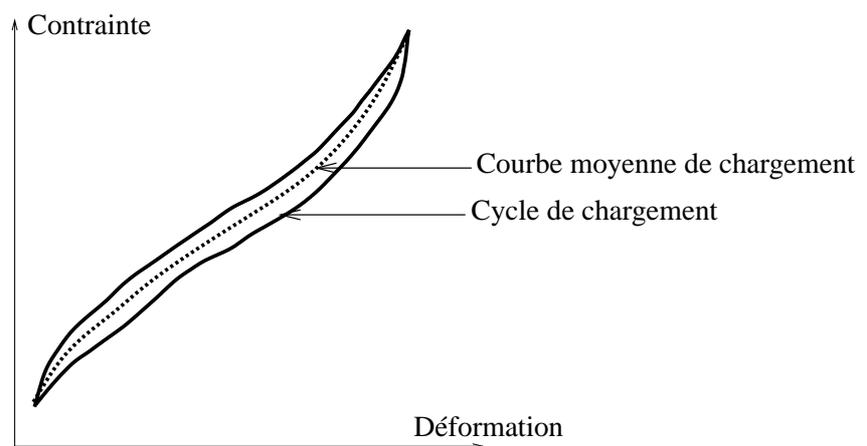


FIGURE 2.9 – Représentation de la courbe moyenne de chargement cyclique

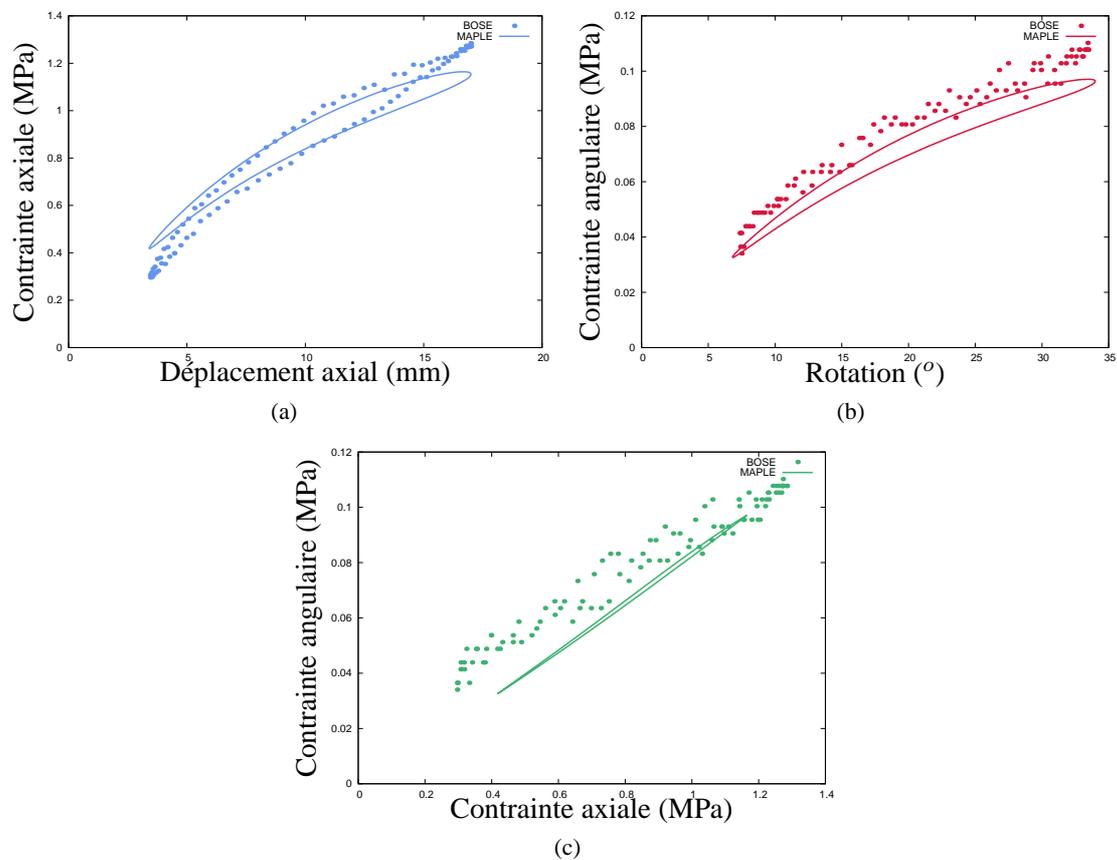


FIGURE 2.10 – Confrontation du modèle analytique avec un cycle de fatigue stabilisé ( $\delta = 0^\circ$ ,  $R_d = 0.2$ ,  $d_{max} = 17mm$ ) : (a) Partie axiale, (b) Partie angulaire (c) Réponse en force

Déphasage	$R_d$	$U_{max}(mm)$	$\beta_{max}(^\circ)$	Energie dissipée totale (MPa)		
				Expérimental	Modèle	Erreur
$0^\circ$	0,2	20	40	0.061	0.056	-10 %
$0^\circ$	0,2	17	34	0.0406	0.0406	-7,7 %
$0^\circ$	0,2	15	30	0.03	0.028	-7,1 %
$0^\circ$	0,1	20	40	0.0682	0.0685	0,5 %
$0^\circ$	0	20	40	0.053	0.056	5,8 %
$0^\circ$	-0,2	20	40	0.113	0.111	-2,3 %
$90^\circ$	0,2	20	40	0.0481	0.053	10 %
$90^\circ$	-0,2	20	40	0.1117	0.1075	-3,8 %
$180^\circ$	0,2	20	40	0.061	0.113	-2,3 %
$180^\circ$	-0,2	20	40	0.1083	0.1085	0,2 %

TABLE 2.5 – Validation du modèle analytique en termes de densité d'énergie dissipée

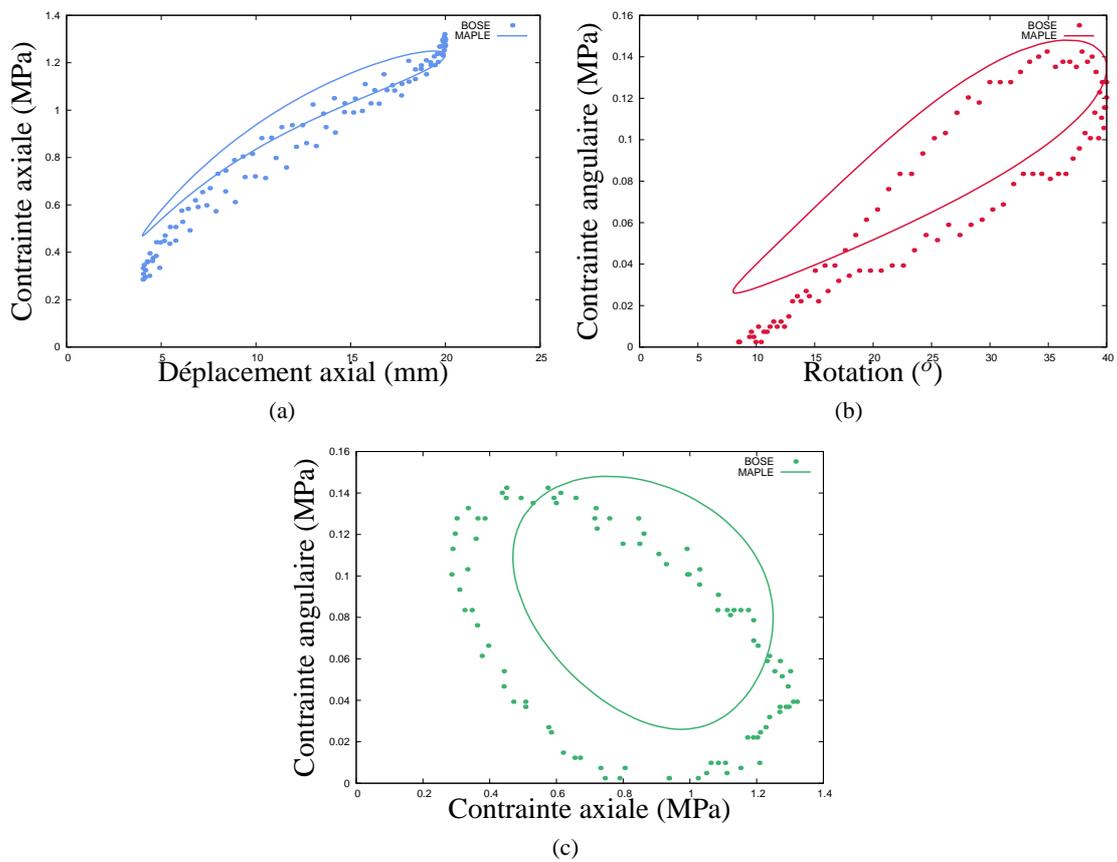


FIGURE 2.11 – Confrontation du modèle analytique avec un cycle de fatigue stabilisé ( $\delta = 90^{\circ}$ ,  $R_d = 0.2$ ,  $d_{max} = 20mm$ ) : (a) Partie axiale, (b) Partie angulaire (c) Réponse en force

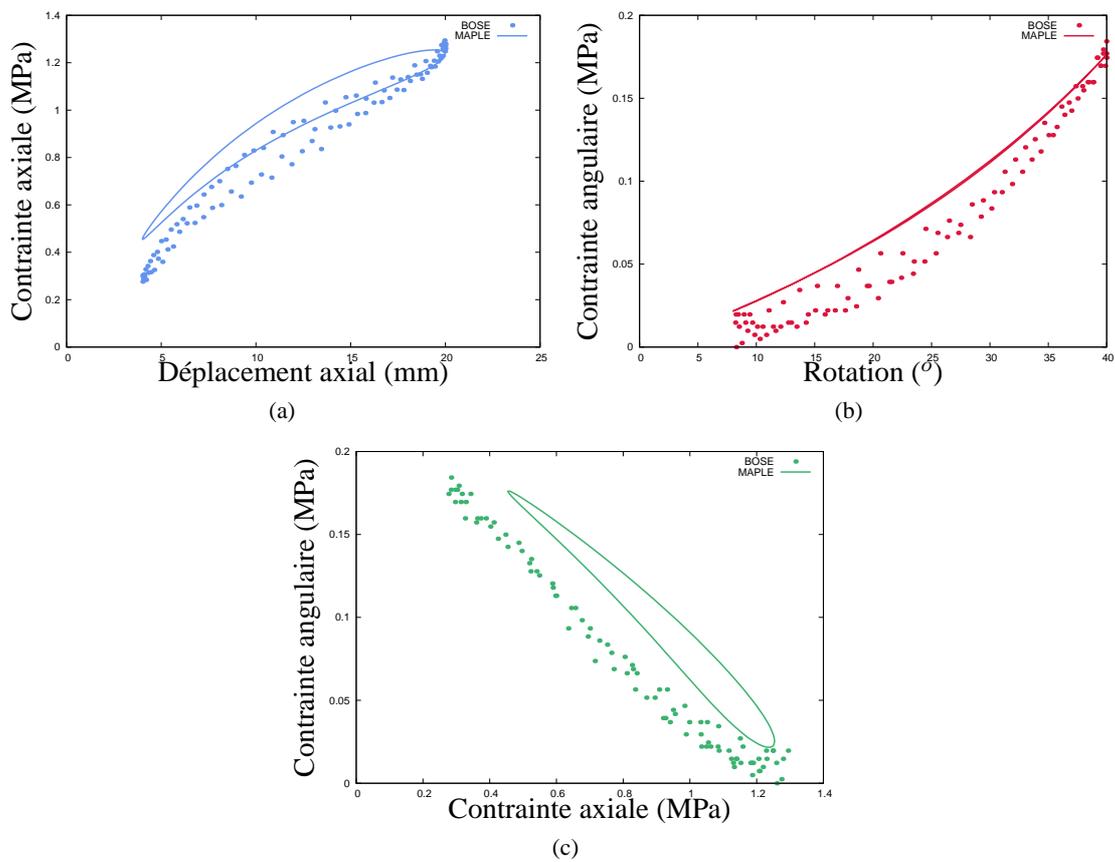


FIGURE 2.12 – Confrontation du modèle analytique avec un cycle de fatigue stabilisé ( $\delta = 180^{\circ}$ ,  $R_d = 0.2$ ,  $d_{max} = 20mm$ ) : (a) Partie axiale, (b) Partie angulaire (c) Réponse en force

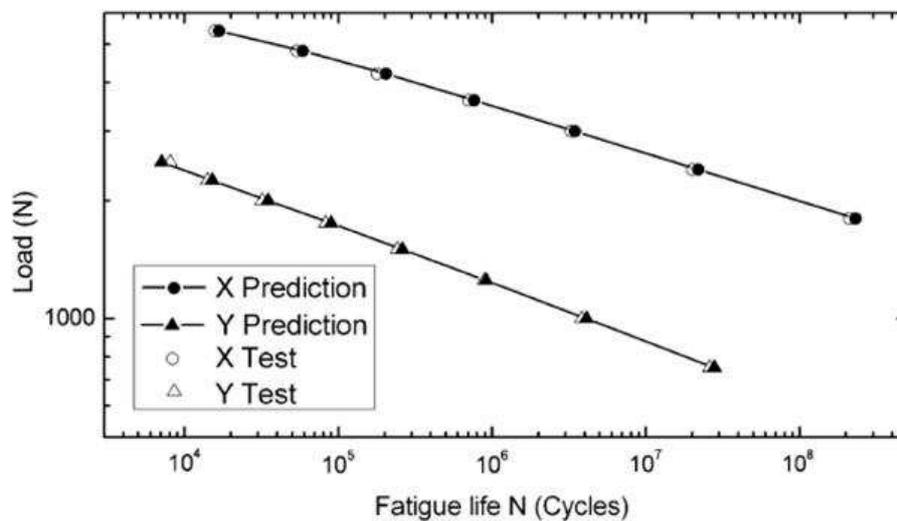


FIGURE 2.13 – Confrontation du comportement en fatigue prédit par le modèle éléments finis de Li et al. (2009) avec les résultats expérimentaux

Le tableau 2.5 propose une quantification de ces résultats, qui présente des erreurs, relatives à l'énergie dissipée, comprises entre 0 et 10%. Un tel résultat valide le modèle analytique, qui permet donc de calculer des paramètres mécaniques en un point d'une structure en polychloroprène. Pour compléter cette approche, une modélisation éléments finis, réalisée avec un code de calcul industriel, est ainsi proposée.

### 2.4.3 Modèle Eléments finis

La modélisation par la méthode éléments finis est un outil qui est souvent utilisé dans la conception de pièces industrielles. Cette étape peut déterminer les zones critiques d'une structure complexe et également prédire leur comportement en fatigue :

- Samad et Ali (2009), puis Li et al. (2009) déterminent la zone de rupture de supports ainsi que leur comportement en fatigue (fig. 2.13)
- Woo et al. (2009) étudient le comportement en fatigue d'un caoutchouc naturel ayant subi du vieillissement thermique à 70°C. Ils obtiennent une bonne corrélation entre les résultats en fatigue de leur modèle éléments finis et la réalité expérimentale (fig. 2.14).
- Samad et al. (2011) montrent l'efficacité d'un modèle éléments finis à prédire les zones de ruptures d'un amortisseur en caoutchouc naturel (fig. 2.15)

L'objectif de cette partie consiste à développer un calcul permettant de déterminer les paramètres mécaniques dans une structure diabolos en polychloroprène. La mise en place de la méthode éléments finis sera détaillée, le modèle sera ensuite identifié, puis validé.

#### 2.4.3.1 Élément utilisé

On utilise l'élément SOLID186, de forme hexaédrique, qui propose une formulation mixte déplacement-pression (quadratique en déplacement et linéaire en pression). Il sera possible de réaliser une intégration réduite, évitant ainsi les verrouillages dus à l'incompressibilité du matériau. Dans ce cas, on prendra

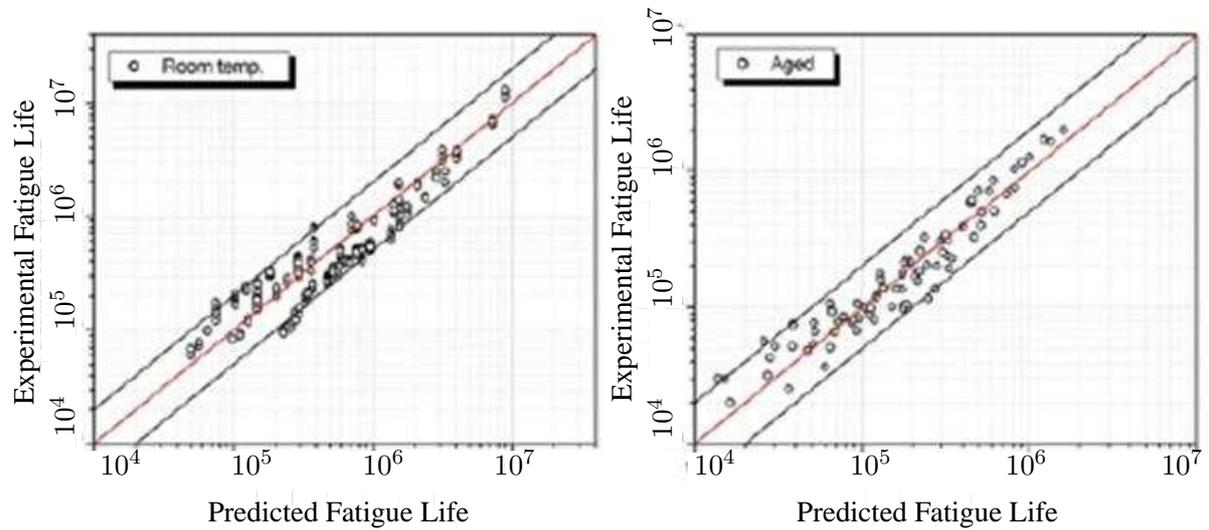


FIGURE 2.14 – Corrélation entre les durées de vies prédites par le modèle de Woo et al. (2009) et la réalité expérimentale

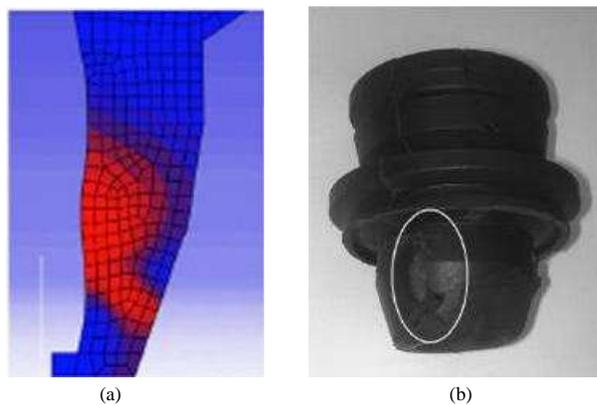


FIGURE 2.15 – Comparaison entre la zone critique désignée par le modèle et la rupture expérimentale correspondante (Samad et al., 2011)

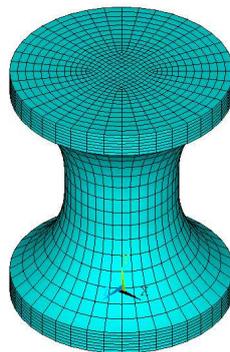


FIGURE 2.16 – Eprouvette diabolos maillée

soin de mettre plus d'un élément dans chaque direction pour éviter la propagation de modes sablier.

### 2.4.3.2 Structure étudiée

La géométrie utilisée ici est celle de la partie caoutchouc de l'éprouvette diabolos. La fig. 2.16 montre le maillage régulier adopté dans cette partie, avec une structure non simplifiée du diabolos.

### 2.4.3.3 Modèle de comportement

Le logiciel de calcul ANSYS v11.0 permet à l'utilisateur de simuler le comportement dissipatif des élastomères en grandes déformations. Le modèle utilisé dans cette partie est un modèle de Maxwell généralisé à deux branches viscoélastiques. Les bases de ce modèle ont été détaillées dans le paragraphe 2.3.3.3. Nous rappelons ici la loi contrainte-déformation qui en découle :

$$\bar{\bar{S}} = \bar{\bar{S}}_{ISO}(\bar{\bar{C}}, C_{10}, C_{01}) - p\bar{\bar{C}}^{-1} + \sum_{\alpha=1}^2 \bar{\bar{Q}}_{\alpha} \quad (2.88)$$

Avec

$$\bar{\bar{Q}}_{\alpha} = e^{-\frac{t}{\tau_{\alpha}}} \bar{\bar{Q}}_0^{\alpha} + \int_0^t \beta_{\infty}^{\alpha} e^{-\frac{t-s}{\tau_{\alpha}}} \frac{d\bar{\bar{S}}_{ISO}}{ds} ds \quad (2.89)$$

Les paramètres  $C_{10}$ ,  $C_{01}$ ,  $\beta_{\infty}^1$ ,  $\beta_{\infty}^2$ ,  $\tau_1$  et  $\tau_2$  sont les paramètres à identifier.

### 2.4.3.4 Identification du modèle

La figure 2.17 détaille le protocole utilisé afin d'identifier la loi de comportement développée dans la modélisation éléments finis. Les paramètres sont ainsi initialisés à l'aide de deux résultats :

- la courbe moyenne d'un cycle de fatigue stabilisé en traction pure (cf. paragraphe 2.4.2.2)
- la réponse en relaxation de contrainte en double cisaillement

Les coefficients sont alors initialisés avec l'outil "Curve-fitting" d'ANSYS, puis validés à l'issu d'un calcul éléments finis en traction pure, où le résultat est confronté à un cycle de fatigue stabilisé expérimental, dans le plan (déplacement, force). Ces paramètres étant exempts de toute approximation liée à la structure de l'échantillon, ils constituent un critère de validation intéressant pour ce modèle. Un terme d'erreur est alors calculé et défini dans l'équation 2.90.

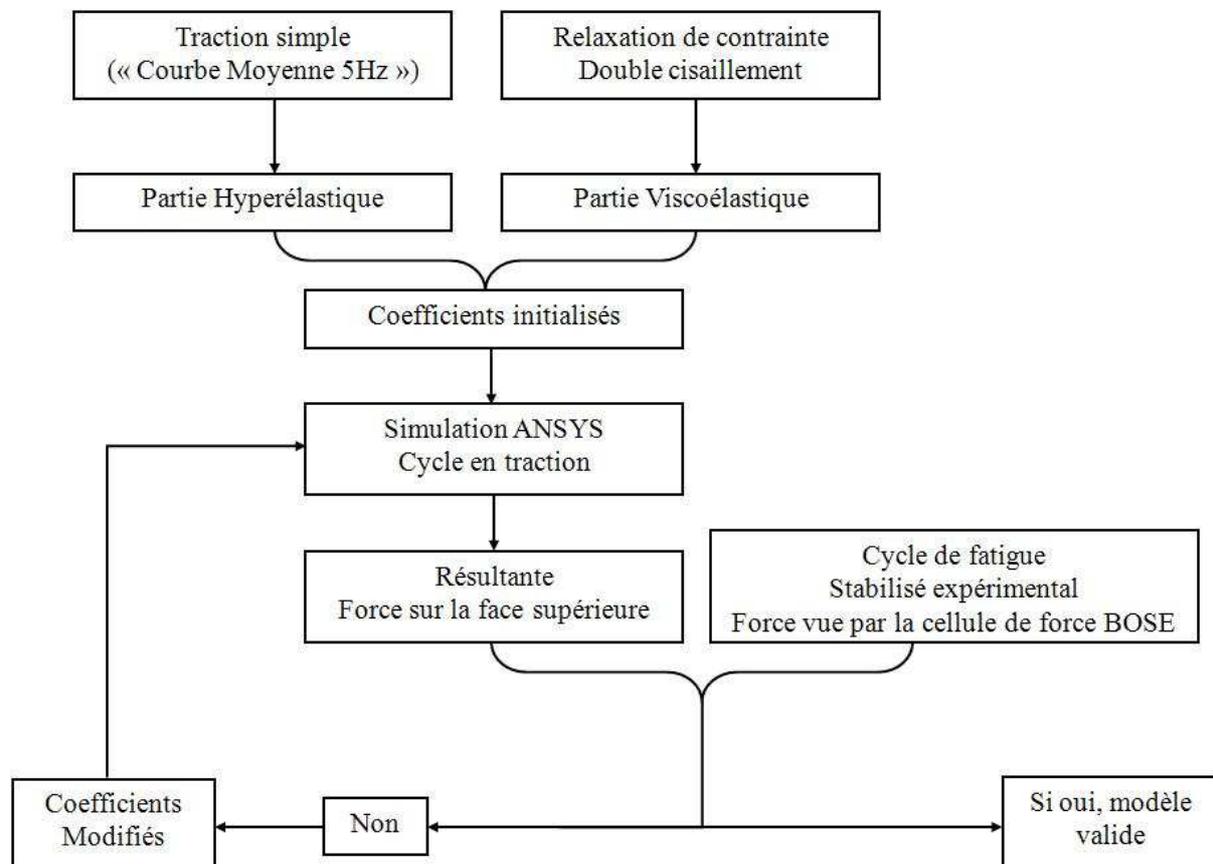


FIGURE 2.17 – Description du protocole d'identification du modèle éléments finis

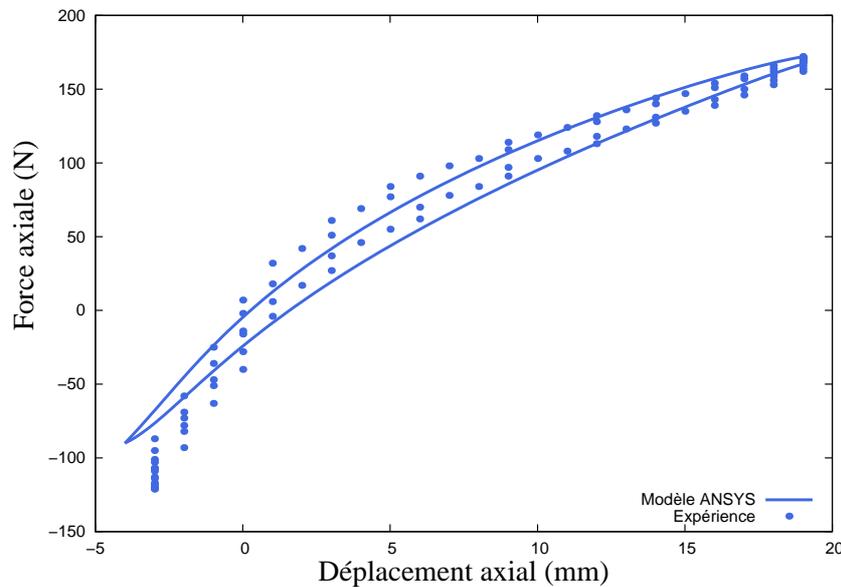


FIGURE 2.18 – Résultat de l'identification du modèle ANSYS pour un chargement en traction pure ( $R_d = -0.2, U_{max} = 20mm$ )

$$Erreur = \sqrt{0.6(W_d^{MOD} - W_d^{EXP})^2 + 0.1(E^{*MOD} - E^{*EXP})^2 + 0.3(F_{max}^{MOD} - F_{max}^{EXP})^2} \quad (2.90)$$

Si la condition de validation du modèle (une erreur inférieure à 10%) n'est pas respectée, les coefficients sont alors modifiés et le modèle recalculé.

#### REMARQUE 2.4

En observant l'éq. 2.90, il y a des pondérations différentes pour les termes d'erreur en énergie dissipée, module dynamique et force maximale. Ces coefficients ont été choisis en fonction de l'importance que nous avons donnée à chaque terme d'erreur. Etant donné que ce modèle a essentiellement pour vocation de représenter l'énergie dissipée du polychloroprène, celui-ci a obtenu le coefficient le plus important.

La boucle d'identification, arrêtée une fois que l'erreur calculée est inférieure à 10%, est réalisée pour un rapport de déplacement égal à  $-0.2$ , et un déplacement maximal de 20 mm. Cette condition représente la sollicitation la plus sévère car elle dispose de la plus grande amplitude. La figure 2.18 montre le résultat correspondant à l'identification du modèle élément finis. L'erreur obtenue est de 3 %.

Les paramètres identifiés et implémentés dans le code de calcul ANSYS sont les suivants :

$$\begin{aligned} C_{10} &= 0,36MPa \\ C_{01} &= 0,12MPa \\ \alpha_1^G &= \frac{\beta_\infty^1}{G_0} = 0,18 \\ \alpha_2^G &= \frac{\beta_\infty^2}{G_0} = 0,1 \\ \tau_1 &= 2s \\ \tau_2 &= 2000s \end{aligned} \quad (2.91)$$

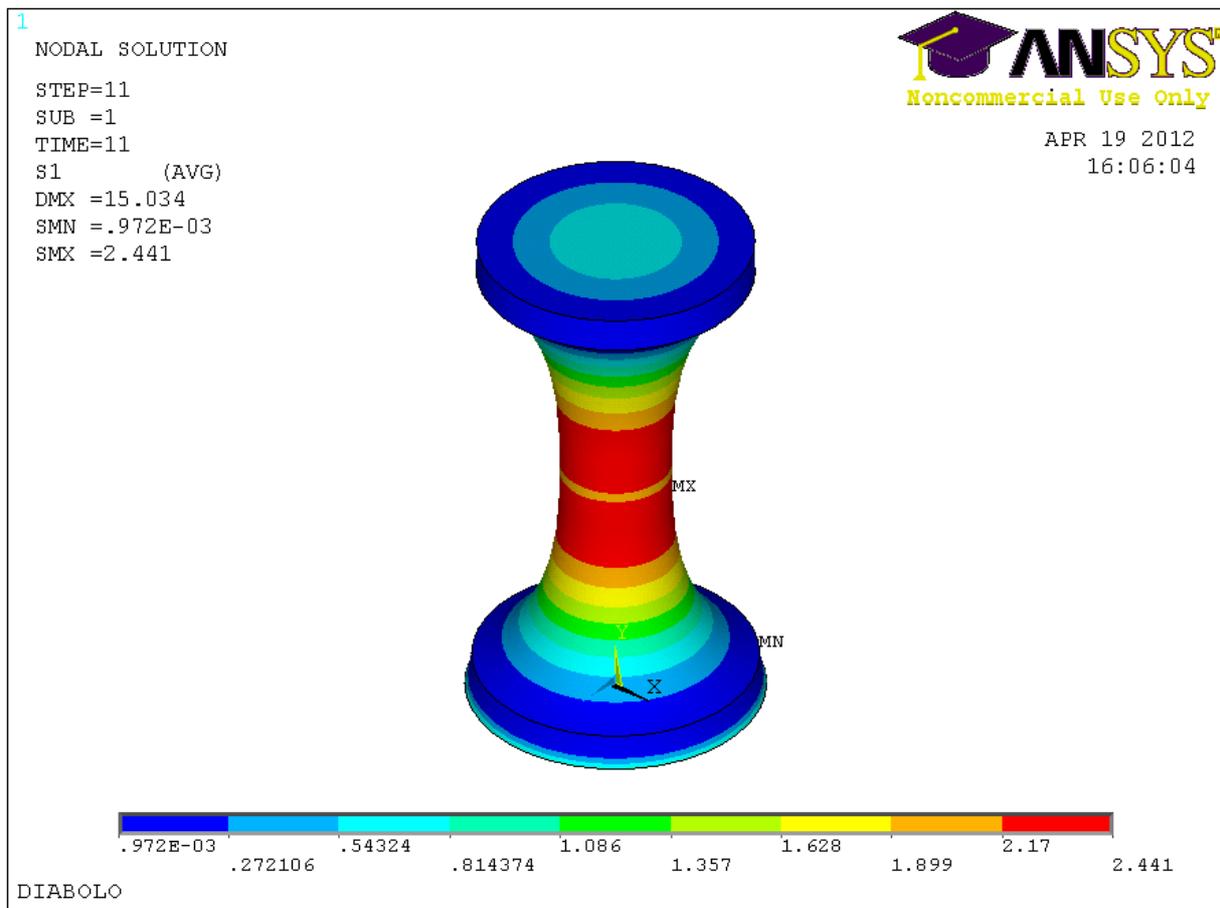


FIGURE 2.19 – Résultat d'un calcul éléments finis en traction pure :  $d_{max} = 15\text{mm}$  et  $R_d = -0.2$ , observation de la première contrainte principale à l'instant où le chargement est maximal

#### 2.4.3.5 Résultats en traction simple

La figure 2.19 montre le résultat d'un calcul ANSYS, pour une sollicitation en traction simple, avec un rapport  $R_d$  égal à -0.2 et un déplacement maximal égal à 15 mm.

A partir de ce résultat, nous pouvons remarquer que la zone critique ne se trouve pas à mi-hauteur de l'éprouvette, mais au niveau du congé de raccordement. Cela correspond à une hauteur égale à 13.25 mm (noeud 22) et 16.75 mm (noeud 5042). Il est également intéressant de constater que la contrainte axiale maximale se situe en rayon extérieur de la section du diabolo (fig. 2.20), révélant ainsi que la zone critique de cette structure est localisée en surface extérieure.

Avant de pouvoir utiliser le modèle éléments finis dans le contexte de la fatigue des élastomères, il est important de pouvoir le valider dans le cas de sollicitations multiaxiales. Cette étape est présentée dans la partie suivante.

#### 2.4.3.6 Résultats en chargement multiaxial

La confrontation entre les résultats expérimentaux et le modèle est réalisée par le biais de la force et du couple. Ces données vont être calculées à partir du modèle éléments finis en s'inspirant de l'approche développée par Hartman (2001) :

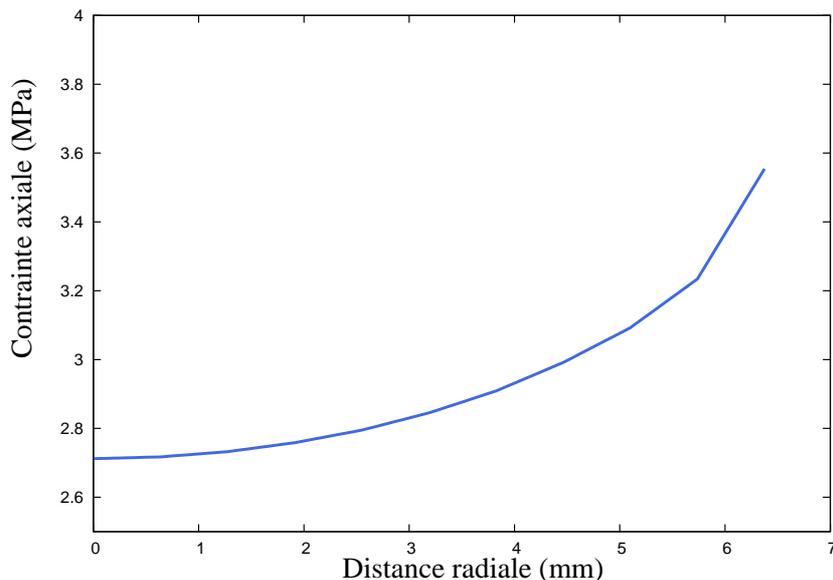


FIGURE 2.20 – Evolution de la contrainte normale suivant le rayon de la section de l'éprouvette, pour une hauteur de 13,25 mm

$$N = \int_S \sigma_{zz} \cdot ds \quad (2.92)$$

$$M = \int_S r \cdot \sigma_{\theta z} \cdot ds \quad (2.93)$$

$N$  et  $M$  représentent respectivement la force axiale et le couple de torsion, obtenus à partir de l'intégration de la composante axiale et angulaire du tenseur des contraintes de cauchy dans la surface supérieure du diabololo  $S$ . Les figures 2.21, 2.22 et 2.23 montrent respectivement les réponses du matériau en force, la partie axiale de la réponse et sa partie angulaire pour un déphasage de  $90^\circ$  et un déplacement maximal de  $20\text{mm}$ . Les résultats du modèle et de l'expérience correspondants y sont respectivement représentés par des traits pleins et des points. Un code couleur a été respecté afin d'apporter plus de clarté aux graphiques. Ainsi, pour un déphasage à  $90^\circ$ , le modèle semble bien reproduire le comportement multiaxial de notre matériau.

Les figures 2.24 à 2.29 montrent les résultats du modèle pour un déphasage de  $180^\circ$  et  $0^\circ$ . Celui-ci, globalement, semble être fidèle à la réalité expérimentale pour les trois chargements multiaxiaux.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les formalismes de la thermodynamique ont été rappelés dans le cadre des grandes déformations, puis appliqués à l'établissement d'une loi de comportement. Nous avons ensuite pu voir une liste non exhaustive de modèles hyperélastiques et viscohyperélastiques. Cet état de l'art nous a ensuite servi à établir, dans un premier temps, un modèle analytique simple. Celui-ci utilise une approche dérivative de la viscoélasticité, à partir d'un modèle de Kelvin-Voigt. Cette méthode, très peu coûteuse en temps de calcul, aboutit à une erreur globale inférieure à 10%. Toutefois, celle-ci ne permet pas d'indiquer la répartition des différents paramètres physiques au sein d'une structure complexe. Cette

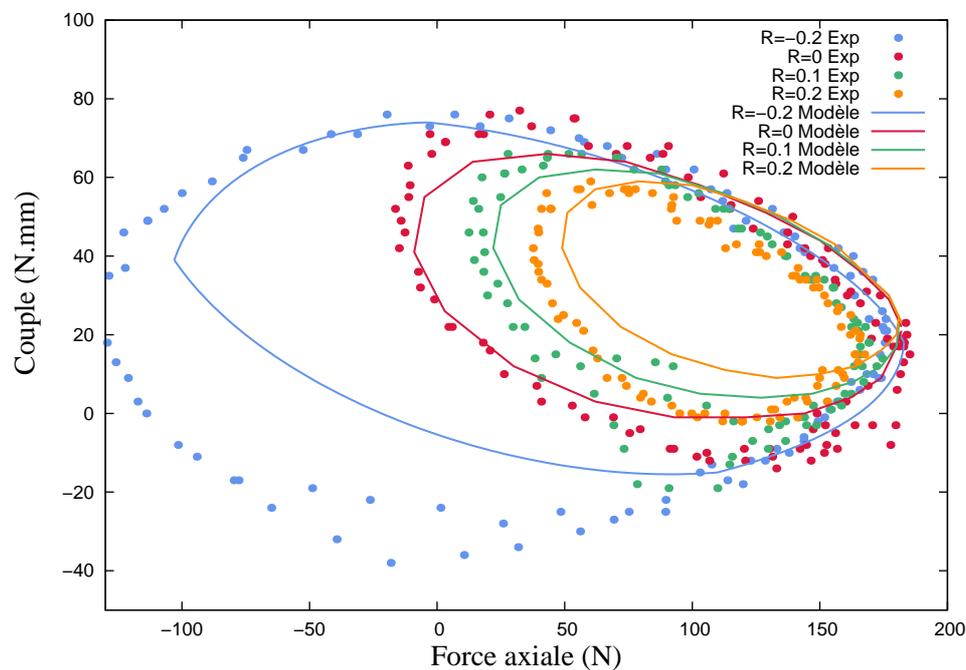


FIGURE 2.21 – Réponses en force du modèle éléments finis, avec  $\delta = 90^\circ$ , pour différents rapports  $R_d$  et  $d_{max} = 20mm$ . Confrontation avec les réponses expérimentales.

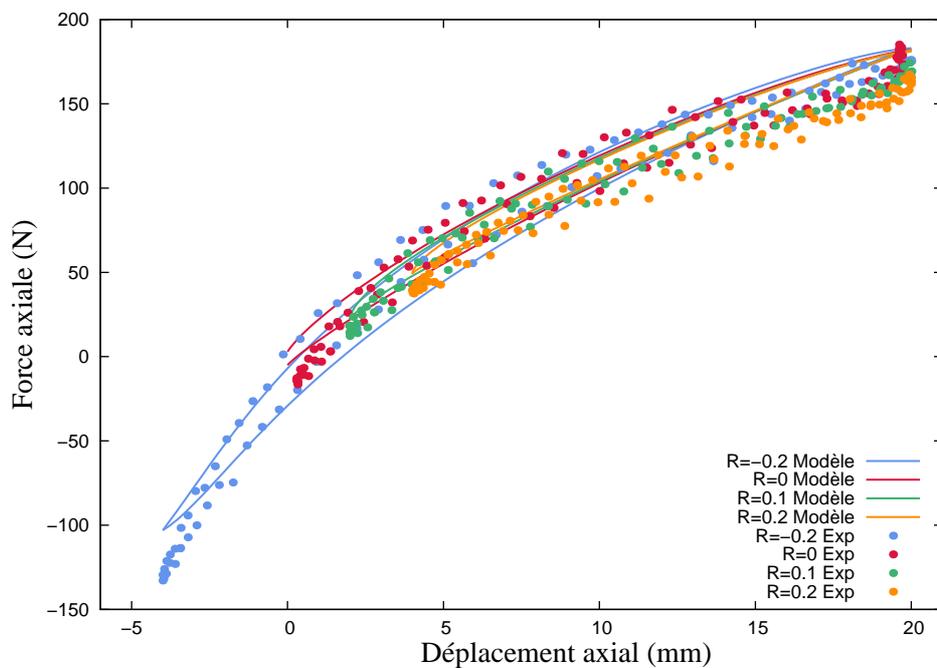


FIGURE 2.22 – Partie axiale des réponses en force du modèle éléments finis, avec  $\delta = 90^\circ$ , pour différents rapports  $R_d$  et  $d_{max} = 20mm$ . Confrontation avec les réponses expérimentales.

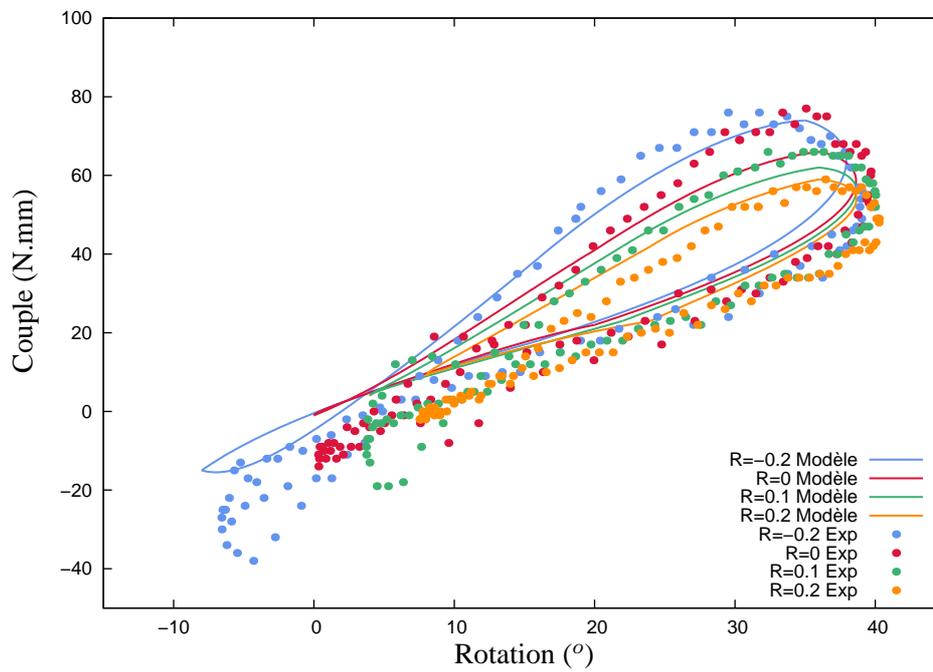


FIGURE 2.23 – Partie angulaire des réponses en force du modèle éléments finis, avec  $\delta = 90^\circ$ , pour différents rapports  $R_d$  et  $d_{max} = 20mm$ . Confrontation avec les réponses expérimentales.

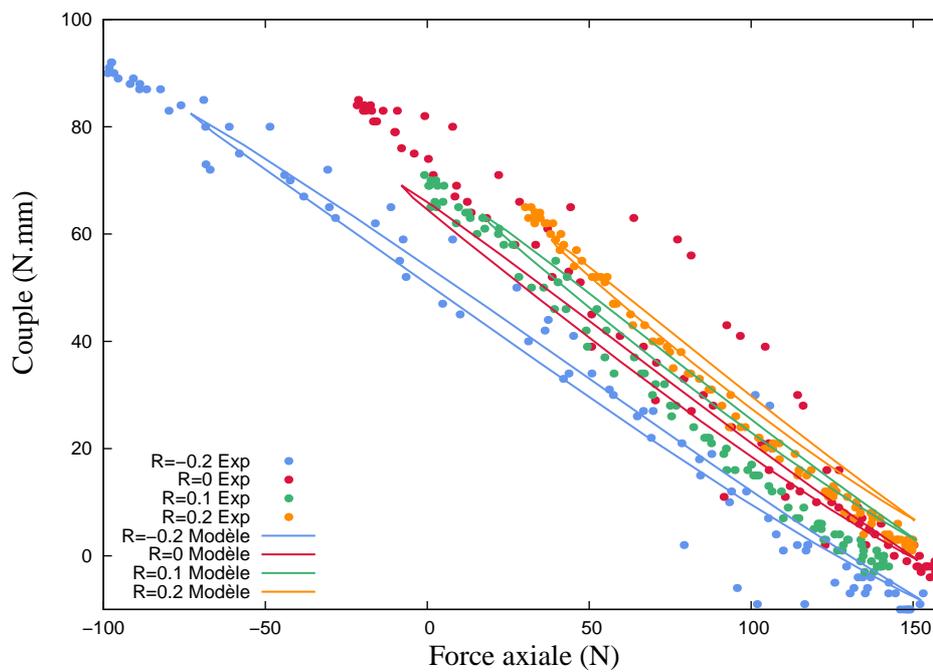


FIGURE 2.24 – Réponses en force du modèle éléments finis, avec  $\delta = 180^\circ$ , pour différents rapports  $R_d$  et  $d_{max} = 15mm$ . Confrontation avec les réponses expérimentales.

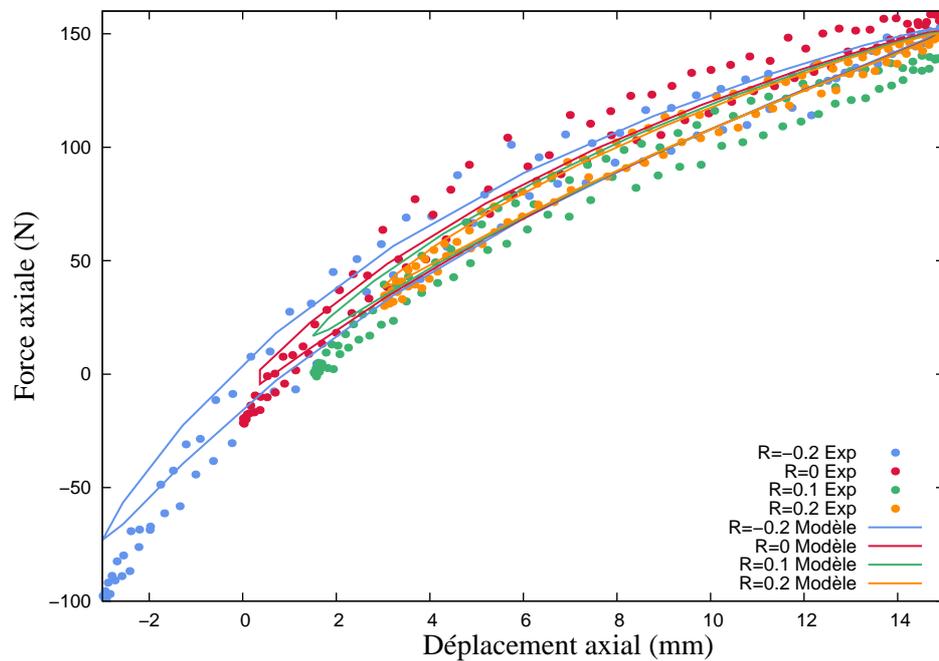


FIGURE 2.25 – Partie axiale des réponses en force du modèle éléments finis, avec  $\delta = 180^\circ$ , pour différents rapports  $R_d$  et  $d_{max} = 15mm$ . Confrontation avec les réponses expérimentales.

