



HAL
open science

Évaluation ultrasonore des propriétés d'une résine et détection de porosité à l'aide d'un transducteur multiéléments. Application aux matériaux composites en cours de fabrication

Naïm Samet

► **To cite this version:**

Naïm Samet. Évaluation ultrasonore des propriétés d'une résine et détection de porosité à l'aide d'un transducteur multiéléments. Application aux matériaux composites en cours de fabrication. Acoustique [physics.class-ph]. Université du Havre, 2010. Français. NNT: . tel-00786143

HAL Id: tel-00786143

<https://theses.hal.science/tel-00786143>

Submitted on 7 Feb 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université du Havre

THÈSE

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'université du Havre

Discipline : SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR.

Spécialité : Acoustique

Présentée et soutenue publiquement par

Naim SAMET

Le 6 juillet 2012

**Evaluation ultrasonore des propriétés d'une résine
et détection de porosité à l'aide d'un transducteur multiéléments.
Application aux matériaux composites en cours de fabrication**

JURY

Rapporteurs	P. OLIVIER	Professeur à l'Université de Toulouse.
	E. MOULIN	Professeur à l'Université de Valenciennes.
Examineurs	P. BENECH	Professeur à l'Université de Grenoble.
	J. BREARD	Professeur à l'Université du Havre.
	H. DUFLO	Professeur à l'Université du Havre.
	P. MARECHAL	Maître de conférences à l'Université du Havre.
Invité	D. CHAUVEAU	Docteur ingénieur à l'Institut de Soudure.

Résumé

Les études expérimentales menées au LOMC sur le procédé de fabrication des matériaux composites RTM (Resin Transfer Moulding), montrent l'apparition de bulles, à différentes échelles, au cours de la diffusion de la résine dans le réseau fibreux. Elles se déplacent pendant le processus, certaines se résorbent, d'autres persistent et diminuent ainsi la qualité globale du produit fini. Le sujet de cette thèse consiste à étudier l'apparition des bulles le long de fibres enfermées dans un canal de production. L'utilisation de mesures ultrasonores permet de suivre le front de liquide lors de son déplacement. Au moyen de ces mesures, l'apparition et l'évolution des bulles sont reliées aux processus qui les génèrent pour tenter de trouver des améliorations à la technique de mise en forme. Par traitement des signaux, des bulles sont détectées et leur évolution est suivie sur le trajet d'écoulement de la résine. Trois parties principales sont abordées au cours de cette thèse. Dans la première partie le comportement des ondes ultrasonores interagissant avec la résine en cours de polymérisation a été étudié. La deuxième partie consiste à étudier les conditions de détections de bulles en utilisant un transducteur multiéléments au sein de la résine. Dans la dernière partie, le suivi d'évolution des bulles dans le matériau composite en cours de fabrication a également été réalisé. Le but est de quantifier les concentrations de bulles relativement au taux de fibres et de résine. En perspective, des techniques d'imagerie ultrasonore utilisant l'effet Doppler ou encore des propriétés de l'acoustique non linéaire pourraient être envisagées. Le développement des techniques de contrôles d'END (Evaluation Non Destructive) lors de la réalisation de matériaux composites vise à permettre une meilleure compréhension des phénomènes et à compléter les bases de données utilisées lors des simulations numériques.

Abstract

The experimental studies conducted in the LOMC on the manufacturing of composite materials by use of the RTM (Resin Transfer Molding) process, show the appearance of bubbles at different scales, during the diffusion of the resin into the fiber network. They move during the process, a few are absorbed; others persist and alter the overall quality of the finished product. The subject of this thesis is to study the appearance of bubbles along fibers enclosed in a production channel. The liquid front is followed as it moves by ultrasound techniques. The appearance and the evolution of the bubbles are related, through these measures, to the processes that generate them in order to try and find improvements to the fabrication techniques. The bubbles are detected by signals processing and their evolution is followed in the flow path of the resin. Three main parts are discussed in this thesis: in the first part the behavior of ultrasonic waves interacting with the resin during polymerization is studied. The conditions for bubbles detection within the resin, by use of a phased array transducer, are discussed in the second part. The last part presents the monitoring of the evolution of the bubbles in the composite material during the manufacturing process was also performed. The aim is to quantify the concentration of bubbles relative to the rate amount of fiber and resin. In perspective, imaging techniques using the Doppler effect or nonlinear ultrasonic properties could be considered. The development of control techniques of NDT (Nondestructive Evaluation) during the production of composite materials is to should lead to a better understanding of the phenomena and to complete the feeding of the databases used in numerical simulations.

Sommaire

INTRODUCTION.....	6
CHAPITRE I: PROCÉDÉ RTM POUR LA FABRICATION DES MATÉRIAUX COMPOSITES	10
I Introduction	10
II Influence des défauts sur la pièce finie	13
III Méthodes d'optimisation du taux de vide	14
IV Avantage de la méthode acoustique	16
V Contexte	16
VI Conclusion.....	18
VII Références	19
CHAPITRE II: CARACTÉRISATION ULTRASONORE DE FLUIDES	22
I Introduction	22
II Etude théorique	23
II.1 Vitesse et atténuation	23
II.2 Réponse impulsionnelle	25
III Configuration expérimentale.....	26
III.1 Dispositif	26
III.2 Mesure de temps de vol.....	28
IV Mesure de la vitesse et l'atténuation	30
IV.1 Expérimentation	30
IV.2 Répétabilité et variabilité de mesures.....	31
IV.3 Etude de la correction de diffraction	32
IV.4 Ajustement et correction	35
V Relation atténuation acoustique-viscosité	37
V.1 Introduction	37
V.2 Approches théoriques	37
V.3 Résultats	40
V.4 Ajustement par loi puissance et loi de Cross.....	42
V.5 Viscosité apparente par identification de loi de Cross	44
VI Conclusion.....	45
VII Références	46

