



HAL
open science

Empreintes de l'Énergie Noire sur la structuration de l'Univers

Vincent Bouillot

► **To cite this version:**

Vincent Bouillot. Empreintes de l'Énergie Noire sur la structuration de l'Univers. Cosmologie et astrophysique extra-galactique [astro-ph.CO]. Observatoire de Paris, 2012. Français. NNT: . tel-00783033

HAL Id: tel-00783033

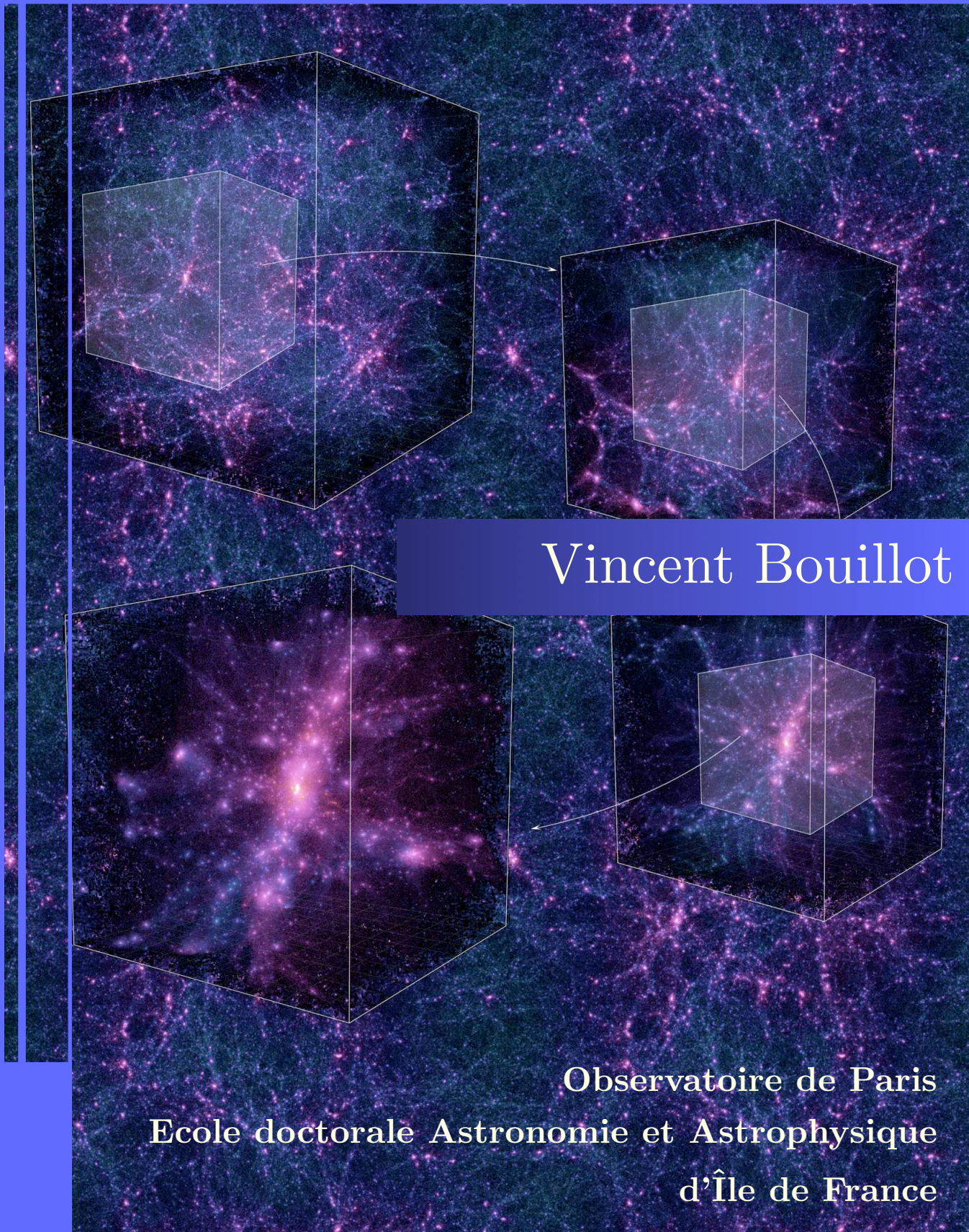
<https://theses.hal.science/tel-00783033>

Submitted on 31 Jan 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Empreintes de l'Énergie Noire sur la structuration de l'Univers



Vincent Bouillot

Observatoire de Paris
Ecole doctorale Astronomie et Astrophysique
d'Île de France

Observatoire de Paris
Ecole doctorale Astronomie et Astrophysique d'Île de France

THESE pour l'obtention du diplôme de DOCTORAT

Astronomie et Astrophysique

Empreintes de l'Énergie Noire sur la structuration de l'Univers

Présentée par:

Vincent Bouillot

Dirigée par Jean-Michel Alimi

Soutenue le 7 décembre 2012 devant le jury composé de

Dr. Jean-Michel ALIMI		Directeur de thèse
Pr. Aurélien BARRAU		Examineur
Pr. Alain BLANCHARD		Rapporteur
Pr. Silvio BONOMETTO		Rapporteur
Dr. Gary MAMON		Président du jury
Dr. Roya MOHAYAEI		Examineur
M. Stéphane REQUENA		Examineur

“Here lies one whose name was writ in water.”

John Keats, *Poetic Works*, 1821

Préambule

REMERCIEMENTS

La réussite de cette thèse est associée de diverses manières à de nombreuses personnes : par leurs conseils, leur soutien et leur amitié, ces trois années de recherche ont été une expérience extrêmement enrichissante.

En premier lieu, je tiens à remercier Jean-Michel pour son rôle de directeur de thèse. Au-delà d'un simple encadrant, il m'a guidé sur le chemin de la compréhension de la réalité physique en élargissant mes réflexions sur le monde physique et en poussant mes raisonnements à leur terme, afin d'atteindre l'état d'esprit essentiel au développement d'un projet de recherche scientifique. Je remercie également Yann, Pier-Stefano, représentant l'équipe de cosmologie du Laboratoire Univers et Théories, pour les passionnantes discussions autour de la gravité, de la structuration, des simulations et méthodes numériques. En particulier, la réalisation, avec Vincent et Irène, de la simulation N-corps la plus importante en termes de volume et de nombre de particules sur le supercalculateur Curie a été une expérience inoubliable et riche en rebondissements !

Merci au service informatique pour m'avoir apporté toute l'aide et l'assistance dont j'ai pu avoir besoin durant ces trois années. En particulier, un grand merci à Fabrice Roy pour avoir répondu à mes très nombreuses interrogations parallèles MPI, Stéphane Méné pour les questions serveurs et Jean-Yves Giot pour l'entretien de mon MacBookPro qui m'a permis d'écrire sereinement ce texte. Merci également à David et aux doctorants du laboratoire pour le fameux dynamisme de la jeunesse !

Je remercie vivement Cristiano Germani avec qui, de part nos travaux sur le formalisme des perturbations cosmologiques lagrangiennes, j'ai pu effectuer mon premier travail de recherche.

Je tiens également à remercier André Füzfa pour m'avoir accueilli pendant plus d'un mois aux Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix (FUNDP) à Namur en Belgique. Nos discussions autour des modèles de gravité étendue, des champs de vitesse en cosmologie et, plus généralement des problèmes de structuration dans l'Univers ont permis d'avancer vers une meilleure compréhension de ces phénomènes. Je remercie les personnes du FUNDP pour m'avoir accompagné pendant ces quelques mois à Namur.

Je remercie Roya Mohayaee et Hume Feldman pour les échanges autour des champs de vitesse qui m'ont amené un éclairage différent sur ce sujet. Ces discussions ont été à l'origine d'une étude exhaustive sur l'origine dynamique du mouvement d'ensemble local et d'un projet concernant la déviation du flot de Hubble local au voisinage de l'amas de Virgo.

Un grand merci à Pierre-Alain Duc pour m'avoir initié à la recherche grâce à un stage au Commissariat à l'Énergie Atomique sur les galaxies au sein du CFHTLS. Une pensée également pour Aurélien Barrau, Pierre Salati et Michael Kleisen qui m'ont emmené sur le chemin du questionnement scientifique grâce à leurs enseignements en deuxième année de Master.

Un grand merci à Fanny pour m'avoir soutenu dans les moments de doute et supporté dans les instants de joie (scientifique) ainsi qu'à toute ma famille. En particulier, je remercie Céline, Maman, Papa et mes grands-parents pour leurs relectures attentives de ce manuscrit. Merci à mes tantes, Pascale et Marie-Jo, oncles, Philippe et Jackie, ainsi qu'à mes cousins Julien et Sylvain et à leurs soeurs Élodie et Mélanie pour leur soutien durant ces trois années. Je sais combien il n'a pas dû être facile de m'écouter parler de la structuration de l'Univers à nos repas de famille... Une petite pensée pour Jean-Luc, mon parrain et partenaire d'escalade dans le bassin parisien pour les quelques escapades en forêt de Fontainebleau ou à Connelles. Un grand merci à Olivier, Zoé et Colette pour m'avoir entraîné dans le déplacement de 58 cartons deux fois en trois ans dans des appartements de plus en plus petits... Merci également à Ethel, Jean-Marie et leurs enfants pour m'avoir aidé à déplacer les 58 cartons sus-cités !

Finalement, un énorme merci à mes traducteurs dont le nombre s'élève modestement à deux : j'ai nommé Céline et Fanny !

Au passage, merci à Paul Rubin, David MacKenzie, Richard M. Stallman, et Jim Meyering pour avoir inventé l'instruction *rm*, toujours très utile pour faire disparaître des pétaoctets de données des simulations DEUS : Full Universe Runs.

RÉSUMÉ

par: Vincent Bouillot

Cette thèse est consacrée à la recherche d'empreintes spécifiques relatives à la nature de l'Énergie Noire dans les processus d'effondrements gravitationnels linéaire et non-linéaire au travers de développements théoriques et numériques.

Ainsi, plusieurs aspects de la cosmologie ont été abordés : tout d'abord, afin d'étudier l'influence de nombreuses formes complexes d'Énergie Noire sur la structuration, le développement de la théorie des perturbations dans un formalisme covariant a permis d'étendre les équations classiques de Sasaki-Mukhanov aux cas de champs scalaires couplés et en présence de multiples fluides cosmologiques. Ces travaux permettent de décrire l'évolution des perturbations linéaires de modèles d'Énergie Noire complexes en minimisant le nombre de degrés de liberté.

Ces dernières années ont vu le nombre et la qualité des observations augmenter de manière vertigineuse, tant sur la distribution de la matière dans l'Univers que sur le champ de déplacement de celle-ci. En particulier, ces observations ont permis de mettre en évidence un champ de vitesse local anormalement élevé par rapport à la prédiction du modèle standard Λ CDM. L'explication de cet excès des champs de vitesse à des échelles intermédiaires constitue l'apport principal de ces travaux de recherche : en réinterprétant les mesures anormales de champs de vitesse de Watkins et al. sur des distances intermédiaires ($\sim 50 h^{-1}$ Mpc) en termes d'événement rare dans le cadre de la théorie linéaire, nous avons proposé une nouvelle sonde cosmologique consistant à mesurer l'échelle à laquelle le flot moyen rejoint en amplitude ce que l'on attend en théorie linéaire. Nous montrons la sensibilité de cette nouvelle sonde cosmologique dans trois modèles d'Énergie Noire concurrentiels. Ces résultats, développés par des méthodes analytiques, sont comparés à des mesures effectuées sur des simulations numériques hautes performances auxquelles nous avons pris une part importante.

Dans un second temps, à partir de ces simulations numériques, nous montrons que l'origine dynamique d'un tel mouvement d'ensemble local résulte d'une asymétrie de la distribution de matière à plus grande échelle ($\sim 80 h^{-1}$ Mpc). Cette asymétrie est mise en évidence grâce à l'introduction d'un estimateur original du champ de matière quantifiant l'écart à la symétrie d'un champ. Finalement, nous démontrons que l'arrangement spatial

des environnements présentant un champ de vitesse anormal dans l'Univers est corrélé avec la distribution des pics de densité. Cette corrélation nous indique de manière locale la distribution de structures responsables du mouvement d'ensemble anormalement élevé.

Une caractérisation différente de l'Énergie Noire fait appel au champ de densité dans l'Univers. En particulier, nous caractérisons ce champ de densité en terme de fonctions de corrélation et étudierons les effets des champs de vitesse sur ceux-ci au travers des distorsions dans l'espace des redshifts. Nous présentons donc plusieurs résultats prometteurs à partir des fonctions de corrélation issues des simulations Dark Energy Universe Simulation (DEUSS) pour trois modèles concurrentiels d'Énergie Noire, en distinguant espace comobile et espace des redshift d'une part et corrélation suivant la masse des halos d'autre part. Deux aspects seront particulièrement abordés dans ce travail. Tout d'abord, nous soulignons l'impact de ces mesures sur le biais en cosmologie : ils permettront donc de déduire de nombreux résultats sur la dépendance de ce dernier sur le modèle cosmologique et le redshift. Dans un second temps, ces mesures permettent de montrer que l'empreinte de l'Énergie Noire sur le régime non-linéaire de formation des structures dans l'Univers, déjà mise en évidence sur les champs continus de matière, demeure lorsque l'on mesure la fonction de corrélation à partir des traceurs du champs, à savoir les halos de matière noire.

Finalement, cette thèse a vu la réalisation des simulations DEUS : Full Universe Runs, première modélisation de tout l'Univers observable, du Big Bang jusqu'à aujourd'hui. Cette série de modélisations ayant demandé de nombreuses optimisations des codes cosmologiques existants, a permis de mettre en évidence quelques résultats marquants, faisant appel à la statistique inégalée de cette nouvelle série de simulations. Les méthodes numériques permettant le suivi dynamique de l'effondrement gravitationnel et la détection de structures ainsi que les efforts d'optimisations menés durant cette thèse sont présentés dans une partie numérique en fin de thèse.

SUMMARY

by: [Vincent Bouillot](#)

This thesis is dedicated to the research of specific imprints of Dark Energy in both linear and non-linear gravitational collapse processes through theoretical and numerical developments.

Indeed, many aspects of cosmology has been tackled : first, to study the influence of various complex Dark Energy models on the halo clustering, we develop in a covariant formalism the usual linear cosmological perturbation theory. It gives an extent of the classical Sasaki-Mukhanov equations to scalar fields coupled with multiple cosmological fluids. The result is the description of the evolution of linear perturbations of complex Dark Energy models with a minimal number of degrees of freedom.

In the last decade, the number and quality of cosmological observations on the matter distribution in the Universe as well on the velocity fields have increased exponentially. In particular, recent measurements show the existence of abnormally high velocity fields with respect to the linear theory in Λ CDM. The explanation of this cosmic flow excess at intermediate scales is the main contribution of this thesis : reinterpreting the anomalous cosmic flow (Watkins et al.) measured at scales $\sim 50 h^{-1}$ Mpc as a rare event realization in linear theory, we propose a new cosmological probe. This probe uses the scale of convergence of the measured cosmic flow with the theoretical one. We develop the sensibility on this new cosmological probe in three competitive Dark Energy models. Those results, based on analytical methods, are compared with measures issued from state-of-the-art numerical simulations we're deeply involved in.

Then, starting from those numerical simulations, we investigate the dynamical origin of such a cosmic flow : we prove this movement to be due to an asymmetry of the three-dimensional matter distribution at higher scales ($\sim 80 h^{-1}$ Mpc). This asymmetry is shown by introducing an original estimator of the matter field, which quantify the deviation from symmetry of a given field. Finally, we demonstrate that the spatial arrangement of the environments presenting such an anomalous cosmic flow in the Universe is correlated with the density peak distribution. This correlation indicates in a local way the structures distribution responsible for the anomalously high cosmic flow.

An another way to understand Dark Energy is to use density field instead of velocity fields. In particular, we characterize the density field in terms of correlation function. In this thesis, we present many promising results to understand the role of Dark Energy in halo and galaxy clustering from correlation function measurements issued from the Dark Energy Universe Simulation Series (DEUSS). On the one hand, this is achieved by introducing a mass segregation for correlation functions. On the other hand, this is reached by considering the difference between comoving space and redshifts space. The emphasis is laid on two particular sides of this problematic. First, we underline the impact of correlation measures on the bias in cosmology : it give many results on the dependence of this bias on the cosmological model and the redshift. Then, those measurements prove that the imprint of Dark Energy on the non-linear regime of structures formation in the Universe, already shown on the continuous matter field, remains on dark matter halo correlation function.

Finally, this thesis presents a lot of improvements done in numerical cosmology. In particular, the realization of the DEUSS : Full Universe Runs simulations, first numerical modeling of the whole observable Universe from Big Bang to nowadays, triggers the optimization of all cosmological codes used. This set of simulations has already given striking results, using an unprecedented statistics. The numerical methods used to follow the gravitational collapse of a density field and detect structures and their various optimizations are presented in a numerical part at the end of the thesis.

LISTE DES FIGURES

2.1	Dynamique des univers FLRW	18
2.2	Détermination des paramètres cosmologiques à partir des sondes cosmologiques	21
3.1	Mapping entre Univers homogène et Univers perturbé	35
3.2	Nombre de degrés de liberté du système	45
4.1	Champ de vitesse et spectre de puissance	63
4.2	Processus de reconstruction des champs de vitesse	65
4.3	Comparaison de deux mesures observationnelles du mouvement d'ensemble local	68
4.4	Spectres de puissance du champ de densité	72
4.5	Spectres de puissance pour les champs de vitesse et de densité	73
4.6	Effet de volume fini sur le spectre de puissance des champs de vitesse	75
4.7	Effet de volume fini sur le mouvement d'ensemble local	77
4.8	Influence de la méthode de calcul du « Bulk flow »	79
4.9	Fonction de distribution des centres pour la construction d'un catalogue numérique	81
4.10	Moments d'ordre deux du champ de densité et du champ de vitesse	83
4.11	Probabilité d'obtenir un objet d'un catalogue réaliste en fonction du nombre de centres	84
4.12	Fonction $\mathcal{A}(z)$ dans trois cosmologies	86
4.13	Évolution temporelle du « bulk flow » des catalogues réalistes	88
4.14	Densité de probabilité du mouvement d'ensemble local à un rayon donné	90
4.15	Comparaison des densités de probabilité numérique et théorique à un point	91
4.16	Densité de probabilité du « bulk flow » à deux rayons différents	94
4.17	Densité de probabilité d'avoir deux flots moyens à des rayons différents	98
4.18	Permutations circulaires pour le calcul de la probabilité à trois points	101
4.19	Densité de probabilité d'avoir trois flots moyens à des rayons différents	104
4.20	Profils extrêmes de flot moyen	105
4.21	Probabilité de reconvergence différentielle en fonction de l'échelle	106
4.22	Probabilité de reconvergence intégrée en fonction de l'échelle	107
5.1	Asymétrie et centre de masse.	114
5.2	Deux configurations idéalisées pour calculer le facteur d'asymétrie	116
5.3	Détermination de l'index d'asymétrie à partir du facteur d'asymétrie	118
5.4	Calcul du centre de masse d'une demi-sphère	120
5.5	Équivalence entre index d'asymétrie et centre de masse	122
5.6	Index d'asymétrie moyen calculé dans une sphère de rayon croissant	123

5.7	Angle d'alignement dans une coquille pour le catalogue linéaire	127
5.8	Angle d'alignement dans une coquille pour le catalogue réaliste	128
5.9	Angle d'alignement dans une sphère pour le catalogue réaliste	130
5.10	Évolution temporelle du centre de masse du catalogue réaliste	133
5.11	Évolution temporelle de l'index d'asymétrie des catalogues réalistes	134
5.12	Fonction d'autocorrélation des centres du catalogue réaliste	136
5.13	Effet de la longueur de lissage sur la mesure du champ de densité	139
5.14	Densité de probabilité des surdensités en fonction de l'échelle de lissage	140
5.15	Fonction de répartition des surdensités en fonction de l'échelle de lissage	141
5.16	Distance des centres des objets du catalogue réaliste au premier pic de densité	143
5.17	Effet du seuil sur l'identification du pic de densité voisin	145
6.1	Définition de la fonction de corrélation	153
6.2	Spectres de puissance et fonctions de corrélation à différents redshifts	156
6.3	Comparaison des fonctions de corrélation théorique et numérique	159
6.4	Comparaison des fonctions de corrélation issues de simulations de différents volumes	160
6.5	Oscillations acoustiques de baryons sur la fonction de corrélation	161
6.6	Fonctions de corrélation en masse	163
6.7	Dépendance du biais en fonction de la distance de séparation des paires	165
6.8	Comparaison du biais mesuré et des prédictions théoriques	167
6.9	Rapport de la fonction de corrélation non-linéaire avec la prédiction linéaire pour différentes cosmologies	169
6.10	Rapport du biais avec le biais en Λ CDM pour différentes cosmologies en fonction de la masse	170
6.11	Rapport du biais avec le biais en Λ CDM pour différentes cosmologies en fonction de la hauteur du pic de densité	172
6.12	Évolution temporelle des fonctions de corrélation	173
6.13	Évolution en redshift du rapport des biais dans une cosmologie donnée avec le modèle Λ CDM en fonction de la masse	174
6.14	Évolution en redshift du rapport des dans une cosmologie donnée avec le modèle Λ CDM en fonction de la hauteur du pic de densité	175
6.15	Distribution en redshift des catalogues réel et aléatoire	177
6.16	Principe de la mesure de corrélation dans l'espace des redshifts	178
6.17	Fonction de corrélation dans l'espace réel et dans l'espace des redshifts	179
6.18	Absence de distorsion sur la fonction de corrélation dans le plan (π, r_p)	180
6.19	Distorsion de la fonction de corrélation dans le plan (π, r_p)	181
7.1	Évolution temporelle des spectres de puissance des cosmologies Λ CDM, R Λ CDM et w Λ CDM	187
7.2	Zoom sur l'évolution temporelle non-linéaire des spectres de puissance des cosmologies Λ CDM, R Λ CDM et w Λ CDM	188
7.3	Oscillations acoustiques de baryons des simulations DEUS : FUR	189
7.4	Fonction de masse composite en $z = 0$	191
7.5	Fonction de multiplicité	192
7.6	Fonction de masse en redshift	193
7.7	Masse maximum du halo en fonction du redshift dans le cône de lumière	195

7.8	Rapport des masses maximum en Λ CDM et w CDM en fonction du redshift dans le cône de lumière	197
8.1	Principe de la grille adaptative de RAMSES	208
8.2	Parallélisation du code dynamique RAMSES-DEUS	210
8.3	Efficacité de l'écriture par le système de tickets MPI de RAMSES-DEUS	214
8.4	Mémoire moyenne utilisée par RAMSES-DEUS	215
8.5	Évolution spatiale d'un fluide gravitationnel	217
8.6	Évolution en redshift d'un fluide gravitationnel	218
9.1	Principe de l'algorithme Friends-of-Friends parallèle	225
9.2	Halo détecté par pFoF dans son environnement	226
9.3	Découpage de la space-filling courbe de Hilbert	227
9.4	Extraction d'un sous-volume à chaque pas de temps	229
9.5	Principe de l'homothétie d'un sous-volume instantané	230
9.6	Principe de la sélection dans un cône de lumière	232
9.7	Construction des cônes de lumière dans RAMSES-DEUS	233
9.8	Découpage cubique pour les cônes de lumière fins	234
9.9	Effets de distorsion de l'espace des redshifts	236
10.1	Évolution temporelle du nombre de particules dans les simulations N-corps	240
10.2	Chaine de post-traitement optimisée pour l'application AMADEUS	242
10.3	Efficacité du solveur N-corps de RAMSES-DEUS	244
10.4	Efficacité des programmes d'analyse d'AMADEUS	245
10.5	Supercalculateur Curie	246
10.6	Architecture du cluster de calcul de Curie	247
10.7	Statistiques des I/O sur Curie	248
10.8	Comparaison des volumes simulés pour DEUS : Full Universe Runs et deux autres simulations	249
11.1	Ellipses de confiance des modèles de quintessence	256
11.2	Nombre d'objets détectés en fonction de la surface du relevé et du redshift médian	259
11.3	Fonction de masse et volume simulé	261
11.4	Ellipses de confiance des simulations DEUS : Full Universe Runs	263
A.1	Catalogues aléatoires et catalogues de données	280
A.2	Méthode de réjection	282
A.3	Principe d'un arbre k-dimensionnel	285
A.4	Méthode de recherche des plus proches voisins dans un arbre k-dimensionnel	286
B.1	Spectre angulaire de la carte de convergence du weak-lensing	289
B.2	Influence de la dynamique non-linéaire sur les BAO	291
B.3	Pontage dû à la percolation dans l'espace 3D	293

LISTE DES TABLES

4.1	Comparaison des probabilités à deux points numériques et théoriques . . .	99
5.1	Paramètres de fit gaussien pour les distributions des premiers pics de densité voisins	144
11.1	Paramètres physiques accessibles aux simulations DEUSS	254
11.2	Paramètres cosmologiques de la série de simulations DEUSS	256
11.3	Paramètres cosmologiques des simulations DEUS : Full Universe Runs . .	263
11.4	Ensemble des simulations du consortium DEUS	264
11.5	Paramètres cosmologiques de l'ensemble des simulations du consortium DEUS	265

ABRÉVIATIONS

ADM	A rnowitz D eser M isner
AMADEUS	A M ulti-purpose A pplication for D ark E nergy U niverse S imulation
AMR	A daptive M esh R efinement
BAO	O scillation A coustique des B aryons
CDM	C old D ark M atter
CEA	C ommissariat à l'Énergie A tomique et aux Énergies A lternatives
CIC	C loud- I n- C ell
CMB	C osmic M icrowave B ackground
DBI	D irac B orn I nfeld
DEUS	D ark E nergy U niverse S imulation
DEUSS	D ark E nergy U niverse S imulation S eries
FFT	F ast F ourier T ransform
FLRW	F riedmann- L emaitre- R obertson- W alker
FoF	F riends-of- F riends
FUR	F ull U niverse R un
GI	G auge I nvariant
MPI	M essage P assing I nterface
NGP	N earest G rid P oint
OpenMP	O pen M ulti P rocessing
PEE	P rincipe d'Équivalence d' E instein
PEF	P rincipe d'Équivalence F aible
PM	P articule M esh
RMA	R emote M emory A ccess (Accès Mémoire Distant)
RP	R atra P eebles
SDSS	S loan D igital S ky S urvey

SEP	S trong E quivalence P rinciple
SNe	S uper N ovae
SOD	S pherical O ver D ensity
SUGRA	S uper G ravité
TGCC	T rès G rand C entre de C alcul
TSC	T riangular S hape C loud
WIMP	W eakly I nteractive M assive P article

CONVENTIONS

Afin d'indiquer les contributions originales de cette thèse, cette thèse a été divisée en trois grandes parties :

- une partie introductive dont le but est de replacer la cosmologie dans son contexte en discutant les fondements de cette science ;
- une partie axée sur les résultats scientifiques originaux de la thèse (en particulier les sections 3.1.2–3.2 du Chapitre 3, les Chapitres 4, 5, 6 et 7) ;
- une partie axée sur les développements numériques réalisés durant la thèse (en particulier la section 8.3 du Chapitre 8, les sections 9.2–9.3 du Chapitre 9 et les sections 10, 11.2 et 11.3 du Chapitre 11)

Une liste exhaustive des simulations du consortium DEUS est disponible Tableau 11.4. Les paramètres cosmologiques de l'ensemble des simulations du consortium est disponible Tableau 11.5.

Concernant les conventions elles-mêmes, voici la liste.

La signature de la métrique devant valoir +2 ou -2, nous sommes libres de choisir de signer la métrique ainsi : $(-, +, +, +)$

\dot{A} représente la dérivation de A par rapport au temps cosmique t tandis que A' représente la dérivation de A par rapport au temps conforme η . Le passage de l'un à l'autre se fait en utilisant la relation $dt = a d\eta$

Les quantités avec un tilde représentent des observables, exprimées dans le Dicke-Jordan frame alors que les quantités non-tildées correspondent à des quantités exprimées dans le Einstein frame. En l'absence de couplage non-minimal entre les diverses composantes, ces deux référentiels coïncident.

Dans le cadre des simulations numériques, la masse d'une particule de matière noire m_{DM} est définie à partir du paramètre de matière noire Ω_m , de la densité critique ρ_{crit} , de la taille de la boîte de simulation L_{box} et du nombre de particules N_{part} :

$$m_{DM} = \Omega_m \rho_{crit} \frac{L_{box}^3}{N_{part}} .$$

La terminologie concernant l'informatique sera la suivante. Un coeur (ou processus) est l'unité de base d'une machine de calcul. Un processeur est l'assemblage de plusieurs coeurs (en général 8 ou 16). Un noeud de calcul est l'assemblage de plusieurs processeurs. Ces noeuds de calcul sont rassemblés dans une structure appelée « node cards ». Finalement ces « node cards » sont intégrés dans un rack. A titre d'exemple, le supercalculateur Babel situé à l'IDRIS contient 10 racks pour 40960 coeurs.

CONSTANTES PHYSIQUES

Vitesse de la lumière	c	$= 2.99792458 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
Constante de Newton	G	$= 6.6742(10) \times 10^{-11} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$
Constante de Planck	h	$= 6.6260693(11) \times 10^{-34} \text{ J.s}$
Constante de Planck réduite	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$= 1.054571726(47) \times 10^{-34} \text{ J.s}$
Constante de Boltzmann	k_B	$= 1.3806488(13) \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$
Constante de Fermi	$\frac{G_F}{(\hbar c)^3}$	$= 1.166364(5) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$
Perméabilité du vide	μ_0	$= 8.854187817... \times 10^{12} \text{ F.m}^{-1}$
Permittivité du vide	$\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2)$	$= 4 \pi \times 10^{-7} \text{ N.A}^{-1}$
Constante de structure fine	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$	$= 1/137.035999679(94)$
Constante de Rydberg R_∞	$\alpha^2 m_e c / 2h$	$= 13.60569253(30) \text{ eV}$
Charge élémentaire	e	$= 1.60217646 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masse de l'électron	m_e	$= 0.510998928(11) \text{ MeV}/c^2$
Masse du proton	m_p	$= 938.272046(21) \text{ MeV}/c^2$
Masse du neutron	m_n	$= 939.565378(21) \text{ MeV}/c^2$
Masse du boson de Higgs (!)	m_H	$= 125.3 \pm 0.6 \text{ GeV}/c^2$
Rapport m_p/m_e	μ	$= 1836.15667261(85)$
Rapport m_n/m_p	m_n/m_p	$= 1.00137841870(58)$
Temps de vie du neutron	τ_n	$= 881.5(15) \text{ s}$
Masse solaire	M_\odot	$= 1.9889(30) \times 10^{30} \text{ kg}$
Rayon de Schwarzschild solaire	$2G M_\odot / c^2$	$= 2.95325008 \text{ km}$
Luminosité solaire	L_\odot	$= 3.846(8) \times 10^{26} \text{ W}$
Constante de Hubble	H_0	$= 100 \text{ h km.s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
Constante de Hubble réduite	h	$= 0.71 \pm 0.025 \text{ km.s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
Temps de Hubble	$t_{H_0} = H_0^{-1}$	$= 9.7776 \text{ h}^{-1} \times 10^9 \text{ ans}$
Distance de Hubble	$D_{H_0} = cH_0^{-1}$	$= 2.9979 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$

Densité critique	$\rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$	$= 1.9 \times 10^{-29} h^2 \text{ g.cm}^{-3}$ $= 2.775 \times 10^{11} h^2 M_\odot \cdot \text{Mpc}^{-3}$
Densité relative baryonique	Ω_b	$= 0.0449 \pm 0.0028$
Densité relative de matière noire	Ω_c	$= 0.222 \pm 0.026$
Densité relative d'énergie noire	Ω_Λ	$= 0.734 \pm 0.029$
Indice spectral	n_s	$= 0.963 \pm 0.014$
Fluctuation à $8 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$	σ_8	$= 0.801 \pm 0.030$
Température du CMB	T_{CMB}	$= 2.72548 \pm 0.00057\text{K}$
Redshift à l'égalité	z_{eq}	$= 3196_{-133}^{+134}$
Température à l'égalité	$T_{CMB}(1 + z_{eq})$	$= 8709.1 \pm 365\text{K}$
Distance angulaire à z_{eq}	$d_A(z_{dec})$	$= 14281_{-161}^{+158} \text{ Mpc}$
Redshift au découplage	$1 + z_{dec}$	$= 1089.2 \pm 1.2$
T_{CMB} au découplage	T_{dec}	$= 2968 \text{ K}$
Distance angulaire à z_{dec}	$d_A(z_{dec})$	$= 14166_{-163}^{+160} \text{ Mpc}$
Redshift à la réionisation	z_{reion}	$= 10.5 \pm 1.2$

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements	iii
Résumé	v
Summary	vii
Liste des figures	x
Liste des tables	xv
Abréviations	xvii
Conventions	xix
Constantes physiques	xxi
I Introduction	1
1 Découvrir l’Univers	3
1.1 Une brève histoire de l’astronomie	3
1.2 Faits observationnels et expérimentaux	5
1.2.1 Découverte d’un secteur sombre dans l’Univers	5
1.2.2 Grands relevés de l’Univers Local et lointain	6
1.3 Motivation et objectifs : Philosophie de la thèse	7
2 Cosmologie et Univers Local	13
2.1 Modèle standard de la cosmologie	13
2.1.1 Métrique de l’espace-temps	13
2.1.2 Dynamique de l’espace-temps	15
2.2 Au-delà du modèle standard : théories scalaire-tenseur	21
2.2.1 Dépasser la constante cosmologique	22
2.2.2 Alternative à la constante cosmologique : la quintessence	24
2.2.3 Théories scalaire-tenseur	25

II	Développements en cosmologie physique	31
3	L'Univers inhomogène	33
3.1	L'Univers inhomogène : dynamique linéaire des fluctuations	34
3.1.1	Problèmes de jauge dans les théories gravitationnelles	35
3.1.1.1	Brisure de la covariance et problèmes de jauge	35
3.1.1.2	Quantités invariantes de jauge	37
3.1.1.3	Sens physique associé à un choix de jauge	38
3.1.2	Description fluide de la dynamique homogène de l'espace-temps	40
3.1.3	Perturbations lagrangiennes des modèles scalaire-tenseur	44
3.1.3.1	Perturbations linéaires	44
3.1.3.2	Action quadratique à l'ordre un en termes de variables de Sasaki-Mukhanov généralisées	48
3.1.4	Application des équations du mouvement à des cas particuliers	51
3.1.4.1	Cas d'un champ scalaire d'inflation	51
3.1.4.2	Cas de l'ère de la matière	52
3.1.4.3	Cas de fluides en interaction avec un champ scalaire	53
3.2	Retour à une description eulérienne des perturbations	56
4	Champs de vitesse en cosmologie	61
4.1	Intérêt des champs de vitesse en cosmologie	61
4.2	Mesurer des distances, des vitesses dans l'Univers	62
4.2.1	Méthode de mesure de vitesses et de distances	62
4.2.2	Résultats actuels	65
4.3	Caractérisation statistique des champs	71
4.3.1	Caractérisation statistique des champs : Spectres de puissance	71
4.3.2	Analyse et caractérisation des champs de vitesse	74
4.3.2.1	Limite des simulations numériques pour les champs de vitesse	74
4.3.2.2	Calcul numérique du bulk flow	77
4.3.2.3	Construction d'un catalogue numérique	80
4.4	Évolution linéaire du flot cosmique	82
4.4.1	Catalogues linéaire et réaliste	82
4.4.2	Évolution linéaire des champs de vitesse	85
4.5	Origine statistique du flot cosmique	88
4.5.1	Bulk flow : prédiction à un point	89
4.5.2	Rareté d'un événement : probabilité à deux points	92
4.5.3	Retrouver la cosmologie : probabilité à trois points	100
5	Analyse dynamique du flot cosmique en ΛCDM	111
5.1	Effets environnementaux et champs de vitesse	112
5.1.1	Approche qualitative des effets d'environnement	112
5.1.2	Vers une quantification des effets d'environnement	115
5.1.3	Quantification des effets d'environnement : index d'asymétrie	122
5.1.4	Quantification des effets d'environnement : distribution asymétrique de la distribution de matière	125
5.2	Évolution dynamique des champs de vitesse	131
5.2.1	Évolution des estimateurs d'asymétrie	132

5.2.2	Évolution linéaire du lien entre asymétrie et mouvement d'ensemble	135
5.3	Origine de l'asymétrie responsable du flot cosmique : corrélation entre champs de vitesse et pics de densité	135
5.3.1	Méthode de reconstruction du champ de densité	137
5.3.2	Distance au premier pic de densité	138
5.3.3	Distribution spatiale des flots cosmiques anormaux	141
6	Distribution de la matière aux grandes échelles	151
6.1	Mesurer la distribution des galaxies	152
6.1.1	Fonctions de corrélation : définition	152
6.1.2	Lien avec le spectre de puissance du champ de densité	154
6.1.3	Calcul numérique de la fonction de corrélation	157
6.2	Fonction de corrélation dans les simulations DEUSS	158
6.2.1	Fonctions de corrélation, oscillations acoustiques de baryons	158
6.2.2	Fonction de corrélation sur les halos et biais en Λ CDM	161
6.2.3	Comparaison entre les mesures numériques et les approches théoriques du biais en Λ CDM	165
6.2.4	Influence de la cosmologie sur la fonction de corrélation et le biais	168
6.2.5	Évolution temporelle de la fonction de corrélation et du biais	171
6.3	Distribution des galaxies dans l'espace des redshifts	176
6.3.1	Fonction de corrélation dans l'espace des redshifts	176
6.3.2	Mesure des fonctions de corrélation dans l'espace des redshifts	179
7	Full Universe Run : Résultats préliminaires	185
7.1	Spectres de puissance	186
7.2	Fonction de masse	190
7.3	Distribution en redshift et événement rare	194
III	Développements en cosmologie numérique	201
8	Simulation N-corps de processus gravitationnels	203
8.1	Principe des simulations gravitationnelles N-corps	204
8.2	La méthode PM-AMR	205
8.2.1	Le solveur dynamique PM-AMR : application au code dynamique RAMSES	205
8.2.2	Parallélisation des codes PM-AMR	209
8.3	Optimisations du solveur dynamique : code RAMSES-DEUS	210
8.3.1	Optimisation du schéma de communications	211
8.3.2	Gestion des entrées/sorties	212
8.3.3	Optimisation de l'utilisation mémoire	214
8.4	Exemple du suivi d'un effondrement gravitationnel avec RAMSES-DEUS	216
9	Algorithme de détection des structures	221
9.1	Principe de détection des structures	222
9.2	Décomposition cubique et détection des structures dans l'espace comobile	226
9.2.1	Décomposition cubique de la courbe de Hilbert	226

9.2.2	Méthode de détection des structures dans l'espace comobile : cas particuliers	228
9.3	Décomposition cubique et détection des structures dans l'espace des redshifts	231
9.3.1	Cône de lumière : généralités	231
9.3.2	Décomposition cubique des cônes de lumière	233
9.3.3	Effets dûs à l'espace des redshifts	235
10	Application complète de simulations numériques AMADEUS	239
10.1	Aperçu global	241
10.2	Performances numériques	243
10.3	Application au supercalculateur Curie	245
10.4	Organisation des données par l'application AMADEUS	249
11	Ensemble de simulations Dark Energy Universe Simulation	253
11.1	Série de simulations Dark Energy Universe Simulation	253
11.2	Full Universe Run : Simulation de tout l'Univers observable	257
11.2.1	Pourquoi simuler tout l'Univers observable?	257
11.3	Simuler tout l'Univers observable : défi numérique	259
11.3.1	Paramètres minimaux de RAMSES-DEUS	260
11.3.2	Paramètres cosmologiques	262
11.4	Récapitulatif des simulations du consortium DEUS	264
IV	Conclusion	269
12	Conclusion	271
V	Annexes	277
A	Fonctions de corrélation : estimateurs et méthodes numériques	279
A.1	Estimateurs et fonctions de corrélation	279
A.2	Tirages aléatoires	282
A.3	Méthodes numériques et calcul de la fonction de corrélation	283
B	Perspectives et approfondissements	287
B.1	Champs de vitesse	288
B.2	Mesure du weak-lensing dans les simulations numériques	288
B.3	Reconstruction des oscillations acoustiques de baryons à haut redshift	290
B.4	Algorithme de détection des structures	291
	Bibliographie	297
	Index	313

*À Christelle,
qui a manqué la soutenance de thèse ...*

Première partie

Introduction

CHAPITRE

1

DÉCOUVRIR L'UNIVERS

1.1	Une brève histoire de l'astronomie	3
1.2	Faits observationnels et expérimentaux	5
1.2.1	Découverte d'un secteur sombre dans l'Univers	5
1.2.2	Grands relevés de l'Univers Local et lointain	6
1.3	Motivation et objectifs : Philosophie de la thèse	7

1.1 Une brève histoire de l'astronomie

L'observation et l'étude des astres sont considérées comme les plus anciennes des sciences. De nombreux vestiges préhistoriques (tels les alignements de Stonehenge ou les « Codex » mayas), présents en des lieux non connectés spatialement et temporellement, montrent que les sociétés humaines se sont intéressées très tôt et indépendamment à l'origine et au mouvement des étoiles dans le ciel. L'époque préhellénique suit une vision utilitaire et est ainsi marquée par l'omniprésence de l'astronomie dans la vie quotidienne : les positions du Soleil et de la Lune servent à définir des unités de temps telles l'année, le mois ou la semaine, indispensables au développement de l'agriculture ou de la navigation.

Une volonté d'explication du monde intervient à travers les philosophes grecs tels Anaxagore, Pythagore ou Aristote. Ceux-ci cherchent désormais à expliquer et prédire les divers phénomènes naturels en utilisant une théorie unifiée du cosmos. Par exemple, Anaxagore propose une théorie des éclipses à partir d'un modèle d'astres sphériques. Au cours du même siècle, la fameuse « harmonie des sphères » de Pythagore établit une analogie entre les intervalles musicaux et les positions et vitesses de rotation des astres. Grâce à une telle construction, l'ensemble du cosmos ne peut qu'atteindre l'accord parfait. Cependant, à

cette époque, à l'exception notable d'Aristarque de Samos, la vision de l'Univers reste essentiellement géocentrique et les distances aux astres mal évaluées. En 150 après J.-C., Ptolémée rassemble dans son « *Almageste* » les connaissances astronomiques de l'époque et les unifie dans un modèle géocentrique extrêmement harmonieux : les épicycles. Cet ouvrage fixe le paradigme qui restera en vigueur pendant 1300 ans.

Il est bon de rappeler que l'astronomie est une vision du monde réel dont une partie seulement nous est accessible. Les observations relatives à l'Univers observé sont confrontées avec un ensemble de lois cohérentes d'un point de vue théorique (mathématique, philosophique...). Si ce modèle d'Univers donne des prédictions confirmées par de nouvelles observations, alors celui-ci est accepté comme nouveau paradigme. Ainsi, l'élaboration d'une nouvelle vision du monde est extrêmement dépendante de la qualité et de la quantité de ces dernières i.e. du niveau technologique disponible. C'est pourquoi la vision de Ptolémée a survécu pendant treize siècles, les observations étant faites à l'oeil nu et les mathématiques restant à un niveau rudimentaire.

Grâce à l'amélioration des outils mathématiques au XVI^{ème} siècle, Copernic, dans son « *De revolutionibus* » (1543), imagine un modèle héliocentrique simple du système solaire. En 1600, Kepler énonce les trois lois décrivant le mouvement des planètes autour du Soleil et en 1620, Galilée utilise sa lunette astronomique pour observer le relief lunaire, découvrir les quatre plus gros satellites de Jupiter, les taches solaires... Cela l'amène à énoncer le principe d'inertie, complété en 1687 par Newton, qui établit la loi de la gravitation universelle. Ce dernier construit également le premier télescope, ouvrant la voie à une véritable révolution en astronomie.

Cependant, malgré tous les progrès technologiques et théoriques réalisés, la compréhension des échelles mises en jeu ne s'est faite que tardivement. Ce n'est qu'à la fin du XVIII^{ème} siècle que les astronomes déterminent la distribution et la distance des étoiles. Ainsi, grâce à d'énormes télescopes, l'astronome William Herschel publie un premier catalogue d'objets diffus, n'appartenant pas au système solaire, qu'il nommera nébuleuses. Il propose donc un objet nouveau, centré sur le Soleil : l'astrophysique passe alors à l'échelle galactique. En 1838, Bessel effectue la mesure de la parallaxe de 61 Cygni, montrant indéniablement le caractère extra-solaire de l'étoile double. Au XIX^{ème}, Charles Messier dresse également un catalogue (à l'attention des chasseurs de comètes !) listant 110 objets diffus du ciel profond.

Les nébuleuses acquièrent un nouveau statut à partir de 1925, lorsque, grâce au télescope Hooker de 2,5 m du Mont Wilson, l'américain Edwin Hubble réussit à montrer que la nébuleuse NGC6822 est un objet extérieur à la Voie Lactée. Les nébuleuses deviennent alors des galaxies semblables à la nôtre, des Univers-Îles et les distances mises en jeu vont commencer à augmenter de manière vertigineuse.

Entre temps, Einstein révolutionne la physique avec sa théorie de la relativité (restreinte, puis générale). L'avance du périhélie de Mercure (problème datant de 1860) est expliquée en 1915. La forte courbure des rayons lumineux prédite par Einstein est observée par Eddington lors d'une éclipse en 1919. L'Univers lui-même peut maintenant être considéré comme un système physique dynamique grâce aux solutions de Lemaître et Friedmann aux équations d'Einstein.

En 1929, Hubble, complétant les observations de Slipher, établit une loi entre le décalage spectral et la distance des galaxies. Grâce aux travaux de Lemaître datant de 1927, celle-ci est interprétée en terme d'expansion de l'Univers.

Après la seconde guerre mondiale et l'essor de la radio, de nombreuses avancées sont effectuées dans ce domaine de longueur d'ondes, avec en particulier la découverte du rayonnement fossile par Penzias et Wilson (1965) prédit en 1948 par Gamov. Ce rayonnement est alors compris comme la première lumière de l'Univers, émise il y a 14 milliards d'années (ou plus précisément à un redshift de 1100). L'avènement des détecteurs spatiaux permet d'observer avec une précision inégalée ce fond diffus cosmologique avec successivement les satellites COBE, WMAP et Planck. Ces sondes spatiales permettent également l'observation de nouvelles sources dans l'ensemble du spectre électromagnétique : EGRET ou Chandra pour les rayons gamma ou X, SWIFT pour les ultra-violets, Hubble pour le spectre visible, Herschel dans le domaine des infrarouges etc. Ces développements technologiques avancent alors de pair avec les innovations théoriques. Cependant, de nombreuses observations tendent à montrer qu'une masse lumineuse importante manque pour expliquer l'Univers tel que nous le voyons.

1.2 Faits observationnels et expérimentaux

1.2.1 Découverte d'un secteur sombre dans l'Univers

L'hypothèse de l'existence d'un secteur sombre dans l'Univers est assez ancienne. Elle date en effet de 1933, année où Fritz Zwicky suppose la présence d'une composante sombre (non lumineuse) dans les galaxies [1]. La méthode employée consiste à comparer la masse lumineuse à la masse dynamique d'un petit groupe de galaxies : celles-ci se révélèrent extrêmement différentes (rapport 1/400).

Cependant, la portée de cette découverte n'est pas comprise au regard de celle, plus récente, de l'expansion de l'Univers (1929). Elle restera ainsi délaissée jusqu'à l'étude des courbes de rotation de galaxie par Vera Rubin dans les années 70 qui relance le sujet [2]. L'une des hypothèses alors formulée est l'existence d'un nouveau type de matière non baryonique pouvant correspondre aux particules prédites par les récentes avancées

en physique des particules (supersymétrie...). De nombreuses observations (formation des structures, Fond Diffus Cosmologique, Bullet Cluster, Forêt Ly- α ...) viennent étayer cette hypothèse d'une matière non conventionnelle.

Afin de connaître la nature exacte de la matière noire et d'en déterminer les propriétés, la recherche directe de matière noire commence pour les physiciens des particules. En 1998, l'expérience DAMA détecte une variation annuelle pouvant correspondre à une détection. Cependant, d'autres expériences aussi sensibles semblent exclure ce résultat. En 2009, le détecteur CDMS enregistre deux événements pouvant être associés à des particules massives interagissant faiblement (WIMPS). Finalement, en 2011, l'instrument CRESST installé dans le tunnel du Gran Sasso mesure une détection de WIMPS à 4.2σ [3]. Cependant, en l'absence de confirmation par les expériences concurrentes CoGeNT et XENON100, cette observation peut également être liée à un autre phénomène physique non intégré dans le traitement des données.

Le secteur sombre de l'Univers s'enrichit encore par la mise en évidence, par Perlmutter, Schmidt et Riess en 1998 (Prix Nobel 2011), d'une accélération de l'expansion de l'Univers grâce à la mesure de redshifts de supernovae. Alors que de nombreux physiciens penchaient en faveur d'un Univers en expansion décélérée ou linéaire, cette mesure montre qu'il existe une composante énergétique accélératrice en plus des matières noire et baryonique. Le satellite WMAP vient corroborer cette observation en montrant que l'Univers est plat et que la quantité relative de matière Ω_m est égale à 0.266 : la quantité relative d'énergie noire est donc de $\Omega_\Lambda = 0.734$.

Bien d'autres observations, sur les oscillations acoustiques de baryons (BAO), les statistiques de comptage etc., s'ajoutent à ces deux mesures fondamentales et mènent à la mise en place d'un « modèle standard de la cosmologie ». Ce paradigme paramétrise l'Énergie Noire sous la forme d'une constante fondamentale de la Nature ayant la particularité de ne s'exprimer qu'aux échelles cosmologiques.

1.2.2 Grands relevés de l'Univers Local et lointain

Ce modèle standard doit être en mesure de prédire le comportement de nouvelles observables. En particulier, la répartition des grandes structures dans l'Univers ainsi que la distribution des champs de vitesse doivent nous permettre de comprendre finement la nature de la gravitation aux grandes échelles.

Pour ce faire, de grands relevés de galaxies ont été entrepris depuis le milieu des années 70. Les astronomes du CfA (« Center for Astrophysics » à Cambridge) ont été les premiers à réaliser un relevé tridimensionnel du ciel afin de disposer d'une quantité statistiquement importante de redshifts de galaxies : la profondeur de ce relevé était de $z=0.025$ et la densité d'objets était de 0.2 par degré carré sur un quart du ciel. La vision de l'Univers

en a été bouleversée : en lieu et place d'un Univers parfaitement homogène et isotrope, le cosmos apparaît comme une « mousse » titanesque avec ses vides de quelques dizaines de millions d'années-lumière et ses agrégats de galaxies organisés en feuillets.

Depuis, grâce à l'amélioration des spectrographes et des optiques des télescopes, des progrès très importants ont été faits aussi bien sur le nombre d'objets par degré carré que sur la profondeur des relevés. Ainsi, le Sloan Digital Sky Survey (SDSS) contient plus de 100 millions d'objets célestes et propose les spectres de plus d'un million de galaxies réparties à la fois dans les hémisphères Nord et Sud avec un redshift moyen de 0.3. Ce relevé a en particulier permis de faire des mesures précises du spectre de puissance sur une large gamme d'échelles. Ce spectre de puissance nous permet d'exprimer quantitativement les propriétés statistiques de la distribution des galaxies : aux alentours de $8 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ s'opère une transition. La distribution aux échelles supérieures à cette limite semble assez facile à reconstituer (la structuration est dans une phase dite linéaire) alors qu'en dessous de ce seuil, la dynamique locale a largement influencé la structuration des objets (les échelles sont dites non-linéaires). Afin d'étendre encore la qualité statistique de l'échantillon de galaxies, des observations longues de galaxies lumineuses émettant dans l'infrarouge (SDSS-s82) ont permis de sonder la distribution de matière de l'Univers profond (jusqu'à des redshifts de l'ordre de 0.7).

Récemment, le Two-Micron Redshift Survey et son successeur dans l'hémisphère Sud, le 6dF Galaxy Redshift Survey, ont réalisé une cartographie complète jusqu'à une magnitude limite de 11.75 de l'Univers local (jusqu'à $z=0.2$). Cela a, par exemple, permis de souligner l'existence d'un déplacement d'ensemble extrêmement rapide de l'amas de galaxies auquel nous appartenons vers une source non-identifiée. Ce déplacement d'ensemble, en contradiction avec les prédictions du modèle standard, fera l'objet de deux chapitres de cette thèse.

1.3 Motivation et objectifs : Philosophie de la thèse

Les observations décrites précédemment peinent à décrire le secteur sombre de l'Univers : la compréhension de celui-ci est encore très hypothétique. En particulier, l'explication de l'Énergie Noire semble difficile dans le cadre des théories de gravitation actuelles. Afin de comprendre ce fluide accélérateur, de nombreux modèles ont été introduits à partir de considérations théoriques. Ceux-ci peuvent se classer en trois grandes familles : l'ajout d'un fluide supplémentaire dans l'Univers, une modification de la gravité ou une remise en cause des principes cosmologiques avec en particulier l'hypothèse de l'homogénéité. De nombreux travaux [4-7] ont montré qu'à la confluence de toutes ces théories se trouvent un modèle simple d'Énergie Noire, à savoir la description de celui-ci sous la forme d'un champ scalaire. Cette thèse se propose d'approcher une compréhension de la nature de

l'Énergie Noire au travers de l'étude de la structuration de l'Univers des très grandes distances aux échelles fortement non-linéaires dans le cadre de différents modèles cosmologiques. Nous nous interrogerons spécialement sur l'influence de l'Énergie Noire sur la structuration de l'Univers ou, de manière symétrique, sur ce que la structuration a à nous apprendre sur la nature et la dynamique de l'Énergie Noire. La compréhension fine de cette vaste problématique se fera en particulier au travers d'observables tels les champs de densité ou de vitesse.

Cette thèse sera donc divisée en cinq grandes parties. La première partie sera introductive et rappellera rapidement les fondations de la relativité et de la cosmologie. La seconde partie se consacrera à une discussion sur les résultats scientifiques obtenus. Nous détaillerons par exemple l'influence de l'Énergie Noire sur les très grandes échelles via les développements de la théorie covariante des perturbations linéaires en cosmologie. Les échelles où la structuration est forte seront abordées grâce à des simulations numériques hautes performances ainsi qu'à une utilisation de données observationnelles telles le relevé 2MRS. La troisième partie permettra d'explicitier longuement mes travaux en cosmologie numérique. La quatrième partie présentera les perspectives et les conclusions de ce travail. Finalement, une cinquième partie contient les annexes.

Plus en détail, ce travail s'articule autour de onze chapitres principaux :

- Le premier chapitre, que vous venez de lire, a présenté l'histoire de l'astronomie et l'avènement de la cosmologie en tant que science.
- Le Chapitre 2 rappellera les bases de la relativité et de la cosmologie. Nous définirons les notions cosmologiques centrales tels les principes d'équivalence, la métrique, le redshift... Nous nous intéresserons, dans le cadre d'une approximation fluide, aux équations homogènes de la relativité i.e. les équations de Friedmann.
- Dans le troisième chapitre, nous détaillerons les différentes approches théoriques de la théorie des perturbations cosmologiques de divers modèles de gravité étendue dans un cadre entièrement covariant. Ainsi, nous aborderons la théorie des perturbations via une approche dite lagrangienne, basée sur la variation d'une action, nous permettant de minimiser le nombre de degrés de liberté. Ce formalisme, généralement utilisé dans le cadre des théories d'inflation, nous permettra de mener un calcul exact jusqu'au niveau des équations du mouvement invariante de jauge, généralisant les équations de Sasaki-Mukhanov.
- Considérant un espace-temps non-perturbé, nous nous intéresserons à des observables originales à l'aide de simulations numériques hautes performances. Ainsi, nous réfléchirons dans le quatrième chapitre aux différentes implications de l'observation récente d'un excès de champ de vitesse à des échelles très importantes. Nous soulignerons l'effet probabiliste lié au problème de la réalisation d'événements rares lors de processus

gaussiens sous-tendant une telle observation et nous introduirons une nouvelle sonde cosmologique.

- Le cinquième chapitre prolongera le questionnement des champs de vitesse en cosmologie par l'étude de l'origine dynamique d'un excès de champ de vitesse. Nous nous interrogerons en particulier sur la nature cosmologique ou environnementale du signal observé. La question s'étendra également sur la position des observateurs dont le profil de champ de vitesse concorde avec les observations. Dans cette discussion, nous mettrons en évidence l'influence des vides et des filaments sur les champs de vitesse.
- Dans une sixième section, nous étudierons la dépendance de l'effondrement gravitationnel en fonction du modèle cosmologique sous-jacent considéré. Cette étude sera menée sur le biais ainsi que dans les espaces comobiles et observables (espace des redshifts) via la fonction de corrélation $\xi(r)$. Nous conclurons également sur la possibilité d'observer l'empreinte de l'Énergie Noire sur le régime non-linéaire de formation des structures à partir de mesures sur les halos.
- Le septième chapitre nous amènera à nous questionner sur les plus grandes échelles de l'Univers observable ainsi que sur les probabilités que des événements rares interviennent dans notre Univers. Cela nous amènera à discuter les résultats de la Dark Energy Universe Simulation : Full Universe Run, plus grande simulation de matière noire jamais réalisée à ce jour.
- La nécessité de décrire le régime non-linéaire de la structuration de la matière dans l'Univers nous amènera, dans le Chapitre 8, à présenter le principe des simulations gravitationnelles N-corps et à détailler les méthodes numériques développées dans le cadre de cette thèse pour améliorer le suivi dynamique de l'effondrement gravitationnel.
- Le neuvième chapitre décrira les algorithmes de détection de structures développées afin de repérer des objets au sein d'un champ de matière représenté par des particules ponctuelles. Nous prendrons soin de distinguer les techniques utilisées dans l'espace comobile de celles employées dans l'espace des redshifts.
- Les outils présentés dans les deux chapitres précédents, couplés à d'autres programmes (e.g. le générateur de conditions initiales), seront regroupés au sein d'un chapitre dédié à l'application AMADEUS (« A Multi-purpose Application for Dark Energy Universe Simulation »).
- Le Chapitre 11 présentera l'ensemble des simulations Dark Energy Universe Simulation (DEUSS) et DEUS : Full Universe Runs utilisées durant ce travail de thèse.
- Finalement, le Chapitre 12 nous permettra de conclure cette thèse abordant mes travaux de recherche dans les différents domaines de la cosmologie.

CHAPITRE

2

COSMOLOGIE ET UNIVERS LOCAL

2.1	Modèle standard de la cosmologie	13
2.1.1	Métrie de l'espace-temps	13
2.1.2	Dynamique de l'espace-temps	15
2.2	Au-delà du modèle standard : théories scalaire-tenseur	21
2.2.1	Dépasser la constante cosmologique	22
2.2.2	Alternative à la constante cosmologique : la quintessence	24
2.2.3	Théories scalaire-tenseur	25

2.1 Modèle standard de la cosmologie

2.1.1 Métrie de l'espace-temps

Les théories de la gravitation, depuis l'espace-temps fixe de Newton jusqu'à l'espace-temps relatif d'Einstein en passant par l'espace-temps Minkowskien, sont caractérisées par l'existence d'invariant sous des changements de référentiels. Cette notion d'invariance, centrale en gravitation, permet d'écrire les lois de la physique de la même façon quel que soit le référentiel considéré.

Ainsi, le principe fondamental de la relativité générale, appelé principe d'équivalence d'Einstein s'énonce comme suit :

Principe d'équivalence d'Einstein (PEE) :

En chaque point de l'espace-temps, en présence d'un champ de gravitation quelconque, il est possible de choisir un système de coordonnées localement inertiel où les lois de la physique peuvent être formulées, au voisinage de ce point, comme en l'absence de gravitation.

Une théorie métrique obéissant au PEE implique que la géométrie de l'espace-temps est décrite par une métrique $g_{\mu\nu}$. Ainsi, un des problèmes de la relativité générale est de trouver la métrique $g_{\mu\nu}$ pour laquelle, localement, l'espace-temps courbe peut se décrire comme minkowskien.

La recherche d'une telle métrique prend un tour particulier en cosmologie. En effet, les observations récentes semblent indiquer que, d'un point de vue statistique, l'Univers est homogène et isotrope. Nous érigeons donc ces propriétés statistiques en pilier de la cosmologie et introduisons le principe cosmologique.

Ce principe cosmologique suppose que l'Univers est spatialement homogène et isotrope. L'homogénéité spatiale impose qu'à chaque instant, tout point de l'espace est semblable à un autre. L'isotropie implique qu'il n'existe pas de direction privilégiée dans l'Univers. Cette absence de positions privilégiées a de multiples implications.

En particulier, cela implique que le tenseur 3-dimensionnel de Riemann associée à la foliation de l'espace-temps par une famille d'hypersurfaces S_t est de la forme [8] :

$${}^{(3)}R_{\alpha\beta\mu\nu} = K (\gamma_{\mu\alpha}\gamma_{\beta\nu} - \gamma_{\mu\beta}\gamma_{\alpha\nu})$$

avec K la constante de courbure spatiale de l'hypersurface S_t et $\gamma_{\mu\nu}$ métrique purement spatiale décrivant l'hypersurface S_t . À l'inverse de la relativité restreinte, il existe donc trois possibilités pour notre espace de dimension 3 : la courbure peut être positive, négative ou nulle. Une courbure positive correspond à la métrique d'une sphère, une courbure négative à un hyperboloïde et une courbure nulle à un plan euclidien.

La forme générale de la métrique vient :

$$g_{\mu\nu} = -u_\nu u_\mu + \gamma_{\mu\nu}(t)$$

avec u^μ vecteur directeur d'un flot géodésique de genre temps. Si l'on choisit t comme temps propre des observateurs suivant le flot géodésique u^μ , la forme la plus générale de la métrique de l'espace-temps est :

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\gamma_{ij}(x^k)dx^i dx^j = -dt^2 + a^2(t)dS^2$$

où t est le temps cosmique, $a(t)$ le facteur d'échelle, fonction indiquant l'évolution de la distance entre deux objets dans l'Univers selon le temps. La quantité dS^2 dépend de la courbure spatiale selon :

$$dS^2 = dr^2 + f_K^2(r)d\Omega^2$$

avec r coordonnée radiale, $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2$ angle solide infinitésimal ($\theta \in [-\pi, \pi]$ et $\phi \in [0, 2\pi]$) et $f_K(r)$:

$$f_K(r) = \begin{cases} r & \text{si } K = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{|K|}} \sin\left(r\sqrt{|K|}\right) & \text{si } K \neq 0 \end{cases}$$

En conclusion, le principe cosmologique implique donc que la métrique décrivant l'espace-temps est la métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW). Disposant de ce résultat, nous allons pouvoir étudier l'évolution du facteur d'échelle $a(t)$ et donc la dynamique de l'espace-temps.

2.1.2 Dynamique de l'espace-temps

Dans la suite, nous ne considérerons que des univers plats ($K = 0$). Cette hypothèse, en accord avec les observations actuelles, permettra de simplifier grandement les équations. Nous introduisons également une constante de couplage à la gravitation réduite $\kappa^2 = 8\pi G/c^4$.

Afin de décrire la dynamique de l'espace-temps, nous avons besoin des équations d'Einstein : $G_{\mu\nu} = \kappa^2 T_{\mu\nu}$. Ces équations résultent d'un principe variationnel. En effet, l'action d'Einstein-Hilbert, décrivant l'évolution d'un champ de gravitation couplé à de la matière, s'écrit :

$$S_{EH} = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + 2\Lambda] + \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_{matter} \quad (2.1)$$

avec \mathcal{L}_{matter} Lagrangien englobant toutes les formes de matière. En variant ce Lagrangien par rapport à la métrique, nous lui associons un tenseur énergie-impulsion global :

$$T_{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\mathcal{L}_{matter} \sqrt{-g})}{\delta g^{\mu\nu}} = (\rho + p)u_\mu u_\nu + P g_{\mu\nu} , \quad (2.2)$$

avec p la pression du fluide, ρ sa densité énergétique.

Dans le cas où l'on suppose l'existence de plusieurs formes de matière, il convient de décomposer ce tenseur énergie-impulsion en autant de parties.

En utilisant le tenseur (2.2), la métrique introduite précédemment et en réécrivant le facteur d'échelle $a(t)$ sous la forme d'un facteur de Hubble $H = \dot{a}/a$ ¹, nous montrons facilement que les équations d'Einstein se réduisent à deux équations indépendantes

1. Comme indiqué dans la section « Conventions », le point représentera la dérivation par rapport au temps cosmique t alors que le prime représentera la dérivation par rapport au temps conforme η .

nommées équations de Friedmann :

$$3H^2 = \kappa^2(\rho + p) + \Lambda \quad (2.3)$$

$$3(H^2 + \dot{H}) = -\frac{\kappa^2}{2}(\rho + 3p) + \Lambda \quad (2.4)$$

Dans le cadre d'un modèle de gravité standard, la conservation de l'énergie-impulsion ($\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$) se réduit à une équation :

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \quad (2.5)$$

Il est crucial de noter que, de part les identités de Bianchi, cette équation peut être retrouvée à partir des équations de Friedmann. Nous disposons donc de deux équations indépendantes à trois inconnues (le facteur d'échelle $a(t)$, la densité d'énergie et la pression). Pour résoudre ce système, nous devons donc intégrer une nouvelle information : la solution la plus générique consiste en l'introduction d'une équation d'état décrivant la relation entre densité énergétique et pression pour la matière : $p = \omega\rho$.

Cette équation d'état, a priori variable dans le temps, possède des formes simples dans de nombreux cas. Par exemple, un fluide à pression interne nulle sera caractérisé par une équation d'état rigoureusement nulle : $\omega = 0$. Un fluide de matière noire froide aura une telle équation d'état. Pour du rayonnement, l'équation d'état est constante $\omega = 1/3$. Finalement, la constante cosmologique, possédant une densité énergétique constante dans le temps, a la caractéristique d'avoir une équation d'état valant $\omega = -1$.

Comme nous le verrons par la suite, d'autres fluides peuvent présenter des équations d'état variables.

Dans les équations de Friedmann, il est très utile d'utiliser des quantités adimensionnées représentant les proportions relatives de chaque composante. Ainsi, cela nous amène à introduire

$$\Omega_i = \frac{\kappa^2 \rho_i}{3H^2} \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}, \quad (2.6)$$

avec l'indice i représentant chacune des composantes matérielles présentes dans l'Univers. La valeur actuelle de ces quantités relatives sera notée Ω_{i0} .

À partir de ces nouvelles variables, nous trouvons que la solution des équations de conservation s'écrit :

$$\Omega_i = \Omega_{i0} \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-3(1+w_i)} \left(\frac{H_0}{H} \right)^2. \quad (2.7)$$

Avec ces nouvelles variables, la première équation de Friedmann peut être vue comme une contrainte. Cela nous permet d'introduire le paramètre de densité totale Ω

$$\Omega \equiv \sum_i \Omega_i + \Omega_\Lambda = 1 - \cancel{\Omega_K}^2 \quad (2.8)$$

relié à la densité totale de masse présente dans l'Univers $\Omega = \kappa^2 \rho / (3H^2)$. Ne nous intéressant qu'à des Univers à géométrie plane, nous pouvons définir une densité critique $\rho_{crit} = 3H^2 / \kappa^2$ dont la valeur est exclusivement fixée par le facteur de Hubble et la constante de gravitation universelle. Les observations actuelles nous indiquent une constante de Hubble de l'ordre de $72 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$, ce qui donne une densité critique de l'ordre de $9.7 \times 10^{-27} \text{ kg.m}^{-3}$. La quantité de matière baryonique (sous forme de métaux légers, métaux lourds, gaz ionisé...) dans l'Univers est estimée autour de 5% de la masse totale. Ainsi, on trouve une densité critique actuelle de l'ordre de 5 protons m^{-3} .

En injectant l'équation (2.7) dans l'équation (2.8), nous pouvons définir

$$E^2(a) \equiv \left(\frac{H}{H_0} \right)^2 = \sum_i \Omega_{i0} \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-3(1+w_i)} + \cancel{\Omega_K} \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-2} + \Omega_\Lambda \quad (2.9)$$

quantité très utile pour démontrer la dépendance des notions de distance dans l'Univers en fonction du type de cosmologie considérée. Ce paramètre nous permet de savoir si l'Univers est en expansion ou en cours d'effondrement.

La seconde équation de Friedmann nous donne une information dynamique sur l'Univers. En effet, elle peut être réécrite comme suit

$$q \equiv -\frac{\ddot{a}}{\dot{a}^2} a = \frac{1}{2} \left(\sum_i \Omega_i (1 + 3\omega_i) - 2\Omega_\Lambda + \cancel{2\Omega_K} \right), \quad (2.10)$$

en ayant introduit q le paramètre de décélération. L'expansion (ou l'effondrement) de l'Univers est alors en accélération si q est négatif et en décélération si cette quantité est positive. En supposant que la composante radiative joue un rôle très faible dans la dynamique actuelle de l'Univers, nous pouvons décrire les comportements dynamiques possibles d'un Univers dominé par la matière et une énergie sombre identifiée à une constante cosmologique via le graphique 2.1.

Dans ce graphique, nous voyons tout d'abord une grande diversité de modèles, avec des Univers fermés au-dessus de la ligne jaune, des Univers ouverts en dessous et plats le long. Selon la valeur de la constante cosmologique et la quantité de matière, de nombreux comportements existent pour un modèle d'Univers friedmannien : en expansion accélérée ou décélérée, en contraction, statique. Dans les modèles fermés, en présence

2. Le terme liée à la courbure, conservé dans un soucis de généralité, est représenté par Ω_K .

d'une constante cosmologique élevée, la singularité initiale est même supprimée. Ce graphique montre deux positions d'équilibre correspondant à un Univers plat vide de matière (univers de de-Sitter) et un Univers plat composé uniquement de matière (univers d'Einstein-de-Sitter). Le caractère stable, instable –voire point selle– de ces comportements asymptotiques est entièrement régi par l'équation d'état des composants matériels. Ainsi, en supposant que la matière dans l'Univers (matière noire et matière baryonique) a une équation d'état proche de 0, nous sommes en présence d'un système dynamique avec un point fixe stable et un point selle : la dynamique mène donc asymptotiquement à un Univers constitué uniquement d'une constante cosmologique ce qui implique une dilution de la matière³.

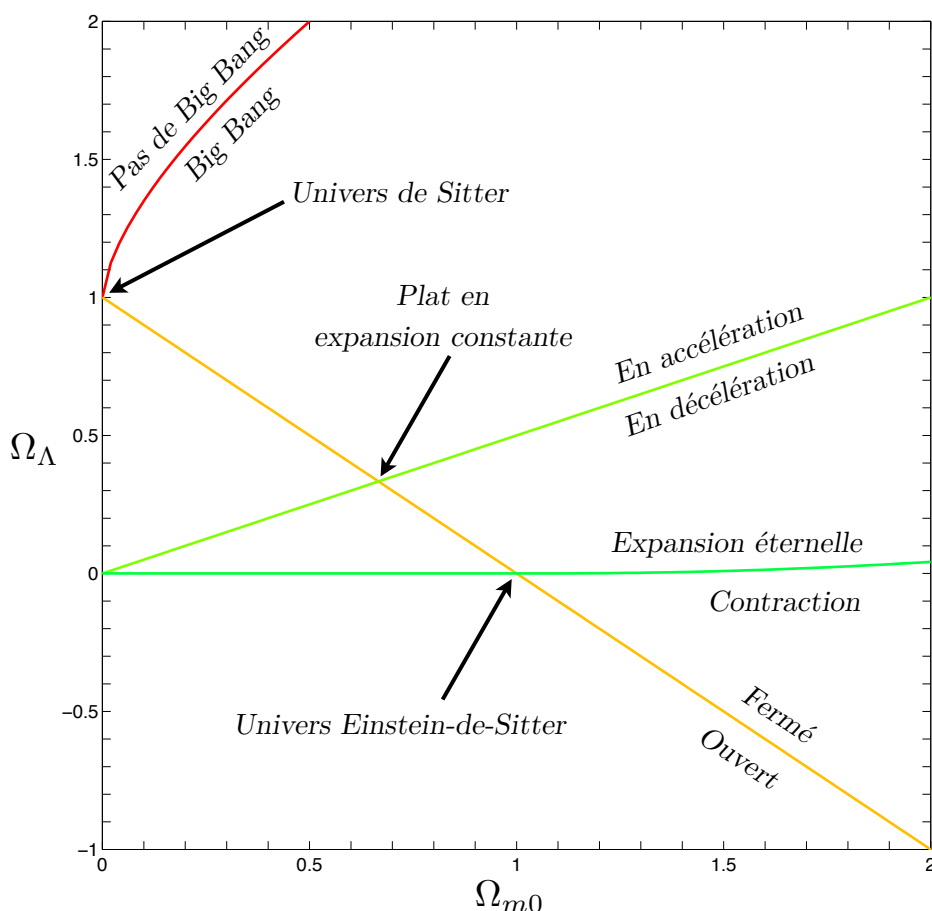


FIGURE 2.1: Dynamique des univers FLRW en fonction des paramètres de densité actuels de matière et d'une constante cosmologique.

Afin de déterminer le type d'Univers de Friedmann auquel nous sommes confrontés, nous devons donc connaître Ω_m et Ω_Λ . Ces paramètres peuvent être obtenus de manière simple

3. Pour arriver à ce résultat, il convient de réécrire (2.10) sous la forme d'un système de deux équations du premier ordre sur Ω_Λ et Ω_K et d'en trouver les positions d'équilibre. On déduit le type de celles-ci en étudiant la trace et le déterminant du jacobien associé.

en utilisant le facteur de Hubble et donc la quantité $E(a)$ introduite dans l'équation (2.9). On peut facilement relier $E(a)$ à la notion de distance dans l'Univers. Cependant, nous avons vu précédemment qu'en relativité restreinte, et donc à fortiori en relativité générale, l'existence d'un espace-temps fixe de fond est interdite. Dès lors, on ne peut définir une notion unique de distance et de temps dans l'Univers.

Afin de situer un objet dans l'espace-temps, nous pouvons utiliser sa vitesse d'éloignement (ou de rapprochement). Ainsi, nous ne faisons aucune hypothèse sur une quelconque notion de distance. Imaginons un photon émis à une fréquence ω_{em} et reçu avec une fréquence ω_{rec} . La différence relative $\Delta\omega/\omega_{rec}$ correspond à la mesure d'un décalage Doppler : chaque objet peut donc être caractérisé par son décalage Doppler, appelé décalage vers le rouge ou redshift z . Le redshift peut être relié au facteur d'échelle dans le cas de modèles cosmologiques homogènes⁴ :

$$1 + z \equiv \frac{\omega_{em}}{\omega_{rec}} = \frac{\lambda_{rec}}{\lambda_{em}} = \frac{\lambda_{rec}}{\lambda_{rec} \frac{a}{a_0}} = \frac{a_0}{a(t)} \quad (2.11)$$

Cela nous permet de définir une distance radiale comobile χ d'un objet ayant émis un photon à un redshift z et observé par un observateur situé en $\chi = 0$. Celle-ci est obtenue en intégrant le long de la géodésique suivie par le photon (avec la métrique définie en terme comobile $d\chi = dt/a$) :

$$a_0 \chi(z_{obs}) = \frac{1}{H_0} \int_0^{z_{obs}} \frac{dz}{E(z)}. \quad (2.12)$$

La distance comobile, largement utilisée dans la suite de ce texte, permet de définir une parallaxe généralisée appelée distance angulaire. Cette distance est définie comme le rapport entre la taille physique transverse d'un objet et l'angle solide sous lequel il est observé. La section physique de la source est redéfinie en unité comobile en utilisant le facteur d'échelle. On obtient alors une définition précise de la distance angulaire d'un objet :

$$D_A(z) = \sqrt{\frac{dS_{phys}}{d\Omega_{obs}^2}} = \sqrt{a^2 \frac{dS_{com}}{d\Omega_{obs}^2}} = a_0 \frac{f_K[\chi(z)]}{1+z} \quad (2.13)$$

Finalement, nous pouvons relier la luminosité d'une source à une distance χ à la luminosité observée par un observateur en $\chi = 0$. Le flux observé s'écrit simplement :

$$\phi_{obs} = \frac{L_{source}}{4\pi D_L^2}.$$

4. Dans le cadre des modèles inhomogènes, cette relation n'est plus correcte et se transforme de manière complexe.

Le flux effectivement reçu par un observateur en $\chi = 0$ s'écrit :

$$\phi_{obs} = \frac{L_{obs}}{dS_{phys}} = \frac{L_{source}(1+z)^2}{4\pi a_0^2 f_K^2(\chi)} .$$

Par identification, nous pouvons donc définir la distance luminosité :

$$D_L(z) = a_0(1+z)f_K[\chi(z)] . \quad (2.14)$$

La luminosité d'une source étant souvent inconnue, la distance luminosité est ajustée sur des objets astrophysiques dont on connaît la luminosité et le redshift. Cette classe d'objets astrophysiques est appelée chandelle standard, en raison de la nature intrinsèque des émissions. On obtient donc la distance luminosité par le ratio entre les flux respectifs de la chandelle standard et de l'objet inconnu.

Parmi ces chandelles standards, on trouve les supernovae de type Ia. Le modèle actuel suppose que l'explosion d'une telle étoile a lieu lorsque cette étoile atteint une masse particulière, identique pour toutes les supernovae Ia. Dès lors, la luminosité des SNIa peut être connue et calibrée. Les mesures effectuées en 1998 par S. Perlmutter [9] (Supernova Cosmology Project) sur 42 supernovae proches et A. Riess et B. Schmidt [10] sur 40 supernovae plus lointaines (High-Z Supernovae search team) ont montré une baisse de luminosité des supernovae à haut redshift. En supposant que l'absorption due au milieu interstellaire n'influe pas trop sur la luminosité des supernovae ou que la métallicité des supernovae reste constante dans le temps, cela montre indéniablement une accélération de l'expansion de l'Univers. La courbe en bleu de la figure 2.2 décrit l'ellipse de confiance actuelle sur les paramètres cosmologiques. L'existence d'un secteur sombre dans l'Univers devient alors incontournable.

Les observations réalisées sur le fond diffus cosmologique (encore appelé CMB) permettent également d'étayer l'hypothèse d'un fluide accélérateur dans l'Univers. Cette surface de dernière diffusion, dont la température mesurée est 2.725 K, a la caractéristique d'être extrêmement uniforme (à une précision de 10^{-5}). L'étude de la répartition de ces anisotropies en température du CMB nous indique la composition de l'Univers primordial : en particulier, le spectre de puissance angulaire nous donne des contraintes fortes sur le modèle cosmologique. Comme le montre la figure 2.2, le fond diffus cosmologique privilégie un Univers plat contenant environ $\sim 30\%$ de matière noire. L'influence de l'énergie noire étant négligeable durant l'ère de la radiation, la seule preuve de son existence consiste en l'utilisation de l'équation (2.8) : l'Univers étant plat, l'énergie sombre doit représenter $\sim 70\%$ de la densité énergétique totale.

Finalement, les oscillations acoustiques de baryons constituent une sonde cosmologique non dégénérée avec les deux précédentes. Lors de l'époque précédant la recombinaison, des

ondes acoustiques se propageaient dans le plasma constitué par les baryons et les photons. Après l'émission du fond diffus cosmologique, le milieu permettant la propagation ayant disparu, ces ondes acoustiques ont laissé une empreinte particulière dans la distribution des structures. Cette empreinte se retrouve sous la forme d'une échelle caractéristique, servant d'*échelle standard* en cosmologie, dans les mesures du spectre de puissance effectuées par le Sloan Digital Sky Survey et d'autres relevés. Cette échelle standard évolue linéairement jusqu'à nous, suivant le taux de croissance des structures ce qui nous permet de déterminer les paramètres ayant la probabilité la plus élevée : on retrouve une quantité d'énergie noire proche de 70% et une proportion de matière noire de l'ordre de 30%.

Ces diverses mesures indiquent également que l'énergie noire a une équation d'état proche de $w \sim -1$, ce qui implique une violation de la condition d'énergie forte ($w \leq -1/3$). Une telle violation est complexe à obtenir dans le cadre d'une physique conventionnelle alors qu'elle est naturellement vérifiée par la vieille constante cosmologique d'Einstein. En effet, cette dernière étant constante dans l'espace et le temps, cela implique que sa densité énergétique $\rho_\Lambda \propto a^{-3(1+w)}$ n'est pas diluée par l'expansion cosmique : son équation d'état vaut donc $w = -1$.

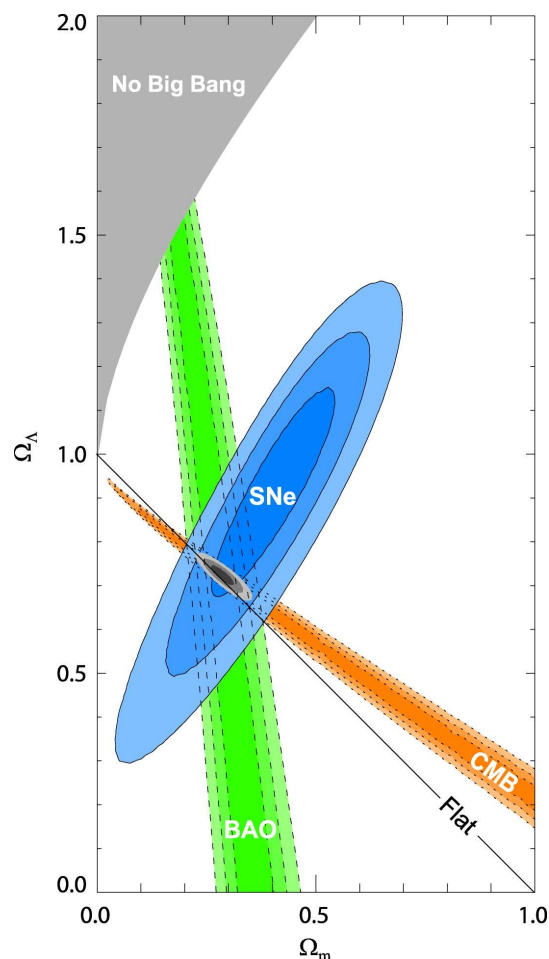


FIGURE 2.2: Détermination des paramètres cosmologiques Ω_Λ et Ω_m à travers les ellipses de confiance de trois sondes cosmologiques : les BAO, le CMB et les SNe. Figure tirée de Kowalski et al. [11].

2.2 Au-delà du modèle standard : théories scalaire-tenseur

Que signifie étendre la gravité ? Il s'agit avant tout de comprendre le secteur sombre en cherchant à atteindre une meilleure compréhension de la théorie de la gravitation. Ainsi, le mystère de l'Énergie Noire tend à nous indiquer la direction à suivre afin de modifier les théories de gravité.

Comme nous l'avons souligné, la première tentative d'explication de l'Énergie Noire a consisté en la réintroduction de la constante cosmologique introduite par Einstein en 1917 dans le cadre d'une vérification du principe de Mach. La constante cosmologique Λ ne demande pas de modifications de la relativité générale ou des principes cosmologiques : seule la valeur du paramètre Λ est à déterminer. Cette constance en tout point de l'espace-temps nous invite à penser à d'autres explications pour le secteur sombre de l'Univers.

Ainsi, un champ homogène dans l'espace et variable dans le temps peut être introduit : sous la forme d'un champ scalaire en auto-interaction, cette constante cosmologique dynamique correspond à l'ajout d'un fluide accélérateur. Sous certaines conditions, ce champ scalaire se nomme « quintessence ». Cette formulation peut être étendue en autorisant ce champ scalaire à varier dans l'espace, celui-ci devenant ainsi inhomogène. Au sein de ces modèles cosmologiques, il existe une famille particulière comportant des couplages entre composantes : ces modèles sont couplés entre matière noire et Énergie Noire [12, 13], entre métrique et Énergie noire [14]⁵, entre toutes les composantes [15, 16].

Dans la suite, nous n'exposerons pas toutes les extensions possibles de la relativité générale⁶, mais nous nous restreindrons aux théories dérivées de la présence d'un champ scalaire supplémentaire. En particulier, le cas d'un champ scalaire couplé à la métrique, avec ou sans potentiel d'interaction, sera particulièrement intéressant dans la suite de la thèse, celui-ci permettant une explication de l'Énergie Noire sous une forme naturelle faisant appel à un effet de référentiel [16]. Ce cas sera par ailleurs discuté dans le Chapitre 3 au niveau homogène et perturbatif.

2.2.1 Dépasser la constante cosmologique

Comme nous l'avons vu, les données observationnelles cosmologiques actuelles penchent en faveur de l'existence d'un secteur sombre dominé par la contribution de l'énergie noire dont la densité réduite vaut $\Omega_\Lambda = \Lambda/3H_0^2 \sim 0.73$. Cela implique que la densité énergétique de la constante cosmologique, calculée en utilisant $H_0 = 72$ km/s/Mpc, est égale à : $\rho_\Lambda \equiv \Lambda/8\pi G \sim 10^{-47}$ GeV⁴.

Concernant la nature de la constante cosmologique, on ne peut la concevoir que de deux manières : soit la constante cosmologique est une constante fondamentale de la nature au même titre que la charge de l'électron, soit elle provient de processus microscopiques (comme les constantes induites telles le magnéton de Bohr) et apparaît comme un terme effectif dans le tenseur énergie-impulsion total du contenu matériel de l'Univers. Cependant, chacune de ces conceptions pose de profonds problèmes.

5. Dans ce cas précis, on parle dans ce cas de couplages non-minimaux.

6. Parmi les modèles cosmologiques, nous pouvons citer par exemple les modèles branaires tels DGP [6], les Univers inhomogènes [17, 18], les modèles de gravité d'ordre supérieur [19, 20] etc.

Assimiler la constante cosmologique à une nouvelle constante de la Nature peut sembler raisonnable. Cependant, les constantes en physique sont de deux types : des constantes de couplage ou des seuils. La constante cosmologique n'apparaît pas comme un quelconque couplage et doit donc être une limite. Elle pourrait alors être vue comme la limite inférieure de l'énergie contribuant à la gravitation (la densité des champs saturerait alors à ρ_Λ). Il semble toutefois qu'il n'existe aucun mécanisme capable d'expliquer une telle saturation. Outre ce problème physique, il est intéressant de noter que les constantes présentes en physique sont généralement des constantes multiplicatives, servant d'étalons à nos mesures et permettant de convertir des grandeurs d'une unité donnée en d'autres grandeurs dans d'autres unités. Elles apparaissent également dans les lois de la physique comme des constantes multiplicatives. Or, dans les équations de Friedmann, la constante cosmologique apparaît comme une constante purement additive, ne liant pas de phénomènes physiques entre eux, à la différence de la constante de gravitation universelle, de la célérité de la lumière ou de la constante de Planck.

Pour expliquer l'énergie noire, la constante cosmologique peut également être identifiée comme la résultante effective de la contribution de champs microscopiques. L'équation d'état effective de Λ – à savoir $\omega_\Lambda = -1$ – restreint le nombre de fluides candidats à l'émergence de l'énergie noire : le seul fluide ayant cette équation d'état est le vide. Cependant, à partir de la théorie quantique des champs actuelle, nous pouvons calculer la densité énergétique du vide ρ_{vide} . Il nous faut pour cela introduire une coupure ad-hoc afin d'éviter une divergence ultraviolette en k^4 . Si le domaine de validité de la théorie quantique des champs s'étend jusqu'à la masse de Planck alors, $\rho_{vide} \sim 10^{74} \text{ GeV}^4$. Si la coupure est fixée à l'échelle caractéristique de la chromodynamique quantique ($m_{QCD} \sim 0.2 \text{ GeV}$), $\rho_{vide} \sim 10^{-5} \text{ GeV}^4$.

Dans les deux cas, $\rho_\Lambda \ll \rho_{vide}$. Un recours à la supersymétrie permet d'approcher la valeur de Λ mesurée par les sondes cosmologiques en prédisant une énergie du vide rigoureusement nulle. Une brisure infime de la supersymétrie pourrait alors donner naissance à une constante cosmologique telle que nous l'observons. Cependant, cela nous oblige à imposer des valeurs très particulières aux champs initiaux, ce que nous voulons éviter. De plus, cette interprétation implique que la contribution de l'énergie du vide devrait dominer la dynamique de l'Univers de tout temps (problème dit de la constante cosmologique), ce qui à l'aune des mesures récentes à haut redshift (CMB par exemple), n'est pas le cas.

Les problèmes conceptuels sur la nature d'une constante cosmologique Λ nous poussent donc à envisager l'existence d'une énergie noire dynamique. La constante cosmologique pouvant être vue comme un champ gelé dans le temps (via l'approche microscopique), l'idée la plus simple consiste à donner un degré de liberté supplémentaire à ce champ figé : la constante devient un champ scalaire qui, associé à des propriétés de tracking, est appelé quintessence. Cela nous permet de résoudre le problème de la constante cosmologique.

2.2.2 Alternative à la constante cosmologique : la quintessence

L'ajout d'un champ scalaire dans le tenseur énergie-impulsion en lieu et place de la constante cosmologique permet donc de résoudre, au moins en partie les problèmes liés à Λ . La quintessence est un champ scalaire φ minimalement couplé au champ gravitationnel, non couplé aux champs de matière et possédant un potentiel d'auto-interaction $V(\varphi)$. L'action que l'on doit ajouter à l'action d'Einstein-Hilbert s'écrit ainsi :

$$S_\varphi = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi - V(\varphi) \right] \quad (2.15)$$

Les modèles de quintessence sont spécialement intéressants de par l'existence de solutions dites de « tracking » qui permettent de résoudre en partie le problème de la coïncidence associée à la constante cosmologique [21, 22]. Ces solutions de « tracking » se traduisent par une disparition de la sensibilité aux conditions initiales du champ, ce qui implique que la solution aujourd'hui ne dépend que des paramètres du potentiel [23].

Les équations d'Einstein possèdent donc un terme supplémentaire associé au champ scalaire. Cela se traduit sur les équations de Friedmann (2.3) qui deviennent :

$$H^2 = \frac{\kappa^2}{3} \left[\sum_i \rho_i + \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V(\varphi) \right], \quad (2.16)$$

$$\dot{H} = -\frac{\kappa^2}{2} \left[\sum_i (\rho_i + p_i) + \dot{\varphi}^2 \right]. \quad (2.17)$$

L'équation dite de « Klein-Gordon »⁷, obtenue par la variation de l'action d'Einstein-Hilbert, pour un champ scalaire s'ajoute également aux équations de Friedmann ci-dessus :

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V_{,\varphi} = 0 \quad (2.18)$$

La pression associée à un champ scalaire s'écrit $p = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} - V(\varphi)$ alors que sa densité énergétique se note $\rho = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V(\varphi)$. Dès lors, on obtient immédiatement l'équation d'état de la quintessence :

$$\omega_\varphi = \frac{\frac{\dot{\varphi}^2}{2} - V(\varphi)}{\frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V(\varphi)} \quad (2.19)$$

La première constatation est la dépendance explicite de l'équation d'état de l'énergie sombre en fonction du temps. Durant l'ère de domination de l'énergie noire, pour provoquer une phase d'accélération de l'expansion cosmique, il faut simplement que le terme cinétique de la quintessence soit négligeable devant son énergie potentielle : $\dot{\varphi}^2/2 \ll V(\varphi)$.

7. L'équation de Klein-Gordon utilisée en Physique des Particules pour décrire un champ scalaire φ se généralise dans le cas d'une métrique courbe : $\partial_\mu \sqrt{-g} \partial^\mu \varphi$. Celle-ci se réduit à l'équation (2.18) dans le cas d'un champ scalaire homogène.

Le potentiel d'auto-interaction peut être précisé dans le cadre d'une expansion dominée par l'énergie noire, avec un facteur d'échelle évoluant en t^n ($n > 1$). Les équations de Friedmann nous mènent à la forme de potentiel suivante :

$$V(\varphi) = \frac{n(3n-1)}{\kappa^2} \exp\left(-2\varphi\sqrt{\frac{\kappa^2}{2n}}\right) \quad (2.20)$$

Cela signifie que tout modèle de quintessence ayant un potentiel décroissant moins vite que l'exponentiel produira, durant l'histoire cosmique, une phase d'accélération. Ainsi, les premiers modèles de quintessence, dits de Ratra-Peebles [21, 22], possèdent des potentiels en lois de puissance inverse :

$$V_{RP}(\varphi) = \frac{\lambda^{4+\alpha_Q}}{\varphi^{\alpha_Q}}, \quad (2.21)$$

où λ et α sont des paramètres libres, positifs qui caractérisent la pente et l'amplitude du potentiel d'auto-interaction du champ. Ces modèles ont trouvé un fondement théorique grâce à la physique des particules et en particulier dans le cadre des extensions supersymétriques de la chromodynamique quantique [24, 25]. Cependant, des corrections dues à la supergravité [26] lorsque φ devient petit, tendent à prédire une forme de potentiel légèrement différente du potentiel de Ratra-Peebles :

$$V_{SU}(\varphi) = \frac{\lambda^{4+\alpha_Q}}{\varphi^{\alpha_Q}} e^{\frac{\kappa^2}{2}\varphi^2} \quad (2.22)$$

Par la suite, le modèle SUGRA représentera les modèles de quintessence dont le potentiel est issu de la supergravité (2.22)⁸.

2.2.3 Théories scalaire-tenseur

Historiquement, les théories scalaire-tenseur ont été abordées via deux motivations physiques différentes : la nécessité de prendre en compte d'éventuelles dimensions d'ordre supérieur en physique des hautes énergies et la difficulté d'incorporer le principe de Mach dans la relativité générale. Cette classe de théories a donc la particularité d'avoir été construite afin de résoudre des problèmes profonds liés à la nature même de la gravitation et à la structure de notre espace-temps.

À partir de 1949, les développements en physique des hautes énergies amène P. Jordan [27] à essayer de plonger une variété courbe quadridimensionnelle dans un espace-temps plat à 5 dimensions. Ce problème est dans la droite lignée des théories de Kaluza-Klein

⁸. Ces deux modèles de quintessence seront particulièrement intéressants dans la suite de la thèse. En effet, ceux-ci correspondent aux modèles cosmologiques implémentés dans le cadre des simulations DEUSS décrites dans le Chapitre 11 de la partie numérique. Une liste exhaustive des paramètres cosmologiques est fournie Tableau 11.5. Une explication détaillée autour de l'obtention de ces paramètres cosmologiques et de l'intégration numérique des équations de Friedmann est présentée Section 11.1.

sur la relativité générale en tant que description de la dynamique d'un espace-temps à $4+N$ dimensions, avec les N dimensions supplémentaires compactifiées le long de cercles de rayon extrêmement petit⁹. L'action proposée en 1952 par P. Jordan [28] s'écrit alors :

$$S = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^4\tilde{x} \sqrt{-\tilde{g}} \left[\Phi \tilde{R} - \frac{\Omega(M(\Phi))}{\Phi} \tilde{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \Phi \partial_\nu \Phi \right] + S_m(\psi_m, \tilde{g}_{\mu\nu}, \Phi) \quad (2.23)$$

Cette action semble assez éloignée de l'action d'Einstein-Hilbert : les degrés de liberté scalaire et tenseur sont ici mêlés. Il est crucial de noter que, dans cette action, le champ scalaire Φ joue le rôle de l'inverse d'un couplage gravitationnel $G(x^\mu)$ dépendant de la position dans l'espace-temps. On remarque qu'ici, l'action liée à la partie matérielle dépend explicitement du champ scalaire Φ , ce qui entraîne une violation explicite du principe d'équivalence fort. En effet, les champs de matière ψ_m ne se couplent pas uniquement au tenseur métrique $g_{\mu\nu}$ mais également au champ scalaire Φ : les observables dépendent alors de la position dans l'espace-temps de l'expérimentateur.

La constante Ω peut être indépendante du champ scalaire, ce qui permet d'obtenir l'action originale de Brans-Dicke [14].

C. Brans et R.H. Dicke obtiennent la même action en utilisant des arguments très différents. En effet, l'argument principal de leur article de 1961 [14] pour justifier l'ajout de nouveaux champs médiateurs de la gravitation, est l'incorporation du principe de Mach (ou au moins une version relaxée) au sein d'une théorie de l'espace-temps. Ainsi, leur article souligne que l'invariance des constantes fondamentales des lois de la dynamique n'est pas en accord avec l'idée de Mach selon lequel l'inertie des corps est reliée à leur accélération relativement à la distribution locale de matière (version relaxée du principe de Mach). Considérant l'extension la plus simple de la relativité générale respectant le principe d'équivalence faible et permettant une variation des constantes fondamentales de la Nature, C. Brans et R.H. Dicke ont obtenu l'action (2.23) avec une constante Ω indépendante du champ scalaire.

Cette classe de théories, extension simple de la relativité générale, évite les divers problèmes associés à la constante cosmologique et explique de manière élégante l'effet accélérateur de l'Énergie Noire. De récents travaux [15, 29] ont montré que cette dernière devient alors un effet de référentiel, que l'on peut interpréter comme une différence de chute libre entre baryons et matière noire.

Reprenant l'action (2.23) avec un terme de matière dépendant d'un champ scalaire \tilde{X}_ψ , nous obtenons l'action suivante :

$$S_{BD} = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[\frac{\Phi}{2\kappa^2} \tilde{R} - \frac{\Omega(\Phi)}{2\kappa^2 \Phi} \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi + \tilde{U}(\Phi) + \tilde{P}(\tilde{X}_\psi) \right], \quad (2.24)$$

9. Le rayon des cercles de compactification est pris très faible afin que l'observateur macroscopique ne puisse expérimenter l'existence de ces dimensions qu'au travers de la physique des hautes énergies.

avec κ^2 constante de couplage à la gravitation se réduisant à la constante de Newton dans le système solaire et $\Omega(\Phi)$ la fonction de couplage de Brans-Dicke. Cette expression est ici écrite dans le Jordan « frame », référentiel où toutes les observables doivent être calculées. Ce référentiel, dans le cas où le champ scalaire n'est couplé qu'à un seul fluide matériel, est défini de manière unique. L'inconvénient de ce « frame » est le mélange des degrés de liberté scalaire Φ et tenseur \tilde{R} , qui rend extrêmement complexe les calculs [30]. Cela nous incite donc, dans un soucis de simplifications, à mener les calculs dans le référentiel d'Einstein (ou « Einstein frame »), où les degrés de liberté gravitationnels sont découplés. En effet, dans ce référentiel, le terme scalaire de la gravitation joue simplement le rôle d'un champ de quintessence en interaction non-minimal avec les composantes de matière. Le lien entre référentiel observable et référentiel d'Einstein est obtenu en utilisant une transformation conforme sur la métrique :

$$\tilde{g}_{\alpha\beta} = A_\psi^2(\varphi)g_{\alpha\beta} \text{ , où } \Phi = A_\psi^{-2}(\varphi) \text{ et } 3 + 2\Omega = \frac{\kappa^2}{2} \left(\frac{d \ln A_\psi}{d\varphi} \right)^{-2} . \quad (2.25)$$

En outre, nous redéfinissons le champ scalaire de telle manière que celui-ci soit canoniquement normalisé :

$$\frac{\Phi}{2\kappa^2} \tilde{R} - \frac{\Omega(\Phi)}{2\kappa^2 \Phi} \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi \rightarrow \frac{1}{2\kappa^2} R + \frac{1}{2} (\partial\varphi)^2 . \quad (2.26)$$

Cela implique que le facteur κ^2 devant le champ scalaire dans le référentiel observable disparaît lorsque l'on se déplace dans le référentiel d'Einstein.

Notons que cette transformation conforme change également la définition des distances dans l'espace-temps : $\tilde{d}t = A_\psi(\varphi)dt$ et $\tilde{d}x_i = dx_i$.

À partir d'une version généralisée à plusieurs fluides de l'action (2.24), le chapitre suivant nous permettra de calculer les perturbations cosmologiques dans le cadre de ces théories scalaire-tenseur.

Deuxième partie

Développements en cosmologie
physique

CHAPITRE

3

L'UNIVERS INHOMOGÈNE

3.1 L'Univers inhomogène : dynamique linéaire des fluctuations	34
3.1.1 Problèmes de jauge dans les théories gravitationnelles	35
3.1.2 Description fluide de la dynamique homogène de l'espace-temps	40
3.1.3 Perturbations lagrangiennes des modèles scalaire-tenseur	44
3.1.4 Application des équations du mouvement à des cas particuliers	51
3.2 Retour à une description eulérienne des perturbations . . .	56

Le travail présenté dans ce chapitre a été réalisé dans le prolongement des développements théoriques du stage de Master Recherche. Suite à un travail approfondi sur la théorie des perturbations cosmologiques dans les modèles de gravité modifiée [5, 31], de nombreuses approximations sur la dynamique de l'Énergie Noire ont été relevées. Ce chapitre se propose donc de revisiter les équations de la dynamique perturbée au premier ordre à l'aide d'un formalisme lagrangien minimisant le nombre de degré de liberté.

Comme nous le verrons dans la suite, il permet de trouver une version généralisée des équations du mouvement de Sasaki-Mukhanov. En particulier, nous montrerons que ces équations du mouvement permettent de retrouver le comportement d'un champ d'inflation (« early-time acceleration »), de décrire l'évolution des perturbations durant l'ère de la matière ou d'obtenir de manière exacte l'évolution des perturbations en présence d'un champ dilatonique couplé à des composantes matérielles (« late-time acceleration »).

3.1 L'Univers inhomogène : dynamique linéaire des fluctuations

Afin de décrire l'effondrement gravitationnel et l'évolution linéaire des structures dans un cadre relativiste, nous devons perturber notre espace-temps FLRW. La théorie des perturbations cosmologiques peut être approchée de deux manières : la perturbation des équations du mouvement obtenu dans le cadre de la dynamique homogène (approche eulérienne) ou un principe variationnel visant à perturber l'action de la relativité générale (approche lagrangienne).

L'approche eulérienne entraîne une simple perturbation des équations d'Einstein et des équations de conservation de la matière. Ainsi, la technique est de résoudre les équations tensorielles développées à l'ordre 1 :

$$\delta G_\mu^\nu = \kappa^2 \delta T_\mu^\nu \quad (3.1)$$

$$\delta[\nabla_\nu T_\mu^\nu] = 0 \quad (3.2)$$

Dans cette section, nous utiliserons cette approche variationnelle, ainsi que l'action (2.23), introduite dans le chapitre précédent pour décrire un secteur sombre accélérateur complexe.

Ainsi, afin d'étudier les perturbations linéaires à partir d'un principe variationnelle (approche lagrangienne), nous nous inspirerons de la méthode développée par Maldacena [32]. Cette technique, utilisée dans le cadre des modèles inflationnaires (e.g. DBI inflation [33]) provoquant une expansion accélérée au début de l'histoire de l'Univers, vise à éviter toute approximation lors des calculs. Cette méthode se décompose en cinq étapes :

- l'écriture de l'action covariante dans le référentiel de Jordan suivi de son obtention dans le « Einstein frame » via une transformation conforme ;
- la paramétrisation des termes de pression par une approximation fluide pour diminuer les nombres de degrés de liberté ;
- la dérivation des contraintes hamiltoniennes à l'ordre homogène et à l'ordre linéaire ;
- l'utilisation de ces équations de contraintes pour obtenir l'action quadratique invariante de jauge pour les perturbations linéaires ;
- la résolution des équations du mouvement issues de la variation de l'action quadratique à l'ordre linéaire.

3.1.1 Problèmes de jauge dans les théories gravitationnelles

3.1.1.1 Brisure de la covariance et problèmes de jauge

Nous avons vu précédemment qu'en raison du principe cosmologique, les théories métriques décrivant la gravitation sont covariantes et donc invariantes sous des transformations de Lorentz. Cependant, l'introduction d'une métrique perturbée autour d'une métrique homogène brise cette covariance : il convient d'établir un isomorphisme ψ liant les points de l'espace-temps FLRW à l'espace-temps perturbé (voir figure 3.1). Cependant, le mapping ψ n'est pas unique ce qui implique une liberté de choix de coordonnées dite « choix de jauge » brisant la covariance.

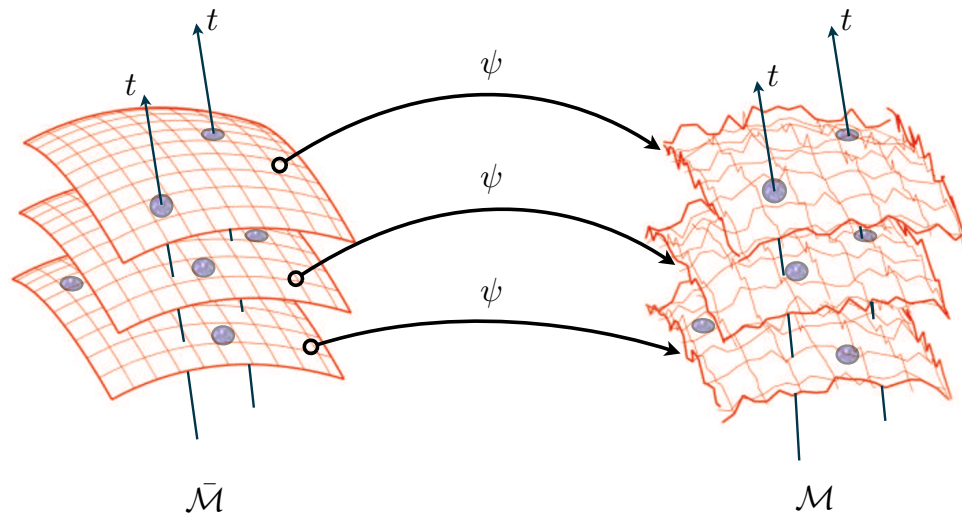


FIGURE 3.1: Isomorphisme (Diffeomorphisme) ψ entre le monde homogène $\bar{\mathcal{M}}$ décrit par une métrique FLRW et l'Univers perturbé décrit par la variété \mathcal{M} .

Afin de comprendre en détail cette brisure, considérons la théorie quantique des champs où l'espace-temps est fixe : une fois le système de coordonnées choisi, toute quantité $F(\vec{x}, t)$ peut être décomposée en une partie homogène et une partie perturbée comme suit :

$$\delta F(\vec{x}, t) = F(\vec{x}, t) - \bar{F}(\vec{x}, t) . \quad (3.3)$$

Toutes ces quantités peuvent être comparées à tous les points de l'espace-temps au même point, ce qui évite toute ambiguïté dans la définition de nos variables.

