

Application des mobilités énergétiques au couplage fluide - structure

M.S. Ryu

▶ To cite this version:

M.S. Ryu. Application des mobilités énergétiques au couplage fluide - structure. Acoustique [physics.class-ph]. INSA de Lyon, 2002. Français. NNT: . tel-00780398

HAL Id: tel-00780398 https://theses.hal.science/tel-00780398

Submitted on 23 Jan 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés. N° d'ordre 02 ISAL 0065

Année 2002

THESE

présentée devant

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR

Formation doctorale : Acoustique Ecole Doctorale des Sciences pour l'Ingénieur de Lyon : Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA) ECL – INSA – UCBL

par

Myong-Sok RYU

APPLICATION DES MOBILITES ENERGETIQUES AU COUPLAGE FLUIDE – STRUCTURE

Soutenue le 22 novembre 2002 devant la Commission d'Examen

Jury : M. C. CACCIOLATI M. J.-L. GUYADER M. F. JACOBSEN M. A.T. MOORHOUSE M. G. OREFICE M. G. PAVIC Directeur Directeur Rapporteur Rapporteur

Président

Ecoles Doctorales et Diplômes d'Etudes Approfondies

ECOLES DOCTORALES n° code national	RESPONSABLE PRINCIPAL	CORRESPONDANT INSA	DEA INSA n° code national	RESPONSABLE DEA INSA
CHIMIE DE LYON	M. D. SINOU	M. R. GOURDON	Chimie Inorganique 910643	
(Chimie, Procédés, Environnement)	UCBL1 04.72.44.62.63 Sec 04.72.44.62.64	87.53 Sec 84.30 Fax 87.17	Sciences et Stratégies Analytiques 910634	
EDA206	Fax 04.72.44.81.60		Sciences et Techniques du Déchet 910675	M. R. GOURDON Tél 87.53 Fax 87.17
ECONOMIE, ESPACE ET	M.A. BONNAFOUS	Mme M. ZIMMERMANN	Villes et Sociétés 911218	Mme M. ZIMMERMANN Tél 84.71 Fax 87.96
MODELISATION DES COMPORTEMENTS (E ² MC)	LYON 2 04.72.72.64.38 Sec 04.72.72.64.03 Fax 04.72.72.64.48	84.71 Fax 87.96	Dimensions Cognitives et Modélisation 992678	M. L. FRECON Tél 82.39 Fax 85.18
EDA417				
ELECTRONIQUE,	M. G. GIMENEZ		Automatique Industrielle 910676	M. M. BETEMPS Tél 85.59 Fax 85.35
ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE	INSA DE LYON 83.32 Fax 85.26		Dispositifs de l'Électronique Intégrée 910696	M. D. BARBIER Tél 85.47 Fax 60.81
(E.E.A.) EDA160			Génie Electrique de Lyon 910065	M. J.P. CHANTE Tél 87.26 Fax 85.30
			Images et Systèmes 992254	Mme I. MAGNIN Tél 85.63 Fax 85.26
EVOLUTION, ECOSYSTEME,	M. J.P FLANDROIS	M. S. GRENIER	Analyse et Modélisation des Systèmes Biologiques 910509	M. S. GRENIER Tél 79.88 Fax 85.34
MICROBIOLOGIE , MODELISATION	UCBL1 04.78.86.31.50 Sec 04 78 86 31 52	79.88 Fax 85.34		
EDA403	Fax 04.78.86.31.49			
INFORMATIQUE ET INFORMATION	M. J.M. JOLION		Documents Multimédia, Images et Systèmes d'Information Communicants	M. A. FLORY Tél 84.66 Fax 85.97
(EDIIS)	1NSA DE LYON 87.59 Fax 80.97		992/1/4 Extraction des Connaissances à partir des Données 992099	M. J.F. BOULICAUT Tél 89.05 Fax 87.13
EDA 407			Informatique et Systèmes Coopératifs pour l'Entreprise 950131	M. A. GUINET Tél 85.94 Fax 85.38
INTERDISCIPI INAIRE SCIENCES.	M A L COZZONE	M M LAGARDE	Biochimie 930032	M. M. LAGARDE Tél 82 40 Fax 85 24
SANTE	UCBL1 04.72.72.26.72	82.40 Fax 85.24	750052	10102.40 Fax 03.24
(EDISS)	Sec 04.72.72.26.75 Fax 04.72.72.26.01			
EDA205			Cánia das Matáriany • Microstructura	MIMPELIETIER
MATERIAUX DE LYON	M. J. JOSEPH ECL 04 72 18 62 44	M. J.M. PELLETIER 83.18 Fax 84 29	Comportement Mécanique, Durabilité 910527	Tél 83.18 Fax 85.28
EDA 034	Sec 04.72.18.62.51 Fax 04.72.18.60.90	Fax 04.25	Matériaux Polymères et Composites 910607	M. H. SAUTEREAU Tél 81.78 Fax 85.27
			Matière Condensée, Surfaces et Interfaces 910577	M. G. GUILLOT Tél 81.61 Fax 85.31
MATHEMATIQUES ET	M. NICOLAS	M. J. POUSIN	Analyse Numérique, Equations aux dérivées partielles et Calcul Scientifique	M. G. BAYADA Tél 83.12 Fax 85.29
(Math IF)	04.72.44.83.11 Fax 04.72.43.00.35	Fax 85.29	710201	
EDA 409				
MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE	M. J. BATAILLE	M. G.DALMAZ	Acoustique 910016	M. J.L. GUYADER Tél 80.80 Fax 87.12
(MEGA)	04.72.18.61.56 Sec 04.72.18.61.60 Fax 04 78 64 71 45	63.03 Fax 04.72.89.09.80	Génie Civil 992610	M. J.J.ROUX Tél 84.60 Fax 85.22
EDA162	rax 04./0.04./1.40		Génie Mécanique 992111	M. G. DALMAZ Tél 83.03
			Thermique et Energétique 910018	rax 04. 78.89.09.80 M. J. F. SACADURA Tél 81.53 Fax 88.11

habilités pour la période 1999-2003

En grisé : Les Ecoles doctorales et DEA dont l'INSA est établissement principal

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

Directeur : STORCK A.

Professeurs : **AUDISIO S.** BABOT D. BABOUX J.C. BALLAND B. BAPTISTE P. BARBIER D. BASTIDE J.P. BAYADA G. BENADDA B. BETEMPS M. **BIENNIER F. BLANCHARD J.M.** BOISSON C. BOIVIN M. (Prof. émérite) BOTTA H. BOTTA-ZIMMERMANN M. (Mme) BOULAYE G. (Prof. émérite) BOYER J.C. BRAU J. BREMOND G. BRISSAUD M. BRUNET M. BRUNIE L. **BUREAU J.C.** CAVAILLE J.Y. CHANTE J.P. CHOCAT B. COMBESCURE A. COUSIN M. DAUMAS F. (Mme) DOUTHEAU A. DUFOUR R. DUPUY J.C. EMPTOZ H. ESNOUF C. EYRAUD L. (Prof. émérite) FANTOZZI G. FAVREL J. FAYARD J.M. FAYET M. FERRARIS-BESSO G. FLAMAND L. FLORY A. FOUGERES R. FOUQUET F. FRECON L. GERARD J.F. GERMAIN P. GIMENEZ G. GOBIN P.F. (Prof. émérite) GONNARD P. GONTRAND M. GOUTTE R. (Prof. émérite) GOUJON L. GOURDON R. GRANGE G. GUENIN G. GUICHARDANT M. GUILLOT G. GUINET A. GUYADER J.L. GUYOMAR D. HEIBIG A. JACQUET RICHARDET G. JAYET Y. JOLION J.M. JULLIEN J.F. JUTARD A. (Prof. émérite) KASTNER R. KOULOUMDJIAN J. LAGARDE M.

PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE CONT. NON DESTR. PAR RAYONNEMENT IONISANTS GEMPPM** PHYSIQUE DE LA MATIERE PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS PHYSIQUE DE LA MATIERE LAEPSI* MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE LAEPSI* AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS LAEPSI** VIBRATIONS-ACOUSTIQUE MECANIQUE DES SOLIDES UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain INFORMATIQUE MECANIQUE DES SOLIDES CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Thermique du bâtiment PHYSIQUE DE LA MATIERE GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE MECANIQUE DES SOLIDES INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION CEGELY³ GEMPPM*** CEGELY*- Composants de puissance et applications UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine MECANIQUE DES CONTACTS UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures CETHIL - Energétique et Thermique CHIMIE ORGANIQUE MECANIQUE DES STRUCTURES PHYSIQUE DE LA MATIERE RECONNAISSANCE DES FORMES ET VISION GEMPPM** GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE GEMPPM** PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS **BIOLOGIE APPLIQUEE** MECANIQUE DES SOLIDES MECANIQUE DES STRUCTURES MECANIQUE DES CONTACTS INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION GEMPPM*** GEMPPM*** INFORMATIQUE MATERIAUX MACROMOLECULAIRES LAEPSI*** CREATIS** GEMPPM*** GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE CEGELY*- Composants de puissance et applications CREATIS** GEMPPM*** LAEPSI**** GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE GEMPPM*** BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE PHYSIQUE DE LA MATIERE PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS VIBRATIONS-ACOUSTIQUE GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE LAB. MATHEMATIQUE APPLIQUEES LYON MECANIQUE DES STRUCTURES GEMPPM** RECONNAISSANCE DES FORMES ET VISION UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE

LALANNE M. (Prof. émérite) LALLEMAND A. LALLEMAND M. (Mme) LAREAL P. LAUGIER A. LAUGIER C. LEJEUNE P. LUBRECHT A. MAZILLE H. MERLE P. MERLIN J. MIGNOTTE A. (Mle) MILLET J.P. MIRAMOND M. MOREL R. MOSZKOWICZ P. MOURA A. NARDON P. (Prof. émérite) NIEL E. NORTIER P. ODET C. OTTERBEIN M. (Prof. émérite) PARIZET E. PASCAULT J.P. PAVIC G. PELLETIER J.M. PERA J. PERRIAT P. PERRIN J. PINARD P. (Prof. émérite) PINON J.M. PONCET A. POUSIN J. PREVOT P. PROST R. RAYNAUD M. **REDARCE H. REYNOUARD J.M.** RIGAL J.F. RIEUTORD E. (Prof. émérite) ROBERT-BAUDOUY J. (Mme) (Prof. émérite) ROUBY D. ROUX J.J. **RUBEL P.** RUMELHART C. SACADURA J.F. SAUTEREAU H. SCAVARDA S. SOUIFI A. SOUROUILLE J.L. THOMASSET D. UBEDA S. THUDEROZ C. **UNTERREINER R.** VELEX P. VIGIER G VINCENT A. VRAY D. VUILLERMOZ P.L. (Prof. émérite) Directeurs de recherche C.N.R.S. : **BERTHIER Y.** CONDEMINE G. COTTE-PATAT N. (Mme) FRANCIOSI P. MANDRAND M.A. (Mme) POUSIN G. ROCHE A.

Directeurs de recherche I.N.R.A. : FEBVAY G. GRENIER S. RAHBE Y.

SEGUELA A.

Directeurs de recherche I.N.S.E.R.M. : PRIGENT A.F. (Mme)

MECANIQUE DES STRUCTURES CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique PHYSIQUE DE LA MATIERE BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES MECANIQUE DES CONTACTS PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE GEMPPM*** GEMPPM*** INGENIERIE, INFORMATIQUE INDUSTRIELLE PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine MECANIQUE DES FLUIDES LAEPSI** GEMPPM*** **BIOLOGIE APPLIQUEE** AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE DREP CREATIS** LAEPSI**** VIBRATIONS-ACOUSTIQUE MATERIAUX MACROMOLECULAIRES VIBRATIONS-ACOUSTIQUE GEMPPM** UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Matériaux GEMPPM** ESCHIL - Equipe Sciences Humaines de l'Insa de Lyon PHYSIQUE DE LA MATIERE INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION PHYSIQUE DE LA MATIERE MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE GRACIMP - Groupe de Recherche en Apprentissage, Coopération et Interfaces Multimodales pour la Productique CREATIS** CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures MECANIQUE DES SOLIDES MECANIQUE DES FLUIDES GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES GEMPPM** CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Thermique de l'Habitat INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION MECANIQUE DES SOLIDES CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux MATERIAUX MACROMOLECULAIRES AUTOMATIOUE INDUSTRIELLE PHYSIQUE DE LA MATIERE INGENIERIE INFORMATIQUE INDUSTRIELLE AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE CENTRE D'INNOV. EN TELECOM ET INTEGRATION DE SERVICES ESCHIL - Equipe Sciences Humaines de l'Insa de Lyon CREATIS** MECANIQUE DES CONTACTS GEMPPM*** GEMPPM*** CREATIS** PHYSIQUE DE LA MATIERE

MECANIQUE DES CONTACTS UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE GEMPPM*** UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE MATERIAUX MACROMOLECULAIRES GEMPPM***

BIOLOGIE APPLIQUEE BIOLOGIE APPLIQUEE BIOLOGIE APPLIQUEE

BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE

MAGNIN I. (Mme)

CREATIS**

- * CEGELYCENTRE DE GENIE ELECTRIQUE DE LYON*** CREATISCENTRE DE RECHERCHE ET D'APPLICATIONS EN TRAITEMENT DE L'IMAGE ET DU SIGNAL**** GEMPPMGROUPE D'ETUDE METALLURGIE PHYSIQUE ET PHYSIQUE DES MATERIAUX**** LAEPSILABORATOIRE D'ANALYSE ENVIRONNEMENTALE DES PROCEDES ET SYSTEMES INDUSTRIELS

À Si-Hyung, ma femme … qui m'a compris, aidé et supporté. Ce travail a été réalisé au Laboratoire Vibrations-Acoustique de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. Il a été financé par la bourse d'Eiffel du Ministère des Affaires Étrangères.

Je tiens avant tout à exprimer ma plus profonde reconnaissance à mes deux directeurs de thèse, M. Jean-Louis GUYADER, Professeur au LVA de l'INSA de Lyon et M. Christian CACCILOATI, Maître de Conférence au LVA de l'INSA de Lyon, pour le soutien constant et les conseils avisés qu'ils m'ont apportés au cours de ces passionnantes années de recherche. Je ne saurais ici traduire en quelques mots leur contribution à cette étude. Je suis heureux des contacts que nous avons entretenus.

Je suis également très sensible à l'honneur que m'ont fait M. Finn JACOBSEN, Professeur à l'Oersted-DTU de l'Université Technique Danemark et M. Andrew Thomas MOORHOUSE, Chercheur à l'ARU de l'Université Liverpool, d'avoir accepté d'être rapporteur de cette thèse, pour l'intérêt qu'ils y ont porté et pour l'analyse détaillée de ce mémoire.

Je tiens à remercier vivement M. Goran PAVIC, Professeur à l'INSA de Lyon, pour avoir accepté de faire partie du jury. J'exprime mes profonds remerciements à M. Giovanni OREFICE, Ingénieur d'étude à Fiat-Auto de Turin, initiateur de la méthode des mobilités énergétiques, pour sa gentillesse et pour l'honneur de sa présence à la soutenance comme membre du jury.

Sans oublier les doctorants et labo@lva.insa-lyon.fr, pour leur bonne humeur, leur entrain indispensable à une bonne ambiance de travail. Je souhaite particulièrement exprimer ma gratitude à Mme. Marceline BARBE, Mlle. Céline SANDIER, et M. Antoine GODOY pour leurs générosités, M. Laurent MAXIT pour nos discussions fructueuses, ainsi qu'à M. Michaël THIVANT et M. Sélim LAMANDE pour leurs aides amicales.

Merci à mes parents et beaux parents, ainsi qu'à mes sœurs et frères, pour m'avoir soutenu et encouragé dans les moments difficiles.

Comment conclure sans adresser un salut à mes amis, M. Jacques BRUYERE et sa famille à Vinols, merci à vous.

Je demande pardon à Si-Hyung, ma femme, pour le temps que je lui ai volé. Puisse, l'aboutissement de nos efforts communs, la consoler.

TABLE DES MATIERES

AVANT PROPOS	15
--------------	----

NOTATIONS	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	17
-----------	---	----

Chapitre 1. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE ET PRESENTATION DU SUJET 21

1.	CONT	EXTE S	CIENTIFIQUE	
1.				21
1.	TRAV	AUX DE	E COUPLAGE FLUIDE-STRUCTURE	
2.				22
	1.2.	Travaux	discrétisés	
	1.			23
		1. 2. 1.	Méthode discrétisée	22
		1. 1 2 1	Méthode de l'état-espace	23
		2.	memoue de l'elui espuee	24
		1. 2. 1.	Autre méthode discrétisée	
	1.0	<i>3</i> .		25
	1.2.	Travaux	analytiques	25
	۷.	122	Méthode de l'analyse modale	23
		1. 2. 2. 1.	memoue de l'undryse moudre	25
		1. 2. 2.	Méthodes intégrales	
		2.		27
		1. 2. 2. 3	Autres méthodes analytiques	28
	1.2.	J. Travaux	sur les flux d'énergie	20
	3.			28
		<i>1.2.3</i> .	Méthode de l'analyse statistique de l'énergie	
		1.		29
		1. 2. <i>3</i> . 2	Methode du flux de la puissance avec des mobilités	30
		2. 1. 2. 3.	Méthode d'analogie thermique	31
				01

	1.2. 4	<i>3</i> . Travaux avec les impédances	32
	т.	1. 2. 4. Impédance acoustique	52
		1. 1. 2. 4. Impédance de rayonnement des structures	32 32
		1. 2. 4. Impédance mécanique	22
	1. 2.	3. Travaux sur les mobilités	33
	5.	1. 2. 5. Méthode des mobilités mécaniques	33
		1. 1. 2. 5. Méthode des mobilités acoustiques	34
		2. 1. 2. 5. Méthode des mobilités énergétiques	36
		3.	36
1. 3	PRES	ENTATION DU SUJET	37
5.	1.3.	Sujet	57
	1. 1. 3.	Déroulement de l'étude	37
	2.		37
Ch	apitro	e 2.	
Ch RA	apitro APPE	e 2. L THEORIQUE	39
Ch RA 2.	apitro APPE INTR	e 2. L THEORIQUE	39
Ch RA 2. 1. 2.	APPE INTR MOB	e 2. L THEORIQUE ODUCTION	39 39
Ch RA 2. 1. 2. 2.	APPE INTR MOB	e 2. L THEORIQUE ODUCTION	39 39 39
Ch RA 2. 1. 2. 2.	APPE INTR MOB 2. 2. 1.	e 2. L THEORIQUE ODUCTION ILITE MECANIQUE Introduction	39 39 39 39
Ch RA 2. 1. 2. 2.	APPE INTR MOB 2. 2. 1. 2. 2. 2	e 2. L THEORIQUE ODUCTION ILITE MECANIQUE Introduction Application à une structure isolée	39 39 39 39 39
Ch RA 2. 1. 2. 2.	APPE INTR MOB 2. 2. 1. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2.	e 2. L THEORIQUE	 39 39 39 39 39 41
Ch RA 2. 1. 2. 2.	APPE INTR MOB 2. 2. 1. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 3. MOB	e 2. L THEORIQUE	 39 39 39 39 41 42
Ch RA 2. 1. 2. 2. 2. 3.	APPE INTR MOB 2. 2. 1. 2. 2. 2. 2. 3. MOB	e 2. L THEORIQUE ODUCTION ILITE MECANIQUE Introduction Application à une structure isolée Application à deux systèmes couplés ILITE ENERGETIQUE	 39 39 39 39 41 42 43
Ch RA 2. 1. 2. 2. 2. 3.	APPE INTR MOB 2. 2. 1. 2. 2. 2. 2. 3. MOB 2. 3. 1.	e 2. L THEORIQUE ODUCTION ILITE MECANIQUE Introduction Application à une structure isolée Application à deux systèmes couplés ILITE ENERGETIQUE Introduction	 39 39 39 39 41 42 43 43
Ch RA 2. 1. 2. 2. 3.	APPE INTR MOB 2. 2. 1. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 3. MOB 2. 3. 1. 2. 3. 2. 3.	e 2. L THEORIQUE ODUCTION ILITE MECANIQUE Introduction Application à une structure isolée Application à deux systèmes couplés ILITE ENERGETIQUE Introduction Relation d'additivité énergétique	 39 39 39 39 41 42 43 43
Ch RA 2. 1. 2. 2. 3.	APPE INTR MOB 2. 2. 1. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 3. MOB 2. 3. 1. 2. 3. 2. 3. 2. 3. 3.	2. L THEORIQUE	 39 39 39 39 41 42 43 43 46 48

4.		
2.	CONCLUSIONS	
5.		53

Chapitre 3. COUPLAGE SURFACIQUE PAR MOBILITES ENERGETIQUES 55 3. INTRODUCTION 1. 55 3. ANALYSE DES MOBILITES EQUIVALENTES PAR PAVES 2. DISCRETISES SUR LA SURFACE COUPLEE 55 3.2. Schéma du couplage de fluide-structure 1. 56 3.2. Mobilités structurales 2. 60 3. 2. 2. Mobilités structurales surfaciques 1. 60 3. 2. 2. Mobilités ponctuelles équivalentes de structure 60 3.2. Mobilités acoustiques 3. 61 3. 2. 3. Mobilités acoustiques surfaciques 63 1. 3. 2. 3. Mobilités ponctuelles équivalentes d'acoustique 63 2. Convergence des mobilités acoustiques 3. 2. 3. 64 3. DESCRIPTION DU SYSTEME DE COUPLAGE FLUIDE-3. 3. STRUCTURE PAR MOBILITES ENERGETIQUES 65 Formulations générales 3.3. 1. 65 Facteur de connexion 3.3. 2. 66 3.3. Grandeurs estimées

Energie cinétique de la structure

Puissance transmise au milieu acoustique

Facteur de rayonnement de la structure

CONCLUSIONS

3.

3.

3. 3. 3.

1. 3. 3. 3.

2. 3. 3. 3.

3.

67

68

68

68

69

4.			
Ch	apitre		
EI	UDE	S NUMERIQUES	71
4. 1.	INTR(ODUCTION	71
4. 2.	MODI	ELE D'ETUDE	71
	4. 2. 1.	Présentation des sous-systèmes	71
	4. 2. 2.	Mobilités équivalentes des sous-systèmes	73
		4. 2. 2. Sous-système : plaque 1.	74
		4. 2. 2. Sous-système : cavité 2.	76
	4. 2. 3.	Vitesse quadratique équivalente avant couplage	79
4. 3.	INFLU	JENCE DU NOMBRE DE PAVES	80
	4. 3. 1	Introduction	80
	4. 3. 2	Estimation des critères de maillage	82
	2.	<i>4. 3. 2. Energie cinétique de la plaque couplée à la cavité</i> <i>1.</i>	82
		4. 3. 2. Puissance transmise dans la cavité2.	83
		4. 3. 2. Facteur du rayonnement de la plaque3.	85
	4. 3. 3.	Calcul indirect de la puissance transmise	87
	4. 3. 4.	Conclusions	89
4. 4.	INFLU	JENCE DE L'AMORTISSEMENT DES SOUS-SYSTEMES	89
	4. 4. 1.	Energies cinétiques de la plaque couplée à la cavité	90
	4.4. 2.	Puissances transmises au milieu acoustique dans la cavité	92
	4. 4. 3.	Facteurs de rayonnement de la plaque	94
	4. 4. 4.	Conclusions	96
4.	CONC	CLUSIONS	96

5.

2.

Ch ET	apitre UDE	e 5. S EXPERIMENTALES	99
5. 1.	INTRO	ODUCTION	99
5. 2.	CONF	IGURATIONS EXPERIMENTALES	99
5. 3.	CHAI	NES DES MESURES	102
5. 4.	MESU	JRES DES AMORTISSEMENTS	104
	5. 4. 1. 5. 4.	Cas de la cavité fortement amortie	104
5.	2. RESU	LTATS EXPERIMENTAUX	106
5.	5. 5. 1.	Energie cinétique de la plaque couplée	107
	5. 5. 2. 5. 5.	Puissance transmise dans la cavité Facteur de rayonnement	108
	3. 5. 5.	Limite de champ diffus	110
5. 6.	4. CONC	CLUSIONS	111

Chapitre 6. COMPARAISON THEORIE - EXPERIENCE 113 6. INTRODUCTION 1. 113 6. COMPARAISON THEORIE - EXPERIENCE

115

TABLE DES MATIERES

	6. 2.	Cas de la	a cavité faiblement amortie	
	1.	6. 2. 1.	Energie cinétique de la plaque couplée à la cavité	
		1.		115
		6. 2. 1. 2	Puissance acoustique transmise dans la cavité	
		<i>6. 2. 1.</i>	Facteur de rayonnement de la plaque	
	6. 2.	3. Cas de la	a cavité fortement amortie	11/
	2.			119
		6. 2. 2.	Energie cinétique de la plaque couplée à la cavité	
		1. 6. 2. 2.	Puissance acoustique transmise dans la cavité	
		2.		120
		6. 2. 2. 3	Facteur de rayonnement de la plaque	
	6.2.	Conclusi	ions	
	3.			123
6.	COM	PARAIS	ON CALCUL MIXTE - EXPERIENCE	
3.	C D	T / 1		126
	6. <i>3</i> . 1	Introduc	tion	
	6. 3.	Cas de la	a cavité faiblement amortie	
	2.	< 2 2		127
		6. 3. 2. 1.	Energie cinétique de la plaque couplée à la cavité	
		<i>6. 3. 2.</i>	Puissance transmise à la cavité	
		2. 6 3 2	Facteur de ravonnement de la plaque	129
		0. <i>5</i> . <i>2</i> . <i>3</i> .	Fucieur de l'ayonnement de la plaque	130
	6.3.	Cas de la	a cavité fortement amortie	
	3.	6. 3. 3.	Energie cinétique de la plaque couplée à la cavité	131
		<i>1</i> .		131
		6. <i>3</i> . <i>3</i> .	Puissance transmise à la cavité	
		2. 6. 3. 3.	Facteur de rayonnement de la plaque	
	< 0	<i>3</i> .		133
	6.3. 3	Conclus	10ns	
6	J.	יו דופוסא	NIC .	134
0. 4.	CON	LUSIO	CN CN	

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES 143

AVANT PROPOS

Le travail qui va être présenté concerne la prédiction du bruit rayonné par les structures. Ce thème de recherche est très étudié depuis les années 1960, dans le but de réduire les nuisances sonores des structures vibrantes, ou pour des applications militaires telles que la détection des bâtiments.

Aujourd'hui l'application de thèmes nouveaux tels que la qualité acoustique, la perception subjective des sons et le développement de moyens de simulation numériques très performants incitent les industriels à vouloir simuler l'environnement sonore des objets qu'ils conçoivent. Ceci nécessite de pouvoir coupler le champ vibratoire de structures minces au champ acoustique intérieur et/ou extérieur.

Pour les structures industrielles dont la géométrie n'est pas simple, résoudre ce problème implique l'emploi de méthodes de discrétisation, une mise en œuvre lourde assortie d'un temps de calcul souvent long. Le grand nombre de données obtenues doit être condensé pour utiliser des indicateurs normalisés. Les résultats obtenus sont fiables en basse fréquence, mais la qualité de la prédiction se dégrade en moyenne fréquence.

Pour ces raisons, il y a un besoin aujourd'hui de rechercher des méthodes de simulation numérique. Ces méthodes doivent pouvoir traiter le rayonnement acoustique des structures non académiques, elles doivent être aussi simples que possible à mettre en œuvre et donner des indicateurs robustes vis à vis des incertitudes en moyenne fréquence.

NOTATIONS

Α	Aire d'absorption équivalente
a	Indice pour l'acoustique ou le milieu fluide
<i>c</i> , <i>c</i> ′	Point ou pavé de couplage
C_a	Célérité des ondes acoustique dans le fluide
DR	Taux d'affaiblissement en unité de <i>dB/sec</i>
Ε	Module d'Young
Ecin	Energie cinétique
f	Fréquence
f_{cent}	Fréquence centrale d'une bande de fréquence
<i>f</i> _{crit}	Fréquence critique
$F_c^{s \leftarrow a},$ $F_c^{s \rightarrow a}$	Efforts de couplage en c sur la structure et sur le fluide
F_j^s, F_j^a	Efforts d'excitation en j sur la structure et dans le fluide
Fn	Force généralisée du mode <i>n</i>
$ec{F}_{j}$, $\left\{\!F_{j} ight\}$	Vecteur force d'excitation au point j
H_{jj},H_{ij}	Mobilités énergétiques d'entrée au point j et de transfert entre i et j
$egin{aligned} &H_{ij-\acute{e}q},\ &H_{jj-\acute{e}q} \end{aligned}$	Mobilités énergétiques ponctuelles équivalentes d'entrée et de transfert
h	Épaisseur
I , II	Indices de la sous-structure I et de la sous-structure II
$Im\{X\}$	Partie imaginaire de <i>X</i>
Kn	Raideur généralisée du mode <i>n</i>
k_a , k_p	Nombres d'onde acoustique et structurale
Lx	Longueur suivant l'axe X

L_y	Largeur suivant l'axe Y
Lz	Profondeur suivant Z
M_n	Masse généralisée du mode <i>n</i>
<i>m</i> , <i>n</i>	Ordres de modes suivant X et Y
N_c	Nombre de points ou pavés couplés
N_{j}	Nombres de points ou pavés excités
N_{mn}	Norme du mode (<i>m</i> , <i>n</i>)
N_t	Nombre de pavés total
N_x , N_y	Nombres de pavés suivants X et Y
$\overline{P}_c^{s \leftarrow a}, \\ \overline{P}_c^{s \rightarrow a}$	Moyennes spatiales des pressions de couplage au pavé c sur la structure et sur le fluide
$\overline{P_j}$	Moyenne spatiale de la pression sur la surface du pavé j
$p_c^{s\leftarrow a}$, $p_c^{s\rightarrow a}$	Pressions de couplage au pavé c sur la structure et sur le fluide
$p_e(x,y)$	Pression imposée sur la partie excitée
p_i	Pression en <i>i</i>
$Re{X}$	Partie réelle de <i>X</i>
S	Surface de couplage
S^{I}, S^{II}	Sous-structure I et Sous-structure II
S	Indice pour la structure
Tr	Temps de réverbération
V	Volume
V _i	Amplitude complexe de la vitesse au point <i>i</i>
$ec{V_i}$, $\left\{\!\!V_i ight\}$	Vecteur vitesse au point <i>i</i>
<i>V</i> _i	Vitesse instantanée au point <i>i</i>
Y_{jj} , Y_{ij}	Mobilités mécaniques d'entrée au point j et de transfert entre i et j
$Y_{jj-\acute{e}q},Y_{ij-\acute{e}q}$	Mobilités mécaniques équivalentes d'entrée e de transfert

Δf	Bande de fréquence
Δsi , Δsj	Aires des pavés i et j
$\sqrt{\Delta s}$	Taille de pavé
Лn	Amortissement généralisé du mode n
Π_c	Puissance échangée au point c, ou au pavé c
$\varPi_{c-\acute{e}q}$	Puissance échangée équivalente au pavé c
Π_j	Puissance active injectée au point <i>j</i>
Πtr	Puissance transmise
Юc	Facteur de connexion au point c, ou au pavé c
η_s , η_a	Amortissements de la structure et du milieu fluide
λ_{crit}	Longueur d'onde à la fréquence critique
λ_s , λ_a	Longueurs d'onde de la structure et du milieu acoustique
v	Coefficient de Poisson
ρ_s , ρ_a	Masses volumiques de la structure et du milieu fluide
σ	Facteur de rayonnement
$\varphi_n(j)$	Déformée propre du mode n de la structure en j
$\psi_{mn}(j)$	Déformée propre du mode acoustique d'ordre (m,n) en j
ω	Pulsation d'excitation
Wn	Pulsation propre du mode <i>n</i>
\widetilde{X}	Valeur de X avant couplage
X^*	Complexe conjugué de X
$\left\langle X ight angle _{f}$	Moyenne fréquentielle de X dans la bande de fréquence Δf
$\left\langle X \right\rangle_{i}$	Intégrale de X sur la surface du pavé i
$\left\langle X \right\rangle_{t}$	Moyenne temporelle de X

[X] Matrice de X

- Indicateur de la précision ; partie entière de
 - | Valeur calculée (dB) Valeur de référence (dB) | , ici 2dB

Chapitre 1

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE ET PRESENTATION DU SUJET

1.1. Contexte scientifique

De nombreuses méthodes d'analyse des problèmes de vibrations et d'acoustique ont été présentées, depuis les années soixante. Du fait de la difficulté du problème, les différentes approches ne sont pas, en général, facilement applicables à tous les cas d'espèce. Ces méthodes peuvent être mieux adaptées aux cas des structures infinies, à forte densité modale, à faible densité modale. On peut aussi les classer en fonction de leur aptitude à traiter les problèmes en basse, en moyenne ou en haute fréquence. Ces classements sont équivalents car tous deux basés sur le ratio de la taille du système et de la longueur d'onde qui leur est propre. Dans chaque catégorie on peut recenser des méthodes analytiques, numériques, expérimentales, ou semi-expérimentales.

Les premiers travaux ont étés faits sur la base de modélisations analytiques de structures académiques simples et ont dégagé les phénomènes physiques majeurs. Puis, à partir des années soixante des méthodes plus approximatives, basées sur les flux d'énergie, mieux adaptées aux structures complexes et aux besoins de l'ingénieur se sont développées. Ensuite, les méthodes numériques apparues dans les années soixante-dix ont eu un développement constant jusqu'à aujourd'hui. Comme nous le constaterons à la section de § 1. 2. 1. 1, elles restent limitées aux basses fréquences en vibroacoustique. En règle générale, il devient difficile de concevoir d'un modèle déterministe représentatif en moyenne fréquence.

Les travaux réalisés portent souvent sur les plaques qui constituent le modèle de référence des structures dans le domaine des transports et du bâtiment. Elles rayonnent souvent la partie essentielle de l'énergie acoustique de tels systèmes.

La validation des modèles de couplage fluide-structure est souvent effectuée en utilisant des plaques et des milieux infinis ou finis. Nous ferons une étude bibliographique sur les couplages plaque-cavité parallélépipédiques car ce modèle sera utilisé pour nos validations.

1. 2. Travaux sur le couplage fluidestructure

En raison de la faible densité de l'air et de la rigidité des structures, la charge acoustique modifie généralement peu le schéma modal de la structure in vacuo. Réciproquement l'amplitude de la vibration normale des structures est suffisamment petite pour que les modes acoustiques dans la cavité soient proches des modes de la cavité avec des parois rigides. Comme le montre [PAN90a] la notion de couplage faible entre le fluide et la structure est associée au fait que les modes propres et les fréquences de résonance de la structure et de la cavité ne sont que légèrement perturbés par le couplage. Dans ce cas l'énergie transférée d'un soussystème à l'autre est plus petite que l'énergie totale de chacun des sous-systèmes. Par exemple [PAN90c] montre que les taux d'affaiblissement d'une plaque et d'une salle ne sont pas considérablement changés après couplage. Pour cette raison l'approche des problèmes vibroacoustiques couplés peut être simplifiée avec une démarche chaînée. Dans ce cas, la pression acoustique transmise par la structure est négligée devant les forces mécaniques directes et la pression incidente. Pour le milieu fluide la vitesse normale aux parois est décrite par une source de débit masse imposée à la frontière, supposée rigide, du milieu.

La puissance rayonnée par la structure dans le milieu fluide couplé caractérisé le couplage fluide-structure. Son indicateur le plus usuel est le facteur de rayonnement σ de la structure vibrante [MIL88], [RYU01]. Le phénomène majeur est la fréquence critique de la structure. Cette fréquence caractéristique est une limite entre l'effet faible de rayonnement et l'effet fort de rayonnement [BER90], [GOR98], [LOM77], [MAI62], [TAK95], [WAL72a, b]. Outre l'énergie rayonnée, l'énergie cinétique de la structure s'est imposée comme une mesure standard. Elle est directement reliée au rayonnement acoustique [CAR95], [GUY82], [MAC00], et aussi à la vitesse quadratique moyenne qui est un critère dans les domaines de la fatigue des structures et de la qualité.

Dans cette partie, nous allons analyser les études de couplage fluidestructure en classant travaux en trois groupes : les méthodes discrétisées, les méthodes analytiques et les méthodes énergétiques. Nous allons également distinguer les approches couplées et les approches chaînées. Ceci nous permettra de bien situer notre démarche dans le contexte des études en vibroacoustique.

1. 2. 1. Travaux discrétisés

Pour des raisons évidentes de simplicité et de taille des calculs, les premières applications de ces méthodes à la dynamique ont concerné les structures unidimensionnelles, puis bidimensionnelles. Les applications au rayonnement et à la vibroacoustique ont été largement travaillées par Hamdi [HAM88] en utilisant les équations intégrales de frontière.

