



**HAL**  
open science

# Modélisation de la propagation acoustique par la méthode du potentiel d'intensité

Michael Thivant

► **To cite this version:**

Michael Thivant. Modélisation de la propagation acoustique par la méthode du potentiel d'intensité. Acoustique [physics.class-ph]. INSA de Lyon, 2003. Français. NNT : . tel-00780391

**HAL Id: tel-00780391**

**<https://theses.hal.science/tel-00780391>**

Submitted on 23 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée devant

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR

École Doctorale des Sciences pour l'Ingénieur de Lyon :  
Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique (MÉGA)  
Spécialité : Acoustique  
ECL - INSA - UCBL

par

**Michael THIVANT**

Ingénieur diplômé de l'INSA de Lyon

## **MODÉLISATION DE LA PROPAGATION ACOUSTIQUE PAR LA MÉTHODE DU POTENTIEL D'INTENSITÉ**

Soutenue le 29 septembre 2003 devant la Commission d'Examen

Jury :	Mr Jean Louis GUYADER	Professeur	Directeur
	Mr Philippe JEAN	HDR	
	Mr Jean Claude PASCAL	Professeur	Rapporteur
	Mr Goran PAVIC	Professeur	Président
	Mr Aldo SESTIERI	Professeur	Rapporteur
	Mr Philippe VIGNASSA	Ingénieur	

LABORATOIRE VIBRATIONS ACOUSTIQUE

## REMERCIEMENTS

Cette thèse a été financée par Renault Trucks, et par le Ministère de l'Industrie et des Transports au travers du programme PREDIT.

Ma reconnaissance s'adresse en premier lieu au Professeur Jean-Louis GUYADER, dont le recul scientifique et les idées originales m'ont maintes fois aidé à surmonter les difficultés. Je le remercie pour sa disponibilité, ainsi que l'ensemble du laboratoire Vibrations Acoustiques, dont je garde un excellent souvenir d'entraide et de bonne humeur.

Je tiens particulièrement à remercier Mr Philippe VIGNASSA pour son soutien, le point de vue industriel qu'il a su me transmettre et ses remarques toujours pertinentes.

Je voudrais également exprimer ma reconnaissance aux différents acteurs du PREDIT pour les discussions constructives et les collaborations enrichissantes, ayant permis de réelles avancées dans les différentes approches, et qui j'espère se poursuivront.

Enfin je dédis ce travail à ma famille et à mes amis, avec une pensée pour celui que le vent a trop vite emporté.

A SEB.

## Ecoles Doctorales et Diplômes d'Etudes Approfondies

habilités pour la période 1999-2003

ECOLE DOCTORALE n° code national	RESPONSABLE PRINCIPAL	CORRESPONDANT INSA	DEA INSA n° code national	RESPONSABLE DEA INSA
<b>CHIMIE DE LYON</b> (Chimie, Procédés, Environnement)  EDA206	M. D. SINOU UCBL1 04.72.44.62.63 Sec 04.72.44.62.64 Fax 04.72.44.81.60	M. R. GOURDON 87.53 Sec 84.30 Fax 87.17	Chimie Inorganique <b>910643</b>	
			Sciences et Stratégies Analytiques <b>910634</b>	
			Sciences et Techniques du Déchet <b>910675</b>	M. R. GOURDON Tél 87.53 Fax 87.17
<b>ECONOMIE, ESPACE ET MODELISATION DES COMPORTEMENTS</b> (E <sup>2</sup> MC)  EDA417	M.A. BONNAFOUS LYON 2 04.72.72.64.38 Sec 04.72.72.64.03 Fax 04.72.72.64.48	Mme M. ZIMMERMANN 60.91 Fax 87.96	Villes et Sociétés <b>911218</b>	Mme M. ZIMMERMANN Tél 60.91 Fax 87.96
			Dimensions Cognitives et Modélisation <b>992678</b>	M. L. FRECON Tél 82.39 Fax 85.18
<b>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> (E.E.A.)  EDA160	M. D. BARBIER INSA DE LYON 85.47 Fax 60.82		Automatique Industrielle <b>910676</b>	M. M. BETEMPS Tél 85.59 Fax 85.35
			Dispositifs de l'Electronique Intégrée <b>910696</b>	M. D. BARBIER Tél 85.47 Fax 60.82
			Génie Electrique de Lyon <b>910065</b>	M. J.P. CHANTE Tél 87.26 Fax 85.30
			Images et Systèmes <b>992254</b>	Mme I. MAGNIN Tél 85.63 Fax 85.26
<b>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b> (E2M2)  EDA403	M. J.P. FLANDROIS UCBL1 04.78.86.31.50 Sec 04.78.86.31.52 Fax 04.78.86.31.49	M. S. GRENIER 79.88 Fax 85.34	Analyse et Modélisation des Systèmes Biologiques <b>910509</b>	M. S. GRENIER Tél 79.88 Fax 85.34
<b>INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE</b> (EDIIS)  EDA 407	M. J.M. JOLION INSA DE LYON 87.59 Fax 80.97		Documents Multimédia, Images et Systèmes d'Information Communicants <b>992774</b>	M. A. FLORY Tél 84.66 Fax 85.97
			Extraction des Connaissances à partir des Données <b>992099</b>	M. J.F. BOULICAUT Tél 89.05 Fax 87.13
			Informatique et Systèmes Coopératifs pour l'Entreprise <b>950131</b>	M. A. GUINET Tél 85.94 Fax 85.38
<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES- SANTÉ</b> (EDISS)  EDA205	M. A.J. COZZONE UCBL1 04.72.72.26.72 Sec 04.72.72.26.75 Fax 04.72.72.26.01	M. M. LAGARDE 82.40 Fax 85.24	Biochimie <b>930032</b>	M. M. LAGARDE Tél 82.40 Fax 85.24
<b>MATERIAUX DE LYON</b>  UNIVERSITE LYON 1  EDA 034	M. J. JOSEPH ECL 04.72.18.62.44 Sec 04.72.18.62.51 Fax 04.72.18.60.90	M. J.M. PELLETIER 83.18 Fax 85.28	Génie des Matériaux : Microstructure, Comportement Mécanique, Durabilité <b>910527</b>	M. J.M.PELLETIER Tél 83.18 Fax 85.28
			Matériaux Polymères et Composites <b>910607</b>	M. H. SAUTEREAU Tél 81.78 Fax 85.27
			Matière Condensée, Surfaces et Interfaces <b>910577</b>	M. G. GUILLOT Tél 81.61 Fax 85.31
<b>MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE</b> (Math IF)  EDA 409	M. F. WAGNER UCBL1 04.72.43.27.86 Fax 04.72.43.00.35	M. J. POUSIN 88.36 Fax 85.29	Analyse Numérique, Equations aux dérivées partielles et Calcul Scientifique <b>910281</b>	M. G. BAYADA Tél 83.12 Fax 85.29
<b>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b> (MEGA)  EDA162	M. J. BATAILLE ECL 04.72.18.61.56 Sec 04.72.18.61.60 Fax 04.78.64.71.45	M. G.DALMAZ 83.03 Fax 04.72.89.09.80	Acoustique <b>910016</b>	M. J.L. GUYADER Tél 80.80 Fax 87.12
			Génie Civil <b>992610</b>	M. J.J.ROUX Tél 84.60 Fax 85.22
			Génie Mécanique <b>992111</b>	M. G. DALMAZ Tél 83.03 Fax 04.78.89.09.80
			Thermique et Energétique <b>910018</b>	M. J. F. SACADURA Tél 81.53 Fax 88.11

## INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

*Directeur* : STORCK A.

*Professeurs* :

AUDISIO S.	PHYSICOCHEMIE INDUSTRIELLE
BABOT D.	CONT. NON DESTR. PAR RAYONNEMENTS IONISANTS
BABOUX J.C.	GEMPPM***
BALLAND B.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BAPTISTE P.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BARBIER D.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BASTIDE J.P.	LAEPSI****
BAYADA G.	MECANIQUE DES CONTACTS
BENADDA B.	LAEPSI****
BETEMPS M.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
BIENNIER F.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BLANCHARD J.M.	LAEPSI****
BOISSON C.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
BOIVIN M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES SOLIDES
BOTTA H.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOTTA-ZIMMERMANN M. (Mme)	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOULAYE G. (Prof. émérite)	INFORMATIQUE
BOYER J.C.	MECANIQUE DES SOLIDES
BRAU J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Thermique du bâtiment
BREMOND G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BRISSAUD M.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
BRUNET M.	MECANIQUE DES SOLIDES
BRUNIE L.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
BUREAU J.C.	CEGELY*
CAVILLE J.Y.	GEMPPM***
CHANTE J.P.	CEGELY*- Composants de puissance et applications
CHOCAT B.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
COMBESURE A.	MECANIQUE DES CONTACTS
COUSIN M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
DAUMAS F. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et Thermique
DOUTHEAU A.	CHIMIE ORGANIQUE
DUFOUR R.	MECANIQUE DES STRUCTURES
DUPUY J.C.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
EMPTOZ H.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
ESNOUF C.	GEMPPM***
EYRAUD L. (Prof. émérite)	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
FANTOZZI G.	GEMPPM***
FAVREL J.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
FAYARD J.M.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
FAYET M.	MECANIQUE DES SOLIDES
FERRARIS-BESSO G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
FLAMAND L.	MECANIQUE DES CONTACTS
FLORY A.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATIONS
FOUGERES R.	GEMPPM***
FOUQUET F.	GEMPPM***
FRECON L.	REGROUPEMENT DES ENSEIGNANTS CHERCHEURS ISOLEES
GERARD J.F.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
GERMAIN P.	LAEPSI****
GIMENEZ G.	CREATIS**
GOBIN P.F. (Prof. émérite)	GEMPPM***
GONNARD P.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GONTRAND M.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GOUTTE R. (Prof. émérite)	CREATIS**
GOUJON L.	GEMPPM***
GOURDON R.	LAEPSI****
GRANGE G.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GUENIN G.	GEMPPM***
GUICHARDANT M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
GUILLOT G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GUINET A.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
GUYADER J.L.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
GUYOMAR D.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
HEIBIG A.	MATHEMATIQUE APPLIQUEES DE LYON
JACQUET-RICHARDET G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
JAYET Y.	GEMPPM***
JOLION J.M.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
JULLIEN J.F.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
JUTARD A. (Prof. émérite)	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
KASTNER R.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique
KOULOUMDJIAN J.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
LAGARDE M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
LALANNE M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES STRUCTURES
LALLEMAND A.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LALLEMAND M. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LAUGIER A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE

Mai 2003

LAUGIER C.

BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE

<b>LAURINI R.</b>	INFORMATIQUE EN IMAGE ET SYSTEMES D'INFORMATION
<b>LEJEUNE P.</b>	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
<b>LUBRECHT A.</b>	MECANIQUE DES CONTACTS
<b>MASSARD N.</b>	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
<b>MAZILLE H.</b>	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
<b>MERLE P.</b>	GEMPPM***
<b>MERLIN J.</b>	GEMPPM***
<b>MIGNOTTE A. (Mle)</b>	INGENIERIE, INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
<b>MILLET J.P.</b>	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
<b>MIRAMOND M.</b>	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
<b>MOREL R.</b>	MECANIQUE DES FLUIDES ET D'ACOUSTIQUES
<b>MOSZKOWICZ P.</b>	LAEPSI****
<b>NARDON P. (Prof. émérite)</b>	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
<b>NIEL E.</b>	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
<b>NORTIER P.</b>	DREP
<b>ODET C.</b>	CREATIS**
<b>OTTERBEIN M. (Prof. émérite)</b>	LAEPSI****
<b>PARIZET E.</b>	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
<b>PASCAULT J.P.</b>	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
<b>PAVIC G.</b>	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
<b>PELLETIER J.M.</b>	GEMPPM***
<b>PERA J.</b>	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Matériaux
<b>PERRIAT P.</b>	GEMPPM***
<b>PERRIN J.</b>	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
<b>PINARD P. (Prof. émérite)</b>	PHYSIQUE DE LA MATIERE
<b>PINON J.M.</b>	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
<b>PONCET A.</b>	PHYSIQUE DE LA MATIERE
<b>POUSIN J.</b>	MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE
<b>PREVOT P.</b>	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
<b>PROST R.</b>	CREATIS**
<b>RAYNAUD M.</b>	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
<b>REDARCE H.</b>	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
<b>RETIF J-M.</b>	CEGELY*
<b>REYNOUARD J.M.</b>	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
<b>RIGAL J.F.</b>	MECANIQUE DES SOLIDES
<b>RIEUTORD E. (Prof. émérite)</b>	MECANIQUE DES FLUIDES
<b>ROBERT-BAUDOY J. (Mme) (Prof. émérite)</b>	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES
<b>ROUBY D.</b>	GEMPPM***
<b>ROUX J.J.</b>	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON – Thermique de l'Habitat
<b>RUBEL P.</b>	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
<b>SACADURA J.F.</b>	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
<b>SAUTEREAU H.</b>	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
<b>SCAVARDA S.</b>	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
<b>SOUIFI A.</b>	PHYSIQUE DE LA MATIERE
<b>SOUROUILLE J.L.</b>	INGENIERIE INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
<b>THOMASSET D.</b>	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
<b>THUDEROZ C.</b>	ESCHIL – Equipe Sciences Humaines de l'Insa de Lyon
<b>UBEDA S.</b>	CENTRE D'INNOV. EN TELECOM ET INTEGRATION DE SERVICES
<b>VELEX P.</b>	MECANIQUE DES CONTACTS
<b>VIGIER G.</b>	GEMPPM***
<b>VINCENT A.</b>	GEMPPM***
<b>VRAY D.</b>	CREATIS**
<b>VUILLERMOZ P.L. (Prof. émérite)</b>	PHYSIQUE DE LA MATIERE

**Directeurs de recherche C.N.R.S. :**

<b>BAIETTO-CARNEIRO M-C. (Mme)</b>	MECANIQUE DES CONTACTS ET DES SOLIDES
<b>BERTHIER Y.</b>	MECANIQUE DES CONTACTS
<b>CONDEMIN G.</b>	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
<b>COTTE-PATAT N. (Mme)</b>	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
<b>ESCUDIE D. (Mme)</b>	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON
<b>FRANCIOSI P.</b>	GEMPPM***
<b>MANDRAND M.A. (Mme)</b>	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
<b>POUSIN G.</b>	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
<b>ROCHE A.</b>	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
<b>SEGUELA A.</b>	GEMPPM***

**Directeurs de recherche I.N.R.A. :**

<b>FEBVAY G.</b>	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
<b>GRENIER S.</b>	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
<b>RAHBE Y.</b>	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS

**Directeurs de recherche I.N.S.E.R.M. :**

<b>PRIGENT A.F. (Mme)</b>	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
<b>MAGNIN I. (Mme)</b>	CREATIS**

\* **CEGELY** CENTRE DE GENIE ELECTRIQUE DE LYON  
 \*\* **CREATIS** CENTRE DE RECHERCHE ET D'APPLICATIONS EN TRAITEMENT DE L'IMAGE ET DU SIGNAL  
 \*\*\***GEMPPM** GROUPE D'ETUDE METALLURGIE PHYSIQUE ET PHYSIQUE DES MATERIAUX  
 \*\*\*\***LAEPSI** LABORATOIRE D'ANALYSE ENVIRONNEMENTALE DES PROCEDES ET SYSTEMES INDUSTRIELS

<b>INTRODUCTION</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I - BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>4</b>
Théorie de Sabine	4
Statistical Energy Analysis	5
Méthodes intégrales énergétiques	7
Equation de diffusion	8
Fondements théoriques	8
Approche académique	9
Approche par analogie physique	10
Approche par moyennes	10
Conclusion	12
Méthodes d'analyse des champs d'intensité	13
Lignes de champ	13
Intensité instantanée	14
Intensité irrotationnelle	15
<b>CHAPITRE II - INTENSITÉ ACOUSTIQUE</b>	<b>18</b>
Introduction	18
Définitions	18
Bilan énergétique	20
Théorème d'Helmholtz	21
Intensité rotationnelle	22
Intensité irrotationnelle	23
Calcul des potentiels et des deux composantes de l'intensité active	24
Amplitude et phase du champ de pression.	25
Exemples de champs d'intensité	27
Conclusion	49
<b>CHAPITRE III MÉTHODE DU POTENTIEL D'INTENSITÉ POUR LES MILIEUX ACOUSTIQUES SANS ABSORBANT</b>	<b>51</b>
Equation de Poisson pour l'acoustique	51
Bilan énergétique	51
Théorème de Helmholtz	51
Conditions aux limites	53
Puissance des sources	54
Surfaces réfléchissantes	54
Rayonnement en champ libre	54
Simulations numériques	55
Critère de maillage – Temps de calcul	55
Problème axisymétrique	57
Boîte réfléchissante	61
Conclusion	73

<b>CHAPITRE IV - MÉTHODE DU POTENTIEL D'INTENSITÉ POUR LES MILIEUX ACOUSTIQUES AVEC ABSORBANT</b>	<b>74</b>
<b>Introduction</b>	<b>74</b>
<b>Modèle d'absorption</b>	<b>74</b>
Introduction	74
Principe du calcul	75
Evaluation du facteur $\varepsilon$ dans le cas d'un plan absorbant.	77
<b>Validation sur le cas d'une enceinte ouverte</b>	<b>82</b>
Configurations	82
Calcul par éléments de frontières	82
Calcul IPA	82
Comparaison IBEM / IPA	83
<b>Conclusion</b>	<b>85</b>
<b>CHAPITRE V – DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL</b>	<b>86</b>
<b>Introduction</b>	<b>86</b>
<b>Mesure de la puissance injectée</b>	<b>86</b>
Objectifs	86
Dispositif	86
Variations de la puissance et du débit de la source en fonction de l'environnement acoustique	90
Conclusion	93
<b>Mesure d'intensité en chambre semi-anechoïque</b>	<b>94</b>
Objectifs	94
Mesure d'intensité	95
<b>Obtention des fonctions de transfert</b>	<b>97</b>
Objectif	97
Difficultés rencontrées	97
Mesure de puissance sortant par les ouvertures	98
Améliorations possibles	99
<b>CONCLUSION</b>	<b>99</b>

<b>CHAPITRE VI – APPLICATIONS INDUSTRIELLES</b>	<b>100</b>
<b>Introduction</b>	<b>100</b>
<b>Validation sur une maquette de véhicule industriel</b>	<b>100</b>
Contexte	100
Objectif	103
Mise en œuvre de la méthode du potentiel d'intensité acoustique	103
Mesures PIANO	109
Calculs IBEM	116
Comparaison des résultats	119
<b>Perspectives d'utilisation</b>	<b>119</b>
<b>CONCLUSION</b>	<b>121</b>
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>	<b>123</b>

---

# Introduction

La prise de conscience de la part de la population et des autorités, des nuisances occasionnées par le bruit des transports routiers, a été accompagnée depuis une vingtaine d'années par la sévèrisation constante des réglementations européennes limitant le bruit émis par les véhicules. D'autre part, la gêne étant maximale dans les villes en raison de la densité de population et de l'importance du trafic, certaines municipalités cherchent à promouvoir des véhicules encore plus silencieux. Cette pression toujours plus forte des autorités, ainsi que la demande des clients pour des véhicules moins bruyants, pousse les constructeurs à rechercher des solutions de réduction des sources de bruit. Sur un véhicule industriel le moteur diesel constitue la source majeure de bruit. La réduction du bruit émis par un moteur diesel passe par l'optimisation des mécanismes, le contrôle électronique de la combustion ainsi que par le découplage entre sources excitatrices et structures rayonnantes. Dans la majorité des cas, les solutions de réduction des sources ne permettent pas d'atteindre la limite de bruit requise, d'autant qu'elles se heurtent souvent aux autres contraintes que sont la performance du moteur, sa consommation en carburant, la faisabilité industrielle ou les contraintes budgétaires. La réduction du bruit émis à l'extérieur du véhicule passe alors par le positionnement d'écrans acoustiques absorbants autour du moteur. La mise au point de ces écrans peut se faire sur des prototypes, mais ceux-ci coûtent cher aux constructeurs et ne sont disponibles qu'à un stade avancé du projet. La simulation numérique, dès la phase d'avant-projet, permet non seulement un gain de temps et d'argent, mais également une meilleure compréhension des phénomènes de propagation et d'atténuation acoustique. Cette compréhension guide les ingénieurs vers les solutions optimales. La simulation doit également permettre de prédire le niveau de bruit du véhicule au plus tôt lors de la conception, afin de pouvoir engager les actions nécessaires.

Les outils de simulation acoustique s'appuient généralement sur l'une des deux approches suivantes. D'une part l'approche déterministe vise à résoudre l'équation fondamentale de l'acoustique linéaire, l'équation d'Helmholtz, pour calculer finement les champs de pression et de vitesse acoustique en module et phase. D'autre

part l'approche statistique s'appuie sur des bilans énergétiques pour décrire à une échelle plus grossière le niveau de réponse de sous-systèmes complexes.

La résolution numérique de l'équation d'Helmholtz passe par la discrétisation du milieu fluide en éléments finis, ou par la discrétisation des surfaces entourant ce fluide en éléments frontières. Ces méthodes sont particulièrement utilisées pour les fréquences les plus basses, car elles offrent une description fine du comportement modal du milieu, telles que les pics de résonance et d'anti-résonance. Elles sont limitées en hautes fréquences par le critère de maillage, spécifiant que la taille des éléments ne doit pas dépasser le sixième de la longueur d'onde. On aboutit alors à des modèles de très grande taille en hautes fréquences et à des calculs pouvant durer plusieurs semaines. Outre ces restrictions liées aux capacités des calculateurs actuels, ces méthodes sont également limitées par leur sensibilité aux incertitudes sur les sources, sur la géométrie et sur les propriétés acoustiques des matériaux, rendant illusoire toute résolution déterministe en hautes fréquences. En pratique, ces méthodes, précises en basses fréquences, sont utilisables dans le cas d'un compartiment moteur de véhicule jusqu'à environ mille hertz. Au delà, lorsque la densité des modes est importante, les méthodes énergétiques, basées sur une approche statistique, sont plus adaptées. Elles offrent l'avantage d'une plus grande stabilité du bilan énergétique par rapport aux incertitudes du modèle, et donnent une information synthétique et intuitive: le niveau d'énergie ainsi que les flux d'énergie dans les systèmes étudiés. De plus les calculs sont généralement très rapides. La théorie de Sabine est la plus ancienne. Elle est encore largement utilisée pour l'acoustique du bâtiment, mais elle se limite à une description globale et approximative du champ acoustique. Elle peut être améliorée par la prise en compte du champ direct, ainsi que par la subdivision du domaine fluide en plusieurs sous-domaines. La méthode SEA, largement répandue dans l'industrie des transports, utilise également une division en sous-domaines couplés. Elle fait appel à des hypothèses très fortes quant aux sources et à la densité modale des milieux de propagation. D'autres approches s'inspirent de la diffusion de l'énergie thermique et font l'hypothèse que la loi de Fourier serait applicable à l'énergie acoustique ou vibratoire. La dénomination d'"analogies thermiques" souvent employées pour ces méthodes est cependant

inexacte car elles utilisent un terme d'amortissement réparti qui n'a pas d'équivalent dans l'équation de la conduction thermique. D'autre part l'hypothèse d'une Loi de Fourier pour l'énergie vibratoire ou acoustique, démontrée dans certains cas (ondes de flexion dans les poutres et les plaques) n'a pas été validée dans le cas général.

Dans un premier chapitre consacré à la bibliographie, nous parcourons les méthodes de calcul acoustiques fondées sur le concept d'énergie, de la théorie de Sabine aux méthodes intégrales énergétiques en passant par la SEA. Nous verrons plus précisément les différentes approches relatives à l'équation de diffusion, puis quelques travaux traitant de l'analyse des champs d'intensité acoustique. Le deuxième chapitre sera entièrement dédié à l'intensité acoustique, que l'on décomposera en une composante rotationnelle et une composante irrotationnelle grâce au théorème d'Helmholtz. Les propriétés de ces deux composantes seront étudiées au travers de quelques exemples de champs acoustiques élémentaires. Le troisième chapitre exposera la méthode du potentiel d'intensité, restreinte aux environnements acoustiques dépourvus d'absorbant. A partir du bilan énergétique, l'équation de Poisson sera démontrée pour l'acoustique, les conditions aux limites seront établies pour les sources, les parois "adiabatiques" et le rayonnement en champ libre. Finalement les premières simulations et comparaisons avec des mesures intensimétriques seront exposées. Le chapitre quatre proposera un modèle d'absorption compatible avec la méthode IPA, ainsi qu'une validation dans le cas d'une enceinte partiellement ouverte contenant des panneaux d'absorbant fibreux. Le cinquième chapitre détaillera le dispositif expérimental mis en oeuvre pour la validation de la méthode IPA, notamment un embout spécial permettant de mesurer le débit et surtout la puissance d'une source acoustique. Le sixième chapitre proposera une évaluation de la méthode dans le cas plus complexe d'une maquette de compartiment moteur de véhicule industriel, par comparaison avec des mesures et avec un modèle basé sur les éléments frontières. Nous concluons par l'exploration du champ d'application de la méthode IPA, de ses avantages et de ses restrictions.

# Chapitre I - Bibliographie

Ce chapitre passe en revue les principales méthodes énergétiques de prédiction ou d'analyse vibro-acoustique, en soulignant les idées fortes, les hypothèses considérées, et le champ d'application qui en résulte.

## Théorie de Sabine

Le modèle statistique introduit par Sabine en 1895 est toujours utilisé en acoustique des salles notamment. Il définit le concept de champ diffus, d'énergie et d'intensité réverbérée et constitue une référence incontournable pour les modèles énergétiques ultérieurs.

Les variables énergétiques utilisées sont moyennées sur un intervalle de temps puis dans le volume considéré. La source n'est pas localisée dans l'espace, pas plus que les surfaces absorbantes, dont la capacité à dissiper de l'énergie acoustique est synthétisée en une seule valeur : l'aire d'absorption du local. Le modèle de Sabine suppose donc un champ acoustique uniforme, appelé champ diffus. Il est constitué d'une infinité d'ondes planes décorréelées, d'incidence aléatoire et équiprobable. La pression et l'énergie et l'intensité réverbérées s'obtiennent en intégrant les pressions quadratiques des ondes planes par rapport à l'angle solide d'incidence. On peut remarquer que l'intensité réverbérée du modèle de Sabine n'est pas une grandeur vectorielle mais une grandeur scalaire issue d'une intégration de la norme du vecteur intensité sur un angle solide de  $4\pi$ . Elle ne représente par un flux d'énergie mais un "taux d'exposition" aux ondes acoustiques constituant le champ diffus. L'intégration vectorielle du vecteur intensité en un point M quelconque dans le volume  $V$  conduit à un vecteur nul car l'amplitude des ondes est constante et leur direction est équiprobable. Le flux d'énergie acoustique est donc nul en tout point dans le modèles de Sabine. Or un flux d'énergie doit nécessairement exister entre les sources et les surfaces absorbantes. Ce paradoxe provient d'une écriture globale de l'équilibre énergétique sur l'ensemble du volume, qui interdit le calcul à posteriori de l'intensité ou de l'énergie en un point précis. Le modèle de champ diffus de Sabine se prête mal à la prédiction du champ d'intensité, du fait de la moyenne

spatiale opérée sur l'ensemble du volume dès le début du raisonnement. Une description locale du champ d'énergie ou d'intensité acoustique nécessite des modèles plus fins.

Le modèle de Sabine, bien que très simple, permet de mesurer la puissance d'une source acoustique, de caractériser un local ou un matériau à partir d'une mesure de temps de réverbération, ou de prédire la puissance acoustique transmise vers un autre sous-système

Afin de mieux représenter les environnements absorbant, Eyring a affiné le modèle de Sabine en prenant en compte l'affaiblissement des "rayons acoustiques" au fur et à mesure des réflexions sur les absorbants.

Ces modèles doivent être utilisés avec précaution, en ayant à l'esprit les hypothèses de champ diffus. Les fréquences étudiées doivent être supérieures à la fréquence limite de Schroeder, qui sépare la zone de comportement modal de la zone de comportement diffus de la cavité. Les ondes sonores doivent être décorrélés et omnidirectionnelles. Dans les faits la création d'un réel champ diffus dans les fréquences audibles requiert l'utilisation d'une chambre réverbérante de grandes dimensions. Ainsi les mesures de coefficient d'absorption en "cabine alpha", cavités de petites dimensions et peu réfléchissantes mais très répandues dans l'industrie automobile, n'ont pas de signification absolue : les coefficients obtenus n'ont qu'une valeur relative, en comparaison avec la caractérisation d'un autre absorbant.

Une amélioration est apportée dans le modèle de Beranek ([MOR53]) par la prise en compte du champ direct, donc de la position et de la directivité des sources.

Ce modèle donne une première approximation de la distribution spatiale de l'énergie acoustique, que Sabine supposait uniforme. Il donne également une estimation du vecteur intensité qui respecte l'équation de conservation de l'énergie autour de la source. Cependant les hypothèses concernant le champ diffus sont toujours requises.

## Statistical Energy Analysis

La méthode S.E.A., pour Statistical Energy Analysis, est largement utilisée par les industriels pour prédire le comportement vibro-acoustique aux moyennes et hautes

fréquences. Cette méthode est basée sur le découpage d'une structure complexe en plusieurs sous-systèmes, et la résolution d'un système d'équations liant les énergies internes de ces sous-systèmes aux puissances échangées.

Les premiers travaux datent de 1962 : Lyon et Maidanik d'une part, via une approche ondulatoire [LYO62], et Smith d'autre part, via une approche modale [SMI62], remarquent que sous certaines hypothèses la puissance échangée par deux oscillateurs est proportionnelle à la différence de leurs énergies totales respectives:

$$\pi_{12} = \gamma_{12}(e_1 - e_2) \quad (\text{I-1})$$

$\pi_{12}$  est la puissance transmise du sous-système 1 vers le sous-système 2,  $\gamma_{12}$  est le coefficient de couplage et  $e_i$  est l'énergie du sous-système  $i$ .

De nombreuses publications traitent des principes de la SEA, des différentes hypothèses requises et des techniques utilisées. On citera comme référence l'ouvrage édité par Lyon en 1975, et réédité en 1995 [Lyo95], une synthèse de la méthode [BUR97], ou encore les critiques de Fahy [FAH74].

Bien qu'originellement destinée à l'analyse qualitative du comportement vibro-acoustique, la SEA est aujourd'hui largement utilisée comme un outil prédictif, par les industriels confrontés aux limites des méthodes déterministes. Cependant, les hypothèses très contraignantes [KEA87], ainsi que les difficultés de détermination des coefficients de couplages, en font un outil d'expert devant être utilisé avec précaution.

Plusieurs modèles ont eu pour objectif d'étendre le champ d'application de la SEA et d'améliorer ses prévisions en relaxant ses hypothèses les plus contraignantes. On citera les travaux de Maidanik [MAI81a] et [MAI81b] reformulant la SEA et l'étendant aux systèmes non réverbérants, sans toutefois l'appliquer. Langley et Bercin proposent en [LAN92] et [LAN94] la méthode "Wave Intensity Analysis" qui se passe de l'hypothèse de champ diffus. Enfin, les hypothèses d'équirépartition de l'énergie modale et de l'excitation sont relâchées dans la méthode SmEdA [MAX99], grâce à un calcul modal préalable de chaque sous-système.

La détermination des coefficients de couplage (CLF/DLF) fait également l'objet de nombreuses études. La méthode la plus employée consiste à obtenir des expressions analytiques pour des systèmes académiques semi-infini. Pour des structures plus

complexes, la technique de SEA inverse expérimentale [BIE80] [FAH98] [LAL97] donne des résultats corrects, mais elle n'est pas prédictive et pâtit d'une mise en oeuvre quelquefois lourde. D'autres auteurs ont recours à des calculs par éléments finis ([STE94], [SIM91], [FRE97], [SHA95], [SHA 97]).

## Méthodes intégrales énergétiques

Carroll et Chien [CAR77] s'appuient sur la loi de réflexion diffuse de Lambert pour écrire une expression intégrale simple de l'intensité incidente sur les surfaces frontières d'une cavité. La résolution analytique pour le cas d'une sphère donne une loi de décroissance exponentielle et une relation entre coefficient d'absorption et temps de réverbération proche de celle de Eyring. Cette approche est limitée par l'hypothèse de réflexion selon la Loi de Lambert qui néglige l'aspect spéculaire au profit de l'aspect diffus.

Franzoni, Bliss et Rouse proposent, dans [FRA00] et [FRA01], une méthode intégrale énergétique pour la résolution de problèmes d'acoustique intérieure. Les variables manipulées sont l'énergie et l'intensité moyennées dans le temps. Les sources intérieures sont décrites en termes de puissance et de directivité, et sont supposées large-bande et hautes-fréquences. Les réflexions sur les parois sont décrites par des sources secondaires dotées également d'une directivité et d'une puissance. L'écriture des conditions aux limites en terme d'intensités incidentes, réfléchies ou absorbées conduit à une expression intégrale. La discrétisation des surfaces en éléments frontières conduit à l'écriture d'un système d'équation dont la résolution itérative fournit les puissances et directivités des sources secondaires. Après convergence, la pression quadratique peut être obtenue à l'intérieur du volume. Dans cette approche, les ondes sont supposées décorrélées spatialement, à l'exception d'une zone de corrélation locale limitée à une distance aux parois inférieure à la longueur d'onde. Cette hypothèse limite le champ d'application de cette méthode aux champs à forte densité modale. De très bons résultats ont été obtenus pour un cas 2D, avec un temps de calcul largement inférieur à celui nécessaire à la résolution exacte de l'équation d'onde.

# Equation de diffusion

Dans les années 1970, Rybak et Belov ([RYB72a], [RYB72b], [BEL75], [BEL77]) remarquent que les flux d'énergie dans les structures peuvent être décrits par une équation de type « conduction thermique ». Leur approche est basée sur une description du comportement des ondes par une fonction de Green, et sur l'hypothèse d'hétérogénéités réparties de façon aléatoire dans les structures. Leurs travaux explorent les relations entre l'amortissement et la densité des hétérogénéités. Ces dernières tendent à accroître l'amortissement en raison d'un mouvement de va-et-vient des ondes.

L'implémentation numérique de cette équation fera l'objet de divers articles de la part de Buvailo et Ionov([BUV80]), Nikiforov([NIK90]), et Nefske&Sung ([NEF89]). Cette résolution est basée sur une discrétisation des structures par la méthode des éléments finis. Nefske&Sung nomme donc leur méthode « Power Flow Finite Element Method ». Cette méthode offre la possibilité d'utiliser pour des calculs de vibration de structures des solveurs existants, dédiés au calcul des flux d'énergie thermique par exemple. Des post-processeurs sont également disponibles pour l'analyse des résultats. La discrétisation par éléments finis permet de plus une bonne description géométrique des structures.

---

## Fondements théoriques

Les méthodes de calcul des flux d'énergie vibro-acoustique, développées par de nombreux auteurs, sont toutes basées sur le principe de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial e(M,t)}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{I}(M,t) + \pi_{dis}(M,t) = \pi_{inj}(M,t) \quad (I-2)$$

$e(M,t)$  est l'énergie vibratoire au point  $M$  et à l'instant  $t$ ,  $\nabla \cdot \vec{I}(M,t)$  est la divergence du flux d'énergie,  $\pi_{inj}(M,t)$  et  $\pi_{diss}(M,t)$  sont respectivement les densités de puis-

sance injectée et dissipée en M. Beaucoup d'auteurs adoptent un modèle de dissipation utilisé en S.E.A. :

$$\pi_{\text{dis}}(M,t)=\eta\omega e(M,t) \quad (\text{I-3})$$

$\eta$  est le coefficient d'amortissement du milieu de propagation, et  $\omega$  est la pulsation des ondes.

Pour les problèmes stationnaires, le premier terme de l'équation (I-2) est nul, et la dépendance des autres termes par rapport au temps disparaît. Le bilan énergétique devient :

$$\nabla \cdot \vec{I}(M) + \eta\omega e(M) = \pi_{\text{inj}}(M) \quad (\text{I-4})$$

Pour résoudre cette équation, il est nécessaire d'établir une relation entre le vecteur intensité et l'énergie. L'hypothèse la plus répandue consiste à supposer une loi de type Fourier, selon laquelle l'intensité est proportionnelle au gradient de l'énergie :

$$\vec{I}(M) = -D \vec{\nabla} e \quad (\text{I-5})$$

D est une constante dépendant du milieu de propagation ainsi que de la nature des ondes.

Cette hypothèse signifie que le flux d'énergie vibratoire ou acoustique se dirigerait, à l'instar du flux de chaleur, des régions "chaudes" vers les régions "froides". Cette loi peut être considérée comme la forme locale de la relation de couplage utilisée en S.E.A (I-2).

---

## Approche académique

Pour le cas des poutres et des plaques homogènes, soumises à une excitation ponctuelle à fréquence pure, la relation (I-6) peut être utilisée.

$$\vec{I} = -\frac{c_g^2}{\eta\omega} \vec{\nabla} E \quad (\text{I-6})$$

Cette loi est démontrée pour les ondes de flexion des poutres, et pour les ondes planes de plaques ([DJI93]). Par contre elle est inexacte lorsque ces ondes planes

interfèrent, par exemple pour donner une onde cylindrique : Langley a ainsi démontré pour le cas d'une plaque infinie, excitée ponctuellement et à fréquence pure, que l'équation de diffusion prévoyait un comportement en  $1/\sqrt{r}$  de la plaque à l'infini, alors que la solution analytique exacte évolue en  $1/r$  ([LAN95]). Erin ([ERI95]) et Le Bot ([LEB98a]) ont alors rajouté un terme supplémentaire à la loi de Fourier. Mais ce terme du 2<sup>ème</sup> ordre nécessite la connaissance de la géométrie des lignes de champs de l'énergie, laquelle est généralement inaccessible.

---

### Approche par analogie physique

PICAUT ([PIC98]) a développé une théorie de diffusion acoustique qu'il a appliquée à des salles fermées, des couloirs, des rues et réseaux urbains.

L'établissement de l'équation de diffusion repose ici sur l'analogie avec la diffusion de la lumière dans un brouillard. La loi de Fourier est admise sans démonstration. Pour le cas transitoire, J. PICAUT obtient l'équation (I-7):

$$\frac{\partial E}{\partial t} = D\Delta E - \sigma E \quad (\text{I-7})$$

$D = \lambda c/3$  est le coefficient global de diffusion, dépendant de la répartition des obstacles environnants via le libre parcours moyen  $\lambda$ , et de la vitesse du son  $c$ .  $\sigma$  est un coefficient global d'absorption, comparable à l'aire d'absorption de Sabine. Les coefficients  $D$  et  $\sigma$  sont globaux et difficiles à prévoir par la théorie. Il faut donc les mesurer. D'autre part la théorie se limite à l'analyse des grands locaux.

---

### Approche par moyennes

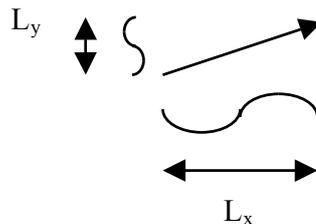
Les travaux de Djimadoum et Guyader ([DJI93] [DJI95a] [DJI95b]) concernent l'étude des vibrations des poutres et des plaques en flexion. Les ondes évanescentes sont négligées, et les termes résultant des interférences entre les ondes progressives disparaissent dès lors que l'on moyenne l'énergie sur une longueur suffisante.

$E(X)$ , variable énergétique moyenne en espace, suit alors l'équation de diffusion suivante :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial X^2}(X) - 4k_i^2 E(X) = 0 \quad (I-8)$$

Où  $k_i$  est le nombre d'onde. Les conditions aux limites doivent prendre en compte les ondes évanescentes, car celles-ci ne sont pas négligeables près des discontinuités. Elles s'écrivent de manière simplifiée si l'on considère la moyenne fréquentielle de  $E(X)$ .

La solution de l'équation de diffusion donne l'évolution moyenne de l'énergie en fonction de la fréquence d'excitation, en gommant tout comportement modal. Sur le cas de deux poutres couplées, Djimadoum et Guyader ont montré que la solution de l'équation de diffusion coïncide d'autant mieux avec la moyenne fréquentielle et spatiale de la solution exacte que l'amortissement est important. Dans le cas des plaques, la moyenne spatiale est rendue plus délicate du fait de la coexistence d'une infinité de longueurs d'onde très différentes à hautes fréquences. Pour une onde de direction et de pulsation donnée, les longueurs d'onde peuvent changer radicalement selon les directions  $x$  et  $y$  d'observation, comme l'indique la figure (I-1). On ne peut donc choisir des intervalles cohérents pour les moyennes spatiales que si le champ vibratoire est suffisamment diffus, ou si l'on connaît la direction des ondes.



*Figure I-1 – Longueurs d'ondes apparentes pour une plaque.*

---

## Conclusion

L'équation de diffusion peut être obtenue par diverses approches : par un bilan énergétique local, par une analogie entre phonon et photon ou par des moyennes spatiales ou fréquentielles. La difficulté consiste à trouver une relation analogue à la loi de Fourier entre l'énergie et son flux. Cette relation dépend du type d'ondes et du milieu de propagation. Le champ est généralement supposé résulter de la superposition d'ondes planes progressives non interférentes. L'équation de diffusion offre une description asymptotique de la répartition de l'énergie vibratoire : elle est d'autant plus proche de la réalité que la surface de moyenne spatiale est grande, et que le champ d'ondes est complexe. Dans le cas stationnaire, l'équation à résoudre prend la forme suivante:

$$\Delta E - \beta^2 E = 0 \quad (\text{I-9})$$

$E$  est l'énergie locale,  $\beta^2$  est un coefficient positif de dissipation répartie.

Cette équation peut être appliquée aux vibrations de structures, ou encore à l'acoustique. On notera cependant que dans la plupart des problèmes acoustiques, la dissipation d'énergie a lieu essentiellement aux frontières du volume. Le terme de dissipation volumique  $\beta^2 E$  disparaît, et l'équation (I-9) se réduit à l'équation de Poisson. On peut alors réellement parler d'analogie avec la conduction thermique en trois dimensions, le terme de dissipation volumique de (I-9) n'ayant pas d'équivalent thermique. Par contre la solution  $E$  de cette équation varie en  $1/r$ , donc elle ne peut pas représenter le champ libre, pour lequel l'énergie acoustique varie en  $1/r^2$ . La divergence géométrique de l'énergie acoustique en champ libre n'est pas respectée. Nous verrons dans le chapitre 2 que l'équation de Poisson ne s'applique pas à l'énergie acoustique  $E$  dans le cas général, mais à un potentiel scalaire  $\varphi$  que l'on nommera potentiel d'intensité.

# Méthodes d'analyse des champs d'intensité

Plusieurs auteurs se sont penchés sur la nature et les propriétés de l'intensité acoustique. Les travaux auxquels se réfèrent cette partie apportent un éclairage intéressant sur l'intensité instantanée et sur les concepts d'intensité active et réactive. Pascal, Zhe et Mann ont notamment proposé une décomposition de l'intensité active en un champ irrotationnel et un champ rotationnel, qui sera reprise plus en détail dans le deuxième chapitre.

---

## Lignes de champ

En 1985, Waterhouse & al. [WAT 85] présentent une méthode numérique pour tracer les lignes de champ d'intensité active à partir de la donnée de la direction du vecteur intensité sur une grille bidimensionnelle. Les lignes de champ, qui sont par définition tangentes en tous points au vecteur d'intensité active, sont construites de proche en proche, à partir d'un point quelconque de la grille. Waterhouse souligne l'analogie avec les lignes de champ de vitesse calculée en mécanique des fluides, tout en précisant qu'en général les lignes de champ de vitesse particulière n'existent pas en acoustique.

En effet, même pour des champ acoustiques harmoniques stationnaires, la vitesse particulière en un point change de direction au cours de la période, et la moyenne de cette vitesse dans une période est égale au vecteur nul : les particules oscillent autour d'une position d'équilibre. On ne peut donc que tracer les trajectoires des particules au cours d'une période. Ce sont des ellipses dans le cas général, et des segments de droite lorsque pression et vitesse particulière sont exactement en phase. Par contre, la moyenne temporelle du vecteur intensité instantanée n'est pas nulle : c'est le vecteur intensité active, dont on peut tracer les lignes de champ. Waterhouse illustre sa méthode sur le cas d'une plaque dans l'eau, excitée ponctuellement. Il met ainsi en évidence la formation de "tourbillons d'intensité active".

Pour lui, l'énergie acoustique est piégée lors de l'établissement du tourbillon et n'est libérée qu'à la fin du régime stationnaire.

---

### Intensité instantanée

Constatant l'emploi systématique de l'intensité active comme descripteur unique des champs d'énergie acoustique, Mann & al. rappellent dans [MAN87] que celle-ci ne donne qu'une amplitude et une direction moyenne du flux d'énergie acoustique en un point fixe de l'espace, et n'indique pas précisément d'où vient l'énergie ni où elle va. Le vecteur "intensité instantanée" est nécessaire pour accéder à cette information. Mann & al. illustrent leur point de vue par l'exemple d'un tourbillon acoustique (vortex) créé par trois sources ponctuelles interférentes. Si l'on appréhende ce phénomène du point de vue de l'intensité active, on observe une onde résultante tournant autour d'un point, ou autour d'une ligne de pression nulle où la phase est discontinue. Cette onde se déplace avec une vitesse de phase  $c_p$  différente de la vitesse  $c$  des ondes planes, qui varie au cours de sa révolution autour du centre du vortex. De là, plusieurs auteurs ont supposé que de l'énergie acoustique était piégée dans cette région lors de l'établissement du tourbillon, et qu'elle tournait ensuite jusqu'à ce qu'elle soit libérée lors de la disparition du tourbillon ([WAT 85]). Mann a calculé et tracé l'intensité instantanée et les trajectoires de l'énergie dans cette région, et a montré que l'énergie acoustique traverse le vortex à tout instant puis s'en échappe, et ne suit pas la trajectoire de l'onde résultante. Il n'y a donc pas d'énergie piégée comme le laissait supposer le champ d'intensité active.