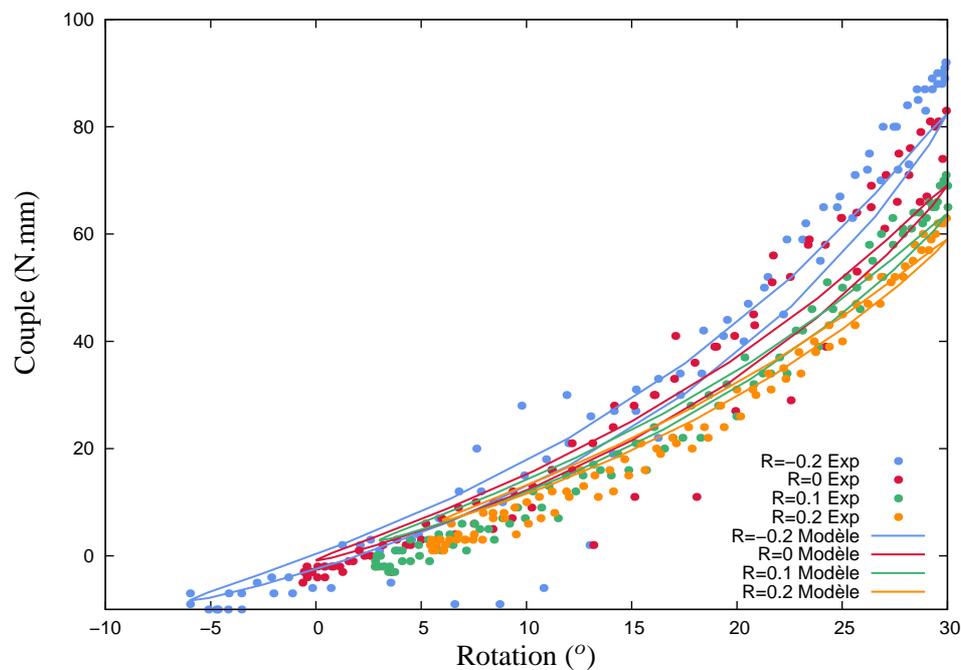


FIGURE 2.26 – Partie angulaire des réponses en force du modèle éléments finis, avec  $\delta = 180^\circ$ , pour différents rapports  $R_d$  et  $d_{max} = 15mm$ . Confrontation avec les réponses expérimentales.

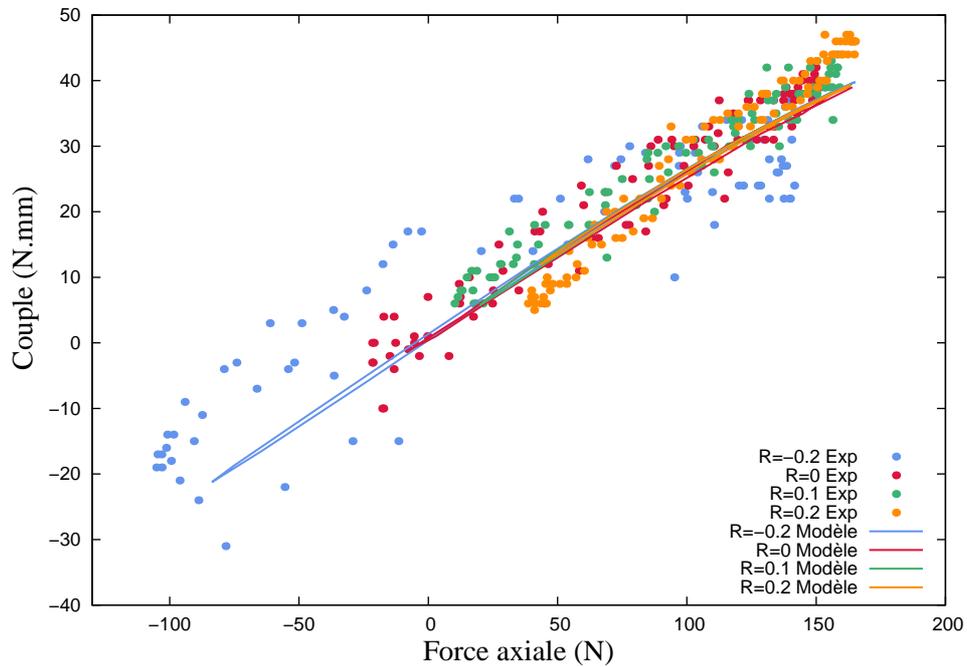


FIGURE 2.27 – Réponses en force du modèle éléments finis, avec  $\delta = 0^\circ$ , pour différents rapports  $R_d$  et  $d_{max} = 17mm$ . Confrontation avec les réponses expérimentales.

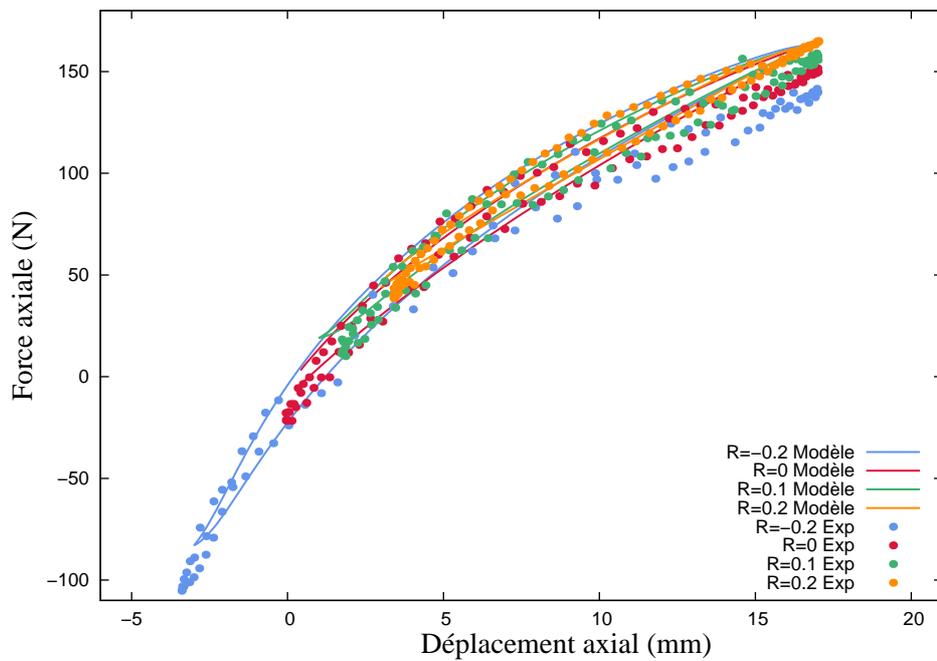


FIGURE 2.28 – Partie axiale des réponses en force du modèle éléments finis, avec  $\delta = 0^\circ$ , pour différents rapports  $R_d$  et  $d_{max} = 17mm$ . Confrontation avec les réponses expérimentales.

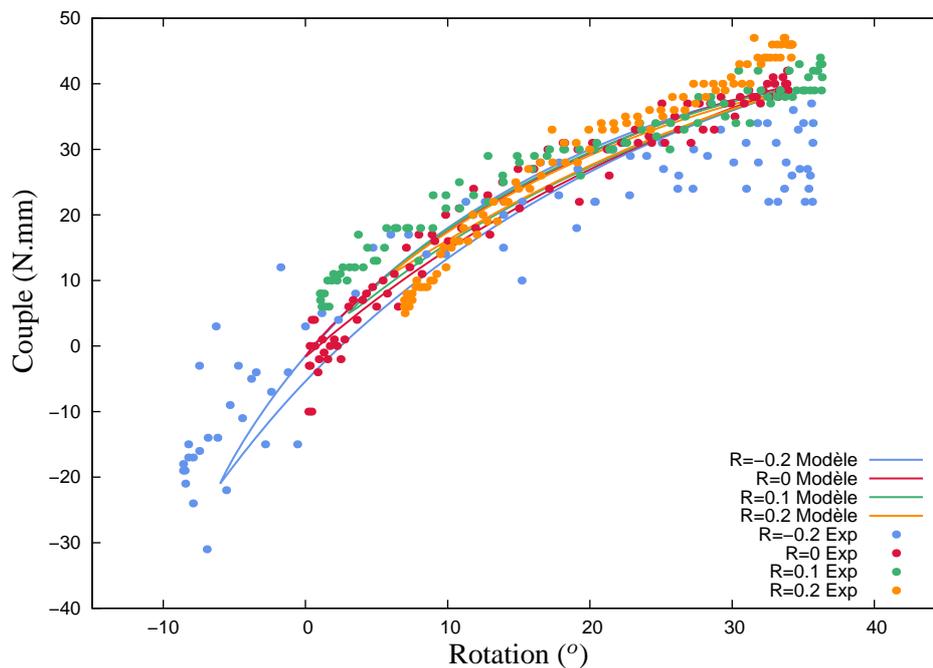


FIGURE 2.29 – Partie angulaire des réponses en force du modèle éléments finis, avec  $\delta = 0^\circ$ , pour différents rapports  $R_d$  et  $d_{max} = 17mm$ . Confrontation avec les réponses expérimentales.

information est fourni par un modèle éléments finis implémenté dans le code de calcul ANSYS ADPL. Cette approche repose sur les travaux de [Holzapfel \(1996a\)](#), qui consiste à déterminer le comportement viscoélastique en grandes déformations par une loi de Maxwell généralisé. Dans notre application, nous avons opté pour un modèle à deux branches viscoélastiques. Les coefficients de celui-ci ont été initialisés avec l'outil "Curve-Fitting" du logiciel, puis optimisé à l'aide de résultats expérimentaux en fatigue uniaxiale. Il en résulte un modèle identifié en traction simple qui propose des prédictions intéressantes du comportement du matériau pour des chargements multiaxiaux. Les modèles obtenus dans ce chapitre seront utilisés pour déterminer des paramètres locaux liés à la structure et au matériau.

Ces formulations ont été optimisés à partir d'un cycle de fatigue stabilisé en traction, puis validés pour des chargements multiaxiaux.

---

# Fatigue des élastomères

## Contents

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>87</b>
<b>3.2</b>	<b>Approche en propagation de fissure</b>	<b>87</b>
<b>3.3</b>	<b>Approche en amorçage de fissure</b>	<b>90</b>
3.3.1	Diagramme de Haigh	90
3.3.2	Courbes SN	92
<b>3.4</b>	<b>Mise en place expérimentale</b>	<b>103</b>
3.4.1	Critère de fin de vie	103
3.4.2	Machines de fatigue	103
3.4.3	Protocole expérimental	105
<b>3.5</b>	<b>Résultats en fatigue</b>	<b>109</b>
3.5.1	Fatigue uniaxiale	109
3.5.2	Fatigue multiaxiale	119
<b>3.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>128</b>

---



### 3.1 Introduction

Optimiser l'estimation des durées de vie de pièces en élastomères représente un enjeu industriel important. L'étude de la fatigue des matériaux est un outil indispensable pour atteindre cet objectif. Deux approches sont développées dans la littérature pour appréhender la fatigue des matériaux :

- La propagation , qui consiste à quantifier l'avancée d'une fissure pré-existante au sein d'une structure.
- L'amorçage, qui décrit la réponse du matériau, initialement sans défauts apparents, à des chargements à long terme dans le but de réaliser une représentation des résultats en fatigue de type courbe SN.

D'autre part, une voie pour se rapprocher des conditions de fonctionnement industrielles, des sollicitations multiaxiales, combinant différents types de chargements (traction biaxiale, traction-torsion, cisaillement-traction, ...), sont introduites (Mars, 2001).

L'objectif de ce chapitre est de proposer une méthode d'estimation des durées de vie de pièces en caoutchouc, à partir des lois de comportement déterminées dans le chapitre 2. Dans cette partie, nous nous plaçons dans le cadre de l'approche en amorçage de fissure <sup>1</sup>. L'énergie dissipée est le paramètre choisi pour décrire le comportement en fatigue uniaxial puis multiaxial du polychloroprène. Il sera comparé aux principaux critères de fatigue formulés dans la littérature. Au préalable, une bibliographie, traitant de la fatigue des élastomères, est développée, présentant les deux approches précédemment citées. Le protocole expérimental est ensuite détaillé, avec une partie dédiée à la campagne en fatigue uniaxiale et l'autre à la fatigue multiaxiale. Enfin, les résultats sont exposés et commentés.

### 3.2 Approche en propagation de fissure

Une approche globale de la propagation de fissure se base sur les travaux de Griffith (1921), dans lesquels il présente un critère énergétique de rupture en traction. Il considère la présence de forces cohésives entre atomes en pointe de fissure et postule ainsi la nécessité d'une énergie potentielle pour que celle-ci puisse se propager. Rivlin et Thomas (1953) adaptent les travaux de Griffith (1921) dans l'étude de la rupture du caoutchouc naturel en définissant une énergie de déchirement  $T$  :

$$T = -\frac{1}{h} \left( \frac{\partial W}{\partial A} \right)_l \quad (3.1)$$

Où  $h$  correspond à l'épaisseur de l'échantillon,  $W$  à l'énergie de déformation,  $A$  à la taille de fissure. L'indice  $l$  indique que la différenciation se fait dans des conditions de déplacement constant. Cette approche est validée pour des élastomères non cristallisables et différentes sollicitations (Thomas, 1960), (Greensmith, 1960), pour différents types de renforts (Greensmith et Thomas, 1955b), et pour différentes conditions (Greensmith et Thomas, 1955a). Suivant la structure de l'éprouvette étudiée, une approximation est faite dans l'expression de l'énergie de déchirement :

- $T = Wh$  dans le cas d'une éprouvette de cisaillement pur (Thomas, 1960)
- $T = 2kWa$  dans le cas d'une éprouvette pré-entaillée sur le côté (Greensmith, 1963)

où  $h$  correspond à la hauteur de l'éprouvette,  $a$  à la taille de fissure,  $k$  une fonction dépendant de l'état de déformation de l'échantillon. Lindley (1972) en donne une approximation :

$$k = \frac{2,95 - 0,08\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon}} \quad (3.2)$$

---

1. Ce choix sera discuté dans ce chapitre

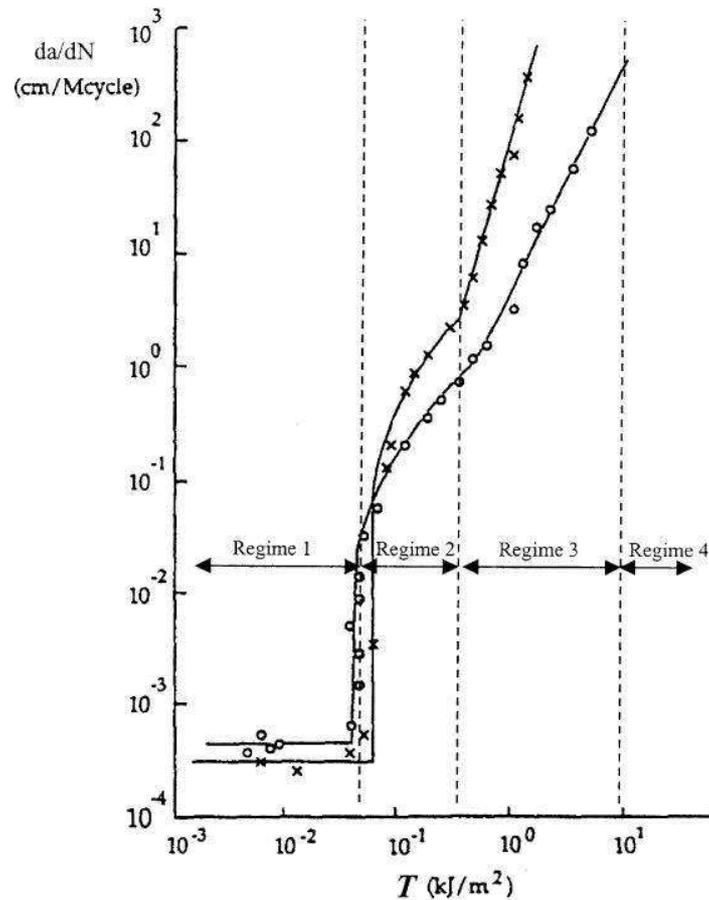


FIGURE 3.1 – Régimes de propagation de fissure d'un caoutchouc pure gomme (Lake et Lindley (1965))

$\varepsilon$  représente la déformation nominale. Lake et Lindley (1965) identifient quatre régimes de propagation de fissure pour un caoutchouc NR et SBR, en fonction de l'énergie de déchirement maximale par cycle (fig. 3.1) :

- Pour  $T \leq T_0$ , la vitesse de propagation de fissure est constante et les paramètres mécaniques n'y interviennent pas.
- Pour  $T_0 \leq T \leq T_1$ , l'avancée de fissure présente un comportement transitoire
- Pour  $T_1 \leq T \leq T_2$ , la vitesse de propagation de fissure suit une loi de Paris :  $\frac{da}{dN} = KT^\alpha$ .
- Pour  $T \geq T_2$ , l'énergie de déchirement a atteint une valeur critique, à partir laquelle la propagation de fissure est infiniment rapide.

A partir de ce constat, de nombreux modèles décrivant la propagation de fissure sont développés dans la littérature. Mars et Fatemi (2002) en font une description exhaustive. Ils présentent le phénomène de fatigue comme étant la propagation de microfissures, de taille caractéristique initiale  $a_0$  jusqu'à une taille critique  $a_f$  (Mars, 2001), (Mars et Fatemi, 2007), (Mars et Fatemi, 2009). Ils supposent que la totalité de la propagation de fissure dans les élastomères suit une loi de puissance, et obtiennent un modèle d'estimation des durées de vie en intégrant la loi de propagation de fissure (eq. 3.3).

$$N_f = \frac{1}{F-1} \frac{1}{B(2kW)^F} \left[ \frac{1}{a_0^{F-1}} - \frac{1}{a_f^{F-1}} \right] \quad (3.3)$$

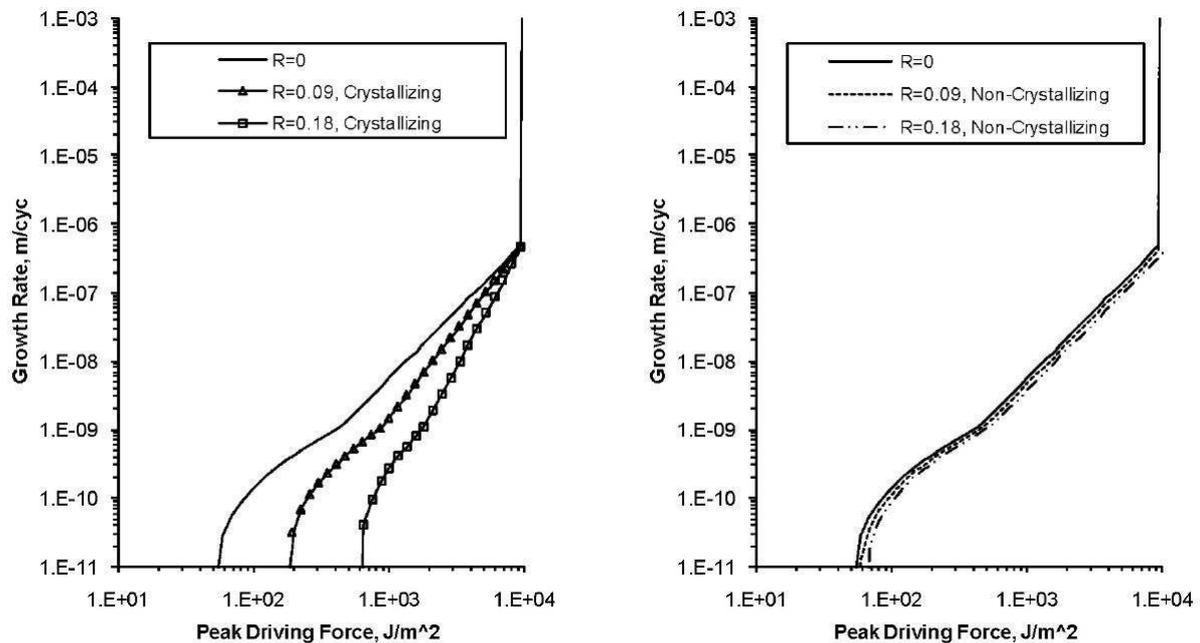


FIGURE 3.2 – Influence de la cristallisation sur le comportement en propagation de fissure du caoutchouc naturel (Mars et Fatemi (2009))

$N_f, B$  et  $F$  correspondent respectivement au nombre de cycles à rupture des paramètres matériaux à identifier. Ce modèle est ensuite amélioré en faisant dépendre  $F$  du rapport de charge<sup>2</sup> (Mars, 2001), (Mars, 2003), (Mars et Fatemi, 2007), (Mars et Fatemi, 2009) (eq. 3.4). Cette modification permet de prendre en compte le phénomène de cristallisation sous tension (cf. paragraphe 1.2.3.5) dans les estimations des durées de vie (fig. 3.2).

$$F(R) = F_0 + F_1 \cdot R + F_2 \cdot R^2 + F_3 \cdot R^3 \quad (3.4)$$

$F_0, F_1, F_2$  et  $F_3$  sont des paramètres à identifier.

Toutefois, peu de travaux sont disponibles dans la littérature concernant l'étude de la propagation de fissure liée à des chargements multiaxiaux. Mars (2001) met en évidence l'influence de l'angle initial du plan de fissure dans le comportement en propagation de fissure expérimentale du matériau. La sollicitation utilisée dans ses travaux reste néanmoins la traction simple.

La description globale de la propagation de fissure propose une méthode intuitive d'estimation des durées de vie, par l'intégration de lois de Paris. Cette méthode est principalement utilisée pour la propagation de fissure en traction. Il ne nous semble pas qu'il existe de travaux relatant d'une méthode expérimentale de quantification de la propagation de fissure sous chargement multiaxial. Ce manque est partiellement comblé par son étude en mode mixte (Mars, 2001), (Nait Abdelaziz et al., 2005).

2.  $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$

**REMARQUE 3.1**

Une approche locale de la propagation de fissure est proposée dans la littérature (Martin-Borret, 1998), apportant des informations complémentaires. Cette méthode, inspirée par les travaux de Rice (1968), repose sur la détermination d'un bilan énergétique dans un contour fermé autour de la pointe de fissure. Cette partie ne sera pas développée car la propagation de fissure n'intervient pas dans notre étude.

**REMARQUE 3.2**

Nous n'avons pas choisi l'approche en propagation de fissure pour étudier la fatigue du polychloroprène car celle en initiation de fissure paraît plus naturelle pour traiter de la fatigue multiaxiale de notre matériau.

### 3.3 Approche en amorçage de fissure

L'approche en amorçage de fissure consiste à estimer la durée de vie de pièces sans défauts apparents par l'utilisation d'un paramètre issu de la mécanique des milieux continus : le critère de fatigue. La représentation des résultats en fatigue du matériau peut être réalisée suivant deux méthodes :

- Le diagramme de Haigh, utilisant la description du comportement en fatigue en fonctions de deux paramètres
- Une approche classique, utilisant la représentation de type courbe SN, dans laquelle le critère de fatigue est tracé en fonction des durées de vie en fatigue

Ce paragraphe a pour objectif de proposer une liste non exhaustive des principaux critères de fatigue présents dans la littérature.

#### 3.3.1 Diagramme de Haigh

Le diagramme de Haigh représente des courbes de niveau d'iso-durées de vie dans un plan où les abscisses et ordonnées correspondent respectivement à une valeur représentative de la moyenne et de l'amplitude du chargement. Cette forme de représentation s'inspire de celles de Goodman et de Gerber (Sendekyj, 2001), couramment utilisées dans les matériaux métalliques.

Cette approche est adaptée pour les élastomères par André et al. (1998), pour quantifier l'influence du rapport de charge sur le comportement en fatigue d'un caoutchouc naturel (fig. 3.3). Ils établissent un diagramme de Haigh, permettant de qualifier l'influence de l'amplitude et de la moyenne de chargement (et donc également du rapport de charge) sur la tenue en fatigue du matériau. Ainsi, ils observent un changement de comportement en fatigue à partir d'un rapport de charge  $R = 0$  (fig. 3.3). Les travaux d'André et al. (1998) sont aussi à l'origine de différents autres diagrammes représentant le comportement en fatigue du NR :

- Saintier (2001) propose un diagramme de Haigh (fig. 3.4). Il en propose l'expression suivante (eq. 3.5) :

$$\sigma_{eq} = \begin{cases} \alpha_1 \cdot \Delta\sigma + \beta_1 \cdot \sigma_m & \text{si } R < 0 \\ \alpha_2 \cdot \Delta\sigma + \beta_2 \cdot \sigma_m & \text{si } R > 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

où la formulation est fonction de l'amplitude de contrainte ( $\Delta\sigma$ ) et de la contrainte moyenne ( $\sigma_m$ ).  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont des paramètres à identifier.

- Oshima et al. (2007) réalisent un diagramme de Haigh avec une plus grande plage de valeurs de rapports de charge, et différencient le comportement en fatigue du NR selon trois zones (fig. 3.5), dont

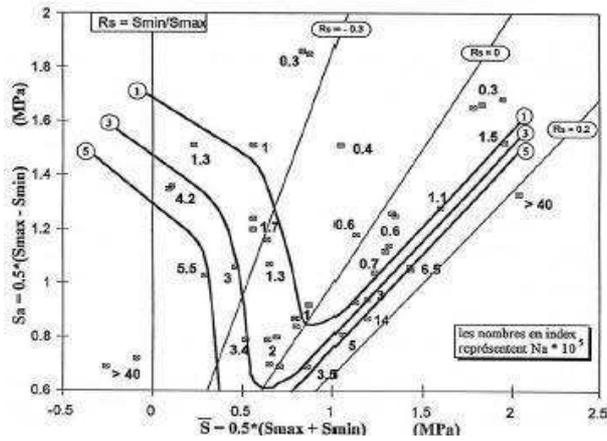


FIGURE 3.3 – Diagramme de Haigh de André et al. (1998) appliqué à un Caoutchouc Naturel

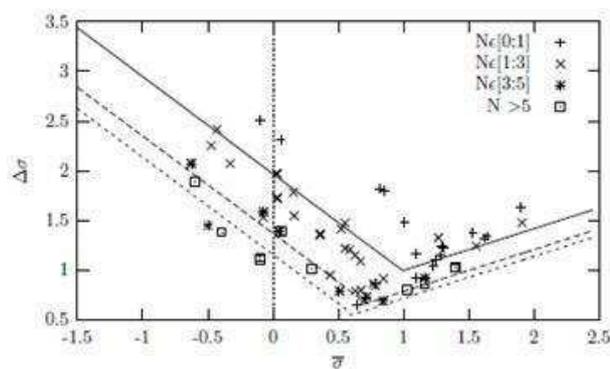


FIGURE 3.4 – Critère de fatigue uniaxial sous la forme d'un diagramme de haigh, résultats en fatigue de Saintier (2001) pour un caoutchouc naturel

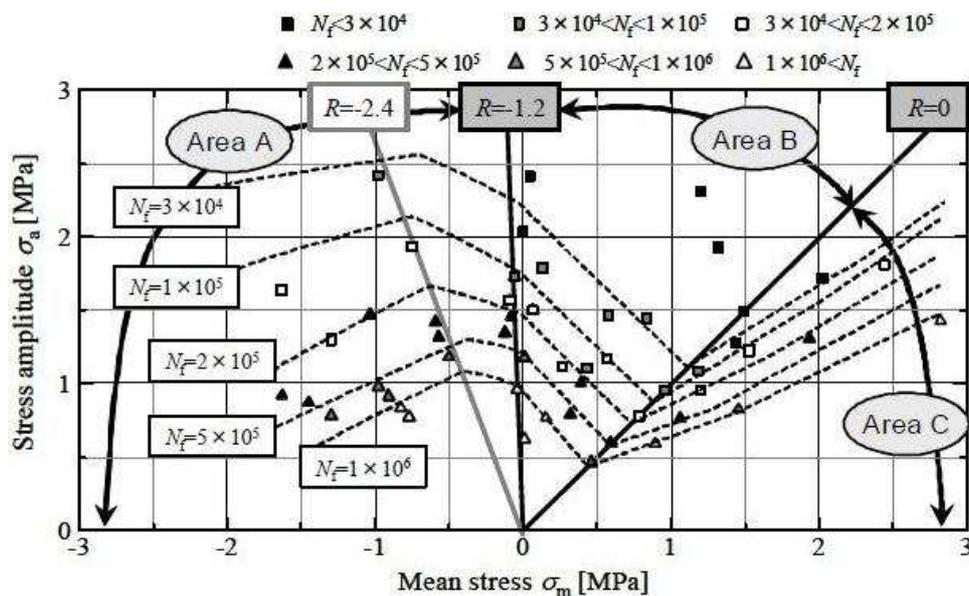


FIGURE 3.5 – Diagramme de Haigh uniaxial d'Oshima et al. (2007)

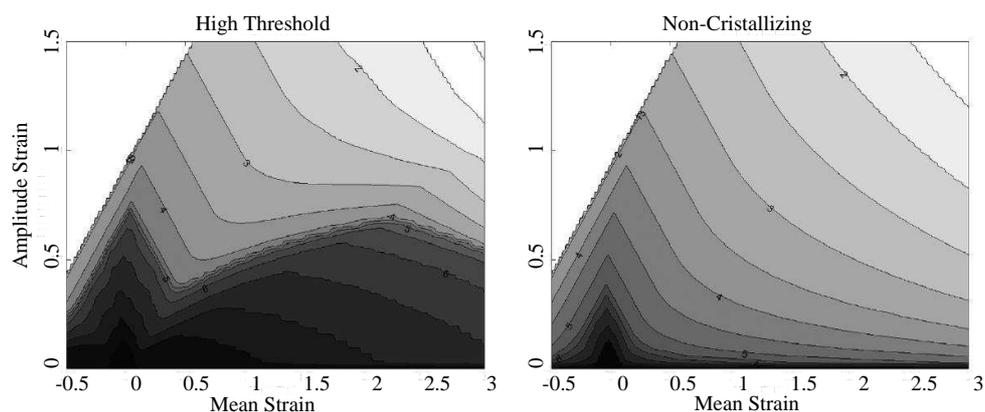


FIGURE 3.6 – Diagramme de Haigh uniaxial de Mars et Fatemi (2009)

deux d'entre elles correspondent à un rapport de charge négatif. Ils constatent aussi un renforcement du comportement en fatigue pour des valeurs positives de rapport de charge.

- Mars et Fatemi (2009) réalisent un diagramme de Haigh à partir d'un modèle d'estimation des durées de vie obtenues avec une approche en propagation de fissure (cf. paragraphe 3.3) (fig. 3.6).

### 3.3.2 Courbes SN

Le principe de cette démarche consiste à représenter un critère de fatigue en fonction d'un nombre de cycles<sup>3</sup>. Sont présentés par la suite différents critères existant dans la littérature.

3. Ce dernier pourra être le nombre de cycles à l'amorçage de fissures, à ruptures ...

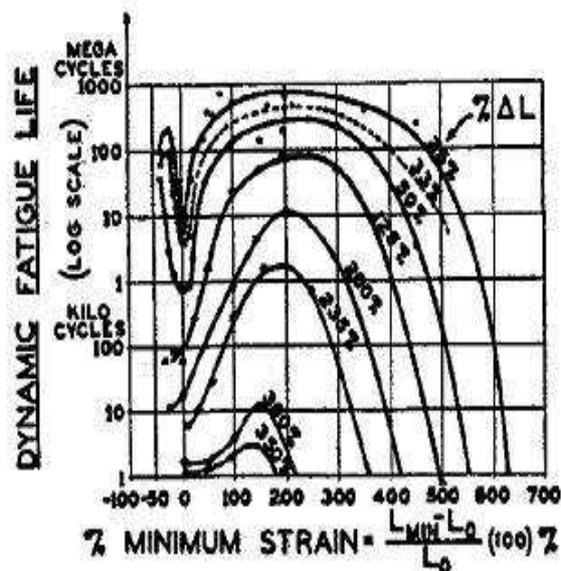


FIGURE 3.7 – Résultat de fatigue en traction simple de Cadwell (1940) pour un Caoutchouc Naturel

### 3.3.2.1 Première déformation principale

Cadwell (1940) observe l'influence de la déformation minimale en traction ainsi que celle de l'amplitude de déformation dans la fatigue uniaxiale d'un caoutchouc naturel. Il conclut qu'une augmentation de la déformation minimale, à amplitude constante, provoque une augmentation de la durée de vie en fatigue de pièces en caoutchouc naturel (fig. 3.7)

Fielding (1944) assimile ce phénomène à la cristallisation sous tension (cf. fig. 3.8), et le décrit comme la création de renforcement à partir d'un certain niveau de déformation minimale.

Roberts et Benzies (1977) réalisent des essais de traction uniaxiale et equibiaxiale en fatigue cyclique sur des éprouvettes en NR et SBR. Ils utilisent également la déformation principale comme critère de fatigue. Ils montrent ainsi que la traction equibiaxiale est un chargement plus endommageant que la traction simple.

Il est à noter, en revanche, que la déformation principale ne semble pas unifier les résultats de Roberts et Benzies (1977) pour des faibles durées de vie.

### 3.3.2.2 Première contrainte principale

Saintier (2001) postule que la première contrainte principale est le paramètre pilotant l'ouverture de fissure dans un caoutchouc et que la normale au plan de fissuration coïncide avec le vecteur propre lié à celle-ci.

Bennani (2006) suppose que seule la partie positive de la contrainte participe à l'endommagement en fatigue du caoutchouc naturel et utilise la contrainte efficace comme critère de fatigue multiaxial (eq. 3.6)

$$\sigma_{eff} = \sigma_{max}^P - Sup(0, \sigma_{min}^P) \quad (3.6)$$

Où  $\sigma_{max}^P$  et  $\sigma_{min}^P$  représentent les valeurs minimales et maximales la première contrainte principale.

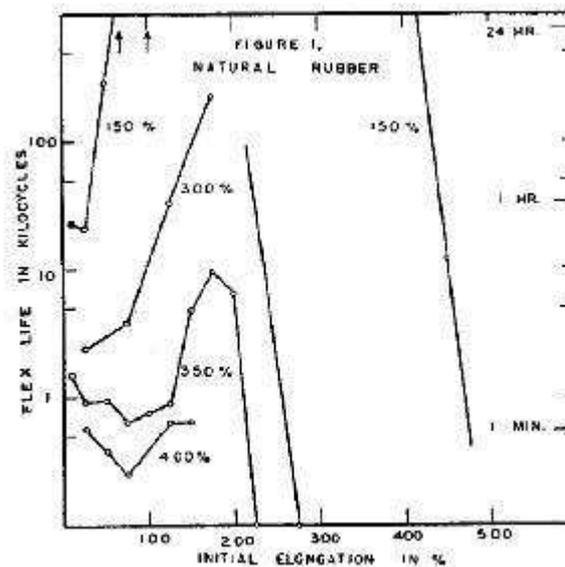


FIGURE 3.8 – Résultat de fatigue en traction simple de **Fielding (1944)** appliqué à un Caoutchouc Naturel

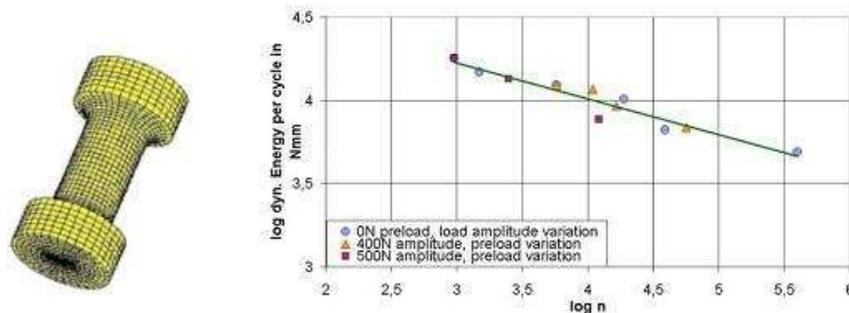


FIGURE 3.9 – (a) Eprouvette utilisé par Abraham et Alshuth pour caractériser la fatigue en traction de l'EPDM. (b) Courbe de fatigue représentant différentes conditions de fatigue et utilisant l'énergie de déformation comme critère de fatigue.

### 3.3.2.3 Densité d'énergie de déformation (SED)

L'énergie de déformation est représentée par l'aire contenue sous la courbe de chargement dans le plan contrainte-déformation en sollicitation uniaxiale. C'est un paramètre scalaire qui, sous certaines conditions, est proportionnel à l'énergie de déchirement (cf paragraphe 3.2), ce qui en fait un candidat naturel pour être un critère de fatigue. Après une analyse approfondie des résultats de **Roberts et Benzies (1977)**, **Ro (1989)** conclut que l'énergie de déformation est un critère de fatigue plus adapté que des paramètres basés sur la déformation principale (**Mars et Fatemi, 2002**). **Alshuth et Abraham (2002)** montrent qu'un tel critère peut unifier le comportement en fatigue suivant différents rapports de charge (fig. 3.9).

Cependant, **Mars (2001)** montre que le critère SED n'est pas satisfaisant pour des sollicitations multiaxiales (fig. 3.10). S'appuyant sur le fait que l'énergie de déformation n'est pas totalement utilisée dans l'ouverture de fissure dans un cas de chargement multiaxial, il met en place comme critère l'énergie de fissuration.

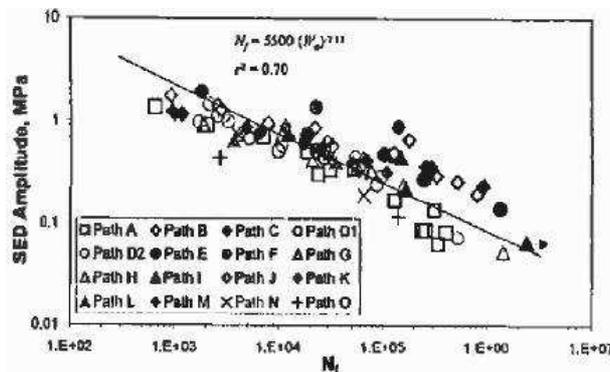


FIGURE 3.10 – Résultats de fatigue multiaxiale de Mars (2001) appliqué à un caoutchouc naturel pour la densité d'énergie de déformation

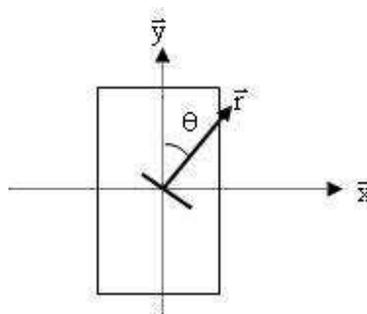


FIGURE 3.11 – Représentation du plan de fissuration sur une éprouvette de type lanière

### 3.3.2.4 Densité d'énergie de fissuration (CED)

Ce paramètre s'inspire de l'idée de Roach (1982) qui constate que pour les essais de traction simple, toute l'énergie de déformation est utilisée pour la fissuration, alors que seule la moitié de celle-ci l'est pour le cas de la traction equibiaxiale. Ce qui motive l'idée de disponibilité de l'énergie de déformation pour la fissuration multiaxiale.

La fissuration se faisant dans un plan non orthogonal à l'axe de l'éprouvette étudiée, il décide de formuler, en petites déformations, un paramètre énergétique (eq. 3.7) qui varie selon l'angle  $\theta$  formé par la normale au plan de fissuration  $\vec{r}$  et l'axe de l'éprouvette (fig. 3.11).

$$dW_c = \vec{r} \cdot \vec{\sigma} \cdot d\vec{\epsilon} \cdot \vec{r}^T \quad (3.7)$$

La valeur de  $\theta$  maximisant  $dW_c$  définira le plan de fissuration, ainsi que la valeur du critère. Par la suite, c'est la formulation de ce critère dans le cadre des grandes déformations qui sera utilisé (Mars, 2001) :

$$dW_c = \frac{\vec{R}^T \cdot \vec{C} \cdot \vec{S} \cdot d\vec{E} \cdot \vec{R}}{\vec{R}^T \cdot \vec{C} \cdot \vec{R}} \quad (3.8)$$

Plus de détails sur l'utilisation de ce critère sont présentés dans l'annexe E.

Pour tester son critère, Mars (2001) développe également une campagne expérimentale en fatigue multiaxiale d'un caoutchouc NR et SBR (un élastomère cristallisable et un autre non cristallisable servant de comparaison). La figure 3.12 montre les conditions expérimentales choisies par l'auteur. Dans ce contexte, Mars (2001) conçoit une éprouvette adaptée à la fatigue multiaxiale en traction et torsion (fig.

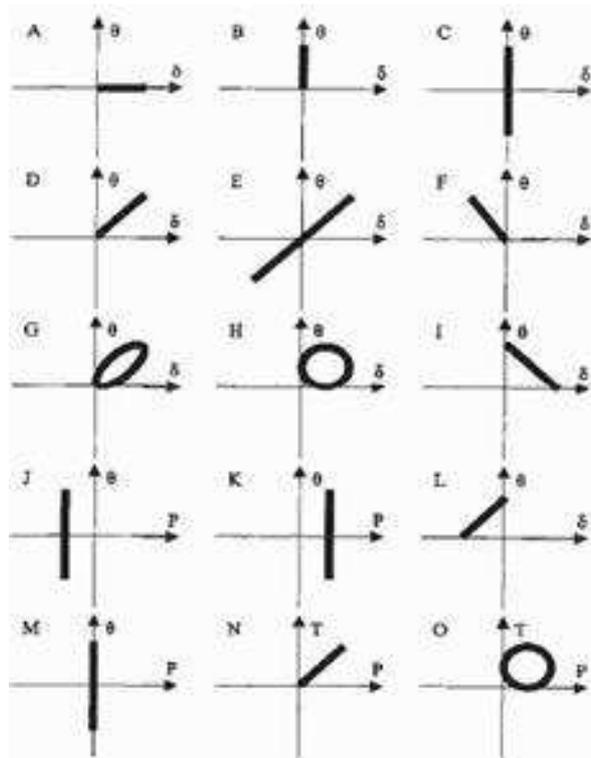


FIGURE 3.12 – Conditions expérimentales en fatigue des travaux de Mars (2001)

3.13). Il expose dans la littérature (Mars et Fatemi, 2004) les étapes qui aboutissent à la réalisation de cette éprouvette : Elle doit

- avoir une structure favorisant l'apparition de fissure au niveau des surfaces extérieures
- être de symétrie de révolution
- avoir une zone critique en sa partie centrale
- être facilement démoulable.

En termes de résultats, Mars (2001) conclut que la densité d'énergie de fissuration apporte des résultats plus intéressants dans sa globalité que la densité d'énergie de déformation (fig. 3.14).

Certains chercheurs approfondissent leur recherche sur ce paramètre (Zine et al., 2006), (Zine et al., 2011), (Kim et al., 2005), (Harbour et al., 2007), (Harbour et al., 2008). Il est intéressant de constater, en observant la figure 3.15, que la densité d'énergie de fissuration prédit la zone critique comme étant la fin du rayon de raccord pour l'éprouvette diabolo et la partie centrale pour l'éprouvette AE2, ce qui corrobore certains résultats de la littérature (Lacroix, 2004), (Saintier, 2001), (Bennani, 2006).

D'autre part, Kim et al. (2005) utilisent la densité d'énergie de fissuration pour prédire le plan de fissuration dans un modèle élément finis d'un pneumatique. Le but de cette étude est ensuite de calculer le taux de restitution d'énergie selon le plan déterminé :

$$G = \frac{\Delta W}{\Delta a} \quad (3.9)$$

Où  $W$ ,  $a$  et  $G$  représentent respectivement l'énergie nécessaire à la propagation de fissure, la taille de cette dernière, et le taux de restitution d'énergie. En supposant que la propagation de fissure suive une loi de Paris, un modèle d'estimation des durées de vie  $N_f$  est ainsi calculé :

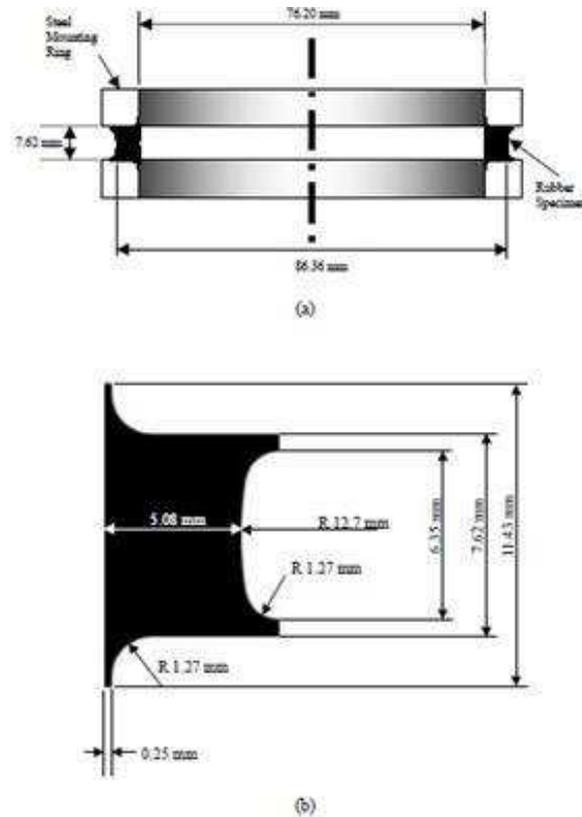


FIGURE 3.13 – Epreuve utilisée par Mars et Fatemi (2004) lors de sa campagne de fatigue multiaxiale : (a) vue en coupe de l'éprouvette, (b) Section de la partie caoutchouc de l'éprouvette

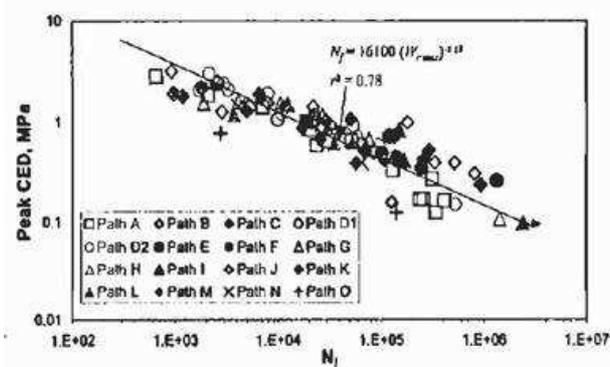


FIGURE 3.14 – Résultats de fatigue multiaxiale de Mars (2001) appliqué à un caoutchouc naturel pour la densité d'énergie de fissuration

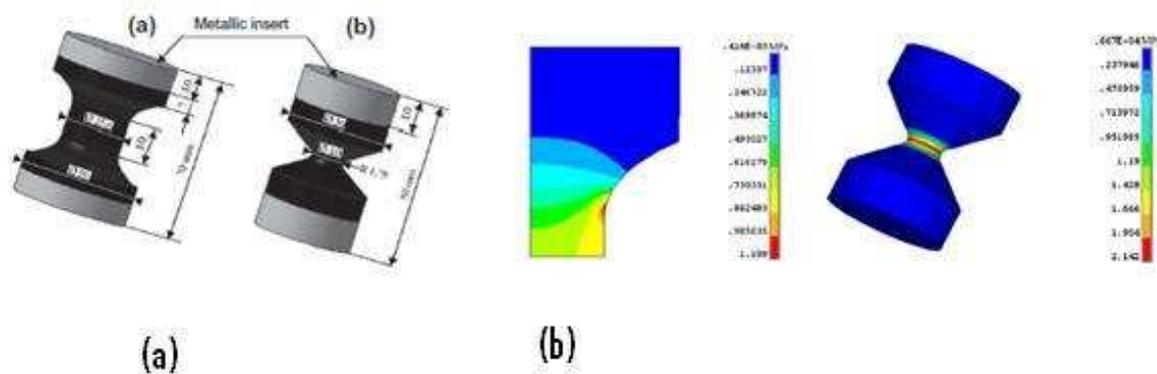


FIGURE 3.15 – Résultats d’une étude éléments finis de [Zine et al. \(2011\)](#). sur éprouvette diabolo et AE2 (a) Plans des éprouvettes diabolo et AE2, (b) Répartition de l’énergie de fissuration dans ces éprouvettes

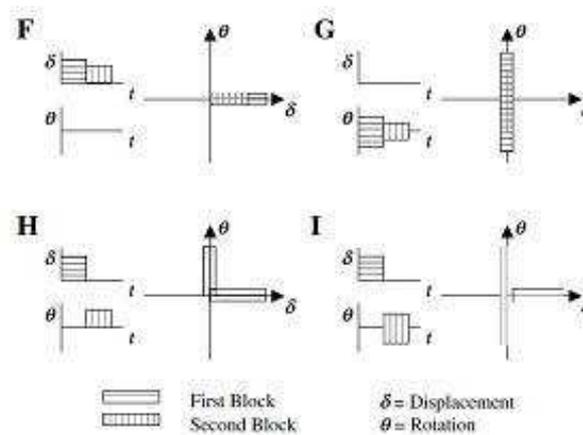


FIGURE 3.16 – Conditions expérimentales utilisées par [Harbour et al. \(2008\)](#) pour étudier la fatigue à amplitude variable

$$N_f = \frac{1}{A} \cdot \left[ \frac{1}{1-n} (c_1 + c_2 a)^{1-n} \frac{1}{c_2} \right]_{a_0}^{a_f} \quad (3.10)$$

Dans cette équation,  $A$  et  $n$  sont des constantes à identifier ; tandis que  $c_1$  et  $c_2$  sont des paramètres matériaux. Enfin,  $a_f$  et  $a_0$  sont respectivement la taille de fissure finale et initiale. Avec ce modèle, ils obtiennent une estimation des durées de vie d’un type de pneumatique proche de la réalité.

Enfin, [Harbour et al. \(2008\)](#) étendent les travaux de [Mars et Fatemi \(2006\)](#) dans l’étude du cumul en fatigue multiaxial, en utilisant des sollicitations en fatigue avec des séquences de blocs (fig. 3.16). Ils couplent ainsi une approche de cumul linéaire d’endommagement de type règle de Miner avec différents critères de fatigue tels que la première déformation principale, la densité d’énergie de déformation et la densité d’énergie de fissuration. Il en conclut ainsi que les résultats obtenus avec la densité d’énergie de fissuration ont une bonne corrélation (fig. 3.17).