CHAPITRE III : SUIVI DE POLYMÉRISATION ET DÉTECTION DE BULLES	48
I Introduction	48
II Suivi de polymérisation d'une résine époxy par méthode ultrasonore	48
II.1 Dispositif expérimental	48
II.2 Etude de la diffraction	49
II.3 Mesures	50
II.4 Sensibilité de la vitesse à la température.....	52
II.5 Mesure de l'atténuation et paramètres d'ajustement.....	55
II.6 Mesure de la viscosité	56
III Détection de nuage de micro-bulles	57
IV Nuage de macro-bulles.....	59
IV.1 Dispositif expérimental	59
IV.2 Macro-bulles dans un écoulement visqueux	60
V Conclusion.....	64
VI Références	65
CHAPITRE IV : DÉTECTION PAR TRANSDUCTEUR MULTIÉLÉMENTS	66
I Introduction	66
II Condition de détection d'une bulle seule	67
III Les transducteurs multiéléments	67
III.1 Principe.....	67
III.2 Etablissement de la loi de retard	68
III.3 Configuration	71
IV Mesure à l'aide du transducteur multiéléments.....	74
IV.1 Dispositif de mesure.....	74
IV.2 Acquisition de données	76
V Evaluation de champ de pression	78
V.1 Intégrale de Kirchhoff	78
V.2 Equation de Huygens-Fresnel	80
V.3 Intégrale de Rayleigh	83
V.4 Décomposition en ondes planes	85
V.5 Convergence numérique.....	92

VI	Résultats	92
VI.1	Validation du calcul	92
VI.2	Source multiéléments focalisée – Repère cartésien.	94
VII	Conclusion.....	95
VIII	References	96
CHAPITRE V : CARACTÉRISATION DES BULLES EN MILIEU FIBREUX		99
I	Visualisation de plis de fibres	99
II	Caractérisation d’une bulle seule	101
II.1	Détermination expérimentale de tailles des bulles	101
II.2	Confrontation des résultats avec des modèles théoriques	103
III	Résultats expérimentaux	108
IV	Application à une préforme fibreuse immergée	109
IV.1	Dissociation bulle-fibres	109
IV.2	Diamètre et vitesse de bulle	112
V	Conclusion.....	113
VI	Références	114
CONCLUSION		115
ANNEXE A	COEFFICIENT DE RÉFLEXION COMPLEXE	117
ANNEXE B	RELATION RÉOLUTION-BANDE PASSANTE.....	118
ANNEXE C	RELATION ATTÉNUATION ACOUSTIQUE-VISCOSITÉ.....	121
ANNEXE D	VALIDATION DE LA PROPAGATION PAR DÉCOMPOSITION EN ONDES PLANES....	133
ANNEXE E	BULLE DE GAZ EN MILIEU FLUIDE VISQUEUX EN REMONTÉE PAR GRAVITÉ	140

Introduction

De nombreuses technologies modernes font appel à des nouveaux matériaux dotés de propriétés que ne peuvent offrir les matériaux traditionnels (métaux, céramiques et polymères). C'est le cas pour les matériaux utilisés dans l'aéronautique, l'automobile, l'industrie nautique. Les performances des matériaux et leur combinaison font l'objet de recherches continues. L'alliance de propriétés telles que la légèreté, la rigidité, la résistance aux chocs à l'abrasion, à la corrosion, aux fluctuations de température et l'hydrométrie sont autant de possibilités de compromis. Les matériaux résistants sont souvent denses et une augmentation de la résistance et de la ductilité diminue habituellement la résilience.

La gamme de propriétés des matériaux disponibles évolue au rythme du développement des matériaux composites. Le matériau composite est un matériau polyphasé qui combine les propriétés de ses composants (matrice et renfort) afin d'obtenir des propriétés plus intéressantes que les matériaux constitutifs.

Les matériaux composites sont importants pour l'industrie actuelle, puisqu'ils offrent une résistance structurale comparable aux alliages métalliques, mais avec un gain en poids considérable. Cela conduit à une meilleure performance énergétique dont elle fait le sujet principal de compétition dans les domaines de l'aéronautique. La réduction du poids est le plus grand avantage de l'utilisation de matériaux composites et est l'un des facteurs clés dans les décisions sur les critères à prendre en considération.

Parmi les procédés de mise en forme des composites les plus utilisés, on trouve le procédé de moulage liquide de composite ou *Liquid Composite Molding* (LCM), en particulier le moulage par transfert de résine ou *Resin Transfer Molding* (RTM).

Le procédé RTM offre, en plus de la qualité de propriétés mécaniques, plusieurs avantages tels que la possibilité de moulage d'une large gamme de matériaux à géométrie complexe ainsi qu'un excellent état de surface des pièces finies. Par ailleurs, il possède une autre caractéristique attractive qui justifie la croissance de son utilisation : un faible coût de fabrication et un taux de production plus élevé par rapport aux autres procédés de fabrication LCM.

Le procédé RTM consiste à placer une préforme fibreuse sèche composée de plusieurs couches dans une cavité de moule. Par la suite, une résine thermodurcissable mélangée avec un agent de durcissement est injectée dans la cavité du moule. Pendant l'injection, la résine déplace l'air hors de la cavité du moule et imprègne la préforme avant que la réaction de

durcissement commence. L'un des inconvénients actuels qui empêche l'accroissement de ce procédé de mise en forme à une échelle plus grande, est la formation de défauts en cours d'imprégnation de la préforme tel que l'emprisonnement d'air entre les mèches et les fibres du renfort.

Malgré des progrès dans le domaine de prédiction de vide par la modélisation numérique et les simulations, les mécanismes de formation de vides associés au procédé RTM et procédés similaires ne sont pas encore pleinement compris. Cela est principalement dû à la complexité de l'avancement du front de fluide à travers la préforme dont l'architecture est assez complexe. La présence de vide (porosité) dans les matériaux composites, même en petites quantités, est nuisible à leurs performances mécaniques. En effet, la porosité induit une réduction des différentes propriétés mécaniques telles que la résistance au cisaillement, la traction, la résistance à la flexion, la torsion ainsi que la résistance à la fatigue et l'impact. Le contrôle de présence de porosité dans les composites implique deux étapes: la compréhension des mécanismes de formation de vides lors de l'injection, et le développement des méthodes efficaces pour en remédier. Bien que les vides puissent provenir de différentes sources, l'emprisonnement mécanique d'air est estimé être la cause principale de la formation de vides dans les matériaux composites par procédé RTM.

Ce travail de thèse a pour objectif principal de mettre à contribution l'expérience du Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC) dans le domaine de l'acoustique en particulier dans le domaine de l'évaluation non destructive (END) afin d'apporter des solutions pratiques, essentiellement sur la détection et le suivi d'évolution de porosités de type vide en cours d'élaboration du procédé RTM, qui permettent par la suite d'apporter des améliorations aux modèles numériques.

Compte tenu de la forte pluridisciplinarité de cette problématique, j'ai été amené à collaborer avec différentes équipes de recherche, aussi bien au sein du LOMC qu'à l'extérieur.