Il existe cependant des relations fondamentales entre l'intensité instantanée d'une part, et les intensités active et réactive d'autre part. Par définition les intensités active et réactive s'expriment à partir de la moyenne temporelle de l'intensité instantanée, donnant une vision plus synthétique des transferts d'énergie acoustique. En sens inverse Mann exprime l'intensité instantanée  $\vec{I}_i(r,t)$  en fonction de l'intensité active  $\vec{I}(r)$  et de l'intensité réactive  $\vec{J}(r)$ , de la pulsation  $\omega$  et de la phase  $\Phi$ :

$$\vec{I}_i(r,t) = \vec{I}(r) + \vec{I}(r) \cos 2(\omega t - \Phi) + \vec{J}(r) \sin 2(\omega t - \Phi) \quad (\text{I-10})$$

Cette expression montre que, même lors de phénomènes stationnaires pour lesquels  $\vec{I}(r)$  et  $\vec{J}(r)$  sont constantes au cours du temps, l'intensité instantanée change d'amplitude et de sens au cours de chaque demi période. De plus, elle change de direction si l'intensité réactive n'est pas colinéaire à l'intensité active.

Reprenant les développements de Kurtze [Kur68], Mann relie respectivement les intensité actives et réactives aux composantes de la vitesse en phase et en opposition de phase avec la pression. Ceci conduit aux expressions suivantes :

$$\vec{I} = \frac{1}{2\rho\omega} |p(r)|^2 \vec{\nabla} \Phi(r) \quad (\text{I-11})$$

$$\vec{J} = \frac{1}{4\rho\omega} \vec{\nabla} |p(r)|^2 \quad (\text{I-12})$$

$p(r)$  et  $\Phi(r)$  sont respectivement l'amplitude complexe et la phase de la pression.

L'intensité active permet donc de visualiser les fronts d'onde définis comme les surfaces d'égale phase, car elle leur est perpendiculaire en tous points. L'intensité réactive permet quant à elle, de visualiser le champ de pression, étant perpendiculaire en tous points aux surfaces d'égale amplitude. Cependant, selon Mann [Ma 90], l'intensité active seule ne suffit pas à tracer les trajectoires de l'énergie acoustique : celle-ci ne se déplace pas dans la direction de  $\vec{I}$ , c'est-à-dire des fronts d'onde, mais "en zig-zag" et à la vitesse  $c$  selon la direction changeante de  $\vec{I}_i(t)$ . La vitesse de propagation de l'énergie moyenne est donc inférieure à  $c$ , puisqu'elle fait des détours. La vitesse de phase  $c_p$  à laquelle se propage les fronts d'onde, n'est quant à elle pas bornée.

$$0 < c_p = 2c^2 \frac{V}{|I|} < \infty \quad (\text{I-13})$$

---

## Intensité irrotationnelle

En 1985, Pascal [Pa 85] explicite les relations entre les intensités actives et réactives. Ces relations expriment leur divergence et leur rotationnel, en fonction des

énergies potentielles et cinétiques. Il montre ainsi que l'on peut décrire la structure et la nature d'un champ acoustique stationnaire à partir des seules variables énergétiques. Il introduit également les notions d'intensité rotationnelle et irrotationnelle, issue de la décomposition de l'intensité active selon le théorème de Helmholtz.

L'intensité irrotationnelle dérive d'un potentiel scalaire ; elle est déterminée par les sources et les puits de puissance acoustique apparaissant dans l'équation de Poisson. Selon Pascal, cette composante irrotationnelle est suffisante pour décrire le flux d'énergie acoustique d'une région vers une autre. L'intensité rotationnelle dérive quant à elle d'un potentiel vecteur. Le flux d'intensité rotationnelle à travers toute surface fermée est nul. Cette seconde composante est responsable de la complexité du champ d'intensité active. Elle peut ainsi former des tourbillons d'énergie, des flux d'énergie alternés, ou encore des court-circuits énergétiques dont les lignes de champ reviennent aux sources acoustiques.

Il montre sur des exemples académiques que les intensités réactives et rotationnelles sont reliées aux champs proches des sources et aux interférences entre des ondes de directions différentes. Ces exemples, parmi d'autres, seront repris et enrichis dans le chapitre II.

Pascal complète cette méthode d'analyse en lui adjoignant une technique de calcul numérique des deux composantes de l'intensité active, basée sur la transformation spatiale de Fourier ([Pa 99]) et l'applique aux vibrations de plaques et à leur rayonnement acoustique. Une comparaison de l'intensité irrotationnelle avec l'intensité supersonique de Williams ([WIL95] et [WIL98]) est proposée. Les deux intensités permettent d'identifier les sources rayonnantes principales, mais l'intensité supersonique souffre d'une résolution spatiale limitée à la moitié de la longueur d'onde.

Plus récemment, Jiang Zhe ([Zhe94]) reprend le concept de décomposition de l'intensité active selon le théorème de Helmholtz et l'illustre sur le cas de multipôles acoustiques.

En 1987, Mann & Al. reprennent le principe de décomposition de l'intensité active en une composante irrotationnelle et une composante rotationnelle ([MAN87]). Ils calculent le champ acoustique généré par  $N$  sources ponctuelles déphasées. L'intensité active s'écrit comme la somme des intensités rayonnées par chacune des

sources lorsqu'elles sont isolées, auxquelles s'ajoutent des termes de couplage. Constatant que les termes de couplages, contrairement aux termes découplés, ont un rotationnel non nul, ils les identifient à la partie rotationnelle de  $\vec{I}$ , ce qui sera discuté dans le chapitre II.

---

# Chapitre II - Intensité acoustique

## Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons passé en revue diverses méthodes énergétiques pour la prédiction acoustique et vibratoire. Ces méthodes sont particulièrement adaptées aux moyennes et hautes fréquences, car d'une part les méthodes déterministes y trouvent leurs limites, et d'autre part les hypothèses de champs diffus et de décorrélation des ondes deviennent raisonnables. Cependant certaines méthodes énergétiques trop globales manquent de précision géométrique dans l'élaboration du modèle et dans les résultats fournis. Ainsi la théorie de Sabine utilise des données globales, telles le volume total de la cavité, la puissance des sources et l'aire d'absorption, et permet de calculer une pression quadratique supposée constante dans tout le volume; la SEA permet une discrétisation en quelques sous-systèmes, mais ne donne pas la répartition spatiale des variables énergétiques à l'intérieur de chaque sous-système.

Or, d'une part la finesse géométrique du modèle est souvent indispensable à la qualité de la prédiction, et d'autre part la répartition spatiale des variables énergétiques peut donner des pistes intéressantes pour la modification des structures en vue de l'optimisation de leur comportement acoustique.

La méthode proposée dans cette thèse prend en compte finement la géométrie des problèmes acoustiques, via une modélisation par éléments finis, ou par différences finies. La composante irrotationnelle de l'intensité active est calculée dans tout le volume, donnant les chemins empruntés par l'énergie acoustique.

L'objectif de ce chapitre est de préciser les notions d'intensités actives et réactives, ainsi que leurs composantes irrotationnelles et rotationnelles. Leurs propriétés seront étudiées dans le cas stationnaire harmonique, puis dans des cas particuliers : ondes planes, cylindriques et sphériques isolées, monopôles, dipôles, quadripôles. En particulier la relation liant le bilan de puissance à l'intensité active irrotationnelle est explicitée, ainsi que le rapport entre interférences et intensité rotationnelle.

## Définitions

L'intensité acoustique instantanée  $I_i(t)$  est égale au flux d'énergie acoustique. Elle se déduit du corollaire de la conservation de l'énergie acoustique, qui indique que la va-

riation d'énergie dans un volume donné est égale au flux  $I_i$  à travers la surface  $S$  entourant ce volume :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \left( \frac{1}{2} \rho u^2 + \frac{1}{2 \rho c^2} p^2 \right) dv = \iint_S \vec{I}_i \cdot \vec{n} dS \quad (\text{II-1})$$

Or la dérivée partielle de l'énergie acoustique par rapport au temps peut se mettre sous la forme de la divergence du produit de la pression par la vitesse.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho u^2 + \frac{1}{2 \rho c^2} p^2 \right) = \nabla \cdot (p \vec{u}) \quad (\text{II-2})$$

D'autre part le théorème de la divergence s'écrit :

$$\iiint_V \nabla \cdot (p \vec{u}) dV = \iint_S p \vec{u} \cdot \vec{n} dS \quad (\text{II-3})$$

On obtient finalement l'expression de l'intensité acoustique instantanée :

$$\vec{I} = p \vec{u} \quad (\text{II-4})$$

Considérons maintenant des phénomènes harmoniques de pulsation  $\omega$ . Des grandeurs appelées pression et vitesse complexes  $p_c(t)$  et  $u_c(t)$  peuvent être introduites, telles que les grandeurs physiques  $p(t)$  et  $u(t)$  soient égales aux parties réelles de  $p_c(t)$  et  $u_c(t)$ . Les variables complexes peuvent être mises sous la forme du produit d'une amplitude complexe, ne dépendant que de la position spatiale  $r$ , par un coefficient de variation temporelle  $e^{j\omega t}$  :

$$p_c(t) = P(r) e^{j\omega t} \quad (\text{II-5})$$

$$\vec{u}_c(t) = \vec{U}(r) e^{j\omega t} \quad (\text{II-6})$$

La moyenne temporelle de l'intensité instantanée (II-4), nommée intensité active, s'exprime en fonction des variables complexes :

$$\vec{I} = \frac{1}{2} \text{Re}(p_c \vec{u}_c^*) = \frac{1}{2} \text{Re}(P(r) \vec{U}^*(r)) \quad (\text{II-7})$$

L'astérisque accolé à une amplitude complexe désigne le conjugué de cette variable.

On définit l'intensité complexe par la relation :

$$\vec{I}_c = \frac{1}{2} p_c \vec{u}_c^* = \frac{1}{2} P(r) \vec{U}^*(r) \quad (\text{II-8})$$

La partie imaginaire de l'intensité complexe est nommée intensité réactive :

$$\vec{J} = \frac{1}{2} \text{Im}(p_c \vec{u}^*) = \frac{1}{2} \text{Im}(P(r) \vec{U}^*(r)) \quad (\text{II-9})$$

Soit

$$\vec{I}_c = \vec{I} + j\vec{J} \quad (\text{II-10})$$

On notera que l'intensité active, étant égale au flux moyen d'énergie, contient l'information principale pour décrire les transferts d'énergie acoustique.

L'intensité réactive caractérise quant à elle l'amplitude des fluctuations temporelle de l'intensité instantanée autour de cette moyenne. Elle donne également des indications sur la nature du champ acoustique et des sources.

## Bilan énergétique

Le bilan énergétique local s'écrit, dans le cas général :

$$\frac{\partial e_{ac}(M,t)}{\partial t} = \pi_{inj}(M,t) - \nabla \cdot \vec{I}(M,t) - \pi_{dis}(M,t) \quad (\text{II-11})$$

$e_{ac}(M,t) = \frac{\rho \vec{u}^2(M,t)}{2} + \frac{p^2(M,t)}{2\rho c^2}$  est l'énergie acoustique totale au point M et à l'instant t.

$\pi_{inj}(M,t)$  est la densité volumique de puissance injectée en M. Elle est souvent écrite en utilisant la distribution de Dirac  $\delta(M, S_i)$ . Dans le cas de N sources ponctuelles  $S_i$  de puissance  $s(S_i)$ , on a donc :

$$\pi_{inj}(M) = \sum_{i=1}^N s(S_i) \delta(M, S_i) \quad (\text{II-12})$$

$\nabla \cdot \vec{I}$  est la divergence de l'intensité active. Elle exprime la quantité d'énergie acoustique qui sort d'un volume élémentaire entourant le point M pendant un intervalle de temps unitaire.

$\pi_{dis}(M,t)$  est la dissipation volumique d'énergie acoustique au point M. Elle est souvent négligeable, dans le cas de la propagation aérienne sur des distances de l'ordre du mètre, par rapport à la dissipation intervenant sur les frontières absorbantes.

En acoustique stationnaire, le premier membre de l'équation (II-11) est nul. En négligeant la dissipation dans l'air, le bilan énergétique devient :

$$\nabla \cdot \vec{I}(M) = \pi_{inj}(M) \quad (\text{II-13})$$

# Théorème d'Helmholtz

D'après le théorème d'Helmholtz on peut décomposer tout champ de vecteurs continu dont la divergence et le rotationnel sont nul à l'infini en la somme d'un gradient et d'un rotationnel. Cette propriété s'applique à l'intensité active, s'il n'y a pas de source acoustique à l'infini.

On peut alors décomposer le vecteur intensité en la somme du gradient d'un potentiel scalaire (composante laminaire) et du rotationnel d'un potentiel vectoriel (composante solénoïdale) :

$$\vec{I} = -\vec{\nabla}\varphi + \vec{\nabla} \wedge \vec{C} \quad (\text{II-14})$$

Cette décomposition est unique, mais les potentiels scalaire  $\varphi$  et vectoriel  $\vec{C}$  sont définis respectivement à une constante près et à un gradient près. En effet, le gradient d'une constante et le rotationnel d'un gradient étant nuls, les deux composantes de l'intensité sont inchangées par les transformations suivantes :

$$-\vec{\nabla}(\varphi + \varphi_0) = -\vec{\nabla}\varphi \quad (\text{II-15})$$

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{C} + \vec{\nabla}\chi) = \vec{\nabla} \wedge \vec{C} \quad (\text{II-16})$$

Il est usuel de choisir la constante  $\varphi_0$  telle que le potentiel scalaire tende vers 0 à l'infini, de même que l'on choisit souvent le gradient  $\vec{\nabla}\chi$  pour que la divergence du potentiel vectoriel soit nulle.

Ce faisant, dans un volume non borné  $V$ , le potentiel scalaire  $\varphi$  et le potentiel vecteur  $\vec{C}$  s'obtiennent en intégrant respectivement la divergence et le rotationnel de  $\vec{I}$  :

$$\varphi(M) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{I}(N)}{r_{MN}} dV_N \quad (\text{II-17})$$

où  $r_{MN}$  est la distance entre les points  $M$  et  $N$ .

$$\vec{C}(M) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{I}(N)}{r_{MN}} dV_N \quad (\text{II-18})$$

Dans un volume  $V$  limité par une surface fermée  $S$ , ces relations deviennent :

$$\varphi(M) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{I}(N)}{r_{MN}} dV_N - \iint_S \frac{\vec{I}(Q) \cdot \vec{n}_Q}{4\pi r_{MQ}} dS_Q \quad (\text{II-19})$$

$$\vec{C}(M) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{I}(N)}{r_{MN}} dV_N + \iint_S \frac{\vec{I}(Q) \wedge \vec{n}_Q}{4\pi r_{MQ}} dS_Q \quad (\text{II-20})$$

Dans l'équation (II-19) on peut noter que le potentiel scalaire d'intensité  $\varphi$ , contrairement au potentiel vectoriel  $\vec{C}$  (équation II-20), s'exprime directement en fonction de la densité volumique  $\vec{\nabla} \cdot \vec{I}$  de sources (ou de puits) de puissance acoustique répartie dans le domaine, et d'autre part en fonction de la densité surfacique  $\vec{I} \cdot \vec{n}$  de sources (ou d'absorption) réparties sur la frontière.

---

## Intensité rotationnelle

Le potentiel vecteur  $\vec{C}$  dépend des composantes tangentielles du vecteur intensité  $\vec{I}$  sur les surfaces frontières, lesquelles ne dissipent ni ne fournissent d'énergie acoustique. Le potentiel vecteur  $\vec{C}$  dépend également des "sources volumiques"  $\vec{\nabla} \wedge \vec{I}$  ; ce ne sont pas des sources de puissance, mais des sources perturbatrices du champ d'intensité, qui créent par exemple des tourbillons d'énergie acoustiques dans le fluide. Le bilan énergétique local lié à l'intensité rotationnelle est caractérisé par un second membre nul en tout point du fluide. En effet, la divergence d'un rotationnel est toujours nulle :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{I}_c = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{C}) = 0 \quad (\text{II-21})$$

Le bilan énergétique global lié à l'intensité rotationnelle peut s'écrire, en utilisant le théorème de la divergence, sous forme d'une intégrale surfacique ou volumique:

$$\iint_S \vec{I}_c \cdot \vec{n} dS = \iint_S (\vec{\nabla} \wedge \vec{C}) \cdot \vec{n} dS = \iiint_V \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{C}) dV = 0 \quad (\text{II-22})$$

Ce bilan global est lui aussi nul, quel que soit le volume  $V$ , délimité par la surface fermée  $S$ .

Une autre propriété fondamentale d'un champ rotationnel concerne ses lignes de champ. Par définition, elles sont tangentes en tous points au vecteur  $\vec{I}_c$ . Elles matérialisent donc le chemin emprunté par l'énergie véhiculée par  $\vec{I}_c$ . Or, du fait de sa nature rotationnelle, les lignes de champ de  $\vec{I}_c$  ne peuvent pas prendre naissance ni se terminer sur une source ou un puit d'énergie : elles ne peuvent que se boucler sur elles-mêmes, ou

bien naître et disparaître à l'infini. Nous verrons à la fin de ce chapitre des exemples illustrant cette propriété.

---

## Intensité irrotationnelle

Compte-tenu de la décomposition issue du théorème d'Helmholtz, la divergence de l'intensité acoustique devient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{I} = \vec{\nabla} \cdot \vec{I}_\varphi + \vec{\nabla} \cdot \vec{I}_c \quad (\text{II-23})$$

avec  $\vec{\nabla} \cdot \vec{I}_c = 0$  et  $\vec{\nabla} \cdot \vec{I}_\varphi = -\Delta\varphi$

Le bilan local de l'énergie acoustique (II-13) s'écrit donc :

$$-\Delta\varphi(M) = \pi_{inj}(M) \quad (\text{II-24})$$

Cette équation est celle de Poisson. Elle est formellement identique à celle qui régit la répartition de température pour les problèmes stationnaires de conduction thermique dans les milieux isotropes. Pour un second membre constitué de sources et de puits de puissance  $s(S_i)$  localisés aux points  $S_i$ , la relation (II-24) s'écrit :

$$-\Delta\varphi(M) = \sum_i s(S_i) \delta(M, S_i) \quad (\text{II-25})$$

Cette équation met en évidence le fait que le champ scalaire  $\varphi$ , et donc l'intensité irrotationnelle  $I_\varphi$ , sont directement reliés aux sources et puits de puissance  $s(S_i)$ .

Examinons la puissance acoustique traversant une surface fermée ; elle s'écrit, compte tenu de (II-23) :

$$\oiint_S \vec{I} \cdot \vec{n} dS = \iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{I} dV = \iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{I}_\varphi dV = \oiint_S \vec{I}_\varphi \cdot \vec{n} dS \quad (\text{II-26})$$

La puissance absorbée ou injectée par les surfaces frontières s'expriment exclusivement en fonction de l'intensité irrotationnelle. Il est donc raisonnable de décrire la propagation de l'énergie acoustique au moyen de la seule composante irrotationnelle de l'intensité.

## Calcul des potentiels et des deux composantes de l'intensité active

Le potentiel scalaire  $\varphi$  peut être obtenu en résolvant l'équation intégrale (II-19), à partir de la densité volumique de puissance  $\pi_{inj}(M)$ , ainsi que des puissances surfaciques absorbées ou injectées aux frontières  $\pi_f = \iint_{S_f} \bar{I} \cdot \bar{n} dS_f$ .

Il n'est pas utile de connaître les conditions aux limites en terme d'intensité irrotationnelle pour calculer le champ scalaire  $\varphi$  via (II-19). Celles-ci s'expriment en terme d'intensité totale absorbée  $\bar{I} \cdot \bar{n}$ .

Alternativement, il est possible de calculer le potentiel scalaire et l'intensité irrotationnelle en résolvant le problème suivant, pour un volume  $V$  délimité par une surface  $S$  :

$$-\Delta\varphi(M) = \pi_{inj}(M) \quad \forall M \in V \quad (II-27)$$

$$\bar{I}_\varphi(Q) \cdot \bar{n}_Q = -\frac{\partial\varphi(Q)}{\partial n} = I_0(Q) \quad \forall Q \in S \quad (II-28)$$

La composante irrotationnelle de l'intensité active s'obtient ensuite via le calcul du gradient de  $\varphi$ . Nous verrons dans le chapitre suivant que le champ d'intensité irrotationnelle et le champ de potentiel scalaire  $\varphi$  peuvent être calculés numériquement par éléments finis ou par différences finies, en résolvant l'équation de Poisson à l'aide de solveurs thermiques.

Le calcul du potentiel vectoriel  $\vec{C}$  à partir de l'équation intégrale (II-20) exige quant à lui la connaissance du rotationnel de l'intensité active dans tout le volume, ainsi que celle du produit vectoriel  $\bar{I} \wedge \bar{n}$  sur la surface frontière. Il ne peut donc s'agir d'un calcul prédictif, mais plutôt de l'analyse d'un champ d'intensité connu.

Pascal [PA99] a proposé une alternative pour calculer les composantes laminaires et rotationnelle d'un champ d'intensité active, via la transformation de Fourier spatiale. Il obtient, dans l'espace des nombres d'onde, les potentiels scalaires et vectoriels :

$$\varphi(K_x, K_y, K_z) = -j \frac{\vec{K} \cdot \bar{I}(K_x, K_y, K_z)}{K^2} \quad (II-29)$$

$$\bar{C}(\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_y, \mathbf{K}_z) = -j \frac{\bar{\mathbf{K}} \wedge \bar{\mathbf{I}}(\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_y, \mathbf{K}_z)}{K^2} \quad (\text{II-30})$$

Pour rappel, la transformée de Fourier spatiale d'un vecteur  $\bar{\mathbf{I}}(\bar{\mathbf{r}})$  s'écrit :

$$\bar{\mathbf{I}}(\bar{\mathbf{K}}) = \text{TSF}(\bar{\mathbf{I}}(\bar{\mathbf{r}})) = \iiint_V \bar{\mathbf{I}}(\bar{\mathbf{r}}) e^{j\bar{\mathbf{K}} \cdot \bar{\mathbf{r}}} d\bar{\mathbf{r}} \quad (\text{II-31})$$

La transformée spatiale inverse s'écrit :

$$\bar{\mathbf{I}}(\bar{\mathbf{r}}) = \text{TSF}^{-1}(\bar{\mathbf{I}}(\bar{\mathbf{K}})) = \iiint_{V_K} \bar{\mathbf{I}}(\bar{\mathbf{K}}) e^{-j\bar{\mathbf{K}} \cdot \bar{\mathbf{r}}} d\bar{\mathbf{K}} \quad (\text{II-32})$$

Les deux composantes de l'intensité active s'expriment également dans l'espace des nombres d'ondes :

$$\bar{\mathbf{I}}_\varphi(\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_y, \mathbf{K}_z) = -j \bar{\mathbf{K}} \varphi(\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_y, \mathbf{K}_z) \quad (\text{II-33})$$

$$\bar{\mathbf{I}}_C(\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_y, \mathbf{K}_z) = -j \bar{\mathbf{K}} \wedge \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_y, \mathbf{K}_z) \quad (\text{II-34})$$

Finalement, les champs d'intensité exprimés dans l'espace physique s'obtiennent par transformation spatiale de Fourier inverse :

$$\bar{\mathbf{I}}_\varphi(x, y, z) = \text{TSF}^{-1}[\bar{\mathbf{I}}_\varphi(\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_y, \mathbf{K}_z)] \quad (\text{II-35})$$

$$\bar{\mathbf{I}}_C(x, y, z) = \text{TSF}^{-1}[\bar{\mathbf{I}}_C(\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_y, \mathbf{K}_z)] \quad (\text{II-36})$$

Cette méthode permet de calculer les champs d'intensités rotationnelle et irrotationnelle à partir d'un champ d'intensité active mesuré en 3D ou par reconstruction holographique.

---

### Amplitude et phase du champ de pression.

Afin d'explorer plus avant les relations entre les différentes variables énergétiques, il est préférable d'exprimer l'amplitude complexe de la pression  $P(\mathbf{r})$  en fonction de son module  $|P(\mathbf{r})|$  et de sa phase  $\phi(\mathbf{r})$  :

$$P(\mathbf{r}) = |P(\mathbf{r})| e^{-j\phi(\mathbf{r})} \quad (\text{II-37})$$

L'amplitude complexe de la vitesse s'écrit alors :

$$\bar{\mathbf{U}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\rho\omega} \left[ |P(\mathbf{r})| \bar{\nabla} \phi(\mathbf{r}) + j \bar{\nabla} |P(\mathbf{r})| \right] e^{-j\phi(\mathbf{r})} \quad (\text{II-38})$$

On obtient les intensités actives et réactives associées à partir des équations (II-7) et (II-9):

$$\vec{I}(r) = \frac{|P(r)|^2}{2\rho\omega} \vec{\nabla}\phi(r) \quad (\text{II-39})$$

$$\vec{J}(r) = \frac{-1}{4\rho\omega} \vec{\nabla}|P(r)|^2 \quad (\text{II-40})$$

Pascal [PA85] a explicité différentes équations qui lient les intensités actives et réactives, en tout point où il n'y a pas de source volumique :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{I} = k \frac{\vec{I} \wedge \vec{J}}{V} \quad (\text{II-41})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{I} = 0 \quad (\text{II-42})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{J} = \vec{0} \quad (\text{II-43})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -2\omega(T - V) \quad (\text{II-44})$$

Dans l'équation (II-44), T et V sont respectivement les énergies cinétique et potentielle données par:

$$T = \frac{\rho |\vec{U}(r)|^2}{4} \quad (\text{II-45})$$

$$V = \frac{|P(r)|^2}{4\rho c^2} \quad (\text{II-46})$$

On voit d'après l'équation (II-41) que le rotationnel de l'intensité active n'est en général pas nul, sauf si l'intensité réactive est nulle ou colinéaire à l'intensité active. L'intensité active n'est donc en général pas purement laminaire, mais possède une composante rotationnelle. Cette dernière peut être importante dans le cas de sources très directives et dans les régions d'interférences.

L'équation (II-42) représente le bilan de puissance local. D'éventuelles sources volumiques de puissance active peuvent apparaître dans le second membre de l'équation (II-42). On obtient alors l'équation de Poisson introduite précédemment. Le bilan de puissance détermine la composante irrotationnelle de l'intensité.

L'équation (II-43) stipule que l'intensité réactive est purement laminaire. Elle peut donc être mise sous la forme du gradient d'un potentiel scalaire. Ce potentiel scalaire est proportionnel à l'énergie potentielle V.

$$\bar{J} = \frac{1}{2} \text{Im}(\bar{p}\bar{u}^*) = -\frac{\text{Re}(\bar{p}\bar{\nabla}p^*)}{2\rho ck} = -\frac{c}{k} \bar{\nabla}V \quad (\text{II-47})$$

Il s'ensuit que l'intensité réactive sera importante dans les régions de forte variation spatiale de l'énergie potentielle. Cela se produit notamment dans le champ proche des sources, et dans les régions de fortes interférences.

Selon l'équation (II-44), les "sources volumiques" de l'intensité réactive sont proportionnelles à la différence des énergies cinétique et potentielle, que l'on nomme énergie Lagrangienne  $L=T-V$ .

## Exemples de champs d'intensité

Les exemples académiques suivants, que l'on retrouve dans la littérature, permettent d'illustrer les propriétés des intensités active et réactive et leur décomposition via le théorème d'Helmholtz.

### Ondes progressives isolées

#### *Onde plane*

Les amplitudes des champs de pression et de vitesse associées à une onde plane progressive dirigée selon les x positifs s'écrivent :

$$P(\mathbf{r}) = P_0 e^{-jkx} \quad (\text{II-48})$$

$$\bar{U}(\mathbf{r}) = \frac{P_0}{\rho c} e^{-jkx} \bar{u}_x \quad (\text{II-49})$$

$P_0$  est le module, uniforme, de la pression complexe.  $P_0$  est réel dès lors que l'on choisit correctement l'origine des phases.

On en déduit les intensités actives et réactives :

$$\bar{I}(\mathbf{r}) = \frac{P_0^2}{2\rho c} \bar{u}_x = I_0 \bar{u}_x \quad (\text{II-50})$$

$$\bar{J}(\mathbf{r}) = -\frac{P_0}{2\omega\rho} \bar{\nabla}P_0 = \vec{0} \quad (\text{II-51})$$

$I_0$  est le module, également uniforme, du vecteur intensité.

Trivialement, le champ d'intensité dérive uniquement d'un potentiel scalaire :

$$\vec{I} = -\vec{\nabla}\varphi(x) \quad (\text{II-52})$$

Avec

$$\varphi(x) = -I_0 x + \varphi_0 \quad (\text{II-53})$$

La constante  $\varphi_0$  peut être choisie arbitrairement, par exemple de sorte à annuler  $\varphi$  sur un plan  $x=x_0$ , soit  $\varphi_0 = I_0 x_0$ .

La composante rotationnelle du champ d'intensité active et l'intensité réactive sont uniformément nulles.

### *Onde cylindrique*

Les amplitudes complexes de la pression et de la vitesse associées à une onde progressive cylindrique s'expriment en fonction du rayon  $r$  des coordonnées cylindriques et du module  $P_0$ , supposé réel, de la pression.

$$P(r) = \frac{P_0}{\sqrt{r}} e^{-jkr} \quad (\text{II-54})$$

$$\vec{U}(r) = \frac{P_0}{\rho c} \left[ 1 + \frac{1}{2jkr} \right] \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \vec{u}_r \quad (\text{II-55})$$

Les intensités actives et réactives varient respectivement en  $1/r$  et  $1/r^2$  :

$$\vec{I}(r) = \frac{jP_0^2}{2\rho c r} \vec{u}_r = \frac{I_0}{r} \vec{u}_r \quad (\text{II-56})$$

$$\vec{J}(r) = \frac{P_0^2}{4\rho\omega r^2} \vec{u}_r = \frac{J_0}{r^2} \vec{u}_r \quad (\text{II-57})$$

Où  $I_0$  et  $J_0$  sont des constantes.

Pour ce cas également, l'intensité active dérive d'un unique potentiel scalaire  $\varphi(r)$ , tel que :

$$\vec{I}(r) = -\vec{\nabla}\varphi(r) \quad (\text{II-58})$$

$$\varphi(r) = -I_0 \ln r + \varphi_0 \quad (\text{II-59})$$

La constante  $\varphi_0$  peut être choisie arbitrairement, par exemple de sorte à annuler  $\varphi$  sur un cylindre infiniment long et de rayon  $r=R$ .  $\varphi_0$  prend alors la valeur  $I_0 \ln R$ .

L'intensité réactive dérive d'un second potentiel scalaire  $\sigma$  :

$$\sigma(r) = \frac{J_0}{r} + \sigma_0 \quad (\text{II-60})$$

La constante  $\sigma_0$  peut être choisie arbitrairement, mais il paraît judicieux de la choisir nulle, de sorte que  $\sigma$  tende vers 0 quand  $r$  tend vers l'infini.

$$\sigma(r) = \frac{J_0}{r} = \frac{P_0^2}{4\rho\omega r} = \frac{c}{k} V(r) \quad (\text{II-61})$$

Ce résultat est cohérent avec l'équation (II-47).

### *Onde sphérique*

Considérons le champ acoustique produit en champ libre par un monopôle d'amplitude  $P_0$  :

$$P(r) = \frac{P_0}{r} e^{-jkr} \quad (\text{II-62})$$

$$\bar{U}(r) = \frac{P_0}{\rho c r} \left[ 1 + \frac{1}{jkr} \right] e^{-jkr} \bar{u}_r \quad (\text{II-63})$$

Le débit mesuré en  $r$  est donné par l'équation (II-64)

$$Q(r) = 4\pi r^2 |\bar{U}(r)| = 4\pi \frac{P_0}{\rho c} \left[ r + \frac{1}{jk} \right] e^{-jkr} \quad (\text{II-64})$$

On appelle débit du monopôle la valeur limite du module de  $Q(r)$  quand  $r$  tend vers 0, soit :

$$|Q| = 4\pi \frac{P_0}{\rho\omega} \quad (\text{II-65})$$

On obtient les intensités actives et réactives à partir des équations (II-8) et (II-9):

$$\bar{I}(r) = \frac{P_0^2}{2\rho c r^2} \bar{u}_r = \frac{w_0}{4\pi r^2} \bar{u}_r \quad (\text{II-66})$$

$w_0 = \frac{4\pi P_0^2}{2\rho c r^2}$  est la puissance du monopôle en champ libre.

$$\bar{J}(r) = \frac{P_0^2}{2\omega\rho r^3} \bar{u}_r = \frac{J_0}{r^3} \bar{u}_r \quad (\text{II-67})$$

Pour ce cas également, l'intensité active dérive d'un unique potentiel scalaire  $\varphi(r)$ , tel que :

$$\varphi(r) = \frac{W_0}{4\pi r} \quad (\text{II-68})$$

La constante d'intégration est choisie nulle, de sorte que  $\varphi$  tend vers zéro à l'infini.

L'intensité réactive dérive d'un second potentiel scalaire  $\sigma$  qui s'écrit, avec le même choix de constante :

$$\sigma(r) = \frac{J_0}{2r^2} \quad (\text{II-69})$$

$$\sigma(r) = \frac{J_0}{2r^2} = \frac{P_0^2}{4\rho\omega r^2} = \frac{c}{k} V(r) \quad (\text{II-70})$$

Ce résultat est également cohérent avec l'équation (II-47).

### *Conclusion*

Pour ces trois exemples d'ondes élémentaires isolées, les intensités actives et réactives sont colinéaires à la direction de propagation de l'onde considérée. Selon l'équation (II-41), le rotationnel de l'intensité active est nul, ce qui conduit, conformément à l'équation (II-18), à un potentiel vectoriel nul, et donc à un champ d'intensité active purement laminaire. Ce résultat est toujours valable pour la superposition de plusieurs de ces ondes élémentaires, dès lors qu'elles n'interfèrent pas entre elles. Par contre, nous verrons dans le paragraphe suivant que la superposition de deux ondes interférentes peut faire apparaître une composante rotationnelle dans l'intensité active.

L'intensité réactive est elle toujours purement laminaire (ou nulle). Son amplitude varie en  $1/r^2$  pour une onde cylindrique et en  $1/r^3$  pour une onde sphérique, contre respectivement  $1/r$  et  $1/r^2$  pour l'intensité active. Elle est donc prédominante dans le champ proche des sources et négligeable en champ libre lointain. Elle peut également être importante en milieu réverbéré.

## Ondes planes interférentes

---

Pascal a étudié [Pa85] les schémas d'interférences créés par des ondes élémentaires. Il a explicité les relations entre différentes variables énergétiques : les intensités active, réactive et leurs composantes rotationnelle et irrotationnelle, les énergies cinétique, potentielle et lagrangienne. Trois exemples d'interférences entre deux ondes planes perpendiculaires sont repris ici : deux ondes planes progressives, une onde plane progressive interférant avec une onde plane stationnaire, et enfin deux ondes planes stationnaires. Ces trois cas illustrent bien les relations entre l'intensité réactive, la composante rotationnelle de l'intensité active et l'existence d'interférences.

### *Cas de deux ondes planes progressives orthogonales*

Les amplitudes complexes de la pression et de la vitesse sont égales respectivement à la somme des pressions et vitesses complexes de chacune des ondes :

$$P(x,y)=Ae^{-jkx}+Be^{-jky} \quad (\text{II-71})$$

$$\vec{U}(x,y)=\frac{A}{\rho c}e^{-jkx}\vec{u}_x+\frac{B}{\rho c}e^{-jky}\vec{u}_y \quad (\text{II-72})$$

A partir des équations (II-39) et (II-40) ou des définitions (II-8) et (II-9), on trouve les intensités active et réactive :

$$\bar{I}(r)=\frac{A^2+AB\cos k(x-y)}{2\rho c}\vec{u}_x+\frac{B^2+AB\cos k(x-y)}{2\rho c}\vec{u}_y \quad (\text{II-73})$$

$$\bar{J}(r)=\frac{AB}{2\rho c}\sin k(x-y)(\vec{u}_x-\vec{u}_y) \quad (\text{II-74})$$

L'intensité active se décompose en une partie rotationnelle et une partie laminaire, explicitées dans les équations (II-75) et (II-76).

$$\bar{I}_\phi(r)=\frac{A^2}{2\rho c}\vec{u}_x+\frac{B^2}{2\rho c}\vec{u}_y \quad (\text{II-75})$$

$$\bar{I}_c(r)=\frac{AB\cos k(x-y)}{2\rho c}(\vec{u}_x+\vec{u}_y) \quad (\text{II-76})$$

L'intensité irrotationnelle se trouve être exactement égale à la somme des intensités irrotationnelles de chacune des ondes. Le potentiel scalaire dont elle dérive est également la somme des potentiels des intensités irrotationnelles de chacune des ondes, car le gradient d'une somme est égal à la somme des gradients :

$$\varphi(x,y) = -\frac{A^2}{2\rho c}x - \frac{B^2}{2\rho c}y + \varphi_0 \quad (\text{II-77})$$

L'intensité rotationnelle dérive d'un potentiel vectoriel :

$$\vec{C} = \frac{-AB\text{sink}(x-y)}{2\rho\omega} \vec{u}_z + \vec{\nabla}\chi \quad (\text{II-78})$$

Le gradient  $\vec{\nabla}\chi$ , de même que la constante  $\varphi_0$ , peut être choisi arbitrairement. Cependant, si on le prend nul, alors on a la relation :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{I} = \vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{C} = \frac{-kAB\text{sink}(x-y)}{\rho c} \vec{u}_z = 2k^2 \vec{C} \quad (\text{II-79})$$

L'intensité réactive dérive du potentiel scalaire  $\sigma(x,y)$  :

$$\sigma = \frac{AB\text{cosk}(x-y)}{2\rho\omega} + \sigma_0 \quad (\text{II-80})$$

Si l'on choisit la constante  $\sigma_0$  égale à  $k/c$  que multiplie la somme  $V_x + V_y$  des énergies potentielles de chacune des ondes isolées, alors on retrouve le résultat de l'équation (II-47) :

$$\sigma = \frac{c}{k} \left[ \frac{AB\text{cosk}(x-y)}{2\rho c^2} + \frac{A^2}{4\rho c^2} + \frac{B^2}{4\rho c^2} \right] = \frac{c}{k} (V_{xy} + V_x + V_y) = \frac{k}{c} V \quad (\text{II-81})$$

La figure II-1 montre les variations spatiales des différentes variables énergétiques. Sur la figure II-1a est représenté le rotationnel de l'intensité active. Ce vecteur est perpendiculaire au plan, pointant vers le lecteur (disques blancs) ou en sens opposé (disques noirs). Le diamètre des disques est proportionnel à l'amplitude (en dB) du vecteur rotationnel.

La figure II-1b montre la répartition de l'énergie potentielle totale  $V$  des deux ondes superposées. Selon l'équation (II-81), c'est la somme des énergies de chacune des ondes planes, et d'un terme de couplage ( $V_{xy} = (AB/2\rho c^2)\text{cosk}(x-y)$ ) qui est dû aux interférences entre les deux ondes; la moyenne spatiale de  $V_{xy}$  est nulle, mais ses fluctuations locales donnent naissance à une intensité réactive, dont la divergence est tracée en figure II-1c. La valeur absolue (en dB) est indiquée par le diamètre des disques, et

le signe par leur couleur (blanc si la divergence est positive, c'est-à-dire si l'énergie potentielle est supérieure à l'énergie cinétique, selon l'équation II-44, noir si son signe est négatif). On remarquera que l'intensité rotationnelle  $\bar{I}_c(x,y)$ , donnée par l'équation (II-76) est également due aux interférences, qu'elle a les mêmes variations spatiales que  $\sigma(x,y)$ , et que sa moyenne spatiale est nulle (figure II-1f).

Par contre, l'intensité irrotationnelle  $\bar{I}_o$  ne contient pas de terme de couplage entre les ondes (figure II-1e). C'est simplement la somme vectorielle des intensités des deux ondes isolées. D'autre part,  $\bar{I}_o$  est égale à la moyenne spatiale du champ d'intensité active  $\bar{I}$  (figure II-1d) sur des carrés de coté multiples de la longueur d'onde  $\lambda=2\pi/k$ .

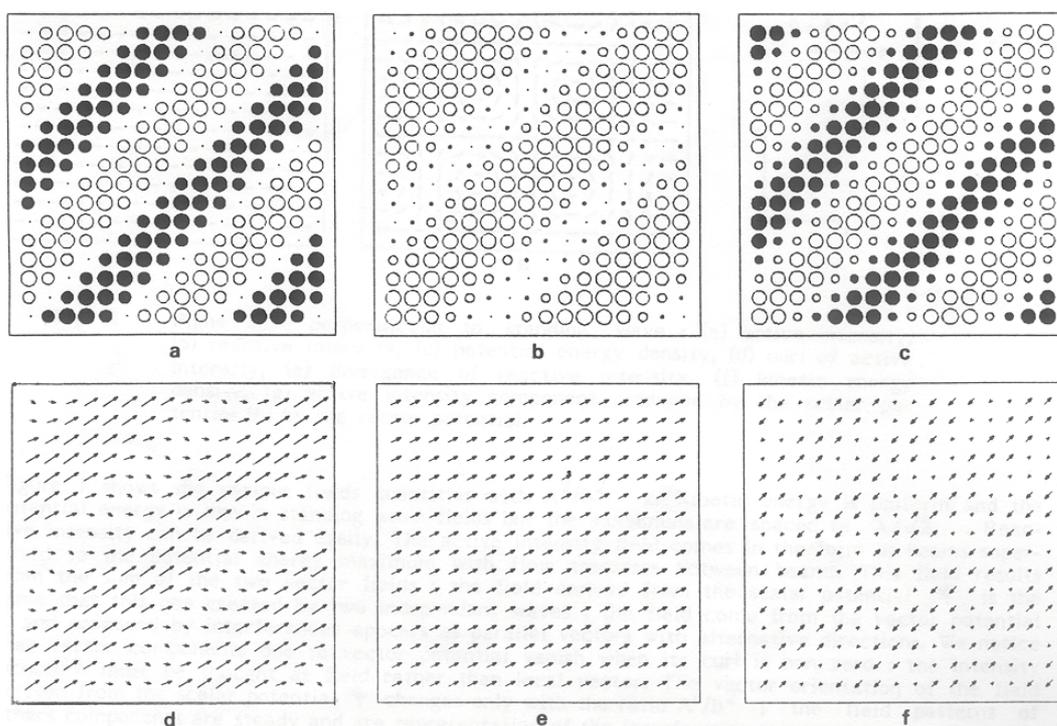


Figure II-1 - D'après [PA85] Interférences de deux ondes planes progressives perpendiculaires : (a) Rotationnel de l'intensité active (b) Énergie potentielle (c) Divergence de l'intensité réactive (d) Intensité active (e) Intensité irrotationnelle (f) Intensité rotationnelle.

### *Cas d'une onde progressive et d'une onde stationnaire*

Les amplitudes complexes de la pression et de la vitesse sont égales respectivement à la somme des pressions et vitesses complexes de chacune des ondes :

$$P(x,y)=Ae^{-jkx}+2B\cosky \quad (\text{II-82})$$

$$\bar{U}(x,y) = \frac{A}{\rho c} e^{-jkx} \bar{u}_x - 2j \frac{B}{\rho c} \sin(ky) \bar{u}_y \quad (\text{II-83})$$

A partir des équations (II-39) et (II-40) ou des définitions (II-8) et (II-9), on trouve les intensités active et réactive :

$$\bar{I}(x,y) = \left[ \frac{A^2}{2\rho c} + \frac{AB}{\rho c} \cos(kx) \cos(ky) \right] \bar{u}_x + \frac{AB}{\rho c} \sin(kx) \sin(ky) \bar{u}_y \quad (\text{II-84})$$

$$\bar{J}(x,y) = \frac{AB}{\rho c} \sin(kx) \cos(ky) \bar{u}_x + \left[ \frac{AB}{\rho c} \sin(ky) \cos(kx) + \frac{B^2}{\rho c} \sin(2ky) \right] \bar{u}_y \quad (\text{II-85})$$

L'intensité active irrotationnelle provient uniquement de l'onde plane progressive (II-86). Le potentiel scalaire dont elle dérive est donc celui de l'onde progressive isolée (II-87).

$$\bar{I}_\phi(x,y) = \frac{A^2}{2\rho c} \bar{u}_x \quad (\text{II-86})$$

$$\phi(x,y) = -\frac{A^2}{2\rho c} x + \phi_0 \quad (\text{II-87})$$

L'intensité rotationnelle est donnée par (II-88). Elle dérive d'un potentiel vectoriel (II-89).

$$\bar{I}_c(r) = \frac{AB}{2\rho c} [\cos k(x-y)(\bar{u}_x + \bar{u}_y) + \cos k(x+y)(\bar{u}_x - \bar{u}_y)] \quad (\text{II-88})$$

$$\bar{C} = \frac{AB}{2\rho\omega} [\sin k(x+y) - \sin k(x-y)] \bar{u}_z + \bar{\nabla} \chi \quad (\text{II-89})$$

Le gradient  $\bar{\nabla} \chi$ , de même que la constante  $\phi_0$ , peut être choisi arbitrairement. Cependant, si on le prend nul, on a la relation :

$$\bar{\nabla} \wedge \bar{I} = \bar{\nabla} \wedge \bar{\nabla} \wedge \bar{C} = \frac{kAB}{\rho c} [\sin k(x+y) - \sin k(x-y)] \bar{u}_z = 2k^2 \bar{C} \quad (\text{II-90})$$

L'intensité réactive dérive du potentiel scalaire  $\sigma(x,y)$  :

$$\sigma = \frac{AB}{2\rho\omega} [\cos k(x+y) + \cos k(x-y)] + \frac{B^2}{2\rho\omega} \cos 2ky + \sigma_0 \quad (\text{II-91})$$

Si l'on choisit la constante  $\sigma_0$  égale à  $(A^2 + 2B^2)/4\rho\omega$ , alors on retrouve le résultat de l'équation (II-47) :

$$\sigma = \frac{c}{k} \left[ \frac{AB}{2\rho c^2} (\cos k(x+y) + \cos k(x-y)) + \frac{A^2}{4\rho c^2} + \frac{B^2}{2\rho c^2} (\cos 2ky + 1) \right] \quad (\text{II-92a})$$

$$\sigma = \frac{c}{k} (V_{xy} + V_x + V_y) = \frac{c}{k} V \tag{II-92b}$$

$V$  est l'énergie potentielle totale des deux ondes couplées (figure II-2c).  $V_{xy}$  est le terme dû aux interférences entre les deux ondes; la moyenne spatiale de  $V_{xy}$  est nulle, mais ses fluctuations locales contribuent à l'intensité réactive (figure II-2b). Cette dernière provient également des fluctuations spatiales de l'énergie potentielle  $V_y$  de l'onde stationnaire, lesquelles résultent des interférences entre l'onde aller dirigée vers les  $y$  positifs, et l'onde retour dirigée vers les  $y$  négatifs. On remarquera que l'intensité rotationnelle (équation II-88 - figure II-2h) est également due aux interférences, qu'elle a les mêmes variations spatiales que  $V_{xy}(x,y)$ , et que sa moyenne spatiale est nulle. L'intensité irrotationnelle (équation II-86 - figure II-2g) ne contient pas de terme de couplage entre les ondes. Elle se résume ici à la seule intensité de l'onde progressive selon  $x$ . Enfin,  $\bar{I}_\phi$  est égale à la moyenne spatiale du champ d'intensité active  $\bar{I}$  (figure II-2a) sur tout carré de côté  $\lambda$ .