La relativité générale ne supposant pas d'espace-temps fixe de fond, nous voulons comparer des quantités évoluant sur deux espace-temps différents, respectivement un Univers FLRW homogène $(\bar{\mathcal{M}}, g_{\mu\nu})$ et un Univers perturbé $(\mathcal{M}, g_{\mu\nu})$ proche d'un Univers FLRW. Le physicien est donc libre du choix de l'isomorphisme liant les différents points des deux

espace-temps. Remarquons qu'il n'existe aucun choix plus naturel qu'un autre en ce qui concerne ce mapping entre espace-temps et qu'il peut exister des degrés de liberté non physiques, appelés modes de jauge, liés au choix du système de coordonnées sur chacune des variétés. Cela nous amènera à discuter le sens physique associé à différents choix de jauge dans le paragraphe 3.1.1.3.

À l'ordre linéaire, la métrique FLRW se décompose de la manière générale sous la forme :

$$ds^2 = a^2 [-(1 + 2A)d\eta^2 + 2B_i dx^i d\eta + (\gamma_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j] . \quad (3.4)$$

La métrique homogène se note $\bar{g}_{\mu\nu}$ alors que la métrique perturbée s'écrit $\delta g_{\mu\nu}$.

En utilisant une projection sur la base des harmoniques sphériques, nous pouvons définir des perturbations scalaires, vecteurs et tenseurs (décomposition SVT) non couplées entre elles. Les perturbations tenseurs concernent les ondes gravitationnelles qui dans le cadre de ce travail ne nous intéressent pas. Les perturbations vectorielles, associées au phénomène de vorticité, décroissent très rapidement dans l'histoire de l'Univers, ce qui nous permet de les négliger. Dans ce manuscrit, nous ne nous intéresserons donc qu'aux perturbations scalaires, celles-ci ayant des implications importantes dans la dynamique de formation des structures. Cette décomposition SVT nous permet de récrire la métrique perturbée uniquement en terme de quantités scalaires :

$$ds^2 = a^2 [-(1 + 2A)d\eta^2 + 2\partial_i B dx^i d\eta + (1 + 2C)d\vec{x}^2 + 2\partial_i \partial_j E dx^i dx^j] . \quad (3.5)$$

Afin de distinguer les dégrés de liberté physique des dégrés de liberté induits par le choix de jauge, considérons un changement de coordonnées infinit simal¹ $\hat{x}^\mu \rightarrow x^\mu + \xi^\mu$ avec ξ^μ se décomposant en :

$$\xi^0 = T, \quad \xi^i = \partial^i L . \quad (3.7)$$

Cela implique que les variables de perturbations de la métrique s'écrivent :

$$\hat{A} \rightarrow A + T' + \mathcal{H}T \quad (3.8)$$

$$\hat{B} \rightarrow B + L' - T \quad (3.9)$$

$$\hat{C} \rightarrow C + \mathcal{H}T \quad (3.10)$$

$$\hat{E} \rightarrow E + L \quad (3.11)$$

1. Il est possible de démontrer qu'un tel changement de coordonnées est relié à une dérivation de Lie, notée \mathfrak{L}_ξ , sur la métrique :

$$\widehat{\delta g}_{\mu\nu} \rightarrow \delta g_{\mu\nu} + \mathfrak{L}_\xi \bar{g}_{\mu\nu} . \quad (3.6)$$

Physiquement, la dérivée de Lie correspond ici à la dérivation directionnelle d'une fonction sur une variété différentielle.

Cela nous amène à énoncer le lemme de Stewart-Walker :

Lors d'un changement de coordonnées associés à un changement de jauge, toute quantité δF se transforme selon $\widehat{\delta F} \rightarrow \delta F + \mathfrak{L}_\xi \bar{F}$ au premier ordre dans les perturbations. Chaque champ de vecteurs ξ^μ générant une transformation de jauge, les seules quantités invariantes de jauge sont celles pour lesquelles : $\mathfrak{L}_\xi \bar{F} = 0, \forall \xi$.

Ce théorème se vérifie par exemple lorsque l'on considère les perturbations spatiales d'un champ scalaire φ , pouvant représenter un champ de quintessence : $\widehat{\delta\varphi} \rightarrow \delta\varphi + \varphi' T$.

Les équations relativistes de la relativité générale étant covariantes, toute équation décrivant l'évolution du champ tensoriel F peut donc s'écrire $F = 0$. Il est donc toujours possible, au premier ordre dans les perturbations cosmologiques, de réécrire une équation en termes de quantités invariantes de jauge.

3.1.1.2 Quantités invariantes de jauge

Ces quantités invariantes de jauge présentent la particularité de ne pas dépendre de l'isomorphisme choisi pour relier l'espace-temps perturbé à l'Univers homogène. Elles contiennent donc tous les degrés de liberté physique du système dynamique que l'on veut décrire (en évacuant les modes de jauge du paragraphe précédent). Les observables en cosmologie sont nécessairement des quantités invariantes de jauge : reste à choisir convenablement ces variables afin d'exprimer nos observables.

Nous avons, *à priori*, une infinité possible de choix possible. Cependant, une propriété en cosmologie est que lorsque l'on considère des perturbations sur des échelles très inférieures au rayon de Hubble, une approche friedmannienne (i.e. non-perturbée) de l'espace-temps peut être adoptée. Sous cette hypothèse, toutes les variables invariantes de jauge convergent rapidement (voir Peter et Uzan [34]). Cela permet à un physicien de mener des calculs perturbatifs sub-horizon sur ses variables invariables de jauge préférées. Dans cette section, nous nous intéresserons aux lois de transformation permettant de passer d'une jauge à l'autre.

La construction de variables invariantes de jauge procèdent du lemme de Stewart-Walker. Il s'agit de trouver une combinaison linéaire de variables dépendantes de jauge qui soit invariante sous un changement de coordonnées. La construction de telle variables est effectuée à partir des équations (3.8–3.11). Par exemple, les variables, dites de Bardeen, s'écrivent :

$$\Psi \equiv -C - \mathcal{H}(B - E') \quad (3.12)$$

$$\Phi \equiv A + \mathcal{H}(B - E') + (B - E')' . \quad (3.13)$$

Étant donné que ces variables ne peuvent pas être annulées par un changement de jauge, celles-ci correspondent aux perturbations physiques de l'espace-temps. En introduisant les perturbations matérielles dans le système physique, nous obtenons deux autres variables invariantes de jauge, décrivant les vraies perturbations physiques, respectivement, du champ de densité et du champ de vitesse de la matière :

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^N \equiv \delta^N = \delta + \frac{\rho'}{\rho}(B - E') \quad (3.14)$$

$$u^N = u - E' \quad (3.15)$$

L'utilisation des variables invariantes de jauge est cruciale pour la covariance de la théorie des perturbations cosmologiques. Cependant, nous allons voir dans la suite que l'invariance de jauge est choisie en rapport avec une jauge particulière qui présente une signification physique particulière. Sachant qu'à tout choix de jauge correspond un choix de variables invariantes de jauge, nous pouvons utiliser des variables dépendantes de jauge pour mener à bien les calculs. Une fois les calculs effectués, nous devons impérativement revenir à une description en terme de variables indépendantes de jauge pour comparer aux observables physiques.

Les calculs seront corrects à condition, bien sûr, de pouvoir discerner les degrés de liberté physiques des modes de jauge.

3.1.1.3 Sens physique associé à un choix de jauge

Cette partie s'inspire grandement de l'article référence de Kodama et Sasaki, *Cosmological Perturbation Theory* [35].

Une jauge largement employée est la **jauge longitudinale**, encore appelée jauge newtonienne. Celle-ci est caractérisée par le choix :

$$B = 0, \quad E = 0. \quad (3.16)$$

Ce choix de coordonnées impose donc une métrique perturbée diagonale, ce qui implique un taux d'expansion isotrope. Les variables employées dans cette jauge correspondent alors aux invariants de jauge de Bardeen (3.12–3.15). L'annulation de la variable T lors de la construction de ces invariants assure qu'aucun mode de jauge ne se propage sous ce choix de coordonnées. Le passage à cette jauge s'obtient avec la transformation de jauge :

$$T = B - E', \quad L = -E. \quad (3.17)$$

L'équivalence entre variables de Bardeen et variables longitudinales, l'absence de mode de jauge et l'isotropie de l'expansion sont les principaux avantages de cette jauge. Ainsi,

son utilisation permet d'obtenir des résultats d'une manière simple et rapide quel que soit le type de modèle de gravité considéré. Cependant, le nombre d'équations dynamiques est élevé ce qui impose de faire de nombreuses approximations.

Une autre jauge utile est la **jauge de feuilletage plat**, dans laquelle la partie spatiale de la métrique n'est pas perturbée :

$$C = 0, \quad E = 0. \quad (3.18)$$

Cette jauge ne propage pas de mode de jauge, les variables T et L étant fixées, comme l'indique la transformation :

$$T = -\frac{C}{\mathcal{H}}, \quad L = -E. \quad (3.19)$$

L'avantage de cette jauge réside dans la non-perturbation de la métrique spatiale. Cela permet donc d'étudier la variation des quantités évoluant sur cette métrique non-perturbée de manière assez simple, en réduisant le nombre de degrés de liberté du système.

La **jauge synchrone** est définie avec la contrainte :

$$A = 0, \quad B = 0. \quad (3.20)$$

À l'inverse de la jauge de feuilletage plat, sous un tel choix de coordonnées, seules les sections spatiales de la métrique sont perturbées. Les lignes d'univers d'équation $x^i = C^{te}$ sont orthogonales aux hypersurfaces à temps constant et le temps propre d'un observateur comouvant coïncide avec le temps cosmique. Cela implique qu'avec ce système de coordonnées, à chaque point correspond un observateur en chute libre.

Cependant, les avantages de cette jauge sont contrebalancées par l'existence de modes de jauge lorsque l'on est amené à résoudre les équation d'évolution des perturbations linéaires. Ainsi, la transformation pour passer d'une jauge quelconque à la jauge synchrone impose $T' + \mathcal{H}T = 0$, d'où :

$$T = -\frac{\alpha}{a(\eta)} \int a(\eta) d\eta + \frac{\beta}{a(\eta)}, \quad L = \int T d\eta + \gamma, \quad (3.21)$$

avec α , β et γ constantes d'intégration dépendant à priori des coordonnées spatiales x^i . Ces fonctions d'intégration ont pour origine la définition arbitraire du temps propre correspondant à chaque observateur.

Tous les choix de jauge précédents se sont portés sur la forme de la métrique perturbée. Une option intéressante est d'envisager une **jauge comobile** suivant le mouvement d'un fluide ou d'un ensemble de fluides (baryons, matière noire, photons...). Cette jauge impose que la composante matérielle suivie n'est pas perturbée. Afin d'éviter l'existence de modes

de jauge, nous imposons une condition supplémentaire sur la variable E :

$$\delta T_0^i = 0, \quad E = 0. \quad (3.22)$$

Cette jauge nous sera extrêmement utile dans la suite du manuscrit. En effet, dans le cas des perturbations comouvantes avec un champ scalaire φ , elle se réduit à $\delta\varphi = 0$. De plus, dans cette jauge, l'écriture d'une équation de Poisson est semblable à celle obtenue dans un cadre newtonien.

3.1.2 Description fluide de la dynamique homogène de l'espace-temps

Tout choix de jauge vise donc à réduire le nombre de degrés de liberté du système physique afin de déduire une équation dynamique simplifiée. Dans le même esprit, nous pouvons réécrire les fluides apparaissant dans les équations de Friedmann en terme de champs scalaires, grâce à une méthode développée par Boubekur et al. [36], afin de réduire encore le nombre de degrés de liberté. En particulier, sachant qu'un fluide barotropique et irrotationnel telle la matière ou les photons ne propage qu'un seul degré de liberté [36–38], il est raisonnable de traiter ce fluide comme un champ scalaire que nous noterons ψ par la suite. Nous développerons brièvement les étapes d'une telle démonstration, puis, nous la généraliserons dans le cadre de modèles de gravité non-minimalement couplés à un champ scalaire médiateur de la gravité. Cet ersatz se révélera particulièrement utile en vue du calcul perturbatif.

Afin d'écrire nos fluides en termes de champs scalaires, nous suivons un parallèle avec les modèles de K-inflation [39] : nous pouvons donc introduire le lagrangien

$$\mathcal{L} = \tilde{P}(\tilde{X}), \quad \tilde{X} \equiv -\tilde{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \psi \partial_\nu \psi, \quad (3.23)$$

pour un fluide donné. L'équation du mouvement résultant de la variation de ce lagrangien par rapport à la métrique nous donne l'expression du tenseur énergie-impulsion (cf. équation (2.2)) pour un fluide décrit par le lagrangien (3.23) :

$$T_{\mu\nu} = 2\tilde{P}(\tilde{X})_{,\tilde{X}} \partial_\mu \psi \partial_\nu \psi + \tilde{P}(\tilde{X}) \tilde{g}_{\mu\nu}. \quad (3.24)$$

Une comparaison avec l'équation (2.2) nous donne par identification :

$$\tilde{\rho} = 2\tilde{X}\tilde{P}' - \tilde{P}, \quad \tilde{p} = \tilde{P}, \quad \tilde{u}_\mu = \frac{\partial_\mu \psi}{\sqrt{\tilde{X}}}, \quad (3.25)$$

où \tilde{u}_μ est un quadrivecteur de genre temps et dirigé vers le futur. Si nous considérons un fluide barotropique (par un exemple, un fluide photonique) d'équation d'état $\tilde{p} = w\tilde{\rho}$,

nous pouvons réécrire l'équation (3.25) uniquement en terme de la pression \tilde{P} :

$$\tilde{P} = w(2\tilde{X}\tilde{P}_{,X} - \tilde{P}) . \quad (3.26)$$

Cette équation s'intègre simplement dans le cas où $w \neq 0$:

$$\tilde{P} = \tilde{X}^{\frac{1+w}{2w}} . \quad (3.27)$$

Il est important de noter que, bien que cette définition de la pression diverge lorsque $w \rightarrow 0$, nous pourrions considérer cette limite dans les équations du mouvement. Cela semble raisonnable car seules les équations du mouvement décrivent l'évolution dynamique des fluides considérés, l'action n'étant qu'une fonctionnelle de la dynamique d'un système physique. La limite $w \rightarrow 0$, décrivant le cas d'un fluide de poussière, est particulièrement importante pour décrire l'évolution des fluides de baryons ou de matière noire.

Nous souhaitons à présent utiliser ce formalisme pour obtenir, dans un premier temps, les équations de la dynamique homogène pour un champ scalaire ϕ non-minimalement couplé à la gravité et dans un second temps, les perturbations linéaires d'un tel modèle.

Sous la transformation conforme (2.25), l'action 2.24 est exprimée dans l'« Einstein frame » :

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2\kappa^2} R + \frac{1}{2} (\partial\varphi)^2 + P(X_\psi, A_\psi) \right] , \quad (3.28)$$

où

$$P(X_\psi, A_\psi) = A_\psi^{2(2-\alpha)} X^\alpha , \quad X = -g^{\mu\beta} \partial_\mu \psi \partial_\beta \psi , \quad (3.29)$$

en ayant défini :

$$\alpha = (1 + w)/2w . \quad (3.30)$$

Plusieurs cas limites correspondent à des valeurs particulières du paramètre d'état α :

- Cas constante cosmologique : $\alpha \rightarrow 0$;
- Cas champ scalaire pur : $\alpha \rightarrow 1$;
- Cas radiation (photons ou neutrinos) : $\alpha \rightarrow 2$;
- Cas poussière : $\alpha \rightarrow \infty$.

Afin de décrire un système complexe de fluides en interaction, nous pouvons généraliser ce calcul à un système de plusieurs fluides parfaits couplés différemment au champ scalaire φ pour obtenir l'action la plus générale dans le référentiel d'Einstein :

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2\kappa^2} R + \frac{1}{2} (\partial\varphi)^2 - V(\varphi) + \sum_i P(X_i, A_i) \right] , \quad (3.31)$$

où la somme sur i concerne tous les composants ψ_i des fluides parfaits (telles que définies dans l'équation (3.29) avec A_i la fonction de couplage A_ψ [i -ème fluide]). Cette action (3.31) constitue la fonctionnelle du système que nous allons étudier. Il est crucial de noter que, dans un tel système, le Jordan « frame » n'est plus défini de manière unique. En effet, nous pouvons alors définir un Jordan frame différent pour chaque composante. Cependant, une fois choisi le fluide représentant les baryons, nous fixons définitivement le « frame » observable. Notons que nous restons libres de définir un autre « frame » observable mais dans ce cas, des effets cosmologiques différents existent (e.g. une décélération dans le Jordan « frame » de la matière noire [15]).

La variation de l'action (3.31) par rapport à la métrique $g^{\mu\beta}$ nous permet de retrouver la définition de la densité énergétique et de la pression dans le référentiel d'Einstein :

$$\rho_i = 2X P_{i,X} - P_i, \quad p_i = P_i, \quad u_{i,\mu} = \frac{\partial_\mu \psi_i}{\sqrt{X_i}}. \quad (3.32)$$

Les couplages non-minimaux A_i étant inclus dans la définition de nos variables associées aux fluides parfaits, ceux-ci n'apparaissent pas dans les équations d'Einstein. À l'inverse, ils sont présents dans les équations de Klein-Gordon (i.e. les équations de champ). Bien sur, en l'absence de couplage direct entre les différentes composantes fluides, chaque tenseur énergie-impulsion est conservée dans le référentiel de Brans-Dicke alors que seul le tenseur énergie-impulsion total est conservé dans l'« Einstein frame ».

La métrique homogène de l'espace-temps FLRW est ici réécrite en formalisme Arnowitt-Deser-Misner (ADM) :

$$ds^2 = -N(t)^2 dt^2 + a(t)^2 h_{ij} dx^j dx^i. \quad (3.33)$$

Ce formalisme permet de décomposer l'espace-temps en trois degrés de liberté spatiaux et un degré de liberté temporelle. L'utilisation de cette décomposition n'introduit aucune différence au niveau de la dynamique homogène par rapport au formalisme habituel. Cependant, dans le cadre des perturbations linéaires covariantes, l'utilisation d'un tel formalisme permet de réduire le nombre d'équations dynamiques en décomposant les degrés de liberté spatiaux et temporelle. Certaines équations portant sur la dynamique perturbative linéaire seront donc, par la suite, des équations de contraintes simplifiant l'étude de la dynamique du système.

Les équations de Friedmann dans le cadre d'une approche fluide des composants de l'Univers sont obtenus de la même manière que précédemment :

$$\left. \frac{\delta S}{\delta N} \right|_{N=1} = 0 \Rightarrow H^2 = \kappa^2 \frac{\dot{\varphi}^2}{6} + \frac{\kappa^2}{3} \sum_i \rho_i + \frac{\kappa^2}{3} V, \quad (3.34)$$

$$\left. \frac{\delta S}{\delta h_{ij}} \right|_{h_{ij}=\delta_{ij}} = 0 \Rightarrow \dot{H} = -\kappa^2 \frac{\dot{\varphi}^2}{2} - \frac{\kappa^2}{2} \sum_i (\rho_i + p_i). \quad (3.35)$$

Ne nous intéressant pour l'instant qu'à la dynamique homogène des champs, les champs de matière ψ_i sont supposés homogènes ce qui entraîne la simplification de l'expression de la pression (3.29) :

$$P(X_i, A_i) \equiv A_i^{2(2-\alpha_i)} (-g^{\mu\beta} \partial_\mu \psi_i \partial_\beta \psi_i)^{\alpha_i} = A_i^{2(2-\alpha_i)} \dot{\psi}_i^{2\alpha_i}. \quad (3.36)$$

Les équations de champ sont obtenus en dérivant l'action respectivement par rapport à φ et ψ_i avec $N = 1$ et $h_{ij} = \delta_{ij}$:

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V_{,\varphi} + \sum_i \frac{d \ln A_i}{d\varphi} (\rho_i - 3p_i) = 0 \quad (3.37)$$

$$(2\alpha_i - 1)\ddot{\psi}_i + 3H\dot{\psi}_i + \frac{d \ln A_i^{2(2-\alpha_i)}}{dt} \dot{\psi}_i = 0. \quad (3.38)$$

L'équation (3.37) correspond à l'équation du mouvement classique pour un champ scalaire en interaction avec un potentiel (voir équation (2.18)). Le second ensemble d'équation correspond à l'équation du mouvement pour divers champs scalaires « de matière ». Il est intéressant de noter que ces équations sont l'exact équivalent des équations de conservation (2.5) dans le cas de fluides non-minimalement couplés à un champ scalaire φ :

$$\dot{\rho}_i + 3H(\rho_i + p_i) = \frac{d \ln A_i}{d\varphi} (\rho_i - 3p_i) \dot{\varphi}.$$

En particulier, nous voyons clairement qu'il n'y a pas conservation de chaque composante du tenseur énergie-impulsion dans le Einstein « frame » [30]. Cela se traduit par l'apparition des termes sources traduisant les échanges d'énergie entre les composantes matérielles.

Notre approche en terme de champs scalaires permet donc bien de retrouver les résultats concernant la dynamique homogène obtenus par une dérivation classique des équations. Dans la suite, nous allons nous intéresser aux perturbations de ce système multi-fluides non-minimalement couplés à un champ scalaire.

3.1.3 Perturbations lagrangiennes des modèles scalaire-tenseur

Afin de réduire le nombre de degrés de liberté associé à notre modèle de gravité étendue, nous avons donc préalablement écrit l'action du système dans le référentiel d'Einstein. Cette transformation conforme a permis de découpler les degrés gravitationnels scalaire et tenseur. Nous avons également paramétrisé les divers termes de pression en terme de champs scalaires « matériels » et dérivé les équations du mouvement homogène des diverses composantes. Cette paramétrisation permet de supprimer un degré de liberté supplémentaire et d'unifier la description du système en terme de champs scalaires : certains champs correspondent à des fluides cosmologiques, d'autres à des termes modificateurs de la gravité. Finalement, l'utilisation d'un choix de jauge va nous permettre de réduire encore le nombre de degrés de liberté. Ainsi, avec un formalisme ADM introduisant des équations de contraintes, il nous restera $N+1$ degrés de liberté correspondant aux N champs scalaires « matériels » et au champ de gravité. Notons que de telles équations de contraintes n'existent pas lors d'une approche eulérienne des perturbations linéaires : des approximations sévères sur la dynamique de l'espace-temps et de ses composantes matériels doivent alors être posées afin de retrouver des équations de contraintes.

Il nous reste donc à calculer les équations de contraintes à l'ordre linéaire et d'utiliser toutes ces équations pour en déduire les équations du mouvement covariantes perturbées à l'ordre un.

3.1.3.1 Perturbations linéaires

Afin de limiter le nombre d'équations dynamiques, le formalisme Arnowitt-Deser-Misner (ADM), est utilisé [40]. La métrique perturbée est alors décomposée suivant

$$ds^2 = -N^2 dt^2 + h_{ij} (dx^i + N^i dt) (dx^j + N^j dt) . \quad (3.39)$$

L'invariance sous un difféomorphisme de l'action (3.31), décrite section 3.1.1.1, nous permet de choisir une jauge telle que :

$$\delta\varphi = 0 , \quad h_{ij} = a^2 e^{2\zeta} \delta_{ij} \text{ et } N^i = a^{-2} \partial_i \beta , \quad (3.40)$$

dans lequel δ_{ij} est la métrique tridimensionnelle et β et ζ sont les variables métriques perturbées à l'ordre un.

Ce choix de jauge provient de considération physique forte. Dans le cadre d'un modèle avec un seul champ scalaire (quintessence, inflation à un champ...), deux jauges semblent naturelles : un système de coordonnées où la métrique spatiale est considérée comme plane et une jauge où le champ scalaire n'est pas perturbé. Dans le premier cas, nous

considérons que les perturbations ont lieu uniquement sur les fluides ($\zeta = 0$) alors que dans le second cas, le champ scalaire est alors spatialement uniforme sur des hypersurfaces à temps constant ($\delta\varphi = 0$).

La première jauge est parfaite dans le cas où nous voulons étudier plusieurs champs scalaires indistinguables comme en inflation Dirac-Born-Infeld (DBI - voir [33, 41]). Dans notre cas, tous les champs scalaires « matériels » sont non-universellement couplés à un champ scalaire unique. Ce champ scalaire représentant l'énergie noire est donc particulièrement ce qui favorise le choix de la jauge comobile avec le champ scalaire $\delta\varphi = 0$.

Après ce choix de jauge, le nombre de degrés de liberté du système physique est définitivement fixé. En effet, pour les perturbations scalaires, vecteurs, tenseurs, il existe dix degrés de liberté comme indiqué sur la figure 3.2. Plus particulièrement, les deux degrés de liberté tensoriels ne peuvent être annulés par un quelconque choix de jauge ; à l'inverse les quatre degrés de liberté vectoriels peuvent être annulés par un choix de jauge et l'utilisation du formalisme ADM pour obtenir des équations de contraintes hamiltoniennes. Le cas qui nous intéresse – à savoir les perturbations scalaires – est intermédiaire : il existe quatre degrés de liberté scalaires liés à la métrique ; un degré scalaire associé à la modification de la gravité décrite dans le « Einstein Frame » ; N degrés scalaires de liberté suivant l'évolution des N fluides cosmologiques décrit par des champs scalaires « matériels ». Cependant, tous ces degrés de liberté ne décrivent pas des modes de propagation physique. Ainsi, le choix de jauge, en fixant deux termes de la métrique perturbée, permet de retirer deux de ces degrés de liberté. Le formalisme ADM des perturbations linéaires ajoute deux contraintes sur les termes restants de la métrique perturbée. Finalement, il ne reste que $N+1$ degrés de liberté, constituant les vrais degrés de liberté du système.

	Métrique	Champ scalaire	Champ scalaire matériel	Choix de jauge	Contraintes	Degrés de liberté
Scalaire	4	1	N	-2	-2	$N+1$
Vecteur	4	0	0	-2	-2	0
Tenseur	2	0	0	0	0	2

FIGURE 3.2: Nombre de degrés de liberté du système pour les perturbations scalaires, vecteurs et tenseurs en présence d'un champ scalaire et de N champs scalaires « matériels ».

En accord avec la section 3.1.1.1, ces vrais degrés de liberté sont décrits en terme de quantités invariantes de jauge. Dans notre cas, ces quantités correspondent aux invariants de Sasaki-Mukhanov [31, 35], largement utilisés en inflation à plusieurs champs. Ces variables invariantes de jauge, que nous noterons G_0 pour le champ scalaire et G_i pour les champs scalaires « matériels », ont la particularité de représenter tous les degrés de

liberté du système en liant les variables associées au potentiel gravitationnel ζ et celles associées aux différents champs scalaires.

Sous le choix de jauge (3.40), l'action (3.31) se réécrit alors :

$$S = \int d^4x \sqrt{h} \left\{ \frac{1}{2\kappa^2} \left[N^{(3)}R + N^{-1} (E_{ij}E^{ij} - E^2) \right] + N^{-1} \frac{\dot{\varphi}^2}{2} - NV + N \sum_i P_i \right\}, \quad (3.41)$$

avec ${}^{(3)}R$ la courbure tridimensionnelle construite à partir de h^{ij} et de son inverse et

$$E_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\dot{h}_{ij} - D_i N_j - D_j N_i \right). \quad (3.42)$$

Notons que dans (3.42), D_i est la dérivée covariante par rapport à h_{ij} . Les indices i et j passent d'une forme covariante à une forme contravariante via la métrique h_{ij} . Grâce à l'utilisation du formalisme ADM, les composantes N et N^i de la métrique ne se propagent pas et sont les solutions des équations de contraintes hamiltoniennes ($\delta S/\delta N = 0$) :

$$\begin{aligned} {}^{(3)}R + 2\kappa^2 \sum_i A_i^{2(2-\alpha_i)} P_i - N^{-2} (E_{ij}E^{ij} - E^2) - N^{-2} \kappa^2 \dot{\varphi}^2 - \\ - 2\kappa^2 NV - 4\kappa^2 N^{-2} \sum_i A_i^{2(2-\alpha_i)} P_i \mathcal{V}_i^2 = 0, \end{aligned} \quad (3.43)$$

avec $\mathcal{V}_i = \dot{\psi}_i - N^l \partial_l \psi_i$ et ($\delta S/\delta N^j = 0$) :

$$\nabla_i [N^{-1} (E_j^i - E \delta_j^i)] = 2\kappa^2 N^{-1} \sum_i A_i^{2(2-\alpha_i)} P_i \mathcal{V}_i \partial_j \psi_i. \quad (3.44)$$

Résoudre ces contraintes en général est bien évidemment hors d'atteinte. Ainsi, en nous restreignant aux solutions à l'ordre linéaire ($N = 1 + \delta N$), nous obtenons :

$$\delta N = \frac{\dot{\zeta}}{H} + \frac{\kappa^2}{H} \sum_i \alpha_i P_i \frac{\delta \psi_i}{\dot{\psi}} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} H \partial^2 \beta = - \partial^2 \zeta + 3H \dot{\zeta} + \sum_i (1 - \alpha_i)(1 - 2\alpha_i) \kappa^2 P_i \delta N - \\ - \sum_i \alpha_i (2\alpha_i - 1) \kappa^2 P_i \frac{\delta \psi_i}{\dot{\psi}} - \kappa^2 \delta NV, \end{aligned} \quad (3.46)$$

avec $\partial^2 = \partial_i \partial^i$. Ces contraintes présentent une forme très différente des équations d'Einstein perturbées dans la jauge Newtonienne². Une transformation de jauge ainsi qu'un changement de variables permet de démontrer une totale équivalence entre l'équation

2. Dans la jauge Newtonienne, la métrique s'écrit $ds^2 = a^2[-(1+2\Psi)d\eta^2 + (1-2\Phi)d\vec{x}^2]$. Rappelons que dans cette jauge, l'expansion cosmique est vue comme isotrope, la métrique étant diagonale.

(3.45) et l'équation d'Einstein δG_i^0 . D'une manière semblable, la seconde équation est l'équivalent de l'équation d'Einstein en δG_0^0 . Cela signifie que l'équation sur $\partial^2\beta$ correspond à l'équation de Poisson dans des modèles d'énergie noire modifiée, comme indiqué précédemment.

Ces contraintes nous permettent d'exprimer l'action (3.41) quadratique à l'ordre un. Ainsi, en substituant les équations (3.45) et (3.46) dans l'action (3.41) et après un calcul direct – quoiqu'extrêmement long! –, nous trouvons l'action quadratique à l'ordre un pour les perturbations linéaires :

$$\begin{aligned}
S_{(2)} = & \int d^4x \frac{a^3}{2} \frac{\dot{\varphi}^2}{H^2} \left[\dot{\zeta}^2 - a^{-2}(\partial\zeta)^2 \right] \\
& + \frac{1}{2} \int d^4x \sum_i a^3 (2\alpha_i - 1) 2\alpha_i P_i \left\{ \left[\frac{\delta\dot{\psi}_i}{\dot{\psi}_i} - \frac{\dot{\zeta}}{H} \right]^2 - a^{-2} c_{si}^2 \left[\frac{\partial_j \delta\psi_i}{\dot{\psi}_i} - \frac{\partial_j \zeta}{H} \right]^2 \right\} \\
& + \frac{1}{2} \int d^4x 2a^3 \frac{\kappa^2}{H^2} \dot{\zeta} \left[\sum_i 2\alpha_i P_i \frac{\delta\dot{\psi}_i}{\dot{\psi}_i} \right] \left[\sum_j (\alpha_j - 1)(2\alpha_j - 1) P_j - V \right] \\
& + \frac{1}{2} \int d^4x \frac{\kappa^2}{H} \sum_{i,j} a^3 (2\alpha_i P_i)(2\alpha_j P_j) \frac{\delta\dot{\psi}_i \delta\dot{\psi}_j}{\dot{\psi}_i \dot{\psi}_j} (\alpha_j - \alpha_i) \\
& + \frac{1}{2} \int d^4x \frac{\kappa^4}{H^2} \sum_{i,j,k} a^3 (2\alpha_i P_i)(2\alpha_j P_j) \frac{\delta\dot{\psi}_i \delta\dot{\psi}_j}{\dot{\psi}_i \dot{\psi}_j} P_k (\alpha_k - 1)(\alpha_k - \alpha_i) \\
& - \frac{1}{2} \int d^4x \frac{\kappa^4}{H^2} V \sum_{i,j} a^3 (2\alpha_i^2 P_i)(2\alpha_j P_j) \frac{\delta\dot{\psi}_i \delta\dot{\psi}_j}{\dot{\psi}_i \dot{\psi}_j} .
\end{aligned} \tag{3.47}$$

Notons que les équations de conservation et de Friedmann ont été utilisées pour simplifier cette expression.

Cette action peut être décomposée en six parties correspondant aux six lignes de l'équation (3.47). La première ligne correspond à l'action classique quadratique à l'ordre un pour un unique champ scalaire φ avec, éventuellement, un potentiel d'auto-interaction $V(\varphi)$. Cette partie est le résultat principal à l'ordre un du travail de Maldacena [32] et, sous une perspective différente, des travaux de Mukhanov, Feldman et Brandenberger [31]. Les seconde et troisième lignes sont l'équivalent de l'action quadratique à l'ordre un pour un unique champ scalaire « matériel » avec un paramètre $\alpha \neq 1$ et en l'absence de tout choix de jauge ($\delta\psi_i \neq 0$). La ligne 3 nous montre clairement la présence d'un terme venant des équations homogènes. Ce terme correspond au couplage gravitationnel aux champs de matière. Ainsi, si $\alpha \rightarrow 1$ pour tous les fluides, le seul terme restant est le potentiel du champ scalaire, ce qui indique qu'un champ scalaire pur ne se couple à la gravité qu'au travers de son potentiel $V(\varphi)$.

La quatrième et cinquième ligne montrent des couplages directs entre les différents fluides,

conformément aux résultats de Kodama et Sasaki [35]. Ainsi, ce terme jouera un rôle important si l'on considère un mélange de baryons et de photons. La dernière ligne exhibe un couplage entre les variables liées à la matière et le potentiel d'auto-interaction du champ scalaire $V(\varphi)$. Ce couplage est entièrement lié à notre formalisme et est réabsorbé au niveau des équations du mouvement.

3.1.3.2 Action quadratique à l'ordre un en termes de variables de Sasaki-Mukhanov généralisées

L'action (3.47), valable pour un mélange de plusieurs fluides parfaits non-minimalement couplés à un champ scalaire φ , nous montre un grand nombre de couplages entre les différentes composantes matérielles. Dans un souci de simplicité, nous ne nous intéresserons donc qu'au cas de deux fluides parfaits ayant la même équation d'état e.g. un mélange de baryons et de matière noire ou de photons et de neutrinos : $\alpha_i = \alpha_j = \alpha$. Cette hypothèse permet d'éliminer les quatrième et cinquième lignes de l'action (3.47). Dans certains cas limites, le système général décrit par l'action (3.47) peut même être intégrable analytiquement.

Pour arriver à donner les solutions des équations du mouvement pour de tels cas limites, nous devons utiliser une description invariante de jauge. Celle-ci est obtenue en introduisant les variables de Sasaki-Mukhanov [31, 35], largement utilisées dans les modèles d'inflation. Il semble ici raisonnable d'utiliser les techniques introduites pour expliquer la phase d'accélération exponentielle au début dans l'histoire de l'Univers (« early-time » acceleration) afin de comprendre la phase d'accélération actuelle (« late-time » acceleration). Celles-ci sont ici généralisées à un système de plusieurs fluides non-minimalement couplés à un champ scalaire φ ³ :

$$G_0 = \mathcal{H}z_0 \left(\frac{\zeta}{\mathcal{H}} - \frac{\delta\varphi}{\varphi'} \right) \quad G_i = \mathcal{H}z_i \left(\frac{\zeta}{\mathcal{H}} - \frac{\delta\psi_i}{\psi_i'} \right), \quad (3.48)$$

où nous avons introduit les quantités homogènes :

$$z_0 = \kappa \frac{\varphi'}{\mathcal{H}} a, \quad z_i = \kappa a^2 \frac{\sqrt{\rho_i + P_i}}{\mathcal{H}}. \quad (3.49)$$

Notons tout d'abord que la généralisation de ces variables à des modèles complexes de gravité étendue demande une simple réécriture du terme homogène lié au champ scalaire sous la variable z_0 ou z_i . Cette nouvelle variable contient toutes les informations associées à la dynamique homogène du champ scalaire φ (i.e. l'influence des éventuels couplages) ou des fluides cosmologiques considérés.

3. Rappelons que $\delta\varphi$ est la perturbation du champ scalaire d'origine géométrique, $\delta\psi_i$ la perturbation du i -ème fluide et ζ est la perturbation de courbure spatiale.

Physiquement, les variables (3.48) représentent la variation des différents champs scalaires par rapport aux perturbations de courbure locale. Avec une formulation plus physique de ces variables, G_i peut être interprétée comme le potentiel des champs de vitesse. Les équations du mouvement pour les fluides de matière dérivant de notre action seront donc des équations différentielles portant sur les potentiels des champs de vitesse. Une approche eulérienne classique amène à des équations dynamiques sur le contraste de densité. L'interprétation de G_0 est plus complexe étant donnée la dépendance du champ scalaire $\delta\varphi$ sur le modèle cosmologique considéré (constante cosmologique, champ scalaire considéré comme un fluide, modification de la gravité avec des modèles de quintessence minimalement ou non-minimalement couplés). Par exemple, si le champ scalaire est vu comme une composante énergétique dans l'Univers, alors G_0 peut être comprise elle-aussi comme un potentiel de champ de vitesse de cette composante énergétique accélératrice. À l'inverse, si le champ scalaire est introduit comme un degré supplémentaire de propagation de la gravité i.e. une modification de la loi de la gravitationnel universelle, alors G_0 doit plutôt être interprétée comme le degré de liberté pur de la gravité. Ce degré de liberté porte à la fois l'information associée au terme tenseur de la relativité générale et le terme scalaire associé à la modification de la gravité.

En utilisant ces variables et en ajoutant la condition de jauge, nous pouvons donc réécrire l'action (3.47) en fonction de variables invariantes de jauge. Les équations du mouvement seront obtenues simplement en dérivant cette action perturbée par rapport à G_0 ou G_i . Pour des raisons de lisibilité, nous la séparerons en une partie cinétique S_K et une partie potentielle S_V :

$$\begin{aligned}
S_K = & \frac{1}{2} \int d^4x \{G_0'^2 - (\partial G_0)^2 + G_0^2 [N_0^2 + N_0']\} \\
& + \frac{1}{2} \int d^4x G_0^2 \sum_i (2\alpha - 1) \frac{z_i^2}{z_0^2} \left(N_i' + 3N_i^2 - 2\mathcal{H}' - 4N_i\mathcal{H} - \frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \tilde{\mathcal{H}}_i' + \left(\frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \right)^2 \tilde{\mathcal{H}}_i^2 \right) \\
& + \frac{1}{2} \int d^4x (2\alpha - 1) \sum_i \left[G_i'^2 - c_s^2 (\partial G_i)^2 - G_i^2 \left(\frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \tilde{\mathcal{H}}_i' - \left(\frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \right)^2 \tilde{\mathcal{H}}_i^2 \right) \right] \\
& + \frac{1}{2} \int d^4x (2\alpha - 1) \sum_i 4G_0' G_i \frac{z_i}{z_0} (N_i - \mathcal{H}) \\
& + \frac{1}{2} \int d^4x (2\alpha - 1) \sum_i 2G_0 G_i \frac{z_i}{z_0} \left[N_i^2 + N_i' + 2N_0(\mathcal{H} - N_i) + \frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \tilde{\mathcal{H}}_i' - \left(\frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \right)^2 \tilde{\mathcal{H}}_i^2 \right],
\end{aligned} \tag{3.50}$$

et,

$$\begin{aligned}
S_V = & \frac{1}{2} \int d^4x \kappa^2 \alpha V G_0^2 \sum_i \left(\frac{z_i}{z_0} \right)^2 \left[2a^2 \left(2 - \frac{\mathcal{H}'}{\mathcal{H}^2} + 2 \frac{N_i}{\mathcal{H}} + \frac{z_0}{a} \frac{V_{,\varphi}}{V} \right) - \kappa^2 \sum_j z_j^2 \right] \\
& - \frac{1}{2} \int d^4x \kappa^4 \alpha V \sum_{i,j} G_i G_j z_i z_j \\
& + \frac{1}{2} \int d^4x \kappa^2 \alpha V \sum_i 2G_0 G_i \frac{z_i}{z_0} \left[\kappa^2 \sum_j z_j^2 - 2 \frac{N_0}{\mathcal{H}} a^2 \right] \\
& + \frac{1}{2} \int d^4x 2 \frac{\kappa^2}{\mathcal{H}} a^2 2V \alpha \sum_i \frac{z_i}{z_0} G_i G'_0 .
\end{aligned} \tag{3.51}$$

Dans les équations (3.50,3.51), nous avons posé :

$$c_s^2 = \frac{1}{2\alpha - 1} , \tag{3.52}$$

$$N_\mu = \frac{z'_\mu}{z_\mu} , \tag{3.53}$$

$$\tilde{\mathcal{H}}_i = \mathcal{H} + \frac{d \ln A_i}{d\varphi} \varphi' . \tag{3.54}$$

Il est évident que c_s^2 représente la vitesse du son de chaque fluide G_i . Celle-ci tend vers 0 lorsque $\alpha \rightarrow \infty$, ce qui nous permet de retrouver que les degrés de liberté associés à la poussière ne se propage pas.

Nous retrouvons également le facteur de Hubble $\tilde{\mathcal{H}}_i$ dans le « Jordan frame », indiquant ainsi le lien entre référentiels de Jordan et d'Einstein. Celui-ci est relié à la variable N_i , dérivée logarithmique de z_i par les équations de Friedmann :

$$N_i + \frac{\mathcal{H}'}{\mathcal{H}} = \frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \tilde{\mathcal{H}}_i . \tag{3.55}$$

Le résultat principal de ce chapitre est l'action quadratique $S_{(2)} = S_K + S_V$ invariante de jauge écrite, dans le référentiel d'Einstein, sous la forme de variables de Sasaki-Mukhanov généralisées. Dans les paragraphes suivants, à partir des équations invariantes de jauge (3.50–3.51), nous allons nous tourner vers des cas plus simples et retrouver quelques résultats connus dans les modèles inflationnaires de l'Univers primordial (inflation) et ceux décrivant l'accélération récente de l'Univers.

3.1.4 Application des équations du mouvement à des cas particuliers

3.1.4.1 Cas d'un champ scalaire d'inflation

L'application la plus simple de ce formalisme est la description de l'accélération dans l'Univers primordial (i.e. l'inflation) à partir d'un champ scalaire décrite par Maldacena [32]. Dans le cadre d'une inflation à un champ, le champ scalaire φ est dans une phase de roulement lent dans son potentiel V . Les équations (3.50–3.51) se réduisent alors drastiquement : les termes associés à G_i sont nuls car nous ne considérons qu'un seul champ ; le paramètre α est égal à l'unité car nous considérons un champ scalaire ; $\tilde{\mathcal{H}}_i = \mathcal{H}$ car le champ scalaire n'est pas ici une modification de la gravité mais un ajout énergétique visant à accélérer brutalement l'expansion cosmique. Finalement, tous les termes associés à S_V disparaissent complètement et seule la première ligne de l'action S_K est non-nulle : cette simplification nous montre que cette première ligne de S_K correspond bien au cas d'un champ scalaire seul.

Avec toutes ces simplifications, l'action quadratique à l'ordre un pour l'inflation à un champ scalaire s'écrit :

$$S_{(2)} = \frac{1}{2} \int d^4x \{G_0'^2 - (\partial G_0)^2 + G_0^2[N_0^2 + N_0']\} \quad (3.56)$$

La variation de cette action par rapport à G_0 pour obtenir l'équation du mouvement dans l'espace de Fourier sur la variable G_0 est immédiat :

$$G_0'' + G_0 [k^2 - (N_0^2 + N_0')] = G_0'' + G_0 \left[k^2 - \frac{z_0''}{z_0} \right] = 0, \quad (3.57)$$

dans laquelle $z_0 = \kappa a \frac{\varphi'}{\mathcal{H}}$ contient la dépendance en fonction du potentiel d'auto-interaction du champ scalaire $V(\varphi)$. Le terme entre crochets de l'équation (3.57) correspond à la masse effective du champ scalaire. Cette masse va être au coeur de la théorie des perturbations dans le cadre des modèles inflationnaires : en particulier, en supposant que celle-ci est très importante devant le terme spatial k^2 , nous pouvons intégrer cette équation du mouvement.

La solution générale dans le cas des grandes longueurs d'ondes s'écrit alors :

$$G_0(\eta, k) = A(k)z_0(\eta) + B(k)z_0(\eta) \int^\eta \frac{d\eta'}{z_0^2(\eta')}. \quad (3.58)$$

Dans le cas des faibles longueurs d'ondes, $z_0''/z_0 \ll k^2$, ce qui implique :

$$G_0(\eta) = G_0(\eta_i) \cos[k(\eta - \eta_i)] + [G_0'(\eta_i)/k] \sin[k(\eta - \eta_i)]. \quad (3.59)$$

Ces résultats, en accord avec Mukhanov, Feldman et Brandenberger [31], nous permettent d'en déduire, après quantification du champ d'inflation, le spectre de puissance des fluctuations de la métrique. Nous ne donnerons ici que le résultat, la quantification dépassant le cadre de cet exemple :

$$P_{G_0} = \frac{k^3}{2\pi^2} |z_0 G_{0k}| . \quad (3.60)$$

3.1.4.2 Cas de l'ère de la matière

Le formalisme précédent a donc permis de décrire avec succès le modèle d'inflation standard à un champ expliquant l'accélération de l'Univers primordial. Ce formalisme permet également de décrire l'ère de la matière, époque où seules les composantes matérielles dominent. Dans ce cours paragraphe, nous montrerons que ce formalisme permet de retrouver les résultats de Boubekur et al. [36] concernant l'évolution des fluides cosmologiques durant l'ère dominée par la matière. Ainsi, les termes liés au champ scalaire φ disparaissent, les diverses fonctions de couplage deviennent égales à l'unité ce qui permet d'écrire $\tilde{\mathcal{H}}_i = \mathcal{H}$. Ces diverses simplifications permettent de simplifier l'action (3.50–3.51) en ne conservant que la troisième ligne :

$$S_{(2)} = \frac{1}{2} \int d^4x (2\alpha - 1) \sum_i \left[G_i'^2 - c_s^2 (\partial G_i)^2 - G_i^2 \left(\frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \tilde{\mathcal{H}}_i' - \left(\frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \right)^2 \tilde{\mathcal{H}}_i^2 \right) \right] . \quad (3.61)$$

Pour des raisons de simplicité, nous ne dériverons ici que les résultats inhérents à un fluide de matière noire ($i=1$). Le cas d'un mélange de fluides de poussière est traité de manière similaire. Dans le cas d'un fluide de poussière, on obtient notamment :

$$G_i'' + \frac{k^2}{2\alpha - 1} G_i + G_i \frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \left(\mathcal{H}_i' - \left(\frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \right) \mathcal{H}_i^2 \right) = 0 . \quad (3.62)$$

Il est remarquable de constater que cette équation est en tout point semblable à l'équation du mouvement de l'inflaton (3.57). Néanmoins, les différences sont contenues dans les termes homogènes présents dans cette équation du mouvement. À ce point, nous ne pouvons pas encore faire appel à l'approximation $\alpha \rightarrow \infty$, certains termes tendant vers 0. La solution consiste ici à réécrire le terme équivalent à celui de la masse de l'inflaton du paragraphe 3.1.4.1 en terme de facteur de Hubble :

$$G_i'' + G_i [wk^2 - (\mathcal{H}^2 + \mathcal{H}')] = 0 . \quad (3.63)$$

La méthode de résolution consiste ici à faire un développement de Taylor suivant l'équation d'état k^2w afin de résoudre cette équation du mouvement termes à termes :

$$G_i = G_{i0} + wk^2G_{i1} + (wk^2)^2G_{i2} + \dots \quad (3.64)$$

Nous obtenons donc une hiérarchie d'équations : la résolution de l'équation du mouvement d'ordre 0 va nous permettre de trouver les solutions à l'ordre un qui vont par la suite nous permettre de trouver les solutions à l'ordre 2 etc.

Ainsi, la solution d'ordre zéro pour le développement sur k^2w prend la même forme que les solutions inflationnaires à grandes longueurs d'onde :

$$G_i(\eta, k) = A(k)z_i(\eta) + B(k)z_i(\eta) \int^\eta \frac{d\eta'}{z_i^2(\eta')} + \mathcal{O}(k^2w) . \quad (3.65)$$

En ajoutant un ordre supérieur, nous retrouvons le résultat de Boubekour et al. [36] pour les solutions croissantes :

$$G_i(\eta, k) = A(k)z_i(\eta) - \frac{2}{5}wk^2A(k)z_i(\eta) + \mathcal{O}((k^2w)^2) . \quad (3.66)$$

3.1.4.3 Cas de fluides en interaction avec un champ scalaire

Dans le cas où la modification de la gravité est paramétrisée par un champ scalaire en interaction avec les divers champs de matière, le cas d'un fluide de poussière est au coeur du phénomène d'accélération. C'est pourquoi ce paragraphe est consacré au développement, pour le cas de plusieurs fluides de poussières, des équations du mouvement en termes de variables de Sasaki-Mukhanov généralisées. En particulier, dans le cas de la poussière, nous savons que dans un espace-temps minkowskien, lorsque $\alpha \rightarrow \infty$, les degrés de liberté associés à la poussière ne se propagent pas [36]. Dans ce cas limite, il ne doit y avoir qu'une seule équation dynamique, les autres équations se comportant toutes comme des contraintes : comme nous allons le voir dans certains cas particuliers, ces équations de contraintes sont en réalité des intégrales premières de l'équation sur G_0 . Sous nos hypothèses, le seul degré de liberté pouvant se propager est celui lié à la gravitation i.e. G_0 . Nous aurons donc $N+2$ équations de contraintes (δN , β et les N variables G_i) et une équation dynamique. Dans ce cas, l'intégrabilité du système d'équations doit être assurée.

Les équations du mouvement pour un système composé d'un champ scalaire couplé non-minimalement avec plusieurs fluides sont obtenus à partir de la variation de l'action

(3.50–3.51) par rapport à G_0 et G_i :

$$G_0'' + G_0 \left[k^2 - \frac{z_0''}{z_0} \right] = (2\alpha - 1) \sum_i \Delta_i, \quad (3.67)$$

et

$$\begin{aligned} G_i'' + \frac{k^2}{2\alpha - 1} G_i + G_i \frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \left(\tilde{\mathcal{H}}_i' - \left(\frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \right) \tilde{\mathcal{H}}_i^2 \right) + \kappa^4 \frac{\alpha V}{2\alpha - 1} z_i \sum_j z_j G_j \\ = 2G_0' \frac{z_i}{z_0} \left(N_i - \mathcal{H} + \frac{\alpha \kappa^2 a^2 V}{(2\alpha - 1)\mathcal{H}} \right) + G_0 \frac{z_i}{z_0} \left[\aleph_i + \frac{\alpha \kappa^2 V}{2\alpha - 1} \left(\kappa^2 \sum_j z_j^2 - 2a^2 \frac{N_0}{\mathcal{H}} \right) \right], \end{aligned} \quad (3.68)$$

avec

$$\Delta_i = G_0 \left[\frac{z_i^2}{z_0^2} \left(\Upsilon_i + \frac{\alpha \kappa^2 V}{2\alpha - 1} \beth_i \right) \right] + 2G_i' \frac{z_i}{z_0} \left(\mathcal{H} - N_i - \frac{\alpha \kappa^2 a^2 V}{(2\alpha - 1)\mathcal{H}} \right) + G_i \frac{z_i}{z_0} \left[\Xi_i - \frac{\alpha \kappa^2 V}{2\alpha - 1} \beth_i \right], \quad (3.69)$$

$$\Upsilon_i = N_i' + 3N_i^2 - 2\mathcal{H}' - 4N_i\mathcal{H} - \frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \tilde{\mathcal{H}}_i' + \left(\frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \right)^2 \tilde{\mathcal{H}}_i^2, \quad (3.70)$$

$$\Xi_i = -N_i^2 - N_i' + 2\mathcal{H}' + 2\mathcal{H}N_i + \frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \tilde{\mathcal{H}}_i' - \left(\frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \right)^2 \tilde{\mathcal{H}}_i^2, \quad (3.71)$$

$$\aleph_i = N_i^2 + N_i' - 2N_0N_i + 2\mathcal{H}N_0 + \frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \tilde{\mathcal{H}}_i' - \left(\frac{\alpha - 2}{2\alpha - 1} \right)^2 \tilde{\mathcal{H}}_i^2, \quad (3.72)$$

$$\beth_i = 2a^2 \left(2 - \frac{\mathcal{H}'}{\mathcal{H}^2} + 2\frac{N_i}{\mathcal{H}} + \frac{z_0 V_{,\varphi}}{a V} \right) - \kappa^2 \sum_j z_j^2. \quad (3.73)$$

Une particularité inhérente au formalisme réside dans une complète démocratie entre les champs scalaires : il existe une équation associée au champ dilatonique et une série de N équations complètement similaires. Dans le cas où l'on considère seulement deux fluides de poussière, cela permet de décrire de nombreux modèles [16, 42].

Une particularité de Δ_i est d'être fini lorsque le fluide considéré est de la poussière :

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \Delta_i \neq \infty. \quad (3.74)$$

L'absence de propagation des degrés de liberté associées à la matière implique que, dans la limite d'un système constitué d'un champ scalaire en interaction avec un fluide de baryons et un fluide de matière noire, les équations réécrites à l'ordre zéro du développement de Taylor suivant wk^2 se simplifient en une équation dynamique sur le potentiel

gravitationnel

$$G_0'' + G_0 \left(k^2 - \frac{z_0''}{z_0} \right) = 0, \quad (3.75)$$

et une série de contraintes sur les fluides

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \Delta_i = 0 \Rightarrow \frac{z_i}{z_0} G_0 \left(\Upsilon_i + \frac{\kappa^2 V}{2} \beth_i \right) + 2G_i' \left(\mathcal{H} - N_i - \frac{\kappa^2 a^2 V}{2\mathcal{H}} \right) + G_i \left[\Xi_i - \frac{\kappa^2 V}{2} \beth_i \right] = 0. \quad (3.76)$$

Cette série de contraintes provient de l'existence d'une intégrale première du mouvement. Cela signifie qu'il faut montrer, dans le cas général, que l'équation (3.76) est une intégrale première de l'équation du second ordre (3.68). La redondance de ces équations assure alors l'existence d'une unique équation dynamique correspondant à (3.75).

Jusqu'à présent, l'équivalence entre série de contraintes et équations (3.68) a été démontré en l'absence de potentiel V dans les cas suivants :

- Cas d'un unique fluide de baryons non-minimalement couplé au champ scalaire ;
- Cas d'un fluide baryonique et d'un fluide de matière noire non-minimalement couplés au champ scalaire, les couplages devant être égaux ou de signes opposés.

Dans ces cas particuliers, nous arrivons donc à démontrer que, conformément à la théorie, il n'y a qu'un seul degré de liberté se propageant. L'équation (3.75) peut donc être entièrement intégrée quel que soit le couplage considéré. Ainsi, de manière similaire au cas de l'inflation, à petites échelles ($k^2 \ll \frac{z_0''}{z_0}$),

$$G_0(\eta) = G_0(\eta_i) \cos[k(\eta - \eta_i)] + [G_0'(\eta_i)/k] \sin[k(\eta - \eta_i)], \quad (3.77)$$

alors qu'à grandes échelles ($k^2 \gg \frac{z_0''}{z_0}$)

$$G_0(\eta, k) = A(k)z_0(\eta) + B(k)z_0(\eta) \int^\eta \frac{d\eta'}{z_0^2(\eta')} + \mathcal{O}(k^2 w). \quad (3.78)$$

Ces équations correspondent en apparence aux solutions classiques mais contiennent l'influence des couplages non-minimaux par l'intermédiaire de la variable homogène z_0 .

Cette description est complète dès lors que nous pouvons définir un contraste de densité invariant de jauge afin de prédire l'évolution des fluctuations primordiales de densité. Des considérations de jauge permettent de définir un tel contraste de densité. Ainsi, en posant $u_i^{(gi)} = -\frac{G_i}{\mathcal{H}z_i}$, $u_0^{(gi)} = -\frac{G_0}{\mathcal{H}z_0}$ et $\alpha_i^c = d \ln A_i / d\varphi$, nous trouvons pour le i -ème fluide :

$$u_i'^{(gi)} = \frac{\delta_i^{(gi)}}{2\alpha_i} - \frac{\psi_i''}{\psi_i'} u_i^{(gi)} - 2 \frac{2 - \alpha_i}{2\alpha_i} \alpha_i^c \varphi' u_0^{(gi)}. \quad (3.79)$$

Notons que cette dernière équation constitue également une équation de contraintes, en accord avec [38]. Notre formalisme permet donc, dans le cas de fluide à pression nulle, d'écrire quatre équations de contraintes et une équation dynamique.

3.2 Retour à une description eulérienne des perturbations

En utilisant une transformation de jauge appropriée, nous pouvons revenir à la description eulérienne classique des perturbations en cosmologie. Afin d'obtenir la loi de transformation de jauge suivant l'évolution du champ scalaire φ vers la jauge newtonienne, nous devons réécrire le système général d'équations (3.8–3.11) en termes de nos diverses variables (à gauche, notre jauge – à droite, la jauge newtonienne) :

$$\delta N = \Psi + T' + \mathcal{H}T \quad (3.80)$$

$$\beta = B + L' - T \quad (3.81)$$

$$\xi = -\Phi + \mathcal{H}T \quad (3.82)$$

$$\hat{E} = E + L \quad (3.83)$$

$$\widehat{\delta\varphi} = \delta\varphi + \varphi'T \quad (3.84)$$

$$\widehat{\delta\psi}_i = \delta\psi_i + \psi'_i T \quad (3.85)$$

Notre choix de jauge impose $\widehat{\delta\varphi} = 0$ et $\hat{E} = 0$ alors que la jauge newtonienne suppose $B = 0$ et $E = 0$. Cela implique que la loi de transformation d'une jauge à l'autre est obtenue avec :

$$L = 0, \quad T = -\frac{\delta\varphi}{\varphi'}. \quad (3.86)$$

La variable perturbée sur les champs de vitesse en jauge newtonienne s'écrit généralement $\theta_i^N = k^2 u_i^N$ dans l'espace de Fourier. Les variables perturbées de matière se transforment simplement de notre jauge vers la jauge newtonienne :

$$G_i = -\mathcal{H}z_i \left(u_i^N + \frac{\Phi}{\mathcal{H}} \right) \quad (3.87)$$

$$\frac{\delta_i^{(g^i)}}{2\alpha} = \frac{\delta_i^N}{2\alpha} + \Psi + \frac{\phi_i''}{\phi_i'} \frac{\Phi}{\mathcal{H}} + \left(\frac{\Phi}{\mathcal{H}} \right)' - \frac{2(\alpha_i - 2)}{2\alpha_i} \alpha_i^c \varphi' \frac{\Phi}{\mathcal{H}} \quad (3.88)$$

Une description entièrement eulérienne de la théorie des perturbations dans le cadre de modèles d'énergie noire modifiée a été réalisée par Amendola [5]. Le système d'équations obtenu par Amendola par une méthode eulérienne est retrouvée après transformation de jauge des équations du mouvement lagrangiennes et retour aux variables θ_i et ω_i (voir

équation (3.30)) :

$$-k^2\Phi = \frac{\kappa^2}{2}\varphi'^2\Psi + \frac{\kappa^2}{2}\varphi'\delta\varphi' + \frac{3}{2}\kappa^2[\mathcal{H} + V_{,\varphi}]\varphi'\delta\varphi + \frac{\kappa^2 a^2}{2}\sum_i \rho_i [\delta_i^N + 3(1 + \omega_i)\mathcal{H}k^{-2}\theta_i^N] \quad (3.89)$$

$$\Phi' + \mathcal{H}\Psi = \frac{\kappa^2}{2}\varphi'\delta\varphi + \frac{\kappa^2}{2}a^2k^{-2}\sum_i (1 + \omega_i)\rho_i\theta_i^N \quad (3.90)$$

$$\delta_i^{N'} = -(1 + \omega_i)\mathcal{H}\theta_i^N + 3(1 + \omega_i)\Phi' + (1 - 3\omega_i)(\alpha_i^c\delta\varphi' + \alpha_i^{c'}\delta\varphi) \quad (3.91)$$

$$\theta_i^{N'} = \frac{\omega_i}{1 + \omega_i}k^2\delta_i^N + k^2\Psi - \frac{3\omega_i - 1}{1 + \omega_i}\alpha_i^c k^2\delta\varphi - (3\omega_i - 1)\tilde{\mathcal{H}}_i\theta_i^N \quad (3.92)$$

$$\begin{aligned} \delta\varphi'' + 2\mathcal{H}\delta\varphi' + \left(V_{,\varphi\varphi} + \sum_i \frac{\alpha_i^{c'}}{\varphi'}\rho_i(1 - 3\omega_i) + k^2 \right) \delta\varphi - 2\Psi V_{,\varphi} \\ = (\Psi' + 3\Phi')\varphi' - \sum_i \alpha_i^c(1 - 3\omega_i)\rho_i\delta_i^N - 2\Psi \sum_i \alpha_i^c \rho_i \end{aligned} \quad (3.93)$$

Chaque équation de ce système d'équations correspond à un mélange de nos équations du mouvement et de nos équations de contraintes. La première équation (3.89), se réduisant à l'équation de Poisson après quelques simplifications, est l'équivalent de notre équation de contraintes sur la variable β . L'équation (3.90) est une réécriture de notre équation de contrainte hamiltonienne δN . Les deux équations sur le contrastes de densité et le potentiel des champs de vitesse correspondent à nos équations dynamiques sur les fluides cosmologiques G_i et à l'équation de contrainte issue de considération de jauge $\delta^{(gi)}$. Finalement, la dernièrement équation est l'équivalent de l'équation sur la variable invariante de jauge associée au champ scalaire G_0 .

À l'opposé de notre approche, cette méthode eulérienne permet d'obtenir quatre équations dynamiques et une équation de contraintes, ce qui rend obligatoire des approximations fortes sur la dynamique du champ scalaire φ . Remarquons que la formulation eulérienne des perturbations cosmologiques est très dépendante du modèle d'énergie noire considéré, avec l'intervention explicite des fonctions de couplages dans les équations. La résolution analytique de ces équations dynamiques demandent donc une réduction du nombre de variables i.e. du nombre de degrés de liberté.

Ainsi, afin de tirer des conclusions de ce système d'équations dynamiques, nous devons utiliser quelques hypothèses. Ainsi, en l'absence d'un terme anisotrope dans le tenseur énergie-impulsion, nous pouvons égaliser les potentiels de Bardeen $\Psi = \Phi$. Une bonne approximation consiste à poser $\omega_i = 0$ pour les fluides matériels tels la matière noire et les baryons. Nous pouvons également choisir d'étudier ce système sur des échelles très inférieures à l'échelle de Hubble : $k \ll \mathcal{H}$. Finalement, nous pouvons négliger la masse

effective du champ scalaire afin d'interdire un effondrement de l'énergie noire à toutes les échelles. Notons que les trois premières hypothèses n'imposent rien sur la dynamique du champ d'Énergie Noire alors que la dernière implique que, par définition, le fluide d'énergie noire ne peut pas s'effondrer. Ces approximations ne peuvent donc pas décrire un modèle de quintessence variable dans le temps et l'espace.

Sous ces hypothèses, nous retrouvons un système d'équations dont la seule variable dynamique est le contraste de densité δ . La différence profonde avec le formalisme développé dans cette partie réside donc dans la nature de la variable dynamique. En effet, les équations analytiquement intégrables (3.67–3.68) présentent comme variable dynamique les potentiels des champs de vitesse en lieu et place des contrastes de densité. Le système d'équations à étudier possède donc de nouveau quatre équations de contraintes et une équation dynamique. Les équations dynamiques sur les contrastes de densités baryoniques (indice b) et de matière noire (indice m) s'écrivent :

$$\delta_m'' + \left(1 - \alpha_m^c \frac{\varphi'}{2}\right) \delta_m' - 4\pi G [(1 + 2\alpha_m^c \alpha_m^c) \rho_m \delta_m + (1 + 2\alpha_b^c \alpha_m^c) \rho_b \delta_b] = 0 \quad (3.94)$$

$$\delta_b'' + \left(1 - \alpha_b^c \frac{\varphi'}{2}\right) \delta_b' - 4\pi G [(1 + 2\alpha_b^c \alpha_m^c) \rho_m \delta_m + (1 + 2\alpha_b^c \alpha_b^c) \rho_b \delta_b] = 0 . \quad (3.95)$$

Ces équations simplifiées permettent de comprendre l'influence d'une énergie noire interprétée en terme de champ scalaire non-minimalement couplé. Ainsi, le caractère non-symétrique des équations (3.94–3.95) indique que la constante de couplage à la gravitation est modifiée : les baryons et les particules de matière noire ne tombent donc pas de la même manière dans le champ gravitationnel.

En supposant que la densité énergétique de matière noire domine la matière baryonique et que le biais entre la matière noire et la matière baryonique prend une forme constante $\delta_b = b\delta_m$, ces équations permettent de donner une prédiction théorique dans le cadre de théories de gravité étendue. En suivant Amendola [5], ce biais prend la forme simple :

$$b = \frac{4\pi G \rho_m (1 + 2\alpha_b^c \alpha_m^c)}{4\pi G \rho_m (1 + \alpha_m^c \alpha_m^c) + f(\alpha_m^c - \alpha_b^c) \frac{\varphi'}{2}} \quad (3.96)$$

en ayant introduit $f = \frac{d \ln \delta_m}{d \ln a}$, le taux de croissance. Notons que l'utilisation du formalisme introduit précédemment a permis de retrouver ce résultat. Cependant, il reste encore une étape à franchir afin de donner une prédiction du biais pour toutes les théories de gravité étendue à partir du formalisme lagrangien. Cela fera l'objet de travaux ultérieurs à cette thèse.

CHAPITRE

4

CHAMPS DE VITESSE EN COSMOLOGIE

4.1	Intérêt des champs de vitesse en cosmologie	61
4.2	Mesurer des distances, des vitesses dans l'Univers	62
4.2.1	Méthode de mesure de vitesses et de distances	62
4.2.2	Résultats actuels	65
4.3	Caractérisation statistique des champs	71
4.3.1	Caractérisation statistique des champs : Spectres de puissance	71
4.3.2	Analyse et caractérisation des champs de vitesse	74
4.4	Évolution linéaire du flot cosmique	82
4.4.1	Catalogues linéaire et réaliste	82
4.4.2	Évolution linéaire des champs de vitesse	85
4.5	Origine statistique du flot cosmique	88
4.5.1	Bulk flow : prédiction à un point	89
4.5.2	Rareté d'un événement : probabilité à deux points	92
4.5.3	Retrouver la cosmologie : probabilité à trois points	100

4.1 Intérêt des champs de vitesse en cosmologie

Nous avons vu au Chapitre 3 qu'il existe une relation directe entre le champ de densité total et le champ de vitesse. En effet, en théorie linéaire, le champ de vitesse \vec{u} est proportionnel au champ de gravitation dû à la distribution de masse δ au même instant (voir Peebles [43]) :

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \frac{aHf}{4\pi} \int_{\vec{y}} d^3\vec{y} \delta(\vec{y}, t) \frac{\vec{y} - \vec{x}}{\|\vec{y} - \vec{x}\|^3}, \quad (4.1)$$

avec $f = d \log D_+ / d \log a$ le taux de croissance. Cela signifie que l'étude des champs de vitesse nous permet de décrire, tout comme l'effet de lentillage gravitationnel faible, la vraie distribution de matière totale dans l'Univers, en ne faisant aucune hypothèse sur la forme du biais entre matière visible et matière noire. En ce sens, le recours à des simulations matière noire négligeant les contributions des baryons pour étudier les champs de vitesse en cosmologie est pleinement justifié.

De plus, nous verrons dans la section 4.3.1 que l'étude des spectres de puissance nous montre que les champs de vitesse, avec des modes de Fourier pondérés par un facteur en $1/k$ par rapport aux champs de densité, sont plus sensibles aux k faibles et donc aux échelles importantes que les champs de densité¹. Les champs de vitesse vont donc être profondément influencés par la structuration aux échelles intermédiaires, différente d'une cosmologie à l'autre. Les champs de vitesse permettront donc de sonder des régions allant de $5 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ à plus de $1000 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, explorées jusqu'à présent grâce aux mesures effectuées sur les amas comme indiqué sur la figure 4.1. Ils présentent donc un intérêt important du fait de leur complémentarité par rapport aux autres sondes cosmologiques. Les observations réalisées à ces échelles intermédiaires permettront en effet d'apporter de nouvelles contraintes sur la nature de l'Énergie Noire ainsi que sur l'homogénéité et l'isotropie à ces échelles intermédiaires. Cet état observationnel est résumé de manière graphique sur la figure 4.1.

4.2 Mesurer des distances, des vitesses dans l'Univers

4.2.1 Méthode de mesure de vitesses et de distances

Il existe deux grandes méthodes permettant de sonder les champs de vitesse dans l'Univers. Historiquement, la première méthode est basée sur de grands relevés de distances effectués dans l'espace comobile. Elle consiste en la détermination de la distance physique d et du redshift z des objets présents dans le relevé pour en déduire les vitesses particulières radiales v_{rad} :

$$cz = Hd + v_{rad} . \quad (4.2)$$

Cependant, mesurer des distances dans un Univers en expansion n'est pas chose aisée, les méthodes astrométriques classiques telles la méthode des parallaxes ne pouvant être utilisée aux échelles cosmiques. De plus, la notion même de distance peut avoir plusieurs sens comme nous l'avons vu au Chapitre 2. Afin d'estimer les distances à un objet astrophysique, on doit donc utiliser des indicateurs de distances calibrés sur des objets de l'Univers local. Ces estimateurs utilisent une caractéristique physique observable ne

1. Rappelons que cela suppose de considérer le champ de vitesse dérivant d'un potentiel G_i . Cette approximation est motivée par la décroissance rapide de la vorticité au cours du temps.

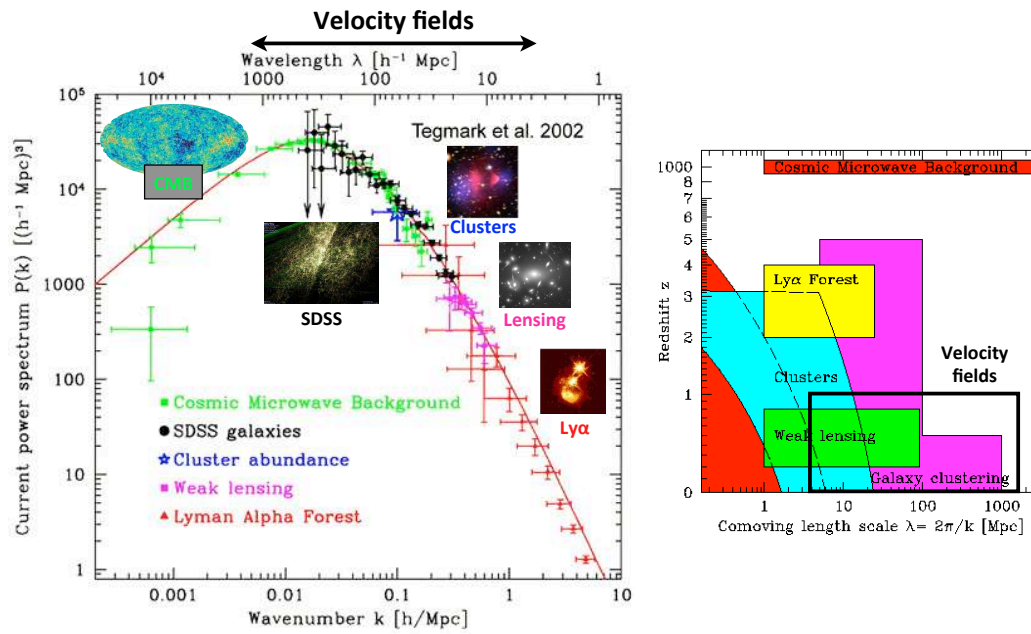


FIGURE 4.1: À gauche : Champ de vitesse et spectre de puissance. Les champs de vitesse constituent une sonde privilégiée sur une gamme d'échelles allant de 5 à 1000 h^{-1} Mpc, complétant les observations réalisées par le CMB, les relevés tels le SDSS, les mesures sur les amas et les mesures de lensing. Notons que les différents points de cette figure correspondent à la reconstruction du spectre de puissance en $z = 0$ à partir de mesures effectuées à différents redshifts. À droite : Échelles et redshifts sondés par les différentes méthodes. On remarque la large gamme d'échelles et de redshifts sondés par les champs de vitesse, complétant parfaitement les méthodes tels le weak-lensing ou les amas de galaxies.

dépendant pas directement de la distance. Parmi tous les estimateurs, on peut en citer quelques-uns :

- Les céphéides sont des étoiles variables émettant des pulsations régulières avec une période de 2 à 100 jours. Ce mécanisme de pulsation est bien compris théoriquement et a permis l'établissement d'une loi empirique liant la période de pulsation à la luminosité intrinsèque de l'étoile. Bien qu'il existe une incertitude de l'ordre de 20% sur la luminosité dans cette relation, l'erreur sur la distance n'est que de 10%. L'avantage de cette méthode provient de l'abondance des céphéides dans les galaxies du Groupe Local ($\sim 10 h^{-1}$ Mpc) et de la comparaison possible aux mesures effectuées directement par la parallaxe. L'inconvénient majeur réside dans la faible luminosité des céphéides qui, au-delà de $\sim 20 h^{-1}$ Mpc, deviennent impossible à détecter.
- Afin de voir plus loin, nous pouvons utiliser des objets plus lumineux : les supernovae de type Ia. La loi nous permettant d'accéder à la distance à ces objets lie le temps caractéristique d'évolution à la luminosité maximale de l'objet. La dispersion sur la luminosité est de l'ordre de 12 %, ce qui nous donne une incertitude de 6 % environ sur la distance. Les SNIa constituent donc une sonde cosmologique exceptionnelle de part

leur précision et les distances auxquelles elles nous permettent d'accéder. Cependant, le mécanisme d'explosion des supernovae est mal expliqué théoriquement ce qui pourrait influencer sur les conclusions quant aux distances cosmiques.

- La relation de Tully-Fisher permet de lier empiriquement la luminosité totale d'une galaxie à sa vitesse de rotation. Cet indicateur mesure les vitesses de rotation grâce à l'effet Doppler, en particulier grâce à l'élargissement de la raie à 21cm du gaz HI dans le domaine radio. Cependant, des effets de projection peuvent engendrer une erreur importante. Ainsi, la précision de cette méthode est moindre, l'erreur sur la distance étant d'environ 15 % (30 % sur la luminosité).
- La loi de Tully-Fisher s'applique au cas des galaxies spirales en rotation. Une relation équivalente, s'appliquant uniquement aux objets elliptiques, est appelée « plan fondamental ». La luminosité intrinsèque est ici reliée à la dispersion des étoiles habitant la galaxie et à la brillance de surface. Comme pour la méthode précédente, la précision de cet indicateur est de l'ordre de 30 à 40 %, donnant une précision sur la distance de 20 %.
- D'autres méthodes telles la pointe de la branche des géantes rouges (s'appuyant sur le diagramme couleur-magnitude) ou la fluctuation de brillance de surface permettent d'atteindre des précisions sur la distance de l'ordre de 10% à petites échelles.

L'inconvénient de cette méthode de mesure de vitesse basée sur la mesure directe de distances provient du faible nombre d'objets ayant une distance définie précisément. Un autre problème réside dans le fait que cette méthode nous donne accès uniquement à la composante projetée suivant la ligne de visée du champ de vitesse. Pour obtenir de manière approchée les composantes tridimensionnelles des champs de vitesse, il convient d'utiliser des méthodes statistiques telles que l'approche utilisant le maximum de vraisemblance (MLE) introduite par Kaiser [44] ou un principe de variance minimum (MV) introduit par Feldman et al. [45]. Ces méthodes permettent de donner un estimateur approché des trois composantes des champs de vitesse.

À l'opposé des méthodes statistiques, des méthodes numériques utilisant une approche lagrangienne permettent également d'approcher les champs de vitesse tridimensionnel grâce à des algorithmes de reconstruction. Il existe essentiellement cela deux approches :

- une extrapolation du champ utilisée en conjonction avec un lissage. L'algorithme représentatif de cette classe est la méthode introduite par Bertschinger et Dekel en 1989 [46, 47] sous le nom de POTENT dont l'hypothèse principale est le caractère irrotationnel du champ de vitesse \vec{v} tracé par les galaxies.
- une prédiction du champ de vitesse obtenue grâce à la distribution de matière que l'on peut comparer a posteriori avec les distances observées de chaque galaxie. Les algorithmes représentatifs de cette méthode ont été introduites par Peebles [48] sous le nom

de Least-Action et par Croft et Gaztanaga [49, 50] avec Monge-Ampère-Kantorovich. Ils visent tout deux à minimiser l'action du système gravitationnel à N-corps à partir d'une méthode lagrangienne.

Le schéma de reconstruction du champ de vitesse peut être résumé sur la figure 4.2. Grâce à une relation entre la luminosité, la masse et la distribution des objets dans l'espace des redshifts, on déduit, à partir d'un catalogue de positions de galaxies dans l'espace des redshifts, une distribution de masse. Cette distribution constitue la variable d'entrée de l'algorithme de reconstruction qui calcule les vecteurs vitesses reconstruits. Ce champ de vitesse permet d'obtenir des distances reconstruites que l'on compare, pour les objets proches ($\sim 20 h^{-1}$ Mpc) aux distances calculées directement dans un catalogue de galaxies. La méthode de reconstruction est validée si les distances mesurées coïncident en moyenne avec les distances reconstruites.

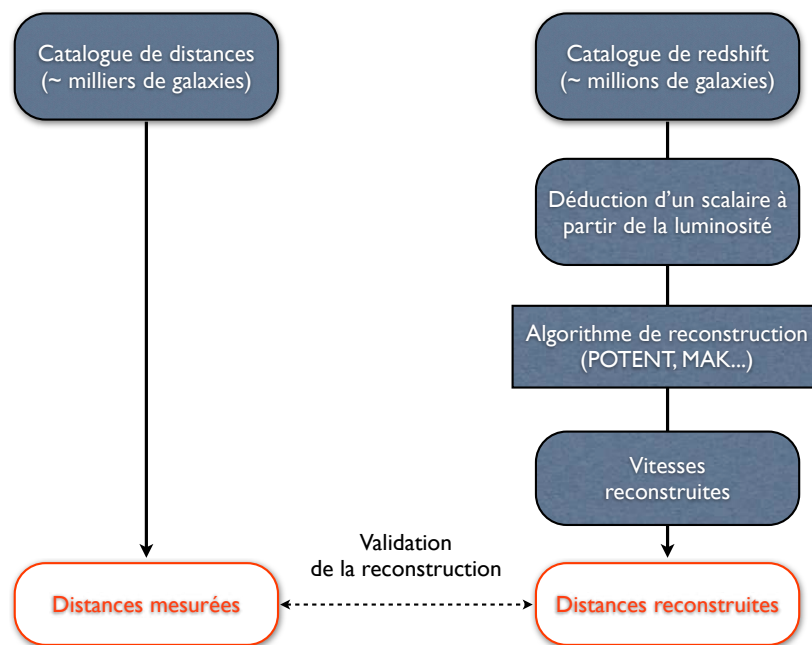


FIGURE 4.2: Validation du processus de reconstruction des champs de vitesse à partir des catalogues en redshift en comparant aux mesures des catalogues de distances. La reconstruction du champ de vitesse tridimensionnel est validée si les distances mesurées directement dans l'espace comobile sont en accord avec les distances reconstruites depuis l'espace des redshifts.

4.2.2 Résultats actuels

La mesure des champs de vitesse dans une bulle autour de la Voie Lactée ou « bulk flow » présente donc de nombreuses difficultés, tant sur le plan de l'observation que sur celui de la méthode de reconstruction du champ. Un nombre important de catalogues, basés sur les techniques décrites ci-dessus, ont permis de réduire les incertitudes sur l'évolution du

mouvement d'ensemble local en fonction de la taille de la bulle considérée. Cependant, certains résultats se montrent contradictoires et afin de comparer ceux-ci, il convient en premier lieu de tous les exprimer dans un même référentiel. En effet, à l'inverse du champ de densité, pour les champs de vitesse, nous pouvons choisir arbitrairement un référentiel : les référentiels naturels sont le référentiel du CMB où celui-ci est vu comme fixe [51] et le référentiel du Groupe Local où nous sommes immobiles, avec le CMB formant un dipôle [52].

Le deuxième référentiel est assez complexe : en effet, la vitesse du CMB par rapport au Groupe Local est reconstruite dans des bulles référentiels de plus en plus grandes. Dans ce référentiel, nous disposons également de la direction initiale du Groupe Local par rapport au CMB, ce qui engendre la notion d'angle d'alignement. C'est la combinaison de cet angle d'alignement θ , de la vitesse initiale du Groupe Local par rapport au CMB $v_{\text{LG/CMB}}$ et de la vitesse du CMB dans des référentiels de plus en plus grands v_{LG} qui nous permet de faire le lien entre les référentiels :

$$v_{\text{bulk}} = \sqrt{v_{\text{LG/CMB}}^2 + v_{\text{LG}}^2 - 2v_{\text{LG}}v_{\text{LG/CMB}} \cos \theta} \quad (4.3)$$

Le premier résultat sur le mouvement d'ensemble local est apporté par le dipôle du fond diffus cosmologique (CMB) : celui-ci indique que le Groupe Local se dirige dans la direction $l = 276^\circ$, $b = 30^\circ$ (exprimée en coordonnées galactiques) avec une vitesse de $627 \pm 22 \text{ km.s}^{-1}$ aux échelles cosmologiques. Peebles [43] ayant montré qu'il existe un lien entre champ de vitesse et champ de gravité, le dipôle du CMB doit nous donner le vecteur vitesse du « bulk flow » du Groupe Local de manière asymptotique. De nombreux travaux [53–59] ont tenté, à partir de catalogues de galaxies, de faire cette correspondance entre champ de gravité des structures dans le voisinage de notre Voie Lactée et le dipôle observé sur le CMB. Tous ces travaux indiquent une concordance à 30° près entre la direction du dipôle du CMB et la direction indiquée par le champ de gravité local. Ils tendent également à montrer que les structures responsables de ce mouvement d'ensemble local ne sont pas des superamas proches de nous, tel l'amas de l'Hydra-Centaurus situé à seulement $40 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ de la Voie Lactée. De nombreux auteurs [58, 60–62] indiquent qu'afin de recouvrir complètement le dipôle du CMB, il faut intégrer les influences gravitationnelles des structures jusqu'à l'amas de Shapley situé à $150 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ ou supposer l'existence d'un amas nommé Ophiuchus caché derrière le bulbe galactique. Cependant, à des distances si élevées, la complétude des relevés de galaxies par mesures directes de distances est faible et ne permet de conclure quant à la distance exacte de reconvergence vers le dipôle du CMB. Un autre problème de ces méthodes réside dans le lien entre champ de gravité et champ de vitesse. Ce lien fait apparaître explicitement un biais linéaire, ce qui augmente l'incertitude sur la convergence

du « bulk flow » local vers le dipôle du CMB.

Les résultats obtenus par Watkins et al. [51] en 2009 (voir la courbe rouge de la figure 4.3) s'appuient sur des catalogues ayant mesuré directement les champs de vitesse. Le compositage de nombreux relevés² au sein du catalogue COMPOSITE a ainsi permis de montrer que tous ces catalogues étaient en accord avec un excès de champ de vitesse à $\sim 50 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. En 2009, ce flot cosmique anormal excluait le modèle hiérarchique ΛCDM à 3σ de niveau de confiance. Une telle observation a évidemment d'importantes répercussions en cosmologie, que ce soit sur le scénario de formation des structures, sur la nature de la matière noire ou sur l'Énergie Noire. Cette mesure a d'autant plus d'impact que peu d'observations vont à l'encontre du modèle ΛCDM [76].

Parallèlement, les approches classiques de reconstruction (Théorie linéaire, POTENT, Monge-Ampère-Kantorovich...) des champs de vitesse à partir de relevés dans l'espace des redshifts ont montré une convergence assez lente vers le dipôle du CMB. Ainsi, les mesures récentes de Lavaux et al. [52] (illustrées figure 4.3 après retour dans le référentiel du CMB par la formule (4.3)) et Erdogdu et al. [77] montrent que seul 80% de l'amplitude du dipôle du CMB est retrouvé à $\sim 130 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Ces travaux indiquent que la convergence vers le dipôle du CMB n'est toujours pas atteinte à des échelles proches de $\sim 150 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Une analyse de vraisemblance menée à partir de ces résultats montre que le modèle ΛCDM est en accord à 1σ avec la prédiction théorique à $60 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et que les résultats s'éloignent jusqu'à 2σ pour des distances plus importantes, en lien avec un excès de champ de vitesse à grandes échelles. Notons toutefois que les méthodes de reconstruction peinent à obtenir des champs de vitesse élevés lorsque des inhomogénéités importantes sont atteintes ou lorsque les distorsions dues aux mesures dans l'espace des redshifts sont grandes. Cela est particulièrement le cas au voisinage du Groupe Local, ce qui fausse les mesures de champ de vitesse à petites échelles.

Le catalogue COMPOSITE de Watkins et al. [51] est également en accord avec ces mesures issues de la reconstruction des champs de vitesse à partir de la distribution de matière dans l'espace des redshifts (Lavaux et al. [52]) sur les échelles intermédiaires allant de 30 à $50 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ (voir figure 4.3) bien que les barres d'erreurs soient ici largement sous-estimées, du fait de la non prise en compte de l'erreur sur l'angle entre le dipôle du CMB et la vitesse du Groupe Local. Sur ces échelles, le mouvement d'ensemble local est donc supérieur à la prédiction issue de la théorie linéaire à 98% de niveau de confiance. Au-delà de la profondeur maximale du relevé COMPOSITE, la tendance observée – à savoir une augmentation des champs de vitesse et une absence de convergence à la prédiction linéaire – par Watkins et al. semble être en accord avec les mesures à plus grandes

2. La liste de ces relevés est la suivante : SBF [63], ENEAR [64–66], SN [67], SFI++ [68], SC [69, 70], SMAC [71], LP [72, 73], EFAT [74] et Willick [75].

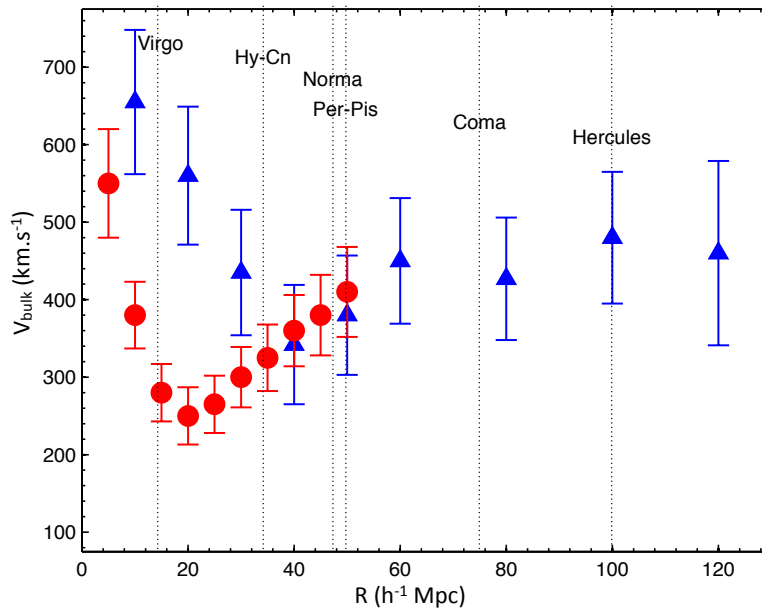


FIGURE 4.3: Comparaison de deux mesures observationnelles du mouvement d'ensemble local : les mesures de Lavaux et al. [52] en bleu sont obtenues par une reconstruction à partir du champ de densité et celles de Watkins et al. [51], en rouge, sont mesurées à partir d'un compositage de plusieurs relevés de distances. On remarque un léger désaccord entre les deux méthodes entre 5 et 30 h^{-1} Mpc et un bon accord au-delà, avec en particulier une absence de reconvergence à la théorie linéaire.

échelles de Lavaux et al.

De tels résultats, (très) marginalement en accord avec le modèle standard de la cosmologie, ont amené un regain d'intérêt autour des champs de vitesse. Ainsi, en 2010, une analyse du maximum de vraisemblance menée à partir des premières mesures de Watkins et al. combinée avec des reconstructions du quadrupole et de l'octupole des champs de vitesse du catalogue COMPOSITE [78], ramène le résultat excluant le modèle standard Λ CDM de 3σ à 1.7σ sur des échelles intermédiaires [79]. Malgré les nombreux biais associés aux mesures des champs de vitesse ainsi que les différences de fenêtre de lissage pouvant introduire un facteur 1.7 [80, 81], ce résultat, en léger désaccord avec l'étude de Lavaux et al. [52], souligne clairement un excès de flot cosmique sur des échelles linéaires. Pour souligner les difficultés de mesures et de reconstruction, remarquons que le désaccord entre ces observations semble être lié aux biais observationnels des différentes méthodes. Ainsi, les différences entre les deux observations aux petites échelles sont principalement liées à la difficulté de reconstruire les champs de vitesse lorsque les déformations dues aux vitesses particulières dans l'espace des redshifts sont importantes (voir Lavaux et al. [52] pour une discussion complète). La méthode d'obtention directe des champs de vitesse est également sujette à de nombreux biais inhérents à la complexité

d'une telle mesure, en particulier aux échelles importantes. Par exemple, à cause de l'erreur sur la distance effectuée sur les estimateurs détaillés paragraphe 4.2.1, la mesure directe des champs de vitesse est limitée à des régions où le flot de Hubble reste faible ($\sim 100 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$). Plus cette distance est approchée, plus la mesure sera délicate. Cela se traduit par la nécessité de traiter de manière poussée les catalogues utilisés, en corrigeant par exemple les données du biais de Malmquist, et de prêter une attention toute particulière à la combinaison de plusieurs catalogues comme un récent travail de Ma et Scott l'a démontré [82]. Ce travail a également montré qu'une possible explication du flot cosmique détecté en 2009 par Watkins et al. provenait justement d'une mauvaise prise en compte des biais de Malmquist. Une fois les données obtenues, une autre difficulté réside dans la procédure de reconstruction des vitesses tridimensionnelles afin d'obtenir le flot cosmique. De nombreuses méthodes de reconstruction faisant appel à la minimisation des données les plus bruitées [44, 51] ou à un lissage préalable de ces données peu exploitables [83] ont été récemment introduites. Ces méthodes introduisent également des erreurs, en présupposant par exemple un modèle cosmologique. Cependant, malgré toutes ces difficultés, tous les travaux tendent à montrer un écart allant de 1σ à 3σ ainsi qu'une absence de reconvergence vers la prédiction du modèle Λ CDM.

Nous nous proposons donc de réinterpréter un excès de flot cosmique à des échelles intermédiaires. Ainsi, afin d'expliquer les implications d'un point de vue théorique de la mesure d'un excès de flot cosmique, nous nous plaçons dans le cas de l'observation la plus défavorable – à savoir la détection d'un flot cosmique à 3σ – à des échelles intermédiaires. Le profil initial de « bulk flow » de Watkins et al. nous servira donc de profil de référence dans le cadre d'une étude sur l'origine du flot cosmique au travers de l'utilisation de simulations numériques hautes performances. En se défaisant des bruits d'origine expérimentale et en connaissant exactement toutes les quantités indispensables au calcul du « bulk flow », la simulation nous permettra, grâce à la construction de catalogues numériques, de trouver les origines d'un flot cosmique élevé à des échelles intermédiaires. La construction de ces catalogues numériques se fera donc en utilisant le profil de « bulk flow » de Watkins et al., caractéristique d'un excès de flot cosmique à des échelles linéaires. Évidemment, le recours à la simulation introduit également des biais numériques tels une absence des modes à grandes échelles ou une résolution limitée dont nous discutons les effets dans les paragraphes suivants.

D'autres mesures récentes, menées sur les supernovae de type Ia au sein du catalogue UNION [84], soulignent l'existence d'un flot cosmique d'environ 260 km/s à des échelles importantes ($\sim 180 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$), en désaccord à $1\sigma - 2\sigma$ de niveau de confiance avec la prédiction de Λ CDM. Une étude similaire utilisant un ensemble de catalogues de supernovae [85], confirment également qu'à plus grandes échelles, la reconvergence vers la théorie linéaire n'est toujours pas observée. Cependant, le nombre de supernovae est réduit ce

qui implique des barres d'erreur expérimentales très importantes, rendant impossible l'exclusion de l'un ou l'autre modèle cosmologique. D'une manière générale, ces barres d'erreur seront à distinguer des barres d'erreur que nous utilisons dans ces travaux : les écarts-types que nous serons amenés à commenter ont une origine stochastique dans un modèle donné. En d'autres termes, pour un modèle cosmologique donné, les conditions initiales choisies introduisent un écart-type sur les diverses observables.

Finalement, Kashlinsky et al. [86] a utilisé une méthode originale faisant appel à l'effet cinétique Sunyaev-Zel'dovich afin de mesurer le champ de vitesse à grandes distances. Cependant, les résultats obtenus exhibent de très importants mouvements d'ensemble à grandes échelles (~ 1000 km/s), en désaccord avec une quelconque convergence vers le dipôle du CMB. Ces résultats suggèrent que, d'une manière générale, aucun modèle hiérarchique – a fortiori le modèle Λ CDM – ne peut expliquer une telle observation. Toutefois, cette mesure, faisant appel aux amas détectés à hauts redshifts, souffre de plusieurs problèmes. En premier lieu, le manque de complétude des relevés à ces distances peut introduire un biais observationnel expliquant cet excès extrêmement important à ces échelles. Une seconde explication, avancée par Keisler [87], est liée à l'approximation posée par Kashlinsky dans son analyse. Ainsi, en levant l'hypothèse d'indépendance du bruit du CMB d'un radiomètre à l'autre sur le satellite WMAP, Keisler a montré qu'en raison de la corrélation importante de la variance cosmique, le résultat de Kashlinsky était réduit à moins de 1σ de signification statistique. Osborne et al. [88] ont récemment réutilisée cette méthode basée sur l'effet kSZ et ont nouveau conclu à l'existence d'un flot cosmique inexplicable par le modèle Λ CDM.

D'une manière générale, toutes les observations de flots cosmiques anormalement élevés remettent en cause les modèles hiérarchiques et plus particulièrement le modèle standard Λ CDM. Nous nous proposons donc de revisiter, dans le cadre de la théorie linéaire, ces conclusions en adoptant un point de vue statistique : une telle valeur du mouvement d'ensemble local est-elle envisageable dans les environnements créés par le modèle Λ CDM ? Si la réponse est affirmative, le Chapitre 5 permettra de trouver, au sein de tels environnements, une caractéristique commune identifiée comme l'origine dynamique du mouvement d'ensemble à grandes échelles. Finalement, ce Chapitre 5 sera aussi l'occasion de comprendre la position des environnements exhibant d'un tel « bulk flow » en identifiant, de manière locale, les pics de densité responsables de ce mouvement d'ensemble.

Afin de comparer à la prédiction linéaire, il convient de comprendre la signification profonde d'une telle description. En effet, plutôt que la prédiction d'une amplitude à un instant donné, pouvant résulter de la réalisation d'un événement rare, la théorie linéaire nous invite à discuter l'évolution temporelle du système i.e. son évolution dynamique au cours du temps. Un tel suivi est évidemment impossible pour un observateur et seul le recours aux simulations numériques permet d'accéder à l'histoire d'un événement donné.

Ces événements seront définis au sein de catalogues similaires à un profil de mouvement d'ensemble local donné.

4.3 Caractérisation statistique des champs

4.3.1 Caractérisation statistique des champs : Spectres de puissance

La construction de ces catalogues demande une caractérisation statistique des champs de matière dans l'Univers. Cette section présente donc les différentes manières de caractériser un champ de densité ou un champ de vitesse, en particulier au travers de spectres de puissance. Ces spectres de puissance seront introduits dans divers modèles de gravité étendue.

La raison de s'intéresser aux spectres de puissance est simple : dans le cadre d'un champ de densité évoluant à partir de conditions initiales gaussiennes, le spectre de puissance $P_\delta(k, z)$ contient toutes les informations statistiques nécessaires à la description du champ³.

Le spectre de puissance permet de définir, en utilisant une convolution avec une fonction fenêtre W choisie intelligemment, l'intensité des fluctuations $\sigma(R, z)$ à un redshift z et à une échelle R donnée :

$$\sigma(R, z)^2 = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^3 P_\delta(k, z) \hat{W}(kR)^2 \frac{dk}{k}. \quad (4.4)$$

L'évolution temporelle de l'écart-type⁴ des fluctuations de densité est donnée par la théorie linéaire : la linéarité de la transformée de Fourier assure que l'évolution temporelle est découplée de l'évolution spatiale. Cette caractéristique nous permet de découpler les fluctuations spatiales de la variable temporelle, écrivant ainsi :

$$P(k, z) = \left(\frac{D_+(z)}{D_+(z=0)} \right)^2 P(k, z=0), \quad (4.5)$$

où D_+ est le taux de croissance linéaire des fluctuations.

Le spectre de puissance du champ de densité nous donne une information cruciale sur la distribution de la matière dans l'Univers. En particulier, la fluctuation du champ de

3. Notons toutefois que l'existence de non-gaussianités primordiales relaxe cette hypothèse : les moments statistiques d'ordre supérieurs (bispectre, kurtosis etc.) contiennent alors une information supplémentaire.

4. L'écart-type des fluctuations est ici compris comme la racine carrée de la variance des fluctuations.

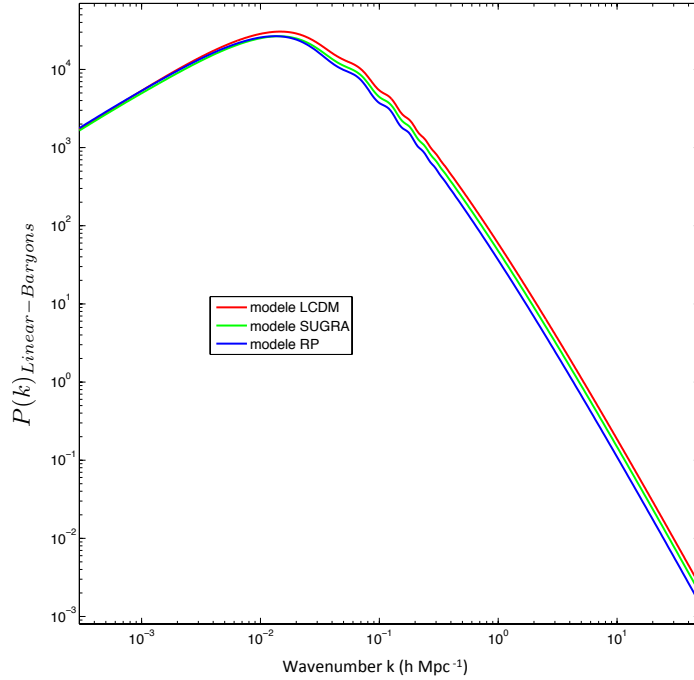


FIGURE 4.4: Les trois spectres du champ de densité quantifient les caractéristiques statistiques de l’effondrement gravitationnel dans trois modèles cosmologiques différents. On remarque que plus l’effondrement gravitationnel est intense, plus le spectre de puissance est élevé. Ces spectres ont été calculés à partir des paramètres introduits dans le tableau 11.2 (voir également Alimi et al. [89] et Rasera et al. [90]).

densité à $8 h^{-1} \text{ Mpc}$, σ_8 nous donne l’amplitude relative de la structuration de l’Univers dans différents modèles d’énergie noire. Afin de comprendre également la distribution des champs de vitesse, il nous faut utiliser une relation liant champ de densité et champ de vitesse. L’équation de continuité provenant de la théorie linéaire pour un fluide de matière noire nous donne une telle relation. Grâce à l’utilisation du taux de croissance $f = \frac{d \ln \delta}{d \ln a}$ et en se plaçant dans une limite newtonienne, cette condition prend la forme $i \vec{v}_{\vec{k}} \cdot \vec{k} = -H f \delta_{\vec{k}}$ dans l’espace des phases. Remarquons que cette hypothèse newtonienne permet de se défaire de toute contribution provenant du champ scalaire dans les modèles de type Supergravité ou Ratra-Peebles. En effet, les champs scalaires représentant une énergie noire dynamique interviennent sur les champs de vitesse à travers le potentiel gravitationnel qui, dans le cadre de la limite newtonienne, peut être négligé.

Il est direct de montrer que $\vec{v}_{\vec{k}}$ est colinéaire avec \vec{k} . Cela nous donne une relation simple entre les spectres de puissance des champs de vitesse et du champ de densité :

$$P_v(k, z = 0) = \frac{\mathcal{H}_0^2 f_0^2}{k^2} P_\delta(k, z = 0) . \quad (4.6)$$

En accord avec la définition (4.4), nous pouvons introduire l’intensité du champ de vitesse

tridimensionnel à une échelle R , également vue comme la mesure de la vitesse d'ensemble locale (ou « bulk flow »). Cette vitesse correspond, dans la théorie linéaire, à moyenner le champ de vitesse sur le volume défini par la transformée de Fourier \hat{W} de la fonction de fenêtrage W :

$$V_{bulk}^2 = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^3 P_v(k) \hat{W}(kR)^2 \frac{dk}{k} \quad (4.7)$$

Afin de comprendre dans l'équation (4.7) quelles échelles interviennent dans le calcul du mouvement d'ensemble local, il peut être utile d'introduire la variable $\Delta_v(k)$, représentant la contribution aux fluctuations à l'échelle k du champ de vitesse [91] :

$$\Delta_v^2(k) = \frac{1}{2\pi^2} k^3 P_v(k) . \quad (4.8)$$

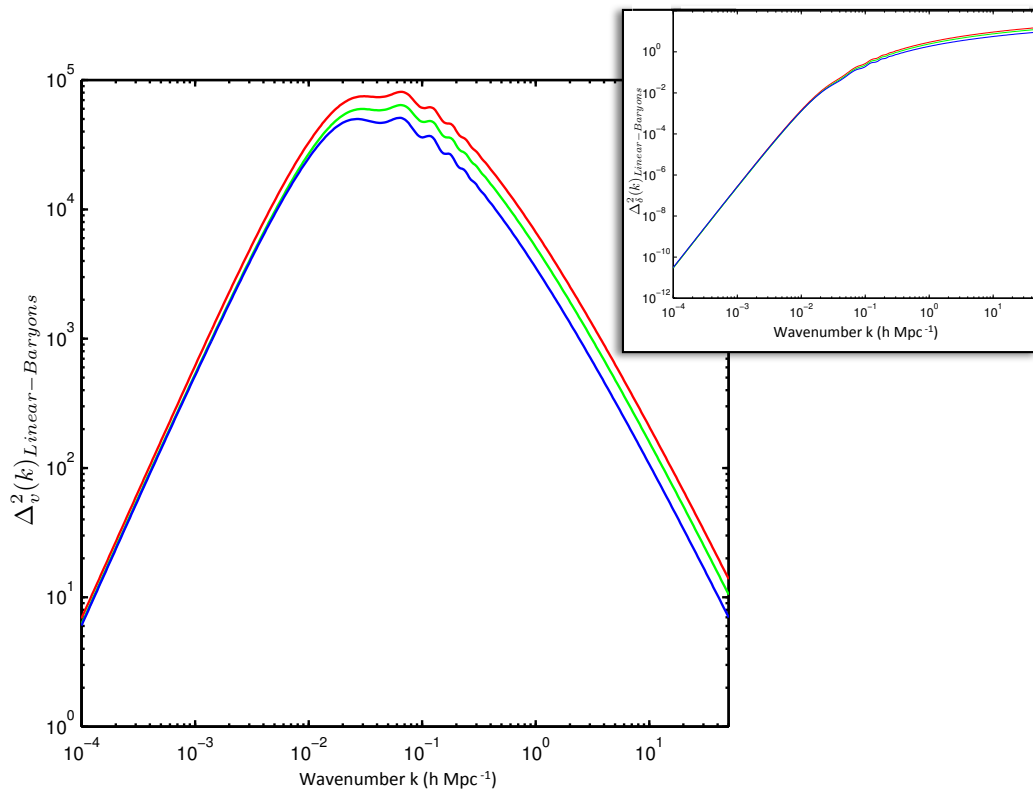


FIGURE 4.5: Les spectres de puissance $\Delta^2(k)$ indiquent la contribution des différents modes k à l'écart-type des fluctuations de densité $\sigma(R)$ (indiqué en médaillon) et à l'écart-type des fluctuations des champs de vitesse tridimensionnels $V_{bulk}(R)$. Nous remarquons en particulier l'importance des oscillations acoustiques de baryons sur $\Delta_v(k)$. Pour comparaison, l'effet des BAO sur le spectre de puissance du champ de densité peut être aperçu aux alentours de $k \sim 10^{-1} \text{ h Mpc}^{-1}$. On note que plus la structuration est importante, plus l'amplitude du spectre de puissance est élevée comme indiqué par les différentes cosmologies.

Il est possible de définir de la même manière un spectre de puissance $\Delta_\delta(k)$ pour le champ de densité. Ce spectre présente des valeurs importantes pour les k élevés. L'écart-type des fluctuations dépend alors grandement des échelles non-linéaires.

Le spectre de puissance $\Delta_v(k)$ prend la forme indiquée sur la figure 4.5. Il se distingue du spectre de puissance $\Delta_\delta(k)$ des champs de densité, indiqué dans le médaillon, par l'amplitude des oscillations acoustiques de baryons ainsi que par sa forme. À grand nombre d'ondes, le facteur $1/k$ domine et fait tendre $\Delta_v(k)$ vers 0. À petit nombre d'ondes, $P_v(k)$ converge vers 0 en suivant la pente définie par le spectre de puissance du champ de densité. On observe également une amplification importante des BAO qui se trouvent exactement dans la gamme d'échelles où la puissance des fluctuations du champ de vitesse est importante.

La pondération des modes de Fourier par un rapport $1/k$ augmente la sensibilité des champs de vitesse aux nombres d'ondes faibles (et donc aux échelles importantes).