Le travail est organisé en cinq parties :

Le premier chapitre consiste en une brève présentation sur la mise en forme du procédé RTM, ainsi qu'un bilan de quelques méthodes expérimentales de suivi de taux de porosité au cours de fabrication. Ensuite, l'adaptabilité et les avantages de la méthode acoustique concernant cette application ont été discutées. Enfin, le contexte de cette étude a été détaillé.

Dans le deuxième chapitre, un dispositif expérimental permettant de simuler le moule d'un procédé RTM a été mis en œuvre. En association à ce dispositif, une étude préliminaire de caractérisation ultrasonore en terme de vitesse et d'atténuation sur les éléments constituant le moule (plaques solide et fluide), a été réalisée. Le moule reproduit est constitué d'un bloc de verre et un bloc d'aluminium jouant le rôle du moule, entre lesquels une huile silicone simulant la résine est introduite. La caractérisation ultrasonore du fluide a permis de retrouver une relation entre la viscosité et les paramètres d'ajustement α_0 et n de l'atténuation acoustique s'ajustant par une fonction puissance de type $\alpha(f) = \alpha_0 f^n$ dépendant de la fréquence de sollicitation f . Dans un premier lieu, à travers des théories existant dans la littérature, un lien entre la viscosité et l'atténuation ultrasonore a été établi. En second lieu, la dépendance de la viscosité, calculée à partir de l'atténuation ultrasonore, à la fréquence de sollicitation du fluide par une loi dite de Cross a été démontrée.

Au cours du troisième chapitre, à l'aide de la théorie développée dans le chapitre précédent, une étude expérimentale sur un suivi de polymérisation d'une résine époxy a été réalisée dans le but de valider la théorie proposée. L'expérience a démontré la cohérence des observations relevées, telles que l'accroissement du paramètre α_0 avec la viscosité et la tendance du paramètre n vers 1 lorsque le matériau se rapproche de l'état solide, ou encore, la croissance de la viscosité avec l'état de polymérisation. Ensuite, la sensibilité des ultrasons à la température a été observée et un modèle de correction sur la vitesse de propagation dans la résine a été proposé. Il a été remarqué lors de la polymérisation de la résine l'apparition d'un nuage de microbulles d'air. Ainsi, des modifications de la vitesse et de l'atténuation ont été enregistrées. A partir de cette observation, une étude expérimentale sur l'effet du taux de microbulles sur la vitesse et l'atténuation ultrasonore a été réalisée dans le but de remonter au taux de microbulles dans le fluide modèle. Cette approche n'est valable que lorsque la taille des microbulles est inférieure à la longueur d'onde, auquel cas le nuage de microbulles perturbe le passage du front d'onde sans y être réfléchi. Cependant, dans le cas contraire (taille de la bulle supérieure à la longueur d'onde) l'onde est partiellement réfléchi par la bulle et peut être détectée. Enfin, moyennant un transducteur multiéléments, un nuage de macrobulles a été détecté et quantifié en terme de vitesse d'écoulement dans un fluide visqueux via un traitement d'image basé sur la transformée de Hough.

Dans le quatrième chapitre, une brève description du principe de fonctionnement des transducteurs multiéléments a été présentée et quelques notions d'utilisation ont été expliquées. Puis, la loi de retard, la directivité et la résolution du transducteur ont été calculés

puis choisies afin de répondre à l'application de détection. Enfin, une modélisation numérique du champ de pression focalisé et une validation du code numérique utilisé ont été validés.

Le cinquième chapitre concerne la détection des tailles et vitesses de bulles de gaz en déplacement dans un milieu visqueux. Dans cet objectif, la détection ultrasonore de bulles de gaz (air) est testée dans un flux de fluide modèle (huile silicone). Les résultats obtenus sont comparés à ceux observés lors d'une capture vidéo, et validés par des modèles théoriques d'évolution de bulle en milieu visqueux sous l'effet des forces visqueuses et d'Archimède. Le rapport des viscosités $\sigma = \eta_g/\eta_l$, respectivement de l'air (bulle) et du liquide environnant (fluide visqueux) conditionne la vitesse de la bulle considérée sphérique pour de petits nombres de Reynolds. Après ces deux étapes de calibration, la dernière partie concerne la mise en application de cette mesure ultrasonore sur une préforme fibreuse (verre, carbone...) immergée dans un écoulement visqueux. Les bulles ainsi détectées sont localisées (position relative, profondeur), leurs parcours et formes peuvent être reconstitués. Au moyen de ces résultats, l'évolution des bulles peut être reliée au type de milieu fibreux et/ou à la nature des fibres et leur arrangement.

Chapitre I : Procédé RTM pour la fabrication des matériaux composites

I Introduction

Le Procédé RTM (*Resin Transfer Molding*) est un procédé de mise en forme de matériaux composites. Le procédé RTM consiste à placer une matrice fibreuse (renfort) constituée d'une ou plusieurs plis dans un moule fermé, dans lequel est injectée une résine thermodurcissable liquide jouant le rôle de la matrice. La résine est ainsi polymérisée à température ambiante ou à des températures plus élevées conduisant l'ensemble renfort-matrice à former le matériau composite fini. Plusieurs types de résines sont disponibles pour l'élaboration des composites par procédé RTM, notamment : les polyesters, les esters de vinyle et les résines époxy.

Avant le moulage du renfort et dans un processus séparé, le renfort est préalablement formé et coupé pour produire une préforme de fibre. La préforme peut se composer de différents types de matières de fibres telles que le verre, le polyester, l'aramide, le carbone etc. Ces fibres peuvent être présentes sous de nombreuses formes, telles que les tissés, les cousus, les tressés et les tricotés [1].

Une présentation simplifiée du procédé RTM est présentée en quatre étapes principales (Figure 1) :

- Découpage et empilage du renfort à l'intérieur du moule.
- Découpage du matériau préformé.
- Moulage (placement de préforme, injection de résine et polymérisation).
- Démoulage et ébavurage.

Parmi les points forts du procédé RTM figurent : la bonne qualité de surface des pièces finies ainsi que l'adaptabilité du procédé à des pièces complexes et de grandes dimensions. Néanmoins, des points faibles subsistent: un coût d'outillage important et une mise en œuvre très pointue. En effet, au cours de l'imprégnation de la matrice fibreuse par la résine fluide, des défauts de type porosité apparaissent à deux échelles différentes : échelle des mèches (macroscopique) et échelle des fibres (microscopique). Le processus d'apparition de ces vides est lié à plusieurs paramètres qui gouvernent le procédé de fabrication i.e. la pression capillaire, la température, la viscosité de la résine, la porosité de la matrice fibreuse etc. Ainsi, la vitesse d'écoulement de la résine (vitesse du front de fluide) à l'intérieur des

mèches et des fibres par rapport à l'air qui peut entraîner la formation de bulles dans la préforme [2, 3]. En particulier, un phénomène est décrit comme dominant par plusieurs chercheurs: à savoir la vitesse d'écoulement de la résine (vitesse du front de fluide) à l'intérieur des mèches et des fibres par rapport à l'avancement du gaz (air) emprisonné dans la préforme.