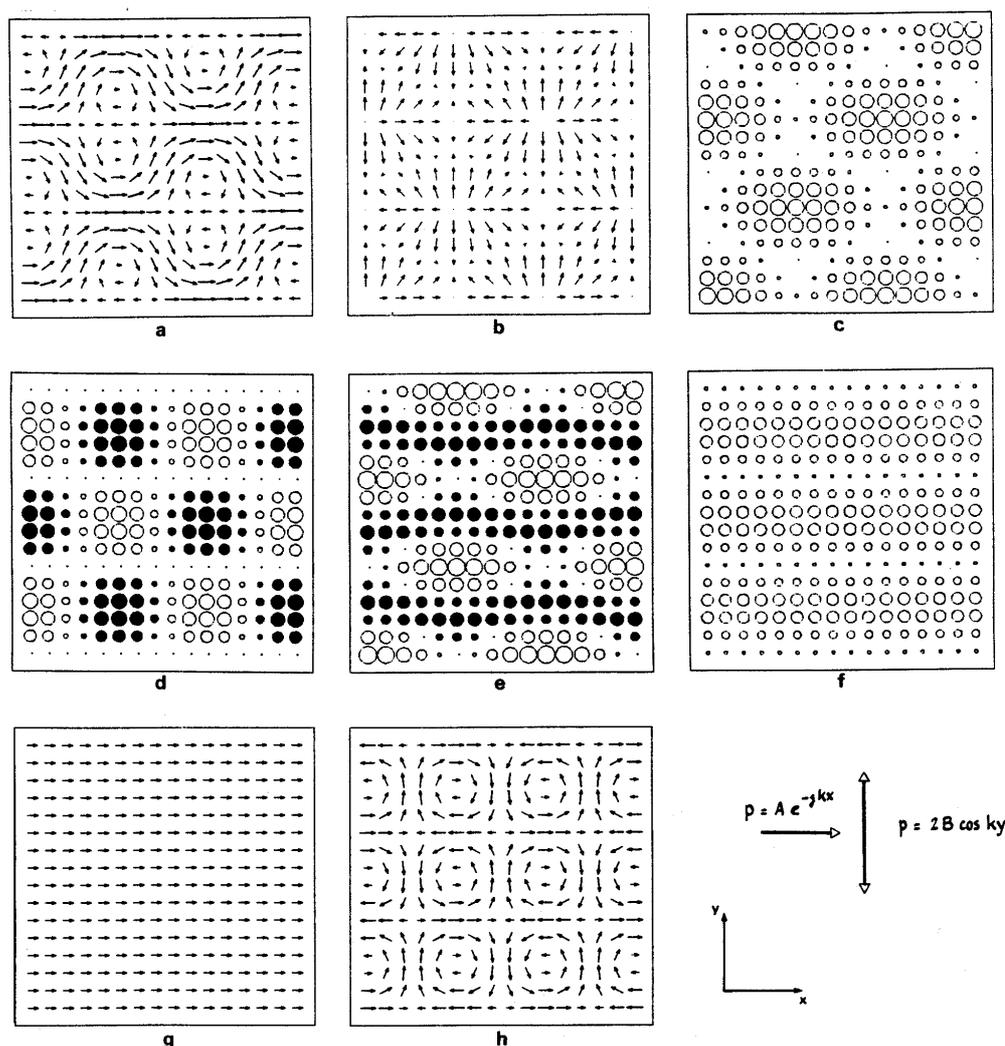


Figure II-2 - Interférences de deux ondes planes perpendiculaires, l'une progressive selon x, l'autre stationnaire selon y : (a) Intensité active (b) Intensité réactive (c) Energie potentielle (d) Rotationnel de l'intensité active (e) Divergence de l'intensité réactive (f) Energie cinétique (g) Intensité irrotationnelle (h) Intensité rotationnelle. D'après [PA85]

*Cas de deux ondes stationnaires*

Des conclusions similaires peuvent être tirées de l'étude du champ créé par deux ondes stationnaires perpendiculaires :

- L'intensité active irrotationnelle  $\bar{I}_\phi$  est la somme vectorielle des intensités irrotationnelles associées à chacune des ondes; c'est dans ce cas le vecteur nul. C'est aussi la moyenne spatiale de l'intensité active totale (figure II-3a) sur des carrés de coté  $\lambda$ . Le potentiel scalaire dont elle dérive est une constante quelconque  $\phi_0$ .
- L'intensité active rotationnelle  $\bar{I}_c$  (figure II-3a) provient du couplage des deux ondes ayant des directions différentes (respectivement x et y). Le potentiel vectoriel dont elle dérive est orienté selon  $u_z$ , et son module est proportionnel au terme de couplage  $V_{xy}$  de l'énergie potentielle totale V.
- L'intensité réactive  $\bar{J}$  (figure II-3c) est proportionnelle au gradient de l'énergie potentielle totale V (figure II-4b).

Les figures (II-3) et (II-4) illustrent les remarques ci-dessus, dans le cas de deux ondes en quadrature de phase (figures II-3-a,b,c,d et II-4-a,b) puis en phase (figures II-4-c,d).

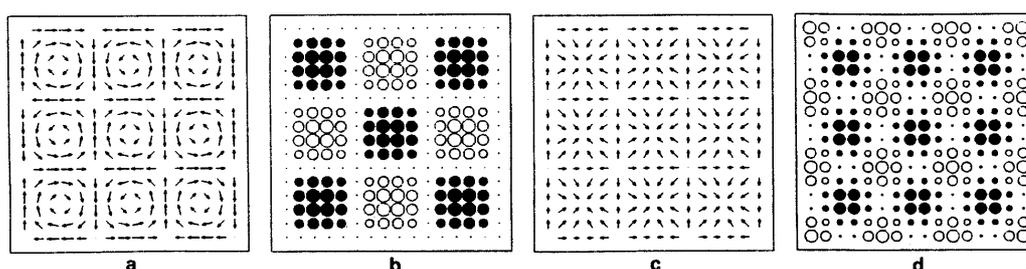


Figure II-3 - Interférences entre deux ondes planes stationnaires perpendiculaires en quadrature de phase : (a) Intensité active (b) Rotationnel de l'Intensité active (c) Intensité réactive (d) Divergence de l'intensité réactive. D'après [Pa85]

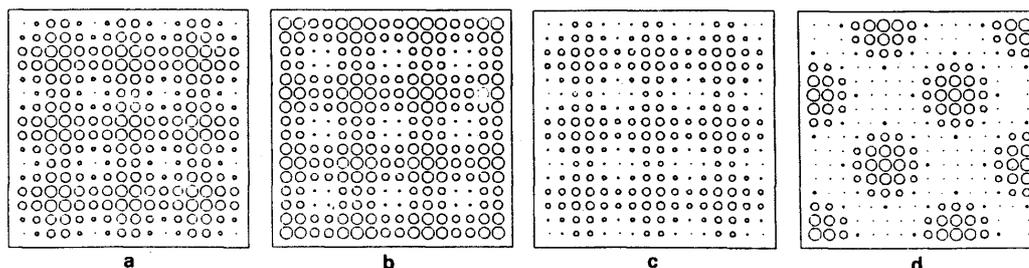


Figure II-4 - Ondes planes stationnaires en quadrature de phase :  
 (a) Energie cinétique (b) Energie potentielle  
Ondes planes stationnaires en phase :  
 (c) Energie cinétique (d) Energie potentielle. D'après [Pa85]

### Monopôles décorrélés

Le cas d'un monopôle en champ libre a été traité dans le paragraphe sur les ondes sphériques.

Dès lors que les sources sont décorrélées, le champ d'intensité résultant est la somme des champs d'intensités dus à chacun des monopôles, sans aucun terme de couplage.

$$\bar{I}(\mathbf{r}) = \sum_i \frac{P_i^2}{2\rho c r_i^2} \bar{u}_n = \sum_i \frac{w_i}{4\pi r_i^2} \bar{u}_n \quad (\text{II-93})$$

$$\bar{J}(\mathbf{r}) = \sum_i \frac{P_i^2}{2\omega\rho r_i^3} \bar{u}_n = \sum_i \frac{J_i}{r_i^3} \bar{u}_n \quad (\text{II-94})$$

$r_i$  est la distance du monopôle  $i$  au point considéré,  $P_i$  est l'amplitude du monopôle  $i$  et  $w_i = 2\pi P_i^2 / \rho c$  est la puissance de ce monopôle.

A l'instar du cas d'un seul monopôle, l'intensité active dérive d'un unique potentiel scalaire  $\varphi(\mathbf{r})$ , tel que :

$$\varphi(\mathbf{r}) = \sum_i \frac{P_i^2}{2\rho c r_i} = \sum_i \frac{w_i}{4\pi r_i} \quad (\text{II-95})$$

La constante d'intégration est choisie nulle, de sorte que  $\varphi$  tende vers zéro à l'infini.

L'intensité réactive dérive d'un second potentiel scalaire  $\sigma$  qui s'écrit, avec le même choix de constante :

$$\sigma(\mathbf{r}) = \sum_i \frac{P_i^2}{4\omega\rho r_i^2} \quad (\text{II-96})$$

$$\sigma(\mathbf{r}) = \frac{c}{k} \sum_i V_i(\mathbf{r}) = \frac{c}{k} V(\mathbf{r}) \quad (\text{II-97})$$

$V_i(\mathbf{r})$  est l'énergie potentielle en  $\mathbf{r}$  due au monopôle  $i$ , et  $V(\mathbf{r})$  est l'énergie potentielle due à l'ensemble des monopôles.

Une autre méthode de calcul du champ d'intensité active irrotationnelle consiste à résoudre l'équation de Poisson, connaissant les densités volumiques des sources de puissance :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{I}(\mathbf{r}) = -\Delta \varphi(\mathbf{r}) = w_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \quad (\text{II-98})$$

où  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$  est la distribution de Dirac.

La résolution de cette équation donne directement le potentiel  $\varphi$ .(II-95). L'intensité irrotationnelle s'obtient ensuite en calculant le gradient.

### Monopôles corrélés

En 1987, Mann reprend le principe de décomposition de l'intensité active en une composante irrotationnelle et une composante rotationnelle. Il calcule le champ acoustique généré  $N$  sources ponctuelles déphasées.

L'intensité active en  $\mathbf{r}$  s'écrit comme la somme des intensités rayonnées par chacune des sources lorsqu'elles sont isolées, auxquelles s'ajoutent des termes de couplages

$$\vec{I}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\rho c} \sum_{i=1}^N P_i^2 \frac{\vec{r}_i}{r_i^3} + \frac{1}{2\rho c} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N P_m P_n \frac{\vec{r}_m}{r_n r_m^2} \quad (\text{II-99})$$

Constatant que les termes de couplages, contrairement aux termes découplés, ont un rotationnel non nul, il les a identifiés à la partie rotationnelle de  $\vec{I}$  :

$$\vec{I}_c = \vec{\nabla} \wedge \vec{c} = \frac{1}{2\rho c} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N P_m P_n \frac{\vec{r}_m}{r_n r_m^2} \quad (\text{II-100})$$

$$\vec{I}_\varphi = \vec{\nabla} \varphi = \frac{1}{2\rho c} \sum_{i=1}^N P_i^2 \frac{\vec{r}_i}{r_i^2} \quad (\text{II-101})$$

Ce faisant, il était en accord avec les premières conclusions de Pascal, selon lesquelles la partie rotationnelle correspond au couplage entre sources.

Puis, calculant la puissance totale rayonnée par trois sources, il mit en évidence un terme de couplage provenant de l'intensité rotationnelle donnée par (II-100), et non de l'intensité irrotationnelle (II-101). Ainsi, selon Mann, l'intensité rotationnelle pourrait être porteuse de puissance se propageant en champ lointain, ce qui contredit Pascal [Pa 85]. Mann remarque que la solution (II-100 et II-101) n'est pas valable sur les sources. En effet, la divergence de l'intensité rotationnelle y serait égale au terme de puissance issu du couplage avec les autres sources. La divergence d'un champ rotationnel serait donc non nulle, ce qui est un non sens mathématique. En fait, l'expression (II-100) ne décrit pas un champ purement rotationnel mais contient une partie irrotationnelle. En effet, le second membre de (II-100) propageant de la puissance des sources vers l'infini, il doit nécessairement exister des lignes de champ correspondant à ce transfert d'énergie des sources vers l'infini. Ces lignes de champ ne peuvent correspondre à un champ rotationnel, car elles devraient alors soit se refermer sur elles-mêmes, soit naître et disparaître à l'infini, mais en aucun cas naître sur une source et disparaître à l'infini. Cependant, il existe une décomposition de l'intensité active, dérivant de l'équation de conservation de l'énergie définie partout, y compris sur les sources. Cette solution, basée sur la distribution de Dirac, vérifie les propriétés des champ rotationnels et irrotationnels. L'intensité irrotationnelle doit être définie à partir de la puissance totale des sources  $\pi_t(s_i)$  incluant le terme de couplage avec les autres sources. La solution pour l'intensité irrotationnelle est déduite de l'équation de conservation de l'énergie :

$$\nabla \cdot I_\varphi(M) = \sum_{i=1}^N \pi_t(s_i) \delta(M, s_i) \quad (\text{II-102})$$

Où  $\delta(M, s_i)$  est la distribution de Dirac.

Sachant que  $I_\varphi(M) = \vec{\nabla} \varphi$ , l'équation (II-102) devient :

$$\Delta \varphi(M) = \sum_{i=1}^N \pi_t(s_i) \delta(\mu, s_i) \quad (\text{II-103})$$

La solution est  $\varphi(M) = \sum_{i=1}^N \frac{\pi_t(s_i)}{4\pi r_i} + \varphi_0$ , soit pour l'intensité irrotationnelle :

$$\vec{I}_\varphi(r) = \sum_{i=1}^N \frac{\pi_t(s_i) \vec{r}_i}{4\pi r_i^3} \quad (\text{II-104})$$

L'intensité rotationnelle s'obtient par soustraction des équations (II-99) et (II-104), après avoir explicité  $\pi_i(s_i)$  :

$$\vec{I}_c(r) = \vec{I}(r) - \vec{I}_\varphi(r) \quad (\text{II-105})$$

Cette décomposition de l'intensité selon les équations (II-104) et (II-105) est valable en tous points distincts des sources,  $\vec{r}_i/r_i^3$  n'étant pas défini pour  $r_i=0$ . Par contre, les divergences de (II-104) et de (II-105) sont définies en tous points, y compris sur les sources, et respectent les propriétés mathématiques (II-106) des composantes irrotationnelles et rotationnelles en tous points.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \varphi(M) = \sum_{i=1}^{\mu} \pi_i(s_i) \delta(M, s_i) \quad \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{C}(M)) = 0 \quad \forall M \quad (\text{II-106})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \varphi(M) = 0 \quad \forall M \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{C}(M) = \vec{\nabla} \wedge \vec{I}(M) \quad (\text{II-107})$$

Selon cette décomposition du champ d'intensité, l'intégralité de la puissance des sources, rayonnée en champ lointain, est véhiculée par l'intensité irrotationnelle  $\vec{I}_\varphi = -\vec{\nabla} \varphi$ . Cette puissance comprend la somme des rayonnements des sources isolées, mais également des termes de couplage. Les lignes de champ de l'intensité irrotationnelle naissent sur les sources et finissent sur des surfaces absorbantes ou à l'infini. L'intensité rotationnelle décrit le champ d'interférence ayant une contribution nulle en terme de puissance totale rayonnée. Elle est responsable, comme nous le verrons par la suite, des circulations d'énergie en boucles fermées (lignes de champ fermées sur elles-mêmes) ainsi que de la directivité des sources (lignes de champ naissant et disparaissant à l'infini).

## Monopôle sur un plan réfléchissant

---

Pascal et Li ont traité en [PA01] le cas d'un monopôle rayonnant à la distance  $h$  d'un plan réfléchissant. Les équations (II-109) et (II-110) proviennent de cette référence. Comme au paragraphe précédent, les interférences entre le monopôle source et le monopôle image sont ici prises en compte pour calculer l'intensité active et ses composantes laminaire et rotationnelle. Trois cas particuliers sont présentés ici pour illustrer les comportements respectifs de ces deux composantes de l'intensité en basse, moyenne et haute fréquences.

Le potentiel scalaire  $\varphi$  est la solution de l'équation de Poisson :

$$\nabla \cdot \vec{I}(\vec{r}) = -\Delta\varphi(\vec{r}) = w_h \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) + w_h \delta(\vec{r} - \vec{r}_0') \quad (\text{II-108})$$

$\delta$  est la distribution de Dirac,  $r_0$  est la position du monopôle, et  $r_0'$  la position du monopôle image.

$w_h$  est la puissance délivrée par le monopôle situé à la distance  $h$  d'un plan réfléchissant, et  $w_0$  est la puissance de ce même monopôle placé en champ libre :

$$w_h = w_0 \left(1 + \frac{\sin 2kh}{2kh}\right) = \frac{4\pi P_0^2}{2\rho c} \left(1 + \frac{\sin 2kh}{2kh}\right) \quad (\text{II-109})$$

Lorsque le produit du nombre d'onde  $k$  par la hauteur  $h$  tend vers zéro, la puissance source tend vers le double de la puissance du même monopôle en champ libre. Quand au contraire le produit  $k.h$  est grand, la puissance de la source peut être approchée par la celle du monopôle en champ libre.

Le potentiel scalaire s'écrit :

$$\varphi(\vec{r}) = w_h \left( \frac{1}{4\pi R} + \frac{1}{4\pi R'} \right) \quad (\text{II-110})$$

$R = \|\vec{r} - \vec{r}_0\|$  et  $R' = \|\vec{r} - \vec{r}_0'\|$  sont respectivement les distances du monopôle source et du monopôle image au point de position  $r$ .

L'intensité irrotationnelle s'obtient en calculant le gradient de  $\varphi$  :

$$\vec{I}_\varphi(\vec{r}) = w_h \left( \frac{1}{4\pi R^2} \vec{u}_R + \frac{1}{4\pi R'^2} \vec{u}_{R'} \right) \quad (\text{II-111})$$

$$\text{Avec } \vec{u}_R = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|} \text{ et } \vec{u}_{R'} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0'}{\|\vec{r} - \vec{r}_0'\|}$$

L'intensité totale s'écrit :

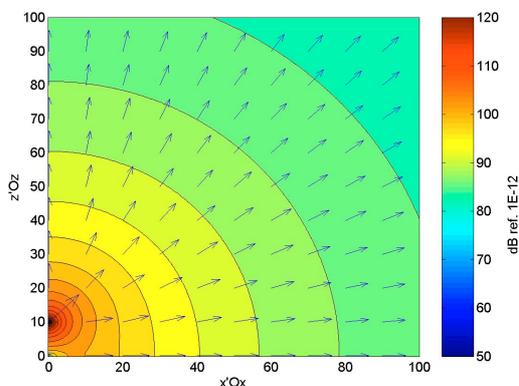
$$\vec{I}(\vec{r}) = \frac{w_0}{4\pi} \left( \frac{1}{R^2} \vec{u}_R + \frac{1}{R'^2} \vec{u}_{R'} + \frac{\cos k(R-R')}{RR'} (\vec{u}_R + \vec{u}_{R'}) + \frac{\sin k(R-R')}{RR'} \left( \frac{\vec{u}_R}{kR} - \frac{\vec{u}_{R'}}{kR'} \right) \right) \quad (\text{II-112})$$

Par soustraction, l'intensité rotationnelle est :

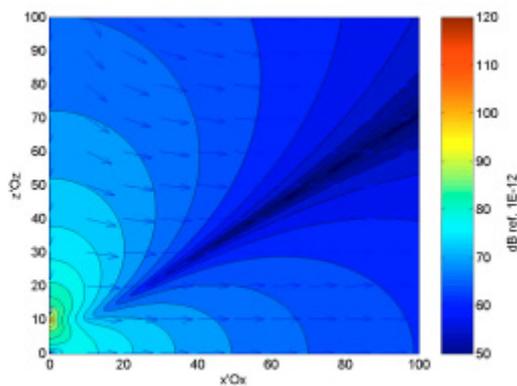
$$\vec{I}_C(\vec{r}) = \frac{w_0}{4\pi} \left( \frac{\cos k(R-R')}{RR'} (\vec{u}_R + \vec{u}_{R'}) + \frac{\sin k(R-R')}{RR'} \left( \frac{\vec{u}_R}{kR} - \frac{\vec{u}_{R'}}{kR'} \right) - \frac{\sin 2kh}{2kh} \left( \frac{1}{R^2} \vec{u}_R + \frac{1}{R'^2} \vec{u}_{R'} \right) \right) \quad (\text{II-113})$$

Les figures ci-dessous montrent le champ d'intensité active généré par un monopôle placé sur l'axe  $z$  vertical à la distance  $h=10\text{cm}$  d'un plan réfléchissant, ainsi que sa décomposition par le théorème d'Helmholtz en intensité laminaire et rotationnelle. Trois

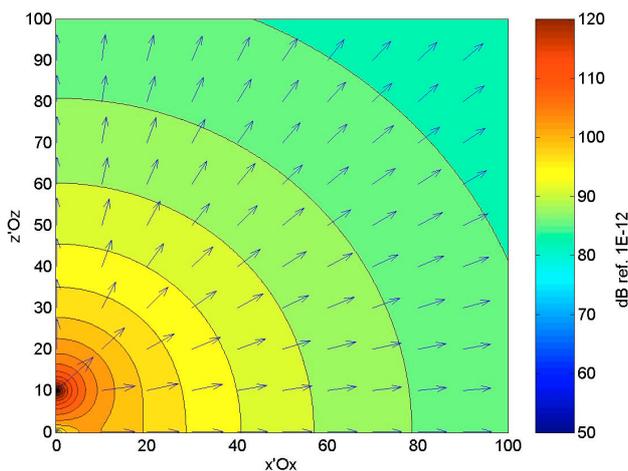
cas sont présentés, correspondant respectivement à des rapports 50, 2 et 1/2 entre la longueur d'onde  $\lambda$  et la distance  $h$ . Les couleurs indiquent l'amplitude du module de l'intensité, selon une échelle logarithmique (dB ref. 1E-12). Les flèches indiquent la direction de cette intensité.



*Figure II-5 - Intensité irrotationnelle*  
 $\lambda/h=50$

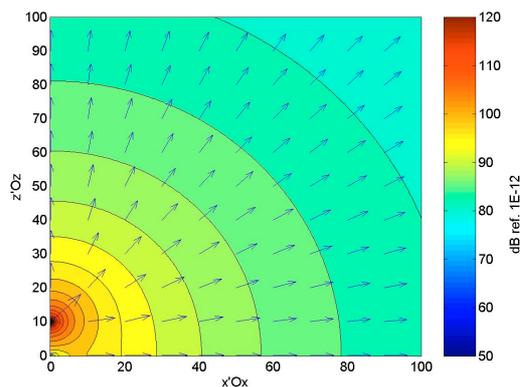


*Figure II-6 - Intensité rotationnelle*  
 $\lambda/h=50$

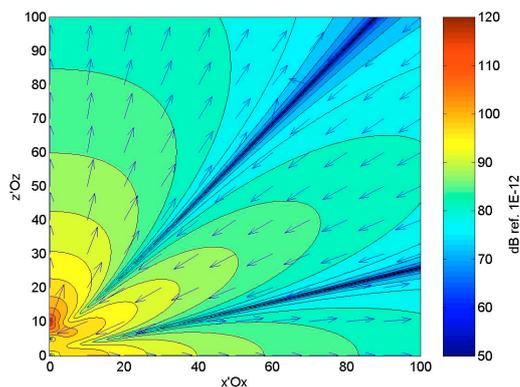


*Figure II-7 - Intensité totale  $\lambda/h=50$*

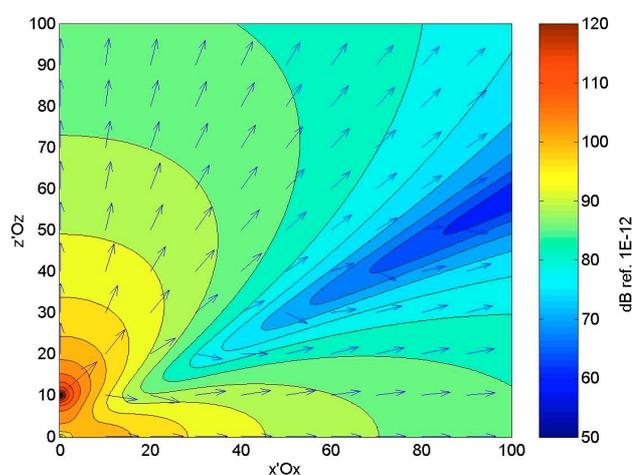
En basses fréquences ( $\lambda=50h$  pour les figures 5, 6 et 7, soit  $f=64\text{Hz}$  si  $h=10\text{cm}$ ), l'intensité est essentiellement irrotationnelle : l'intensité rotationnelle est plus faible d'environ 20dB. La puissance du monopôle est 1.99 fois plus importante que celle délivrée par le même monopôle en champ libre.



*Figure II-8 - Intensité irrotationnelle*  
 $\lambda/h=2$



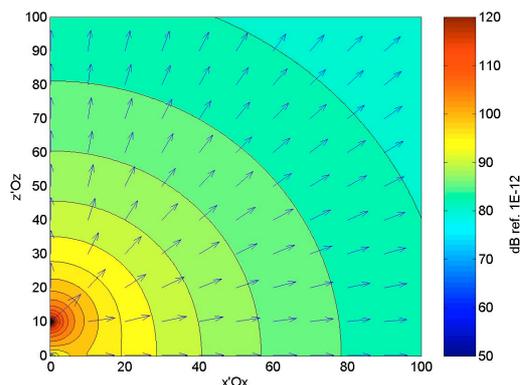
*Figure II-9 - Intensité rotationnelle*  
 $\lambda/h=2$



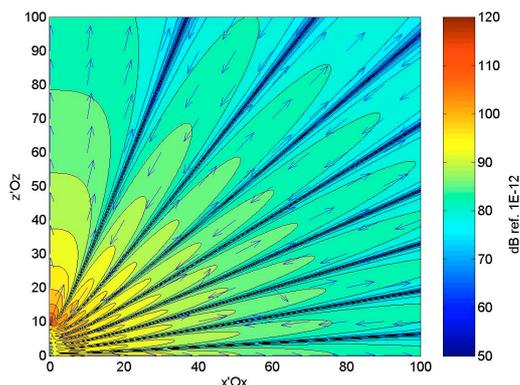
*Figure II-10 - Intensité totale  $\lambda/h=2$*

Aux fréquences intermédiaires ( $\lambda/h=2$  pour les figures 8, 9 et 10, soit  $f=1700\text{Hz}$  si  $h=10\text{cm}$ ), l'intensité rotationnelle est localement de l'ordre de l'intensité irrotationnelle, et vient alternativement en renfort ou en opposition, créant ainsi une directivité relativement marquée : l'intensité est doublée sur les axes, et annulée sur la surface du cône faisant un angle d'environ  $60^\circ$  avec l'axe  $z'Oz$ .

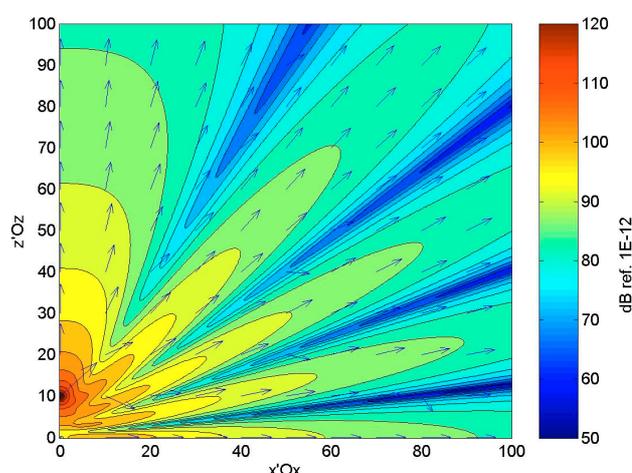
La puissance  $w_h$  du monopôle est égale à celle qu'il rayonnerait en champ libre.



*Figure II-11 - Intensité irrotationnelle*  
 $\lambda/h=0.5$



*Figure II-12 - Intensité rotationnelle*  
 $\lambda/h=0.5$



*Figure II-13 - Intensité totale  $\lambda/h=0.5$*

Les figures 11,12 et 13 présentent les champs d'intensité en « hautes fréquences » :  $\lambda/h=0.5$ , soit  $f=6800\text{Hz}$  si  $h=10\text{cm}$ . L'intensité rotationnelle est localement de l'ordre de l'intensité irrotationnelle, et vient alternativement en renfort ou en opposition, créant ainsi une directivité très marquée. Ainsi les cinq lobes de directivité de l'intensité active provient d'une forte intensité rotationnelle dirigée dans le même sens que l'intensité irrotationnelle, et les quatre zones d'ombre correspondent à une forte intensité rotationnelle qui s'oppose à l'intensité irrotationnelle.

La puissance  $w_h$  du monopôle est égale à celle qu'il rayonnerait en champ libre.

Quelle que soit la fréquence, le champ d'intensité irrotationnelle n'est pas perturbé par le champ d'interférences entre le monopôle source et son image. Il garde une forme lisse, dont l'atténuation est uniquement due à la divergence géométrique. Seule son amplitude varie en fonction de la fréquence, car elle est proportionnelle à la puissance in-situ du monopôle (équations II-109 et II-110). Sur les surfaces frontières, la composante normale de l'intensité respecte les mêmes conditions aux limites que l'intensité

totale : elle est nulle sur le plan réfléchissant, elle tend vers  $\frac{1}{2}\pi r^2$  quand  $r$  tend vers l'infini. Elle respecte de plus le bilan de puissance pour tout volume choisi arbitrairement, y compris autour de la source monopolaire.

Le champ d'intensité rotationnelle est directement lié aux interférences entre la source monopolaire et la source image et change donc radicalement en fonction de la fréquence. Il est à l'origine de la directivité de l'intensité active, s'opposant à l'intensité irrotationnelle dans certaines zones, la renforçant dans d'autres. L'influence de la partie rotationnelle est amoindrie lorsque l'on procède à une moyenne spatiale ou fréquentielle de l'intensité active. De plus le bilan global de puissance injectée ou dissipée est indépendant du champ rotationnel.

### Dipôle en champ libre

---

Soit un dipôle de débit  $Q$ , d'axe  $x$ , situé à l'origine des axes. La pression rayonnée à une distance  $r$  s'écrit, [Zhe99] :

$$P(r) = \frac{jk\rho cQ}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) = \frac{k\rho cQ}{4\pi} \frac{x}{r^3} \sqrt{1+k^2r^2} e^{-j\phi(r)} \quad (\text{II-114})$$

Où  $\phi(r)$  est la phase de la pression en  $r$  :

$$\phi(r) = kr + \text{tg}^{-1}(1/kr) \quad (\text{II-115})$$

L'intensité active est radiale :

$$\bar{I}(r) = \frac{1}{2\rho c} \left( \frac{k^3\rho cQ}{4\pi} \right)^2 \frac{x^2}{k^2r^4} \bar{u}_r \quad (\text{II-116})$$

Zhe décrit ensuite les lignes de champs de l'intensité. Nous nous intéressons ici aux expressions analytiques des composantes laminaires et rotationnelles de l'intensité active. La puissance délivrée par le dipôle s'obtient en intégrant l'intensité sur une sphère

$$w = \frac{1}{2\rho c} \left( \frac{k^3\rho cQ}{4\pi} \right)^2 \frac{4\pi}{3k^2} \quad (\text{II-117})$$

Le potentiel scalaire  $\varphi$  de l'intensité irrotationnelle s'obtient ensuite par résolution de l'équation de Poisson :

$$\varphi(r) = \frac{w}{4\pi r} = \frac{1}{2\rho c} \left( \frac{k^3\rho cQ}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{3k^2r} \quad (\text{II-118})$$

L'intensité irrotationnelle est donc :

$$\bar{I}_i(\mathbf{r}) = \frac{W}{4\pi r^2} \bar{u}_r = \frac{1}{2\rho c} \left( \frac{k^3 \rho c Q}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{3k^2 r^2} \bar{u}_r \quad (\text{II-119})$$

L'intensité rotationnelle s'obtient par soustraction des équations (II-107) et (II-110) :

$$\bar{I}_c(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\rho c} \left( \frac{k^3 \rho c Q}{4\pi} \right)^2 \frac{2x^2 - y^2}{3k^2 r^4} \bar{u}_r \quad (\text{II-120})$$

L'intensité active et ses différentes composantes sont tracées sur les figures ci-dessous. L'intensité irrotationnelle (figure II-14) est celle d'un monopôle de même puissance que le dipôle. L'intensité rotationnelle (figure II-15) donne une directivité au dipôle, mais ne lui apporte pas de puissance : la « puissance rotationnelle » rayonnée vers l'infini dans les deux cônes autour de l'axe  $x'Ox$  est au contraire absorbée dans la région intermédiaire. Ainsi, l'intensité rotationnelle est le double de l'intensité irrotationnelle sur l'axe  $x'Ox$ , alors que sur le plan  $yOz$ , l'intensité rotationnelle s'oppose exactement à l'intensité irrotationnelle, créant un plan « silencieux » pour l'intensité totale (figure II-16).

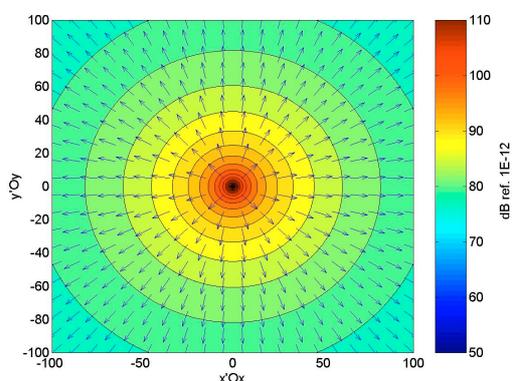


Figure II-14 - Intensité irrotationnelle  
Dipôle  $x'Ox$

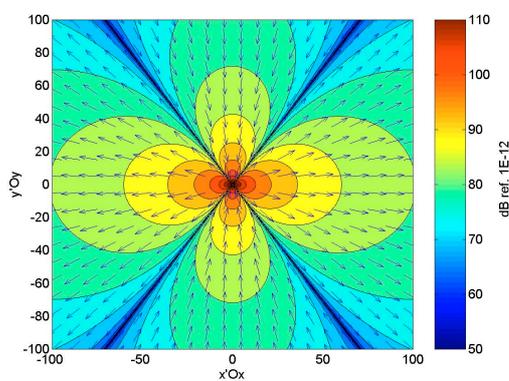


Figure II-15 - Intensité rotationnelle  
Dipôle  $x'Ox$

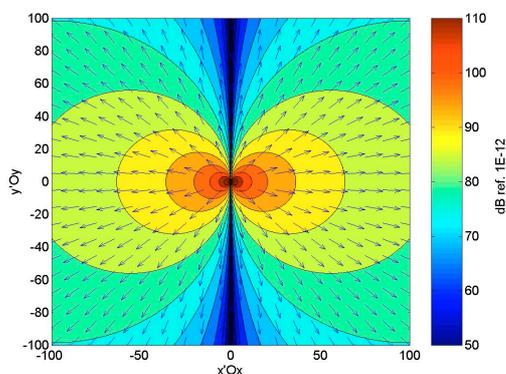


Figure II-16 - Intensité totale  
Dipôle  $x'Ox$

## Quadripôle en champ libre

Soit un quadripôle de débit  $Q$  d'axes  $x$  et  $y$ . La pression rayonnée à une distance  $r$  s'écrit ([Zhe99]) :

$$P(r) = \frac{j k \rho c Q}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) = \frac{k \rho c Q}{4\pi} \frac{xy}{r^5} \sqrt{9 + 3k^2 r^2 + k^4 r^4} e^{-j\phi(r)} \quad (\text{II-121})$$

$$\phi(r) = kr + \text{tg}^{-1} \left( \frac{3 - k^2 r^2}{3kr} \right) \quad (\text{II-122})$$

L'intensité active est radiale :

$$\bar{I}(r) = \frac{1}{2\rho c} \left( \frac{k^4 \rho c Q}{4\pi} \right)^2 \frac{x^2 y^2}{k^2 r^6} \bar{u}_r \quad (\text{II-123})$$

La puissance délivrée par ce quadripôle s'obtient en intégrant l'intensité sur une sphère :

$$w = \frac{1}{2\rho c} \left( \frac{k^4 \rho c Q}{4\pi} \right)^2 \frac{\pi}{3k^2} \quad (\text{II-124})$$

Le potentiel scalaire  $\phi$  s'écrit :

$$\phi(r) = \frac{w}{4\pi r} = \frac{1}{2\rho c} \left( \frac{k^4 \rho c Q}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{12k^2 r} \quad (\text{II-125})$$

L'intensité irrotationnelle est donc :

$$\bar{I}_\phi(r) = \frac{w}{4\pi r^2} \bar{u}_r = \frac{1}{2\rho c} \left( \frac{k^4 \rho c Q}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{12k^2 r^2} \bar{u}_r \quad (\text{II-126})$$

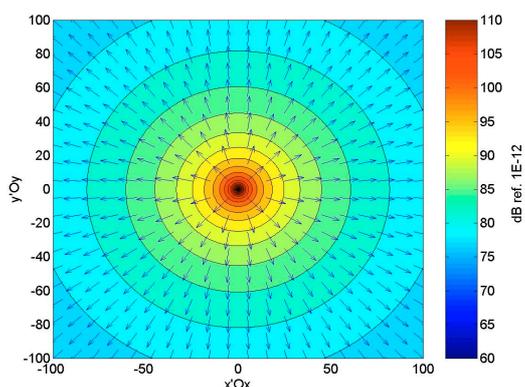
L'intensité rotationnelle s'obtient par soustraction des équations (II-123) et (II-126) :

$$\bar{I}_c(r) = \frac{1}{2\rho c} \left( \frac{k^4 \rho c Q}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{k^2 r^2} \left[ \frac{x^2 y^2}{r^4} - \frac{1}{12} \right] \bar{u}_r \quad (\text{II-127})$$

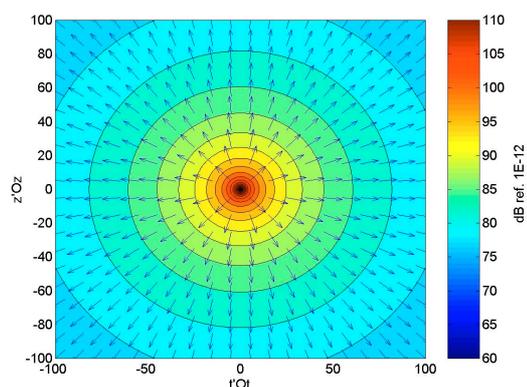
L'intensité active et ses différentes composantes sont tracées sur les figures ci-dessous, dans deux plans perpendiculaires, d'équations respectives  $z=0$  et  $x=y$ . L'intensité irrotationnelle (figures II-17 et II-18) est égale à celle rayonnée par un monopôle de puissance  $w$ , donnée par l'équation (II-124).

L'intensité totale (figures II-21 et II-22) présente quatre lobes centrés autour des deux droites d'équations  $x=y$  et  $x=-y$ . L'intensité active est nulle dans les plans d'équations

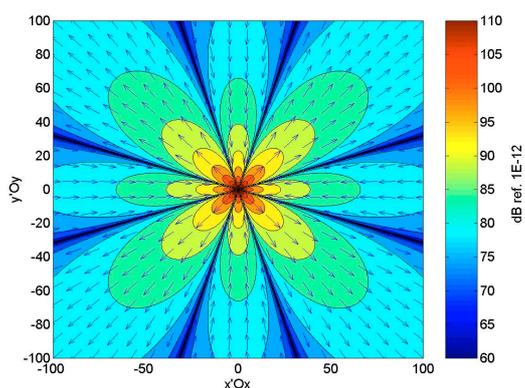
$x=0$  et  $y=0$ . L'intensité rotationnelle (figures II-19 et II-20) est caractérisée par des lobes alternativement positifs (rayonnant vers l'infini), ou négatifs (absorbant de l'énergie). Les quatre lobes d'intensité rotationnelle positive engendrent les lobes de directivité de l'intensité active totale (figure II-19). Les lobes d'intensité rotationnelle négative neutralisent l'intensité irrotationnelle et créent ainsi les deux plans  $x=0$  et  $y=0$  d'intensité active nulle.



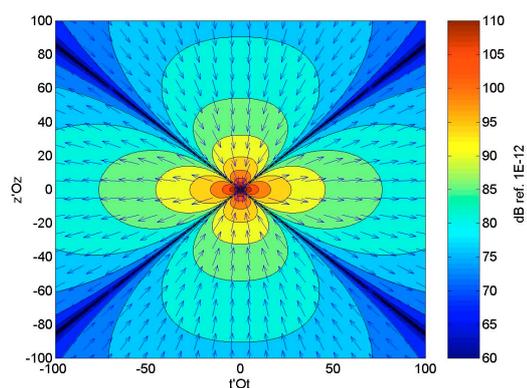
*Figure II-17 - Intensité irrotationnelle dans le plan  $z=0$*



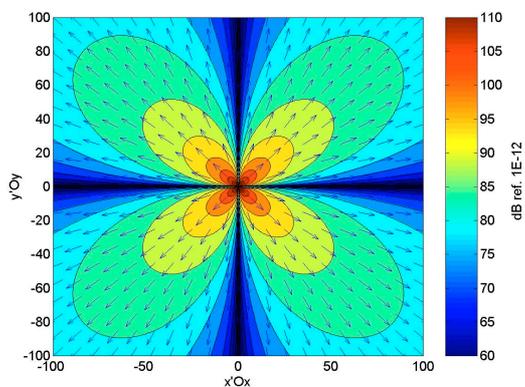
*Figure II-18 - Intensité irrotationnelle dans le plan  $x=y$*



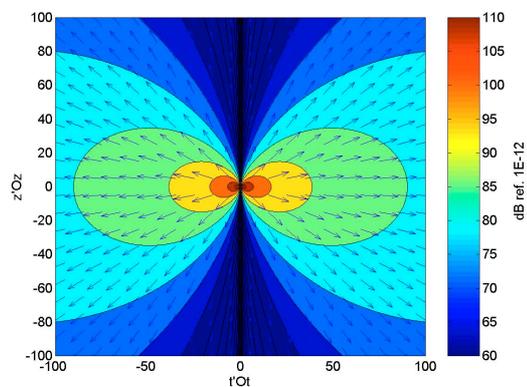
*Figure II-19 - Intensité rotationnelle dans le plan  $z=0$*



*Figure II-20 - Intensité rotationnelle dans le plan  $x=y$*



*Figure II-21 - Intensité totale dans le plan  $z=0$*



*Figure II-22 - Intensité totale dans le plan  $x=y$*

# Conclusion

A partir des théorèmes de conservation de l'énergie acoustique, nous avons précisé les concepts d'intensité active et réactive, puis fait un bref rappel de leurs propriétés. Le bilan énergétique a été écrit dans le cas général, puis dans le cas stationnaire.

La décomposition de l'intensité active selon le théorème d'Helmholtz introduit les notions d'intensité irrotationnelle et rotationnelle, dérivant respectivement d'un potentiel scalaire et d'un potentiel vectoriel.

Les propriétés de ces deux composantes de l'intensité active, et leurs relations avec les variables énergétiques classiques ont été explorées dans le cas harmonique général, puis à travers quelques exemples canoniques.

Il ressort de cette étude que le bilan de puissance global dépend uniquement de l'intensité irrotationnelle. Cette composante de l'intensité active est lisse : elle varie peu dans l'espace, mais vérifie néanmoins la divergence géométrique imposée par le bilan énergétique local, ainsi que les éventuelles conditions aux limites sur l'intensité active totale. Ses fluctuations fréquentielles sont imposées par le spectre de puissance des sources, et par les variations fréquentielles des éventuelles conditions aux limites. La partie irrotationnelle de l'intensité active peut être calculée en résolvant l'équation de Poisson.

La composante rotationnelle de l'intensité active se caractérise en général par de très fortes variations spatiales et fréquentielles. Elle peut présenter des lobes alternativement positifs et négatifs, ou des "tourbillons d'énergie", mais elle ne participe pas au bilan global de puissance. L'intensité rotationnelle résulte d'interférences entre les sources et leurs éventuelles images. Elle vient alternativement s'ajouter ou s'opposer à l'intensité irrotationnelle, engendrant ainsi la directivité du champ d'intensité totale.

Dans la plupart des cas, la considération de moyennes spatiale ou fréquentielle permettent de négliger la composante rotationnelle de l'intensité active devant la composante laminaire. Le champ d'intensité irrotationnelle donne une image lissée du champ d'intensité active, respectant les bilans d'énergie et la décroissance spatiale du champ libre, mais ignore les phénomènes d'interférences tels que les modes acoustiques et la directivité des sources. L'approximation de l'intensité active par sa composante irrotationnelle est particulièrement pertinente lorsque le champ acoustique résulte de sources multiples, décorréelées, large-bandes. Le calcul de l'intensité irrotationnelle est rapide et robuste, car il ne requiert pas la résolution de l'équation d'Helmoltz, très délicate en

hautes fréquences, mais de celle de Poisson. Le résultat, c'est-à-dire le champ d'intensité irrotationnelle, est de plus très lisse et très simple à analyser. Il n'est pas toujours possible d'en déduire le champ de pression qui est également lié à l'intensité rotationnelle ainsi qu'à l'intensité réactive.