1. 2. 1. 1. Méthode discrétisée

Dans le contexte de la méthode d'élément fini, il est généralement considéré qu'approximativement huit éléments doivent être utilisés pour représenter convenablement la longueur d'onde structurale [LAN99]. La méthode de l'élément fini est surtout utilisée pour l'analyse dynamique des structures mécaniques. Typiquement, elle est appliquée en basse fréquence avec seulement quelques modes inclus dans l'analyse. Des restrictions aux hautes fréquences sont souvent imposées par des dépenses de calcul car un maillage dense est nécessaire pour résoudre le problème. En pratique la limite à haute fréquence dépend de la taille et de la complexité de système.

La détermination du champ acoustique rayonné par une structure vibrante quelconque, immergée dans un milieu acoustique homogène infini est d'un intérêt considérable pour les secteurs de l'acoustique sous-marine et des transports. L'application de la méthode de l'élément fini au domaine de l'acoustique a commencé dans les années 1970 par Craggs pour une plaque finie couplée à un milieu fluide. Puis il étudie une plaque finie couplée à une cavité parallélépipédique et un habitacle bi dimensionnel de véhicule, schématisé par des plaques planes finies [CRA72]. Il se limite cependant au cas des fréquences faibles.

En revanche, l'analyse des vibrations des structures a été faite avec succès en utilisant cette méthode. Cependant les difficultés surgissent quand on applique cette

méthode en haute fréquence, notamment dans le domaine de fort rayonnement des plaques. La raison principale tient au fait que la longueur d'onde diminue quand la fréquence augmente. Les hautes fréquences exigent de petites mailles pour décrire les modes [BES98], [CHE98], [CRA72], [FRE97], [GIO95], [MAC00], [RIC79], [SUZ89], [WU98].

Richards et Jha [RIC79] ont utilisé la méthode de l'élément fini pour obtenir les résonances acoustiques dans la cavité d'un véhicule. Astley et Eversman [AST83] ont présenté les techniques d'éléments fini et infini pour les problèmes acoustiques linéaires impliquant des frontières anéchoïques.

Hamdi et Ville [HAM86] se sont déjà intéressés au bruit rayonné par des tuyaux finis de forme arbitraire. Ils utilisent une méthode intégrale de frontière, qui autorise le traitement du problème extérieur et intérieur, voir Hamdi [HAM88]. La pression dans le fluide s'exprime à partir de la pression et du déplacement à la surface frontière. Ils résolvent par collocation une équation intégrale pour le fluide et une équation d'équilibre de la structure couplée.

Wu et al. [WU98] ont aussi étendu la technique de l'élément fini au rayonnement acoustique. Ils utilisent une équation intégrale de frontière qui prend en compte le rayonnement acoustique extérieur. La caractéristique principale de leur méthode est de gérer automatiquement la condition de Sommerfeld. L'exécution du calcul est sans difficulté en raison de l'absence de singularité des intégrales.

1. 2. 1. 2. Méthode de l'état-espace

Giordano et Koopmann [GIO95] ont étudié l'approche de l'état-espace pour traiter des problèmes d'interaction fluide-structure en basse et moyenne fréquence. Cette méthode est basée sur les discrétisations de l'élément frontière pour le domaine acoustique et de l'élément fini pour le domaine structural. Le calcul est effectué dans une bande de fréquence où les fonctions qui dépendent de la fréquence ne présentent pas de brusque variations. La dépendance en fréquence de la vitesse structurale et la charge acoustique due au fluide est donnée par les impédances en terme de vitesse. Elles sont ensuite exprimées par une série des dérivées d'ordre croissant du vecteur des *N* déformées nodales de la structure. Les valeurs propres et les vecteurs propres du système couplé sont obtenues en diagonalisant un système de taille 4*N*. Ce schéma modal n'est valide que dans la bande de fréquence concernée. Le calcul de la réponse à fréquence pure s'effectue par une simple décomposition modale. Les auteurs ont calculé des fréquences propres d'une plaque finie bafflée et la puissance acoustique rayonnée par une coque sphérique immergée. Leurs calculs se comparent bien avec les résultats semi-analytiques de Lomas et Hayek [LOM77]. Cunefare et Rosa [CUN99a] ont amélioré cette méthode. Dans l'approche originale de l'état-espace, la dépendance en fréquence de la vitesse structurale et la charge acoustique due au fluide est donnée par les impédances en terme de vitesse. En revanche, Cunefare et Rosa utilisent les impédances en terme de déplacement de la surface. Après un développement en série des dérivées de la déformation aux *N* nœuds du maillage, les équations d'équilibre se traduisent par des matrices de taille *3N*, ce qui réduit la difficulté du calcul numérique. Ils ont calculé les fréquences de résonance pour une poutre infinie bafflée, mais la méthode est d'un usage général.

1. 2. 1. 3. Autre méthode discrétisée

Soize [SOI93] a développé la méthode du flou-structural pour la prédiction de la réponse vibroacoustique en moyennes fréquences de structures complexes. Elle introduit une distinction entre la structure principale et les sous-structures mécaniques secondaires. La structure principale désigne la partie du système qui est accessible par des modèles conventionnels et dont les caractéristiques mécaniques et géométriques sont parfaitement connues. La complexité structurale est constituée par la partie complémentaire du système et n'est pas, par définition, accessible avec des modèles conventionnels. Un modèle probabiliste est alors nécessaire, il donne lieu au flou-structural. Celui-ci est caractérisé par une matrice d'impédance probabiliste qui vient s'additionner à la matrice d'impédance de la structure principale, sans augmenter le nombre de degrés de liberté du système. Un exemple type est celui d'une coque de sous-marin à l'intérieur de laquelle est définie, en terme d'impédance probabiliste, la structure embarquée.

1. 2. 2. Travaux analytiques

1. 2. 2. 1. Méthode de l'analyse modale

La méthode de l'analyse modale utilise généralement la base des modes propres des structures in vacuo et ceux de la cavité rigide pour développer la réponse couplée.

Dans un premier travail, Dowell et Voss [DOW63], étudient stabilité dynamique (effet de « flutter ») d'une plaque couplée à une cavité. Ils étudient l'influence de la profondeur de la cavité et celle de la masse volumique du fluide sur la vibration de la plaque et sur la pression pariétale. Ensuite Dowell [DOW69] étudie le bruit transmis

dans la cavité quand la paroi est excitée avec une couche limite turbulente. Sa méthode peut être employée pour étudier la réponse de la plaque excitée et de la cavité excitée avec n'importe quel type de force externe. Avec la même approche mais en utilisant une excitation acoustique externe, Dowell et al. [DOW77] discutent de l'influence des parois absorbantes, sur l'amortissement de la cavité. Ils modélisent également le couplage entre 2 et 3 cavités séparées par des parois trouées.

Toujours sur ce modèle, Narayanan et Shanbhag [NAR81] ont considéré une plaque sandwich tri-couches couplée à une cavité. Ils ont étudié l'influence de l'amortissement de la couche intermédiaire sur la pression acoustique transmise dans la cavité.

Lomas et Hayek [LOM77] ont traité le cas d'une plaque couplée à un milieu acoustique semi-infini. En utilisant la fonction de Green et les impédances de rayonnement ils ont étudié l'influence des conditions aux limites, appuyée et encastrée, au-dessous de la fréquence critique. Les auteurs ont examiné la directivité du champ acoustique ainsi que la puissance rayonnée totale dans le milieu fluide. La charge acoustique du fluide est exprimée par l'impédance de rayonnement. Sa partie réelle est le facteur de perte par rayonnement, et sa partie imaginaire représente la masse vibratoire ajoutée par le fluide sur la plaque, c'est un couplage non-dissipatif. Ils constatent que les conditions aux limites ont une influence, en basse fréquence, sur l'impédance au point excité. En revanche, leur influence diminue en haute fréquence. La forme des modes et les fréquences propres de la plaque encastrée tendent vers celles d'une plaque simplement appuyée en hautes fréquences. Ils concluent que l'influence des conditions aux limites des plaques minces finies est plus marquée sur la réponse vibratoire avant la fréquence critique ($k_a = k_p$), notamment sur l'impédance au point excité. Mais leur influence est faible sur le rayonnement acoustique.

Guy [GUY79a, b] a présenté l'analyse générale pour un panneau flexible excité par une onde plane, couplé à un volume rectangulaire fini en utilisant l'analyse modale. Il a également travaillé en terme d'impédance sur le cas d'une paroi simple [GUY81a], puis double [GUY81b] placée dans un guide d'onde de section rectangulaire.

Vaicaitis et Slazak [VAI80] se sont s'intéressés à la transmission du son, en basse fréquence, par une plaque couplée à une cavité parallélépipédique. Puis Chang et Vaicaitis [CHA82] se sont s'intéressés à la transmission du son par un panneau courbe couplé à un volume semi-cylindrique. L'équation d'onde acoustique est résolue dans le volume avec une impédance acoustique sur les limites du volume. L'impédance de la structure raidie est obtenue par l'analyse modale. Après une comparaison théorie-expérience, ils ont estimé l'influence des amortissements du fluide et de la structure sur la réduction du bruit.

Millot [MIL87], et Millot et Guyader [MIL88] ont étudié deux plaques liées en forme L, couplées à une cavité rectangulaire, en utilisant la formulation intégrale de Green. Pour diminuer la taille des calculs, une méthode de tri modal qui ne retient que les couplages forts est développée. Elle s'appuie sur des critères de coïncidence spatiale et fréquentielle. Ils discutent de l'influence du rayonnement direct et de l'impédance mécanique de la structure sur le bruit rayonné dans la cavité pour différentes plaques lourdes et légères.

Pan et Bies ont étudié une cavité avec des parois flexibles, du point de vue théorique [PAN90a] et expérimental [PAN90b, c]. Ils étudient particulièrement l'influence des parois sur l'amortissement du milieu acoustique et le couplage entre les modes de structure et les modes de cavité. Les modes acoustiques globaux ont pu être déterminés en fonction des modes des sous-structures non couplées.

Hong et Kim [HON95a, b] ont proposé le concept de masse de source équivalente pour traiter l'effet de couplage entre la structure et le milieu acoustique et obtenir les équations dynamiques du système couplé. Puis ils ont résolu les équations par la méthode de décomposition modale en utilisant les modes propres de sous-systèmes non-couplés. La méthode est validée sur un tube acoustique unidimensionnel dans le cas d'un couplage faible, puis d'un couplage fort. Ensuite, ils ont appliqué leur méthode à une cavité bidimensionnelle couplée à une poutre et enfin une cavité tridimensionnelle couplée à une plaque rectangulaire. Ils ont montré les schémas modaux pour ces systèmes couplés.

1. 2. 2. 2. Méthodes intégrales

L'utilisation des équations intégrales et de la fonction de Green, qui prend en compte le mouvement aux limites, équivaut aux équations d'équilibre du fluide en incluant automatiquement les conditions aux limites.

Chen et Schweikert [CHE63] ont présenté l'analyse prévisionnelle du rayonnement acoustique d'une structure arbitraire excitée par force harmonique, et couplée à un milieu fluide infini. C'est typiquement le cas de l'acoustique sous-marine. La surface de la structure est décrite par N éléments triangulaires assimilés à des pistons rigides. La vitesse de chaque piston est la somme de la réponse de la structure in vacuo à l'excitation directe, et d'un terme dû à l'action du fluide. Comme dans la méthode intégrale de frontière, ils ont utilisé l'intégrale d'Helmholtz. La taille de l'élément doit varier en fonction de la longueur d'onde, donc, le nombre des éléments nécessaires augmente en haute fréquence, comme pour la méthode d'élément fini. Chertock [CHE64] a également étudié le rayonnement d'une structure dont la vitesse normale est imposée. Le rayonnement a été modélisé par une distribution de monopôles sur la surface de la structure. Il a discrétisé l'intégrale d'Helmholtz pour calculer la pression pariétale et la pression en champ lointain. C'est une méthode analogue à la méthode d'élément fini qui utilise l'équation intégrale de frontière. Donc, pour une structure complexe et en haute fréquence, cet outil devient très lourd. Pour le problème intérieur Sestieri et al. [SES84], utilisent aussi l'intégrale d'Helmholtz. Après une description générale de la méthode, ils prennent plusieurs exemples de cavités complexes avec des excitations internes ou externes. Ils ont calculé la pression acoustique interne. La solution des équations discrétisées est plus facile à obtenir qu'avec la méthode d'élément finis, mais un critère de maillage reste à définir pour éviter la présence d'instabilités numériques.

1. 2. 2. 3. Autres méthodes analytiques

Gorog et Micheau [GOR98] reprennent la méthode proposée par Soize [SOI93]. La réponse vibroacoustique est étudiée par bande de fréquence. Le système est modélisé par élément fini à la fréquence centrale de la bande, et les matrices de masse, amortissement et raideur calculées sont supposées constantes dans la bande. Par transformation de Fourier inverse, la contribution de l'excitation sur la réponse en temps dans cette bande est obtenue. La réponse complète est obtenue par le cumul des contributions de chaque bande.

La méthode de Langley et Bremner [LAN99], pour l'analyse des systèmes acoustique-structure complexes, distingue les degrés de liberté globaux du système et les degrés de liberté locaux en fonction de la longueur d'onde du système. Les auteurs ont appliqué la méthode à deux systèmes mono-dimensionnels couplés ayant des densités modales différentes.

Cunefare et al. [CUN01] montre que l'on peut représenter le rayonnement acoustique extérieur d'une structure par celui d'une sphère équivalente. Ils effectuent une décomposition modale de la vibration d'une boîte rectangulaire sur la base des modes d'une sphère. L'intérêt de cette méthode est que la vitesse, la pression pariétale, la puissance acoustique rayonnée, ainsi que le facteur de rayonnement σ de la structure sont déterminés par des lois simples.

1. 2. 3. Travaux sur les flux d'énergie

Un système vibratoire est souvent sécable en sous-systèmes couplés. La réponse due à l'excitation peut être exprimée en fonction des énergies cinétiques, potentielle et totale moyennées dans le temps et la fréquence, pour chaque sous-système. La vibration des structures complexes en hautes fréquences est alors décrite par les flux d'énergie à travers la structure. L'écoulement d'énergie est dû à la transmission aux liaisons et à l'amortissement dans les sous-systèmes.

1. 2. 3. 1. Méthode de l'analyse statistique de l'énergie

L'analyse statistique de l'énergie (SEA) a été mise en place par Lyon et Maidanik [LYO62], [MAI62], [LYO95]. C'est la première méthode analytique approximative de l'énergie destinée aux assemblages. Il est supposé que le flux de l'énergie entre les sous-systèmes soit proportionnel à la différence des niveaux de l'énergie modale dans les sous-systèmes. En outre, il est montré que les moyennes spatiales des énergies modales dans un sous-système sont indépendantes de celles des autres sous-systèmes. Donc, toute l'énergie du sous-système peut être trouvée en additionnant les énergies de chaque mode. La difficulté du procédé de SEA se situe dans la détermination du facteur de perte par couplage. Les investigateurs ont consacré beaucoup d'effort pour obtenir ces facteurs de perte. L'avantage de la méthode SEA pour l'ingénieur est qu'elle reste une méthode de résolution directe, avec une interprétation physique simple, et qu'elle est généralement peu coûteuse en calcul.

Cette méthode a été largement employée dans le cas des assemblages structurestructure [BOU95a, b], [CUS90b], [FRE97], [MAC01], [WAN98]; et aussi pour les systèmes fluide-structure couplés tels que les parois d'une cavité [PAN90c], [CRA95]; les doubles parois [PRI70]; les cavités de forme complexe [SES84]. Elle a aussi été employée en association avec la méthode modale, par exemple Langley et Bremner [LAN99]. Ils décomposent la réponse d'une structure complexe en celle deux groupes d'ondes. Les termes de grande longueur d'onde sont traités par la méthode modale et décrivent le comportement global du système, la SEA est utilisée pour les termes de courte longueur d'onde qui traduisent le comportement local.

Cependant, la méthode SEA ne convient pas pour étudier un système isolé en détail, elle est aussi limitée parce qu'elle suppose des sources réparties et décorrélées (« rain-on-the-roof »), et l'uniformité de la densité d'énergie modale dans la bande de fréquence. L'influence de la corrélation des sources a été abordée par Mace [MAC97]. La répartition uniforme de l'énergie modale est en défaut s'il y a peu de modes ou si l'excitation favorise un petit nombre de modes. C'est le cas par exemple en basse fréquence, ou avec des excitations ponctuelles et harmoniques. La méthode SEA est réservée aux applications en bande de fréquence et à haute fréquence.

La méthode des coefficients d'influence énergétiques (CIE) proposée par Guyader et al. [GUY82] se présente comme une alternative à la SEA. Elle utilise des hypothèses moins restrictives que celles de la SEA, notamment l'hypothèse du couplage faible. A la différence de la SEA qui traite les aspects acoustiques et mécaniques sur le même plan, la méthode CIE permet de décrire de manière plus exacte le couplage mécanique-mécanique que le couplage mécanique-acoustique. Les coefficients d'influence relient les énergies cinétiques globales des soussystèmes aux densités spectrales de puissance des forces excitatrices ; ils peuvent être évalués à partir d'une approche modale sur le système couplé. Cette méthode est à la fois de nature modale et de nature énergétique, puisqu'elle prend en compte les modes globaux de la structure et qu'elle accède à l'énergie cinétique de chaque soussystème ou de l'ensemble des systèmes assemblés. Cette démarche a été appliquée aux cas des assemblages de plaques finies en L, \overline{T} et $\frac{1}{T}$, puis comparée à la méthode de SEA [GUY82], [BOI82], [BOI85].

Fredö [FRE97] a combiné la méthode de l'élément fini avec l'équilibre des flux d'énergie SEAL (SEA-like) pour calculer le transfert d'énergie entre deux plaques minces. La différence essentielle entre ces méthodes est que si la SEA est appliquée aux ensembles, la SEAL s'adresse à un système isolé.

La méthode de SmEdA (Statistical modal Energy distribution Analysis) proposée par Maxit [MAX00] découle d'une formulation de la SEA moins restrictive que celle de la méthode originale. Elle permet d'améliorer la qualité de la prédiction en considérant la répartition des énergies modales, notamment quand le recouvrement modal est faible ou quant les sous-systèmes sont excités localement.

1. 2. 3. 2. Méthode du flux de la puissance avec des mobilités

Au début des années 1990, Cuschieri a étendu la technique des mobilités (voir la section de § 1. 2. 5) à l'approche de 'Mobility Power-flow (MPF)'. Cette approche décrit les forces et les moments aux jonctions entre les sous-systèmes. Une structure globale est modélisée par un ensemble de sous-structures couplées avec des forces et des moments de liaison aux jonctions entre les sous-structures. Le flux de puissance entre les sous-structures est exprimé en terme de mobilités structurales d'entrée et de transfert. Les quatre mobilités qui lient les forces et les moments aux vitesses normales et de rotation sont utilisées. Il analyse ainsi la réponse vibratoire et la puissance transmise entre les sous-structures couplées par points ou par ligne. L'approche de MPF a été appliquée à des assemblages tels que des poutres périodiques [CUS90a] et deux plaques en forme L [CUS90b].

Ensuite Cuschieri et Feit ont étudié la pression acoustique rayonnée en champ lointain par une coque cylindrique couplée au fluide : La coque contient une cloison [CUS95a] puis deux cloisons internes [CUS95b], chaque cloison est une plaque ayant des caractéristiques semblables à celles la coque. Les forces de jonction entre la coque et les plaques internes sont déterminées en employant les matrices de mobilité. La réponse vibratoire et la puissance transmise dans l'assemblage sont calculées avec les forces des jonctions. Ils ont appliqué l'approche de MPF au domaine des grandes vitesses (Mach>>1). Avec une excitation par une onde acoustique sous incidence oblique, il observe que la réponse vibratoire et la pression acoustique rayonnée sont influencées par la présence des cloisons.

Et Ming et al. [MIN99] après avoir calculé les mobilités des coques cylindriques infinie et semi-infinie ont estimé la puissance injectée et la puissance, transmise entre deux coques coaxiales, de même rayon, couplées sur leur limite. Ils ont montré que les conditions aux limites n'affectent pas les niveaux de mobilité, sauf pour les coques cylindriques finies courtes qui avec les facteurs de pertes faibles. Plus l'épaisseur de la coque est petite, plus la mobilité structurale est grande. En basse fréquence, la méthode des mobilités surestime la puissance échangée, et la précision est généralement mauvaise exceptée si le facteur de perte interne est grand, ou si l'élongation (longueur/rayon) de la coque de réception est grande.

1. 2. 3. 3. Méthode d'analogie thermique

Kim et al. [KIM94] ont étudié les vibrations, en haute fréquence, des plaques circulaire et rectangulaire excitées par une force harmonique. Ils décomposent la solution en ondes de propagation dans un modèle d'analogie thermique et calculent l'énergie de la plaque. Ils observent que le facteur de perte de la structure est un paramètre sensible pour un bon accord entre ces résultats et ceux de la méthode d'analyse modale. Ils déterminent que dans un rayon efficace autour du point d'excitation la réponse de la plaque peut être remplacée par la réponse d'une plaque infinie. Ce rayon efficace augmente avec la fréquence, car les ondes réfléchies par la frontière sont confinées à des régions de plus en plus petites près des limites.

De façon similaire, Lase et al. [LAS96] étudient la distribution de l'énergie vibratoire dans un réseau de poutres. Cette méthode a aussi été employée par Smith [SMI97]

pour modéliser la distribution d'énergie en haute fréquence dans des plaques finies excitées par une force ponctuelle. Il exprime la densité d'énergie totale comme la somme des énergies du champ vibratoire direct et de celle du champ vibratoire réverbéré.

1. 2. 4. Travaux avec les impédances

Les notions d'impédance acoustique et mécanique ont été introduites avec les analogies mécanique-électricité. Avant les années 1950, elles ont été appliquées aux systèmes discrétisés, avec un petit nombre de degrés de liberté, et à l'acoustique unidimensionnelle.

1. 2. 4. 1. Impédance acoustique

L'impédance est en premier lieu calculée pour les modèles classiques d'onde plane, sphérique [RAY45], [BER54]. La propagation unidimensionnelle est tout d'abord étudiée, par exemple le tube de Kundt [CHU80a, b].

En ce qui concerne les assemblages, le thème de notre travail, l'impédance acoustique est utilisée pour étudier les réseaux de tubes. La technique est alors limitée par la fréquence de coupure du modèle. Cette fréquence correspond à l'apparition du premier mode dans la direction transversale du tuyau. Pour les assemblages de cavités [GUY79a, b] l'impédance acoustique locale de point à point n'est pas utilisée directement, du fait des couplages surfaciques la technique de calcul s'appuie toujours sur une décomposition modale.

Smith [SMI57] utilise la notion d'impédance acoustique pour décrire le couplage entre un milieu fluide et une coque cylindrique infinie. Les travaux sur ce thème sont nombreux jusqu'à aujourd'hui, appliqués aux plaques et aux coques, dans les domaines de l'aéronautique et des navires. On peut citer par exemple Kim et Brennan [KIM99].

Nous ne développerons pas ce thème car il ne s'agit pas de sous structuration, mais de modélisation globale du couplage, ce qui est éloigné de notre sujet.

1. 2. 4. 2. Impédance de rayonnement des structures

Après l'étude des sources acoustiques élémentaires telles que les multipôles et les pistons, les travaux de base sur le rayonnement acoustique des structures commencent avec Maidanik [MAI62]. Il étudie la partie réelle de l'impédance modale de rayonnement d'une plaque appuyée et bafflée.

Levine [LEV83] a étudié le rayonnement acoustique du piston rectangulaire. Sa technique de calcul consiste à transformer, sans approximation, l'intégrale quadruple qui est présente dans le calcul de puissance acoustique en une intégrale simple. Il a représenté la résistance et la réactance, parties réelle et imaginaire de l'impédance.

Takahagi et al. [TAK95] ont travaillé sur l'efficacité de rayonnement acoustique, en champ proche, des plaques rectangulaires simplement appuyées et excitées harmoniquement par les forces ponctuelles. Ils ont également étudié l'effet de l'élongation (longueur/largeur) et de l'épaisseur de la plaque sur le facteur de rayonnement. Les résultats des plaques rectangulaires sont comparés aux résultats de la plaque circulaire. Le facteur de rayonnement des modes pairs est plus petit, audessous de la fréquence critique, et il diminue quand la plaque est plus épaisse.

1. 2. 4. 3. Impédance mécanique

Les premières définitions, issues de l'analogie mécanique-électricité [FIR33], ont été largement mises en pratique depuis un siècle. Dans le domaine des assemblages de structures les actions industrielles sont nombreuses. Citons par exemple Gardonio et al. [GAR97] pour l'isolation vibratoire, avec des suspensions multi-dimensionnelles ou actives.

En ce qui concerne le calcul de l'énergie vibratoire, qui est en relation avec notre travail, Bobrovnitskii [BOB98], Bobrovnitskii et Korotkov [BOB01] a estimé l'énergie vibratoire totale à fréquence pure des structures élastiques à laide de l'impédance et de la mobilité d'entrée.

L'impédance d'entrée et de transfert d'un système bidimensionnel a été étudiée par Muggleton et Pinnington [MUG98]. Ils réarrangent la sommation modale en tenant compte de la nature physique des modes. Les modes sont regroupés en fonction de la direction dans laquelle leurs ondes constitutives se propagent. L'addition modale de tous les groupes de contributions de mode est alors effectuée.

1. 2. 5. Travaux sur les mobilités

La mobilité est l'inverse de l'impédance. La méthode des mobilités a l'avantage d'utiliser la vitesse des sous structures non couplées pour caractériser les sources. Sur un élément de machine par exemple, cette quantité est souvent plus facile à obtenir expérimentalement que la force excitatrice directe. La mobilité est surtout utilisée pour les structures, les applications à l'acoustique sont peu nombreuses car le calcul de la mobilité acoustique pose des problèmes de convergence. Nous allons résumer les travaux sur trois types de mobilité ; la mobilité mécanique, la mobilité acoustique et la mobilité énergétique.

La mobilité mécanique : C'est une fonction de transfert entre la réponse en vitesse et l'effort d'excitation, en un point excité (mobilité d'entrée) ou entre deux points différents (mobilité de transfert). Elle est définie sur une structure.

La mobilité acoustique : C'est une extension de la mobilité mécanique au milieu fluide. Elle est définie par des valeurs surfaciques moyennes de vitesse et de pression au voisinage des points étudiés dans le fluide.

La mobilité énergétique : Elle est destinée à une description énergétique locale dans une structure. Elle est définie comme le ratio de la vitesse quadratique moyenne en un point et de la partie réelle de la puissance injectée en un autre point.

1. 2. 5. 1. Méthode des mobilités mécaniques

Depuis que Firestone [FIR33] a introduit la notion de mobilité en 1933, de nombreux mécaniciens l'ont utilisée. La méthode des mobilités mécaniques a été largement appliquée aux systèmes vibratoires depuis une vingtaine années [CLA81], [BUS87], [GAR97], [BOB98]. Petersson et Heckl [PET96] et Petersson [PET97], [PET99] ont largement travaillé sur les mobilités ponctuelles pour des plaques avec épaisseur quelconque et des poutres de grande épaisseur, excitées par des forces et des moments. Mitchell et al. [MIT98] ont présenté les mobilités de la plaque tridimensionnelle en chaque direction à une fréquence donnée. Cependant, la mobilité de moment définie par le ratio de la vitesse de rotation et du moment d'excitation est difficile à mesurer. En l'absence d'une méthode directe pour la mesure du moment. Yap et Gibbs [YAP99a, b] décrivent une méthode de réciprocité pour mesurer la force et le moment ponctuels induits par une machine. L'emploi de la mobilité de moment, du point de vue analytique est plus aisé, par exemple Petersson [PET86] pour trois plaques assemblées en forme de \overline{T} , et Cushieri [CUS90b] pour deux plaques assemblées en forme de L.

Les assemblages par points sont très étudiés. Les travaux suivants ne considèrent que des actions normales aux surfaces en contact. Le cas des liaisons multiples rapprochées, dans une structure de grande taille, a été simplifié par Petersson et Plunt [PET82a, b] qui définissent la mobilité effective totale. Petersson et Gibbs [PET93] ont examiné l'influence et l'importance de l'interaction de plusieurs éléments liés en plusieurs points sur le processus de transmission. En

utilisant la méthode de la valeur moyenne de Skudrzyk [SKU80], Moorhouse et Gibbs [MOO95] ont travaillé les mobilités des poutres et des plaques. Ils ont montré les enveloppes des pics de ces courbes pour les différents modèles de structure, et calculé les mobilités moyennes et maximales pour une dalle en béton typique du bâtiment.

Les travaux sur les liaisons surfaciques sont moins nombreux. Le cas des excitations réparties est traité par Hammer et Petersson [HAM89a, b] qui ont développé le concept de la mobilité surfacique. Norwood et al. [NOR97] l'ont appliqué à une surface circulaire sur la plaque infinie. Ils vérifient que la mobilité surfacique diminue rapidement quand le nombre d'Helmholtz augmente. Ceci implique, pour une force donnée, qu'il y a une réduction de la puissance transmise par une grande zone de contact comparée au cas d'un contact ponctuel. En utilisant les mobilités surfaciques, Dai et al. [DAI99] ont examiné la réponse vibratoire et la transmission de la puissance pour une plaque mince infinie qui excitée au-dessus d'une zone rectangulaire par une distribution uniforme de force.

Pour étudier les flux de puissance, Mondot et Petersson [MON87] prédisent la puissance transmise entre deux sous-structures couplées en un point. Ils utilisent des données des sous-systèmes ; la vitesse de la source et les mobilités de la source et du récepteur au point couplé. Cette approche est poursuivie dans le cas du couplage multi-points par Fulford et Gibbs [FUL97], [FUL99a, b]. Laugesen et Ohlrich [LAU94] ont étudié la description de la source en utilisant la puissance injectée exprimée par les mobilités structurales moyennées dans le temps, l'espace et la fréquence. Le calcul de la puissance transmise aux structures par la source est donné par Jianxin et al. [JIA95]. La détermination du flux de puissance mécanique au travers des joints ou les connexions standard multidimensionnelles est faite par Rook et Singh [ROO95] puis Koh et White [KOH96] avec une approche de mobilité modale. Pour palier à la difficulté des mesures directes de puissance, Yap et Gibbs [YAP96] proposent une méthode de réciprocité.

Les caractéristiques énergétiques des structures sont peu étudiées en employant la mobilité mécanique. Bobrovnitskii [BOB98], Bobrovnitskii et Korotkov [BOB01] utilisent les impédances et les mobilités d'entrée d'un système isolé pour calculer à fréquence pure l'énergie totale de la structure.

1. 2. 5. 2. Méthode des mobilités acoustiques

Contrairement à la mobilité mécanique, la mobilité acoustique n'est pas directement mesurable sur un sous-système fluide isolé. La présence nécessaire de limites physiques pour contenir expérimentalement le fluide est incompatible avec la condition de Dirichlet pour le sous-système aux points de couplage. Par ailleurs, le calcul de la mobilité acoustique d'entrée en un point d'un milieu fluide est singulier. Pour cette raison le couplage acoustique-structure n'est généralement pas abordé avec la mobilité acoustique. Par exemple Kim et Brennan [KIM99] ont étudié le couplage entre une plaque et une cavité en basse fréquence. La plaque est décrite en termes de mobilité mécanique (vitesse-force) non-couplée et la cavité en terme d'impédance acoustique (pression-force) non-couplée.

La mobilité acoustique est définie par Guyader et al. [GUY97]. Elle est appliquée au cas de la double paroi (cavité ouverte-ouverte couplée à deux plaques homogènes). La non convergence du calcul de la mobilité acoustique ponctuelle ne permet pas de décrire le couplage surfacique par un couplage multi-ponctuels. La surface de couplage est alors discrétisée en pavés, la mobilité acoustique est donnée par le ratio de la vitesse moyenne sur un pavé et de la pression acoustique moyenne sur un autre pavé. Le calcul de ces mobilités acoustiques entre les pavés converge. Ce problème de la convergence des mobilités acoustiques sera traité en détail à la section de § 3. 2. 3. 3 pour la cavité ouverte-fermée qui est une partie de notre travail.

1. 2. 5. 3. Méthode des mobilités énergétiques

Koss a développé la méthode de 'Frequency Response Functions (FRF)' pour la puissance [KOS88], [KOS95] et la théorie de connectivité [KOS88]. La fonction de réponse en fréquence pour la puissance est le rapport de la vitesse quadratique en un point à la puissance injectée en un point. Les relations de connectivité nécessaires pour prédire les flux de puissance dans un assemblage par points entre sous-structures sont proposées. Cette théorie est développée en utilisant les fonctions mobilités. Il est supposé que le couplage ne modifie pas la vitesse des sous-structures directement excitées, ce qui correspond à la notion de couplage faible.

L'approche par mobilités moyennes énergétiques a été développée par Orefice et al. [ORE96], [ORE97a, b] pour les moyennes fréquences. Elle est basée sur les mobilités mécaniques des sous-structures avant couplage, et permet
d'effectuer la prédiction de quantités énergétiques moyennes par bande de fréquence, comme l'énergie vibratoire et les flux de puissance entre sous-systèmes. Le facteur de connexion défini dans cette méthode permet de prendre en compte les couplages forts. Cette méthode n'a été appliquée qu'à un assemblage de sous-structures par points. Elle a été testée avec succès dans le cas de plaque et de cylindre couplés en plusieurs points.

1.3. Présentation du sujet

1. 3. 1. Sujet

Notre objectif est d'étudier le couplage fluide-structure en moyenne fréquence. Les méthodes prévisionnelles en milieu industriel doivent permettre de modéliser des objets de géométrie non académique. Il est également important que les indicateurs fournis soient peu sensibles aux incertitudes sur les paramètres dynamiques du modèle pour ce qui concerne les matériaux, la mise en œuvre et les conditions de liaison. Dans cette optique notre travail s'appuiera sur la mobilité qui permet une sous structuration sur la base des données intrinsèques de chaque sous structure isolée. Nous rechercherons des indicateurs robustes tels que l'énergie totale et les flux de puissance. Pour cela, nous allons appliquer la méthode des mobilités énergétiques au couplage fluide-structure.

La méthode des mobilités énergétiques n'a pour l'instant été développée que pour des assemblages par points entre des sous-structures. Elle satisfait aux critères que l'on vient de définir, elle a aussi l'avantage de ne pas faire d'hypothèse sur le couplage faible et de pouvoir considérer les excitations vraies. Cependant elle impose que les points de couplage soient suffisamment distants les uns des autres au regard de la longueur d'onde. Ceci peut être une difficulté pour modéliser le couplage surfacique fluide-structure.

1. 3. 2. Déroulement de l'étude

Trois aspects seront étudiés avec une attention particulière :

En premier lieu, développer une méthode de sous structuration robuste vis-à-vis de la variabilité des sous-structures. Les indicateurs seront, comme pour la SEA, les flux de puissance de couplage entre les sous-systèmes et les niveaux d'énergie des sous-systèmes.

Deuxièmement, pour qu'il s'agisse véritablement d'une sous-structuration, les données d'entrée seront issues de simulation ou de mesure, effectuées sur les sous-structures isolées.

Troisièmement, le domaine de validité de la méthode sera défini.

Ce mémoire sous le titre de « Application des mobilités énergétiques au couplage fluide-structure » se compose de six chapitres, y compris le chapitre présent :

Le deuxième chapitre rappelle la théorie sur les mobilités mécaniques et acoustiques, ainsi la méthode des mobilités énergétiques pour une structure isolée et des structures couplées.

Le troisième chapitre analyse le couplage surfacique. La surface de couplage est discrétisée en pavés, les mobilités équivalentes sont calculées sur le maillage. Le système d'équations d'équilibre énergétique pour le couplage surfacique par les mobilités est décrit.

Le quatrième chapitre est consacré à des études numériques sur un assemblage plaque-cavité. Les applications de la méthode proposée sont faites pour différentes tailles de pavés de couplage, et pour différents amortissements des sous-systèmes. Des critères de validité de la méthode sont définis.

Le cinquième chapitre concerne l'étude expérimentale.

Dans le sixième chapitre, nous effectuons les comparaisons théorie-expérience. Par ailleurs, en utilisant des mobilités de structure mesurées, une démarche mixte est présentée pour calculer le facteur de rayonnement de la plaque.

Suite au dernier chapitre, la conclusion générale de notre étude et les perspectives envisagées sont présentées.

Chapitre 2

RAPPEL THEORIQUE

2.1. Introduction

Parmi les méthodes de sous-structurations existantes, notre travail s'appuiera essentiellement sur la mobilité mécanique de structure de point à point, sur la mobilité énergétique de structure de point à point, et sur la notion de mobilité acoustique. Dans ce chapitre, nous allons rappeler les bases théoriques de ces mobilités et les principes utilisés pour décrire le couplage entre les éléments d'un assemblage.

2.2. Mobilité mécanique

2.2.1. Introduction

En 1933, Firestone [FIR33] a introduit la notion de mobilité pour traduire l'analogie entre les systèmes mécanique et électrique, puis en 1967, O'hara [OHA67] a défini le concept de mobilité en le comparant l'impédance mécanique. De nombreux scientifiques ont ensuite appliqué ce concept en exprimant le couplage entre les sous-éléments d'un système global en termes des fonctions de mobilité de tous ces éléments. Cette technique a été utilisée comme une méthode de prédiction, c'est ce que l'on appellera la mobilité mécanique.