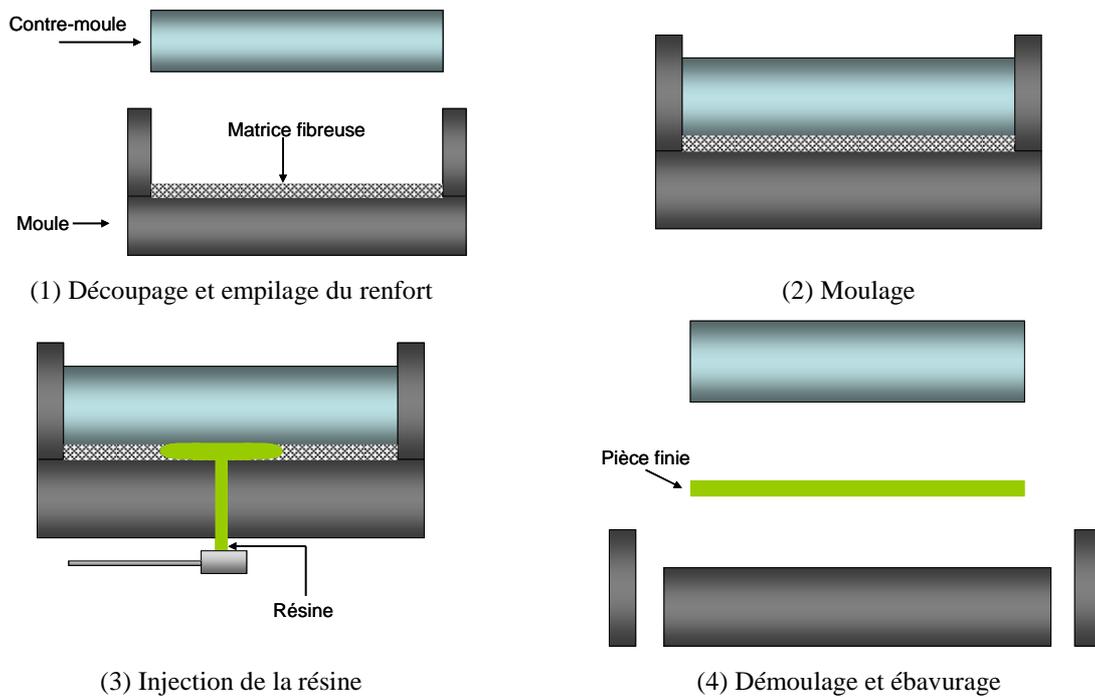


Figure 1 : Etapes principales pour la réalisation du procédé RTM.

Des études expérimentales de ce phénomène ont conclu que la vitesse d'avancement de la résine influe sur la formation et l'emplacement des vides dans les pièces composites [4, 5, 6]. Lors de l'imprégnation d'un poreux double échelle (préforme fibreuse constituée de plusieurs couches de plis), les forces qui induisent le mouvement du fluide sont de deux natures: visqueuses et capillaires [4, 7]. La loi de Darcy est souvent utilisée pour modéliser l'infiltration de la résine dans une préforme fibreuse permettant ainsi d'établir la relation entre la vitesse du fluide et de gradient de pression (équation (I.1)). La loi de Darcy s'écrit sous la forme suivante :

$$\vec{v}_{front} = \frac{-[K]}{\eta\phi} \nabla \vec{P} \quad (I.1)$$

où v_{front} est la vitesse macroscopique du front de la résine, η la viscosité dynamique de la résine, ϕ la porosité totale du poreux double échelle, $[K]$ le tenseur de perméabilité du milieu poreux et ∇P le gradient de pression.

Bréard et al. [4] ont réalisé une étude microscopique de la porosité dans des échantillons composites RTM fabriqués à différents débits d'injection. Il a été démontré que pour des vitesses d'écoulement de résine faibles, les forces capillaires deviennent dominantes obligeant le liquide à s'écouler à travers les mèches de la préforme, où la porosité est plus petite et la pression capillaire est plus élevée. Dans le cas, des flux capillaires dominants, des macro-vides sont piégés dans les espaces ouverts entre les mèches de fibres. Dans le cas contraire, pour des vitesses d'écoulement de résine élevées, les forces visqueuses prédominent forçant la résine fluide à s'écouler à travers les espaces ouverts entre les fibres. Dans ce cas les flux visqueux prédominent et des porosités microscopiques apparaissent entre les fibres.

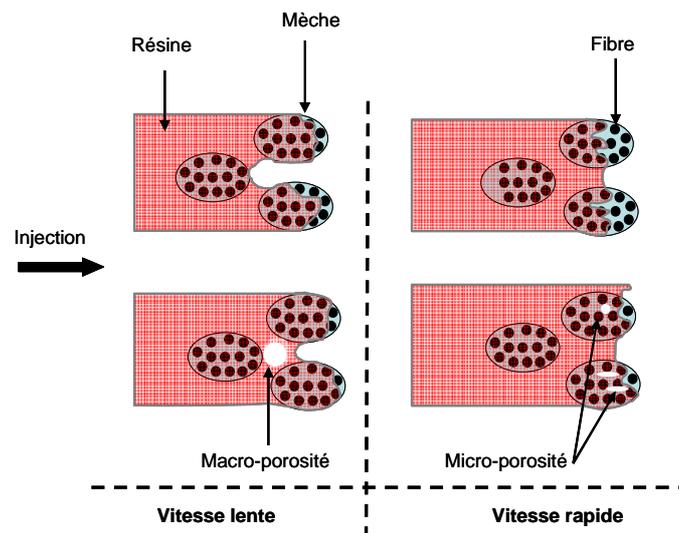


Figure 2 : Mécanisme de formation de micro (m) et macro (M) porosités.

Dans des investigations précédentes [4, 8, 9], il a été démontré que le pourcentage de micro / macro porosités $V_{m/M}$ est quasiment une fonction logarithmique de la vitesse d'écoulement du fluide v_e .