Nous verrons dans le chapitre suivant une méthode de prédiction acoustique basée sur le calcul de l'intensité irrotationnelle, les premières simulation ainsi qu'une confrontation à des mesures intensimétriques.

---

# Chapitre III Méthode du potentiel d'intensité pour les milieux acoustiques sans absorbant

## Equation de Poisson pour l'acoustique

---

### Bilan énergétique

On considère un champ acoustique stationnaire, dont la dissipation volumique est négligeable par rapport à l'absorption acoustique sur les parois. Ces hypothèses peu contraignantes suffisent à simplifier le bilan énergétique local en tout point d'un fluide :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{I}(\mathbf{M}) = w(\mathbf{M}) \quad (\text{II-13})$$

Où  $w(\mathbf{M})$  est la densité volumique des sources de puissance acoustique.

---

### Théorème de Helmholtz

L'intensité acoustique, comme tout champ vectoriel continu, peut se décomposer en une composante irrotationnelle et une composante rotationnelle :

$$\vec{I} = -\vec{\nabla}\varphi + \vec{\nabla} \wedge \vec{C} \quad (\text{II-14})$$

Les propriétés des intensités irrotationnelle et rotationnelle ont été décrites dans le chapitre II.

La combinaison des équations (II-13) et (II-14) donne directement l'équation de Poisson pour le potentiel d'intensité acoustique :

$$-\Delta\varphi(\mathbf{M}) = w(\mathbf{M}) \quad (\text{II-24})$$

Contrairement à l'équation de diffusion acoustique usuelle  $\Delta E(\mathbf{M}) - \beta^2 E(\mathbf{M}) = w(\mathbf{M})$ , l'équation (II-24) est exacte, dès lors que la dissipation volumique est négligeable, et que le champ acoustique est stationnaire. De plus (II-24) est exactement identique à l'équation régissant la température dans les problèmes de transfert thermique station-

naire. Cette parfaite analogie entre le potentiel d'intensité acoustique  $\varphi(M)$  et la température  $T(M)$  permet d'utiliser des logiciels de calcul thermique basés sur les éléments finis ou les différences finies.

Contrairement aux travaux précédents, l'équation de diffusion (II-24) n'est pas basée sur l'hypothèse d'une relation entre l'énergie et l'intensité acoustique, qu'elle soit du type "Loi de Fourier" ([DJI93], [ERI95], [LAN91], [PIC98]) ou basée sur des modes de propagation particuliers ([LEB98a]). En effet (II-24) découle simplement de la décomposition du champ d'intensité active selon le théorème de Helmholtz. Cette équation permet de calculer le potentiel d'intensité  $\varphi(M)$  ainsi que l'intensité irrotationnelle  $\vec{I}_\varphi$  qui détermine le bilan global de puissance. Cette méthode ne prédit pas la partie rotationnelle de l'intensité, laquelle est liée aux phénomènes d'interférence et de directivité (voir Chapitre II). Elle ne prédit pas non plus le champ de pression dans tout le domaine, car la pression est également liée à l'intensité rotationnelle et surtout à l'intensité réactive (II-40). Dans un champ réverbéré, le flux d'énergie acoustique est négligeable devant la densité d'énergie; dans ce cas l'intensité laminaire est très faible et ne permet pas d'expliquer un champ de pression élevé. Cependant, dans des conditions de champ libre et loin des sources, la densité d'énergie est directement reliée au flux d'énergie; via la relation bien connue entre l'intensité active et la pression en champ libre :

$$P^2(M) = \rho_0 c |\vec{I}| \quad (\text{III-1})$$

Enfin, l'intensité active  $\vec{I}$  peut être approchée par sa composante irrotationnelle  $\vec{I}_\varphi$  lorsque le champ acoustique n'est pas trop directif.

Cependant le résultat le plus significatif fournit par la méthode du potentiel d'intensité est la puissance acoustique traversant les surfaces d'ouverture ou les matériaux absorbant. En effet le champ d'intensité rotationnelle  $\vec{I}_c$  est relativement chahuté et son intégration sur des surfaces suffisamment grandes est faible par rapport au flux d'intensité irrotationnelle. Lorsque la surface d'intégration est fermée, le flux d'intensité rotationnelle est parfaitement nul (II-22), ce qui conduit à un bilan de puissance global exclusivement irrotationnel (II-26).

## Conditions aux limites

La résolution de l'équation de Poisson (II-24) nécessite non seulement la répartition des sources de puissance volumique  $w(M)$ , mais également les conditions aux limites sur les frontières du domaine de calcul. Celles-ci peuvent s'exprimer en fonction du potentiel d'intensité  $\varphi(Q)$  ou de la composante normale de l'intensité irrotationnelle:

$$\vec{I}_{\varphi}(Q) \cdot \vec{n}_Q = -\frac{\partial \varphi}{\partial n} \quad (\text{III-2})$$

.Si la répartition de  $\varphi$  ou de  $I_{\varphi n}$  est connue sur la surface frontière, on peut écrire les conditions de Dirichlet ou de Neuman :

$$\varphi(Q) = \varphi_0(Q) \quad (\text{III-3})$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n}(Q) = -I_{\varphi_0}(Q) \quad (\text{III-4})$$

L'écriture de relations entre  $\varphi$  et  $I_{\varphi n}$  est également possible. En thermique, une relation linéaire (III-5) entre la température  $T$  et le flux de chaleur  $Q_n = -\partial T / \partial n$  est souvent utilisée pour décrire l'échange de chaleur par convection libre entre un solide à la température  $T$  et un fluide à la température  $T_0$ . La constante  $H$  est appelée coefficient de convection de l'interface.

$$\frac{\partial T}{\partial n}(Q) = H(T(Q) - T_0) \quad (\text{III-5})$$

L'équation (II-19) suggère de plus que les conditions aux limites peuvent s'exprimer en fonction de la composante normale de l'intensité active  $\vec{I}(Q) \cdot \vec{n}_Q$ . Nous avons donc le choix d'exprimer les conditions aux limites en fonction de l'intensité active ou de sa seule composante irrotationnelle. La composante rotationnelle  $\vec{I}_c$  n'a aucune incidence sur le potentiel  $\varphi$  ni sur la composante irrotationnelle  $\vec{I}_{\varphi}$ .

---

## Puissance des sources

Dans le cadre de la méthode du Potentiel d'intensité, le rayonnement acoustique d'un objet vibrant est idéalement modélisé par la répartition sur la surface de la composante normale  $I_n(Q)$  de l'intensité. La condition aux limites est alors du type Neunam (III-4).

Dans le cas où  $I_n(Q)$  est constante sur une surface  $S_0$ , la condition aux limites sur cette surface s'exprime en fonction de la puissance totale rayonnée  $w_{S_0}$  :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n}(Q) = -I_n = -\frac{w_{S_0}}{S_0} \quad \forall Q \in S_0 \quad (\text{III-6})$$

La puissance de sources acoustiques ponctuelles peut également être prise en compte dans le second membre de l'équation de Poisson (II-24), et modélisée par une "source ponctuelle de chaleur" dans les logiciels de calcul thermique.

---

## Surfaces réfléchissante

Une frontière réfléchissante, comme par exemple une paroi rigide, est modélisée par une intensité normale nulle :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n}(Q) = 0 \quad \forall Q \in S_0 \quad (\text{III-7})$$

---

## Rayonnement en champ libre

Le domaine de calcul est limité par une surface sphérique de rayon  $R$ , centrée sur les sources (une demi-sphère en présence d'un sol plan). La condition de rayonnement en champ libre sur cette surface sphérique découle de deux hypothèses : i) à une distance  $R$  grande devant les dimensions du problème, le champ acoustique est assimilable localement à la superposition d'ondes sphériques originaires du centre de la sphère, sans

qu'il n'y ait d'onde retour; ii) le potentiel d'intensité  $\varphi$  tend vers 0 à l'infini (il n'y a pas de source acoustique à l'infini).

L'hypothèse i) permet d'exprimer l'intensité  $\vec{I}$ , qui est purement laminaire :

$$\vec{I}_\varphi(R) = \frac{w_0}{4\pi R^2} \vec{u}_r \quad (\text{II-66})$$

Où  $w_0$  est la puissance du monopole équivalent aux sources vues d'un point de la sphère.

Le potentiel  $\varphi$  s'obtient par intégration de (II-66). L'hypothèse ii) impose que la constante d'intégration  $\varphi_0$  soit nulle.

$$\varphi(R) = \frac{w_0}{4\pi R} \quad (\text{II-68})$$

Finalement, on obtient une relation entre  $\varphi$  et  $\vec{I}_\varphi$  :

$$I_r(R) = \frac{1}{R} \varphi(R) \quad (\text{III-8})$$

En fait, la condition appliquée sur la surface sphérique est locale : elle n'impose pas que  $I_r(R, \theta, \phi)$  et  $\varphi(R, \theta, \phi)$  soient constantes sur toute la surface sphérique. On applique la relation (III-10), équivalente à (III-9), laquelle autorise une certaine directivité sur la surface sphérique.

$$I_r(R, \theta, \phi) = \frac{1}{R} \varphi(R, \theta, \phi) \quad (\text{III-9})$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r}(R, \theta, \phi) = -\frac{1}{R} \varphi(R, \theta, \phi) \quad (\text{III-10})$$

L'analogie thermique de cette relation est un échange par convection avec un coefficient d'échange constant, égal à  $1/R$ . Cette relation sera testée par la suite, pour juger notamment de la distance  $R$  minimale, en fonction des dimensions du problème.

## Simulations numériques

---

### Critère de maillage – Temps de calcul

La solution  $\varphi(M)$  de (II-24) varie lentement dans l'espace (sauf à proximité des sources). Le maillage de discrétisation peut donc être relativement grossier, et surtout il est

indépendant de la fréquence. A contrario la résolution de l'équation d'Helmholtz nécessite un maillage très fin, surtout en hautes fréquences : un critère habituel préconise une taille d'élément inférieure au  $1/6^{\text{ème}}$  de la longueur d'onde. Souvent plusieurs maillages doivent être générés pour couvrir une large gamme fréquentielle : un maillage grossier pour les basses fréquences dont le calcul pourra être rapide, et des maillages de plus en plus fins pour les hautes fréquences dont le calcul sera de plus en plus lent. En comparaison, un seul maillage est nécessaire pour la résolution par la méthode du Potentiel d'Intensité. Il peut être relativement grossier, sauf au voisinage des sources, où le potentiel d'intensité peut varier fortement. La finesse de ce maillage doit évidemment s'adapter à la géométrie du problème à résoudre, mais elle est indépendante de la gamme fréquentielle.

Le temps de calcul est également bien moindre pour la résolution par la méthode du Potentiel d'intensité, par rapport aux méthodes FEM ou BEM, et ce pour différentes raisons : i) l'équation à résoudre est plus simple, sans le coefficient  $k^2$  dépendant de la fréquence; ii) Les maillages sont moins gros, particulièrement en hautes fréquences; iii) La résolution de l'équation d'Helmholtz doit être faite avec un pas de fréquence très fin pour bien restituer les pics de résonance. La méthode du Potentiel d'Intensité ne fait intervenir la fréquence que par l'intermédiaire du spectre des sources et des caractéristiques d'absorption des matériaux (chapitre IV). Même alors, des pas de fréquences beaucoup plus grand sont généralement acceptables. Par exemple un calcul par tiers d'octave peut suffire, si le spectre d'émission des sources est large-bande ou que les coefficients d'absorption des matériaux en présence varient peu à l'intérieur d'un tiers d'octave.

---

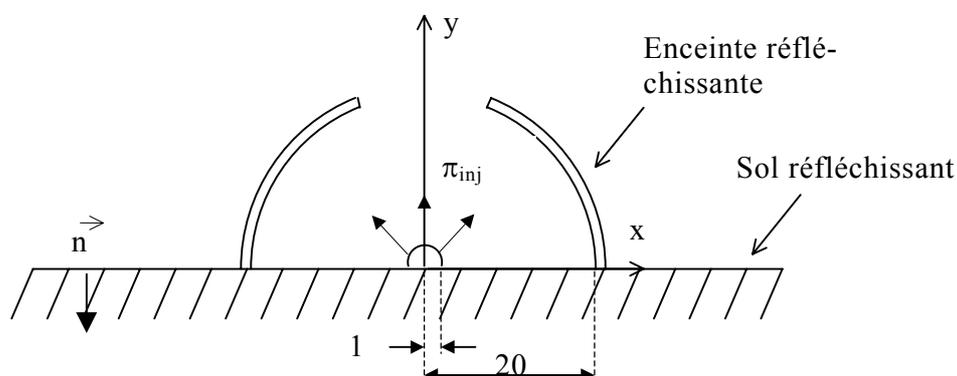
## Problème axisymétrique

Un problème axisymétrique simple a été défini dans le but de tester la faisabilité de la méthode, d'observer ses tendances et de valider les conditions aux limites définies précédemment. Les conclusions sont qualitatives : aucune validation des résultats numériques n'a été effectuée par une autre méthode.

---

## Problème physique

Considérons une demi-sphère pulsante bafflée par un sol réfléchissant (figure III-1). Cette source acoustique rayonne une puissance  $\pi_{inj}$  à l'intérieur d'une enceinte hémisphérique réfléchissante. Un trou circulaire à son sommet permet au son de se propager vers l'extérieur. Le milieu de propagation, l'air, est supposé non dissipatif. Ainsi toute la puissance de la source est rayonnée vers l'infini.



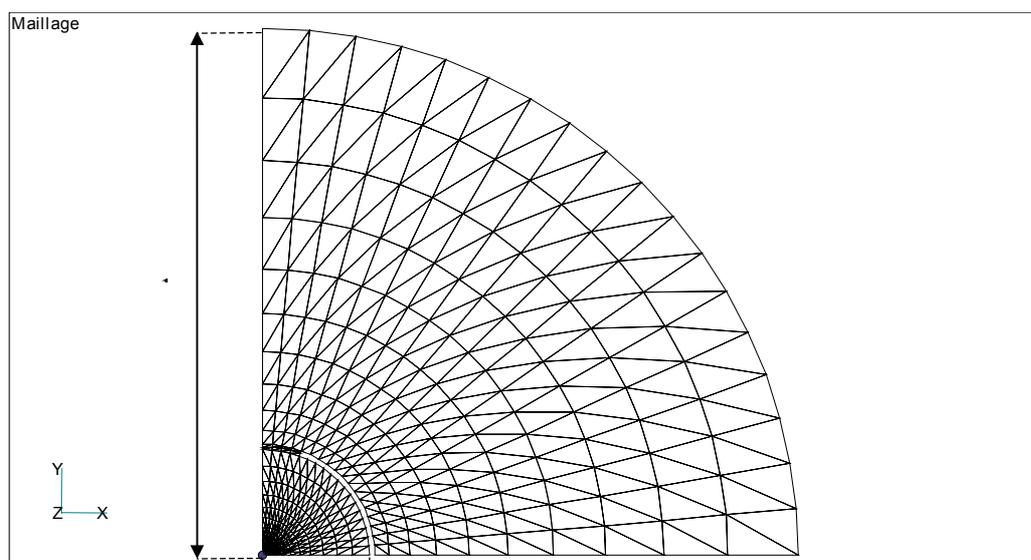
*Figure III-1 - Problème physique*

## Modèle

---

### *Maillage*

La figure III-2 Montre le maillage éléments-finis utilisé. Ce modèle utilise la symétrie autour de l'axe y: les éléments finis 2D utilisés sont axisymétriques. La limite extérieure du maillage est un quart de cercle modélisant une demi-sphère de rayon  $R=1\text{m}$ .



*Figure III-2 - Maillage 2D du problème sous NASTRAN*

### *Conditions aux limites :*

Une intensité  $I_0 = 1000\text{W} / \text{m}^2$ , soit  $L_I = 150\text{dB}$  (ref.  $10^{-12}\text{ W}/\text{m}^2$ ) est appliquée sur une demi-sphère de rayon  $r_0 = 1\text{cm}$ .

La puissance injectée dans le système est donc :

$$w_0 = 2\pi r_0^2 I_0 = 0,628\text{W}, \text{ soit } 121,4 \text{ dB (ref. } 10^{-12} \text{ W)}$$

Cette puissance source est imposée via une condition aux limites de type (III-6)

L'équation (III-7) est appliquée sur le sol réfléchissant, ainsi que sur le pourtour de l'obstacle.

Enfin, l'équation (III-10) est appliquée sur le quart de cercle extérieur situé à 1 mètre. Le coefficient de convection dans l'analogie thermique vaut  $1/R=1$ .

## Résultats

### Champ libre

Dans un premier temps, le rayonnement de la demi-sphère en champ libre a été calculé sans l'obstacle. La figure III-3 représente les surfaces  $|\vec{I}_\varphi| = c^{te}$  issues du calcul par la méthode du Potentiel d'Intensité. Ce calcul sans obstacle permet de retrouver l'allure du rayonnement en champ libre d'un monopôle, et de vérifier la décroissance de l'intensité (-6 B par doublement de distance).

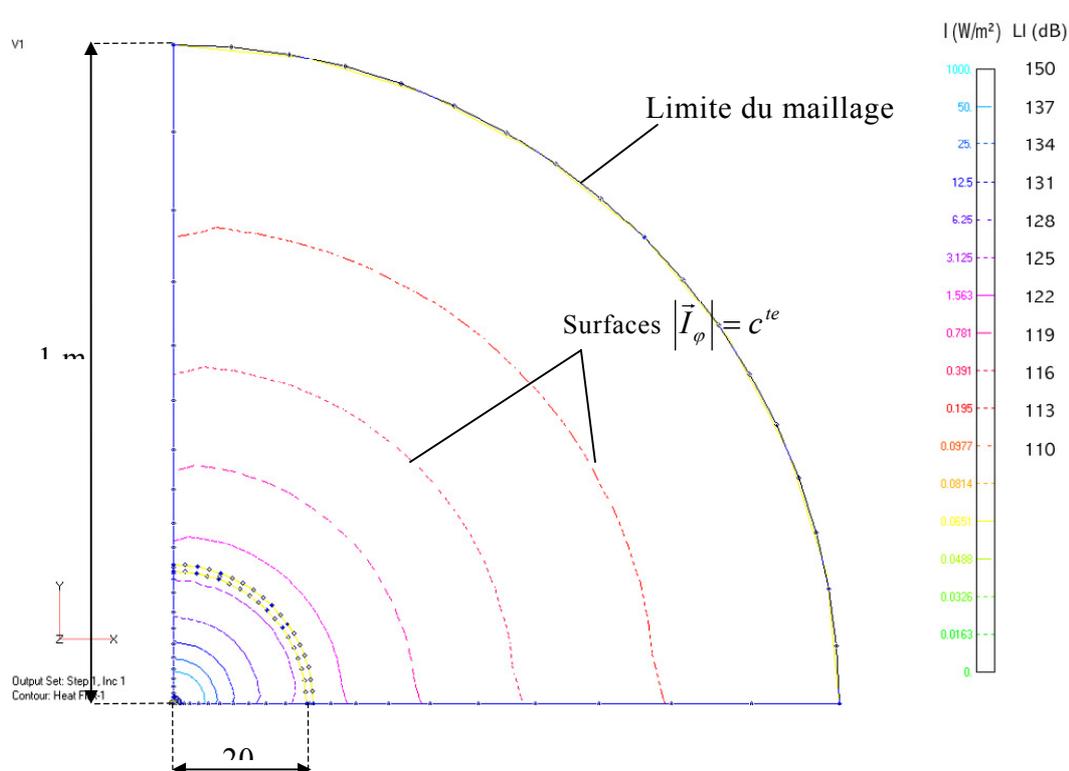
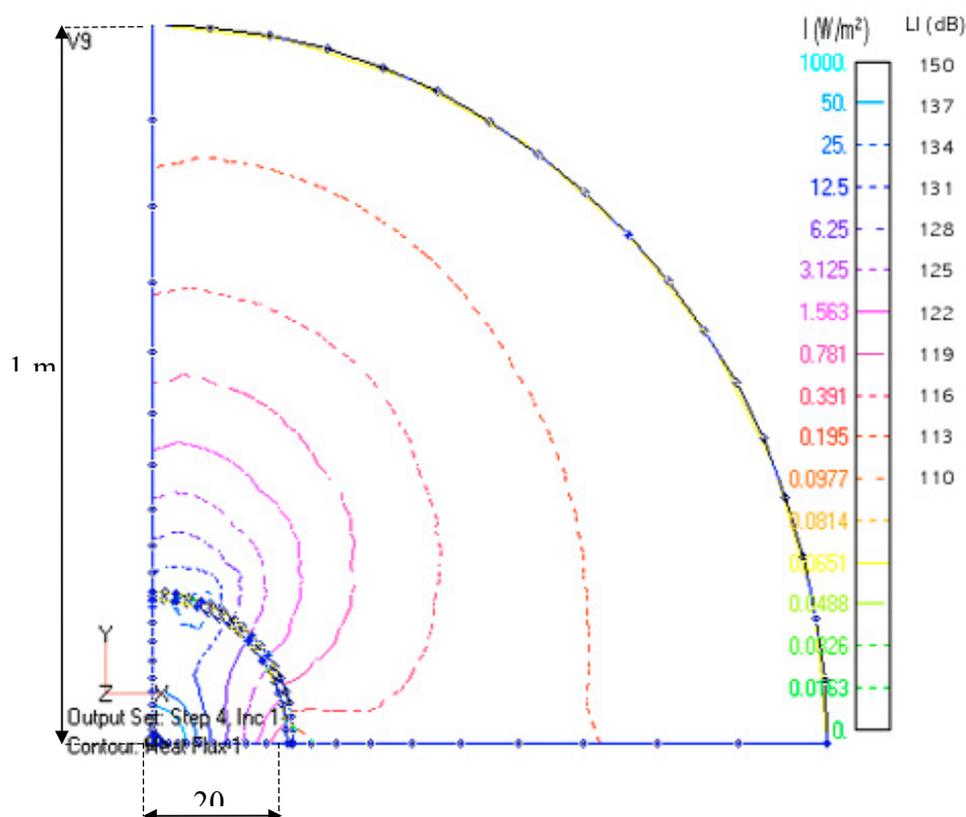


Figure III-3 - Lignes d'iso-intensité calculées par la méthode du Potentiel d'Intensité - sans obstacle.

### Obstacle réfléchissant

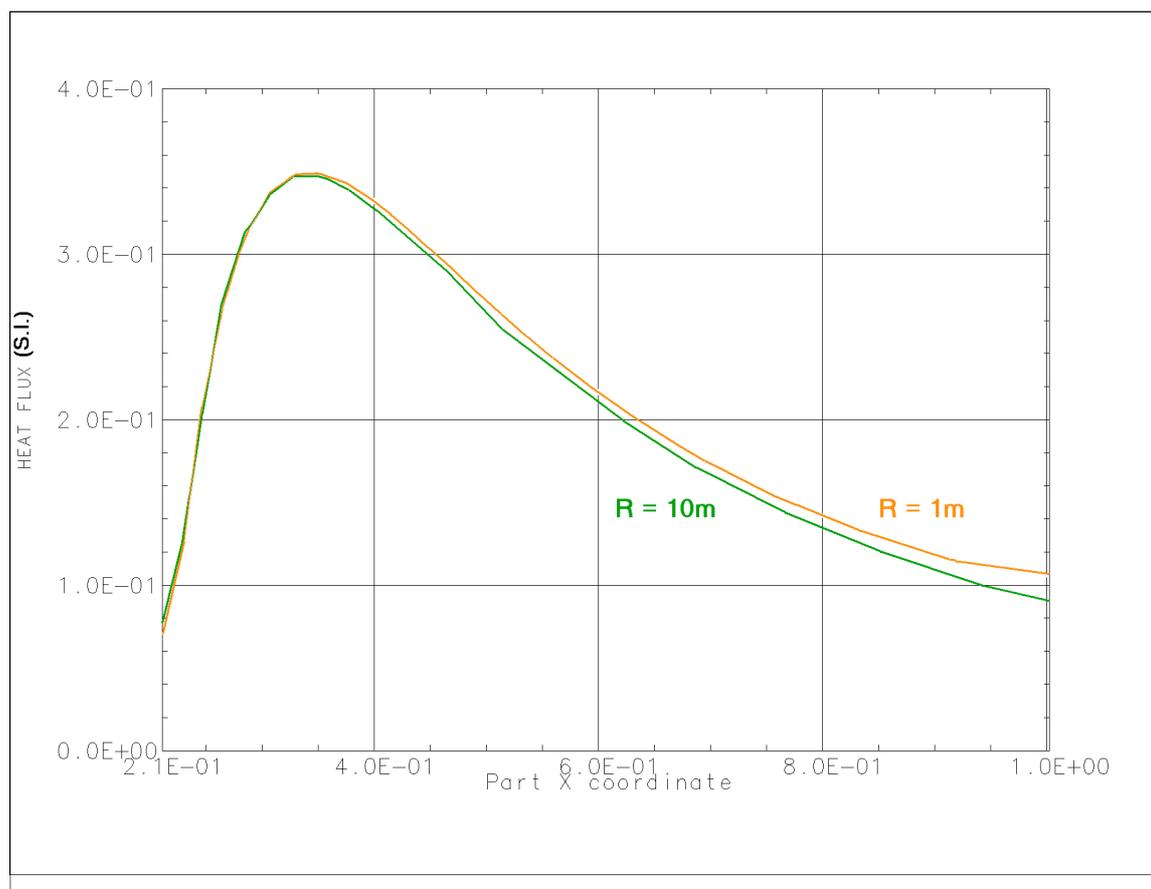
Dans un deuxième temps, le calcul avec obstacle réfléchissant (figure III-1) a été effectué, en utilisant le maillage de la figure III-2. Les surfaces d'iso intensité sont représentées sur la figure III-4. Toute la puissance source étant rayonnée vers l'extérieur, on retrouve les niveaux d'intensité du calcul en champ libre, avec toutefois une certaine directivité liée à la position de l'ouverture.



*Figure III-4 - Lignes d'iso-intensité calculées par l'équation de diffusion - Obstacle réfléchissant.*

### *Validation de la condition de rayonnement en champ libre*

Finalement, un troisième maillage a été construit en élargissant la sphère extérieure à  $R=10\text{m}$ , dans le but de tester la condition de rayonnement en champ libre. Sur la figure III-5 est représenté le module de l'intensité irrotationnelle le long de l'axe  $x$  (dans l'ombre de l'obstacle) en fonction de l'abscisse  $x$ , pour  $R=1\text{m}$  et  $R=10\text{m}$ . On note une différence relativement faible (0.7dB à  $R=1\text{m}$ ) alors que  $R$  a été multiplié par 10. Il semble donc raisonnable de choisir une sphère extérieure d'un rayon supérieur ou égal à cinq fois la dimension des objets dont on veut calculer le rayonnement.



*Figure III-5 - Amplitude de l'intensité calculée le long de l'axe x.*

## Boîte réfléchissante

Dans cette partie, la méthode du Potentiel d'Intensité est testée sur deux cas 3D, et les résultats de la simulation sont comparés avec des résultats de mesures intensimétriques. Le dispositif expérimental consiste en une boîte en acier, posée sur un socle troué renfermant une chambre de compression.

## Dispositif expérimental

### *Source acoustique*

La chambre de compression débouche via un tuyau en plastique sur le dessus du socle, à l'intérieur de la boîte. Elle est assimilable à un piston circulaire bafflé de faibles dimensions (diamètre 14 mm). Les mesures ont été réalisées de 300Hz à 5000Hz, mais les mesures au-delà de 3000Hz n'ont pas été exploitées du fait d'un rapport signal sur bruit

trop faible, la chambre de compression émettant faiblement en hautes fréquences. Dans la gamme [300Hz-3000Hz], le piston bafflé est une source très peu directive compte-tenu de sa petite surface. Un embout en PVC, muni de deux micros appairés en phase, a été mis au point dans le but de mesurer directement la puissance acoustique délivrée par la source dans les différentes configurations (voir Chapitre V). Étant donné les difficultés expérimentales, cette mesure n'a pas été jugée fiable, et la puissance de la source a dû être déterminée de façon indirecte, via une mesure intensimétrique de la puissance acoustique sortant de la boîte. La transparence de la boîte étant faible, le socle étant recouvert d'une peinture réfléchissante et les pertes acoustiques négligées, la puissance de la source a été supposée égale à la puissance sortant par l'ouverture.

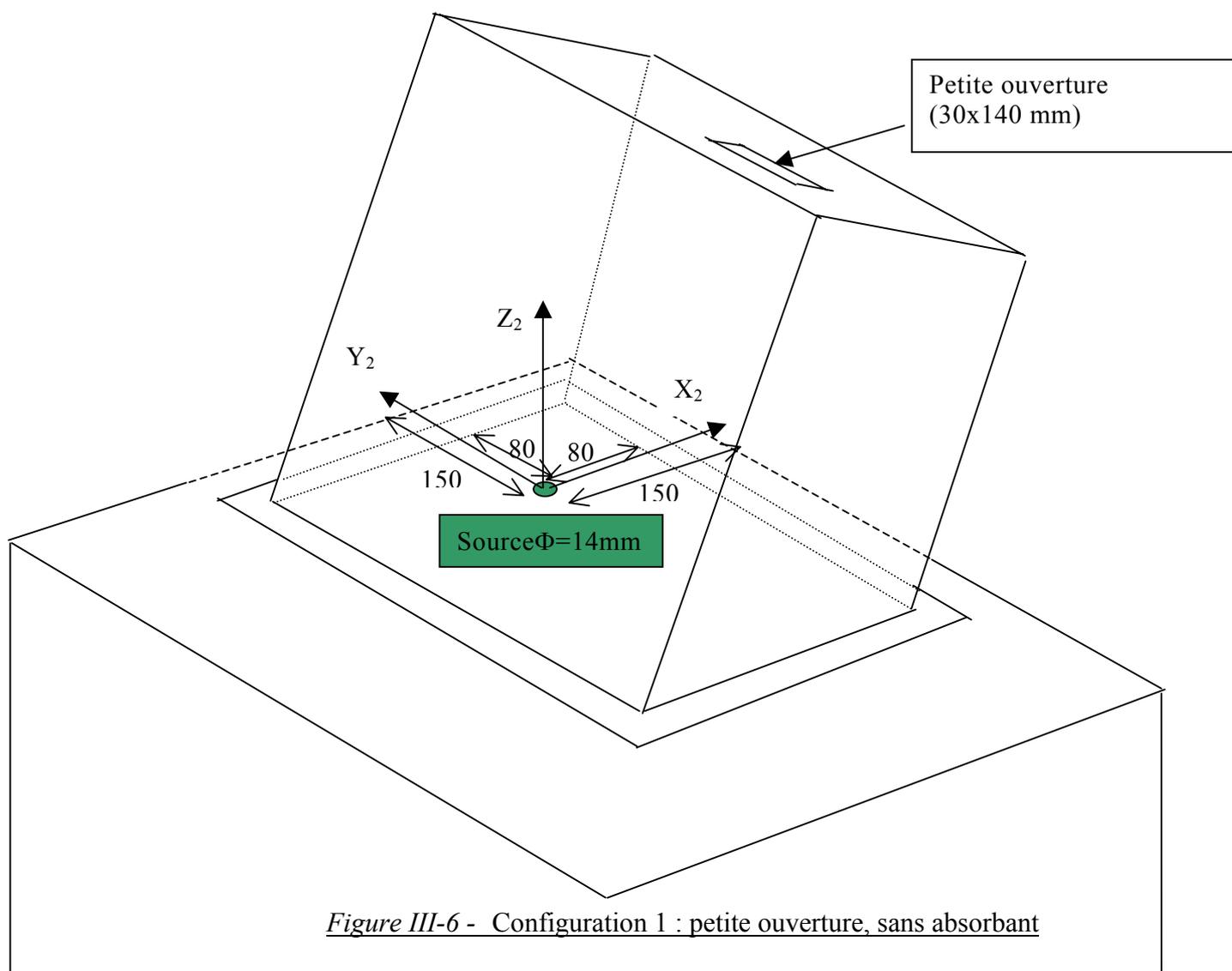
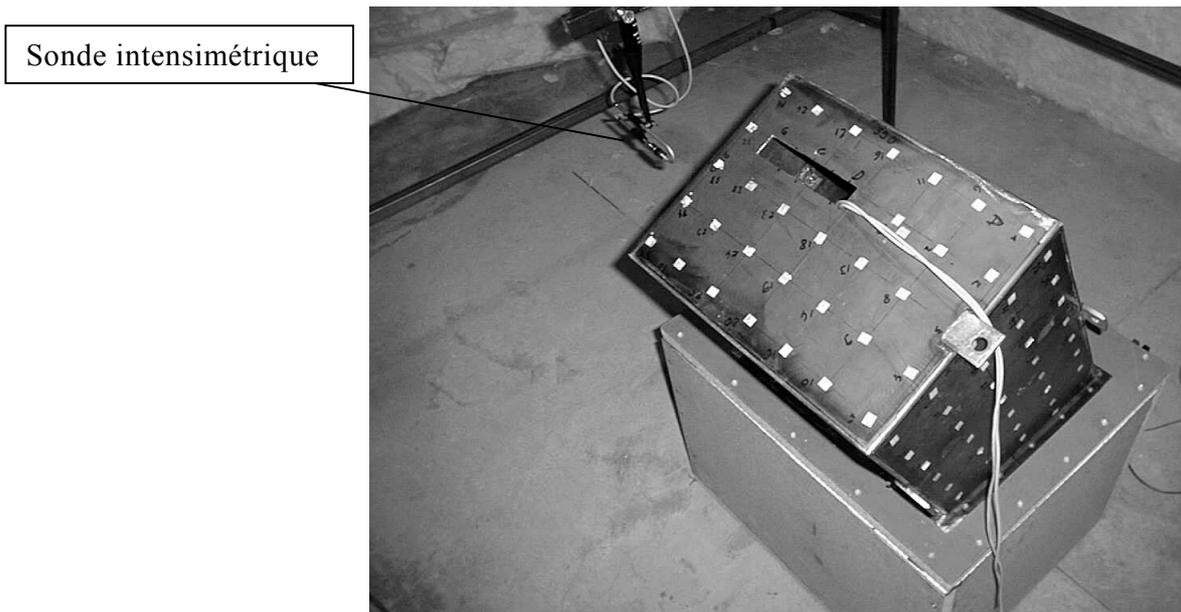
### *Obstacle*

Une boîte en acier de 3mm d'épaisseur, supposée réfléchir parfaitement les ondes acoustiques, est placée au-dessus du piston bafflé. Selon le positionnement de cette boîte, la puissance de la source s'échappe soit par une petite ouverture (configuration 1, figure III-6), soit par une grande ouverture (configuration 2, figure III-7). L'objectif est de valider le calcul IPA par la mesure, pour deux géométries présentant des taux d'ouverture très différents. La géométrie en biseau est sensée limiter le comportement modal de la cavité et favoriser la création d'un champ diffus, particulièrement dans la configuration 1.

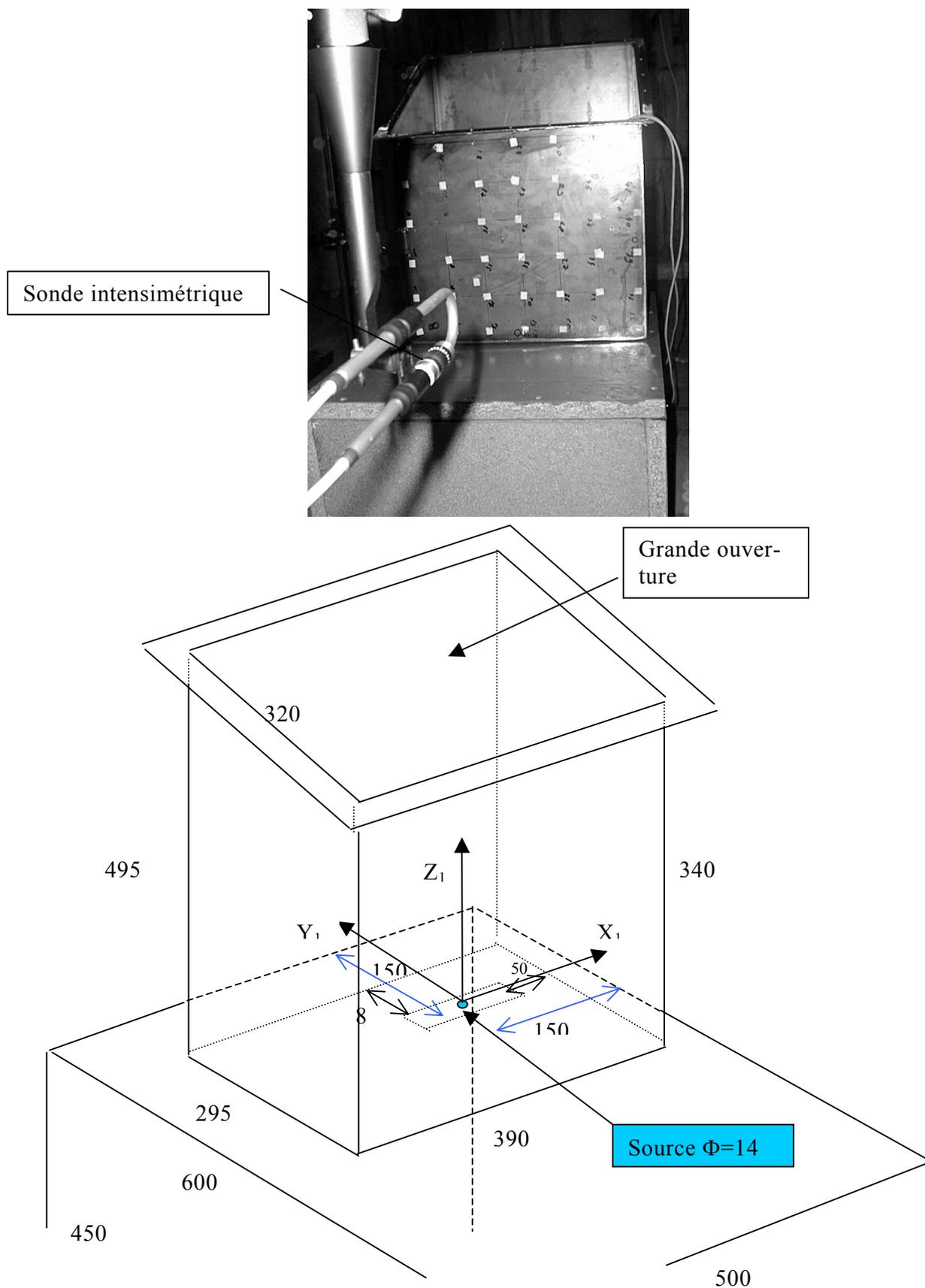
### *Mesures intensimétriques*

Des mesures intensimétriques sont réalisées en différents points à l'extérieur de la boîte en acier. La sonde intensimétrique utilisée, visibles sur les figures (III-6) et (III-7), est constituée de deux microphones B&K demi pouce, appairés en phase. L'amplitude de l'intensité active dans la direction considérée est obtenue selon l'approximation des différences finies. Un séparateur de 12mm permet de couvrir la gamme de fréquence [300Hz-3000Hz] avec une précision de 1dB. La composante de l'intensité mesurée est ensuite divisée par la puissance de la source, afin d'accéder au transfert énergétique  $I_u(M)/w_{source} = \vec{I}(M) \cdot \vec{u} / w_{source}$ , où  $\vec{u}$  est le vecteur unitaire dans la direction de mesure au point M considéré.

Des précisions sur le dispositif expérimental sont apportées dans le chapitre V.



*Figure III-6 - Configuration 1 : petite ouverture, sans absorbant*



*Figure III-7 - Configuration 2 : grande ouverture, sans absorbant*

## Calcul par éléments finis de l'intensité irrotationnelle

---

Le volume d'air contenu à l'intérieur de la boîte ainsi qu'à l'extérieur, jusqu'à une demi-sphère de rayon  $R$  égal à 5m, a été maillé par environ 8900 éléments finis linéaires de forme tétraédrique (figure III-8). Le maillage est raffiné aux alentours de la source et des détails géométriques. Le rayon  $R$  de la demi-sphère extérieure est légèrement supérieur à cinq fois la hauteur de la boîte sur son socle.

Le calcul, réalisé par le solveur Heat Transfer d'I-deas, ne prend que quelques minutes, malgré la taille du modèle. La figure III-9 montre le champ d'intensité irrotationnelle calculé sur un plan horizontal.

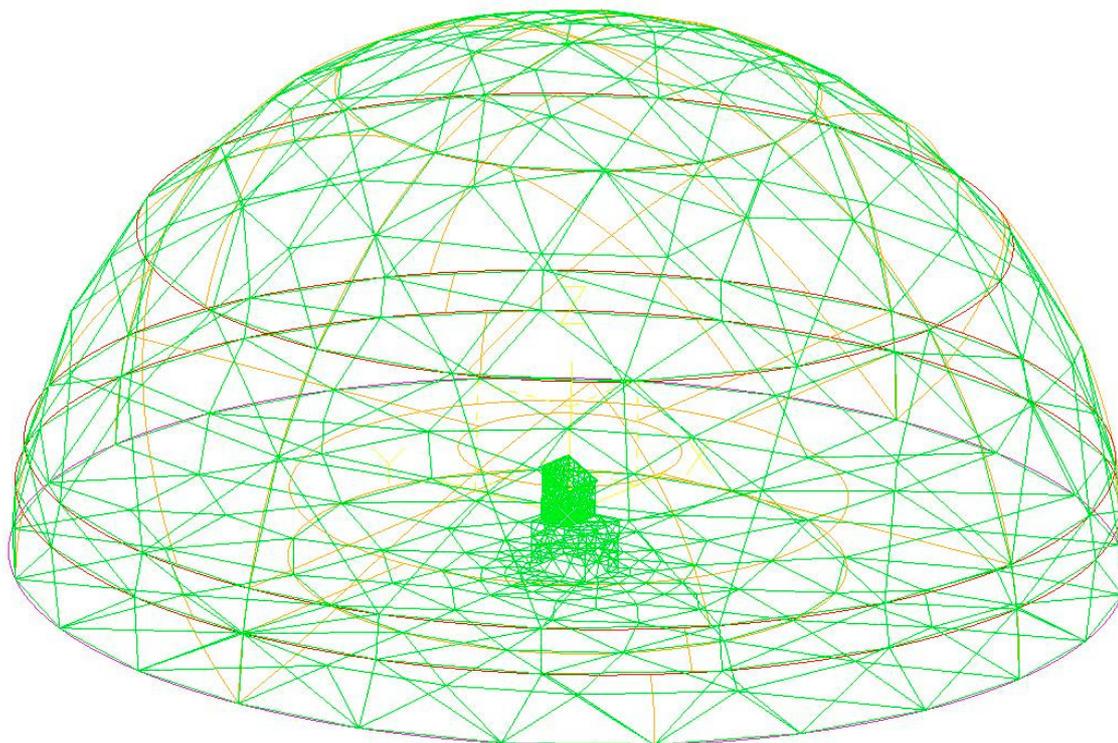


Figure III-8 - Maillage de la configuration 2 : grande ouverture

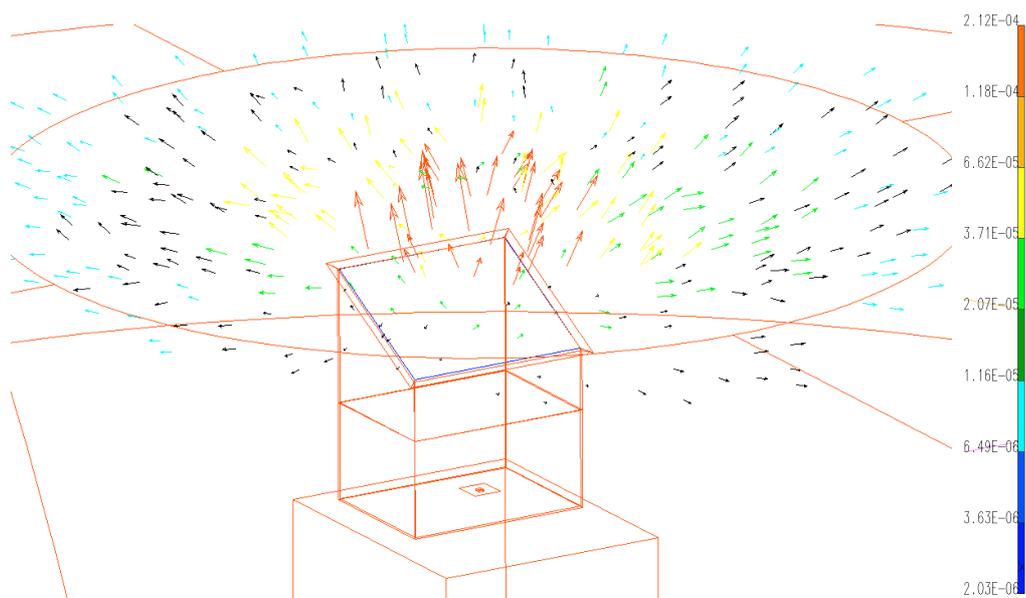


Figure III-9 - Champ vectoriel d'intensité irrotationnelle calculé un plan horizontal situé à 1,5m du sol.

## Comparaison Potentiel d'Intensité / Expérience.

Dans cette partie sont présentées les fonctions de transfert énergétique provenant respectivement du calcul par la méthode du Potentiel d'Intensité et de l'expérience. Ces fonctions de transfert sont définies par le rapport de l'intensité calculée ou mesurée en des points situés à l'extérieur de la boîte, et de la puissance de la source. La mesure d'une composante de l'intensité active a nécessité l'emploi d'une sonde intensimétrique. Le calcul IPA fournissant le champ vectoriel (3 composantes) de l'intensité irrotationnelle, seule la composante selon la direction mesurée a été utilisée pour la comparaison avec l'expérience.