### 3.3.2.5 Valeur propre minimale du tenseur d’Eshelby

Partant de l’idée que la microstructure d’un matériau semble avoir une influence dans le comportement mécanique des élastomères, et particulièrement en fatigue, [Verron et al. \(2006\)](#), [Verron et Andriyana](#)

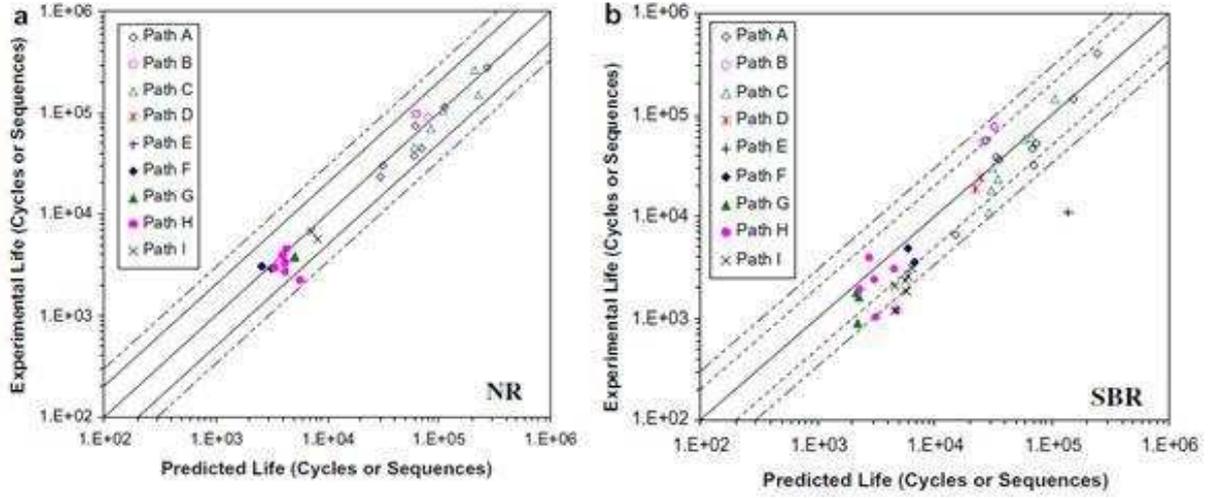


FIGURE 3.17 – Résultats globalisés en fatigue multiaxiale à amplitude constante et variable en utilisant la densité d'énergie de fissuration [Harbour et al. \(2008\)](#)

(2008), [Andriyana et Verron \(2005\)](#) étudient la mécanique configurationnelle introduite par [Eshelby \(1951\)](#). Cette théorie a, entre autre, pour objectif d'étudier l'influence des défauts dans le comportement mécanique des matériaux dans le cadre de l'élasticité linéaire. Cette notion est adaptée pour les grandes déformations par [Eshelby \(1975\)](#). Certains auteurs apportent des précisions sur cette notion de mécanique configurationnelle ([Gurtin, 2000](#)). Le tenseur des contraintes d'Eshelby  $\bar{\bar{\Sigma}}$  (eq. 3.11) est utilisé par [Verron et Andriyana \(2008\)](#), [Andriyana et Verron \(2005\)](#), [Andriyana et Verron \(2008\)](#), [Andriyana et al. \(2008\)](#), [Andriyana et Verron \(2007\)](#) comme critère de fatigue multiaxial des caoutchoucs.

$$\bar{\bar{\Sigma}} = W\bar{\bar{I}} - \bar{\bar{C}}.\bar{\bar{S}} \quad (3.11)$$

[Verron et Andriyana \(2008\)](#) introduisent une application du tenseur d'Eshelby pour l'étude en fatigue multiaxiale de matériaux hyperélastiques et dissipatifs tels que les caoutchoucs. Ils utilisent une différenciation de ce tenseur afin de prendre en compte l'histoire de chargement du matériau dans l'estimation de son comportement en fatigue (eq. 3.12).

$$d\bar{\bar{\Sigma}} = \frac{d\bar{\bar{\Sigma}}}{d\bar{\bar{C}}} : d\bar{\bar{C}} \quad (3.12)$$

Le tenseur différencié est diagonalisé :

$$d\bar{\bar{\Sigma}} = d\Sigma_i \bar{V}_i \otimes \bar{V}_i \quad (3.13)$$

Où  $d\Sigma_i$  et  $V_i$  représentent respectivement les valeurs et vecteurs propres du tenseur  $d\bar{\bar{\Sigma}}$ . Ensuite, parti de l'hypothèse que seules les valeurs propres négatives du tenseur obtenu ont un caractère endommageant, [Verron et Andriyana \(2008\)](#) introduisent un paramètre  $d\Sigma_d$  qu'ils intègrent ensuite pour obtenir un critère de fatigue multiaxial :

$$d\Sigma_d = \left\{ \begin{array}{ll} d\Sigma_i & \text{si } d\Sigma_i < 0 \text{ et } \bar{V}_i . d\bar{\bar{\Sigma}} . \bar{V}_i < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{array} \right\}$$

Après l'intégration de ce tenseur, le critère de fatigue est défini comme suit :

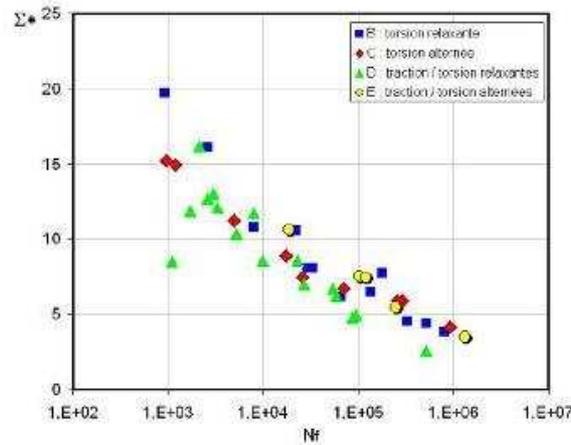


FIGURE 3.18 – Résultats de fatigue multi-axiale de Verron et Andriyana (2008) et Andriyana (2007) appliqués à un caoutchouc naturel pour la valeur propre minimale du tenseur d'Eshelby

$$\Sigma^* = |\min((\Sigma_{d_i})_{i=1,2,3}, 0)| \quad (3.14)$$

Les résultats expérimentaux de Mars (2001) sont utilisés pour tester l'efficacité du critère ainsi introduit. Celui-ci semble montrer de bonnes corrélations avec la réalité expérimentale (fig.3.18) et permet de prédire le plan de fissuration orthogonal au vecteur propre associé à  $d\Sigma_d$ . Ces prédictions sont comparées avec l'angle de fissuration expérimentale et les résultats sont présentés en figure 3.19.

Previati et Kaliske (2012) étudient la fatigue du pneumatique, et plus particulièrement le phénomène de décohésion entre le câblé et le caoutchouc. Ils utilisent des critères de fatigue (les premières contraintes et déformations principales, l'énergie de déformation et la contrainte configurationnelle) pour décrire le comportement mécanique stabilisé d'un pneumatique avec un calcul par éléments finis. Ils concluent que seul le critère contrainte configurationnelle est capable de prédire efficacement la direction de propagation de fissure du matériau au niveau des câblés, et ce, pour deux chargements différents ayant la même valeur de contrainte maximale.

### 3.3.2.6 Densité d'énergie dissipée (DED)

En postulant l'existence d'un lien entre l'endommagement en fatigue uniaxiale et l'énergie de déformation plastique, Ellyin (1974) et Lefebvre et Ellyin (1984) utilisent une relation de la forme de l'éq. 3.15 pour estimer les durées de vie de matériaux métalliques :

$$\Delta\sigma\Delta\varepsilon = KN_f^\alpha \quad (3.15)$$

Où  $K$  et  $\alpha$  sont des paramètres matériaux. La fig. 3.20 représente un cycle de chargement uniaxial appliqué à un matériau métallique elastoplastique, dans laquelle l'énergie considérée, ainsi que les amplitudes en contrainte ( $\Delta\sigma$ ) et déformation ( $\Delta\varepsilon$ ), sont définies. Ranganathan et al. (2008) corrèle la vitesse d'avancée de fissure avec l'énergie dissipée en pointe de fissure d'une éprouvette CT.

D'autre part, Payne et Whittaker (1971a) trouvent un lien entre l'énergie d'hystérésis à rupture en traction et la propagation de fissure de caoutchoucs amorphes, ce qui inspire ensuite Lu (1991) puis Lacroix (2004) et Lacroix et al. (2005) à choisir ce paramètre comme critère pour estimer les durées de vie en fatigue uniaxiale de différents caoutchoucs synthétiques. Ce paramètre est défini suivant l'équation 3.16 :

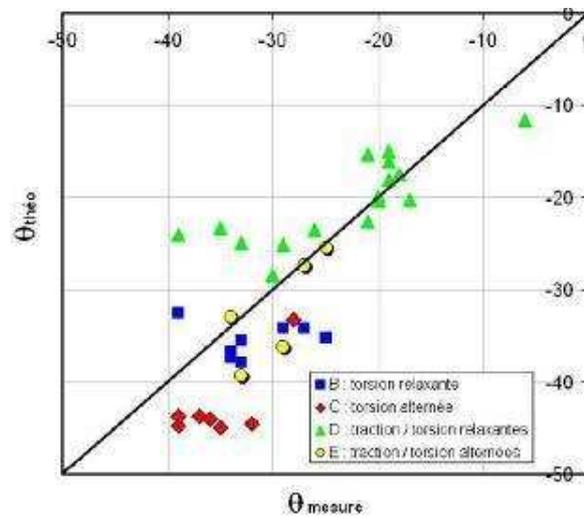


FIGURE 3.19 – Comparaison entre les angles de fissurations prédits avec  $\Sigma^*$  avec les résultats expérimentaux pour différentes sollicitations multiaxiales (Andriyana, 2007)

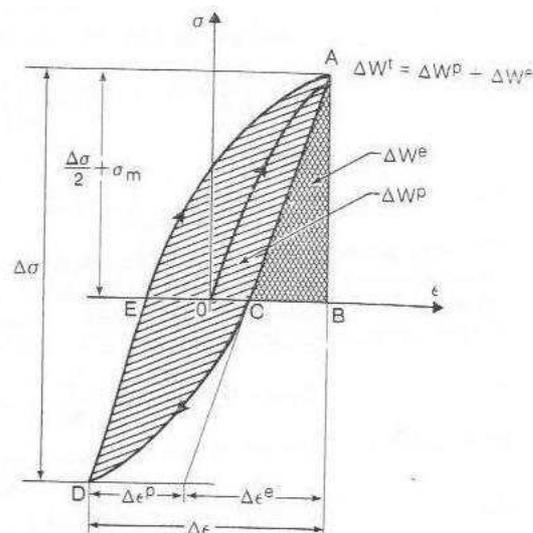


FIGURE 3.20 – Courbe Contrainte-Déformation d'un matériau elastoplastique. Définition des paramètres énergétiques (Ellyin et Golos, 1988)

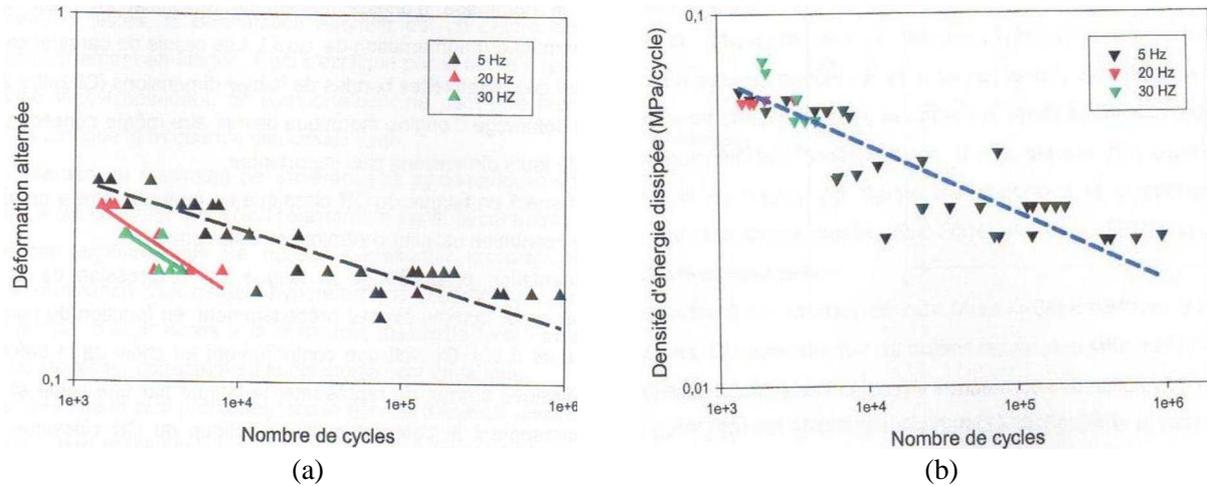


FIGURE 3.21 – Résultats en fatigue en traction de Lacroix (2004) : (a) avec la déformation alternée et (b) avec la densité d'énergie dissipée (MPa/cycles)

$$W_d = \int_{cycle} \bar{\Pi} : \dot{\bar{F}} dt \quad (3.16)$$

Lacroix (2004) montre également que l'énergie dissipée peut unifier le comportement en fatigue de différents types de chargement, contrairement à la déformation alternée (fig. 3.21).

Le Saux et al. (2010b), Le Saux et al. (2010a), Le Saux (2010) étudient la fatigue thermique d'un polychloroprène. La corrélation qui existe entre endommagement en fatigue et énergie dissipée leur donne l'idée d'utiliser cette dernière comme critère de fatigue. Toutefois, ils ne peuvent pas calculer cette grandeur directement par la mécanique des milieux continus, car ils ont choisi de modéliser le comportement mécanique de leur matériau par un modèle hyperélastique. Ils ont donc utilisé une loi puissance qui lie l'énergie de déformation à l'énergie dissipée :

$$W_d = \kappa W^\gamma \quad (3.17)$$

les paramètres  $\kappa$  et  $\gamma$  sont des paramètres matériaux identifiés à partir de la mesure locale de la température de surface du matériau pendant un essai cyclique. Ils constatent également que dans certaines conditions, l'énergie dissipée est proportionnelle à l'auto-échauffement mesurée en surface du matériau. C'est ainsi qu'ils définissent un critère de fatigue qui est fonction de cette dernière.

$$N = \frac{C}{\Theta(\varepsilon_{max})\omega(\varepsilon_{max})} \quad (3.18)$$

Dans cette formulation,  $C$  est une constante à identifier, tandis que  $\Theta(\varepsilon_{max})$  et  $\omega(\varepsilon_{max})$  représentent l'évolution de l'auto-échauffement et de la densité volumique des défauts présents dans le volume considéré en fonction de la première déformation principale  $\varepsilon_{max}$ . A partir de cette équation, les auteurs ont directement accès à l'évolution de  $\varepsilon_{max}$  en fonction du nombre de cycles nécessaires à l'initiation de fissures (fig. 3.22).

C'est dans ce contexte que la recherche d'un critère de fatigue multiaxial, adapté à un polychloroprène se base. L'énergie dissipée est le critère de fatigue mis en place dans cette étude. Elle sera testée dans

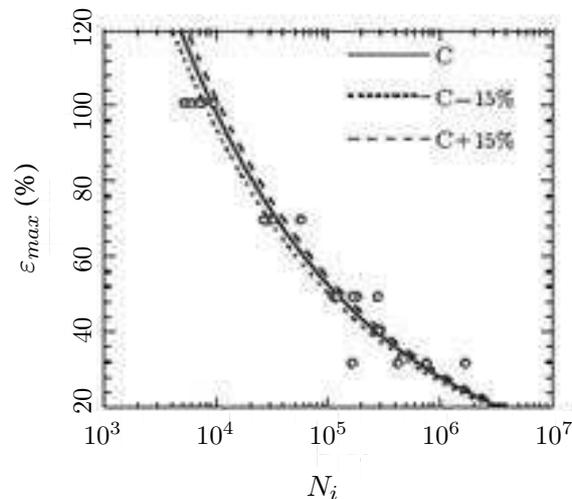


FIGURE 3.22 – Courbe de fatigue estimant les durées de vies du polychloroprène en traction cyclique (Le Saux, 2010)

une campagne expérimentale en fatigue uniaxiale, puis confrontée avec différents critères (énergie de déformation (SED), la première contrainte principale (PK1), la contrainte configurationnelle (Eshelby) et l'énergie de fissuration (CED)) pour des chargements multiaxiaux. Mais au préalable, le protocole expérimental sera détaillé dans le paragraphe suivant.

## 3.4 Mise en place expérimentale

### 3.4.1 Critère de fin de vie

Avant de présenter la mise en place expérimentale, il est important de définir le critère de fin de vie, qui nous permet de définir l'instant à partir duquel l'échantillon testé en fatigue peut être considéré comme rompu. Celui-ci est indispensable au calcul des durées de vie en fatigue expérimentale. Cadwell (1940) et Lacroix (2004) utilisent la rupture totale de l'échantillon comme définition de la fin de vie. Mars (2001), Saintier (2001), André et al. (1998) proposent comme critère l'apparition d'une fissure d'une taille supérieure ou égale à 1mm. Le Cam (2005) définit la fin de vie de ses éprouvettes à partir de l'apparition d'une fissure de taille supérieure ou égale à 2mm. Dans cette étude, le critère de fin de vie de notre éprouvette sera la rupture totale de l'échantillon. Ce choix est motivé par la taille de l'échantillon, car la section est suffisamment réduite pour considérer la propagation de fissure comme quasi-inexistante (Andriyana et Verron, 2007).

### 3.4.2 Machines de fatigue

#### 3.4.2.1 Electroforce BOSE 3300

La machine de fatigue, utilisée pour les essais multiaxiaux, est pilotée par deux moteurs électromagnétiques indépendants, permettant d'assurer un mouvement axial et angulaire. La plage de déplacement axial autorisé est  $\pm 12,5$  mm avec des performances en fréquence pouvant aller jusqu'à 100 Hz suivant le déplacement du vérin. Celui-ci est mesuré à l'aide d'un capteur LVDT. L'asservissement de la rotation, quant à lui, est limité en fréquence et en amplitude par la raideur angulaire de l'échantillon utilisé.

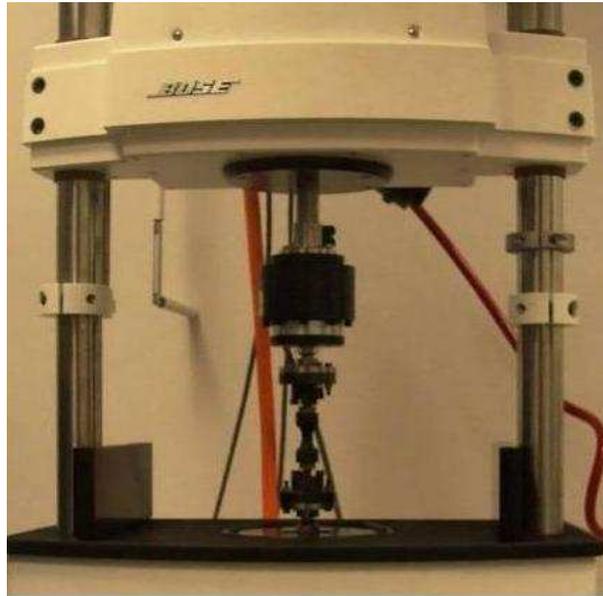


FIGURE 3.23 – Photo de la machine de fatigue Electroforce BOSE 3300 du CERMEL

Les efforts et couples résultants d'un tel chargement sont évalués à l'aide d'une cellule, pouvant mesurer des forces jusqu'à  $\pm 2200$  N et des couples de  $\pm 28$  Nm maximum.

### 3.4.2.2 INSTRON 8802

Cette machine de fatigue, utilisée pour les essais uniaxiaux, est pilotée par un compresseur hydraulique, qui lui délivre de l'huile sous pression (200 bars). La plage maximale de ses déplacements est de  $\pm 52$ mm, avec des performances en fréquence pouvant aller jusqu'à 200 Hz suivant le déplacement du vérin. Pour mesurer les réactions en force, la machine est équipée d'une cellule de force de  $\pm 10$ kN.



FIGURE 3.24 – Machine de fatigue INSTRON 8802

$F_{max}$	$R$	$F_{max}$	$R$	$F_{max}$	$R$	$F_{max}$	$R$	$F_{max}$	$R$				
300 N	0,5	200 N	0,5	175 N	0,5	150 N	0,4	160 N,	0,3				
										0,4	0,3		
	0,4		0,4		0,2		0,1						
			0		0,1								
250 N	0,5		-0,1		-0,1		0		-0,1	0	-0,1	100 N	-0,1

TABLE 3.1 – Conditions expérimentales INSTRON 8802

### 3.4.3 Protocole expérimental

La campagne expérimentale en fatigue du polychloroprène se divise en deux parties : la première sera consacrée à la fatigue en traction simple, pour vérifier, entre autre, une éventuelle cristallisation du polychloroprène (Legorju-Jago, 1998), (Legorju-Jago et Bathias, 2002), (Zhang et al., 2011), (Krigbaum et Roe, 1964).

Afin de pouvoir observer l'influence de ce phénomène dans le comportement en fatigue de notre matériau, l'objectif est d'établir un diagramme de Haigh (courbes de niveau d'endurance dans le plan  $(\Delta\sigma, \sigma_m)$ ). Le tableau 3.1 liste l'ensemble des essais menés sur l'INSTRON 8802, qui se sont inspirés des travaux d'André et al. (1998).

La deuxième partie de cette campagne expérimentale concerne l'étude de la fatigue multiaxiale du polychloroprène. Celle-ci a été menée sur l'Electroforce BOSE 3300. Un pilotage en déplacement et en rotation a été adopté. Le but est d'observer l'influence de la multiaxialité, des rapports de déplacement ( $R_d$ ) et de rotation ( $R_\theta$ ) (Eq. 3.19) et de leurs maxima dans la réponse en fatigue multiaxiale. La variation de la multiaxialité est obtenue par le déphasage  $\delta$  entre le chargement axial et angulaire.

$$R_d = \frac{U_{min}}{U_{max}} = \frac{U_m - U_a}{U_m + U_a} \quad (3.19)$$

$$R_\theta = \frac{\theta_{min}}{\theta_{max}} = \frac{\theta_m - \theta_a}{\theta_m + \theta_a}$$

où  $U_{min}$ ,  $U_{max}$ ,  $U_m$ ,  $U_a$  correspondent au minimum, maximum, moyenne et amplitude de déplacement axial.  $\theta_{min}$  et  $\theta_{max}$ ,  $\theta_m$  et  $\theta_a$  sont leurs homologues en angle. La figure 3.25 représente un cycle de fatigue multiaxial, où l'ensemble des paramètres étudiés dans la partie expérimentale sont définis. Les courbes tracées sont les signaux temporels d'un cycle de chargement axial ( $U(t)$ ) et angulaire ( $\theta(t)$ ).

Le tableau 3.2 parcourt l'ensemble des sollicitations étudiées :

Les déplacements axiaux et angulaires sont définis de sorte que la relation (eq.3.20) soit respectée :

$$\gamma(t + \delta) = 0.1\varepsilon(t) \quad (3.20)$$

avec  $\varepsilon$  et  $\gamma$  qui sont les définitions hpp des déformations axiale et angulaire<sup>4</sup>. Les equations 3.21 et 3.22 rappellent le lien existant entre les déformations et les déplacements :

4. sous l'eq. 3.20  $R_d = R_\theta$

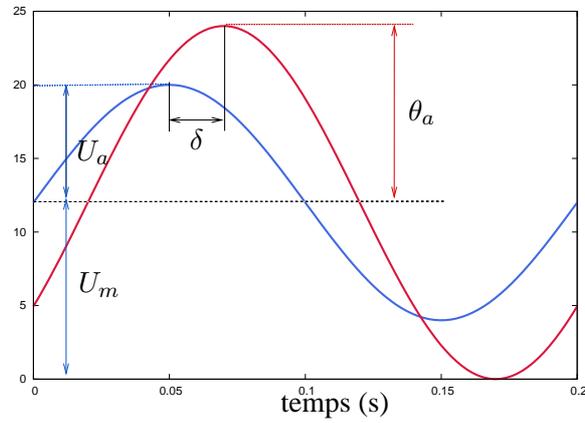


FIGURE 3.25 – Cycle de fatigue multiaxial

$\delta$ ( $^{\circ}$ )	$R_d$	$U_{max}$ (mm)	$U_{min}$ (mm)	$\theta_{max}$ ( $^{\circ}$ )	$\theta_{min}$ ( $^{\circ}$ )
0 $^{\circ}$ , 90 $^{\circ}$ , 180 $^{\circ}$ , Traction	0,2	20	4	40	8
		17	3,4	34	6,8
		15	3	30	6
	0,1	20	2	40	4
		17	1,7	34	3,4
		15	1,5	30	3
	0	20	0	40	0
		17	0	34	0
		15	0	30	0
	-0,2	20	-4	40	-8
		17	-3,4	34	-6,8
		15	-3	30	-6

TABLE 3.2 – Conditions de fatigue multiaxiales

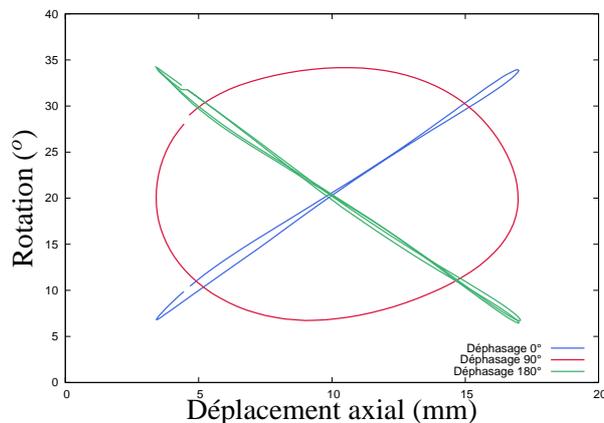


FIGURE 3.26 – Résultats expérimentaux des différents chargements multiaxiaux ( $U_{max} = 17\text{mm}$  et  $R_d = 0.2$ )

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{L} = \lambda - 1 \quad (3.21)$$

$$\gamma = \frac{\beta R}{2L} \quad (3.22)$$

Le choix de ces paramètres se base sur notre campagne expérimentale en fatigue uniaxiale, préalablement menée, à partir de laquelle des valeurs en déformations axiales ont été déterminées. La fig. 3.26 expose les résultats expérimentaux pour les différents chargements multiaxiaux utilisés au cours de cette campagne expérimentale ( $U_{max}$  et  $R_d$  fixés).

### 3.4.3.1 Epreuve utilisée

La problématique, vis-à-vis de l'étude expérimentale de la fatigue des élastomères, est l'absence de normes qui fixe la géométrie de l'éprouvette utilisée pour cette étude. Ainsi, il existe différentes géométries d'éprouvettes dans la littérature (fig. 3.27) :

- l'éprouvette de type haltère, qui a été utilisée pour caractériser le comportement en fatigue du SBR et du NR en traction simple (Mars, 2001), (Mars et Fatemi, 2002)(fig. 3.27-a)
- l'éprouvette diabolo, souvent utilisée pour décrire la fatigue en traction et traction compression des élastomères (Alshuth et Abraham, 2002), (Lacroix et al., 2005), (Ostoja-Kuczynski, 2005), (Saintier, 2001), (Bennani, 2006), (Verron et al., 2006)(fig. 3.27-b). Elle a été également choisie pour étudier la fatigue multiaxiale du caoutchouc naturel et synthétique (Saintier, 2001), (Poisson et al., 2011), (Poisson et al., 2012).
- l'éprouvette AE2, une éprouvette axisymétrique comportant un faible rayon d'entaille à mi-hauteur, favorisant l'étude en fatigue multiaxiale (Saintier, 2001), (Robisson, 2000), (Ostoja-Kuczynski, 2005) (fig. 3.27-c).
- l'éprouvette de Mars (cf. paragraphe 3.3.2.4)
- l'éprouvette Pancake utilisée par Legorju-Jago et Bathias (2002) pour l'étude de la fatigue sous pression hydrostatique (fig. 3.27-d).

Les faibles dimensions de l'éprouvette diabolo, utilisée par Lacroix (2004), permettent une relative homogénéité de la température au sein du matériau, en faisant un choix naturel pour notre étude.

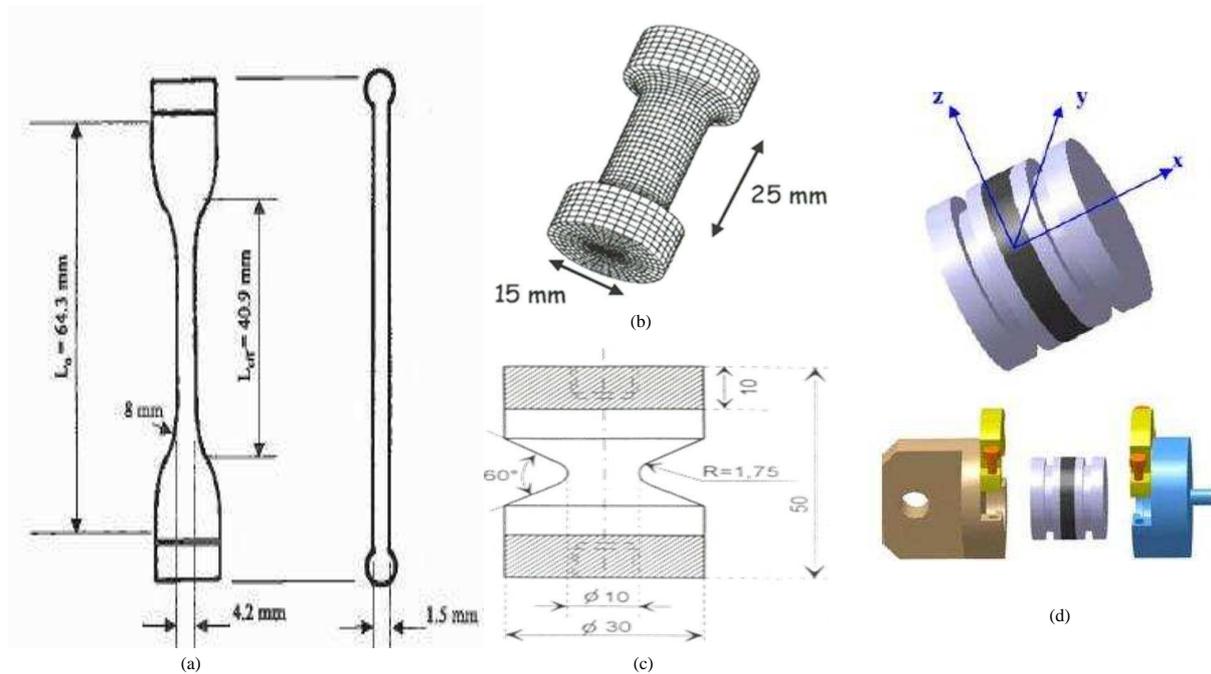


FIGURE 3.27 – Quelques éprouvettes de fatigue utilisées dans la littérature : (a) Epreuve haltère, (b) epreuve de type diabolo, (c) Epreuve de type AE2, (d) Epreuve Pancake

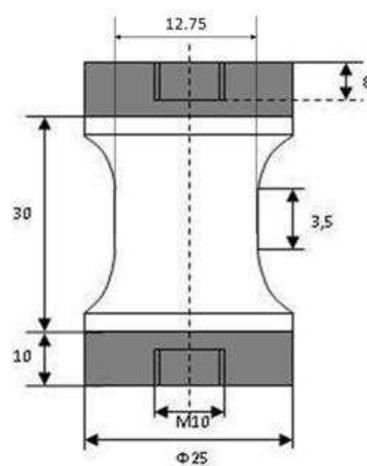


FIGURE 3.28 – Plan de l'épreuve de type diabolo

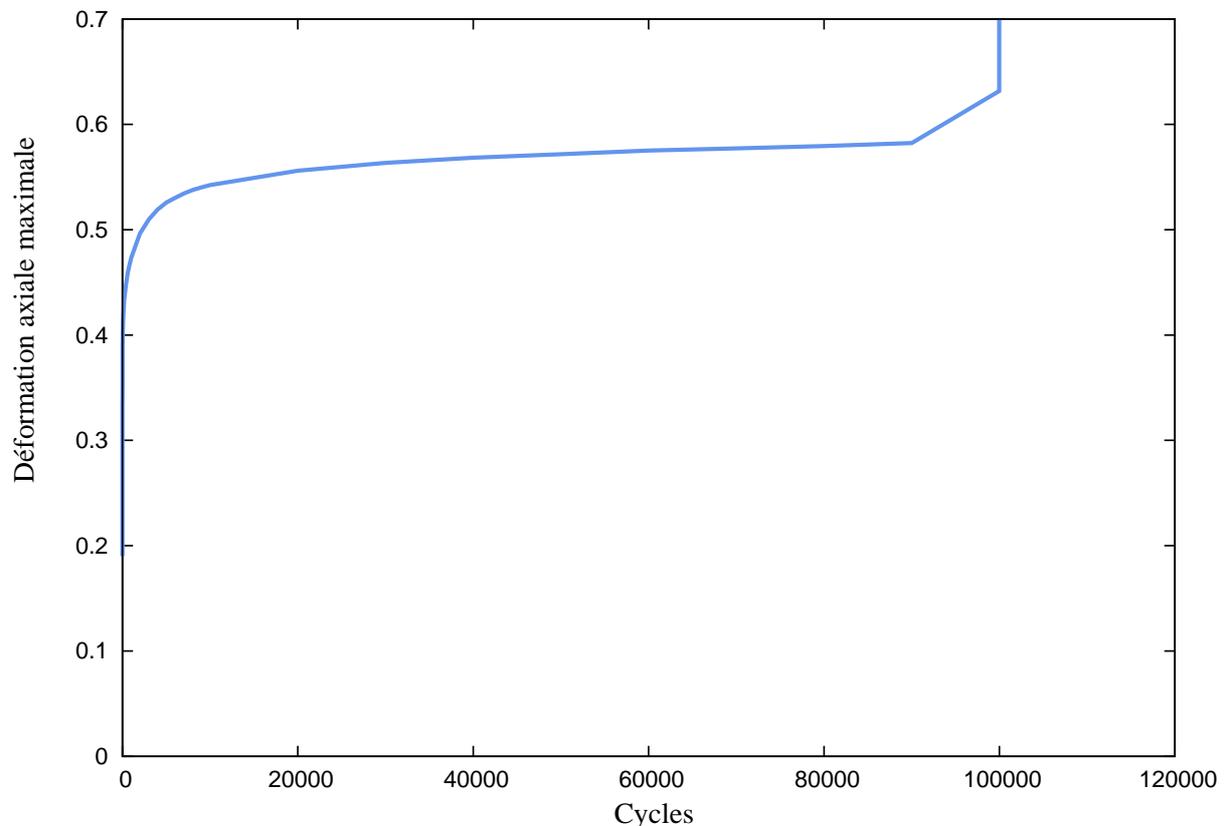


FIGURE 3.29 – Evolution de la déformation maximale au cours d'un essai de fatigue piloté en force

## 3.5 Résultats en fatigue

Dans les paragraphes précédents de ce chapitre, un rappel de la littérature a tout d'abord été proposé, avec un approfondissement plus important pour les critères de fatigue. Dans un premier temps, nous allons présenter les résultats de fatigue uniaxiale.

### 3.5.1 Fatigue uniaxiale

Le but de cette partie est d'observer l'influence du rapport de charge sur le comportement en fatigue du polychloroprène en traction. C'est pourquoi nous n'y développons pas de critère de fatigue approfondi. Ils sont calculés à partir d'un cycle de fatigue du matériau. Le choix de ce cycle est important, car il doit être représentatif de l'ensemble des essais de fatigue. La fig. 3.29 dévoile l'évolution typique de la déformation maximale, lors d'un essai de fatigue en traction piloté en force. Cette dernière ne se stabilise pas pendant ce type d'essais.

C'est pour cette raison que nous faisons le choix de prendre le dernier cycle de fatigue avant la rupture pour calculer les critères de fatigue de cette partie. Les fig. 3.30-3.33 représentent les courbes de type SN du polychloroprène en traction pour respectivement la contrainte maximale, la contrainte alternée, l'énergie de déformation et l'énergie dissipée. L'ensemble des rapports de charge sont présentés sous forme de symboles distinctifs. La droite noire montre la corrélation globale des résultats en fatigue et le coefficient  $R^2$  témoigne de sa précision.

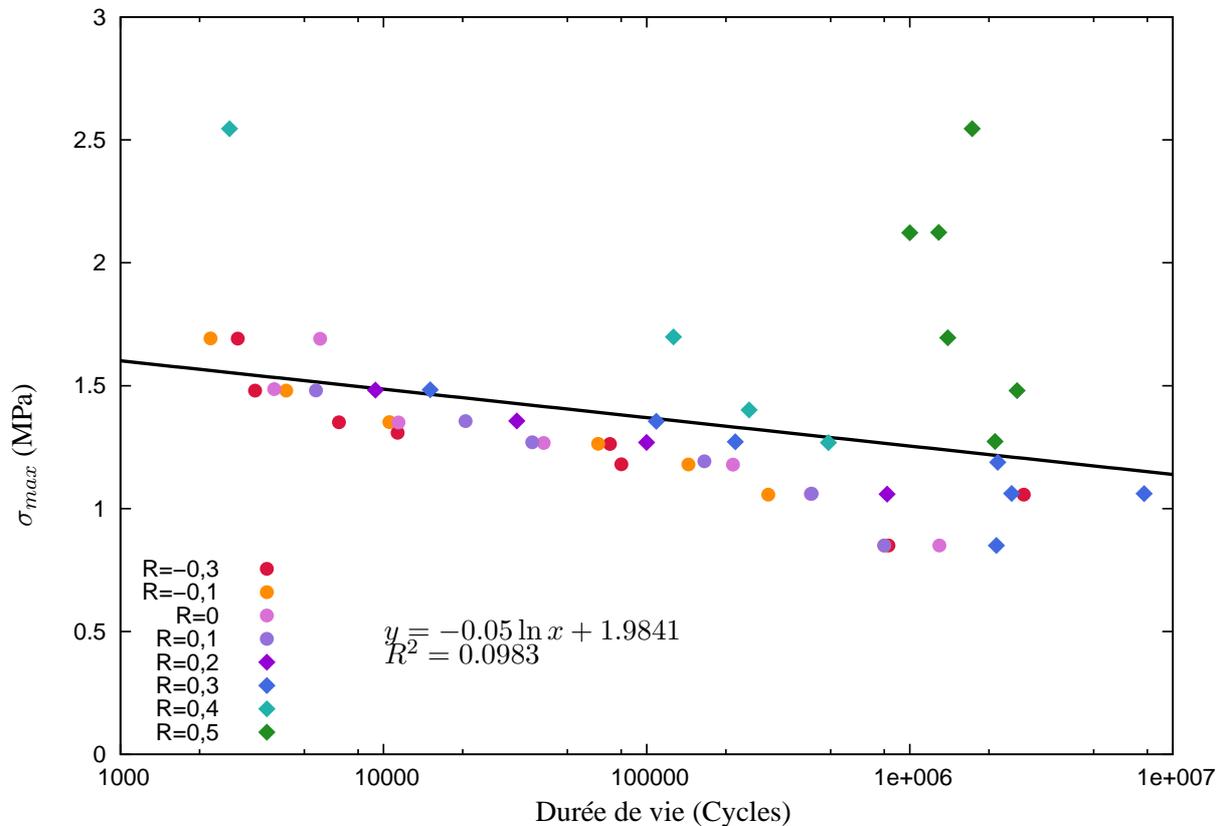


FIGURE 3.30 – Courbe SN du polychloroprène avec la contrainte maximale  $\sigma_{max}$

#### REMARQUE 3.3

Les calculs expérimentaux de critères de fatigue impliquent une détermination globale de ceux-ci.

Au premier abord, nous constatons, pour les critères contrainte maximale et énergie de déformation (fig. 3.30 et 3.32), que les résultats relatifs aux rapports de charge de 0.4 et 0.5 se détachent très nettement du reste des résultats. En revanche, la contrainte alternée et la densité d'énergie dissipée proposent des corrélations convenables, avec un coefficient  $R^2$  respectivement égal à 0.63 et 0.7 (fig. 3.31 et 3.33).

Les figures 3.34 à 3.37 utilisent la même base de données en fatigue uniaxiale, sans tenir compte des résultats à  $R = 0.5$ . Une très nette amélioration des corrélations, concernant les critères contrainte maximale et énergie de déformation, est ainsi obtenue (fig. 3.34 et 3.36). Il est intéressant de noter que les résultats relatifs à la contrainte alternée et à la densité d'énergie dissipée varient peu. Cela montre que la densité d'énergie dissipée semble le plus à même d'unifier les résultats pour différents rapports de charge.

#### REMARQUE 3.4

La contrainte alternée constitue un critère de fatigue intéressant en traction. Toutefois, il est difficile d'utiliser un tel paramètre pour étudier la fatigue multiaxiale, à cause des rotations matérielles pendant le chargement.

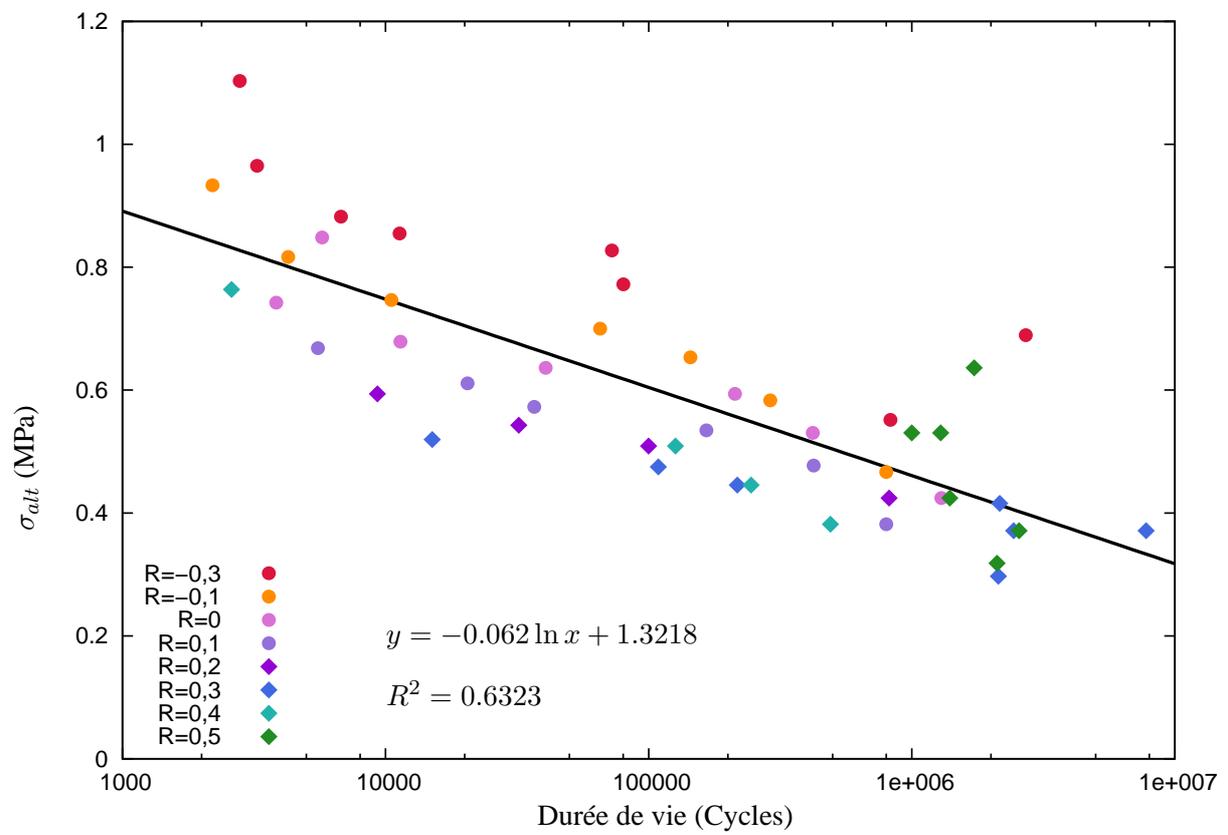


FIGURE 3.31 – Courbe SN du polychloroprène avec la contrainte alternée

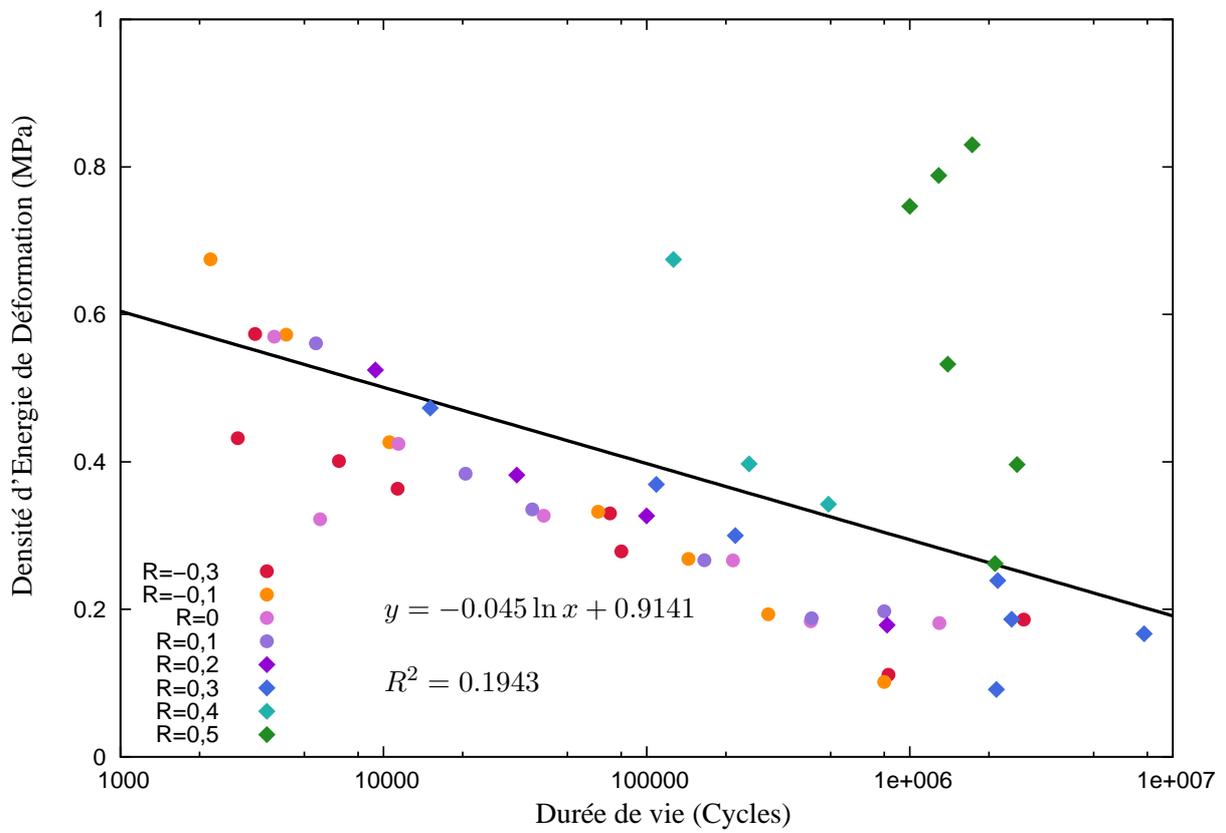


FIGURE 3.32 – Courbe SN du polychloroprène avec la densité d'énergie de déformation