Labat et al. [10] ont décrit cette fonction sous la forme suivante :

$$V_{m/M} = a_{m/M} + b_{m/M} \log(v_e) \quad (I.2)$$

où $a_{m/M}$ et $b_{m/M}$ sont des paramètres d'ajustement avec m pour microporosité et M pour macroporosité.

Le nombre capillaire (Ca) a été utilisé pour étudier l'effet relatif des forces visqueuses et la tension superficielle agissant à travers une interface entre un liquide et un gaz [8, 9]. Le nombre capillaire $Ca = \eta_r \cdot v_e / \gamma$ où η_r , v_e et γ sont respectivement la viscosité dynamique, la vitesse d'écoulement et la tension de surface de la résine.

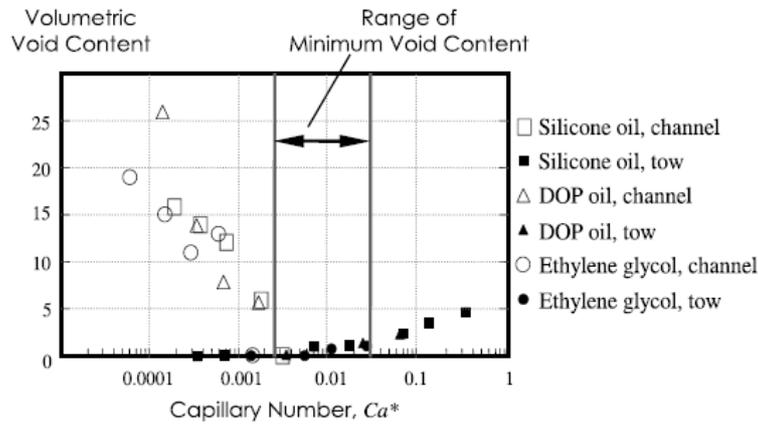


Figure 3 : Taux de microporosités et macroporosités expérimentaux en fonction du nombre capillaire [11].

Comme l'illustre la Figure 3, il existe une fenêtre pour laquelle le taux de porosité est minimal et cela correspond à une valeur optimale du nombre capillaire $Ca \approx 0,01$. On peut relever qu'en dessous d'une certaine valeur critique, les forces capillaires sont dominantes, d'où l'apparition de macro-vides entre les mèches tandis qu'au dessus les forces visqueuses sont dominantes et provoquent l'apparition de micro-vides entre les fibres.

II Influence des défauts sur la pièce finie

Il est bien connu que les défauts de type vide affectent les propriétés mécaniques des matériaux composites [12, 13]. La présence d'un taux de porosité élevé, des défauts de type porosité de grande taille, ou une agglomération de micro-vides peuvent provoquer des concentrations de contraintes qui initient la rupture et réduisent ainsi les propriétés mécaniques [14, 15]. Il est important de garder le taux de vide en dessous d'une certaine limite, typiquement, moins de 1% pour les structures aérospatiales et environ 5% pour les autres applications [16, 17]. Pearce et al. [12] ont rapporté qu'une augmentation de taux de vide de 1 à 5% dans les matériaux composites en fibre de carbone provoque une diminution de 20 à 30% sur la résistance en flexion et en cisaillement et jusqu'à 8% sur la dureté. Dans des composites en fibres de verre unidirectionnels stratifiés, Varna [15] a étudié les effets de taux de porosité et a rapporté des réductions significatives sur la limite élastique pour des

stratifiés à fort taux de vide. Par ailleurs, les porosités ont tendance à faciliter l'absorption de l'humidité et pourrait également fournir des chemins par lesquels l'humidité peut s'infiltrer et atteindre les fibres, ce qui entraîne la dégradation de l'interface fibre-matrice.

La minimisation du taux de porosité est une perspective d'amélioration continue et d'évolution technologique du procédé. L'intérêt principal du suivi du niveau de porosité dans les matériaux composites réside dans la possibilité de relier le taux de porosité aux propriétés macro et micro-structurelles du matériau ainsi qu'à la qualité de fabrication des composites.

III Méthodes d'optimisation du taux de vide

Plusieurs méthodes ont été utilisées, numériques et expérimentales, dans le but d'optimiser le taux de porosité lors de l'élaboration des matériaux composites par procédé RTM. Dans cette étude bibliographique, on se limitera à une variété de méthodes expérimentales.

Les paramètres d'injection peuvent être modifiés afin d'atteindre la valeur optimale du nombre capillaire Ca [2, 4]. Un suivi de conductivité électrique en utilisant des capteurs implantés le long du moule [9, 18, 19] permet de relever l'apparition de porosité en cours d'injection. En se basant sur la conductivité de la résine, les expériences ont montré qu'il existe une relation linéaire entre la chute de tension aux bornes des capteurs, et le taux de porosité [10].

Matsuzaki [20] a proposé une méthode de contrôle de température. L'étude propose le contrôle du flux de résine par un suivi de sa température en utilisant une électrode sous forme d'un film couvrant la surface interne du moule (Figure 4).

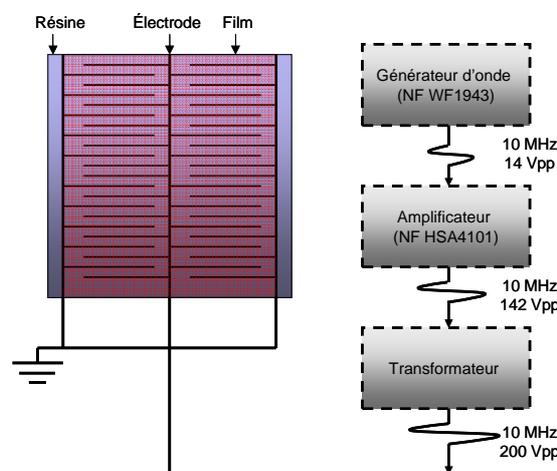


Figure 4 : Chauffage diélectrique avec électrode interdigitale.

Le film multifonction est utilisé afin d'estimer l'imprégnation et la distribution de température de la préforme. Le film contient un ensemble d'électrodes disposées sous forme d'une grille permettant la détection horizontale et verticale. Le câblage des électrodes a été divisé en 25 carrés et chaque carré représente une surface de contrôle. Il permet également d'augmenter la température par chauffage diélectrique (Figure 4) à des positions appropriées (carré ou surface de contrôle) ce qui permet d'augmenter la vitesse d'écoulement de la résine et d'éviter l'emprisonnement du gaz.