### Configuration 1

Les points de comparaison sont indiqués sur la figure III-10 :

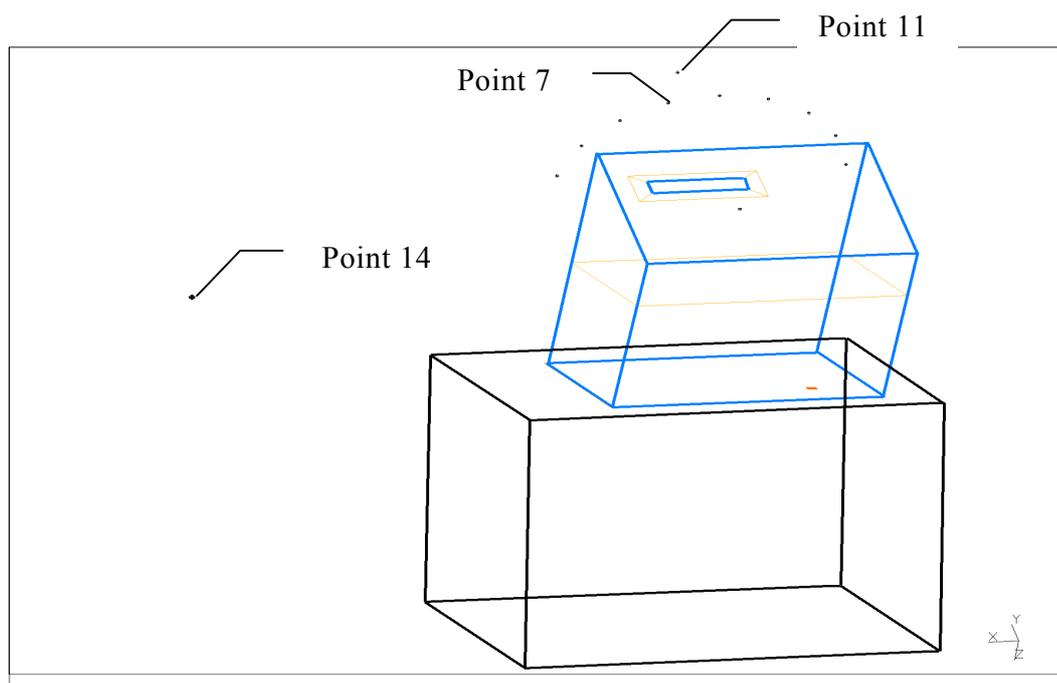
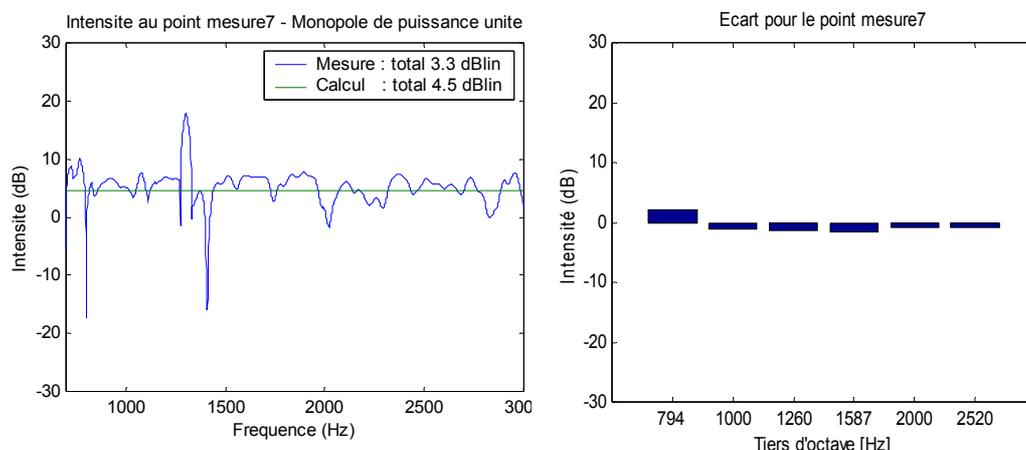


Figure III-10 - Position des points de comparaison. Configuration 1.

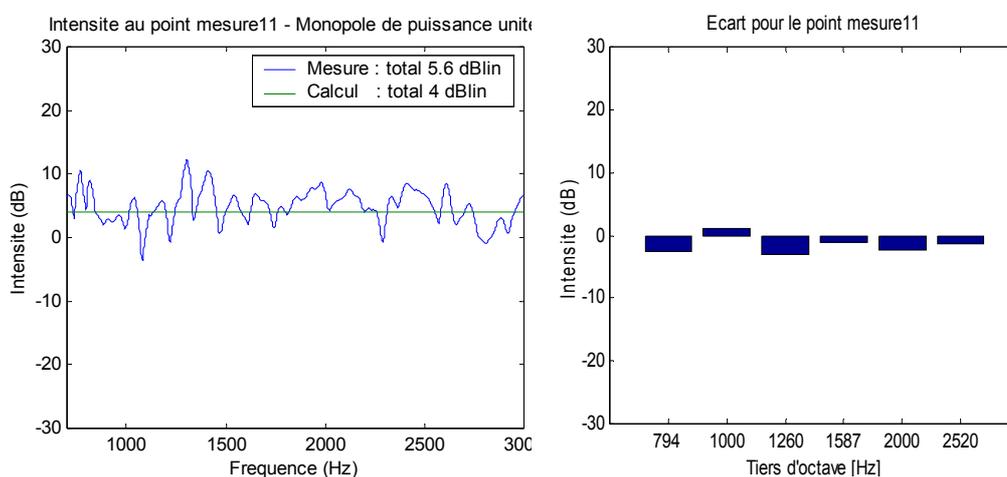
Les fonctions de transfert énergétiques obtenues par la méthode du Potentiel d'Intensité, en l'absence d'absorption, sont indépendantes de la fréquence (figure III-11). Le calcul par éléments finis de l'intensité irrotationnelle estime le niveau global de l'intensité active (moyenné sur toute la gamme de fréquence) à plus ou moins 2dB aux points 7 et 11, qui voient directement l'ouverture. L'écart entre mesures et calcul reste

inférieur à 3dB pour chaque tiers d'octave. Le calcul surestime de 2,8dB le niveau global de l'intensité au point 14, qui ne voit pas l'ouverture (champ diffracté), et l'écart atteint 6dB sur certains tiers d'octave.

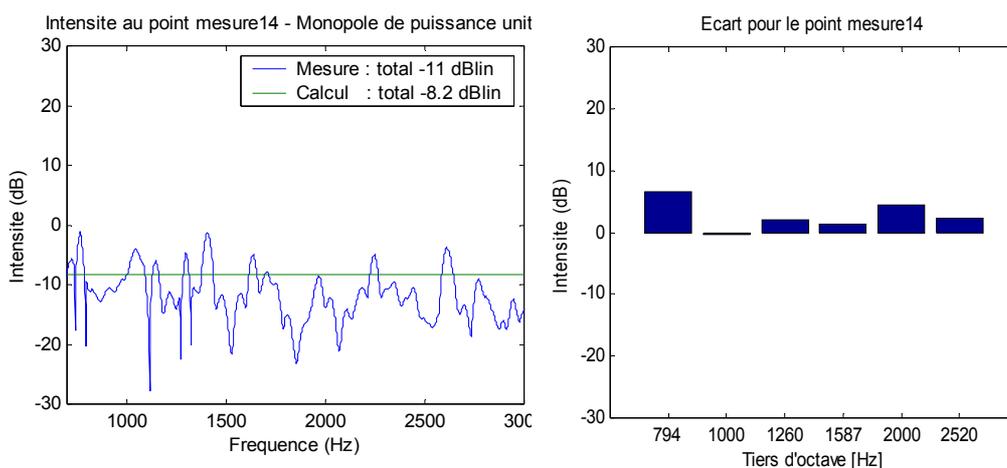
Point 7  
 Champ direct  
 Champ proche



Point 11  
 Champ direct  
 Champ proche



Point 14  
 Zone d'ombre  
 Champ proche



*Figure III-11 - Comparaison des fonctions de transfert en 3 points proches. - Configuration 1 - A gauche : rapport de l'intensité et de la puissance source en dB. A droite : écart entre les mesures et la simulation IPA moyenné par tiers d'octave*

La directivité du champ d'intensité est tracée pour le cas de la petite ouverture (configuration 1) sur les figures (III-12) et (III-13) : elle est moins marquée dans le cas du calcul IPA (jusqu'à 2dB d'écart ponctuellement).

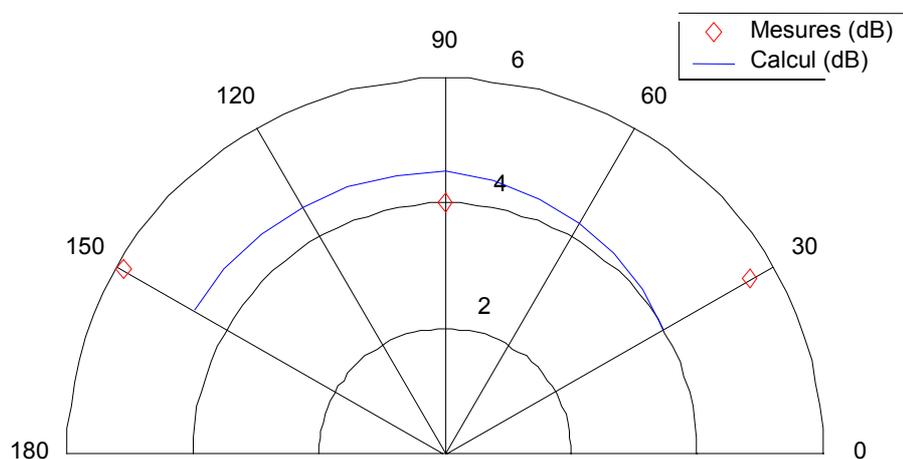


Figure III-12 - Directivité au dessus de la petite ouverture selon la largeur Configuration 1 - Rapport moyen [700Hz-3000Hz] de l'intensité et de la puissance source.

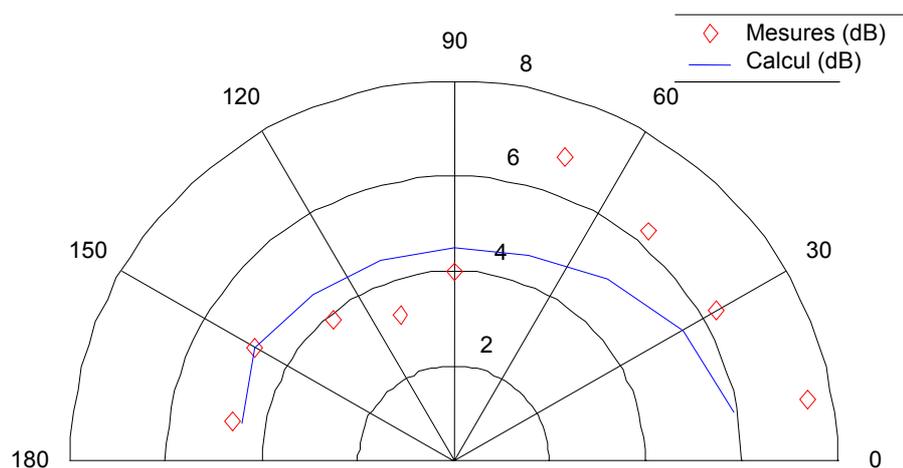


Figure III-13 - Directivité au dessus de la petite ouverture selon la longueur Configuration 1 - Rapport moyen [700Hz-3000Hz] de l'intensité et de la puissance source.

*Configuration 2*

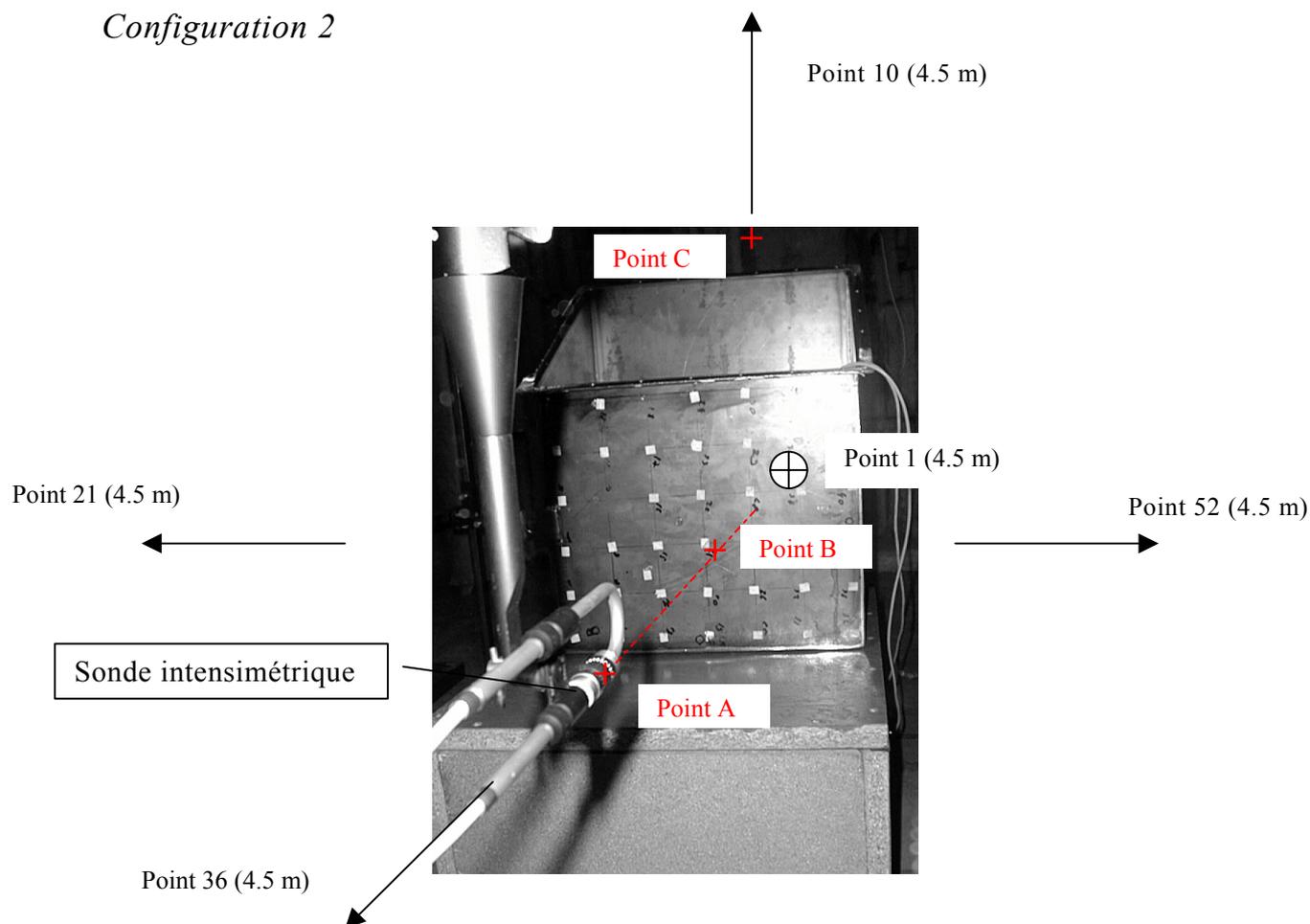
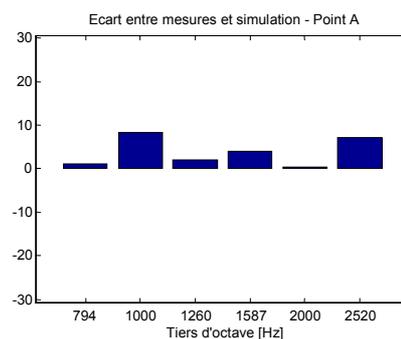
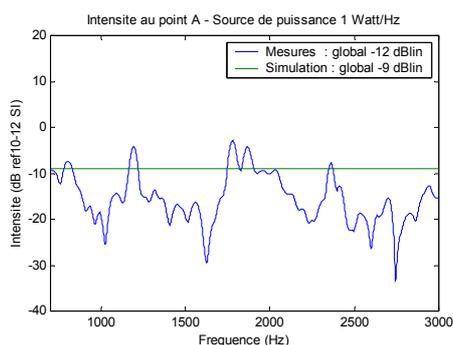


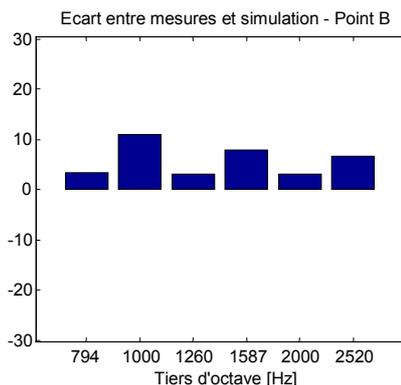
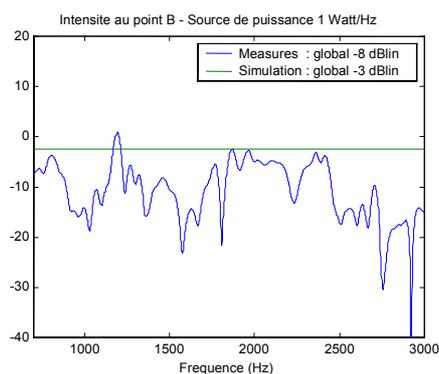
Figure III-14 - Position des points de comparaison. Configuration2.

La configuration 2 présente une large ouverture, ainsi que quatre parois verticales formant une sorte de guide d'onde. Cette configuration est à priori moins favorable à l'utilisation de la méthode IPA, la diffusion des ondes étant très limitée. Le calcul par la méthode du Potentiel d'Intensité sous estime le champ direct aux points C et 10 de respectivement 6dB et 5dB, en moyenne par rapport à la fréquence, et surestime les zones d'ombre aux points A et B de respectivement 3dB et 5dB. Le point 1, qui se situe dans une zone d'ombre très marquée, est surestimé d'environ 10dB par IPA. Les zones intermédiaires sont correctement estimées : les écarts sont de 3dB pour le point 21, et de 1dB pour les points 36 et 52.

Point A  
 Champ proche  
 Zone d'ombre



Point B  
 Champ proche  
 Zone d'ombre



Point C  
 Champ proche  
 Champ direct

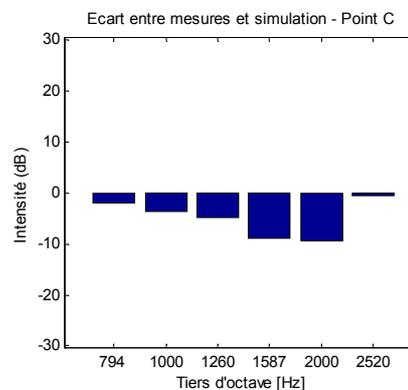
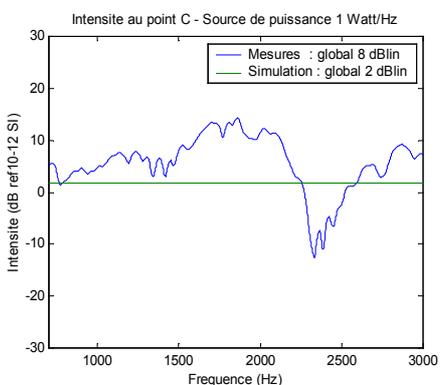
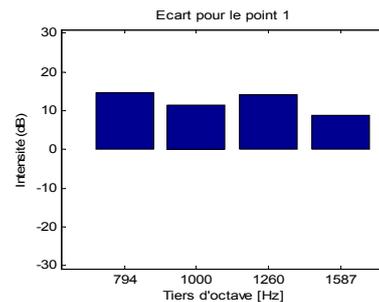
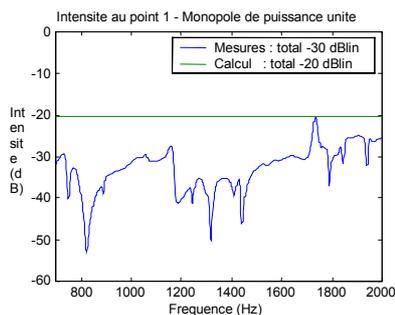
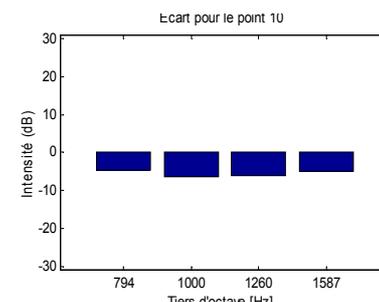
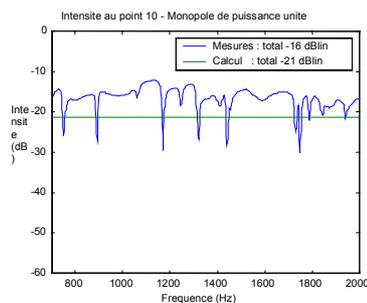


Figure III-15 - Comparaison des fonctions de transfert en 3 points proches.  
Configuration 2 - A gauche : rapport de l'intensité par la puissance source en dB.  
A droite : écart entre les mesures et la simulation IPA moyenné par tiers d'octave

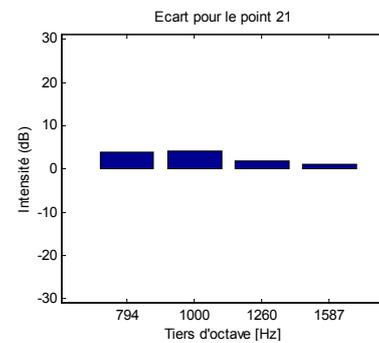
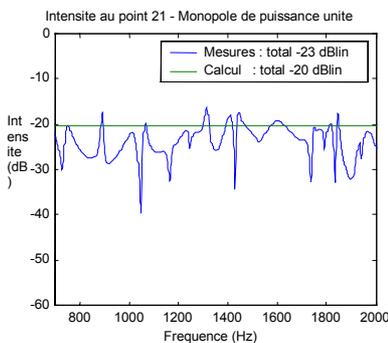
Point 1  
 Champ lointain  
 Zone d'ombre  
 très marquée



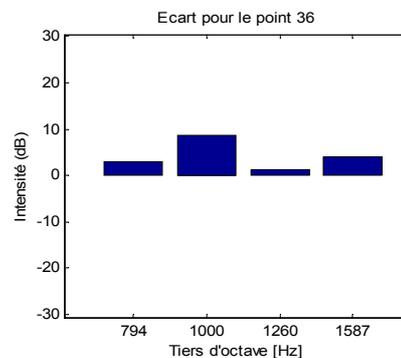
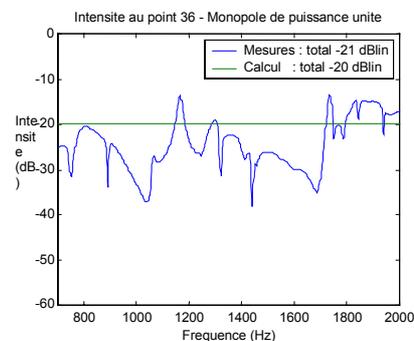
Point 10  
 Champ lointain  
 Champ direct



Point 21  
 Champ lointain  
 Zone d'ombre



Point 36  
 Champ lointain  
 Zone d'ombre



Point 52  
 Champ lointain  
 Zone d'ombre

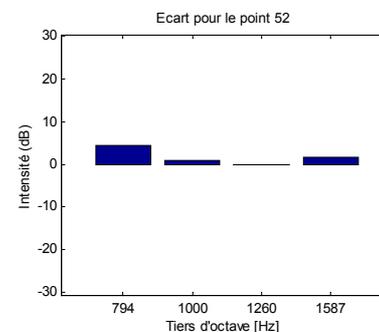
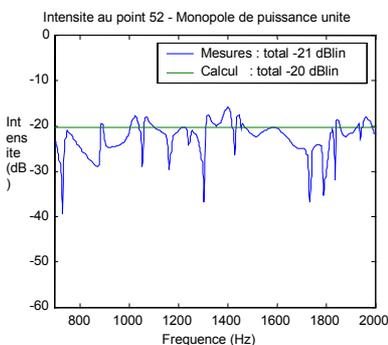


Figure III-16 - Comparaison des fonctions de transfert en 5 points lointain. Configuration 2

## Conclusion

La tendance qui se dégage des premières comparaisons entre le calcul de l'intensité irrotationnelle et la mesure de l'intensité active est une sous estimation par le calcul de la directivité du champ acoustique, pour des configurations extrêmes se rapprochant du guide d'onde (configuration 2). L'erreur diminue considérablement lorsque l'on étudie le rayonnement à travers une petite ouverture, dont la directivité est moindre.

La méthode du Potentiel d'Intensité semble adaptée à la description des champs acoustiques complexes, où les zones d'ombre et les zones éclairées ne sont pas très marquées. A l'instar de la méthode SEA, cette approche devrait donner de meilleurs résultats pour des géométries complexes et des sources multiples décorrélées que pour des géométries académiques à source unique. Le chapitre VI présente une validation sur le cas plus complexe d'une maquette de compartiment moteur de camion. Mais la prise en compte des écrans nécessite l'élaboration de conditions aux limites modélisant l'absorption. Ce sera l'objet du chapitre suivant.

# Chapitre IV - Méthode du potentiel d'intensité pour les milieux acoustiques avec absorbant

## Introduction

Le chapitre III établissait les fondements de la méthode IPA, ainsi qu'une application sur le cas d'une enceinte simple réfléchissante. Ce chapitre complète tout d'abord le modèle théorique par la prise en compte de l'absorption acoustique dans l'analogie thermique, afin d'élargir le champ d'application de la méthode. Une deuxième partie présente les résultats obtenus par IPA dans le cas d'une source dans une enceinte partiellement ouverte et tapissée d'absorbant, ainsi que la comparaison avec d'autres méthodes de calcul. Les mesures de transferts effectuées en présence d'absorbant n'ont pas pu être exploitées pour comparaison avec les différents calcul car l'intensité rayonnée n'émergeait pas suffisamment du bruit de fond.

## Modèle d'absorption

---

### Introduction

La résolution de l'équation de Poisson par un code éléments finis de thermique permet de calculer l'intensité acoustique irrotationnelle dans tout le domaine, dès lors que les conditions aux limites sont connues. Le premier modèle d'absorption que nous avons envisagé consistait en une relation de convection de la forme  $\vec{I}_n = H\varphi$ . L'analogie entre d'une part cette loi d'échange thermique par convection libre entre un solide et un gaz, et d'autre part les modèles classiques d'absorption acoustique, fait apparaître que le coefficient  $H$  dépend non seulement du coefficient d'absorption acoustique  $\alpha$ , mais également de la géométrie. En outre  $H$  a pour dimension l'inverse d'une distance. Il est intéressant de noter ici que pour les problèmes de convection thermique, le coefficient de convection  $H$  dépend également de la géométrie. Les formulations théoriques n'existent que pour des géométries très simples (plaques, cylindres), alors que dans les cas plus complexes son estimation passe généralement par un recalage expérimental ou par un calcul fluidique complet.

Dans ce chapitre nous présentons une formulation de ce coefficient de convection tenant compte de la géométrie via un calcul préliminaire. Une preuve théorique est apportée dans le cas d'un champ diffus sur un plan absorbant. Des comparaisons avec des calculs analytiques considérant un champ direct superposé à un champ diffus et avec des calculs IBEM sont présentées dans le cas d'une source acoustique rayonnant dans une enceinte ouverte.

---

## Principe du calcul

L'idée est d'utiliser un calcul préliminaire sans absorption, lequel contient des informations sur la géométrie du problème, telles que la position de l'absorbant par rapport aux sources, le taux d'ouverture, les dimensions.

## Calcul préliminaire

---

Dans le cas d'une source volumique de puissance  $w(M_0)$ , le calcul préliminaire consiste à résoudre l'équation de Poisson avec un second membre unitaire (IV-1). On utilise de plus la condition de rayonnement en champ libre (III-10) sur la sphère de rayon  $R$  limitant le modèle. Enfin, des conditions de réflexion (III-7) sont appliquées sur toutes les autres surfaces  $S$ , qu'elles soient absorbantes ou rigides dans le problème posé.

$$-\Delta\varphi(M) = 1.\delta(M, M_0) \quad \forall M \in V \quad (\text{IV-1})$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n}(Q) = 0 \quad \forall Q \in S \quad (\text{III-7})$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial r}(R, \theta, \phi) = -\frac{1}{R}\varphi(R, \theta, \phi) \quad (\text{III-10})$$

Dans le cas d'une source répartie sur une surface  $S_0$ , telle qu'un objet vibrant, l'équation de Laplace (IV-2) remplace l'équation de Poisson (IV-1), et la puissance unitaire est répartie sur la surface de la source (IV-3). Les conditions aux limites (III-7) et (III-10) sont inchangées.

$$\Delta\varphi(M) = 0 \quad \forall M \in V \quad (\text{IV-2})$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n}(Q) = -\frac{1}{S_0} \quad \forall Q \in S_0 \quad (\text{IV-3})$$

Dans le cas de plusieurs sources, on répartit la puissance unité au prorata de la puissance réelle de chacune des sources.

On obtient après résolution le potentiel  $\varphi$  dans tout le volume  $V$ , et notamment sur les surfaces des obstacles. On notera par la suite  $g_\varphi(Q, S_0)$  ce potentiel  $\varphi$  calculé en un point  $Q$  de la paroi, dû à la source unitaire  $S_0$ . Dans le cas de la source volumique en  $M_0$  (IV-1), c'est la fonction de Green thermique  $g_\varphi(Q, M_0)$  calculée dans le cas réfléchissant.

On remarquera qu'en champ libre, la fonction de Green thermique s'écrit :

$$G_\varphi(Q, M_0) = \frac{1}{4\pi r_{QM_0}} \quad (\text{IV-4})$$

$G_\varphi(Q, M_0)$ ,  $g_\varphi(Q, M_0)$  et  $g_\varphi(Q, S_i)$  ont donc pour dimension l'inverse d'une distance.

## Calcul final

---

Il s'agit maintenant de résoudre l'équation de Poisson (II-24) dans les conditions absorbantes réelles.

$$-\Delta\varphi(M) = w(M) \quad (\text{II-24})$$

La puissance  $w_{S_0}$  est introduite dans le milieu acoustique par la source localisée sur la surface  $S_0$  (III-6). L'équation (III-7) reste valide sur les surfaces rigides, alors qu'une nouvelle condition aux limites s'applique sur les surfaces absorbantes  $S_a$  (IV-5).

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n}(Q) = -\frac{w_{S_0}}{S_0} \quad \forall Q \in S_0 \quad (\text{III-6})$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n}(Q) = -\varepsilon g_\varphi(Q, S_0)\varphi(Q) \quad \forall Q \in S_a \quad (\text{IV-5})$$

$\varepsilon$  est un paramètre dépendant du coefficient d'absorption  $\alpha$  du matériau,  $g_\varphi(Q, S_0)$  est la solution du problème thermique précédemment calculée (cas réfléchissant-Puissance unitaire), et  $\varphi(Q)$  est le potentiel d'intensité sur la paroi dans le cas avec absorbant.

Une formulation pour  $\varepsilon$  sera proposée dans le paragraphe suivant. On peut déjà remarquer que le coefficient  $\varepsilon$  est sans dimension. D'un point de vue thermique, la relation (IV-5) peut être considérée comme une relation de convection naturelle, avec un coefficient  $H(Q) = \varepsilon g_\varphi(Q, S_i)$  variant dans l'espace. Le logiciel Ideas permet cette définition d'un coefficient de convection à partir d'un résultat précédent, via la création de "surface dataset".

## Evaluation du facteur $\varepsilon$ dans le cas d'un plan absorbant.

Dans cette partie nous établirons une expression analytique de  $\varepsilon$ , basée sur la comparaison des solutions thermiques et acoustiques d'un cas simple: une source ponctuelle dont le rayonnement est partiellement absorbé par un plan infini. L'expression de  $\varepsilon$  dans le cas d'un champ diffus est ensuite obtenue en moyennant selon l'angle d'incidence.

### Résolution du problème acoustique pour une source ponctuelle de puissance $w_0(M_0)$

Dans un premier temps, nous considérerons un monopôle  $M_0$  de puissance  $w_0$  rayonnant sur un plan caractérisé par son coefficient d'absorption  $\alpha(\theta)$ .

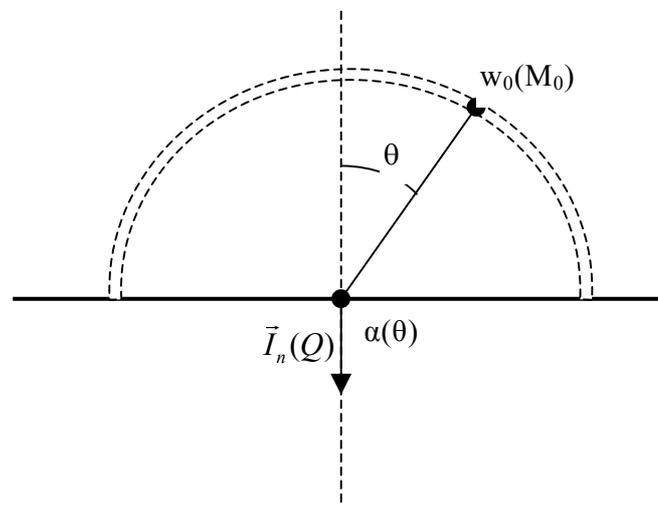


Figure IV-1 - Monopôle rayonnant sur un plan absorbant

L'intensité absorbée en Q est donné par l'équation (IV-6)

$$I_n(Q) = \frac{w_0}{4\pi r_Q^2} \alpha(\theta) \cos \theta \quad (\text{IV-6})$$

Si le plan absorbant est caractérisé par une impédance  $Z$  (IV-7), le coefficient d'absorption  $\alpha(\theta)$  (IV-9) peut être calculé via le coefficient de réflexion  $\Re(\theta)$  (IV-8), selon l'approximation d'ondes planes.

$$Z = \rho_0 c (R + jX) \quad (\text{IV-7})$$

$\rho_0$  est la densité volumique de l'air,  $c$  la vitesse du son, et  $(R+jX)$  est l'impédance réduite complexe.

$$\mathfrak{R}(\theta) = \frac{Z \cos \theta - \rho_0 c}{Z \cos \theta + \rho_0 c} \quad (\text{IV-8})$$

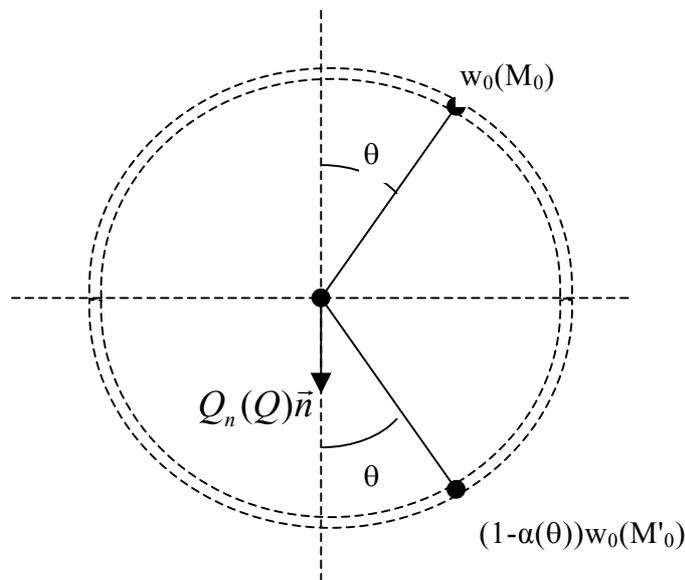
$$\alpha(\theta) = 1 - |\mathfrak{R}(\theta)|^2 \quad (\text{IV-9})$$

L'identification des flux d'énergie thermique et acoustique sur le plan permettra d'établir une relation entre  $\varepsilon$  et les paramètres acoustiques  $\alpha(\theta)$ ,  $Z$  ou  $\mathfrak{R}(\theta)$ .

### Problème de conduction thermique équivalent

Considérons deux sources ponctuelles de chaleur, l'une d'amplitude  $w_0$  située en  $M_0$ , et l'autre d'amplitude  $(1-\alpha(\theta))w_0$  située en  $M'_0$ . La conductivité thermique du milieu est choisie égale à l'unité, de sorte que la température  $\varphi$  vérifie l'équation de Poisson (IV-10).

$$-\Delta \varphi(M) = w_0 \delta(M, M_0) + w_0 (1 - \alpha(\theta)) \delta(M, M'_0) \quad (\text{IV-10})$$



*Figure IV-2 - Problème thermique équivalent*

Le champ de température  $\varphi(M)$  est la superposition des champs de température générés par chacune des source de chaleur (IV-11)

$$\varphi(M) = w_0 G_\varphi(M, M_0) + (1 - \alpha(\theta)) w_0 G_\varphi(M, M'_0) \quad (\text{IV-11})$$

$G_\varphi$  est la fonction de Green thermique en champ libre (IV-12).

$$G_{\varphi}(Q, N) = \frac{1}{4\pi r_{QN}} \quad (\text{IV-12})$$

La composante normale  $Q_n(Q)$  du flux de chaleur est donnée par l'équation (IV-13).

$$Q_n = -\partial\varphi/\partial n \quad (\text{IV-13})$$

Or d'après l'équation (IV-11)

$$-\frac{\partial\varphi}{\partial n}(Q) = \frac{w_0}{4\pi r_Q^2} \alpha(\theta) \cos\theta \quad (\text{IV-14})$$

Le problème thermique décrit par la figure (IV-2) est donc équivalent, au point Q, au problème acoustique résolu précédemment, car le flux d'énergie thermique  $Q_n(Q)$  est égal au flux d'énergie acoustique  $I_n(Q)$  exprimé en (IV-6).

La température au point Q (IV-15) découle de (IV-11).

$$\varphi(Q) = \frac{w_0}{4\pi r_Q} [2 - \alpha(\theta)] \quad (\text{IV-15})$$

### Expression analytique de $\varepsilon$ pour une incidence $\theta$

---

Le modèle d'absorption (IV-5) utilise le potentiel  $g_{\varphi}(Q)$  obtenu lors d'un premier calcul où toutes les surfaces sont non dissipatives. Pour identifier  $\varepsilon$ , il nous faut donc expliciter  $g_{\varphi}(Q, M)$ , la fonction de green thermique dans le cas d'un plan adiabatique. On l'obtient là encore par superposition des fonctions de Green thermiques en champ libre de la source unitaire en  $M_0$  et de son image en  $M'_0$ .

$$g_{\varphi}(Q, M_0) = \frac{1}{4\pi r_{M_0Q}} + \frac{1}{4\pi r_{M'_0Q}} = \frac{1}{2\pi r_Q} \quad (\text{IV-16})$$

En substituant (IV-15) et (IV-16) dans (IV-5), le modèle d'absorption devient (IV-17):

$$I_n(Q) = \varepsilon \cdot \frac{1}{2\pi r_Q} [2 - \alpha(\theta)] \frac{w_0}{4\pi r_Q} \quad (\text{IV-17})$$

Finalement, en égalisant les expressions (IV-6) et (IV-17), on obtient l'expression de  $\varepsilon$  pour une incidence  $\theta$  (IV-18)

$$\varepsilon(\theta, Z) = \frac{\alpha(\theta)}{2 - \alpha(\theta)} 2\pi \cos\theta \quad (\text{IV-18})$$

On remarquera que les distances aux sources  $r_Q$  et les puissances des sources se simplifient, et que  $\varepsilon$  ne dépend plus que des caractéristiques acoustiques du matériau et de l'angle d'incidence de l'onde.

En introduisant le coefficient de réflexion acoustique  $\Re(\theta)$  (IV-9), on obtient l'expression (IV-19) pour  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon(\theta, Z) = \frac{(1 - |\Re(\theta)|^2)}{(1 + |\Re(\theta)|^2)} 2\pi \cos \theta \quad (\text{IV-19})$$

Enfin, en substituant les expressions (IV-7) et (IV-8) dans (IV-19),  $\varepsilon$  peut s'exprimer en fonction des parties réelle et imaginaire  $R$  et  $X$  de l'impédance réduite  $Z$  (IV-20).

$$\varepsilon(\theta, Z) = \frac{4\pi R \cos^2 \theta}{(R^2 + X^2) \cos^2 \theta + 1} \quad (\text{IV-20})$$

### Expression analytique de $\varepsilon$ pour un champ diffus

---

Pour modéliser un champ diffus, on considère une distribution homogène de sources de puissance sur une demi sphère de rayon  $r_Q$ . La moyenne de  $\varepsilon$  selon l'angle solide d'incidence s'écrit :

$$\langle \varepsilon \rangle_\theta = \frac{1}{2\pi r_Q^2} \int_0^{\pi/2} 2\pi r_Q^2 \sin \theta \varepsilon(\theta) d\theta = \int_0^{\pi/2} \varepsilon(\theta) \sin \theta d\theta \quad (\text{IV-21})$$

On obtient :

$$\langle \varepsilon \rangle_\theta = \frac{4\pi R}{R^2 + X^2} \left( 1 - \frac{\tan^{-1}(\sqrt{R^2 + X^2})}{\sqrt{R^2 + X^2}} \right) \quad (\text{IV-22})$$

Pour certains matériaux absorbants, tels les feutres, on peut négliger la partie imaginaire de l'impédance devant sa partie réelle, auquel cas :

$$\langle \varepsilon \rangle_\theta = \frac{4\pi}{R} \left( 1 - \frac{\tan^{-1}(R)}{R} \right) \quad (\text{pour } X=0) \quad (\text{IV-23})$$

Les expressions (IV-22) et (IV-23) constituent les formulations théoriques d'un coefficient d'absorption en champ diffus compatible avec la méthode IPA, via la relation de convection (IV-5). Il est intéressant de comparer ce coefficient au plus classique coefficient d'absorption diffus  $\langle \alpha \rangle_\theta$  défini par la relation (IV-24), compatible avec le modèle d'absorption (IV-25).

$$\langle \alpha \rangle_{\theta} = \int_0^{\pi/2} 2\alpha(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta \quad (IV-24)$$

$$\langle I_{\text{absorbée}} \rangle_{\theta} = \langle \alpha \rangle_{\theta} \langle I_{\text{incidente}} \rangle_{\theta} \quad (IV-25)$$

En substituant dans (IV-24) l'expression (IV-26) découlant de (IV-9), on obtient la relation (IV-27) entre le coefficient d'absorption en champ diffus et les parties réelle et imaginaire de l'impédance réduite. Cette relation devient (IV-28) lorsque l'on néglige la partie imaginaire X.

$$\alpha(\theta, Z) = \frac{4R \cos \theta}{(R^2 + X^2) \cos^2 \theta + 2R \cos \theta + 1} \quad (IV-26)$$

$$\langle \alpha \rangle_{\theta} = \frac{8R}{R^2 + X^2} \left\{ 1 + \frac{R^2 - X^2}{X(R^2 + X^2)} \tan^{-1} \left( \frac{X}{R+1} \right) - \frac{R}{R^2 + X^2} \ln[(R+1)^2 + X^2] \right\} \quad (IV-27)$$

$$\langle \alpha \rangle_{\theta} = \frac{8}{R} \left\{ \frac{R+2}{R+1} - \frac{2}{R} \ln(R+1) \right\} \quad (IV-28)$$

La figure (IV-3) montre l'évolution de  $\langle \alpha \rangle_{\theta}$  et de  $\langle \varepsilon \rangle_{\theta}$  donnés par (IV-28) et par (IV-23) en fonction d'une impédance réduite réelle R. On notera que les amplitudes sont différentes; ceci tient au fait que  $\langle \alpha \rangle_{\theta}$  relie l'intensité absorbée à l'intensité incidente (IV-25), alors que  $\langle \varepsilon \rangle_{\theta}$  relie l'intensité absorbée aux potentiels  $g(Q)$  et  $\varphi(Q)$ , selon l'équation (IV-5). Néanmoins les deux coefficients d'absorption varient de manière similaire, et présentent un maximum pour des valeurs de l'impédance réduite réelle R très proches, voisines de 1.51 pour  $\langle \alpha \rangle_{\theta}$  et de 1.56 pour  $\langle \varepsilon \rangle_{\theta}$ .

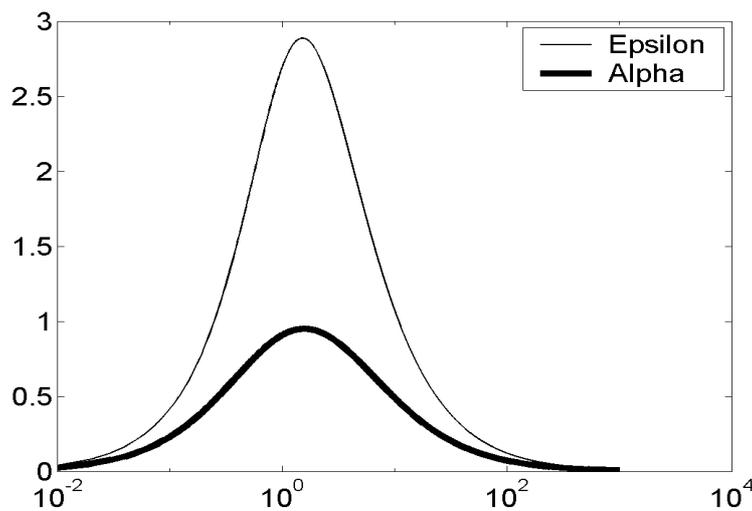


Figure IV-3 - Variation des coefficients d'absorption diffus  $\langle \alpha \rangle_{\theta}$  et  $\langle \varepsilon \rangle_{\theta}$  en fonction de l'impédance réduite réelle R, pour X=0.

# Validation sur le cas d'une enceinte ouverte

---

## Configurations

La configuration de la source et de l'enceinte décrite dans la figure (III-6) et (III-7) ont été utilisées. Le socle est considéré adiabatique. A la différence du chapitre III, un absorbant homogène est appliqué sur les 5 autres faces. La puissance sortant par l'ouverture a été calculée par la méthode du potentiel d'intensité (IPA) et par la méthode des éléments frontières indirecte (IBEM). Quatre conditions d'absorption ont été considérées, permettant d'évaluer la sensibilité des modèles d'absorption. Le coefficient  $\langle \alpha \rangle_0$  correspondant vaut successivement 0.4, 0.6, 0.8 et 0.944. L'impédance réduite réelle R a été obtenue en inversant la relation (IV-28).

---

## Calcul par éléments de frontières

La source est un piston de vitesse unitaire. Les conditions aux limites d'absorption sont une admittance réelle constante en fréquence. Le maillage est valable jusqu'à 5000Hz, la taille des éléments étant inférieure ou égale au sixième de la longueur d'onde acoustique à 5000Hz.