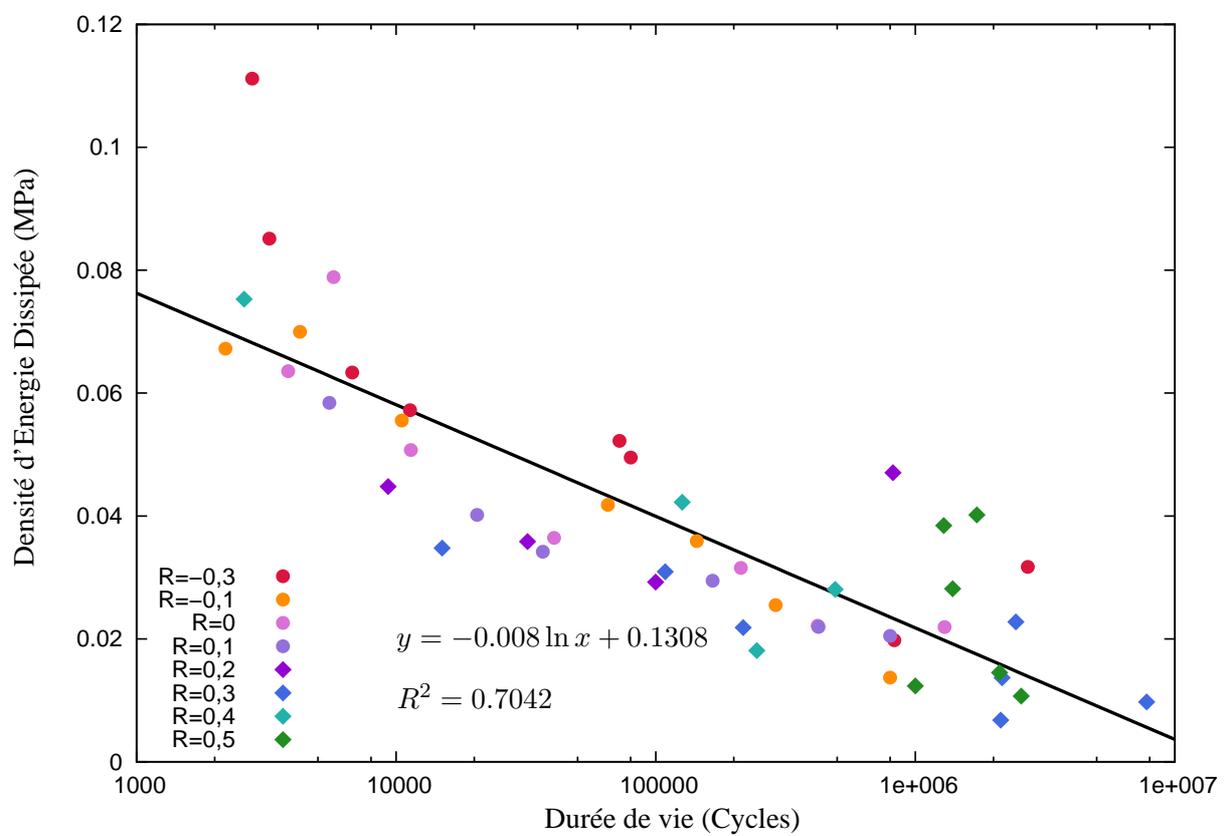


FIGURE 3.33 – Courbe SN du polychloroprène avec la densité d'énergie dissipée

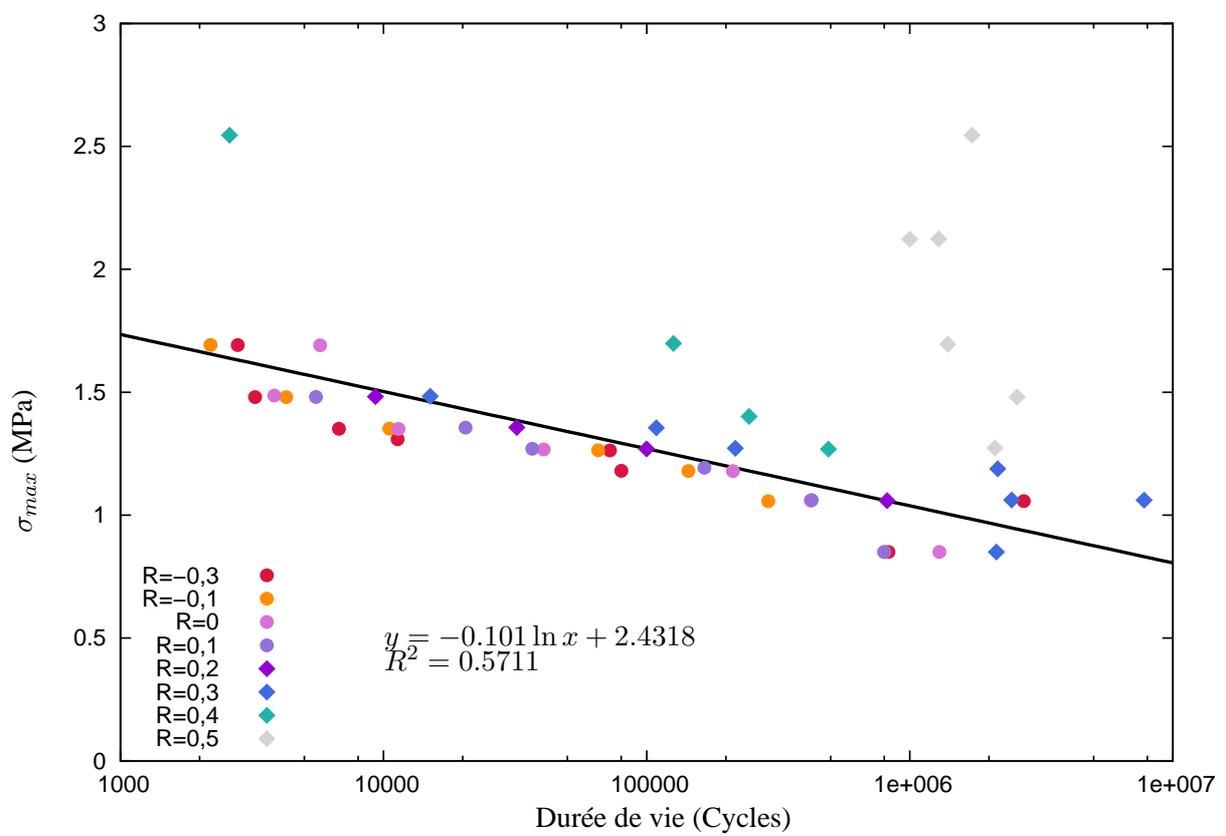


FIGURE 3.34 – Courbe SN du polychloroprène avec la contrainte maximale, en négligeant les résultats pour  $R = 0.5$  dans la corrélation

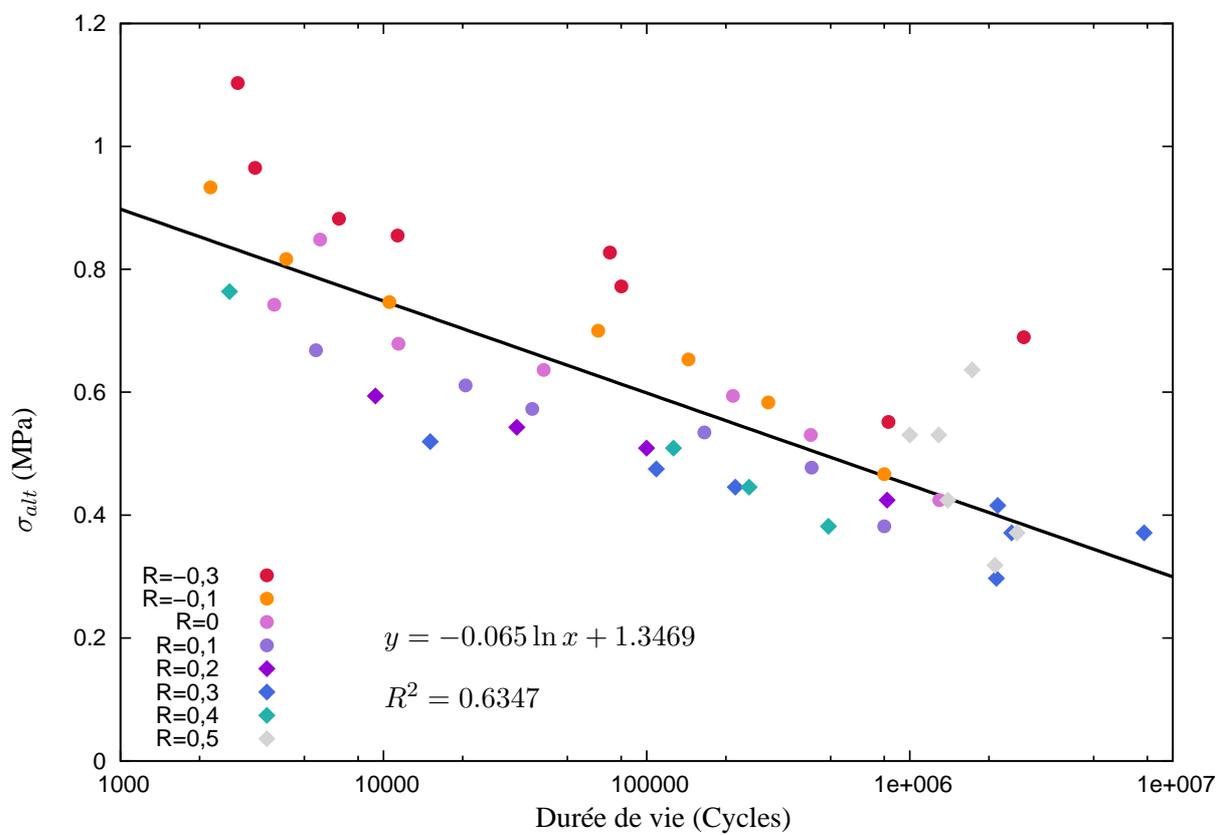


FIGURE 3.35 – Courbe SN du polychloroprène avec la contrainte alternée , en négligeant les résultats pour  $R = 0.5$  dans la corrélation

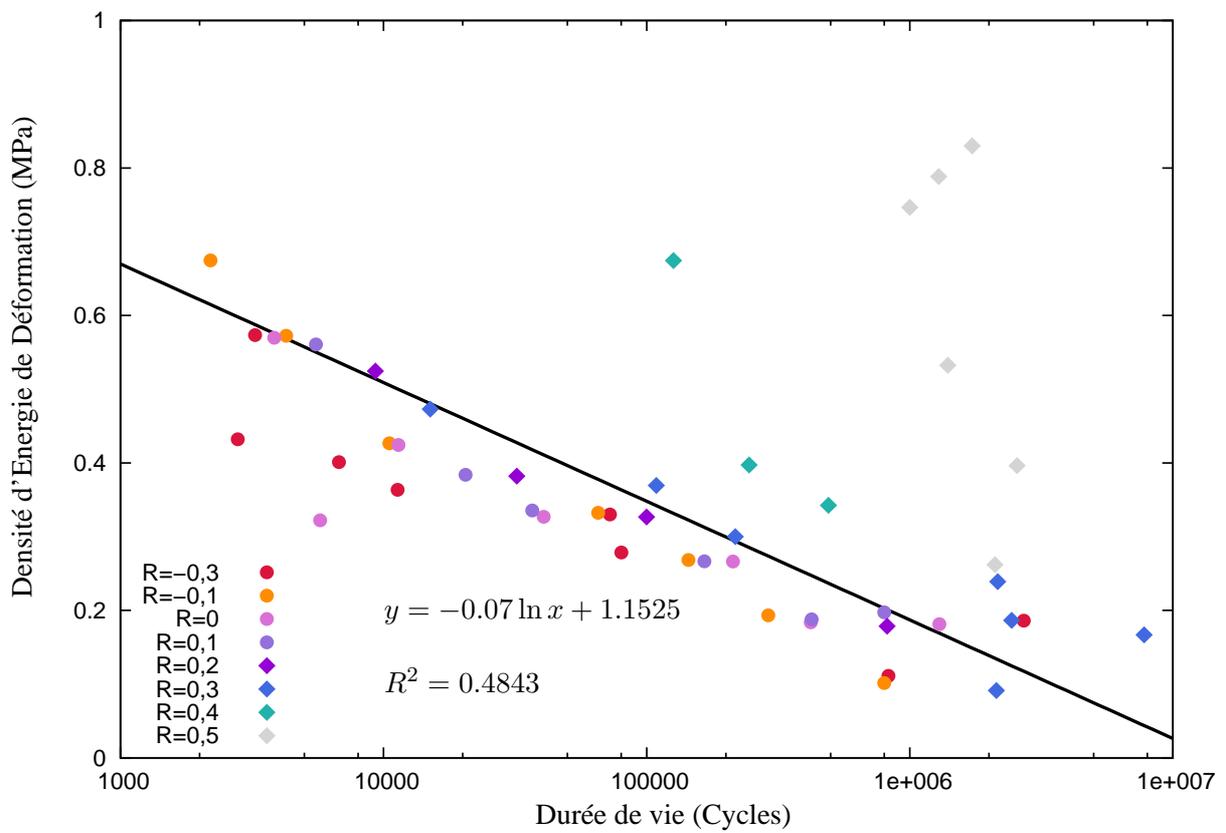


FIGURE 3.36 – Courbe SN du polychloroprène avec la densité d'énergie de déformation, en négligeant les résultats pour  $R = 0.5$  dans la corrélation

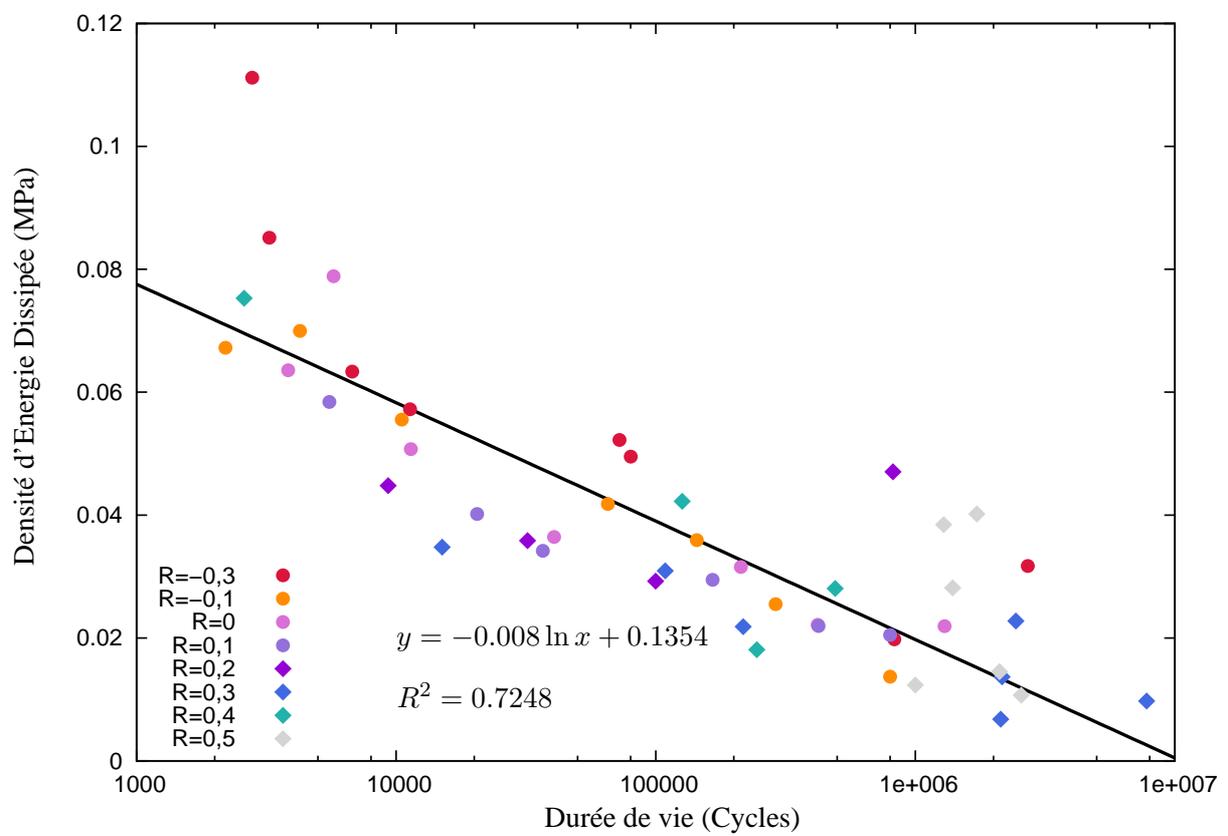


FIGURE 3.37 – Courbe SN du polychloroprène avec la densité d'énergie dissipée, en négligeant les résultats pour  $R = 0.5$  dans la corrélation

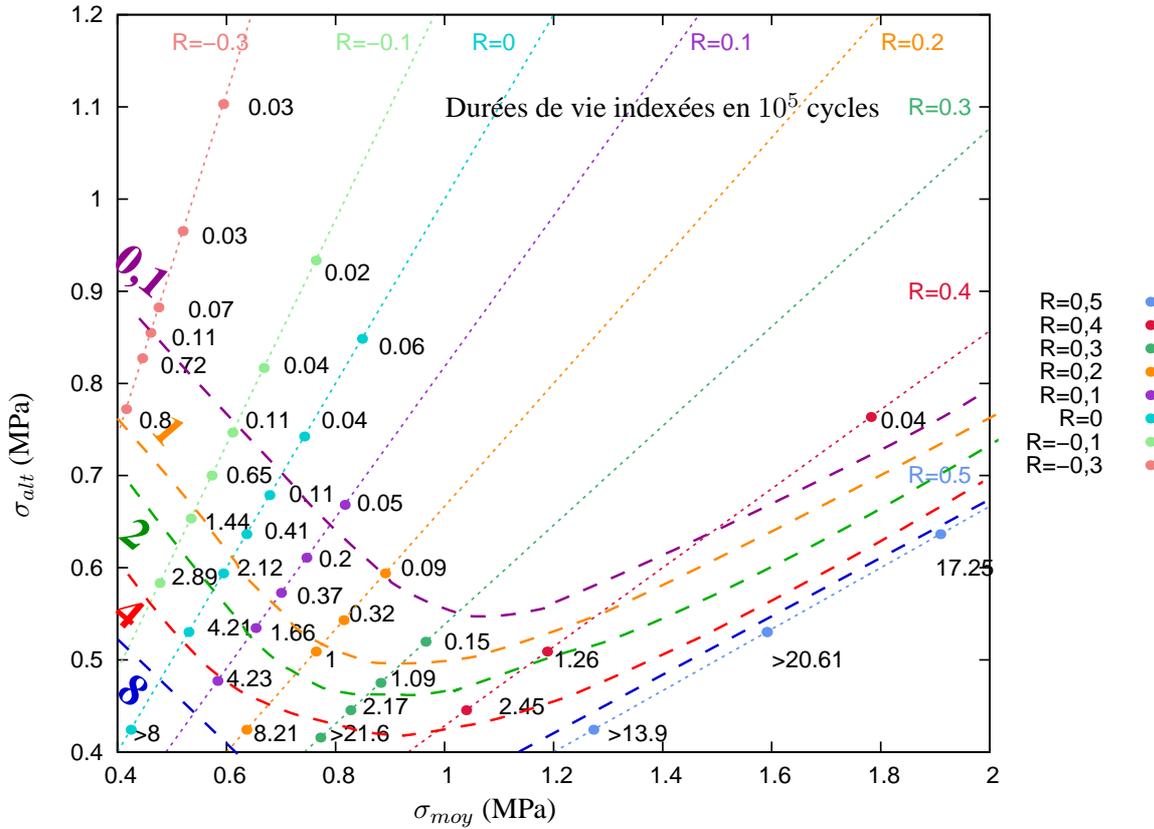


FIGURE 3.38 – Diagramme de Haigh en traction simple pour le polychloroprène

Cette dérive des résultats, à rapports de charges élevés et relatives à la contrainte maximale et à l'énergie de déformation, peut être due au phénomène de cristallisation sous tension du polychloroprène (cf. paragraphe 1.2.3.5). Prenant en compte partiellement ou complètement l'histoire du chargement, les critères en contrainte alternée et en énergie dissipée semblent plus adaptés à rendre compte du comportement en fatigue du CR sur la plage de rapport de charge étudiée.

Cette singularité de contrainte a été rencontrée pour un caoutchouc naturel et a été quantifiée par un diagramme de Haigh pour un rapport de charge  $R=0$  (André et al., 1998), (Saintier, 2001).

Afin de confirmer ce changement de régime en fatigue du polychloroprène, suivant la valeur de  $R$ , nous opérons pour la construction d'un tel diagramme, dans lequel la contrainte alternée et la contrainte moyenne (description mixte des contraintes, cf paragraphe 2.2.4) ont été choisies pour décrire l'amplitude et la moyenne du chargement (fig. 3.38).

En observant la figure 3.38, nous constatons deux régimes de fatigue différents, dépendant du rapport de charge.

- Pour  $R < 0.2$ , le polychloroprène se comporte comme un caoutchouc non cristallisable, avec une décroissance des durées de vie, suivant la contrainte moyenne.
- Pour  $R > 0.2$ , le matériau présente un renforcement dans son comportement en fatigue, similaire aux observations de André et al. (1998) et Saintier (2001) menées avec le NR, et imputé au phénomène de cristallisation sous tension.

Ce résultat confirme donc la cristallisation sous tension du polychloroprène, conformément à la littérature (Krigbaum et Roe, 1964), (Zhang et al., 2011).

Cette première campagne nous a permis d'avoir une connaissance du comportement en fatigue de notre matériau. C'est ainsi que nous avons constaté un phénomène de renforcement de celui-ci à partir d'un rapport de charge égal à 0.2. Enfin, cette première approche a montré l'efficacité de la densité d'énergie dissipée comme critère pour prédire le comportement en fatigue en traction du polychloroprène. Il semble s'affranchir du changement de régime en fatigue du matériau, probablement lié à la cristallisation sous tension de celui-ci. Nous allons voir à présent si ce changement de régime en fatigue existe également dans le cas de chargements multiaxiaux et si l'énergie dissipée représente un critère de fatigue adapté aux sollicitations multiaxiales.

### 3.5.2 Fatigue multiaxiale

Dans le paragraphe 1.5.2.2, la figure 1.37 montre que la réponse stabilisée du matériau, en forme d'hystérésis, prend en compte l'histoire de son chargement. Les critères sont donc calculés à partir d'un cycle stabilisé, qu'il est nécessaire de choisir. Dans le paragraphe 2.4.2.2, la réponse du matériau à un chargement multiaxial cyclique est montrée en fig. 2.8. Ce résultat a indiqué une stabilisation du comportement du matériau à partir de 2000 cycles. Le tableau C.1 montre des durées de vie supérieures à 2000 cycles, et ce, quelle que soit la sollicitation employée. De ce fait, le 2000<sup>ème</sup> cycle semble constituer un cycle représentatif du comportement du matériau, et ce, indépendamment du chargement.

Nous avons vu, dans la campagne en fatigue uniaxiale, que l'énergie dissipée semble être le paramètre le plus adapté pour décrire le comportement en fatigue du polychloroprène en traction, corroborant ainsi les résultats de la littérature (Lu, 1991), (Lacroix, 2004), (Lacroix et al., 2005). A présent, nous allons adapter ce critère pour les chargements multiaxiaux. Celui-ci sera par la suite confronté à certains critères de fatigue présentés dans le paragraphe 3.3. Trois méthodes sont proposées pour les calculer :

- Une méthode expérimentale qui considère homogène la réponse du matériau. Il faudra calculer les critères de fatigue directement à partir des mesures obtenues avec les essais de fatigue, permettant ainsi d'avoir accès à la densité d'énergie de déformation et à la densité d'énergie dissipée.
- Une méthode analytique qui donne la réponse du matériau, et donc rend possible le calcul des différents critères, en un point critique de la structure par le modèle décrit au paragraphe 2.4.2.
- Une méthode éléments finis qui permet l'obtention de la réponse du matériau, et donc de tous les critères sur l'intégralité de l'éprouvette.

La méthode de calcul expérimentale implique une détermination de critères globaux, tandis que les approches analytiques et éléments finis donnent lieu à des paramètres locaux.

#### 3.5.2.1 Calcul des critères

##### Calcul de PK1

Le critère PK1 représente la première contrainte principale dans la description mixte. Elle est calculée à partir des modèles analytique et ANSYS.

##### Calcul de SED

Le calcul de ce critère nécessite de préalablement déterminer l'énergie de déformation :

$$W(t) = \frac{1}{V} \int_t (F dU + C d\theta) \quad (3.23)$$

où  $V$  correspond au volume de l'échantillon,  $F$  à la réponse en force à un incrément de sollicitation en déplacement axial  $dU$ , et  $C$  à la réponse en couple à un incrément de chargement en rotation  $d\theta$ .

$$SED = \max_{t \in \text{cycle}} (W(t)) \quad (3.24)$$

Il est important de remarquer que la définition de ce critère implique une dépendance importante de l'historique de chargement, et particulièrement de la valeur, à  $t = 0$ , de la partie à intégrer. C'est pourquoi le calcul de ce critère impose une référence temporelle du chargement commune aux trois méthodes.

### Calcul de DED

Le calcul de ce critère est réalisé suivant l'éq. 3.25, impliquant une intégration sur l'ensemble d'un cycle.

$$DED = \frac{1}{V} \int_{\text{cycle}} (F dU + C d\theta) \quad (3.25)$$

### Calcul de la contrainte d'Eshelby

Le calcul de ce critère, développé dans l'annexe D, est déterminé uniquement avec une méthode analytique.

### Calcul de CED

Ce critère est calculé à l'aide de la formule proposée par Mars (2001) :

$$CED = \int_{\text{cycle}} \frac{\bar{R}^T \cdot \bar{C} \cdot \bar{S} \cdot d\bar{E} \cdot \bar{R}}{\bar{R}^T \cdot \bar{C} \cdot \bar{R}} \quad (3.26)$$

où  $\bar{R}$  représente le vecteur normal au plan de fissuration. Les calculs de ce critère sont présentés dans l'annexe E.

### 3.5.2.2 Courbes SN

Pour l'ensemble des résultats présentés au cours de ce paragraphe, chaque type de sollicitation est distingué par une couleur. La corrélation de l'ensemble des résultats de fatigue est représentée par une droite noire, avec, comme indication son équation et son coefficient de corrélation.

#### Critère PK1

Les fig. 3.39 et 3.40 exposent les résultats en fatigue avec le critère PK1 calculé respectivement par le modèle analytique et le modèle éléments finis. Avec des coefficients de corrélation inférieurs à 0.5, le critère PK1 ne semble pas adapté pour représenter le comportement en fatigue biaxial du polychloroprène.

#### Critère SED

Les résultats obtenus avec le critère SED calculé par la méthode expérimentale, analytique et éléments finis sont respectivement présentés dans les figures fig. 3.41, 3.43 et 3.42 Ces figures donnent des corrélations de l'ordre de 0.6. Globalement, ce critère semble plus adapté que le critère PK1. Cela s'explique par la prise en compte partielle de l'historique de chargement dans la définition de celui-ci.

#### Critère Eshelby

Le résultat proposé en fig. 3.44 expose une corrélation en fatigue de 0.65 pour le critère Eshelby, ce qui semble proche des résultats obtenus avec le critère SED.

### Critère CED

Les fig. 3.45 et 3.46 représentent les résultats en fatigue avec le critère CED calculé par la méthode analytique et éléments finis. Les résultats, proposés dans les fig. 3.45 et 3.46, montrent des corrélations d'environ 0.7 et 0.8 pour les critères CED éléments finis et analytique. Ce paramètre semble plus adapté au calcul de fatigue multiaxial du polychloroprène que le tenseur d'Eshelby, l'énergie de déformation ou la première contrainte principale.

### Critère DED

Les fig. 3.47 et 3.49 mettent en évidence une corrélation de 0.7 pour le critère DED calculé avec la base de donnée expérimentale et la méthode des éléments finis, alors que la fig. 3.48 montre une corrélation de 0.8 pour le critère DED calculé avec la méthode analytique. Globalement, les résultats proposés avec le DED semblent très proches de ceux exposés par le CED et aboutissent à de meilleures corrélations que les autres critères parcourus dans cette partie. Ces meilleures corrélations peuvent se justifier par l'intégration totale de l'historique de chargement dans la définition des paramètres CED et DED, contrairement à celle de SED et d'Eshelby.

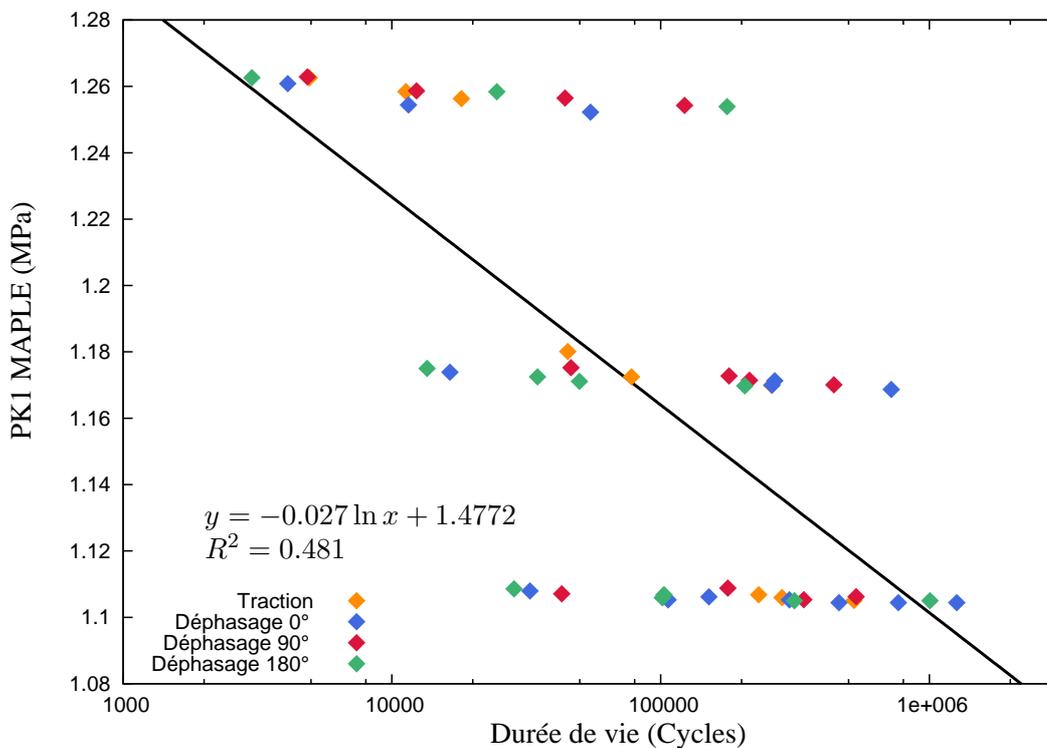


FIGURE 3.39 – Courbe de fatigue avec le critère PK1 calculé par la méthode analytique

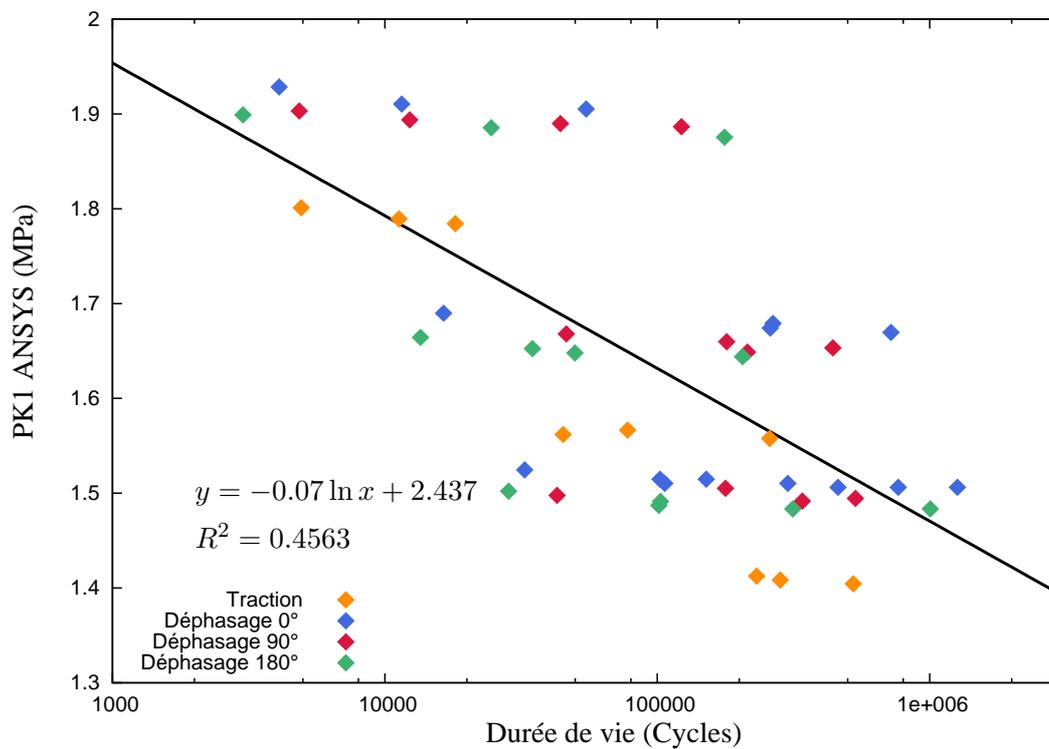


FIGURE 3.40 – Courbe de fatigue avec le critère PK1 calculé par la méthode éléments finis

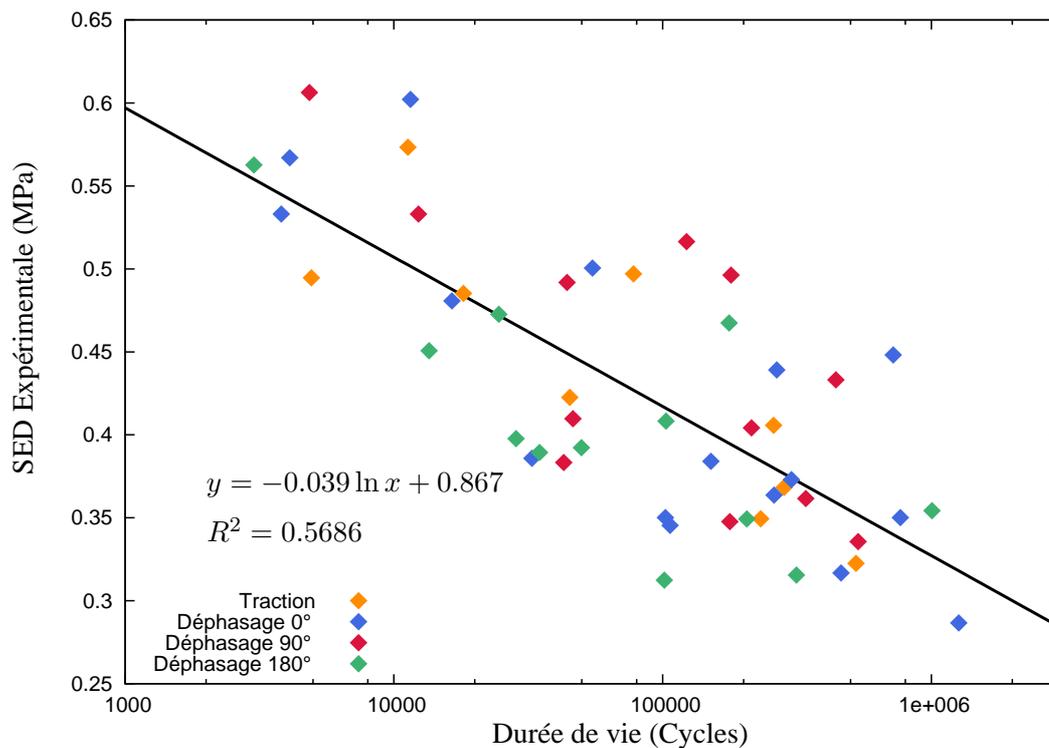


FIGURE 3.41 – Courbe de fatigue avec le critère SED calculé expérimentalement

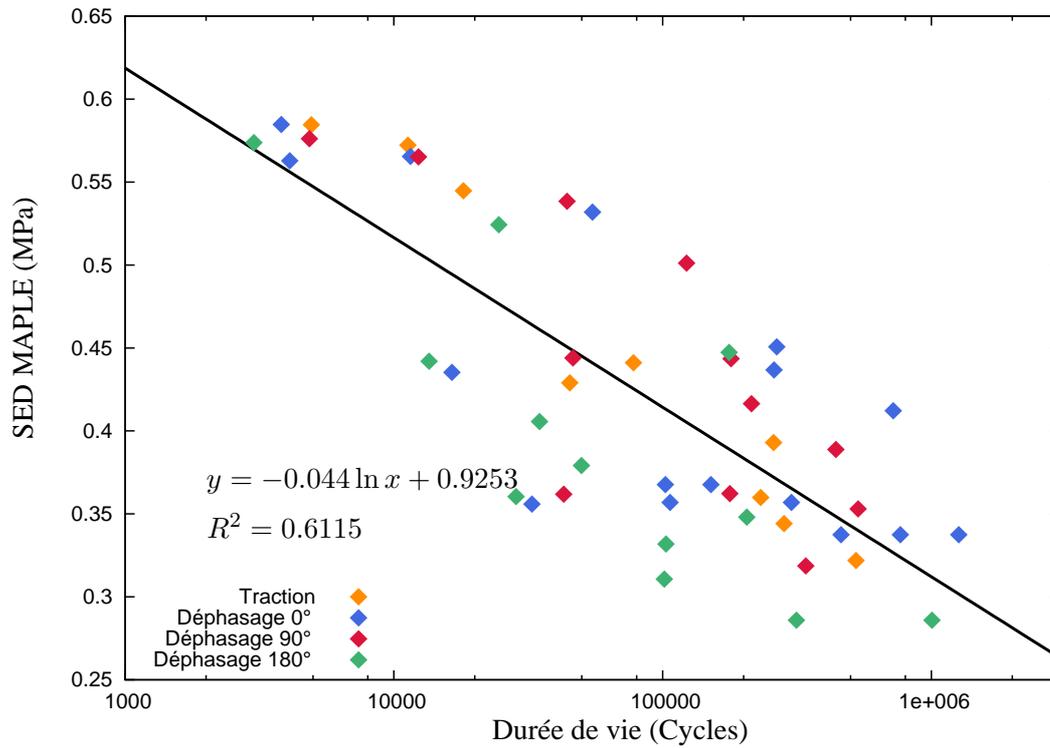


FIGURE 3.42 – Courbe de fatigue avec le critère SED calculé avec la méthode analytique

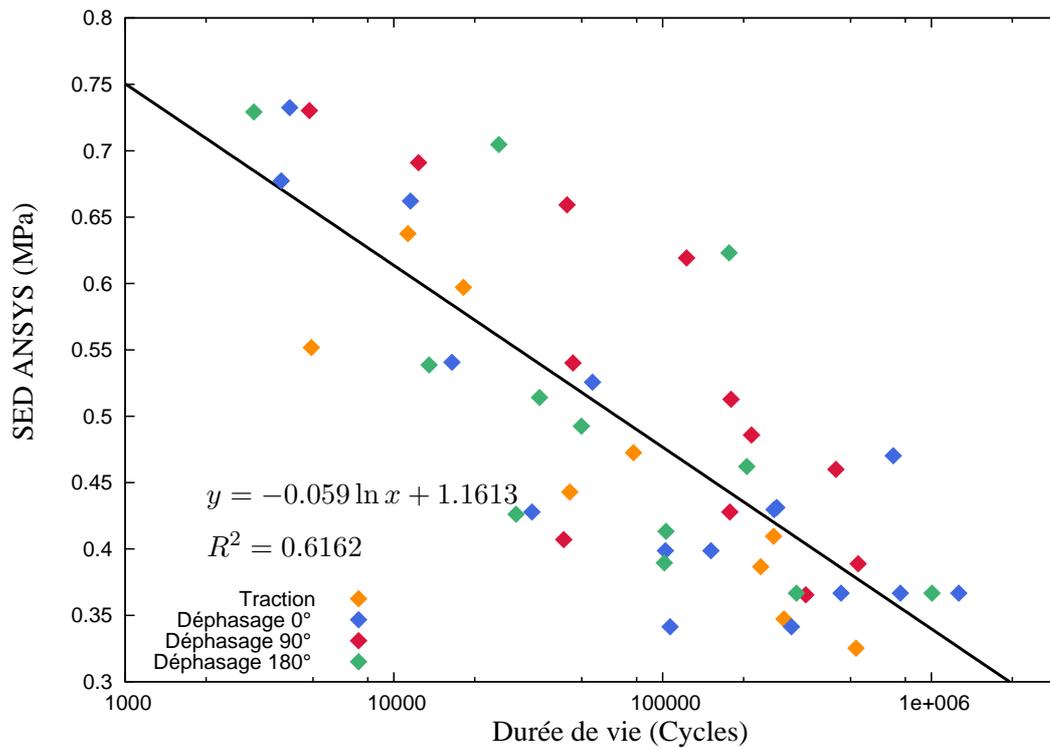


FIGURE 3.43 – Courbe de fatigue avec le critère SED calculé avec la méthode éléments finis

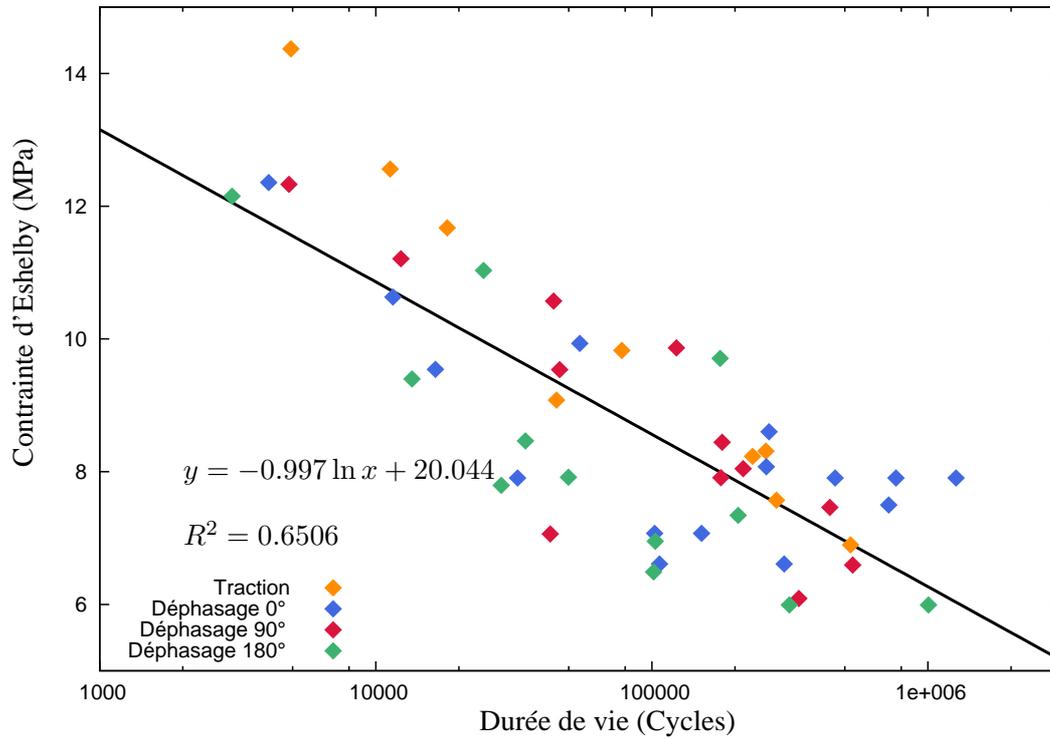


FIGURE 3.44 – Courbe de fatigue avec le critère Eshelby calculé avec la méthode analytique

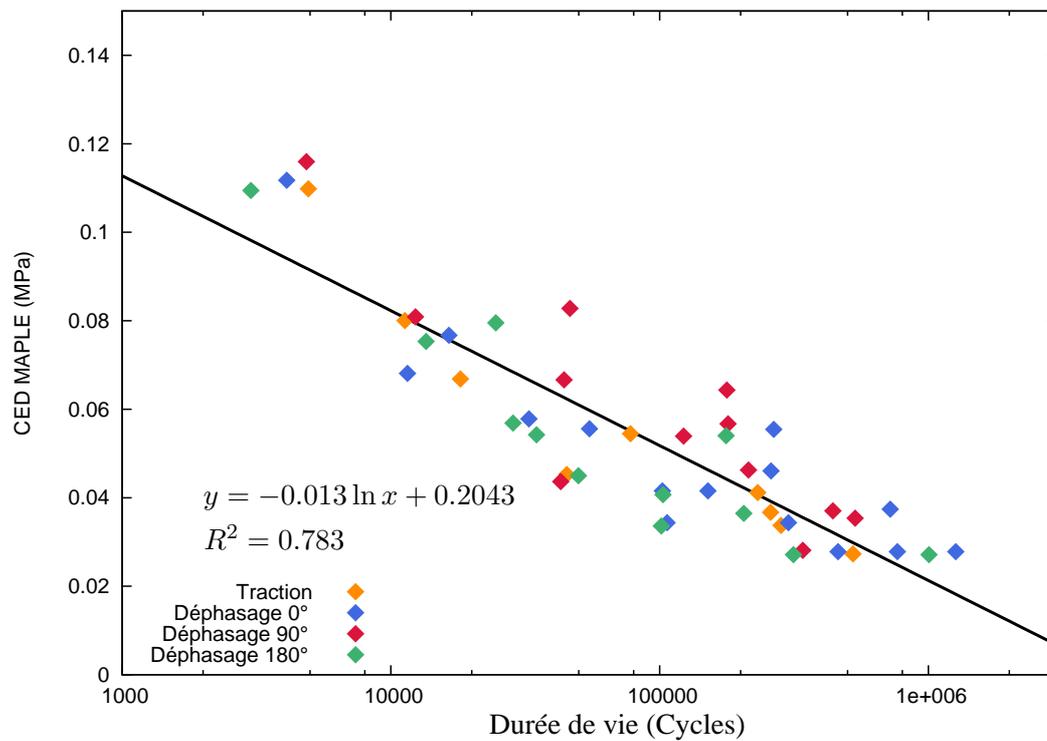


FIGURE 3.45 – Courbe de fatigue avec le critère CED calculé avec la méthode analytique

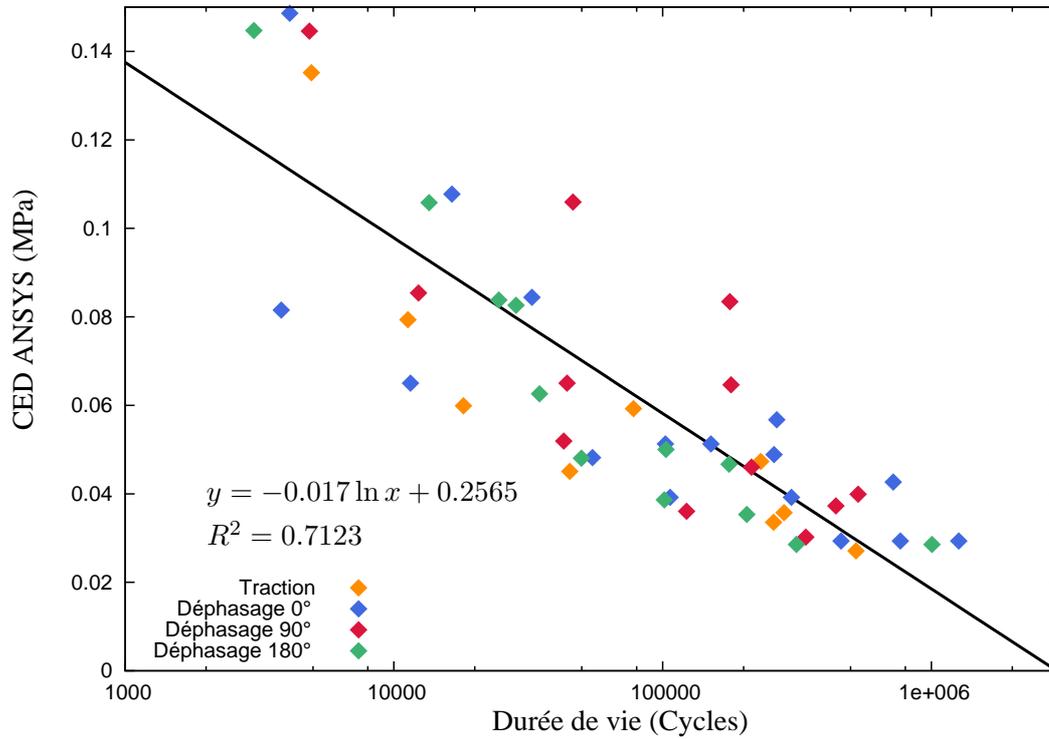


FIGURE 3.46 – Courbe de fatigue avec le critère CED calculé avec la méthode éléments finis