Muric-Nesic [21] présente une méthode qui consiste à soutenir l'imprégnation assistée par aspiration de vide par des vibrations. Le moule est placé sur un banc flexible sur lequel un haut-parleur est monté afin des générer des vibrations contrôlées sur une gamme de fréquence inférieure à 8 kHz. Cette méthode facilite le mouvement des bulles entre les mèches en diminuant les contraintes résiduelles à l'intérieur du moule en cours d'injection de la résine, ce qui permet un dégazage plus facile et plus rapide.

Gourichon [22] a réalisé un suivi de pression dans un moule cylindrique. Les capteurs utilisés sont placés le long de deux directions radiales, les deux directions correspondant à des directions de trame de fibre. Les résultats sont ensuite comparés pour des profils de pression obtenus à partir d'un code numérique. Une surpression a été enregistrée lors de l'apparition de vides et une bonne concordance entre la pratique et le modèle numérique sur le profil de la pression a été relevé.

Onur Kas [23], moyennant une méthode ultrasonore basée sur l'imagerie ultrasonore, vient renforcer ces résultats en concluant que pour des composites en fibres de carbone tissés fabriqués par procédé RTM, un dépassement de pression optimale de 2 bars provoque une augmentation de taux de vide dans la pièce finie. La méthode est basée sur des relevés de l'atténuation acoustique due à la présence de vide au sein de l'échantillon, suivies d'une étude microscopique sur les échantillons testés.

Dans la littérature, il existe peu de travaux utilisant l'imagerie ultrasonore pour l'évaluation de la qualité des pièces fabriquées par procédé RTM [24, 25, 26].

Dans cette étude, on propose une méthode originale de suivi de l'évolution des bulles dans une préforme fibreuse en cours de polymérisation, basée sur l'imagerie ultrasonore moyennant un transducteur multiéléments.

IV Avantage de la méthode acoustique

Plusieurs techniques sont utilisées dans l'industrie actuelle pour la réalisation de contrôles non destructifs (CND). On distingue deux types de méthodes : détection de défauts débouchants et détection de défauts non débouchants. Les méthodes les plus courantes utilisées pour détecter les défauts débouchants sont la méthode visuelle, la magnétoscopie, le ressuage etc. Les méthodes utilisées pour la détection des défauts non débouchants sont la radiographie, les courants de Foucault, l'émission acoustique, les ultrasons, etc.

Dans notre application, le suivi de porosités dans une préforme fibreuse, les méthodes de détection pour des défauts débouchants ne seront pas adaptés. La radiographie est une méthode efficace qui a fait ses preuves dans le domaine industriel et médical ; cependant, la dangerosité des radiations sur le corps humain rend son utilisation délicate et très réglementée. La méthode à courants de Foucault, elle aussi, est limitée pour des pièces conductrices électriquement, ce qui n'est pas le cas ici.

La méthode acoustique présente divers avantages dans le cas de la mise en œuvre de notre expérimentation. En effet, sans danger pour l'être humain, la maniabilité des ondes acoustiques est plus facile par rapport à d'autres méthodes décrites auparavant. Par ailleurs, le principal avantage de la méthode ultrasonore réside dans le fait de fournir une mesure directe des propriétés de la matière pendant le changement de son état. Ces paramètres acoustiques s'avèrent pertinents dans notre application étant donné que le changement d'état survient de l'apparition de bulle d'air ou de gaz dans l'ensemble fibre-matrice fluide à inspecter. Les mesures ultrasonores ont été corrélées au changement de la viscosité de la matrice fluide [19, 20, 27], ainsi qu'aux caractéristiques intrinsèques du matériau telles que le module d'Young et le coefficient de Poisson [30]. Ces mesures sont classiquement réalisées avec des transducteurs ultrasonores mono-élément [23] là où l'échographie est difficilement mise en œuvre (nécessité d'immersion de l'échantillon dans un fluide). Les transducteurs multiéléments offrent, aujourd'hui, cette possibilité avec plus de facilité et plus de précision [31].

V Contexte

L'objectif de cette étude est de répondre aux exigences grandissantes de l'industrie actuelle, en particulier dans des domaines sensibles tels que l'aéronautique, la construction navale ou l'automobile où l'on souhaite remplacer des matériaux métalliques, notamment

l'aluminium et le titane très appréciés pour leurs hautes caractéristiques mécaniques, par des matériaux composites garantissant les mêmes fonctionnalités et la même fiabilité mécanique tout en assurant un gain en masse considérable de l'ordre de 135 % par rapport à l'aluminium et plus de 200 % par rapport au titane. Néanmoins, lors de sa fabrication, le matériau composite présente quelques défauts, en particulier les défauts de type porosité dont les origines et leur influence sur le matériau fini ont été développées dans le paragraphe (II).

Parmi les moyens les plus utilisés aujourd'hui dans le but d'optimiser la qualité des composites, figurent les ultrasons en contrôle non destructif (CND), sur le matériau fini, permettant de caractériser par exemple, la forme, la taille ou encore la profondeur des défauts (Figure 5). Les ultrasons permettent aussi l'évaluation non destructive (END), toujours dans le cas du matériau fini, afin de remonter aux propriétés acoustiques telles que les vitesses ultrasonores longitudinale et transversale ainsi que l'atténuation acoustique. A partir de ces propriétés acoustiques, les propriétés mécaniques peuvent être déterminées : le module d'Young, le coefficient de Poisson...

En revanche, les ultrasons offrent la possibilité de suivre ces propriétés acoustiques et mécaniques en cours de fabrication. En particulier, le suivi de polymérisation d'un matériau composite en terme de vitesse, d'atténuation ou encore en terme de viscosité renvoient l'image de la réaction chimique de polymérisation (Figure 5).

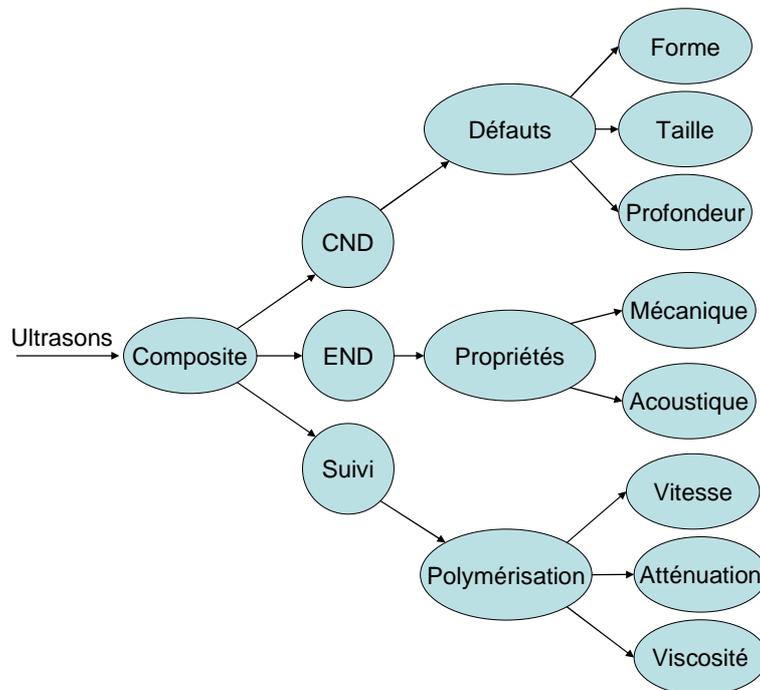


Figure 5 : Possibilités offertes par les ultrasons.