4.3.2 Analyse et caractérisation des champs de vitesse

4.3.2.1 Limite des simulations numériques pour les champs de vitesse

Nous avons étudié précédemment le lien existant entre champ de vitesse et champ de densité, en particulier au travers du spectre de puissance. Ce lien peut être résumé par la formule (4.6). Dans le cadre d'une étude théorique de la vitesse d'ensemble local (« bulk flow »), il convient de prendre en compte tous les modes au moment de l'intégration du spectre de puissance $P_v(k)$. Cependant, une simulation n'est réalisée qu'au sein d'un certain volume avec une résolution finie, ce qui implique que seul un ensemble restreint de modes soit accessible [92]. Les deux bornes de l'intégrale doivent donc être revues en fonction de la taille caractéristique simulée L_{box} et du nombre total de cellules de gravité n_{cells} : la borne inférieure, indiquant l'échelle maximale à laquelle la simulation a accès, devient $2\pi/L_{box}$ alors que la borne supérieure, marquant la résolution limite de l'expérience numérique, est égale à $\pi/(L_{box}/n_{cells}^{1/3})$. Cette limite supérieure est déterminée par la fréquence de Nyquist, au-delà de laquelle le bruit poissonnien l'emporte définitivement sur le signal utile. Dans le cadre de simulations numériques faisant appel à une grille AMR se raffinant autour des surdensités, le nombre de cellules augmente au cours du temps. Dès lors, la fréquence de Nyquist suit cette augmentation, ce qui nous permet d'atteindre une précision plus élevée que dans un algorithme PM seul. En particulier, le « shot noise » ne devient significatif que sur les raffinements les plus élevés.

La compréhension de ces effets de volume fini liés à notre modélisation est fondamentale pour rapprocher les mesures effectuées au sein de la simulation avec les mesures observationnelles. Rappelons que, par définition, les champs de vitesse présents dans l'Univers intègre toutes les contributions, des échelles les plus faibles aux plus importantes.

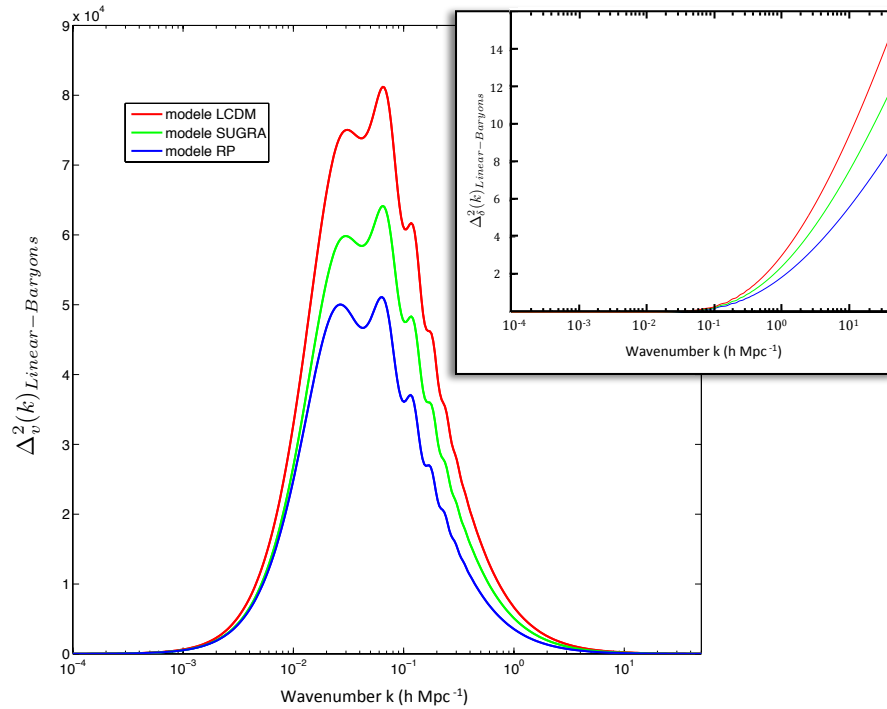


FIGURE 4.6: Spectre de puissance $\Delta_v(k)$ des champs de vitesse en échelles linéaires pour les trois cosmologies Λ CDM (en rouge), SUCDM (en vert) et RPCDM (en bleu). Les bornes d'intégration inférieures et supérieures du spectre de puissance sont indiquées par les symboles : une taille caractéristique de simulation de $2592 h^{-1} \text{ Mpc}$ avec une étoile, de $648 h^{-1} \text{ Mpc}$ avec un losange et $162 h^{-1} \text{ Mpc}$ avec un rond. Les volumes faibles entraînent une perte de puissance importante sur le spectre de puissance.

Nous nous intéresserons particulièrement à trois tailles caractéristiques, $162 h^{-1} \text{ Mpc}$, $648 h^{-1} \text{ Mpc}$ et $2592 h^{-1} \text{ Mpc}$, correspondant à la série de simulations DEUSS (voir Chapitre 11). Les résolutions spatiales que nous considérons correspondent à un nombre de grilles n_{cells} égal à 1024^3 . Les bornes d'intégration basses et hautes utilisées pour le calcul du mouvement d'ensemble local dans le cadre de ces simulations sont indiquées sur la figure 4.6. Les disques correspondent aux simulations les plus résolues avec le plus petit volume simulé, les losanges nous indiquent les simulations intermédiaires et les étoiles les modélisations ayant la résolution la plus grossière et la taille caractéristique simulée la plus importante.

La figure 4.7 nous montre comment se traduit la perte de puissance liée aux effets de volume fini pour le « bulk flow » à partir de l'intégrale des courbes théoriques figure 4.6. La courbe rouge, chutant très rapidement en raison de l'absence des grands modes

dans les petites simulations, nous indiquent qu'une analyse sur les « bulk flow » ne peut pas être menée sur une simulation de petite taille caractéristique. En effet, à partir de $\sim 75 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, le flot cosmique est proche de zéro alors qu'à l'inverse, les simulations de taille caractéristique $2592 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, en bleu, sont proches de 175 km/s .

Les flots cosmiques issus de ces simulations $2592 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ ont un écart de moins de 2% avec la prédiction linéaire intégrant tous les modes de 0 à ∞ , ce qui souligne encore la nécessité de réaliser des simulations de grande taille pour l'étude des champs de vitesse aux échelles cosmologiques. Cependant, un des désavantages d'une si grande simulations est son manque de résolution. En particulier, pour réaliser des catalogues numériques se rapprochant des observations, nous souhaitons avoir une résolution en masse faible (par exemple, proche de la Voie Lactée). La solution est d'utiliser une simulation intermédiaire tel le volume $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ qui dispose d'une bonne résolution (équivalente à $10 \text{ h}^{-1} \text{ kpc}$) et qui recouvre assez bien le flot cosmique aux grandes échelles ($\sim 100 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$). La courbe magenta de la figure 4.7 indique que la perte de puissance associée à cette taille de boîte intermédiaire nous permet d'approcher suffisamment bien le « bulk flow » linéaire proche de notre courbe bleue de référence. Il est important de souligner que cette perte de puissance se rapproche de l'utilisation d'une fonction de lissage gaussienne.

Notons que ces conclusions restent valables si l'on considère d'autres cosmologies : dans les cosmologies Λ CDM et SCDM, les erreurs sur le dipôle des champs de vitesse sont amoindries en raison d'un abaissement de l'amplitude du spectre de puissance $\Delta_v(k)$.

À partir de la figure 4.7, nous remarquons donc que la dépendance de la pente du « bulk flow » à petite échelle est grandement déterminée par la présence des modes à grande échelle ($k \sim 0.01 \text{ h/Mpc}$) et dans une moindre mesure par la présence des modes à petites échelles. De plus, plus on se rapproche de la taille caractéristique de la simulation, plus le manque de puissance est important. Ainsi, la courbe violette s'écarte de plus en plus rapidement de la courbe bleue lorsque la distance comobile augmente. L'amplitude initiale du bulk flow est également déterminée par l'absence des modes à grandes échelles. Ainsi, le mouvement d'ensemble local initial varie de 375 km/s à 500 km/s entre les simulations $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et $2592 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Ces courbes montrent que la simulation $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ est un excellent compromis entre résolution en masse et puissance des champs de vitesse aux grandes échelles.

En conclusion, résoudre des objets de la masse de la Voie Lactée pour approcher les observations tout en conservant bien la puissance issue des contributions à grandes échelles, nous incite à utiliser exclusivement des volumes de l'ordre de $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ dans la suite de ce travail.

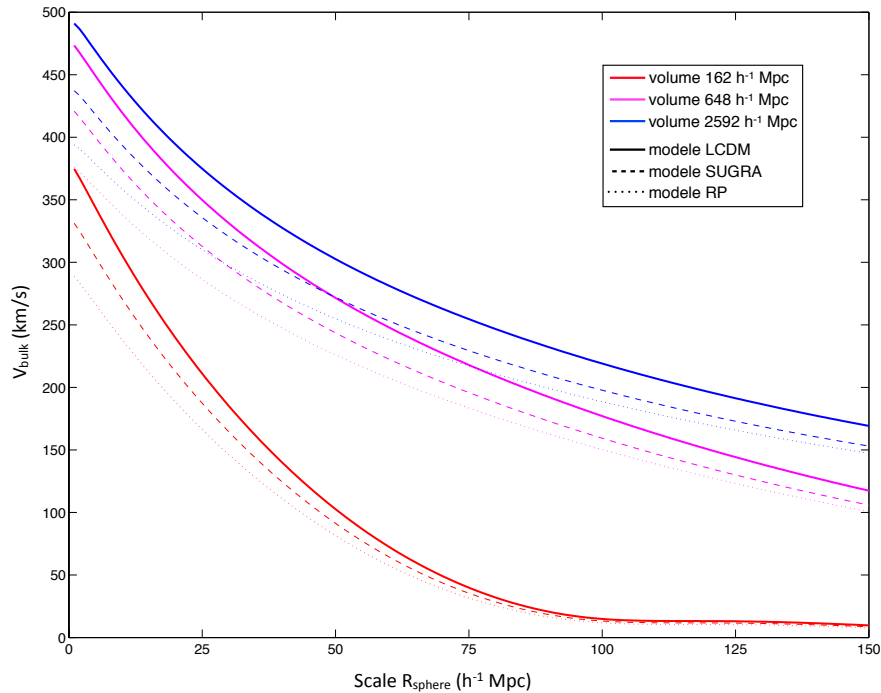


FIGURE 4.7: Le mouvement d'ensemble local est très dépendant de la prise en compte des grandes échelles du spectre de puissance : les trois volumes des simulations DEUSS nous montrent que la puissance des champs de vitesse est largement répartie à grandes échelles ($\sim 100 h^{-1} \text{Mpc}$). Les différences entre cosmologies sont également visibles avec une hiérarchie en accord avec celle de l'intensité des fluctuations $\sigma(R)$.

4.3.2.2 Calcul numérique du bulk flow

Le calcul numérique du mouvement d'ensemble local à partir de simulations se fait de la même manière que pour la fluctuation de densité locale σ_R i.e. en utilisant une méthode de lancers de sphères. En effet, le « bulk flow » est la variable quantifiant le mouvement global d'un volume que nous choisissons sphérique.

Dans une perspective numérique, il nous faut tout d'abord définir un centre mimant un observateur dans le volume comobile. À partir de ce centre, nous faisons grandir une sphère de rayon R . À chaque nouveau rayon, nous sommions les contributions du champ de vitesse tridimensionnel des $N_{part,r < R}$ particules contenues dans la sphère de rayon R afin d'obtenir le vecteur « bulk flow »

$$\vec{v}_{bulk}(R) = \frac{1}{N_{part,r < R}} \sum_i^{N_{part,r < R}} \vec{v}_i, \quad (4.9)$$

ou celles du champ de vitesse projeté suivant la ligne de visée afin de calculer le « bulk flow » observationnel suivant la formule :

$$v_{\perp,bulk}(R) = \frac{1}{N_{part,r<R}} \sum_i^{N_{part,r<R}} \vec{v}_i \cdot \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}. \quad (4.10)$$

La valeur moyenne du « bulk flow » d'un ensemble de N_{sphere} est alors définie comme :

$$\bar{v}_{bulk}^2(R) = \langle v_{bulk}^2(R) \rangle = \frac{1}{N_{sphere}} \sum_{j=1}^{N_{sphere}} \left\| \frac{1}{N_{part,r<R}} \sum_i^{N_{part,r<R}} \vec{v}_i \right\|^2. \quad (4.11)$$

Seule cette dernière définition peut être comparée à la prédiction théorique (4.7).

Les deux estimateurs (4.9–4.10) concernent les particules représentant le champ de matière sous-jacent. Les équations (4.9–4.10) supposent donc que tous les objets intégrés dans la sommation ont une masse identique. Ces équations peuvent être généralisées dans le cadre d'une application à des objets cosmologiques (e.g. halos de matière noire) de masse quelconque. Dans le cas d'une sphère de rayon R englobant $N_{halo,r<R}$ halo de masse m_i , les deux équations (4.9–4.10) prennent la forme :

$$\vec{v}_{bulk}^{halo}(R) = \frac{1}{\sum_i^{N_{halo,r<R}} m_i} \sum_i^{N_{halo,r<R}} m_i \vec{v}_i \quad (4.12)$$

$$v_{\perp,bulk}^{halo}(R) = \frac{1}{\sum_i^{N_{halo,r<R}} m_i} \sum_i^{N_{halo,r<R}} m_i \vec{v}_i \cdot \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}. \quad (4.13)$$

La figure 4.8 permet de comparer ces différents estimateurs, moyennés sur plus de 20000 sphères. Les courbes supérieures correspondent aux estimateurs calculés sur les champs de vitesse tridimensionnel alors que les courbes inférieures sont calculées à partir du champ tridimensionnel projeté suivant l'axe de visée. Les courbes en traits pleins représentent les prédictions linéaires pour les champs de vitesse tridimensionnel et projeté, les courbes en tirets correspondent aux mesures effectuées sur les halos détectés par Friends-of-Friends, traceurs du champ de densité et les losanges sont obtenus par la mesure directe du mouvement d'ensemble local sur les particules.

L'accord entre la prédiction linéaire et la mesure sur les particules est excellent, ce qui montre que l'équivalence entre les approches statistiques et probabilistes (en utilisant des sphères placées au hasard). On observe un décrochement sur les estimateurs liés aux halos de matière noire à basse échelle. Ce décrochement est essentiellement dû à la limite en résolution des halos de matière noire de la simulation que nous avons utilisé. On remarque, à l'inverse, un excellent accord entre les mesures effectuées sur les particules et celles effectuées sur les halos aux échelles supérieures à $15 h^{-1}$ Mpc, malgré un petit

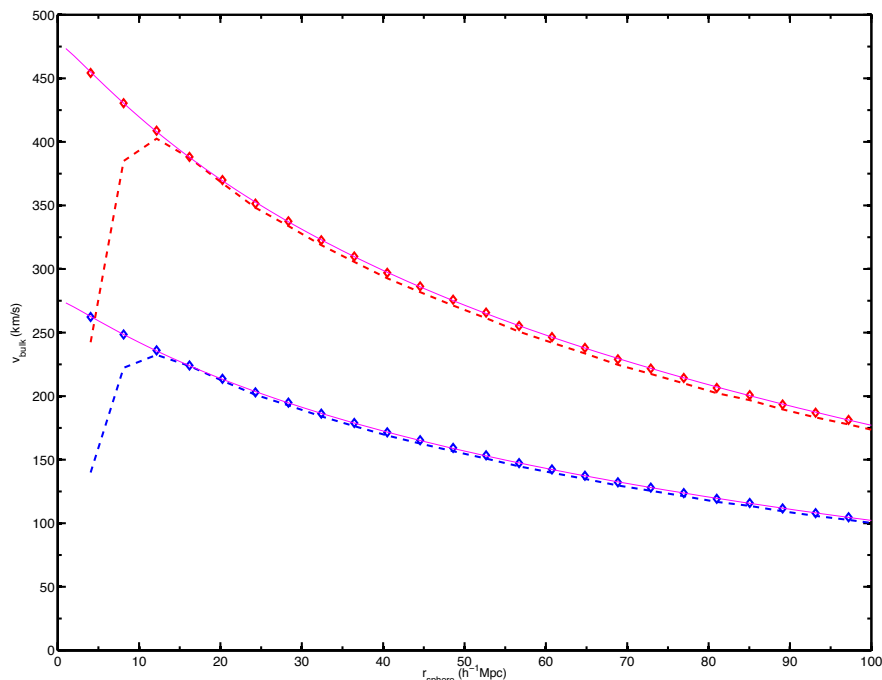


FIGURE 4.8: « Bulk flow » mesuré de quatre manière différentes en cosmologie Λ CDM dans la simulation DEUSS $648 h^{-1} \text{ Mpc}$ (voir Chapitre 11). Les courbes en tirets correspondent au flot cosmique mesuré à partir des halos de matière noire. Les points sont obtenus en calculant le « bulk flow » sur les particules. La concordance entre les approches particulières et par les halos est parfaite. Les courbes supérieures, comparées à la prédiction linéaire en violet, sont calculées à partir des champs de vitesse tridimensionnels. Les courbes inférieures sont obtenues en calculant le mouvement d'ensemble à partir des champs de vitesse projetés. *En moyenne*, le facteur $\sqrt{3}$ est retrouvé.

écart de l'ordre de 2 à 3%. La simulation numérique a mis en évidence ce comportement inattendu, illustrant le fait que les halos de matière noire sont d'excellents traceurs des champs de vitesse. Le biais entre le champ de matière échantillonné par les particules et celui tracé par les halos étant très faible, nous allons, par la suite, considérer uniquement le « bulk flow » calculé à partir des particules⁵.

La comparaison entre le mouvement d'ensemble mesuré à partir des vitesses projetées à celui calculé à partir du champ tri-dimensionnel indique que nous retrouvons bien le facteur $\sqrt{3}$ provenant de l'hypothèse d'homogénéité dans le calcul des spectres de puissance. Il convient toutefois de faire attention aux moyennes : l'écart-type relatif à la variable statistique du « bulk flow » étant très important, les profils du mouvement d'ensemble d'une bulle peuvent être extrêmement différents d'un centre à l'autre et le facteur $\sqrt{3}$ liant le flot cosmique moyen tridimensionnel au « bulk flow » projeté est souvent incorrect.

5. Le biais décrit ici ne correspond pas au biais sur la dispersion de vitesse. En effet, ce biais en dispersion nous renseigne sur la différence de vitesses entre les halos et les particules de matière noire en une position donnée. Les résultats décrits ici nous renseignent sur le biais en vitesse entre les halos et la matière noire intégrés dans une sphère de grand rayon.

4.3.2.3 Construction d'un catalogue numérique

Une autre méthode pour comprendre et caractériser les champs de densité et de vitesse est de définir des catalogues numériques en accord avec les observations. En effet, retrouver des objets réels (tels le « Bullet Cluster » ou le profil de chute sur l'amas de Virgo) dans des simulations numériques permet de faire varier nombre de paramètres afin de comprendre sa formation, sa dépendance sur le modèle cosmologique ou les conditions initiales... Certaines simulations, dites contraintes, cherchent ainsi à simuler l'environnement du Groupe Local à partir des relevés tels le SDSS.

La définition de tel catalogue nécessite un profil de référence, donnée par les observations ou une prédiction théorique, et un écart-type nous permettant d'accepter ou de refuser un candidat. Ce profil de référence est donc le résultat d'une mesure claire exhibant un comportement particulier ou une prédiction théorique. L'écart-type est défini comme la précision d'une telle mesure : plus celui-ci sera élevé, moins la construction d'un catalogue sera intéressant. En effet, l'intérêt de la construction de catalogue réaliste réside dans la mise en évidence de caractéristique commune à des objets éloignés dans l'espace et (ou) le temps.

Pour aller plus avant dans cette section, il convient de donner quelques caractéristiques fondamentales des simulations DEUSS. Tout d'abord, la liste exhaustive des simulations réalisées par le consortium est disponible sur le Tableau 11.4 et l'ensemble des paramètres cosmologiques utilisés dans les simulations est résumé Tableau 11.5. En accord à la conclusion de l'étude des volumes finis, nous avons choisi la simulation DEUSS de taille $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ avec 1024^3 particules. Cela représente une résolution spatiale de l'ordre de $10 \text{ h}^{-1} \text{ kpc}$. Ces caractéristiques impliquent que le « shot noise » est négligeable aux échelles au coeur de notre problématique (~ 5 à $\sim 200 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$), et ce à des redshifts élevés. Finalement, les conditions initiales sont obtenus en convoluant la racine du spectre de puissance des fluctuations $P(k)$ à $z = 0$ avec un bruit blanc. Il est ensuite extrapolé linéairement jusqu'au redshift initial $z_{ini} \sim 90$.

Dans cette section, nous cherchons à caractériser les environnements présentant un profil de « bulk flow » similaire dans les simulations numériques DEUSS : nous devons donc construire un catalogue d'objets présentant, non pas un champ de densité équivalent, mais un profil de « bulk flow » identique à une certaine signifiante statistique près.

La méthode adoptée consiste à jeter aléatoirement un grand nombre de centres de sphères dans l'ensemble du volume de la simulation DEUSS $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Ces centres (également appelés objets par la suite) sont calculés suivant une loi uniforme dans l'intervalle $[0, 1]^3$ (en unité de taille de boîte) comme nous le montre les histogrammes 4.9 réalisés sur 20000 centres. À partir de ces centres, des sphères grandissent et nous permettent de calculer

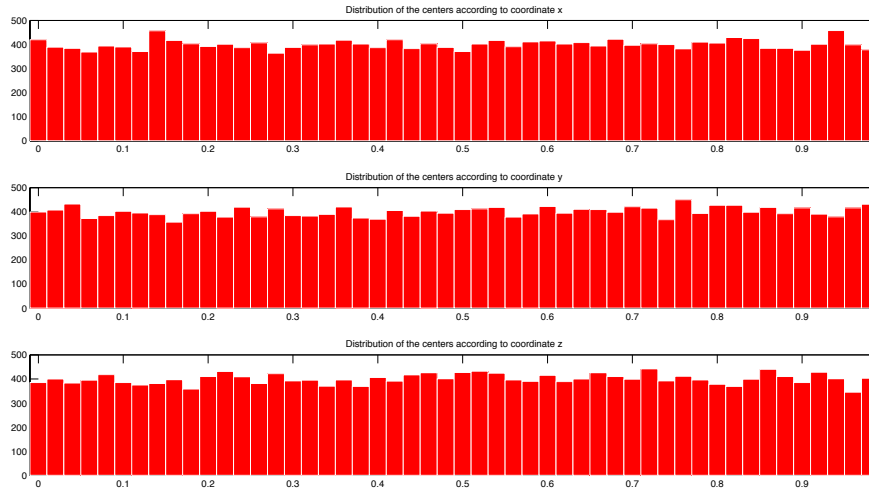


FIGURE 4.9: Histogrammes de la position de 20000 centres (respectivement de haut en bas suivant x, y, z) placés au hasard dans la simulation Λ CDM, d'un volume de $648 h^{-1} \text{ Mpc}$ avec 1024^3 particules. La distribution suit une loi uniforme dans l'intervalle $[0, 1]$.

tous les estimateurs associés aux champs de densité comme la densité intégrée dans une sphère ou la densité dans une coquille et aux champs de vitesse tel le « bulk flow » tridimensionnel et le flot cosmique suivant les lignes de visée. Cela nous permet de calculer le mouvement d'ensemble local en fonction du rayon de la sphère pour l'ensemble des objets, reconstruisant ainsi un profil pour le dipôle des champs de vitesse tridimensionnels ou projetés. Le catalogue est construit en excluant tous les centres n'étant pas en accord à $N \sigma$ avec le profil de référence. Ce profil de référence sera détaillé à la section suivante.

Il convient d'étudier finement la technique employée pour choisir les centres. En effet, cette méthode de choix des centres peut introduire des biais, les sphères étant souvent amenées à se recouvrir. Afin de comprendre l'influence de ces recouvrements, une autre série de jets de centres a été réalisée sur une grille cartésienne. Le rayon de non-recouvrement correspond dans ce test à $64.8 h^{-1} \text{ Mpc}$, ce qui signifie qu'en-deçà de cette échelle, il n'y a pas de recouvrements alors qu'au-delà, il y aura de nombreux recouvrements entre différentes sphères. La comparaison des « bulk flow » mesurés montre qu'il n'y a pas de différences entre les deux méthodes de choix de centres, que ce soit à petites ou grandes échelles, ce qui valide la méthode de génération probabiliste de sphères.

La création de catalogues numériques nous permettra, dans la section suivante, de discuter l'interprétation des observations récentes de Watkins et al. [51] sur les champs de vitesse.

4.4 Évolution linéaire du flot cosmique

4.4.1 Catalogues linéaire et réaliste

Afin de construire des catalogues (par la méthode décrite dans la section précédente) comportant une information physique utile, il nous faut un profil de « bulk flow » de référence. Deux profils de références se démarquent : le premier est calculé à partir de la théorie linéaire alors que le second est construit à partir des observations de Watkins et al. [51]. Deux classes d'objets sont donc introduites à partir de 20000 centres jetés aléatoirement :

- le catalogue appelé linéaire dont les centres ont un profil de flot cosmique similaire avec la prédiction linéaire à 2σ (95% de niveau de confiance). Dans ce cas, la limite à 2σ est un seuil à mettre en relation avec le caractère stochastique des fluctuations initiales du champ de densité pour un modèle donné ;
- le catalogue réaliste a un profil de « bulk flow » présentant une similarité avec les données observationnelles mesurées par Watkins et al. [51] à 95% de niveau de confiance. Cet échantillon sera appelé réaliste par la suite étant donné que son profil de champ de vitesse est basée sur un profil défini par les observations, spécialement au niveau du minimum à $16 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et du maximum à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. 255 objets sont rassemblés dans un tel catalogue.

Les deux catalogues sont disjoints : un élément appartenant au catalogue linéaire n'appartient pas au catalogue réaliste (et inversement). L'échantillon linéaire sert de référence alors que les objets de la classe réaliste permettent de mettre en évidence les raisons physiques du mouvement d'ensemble local observé par Watkins et al. [51]. La mesure de l'écart-type des fluctuations et du « bulk flow » dans les deux catalogues introduits ci-dessus permettent d'obtenir la figure 4.10 pour la cosmologie ΛCDM . Les étoiles rouges indiquent les prédictions linéaire, la courbe rouge montre la moyenne des $\sigma(R)$ et des v_{bulk} du catalogue linéaire alors que les courbes bleues indiquent les moyennes sur les objets du catalogue réaliste. Les barres d'erreur, correspondant à la limite à 95% de niveau de confiance, sont représentées par des zones bleues pour les objets réalistes et des barres rouges pour les linéaires. Le « bulk flow » mesuré dans les observations de Watkins et al. Nous remarquons que toutes les courbes associées à la variable $\sigma(R)$ présentent la même tendance, en accord avec la prédiction linéaire. On remarquera particulièrement la valeur à $8 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ de $\sigma(R)$ indiquant l'intensité de la structuration. Ainsi, nous retrouvons bien $\sigma_8 \sim 0.80$, en accord avec le σ_8 utilisé pour normaliser le spectre de puissance dans le modèle ΛCDM des simulations DEUSS. Ainsi, l'écart-type des fluctuations du champ de densité des deux catalogues est en excellent accord avec la prédiction linéaire et ce d'autant plus que l'échelle est importante.

À l'inverse, les mouvements d'ensemble locaux moyens des catalogues linéaire et réaliste

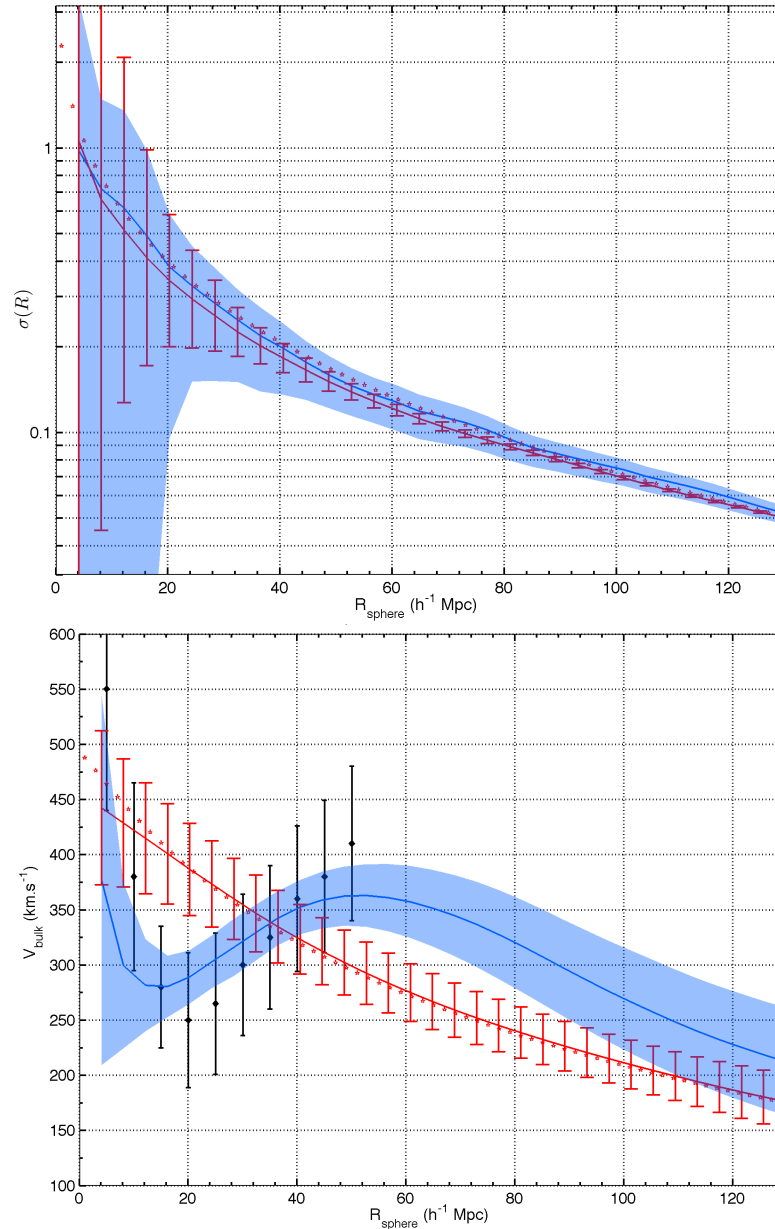


FIGURE 4.10: En haut : loi d'évolution de la structuration en fonction de l'échelle R . En bas : mouvement d'ensemble local en fonction de l'échelle R . Les prédictions linéaires sont indiquées avec des étoiles rouges, la moyenne des objets appartenant au catalogue linéaire est tracé en rouge et la moyenne des objets peuplant le catalogue réaliste est symbolisée par un trait bleu avec un écart-type en bleu. Les observations [51] sont indiquées en noir. Bien que les deux catalogues aient un écart-type des fluctuations de densité identique, il existe une importante différence pour les « bulk flow ».

sont profondément différents. En effet, on observe qu'en accord avec la définition du catalogue linéaire, les mesures numériques du « bulk flow » concordent avec la prédiction linéaire. Le catalogue réaliste exhibe deux échelles largement en dehors du linéaire : un creux à $\sim 16 h^{-1}$ Mpc et un maximum à $\sim 53 h^{-1}$ Mpc. On observe également une reconvergence rapide vers la prédiction linéaire à grandes échelles, ce qui est attendu

dans le cadre des modèles hiérarchiques. Ces comportements sont bien en accord avec la définition des catalogues.

Une telle différence de comportement entre le « bulk flow » et l'écart-type des fluctuations du champ de densité montre que les champs de vitesse contiennent une information supplémentaire par rapport au champ de densité. On peut interpréter cela en termes de dimensionnalité : le champ de densité est un champ scalaire unidimensionnel alors que les champs de vitesse contiennent une information tridimensionnelle que nous pouvons assimiler à la directionnalité d'un vecteur. Nous verrons dans le Chapitre 5 que cette information supplémentaire peut être utilisée dans un cadre statistique afin d'expliquer l'excès des champs de vitesse à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

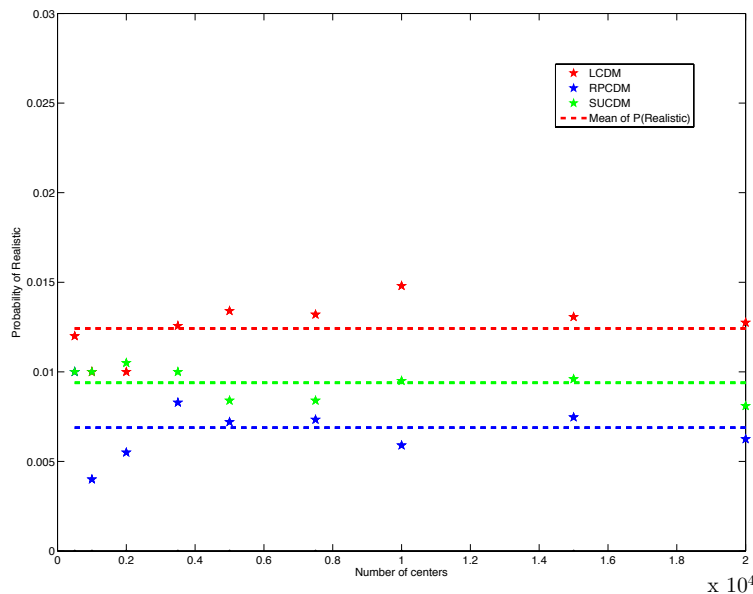


FIGURE 4.11: Probabilité d'obtenir un objet d'un catalogue réaliste en fonction du nombre de centres en rouge pour le modèle Λ CDM, en vert pour SUCDM et en bleu pour RPCDM. Les points individuels représentent le résultat de chaque mesure avec 500, 1000, 2000, 3500, 5000, 7500, 10000, 15000 et 20000 centres. Les courbes en tirets correspondent à la valeur moyenne. Au-delà de 5000 centres, l'évolution de la probabilité avec le nombre de centres est stable.

Finalement, afin de valider complètement nos catalogues, il est important de vérifier que la proportion d'objets dans le catalogue observationnel pour les diverses cosmologies ne dépend pas du nombre de centres. Cette proportion, correspondant à la probabilité d'obtenir un centre du catalogue réaliste, est simplement calculée comme le rapport du nombre d'objets dans le catalogue réaliste au nombre total de centres. Nous avons donc relancé de nombreuses sphères et calculé le nombre d'objets dans la classe réaliste : la figure 4.11 nous montre, pour les trois cosmologies disponibles dans les simulations DEUSS, que la probabilité d'obtenir un objet appartenant à la classe observationnelle est

environ constante. Il est intéressant de constater que la probabilité d’obtention d’un objet appartenant au catalogue réaliste est différente d’une cosmologie à l’autre, la probabilité moyenne en Λ CDM étant de 1.24%, celle en SUCDM étant de 0.9% et la valeur en RPCDM étant de 0.69%. Cette probabilité ne correspond pas à la probabilité à 2σ attendue pour une gaussienne, ce qui est une première indication du caractère non-gaussien de la distribution de probabilité d’un profil de « bulk flow ». La forme exacte de cette densité de probabilité sera discutée dans le paragraphe 4.5.

4.4.2 Évolution linéaire des champs de vitesse

L’interprétation du profil atypique de flot moyen à la Watkins et al. [51] en termes de déviation par rapport à une quantité linéaire peut être vérifiée en suivant l’évolution du profil au cours du temps. La mise en évidence d’un accord avec l’évolution dynamique décrite par la théorie linéaire nous permettra d’expliquer le profil anormalement élevé de flot cosmique comme la réalisation d’événements statistiquement rares en théorie linéaire dans une cosmologie donnée.

Le modèle hiérarchique indique qu’au cours de l’histoire de l’Univers, les champs de densité se sont amplifiés à partir de petites fluctuations. Cette amplification du champ de densité est régie par le taux de croissance D_+ , celui-ci indiquant la vitesse de structuration.

Le champ de densité pouvant être interprété en termes de source des champs de vitesse, l’amplitude des champs de vitesse a également augmenté au cours de l’évolution de l’Univers. Le taux de croissance D_+ régit donc également l’amplification des champs de vitesse. Cependant, les champs de vitesse intègrent aussi les contributions dues à la variation du taux de croissance i.e. les variations de la vitesse de structuration. Finalement, la loi de Hubble, indiquant une dilatation de l’espace-temps, intervient également en modifiant directement les distances entre objets.

Ces différentes contributions peuvent être portées sur un plan mathématique. Ainsi, dans les modèles cosmologiques où l’énergie noire ne s’effondre pas⁶, il y a indépendance entre les positions dans l’espace de Fourier et le temps. Cela permet, comme nous l’avons vu précédemment, de décrire la variation temporelle du spectre de puissance du champ de densité. La variation temporelle du spectre de puissance $P_v(k, z)$ peut être obtenue en utilisant l’équation (4.6). Celle-ci liant les spectres de puissance du champ de densité et

6. Dans de tels modèles décrits Chapitre 3, l’effondrement dépend explicitement de la masse du champ d’Énergie Noire. Dans ce cas, nous ne pouvons plus séparer les évolutions spatiales et temporelles.

des champs de vitesse, nous pouvons en déduire :

$$P_v(k, z) = \frac{\mathcal{H}(z)^2 f(z)^2}{k^2} P_\delta(k, z) \quad (4.14)$$

$$= \frac{\mathcal{H}(z)^2 f(z)^2}{k^2} \frac{D_+^2(z)}{D_+^2(z=0)} P_\delta(k, z=0) . \quad (4.15)$$

Les évolutions spatiale et temporelle n'étant pas liées, cela fixe donc la variation en redshift du moment dipolaire des champs de vitesse :

$$V_{bulk}(R, z) = \mathcal{A}(z) \times V_{bulk}(R, z=0) , \quad (4.16)$$

avec

$$\mathcal{A}(z) = \left\{ \frac{\mathcal{H}(z)}{\mathcal{H}(z=0)} \frac{f(z)}{f(z=0)} \frac{D_+(z)}{D_+(z=0)} \right\} .$$

La théorie linéaire permet donc de lier les flots moyens à un redshift donné avec les flots moyens observés aujourd'hui, à condition de connaître l'évolution des quantités linéaires dépendantes du modèle cosmologique $D_+(z)$, $f(z)$ et $\mathcal{H}(z)$, regroupées sous la variable temporelle $\mathcal{A}(z)$. Le dépendance en redshift de cette quantité est représentée figure 4.12 pour les trois cosmologies des simulations DEUSS (Λ CDM, SUCDM et RPCDM). On

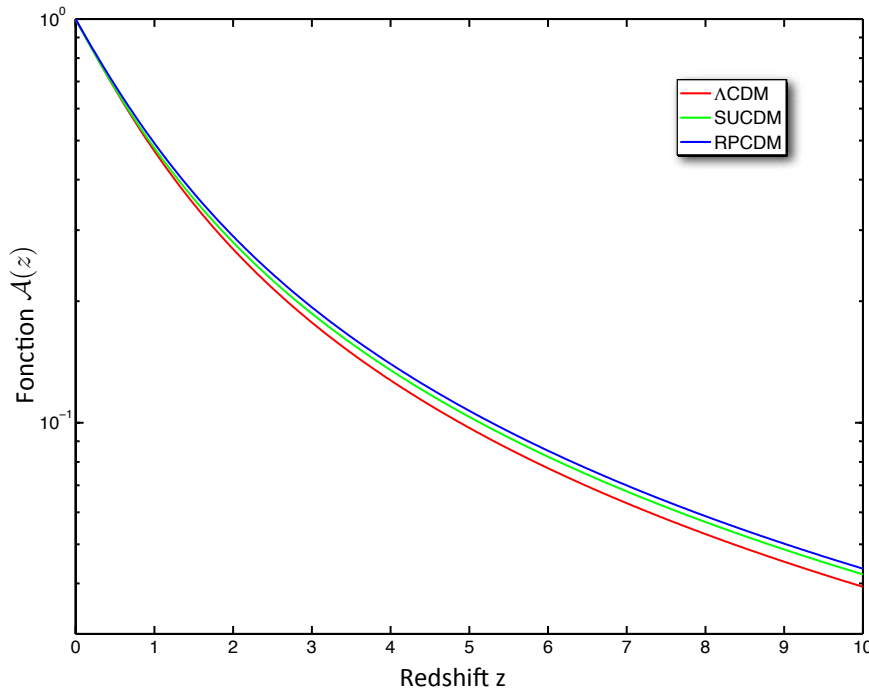


FIGURE 4.12: Fonction $\mathcal{A}(z)$ représentant l'évolution linéaire du « bulk flow » à partir de $z = 0$ dans les modèles Λ CDM (en rouge), SUCDM (en vert) et RPCDM (en bleu). Les modèles de quintessence présentent une augmentation moins importante que Λ CDM, ceux-ci créant en moyenne des champs de vitesse moins élevés que dans un modèle à forte structuration tel le modèle de concordance.

remarque tout d'abord que pour les trois cosmologies, la fonction $\mathcal{A}(z)$ est inférieure à un. Cela est en accord avec l'amplification des champs de vitesse au cours du temps, couplée à l'équation (4.16). De même, la fonction associée au modèle cosmologique standard Λ CDM, en rouge, décroît plus rapidement que le modèle de quintessence SUCDM qui diminue plus vite que le modèle RPCDM. L'explication de ces différences est liée à la structuration différente de ces trois modèles cosmologiques : le modèle Λ CDM, engendrant des flots moyens plus élevés que les modèles de quintessence de part sa structuration plus importante, nécessite une amplification plus importante de son « bulk flow ». Les variations de $\mathcal{A}(z)$ en Λ CDM sont donc plus importantes que pour les modèles à « bulk flow » linéaire plus faible.

Afin de suivre l'évolution en redshift du profil de vitesse anormal à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, nous conservons la position des centres du catalogue réaliste au cours du temps et calculons, à différents instants, le mouvement d'ensemble local dans des sphères de rayons croissants positionnées en ces centres. Notons que les simulations numériques étant réalisées en coordonnées comobiles, il n'est pas nécessaire de redimensionner les rayons de nos sphères par l'expansion cosmique. Nous choisissons de mesurer ces flots moyens à quatre redshifts – à savoir 0, 1, 2.33 et 4. Ceux-ci sont choisis de manière à ce que la simulation soit dans un régime d'effondrement marqué afin d'avoir un signal (de « bulk flow » ou d'asymétrie) peu bruité. En effet, il est évident qu'une quantité mesurée par exemple dans les conditions initiales de la simulation sera peu indicative.

La figure 4.13 présente les résultats des mesures de « bulk flow » effectuées au cours du temps. Le profil en rouge est similaire au profil de mouvement d'ensemble du catalogue réaliste mesuré en $z = 0$. Les trois autres profils sont renormalisés par l'inverse de la fonction $\mathcal{A}(z)$ afin de corriger de l'évolution linéaire et de comparer avec le flot moyen en $z = 0$. Cette renormalisation permet d'obtenir l'amplitude des « bulk flow » en $z = 0$ telle que prédite par la théorie linéaire. Un accord à 8% est observé entre les quatre profils entre 5 et $60 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. On observe également un lissage de l'amplitude des extrema du profil de « bulk flow », ce qui indique une homogénéisation de l'environnement dans les sphères lorsque le redshift augmente, comme prévu par l'évolution du champ de densité. Au delà de la distance de $60 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, l'accord entre les différentes mesures est de l'ordre de 5%. Cette faible différence est expliquée par une reconvergence de tous les profils du catalogue réaliste vers la prédiction linéaire spatiale du « bulk flow » à grandes échelles. Ainsi, bien que le champ de densité soit homogénéisé lorsque le redshift augmente, le profil de flot moyen renormalisé par l'évolution linéaire mesuré dans une sphère de rayon R fixé reste approximativement (à $\sim 8\%$ près) le même que le profil mesuré en $z = 0$. Cela signifie que les profils de champ de vitesse mesuré en $z=1, 2.33$ et 4 présentent eux-aussi un maximum anormalement élevé. Ainsi, à des redshifts importants, le profil de « bulk flow » est déjà en désaccord avec le profil prédit par la théorie linéaire.

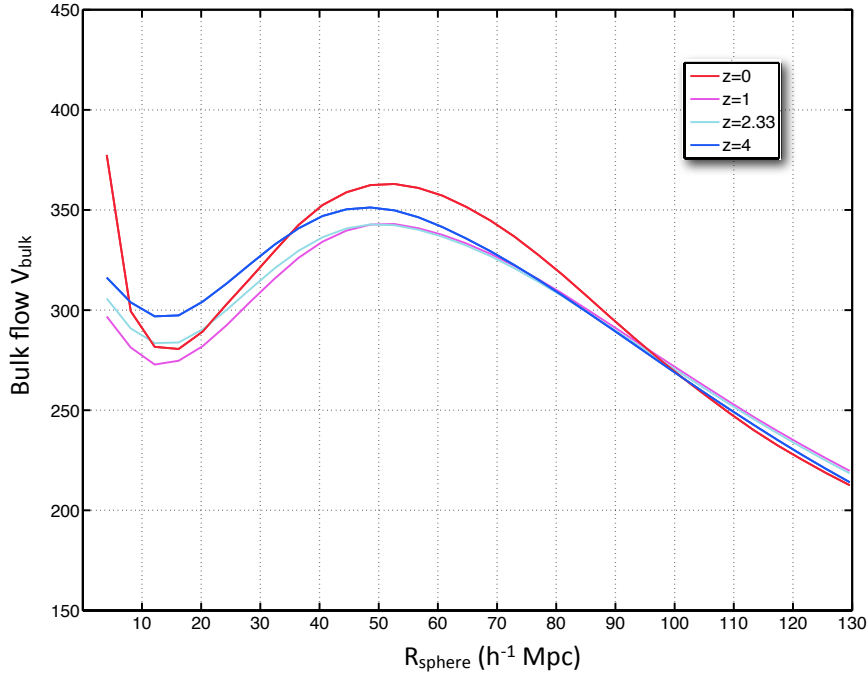


FIGURE 4.13: Évolution temporelle du « bulk flow » des catalogues réalistes de $z = 0$ (en rouge) à $z = 4$ (en bleu foncé) en cosmologie Λ CDM. Les différents « bulk flow » ont été renormalisés par leur évolution linéaire afin de comparer les amplitudes des champs de vitesse à différents instants de l’histoire cosmique. Le profil anormal de « bulk flow » est conservé au cours du temps (à 8 % près) à des redshifts importants ($z=4$).

4.5 Origine statistique du flot cosmique

Nous souhaitons démontrer que les observations récentes d’un excès de « bulk flow » peuvent s’expliquer dans un cadre probabiliste. Pour cela, il convient de pouvoir calculer la probabilité d’avoir un « bulk flow » dans une sphère à un rayon donné mais également la probabilité d’avoir un profil de flot moyen complet, caractérisé par un ensemble de mesures dans des sphères de rayons croissants.

Dans cette section, nous détaillerons tout d’abord la probabilité d’obtenir un unique « bulk flow » de norme donnée puis nous étendrons ce formalisme standard à un cas à deux points plus complexe, englobant les corrélations entre sphères de rayons différents. Cela nous permettra de conclure sur la rareté d’une observation à la Watkins et al., caractérisée essentiellement par un point minimum à $16 h^{-1}$ Mpc et un point maximum à $53 h^{-1}$ Mpc. Finalement, la prédiction de la densité de probabilité associée à trois flots moyens permettra de conclure sur la possibilité de distinguer les modèles cosmologiques à partir de mesures de « bulk flow » à grandes échelles.

4.5.1 Bulk flow : prédiction à un point

Nous supposons que le modèle hiérarchique est à l'origine des structures actuelles, ce qui suppose que les caractéristiques des halos d'aujourd'hui sont obtenues à partir de petites fluctuations gaussiennes isotropes des champs de densité et de vitesse. Sous ces hypothèses, la densité de probabilité d'une composante du vecteur « bulk flow » \vec{v}_1 est une gaussienne [52, 91, 93, 94] à moyenne nulle dont l'écart-type est défini à partir du spectre de puissance linéaire par :

$$\sigma_R^2 = \frac{1}{6\pi^2} \int_0^\infty k^3 P_v(k) \hat{W}(kR)^2 \frac{dk}{k}, \quad (4.17)$$

avec $\hat{W}(x) = \text{TF}\{\text{Top-Hat}(x)\} = 3 \frac{\sin(kR) - kR \cos(kR)}{(kR)^3}$ la transformée de Fourier d'une fonction Top-Hat dans l'espace réel. De plus, l'hypothèse d'isotropie formulée ci-avant implique l'indépendance des trois composantes du vecteur « bulk flow », ce qui simplifie drastiquement les calculs.

Afin de vérifier cette hypothèse d'indépendance entre les composantes des moments d'ordre deux des champs de vitesse, nous calculons l'histogramme de la distribution des mouvements d'ensemble suivant les coordonnées x , y et z au sein de nos 20000 centres dans la simulation DEUSS $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. La figure 4.14 nous montre les densités de probabilité associées aux « bulk flow » suivant la direction x , y et z dans une sphère de $20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ de rayon (correspondant à un « bulk flow » projeté de $\sim 225 \text{ h}^{-1} \text{ km.s}^{-1}$). Les trois premières figures, en haut et en bas à gauche, sont bien chacune des distributions gaussiennes de moyenne nulle avec un écart-type identique. Ce résultat reste valide quel que soit le rayon choisi pour la sphère. Dans le cas où les composantes ne seraient pas indépendantes, nous observerions des distributions différentes ou des écarts-types différents, correspondant à une déformation de la gaussienne multi-variée suivant une direction particulière. Notons que cet argument est suffisant compte tenu de l'hypothèse d'isotropie supplémentaire. Cela valide donc notre hypothèse d'indépendance des composantes du vecteur « bulk flow ». Notons également que les écarts-types de ces trois distributions sont identiques et compatibles avec la prédiction linéaire à $20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ i.e. $\sim 225 \text{ km.s}^{-1}$. La courbe en bas à droite représente la densité de probabilité associée à la norme du « bulk flow » dans la même sphère de rayon R . Dans le cas où nous nous intéressons à la distribution de la norme d'un vecteur flot moyen \vec{v}_1 , cette densité de probabilité est hautement non gaussienne. En rapport avec la théorie cinétique des gaz, nous allons démontrer que cette densité de probabilité suit une distribution de Maxwell.

La probabilité d'avoir le mouvement d'ensemble \vec{v}_1 s'écrit donc :

$$P(\vec{v}_1) d^3 \vec{v}_1 = P(v_{1,x}, v_{1,y}, v_{1,z}) dv_{1,x} dv_{1,y} dv_{1,z}, \quad (4.18)$$

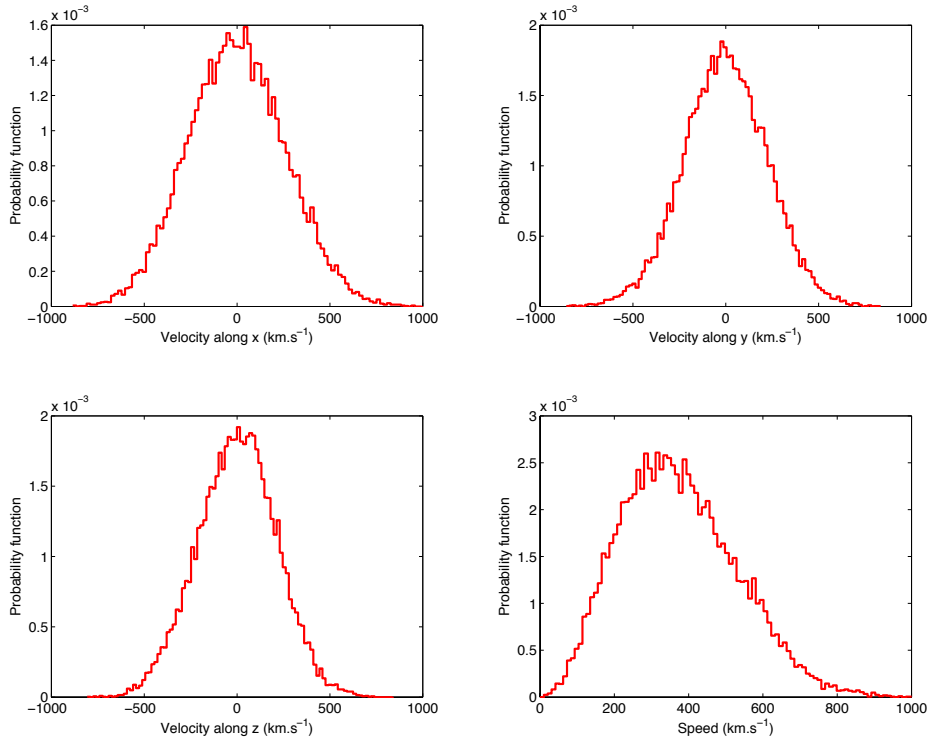


FIGURE 4.14: Densités de probabilité associées aux trois composantes et à la norme (en bas à droite) du vecteur « bulk flow » calculées dans une sphère de $20 h^{-1}$ Mpc de rayon. Les fonctions de distribution du flot moyen suivant une direction sont hautement gaussiennes, avec une moyenne nulle et un écart-type de $\sim 225 \text{ km.s}^{-1}$ compatible avec la prédiction linéaire. La norme du mouvement d'ensemble local suit une loi de type Maxwell-Boltzmann.

ou, en fonction de la norme du mouvement d'ensemble v_1 :

$$P(\vec{v}_1)d^3\vec{v}_1 = P(v_1, \theta, \phi)v_1^2 \sin \theta d\theta d\phi dv_1 . \quad (4.19)$$

L'hypothèse d'indépendance des composantes (provenant de l'hypothèse d'isotropie) nous permet de simplifier (4.18) :

$$P(\vec{v}_1)d^3\vec{v}_1 = P(v_{1,x})dv_{1,x}P(v_{1,y})dv_{1,y}P(v_{1,z})dv_{1,z} . \quad (4.20)$$

Nous avons montré précédemment sur la figure 4.14 que les densités de probabilité de chaque composante $P(v_{1,k})$ sont gaussiennes avec une moyenne et un écart-type identiques. L'équation (4.20) donne donc la forme de la densité de probabilité $P(\vec{v}_1)$:

$$P(\vec{v}_1) = \left(\frac{1}{\sigma_R \sqrt{2\pi}} \right)^3 \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{v_{1,x}^2}{\sigma_R^2} \right) \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{v_{1,y}^2}{\sigma_R^2} \right) \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{v_{1,z}^2}{\sigma_R^2} \right) . \quad (4.21)$$

En utilisant (4.21) dans (4.19) et en marginalisant sur les variables θ et ϕ , nous pouvons donc exprimer analytiquement la densité de probabilité de la norme v_1 du mouvement d'ensemble local :

$$P(v_1)dv_1 = \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \left(\frac{1}{\sigma_R \sqrt{2\pi}} \right)^3 \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{v_1^2}{\sigma_R^2}\right) \sin\theta v_1^2 dv_1 . \quad (4.22)$$

La densité de probabilité de la norme du « bulk flow » est donc une distribution de Maxwell-Boltzmann dont l'expression est :

$$P(v_1) = 4\pi \left(\frac{1}{\sigma_R \sqrt{2\pi}} \right)^3 v_1^2 \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{v_1^2}{\sigma_R^2}\right) . \quad (4.23)$$

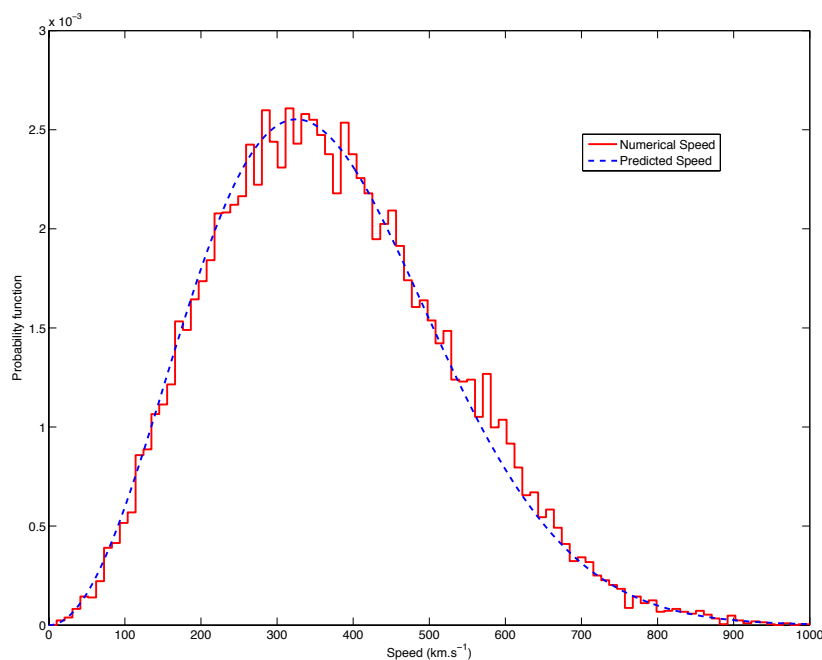


FIGURE 4.15: Comparaison des densités de probabilité numérique (histogramme en rouge) et prédite grâce à la formule (4.23) pour un flot moyen calculé dans une sphère de 20^{-1} Mpc de rayon (en bleu). La prédiction linéaire donne la valeur de σ_R à utiliser dans (4.23). L'accord entre la prédiction maxwellienne et la mesure numérique est excellent.

Notons que cette densité de probabilité est correctement normalisée à l'unité. Une confrontation aux mesures issues des simulations numériques calculées sur 20000 centres est indiquée figure 4.15. Elle nous montre l'accord entre la prédiction théorique obtenue ci-dessus et la densité de probabilité mesurée dans la simulation DEUSS $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. On retrouve de manière satisfaisante la valeur du « bulk flow » moyen tridimensionnel

$\sim 360 \text{ km.s}^{-1}$ obtenue grâce au calcul du moment d'ordre un de cette distribution ⁷.

Le calcul analytique à un point nous permet donc de quantifier les déviations d'une mesure de « bulk flow » à un rayon donné en comparant directement à la théorie linéaire. Cependant, ces déviations par rapport à la théorie linéaire sont calculées à une échelle donnée sans tenir compte de l'ensemble du profil de mouvement d'ensemble local. Ainsi, l'ajout d'un deuxième point caractéristique au profil de flot cosmique nous indique la rareté d'une observation.

4.5.2 Rareté d'un événement : probabilité à deux points

Nous pouvons donc nous poser la question de l'occurrence d'une déviation importante telle qu'observée par rapport à la prédiction linéaire aux grandes échelles : existe-t-il une chance d'observer un moment dipolaire des champs de vitesse ayant un profil à la Watkins et Feldman [51] dans un modèle hiérarchique tel le modèle de concordance Λ CDM ?

Pour répondre à cette question, nous devons calculer la probabilité d'observer un profil de « bulk flow » à la Watkins et al. [51]. Cependant, cette probabilité ne peut être calculée analytiquement. Par exemple, il est évident que la fonction de distribution de la norme du « bulk flow » en deux points ne peut pas être une simple distribution de Maxwell-Boltzmann comme pour la prédiction linéaire décrite au paragraphe précédent. Elle ne peut pas non plus être simplement le produit de deux distributions maxwelliennes, issu d'une hypothèse d'indépendance des variables, déterminées à partir du calcul à un point. En effet, une telle hypothèse $P(v_1, v_2) = P(v_1) \times P(v_2)$ surestime la probabilité à deux points. Dans le cas où nous modélisons le profil de Watkins et Feldman par un minimum à $20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et un maximum à $50 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, cela nous amène à calculer une probabilité d'observer un centre appartenant au catalogue réaliste valant 7.55% en total désaccord avec la mesure numérique de 1.24% effectuée à partir d'une analyse du χ^2 à 95 % menée sur l'ensemble du profil.

Nous pouvons donc nous poser la question de la raison de ce désaccord : l'hypothèse d'indépendance semble devoir être remise en cause. La raison est que chaque sphère de rayon R_1 dans laquelle nous calculons le mouvement d'ensemble local est inscrite dans d'autres sphères de rayons supérieurs R_i : nous avons donc une matrice de corrélation dont les coefficients sont très différents de zéro en dehors de la diagonale. Afin de simplifier au maximum la description des observations, nous approximations le profil du mouvement d'ensemble local à la Watkins et al. par deux extrema : un minimum à $16 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et un maximum à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

7. Le moment d'ordre un d'une Maxwellienne s'écrit $\mu = 2\sigma_R\sqrt{2/\pi}$ et son moment d'ordre deux vaut $\sigma = \sigma_R\sqrt{(3\pi - 8)/\pi}$.

Ainsi, toujours en supposant que les structures actuelles résultent de la croissance et de la fluctuation d'un champ initialement gaussien, toutes les informations statistiques des champs de vitesse sont contenues dans le spectre de puissance. Cela implique en particulier que la densité de probabilité d'un ensemble de vecteur $\vec{V} = (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_N)$ est une gaussienne multi-variée à moyenne nulle dont la matrice de covariance est donnée par :

$$\begin{aligned} \langle \vec{v}_{k,R_i} \cdot \vec{v}_{k',R_i} \rangle &= \delta^{k,k'} \sigma_i^2 , \\ \langle \vec{v}_{k,R_i} \cdot \vec{v}_{k',R_j} \rangle &= \delta^{k,k'} \gamma_{i,j} \sigma_i \sigma_j , \end{aligned}$$

avec $\delta^{k,k'}$ le symbole de Kronecker.

Cette matrice de corrélation peut être quantifiée grâce aux fonctions de lissage représentant nos intervalles d'intégration du spectre de puissance des champs de vitesse dans un espace à trois dimensions. Ainsi, en utilisant la caractéristique démontrée à la section 4.5.1 – à savoir que les composantes du mouvement d'ensemble local sont des variables gaussiennes indépendantes – nous pouvons calculer les composantes de la matrice de corrélation des champs de vitesse à différentes échelles. La variance σ_i du champ de vitesse du Groupe Local calculée à travers un relevé sphérique de profondeur R_i s'écrit :

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{6\pi^2} \int_0^\infty k^3 P_v(k) \hat{W}(kR_i)^2 \frac{dk}{k} . \quad (4.24)$$

avec $\hat{W}(x)$ Top-Hat dans l'espace de Fourier déjà introduit précédemment. Nous définissons également les coefficients de corrélation $\gamma_{i,j}$ entre la k -ième composante des vecteurs vitesses \vec{v}_i et \vec{v}_j pour des sphères de rayons R_i et R_j incluses l'une dans l'autre :

$$\gamma_{i,j} = \frac{1}{6\pi^2 \sigma_i \sigma_j} \int_0^\infty k^3 P_v(k) \hat{W}(kR_i) \hat{W}(kR_j) \frac{dk}{k} . \quad (4.25)$$

Comme nous l'avons montré précédemment, nous pouvons décorrélérer les trois composantes des vecteurs vitesses \vec{v}_i et \vec{v}_j : chaque composante suivant rigoureusement une loi gaussienne, nous pouvons négliger les corrélations entre composantes, contrairement à la corrélation entre échelles. Afin de vérifier cette hypothèse d'indépendance entre les composantes des moments d'ordre deux des champs de vitesse, nous calculons l'histogramme de la distribution des flots moyens sur les 20000 centres identifiés dans la simulation DEUSS $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ suivant les coordonnées x , y et z à deux échelles différentes. La figure 4.16 nous montre les densités de probabilité associées aux « bulk flow » suivant la direction y (choisie arbitrairement) dans des sphères de $20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ de rayon en rouge et $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ en bleu. Chaque composante prise indépendamment reste donc gaussienne, de moyenne nulle avec un écart-type compatible avec les prédictions linéaires. En accord avec la section 4.5.1, la densité de probabilité de la norme du « bulk flow » prise à deux

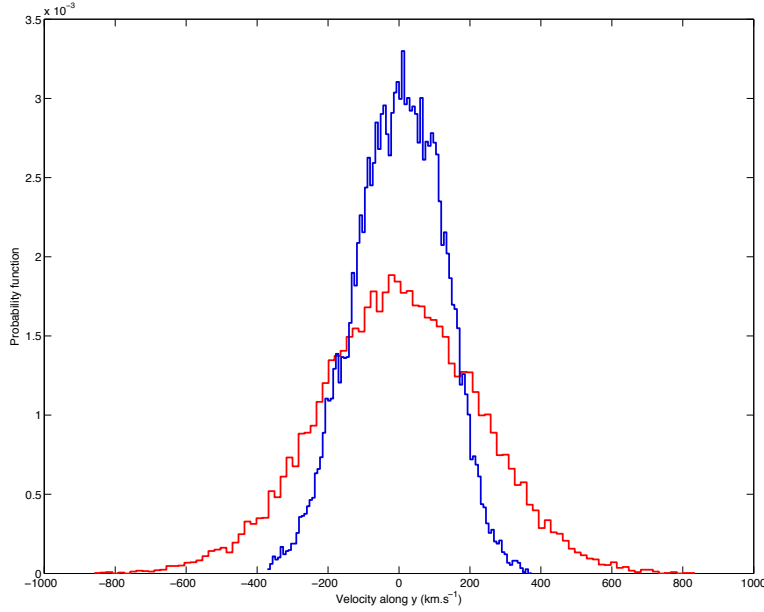


FIGURE 4.16: Densité de probabilité du « bulk flow » à deux rayons différents suivant la coordonnée y : en rouge, l'histogramme du mouvement d'ensemble local calculé dans une sphère de $20 h^{-1}$ Mpc ; en bleu, l'histogramme du « bulk flow » calculé dans la même sphère avec un rayon de $85 h^{-1}$ Mpc. Les deux distributions, prises indépendamment, restent gaussiennes avec un écart-type compatible avec les prédictions linéaires.

échelles différentes suit encore une distribution de Maxwell-Boltzmann.

Les figures 4.14 et 4.16 nous montrent donc que l'hypothèse d'indépendance entre composantes à tous rayons est vérifiée, ce qui nous permet d'écrire pour un profil de « bulk flow » $\vec{V} = (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_i, \vec{v}_j, \dots, \vec{v}_N)$ dans une cosmologie \mathcal{C} donnée :

$$P(\vec{V} | \mathcal{C}) = \prod_{k=1}^3 P(V_k | \mathcal{C}) \quad (4.26)$$

Il est alors possible d'écrire la probabilité d'avoir un mouvement d'ensemble local $\vec{V} = (\vec{v}_i, \vec{v}_j)$ dans une collection de sphères emboîtées de rayon R_i et R_j . Nous utilisons des variables réduites $U_{k,i} = V_{k,i}/\sigma_i$ pour simplifier le calcul :

$$P(V_k | \mathcal{C}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{|C|}} \prod_i \left(\frac{1}{\sigma_i} \right) \exp \left(-\frac{1}{2} U_k^\dagger C^{-1} U_k \right), \quad (4.27)$$

avec C la matrice de covariance réduite définie par :

$$C_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ \gamma_{i,j} & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (4.28)$$

La matrice de covariance C étant inversible (matrice symétrique à coefficients réels), la simplification suivante intervient :

$$P(V_k | \mathcal{C}) = \frac{|C^{-1}|^{1/2}}{(2\pi)^{N/2}} \prod_i \left(\frac{1}{\sigma_i} \right) \exp \left(-\frac{1}{2} U_k^\dagger C^{-1} U_k \right), \quad (4.29)$$

En posant $M = C^{-1}$, l'argument de l'exponentielle peut être développé :

$$\begin{aligned} U_k^\dagger C^{-1} U_k &= \sum_{i,j} u_{k,j} m_{i,j} u_{k,i} \\ &= \sum_i m_{i,i} u_{k,i}^2 + \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} u_{k,j} u_{k,i} m_{i,j} \end{aligned}$$

Afin d'obtenir l'expression de la norme du mouvement d'ensemble local, nous devons, par analogie avec le cas à un seul vecteur, utiliser l'équation (4.26) pour rassembler les trois composantes du moment dipolaire des champs de vitesse :

$$P(\vec{V} | \mathcal{C}) = \frac{|C^{-1}|^{3/2}}{(2\pi)^{3N/2}} \prod_i \left(\frac{1}{\sigma_i} \right)^3 \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 U_k^\dagger C^{-1} U_k \right). \quad (4.30)$$

En faisant appel à la définition du produit scalaire, l'argument de l'exponentielle (4.30) peut alors être drastiquement simplifié :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^3 U_k^\dagger C^{-1} U_k &= \sum_{k=1}^3 \sum_i m_{i,i} u_{k,i}^2 + \sum_{k=1}^3 \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} u_{k,j} u_{k,i} m_{i,j} \\ &= \sum_i m_{i,i} U_i^2 + \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} m_{i,j} \left(\sum_{k=1}^3 u_{k,j} u_{k,i} \right) \\ &= \sum_i m_{i,i} U_i^2 + \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} m_{i,j} U_i U_j \cos(\alpha_{ij}) \end{aligned}$$

Dans la dernière expression, plusieurs termes sont présents : le premier terme correspond au cas où toutes les sphères sont décorréelées, chaque variable aléatoire U_i pouvant alors être considérée comme indépendante (retour au cas décrit partie 4.5.1) ; le second terme est lié à la corrélation $\gamma_{i,j}$ (contenue dans le terme $m_{i,j}$) entre les sphères emboîtées de rayons R_i et R_j . La mise en évidence de la norme U_i du « bulk flow réduit » a été obtenue en introduisant une fonction inconnue α_{ij} intervenant dans le produit scalaire des vecteurs (\vec{U}_i, \vec{U}_j) . Cette fonction α_{ij} décrit l'angle relatif de deux vecteurs « bulk flow » (\vec{U}_i, \vec{U}_j) estimés dans des sphères de rayons différents. Par analogie avec le cas

4.5.1, la densité de probabilité associée à une collection de N vecteurs \vec{V} s'écrit :

$$\begin{aligned} dP(\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_i, \dots, \vec{v}_N | \mathcal{C}) &= \frac{|C^{-1}|^{3/2}}{(2\pi)^{3N/2}} \prod_i \left(\frac{1}{\sigma_i} \right)^3 \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_i m_{i,i} U_i^2 \right) \\ &\times \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} m_{i,j} U_i U_j \cos(\alpha_{ij}) \right) d\vec{v}_1 \dots d\vec{v}_i \dots d\vec{v}_N \end{aligned} \quad (4.31)$$

Chaque vecteur appartenant au profil de « bulk flow » \vec{V} peut être décomposé sur des coordonnées sphériques et réécrit en termes de variables réduites \vec{U} :

$$\begin{aligned} dP(v_1, \dots, v_i, \dots, v_N | \mathcal{C}) &= \frac{|C^{-1}|^{3/2}}{(2\pi)^{3N/2}} \prod_i \left(\frac{1}{\sigma_i} \right)^3 \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_i m_{i,i} U_i^2 \right) \\ &\times \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} m_{i,j} U_i U_j \cos(\alpha_{ij}) \right) \times \prod_i \sigma_i^3 \sin(\theta_i) U_i^2 dU_i d\theta_i d\phi_i \end{aligned}$$

(4.32)

Le but est à présent de marginaliser sur les variables angulaires. Cependant, ayant introduit un angle α_{ij} liant la direction du vecteur \vec{v}_i avec celle du vecteur \vec{v}_j , nous ne pouvons procéder comme dans le cas à un vecteur, les différentes variables ϕ_i , θ_j étant dépendantes. Quelques manipulations en coordonnées sphériques permettent d'exprimer les angles inconnus α_{ij} en fonction des angles ϕ_i et θ_i :

$$\cos \alpha_{ij} = \sin \theta_i \sin \theta_j (\cos \phi_i \cos \phi_j + \sin \phi_i \sin \phi_j) + \cos \theta_i \cos \theta_j . \quad (4.33)$$

Cette relation est cruciale pour l'obtention de la densité de probabilité à N points. Commençons tout d'abord par décrire l'obtention de la densité de probabilité à deux points afin de quantifier la probabilité d'obtenir une observation telle que celle spécifiée par les mesures de Watkins et al.

Dans ce cas, nous cherchons à quantifier les corrélations entre seulement deux vecteurs « bulk flow » calculés dans deux sphères emboîtées de rayons différents. La relation (4.33) spécifie le seul angle – à savoir α_{12} – sur lequel va porter l'intégration. Théoriquement, les angles θ_1 , θ_2 , ϕ_1 et ϕ_2 peuvent être quelconques à condition de satisfaire à l'équation (4.33). En pratique, le système peut être grandement simplifié en alignant l'axe z avec le

vecteur \vec{v}_1 . Ce choix de coordonnées simplifie la relation entre α_{12} et les autres angles :

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 0 & \theta_2 &= \alpha_{12} \\ \phi_1 &\text{ quelconque} & \phi_2 &\text{ quelconque} \end{aligned}$$

L'intégration de l'équation (4.34) est aisée sur les variables ϕ_1 , ϕ_2 et θ_1 :

$$\begin{aligned} P(v_1, v_2 | \mathcal{C}) &= 2 \times (2\pi)^2 \frac{|C^{-1}|^{3/2}}{(2\pi)^3} \exp\left(-\frac{1}{2}(m_{1,1}U_1^2 + m_{2,2}U_2^2)\right) \\ &\times \int_0^\pi \exp(-m_{1,2}U_1U_2 \cos \theta_2) \times \sin(\theta_2) d\theta_2 U_2^2 U_1^2 \end{aligned} \quad (4.34)$$

La dernière intégration fait apparaître un sinus hyperbolique lors de la marginalisation sur la variable θ_2 :

$$\begin{aligned} P(v_1, v_2 | \mathcal{C}) &= 2 \times (2\pi)^2 \frac{|C^{-1}|^{3/2}}{(2\pi)^3} \exp\left(-\frac{1}{2}(m_{1,1}U_1^2 + m_{2,2}U_2^2)\right) \\ &\times 2 \frac{\sinh(m_{1,2}U_1U_2)}{m_{1,2}U_1U_2} U_2^2 U_1^2 \end{aligned} \quad (4.35)$$

Le calcul du déterminant de $M = C^{-1}$ permet d'exprimer le paramètre $m_{1,2}$ à l'aide de la variable $\gamma_{1,2}$

$$|C^{-1}| = |M| = \begin{vmatrix} \frac{-1}{\gamma_{1,2}^2 - 1} & \frac{\gamma_{1,2}}{\gamma_{1,2}^2 - 1} \\ \frac{\gamma_{1,2}}{\gamma_{1,2}^2 - 1} & \frac{-1}{\gamma_{1,2}^2 - 1} \end{vmatrix} = \frac{1}{1 - \gamma_{1,2}^2}, \quad (4.36)$$

impliquant $m_{1,2} = \frac{\gamma_{1,2}}{\gamma_{1,2}^2 - 1}$. Cela amène donc la densité de probabilité à deux points pour la variable réduite $\vec{U}_i = \vec{V}_i/\sigma_i$:

$$\boxed{P(v_1, v_2 | \mathcal{C}) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\gamma_{1,2}} \frac{1}{\sqrt{1 - \gamma_{1,2}^2}} U_1 U_2 \exp\left(-\frac{U_1^2 + U_2^2}{2(1 - \gamma_{1,2}^2)}\right) \sinh\left(\frac{\gamma_{1,2} U_1 U_2}{1 - \gamma_{1,2}^2}\right)}. \quad (4.37)$$

Cette densité de probabilité, en accord avec les résultats préalables décrits dans [93, 94], demande à être détaillée. Tout d'abord, cette densité est définie positive malgré l'apparition de la fonction sinus hyperbolique. En effet, la norme des vecteurs « bulk flow » (U_1, U_2) est positive et le facteur de corrélation $\gamma_{1,2}$ est compris entre zéro et un. De plus, cette fonction de probabilité est bien normalisée à l'unité.

Afin de valider entièrement ce résultat, la limite de deux variables aléatoires indépendantes est à déterminer : dans ce cas, le produit des densités de probabilité déterminées par l'équation (4.23) nous donne la densité de probabilité totale. Cette limite est atteinte lorsque l'on considère les « bulk flow » de deux sphères emboîtées dont les rayons sont très différents ($\sim 100 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ de différence). Dans ce cas, le paramètre $\gamma_{1,2}$ tend vers 0

ce qui, à première vue, semble problématique. Cependant, un développement de Taylor du terme en sinus hyperbolique permet d'effacer le terme divergent en $1/\gamma_{1,2}$. Un calcul rapide nous amène exactement à l'expression de la densité de probabilité maxwellienne de l'équation (4.23).

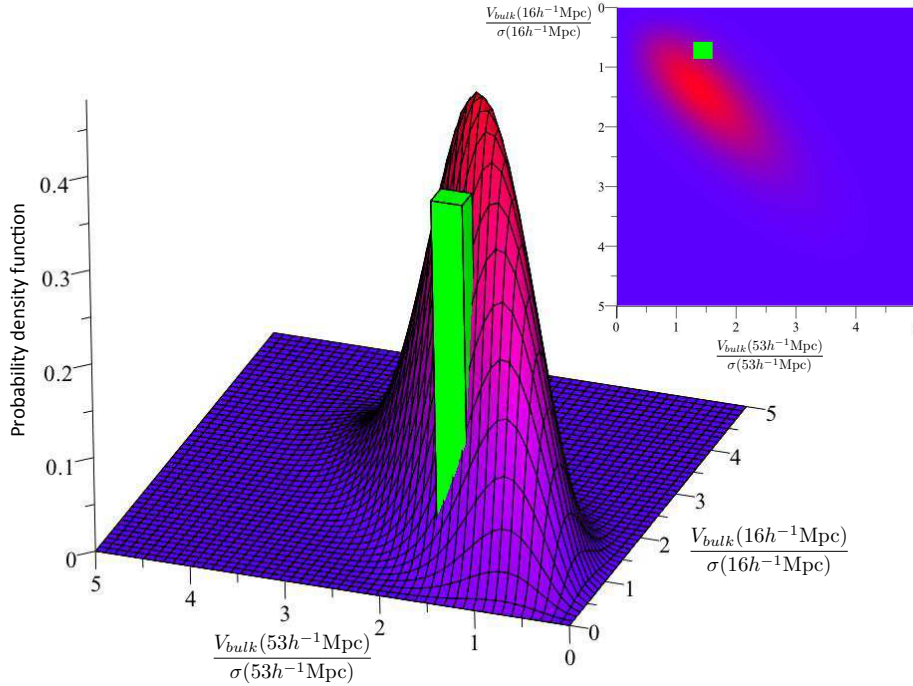


FIGURE 4.17: Densité de probabilité associée à la probabilité d'avoir un flot moyen v_{16} à $16 h^{-1} \text{ Mpc}$ ET un fot moyen v_{53} à $53 h^{-1} \text{ Mpc}$. La zone en verte représente l'intervalle d'intégration correspondant aux observations. En médaillon, la même densité de probabilité vue d'au-dessus. La zone correspondant aux observations est très en dehors des régions de probabilité maximale.

La densité de probabilité obtenue est représentée sur la figure 4.17 en cosmologie ΛCDM dans la simulation DEUSS de taille caractéristique $648 h^{-1} \text{ Mpc}$. La couleur représente la valeur suivant z : plus la valeur de la densité de probabilité est élevée, plus la couleur tend vers le rouge. En médaillon est représentée la densité de probabilité vue par au-dessus. Finalement, le parallépipède vert représente l'intervalle d'intégration à deux dimensions sur lequel il faut intégrer afin de calculer la probabilité d'obtenir une courbe telle que celle observée par Watkins et al. réduite à ses deux points à $16 h^{-1} \text{ Mpc}$ et à $53 h^{-1} \text{ Mpc}$. À faibles mouvements d'ensemble local, la pente de la courbe est déterminée par le facteur du sinus hyperbolique et le produit $U_1 U_2$. À grands « bulk flow », la gaussienne est en compétition avec le sinus hyperbolique : ces deux contributions amènent la longue traîne de cette distribution. Finalement, l'étalement de la densité de probabilité est gouverné par la valeur du facteur de corrélation $\gamma_{1,2}$. Plus les « bulk flow » (exprimés en variables réduites U_1 et U_2) seront mesurés à des distances éloignées, plus la densité de probabilité à deux dimensions sera étalée suivant les directions U_1 et U_2 , la corrélation

entre variables étant plus faible. La position de l'intervalle d'intégration (en vert) indique que la probabilité d'observer un flot moyen minimum à $16 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ suivi d'un maximum à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ est faible.

Afin de comparer à la probabilité numérique de 1.24% mesurée par une méthode de maximum de vraisemblance sur l'ensemble du profil de flot moyen à la Watkins et al., il convient d'intégrer la densité de probabilité à deux points prédite ci-dessus sur l'intervalle de « bulk flow » défini par les mesures de Watkins et al. [51] aux points $16 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Une telle intégration nous donne une probabilité théorique de 1.58%, proche de la probabilité numérique de 1.24% en ΛCDM . La différence entre ces deux probabilités provient de notre approximation consistant à modéliser le profil complet de flot moyen à la Watkins et al. par un point bas et un maximum à deux échelles. Il est donc normal qu'en ajoutant quelques points supplémentaires, la probabilité obtenue à partir d'une méthode de χ^2 soit plus faible que la probabilité prédite à partir de deux points.

La cosmologie intervient au sein de la prédiction linéaire, les observations étant supposées immuables, quel que soit le modèle cosmologique. Les valeurs des paramètres σ_i , σ_j et $\gamma_{i,j}$ vont alors être modifiées en conséquence. En calculant les probabilités associées aux autres cosmologies des simulations DEUSS, nous obtenons le tableau 4.1. En accord avec les résultats discutés pour le modèle de concordance ΛCDM , les probabilités théoriques sont en bon accord avec la mesure issue de la simulation. On observe toujours la surestimation liée à la prise en compte de deux points uniquement pour caractériser le profil de flow moyen. La définition de catalogue numérique à 99% de niveau de confiance montre également une surestimation du calcul à deux points par rapport à un calcul de χ^2 . Cependant, la prise en compte de nombreux environnements différents dans ces nouveaux catalogues amène un bien meilleur accord entre le calcul théorique à deux points et les catalogues définis à 99 %.

Probabilité	Numérique à 95 %	Numérique à 99 %	Théorique
ΛCDM	1.24%	1.56%	1.58%
$\text{SU}\Lambda\text{CDM}$	0.90%	1.17%	1.27%
RPCDM	0.69%	0.82%	0.95%

TABLE 4.1: Probabilité à deux points calculée sur les deux extrema du profil de « bulk flow » à la Watkins et al. comparée à la probabilité numérique issue de la mesure des simulations DEUSS. L'accord entre la prédiction théorique et les mesures numériques est bon quelle que soit la cosmologie (ΛCDM , $\text{SU}\Lambda\text{CDM}$ ou RPCDM). Cet accord à 20% entre la prédiction issue des calculs linéaires et les mesures numériques permet d'expliquer les observations en termes d'événements rares.

Ce tableau montre que l'observation d'un profil de « bulk flow » à la Watkins et al. peut être expliquée de manière statistique dans le cadre du modèle linéaire. En effet, il montre que, dans la théorie linéaire, la probabilité de vivre dans un environnement produisant

un tel mouvement d'ensemble local est compatible avec les mesures numériques. Cela signifie que nous pouvons assimiler les observations de Watkins et al. à une réalisation d'un événement rare : l'environnement qui nous entoure et crée le flot cosmique moyen que nous observons est rare. Toutefois, n'ayant pas accès à la statistique du flot moyen au sein des observations, cela ne permet pas une discussion sur l'origine cosmologique du mouvement d'ensemble local.

4.5.3 Retrouver la cosmologie : probabilité à trois points

Dans la section précédente, la cosmologie a joué un rôle au travers de la probabilité d'observer un mouvement d'ensemble local de type Watkins et Feldman. Cependant, observationnellement, nous n'observons qu'une réalisation de profil de « bulk flow ». Nous ne sommes donc pas en mesure de favoriser un modèle cosmologique par rapport à un autre à partir d'une probabilité calculée sur deux points.

L'information cosmologique peut être retrouvée en ajoutant un troisième point afin de calculer la probabilité d'observer un « bulk flow » à une échelle R_1 ET un flot moyen à une distance R_2 ET un mouvement d'ensemble à un grand rayon R_3 . Comme précédemment, afin de fixer les échelles R_1 et R_2 , nous allons nous appuyer sur les points observationnels type Watkins et al. Ces distances correspondront donc à des observations bien définies issues du catalogue COMPOSITE [51]. Ce catalogue étant limité à $\sim 50 h^{-1}$ Mpc, la distance R_3 ne peut être fixée de manière univoque à partir de ce catalogue : elle reste donc libre au-delà de cette échelle. La question est donc de fixer astucieusement R_3 de manière à réintroduire une notion de cosmologie.

Dans les modèles hiérarchiques CDM, homogène et isotrope, le « bulk flow » doit converger vers la prédiction linéaire à grandes échelles. Cette convergence peut être également interprétée en termes de retour au dipôle du CMB. Cela signifie qu'il existe une échelle R au-delà de laquelle le mouvement d'ensemble local est conforme au flot moyen prédit via le spectre de puissance des champs de vitesse. Cette distance de reconvergence dépend de l'échelle au-delà de laquelle l'Univers peut être considéré comme homogène, elle-même liée au taux de structuration dans l'Univers. Par exemple, les modèles cosmologiques de type quintessence présentant un taux de structuration moins rapide que le modèle standard Λ CDM, des différences liées à la cosmologie doivent apparaître dans la distance de reconvergence : la reconvergence doit être plus rapide dans les modèles de quintessence, l'Univers y étant moins structuré. Cette échelle de reconvergence doit être discriminante entre les modèles d'Énergie Noire et peut, dans le cadre de futurs projets de relevés profonds de distances, fournir une nouvelle observable pour la cosmologie.

Le choix de la distance R_3 se porte donc sur cette échelle de reconvergence, dépendante de la cosmologie.

Cependant, auparavant, il convient de prédire de manière analytique la densité de probabilité à trois points $P(v_1, v_2, v_3)$. La difficulté inhérente à la section précédente provenait de l'existence de corrélation entre les différentes composantes. Les problèmes associés au calcul de la densité de probabilité à trois points (voir équation (4.34)) sont de deux ordres : corrélations fortes entre trois composantes à rayons différents et marginalisation simultanée sur trois angles α_{12} , α_{13} et α_{23} .

Afin d'obtenir l'expression analytique de cette probabilité, nous reconsidérons les équations (4.33–4.34). Comme dans la section précédente, pour simplifier les calculs, nous devons choisir le système de coordonnées permettant d'annuler le plus de termes dans l'équation (4.33). Contrairement au calcul de la densité de probabilité à deux points, plusieurs choix, schématisés sur la figure 4.18, pour la valeur des angles sont possibles. Notons que les angles entre les différents flots moyens ont été exagérés pour des raisons de lisibilité : comme l'ont montré divers auteurs [52, 77], les angles ϕ_i sont bien plus petits que ceux représentés sur la figure 4.18. Cette liberté de choix dans le système de

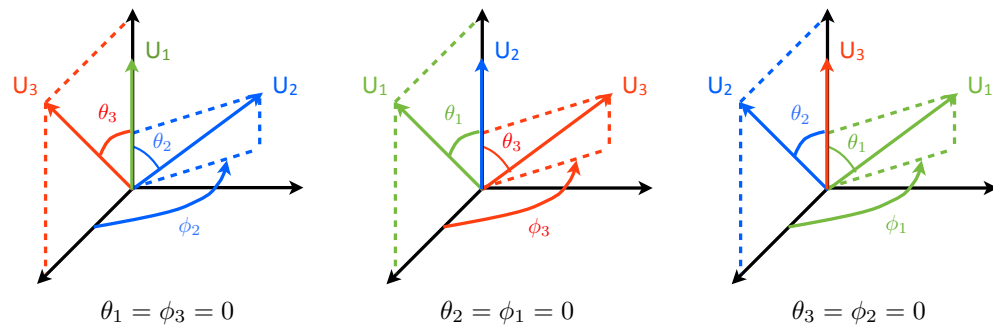


FIGURE 4.18: Permutations circulaires autorisées par la liberté du choix de système de coordonnées : la probabilité à trois points sera obtenue en moyennant sur les trois configurations possibles. Les trois degrés de liberté sont représentés par les trois angles non nuls.

coordonnées nous indique que le calcul peut se faire dans un système de coordonnées arbitraire (celui à gauche par exemple). Il faudra, en fin de calculs, faire intervenir les permutations circulaires sur les trois vecteurs « bulk flow » (U_1, U_2, U_3) pour obtenir la densité de probabilité finale normalisée.

Le choix de coordonnées $\theta_1 = \phi_3 = 0$ permet de simplifier l'équation (4.33) :

$$\cos \alpha_{12} = \cos \theta_2$$

$$\cos \alpha_{13} = \cos \theta_3$$

$$\cos \alpha_{23} = \sin \theta_2 \sin \theta_3 \cos \phi_2 + \cos \theta_2 \cos \theta_3$$

Cette dernière équation lie explicitement les variables α_{23} , α_{12} et α_{13} . Cela signifie que les trois variables sur lesquelles nous allons intégrer pour obtenir la fonction de distribution ne seront pas séparables. Afin de retrouver des variables séparables, nous allons supposer que les angles ϕ_2 et $\Delta = \theta_2 - \theta_3$ sont petits. Avec ces hypothèses et quelques manipulations trigonométriques, nous pouvons réécrire la dernière équation comme une égalité entre α_{23} et ϕ_2 .

En intégrant sur les trois variables indépendantes ϕ_1 , ϕ_3 et θ_1 , la densité de probabilité à trois points prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}
P(v_1, v_2, v_3 | \mathcal{C}) &= 2 \times (2\pi)^2 \frac{|C^{-1}|^{3/2}}{(2\pi)^{9/2}} U_1^2 U_2^2 U_3^2 \\
&\times \exp\left(-\frac{1}{2} (m_{1,1} U_1^2 + m_{2,2} U_2^2 + m_{3,3} U_3^2)\right) \\
&\times \int_0^\pi \exp(-m_{1,2} U_1 U_2 \cos \theta_2) \times \sin \theta_2 d\theta_2 \\
&\times \int_0^\pi \exp(-m_{1,3} U_1 U_3 \cos \theta_3) \times \sin \theta_3 d\theta_3 \\
&\times \int_0^{2\pi} \exp(-m_{2,3} U_2 U_3 \cos \phi_2) \times d\phi_2
\end{aligned} \tag{4.38}$$

L'hypothèse de séparabilité sur les variables θ_2 , θ_3 et ϕ_2 est valide uniquement pour des valeurs de flot moyen proches de la prédiction linéaire (jusqu'à ~ 3 fois la prédiction linéaire), où les comportements des « bulk flow » ne sont pas extrêmes. En particulier, cela implique que pour des valeurs hautement improbables du « bulk flow », la fonction de distribution déterminée sera largement surestimée. Cette surestimation se comprend lorsque l'on considère les valeurs improbables du « bulk flow » : dans ce cas, les directions du vecteur flot moyen sont également improbables, ce qui explique que l'approximation des petits angles n'est pas correcte. L'intégration des trois termes présents dans l'équation (4.38) amène :

$$\begin{aligned}
P(v_1, v_2, v_3 | \mathcal{C}) &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi^{3/2} m_{1,2} m_{1,3}} U_2 U_3 |C^{-1}|^{3/2} \exp\left(-\frac{1}{2} (m_{1,1} U_1^2 + m_{2,2} U_2^2 + m_{3,3} U_3^2)\right) \\
&\times \sinh(U_1 U_2 m_{1,2}) \sinh(U_1 U_3 m_{1,3}) \times \mathcal{I}_0(U_2 U_3 m_{2,3}) + \text{perm. circ.}
\end{aligned}$$

(4.39)

avec \mathcal{I}_0 la fonction de Bessel modifiée du premier ordre. L'expression des diverses composantes de la matrice de corrélation C^{-1} se complexifie également :

$$C^{-1} = M = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} -1 + \gamma_{23}^2 & \gamma_{1,2} - \gamma_{1,3}\gamma_{2,3} & \gamma_{1,2}\gamma_{2,3} - \gamma_{1,3} \\ \gamma_{1,2} - \gamma_{1,3}\gamma_{2,3} & -1 + \gamma_{13}^2 & -\gamma_{2,3} + \gamma_{1,3}\gamma_{1,2} \\ \gamma_{1,2}\gamma_{2,3} - \gamma_{1,3} & -\gamma_{2,3} + \gamma_{1,3}\gamma_{1,2} & -1 + \gamma_{12}^2 \end{bmatrix}, \quad (4.40)$$

dans laquelle nous avons introduit :

$$\Delta = -2\gamma_{1,3}\gamma_{1,2}\gamma_{2,3} + \gamma_{1,3}^2 + \gamma_{1,2}^2 - 1 + \gamma_{2,3}^2.$$

Le déterminant de la matrice C^{-1} étant positif, la densité de probabilité trouvée précédemment est correctement définie. Les facteurs contenus dans la gaussienne sont également positifs ce qui amène à une atténuation de la densité de probabilité pour les grandes valeurs des variables renormalisées. Il est possible d'intégrer numériquement cette densité de probabilité afin de montrer que la probabilité totale est bien égale à l'unité.

La densité de probabilité tridimensionnelle obtenue pour une distance de reconvergence $R_3 = 120 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ est schématisée figure 4.19. La couleur représente la valeur de la densité de probabilité. En abscisse et en ordonnée sont représentées les mouvements d'ensemble locaux renormalisés à $16 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Les courbes de plus en plus transparentes représentent le mouvement d'ensemble local renormalisé à $120 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. La surestimation de la probabilité associée aux valeurs improbables de v_3 est déjà visible à $U_3 = 1.5$ sur la figure 4.19 : la chute selon la troisième dimension, indiquée en transparence, devrait être plus abrupte. Quelques résultats phénoménologiques peuvent être déduits de cette figure. Par exemple, une observation présentant des vitesses très faibles à 16 et $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ présentera un mouvement d'ensemble plus faible à $120 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ que la prédiction linéaire à la même échelle : nous aurons dans ce cas un profil de « bulk flow » plat avec une valeur très faible tendant lentement vers la prédiction linéaire (voir figure 4.20 à gauche) car $V_{bulk}(120\text{h}^{-1} \text{ Mpc})/\sigma(120\text{h}^{-1} \text{ Mpc}) \sim 0.5$. À l'inverse, des observations présentant des flots moyens importants à 16 et $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ auront tendance à privilégier un flot moyen supérieur au linéaire à $120 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ (voir la figure 4.20 au milieu) car, dans ce cas, $V_{bulk}(120\text{h}^{-1} \text{ Mpc})/\sigma(120\text{h}^{-1} \text{ Mpc}) \sim 1.5$. Finalement, les « bulk flow » suivant le linéaire à 16 et $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ auront une probabilité forte de la suivre encore à $120 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ comme le montre la courbe à droite de la figure 4.20. En effet, dans ce dernier cas, nous avons bien $\frac{V_{bulk}(120\text{h}^{-1}\text{Mpc})}{\sigma(120\text{h}^{-1}\text{Mpc})} \sim \frac{V_{bulk}(53\text{h}^{-1}\text{Mpc})}{\sigma(53\text{h}^{-1}\text{Mpc})} \sim \frac{V_{bulk}(16\text{h}^{-1}\text{Mpc})}{\sigma(16\text{h}^{-1}\text{Mpc})}$.

L'intégration de cette densité de probabilité va nous permettre de définir une probabilité d'observer les flots moyens à la Watkins et al. à $16 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ ET à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ ET de

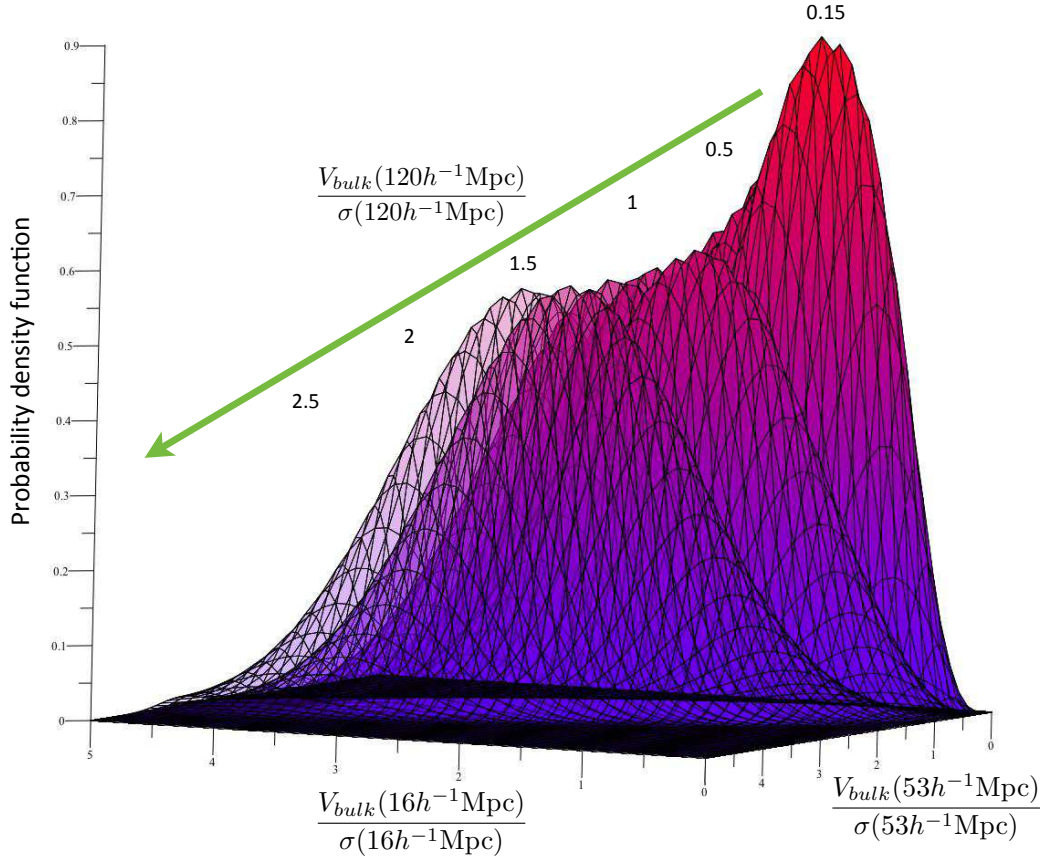


FIGURE 4.19: Densité de probabilité (4.39) d'avoir trois flots moyens à des rayons de $16 h^{-1}$ Mpc, $53 h^{-1}$ Mpc et $120 h^{-1}$ Mpc. La troisième dimension est donnée par la superposition de courbes en transparence. L'axe vertical, correspondant à la couleur des courbes, indique la valeur normalisée de la densité de probabilité. On note une surestimation de la densité de probabilité pour les événements extrêmes liée à l'approximation des petits angles.

reconverger vers le linéaire à une échelle R_3 à une erreur de mesure près. La reconvergence vers le linéaire doit mettre en évidence l'influence de la cosmologie. Pour extraire cette échelle de convergence, nous n'allons donc pas utiliser directement la probabilité ci-dessus, mais calculer le rapport de cette probabilité à la probabilité à deux points déterminée dans la section précédente : ce rapport de probabilité va nous renseigner sur la probabilité qu'un profil de « bulk flow », ayant une valeur U_1 à $16 h^{-1}$ Mpc et une valeur U_2 à $53 h^{-1}$ Mpc, ait une valeur U_3 compatible à 20% avec la prédiction linéaire à une échelle R_3 . Pour démontrer cela, appliquons le théorème de Bayes :

$$\begin{aligned}
 P(v_1, v_2, v_3) &= P(v_2, v_3 | v_1) P(v_1) \\
 &= P(v_3 | v_1, v_2) P(v_2 | v_1) P(v_1) \\
 P(v_1, v_2, v_3) &= P(v_3 | v_1, v_2) P(v_1, v_2)
 \end{aligned}$$

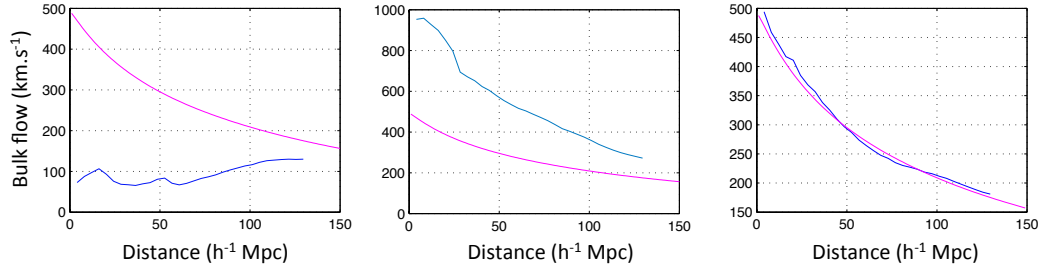


FIGURE 4.20: Profils extrêmes de flot moyen dont le comportement à $120 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ peut être prévu à partir des mesures à 16 et $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ grâce à la densité de probabilité à trois points (4.39). À gauche, un profil de « bulk flow » très faible convergeant lentement vers le linéaire. Au milieu, un profil de « bulk flow » élevé convergeant plus rapidement vers le linéaire. À droite, un profil linéaire qui, selon la densité de probabilité, ne peut que rester proche de la prédiction linéaire à $120 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

La probabilité de reconvergence à une échelle donnée connaissant le « bulk flow » à deux échelles différentes est donc régie par :

$$P(v_3|v_1, v_2) = \frac{P(v_1, v_2, v_3)}{P(v_1, v_2)}. \quad (4.41)$$

Cette probabilité de reconvergence théorique, représentée en traits pleins sur la figure 4.21 pour deux cosmologies différentes, présente un maximum à une échelle précise. Ce pic indique l'échelle à laquelle la probabilité de reconvergence à la théorie linéaire est maximum. Les modèles à faible structuration tel le modèle ΛCDM , en bleu, présentent un maximum vers $105 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ alors que le modèle RPCDM , à structuration plus importante, a un maximum de reconvergence à la théorie linéaire vers $120 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Cela implique que l'intensité de la structuration joue un rôle sur la vitesse de reconvergence à la théorie linéaire.

En tirets, les mesures numériques issues des catalogues réalistes construits au sein des simulations cosmologiques DEUSS sont comparées aux prédictions théoriques. La figure 4.21 nous montre un bon accord entre ces deux mesures. En particulier, la position des maxima est distinguable entre les deux cosmologies représentées ici. Nous observons cependant des fluctuations associées au caractère différentiel de cette quantité.

Une quantité mesurant mieux la convergence en lissant ces fluctuations est l'intégrale de cette probabilité de reconvergence P :

$$Q(v_3|v_1, v_2) = \int_0^{v_3} \frac{P(v_1, v_2, v)}{P(v_1, v_2)} dv. \quad (4.42)$$

La figure 4.22 nous indique, en traits pleins, dans les trois cosmologies étudiées dans le cadre des simulations DEUSS, cette probabilité théorique de reconvergence (4.42) à une échelle R_3 sachant que le profil de flot moyen passe par les extrema des points à la

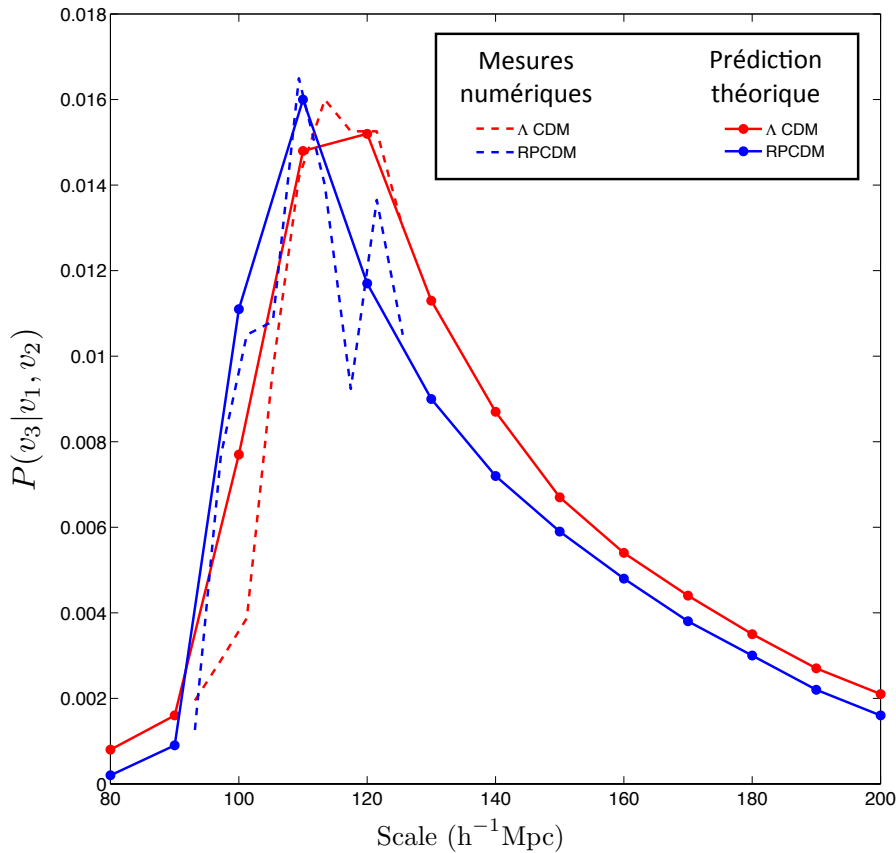


FIGURE 4.21: Probabilité de reconvergence différentielle à l'échelle R en fonction de la cosmologie sachant que l'on a des extrema à $16 h^{-1}$ Mpc et $53 h^{-1}$ Mpc, calculée à l'aide des densités de probabilité à deux et trois points en trait plein. En tirets sont indiquées les mesures effectuées sur les catalogues réalistes construits dans la simulation à partir du profil à la Watkins et al. Le modèle de quintessence RPCDM, moins structuré, converge plus rapidement vers la prédiction linéaire alors que le modèle Λ CDM, plus structuré, a une convergence plus lente : cette vitesse de reconvergence est une sonde cosmologique.

Watkins et al. L'échelle de reconvergence R_3 , allant de 80 à $120 h^{-1}$ Mpc est indiquée en abscisse. La probabilité d'avoir reconvergé vers le linéaire est représentée en ordonnée : on observe qu'après avoir connu un maximum à $53 h^{-1}$ Mpc et un minimum à $16 h^{-1}$ Mpc, la probabilité que le flot moyen ait reconvergé à $80 h^{-1}$ Mpc est très faible dans les trois cosmologies (de 8 à 18 %). Plus l'échelle de reconvergence s'éloigne, plus la probabilité d'avoir reconvergé est importante. À $120 h^{-1}$ Mpc, cette probabilité est de 41 % en Λ CDM, de 47% en SUCDM et de 56% en RPCDM. Les mesures effectuées directement sur les catalogues réalistes, indiquées en tirets, montrent un accord satisfaisant avec les prédictions théoriques ($\sim 10 - 20\%$), ce qui valide complètement notre approche statistique.