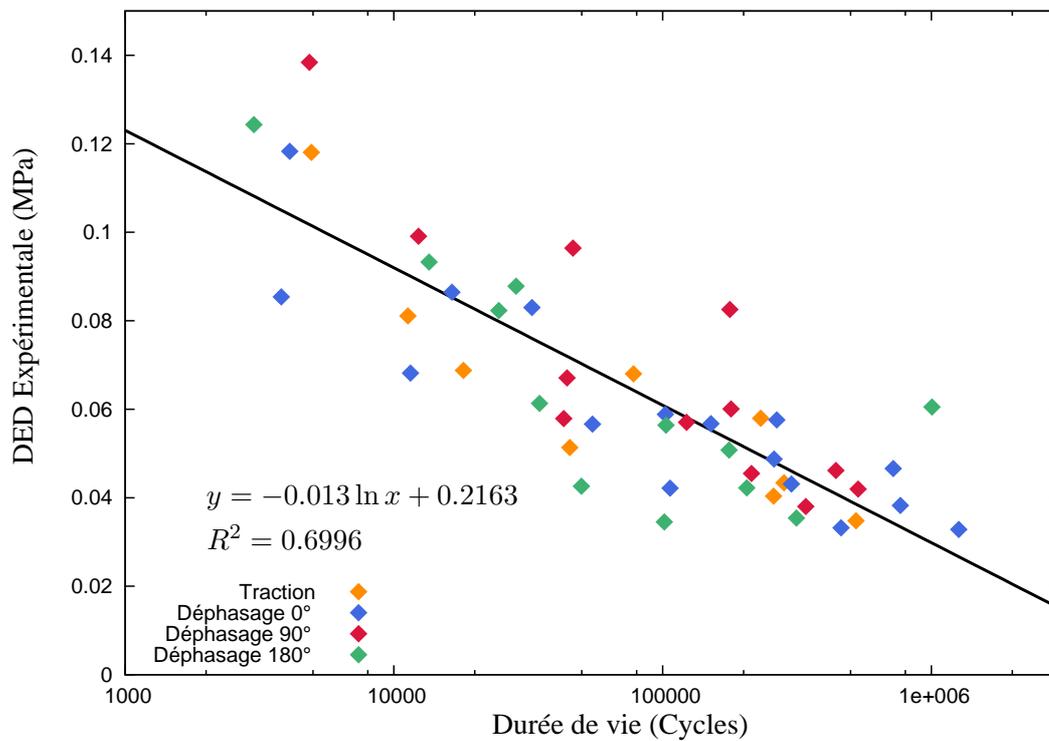


FIGURE 3.47 – Courbe de fatigue avec le critère DED calculé expérimentalement

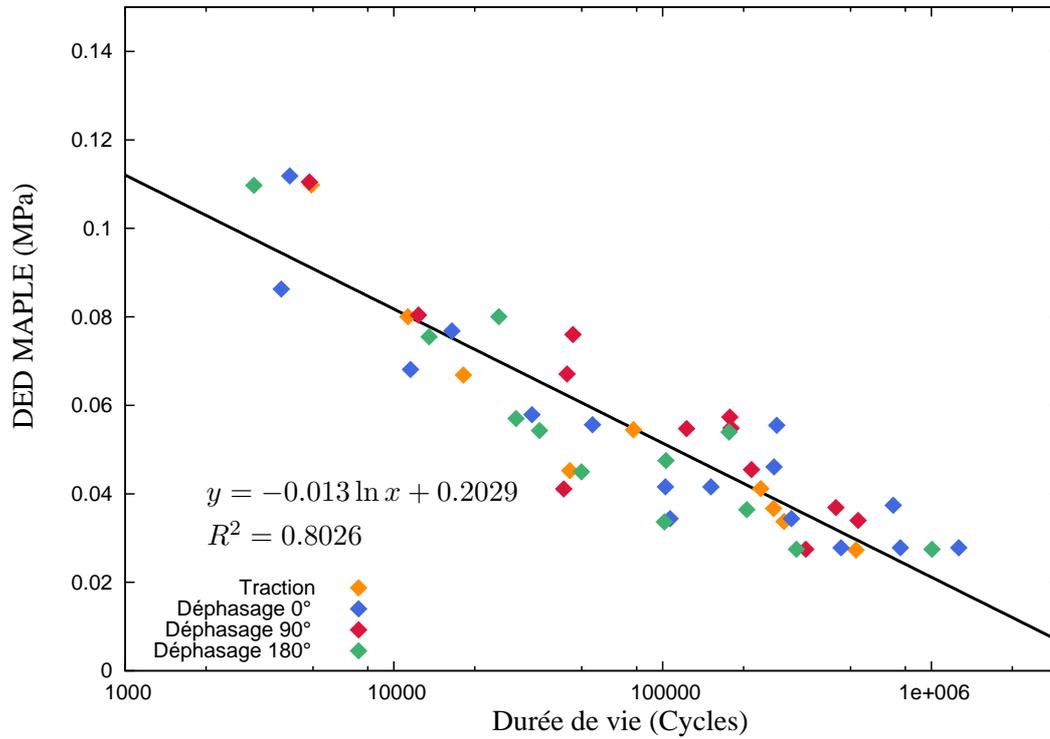


FIGURE 3.48 – Courbe de fatigue avec le critère DED calculé avec la méthode analytique

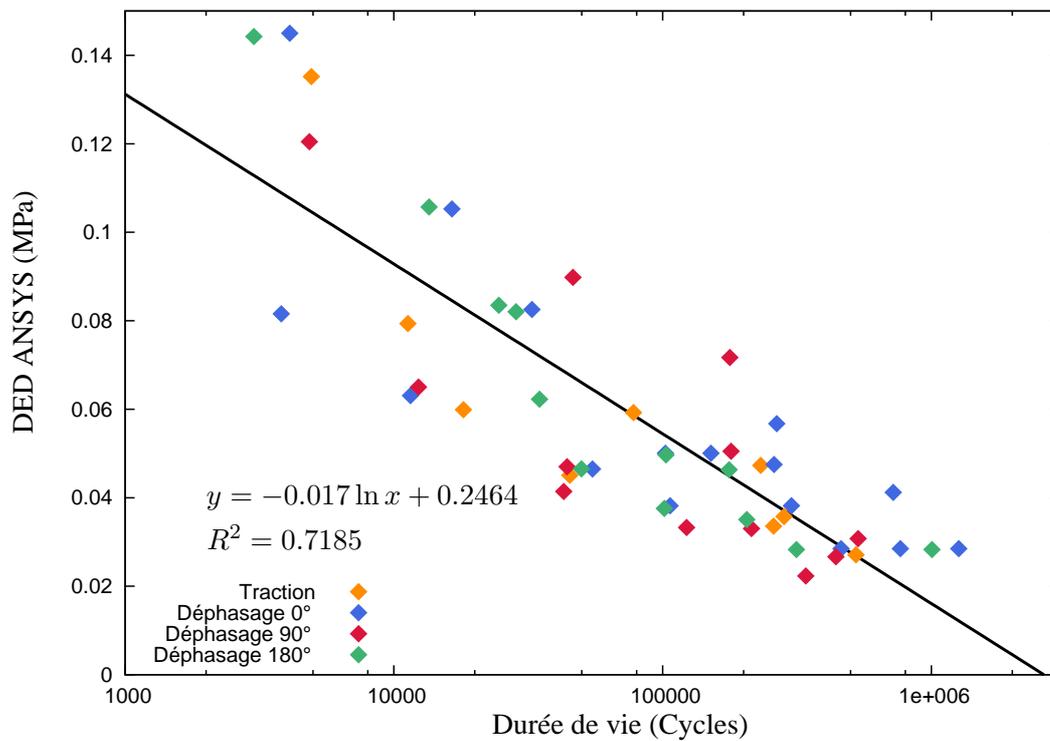


FIGURE 3.49 – Courbe de fatigue avec le critère DED calculé avec la méthode éléments finis

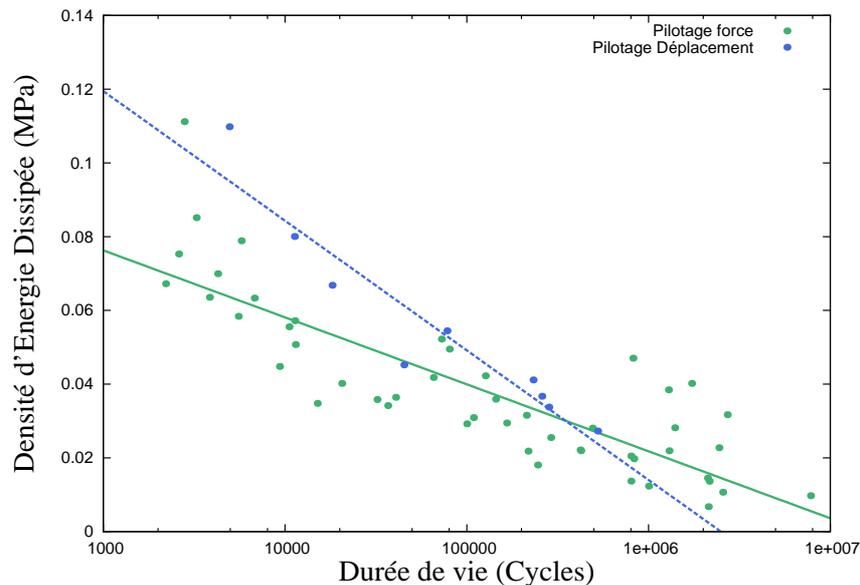


FIGURE 3.50 – Influence du type de pilotage dans le comportement en fatigue en traction du polychloroprène

La cohérence entre résultats globaux, analytiques et éléments finis du calcul de l'énergie dissipée (DED) semble valider chacune des trois approches. L'établissement de futures courbes SN, sur diabololo (en traction-torsion) pourra donc se faire par l'une des méthodes. Il semble logique d'utiliser celle nécessitant le moins de temps de calculs (global ou analytique). Néanmoins, la méthode éléments finis restera indispensable pour calculer le critère DED sur des pièces de structures compliquées et soumises à des sollicitations complexes.

#### REMARQUE 3.5

La figure 3.50 révèle l'influence du type de pilotage (force, déplacement) dans le comportement en fatigue en traction. Le pilotage en force (courbe verte) semble être plus endommageant pour les faibles durées de vie. Il est néanmoins important de garder des réserves avec ce résultat car, en ce qui concerne le comportement en fatigue piloté en force, beaucoup d'essais ont été menés pour des durées de vies dépassant très nettement le million de cycle, tandis que seuls neuf points constituent le résultat relatif à un pilotage en déplacement (courbe bleue).

### 3.5.2.3 Diagramme de Haigh

La difficulté de réalisation d'un tel diagramme, pour des chargements multiaxiaux, réside dans la rotation des valeurs tensorielles telles que la contrainte ou la déformation au cours de la sollicitation. Pour cela, [Saintier \(2001\)](#) propose d'utiliser des invariants du tenseur des contraintes pour créer son diagramme de Haigh multiaxial. Il prend la partie sphérique des contraintes pour décrire la moyenne de chargement et un terme issu de la partie déviatorique du tenseur des contraintes pour définir l'amplitude du chargement. Toutefois, il en conclut que les résultats obtenus à partir de cette approche sont insuffisants, montrant ainsi que la partie sphérique et déviatorique du chargement ne peuvent être découplés dans la description du comportement en fatigue du matériau. [André \(1998\)](#) choisit, entre autre, le critère SED pour représenter l'amplitude de chargements multiaxiaux. Nous avons vu, dans le paragraphe 3.5.2.2

que le paramètre DED est le plus adapté pour unifier le comportement en fatigue multiaxial du polychloroprène. C'est pourquoi nous allons reprendre ici l'idée d'André (1998) et utiliser le critère DED pour représenter l'amplitude des chargements multiaxiaux. Pour décrire la partie moyenne des chargements, la pression hydrostatique moyenne  $p_{moy}$  est choisie (eq. 3.27). Les résultats ainsi obtenus sont reportés fig. 3.51.

$$p_{moy} = \frac{1}{2} (\max_{t \in cycle} (p(t)) + \min_{t \in cycle} (p(t))) \quad (3.27)$$

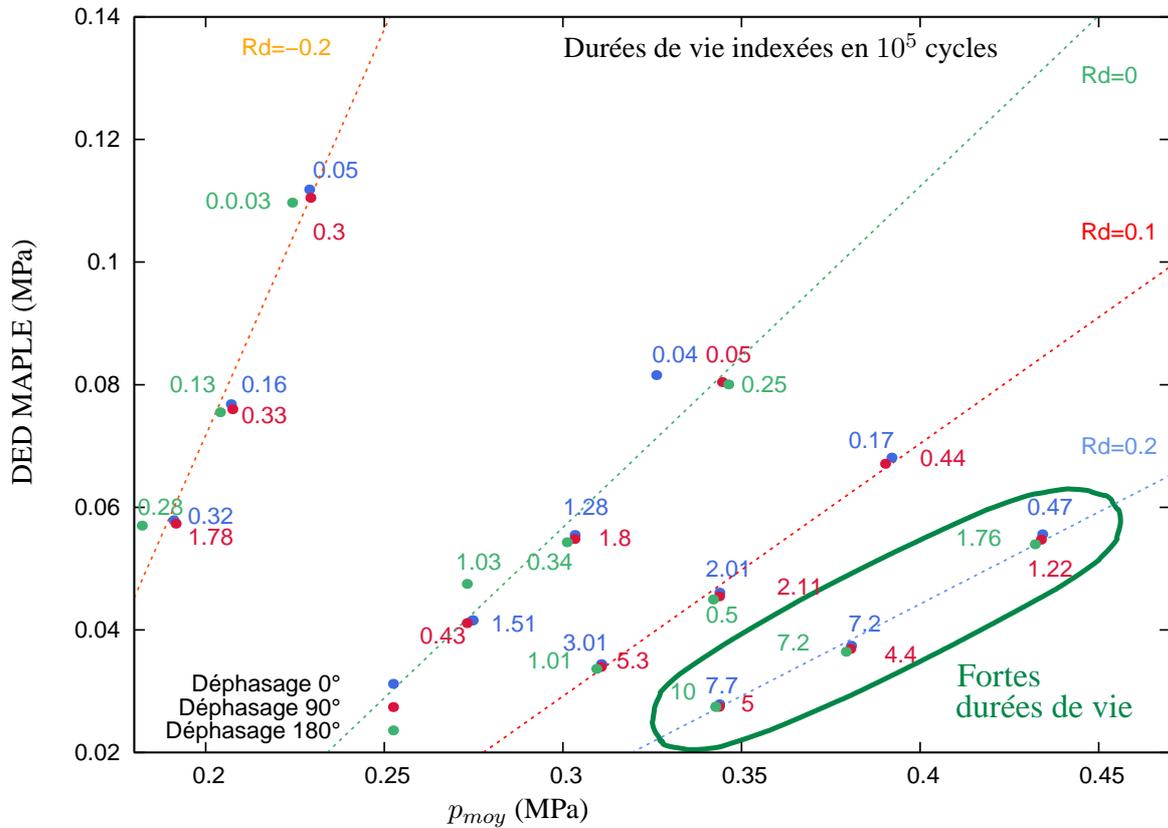


FIGURE 3.51 – Diagramme de Haigh multiaxial

Jusqu'à un rapport de charge de 0.2, le polychloroprène semble avoir un comportement en fatigue multiaxiale, similaire à celui d'un polymère amorphe, avec une diminution des durées de vies lors de l'augmentation de la partie moyenne de chargement. Néanmoins, pour un rapport de chargement égal à 0.2, le régime de fatigue du CR semble différent, avec des durées de vies plus importantes et ce, indépendamment du déphasage correspondant. Cela pourrait être la conséquence de la cristallisation sous tension du matériau.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons pu voir les différentes approches développées dans la littérature pour appréhender la fatigue des élastomères. Nous avons étudié notre matériau par une méthode en initiation

de fissure, car elle semble la plus adaptée pour traiter les problèmes de fatigue multiaxiale.

Nous avons débuté notre étude par une campagne d'essais en traction uniaxiale, avec un pilotage en force. Ceci a permis :

- d'établir de courbes SN, rendant compte de la bonne représentation du comportement en fatigue par un critère en dissipation d'énergie.
- de construire un diagramme de Haigh, quantifiant un renforcement du CR pour un rapport de charge de 0.2, suggérant une cristallisation du CR sous contrainte.

Forts de ce constat, nous avons ensuite proposé une campagne de fatigue multiaxiale, pilotée en déplacement, dans le but de confronter le DED avec différents critères développés dans la littérature. Par la prise en compte de la totalité de l'historique de chargement dans son calcul, le critère DED, ainsi que le CED ont montré des corrélations au dessus des autres critères de fatigue étudiés. Tout comme en traction uniaxiale, l'énergie dissipée semble adapté à la détermination du comportement en fatigue multiaxial des éprouvettes diabolos en polychloroprène.



---

# Fractographie

## Contents

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>133</b>
<b>4.2</b>	<b>Morphologie des chargements en traction</b>	<b>138</b>
4.2.1	Zone d’amorçage de fissure	140
4.2.2	Zone de rupture catastrophique	144
<b>4.3</b>	<b>Morphologie des chargements multiaxiaux</b>	<b>147</b>
4.3.1	Zone d’amorçage de fissure	149
4.3.2	Zone catastrophique	151
<b>4.4</b>	<b>Bilan</b>	<b>152</b>

---



## 4.1 Introduction

Connaître les mécanismes d'endommagement provoquant la rupture des pièces en caoutchouc est une étape importante dans l'optimisation de leur comportement en fatigue. Les chapitres précédents ont permis d'établir un critère, capable d'estimer les durées de vie en fatigue multiaxiale de diabolos en polychloroprène. Toutefois, ce paramètre ne fournit pas d'informations concernant les phénomènes microscopiques liés à la fatigue du matériau. Cela peut être obtenu par l'observation de faciès de rupture.

**Legorju-Jago (1998)** réalise une analyse fractographique d'éprouvettes de propagation de fissure en caoutchouc naturel pour différents niveaux de chargement, températures et fréquences. Elle montre l'apparition de languettes dans une zone proche de la pointe de fissure, de morphologies différentes suivant la fréquence de sollicitation (fig. 4.1). Elle les définit comme étant le résultat d'une thermo-oxydation du matériau.

**Lacroix (2004)** observe les faciès de rupture d'éprouvettes diabolos en polychloroprène ayant subi de la fatigue en traction. Il montre que la fissure se propage à partir de défauts microscopiques présents dans le matériau (fig. 4.2). Il optimise alors son comportement en fatigue uniaxiale en améliorant son homogénéité. Il montre également l'existence de languettes, similaires à celles observées par **Legorju-Jago (1998)** dans la zone d'amorçage en fatigue (fig. 4.3). Ces deux élastomères étant répertoriés dans la littérature comme "cristallisant sous contrainte", on peut se poser la question du rôle joué par les languettes dans la cristallisation sous contrainte.

**Gauchet (2007)** étudie l'influence du type de noir de carbone dans la morphologie des faciès de rupture pour un HNBR (fig.4.4 et 4.5). Elle y définit une zone rugueuse de propagation en forme de rosace (fig. 4.4). Elle constate qu'en diminuant la surface spécifique du noir de carbone, la rugosité des pétales<sup>1</sup> décroît, alors que la zone de propagation augmente (fig. 4.5). Elle montre également qu'en accentuant la contrainte maximale ou la température ambiante subie par le matériau, la zone de propagation se réduit et les pétales grossissent, mais sont moins nombreuses (fig. 4.6).

**Le Cam et al. (2008)** proposent d'identifier, dans un diagramme de Haigh en traction-compression, l'influence du rapport de déformation<sup>2</sup> sur la rupture observée des éprouvettes (fig. 4.7). Ils définissent ainsi trois zones principales, en fonction du rapport de déformation :

- Lorsque  $R_\varepsilon \in [-0.25, 0]$ , ils distinguent des rupture à mi-hauteur de l'éprouvette.
- Pour  $R_\varepsilon \in [0, 0.25[$ , ils remarquent des fissures en surface supérieure et dans la partie centrale de l'éprouvette.
- Quand  $R_\varepsilon \in [0.25, 0.5]$ , ils obtiennent une multifissuration, à mi-hauteur de la structure, caractéristique du comportement en fatigue du NR.

De nombreuses études ont été menées pour appréhender la fractographie de différents élastomères (NR (**Bhowmick et al., 1979b**), (**Legorju-Jago, 1998**), (**Legorju-Jago et Bathias, 2002**), (**Le Cam et al., 2008**), SBR (**Setua et De, 1983**), NBR (**Bascom, 1977a**), (**Bascom, 1977b**), (**Bhowmick et al., 1979a**), XNBR (**Chakraborty et al., 1982**), HNBR (**Gauchet et al., 2007**), (**Gauchet, 2007**), CR (**Lacroix, 2004**)). Peu d'entre elles traitent du polychloroprène.

L'influence de différents paramètres (contrainte maximale, température, fréquence) sur le faciès de rupture de caoutchoucs NR et HNBR a été explorée dans la littérature. Un travail a été réalisé pour décrire l'effet du rapport de déformation sur la rupture d'un caoutchouc naturel. En revanche, l'impact du rapport de chargement (rapport de charge, rapport de déplacement) sur la morphologie du faciès de rupture ne semble pas encore avoir été examiné. C'est l'objectif de ce chapitre. Celui-ci est divisé en deux

1. de la rosace

2.  $R_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{min}}{\varepsilon_{max}}$

parties :

- L'étude fractographique en traction simple
- L'analyse des faciès de rupture en fatigue multiaxiale

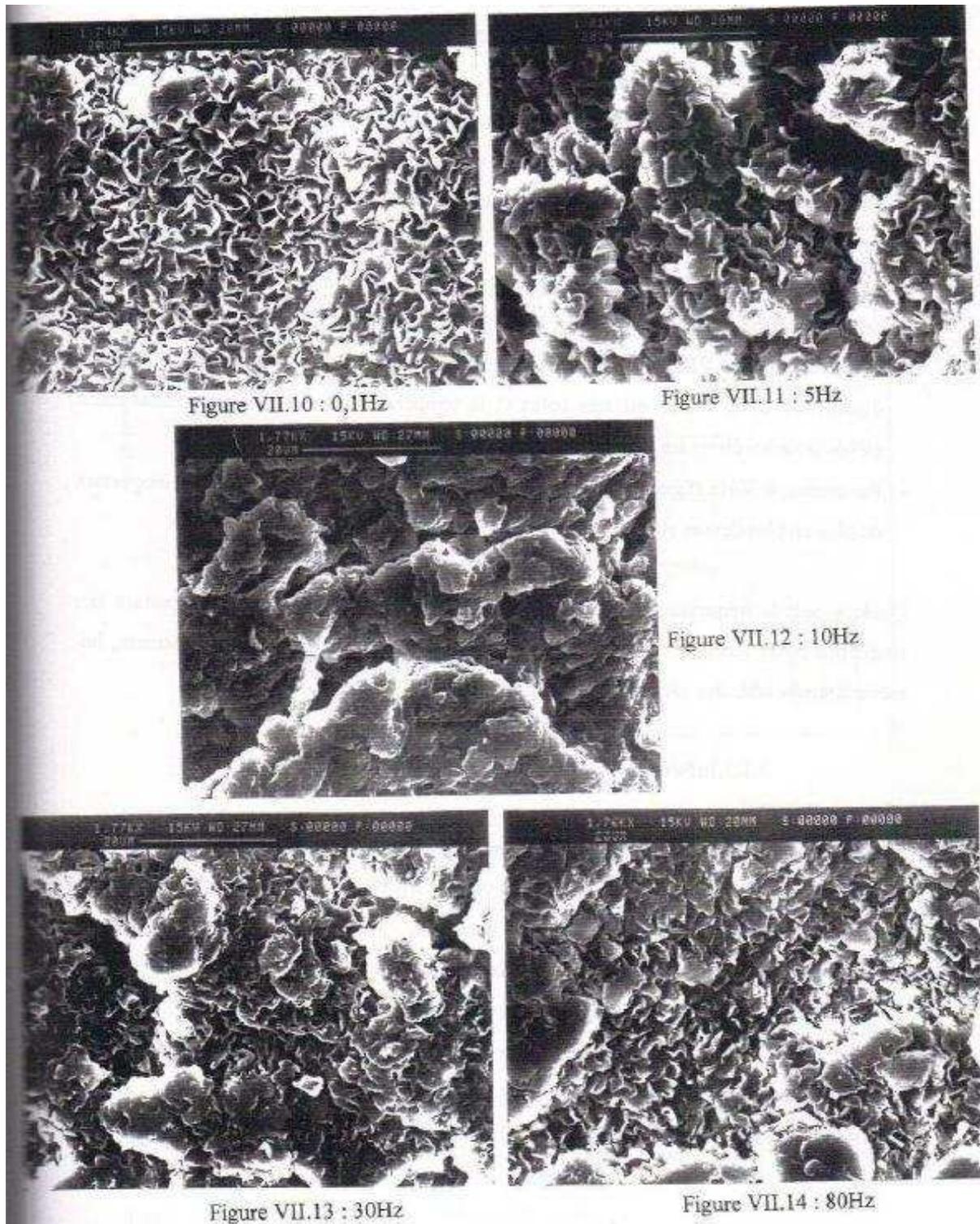


FIGURE 4.1 – Influence de la fréquence dans la morphologie des languettes (Legorju-Jago, 1998)

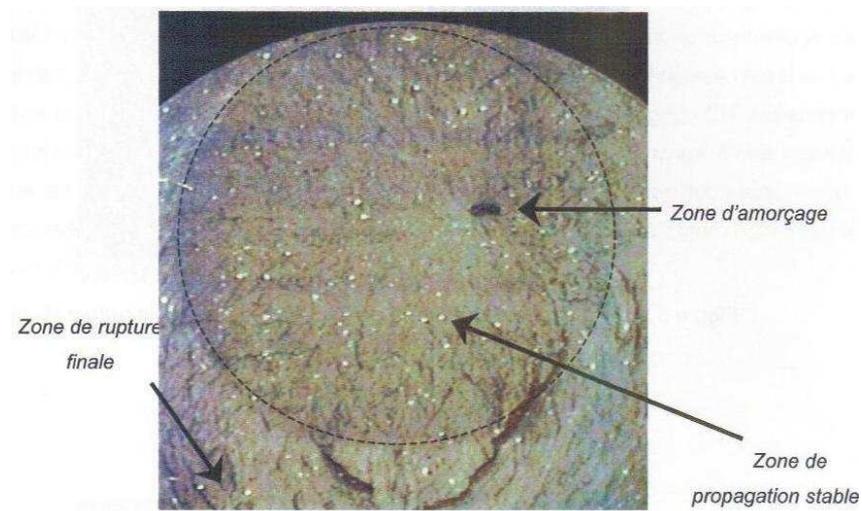


FIGURE 4.2 – Observation de la zone d'amorçage de fissure pour un polychloroprène (Lacroix, 2004)



FIGURE 4.3 – Observation des languettes en zone d'amorçage de fissure dans un polychloroprène (Lacroix, 2004)

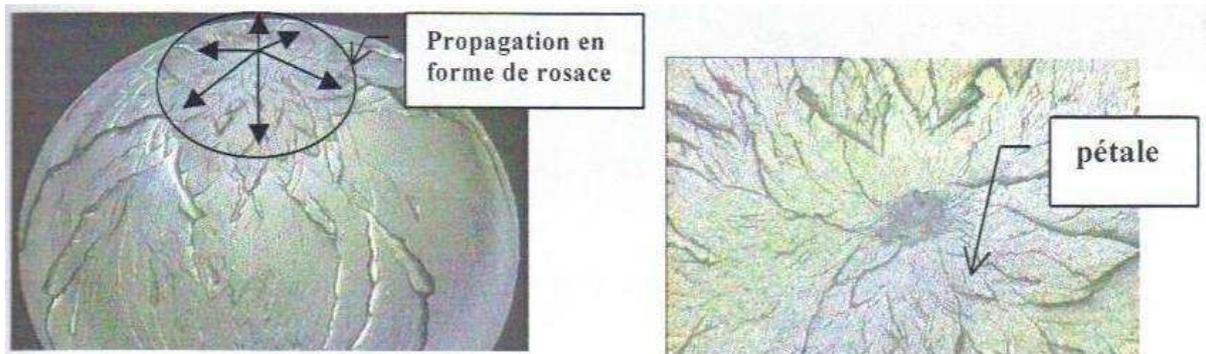


FIGURE 4.4 – Faciès de rupture en fatigue typique pour un HNBR (Gauchet, 2007)

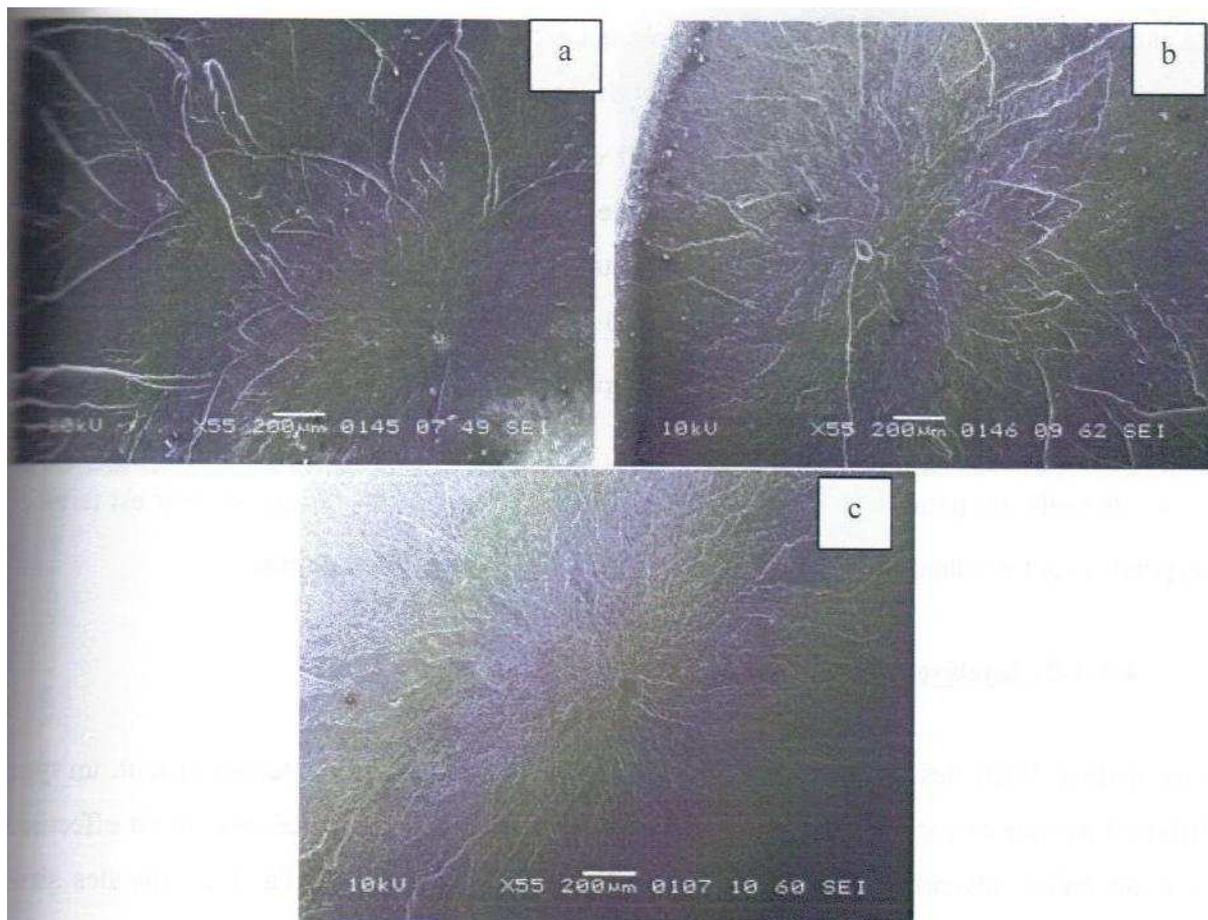


FIGURE 4.5 – Influence du type de noir de carbone dans la morphologie du faciès de rupture du HNBR, dans la zone de propagation stable (Gauchet, 2007) : (a) N550, (b) S6000, (c) N990

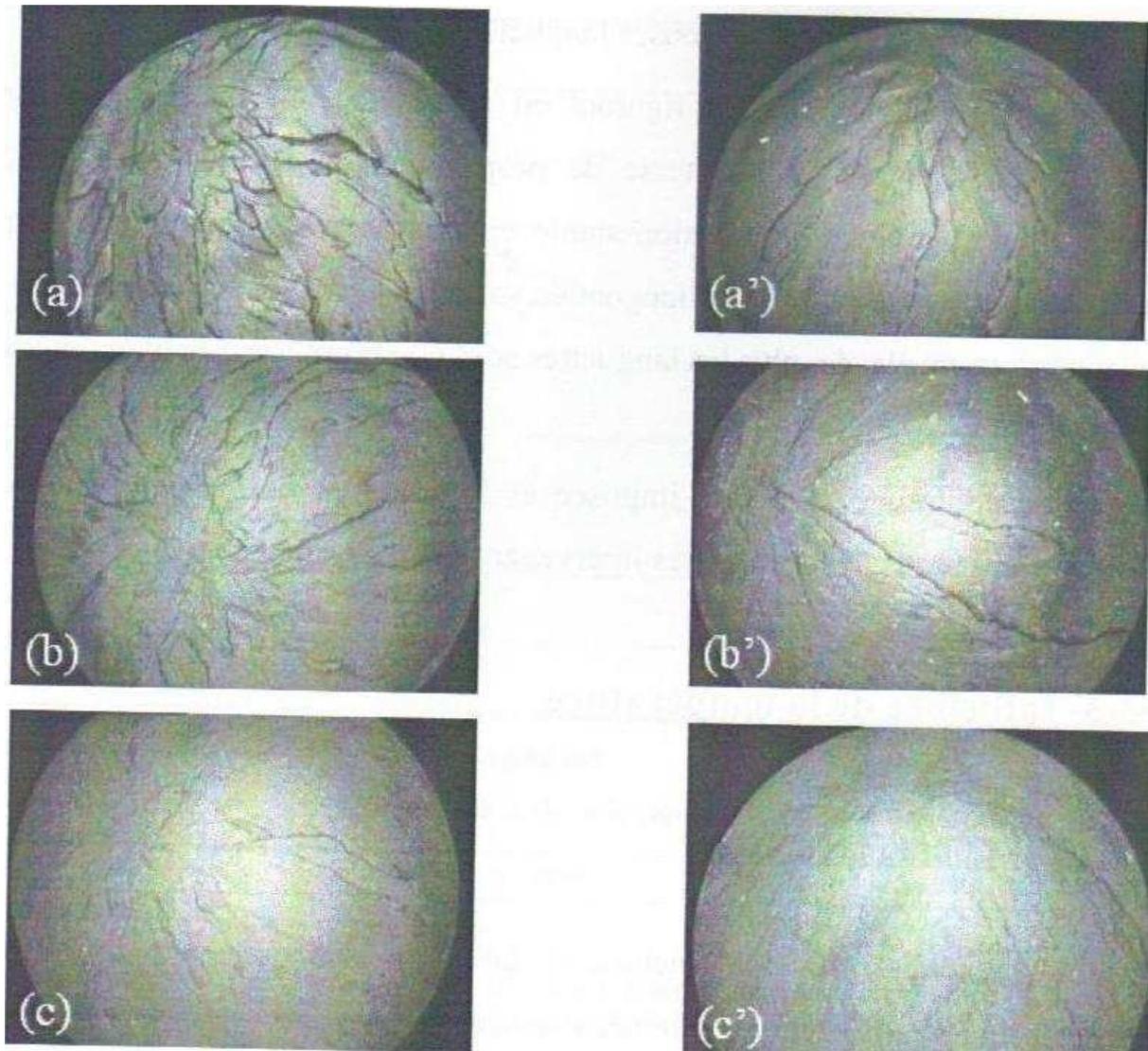


FIGURE 4.6 – Influence de la charge maximale sur le faciès de rupture d'un HNBR (Gauchet, 2007) : HNBR chargé au N550, ayant subi une charge maximale de 1,25 MPa (a) et de 1,45 MPa (a'), HNBR chargé au S6000, ayant subi une charge maximale de 1,25 MPa (b) et de 1,45 MPa (b'), HNBR chargé au N990, ayant subi une charge maximale de 1,25 MPa (c) et de 1,45 MPa (c')

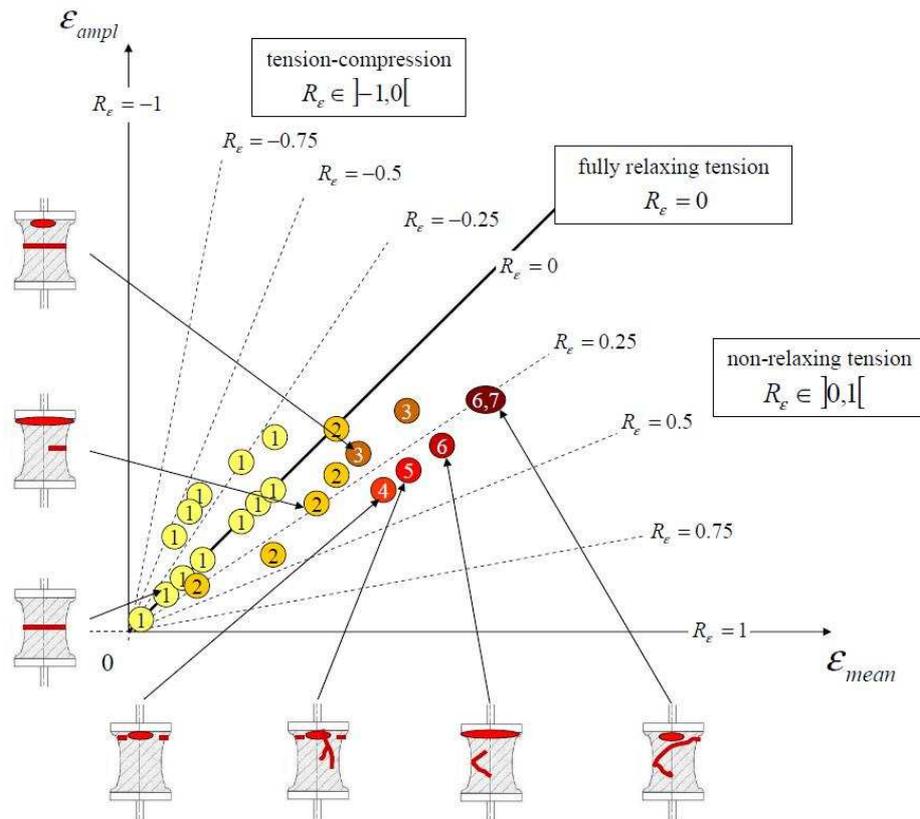


FIGURE 4.7 – Description des ruptures observées en fatigue uniaxiale à partir d'un diagramme de Haigh (Le Cam et al., 2008)

## 4.2 Morphologie des chargements en traction

L'étude fractographique en traction est réalisée pour identifier l'influence du rapport de charge dans la morphologie des faciès de rupture du polychloroprène. Dans un premier temps, les analyses sont menées à l'échelle macroscopique afin de voir l'effet du rapport de charge sur la morphologie globale du faciès de rupture (Fig. 4.8). Cette étude est réalisée sur un Microscope Electronique à Balayage de type JEOL JSM 5900 LV.

Pour des rapports de charges positifs, l'ensemble des faciès de rupture possèdent deux domaines : une zone rugueuse, qui semble être celle de propagation stable, et une autre, plus lisse, et assimilable celle de fin de vie. Cette description, ne fonctionne pas pour des faciès de rupture à rapports de charge négatifs, qui se distinguent par la présence de forts reliefs. Lacroix (2004) propose une décomposition de leur faciès de rupture en trois domaines : une zone d'amorçage, une zone de propagation stable et une zone de rupture finale (fig. 4.2).

La figure 4.9 propose un modèle de description des faciès de rupture relatifs à des rapports de charge positifs et peuvent être divisés en 4 zones : la zone d'amorçage de fissure (fig. 4.9-a), la zone de propagation stable (fig. 4.9-b), la zone de fin de vie (fig. 4.9-c) et la zone de déchirement, que nous appellerons également zone catastrophique (fig. 4.9-d)

La figure 4.9 montre deux zones d'amorçage possible : l'image de gauche correspond à une amorçage de fissure en surface d'éprouvette, tandis que, dans la seconde, elle se localise au niveau d'un défaut

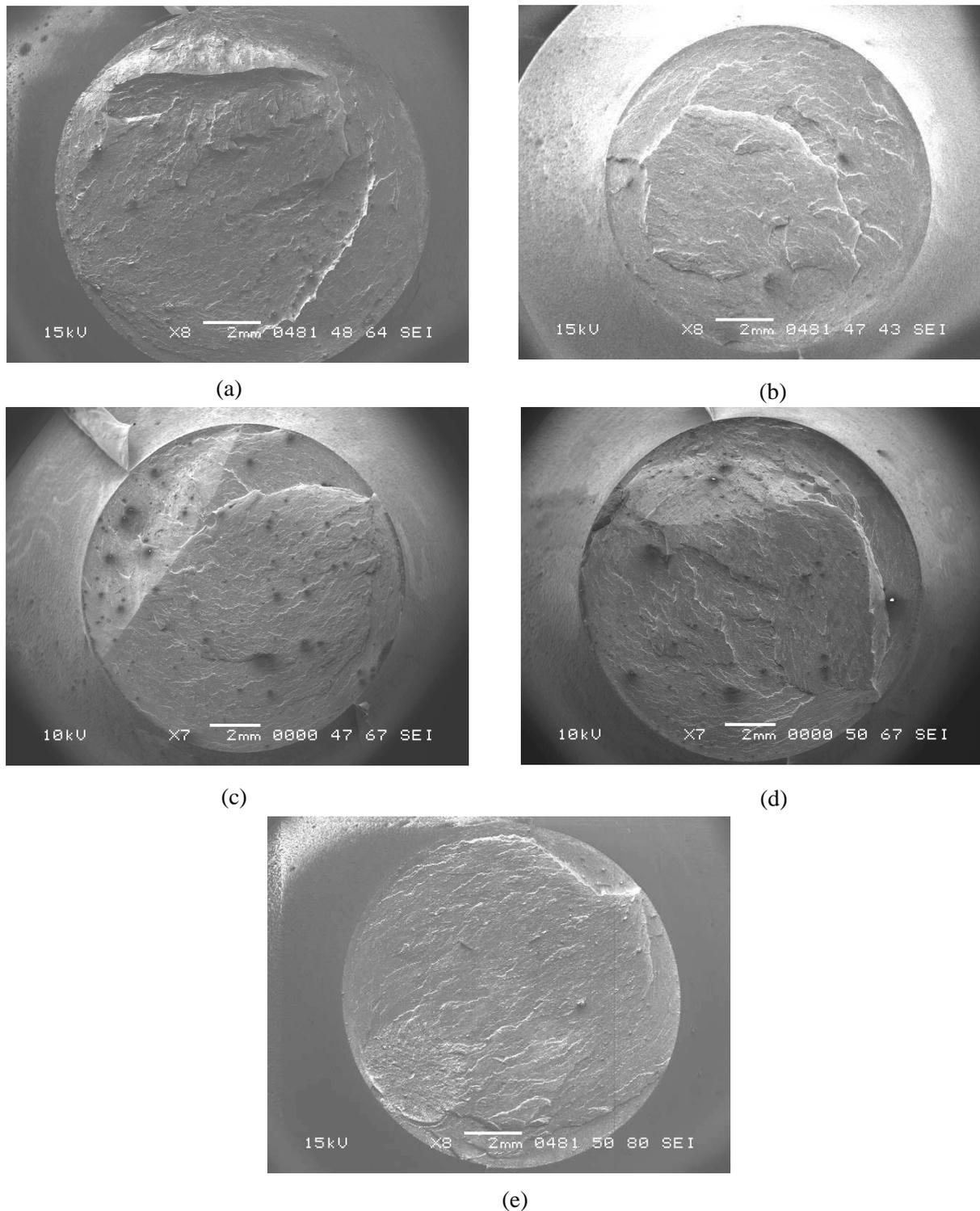


FIGURE 4.8 – Images macroscopiques, prises au MEB (Electrons secondaires), de faciès de rupture d'éprouvettes ayant subi un chargement en fatigue de traction, de force maximale 150 N, et de rapports de charge de (a)  $R=-0.3$  (72482 cycles), (b)  $R=-0.1$  (65385 cycles), (c)  $R=0.1$  (36730 cycles), (d)  $R=0.2$  (99979 cycles), (e)  $R=0.4$  (491075 cycles)

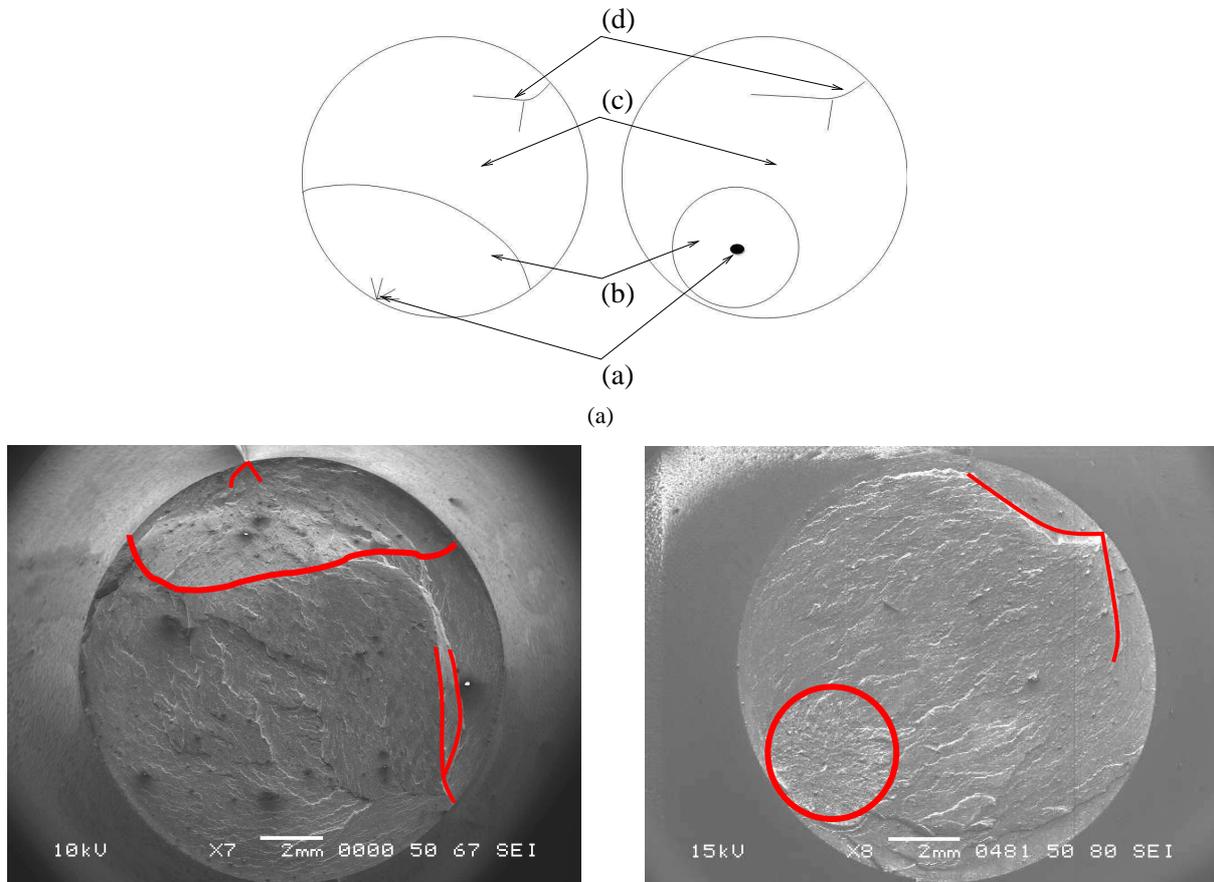


FIGURE 4.9 – Schématisation des faciès de rupture d'éprouvettes testées en fatigue en traction avec des rapports de charge positifs : (a) zone d'amorçage de fissure, (b) zone de propagation stable de fissure, (c) zone de fin de vie, (d) zone catastrophique de déchirement

au sein de la matrice élastomère. Dans cette campagne de fatigue expérimentale, une grande majorité d'éprouvettes a rompu à partir du plan de joint (Poisson et al., 2011).

Afin de pouvoir quantifier les différences liées aux conditions de fatigue, une observation macroscopique, puis microscopique sera menée dans deux zones distinctes : la zone d'amorçage de fissure et la zone catastrophique. Nous avons montré (Poisson et al., 2011) des languettes en zone d'amorçage de fissure de faciès de rupture d'un polychloroprène, semblables à celles observées par Legorju-Jago (1998) sur du NR, par Lacroix (2004) sur du polychloroprène et par Gauchet (2007) sur du HNBR. Nous avons supposé la possibilité que ces languettes aient un lien avec la cristallisation du matériau sous contrainte, sans apporter d'éléments suffisants pour le prouver (Poisson et al., 2011). C'est pourquoi l'objectif de la partie suivante sera de quantifier l'influence des conditions de chargement dans la densité et la morphologie des languettes dans les deux zones étudiées. Nous allons maintenant nous focaliser sur la zone d'amorçage de fissure.