La mobilité mécanique, Y_{ij} est définie à une fréquence pure f, par le rapport

$$Y_{ij}(f) = \frac{V_i(f)}{F_j(f)}$$
(2-1)

où V_i , vitesse complexe au point *i* dans une direction donnée, est la réponse à une excitation complexe F_j au point *j* d'une structure dans une direction donnée. On suppose alors que la structure a un comportement linéaire. Cette quantité complexe ne dépend que de la nature de la structure, de la fréquence d'excitation et des positions d'écoute *i* et d'excitation *j*. Pour le point *i* différent de *j*, on note Y_{ij} la mobilité mécanique de transfert entre les deux point *i* et *j*, et pour le point *i* identique à *j*, on note Y_{ij} la mobilité mécanique d'entrée au point *j*.

Compte tenu de la linéarité, la vitesse de réponse au point d'écoute i, $V_i(f)$ satisfait

$$V_i(f) = Y_{ij}(f)F_j(f).$$
(2-2)

Les relations (2-1) et (2-2) peuvent être généralisées, pour mettre en relation les 6 composantes du torseur des forces en un point et les 6 composantes du torseur des vitesses en un autre point d'un même système. On écrit alors une relation plus générale de la mobilité mécanique entre les deux points i et j sous forme de matrice et de vecteurs. Pour simplifier les notations, on omettra l'argument fréquentiel f car tous les termes des équations sont relatifs à une même fréquence. On obtient, donc

$$\vec{V}_i = [Y_{ij}]\vec{F}_j. \tag{2-3}$$

Cette relation implique la linéarité du système. Il en découle que la matrice de la mobilité mécanique $[Y_{ij}]$ est symétrique, et le principe de la réciprocité [YAP99] est également valide pour chaque composantes de $[Y_{ij}]$, donc

$$[Y_{ij}] = [Y_{ji}]. \tag{2-4}$$

La prise en compte des 6 degrés de liberté à chaque point rend la méthode très lourde à mettre en œuvre. Pour cette raison les nombres applications qui en ont été faites concernent des cas unidirectionnels où bidirectionnel bien identifiés. Dans ce travail, qui concerne le couplage fluide-structure, on ne traite que la direction du mouvement normal aux surfaces de couplage, donc la matrice de mobilité mécanique $[Y_{ij}]$ ayant initialement 36 éléments se réduit à un seul terme, et on utilisera la relation (2-2).

Typiquement, la partie réelle de la mobilité mécanique d'entrée $Re{Y_{jj}}$ est toujours positive, tandis que les autres fonctions comme la partie réelle de transfert $Re{Y_{ij}}$ ainsi les parties imaginaires d'entrée $Im{Y_{jj}}$ et de transfert $Im{Y_{ij}}$ oscillent autour de zéro. Nous constatons ces tendances sur la Figure 2-1. Les mobilités sont présentées suivant la direction normale de la plaque mince utilisée.



Figure 2-1. Tendance typique des mobilités mécaniques d'une plaque appuyée sur ses bords. $L_x \times L_y \times h : 1.0m \times 1.2m \times 0.005m$, $E : 2.11 \times 10^{11} Pa$, $\rho_s : 7800 kg/m^3$, v : 0.33, $\eta_s : 0.02$, Point d'excitation $j(5L_x/6, L_y/6)$, Point d'écoute $i(L_x/2, 5L_y/6)$.

- : Partie réelle, --- : Partie imaginaire.

2. 2. 2. Application à une structure isolée

Soient plusieurs forces d'excitation F_j en différents points j sur une structure isolée. La vitesse résultante V_i en un point i dans une direction donnée, est calculée en utilisant la propriété de linéarité de la mobilité. La relation suivante caractérise l'additivité des excitations :

$$V_i = \sum_{j=1}^{N_j} Y_{ij} F_j \,. \tag{2-5}$$

Il lui correspond une forme matricielle où N_i est le nombre de points excités :

$$\{ Y_i \} = [Y_{ij}] \{ F_j \}.$$
(2-6)

Dans la sommation qui intervient lors du calcul de la vitesse au point *i*, chaque terme $Y_{ij}F_j$ est défini comme la vitesse élémentaire en *i* due à la force appliquée au point au point *j*, sera noté V_{ij} . La vitesse V_i au point *i*, obtenue par la mobilité mécanique, est la somme de toutes les vitesses élémentaires due à chaque force d'excitation.

La Figure 2-2 montre la vitesse au point *i* lorsqu'une force ponctuelle de même type que sur la plaque précédente est appliquée simultanément à deux points de j_1 et j_2 . Les parties réelle et imaginaire oscillent autour de zéro car les vitesses élémentaires $V_{ij1}(=Y_{ij1}F_{j1})$ et $V_{ij2}(=Y_{ij2}F_{j2})$ [OHA67] utilisent des mobilités mécaniques de transfert.



Figure 2-2. Vitesse de réponse au point *i* de la plaque appuyée sur ses bords. $L_x \times L_y \times h : 1.0m \times 1.2m \times 0.005m$, $E : 2.11 \times 10^{11} Pa$, $\rho_s : 7800 kg/m^3$, v : 0.33, $\eta_s : 0.02$, $j_1(5L_x/6, L_y/6)$, $j_2(L_x/6, L_y/2)$, $i(L_x/2, 5L_y/6)$, — : Partie réelle, --- : Partie imaginaire.

2. 2. 3. Application à deux systèmes couplés

Nous considérons un système constitué par deux sous-structures S^{I} et S^{II} excitées par les efforts extérieurs. Elles sont rigidement liées aux points *c*, il n'y a ni masse ni frottement aux points de couplage. On suppose connues les mobilités mécaniques des sous-structures isolées. En utilisant l'additivité des excitations, on peut sommer l'effet des excitations directes et des forces de couplage.

Les vitesses en chaque point i sur chaque sous-système couplé s'écrivent par

$$V_{i}^{I} = \sum_{j=1}^{N_{j}^{I}} \widetilde{Y}_{ij}^{I} F_{j}^{I} + \sum_{c=1}^{N_{c}} \widetilde{Y}_{ic}^{I} F_{c}^{I} , \qquad (2-7a)$$

$$V_i^{II} = \sum_{j=1}^{N_j^{II}} \widetilde{Y}_{ij}^{II} F_j^{II} + \sum_{c=1}^{N_c} \widetilde{Y}_{ic}^{II} F_c^{II} . \qquad (2-7b)$$

où les exposants *I* et *II* désignent les sous-structures S^{I} et S^{II} respectivement, N_{j} et N_{c} sont les nombres de points d'excitation et de couplage respectivement. Le symbole de tilde dénote une quantité avant couplage.

Le système des équations (2-7a, b) comporte $2N_c$ inconnues qui sont les efforts de couplage F_c^1 et F_c^{II} à chaque point de liaison c.

Pour déterminer ces efforts, on utilise $2N_c$ équations qui découlent des conditions de raccordement ; la continuité de la vitesse et l'équilibre des efforts de couplage à chaque point de liaison c. En employant la notation matricielle, elles s'expriment par

$$\{V_{c'}^{I}\} = \{V_{c'}^{II}\},$$
 (2-8a)

$$\{F_c^I\} = -\{F_c^{II}\}.$$
 (2-8b)

En appliquant ces condition de raccordement (2-8a, b) dans le système des équations (2-7a, b), on obtient les efforts de couplage :

$$\{F_{c}^{I}\} = \left[\widetilde{Y}_{cc}^{I} + \widetilde{Y}_{cc}^{II}\right]^{-1} \left(\left[\widetilde{Y}_{cj}^{II}\right] \{F_{j}^{II}\} - \left[\widetilde{Y}_{cj}^{I}\right] \{F_{j}^{I}\}\right).$$
(2-9a)

$$\{F_{c}^{II}\} = \left[\widetilde{Y}_{cc}^{I} + \widetilde{Y}_{cc}^{II}\right]^{-1} \left(\left[\widetilde{Y}_{cj}^{I}\right] \{F_{j}^{I}\} - \left[\widetilde{Y}_{cj}^{II}\right] \{F_{j}^{II}\}\right).$$
(2-9b)

Ces efforts utilisés dans les équations (2-7a, b) permettent ensuite de calculer les vitesses après couplage aux points *i*. Une fois connues les forces et les vitesses aux points de couplage, on peut accéder aux puissances mécaniques échangées localement. La réponse est obtenue en fonction des données dynamiques des sous-structures isolées.

Cette méthode donne de bons résultats en basse et moyenne fréquence. Elle a pour avantage de pouvoir mixer des données calculées et des données mesurées, donc de prendre en compte les structures et des excitations réelles. Elle a l'inconvénient d'utiliser des quantités phasées qui deviennent moins précises lorsque la fréquence augmente. Sa mise en œuvre est souvent restreinte aux cas des faibles nombres de points de couplage.

2.3. Mobilité énergétique

2.3.1. Introduction

La mobilité énergétique est développée par Orefice et al. [ORE96], [ORE97a, b] à partir de l'année 1993, pour prévoir le comportement vibratoire des structures et des assemblages aux moyennes fréquences. Cette méthode est basée sur la technique de calcul des flux de puissance déjà développée au sujet de la méthode de l'analyse statistique de l'énergie (SEA) [BOU95], [PAN90c], [LYO95] et des autres méthodes d'analyse énergétiques comme l'intensimétrie vibratoire.

La mobilité énergétique est basée sur la mobilité mécanique. C'est le rapport de deux valeurs moyennes définies par bande de fréquence :

$$H_{ij} = \frac{\left\langle \left| Y_{ij} \right|^2 \right\rangle_f}{\left\langle Re\left\{ Y_{jj} \right\} \right\rangle_f} \,. \tag{2-10}$$

Orefice et al. montrent que l'on peut associer à cette définition en terme de fonction de transfert, une autre définition en terme d'énergie.

Soient à une fréquence donnée *f*, les moyennes temporelles de la vitesse quadratique en un point *i*, $\langle |v_i|^2 \rangle_t$ et de la puissance active injectée en un point *j*, $\langle \pi_j \rangle_t$:

$$\left\langle \left| v_{i} \right|^{2} \right\rangle_{t} = \frac{1}{2} Re \left\{ V_{i} V_{i}^{*} \right\} = \frac{1}{2} \left| V_{i} \right|^{2}, \qquad (2-11)$$

$$\langle \pi_j \rangle_t = \frac{1}{2} \Pi_j \text{ avec } \Pi_j = Re \{ F_j V_j^* \}.$$
 (2-12)

où V_i (ou V_j) et F_j sont respectivement les expressions complexes de la vitesse au point *i* (ou *j*) et de la force au point *j* à la fréquence donnée *f*.

Le rapport des deux moyennes temporelles peut s'exprimer en termes des mobilités mécaniques d'entrée et de transfert :

$$\frac{\left\langle \left| v_{i} \right|^{2} \right\rangle_{t}}{\left\langle \pi_{j} \right\rangle_{t}} = \frac{\left| V_{i} \right|^{2}}{Re \left\{ F_{j} V_{j}^{*} \right\}} = \frac{\left| Y_{ij} F_{j} \right|^{2}}{Re \left\{ F_{j} Y_{jj}^{*} F_{j}^{*} \right\}} = \frac{\left| Y_{ij} \right|^{2}}{Re \left\{ Y_{jj} \right\}}.$$
(2-13)

Nous voyons ici que ce rapport ne dépend pas du type d'excitation. Nous constatons également que la moyenne temporelle de la vitesse quadratique et l'énergie cinétique d'une structure due à une excitation sont obtenues simplement par les mobilités mécaniques et la puissance active injectée. Par conséquent, il n'est pas nécessaire d'avoir l'équation de l'énergie propre au système. Seules les mobilités mécaniques de ce système sont nécessaires.

Considérons maintenant les moyennes sur la bande de fréquence Δf de la

44

vitesse quadratique moyennée temporelle au point i (2-11) et de la puissance active injectée moyennée temporelle au point j (2-12) pour retrouver la mobilité énergétique entre deux points i et j:

$$\left\langle \left\langle \left| v_{i} \right|^{2} \right\rangle_{t} \right\rangle_{f} = \left\langle \frac{1}{2} \left| V_{i} \right|^{2} \right\rangle_{f}.$$
 (2-14)

$$\left\langle \left\langle \pi_{j}\right\rangle_{t}\right\rangle_{f} = \left\langle \frac{1}{2}\Pi_{j}\right\rangle_{f}.$$
 (2-15)

La moyenne fréquentielle sur une bande de fréquence Δf a été définie par

$$\langle X \rangle_f = \frac{1}{\Delta f} \int_{\Delta f} X \, df \;.$$
 (2-16)

Le rapport entre les moyennes temporelle et fréquentielle de (2-14) et (2-15) est

$$\frac{\left\langle \left\langle \left| v_{i} \right|^{2} \right\rangle_{t} \right\rangle_{f}}{\left\langle \left\langle \pi_{j} \right\rangle_{t} \right\rangle_{f}} = \frac{\left\langle \left| V_{i} \right|^{2} \right\rangle_{f}}{\left\langle \Pi_{j} \right\rangle_{f}} = \frac{\left\langle \left| Y_{ij} F_{j} \right|^{2} \right\rangle_{f}}{\left\langle Re \left\{ F_{j} Y_{jj}^{*} F_{j}^{*} \right\} \right\rangle_{f}} = \frac{\left\langle \left| Y_{ij} \right|^{2} \left| F_{j} \right|^{2} \right\rangle_{f}}{\left\langle Re \left\{ Y_{jj} \right\} \left| F_{j} \right|^{2} \right\rangle_{f}} .$$
(2-17)

Une première hypothèse est faite. Elle suppose que des distributions statistiques des spectres de force et de mobilité sont indépendantes. Puis, la moyenne des produits peut être approchée par le produit des moyennes :

$$\left\langle \left| Y_{ij} \right|^{2} \left| F_{j} \right|^{2} \right\rangle_{f} \approx \left\langle \left| Y_{ij} \right|^{2} \right\rangle_{f} \left\langle \left| F_{j} \right|^{2} \right\rangle_{f}.$$
 (Hyp.1-
1)

$$\left\langle Re\left\{Y_{jj}\right\}F_{j}\right\rangle_{f} \approx \left\langle Re\left\{Y_{jj}\right\}\right\rangle_{f} \left\langle \left|F_{j}\right|^{2}\right\rangle_{f}$$
. (Hyp.1-
2)

On peut, donc, en déduire que

$$\frac{\left\langle \left| Y_{ij} \right|^{2} \right\rangle_{f}}{\left\langle Re\left\{ Y_{jj} \right\}_{f} \right\rangle_{f}} \approx \frac{\left\langle \left\langle \left| v_{i} \right|^{2} \right\rangle_{t} \right\rangle_{f}}{\left\langle \left\langle \pi_{j} \right\rangle_{t} \right\rangle_{f}} \,.$$

$$(2-18)$$

Cette relation nous permet d'obtenir la relation approchée de la mobilité énergétique en terme d'énergie :



Figure 2-3. Mobilités énergétiques d'une plaque simple appuyée sur ses bords. $L_x \times L_y \times h : 1.0m \times 1.2m \times 0.005m, E : 2.11 \times 10^{11} Pa, \rho_s : 7800 kg/m^3, v : 0.33, \eta_s : 0.02,$ $j(5L_x/6, L_y/6), i(L_x/2, 5L_y/6), (a) - : H_{jj}, --- : H_{ii}, (b) - : H_{ij}, --- : H_{ji}.$

$$H_{ij} \approx \frac{\left\langle \left| V_i \right|^2 \right\rangle_f}{\left\langle \Pi_j \right\rangle_f} \,. \tag{2-19}$$

Comme pour la mobilité mécanique, cette quantité réelle positive est indépendante du type d'excitation. Cependant, les mobilités mécaniques d'entrée aux points i et j, sur une même structure peuvent être très différentes. De ce fait, la mobilité énergétique n'est pas, en général, une fonction symétrique :

$$H_{ij} \neq H_{ji} \,. \tag{2-20}$$

Néanmoins, la symétrie de la mobilité énergétique sur la structure homogène est vérifiée asymptotiquement en haute fréquence, puisque les parties réelles des mobilités mécaniques d'entrée tendent vers celles de la structure infinie. Un exemple des mobilités énergétiques d'entrée et de transfert d'une plaque simple appuyée sur ses bords et soumise à une excitation ponctuelle, est présenté à la Figure 2-3.

2. 3. 2. Relation d'additivité énergétique

La relation (2-18) a été établie pour une seule source de force ponctuelle.

Pour une application aux assemblages, il est nécessaire de valider le cas où plusieurs excitations sont appliquées simultanément sur une structure. Les moyennes fréquentielles de la vitesse quadratique au point *i*, $\langle |V_i|^2 \rangle_f$ et la puissance active injectée au point *j*, $\langle Re\{F_jV_j^*\} \rangle_f$ dans le cas où l'on applique simultanément plusieurs forces, notées F_j , sont respectivement

$$\left\langle \left| V_{i} \right|^{2} \right\rangle_{f} = \left\langle \left| \sum_{j=1}^{N_{j}} Y_{ij} F_{j} \right|^{2} \right\rangle_{f} = \left\langle \sum_{j=1}^{N_{j}} \left| Y_{ij} \right|^{2} \left| F_{j} \right|^{2} + \sum_{j=1}^{N_{j}} \sum_{k(\neq j)=1}^{N_{k}} Re\left\{ Y_{ij} F_{j} Y_{ik}^{*} F_{k}^{*} \right\} \right\rangle_{f}$$

$$= \sum_{j=1}^{N_{j}} \left\langle \left| Y_{ij} \right|^{2} \left| F_{j} \right|^{2} \right\rangle_{f} + \sum_{j=1}^{N_{j}} \sum_{k(\neq j)=1}^{N_{k}} \left\langle Re\left\{ Y_{ij} F_{j} Y_{ik}^{*} F_{k}^{*} \right\} \right\rangle_{f}$$

$$(2-21)$$

et

$$\left\langle Re\left\{F_{j}V_{j}^{*}\right\}\right\rangle_{f} = \left\langle Re\left\{F_{j}\left(Y_{jj}F_{j}+\sum_{k(\neq j)=I}^{N_{k}}Y_{jk}F_{k}\right)^{*}\right\}\right\rangle_{f} = \left\langle Re\left\{Y_{jj}\right\}F_{j}\right|^{2} + \sum_{k(\neq j)=I}^{N_{k}}Re\left\{F_{j}Y_{jk}^{*}F_{k}^{*}\right\}\right\rangle_{f}$$
$$= \left\langle Re\left\{Y_{jj}\right\}F_{j}\right|^{2}\right\rangle_{f} + \sum_{k(\neq j)=I}^{N_{k}}\left\langle Re\left\{F_{j}Y_{jk}^{*}F_{k}^{*}\right\}\right\rangle_{f}.$$
(2-22)

On fait alors une deuxième hypothèse :

$$\sum_{j=1}^{N_j} \sum_{k(\neq j)=1}^{N_k} \left\langle Re\{Y_{ij}F_jY_{ik}^*F_k^*\} \right\rangle_f << \sum_{j=1}^{N_j} \left\langle \left|Y_{ij}\right|^2 \left|F_j\right|^2 \right\rangle_f.$$
(Hyp.2-

$$\sum_{k(\neq j)=1}^{N_k} \left\langle Re\left\{F_j Y_{jk}^* F_k^*\right\}\right\rangle_f \ll \left\langle Re\left\{Y_{jj}\right\}F_j\right|^2\right\rangle_f.$$
(Hyp.2-2)

Du fait de la présence des termes de mobilités mécaniques de transfert Y_{ij} , Y_{ik} et Y_{jk} , les fonctions $Re\{Y_{ij}F_jY_{ik}^*F_k^*\}$ et $Re\{F_jY_{jk}^*F_k^*\}$ ont des valeurs qui oscillent autour de zéro quand la fréquence varie. Leurs intégrales sont petites comparées à celles des premiers termes des relations (2-21) et (2-22) qui sont strictement positifs à toutes les fréquences. On approche, alors, les moyennes fréquentielles de deux termes énergétiques par

$$\left\langle \left| V_{i} \right|^{2} \right\rangle_{f} \approx \sum_{j=l}^{N_{j}} \left\langle \left| Y_{ij} \right|^{2} \left| F_{j} \right|^{2} \right\rangle_{f},$$
 (2-23)

$$\left\langle Re\left\{F_{j}V_{j}^{*}\right\}\right\rangle_{f} \approx \left\langle Re\left\{Y_{jj}\right\}F_{j}\right|^{2}\right\rangle_{f}$$
 (2-24)

En supposant la première hypothèse satisfaite, on écrit la moyenne fréquentielle approchée de la vitesse quadratique au point i en appliquant simultanément des efforts en plusieurs points sur une structure isolée :

$$\left\langle \left| V_{i} \right|^{2} \right\rangle_{f} \approx \sum_{j=1}^{N_{j}} H_{ij} \left\langle \Pi_{j} \right\rangle_{f}$$

$$\text{avec } H_{ij} = \left\langle \left| Y_{ij} \right|^{2} \right\rangle_{f} / \left\langle Re\left\{ Y_{ij} \right\} \right\rangle_{f} .$$

$$(2-25)$$

Dans le cas où plusieurs points j sont concernés, cette relation d'additivité énergétique sera utilisée sous la forme matricielle :

$$\left\{ \left\langle \left| V_{i} \right|^{2} \right\rangle_{f} \right\} \approx \left[H_{ij} \right] \left\{ \left\langle \Pi_{j} \right\rangle_{f} \right\}.$$
(2-26)

2. 3. 3. Application à un système assemblé par points

On considère un assemblage rigidement couplé par un seul point c entre la sous-structure S^I et la sous-structure S^{II} qui est soumise à un effort d'excitation en un point j. La mobilité énergétique de transfert après couplage entre un point i sur S^I et un point j sur S^{II}, est calculée en utilisant les mobilités mécaniques de l'assemblage :

$$H_{ij} = \frac{\left\langle \left| Y_{ij} \right|^2 \right\rangle_f}{\left\langle Re\{Y_{ij}^{II}\} \right\rangle_f}.$$
(2-27)

La mobilité mécanique de transfert après couplage entre le point *i* sur S^I et un point *j* sur S^{II}, est $Y_{ij} = \tilde{Y}_{ic} \tilde{Y}_{cj}^{II} / (\tilde{Y}_{cc} + \tilde{Y}_{cc}^{II})$. On substitue Y_{ij} dans (2-27).

Pour développer les calculs, on effectue une troisième hypothèse :

- La moyenne fréquentielle du produit des parties imaginaires des mobilités mécaniques d'entrée aux futurs points couplés *c* est négligeable devant celle du

produit des parties réelles ; $\left\langle Im\{\widetilde{Y}_{cc}^{I}\}Im\{\widetilde{Y}_{cc}^{I}\}\right\rangle_{f} << \left\langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{I}\}Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{I}\}\right\rangle_{f}$, donc

$$\left\langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{I}\widetilde{Y}_{cc}^{II*}\}\right\rangle_{f} \approx \left\langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{I}\}Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{II}\}\right\rangle_{f}.$$
 (Hyp.3-

- Les mobilités mécaniques d'entrée avant couplage aux futurs points couplés *c* de deux structures différentes ont des distributions en fréquence statistiquement indépendantes, donc

$$\left\langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{I}\}Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{II}\}\right\rangle_{f} \approx \left\langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{I}\}\right\rangle_{f} \left\langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{II}\}\right\rangle_{f}.$$
(Hyp.3-

 Les mobilités mécaniques de transfert des sous-structures avant couplage entre le point couplé *c* et les points non couplés *i* et *j* ont des distributions en fréquence statistiquement indépendantes, donc

$$\left\langle \left| \widetilde{Y}_{ic}^{I} \widetilde{Y}_{cj}^{II} \right|^{2} \right\rangle_{f} \approx \left\langle \left| \widetilde{Y}_{ic}^{I} \right|^{2} \right\rangle_{f} \left\langle \left| \widetilde{Y}_{cj}^{II} \right|^{2} \right\rangle_{f}.$$
(Hyp.3-
3)

- La moyenne fréquentielle de la partie réelle de la mobilité mécanique d'entrée en un point non couplé *j* sur la sous-structure, est quasiment inchangée après couplage, donc

$$\left\langle Re\{Y_{jj}^{II}\}\right\rangle_{f} \approx \left\langle Re\{\widetilde{Y}_{jj}^{II}\}\right\rangle_{f}.$$
 (Hyp.3-4)

Avec ces hypothèses, on obtient la mobilité énergétique sur l'assemblage entre deux points situés de part et d'autre du couplage, comme

$$H_{ij} \approx \frac{\hat{H}_{ic}^{I} \hat{H}_{cj}^{II}}{\tilde{H}_{cc}^{I} + \tilde{H}_{cc}^{II} \langle Re\{\tilde{Y}_{cc}^{II}\} \rangle_{f} / \langle Re\{\tilde{Y}_{cc}^{I}\} \rangle_{f} + 2 \langle Re\{\tilde{Y}_{cc}^{II}\} \rangle_{f}}.$$
 (2-28)

Cette relation basée sur les mobilités mécaniques montre que l'on ne peut pas utiliser les mobilités énergétiques des sous-structures isolées avec le même formalisme que les mobilités mécaniques pour décrire le couplage. A titre d'exemple, si l'on conservait le formalisme de la mobilité mécanique, on aurait eu après couplage,

$$H_{ij} \approx \frac{\tilde{H}_{ic}^{I} \tilde{H}_{cj}^{II}}{\tilde{H}_{cc}^{I} + \tilde{H}_{cc}^{II}}.$$
(2-29)

Pour conserver ce formalisme simple, les facteurs de connexion sont introduits et une deuxième définition de la mobilité énergétique est donnée. Dans le cas général, la mobilité énergétique entre deux points *m* et *n* arbitrairement pris sur la chaque sous-structure S, \tilde{H}_{nn}^{s} sera mise sous la forme avec $\alpha=1$:

$$\widetilde{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{mn}^{s} = \widetilde{H}_{mn}^{s} \alpha_{mn}^{s} .$$
(2-30)

Dans le cas d'un assemblage, le facteur de connexion α_{mn} est unitaire, sauf pour un transfert entre un point d'écoute qui est couplé et un point d'excitation qui est non couplé. C'est-à-dire que dans le cas où *m* (point d'écoute) = *c* (point de couplage) $\neq n$ (point d'excitation), le facteur de connexion ne serait pas unitaire. Ce facteur de connexion traduit l'influence du couplage sur la vitesse d'un point de liaison, c'est-à-dire aussi les notions de couplage fort et couplage faible.

Le formalisme simple de la relation (2-29) peut être, alors, utilisé avec cette deuxième définition des mobilités énergétiques :

$$H_{ij} \approx \frac{\widetilde{\mathcal{H}}_{ic}^{I} \widetilde{\mathcal{H}}_{cj}^{II}}{\widetilde{\mathcal{H}}_{cc}^{I} + \widetilde{\mathcal{H}}_{cc}^{II}} = \frac{\widetilde{H}_{ic}^{I} \alpha_{ic}^{I} \widetilde{H}_{cj}^{II} \alpha_{cj}^{II}}{\widetilde{H}_{cc}^{I} \alpha_{cc}^{I} + \widetilde{H}_{cc}^{II} \alpha_{cc}^{II}}.$$
(2-31)

Puis, comme $\alpha_{cc} = \alpha_{ic} = 1$ et $\alpha_{cj} \neq 1$, on en déduit

$$H_{ij} \approx \frac{\tilde{H}_{ic}^{I}\tilde{H}_{cj}^{II}\alpha_{cj}^{II}}{\tilde{H}_{cc}^{I} + \tilde{H}_{cc}^{II}}.$$
(2-32)

En comparant la relation (2-32) à la relation (2-28), on obtient la forme analytique du facteur de connexion pour chaque point couplé c sur la sous-structure S^{II} , $a_c^{II} (= a_{c_l}^{II})$

exprimé par

$$\alpha_{c}^{II} = \frac{\widetilde{H}_{cc}^{I} + \widetilde{H}_{cc}^{II}}{\widetilde{H}_{cc}^{I} + \widetilde{H}_{cc}^{II} \langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{II}\} \rangle_{f} / \langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{II}\} \rangle_{f}} + 2 \langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{II}\} \rangle_{f}} .$$
(2-33b)

D'une façon symétrique, lorsque l'effort d'excitation est en point non couplé *j* sur la sous-structure S^I, α_c^I est déduite par

$$\alpha_{c}^{I} = \frac{\widetilde{H}_{cc}^{I} + \widetilde{H}_{cc}^{II}}{\widetilde{H}_{cc}^{I} \langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{I}\} \rangle_{f} / \langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{II}\} \rangle_{f} + \widetilde{H}_{cc}^{II} + 2 \langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{I}\} \rangle_{f}}.$$
 (2-33a)

Quand un point non couplé j est excité, les facteurs de connexion α_{cj}^I et α_{cj}^{II} au point couplé *c* ont été notés simplement par α_c^I et α_c^{II} , par commodité.

On vérifie la cohérence de cette définition de la mobilité énergétique dans le calcul de la puissance échangée. La moyenne fréquentielle de la puissance échangée est

$$\left\langle \Pi_{c}^{I} \right\rangle_{f} = \left\langle Re\left\{F_{c}^{I}V_{c}^{I*}\right\}\right\rangle_{f}.$$
(2-34)

En utilisant les mobilités mécaniques des sous-structures isolées, l'effort de couplage est écrite par $F_c^I = \widetilde{Y}_{cj}^{II} F_j^{II} / (\widetilde{Y}_{cc}^I + \widetilde{Y}_{cc}^{II})$, et la vitesse après couplage est écrite par $V_c^I = \widetilde{Y}_{cc}^{II} \widetilde{Y}_{cj}^{II} F_j^{II} / (\widetilde{Y}_{cc}^I + \widetilde{Y}_{cc}^{II})$ au point couplé *c* sur S^I. La moyenne en fréquence de la puissance échangée s'écrit, alors, par

$$\left\langle \Pi_{c}^{I} \right\rangle_{f} \approx \frac{\widetilde{H}_{cj}^{II} \left\langle \Pi_{j}^{II} \right\rangle_{f}}{\widetilde{H}_{cc}^{I} + \widetilde{H}_{cc}^{II} \left\langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{II}\} \right\rangle_{f} / \left\langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{I}\} \right\rangle_{f} + 2 \left\langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{II}\} \right\rangle_{f}}.$$
 (2-35)

En introduisant le facteur de connexion (2-33b), on retrouve bien le formalisme des mobilités mécaniques pour calculer la puissance de couplage avec les mobilités énergétiques définies par (2-30),

$$\left\langle \Pi_{c}^{I} \right\rangle_{f} \approx \frac{\widetilde{H}_{cj}^{II} \alpha_{cj}^{II} \left\langle \Pi_{c}^{II} \right\rangle_{f}}{\widetilde{H}_{cc}^{I} + \widetilde{H}_{cc}^{II}} = \frac{\widetilde{H}_{cj}^{II} \left\langle \Pi_{c}^{II} \right\rangle_{f}}{\widetilde{H}_{cc}^{I} + \widetilde{H}_{cc}^{II}}.$$
(2-36)

La prise en compte du facteur de connexion permet d'effectuer le calcul des moyennes fréquentielles énergétiques dans un assemblage par points en utilisant les mobilités énergétiques et l'additivité énergétique, avec un formalisme identique à celui des mobilités mécaniques.

Soit un assemblage rigidement connecté aux points c entre deux sousstructures linéaires S^I et S^{II} qui sont appliquées par des efforts extérieurs. L'équilibre énergétique d'assemblage de ces sous-structures peut être s'exprimé sous la forme matricielle, à un point quelconque *i* sur chaque sous-structure :

$$\left\{\left\langle\left|V_{i}^{I}\right|^{2}\right\rangle_{f}\right\}=\left\{\left\langle\left|\widetilde{V}_{i}^{I}\right|^{2}\right\rangle_{f}\right\}+\left[\widetilde{H}_{ic}^{I}\right]\left\{\left\langle\Pi_{c}^{I}\right\rangle_{f}\right\}.$$
(2-37a)

$$\left\{\left\langle\left|V_{i}^{II}\right|^{2}\right\rangle_{f}\right\} = \left\{\left\langle\left|\widetilde{V}_{i}^{II}\right|^{2}\right\rangle_{f}\right\} + \left[\widetilde{H}_{ic}^{II}\right]\left\{\left\langle\Pi_{c}^{II}\right\rangle_{f}\right\}.$$
(2-37b)

Ainsi les deux conditions de raccordement qui sont la continuité de la vitesse

quadratique moyenne et l'équilibre du flux de puissance, s'appliquent à chaque point de couplage. Enfin les facteurs de connexion s'apparaîtrent dans les termes de puissances échangées $\left\langle \left\langle \Pi_{c}^{I} \right\rangle_{f} \right\rangle$ et $\left\langle \left\langle \Pi_{c}^{II} \right\rangle_{f} \right\rangle$.

2.4. Mobilité acoustique

Pour étendre la méthode des mobilités mécaniques au cas d'un couplage surfacique avec un milieu fluide, il n'est pas possible de considérer simplement des points sur la surface de couplage, car les mobilités acoustiques d'entrée en un point sont des fonctions singulières. De ce fait, la mobilité acoustique est définie sur des éléments de surface comme l'intégrale de la mobilité ponctuelle sur ces surfaces. Elle est exprimée entre deux surfaces élémentaires Δs_i et Δs_j dites « pavés », l'un pour l'écoute et l'autre pour l'excitation [GUY97] :

$$\left\langle \left\langle Y^{a}\right\rangle_{i}\right\rangle_{j} = \frac{\left\langle V\right\rangle_{i}}{\overline{P}_{j}}$$

$$\text{avec } \left\langle V\right\rangle_{i} = \int_{\Delta s_{i}} V ds \text{ et } \overline{P}_{j} = \frac{1}{\varDelta s_{j}} \int_{\varDelta s_{j}} p ds$$

$$(2-38)$$

où *V* est la réponse en vitesse sur la surface élémentaire d'écoute et *p* est la pression appliquée sur la surface élémentaire d'excitation. La vitesse normale surfacique $\langle V \rangle_i$ est obtenue par intégration de *V* sur la surface Δs_i , et \overline{P}_j représente la moyenne spatiale de la pression sur la surface Δs_i .

En reprenant la même notation, la double intégration de la mobilité sur les surfaces du chaque pavé, peut être aussi exprimée comme

$$\langle\langle Y \rangle_i \rangle_j = \int_{\Delta s_i \Delta s_j} Y_{ij} ds ds$$
 (2-39)

Celle-ci est calculée par intégration de la mobilité acoustique ponctuelle sur les surfaces d'un pavé d'écoute et d'un pavé d'excitation.

Pour autant que le système soit linéaire, comme dans le cas des mobilités mécaniques ponctuelles, le principe de la réciprocité s'applique, $\langle \langle Y^a \rangle_i \rangle_j = \langle \langle Y^a \rangle_j \rangle_i$, et la matrice des mobilités acoustiques $\left[\langle \langle Y^a \rangle_i \rangle_j \right]$ est symétrique. La mobilité acoustique dépend de la position et de la dimension des pavés. La variation de cette mobilité en fonction

de la fréquence est similaire à celle de la mobilité mécanique. La partie réelle de la mobilité acoustique d'entrée est toujours positive, mais la partie imaginaire d'entrée ainsi que les parties réelle et imaginaire de transfert oscillent autour de zéro quand la fréquence varie.

La mobilité acoustique peut être mesurée avec un intensimètre, par exemple dans un fluide isolé avec ses conditions limites, car la surface des microphones utilisés est de dimension finie. C'est, donc, le cas d'une structure simple. Dans le cas d'un couplage fluide-structure ou fluide-fluide, il est indispensable de considérer la surface de couplage de la sous-structure fluide avant couplage. Le fluide est alors limité par une surface immatérielle qui le sépare du vide situé à l'extérieur du sous-système. Ces conditions d'essai ne sont pas réalisables, la mobilité sur cette frontière doit impérativement être calculée.

2.5. Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les bases théoriques des mobilités mécaniques, acoustiques et énergétiques pour une structure isolée ainsi que pour des assemblages.

Les principales similitudes et différences entre ces fonctions sont les suivantes : Les méthode des mobilités mécaniques et acoustiques sont exactes, tandis que la méthode des mobilités énergétiques est une méthode basée sur des approximations données par les hypothèses (Hyp.2-1) et (Hyp.2-2). La symétrie des mobilités mécaniques et acoustiques de transfert est vérifiée, mais ce n'est pas le cas pour les mobilités énergétiques.

La mobilité acoustique se distingue des deux autres types de mobilité pour deux raisons : La première est que cette mobilité est singulière. Si on la définit ponctuellement, elle ne permet pas d'analyser un système par points comme les deux mobilités précédentes. Pour cela, elle est définie sur des éléments de surface. La deuxième est que, si cette quantité est mesurable comme les deux autres mobilités sur un système isolé avec ses conditions aux limites propres, elle ne peut pas être mesurée sur un sous-système fluide isolé d'un assemblage.