La distinction entre ces modèles est donc possible : une reconvergence rapide du « bulk

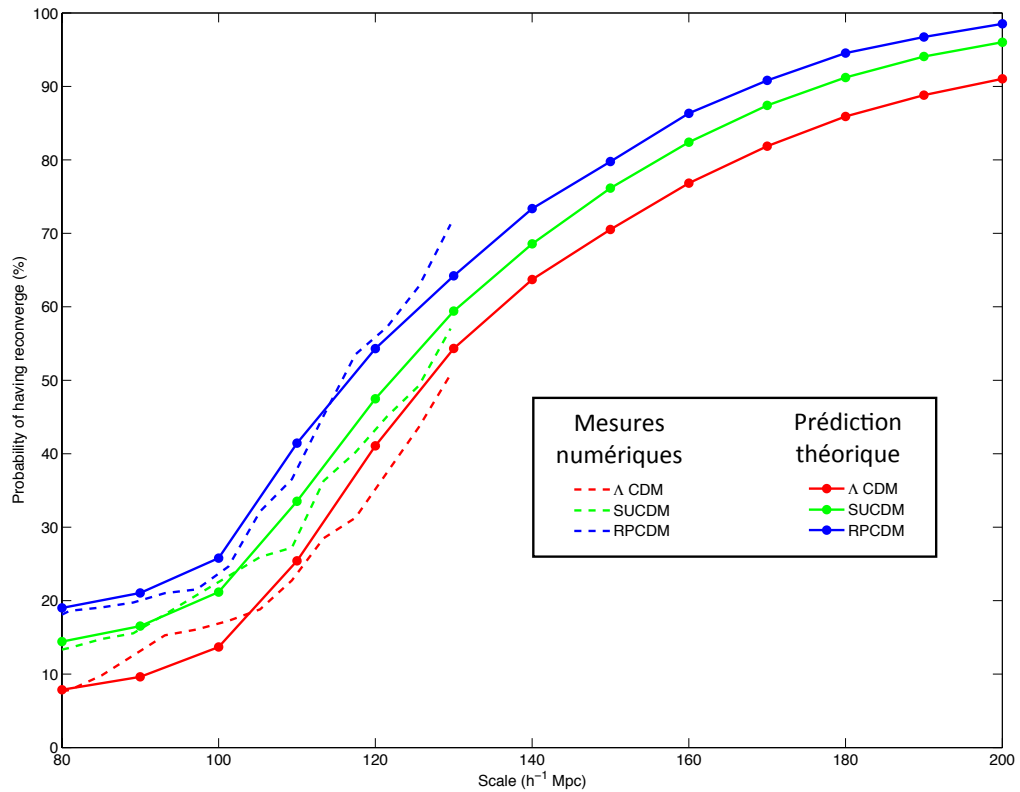


FIGURE 4.22: Probabilité de reconvergence intégrée à l'échelle R en fonction de la cosmologie sachant que l'on a des extrema à $16 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, calculée à l'aide des densités de probabilité à deux et trois points en traits pleins. En tirets sont indiquées les mesures effectuées sur les catalogues réalistes construits dans la simulation à partir du profil à la Watkins et al. Les modèles de quintessence, moins structurés, convergent plus rapidement vers la prédiction linéaire alors que le modèle ΛCDM , plus structuré, a une convergence plus lente : cette vitesse de reconvergence est liée à la cosmologie.

flow » à la prédiction linéaire favorise les modèles de type quintessence alors qu'une reconvergence lente est en faveur de modèles fortement structurés tel ΛCDM . Par exemple, si un catalogue issu d'une future observation ne montre pas de reconvergence du moment dipolaire des champs de vitesse à $120 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ à la prédiction linéaire, alors les modèles de quintessence seront mis en défaut, la probabilité de reconvergence de ceux-ci étant très forte à une telle échelle. Notons que la probabilité de reconvergence dans le cadre du modèle ΛCDM est comprise entre 1 et 2σ , en accord avec la mesure de Lavaux et al. [52] réalisée sur les différentes composantes du flot moyen à une échelle de $100 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. La conclusion est donc que l'échelle de reconvergence à la prédiction linéaire est un indicateur de la cosmologie, au même titre que la prédiction du « bulk flow » elle-même.

La suite de ce travail consiste à lier ce taux de reconvergence à la prédiction linéaire aux propriétés du champ de densité, et particulièrement à la structuration dans un modèle cosmologique donné. Ce lien peut être fait à partir de l'écart-type des fluctuations de

densité σ_R dans une sphère de rayon R ou, ce qui est plus intuitif, avec la différentielle de cet écart-type, quantité associée à la vitesse de structuration. Cependant, une telle étude demande une caractérisation très fine qui pourra faire l'objet d'un projet en dehors de ce travail de thèse.

En partant de considérations statistiques liées à l'observation récente d'un champ de vitesse anormalement élevé à une distance intermédiaire, ce chapitre a permis de souligner le caractère statistiquement rare, dans un champ gaussien, d'un « bulk flow » important. En considérant la probabilité de reconvergence à la théorie linéaire, cela a également permis de mettre en évidence une nouvelle sonde de la cosmologie : la distance de reconvergence à la théorie linéaire du flot cosmique à grandes échelles après un maximum aux échelles intermédiaires est ainsi caractéristique d'un modèle d'Énergie Noire donnée. Cette observable introduite sur des considérations probabilistes, a été confrontée aux simulations numériques avec succès, démontrant indéniablement la dépendance cosmologique de cette variable. Des relevés profonds du ciel, avec une précision suffisante sur les échelles de l'ordre de $200 h^{-1}$ Mpc, permettront d'apporter des indications fortes sur la nature de l'Énergie Noire en indiquant une reconvergence (ou non) vers la théorie linéaire.

CHAPITRE

5

ANALYSE DYNAMIQUE DU FLOT COSMIQUE EN Λ CDM

5.1 Effets environnementaux et champs de vitesse	112
5.1.1 Approche qualitative des effets d'environnement	112
5.1.2 Vers une quantification des effets d'environnement	115
5.1.3 Quantification des effets d'environnement : index d'asymétrie .	122
5.1.4 Quantification des effets d'environnement : distribution asymétrique de la distribution de matière	125
5.2 Évolution dynamique des champs de vitesse	131
5.2.1 Évolution des estimateurs d'asymétrie	132
5.2.2 Évolution linéaire du lien entre asymétrie et mouvement d'ensemble	135
5.3 Origine de l'asymétrie responsable du flot cosmique : corrélation entre champs de vitesse et pics de densité	135
5.3.1 Méthode de reconstruction du champ de densité	137
5.3.2 Distance au premier pic de densité	138
5.3.3 Distribution spatiale des flots cosmiques anormaux	141

La problématique associée au flot cosmique anormalement élevé à des échelles intermédiaires est triple. Le chapitre précédent a permis de comprendre ce que signifiait un mouvement d'ensemble local important à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ en faisant appel à l'outil statistique : une telle observation correspond à la réalisation d'un événement rare en accord avec la théorie linéaire. Ce chapitre nous permet d'abord les deux autres questions soulevées par ces flots cosmiques anormalement élevés. Tout d'abord, que nous dit l'amplitude anormal du « bulk flow » à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, mesuré en un point donné, sur la distribution

environnante de matière ? En d'autres termes, le « bulk flow » étant une quantité vectorielle, son amplitude à une échelle donnée renseigne sur d'autres échelles que le champ de densité. Finalement, pourquoi un tel profil de champ de vitesse apparait-il en un point donné ? Formulé différemment, quel est le lien entre la distribution des observateurs mesurant un champ anormalement élevé et celle du champ de densité ? L'originalité de cette approche est donc d'étudier conjointement les champs de vitesse et de densité pour répondre à cette problématique.

5.1 Effets environnementaux et champs de vitesse

Grâce à un calcul de la densité de probabilité à deux points mené Chapitre 4, nous avons démontré qu'un profil de flot moyen avec un minimum à $20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et un maximum à $50 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, peut être interprété en terme d'événements rares dans le cadre de la théorie linéaire. En supposant que nous vivons dans un tel environnement statistiquement rare, la question est donc de comprendre ce qu'un tel excès nous révèle sur la distribution de matière environnante.

Dans ce chapitre, en nous appuyant sur les catalogues réaliste et linéaire construits au sein des simulations DEUSS, nous allons démontrer que les extrema observés grâce aux mesures de Feldman et Watkins peuvent être expliqués par des effets environnementaux dans le cadre d'un environnement statistiquement rare. Nous montrerons en particulier que l'influence d'un arrangement global du champ de densité est à l'origine de l'excès de « bulk flow » à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Afin de comprendre le comportement anormal des champs de vitesse, nous adoptons donc une stratégie originale consistant à caractériser le champ de densité : cela permettra également d'obtenir une prédiction sur la distribution de la matière vérifiable dans les futurs relevés profonds de galaxie.

5.1.1 Approche qualitative des effets d'environnement

Supposons donc que nous vivons dans un environnement dont le profil de « bulk flow » est semblable à celui du catalogue réaliste construit dans les simulations DEUSS pour un modèle cosmologique donné (par simplicité, nous choisissons le modèle standard Λ CDM). Nous avons vu (cf. section 4.5) qu'un tel environnement, en théorie linéaire, existe avec une probabilité faible. Le but est donc ici d'introduire une description statistique des caractéristiques de l'environnement ayant généré ce mouvement d'ensemble local afin de comprendre son origine dynamique. Intuitivement, le flot moyen est créé par une distribution en masse particulière : halos tels les amas de Persée-Poisson ou de Coma, structures cosmiques comme le Grand Mur, alignement de structures etc. Ainsi, il est raisonnable de penser que la source de ce mouvement d'ensemble provient du champ de

densité de matière noire sous-jacent. Caractériser le champ de densité permettrait, en théorie, de caractériser le moment dipolaire des champs de vitesse.

La méthode statistique standard introduite au Chapitre 4 pour caractériser le champ de densité dans une sphère de rayon R à un redshift z est le calcul de l'écart-type des fluctuations du champ de densité $\sigma(R, z)$. Cependant, la figure 4.10 nous montre que la loi d'évolution de la structuration en fonction de l'échelle $\sigma(R, z)$ est la même que l'on considère le catalogue réaliste ou linéaire : il n'existe aucune différence entre les environnements présentant un flot cosmique moyen linéaire et ceux ayant un « bulk flow » anormalement élevé. Dès lors, nous ne pouvons nous reposer seulement sur le calcul du $\sigma(R, z)$ afin d'exhiber une caractéristique statistique commune à tous les environnements du catalogue réaliste : il convient de déterminer une quantité physique intégrant une notion supplémentaire.

Cette quantité peut dériver de l'existence d'une notion de directionnalité pour les vitesses, différence fondamentale entre le champ de densité et les champs de vitesse. Cette remarque nous apporte un moyen de comparer statistiquement les champs de vitesse et le champ de densité dans une bulle : la méthode la plus simple permettant de définir une direction à partir du champ de densité consiste à calculer le centre de masse d'une sphère (ou d'une coquille) de rayon R . Le barycentre d'une telle boule s'écrit simplement, pour une collection discrète de particules de même masse :

$$\vec{x}_{c.d.m.} = \frac{1}{N_{part,r < R}} \sum_{i=1}^{N_{part,r < R}} \vec{x}_i \quad (5.1)$$

avec $N_{part,r < R}$ le nombre de particules dans la coquille ou la sphère de rayon R .

Le centre de masse nous fournit la direction de la sphère dans laquelle l'essentiel de la masse intégrée est rassemblée. Sa norme nous indique la distance par rapport au centre géométrique de la sphère, ce qui donne une information sur le niveau d'inhomogénéités total dans la sphère. De manière similaire, le centre de masse d'une coquille au rayon R et de faible épaisseur renseigne sur le niveau d'inhomogénéités local de la coquille. Sa direction nous indique la position des structures dominant le contenu matériel de la coquille. Le premier estimateur est donc de nature intégrale alors que le second est d'ordre local : une caractéristique de l'influence de l'environnement peut être obtenue en utilisant à bon escient chacun de ces estimateurs.

À partir des simulations DEUSS $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ avec 1024^3 particules, nous avons donc calculé le centre de masse de coquilles des 255 centres appartenant au catalogue réaliste (ceux-ci ont donc été identifiés comme similaire aux observations de Watkins et al. à 95% de niveau de confiance). Cela permet d'intuiter l'origine du mouvement d'ensemble local

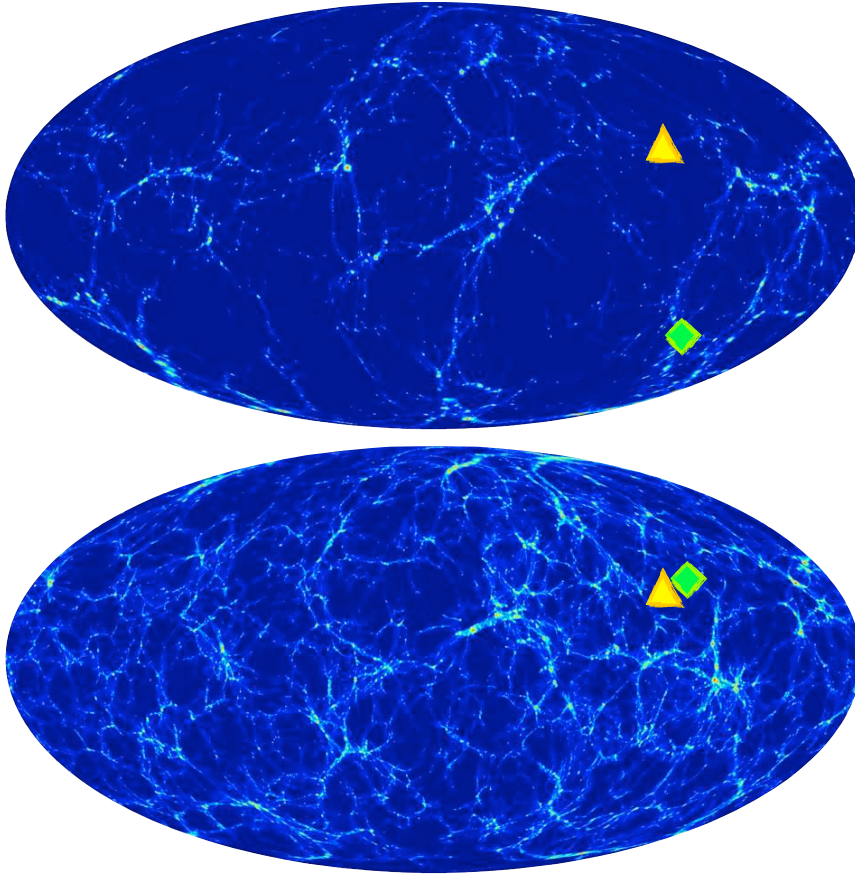


FIGURE 5.1: Projection de Aitoff du champ de densité dans une coquille de $10 h^{-1}$ Mpc d'épaisseur à un rayon de $53 h^{-1}$ Mpc (en bas) et $80 h^{-1}$ Mpc (en haut). Alors qu'à $53 h^{-1}$ Mpc, la direction du centre de masse (en vert) ne coïncide pas avec la direction du champ de vitesse mesurée à $53 h^{-1}$ Mpc (en jaune), l'alignement est parfait à $80 h^{-1}$ Mpc. Au-delà de cette échelle, l'alignement disparaît ce qui montre que les structures responsables du « bulk flow » sont situées à une distance de $\sim 80 h^{-1}$ Mpc.

en mettant en évidence un alignement de celui-ci avec une structure locale située à un rayon donné. Un exemple issu de ce calcul est présenté sur la figure 5.1 : le centre choisi dans le catalogue réaliste exhibe un « bulk flow » maximum à $53 h^{-1}$ Mpc dont la direction est indiquée avec un triangle jaune ; le centre de masse de la coquille à $53 h^{-1}$ Mpc (respectivement à $80 h^{-1}$ Mpc) est indiqué par un losange vert en haut (respectivement en bas). Sur ces directions est surimposé une projection de Aitoff du champ de densité d'une coquille d'épaisseur $10 h^{-1}$ Mpc situé à un rayon de $53 h^{-1}$ Mpc (en haut) et $80 h^{-1}$ Mpc (en bas).

L'image supérieure, prise à $50 h^{-1}$ Mpc de distance, indique qu'il n'existe pas d'alignement entre le « bulk flow » dans une sphère à $53 h^{-1}$ Mpc et le centre de masse des structures à cette échelle. Par contre, lorsque nous comparons la direction du mouvement d'ensemble dans une bulle de $53 h^{-1}$ Mpc et le centre de masse d'une coquille située à une distance de $80 h^{-1}$ Mpc, nous constatons un alignement parfait. Au-delà de

cette échelle, l'alignement entre le « bulk flow » $50 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et le centre de masse du champ de densité s'atténue puis disparaît. Cela montre que les structures responsables de la direction prise par le mouvement d'ensemble local sont situées dans la coquille à $80 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

Dans le cas de centres choisis au sein du catalogue linéaire, il n'existe aucune échelle particulière : le centre de masse du champ de densité dans une coquille s'aligne de manière aléatoire avec le « bulk flow » à $50 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. À l'inverse, le centre de masse calculé dans une sphère converge vers la direction du flot moyen calculé dans une bulle de $50 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ de rayon. Ce résultat montre que la prédiction linéaire peut être retrouvée de nombreuses manières : l'environnement associé au linéaire n'est pas un événement rare. Comme nous le montrons par la suite, ces résultats discutés sur des exemples précis restent valables pour tous les objets du catalogue réaliste.

Cependant, cet indicateur est très qualitatif : sa norme ne peut pas se définir d'une manière absolue ce qui limite la possibilité de comparaison entre objets du catalogue réaliste. En effet, comment interpréter précisément un écart au centre géométrique de la sphère de l'ordre de 5 ou $10 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$? Intuitivement, une solution est de renormaliser la norme du centre de masse par le rayon de la coquille (respectivement de la sphère) afin de traduire une dilution de l'asymétrie. Cet outil de mesure indique que nous pouvons bien lier le flot cosmique moyen au champ de densité et nous invite à construire un estimateur plus précis, dont la limite à grandes échelles correspondrait au rapport du centre de masse par le rayon de la coquille (respectivement de la sphère).

5.1.2 Vers une quantification des effets d'environnement

Nous avons donc compris qualitativement qu'il existe, pour les objets du catalogue réaliste, un alignement entre le centre de masse calculé dans une coquille de rayon $R + \delta R$ et la direction du bulk flow à un rayon R .

Afin de construire un nouvel estimateur plus précis que le centre de masse, rappelons que les champs de vitesse sont par définition des quantités vectorielles : ils contiennent donc intrinsèquement la notion de directionnalité. Un champ de densité se révélera d'autant plus directionnel que celui-ci sera asymétrique : la directionnalité est donc liée directement à la notion d'asymétrie dans une sphère (ou une coquille) de rayon R . Dans notre cas, l'asymétrie a une signification physique plus évidente que le centre de masse de la bulle, qui contient cette idée de manière dérivée. Pour construire un index d'asymétrie nous indiquant le taux d'asymétrie dans un volume (sphère ou coquille), nous devons tout d'abord définir la symétrie. En géométrie sphérique, la symétrie centrale joue un rôle particulier et se définit simplement pour une fonction f comme :

$$f(\theta, \phi) = f(\pi - \theta, \pi + \phi) . \quad (5.2)$$

Dans notre cas, nous souhaitons définir l'asymétrie comme l'écart à la symétrie. Cela nous amène donc à introduire une fonction Δf quantifiant l'écart à la symétrie telle que :

$$\Delta f(\theta, \phi) = f(\theta, \phi) - f(\pi - \theta, \pi + \phi) . \quad (5.3)$$

Une approche physique impose d'assimiler cette fonction f à la densité normalisée à la densité moyenne $\rho_{<R_0}/\bar{\rho}$ dans la sphère (ou la coquille) de rayon R . Ainsi, dans un cas où le champ de densité est parfaitement homogène (e.g. une sphère d'un rayon de $1000 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$), la fonction Δf va être nulle, indiquant une parfaite symétrie. À l'inverse, si le champ de densité est peu homogène (à faibles rayons), l'écart à la symétrie va être très important.

Toutefois, afin de résumer l'information liée à l'asymétrie de la sphère en une seule valeur scalaire variant avec le rayon de la sphère, nous devons intégrer les angles (θ, ϕ) sur un hémisphère $\mathbb{S}^2/2$ associé à une coquille ou une sphère de rayon donné. Cette intégration engendre un effet de sélection suivant la direction de l'asymétrie. Pour le comprendre, examinons les exemples présentés figure 5.2. Sur les deux sphères, une région hémisphérique sous-dense est représentée en bleu alors qu'une région hémisphérique inversement sur-dense à la première est schématisée en jaune. On remarque que la sphère de gauche correspond à une rotation d'un angle de 90° de la sphère de droite. L'intervalle d'intégration sur un hémisphère (allant de 0 à π pour les deux variables θ et ϕ) est indiquée par les flèches noires et rouges. À gauche, l'intégrale (sur l'hémisphère défini par les

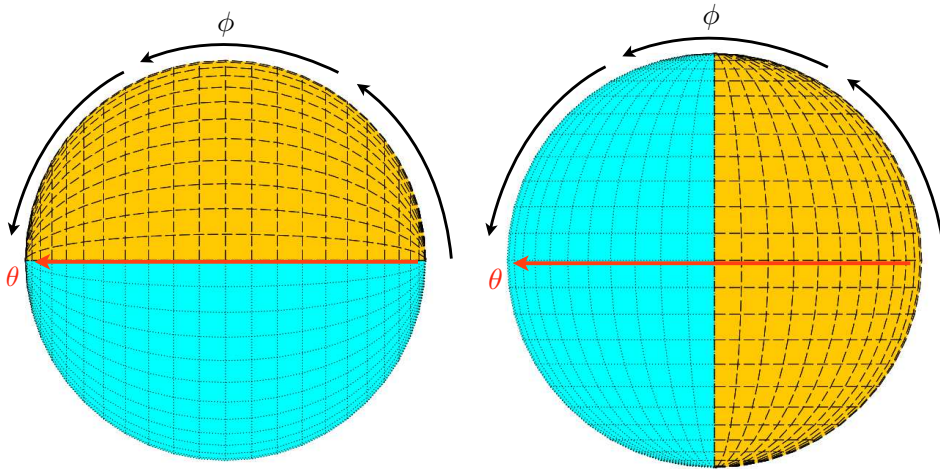


FIGURE 5.2: Deux configurations idéalisées du champ de densité pour calculer le facteur d'asymétrie : le champ de densité en bleu est sous-dense alors que le champ de densité en jaune est sur-dense. L'intervalle d'intégration est représenté par les flèches θ et ϕ . Le champ de densité à droite est une rotation de celui de gauche. La configuration à gauche va donner un facteur d'asymétrie positif alors que celui de droite va être nul pour des raisons de symétrie entre les hémisphères Nord et Sud.

flèches) sur le champ de densité va donner une valeur supérieure à 0. En effet, la masse

jaune contenue dans l'hémisphère supérieur est plus importante que la masse contenue dans l'hémisphère inférieure. À l'inverse, à droite, l'intégrale sur le même champ de densité tourné d'un angle de 90° a une valeur nulle. En effet, la masse contenue dans l'hémisphère Nord se compense exactement avec la masse contenue dans l'hémisphère Sud. Deux champs de densité, orientés de manière différente, mènent donc à une valeur différente du facteur d'asymétrie dans une sphère.

Afin de parcourir toutes les configurations tridimensionnelles possibles, la solution consiste à introduire des angles de rotation (ϕ_0, θ_0) . Un ensemble de facteurs d'asymétrie sera alors calculé sur le champ de densité ayant subi des rotations successives d'angle $(\phi_0, \theta_0) \in [0, 2\pi]^2$. Seul le maximum de cette fonction à deux dimensions sera conservé afin de refléter le maximum d'asymétrie du champ de matière dans la sphère, indépendamment du choix des axes, et de définir l'index d'asymétrie. Le doublet (ϕ_0, θ_0) correspondant au maximum du facteur d'asymétrie indique la direction de l'index d'asymétrie. La figure 5.3 nous montre cette fonction à deux dimensions prise dans une sphère de rayon $R = 80 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$: l'axe des abscisses représente une rotation d'un angle ϕ_0 , l'axe des ordonnées montre une rotation du champ de densité d'un angle de θ_0 et la couleur représente l'amplitude du facteur d'asymétrie. Une série de 20 rotations a été réalisée suivant chaque angle. On remarque tout d'abord que ce facteur présente des maxima et des minima bien marqués, de valeur compris entre -1 et 1. Le maximum situé à $(\pi, 2\pi/3)$ est équivalent à celui situé en $(2\pi, 5\pi/3)$. Les minima, de valeurs opposées aux maxima, sont situés en $(\pi, 5\pi/3)$ et $(2\pi, 2\pi/3)$.

Cette figure montre qu'en accord avec le cas idéalisé introduit précédemment, suivant l'orientation du champ de densité, il est possible d'annuler le facteur d'asymétrie (régions vertes sur le graphique). À l'inverse, il existe des configurations du champ de densité telles que le facteur d'asymétrie du champ de densité dans une sphère de $80 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ est maximal. Remarquons que cette fonction présente des symétries validant complètement notre approche : les maxima et les minima sont des répliques exactes les uns des autres, nous donnant des extrema de valeurs exactement opposés avec un déphasage d'un angle de (π, π) . Cela montre que lorsque nous faisons la différence entre l'hémisphère sur-dense et l'hémisphère sous-dense et inversement, les résultats concordent.

Ainsi, l'asymétrie d'une distribution dans une sphère de (respectivement une coquille d'un) rayon R est définie par un vecteur dont la norme, appelée index d'asymétrie, peut être décrite mathématiquement comme suit :

$$A_R = \max_{(\phi_0, \theta_0) \in [0, 2\pi]^2} \left\{ \frac{1}{\bar{\rho}} \iint_{\mathbb{S}^2/2} \rho_{<R}(\theta + \theta_0, \phi + \phi_0) - \rho_{<R}(\pi - (\theta + \theta_0), \pi + (\phi + \phi_0)) d\Omega \right\},$$

(5.4)

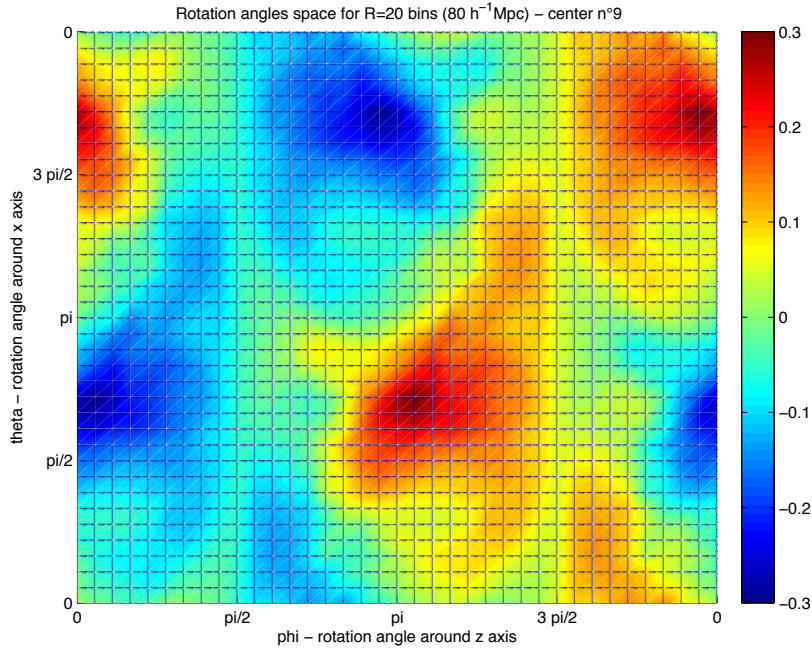


FIGURE 5.3: Fonction bidimensionnelle $\Delta\rho(\theta_0, \phi_0)$ estimée à un rayon de $80 h^{-1}$ Mpc permettant de déterminer l'index d'asymétrie à partir du facteur d'asymétrie. En abscisse, l'angle de rotation ϕ autour de l'axe z . En ordonnées, l'angle de rotation θ autour de l'axe x . La couleur indique la valeur du facteur d'asymétrie. On notera la symétrie entre les extrema liée au changement d'hémisphère.

avec $\bar{\rho}$ la densité moyenne dans la sphère (respectivement la coquille), $\rho_{<R}$ la densité intégrée de 0 à R et (θ, ϕ) la direction des diverses composantes du champ de densité. Cette fonction normalisée est à valeurs dans $[0, 1]$. Finalement, comme pour le barycentre, une direction peut également être introduite pour l'index d'asymétrie : le couple d'angle (ϕ_0, θ_0) constitue la direction du pôle nord de l'hémisphère contenant le plus de matière i.e. la configuration la plus asymétrique.

Physiquement, l'index d'asymétrie caractérise les déviations par rapport à une distribution de matière à symétrie sphérique. Un environnement parfaitement symétrique est caractérisé par un index d'asymétrie égal à zéro alors qu'une bulle contenant un champ de matière très asymétrique a un index d'asymétrie proche de un.

Numériquement, le calcul de l'index d'asymétrie est réalisé en sept étapes :

1. Sélection des particules situées dans une coquille (ou une sphère) à un rayon R , en prenant en compte les conditions périodiques ;
2. Rotation des particules sélectionnées d'un angle θ_0 ;
3. Rotation des particules ayant subi la première rotation d'un angle ϕ_0 ;
4. Projection sphérique CIC de ce champ de densité grâce à des routines issues du package HEALPIX ;

5. Calcul du facteur d'asymétrie en comparant les pixels HEALPIX opposés deux à deux. Retour à l'étape 3 avec un nouvel angle ϕ_0 ;
6. Retour à l'étape 2 avec un nouvel angle θ_0 ;
7. Calcul du maximum du facteur d'asymétrie : l'index d'asymétrie est obtenu.

Notons qu'afin d'obtenir avec précision la maximum du facteur d'asymétrie, un échantillonnage minimum de la sphère complète avec plus de 400 rotations est nécessaire. Cet échantillonnage fixe la résolution de la figure 5.3. À ces opérations, il convient d'ajouter les projections CIC sphériques du champ de densité. Ces opérations demandant beaucoup de temps de calcul, il est intéressant d'exhiber un lien entre l'index d'asymétrie et le centre de masse introduit plus tôt¹.

Dans un souci d'unifier les descriptions qualitative et quantitative, nous démontrerons l'existence d'une relation directe entre asymétrie et centre de masse. Pour une distribution continue de masse, l'équation (5.1) prend la forme :

$$\begin{aligned}\vec{x}_{\text{c.d.m.}} &= \frac{1}{M_{\text{tot}}} \int \vec{x} dM \\ &= \frac{1}{M_{\text{tot}}} \iiint \vec{x} \frac{dM}{dV} d^3\vec{x} \\ &= \frac{1}{M_{\text{tot}}} \iiint \vec{x} \rho(\vec{x}) d^3\vec{x}\end{aligned}$$

Nous calculerons tout d'abord la position du centre de masse associée à un hémisphère puis le centre de gravité total de la boule. En effectuant un changement de repère, orientons l'hémisphère contenant le plus de matière suivant l'axe (Oy). Nous appellerons ρ_+ la densité dans l'hémisphère sur-dense et ρ_- la densité dans l'hémisphère sous-dense. Nous supposerons également que ces densités dans les demi-sphères sont constantes ($\rho_{\pm}(\vec{x}) = \rho_{\pm}$) : chaque hémisphère a donc une densité uniforme. Cela correspond à une hypothèse de champ moyen sur le champ de densité, valide uniquement lorsque ce dernier peut être raisonnablement considéré comme homogène. Cette situation correspond au schéma 5.4.

En choisissant ainsi nos axes, nous voyons que, par invariance de rotation autour de l'axe (Oy), la position (X_g, Y_g, Z_g) du centre de gravité est située suivant l'axe (Oy) : $X_g = Z_g = 0$. Le calcul de Y_g^+ , centre de masse associé à l'hémisphère sur-dense, est

1. En effet, le calcul du centre de masse est quasi-immédiat, une fois choisi le centre de la sphère.

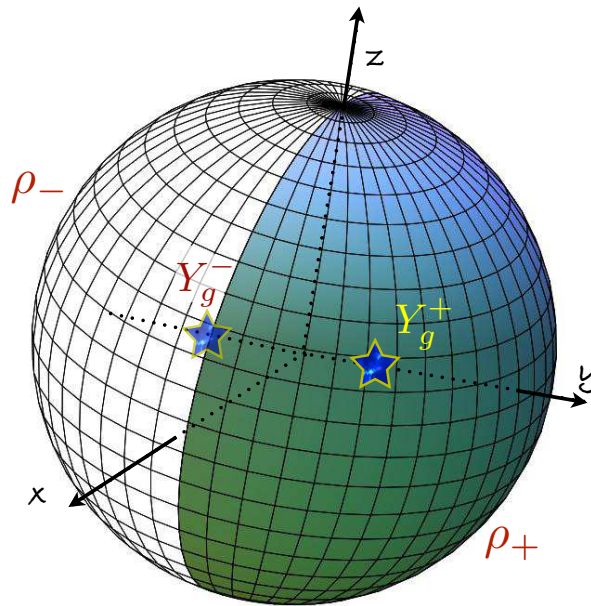


FIGURE 5.4: Sphère associée à la situation dans laquelle nous montrons que le centre de masse et asymétrie sont liés par une relation simple : l'hémisphère dirigé par l'axe y , de centre de masse Y_g^+ est sur-dense alors que l'autre hémisphère, de centre de masse Y_g^- , est sous-dense. Le centre de masse total Y_g^{tot} correspond au barycentre de l'hémisphère colorée et de l'autre hémisphère.

rapide :

$$\begin{aligned}
 Y_g^+ &= \frac{1}{M_+} \iiint_{\mathbb{D}} y \rho_+(\vec{x}) d^3\vec{x} \\
 &= \frac{1}{\frac{2}{3}\pi R^3 \rho_+} \iiint_{\mathbb{D}} y \rho_+(\vec{x}) d^3\vec{x} \\
 &= \frac{1}{\frac{2}{3}\pi R^3} \iiint_{\mathbb{D}} y d^3\vec{x}
 \end{aligned}$$

L'intégrale se calcule directement grâce à un passage en coordonnées sphériques. Le changement de variables modifie le domaine d'intégration qui devient :

$$\mathbb{D} = \begin{cases} 0 \leq r \leq R \\ 0 \leq \phi, \theta \leq \pi \end{cases}$$

et :

$$Y_g^+ = \frac{1}{\frac{2}{3}\pi R^3} \iiint_{\mathbb{D}} r^3 \sin(\phi)^2 \sin(\theta) dr d\phi d\theta = \frac{3}{8}R. \quad (5.5)$$

De manière identique, nous trouvons que le centre de masse associé à l'hémisphère sous-dense vaut : $Y_g^- = -\frac{3}{8}R$. La position du centre de masse total de la boule de rayon R correspond donc au barycentre de l'hémisphère sur-dense contenant une masse M_+ et de

l'hémisphère sous-dense de masse M_- et s'écrit :

$$\begin{aligned} Y_g^{tot} &= \frac{3}{8} R \frac{M_+ - M_-}{M_+ + M_-} \\ &= \frac{3}{8} R \frac{\frac{2}{3}\pi R^3 \rho_+ - \frac{2}{3}\pi R^3 \rho_-}{\frac{4}{3}\pi R^3 (\rho_+ + \rho_-)} \\ Y_g^{tot} &= \frac{3}{16} R \frac{\rho_+ - \rho_-}{\rho_+ + \rho_-} \end{aligned}$$

Les hypothèses menant à cette équation permettent également d'écrire de manière simple l'index d'asymétrie A_R :

$$A_R = \frac{\rho_+ - \rho_-}{\rho_+ + \rho_-} \quad (5.6)$$

Cette dernière équation nous permet d'écrire le lien entre index d'asymétrie et centre de masse de la boule de rayon R :

$$Y_g^{tot} = \frac{3}{16} R A_R . \quad (5.7)$$

Nous obtenons donc bien une relation entre l'index d'asymétrie et la norme du centre de gravité. Cette relation montre en particulier que le rapport du centre de masse par le rayon de la sphère est bien la quantité pertinente pour caractériser l'asymétrie du champ de densité, comme intuité lors de l'introduction de l'estimateur d'asymétrie par le barycentre. Cela montre également que le centre de masse et le pôle nord de l'asymétrie sont alignés : un simple changement de repère permet de généraliser notre résultat à des cas quelconques. En utilisant les angles définis précédemment, le centre de masse a pour direction :

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} -\sin(\phi_0) \\ \cos(\phi_0)\cos(\theta_0) \\ \cos(\phi_0)\sin(\theta_0) \end{bmatrix} . \quad (5.8)$$

Un test de la relation (5.7) sur quelques exemples issus du catalogue réaliste introduit Chapitre 4 nous donne les courbes 5.5. On remarque tout d'abord la convergence des deux estimateurs. Cependant, il existe à petites échelles des problèmes liés au centre de masse, avec des valeurs qui ne sont pas normalisées à l'unité. Ceci montre que ces estimateurs résistent plus ou moins bien au manque de statistiques à petites échelles. La comparaison entre les différents objets du catalogue réaliste est plus aisée en utilisant l'index d'asymétrie, correctement normalisé.

Grâce à l'index d'asymétrie et à sa direction, nous allons pouvoir quantifier de manière précise l'intensité de l'asymétrie et son influence sur les champs de vitesse à une échelle donnée.

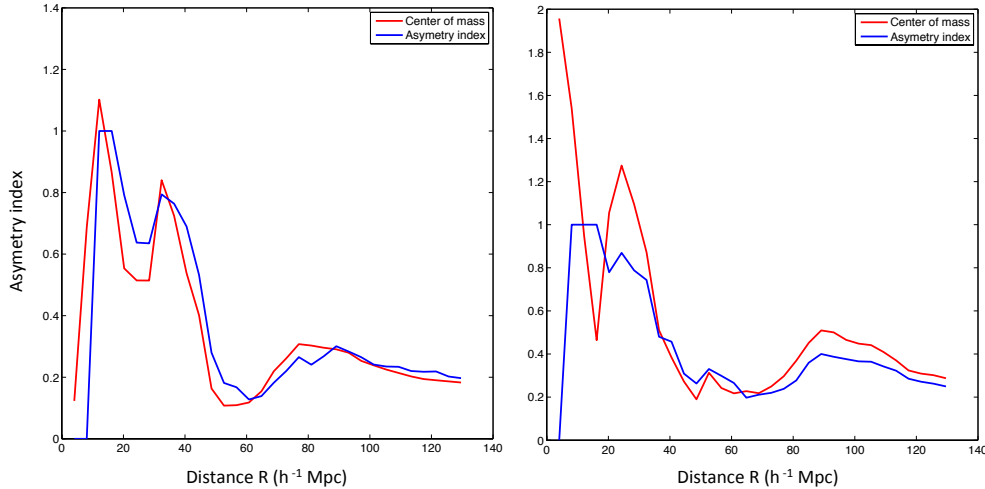


FIGURE 5.5: Équivalence entre les approches qualitative et quantitative illustrée sur deux cas particuliers dans des bulles emboîtées de rayons R croissants grâce à la formule (5.7). En rouge, l’approche qualitative en terme de centre de masse. En bleu, l’approche quantitative en terme d’index d’asymétrie, correctement normalisé entre 0 et 1.

5.1.3 Quantification des effets d’environnement : index d’asymétrie

L’index d’asymétrie a donc été calculé suivant les procédures décrites section 5.1.2 pour les 255 centres du catalogue réaliste ainsi que pour les milliers de centres appartenant au catalogue linéaire. On notera que, dans certains cas, l’index d’asymétrie peut présenter des comportements pathologiques. Ainsi, afin de moyenner ces profils d’asymétrie extrêmes, il s’agit maintenant d’exhiber un comportement moyen pour cet index d’asymétrie.

Cependant, tous les centres du catalogue réaliste n’ont pas été retenus pour calculer la moyenne sur cette quantité. En effet, statistiquement, le profil de « bulk flow » à la Watkins et al. définit le profil numérique de flot moyen jusqu’à $\sim 50 h^{-1}$ Mpc. Au-delà de cette échelle, aucune valeur n’est fixée pour les champs de vitesse du catalogue réaliste. Le calcul de la probabilité de reconvergence nous montre qu’en Λ CDM, à des distances d’une centaine de Mpc, seul 15% des objets ont reconvergé à la prédiction linéaire. Cela signifie que de nombreux profils de flot moyen ont un comportement très différent d’une simple reconvergence : certains profils exhibent un simple maximum en $50 h^{-1}$ Mpc puis reconverge vers le linéaire plus ou moins rapidement ; certains profils chutent brusquement après avoir passé le maximum et convergent vers le linéaire par valeurs inférieures ; d’autres profils présentent un ou plusieurs maxima après l’échelle de $53 h^{-1}$ Mpc et une reconvergence lente vers la prédiction linéaire.

Dans un soucis d’exhiber une caractéristique d’ensemble du champ de densité créant un profil de « bulk flow », nous choisissons de nous intéresser uniquement au profil de mouvement d’ensemble local présentant un maximum clair autour de $50 h^{-1}$ Mpc. Ainsi, les

profils de champ de vitesse du catalogue réaliste présentant un ou plusieurs maxima à des distances largement au-delà de $53 h^{-1}$ Mpc sont exclus de notre étude : nous supposons en effet que la caractéristique d'un tel environnement diffère beaucoup d'un profil présentant un unique maximum à $50 h^{-1}$ Mpc. Nous excluons également les profils présentant des chutes très importantes du « bulk flow » après le maximum en $53 h^{-1}$ Mpc.

Après avoir effectué cette nouvelle étape de sélection, il ne reste plus que 171 centres utilisés dans le catalogue réaliste. Notons tout de même que les conclusions que nous tirerons resteront valables en intégrant les centres ne présentant pas un profil piqué à $53 h^{-1}$ Mpc : elles seront seulement affaiblies, trop d'échelles différentes étant prises en compte dans l'évaluation du signal environnemental.

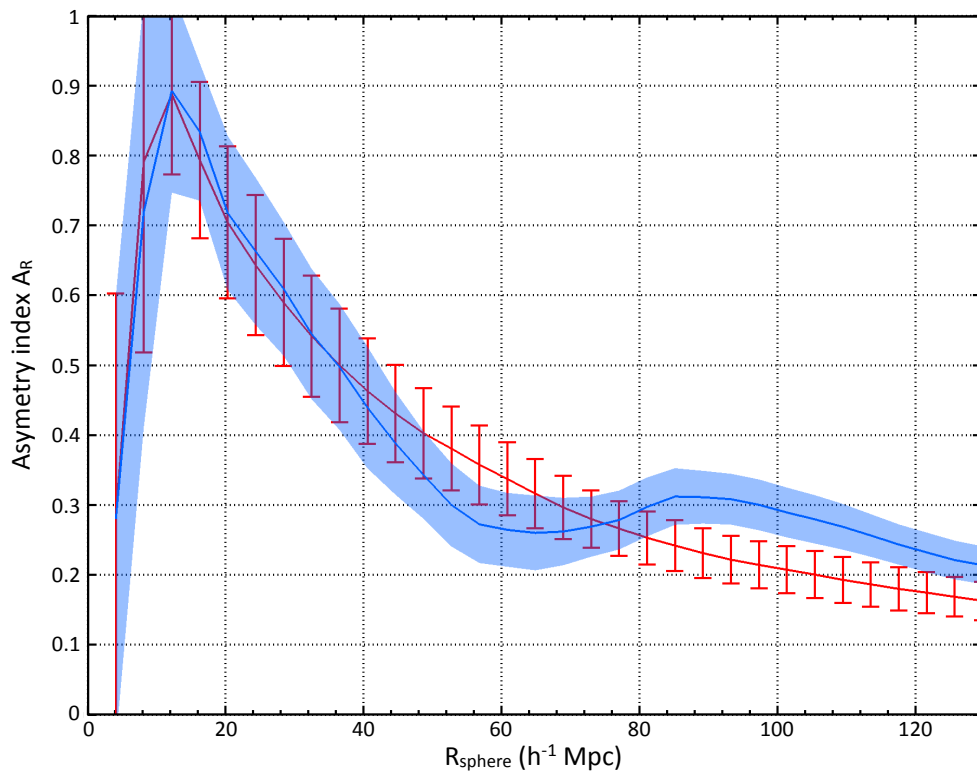


FIGURE 5.6: Évolution de l'index d'asymétrie moyen calculé dans une sphère de rayon croissant pour les catalogues linéaire (en rouge) et réaliste (en bleu). Le catalogue linéaire montre une décroissance monotone pour l'index d'asymétrie : aucune échelle n'est mise en avant. L'index d'asymétrie moyen du catalogue réaliste a une évolution indiquant trois régions : une région de 4 à $35 h^{-1}$ Mpc dont l'asymétrie est semblable au linéaire ; une région de 35 à $70 h^{-1}$ Mpc où le champ de densité est plus symétrique que le linéaire ; une région au delà de $70 h^{-1}$ Mpc où il existe un excès d'asymétrie par rapport au cas linéaire.

La figure 5.6 nous montre les résultats des mesures d'index d'asymétrie dans une sphère de rayon R_{sphere} croissant dans les catalogues réaliste et linéaire : en rouge, nous observons les résultats issus du catalogue linéaire alors qu'en bleu sont représentés les mesures issues du catalogue réaliste. Pour les deux courbes, on remarque tout d'abord que plus

le rayon de la bulle est important, plus l'asymétrie est faible ce qui se comprend bien à l'aune d'une convergence vers l'homogénéité et l'isotropie à grandes échelles demandée dans le cadre du principe cosmologique et implicitement intégrée dans notre modélisation.

La chute importante observée avant $12 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ s'explique par le faible nombre de particules (de ~ 200 à ~ 4000) présentes dans une telle sphère. En effet, notre algorithme calculant l'index d'asymétrie sur un échantillonnage de quatre cents rotations, un nombre faible de particules ne sera pas suffisant pour engendrer des différences relatives importantes entre les différentes régions du plan (ϕ_0, θ_0) de la figure 5.3. Cette interprétation est confirmée par le très important écart-type numérique (± 0.3 à $4 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$) indiquant une grande variabilité d'une sphère à l'autre selon la position des particules dans le plan (ϕ_0, θ_0) .

Pour les mesures effectuées sur le catalogue linéaire, nous observons une décroissance régulière de l'index d'asymétrie de $12 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ à $130 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Sous une hypothèse grossière, nous pouvons montrer que cette décroissance est liée au $\sigma(R)$. Cette décroissance est alors interprétée en terme d'homogénéisation du champ de densité, en accord avec la décroissance du $\sigma(R)$ aux grandes échelles. La variation de l'écart-type des mesures donne également une information intéressante : plus l'échelle de la sphère est importante, plus les comportements en matière de symétrie des environnements tendent à s'égaliser. Ainsi, alors qu'à $20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, 68% des index d'asymétrie sont entre 0.60 et 0.82, à $120 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, 68% des index sont compris entre 0.16 et 0.21. Finalement, il est important de noter que cette courbe issue du catalogue linéaire ne met en évidence aucune échelle particulière, tout comme le profil moyen de flot cosmique.

À l'inverse, les mesures de l'index d'asymétrie moyen du catalogue réaliste montre clairement trois régions délimitées par deux échelles caractéristiques. La première région, située entre 4 et $35 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, correspond au régime linéaire. En effet, considérant les erreurs poissonniennes liées au faible nombre d'objets du catalogue réaliste et aux barres d'erreur prêt, les courbes issues des deux catalogues se superposent exactement. Cela signifie que, pour un profil de « bulk flow » peu éloigné de la prédiction linéaire à petites échelles, comme le profil de Watkins et al. ou Lavaux et al., la symétrie dans une sphère est identique.

La seconde région définie par les variations de l'index d'asymétrie est comprise entre ~ 35 et $70 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Celle-ci est caractérisée par un excès de symétrie du champ de densité par rapport au cas linéaire. Cet excès de symétrie est à même d'expliquer le minimum de flot moyen observé à $16 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Cependant, il convient de prendre garde à une telle conclusion : les barres d'erreur du cas linéaire et du catalogue réaliste se recouvrent, ce qui empêche toutes conclusions définitives sur l'explication du minimum de « bulk flow » à $16 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ par l'intermédiaire d'un excès de symétrie à une échelle plus importante.

Finalement, la troisième région, s'étendant de $\sim 70 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ jusqu'à plus de $130 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, montre un index d'asymétrie plus important que la mesure effectuée sur le linéaire. Cela indique un champ de densité dans une bulle de rayon supérieur à $\sim 70 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ plus asymétrique que la distribution de matière moyenne associée au profil de « bulk flow » linéaire. Les barres d'erreur des index d'asymétrie des catalogues linéaire et réaliste ne se recouvrent pas, ce qui tend à montrer que l'excès d'asymétrie, maximum à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, est responsable du mouvement d'ensemble local anormalement élevé à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Notons que l'on observe une reconvergence lente vers les mesures effectuées sur le catalogue linéaire aux échelles voisines de $130 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, ce qui est attendu dans les modèles fondés sur le principe cosmologique².

L'index d'asymétrie nous montre que les environnements associés au profil de « bulk flow » linéaire sont simples : en moyenne, ces champs de densité asymétriques à petites échelles convergent de manière monotone vers la symétrie à grande échelle. Cette distance de symétrie est alors équivalente à une échelle d'homogénéisation et d'isotropie et pourrait faire l'objet d'un questionnement en tant que tel. À l'inverse, le profil de l'index d'asymétrie moyen pour les objets du catalogue réaliste est complexe : les environnements associés à un tel « bulk flow » sont d'abord indistinguables de manière statistique du linéaire, puis exhibent un léger excès de symétrie pour finalement remonter vers un maximum d'asymétrie à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Ainsi, tout comme le flot cosmique introduit deux échelles particulières à 16 et $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, l'index d'asymétrie introduit deux distances caractéristiques à 60 et $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Le minimum à $60 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ n'étant pas significatif d'un point de vue statistique, seul le maximum à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ est considéré comme une distance particulière dans le profil associé à l'index d'asymétrie.

Ces différences de comportement entre les mesures sur les catalogues linéaire et réaliste invitent à étudier plus précisément cette échelle de $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. En particulier, en comparant les directions de l'index d'asymétrie et du flot moyen, l'influence d'un maximum d'asymétrie à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ sur l'excès de « bulk flow » à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ peut être confirmée.

5.1.4 Quantification des effets d'environnement : distribution asymétrique de la distribution de matière

La conclusion de l'étude de l'index d'asymétrie est l'existence d'une échelle caractéristique à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ concernant la symétrie du champ de densité pour les objets du catalogue réaliste. Cette échelle correspond à la distance à laquelle le champ de densité est le plus asymétrique dans le cadre d'un mouvement d'ensemble local ayant un maximum

2. Dans des modèles d'Univers inhomogène, une telle reconvergence n'est pas assurée, les contributions du champ de matière à grandes échelles pouvant se sommer pour donner naissance à des mouvements d'ensemble élevés. Dans ce cadre, un résultat observationnel à grandes échelles ($\sim 500 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$) similaire à celui de Kashlinsky et al. pourrait favoriser les modèles d'Univers inhomogène.

à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Afin de valider cette échelle caractéristique et de la lier de manière évidente au mouvement d'ensemble local, nous pouvons faire appel à la direction de l'index d'asymétrie i.e. le pôle nord de l'hémisphère le plus asymétrique à une échelle donnée et la mettre en relation avec la direction du vecteur « bulk flow » à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

Afin de préciser le lien entre flot cosmique moyen et index d'asymétrie, l'indicateur le plus direct est le produit scalaire normalisé de la direction du mouvement d'ensemble local à la position du maximum i.e. $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ avec la direction de l'index d'asymétrie calculé dans une coquille :

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\vec{v}_{bulk}(R = 53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}) \cdot \vec{A}_R}{\sqrt{\|\vec{v}_{bulk}(R = 53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc})\| \times \|\vec{A}_R\|}} . \quad (5.9)$$

Ce produit scalaire indique simplement l'échelle d'alignement entre arrangement local de structures (asymétrie de la distribution de matière) à un rayon R croissant et « bulk flow » (distribution des champs de vitesse) à une distance de $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Le degré d'alignement entre le pôle nord de l'hémisphère localement le plus asymétrique et le moment dipolaire des champs de vitesse est déterminé par l'angle θ introduit dans l'équation (5.10). Ce produit scalaire est bien sur moyenné sur l'ensemble des objets du catalogue linéaire et sur les 171 centres sélectionnés au sein du catalogue réaliste pour exhiber un comportement moyen.

Les résultats des mesures effectuées sur le catalogue linéaire sont indiqués sur la figure 5.7. La position orthogonale entre le vecteur flot moyen et la direction de l'index d'asymétrie est indiqué par le trait noir. En accord avec les résultats issus de l'analyse de l'index d'asymétrie, le catalogue linéaire, représenté par la ligne et le secteur en rouge, ne montre aucune échelle caractéristique, avec une courbe globalement plate. À petites échelles (de 4 à $20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$), on observe que l'angle entre le vecteur « bulk flow » à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et la direction de l'asymétrie est orienté de manière aléatoire entre 60° et 120° . Encore une fois, le manque de statistique peut introduire cette chute de la tendance à petites échelles. Aux échelles plus importantes, la moyenne sur le catalogue linéaire indique une distribution asymétrique du champ de matière local globalement alignée avec la direction du mouvement d'ensemble local : en effet, la courbe rouge indique un produit scalaire aux alentours de 0.4 , impliquant un angle relatif des deux directions de l'ordre de 60° . On observe également que lorsque le rayon de la sphère augmente, l'angle moyen entre le « bulk flow » à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et la direction de l'index d'asymétrie est constant autour d'un angle de 60° . L'écart-type du produit scalaire est assez important ($\sim 40\%$), ce qui montre que de nombreuses contributions interviennent dans cette quantité issue du catalogue linéaire. Le flot cosmique à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ n'est donc créé par aucune échelle en particulier dans le catalogue linéaire.

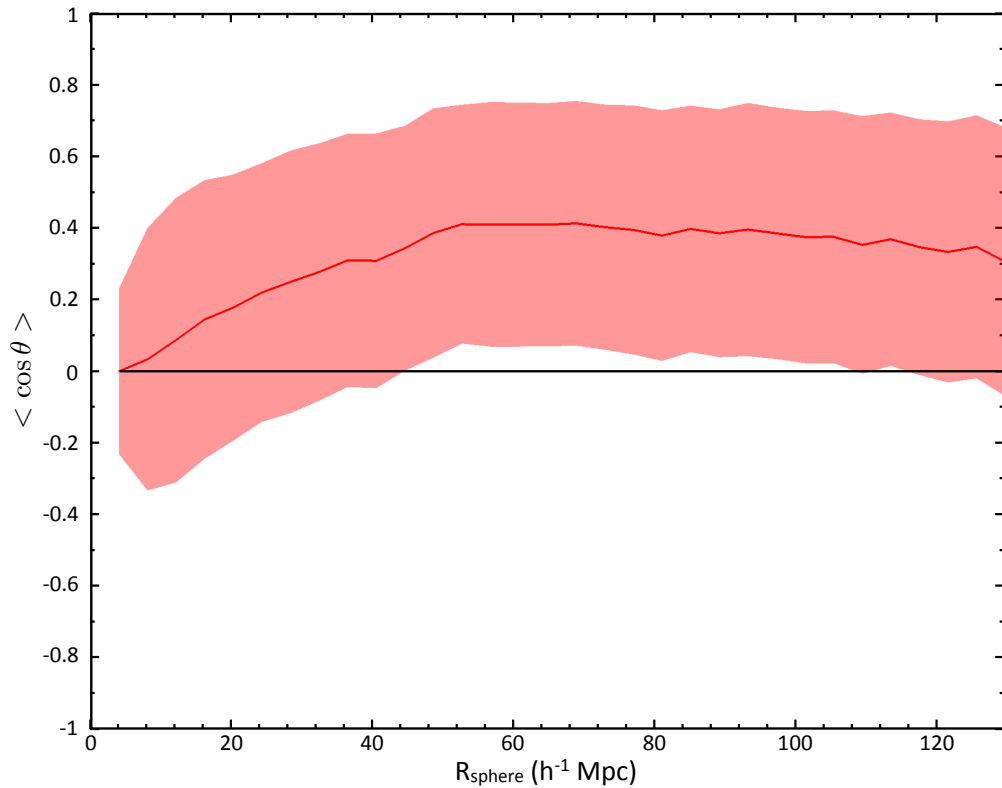


FIGURE 5.7: Angle d'alignement entre les directions du mouvement d'ensemble local à $53 h^{-1} \text{ Mpc}$ et de l'index d'asymétrie dans une coquille pour le catalogue linéaire. La courbe ne met en évidence aucune échelle caractéristique. Au contraire, la direction du flot cosmique est le résultat de la contribution intégrée de toutes les asymétries dans les coquilles de rayons croissants.

Ainsi, nous déduisons de cette mesure que la prédiction linéaire du mouvement d'ensemble local à un rayon donné (ici $53 h^{-1} \text{ Mpc}$) est associée à un arrangement global intégré du champ de densité. Cela montre qu'en moyenne, l'alignement du mouvement d'ensemble local linéaire avec la direction de l'index d'asymétrie est dû à de nombreuses structures réparties sur toutes les échelles qui, grâce à leurs contributions gravitationnelles amènent une convergence des deux directions intégrées.

Le profil du produit scalaire moyen entre la direction de l'index d'asymétrie et la direction du « bulk flow » à $53 h^{-1} \text{ Mpc}$ pour le catalogue réaliste est représenté figure 5.8. Comme pour la figure 5.7, le trait noir indique une orthogonalité des deux directions. La courbe représentant l'angle d'alignement θ pour le catalogue réaliste est indiqué en bleu, avec un écart-type en bleu clair. Celui-ci, calculé à partir de 171 index d'asymétrie sélectionnés de manière à ce que leur profil de flot cosmique moyen ait un maximum piqué à une distance de $53 h^{-1} \text{ Mpc}$, exhibe un comportement profondément différent de la courbe associée au catalogue linéaire. En particulier, en accord avec les conclusions issues de l'index d'asymétrie, trois principales régions sont visibles : une zone s'étendant

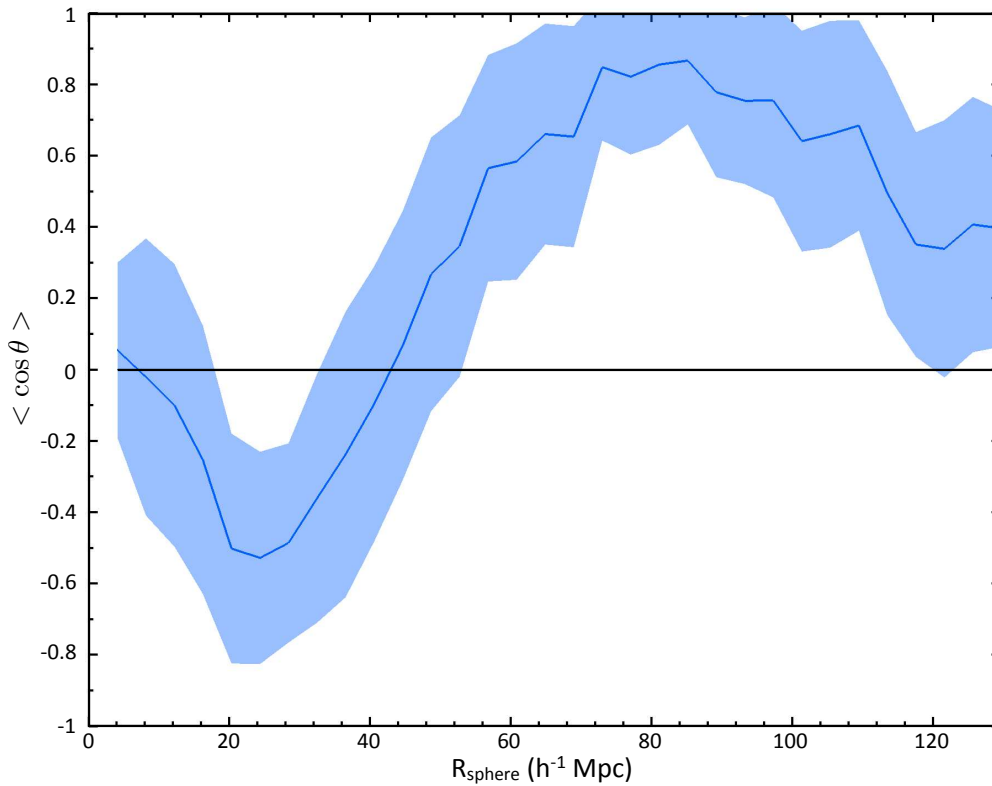


FIGURE 5.8: Angle d'alignement entre les directions du mouvement d'ensemble local à $53 h^{-1}$ Mpc et de l'index d'asymétrie dans une coquille pour le catalogue réaliste. Deux échelles caractéristiques sont clairement visibles : un anti-alignement à $24 h^{-1}$ Mpc montrant une direction de l'asymétrie opposée à celle du « bulk flow » à $53 h^{-1}$ Mpc ; un alignement marqué à $85 h^{-1}$ Mpc indiquant, en accord avec l'index d'asymétrie, un lien fort entre l'asymétrie du champ de densité à $85 h^{-1}$ Mpc et le « bulk flow » à $53 h^{-1}$ Mpc.

de 4 à $50 h^{-1}$ Mpc présentant un anti-alignement, une région allant de $50 h^{-1}$ Mpc à $\sim 110 h^{-1}$ Mpc marquée par un alignement et finalement, un secteur de reconvergence au delà de $\sim 110 h^{-1}$ Mpc.

La première région nous montre donc un angle relatif entre les deux directions compris entre 100° et 150° , correspondant à un anti-alignement pour les cas extrêmes : le pôle nord de l'asymétrie est alors dans la direction opposée au « bulk flow » à $53 h^{-1}$ Mpc. Cet anti-alignement, indiquant un arrangement spécial du champ de densité à ces échelles, pourrait expliquer la chute du « bulk flow » à faible échelle. Toutefois, elle ne correspond pas à l'échelle de $60 h^{-1}$ Mpc mise en évidence lors de l'analyse de l'index d'asymétrie, ce qui interdit toute interprétation de la chute du « bulk flow » pour les petits rayons.

La seconde région est caractérisée par un maximum marqué entre 0.8 et 1 à un rayon de $85 h^{-1}$ Mpc. À cette échelle, toutes les directions des index d'asymétrie du champ de densité associé aux objets du catalogue réaliste sont alignées avec leurs vecteurs « bulk flow » respectifs à $53 h^{-1}$ Mpc avec un degré de précision élevé ($\pm 10\%$). On remarque que cette

distance correspond exactement à l'échelle mise en évidence par l'index d'asymétrie, ce qui montre que l'asymétrie à cette distance est liée avec le maximum de « bulk flow » à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. En particulier, l'interprétation du maximum du « bulk flow » à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ en terme de maximum local d'asymétrie dans une coquille de rayon supérieur est bien retrouvée : l'excès d'asymétrie du champ de matière tridimensionnel contenu dans une fine coquille à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ est donc responsable du « bulk flow » anormalement élevé à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

Finalement, la troisième région montre une chute rapide de l'angle d'alignement. Ainsi, au fur et à mesure que le rayon de la coquille croit, l'alignement devient de moins en moins bons, avec des barres d'erreurs de plus en plus importantes. Dans cette zone, on observe une convergence vers le catalogue linéaire, ce qui signifie que l'ensemble des contributions de l'asymétrie du champ de densité au delà de $\sim 110 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ intervient indirectement (i.e. de manière moyennée) sur la direction du « bulk flow » à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

L'échelle de $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ semble donc avoir un statut particulier dans notre analyse. En effet, celle-ci correspond à la position d'un maximum local d'asymétrie du champ de densité dans une sphère ainsi qu'à la distance d'alignement du « bulk flow » à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ avec la direction de l'asymétrie dans une coquille. Cela met donc en évidence un décalage d'échelles δR entre le champ de vitesse et le champ de densité de l'ordre de $32 \pm 4.1 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Cela nous invite donc à calculer l'alignement entre le mouvement d'ensemble local dans une bulle de rayon R croissant et la direction de l'asymétrie du champ de densité dans une sphère de rayon $R + \delta R$, afin de quantifier l'effet intégré de l'asymétrie sur le mouvement d'ensemble local :

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\vec{v}_{bulk}(R) \cdot \vec{A}_{(R+\delta R)}}{\sqrt{\|\vec{v}_{bulk}(R)\| \times \|\vec{A}_{(R+\delta R)}\|}} . \quad (5.10)$$

Cette quantité intégrée sur toute la sphère de rayon R donné va permettre de corrélérer l'évolution spatiale du « bulk flow » avec celle de l'asymétrie du champ de densité. En effet, on s'attend à ce que la direction du maximum d'asymétrie dans une sphère de rayon $R + \delta R$ soit alignée avec la direction du mouvement d'ensemble local dans une bulle de rayon R à partir d'une distance de $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Cela permettra d'expliquer non seulement l'excès de flot moyen à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ de notre catalogue réaliste mais également la direction et la valeur du « bulk flow » aux échelles supérieures. Le résultat des mesures effectuées sur le catalogue réaliste est indiqué en bleu sur la figure 5.9. Remarquons tout d'abord qu'en raison de la définition de l'angle d'alignement, l'axe des abscisses se termine à $100 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Cette figure présente deux régions bien définies : une région s'étirant de 0 à $50 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et une zone allant de 50 à $100 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. La première région montre un angle d'alignement augmentant peu à peu, en passant d'un comportement similaire

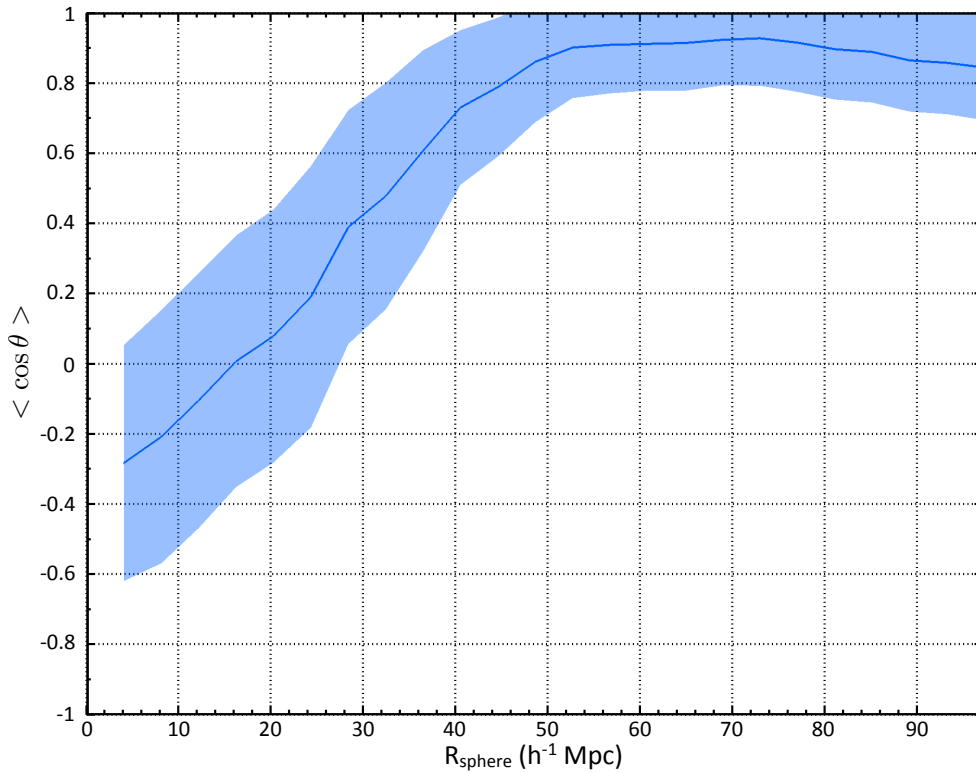


FIGURE 5.9: Angle d'alignement entre les directions du mouvement d'ensemble local dans une sphère de rayon R et de l'index d'asymétrie dans une sphère de rayon $R + \delta R$. Une échelle de coupure située à $50 h^{-1} \text{ Mpc}$ est clairement visible : en deçà de ce rayon, l'asymétrie de la distribution de matière à $R + \delta R$ ne fournit pas une explication du « bulk flow » à un rayon R ; au-delà de cette distance, l'asymétrie élevée de la distribution de matière explique l'amplitude anormal du flot moyen à $53 h^{-1} \text{ Mpc}$ ainsi que son profil et sa direction à des rayons plus élevés.

à la figure 5.8 entre 4 et $15 h^{-1} \text{ Mpc}$ jusqu'à un alignement complet entre la direction de l'index d'asymétrie et la direction du flot moyen à $50 h^{-1} \text{ Mpc}$. Les barres d'erreurs sont assez importantes à faibles échelles et se réduisent peu à peu : cela indique que de nombreux environnements interviennent aux petites échelles, puis convergent tous vers le même alignement. Ainsi, l'asymétrie du champ de matière avant $50 h^{-1} \text{ Mpc}$ semble influencer de manière aléatoire sur le « bulk flow » à $53 h^{-1} \text{ Mpc}$.

Au contraire, la seconde région, débutant autour de $50 h^{-1} \text{ Mpc}$, montre un alignement précis à 10% près. Cet alignement entre le « bulk flow » dans une sphère de rayon R croissant et la direction de l'index d'asymétrie à un rayon $R + \delta R$ montre que l'origine des champs de vitesse anormalement élevés à $53 h^{-1} \text{ Mpc}$ est liée à l'existence d'une distribution asymétrique de la matière à $85 h^{-1} \text{ Mpc}$. Cette figure montre également qu'une fois le maximum du mouvement d'ensemble atteint, le flot cosmique moyen reste aligné avec la direction donnée par l'hémisphère le plus asymétrique à un rayon supérieur. Dans le cadre de notre analyse, le maximum de flot cosmique est lié à l'augmentation

anormale de l'asymétrie à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. La direction du flot cosmique est alors fixée par la direction de l'asymétrie à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

Cette analyse met en évidence l'effet important d'une caractéristique originale du champ de matière tridimensionnel – à savoir l'asymétrie – sur les champs de vitesse aux échelles intermédiaires (de ~ 20 à $150 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$). En supposant que nous vivons dans un environnement rare défini par les observations de Watkins et al., la comparaison de l'excès de symétrie ou d'asymétrie des catalogues réaliste et linéaire ont permis de montrer l'existence d'une échelle caractéristique évaluée à $85 \pm 4.1 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ à laquelle il existe un excès d'asymétrie. Cet excès d'asymétrie du champ de matière tridimensionnel est la source globale du flot cosmique anormalement élevé à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. La corrélation de la direction du « bulk flow » à un rayon R donné avec l'asymétrie dans une sphère à un rayon $R + \delta R$ a permis de montrer que l'arrangement asymétrique de structures à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ fixe également la direction et l'amplitude du profil de « bulk flow » au-delà de l'échelle de $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

Cependant, nous n'avons mis en évidence ici que l'influence d'une propriété globale du champ de matière sur les champs de vitesse à un instant donné dans l'histoire de l'Univers. Le reste du chapitre permettra donc de montrer que l'influence de l'asymétrie sur les champs de vitesse persiste au cours du temps et de trouver la (ou les) structure(s) générant le mouvement d'ensemble local anormalement élevé à $\sim 50 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

5.2 Évolution dynamique des champs de vitesse

En supposant que le profil du flot moyen admet un minimum à $16 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et un maximum à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, le paragraphe précédent a montré l'existence statistique d'un arrangement de structures à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ à l'origine de ce mouvement d'ensemble à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Cet arrangement de structures a été mis en évidence par l'introduction d'une propriété originale du champ de matière : l'asymétrie dans une sphère. Afin de démontrer complètement la cohérence avec la statistique linéaire du profil de flot moyen anormalement élevé, nous pouvons étudier l'évolution temporelle du moment dipolaire des champs de vitesse. Cette évolution temporelle pourra être mis en relation avec l'évolution en redshift du champ de densité, en particulier au travers de l'estimateur de symétrie du champ de densité tridimensionnel introduit à la section précédente.

Un autre problème est d'identifier l'origine dynamique d'un tel « bulk flow », non plus en terme statistique global mais en terme de structures locales : une structure en particulier est-elle responsable de ce flot moyen ? Une position particulière d'un observateur dans la toile cosmique peut-elle expliquer ce profil ? Peut-on relier la dynamique du champ gravitationnel aux champs de vitesse anormalement élevés sur les échelles intermédiaires ?

Le reste de ce chapitre nous permettra d'aborder ces questions, tout d'abord en retraçant l'évolution de l'asymétrie au cours du temps et en le comparant à l'évolution du profil de « bulk flow » puis en abordant la question de la structure ou de l'arrangement de structures responsable de manière dynamique du mouvement d'ensemble local observé.

En lien avec le Chapitre 4, ces profils de champ de vitesse présentant un maximum proche de $50 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ doivent donc trouver leur source dans une distribution tridimensionnelle asymétrique du champ de matière aux redshifts concernés. Dans la suite, nous allons donc montrer que les estimateurs d'asymétrie, normalisés par l'évolution linéaire, suivent eux-aussi le même profil.

5.2.1 Évolution des estimateurs d'asymétrie

Nous avons vu au Chapitre 4, en confrontant l'évolution prédite par la théorie linéaire avec les mesures numériques, que le profil de champ de vitesse anormalement élevé existait déjà dans le passé, très proche des conditions initiales. Cela signifie que l'origine dynamique du « bulk flow », à savoir une asymétrie du champ de densité, est déjà présente à des redshifts élevés.

La différence de structuration, dont l'évolution est compréhensible à travers le seul taux de croissance linéaire D_+ , permet de suivre l'évolution temporelle des estimateurs d'asymétrie. L'estimateur de l'asymétrie associée au centre de masse d'une sphère à un rayon donné a l'évolution temporelle la plus simple. En effet, il est direct à partir de l'équation

$$\vec{x}_{\text{c.d.m.}} = \frac{1}{M_{\text{tot}}} \iiint \vec{x} \rho(\vec{x}) d^3\vec{x} \quad (5.11)$$

de montrer que le seul facteur D_+ va intervenir dans l'évolution temporelle de l'estimateur de l'asymétrie par le centre de masse.

La figure 5.10 nous montre donc la position moyenne du centre de masse d'une boule de rayon R_{sphere} positionnée sur les sphères du catalogue réaliste. Les différents centres de masse ont été renormalisés par le facteur $D_+(z)$ afin de prédire, à partir du centre de masse à un redshift donné, le centre de masse évolué linéaire en $z = 0$. La courbe rouge, correspondant au barycentre de la sphère de rayon croissant en $z = 0$, montre clairement le pic caractéristique d'un maximum d'asymétrie en $R_{\text{sphere}} = 85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Au-delà de ce pic, on observe une diminution de l'asymétrie qui, à terme devrait se traduire par un retour au centre géométrique de la sphère. Les trois autres courbes indiquent l'évolution temporelle corrigée par l'évolution linéaire du barycentre de la sphère. Le maximum, situé aux alentours de $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ se maintient, ce qui indique que le champ de densité à des redshift élevés, est déjà marqué par un pic d'asymétrie à des échelles intermédiaires.

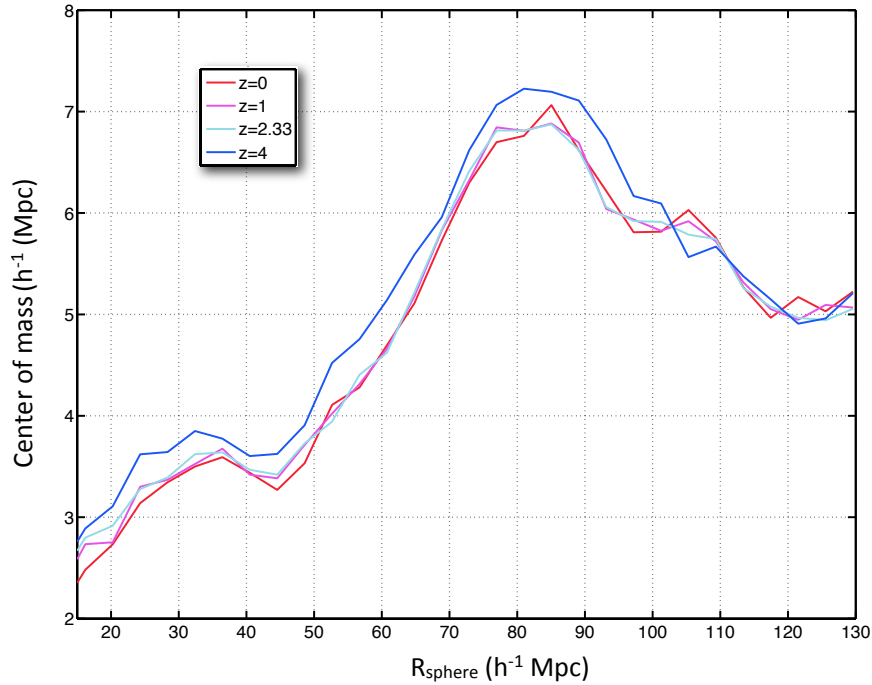


FIGURE 5.10: Évolution temporelle du centre de masse du catalogue réaliste de $z = 0$ (en rouge) à $z = 4$ (en bleu foncé) en cosmologie Λ CDM. Les différents barycentres ont été renormalisés par leur évolution linéaire donnée par $D_+(z)$ afin de comparer les positions et les amplitudes des pics à différents redshifts avec le barycentre en $z = 0$. Le maximum d'asymétrie, situé à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, est déjà présent à des redshifts élevés.

L'absence de convergence évidente du centre de masse vers le centre géométrique de la sphère à des échelles de $130 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ nous invite à considérer l'index d'asymétrie introduit dans ce chapitre. Le calcul numérique de l'index d'asymétrie étant peu efficace, il est trop long de le réitérer trois nouvelles fois. De plus, afin de capter le maximum d'asymétrie, seules les échelles supérieures à $\sim 40 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ nous intéressent. Nous allons donc utiliser le centre de masse à travers la formule (5.7) afin d'obtenir rapidement l'index d'asymétrie à des échelles supérieures à $\sim 20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

Ce calcul nous permet d'obtenir la figure 5.11. Celle-ci nous montre l'évolution temporelle de l'index d'asymétrie calculé sur le champ de densité dans des sphères de rayons croissants. Celui-ci est correctement normalisé entre 0 et 1 et présente un maximum local vers $80 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, en accord avec la figure 5.6. Ce maximum local reste positionné à la même échelle lors de l'évolution temporelle. On observe également une convergence vers la symétrie au fur et à mesure que le rayon de la sphère augmente et ce, quel que soit le redshift observé.

L'asymétrie du champ de matière étant marquée à chaque instant de l'histoire de l'Univers, elle doit également être présente dans les conditions initiales de la simulation i.e. dépendante du choix de phases initiales. Le problème du « bulk flow » anormalement

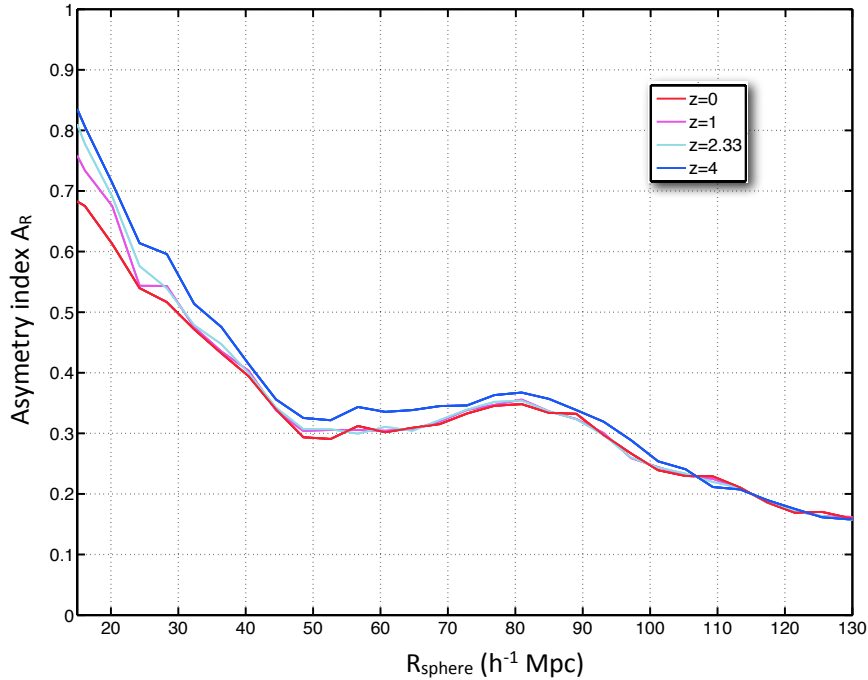


FIGURE 5.11: Évolution temporelle de l'index d'asymétrie des catalogues réalistes de $z = 0$ (en rouge) à $z = 4$ (en bleu foncé) en cosmologie Λ CDM. Les différents index d'asymétrie ont été renormalisés par leur évolution linéaire afin de comparer leurs caractéristiques à différents redshifts à l'index d'asymétrie mesuré aujourd'hui. L'excès d'asymétrie à $\sim 80 h^{-1} \text{ Mpc}$ est clairement visible, ainsi que la reconvergence vers la symétrie à grandes échelles.

élevé peut donc être repensé, soit en terme de choix de phases, soit, de manière équivalente sous une hypothèse d'ergodicité, en terme de positions particulières dans l'Univers. Une mesure de l'index d'asymétrie dans les conditions initiales serait à même d'indiquer ce lien fort entre « bulk flow » anormal et choix de phases initiales.

Cependant, d'un point de vue numérique, les différences d'asymétrie sont très faibles dans les conditions initiales, toutes les particules étant positionnées au centre de leurs cellules PM associées. Pour des raisons numériques, cela ne permet donc pas d'observer un quelconque maximum d'asymétrie. Ces effets numériques sont d'ors et déjà visibles dans toutes les figures concernant le champ de densité : alors que l'accord entre les estimateurs d'asymétrie entre $z = 0$ et $z = 2.33$ est parfait, nous observons une légère dérive lorsque l'asymétrie est calculée en $z = 4$. À ces redshifts, l'amplitude des fluctuations du champ de densité est en effet quinze fois plus faible qu'en $z = 0$ si l'on considère l'évolution linéaire, ce qui bruite déjà notre estimation de l'asymétrie.

5.2.2 Évolution linéaire du lien entre asymétrie et mouvement d'ensemble

Les mesures en redshift indiquent que le mouvement d'ensemble local actuel existait déjà à des redshifts plus élevés. Comme le montre la figure 4.13, son amplification a suivi l'évolution temporelle linéaire, régie par le facteur $\mathcal{A}(z)$. Le « bulk flow » issu des catalogues réalistes est donc bien une quantité linéaire à tous points de vue : la probabilité d'un flot cosmique moyen en accord avec un profil du type Watkins et al. est explicable grâce à la prédiction linéaire spatiale ; la prédiction linéaire concernant l'évolution temporelle nous permet également de retrouver l'amplitude du « bulk flow » à différents redshifts. En extrapolant ce dernier point, cela nous montre que le mouvement d'ensemble local anormalement élevé est déjà présent dans les conditions initiales.

Le lien entre asymétrie du champ de matière à grandes échelles et champ de vitesse se maintient également lorsque nous étudions plusieurs redshifts différents. En effet, l'amplitude de l'index d'asymétrie renormalisé par l'évolution linéaire en raison du D_+ reste constante au cours du temps. Cela indique que le lien entre l'asymétrie du champ de densité à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et le mouvement d'ensemble local particulièrement élevé à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ se maintient au cours du temps. Ce problème peut donc être réinterprété en terme du choix des conditions initiales dans un champ de densité gaussien : le choix de phases initiales fixe le nombre et l'amplitude des déviations par rapport à la linéarité. Un observateur, tel Watkins et al., occupant une position rare dans l'Univers réalise donc des mesures différentes de la prédiction linéaire car son environnement est initialement rare. Cette conclusion nous amène à nous interroger sur la position des observateurs mesurant des profils de champ de vitesse à la Watkins et al. Cette question sera développée dans la prochaine section.

5.3 Origine de l'asymétrie responsable du flot cosmique : corrélation entre champs de vitesse et pics de densité

L'étude statistique de l'asymétrie du champ de matière des catalogues réaliste et linéaire a permis de mettre en évidence l'existence d'un arrangement de structures à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ responsable du mouvement d'ensemble anormal mesuré à $50 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ dans le modèle Λ CDM. Cependant, en considérant chacun de nos centres comme la réalisation d'un événement rare dans un champ gaussien, cette analyse dynamique ne donne aucune information sur la position des centres du catalogue reproduisant les observations de Watkins et al. En particulier, la mise en évidence de cette asymétrie n'indique pas une distribution particulière des 255 centres sélectionnés au sein du catalogue réaliste par rapport aux 20000 centres jetés aléatoirement dans le volume simulé.

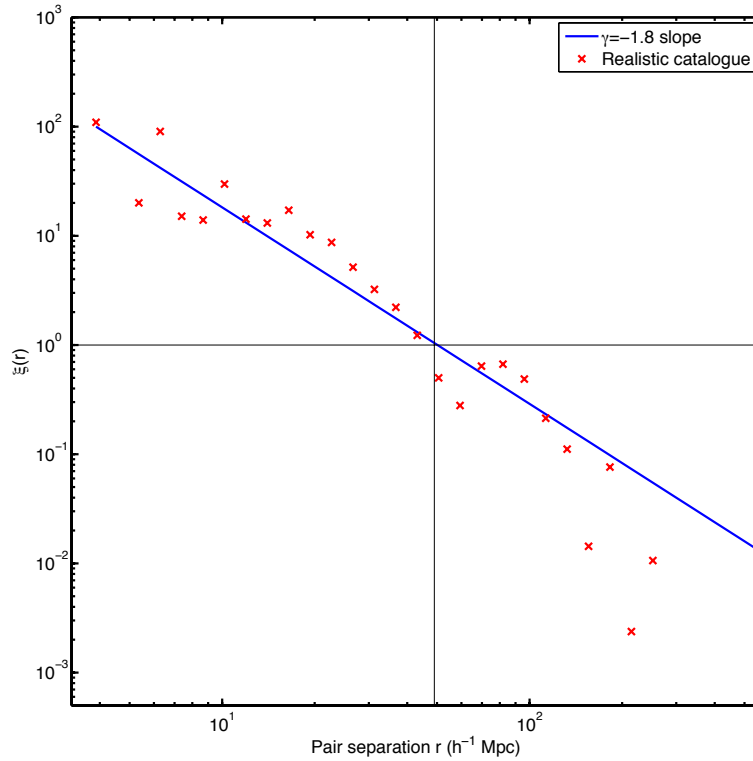


FIGURE 5.12: Fonction d'auto-corrélation des centres du catalogue réaliste. Cette fonction est en accord avec une loi de puissance de paramètre $\gamma = -1.72$ et une distance de corrélation $r_0 = 55 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

Dans un premier temps, il convient de montrer que les centres du catalogue réaliste se trouvent bien en des positions particulières. Pour cela, nous allons caractériser la distribution des centres du catalogue réaliste en faisant appel à la fonction d'auto-corrélation. La caractérisation d'un ensemble de points par une fonction d'auto-corrélation est détaillée Chapitre 6. Le résultat du calcul de la fonction de corrélation pour les centres réalistes est indiquée figure 5.12 : une paramétrisation de la fonction de corrélation $\xi(r)$ sous la forme d'une loi de puissance $(r/r_0)^\gamma$ nous donne une valeur de $\gamma = -1.72$ et $r_0 = 55 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. On retrouve le facteur -1.8 typique d'un mécanisme d'effondrement gravitationnel. Ainsi, cette valeur de γ nous indique que la répartition des centres du catalogue réaliste n'est pas le fait du hasard mais découle d'un mécanisme gravitationnel. La distance de corrélation r_0 a une valeur élevée, ce qui montre que la distance caractéristique entre deux centres du catalogue réaliste à la Watkins et al. est importante. Nous montrerons que de telles valeurs de la distance caractéristique ne sont atteintes que pour des halos de masse élevée, ce qui invite à associer les centres ayant des champs de vitesse anormaux avec les halos de forte masse.

Ainsi, les positions des centres du catalogue réaliste ne sont pas aléatoires mais liées avec le champ de matière sous-jacent. En particulier, la large distance de corrélation

r_0 invite à étudier la corrélation des positions des centres avec la position des halos de forte masse dans l'Univers. Cette conclusion est en accord avec l'étude statistique de l'asymétrie montrant que l'existence d'un flot moyen important demande une asymétrie élevée. Cette asymétrie importante ne peut résulter que de la proximité ($\sim 85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$) avec des structures de masse importante.

Dans la suite, nous allons donc caractériser, pour l'ensemble des centres du catalogue réaliste, la proximité de ces centres avec un pic de densité. Ces pics de densité sont obtenus grâce à une méthode de reconstruction du champ de densité que nous détaillons paragraphe 5.3.1. Ainsi, la distance au premier pic de densité nous permettra de comprendre pourquoi les centres du catalogue réaliste sont situés en des positions particulières. En plus d'une explication sur la distribution des environnements exhibant un profil de « bulk flow » anormalement élevé, cette mise en évidence fera également le lien avec l'asymétrie à grandes échelles. Finalement, le profil particulier des flots cosmiques moyens invite également à caractériser aux petites échelles les centres du catalogue réaliste afin de comprendre pleinement leurs positions dans la simulation. En particulier, cette caractérisation des premiers pics de densité voisins nous amènera à conclure sur la position des centres du catalogue réaliste par rapport aux filaments et aux vides cosmiques.

5.3.1 Méthode de reconstruction du champ de densité

Afin de reconstruire au plus près le champ de densité en s'affranchissant des effets de grilles, un schéma complexe d'interpolation appelé « Smooth Particle Hydrodynamics » (ou SPH) a été implémenté. Le principal intérêt de cette méthode est de respecter la radialité lors de la mesure de hauteur des pics de densité. Cette méthode consiste en l'introduction d'une extension spatiale pour chaque particule de matière noire. Cette extension spatiale est utilisée pour moyenniser les propriétés des particules de matière noire grâce à une fonction noyau, également appelée kernel. Cela signifie que n'importe quelle quantité physique associée à une particule peut être obtenue en sommant chaque contribution des particules situées à la distance fixée par le kernel.

Les contributions de chaque particule à une quantité physique donnée sont donc lissées en fonction de la distance à la particule d'intérêt et de la densité locale. Mathématiquement, ce lissage est défini au travers de la fonction kernel W : ce noyau est en général pris comme une fonction gaussienne ou un spline cubique d'Hermite. Ces deux fonctions présentent l'avantage d'annuler toutes contributions au-delà d'un certain nombre de fois l'échelle de lissage : le spline cubique annule exactement toutes contributions au-delà de deux longueurs de lissage alors que l'on considère que la gaussienne les annule au-delà de cinq longueurs de lissage. Cela présente l'avantage d'accélérer les calculs numériques en excluant les apports extrêmement faibles des particules lointaines.

Ainsi, une quantité physique \mathcal{Q} calculée en la position d'une particule \vec{r}_i est donnée par l'équation suivante

$$\mathcal{Q}(\vec{r}_i) = \sum_j m_j \frac{\mathcal{Q}_j}{\rho_j} W(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, \lambda), \quad (5.12)$$

dans laquelle m_j est la masse de la j -ième particule, \mathcal{Q}_j la valeur de la quantité \mathcal{Q} pour la j -ième particule, ρ_j la densité associée à la j -ième particule et $W(\vec{X}, \lambda)$ la fonction noyau dont l'échelle de lissage λ est mentionné ci-dessus. En principe, la somme sur la variable j s'étend sur toutes les particules de la simulation.

Une quantité physique particulièrement intéressante est la densité de la i -ème particule située au point \vec{r}_i . Dans le cas simplifié d'une simulation où toutes les particules ont une masse m identique, la densité pour la i -ème particule de la simulation est alors simplement la somme de toutes les contributions des particules englobées par la fonction noyau :

$$\rho_i = \rho(\vec{r}_i) = \sum_j m_j W(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, \lambda) = m \sum_j W(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, \lambda). \quad (5.13)$$

Notons qu'il existe des codes hydrodynamiques cosmologiques tels GADGET [95, 96] qui utilisent la méthode SPH combinée à un solveur afin de résoudre une version relaxée des équations de Vlasov-Poisson.

Cette méthode d'interpolation du champ de densité, implémentée en Fortran et parallélisée MPI, se révèle crucial pour la détermination de l'origine dynamique du « bulk flow » anormalement élevé à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$: en s'affranchissant des effets de grille, nous atteignons une précision importante sur la position de la structure ou du pic de densité responsable de l'organisation des centres du catalogue réaliste.

5.3.2 Distance au premier pic de densité

Afin de comprendre la distribution des observateurs mesurant des champs de vitesse anormalement élevés (e.g. dans nos catalogues réalistes), une méthode simple est de calculer la distance caractéristique entre la position du centre de la bulle (position de l'observateur) et la position du premier pic de densité de hauteur supérieure à une limite fixée Δ . Cette longueur au premier pic de densité dépend *à priori* de plusieurs paramètres : l'échelle de lissage λ introduite lors de l'interpolation SPH (voir paragraphe 5.3.1) et la valeur du pic de densité i.e. la masse de l'ensemble de structures détecté dans le volume défini par l'échelle de lissage λ . Une méthode brutale consiste en un pavage de cet espace des paramètres (λ, Δ) à la recherche de distribution caractéristique pour la distance entre les centres du catalogue réaliste et le premier pic de densité de hauteur supérieure à Δ .

La figure 5.13 nous présente l'effet de la longueur d'échantillonnage λ sur la reproduction d'un champ de densité mono-dimensionnel représenté en bleu : le champ de densité

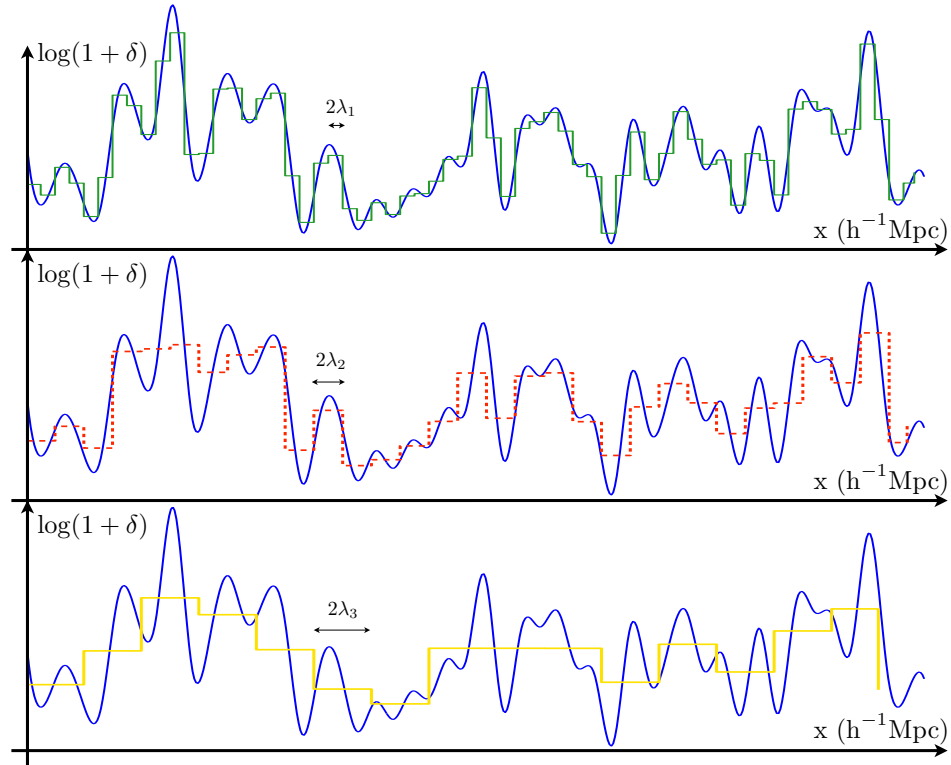


FIGURE 5.13: Effet de la longueur de lissage sur la mesure du champ de densité : plus l'échelle de lissage est importante (de haut en bas), plus le comportement aux grandes échelles du champ de densité en bleu est sondé.

échantillonné correspondant à trois échelles de lissage différentes sont représentées. Plus l'échelle de lissage est faible, plus la reconstruction des pics de densité est précise. Une longueur d'échantillonnage plus grande entraîne un lissage important du champ de densité, ce qui va nous permettre de sonder le comportement du champ de densité à grandes échelles. Toutefois, globalement, les surdensités et les sous-densités restent à la même position. Finalement, à une surdensité δ et une échelle de lissage λ , nous pouvons associer une masse moyenne contenue à l'intérieur de la boule SPH. Celle-ci s'exprime comme suit :

$$\bar{M} = \frac{4}{3}\pi\lambda^3\bar{\rho}(1 + \delta) . \quad (5.14)$$

Jusqu'à présent, nous n'avons pas discuté le choix des paramètres (λ, Δ) . Nous choisissons de nous appuyer sur la densité de probabilité ainsi que sur la fonction de répartition des surdensités. En effet, à partir de la statistique des boules SPH, il est direct d'obtenir la fonction de distribution des surdensités. Les longueurs de lissage choisies correspondent à la limite entre le régime linéaire et non-linéaire ($8 h^{-1}$ Mpc) ainsi qu'à des échelles sondant de plus en plus le régime non-linéaire. Nous ne sondons pas le régime purement linéaire, les échelles de lissage devenant alors trop importante par rapport à l'échelle du

maximum du « bulk flow ».

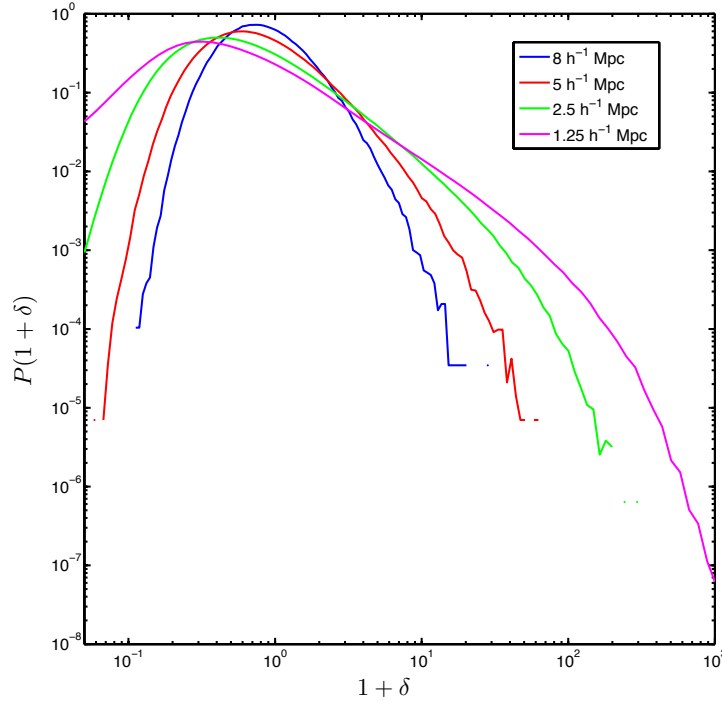


FIGURE 5.14: Densité de probabilité des surdensités en fonction de l'échelle de lissage. Ces échelles sont choisies de manière à être à la limite du linéaire (i.e. $8 h^{-1}$ Mpc) et à sonder le régime non-linéaire.

La fonction de distribution, présentée figure 5.14 pour quatre rayons de lissage, montre un comportement différent pour les surdensités d'une échelle à l'autre : pour une longueur de lissage de $8 h^{-1}$ Mpc, la fonction de distribution, bien modélisée par une loi log-normale dans le régime quasi-linéaire, se rapproche d'une gaussienne. Plus les échelles sont faibles, plus la modélisation par une loi-normale devient caduque, les non-linéarités augmentant la probabilité d'observer un événement rare.

Afin de déterminer les paramètres (λ, Δ) , nous allons nous intéresser à la fonction de répartition. Celle-ci va en effet nous permettre de fixer des seuils pour les surdensités en terme de niveau de confiance. De cette manière, connaissant la fonction de répartition pour chaque rayon de lissage déterminée précédemment, nous allons pouvoir déterminer de manière univoque les seuils à utiliser pour identifier les pics de densité premiers voisins d'un centre du catalogue réaliste. Les fonctions de répartition, représentées en couleur pour les différents rayons sélectionnés sur la figure 5.15, augmentent continument de 0 à 1. L'étude des champs de vitesse a montré que l'observation d'un flot cosmique d'une telle amplitude à $53 h^{-1}$ Mpc est exclu à 3σ . Nous choisissons naturellement cette limite ayant un sens uniquement dans le cas gaussien. La transposition en terme de pourcentage nous donne une exclusion à 99.73% de niveau de confiance. Cette droite, illustrée en noir

sur la figure 5.15, est visible dans le médaillon en bas à droite. Afin d'encadrer cette limite, nous choisissons également les limites à 1σ (i.e. 68% de niveau de confiance) et 5σ (i.e. 99.99% de niveau de confiance). Ces limites statistiques nous permettent, pour

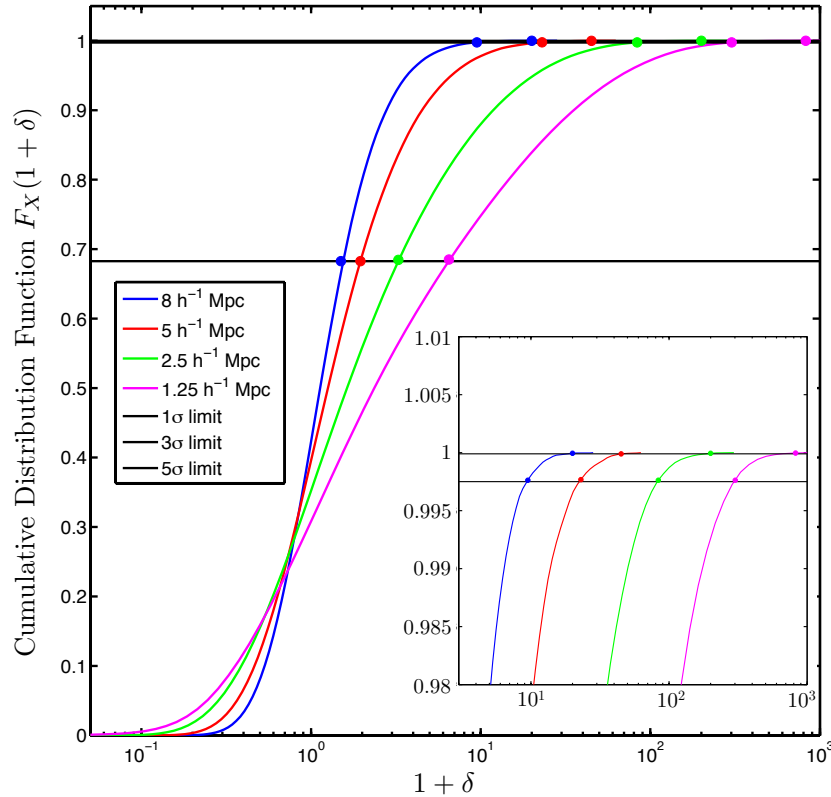


FIGURE 5.15: Fonction de répartition des surdensités en fonction de l'échelle de lissage. Nous fixons trois seuils statistiques à 1, 3 et 5 σ (ici en noir dans le cas gaussien) : ceux-ci, exprimés en pourcentage, permettent de trouver, à une échelle de lissage λ donnée, le seuil Δ à appliquer sur les surdensités. Nous prenons soin de déterminer les limites à $N\sigma$ en cherchant l'écart $\Delta_{N\sigma}$ au pic Δ_{max} de la pdf tel que :

$$F_X(\Delta_{max} + \Delta_{N\sigma}) - F_X(\Delta_{max} - \Delta_{N\sigma}) = N\sigma.$$

un rayon de lissage donné, de fixer de manière univoque le seuil Δ sur la surdensité. En d'autres termes, tous les seuils Δ seront équivalents, d'un rayon à l'autre, à un certain niveau de confiance – à savoir 1, 3 ou 5 σ . Nous pourrions donc comprendre, à un niveau de confiance donné, l'influence de l'échelle de lissage λ et du seuil Δ sur la distribution des pics de densité premiers voisins d'un centre du catalogue réaliste.

5.3.3 Distribution spatiale des flots cosmiques anormaux

La figure 5.16 nous montre les histogrammes des distances des centres des objets du catalogue réaliste avec le premier pic de densité en fonction de l'échelle de lissage λ (de haut en bas) et en fonction du seuil Δ (de gauche à droite) déterminé par la méthode décrite précédemment. Afin de détailler les différentes hauteurs de pic de premier voisin,

nous indiquons par les couleurs rouge, bleu et vert les pics de densité dont la hauteur est respectivement supérieure à la limite Δ , $\Delta + 15\%$ et $\Delta + 30\%$. Par exemple, pour la figure en haut à gauche, le seuil minimal de sélection Δ est égal à 0.5. La hauteur totale du bin indique le nombre de voisins dont la hauteur du pic est supérieure à Δ . Pour le premier bin, 15% des premiers voisins ont une hauteur comprise entre 0.5 et 0.58 (en rouge) ; 15% des premiers pics de densité voisin ont une hauteur comprise entre 0.58 et 0.65 (en bleu) ; 70% des premiers pics ont une hauteur supérieure à 0.65 (en vert).

Décrivons tout d'abord la forme des distributions des premiers voisins pour le rayon de lissage le plus important ($\lambda = 8 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$). Si l'on recherche auprès des centres du catalogue réaliste des pics de densité dont la hauteur est faible (graphique en haut à gauche), nous voyons que la distance moyenne au premier voisin s'étend de manière constante de 5 à $\sim 20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et chute brusquement au-delà. Cela signifie que, pour des distances supérieures à $30 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, tous les objets du catalogue réaliste ont un pic de densité voisin de la hauteur voulue. Les différentes couleurs nous montrent que presque la totalité des pics ont une hauteur supérieure à 0.65. Cela signifie que peu de pics très faibles sont à une distance inférieure à $30 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ des centres du catalogue réaliste à la Watkins et al. : les régions ainsi mises en évidence sont donc à mettre en corrélation avec des filaments plutôt qu'avec des vides.

La figure centrale nous montre une distribution gaussienne de moyenne $82 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et d'écart-type $24 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Parmi les premiers pics de densité voisin d'un centre à la Watkins et al., il existe une grande diversité de hauteur de pics, avec près de la moitié des pics ayant une hauteur comprise entre 8.5 et 9.8. Une distance caractéristique, située autour de $82 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, est donc mise en évidence : soulignons que cette échelle est proche de la distance du maximum de l'index d'asymétrie.

La figure de droite, recherchant les pics de densité les plus élevés parmi les voisins des centres du catalogue réaliste, nous montre une distribution asymétrique avec deux maxima à 240 et $280 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Si nous approchons cette distribution sous la forme d'une gaussienne, celle-ci a une moyenne de $240 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et un écart-type de $60 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Cependant, deux raisons nous poussent à nous interroger sur la pertinence d'une telle modélisation. Premièrement, le meilleur fit gaussien sous-estime la distribution loin de la moyenne et la sur-estime en son centre. Cela tend à nous indiquer que le fit gaussien n'est pas approprié. Deuxièmement, cette gaussienne a un écart-type élevé indiquant que toutes les échelles de 180 à $300 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ jouent un rôle significatif. Cette très large gamme d'échelles peut être le simple reflet du faible nombre d'événements à 5σ , qui entraîne alors mécaniquement une distribution poissonnienne de large écart-type.