#### 4.2.1 Zone d'amorçage de fissure

La morphologie de la zone d'amorçage de fissure a été observée pour des éprouvettes ayant subi des chargements en fatigue avec un rapport de charge variant de 0 à 0.4 (fig. 4.10). Les images ont été

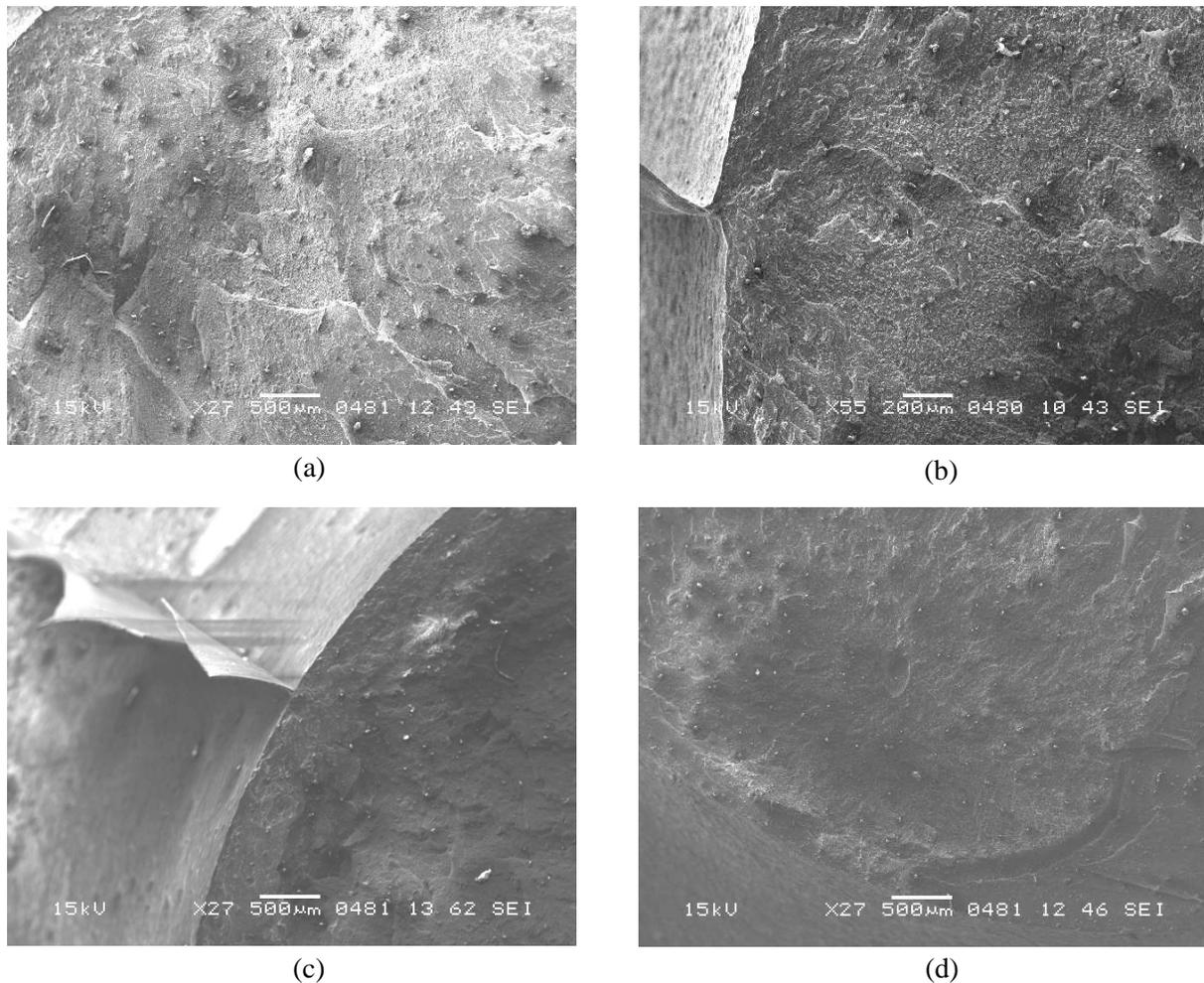


FIGURE 4.10 – Images de la zone d’amorçage de fissure, prises au MEB (Electrons secondaires), de faciès de rupture d’éprouvettes ayant subi un chargement en fatigue de traction, de force maximale 150 N, et de rapports de charge de (a)  $R=0$  (40615 cycles), (b)  $R=0.1$  (36730 cycles), (c)  $R=0.2$  (99979 cycles), (d)  $R=0.4$  (491075 cycles)

prises avec le détecteur d’électrons secondaires du MEB. Nous constatons une amorçage de fissure des trois premières éprouvettes en surface extérieure de celle-ci, et plus précisément au niveau de son plan de joint. L’amorçage à partir d’un défaut interne correspond à la plus forte durée de vie, ce qui rejoint l’analyse de [Lacroix \(2004\)](#), qui montre que les ruptures en surface extérieure aboutissent à des plus faibles durées de vie.

Des informations complémentaires sont obtenues à partir de l’observation des signaux émis par le détecteur d’électrons rétrodiffusés du MEB. La fig. 4.11 représente l’homologue de la fig. 4.10.

Dans la zone d’amorçage de fissure, il apparait des languettes noires, dont la densité semble diminuer avec le rapport de charge. Une description qualitative de l’influence du rapport de charge sur la densité de languettes est proposée (fig. 4.12)

L’évolution de la densité de languettes est comparée avec les durées de vie observées précédemment (fig. 4.11) pour différents rapports de charges. On constate que l’évolution de la densité de languette suit une tendance opposée à celle des durées de vie. D’autre part, il semble également qu’il y ait "inversion

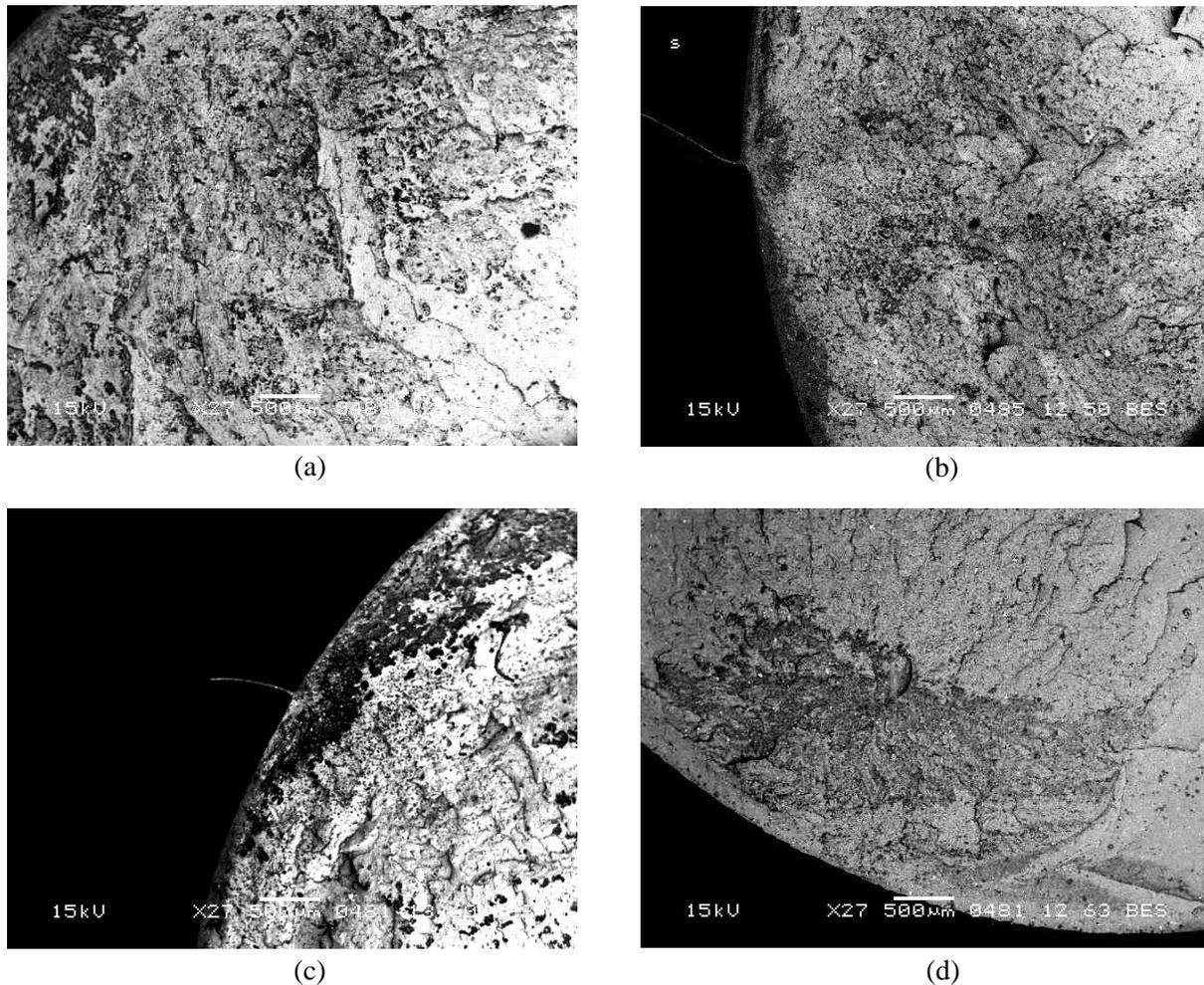


FIGURE 4.11 – Image de la zone d’amorçage de fissure prise au MEB (Electrons rétrodiffusés), de faciès de rupture d’éprouvettes ayant subi un chargement en fatigue de traction, de force maximale 150 N, et de rapports de charge de (a)  $R=0$  (40615 cycles), (b)  $R=0.1$  (36730 cycles), (c)  $R=0.2$  (99979 cycles), (d)  $R=0.4$  (491075 cycles)

des tendances" lorsque le rapport de charge est égal à 0.2, suggérant un changement dans le processus d’endommagement. Une observation, à plus fort grossissement, est proposée dans la fig. 4.13.

Nous pouvons voir que les languettes, que nous avons observées en zone d’amorçage de fissure, sont semblables à celles observées par Legorju-Jago (1998), Lacroix (2004), Gauchet (2007) et Poisson et al. (2011). La fig. 4.14 apporte plus de clarté sur la morphologie des languettes, présentées dans la fig. 4.13, avec l’information prise par le détecteur d’électrons secondaires.

Un regroupement important de languettes est observé pour les rapports de charge de 0 et 0.1. Celui-ci l’est beaucoup moins pour un rapport de charge de 0.2, et semble inexistant pour un rapport de charge  $R = 0.4$ , suivant la tendance exposée dans la fig. 4.12. D’autre part, pour  $R = 0$ , les languettes sont de forme "saillante", puis semblent s’arrondir avec l’augmentation du rapport de charge.

Dans ce paragraphe, nous avons vu que le rapport de charge, utilisé lors de la sollicitation en fatigue uniaxiale, influence la morphologie de la rupture du polychloroprène. L’analyse qualitative de la densité

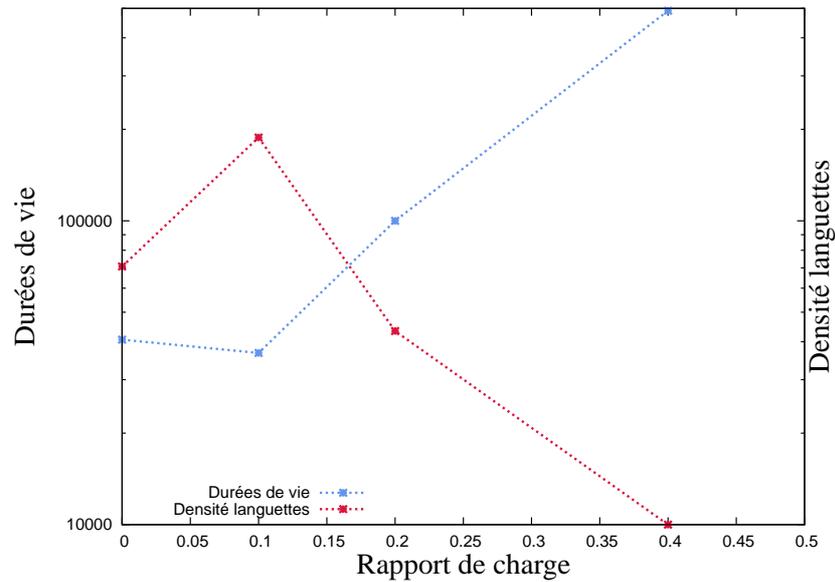
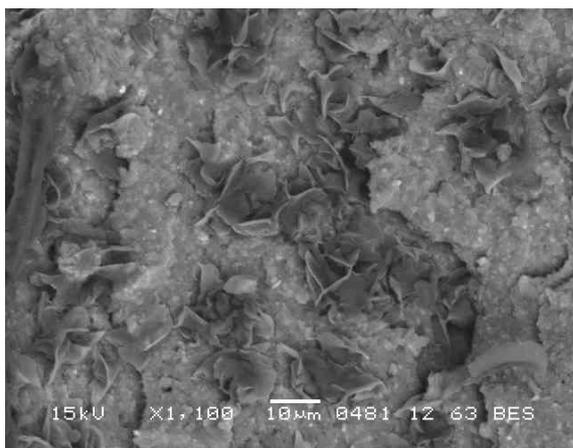
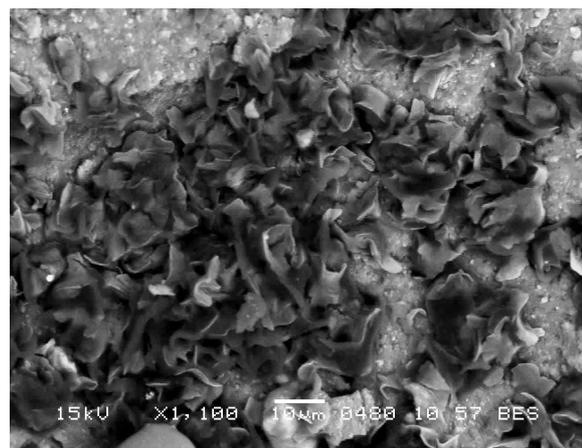


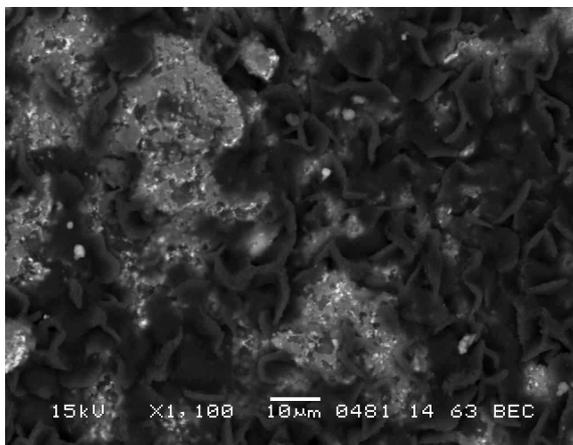
FIGURE 4.12 – Influence du rapport de charge sur la densité de languette et la durée de vie du matériau



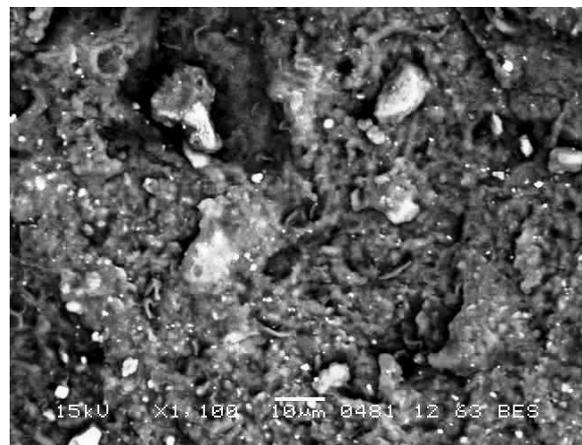
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 4.13 – Images de la zone d’amorçage de fissure, prises au MEB (Electrons rétrodiffusés), de faciès de rupture d’éprouvettes ayant subi un chargement en fatigue de traction, de force maximale 150 N, et de rapports de charge de (a)  $R=0$  (40615 cycles), (b)  $R=0.1$  (36730 cycles), (c)  $R=0.2$  (99979 cycles), (d)  $R=0.4$  (491075 cycles)

de languette suggère un changement dans l'endommagement en fatigue du matériau à partir d'un rapport de charge égal à 0.2. D'autre part, les languettes paraissent de morphologie différente (plus ou moins arrondie) suivant le chargement vécu par le matériau et semblent être constituées d'atomes légers car elles apparaissent en noir dans l'image obtenue avec le détecteur d'électrons rétrodiffusés.

L'observation du signal émis par ce détecteur est une méthode intéressante pour localiser la présence de languettes. Cette démarche sera utilisée pour qualifier leur densité zone de rupture catastrophique.

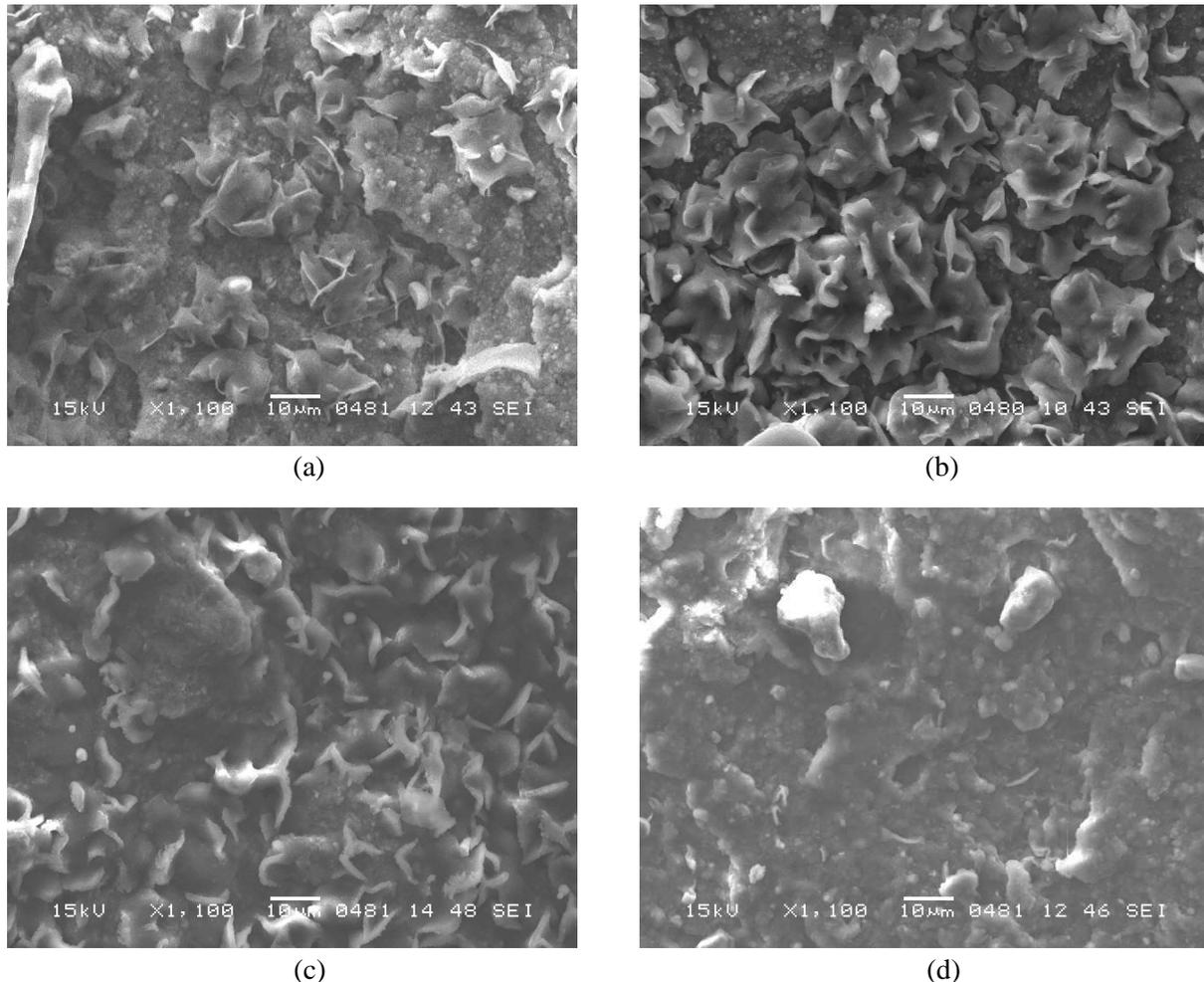


FIGURE 4.14 – Images de la zone d'amorçage de fissure, prises au MEB (Electrons secondaires), de faciès de rupture d'éprouvettes ayant subi un chargement en fatigue de traction, de force maximale 150 N, et de rapports de charge de (a)  $R=0$  (40615 cycles), (b)  $R=0.1$  (36730 cycles), (c)  $R=0.2$  (99979 cycles), (d)  $R=0.4$  (491075 cycles)

#### 4.2.2 Zone de rupture catastrophique

Une première analyse est réalisée, dans cette zone, à faible grossissement (x 140), afin de pouvoir qualifier la densité de languettes dans cette zone suivant les conditions de fatigue vécues par le matériau (fig. 4.15).

Une description qualitative de l'influence du rapport de charge sur la densité de languettes est proposée (fig. 4.16). On constate que l'évolution de la densité de languette suit une tendance similaire à celle des

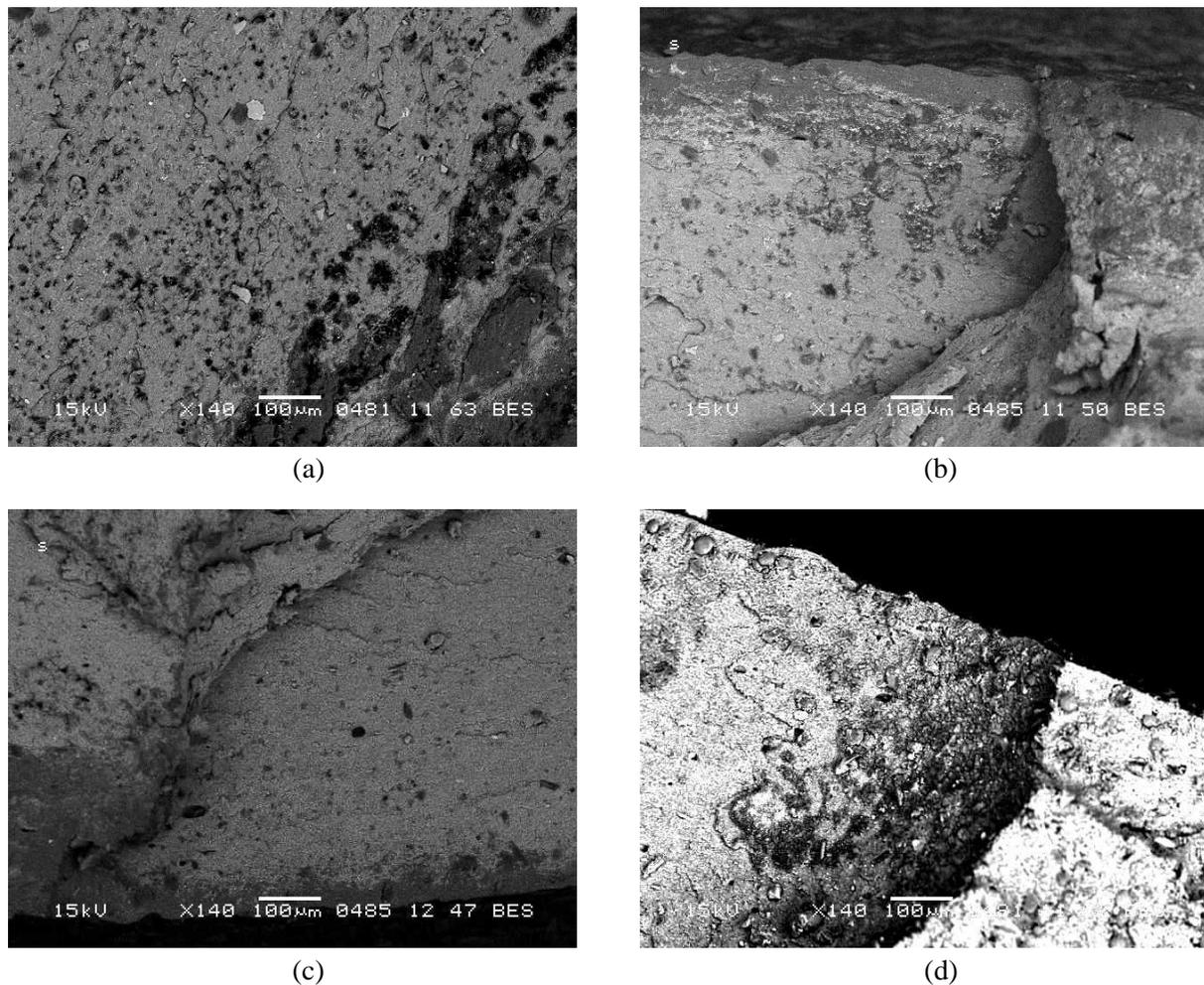


FIGURE 4.15 – Images de la zone de rupture catastrophique, prises au MEB (Electrons rétrodiffusés), de faciès de rupture d'éprouvettes ayant subi un chargement en fatigue de traction, de force maximale 150 N, et de rapports de charge de (a)  $R=0$  (40615 cycles), (b)  $R=0.1$  (36730 cycles), (c)  $R=0.2$  (99979 cycles), (d)  $R=0.4$  (491075 cycles)

durées de vie. D'autre part, il semble également qu'il y ait "inversion des tendances" lorsque le rapport de charge est égal à 0.2, suggérant un changement dans le processus d'endommagement.

La fig. 4.17 correspond à une image, prise au MEB avec le détecteur d'électrons rétrodiffusés, de la zone catastrophique du faciès de rupture pour différents rapports de charge. Le grossissement utilisé est  $\times 1100$ . Les images équivalentes prises avec le détecteur d'électrons secondaires sont présentées en figure 4.18.

L'observation des languettes, à l'échelle microscopique, corrobore celles réalisées à l'échelle macroscopique, avec une plus forte densité de languettes obtenue pour un rapport de charge égal à 0.4.

Les durées de vie en fatigue, indiquées pour chaque rapport de charge observé, nous ont permis de faire un rapprochement intéressant entre la densité des languettes et les durées de vies, et ce, pour les deux zones étudiées. Nous remarquons donc un changement de régime dans l'endommagement du matériau à partir d'un rapport de charge égal à 0.2. Ce résultat coïncide avec le changement, observé avec le diagramme de Haigh (fig. 3.38), dans le comportement en fatigue du polychloroprène. D'autre part,

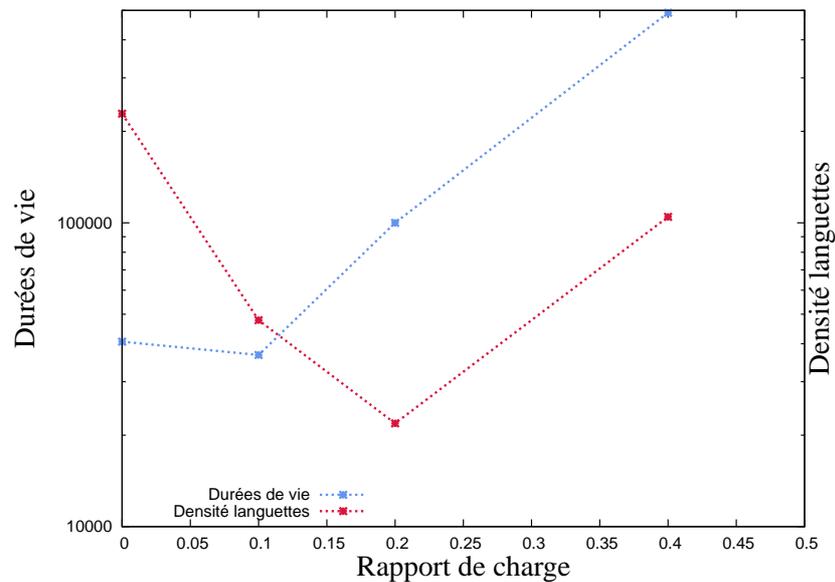
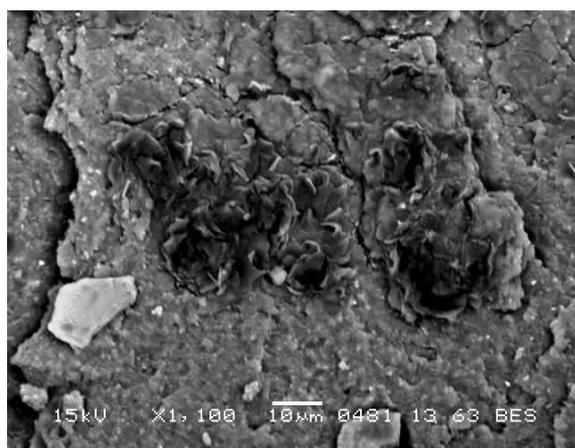
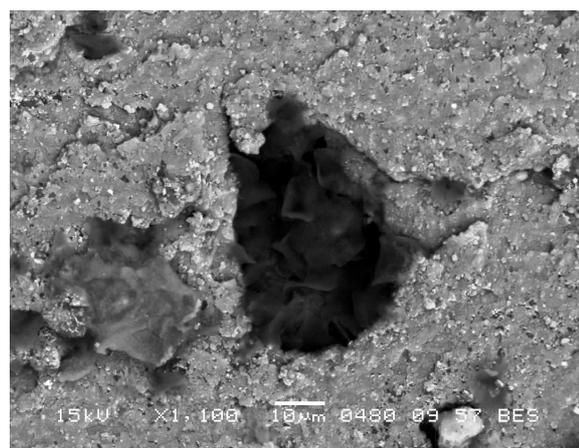


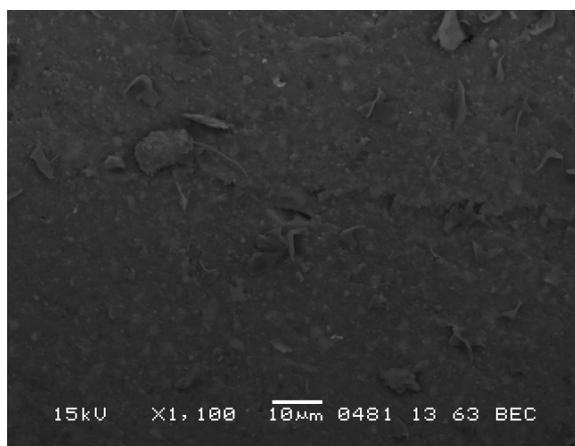
FIGURE 4.16 – Influence du rapports de charge sur la densité de languette et la durée de vie du matériau



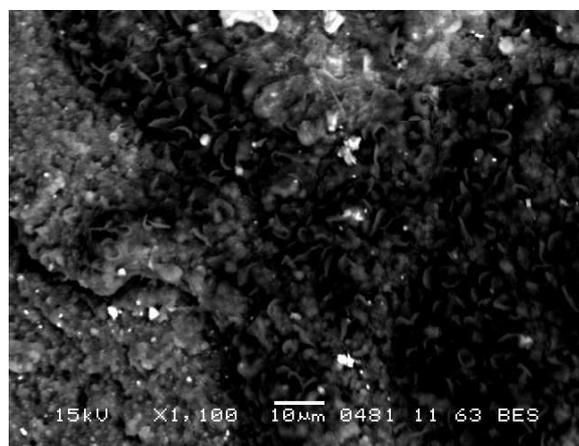
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 4.17 – Images de la zone de rupture catastrophique, prises au MEB (Electrons rétrodiffusés), de faciès de rupture d'éprouvettes ayant subi un chargement en fatigue de traction, de force maximale 150 N, et de rapports de charge de (a)  $R=0$  (40615 cycles), (b)  $R=0.1$  (36730 cycles), (c)  $R=0.2$  (99979 cycles), (d)  $R=0.4$  (491075 cycles)

nous constatons que la densité de languettes semble suivre l'évolution inverse de celle des durées de vie dans la zone d'amorçage de fissure, alors qu'elle adopte une tendance similaire à cette dernière dans la zone catastrophique. Ce résultat nous amène à nous poser des questions, car les languettes semblent représentatives de l'endommagement du matériau en zone d'amorçage de fissure, et caractéristiques de la tenue en fatigue dans la zone catastrophique. En effet, il semble plus naturel d'avoir des éléments représentatifs de la tenue en fatigue dans la zone d'amorçage de fissure.

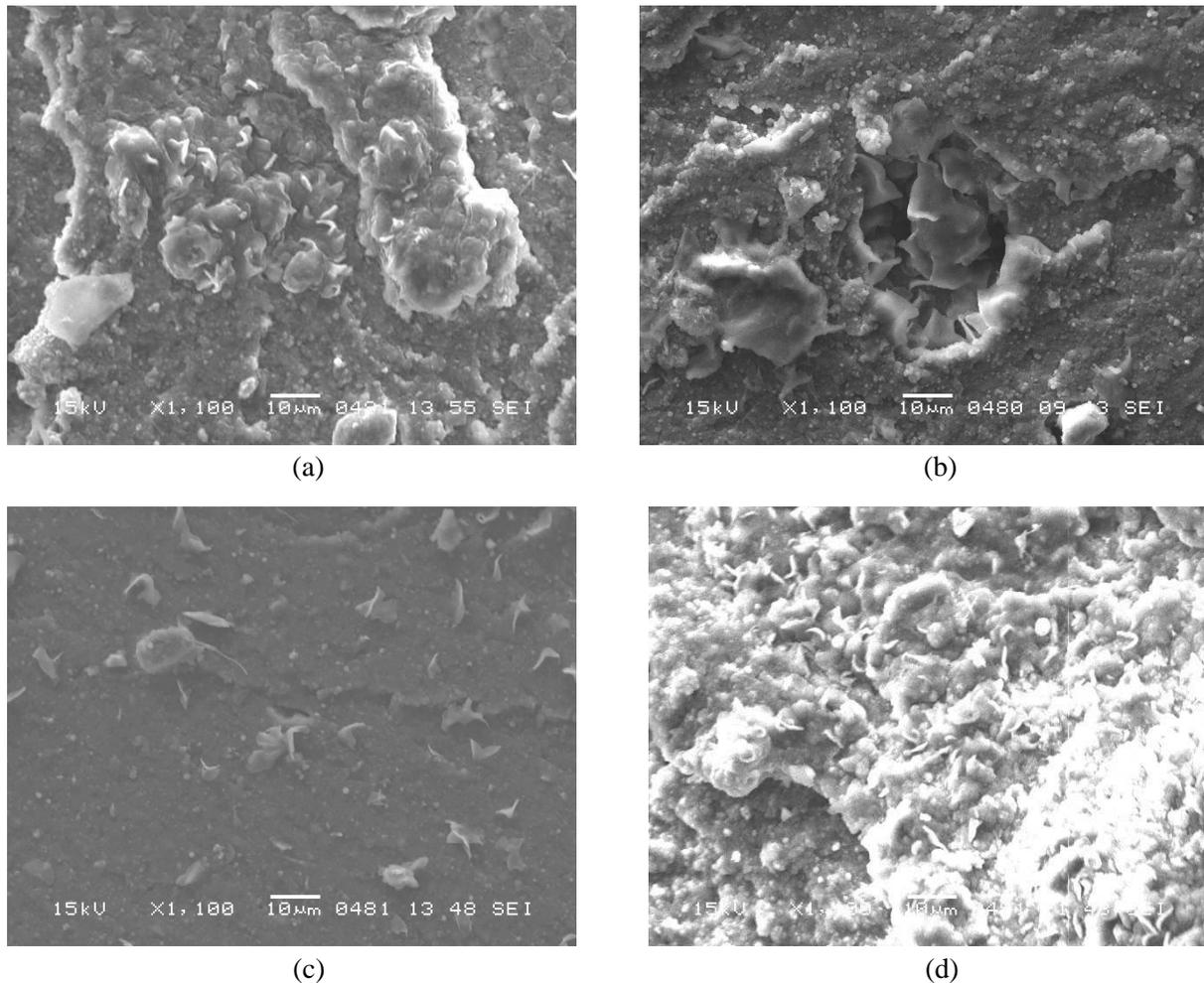


FIGURE 4.18 – Images de la zone de rupture catastrophique, prises au MEB (Electrons secondaires), de faciès de rupture d'éprouvettes ayant subi un chargement en fatigue de traction, de force maximale 150 N, et de rapports de charge de (a)  $R=0$  (40615 cycles), (b)  $R=0.1$  (36730 cycles), (c)  $R=0.2$  (99979 cycles), (d)  $R=0.4$  (491075 cycles)

### 4.3 Morphologie des chargements multiaxiaux

Nous allons observer les faciès de rupture d'éprouvettes ayant subi des chargements en fatigue multiaxiale. La fig. 4.19 montre des images macroscopiques d'éprouvettes rompues, prises au MEB avec les détecteurs d'électrons secondaires (a et c) et les détecteurs d'électrons rétrodiffusés (b et d). Les images a et b représentent les images macroscopiques d'un diabolo rompu par un chargement multiaxial en traction-torsion proportionnel, alors que les images c et d correspondent à une rupture par chargement

multiaxial avec un déphasage de  $180^\circ$  entre la traction et la torsion.

**REMARQUE 4.1**

Les faciès de rupture des éprouvettes ayant subi des chargements multiaxiaux ont été choisis de sorte que la partie axiale du chargement soit équivalente aux conditions étudiées dans le paragraphe 4.2.

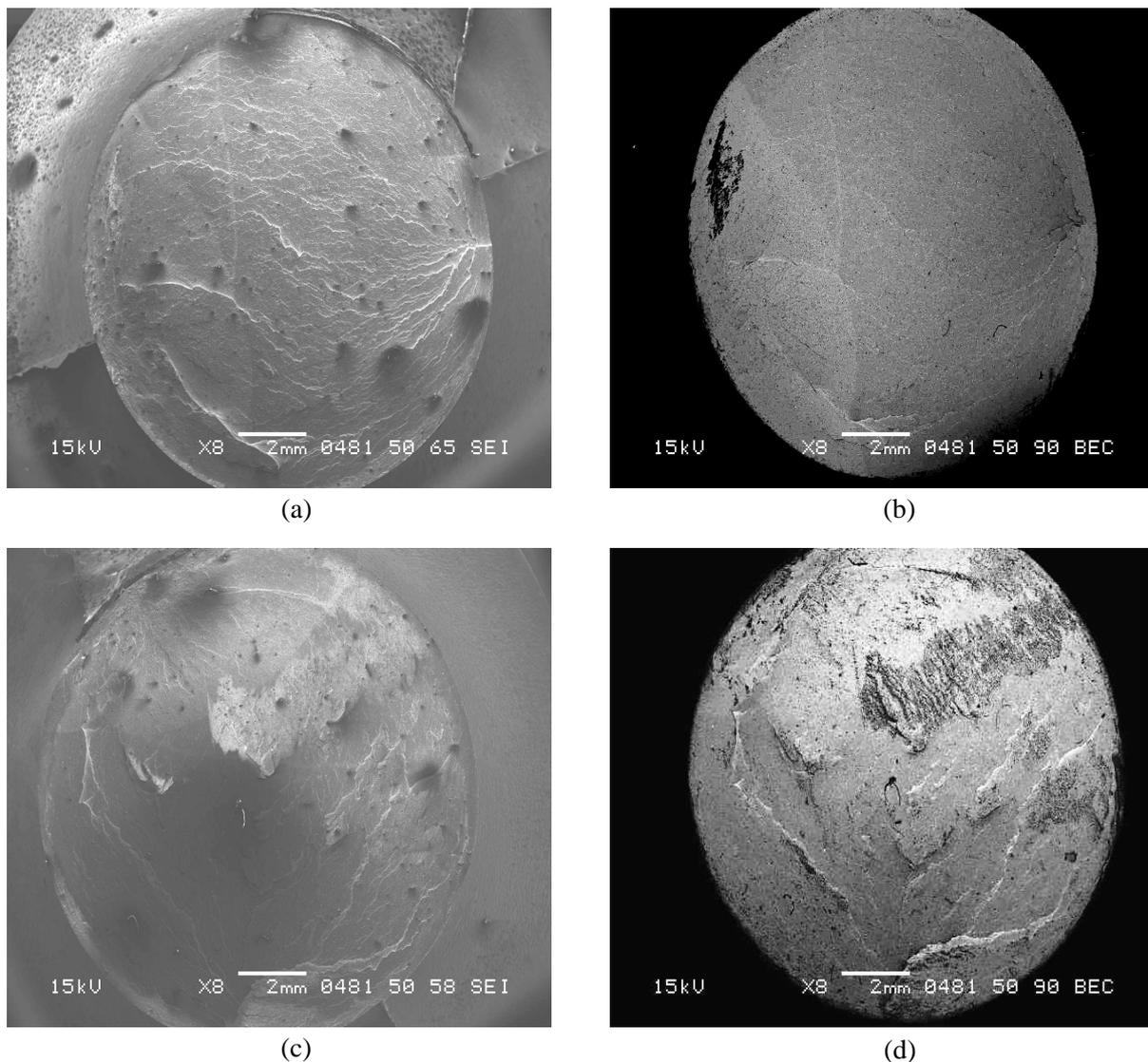


FIGURE 4.19 – Images macroscopiques, prises au MEB, de faciès de rupture d'éprouvettes ayant subi des sollicitations en fatigue multiaxiales avec  $d_{max} = 17mm$ ,  $R_d = 0.1$  et (a)  $\delta = 0^\circ$  (électrons secondaires) (74700 cycles), (b)  $\delta = 0^\circ$  (électrons rétrodiffusés) (74700 cycles), (c)  $\delta = 180^\circ$  (électrons secondaires) (41875 cycles) et (d)  $\delta = 180^\circ$  (électrons rétrodiffusés) (41875 cycles)

La morphologie des faciès de rupture en fatigue multiaxiale semble proche de celles examinées dans le cas uniaxial, reprenant les zones définies dans la fig. 4.9. Le faciès présentant le plus de rugosité correspond à celui qui possède une durée de vie plus importante. En revanche, la surface correspondante

à la zone de propagation stable semble identique pour les deux éprouvettes, malgré une différence d'un facteur deux des durées de vie respectives.

L'image 4.19.b révèle la présence de taches noires en zone d'amorçage de fissures tandis que l'image 4.19.c ne montre pas de détails significatifs. Nous allons suivre une démarche similaire à celle réalisée pour l'analyse des ruptures en traction, et ainsi évaluer la densité de languettes dans les zones d'amorçage de fissure et de rupture catastrophique.

### 4.3.1 Zone d'amorçage de fissure

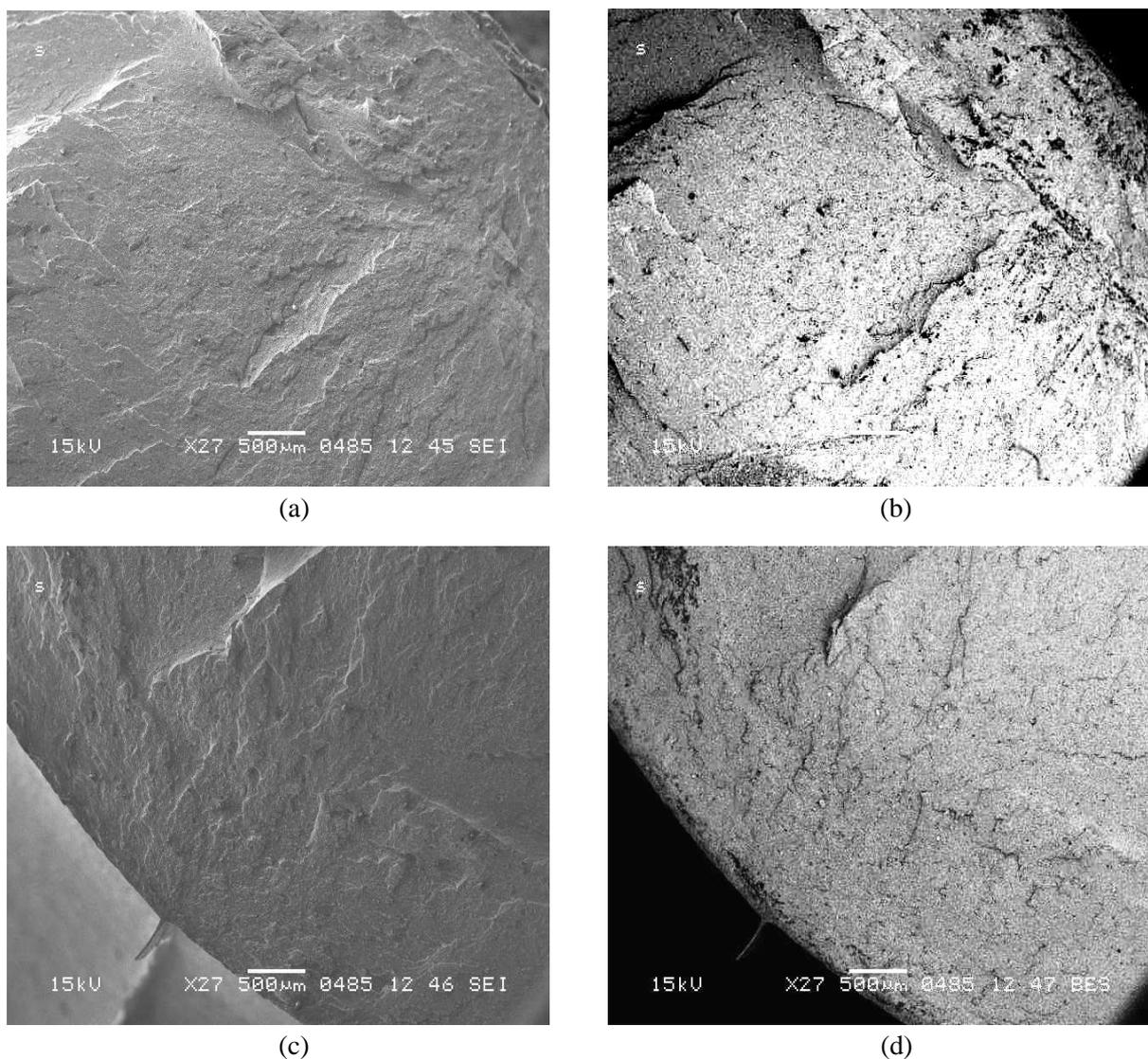


FIGURE 4.20 – Images de la zone d'amorçage de fissure de faciès de rupture, prises au MEB (x27), d'éprouvettes ayant subi des sollicitations en fatigue multiaxiales avec  $d_{max} = 17mm$ ,  $R_d = 0.1$  et (a)  $\delta = 0^\circ$  (électrons secondaires) (74700 cycles), (b)  $\delta = 0^\circ$  (électrons rétrodiffusés) (74700 cycles), (c)  $\delta = 180^\circ$  (électrons secondaires) (41875 cycles) et (d)  $\delta = 180^\circ$  (électrons rétrodiffusés) (41875 cycles)

La fig. 4.21 apporte un grossissement plus important de la zone d'amorçage de fissure (x55), afin de pouvoir comparer la densité de languettes relative aux chargements multiaxiaux. Il s'avère que cette dernière est plus importante pour un déphasage de  $180^\circ$ , chargement donnant la plus faible durée de vie en fatigue. Ce résultat est cohérent avec les observations faites en traction, à savoir que les languettes semblent représenter l'endommagement du matériau en zone d'amorçage de fissure. Leur morphologie, en zone d'amorçage de fissure, est révélée dans la figure 4.22.

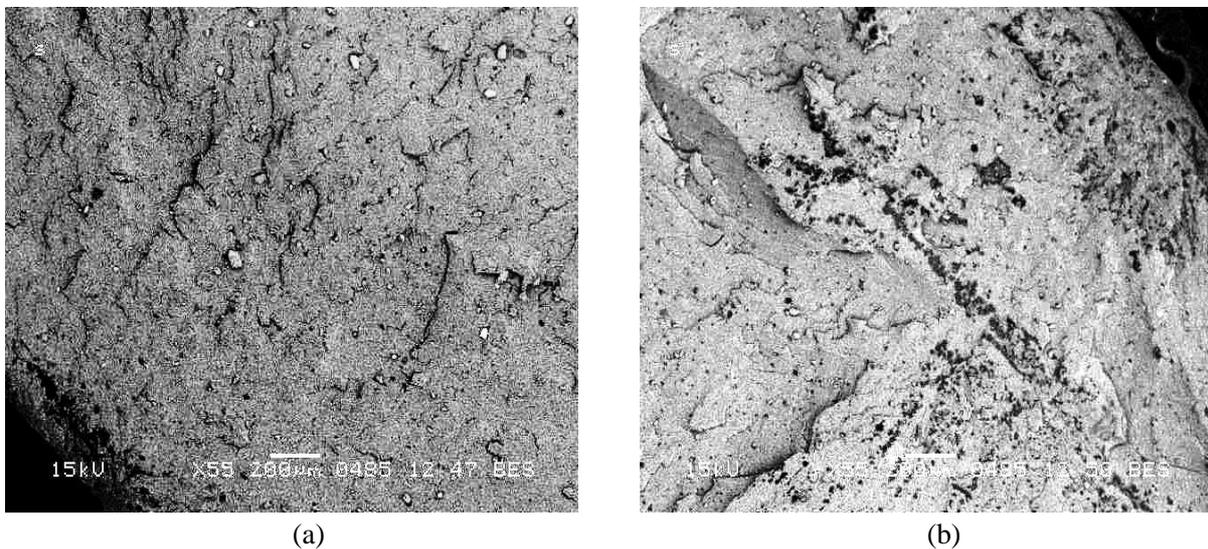


FIGURE 4.21 – Images de la zone d'amorçage de fissure de faciès de rupture, prises au MEB (x55), d'éprouvettes ayant subi des sollicitations en fatigue multiaxiales avec  $d_{max} = 17mm$ ,  $R_d = 0.1$  et (a)  $\delta = 0^\circ$  (électrons rétrodiffusés) (74700 cycles) et (b)  $\delta = 180^\circ$  (électrons rétrodiffusés) (41875 cycles)

Globalement, la morphologie des languettes de fatigue multiaxiale est différente de celles de fatigue en traction. Cela peut être provoqué par la sollicitation de torsion. D'autre part, la rupture par fatigue multiaxiale proportionnelle semble provoquer des languettes plus regroupées, avec des formes "saillantes". Celles issues d'une sollicitation à déphasage de  $180^\circ$  paraissent plus réparties, plus nombreuses, mais également plus petites.