Dans le cas des assemblages, deux conditions de raccordement entre les

sous-systèmes sont satisfaites ; la continuité de la vitesse ou de la vitesse quadratique, et l'équilibre des efforts ou des puissances de couplage. La linéarité des fonctions mobilité mécanique et acoustique permet de traiter rigoureusement le cas des assemblages où plusieurs efforts d'excitation ou de couplage sont présents. En revanche, la méthode des mobilités énergétiques n'assure l'additivité des sources de puissance que dans le respect les hypothèses (Hyp.3-1) à (Hyp.3-4). Cela suppose que les points d'application des efforts soient suffisamment distants au regard de la longueur d'onde.

Chapitre 3

COUPLAGE SURFACIQUE PAR MOBILITES ENERGETIQUES

3.1. Introduction

L'objet de notre travail est d'étudier le couplage vibro-acoustique en utilisant les mobilités énergétiques de Orefice [ORE97b]. Cette méthode utilise les mobilités énergétiques qui sont obtenues à partir des mobilités classiques de point à point. Elle ne modélise que des liaisons par points suffisamment distants. Comme nous l'avons rappelé dans le chapitre précédent, la sous-structurations des couplages fluide-structure avec les mobilités n'est possible qu'en utilisant la mobilité acoustique et de structure entre des éléments de surface de la zone de couplage. Ces éléments de surfaces seront nommés "pavés" dans ce qui suit. Donc, pour réaliser notre objectif, nous définirons les mobilités ponctuelles équivalentes aux mobilités surfaciques mécaniques et acoustiques. Ces valeur seront ensuite directement introduites dans la méthode des mobilités énergétiques.

3. 2. Analyse des mobilités équivalentes par pavés discrétisés sur la surface couplée

Nous allons analyser ici la mobilité mécanique surfacique et la mobilité acoustique surfacique, en vue de définir la mobilité de point équivalente que nous pourrons ensuite introduire dans la modélisation énergétique de Orefice.

3. 2. 1. Schéma du couplage surfacique de fluide-structure



Surface du couplage

Figure 3-1. Schéma d'un couplage vibro-acoustique.

S : Surface de couplage,

 Δs_n : Surface du pavé n,

j : Point ou pavé d'excitation,

- *i* : Point ou pavé de réception,
- c : Point ou pavé de couplage,
- F_j^s : Effort d'excitation sur la structure,

 F_i^a : Effort d'excitation dans le fluide,

 $F_c^{s\leftarrow a}$: Effort de couplage sur la structure,

 $F_c^{s \to a}$: Effort de couplage sur le fluide.

La Figure 3-1 présente le schéma d'un système de couplage vibroacoustique. Les sous-systèmes sont couplés par la surface *S* et excités par des efforts extérieurs.

Nous noterons V_i^s les vitesses après couplage en tout point *i* appartenant à la structure et V_i^a les vitesses après couplage en tout point *i* du milieu acoustique. Ces vitesses sont exprimées en fonction des mobilités mécaniques et acoustiques comme indiqué dans les relations (3-1a, b) :

$$V_i^s = \widetilde{V}_i^s + \int_S \widetilde{Y}_{ic}^s dF_c^{s \leftarrow a} .$$
(3-1a)

$$V_i^a = \widetilde{V}_i^a + \int_S \widetilde{Y}_{ic}^a dF_c^{s \to a} .$$
(3-1b)

Les exposants *s* et *a* réfèrent à la structure et au milieu acoustique, le symbole "~" indique une quantité obtenue sur les sous-systèmes avant couplage.

Les relations (3-2a, b) sont obtenues en exprimant les efforts de couplage en fonction de la pression de couplage, puis en segmentant la surface de couplage en N_c pavés de surface Δs :

$$V_i^s = \widetilde{V}_i^s + \sum_{c=1}^{N_c} \int_{\mathcal{A}_{sc}} \widetilde{Y}_{ic}^s p_c^{s \leftarrow a} ds .$$
(3-2a)

$$V_i^a = \widetilde{V}_i^a + \sum_{c=1}^{N_c} \int_{\Delta s_c} \widetilde{Y}_{ic}^a p_c^{s \to a} ds .$$
(3-2b)

On utilise, ensuite, la méthode de collocation pour calculer les intégrales. La pression sur chaque pavé est supposée constante, cette valeur est assimilable à la pression moyenne sur le pavé :

$$p_c^{s \to a} = \overline{P_c}^{s \to a}$$
 et $p_c^{s \leftarrow a} = \overline{P_c}^{s \leftarrow a}$. (3-3a, b)

Alors les expressions de (3-2a, b) sont décrites par

$$V_i^s = \widetilde{V}_i^s + \sum_{c=1}^{N_c} \overline{P}_c^{s \leftarrow a} \int_{\Delta s_c} \widetilde{Y}_{ic}^s ds , \qquad (3-4a)$$



Figure 3-2. Modèle de répartition de pression sur la surface de couplage.

$$V_i^a = \widetilde{V}_i^a + \sum_{c=1}^{N_c} \overline{P}_c^{s \to a} \int_{\Delta S_c} \widetilde{Y}_{ic}^a ds .$$
(3-4b)

Et en notant l'intégrale spatiale sur la surface du pavé, $\langle X \rangle_n = \int_{\Delta s_n} X ds$, nous écrirons

$$V_i^s = \widetilde{V}_i^s + \sum_{c=1}^{N_c} \left\langle \widetilde{Y}_i^s \right\rangle_c \overline{P}_c^{s \leftarrow a} , \qquad (3-5a)$$

$$V_i^a = \widetilde{V}_i^a + \sum_{c=l}^{N_c} \left\langle \widetilde{Y}_i^a \right\rangle_c \overline{P}_c^{s \to a} .$$
(3-5b)

Ces équations représentent les vitesses après couplage au point i sur chacun des soussystèmes. Les efforts de couplage sont exprimés en valeurs moyennes par les pressions moyennes de pavé.

Pour établir un lien avec la mobilité acoustique, nous calculons l'intégrale sur les pavés $\langle V^s \rangle_i$ et $\langle V^a \rangle_i$ des vitesses après couplage. Celles-ci peuvent être directement obtenues par l'intégration de l'équation (3-5a, b) sur la surface du pavé *i*:

$$\langle V^s \rangle_i = \langle \widetilde{V}^s \rangle_i + \sum_{c=1}^{N_c} \langle \langle \widetilde{Y}^s \rangle_i \rangle_c \overline{P}_c^{s \leftarrow a}$$
 (3-6a)

$$\langle V^a \rangle_i = \langle \widetilde{V}^a \rangle_i + \sum_{c=1}^{N_c} \langle \langle \widetilde{Y}^a \rangle_i \rangle_c \overline{P}_c^{s \to a}$$
. (3-6b)

Dans les relations (3-6a, b), les vitesses avant couplage due à l'effort extérieur de pression sur le pavé j sont intégrées sur le pavé i de façon analogue :

$$\left\langle \widetilde{V}^{s} \right\rangle_{i} = \left\langle \left\langle \widetilde{Y}^{s} \right\rangle_{i} \right\rangle_{j} \overline{P}_{j}^{s} \text{ et } \left\langle \widetilde{V}^{a} \right\rangle_{i} = \left\langle \left\langle \widetilde{Y}^{a} \right\rangle_{i} \right\rangle_{j} \overline{P}_{j}^{a}.$$
 (3-7a, b)

Dans le cas particulier où l'effort d'excitation sur la structure est une force ponctuelle \overline{F}_j^s au point j, $\langle \tilde{V}_j^s \rangle_i$ devient

$$\left\langle \widetilde{V}^{s} \right\rangle_{i} = \left\langle \widetilde{Y}_{ij}^{s} \overline{F}_{j}^{s} \right\rangle_{i} = \left\langle \widetilde{Y}^{s} \right\rangle_{i,j} \overline{F}_{j}^{s}.$$
(3-8)

Le vecteur vitesse après couplage sur les pavés de couplage c', est obtenu par le système d'équations (3-9a, b) :

$$\left\{ \left\langle V^{s} \right\rangle_{c'} \right\} = \left\{ \left\langle \widetilde{V}^{s} \right\rangle_{c'} \right\} + \left[\left\langle \left\langle \widetilde{Y}^{s} \right\rangle_{c'} \right\rangle_{c} \right] \left\{ \overline{P}_{c}^{s \leftarrow a} \right\}.$$
(3-9a)

$$\left\langle\!\left\langle V^{a}\right\rangle_{c'}\right\rangle\!=\!\left\langle\!\left\langle \widetilde{V}^{a}\right\rangle_{c'}\right\rangle\!+\!\left[\left\langle\!\left\langle \widetilde{Y}^{a}\right\rangle_{c'}\right\rangle_{c}\right]\!\left\{\!\overline{P}_{c}^{s\to a}\right\}\!.$$
(3-9b)

Le raccordement des sous-systèmes suppose la continuité de la vitesse et l'équilibre des efforts de couplage à chaque pavé de couplage c' et c:

$$\left\{ \left\langle V^{s} \right\rangle_{c'} \right\} = \left\{ \left\langle V^{a} \right\rangle_{c'} \right\}.$$
(3-10)

$$\left\{\overline{P}_{c}^{s\leftarrow a}\right\} = -\left\{\overline{P}_{c}^{s\to a}\right\}.$$
(3-11)

En utilisant les relations (3-10) et (3-11) dans (3-9a, b), nous obtenons le système d'équilibre global dont la forme développées est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \langle \langle \tilde{Y}^{s} \rangle_{c_{l}} \rangle_{c_{l}} + \langle \langle \tilde{Y}^{a} \rangle_{c_{l}} \rangle_{c_{l}} \langle \langle \tilde{Y}^{s} \rangle_{c_{l}} \rangle_{c_{2}} + \langle \langle \tilde{Y}^{a} \rangle_{c_{l}} \rangle_{c_{2}} \cdots \langle \langle \tilde{Y}^{s} \rangle_{c_{l}} \rangle_{c_{n}} + \langle \langle \tilde{Y}^{a} \rangle_{c_{l}} \rangle_{c_{n}} \\ \langle \langle \tilde{Y}^{s} \rangle_{c_{2}} \rangle_{c_{l}} + \langle \langle \tilde{Y}^{a} \rangle_{c_{2}} \rangle_{c_{l}} \langle \langle \tilde{Y}^{s} \rangle_{c_{2}} \rangle_{c_{2}} + \langle \langle \tilde{Y}^{a} \rangle_{c_{2}} \rangle_{c_{2}} \cdots \langle \langle \tilde{Y}^{s} \rangle_{c_{2}} \rangle_{c_{n}} + \langle \langle \tilde{Y}^{a} \rangle_{c_{2}} \rangle_{c_{n}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \langle \langle \tilde{Y}^{s} \rangle_{c_{n}} \rangle_{c_{l}} + \langle \langle \tilde{Y}^{a} \rangle_{c_{n}} \rangle_{c_{l}} \langle \langle \tilde{Y}^{s} \rangle_{c_{n}} \rangle_{c_{2}} + \langle \langle \tilde{Y}^{a} \rangle_{c_{n}} \rangle_{c_{2}} \cdots \langle \langle \tilde{Y}^{s} \rangle_{c_{n}} \rangle_{c_{n}} + \langle \langle \tilde{Y}^{a} \rangle_{c_{n}} \rangle_{c_{n}} \\ \vdots & \vdots \\ \langle \tilde{Y}^{a} \rangle_{c_{n}} \rangle_{c_{n}} \langle \langle \tilde{Y}^{s} \rangle_{c_{n}} \rangle_{c_{2}} + \langle \langle \tilde{Y}^{a} \rangle_{c_{n}} \rangle_{c_{2}} \cdots \langle \langle \tilde{Y}^{s} \rangle_{c_{n}} \rangle_{c_{n}} + \langle \langle \tilde{Y}^{a} \rangle_{c_{n}} \rangle_{c_{n}} \rangle_{c_{n}} \\ \vdots & \vdots \\ \langle \tilde{Y}^{a} \rangle_{c_{n}} - \langle \tilde{Y}^{s} \rangle_{c_{n}} \\ \rangle_{c_{n}} \end{bmatrix}$$

$$(3-12)$$

Les efforts de couplage moyens par pavé sont alors obtenus grâce à la connaissance des données avant couplage. Cette démarche est parfaitement identique à celle qui est présentée dans la méthode des mobilité acoustique [GUY97]. Cette présentation conserve le formalisme des mobilités mécaniques, cependant les mobilités structurale et acoustique utilisées sont définie de façon surfacique, conformément à la définition (2-39) :

$$\{\overline{P}_{c}^{s\leftarrow a}\} \leftarrow \left[\left\langle\left\langle \widetilde{Y}^{s}\right\rangle_{c'}\right\rangle_{c}\right] + \left[\left\langle\left\langle \widetilde{Y}^{a}\right\rangle_{c'}\right\rangle_{c}\right]\right]^{-1} \left\{\left\langle \widetilde{V}^{a}\right\rangle_{c'}\right\} - \left\{\left\langle \widetilde{V}^{s}\right\rangle_{c'}\right\}\right\}.$$
(3-13)

Pour développer une formulation des équations d'équilibre en terme de mobilité énergétique comme Orefice [ORE96], [ORE97a, b] l'a montré, il faut exprimer ces mobilités surfaciques en fonction de mobilités de points équivalents. Nous allons chercher maintenant à exprimer des mobilités de point équivalentes à ces mobilités structurales et acoustiques surfaciques.

3. 2. 2. Mobilités structurales

Il est supposé que l'amortissement de la structure est de type visqueux, et que l'excitation est harmonique. L'équation modale du mouvement de la structure est, donc,

$$M_n \ddot{x}_n(t) + \Lambda_n \dot{x}_n(t) + K_n x_n(t) = F_n(t)$$
(3-14)

où *n* est l'ordre modal, M_n et Λ_n sont respectivement la masse généralisée et l'amortissement généralisé $\Lambda_n = \eta_s M_n \omega_n$ avec η_s étant le facteur de perte interne de la structure, K_n est la raideur généralisée $K_n = \omega_n^2 M_n$. La force d'excitation modale est $F_n(t) = \overline{F_n} e^{j\omega t}$ où $\overline{F_n}$ est l'amplitude de la force généralisée du mode *n*.

La mobilité classique de la structure Y_{ij}^s est obtenue par la sommation modale :

$$Y_{ij}^{s} = j\omega \sum_{n} \frac{\varphi_{n}(i)\varphi_{n}(j)}{M_{n}(\omega_{n}^{2} - \omega^{2} + j\eta_{s}\omega_{n}\omega)}$$
(3-15)

où *i* et *j* sont les points de réception et d'excitation, φ_n est la déformée propre à l'ordre modal *n*.

3. 2. 2. 1. Mobilités structurales surfaciques

On définit les surfaces Δs_i et Δs_j autour des points *i* et *j* de la relation (3-15). En utilisant la définition de la mobilité structurale surfacique (2-39) est la double intégrale de la mobilité ponctuelle :

$$\left\langle \left\langle Y^{s}\right\rangle_{i}\right\rangle_{j} = \int_{\Delta s_{i}} \int_{\Delta s_{j}} Y_{ij}^{s} ds ds = j\omega \sum_{n} \frac{\left\langle \varphi_{n}\right\rangle_{i} \left\langle \varphi_{n}\right\rangle_{j}}{M_{n}(\omega_{n}^{2} - \omega^{2} + j\eta_{s}\omega_{n}\omega)}$$
(3-16)

où $\langle \varphi_n \rangle_i$ et $\langle \varphi_n \rangle_j$ sont les intégrales des déformées modales sur les surfaces de Δs_i et Δs_j respectivement.

3. 2. 2. 2. Mobilités ponctuelles équivalentes de structure

En divisant la mobilité surfacique par les aires de Δs_i et Δs_j , on obtient la moyenne spatiale de la mobilité. Cette mobilité moyenne surfacique a la dimension de la mobilité ponctuelle. Nous l'appellerons la mobilité ponctuelle équivalente exprimée par

$$Y_{ij-\acute{e}q}^{s} = \frac{1}{\varDelta s_i \varDelta s_j} \left\langle \left\langle Y^{s} \right\rangle_i \right\rangle_j.$$
(3-17)

Les mobilités énergétiques équivalentes sont, alors, directement obtenues à partir de la définition (2-10) appliquée aux mobilités ponctuelles équivalentes :

$$H_{ij-\acute{e}q}^{s} = \frac{\left\langle \left| Y_{ij-\acute{e}q}^{s} \right|^{2} \right\rangle_{f}}{\left\langle Re\left\{ Y_{jj-\acute{e}q}^{s} \right\} \right\rangle_{f}} = \frac{1}{\varDelta s_{i}^{2}} \frac{\left\langle \left| \left\langle \left\langle Y^{s} \right\rangle_{i} \right\rangle_{j} \right|^{2} \right\rangle_{f}}{\left\langle Re\left\{ \left\langle \left\langle Y^{s} \right\rangle_{j} \right\rangle_{j} \right\} \right\rangle_{f}}.$$
(3-18)

3. 2. 3. Mobilités acoustiques

On considère qu'un volume parallélépipédique $(L_x \times L_y \times L_z)$ est ouvert sur une face en z=0, les cinq autres faces restent parfaitement rigides. Par la suite, la face ouverte sera la surface de couplage avec la structure. Ce volume contient le fluide. On suppose qu'une pression harmonique du temps p(x,y) s'applique sur une partie de la surface ouverte du volume en z=0.

L'équation d'Helmholtz dans le volume acoustique en $z\neq 0$, en posant la dépendance temporelle en $e^{j\omega t}$, est

$$\Delta p(x,y,z) + k^{*2} p(x,y,z) = 0$$
(3-19)
avec $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ et $k^{*2} = \frac{\omega^2}{c^2(1+j\eta_a)} \approx k^2(1-j\eta_a)$

où $k=\omega/c$ est le nombre d'onde avec ω et c étant la pulsation d'excitation et la célérité des ondes respectivement, et η_a est le facteur d'amortissement du milieu fluide dans le volume, $1+(\eta_a)^2 \approx 1$.

On décompose la pression sur la base des modes acoustiques dans le plan XY et d'une fonction propagation en Z:

$$p(x, y, z) = \sum_{m,n} \psi_{mn}(x, y) g(z)$$
(3-20)
avec m=0,1,2... et n=0,1,2...

où $\psi_{mn}(x,y)$ est la déformée propre du mode (m,n) dans le plan parallèle à la face ouverte, et g(z) est la fonction de propagation suivant la profondeur.

On note

$$k_z^2 = k^{*2} - k_m^2 - k_n^2$$
(3-21)
vec $k_m^2 = (m\pi/L_x)^2$ et $k_n^2 = (n\pi/L_y)^2$,

puis, g(z) est

$$g(z) = A_{mn} e^{-jk_z z} + B_{mn} e^{jk_z z} .$$
(3-22)

Les conditions aux limites sont les suivantes :

- La pression sur la surface ouverte est nulle sauf aux points excités.

- La vitesse sur la surface fermée au fond du volume est nulle.

a

On peut, alors, déterminer les coefficients A_{mn} et B_{mn} de la fonction de propagation en utilisant la propriété d'orthogonalité :

$$A_{mn} = \frac{1}{N_{mn}} \left(\int_{\Delta s_j} \psi_{mn}(x, y) p_e(x, y) ds \right) \frac{e^{jk_z L_z}}{e^{jk_z L_z} + e^{-jk_z L_z}}$$
(3-23a)

$$B_{mn} = \frac{1}{N_{mn}} \left(\int_{\Delta s_j} \psi_{mn}(x, y) p_e(x, y) ds \right) \frac{e^{-jk_z L_z}}{e^{jk_z L_z} + e^{-jk_z L_z}}$$
(3-23b)

où $p_e(x,y)$ est la pression imposée sur la partie excitée de la surface ouverte, N_{mn} est le norme $N_{mn} = \int_{S} \psi_{mn}^2(x,y) ds$ avec *S* étant la surface totale de la face ouverte du volume, et L_z est la profondeur.

La pression à la position *i*, $p_i = p(x_i, y_i, z_i)$ dans le volume en appliquant la pression $p_e(x, y)$ sur un élément de surface Δs_j est exprimée par

$$p_{i} = \sum_{m,n} \frac{\psi_{mn}(i)}{N_{mn}} \left(\int_{\Delta s_{j}} \psi_{mn}(x,y) p_{e}(x,y) ds \right) \frac{e^{jk_{z}(L_{z}-z_{i})} + e^{-jk_{z}(L_{z}-z_{i})}}{e^{jk_{z}L_{z}} + e^{-jk_{z}L_{z}}}$$
(3-24)

et la vitesse particulaire à la position *i*, $V_i = V(x_i, y_i, z_i)$ dans la direction Z est

$$V_{i} = \frac{1}{\rho_{a}\omega} \sum_{m,n} \frac{k_{z}\psi_{mn}(i)}{N_{mn}} \left(\int_{\Delta s_{j}} \psi_{mn}(x,y) p_{e}(x,y) ds \right) \frac{e^{jk_{z}(L_{z}-z_{i})} - e^{-jk_{z}(L_{z}-z_{i})}}{e^{jk_{z}L_{z}} + e^{-jk_{z}L_{z}}}$$
(3-25)

où ρ_a est la masse volumique du milieu repos.

3. 2. 3. 1. Mobilités acoustiques surfaciques

La mobilité acoustique est définie de façon surfacique entre deux pavés, par la relation (2-38). C'est le rapport de la vitesse intégrée $\langle V \rangle_i$ sur le pavé de réception Δs_i quand une pression uniforme \overline{P}_j est appliquée sur le pavé excité Δs_j , sa dimension est [sec·m⁴/kg].

On exprime, ici, la mobilité acoustique sur la face ouverte du volume qui sera la surface de couplage avec la structure. La vitesse obtenue dans (3-25) sera intégrée sur le pavé Δs_i avec la pression sur la surface excitée Δs_j en z=0 qui est constante, donc $p_e(x,y)=cst=\overline{P_{in}}$ où $\overline{P_{in}}$ est l'amplitude de la pression incidente,

$$\left\langle V \right\rangle_{i} = \frac{1}{\rho_{a}\omega} \sum_{m,n} \frac{k_{z} \overline{P}_{in}}{N_{mn}} \left(\int_{\Delta s_{i}} \psi_{mn}(x,y) ds \right) \left(\int_{\Delta s_{j}} \psi_{mn}(x,y) ds \right) \frac{e^{jk_{z}L_{z}} - e^{-jk_{z}L_{z}}}{e^{jk_{z}L_{z}} + e^{-jk_{z}L_{z}}} \cdot$$
(3-26)

Finalement la mobilité acoustique entre les surfaces d'écoute et d'excitation sur la face ouverte est

$$\left\langle \left\langle Y^{a} \right\rangle_{i} \right\rangle_{j} = \frac{1}{\rho_{a}\omega} \sum_{m,n} \frac{k_{z}}{N_{mn}} \left\langle \psi_{mn} \right\rangle_{i} \left\langle \psi_{mn} \right\rangle_{j} \frac{e^{jk_{z}L_{z}} - e^{-jk_{z}L_{z}}}{e^{jk_{z}L_{z}} + e^{-jk_{z}L_{z}}}$$
(3-27)

où $\langle \psi_{mn} \rangle_i$ et $\langle \psi_{mn} \rangle_j$ sont les intégrales des déformées modales sur les surfaces Δs_i et Δs_j .

3. 2. 3. 2. Mobilités ponctuelles équivalentes d'acoustique

Comme pour la structure, la mobilité énergétique acoustique sera déduite de la mobilité ponctuelle. Dans le cas de l'acoustique nous définirons cette mobilité ponctuelle équivalente en divisant la mobilité acoustique par l'aire du pavé d'écoute et l'aire du pavé excité. La mobilité acoustique ponctuelle équivalente est alors

$$Y^{a}_{ij-\acute{e}q} = \frac{1}{\varDelta s_i \varDelta s_j} \left\langle \left\langle Y^{a} \right\rangle_i \right\rangle_j.$$
(3-28)

Et la mobilité énergétique acoustique équivalente aussi peut être exprimée par

$$H^{a}_{ij-\acute{e}q} = \frac{\left\langle \left| Y^{a}_{ij-\acute{e}q} \right|^{2} \right\rangle_{f}}{\left\langle Re\left\{ Y^{a}_{jj-\acute{e}q} \right\} \right\rangle_{f}} = \frac{1}{\varDelta s_{i}^{2}} \frac{\left\langle \left| \left\langle \left\langle Y^{a} \right\rangle_{i} \right\rangle_{j} \right|^{2} \right\rangle_{f}}{\left\langle Re\left\{ \left\langle \left\langle Y^{a} \right\rangle_{j} \right\rangle_{j} \right\} \right\rangle_{f}}.$$
(3-29)

3. 2. 3. 3. Convergence des mobilités acoustiques

Comme Guyader et al. [GUY97] l'ont montré, les mobilités acoustiques ponctuelles ne convergent pas. En revanche, le calcul des mobilités acoustiques converge. Ici nous ferons le même constat. Si les mobilités acoustiques ponctuelles sur la face ouverte ne convergent pas, les mobilités ponctuelles équivalentes acoustiques convergent, ce qui rend le calcul des mobilités énergétiques acoustique possible.

Nous constatons ce phénomène sur la Figure 3-3 qui présente les mobilités acoustiques ponctuelles et équivalentes en fonction de l'ordre maximal des modes utilisés dans la recomposition modale. Nous traitons deux tailles différentes de pavé, et considérons deux fréquences données. Les mobilités sont calculées sur la face ouverte d'un volume rectangulaire ouvert-fermé.



Figure 3-3. Mobilités acoustiques ponctuelles et équivalentes, en fonction des ordres des modes maximaux. Abscisse : Ordres des modes maximaux (m=n), Ordonnée : Amplitudes (sec/kg), — : Ponctuelle, $\leftarrow \rightarrow \leftarrow$: 15×15 pavés, $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$: 3×3 pavés. Volume : 0.5m×0.6m×0.7m, ρ_a : 1.25kg/m³, c_a : 344.8m/s, η_a : 0.02. Points et centres des pavés : i(5L_x/6,5L_y/6,0) et j(L_x/2,L_y/6,0).

3. 3. Description du système de couplage fluide-structure par mobilités énergétiques

3. 3. 1. Formulations générales

Pour adapter la formulation ponctuelle du couplage entre structures de Orefice, nous décrivons le couplage surfacique fluide-structure comme un couplage entre des points équivalents. Les mobilités énergétiques en ces points équivalents sont données par les relations (3-18) et (3-29).



Figure 3-4. Grandeurs moyennes spatiales sur les pavés assimilées aux grandeurs à des points équivalents.

Conformément aux relations (2-37a, b), et en utilisant les termes de point équivalent, les vitesses quadratiques sur les sous-systèmes de la structure et l'acoustique après couplage s'écrivent respectivement par

$$\left\langle \left| V_{i-\acute{e}q}^{s} \right|^{2} \right\rangle_{f} = \left\langle \left| \widetilde{V}_{i-\acute{e}q}^{s} \right|^{2} \right\rangle_{f} + \sum_{c=1}^{N_{c}} \widetilde{H}_{ic-\acute{e}q}^{s} \left\langle \Pi_{c-\acute{e}q}^{s\leftarrow a} \right\rangle_{f}, \qquad (3-30a)$$

$$\left\langle \left| V_{i-\acute{e}q}^{a} \right|^{2} \right\rangle_{f} = \left\langle \left| \widetilde{V}_{i-\acute{e}q}^{a} \right|^{2} \right\rangle_{f} + \sum_{c=1}^{N_{c}} \widetilde{H}_{ic-\acute{e}q}^{a} \left\langle \Pi_{c-\acute{e}q}^{s \to a} \right\rangle_{f}, \qquad (3-30b)$$

avec $\left\langle \left| V_{i-\acute{e}q} \right|^2 \right\rangle_f = \left\langle \frac{1}{\varDelta s_i} \int_{\varDelta s_i} \left| V_i \right|^2 ds \right\rangle_f = \frac{1}{\varDelta s_i} \left\langle \left| V \right|^2 \right\rangle_{i,f}, \quad \left\langle \Pi_{c-\acute{e}q} \right\rangle_f = \left\langle \frac{1}{\varDelta s_c} \int_{\varDelta s_c} \Pi_c ds \right\rangle_f = \frac{1}{\varDelta s_c} \left\langle \Pi \right\rangle_{c,f}$

$$H_{ic-\acute{e}q} = \frac{\left\langle \left| Y_{ic-\acute{e}q} \right|^2 \right\rangle_f}{\left\langle Re\{Y_{cc-\acute{e}q}\} \right\rangle_f} = \frac{1}{\varDelta s_i^2} \frac{\left\langle \left| \langle \langle Y \rangle_i \rangle_c \right|^2 \right\rangle_f}{\left\langle Re\{\langle \langle Y \rangle_c \rangle_c \right\rangle_f} \right\rangle_f} \cdot$$

Deux conditions de raccordement se présentent ;

- la continuité des vitesses quadratiques sur les pavés c' de la surface de couplage :

$$\left\langle \left| V_{c'-\acute{e}q}^{s} \right|^{2} \right\rangle_{f} = \left\langle \left| V_{c'-\acute{e}q}^{a} \right|^{2} \right\rangle_{f} \,. \tag{3-31a}$$

- l'équilibre des flux de puissances échangées par les pavés *c* de la surface de couplage :

$$\left\langle \Pi_{c-\acute{e}q}^{s\leftarrow a}\right\rangle_{f} = -\left\langle \Pi_{c-\acute{e}q}^{s\rightarrow a}\right\rangle_{f}.$$
(3-31b)

Le vecteur des puissances échangées après couplage est obtenu par la relation suivante :

$$\left\{\left(\Pi_{c-\acute{eq}}^{s\leftarrow a}\right)_{f}\right\} = \left(\left(\widetilde{H}_{c'c-\acute{eq}}^{s}\right) + \left(\widetilde{H}_{c'c-\acute{eq}}^{a}\right)\right)^{-1} \left(\left\{\left(\left(\widetilde{V}_{c'-\acute{eq}}^{a}\right)^{2}\right)_{f}\right\} - \left\{\left(\left(\widetilde{V}_{c'-\acute{eq}}^{s}\right)^{2}\right)_{f}\right\}\right) = -\left\{\left(\Pi_{c-\acute{eq}}^{s\rightarrow a}\right)_{f}\right\}.$$
 (3-32)

Dans une bande de fréquence, la puissance transmise entre les sous-systèmes, ainsi que la vitesse quadratique après couplage peuvent être déterminées en utilisant les mobilités énergétiques ponctuelles équivalentes et les vitesses quadratiques moyennes spatiales des sous-systèmes non couplés.

3. 3. 2. Facteur de connexion

Le facteur de connexion α de la méthode des mobilités énergétiques est un coefficient qui permet de tenir compte des interactions entre les sous-systèmes, donc des couplages forts :

$$H_{ij} = \alpha_i \tilde{H}_{ij} \,. \tag{3-33}$$

A l'origine, ce facteur α a été déduit de l'étude d'un couplage mono ponctuel entre deux systèmes. Il a été observé que le facteur de connexion dépend du sous-système étudié, qu'il est unitaire sauf s'il s'agit d'une mobilité de transfert entre un point d'écoute sur le couplage i=c et un point excité *j* qui n'est pas un point de couplage. Le détail du calcul de ce facteur est donné dans la référence [ORE97b].

Les facteurs de connexion du couplage surfacique, pour chaque soussystème, se calculent en utilisant le formalisme du couplage ponctuel. Dans ce formalisme, les mobilités utilisées sont alors des mobilités de points équivalents sur les pavés de la surface de couplage :

$$H^{s}_{cj-\acute{e}q} = \alpha^{s}_{c-\acute{e}q} \tilde{H}^{s}_{cj-\acute{e}q} \,. \tag{3-34a}$$

$$H^a_{cj-\acute{e}q} = \alpha^a_{c-\acute{e}q} \tilde{H}^a_{cj-\acute{e}q} \,. \tag{3-34b}$$

Si le point *j* est un point de couplage la valeur de α est forcée à l'unité, dans le cas contraire le facteur de connexion de la structure au point *c* est

$$\alpha_{c-\acute{eq}}^{s} = \frac{\widetilde{H}_{cc-\acute{eq}}^{s} + \widetilde{H}_{cc-\acute{eq}}^{a}}{\widetilde{H}_{cc-\acute{eq}}^{s} \langle Re\{\widetilde{Y}_{cc-\acute{eq}}^{s}\} \rangle_{f} / \langle Re\{\widetilde{Y}_{cc-\acute{eq}}^{a}\} \rangle_{f} + \widetilde{H}_{cc-\acute{eq}}^{a} + 2\Gamma^{s}}$$
(3-35a)
avec $\Gamma^{s} = \langle Re\{\widetilde{Y}_{cc-\acute{eq}}^{s}\} Re\{\widetilde{Y}_{cc-\acute{eq}}^{a}\} + Im\{\widetilde{Y}_{cc-\acute{eq}}^{s}\} Im\{\widetilde{Y}_{cc-\acute{eq}}^{a}\} \rangle_{f} / \langle Re\{\widetilde{Y}_{cc-\acute{eq}}^{a}\} \rangle_{f}$,

et le facteur de connexion du milieu acoustique au point c est

$$\alpha^{a}_{c-\acute{e}q} = \frac{\widetilde{H}^{s}_{cc-\acute{e}q} + \widetilde{H}^{a}_{cc-\acute{e}q}}{\widetilde{H}^{s}_{cc-\acute{e}q} + \widetilde{H}^{a}_{cc-\acute{e}q} \left\langle Re\{\widetilde{Y}^{a}_{cc-\acute{e}q}\}\right\rangle_{f} / \left\langle Re\{\widetilde{Y}^{s}_{cc-\acute{e}q}\}\right\rangle_{f} + 2\Gamma^{a}}$$
(3-35b)
avec $\Gamma^{a} = \left\langle Re\{\widetilde{Y}^{s}_{cc-\acute{e}q}\}Re\{\widetilde{Y}^{a}_{cc-\acute{e}q}\}\right\} + Im\{\widetilde{Y}^{s}_{cc-\acute{e}q}\}Im\{\widetilde{Y}^{a}_{cc-\acute{e}q}\}\right\rangle_{f} / \left\langle Re\{\widetilde{Y}^{s}_{cc-\acute{e}q}\}\right\rangle_{f}.$

D'une façon plus générale, si un système de plaque-cavité est excité sur la plaque, qui est aussi la surface de couplage, les facteurs de connexion sont toujours unitaires. Si l'excitation était acoustique et placée dans la cavité, alors les facteurs de connexion pour les mobilités énergétiques de transfert entre le point de source et la surface de couplage seraient très différents de l'unité. Ils traduisent la forte modification de la condition limite de la cavité introduite par la plaque.

3. 3. 3. Grandeurs estimées

3. 3. 3. 1. Energie cinétique de la structure

L'énergie cinétique de la structure après couplage est obtenue en valeur moyenne fréquentielle dans la bande de fréquence d'indice f,

$$\left\langle E_{cin} \right\rangle_{f} = \frac{1}{2} M_{s} \left\langle \left| V_{S}^{s} \right|^{2} \right\rangle_{f}$$

$$(3-36)$$
avec
$$\left\langle \left| V_{S}^{s} \right|^{2} \right\rangle_{f} = \frac{1}{S} \int_{S} \left\langle \left| V_{S}^{s} \right|^{2} \right\rangle_{f} ds = \frac{1}{S} \left\langle \left| V_{S}^{s} \right|^{2} \right\rangle_{s,f} = \sum_{i=1}^{N_{c}} \left\langle \left| V_{i-eq}^{s} \right|^{2} \right\rangle_{f} / N_{c}$$

où M_s est la masse de la structure, $\left< \left| V_s^s \right|^2 \right>_f$ est la moyenne fréquentielle de la vitesse

quadratique moyenne sur l'espace de la structure.

Dans le cas du couplage plaque-cavité, la masse totale de la structure est répartie sur la surface de couplage S avec le fluide. La somme est effectuée sur les N_c pavés de couplage.

L'énergie cinétique totale dans la bande de fréquence est la somme des énergies cinétiques de chaque pavé,

$$\left\langle E_{cin} \right\rangle_{f} = \sum_{i=1}^{N_{c}} \frac{1}{2} \frac{M_{s}}{N_{c}} \left\langle \left| V_{i-eq}^{s} \right|^{2} \right\rangle_{f} = \sum_{i=1}^{N_{c}} \left\langle E_{cin-i} \right\rangle_{f} \,. \tag{3-37}$$

3. 3. 3. 2. Puissance transmise au milieu acoustique

La puissance totale transmise par la structure vers le milieu acoustique, est la somme des puissances transmises par chaque pavé de couplage. Dans notre modélisation, la puissance qui passe par un pavé est celle qui passe par un point équivalent. Cette grandeur est directement obtenue par

$$\langle \Pi_{tr} \rangle_f = \sum_{c=1}^{N_c} \langle \Pi_{c-\acute{e}q}^{s \to a} \rangle_f .$$
 (3-38)

Chaque puissance transmise par un point de couplage équivalent est également obtenue par la relation (3-32). C'est cette puissance transmise au milieu acoustique qui caractérise le couplage vibroacoustique entre le fluide et la structure.