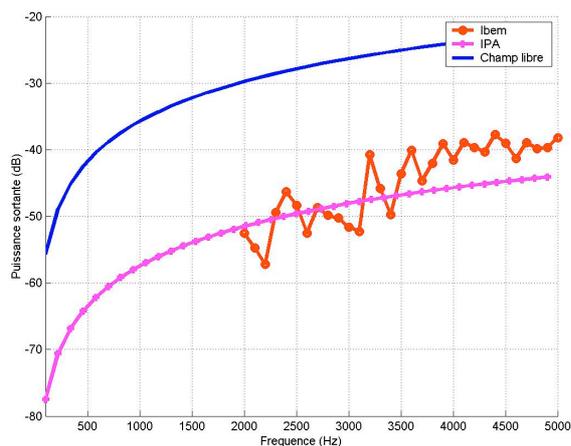
---

## Calcul IPA

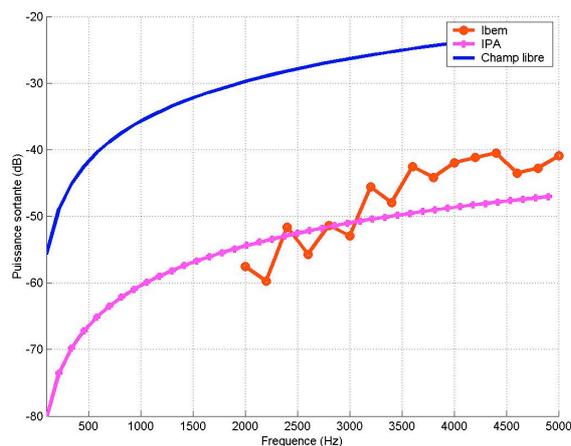
La méthodologie décrite précédemment est mise en œuvre, avec une source surfacique de puissance localisée sur le piston. La puissance en champ libre d'un piston de vitesse est appliquée. Le modèle d'absorption (IV-5) est utilisé, avec les valeurs de  $\langle \varepsilon \rangle_0$  déduites de l'impédance réelle R via la relation (IV-23).

## Comparaison IBEM / IPA

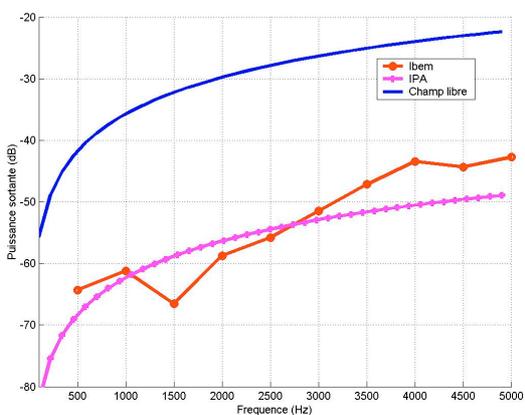
Les quatre figures ci-dessous indiquent les spectres de puissance sortant par la petite ouverture, ainsi que la puissance du piston en champ libre, utilisée pour modéliser la source dans le calcul IPA.



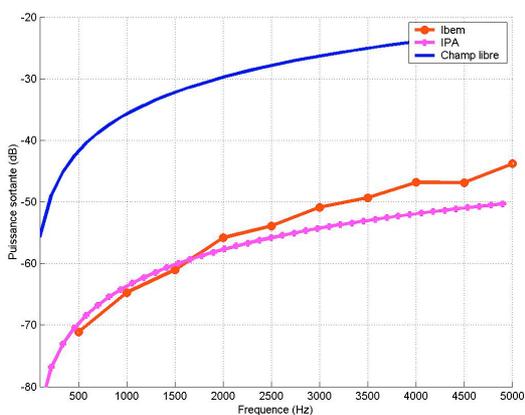
$$\langle \alpha \rangle_{\theta} = 0.4$$



$$\langle \alpha \rangle_{\theta} = 0.6$$



$$\langle \alpha \rangle_{\theta} = 0.8$$



$$\langle \alpha \rangle_{\theta} = 0.94$$

*Figure IV-4 - Puissance sortante calculée par IBEM et par IPA - Enceinte petite ouverture La puissance du piston en champ libre a été utilisée comme puissance source pour IPA.*

Les puissances calculées par la méthode IPA restituent bien l'allure générale de la puissance calculée par IBEM, tout en ignorant les pics de résonance et d'anti-résonance de l'enceinte. L'ordre de grandeur de l'atténuation due à l'enceinte, représentée par l'écart entre les

puissances sortante et la puissance du piston en champ libre, est bien respecté. Cependant les puissances IBEM sont généralement plus fortes dans les hautes fréquences, et plus faible en basses fréquences. Plusieurs explications peuvent être avancées :

- a) Le critère en  $\lambda/6$  pour le maillage IBEM n'est peut-être pas assez sévère.
- b) La puissance du piston en champ libre utilisée dans IPA diffère de la puissance réellement injectée dans le modèle IBEM.
- c) Le champ diffus n'est pas parfait dans l'enceinte, rendant approximatives les valeurs de  $\langle \epsilon \rangle_0$  utilisées dans le calcul IPA.

Les calculs IBEM étant relativement longs en raison de la taille du maillage, le pas de fréquence a été choisi relativement grand (200Hz). La détermination précise de la puissance sortante totale (intégrée sur tout le spectre) requière un pas de fréquence plus fin, notamment pour les faibles absorptions. Cependant une moyenne a été réalisée sur la gamme [2000Hz,5000Hz] (figure IV-5) pour estimer la sensibilité des deux méthodes aux variations d'absorption. La puissance IBEM est globalement supérieure de 5dB à la puissance issue du calcul IPA. Elles présentent cependant la même pente, ce qui signifie qu'elles ont la même sensibilité aux variations d'absorption.

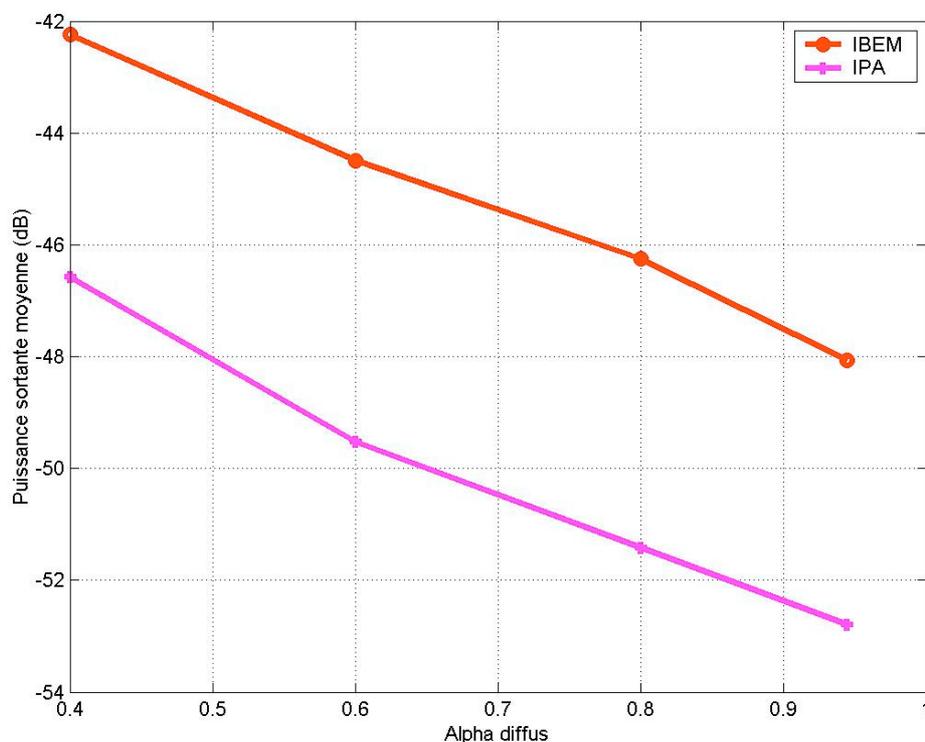


Figure IV-5 - Puissance moyenne sur [2000Hz ;5000Hz]

# Conclusion

Le modèle d'absorption acoustique pour la méthode du potentiel d'intensité (IPA) présenté dans ce chapitre est basé sur une relation locale entre l'intensité absorbée par les parois et le potentiel d'intensité  $\varphi$ . Cette relation est analogue à la relation de convection naturelle qui relie le flux de chaleur perdu par la surface d'un solide à la différence de température avec l'air ambiant. Mais le « coefficient de convection » utilisé ici n'est pas constant : c'est le produit d'un coefficient  $\varepsilon$  par la solution  $g_\varphi(Q, S_i)$  au point  $Q$  de la paroi considéré. La solution  $g_\varphi(Q, S_i)$  est calculée lors d'un calcul préliminaire, avec une puissance source unitaire et des parois « adiabatiques » (rigides si on considère le problème acoustique).

La résolution analytique d'un cas simple a conduit à une expression théorique du coefficient  $\varepsilon$  en fonction des caractéristiques acoustiques du matériau absorbant, et de l'angle  $\theta$  d'incidence des ondes. La valeur en champ diffus  $\langle \varepsilon \rangle_\theta$  résulte d'une moyenne selon  $\theta$ . Cette valeur de  $\varepsilon$ , a été testées sur le cas d'une enceinte présentant cinq faces absorbantes et une petite ouverture. Les puissances calculées aux ouvertures ont été comparées avec succès à la solution IBEM.

# Chapitre V – Dispositif expérimental

## Introduction

Ce chapitre concerne les techniques expérimentales mises en oeuvre pour la validation des calculs IPA. Le caractère énergétique de cette méthode nous a orientés vers la mesure intensimétrique. En effet la méthode IPA prédit le champ d'intensité acoustique générée par une source de puissance donnée, dans un certain environnement. Il s'agissait donc de mesurer à la fois la puissance délivrée par la source et l'intensité acoustique en différents points.

## Mesure de la puissance injectée

---

### Objectifs

Cette partie concerne la mise au point d'un dispositif de source acoustique à puissance et débit contrôlés. Ce dispositif est constitué d'une chambre de compression (utilisée par RVI lors des mesures de type PIANO), d'un tuyau et d'un embout permettant la mesure de pression en deux points du conduit.

Ce dispositif vise à mesurer directement la puissance et le débit volumique d'accélération de la source, quel que soit l'environnement acoustique.

### Dispositif

---

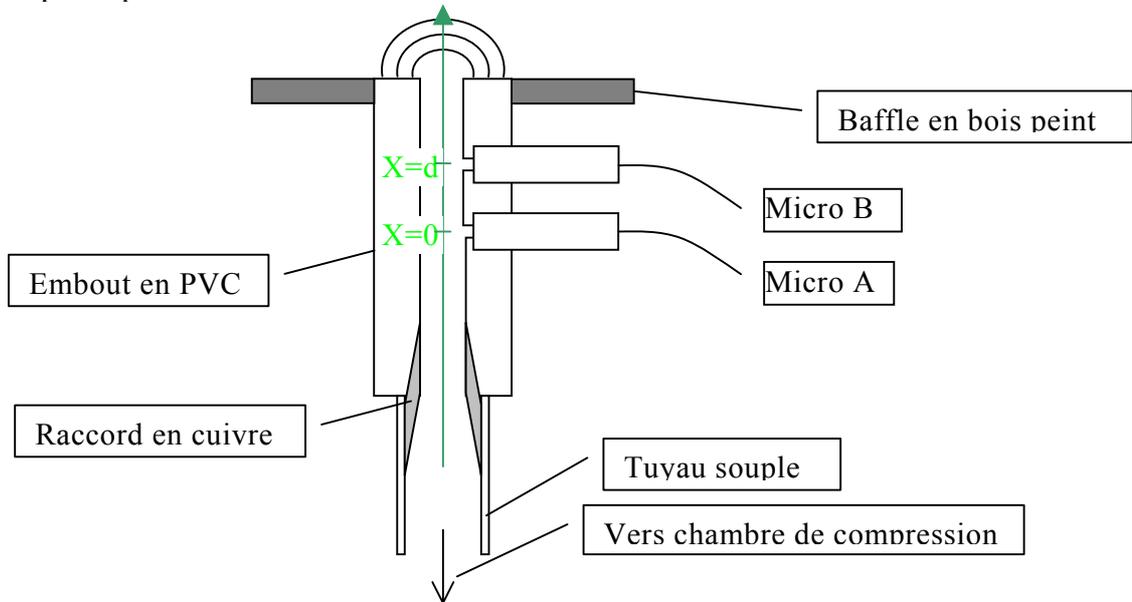
La mise au point d'un embout spécial pour la source, comprenant deux logements pour deux micros demi-pouce appairés en phase, permet de déterminer l'amplitude complexe des deux ondes se propageant dans le tuyau. On peut alors accéder à la puissance et au débit de la source à l'extrémité du tuyau, caractérisant ainsi la source acoustique.



*Figure V-1 - Source à puissance et débit contrôlés*



*Figure V-2 - Détail de l'embout*



*Figure V-3 - Schéma de l'embout de la source*

Aux vues des dimensions de la section du conduit et de la gamme des fréquences mesurées, l'hypothèse d'ondes planes est admissible. La pression à une abscisse  $x$  peut donc s'écrire comme la somme de deux ondes à chaque fréquence.

$$P(x) = \alpha(k) \cos(kx) + \beta(k) \sin(kx) \quad (V-1)$$

$k$  est le nombre d'onde.

Le choix du micro A comme origine des abscisses et comme référence des phases impose que le coefficient  $\alpha(k)$  soit réel, alors que  $\beta(k)$  peut être complexe.

Les coefficients  $\alpha(k)$  et  $\beta(k)$  sont identifiés à partir des auto-spectres  $G_{AA}(k)$  et  $G_{BB}(k)$  et de l'inter-spectre  $G_{AB}(k)$  mesurés (V-2 et V-3).

$$\alpha(k) = \sqrt{2G_{AA}(k)} \quad (V-2)$$

$$\beta(k) = \frac{\alpha(k)}{\sin(d.k)} \left( \sqrt{\frac{G_{AA}(k)}{G_{BB}(k)}} \frac{G_{AB}(k)}{|G_{AB}(k)|} - \cos(d.k) \right) \quad (V-3)$$

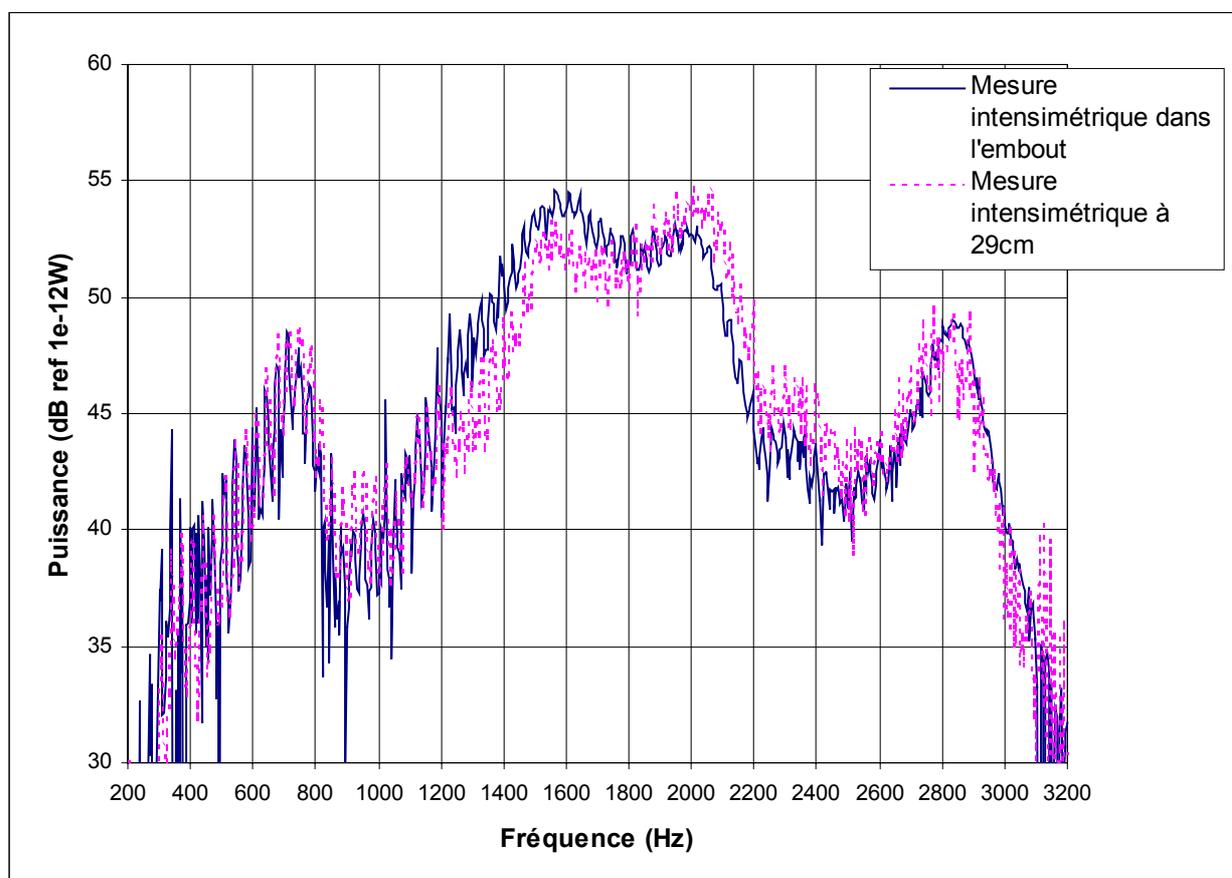
$d$  est la distance entre les deux micros, comme l'indique la figure V-3.

Il est important de noter ici que la forte rupture d'impédance en sortie de l'embout génère une onde stationnaire de forte amplitude en comparaison de l'amplitude de l'onde progressive. Le déphasage entre les deux micros est alors très faible, et rend nécessaire l'utilisation de microphones parfaitement appairés en phase ou la correction de

l'éventuel défaut de phase. Nous avons utilisé la paire de microphones d'une sonde intensimétrique Bruel&Kaer. Nous avons mesuré le déphasage résiduel (de  $1^\circ$  à  $3^\circ$  selon la fréquence) au moyen d'une chambre de calibration HP, vérifié la répétabilité de cette mesure, puis corrigé l'argument de l'inter-spectre  $G_{AB}$  mesuré par le déphasage résiduel observé.

La pression  $P(x)$  étant ainsi calculée, il est aisé d'exprimer la vitesse  $U(x)$  via l'équation d'Euler, puis d'en déduire la puissance émise et le débit en sortie d'embout.

Une mesure du champ d'intensité émise par le tuyau en champ libre (figure V-4) offre un moyen de validation de la mesure de puissance par la méthode décrite ici.



*Figure V-4 - Validation de la mesure de puissance dans l'embout par comparaison avec une mesure intensimétrique en champ libre.*

Vu de l'extérieur, cette source acoustique consiste en un piston bafflé. Dans la gamme de fréquences étudiée (300-5000Hz), ce piston peut être modélisé par un monopôle (très faible directivité).

La forte rupture d'impédance en sortie garantit un débit de la source relativement indépendant de l'environnement acoustique. En revanche cette rupture d'impédance implique un faible rendement de la source : la puissance acoustique émise est très petite par

rapport à la pression régnant à l'intérieur du tuyau. Ainsi la prédominance de l'onde stationnaire sur l'onde propagative, seule génératrice de puissance, perturbe considérablement la détermination de la puissance émise, et la mesure de la puissance délivrée par la source est entachée d'incertitude, particulièrement en hautes fréquences (entre 3000Hz et 5000 Hz) et lorsque la source est placée dans un environnement peu dissipatif. Dans la configuration 1 (enceinte avec une petite ouverture et absence de matériau absorbant), la puissance délivrée est très faible et concentrée sur les fréquences de résonance de la cavité; La mesure est alors particulièrement délicate.

Par contre, la mesure du débit est relativement fiable sur la gamme 300-5000Hz, bien que très bruitée en BF. En effet l'onde stationnaire, dominante, participe au débit de la source et n'est donc pas une gêne pour la mesure de celui-ci.

---

## **Variations de la puissance et du débit de la source en fonction de l'environnement acoustique**

Deux séries de mesures ont été effectuées pour tester les variations de puissance et de débit, avec toujours en référence la puissance délivrée en champ libre pour la même excitation de la source.

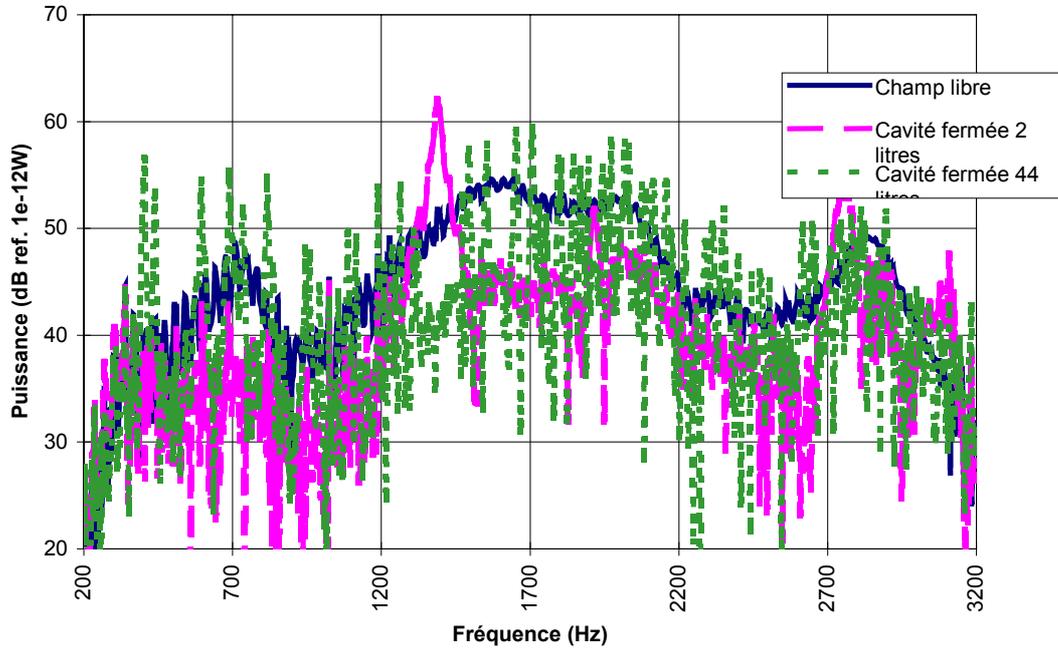
### **Cavités rigides**

---

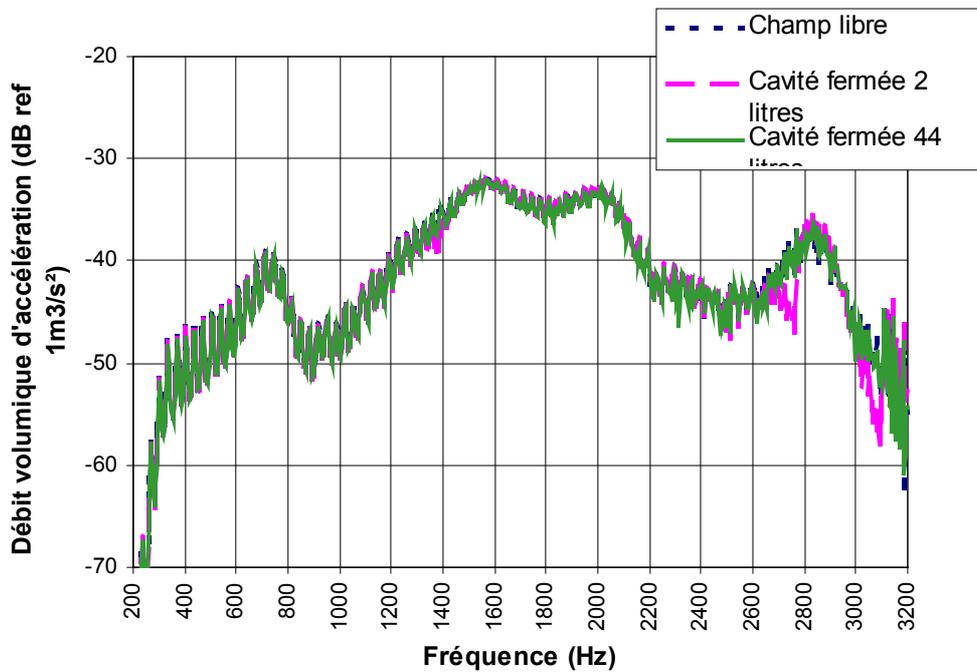
La source bafflée a été recouverte par des cavités rigides, sans ouverture, de volumes respectifs 2 et 44 litres.

On constate (figure V-5) que le milieu très réfléchissant favorise l'apparition de modes acoustiques très marqués. Ces modes permettent une forte dissipation d'énergie acoustique. Ils apparaissent aux fréquences 1390 Hz, 1920 Hz et 2770 Hz pour la cavité de 2 litres, et sont beaucoup plus nombreux pour la cavité de 44 litres. La puissance injectée est largement augmentée sur ces modes de cavité. Au contraire, dans les zones fréquentielles sans mode acoustique, l'énergie acoustique ne peut être dissipée, et la puissance injectée est voisine de zéro. Sur l'ensemble du spectre, la puissance injectée ne varie finalement que de plus ou moins 2dB.

En revanche le débit volumique d'accélération reste quasiment invariant (plus ou moins 0.1dB sur le débit total), même s'il diminue légèrement sur les fréquences de résonance des cavités (figure V-6).



*Figure V-5 - Variation de la puissance acoustique en fonction de l'environnement acoustique - Cavités fermées*



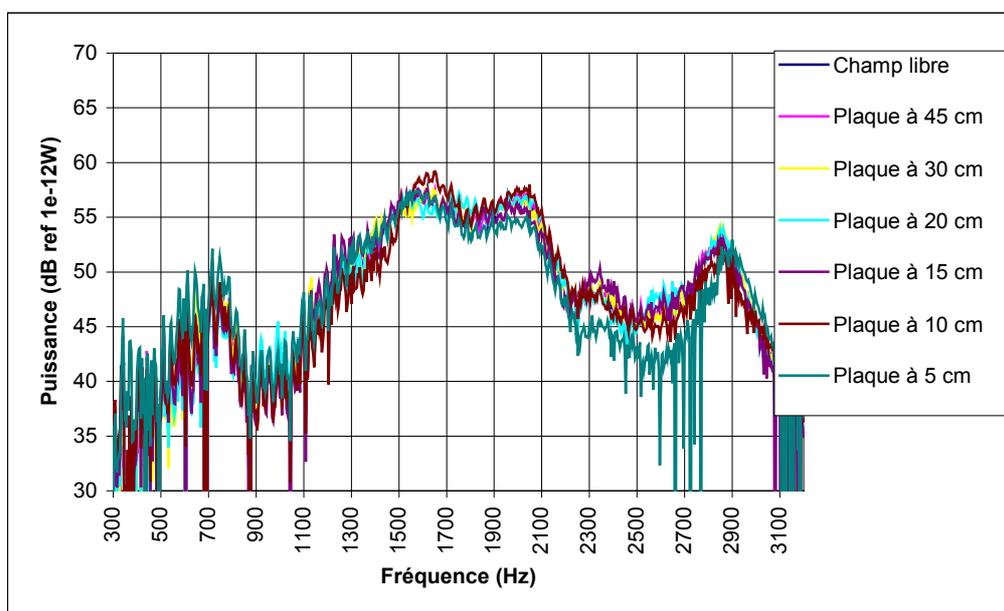
*Figure V-6 - Variation du débit volumique d'accélération en fonction de l'environnement acoustique - Cavités fermées*

## Plaque métallique

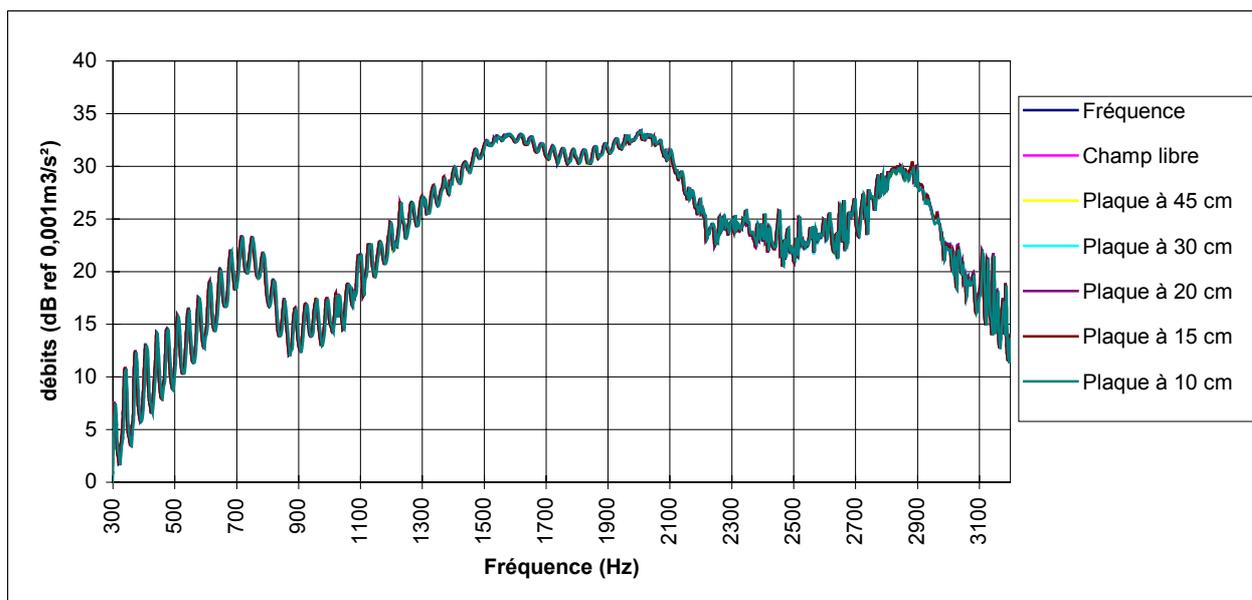
Lors d'une seconde série de mesures, la source bafflée est placée face à une plaque métallique de 1,5m par 1,5m, à une distance variant de 5 cm à 45 cm.

La puissance émise est stable (figure V-7) pour les distances strictement supérieures à 10 cm, dans la gamme de fréquence étudiée (plus ou moins 0.1dB sur la puissance totale). Elle varie plus fortement pour les distances 5 et 10 cm, mais les fluctuations sur les valeurs globales restent très faibles (plus ou moins 0.5 dB). Par rapport au cas des cavités fermées où la fluctuation globale est de plus ou moins 2 dB, la puissance est largement émise par les ouvertures, ce qui aplanit le spectre, et réduit les fluctuations dues au comportement modal.

Le débit acoustique est toujours très stable (figure V-8).



*Figure V-7 - Variation de la puissance en fonction de l'environnement acoustique - Plaque réfléchissante*



*Figure V-8 - Variation du débit volumique d'accélération en fonction de l'environnement acoustique - Plaque réfléchissante*

## Conclusion

Ces expériences ont mis en évidence le caractère très stable du débit volumique d'accélération, pour la source acoustique étudiée (chambre de compression + tuyau + embout). En effet il dépend très peu de l'environnement acoustique de la source. En cela il constitue une caractéristique intrinsèque de la source. Par contre il reflète peu les variations du transfert d'énergie acoustique entre la source et son environnement. La puissance fournit, dans les cas extrêmes, une description plus fine des phénomènes. Par contre la mesure de cette puissance s'est avérée très délicate, du fait de la domination des ondes progressive par les ondes stationnaires à l'intérieur de l'embout.

Dans le cas des moteurs de camion dans leurs "encapsulage", la grande rigidité du moteur laisse penser que les vitesses acoustiques sur les parois, et donc les débits acoustiques, seront là encore indépendants de l'environnement acoustique. D'autre part le fort taux d'ouverture, la présence d'absorbant et la géométrie complexe, tendront à diminuer le comportement modal et donc les variations de puissance injectée.

# Mesure d'intensité en chambre semi-anechoïque

---

## Objectifs

Il s'agit de mesurer l'intensité acoustique en différents points autour d'une boîte métallique partiellement ouverte, contenant la source décrite précédemment. L'ensemble est disposé à l'intérieur d'une chambre semi-anechoïque. La boîte métallique choisie présente deux ouvertures de tailles très différentes. L'une est obstruée par le socle dans lequel se trouve la source, l'autre permet aux ondes acoustiques de s'échapper vers l'extérieur, dans la chambre anéchoïque. Selon le positionnement de la boîte sur le socle, un champ réverbéré peut être généré dans la boîte rigide : seule la petite ouverture débouche alors sur l'extérieur, et la face inclinée limite le comportement modal (configuration 1, figure V-11) ; alternativement, dans la configuration 2 (figure V-12), les ondes sont guidées par les parois verticales et débouchent à l'extérieur via une large ouverture. Ce dispositif doit donc permettre de tester la méthode IPA dans deux environnements acoustiques très différents, avec une géométrie cependant simple, de modélisation aisée.

---

## Mesure d'intensité

La mesure d'intensité acoustique est basée sur l'approximation par différences finies de l'équation d'Euler.

Si  $P_1$  et  $P_2$  sont les pressions complexes mesurées par deux microphones espacés d'une distance  $dx_j$ , alors la composante de la vitesse particulière au milieu des deux microphones, dans la direction  $x_j$  considérée, est estimée par la quantité :

$$\tilde{U}_{x_j} = \frac{j}{\rho\omega} \frac{P_2 - P_1}{dx_j} \quad (\text{V-4})$$

La pression est estimée par moyenne des deux pressions mesurées :

$$\tilde{P} = \frac{P_1 + P_2}{2} \quad (\text{V-5})$$

La composante selon  $x_j$  de l'intensité acoustique découle des équations II-7, V-4 et V-5.

$$\tilde{I}_{x_j} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left( \frac{-j}{\rho\omega} \frac{P_2^* - P_1^*}{dx_j} \frac{P_1 + P_2}{2} \right) = \frac{1}{2\rho\omega} \frac{\operatorname{Im}(P_1 P_2^*)}{dx_j} \quad (\text{V-6})$$

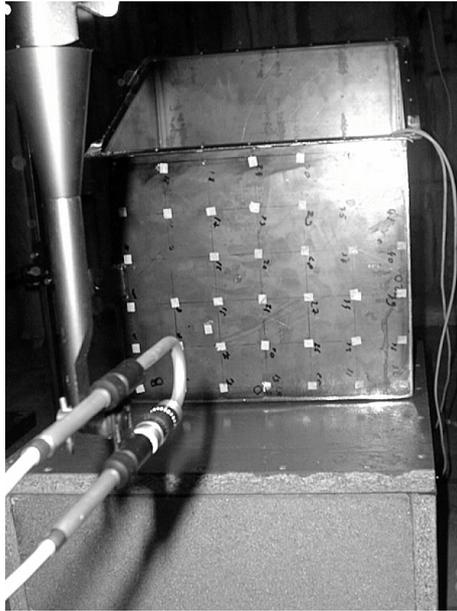
$$\tilde{I}_{x_j} = \frac{1}{2\rho\omega} \frac{\operatorname{Im}(P_1 P_2^*)}{dx_j} \quad (\text{V-7})$$

Dans la pratique, on utilise l'inter-spectre  $G_{12}$  mesuré entre les deux microphones :

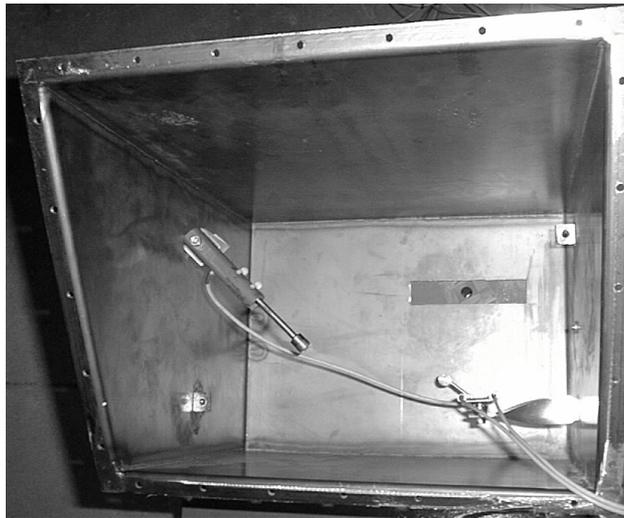
$$\tilde{I}_{x_j} = \frac{1}{\rho\omega} \frac{\operatorname{Im}(G_{12})}{dx_j} \quad (\text{V-8})$$

Cette approximation par différences finies (V-4) impose une limite haute fréquence à la mesure de l'intensité, qui dépend de l'écartement des deux microphones. En basses fréquences, la précision de la sonde intensimétrique est limitée par sa capacité à mesurer de faibles déphasages.

Les courbes de caractérisation de la sonde Bruel&Kaer nous ont conduit à choisir un espacement  $dx_j$  de 1,2cm afin de couvrir la gamme fréquentielle [300Hz-5000Hz] avec une précision de 1dB.



*Figure V-9 - Mesure d'intensité autour de la boîte métallique.*



*Figure V-10 - Vue de l'intérieur de la boîte, laissant apercevoir l'orifice constituant la source acoustique. Des mesures de pression à l'intérieur de la boîte ont été utilisées pour recalibrer un modèle I-bem.*

# Obtention des fonctions de transfert

---

## Objectif

Dans l'optique d'une comparaison des mesures avec les calculs par la méthode IPA, la quantité à considérer est le rapport de l'intensité acoustique  $\vec{I}(M, f)$  en un point M quelconque du champ acoustique et de la puissance  $w(S, f)$  de la source. On appellera cette quantité "fonction de transfert énergétique"

$$\vec{F}(S, M, f) = \frac{\vec{I}(M, f)}{w(S, M)} \quad (\text{V-8})$$

Une seule composante de l'intensité acoustique a été mesurée, conduisant à la composante correspondante pour la fonction de transfert énergétique.

---

## Difficultés rencontrées

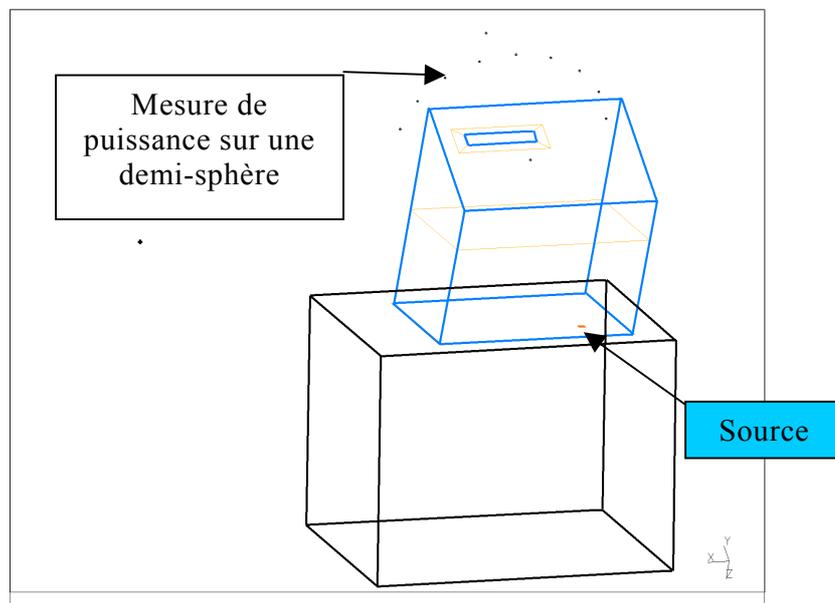
Une mauvaise cohérence a été observée entre les microphones à l'intérieur de l'embout et ceux placés dans l'environnement, certainement due à la forte rupture d'impédance à l'extrémité de l'embout.

Le logiciel d'acquisition utilisé n'autorisait la prise en compte que d'une seule référence de phase à la fois. Or la mesure simultanée de la puissance dans l'embout et d'une composante d'intensité acoustique à l'extérieur aurait nécessité la mesure simultanée des déphasages de chaque paire de microphones. Les fonctions de transfert ne pouvaient donc être mesurées qu'en plusieurs étapes : en mesurant la puissance source dans un premier temps, puis l'intensité, et en faisant le rapport des deux spectres. Cette procédure peut expliquer l'aspect très chahuté des fonctions de transfert obtenues.

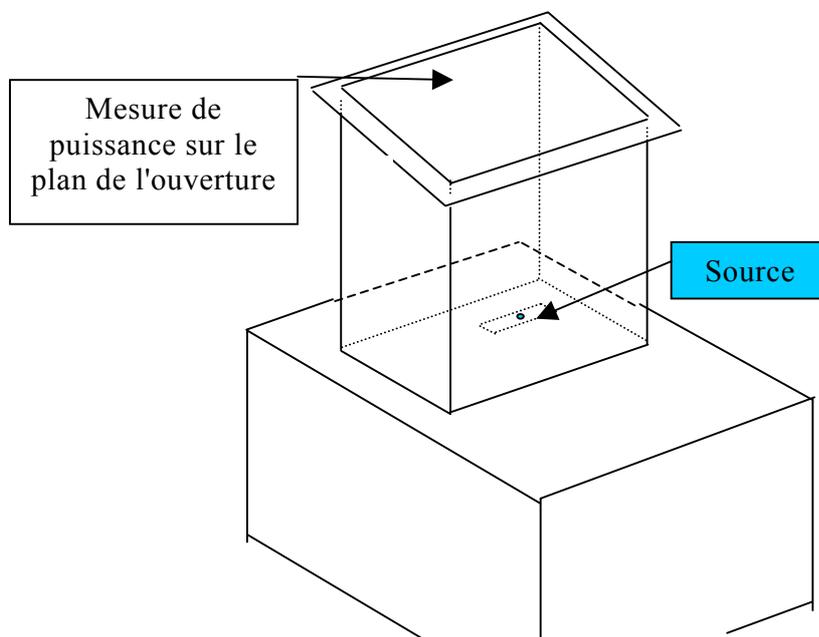
Cela nous a conduit à préférer la mesure de puissance sur les ouvertures à celle dans l'embout de la source, les deux étant théoriquement égales en l'absence d'absorption acoustique. Cette mesure de puissance aux ouvertures a été réalisée par intégration de l'intensité normale sur les surfaces de contrôle schématisées sur les figures V-10 et V-11.

## Mesure de puissance sortant par les ouvertures

Deux configurations sans absorbant sont considérées (figures V-10 et V-11)



*Figure V-11 - Configuration 1 : Petite ouverture sans absorbant*



*Figure V-12 - Configuration 3 : Petite ouverture sans absorbant*

## Améliorations possibles

La mesure du champ d'intensité pourrait être automatisée par l'emploi d'un robot, ce qui permettrait la création de cartes d'intensité et faciliterait la lecture des positions de la sonde intensimétrique.

La qualité des mesures de puissance de la source pourrait être améliorée par l'emploi d'un pavillon afin de diminuer la rupture d'impédance en sortie. La puissance de la source serait ainsi augmentée et plus facile à mesurer. D'autre part, il serait alors envisageable de mesurer des fonctions de transfert directement, en utilisant la cohérence entre les microphones de la source et ceux de la sonde intensimétrique. Par contre, le débit de la source pourrait varier en fonction de l'environnement, et la directivité serait plus marquée.

## Conclusion

Un embout spécial, comprenant deux logements pour deux microphones demi-pouces appairés en phase, a été conçu pour déterminer le champ de pression en module et phase à la sortie de la source. Cela a permis la mesure de la puissance acoustique délivrée par la source, et ses variations en fonction de l'environnement de la source. Dans la pratique cette mesure de puissance s'est révélée très délicate, en raison des forts niveaux de pression et surtout du faible déphasage devant être mesuré entre les deux microphones.

L'intensité acoustique a également été mesurée en divers points à l'extérieur de l'enceinte, puis des fonctions de transfert énergétiques ont été calculées en divisant ces intensités par la puissance de la source.

Le chapitre suivant présente les résultats obtenus par la méthode IPA munie du modèle d'absorption du chapitre IV, sur le cas plus complexe d'une maquette de compartiment moteur. Il suggère également de possibles applications industrielles de la méthode.

# Chapitre VI – Applications industrielles

## Introduction

Les chapitres III et IV ont permis de tester la méthode du potentiel d'intensité sur des cas simples, par comparaison avec des résultats issus de mesures intensimétriques ou d'autres méthodes de calcul. Si le bilan de puissance global est bien respecté, la méthode sous-estime les aspects modaux et directifs. Ces limites ne sont cependant pénalisantes que lorsque la géométrie est simple, la source très localisée et lorsque l'on s'intéresse à l'intensité en un point précis. Ce chapitre ouvre le champ d'application de la méthode IPA à des environnements plus souvent rencontrés dans l'industrie, et qui sont plus propices à l'utilisation de la méthode : géométrie complexe, source répartie à spectre large bande, présence de matériaux absorbants et de plusieurs ouvertures. Ces différentes caractéristiques augmentent la complexité du champ acoustique, rendant pertinentes les moyennes spatiales et fréquentielles propres aux méthodes énergétiques. La diffusion des ondes dans toutes les directions est favorisée, et la directivité du champ d'intensité est moins marquée que pour des géométries plus simples. La complexité de ce genre d'applications est à priori favorable à l'emploi de la méthode du Potentiel d'Intensité, alors que la résolution de l'équation d'Helmholtz est au contraire très difficile.