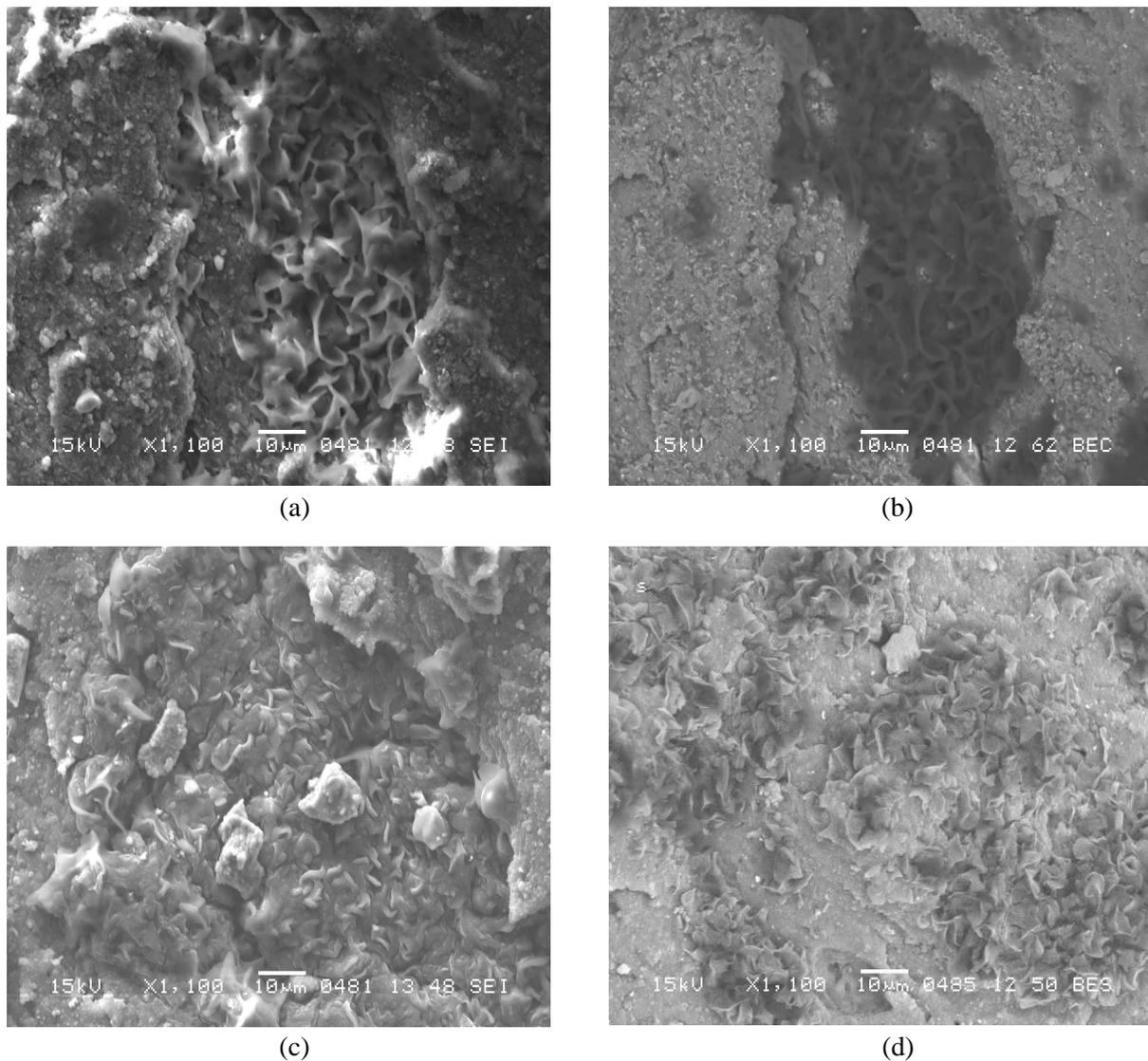


FIGURE 4.22 – Morphologie des languettes en zone d’amorçage de fissure d’éprouvettes ayant subi des sollicitations en fatigue multiaxiale avec  $d_{max} = 17mm$ ,  $R_d = 0.1$  et (a)  $\delta = 0^\circ$  (électrons secondaires) (74700 cycles), (b)  $\delta = 0^\circ$  (électrons rétrodiffusés) (74700 cycles), (c)  $\delta = 180^\circ$  (électrons secondaires) (41875 cycles) et (d)  $\delta = 180^\circ$  (électrons rétrodiffusés) (41875 cycles)

De la même façon que pour les observations réalisées avec les faciès de rupture en traction, nous allons maintenant étudier la densité et la morphologie des languettes en zone catastrophique.

### 4.3.2 Zone catastrophique

La fig. 4.23 montre la densité de languettes dans la zone catastrophique pour les deux sollicitations. La rupture de l’éprouvette par le chargement multiaxial proportionnel ne semble pas provoquer la création de languettes en zone catastrophique, contrairement à celle relative à une sollicitation possédant un déphasage de  $180^\circ$  entre la traction et la torsion. La fig. 4.24 confirme le constat effectué précédemment, à savoir l’absence de languettes dans les images a et b, et une faible densité de celles-ci pour les images

c et d. Ce résultat est contradictoire avec les observations réalisées en traction. En effet, la densité de languettes semble représentative de l'endommagement du matériau, et non de sa tenue en fatigue. Il se peut, toutefois, que la création de languettes, dans les faciès de rupture multiaxiale, soit anihilée par la sollicitation de torsion (Poisson et al., 2011).

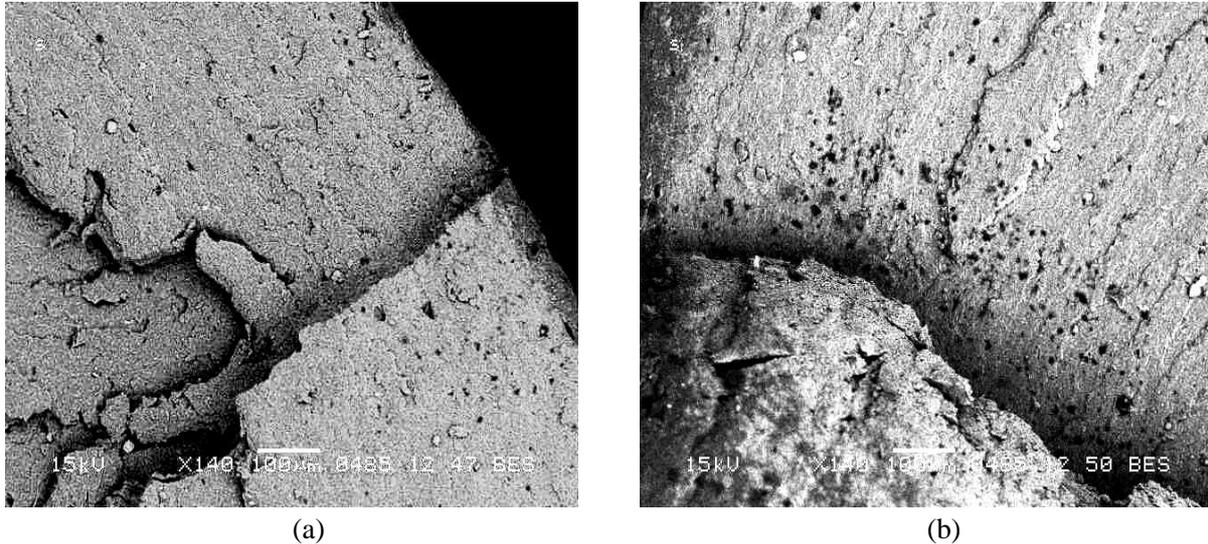


FIGURE 4.23 – Images de la zone catastrophique de faciès de rupture, prises au MEB (x140), d'éprouvettes ayant subi des sollicitations en fatigue multiaxiale avec  $d_{max} = 17mm$ ,  $R_d = 0.1$  et (a)  $\delta = 0^\circ$  (74700 cycles), (b)  $\delta = 180^\circ$  (41875 cycles)

## 4.4 Bilan

A l'échelle macroscopique, les faciès de ruptures des diabolos en CR se divisent en quatre zones distinctes : l'amorçage, la fatigue, la fin de vie et la rupture, en adéquation avec la littérature (Lacroix, 2004). Nous avons choisi de nous focaliser sur deux d'entre elles.

### Zone d'amorçage de fissure

Lorsque le rapport de charge en traction augmente, la rugosité, dans cette zone, diminue. Cet effet est semblable à celui constaté par Gauchet (2007) avec l'augmentation de la contrainte maximale. Cela met donc en évidence que plus le rapport de charge augmente, et moins la sollicitation est endommageante. D'autre part, concernant les chargements multiaxiaux, le déphasage entre la traction et la torsion ne semble influencer ni la rugosité, ni la surface de la zone d'amorçage.

Quand nous comparons les faciès de rupture en traction et en traction-torsion, il apparaît de plus fortes densités de languettes dans les zones d'amorçage relatives aux ruptures en traction. Il est possible que la torsion ralentisse la création de languettes. Si nous observons maintenant les durées de vie, il est intéressant de constater que les plus importantes semblent correspondre aux plus faibles densités de languettes. Cela semble contradictoire avec l'hypothèse que les languettes correspondent à la manifestation de cristallisation sous tension. D'autre part, d'un point de vue morphologique, il s'avère que plus le rapport de

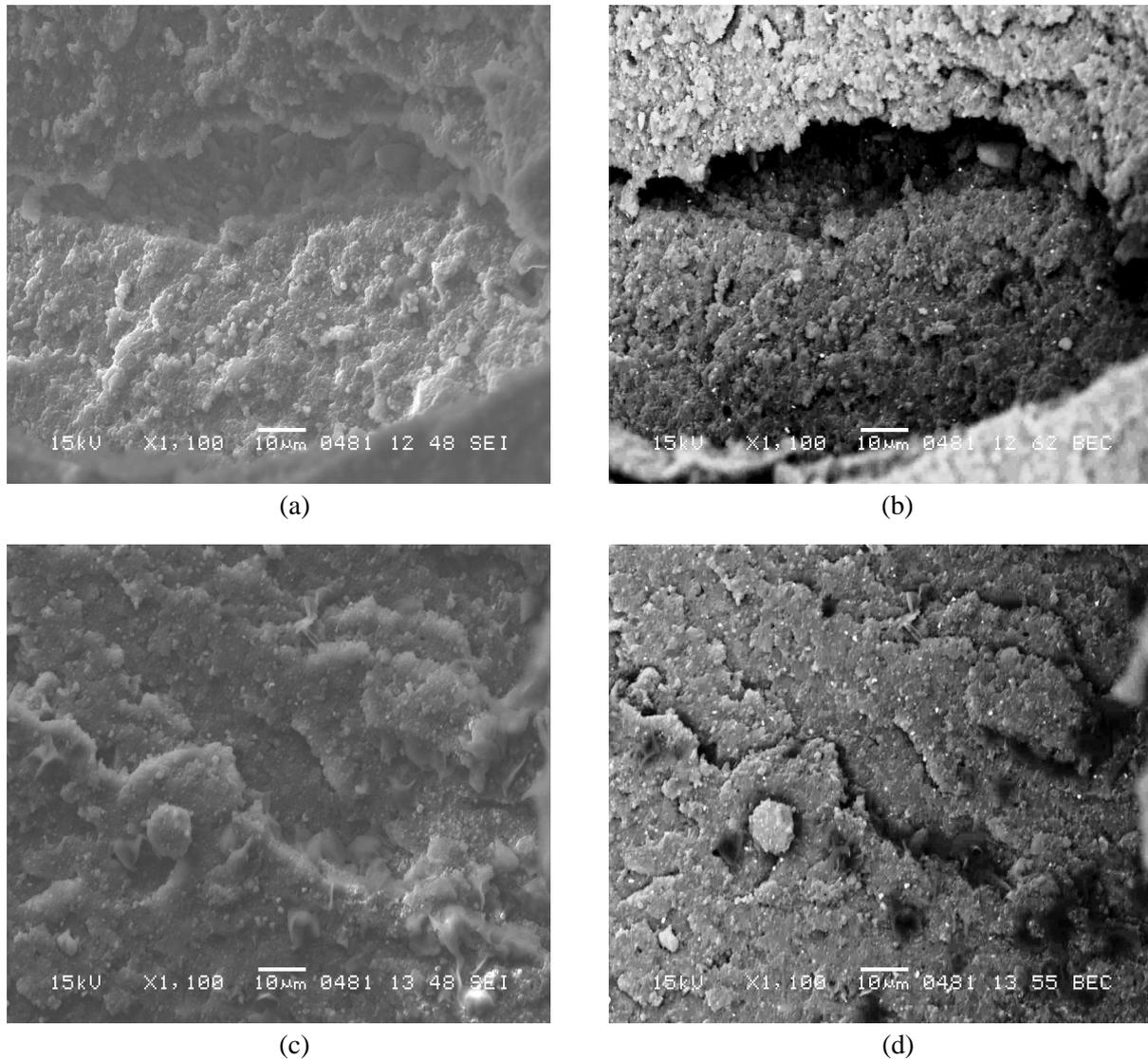


FIGURE 4.24 – Images de la zone catastrophique de faciès de rupture, prises au MEB (x1100), d'éprouvettes ayant subi des sollicitations en fatigue multiaxiale avec  $d_{max} = 17mm$ ,  $R_d = 0.1$  et (a)  $\delta = 0^\circ$  (électrons secondaires) (74700 cycles), (b)  $\delta = 0^\circ$  (électrons rétrodiffusés) (74700 cycles), (c)  $\delta = 180^\circ$  (électrons secondaires) (41875 cycles) et (d)  $\delta = 180^\circ$  (électrons rétrodiffusés) (41875 cycles)

charge augmente, et plus les languettes sont de formes arrondies.

### Zone catastrophique

Dans la zone catastrophique, en analysant l'influence du rapport de charge sur la densité de languettes, cette dernière diminue jusqu'à un rapport de charge de 0.2, puis augmente pour  $R = 0.4$ . Ce comportement est semblable à ce qui a été observé sur le diagramme de Haigh en traction (fig. 3.38) et le phénomène de renforcement du matériau à partir de  $R = 0.2$ . L'analyse des ruptures en traction-torsion

nous indique :

- une absence de languettes pour un chargement à déphasage nul ( $\delta = 0^\circ$ )
- une faible densité de languettes pour une sollicitation avec un déphasage de  $180^\circ$

La plus faible durée de vie correspond à la plus forte densité de languettes. Ce qui est en désaccord avec les résultats en traction. Il serait néanmoins intéressant de faire des observations complémentaires afin de consolider les analyses faites ci-dessus et voir si la morphologie des languettes est spécifique à la condition de chargement.

Ce chapitre avait pour objet d'essayer de décrire les phénomènes micro-structuraux sans avoir l'ambition d'expliquer et justifier l'ensemble des points mis en jeu. On peut néanmoins tirer quelques conclusions :

- La densité de languettes semble être un indicateur du renforcement du matériau
- La densité de languettes montre une sinularité pour un rapport de charge  $R=0.2$ , suggérant un changement dans le régime de fatigue
- L'analyse des languettes en zone d'amorçage de fissure et de rupture semble montrer des tendances inverses. Il est possible que cette opposition soit causée par un état de contrainte local différent dans ces deux zones.
- La multiaxialité semble diminuer le nombre de languettes dans les faciès de rupture, sans pour autant diminuer la durée de vie. (41875 cycles et 74700 cycles pour les chargements multiaxiaux et 36730 cycles pour le résultat en traction correspondant)
- La multiaxialité semble influencer la morphologie des languettes en zone d'amorçage de fissure avec des formes arrondies pour  $\delta = 180^\circ$  et des formes saillantes pour  $\delta = 0^\circ$



---

## Conclusion Générale et Perspectives

Cette étude a été développée pour formuler un critère, capable d'estimer les durées de vie en fatigue multiaxiale du polychloroprène. Ce matériau est fourni par la société Hutchinson, qui l'utilise dans la production de poulies découpleuses.

La première partie de ce travail s'est focalisée sur la description du comportement mécanique du matériau. Pour cela, une campagne expérimentale de caractérisation a été mise en place. Des essais en traction quasi-statique nous ont permis de constater que le polychloroprène avait une déformation à la rupture équivalente à 700%, faisant de lui un matériau hyperélastique. Les essais de traction cyclique ont mis en évidence le caractère dissipatif du matériau (hystérésis) ainsi que l'influence de la vitesse de chargement sur sa réponse cyclique, suggérant un comportement viscoélastique en grandes déformations. Finalement, ce chapitre a montré que le matériau pouvait être considéré comme viscoélastique, en grandes déformations.

La seconde partie a eu pour objectif de développer un modèle pouvant retranscrire le comportement défini dans le chapitre précédent. Une méthode analytique a permis d'établir une loi contrainte-déformation en un point extérieur d'un cylindre, structure approximant notre éprouvette. Ce modèle, identifié à partir d'un cycle stabilisé en traction, a globalement abouti à une erreur inférieure à 10%. Une loi de comportement complémentaire a été développée avec une méthode éléments finis implémentée dans le logiciel ANSYS ADPL. La partie hyperélastique a été identifiée à partir de la moyenne d'un cycle stabilisé en traction alors que la composante viscoélastique a été définie à partir d'un essai de relaxation de contrainte en double cisaillement. Ce modèle a montré que la zone critique du diabololo ne se trouvait pas à mi-hauteur, mais en fin de congé de raccord.

La troisième partie est dédiée à la fatigue du polychloroprène. L'approche développée est l'amorçage de fissure, utilisant un critère de fatigue pour estimer les durées de vie de pièces en caoutchouc. Une première campagne de fatigue en traction a été réalisée. Celle-ci a mis en évidence le phénomène de cristallisation sous tension du polychloroprène par la construction d'un diagramme de Haigh. Ce dernier

a montré un renforcement du matériau, à partir de  $R = 0.2$ , semblable à celui observé avec le caoutchouc naturel à partir de  $R = 0$  et classiquement attribué à la cristallisation. Une campagne en fatigue multiaxiale a alors été menée dans le but de confronter la densité d'énergie dissipée à différents critères de fatigue. Ces paramètres ont été calculés à partir des modèles préalablement identifiés. Il s'est avéré que les critères DED et CED ont présenté les corrélations les plus intéressantes, par la prise en compte totale de l'historique de chargement. Un diagramme de Haigh a alors été établi en prenant l'énergie dissipée comme représentation de l'amplitude de chargement. Celui-ci a alors révélé de plus fortes durées de vie pour un rapport de chargement égal à 0.2, suggérant encore une fois le phénomène de cristallisation pour des sollicitations multiaxiales.

A partir des faciès de rupture obtenus lors des campagnes en fatigue uniaxiale et multiaxiale, nous avons tenté d'obtenir des informations complémentaires sur les phénomènes micromécaniques mis en jeu lors de la fatigue du polychloroprène. Nous avons pu identifier deux zones dans les faciès de rupture à rapport de charges positifs : une zone rugueuse correspondant à la zone de fatigue et l'autre, plus lisse, équivalent à la zone de rupture finale. Dans cette étude fractographique, nous avons observé des languettes, similaires à celles de la littérature. Nous avons tenté d'établir un lien entre les languettes et la fatigue du polychloroprène. Nous avons ainsi remarqué que la densité des languettes en zone d'amorçage de fissure semblait représentatif de l'endommagement en fatigue du matériau, tandis que celles en zone de rupture ont suivi une tendance similaire à celle de la tenue en fatigue du matériau. Enfin, nous avons remarqué une morphologie des languettes différente en fonction de la sollicitation subie par le matériau.

Cette étude consistait en un premier développement de critères de fatigue multiaxiaux à partir de modèles de comportement. Afin de pouvoir tester leur efficacité, il a fallu développer une campagne expérimentale en fatigue multiaxiale. Cependant, quelques aspects de la fatigue n'ont pu être développés et sont donc répertoriés dans les perspectives d'avenir. Nous tenterons, dans cette partie, de présenter différentes pistes d'amélioration de notre travail.

Une première perspective concerne l'éprouvette de notre étude en fatigue multiaxiale : le diabololo. Le choix de cette éprouvette a été discuté dans le paragraphe 3.4.3.1. Toutefois, cette structure semble subir peu de contraintes et déformations liées à la torsion, de part ses faibles dimensions. Afin d'augmenter les contributions angulaires des chargements multiaxiaux, deux choix sont disponibles :

- Accentuer le pilotage en torsion
- Optimiser le rapport  $\frac{R}{L}$ , où  $R$  et  $L$  sont respectivement le rayon extérieur et la hauteur de l'éprouvette.

La première option reste limitée par les capacités d'asservissement de la machine. La seconde implique une étude de conception d'éprouvette. Dans la littérature, trois éprouvettes apparaissent majoritairement :

- l'éprouvette diabololo de plus grandes dimensions
- l'éprouvette AE2
- l'éprouvette conçue par Mars et Fatemi (2005)

Les grandes dimensions de la première peuvent provoquer des hétérogénéités trop importantes de vulcanisation, et donc de comportement mécanique. Les dimensions de l'éprouvette AE2 sont, quant à elles, proches de celles du diabololo que nous avons utilisé (le rapport  $\frac{R}{L}$  de l'AE2 est de 0.5, celui du diabololo est de 0.42). Donc, une piste d'optimisation de l'éprouvette de fatigue multiaxiale serait celle de Mars et Fatemi (2005), un tube de section optimisée.

Une autre voie à explorer est la fatigue à amplitude variable, un sujet qui a été très étudié dans la fatigue des métaux (Weber, 1999), (Banvillet, 2001), mais peu répandu dans les élastomères. Harbour et al.

(2008) ont développé des sollicitations à amplitude variable en créant des séquences de différents blocs de chargements multiaxiaux. Ils ont ensuite utilisé une règle de cumul d'endommagement linéaire de Miner pour estimer le comportement en fatigue du NR et du SBR, pour différents critères de fatigue. Ranganathan et al. (2011) ont utilisé une technique de marquage pour quantifier, à l'aide de l'observation de la surface de rupture au MEB, la propagation de fissure d'une éprouvette en aluminium contenant un défaut. Cette technique pourrait peut-être s'appliquer aux élastomères, en utilisant également une technique de cumul d'endommagement sur le critère énergie dissipée.

Une autre possibilité d'amélioration réside dans le modèle identifié pour décrire le comportement de notre matériau. En effet, le modèle analytique développé dans cette étude est un modèle simple, qui n'utilise pas les formalismes d'états intermédiaires. La partie hyperélastique est un modèle de Mooney-Rivlin, à deux coefficients. Il serait intéressant de développer des critères de fatigue à partir de modèles plus complets. Grandcoinq (2008) a formulé un modèle micro-mécaniquement motivé, partant d'une approche Volume Représentatif Élémentaire (V.E.R.), qui considère le matériau constitué en trois phases : une phase dure (Renforcement), une phase molle (Matrice élastomère) et une phase intermédiaire (interface Matrice-Charge). À partir de cette description, elle utilise le formalisme d'états intermédiaires pour développer un modèle de Zener Hyper-viscoplastique. Nous avons vu dans le chapitre 1 qu'à partir de 75 % de déformation, la dissipation mécanique du matériau n'était plus uniquement de source visqueuse. C'est pourquoi il serait intéressant d'appliquer une telle loi de comportement pour prendre en compte d'autres sources de dissipation.

Enfin, une piste à envisager est l'influence de la fréquence dans le comportement en fatigue de notre matériau. Lacroix (2004) a testé le polychloroprène en fatigue uniaxiale. Il a ainsi parcouru trois conditions de fréquence : 5 Hz, 20 Hz et 30 Hz. Il a montré que le critère DED pouvait unifier le comportement en fatigue uniaxiale du matériau, pour les différentes conditions en fréquence (fig. 3.21).



## Détermination du gradient de transformation d'un chargement en traction-torsion

Soit un point M, de position  $\vec{X}$  qui se transforme en un point m, de position  $\vec{x}$ , par la transformation de gradient  $\vec{F}$ , ce tenseur est calculé en déterminant les composantes de  $\vec{x} = (\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$  en fonction de celles de  $\vec{X} = (\vec{u}_R, \vec{u}_\Theta, \vec{u}_Z)$  :

$$\begin{cases} \vec{u}_r = R\alpha \cos(\Theta - \theta) \cdot \vec{u}_R + R\alpha \sin(\Theta - \theta) \cdot \vec{u}_\Theta \\ \vec{u}_\theta = -R\alpha \sin(\Theta - \theta) \cdot \vec{u}_R + R\alpha \cos(\Theta - \theta) \cdot \vec{u}_\Theta \\ \vec{u}_z = \lambda Z \cdot \vec{u}_Z \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

avec

$$\Theta - \theta = \frac{\beta Z}{L} \text{ et } R = r \quad (\text{A.2})$$

$\alpha$  correspond à une inconnue à identifier et L la hauteur totale de la structure. A partir de l'éq. A.1, et de la formule du gradient dans le système de coordonnées cylindrique (eq. A.3), le gradient de transformation  $\vec{F}$  peut être exprimé (eq. A.4).

$$\vec{grad}(\vec{u}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - u_\theta \right) & \frac{\partial u_r}{\partial z} \\ \frac{\partial u_\theta}{\partial r} & \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right) & \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$F = \begin{pmatrix} \alpha \cos\left(\frac{\beta Z}{L}\right) & -\alpha \sin\left(\frac{\beta Z}{L}\right) & -\frac{\alpha R \beta}{L} \sin\left(\frac{\beta Z}{L}\right) \\ \alpha \sin\left(\frac{\beta Z}{L}\right) & \alpha \cos\left(\frac{\beta Z}{L}\right) & \frac{\alpha R \beta}{L} \cos\left(\frac{\beta Z}{L}\right) \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Or, la condition d'incompressibilité des élastomères indique que  $\det \bar{\bar{F}} = 1$ , ce qui donne la condition nécessaire à la détermination du paramètre  $\alpha$  :

$$\lambda \cdot \alpha^2 = 1 \quad (\text{A.5})$$

Nous retrouvons donc l'expression du gradient de transformation de la forme de celui de l'eq. 2.81.

ANNEXE

---

**B**

## **Tableau de résultats en fatigue uniaxiale**

Rompue	Rapport de charge	Force max N	Durée de vie Cycles	Déformation max	Contrainte max MPa	Energie de déformation MPa	Energie Restituée MPa	Energie Dissipée MPa
Non	-0,3	100	830000	0,2603	0,85	0,113	0,0915	0,0198
Non	-0,3	125	2712162	0,3216	1,05	0,186	0,1543	0,0317
Oui	-0,3	140	80141	0,4228	1,18	0,278	0,2289	0,0495
Oui	-0,3	150	72482	0,461	1,26	0,33	0,2778	0,0522
Oui	-0,3	155	11310	0,4832	1,31	0,363	0,3062	0,0572
Oui	-0,3	160	6774	0,5175	1,35	0,401	0,3377	0,0633
Oui	-0,3	175	3247	0,6712	1,48	0,573	0,4883	0,0851
Oui	-0,3	200	2791	0,7784	1,69	0,432	0,3207	0,1112
Non	-0,1	100	800000	0,281	0,85	0,101	0,0878	0,0137
Oui	-0,1	125	289682	0,365	1,05	0,193	0,1678	0,0255
Oui	-0,1	140	144047	0,412	1,18	0,268	0,2325	0,0359
Oui	-0,1	150	65385	0,492	1,26	0,332	0,2906	0,0418
Oui	-0,1	160	10523	0,5528	1,35	0,427	0,3711	0,0555
Oui	-0,1	175	4263	0,7017	1,48	0,572	0,5025	0,0699
Oui	-0,1	200	2201	0,7653	1,69	0,675	0,6073	0,0672
Non	0	100	1296879	0,25	0,85	0,181	0,1594	0,0219
Oui	0	125	420573	0,322	1,05	0,183	0,1617	0,0221
Oui	0	140	212952	0,4653	1,18	0,266	0,2348	0,0316
Oui	0	160	11390	0,5583	1,35	0,424	0,3735	0,0507
Oui	0	175	3840	0,6804	1,48	0,569	0,5062	0,0635
Oui	0	200	5740	0,7612	1,69	0,322	0,2432	0,0788
Non	0,1	100	800000	0,3486	0,85	0,197	0,1768	0,0204
Oui	0,1	125	423526	0,3367	1,06	0,188	0,1659	0,0219
Oui	0,1	140	165658	0,4265	1,19	0,267	0,2372	0,0295
Oui	0,1	150	36730	0,4888	1,27	0,335	0,3012	0,0342
Oui	0,1	160	20499	0,5159	1,36	0,384	0,3438	0,0401
Oui	0,1	175	5533	0,6862	1,48	0,561	0,5023	0,0584
Oui	0,2	125	820701	0,3447	1,05	0,179	0,1316	0,0471
Oui	0,2	150	99979	0,4962	1,27	0,327	0,2974	0,0293
Oui	0,2	160	32083	0,5341	1,36	0,382	0,3463	0,0358
Oui	0,2	175	9318	0,6716	1,48	0,524	0,4797	0,0448
Oui	0,3	100	2134537	0,2439	0,85	0,091	0,0845	0,0068
Non	0,3	125	2438603	0,3579	1,06	0,186	0,1637	0,0228
Non	0,3	125	7780608	0,3579	1,06	0,167	0,157	0,0097
Oui	0,3	140	2157988	0,4276	1,18	0,239	0,2253	0,0137
Oui	0,3	150	217423	0,487	1,27	0,3	0,2782	0,0219
Oui	0,3	160	108801	0,5464	1,36	0,369	0,3384	0,0309
Oui	0,3	175	15043	0,6459	1,48	0,473	0,4382	0,0348
Oui	0,4	150	491075	0,5345	1,27	0,369	0,3384	0,0281
Oui	0,4	175	245238	0,6254	1,48	0,397	0,3792	0,0181
Oui	0,4	200	126521	0,909	1,69	0,674	0,6321	0,0422
Oui	0,4	300	2598	1,62	2,54	1,469	1,3947	0,0753

TABLE B.1 – Résultats de fatigue en traction (INSTRON)

Rompue	Rapport de charge	Force max N	Durée de vie Cycles	Déformation max	Contrainte max MPa	Energie de déformation MPa	Energie Restituée MPa	Energie Dissipée MPa
Oui	0,5	150	2110346	0,5455	1,27	0,262	0,2475	0,0145
Oui	0,5	175	2558808	0,9374	1,48	0,396	0,3856	0,0107
Oui	0,5	200	1393920	0,8818	1,69	0,532	0,5042	0,0282
Oui	0,5	250	1287706	1,2299	2,12	0,788	0,7499	0,0384
Oui	0,5	250	1000000	1,2056	2,12	0,746	0,7341	0,0123
Oui	0,5	300	1725466	1,4693	2,55	0,829	0,7898	0,0401

TABLE B.2 – Résultats de fatigue en traction (suite)(INSTRON)



**C**

## **Tableau de résultats en fatigue multiaxiale**

Eprouvette	$\delta$ °	Rapport Rd	Déplacement max mm	Durée de vie Cycles	PK1 MAPLE MPa	PK1 ANSYS MPa	SED BOSE MPa	SED MAPLE MPa	SED ANSYS MPa
32A	Pur	0,2	17	258630	1,1699	1,5576	0,4057	0,3929	0,4096
32H	Pur	0,2	15	524290	1,1051	1,4044	0,3225	0,3218	0,3252
33H	Pur	0,1	20	18140	1,2563	1,7842	0,4852	0,5447	0,5970
33G	Pur	0,1	17	45100	1,1801	1,5619	0,4225	0,4289	0,4429
33C	Pur	0,1	15	282701	1,1059	1,4083	0,3683	0,3441	0,3472
33F	Pur	0	20	11270	1,2584	1,7894	0,5733	0,5722	0,6375
32B	Pur	0	17	77830	1,1724	1,5665	0,4969	0,4411	0,4726
32E	Pur	0	15	231561	1,1068	1,4125	0,3494	0,3598	0,3866
32F	Pur	-0,2	20	4930	1,2626	1,801	0,4946	0,5845	0,5518
30C	0	0,2	20	54832	1,2522	1,9052	0,5005	0,5318	0,5256
41E	0	0,2	17	721095	1,1687	1,6695	0,4481	0,4121	0,4702
38F	0	0,2	15	460921	1,1044	1,5062	0,3167	0,3374	0,3667
38D	0	0,2	15	766223	1,1044	1,5062	0,3501	0,3374	0,3667
38E	0	0,2	15	1264120	1,1044	1,5062	0,2867	0,3374	0,3667
36C	0	0,1	20	11531	1,2544	1,9104	0,6022	0,5654	0,6621
30G	0	0,1	17	259680	1,1699	1,6741	0,3637	0,4368	0,4297
38H	0	0,1	15	301441	1,1052	1,5104	0,373	0,3569	0,3414
38C	0	0,1	15	106591	1,1052	1,5104	0,3454	0,3569	0,3414
30GB	0	0	20	3810	1,2566	1,9159	0,533	0,5847	0,6774
30D	0	0	17	265830	1,1713	1,679	0,4391	0,4507	0,4312
37G	0	0	15	151260	1,1062	1,5148	0,384	0,3677	0,3987
37A	0	0	15	102320	1,1062	1,5148	0,3501	0,3677	0,3987
36D	0	-0,2	20	4095	1,2608	1,9284	0,5669	0,5628	0,7325
36A	0	-0,2	17	16441	1,1738	1,6898	0,4807	0,4353	0,5407
31B	0	-0,2	15	32620	1,1079	1,5245	0,3859	0,3559	0,4278

TABLE C.1 – Résultats de fatigue multiaxiale (BOSE)

Eprouvette	$\delta$ °	Rapport Rd	Déplacement max mm	Durée de vie Cycles	PK1 MAPLE MPa	PK1 ANSYS MPa	SED BOSE MPa	SED MAPLE MPa	SED ANSYS MPa
37H	90	0,2	20	122722	1,2543	1,8865	0,5164	0,5012	0,6192
37F	90	0,2	17	441290	1,1701	1,6533	0,4331	0,3888	0,4599
37E	90	0,2	15	340691	1,1053	1,4917	0,3616	0,3186	0,3615
39G	90	0,1	20	44071	1,2565	1,8899	0,4918	0,5384	0,6592
41C	90	0,1	17	214091	1,1714	1,6488	0,4041	0,4164	0,4858
31G	90	0,1	15	534025	1,1062	1,4945	0,3357	0,353	0,3888
39F	90	0	20	12340	1,2586	1,8938	0,533	0,5652	0,6911
39D	90	0	17	179701	1,1727	1,6597	0,4962	0,4435	0,4312
31H	90	0	15	42861	1,1071	1,4977	0,3833	0,3619	0,4071
39H	90	-0,2	20	4850	1,2629	1,9031	0,6064	0,5761	0,7303
34A	90	-0,2	17	46351	1,1752	1,6679	0,4097	0,444	0,5402
31E	90	-0,2	15	177876	1,1088	1,5051	0,3477	0,3622	0,4279
31A	180	0,2	20	176685	1,2539	1,8755	0,4674	0,4473	0,623
34C	180	0,2	17	205515	1,1698	1,6439	0,3493	0,3481	0,4621
34F	180	0,2	15	314455	1,105	1,4835	0,3155	0,2859	0,3667
41B	180	0,2	15	1005035	1,105	1,4835	0,3453	0,2859	0,3667
31F	180	0,1	17	49875	1,1711	1,6479	0,3923	0,3791	0,4925
34B	180	0,1	15	101405	1,1059	1,4871	0,3124	0,3107	0,3895
33A	180	0	20	24576	1,2584	1,8854	0,4726	0,5243	0,7047
33D	180	0	17	34825	1,1725	1,6525	0,3894	0,4057	0,5141
34H	180	0	15	102875	1,1068	1,4913	0,4082	0,3318	0,4133
33AB	180	-0,2	20	3015	1,2627	1,899	0,5627	0,5737	0,7292
31C	180	-0,2	17	13516	1,175	1,6644	0,4506	0,442	0,5386
34G	180	-0,2	15	28486	1,1086	1,5021	0,3977	0,3605	0,4262

TABLE C.2 – Résultats de fatigue multiaxiale (suite)(BOSE)

Eprouvette	$\delta$ °	Rapport Rd	Déplacement max mm	Durée de vie Cycles	DED BOSE MPa	DED MAPLE MPa	DED ANSYS MPa	CED MAPLE MPa	CED ANSYS MPa
32A	Pur	0,2	17	258630	0,0404	0,0367	0,0336	0,0404	0,0336
32H	Pur	0,2	15	524290	0,0348	0,0273	0,0271	0,0348	0,0271
33H	Pur	0,1	20	18140	0,0688	0,0668	0,0599	0,0688	0,0599
33G	Pur	0,1	17	45100	0,0514	0,0452	0,0451	0,0514	0,0451
33C	Pur	0,1	15	282701	0,0434	0,0338	0,0357	0,0434	0,0357
33F	Pur	0	20	11270	0,0811	0,0801	0,0794	0,0811	0,0794
32B	Pur	0	17	77830	0,0679	0,0545	0,0592	0,0679	0,0592
32E	Pur	0	15	231561	0,0579	0,0412	0,0473	0,0412	0,0473
32F	Pur	-0,2	20	4930	0,118	0,1098	0,1351	0,1098	0,1351
30C	0	0,2	20	54832	0,0566	0,0556	0,0465	0,0556	0,0482
41E	0	0,2	17	721095	0,0466	0,0374	0,0412	0,0374	0,0427
38F	0	0,2	15	460921	0,0332	0,0278	0,0285	0,0278	0,0293
38D	0	0,2	15	766223	0,0383	0,0278	0,0285	0,0278	0,0293
38E	0	0,2	15	1264120	0,0328	0,0278	0,0285	0,0278	0,0293
36C	0	0,1	20	11531	0,0682	0,0681	0,063	0,0681	0,065
30G	0	0,1	17	259680	0,0487	0,0461	0,0475	0,0461	0,0489
38H	0	0,1	15	301441	0,0431	0,0344	0,0382	0,0344	0,0392
38C	0	0,1	15	106591	0,0421	0,0344	0,0382	0,0344	0,0392
30GB	0	0	20	3810	0,0854	0,0816	0,0839	0,0815	0,0863
30D	0	0	17	265830	0,0576	0,0555	0,0567	0,0555	0,0567
37G	0	0	15	151260	0,0567	0,0416	0,0501	0,0415	0,0513
37A	0	0	15	102320	0,0588	0,0416	0,0501	0,0415	0,0513
36D	0	-0,2	20	4095	0,1183	0,1118	0,1449	0,1117	0,1486
36A	0	-0,2	17	16441	0,0864	0,0768	0,1053	0,0767	0,1077
31B	0	-0,2	15	32620	0,083	0,0579	0,0826	0,0578	0,0844

TABLE C.3 – Résultats de fatigue multiaxiale (BOSE)

Eprouvette	$\delta$ °	Rapport Rd	Déplacement max mm	Durée de vie Cycles	DED BOSE MPa	DED MAPLE MPa	DED ANSYS MPa	CED MAPLE MPa	CED ANSYS MPa
37H	90	0,2	20	122722	0,057	0,0547	0,0333	0,0539	0,0361
37F	90	0,2	17	441290	0,0462	0,0369	0,0266	0,037	0,0373
37E	90	0,2	15	340691	0,038	0,0275	0,0223	0,0281	0,0302
39G	90	0,1	20	44071	0,0671	0,0671	0,0469	0,0667	0,065
41C	90	0,1	17	214091	0,0455	0,0455	0,0331	0,0463	0,0461
31G	90	0,1	15	534025	0,042	0,034	0,0308	0,0354	0,0399
39F	90	0	20	12340	0,0991	0,0804	0,065	0,0809	0,0854
39D	90	0	17	179701	0,0601	0,0548	0,0505	0,0567	0,0646
31H	90	0	15	42861	0,0579	0,0411	0,0414	0,0437	0,0519
39H	90	-0,2	20	4850	0,1384	0,1105	0,1204	0,116	0,1458
34A	90	-0,2	17	46351	0,0964	0,076	0,0898	0,0828	0,106
31E	90	-0,2	15	177876	0,0826	0,0573	0,0717	0,0643	0,0834
31A	180	0,2	20	176685	0,0508	0,054	0,0463	0,054	0,0467
34C	180	0,2	17	205515	0,0422	0,0364	0,0351	0,0365	0,0354
34F	180	0,2	15	314455	0,0354	0,0275	0,0283	0,0271	0,0286
41B	180	0,2	15	1005035	0,0605	0,0275	0,0283	0,0271	0,0286
31F	180	0,1	17	49875	0,0426	0,045	0,0465	0,045	0,0481
34B	180	0,1	15	101405	0,0345	0,0336	0,0376	0,0336	0,0386
33A	180	0	20	24576	0,0823	0,0801	0,0835	0,0795	0,0838
33D	180	0	17	34825	0,0613	0,0543	0,0623	0,0542	0,0626
34H	180	0	15	102875	0,0564	0,0475	0,0497	0,0407	0,05
33AB	180	-0,2	20	3015	0,1243	0,1097	0,1442	0,1095	0,1447
31C	180	-0,2	17	13516	0,0933	0,0755	0,1057	0,0753	0,1057
34G	180	-0,2	15	28486	0,0878	0,057	0,082	0,0569	0,0826

TABLE C.4 – Résultats de fatigue multiaxiale (suite)(BOSE)

Eprouvette	$\delta$ °	Rapport Rd	Déplacement max mm	Durée de vie Cycles	Eshelby MAPLE MPa
32A	Pur	0,2	17	258630	8,31
32H	Pur	0,2	15	524290	6,89
33H	Pur	0,1	20	18140	11,67
33G	Pur	0,1	17	45100	9,08
33C	Pur	0,1	15	282701	7,57
33F	Pur	0	20	11270	12,56
32B	Pur	0	17	77830	9,83
32E	Pur	0	15	231561	8,23
32F	Pur	-0,2	20	4930	14,37
30C	0	0,2	20	54832	9,93
41E	0	0,2	17	721095	7,91
38F	0	0,2	15	460921	7,49
38D	0	0,2	15	766223	7,49
38E	0	0,2	15	1264120	7,49
36C	0	0,1	20	11531	10,63
30G	0	0,1	17	259680	8,08
38H	0	0,1	15	301441	6,60
38C	0	0,1	15	106591	6,60
30GB	0	0	20	3810	11,25
30D	0	0	17	265830	8,60
37G	0	0	15	151260	7,07
37A	0	0	15	102320	7,07
36D	0	-0,2	20	4095	12,35
36A	0	-0,2	17	16441	9,54
31B	0	-0,2	15	32620	7,90

TABLE C.5 – Résultats de fatigue multiaxiale (BOSE)

Eprouvette	$\delta$ $^{\circ}$	Rapport Rd	Déplacement max mm	Durée de vie Cycles	Eshelby MAPLE MPa
37H	90	0,2	20	122722	9,86
37F	90	0,2	17	441290	7,46
37E	90	0,2	15	340691	6,09
39G	90	0,1	20	44071	10,57
41C	90	0,1	17	214091	8,04
31G	90	0,1	15	534025	6,59
39F	90	0	20	12340	11,21
39D	90	0	17	179701	8,44
31H	90	0	15	42861	7,06
39H	90	-0,2	20	4850	12,33
34A	90	-0,2	17	46351	9,54
31E	90	-0,2	15	177876	7,91
31A	180	0,2	20	176685	9,71
34C	180	0,2	17	205515	7,34
34F	180	0,2	15	314455	5,99
41B	180	0,2	15	1005035	5,99
31F	180	0,1	17	49875	7,91
34B	180	0,1	15	101405	6,49
33A	180	0	20	24576	11,03
33D	180	0	17	34825	8,46
34H	180	0	15	102875	6,95
33AB	180	-0,2	20	3015	12,15
31C	180	-0,2	17	13516	9,40
34G	180	-0,2	15	28486	7,79

TABLE C.6 – Résultats de fatigue multiaxiale (fin)(BOSE)



## ANNEXE

# D

## Calcul du tenseur d'Eshelby

Dans cette annexe, nous allons détailler le calcul du critère Eshelby. Pour cela, nous allons revenir à la définition même du critère :

$$\bar{\Sigma} = W.\bar{I} - \bar{C}.\bar{S} \quad (\text{D.1})$$

Nous allons donc réécrire cette équation sous forme indicielle :

$$\Sigma_{ij} = W(C).\delta_{ij} - C_{im}.S_{mj} \quad (\text{D.2})$$

Avec  $\delta_{ij}$ , le symbole de Kronecker défini par :

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{D.3})$$

Rappelons maintenant la définition de  $\bar{S}$ , à partir du modèle analytique, tel qu'il est défini dans le chapitre 2 :

$$\bar{S} = 2(C_{10}.\bar{I} + C_{01}(I_1.\bar{I} - \bar{C})) - p\bar{C}^{-1} + \eta.\dot{\bar{E}} \quad (\text{D.4})$$

L'équation D.4 devient sous forme indicielle :

$$S_{ij} = 2(C_{10}.\delta_{ij} + C_{01}(I_1.\delta_{ij} - C_{ij})) - pC_{ij}^{-1} + \eta\dot{E}_{ij} \quad (\text{D.5})$$

Verron et Andriyana (2008) propose une différentiation de son critère tel que :

$$d\bar{\Sigma} = \frac{\partial \bar{\Sigma}}{\partial \bar{C}} : d\bar{C} \quad (\text{D.6})$$

Cela permet de prendre en compte une partie de l'historique de chargement dans le calcul du critère Eshelby. Nous allons procéder ce calcul en se plaçant sous forme indicielle :

$$\frac{\partial \Sigma_{ij}}{\partial C_{kl}} = \frac{\partial W(C)}{\partial C_{kl}} \cdot \delta_{ij} - \frac{\partial C_{im}}{\partial C_{kl}} \cdot S_{mj} - C_{im} \cdot \frac{\partial S_{mj}}{\partial C_{kl}} \quad (\text{D.7})$$

Avant de calculer la relation D.7, nous allons déterminer  $\frac{\partial S_{mj}}{\partial C_{kl}}$ , puis  $\frac{\partial W}{\partial C_{kl}}$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_{mj}}{\partial C_{kl}} &= 2 \cdot C_{01} \left( \frac{\partial I_1}{\partial C_{kl}} \delta_{mj} - \frac{\partial C_{mj}}{\partial C_{kl}} \right) - p \frac{\partial C_{mj}^{-1}}{\partial C_{kl}} \\ &= 2 \cdot C_{01} (\delta_{kl} \delta_{mj} - \delta_{mk} \delta_{jl}) - p \frac{\partial C_{mj}^{-1}}{\partial C_{kl}} \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

Or,

$$\frac{\partial \bar{C}^{-1}}{\partial \bar{C}} \cdot \bar{C} + \bar{C}^{-1} \cdot \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{C}} = \bar{0} \quad (\text{D.9})$$

Donc,

$$\frac{\partial \bar{C}^{-1}}{\partial \bar{C}} = -\bar{C}^{-1} \cdot \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{C}} \cdot \bar{C}^{-1} \quad (\text{D.10})$$

Donc,

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{mj}^{-1}}{\partial C_{kl}} &= -C_{mn}^{-1} \delta_{nk} \delta_{jo} C_{ol}^{-1} \\ &= -C_{mk}^{-1} C_{jl}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$

Ainsi,

$$\frac{\partial S_{mj}}{\partial C_{kl}} = 2 \cdot C_{01} (\delta_{kl} \delta_{mj} - \delta_{mk} \delta_{jl}) + p C_{mk}^{-1} C_{jl}^{-1} \quad (\text{D.12})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial C_{kl}} &= \frac{\partial}{\partial C_{kl}} (C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3)) \\ &= C_{10} \delta_{kl} + C_{01} (I_1 \delta_{kl} - C_{kl}) \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

Avec les résultats présentés dans les équations D.12 et D.13, nous pouvons pourvoir le calcul présenté dans l'équation D.7 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Sigma_{ij}}{\partial C_{kl}} &= (C_{01} \delta_{kl} + C_{01} (I_1 \delta_{kl} - C_{kl})) \delta_{ij} - \delta_{ik} \delta_{ml} S_{mj} - 2 C_{01} C_{im} (\delta_{kl} \delta_{mj} - \delta_{mk} \delta_{jl}) - p \delta_{ik} C_{jl}^{-1} \\ &= C_{10} \delta_{ij} \delta_{kl} + C_{01} (I_1 \delta_{ij} \delta_{kl} - \delta_{ij} C_{kl}) - \delta_{ik} \delta_{jl} - 2 C_{01} C_{ij} \delta_{kl} - 2 C_{01} C_{ik} \delta_{jl} \\ &\quad - p \delta_{ik} C_{jl}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

En introduisant l'opérateur tensoriel  $(\bar{A} | \bar{B})_{ijkl} = A_{ik} B_{jl}$ , nous pouvons réécrire l'équation D.14 sous forme tensorielle, comme suit :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{\Sigma}}{\partial \bar{C}} &= C_{10} \bar{I} \otimes \bar{I} + C_{01} (I_1 \bar{I} \otimes \bar{I} - \bar{I} \otimes \bar{C}) - \bar{I} \bar{S} - 2C_{01} \bar{C} \otimes \bar{I} - 2C_{01} \bar{C} | \bar{I} - p \bar{I} | \bar{C}^{-1} \\
&= (C_{10} + C_{01} I_1) \bar{I} \otimes \bar{I} - C_{01} \bar{I} \otimes \bar{C} - \bar{I} \bar{S} - 2C_{01} \bar{C} \otimes \bar{I} - 2C_{01} \bar{C} | \bar{I} - p \bar{I} | \bar{C}^{-1} \quad (\text{D.15})
\end{aligned}$$

A partir de l'équation D.15, nous pouvons maintenant passer à la différentiation, sous forme indicielle, de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
\left( \frac{\partial \bar{\Sigma}}{\partial \bar{C}} : d\bar{C} \right)_{ij} &= (C_{10} + C_{01} I_1) \delta_{ij} dC_{kk} - C_{01} \delta_{ij} C_{kl} dC_{kl} - (\bar{I} | \bar{S})_{ijkl} dC_{kl} - 2C_{01} C_{ij} dC_{kk} - \\
&\quad 2C_{01} (\bar{C} | \bar{I})_{ijkl} dC_{kl} - p (\bar{I} | \bar{C}^{-1})_{ijkl} dC_{kl} \\
&= (C_{10} + C_{01} I_1) \delta_{ij} dC_{kk} - C_{01} \delta_{ij} C_{kl} dC_{kl} - \delta_{ik} S_{jl} dC_{kl} - 2C_{01} C_{ij} dC_{kk} - \\
&\quad 2C_{01} C_{ik} \delta_{kl} dC_{kl} - p \delta_{ik} C_{jl}^{-1} dC_{kl} \\
&= (C_{10} + C_{01} I_1) \delta_{ij} dC_{kk} - C_{01} \delta_{ij} C_{kl} dC_{kl} - S_{jl} dC_{il} - 2C_{01} C_{ij} dC_{kk} - \\
&\quad 2C_{01} C_{ik} dC_{kj} - p dC_{il} C_{lj}^{-T} \\
&= (C_{10} + C_{01} I_1) \delta_{ij} dC_{kk} - C_{01} \delta_{ij} C_{kl} dC_{kl} - dC_{il} S_{lj} - 2C_{01} C_{ij} dC_{kk} - \\
&\quad 2C_{01} C_{ik} dC_{kj} - p dC_{il} C_{lj}^{-T} \quad (\text{D.16})
\end{aligned}$$

A partir de l'équation D.16, nous pouvons réécrire la forme tensorielle de la différentiation du critère eshelby :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{\Sigma}}{\partial \bar{C}} : d\bar{C} &= (C_{10} + C_{01} I_1) d(\text{tr}(\bar{C})) \bar{I} - C_{01} \text{tr}(\bar{C} d\bar{C}) \bar{I} - d\bar{C} \cdot \bar{S} - 2C_{01} d(\text{tr}(\bar{C})) \cdot \bar{C} - \\
&\quad 2C_{01} \bar{C} \cdot d\bar{C} - p d\bar{C} \cdot \bar{C}^{-T} \quad (\text{D.17})
\end{aligned}$$



## Méthode de calcul du critère CED

Dans cette partie, nous allons discuter du calcul du critère CED. Pour cela, nous rappelons la formule proposée par Mars (2001) pour le calcul du critère CED dans le cadre des grandes déformations :

$$dW_c = \frac{\bar{R}^T \cdot \bar{C} \cdot \bar{S} \cdot d\bar{E} \cdot \bar{R}}{\bar{R}^T \cdot \bar{C} \cdot \bar{R}} \quad (\text{E.1})$$

Le vecteur  $\bar{R}$  correspond à la normale au plan de fissuration. Ce vecteur reste à déterminer, et des hypothèses sont nécessaires pour cela. La figure E.1 établit le positionnement géométrique du calcul de  $\bar{R}$ .