3. 3. 3. 3. Facteur de rayonnement de la structure

Le facteur de rayonnement de la structure est donné par la relation classique entre la puissance transmise et la vitesse quadratique moyenne spatiale.

Nous l'exprimons en moyenne fréquentielle par la bande de fréquence,

$$\left\langle \sigma \right\rangle_{f} = \frac{\left\langle \Pi_{tr} \right\rangle_{f}}{\rho_{a} c_{a} S \left\langle \left| V_{S}^{s} \right|^{2} \right\rangle_{f}}$$
(3-39)

où ρ_a et c_a sont respectivement la masse volumique et la célérité des ondes du milieu fluide.

3.4. Conclusions

Nous avons utilisé la formulation existante en terme de mobilité surfacique pour modéliser un couplage fluide-structure. Cette formulation utilise un maillage par pavés de la surface de couplage. Les mobilités de pavé de la structure et du fluide ont été utilisées pour calculer des mobilités de points équivalents. Ces mobilités de points équivalents sont les valeurs moyennées sur l'espace des mobilités de pavé. Du point de vue numérique, ces valeurs convergent très bien. Elles sont ensuite utilisées dans la méthode des mobilités énergétiques qui ne considère que des couplages ponctuels. Le facteur de connexion de la méthode, qui véhicule la notion d'interaction forte/faible, est quasiment unitaire dans notre cas. La dynamique de la structure excitée est très peu affectée par le couplage avec la structure réceptrice.

Cette modélisation permet d'estimer directement, et avec un coût de calcul très faible, l'énergie cinétique de la structure ainsi que la puissance transmise au milieu acoustique, donc le facteur de rayonnement. Ces trois grandeurs obtenues par les mobilités énergétiques seront comparées à celles obtenues par le calcul de référence au chapitre suivant.

Chapitre 4

ETUDES NUMERIQUES

4.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons appliquer la méthode des mobilités énergétiques, présentée au chapitre 3, à un assemblage avec couplage surfacique. Il s'agit d'une plaque mince rectangulaire, simplement appuyée, et couplée à l'air contenu dans une cavité parallélépipédique. Nous estimons l'énergie cinétique de la structure, la puissance transmise au milieu acoustique et le facteur de rayonnement de la structure vis à vis de la cavité. Nous allons aussi examiner l'influence du facteur de perte des sous-structures et l'influence de la taille des pavés utilisés pour mailler la surface de couplage.

4.2. Modèle d'étude

4. 2. 1. Présentation des sous-systèmes

Nous traitons un assemblage constitué d'une plaque et d'une cavité parallélépipédique par sous-structuration. La plaque mince est rectangulaire, simplement appuyée sur ses bords. Elle est homogène, en acier, donc d'un matériau élastique et isotrope. Elle est excité par une force mécanique, et nous considèrerons que sa déformation se produit en flexion pure. Toute la surface de la plaque est couplée à la face ouverte de la cavité. La cavité rectangulaire est fermée, constituée par cinq parois rigides sur lesquelles les mobilités sont donc nulles, et d'une face ouverte qui reçoit la plaque. Il n'y a pas de source acoustique dans cette cavité. L'amortissement de l'air est pris en compte par un nombre d'onde complexe.

La Figure 4-1 présente le modèle étudié. La face ouverte de la cavité est



Figure 4-1. Modèle de l'assemblage.

le plan de XY en z=0, où la plaque est couplée. Cette surface de couplage est discrétisée par des pavés où les mobilités structurales et acoustiques seront calculées. Dans cet exemple de maillage il y a 9 pavés, 3 pavés suivant X, et 3 pavés suivant Y. Toutes les intégrales numériques sur les pavés seront effectuées sur les domaines $(x_i \pm \Delta x/2)$ et $(y_i \pm \Delta y/2)$, où (x_i, y_i) sont les coordonnées centrale du pavé *i*, et Δx et Δy sont les dimensions du pavé suivants X et Y respectivement. Les données de la plaque et de la cavité sont présentées au Tableau 4-1.

La fréquence critique f_{crit} du système est 2379Hz, et à cette fréquence la longueur d'onde λ_{crit} est 0.145m. L'étude numérique sera effectuée dans la gamme de fréquence [400Hz-3600Hz]. La Figure 4-2 présente la comparaison des densités modales asymptotiques tirées de Price et Crocker [PRI70] avec les densités modales déduites du comptage des fréquences propres calculées.

Caractéristiques	Plaque	Cavité
Longueur suivant X, L _x	0.5m	0.5m
Largeur suivant Y, L _y	0.6m	0.6m
Epaisseur, h	0.005m	
Profondeur selon Z, L _z		0.7m
Module d'Young, E	2.11×10 ¹¹ Pa	
Coefficient de Poisson, v	0.33	
Masse volumique, p	7800kg/m ³	1.25kg/m ³
Célérité des ondes, c		344.8m/s
Facteur d'amortissement, η	0.05	0.02

Tableau 4-1. Caractéristiques des sous-structures.



Figure 4-2. Densités modales de la plaque et de la cavité par les formules [PRI70] comparées à celles obtenues par calcul direct.

4. 2. 2. Mobilités équivalentes des sous-systèmes

Nous allons voir, dans cette partie, les mobilités équivalentes et les mobilités énergétiques des sous-systèmes avant couplage. La Figure 4-3 présente la discrétisation de la surface de couplage par des éléments de surface, les positions des éléments excité et de réception. Dans cette partie, les surfaces de couplage des sous-



Figure 4-3. Discrétisation de la surface du couplage.
systèmes sont maillées avec deux tailles différentes de pavés, par exemple $\Delta s = S/(3 \times 3)$ pour la plus grande et $\Delta s = S/(15 \times 15)$ pour la plus petite.

4. 2. 2. 1. Sous-système : plaque

La Figure 4-4 présente la répartition des modes de la plaque dans le plan d'onde. Elle permet de déterminer les modes à considérer pour assurer la convergence des sommations modales lors des calculs numériques de la plaque qui contribuent à la réponse jusqu'à 3600Hz, la fréquence maximale de l'étude. Les modes ont un nombre d'onde inférieur ou égal au nombre d'onde de k_p à la fréquence de 3600Hz. Dans ce cas, il faudra sommer jusqu'à l'ordre 8 suivant la direction X et 10 suivant Y. En pratique nous prendrons $(m,n)_{max}=(9,11)$.

La Figure 4-5 présente les mobilités mécaniques équivalentes de la structure pour deux tailles de pavés différentes. Nous constatons que, tout d'abord, la partie réelle des mobilités équivalentes d'entrée est toujours positive. Ensuite, la partie réelle de transfert et les parties imaginaires d'entrée et de transfert oscillent autour de zéro pour les deux maillages. A priori, cette fluctuation permettra de satisfaire les hypothèses de la méthode des mobilités énergétiques car la moyenne fréquentielles des produits de mobilités mécaniques sera négligeable devant la moyenne du carré des modules dans une bande de fréquence.



Figure 4-4. Représentation des modes de la plaque dans le plan d'onde sans dimension. • : Modes utilisés, × : Modes non comptabilisés,
— : Modes de fréquence propre voisine de 3600Hz.



Figure 4-5. Mobilités mécaniques équivalentes de la structure pour différentes tailles de pavés. *Abscisse : Fréquence (Hz), Ordonnée : Mobilité (sec/kg),* $-: \Delta s = S/(15 \times 15), \rightarrow \rightarrow \rightarrow : \Delta s = S/(3 \times 3).$



Figure 4-6. Mobilités énergétiques équivalentes de la structure pour différentes tailles de pavés. $\Delta f = 400 Hz$.

Dans tous les cas, les valeurs absolues des mobilités équivalentes diminuent quand la taille des pavés augmente, sauf à très basse fréquence.

Les mobilités énergétiques équivalentes d'entrée et de transfert de la structure sont présentées à la Figure 4-6, pour deux tailles différentes de pavés. Nous constatons que les mobilités d'entrée sont plus grandes que celles de transfert. La taille des pavés influe plus sur les mobilités de transfert que sur les mobilités d'entrée. Suivant la taille des pavés, l'écart des mobilités d'entrée est de 0dB à 5dB dans toute la gamme de fréquence. L'écart entre les mobilités de transfert est de 5dB à 15dB avec un maximum de 20dB dans la bande de fréquence [1600Hz-2000Hz].

4. 2. 2. 2. Sous-système : cavité

Nous avons constaté, dans le calcul des mobilités acoustiques ponctuelles, que les sommations modales ne convergent pas (voir la Figure 3-3). En revanche, les mobilités acoustiques entre pavés convergent, avec une réserve cependant pour celles d'entrée qui ne convergent pas parfaitement. C'est-à-dire que la partie imaginaire d'entrée augmente très faiblement quand l'ordre maximal de la série augmente.

Sur les deux figures suivantes sont présentées les mobilités acoustiques équivalentes pour deux valeurs différentes de l'ordres maximal des modes $(m,n)_{max}$. La Figure 4-7 pour le cas de grands pavés $\Delta s = S/(3\times3)$ et la Figure 4-8 pour le cas de petits pavés $\Delta s = S/(15\times15)$.

Comme nous avons remarqué à la section de § 3. 2. 3. 3, les mobilités acoustiques convergent à partir d'un ordre maximum des modes, ici inférieur à 20. Les mobilités acoustiques équivalentes de transfert sont identiques pour toute la gamme de la fréquence, que l'on calcule avec la série modale courte d'ordre maximum (20,20) ou avec la série modale longue d'ordre maximum (100,100).

La même observation peut être faite pour la partie réelle de la mobilités acoustiques équivalente d'entrée. Mais les parties imaginaires des mobilités d'entrée ne sont pas identiques suivant l'ordre maximum des modes. En outre, cette partie imaginaire d'entrée n'oscille pas très franchement autour de zéro. Elle commence à osciller autour de zéro à partir d'environ 1000Hz dans le cas où la taille des pavés est grande, mais elle reste même strictement négative dans le cas où la taille des pavés est petite. En transfert, les parties réelle et imaginaire dépendent de la taille des pavés, cependant elles convergent bien, quelle que soit la taille de la série modale.



Figure 4-7. Mobilités équivalents acoustiques pour différents ordres maxima des modes considérés. Cas de pavés de grande taille : $\Delta s = S/(3 \times 3)$. *Abscisse : Fréquence (Hz), Ordonnée : Mobilité (sec/kg),* $-: (m,n)_{max} = (20,20), \rightarrow \rightarrow \rightarrow : (m,n)_{max} = (100,100).$

De plus, ces deux parties ont chaque valeur qui dépend de la taille des pavés, et qui converge bien quelle que soit la taille de série modale.

En revanche, la partie imaginaire d'entrée et le module de la mobilité d'entrée ont des valeurs qui dépendent de la taille des pavés, elles convergent difficilement et elles sont sensibles à la taille de la série modale.

Entre la série modale longue et la série modale courte, la différence des modules des mobilités d'entrée varie de 3.5dB en basse fréquence, mais elle diminue aux fréquence supérieures pour le cas de grands pavés. Et pour le cas de petits pavés, cette différence varie de 2.6dB en basse fréquence à 3.5dB en moyenne fréquence.

D'après les résultats présentés sur ces figures, la partie imaginaire des mobilités d'entrée ne fluctuera pas autour de zéro, surtout en basse fréquence et pour de petits pavés. Donc, l'hypothèse de (Hyp.3-1, voir § 2. 3. 3) qui considère

$$\left\langle Im\{\widetilde{Y}_{cc}^{I}\}Im\{\widetilde{Y}_{cc}^{II}\}\right\rangle_{f} \ll \left\langle Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{I}\}Re\{\widetilde{Y}_{cc}^{II}\}\right\rangle_{f},$$

sera plus difficile à satisfaire.



Figure 4-8. Mobilités équivalents acoustiques pour différents ordres maxima des modes considérés. Cas de pavés de petite taille : $\Delta s = S/(15 \times 15)$. *Abscisse : Fréquence (Hz), Ordonnée : Mobilité (sec/kg),* $-: (m,n)_{max} = (20,20), \rightarrow \rightarrow \rightarrow : (m,n)_{max} = (100,100).$

La Figure 4-9 présente les mobilités énergétiques équivalentes acoustiques, calculées avec des séries modales jusqu'à l'ordre (20,20), avec différentes tailles de pavés. Nous constatons premièrement que les mobilités énergétiques d'entrée sont plus grandes que celles de transfert dans toute la gamme de fréquence étudiée. Ensuite, nous remarquons que cette mobilité énergétique d'entrée avec de petits pavés (15×15 pavés), est relativement grande par rapport à celle que l'on obtient pour de grands pavés (3×3 pavés). Ceci est dû à la partie imaginaire de la mobilité acoustique équivalente.

Par ailleurs, nous avons vu que si la taille des séries modales varie de (20,20) à (100,100), les mobilités énergétiques de transfert sont identiques pour une taille donnée de pavés. Il en est tout autrement pour la mobilités d'entrée. Dans le cas des petits pavés, si la taille des séries modales varie, les mobilités d'entrée sont décalées de 5dB à 7dB suivant la fréquence. Et dans le cas de grands pavés, ces mêmes mobilités d'entrée sont décalées de 4dB à 1.5dB sur les trois premières bandes de fréquence, puis elles sont quasi identiques sur le reste du spectre.



Figure 4-9. Mobilités énergétiques équivalentes acoustiques pour différentes tailles de pavés. $\Delta f=400Hz$, $(m,n)_{max}=(20,20)$.

4. 2. 3. Vitesse quadratique équivalente avant couplage

Pour résoudre les équations d'équilibre (3-30a, b), il faut d'abord calculer les termes source qui sont les vitesses quadratiques moyennes spatiales pour chaque pavé avant couplage :

$$\left|\widetilde{V}_{i-\acute{e}q}\right|^{2} = \frac{1}{\varDelta s_{i}} \int_{\varDelta s_{i}} \left(\sum_{m,n} \frac{j\omega}{M_{mn}} \frac{\varphi_{mn}(i)\varphi_{mn}(j)}{\Omega_{mn}} \right) \left(\sum_{p,q} \frac{j\omega}{M_{pq}} \frac{\varphi_{pq}(i)\varphi_{pq}(j)}{\Omega_{pq}} \right)^{*} ds$$
$$= \frac{1}{\varDelta s_{i}} \left| \frac{j\omega}{M_{mnpq}} \right|^{2} \sum_{m,n} \sum_{p,q} \left(\frac{1}{\Omega_{mn}} \left(\frac{1}{\Omega_{pq}} \right)^{*} \varphi_{mn}(j)\varphi_{pq}(j) \int_{\varDelta s_{i}} \varphi_{mn}(i)\varphi_{pq}(i) ds$$
(4-1)

avec

$$\Omega_{mn} = \omega_{mn}^2 - \omega^2 + j\eta_s \omega_{mn}^2, \ \varphi_{mn}(i) = \sin(m\pi x_i/L_x) \sin(n\pi y_i/L_y), \ M_{mnpq} = M_{mn} = M_{pq} = \rho_s hS/4.$$

Dans le cas particulier où un seul pavé discrétise la surface, $\Delta s_i=S$, l'orthogonalité des modes s'applique. La vitesse quadratique moyenne est déduite par

$$\left|\widetilde{V}_{i-\acute{e}q}^{s}\right|^{2} = \frac{1}{\Delta s_{i}} \left|\frac{j\omega}{M_{mn}}\right|^{2} \sum_{m,n} \left(\frac{1}{\Omega_{mn}}\right)^{2} \varphi_{mn}^{2}(j) \int_{\Delta s_{i}} \varphi_{mn}^{2}(i) ds .$$

$$(4-2)$$

Mais dans le cas où la surface du pavé d'écoute Δs_i est plus petite que la surface totale *S* de la plaque, la propriété d'orthogonalité ne joue pas, et toutes les intégrales $\int_{\Delta s_i} \varphi_{mn}(i)\varphi_{pq}(i)ds$ sont à calculer.

4.3. Influence du nombre de pavés

4.3.1. Introduction

Comme nous l'avons présenté précédemment, nous allons appliquer directement la méthode originale des mobilités énergétiques donnée par [ORE96], [ORE97a, b]. Cette méthode s'applique à un assemblage couplé par points. Pour notre application en vibroacoustique il est nécessaire de définir une mobilité mécanique équivalente associé à chaque pavé. Comme nous l'avons montré ces mobilités mécaniques équivalentes sont définies par la moyenne spatiale de la mobilité sur les surfaces des pavés d'écoute et d'excitation. L'hypothèse la plus sensible de la méthode des mobilités énergétiques porte sur les fluctuations des mobilités dans la bande de fréquence étudiée. La partie imaginaire de la mobilité mécanique d'entrée doit osciller autour de zéro. Les parties réelle et imaginaire de la mobilité de transfert doivent osciller autour de zéro. Ors, nous avons constaté en basse fréquence (voir la Figure 4-8), que dans le cas du maillage fin, la partie imaginaire des mobilités acoustiques équivalentes d'entrée a un signe constant. Pour cette raison la validité du résultat peut être influencée par la taille des pavés.

Le but recherché de cette partie est d'optimiser le nombre de pavés nécessaire pour discrétiser la surface de couplage. Nous allons estimer des critères de maillage sur la base de test numériques. Un cas particulier, voisin du cas type de ce chapitre (voir la Figure 4-1), est étudié.

La surface de couplage est carrée, de dimensions de 0.6m×0.6m, les autres caractéristiques des sous-structures sont exactement les mêmes qu'au Tableau 4-1. Une force mécanique d'amplitude unité est appliquée au centre de la surface.



Figure 4-10. Longueurs d'onde de l'acoustique et de la plaque de 5mm d'épaisseur en acier, les tailles des pavés $\sqrt{\Delta s}$ et les fréquences centrales étudiées. $f_{crit} = 2379Hz$ et $\lambda_{crit} = 0.145m$.

En prenant un nombre impair de pavés suivant les deux directions du plan de la plaque, cette force sera toujours au localisée au centre d'un pavé, ainsi nos test seront peu affectés par la position de l'excitation. Nous ferons varier le nombre de pavés par longueur d'onde des sous-systèmes.

Les trois indicateurs étudiés sont l'énergie cinétique de la structure, la puissance transmise dans la cavité et le facteur de rayonnement de la structure. Ces résultats seront comparés aux résultats obtenus par le calcul de référence. Ce calcul de référence est la solution du problème couplé obtenue par décomposition modale. Les critères d'optimisation de la discrétisation de la surface du couplage seront tirés de cette observation.

Définissons la taille des pavés par

$$Taille \ des \ pavés = \sqrt{\Delta s} \tag{4-3}$$

où $\Delta s = S/N_t$ est l'aire d'un pavé. Huit tailles différentes des pavés sont utilisées, soit $N_t = (1 \times 1), (3 \times 3), (5 \times 5), (7 \times 7), (9 \times 9), (11 \times 11), (13 \times 13)$ et (15 × 15) pavés. La taille

des pavés, la longueur d'onde de la structure et du milieu fluide les fréquences centrales de chaque bande de fréquence étudiée sont présentées sur la Figure 4-10. Nous rappelons que la fréquence critique de la plaque en acier $(0.6m \times 0.6m)$ est de 2379Hz et qu'à cette fréquence la longueur d'onde est de 0.145m.

Pour simplifier la présentation des résultats, nous utilisons un indicateur de la précision qui est la valeur absolue de la différence, arrondie à l'entier le plus proche, entre notre résultat et le calcul de référence en dB. L'indicateur de la précision est marqué dans un cercle, pour chaque taille des pavés, à la fréquence centrale du filtre étudié.

4. 3. 2. Estimation des critères de maillage

4. 3. 2. 1. Energie cinétique de la plaque couplée à la cavité

Le Tableau 4-2 présente les valeurs de l'énergie cinétique de la plaque après couplage calculée par la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et le calcul de référence en dB, pour toutes les tailles de pavés étudiées. Les résultats sont très proches. Même un seul pavé est satisfaisant pour discrétiser. Nous remarquerons que les résultats de notre approche surestiment légèrement les valeurs de référence, et que dans la bande de fréquence [2000Hz-2400Hz], qui contient la fréquence critique, la différence est relativement plus grande.

Tableau 4-2. Valeurs des énergies cinétiques de la plaque après couplage estimées par la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et le calcul de référence,

Fréquenc e centrale	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
$E_{cin}^{l \times l}$	-62.5	-60.4	-66.8	-62.7	-66.8	-65.9	-65.5	-68.1
$E_{cin}^{3 \times 3}$	-62.5	-60.4	-66.8	-62.6	-66.8	-65.9	-65.5	-68.1
$E_{cin}^{5 \times 5}$	-62.5	-60.4	-66.8	-62.6	-66.8	-65.9	-65.5	-68.1
$E_{cin}^{7 \times 7}$	-62.5	-60.4	-66.8	-62.6	-66.8	-65.9	-65.5	-68.1
$E_{cin}^{9 \times 9}$	-62.5	-60.4	-66.8	-62.6	-66.8	-65.9	-65.5	-68.1
$E_{cin}^{11 \times 11}$	-62.5	-60.4	-66.8	-62.7	-66.8	-65.9	-65.5	-68.1
$E_{cin}^{13 \times 13}$	-62.5	-60.4	-66.8	-62.7	-66.8	-65.9	-65.5	-68.1
$E_{cin}^{15 \times 15}$	-62.5	-60.4	-66.8	-62.7	-66.8	-65.9	-65.5	-68.1
$E_{cin}^{R\acute{e}f\acute{e}rence}$	-62.7	-60.6	-67.4	-63.1	-67.9	-66.3	-66.4	-68.8

en dB. Valeur de référence 1 joule.



Figure 4-11. Indicateur de la précision arrondi de l'énergie cinétique, en fonctions de la bande de la fréquence et de la taille des pavés. $\Delta E_{cin}^{Nx \times Ny} = |10log_{10}(E_{cin}^{Nx \times Nypavés}/E_{cin}^{Référence})| en dB.$

La Figure 4-11 représente la longueur d'onde des sous-structures et la taille des pavés en fonction de la fréquence. L'indicateur de la précision est la valeur absolue, arrondie à l'entier le plus proche, de la différence entre notre résultat et le calcul de référence en dB. La valeur de cet indicateur arrondi à l'entier le plus proche, est marquée pour chaque taille des pavés à la fréquence centrale du filtre étudié. Nous observons sur cette figure que l'indicateur de précision est satisfaisant dans tout le domaine, de la première à la dernière bande de fréquence et quel que soit le nombre de pavés (1 pavé à 225 pavés).

4. 3. 2. 2. Puissance transmise dans la cavité

Le Tableau 4-3 présente les valeurs, en dB, de la puissance transmise par la plaque vibrante vers la cavité. Si nous comparons les valeurs obtenues par la méthode des mobilités énergétiques avec les valeurs du calcul de référence, nous voyons que la plupart des valeurs obtenues par notre méthode sous-estiment les valeurs de référence. L'indicateur de la précision est ici aussi la valeur absolue, arrondie, de la différence entre les deux résultats sur une bande de fréquence. Il est indiqué dans les cercles sur la Figure 4-12, en fonction de la fréquence et pour chaque taille des pavés. Sur cette figure, les longueurs d'onde de la structure et du milieu acoustique sont également indiquées.

A la différence de l'énergie cinétique, l'indicateur de précision pour la puissance transmise varie fortement en fonctions de la fréquence et de la taille des pavés. Cependant la différence est relativement petite (moins de 3dB) dans une moitié de cette figure, située en haut et à droite. Donc, une grande taille des pavés est satisfaisante. Pour avoir un écart inférieur à 3dB en haute fréquence un maillage plus fin est nécessaire. Autrement dit, en basse fréquence, une très petite taille des pavés conduit à de grandes erreurs.

En considérant qu'une erreur de ±3dB est acceptable, nous pouvons dire que la taille des pavés qui convient pour discrétiser la surface de couplage doit satisfaire des critères différents suivant que l'on se place avant ou après la fréquence critique. Nous proposons le critère (4-4a) pour $f \le f_{crit}$ et le critère (4-4b) pour $f > f_{crit}$:

$$0.5\lambda \, plaque < \sqrt{\Delta s} \, \dot{a} \, fcent \le fcrit \,,$$
 (4-4a)

$$0.5\lambda$$
 acoustique $<\sqrt{\Delta s}$ à fcent $>$ fcrit . (4-4b)

Tableau 4-3. Valeurs des puissances transmises au milieu acoustique dans la cavité estimées par la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et le calcul de référence, en dB. *Valeur de référence 1 watt*.

Fréquenc e centrale	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
$\Pi_{tr}^{l \times l}$	-59.8	-55.7	-60.1	-54.9	-58.3	-55.9	-55.5	-57.5
$\Pi_{tr}^{3\times3}$	-59.8	-53.7	-57.9	-52.9	-56.8	-54.9	-54.1	-55.8
$\Pi_{tr}^{5\times 5}$	-63.2	-55.8	-58.6	-52.4	-55.9	-54.1	-53.5	-55.8
$\Pi_{tr}^{7 \times 7}$	-68.7	-58.6	-60.6	-53.7	-56.1	-54.0	-53.0	-55.3
$\Pi_{tr}^{9 \times 9}$	-71.8	-61.7	-63.0	-55.2	-56.9	-54.3	-52.9	-55.0
$\Pi_{tr}^{11\times11}$	-75.3	-65.0	-66.3	-57.9	-58.9	-55.6	-53.7	-55.2
$\Pi_{tr}^{13\times 13}$	-78.0	-67.8	-68.9	-60.5	-61.4	-57.5	-55.2	-56.0
$\Pi_{tr}^{15 \times 15}$	-79.7	-69.5	-70.6	-62.2	-63.3	-59.4	-56.6	-57.2
$\Pi^{R\acute{e}f\acute{e}rence}_{tr}$	-56.5	-55.8	-58.4	-50.7	-56.2	-52.8	-52.6	-55.0



Figure 4-12. Indicateur de précision de la puissance transmise au milieu acoustique, en fonctions de la bande de fréquence et de la taille des pavés. $\Delta \Pi_{tr}^{N \times N y} = \left| 10 \log_{10} (\Pi_{tr}^{N \times N y pavés} / \Pi_{tr}^{Référence}) \right| en dB.$

Nous observons sur la Figure 4-12, que la puissance transmise avec 9 (3×3) pavés est satisfaisante pour toutes les bandes de fréquence, ce qui correspond bien à la zone de satisfaction donnée par (4-4a, b).

4. 3. 2. 3. Facteur de rayonnement de la plaque

Le Tableau 4-4 présente la valeur du facteur de rayonnement, en dB, de la plaque calculée avec la mobilité énergétique et le calcul de référence. L'indicateur de précision, la valeur absolue de la différence arrondie, est visualisée avec les longueurs d'onde structurale et acoustique sur la Figure 4-13, en fonction de la fréquence, pour la chaque taille des pavés étudiée.

Nous trouvons que le facteur de rayonnement calculé par les mobilités énergétiques sous-estime le calcul de référence, et que l'indicateur de la précision a sensiblement la même tendance que pour la puissance transmise. On observe cependant que la différence devient faible si la taille des pavés diminue quand la fréquence augmente. D'après les valeurs de l'indicateur de la précision sur la Figure 4-13, nous estimons très clairement une zone de satisfaction qui est fonction des longueurs d'onde structurale et acoustique et que deux domaines de fréquence sont à distinguer :

0.5
$$\lambda$$
 plaque < $\sqrt{\Delta s}$ < 2 λ acoustique à fcent \leq fcrit , (4-5a)

$$0.5\lambda$$
 acoustique $<\sqrt{\Delta s} < 2\lambda$ plaque à fcent > fcrit. (4-5b)

Cette zone de satisfaction recouvre celle qui est définie pour la puissance transmise. Ce qui signifie qu'au-dessous de la fréquence critique, la taille du pavé doit être supérieure à la demi longueur d'onde de la structure et inférieure à deux fois la longueur d'onde acoustique. Pour les moyennes fréquences, au-dessus de la fréquence critique, la taille du pavé doit être supérieure à la demi longueur d'onde de l'acoustique et inférieure à deux fois la longueur d'onde de la structure.

Lorsque les conditions de calcul sont éloignées de ces critères, l'erreur sur le facteur de rayonnement augmente. Contrairement aux méthodes classiques de discrétisation, lorsque la taille des pavés est petite, le résultat devient faux en basse fréquence. Pour ce système vibroacoustique, la basse fréquence se situe jusqu'à environ 1200Hz. Dans ce domaine, un seul pavé suffit pour discrétiser la surface de couplage en vue de calculer un facteur de rayonnement avec la mobilité énergétique.

Tableau 4-4. Valeurs des facteurs de rayonnement de la plaque vibrante estimés par la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et le calcul de référence,

en dB.	Valeur	de	référence	1
--------	--------	----	-----------	---

Fréquenc e	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
centrale								
$\sigma^{l imes l}$	-10.7	-8.7	-6.8	-5.7	-4.9	-3.5	-3.5	-2.9
$\sigma^{3 \times 3}$	-10.8	-6.8	-4.6	-3.7	-3.4	-2.4	-2.0	-1.2
$\sigma^{5 \times 5}$	-14.1	-8.8	-5.2	-3.2	-2.5	-1.6	-1.4	-1.2
$\sigma^{7 imes 7}$	-19.6	-11.7	-7.2	-4.6	-2.7	-1.5	-1.0	-0.6
$\sigma^{9 \times 9}$	-22.7	-14.7	-9.7	-6.0	-3.5	-1.8	-0.9	-0.3
$\sigma^{11 \times 11}$	-26.2	-18.1	-12.9	-8.7	-5.5	-3.2	-1.7	-0.5
$\sigma^{I3 \times I3}$	-28.9	-20.8	-15.6	-11.2	-8.0	-5.1	-3.1	-1.4
$\sigma^{15 \times 15}$	-30.6	-22.5	-17.3	-13.0	-9.9	-6.9	-4.5	-2.6
$\sigma^{Référence}$	-9.3	-7.0	-2.8	-1.4	-1.6	-0.1	0.3	0.4



Figure 4-13. Indicateur de la précision pour le facteur de rayonnement, en fonction de la bande de la fréquence et de la taille des pavés. $\Delta \sigma^{Nx \times Ny} = |I0log_{IO}(\sigma^{Nx \times Nypavés} / \sigma^{Référence})| en dB.$

4. 3. 3. Calcul indirect de la puissance transmise

Dans le paragraphe précédente de § 3. 3. 2. 2, nous effectuons un calcul direct de la puissance transmise vers la cavité en sommant les puissances de couplage sur les pavés qui discrétisent la surface rayonnante. Ces puissances de couplage sont des résultats intermédiaires qui nous permettent par la suite de calculer la vitesse quadratique moyenne spatiale de la plaque et le facteur de rayonnement. Le facteur de rayonnement obtenu dépend de la qualité du calcul. La qualité du calcul est incontestablement définie par la taille des pavés et la longueur d'onde des soussystèmes.

Le but de cette partie est d'évaluer indirectement la puissance transmise au milieu acoustique en utilisant la relation classique (3-39) rappelée ci dessous, fonction du facteur de rayonnement et de la vitesse quadratique moyenne spatiale de la plaque :

$$\left\langle \sigma \right\rangle_{f} = \frac{\left\langle \Pi_{tr} \right\rangle_{f}}{\rho_{a} c_{a} S \left\langle \left| V_{S}^{s} \right|^{2} \right\rangle_{f}}$$

où ρ_a et c_a sont la masse volumique et la célérité des ondes du milieu fluide, *S* est l'aire de la surface de couplage, et $\langle |V_S^s|^2 \rangle_f$ est la moyenne fréquentielle de la vitesse

quadratique moyenne spatiale de la structure.

Ce calcul indirect est intéressant parce qu'il permet d'envisager une simulation de la puissance acoustique produite par une structure en se basant uniquement sur des données vibratoires de la structure, obtenues par calcul ou par expérimentation. Ce calcul indirect est effectué de la façon suivante : La vitesse quadratique de la structure non couplée est une donnée d'entrée connue. L'énergie cinétique de la structure couplée est calculée par la méthode des mobilités énergétiques, elle est très satisfaisante pour toutes les configurations de calcul, quelle que soit la fréquence d'excitation et la taille des pavés. Le facteur de rayonnement est également obtenu par la mobilité énergétique.

Pour déduire la puissance transmise, nous prendrons le facteur de rayonnement obtenu avec un maillage en 9 pavés (3×3) car il satisfait les critères de maillage (4-5a, b) dans toutes les bandes de fréquences étudiées. Les calculs seront fait avec l'énergie cinétique tirée de tous les cas de maillage utilisés. En fait, quel que soit le maillage ces valeurs de l'énergie cinétique sont quasiment identiques à la valeur de référence, tous les résultats sont similaires à ceux du Tableau 4-5. La puissance transmise est exprimée par

$$\left\langle \Pi_{tr} \right\rangle_{f} = \frac{2\rho_{a}c_{a}}{\rho_{s}h} \left\langle E_{cin} \right\rangle_{f}^{Nx \times Nypavés} \left\langle \sigma \right\rangle_{f}^{3 \times 3pavés}$$
(4-6)

où ρ_s et *h* sont respectivement la masse volumique et l'épaisseur de la structure de plaque.

Fréquenc e centrale	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
$\Delta \Pi_{tr}$	-3.4	2.0	0.4	-2.2	-0.5	-2.1	-1.4	-0.8

Tableau 4-5. Différence en dB, entre la puissance transmise calculée indirectement par (4-6) et le calcul de référence. $\Delta \Pi_{tr}=10 \log_{10}(\Pi_{tr}/\Pi_{tr}^{Référence})$.

Nous trouvons que la puissance transmise est remarquablement améliorée, est indépendante du nombres de pavés. Ce travail signifie qu'avec peu de pavés, donc avec un grande taille des pavés, les grandeurs vibroacoustiques peuvent être bien estimées, ce constat est extrêmement intéressant vis à vis du temps de calcul.

4. 3. 4. Conclusions

Nous avons examiné, dans cette partie de l'étude numérique, l'influence du nombre de pavés, dans le cas où la surface du couplage est carrée, et où l'excitation est ponctuelle, au centre de la structure pour qu'elle soit toujours au centre du pavé excité. Nous avons pu définir des critères de maillage en fonction des longueurs d'onde des sous-systèmes, qui assurent une prédiction correcte sur toute la gamme de fréquence, incluant la fréquence critique.

L'énergie cinétique de la structure couplée est peu affectée par le maillage, ce qui est attendu puisqu'il s'agit d'un cas de couplage faible, et que la part essentielle de la vitesse couplée est donnée par le terme source, c'est-à-dire la vitesse avant couplage. Ce terme source est, par définition, une quantité supposée exacte.

En ce qui concerne la puissance transmise et le facteur de rayonnement, deux domaines de fréquence sont à distinguer de part et d'autre de la fréquence critique. Au-dessous de la fréquence critique, la taille des pavés ne doit ni être plus petite que demi-longueur d'onde de la structure, ni être plus grande que deux fois de la longueur d'onde de l'acoustique. Et au-dessus de la fréquence critique, la taille des pavés doit être supérieure à la demi-longueur d'onde acoustique et inférieure à deux fois de la longueur d'onde structurale.

Nous avons également proposé un calcul indirect de la puissance transmise. Ce calcul utilise le facteur de rayonnement et l'énergie cinétique obtenus par les mobilités énergétiques. La puissance transmise est alors correctement estimée avec un petit nombre de pavés.

4. 4. Influence de l'amortissement des sous-systèmes

En respectant les critères de maillage de la surface de couplage estimés dans la partie précédente § 4-3, nous présentons les résultats pour le système présenté dans la partie § 4-2. Une étude paramétrique est menée sur l'influence de l'amortissement dans cette méthode.

Une force d'excitation d'amplitude unité est placée sur la plaque (0.5m × 0.6m) au point $j(L_x/2, L_y/6)$ comme indiqué sur la Figure 4-3. Quatre tailles de pavés $\sqrt{\Delta s}$ sont considérées lors des maillages en 1 pavé (1×1), 9 pavés (3×3), 81 pavés (9×9) et 225 pavés (15×15). Quatre configurations d'amortissement des soussystèmes sont considérées : Cas (a) ρ_s et ρ_a faibles, Cas (b) ρ_s faible et ρ_a fort, Cas (c) ρ_s fort et ρ_a faible, et Cas (d) ρ_s et ρ_a forts. Les autres caractéristiques des soussystèmes sauf les amortissements sont indiquées au Tableau 4-1.

Nous comparons les résultats obtenus par la méthode des mobilités énergétiques avec les résultats de référence donnés par la méthode modale, en fonction des longueurs d'onde structurale et acoustique, des tailles de pavés et de la fréquence.