## Validation sur une maquette de véhicule industriel

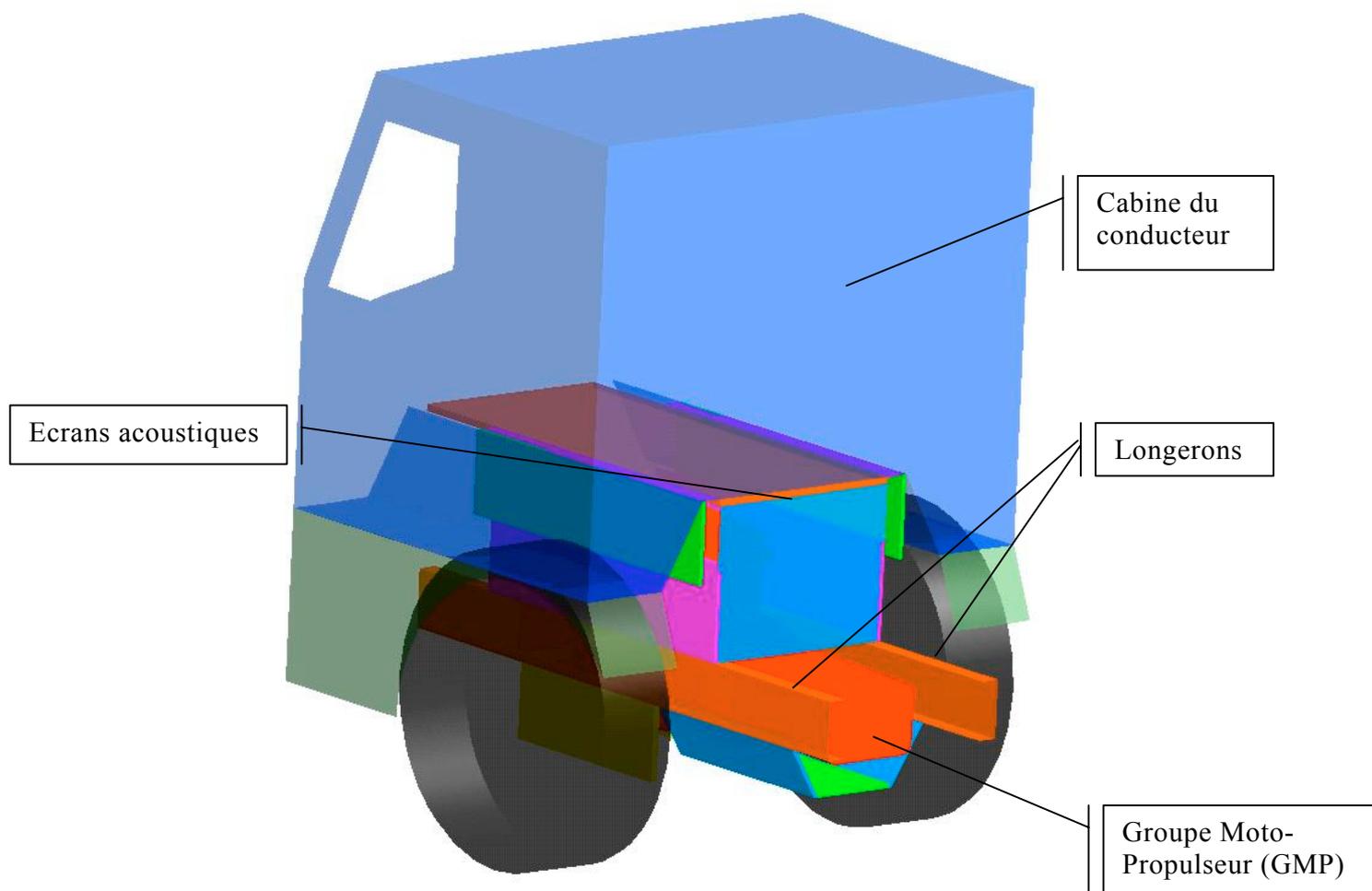
Cette partie a pour objectif de présenter la mise en œuvre et les résultats de la méthode IPA sur le cas d'une maquette en grandeur réelle d'un compartiment moteur de véhicule industriel.

---

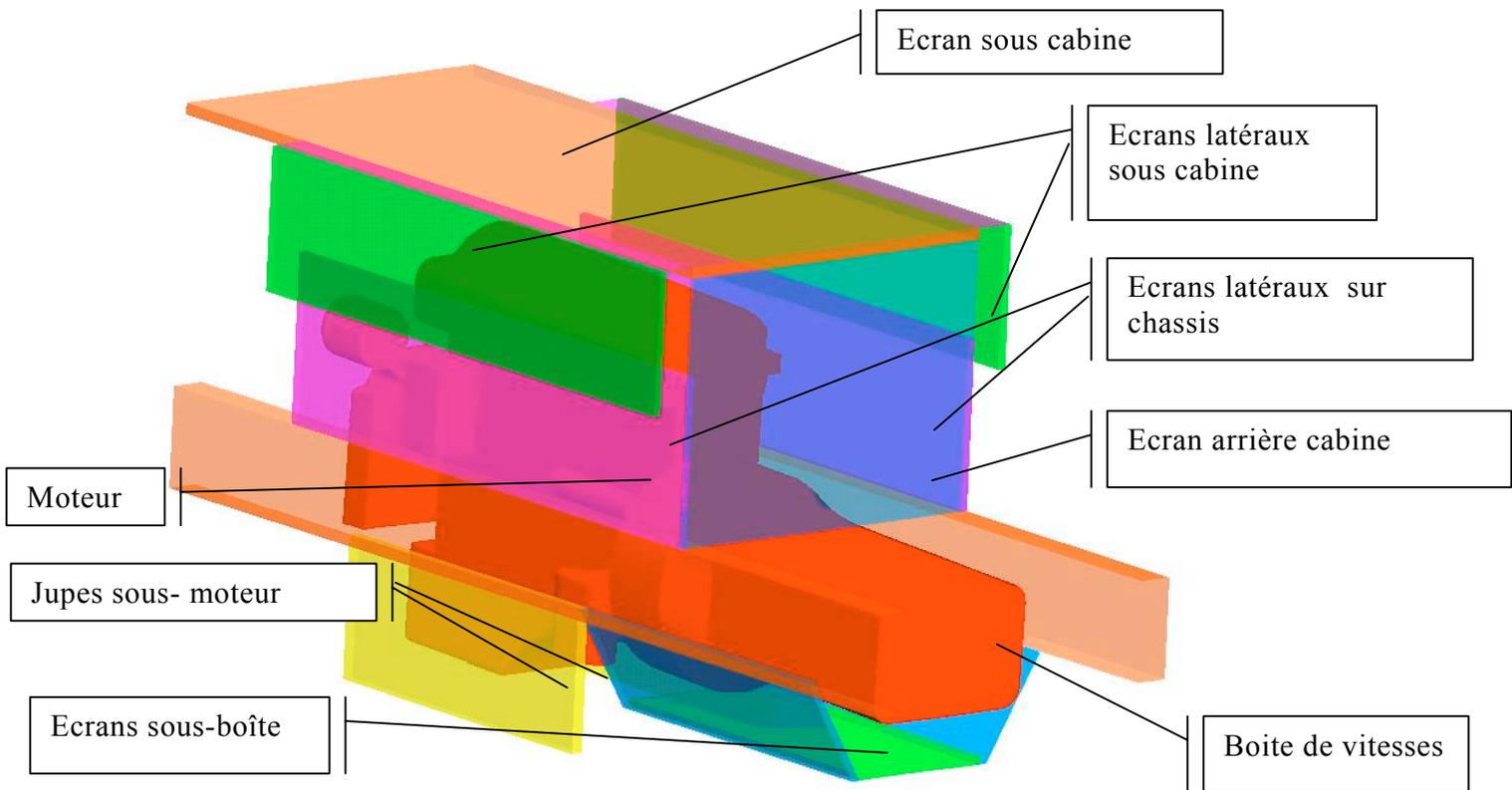
### Contexte

Le compartiment moteur, situé sous la cabine du camion (figure VI-1), est limité par une série d'écrans acoustiques (figure VI-2) destinés à confiner et à absorber le bruit généré par le groupe moto-propulseur (GMP). La finalité de ces écrans est de limiter le bruit rayonné à

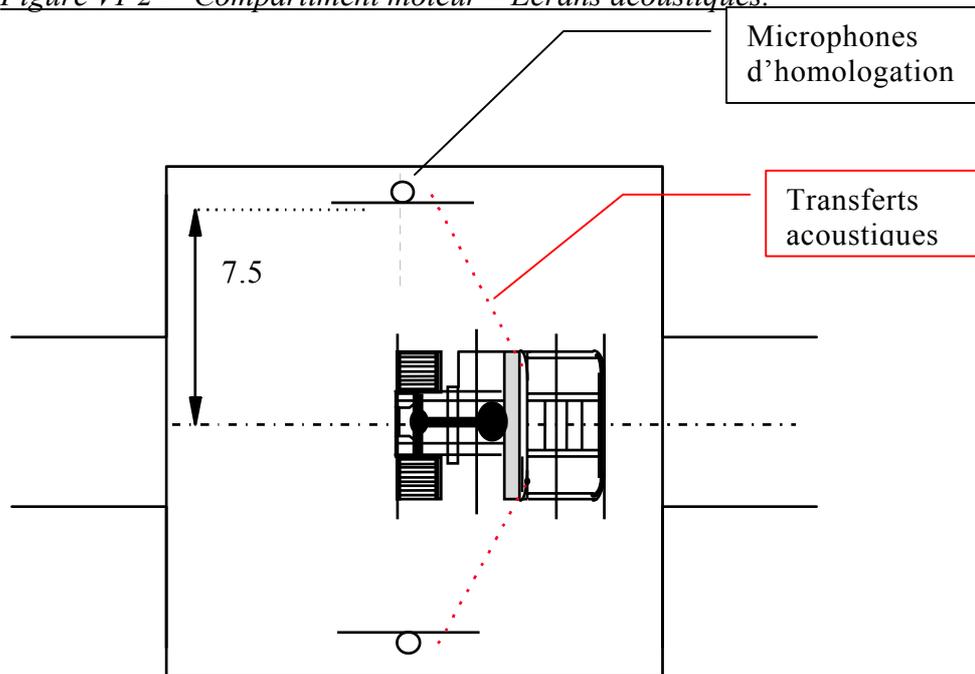
l'extérieur du véhicule, afin de respecter le niveau maximal autorisé par les normes européennes. Les homologations concernant le bruit mesuré à l'extérieur des véhicules consistent à mesurer le niveau maximal (en dBA) généré par le camion lors d'une accélération sur une distance de 20m. Les microphones d'homologation sont situés à mi-longueur, et à 7,5m de l'axe central de la piste (figure VI-3). L'évaluation de l'efficacité des écrans consiste à mesurer ou à calculer les transferts entre des points situés sur le moteur et les microphones d'homologation.



*Figure VI-1 - Schéma de l'architecture d'un véhicule*



*Figure VI-2 - Compartiment moteur – Ecrans acoustiques.*



*Figure VI-3 - Configuration d'homologation « bruit extérieur » des véhicules.*

La mesure sur véhicule des fonctions de transfert acoustique nécessite la fabrication de prototypes coûteux et disponibles dans une phase tardive du processus de conception, ce qui limite les possibilités d'action sur l'encapsulage. Il est préférable d'optimiser les écrans acoustiques dès les premières phases du projet car la marge de manœuvre est alors plus

grande, l'environnement n'étant pas complètement figé. Cette optimisation précoce passe par l'élaboration de modèles de calcul à partir de définitions numériques des composants, aucune pièce physique n'étant encore disponible.

---

## **Objectif**

L'objectif de ce chapitre est de tester la méthode IPA sur un cas industriel, à priori plus adapté à la méthode que les géométries simples traitées précédemment. Il s'agit d'une maquette à l'échelle 1 du compartiment moteur de camion (figure VI-2). Ce test consiste à calculer les transferts entre une source placée sur la face gauche du moteur, et quatre points placés à 7,5m de l'axe central. Une comparaison avec les fonctions de transfert mesurées et les résultats obtenus par la méthode des éléments finis de frontière (IBEM) est présentée.

---

## **Mise en œuvre de la méthode du potentiel d'intensité acoustique**

### **Maillage**

Le calcul nécessite la construction d'un maillage volumique à partir d'une définition numérique du compartiment moteur avec ses écrans acoustiques. Le module Model Master d'Ideas permet la création semi-automatique de maillages complexes. Pour notre application, le volume d'air contenu dans le compartiment moteur, ainsi qu'à l'extérieur jusqu'à une demi-sphère, a été maillé par des éléments solides tétraédriques. La finesse nécessaire du maillage est dictée en premier lieu par la géométrie, mais aussi par des critères relatifs au calcul de transfert de chaleur : ainsi la taille des éléments doit être petite près des sources, où le gradient de température est élevé. Néanmoins ces critères de maillage thermiques sont beaucoup moins contraignants que les critères FEM de maillage acoustiques pour les hautes fréquences, lesquels exigent une taille maximale des éléments égale à un sixième de la longueur d'onde. Le maillage thermique comporte 32000 éléments.

### **Calcul**

L'un des intérêts de la méthode du Potentiel d'Intensité Acoustique est que le calcul s'effectue au moyen de solveurs thermiques classiques, maîtrisés par beaucoup d'ingénieurs et dotés d'une interface graphique élaborée. Il s'agit d'un calcul de transfert de chaleur par conduction, dans un milieu isotrope, en régime stationnaire. Des conditions de flux de

chaleur sont imposées sur les sources et sur les surfaces réfléchissantes. La condition de champ libre est une relation de convection avec un coefficient d'échange constant.

Les conditions aux limites imposées sur les surfaces d'absorption nécessitent un calcul préalable du potentiel  $g_{\phi}(Q)$  puis son utilisation dans la définition d'un coefficient de convection (IV-5). Cette relation est relativement inhabituelle en thermique, mais elle est néanmoins possible dans le module Heat Transfer de Ideas. Nous avons lancé les premiers calculs à l'aide de ce solveur basé sur les éléments finis, avant de réaliser qu'il donnait des résultats parfois incohérents, ne respectant pas les conditions aux limites imposées sur certaines surfaces. Nous nous sommes donc orientés vers le solveur TMG basé sur les différences finies, développé par Maya Technologies, lequel fait référence pour les calculs thermiques. La prise en compte de la relation de convection (IV-5) a nécessité quelques précautions, mais finalement les résultats obtenus ont donné toute satisfaction et les résultats présentés ci-dessous ont tous été obtenus par le solveur TMG.

Le coefficient de convection dépend du matériau via le facteur d'absorption en champ diffus  $\langle \varepsilon \rangle_{\theta}$ , calculé en utilisant la relation (IV-22), à partir des caractéristiques des matériaux mesurées par le Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine. Le facteur  $\langle \varepsilon \rangle_{\theta}$  varie en fonction de la fréquence, mais dans de faibles proportions; il a donc été décidé de réaliser un seul calcul par tiers d'octave, en utilisant la valeur de  $\langle \varepsilon \rangle_{\theta}$  à la fréquence centrale.

Chaque calcul prend environ 15 minutes sur une station de calcul récente (HP C3600 avec 100Mo de mémoire vive et un processeur PA-RISC 32bit 100MHz), ce qui est très raisonnable en comparaison avec les semaines nécessaires à la résolution du problème acoustique par des méthodes numériques classiques (méthodes directes ou indirectes des éléments finis ou des éléments frontière).

## Résultats

---

Les figures (VI-4a) à (VI-4d) montrent les fonctions de transfert énergétique pour les fréquences centrales des tiers d'octave. Ces fonctions de transfert sont définies par le rapport de l'intensité irrotationnelle calculée en quatre points situés à l'extérieur de l'encapsulage (micros 1 à 4 de la figure VI-6), et de la puissance de la source imposée sur la face gauche du moteur. Les transferts décroissent en fonction de la fréquence, en raison d'une meilleure efficacité des absorbants fibreux en hautes fréquences. On observe également une diminution de l'ordre de 1dB entre les transferts vers les micros les plus

proches (micros 1 et 3) et ceux vers les micros plus éloignés (micros 2 et 4). Ceci est dû à la divergence géométrique des ondes sphériques, respectée par l'équation de Poisson (II-13) qui est à la base du calcul IPA. La comparaison quantitative avec les résultats des mesures est effectuée dans la partie intitulée "Mesures Piano".

Un résultat plus global est présenté sur la figure (VI-5): il s'agit du rapport de la puissance sortante et de la puissance source. La puissance sortante est calculée pour chaque tiers d'octave en intégrant l'intensité irrotationnelle sur la demi-sphère limitant le domaine extérieur.

La puissance sortante peut également être calculée sur les surfaces d'ouverture de l'encapsulage en intégrant le champ d'intensité irrotationnelle, laquelle est assimilable au flux d'énergie acoustique moyenné en fréquence et dans l'espace. Ce flux d'énergie moyen est valide dans tout le domaine de calcul, même près des sources et dans les zones réverbérées. En effet il respecte le bilan énergétique en tout point de l'espace. En revanche le calcul IPA ne donne pas accès à la pression dans le champ proche des sources ainsi que dans les milieux réverbérés, car celle-ci dépend également de l'intensité irrotationnelle et de l'intensité réactive. Dans le cas extrême d'une source acoustique rayonnant dans une enceinte fermée parfaitement rigide, la puissance délivrée par la source étant nulle en raison de l'incapacité du milieu à la dissiper, le flux moyen calculé par IPA (l'intensité irrotationnelle) est également nul en tout point. Seules subsistent les champs d'intensité rotationnelle et d'intensité réactive. La pression dans l'enceinte, qui peut être importante, est alors exclusivement liée à ces derniers, et ne peut être déduit de l'intensité irrotationnelle, nulle dans ce cas. Dans le cas d'un compartiment moteur, l'intensité irrotationnelle calculée par IPA peut être exploitée en tout point de l'espace en tant que flux moyen d'énergie, notamment pour calculer des puissances absorbée par un écran ou rayonnée à travers une ouverture. En revanche la présence de réverbération ou d'interférences interdit l'utilisation de la relation (III-1) pour en déduire la pression : cela n'est possible qu'en champ libre, loin des source et des obstacles introduisant des réflexions. La figure (VI-6) présente l'intensité irrotationnelle calculée sur toutes les ouvertures de l'encapsulage dans le cas d'écrans réfléchissants, avec une source à gauche du moteur. On dispose ainsi d'une information locale sur l'importance des différents transferts acoustiques, en terme d'amplitude mais aussi de direction d'émission. On constate notamment l'importance du vecteur intensité dans l'interstice A, situé entre les deux écrans latéraux à gauche du moteur. Cette voie de passage est cependant limitée par une surface d'ouverture restreinte. En intégrant la composante normale de l'intensité calculée sur chaque ouverture, il est possible de hiérarchiser les ouvertures selon la puissance acoustique qui les

traverse. Dans le cas présenté ici les transferts de puissance les plus importants se situent sur les ouvertures situées en dessous du longeron gauche.

La figure (VI-7) montre l'intensité irrotationnelle au voisinage des surfaces d'absorbant, pour une source à gauche du moteur (représentée par un carré). L'intégration de la composante normale de cette intensité donne la puissance absorbée par l'un ou l'autre des absorbants, ce qui permet d'estimer leur efficacité pour une source donnée.

Ces différentes informations peuvent guider les concepteurs des encapsulages dès les premières phases des projets.

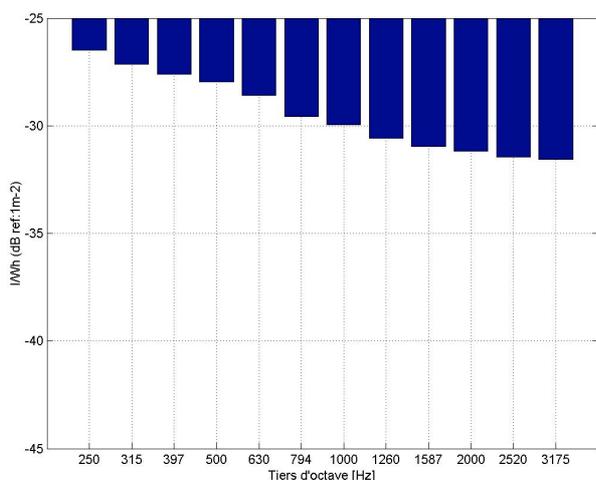


Figure (VI-4a) Micro1

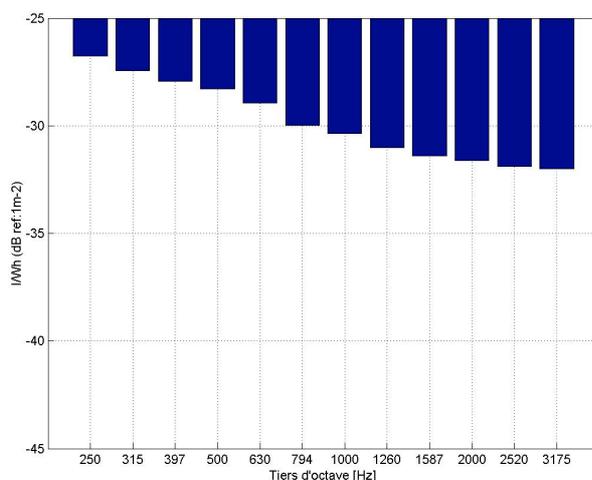


Figure (VI-4c) Micro3

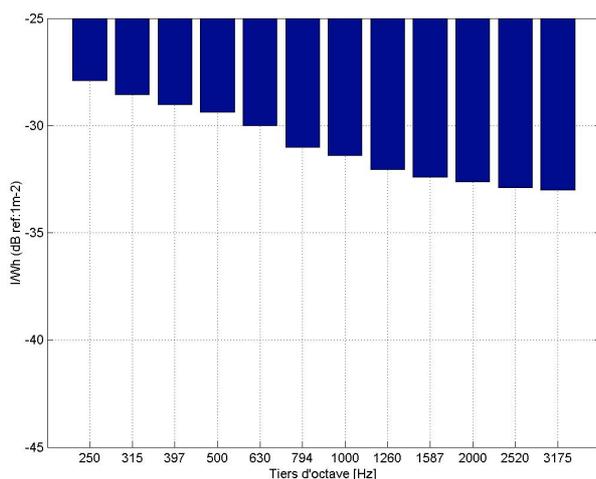


Figure (VI-4b) Micro2

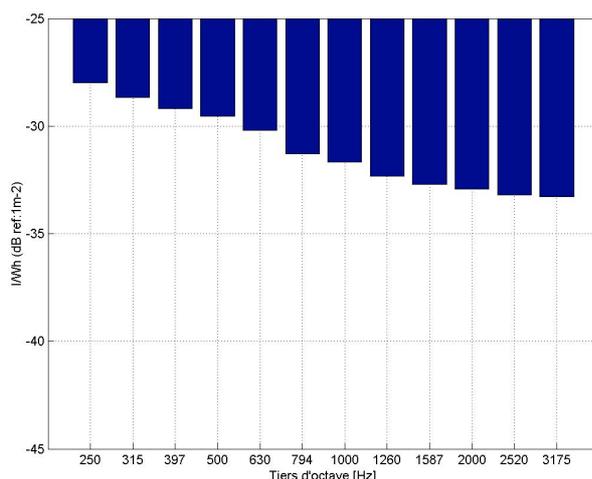
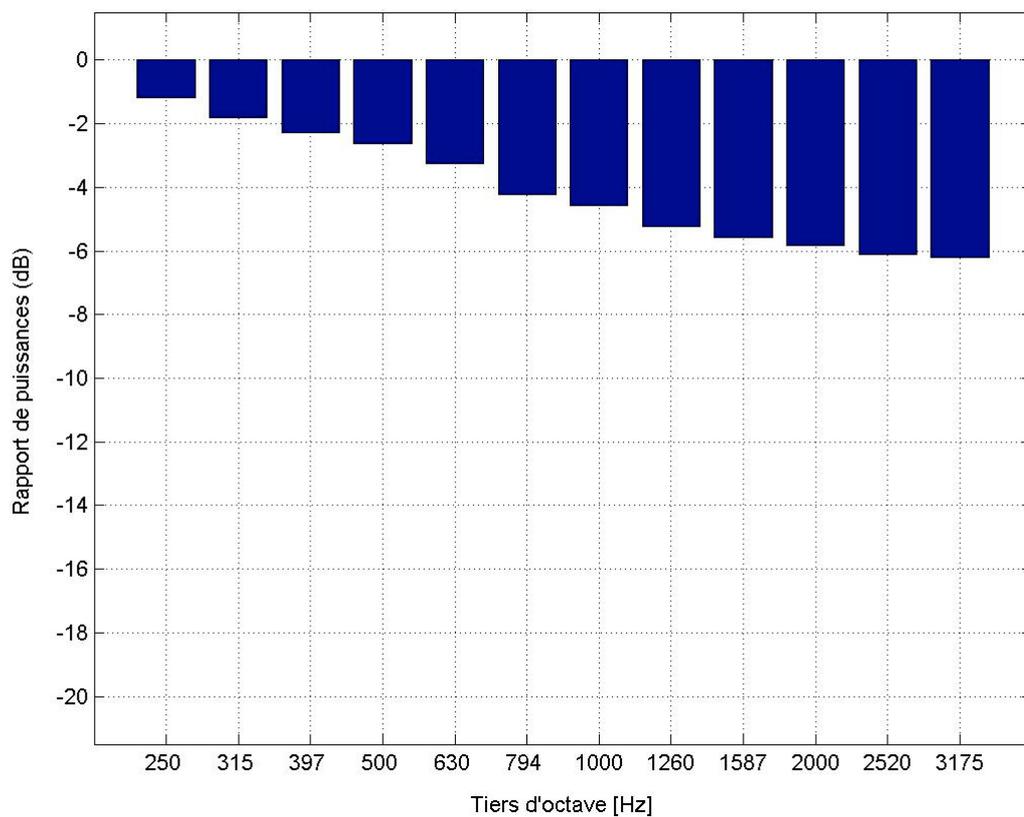
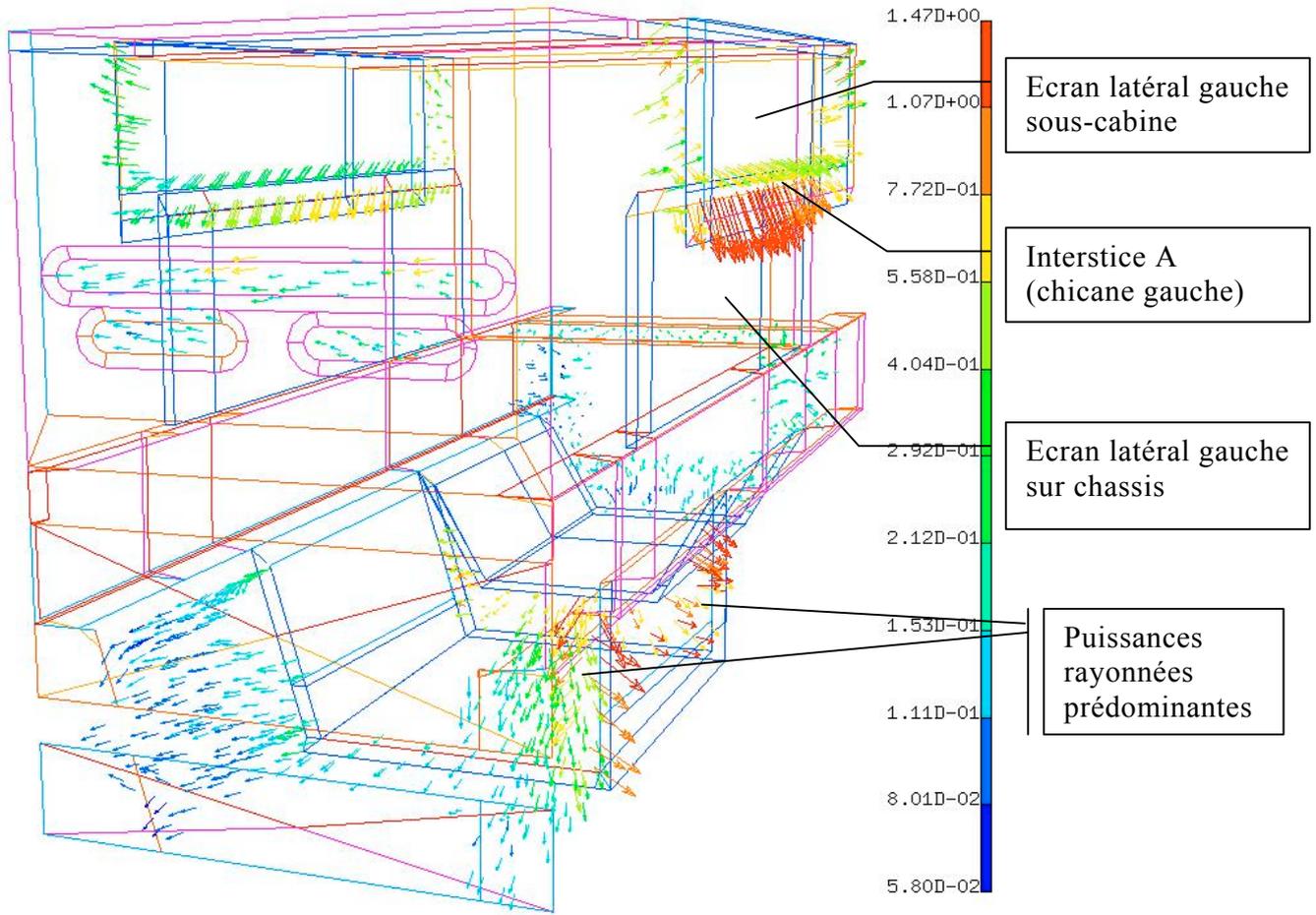


Figure (VI-4d) Micro4

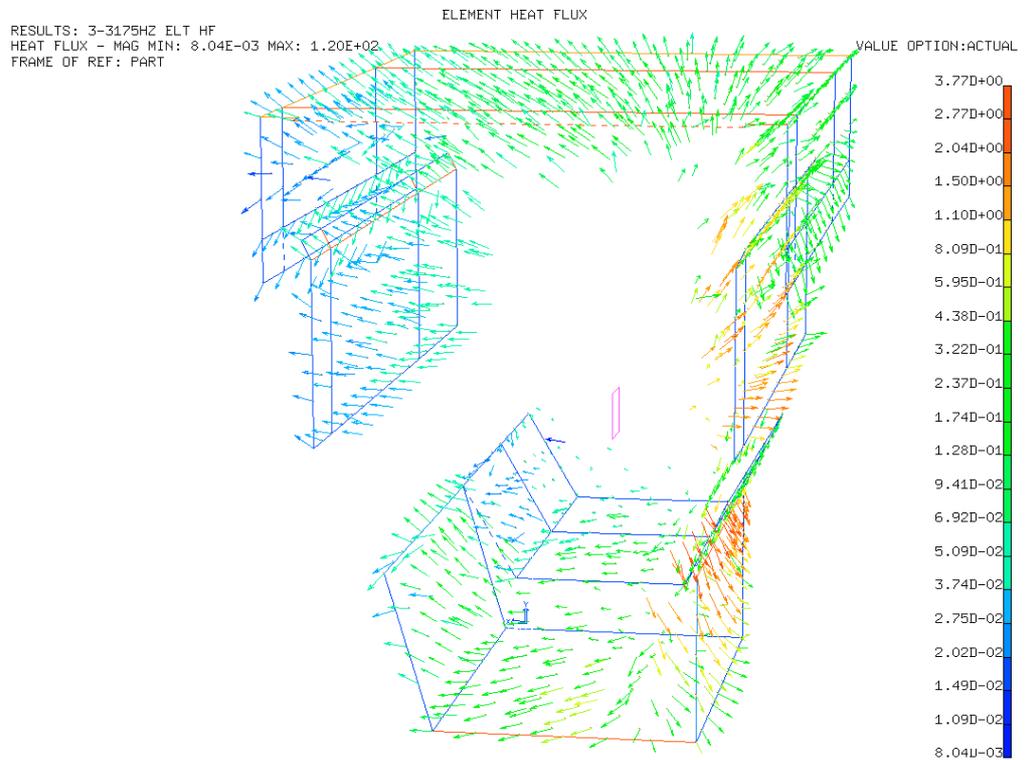
*Figure VI-4 - Fonctions de transfert énergétique de la source à gauche du moteur vers les quatre micros à 7,5m de l'axe du compartiment moteur: norme du vecteur intensité irrotationnelle calculée par IPA, divisée par la puissance de la source. Valeur en dB : référence 1m<sup>-2</sup>*



*Figure VI-5 - Taux de puissance rayonnée à l'extérieur de l'encapsulage - Cas absorbant*



*Figure VI-6 - Intensité irrotationnelle sur les ouvertures - Cas réfléchissant*



*Figure VI-7 - Intensité irrotationnelle sur les surfaces absorbantes - Tiers d'octave 3175Hz t*

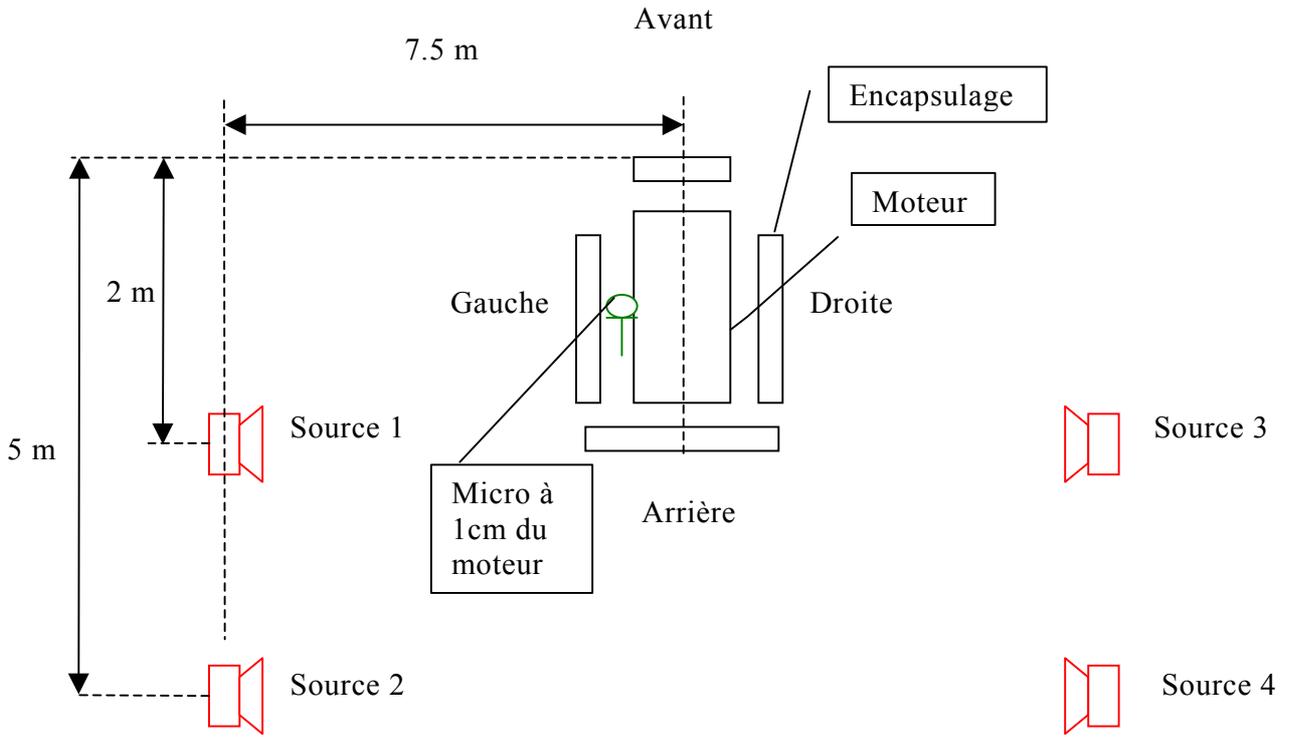
---

## Mesures PIANO

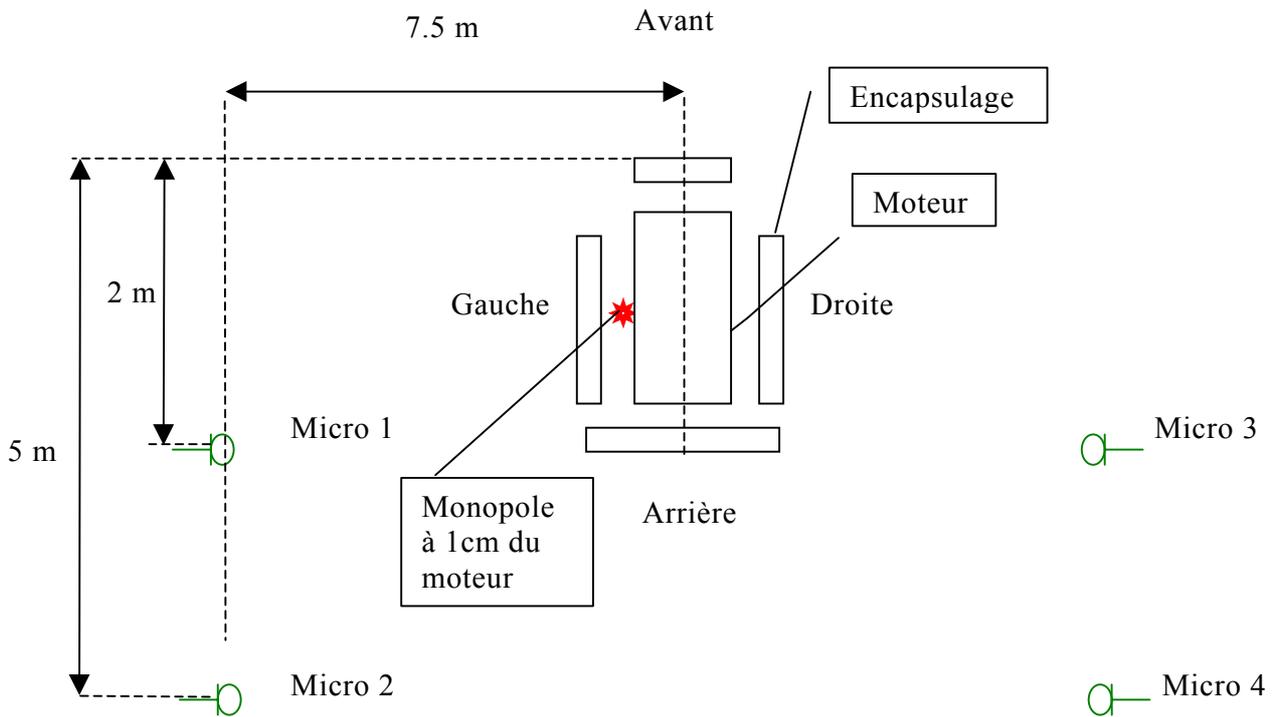
Dans le cadre du PREDIT "Méthodologie pour l'aide à la conception des encapsulages de Véhicules Industriels", des mesures de fonctions de transfert ont été réalisées pour Renault VI par la société Vibratec. L'objectif était de mesurer une référence afin de tester diverses méthodes de calcul. Ces fonctions de transfert mesurées consistent en des rapports  $|P/Q|^2$  de la pression quadratique aux points d'observation, et du débit quadratique d'accélération volumique de la source.

Pour des raisons pratiques, les mesures sont effectuées selon le principe de réciprocité, c'est-à-dire en inversant la position des sources et des récepteurs (figures VI-8 et VI-9). Ainsi, lors des mesures réciproques (figure VI-8), des microphones omnidirectionnels sont disposés en lieu et place des sources de bruit présumées du moteur. On s'intéresse ici à une source placée sur la face gauche du moteur. D'autre part quatre haut-parleurs sont installés en lieu et place des microphones d'homologation. Ils sont disposés à 7,5m à gauche et à droite de l'axe du moteur, à 1,2m au-dessus du sol rigide et respectivement à 2m et 5m en arrière de la face avant du véhicule. Les positions des haut-parleurs correspondent aux emplacements des microphones de mesure lorsque le bruit maximal se produit généralement, lors de l'homologation des véhicules en bruit extérieur (figures VI-3 et VI-9). Les haut-parleurs sont considérés comme des sources monopolaires, dont l'amplitude est déduite d'une mesure de pression à 24cm. Leur directivité a été contrôlée : elle n'excède pas 1dB jusqu'à 3500Hz dans l'angle solide contenant le compartiment moteur.

Selon le principe de réciprocité, les fonctions de transfert mesurée conformément à la figure VI-8 sont identiques à celles que l'on obtiendrait en inversant les positions des sources et des récepteurs (figure VI-9). Le calcul IPA a été effectué conformément à la figure VI-9, avec une source sur la face gauche du moteur. Les résultats des mesures doivent être adaptés pour être comparés au résultat naturel fourni par IPA: le rapport de l'intensité en champ libre et de la puissance de la source. Pour ce faire, il faut considérer le principe de réciprocité, lequel permet d'inverser les positions respectives des sources et des récepteurs. Il faut ensuite transformer le débit des sources en puissance, et transformer les pressions quadratiques des récepteurs en intensité. Ce sera l'objet du paragraphe suivant.



*Figure VI-8 - Configuration des mesures PIANO*



*Figure VI-9 - Configuration équivalente, par réciprocité*

## Calcul des transferts énergétiques à partir des transferts mesurés

---

On désire évaluer, à partir des fonctions de transfert mesurées  $|P/Q|^2$ , les rapports des intensités et de la puissance source  $\|\bar{I}\|/W_h$ , lesquels seront ensuite comparés à ceux obtenus par la méthode IPA.

Un monopole de débit d'accélération  $Q'$ , situé à une distance  $h$  d'un plan infini réfléchissant, émet une puissance  $W_h$  donnée par l'équation (II-109) tirée de la référence [PA01] :

$$W_h = W_0 \left(1 + \frac{\sin 2kh}{2kh}\right) \quad (\text{II-109})$$

Où  $k=2\pi f/c$  est le nombre d'onde associé à la fréquence  $f$ ,  $c$  et  $\rho_0$  sont respectivement la vitesse du son et la masse volumique de l'air.

$h$  est ici la distance entre les microphones et la peau du moteur, considéré comme un baffle rigide plan de dimensions infinies. Cette distance  $h$  est évaluée à 1cm. L'estimation par l'équation (II-109) de la puissance de la source équivalente dans la configuration de la figure (VI-9) constitue une approximation pouvant expliquer certains écarts entre mesures et calculs, d'autant que les microphones utilisés lors des mesures ont un diamètre d'un demi-pouce et qu'ils sont modélisés ici comme des récepteurs ponctuels (c'est à dire comme des sources ponctuelles, par réciprocité).

$W_0$  est la puissance dissipée par le même monopole en champ libre :

$$W_0 = \frac{\rho_0}{8\pi c} |\dot{Q}|^2 \quad (\text{VI-1})$$

Le passage de la pression quadratique à l'intensité, sur les quatre micros de la figure (VI-9), est immédiat dès lors que l'on se trouve loin de la source et en champ libre (VI-2)

$$\|\bar{I}(M)\| = \frac{|P(M)|^2}{2\rho_0 c} \quad (\text{VI-2})$$

On obtient le transfert énergétique à partir des équations (II-109), (VI-1) et (VI-2) :

$$\frac{\|\bar{I}(M)\|}{W_h} = \frac{4\pi}{1 + \frac{\sin 2kh}{2kh}} \left(\frac{1}{\rho_0}\right)^2 \left|\frac{P(M)}{\dot{Q}}\right|^2 \quad (\text{VI-3})$$

Ces transferts ont été calculés pour les quatre positions et sont présentés sur les figures (VI-10a) à (VI-10d). On retrouve les tendances des transferts calculés par IPA (figures (VI-4a) à (VI-4d)), notamment l'effet de l'absorption lorsque la fréquence s'accroît.

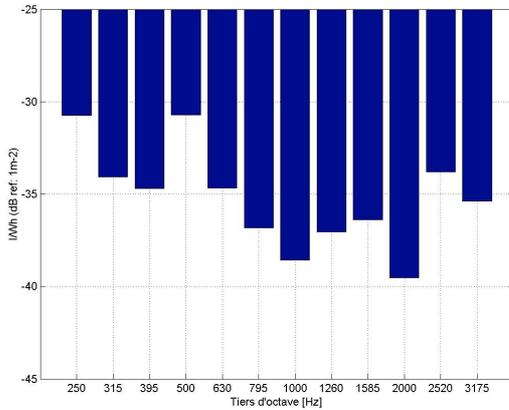


Figure (VI-10a) Source1

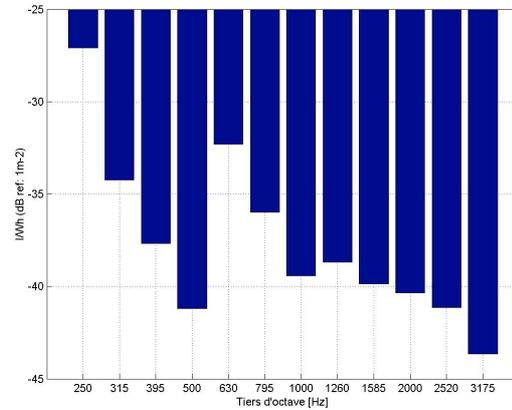


Figure (VI-10c) Source3

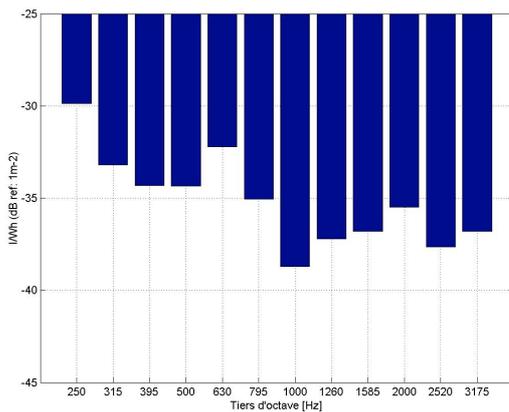


Figure (VI-10b) Source2

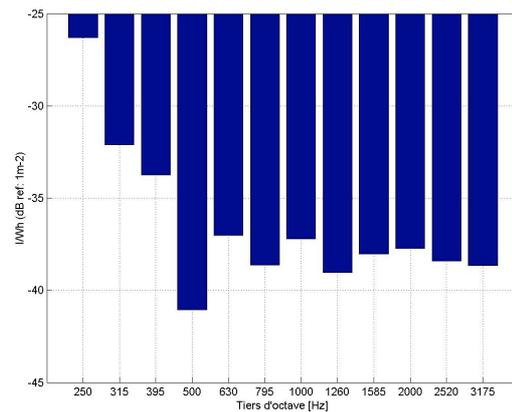


Figure (VI-10d) Source4

Figure VI-10 - Fonctions de transfert énergétique, des quatre positions à 7,5m vers la face gauche du moteur: intensité déduite de la pression mesurée, divisée par la puissance de la source déduite de (II-109). Valeur en dB : référence 1m<sup>-2</sup>

Les écarts entre le calcul IPA et la mesure sont tracés sur les figures (VI-11a) à (VI-11d). Sur le tiers d'octave centré sur 500Hz, on observe une forte dissymétrie dans les mesures entre d'une part les positions 1 et 2 se trouvant à gauche et d'autre part les positions 3 et 4 se trouvant à droite. Cette dissymétrie, qui peut résulter de modes particulièrement directifs ou de problèmes de mesures, ne se retrouve pas dans les résultats de calcul IPA.. Si l'on excepte ce tiers d'octave, l'écart moyen entre les mesures et les calculs IPA avoisine les 5dB, IPA prévoyant des transferts plus importants. La première explication pour cet écart est liée

au calcul de la puissance source (équation II-109) : la distance  $h$  est estimée à 1cm, et la peau du moteur est assimilée à un plan réfléchissant infini, ce qui constitue deux hypothèses fortes. La deuxième explication concerne les surfaces supposée réfléchissantes, telles que les longerons, la peau du moteur et le sol : une absorption même faible sur ces surfaces de grandes dimensions pourrait diminuer sensiblement les transferts calculés. La troisième explication est que la méthode IPA sous-estime la directivité du champ acoustique en raison de l'omission de l'intensité rotationnelle. D'ailleurs les écarts sont moindres pour les basses fréquences (tiers d'octave centré sur 250Hz) pour lesquelles la directivité du champ acoustique doit être également moindre. Les quatre positions de mesure se trouvent dans des zones d'ombre (peu d'ouvertures sont vues "en direct"), or une tendance de la méthode IPA à surestimer le niveau acoustique dans les zones d'ombre avait déjà été observée dans le chapitre III. Enfin, les incertitudes de mesure ne doivent pas être sous-estimées.