La conclusion de l'étude de la distance des centres du catalogue réaliste au premier pic de densité pour ce rayon de lissage est simple : la position des centres du catalogue réaliste est liée à la présence d'un pic de densité d'une hauteur équivalente à

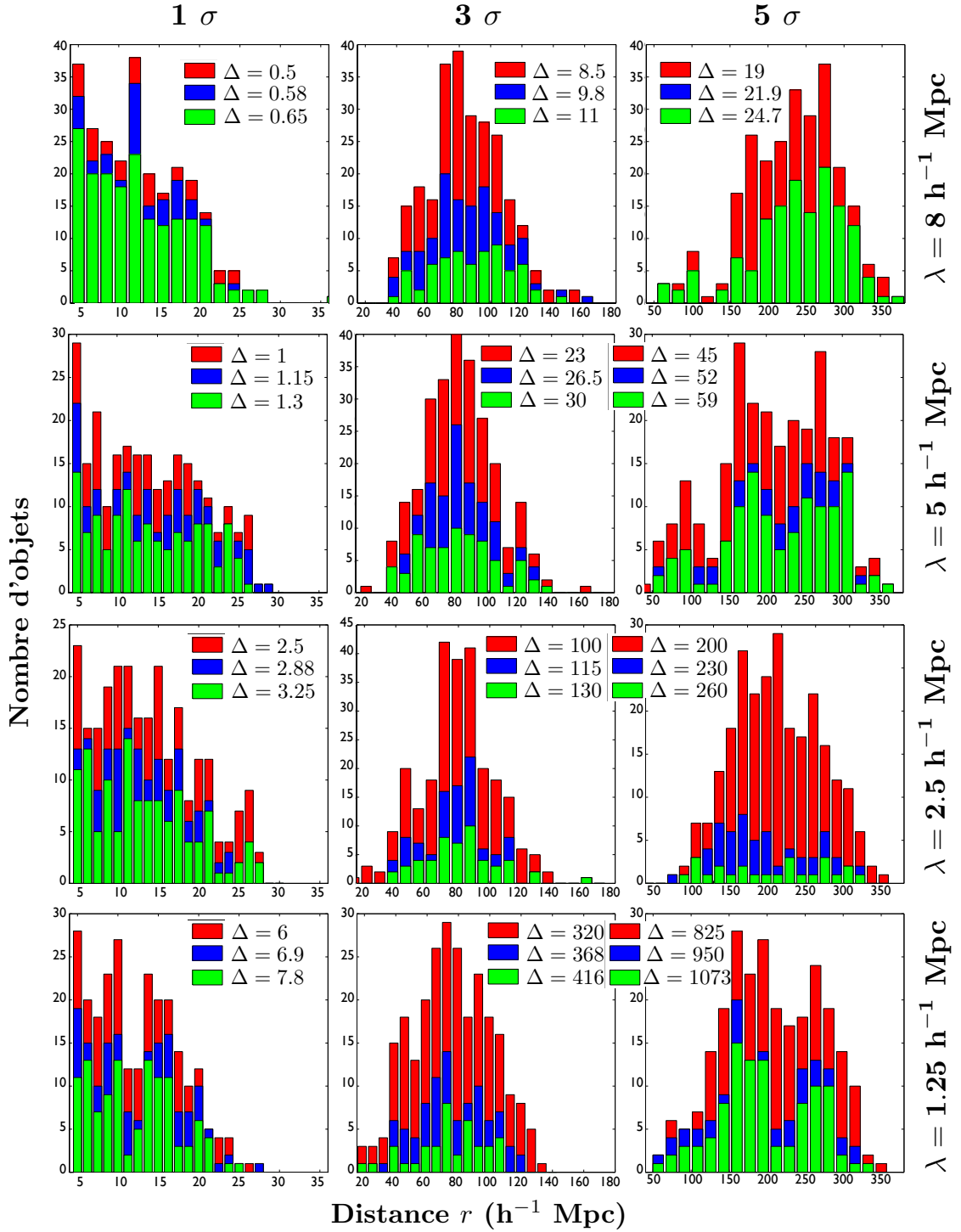


FIGURE 5.16: Distance des centres des objets du catalogue réaliste au premier pic de densité en fonction de l'échelle de lissage λ (de haut en bas) et du seuil Δ (de gauche à droite). La hauteur totale indique le nombre de pics ayant une densité supérieure à la limite Δ à une distance r d'un centre du catalogue réaliste. En rouge, vert et bleu sont indiquées les fractions de pics de densité comprises entre les limites de la légende.

une masse $M = 1.5 \times 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$ défini statistiquement à 3σ et situé à une distance de $82 h^{-1} \text{ Mpc}$. Cependant, afin de confirmer et d'affiner cette conclusion, il convient

	1σ	3σ	5σ
$8 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$	$\mu_1 = 9.1$ $\mu_2 = 6.2$	$\mu_1 = 82$ $\mu_2 = 24$	$\mu_1 = 240$ $\mu_2 = 60$
$5 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$	$\mu_1 = 12$ $\mu_2 = 7.7$	$\mu_1 = 79$ $\mu_2 = 22$	$\mu_1 = 218$ $\mu_2 = 80$
$2.5 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$	$\mu_1 = 12$ $\mu_2 = 6.5$	$\mu_1 = 79$ $\mu_2 = 22$	$\mu_1 = 191$ $\mu_2 = 70$
$1.25 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$	$\mu_1 = 9$ $\mu_2 = 6.5$	$\mu_1 = 76$ $\mu_2 = 26$	$\mu_1 = 206$ $\mu_2 = 72$

TABLE 5.1: Paramètres de fit gaussien pour les distributions des premiers pics de densité voisins en fonction du rayon de lissage et du seuil statistique. Le moment d'ordre un de la gaussienne (i.e. la moyenne) est noté μ_1 alors que le moment d'ordre 2 est noté μ_2 .

d'étudier la convergence de ces mesures lorsque nous changeons l'échelle de lissage λ . En effet, un sur-échantillonnage peut modifier certaines distributions en faisant apparaître de nombreux pics de densité peu représentatifs de leurs environnements. De même un sous-échantillonnage peut impliquer un étalement important des distributions en mêlant de manière trop prononcée vides et structures.

Sachant que les seuils sont fixés sur un critère statistique, nous serons à même de suivre les pics de densité d'un rayon de lissage à l'autre. Ainsi, une distribution conservant les mêmes moments sera considérée comme étant le reflet d'un même pic de densité, que l'on retrouve en faisant varier la taille de l'échantillonnage du champ de densité. À l'inverse, une distribution dont les moments varieront avec l'échelle de lissage sera le signe d'une très grande variété des pics de densité.

L'effet de l'échelle de lissage est indiquée de haut en bas sur la figure 5.16. La deuxième série de figure est obtenue avec une échelle de lissage de $5 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et les suivantes avec des échelles respectivement deux et quatre fois plus faibles afin de sonder le régime non-linéaire (i.e. les pics de densité les plus élevés). Une fois le champ de densité échantillonné, nous parcourons encore une fois l'ensemble des seuils : notre méthode revient alors à sonder plus précisément le champ de densité contenu dans la bulle de rayon λ . Nous remarquons globalement des tendances identiques pour chaque longueur de lissage : pour une limite Δ faible, il existe toujours un pic de densité voisin d'une distance inférieure à $35 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$; pour les seuils les plus importants, la distribution des premiers voisins reste quelconque, approchable grossièrement par une gaussienne centrée autour de $200 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et un écart-type de $\sim 80 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Les valeurs des « best fits » pour un cas gaussien sont indiquées dans le tableau 5.1. La grande diversité des moyennes (entre 191 et $240 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$) et des écarts-types associés aux événements à 5σ montrent que les plus fortes concentrations de matière dans l'Univers ne sont pas liées à la position des centres du catalogue réaliste.

On remarque l'accord entre les quatre distributions centrales avec un pic très net autour de $80 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et des écarts-types faibles indiquant des gaussiennes piquées. Cet accord est souligné par un test d'adéquation de Kolmogorov-Smirnov. Celui-ci indique que si les trois distributions proviennent de la même loi, alors la probabilité d'observer une statistique $D = 0.19$ aussi éloignée de 0 vaut 0.80. La probabilité est donc ici de 80% : on ne rejette donc pas l'hypothèse nulle (i.e. ces distributions suivent la même loi). Les quatre distributions découlent bien de la même loi statistique.

Cependant, nous voyons apparaître pour les pics de densité les plus faibles (respectivement les plus élevés) les problèmes associés au sous-échantillonnage (respectivement au sur-échantillonnage) consistant en un étalement de la gaussienne. Dans un cas, cet étalement est lié à la prise en compte d'un trop grand nombre d'échelles. Dans le second cas, l'étalement de la distribution est associé au sur-échantillonnage du champ de densité, faisant apparaître de très nombreux pics de densité à l'intérieur des bulles de rayon λ précédemment identifiés.

Ainsi, en considérant les échelles de lissage intermédiaires, nous pouvons, à partir de la valeur du seuil, déterminer la masse équivalente. Les positions des centres du catalogue réaliste sont alors toutes reliées à la présence comme premier voisin d'un pic de densité contenant une masse de $7 \times 10^{14} \text{ h}^{-1} \text{ M}_\odot$ à une distance de l'ordre de $80 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. La présence d'un tel pic de densité, contenant $7 \times 10^{14} \text{ h}^{-1} \text{ M}_\odot$ dans une bulle de $2.5 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ de rayon, à cette distance caractéristique de $80 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ permet d'expliquer également l'asymétrie du champ de matière tridimensionnel aux mêmes échelles.

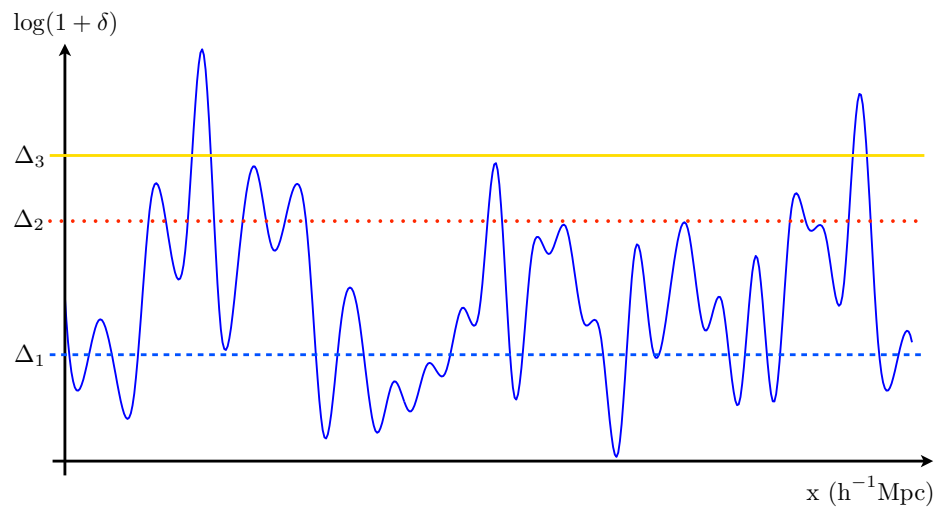


FIGURE 5.17: Effet du seuil sur l'identification du pic de densité voisin d'un centre du catalogue réaliste (présentant un profil de flot cosmique suivant la tendance indiquée par les mesures de Watkins et al.). Un seuil faible Δ_1 va entraîner de nombreux voisins très proches. Un seuil important Δ_3 identifie les rares pics très élevés. Un seuil intermédiaire nous permet de comprendre la raison de la position des centres du catalogue réaliste.

Finalement, afin de comprendre ces profils en fonction de l'évolution du seuil, revenons à la méthode employée et en particulier à la seconde opération, consistant en l'application d'un seuil Δ défini de manière statistique afin de sélectionner uniquement les pics dont la hauteur est supérieure à cette limite. La figure 5.17 représente cette opération de seuillage sur un champ de densité continu (en bleu). À partir de ce graphique, il nous est possible de comprendre la répartition de centres du catalogue réaliste et la raison du lien entre centres du catalogue réaliste et pics de densité d'une hauteur intermédiaire.

Pour quantifier de manière locale les centres du catalogue réaliste, considérons tout d'abord la limite basse à 1σ Δ_1 : peu importe la position des centres à la Watkins et al., ces centres seront toujours très proches d'un pic de densité de hauteur supérieure à Δ_1 . Cela implique un début de distribution très plane. La pire des situations se produit lorsqu'un centre du catalogue réaliste se trouve au milieu d'un vide. Dans ce cas, le premier voisin dépassant le seuil Δ_1 sera très éloigné du centre à la Watkins. Ces événements rares correspondent à la décroissance rapide observée au-delà d'une certaine échelle. En d'autres termes, les valeurs de pic de densité Δ_1 considéré étant caractéristique des filaments de matière noire, nous pouvons conclure que les centres du catalogue réaliste sont localement proches de filaments. Toutefois, en fixant une limite au pallier à $20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, environ 20% de ces centres seront dans des zones sous-denses.

La limite à 5σ Δ_3 nous permet d'expliquer les distributions des premiers voisins observées dans la colonne de droite de la figure 5.16. Graphiquement, nous voyons qu'un seuil important Δ_3 sélectionne les rares pics très élevés. La rareté de ces événements va entraîner une distribution poissonnienne avec un large écart-type sans réel interprétation possible, tant le nombre d'échelles en jeu semble important. Ainsi, dans le cas de nos mesures numériques, les gaussiennes utilisées pour approcher les distributions se révèlent être extrêmement larges, avec des écarts-types de l'ordre de $\sim 80 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

Finalement, en considérant la limite à 3σ Δ_2 , nous pouvons comprendre la distribution des premiers voisins entre centres du catalogue aléatoire et pics de densité de valeur intermédiaire. En effet, dans un cas où les centres du catalogue à la Watkins et al. sont positionnés aléatoirement, la valeur du seuil Δ_2 doit impliquer une distribution similaire à celle induite par Δ_1 avec une forme particulière ou Δ_3 avec un écart-type important. Cependant, nous avons vu précédemment que pour certaines valeurs de Δ , nous mettons en évidence une distribution gaussienne centrée sur $\sim 80 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ avec un écart-type faible ($\sim 20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$). Cela indique donc que les premiers voisins à des hauteurs intermédiaires sont positionnés de manière non aléatoire : les centres du catalogue réaliste sont donc tous associés à la présence à une distance de $80 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ d'un pic de densité statistiquement rare (à 3σ) d'une valeur intermédiaire enserrant une masse de l'ordre de $7 \times 10^{14} \text{ h}^{-1} \text{ M}_\odot$.

Afin de souligner d’une manière plus évidente encore le lien entre ces pics de densité à 3σ et le flot cosmique élevé, nous corrèlerons dans un futur proche la direction donnée par le pic de densité identifié et celle du flot cosmique à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Cette mise en évidence utilisera la même méthode que celle développée autour de l’équation (5.10) et permettra de conclure définitivement sur le rôle joué par ce pic de densité à 3σ .

Ces Chapitres 4 et 5 ont donc permis d’étudier en détail la raison de l’existence d’un champ de vitesse anormalement élevé dans les observations récentes menées par Watkins et al. [51]. En particulier, en interprétant les observations sous la forme de la réalisation d’un événement statistiquement rare et en faisant appel à la construction de catalogue numérique au sein de simulations hautes performances, nous avons démontré la cohérence des mesures observationnelles avec la théorie linéaire. À partir de la déviation du flot cosmique à la prédiction linéaire, nous avons introduit une nouvelle sonde de la cosmologie utilisant la convergence à la théorie linéaire.

Dans ce chapitre, nous nous sommes plus particulièrement intéressés à l’origine dynamique du « bulk flow » et à la raison du positionnement des centres du catalogue réaliste en Λ CDM. En se plaçant dans le cadre d’un événement statistiquement rare en théorie linéaire et en combinant le caractère vectoriel des champs de vitesse et une mesure quantitative de l’asymétrie du champ de densité dans une boule de matière, nous avons montré que l’origine dynamique du flot cosmique anormalement élevé à $53 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ est une asymétrie du champ de matière tridimensionnel à des échelles de l’ordre de $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Une analyse temporelle nous a également permis de démontrer le lien entre le mouvement d’ensemble local anormalement élevé aujourd’hui et celui à haut redshift – voire dans les conditions initiales.

Cependant, l’identification de cette origine dynamique ne renseigne pas sur la raison de la position des centres du catalogue réaliste. Ainsi, afin de comprendre la raison de ce positionnement, nous avons fait appel à un lissage du champ de densité. Au sein de ce champ lissé, nous avons recherché quel est le pic de densité supérieur à une hauteur donnée le plus proche d’un centre du catalogue réaliste. Cette recherche de premier voisin a permis de conclure sur la position des centres du catalogue réaliste : plus de 80% de ces centres sont situés à moins de $20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ de filaments, les 20% restants étant dans des régions sous-denses ; ces centres sont situés à une distance de $80 \pm 20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ d’un pic de densité dont la masse équivalente est de l’ordre de $7 \times 10^{14} \text{ h}^{-1} \text{ M}_{\odot}$. Cette masse est alors à même d’expliquer l’asymétrie du champ de matière à $85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ introduite pour expliquer l’origine dynamique du flot cosmique anormalement élevé.

Ces nombreux liens avec le champ de densité (fonction de distribution et de répartition, caractérisation par l’asymétrie...) nous invite à le comprendre de manière poussée (par exemple, en terme d’effondrement et de cosmologie) grâce aux fonctions de corrélation.

CHAPITRE

6

DISTRIBUTION DE LA MATIÈRE AUX GRANDES ÉCHELLES

6.1	Mesurer la distribution des galaxies	152
6.1.1	Fonctions de corrélation : définition	152
6.1.2	Lien avec le spectre de puissance du champ de densité	154
6.1.3	Calcul numérique de la fonction de corrélation	157
6.2	Fonction de corrélation dans les simulations DEUSS	158
6.2.1	Fonctions de corrélation, oscillations acoustiques de baryons	158
6.2.2	Fonction de corrélation sur les halos et biais en Λ CDM	161
6.2.3	Comparaison entre les mesures numériques et les approches théoriques du biais en Λ CDM	165
6.2.4	Influence de la cosmologie sur la fonction de corrélation et le biais	168
6.2.5	Évolution temporelle de la fonction de corrélation et du biais	171
6.3	Distribution des galaxies dans l'espace des redshifts	176
6.3.1	Fonction de corrélation dans l'espace des redshifts	176
6.3.2	Mesure des fonctions de corrélation dans l'espace des redshifts	179

La compréhension des champs de vitesse anormalement élevés à des échelles intermédiaires en faisant appel aux notions d'événements statistiquement rares a permis de caractériser le champ de densité à la fois de manière intégrée, avec l'introduction d'un estimateur appelé index d'asymétrie ainsi qu'en terme local avec l'étude de la position des événements rares par rapport aux pics de densité. Il a également permis d'introduire une sonde originale de la cosmologie, à savoir la reconvergence du moment dipolaire des champs de vitesse vers la prédiction linéaire après une échelle présentant un excès de flot cosmique.

Les champs de vitesse ont également une influence sur la distribution des galaxies observée dans les relevés du ciel tels le 2MRS ou le 6dF. Afin de comprendre cette influence, il convient, dans un premier temps, de quantifier les biais entre le champ de densité continu et le champ de densité mesuré à partir des halos de matière noire détectés dans une simulation. Dans un second temps, les distorsions associées aux vitesses particulières peuvent être mises en évidence dans l'espace des redshifts.

Cette volonté de caractériser le champ de densité nous invite à nous questionner sur l'organisation du champ de matière et en particulier sur l'existence d'un biais entre le champ de densité continu et le champ de matière échantillonné avec les halos de matière noire. Afin de préciser ces différences, la fonction de corrélation semble être l'indicateur le plus évident.

Les catalogues de galaxies du ciel profond listent seulement les positions des galaxies, des amas ou des sources radios ou X détectées. Ces positions correspondent à un échantillonnage du champ de densité sous-jacent, pouvant être reconstruit en utilisant les méthodes décrites dans le Chapitre 4 : la distribution de matière est donc indiquée par la distribution des objets dans l'Univers. Si nous supposons que tous les objets sont de la même nature au sein d'un catalogue, faisant par exemple fi de la masse d'un halo par rapport à un autre, cette distribution ne dépend plus que de la position \vec{r}_i de l'ensemble des points d'un catalogue et peut être décrite uniquement au travers de fonction de corrélation à N-points.

Il est intéressant de remarquer que les développements statistiques autour des fonctions de corrélation de ce chapitre se rapprochent des modélisations statistiques des gaz non parfaits. De nombreux travaux (Saslaw et al. [97, 98] ou Yang et al. [99]) tentent d'ailleurs de lier les approches gravitationnelle et thermodynamique afin de décrire d'une manière originale l'effondrement gravitationnel d'un ensemble d'objets en interaction.

6.1 Mesurer la distribution des galaxies

6.1.1 Fonctions de corrélation : définition

La fonction de corrélation est une mesure du degré de structuration (spatial nommé $\xi(r)$ ou angulaire appelé $\omega(\theta)$) d'un champ repéré par des particules par rapport à une distribution aléatoire. La fonction de corrélation spatiale à deux points $\xi(r)$, également appelée fonction d'autocorrélation, est définie comme l'excès de probabilité par rapport à une distribution aléatoire poissonnienne de trouver une paire de galaxies à une distance

de séparation égale à r_{12} :

$$\boxed{dP = \bar{n}^2(1 + \xi(r_{12}))dV_1dV_2} \quad (6.1)$$

avec \bar{n} la densité moyenne d'objets (particules, galaxies, halos...). La figure 6.1 résume la méthode pour obtenir la probabilité de trouver un objet dans un volume dV_1 et un objet dans un volume dV_2 à une distance r_{12} .

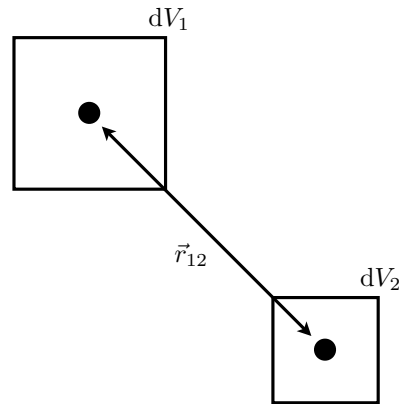


FIGURE 6.1: La fonction de corrélation à deux points décrit l'excès de probabilité, par rapport à une distribution générée par un processus aléatoire poissonnien, de trouver une galaxie dans un élément de volume dV_1 à une distance r_{12} d'une galaxie dV_2 .

La fonction de corrélation à deux points peut aussi être vue comme la réponse à la question suivante :

Sachant que l'on considère un objet au hasard, quelle est la probabilité qu'un autre objet soit présent à une distance r ?

Il est évident que dans un cas où les différents objets sont placés au hasard, suivant un processus poissonnien, la probabilité de trouver un objet proche de mon objet de départ est la même que celle de trouver un objet loin de celui-ci. En d'autres termes, la répartition de mes points étant dictée par le hasard, la probabilité de trouver deux objets ne dépend pas de la distance entre ces objets. À l'inverse, lorsqu'un processus physique structurant va intervenir, des distances ou échelles caractéristiques vont entrer en jeu.

En termes mathématiques, cette question se traduit par la formule suivante :

$$dP = \bar{n}(1 + \xi(r))dV \quad (6.2)$$

avec \bar{n} la densité moyenne d'objets, dV un élément infinitésimal de volume et $\xi(r)$ la fonction de corrélation à deux points. Sur les échelles définies par $0.1 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc} \leq r \leq 10 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, la fonction de corrélation spatiale des galaxies est assez bien décrite par une loi de puissance de la forme $\xi(r) = (r/r_0)^\gamma$ avec une pente $\gamma = -1.8$ et une échelle de corrélation $r_0 \sim 5 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Cette échelle de corrélation nous renseigne sur l'intensité

de la structuration. Cette intensité étant différente d'un modèle cosmologique à l'autre, l'échelle de corrélation est directement reliée à la cosmologie : en particulier, nous montrons que la longueur de corrélation est très différente entre les modèles Λ CDM, RPCDM et SUCDM.

La fonction de corrélation angulaire peut également être décrite par une loi de puissance, avec $\omega(\theta) = A\theta^{1+\gamma}$. La quantité A dépend de la profondeur du relevé de galaxie, en raison de la dilution du signal due aux divers effets de projection.

Les définitions décrites ci-dessus, faisant appel à une comparaison avec une distribution poissonnienne, sont toutefois assez éloignées de la définition mathématique habituelle d'une fonction de corrélation¹. Cependant, nous pouvons faire le lien avec cette définition mathématique i.e. $\rho_{X,Y} = E[(X - E(X)) \cdot (Y - E(Y))]$ où E représente l'espérance mathématique. Nous considérons donc les variables aléatoires X et Y comme étant associées au champ de densité δ . La moyenne $E(\delta)$ du champ de densité est nulle, ce qui implique que :

$$\rho_{\delta,\delta} = E[\delta(\vec{x}) \cdot \delta(\vec{x} + \vec{r})] . \quad (6.3)$$

En réintroduisant les notations classiques, à savoir la fonction de corrélation spatiale $\xi(\vec{r})$, l'équation (6.3) se réécrit :

$$\xi(\vec{r}) = \langle \delta(\vec{x})\delta(\vec{x} + \vec{r}) \rangle \quad (6.4)$$

Ce lien avec la définition statistique de la corrélation nous permet d'obtenir un pont entre la description statistique de l'effondrement du champ de matière et le spectre de puissance.

6.1.2 Lien avec le spectre de puissance du champ de densité

Nous avons vu au cours des chapitres précédents l'importance du spectre de puissance en cosmologie : en effet, celui-ci permet de prédire diverses observables comme la loi d'évolution de la structuration en fonction de l'échelle $\sigma(R, z)$, le mouvement d'ensemble local, etc. Il est également essentiel afin de comparer les contributions des diverses échelles dans le cadre de divers modèles cosmologiques.

Au vue de la définition en termes de distribution de fluctuations dans l'espace réel (6.4) et en supposant que l'Univers est isotrope, un passage dans l'espace de Fourier nous permet d'obtenir facilement la relation entre le spectre de puissance et la fonction de

1. Dans la suite de ce chapitre, par fonction de corrélation, nous comprendrons fonction d'autocorrélation

corrélation :

$$\begin{aligned}
\xi(r) &= \int_{\vec{x}} \int_{\vec{k}} \int_{\vec{k}'} \frac{d^3\vec{k} d^3\vec{k}' d^3\vec{x}}{(2\pi)^6} \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{x}) \exp(-i\vec{k}' \cdot (\vec{x} + \vec{r})) \langle \hat{\delta}(\vec{k}) \hat{\delta}(\vec{k}') \rangle \\
&= \int_{\vec{k}} \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) \langle \hat{\delta}(\vec{k}) \hat{\delta}(-\vec{k}) \rangle \\
&= \int_{\vec{k}} \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) P_{\delta}(k) \\
\xi(r) &= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\infty} dk k^2 P(k) \text{sinc}(k|r|)
\end{aligned}$$

avec

$$\text{sinc } x = \frac{\sin x}{x}, \quad (6.5)$$

la fonction sinus cardinal. La dernière ligne, faisant intervenir le sinus cardinal, est obtenue sous l'hypothèse classique d'isotropie de l'espace. Celle-ci montre que le spectre de puissance est bien défini comme la transformée de Fourier inverse de la fonction de corrélation.

La figure 6.2 nous montre, à différents redshifts, la forme de la fonction de corrélation (à droite) calculée à partir du spectre de puissance non-linéaire prédit par Smith et al. [100] (à gauche). À gauche, le spectre de puissance théorique de Smith et al. peut être décomposé en trois parties : une partie conforme à la théorie linéaire des perturbations cosmologiques à petit nombre d'ondes, une région où le régime non-linéaire se développe et une région de saturation de l'effet de non-linéarité à grands nombres d'ondes. Au fur et à mesure de l'évolution cosmique, un décalage de ces différentes régions s'opère : cela correspond à une structuration de l'Univers et à un effondrement non-linéaire à des échelles de plus en plus importantes par un effet de couplage de modes. Ces différents aspects caractéristiques se retrouvent sur la fonction de corrélation. À haut redshift, seuls les effets linéaires dominent aux échelles indiquées sur le graphique 6.2. Parmi ces caractéristiques linéaires, on remarque la présence d'un pic autour de $105 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ correspondant au pic principal des oscillations acoustiques de baryons du spectre de puissance. Lors de l'évolution temporelle de l'Univers, la position et l'amplitude de ces oscillations acoustiques varient peu : cela signifie que les BAO constituent une distance standard dans l'Univers. Au fur et à mesure de la structuration, les effets non-linéaires se font de plus en plus ressentir, en se propageant des petites échelles vers les grandes. Graphiquement, cet effet correspond à une déviation par rapport aux courbes en tirets issues de considérations purement linéaires. Ainsi, le domaine non-linéaire se propage à plus grandes distances au fur et à mesure du temps : à $z = 2.3$, les échelles fortement non-linéaires sont celles voisines de $1 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$; en $z = 1$, les effets non-linéaires se font sentir jusqu'à $2.5 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$; en $z = 0$, l'effondrement fortement non-linéaire a atteint des échelles caractéristiques de l'ordre de $\sim 8 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. En $z = 0$, nous apercevons aux

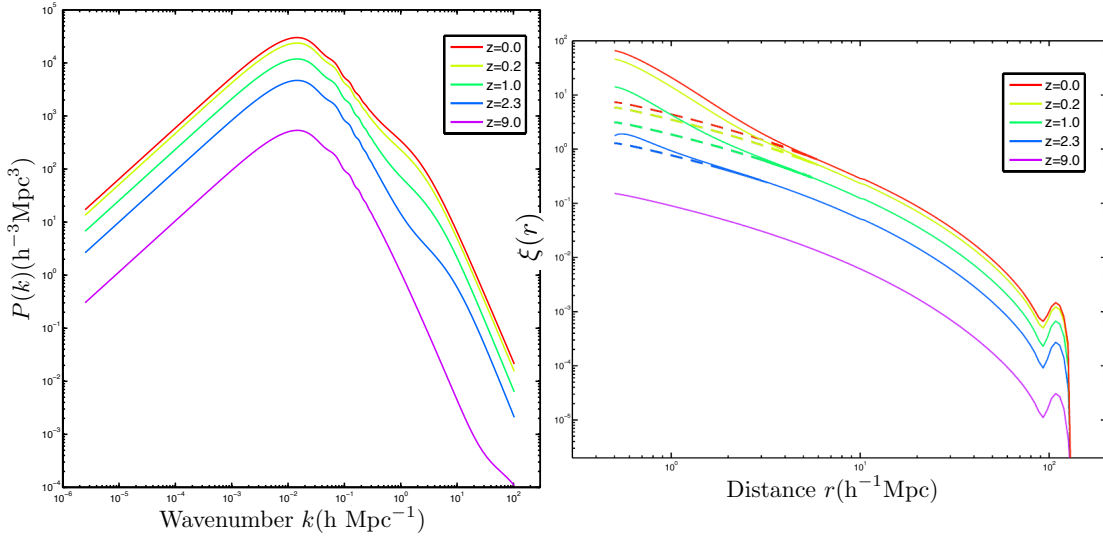


FIGURE 6.2: Calcul des fonctions de corrélation à différents redshifts (correspondant aux différentes couleurs) à partir de la transformée de Fourier des spectres de puissance non-linéaire prédits par Smith et al. [100] dans le modèle Λ CDM. L'oscillation des BAO présente à $k \sim 0.06$ h/Mpc se retrouve à une échelle caractéristique de 105 h^{-1} Mpc dans la fonction de corrélation. On remarque principalement la présence de deux régions sur la fonction de corrélation : une région non-linéaire avant ~ 8 h^{-1} Mpc et une région linéaire au-delà. La prédiction linéaire de la fonction de corrélation est donnée en tirets à chaque redshift. Ces deux régions sont retrouvées aux différents redshifts directement sur le spectre de puissance.

alentours d'une distance de 0.5 h^{-1} Mpc les débuts de la région de saturation décrite précédemment. Cependant, il convient de prendre garde aux effets non-linéaires fins influant sur les échelles plus élevées que celles décrites ci-dessus [89]. Au-delà d'une distance de 130 h^{-1} Mpc, la fonction de corrélation devient négative ce qui indique que le champ de matière est anti-corrélé par rapport à une distribution poissonnienne.

Sachant calculer la fonction de corrélation, il convient de comparer la prédiction issue du spectre de puissance avec une approche statistique, en particulier aux faibles échelles. En effet, le calcul du spectre de puissance par transformée de Fourier est valable jusqu'à la fréquence de Nyquist de la grille utilisée pour l'interpolation du champ de densité : pour des raisons numériques, cette limite est commune à la grille utilisée pour interpoler le champ de densité et au code dynamique PM standard. Dans ce cas, il s'agit de la taille d'une cellule PM divisée par deux. Au-delà de cette échelle de Nyquist, le bruit thermique ou « shot noise » empêche toutes mesures. Un des intérêts de la fonction de corrélation calculée de manière probabiliste est de dépasser aisément cette fréquence de Nyquist et d'accéder à des échelles très fortement non-linéaires, non accessibles par le spectre de puissance pour des raisons numériques.

6.1.3 Calcul numérique de la fonction de corrélation

Afin de calculer numériquement la fonction de corrélation pour un ensemble d'objets, comme par exemple les particules de matière noire peuplant une simulation numérique ou les halos détectés par Friends-of-Friends, la définition illustrée figure 6.1 est utilisée. L'idée est donc de compter le nombre d'objets éloignés d'une distance donnée et de la comparer à une distribution aléatoire. Cela revient donc à construire un histogramme de la séparation relative d'un nombre important de paires d'objets représentant une entité gravitationnelle (particules, halos, galaxies etc.). Nous appellerons cette quantité DD , ce qui signifie corrélation du catalogue de données (ou corrélation « Données-Données »). La fonction de corrélation étant définie comme un excès de probabilité par rapport à une distribution aléatoire poissonnienne, il faut également construire un histogramme correspondant à la distance relative d'un nombre important de paires d'objets tirés aléatoirement. Cette quantité sera appelée RR pour catalogue aléatoire ou Random-Random. Finalement une troisième quantité correspondant à l'histogramme des séparations entre données et points aléatoires permet d'obtenir des estimateurs approchés plus efficaces que l'estimateur standard introduit par Peebles [43]. Une discussion des divers estimateurs et de leur signification est détaillée dans l'Annexe A.

Les mesures de fonction de corrélation sont obtenues à partir de l'estimateur de Landy et Szalay [101]. Les avantages de cet estimateur sont sa robustesse aux effets de bord (relevé partiel du ciel) et sa variance, strictement poissonnienne suivant le nombre de points du catalogue aléatoire. Cela implique que cet estimateur aura une dépendance plus faible sur le nombre de points du catalogue aléatoire [102] que les autres estimateurs décrits dans l'Annexe A.

La fonction de corrélation de Landy et Szalay pour un nombre de points de données n_D et un nombre de points aléatoires n_R différents s'écrit :

$$\xi(r) = \frac{n_R(n_R - 1)}{n_D(n_D - 1)} \frac{DD}{RR} - 2 \frac{n_R - 1}{n_D} \frac{DR}{RR} + 1 . \quad (6.6)$$

Cependant, quel que soit l'estimateur considéré, le temps nécessaire au calcul de la séparation entre les différents objets des catalogues aléatoires et de données augmente en $O(N^2)$. Cette augmentation, proportionnelle au carré du nombre de paires analysées, rend difficile le calcul de la fonction de corrélation sur des millions de points.

6.2 Fonction de corrélation dans les simulations DEUSS

Les simulations DEUSS ont suivi l'effondrement gravitationnel de plus d'un milliard de particules : le calcul d'une fonction de corrélation sur l'ensemble de ces données demande une très grande puissance de calcul. Nous obtenons donc la fonction de corrélation sur un sous-ensemble de points en calculant toutes les paires DD, DR et RR de manière brutale. Afin d'accélérer l'exécution du code, nous utilisons une méthode de parallélisation décrite dans l'Annexe A faisant appel à un algorithme de rotation des particules.

6.2.1 Fonctions de corrélation, oscillations acoustiques de baryons

La série de simulations DEUSS est donc décomposée en neuf simulations correspondant à trois volumes simulés, à trois modèles cosmologiques différents pour chaque volume et à différentes résolutions au sein d'un même volume. La fonction de corrélation a donc été calculée pour l'ensemble de cette série de simulations. En particulier, les fonctions de corrélation ont été mesurées à l'aide de 200000 particules dans le catalogue de données et un million dans le catalogue aléatoire. Nous présenterons donc, dans ce paragraphe, les résultats de nos mesures de fonctions de corrélation dans l'espace comobile à $z = 0$ dans la cosmologie Λ CDM et dans diverses tailles de boîte. Les comparaisons entre cosmologie seront présentées section 6.2.4.

La fonction de corrélation calculée sur les champs de matière dans le cadre de la simulation DEUSS Λ CDM en $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ est représentée en rouge figure 6.3. La prédiction théorique, en bleu, est issue du spectre de puissance non-linéaire de Smith et al. [100] calculée sur une gamme d'échelles correspondant à la résolution spatiale de la simulation $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Nous remarquons un très bon accord entre la mesure issue de la simulation numérique et la prédiction théorique issue de la transformée de Fourier de la forme fonctionnelle de Smith et al. [100]. L'accord entre ces deux quantités est contenue dans les barres d'erreurs aux échelles non-linéaires. Notre méthode de mesure de la fonction de corrélation est donc validée par comparaison avec la forme de Smith et al.

Conformément aux sections précédentes, nous voyons que la fonction de corrélation calculée de manière probabiliste permet de sonder facilement des échelles bien plus faibles que le spectre de puissance calculé par FFT. Ainsi, dans cet exemple, la limite en nombre d'ondes du spectre de puissance est donnée par la courbe théorique $k \sim 12 \text{ h.Mpc}^{-1}$ alors que la limite atteinte par la fonction de corrélation est $k \sim 628 \text{ h.Mpc}^{-1}$. Les échelles atteintes sont donc du même ordre que la résolution maximale permise par les raffinements de la grille AMR de RAMSES-DEUS. Notons que pour atteindre cette résolution, il conviendrait de multiplier le nombre d'objets dans le catalogue aléatoire par un facteur cinq environ.

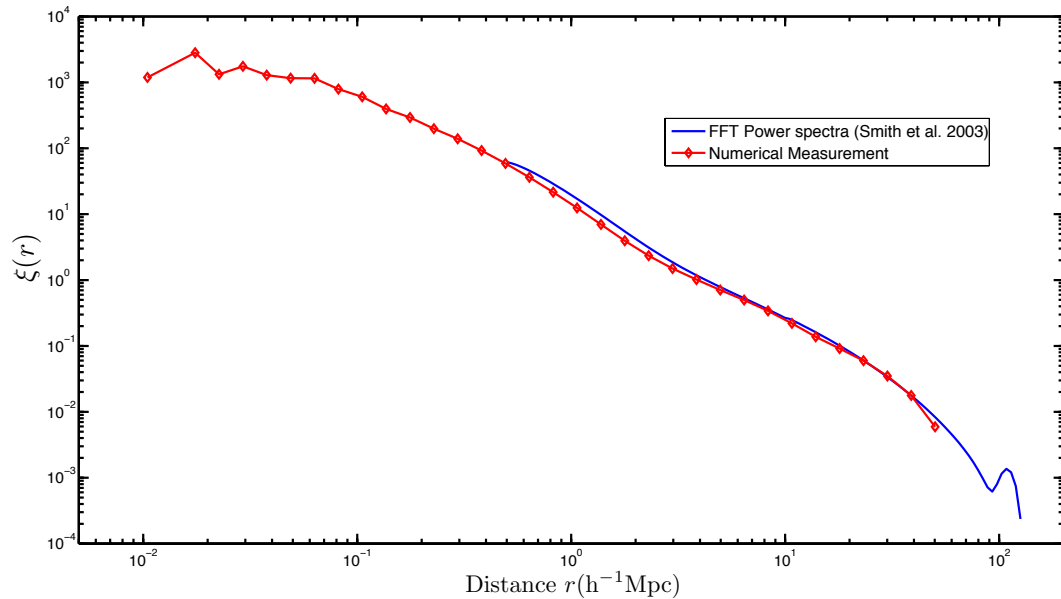


FIGURE 6.3: Comparaison des fonctions de corrélation théorique et numérique calculée sur la gamme d'échelles accessibles à la simulation DEUSS $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. L'accord entre la prédiction issue du spectre de puissance non-linéaire de Smith et al. [100] et les mesures numériques valident notre calcul du spectre de puissance. On remarque la large gamme d'échelles accessibles à la fonction de corrélation, allant de $10 \text{ h}^{-1} \text{ kpc}$ à $50 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

La série de simulations DEUSS a pour but de suivre la dynamique de l'effondrement gravitationnel depuis les échelles fortement non-linéaires (avec des fortes résolutions et donc des faibles volumes simulés) jusqu'aux plus grandes échelles de l'Univers observable. L'utilisation d'un ensemble de simulations couvrant une large gamme de volumes et de résolutions permet d'étudier de nombreux effets physiques différents. Cependant, cette méthode consistant à réaliser plusieurs simulations dans des volumes différents afin d'observer préférentiellement certains phénomènes physiques doit être validée. Cette validation peut se faire en comparant les spectres de puissance issus des différentes tailles de boîtes de simulation sur des échelles faiblement non-linéaires. Cependant, afin d'observer une convergence dans le domaine fortement non-linéaire, il convient d'utiliser des observables bien définies sur une large gamme d'échelle i.e. les fonctions de corrélation à la place des spectres de puissance.

La comparaison des différents volumes simulés est indiquée figure 6.4 en cosmologie ΛCDM . Les fonctions de corrélation représentées en rouge, vert et bleu correspondent respectivement aux tailles caractéristiques simulées de 162 , 648 et $2592 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. On observe un recouvrement parfait entre ces fonctions de corrélation avec des volumes simulés différents. Cette convergence vérifie la cohérence de la série de simulations DEUSS. De plus, cette figure nous montre les gammes d'échelles auxquelles nous pouvons sonder la distribution du champ de matière. Dans le plus petit volume simulé, celle-ci s'étend

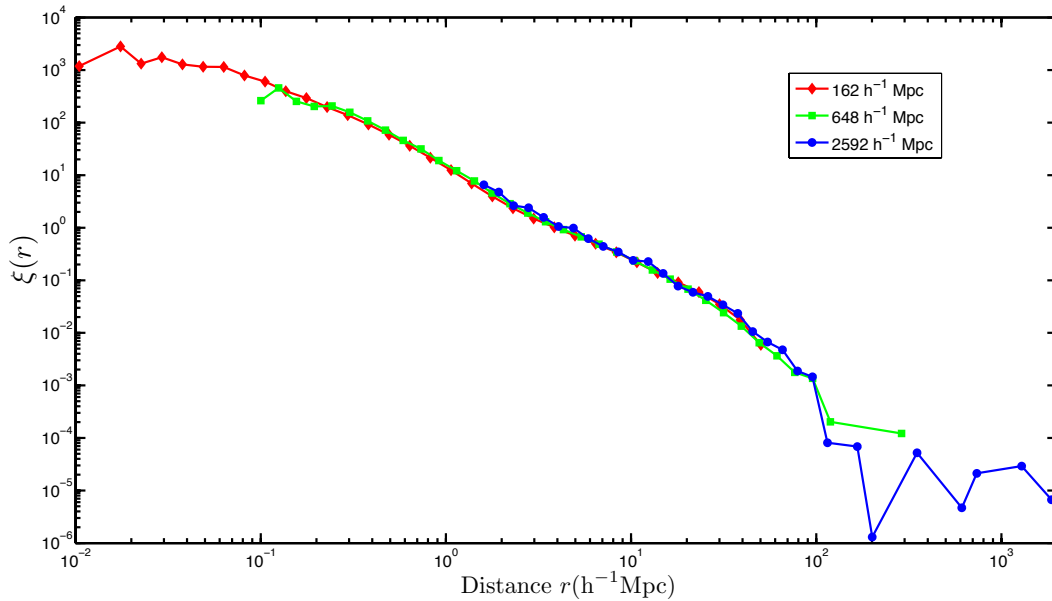


FIGURE 6.4: Comparaison des fonctions de corrélation issues de simulations de différents volumes : la simulation $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ sonde les échelles hautement non-linéaires, la simulation $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ parcourt les échelles quasi-linéaires et linéaires et la simulation $2592 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ accède aux plus grandes échelles. Les fonctions de corrélation issues des trois tailles caractéristiques se recouvrent parfaitement.

de l'intérieur des halos de matière noire ($\sim 10 \text{ h}^{-1} \text{ kpc}$) jusqu'à une échelle typique de $60 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Cette simulation ne permet donc pas d'observer le pic dû aux oscillations acoustiques de baryons dans le plasma primordial. La simulation de taille $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ permet de sonder efficacement les échelles intermédiaires de $100 \text{ h}^{-1} \text{ kpc}$ à $200 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. En principe, ce volume simulé permettrait d'accéder au signal des BAO : cependant, la variance cosmique associée à ces échelles est telle que seul le choix de phases initiales peut être sondé ! Finalement, la simulation $2592 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ accède à des échelles plus importantes, comprises entre 1 et $2000 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Cette gamme d'échelles importantes implique que cette simulation contient donc l'empreinte des oscillations acoustiques de baryons. Toutefois, dans ce graphe 6.4, l'échantillonnage de la courbe, le nombre de points du catalogue aléatoire et du catalogue de données ne sont pas optimaux pour observer le pic BAO à environ $105 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

Afin d'observer ce pic BAO à partir de la fonction de corrélation dans cette simulation, la solution a été d'imposer un échantillonnage plus important ainsi qu'une augmentation du nombre de points des deux catalogues. Ainsi, la figure 6.5 met en évidence le pic BAO grâce à une augmentation du nombre de points des catalogues, ceux-ci passant respectivement de 200000 et un million (en rouge) à 2,5 millions pour les données et dix millions pour l'aléatoire (en bleu). La courbe la moins résolue, en rouge, ne capte pas du tout le signal BAO. La courbe verte, d'une résolution intermédiaire, indique uniquement l'amplitude du pic. La position et l'amplitude du pic BAO de la courbe bleue, la plus

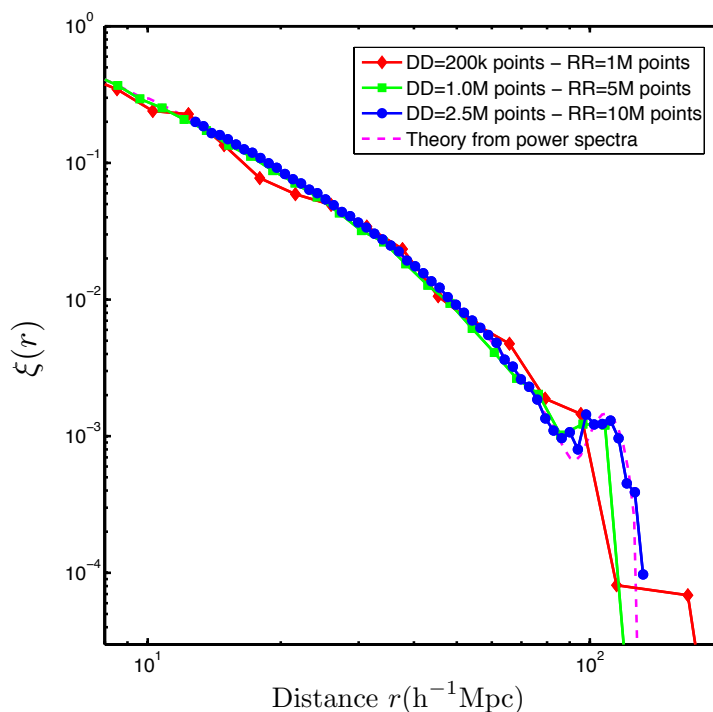


FIGURE 6.5: Oscillations acoustiques de baryons sur la fonction de corrélation dans la simulation $2592 h^{-1} \text{ Mpc } \Lambda\text{CDM}$: l'observation du pic BAO à $105 h^{-1} \text{ Mpc}$ est dépendant de l'échantillonnage de la courbe. Afin de ne pas perdre de signal lors de l'augmentation des points de mesure, le nombre de points du catalogue de données et du catalogue aléatoire doit également augmenter. La concordance entre le pic issu de la transformée de Fourier du spectre de puissance et la mesure sur les fonctions de corrélation est parfaite.

résolue en nombre de particules sélectionnées au sein des différents catalogues, est en parfait accord avec la transformée de Fourier du spectre de puissance théorique calculée à partir de Smith et al. [100]. La fonction de corrélation est donc une quantité captant aisément et précisément les signaux non-linéaires présents aux très faibles échelles ainsi que les observables linéaires à plus grandes échelles. Toutefois, aux grandes échelles, le calcul de la fonction de corrélation à partir du spectre de puissance se révèle bien plus efficace, la méthode de calcul par transformée de Fourier du champ de densité étant très précise aux grandes échelles.

6.2.2 Fonction de corrélation sur les halos et biais en ΛCDM

La fonction de corrélation calculée sur le champ de matière noire contient des informations sur l'ordonnement et l'organisation d'un fluide cosmologique dans l'Univers. Cependant, la fonction de corrélation peut également être calculée sur des halos de matière noire, nous donnant ainsi une information sur la répartition des structures détectées au sein du champ de matière. Ces halos, détectés avec un algorithme de reconnaissance

de structures dans le champ de densité (voir Chapitre 9), correspondent à un échantillonnage du champ de densité sous-jacent : la question est donc de savoir s'il existe une équivalence entre le champ de densité continu et cet échantillonnage. La réponse est particulièrement centrale dans le cadre de comparaison avec les relevés de galaxies effectués par les projets observationnels. En principe, il n'y a aucune garantie pour que les objets soient des traceurs fiables du champ de matière noire sous-jacent. Autrement dit, la distribution d'objets peut être une réalisation biaisée du champ de matière noire. En calculant la transformée de Fourier inverse de cette fonction de corrélation sur les halos, nous sommes en mesure d'obtenir de précieuses informations sur les spectres de puissance associés aux halos de matière noire.

La première mise en évidence de l'existence d'un biais a été réalisée par Kaiser [103], qui a montré que si les amas contenant beaucoup de galaxies correspondaient à des pics de densité rares dans un champ gaussien, alors ils seraient bien plus corrélés que le champ de matière alentours. En accord avec les observations [104, 105], Kaiser montre que les pics de densité sont corrélés de manière simple :

$$b_{pic}^2 \langle \delta^2 \rangle = \langle \delta_{pic}^2 \rangle . \quad (6.7)$$

Les pics de densité et les halos étant liés, ces travaux nous invitent à étudier la relation entre le champ de densité sous-jacent et les halos détectés dans le champ de densité. Pour se faire, nous allons à nouveau calculer une fonction de corrélation à partir de l'estimateur de Landy et Szalay [101] en introduisant un critère de ségrégation sur la masse des halos. Ainsi, la seule différence avec la méthode précédemment utilisée consiste en l'introduction d'une population d'objets définis à partir de la masse des halos de matière noire pour le catalogue de données. La fonction de corrélation est maintenant calculée sur les sous-populations réparties en fonction de la masse des halos : dans notre cas, nous choisissons d'échantillonner la masse au travers de bins logarithmiques tel que $\Delta \log M = 0.3$. Cette valeur est choisie de manière à ce que le nombre de halos présents dans chaque bin de masse reste approximativement constant. En effet, plus le nombre de halos est important dans un bin de masse, plus la fonction de corrélation sera précise. Afin d'accéder à une large gamme en masse, cette procédure est répétée sur l'ensemble des volumes accessibles aux simulations DEUSS : cela nous permet de sonder la corrélation entre halos de masse allant de $2.86 \times 10^{10} h^{-1} M_{\odot}$ à $5 \times 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$. Quelques fonctions de corrélation sur les halos de matière noire dans le modèle Λ CDM sont représentées figure 6.6 : les fonctions de corrélation mesurées sur le champ de matière sont indiquées en noir alors que les courbes en rouge correspondent aux fonctions de corrélation calculées sur les halos².

2. Les différences de résolutions entre les simulations DEUSS expliquent les changements d'échelles entre les quatre figures.

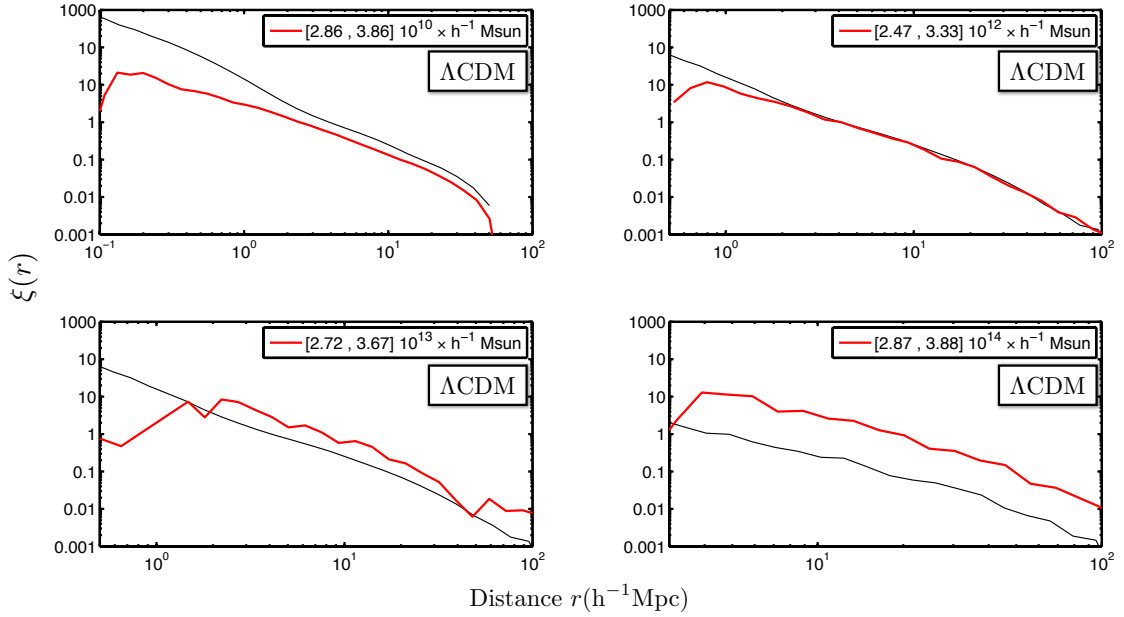


FIGURE 6.6: Fonctions de corrélation pour des halos sélectionnés en masse pour le modèle Λ CDM : la fonction de corrélation calculée sur les halos est indiquée en rouge alors que celle sur la matière est représentée en noir. Plus la masse du halo est élevée (de gauche à droite et de haut en bas), plus la corrélation entre halos est importante. Sur les échelles linéaires et quasi-linéaires, la pente des deux courbes est similaire.

En haut à gauche, les fonctions de corrélation ont été mesurées dans la simulation Λ CDM $162 h^{-1} \text{ Mpc}$; en haut à droite et en bas à gauche, les fonctions de corrélation sont issues de la simulation Λ CDM $648 h^{-1} \text{ Mpc}$; en bas à droite, les fonctions de corrélation proviennent de la simulation Λ CDM $2592 h^{-1} \text{ Mpc}$. Les mesures effectuées sur le champ de matière sont les mêmes que celles présentées figure 6.4. Pour les masses faibles, on observe une corrélation plus faible que celle du champ de matière. Puis, plus la masse augmente, plus la corrélation entre objets devient importante. Pour les objets de masse élevée, la fonction de corrélation devient même supérieure à la corrélation du champ de matière. Notons que ce comportement est conforme aux analyses numériques précédentes comme Gao, Springel et White [106] ou Li, Mo et Gao [107], réalisées sur la simulation Millenium [108]. On observe également que la pente des fonctions de corrélation sur les halos et sur le champ de matière sont similaires sur les échelles linéaires et quasi-linéaires. Nous observons également une chute de la fonction de corrélation aux très faibles distances. Cela provient de la méthode de détection des halos utilisée lors de l'analyse des simulations DEUSS ainsi que du rayon Viriel des structures détectées. En effet, l'algorithme de détection Friends-of-Friends implique l'existence d'une distance caractéristique définie par le paramètre de percolation. Les halos dont la séparation est proche de cette distance de percolation tendent à former des halos plus massifs par un processus de fusion caractéristique des algorithmes FoF. Le nombre de halos est donc plus

faible pour les distances proches du paramètre de percolation ce qui explique l'origine de la chute observée aux petites distances.

Cette figure montre donc que la corrélation des halos massifs est beaucoup plus importante que la corrélation du champ de matière. Ces halos massifs sont également bien plus corrélés que les halos de plus faibles masses : en calculant le rapport de la fonction de corrélation calculée sur les halos avec celle calculée sur le champ de densité, nous pouvons quantifier l'existence d'un biais entre champ de matière noire et halos de matière noire, représentant les pics du champ de densité. Nous introduisons donc la quantité b appelée biais :

$$b^2(r, M, z)\xi_{mm}(r, z) = \xi_{hh}(r, M, z) . \quad (6.8)$$

Le biais dépend donc de trois variables –à savoir r la séparation entre paires, M la masse de l'objet, z le décalage spectral. Cependant, la figure 6.6 indique que, sur une certaine gamme d'échelles, la pente de ξ_{mm} et ξ_{hh} est la même. Cela est un indice nous montrant que le biais dépend uniquement de la masse de l'objet et du redshift sur une certaine gamme d'échelles.

Afin de valider cette hypothèse, postulée par Mo et White [109], le rapport des fonctions de corrélation en fonction de la séparation a été calculé pour chaque bin de masse au redshift $z = 0$. Le résultat de ce calcul est présenté figure 6.7. Sur ce graphique, trois régions caractéristiques sont mises en évidence : une région aux petites échelles s'étendant approximativement de 0.01 à 1 h^{-1} Mpc ; une zone s'étendant sur les échelles quasi-linéaires et linéaires ; une région à plus grandes échelles ($\sim 50 h^{-1}$ Mpc).

La première région nous montre des courbes croissantes ayant pour origines la limite de détection des halos par l'algorithme Friends-of-Friends dans un champ de densité à résolution donnée ainsi que le rayon Viriel des structures de masse donnée. La zone intermédiaire indique, pour toutes les masses, un rapport constant entre la fonction de corrélation des halos et celle de la matière. Ce comportement est attendu dans le cadre de la description des halos en termes de pics de densité [109]. Dans ce cas, le biais ne dépend plus de la distance de séparation entre paires : le calcul du biais se fait donc en calculant le facteur de normalisation qui minimise la différence aux carrés entre fonctions de corrélation évaluées sur une gamme d'échelles s'étendant de 5 à 40 h^{-1} Mpc. Finalement, la dernière région est dominée par le bruit poissonnien à grandes échelles, ce qui explique les variations observées.

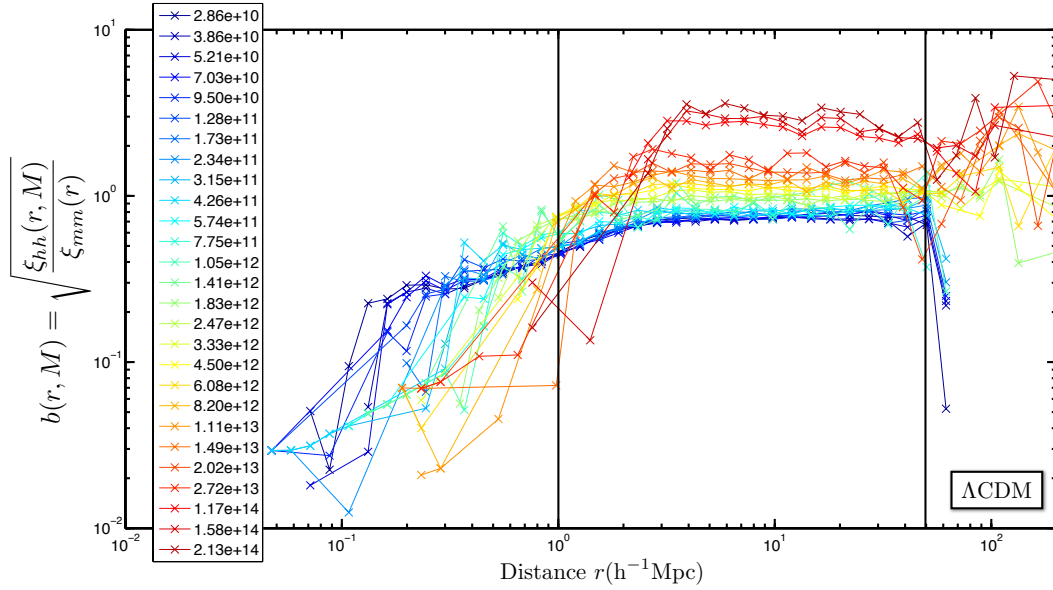


FIGURE 6.7: Dépendance du biais en fonction de la distance de séparation des paires de masses (en unité de $h^{-1} M_{\odot}$) indiquées par la palette de couleurs : les paires de masses faibles sont indiquées en bleu et celles de masses élevées sont en rouge. Trois régions sont définies sur ce graphique : une région centrale s'étendant de 1 à $50 h^{-1} \text{ Mpc}$ où le biais est constant quel que soit la masse ; une zone au-delà de $50 h^{-1} \text{ Mpc}$ où le bruit poissonnien efface toutes informations ; une région avant $1 h^{-1} \text{ Mpc}$ bruitée par le faible nombre de paires séparées d'une distance du même ordre que leur rayon Viriel. Le biais est calculé dans la région centrale par une méthode de minimisation.

6.2.3 Comparaison entre les mesures numériques et les approches théoriques du biais en ΛCDM

La méthode de calcul du biais nous permet donc de quantifier les différences de distribution des champs de matière et de halos en fonction de la masse de la structure. De plus, nous avons démontré dans le paragraphe précédent que cette caractérisation ne dépend pas de la distance de séparation entre objets.

Le biais peut donc être uniquement exprimé en fonction de la masse et du redshift ou, alternativement, en fonction de la hauteur du pic de densité ν définie comme :

$$\nu = \frac{\delta_c}{\sigma(M, z)}, \quad (6.9)$$

avec $\delta_c = 1.686$ ³ et du redshift. Cette variable prend en compte les effets linéaires d'une cosmologie donnée en réexprimant la masse en fonction de l'intensité des fluctuations σ dans une sphère contenant en moyenne une masse M à un redshift z . Ce paragraphe vise

3. En toute rigueur, δ_c dépend du modèle cosmologique comme cela a été montré par Courtin et al. [110]. Dans un univers en cosmologie ΛCDM , cette valeur est égale à 1.673. Dans un souci de simplification, nous utiliserons $\delta_c = 1.686$, valeur exacte déduite de l'effondrement sphérique en cosmologie standard CDM.

à illustrer les résultats du calcul du biais dans une cosmologie fixée (à savoir Λ CDM) et à valider ces résultats en les comparant à quelques modèles théoriques usuels dont nous ne discuterons pas ici la pertinence.

Les modèles utilisés couramment [109, 111–113] faisant toujours appel à la variable ν , la comparaison à ces prédictions théoriques est également réalisée en termes de hauteur de pic. Le but de ce paragraphe n'étant pas de décrire les subtilités inhérentes à la prédiction théorique du biais, nous nous contenterons de comparer résultats numériques et prédictions issues de modèles théoriques. Une vraie interprétation théorique suppose en effet une approche statistique complexe. Nous présentons à titre indicatif les formes fonctionnelles⁴ (6.10-6.13) et les valeurs des paramètres utilisés pour obtenir ces prédictions théoriques :

$$b_{\text{mo white}} = 1 + \frac{\nu^2 - 1}{\delta_c} \quad (6.10)$$

$$b_{\text{sheth}} = 1 + \frac{d \nu^2 - 1}{\delta_c} + 2 \frac{p/\delta_c}{(1 + (d \nu^2)^p)} \quad (6.11)$$

avec $d = 0.707$, $p = 0.3$,

$$b_{\text{mandelbaum}} = 1 + \frac{d \nu^2 - 1}{\delta_c} + 2 \frac{p/\delta_c}{(1 + (d \nu^2)^p)} \quad (6.12)$$

avec $d = 0.73$ et $p = 0.15$,

$$b_{\text{jing}} = \left(\frac{0.5}{\nu^4} + 1 \right)^{0.06 - 0.02n} \times \left(1 + \frac{\nu^2 - 1}{\delta_c} \right) \quad (6.13)$$

avec $n = -2$.

La figure 6.8 présente ainsi les résultats des mesures de biais effectuées en cosmologie Λ CDM dans les simulations DEUSS. Les mesures issues de la simulation $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ sont représentées en rouge. Les mesures des simulations $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et $2592 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ sont indiquées respectivement par des courbes verte et bleue. Pour chaque taille de boîte, on remarque le manque de statistique associée aux fortes masses. Ainsi, les derniers points de chaque courbe colorée n'ont qu'une faible signifiante statistique. Les prédictions théoriques sont représentées en noir, avec des symboles différents. Tout d'abord, nous constatons un accord relatif entre les différents modèles et les mesures issues des simulations, ce qui valide notre méthode de mesure. De manière plus précise, certains modèles obtiennent de meilleurs accords avec nos mesures. On distingue trois grandes régions de validité mis en évidence sur la figure 6.8 à droite : lorsque $\delta_c \ll \sigma$, les modèles de Sheth, Mo et Tormen [112] et Jing [111] sont en très bon accord pour les faibles masses. Les deux autres modèles concurrents exhibent des erreurs de l'ordre de 10 à 20 % sur

4. Parmi ces formes fonctionnelles, trois sont issus de considération différente sur l'effondrement gravitationnel alors que la formule intitulée Mandelbaum [113] est une variation des paramètres de la formule de Sheth, Mo et Tormen [111].

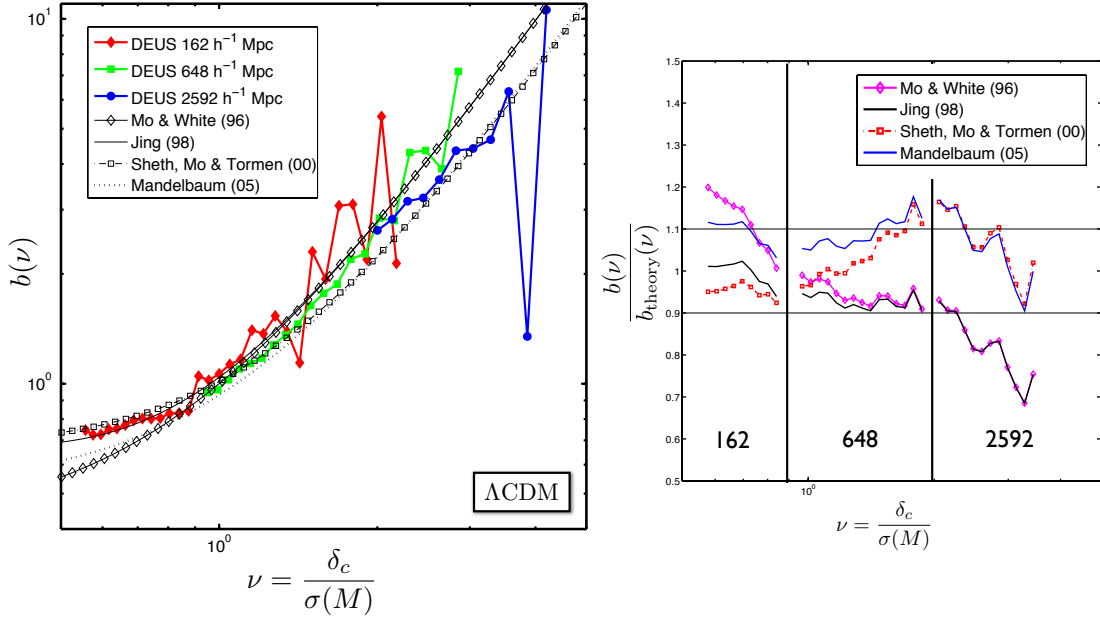


FIGURE 6.8: À gauche : Biais entre halos et champ de matière en fonction de la hauteur des pics de densité $\nu = \delta_c / \sigma(M, z)$. Les lignes épaisses colorées symbolisent les biais mesurés dans la série de simulations DEUSS au redshift $z = 0$, chaque couleur correspondant à une taille de simulation caractéristique. Les lignes noires avec divers symboles correspondent aux prédictions théoriques de Mo et White [109], de Jing [111], de Sheth, Mo et Tormen avec le jeu de paramètre initial [112] et le jeu de paramètres utilisé par Mandelbaum [113]. À droite : rapport des biais mesurés numériquement avec ceux calculés à partir des quatre modèles utilisés. Les traits verticaux correspondent aux différentes simulations alors que les traits horizontaux indiquent un accord de 10% entre mesures numériques et modèles.

cette gamme de ν . Dans la région intermédiaire où $\delta_c \sim \sigma$, tous les modèles concordent avec les mesures numériques. Ainsi, lorsque l'intensité de la fluctuation associée à un halo de masse donnée est du même ordre que le seuil δ_c , tous les modèles permettent de retrouver une forme de biais convenable. Finalement, pour les masses plus importantes, les modèles de Mo et White [109] et Jing surestiment le biais : à l'inverse les modèles plus récents tendent à correctement reproduire le biais aux fortes masses. Ces modèles de biais sont donc plus performants pour capter la dynamique des objets les plus massifs évoluant dans la gamme $\delta_c \gg \sigma$.

Ces résultats suggèrent qu'une prédiction précise du biais doit mêler les différentes approches actuelles afin de reproduire les biais mesurés à grandes et à petites masses simultanément. La question de l'influence du modèle cosmologique sur le biais demeure. Il est bien connu que la structuration diffère d'un modèle d'énergie noire à l'autre [89], ce qui devrait entraîner des différences dans les corrélations entre objets détectés au sein du fluide cosmologique de matière noire. Cependant, ces différences sont-elles dues entièrement à la différence de dynamique linéaire ou la dynamique non-linéaire intervient-elle ? Le paragraphe suivant aborde ces questions.

6.2.4 Influence de la cosmologie sur la fonction de corrélation et le biais

Nous avons vu dans les chapitres précédents l'effet de la cosmologie sur le spectre de puissance. Or, la fonction de corrélation étant la transformée de Fourier inverse de la fonction de corrélation, cette dernière doit également présenter des différences entre cosmologies. L'intérêt de la fonction de corrélation est d'accéder numériquement à des échelles bien plus fines que le spectre de puissance, ce qui nous permet de vérifier jusqu'à quel point l'influence de la cosmologie est conservée lors de l'effondrement gravitationnel.

Afin d'isoler les contributions non-linéaires et de retirer les effets purement linéaires présents dans la fonction de corrélation, nous allons calculer, en suivant la philosophie de Alimi et al. [89], le rapport :

$$R = \frac{\xi_{mm}}{\xi_{\Lambda\text{CDM}}} \frac{\xi_{\Lambda\text{CDM}-lin}}{\xi_{lin}} \quad (6.14)$$

avec ξ_{mm} la fonction de corrélation non-linéaire estimée à partir des simulations numériques dans un modèle d'énergie noire donné et ξ_{lin} la prédiction linéaire de la fonction de corrélation dans le même modèle d'énergie noire. La renormalisation par les prédictions linéaires permet d'obtenir une courbe, présentée figure 6.9, valant approximativement 1 aux grandes échelles $r \lesssim 20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ (à une précision de 5 %). Sur les échelles comprises entre ~ 0.5 et $\sim 20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, correspondant aux échelles quasi-linéaires, le rapport R pour les deux modèles de quintessence par rapport au modèle de concordance ΛCDM est plus faible que l'unité. Cela indique que les effets non-linéaires contribuent à la faible puissance des modèles de quintessence. Cependant, comme indiqué par Alimi et al. [89], aux échelles plus faibles que le mégaparsec, l'effondrement gravitationnel non-linéaire des modèles de quintessence augmente rapidement, allant même jusqu'à dépasser le modèle ΛCDM .

Cette augmentation, mesurée à partir des spectres de puissance dans [89], n'avait été observée que jusqu'à des échelles de l'ordre de $\sim 1 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. L'utilisation des fonctions de corrélation permet d'accéder à un régime très fortement non-linéaire et de montrer que les modèles de quintessence ont un effondrement gravitationnel non-linéaire bien plus efficace (jusqu'à 50% en RPCDM) que ΛCDM à petites échelles ($\sim 100 \text{ h}^{-1} \text{ kpc}$). Ce phénomène peut être compris en faisant appel au régime d'effondrement décrit par le terme intra-halo (voir [100]), qui montre que plus le halo est virialisé, plus la croissance du spectre de puissance se ralentit. On en conclut que les halos sont plus virialisés dans les modèles de quintessence que dans le modèle ΛCDM .

Jusqu'ici, trois contributions principales ont été isolées pour expliquer les différences entre les fonctions de corrélation des différents modèles d'énergie noire. Sur les échelles

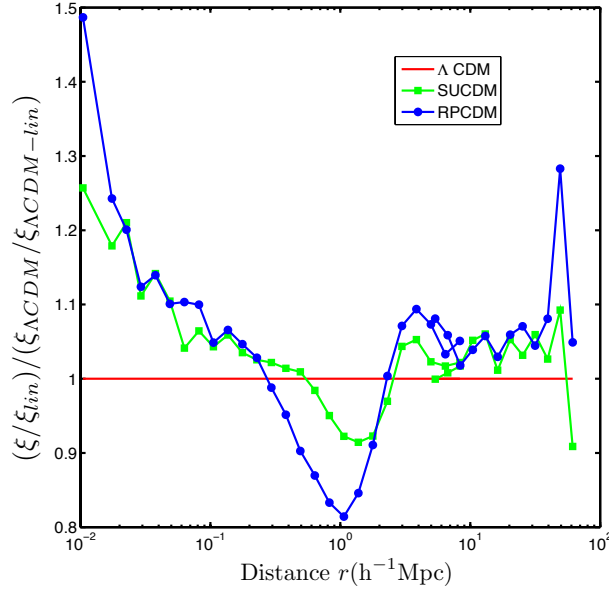


FIGURE 6.9: Rapport de la fonction de corrélation non-linéaire avec la prédiction linéaire normalisé par le rapport du modèle Λ CDM pour différentes cosmologies comme une mesure de l'évolution des non-linéarités dans l'effondrement gravitationnel. À grandes échelles, la dynamique non-linéaire ne s'est pas développée ce qui explique que le rapport vaut un à 5 % près. À petites échelles, on distingue clairement un effondrement plus efficace dans les modèles de quintessence que dans le modèle standard. Le minimum autour de $1 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ est caractéristique de l'influence du non-linéaire sur la faible puissance des modèles de quintessence.

linéaires, les différences sont associées à l'évolution linéaire, décrite à l'aide du spectre de puissance linéaire et des paramètres cosmologiques choisis. Sur les échelles quasi-linéaires, les différences peuvent être expliquées par l'amplification non-linéaire du taux de croissance : étant donné que l'amplitude est différente, un mode donné va entrer dans le régime non-linéaire à des temps différents entre les divers modèles cosmologiques. Finalement, sur les échelles caractéristiques des halos, les différences sont associées à la saturation de la croissance des structures au fur et à mesure que celles-ci se virialisent. La fonctionnelle décrite dans Smith et al. [100] prenant en compte tous ces effets, il conviendrait de calculer le rapport RS , afin de vérifier s'il existe des contributions non-linéaires liées à la dynamique de l'énergie noire :

$$RS = \frac{\xi_{mm}}{\xi_{\Lambda\text{CDM}}} \frac{\xi_{\Lambda\text{CDM}-\text{Smith}}}{\xi_{\text{Smith}}} . \quad (6.15)$$

Ce travail reste à effectuer et devrait mener à des conclusions identiques à Alimi et al. [89], avec des tendances beaucoup plus nettes à petites échelles. En effet, dans [89], les contributions non-linéaires associées à l'énergie noire restaient faibles autour de 5 % à $1 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. L'accès à des échelles bien plus faibles permettra d'obtenir des contributions non-linéaires bien plus importantes, de l'ordre de $\sim 40 \%$ à $100 \text{ h}^{-1} \text{ kpc}$.

Une autre question est de savoir si cette empreinte de l'énergie noire sur le régime non-linéaire est conservée lorsque nous considérons la fonction de corrélation, non plus sur le champ de matière mais, sur les halos ou de manière équivalente, sur les spectres de puissance avec un seuil en masse. Il faut alors recalculer le rapport R précédent avec, cette fois-ci, la fonction de corrélation des halos. Ce rapport que nous appelons $Q = (\xi_{hh}/\xi_{lin})/(\xi_{hh-\Lambda\text{CDM}}/\xi_{\Lambda\text{CDM}-lin})$ peut se réécrire sous une autre forme :

$$Q(r, M, z) = \frac{b^2(M, z)}{b_{\Lambda\text{CDM}}^2(M, z)} \frac{\frac{\xi_{mm}}{\xi_{lin}}}{\frac{\xi_{mm-\Lambda\text{CDM}}}{\xi_{\Lambda\text{CDM}-lin}}} = \frac{b^2(M, z)}{b_{\Lambda\text{CDM}}^2(M, z)} R(r, z) . \quad (6.16)$$

Notons que dans cette définition, nous n'avons pas pris en compte la dépendance du biais suivant la séparation inter-halos. En effet, nous nous plaçons sur le domaine d'échelle sur lequel le biais est constant (voir la figure 6.7).

La définition (6.16) nous montre que l'empreinte de l'énergie noire sur la structuration à petites échelles est détectable à partir de mesures effectuées sur les objets eux-mêmes (halos, galaxies...) pourvu que la contribution des biais ne s'annule pas avec les contributions du champ de densité. Tout le problème peut donc se réécrire sous la forme du rapport des biais, nous indiquant si l'empreinte non-linéaire de l'énergie noire est conservée sur les halos.

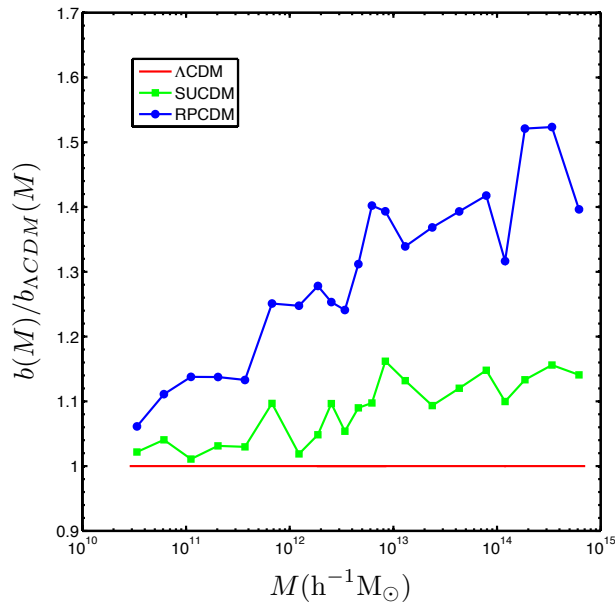


FIGURE 6.10: Rapport du biais avec le biais en ΛCDM pour différentes cosmologies en fonction de la masse : les rapports sont toujours supérieurs à l'unité ce qui indique une corrélation des halos de matière noire plus importante dans les modèles de quintessence que dans le modèle ΛCDM . Cette corrélation est d'autant plus importante que le spectre de puissance d'un modèle est faible.

La figure 6.10 montre le rapport des biais dans les trois modèles cosmologiques des

simulations DEUSS avec le biais mesuré en Λ CDM. Cette courbe indique que le biais des modèles de quintessence est plus important, sur toute la gamme en masse, que le biais du modèle standard Λ CDM. Ce rapport des biais évolue d'une valeur proche de l'unité pour les halos de faibles masses jusqu'à un excès de 50 % pour les fortes masses. Ainsi, la corrélation entre les halos est plus importante dans les modèles de quintessence ce qui s'explique par l'accélération moins importante des modèles de quintessence.

Toutes les dépendances linéaires présentes dans la figure 6.10 pouvant être englobées dans la variable linéaire $\sigma(M, z)$, nous pouvons exprimer cette quantité en fonction de la hauteur du pic de densité ν introduit précédemment. Dans ce cas, nous cherchons à comprendre la forme de la fonction $Q(r, \nu, z)$:

$$Q(r, \nu, z) = \frac{b^2(\nu, z)}{b_{\Lambda CDM}^2(\nu, z)} R(r, z) . \quad (6.17)$$

Cette renormalisation nous mène à la figure 6.11 : celle-ci présente le rapport des biais en fonction de la hauteur du pic. Cette figure montre qu'une fois la masse exprimée sous la forme de la hauteur du pic de densité, les différences liées à la cosmologie sont très fortement atténuées, tous les rapports de biais étant égaux à ~ 5 % près pour les hauteurs de pics faibles. Les différences associées à la cosmologie entre les biais, représentées sur la figure 6.10, proviennent donc principalement de l'évolution linéaire du modèle cosmologique considéré.

Toutefois, la tendance aux fortes masses est moins nette qu'aux faibles ν . En effet, à ces hauteurs de pics de densité, nous observons une tendance à la hausse toujours contenue dans la limite de 10% sur les rapports des biais : ces différences pourraient provenir d'une contribution non-linéaire de la cosmologie dans la formation des plus gros objets de l'Univers ou d'un bruit statistique associé aux faibles nombres d'objets de fortes masses. Les simulations DEUS : Full Universe Runs nous permettront de conclure quand à cette possible influence de la cosmologie sur les objets de très grandes masses, en ayant accès à une statistique inégalée sur les halos de masses élevées.

6.2.5 Évolution temporelle de la fonction de corrélation et du biais

L'évolution en redshift de la fonction de corrélation nous permet de suivre l'évolution de la distribution de matière dans l'Univers. En particulier, dans un scénario hiérarchique de croissance des structures, la corrélation du champ de matière augmente avec le temps, l'effondrement gravitationnel ayant tendance à regrouper la matière en amas, filaments... Ainsi, la figure 6.12 nous montre l'évolution des fonctions de corrélation d'un redshift $z = 2.33$ à $z = 0$ pour la simulation DEUSS très résolue $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ dans trois cosmologies différentes. Tout d'abord, nous observons le développement du régime non-linéaire

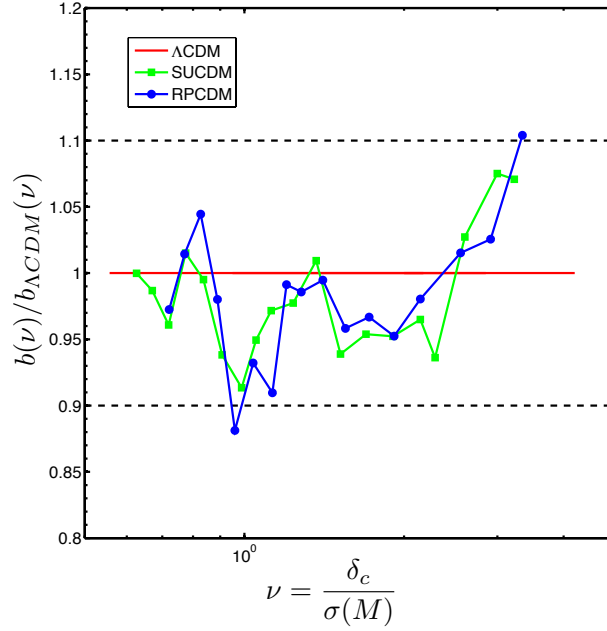


FIGURE 6.11: Rapport du biais avec le biais en Λ CDM pour différentes cosmologies en fonction de la hauteur du pic de densité : tous les rapports sont centrés sur l'unité, ce qui tend à montrer que la réexpression de la masse en termes de hauteur du pic intègre toutes les contributions dues à la cosmologie. La dépendance cosmologique du biais semble ne pas dépendre de la dynamique non-linéaire. Aux pics élevés, il peut subsister un apport non-linéaire du modèle cosmologique : seule une augmentation de la statistique peut répondre à cette question.

des redshifts élevés ($z = 2.33$) aux bas redshift ($z = 0$) pour toutes les cosmologies. Ce développement est visible à travers le déplacement de l'amplification à petites échelles vers les grandes échelles. On remarque donc l'amplification des corrélations avec le temps ainsi qu'une modification de la distance de corrélation, celle-ci passant de 0.8 à $4 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. La modification de cette longueur de corrélation n'est pas la même pour les trois cosmologies : plus le décalage spectral est important, moins les variations relatives des distances de corrélation sont marquées. Ainsi, l'influence de l'énergie noire sur l'effondrement non-linéaire, discutée au paragraphe 6.2.4, est retrouvée : celle-ci amplifie les différences entre fonctions de corrélation à bas redshift grâce au développement du régime non-linéaire.

De même, nous pouvons suivre l'évolution de la distribution des halos dans l'Univers au fur et à mesure du temps. Cela nous permet de comprendre comment évolue le biais entre matière et halos au cours du temps. En particulier, l'évolution temporelle du rapport (6.16) nous indique si l'empreinte de l'énergie noire sur le régime non-linéaire est conservée lorsque nous considérons la fonction de corrélation sur les halos à différents redshifts. Cette empreinte de l'énergie noire sur le régime fortement non-linéaire est diluée lorsque le redshift augmente, la dynamique se rapprochant d'un régime purement linéaire.

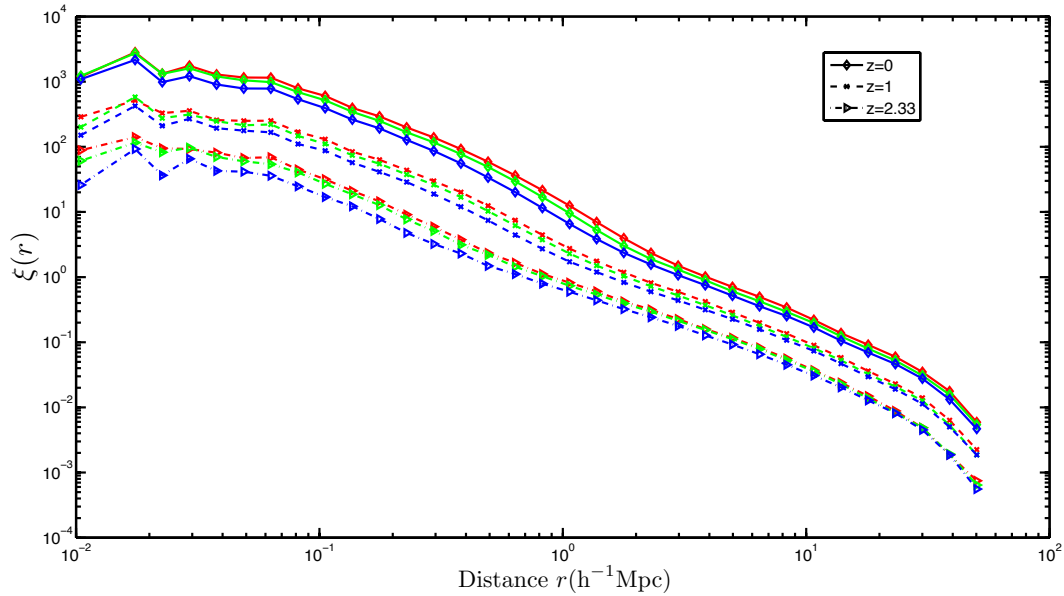


FIGURE 6.12: Évolution temporelle des fonctions de corrélation dans les trois cosmologies des simulations DEUSS $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. La couleur rouge indique la cosmologie ΛCDM , la verte SUCDM et la bleue RPCDM. Chaque fonction de corrélation a été mesurée à redshift $z = 0$, $z = 1$ et $z = 2.33$. On remarque le développement du régime non-linéaire ainsi que le décalage vers les grandes échelles de la distance de corrélation : ce décalage est dépendant de la cosmologie, l'effondrement gravitationnel gardant une empreinte de l'énergie noire.

Le rapport du biais dans les trois cosmologies par le biais en ΛCDM en fonction de la masse est indiqué figure 6.13 à six redshifts différents dans les trois volumes caractéristiques des simulations DEUSS. Nous voyons tout d'abord que le signal du biais s'éteint lorsque le redshift augmente. Cela est lié à l'absence de nombreux halos aux redshifts élevés : de 136000 amas de galaxies à la résolution des simulations $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ (à gauche), nous passons à 8000 objets à la résolution $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ (au milieu) et à aucun objet dans le volume $2592 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ (à droite). Nous observons dans un second temps un comportement globalement identique à tous les redshifts.

Plus précisément, l'évolution en redshift des rapports des biais dans les différentes cosmologies peut être décomposée en deux parties : une région aux masses faibles et une zone aux masses élevées. La région contenant les fortes masses, située approximativement de $\times 10^{12}$ à $5 \times 10^{15} \text{ h}^{-1} \text{ M}_{\odot}$, est caractérisée par une constance au cours du temps : à chaque redshift, le rapport des biais reste le même. Cela indique que la distribution des halos de matière noire les plus massifs par rapport au champ de matière continu d'une cosmologie à l'autre reste identique au cours du temps. Ce phénomène s'appréhende à l'aune de l'intensité relative de la structuration d'un modèle à l'autre, variant d'un modèle à l'autre dans les limites de 5%. La région définie par les faibles masses présente des variations importantes pour le rapport des biais : pour le modèle Supergravité, ces variations restent dans la limites de 10% alors que pour le modèle de quintessence Ratra-Peebles,

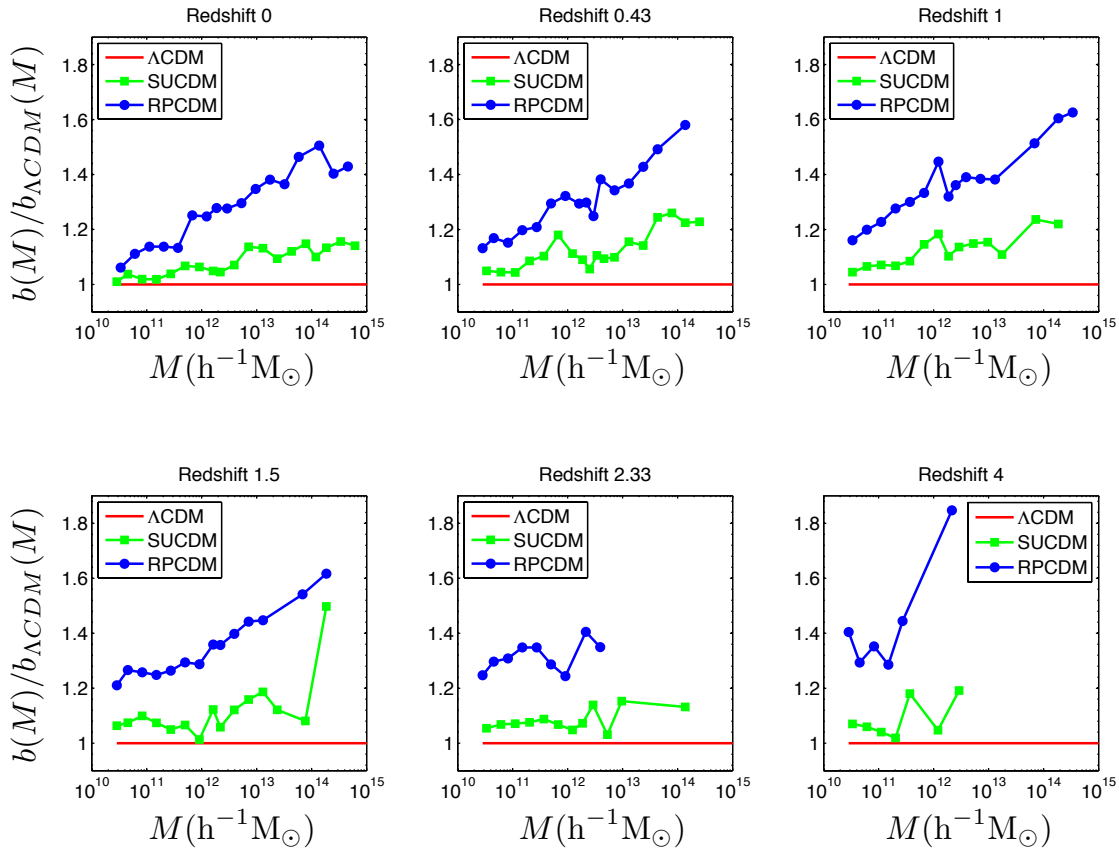


FIGURE 6.13: Évolution en redshift du rapport des biais dans une cosmologie donnée avec le modèle Λ CDM en fonction de la masse. Aux six redshifts sondés, le modèle SUCDM est plus biaisé que le modèle standard Λ CDM, lui-même plus biaisé que le modèle de quintessence Ratra-Peebles. Aux faibles masses, on observe une augmentation du rapport des biais avec le redshift. Aux masses élevées, les rapports des biais restent constants au cours du temps.

ces variations sont exacerbées et atteignent 40%. Ces variations indiquent une grande variabilité de la distribution des petits halos d'un redshift à l'autre. Cette différence de distribution peut refléter la large gamme d'environnements dans lesquels les halos peu massifs sont distribués. En particulier, en supposant que les halos massifs aujourd'hui ont pour origine les halos de faibles masses à un redshift élevé, ces différences nous invitent à nous interroger sur la dépendance du biais sur l'âge de formation. Cette problématique a récemment été ouverte par Gao et al. [106, 114], Reed et al. [115], Croton, Gao et White [116] et Li et Gao [107].

L'étude de l'évolution temporelle nous permet également d'accéder à des hauteurs de pic plus importantes. En effet, les premiers halos se formant dans l'Univers correspondent aux plus gros halos au redshift final. Ainsi, la hauteur de pic équivalente à un halo d'une masse donnée en $z = 0$ est sensiblement plus faible que celle d'un halo de même masse à un redshift plus élevé. Cette approche temporelle nous permet donc de conclure sur

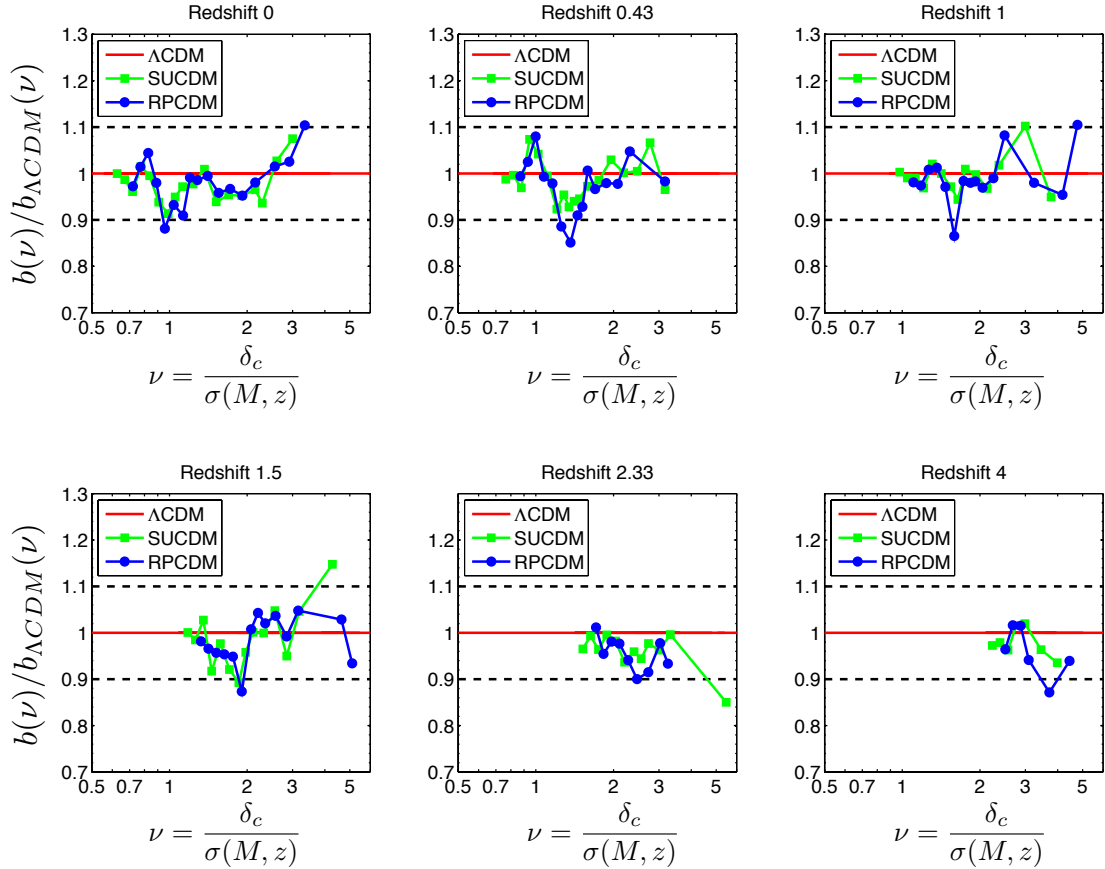


FIGURE 6.14: Évolution en redshift du rapport des biais dans une cosmologie donnée avec le modèle Λ CDM en fonction de la hauteur du pic de densité. À chaque redshift sondé, le rapport des biais est centré sur l'unité ce qui indique que la réécriture du biais en fonction de hauteur du pic de densité permet d'intégrer tous les effets liés à la cosmologie.

l'influence de la cosmologie sur l'effondrement non-linéaire pour les hauteurs de pic de densité les plus élevées.

Ainsi la réécriture du biais en fonction de la hauteur du pic de densité pour différents redshifts, présentée figure 6.14, nous montre l'évolution temporelle du rapport des biais pour des hauteurs comprises entre 0.5 et 5. Pour chaque redshift, les cosmologies SUCDM et RPCDM sont indistinguables et oscillent autour de l'unité. Cela indique que la réécriture en termes de hauteur de pic, quantité uniquement liée à la dynamique linéaire, intègre la majorité des contributions cosmologiques du biais.

Nous pouvons donc conclure que la dépendance du biais sur le modèle cosmologique est uniquement liée à la dynamique linéaire du modèle considéré. L'absence de contribution non-linéaire au biais est liée à la définition du biais, quantité obtenue en intégrant les rapports des fonctions de corrélation sur les échelles quasi-linéaires. En accord avec l'équation (6.17), cela signifie que l'empreinte de l'énergie noire sur le régime non-linéaire de formation de structures demeure lorsque l'on mesure la quantité Q : la constance du

rapport des biais en fonction de la hauteur du pic indique que l'information contenue dans le rapport des fonction de corrélation à la fonction de corrélation linéaire est maintenue dans le rapport Q . Ainsi, l'empreinte de l'énergie noire sur l'effondrement gravitationnel non-linéaire demeure sur la fonction de corrélation des halos.

Cependant, afin de comparer aux mesures observationnelles réalisées par le 2MRS [117], le SDSS [118] ou d'autres, il convient de vérifier l'existence de ce lien pour les mesures effectuées dans l'espace des redshifts.

6.3 Distribution des galaxies dans l'espace des redshifts

6.3.1 Fonction de corrélation dans l'espace des redshifts

La définition de la fonction de corrélation dans l'espace des redshifts est subtile. En effet, dans l'espace des redshifts, l'ensemble des objets du catalogue de données est considéré dans un espace-temps à des instants différents : nous ne mesurons alors plus des distances mais des décalages spectraux. Ces décalages spectraux peuvent être convertis en distance en supposant un modèle cosmologique et des paramètres décrivant les quantités de matière dans l'Univers (voir Chapitre 2). De plus, l'espace des redshifts ou cône de lumière ne peut être défini que par rapport à un observateur.

Dans la série de simulations cosmologiques DEUSS, les objets (particules ou halos de matière noire) peuplant les cônes de lumière décrivant l'espace des redshifts sont déjà exprimés en distance comobile par rapport à un observateur placé en un point arbitraire de l'espace-temps. Cela signifie que nous pouvons utiliser directement les positions lors du calcul de la séparation entre les objets dans l'espace des redshifts. La méthode consistant à calculer les histogrammes de la séparation dans les catalogues de données et aléatoire est similaire à la méthode décrite pour le calcul des fonctions de corrélation dans l'espace comobile. Cependant, il existe quelques différences : la première réside dans la définition de la séparation entre objets qui doit dépendre de l'observateur ; la seconde provient de la forme particulière du cône de lumière lors de la construction des catalogues.

La première différence est intégrée dans une variable, appelée s , correspondant à la séparation entre deux objets i et j dans l'espace des redshifts. Celle-ci, illustrée figure 6.16, se calcule à partir des positions x_i et x_j des deux objets :

$$s = \sqrt{\|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|} . \quad (6.18)$$

Afin de se défaire des effets liés à la forme du cône de lumière, il convient de créer des catalogues aléatoire et de données ayant des formes identiques (sphères de rayon donné, cône directionnel...) dont la profondeur est fixée par un paramètre modifiable. Cette

profondeur maximale permettra, dans l'analyse des simulations numériques, de limiter le nombre de particules total et donc d'augmenter la signifiante de nos mesures. En particulier, dans l'espace des redshifts, la répartition moyenne des objets du catalogue aléatoire doit être identique à celle du catalogue de données. Cela nous assure que le catalogue poissonnien ait une densité de probabilité similaire équivalente à celle du catalogue de données.

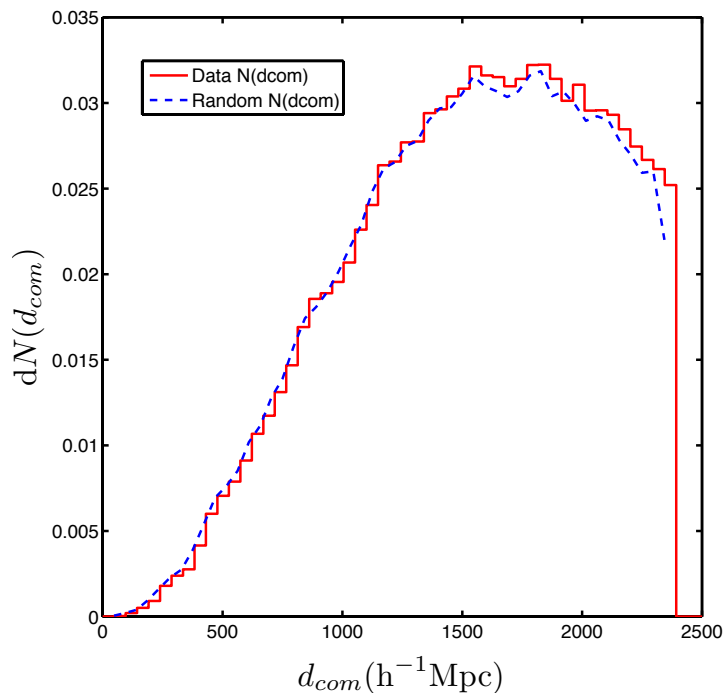


FIGURE 6.15: Distribution en redshift des catalogues réel et aléatoire : la probabilité d'observer un halo de $10^{14} M_{\odot}$ est indiquée par l'histogramme rouge alors que la probabilité d'obtenir un objet du catalogue aléatoire à une distance comobile donnée est en tirets bleu.

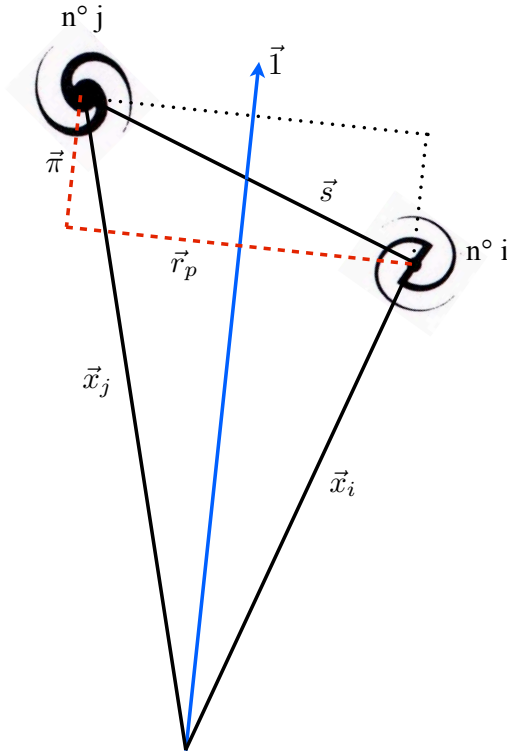
La figure 6.15 nous montre cet accord entre les distributions du catalogue de données (dans ce cas des halos de masse supérieure à $10^{14} M_{\odot}$) et du catalogue aléatoire dans l'espace des redshifts. Cet accord est obtenu en utilisant une méthode de réjection lors de la construction du catalogue aléatoire : en accord avec la distribution observée sur les données, la distance R à l'observateur d'un point aléatoire est fixée ; puis, il convient de tirer, en coordonnées sphériques, deux angles afin de positionner aléatoirement notre point sur la sphère de rayon R (voir Annexe A). Cette méthode nous assure que nous ne créons pas de corrélations arbitraires dues à la mise en place du catalogue aléatoire.

Afin de réduire la variance de l'estimateur de ξ , il peut également être utile d'introduire un poids dépendant du redshift et la position sur le ciel pour chaque particule. Ce poids est généralement défini [119, 120] comme $w_i = 1/(1 + 4\pi n(z_i)J_3(s))$ avec $n(z)$ le nombre d'objets à un redshift z et $J_3(s) = \int_0^s \xi(s')s'^2 ds'$. Dans un premier temps, ayant accès à

un nombre élevé d'objets dans l'espace des redshifts, nous n'avons pas implémenté cette méthode, ce qui correspond à imposer un poids égal à un. Afin de discriminer entre les modèles cosmologiques, il sera indispensable de prendre un compte les poids de chaque objet afin de limiter le bruit lié aux mesures de fonction de corrélation dans l'espace des redshifts.

De plus, dans cet espace, de nombreux effets physiques ou observationnels s'ajoutent à la position réelle des objets.

- En premier lieu, la vitesse particulière des objets eux-même crée une distorsion suivant la ligne de visée. Cela modifie donc la position que nous percevons pour les objets dans l'espace des redshifts : il s'agit du fameux effets « Finger of God », allongeant les objets suivant la ligne de visée.
- Un autre effet, associé à l'effondrement du champ de matière autour des halos, se manifeste dans la direction orthogonale à la ligne de visée. Cet effet physique, appelé effet Kaiser, joue un rôle important sur la forme de la fonction de corrélation mesurée dans l'espace des redshifts.