Dans notre application, dédiée au procédé *Resin Transfer Molding* (RTM), les possibilités offertes par les ultrasons sont mises en œuvre à travers le suivi de polymérisation d'une résine époxy et la caractérisation de défauts de type porosité (Figure 6).

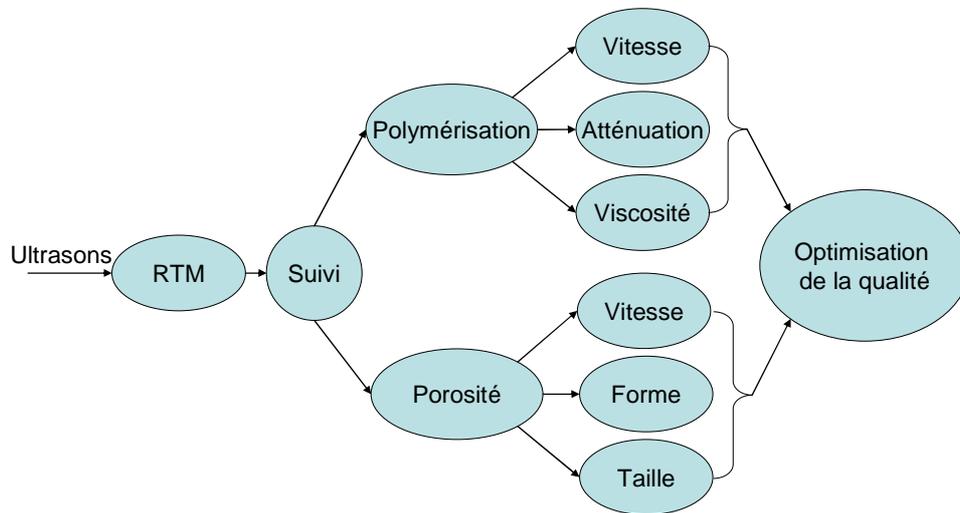


Figure 6 : Application au procédé RTM.

Ainsi, une fois le dispositif mis en œuvre, les paramètres extérieurs tels que la vitesse et la température d'injection de la résine, la viscosité de la résine, l'orientation des fibres, l'avancement du front de fluide peuvent être contrôlés et corrigés en fonction du taux de porosité détectés par la méthode ultrasonore.

VI Conclusion

Dans cette étude bibliographique, le procédé RTM a été brièvement présenté. Ensuite, la problématique d'apparition des porosités en cours d'élaboration et les effets néfastes sur la qualité finale du produit fini ont été exposés. Les méthodes expérimentales d'optimisation de taux de porosité existantes dans la littérature ont été présentées. Puis, les avantages de la méthode ultrasonore moyennant un transducteur multiéléments ont été mis en évidence, en particulier sur la mise en œuvre du suivi de porosité lors de l'élaboration d'un matériau composite par procédé RTM. Enfin, le contexte de cette étude a été détaillé.

VII Références

- [1] A. Mouritza, M. Bannisterb, P. Falzonb, and K. Leongb, “Review of applications for advanced three-dimensional fibre textile composites,” *Composites Part A*, vol. 30, pp. 1445–1461, 1999.
- [2] J. Leclerc and E. Ruiz, “Porosity reduction using optimized flow velocity in resin transfer molding,” *Composites Part A*, vol. 39, pp. 1859–1868, 2008.
- [3] H. Jinlian, L. Yia, and S. Xueming, “Study on void formation in multi-layer woven fabrics,” *Composites Part A*, vol. 35, pp. 595–603, 2004.
- [4] J. Breard, “Analysis of dynamic flows through porous media. part i:comparison between saturated and unsaturated flows in fibrous reinforcements,” *Polym Compos*, vol. 24(3), pp. 391–408., 2003.
- [5] K. G. Pillai, “overning equations for unsaturated flow through woven fiber mats. Part 1: Isothermal flows.,” *Compos Part A: Appl Sci Manufact*, vol. 33(7), pp. 1007–19, 2002.
- [6] N. Patel and L. Lee, “Effects of fiber mat architecture on void formation and removal in liquid composite molding,” *Polym Compos*, vol. 16(5), pp. 386–99., 1995.
- [7] E. Ruiz, V. Achim, S. Soukane, F. Trochu, and J. Breard, “Optimization of injection flow rate to minimize micro/macro-voids formation in resin transfer molded composites,” *Composites Science and Technology*, vol. 66, pp. 475–486, 2006.
- [8] N. Patel and L. Lee, “Modeling of void formation and removal in liquid composite molding: Wettability analysis,” *Polym Compos*, vol. 17(1), pp. 96–103., 1996.
- [9] L. Labat, “Void fraction prevision in LCM parts,” *Eur Phys J: Appl Phys*, vol. 16(2), pp. 157–64., 2001.
- [10] L. Labat, M. Grisel, J. Breard, and G. Bouquet, “Original use of electrical conductivity for void detection due to injection conditions of composite materials,” *C. R. Acad. Sci. Paris*, vol. 329, Série II b, pp. 529–534., 2001.
- [11] C. Park, “Modeling and simulation of voids and saturation in liquid composite molding processes,” *Composites Part A*, vol. 42, pp. 658–668, 2011.
- [12] N. Pearce, F. Guildb, and J. Summerscalesa, “A study of the effects of convergent flow fronts on the properties of fibre reinforced composites produced by RTM,” *Composites Part A*, vol. 29A, pp. 141 – 152, 1998.