Pour simplifier la présentation des résultats, nous utilisons un indicateur de la précision qui est la valeur absolue de la différence, arrondie à l'entier le plus proche, entre notre résultat et le calcul de référence en dB. L'indicateur de la précision est marqué dans un cercle, pour chaque taille des pavés, à la fréquence centrale du filtre étudié.

4. 4. 1. Energies cinétiques de la plaque couplée à la cavité

L'énergie cinétique de la plaque couplée à la face ouverte de la cavité est présentée sur la Figure 4-14. La différence en dB, entre le calcul des mobilités énergétiques et le calcul de référence, est indiquée dans les cercles, pour chaque bande de fréquence donnée et chaque taille des pavés. Les quatre configurations de l'amortissement montrent quasiment les mêmes tendances. La différence maximale est de 1dB quelle que soit la taille des pavés et l'amortissement. Avec très peu de pavés, même un seul pavé, la valeur de cette grandeur obtenue avec la méthode des mobilités énergétiques est largement satisfaisante. Comme dans l'étude précédente sur les critères de maillage, il s'agit d'un cas de couplage faible. Ici aussi la part essentielle de la vitesse couplée est donnée par le terme source, c'est-à-dire la vitesse avant couplage. Ce terme source est, par définition, une quantité supposée exacte.





Figure 4-14. Erreur en dB sur l'énergie cinétique de la structure, pour différents amortissements des sous-systèmes.

4. 4. 2. Puissances transmises au milieu acoustique dans la cavité

Dans les cas où l'amortissement du milieu fluide est plus faible que celui de la structure, donc les cas (a) et (c), les valeurs de l'indicateur obtenues en respectant les critères de maillage (4-5), sont beaucoup plus faibles que si l'on ne les respecte pas (voir la Figure 4-15). Du point de vue des amortissements, ces deux cas sont similaires à celui qui est pris à la partie précédente de § 4. 3, pour établir les critères de maillage :

$$\begin{aligned} 0.5\lambda \ plaque < \sqrt{\Delta s} < 2\lambda \ acoustique \ \grave{a} \ fcent \leq fcrit \ . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0.5\lambda \ acoustique < \sqrt{\Delta s} < 2\lambda \ plaque \ \grave{a} \ fcent > fcrit \ . \end{aligned}$$

En revanche, dans les cas où l'amortissement du milieu fluide dans la cavité est plus fort que celui de la structure, donc les cas (b) et (d), l'indicateur a une valeur faible même pour des maillages qui ne respectent pas les critères (4-5).

Avant la fréquence critique, le calcul avec les mobilités énergétiques donne de bons résultats si la taille des pavés est plus grande que la demi-longueur d'onde de la structure.

Après de la fréquence critique le calcul est correct si la taille des pavés est plus grande que la demi-longueur d'onde acoustique. Ce qui est résumé par les relations

(4-7a, b) :

$$\sqrt{\Delta s} > 0.5\lambda$$
 plaque à fcent \leq fcrit. (4-7a)

$$\sqrt{\Delta s} > 0.5\lambda$$
 acoustique à fcent > fcrit . (4-7b)

On constate également que l'augmentation de l'amortissement de la cavité améliore la valeur de l'indicateur de précision. Considérons deux configurations avec un amortissement de la structure donné, et un amortissement du milieu fluide qui varie. Comparons les cas (a) et (b), et comparons les cas (c) et (d). Nous observons que si l'amortissement du milieu fluide est plus fort que celui de la plaque, le résultat par la méthode des mobilités énergétiques équivalentes, dans leur zones de satisfaction, est bien meilleur que dans le cas où l'amortissement du milieu fluide est plus petit que celui de la plaque. Cette observation est en bon accord avec la bibliographie, elle traduit que l'augmentation des pertes internes de la cavité augmentent la puissance rayonnée par la plaque. Ainsi, les approximations de la méthode ont une importance relativement moindre sur le calcul du flux de puissance.





Figure 4-15. Erreur en dB sur la puissance transmise au milieu acoustique, pour différents amortissements des sous-systèmes.
4. 4. 3. Facteurs de rayonnement de la plaque

L'indicateur de précision des facteurs de rayonnement de la plaque sont présentés sur la Figure 4-16. Comme précédemment, il s'agit de la valeur absolue de la différence en dB, entre le calcul des mobilités énergétiques et le calcul de référence. La répartition dans le plan est pratiquement la même que celle qui est obtenue pour la puissance transmise.

Lorsque l'amortissement de la cavité est plus faible que celui de la structure, des relativement petites erreurs sont obtenues si l'on respecte les critères de maillage. Ces conditions correspondent à celle que l'on doit satisfaire pour le calcul de la puissance transmise avec les même valeurs d'amortissement :

 $\begin{array}{l} 0.5\lambda \ {\it plaque} < \sqrt{\varDelta s} < 2\lambda \ {\it acoustique} \ \grave{a} \ fcent \leq fcrit \ . \\ \\ 0.5\lambda \ {\it acoustique} < \sqrt{\varDelta s} < 2\lambda \ {\it plaque} \ \grave{a} \ fcent > fcrit \ . \end{array}$

En revanche, lorsque l'amortissement de la cavité est plus fort que celui de la structure, de bons résultats sont obtenus avec des critères de maillage moins restrictifs que pour le calcul de la puissance transmise avec le même amortissement : $\sqrt{\Delta s} > 0.5\lambda$ plaque à fcent \leq fcrit . $\sqrt{\Delta s} > 0.5\lambda$ acoustique à fcent > fcrit .

Donc de bons résultats sont obtenus, au-dessous de la fréquence critique, par la méthode des mobilités énergétiques en utilisant des pavés de taille supérieure à la demi longueur d'onde de la structure. Au-dessus de la fréquence critique les résultats sont également bons en utilisant des pavés de taille supérieure à la demi longueur d'onde acoustique. Dans le cas discuté ici, notre méthode permet de calculer le facteur de rayonnement de la plaque avec un seul pavé pour mailler la surface de couplage.

L'influence de l'amortissement du milieu fluide est tout à fait comparable à celle qui est observée dans le calcul de la puissance transmise. Avec un amortissement donné de la structure, les résultats des mobilités énergétiques s'améliorent si l'amortissement de la cavité augmente. Comparons les cas (a) et (b) et comparons les cas (c) et (d), les résultats dans les cas (b) et (d) où l'amortissement du fluide est plus fort que celui de la structure sont bien meilleurs que ceux des cas (a) et (c) où l'amortissement de la structure est plus faible que celui du milieu acoustique.





Figure 4-16. Indicateurs de précision du calcul du facteur de rayonnement, pour différents amortissements des sous-systèmes.

4. 4. 4. Conclusions

Nous reprenons le modèle plaque-cavité défini à la partie de § 4. 2. L'excitation est une force mécanique ponctuelle appliquée sur la plaque. Quatre maillages de la surface de couplage entre les sous systèmes sont étudiés. Nous avons procédé par tests numériques pour estimer la validité de notre méthode. Trois grandeurs physiques qui caractérisent le rayonnement sont étudiées ; l'énergie cinétique de la structure, la puissance transmise dans la cavité et le facteur de rayonnement de la structure.

Les résultats obtenus par la méthode des mobilités énergétiques sont comparés aux résultats de référence fournis par la méthode modale. Les critères de validité obtenus font référence à la taille des pavés, aux longueurs d'onde des sous-systèmes et à la fréquence critique. Contrairement à la plupart des méthodes numériques de discrétisation, notre méthode nécessite un maillage lâche, avec des pavés de taille supérieure à la demi longueur d'onde.

L'influence de l'amortissement du système récepteur, ici le fluide, est similaire à ce qui est observé pour les autres méthodes de calcul du flux de puissance (SEA par exemple). Si l'amortissement dans la cavité est plus fort, le flux de puissance transmise augmente, la précision de notre méthode s'améliore, et les critères de validité du maillage sont moins stricts.

4.5. Conclusions

Dans ce chapitre, un modèle de couplage vibroacoustique simple, un système plaque-cavité parallélépipédique, est testé. La surface de couplage est discrétisée par les élément surfacique dits "pavés". La méthode des mobilités énergétiques ponctuelles définie par Orefice est étendue à ce système de couplage surfacique. Uniquement les données avant couplage sont utilisées. Pour chaque pavé, les mobilités mécaniques et énergétiques des sous-systèmes sont étudiées. Les résultats obtenus par cette approche sont comparés aux résultats de référence donnés par la méthode modale, ils portent sur l'énergie cinétique de la structure, la puissance transmise au milieu acoustique couplé et le facteur de rayonnement de la structure. Deux cas de la plaque avec la position d'excitation sont étudiés : Le premier cas est celui d'une plaque carrée, excitée avec une force mécanique en son centre est couplée sur toute sa surface à une cavité. Huit tailles différentes de pavés $\sqrt{\Delta s}$ sont considérées. Le deuxième cas est celui d'une plaque rectangulaire couplée sur toute sa surface avec une cavité. L'excitation est une force ponctuelle placée près du bord de la plaque.

Nous avons d'abord testé l'influence de la taille des pavés sur la surface de couplage. Nous observons que l'énergie cinétique de la structure estimée par la méthode des mobilités énergétiques est très satisfaisante avec toutes les tailles de pavés, même avec un seul pavé. Il s'agit d'un cas de couplage faible entre un milieu acoustique passif et une structure directement excitée. Pour un tel cas, la vitesse de la structure non couplée n'est pas significativement modifiée par le couplage. Si le couplage, donc la taille des pavés, n'a aucune influence sur cette vitesse dans notre cas, il est très probable que dans un cas symétrique où la source serait dans la cavité, la taille des pavés ait une influence sur l'estimation de la vitesse de la plaque.

La puissance transmise au milieu acoustique et le facteur de rayonnement de la structure sont des grandeurs directement liées à la qualité du maillage de la surface de couplage. Contrairement à la plupart des méthodes numériques de discrétisation, notre méthode nécessite un maillage lâche, avec des pavés de taille supérieure à la demi longueur d'onde. La taille des pavés doit être comprise entre le double de la longueur d'onde et la demi longueur d'onde des sous-systèmes. Les critères de maillage sont différents suivant que l'on se place avant ou après la fréquence critique de la structure, ils sont influencés par l'amortissement du milieu récepteur.

Si l'amortissement de la cavité est supérieur à celui de la plaque, de bons résultats sont obtenus, au-dessous de la fréquence critique, en utilisant des pavés de taille supérieure à la demi longueur d'onde de la structure. Et au-dessus de la fréquence critique, les résultats sont également bons en utilisant des pavés de taille supérieure à la demi longueur d'onde acoustique.

Lorsque l'amortissement de la cavité est plus faible que celui de la structure, des critères supplémentaires sont nécessaires, en plus des deux critères précédents. Audessous de la fréquence critique, la taille des pavés doit, de plus, être inférieure au double de la longueur d'onde acoustique, et au-dessus de la fréquence critique, la taille des pavés doit, de plus, être inférieure au double de la longueur d'onde acoustique, et au-dessus de la fréquence critique, la taille des pavés doit, de plus, être inférieure au double de la longueur d'onde de la structure. Si l'on respecte ces critères de maillage, nous observons que les résultats obtenus s'écartent de 0dB à 3dB des valeurs de référence, et que la précision est meilleure que 1dB si l'amortissement du système récepteur est fort.

Également, nous avons proposé un calcul indirect de la puissance transmise qui utilise l'énergie cinétique de la structure et le facteur de rayonnement calculés avec la méthode des mobilités énergétiques. Dans notre cas, cette approche est plus précise et permet notamment d'une simulation d'expérience de rayonnement en utilisant des mobilités mécaniques mesurées sur la structure isolée.

Chapitre 5

ETUDES EXPERIMENTALES

5.1. Introduction

Notre objectif est d'étudier expérimentalement les grandeurs physiques évoquées au chapitre précédent, afin de pouvoir les comparer aux résultats numériques. Exactement comme dans les chapitres précédents, l'assemblage qui nous intéresse est constitué par une plaque couplée à une cavité. Nous mesurerons l'énergie cinétique de la plaque. La puissance rayonnée dans la cavité par la plaque sera estimée par la théorie de Sabine, en utilisant la pression acoustique moyenne dans la cavité. Ces grandeurs nous permettront d'estimer le facteur de rayonnement de la plaque [CRE88], [LES88a], [WAL72a]. Sachant que la puissance transmise à la cavité dépend de l'amortissement du milieu fluide, nous ferons varier le facteur de perte de la cavité.

Au chapitre suivant, ces résultats expérimentaux seront comparés aux simulations numériques effectuées avec la méthode des mobilités énergétiques.

5.2. Configurations expérimentales

Nous définissons ci-dessous la configuration expérimentale et les moyens d'essais mis en œuvre pour atteindre nos objectifs. La Figure 5-1 présente les soussystèmes : une plaque rectangulaire et une cavité ouverte-fermée. La plaque est en acier d'épaisseur 3mm, elle est homogène, sa fréquence critique est estimée à 3965Hz. Bien que numériquement nous la supposons en appui simple, est ici bridée sur ses quatre bords par 52 boulons répartis autour de la plaque comme indiqué sur la Figure 5-3. Cette liaison est proche de la condition limite encastrée, elle influera peu sur la réponse dynamique et l'efficacité de rayonnement de la plaque sauf à la basse fréquence [BER90] [DOW63], [GOM74], [LOM77]. La cavité parallélépipédique



Figure 5-1. Sous-systèmes : une cavité et une plaque.

contient de l'air, ses dimensions sont 0.5m×0.6m×0.7m. Les murs sont en béton de 16cm d'épaisseur pour les cinq faces supposées parfaitement rigides.

Nous étudierons le montage dans deux situations où le facteur de perte du milieu intérieur de la cavité est différent. Le faible amortissement est obtenu avec des faces intérieures de la cavité recouvertes de peinture réfléchissante, et l'amortissement fort est obtenu en ajoutant 4 pièces de 0.2m×0.65m×0.02m de feutre



Figure 5-2. Intérieur de la cavité amortie avec des bandes de Taka.



Figure 5-3. Système assemblé avec le maillage et l'excitation du pot-vibrant.

isolant (Taka) pour augmenter l'absorption. Ces bandes de Taka sont placée le long des quatre arêtes de la cavité qui sont perpendiculaires à la plaque, comme indiqué sur la Figure 5-2.

La Figure 5-4 montre le montage avec un microphone 1/2" installé. Ce microphone est monté sur un bras tournant qui peut être déplacé depuis l'extérieur de la cavité.



Figure 5-4. Plan de coupe du montage avec un microphone installé.

101

5.3. Chaînes des mesures

Nous présentons sur la Figure 5-5 le synoptique de la chaîne de mesure de l'énergie cinétique de la plaque et de la puissance acoustique transmise dans cavité.

L'excitation mécanique est appliquée au point j (0.25m, 0.1m) sur la plaque par l'excitateur électrodynamique, alimenté par un bruit blanc amplifié. La mesure de vitesse et de pression acoustique est effectuée dans la gamme de fréquence [400Hz - 3600Hz] avec un analyseur FFT en bande fine, le filtrage utilise une largeur de bande de 4Hz.

La vitesse est mesurée sur la plaque en 18 points différents avec le vibromètre laser. La vitesse quadratique moyenne spatiale, \overline{V}^2 est obtenue par sommation sur la plaque :

$$\overline{V}^{2} = \frac{1}{S} \int_{S} \left| V_{i} \right|^{2} dS \approx \frac{1}{S} \sum_{i=1}^{N_{i}} \left| V_{i} \right|^{2} \Delta s = \frac{1}{N_{t}} \sum_{i=1}^{N_{t}} \left| V_{i} \right|^{2}$$
(5-1)

où N_t est le nombre de points mesurés, et V_i est la vitesse en point *i* sur la plaque.



Figure 5-5. Chaîne de mesure de la vitesse et la pression acoustique.



Figure 5-6. Chaîne de mesure du facteur de perte interne et des mobilités de la plaque.

Les pressions acoustiques sont mesurées par le microphone en 24 points différents de la cavité. puis la pressions quadratique moyenne \overline{P}^2 pour l'unité de force d'excitation est estimée par

$$\overline{P}^{2} = \frac{1}{V_{V}} \left| p_{i} \right|^{2} dV \approx \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{N_{i}} \left| p_{i} \right|^{2} \Delta v = \frac{1}{N_{t}} \sum_{i=1}^{N_{i}} \left| p_{i} \right|^{2}.$$
(5-2)

Les Figures 5-6 et 5-7 présentent les chaînes de mesure des facteurs de perte de la plaque et de la cavité, respectivement, qui seront utilisées comme les données pour la comparaison théorie-expérience.



Figure 5-7. Chaîne de mesure du facteur d'amortissement du volume de la cavité.

5.4. Mesures des amortissements

5. 4. 1. Cas de la cavité faiblement amortie

Afin d'estimer les facteurs de perte (les moyennes d'amortissement d'un groupe des modes résonants dans une bande de fréquence), nous avons mesuré les niveaux de vitesse et de pression acoustique à chaque bande. Puis nous avons utilisé la méthode du lâcher [LYO95] qui est définie par (5-3) où DR est le taux de décroissance en dB/sec.

Ce taux de décroissance a été obtenu en traçant l'amplitude de l'enveloppe du signal de réponse en fonction du temps sur une échelle semi-logarithmique et en déterminant la pente de la pseudo-droite. On note f_{cent} la fréquence centrale de la bande :

$$\eta = \frac{DR}{27.3f_{cent}}.$$
(5-3)

Les mesures des facteurs de perte de la plaque et de la cavité sont faites sur les bandes de fréquence de 400Hz de largeur. Ces valeurs sont présentées sur la Figure 5-8.



Figure 5-8. Facteurs d'amortissement de la plaque et du milieu de la cavité.

Dans notre cas, comme Millot [MIL87], nous supposerons que la réponse de la plaque n'est pas affectée par la présence du fluide.

La Figure 5-9 présente la durée de réverbération T_R et l'aire d'absorption équivalente *A* de la cavité. Pour cela, nous avons utilisé les équations (5-4) et (5-5) [LES88a], [LYO95], qui lient la durée de réverbération, le facteur d'amortissement du fluide et l'aire d'absorption équivalente :

$$T_R = \frac{2.2}{\eta f_{cent}}.$$
(5-4)

et

$$A = \frac{0.16V}{T_R} \,. \tag{5-5}$$

L'aire d'absorption équivalente en m² est exprimé avec le volume de la cavité V en m³. C'est la formule de Sabine proposée en 1900 avec la célérité des ondes à 20°C [LES88a].



Figure 5-9. Durée de réverbération et l'aire d'absorption équivalente de la cavité non amortie.

5. 4. 2. Cas de la cavité fortement amortie



Figure 5-10. Facteur de perte de la cavité avec des feutres absorbants de Taka.



Figure 5-11. Durée de réverbération et l'aire d'absorption équivalente pour la cavité avec des feutres absorbants.

Nous avons mesuré le facteur de perte, la durée de réverbération et l'aire d'absorption équivalente du volume après avoir ajouté des feutres absorbants à l'intérieur de la cavité. La méthode de mesure est identique à celle du cas de § 5. 4. 1. précédent.

Le facteur de perte présenté sur la Figure 5-10 est sensiblement augmenté pour toutes les bandes de fréquence. La durée de réverbération et l'aire d'absorption équivalente de la cavité sont présentés sur la Figure 5-11.

5.5. Résultats expérimentaux

Une excitation ponctuelle de type bruit blanc est appliquée sur la plaque par l'excitateur électrodynamique, au point (0.25m, 0.1m). Les données mesurées sont les spectres en fréquence des fonctions de transfert vitesse/force et pression acoustique/force, obtenus par une FFT sur 800 filtres de 4 Hz de largeur de bande passante. Ces fonctions représentent la vitesse pour une force d'amplitude unité, et la pression acoustique pour une force d'amplitude unité.

L'énergie cinétique et la puissance transmise obtenues sont des valeurs moyennées sur des bandes de fréquence de 400Hz.



Figure 5-12. Energies cinétiques mesurées de la plaque.

5. 5. 1. Energie cinétique de la plaque couplée

Pour les deux facteurs d'amortissement de la cavité, la Figure 5-12 présente l'énergie cinétique mesurée de la plaque couplée à la cavité :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \rho_s h S \overline{V}^2 \,. \tag{5-6}$$

Globalement, l'énergie cinétique de la plaque est très peu modifiée si le facteur de perte du milieu fluide varie. Nous constatons sur cette figure que l'énergie cinétique de la plaque est soit inchangée, soit augmentée de moins de 2dB.

5. 5. 2. Puissance transmise dans la cavité

Après couplage, la puissance injectée dans la plaque est dissipée par les pertes internes, elle est rayonnée vers l'intérieur de la cavité et aussi vers le milieu extérieur. Nous avons mesuré la pression acoustique p_i en 24 points aléatoirement choisis dans la cavité.



Figure 5-13. Valeurs mesurées de la puissances transmises dans la cavité.

Nous étudions seulement la puissance transmise Π_{tr} à l'intérieur de la cavité, elle est obtenue en utilisant la formule classique [CRE88] pour un champ diffus :

$$\Pi_{tr} = \frac{13.8V}{\rho_a c_a^2 T_R} \overline{P}^2 \tag{5-7}$$

où ρ_a est la masse volumique de l'air et V est le volume intérieur de la cavité, et \overline{P}^2 est la pression quadratique moyennée dans le volume et exprimée à (5-2).

Compte tenu de la relation (5-5) entre la durée de réverbération T_R et l'aire d'absorption équivalente A, et en supposant que la valeur de célérité des ondes c_a est de 344.8m/s, la puissance transmise s'écrit aussi

$$\Pi_{tr} = \frac{\overline{P^2}}{\rho_a c_a} \frac{A}{4}.$$
(5-8)

La Figure 5-13 présente la puissance transmise estimée avec les mesures de pression acoustique et la formule classique (5-4). Dans le cas où l'amortissement de la cavité est fort, cette grandeur est augmentée en basse fréquence, puis à partir de la bande de fréquence [2000Hz - 2400Hz], la puissance ne dépend pas de l'amortissement du local de réception.



Figure 5-14. Facteurs de rayonnement estimés après les mesures.
5. 5. 3. Facteur de rayonnement

Nous présentons, sur la Figure 5-14, la valeur moyenne par bande de fréquence du facteur de rayonnement de la plaque vers la cavité. Elle est obtenue par la relation classique entre la puissance transmise mesurée dans cavité et la vitesse quadratique moyenne spatiale mesurée de la plaque.

Nous constatons, tout d'abord, que dans les deux cas, le facteur de rayonnement tend vers 1 quand la fréquence augmente. Rappelons que la fréquence critique de la plaque est de 3965Hz, soit à la limite supérieure du domaine de fréquence étudié. Nous observons que si l'amortissement du local augmente, le facteur de rayonnement augmente aussi en basse fréquence. Par contre, en moyenne fréquence ce phénomène est inversé. Ceci est dû au fait que si la puissance transmise varie peu, la vitesse quadratique de la plaque augmente légèrement quand l'amortissement de la cavité augmente.

5. 5. 4. Limite de champ diffus



Figure 5-15. Séparation modale (s_m), la bande passante à -3dB (Δf_{-3dB}) et la fréquence limite (fréquence du cas de $s_m = \Delta f_{-3dB}$) de la cavité.

Les expressions (5-7) et (5-8) sont valides pour une champ diffus où en tout point de la cavité, la pression est pratiquement identique. On peut définir la condition de champ diffus, si

$$s_m \le \varDelta f_{-3dB} \tag{5-9}$$

où s_m et Δf_{-3dB} sont respectivement la séparation modale et la bande passante à -3dB [LES88a], [LES94].

Ce qui peut s'exprimer en fonction de la densité modale n(f) et du facteur de perte η par la relation (5-10) écrite pour un mode moyen dans la bande de fréquence :

$$s_m = \Delta f_{-3dB}$$
 ou $l/n(f) = \eta \cdot f_{cent}$. (5-10)

Pour la cavité employée dans cette étude expérimentale en deux cas d'amortissement (peu amorti et plus amorti), la fréquence limite est montrée à la Figure 5-15 en traitant les moyennes de la séparation modale et de la bande passante à –3dB dans chaque bande de fréquence de 400Hz. Elle est donc trouvée dans les bande de fréquence de [400Hz-800Hz] pour le cas de la cavité fortement amortie et de [1600Hz-2000Hz] pour le cas de la cavité faiblement amortie.

D'après la fréquence limite obtenue, pour le cas de la cavité peu amortie, nous constatons que la cavité n'a pas un comportement de champ diffus avant 1600Hz, il faut donc se méfier les valeurs expérimentales de la puissance transmise acoustique ainsi du facteur de rayonnement dans les trois premières bandes de fréquence étudiées. En revanche, pour le cas de la cavité plus amortie, l'hypothèse du champs diffus est sensiblement respectée dès 400Hz.

5.6. Conclusions

Les mesures de la vitesse quadratique de la plaque et de la puissance transmise vers la cavité ont été mesurées sur un dispositif de petite dimension $(0.21m^3)$.

Malgré cela, une bonne confiance sera accordée aux résultats pour la cavité amortie. Dans le cas de la cavité nue, la condition de champ diffus nécessaire à la mesure dela puissance acoustique transmise n'est vérifiée qu'à partir de 1600Hz. Ce qui limitera la validité des comparaison théorie – expérience pour ce cas.

Chapitre 6

COMPARAISONS THEORIE – EXPERIENCE

6.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons comparer les résultats théoriques de notre méthode des mobilités énergétiques équivalentes et les résultats expérimentaux sur le couplage fluide-structure que nous avons traité au chapitre précédent. Nous prenons les facteurs de perte mesurés de la plaque et de la cavité, et nous envisageons deux valeurs d'amortissement de la cavité.

Nous rappelons les caractéristiques des sous-systèmes : Les dimensions de la cavité parallélépipédique ouverte-fermée sont $0.5m\times0.6m\times0.7m$, et la plaque en acier de 3mm d'épaisseur est simple et homogène avec les dimensions $0.5m\times0.6m$. La masse volumique du fluide et la célérité des ondes au milieu fluide dans la cavité sont respectivement 1.25kg/m³ et 344.8m/s. Le module d'Young et la masse volumique de la plaque couplée à la face ouverte de la cavité sont respectivement 2.11×10^{11} Pa et 7800kg/m³, et son coefficient de Poisson est 0.33. La fréquence critique de la plaque est de 3965Hz.

Pour les calculs numériques, quatre maillages différents de la surface de couplage sont utilisés. Le nombre de pavés est de 1 (1×1), de 9 (3×3), de 81 (9×9) et de 225 (15×15). La méthode de mesure des facteurs de perte par bande de fréquence, suppose que le modèle d'amortissement est visqueux pour la structure, l'amplitude modale est donc $1/(\omega_{mn}^2 - \omega^2 + j\eta_s \omega_{mn}\omega)$ où le facteur de perte η_s varie en fonction de la pulsation d'excitation ω , et ω_{mn} est la pulsation propre de la structure à l'ordre du mode *m* et *n*. Toutes les grandeurs calculées sont en moyenne fréquentielle par bande de fréquence de 400Hz. L'énergie cinétique et la puissance transmise sont obtenues pour une force d'amplitude unité, située au point (L_x/2, L_y/6) sur la plaque.



Figure 6-1. Longueurs d'ondes de la plaque $(0.5m\times0.6m)$ de 3mm en acier et de l'acoustique. $f_{crit} = 3965Hz$.



Figure 6-2. Densités modales de la plaque (h=3mm) et de la cavité (L_z =0.7m) par [PRI70] comparées au comptage des modes calculés.

114

Dans l'expérience, cette force est simulée avec un excitateur électrodynamique alimenté par une source de bruit blanc.

La Figure 6-1 compare la taille des pavés $\sqrt{\Delta s}$ utilisés pour la discrétisation et les longueurs d'onde λ des sous-structures en fonction de la fréquence. La fréquence critique de ce système est hors de la gamme de la fréquence d'étude de 400Hz à 3600Hz. Et la Figure 6-2 présente les densités modales asymptotiques de ces sous-systèmes données par les formules classiques [PRI70] et d'après le comptage de leurs modes propres.

6.2. Comparaison théorie – expérience

6. 2. 1. Cas de la cavité faiblement amortie

6. 2. 1. 1. Energie cinétique de la plaque couplée à la cavité

Le Tableau 6-1 présente les valeurs en dB de l'énergie cinétique de la plaque couplée, pour les différentes tailles de pavés. Dans chaque bande de fréquence les valeurs théoriques sont identiques quelle que soit la taille des pavés. L'écart entre la théorie et l'expérience varie entre 0 et 4dB, excepté dans la bande centrée sur 1400Hz où il atteint 6dB.

Nous rappelons que l'indicateur de précision défini au Chapitre 4 est la valeur absolue de la différence entre notre résultat et le résultat expérimental, en dB.

Tableau 6-1. Valeur en dB de l'énergies cinétique de la plaque après couplage calculée par la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et valeurs mesurées.

Fréquenc								
e	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
centrale								
$E_{cin}^{l \times l}$	-44.7	-47.5	-48.5	-47.8	-53.1	-50.7	-53.2	-56.3
$E_{cin}^{3 \times 3}$	-44.5	-47.5	-48.5	-47.8	-53.1	-50.7	-53.3	-56.3
$E_{cin}^{9 \times 9}$	-44.7	-47.4	-48.5	-47.8	-53.1	-50.7	-53.2	-56.3
$E_{cin}^{15 \times 15}$	-44.7	-47.5	-48.5	-47.8	-53.1	-50.7	-53.2	-56.3
E_{cin}^{Mesure}	-44.5	-48.8	-54.4	-51.8	-54.1	-54.6	-57.8	-57.7

Cas du milieu fluide faiblement amorti. Valeur de référence 1 joule.



Figure 6-3. Indicateur de précision sur l'énergie cinétique référencé à l'expérience. *Cas du milieu fluide faiblement amorti*. $\Delta E_{cin}^{Nx \times Ny} = |10log_{10}(E_{cin}^{Nx \times Nypavés}/E_{cin}^{Mesure})| en dB.$

La Figure 6-3 présente cet indicateur arrondi à l'entier le plus proche. Il est indiquée dans les cercles pour chaque taille de pavés à la fréquence centrale du filtre étudié. Sur cette figure sont également indiquées les longueurs d'onde de la structure et du milieu acoustique.

6. 2. 1. 2. Puissance acoustique transmise dans la cavité

Tableau 6-2. Valeur en dB de la puissance transmise au milieu acoustique dans la cavité calculée par la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et mesurée.

Fréquenc e centrale	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000 Hz	3400Hz
$\Pi_{tr}^{I \times I}$	-45.7	-49.8	-49.1	-48.0	-53.5	-51.1	-53.5	-55.8
$\Pi_{tr}^{3\times3}$	-45.7	-47.1	-46.6	-45.9	-51.4	-48.6	-51.6	-53.2
$\Pi_{tr}^{9 \times 9}$	-53.0	-51.2	-50.3	-47.4	-50.7	-46.9	-50.3	-51.8
$\Pi_{tr}^{15 \times 15}$	-60.4	-56.2	-54.1	-50.2	-54.8	-50.9	-52.5	-53.6
Π_{tr}^{Mesure}	-47.8	-46.1	-48.0	-43.6	-46.5	-46.2	-44.9	-43.3

Cas du milieu fluide faiblement amorti. Valeur de référence 1 watt.



Figure 6-4. Indicateur de précision sur la puissance acoustique transmise à la cavité référencé à l'expérience. *Cas du milieu fluide faiblement amorti*. $\Delta \Pi_{tr}^{Nx \times Ny} = |10log_{10}(\Pi_{tr}^{Nx \times Nypavés}/\Pi_{tr}^{Mesure})| en dB.$

Le Tableau 6-2 présente les valeurs en dB de la puissance transmise au milieu acoustique dans la cavité, calculée par la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et mesurée.

La Figure 6-4 présente l'indicateur de précision précédemment défini, référencé à la puissance acoustique transmise obtenue par l'expérience. La tendance de la répartition est très semblable à celle qui a été obtenue lors de l'étude numérique du Chapitre 4. Dans la zone encadrée par la demi-longueur d'onde structurale et le double de la longueur d'onde acoustique, l'indicateur de la précision est meilleur. Par contre, l'indicateur augmente si à une fréquence donnée la taille de pavé est en dehors de cette zone. Dans la zone de meilleure précision, l'indicateur est de 1dB à 2dB, mais à partir de 3000Hz, l'indicateur se dégrade fortement et peut atteindre 10dB. C'est le cas pour la dernière bande de fréquence avec 3×3 pavés.



6. 2. 1. 3. Facteur de rayonnement de la plaque

Figure 6-5. Indicateur de précision sur le facteur de rayonnement de la plaque référencé à l'expérience. *Cas du milieu fluide faiblement amorti*. $\Delta \sigma^{Nx \times Ny} = 10 \log_{10}(\sigma^{Nx \times Nypavés} / \sigma^{Mesure}) en dB.$

Le Tableau 6-3 présente le facteur de rayonnement de la plaque vers le milieu acoustique de la cavité, en dB, calculé par notre méthode des mobilités énergétiques équivalentes et estimé par l'expérience. Le résultat estimé par l'expérience tend vers 1, mais le résultats de notre méthode sous-estime généralement celui de l'expérience pour toutes les tailles de pavés traitées et pour toute la gamme de fréquences.

Tableau 6-3. Valeur en dB du facteur de rayonnement de la plaque calculé par la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et estimée par l'expérience.

Fréquenc e centrale	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
$\sigma^{l imes l}$	-16.6	-18.0	-16.3	-15.8	-16.0	-16.0	-15.9	-15.2
$\sigma^{3 \times 3}$	-16.9	-15.3	-13.7	-13.8	14.0	-13.6	-14.0	-12.5
$\sigma^{9 \times 9}$	-23.9	-19.4	-17.5	-15.2	-13.2	-11.9	-12.7	-11.2
$\sigma^{15 \times 15}$	-31.3	-24.4	-21.3	-18.1	-17.4	-15.9	-14.9	-13.0
σ^{Mesure}	-18.9	-13.0	-9.3	-7.4	-8.0	-7.2	-2.8	-1.3

Cas du milieu fluide faiblement amorti. Valeur de référence 1.

La Figure 6-5 expose l'indicateur de précision précédemment défini, référencé au facteur de rayonnement obtenu par l'expérience, cet indicateur varie de 2dB à 14dB. Dans une zone encadrée par la demi-longueur d'onde structurale et le double longueur d'onde acoustique, il reste inférieur à 6dB avant 3000Hz, et atteint 11dB à la fréquence maximum de l'étude.

6. 2. 2. Cas de la cavité fortement amortie

Les résultats expérimentaux utilisés dans cette partie sont obtenus après avoir modifié l'intérieur de la cavité en mettant des feutres isolants de Taka comme indiqué au Chapitre 5. L'amortissement du fluide dans la cavité est donc relativement fort comparé à celui de la cavité nue.

6. 2. 2. 1. Énergie cinétique de la plaque couplée à la cavité

Le Tableau 6-4 présente les valeurs de l'énergie cinétique en dB, de la plaque couplée à la cavité, calculées par la méthode des mobilités énergétiques et mesurée. Dans chaque bande de fréquence, les valeurs théoriques sont identiques quelle que soit la taille des pavés, la fluctuation maximum des valeurs est de 0.5dB dans la première bande de fréquence du cas de 3×3 pavés.

Également, nous constatons que les valeurs mesurées sont légèrement augmentées par rapport au cas précédent de faible amortissement du fluide. Sur ces valeurs la fluctuation maximale est de 1.3dB à la dernière bande de fréquence. La présence du milieu acoustique dont l'amortissement est relativement fort, n'exerce pas une influence significative sur la vibration de la structure.

Tableau 6-4. Valeur en dB de l'énergie cinétique de la plaque après couplage calculée par la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et mesurée.

Fréquenc								
e	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
centrale								
$E_{cin}^{l \times l}$	-44.6	-47.4	-48.5	-47.8	-52.9	-50.7	-53.2	-56.3
$E_{cin}^{3 \times 3}$	-44.0	-47.3	-48.4	-47.7	-53.1	-50.7	-53.2	-56.2
$E_{cin}^{9 \times 9}$	-44.7	-47.3	-48.4	-47.6	-53.0	-50.5	-53.1	-56.2
$E_{cin}^{15 \times 15}$	-44.7	-47.4	-48.5	-47.8	-53.1	-50.6	-53.2	-56.2
E^{Mesure}_{cin}	-43.8	-48.8	-55.1	-51.3	-54.5	-52.9	-56.8	-56.4

Cas du milieu fluide fortement amorti. Valeur de référence 1 joule.



Figure 6-6. Indicateur de précision sur l'énergie cinétique référencé à l'expérience. *Cas du milieu fluide fortement amorti*. $\Delta E_{cin}^{Nx \times Ny} = |10log_{10}(E_{cin}^{Nx \times Nypavés}/E_{cin}^{Mesure})| en dB.$

La Figure 6-6 expose l'indicateur de précision référencé à l'expérience. Sa valeur maximale est de 7dB dans la bande de fréquence [1200Hz-1600Hz].