Ces effets sont pris en compte en isolant l'effet de « Finger of God » ayant lieu sur la ligne de visée des effets purement gravitationnels sur la direction perpendiculaire à la ligne de visée. Ainsi, deux variables (π, r_p) sont nécessaires à la description de la fonction de corrélation dans l'espace des redshifts. Ces nouvelles variables correspondent donc à la projection de la séparation \vec{s} parallèlement et perpendiculairement à la ligne de visée comme définit sur le schéma 6.16 et s'écrivent alors :

FIGURE 6.16: Principe de la mesure de corrélation dans l'espace des redshifts

$$\pi = \vec{s} \cdot \frac{\vec{x}_{12}}{\|\vec{x}_{12}\|} \quad (6.19)$$

$$r_p = \sqrt{\vec{s} \cdot \vec{s} - \pi^2} \quad (6.20)$$

La fonction de corrélation dans l'espace des redshifts est calculée à partir de l'estimateur introduit par Davis et Peebles [121] et Blanchard et Alimi [122, 123] :

$$1 + \xi(s) = \frac{n_R}{n_D} \frac{DD(s)}{DR(s)} \quad (6.21)$$

$$1 + \xi(\pi, r_p) = \frac{n_R}{n_D} \frac{DD(\pi, r_p)}{DR(\pi, r_p)} \quad (6.22)$$

6.3.2 Mesure des fonctions de corrélation dans l'espace des redshifts

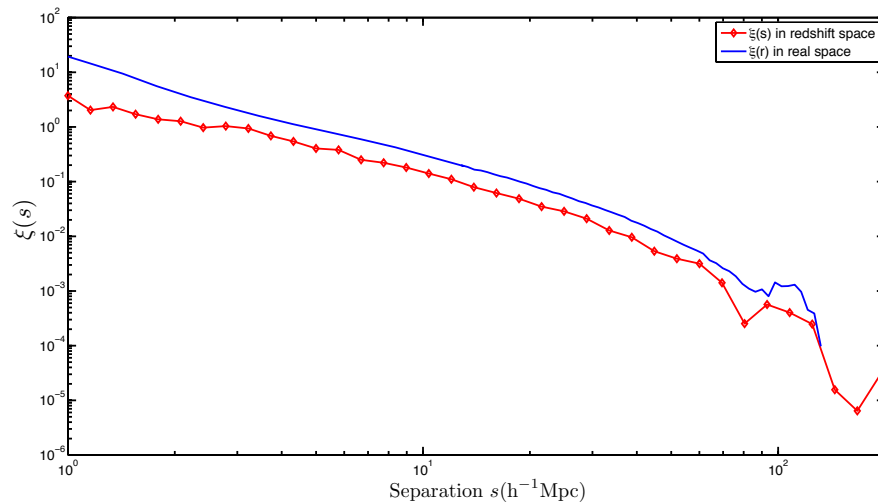


FIGURE 6.17: Fonction de corrélation dans l'espace réel (en bleu) et dans l'espace des redshifts (en rouge). La puissance contenue dans l'espace des redshifts est moins importante que dans l'espace comobile, la structuration étant plus importante dans l'espace comobile. La position du pic BAO semble être décalée par rapport à la mesure dans l'espace comobile.

Les résultats présentés dans cette partie sont des illustrations des effets de distorsion dans l'espace des redshifts. Nous ne ferons donc que montrer les résultats obtenus, les mesures physiques étant encore à venir. Ces effets seront illustrés grâce à des mesures de fonction de corrélation suivant la variable s et suivant les variables du plan (π, r_p) sur des données numériques avec distorsions de redshifts et sans les distorsions. En particulier, nous ne discuterons pas les différences entre les modèles cosmologiques qui se développent surtout autour des distorsions dues aux vitesses particulières.

La mesure de la séparation dans l'espace des redshifts sur le modèle cosmologique standard Λ CDM est indiquée en rouge figure 6.17. La courbe en bleu correspond à la mesure de la fonction de corrélation dans l'espace comobile. Deux différences principales sont visibles : la puissance de la fonction de corrélation dans l'espace des redshifts est moindre que dans l'espace comobile, cet écart s'accroissant lorsque l'on sonde des séparations très

faibles. Cela s'explique par la différence de structuration entre l'espace des redshifts et l'espace comobile. En effet, la structuration dans le cône de lumière est bien moins importante à haut redshift qu'à bas redshift ce qui explique que le nombre de structures est moins élevé et que leur répartition est moins corrélée que dans l'espace comobile, même sur les petites échelles.

Une autre différence est l'intensité et la position du pic associé aux oscillations acoustiques de baryons. Ainsi, dans l'espace comobile, le pic des BAO est situé à environ

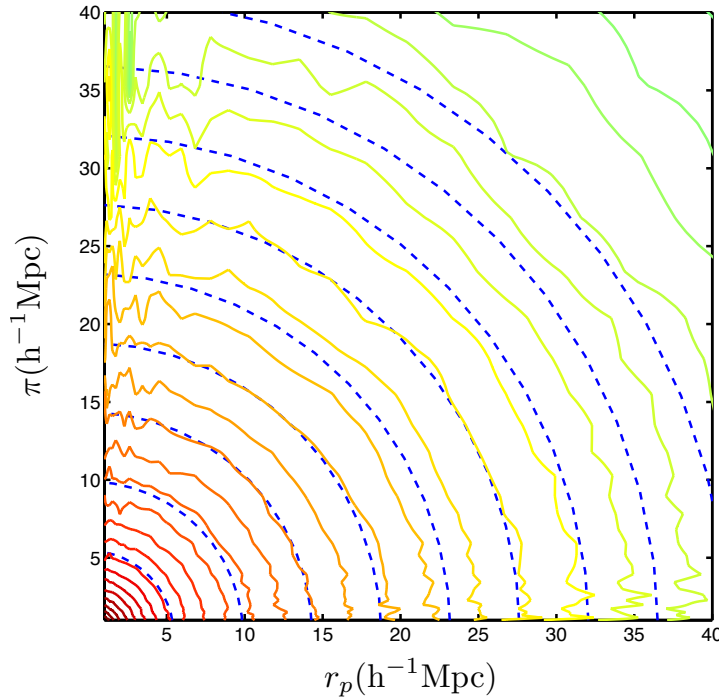


FIGURE 6.18: Absence de distorsion sur la fonction de corrélation dans le plan (π, r_p) calculée sur le champ de matière dans une sphère de profondeur maximale $z = 0.15$. Les contours correspondent à une différence $\Delta\xi = 1$. En bleu, la prédiction théorique de la fonction de corrélation en l'absence de distorsion due aux vitesses particulières à différents rayons. L'effet Kaiser, d'élongation suivant la direction, est très faiblement visible même aux grands rayons.

$105 h^{-1} \text{ Mpc}$ alors que ce pic est plutôt situé vers $\sim 95 h^{-1} \text{ Mpc}$ dans l'espace des redshifts. Cette différence implique que l'échelle définie de manière univoque par les BAO dans l'espace comobile se décale dans l'espace des redshifts. Cependant, la largeur du pic BAO est également bien plus importante dans l'espace des redshifts que dans l'espace réel, ce qui peut indiquer des problèmes statistiques. Il convient donc de calculer plus en détail la fonction de corrélation à ces échelles afin de comprendre finement ce décalage des BAO.

La figure 6.18 représente la fonction de corrélation dans le plan (π, r_p) calculée sur le champ de matière sans les distorsions dues aux vitesses particulières (aux redshifts obtenus par le code RAMSES-DEUS, nous n'ajoutons pas la contribution liée à la vitesse).

Dans ce plan, nous observons une fonction de corrélation circulaire en accord avec la prédiction théorique en l'absence de distorsions. Toutefois, à grands rayons, nous observons une faible élongation suivant la variable r_p correspondant à l'effondrement des objets les uns sur les autres dans un puits de potentiel gravitationnel (effet Kaiser). La fonction de corrélation sur les halos nous permettra d'observer pleinement cet effet. On remarque les effets statistiques très importants suivant la ligne de visée et la direction perpendiculaire : peu d'objets se trouvent directement dans ces directions ce qui impliquent un bruit important. Dans ce cas, l'intervention d'un poids en fonction du redshift et de la position pour les particules permet de lisser les bords de cette fonction de corrélation bidimensionnelle.

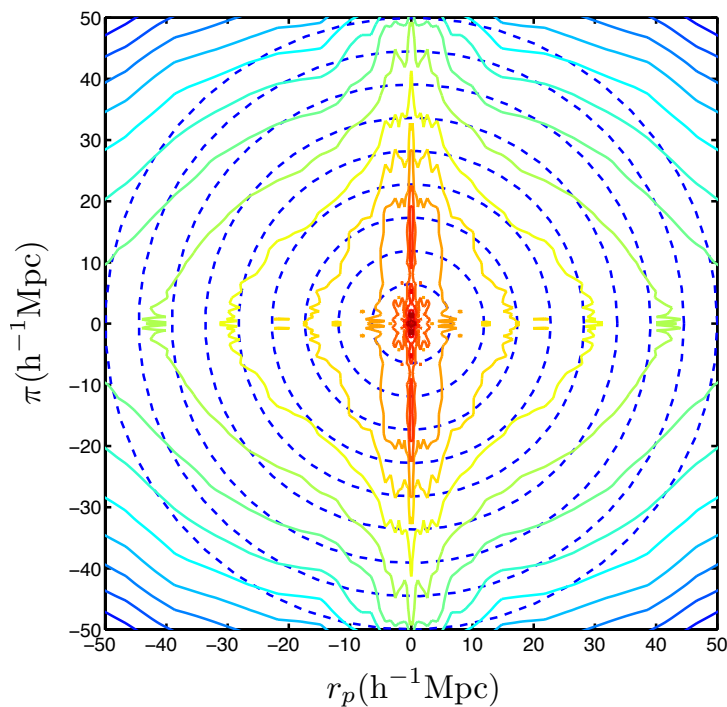


FIGURE 6.19: Distorsion de la fonction de corrélation dans le plan (π, r_p) calculée sur les halos de matière noire dans une sphère de profondeur maximale $z = 0.15$. Les contours correspondent à une différence $\Delta \log \xi = 1$. L'effet de distorsion suivant la ligne de visée est très important sur les petites échelles. L'effet Kaiser est également visible suivant la direction r_p et est particulièrement marqué à grandes échelles.

Finalement, la fonction de corrélation calculée sur les halos dans une sphère de profondeur maximale $z = 0.15$ avec les distorsions dues aux vitesses particulières est présentée figure 6.19. Les trois quartiers ont été obtenus par symétrie avec le premier quartier ($\pi > 0, r_p > 0$). La prédiction en l'absence de distorsions est en tirets bleus. Nous remarquons deux types de déviation par rapport à la circularité : une déviation selon π et une élongation suivant r_p . L'élongation suivant π , particulièrement importante à faibles échelles, correspond à la distorsion des vitesses particulières dans l'espace des redshifts.

Cette distorsion détruit complètement la symétrie entre les deux variables observée figure 6.18. L'élongation suivant r_p est très faible à petites échelles et devient de plus en plus importante à grandes échelles : celle-ci est liée à la chute dans les puits de potentiel gravitationnel des différents objets i.e. l'effet Kaiser. On remarque également les effets statistiques importants dans la direction r_p et π .

Ces effets statistiques ne peuvent pas être complètement corrigés par l'utilisation d'un poids. En effet, la fonction de corrélation sur les halos est ici bruitée à cause du manque de halos. Afin d'augmenter la statistique des halos, il est important d'accéder à des volumes plus importants. Les simulations DEUS : Full Universe Runs, que nous détaillerons Chapitres 7 et 11, répondent à cette nécessité.

CHAPITRE

7

FULL UNIVERSE RUN : RÉSULTATS PRÉLIMINAIRES

7.1 Spectres de puissance	186
7.2 Fonction de masse	190
7.3 Distribution en redshift et événement rare	194

La simulation de tout l'Univers observable répond à un besoin impératif de la communauté scientifique. En effet, seule une telle simulation permet de comprendre l'influence de la topologie sur les simulations de plus petite taille, d'étudier les effets des potentiels retardés sur toute l'histoire de l'Univers, d'accéder à une statistique inégalée sur les événements rares, d'observer la répartition de tous les halos de matière noire dans l'espace comovant et l'espace des redshifts... Une telle simulation offre également des possibilités inégalées en matière de corrélations croisées, d'effet de lentillage faible (weak-lensing) et de mesure d'effet Sachs-Wolfe intégré. La mesure de tous ces effets est au coeur de nombreux grands projets observationnels (BOSS¹, EUCLID², SDSS³, Planck⁴...).

Dans cette section, nous présentons quelques résultats préliminaires marquants issus de la série de simulations cosmologiques DEUS : Full Universe Runs, réalisée grâce à l'application AMADEUS (voir Chapitre 11).

1. <http://cosmology.lbl.gov/BOSS/>
2. <http://sci.esa.int/euclid>
3. <http://www.sdss.org>
4. <http://www.esa.int/SPECIALS/Planck/index.html>

7.1 Spectres de puissance

Nous avons décrit dans le Chapitre 4 l'importance du spectre de puissance en cosmologie. En particulier, en imposant des conditions initiales gaussiennes pour les contrastes de densité, le spectre de puissance nous permet de connaître toutes les informations statistiques associées au champ de matière. De plus, d'un point de vue numérique, la mesure du spectre de puissance peut être menée de façon très efficace. C'est pourquoi lors de la simulation DEUS : Full Universe Run, le calcul du spectre de puissance constitue une étape obligatoire du run : il permet, en moins d'une heure et demie, de valider la simulation et de donner des informations importantes sur la structuration de la matière dans la simulation.

Dans cette section, nous détaillerons les résultats obtenus sur le spectre de puissance ainsi que sur les oscillations acoustiques de baryons dans les trois modèles cosmologiques utilisés lors des DEUS : Full Univers Runs.

La figure 7.1 nous montre les spectres de puissance des trois modèles cosmologiques simulés à 15 pas de temps différents : les traits continus correspondent à Λ CDM, les tirets représentent RPCDM et les tirets-points symbolisent wCDM. À cela s'ajoute la prédiction linéaire pour chacun des modèles en noir. Celle-ci est calculée à partir de CAMB en $z = 0$ et interpolée à d'autres redshifts en utilisant le taux linéaire de croissance des structures D_+ . De nombreux effets sont visibles sur ce graphique. Tout d'abord, à petit nombre d'ondes (donc à grande échelle), les effets du choix de phase initial sont très marqués : ils correspondent aux oscillations se prolongeant de 3×10^{-4} h. Mpc $^{-1}$ à 8×10^{-3} h. Mpc $^{-1}$. Comme le choix de phase a été identique d'un modèle à l'autre, les oscillations aléatoires sont les mêmes quelque soit la cosmologie.

Nous remarquons ensuite que, jusqu'à un redshift de l'ordre de 4, à petite échelle, les spectres chutent par rapport à la prédiction linéaire. Ce comportement, ne se manifestant qu'au voisinage de la fréquence de Nyquist de la grille PM, est lié à notre code dynamique RAMSES-DEUS qui entraîne une erreur se propageant sur quelques cellules PM. En effet, dans un code PM, afin de calculer la transformée de Fourier (Fast Fourier Transform ou FFT) du champ de densité, le code doit connaître la distribution de masse sous-jacente, ce qui suppose un schéma d'attribution de la masse sur une grille. Plus l'ordre de ce schéma est important, plus la précision de la FFT sera importante. Dans le cas d'AMADEUS, seul un schéma d'ordre deux⁵ a été implémenté, ce qui provoque cette chute importante à haut nombre d'ondes. Afin de corriger cet effet numérique, des schémas d'ordres supérieurs doivent être implémentés comme l'indique S. Colombi [124]. Notons qu'à bas redshift, cet effet se manifeste moins car la fréquence de Nyquist a été repoussée à plus haute

5. Un schéma d'ordre 1 correspond à un NGP, un schéma d'ordre 2 à une projection CIC et un schéma d'ordre 3 à une interpolation TSC.

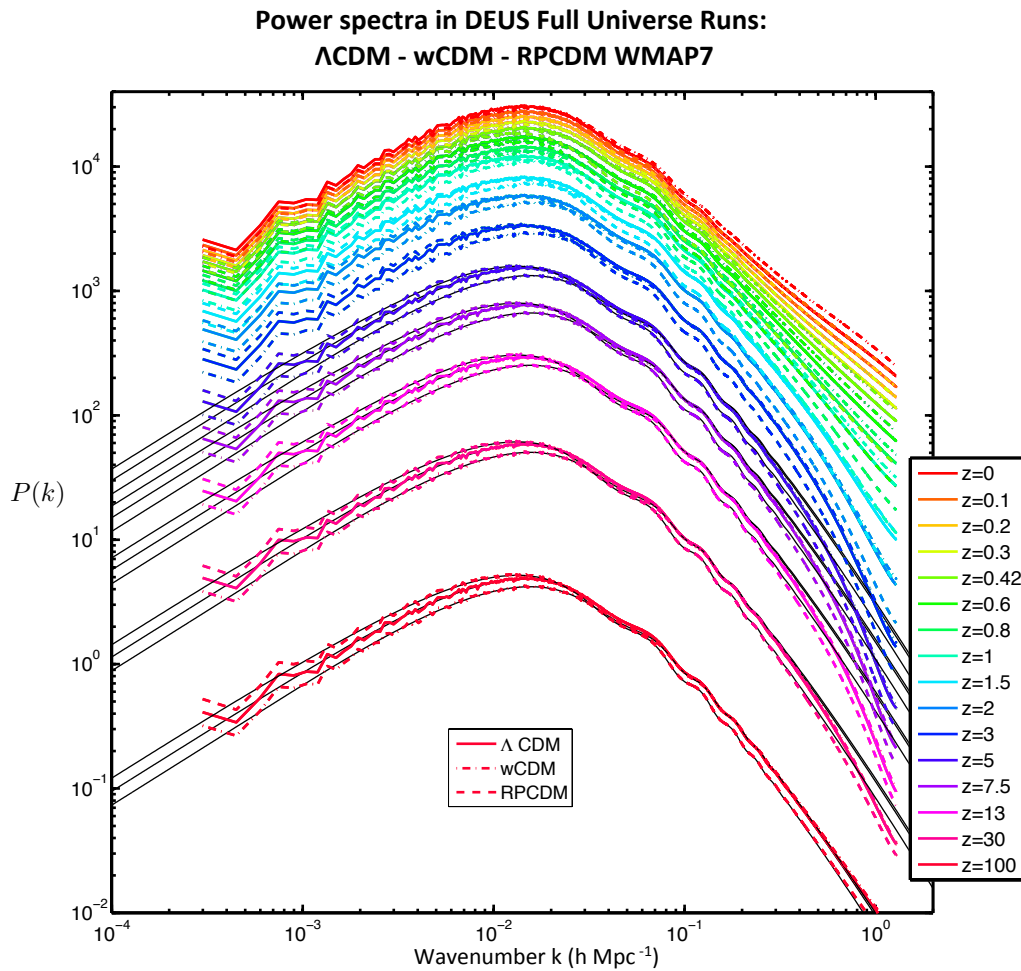


FIGURE 7.1: Évolution temporelle des spectres de puissance des cosmologies Λ CDM (trait plein), RPCDM (tirets) et wCDM (trait-point). Les spectres de puissance retracent l'évolution de la répartition de la puissance depuis les périodes linéaires ($z \sim 100$) aux périodes fortement non-linéaires : on remarque l'amplification de la puissance aux petites échelles au fur et à mesure de l'influence des grandes vers les petites échelles.

échelle grâce aux raffinements de RAMSES-DEUS.

Cela nous amène à observer l'influence des non-linéarités sur le spectre de puissance, mis en évidence sur la figure 7.2. En effet, à bas redshift, le régime fortement non-linéaire est atteint, provoquant une amplification de la puissance répartie sur les petites échelles. Ainsi, au fur et à mesure que nous nous rapprochons de $z = 0$, la non-linéarité se propage vers des échelles de plus en plus importantes, allant jusqu'à dégrader le signal BAO.

Finalement, la comparaison entre les cosmologies nous indique qu'aux très grandes échelles, la puissance des modèles RPCDM est plus élevée que le modèle standard Λ CDM alors qu'elle est plus faible aux petites échelles. Cela indique que la puissance se répartit différemment dans les modèles de quintessence : la faible puissance à petite échelle est

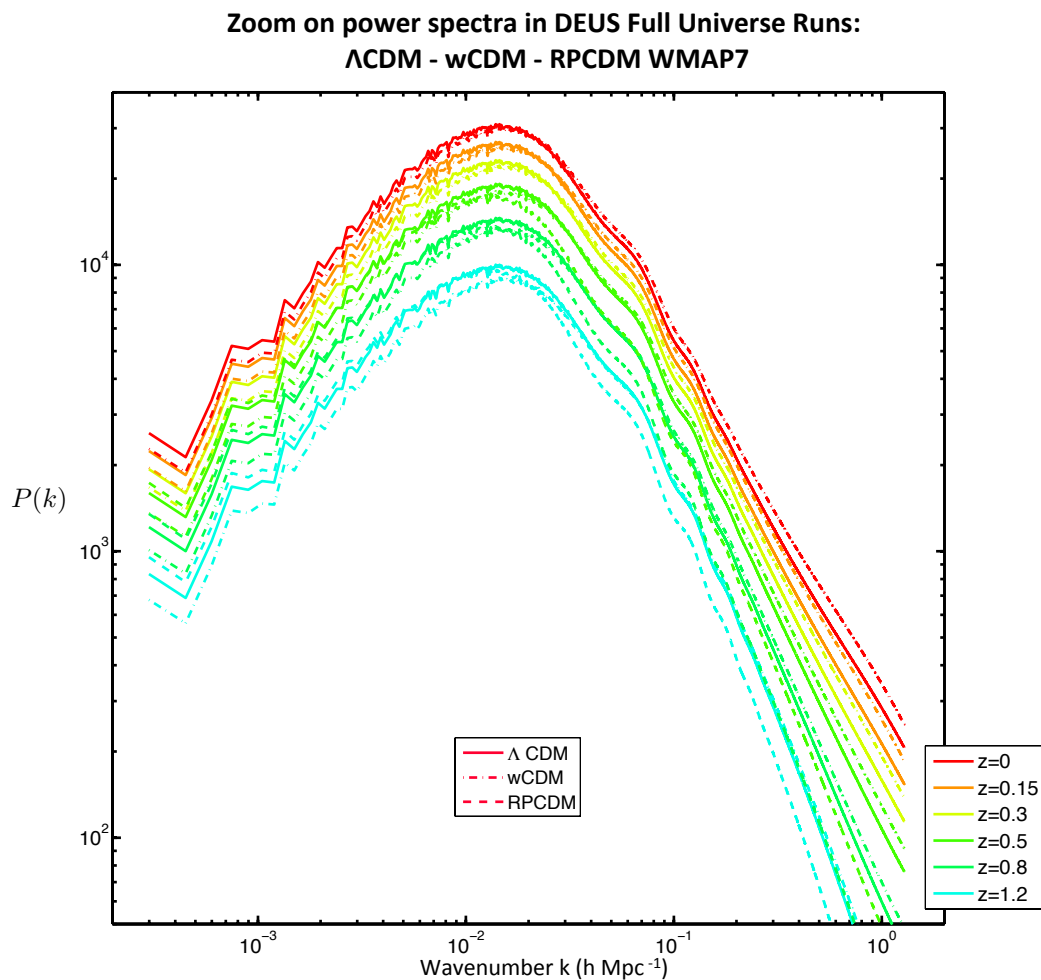


FIGURE 7.2: Zoom sur l'évolution temporelle non-linéaire des spectres de puissance des cosmologies Λ CDM (trait plein), RPCDM (tirets) et wCDM (trait-point). Le modèle RPCDM présente une structuration beaucoup moins importante que les modèles Λ CDM et wCDM. À l'inverse, le modèle wCDM présente une structuration aujourd'hui plus élevée que Λ CDM mais équivalente à Λ CDM à des redshifts plus importants ($z \sim 1.2$) : ces différences proviennent directement de la nature de l'énergie noire au travers de son équation d'état.

compensée par la présence d'une forte puissance aux grandes échelles. En ce sens, les modèles de type RPCDM sont plus homogènes que les deux autres modèles cosmologiques. La cosmologie wCDM présente un déficit de puissance aux grandes échelles mais possède le même comportement que Λ CDM à petites échelles à haut redshift. Dès lors que l'influence de l'énergie noire est importante, ces deux modèles vont se différencier : la puissance contenue aux petites échelles dans le modèle wCDM va alors être bien plus importante que celle dans le modèle Λ CDM.

Il existe donc un comportement profondément différent entre les modèles de quintessence RPCDM et wCDM bien que ces deux modèles aient été choisis de manière symétrique

l'un de l'autre pour le paramètre d'état et le taux de croissance. Une équation d'état variable est la principale différence entre le modèle Ratra-Peebles et le modèle w CDM. Cela indique qu'une énergie noire avec une équation d'état dynamique (e.g. un champ scalaire en roulement lent) laisse une empreinte bien plus importante sur les structures cosmiques qu'une énergie noire à équation d'état constante. En d'autres termes, la variation temporelle de l'équation d'état peut retarder (ou avancer) l'époque d'accélération de l'Univers, laissant une empreinte moins (ou plus) importante sur les structures cosmiques.

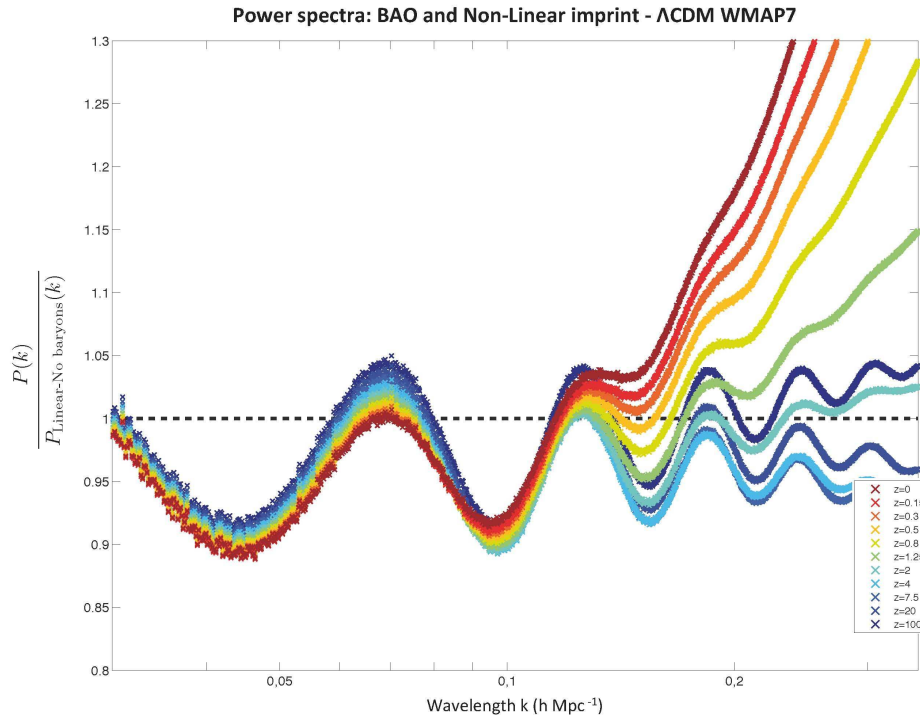


FIGURE 7.3: Oscillations acoustiques de baryons des simulations DEUS : FUR à différents redshifts. L'impact de l'effondrement gravitationnel non-linéaire sur le signal cosmologique s'étend jusqu'au second pic BAO. Seule la position du premier pic est semblable au cours du temps, l'amplitude diminuant au fur et à mesure de l'évolution cosmique.

Afin de mettre en évidence, dans le modèle Λ CDM, les oscillations acoustiques de baryons et l'effet important de la dynamique non-linéaire à petites échelles sur ce signal cosmologique des BAO, nous choisissons de représenter le spectre de puissance mesuré renormalisé par le spectre de puissance linéaire sans baryons prédit par la formule d'Einstein et Hu [125] sur la figure 7.3. La renormalisation par un spectre sans baryons met en évidence les oscillations acoustiques : la figure 7.3 montre ainsi clairement la position des pics acoustiques, identique quel que soit le redshift, et leur amplitude, diminuant au fur et à mesure du temps. La renormalisation par un spectre linéaire montre l'influence de la structuration hautement non-linéaire sur le signal BAO. En particulier, les pics

acoustiques d'ordre supérieur, contenant une information cosmologique importante, sont complètement gommés par les non-linéarités.

7.2 Fonction de masse

La fonction de masse F est une observable de comptage indiquant la probabilité d'avoir un halo d'une masse supérieure à une masse donnée. La fonction de masse à un redshift z est définie comme la fraction d'objets N ayant une masse comprise entre M et $M + \Delta M$ dans un volume V_{box} . À partir de cette définition, la méthode numérique permettant la mesure de la fonction de masse est aisée : ayant détecté les halos de matière noire au sein d'une simulation numérique, le calcul de la fonction de masse réside dans la construction d'un histogramme :

$$F(M, z) = \frac{1}{V_{box}} \frac{dN(M, z)}{dM} . \quad (7.1)$$

Nous présentons figure 7.4 la fonction de masse composite issue de la série de simulations DEUSS et de la simulation DEUS : Full Universe Run pour le modèle Λ CDM aujourd'hui. Les halos de matière noire de faibles masses sont donc atteints par les simulations de faible volume très résolues. Afin d'accéder aux masses les plus importantes dans l'Univers, il faut suivre l'effondrement de milliards de particules dans un volume gigantesque : la simulation DEUS : Full Universe Run sondant la queue de la distribution est ainsi une simulation de l'ensemble de l'Univers observable. Au sein d'une telle simulation, nous obtenons une fonction de masse non bruitée à des masses aussi importantes que $10^{16} h^{-1} M_{\odot}$. La forme de cette fonction de masse est bien conforme avec celle attendue pour un processus d'effondrement hiérarchique. En effet, dans ce type de processus, les premiers objets formés sont de petits halos qui vont grossir par fusions successives jusqu'à former peu de halos très massifs. La chute exponentielle aux masses les plus élevées s'explique par le fait que de tels halos n'ont pas encore eu le temps de se former.

Deux régimes sont à distinguer sur la fonction de masse : une région aux faibles masses suivant approximativement une loi de puissance et une queue aux fortes masses ayant une extinction exponentielle. Afin d'effectuer des mesures précises dans ces deux régimes, il convient d'allier une résolution importante afin de résoudre les halos peu massifs et un volume très important afin de maximiser l'occurrence d'un événement rare et d'obtenir les halos les plus massifs de l'Univers. Pour sonder précisément la fonction de masse, il faut trouver un compromis entre volume simulé et résolution : comme le montre la convergence entre les différentes simulations de la série DEUSS (voir Chapitre 11) sur la figure 7.4, l'utilisation d'une série de simulations est une solution efficace.

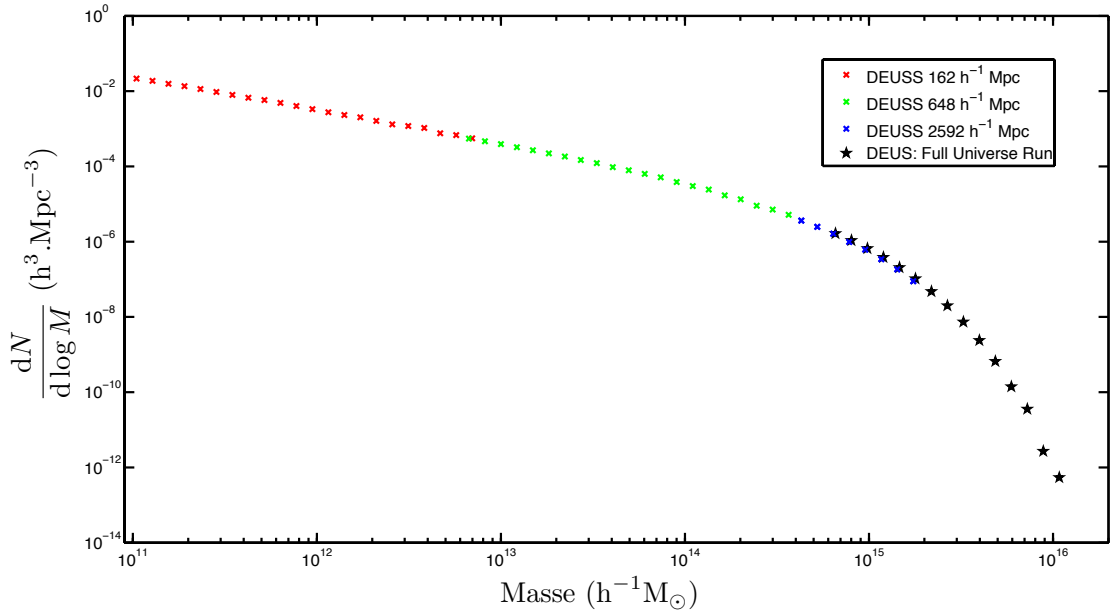


FIGURE 7.4: Fonction de masse composite en $z = 0$ issue de la série de simulations DEUSS et de la simulation DEUS : Full Universe Run pour le modèle cosmologique Λ CDM. On distingue parfaitement la chute exponentielle aux fortes masses.

La prédiction théorique de la dépendance de cette probabilité en fonction de la masse limite est complexe et demande soit la prise en compte de manière fine de l'effondrement gravitationnel, soit la description statistique de la dynamique non-linéaire. Cette dernière est la voie suivie pour aboutir à la prédiction de Press et Schechter [126].

La méthode consiste en l'introduction d'une forme fonctionnelle f , appelée fonction de multiplicité, permettant, à partir de considération statistique, de masquer notre ignorance sur le processus exact d'effondrement gravitationnel :

$$F = \frac{dn}{dM} = -\frac{\bar{\rho}}{M} \frac{1}{\sigma^2} \frac{d\sigma}{dM} f\left(\frac{\delta_c}{\sigma}\right). \quad (7.2)$$

La fonction de multiplicité peut s'écrire de différentes manières suivant que l'on modélise un effondrement sphérique, ellipsoïdal ou quelconque. Ainsi, dans le cas le plus simple, elle prend la forme de Press et Schechter [126] ou Sheth et Tormen [127] :

$$f_{PS}\left(\frac{\delta_c}{\sigma}\right) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\delta_c}{\sigma} \exp\left(-\frac{\delta_c^2}{2\sigma^2}\right) \quad (7.3)$$

$$f_{ST}\left(\frac{\delta_c}{\sigma}\right) = A \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\delta_c}{\sigma} \left[1 + \left(\frac{\delta_c}{\sigma\sqrt{a}}\right)^{-2p}\right] \exp\left(-a\frac{\delta_c^2}{2\sigma^2}\right) \quad (7.4)$$

δ_c est la prédiction donnée par l'effondrement sphérique dans une cosmologie donnée. Il dépend donc a priori de la cosmologie. Cependant, l'indépendance de δ_c et Δ_{vir} en fonction du temps dans un modèle SCDM a poussé les auteurs à souvent négliger la

contribution de la cosmologie.

Des simulations numériques [128, 129] ont également permis de mesurer directement cette fonction de multiplicité uniquement en termes de la variable σ . Par exemple, les travaux de Jenkins ont mené à l'établissement d'une fonction de multiplicité qui, sur la gamme de masse $-1.2 \leq \ln \sigma^{-1} \leq 1.05$ ne présente pas de déviations supérieures à 20% d'une cosmologie à l'autre :

$$f(\sigma) = 0.315 \exp \left(-|\ln \sigma^{-1} + 0.61|^{3.8} \right) . \quad (7.5)$$

La simulation Full Universe Run, en présentant une gamme de masse inégale (avec $-0.95 \leq \ln \sigma^{-1} \leq 1.2$), permet d'étudier les différences à la prédiction de Jenkins. En particulier, sur la figure 7.5, nous voyons que la formule empirique de Jenkins s'écarte énormément de la mesure, en raison de l'action de l'énergie noire sur la formation des structures, très présente aux fortes masses.

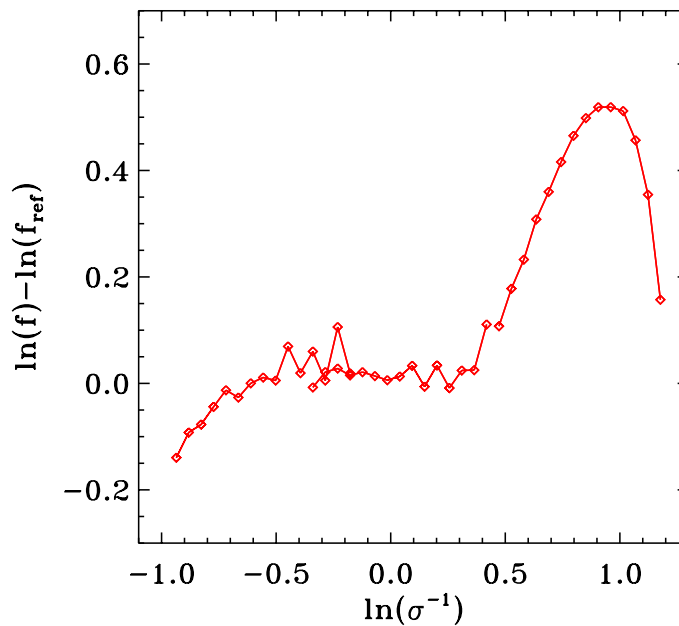


FIGURE 7.5: Différence relative de la fonction de multiplicité mesurée dans la simulation DEUS : Full Universe Run et de la prédiction théorique de Jenkins.

Cela suppose donc de revoir la gamme de validité de la formule empirique de Jenkins qui, au vu de nos simulations, ne peut pas être utilisée au-delà de $\ln \sigma^{-1} \sim 0.4$. Au-delà d'une simple modification de cet intervalle de validité, cette déviation implique de repenser la formation des structures les plus importantes dans l'Univers.

De la même manière, nous pouvons étudier l'évolution de la fonction de masse en redshift dans le modèle Λ CDM. Pour se faire, nous fixons un seuil et comptons les objets de masse

supérieure à ce seuil compris entre un redshift z et un redshift $z + \Delta z$. Les prescriptions précédentes nous permettent également de prédire théoriquement la fonction de masse en redshift, en intégrant ces formes fonctionnelles sur les halos plus massifs que le seuil à chaque instant. Dans le cas de la simulation DEUS : Full Universe Run, le seuil en masse est fixé à $1.2 \times 10^{14} M_{\odot}$. Les bins en redshift sont choisis de telle manière à échantillonner linéairement la fonction de masse en fonction du redshift.

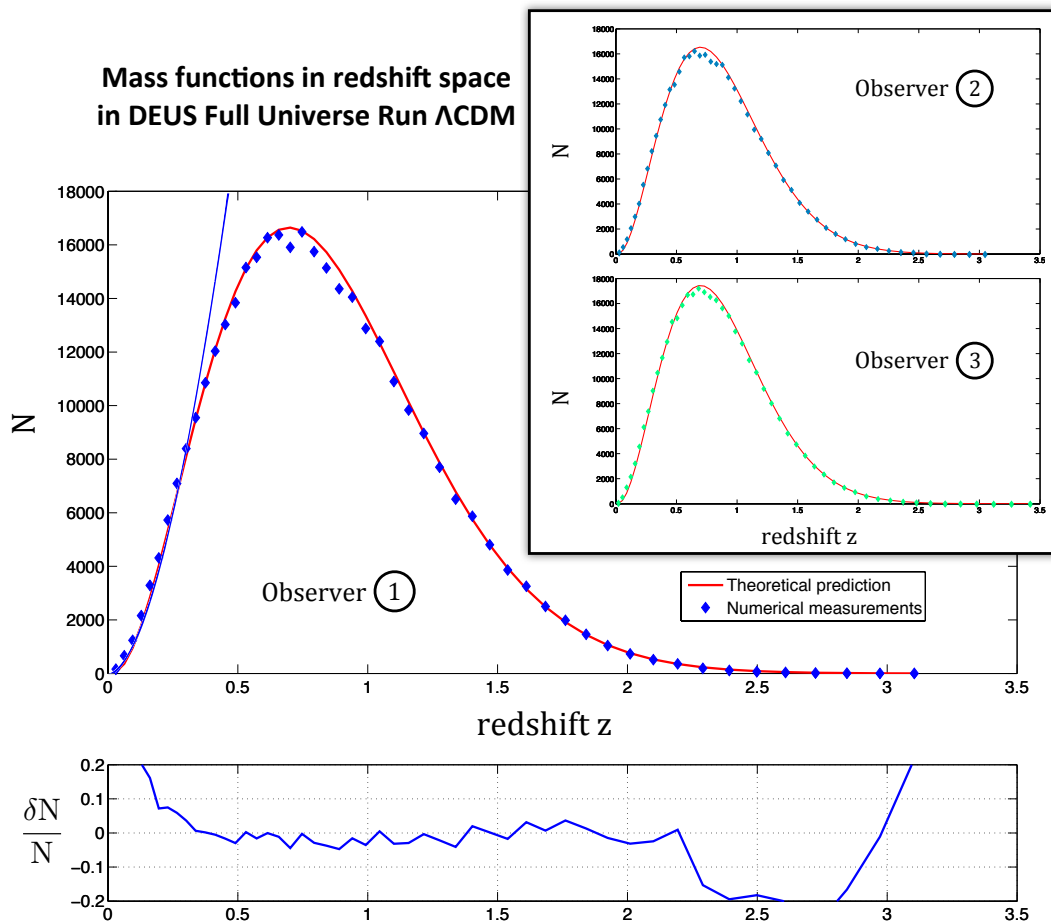


FIGURE 7.6: Fonction de masse en redshift dans la simulation DEUS : Full Universe Run Λ CDM pour les observateurs placés au centre de trois cônes de lumière. La courbe rouge indique la prédiction issue de l'intégration de la forme fonctionnelle de Sheth et Tormen. Les diamants correspondent aux mesures menées au sein de la simulation DEUS : Full Universe Run. À bas redshift, l'augmentation du nombre d'objets est due aux effets de volume. À haut redshift, la vitesse de la chute est associée au modèle cosmologique. L'écart relatif est indiqué dans la figure inférieure.

La figure 7.6 représente les mesures de la fonction de masse en redshift issues de la simulation DEUS : Full Universe Run dans la cosmologie Λ CDM pour trois observateurs situés aux centres de trois cônes de lumière. Sur les figures supérieures, la courbe théorique, calculée à partir de la formule de Sheth et Tormen, est indiquée en rouge alors que

les mesures sont représentées par des diamants de différentes couleurs. La fonction de masse en redshift est à décomposer en deux parties : à bas redshift, on observe une augmentation rapide du nombre d'objets avec le redshift ; aux redshifts élevés, on observe une chute importante de la fonction de masse. Ces effets ont des causes radicalement différentes. De manière similaire aux mesures observationnelles, à bas redshift, l'augmentation est uniquement due aux effets de volume du cône de lumière comme indiqué par la courbe continue bleue. À l'inverse des observations, à haut redshift, la diminution n'est pas liée à la limite en luminosité des mesures mais à la limite en masse : à résolution fixée, nous avons donc tous les halos supérieurs à une masse donnée du cône de lumière. La cosmologie laissant une empreinte forte sur les objets de masse élevée, c'est dans cette chute du nombre de halos en fonction du redshift que la dépendance cosmologique est la plus importante.

La figure inférieure indique l'écart relatif des mesures effectuées sur l'observateur n°1 à la prédiction théorique de Sheth et Tormen. Nous voyons que nous sommes capables de prédire la fonction de masse en redshift avec une précision de 5% sur une large gamme de redshift (allant de $z = 0.4$ à $z = 2.3$). En dehors de cette gamme de redshift, les déviations à la prédiction théorique sont associées au faible nombre d'objets détectés.

7.3 Distribution en redshift et événement rare

Les simulations DEUS : Full Universe Runs permettent également d'étudier le nombre et la distribution des amas dans l'espace des redshifts et de les comparer à des projets observationnels. Par exemple, dans le cadre de la mise en place d'un catalogue d'amas détectés par effet Sunayev-Zel'Dovich par le "South Pole Telescope" (SPT), 224 amas de galaxies ont été repérés dans un cône de lumière profond de $z = 1.3$ d'une ouverture de 720 degrés carré. En particulier, la détection du halo SPT-CL J2106-5844 d'une masse de $(1.31 \pm 0.21) \times 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$ à un redshift de 1.13 a été confirmée [130, 131]. Un tel objet est à la limite de la prédiction théorique liée à la fonction de masse dans le cadre du modèle de concordance Λ CDM. Les estimations actuelles nous indiquent une probabilité proche de 7% dans un relevé du ciel d'une taille de 2500 degrés carré correspondant à l'ensemble du relevé effectué par le SPT.

On peut donc s'interroger sur la dépendance d'une telle observation sur la position de l'observateur, sur la surface du relevé ainsi que sur la cosmologie. La dépendance sur la position de l'observateur, que l'on peut associer à un principe de variance cosmique, peut être étudiée grâce aux cônes de lumière de la simulation Full Universe Run placés en différents points de l'espace-temps. En particulier, le large volume simulé par les simulations DEUS : Full Universe Runs permet de considérer des cônes de lumière sphériques

en $z = 0$ ne se recouvrant pas avant un redshift $z = 6$: chaque observateur peut donc être considéré comme indépendant, celui-ci n'ayant pas interagi gravitationnellement depuis très longtemps avec son voisin. Sur les figures 7.7, les trois observateurs sont représentés en bleu, rouge et vert.

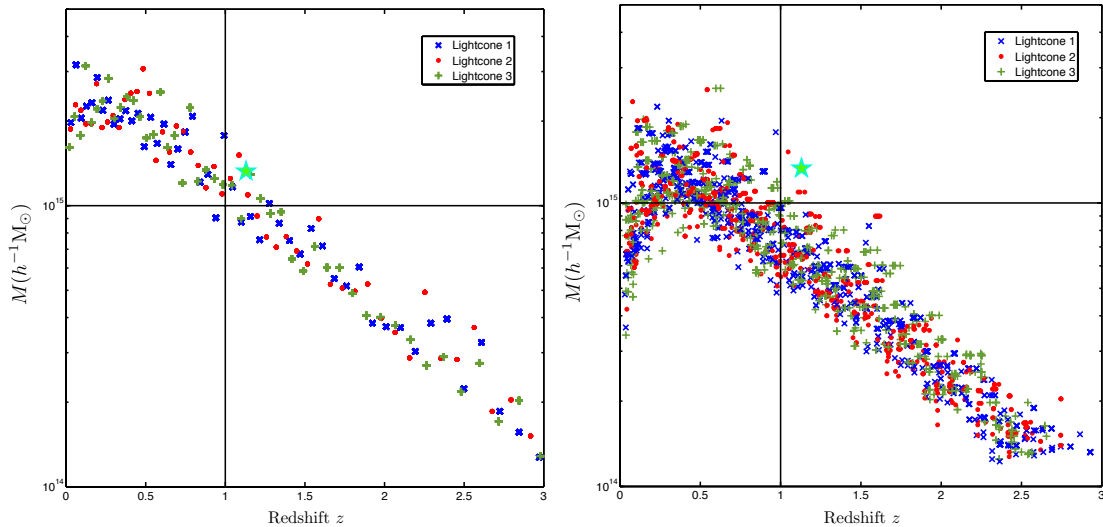


FIGURE 7.7: Masse maximum du halo en fonction du redshift pour trois observateurs différents (en bleu, rouge et vert) dans un cône de lumière complet (à gauche) et dans vingt relevés de 2500 degrés carré (à droite) en cosmologie Λ CDM. L'étoile verte indique la position de l'objet SPT-CL J2106-5844, d'une masse de $1.31 \times 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$ à $z = 1.13$. L'observation d'un tel objet en Λ CDM est peu probable dans un cône complet et est très dépendante de la variance cosmique. Dans un relevé plus petit, la probabilité d'observer un tel objet est encore plus faible.

L'influence de la taille du relevé sur la masse maximale de l'objet observé s'obtient en jetant aléatoirement des cônes fins à l'intérieur du cône du ciel entier des simulations Full Universe Run. Ces cônes ont un angle d'ouverture de 25.4° afin de mimer le relevé effectué par le "South Pole Telescope". Pour obtenir les résultats préliminaires décrits ci-dessous, nous avons sélectionné 20 cônes fins afin de couvrir, de manière statistique, au moins une fois le ciel complet. Finalement, l'influence de la cosmologie est étudiée en réitérant ces deux mesures et en superposant les résultats issus des différents modèles cosmologiques.

Les figures 7.7 montrent ainsi l'influence de la position de l'observateur et de la taille du relevé effectué dans le modèle standard Λ CDM. À gauche est présentée la masse de l'objet le plus massif en fonction du redshift pour un relevé complet du ciel (i.e. 41000 degrés carré) pour trois observateurs différents (croix bleus, ronds rouges et plus verts). Dans la figure de droite est représentée la masse de l'objet le plus massif en fonction du redshift pour 20 relevés d'une taille de 2500 degrés carré pour trois observateurs différents. La position de l'objet le plus massif observé par le SPT est indiquée par une étoile

verte. Finalement, les droites verticales et horizontales délimitent les objets les plus rares de l'Univers (redshift supérieur à l'unité et masse au-dessus de $10^{15} M_{\odot}$).

Des différences importantes liées à la position de l'observateur sont visibles. En particulier, l'observateur du cône de lumière numéro 2 est le seul à observer un objet de $5 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ à un redshift de $z = 2.25$. À l'inverse, l'environnement de l'observateur numéro 3 est tel qu'il observe presque toujours une masse maximum inférieure aux deux autres observateurs. La présence d'un amas tel qu'observé par le SPT est vérifié sur un relevé du ciel complet. On remarque que l'amas le plus massif de tout le ciel est observé à un redshift de 0.1 environ : la masse d'un tel amas est très loin de l'amas le plus massif de l'espace comobile, sa masse étant de $2 \times 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$ dans ce relevé. Cela signifie que la variance cosmique est très importante sur les amas les plus massifs de l'Univers : l'utilisation de plusieurs observateurs dans les simulations numériques est donc indispensable pour quantifier les effets de position dans l'Univers.

La situation change beaucoup lorsque l'on considère un relevé issu d'un cône fin d'une taille de 2500 degrés carré. La tendance générale est une chute de la masse maximale en fonction du redshift : en moyenne, celle-ci est divisée par deux, la pente de la courbe étant conservée à grand redshift, avec un objet le plus massif situé à un redshift de $z = 0.6$ avec une masse $M = 2.4 \times 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$. Pour les redshifts faibles, un effet observationnel important est visible, avec une chute importante de la masse maximale à un décalage spectral donné : les mesures observationnelles réalisées sur des relevés d'amas fins sous-estimeront donc largement la masse des objets à bas redshift. Une dispersion très large est observée pour des redshifts compris entre 0.5 et 1.75, indiquant une grande variété d'objets dans des directions différentes du ciel. Finalement, la dernière observation est la difficulté pour le modèle Λ CDM de reproduire l'objet observé à $z = 1.13$ et indiqué avec l'étoile verte. Parmi notre échantillon de 50 relevés fins du ciel, seul un observateur peut observer un tel objet, ce qui revient, encore une fois, à aborder une telle observation en termes de variance cosmique.

Cependant, l'occurrence d'un tel événement varie sensiblement d'un modèle cosmologique à l'autre. En effet, des modèles présentant des spectres de puissance plus élevés que Λ CDM tel le modèle wCDM vont former des structures plus tôt dans l'histoire cosmique. Ces objets ont donc des masses plus importantes que les halos détectés en Λ CDM et ce, à des instants plus reculés. La figure 7.8 illustre cette différence dans la formation des structures les plus massives à un décalage spectral donné en traçant le rapport entre la masse maximale dans le modèle wCDM et la masse maximale dans le modèle Λ CDM. Ce rapport est calculé pour un relevé sphérique du ciel complet pour chaque observateur. Les moyennes pour chaque observateur sont indiquées par des traits pleins de couleur : dans ce cas, la variance cosmique a un rôle peu important, les moyennes étant très proches (écart maximum de 3.7 %) d'un observateur à l'autre. L'écart-type autour de ces moyennes

entre observateurs est particulièrement important à haut redshift, le nombre d'objets par bin étant plus faible qu'à un faible décalage spectral. Nous avons donc montré que l'empreinte de la cosmologie sur les structures les plus massives est affectée à hauteur de quelques pour-cents au cours de l'évolution cosmique par la variance cosmique.

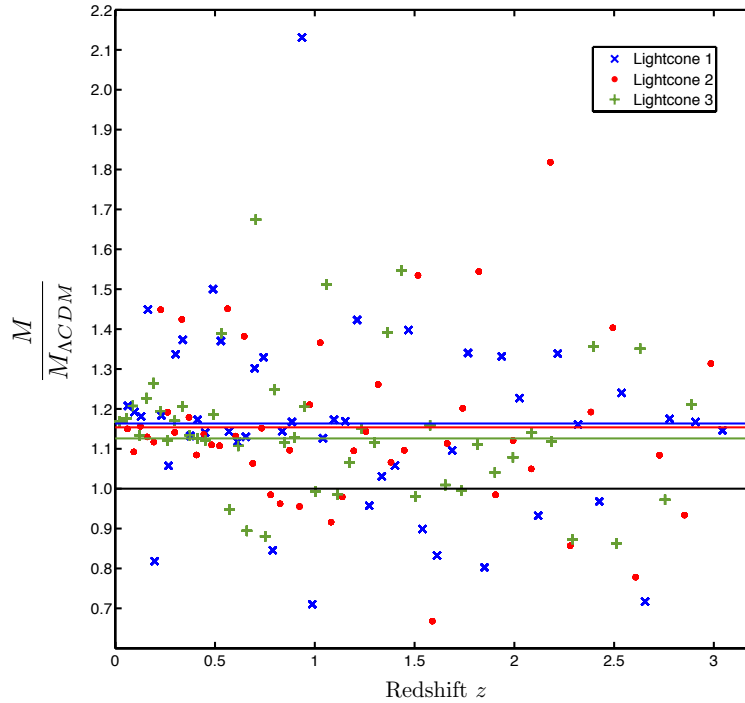


FIGURE 7.8: Rapport des masses maximum en Λ CDM et wCDM en fonction du redshift dans le cône de lumière : les traits pleins indiquent les moyennes pour trois observateurs localisés en des points différents de l'espace. Trois régions sont à distinguer : une région autour de la moyenne où on sonde l'influence de l'énergie noire sur l'effondrement gravitationnel ; une zone au-dessus de $\sim 40\%$ où la technique de détection efface la cosmologie en pontant des structures ; une région inférieure au trait noir où les structures de masse maximum comparées d'un modèle à l'autre ne sont pas au même endroit de l'espace-temps.

Plusieurs régimes sont visibles sur cette figure : les points ayant un rapport très proche des moyennes correspondent à la détection du même objet dans les deux cosmologies. L'accrétion de matière plus rapide dans le modèle wCDM augmente naturellement la masse maximale de ces objets, ce qui explique la valeur moyenne de $\sim 15\%$. Les choix de phases initiaux étant les mêmes d'un modèle cosmologique à l'autre, les objets considérés sont les mêmes (même position, environnement à grande échelle similaire...) d'une cosmologie à l'autre ce qui rend cette région particulièrement intéressante. Ainsi, dans un modèle à faible structuration telle la cosmologie RPCDM, la masse maximum de ces objets dans le même état gravitationnel sera toujours plus faible que la masse en Λ CDM. Dans une telle cosmologie, s'il n'existe pas d'objets d'une masse semblable à la masse de

l'amas détecté par le "South Pole Telescope", alors le modèle Λ CDM n'est plus viable car pour un même environnement gravitationnel, les modèles à structurations fortes produisent une structure telle qu'observée.

Les points ayant un rapport de masse très supérieur ($\gtrsim 40\%$) à la moyenne s'expliquent par la présence d'un pontage entre deux halos lié à l'algorithme de détection Friends-of-Friends. En effet, le choix de phase étant identique d'un modèle à l'autre, l'action seule de l'énergie noire ne peut pas expliquer des différences de 40 à 110 %. Cependant, l'action de l'énergie peut entraîner un agrandissement spatial des structures, pouvant ainsi provoquer une fusion entre deux halos proches. Une meilleure prise en compte de ces effets de pontage, que nous esquissons dans l'Annexe B, doit permettre de limiter l'amplitude de ces fluctuations et de retrouver une mesure plus proche de la moyenne associée au signal cosmologique seul.

Finalement, quelques mesures, situées sous la limite $M/M_{\Lambda\text{CDM}} = 1$ indiquée par un trait noir, présentent des masses plus faibles en wCDM qu'en Λ CDM. Encore une fois l'état gravitationnel des halos doit être similaire d'un modèle à l'autre et seule l'action de l'énergie noire doit entraîner des différences dans l'objet de masse maximale. Cependant, l'explication réside ici dans la proximité de la masse maximum des objets aux décalages spectraux incriminés : les objets que l'on compare sont différents d'un modèle cosmologique à l'autre, les objets de masse élevée détectés en Λ CDM ayant été disloqués en wCDM. Une méthode pour limiter cet effet consiste à augmenter la taille des bins en redshift afin d'augmenter le nombre d'objets par unité de redshift.

Une approche plus quantitative de ces mesures sera développée en faisant appel aux statistiques de valeurs extrêmes, encore appelées statistique de Gumbel [132].

Les simulations Dark Energy Universe Simulation : Full Universe Runs ont d'ores et déjà apporté un nombre important de résultats sur le plan technique avec l'utilisation de 76032 coeurs de calcul sur un supercalculateur parallèle, 1.5 pétaoctets de données générées et traitées par une chaîne de post-traitement innovante, sur le plan numérique avec la mise en place et l'optimisation d'un nombre important de code allant de la génération des conditions initiales au stockage des résultats en passant par l'évolution dynamique de plus de 550 milliards de particules dans un volume de la taille de l'Univers observable, et sur le plan scientifique avec la mise en évidence de déviation importante de la fonction de masse par rapport à la prédiction empirique de Jenkins et al. [128] aux fortes masses, à l'évolution des oscillations acoustiques de baryons dans des modèles d'énergie noire modifiée et à l'influence de l'énergie noire sur la structuration dans le cône de lumière.

La partie suivante rassemble tous les travaux menés durant ces trois années de thèse en cosmologie numérique.

Troisième partie

Développements en cosmologie
numérique

CHAPITRE

8

SIMULATION N-CORPS DE PROCESSUS GRAVITATIONNELS

8.1	Principe des simulations gravitationnelles N-corps	204
8.2	La méthode PM-AMR	205
8.2.1	Le solveur dynamique PM-AMR : application au code dynamique RAMSES	205
8.2.2	Parallélisation des codes PM-AMR	209
8.3	Optimisations du solveur dynamique : code RAMSES-DEUS	210
8.3.1	Optimisation du schéma de communications	211
8.3.2	Gestion des entrées/sorties	212
8.3.3	Optimisation de l'utilisation mémoire	214
8.4	Exemple du suivi d'un effondrement gravitationnel avec RAMSES-DEUS	216

Dans les chapitres précédents, nous avons fait appel à maintes reprises aux méthodes et simulations numériques. Cette partie constituée de quatre chapitres expose donc ces méthodes et les codes utilisés (Chapitre 8, Chapitre 9 et Chapitre 10), leurs améliorations apportées durant ma thèse et, finalement, présente l'ensemble de simulations (Chapitre 11) obtenu grâce à ces outils numériques.

Le Chapitre 3 a permis d'obtenir les équations du mouvement de fluides cosmologiques à l'ordre linéaire. Dans ce chapitre, nous souhaitons aller au-delà de ce régime linéaire et suivre l'effondrement des champs de matière jusqu'à des échelles hautement non-linéaires. Un tel suivi dépassant largement le cadre des théories actuelles, l'étude des phénomènes (e.g. profils, couplages de mode) se développant sur ces échelles nécessite l'utilisation d'outils numériques performants.

8.1 Principe des simulations gravitationnelles N-corps

Dans un cadre cosmologique, l'utilisation de simulations numériques permet au physicien de s'extraire de l'objet de son étude – l'Univers – pour adopter un point de vue extérieur au système, en s'abolissant de son statut d'observateur unique situé en une position particulière de l'espace-temps. La réalisation d'une expérience numérique permet alors de modéliser et comprendre les effets de la gravitation sur des échelles variées en des points quelconques de l'espace-temps numérique.

Afin de décrire l'évolution du contenu de l'Univers, plusieurs hypothèses doivent être formulées. En premier lieu et pour des raisons numériques, le champ de matière ne peut être décrit de manière continue : l'espace des phases doit donc être discrétisé. Il existe principalement deux méthodes pour l'échantillonner : la première approche adopte une vision eulérienne du fluide consistant en un découpage de l'espace en cellules élémentaires et en la résolution des équations d'Euler et de conservation pour en déterminer l'évolution ; la seconde méthode consiste à décrire le champ de matière sous-jacent en terme d'un ensemble de particules d'une masse donnée m_p . Ces points ne constituent pas des particules de matière en soi mais simplement une discrétisation dynamique du fluide matériel.

La première approche est particulièrement adaptée au traitement d'un gaz de baryons, où les effets de pression et de radiation sont importants à cause des interactions matière rayonnement. Une description en terme de flux de ces phénomènes est alors préférable. La seconde solution est employée dans le cas de la matière noire, fluide non-collisionnel, où le libre parcours moyen des particules traçant le fluide est élevé et où la seule force intervenant est la gravitation. Grâce à cette démarche lagrangienne, cette méthode permet une interpolation de la force à partir des particules très efficace.

Une autre hypothèse, utilisée pour toute simulation numérique cosmologique décrite dans le cadre de la relativité générale, concerne l'homogénéité de l'Univers. Ainsi, la prise en compte de la cosmologie se fait en décomposant ce qui provient du taux d'expansion global des effets de gravité locale. Les effets propres à la dynamique homogène sont décrits par l'équation de Friedmann (2.9), calculée au préalable tout au long de l'histoire cosmique. Ils se traduisent par une dilatation des distances physiques par le facteur $a(z)$ ainsi qu'une correction des champs de vitesse par un facteur $H(z)$ comme l'indique l'équation d'évolution temporelle (4.6). Les effets de gravitation locale sont calculés à travers l'équation de Poisson, sous une forme newtonienne correspondant à la limite locale des équations d'Einstein. Dans ce cadre, l'interaction gravitationnelle se propage de manière instantanée.

La validité de cette dernière hypothèse semble correcte, l'univers étant vu comme homogène aux grandes distances. En effet, tant que la simulation numérique n'approche pas le rayon de Hubble, les conséquences dynamiques d'une propagation instantanée de la force de gravité sur les grandes échelles doivent être proches de zéro. Cependant, au voisinage du rayon de Hubble, il n'existe pas de conclusions définitives : cela implique que cette hypothèse doit être testée avec précision à partir d'une simulation de très grands volumes.

Une méthode envisagée pour mettre en évidence ces effets liés au potentiel retardé est l'étude de la différence des forces gravitationnelles appliquées à un observateur situé au centre d'un volume comobile et du même volume dans l'espace des redshifts (suivant le cône de lumière de l'observateur considéré) dans une simulation de très grand volume.

8.2 La méthode PM-AMR

8.2.1 Le solveur dynamique PM-AMR : application au code dynamique RAMSES

Le code RAMSES [133], permet de résoudre de manière numérique la dynamique d'effondrement gravitationnel d'un ensemble de particules de matière noire et de baryons. Cependant, la compréhension de la physique baryonique (formation des Noyaux Actifs de Galaxies ou AGN, des étoiles, des trous noirs etc.) et des effets de rétroaction de ceux-ci aux grandes échelles est encore très parcellaire. La prise en compte de ces phénomènes suit encore des prescriptions phénoménologiques discutables. Dans ce travail, nous ne nous intéresserons donc qu'aux simulations cosmologiques sur de larges échelles ce qui justifie de traiter la dynamique des champs de matière dans l'univers uniquement en terme de matière noire froide. Cette hypothèse permet de mener des simulations cosmologiques fiables sur une gamme d'échelles importantes avec un grand nombre de particules en utilisant les moyens numériques actuelles, l'addition de la physique baryonique étant très consommatrice en mémoire et en temps de calcul.

En accord avec les modèles cosmologiques actuels à matière noire froide, nous définissons la matière noire comme un fluide non-collisionnel interagissant uniquement via les forces gravitationnelles. Dans ce cas précis et dans l'approximation d'un ensemble discret de particules ponctuelles (approche lagrangienne), les équations du mouvement sont décrites par les équations de Vlasov-Poisson :

$$\left[\frac{\partial}{\partial \theta} + (\vec{u} \cdot \nabla) - (\nabla \cdot \phi) \frac{\partial}{\partial \vec{u}} \right] f(\vec{r}, \vec{u}, \theta) = 0 \quad (8.1)$$

et

$$\Delta_r \phi = 4\pi G \rho . \quad (8.2)$$

Dans ces équations, θ représente la variable temporelle (exprimée en temps propre, temps conforme, temps super-comobile etc.), \vec{r} et \vec{u} les vecteurs position et vitesse écrits dans une unité compatible avec celle de la variable temporelle et ρ la densité énergétique. La fonction de distribution f est reliée à la densité d'énergie ρ par

$$\rho = \sum_i m_i \int d^3 p f_i(\vec{r}, \vec{u}, \theta) . \quad (8.3)$$

Si l'on souhaite calculer le mouvement d'une particule de matière noire évoluant de manière newtonienne au sein d'une collection de particules, les équations de Vlasov-Poisson se réduisent drastiquement :

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i \quad (8.4)$$

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = -\vec{\nabla}_r \phi . \quad (8.5)$$

Nous avons ici posé \vec{r}_i et \vec{v}_i les positions et vitesses de la particule i et ρ et ϕ la densité et le potentiel gravitationnel. Puisque nous suivons la croissance des fluctuations dans un Univers en expansion, nous choisissons de réécrire les équations précédentes en terme de coordonnées comobiles $\vec{r}_i = a(t)\vec{x}_i$ et $dt = a(t)d\eta$. Cette méthode permet de séparer les effets d'expansion cosmique des effets d'effondrement gravitationnel.

Rappelons ici que le traitement d'un système continu par un ensemble discret de particules est une approximation dont la précision dépend essentiellement du nombre de particules. Ainsi, plus le nombre de points dans la simulation augmente, plus la précision du calcul sera élevée.

L'algorithme pour résoudre les équations (8.2) et (8.4–8.5) fait appel à une méthode sur grille. Il est dérivé de la méthode standard dite « Particle-Mesh » (PM ou Particule-Grille). Dans cette méthode, l'espace des phases est discrétisé suivant une grille sur laquelle tous les champs sont calculés : c'est la partie « Mesh » de la méthode. Le côté « Particle » est associé à l'évolution dynamique des particules suivies cette fois-ci dans un espace continu. Cette méthode standard peut être décomposée en sept étapes itératives :

1. Calculer la densité de matière ρ sur la grille eulérienne, en utilisant un schéma d'interpolation à partir de la position des particules. Il existe de nombreux schémas d'interpolation possible, dont la précision croît avec la complexité. Un bon compromis est le schéma de type Cloud-In-Cell (CIC), utilisé dans RAMSES, qui permet d'atteindre une précision importante sans augmenter le temps de calcul ;

2. Calculer le potentiel gravitationnel ϕ sur la grille en utilisant l'équation de Poisson, éventuellement sous une forme modifiée lorsque l'on considère des modèles de gravité non-standard. Cette équation est résolue par une méthode multi-grille [134];
3. Calculer l'accélération sur la grille. Une approximation standard, faisant appel à une méthode de différences finies, a été utilisée;
4. Calculer l'accélération de chaque particule, en utilisant le schéma d'interpolation inverse de l'étape 1. Il s'agit donc ici d'un CIC⁻¹;
5. Calculer la nouvelle vitesse de chaque particule, connaissant son accélération en utilisant simplement $\vec{v}_{i,new} = \vec{v}_{i,old} + \vec{q}_i t$;
6. Calculer la nouvelle position de chaque particule, connaissant sa vitesse :

$$\vec{x}_{i,new} = \vec{x}_{i,old} + \vec{v}_{i,new} t$$
;
7. Vérifier la conservation de l'énergie, et passer au pas de temps suivant.

Cet algorithme, très générique, demande une force de calcul considérable pour arriver à résoudre des échelles très petites où l'effondrement gravitationnel est particulièrement important. Dès lors, afin de suivre le schéma général de croissance hiérarchique des structures gravitationnelles depuis de petits grumeaux de matière s'amplifiant peu à peu pour former de grands halos, il est nécessaire de disposer d'une résolution adaptative aux endroits où la matière se concentre au cours du temps. Ce genre de résolution dynamique peut être atteinte en utilisant des techniques de mailles à raffinement adaptatif (Adaptive Mesh Refinement ou AMR), comme implémenté dans le solveur N-corps du code RAMSES [133].

Le code RAMSES, utilisé et optimisé par le consortium DEUS, est basé sur une technique AMR, avec une structure en arbre, qui permet des raffinements récursifs de la grille, cellule par cellule [135]. Il combine les avantages de la vitesse d'un solveur de l'équation de Poisson basé sur les grilles, à la large gamme dynamique et la flexibilité des structures en arbres. Dans ce code, l'évolution gravitationnelle des particules se fait suivant la méthode Particule-Mesh [123] alors que l'équation de Poisson est résolue par une méthode multigrille [134]. La stratégie de raffinement suit une approche quasi-lagrangienne (i.e. consistant à maintenir une résolution effective d'une particule par cellule) où une cellule est subdivisée en 8 dès que la masse qu'elle contient dépasse un seuil donné η . En général, un niveau de raffinement maximum R_{max} est imposé (la pratique impose un $R_{max} = 6$), mais il est possible de laisser le code raffiner autant que nécessaire. Cela permet de dépasser largement la résolution $\lambda_{PM} = (V_{sim}/N_{part})^{1/3}$ (appelée résolution « coarse ») associée à un solveur PM, en divisant cette valeur par $2^{R_{max}}$. Notons que pour éviter des variations brutales dans la résolution spatiale, toutes les cellules voisines d'une cellule raffinée au niveau R auront nécessairement un niveau de raffinement compris entre $R - 1$

et $R+1$. Comme indiqué sur la figure 8.1, chaque cellule AMR est raffinée récursivement dans RAMSES lorsque le nombre de particules par cellule a dépassé le seuil η .

Pour réduire l'effet de dérive numérique en cours de calcul, il existe un sous-cyclage des pas de temps : chaque niveau de grille évolue suivant un pas de temps d'autant plus fin que le raffinement est élevé. Un schéma milieu de second ordre a été implémenté, ce qui se ramène exactement au schéma usuel d'intégration du second ordre alternée (méthode saute-mouton ou « leapfrog » [136]) pour des pas de temps constants.

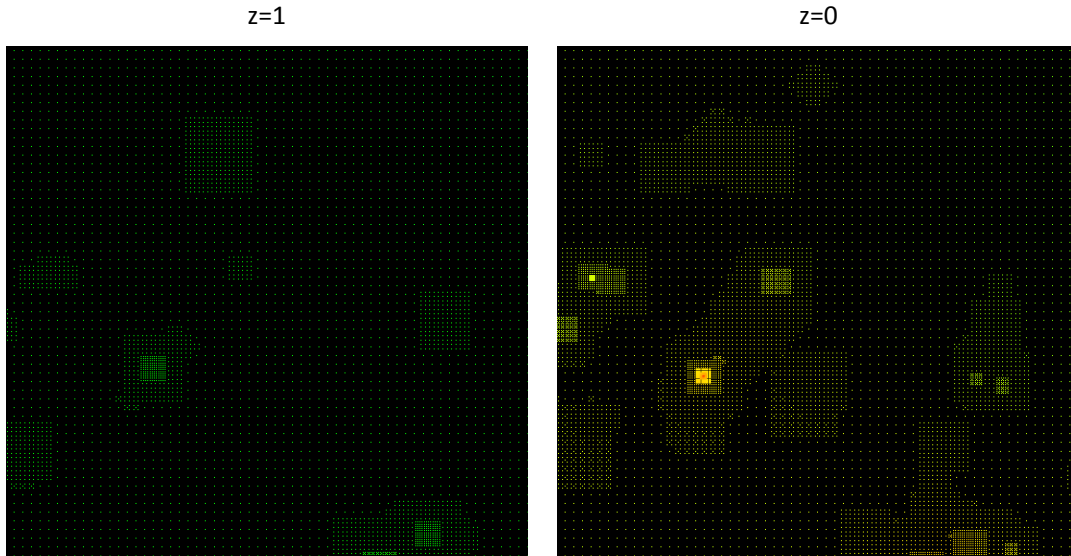


FIGURE 8.1: La grille adaptative AMR d'une région cubique de taille $75 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ à deux pas de temps différents. Les couleurs correspondent à l'intensité du potentiel gravitationnel : plus cette valeur est élevée, plus le degré de raffinement est important. Sur l'image de droite, six degrés de raffinement sont visibles, ce qui nous permet d'avoir une résolution maximale de l'ordre de $40 \text{ h}^{-1} \text{ kpc}$.

Pour chaque niveau, le pas de temps est déterminé indépendamment en utilisant des contraintes de stabilité standard. La première contrainte vient de l'évolution gravitationnelle, qui impose qu'une modification du pas de temps au niveau Δt^l soit plus petite qu'une fraction du temps de chute libre. La seconde contrainte vient de la dynamique des particules sur la grille AMR, qui impose que le mouvement des particules soit inférieur à une fraction de la taille de la cellule locale. Une troisième contrainte est imposée sur le pas de temps, en spécifiant que le facteur d'expansion $a(t)$ ne varie pas de plus de 10% en un pas de temps. On peut noter que cette dernière contrainte n'est effective que pour les premiers pas de temps correspondant au régime linéaire d'effondrement gravitationnel. En définitive, le nouveau pas de temps est égal au minimum des pas de temps imposés par les trois contraintes précédentes.

Finalement, les modifications de la dynamique dues à l'influence de l'Énergie Noire sont seulement prises en compte de manière homogène et linéaire. Ainsi, afin de pouvoir

observer la structuration de l'univers pour différents modèles d'énergie noire, le code dispose en entrée de tables numériques pré-calculées par une version modifiée de CAMB [89, 137, 138] (voir également la thèse de V. Boucher) ou MPGRAFIC [139], contenant toutes les quantités cosmologiques nécessaires au suivi de l'évolution de l'énergie noire au cours de la simulation. En particulier, ces tables renseignent le code RAMSES sur l'influence de l'énergie noire sur l'évolution linéaire du facteur d'échelle, du taux de croissance etc.

8.2.2 Parallélisation des codes PM-AMR

RAMSES a été parallélisé MPI en utilisant une décomposition de domaine dynamique, basée sur la courbe de Hilbert, qui a la propriété de paver tout l'espace des grilles « coarse ». La distribution des particules et des grilles AMR est effectuée suivant la courbe de Hilbert¹. Cette courbe de Hilbert est établie suivant plusieurs critères comme indiqué par l'exemple 8.2 :

- La courbe passe une fois et une seule par toutes les cellules de la simulation à une résolution donnée.
- La courbe définit autant de sous-domaines compacts simplement connexes qu'il y a de processus MPI. Ces domaines, correspondant aux diverses couleurs de la figure 8.2 dans un cas simplifié bidimensionnel (à gauche) et un cas tridimensionnel (à droite), présentent initialement des volumes équivalents.
- Chaque coeur de calcul traite uniquement les particules correspondant à sa sous-région propre. La charge de chaque processus MPI est alors équilibré.
- L'évolution gravitationnelle des particules engendrant des surdensités, il peut être nécessaire de procéder à des rééquilibrages de charge (appelé « Load balancing ») à quelques pas de temps durant la simulation. Ceux-ci sont réalisés en modifiant les extrémités de la courbe de Hilbert dans chacun des sous-domaines : cette étape est illustrée en médaillon de la figure 8.2. La zone encadrée en rouge correspond à une surdensité importante ayant entraîné une diminution de la longueur du segment rouge.

Ces critères impliquent que deux points proches sur la courbe de Hilbert seront traités par deux processeurs proches physiquement. Les coeurs de calcul, correspondant aux diverses couleurs pavant la courbe de Hilbert sur la figure 8.2, montrent une grande compacité. Cette proximité physique des noeuds de calcul permet une parallélisation efficace en limitant les temps de communication. Finalement, le nombre de particules étant égal au nombre de cellules au début de la simulation, la courbe de Péano-Hilbert permet une indexation simple et efficace faisant correspondre l'identificateur m d'une

1. On peut également appeler cette courbe Péano-Hilbert si l'on souhaite rendre hommage aux deux mathématiciens ayant introduit des courbes unidimensionnelles pavant tout l'espace tridimensionnel (également appelées « space-filling curves »).

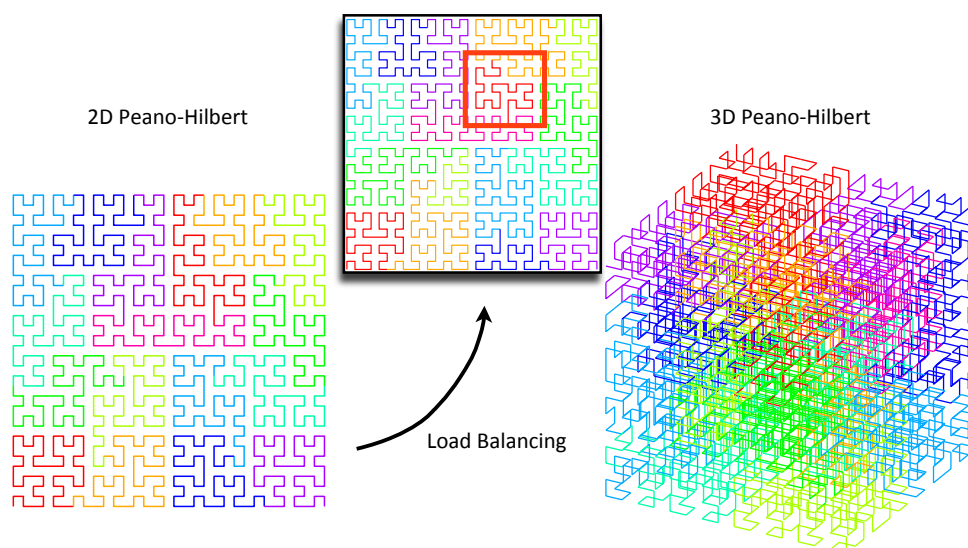


FIGURE 8.2: La parallélisation du code RAMSES-DEUS est effectuée suivant la courbe de Peano-Hilbert. Les processus MPI sont répartis le long de cette courbe de manière à se répartir équitablement toutes les particules. Chaque processeur s'occupe d'une surface bien défini dans un cas bidimensionnel (à gauche) ou d'un volume dans un cas tridimensionnel (à droite). Lors de la réalisation de simulations très résolues, il est nécessaire de rééquilibrer la charge mémoire de chaque processeur : c'est l'étape dite de « load balancing ». Cette étape, illustrée en médaillon, montre la présence d'une surdensité dans le carré rouge, le segment rouge ayant diminué. À l'inverse, la ligne orange s'étant étendue, la zone traitée par ce processus est plutôt vide.

particule avec sa position initiale (i, j, k) dans la grille de simulation. Ces identifiants, uniques pour chaque particule tout au long du calcul, seront particulièrement utiles pour suivre les particules au cours du temps.

8.3 Optimisations du solveur dynamique : code RAMSES-DEUS

Récemment, l'augmentation des performances des machines et des algorithmes ont permis d'atteindre des résolutions élevées. Cependant, pour arriver à améliorer ce suivi de l'effondrement gravitationnel, de nombreuses optimisations des codes sont nécessaires. En particulier, le portage des codes sur machines parallèles demande d'implémenter une version parallélisée des codes dynamiques. Nous avons vu précédemment que la parallélisation du code RAMSES, effectuée par R. Teyssier en 2002 [133], est basée sur la courbe de Hilbert. Cependant, de nombreuses optimisations restent possibles.

Les améliorations menant au code dynamique RAMSES-DEUS durant mon travail de

thèse ont été de deux ordres. La première optimisation vise à une amélioration des performances en temps de calcul. Cela résulte essentiellement d'une amélioration de la parallélisation de RAMSES et en particulier d'une meilleure implémentation du schéma de communications. Les améliorations suivantes ont eu pour but de rendre possible l'exécution de manière stable du code RAMSES-DEUS sur les supercalculateurs de type Tier-0 possédant un nombre très élevé de coeurs (telle la machine Curie, avec plus de 90000 coeurs de calcul, décrite Chapitre 10). Il est bon de noter que, d'une manière générale, plus les optimisations des codes sont poussées, plus il est nécessaire de comprendre finement le fonctionnement (hardware et software) des supercalculateurs utilisés. Les trois sections suivantes présentent les discussions techniques autour de ces améliorations notables du code RAMSES-DEUS.

8.3.1 Optimisation du schéma de communications

Suite à l'exécution du code RAMSES-DEUS sur 24512 coeurs à l'IDRIS (sur la machine Babel Blue-Gene/P), nous avons détecté une légère augmentation du temps de calcul. Celle-ci a évolué d'un facteur dix lorsque nous avons augmenté le nombre de coeurs à 32768 (passant à 1100s par pas de temps). Une mesure fine de la scalabilité² nous a montré que le temps de calcul était perdu dans les communications globales de type `Mpi_Alltoall` ainsi que dans des communications processus-à-processus non-bloquantes de type `Mpi_Isend/Mpi_Irecv`.

Ces comportements semblent être normaux. En effet, les instructions `Mpi_Alltoall` sont, par nature, très gourmandes en temps de calcul : toutes les composantes d'un tableau sont envoyées à tous les autres processus et ce, d'une manière cyclique. Ainsi, même en laissant de côté la gestion d'éventuels tampons mémoire pouvant entraîner des temps de latence, lorsque le nombre N de coeurs augmente, le nombre de communications à effectuer par un processus augmente en $O(N)$ (à comparer au facteur $O(\log N)$ d'une communication globale de type `Mpi_Bcast`). Le problème associé aux communications point-à-point est de même nature. En effet, lorsque le nombre de coeurs augmente, le nombre de communications à effectuer augmente proportionnellement au nombre de processus.

La résolution de ce problème a consisté en un remplacement systématique des communications `Mpi_Alltoall` par des instructions `MPI2`. La méthode employée consiste en l'ouverture par le processus expéditeur d'une fenêtre `MPI` sur l'emplacement mémoire du processus cible. La communication nécessaire est donc à sens unique (instruction dite `RMA`), ce qui permet d'éviter tout échange préalable entre coeurs : seul le processus expéditeur manipule une information. L'envoi des données vers cette fenêtre se fait si et seulement si la donnée considérée est non nulle, ce qui permet d'éviter des envois

2. Ces mesures ont été effectuées grâce aux bibliothèques de l'IDRIS `Mpitrace` et `Gprof`.

massifs de la part de tous les processus. Ces modifications ont permis un gain en vitesse d'exécution de l'ordre de 33%.

Le second problème a été résolu en utilisant des communications globales plutôt que des communications point-à-point pour les premiers niveaux de l'arbre AMR du code RAMSES-DEUS. Ce problème, successif à l'implémentation d'un solveur multigrille dans RAMSES-DEUS [134], a pour origine le fait que chaque processus doit connaître les informations contenues dans trois premiers niveaux de la grille. En effet, le fonctionnement du solveur multigrille suppose que tous les coeurs connaissent les données sur la gravitation contenues dans les grilles pères et les grilles adjacentes. En extrapolant ce raisonnement jusqu'aux trois premiers niveaux, cela implique que toutes les informations des premières grilles doivent être diffusées. En pratique, les informations concernant les premiers niveaux de l'arbre AMR du code RAMSES-DEUS sont contenus uniquement dans un coeur maître (niveau 1) et dans huit et 64 coeurs directeurs pour les niveaux 2 et 3. Pour transmettre ces informations, les communications point-à-point ont été modifiées par un système de communication en arbre de type `Mpi_Bcast`. Cette modification a entraîné une accélération notable de l'ordre de 70%.

8.3.2 Gestion des entrées/sorties

Les premières exécutions du code RAMSES-DEUS sur le supercalculateur Curie en vue de la réalisation du DEUS : Full Universe Run, plus grande simulation cosmologique à ce jour³ ont démontré un manque de stabilité très important du code sur une machine comportant des milliers de noeuds. En particulier, trois problèmes majeurs ont demandé des modifications importantes du code :

- Une lecture simultanée des 76032 coeurs utilisés de fichiers de paramètres ;
- Un volume d'entrée/sortie excessivement important avec un but affiché de 3 pétaoctets de données générées pour une simulation ;
- Une utilisation mémoire aux limites de la capacité machine (4 Go par coeur).

La lecture simultanée de trois fichiers de paramètres d'une centaine de kilo-octets chacun engendrant des instabilités du système de fichiers Lustre, ce problème a du être résolu en premier. La solution est simple : elle consiste en une lecture de ces fichiers par un coeur (indifféremment le numéro 0) puis un envoi à tous les autres processus. Dans le détail, le processus 0 lit les fichiers de paramètres et, via l'instruction `Mpi_Pack`, crée un groupe de variables non-typées⁴. Ces variables sont transmises aux autres coeurs

3. Se référer au Chapitre 11 pour les détails techniques et au Chapitre 7 pour les premiers résultats scientifiques.

4. Dans le cas de RAMSES-DEUS, plus de 300 variables ont été groupées, chaque bit de chaque variable ayant un poids particulier dans le type `Mpi_Packed`.

grâce à l'instruction `Mpi_Bcast`. Finalement, chaque processus doit appeler la commande `Mpi_Unpack` afin de lire le groupe de variables non-typées qui vient de lui être envoyé.

Symétriquement au problème ci-dessus, le volume extrême de données envisagé lors de la simulation Full Universe Run empêche toute écriture simultanée des 76032 coeurs de Curie, un crash du système de fichiers devenant très probable. La solution implémentée consiste en un système de tickets qui empêche plus de N processus d'écrire simultanément. L'algorithme débute par une instruction `Mpi_Recv` bloquant tous les coeurs sauf les N processus qui vont écrire. Dans un second temps, ces coeurs ayant le ticket écrivent les données. Finalement, ces N processus envoient leur ticket via un `Mpi_Send` à N coeurs en attente. Une boucle assure le passage et donc l'écriture de tous les coeurs.

Le nombre N d'écriture simultanée dépend essentiellement de la bande passante qui sature à partir d'un certain volume de données. Il est donc impératif de connaître la quantité de données que l'on souhaite générer. Dans notre cas, le code RAMSES-DEUS présente des sorties de deux types : des clichés de toute la boîte de simulation d'une taille d'environ 100 To sont effectués un faible nombre de fois⁵ ; des instantanés de coquilles de cônes (d'une taille variant de 600 Go à quelques mégaoctets) et d'un cinq-cent douzième du volume simulée (environ 140 gigaoctets par échantillon) sont pris à tous les pas de temps. Les tailles très différentes des clichés et des instantanés nous obligent à utiliser un ticket différent en fonction du type de données à écrire.

Afin d'être au début de la zone de saturation de la bande passante, nous choisissons $N = 594$ pour les clichés (soit un processus sur 64 écrivant simultanément) comme indiqué par le point bleu sur la droite de la figure 8.3. Pour les instantanés, un raffinement supplémentaire est employé : nous utilisons un ticket différent pour chaque type de sorties. Ainsi, l'échantillon n'a pas de système de tickets car la quantité de données est très largement inférieure au maximum de la bande passante. À l'inverse, l'énorme variabilité de la taille des coquilles de cône nous oblige à utiliser un ticket adaptatif. À chaque pas de temps, RAMSES-DEUS calcule le volume compris entre un cube inscrit dans la coquille et un cube inscrivant cette coquille. Ce volume étant caractéristique de la taille des instantanés associés aux coquilles, un calcul simple permet de trouver le ticket le plus adapté (entre 1 coeur sur 26 écrivant simultanément et tous les coeurs écrivant simultanément). L'algorithme est alors similaire à celui décrit ci-dessus.

Les résultats de l'implémentation de ce système de tickets sont présentés figure 8.3. Sur ce graphique, les courbes continues correspondent à des mesures standard de débit d'écriture effectuées en amont du calcul dynamique pour différentes tailles de fichiers. Ces courbes montrent qu'il faut privilégier les gros fichiers ~ 1 Go afin d'obtenir le débit d'écriture le plus important. Elles montrent clairement l'apparition d'un régime saturé au-delà duquel

5. Trente et un clichés sont réalisés dans les simulations DEUS : Full Universe Runs.

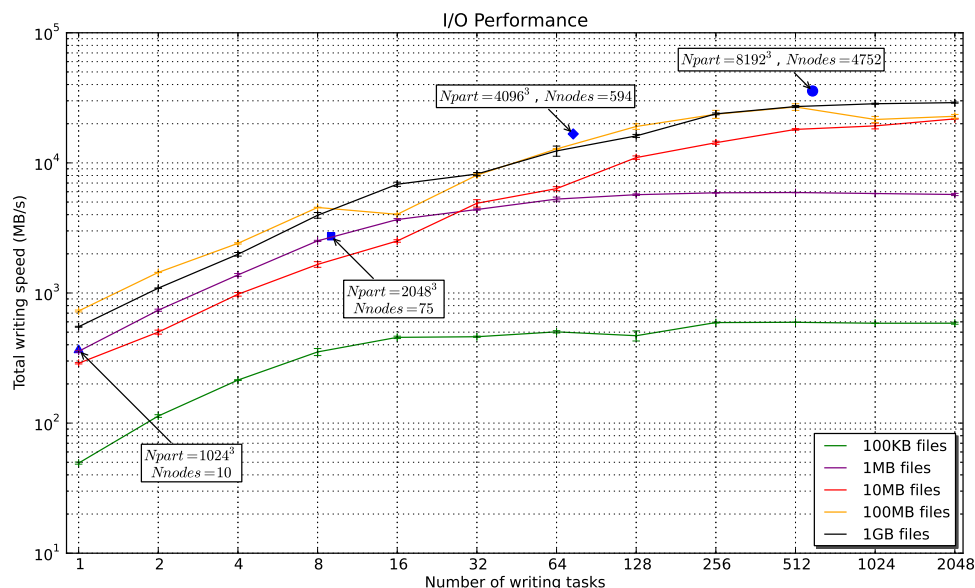


FIGURE 8.3: Vitesse d'écriture en fonction du nombre de tâches MPI : la courbe verte correspond à l'écriture de fichiers de 100 Ko, la violette à des fichiers de 1 Mo, la jauge à des tailles de 100 Mo et la noire à des fichiers de 1 Go. La courbe noire correspond donc à la taille de fichiers utilisés dans le DEUS : Full Universe Run. Ces courbes sont mesurées à partir de benchmark sur le calculateur Curie. Les points bleus indiquent la vitesse d'écriture moyenne durant le DEUS : Full Universe Run et les simulations réalisées en weak scaling. Le système de tickets sature bien la bande passante comme désiré.

il n'y a plus de gain en vitesse d'écriture. Quatre simulations, réalisées en weak-scaling (la résolution de chaque simulation est identique), sont indiquées par les points bleus. La simulation la plus importante en terme de nombre de particules, correspondant au point bleu à droite, montre bien que l'écriture simultanée de 594 coeurs sature la bande passante (~ 40 Mo/s) et donc obtient le meilleur rendement pour la vitesse d'écriture. Notons que la position des autres points bleus est en-dehors de la zone saturée : cela n'est pas gênant étant donné que la quantité de données générées est divisée par huit entre chaque simulation (de droite à gauche) alors que la bande passante est divisée seulement par un facteur ~ 3.5 entre chaque point.

8.3.3 Optimisation de l'utilisation mémoire

Finalement, la mémoire demandée par RAMSES-DEUS est le problème le plus crucial. Afin de réaliser une simulation de tout l'Univers observable avec 550 milliards de particules (voir Chapitre 11), la mémoire nécessaire est de l'ordre de 300 téraoctets. Cette limite a été obtenue suite à l'implémentation d'un meilleur suivi du contenu de certains tableaux. Cette allocation plus dynamique, réalisé par P. Wautelet de l'IDRIS en 2008, a permis de réduire la consommation mémoire de RAMSES-DEUS d'un facteur trois.

Lors de l'utilisation de RAMSES-DEUS avec des options MPI permettant des communications très importantes sur le supercalculateur Curie, un ralentissement important a été observé. Le diagnostic de ce ralentissement a été opéré en deux étapes : une mesure anormalement élevée de la mémoire via l'emplacement LINUX `/proc/self/stat` sur 73 processus (pouvant aller jusqu'à 8,5Go par coeur contre 3,2Go de moyenne) et une caractérisation fine de l'état de la mémoire de tous les coeurs avec l'utilitaire Valgrind-Massif. La raison de ce ralentissement est venue des ingénieurs du TGCC : sur Curie, le swap est autorisé, ce qui permet, en cas de dépassement de mémoire d'un noeud, de disposer d'une mémoire temporaire sur un autre emplacement (disque SSD, disque ROM...). La latence associée à une telle opération est telle que les temps de calcul sont multipliés, au minimum, par un facteur cinq.

Les 73 processeurs présentant un tel excès de mémoire correspondent aux coeurs « maîtres » disposant de toutes les informations afférentes au niveau 1 (pour 1 processus), 2 (pour 8 coeurs) et 3 (pour 64 autres coeurs) de la grille AMR. Nous avons vu que ces processus transmettent à tous les autres les informations des trois premiers niveaux de l'AMR via des communications point-à-point.

La solution est venue des mesures fines de mémoire qui, en indiquant toutes les allocations effectuées lors du calcul, ont démontré l'importante taille des tampons MPI créés dans ces 73 processus par les options MPI utilisées lors des différents redémarrages.

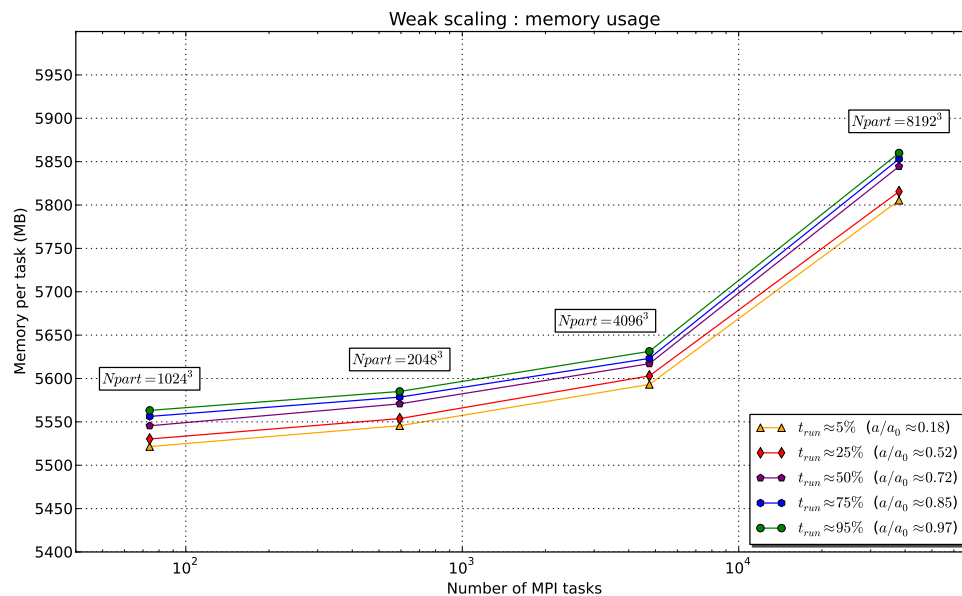


FIGURE 8.4: Utilisation mémoire moyenne en fonction du nombre de tâches MPI dans un test de weak-scaling de RAMSES-DEUS au début de l'exécution du code (orange), à un quart (rouge), à la moitié (violet), au trois quarts (bleu) et à la fin du run (vert). Les optimisations mémoires (suivi de tableaux, schéma de communications, tampons MPI) ont permis de limiter l'augmentation de mémoire à 5% entre des simulations 1024^3 et 8192^3 .

Il est intéressant de noter que ces tampons étaient créés à chaque nouvelle communication afin d'éviter un ralentissement du code. Un changement des options MPI a permis de réduire drastiquement la mémoire utilisée. Celle-ci n'est alors plus qu'environ 300 Mo supérieure à la moyenne. Afin de réduire encore l'impact de la création intempestive de tampon mémoire MPI, le schéma de communication point-à-point utilisé a été modifié : une instruction collective `Mpi_Bcast` permet alors de gagner 30% de mémoire supplémentaire.

Ces modifications dans le suivi des tableaux, les schémas de communications, la gestion des tampons MPI ont permis d'obtenir une excellente scalabilité mémoire pour le code RAMSES-DEUS comme indiqué sur la figure 8.4. Ce schéma montre en effet que l'augmentation de la mémoire du code dynamique n'est que de 5% entre une simulation 8192^3 particules sur 76032 coeurs et d'autres simulations de plus petites tailles réalisées en configuration de weak-scaling. On observe également une lente montée de la mémoire utilisée par processus MPI durant le calcul dynamique (courbes allant du jaune au vert), cette augmentation étant du même ordre quelque soit le nombre de noeuds utilisés pour réaliser la simulation.

8.4 Exemple du suivi d'un effondrement gravitationnel avec RAMSES-DEUS

Grâce à ces multiples améliorations, nous disposons à présent de tous les outils pour faire évoluer le fluide gravitationnel à différentes résolutions ainsi que sur une large gamme d'échelles comme le montre la figure 8.5. Le suivi d'un milliard de particules dans un volume caractéristique de $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ permet, dans cet exemple, de modéliser les phénomènes ayant lieu à très grande échelles en les couplant à ceux se développant sur les petites échelles. Ainsi, la formation du halo sur lequel nous zoomons résulte d'un ensemble de couplage de modes, allant d'échelles internes au halo à des échelles cosmologiques.

Ces optimisations permettent également de suivre temporellement ce fluide gravitationnel, depuis un redshift très élevé jusqu'à aujourd'hui, comme illustré sur la figure 8.6. Cette figure nous montre la dynamique d'effondrement gravitationnel d'un fluide de matière noire dans un cube de $20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ de côté dans une simulation d'un milliard de particules avec une taille caractéristique de $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. On observe en particulier la formation d'un halo aujourd'hui à partir de multiples contributions au fil du temps : le processus dynamique non-linéaire de structuration forme donc des halos hautement virialisés à partir d'un champ de densité initial faiblement perturbée.

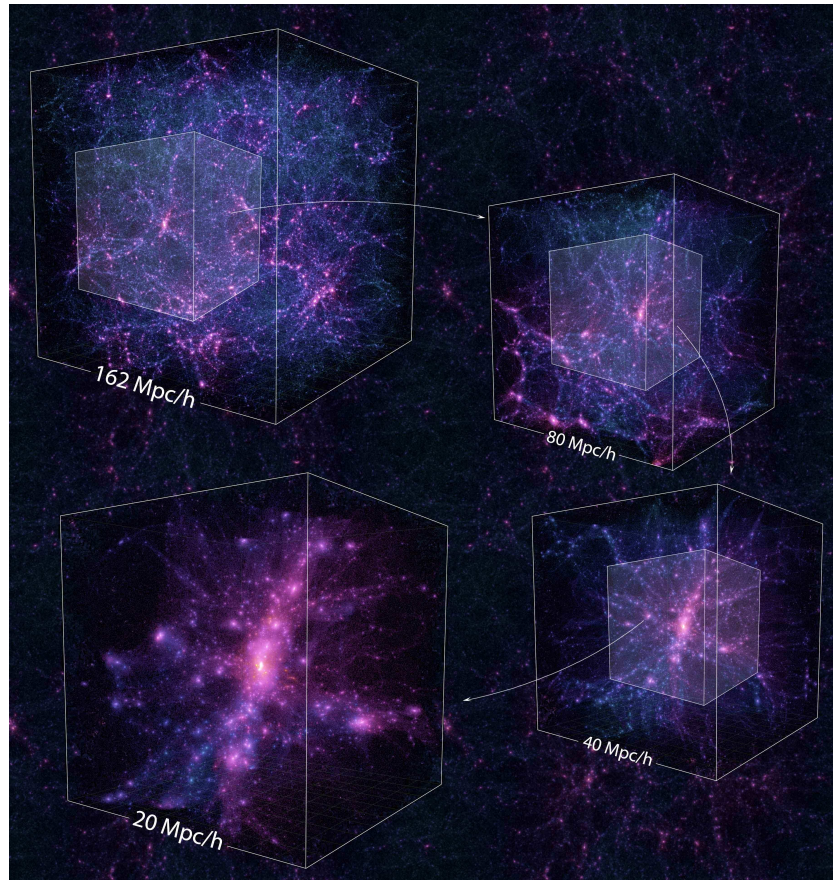


FIGURE 8.5: Évolution spatiale d'un fluide gravitationnel d'une échelle de $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ à une taille caractéristique de $20 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. L'environnement du halo le plus massif d'une simulation cosmologique ΛCDM d'un milliard de particules de matière dans un volume de $162^3 \text{ h}^{-3} \text{ Mpc}^3$ est observé aujourd'hui. La large gamme d'échelles couvertes, soulignant les grandes différences de structuration, demande une résolution très forte afin de suivre la dynamique particulière. Dans le cas des simulations DEUSS, le code parallèle RAMSES-DEUS est utilisé sur la machine Babel de l'IDRIS sur plus de 4096 processeurs.

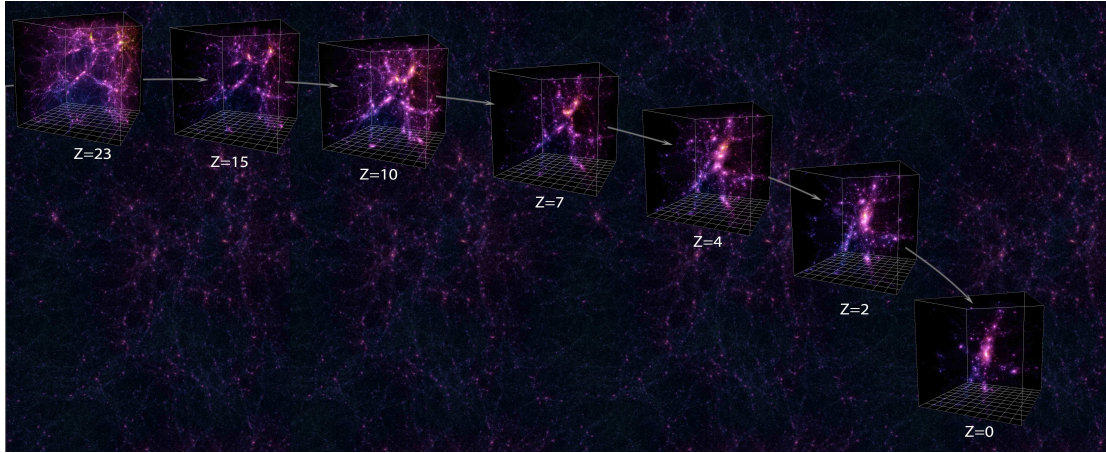


FIGURE 8.6: Évolution en redshift d'un fluide gravitationnel d'un redshift élevé $z = 23$ à aujourd'hui. La formation du halo le plus massif d'une simulation cosmologique Λ CDM d'un milliard de particules de matière dans un volume de $162^3 h^{-3} \text{ Mpc}^3$ est observé. L'intensité de la structuration nécessite de résoudre très précisément la dynamique particulaire sur un très grand nombre de processeurs. Dans le cas des simulations DEUSS, le code parallèle RAMSES-DEUS est utilisé sur la machine Babel de l'IDRIS.

CHAPITRE

9

ALGORITHME DE DÉTECTION DES STRUCTURES

9.1	Principe de détection des structures	222
9.2	Décomposition cubique et détection des structures dans l'espace comobile	226
9.2.1	Décomposition cubique de la courbe de Hilbert	226
9.2.2	Méthode de détection des structures dans l'espace comobile : cas particuliers	228
9.3	Décomposition cubique et détection des structures dans l'espace des redshifts	231
9.3.1	Cône de lumière : généralités	231
9.3.2	Décomposition cubique des cônes de lumière	233
9.3.3	Effets dûs à l'espace des redshifts	235

Le chapitre précédent, dont les méthodes sont illustrées par les figures 8.5 et 8.6, nous montre que la structuration de la matière dans l'Univers est un processus physique complexe. Schématiquement, le champ de matière s'organise en amas de galaxies denses interconnectés par des filaments moins denses. Ces filaments définissent des feuilletts encore moins denses qui eux-mêmes délimitent des régions de vide où la densité locale est bien plus faible que la densité moyenne de l'Univers. Cette organisation en halos, filaments, feuilletts et régions vides est dynamique, évoluant avec le temps et atteignant des phases de structuration hautement non-linéaires. Des couplages dynamiques entre différentes structures, regroupés sous le terme d'effets de marées peuvent également apparaître via les influences gravitationnelles. Finalement, certaines structures contiennent des sous-structures similaires.

Cette partie sera donc consacrée aux questions de la reconnaissance de la forme et de la frontière d'un halo, de l'extraction d'un objet au contour bien défini à partir du champ de densité continu et de la comparaison de ces halos aux observations. Nous verrons dans un second temps les optimisations implémentées sur les algorithmes de détection de structures afin de répondre au défi de l'augmentation exponentielle du nombre de particules dans les simulations numériques.

9.1 Principe de détection des structures

Les simulations numériques menées grâce au code RAMSES-DEUS sont réalisées en suivant des milliards de particules en fonction du temps. Ces particules devant être interprétées comme des marqueurs du champ de densité continu sous-jacent, il convient d'avoir une méthode de détection d'objets (halos, sous-halos, galaxies...) pour comparer le résultat de ces simulations aux observations. Un des obstacles en cosmologie numérique est l'absence de méthode unique et générale pour définir un objet gravitationnellement lié. Il convient donc, avant toute détection, de donner précisément une définition d'une structure effondrée dans un champ de matière continu.

Presque toutes les techniques de détection d'objets peuvent se classer en deux grandes familles :

- Les méthodes basées sur la calcul d'une densité intégrée. Ces méthodes se rapprochent de l'algorithme Spherical OverDensity (SOD), introduit par Press et Schechter [126] et repris par Cole et Lacey [140] qui recherche des structures autour des surdensités les plus élevées.
- Les détections tablant sur une densité locale. Cette approche est liée aux méthodes Friends-of-Friends (FoF) qui consiste en la recherche des voisins d'une particule à une distance maximale donnée.

Le choix d'une méthode par rapport à l'autre n'est pas anodin, ces deux algorithmes disposant d'avantages et d'inconvénients différents.