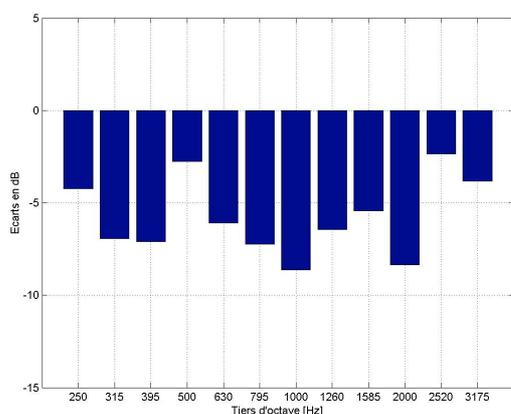


Figure (VI-11a) Source1

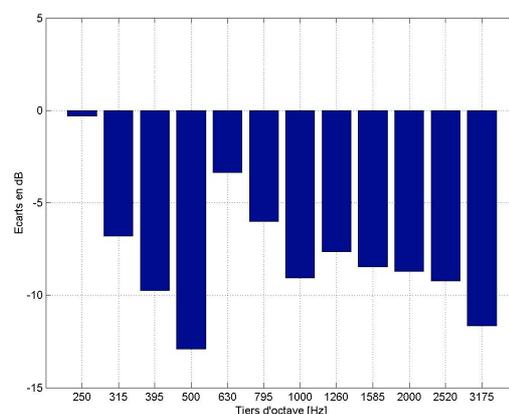


Figure (VI-11c) Source3

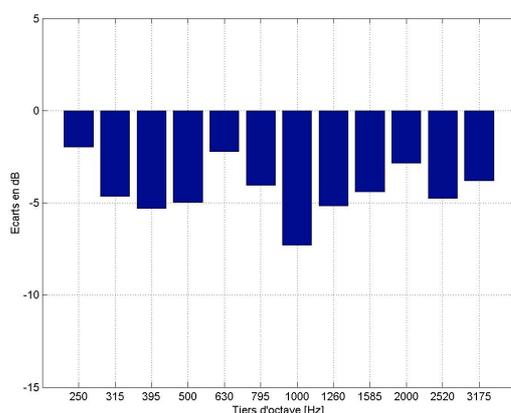


Figure (VI-11b) Source2

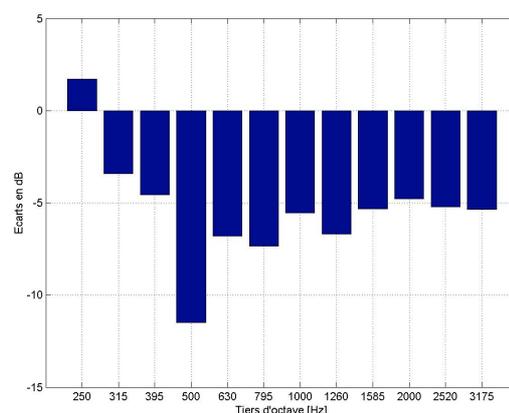


Figure (VI-11d) Source4

Figure VI-11 - Ecart entre les fonctions de transfert énergétique mesurées et calculées par IPA pour les quatre positions à 7,5m - Valeurs en dB

Aucune mesure dans des zones éclairées (vers l'avant gauche du compartiment moteur par exemple) n'est disponible. Cependant, afin d'avoir une vision plus moyenne dans l'espace des écarts entre IPA et mesures, le rapport de la puissance sortante et de la puissance source est estimé dans la partie suivante.

### Calcul du rapport de puissance à partir des transferts mesurés

---

Si la source "maquette VI" était omnidirectionnelle, alors la puissance sortante pourrait être estimée à partir d'une seule mesure de pression en champ libre, en un point M situé à une distance R suffisamment grande par rapport aux dimensions de la source:

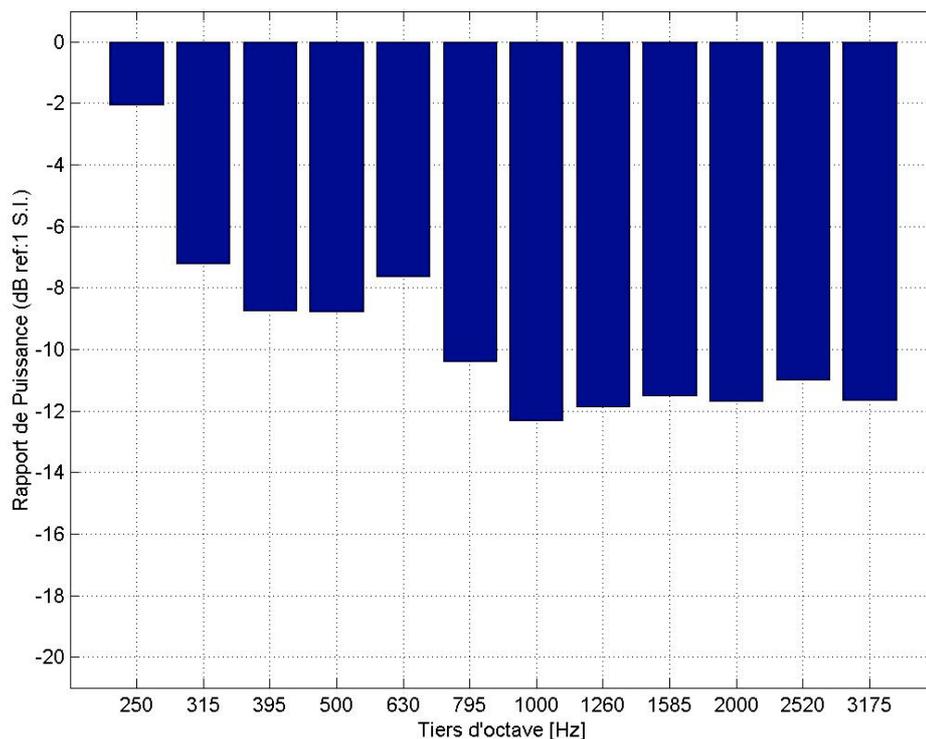
$$W_{\text{sortante}} = 2\pi R^2 \|\vec{I}(M)\| \quad (\text{VI-4})$$

$$W_{\text{sortante}} = 2\pi R^2 \frac{|P(M)|^2}{2\rho_0 c} \quad (\text{VI-5})$$

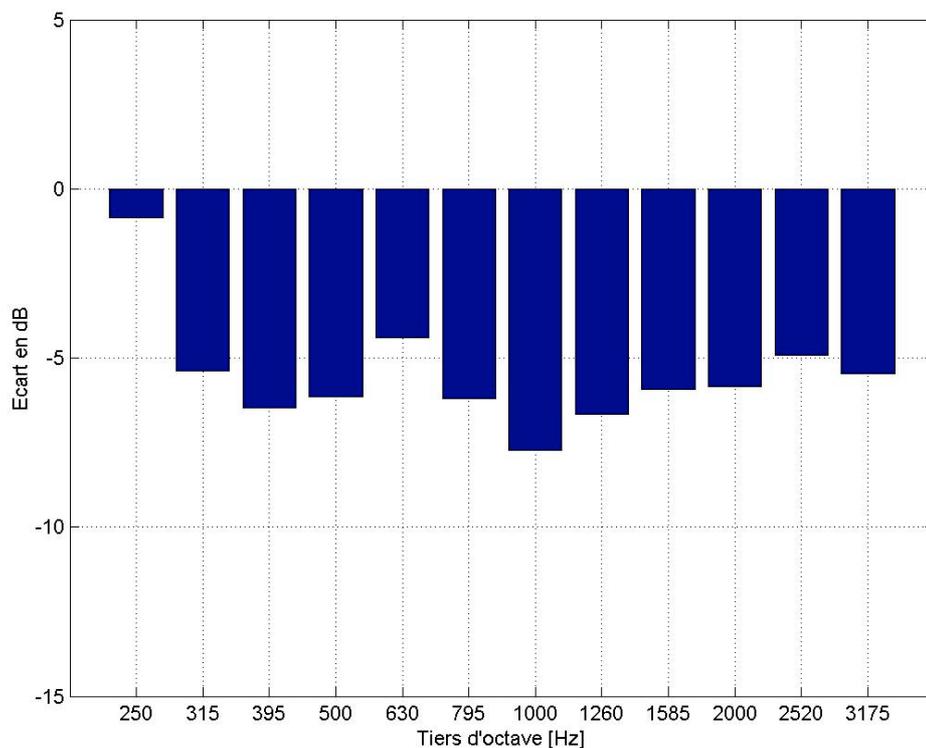
Des équations (II-109), (VI-1) et (VI-5) on déduit le rapport de la puissance sortante et de la puissance source :

$$\frac{W_{\text{sortante}}}{W_h} = \frac{8}{1 + \frac{\sin 2kh}{2kh}} \left( \frac{\pi R}{\rho_0} \right)^2 \left| \frac{P(M)}{\dot{Q}} \right|^2 \quad (\text{VI-6})$$

La source "maquette VI" n'étant pas omnidirectionnelle à priori, une estimation raisonnable de la puissance sortante requiert plusieurs points de mesure de pression. Ainsi les fonctions de transfert correspondant aux quatre positions à 7.5m ont été moyennées afin d'estimer plus précisément le rapport de puissances. La moyenne par tiers d'octave de cette estimation du rapport de puissances est présentée sur la figure (VI-12), et l'écart avec le rapport de puissances calculé par IPA est tracé sur la figure (VI-13). On retrouve un écart moyen de 5dB, sauf sur le tiers d'octave centré sur 250Hz. Les explications précédentes semblent toujours pertinentes : hypothèses pour le calcul de la puissance source, absorption résiduelle sur les surfaces considérées comme parfaitement réfléchissantes, tendance de la méthode IPA à sous-estimer le niveau acoustique dans les zones d'ombre, et incertitudes de mesure. On notera que les disparités des mesures sont atténuées par la moyenne spatiale, particulièrement pour le tiers d'octave centré sur 500Hz.



*Figure VI-12 - Rapport de puissance calculé selon l'équation (VI-7) – Moyenne sur les quatre positions mesurées*



*Figure VI-13 - Ecart entre les rapports de puissances mesuré et calculé par IPA*

L'écart moyen de 5dB observé sur la figure (VI-10) peut en grande partie s'expliquer par le nombre insuffisant de points de mesure. L'encapsulage étant peu ouvert dans la direction des quatre points de comparaison à 7.5m, c'est-à-dire vers l'arrière, il est vraisemblable que le ratio de puissance sortante mesuré soit sous-estimé. Les normes internationales de mesure de puissance requièrent un minimum de neuf points de mesure.

Afin de vérifier cette hypothèse, un calcul par la méthode IBEM de la puissance sortante a été entrepris.

---

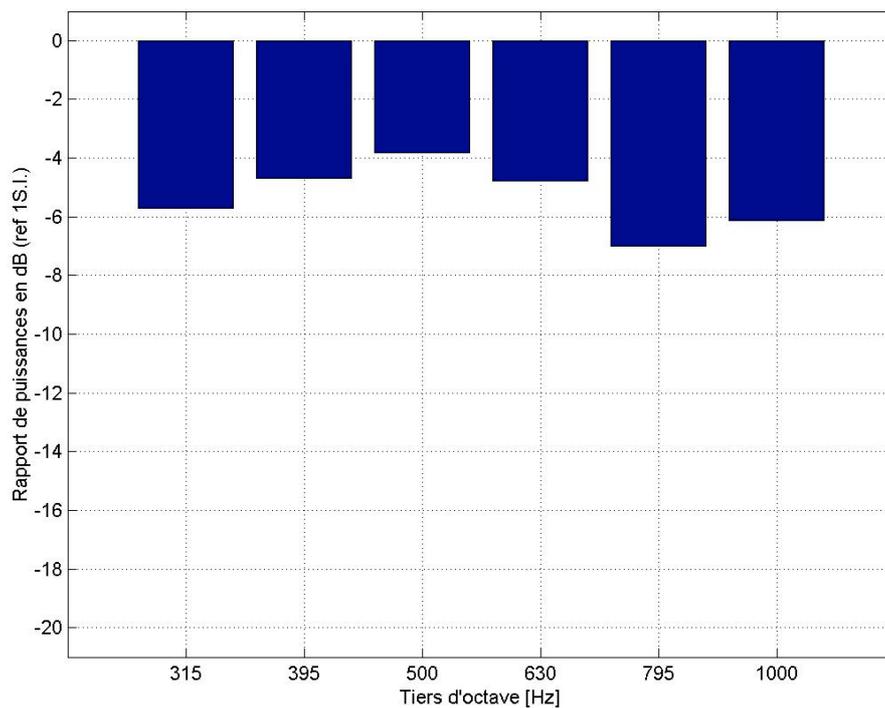
## Calculs IBEM

La puissance sortant par une demi-sphère de rayon 7.5m au-dessus du sol réfléchissant a été calculée à partir d'un modèle basé sur les éléments frontières (IBEM) réalisé par la société Vibratec.

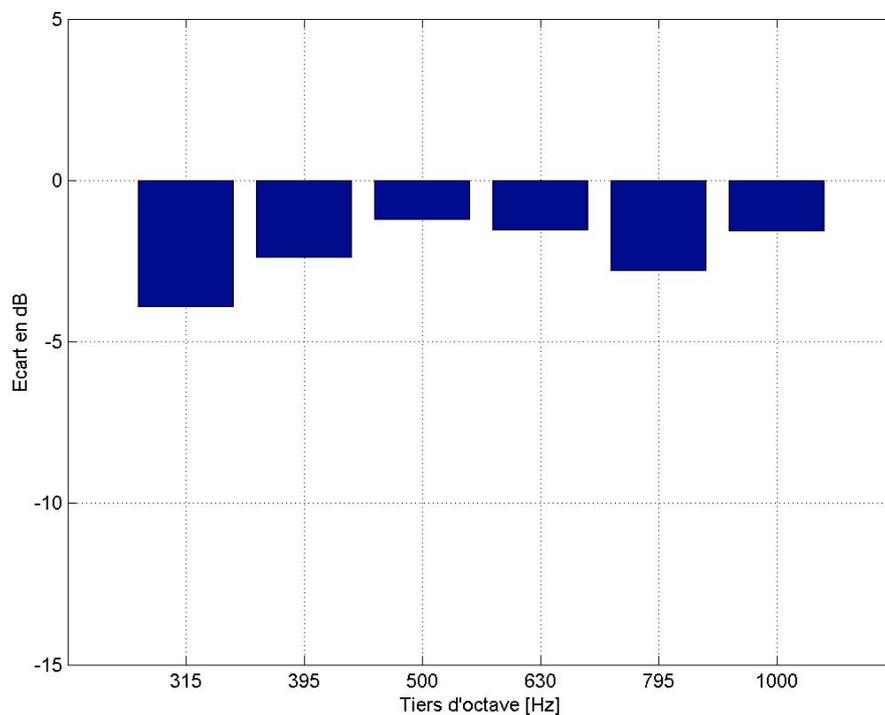
La puissance de la source (un piston bafflé de 3cm de coté) a été dans un premier temps estimée par la puissance qu'il rayonnerait en champ libre (VI-7). Cette puissance source a été utilisée pour le premier calcul du rapport des puissances, présenté sur la figure (VI-14).

$$W_{ChampLibre}(piston) = \omega^2 |v|^2 \frac{\rho_0}{c} \frac{S_{Piston}^2}{4\pi} \quad (VI-7)$$

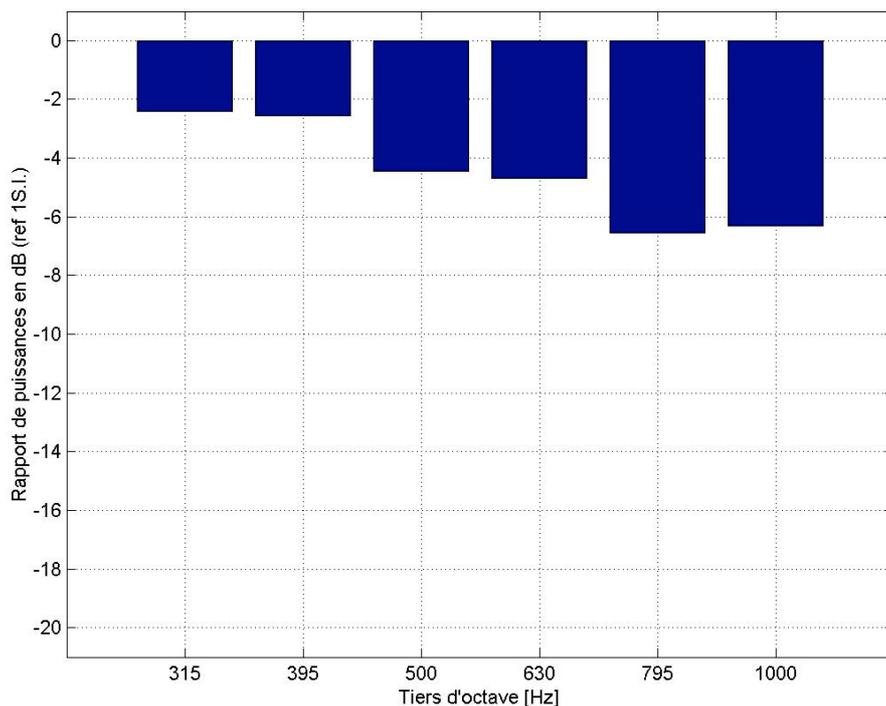
Par la suite, la puissance injectée dans le modèle IBEM a été calculée par post-traitement d'un maillage d'observation coïncidant avec le piston source, et utilisée dans le calcul du second rapport de puissances (figure VI-15). Le calcul par le logiciel Sysnoise de vitesses ou de puissances sur un maillage d'observation coïncidant avec des points du maillage de calcul IBEM est normalement proscrit, car il fait intervenir une singularité. Cependant dans notre cas la vitesse sur le piston est imposée. Le calcul de la puissance source ne requiert donc que la pression, dont le post-traitement en des points coïncidents ne présente pas de singularité.



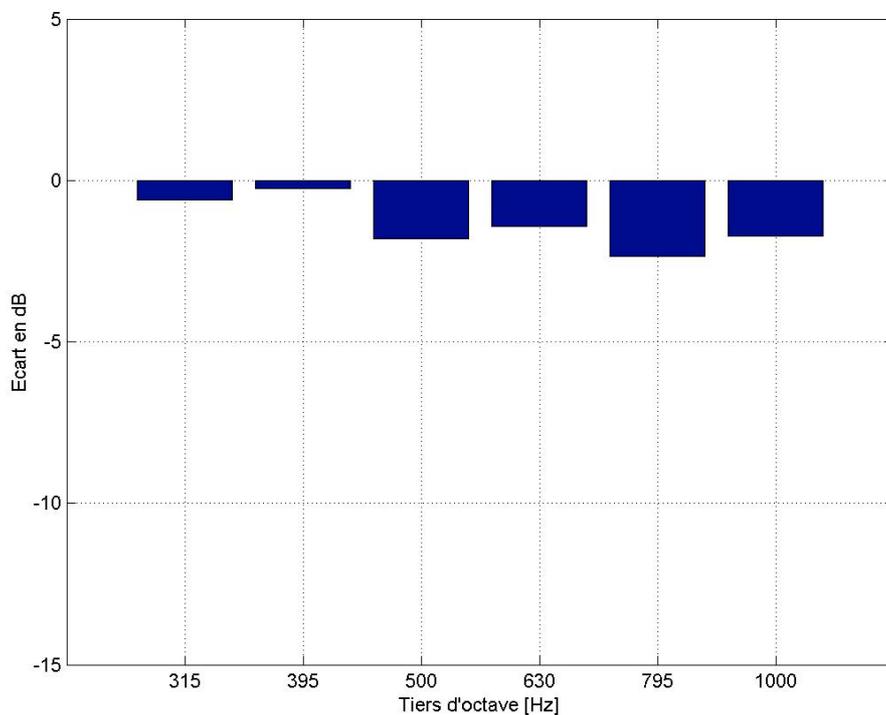
*Figure VI-14 - Rapport de puissance : Puissance sortante (post-traitement IBEM) divisée par la puissance émise par le piston en champ libre (formule analytique VI-7)*



*Figure VI-15 - Ecart entre les rapports de puissances calculés par IBEM (formule analytique pour la puissance source VI-7) et par IPA*



*Figure VI-16 - Rapport de puissance : Puissance sortante (post-traitement IBEM) divisée par la puissance source (post-traitement IBEM)*



*Figure VI-17 - Ecart entre les rapports de puissances calculés par IBEM (post-traitement IBEM pour la puissance source) et par IPA*

---

## Comparaison des résultats

Les trois approches (mesures, IPA et IBEM) montrent la même tendance (figures VI-5, VI-12 et VI-16), à savoir une diminution des transferts (rapport de la puissance sortante et de la puissance source) en fonction de la fréquence, phénomène lié à une efficacité des absorbants fibreux augmentant avec la fréquence.

Quantitativement, les résultats obtenus par IPA sont très proches de ceux obtenus par IBEM, particulièrement lorsqu'on prend en compte la puissance effective de la source (figures VI-16 et VI-17), et non la puissance d'un piston rayonnant en champ libre (figures VI-14 et VI-15). L'écart est alors inférieur ou égal à 2dB pour chaque tiers d'octave (figure VI-17).

En revanche l'estimation du rapport de puissances à partir de quatre fonctions de transferts  $|P/Q|^2$  mesurées diffère de 1 à 8dB (figure VI-13). Ceci peut s'expliquer en grande partie par la mesure en seulement quatre points de la pression en champ libre. Pour évaluer la puissance totale rayonnée à l'extérieur de l'encapsulage en tenant compte de sa directivité, des points de mesure supplémentaires seraient nécessaires.

Les conditions aux limites utilisées dans les méthodes IBEM et IPA peuvent également être mises en cause : les surfaces métalliques, le moteur en mousse durcie, ainsi que le sol, ont été considérés comme parfaitement réfléchissants. L'influence d'une faible absorption pourrait être étudiée.

## Perspectives d'utilisation

A l'instar des modèles SEA et de la théorie de Sabine, la méthode IPA s'appuie sur le bilan énergétique et la puissance échangée entre des sous-systèmes. La spécificité de la méthode IPA est de résoudre localement ce bilan énergétique (équation II-13) grâce au recours à une discrétisation de type éléments finis des volumes de fluide. La précision géométrique obtenue est sans commune mesure : chaque élément fini constitue en effet un sous-système échangeant de l'énergie acoustique avec ses voisins, et le problème de la sous-structuration ne se pose pas. Cependant la méthode IPA partage une caractéristique fondamentale avec les autres méthodes dites "énergétiques": elle s'appuie uniquement sur des variables

énergétiques, en l'occurrence l'intensité irrotationnelle et le potentiel d'intensité  $\phi$ . Ces méthodes font abstraction de l'aspect ondulatoire, lequel requiert une description des champs de pression et de vitesse complexes. Cette caractéristique commune à toutes les méthodes énergétiques leur confère les mêmes forces et les mêmes faiblesses : robustesse et rapidité des calculs d'une part, omission du comportement modal d'autre part. Ce dernier point limite le champ de validité de des méthodes énergétiques : pour pouvoir négliger les phénomènes modaux, une forte densité modale est requise. En conséquence, la fréquence doit être élevée, la géométrie complexe, et le spectre des sources doit être large bande.

Ces différentes caractéristiques orientent le champ d'application de la méthode IPA vers les environnements à géométrie complexe, partiellement ouverts, contenant une ou plusieurs sources à spectre large-bande. Ce champ d'application rend la méthode IPA parfaitement complémentaire des méthodes acoustiques classiques, telles que les éléments finis, les éléments frontières, les éléments finis-infinis ou même la résolution analytique.

La moyenne statistique des réponses modales permet ensuite de retrouver le comportement plus lisse prévu par les méthodes énergétiques. Cette moyenne peut porter sur la fréquence, sur l'espace, sur la dispersion de fabrication des produits industriels ou sur les variations entre des mesures successives.

---

# Conclusion

Dans le premier chapitre, diverses méthodes de prédiction vibro-acoustique basées sur le concept d'énergie ont été présentées. Les hypothèses utilisées, les apports et les limitations de ces méthodes ont été précisées. Derrière toutes ces approches se trouve la conviction qu'en hautes fréquences, dans des environnements complexes, l'approche mécanique cherchant à décrire précisément les forces et les déplacements, les pressions et les vitesses, se heurte à une double barrière. La première concerne le temps de calcul nécessaire à la résolution de l'équation d'Helmholtz en hautes fréquences, les maillages de calculs devant respecter un critère de finesse proportionnel à la fréquence. Mais au-delà de ces problèmes de coût de calcul, lesquels devraient s'estomper au fur et à mesure du développement des capacités de l'informatique, ce sont les incertitudes sur les sources, sur les modes de propagation et sur les processus de dissipation d'énergie qui rendent caduque cette approche déterministe. Les méthodes énergétiques s'appuient sur une approche statistique procédant par moyennes spatiales, fréquentielles ou prenant en compte la dispersion des produits industriels. Au centre de chacune de ces méthodes énergétiques se trouvent deux équations. La première décrit le bilan énergétique : la divergence du flux d'énergie est égale à la différence entre la puissance apportée par une source, la puissance dissipée localement et la variation du niveau local d'énergie. Dans le cas de la propagation acoustique en régime stationnaire, si l'on néglige la dissipation volumique par rapport à l'absorption aux frontières du volume, cette équation se réduit à l'égalité entre la divergence de l'intensité active et la densité de puissance des sources. Cette première équation, reposant sur la conservation de l'énergie, ne saurait être remise en question. La seconde équation traduit l'hypothèse d'une loi entre le niveau local d'énergie et son flux vers les régions voisines. La loi de Fourier, empruntée aux modèles de conduction thermique, est souvent avancée. Elle suppose une relation de proportionnalité entre le flux d'énergie et son gradient. Pour reprendre l'analogie thermique, l'énergie aurait tendance à se propager des régions les plus chaudes vers les régions les plus froides. Justifiée dans plusieurs cas, elle n'est cependant pas démontrée dans le cas général. La méthode IPA (Intensity Potential Approach) relâche cette hypothèse forte en ayant recours au concept de potentiel d'intensité. Le calcul IPA donne accès à la composante irrotationnelle du champ d'intensité acoustique, qui dérive de ce potentiel. Les propriétés de la composante irrotationnelle de l'intensité active ont été explorées dans le deuxième chapitre. Elle peut être considérée comme la composante lisse de l'intensité active, rendant compte de la puissance des sources ainsi que de la divergence

géométrique. La composante rotationnelle, ignorée par le calcul, est liée aux interférences entre les ondes. Le champ d'intensité rotationnelle est très chahuté, et n'est pas lié au bilan de conservation de l'énergie. Le troisième chapitre présente la méthode de calcul en l'absence d'absorbant, les résultats des premières simulations ainsi que des comparaisons avec des mesures intensimétriques. La première tendance se dégageant de cette comparaison est un lissage spatial et fréquentiel par le calcul IPA des niveaux d'énergie : les zones d'ombre sont surestimées, les zones de champ direct sont sous-estimées et les pics fréquentiels sont ignorés. La géométrie "trop simple" de la configuration mesurée, favorisant une directivité très marquée, semble pénaliser la méthode IPA. Le quatrième chapitre propose un modèle d'absorption et sa validation sur le cas simple d'une enceinte partiellement ouverte et garnie d'absorbant, par comparaison avec un modèle basé sur les éléments frontières (IBEM). Les puissances calculées par la méthode IPA restituent bien l'allure générale de la puissance calculée par IBEM, tout en ignorant les pics de résonance et d'anti-résonance de l'enceinte. L'ordre de grandeur de l'atténuation due à l'enceinte est bien respecté, malgré un écart de 3dB imputable à l'approximation "champ libre" de la puissance de la source. Le cinquième chapitre présente le dispositif expérimental utilisé pour les mesures intensimétriques en chambre anéchoïque, ainsi que pour la mesure de la puissance d'une source quel que soit son environnement. Cette mesure de puissance de la source consiste en deux mesures de pression à l'intérieur d'un conduit, destinées à identifier les deux ondes de tuyau. La prédominance du champ réactif nécessite une correction en phase très précise des deux microphones. Le dernier chapitre présente une application industrielle de la méthode du potentiel d'intensité, concernant la prédiction de l'efficacité des écrans acoustiques placés autour d'un moteur de camion. La comparaison avec des transferts mesurés ponctuellement fait apparaître des écarts de 1dB à 8dB, confirmant la tendance de surestimation des zones d'ombre, observées dans le troisième chapitre. En revanche les puissances calculées par un modèle IBEM d'une part et par le calcul IPA d'autre part sont en bon accord.

## Références bibliographiques

- [BEL75] **V.D. BELOV, S.A. RYBAK**, Applicability of the transport equation in one-dimensional wave-propagation problem, *Journal of Soviet Physical Acoustics*, 1975, vol. 21, pp. 110-114.
- [BEL77] **V.D. BELOV, S.A. RYBAK, B.D. TARTAKOVSKII**, Propagation of vibrational energy in absorbing structures, *Journal of Soviet Physical Acoustics*, 1977, vol. 23, pp. 115-119.
- [BER00] **R.J. BERNHARD**, The family of EFA Equations and their relationship to SEA, *In : Noise and Vibration Energy Methods (NOVEM) International Congress*, Lyon, France, Septembre 2000.
- [BIE80] **BIES, D.A. et HAMID, S.** - In situ determination of loss and coupling loss factors by the power injection method. *Journal of Sound and Vibration*, 1980, Vol. 70, N° 2, p. 187-204.
- [BOC98] **BOCUILLET, A., ICHCHOU, M.N., MORON, P. et al.** - On the validity domain of some high frequency energy models. *In : IUTAM symposium on Statistical Energy Analysis.* - Southampton, UK : ISVR, University of Southampton, juillet 1997, p. 25-36.
- [BUR97] **BURROUGHS, C.B., FISCHER, R.W. et KERN, F.R.** - An introduction to statistical energy analysis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1997, Vol. 101, N° 4, p. 1779-1789.
- [BUV80] **L.E. BUVAILO, A.V. IONOV**, Application of the finite-element method to the investigation of the vibroacoustical characteristics of structures at high audio frequencies, *Journal of Soviet Physical Acoustics*, 1980, vol. 26(4), pp. 277-279.
- [CAR00] **A. CARCATERRA, A. SESTIERI**, On the interference of propagating waves in energy balance equations, *In : Noise and Vibration Energy Methods (NOVEM) International Congress*, Lyon, France, Septembre 2000.
- [CAR77] **M. M. CARROLL, C. F. CHIEN**, Decay of reverberant sound in a spherical enclosure, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1977, Vol. 62, N° 6, p. 1442-1446.
- [CHI97] **C.F. CHIEN, R.V. WATERHOUSE**, Singular points of intensity streamlines in two-dimensional sound fields, *Journal of the Acoustical Society of America*, 1997, vol. 101, pp. 705-712.
- [CHI99] **C.F. CHIEN, R.V. WATERHOUSE**, Singular points of intensity streamlines in axisymmetric sound fields, *Journal of Sound and Vibration*, 1999, vol. 228, N°4, pp. 931-938.
- [DJI93] **M. DJIMADOUM**, Prévision des vibrations stationnaires et instationnaires aux moyennes fréquences : approche en énergie moyenne et approche par admittances impulsionnelles, *Thèse de Doctorat : INSA de Lyon*, 1993, 197 p.
- [DJI95a] **M. DJIMADOUM - J.L. GUYADER**, Vibratory predictions with an equation of diffusion, *Actua acustica*, 1995, vol.3 n°1 pp.1-24.
- [DJI95b] **M. DJIMADOUM - J.L. GUYADER**, Possibilities to generalize the heat transfer approach to vibration of plates problems, *In : Inter-noise 95*, 1995, , Newport Beach, USA, pp-1220.
- [ERI95] **B. ERIN**, Modèles de diffusion d'énergie vibratoire en dynamique des structures, *Thèse de Doctorat : Université Pierre et Marie Curie*, 1995

- [FAH74] **F.J. FAHY**, Statistical energy analysis : a critical review. *Shock and Vibration Digest*, 1974, Vol. 6, p. 14-33.
- [FAH98] **F.J. FAHY**, An alternative to the sea coupling loss factor : rationale and method for experimental determination. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol. 214, N° 2, p. 261-267.
- [FRA00] **L. FRANZONI, D. BLISS**, An energy based boundary element method for broadband high frequency reverberant sound fields, , In : NOVEM, 2000, Lyon, FRANCE.
- [FRA01] **L. FRANZONI ET AL.**, Analysis of broadband reverberant fields in three dimensional enclosures using a boundary element formulation, In : *International Congress of Acoustics*, Rome, ITALY, 2001.
- [FRE97] **C.R. FREDO**, A sea-like approach for the derivation of energy flow coefficients with a finite element model. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol. 199, N° 4, p. 645-666.
- [GUY99] **J.L. GUYADER**, State of the art of energy methods used for vibroacoustic prediction, In : *Sixth International Congress on Sound and Vibration*, Copenhagen, Denmark, July 1999, pp 59-84.
- [ICH95] **M.N. ICHCHOU, L. JEZEQUEL**, A general propagative approach for the energy flow models and the heat conduction analogy of one dimensional systems, In : *Internoise 95*, 1995, Newport Beach, USA, pp. 1213-1216.
- [ICH96] **M.N. ICHCHOU**, Formulation énergétique pour l'étude moyennes et hautes fréquences des systèmes : théorie et applications, *Thèse de Doctorat* : Ecole Centrale de Lyon, 1996, 283 p.
- [ICH97] **M.N. ICHCHOU, A. LE BOT, , L. JEZEQUEL**, Energy models of one dimensional multi-propagative systems, *Journal of Sound and Vibration*, 1997, vol. 201, N° 5, pp. 535-554.
- [KEA87] **A.J. KEANE, W.G PRICE**, Statistical energy analysis of strongly coupled systems. *Journal of Sound and Vibration*, 1987, Vol. 117, N° 2, p. 363-386.
- [KUR68] **U. KURTZE**, Zur Entwicklung eines Gerates für komplex Schallfeldmessungen, *Acustica*, 1968, vol.20, pp. 308-310.
- [LAL97] **N. LALOR**, The practical implementation of SEA. In : *IUTAM symposium on Statistical Energy Analysis*. - Southampton, UK : ISVR, University of Southampton, juillet 1997, p. 257-268.
- [LAN82] **R.S. LANGLEY**, Wave intensity technique for the analysis of high frequency vibration, *Journal of Sound and Vibration*, 1992, vol. 159, pp. 483-502.
- [LAN91] **R.S. LANGLEY**, Analysis of beam and plate vibration, *Journal of Sound and Vibration*, 1991, vol. 150, pp.47-65.
- [LAN92] **R.S. LANGLEY**, A wave intensity technique for the analysis of high frequency vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 1992, Vol. 159, N° 3, p. 485-502.
- [LAN94] **R.S LANGLEY, A.N. BERCIN**, Wave intensity analysis of high frequency vibrations. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, 1994, Vol. A346, p. 489-499.
- [LAN95] **R.S. LANGLEY**, On the vibrational conductivity approach to high frequency dynamics for two-dimensional structural components, *Journal of Sound and Vibration*, 1995, vol. 182, pp.637-657.
- [LAS90] **Y. LASE**, Description des réponses structurales dans le domaine des moyennes fréquences à l'aide d'une formulation énergétique, *Thèse de Doctorat* : Ecole Centrale de Lyon, 1990.

- [LEB94] **A. LE BOT**, Equations énergétiques en mécanique vibratoire. Application au domaine des moyennes et hautes fréquences, *Thèse de Doctorat* : Ecole Centrale de Lyon, 1994.
- [LEB98a] **A. LE BOT**, Geometric diffusion of vibrational energy and comparison with the vibration conductivity approach, *Journal of Sound and Vibration*, 1998, vol. 212, N° 4, pp.637-647.
- [LEB98b] **A. LE BOT**, A vibroacoustic model for high frequency analysis, *Journal of Sound and Vibration*, 1998, vol. 211, N°4, pp 537-554.
- [LI98] **J. F. LI, J.C. PASCAL, C. CARLES**, Energy Fields of Partially Coherent Sources, , *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1998, Vol. 103, N° 2, pp. 962-972.
- [LYO62] **R.H. LYON, G. MAIDANIK**, Power flow between linearly coupled oscillators, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1962, Vol. 34, N° 5, pp. 623-639.
- [LYO95] **R.H. LYON, R.G. DEJONG**, *Theory and application of statistical energy analysis*. Second edition. - Boston : Butterworth-Heinemann, 1995, 277 p.
- [MAI81a] **G. MAIDANIK**, Extension and reformulation of statistical energy analysis with use of room acoustics concepts. *Journal of Sound and Vibration*, 1981, Vol. 78, N° 3, p. 417-423.
- [MAI81b] **G. MAIDANIK, L.J. MAGA**, Transition from a non-reverberant to a reverberant dynamic system. *Journal of Sound and Vibration*, 1981, Vol. 78, N° 3, p. 397-416.
- [MAN87] **J.A. MANN, J. TICHY, A.J. ROMANO**, Instantaneous and time-averaged energy transfer in acoustic fields, *Journal of the Acoustical Society of America*, 1987, vol.82, N° 1, pp.17-29.
- [MAN91a] **J.A. MANN, J. TICHY**, Acoustic intensity analysis: distinguishing energy propagation and wave front propagation, *Journal of the Acoustical Society of America*, 1991, vol. 90, N° 1, pp 20-25.
- [MAN91b] **J.A. MANN, J. TICHY**, Near-field identification of vibration sources, resonant cavities, and diffraction using acoustic intensity measurements, *Journal of the Acoustical Society of America*, 1991, vol. 90, N° 2, pp 720-728.
- [MAX00] **L. MAXIT**, Extension et reformulation du modèle SEA par la prise en compte de la répartition des énergies modales, *Thèse de Doctorat*, INSA de Lyon, 2000, 223 p.
- [MAX99] **L. MAXIT, J.-L. GUYADER**, Estimation of SEA coupling loss factors using a dual formulation and fem modal information, Part I : Theory. *Journal of Sound and Vibration*, 2001; vol. 239, N° 5, pp. 907-930.
- [MAX99] **L. MAXIT, J.-L. GUYADER**, Estimation of sea coupling loss factors using a dual formulation and FEM modal information, Part II : Numerical applications, *Journal of Sound and Vibration*, 2001; vol. 239, N° 5, pp. 931-948.
- [MOR53] **P.M. MORSE, H. FESHBACH**, *Methods of theoretical physics. Part 1* New York : Mc Graw Hill,1953, 997 p (part1)
- [NEF87] **D.J. NEFSKE, S.H. SUNG**, Power Flow finite element analysis of dynamic systems: basic theory and application to beams, *N.C.A. publication* vol.3, 1987, pp.47-54.
- [NEF89] **D.J. NEFSKE, S.H. SUNG**, Power Flow finite element analysis of dynamic systems: basic theory and application to beams, *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, 1989, vol. 111, pp.94-100.

- [NIK90] **A.S. NIKIFOROV**, Estimating the intensity of structure-borne noise in ribbed structures, *In : International Congress on Intensity Techniques*, Senlis, France, 1990, pp 115-119.
- [PAS00] **J.C. PASCAL**, Sources and potential fields of power flow in acoustics and vibration, *In : NOVEM*, 2000, Lyon, France.
- [PAS01] **J.C. PASCAL, J.F. LI**, Irrotational acoustic intensity and boundary values, *In : International Congress of Acoustic*, Rome, Italie ,2001.
- [PAS81] **J.C. PASCAL**, Mesure de l'intensité active et Réactive Dans Différents Champs Acoustiques, *In : International Congress on Recent Developpments in Acoustic Intensity Measurement*, october 1981, CET, Senlis, pp 11-19.
- [PAS85] **J. C. PASCAL**, Structure and Patterns of Acoustic Intensity Fields, *In : 2nd International Congress on Acoustic Intensity*, , CET, Senlis, September 1985, September 1985, pp.97-104.
- [PAS99] **J.C. PASCAL, J.F. LI**, Irrotational Acoustic Intensity : A New Method for Location of Sound Sources, *In : Sixth International Congress on Sound and Vibration*, Copenhagen, Denmark, . July 1999, pp 851-858.
- [PIC98] **J. PICAUT**, Modélisation des champs diffus par une équation de diffusion, *Thèse de Doctorat : Université du Maine*, 1998, 125 p.
- [RYB72a] **S.A. RYBAK**, Waves in a plate containing random inhomogeneities, *Journal of Soviet Physical Acoustics*, 1972, vol. 17, pp. 345-349.
- [RYB72b] **S.A. RYBAK**, Randomly coupled flexural and longitudinal vibrations in plates, *Journal of Soviet Physical Acoustics*, 1972, vol 18, pp. 76-79.
- [SHA95] **K. SHANKAR, A.J. KEANE**, A study of the vibrational energies of two coupled beams by finite element and green function (receptance) methods. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol. 181, N° 5, p. 801-838.
- [SHA97] **K. SHANKAR, A.J. KEANE**, Vibrational energy flow analysis using a substructure approach : the application of receptance theory to fea and sea. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol. 201, N° 4, p. 491-513.
- [SIM91] **C. SIMMONS**, Structure-borne sound transmission through plate junctions and estimates of sea coupling loss factors using the finite element method. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, Vol. 144, N° 2, p. 215-227.
- [SMI62] **J.P.W. SMITH**, Response and radiation of structural modes excited by sound. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1962, Vol. 34, N° 5, p. 640-647.
- [STE94] **J.A. STEEL, R.J.M. CRAIK**, Statistical energy analysis of structure-borne sound transmission by finite element methods. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, Vol. 178, N° 4, p. 553-561.
- [THI00a] **M. THIVANT, J.L. GUYADER**, The Intensity Potential Approach to predict sound propagation through partial enclosures. *In : Internoise 2000*, 2000, Nice, France.
- [THI00b] **M. THIVANT, J.L. GUYADER**, Prediction of sound propagation using the Intensity Potential Approach: comparison with experiments, *In : NOVEM*, 2000, Lyon, FRANCE.
- [THI01] **M. THIVANT, J.L. GUYADER**, Introduction of sound absorbing materials in the Intensity Potential Approach, *In : International Congress of Acoustics*, Rome, ITALY, 2001.
- [WAT85] **R.V. WATERHOUSE, T.W. YATES, D. FEIT, Y.N. LIU**, Energy streamlines of a sound source, *Journal of the Acoustical Society of America*, 1985, vol. 78, N° 2, pp. 758-762.

- [WAT86] **R.V. WATERHOUSE, D. FEIT**, Equal energy streamlines, *Journal of the Acoustical Society of America*, 1986, vol. 80, pp. 681-684.
- [WIL95] **E.G. WILLIAMS**, Supersonic acoustic intensity, *Journal of the Acoustical Society of America*, 1995, vol.97, N° 1, pp121-127.
- [WIL98] **E.G. WILLIAMS**, Supersonic acoustic intensity on planar sources, *Journal of the Acoustical Society of America*, 1998, vol.104, N° 5, pp2845-2850.
- [ZHE00] **J. ZHE**, Intensity streamlines and vorticity streamlines in three-dimensional sound fields, *Journal of the Acoustical Society of America*, 2000, vol. 107, N° 2, pp. 725-730.
- [ZHE94] **J. ZHE**, Decomposition theorem of sound intensity with application, *Journal of the Acoustical Society of America*, 1995, vol. 97, N° 1, pp. 25-33.
- [ZHE95] **J. ZHE**, Variational principle and energy integrals in a complex sound intensity field, *Journal of the Acoustical Society of America*, august 1995., vol. 98, N° 2, pp1163-1167

---

# Résumé

Nouvelle méthode de prédiction de la propagation acoustique en MF/HF, la méthode du potentiel d'intensité (IPA) est basée sur un bilan local d'énergie. La discrétisation du volume d'air en éléments finis permet de respecter au mieux la géométrie. Une véritable analogie avec la conduction thermique permet l'utilisation de solveurs existants, dotés d'interfaces graphiques. L'hypothèse d'une "Loi de Fourier" reliant l'énergie et l'intensité, non démontrée dans le cas général, est relaxée. Le champ d'intensité irrotationnelle est calculé, fournissant des informations locales précieuses sur les voies de transfert acoustique dès la phase de conception des produits industriels. Le calcul de la pression est possible en champ libre. La méthode du potentiel d'intensité a été validée sur une maquette d'encapsulation de moteur de camion, par comparaison avec des mesures de fonction de transfert et avec un calcul par éléments frontières. La puissance de la source dans son environnement est mesurée.

---

# Abstract

A new prediction method for acoustics is proposed for the mid and high frequency range: the intensity potential approach (IPA) is based on the local power balance. The use of a finite element model respects the geometry with accuracy. A thermal conductivity analogy permits the use of existing solvers, with graphical pre-processing and post-processing tools. The use of the intensity potential avoids the "Fourier's Law" assumption relating energy and intensity, for which no evidence has been found yet in the general case. The irrotational intensity is computed, giving local information on acoustic energy paths, during the conception stage of industrial products. Free field pressure computation is also provided. The intensity potential approach has been validated on the full-scale mock-up of the engine compartment of a truck, by comparison with measured transfer functions and with a boundary element model. The source power in its environment is measured.