6. 2. 2. 2. Puissance acoustique transmise dans la cavité

Tableau 6-5. Valeur en dB de la puissance transmise dans la cavité calculée par laméthode des mobilités énergétiques équivalentes et mesurée.

01	eus un innien junite jerrennen untern die rejerentee 1 manie							
Fréquenc e centrale	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
$\Pi_{tr}^{l \times l}$	-36.2	-39.1	-38.6	-35.4	-43.9	-40.9	-44.5	-45.9
$\Pi_{tr}^{3\times3}$	-39.4	-37.6	-36.9	-34.0	-41.9	-39.4	-42.9	-44.2
$\Pi_{tr}^{9 \times 9}$	-53.1	-47.2	-43.8	-38.4	-43.0	-39.3	-41.9	-43.2
$\Pi_{tr}^{15 \times 15}$	-60.9	-55.4	-51.5	-46.1	-49.0	-44.0	-45.2	-45.9
Π_{tr}^{Mesure}	-43.2	-42.9	-47.3	-40.6	-46.5	-46.2	-46.2	-43.6

Cas du milieu fluide fortement amorti. Valeur de référence 1 watt.



Figure 6-7. Indicateur de la précision sur la puissance acoustique transmise à la cavité référencé à l'expérience. *Cas du milieu fluide fortement amorti*. $\Delta \Pi_{tr}^{Nx \times Ny} = |10log_{10}(\Pi_{tr}^{Nx \times Nypavés}/\Pi_{tr}^{Mesure})| en dB.$

Les valeurs numériques en dB des la puissances transmises dans la cavité, calculée par la méthode des mobilités énergétiques et mesurée dans l'expérience, sont présentées dans le Tableau 6-5. Par comparaison avec le cas où la cavité est nue, le résultat calculé augmente pratiquement pour toutes les bandes de fréquences. Dans ce cas de fort amortissement de la cavité, il s'approche du résultat mesuré expérimentalement.

La Figure 6-7 présente l'indicateur de précision précédemment défini, référencé à la puissance acoustique transmise obtenue par l'expérience. D'après cette figure, il est évident qu'en basse fréquence la méthode des mobilités énergétiques équivalentes simule mal le couplage avec des pavés de petite taille. Par exemple avec des pavés qui sont plus petits que la demi-longueur d'onde structurale, soit les cas de 81 pavés (9×9) et de 225 pavés (15×15) .



6. 2. 2. 3. Facteur de rayonnement de la plaque

Figure 6-8. Indicateur de précision sur le facteur de rayonnement de la plaque référencé à l'expérience. *Cas du milieu fluide fortement amorti*. $\Delta \sigma^{Nx \times Ny} = |10 \log_{10}(\sigma^{Nx \times Nypavés} / \sigma^{Mesure})| en dB.$

Le Tableau 6-6 présente les valeurs des facteurs de rayonnement de la plaque vers la cavité en dB. Les résultats sont issus de notre méthode de calcul et de l'estimation expérimentale. La Figure 6-8 expose l'indicateur de précision, référencé au facteur de rayonnement obtenu par l'expérience.

Tableau 6-6. Valeur en dB du facteur de rayonnement de la plaque estimé par la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et par l'expérience.

Fréquenc e centrale	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
$\sigma^{I imes I}$	-7.3	-7.3	-5.8	-3.3	-6.6	-5.9	-7.0	-5.3
$\sigma^{3 \times 3}$	-11.1	-6.0	-4.1	-1.9	-4.5	-4.4	-5.4	-3.6
$\sigma^{9 \times 9}$	-24.1	-15.5	-11.0	-6.5	-5.7	-4.4	-4.4	-2.7
$\sigma^{15 \times 15}$	-31.8	-23.6	-18.7	-14.0	-11.6	-9.1	-7.7	-5.4
σ^{Mesure}	-15.1	-9.8	-7.8	-5.0	-7.7	-8.9	-5.1	-2.8

Cas du milieu fluide fortement amorti. Valeur de référence 1.

Dans ce cas de fort amortissement de la cavité, notre calcul du facteur de rayonnement est très proche de celui qui est estimé par l'expérience. Nous constatons un bon accord théorie expérience quand la taille de pavé est plus grande que la demilongueur d'onde structurale. Compte tenu de la taille réduite de la plaque et de la gamme de fréquence, un maillage avec un seul pavé suffit pour prédire un bon facteur de rayonnement de la structure. En revanche, si notre méthode utilise un maillage avec des pavés de petite taille, inférieure à la demi-longueur d'onde structurale, elle donne un résultat faux en basse fréquence, ce qui est conforme aux observations faites sur la puissance transmise.

6. 2. 3. Conclusions

Nous avons comparé, dans cette partie, les résultats numériques de la méthode des mobilités énergétiques aux résultats expérimentaux, dans les cas où la plaque est couplée à une cavité faiblement amortie, puis fortement amortie. La fréquence critique est hors de la gamme de fréquence étudiée. Un indicateur de qualité du calcul qui est utilisé pour valider la méthode des mobilités énergétiques. C'est la différence arrondie, en dB, entre les résultats du calcul par la mobilité énergétique, et un résultat de référence numérique ou expérimental.

L'énergie cinétique de la plaque couplée au milieu fluide faiblement ou fortement amorti est quasiment invariantes, qu'elle soit obtenue numériquement ou expérimentalement. Que les vibrations de la plaque, soumise à une excitation mécanique directe, ne soient pas influencées par la présence du milieu fluide, est conforme la physique du couplage faible entre une structure et un fluide léger. Le fait que les pressions de couplage sur les pavés du maillage n'influent pas sur la vibration de cette plaque fait en sorte que le calcul de l'énergie cinétique de la plaque couplée est insensible au nombre de pavés retenu pour mailler la surface de couplage. Les études numériques montrent qu'un seul pavé suffit. En fait, c'est la qualité du calcul de la vitesse avant couplage qui assurera la qualité de la valeur de l'énergie cinétique.

La puissance transmise dans la cavité et le facteur de rayonnement de la plaque, calculés numériquement, sont plus approches des résultats expérimentaux lorsque la taille de pavé satisfait à des critères liés aux longueurs d'onde. Les critères obtenus sont valables pour les deux amortissements testés dans la cavité :



Figure 6-9. Partie imaginaire des mobilités acoustiques équivalentes d'entrée pour deux tailles de pavés différentes et pour deux amortissements de la cavité. *Centre du pavé : (L_x/2, L_y/6).*

Pour le fluide peu amorti,

$$0.5\lambda \, plaque < \sqrt{\Delta s} < 2\lambda a coustique \ a \ f cent \le f crit \,. \tag{6-1}$$

Pour le fluide plus amorti,

124

$$\sqrt{\Delta s} > 0.5\lambda$$
 plaque à fcent \leq fcrit. (6-2)

Ces critères se vérifient sur la Figure 4-15 qui présente la puissance transmise ou également sur la Figure 4-16 qui présente le facteur de rayonnement, pour différents niveaux amortissements du fluide. Autrement dit, dans le cas du fluide plus amorti, le critère est moins contraignant que dans le cas du fluide peu amorti.

Nous montrons, sur la Figure 6-9, les parties imaginaires des mobilités acoustiques d'entrée équivalentes pour deux maillages, 9 pavés (3×3) et 225 pavés (15×15), pour la cavité peu amortie et pour la cavité plus amortie. Pour les deux maillages, le centre du pavé excité est placé en ($L_x/2$, $L_y/6$). En basse fréquence et pour la petite taille de pavé, la partie imaginaire de cette mobilité est très différente de zéro et elle reste strictement négative, contrairement aux fréquences élevées, et au cas des grandes tailles de pavés.



Figure 6-10. Mobilités énergétiques équivalentes.

 $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$: Structurale, $\leftarrow \rightarrow \leftarrow$: Acoustique cas peu amorti, — : Acoustique cas plus amorti. Abscisse : Fréquence (Hz), Ordonnée : Mobilités énergétiques équivalentes (sec/kg). Centres des pavés écouté i et excité j : i(5L_x/6, 5L_y/6) et j(L_x/2,

 $L_{y}/6).$

Les critères de maillage peuvent être aussi justifiés en observant l'influence des valeurs de la mobilité énergétique dans le calcul des flux de puissance.

Nous rappelons, par la relation (6-3), la puissance transmise vers le milieu acoustique par le pavé de couplage c, $\langle \prod_{c-eq}^{s\to a} \rangle_f$. Cette valeur est moyennée sur une bande de fréquence. Dans cette relation c' est un indice de sommation sur les pavés :

$$\left\{ \Pi_{c-\acute{e}q}^{s\rightarrow a} \right\}_{f} = \left(\widetilde{H}_{c'c-\acute{e}q}^{s} \right) + \left[\widetilde{H}_{c'c-\acute{e}q}^{a} \right]^{-I} \left(\left\{ \left\langle \left| \widetilde{V}_{c'-\acute{e}q}^{s} \right|^{2} \right\rangle_{f} \right\} - \left\{ \left\langle \left| \widetilde{V}_{c'-\acute{e}q}^{a} \right|^{2} \right\rangle_{f} \right\} \right\} \right).$$
(6-3)

Puis la puissance transmise totale par la surface de couplage $\langle \Pi_{tr} \rangle_{f}$ qui est la somme

des puissances transmises par chaque pavé :

$$\langle \Pi_{tr} \rangle_{f} = \sum_{c=1}^{N_{c}} \langle \Pi_{c-\acute{e}q}^{s \to a} \rangle_{f} .$$
 (6-4)

D'après ces relations, la puissance transmise dépend des mobilités énergétiques d'entrée et de transfert avant couplage de la structure $\left[\widetilde{H}_{c'c-\acute{e}q}^{s}\right]$ et de l'acoustique $\left[\widetilde{H}_{c'c-\acute{e}q}^{a}\right]$.

Observons maintenant sur la Figure 6-10, les mobilités énergétiques équivalentes d'entrée et de transfert de la plaque et de l'acoustique calculées en utilisant les facteurs de perte mesurés.

Les mobilités énergétiques équivalentes d'entrée acoustique et surtout de transfert diminuent lorsque l'amortissement du fluide dans la cavité augmente. Elles diminuent aussi quand la taille de pavé est plus petite. Celles de la plaque sont toujours plus petites que celles de l'acoustique. Cela veut dire que c'est plutôt le terme des mobilités énergétiques de l'acoustique qui domine la puissance échangée.

En conséquence de cela, puissance transmise ou échangée augmente avec le fluide plus amorti. Pour cette raison les résultats de la deuxième simulation numérique, ayant le fluide acoustique le plus amorti, sont plus proches des résultats de l'expérience. En effet, les approximations de la méthode ont un poids relatif qui diminue quand la valeur globale des flux de puissance augmente.

6. 3. Comparaison calcul mixte – expérience

6. 3. 1. Introduction

Nous avons constaté, pour appliquer la méthode des mobilités énergétiques à ce système réel, et dans le cas du milieu fluide le plus amorti, qu'un seul pavé, ou 3×3 pavés, constituent des maillages satisfaisants pour toute la gamme de fréquence étudiée.

Dans cette partie, nous simulons le rayonnement de ce système vibroacoustique, de façon indirecte. Les données de la structure sont mesurées sur la plaque non couplée. Il s'agit des mobilités mécaniques entre les centres des pavés, et de la vitesse ponctuelle au centre de chaque pavé. En revanche, les données acoustiques de la cavité sont numériques car elles ne sont pas mesurables.

Ensuite nous utilisons la méthode des mobilités énergétiques avec, pour termes de source, les vitesses quadratiques moyennes expérimentales de la plaque. Les mobilités énergétiques de la plaque sont calculées par la relation (3-18) en utilisant les mobilités mécaniques mesurées au centre des pavés. Les mobilités énergétiques de la cavité sont, comme précédemment, simulées numériquement. C'est ce que nous appellerons la méthode des mobilités énergétiques mixte. Nous résolvons les équations de couplage. Deux différents maillages de la surface de couplage sont simulés avec le calcul mixte : 1 seul pavé et 9 (3 \times 3) pavés.

Pour le calcul mixte avec 9 (3×3) pavés de maillage, nous avons mesuré des mobilités d'entrée et de transfert en considérant la symétrie de la matrice des mobilités. En effet, il est nécessaire de connaître 4 mobilités d'entrée et 14 mobilités de transfert. Pour chaque pavé, les mobilités et les vitesses équivalentes utilisées dans notre méthode sont obtenues par moyenne spatiale sur les pavés :

$$Y_{ij-\acute{e}q}^{p} = \frac{1}{\varDelta s^{2}} \left\langle \left\langle Y^{p} \right\rangle_{i} \right\rangle_{j}.$$
(6-5)

$$V_{i-\acute{e}q}^{p} = \frac{1}{\varDelta s_{i}} \left\langle V^{p} \right\rangle_{i}.$$
(6-6)

Dans la méthode mixte, avec 1 seul pavé, les valeurs mesurées seront obtenues par moyenne sur 9 points. Dans la méthode mixte, avec 9 pavés, pour simplifier l'expérience, on prendra pour valeur moyenne, la valeur de la vitesse ou de la mobilité en un point au centre du pavé.

Donc, pour ces deux maillages, nous employons les données expérimentales de la structure et les données numériques de l'acoustique, pour effectuer la simulation numérique avec le calcul mixte de la méthode des mobilités énergétiques. Nous comparons les résultats de la simulation par le calcul mixte avec les résultats expérimentaux, pour les deux cas du milieu fluide définis à la partie de § 5. 4.

6. 3. 2. Cas de la cavité faiblement amortie

Comme dans les comparaisons précédentes, nous utiliserons un indicateur de précision du résultat qui est la différence, en dB, entre le résultat étudié et le résultat de référence qui sera ici celui de l'expérience.

6. 3. 2. 1. Énergie cinétique de la plaque couplée à la cavité

La Figure 6-11 présente la comparaison au sujet de l'énergie cinétique de la plaque couplée à la cavité peu amortie. Les résultats du calcul mixte pour les deux maillages sont pratiquement idem que le résultat de l'expérience dans toute la gamme de fréquence. L'indicateur de précision de la simulation, référencé à l'expérience est donné dans le Tableau 6-7.

Tableau 6-7. Différence sur l'énergie cinétique de la plaque couplée donnée par le calcul mixte des mobilités énergétiques équivalentes et par l'expérience. *Cas du milieu fluide faiblement amorti*. $\Delta E_{cin}^{Nx \times Ny} = 10 \log_{10}(E_{cincalcul-mixte}^{Nx \times Nypavés}/E_{cin}^{Mesure})$ en dB.

Fréquenc								
e	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
centrale								
$\Delta E_{cin}^{l \times l}$	0.4	-0.3	-0.5	0.1	0.5	0.5	0.0	-0.3
$\Delta E_{cin}^{3 \times 3}$	0.5	0.0	-0.5	0.2	0.5	0.5	0.2	-0.3

128



Figure 6-11. Energie cinétique de la plaque couplée. Comparaison entre le calcul mixte de la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et l'expérience. *Cas du milieu fluide faiblement amorti.*

Les valeurs obtenues par le calcul mixte sont excellentes. Ces différences sont généralement beaucoup plus faibles que celles qui sont obtenues par la simulation entièrement numérique présentées à la Figure 6-3. Ce qui tient à une meilleur prise en compte des conditions aux limites et de l'amortissement.

6. 3. 2. 2. Puissance transmise à la cavité

La valeur de la puissance transmise dans la cavité est comparée à l'expérience, sur la Figure 6-12. L'indicateur de précision de la simulation, référencé à l'expérience est indiqué dans le Tableau 6-8.

Tableau 6-8. Différence de la puissance transmise dans la cavité entre le calcul mixte des mobilités énergétiques équivalentes et l'expérience. *Cas du milieu fluide* faiblement amorti. $\Delta \Pi_{tr}^{Nx \times Ny} = 10 \log_{10}(\Pi_{tr,calcul-mixte}^{Nx \times Nypavés}/\Pi_{tr}^{Mesure})$ en dB.

Fréquenc e	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
centrale								
$\Delta \Pi_{tr}^{l \times l}$	2.0	-5.3	-7.7	-8.3	-7.6	-8.6	-13.0	-14.4
$\Delta \Pi_{tr}^{3 \times 3}$	2.5	-3.1	-5.9	-5.8	-5.9	-6.0	-11.0	-12.2



Figure 6-12. Puissance transmise à la cavité. Comparaison entre le calcul mixte de la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et l'expérience. *Cas du milieu fluide faiblement amorti.*

Les résultats du calcul mixte, pour 1 seul pavé et 3×3 pavés sur la surface de couplage, sont nettement différents du résultat expérimental. Cette simulation avec le calcul mixte, n'est pas meilleur que la simulation totalement numérique présentée à la Figure 6-4. Cela confirme que ce n'est pas la modélisation de la plaque qui est en cause, mais que ce sont les approximations de la méthode qui sont non négligeables par rapport à la puissance échangée.

6. 3. 2. 3. Facteur de rayonnement de la plaque

130

Tableau 6-9. Différence du facteur de rayonnement de la plaque entre le calcul mixté
des mobilités énergétiques équivalentes et l'estimation tirée de l'expérience. Cas du
milieu fluide faiblement amorti. $\Delta \sigma^{Nx \times Ny} = 10 \log_1(\sigma_{calcul-mixtel}^{Nx \times Nypavés} / \sigma^{Mesure})$ en dB.

Fréquenc								
e	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
centrale								
$\Delta \sigma^{l imes l}$	1.6	-4.9	-7.2	-8.4	-8.1	-9.1	-13.0	-14.1
$\Delta \sigma^{3 \times 3}$	2.0	-3.0	-5.3	-5.9	-6.5	-6.5	-11.2	-11.9



Figure 6-13. Facteur de rayonnement de la plaque. Comparaison entre le calcul mixte de la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et l'expérience.

Cas du milieu fluide faiblement amorti.

Nous présentons, sur la Figure 6-13, le facteur de rayonnement estimé par le calcul mixte et par l'expérience. L'indicateur de précision de la simulation, référencé à l'expérience est indiqué dans le Tableau 6-9.

Étant donné que le facteur de rayonnement est directement lié à la puissance transmise, le facteur de rayonnement obtenu par le calcul mixte est lui aussi très différent de celui qui est estimé par l'expérience. Il est toujours sous-estimé sauf à la premier bande de fréquence. La différence entre les valeurs du calcul mixte et de l'expérience est quasiment la même que lors de la simulation entièrement numérique exposée à la Figure 6-5. La différence, pour les deux maillages, augmente avec la fréquence.

6. 3. 3. Cas de la cavité fortement amortie

6. 3. 3. 1. Énergie cinétique de la plaque couplée à la cavité

La Figure 6-14 présente la comparaison au sujet de l'énergie cinétique de la plaque couplée à la cavité la plus amortie. Nous voyons que les résultats du calcul mixte pour les deux maillages sont très satisfaisants. L'indicateur de la qualité de la simulation, référencé à l'expérience est indiqué dans le Tableau 6-10.

Les valeurs obtenues par le calcul mixte sont excellentes et tendent à sur estimer légèrement les valeurs expérimentales. Ces différences sont généralement beaucoup plus faibles que celles qui sont obtenues par la simulation entièrement numérique présentées à la Figure 6-6. Dans cette simulation de calcul mixte, nous ne trouvons plus d'écart important dans la bande de fréquence centrée sur 1400Hz. Le fait d'avoir assimilé les mobilités et les vitesses mesurées ponctuellement à leurs valeurs équivalentes dans le cas de 9 pavés, est une hypothèse qui est validée par cette comparaison.

Tableau 6-10. Différence sur l'énergie cinétique de la plaque couplée donnée par le calcul mixte des mobilités énergétiques équivalentes et par l'expérience. *Cas du milieu fluide fortement amorti*. $\Delta E_{cin}^{Nx \times Ny} = 10 \log_{10}(E_{cincalcul-mixte}^{Nx \times Nypavés}/E_{cin}^{Mesure})$ en dB.

Fréquenc								
e	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
centrale								
$\Delta E_{cin}^{l \times l}$	2.7	0.7	0.1	1.2	0.5	0.2	0.7	0.1
$\Delta E_{cin}^{3 \times 3}$	2.4	0.8	0.3	1.5	0.5	0.2	0.9	0.1



Figure 6-14. Energie cinétique de la plaque couplée. Comparaison entre le calcul mixte de la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et l'expérience. *Cas du milieu fluide fortement amorti.*

6. 3. 3. 2. Puissance transmise à la cavité

La puissance transmise dans la cavité, est simulées par le calcul mixte de la méthode des mobilités énergétiques équivalentes, en utilisant les mobilités ponctuelles et des vitesses ponctuelles mesurées. Ces valeurs sont comparées à l'expérience, sur la Figure 6-15. L'indicateur de la qualité de la simulation, référencé à l'expérience est indiqué dans le Tableau 6-11.

Les résultats du calcul mixte de la méthode présente, pour 3×3 pavés et pour 1 seul pavé sur la surface de couplage, sont très largement satisfaisants dans toute la gamme de fréquence étudiée sauf la première bande de fréquence.

Tableau 6-11. Puissance transmise dans la cavité. Différence entre le calcul mixte des mobilités énergétiques équivalentes et l'expérience. *Cas du milieu fluide* fortement amorti. $\Delta \Pi_{tr}^{Nx \times Ny} = 10 \log_{10}(\Pi_{tr,calcul-mixte}^{Nx \times Nypavés}/\Pi_{tr}^{Mesure})$ en dB.

Fréquenc e centrale	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
$\Delta \Pi_{tr}^{l \times l}$	6.1	2.1	1.3	2.1	1.5	2.7	-1.4	-2.8
$\Delta \Pi_{tr}^{3 \times 3}$	5.2	3.5	2.8	3.2	3.0	4.3	-0.2	-1.1



Figure 6-15. Puissance transmise à la cavité. Comparaison entre le calcul mixte de la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et l'expérience. *Cas du milieu fluide fortement amorti.*

6. 3. 3. 3. Facteur de rayonnement de la plaque

Nous présentons, sur la Figure 6-16, le facteur de rayonnement estimé par le calcul mixte de la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et par l'expérience. L'indicateur de précision de la simulation, référencé à l'expérience est indiqué dans le Tableau 6-12.

Le facteur de rayonnement simulé par le calcul mixte est très proche de celui qui est estimé par l'expérience, les écarts sont en général compris entre 1dB et 3dB sur toute la gamme de fréquence.

134

Tableau 6-12. Différence du facteur de rayonnement de la plaque entre le calcul mixte des mobilités énergétiques équivalentes et l'estimation tirée de l'expérience. *Cas du milieu fluide fortement amorti.* $\Delta \sigma^{Nx \times Ny} = 10 logi(\sigma^{Nx \times Nypavés}_{calcul-mixte} / \sigma^{Mesure}) en dB.$

Fréquenc e centrale	600Hz	1000Hz	1400Hz	1800Hz	2200Hz	2600Hz	3000Hz	3400Hz
$\Delta \sigma^{l \times l}$	3.3	1.5	1.2	0.9	1.0	2.5	-2.1	-2.9
$\Delta \sigma^{3 \times 3}$	2.8	2.7	2.5	1.7	2.5	4.1	-1.1	-1.2



Figure 6-16. Facteur de rayonnement de la plaque. Comparaison le calcul mixte de la méthode des mobilités énergétiques équivalentes et l'expérience. *Cas du milieu fluide fortement amorti.*

6.3.4. Conclusions

Nous avons utilisé les mobilités mécaniques ponctuelles et les vitesses ponctuelles de la structure directement mesurées, dans une simulation numérique par un calcul mixte de la méthode des mobilités énergétiques équivalentes. Ce travail est fait dans le cas où l'amortissement du milieu fluide dans la cavité est plus faible que celui de la structure, ainsi dans le cas où l'amortissement du milieu fluide dans la cavité est plus fort que celui de la structure. Les amortissements varient de 1.0×10^{-3} à

135

 6.5×10^{-3} pour le fluide peu amorti, de 0.8×10^{-2} à 5.0×10^{-2} pour le fluide plus amorti, et de 1.0×10^{-3} à 5.9×10^{-3} pour la structure, dans la gamme de fréquence étudiée (voir les Figures 5-8 et 5-10).

D'après l'analyse qui a été faite dans la partie précédente sur l'influence de la taille de pavés, nous avons choisi deux maillages ; 1 seul pavé et 3×3 pavés. Les données structurales non-couplées sont mesurées, en revanche les données acoustiques sont calculées. Ces données sont ensuite introduites dans les équations de couplage. Nous nommons cette approche « le calcul mixte de la méthode des mobilités énergétiques équivalentes ». Nous rappelons que dans le cas de 3×3 pavés, chaque mobilité ponctuelle mesurée est considérée directement comme une mobilité équivalente, mais que dans le cas d'1 seul pavé, la mobilité équivalente d'entrée est obtenue par une moyenne de plusieurs mobilités d'entrée ponctuelles. Les trois grandeurs d'énergie cinétique de la plaque, de puissance transmise dans la cavité et de facteur de rayonnement de la plaque, obtenues par le calcul mixte sont comparées aux résultats expérimentaux.

La simulation du calcul mixte n'est pas bonne pour le cas du milieu fluide moins amorti que la structure, sauf à la basse fréquence. Pourtant l'énergie cinétique de la structure obtenue est correcte. Cela laisse suppose que les approximations de la méthode des mobilités énergétiques sont trop grandes comparées aux puissances de couplage.

Pour le cas du milieu fluide plus amorti que la structure, nous constatons une excellente comparaison théorie – expérience. Le critère de maillage satisfaisant pour discrétiser la surface de couplage dans la méthode des mobilités énergétiques en vibroacoustique, avant la fréquence critique, est que le pavé soit plus grand que la demi-longueur de la structure. Dans toute la gamme de fréquence, les différences entre les résultats du calcul mixte et l'expérience sont nettement plus faibles que si l'on utilise la méthode des mobilités énergétiques en simulant totalement la plaque. Ceci tient au fait que les conditions aux limites de la plaque sont mieux prise en compte par la mesure. La plaque est simulée sur appuis simples, alors qu'elle est proche de l'encastrée dans l'expérience. Ces observations nous confortent pour développer les applications de la mobilité énergétique en vibroacoustique, mais attirent notre attention sur la prise en compte de la structure et de l'amortissement.

6.4. Conclusions

Nous avons appliqué la méthode des mobilités énergétiques à un cas concret de couplage plaque-cavité, et comparé les simulations numériques aux résultats expérimentaux, pour les différents niveaux de l'amortissement de la cavité.

Dans la première partie de ce chapitre, la simulation numérique est totale, pour la plaque supposée appuyée sur ses quatre cotés, et pour la cavité. Les mobilités équivalentes de la structure et de l'acoustique, et les vitesses quadratiques de la structure avant couplage ont été calculées en tenant compte de la valeur mesurée de l'amortissement. Les résultats numériques sont alors tout à fait comparables à ceux de l'étude numérique du Chapitre 4.

Nous avons confirmé la validité du critère de maillage de la surface de couplage qui avait été avancé alors de l'étude numérique. La taille de pavé nécessaire est fonction de la fréquence et des longueurs d'ondes structurale et acoustique. C'est un des avantages de notre méthode, d'utiliser des pavés de grande taille comparée à celle qui est en générale requise avec les autres méthodes de discrétisation. Également, nous avons constaté que la méthode des mobilités énergétiques équivalentes modélise mieux le système vibroacoustique lorsque la cavité est plus amortie que la structure.

La deuxième partie de ce chapitre, est consacrée à la mise en place d'une méthode de calcul mixte avec les mobilités énergétiques équivalentes. Cette méthode mixte est appliquée dans le cas où le fluide est moins amorti que la structure, ainsi que dans le cas où le fluide est plus amorti que la structure. Nous avons utilisé les mobilités mécaniques ponctuelles mesurées et les vitesses ponctuelles de la structure mesurées. Les mobilités énergétiques et les vitesses quadratiques non-couplées équivalentes sont déduites de ces mesures. En revanche, mobilités énergétiques acoustique sont simulées numériquement. Ces données sont ensuite utilisées dans la méthode des mobilités énergétiques équivalentes.

D'après les critères de maillage définis précédemment, 1 seul pavé puis 9 (3×3) pavés peuvent convenir pour discrétiser la surface de couplage. Les résultats obtenus par le calcul mixte sont comparés aux résultats expérimentaux, la comparaison est extrêmement satisfaisante dans le cas où l'amortissement du fluide est plus fort que celui de la structure couplée, en revanche, celle n'est pas acceptable dans le cas où

l'amortissement du fluide est plus faible que celui de la structure. Ceci tient au fait que la mesure des mobilités de la plaque in-situ élimine les approximations sur les conditions aux limites, sur l'amortissement de la plaque et sur le terme source qui est la vitesse normale de la plaque. Mais les approximations de la méthode la rendent imprécise quand la puissance de couplage devient très faible.

L'ensemble des comparaisons montre que la méthode des mobilités énergétiques peut être employée pour prédire de façon extrêmement satisfaisante le facteur de rayonnement, uniquement en cas du milieu fluide relativement amorti. Hormis le cas de géométrie et de conditions aux limites simples, il sera préférable de recourir à la technique d'élément fini ou à l'expérience pour obtenir des mobilités mécaniques correctes. La voie expérimentale est certainement très intéressante car elle permettra une simulation précise du facteur de rayonnement en évitant les essais acoustiques qui sont longs et coûteux.

CONCLUSIONS GENERALES

Sur la base des fonctions mobilité mécanique des sous-structures non couplées, la méthode des mobilités énergétiques étudiée par Orefice et al. [ORE96], [ORE97a, b] prédit les flux de puissance de couplage et les énergies des soussystèmes dans un assemblage par points entre ces éléments. Notre objectif est d'étendre le champ d'application de cette méthode au cas du couplage fluidestructure. Pour les applications numériques nous considérons le cas d'une plaque couplée à une cavité qui contient de l'air en l'absence d'écoulement. Il s'agit d'un assemblage de deux sous-systèmes. Après les rappels théoriques nécessaires, nous développons la méthode dans les cas des couplages surfaciques. La surface de couplage est discrétisée en pavés de taille finie. Nous définissons les mobilités de point équivalent à point équivalent entre ces pavés. Ces fonctions sont des valeurs surfaciques moyennes déduites de la notion de mobilité acoustique [GUY97]. La mobilité énergétique entre ces points équivalents est ensuite définie, puis étudiée numériquement. Les mobilités énergétiques de points équivalents de la structure présentent les tendances classiquement observées par Orefice et al. au sujet de la mobilité énergétique. La mobilité énergétique de point équivalent du milieu fluide introduit une difficulté. La partie imaginaire de la mobilité d'entrée est une fonction à tendance monotone, de signe constant. De ce fait les hypothèses de la méthode ne seront pas systématiquement vérifiées, il faut en effet que la valeur moyenne en fréquences de certain produits de mobilités soient négligeables. Les limites d'utilisation de la méthode sont définies au moyen de tests numériques.

Les équations qui traduisent le bilan énergétique de l'assemblage conservent le formalisme de la méthode originale, Orefice et al. [ORE96], [ORE97a, b] mais en utilisant les mobilités énergétiques de point équivalent pour le couplage surfacique. La surface de couplage est maillée par N_t pavés. Chaque pavé est représenté par un point équivalent. Il est remarquable, dans cette modélisation, que le facteur de connexion (§ 3. 3. 2) soit toujours de 1, ce qui simplifie les calculs. Ceci est dû au fait que le facteur de connexion est unitaire pour un transfert entre un point de couplage directement excité et les autres points de couplage. Dans notre cas, l'excitation de l'assemblage est obtenue par un effort extérieur, normal à la plaque, et tous les points de la plaque sont des points de couplage avec la cavité, ce qui donnera aux facteurs de connexion la valeur unité.

Nous calculons la puissance acoustique échangée par la surface de couplage, et la vitesse quadratique de la structure. Avec ces valeurs de base nous obtenons le facteur de rayonnement de la plaque. En supposant un champ diffus dans la cavité, la puissance acoustique transmise est estimée par la théorie de Sabine. Ensuite, les résultats des simulations numériques sont comparés aux résultats de la méthode modale qui sont pris pour référence.

La taille de pavés a été définie par $\sqrt{\Delta s}$ où Δs est l'aire de surface d'un pavé. Des critères de maillage sont définis pour assurer une modélisation correcte du couplage dans une bande de fréquence donnée. Le premier critère, valable pour une bande de fréquence située au-dessous de la fréquence critique, impose que la taille de pavé soit comprise entre la demi-longueur d'onde structurale et le double longueur d'onde acoustique. Le deuxième critère, valable pour une bande de fréquence située au-dessus de la fréquence critique, impose que la taille de pavé soit comprise la demi-longueur d'onde acoustique et le double longueur d'onde structurale. Lorsque l'amortissement du milieu fluide est plus fort que celui de la structure, ces critères s'assouplissent. La taille de pavé doit être plus grande que la demi-longueur d'onde structurale au-dessous de la fréquence critique. Et, au-dessus de la fréquence critique, la taille de pavé doit être plus grande que la demi-longueur d'onde acoustique. Dans tous les cas étudiés, on observe que la méthode est aisée à mettre en œuvre numériquement, même en moyenne fréquence, car elle utilise un maillage de la surface de couplage très lâche, contrairement aux autres méthodes de discrétisation. Dans notre cas, où la plaque est excitée mécaniquement, l'énergie vibratoire de la structure non couplée est très peu affectée par la pression acoustique générée dans la cavité. En conséquence de quoi, l'énergie cinétique de la structure est indépendante de la taille de pavé. Le cas d'une excitation aérienne de la plaque ou celui d'une excitation dans la cavité conduirait sans doute à une observation différente.

Les simulations numériques effectuées avec différentes valeurs de l'amortissement de la cavité et de la plaque montrent que les approximations faites dans la méthode des mobilités énergétiques rendent cette méthode imprécise lorsque le flux de puissance de couplage est trop faible. Dans nos simulations, le flux de puissance échangé est d'autant plus faible que l'amortissement de la cavité est petit. Dans le cas d'une cavité peu amortie, avec un facteur de perte de l'ordre de 10⁻³, nous observons que les approximations faites dans la méthode de la mobilité

énergétique sont du même ordre de grandeur que la puissance échangée. On observe des erreurs supérieures à 10dB sur les simulations. La méthode semble donc mieux adaptée au calcul du rayonnement extérieur ou aux cavités amorties, avec un facteur de perte de l'ordre de 10^{-2} au moins. Dans ce cas les erreurs observées sont en moyenne inférieures à un ou deux dB.

Enfin, nous réalisons la comparaison de nos résultats théoriques avec l'expérience entre 400Hz et 3600Hz sur un assemblage constitué par une plaque de $0.3m^2$ couplée à une cavité de $0.21m^3$. La cavité peut être nue ou garnie par une faible quantité d'absorbant. Les comparaisons confirment la validité des critères de maillage proposés pour la méthode des mobilités énergétiques, et elles confirment la validité de la méthode modale prise pour référence dans l'étude numérique. Les écarts entre la mesure et la simulation avec les mobilités énergétiques sont conformes aux observations faites lors de l'étude numérique, ils sont très faibles si la cavité est amortie, et supérieurs à 10dB si la cavité a un facteur de perte de l'ordre de 10^{-3} .