L'algorithme de détection SOD demande donc de connaître à priori les positions des pics de densité les plus élevés. Cette information est obtenue en calculant une densité locale pour chaque particule avec un algorithme type NGP¹ (Nearest Grid Point) sur une grille tri-dimensionnelle fine. Les particules sont ensuite classées par ordre de densité décroissante. La recherche d'objets gravitationnellement liés peut alors commencer en utilisant un élargissement progressif de sphères centrées autour de la première particule de la liste. La géométrie simple imposée par cette méthode permet de calculer la densité

1. Cet algorithme consiste en la projection de chaque particule sur une grille. À l'inverse d'une méthode CIC (Cloud-in-cells) où la taille d'une particule est égale à la taille d'une cellule de la grille, la taille caractéristique d'une particule est supposé être infiniment petite.

intérieure à la sphère comme le rapport du nombre de particules au volume de la sphère. Lorsque cette densité dépasse une limite définie arbitrairement, l'algorithme calcule le barycentre des particules contenues dans la sphère et réitère la procédure à partir du barycentre. L'algorithme déclare une nouvelle structure au moment où la distance entre deux barycentres successifs est inférieure à une fraction ($\sim 10\%$) de la distance interparticulaire moyenne.

La méthode utilisée pour détecter les pics de densité ne joue pas la détection des halos de matière noire : le seul paramètre libre de cet algorithme est donc le seuil de densité. Cette méthode permet donc de définir parfaitement un halo de matière noire, à condition de savoir définir cette limite en densité Δ d'une manière pertinente. Celle-ci est souvent prise égale à la densité critique dans le cas d'un effondrement sphérique : $\Delta = 178$.

Un des inconvénient majeur de l'algorithme SOD réside dans l'obligation d'utiliser une géométrie sphérique pour tous les halos de matière noire détectés. Dans le cas d'amas allongés, cela implique l'élimination de régions surdenses au profit de régions peu denses incluses dans la sphère. Dans le cas de deux objets proches, cela peut également entraîner la perte d'un grand nombre de particules pour un des deux halos au profit de l'autre. Ainsi, un avantage de taille serait de se défaire de la géométrie sphérique afin d'éviter ces cas pathologiques.

Ce but est atteint grâce à l'algorithme Friends-of-Friends. Cette méthode, mise au point par Davis [141], est basée sur un algorithme de percolation qui lie les particules situées à une distance inférieure à un seuil, appelé paramètre de percolation. Ce paramètre, que nous noterons b dans la suite, est exprimé en terme de fraction de la distance interparticulaire moyenne $\lambda = (N_{part}/V)^{-1/3}$ (avec N_{part} le nombre de particules et V le volume de la simulation). Une des difficultés de cette méthode est de définir le paramètre de percolation sur des critères physiques. Ainsi, en se plaçant dans le cas d'un objet à symétrie sphérique avec un profil de densité isotherme $\rho \propto r^{-2}$, la surdensité intérieure à la sphère vaut $3/(2b^3)$. En choisissant $b = 0.2$, nous retrouvons une surdensité environ égale à 178 fois la densité moyenne de l'Univers, en accord avec le modèle sphérique.

Plus précisément, l'idée de l'algorithme est de sélectionner une particule p_1 au hasard et de parcourir les particules voisines p_2 , en calculant leur distance dans l'espace des phases à 3 dimensions (espace des positions). L'association des diverses particules est réalisée dès que la condition (9.1) soit vérifiée :

$$d(p_1, p_2) = \left(\frac{\|\vec{x}_1 - \vec{x}_2\|}{b^2} \right)^{1/2} \leq 1 . \quad (9.1)$$

Lorsque (9.1) est vérifiée, l'algorithme est réitéré à partir de la particule p_2 ajoutée au halo détecté. Une fois que toutes les particules du halo ont été détectées, l'algorithme

sélectionne une nouvelle particule au hasard parmi les particules encore libres et recommence la recherche de voisins au début.

Afin de gagner en temps de calcul, la détection Friends-of-Friends est souvent effectuée sur une grille. Le rôle de cette grille est d’instaurer une restriction sur la position des particules voisines que l’on va tenter de lier dans l’espace des phases à trois dimensions. Ainsi, en établissant une bijection entre la position des particules dans l’espace et dans la grille, cela permet d’effectuer la recherche de voisins uniquement avec les particules proches. Plus cette grille est lâche, plus les particules lointaines seront comprises comme étant proches dans l’espace des phases, ce qui implique une augmentation du temps de calcul.

Un des désavantages de la méthode Friends-of-Friends est l’existence de pont de matière entre les objets détectés. Ainsi, en levant l’hypothèse d’une symétrie sphérique, nous introduisons la possibilité de fusionner deux structures proches. En effet, dans cet algorithme, de petits filaments de matière reliant deux structures sont compris comme faisant parti d’un unique halo très massif. Il est bon de noter que cette caractéristique est à même d’affecter la fonction de masse, en particulier sur les très fortes masses. Nous présentons dans l’Annexe B les possibilités permettant d’éviter ces fusions entre amas de galaxies.

Le code développé par le groupe de cosmologie du LUTH se nomme pFoF-DEUS et présente une version parallélisée de l’algorithme Friends-of-Friends. Il se décompose en une partie liée au découpage (« Slicing ») de la courbe de Hilbert issue du code RAMSES-DEUS, appelée pFoF-Slicer que nous développerons dans la section 9.2.1 et une partie Friends-of-Friends parallélisée MPI, nommée pFoF. La parallélisation MPI de l’algorithme Friends-of-Friends est effectuée de manière simple. Chaque processus effectue une analyse FoF sur le nombre de particules appartenant au sous-cube détecté durant le découpage. Ainsi, sur la figure 9.1, les coeurs 0, 1, 3 et 4 ont trouvé un halo par l’algorithme Friends-of-friends décrit ci-dessus. Une étape de recollage a lieu afin de lier les structures repérées (ici en rouge) par chaque coeur. Cette étape est réalisée en échangeant des particules au niveau de chaque face des cubes correspondant à un processus. La liaison des diverses structures se fait sur la même condition 9.1. Si l’étape de recollage trouve un halo à fusionner, alors un autre échange aura lieu avec des processus plus distants.

Dans notre exemple, le processus 0 ayant lié une de ses structures après échange avec le processus 1, le processus 2 (flèche orange) va envoyer ses particules au processus 0 pour voir si l’extension du halo détecté ne concerne pas le processus 2. Cela est répété de manière itérative jusqu’à obtenir le halo final. Pour permettre un recollage efficace entre processeurs et ne pas oublier de particules dans un halo, à ce niveau, une particule seule constitue un halo ! Cette définition particulière disparaît au moment de l’écriture des fichiers de sorties, lorsque nous imposons qu’un halo ait au minimum 100 particules.

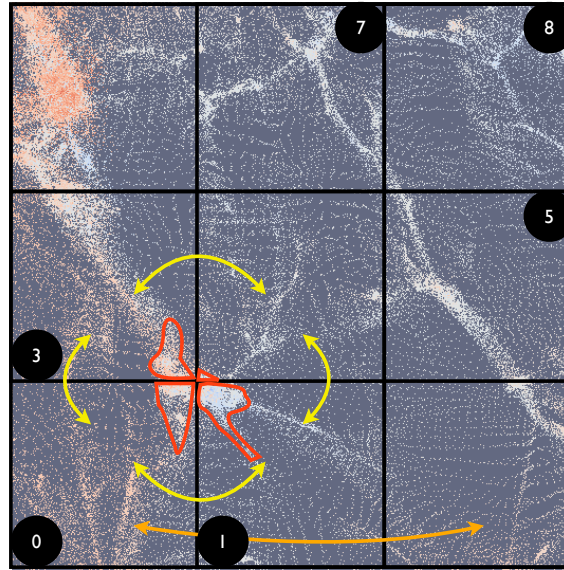


FIGURE 9.1: Dans ce cas, chaque coeur a détecté un halo rouge. Une étape de recollage permettra d'unifier ces quatre halos en une seule structure. La couleur des objets est fonction de la vitesse de ceux-ci.

Finalement, le halo est identifié grâce à l'identificateur d'une particule appartenant au halo. Cet identificateur est un entier long qui doit impérativement appartenir à l'intervalle $[1, N_{part}]$.

Un des avantages de cette méthode est l'utilisation d'un unique paramètre pour définir les surdensités dans le champ de matière ainsi qu'une implémentation parallèle efficace. Cette implémentation parallèle suppose une décomposition cubique des données à analyser, ce qui n'est malheureusement pas le cas des sorties du code RAMSES-DEUS. La couche supplémentaire pFoF-Slicer nous permet donc d'effectuer un découpage cubique de la courbe de Hilbert.

Nous avons décrit comment la méthode Friends-of-Friends permettait la détection des structures dans l'espace comobile pour les fichiers de sortie du code RAMSES-DEUS. Une application pratique nous montre que le code pFoF-DEUS fonctionne en moins de 2 heures sur 32768 processus MPI en détectant jusqu'à 144 millions de halos de matière noire dans un champ de matière constitué de plus de 550 milliards de particules. La figure 9.2 nous montre deux halos massifs détectés dans le champ de matière de 8192^3 particules de la simulation DEUS : Full Universe Run Λ CDM (voir Chapitre 11). Pour chaque image, nous voyons clairement le halo extrait de l'environnement qui l'entoure. La détection a correctement fonctionné, en distinguant les filaments de la structure à proprement parler. On peut toutefois signaler la présence, dans le second halo, d'un pontage de plusieurs petits halos au halo principal : ces petites structures, principalement en haut et à gauche

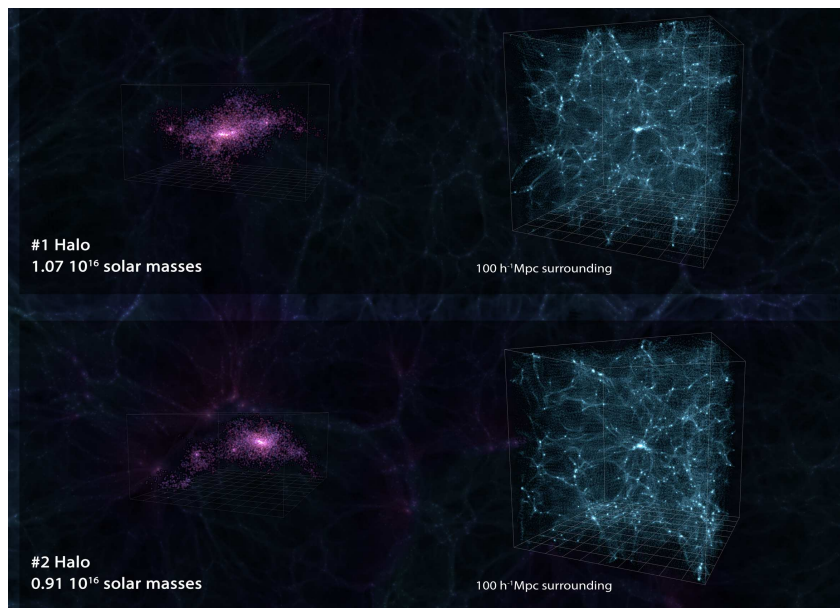


FIGURE 9.2: Deux halos détectés par l’algorithme Friends-of-Friends dans leur environnement, représenté par des cubes de $100 h^{-1} \text{Mpc}$ de côté.

du halo principal, contribuent à fausser fortement certaines observables (comme les profils de densité et de masse).

9.2 Décomposition cubique et détection des structures dans l’espace comobile

9.2.1 Décomposition cubique de la courbe de Hilbert

La décomposition des cellules suivant la courbe de Hilbert permet au code RAMSES-DEUS d’être très efficace dans les communications et l’équilibre de charge entre processeurs. Cependant, un défaut de taille est d’être très difficilement lisible par un utilisateur extérieur.

Le code pFoF-DEUS possède donc la particularité d’effectuer une décomposition cubique de la courbe de Hilbert avant de rechercher les structures dans le champ de densité grâce à la strate pFoF-Slicer. Afin de pouvoir traiter des simulations avec un très grand nombre de particules, pFoF-Slicer est parallélisé MPI. L’idée générale d’une telle parallélisation est simple : un découpage cartésien des coeurs est effectué en lieu et place d’un découpage suivant la courbe de Hilbert. Chaque processus lit un certain nombre de fichiers issu de RAMSES-DEUS et enregistre les particules appartenant à la région cubique définie lors du découpage préliminaire. La figure 9.3 est l’illustration graphique bidimensionnelle de cet algorithme.

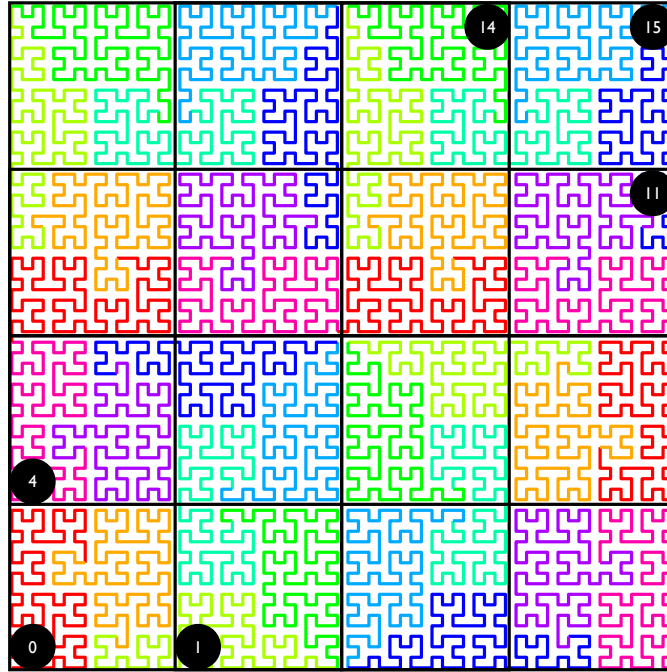


FIGURE 9.3: Décomposition de la space-filling curve de RAMSES (grille de 64^2 sur 36 coeurs) par 16 processus de pFoF-Slicer. Une couleur correspond à la zone physique traité par un processus RAMSES. Un numéro correspond à un identificateur du coeur pFoF-Slicer traitant le carré.

Deux méthodes permettent de réaliser cet enregistrement des particules :

- Un nombre de lecture faible puis de nombreuses communications entre coeurs.
- Un nombre de lecture élevé sans aucune communication.

La première solution, implémentée par F. Roy en 2007, est utilisée dans le cadre de simulations contenant un faible nombre de particules, sa limitation étant la vitesse de communication entre coeurs : les performances en communication diminuant avec la quantité de données à communiquer, plus le nombre de particules est élevé, moins cette méthode est efficace. En vue d'une utilisation sur plus de 10000 coeurs, il faut donc éviter ces communications importantes qui provoquent un fort ralentissement du code. La seconde possibilité est utilisée pour les simulations contenant un nombre très élevé de particules, la seule limitation de cette méthode étant le débit de lecture : ce débit de lecture est constant sur les supercalculateurs lorsque la masse de données à lire est importante.

D'un point de vue technique, cette nouvelle méthode effectue deux phases de lecture : la première lecture s'intéresse au nombre de particules par processus ainsi qu'à la carte partielle de correspondance entre coeurs MPI et particules présentes dans un fichier RAMSES-DEUS. Cette carte partielle de correspondance nous informe sur l'identité de chaque coeur RAMSES-DEUS lu par un coeur pFoF-Slicer. La carte de correspondance complète est obtenue en récupérant toutes les informations réparties sur les différents

coeurs grâce à des instructions MPI2 (`Mpi_Win_Create` et `Mpi_Put`). La seconde phase de lecture permet l'écriture des données directement dans les variables finales en ne lisant que les fichiers RAMSES-DEUS indiqués dans la carte de correspondance. Cela suppose donc de multiples lectures.

Ainsi, sur l'exemple 9.3, le processus MPI 0 va lire les trois premiers fichiers RAMSES-DEUS (indiqués par trois couleurs différentes). De manière simultanée, le coeur numéro 1 va lire du troisième au cinquième fichier RAMSES-DEUS. Ainsi, on comprend que le troisième fichier RAMSES-DEUS sera lu deux fois. Ce cas se reproduisant de nombreuses fois dans une géométrie tridimensionnelle, la vitesse du code sera donc essentiellement lié à la vitesse de lecture/écriture du système de fichiers.

Notons qu'afin de limiter un trop grand nombre d'accès simultané en lecture, un système de tickets similaire à celui de RAMSES-DEUS a été implémenté.

9.2.2 Méthode de détection des structures dans l'espace comobile : cas particuliers

Le code dynamique RAMSES-DEUS génère de nombreux fichiers de sortie. Parmi ceux-ci, nous trouvons des clichés de l'ensemble de la boîte de simulation à un instant donné ainsi que des instantanés, correspondant à une photographie d'une fraction du volume simulé à chaque pas de temps. Dans la section 9.1, nous avons décrit la méthode générale utilisée pour la détection de structures au sein des clichés de l'ensemble des particules du volume simulé. Dans ce paragraphe, nous discuterons de son application aux instantanés, dont l'utilité est flagrante dans le cadre de la reconstruction d'arbres de fusion.

Les échantillons instantanés présentent l'originalité de n'être qu'une fraction du volume simulé, avec des positions non comprises entre 0 et 1 et sans conditions périodiques sur les bords. Une autre particularité de ce type de données est la discontinuité dans les identificateurs des particules contenues dans le sous-volume. Ainsi, au lieu d'avoir des particules continument distribué entre un et le nombre de particules N_{part} , la situation 9.4 est obtenue : les identificateurs des particules sont répartis de manière complètement anarchique entre 1 et N_{part} , ce qui entraîne l'apparition de plages d'identificateurs contiguës, suivies d'identificateur seul etc.

Ces trois caractéristiques particulières perturbent fortement l'algorithme initial : la détection de structures dans un sous-volume entraîne une sous-utilisation des ressources demandées (dans l'exemple 9.5, seul quatre coeurs seront utilisés sur les 16 demandés) ; en l'absence de tout changement, les conditions périodiques sont appliquées par défaut ; pour affecter un identificateur unique à chaque halo, tous les identificateurs entre 1 et N_{part} doivent être présents.

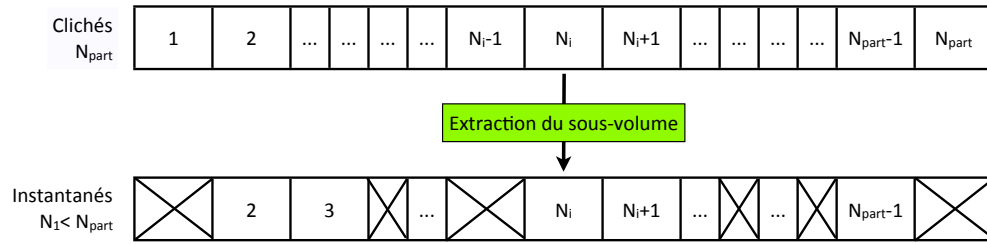


FIGURE 9.4: Correspondance entre les identificateurs des particules contenues dans un cliché et ceux des particules contenues dans un instantané. Le nombre de particules N_1 du sous-volume est inférieur au nombre de particules N_{part} de la boîte de simulation complète. Établir une bijection entre les deux tableaux s'avère couteux en terme de temps de calcul.

Ces trois particularités ne sont pas à mettre sur un pied d'égalité. En effet, le premier problème diminue simplement l'efficacité du calcul sans altérer ses résultats. Le second problème ne perturbe pas le fonctionnement de pFoF-Slicer ou du détecteur de structures pFoF mais entraîne une jonction des structures situées sur le bord du sous-volume découpé. Finalement, le troisième problème provoque une erreur d'exécution, ce qui empêche le code de fonctionner, le nombre de particules de l'instantané ne correspondant pas aux identificateurs des particules.

Les deux premiers problèmes étant plus bénins et simple à corriger, nous les traiterons en priorité. En effet, afin d'optimiser l'utilisation des ressources, une solution simple est d'implémenter l'application linéaire (une homothétie suivie d'une translation) transformant l'intervalle $[\text{mini}, \text{maxi}]$ des particules du sous-volume en l'intervalle unité $[0, 1]$. Cette solution, présentée graphiquement sur la figure 9.5, permet d'utiliser tous les noeuds de calcul demandés. Elle présente également l'avantage de résoudre naturellement et à moindre frais le problème des conditions aux bords périodiques. En effet, le recollage des structures se fait en recherchant les particules de l'autre face situées à une distance inférieure au paramètre de percolation b . Ainsi, l'introduction d'une zone fantôme (en gris sur la figure 9.5) d'une largeur d'une cellule PM permet d'interdire tout recollage, en empêchant toutes particules d'être à une distance inférieure à la distance de percolation.

La loi de transformation \mathcal{J} , directement appliquée sur les positions des particules lors de la lecture, s'écrit :

$$X_i^{\in[0,1]} = (X_i^{\in[\text{mini}, \text{maxi}]} + S_i) \times R + \frac{1}{\text{nres}} \quad (9.2)$$

où,

$$R = \frac{(1 - \frac{2}{\text{nres}})}{\max(\text{maxi}_i - \text{mini}_i)} \quad \text{et} \quad S_i = -\text{mini}_i, \quad (9.3)$$

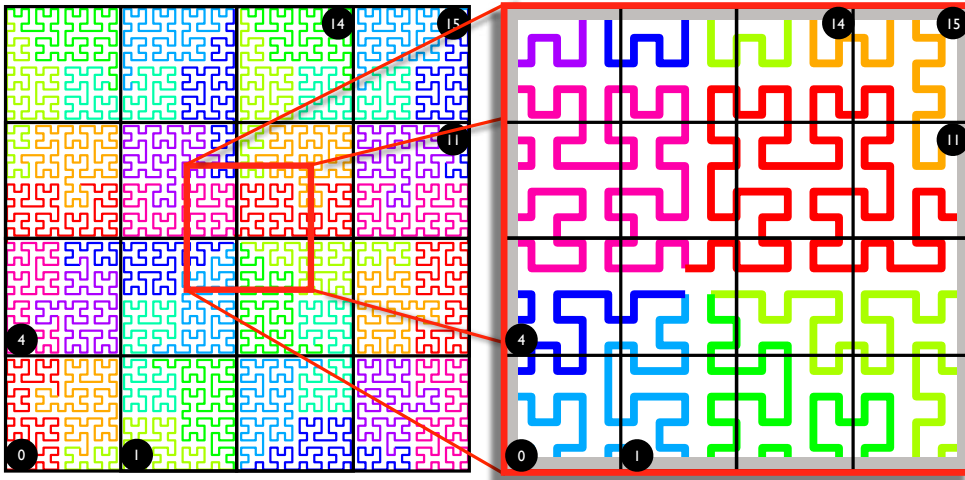


FIGURE 9.5: Résolution des problèmes de parallélisation et de conditions aux bords périodiques grâce à une homothétie et une translation du sous-volume. Une zone fantôme d'une largeur égale à une cellule PM est introduite sur les bords. Le sous-volume est agrandi afin d'occuper tout l'espace des processeurs.

avec i parcourt les coordonnées x , y ou z , R est le facteur d'homothétie, S_i est le paramètre de translation suivant la direction i et $nres$ représente la taille d'une cellule PM. Afin de ne pas introduire de biais du à l'utilisation de cette application linéaire dans la détection de structures, le facteur d'homothétie est également appliqué au paramètre de percolation b : $b \rightarrow b \times R$.

L'utilisation de coordonnées comprises entre $[0, 1]$ n'étant qu'un artifice de calculs utilisé pour la décomposition cubique de pFoF-Slicer et la détection des structures, il convient de reconvertir à la fin du calcul les coordonnées dans l'intervalle de départ. Pour se faire, nous appliquons la loi de transformation inverse \mathcal{J}^{-1} s'exprimant simplement comme suit :

$$X_i^{\in [mini, maxi]} = \left(X_i^{\in [0,1]} - \frac{1}{nres} \right) \times \frac{1}{R} - S_i . \quad (9.4)$$

\mathcal{J}^{-1} est appliquée sur toutes les positions calculées : positions de chaque particule, positions des centres de masse des halos et positions des particules appartenant aux halos.

La dernière difficulté associée à la détection des structures dans l'espace comobile est donc le problème des identificateurs non contigus... Dans une version antérieure du code RAMSES-DEUS, il n'existait aucune information concernant les identificateurs dans les sous-volumes instantanés. La première solution implémentée consistait donc à introduire un nouvel identificateur pour chaque particule à chaque pas de temps. Ainsi, pour chaque instantané, un identificateur unique (appelé « Fake-Id »), dont le numéro est compris entre $[0, N_1]$, est généré pour chaque particule : cela permet de retrouver la situation idéale où le nombre de particules correspond au nombre d'identificateurs, ceux-ci étant

par conséquent continûment répartis. Toutefois, au cours du temps, cette méthode empêche tout suivi de particules d'un échantillon à l'autre.

Ainsi, afin de construire des arbres de fusion permettant de suivre précisément l'histoire de la formation des halos, un identificateur unique à chaque particule dans les instantanés a été conservé par RAMSES-DEUS. L'utilisation de la solution précédente est dorénavant proscrite, celle-ci se traduisant par une perte brutale des nouvelles informations générées. Il convient donc d'adapter cette solution en utilisant deux identificateurs : un identificateur unique associé à une particule issue du code dynamique RAMSES-DEUS et un autre identificateur, propre à pFoF, généré à chaque exécution. Ainsi, au lieu d'utiliser le « Fake-Id » comme l'identificateur d'une particule dans le code dynamique et le code d'analyse, celui-ci sera vu comme l'identificateur d'une particule seulement au sein du programme pFoF.

Pour les échantillons, ce « Fake-Id » est donc seulement utilisé comme identificateur pour les halos. À l'inverse, les particules distribuées dans la décomposition cubique ou composant un halo ont un identificateur correspondant à l'identificateur du code dynamique. Pour ces données, le « Fake-Id » ne constitue qu'une variable interne au code pFoF. Cette astuce permet, en introduisant un coût faible en terme de mémoire (moins de 10%), de conserver l'algorithme initial de Friends-of-Friends tout en permettant la détection de structures sur des sous-volumes issus d'instantanés.

9.3 Décomposition cubique et détection des structures dans l'espace des redshifts

9.3.1 Cône de lumière : généralités

Selon le volume simulé, le code RAMSES-DEUS peut construire des cônes ou des sphères retraçant l'histoire de l'Univers telle que nous la voyons aujourd'hui en tant qu'observateur. Ces cônes (ou sphères) de lumière correspondent à la reconstruction de l'espace des redshifts des observations actuelles : ceux-ci sont construits en extrayant à chaque pas de temps une coquille de petite épaisseur comme indiqué sur la figure 9.6. La sélection des particules est réalisée en calculant la distance comobile à un observateur placé en une position arbitraire de l'espace-temps.

À priori, les coquilles peuvent être extrait du début de la simulation jusqu'à aujourd'hui. Cependant, le redshift maximum que l'on peut atteindre sans devoir répliquer le volume simulé est donné par la taille caractéristique de la boîte de simulation. La figure 9.7 nous illustre ces différentes informations sur un cône du ciel complet : le carré central bleu

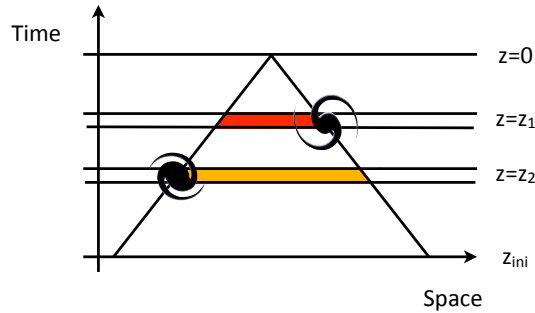


FIGURE 9.6: Un cône de lumière est construit comme étant l'assemblage de coquilles d'épaisseur très fine. La sélection des particules dans chaque coquille est calculée en fonction de la distance comobile à un observateur placé en une position arbitraire de l'espace-temps. Les structures sont observées à différents instants de l'évolution cosmique.

représente le volume simulé total alors que le diamètre maximum du cône que l'on souhaite obtenir est indiqué par le cercle extérieur rouge. Dans cet exemple, nous voyons que la construction des cônes intérieurs ne pose pas de problème, le code RAMSES-DEUS sélectionnant les particules comprises entre deux pas de temps successifs (symbolisés par les deux flèches centrales). La difficulté consiste à comprendre la notion d'intersection de la courbe de Péano-Hilbert utilisée par RAMSES-DEUS pour accélérer le calcul numérique par la coquille de rayon donné.

Il est également clair que, dans cet exemple, la taille de la boîte de simulation est dépassée : nous devons faire appel à des répliques périodiques de la boîte de simulation, appelées répliquats, au redshift concerné. Ainsi, dans ce cône, les parties présentant des rayures sont obtenues en faisant appel à des répliquats. Ces répliquats introduisent des longueurs de corrélation non-physiques induisant des effets importants sur de nombreuses observables.

Dans des simulations de très faible taille caractéristique, il est plus intéressant de construire des cônes fins dont l'angle θ à la base vaut $2\theta = L_{box}/d_{com}(z_{max})$. Cette méthode permet de construire des cônes profonds pour de petites simulations en minimisant le nombre de répliquats. La figure 9.7 nous montre que dans les grandes simulations, des cônes 4π (sphère céleste dans son intégralité) peuvent être construits avec un redshift maximum correspondant à un diamètre égal à la taille caractéristique du volume simulé L_{box} .

Ces deux types de cônes présentant des géométries très différentes, afin d'effectuer un découpage cubique de l'intersection d'une courbe de Péano² par des coquilles et de rechercher des structures dans le cône de lumière, il convient d'utiliser une approche particulière

2. Dans certains cas, afin d'équilibrer l'utilisation mémoire dans RAMSES-DEUS, l'équilibrage des processus suivant la courbe de Péano est modifiée par une étape dite de « load-balancing » (voir section 8.2). On mesure alors le défi de comprendre les données générées par RAMSES-DEUS si celles-ci ne sont pas préalablement mises en forme via le découpage cubique de pFoF-DEUS !

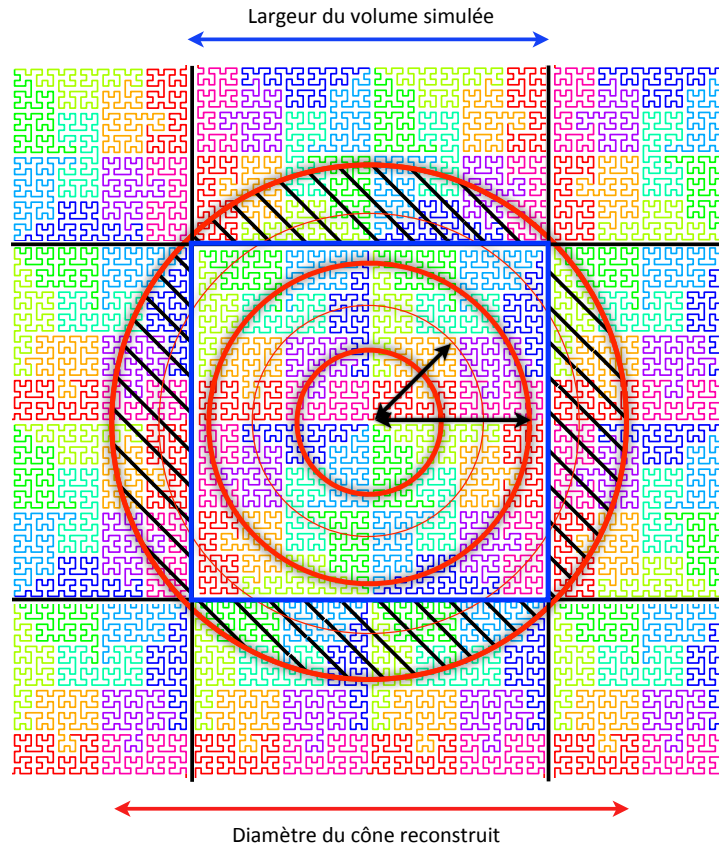


FIGURE 9.7: Dans RAMSES-DEUS, les cônes sont reconstruits à partir du volume simulé dans l'espace comobile. À chaque pas de temps, les particules appartenant à la coquille située à une distance comobile donnée de l'observateur sont extraites. Si le diamètre du cône désiré est plus grand que la taille de la boîte de simulation, des répliques de la simulation au redshift voulu sont introduites.

à chaque cas. En particulier, la question du découpage cubique d'un objet à géométrie sphérique se rajoute à la question du découpage de la courbe de Péano-Hilbert. Deux techniques avancées, détaillées ci-dessous, permettent de réaliser un découpage cubique des cônes de lumières et de détecter de manière optimale des structures dans l'espace des redshifts.

9.3.2 Décomposition cubique des cônes de lumière

Le découpage cubique et la détection des structures dans l'espace des redshifts sont des opérations délicates. Une méthode brutale consiste à utiliser l'algorithme de découpage cubique directement sur le cône. Cependant, cette solution peut conduire à des temps de calculs prohibitifs ou à des blocages du code. En effet, nous avons déjà vu que pFoF-Slicer est conçu pour classer, suivant un découpage cubique, des particules dont la position est comprise entre 0 et 1. Dès lors, une sphère telle que représentée figure 9.7 ne pourrait pas

être traitée par le code, la position de certaines particules étant en dehors de l'intervalle autorisé. De même, en considérant une petite sphère dont le rayon correspondrait au cercle en trait épais le plus intérieur, nous comprenons que seuls quelques processeurs seraient amenés à effectuer des calculs.

Afin de résoudre simultanément ces deux problèmes, la solution a consisté en une réutilisation des techniques déjà employées dans le cadre de l'échantillon : une translation ainsi qu'une homothétie sont appliquées aux positions des particules dans la sphère. Dans le cas des cônes du ciel complet, cela nous permet de rentabiliser la quasi-totalité des processeurs : en effet, les processeurs non-utilisés, situés dans les angles, représentent moins de 48% (rapport des volumes d'un cube et d'une sphère) du total des processeurs.

Dans le cas des cônes fins, une stratégie plus évoluée a été mise en place : le principe de l'homothétie/translation est conservée mais une étape de découpage du cône est ajoutée. Ce découpage est réalisé suivant le schéma présenté figure 9.8 : le cône est découpé de

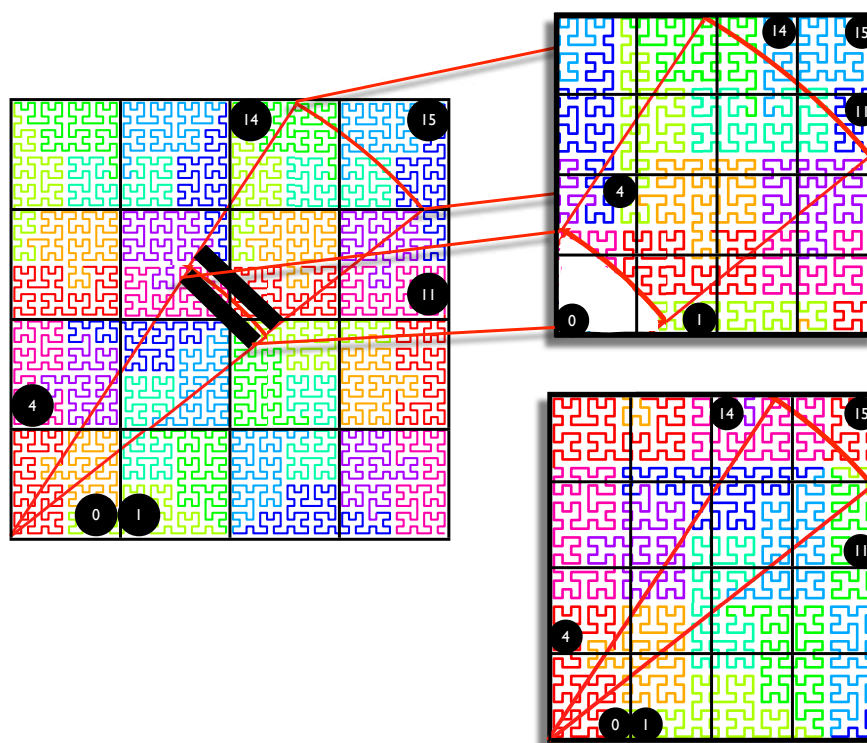


FIGURE 9.8: Afin d'assurer une parallélisation optimale, le découpage cubique d'un cône fin est effectué en plusieurs étapes. La première étape consiste à découper le cône en portions de cônes contenant approximativement le même nombre de particules. Des zones tampons d'une largeur d'une coquille RAMSES-DEUS sont prises pour procéder à la reconstruction de nos morceaux de cônes. Le découpage et la détection des structures sont alors successivement réalisés sur les portions de cône. Une étape finale consiste dans le recollage des différents morceaux.

telle manière à ce que les processus traite toujours le même nombre de particules. Ainsi, dans cet exemple, les 16 processus vont d'abord traiter le petit cône intérieur ayant subi

la transformation linéaire \mathcal{J} puis traiter le bout du cône, ayant lui-même été transformé par une homothétie/translation. Cela suppose bien sur de calculer, pour chaque bout de cône, les facteurs d'agrandissement et de translation adéquats. De plus, afin de recoller les différents morceaux de cône, il convient de garder une zone tampon figurée en noir sur le schéma 9.8. Cette stratégie permet de maximiser le nombre de processus utilisés sur un cône pouvant être extrêmement fin.

Finalement, le problème de l'identificateur ne se pose pas pour la détection des structures dans les cônes. En effet, l'identificateur des particules dans les cônes n'ayant pas une utilité immédiate, RAMSES-DEUS ne donne pas cette information pour les cônes. Nous utilisons donc à nouveau la méthode des « Fake-Id », identificateurs répartis continûment de 1 à N_{part} .

Après ces quelques manipulations, l'algorithme de détection des structures dans l'espace comobile est directement transposable à l'espace des redshifts. L'algorithme Friends-of-Friends est alors utilisé avec un paramètre de percolation $b = 0.2$. Nous présentons dans l'Annexe B les pistes permettant d'ajuster plus finement la valeur de ce paramètre en fonction du redshift.

9.3.3 Effets dûs à l'espace des redshifts

Finalement, dans l'espace des redshifts, de nombreux effets différents interviennent : certains sont d'origine physique et d'autres sont liés à notre nature d'observateur dans le cône de lumière. Grâce à l'absence d'observateurs privilégiés, les fichiers issus de la détection des structures dans l'espace comobile nous donnent des informations sur les effets physiques associés aux halos. Dans le cas de l'espace des redshifts, les effets observationnels tels la distorsion due à la vitesse particulière apparaissent : c'est pourquoi un nouveau type de données a été introduit dans les cônes. Ces données, au format compatible avec les fichiers standards générés par pFoF-DEUS, contiennent les effets de « redshift space distortion » détaillés Chapitre 6. Ainsi, la position z des particules détectées au sein d'un halo, vue suivant la ligne de visée \vec{n} , est modifiée de telle manière à intégrer la vitesse v_p de ces particules suivant l'équation :

$$z_{obs} = z + \frac{\vec{v}_p \cdot \vec{n}}{c} . \quad (9.5)$$

Ne disposant que de la position en coordonnées cartésiennes comobiles de la particule, il convient de les transformer en coordonnées sphériques et d'interpoler le redshift dans un modèle cosmologique donné. Pour cette interpolation, le code d'analyse pFoF-DEUS fait appel aux tables cosmologiques pré-calculées par les versions modifiées des codes CAMB et MPGRAFIC déjà utilisées par le code dynamique RAMSES-DEUS.

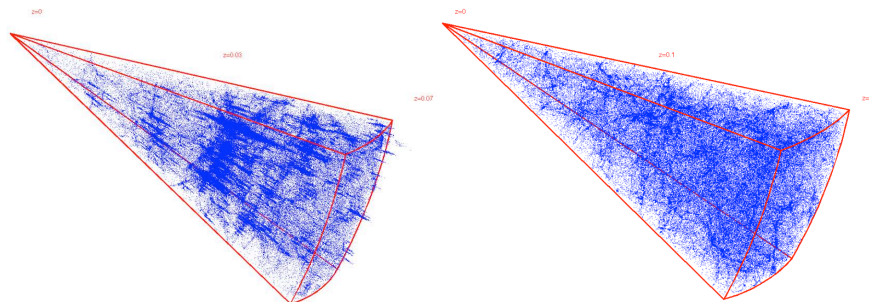


FIGURE 9.9: Deux cônes fins issus d’une détection de structures dans l’espace des redshifts dans le cadre de la série de simulations DEUSS ($162 h^{-1}$, 1024^3 particules). Le cône à gauche a été corrigé par les effets de « Finger of God ». Il présente donc les effets observationnels en plus des effets de structuration physique. À l’inverse, le cône de droite ne présente que les effets liés à la structuration.

La figure 9.9 à gauche nous montre l’amplitude des distorsions dues au passage dans l’espace des redshifts tel que calculé par pFoF-DEUS : on retrouve bien l’effet « Finger of God » caractéristique de cet effet observationnel. La figure à droite nous montre un cône sur lequel les distorsions n’ont pas été appliquées. La fonction de corrélation mesurée sera donc différente entre ces deux cônes, à cause de l’application de ces effets de déformation de redshifts. Un projet important d’analyse des simulations DEUSS³ est de montrer que l’amplitude des déviations de la fonction de corrélation en redshift selon la cosmologie est une observable du modèle cosmologique (voir Chapitre 6 pour plus de détails).

3. Se référer au Chapitre 11 pour une discussion sur les simulations numériques DEUSS.

CHAPITRE

10

APPLICATION COMPLÈTE DE SIMULATIONS NUMÉRIQUES AMADEUS

10.1 Aperçu global	241
10.2 Performances numériques	243
10.3 Application au supercalculateur Curie	245
10.4 Organisation des données par l'application AMADEUS . .	249

Depuis la simulation historique de 300 particules de J. Peebles en 1970 [144], les simulations numériques ont suivi une augmentation exponentielle en terme de nombre de particules comme le montre la figure 10.1. Les progrès sur le plan purement numérique (augmentation de la mémoire vive, de la puissance des processeurs...), représentés par un trait bleu pointillé, correspondent à la loi de Moore. L'évolution du nombre de particules en fonction du temps, tracée à l'aide de la courbe en trait plein, est bien plus rapide que cette loi de Moore, ce qui signifie que les optimisations algorithmiques ont permis d'accélérer les codes N-corps au-delà de la simple amélioration matérielle. Soulignons l'essor du consortium DEUS qui, grâce à une amélioration constante des codes utilisés, a permis d'atteindre le record en nombre de particules en sept ans. Ce record en terme de nombre de particules et de volume simulé a été obtenu au travers de la simulation DEUS : Full Universe Run, dont les caractéristiques sont présentées dans le chapitre suivant.

Ainsi, la réalisation de simulations cosmologiques de grande ampleur ayant pour but de répondre à de nombreuses questions physiques demande une organisation particulière

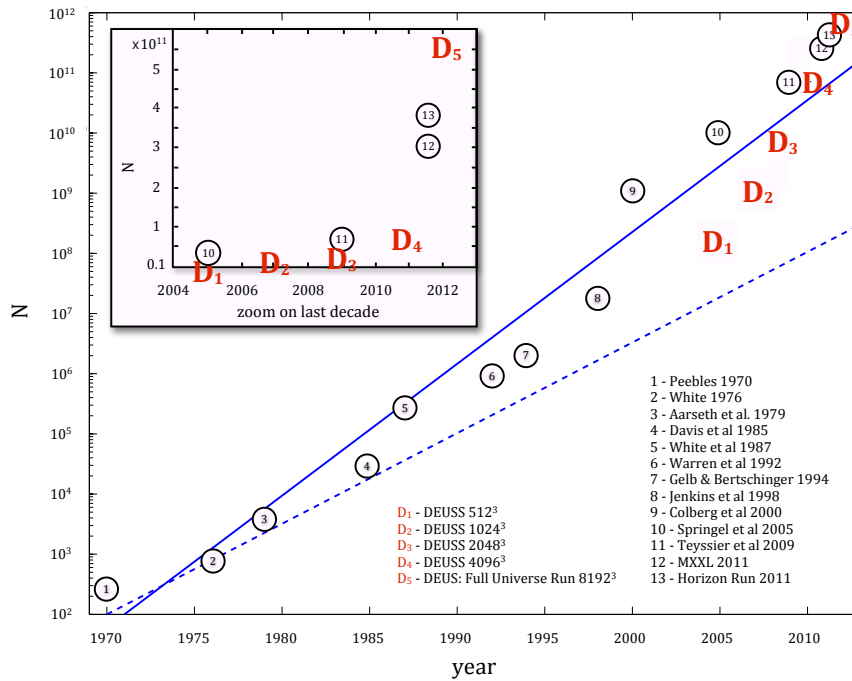


FIGURE 10.1: Évolution du nombre de particules dans les simulations N-corps en fonction de l'année de sa réalisation. Les symboles D (en rouge) repèrent les simulations PM-AMR réalisées par notre groupe. Nous nous concentrons sur la période réduite à la dernière décennie dans le graphique en haut à gauche pour mettre en évidence la récente accélération des performances et spécialement celles réalisées par la collaboration DEUS. Notons la position de la simulation Millennium Run (Springel et al. 2005 ; 10 milliards de particules, taille de boîte de $500 h^{-1} \text{Mpc}$), et la récente simulation Millennium XXL [142] ; 303 milliards de particules, taille de boîte de $3000 h^{-1} \text{Mpc}$ ainsi que la simulation Horizon Run [143] ; 375 milliards de particules, taille de boîte $10800 h^{-1} \text{Mpc}$. La droite bleue représente l'évolution moyenne de la taille des simulations (extraite de Springel et al. (2005) [108]) et la droite en pointillé est une évolution de type « Loi de Moore » correspondant à une augmentation d'un facteur 2 tous les 18 mois.

similaire à l'organisation de « grand projet ». Une telle organisation vise à simuler un grand volume avec une résolution importante et à gérer de manière optimale les quantités de données générées par le code dynamique en les organisant et en les standardisant. Une telle standardisation permet d'analyser de manière simple et rapide les différentes données.

Cette organisation consiste en l'intégration de toutes les tâches liées à une simulation numérique au sein d'une seule et même application appelée AMADEUS (« A Multi-purpose Application for Dark Energy Universe Simulation »). Ainsi, cette application permet de générer les conditions initiales d'une simulation numérique, de suivre l'effondrement dynamique des particules de matière noire, de détecter des halos de matière noire au sein du champ de matière et d'organiser les données sous une forme aisément utilisable.

L'élaboration de l'application AMADEUS est le résultat d'un travail collectif qui a rassemblé les développements numériques menés depuis de nombreuses années par Jean-Michel Alimi et ses collaborateurs. Ces développements ont été pensés au sein du consortium DEUS et c'est une version optimisée, à laquelle j'ai pleinement participé durant ma thèse, qui a permis la réalisation des simulations hautes performances DEUSS et des simulations DEUS : Full Universe Runs présentées dans le chapitre suivant.

10.1 Aperçu global

AMADEUS est donc tout d'abord constituée d'un code de génération de conditions initiales. Ce code, appelé MPGRAFIC [139] et figuré à gauche sur le schéma 10.2, permet de générer aléatoirement les positions et les vitesses initiales des particules en accord avec un spectre de puissance calculée préalablement par une version modifiée du code cosmologique CAMB pour un modèle cosmologique donné. Ces particules sont alors organisées suivant une géométrie cubique.

Ce code a été optimisé de manière à fonctionner pour les plus grandes simulations cosmologiques actuelles. Les conditions initiales générées sont directement lisibles par le code d'évolution dynamique RAMSES-DEUS. Cependant, pour les simulations cosmologiques à très grand nombre de particules, une couche supplémentaire doit être ajoutée afin de lire efficacement les particules. Ce code, appelé Split_GRAFIC, redécoupe les particules issues de MPGRAFIC suivant la courbe de Péano-Hilbert afin de permettre à RAMSES-DEUS de lire directement les particules associés à une unité de calcul.

À partir des conditions initiales, le code d'évolution dynamique RAMSES-DEUS permet de suivre l'effondrement gravitationnel de milliards de particules dans un espace-temps en expansion. Le code original, développé par Teyssier [133], a été optimisé de manière à fonctionner sur plus de 38016 coeurs de calcul. De nombreuses données sont générées par ce code sous la forme de clichés de toute la simulation à des pas de temps distants, d'instantanés de sous-volume à tous les pas de temps, de cônes du ciel entier, de cônes fins etc. Les méthodes numériques (ainsi que leurs optimisations) associées au code dynamique de suivi gravitationnel RAMSES-DEUS sont développées dans le Chapitre 8.

La chaîne de post-traitement d'AMADEUS (voir la figure 10.2 pour une illustration condensée) permet la gestion et l'organisation des données générées durant le calcul dynamique. Elle est nécessaire pour trois raisons : (i) valider les données générées via la mesure de quantités physiques comme le spectre de puissance ; (ii) réduire la quantité de données et l'organiser de manière plus simple et conviviale pour d'autres utilisateurs ; (iii) analyser partiellement les données en effectuant une détection de structures au sein

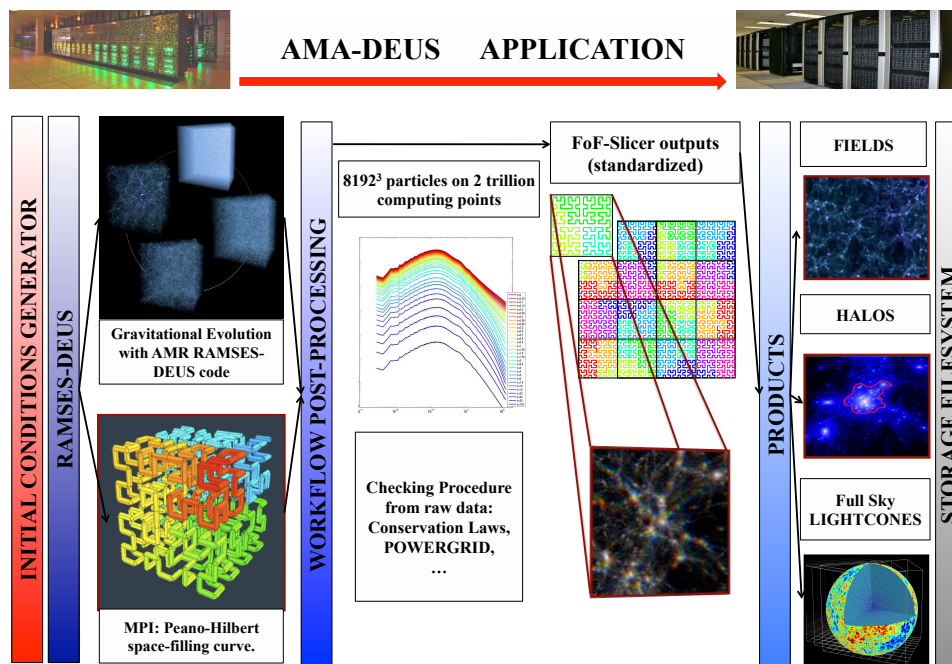


FIGURE 10.2: Chaîne de post-traitement optimisée pour l'application AMADEUS : la génération des conditions initiales est réalisée grâce au code MPGRAFIC, optimisé pour intégrer la courbe de Hilbert ; le code dynamique RAMSES-DEUS suit l'effondrement gravitationnel de milliards de particules ; la validation de la simulation est obtenue par le calcul du spectre de puissance avec l'outil POWERGRID ; les sorties de RAMSES-DEUS sont découpées de manière cubique par pFoF-DEUS qui nous fournit également des catalogues d'objets dans les clichés comobiles et les cônes de lumière.

du champ de matière. Cette chaîne de post-traitement est présentée dans les trois paragraphes suivants.

Pour chaque cliché¹, nous calculons à partir du champ de densité, le spectre de puissance du champ de matière tridimensionnel par transformée de Fourier inverse, avec le code « POWERGRID ». Une version parallèle MPI de ce programme a été utilisée sur 16384 coeurs. Le calcul dynamique est alors validée en comparant le spectre de puissance mesuré aux prédictions théoriques linéaires ou à celles issues de considérations phénoménologiques telles Smith et al. pour le régime non-linéaire [100]. Nous vérifions également que les conservations attendues comme par exemple la conservation d'énergie au cours du calcul ont bien été satisfaites.

Le code pFoF-DEUS constitue le coeur de la chaîne de post-traitement. Ce programme est divisé en deux parties : une partie appelée pFoF-Slicer réorganisant les données sous une forme cartésienne et une partie nommée pFoF effectuant une détection de structures dans le champ de matière du code dynamique RAMSES-DEUS. Ce code a pour caractéristique de standardiser la grande variété de fichiers de sortie de RAMSES-DEUS en un nombre

1. Un cliché est un enregistrement des positions, vitesses et identificateurs de l'ensemble des particules d'une simulation.

très restreint de format. Le découpage cubique ainsi que la méthode de détection des structures sont expliqués en détail dans le Chapitre 9. Les optimisations apportées au code pFoF-DEUS durant cette thèse sont développées plus avant dans ce même chapitre.

La dernière étape concerne la sauvegarde des données sur un système de fichiers indépendant. Cependant, comme sur la plupart des systèmes d'archivage, une limite sévère sur le nombre de fichiers est imposée. Il convient donc de compresser nos résultats avant toute sauvegarde afin d'obtenir des tailles de fichiers compris entre 5 Go et 50 Go. Malheureusement, dans le cas des DEUS : Full Universe Runs (voir chapitre suivant), le temps nécessaire à la compression (opération « tar ») d'un cliché de 17 To est rédhibitoire : les estimations avancent un temps voisin d'une semaine !

Pour pallier à ce problème, nous utilisons le nombre de noeuds disponible dans un supercalculateur parallèle à notre avantage : l'utilisation du code pFoF-Multi appartenant à pFoF-DEUS nous permet d'effectuer une opération similaire à un "tar" sur plusieurs centaines de coeurs en lisant les fichiers pFoF-Slicer originaux, en les compressant d'un facteur 64 et en les écrivant alors directement sur le système de sauvegarde. Au final, nous ne disposons plus que de quatre formats de fichiers différents standardisés sur les disques de sauvegarde.

10.2 Performances numériques

De nombreuses optimisations ont donc été apportées à tous les codes utilisées au sein de l'application AMADEUS. Cette section montre les études en scalabilité de ces codes, indiquant l'efficacité de nos codes lors de l'augmentation du nombre de coeurs MPI. Cette augmentation du nombre de coeurs est bien sûr à mettre en relation avec l'augmentation du nombre de particules.

Les effets des optimisations apportées sur le code RAMSES-DEUS sont visibles sur le graphique de scalabilité 10.3. Cette figure montre l'évolution de l'efficacité du calcul en fonction du nombre de tâches MPI utilisées. L'efficacité du calcul est définie comme le rapport entre une simulation test demandant peu de ressources (ici, une simulation 1024^3 particules dans un volume de $2625 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ sur 74 coeurs) et d'autres simulations plus importantes (respectivement une 2048^3 de taille $5250 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, une 4096^3 de taille $10500 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et une 8192^3 de taille $21000 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$) à résolution constante. L'efficacité du schéma numérique implémenté est indiquée à plusieurs instants durant le calcul. La courbe de référence indique l'efficacité théorique d'un solveur PM-FFT. Jusqu'à 5000 processus MPI, la scalabilité du code RAMSES-DEUS est parfaite, avec un rendement supérieur à l'implémentation classique du solveur PM-FFT. Il chute à 75% en fin de calcul pour la simulation demandant le plus de ressources. Il est intéressant de noter que

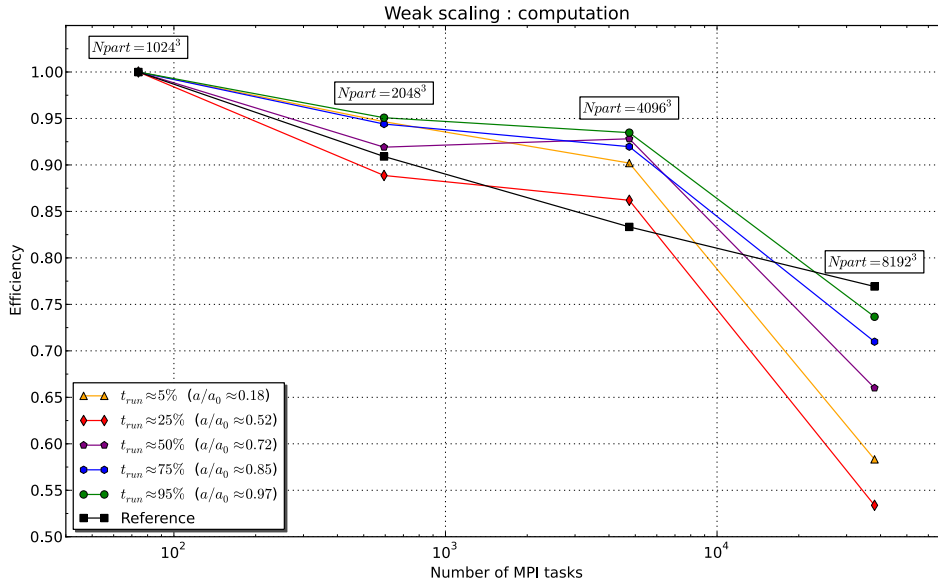


FIGURE 10.3: Efficacité du solveur de Poisson en fonction du nombre de processus MPI dans le cadre d'un test de « weak-scaling ». La référence est une simulation 1024^3 particules réalisée sur 74 tâches MPI. L'efficacité est indiqué au début des runs (jaune), au quart (rouge), à la moitié (violet), au trois quarts (bleu) et à la fin (vert). L'efficacité est de 60% au début, chute à 55% lorsque de nombreux raffinements apparaissent et remonte à 75%. Le solveur multigrille nous permet d'atteindre des efficacités supérieures à celles obtenues avec un code PM-FFT.

nos optimisations sont particulièrement efficaces lorsque le nombre de communications est élevé (fin du calcul en vert). Cela correspond au moment où le nombre de grilles est très élevé. On observe une efficacité très basse lors de la création importante des cellules en $z \sim 1$, ce qui indique les possibilités d'optimisations à venir.

Les résultats en terme de scalabilité pour la chaîne de post-traitement de l'application AMADEUS sont présentés figure 10.4. Le code POWERGRID (en vert), utilisé dans l'application AMADEUS, pour le calcul du spectre de puissance présente une excellente scalabilité pour ce test de « weak-scaling » entre une simulation 1024^3 sur 32 processus MPI à gauche et une simulation 8192^3 sur 16384 tâches MPI à droite. L'efficacité est alors estimée à 85% pour une utilisation sur 16384 coeurs. Les deux parties du code pFoF-DEUS sont présentées en bleu et rouge. La décomposition cubique des données générées suivant la courbe de Hilbert (pFoF-Slicer) est indiquée en bleu : son efficacité sur 32768 processeurs est d'un peu plus de 75%, ce qui montre l'efficacité de la parallélisation. La méthode de détection des structures dans le champ de densité sous-jacent (pFoF) est représentée en rouge : son efficacité par rapport à une simulation test 1024^3 particules est également de $\sim 75\%$. Les diverses optimisations apportées ont donc permis de conserver une efficacité importante à des nombres élevés de processus MPI. Le code pFoF-DEUS fonctionne donc de manière très satisfaisante sur une large gamme de processus, allant de

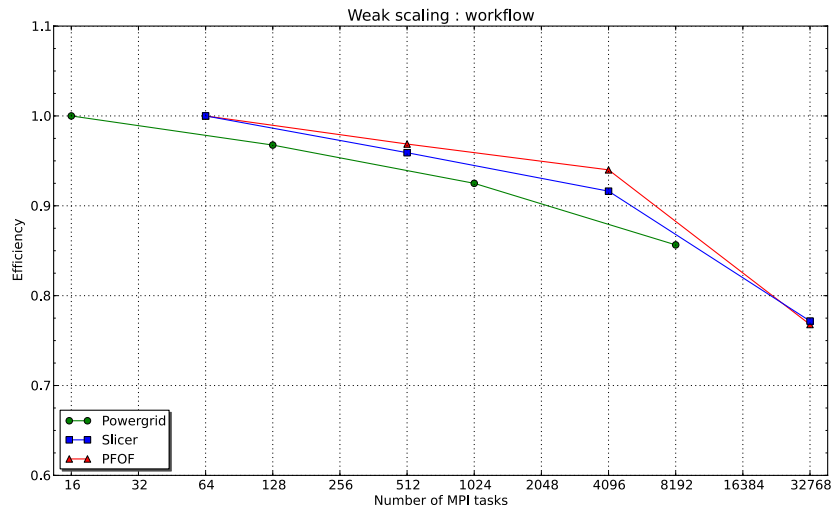


FIGURE 10.4: Efficacité des programmes de post-processing développés dans le cadre de l'application AMADEUS en fonction du nombre de tâches MPI. L'efficacité obtenue est satisfaisante : la mesure du spectre de puissance par le code POWERGRID est indiquée en vert ; la redistribution cubique des données par la partie pFoF-Slicer du code pFoF-DEUS correspond à la courbe en bleu ; la détection des halos par l'algorithme Friends-of-Friends de pFoF-DEUS est indiqué en rouge. L'efficacité en « weak-scaling » est normalisée à une simulation 1024^3 sur 32 coeurs pour POWERGRID et sur 64 processus pour pFoF-DEUS.

64 pour les premières simulations DEUSS à 32768 dans le cadre de la simulation DEUS : Full Universe Runs.

Au fur et à mesure de son raffinement, cette application nous a permis de réaliser des simulations de formation des structures dans des modèles d'énergie noire variés de plus en plus performantes. Nous présentons dans le Chapitre 11 les simulations issues de cette application globale. Les résultats scientifiques tirés de ces simulations sont, quant à eux, présentés dans les Chapitres 4 à 7.

10.3 Application au supercalculateur Curie

La mise en place d'AMADEUS a pour but premier la réalisation d'une simulation suivant l'évolution dans un champ de gravitation de 8192^3 particules. La plus grande contrainte est alors la mémoire vive utilisée dans RAMSES-DEUS, estimée à partir de cas en « weak-scaling » à environ 300 To de RAM. Deux grands choix de machines parallèles sont alors possibles : les machines de type Blue-Genie disposant d'un nombre très grand de noeuds de calculs avec une mémoire faible et les machines plus standards présentant moins de noeuds de calculs, ceux-ci ayant une mémoire bien plus importante.

L'inconvénient d'une machine disposant de centaines de milliers de coeurs est la scalabilité des codes, qui doivent être testés à l'extrême. Nombre de nos codes n'étant pas encore

arrivés à ce stade de développement, utiliser une Blue-Gene nouvelle génération semble impossible. La piste à suivre semble être une parallélisation hybride OpenMP/MPI permettant de regrouper les processus MPI en tâches OpenMP en utilisant toute la mémoire d'un noeud, diminuant ainsi le nombre de processus MPI (et donc les communications) d'un facteur 16 à 64. Dès lors, nous sommes contraints de nous tourner vers des machines présentant de gros noeuds de calcul en nombre plus réduit : le nouveau supercalculateur Curie répond exactement à ces besoins.



FIGURE 10.5: Calculateur pétaflopique Curie conçu par Bull et installé au TGCC.

En février 2012, le supercalculateur pétaflopique Curie a été entièrement installé au Très Grand Centre de Calcul (TGCC, www-hpc cea.fr). À partir de cette date, Curie, avec plus de 90000 coeurs, affiche une puissance de calcul de l'ordre de 2 pétaflops, entrant dans le Top 5 des machines les plus puissantes du monde. Curie est une grappe de calcul (encore appelé "cluster") Bull Bullx contenant trois différents types de noeuds comme indiqué sur la figure 10.6 :

- Partition Noeuds Larges : 90 noeuds à mémoire large constitués de 16 processeurs Intel Nehalem-EX cadencés à 2.27 GHz (8 coeurs chacun), 512 Go de mémoire RAM DDR3 (4 Go/coeur), des disques SSD locaux et 4 ports ConnectX QDR Infiniband ;
- Partition Noeuds Fins : 5040 noeuds Bullx B510 avec 2 processeurs Intel SandyBridge cadencés à 2.7 GHz (8 coeurs chacun), 64 Go de mémoire vive DDR3 (4 Go/coeur), des disques SSD locaux et un port ConnectX QDR Infiniband ;
- Partition Noeuds hybrides : 144 noeuds hybrides Bullx B505 avec chacun, 2 processeurs Westmere et 2 cartes graphiques Nvidia M2090.

Après une première phase de tests, tous les noeuds de calcul ont été connectés avec une architecture "Fat Tree" grâce à un réseau QDR Infiniband. Cette architecture standard permet une bonne stabilité lors des phases de communication entre noeuds distants.

Les différents types de noeuds visent à répondre aux diverses nécessités des utilisateurs : les noeuds larges ne demandent pas une scalabilité parfaite et permettent l'utilisation de

code OpenMP alors que les noeuds fins nécessitent une excellente scalabilité ainsi qu'une parallélisation MPI. Les tests préliminaires à la réalisation d'une simulation de 8192^3 particules ont été par exemple réalisés sur 9504 coeurs sur la partition noeuds larges de Curie. Ceux-ci ont démontré l'excellente scalabilité de nos codes et la possibilité d'utiliser l'intégralité de la machine Curie.

Un cluster de calcul haute performance n'est pas uniquement caractérisé par sa force de traitement brute mais également par sa capacité à gérer les lectures/écritures (I/O). Sur ce point, Curie possède un système de fichier parallèle de 5 Po avec une bande passante de 150 Go/s. Sa bande passante pour l'exportation de données vers des disques externes de stockage est de 100 Go/s.

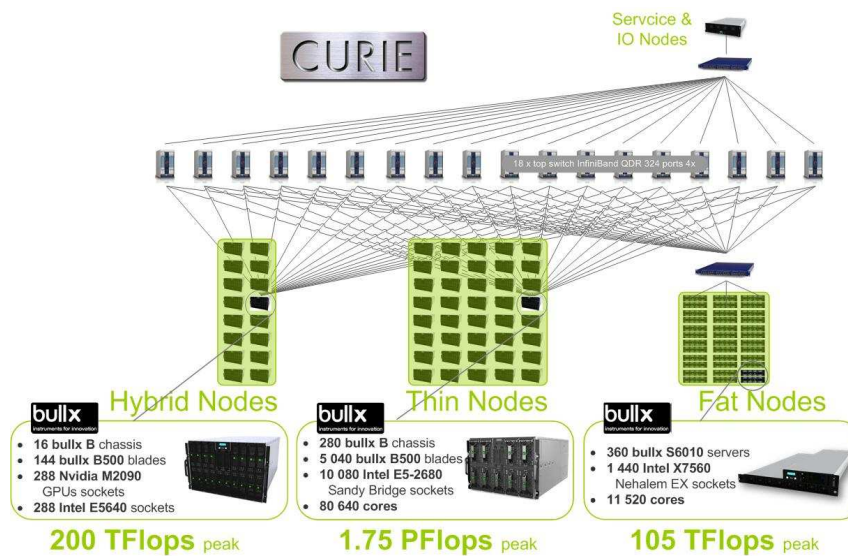


FIGURE 10.6: Architecture du cluster de calcul de Curie. Chaque partition est reliée par un réseau Infiniband. L'architecture du réseau Infiniband est un Fat Tree standard, avec une grande stabilité lors des phases de communications entre noeuds distants.

Dans le cadre de la réalisation du Grand Challenge DEUS : Full Universe Run (simulation à 8192^3 particules), une partie du système de fichiers parallèle Lustre nous a été dédiée (exactement 1.7 Po avec une bande passante de 60 Go/s). Cette bande passante a été presque utilisée à pleine puissance (voir figure 10.7) avec plus de 40 Go/s en écriture et en lecture pendant plus d'une demie-heure à chaque cliché. La durée d'une simulation est de près de 65h avec près de 30h de calcul pur, 23h d'écriture de clichés et 12h d'écriture d'instantanés. Au total, cela représente plus de 5 millions d'heures de calcul mono-processeur (plus de 550 ans de calcul). La quantité de données écrites par le code dynamique RAMSES-DEUS pour une simulation Grand Challenge avoisine les 3 pétaoctets, ce qui oblige l'utilisation des codes de post-traitement d'AMADEUS (pFoF-DEUS, pFoF-Multi etc.). Cela permet de réduire les données à 300 To par simulation.

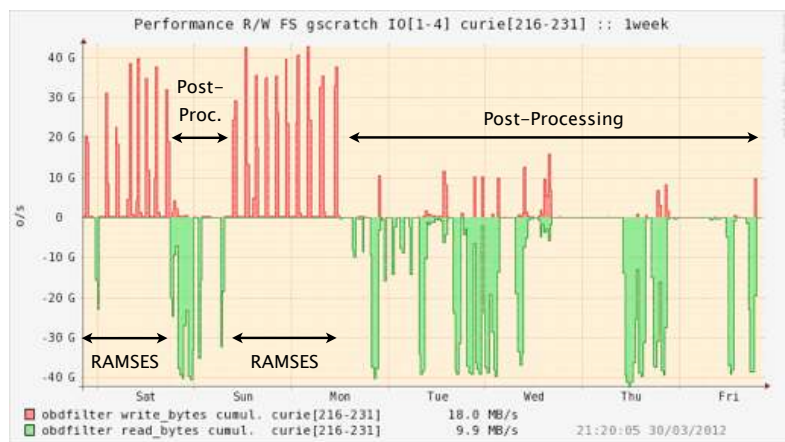


FIGURE 10.7: Intensité des lecture/écriture durant le Grand Challenge DEUS : Full Universe Run. L'écriture des clichés du code dynamique RAMSES-DEUS est visible en rouge. Les phases de post-traitement correspondent à la relecture en vert et aux petits pics en rouge pour les fichiers traités par pFoF-DEUS.

Même en disposant d'une telle machine, le défi numérique reste de taille. Pour s'en rendre compte, il convient de comparer avec les simulations d'énergie noire concurrentes. Nous représentons sur la figure 10.8, la comparaison des tailles de boîtes de calcul des trois plus grandes simulations numériques actuelles en cosmologie. La représentation respecte les échelles spatiales. Nous voyons clairement la progression impressionnante réalisée par la simulation DEUS FUR par rapport aux simulations Millennium XXL Run [142] et Horizon Run [143]. Notons que la simulation Horizon Run utilise une méthode Tree-PM demandant beaucoup moins de mémoire vive qu'un code AMR tel RAMSES-DEUS. Cependant, rappelons que l'avantage de la méthode AMR consiste en l'exceptionnelle résolution spatiale atteinte dans la simulation : bien que notre taille de boîte de calcul soit plus importante, nous avons été capables de suivre la dynamique gravitationnelle sur plus de six ordres de grandeur, de l'échelle de la taille de notre Voie Lactée à la taille de l'Univers observable !

Dans le cadre du Grand Challenge DEUS : Full Universe Run, nous avons choisi d'utiliser seulement 38016 tâches MPI sur les 76032 coeurs utilisés sur Curie. L'avantage de cette méthode, qui augmente le temps de calcul nécessaire à la réalisation du projet, est d'éviter d'utiliser l'intégralité de la machine, monopolisant les ressources de tous les utilisateurs. En effet, jusqu'à des décalages spectraux de l'ordre de 1, la mémoire disponible avec 38016 coeurs est suffisante au bon fonctionnement du code RAMSES-DEUS pour l'ensemble des modèles cosmologiques, le nombre de grilles créé par RAMSES-DEUS restant faible (la structuration n'étant pas trop importante). Cette solution permet donc de simuler la moitié de l'histoire de l'Univers dans le cadre de l'utilisation normale d'un supercalculateur (soumission, queue de passage en présence d'autres utilisateurs etc.). Le reste de la simulation demande une réservation de la machine dans sa quasi-intégralité :

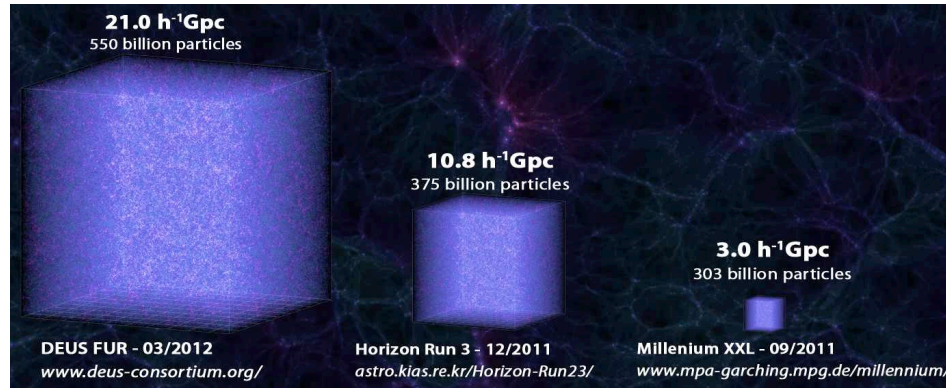


FIGURE 10.8: Comparaison des tailles de boîtes de calcul de la simulation DEUS sur tout le volume de l’Univers observable et des deux simulations les plus performantes réalisées auparavant : la simulation Millenium XXL avec 303 milliards de particules dans un volume de $3 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ [142] et la simulation Horizon Run 3 avec 375 milliards de particules dans un volume de $10.8 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ [143].

cette étape obligatoire pour le calcul dynamique n’est donc possible qu’en de rares occasions. Cela explique notre approche minimisant le temps passé à utiliser l’intégralité de la machine.

10.4 Organisation des données par l’application AMADEUS

Afin de perdre le moins d’informations possible, nous avons mis au point une stratégie optimale de sauvegarde et de post-traitement des données avec le programme d’analyse pFoF-DEUS de l’application AMADEUS :

- Pour la moitié des clichés (16 sur les 31), les données générées en double précision suivant la courbe de Hilbert sont réduites en simple précision suivant une décomposition cubique grâce à pFoF-Slicer, en abandonnant les informations liées à la grille AMR. La détection des structures est effectuée par le programme pFoF avec un paramètre de percolation $b = 0.2$ motivé physiquement (voir Chapitre 9). Les données écrites correspondent à l’ensemble des particules (fichier « .cube »), au centre de masse des halos et au nombre de particules par halos (fichier « .masst ») ou aux particules appartenant aux halos détectés (fichier « .stret »). Un autre type de fichier (avec l’extension « .prop ») permet de connaître un grand nombre de caractéristiques des halos (vitesse moyenne, paramètre d’ellipticité, tenseur d’inertie etc.). Cette étape permet un gain d’un facteur sept en occupation disque.
- Pour le reste des clichés, le champ de matière sous-jacent n’est pas conservé ce qui permet de gagner un facteur 300 en termes d’occupation disque ! Toutefois, afin de garder une information, nous conservons les particules situées dans des halos de matière noire détectés avec un paramètre de percolation non-motivé physiquement, à savoir $b =$

0.3. Cette solution permet d’obtenir le champ de matière repéré par toutes les particules jusqu’à des contrastes locaux de densité de l’ordre de ~ 5 , comme les bords des halos ou les filaments. Nous gardons donc une information sur l’environnement immédiat des halos formés. Ainsi, seuls les fichiers avec l’extension « .masst » et « .strct » sont générés dans ce cas.

- Pour les instantanés, les coquilles créées à chaque pas de temps sont concaténées en un cône grâce à une routine spécifique de pFoF-DEUS. À l’instar des données dans l’espace comobile, ce cône est découpé en sous-cube contenant toutes les informations sur les particules (positions, vitesses, identificateur) en simple précision ainsi que sur la gravité par l’intermédiaire de la grille AMR. La détection de structures dans le cône est effectuée a posteriori en redémarrant pFoF-DEUS à partir des fichiers « .cube » pré-générés : nous obtenons alors les fichiers « .masst » et « .strct » décrivant les caractéristiques des halos dans l’espace des redshifts.
- Les échantillons constituent un autre type de données instantanées. Ceux-ci contiennent toutes les informations associées au champ de matière (fichiers « .cube ») ainsi qu’à la grille AMR en simple précision. La détection de structures est effectuée directement par l’algorithme décrit au Chapitre 9. Notons qu’un échantillon représente ici 1/512ème du volume total. Ainsi, l’ensemble des 480 échantillons représenteront un volume de données équivalent à un seul cliché.

Cette stratégie de sauvegarde de nos données présente plusieurs avantages cruciaux qui ont permis la réalisation du projet : la réduction du volume de données générées a permis de conserver beaucoup de clichés (trente-et-un clichés !) et un ensemble très élaboré d’instantanés ainsi qu’une mise en forme cubique simple à appréhender pour un utilisateur extérieur. À titre de comparaison, la simulation Horizon Run 3, présentée sur le graphique 10.8, n’a pu conserver que cinq clichés à des redshifts très distants les uns des autres et la simulation Millenium XXL n’en a gardé qu’une dizaine. On mesure le défi que cela représente lorsque l’on s’aperçoit que ces deux simulations présentent environ deux fois moins de particules que la simulation DEUS : Full Universe Run. L’exploitation des résultats est déjà en cours avec les premiers résultats préliminaires présentés au Chapitre 7. L’analyse de cette série de simulations de grande ampleur constituera une part importante des perspectives liées à ma thèse.

En conclusion, AMADEUS est un outil robuste permettant d’envisager des simulations cosmologiques de grande ampleur sur les prochaines générations de machines parallèles. Cet outil nous a d’ors et déjà permis de réaliser un large ensemble de simulations numériques, sondant toutes les échelles de $2.5 \text{ h}^{-1} \text{ kpc}$ à $21000 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Cet ensemble de simulations menées au sein du consortium DEUS est présenté dans le chapitre suivant.

ENSEMBLE DE SIMULATIONS DARK ENERGY UNIVERSE SIMULATION

11.1 Série de simulations Dark Energy Universe Simulation . . .	253
11.2 Full Universe Run : Simulation de tout l'Univers observable	257
11.2.1 Pourquoi simuler tout l'Univers observable?	257
11.3 Simuler tout l'Univers observable : défi numérique	259
11.3.1 Paramètres minimaux de RAMSES-DEUS	260
11.3.2 Paramètres cosmologiques	262
11.4 Récapitulatif des simulations du consortium DEUS	264

11.1 Série de simulations Dark Energy Universe Simulation

Afin de comprendre finement l'influence de l'énergie noire sur la formation des structures et de suivre son empreinte sur une large gamme d'échelles, l'équipe de cosmologie du LUTH a réalisé, grâce aux outils développés précédemment, une première série de simulations de matière noire appelée « Dark Energy Universe Simulation Series » (DEUSS). La philosophie générale de ce projet, regroupé par la suite au sein du consortium DEUS, est de proposer à la communauté une grande variété de simulations réalistes génériques suivant l'effondrement gravitationnel de la matière noire au sein d'un Univers en expansion. Le caractère réaliste des simulations est crucial pour confronter ces modélisations aux dernières observations actuelles et indiquer quelles sont les empreintes laissées par l'Énergie Noire. La propriété générique de ces modélisations est fondamentale pour laisser à la communauté une totale liberté d'analyse.

Paramètres	162 h ⁻¹ Mpc	648 h ⁻¹ Mpc	2592 h ⁻¹ Mpc
ΛCDM			
z_i	137	93	56
$m_p(\text{h}^{-1} \text{ M}_\odot)$	2.86×10^8	1.83×10^{10}	1.17×10^{12}
$\Delta_x(\text{h}^{-1} \text{ kpc})$	2.47	9.89	39.6
SUCDM			
z_i	134	92	56
$m_p(\text{h}^{-1} \text{ M}_\odot)$	2.75×10^8	1.76×10^{10}	1.13×10^{12}
$\Delta_x(\text{h}^{-1} \text{ kpc})$	2.47	9.89	39.6
RPCDM			
z_i	118	81	50
$m_p(\text{h}^{-1} \text{ M}_\odot)$	2.53×10^8	1.62×10^{10}	1.04×10^{12}
$\Delta_x(\text{h}^{-1} \text{ kpc})$	2.47	9.89	39.6

TABLE 11.1: Redshift initial z_i , masse d’une particule et résolution spatiale de la série de simulations DEUSS. Chaque simulation contient 1024^3 particules en évolution sur une grille constituée de 1024^3 cellules. Six niveaux de raffinement sont imposés à RAMSES-DEUS.

Cette série de simulations DEUSS est constituée de neuf simulations haute résolution contenant plus d’un milliard de particules chacune (1024^3 particules) et jusqu’à sept milliards de cellules de gravité dans trois cosmologies différentes : Λ CDM, SUGRA et Ratra-Peebles. Pour chaque cosmologie, ces ensemble de neuf simulations se décomposent suivant trois volumes différents : $2592 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ et $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Afin de pouvoir comparer toutes ces simulations et se défaire des problèmes de phase, le bruit blanc utilisé lors de la génération des conditions initiales a été conservé d’une simulation à l’autre. Ainsi, seul l’allure du spectre de puissance linéaire change d’un modèle à l’autre¹. Finalement, ces modélisations ont été réalisées en supposant un Univers torique dont la taille caractéristique correspond à la taille de boîte.

Comme l’indique le tableau 11.1, les volumes simulés ont été choisis afin de suivre des observables s’étendant des échelles internes au halo jusqu’à un dixième de la taille de l’Univers observable. Les simulations $2592 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ permettent d’atteindre une statistique intéressante sur les plus gros amas de l’Univers sur lesquels les effets cosmologiques seront les plus importants. Ils permettent également la construction de cône de lumière sur le ciel complet jusqu’à un redshift de $z \sim 1$. Les simulations $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, avec une résolution équivalente à cent particules constituant une Voie Lactée, sont idéales pour l’étude des fonctions de masse, des champs de vitesse et d’autres observables à des échelles intermédiaires ($\sim 10 - 100 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$) telles les oscillations acoustiques de baryons. Finalement, les simulations $162 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, les plus résolues de cette série de simulations, apportent des informations très précises sur la structure interne des halos

1. Les méthodes de génération de conditions initiales pour les simulations cosmologiques dépassent largement le cadre de ce manuscrit. Nous invitons le lecteur à se référer à l’excellente publication de S. Prunet [139]

et permettent la détection à haut redshift des premiers halos de matière noire.

La détection de structures dans ces simulations est réalisée grâce à l'algorithme pFoF-DEUS. Celui-ci a détecté des objets de plus de cent particules allant de $3 \times 10^{10} h^{-1} M_{\odot}$ jusqu'à $5.4 \times 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$, ce qui représente plus de cinq ordres de grandeurs en masse. Un maximum de 480000 halos a été détecté par simulation et le halo le plus résolu contient plus de trois millions de particules.

Les paramètres cosmologiques des simulations DEUSS sont choisis de telle manière à ce que les modèles simulés (Λ CDM et quintessences) soient réalistes, dans un Univers à géométrie plane. Cela signifie que les paramètres cosmologiques de la série de simulations DEUS ont été contraints à partir des observations combinées du CMB et des SNIa : ces données observationnelles proviennent du catalogue UNION [11] en ce qui concerne la mesure des magnitudes et redshifts des supernovae et des mesures du spectre angulaire des fluctuations en température de WMAP5 [145].

Afin d'évaluer l'accord d'un modèle vis-à-vis des observations, le facteur d'expansion $H(z)$ doit être connu en fonction des paramètres cosmologiques. Ces modèles ont été construits avant mon arrivée au LUTH par V. Boucher et A. Füzfa. En bref, une analyse de type Monte-Carlo-Markov-Chain permet de construire point par point le diagramme d'erreur, ce qui nous permet de déduire la loi de Hubble propre au modèle en fonction des paramètres. Cela suppose évidemment de prendre en compte les effets de la quintessence lorsque celle-ci devient non-négligeable. Finalement, une méthode des moindres carrés (dite du « χ^2 ») entre les données et les observations nous permet de conclure. Il suffit alors de recommencer cette opération pour les points voisins afin de reconstruire les ellipses de confiance complètes. Grâce à la géométrie plane, les diagrammes de confiance dans le plan $(\Omega_m h^2, \alpha_Q)$ prennent la forme de la figure 11.1. Une présentation détaillée de ces méthodes est donnée par Alimi et al. [89] section 2.2.

Dans l'article original présentant les modèles réalistes des simulations DEUSS [89], les paramètres retenus pour les modèles de quintessence sont indiqués par une croix blanche. Afin d'obtenir une phénoménologie de la quintessence assez éloignée du modèle standard Λ CDM (point situé en $(\Omega_m h^2, \alpha_Q) = (0.135, 0)$ sur les diagrammes de confiance), les meilleurs paramètres en accord avec les données ne sont pas retenus. Ce choix est statistiquement correct, les paramètres à 1σ et 2σ étant tout à fait envisageables du point de vue observationnel : les paramètres choisis permettront donc de favoriser la mise en évidence de l'action de la quintessence tout en ayant des modèles cosmologiques indistinguables sur les échelles linéaires.

Une comparaison avec les paramètres d'autres auteurs met en évidence le caractère réaliste de nos simulations de quintessence, validés par les observations à 2σ . Au vue des ellipses de confiance, ces autres simulations sont largement exclues par les données observationnelles.

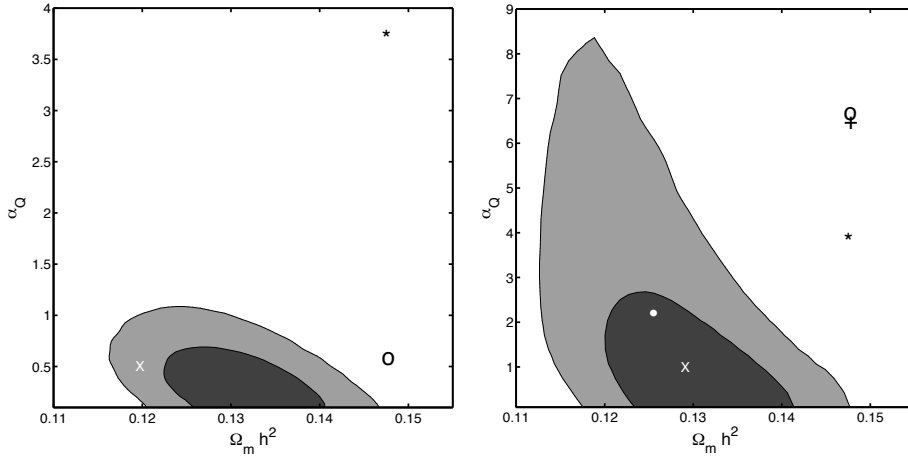


FIGURE 11.1: Diagramme de confiance dans le plan $(\Omega_m h^2, \alpha_Q)$. Les contours de confiance à 1σ (en gris foncé) et 2σ (en gris clair) ont été représentés pour les modèles réalistes de quintessence (RPCDM à gauche et SUCDM à droite). Les paramètres retenus sont dans l'article de Alimi et al. [89] sont indiqués par une croix blanche. Les paramètres d'autres auteurs (en 2008) sont indiqués avec un point blanc pour Casarini et al. [146], une étoile pour Solevi et al. [147], un plus pour Maio et al. [148] et un ovale pour Dolag et al. [149].

Paramètres	Λ CDM	RPCDM	SUCDM
Ω_m	0.26	0.23	0.25
α	0	0.5	1
A_S	2.0×10^{-9}	2.1×10^{-9}	2.1×10^{-9}
σ_8^{lin}	0.80	0.66	0.73
w_0	-1	-0.87	-0.94
w_1	0	0.08	0.19

TABLE 11.2: Paramètres cosmologiques utilisés pour les modèles réalistes. Ces modèles ont une géométrie plane, ce qui implique $\Omega_{Q(\Lambda)} = 1 - \Omega_m$, avec un index spectral $n_s = 0.963$, une constante de Hubble $h = 0.72$, un paramètre de densité baryonique $\Omega_b h^2 = 0.02273$, et un âge de réionisation $\tau = 0.087$ correspondant à un redshift de $z_{reion} = 10.1$ pour RPCDM et $z_{reion} = 10.4$ pour SUCDM.

Au final, les paramètres retenus pour la réalisation de la série de simulations cosmologiques N-corps Dark Energy Universe Simulation sont résumés dans le tableau 11.2. À partir de ces paramètres, nous pouvons calculer la fonction de transfert $T^2(k)$ propre à une cosmologie afin de calculer le spectre de puissance initial de la matière noire $P(k)$ au niveau du CMB. En supposant un indice spectral proche de 1 et un spectre de densité post-inflation de la forme $P_0(k) = A_s k^{1-n_s}$, le spectre de la matière noire s'écrit :

$$P(k) = T^2(k)P_0(k) . \quad (11.1)$$

La série de simulation Dark Energy Universe Simulation Series a récemment été enrichi

de nouvelles simulations. Ces nouvelles simulations constituent une étape importante dans la compréhension de la nature de l'Énergie Noire grâce à des résolutions élevées dans des larges volumes. Les simulations DEUSS de taille caractéristique $2592 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ avec 2048^3 particules ont été réalisées à l'automne 2010 et permettent d'accéder à une statistique très importante sur les halos, ce qui se révèle crucial pour l'étude des fonctions de corrélation dans l'espace comobile et l'espace des redshifts (voir Chapitre 6). D'autres simulations plus résolues, de caractéristiques semblables à la simulation Millenium, dans divers modèles cosmologiques sont en cours d'achèvement. Ces simulations de taille caractéristique $648 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ avec 2048^3 particules présentent la particularité d'avoir un cône de lumière sphérique de profondeur $z = 0.5$ pour le champ de particules ainsi que pour le champ de gravité. Elles disposent également d'un cône fin d'une profondeur de $z = 1.5$ dont la demi-ouverture vaut $\theta = 10^\circ$. Ce cône fin correspond tout à fait aux spécifications du futur instrument spatial EUCLID et vise à être utilisé par la communauté pour la préparation de cette mission spatiale. Ces modélisations seront également au coeur de nombreux projets concernant les champs de vitesse ainsi que les arbres de fusion retraçant l'histoire des millions de halos détectés.

Enfin, aux plus grandes échelles, la série de simulations cosmologiques DEUS : Full Universe Runs, menée au printemps 2012 sur le supercalculateur Curie, constitue un aboutissement : nous présentons dans la suite de ce chapitre les caractéristiques de cette modélisation de tout l'Univers Observable suivant l'effondrement gravitationnel de 550 milliards de particules pour divers scénarii d'Énergie Noire. En plus du modèle Λ CDM et R Λ CDM, ces simulations introduisent une nouvelle forme d'Énergie Noire dont l'équation d'état est inférieure à -1 . La nouvelle dynamique offerte par ce modèle dite « fantôme » sera confrontée aux modèles déjà présents dans les simulations DEUSS. Ces simulations permettront, entre autres, d'accéder aux objets les plus massifs de l'Univers dans trois modèles cosmologiques réalistes différents, d'observer la croissance des oscillations acoustiques de baryons durant l'évolution cosmique et de préparer les futures missions spatiales telles EUCLID, e-BOSS, LSST etc. Les premiers résultats préliminaires ont été discutés dans la partie physique, Chapitre 7.

11.2 Full Universe Run : Simulation de tout l'Univers observable

11.2.1 Pourquoi simuler tout l'Univers observable ?

La modélisation de l'Univers observable dans son ensemble, répondant à un besoin scientifique fort au sein de la communauté, constitue un défi numérique important. D'un

point de vue observationnel, de nombreux projets de cartographie de l'Univers (European Euclid Mission ², Sloan Digital Sky Survey (SDSS ³)...) sont programmés. Le volume d'Univers auquel prévoient d'accéder ces projets spatiaux, et la définition avec laquelle les structures cosmiques seront observées sont de plus en plus grands. Ils nécessitent par conséquent des simulations numériques capables de couvrir également des volumes d'Univers de plus en plus importants en suivant avec la plus haute précision l'évolution et la structuration du champ de matière dans l'Univers. Ce rôle de support aux grands projets observationnels est particulièrement patent lorsque nous considérons la figure 11.2 qui nous montre la position des simulations DEUSS par rapport à un grand nombre de projets observationnels. La position des simulations est indiquée avec des étoiles rouges dont le nombre de pointes varient avec la résolution. Les cônes de lumière du ciel complet sont notés « F » et les cônes fins « N ». Nous voyons graphiquement que l'objectif physique d'une simulation varie en fonction de la taille et de la résolution de celle-ci. Ainsi, les premières simulations DEUSS possèdent des cônes fins avec des résolutions approchant celle d'EUCLID. À l'inverse, la simulation de tout l'Univers observable avec 8192^3 particules est loin de la résolution d'EUCLID mais présente un volume similaire aux observations.

Cette double exigence, de grand volume et d'une grande résolution en masse, est donc clairement un défi majeur et urgent de la cosmologie numérique. Il est crucial d'être capable d'atteindre des volumes suffisamment larges pour obtenir la meilleure statistique sur l'apparition exceptionnellement rare d'halos de matière noire de très grandes masses, objets qui sont en effet parmi les marqueurs les plus performants à la fois du processus de formation des structures cosmiques et de la nature de l'énergie noire. Dans des simulations de trop petites tailles, ils sont le plus souvent sous représentés.

La possibilité de simuler le plus grand volume possible de l'Univers donne également accès avec une meilleure précision et une meilleur statistique au spectre de fluctuations de la matière sur les très grandes échelles (supérieures à plusieurs centaines de Mpc), là où apparaissent les oscillations acoustiques de baryons, résultant de l'empreinte des oscillations du plasma primordial sur la matière noire. Ces oscillations sont une signature caractéristique de l'énergie noire et la seule façon de pouvoir les mesurer et de comprendre leur origine et leur dynamique suivant le modèle cosmologique est donc de disposer de simulations parcourant toute l'histoire de l'Univers sur le volume le plus large possible. Bien que les motivations scientifiques soient claires, le défi numérique consistant donc à calculer la structuration de tout l'Univers observable tout au long de l'histoire de l'Univers, du Big Bang à aujourd'hui, semblait inaccessible.

2. <http://sci.esa.int/euclid>

3. <http://www.sdss.org>

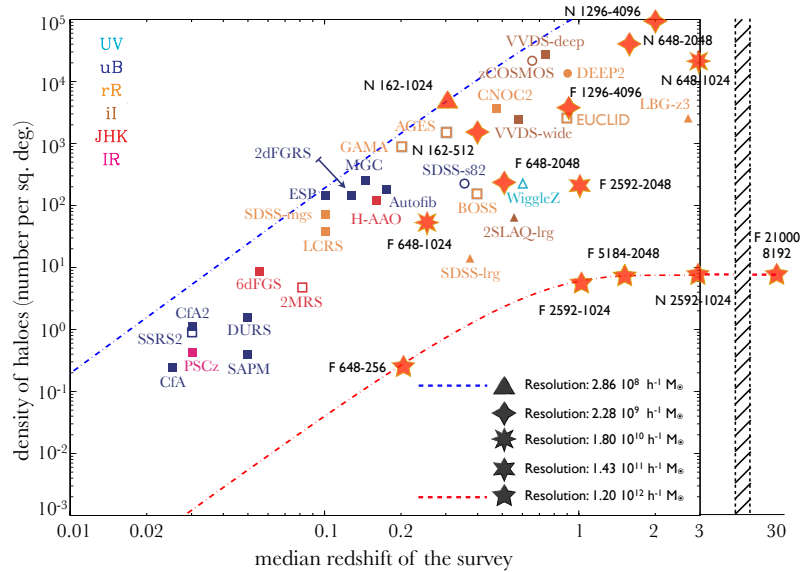
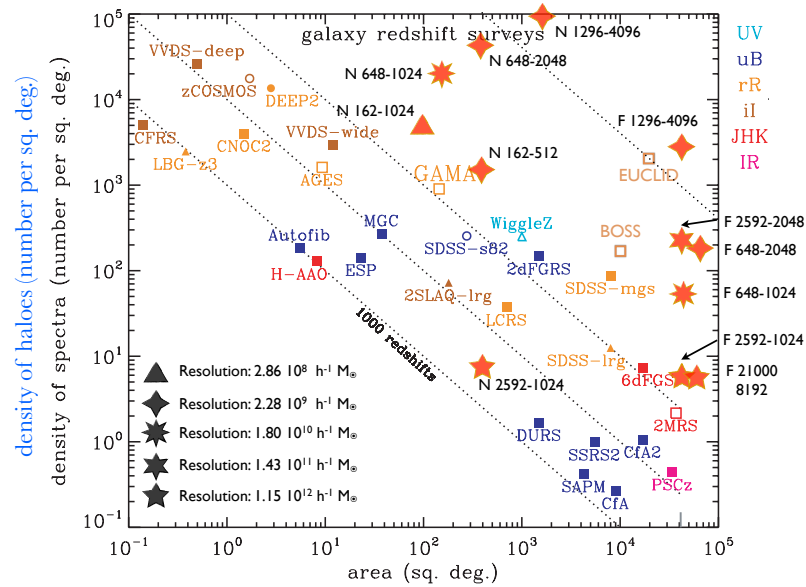


FIGURE 11.2: Figure du haut : Nombre d'objets par degré carré pour de nombreux relevés observationnels et l'ensemble des simulations Λ CDM réalisées par le consortium DEUS. Les différentes résolutions des simulations DEUS permettent de paver d'une manière satisfaisante le plan défini par les observations. Figure du bas : Nombre d'objets en fonction du redshift médian pour de nombreux relevés observationnels comparé au nombre d'objets en fonction du redshift maximal pour l'ensemble des simulations Λ CDM réalisées par le consortium DEUS. Ces simulations permettent d'obtenir des redshifts plus profonds que ceux des observations.

11.3 Simuler tout l'Univers observable : défi numérique

Nous avons abordé dans le Chapitre 8 les principes d'une simulation numérique N-corps en cosmologie. Ces simulations imposent un nombre minimal de paramètres que l'on doit fixer afin d'obtenir des caractéristiques particulières pour la formation des structures

dans l’Univers. Ces paramètres sont par exemple le nombre de particules de matière noire ou le volume total que l’on souhaite simuler : nous verrons en particulier qu’afin de simuler l’Univers observable dans son ensemble avec une bonne résolution, il convient de suivre l’effondrement gravitationnel d’un minimum de 550 milliards de particules.

L’application AMADEUS (« A Multi-purpose Application for DEUS ») a été l’outil indispensable au suivi de l’évolution de milliards de particules de matière noire évoluant dans son champ de gravité, depuis des redshifts très élevés ($z \sim 100$) grâce à la génération des conditions initiales (code MPGRAFIC [139]), jusqu’à une mise en forme conviviale des données afférentes au champ de matière grâce au programme pFoF-DEUS, en passant par l’évolution de ces particules par l’intermédiaire du code RAMSES-DEUS.

La mise en place de cette application ainsi que son optimisation a été un défi extrêmement important, mis en place et testé sur l’intégralité du supercalculateur Curie installé au TGCC (CEA Bruyères-le-Chatel). Comme nous l’avons vu, l’utilisation d’AMADEUS sur 76032 coeurs de la machine Curie a nécessité une scalabilité extrême de notre code dynamique RAMSES-DEUS.

11.3.1 Paramètres minimaux de RAMSES-DEUS

La volonté de mener une simulation correspondant à tout le volume de l’Univers observable impose évidemment la taille de la simulation. Dans notre cas, la taille maximale correspond au double du rayon actuel de l’horizon des événements. Celui-ci est calculé de manière simple à partir de la théorie linéaire (voir équation (2.12), Chapitre 2). En imposant des paramètres cosmologiques en accord avec les observations du fond diffus cosmologique et la vitesse d’éloignement des supernovae, on obtient une distance comobile de l’ordre de $10.49 \text{ h}^{-1} \text{ Gpc}$. Afin de s’adapter à divers modèles cosmologiques, nous choisissons une borne supérieure à $21 \text{ h}^{-1} \text{ Gpc}$ comme taille de boîte de simulation.

Afin de provoquer la formation des structures et d’observer la structuration de la matière noire sur des échelles fortement non-linéaires, il convient de fixer astucieusement la masse des particules de matière que nous allons suivre dans la simulation et donc leur nombre. Pour se faire, nous allons nous appuyer sur la fonction de masse théorique de Courtin et al. [110]. Connaissant cette fonction de masse, nous calculons le nombre d’objets d’une masse supérieure à une masse limite dans un volume donné. Les courbes en pointillés du graphique 11.3 correspondent à cette fonction : la courbe supérieure nous donne approximativement la masse du plus gros halo formé dans une simulation de volume donné. De même, la courbe en pointillés épais nous indique que, statistiquement, plus de 100 halos d’une masse supérieure à la limite se formeront dans le volume simulé. La taille minimale d’un halo détectée par pFoF-DEUS (100 particules) en fonction de la

masse des particules est indiquée par les traits de couleurs. Ainsi, dans une simulation 64^3 particules (trait bleu foncé) de taille $40 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$, seulement 100 halos de masse supérieure à 100 particules seront agrégés. A contrario, dans une simulation 1024^3 (trait jaune) de taille $4.5 \text{ h}^{-1} \text{ Gpc}$, plus de 100000 halos de masse supérieure à 100 particules seront créés. À partir du trait de couleur vert, ce graphique nous montre également que dans un telle simulation, nous formerons environ 100 de halos de masse supérieure à 800 particules.

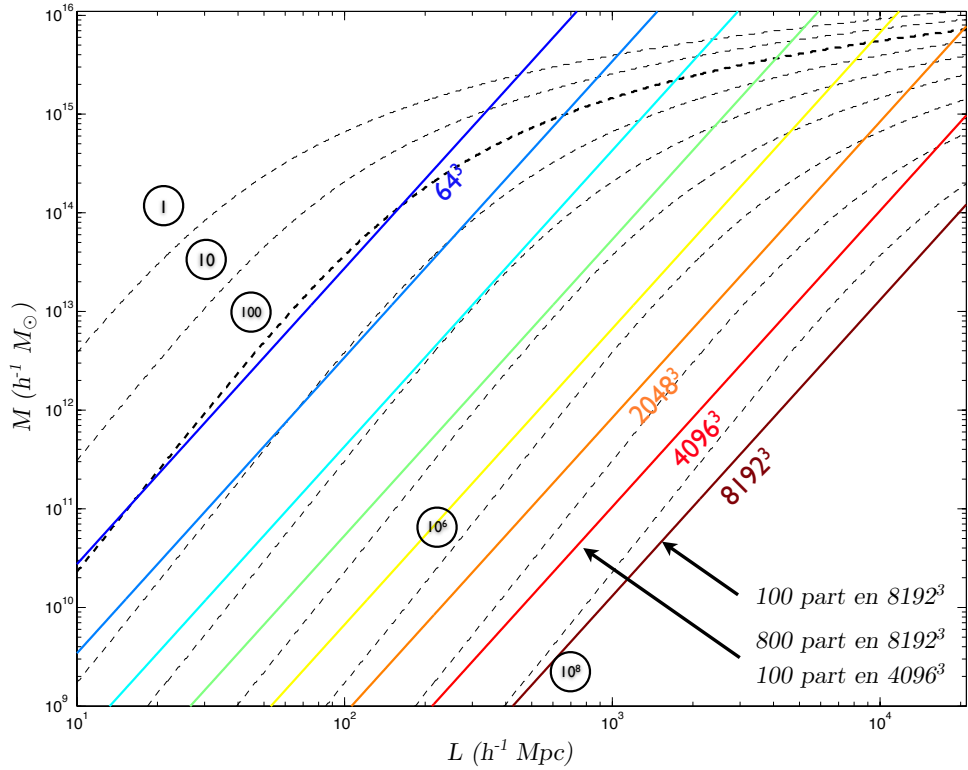


FIGURE 11.3: Nombre d'objets d'une masse supérieure à une masse donnée en fonction du volume simulé. Les traits de couleur indiquent les différentes résolutions accessibles au code RAMSES-DEUS : le nombre de particules doit impérativement être une puissance de huit.

Suivant ces principes, pour réaliser une simulation de tout l'Univers observable et former des structures dépassant le seuil de détection de pFoF-DEUS, nous devons utiliser au moins 2048^3 particules. En effet, la résolution à laquelle nous aurons accès nous permettra alors de former une centaine de halos de plus de 100 particules. Cependant, le nombre de halos formé est excessivement faible et la masse de ceux-ci extrêmement importante : la statistique atteinte n'est alors pas pertinente pour évaluer une quelconque observable physique.

Une simulation avec 4096^3 particules de matière noire est la possibilité suivante en termes de résolution. Celle-ci nous permet d'accéder à plus d'un million de halos de masse supérieure à $8 \cdot 10^{14} \text{ h}^{-1} \text{ M}_\odot$ ce qui fournit une statistique intéressante. Cependant, tous

les halos formés contiennent peu de particules. Ainsi, le plus gros halo ne contiendra au maximum que 1000 particules ce qui signifie que de nombreux halos ne seront formés que d'une centaine de particules. Toutes les analyses concernant les halos de matière noire seront donc polluées par un bruit poissonnien important.

Afin d'augmenter le nombre de particules par halos tout en augmentant le nombre total de halos, une simulation 8192³ particules doit être envisagée. La masse minimale des halos est alors de $10^{14} h^{-1} M_{\odot}$. Cette simulation doit nous permettre d'obtenir plus de 100 millions de halos de matière noire de plus de 100 particules ainsi qu'une centaine de halos de plus de 6400 particules ($M > 7.4 \times 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$). Ces caractéristiques physiques hors normes nous ont porté à choisir ce nombre de particules pour réaliser la série de simulations cosmologiques Dark Energy Universe Simulation : Full Universe Runs.

Les autres paramètres inhérents à RAMSES-DEUS sont choisis de telle manière à ce que la résolution spatiale au raffinement maximal corresponde à la taille de la Voie Lactée. Cela nous amène à fixer le nombre de degré de raffinement à 7, ce qui permet d'atteindre une résolution spatiale de $40 h^{-1} \text{ kpc}$. Nous imposons que la grille AMR se raffine à chaque fois que 14 particules sont présentes dans une cellule, ce qui permet de limiter la consommation mémoire tout en conservant une bonne précision sur la dynamique.

11.3.2 Paramètres cosmologiques

La définition des paramètres cosmologiques constitue une étape essentielle de la mise en place d'une simulation. En effet, ces paramètres permettent la génération des conditions initiales via la forme du spectre de puissance. Les simulations DEUS visant à comprendre l'influence de l'Énergie Noire sur diverses observables, trois types de fluide accélérateur sont envisagés.

Le modèle de concordance de la cosmologie avec constante cosmologique constitue le scénario médian. Autour de ce modèle standard sont envisagés deux modèles symétriques pour l'équation d'état et le taux de croissance linéaire D_+ : un modèle de quintessence de type Ratra-Peebles (déjà explicité au paragraphe 11.1) et un modèle phénoménologique de type fantôme se caractérisant par une équation d'état inférieure à -1. La justification physique de ce dernier modèle réside en une description effective de l'équation d'état. Ainsi, un modèle d'énergie noire avec champ scalaire peut avoir une équation d'état effective inférieure à -1 comme le montre Creminelli et al. [150].

Nous imposons tout d'abord la valeur de la constante de Hubble afin d'être en accord avec les autres simulation DEUSS : $h = 0.72$. Cette valeur est en accord avec toutes les observations actuelles dans le cadre de nos différents modèles. Nous imposons également la platitude de l'Univers afin de réduire le nombre de paramètres libres.

Parameters	RPCDM	Λ CDM	wCDM
Ω_m	0.23	0.2573	0.275
Ω_b	0.04385	0.04356	0.04356
A_S	2.1×10^{-9}	2.0×10^{-9}	2.1×10^{-9}
Derived parameters			
σ_8^{lin}	0.66	0.801	0.852
w_0	-0.87	-1	-1.2
w_1	0.08	0	0

TABLE 11.3: Paramètres cosmologiques des Full Universe Runs pour les modèles réalistes. Nous posons les priors suivants : la platitude de l'Univers ($\Omega_{Q(\Lambda)} = 1 - \Omega_m$), un index spectral $n_s = 0.963$ et une constante de Hubble $h = 0.72$.