Nous supposons que le vecteur  $\bar{R}$  est inclus dans les plans  $(e_r, e_\theta)$  et  $(e_\theta, e_z)$  formant respectivement un angle  $y$  et  $x$  avec ces plans. La figure E.2 permet de représenter cette hypothèse, aboutissant à une expression de  $\bar{R}$  en fonction de  $x$  et  $y$  (eq. E.2)

Cette hypothèse aboutit à une expression de  $\bar{R}$  en fonction des angles  $x$  et  $y$ .

$$\bar{R}^T = (\cos(y) \cos(x), \sin(y) \cos(x), \sin(x)) \quad (\text{E.2})$$

La figure E.3 montre l'évolution du critère CED selon les deux angles pour une condition de sollicitation en fatigue.

On remarque que le maximum de CED est atteint pour une valeur  $y = 90^\circ$ . Si on reprend la figure E.2, un angle  $y$  de  $90^\circ$  correspond à la situation dans laquelle la normale  $\bar{R}$  est exclusivement contenue dans le plan  $(e_\theta, e_z)$ . C'est ainsi que pour le reste des calculs du critère CED, nous postulons que l'angle  $y$  reste égal à  $90^\circ$  pour l'ensemble des conditions de fatigue multiaxiale. Ce travail se rapproche de celui de Zine et al. (2006), qui a étudié l'influence de l'angle de fissuration  $x$  et de l'élongation axiale  $\lambda_1$  sur le rapport  $\frac{CED}{SED}$ , et ce pour différentes sollicitations de traction biaxiale.

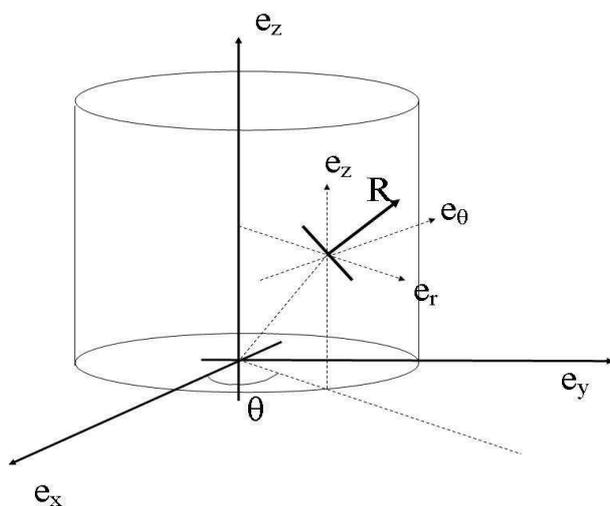
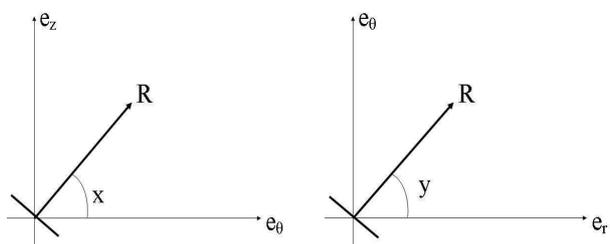


FIGURE E.1 – Positionnement de la détermination du plan de fissuration du critère CED

FIGURE E.2 – Angles formés par la normale  $\bar{R}$  avec les plans  $(e_\theta, e_z)$  et  $(e_r, \theta)$

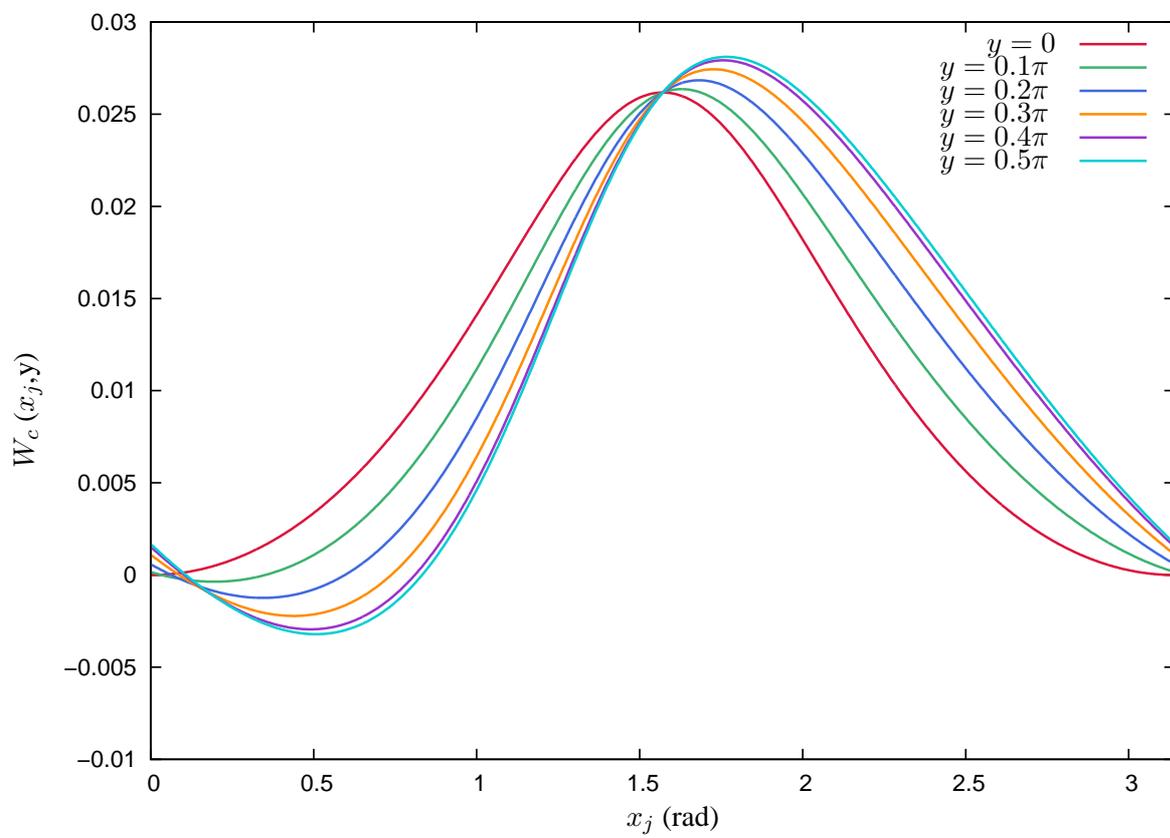


FIGURE E.3 – Evolution du critère CED en fonction des angles  $x$  et  $y$  ( $\delta=90^\circ$ ,  $d_{max}=15$  mm,  $R_d=0.2$ )





---

## Bibliographie

- L.E. Alexander, S. Ohlero, et G.R. Taylor. X-ray diffraction studies of crystallization in elastomers. *J. Appl. Phys.*, 26 :1068–1074, 1955. (Cité en pages 10 et 23.)
- T. Alshuth et F. Abraham. Parameter dependence and prediction of fatigue properties of elastomer products. *Rubber Chem. Technol.*, 75 :635–642, 2002. (Cité en pages 5, 11, 94 et 107.)
- N. André. *Critère local d’amorçage de fissure en fatigue dans un élastomère de type NR*. PhD thesis, Ecole Nationale des Mines de Paris, Paris, 1998. (Cité en pages 11, 127 et 128.)
- N. André, G. Cailletaud, et R. Piques. Haigh diagram for fatigue crack initiation prediction of natural rubber components. *Kautsch Gummi Kunstst*, 52 :120–123, 1998. (Cité en pages 5, 90, 91, 103, 105 et 118.)
- A. Andriyana. *Définition d’une nouvelle grandeur prédictive pour la durée de vie en fatigue des matériaux élastomères*. PhD thesis, Ecole Centrale Nantes, Nantes, 2007. (Cité en pages 5, 100 et 101.)
- A. Andriyana, A. Saintier, et E. Verron. Multiaxial fatigue life prediction of rubber using configurational mechanics and critical plane approach : a comparative study. In A. Boukamel, L. Laianandrasana, S. Méo, et E. Verron, editors, *Constitutive models for rubber V*, pages 191–196. A.A. Balkema publishers, 2008. (Cité en pages 11 et 99.)
- A. Andriyana et E. Verron. Effect of the hysteretic response of elastomers on the fatigue life. In P.E. Austrell et L. Kari, editors, *Constitutive models for rubber IV*, pages 31–36. A.A. Balkema publishers, 2005. (Cité en pages 11 et 99.)
- A. Andriyana et E. Verron. Prediction of fatigue life improvement in natural rubber using configurational stress. *Int. J. Solids. Struct.*, 44 :2079–2092, 2007. (Cité en pages 11, 99 et 103.)
- A. Andriyana et E. Verron. Theoretical investigation on the fatigue life of elastomers incorporating material inhomogeneities. In A. Boukamel, L. Laianandrasana, S. Méo, et E. Verron, editors, *Constitutive models for rubber V*, pages 31–36. A.A. Balkema publishers, 2008. (Cité en pages 11 et 99.)

- K.S. Anseth, C.N. Bowman, et L. Brannon. Mechanical properties of hydrogels and their experimental determination. *Biomaterials*, 17 :1647–1657, 1996. (Cité en page 22.)
- A. Banvillet. *Prévision de durées de vie en fatigue multiaxiale sous chargement réels : vers des essais accélérés*. PhD thesis, école Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Paris, 2001. (Cité en page 156.)
- W.W. Barbin et M.B. Rodgers. *The science of rubber compounding*, chapter 9, pages 419–469. 1994. (Cité en pages 3 et 17.)
- W.D. Bascom. Scanning electron microscopy of rubber tear. *Rubber Chem. Technol.*, 50 :875–883, 1977a. (Cité en pages 11 et 133.)
- W.D. Bascom. Sem study of a cyclized rubber surface. *Rubber Chem. Technol.*, 50 :327–332, 1977b. (Cité en page 133.)
- A. Bennani. *Elaboration and comportement et durée de vie en fatigue du caoutchouc naturel renforcé de silice*. PhD thesis, Ecole Nationale des Mines de Paris, Paris, 2006. (Cité en pages 11, 93, 96 et 107.)
- B. Bernstein et E.A. Kearsley. A study of stress relaxation with finite strain. *J. Rheol*, 7, 1963. (Cité en pages 10, 61 et 62.)
- D. Besdo et J. Ihlemann. Properties of rubber-like materials under large deformations explained by self-organizing linkage patterns. *Int. J. Plasticity*, 19 :1001–1018, 2003. (Cité en page 19.)
- A.K. Bhowmick, S. Basu, et S.K. De. Scanning electron microscopy studies of nitrile rubber fractured surfaces. *Rubber Chem. Technol.*, 53 :321–326, 1979a. (Cité en page 133.)
- A.K. Bhowmick, G.B. Nando, S. Basu, et S.K. De. Scanning electron microscopy studies of fractured natural rubber surfaces. *Rubber Chem. Technol.*, 53 :327–334, 1979b. (Cité en pages 11 et 133.)
- I.J. Boudimbou. *Mécanismes élémentaires de dispersion de charge de silice dans une matrice élastomère*. PhD thesis, Ecole Nationale des Mines de Paris, Paris, 2011. (Cité en page 18.)
- A. Boukamel. *Modélisations mécaniques et numériques des matériaux et structures en élastomère*. PhD thesis, université de la Méditerranée (Aix-Marseille II), Marseille, 2006. (Cité en pages 10 et 65.)
- M.C. Boyce et E.M. Arruda. Constitutive models of rubber elasticity : a review. *Rubber Chem. Technol.*, 73 :504–523, 2000. (Cité en pages 10 et 59.)
- J.B. Brunac, O. Gerardin, et J.B. Lablond. On the heuristic extension of haigh's diagram for the fatigue of elastomers to arbitrary loadings. *Int. J. of Fatigue*, 31 :859–867, 2009. (Cité en page 11.)
- F. Bueche. Molecular basis for the mullins effect. *J. Appl. Polym. Sci.*, 4 :107–114, 1960. (Cité en pages 19 et 20.)
- S. M. Cadwell. Dynamic fatigue life of rubber. *Ind. Eng. Chem.*, 12 :18–23, 1940. (Cité en pages 5, 11, 93 et 103.)
- P. Cassagnau. Payne effect and shear elasticity of silica-filled polymers in concentrated solutions and in molten state. *Polymer*, 44 :2455–2462, 2003. (Cité en page 23.)

- S.K. Chakraborty, A.K. Bhowmick, et S.K. De. Scanning electron microscopy studies of tear of carboxylated nitrile rubber. *Rubber Chem. Technol.*, 55 :41–50, 1982. (Cité en pages 11 et 133.)
- J.M. Chenal, C. Gauthier, L. Chazeau, L. Guy, et Y. Bomal. Parameters governing strain induced crystallization in filled atural rubber. *Polymer*, 48 :6893–6901, 2007. (Cité en pages 10, 24 et 25.)
- B.D. Coleman et W ; Noll. Foundations of linear viscoelasticity. *Rev. Mod. Phys.*, 3 :239–249, 1961. (Cité en pages 10, 61 et 62.)
- J. Diani, B. Fayolle, et P. Gilormini. A review of the mullins effect. *Eur. Polym. J.*, 45 :601–612, 2009. (Cité en pages 3, 9, 19 et 20.)
- J. Diani et P. Gilormini. Combining the logarithmic strain and the full-network model for a better understanding of the hyperelastic behavior of rubber-like materials. *J. Mech. Phys. Solids.*, 53 :2579–2596, 2005. (Cité en pages 3, 19 et 59.)
- A. Dorfmann et R.W. Ogden. A constitutive model for the mullins effect with permanent set in particle-reinforced rubber. *Int. J. Solids. Struct.*, 41 :1855–1878, 2004. (Cité en page 19.)
- C.S. Drapaca, S. Sivaloganathan, et G. Tenti. Nonlinear constitutive laws in viscoelasticity. *Math. Mec. Solids*, 12 :475–501, 2007. (Cité en page 61.)
- F. Ellyin. A criterion for fatigue under multiaxial state of stress. *Mech. Res. Commun.*, 1 :219–224, 1974. (Cité en page 100.)
- F. Ellyin et K. Golos. Multiaxial fatigue damage criterion. *J. Eng. Mater.-T.*, 110 :63–68, 1988. (Cité en pages 5 et 101.)
- J.D. Eshelby. The force on an elastic singularity. *Philos. T. Roy. Soc. A*, 244 :877–963, 1951. (Cité en page 99.)
- J.D. Eshelby. The elastic energy-momentum tensor. *J. Elasticity*, 5 :321–335, 1975. (Cité en page 99.)
- W.W. Feng, T.K. Hung, et G.L. Chang. Extension and torsion of hyperviscoelastic cylinders. *Int. J. Nonlin. Mech.*, 27 :329–335, 1992. (Cité en page 67.)
- R.G. Ferrillo et P.J. Achorn. Comparison of thermal techniques for glass transition assignement. ii. commercial polymers. *J. Appl. Polym. Sci.*, 64 :191–195, 1996. (Cité en page 22.)
- J.D. Ferry, E.R. Fitzgerald, L.D. Grandine Jr., et M.L. Williams. Temperature dependence of dynamic properties of elastomers. relaxation distributions. *Rubber. Chem. Technol.*, 25 :720–729, 1952. (Cité en page 23.)
- J.H. Fielding. Flex life and crystallization of synthetic rubber. *Industrial and engineering chemistry*, 17 :1020–1028, 1944. (Cité en pages 5, 11, 23, 93 et 94.)
- M. Flamm, T. Steinweger, J. Spreckels, et T. Brüger. Mechanical properties of epdm. In A. Boukamel, L. Laianandrasana, S. Méo, et E. Verron, editors, *Constitutive models for rubber V*, pages 233–238. A.A. Balkema publishers, 2008. (Cité en page 19.)
- W.P. Fletcher et A.N. Gent. Nonlinearity in the dynamic properties of vulcanized rubber compounds. *Rubber. Chem. Technol.*, 27 :209–222, 1954. (Cité en pages 9 et 23.)

- Y. Fukahori. Mechanism of the self-reinforcement of cross-linked nr generated through the strain-induced crystallization. *Polymer*, 51 :1621–1631, 2010. (Cité en pages 3, 24 et 27.)
- S. Gauchet. *Etude de l'influence du type de noir de carbone sur la tenue en fatigue du caoutchouc HNBR*. PhD thesis, université François Rabelais de Tours, Tours, 2007. (Cité en pages 6, 11, 18, 133, 136, 137, 140, 142 et 152.)
- S. Gauchet, K. Le Gorju-Jago, et N. Ranganathan. Influence du noir de carbone sur les mécanismes de rupture par fatigue de caoutchouc hnbr. *Congrès Français de Mécanique*, 2007. (Cité en page 133.)
- A.N. Gent et A.G. Thomas. Forms for the stored (strain) energy function for vulcanized rubber. *J. Polym. Sci.*, 28 :625–628, 1958. (Cité en pages 10 et 60.)
- P. Germain. *Cours de Mécanique des milieux continus, tome I*. Masson, 1973. (Cité en page 57.)
- P.W. Gold, R. Bauermeister, et R. Mödder. Design guideline for elastic torsion coupling. *Kautsch Gummi Kunstst*, 60 :689–692, 2007. (Cité en page 11.)
- J. Grandcoin. *Contribution à la modélisation du comportement dissipatif des élastomères chargés : d'une modélisation micro-physiquement motivée vers la caractérisation de la fatigue*. PhD thesis, université de la méditerranée Aix-Marseille II, Marseille, 2008. (Cité en pages 61, 65 et 157.)
- H.W. Greensmith. Rupture of rubber. vii. effect of rate of extension in tensile tests. *J. Appl. Polym. Sci.*, 3 :175–182, 1960. (Cité en pages 10 et 87.)
- H.W. Greensmith. Rupture of rubber. x. the change in stored energy on making a small cut in a test piece held in simple extension. *J. Appl. Polym. Sci.*, 7 :993–1002, 1963. (Cité en page 87.)
- H.W. Greensmith et A.G. Thomas. Rupture of rubber. iii. determination of tear properties. *J. Polym. Sci.*, 18 :189–200, 1955a. (Cité en page 87.)
- H.W. Greensmith et A.G. Thomas. Rupture of rubber. iv. tear properties of vulcanizates containing carbon black. *J. Polym. Sci.*, 21 :175–187, 1955b. (Cité en page 87.)
- A.A. Griffith. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philos. T. Roy. Soc. A*, 221 :1028–1039, 1921. (Cité en page 87.)
- M.E. Gurtin. *Configurational forces as basic concepts of continuum physics*. Springer, 2000. (Cité en page 99.)
- B. Halphen et N. Quoc Son. Sur les matériaux standards ganaralisés. *J. Mecanique*, 14 :39–63, 1975. (Cité en pages 10, 57 et 61.)
- R.J. Harbour, A. Fatemi, et W.V. Mars. Fatigue crack growth of filled rubber under constant and variable amplitude loading conditions. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 30 :640–652, 2007. (Cité en pages 11 et 96.)
- R.J. Harbour, A. Fatemi, et W.V. Mars. Fatigue life and predictins for nr and sbr under variable amplitude and multiaxial loading conditions. *Int. J. Fat.*, 30 :1231–1247, 2008. (Cité en pages 5, 11, 96, 98, 99 et 156.)

- L.J. Hart-Smith. Elasticity parameters for finite deformations of rubber-like materials. *Z. Angew. Math. Phys.*, 17 :608–626, 1966. (Cité en pages 10 et 60.)
- S. Hartman. Numerical studies on the identification of the material parameters of rivlin's hyperelasticity using tension-torsion tests. *Acta Mechanica*, 148 :129–155, 2001. (Cité en pages 67 et 78.)
- J.A.C. Harwood, L. Mullins, et A.R. Payne. Stress softening in natural rubber vulcanizates. part ii. stress softening effects in pure gum and filler loaded rubbers. *J. Appl. Polym. Sci.*, 9 :3011–3019, 1965. (Cité en page 19.)
- J.A.C. Harwood, L. Mullins, et A.R. Payne. Effect of stretching on the properties of rubber. *Rubber Chem. Technol.*, 39 :814–822, 1966. (Cité en page 19.)
- J.A.C. Harwood, L. Mullins, et A.R. Payne. Stress softening in rubbers : a review. *Journal of the IRI*, 1 :17–27, 1967. (Cité en pages 3, 24, 26 et 39.)
- P. Hofer et A. Lion. Modelling of frequency- and amplitude-dependent material properties of filler reinforced rubber. *J. Mech. Phys. Solids*, 57 :500–520, 2009. (Cité en pages 3, 9 et 23.)
- G.A. Holzapfel. On large strain viscoelasticity : Continuum formulation and finite element applications to elastomeric structures. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 22 :3903–3926, 1996a. (Cité en pages 10, 61, 62, 64, 65 et 84.)
- G.A. Holzapfel. *Verification manual 234*, 1996b. (Cité en page 62.)
- G.A. Holzapfel et J.C. Simo. Entropy elasticity of isotropic rubber-like solids at finite strains. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 132 :17–44, 1996. (Cité en page 62.)
- R. Houwink. Slipping of molecules during the deformation of reinforced rubber. *Rubber. Chem. Technol.*, 29 :888–893, 1956. (Cité en pages 19 et 20.)
- Y. Isono et J.D. Ferry. Stress relaxation and differential dynamic modulus of carbon black-filled styrene butadiene rubber in large shearing deformations. *Rubber. Chem. Technol.*, 57 :925–943, 1984. (Cité en page 23.)
- P.A. Kakavas. Mechanical properties of bonded elastomer discs subjected to triaxial stress. *J. Appl. Polym. Sci.*, 59 :251–261, 1996. (Cité en page 19.)
- F. Khedimi. *Modélisation micromécanique des élastomères chargés*. PhD thesis, université Aix-Marseille I, Marseille, 2010. (Cité en pages 9, 23 et 61.)
- T.W. Kim, , H.Y. Jeong, J.H. Choe, et Y.H. Kim. Prediction of the fatigue of tires using ced and vcct. *Key Eng. Mat.*, 297-300 :102–107, 2005. (Cité en pages 11 et 96.)
- W.R. Krigbaum et R.J. Roe. Diffraction study of cristallite orientation in a stretched polychloroprene vulcanizate. *J. Polym. Sci. Gen. Pap.*, 2 :4391 ?4414, 1964. (Cité en pages 10, 23, 105 et 118.)
- F. Lacroix. *Endommagement en fatigue d'élastomères synthétiques*. PhD thesis, université François Rabelais de Tours, Tours, 2004. (Cité en pages 5, 6, 11, 42, 96, 100, 102, 103, 107, 119, 133, 135, 138, 140, 141, 142, 152 et 157.)

- F. Lacroix, S. Méo, G. Berton, A. Tougui, et N. Ranganathan. A local criterion for fatigue crack initiation on a vulcanized filled elastomer. In P.E. Austrell et L. Kari, editors, *Constitutive models for rubber*, pages 77–81. A.A. Balkema publishers, 2005. (Cité en pages 11, 100, 107 et 119.)
- G.J. Lake et P.B. Lindley. Cut growth and fatigue of rubbers. ii. experiments on a noncrystallizing rubber. *Rubber Chem. Technol.*, 38 :292–300, 1965. (Cité en pages 5 et 88.)
- J.B. Le Cam. *Endommagement en fatigue des élastomères*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes, Nantes, 2005. (Cité en pages 24 et 103.)
- J.B. Le Cam. A review of volume changes in rubbers : the effect of stretching. *Rubber Chem. Technol.*, 83 :247–269, 2010. (Cité en pages 10 et 24.)
- J.B. Le Cam, B. Huneau, et E. Verron. Description of fatigue damage in carbon black filled natural rubber. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 31 :1031–1038, 2008. (Cité en pages 6, 11, 133 et 138.)
- C. Le Clerc. *Mécanismes microstructuraux impliqués dans la fatigue des fibres thermoplastiques*. PhD thesis, Ecole Nationale des Mines de Paris, Paris, 2006. (Cité en pages 9 et 22.)
- D. Lefebvre et F. Ellyin. Cyclic response and inelastic strain energy in low cycle fatigue. *Int. J. Fat.*, 6 : 9–15, 1984. (Cité en page 100.)
- K. Legorju-Jago. *Influence de la cristallinité sous contrainte sur l'endurance et la propagation des fissures de fatigue dans les élastomères*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, Paris, 1998. (Cité en pages 6, 11, 105, 133, 134, 140 et 142.)
- K. Legorju-Jago et C. Bathias. Fatigue initiation and propagation in natural and synthetic rubbers. *Int. J. of Fatigue*, 24 :85–92, 2002. (Cité en pages 105, 107 et 133.)
- S. Lejeunes. *Modélisation de structures lamifiées élastomère-métal à l'aide d'une méthode de réduction de modèles*. PhD thesis, université Aix-Marseille II, Marseille, 2006. (Cité en pages 7, 58, 59 et 60.)
- J. Lemaitre et J.L. Chaboche. *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, 1985. (Cité en pages 10 et 55.)
- V. Le Saux. *Fatigue et vieillissement des élastomères en environnements marin et thermique : de la caractérisation accélérée au calcul de structure*. PhD thesis, université de Bretagne Occidentale, Brest, 2010. (Cité en pages 5, 11, 102 et 103.)
- V. Le Saux, Y. Marco, S. Calloch, C. Doudard, et P. Charrier. An energetic criterion for the fatigue of rubbers : an approach based on a heat build-up protocol and micro-tomography measurements. *Procedia Eng.*, 2 :949–958, 2010a. (Cité en pages 11 et 102.)
- V. Le Saux, Y. Marco, S. Calloch, C. Doudard, et P. Charrier. Fast evaluation of the fatigue lifetime of rubber-like materials based on a heat build-up protocol and micro-tomography measurements. *Int. J. Fatigue*, 32 :1582–1590, 2010b. (Cité en pages 11 et 102.)
- Q. Li, J.C. Zhao, et B. Zhao. Fatigue life prediction of a rubber mount based on test of material properties and finite element analysis. *Eng. Fail. Anal.*, 16 :2304–2310, 2009. (Cité en pages 4 et 73.)
- P.B. Lindley. Energy for crack growth in model rubber components. *J. Strain Anal. Eng.*, 7 :132–140, 1972. (Cité en page 87.)

- C. Lu. *Etude du comportement mécanique et des mécanismes d'endommagement des élastomères en fatigue et en fissuration par fatigue*. PhD thesis, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, 1991. (Cité en pages 100 et 119.)
- G. Marckmann et E. Verron. Comparison of hyperelastic models for rubber-like materials. *Rubber Chem. Technol.*, 79 :835–858, 2006. (Cité en pages 7, 59 et 60.)
- W.V. Mars. *Multiaxial fatigue of rubber*. PhD thesis, university of Toledo, Toledo and USA, 2001. (Cité en pages 5, 11, 87, 88, 89, 94, 95, 96, 97, 100, 103, 107, 120 et 177.)
- W.V. Mars. A phenomenological model for the effect of r-ratio on fatigue of strain crystallizing rubbers. *Rubber Chem. Technol.*, 76 :1240–1258, 2003. (Cité en page 89.)
- W.V. Mars et A. Fatemi. A literature survey on fatigue analysis approaches for rubber. *Int. J. of Fatigue*, 24 :949–961, 2002. (Cité en pages 11, 88, 94 et 107.)
- W.V. Mars et A. Fatemi. A novel specimen for investigating mechanical behavior of elastomers under multiaxial loading conditions. *Exp. Mech.*, 44 :136–146, 2004. (Cité en pages 5, 11, 96 et 97.)
- W.V. Mars et A. Fatemi. Multiaxial fatigue of rubber : Part i : equivalence criteria and theoretical aspects. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 28 :515–522, 2005. (Cité en page 156.)
- W.V. Mars et A. Fatemi. Multiaxial stress effects on fatigue behavior of filled natural rubber. *Int. J. of Fatigue*, 28 :521–529, 2006. (Cité en page 98.)
- W.V. Mars et A. Fatemi. The correlation of fatigue crack growth rates in rubber subjected to multiaxial loading using continuum mechanical parameters. *Rubber Chem. Technol.*, 80 :169–182, 2007. (Cité en pages 88 et 89.)
- W.V. Mars et A. Fatemi. Computed dependence of rubber's fatigue behavior on strain crystallization. *Rubber Chem. Technol.*, 82 :51–61, 2009. (Cité en pages 5, 11, 88, 89 et 92.)
- G. Martin-Borret. *Sur la propagation de fissure dans les élastomères*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, Paris, 1998. (Cité en pages 11 et 90.)
- J.M. Martinez. *Modélisation et caractérisation du comportement hyper-visco-plastique d'un élastomère sus sollicitations multi-harmoniques et à différentes températures*. PhD thesis, université de la méditerranée Aix-Marseille II, Marseille, 2005. (Cité en pages 3, 22, 61 et 65.)
- J.M. Martinez, A. Boukamel, S. Méo, et S. Lejeunes. Statistical approach for a hyper-visco-plastic model for filled rubber : Experimental characterization and numerical modeling. *Eur. J. Mech. A-Solid*, 30 :1028–1039, 2011. (Cité en pages 9 et 23.)
- B. Marvalova. Viscoelastic properties of filled rubber. experimental observations and material modelling. *Eng. Mech.*, 14 :81–89, 2007. (Cité en pages 4, 63 et 64.)
- N. M. Mathew, A.K. Bhowmick, et S.K. De. Chemical and scanning electron microscopy studies of fatigue failure of natural rubber vulcanizates. *Rubber Chem. Technol.*, 55 :51–61, 1982. (Cité en page 11.)
- A.I. Medalia. Effect of carbon black on dynamic properties of rubber vulcanizates. *Rubber Chem. Technol.*, 51 :437–523, 1978. (Cité en pages 3 et 17.)

- S. Méo. *Modélisation numérique du comportement mécanique de structures en élastomère : de l'élasticité à la thermo-visco-hyperélasticité*. PhD thesis, université de la méditerranée Aix-Marseille II, Marseille, 2000. (Cité en pages 10, 49, 61 et 65.)
- M. Mooney. A theory of large elastic deformation. *J. Appl. Phys.*, 11 :582–592, 1940. (Cité en pages 10 et 60.)
- K.N. Morman et T.Y. Pan. Application of finite-element analysis in the design of automotive elastomeric components. *Rubber. Chem. Technol.*, 61 :503–533, 1988. (Cité en pages 61 et 62.)
- L. Mullins. Effect of stretching on the properties of rubber. *Rubber Chem. Technol.*, 21 :281–300, 1948. (Cité en page 19.)
- L. Mullins. Softening of rubber by deformation. *Rubber Chem. Technol.*, 42 :339–362, 1969. (Cité en page 9.)
- L. Mullins et N.R. Tobin. Stress softening in rubber vulcanizates. part i. use of a strain amplification factor to describe the elastic behavior of filler-reinforced vulcanized rubber. *J. Appl. Polym. Sci.*, 9 : 2993–3009, 1965. (Cité en pages 9, 19 et 20.)
- S. Murakami, K. Senoo, S. Toki, et S. Kohjiya. Structural development of natural rubber during uniaxial stretching by in situ wide angle x-ray diffraction using synchrotron radiation. *Polymer*, 43 :2117–2120, 2002. (Cité en pages 10 et 23.)
- M. Nait Abdelaziz, N. Ait Hocine, et F. Brechet. Fracture of rubbers under mixed mode conditions. *11th International Conference of Fracture*, 2005. (Cité en page 89.)
- N. Nakajima, H.H. Bowerman, et E.A. Collins. Viscoelastic behavior of butadiene-acrylonitrile copolymers at small and large deformations and their ultimate properties. *Rubber. Chem. Technol.*, 46 : 417–424, 1973. (Cité en page 23.)
- N. Nakajima et E.A. Collins. A master curve for amorphous elastomers derived from small and large deformations using various instruments. *Rubber. Chem. Technol.*, 48 :69–78, 1975. (Cité en page 23.)
- N. Nakajima, E.A. Collins, et P.R. Kumler. Dynamic properties of raw butadiene-acrylonitrile elastomers. *Rubber. Chem. Technol.*, 48 :778–787, 1974. (Cité en page 23.)
- R.W. Ogden. Large deformation isotropic elasticity - on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids. *Rubber Chem. Technol.*, 46 :398–416, 1973. (Cité en pages 10 et 60.)
- A.K. Olsson. *Finite element procedures in modelling dynamic properties of rubber*. PhD thesis, Lund university, Lund, 2005. (Cité en pages 9 et 23.)
- H. Oshima, Y. Aono, et S. Shibata. Fatigue characteristics of vulcanized natural rubber for automotive engine mounting. *memoirs of the faculty of engineering*, 67-2 :75–83, 2007. (Cité en pages 5, 11, 90 et 92.)
- E. Ostojka-Kuczynski. *Comportement en fatigue des élastomères : application aux structures antivibratoires pour l'automobile*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes, Nantes, 2005. (Cité en page 107.)

- A.R. Payne et R.E. Whittaker. Influence of hysteresis on tensile and fatigue failure in rubbers. *J. Appl. Polym. Sci.*, 15 :1941–1948, 1971a. (Cité en page 100.)
- A.R. Payne et R.E. Whittaker. Low strain dynamic properties of filled rubbers. *Rubber Chem. Technol.*, 44 :440–478, 1971b. (Cité en pages 9 et 22.)
- M. Peleg. A note on the tan delta peak as a glass transition indicatr in biosolids. *Rheol. Acta*, 34 : 215–220, 1995. (Cité en page 22.)
- J.L. Poisson, F. Lacroix, S. Méo, G. Berton, et N. Ranganathan. Biaxial fatigue behavior of a polychloroprene rubber. *Int. J. of Fatigue*, 33 :1151–1157, 2011. (Cité en pages 107, 140, 142 et 152.)
- J.L. Poisson, S. Méo, F. Lacroix, G. Berton, et N. Ranganathan. Multiaxial fatigue criteria applied to a synthetic rubber. *Rubber Chem. Technol.*, 85 :80–91, 2012. (Cité en page 107.)
- G. Prevati et M. Kaliske. Crack propagation in pneumatic tires : Continuum mechanics and fracture mechanics approaches. *Int. J. Fat.*, 37 :69–78, 2012. (Cité en pages 11 et 100.)
- J. Ramier, C. Gauthier, L. Stelandre, et L. Guy. Payne effect in silica-filled styrene-butadiene rubber : Influence of surface treatment. *J. Polym. Sci. Pol. Phys.*, 45 :286–298, 2007. (Cité en pages 9 et 23.)
- N. Ranganathan, H. Aldroe, F. Lacroix, F. Chalon, et A. Tougui. Fatigue crack initiation at anotch. *Int. J. Fat.*, 33 :492–499, 2011. (Cité en page 157.)
- N. Ranganathan, F. Chalon, et S. Meo. Some aspects of the energy based approach to fatigue crack propagation. *International Journal of Fatigue*, 30 :1921 – 1929, 2008. (Cité en page 100.)
- J.R. Rice. A path-independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notched cracks. *J. Appl. Mech.*, 37 :379–386, 1968. (Cité en pages 11 et 90.)
- J. Rieger. The glass transition temperature  $t_g$  of polymers - comparison of the values from differential thermal analysis (dta and dsc) and dynamic mechanical measurements (torsion pendulum). *Polym. Test.*, 20 :199–204, 2001. (Cité en page 22.)
- R.S. Rivlin. The elasticity of rubber. *Rubber Chem. Technol.*, 65 :51–66, 1992. (Cité en pages 10 et 60.)
- R.S. Rivlin et A.G. Thomas. Rupture of rubber. i. characteristic energy for tearing. *J. Polym. Sci.*, 10 : 291–318, 1953. (Cité en pages 10 et 87.)
- H.S. Ro. *Modelling and interpretatin of fatigue failure initiation in rubber related to pneumatic tires*. PhD thesis, Purdue university, USA, 1989. (Cité en page 94.)
- J.F. Roach. *Crack growth in elastomers under biaxial stresses*. PhD thesis, university of Akron, USA, 1982. (Cité en page 95.)
- B.J. Roberts et J.B. Benzies. The relationship between uniaxialand equibiaxial fatigue in gum and carbon black filled vulcanizates. *Proceedings of Rubbercon'77*, 2 :2–13, 1977. (Cité en pages 11, 93 et 94.)
- A. Robisson. *Comportement visco-hyperélastique endommageable d'élastomères SBR et PU : Prévision de la durée de vie en fatigue*. PhD thesis, Ecole Nationale des Mines de Paris, Paris, 2000. (Cité en page 107.)

- G. Rotter et H. Ishida. Dynamic mechanical analysis of the glass transition : Curve resolving applied to polymers. *Macromol.*, 25 :2170–2175, 1992. (Cité en page 22.)
- P. Saad. *Modélisation et identification du comportement non linéaire des cales en caoutchouc*. PhD thesis, Ecole Centrale Lyon, Lyon, 2003. (Cité en page 61.)
- N. Saintier. *Fatigue multiaxiale dans un élastomère de type NR chargé : mécanismes d'endommagement et critère local d'amorçage de fissure*. PhD thesis, Ecole Nationale des Mines de Paris, Paris, 2001. (Cité en pages 5, 11, 90, 91, 93, 96, 103, 107, 118 et 127.)
- N. Saintier, G. Cailletaud, et R. Piques. Crack initiation and propagation under multiaxial fatigue in a natural rubber. *Int. J. of Fatigue*, 28 :61–72, 2006. (Cité en page 11.)
- M.S.A. Samad et A. Ali. Simulation work of fatigue life prediction of rubber automotive components. *9th National Symposium on Polymeric Materials*, 2009. (Cité en page 73.)
- M.S.A. Samad, A. Ali, et R.S. Sidhu. Durability of automotive jounce bumper. *Mater. Design*, 32 : 1001–1005, 2011. (Cité en pages 4, 73 et 74.)
- G.P. Sendeckyj. Constant life diagrams-a historical review. *Int. J. Fat.*, 23 :347–353, 2001. (Cité en page 90.)
- D.K. Setua et S.K. De. Scanning electron microscopy studies on mechanism of tear fracture of styrene butadiene rubber. *J. Mater. Sci.*, 18 :847–852, 1983. (Cité en page 133.)
- F. Sidoroff. Variables internes en viscoélasticité, 1. variables internes scalaires et tensorielles. *J. Mec.*, 14 :545–566, 1975a. (Cité en pages 10 et 61.)
- F. Sidoroff. Variables internes en viscoélasticité, 2. milieux avec configuration intermédiaire. *J. Mec.*, 14 :571–595, 1975b. (Cité en pages 61 et 65.)
- F. Sidoroff. Variables internes en viscoélasticité, 3. milieux avec plusieurs configurations intermédiaires. *J. Mec.*, 15 :85–118, 1976. (Cité en page 65.)
- J.C. Simo. On a fully three dimensional finite strain viscoelastic damage model : formulation and computational aspects. *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 60 :153–173, 1987. (Cité en pages 10, 61 et 62.)
- SNCP, 2011. [www.lecaoutchouc.com](http://www.lecaoutchouc.com). (Cité en pages 3 et 15.)
- A.G. Thomas. Rupture of rubber. vi. further experiments on tear criterion. *J. Appl. Polym. Sci.*, 3 : 168–174, 1960. (Cité en pages 10 et 87.)
- S. Toki, T. Fujimaki, et M. Okuyama. Strain-induced crystallization of natural rubbers as detected real time by wide angle x-ray diffraction technique. *Polymer*, 41 :5423–5429, 2000. (Cité en pages 23, 24 et 25.)
- S. Toki et B.S. Hsiao. Nature of strain-induced structures in natural and synthetic rubbers under stretching. *Macromolecules*, 36 :5915–5917, 2003. (Cité en pages 10, 23 et 24.)
- L.R.G. Treloar. The elasticity of a network of long-chain molecules. ii. *Trans. Faraday Soc.*, 39 : 241–246, 1943. (Cité en page 58.)

- L.R.G. Treloar. Stress-strain data for vulcanized rubber under various types of deformation. *Trans. Faraday Soc.*, 40 :59–70, 1944. (Cité en pages 9, 18 et 19.)
- L.R.G. Treloar. The elasticity and related properties of rubbers. *Rep. Prog. Phys.*, 36 :755–826, 1973. (Cité en page 59.)
- A. Vandenbroucke. *Etude du comportement mécanique pour différentes températures d'un élastomère : caractérisations expérimentales et numériques*. PhD thesis, université de Bretagne Sud, Lorient, 2010. (Cité en page 24.)
- E. Verron et A. Andriyana. Definition of a new predictor for multiaxial fatigue crack nucleation in rubber. *J. Mech. Phys. Solids*, 56 :417–443, 2008. (Cité en pages 5, 11, 98, 99, 100 et 173.)
- E. Verron, J.B. Le Cam, et L. Gornet. A multiaxial criterion for crack nucleation in rubber. *Mech. Res. Commun.*, 33 :493–498, 2006. (Cité en pages 11, 98 et 107.)
- F.T. Wall. Statistical thermodynamics of rubber ii. *J. Chem. Phys.*, 10 :485–488, 1942. (Cité en pages 10 et 58.)
- M.H. Walters. Fibrous structure in stretched crystalline elastomers. *Rubber Chem. Technol.*, 37 :839–851, 1964. (Cité en page 11.)
- B. Weber. *Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon, 1999. (Cité en page 156.)
- A. Wineman. Nonlinear viscoelastic solids - a review. *Math. Mec. Solids*, 14 :300–366, 2009. (Cité en page 61.)
- C.S. Woo, W.D. Kim, S.H. Lee, B.I Choi, et H.S. Park. Fatigue life prediction of vulcanized natural rubber subjected to heat-aging. *Procedia Engineering*, 1 :9–12, 2009. (Cité en pages 4, 73 et 74.)
- P. Zhang, G. Huang, L. Qu, Y. Nie, G. Weng, et J. Wu. Strain-induced crystallization behavior of polychloroprene rubber. *J. Appl. Polym. Sci.*, 121 :37–42, 2011. (Cité en pages 10, 23, 105 et 118.)
- A. Zine, N. Benseddiq, et M. Nait Abdelaziz. Rubber fatigue life under multiaxial loading : Numerical and experimental investigations. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 29 :267–278, 2006. (Cité en pages 11, 96 et 177.)
- A. Zine, N. Benseddiq, et M. Nait Abdelaziz. Rubber fatigue life under multiaxial loading : Numerical and experimental investigations. *Int. J. Fat.*, 33 :1360–1368, 2011. (Cité en pages 5, 11, 96 et 98.)





**Résumé :**

Les élastomères présentent une diversité d'utilisation et des caractéristiques mécaniques spécifiques (grandes déformations, comportement dissipatif, ...) qui en font une famille de matériaux très utilisés dans l'industrie. Lors de leur fonctionnement, les pièces réelles subissent des sollicitations complexes. Comprendre les phénomènes induits par la fatigue multiaxiale constitue ainsi un enjeu important dans la phase de conception industrielle. Le matériau utilisé au cours de cette étude est un polychloroprène (CR), fourni par la société Hutchinson et présent dans les poulies découpleuses. Celui-ci possède une réponse dissipative en grandes déformations. Son comportement est modélisé à partir de lois de comportements viscohyperélastiques suivant deux approches : une méthode analytique impliquant un calcul simple en un point d'un cylindre et l'autre utilisant un calcul éléments finis implémenté dans ANSYS. Une campagne expérimentale en fatigue multiaxiale est alors réalisée, en traction-torsion afin de tester l'énergie dissipée comme critère de fatigue multiaxiale. Celui-ci présente des résultats intéressants. Des diagrammes de Haigh ont été établis afin de mettre en évidence le phénomène de cristallisation. Des analyses post-mortem ont été menées avec un microscope électronique à balayage et expose des spécificités morphologiques liées à la sollicitation vue par le matériau.

**Mots clefs :** élastomère, fatigue multiaxiale, grandes déformations, viscoélasticité, fractographie .

**Abstract :**

Due to their interesting mechanical behavior (large strain, dissipative behavior ...) and their diversity, elastomers are more and more used in industry. In service conditions, rubber components are subjected to complex loadings. Therefore, understanding phenomena induced by multiaxial fatigue constitutes an important issue in the industrial conception's step. The material used in this work is a polychloroprene rubber, provided by Hutchinson society and dedicated to silent-block's applications. This elastomer possess a dissipative component at large strains. This behavior is determined following two approaches : an analytic method, implying a simple calculation at a local point of a cylinder and a finite elements analysis implemented with ANSYS software. An experimental investigation in multiaxial fatigue is then realized to test the dissipated energy density as a multiaxial fatigue criterion. This parameter obtained interesting results. Haigh diagrams has been built to point out crystallization phenomenon. Post-mortem analyses has been carried out with a scanning electronic microscope and exposes morphological specificities related to the material's sollicitation.

**keywords :** elastomer, multiaxial fatigue, large strains, viscoelasticity, fractography.