Afin de tenir compte d'une structure difficile à modéliser, ici il s'agit des conditions aux limites de la plaque, une deuxième approche dite du « calcul mixte » a été présentée. Cette approche emploie des mobilités de structure issues de mesures, et des mobilités acoustiques calculées. Si les pavés sont de grande taille, les mobilités sont mesurées en plusieurs points sur le pavé et une valeur moyenne est prise. C'est le cas par exemple lorsque la surface de couplage est discrétisée en un seul pavé. Dans le cas où les pavés sont de petite taille, les mobilités sont mesurées sur chaque pavé en un seul point, au centre des pavés. Il faut noter que les valeurs estimées sont des mobilités de la structure couplée au fluide. En fait, il faudrait estimer la mobilité mécanique avant couplage. Nous faisons l'hypothèse usuellement retenue que la charge acoustique du fluide léger est négligeable, et ces mobilités mécaniques mesurées sont assimilées aux mobilités mécaniques avant couplage. En revanche, le sous-système acoustique non couplé reste un objet théorique, les mobilités acoustiques non couplées sont calculées. Quand la géométrie du milieu fluide est simple, et c'est notre cas, le calcul analytique est sans difficulté. Mais si le milieu fluide a une géométrie compliquée, les mobilités acoustiques devront être obtenues par un moyen numérique. Leur calcul peut poser des difficultés en moyenne fréquence, mais les valeurs une fois obtenues seront réutilisables quelle que soit la structure. Nous retrouvons ici un des avantages offerts par les méthodes de sousstructuration. La comparaison des résultats du calcul mixte avec l'expérience est très satisfaisante (§ 6. 3). En particulier, si l'amortissement du fluide est supérieur à celui

de la structure, ce résultat nous semble très prometteur car il ouvre une voie nouvelle pour calculer le facteur de rayonnement des structures. En effet, il est ainsi possible de calculer le facteur de rayonnement sans utiliser des modélisations tridimensionnelles qui sont très lourdes et inadaptées en moyenne fréquence. Il serait aussi très intéressant d'utiliser cette méthode pour décrire des moyens d'essai vibroacoustique virtuels.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [ARR96] ARRUDA, J.R.F., CAMPOS, J.P. et PIVA, J.I. Experimenatal determination of flexural power flow in beams using a modified prony method. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, Vol. 197, N° 3, pp. 309-328.
- [AST83] **ASTLEY, R.J., et EVERSMAN, W.** Finte element formulations for acoustical radiation. *Journal of Sound and Vibration*, 1983, Vol. 88, N° 1, pp. 47-64.
- [AZI84] **AZIMI, S., HAMILTON, J.F. et SOEDEL, W.** The receptance method applied to the free vibrtion of continous rectangular plates. *Journal of Sound and Vibration*, 1984, Vol. 93, N° 1, pp. 9-29.
- [BER54] BERANEK, LEO L. Acoustics. New York : McGraw-Hill, 1954. 481 p.
- [BER90] BERRY, A., GUYADER, J.L. et NICOLAS, J. A general formulation for the sound radiation from rectangular, baffled plates with arbitrary boundary conditions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1990, Vol. 88, N° 6, pp. 2792-2802.
- [BES93] BESLIN, O. Rayonnement et transparence acoustique des plaques trouées. Thèse Sci. : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 93 ISAL 0025, février 1993. 208 p.
- [BES97] **BESLIN, O. et GUYADER, J.L** The use of Ectoplasm to predict radiation and transmission loss of a holed plate in a cavity. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol. 200, N° 4, pp. 441-465.
- [BES98] **BESHARA, M. et KEANE, A.J.** Vibrational energy flows between plates with compliant and dissipative couplings. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol. 213, N° 3, pp. 511-535.
- [BOB98] BOBROVNITSKII, YU.I. Estimating the vibrational energy characteristics of an elastic structure via the input impedance and mobility. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol. 217, N° 2, pp. 351-386.
- [BOB01] **BOBROVNITSKII, YU.I. et KOROTKOV. M.P.** Improved estimates for the energy characteristics of a vibrating elastic structure via

the input impedance and mobility : Experimental verification. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, Vol. 247, N° 4, pp. 683-702.

- [BOI82] **BOISSON, C., GUYADER, J.L., MILLOT, P. et LESUEUR, C.** Energy transmission in finite coupled plates, Part 2 : Application to an L shaped structure. *Journal of Sound and Vibration*, 1982, Vol. 81, N° 1, pp. 93-105.
- [BOI85] BOISSON, C., GUYADER, J.L. et LESUEUR, C. Etude numérique de la transmission d'énergie vibratoire entre structures assemblées : cas d'assemblage en L, T et Ø. Acustica, 1985, Vol. 58, N° 4, pp. 223-233.
- [BOU95a] **BOUTHIER, O.M. et BERNHARD, R.J.** Simple modes of energy flow in vibrating membranes. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol. 182, N° 1, pp. 129-147.
- [BOU95b] **BOUTHIER, O.M. et BERNHARD, R.J.** Simple models of the energetics of transversely vibrating plates. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol. 182, N° 1, pp. 149-166.
- [BRE93] BREVART, B.J. et FULLER, C.R. Effect of an internal flow on the distribution of vibrational energy in an infinite fluid-filled thin cylindrical elastic shell. *Journal of Sound and Vibration*, 1993, Vol. 167, N° 1, pp. 149-163.
- [BRU98] **BRUNEAU, M.** *Manuel d'acoustique fondamentale*. Paris : Hermes, 1998. 576 p.
- [BUS87] **BUSCH-VISHNIAC, I.J.** A foundamental problem with mobility analysis of vibration isolation systems. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1987, Vol. 81, N° 6, pp. 1801-1804.
- [CAR95] CARCATERA, A. et SESTIERI, A. Energy density equations and power flow in structures. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol. 188, N° 2, pp. 269-282.
- [CHA82] CHANG, M.T. et VAICAITIS, R. Noise transmission into semicylindrical enclosure through discretely stiffened curved panels. *Journal of Sound and Vibration*, 1982, Vol. 85, N° 1, pp. 71-83.
- [CHE63] CHEN, L.H. et SCHWEIKERT, D.G. Sound radiation from an arbitrary body. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1963, Vol. 35, N° 10, pp. 1626-1632.
- [CHE64] **CHERTOCK, G.** Sound radiation from vibrating surfaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1964, Vol. 36, N° 7, pp. 1305-1313.

- [CHE89] CHENG, L. Etude vibtroacoustique d'une structure couplée à une cavité : Etude des effets de dissipation recherche de lois de similitude. Thèse Sci. : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 89 ISAL 0042, juin 1989. 156 p.
- [CHE98] **CHEN, J.T. et WONG, F.C.** Dual formulation of multiple reciprocity method for the acoustic mode of a cavity with a thin partition. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol. 217, N° 1, pp. 75-95.
- [CHU80a] CHUNG, J.Y. et BLASER, D.A. Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. I. Theory. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1980, Vol. 68, N° 3, pp. 907-913.
- [CHU80b] CHUNG, J.Y. et BLASER, D.A. Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. II. Experiment. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1980, Vol. 68, N° 3, pp. 914-921.
- [CLA81] CLARKSON, B.L. et POPE, R.J. Experimental determination of modal densities and loss factors of flat plates and cylinders. *Journal of Sound and Vibration*, 1981, Vol. 77, N° 4, pp. 535-549.
- [CRA72] CRAGGS, A. The use of simple three-dimensional acoustic finite elements for determining the natural modes and frequencies of complex shaped enclosures. *Journal of Sound and Vibration*, 1972, Vol. 23, N° 3, pp. 331-339.
- [CRA95] CRAIK, R.J.M. et WILSON, R. Sound transmission through masonry cavity walls. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol. 179, N° 1, pp. 79-96.
- [CRE88] **CREMER, L., HECKL, M. et UNGAR, E.E.** *Structure-Borne Sound*. Second edition. Heidelberg : Springer-Verlag, 1988. 573 p.
- [CUN99a] **CUNEFARE, K.A. et ROSA, S.D.** An improved state-space method for coupled fluid-structure interaction analysis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1999, Vol. 105, N° 1, pp. 206-210.
- [CUN99b] **CUNEFARE, K.A. et ROSA, S.D.** The sensitivity of structural acoustic response to attachement feature scale representation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1999, Vol. 106, N° 6, pp. 3384-3393.
- [CUN01] CUNEFARE, K.A., CURREY, M.N., JOHNSON, M.E. et ELLIOTT, S.J. – The radiation efficiency grouping of free-space acoustic radiation modes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2001, Vol. 109, N° 1, pp. 203-215.
- [CUS90a] CUSCHIERI, J.M. Vibration transmission through periodic structures

using a mobility power flow approach. *Journal of Sound and Vibration*, 1990, Vol. 143, N° 1, pp. 65-74.

- [CUS90b] **CUSCHIERI, J.M.** Structural power-flow analysis using a mobility approach of an L shaped plate. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1990, Vol. 87, N° 3, pp. 1159-1165.
- [CUS95a] CUSCHIERI, J.M. et FEIT, D. Acoustic scattering from a fluidloaded cylindrical shell with discontinuities : Single plate bulkhead. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1995, Vol. 98, N° 1, pp. 320-338.
- [CUS95b] CUSCHIERI, J.M. et FEIT, D. Acoustic scattering from a fluidloaded cylindrical shell with discontinuities : Double plate bulkhead. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1995, Vol. 98, N° 1, pp. 339-352.
- [DAI99] DAI, J., LAI, J.C.S., WILIAMSON, H.M. et LI, Y.J. Investigation of vibration power transmission over a rectangular excitation area using effective point mobility. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, Vol. 225, N° 5, pp. 831-844.
- [DOW63] **DOWELL, E.H. et VOSS, H.M.** The effect of a cavity in a panel vibration. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 1963, Vol. 1, N° 2, pp. 476-477.
- [DOW69] **DOWELL, E.H.** Transmission of noise from a turbulent boundary layer through a flexible plate into a closed cavity. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1969, Vol. 46, N° 1, pp. 238-252.
- [DOW77] **DOWELL, E.H., GORMAN, G.F. et SMITH, D.A.** Acoustoelasticity : General theory, acoustic natural modes and forced response to sinusoidal excitation, including comparisons with experiment. *Journal of Sound and Vibration*, 1977, Vol. 52, N° 4, pp. 519-542.
- [DOW96] **DOWELL, E.H.** Comment on energy flow predictions in a structure of rigidly joined beams using receptance theory. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, Vol. 194, N° 3, pp. 445-447.
- [FIR33] FIRESTONE, F.A. A new analogy between mechanical and electrical systems. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1933, Vol. 4, pp. 249-267.
- [FRE94] **FRENDI, A., MAESTRELLO, L. et BAYLISS, A.** Coupling between plate vibration and acoustic radiation. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, Vol. 177, N° 2, pp. 207-226.
- [FRE97] FREDÖ, C.R. A SEA-like approach for the derivation of energy flow coefficients with a finite element model. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol. 199, N° 4, pp. 645-666.
- [FUL97] FULFORD, R.A. et GIBBS, B.M. Structure-borne sound power and source characterisation in multi-point-connected systems, Part 1 : Case studies for assumed force distributions. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol. 204, N° 4, pp. 659-677.
- [FUL99a] FULFORD, R.A. et GIBBS, B.M. Structure-borne sound power and source characterisation in multi-point-connected systems, Part 2 : About mobility functions and free velocities. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, Vol. 220, N° 2, pp. 203-224.
- [FUL99b] **FULFORD, R.A. et GIBBS, B.M.** Structure-borne sound power and source characterisation in multi-point-connected systems, Part 3 : Force ratio estimates. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, Vol. 225, N° 2, pp. 239-282.
- [GAR97] GARDONIO, P., ELLIOTT, S.J. et PINNINGTON, R.J. Active isolation of structural vibration on a multiple-degree-of-freedom system, Part 1 : The dynamics of the system. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol. 207, N° 1, pp. 61-93.
- [GAV97] GAVRIC, L., CARLSSON, U. et FENG, L. Measurement of structural intensity using a normal mode approach. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol. 206, N° 1, pp. 87-101.
- [GIO95] **GIORDANO, J.A. et KOOPMANN, G.H.** State-space boundary element-finite element coupling for fluid-structure interaction analysis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1995, Vol. 98, N° 1, pp. 363-372.
- [GOM74] **GOMPERTS, M.C.** Radiation from rigid baffled, rectangular plates with general boundary conditions. *Acustica*, 1974, Vol. 30, N° 6, pp. 320-327.
- [GOR98] **GOROG, S. et MICHEAU, P.** Filter banks implementation of numerical models for vibroacoustic analysis in the medium frequency range. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol. 213, N° 1, pp. 35-54.
- [GUY79a] **GUY, R.W.** The response of a cavity backed panel to external airborne excitation : A general analysis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1979, Vol. 65, N° 3, pp. 719-731.
- [GUY79b] **GUY, R.W.** –The steady state transmission of sound at normal and oblique incidence through a thin panel backed by a rectangular room A multi-modal analysis. *Acustica*, 1979, Vol. 43, N° 5, pp. 295-304.

- [GUY81a] **GUY, R.W.** –The transmission of sound through a cavity backed window, still and reveal configuration. *Acustica*, 1981, Vol. 48, N° 3, pp. 149-157.
- [GUY81b] **GUY, R.W.** –The transmission of airborne sound through a finite panel, air gap, panel and cavity configuration A steady state analysis. *Acustica*, 1981, Vol. 49, N° 4, pp. 323-333.
- [GUY82] GUYADER, J.L., BOISSON, C. et LESUEUR, C. Energy transmission in finite coupled plates, Part 1 : Theory. *Journal of Sound and Vibration*, 1982, Vol. 81, N° 1, pp. 81-92.
- [GUY96] GUYADER, J.L. et LOYAU, T. Sound radiation from structures : The frequency averaged quadratic pressure approach. In : Proceedings of Internoise 96, Liverpool, UK, 30 July – 2 August 1996. St Albans : Institute of Acoustics, 1996, pp. 1267-1272.
- [GUY97] GUYADER, J.L., CACCIOLATI, C. et NELISSE, H. Acoustical mobility for vibroacoustic prediction – Application to double wall transmission loss. <u>In</u>: *Proceedings of Internoise 97, Budapest, Hungary,* 25 – 27 August 1997. Budapest : OPAKFI, 1997, pp. 715-720.
- [HAM86] **HAMDI, M.A. et VILLE, L.M.** Sound radiation from ducts : Theory and experiment. *Journal of Sound and Vibration*, 1986, Vol. 107, N° 2, pp. 231-242.
- [HAM88] **HAMDI, M.A.** Méthode de discrétisation par éléments finis et éléments finis de frontière. In : LESUEUR, C. Rayonnement acoustique des structures. Paris : Eyrolles, 1988, pp. 355-406.
- [HAM89a] HAMMER, P. et PETERSSON, B. Strip excitation, Part 1 : Strip mobility. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, Vol. 129, N° 1, pp. 119-132.
- [HAM89b] **HAMMER, P. et PETERSSON, B.** Strip excitation, Part 2 : Upper and lower bounds for the power transmission. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, Vol. 129, N° 1, pp. 133-142.
- [HAN97] HAN, F., BERNHARD, R.L. et MONGEAU, L.G. Energy flow analysis of vibrating beams and plates for discrete random excitations. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol. 208, N° 5, pp. 841-859.
- [HAN99] **HAN, F., BERNHARD, R.L. et MONGEAU, L.G.** Prediction of flow-induced structural vibration and sound radiation using energy flow analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, Vol. 227, N° 4, pp. 685-709.
- [HOL00] HOLLAND, K.R. et DAVIES, P.O.A.L. The measurement of sound

power flux in flow ducts. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, Vol. 230, N° 4, pp. 915-932.

- [HON95a] **HONG, K.L. et KIM, J.** Analysis of free vibration of structuralacoustic coupled systems, Part 1 : Development and verification of the procedure. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol. 188, N° 4, pp. 561-575.
- [HON95b] **HONG, K.L. et KIM, J.** Analysis of free vibration of structuralacoustic coupled systems, Part 2 : Two- and three- dimensional examples. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol. 188, N° 4, pp. 577-600.
- [JIA95] **JIANXIN, S., MOORHOUSE, A.T. et GIBBS, B.M.** Towards a practical characterization for structure-borne sound based on mobility techniques. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol. 185, N° 4, pp. 737-741.
- [KIM94] KIM, H.S., KANG, H.J. et KIM, J.S. A vibration analysis of plates at high frequencies by the power flow method. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, Vol. 174, N° 4, pp. 493-504.
- [KIM99] KIM, S.M. et BRENNAN, M.J. A compact matrix formulation using the impedance and mobility approach for the analysis of structuralacoustic systems. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, Vol. 223, N° 1, pp. 97-113.
- [KOH96] KOH, Y.K. et WHITE, R.G. Analysis and control of vibrational power transmission to machinery supporting structures subjected to a multi-excitation system, Part 1 : Driving point mobility matrix of beams and rectangular plates. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, Vol. 196, N° 4, pp. 469-493.
- [KOS88] **KOSS, L.L.** Correlation of power variables Frequency domain. *Journal of Sound and Vibration*, 1988, Vol. 125, N° 3, pp. 511-522.
- [KOS95] **KOSS, L.L.** Frequency response functions for power and connectivity. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol. 181, N° 4, pp. 709-725.
- [KUN99] KUNG, S.W. et SINGH, R. Development of approximate method for the analysis of patch damping design concepts. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, Vol. 219, N° 5, pp. 785-812.
- [LAN89] **LANGLEY, R.S.** Application of the dynamic stiffness method to the free and forced vibrations of aircraft panels. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, Vol. 135, N° 2, pp. 319-331.
- [LAN92] LANGLEY, R.S. A wave intensity technique for thie analysis of high

frequency vibrations. *Journal of Sound and Vibration*, 1992, Vol. 159, N° 3, pp. 483-502.

- [LAN99] LANGLEY, R.S. et BREMNER, P. A hybrid method for the vibration analysis of complex structural-acoustic systems. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1999, Vol. 105, N° 3, pp. 1657-1671.
- [LAS96] LASE, L., ICHCHOU, M.N. et JEZEQUEL, L. Energy flow analysis of bars and beams : Theoritical formulations. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, Vol. 192, N° 1, pp. 281-305.
- [LAU89] LAULAGNET, B. Rayonnement acoustique des coques cylindriques, finies raidies, revêtues d'un matériau de masquage. Thèse Sci. : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 89 ISAL 0035, juin 1989. 194 p.
- [LAU94] **LAUGESEN, S.L. et OHLRICH, M.** The vibrational source strength descriptor using power input from equivalente forces : A simulation study. *Acta Acustica*, 1994, pp. 449-459.
- [LEE99] **LEE, J.C. et CHEN, J.C.** Active control of sound radiation from a rectangular plate excited by a line moment. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, Vol. 220, N° 1, pp. 99-115.
- [LES88a] LESUEUR, C. Rayonnement acoustique des structures. Paris : Eyrolles, 1988. 591 p.
- [LES88b] LESUEUR, C. Analytical methods for acoustical radiation and transmission. In : Proceedings of Internoise 88, Avignon, France, 30 August 1 September 1988. Senlis : SFA, 1988, pp. 283-288.
- [LES94] **LESUEUR, C.** *Acoustique fondamentale*. Lyon : Laboratoire Vibrations-Acoustique, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1994, non paginé.
- [LEV83] **LEVINE, H.** On the radiation impedance of a rectangular piston. *Journal of Sound and Vibration*, 1983, Vol. 89, N° 4, pp. 447-455.
- [LOM77] **LOMAS, N.S. et HAYEK, S.I.** Vibration and acoustic radiation of elastically supported rectangular plates. *Journal of Sound and Vibration*, 1977, Vol. 52, N° 1, pp. 1-25.
- [LYO62] LYON, R.H. et MAIDANIK, G. Power flow between linearly coupled oscillators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1962, Vol. 34, N° 5, pp. 623-639.
- [LYO95] LYON, R.H. et DEJONG, R.G. *Theory and application of statistical energy analysis.* Second edition. Boston : Butterworth-Heinemann, 1995.

277 p.

- [MAC97] MACE, B.R. Wave cohernce, coupling power and statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol. 199, N° 3, pp. 369-380.
- [MAC00] **MACE, B.R. et SHORTER, P.J.** Energy flow models from finite element analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, Vol. 233, N° 3, pp. 369-389.
- [MAC01] MACE, B.R. Energy flow models, S.E.A models and system modes. <u>In</u>: *Proceedings of Euronoise 2001, Patras, Greece, 14 – 17 January 2001.* Patras : EURONOISE, 2001. CD-ROM.
- [MAI62] MAIDANIK, G. Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1962, Vol. 34, N° 6, pp. 809-826.
- [MAX00] MAXIT, L. Extension et reformulation du modèle SEA par la prise en compte de la répartition des énergies modales. Thèse Sci. : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 00 ISAL 0016, mars 2000. 223 p.
- [MIL87] MILLOT, P. Rayonnement acoustique de plaques couplées dans une cavité. Thèse Sci. : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 87 ISAL 0033, juillet 1987. 169 p.
- [MIL88] MILLOT, P. et GUYADER, J.L. Influence of fluid-loading on radiation of sound by two mechanically coupled plates which are part of a rectangular cavity. In : *Proceedings of Internoise 88, Avignon, France, 30 August 1 September 1988.* Senlis : SFA, 1988, pp. 289-292
- [MIN99] MING, P.S., PAN, J. et NORTON, M.P. The mobility functions and their application in calculating power flow in coupled cylindrical shells. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1999, Vol. 105, N° 3, pp. 1702-1713.
- [MIT98] MITCHELL, L.D., WEST, R.L. et WICKS, A.L. An emerging trend in experimental dynamics : Merging of laser-based three-dimensional structural imaging and modal analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol. 211, N° 3, pp. 323-333.
- [MON87] **MONDOT, J.M. et PETERSSON, B.** Characterization of structureborne sound sources : The source descriptor and the coupling function. *Journal of Sound and Vibration*, 1987, Vol. 114, N° 3, pp. 507-518.
- [MOO95] **MOORHOUSE, A.T. et GIBBS, B.M.** Calculation of the mean and maximum mobility for concrete floors. *Applied Acoustics*, 1995, Vol. 45,

151

pp. 227-245.

- [MUG98] **MUGGLETON, J.M. et PINNINGTON, R.J.** A rearrangement of the modal expansion for a damped two-dimensional vibratory system. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol. 211, N° 4, pp. 637-661.
- [MUR96] **MURPHY, K.D., VIRGIN, L.N. et RIZZI, S.A.** Characterizing the dynamic response of a thermally loaded, acoustically excited plate. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, Vol. 196, N° 5, pp. 635-658.
- [NAJ93] NAJI, S. Etude des transmissions vibratoires par une méthode de mobilité mixte dans les assemblages par surface. Thèse Sci. : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 93 ISAL 0105, décembre 1993. 98 p.
- [NAR81] NARAYANAN, S. et SHANBHAG, R.L. Acoustoelasticity of a damped sandwich panel backed by a cavity. *Journal of Sound and Vibration*, 1981, Vol. 78, N° 4, pp. 453-473.
- [NOI70] **NOISEUX, D.U.** Measurement of power flow in uniform beams and plates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1970, Vol. 47, N° 1, Part 2, pp. 238-247.
- [NOR97] NORWOOD, C., WILIAMSON, H.M. et ZHAO, J.Y. Surface mobility of a circular area on an infinite plate. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol. 202, N° 1, pp. 95-108.
- [OHA67] **OHARA, G.J.** Mechanical impedance and mobility concepts. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1967, Vol. 41, N° 5, pp. 1180-1184.
- [ORE96] OREFICE, G., CACCIOLATI, C. et GUYADER, J.L. An energetic mobility for structures assembling. In: Proceedings of Internoise 96, Liverpool, UK, 30 July – 2 August 1996. St Albans: Institute of Acoustics, 1996, pp. 2881-2884.
- [ORE97a] OREFICE, G., GUYADER, J.L. et CACCIOLATI, C. Assemblage de structures vibrantes par mobilités énergétiques. In : Actes du 4^{ème} Congrès Français d'Acoustique, Marseille, France, 14 – 18 Avril 1997. Toulouse : Teknea, 1997, pp. 241-244.
- [ORE97b] OREFICE, G. Description par mobilités énergétiques des échanges vibratoires dans les systèmes couplés. Thèse Sci. : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 97 ISAL 0109, novembre 1997. 183 p.
- [PAN90a] PAN, J. et BIES, D.A. The effect of fluid-structural coupling on sound waves in an enclosure – Theoritical part. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1990, Vol. 87, N° 2, pp. 691-707.

- [PAN90b] PAN, J. et BIES, D.A. The effect of fluid-structural coupling on sound waves in an enclosure – Experimental part. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1990, Vol. 87, N° 2, pp. 708-717.
- [PAN90c] PAN, J. et BIES, D.A. The effect of fluid-structural coupling on acoustical decays in a reverberation room in the high-frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1990, Vol. 87, N° 2, pp. 718-727.
- [PAN98] PAN, J. et PAN, J. A comparison of modal expansion and traveling wave methods for predicting energy flow in beam structures. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol. 214, N° 1, pp. 1-15.
- [PET77] **PETYT, M., KOOPMANN, G.H. et PINNINGTON, R.J.** Acoustic modes of a rectatnular cavity containing a rigid, incomplete partition. *Journal of Sound and Vibration*, 1977, Vol. 53, N° 1, pp. 71-82.
- [PET82a] PETERSSON, B. et PLUNT, J. On effective mobilities in the prediction of structure sound transmission between a source structure and receive structure, Part 1 : Theoretical background and basic experimental studies. *Journal of Sound and Vibration*, 1982, Vol. 82, N° 4, pp. 517-529.
- [PET82b] PETERSSON, B. et PLUNT, J. On effective mobilities in the prediction of structure sound transmission between a source structure and receive structure, Part 2 : Procedures for the estimation of mobilities. *Journal of Sound and Vibration*, 1982, Vol. 82, N° 4, pp. 531-540.
- [PET86] **PETERSSON, B.** A thin-plate model for the moment mobility at the intersection of two perpendicular plates. *Journal of Sound and Vibration*, 1986, Vol. 108, N° 3, pp. 471-485.
- [PET93] PETERSSON, B.A.T. et GIBBS, B.M. Use of the source descriptor concept in studies of multi-point and multi-directional vibrational sources. *Journal of Sound and Vibration*, 1993, Vol. 168, N° 1, pp. 157-176.
- [PET96] **PETERSSON, B.A.T. et HECKL, M.** Concentrated excitation of structures. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, Vol. 196, N° 3, pp. 295-321.
- [PET97] PETERSSON, B.A.T. Geometrical and spatial effects on effective mobilities of annular interfaces. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol. 202, N° 4, pp. 511-537.
- [PET99] **PETERSSON, B.A.T.** Concentrated force excitation of deep beams. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, Vol. 224, N° 2, pp. 243-266.

153

- [PRE65] PRETLOVE, A.J. Free vibration of a rectangular panel backed by a closed rectangular cavity. *Journal of Sound and Vibration*, 1965, Vol. 2, N° 3, pp. 197-209.
- [PRI70] **PRICE, A.J. et CROCKER, M.J.** Sound transmission through double panels using statistical energy analysis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1970, Vol. 47, N° 3, pp. 683-693.
- [QIU95] QIU, X.J., SHA, J.Z. et YANG, J. Mechanisms of active control of noise transmission through a panel into a cavity using a point force actuator on the panel. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol. 182, N° 1, pp. 167-170.
- [RAY45] RAYLEIGH, J.W.S. The theory of sound. Volume I & II. New York : Dover publications, 1945. 1040 p.
- [REN98] RENJI, K., NAIR, P.S. et NARAYANAN, S. On acoustic radiation resistance of plates. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol. 212, N° 4, pp. 583-598.
- [RIC79] RICHARDS, T.L. et JHA, S.K. A simplified finite element method for studying acoustic characteristics inside a car cavity. *Journal of Sound and Vibration*, 1979, Vol. 63, N° 1, pp. 61-72.
- [ROO95] ROOK, T.E. et SINGH, R. Power flow through multidimensional compliant joints using mobility and modal approaches. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1995, Vol. 97, N° 5, pp. 2882-2891.
- [RYU01] RYU, M.S., CACCIOLATI, C. et GUYADER, J.L. Energy mobility method for vibroacoustic coupling. <u>In</u>: 17th International Congress on Acoustics, Rome, Italy, 2 – 7 September 2001. Rome : ICA Srl, 2001. CD-ROM.
- [SCH81] SCHROTER, V. et FAHY, F.J. Radiation from modes of a rectangular panel into a coupled fluid layer. *Journal of Sound and Vibration*, 1981, Vol. 74, N° 4, pp. 575-587.
- [SES84] **SESTIERI, A., VESCOVO, D.D. et LUCIBELLO, P.** Structuralacoustic coupling in complex shaped cavities. *Journal of Sound and Vibration*, 1984, Vol. 96, N° 2, pp. 219-233.
- [SES95] SESTIERI, A. et CARCATERRA, A. An envelope energy model for high frequency dynamic structures. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol. 188, N° 2, pp. 283-295.
- [SHE98] **SHENG, M.P., WANG, M.Q. et SUN, J.C.** Effective internal loss factors and coupling loss factors for non-conservatively coupled systems. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol. 209, N° 4, pp. 685-694.

- [SKU80] **SKUDRZYK, E.J.** The mean-value method of predicting the dynamic response of complex vibrators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1980, Vol. 67, N° 4, pp. 1105-1135.
- [SKU87] **SKUDRZYK, E.J.** Understanding the dynamic behavior of complex vibrations. *Acustica*, 1987, Vol. 64, N° 3, pp. 123-147.
- [SMI57] **SMITH JR, P.W.** Sound transmission through thin cylindrical shells. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1957, Vol. 29, pp. 721-729.
- [SMI97] **SMITH, M.J.** A hybrid energy method for predicting high frequency vibrational response of point-loaded plates. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol. 202, N° 3, pp. 375-394.
- [SOI93] SOIZE, C. A model and numerical method in the medium frequency range for vibroacoustic predictions using the theory of structural fuzzy. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1993, Vol. 94, N° 2, pp. 849-865.
- [STE78] **STEPANISHEN, P.R.** Radiated power and radiation loading of cylindrical surfaces with nonuniform velocity distributions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1978, Vol. 63, N° 2, pp. 328-338.
- [STE82] **STEPANISHEN, P.R.** Modal coupling in the vibration of fluid-loaded cylindrical shells. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1982, Vol. 71, N° 4, pp. 813-823.
- [SUN87a] SUN, J.C., LALOR, N. et RICHARDS, E.J. Power flow and energy balance of non-conservatively coupled structures, Part 1: Theory. *Journal of Sound and Vibration*, 1987, Vol. 112, N° 2, pp. 321-330.
- [SUN87b] SUN, J.C., CHOW, L.C., LALOR, N. et RICHARDS, E.J. Power flow and energy balance of non-conservatively coupled structures, Part 2 : Experimental verification of theory. *Journal of Sound and Vibration*, 1987, Vol. 112, N° 2, pp. 331-343.
- [SUN96] **SUN, J.C., WANG, C. et SUN, Z.H.** Power flow between three series coupled oscillators. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, Vol. 189, N° 2, pp. 215-229.
- [SUN97] **SUNG, C.C et JAN, J.T.** The response of and sound power radiated by a clamped rectangular plate. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol. 207, N° 3, pp. 301-317.
- [SUZ89] SUZUKI, S., MARUYAMA, S. et IDO, H. Boundary element analysis of cavity noise problems with complicated boundary conditions. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, Vol. 130, N° 1, pp. 79-96.

- [SZW00] SZWERC, R.P., BURROUGHS, C.B., HAMBRIC, S.A. et McDEVITT, T.E. – Power flow in coupled bending and longitudinal waves in beams. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2000, Vol. 107, N° 6, pp. 3186-3194.
- [TAK95] **TAKAHAGI, T., NAKAI, M. et TAMAI, Y.** Near field sound radiation from simply supported rectangular plates. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol. 185, N° 3, pp. 455-471.
- [VAI80] **VAICAITIS, R. et SLAZAK, M.** Noise transmission through stiffened panels. *Journal of Sound and Vibration*, 1980, Vol. 70, N° 3, pp. 413-426.
- [WAL72a] WALLACE, C. Radiation resistance of a baffled beam. The Journal of the Acoustical Society of America, 1972, Vol. 51, N° 3, Part 2, pp. 936-945.
- [WAL72b] **WALLACE, C.** Radiation transmission of a rectangular panel. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1972, Vol. 51, N° 3, Part 2, pp. 946-952.
- [WAN98] WANG, M.Q., SHENG, M.P. et SUN, J.C. The direct and indirect power flows of three non-conservatively series coupled oscillators. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol. 212, N° 2, pp. 231-251.
- [WU98] WU, S.W., LIAN, S.H. et HSU, L.H. A finite element model for acoustic radiation. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol. 215, N° 3, pp. 489-498.
- [YAP96] YAP, S.H. et GIBBS, B.M. Indirect measurement of vibrational energy flow by reciprocal methods. <u>In</u>: *Proceedings of Internoise 96, Liverpool, UK, 30 July – 2 August 1996.* St Albans : Institute of Acoustics, 1996, pp. 1273-1276.
- [YAP99a] YAP, S.H. et GIBBS, B.M. Structure-borne sound transmission from machines in buildings, Part 1 : Indirect measurement of force at the machine-receiver interface of a single and multi-point connected system by a reciprocal method. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, Vol. 222, N° 1, pp. 85-98.
- [YAP99b] YAP, S.H. et GIBBS, B.M. Structure-borne sound transmission from machines in buildings, Part 2 : Indirect measurement of force and moment at the machine-receiver interface of a single point connected system by a reciprocal method. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, Vol. 222, N° 1, pp. 99-113.

Titre : Application des mobilités énergétiques au couplage fluide - structure

Résumé : La méthode des mobilités énergétiques a été développée dans le domaine des moyennes fréquences, afin de prévoir le comportement vibratoire des structures par bandes de fréquence. Dans ce travail, on étend l'approche du cas du couplage vibroacoustique entre un fluide et une structure. Les mobilités acoustiques et structurales sont étudiées pour le milieu fluide et la structure respectivement. La surface du couplage est maillée en pavés, afin de réduire le problème en mobilités énergétiques ponctuelles. Une simulation numérique a été réalisée dans le cas d'une plaque couplée à une cavité parallélépipédique, où les influences du nombre de pavés et de l'amortissement des sous-systèmes sont étudiées. L'énergie cinétique de la plaque, la puissance transmise au milieu acoustique et le facteur de rayonnement de la structure sont calculés et comparés avec un calcul de référence (méthode modale) et avec des résultats expérimentaux. Les critères de maillage (taille de pavé par rapport aux longueurs d'ondes de la structure et du milieu fluide) sont déterminés avant et après la fréquence critique, pour assurer une modélisation correcte du couplage dans une bande de fréquence donnée. Afin de tenir compte d'une structure compliquée à modéliser, un calcul mixte (utilisation des mobilités mécaniques mesurées et des mobilités acoustiques calculées) est également présenté.

Mots-clés : Vibroacoustique, Méthode énergétique, Rayonnement, Moyenne fréquence, Couplage fluide-structure, Mobilité énergétique, Mobilité mécanique, Mobilité acoustique, Numérique.

Title : Application of the energy mobility to fluid – structure coupling

Abstract : The energy mobility method was developed in the medium frequency range, in order to predict the vibratory behavior of structures by frequency bands. In this study, one extend the approach to the case of vibroacoustic coupling between a fluid and a structure. The acoustic mobility for the fluid medium as well as the structural mobility for the structure are studied. The coupling surface is meshed in patches in order to reduce the problem to point energy mobilities. A numerical simulation was carried out in the case of a plate coupled with a parallepipedic cavity, where the influence of the number of patches and of the damping of the subsystems are studied. The kinetic energy of the plate, the power transmitted to the acoustic medium and the radiation efficiency of the structure are calculated and compared with a reference caculation (modal method) and with expreimental results. The criteria of meshing (size of patch compared to the wavelengths of the structure and the acoustic fluid) are determined before and after the critical frequency, to ensure a correct modeling of the coupling in a given frequency band. In order to take account of a structure complicated to model, a mixed calculation (use of measured mechanical mobilities and calculated acoustic mobilities) are also presented.

Keywords : Vibroacoustic, Energy method, Radiation, Medium frequency, Fluid-structure coupling, Energy mobility, Mechanic mobility, Acoustic mobility, Numrical.

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : RYU

(avec précision du nom de jeune fille, le cas échant)

DATE DE SOUTENANCE : Le 22 / 11 / 2002

Prénom : Myong-Sok

TITRE : APPLICATION DES MOBILITES ENERGETIQUES AU COUPLAGE FLUIDE – STRUCTURE

bis

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 02 ISAL 0065

Formation doctorale : Acoustique

Code B.I.U. – Lyon : T 50/210/19 / et

CLASSE :

RESUME : La méthode des mobilités énergétiques a été développée dans le domaine des moyennes fréquences, afin de prévoir le comportement vibratoire des structures par bandes de fréquence. Dans ce travail, on étend l'approche du cas du couplage vibroacoustique entre un fluide et une structure. Les mobilités acoustiques et structurales sont étudiées pour le milieu fluide et la structure respectivement. La surface du couplage est maillée en pavés, afin de réduire le problème en mobilités énergétiques ponctuelles. Une simulation numérique a été réalisée dans le cas d'une plaque couplée à une cavité parallélépipédique, où les influences du nombre de pavés et de l'amortissement des sous-systèmes sont étudiées. L'énergie cinétique de la plaque, la puissance transmise au milieu acoustique et le facteur de rayonnement de la structure sont calculés et comparés avec un calcul de référence (méthode modale) et avec des résultats expérimentaux. Les critères de maillage (taille de pavé par rapport aux longueurs d'ondes de la structure et du milieu fluide) sont déterminés avant et après la fréquence critique, pour assurer une modélisation correcte du couplage dans une bande de fréquence donnée. Afin de tenir compte d'une structure compliquée à modéliser, un calcul mixte (utilisation des mobilités mécaniques mesurées et des mobilités acoustiques calculées) est également présenté.

MOTS-CLES : Vibroacoustique, Méthode énergétique, Rayonnement, Moyenne fréquence, Couplage fluide-structure, Mobilité énergétique, Mobilité mécanique, Mobilité acoustique, Numérique

Laboratoire(s) de recherches : Laboratoire Vibrations–Acoustique Bâtiment Antoine de Saint-Exupéry 25bis, Avenue Jean Capelle, INSA de Lyon 69621 Villeurbanne Cedex, France

Directeur de thèse : Jean-Louis GUYADER

Président de jury : Goran PAVIC

Composition du jury : Christian CACCIOLATI, Jean-Louis GUYADER, Finn JACOBSEN, Andrew Thomas MOORHOUSE, Giovanni OREFICE, Goran PAVIC