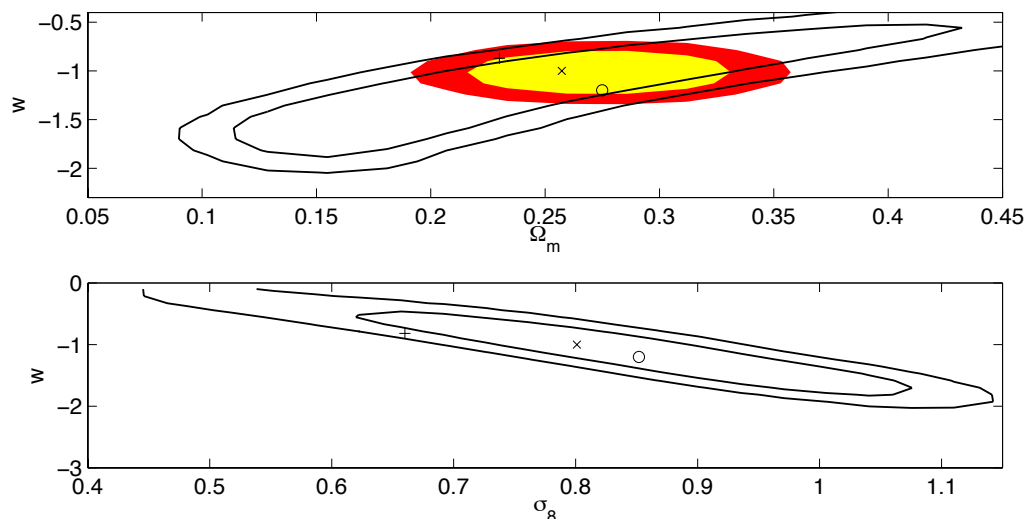


FIGURE 11.4: Ellipses de confiance à 1σ et 2σ pour le fond diffus cosmologique (trait plein) et les supernovae issues du catalogue UNION (en couleurs). La figure en haut représente le plan $(w - \Omega_m)$ alors que la figure en bas représente le plan $(w - \sigma_8)$. Le modèle Λ CDM, indiqué avec une croix, est central. Le modèle wCDM, indiqué par un rond, est choisi pour être dans les ellipses à 1σ . Le modèle RPCDM, indiqué avec un plus, est dans les ellipses de confiance à 2σ .

À nouveau, la même méthode que celle des simulations DEUSS [89] est utilisée pour trouver les paramètres de ces nouveaux modèles. Ainsi, une analyse Monte-Carlo-Markov-Chain nous permet de déterminer les paramètres les plus probables à 2σ en accord avec les supernovae et le CMB pour les divers modèles cosmologiques. Ainsi, pour chaque modèle, les paramètres sont en accord avec les données observationnelles les plus récentes ce qui rend nos modèles indistinguables du modèle de concordance Λ CDM au regard des mesures de distances cosmiques. La normalisation du spectre de puissance linéaire à $8 h^{-1} \text{ Mpc}$ est fixée en accord avec la normalisation du spectre issu des données WMAP7. Ces considérations nous poussent à choisir le jeu de paramètres cosmologiques indiqué dans le tableau 11.3 : les modèles sont ordonnés selon leur paramètre de densité Ω_m et leur taux de structuration linéaire σ_8 . Le modèle de quintessence RPCDM, moins

structuré, présente un paramètre Ω_m et un écart-type des fluctuations à $8 h^{-1} \text{ Mpc } \sigma_8$ plus faible que le modèle ΛCDM , lui-même présentant une structuration moindre que $w\text{CDM}$.

Dans l'espace des paramètres $w - \Omega_m$ et $w - \sigma_8$, les modèles que nous avons choisis se placent comme indiqué sur la figure 11.4 : ΛCDM est représenté par une croix, $w\text{CDM}$ par un rond et RPCDM par un plus. Il est important de noter, qu'alors que RPCDM est dans les contours à 2σ , ΛCDM et $w\text{CDM}$ sont tous deux dans les ellipses de confiance à 1σ . Cela signifie qu'une équation d'état fortement négative (inférieure à -1) est une option toujours viable avec les données dont nous disposons. Cette valeur $w = -1.2$ est choisie de manière à maximiser l'influence du fluide fantôme sur la dynamique gravitationnelle.

11.4 Récapitulatif des simulations du consortium DEUS

Afin de disposer de manière compact de l'ensemble des paramètres cosmologiques et de la liste des simulations DEUSS et DEUS : Full Universe Runs, les tableaux 11.4 et 11.5 sont présentés ci-dessous.

Box length ($h^{-1}\text{Mpc}$)	Résolution ($h^{-1}\text{kpc}$)	Résolution en masse ($h^{-1}\text{M}_\odot$)	Nombre de particules	Redshift initial	Modèle Cosmologique	Calculateur (# de coeurs)
162	2.5	$\sim 2.10^9$	512^3	~ 90	$\Lambda, \text{SU}, \text{RP}$	Titane (64)
162	2.5	$\sim 2.5.10^8$	1024^3	~ 130	$\Lambda, \text{SU}, \text{RP}$	Blue Gene/P (4096)
648	20	$\sim 1.5.10^{11}$	512^3	~ 55	$\Lambda, \text{SU}, \text{RP}$	–
648	10	$\sim 1.75.10^{10}$	1024^3	~ 90	$\Lambda, \text{SU}, \text{RP}$	Blue Gene/P (4096)
648	5	$\sim 2.10^9$	2048^3	~ 90	$\Lambda, \text{SU}, \text{RP}$	Blue Gene/P (32768)
1296	40	$\sim 10^{12}$	512^3	~ 40	$\Lambda, \text{SU}, \text{RP}$	–
2592	40	$\sim 10^{12}$	1024^3	~ 55	$\Lambda, \text{SU}, \text{RP}$	Blue Gene/P (4096)
2592	20	$\sim 1.5.10^{11}$	2048^3	~ 55	Λ, RP	Blue Gene/P (24576)
5184	40	$\sim 10^{12}$	2048^3	~ 40	Λ, RP	Blue Gene/P (24576)
10368	40	$\sim 10^{12}$	4096^3	~ 100	Λ, RP, w	Curie Thin (9728)
21000	40	$\sim 10^{12}$	8192^3	~ 100	Λ, RP, w	Curie Thin (76032)

TABLE 11.4: Ensemble des simulations du consortium DEUS : les modèles cosmologiques sont indiquées par un diminutif. Les redshifts initiaux et les masses des particules variant avec la quantité de matière noire Ω_m , ceux-ci sont donnés approximativement.

Parameters	Λ CDM	RPCDM	SUCDM	wCDM
H_0 (km/s/Mpc)	72	72	72	72
Ω_{cdm}	0.26	0.23	0.25	0.275
$\Omega_b h^2$	0.02273	0.02273	0.02273	0.02258
σ_8^{lin}	0.8	0.66	0.73	0.852
α	0	0.5	1	/
λ (eV)	2.4×10^{-3}	4.9	2.1×10^3	/
A_s	2.1×10^{-9}	2.0×10^{-9}	2.1×10^{-9}	/
n_s	0.951 (0.963)	0.951 (0.963)	0.951	0.963
w_0	-1	-0.87	-0.94	-1.2
w_1	0	0.08	0.19	0

TABLE 11.5: Paramètres cosmologiques de l'ensemble des simulations du consortium DEUS.

Quatrième partie

Conclusion

CHAPITRE

12

CONCLUSION

La compréhension de la gravitation et du mécanisme d'effondrement gravitationnel est une étape obligée pour retirer le voile flottant autour de la nature de l'Énergie Noire. En particulier, suivre l'empreinte laissée par l'Énergie Noire sur les champs de vitesse et de densité est un moyen incontournable d'accéder à sa nature. Pour arriver à nos fins, il convient de suivre une démarche transverse, mêlant approches théoriques, simulations numériques et méthodes observationnelles.

Cette démarche a guidé la philosophie de cette thèse, par exemple, au travers de l'utilisation de l'outil numérique comme un moyen de valider les approches théoriques. Chacune de ces approches suppose un questionnement physique profond afin de construire un raisonnement éclairé et adéquat. Ainsi, la réalisation des simulations Dark Energy Universe Simulation : Full Universe Runs a répondu à un impératif physique clair, à savoir étudier l'influence de l'Énergie Noire sur la structuration dans l'Univers sur des échelles inégales, en ayant accès à une statistique exceptionnelle sur le nombre d'objets détectés.

Suivant la même idée de la recherche, la contribution principale de cette thèse consiste en l'explication de l'observation d'un mouvement d'ensemble local anormalement élevé à des échelles intermédiaires ($\sim 50 h^{-1}$ Mpc). La construction de catalogue réaliste ayant un profil de flot moyen identique aux observations au sein de simulations numériques a permis de montrer le caractère linéaire des mesures observationnelles : la présence d'un flot moyen anormalement élevé aux échelles intermédiaires est vérifiée à des redshifts élevés, montrant que la problématique des champs de vitesse en cosmologie peut se réécrire en terme de conditions initiales. La démonstration du caractère linéaire des environnements similaires aux observations nous a permis d'expliquer le flot moyen anormalement élevé en terme d'événement statistiquement rare au sein d'un modèle cosmologique donné.

Cette explication a nécessité des développements analytiques probabilistes importants, que nous avons confronté aux mesures issues de simulations numériques. Ces développements nous ont permis d'introduire une nouvelle sonde cosmologique dont le fondement réside sur le taux de reconvergence vers la prédiction linéaire après avoir observé un maximum pour les champs de vitesse à une échelle donnée. Nous avons montré que ce taux de reconvergence est bien caractéristique du modèle cosmologique : un modèle à forte structuration tel Λ CDM doit avoir reconverger à $\sim 200 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ alors qu'un modèle où la structuration est plus faible a une échelle de reconvergence plus faible.

Dans ce cadre probabiliste, nous avons également expliqué l'origine dynamique de ces champs de vitesse anormalement élevés en utilisant les catalogues réalistes construits au sein des simulations numériques. Nous avons donc démontré que l'asymétrie du champ de matière tridimensionnel à des échelles plus élevées ($\sim 85 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$) que la position du maximum du flot moyen est responsable du profil de mouvement d'ensemble local observé. Finalement, nous avons clarifié l'origine locale de ce flot moyen en corrélant la position des environnements du catalogue réaliste avec les pics de densité. Nous montrons en particulier que les centres du catalogue réaliste sont liés à la présence d'un pic de densité très élevé à des échelles de l'ordre de $80 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$.

Cette étude détaillée des champs de vitesse en cosmologie nous a également amené à nous interroger sur leurs influences sur la répartition de la matière dans l'Univers en fonction du modèle cosmologique. En particulier, les distorsions dans l'espace des redshifts sont un moyen de contraindre les paramètres du modèle cosmologique : le calcul des fonctions de corrélation doit nous permettre, dans un projet à venir, d'accéder à ce signal. Au travers du calcul de ces fonctions de corrélation, calculées tout d'abord dans l'espace comobile, nous avons montré la validité des simulations multi-échelles du consortium DEUS et nous avons mis en évidence l'existence d'un biais cosmologique entre la distribution du champ de matière et celles des halos de matière noire. En particulier, en utilisant une réécriture en terme de pic de densité plutôt qu'au travers la masse d'une objet, nous avons montré que ce biais semblait n'être qu'une observable dépendante de l'évolution linéaire au sein d'un modèle cosmologique donné. Cela signifie que l'empreinte de l'Énergie Noire sur l'effondrement gravitationnel non-linéaire mesuré sur le champ de matière persiste sur les mesures effectuées sur les halos de matière noire. Ces conclusions seront bien sur affinées grâce aux simulations DEUS : Full Universe Run qui nous permettront d'accéder à des statistiques inégalées sur une large gamme d'échelles.

Éclaircir la nature de l'Énergie Noire est une entreprise de longue haleine. La combinaison de l'ensemble des sondes cosmologiques, linéaires ou non-linéaires, doit donc permettre à l'avenir de contraindre fortement le paramètre d'état de l'Énergie Noire. Ces contraintes nous donneront alors une idée de la nature de ce fluide accélérateur, après avoir réussi à

quantifier son contenu. Cependant, ces travaux ont permis de soulever quelques interrogations autour du caractère statistiquement rare de certaines observations : comprendre l'Énergie Noire au travers de certains observables comme le mouvement d'ensemble local demande une étude physique très fine.

Les nombreux projets en cours et à venir visent à obtenir de meilleures contraintes sur ce fluide, que ce soit au travers de la reconstruction et de la mesure des oscillations acoustiques de baryons, de la mesure du weak-lensing ou de l'amélioration des algorithmes de détection de structures. La compréhension acquise quand à l'empreinte de l'Énergie Noire sur la formation des structures nous permet également d'envisager l'implémentation de modèles à couplages non-minimaux dans le code RAMSES. À partir de cela, l'implémentation d'une Énergie Noire inhomogène dans le solveur de RAMSES est envisagée, en modifiant les équations d'Euler pour un fluide de pression négative. La mission EUCLID, en cours de développement, permettra dans la décennie à venir, de mesurer de manière très précise certains paramètres décrivant la nature de l'Énergie Noire. Cette mission spatiale nécessite de nombreux développements théoriques et numériques auxquels le groupe de cosmologie du LUTH participe de manière active, en particulier au travers de la réalisation de simulations N-corps très haute résolution. En particulier, une série de simulation $1296 h^{-1} \text{ Mpc}$ avec 4096^3 particules est envisagée afin de construire un cône correspondant à 10% des observations d'EUCLID. Cette série nous permettrait d'ouvrir la possibilité de réaliser une simulation $2592 h^{-1} \text{ Mpc}$ avec 8192^3 particules pour d'obtenir une simulation exacte du relevé effectué par EUCLID. Finalement, nous avons également le projet de réaliser des simulations hydrodynamiques pour mesurer l'empreinte des modèles de quintessence sur la formation des galaxies et des étoiles.

L'Énergie Noire reste aujourd'hui encore une énigme. Durant cette thèse, nous avons de nombreuses fois fait appel aux simulations numériques. Bien que les effets inhérents à toute modélisation soient complexes à prendre en compte, nous avons indéniablement montré que l'Énergie Noire laisse son empreinte sur les événements rares dans l'Univers, que ce soit sur le flot cosmique, la distribution des halos dans l'Univers... La philosophie consistant à croiser différentes sondes cosmologiques (champ de matière, champs de vitesse...) a permis d'avancer sur le chemin de la compréhension de la nature de l'Énergie Noire, pour dans un futur proche, lever les dernières interrogations autour de l'Énergie Noire.

Cinquième partie

Annexes



FONCTIONS DE CORRÉLATION :

ESTIMATEURS ET MÉTHODES

NUMÉRIQUES

A.1	Estimateurs et fonctions de corrélation	279
A.2	Tirages aléatoires	282
A.3	Méthodes numériques et calcul de la fonction de corrélation	283

A.1 Estimateurs et fonctions de corrélation

Nous avons vu que la fonction de corrélation peut être définie comme un excès de probabilité par rapport à une distribution poissonnienne. Cet excès de probabilité est mis en évidence en calculant l'estimateur introduit par Peebles [43] :

$$\xi(r) = \frac{DD}{RR} - 1 . \quad (\text{A.1})$$

La question est de savoir ce que nous apprend cet estimateur : la figure A.1 nous permet de comprendre graphiquement le calcul de la fonction de corrélation. Ainsi, nous voyons que les cinquante points rouges, représentant le catalogue de données, ont subi un effondrement et ont formé des filaments et des structures massives. Les petites distances sont donc grandement représentées dans l'histogramme DD. À l'inverse, les données aléatoires, représentées avec des ronds bleus, n'exhibent aucune échelle caractéristique, ce qui signifie que l'histogramme RR va être beaucoup moins élevé sur les petites échelles.

Lorsque cet estimateur est égal à l'unité, une distance caractéristique de corrélation est introduite. Cela signifie qu'à cette distance de corrélation, les paires issues du catalogue de données sont exactement deux fois plus nombreuses que les paires du catalogue aléatoire. Lorsque cette quantité est nulle, la distribution des paires est alors aléatoire. Cela indique que l'effondrement gravitationnel n'a pas encore agi au rayon concerné. Finalement, un indicateur compris entre -1 et 0 indique une anti-corrélation, indiquant une distribution moins probable qu'une distribution aléatoire.

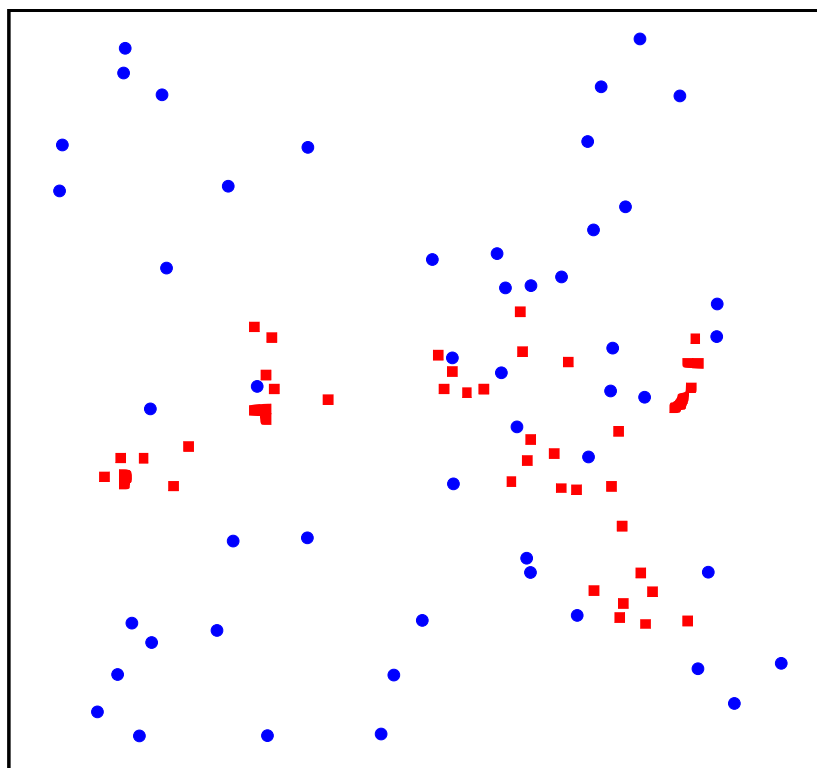


FIGURE A.1: Catalogues utilisées pour obtenir les histogrammes DD, DR et RR indispensables au calcul de la fonction de corrélation. Les points et les carrés sont en nombre équivalents. Les points bleus, représentant le catalogue aléatoire, sont répartis de manière poissonnienne. Les carrés rouges, représentant les données, présentent une organisation plus structurée typique d'un effondrement gravitationnel.

Cependant, la méthode de construction des catalogues de données et aléatoires, sur lesquels les distances entre paires seront calculées et les histogrammes construits, est crucial : en effet, la variance de l'estimateur introduit par Peebles peut être approximé par une loi de Poisson faisant intervenir le rapport du nombre de paires dans le catalogue de données et de celles dans le catalogue aléatoire. Afin de minimiser cette variance, il convient de prendre un nombre de points aléatoires n_R bien plus élevés que les données n_D . En règle générale, un rapport compris entre cinq et dix entre le nombre de points aléatoires et les données élimine suffisamment les bruits statistiques associées au tirage

aléatoire. Finalement, il est important de noter que le tirage aléatoire doit avoir lieu dans le même volume que les données afin de ne pas créer de corrélations arbitraires liées à une densité de points différentes entre les catalogues. Dans le cas d'un nombre différent de points dans le catalogue de données et le catalogue aléatoire (la densité des deux catalogues est alors différente), l'estimateur (A.1) prend une forme plus complexe :

$$\xi(r) = \frac{n_R(n_R - 1)}{n_D(n_D - 1)} \frac{DD}{RR} - 1 . \quad (\text{A.2})$$

Afin de converger plus rapidement vers la « vraie » fonction de corrélation, de nombreux estimateurs avancés ont été introduits. Tous ces estimateurs font appel à un nouvel histogramme appelé Données-Random (DR) qui calculent les distances relatives entre les points du catalogue de données et ceux du catalogue aléatoire.

Nous citerons en particulier les estimateurs de Blanchard et Alimi [122]

$$\xi(r) = \frac{DD}{DR} - 1 , \quad (\text{A.3})$$

Hamilton [151], plus robuste dans le cas de relevé partiel du ciel

$$\xi(r) = \frac{DD \times RR}{DR^2} - 1 , \quad (\text{A.4})$$

de Landy et Szalay [101] dans lequel la variance de $\xi(r)$ est strictement poissonnienne

$$\xi(r) = \frac{DD - 2DR + RR}{RR} , \quad (\text{A.5})$$

et Dodelson, Hui et Jaffe [152] corrigeant l'estimateur de Landy et Szalay dans des cas particuliers

$$\xi(r) = \frac{DD - 2DR + RR}{DD} . \quad (\text{A.6})$$

Numériquement, nous utilisons la définition de Landy et Szalay, qui garantit que la variance de $\xi(r)$ est poissonnienne suivant le nombre de points du catalogue aléatoire :

$$\sigma_{Poisson}^2(r) = \frac{n_R^2}{n_D^2 RR(r)} . \quad (\text{A.7})$$

Cela signifie qu'elle est moins dépendante du catalogue aléatoire et qu'elle présente la caractéristique de converger plus rapidement vers la « vraie » fonction de corrélation que l'estimateur standard de Peebles ou celui d'Hamilton [102]. Dans le cas où le nombre de points des catalogues aléatoire et de données ne sont pas égaux, l'estimateur de Landy et Szalay prend la forme suivante :

$$\xi(r) = \frac{n_R(n_R - 1)}{n_D(n_D - 1)} \frac{DD}{RR} - 2 \frac{n_R - 1}{n_D} \frac{DR}{RR} + 1 . \quad (\text{A.8})$$

A.2 Tirages aléatoires

Afin de constituer le catalogue aléatoire, il convient de savoir tirer de manière efficace des nombres aléatoires. Tirer un nombre pseudo-aléatoire de manière numérique est simple. Ainsi, lors du calcul de la fonction de corrélation dans l'espace comobile, il suffit de tirer un nombre aléatoire entre 0 et 1.

Cependant, dans l'espace des redshifts, le tirage aléatoire doit être réalisé suivant une distribution sphérique correspondant à la fonction de sélection en masse des halos. Il convient alors de prendre certaines précautions. La méthode utilisée est appelée méthode de réjection. Cet algorithme vise à reconstruire la fonction de sélection en construisant point par point un histogramme approché. Ainsi, connaissant la fonction de sélection f en fonction de la distance au centre du cône de lumière, celle-ci consiste à tirer aléatoirement deux nombres a et b .

Si

$$b \leq f(a) \quad (\text{A.9})$$

alors on accepte le nombre b ; sinon, on réitère le tirage aléatoire de a et b . Graphiquement, cette méthode consiste donc à paver tout l'espace défini par les traits pleins sur la figure A.2. Le tirage de la variable aléatoire a définit la distance comobile et la hauteur $f(a)$ à laquelle comparer la deuxième variable aléatoire b . Ainsi, le point b en rouge est refusé alors que le point aléatoire vert est accepté. La procédure est répétée jusqu'à obtention du nombre de points désirés.

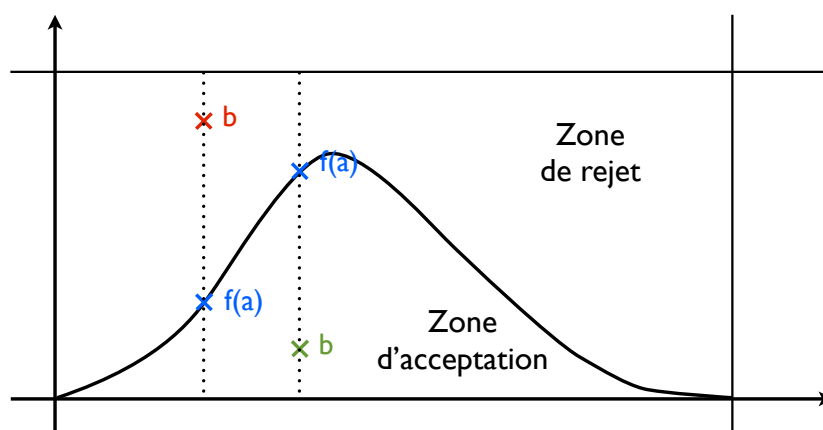


FIGURE A.2: Principe de la méthode de réjection : une région d'acceptation correspondant aux limites de fonction de distribution et une zone de rejet au-delà des limites définies par la fonction de sélection.

La fonction de sélection obtenue nous permet d'obtenir une distribution aléatoire pour les distances au centre du cône de lumière. Il convient alors de générer des positions tridimensionnelles aléatoires sur une sphère à partir des rayons calculé par la méthode

de réjection. À partir d'un rayon donné, la méthode la plus efficace pour obtenir une distribution aléatoire sur une sphère est d'utiliser la transformation suivante :

$$x = \sqrt{1 - u^2} \cos(v) \quad (\text{A.10})$$

$$y = \sqrt{1 - u^2} \sin(v) \quad (\text{A.11})$$

$$z = u, \quad (\text{A.12})$$

avec u et v variables aléatoires appartenant respectivement à $[-1, 1]$ et $[0, 2\pi]$.

A.3 Méthodes numériques et calcul de la fonction de corrélation

Les simulations DEUS ont suivi l'effondrement gravitationnel de plus d'un milliard de particules. L'algorithme le plus simple pour calculer la fonction de corrélation sur un sous-ensemble de ces particules est le suivant :

- Lecture de toutes les particules d'une simulation et allocation dans un tableau T ;
- Tirage aléatoire d'un nombre n_D de points correspondant au catalogue de données. Sélection des particules ayant une position égale au résultat de mon tirage aléatoire dans le tableau T .
- Tirage aléatoire d'un nombre n_R de points pour constituer le catalogue aléatoire.
- Calcul des histogrammes DD, RR et DR depuis une distance très faible à une distance très importante.

Cependant, accéder à la fonction de corrélation pour les milliards de particules des simulations DEUS en calculant toutes les paires paraît actuellement difficile. Plusieurs solutions, d'ordre algorithmique ou technique, permettant de résoudre ce problème de temps de calcul ont été envisagées et pour certaines implémentées :

- Calculer les paires de manière parallèle en faisant appel à la puissance d'un supercalculateur ;
- Utiliser une structure en arbre afin de trouver rapidement les plus proches voisins ;
- Utiliser la rapidité des GPU des cartes graphiques plutôt que les CPU des processeurs.

La première solution, plus intuitive a été implémentée en utilisant une programmation hybride OpenMP/MPI : chaque processeur charge en mémoire un petit nombre de particules, répartie suivant la décomposition cubique de pFoF-Slicer. De manière identique, un nombre important de positions est généré de manière aléatoire et réparti sur les différents processus afin de constituer le catalogue aléatoire.

La première étape consiste à envoyer l'ensemble des positions des particules du processeur N au processeur $N+1$. Celui-ci calcule alors localement la distance de séparation entre les particules envoyées et les particules du processeur cible. Afin d'optimiser cette

étape, la boucle sur toutes les particules d'un processeur est parallélisée OpenMP, gagnant ainsi un facteur proche du nombre de coeurs OpenMP utilisé. Cet algorithme se répète pour calculer les divers histogrammes (DD, RR ou DR). Le temps d'exécution est considérablement réduit par un facteur N_{cpu} : cela signifie que l'on peut traiter en un temps équivalent $\sqrt{N_{cpu}}$ fois plus de particules.

Une première implémentation de la seconde solution a été codée de manière séquentielle. L'idée est de poser le problème de la fonction de corrélation en des termes différents du calcul brutal de paires : en effet, ce problème peut se voir comme la recherche de tous les premiers voisins d'une particule. Dans ce cas, une organisation des particules au sein d'un arbre de tri se révèle une solution intéressante : en effet, la recherche de voisins par le parcours d'un arbre est extrêmement efficace avec un temps de calcul en $O(N \log N)$. En particulier, l'algorithme implémenté fait appel à un arbre k-dimensionnel (également appelé kd-Tree) décomposant l'espace en cellules élémentaires. Ce découpage en cellules élémentaires de géométrie parallélépipédique est effectuée de manière à retrouver très vite les particules à une distance donnée. Un exemple de la construction d'un tel arbre est présenté sur la figure A.3 : la racine de l'arbre est, par définition, constitué de tout l'espace (figure en haut à gauche) ; les premières branches sont la division de l'espace en deux parties de même largeur (en haut à droite) ; les branches suivantes sont obtenues en découpant les sous-volumes dans leur plus grande longueur. En réitérant l'opération, on remarque par exemple la taille des cellules feuilles du sixième niveau, présentées en bas à droite. La procédure est réitérée jusqu'à atteindre un seuil de 10 à 15 particules : au-delà de cette limite, les feuilles terminales de l'arbre sont atteintes.

La recherche de plus proches voisins s'effectue de manière simple : à partir d'une coordonnée dans l'espace ou d'un identificateur d'une particule de l'arbre, nous remontons peu à peu l'arbre. À chaque branche de l'arbre, la distance au sous-volume le plus proche est indiqué. Cela permet de connaître la distance de toutes les particules contenues dans ce sous-volume en allant chercher l'information dans les feuilles. Ces distances constituent l'information dont nous avons besoin pour calculer notre fonction de corrélation. À gauche, sur la figure A.4, cette recherche de premiers voisins est illustrée : en s'affranchissant de recherche dans les feuilles lointaines, spatialement éloignées, un temps précieux est gagné. Dans cet exemple, seules 120 distances ont été calculées pour identifier les 120 plus proches voisins au lieu de 500 calcul de distances dans la méthode naïve de calcul de paires.

Nous nous apercevons cependant que des difficultés vont apparaître si nous cherchons à parcourir l'intégralité de l'arbre. En effet, dans ce cas, de nombreux déplacements des branches vers les feuilles seront nécessaires ce qui va augmenter le temps de calcul. En particulier, la recherche de tous les voisins à des distances intermédiaires (à droite sur la figure A.4), par les nombreuses montées-descentes dans l'arbre entraîne un temps de

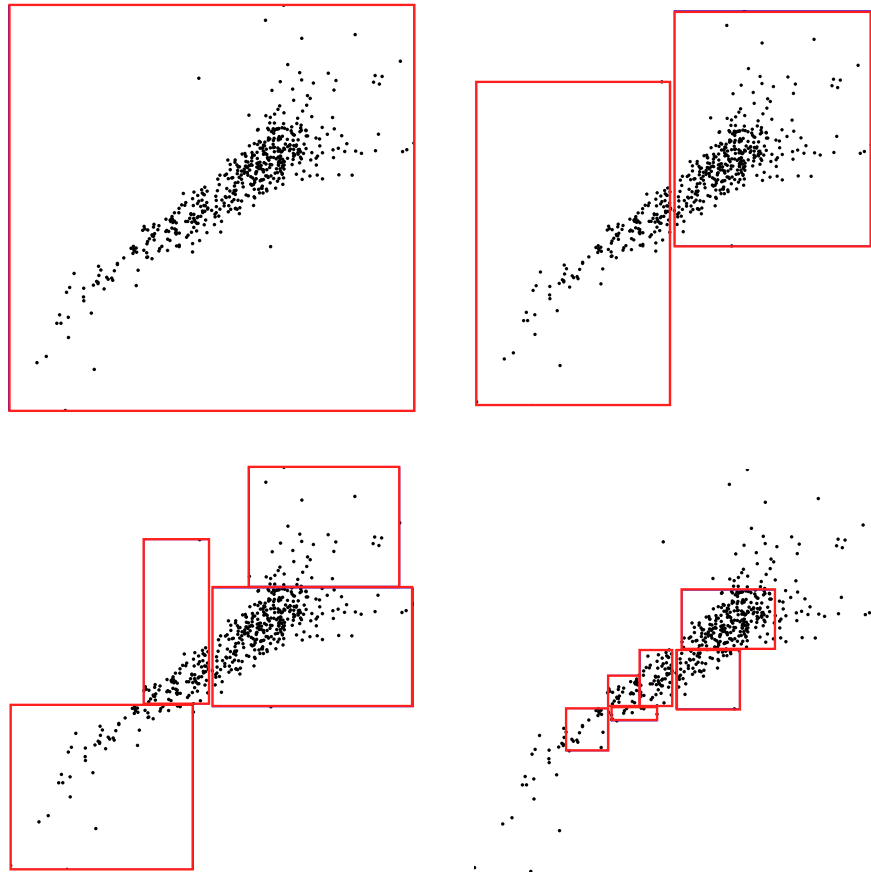


FIGURE A.3: Illustrations tirées de l'article Moore et al. [153]. La racine de l'arbre est constitué de tout l'espace avec toutes les particules. Les premières branches correspondent à un découpage suivant la plus grande longueur (ici suivant l'axe x). Les feuilles sont atteintes lorsqu'un certain seuil en particules est atteint (~ 15 particules). On remarque que les particules sont spatialement divisées en zones de plus en plus réduites. La recherche de plus proche voisin utilise cette caractéristique en parcourant l'arbre jusqu'au niveau les plus fins.

calcul plus élevé que le calcul brutal en $O(N^2)$! Un autre cas particulièrement intéressant pour l'efficacité du calcul numérique est le cas opposé à la figure de droite i.e. la recherche des plus lointains voisins. Dans ce cas, l'exclusion des feuilles proches est rapide et seuls demeurent les branches et les feuilles très éloignées de la particule de départ. Une stratégie optimale consiste donc à utiliser, de manière parallèle, un arbre pour le calcul des distances des plus proches et des plus lointains voisins et à s'orienter vers le calcul brutal en $O(N^2)$ pour les distances intermédiaires, où les particules sont plus nombreuses.

Finalement, la dernière solution envisagée pour le calcul des fonctions de corrélation semble actuellement hors d'atteinte, la programmation sur carte graphique par le langage CUDA étant complexe et très dépendant de l'architecture de la machine utilisée. Cependant, certaines bibliothèques [154] promettent un gain d'un facteur 100 sur le

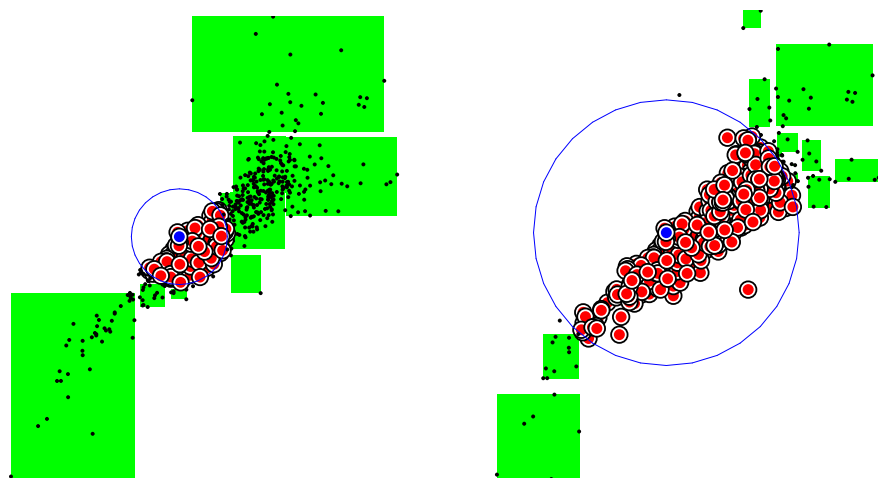


FIGURE A.4: Illustrations tirées de l'article Moore et al. [153]. La méthode de recherche de plus proches voisins dans un arbre k -dimensionnel est basée sur l'exclusion de régions spatiales lointaines définies par les diverses branches de l'arbre. Dans le cas d'une recherche de voisins très proches, la recherche sera très rapide, une grande partie de l'espace étant exclue. Lors d'une recherche de voisins plus éloignés, l'exclusion des régions spatiales perd son intérêt et parcourir l'arbre engendre une perte de temps.

temps de calcul des histogrammes des paires, s'affranchissant ainsi des problèmes liés au facteur $O(N^2)$.

Les fonctions de corrélation ont donc été calculées avec la première méthode, parallélisée OpenMP/MPI, sur une machine locale du laboratoire. Le calcul d'une fonction de corrélation sur un million de points se fait alors en 2000 secondes environ. Le portage de ce code sur des supercalculateurs tels les machines Babel ou Curie se fera dans un second temps. Dans la suite, nous commenterons quelques résultats préliminaires liés au pic du aux oscillations acoustiques de baryons, aux mesures du biais entre le champ et les halos de matière noire dans différentes cosmologies, ainsi qu'à la distribution de matière dans l'espace des redshifts.

PERSPECTIVES ET APPROFONDISSEMENTS

B.1 Champs de vitesse	288
B.2 Mesure du weak-lensing dans les simulations numériques .	288
B.3 Reconstruction des oscillations acoustiques de baryons à haut redshift	290
B.4 Algorithme de détection des structures	291

Ce travail de thèse n'est que le début d'un questionnement sur la nature profonde de l'énergie noire et la dynamique de formation des structures. Chaque partie de ce chapitre correspond donc à une question soulevée durant cette thèse. Les éléments de ce chapitre nécessitent une exploration exhaustive dans la continuité des travaux présentés dans cet ouvrage.

En particulier, les simulations DEUS : Full Universe Run nous ouvrent de larges horizons en termes d'analyse physique. Entre autres projets, nous pouvons énumérer une étude de l'influence de la topologie sur la formation des structures en comparant les simulations DEUSS et Full Universe Run, une réflexion autour de la prise en compte des potentiels retardés dans les simulations numériques, des mesures de fonctions de corrélation ou une analyse du biais entre fonction de corrélation de halos de masse différente dans l'espace comobile et l'espace des redshifts. Finalement, en terme de méthodes numériques, un travail important sur l'occupation mémoire du code RAMSES-DEUS est à mener afin de préparer les prochaines simulations d'envergure sur calculateur exaflopiques.

Dans la suite, nous ne détaillerons que quelques projets ayant fourni des résultats préliminaires intéressants.

B.1 Champs de vitesse

Afin de continuer la discussion sur l'origine dynamique d'un champ de vitesse anormalement élevé dans un contexte cosmologique, une perspective immédiate est de recommencer l'analyse des centres des catalogues réalistes dans les cosmologies Λ CDM et S Λ CDM. Cela permettra de mettre en évidence une dépendance cosmologique de l'échelle d'alignement du « bulk flow » avec l'asymétrie, comme nous le pressentons à partir des résultats du Chapitre 4. Un prolongement évident sera de trouver l'origine de cet asymétrie en cherchant les premiers pics de densité voisin d'un centre du catalogue réaliste dans les simulations Λ CDM et S Λ CDM.

Par ailleurs, les diverses questions soulevées sur les champs de vitesse durant cette thèse ont mené à d'autres interrogations :

- Sachant que nous, observateurs, vivons dans un environnement rare, que pouvons-nous dire au sujet du caractère gaussien des conditions initiales ? Autrement dit, peut-on retrouver, dans le flot de vitesse moyen, l'empreinte d'éventuelles non-gaussianités primordiales et les distinguer des effets d'environnement et de cosmologie décrits au Chapitre 4 ?
- Pouvons-nous différencier entre divers modèles cosmologiques à l'aide de la déviation locale (autour de l'amas de Virgo par exemple) de la loi de Hubble ? En effet, la différence de structuration entre les modèles d'énergie noire peut introduire un biais différent d'un modèle cosmologique à l'autre sur les champs de vitesse locaux.

La première question sera traitée en faisant appel à des simulations numériques aux conditions initiales non-gaussiennes (Simulations de C. Porciani par exemple) ainsi qu'à une approche probabiliste incluant une statistique non-gaussienne alors que la deuxième sera abordé en réutilisant les catalogues construits à partir des simulations DEUSS pour étudier le champ de vitesse à grande échelle. En particulier, une étude systématique de l'espace des phases "Surdensité provoquant l'infall—Distance à la surdensité" nous permettra de comprendre comment la cosmologie influe sur les champs de vitesse locaux.

B.2 Mesure du weak-lensing dans les simulations numériques

De nombreuses missions spatiales ont pour but la mesure de la carte en convergence de l'effet de lentillage faible (SDSS, BOSS, EUCLID...). Dès lors, il est indispensable de comprendre l'influence des différents ingrédients physiques sur les mesures du weak-lensing et donc d'utiliser les simulations numériques pour les modéliser. Rappelons que le weak-lensing correspond à la déviation d'un photon parcourant une géodésique reliant

une source à un observateur : il s'agit donc d'une observable intégrée le long du cône de lumière. Les simulations DEUSS permettent d'avoir de tels cônes de lumière dans plusieurs cosmologies différentes, ce qui amène à la compréhension de l'influence de l'énergie noire sur le spectre angulaire de la carte en convergence du weak-lensing.

La technique permettant d'obtenir ce spectre angulaire est simple : il s'agit de lancer de nombreux rayons depuis la position de l'observateur, situé au centre du cône et d'observer leurs déflexions lors du passage dans les puits de potentiel gravitationnel, lors de leur remontée dans le temps (vers des redshifts élevés). Procéder en remontant le cône de lumière est possible en raison du principe de Fermat (également appelé principe de retour inverse de la lumière). La difficulté est de lever l'approximation usuelle, dite de ciel plat, qui suppose que toutes les particules appartenant à une couche plane autour du rayon à un instant donné sont au même décalage spectral. Ce travail, mené en collaboration avec Jan-Michael Kratochvil (Université de Miami), a permis d'obtenir quelques résultats préliminaires (voir figure B.1) sur une simulation de taille caractéristique $2592 h^{-1}$ Mpc avec 1024^3 particules. La théorie, ici présentée via la forme fonctionnelle de Smith et al.

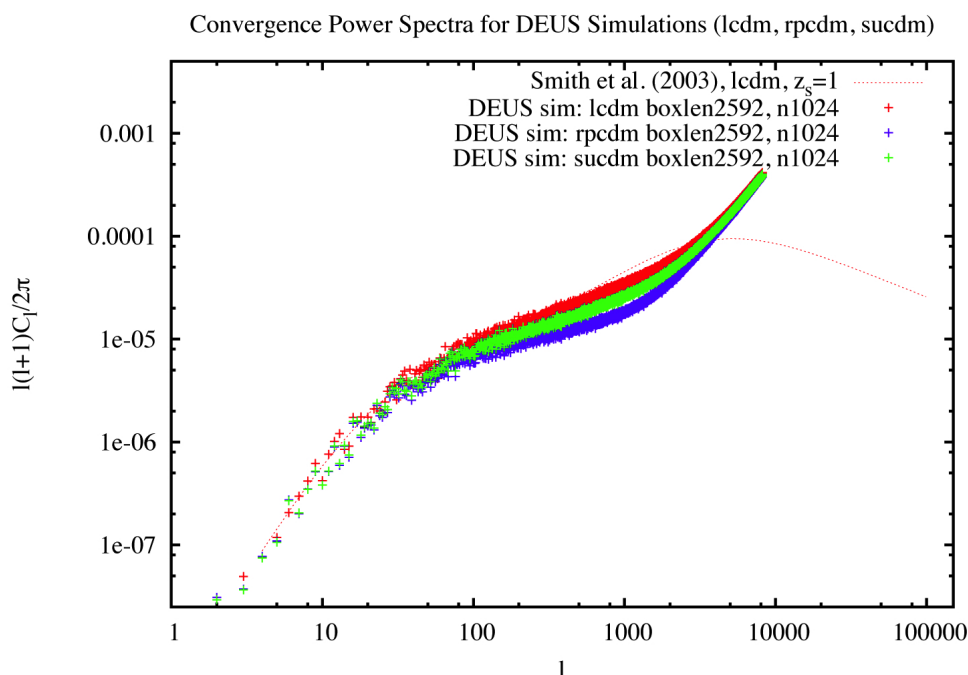


FIGURE B.1: Spectre angulaire de la carte de convergence du weak-lensing dans le cadre des trois modèles d'énergie noire simulés dans le cadre du projet DEUSS. En abscisse est indiquée le multipole alors le spectre de puissance est en ordonnée. Les différences de structuration des modèles RPCDM, SUCDM et Λ CDM introduisent des modifications du spectre de puissance angulaire du weak-lensing à partir des multipoles $l \sim 100$.

[100], est calculée en utilisant l'approximation de Limber. Celle-ci consiste en la projection du spectre de puissance tri-dimensionnel sur la base des fonctions de Bessel afin d'obtenir un spectre angulaire C_l .

Ces mesures nous montrent l'influence d'effets d'origine différente. Pour des multipoles faibles, les différentes cosmologies ne sont pas distinguables. Ces multipoles correspondent à une échelle caractéristique très élevée (de l'ordre du gigaparsec) ce qui implique que les spectres de puissance des différents modèles d'énergie noire sont indistinguables. De plus, le signal est faible car très peu de rayons suivent de telles géodésiques. Lorsque le multipole augmente, les cosmologies s'écartent petit à petit jusqu'à atteindre une différence relative de l'ordre de la dizaine de pourcents. Ce régime correspond à la gamme d'échelles sur laquelle l'énergie noire laisse une empreinte forte. Finalement, pour les multipoles élevés, le bruit poissonnien efface toute physique de la mesure : à ces échelles, la résolution de la simulation ne permet plus de conclure sur un éventuel effet physique.

Ainsi, afin de déterminer s'il est possible de distinguer les différents modèles cosmologiques aux multipoles les plus élevés, il faut analyser des simulations nécessitant une taille caractéristique importante et un nombre très élevé de particules. Cette analyse, menée sur la simulation Full Universe Run (voir Chapitre 7 pour les résultats scientifiques), permettra d'atteindre des multipoles de l'ordre de 12000. Elle nous amènera, grâce à son importante résolution angulaire, à conclure quand au degré de distinction entre les différents modèles d'énergie noire sur les petites échelles angulaires.

B.3 Reconstruction des oscillations acoustiques de baryons à haut redshift

Le Chapitre 2 a permis de rappeler rapidement la physique associée aux oscillations acoustiques de baryons. Ces ondes impriment une "échelle standard" dans l'Univers de l'ordre de $150 h^{-1}$ Mpc. Depuis la recombinaison, elles n'évoluent qu'à travers les interactions gravitationnelles et l'expansion de l'Univers. Une compréhension fine de l'énergie noire à partir des mesures de BAO demande donc de lever la dégénérescence entre les effets non-linéaires d'origine gravitationnelle et ceux d'origine cosmologique.

Le projet de reconstruction des BAO à haut redshift à partir des mesures à bas redshift, mené en collaboration avec Roya Mohayaee, répond à cette question. Le but est de reconstruire, à partir du champ de densité actuel, le champ de densité tel qu'il était à $z \sim 10$ afin d'éliminer les non-linéarités d'origine gravitationnelle. Une possibilité est d'utiliser une reconstruction de type Monge-Ampère-Kantorovich, faisant appel à un principe de moindre action, évoquée au Chapitre 4. En pratique, ces méthodes permettent de remonter aux positions initiales des particules lorsque l'effet de shell-crossing n'est pas trop important. Le spectre de puissance reconstruit pourrait alors être comparé au spectre de puissance mesuré numériquement à $z \sim 10$ afin de comprendre si cette

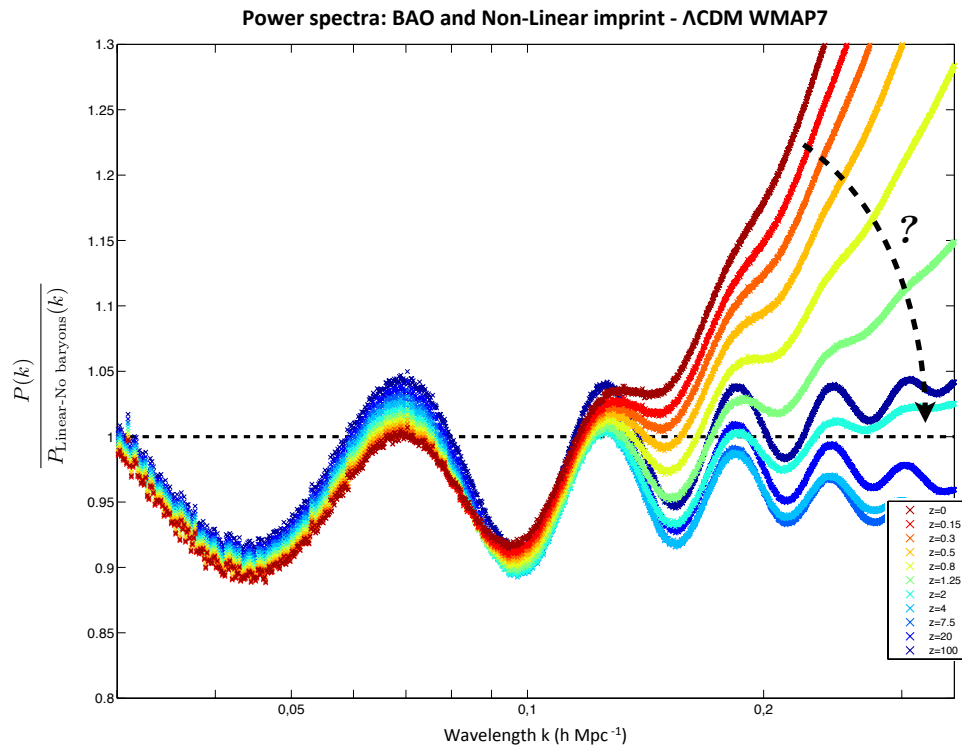


FIGURE B.2: À haut redshift, les oscillations acoustiques de baryons sont influencées par la structuration non-linéaire. Ce projet vise à savoir si une méthode de reconstruction des BAO à haut redshift à partir des oscillations à $z \sim 0$ peut permettre de retrouver le spectre directement calculé à haut redshift. Cela se révélerait particulièrement utile dans le cadre d'observations telles les missions BOSS ou EUCLID.

méthode permet de contraindre fortement le modèle cosmologique ou non.

La figure B.2 explicite le principe d'un tel projet en comparant le spectre de puissance non-linéaire au spectre de puissance linéaire sans les baryons : en $z = 0$, les effets non-linéaires effacent complètement les oscillations à grands k alors qu'en $z \sim 7.5$, seule l'expansion cosmique a laissé son empreinte. On voit donc qu'à un tel décalage spectral, toutes les oscillations peuvent être observées ce qui doit permettre de discriminer finement entre les différents modèles d'énergie noire.

B.4 Algorithme de détection des structures

Finalement, un point plus technique concerne la problématique associée aux algorithmes de reconnaissance de structures. Nous avons vu précédemment les difficultés inhérentes aux diverses méthodes de détection de structures au sein d'un champ de matière. Les perspectives d'avancées dans ce domaine se divisent en deux catégories : une amélioration importante de l'algorithme de détection des structures pFoF-Slicer ou une caractérisation différente des structures via une définition gravitationnelle.

Les améliorations possibles de pFoF-Slicer concernent la détection de structures dans l'espace comobile ainsi que dans l'espace des redshifts. L'inconvénient majeur des algorithmes type Friends-of-Friends est le pontage de structures non liées gravitationnellement. Ces pontages sont très courants et peuvent concerner de quelques particules à la moitié de l'amas détecté. Afin d'éviter une telle erreur et de lier des structures en collision comme le Bullet Cluster, une solution est d'abandonner la méthode de percolation dans l'espace à trois dimensions pour passer à une méthode de détection 6-dimensionnelle. L'équation (9.1) régissant la percolation de deux particules p_1 et p_2 devient alors :

$$d(p_1, p_2) = \left(\frac{\|\vec{x}_1 - \vec{x}_2\|}{b^2} + \frac{\|\vec{v}_1 - \vec{v}_2\|}{\sigma_v^2} \right)^{1/2} \leq 1 \quad (\text{B.1})$$

Notons que l'on retrouve bien l'équation (9.1) en faisant tendre σ_v vers l'infini.

Cependant, une des limites de cette méthode est le très faible nombre de particules dans chaque cellule de l'espace des phases à six dimensions. Il en résulte un bruit poissonnien important qu'il convient d'éviter. Un autre désavantage réside dans le choix du paramètre de percolation pour les vitesses σ_v . La littérature (Ascasibar et Binney [155], Zemp et Diemand [156], Berhoozi et al. [157, 158]) propose des méthodes basées sur l'écart-type des particules au fur et à mesure de la construction du halo ou des choix fondés sur le théorème du Viriel. D'autres techniques font appel à des décompositions de l'espace afin de calculer directement la fonction de distribution dans l'espace des phases [159, 160]. La complexité afférente à ces considérations rend très difficile toute conclusion sur la physique de formation et la virialisation des halos de matière noire.

Une solution à envisager consiste à utiliser la méthode de détection 6-dimensionnelle dans un cadre proche de la méthode de percolation dans l'espace des positions. Choissant un paramètre σ_v élevé, nous pouvons revenir à une description en terme d'une seule variable b tout en permettant une discrimination des objets basée sur leur vitesse relative. Le choix de σ_v doit être lié à un critère physique tel l'existence d'un Bullet Cluster. En effet, l'abondance de ces objets, constitués de deux amas de galaxies distants de $5 h^{-1}$ Mpc ayant une vitesse relative initiale (en $z = 0.489$) de l'ordre de 3000 km.s^{-1} [161], semble être caractéristique du modèle cosmologique.

Ainsi, un tel choix sur σ_v nous permettrait de distinguer deux objets très proches non gravitationnellement liés comme indiqué par un mouvement relatif. Un tel changement implique une étude fine des modifications apportées à la fonction de masse (en particulier sur les événements rares), aux profils des halos, au biais etc. La figure B.3 nous montre un exemple de détection de halos avec FoF-Slicer (dans la simulation Full Universe Run détaillée Chapitre 7) ainsi qu'une détection de halos avec une version 6-dimensionnelle de FoF-Slicer avec un seuil sur les vitesses de $\sigma_v = 2500 \text{ km.s}^{-1}$. L'amas

de galaxies détecté avec $b=0.2$ (image en couleur) affiche une masse extrêmement élevée de $0.8 \times 10^{16} h^{-1} M_{\odot}$, ce qui en fait un des halos les plus gros de l'Univers. Les halos détectés avec une version 6D de FoF-Slicer sont indiqués par les courbes de niveau. Leurs masses sont respectivement de $0.57 \times 10^{16} h^{-1} M_{\odot}$ et $0.12 \times 10^{16} h^{-1} M_{\odot}$. La somme de la masse de ces deux objets étant inférieure à la masse de l'amas détecté avec la version 3D, nous voyons que cette méthode réduit le nombre de particules présentes dans un halo.

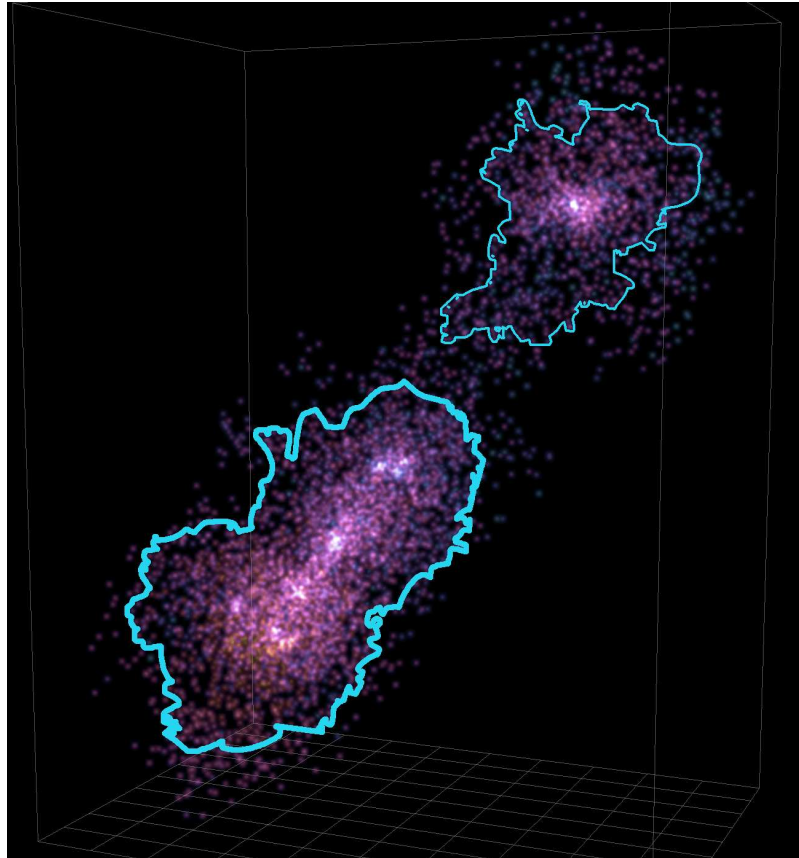


FIGURE B.3: Exemple d'un pontage dû à une détection dans l'espace des positions. La masse de l'objet détecté est égale à $0.8 \times 10^{16} h^{-1} M_{\odot}$. Avec une méthode de détection incluant un seuil dans les vitesses relatives des objets, deux objets d'une masse respective de $0.57 \times 10^{16} h^{-1} M_{\odot}$ et $0.12 \times 10^{16} h^{-1} M_{\odot}$ auraient été repérés.

La détection des structures dans l'espace des redshifts demande lui-aussi à être amélioré. En particulier, un changement notable consisterait en la prise en compte fine de l'évolution de l'effondrement gravitationnel.

Ainsi, la surdensité critique associée à un halo évoluant avec le temps, une détection avec un paramètre de percolation constant nous introduit des biais. Afin d'éviter ces erreurs, la détection dans l'espace des redshifts doit se faire avec un paramètre de percolation variant radialement dans le cône. Dans un premier temps, cette variation pourrait être calculée à partir du paramètre de percolation universel b_{univ} introduit dans Courtin et

al. [110]. L'implémentation numérique demande réflexion, les liens entre particules étant variables suivant la position de celles-ci dans le cône.

Finalement, une autre piste pour comprendre la dynamique de l'effondrement gravitationnel est de détecter les structures (dans l'espace comobile ou l'espace des redshifts) sur des critères uniquement gravitationnels. Une possibilité est de repérer les particules gravitationnellement liées via un critère physique tel le théorème du Viriel. Cependant, un tel algorithme demande une grande puissance de calcul et nécessite donc d'être parallélisé d'une manière astucieuse. Un tel projet est envisagé en collaboration avec Arturo Cerna.

Bibliographie

- [1] F. Zwicky. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helvetica Physica Acta*, 6 :110–127, 1933.
- [2] V. C. Rubin and W. K. Ford, Jr. Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions. *ApJ*, 159 :379, February 1970. doi : 10.1086/150317.
- [3] G. Angloher and collaborators. Results from 730 kg days of the CRESST-II Dark Matter search. *European Physical Journal C*, 72 :1971, April 2012. doi : 10.1140/epjc/s10052-012-1971-8.
- [4] T. Buchert, J. Larena, and J.-M. Alimi. Correspondence between kinematical backreaction and scalar field cosmologies : the morphon field. *Classical and Quantum Gravity*, 23 :6379–6408, November 2006. doi : 10.1088/0264-9381/23/22/018.
- [5] L. Amendola. Linear and nonlinear perturbations in dark energy models. *Phys. Rev. D*, 69(10) :103524–+, May 2004. doi : 10.1103/PhysRevD.69.103524.
- [6] G. Dvali, G. Gabadadze, and M. Porrati. 4D gravity on a brane in 5D Minkowski space. *Physics Letters B*, 485 :208–214, July 2000. doi : 10.1016/S0370-2693(00)00669-9.
- [7] L. Amendola, R. Gannouji, D. Polarski, and S. Tsujikawa. Conditions for the cosmological viability of $f(R)$ dark energy models. *Phys. Rev. D*, 75(8) :083504, April 2007. doi : 10.1103/PhysRevD.75.083504.
- [8] R. M. Wald. *General relativity*. Chicago, University of Chicago Press, 1984, 504 p., 1984.
- [9] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, P. Nugent, P. G. Castro, S. Deustua, S. Fabbro, A. Goobar, D. E. Groom, I. M. Hook, A. G. Kim, M. Y. Kim, J. C. Lee, N. J. Nunes, R. Pain, C. R. Pennypacker, R. Quimby, C. Lidman, R. S. Ellis, M. Irwin, R. G. McMahon, P. Ruiz-Lapuente, N. Walton, B. Schaefer, B. J.

- Boyle, A. V. Filippenko, T. Matheson, A. S. Fruchter, N. Panagia, H. J. M. Newberg, W. J. Couch, and Supernova Cosmology Project. Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae. *ApJ*, 517 :565–586, June 1999. doi : 10.1086/307221.
- [10] A. G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis, A. Clocchiatti, A. Diercks, P. M. Garnavich, R. L. Gilliland, C. J. Hogan, S. Jha, R. P. Kirshner, B. Leibundgut, M. M. Phillips, D. Reiss, B. P. Schmidt, R. A. Schommer, R. C. Smith, J. Spyromilio, C. Stubbs, N. B. Suntzeff, and J. Tonry. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *AJ*, 116 :1009–1038, September 1998. doi : 10.1086/300499.
- [11] M. Kowalski and collaborators. Improved Cosmological Constraints from New, Old, and Combined Supernova Data Sets. *ApJ*, 686 :749–778, October 2008. doi : 10.1086/589937.
- [12] S. A. Bonometto, G. Sassi, and G. La Vacca. Dark energy from dark radiation in strongly coupled cosmologies with no fine tuning. *J. Cosmology & Astroparticles Phys.*, 8 :015, August 2012. doi : 10.1088/1475-7516/2012/08/015.
- [13] P. S. Corasaniti. Slow-roll suppression of adiabatic instabilities in coupled scalar field-dark matter models. *Phys. Rev. D*, 78(8) :083538, October 2008. doi : 10.1103/PhysRevD.78.083538.
- [14] C. Brans and R. H. Dicke. Mach’s Principle and a Relativistic Theory of Gravitation. *Physical Review*, 124 :925–935, November 1961. doi : 10.1103/PhysRev.124.925.
- [15] A. Füzfa and J.-M. Alimi. Toward a unified description of dark energy and dark matter from the abnormally weighting energy hypothesis. *Phys. Rev. D*, 75(12) :123007–+, June 2007. doi : 10.1103/PhysRevD.75.123007.
- [16] J.-M. Alimi and A. Füzfa. The abnormally weighting energy hypothesis : the missing link between dark matter and dark energy. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 9 :14–+, September 2008. doi : 10.1088/1475-7516/2008/09/014.
- [17] T. Buchert. On Average Properties of Inhomogeneous Fluids in General Relativity : Dust Cosmologies. *General Relativity and Gravitation*, 32 :105–126, January 2000. doi : 10.1023/A:1001800617177.
- [18] J. Larena, J.-M. Alimi, T. Buchert, M. Kunz, and P.-S. Corasaniti. Testing backreaction effects with observations. *Phys. Rev. D*, 79(8) :083011, April 2009. doi : 10.1103/PhysRevD.79.083011.

- [19] É. É. Flanagan. Higher-order gravity theories and scalar tensor theories. *Classical and Quantum Gravity*, 21 :417–426, January 2004. doi : 10.1088/0264-9381/21/2/006.
- [20] D. N. Vollick. $1/R$ curvature corrections as the source of the cosmological acceleration. *Phys. Rev. D*, 68(6) :063510, September 2003. doi : 10.1103/PhysRevD.68.063510.
- [21] C. Wetterich. Cosmology and the fate of dilatation symmetry. *Nuclear Physics B*, 302 :668–696, June 1988. doi : 10.1016/0550-3213(88)90193-9.
- [22] B. Ratra and P. J. E. Peebles. Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field. *Phys. Rev. D*, 37 :3406–3427, June 1988. doi : 10.1103/PhysRevD.37.3406.
- [23] P. J. Steinhardt, L. Wang, and I. Zlatev. Cosmological tracking solutions. *Phys. Rev. D*, 59(12) :123504, June 1999. doi : 10.1103/PhysRevD.59.123504.
- [24] P. Binétruy. Models of dynamical supersymmetry breaking and quintessence. *Phys. Rev. D*, 60(6) :063502–+, September 1999. doi : 10.1103/PhysRevD.60.063502.
- [25] A. Masiero, M. Pietroni, and F. Rosati. SUSY QCD and quintessence. *Phys. Rev. D*, 61(2) :023504–+, January 2000. doi : 10.1103/PhysRevD.61.023504.
- [26] P. Brax and J. Martin. Robustness of quintessence. *Phys. Rev. D*, 61(10) :103502–+, May 2000. doi : 10.1103/PhysRevD.61.103502.
- [27] P. Jordan. Formation of the Stars and Development of the Universe. *Nature*, 164 : 637–640, October 1949. doi : 10.1038/164637a0.
- [28] P. Jordan. *Schwerkraft und Weltall; Grundlagen der theoretischen Kosmologie*. Braunschweig, F. Vieweg, 1952, 1952.
- [29] Thibault Damour and Kenneth Nordtvedt. General relativity as a cosmological attractor of tensor-scalar theories. *Phys. Rev. Lett.*, 70 :2217–2219, Apr 1993. doi : 10.1103/PhysRevLett.70.2217. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.70.2217>.
- [30] T. Damour and G. Esposito-Farese. Tensor-multi-scalar theories of gravitation. *Classical and Quantum Gravity*, 9 :2093–2176, September 1992. doi : 10.1088/0264-9381/9/9/015.
- [31] V. F. Mukhanov, H. A. Feldman, and R. H. Brandenberger. Theory of cosmological perturbations. *Phys. Rep.*, 215 :203–333, June 1992. doi : 10.1016/0370-1573(92)90044-Z.

- [32] J. Maldacena. Non-gaussian features of primordial fluctuations in single field inflationary models. *Journal of High Energy Physics*, 5 :13–+, May 2003. doi : 10.1088/1126-6708/2003/05/013.
- [33] D. Langlois and S. Renaux-Petel. Perturbations in generalized multi-field inflation. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 4 :17–+, April 2008. doi : 10.1088/1475-7516/2008/04/017.
- [34] P. Peter and J.-P. Uzan. *Primordial cosmology*. Oxford University Press, 2009.
- [35] H. Kodama and M. Sasaki. Cosmological Perturbation Theory. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 78 :1–+, 1984. doi : 10.1143/PTPS.78.1.
- [36] L. Boubekur, P. Creminelli, J. Noreña, and F. Vernizzi. Action approach to cosmological perturbations : the second-order metric in matter dominance. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 8 :28–+, August 2008. doi : 10.1088/1475-7516/2008/08/028.
- [37] F. Arroja and M. Sasaki. Note on the equivalence of a barotropic perfect fluid with a k-essence scalar field. *Phys. Rev. D*, 81(10) :107301–+, May 2010. doi : 10.1103/PhysRevD.81.107301.
- [38] S. Unnikrishnan and L. Sriramkumar. A note on perfect scalar fields. *Phys. Rev. D*, 81(10) :103511–+, May 2010. doi : 10.1103/PhysRevD.81.103511.
- [39] J. Garriga and V. F. Mukhanov. Perturbations in k-inflation. *Physics Letters B*, 458 :219–225, July 1999. doi : 10.1016/S0370-2693(99)00602-4.
- [40] R. Arnowitt, S. Deser, and C. W. Misner. Republication of : The dynamics of general relativity. *General Relativity and Gravitation*, 40 :1997–2027, September 2008. doi : 10.1007/s10714-008-0661-1.
- [41] S. Renaux-Petel and G. Tasinato. Nonlinear perturbations of cosmological scalar fields with non-standard kinetic terms. *J. Cosmology & Astroparticles Phys.*, 1 : 12, January 2009. doi : 10.1088/1475-7516/2009/01/012.
- [42] D. Bettoni, V. Pettorino, S. Liberati, and C. Baccigalupi. Non-minimally coupled dark matter : effective pressure and structure formation. *J. Cosmology & Astroparticles Phys.*, 7 :027, July 2012. doi : 10.1088/1475-7516/2012/07/027.
- [43] P. J. E. Peebles. *The large-scale structure of the universe*. 1980.
- [44] N. Kaiser. Theoretical implications of deviations from Hubble flow. *MNRAS*, 231 : 149–167, March 1988.

- [45] H. A. Feldman, M. J. Hudson, and R. Watkins. Cosmic Flows on 100 Mpc/h scales. *eprint arXiv :0805.1721*, May 2008.
- [46] E. Bertschinger and A. Dekel. Recovering the full velocity and density fields from large-scale redshift-distance samples. *ApJ*, 336 :L5–L8, January 1989. doi : 10.1086/185348.
- [47] E. Bertschinger, A. Dekel, S. M. Faber, A. Dressler, and D. Burstein. Potential, velocity, and density fields from redshift-distance samples : Application - Cosmography within 6000 kilometers per second. *ApJ*, 364 :370–395, December 1990. doi : 10.1086/169419.
- [48] P. J. E. Peebles. Tracing galaxy orbits back in time. *ApJ*, 344 :L53–L56, September 1989. doi : 10.1086/185529.
- [49] R. A. C. Croft and E. Gaztanaga. Reconstruction of cosmological density and velocity fields in the Lagrangian Zel’dovich approximation. *MNRAS*, 285 :793–805, March 1997.
- [50] R. Mohayaee, H. Mathis, S. Colombi, and J. Silk. Reconstruction of primordial density fields. *MNRAS*, 365 :939–959, January 2006. doi : 10.1111/j.1365-2966.2005.09774.x.
- [51] R. Watkins, H. A. Feldman, and M. J. Hudson. Consistently large cosmic flows on scales of $100h^{-1}\text{Mpc}$: a challenge for the standard ΛCDM cosmology. *mnras*, 392 :743–756, January 2009. doi : 10.1111/j.1365-2966.2008.14089.x.
- [52] G. Lavaux, R. B. Tully, R. Mohayaee, and S. Colombi. Cosmic Flow From Two Micron All-Sky Redshift Survey : the Origin of Cosmic Microwave Background Dipole and Implications for ΛCDM Cosmology. *apj*, 709 :483–498, January 2010. doi : 10.1088/0004-637X/709/1/483.
- [53] A. Yahil, A. Sandage, and G. A. Tammann. The velocity field of bright nearby galaxies. III - The distribution in space of galaxies within 80 megaparsecs - The north galactic density anomaly. *ApJ*, 242 :448–468, December 1980. doi : 10.1086/158479.
- [54] M. Davis and J. Huchra. A survey of galaxy redshifts. III - The density field and the induced gravity field. *ApJ*, 254 :437–450, March 1982. doi : 10.1086/159751.
- [55] A. Yahil, D. Walker, and M. Rowan-Robinson. The dipole anisotropies of the IRAS galaxies and the microwave background radiation. *ApJ*, 301 :L1–L5, February 1986. doi : 10.1086/184612.

- [56] D. Lynden-Bell, O. Lahav, and D. Burstein. Cosmological deductions from the alignment of local gravity and motion. *MNRAS*, 241 :325–345, November 1989.
- [57] M. Rowan-Robinson, A. Lawrence, W. Saunders, J. Crawford, R. Ellis, C. S. Frenk, I. Parry, X. Xiaoyang, J. Allington-Smith, G. Efstathiou, and N. Kaiser. A Sparse-Sampled Redshift Survey of IRAS Galaxies - Part One - the Convergence of the IRAS Dipole and the Origin of Our Motion with Respect to the Microwave Background. *MNRAS*, 247 :1, November 1990.
- [58] M. A. Strauss, A. Yahil, M. Davis, J. P. Huchra, and K. Fisher. A redshift survey of IRAS galaxies. V - The acceleration on the Local Group. *ApJ*, 397 :395–419, October 1992. doi : 10.1086/171796.
- [59] M. J. Hudson and collaborators. Optical galaxies within 8000 km s⁻¹ - II. the Peculiar Velocity of the Local Group. *MNRAS*, 265 :72, November 1993.
- [60] D. D. Kocevski and H. Ebeling. On the Origin of the Local Group's Peculiar Velocity. *ApJ*, 645 :1043–1053, July 2006. doi : 10.1086/503666.
- [61] E. Branchini, M. Plionis, and D. W. Sciama. Reconstructing Positions and Peculiar Velocities of Galaxy Clusters within 25,000 Kilometers per Second : The Bulk Velocity. *ApJ*, 461 :L17, April 1996. doi : 10.1086/309993.
- [62] R. Scaramella, G. Baiesi-Pillastrini, G. Chincarini, G. Vettolani, and G. Zamorani. A marked concentration of galaxy clusters - Is this the origin of large-scale motions? *Nature*, 338 :562–564, April 1989. doi : 10.1038/338562a0.
- [63] J. L. Tonry, A. Dressler, J. P. Blakeslee, E. A. Ajhar, A. B. Fletcher, G. A. Luppino, M. R. Metzger, and C. B. Moore. The SBF Survey of Galaxy Distances. IV. SBF Magnitudes, Colors, and Distances. *ApJ*, 546 :681–693, January 2001. doi : 10.1086/318301.
- [64] L. N. da Costa, M. Bernardi, M. V. Alonso, G. Wegner, C. N. A. Willmer, P. S. Pellegrini, C. Rit e, and M. A. G. Maia. Redshift-Distance Survey of Early-Type Galaxies. I. Sample Selection, Properties, and Completeness. *AJ*, 120 :95–109, July 2000. doi : 10.1086/301449.
- [65] M. Bernardi, M. V. Alonso, L. N. da Costa, C. N. A. Willmer, G. Wegner, P. S. Pellegrini, C. Rit e, and M. A. G. Maia. Redshift-Distance Survey of Early-Type Galaxies. I. The ENEARc Cluster Sample. *AJ*, 123 :2990–3017, June 2002. doi : 10.1086/340463.
- [66] G. Wegner, M. Bernardi, C. N. A. Willmer, L. N. da Costa, M. V. Alonso, P. S. Pellegrini, M. A. G. Maia, O. L. Chaves, and C. Rit e. Redshift-Distance Survey of

- Early-Type Galaxies : Spectroscopic Data. *AJ*, 126 :2268–2280, November 2003. doi : 10.1086/378959.
- [67] J. L. Tonry, B. P. Schmidt, B. Barris, P. Candia, P. Challis, A. Clocchiatti, A. L. Coil, A. V. Filippenko, P. Garnavich, C. Hogan, S. T. Holland, S. Jha, R. P. Kirshner, K. Krisciunas, B. Leibundgut, W. Li, T. Matheson, M. M. Phillips, A. G. Riess, R. Schommer, R. C. Smith, J. Sollerman, J. Spyromilio, C. W. Stubbs, and N. B. Suntzeff. Cosmological Results from High- z Supernovae. *ApJ*, 594 :1–24, September 2003. doi : 10.1086/376865.
- [68] C. M. Springob, K. L. Masters, M. P. Haynes, R. Giovanelli, and C. Marinoni. SFI++. II. A New I-Band Tully-Fisher Catalog, Derivation of Peculiar Velocities, and Data Set Properties. *ApJS*, 172 :599–614, October 2007. doi : 10.1086/519527.
- [69] R. Giovanelli, M. P. Haynes, W. Freudling, L. N. da Costa, J. J. Salzer, and G. Wegner. Peculiar Velocity Dipoles of Field Galaxies. *ApJ*, 505 :L91–L94, October 1998. doi : 10.1086/311621.
- [70] D. A. Dale, R. Giovanelli, M. P. Haynes, L. E. Campusano, and E. Hardy. Seeking the Local Convergence Depth. V. Tully-Fisher Peculiar Velocities for 52 Abell Clusters. *AJ*, 118 :1489–1505, October 1999. doi : 10.1086/301048.
- [71] M. J. Hudson, R. J. Smith, J. R. Lucey, and E. Branchini. Streaming motions of galaxy clusters within $12\,000\text{ km s}^{-1}$. V. The peculiar velocity field. *MNRAS*, 352 :61–75, July 2004. doi : 10.1111/j.1365-2966.2004.07893.x.
- [72] T. R. Lauer and M. Postman. The motion of the Local Group with respect to the 15,000 kilometer per second Abell cluster inertial frame. *ApJ*, 425 :418–438, April 1994. doi : 10.1086/173997.
- [73] M. Postman and T. R. Lauer. Brightest cluster galaxies as standard candles. *ApJ*, 440 :28–47, February 1995. doi : 10.1086/175245.
- [74] M. Colless, R. P. Saglia, D. Burstein, R. L. Davies, R. K. McMahan, and G. Wegner. The peculiar motions of early-type galaxies in two distant regions - VII. Peculiar velocities and bulk motions. *MNRAS*, 321 :277–305, February 2001. doi : 10.1046/j.1365-8711.2001.04044.x.
- [75] J. A. Willick, S. Courteau, S. M. Faber, D. Burstein, A. Dekel, and M. A. Strauss. Homogeneous Velocity-Distance Data for Peculiar Velocity Analysis. III. The Mark III Catalog of Galaxy Peculiar Velocities. *ApJS*, 109 :333, April 1997. doi : 10.1086/312983.

- [76] L. Perivolaropoulos. LCDM : Triumphs, Puzzles and Remedies. *ArXiv e-prints*, April 2011.
- [77] P. Erdoğdu, O. Lahav, J. P. Huchra, M. Colless, R. M. Cutri, E. Falco, T. George, T. Jarrett, D. H. Jones, L. M. Macri, J. Mader, N. Martimbeau, M. A. Pahre, Q. A. Parker, A. Rassat, and W. Saunders. Reconstructed density and velocity fields from the 2MASS Redshift Survey. *mnras*, 373 :45–64, November 2006. doi : 10.1111/j.1365-2966.2006.11049.x.
- [78] H. A. Feldman, R. Watkins, and M. J. Hudson. Cosmic flows on $100 h^{-1}$ Mpc scales : standardized minimum variance bulk flow, shear and octupole moments. *MNRAS*, 407 :2328–2338, October 2010. doi : 10.1111/j.1365-2966.2010.17052.x.
- [79] E. Macaulay, H. Feldman, P. G. Ferreira, M. J. Hudson, and R. Watkins. A slight excess of large-scale power from moments of the peculiar velocity field. *MNRAS*, 414 :621–626, June 2011. doi : 10.1111/j.1365-2966.2011.18426.x.
- [80] W. A. Chiu, J. P. Ostriker, and M. A. Strauss. Using Cluster Abundances and Peculiar Velocities to Test the Gaussianity of the Cosmological Density Field. *ApJ*, 494 :479, February 1998. doi : 10.1086/305246.
- [81] A. Stuart and J. K. Ord. *Kendall's advanced theory of statistics. Vol.1 : Distribution theory*. 1994.
- [82] Y.-Z. Ma and D. Scott. Cosmic bulk flows on 50 Mpc scales : A Bayesian hyperparameter method and multi-shells likelihood analysis. *ArXiv e-prints*, August 2012.
- [83] A. Nusser and M. Davis. The Cosmological Bulk Flow : Consistency with Λ CDM and $z \sim 0$ Constraints on σ_8 and γ . *ApJ*, 736 :93, August 2011. doi : 10.1088/0004-637X/736/2/93.
- [84] J. Colin, R. Mohayaee, S. Sarkar, and A. Shafieloo. Probing the anisotropic local Universe and beyond with SNe Ia data. *MNRAS*, 414 :264–271, June 2011. doi : 10.1111/j.1365-2966.2011.18402.x.
- [85] S. J. Turnbull, M. J. Hudson, H. A. Feldman, M. Hicken, R. P. Kirshner, and R. Watkins. Cosmic flows in the nearby universe from Type Ia supernovae. *MNRAS*, 420 :447–454, February 2012. doi : 10.1111/j.1365-2966.2011.20050.x.
- [86] A. Kashlinsky, F. Atrio-Barandela, D. Kocevski, and H. Ebeling. A Measurement of Large-Scale Peculiar Velocities of Clusters of Galaxies : Technical Details. *ApJ*, 691 :1479–1493, February 2009. doi : 10.1088/0004-637X/691/2/1479.

- [87] R. Keisler. The Statistical Significance of the "Dark Flow". *ApJ*, 707 :L42–L44, December 2009. doi : 10.1088/0004-637X/707/1/L42.
- [88] S. J. Osborne, D. S. Y. Mak, S. E. Church, and E. Pierpaoli. Measuring the Galaxy Cluster Bulk Flow from WMAP Data. *ApJ*, 737 :98, August 2011. doi : 10.1088/0004-637X/737/2/98.
- [89] J.-M. Alimi, A. Füzfá, V. Boucher, Y. Rasera, J. Courtin, and P.-S. Corasaniti. Imprints of dark energy on cosmic structure formation - I. Realistic quintessence models and the non-linear matter power spectrum. *MNRAS*, 401 :775–790, January 2010. doi : 10.1111/j.1365-2966.2009.15712.x.
- [90] Y. Rasera, J.-M. Alimi, J. Courtin, F. Roy, P.-S. Corasaniti, A. Füzfá, and V. Boucher. Introducing the Dark Energy Universe Simulation Series (DEUSS). In J.-M. Alimi & A. Füzfá, editor, *American Institute of Physics Conference Series*, volume 1241 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 1134–1139, June 2010. doi : 10.1063/1.3462610.
- [91] M. Gramann. Power Spectrum of Velocity Fluctuations in the Universe. *apj*, 493 : 28–+, January 1998. doi : 10.1086/305105.
- [92] A. Jenkins, C. S. Frenk, F. R. Pearce, P. A. Thomas, J. M. Colberg, S. D. M. White, H. M. P. Couchman, J. A. Peacock, G. Efstathiou, and A. H. Nelson. Evolution of Structure in Cold Dark Matter Universes. *ApJ*, 499 :20, May 1998. doi : 10.1086/305615.
- [93] R. Juszkiewicz, N. Vittorio, and R. F. G. Wyse. Local gravity and large-scale structure. *apj*, 349 :408–414, February 1990. doi : 10.1086/168324.
- [94] O. Lahav, N. Kaiser, and Y. Hoffman. Local gravity and peculiar velocity - Probes of cosmological models. *ApJ*, 352 :448–456, April 1990. doi : 10.1086/168550.
- [95] V. Springel, N. Yoshida, and S. D. M. White. GADGET : a code for collisionless and gasdynamical cosmological simulations. *Nature*, 6 :79–117, April 2001. doi : 10.1016/S1384-1076(01)00042-2.
- [96] V. Springel. The cosmological simulation code GADGET-2. *MNRAS*, 364 :1105–1134, December 2005. doi : 10.1111/j.1365-2966.2005.09655.x.
- [97] W. C. Saslaw and A. J. S. Hamilton. Thermodynamics and galaxy clustering - Nonlinear theory of high order correlations. *ApJ*, 276 :13–25, January 1984. doi : 10.1086/161589.

- [98] W. C. Saslaw, S. M. Chitre, M. Itoh, and S. Inagaki. The kinetic evolution and velocity distribution of gravitational galaxy clustering. *ApJ*, 365 :419–431, December 1990. doi : 10.1086/169496.
- [99] A. Yang and W. C. Saslaw. Shapes and Probabilities of Galaxy Clusters. *ApJ*, 745 :87, January 2012. doi : 10.1088/0004-637X/745/1/87.
- [100] R. E. Smith, J. A. Peacock, A. Jenkins, S. D. M. White, C. S. Frenk, F. R. Pearce, P. A. Thomas, G. Efsthathiou, and H. M. P. Couchman. Stable clustering, the halo model and non-linear cosmological power spectra. *MNRAS*, 341 :1311–1332, June 2003. doi : 10.1046/j.1365-8711.2003.06503.x.
- [101] S. D. Landy and A. S. Szalay. Bias and variance of angular correlation functions. *ApJ*, 412 :64–71, July 1993. doi : 10.1086/172900.
- [102] M. Kerscher, I. Szapudi, and A. S. Szalay. A Comparison of Estimators for the Two-Point Correlation Function. *ApJ*, 535 :L13–L16, May 2000. doi : 10.1086/312702.
- [103] N. Kaiser. On the spatial correlations of Abell clusters. *ApJ*, 284 :L9–L12, September 1984. doi : 10.1086/184341.
- [104] P. J. E. Peebles and M. G. Hauser. Statistical Analysis of Catalogs of Extragalactic Objects. III. The Shane-Wirtanen and Zwicky Catalogs. *ApJS*, 28 :19, November 1974. doi : 10.1086/190308.
- [105] N. A. Bahcall and R. M. Soneira. The spatial correlation function of rich clusters of galaxies. *ApJ*, 270 :20–38, July 1983. doi : 10.1086/161094.
- [106] L. Gao, V. Springel, and S. D. M. White. The age dependence of halo clustering. *MNRAS*, 363 :L66–L70, October 2005. doi : 10.1111/j.1745-3933.2005.00084.x.
- [107] Y. Li, H. J. Mo, and L. Gao. On halo formation times and assembly bias. *MNRAS*, 389 :1419–1426, September 2008. doi : 10.1111/j.1365-2966.2008.13667.x.
- [108] V. Springel, S. D. M. White, A. Jenkins, C. S. Frenk, N. Yoshida, L. Gao, J. Navarro, R. Thacker, D. Croton, J. Helly, J. A. Peacock, S. Cole, P. Thomas, H. Couchman, A. Evrard, J. Colberg, and F. Pearce. Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars. *Nature*, 435 :629–636, June 2005. doi : 10.1038/nature03597.
- [109] H. J. Mo, Y. P. Jing, and S. D. M. White. The correlation function of clusters of galaxies and the amplitude of mass fluctuations in the Universe. *MNRAS*, 282 : 1096–1104, October 1996.

- [110] J. Courtin, Y. Rasera, J.-M. Alimi, P.-S. Corasaniti, V. Boucher, and A. Füzfa. Imprints of dark energy on cosmic structure formation - II. Non-universality of the halo mass function. *MNRAS*, 410 :1911–1931, January 2011. doi : 10.1111/j.1365-2966.2010.17573.x.
- [111] Y. P. Jing. Accurate Fitting Formula for the Two-Point Correlation Function of Dark Matter Halos. *ApJ*, 503 :L9, August 1998. doi : 10.1086/311530.
- [112] R. K. Sheth, H. J. Mo, and G. Tormen. Ellipsoidal collapse and an improved model for the number and spatial distribution of dark matter haloes. *MNRAS*, 323 :1–12, May 2001. doi : 10.1046/j.1365-8711.2001.04006.x.
- [113] R. Mandelbaum, A. Tasitsiomi, U. Seljak, A. V. Kravtsov, and R. H. Wechsler. Galaxy-galaxy lensing : dissipationless simulations versus the halo model. *MNRAS*, 362 :1451–1462, October 2005. doi : 10.1111/j.1365-2966.2005.09417.x.
- [114] L. Gao and S. D. M. White. Assembly bias in the clustering of dark matter haloes. *MNRAS*, 377 :L5–L9, April 2007. doi : 10.1111/j.1745-3933.2007.00292.x.
- [115] D. S. Reed, F. Governato, T. Quinn, J. Stadel, and G. Lake. The age dependence of galaxy clustering. *MNRAS*, 378 :777–784, June 2007. doi : 10.1111/j.1365-2966.2007.11826.x.
- [116] D. J. Croton, L. Gao, and S. D. M. White. Halo assembly bias and its effects on galaxy clustering. *MNRAS*, 374 :1303–1309, February 2007. doi : 10.1111/j.1365-2966.2006.11230.x.
- [117] E. Hawkins and collaborators. The 2dF Galaxy Redshift Survey : correlation functions, peculiar velocities and the matter density of the Universe. *MNRAS*, 346 :78–96, November 2003. doi : 10.1046/j.1365-2966.2003.07063.x.
- [118] A. J. Connolly and collaborators. The Angular Correlation Function of Galaxies from Early Sloan Digital Sky Survey Data. *ApJ*, 579 :42–47, November 2002. doi : 10.1086/342787.
- [119] G. Efstathiou, R. S. Ellis, and B. A. Peterson. Analysis of a complete galaxy redshift survey. II - The field-galaxy luminosity function. *MNRAS*, 232 :431–461, May 1988.
- [120] J. Loveday, S. J. Maddox, G. Efstathiou, and B. A. Peterson. The Stromlo-APM redshift survey. 2 : Variation of galaxy clustering with morphology and luminosity. *ApJ*, 442 :457–468, April 1995. doi : 10.1086/175453.

- [121] M. Davis and P. J. E. Peebles. A survey of galaxy redshifts. V - The two-point position and velocity correlations. *ApJ*, 267 :465–482, April 1983. doi : 10.1086/160884.
- [122] A. Blanchard and J.-M. Alimi. Practical determination of the spatial correlation function. *A&A*, 203 :L1–L4, September 1988.
- [123] J.-M. Alimi and H. Scholl. Formation of Large Scale Structures of the Universe on the Connection MACHINE-2. *International Journal of Modern Physics C*, 4 : 197–205, 1993. doi : 10.1142/S0129183193000203.
- [124] S. Colombi, A. Jaffe, D. Novikov, and C. Pichon. Accurate estimators of power spectra in N-body simulations. *MNRAS*, 393 :511–526, February 2009. doi : 10.1111/j.1365-2966.2008.14176.x.
- [125] D. J. Eisenstein and W. Hu. Baryonic Features in the Matter Transfer Function. *ApJ*, 496 :605, March 1998. doi : 10.1086/305424.
- [126] W. H. Press and P. Schechter. Formation of Galaxies and Clusters of Galaxies by Self-Similar Gravitational Condensation. *ApJ*, 187 :425–438, February 1974. doi : 10.1086/152650.
- [127] R. K. Sheth and G. Tormen. Large-scale bias and the peak background split. *MNRAS*, 308 :119–126, September 1999. doi : 10.1046/j.1365-8711.1999.02692.x.
- [128] A. Jenkins, C. S. Frenk, S. D. M. White, J. M. Colberg, S. Cole, A. E. Evrard, H. M. P. Couchman, and N. Yoshida. The mass function of dark matter haloes. *MNRAS*, 321 :372–384, February 2001. doi : 10.1046/j.1365-8711.2001.04029.x.
- [129] M. S. Warren, K. Abazajian, D. E. Holz, and L. Teodoro. Precision Determination of the Mass Function of Dark Matter Halos. *ApJ*, 646 :881–885, August 2006. doi : 10.1086/504962.
- [130] R. J. Foley and collaborators. Discovery and Cosmological Implications of SPT-CL J2106-5844, the Most Massive Known Cluster at $z > 1$. *ApJ*, 731 :86, April 2011. doi : 10.1088/0004-637X/731/2/86.
- [131] C. L. Reichardt. Galaxy clusters discovered via the Sunyaev-Zel’dovich effect in the first 720 square degrees of the South Pole Telescope survey. *ArXiv e-prints*, March 2012.
- [132] E J Gumbel. *Statistics of Extremes*. Columbia University Press, New York City, NY, 1958.

- [133] R. Teyssier. Cosmological hydrodynamics with adaptive mesh refinement. A new high resolution code called RAMSES. *A&A*, 385 :337–364, April 2002. doi : 10.1051/0004-6361:20011817.
- [134] T. Guillet and R. Teyssier. A simple multigrid scheme for solving the Poisson equation with arbitrary domain boundaries. *Journal of Computational Physics*, 230 :4756–4771, June 2011. doi : 10.1016/j.jcp.2011.02.044.
- [135] A. V. Kravtsov, A. A. Klypin, and A. M. Khokhlov. Adaptive Refinement Tree : A New High-Resolution N-Body Code for Cosmological Simulations. *ApJS*, 111 : 73, July 1997. doi : 10.1086/313015.
- [136] R. W. Hockney and J. W. Eastwood. *Computer Simulation Using Particles*. 1981.
- [137] Antony Lewis, Anthony Challinor, and Anthony Lasenby. Efficient computation of CMB anisotropies in closed FRW models. *Astrophys. J.*, 538 :473–476, 2000.
- [138] Uros Seljak and Matias Zaldarriaga. A line of sight approach to cosmic microwave background anisotropies. *Astrophys. J.*, 469 :437–444, 1996.
- [139] S. Prunet, C. Pichon, D. Aubert, D. Pogosyan, R. Teyssier, and S. Gottloeber. Initial Conditions For Large Cosmological Simulations. *ApJS*, 178 :179–188, October 2008. doi : 10.1086/590370.
- [140] C. Lacey and S. Cole. Merger Rates in Hierarchical Models of Galaxy Formation - Part Two - Comparison with N-Body Simulations. *MNRAS*, 271 :676, December 1994.
- [141] M. Davis, G. Efstathiou, C. S. Frenk, and S. D. M. White. The evolution of large-scale structure in a universe dominated by cold dark matter. *ApJ*, 292 :371–394, May 1985. doi : 10.1086/163168.
- [142] R. E. Angulo, V. Springel, S. D. M. White, A. Jenkins, C. M. Baugh, and C. S. Frenk. Scaling relations for galaxy clusters in the Millennium-XXL simulation. *ArXiv e-prints*, March 2012.
- [143] J. Kim, C. Park, G. Rossi, S. M. Lee, and J. R. Gott, III. The New Horizon Run Cosmological N-Body Simulations. *Journal of Korean Astronomical Society*, 44 : 217–234, December 2011.
- [144] P. J. E. Peebles. Structure of the Coma Cluster of Galaxies. *AJ*, 75 :13, February 1970. doi : 10.1086/110933.
- [145] E. Komatsu and collaborators. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations : Cosmological Interpretation. *ApJS*, 180 :330–376, February 2009. doi : 10.1088/0067-0049/180/2/330.

- [146] L. Casarini, A. V. Macciò, and S. A. Bonometto. Dynamical dark energy simulations : high accuracy power spectra at high redshift. *J. Cosmology & Astroparticles Phys.*, 3 :14, March 2009. doi : 10.1088/1475-7516/2009/03/014.
- [147] P. Solevi, R. Mainini, S. A. Bonometto, A. V. Macciò, A. Klypin, and S. Gottlöber. Tracing the nature of dark energy with galaxy distribution. *MNRAS*, 366 :1346–1356, March 2006. doi : 10.1111/j.1365-2966.2005.09914.x.
- [148] U. Maio, K. Dolag, M. Meneghetti, L. Moscardini, N. Yoshida, C. Baccigalupi, M. Bartelmann, and F. Perrotta. Early structure formation in quintessence models and its implications for cosmic reionization from first stars. *MNRAS*, 373 :869–878, December 2006. doi : 10.1111/j.1365-2966.2006.11090.x.
- [149] K. Dolag, M. Bartelmann, F. Perrotta, C. Baccigalupi, L. Moscardini, M. Meneghetti, and G. Tormen. Numerical study of halo concentrations in dark-energy cosmologies. *A&A*, 416 :853–864, March 2004. doi : 10.1051/0004-6361:20031757.
- [150] P. Creminelli, G. D’Amico, J. Noreña, and F. Vernizzi. The effective theory of quintessence : the $w < -1$ side unveiled. *J. Cosmology & Astroparticles Phys.*, 2 : 018, February 2009. doi : 10.1088/1475-7516/2009/02/018.
- [151] A. J. S. Hamilton. Measuring Omega and the real correlation function from the redshift correlation function. *ApJ*, 385 :L5–L8, January 1992. doi : 10.1086/186264.
- [152] S. Dodelson, L. Hui, and A. Jaffe. Likelihood Analysis of Galaxy Surveys. *ArXiv Astrophysics e-prints*, December 1997.
- [153] A. W. Moore, A. J. Connolly, C. Genovese, A. Gray, L. Grone, N. Kanidoris, II, R. C. Nichol, J. Schneider, A. S. Szalay, I. Szapudi, and L. Wasserman. Fast Algorithms and Efficient Statistics : N-Point Correlation Functions. In A. J. Banday, S. Zaroubi, and M. Bartelmann, editors, *Mining the Sky*, page 71, 2001. doi : 10.1007/10849171_5.
- [154] R. Ponce, M. Cardenas-Montes, J. J. Rodriguez-Vazquez, E. Sanchez, and I. Sevilla. Application of GPUs for the Calculation of Two Point Correlation Functions in Cosmology. *ArXiv e-prints*, April 2012.
- [155] Y. Ascasibar and J. Binney. Numerical estimation of densities. *MNRAS*, 356 : 872–882, January 2005. doi : 10.1111/j.1365-2966.2004.08480.x.
- [156] J. Diemand, M. Kuhlen, and P. Madau. Early Supersymmetric Cold Dark Matter Substructure. *ApJ*, 649 :1–13, September 2006. doi : 10.1086/506377.
- [157] J. Barnes and P. Hut. A hierarchical $O(N \log N)$ force-calculation algorithm. *Nature*, 324 :446–449, December 1986. doi : 10.1038/324446a0.

- [158] P. S. Behroozi, R. H. Wechsler, and H.-Y. Wu. The Rockstar Phase-Space Temporal Halo Finder and the Velocity Offsets of Cluster Cores. *ArXiv e-prints*, October 2011.
- [159] S. Sharma and M. Steinmetz. Multidimensional density estimation and phase-space structure of dark matter haloes. *MNRAS*, 373 :1293–1307, December 2006. doi : 10.1111/j.1365-2966.2006.11043.x.
- [160] I. Arad, A. Dekel, and A. Klypin. Phase-space structure of dark matter haloes : scale-invariant probability density function driven by substructure. *MNRAS*, 353 : 15–29, September 2004. doi : 10.1111/j.1365-2966.2004.08045.x.
- [161] C. Mastropietro and A. Burkert. Simulating the Bullet Cluster. *MNRAS*, 389 : 967–988, September 2008. doi : 10.1111/j.1365-2966.2008.13626.x.
- [162] Jean-Philippe Uzan. Cosmological scaling solutions of nonminimally coupled scalar fields. *Phys. Rev. D*, 59 :123510, May 1999. doi : 10.1103/PhysRevD.59.123510. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.59.123510>.
- [163] I. Zlatev, L. Wang, and P. J. Steinhardt. Quintessence, Cosmic Coincidence, and the Cosmological Constant. *Physical Review Letters*, 82 :896–899, February 1999. doi : 10.1103/PhysRevLett.82.896.
- [164] A. Fuzfa. Dynamics of Density Fluctuations in the Einstein-Yang-Mills-Maxwell-Inflaton System : I. Initial Value Problem. *ArXiv General Relativity and Quantum Cosmology e-prints*, November 2002.
- [165] J.-M. Alimi, V. Bouillot, Y. Rasera, V. Reverdy, P.-S. Corasaniti, I. Balmes, S. Requena, X. Delaruelle, and J.-N. Richet. DEUS Full Observable $\{\Lambda\}$ CDM Universe Simulation : the numerical challenge. *ArXiv e-prints*, June 2012.
- [166] J. Onions. Subhaloes going Notts : the subhalo-finder comparison project. *MNRAS*, page 2881, April 2012. doi : 10.1111/j.1365-2966.2012.20947.x.
- [167] A. Knebe and collaborators. Haloes gone MAD : The Halo-Finder Comparison Project. *MNRAS*, 415 :2293–2318, August 2011. doi : 10.1111/j.1365-2966.2011.18858.x.
- [168] M. Tegmark and collaborators. Cosmological parameters from SDSS and WMAP. *Phys. Rev. D*, 69(10) :103501, May 2004. doi : 10.1103/PhysRevD.69.103501.
- [169] J. A. Peacock and S. J. Dodds. Non-linear evolution of cosmological power spectra. *MNRAS*, 280 :L19–L26, June 1996.

- [170] M. Tegmark, M. Zaldarriaga, and A. J. Hamilton. Towards a refined cosmic concordance model : Joint 11-parameter constraints from the cosmic microwave background and large-scale structure. *Phys. Rev. D*, 63(4) :043007, February 2001. doi : 10.1103/PhysRevD.63.043007.
- [171] S. Chongchitnan. Cosmological perturbations in models of coupled dark energy. *Phys. Rev. D*, 79(4) :043522–+, February 2009. doi : 10.1103/PhysRevD.79.043522.
- [172] P. Brax, C. van de Bruck, A.-C. Davis, and D. Shaw. Modifying gravity at low redshift. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 4 :32–+, April 2010. doi : 10.1088/1475-7516/2010/04/032.
- [173] J. Khoury and A. Weltman. Chameleon cosmology. *Phys. Rev. D*, 69(4) :044026–+, February 2004. doi : 10.1103/PhysRevD.69.044026.
- [174] V. F. Mukhanov. *Physical Foundations of Cosmology*. Cambridge University Press, 2005.
- [175] C.-P. Ma and E. Bertschinger. Cosmological Perturbation Theory in the Synchronous and Conformal Newtonian Gauges. *ApJ*, 455 :7–+, December 1995. doi : 10.1086/176550.
- [176] M. Trodden. Interactions and Instabilities in Cosmology’s Dark Sector. *ArXiv e-prints*, October 2009.
- [177] A. Riotto. Inflation and the Theory of Cosmological Perturbations. *ArXiv High Energy Physics - Phenomenology e-prints*, October 2002.
- [178] J. Väliviita, E. Majerotto, and R. Maartens. Large-scale instability in interacting dark energy and dark matter fluids. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 7 :20–+, July 2008. doi : 10.1088/1475-7516/2008/07/020.
- [179] D. Seery and J. E. Lidsey. Primordial non-Gaussianities in single-field inflation. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 6 :3–+, June 2005. doi : 10.1088/1475-7516/2005/06/003.
- [180] C. Gordon, D. Wands, B. A. Bassett, and R. Maartens. Adiabatic and entropy perturbations from inflation. *Phys. Rev. D*, 63(2) :023506–+, January 2001. doi : 10.1103/PhysRevD.63.023506.
- [181] V. F. Mukhanov. Gravitational instability of the universe filled with a scalar field. *ZhETF Pis ma Redaktsiiu*, 41 :402–405, May 1985.
- [182] S. Unnikrishnan. Can cosmological observations uniquely determine the nature of dark energy? *Phys. Rev. D*, 78(6) :063007–+, September 2008. doi : 10.1103/PhysRevD.78.063007.

Index

- A**
Accélération de l'Univers, 21
Algorithme de percolation, 223, 292
AMADEUS
 efficacité, 245
Application AMADEUS, 240, 260
Asymétrie d'une fonction bidimensionnelle, 116
- B**
Baryons, 205
Biais, 164
 dépendance cosmologique, 170, 172
 évolution temporelle, 174
 dépendance spatiale, 165
 matière noire et matière baryonique, 58
- C**
Céphéides, 63
Champs de vitesse
 catalogue numérique, 82
 comparaison aux autres sondes, 63
 mesures directes, 67
Champs de vitesse : évolution temporelle, 85
Chandelle standard, 20, 62
Constante
 cosmologique, 23
 de couplage réduite, 15
 de Hubble, 17
Courbe de Péano-Hilbert, 209
- D**
Détection des structures
 Friends-of-Friends, 222
 Spherical OverDensity, 222
Densité de probabilité
 à N points, 96
 à deux points, 97
 à trois points, 102
 à un point, 91
 gaussienne multi-variée, 92
Distance
 angulaire, 19
 comobile, 19
 luminosité, 20
Distorsion dans l'espace des redshifts, 181, 235
- E**
Echelle standard, 21
Effet Sunyaev-Zel'dovich, 70
Energie noire
 constante cosmologique, 23
 quintessence, 24
 théorie scalaire-tenseur, 25
Energie-impulsion, 15
 conservation de, 16
Equation
 d'Einstein, 15
 perturbée, 34
 de Friedmann, 16
 de Klein-Gordon, 24
- F**
Fonction de corrélation
 définition statistique, 152
 estimateur de Landy-Szalay, 157
 estimateurs, 281

- évolution temporelle, 173
Fonction de masse, 190, 191
- H**
Hamiltonien, 46
- I**
Index d'asymétrie
 définition, 117
 définition qualitative, 113
 évolution temporelle, 134
 mesures numériques, 123
Inflation
 à un champ, 51
 de Dirac-Born-Infeld, 45
 K-inflation, 40
 quantification de l'inflaton, 52
- J**
Jauge
 comobile, 39
 de feuilletage plat, 39
 longitudinale, 38
 synchrone, 39
 variables invariantes de, 37, 48
- K**
Kaluza-Klein
 théorie de, 25
- L**
Lemme de Stewart-Walker, 37
Loi de Moore, 239
Longueur de corrélation, 136, 153, 172
- M**
Méthode de réjection, 282
Méthode SPH, 137
- N**
Non-gaussianités primordiales, 288
- O**
Oscillations acoustiques de baryons, 20, 161, 189
- P**
Paramètres cosmologiques
 DEUS : FUR, 263
 DEUSS, 255
Plan fondamental, voir Relation de Tully-Fisher
POTENT, 64
Principe cosmologique, 14
Principe d'équivalence
 d'Einstein, 13
Probabilité de reconvergence
 différentielle, 106
 intégrée, 107
- R**
Régime d'effondrement
 linéaire, 34
 non-linéaire, 169, 189
RAMSES, 205
RAMSES-DEUS
 efficacité, 244
Redshift, 19
Relation de Tully-Fisher, 64
- S**
Sasaki-Mukhanov
 équations de, 51
 variables de, 48, 53
Simulations gravitationnelles
 DEUS : FUR, 249
 DEUSS, 253
 Horizon Run 3, 249
 hypothèses, 204
 méthode PM, 206
 Millenium run, 240
 Millenium XXL, 240, 249
 principe, 204

South Pole Telescope, [194](#)

Spectres de puissance

calcul numérique, [242](#)

DEUS : FUR, [186](#), [188](#)

lien avec la fonction de corrélation, [155](#)

Spline cubique d’Hermite, [137](#)

Supernovae Ia, [63](#)

V

Vlasov-Poisson

équations de, [138](#), [205](#)

W

Weak-lensing, [289](#)

WIMPS, [6](#)

Thèse pour l'obtention du diplôme de Doctorat Jury:

Dr. Jean-Michel	ALIMI	Directeur de thèse
Pr. Aurélien	BARRAU	Examineur
Pr. Alain	BLANCHARD	Rapporteur
Pr. Silvio	BONOMETTO	Rapporteur
Dr. Gary	MAMON	Président du jury
Dr. Roya	MOHAYAEI	Examineur
M. Stéphane	REQUENA	Examineur

Empreintes de l'Énergie Noire sur la structuration de l'Univers

Cette thèse est consacrée à la recherche d'empreintes spécifiques relatives à la nature de l'Énergie Noire dans les processus d'effondrements gravitationnels linéaire et non-linéaire au travers de développements théoriques et numériques.

Plusieurs aspects de la cosmologie sont abordés, depuis les fondations théoriques de la Relativité Générale jusqu'au problème de la structuration dans un Univers dominé par une énergie exotique en passant par les méthodes numériques employées en cosmologie.

Les résultats scientifiques majeurs consistent en l'élaboration d'une nouvelle sonde cosmologique à partir des champs de vitesse, d'une explication originale de l'observation de champs de vitesse anormalement élevés, d'une confirmation de l'empreinte de l'Énergie Noire sur le régime non-linéaire de formation des structures à partir de mesures sur les halos de matière noire. Les méthodes numériques développées ont permis la réalisation des simulations Dark Energy Universe Simulation: Full Universe Run, premières simulations de tout l'Univers observable.