- [13] H. Huang and R. Talreja, “Effects of void geometry on elastic properties of unidirectional fiber reinforced composites,” *Composites Science and Technology*, vol. 65, pp. 1964–1981, 2005.
- [14] Y. Ledru, G. Bernhart, R. Piquet, F. Schmidt, and L. Michel, “Coupled visco-mechanical and diffusion void growth modelling during composite curing,” *Composites Science and Technology*, vol. 70, pp. 2139–2145, 2010.
- [15] J. Varna, R. Joffe, L. Berglund, and T. Lundstrom, “Effect of voids on failure mechanism in RTM laminates.,” *Compos Sci Technol*, vol. 53(2), pp. 241–249, 1995.
- [16] L. Liu, B. Zhang, D. Wang, and Z. Wu, “Effects of cure cycles on void content and mechanical properties of composite laminates,” *Composite Structure*, vol. 73(3), pp. 303–309, 2006.
- [17] N. Judd and W. Wright, “Voids and their effects on the mechanical properties of composites-an appraisal,” *Sampe Journal*, vol. 14(1), pp. 10–4, 1978.
- [18] M. Hegg, A. Ogale, A. V. Mescher, A. Mamishev, and B. Mimaie, “Remote monitoring of resin transfer molding processes by distributed dielectric sensors,” *Journal of composite materials*, vol. 39 (17), pp. 1519–1521, 2005.
- [19] M. Danisman, G. Tuncol, A. Kaynar, and E. M. Sozer, “Monitoring of resin flow in the resin transfer molding (RTM) process using point-voltage sensors,” *Composites Science and Technology*, vol. 67, pp. 367–379, 2007.
- [20] R. Matsuzaki, “Control of resin flow/temperature using multifunctional interdigital electrode array film during a VaRTM process,” *Composites Part A*, vol. 42, pp. 782–793, 2011.
- [21] J. Muric-Nesic, P. Compston, and S. Z.H., “On the void reduction mechanisms in vibration assisted consolidation of fibre reinforced polymer composites,” *Composites Part A*, vol. 42, pp. 320–327, 2011.
- [22] B. Gourichon, M. Deleglise, C. Binetruy, and K. P., “Dynamic void content prediction during radial injection in liquid composite molding,” *Composites Part A*, vol. 39, pp. 46–55, 2008.
- [23] C. Onur Kas, Y. Kaynak, “Ultrasonic (C-scan) and microscopic evaluation of resin transfer molded epoxy composite plates,” *Polymer Testing*, vol. 24, p. 114–120, 2005.
- [24] S. Shim, K. Ahn, J. Seferis, A. Berg, and W. Hudson, “Flow and void characterization of stitched structural composites using resin film infusion process (RFIP),” *Polymer Composites*, vol. 15 (6), pp. 453–463, 1994.

- [25] C. Lee and K. Wei, “Effect of material and process variables on the performance of resin-transfer-molded epoxy fabric composites,” *Journal of Applied Polymer Science*, vol. 77, pp. 2149–2155, 2000.
- [26] S. Shim, J. Seferis, and W. Hudson, “Process induced void formation in a high performance structural composite system manufactured by autoclave lay-up processing,” *Journal of Advanced Materials*, vol. 28 (4), pp. 26–36, 1997.
- [27] N. Samet, P. Marechal, and H. Duflo, “ultrasonic characterization of a fluid layer using a broadband transducer,” *Ultrasonics*, vol. 52, pp. 427–434, 2012.
- [28] M. S. Greenwood and J. Bamberger, “Measurement of viscosity and shear wave velocity of a liquid or slurry for on-line process control,” *Ultrasonics*, vol. 39, pp. 623–630, 2002.
- [29] V. Prasad and K. Balasubramaniama, “Viscosity measurements of melts at high temperatures using ultrasonic guided waves,” *journal of materials processing technology*, vol. 207, pp. 315–320, 2008.
- [30] L. Martin, “Ultrasonic determination of elastic moduli in cement during hydrostatic loading to 1 GPa,” *Materials Science and Engineering*, vol. A (279), pp. 87–94, 2000.
- [31] N. Samet, P. Marechal, and H. Duflo, “ultrasound monitoring of bubble size and velocity in a fluid model,” *NDT &E*, vol. 44, p. 621–627, 2011.

Chapitre II : Caractérisation ultrasonore de fluides

I Introduction

La mesure de vitesse et d'atténuation par des méthodes ultrasonores renseigne sur les propriétés élastiques des matériaux. Ces paramètres ont leur importance dans le domaine biomédical [1], en contrôle non destructif (CND) ou évaluation non destructive (END) [2]. Par ailleurs, le suivi de ces paramètres renseigne directement sur l'évolution des propriétés élastiques au cours du temps : durcissement, amollissement, fatigue [3]. En particulier, le suivi de polymérisation de résine peut être observé au niveau de l'évolution des propriétés de vitesse et d'atténuation ultrasonore. Une des méthodes consiste à évaluer des propriétés dans le domaine temporel à partir de deux échos par des mesures de temps de vol et de rapport d'amplitude, mais celle-ci omet le contenu spectral du signal. Une autre méthode consiste à exprimer ces propriétés en fonction du rapport spectral de deux échos, auquel cas les évolutions fréquentielles de vitesse et d'atténuation peuvent être observées.

Pour de nombreux matériaux (solides ou fluides), l'atténuation ultrasonore évolue en fréquence selon une loi de puissance [4] :

$$\alpha_L(f) = \alpha_0 \left(\frac{f}{f_0} \right)^n, \quad (\text{II.1})$$

où f est la fréquence, f_0 est la fréquence centrale du transducteur, $\alpha_L(f)$ est l'atténuation, n est le paramètre puissance avec $1 \leq n \leq 2$, $n = 1$ définit généralement un matériau faiblement atténuant (ou caractérisé sur une bande fréquentielle étroite) et $n = 2$ concerne les matériaux atténuants (ou caractérisés sur une large bande fréquentielle).

Pour une évaluation précise des propriétés acoustiques, les effets de la diffraction doivent être compensés [5].

L'objectif de cette étude est de mesurer expérimentalement la vitesse de propagation et l'atténuation ultrasonore dans une même catégorie d'huiles possédant des viscosités différentes. Pour mesurer ces propriétés acoustiques, un dispositif expérimental adapté aux conditions réelles de polymérisation d'une résine est proposé. Il est important de signaler que le choix des matériaux et leurs dimensions ont été faits de manière à ce que l'expérimentation corresponde aux dimensions de moule liées au procédé RTM.

Ce chapitre est décomposé en quatre parties : la première présente les équations permettant de mesurer les propriétés acoustiques, la deuxième partie décrit la configuration expérimentale proposée. Dans la troisième partie, les résultats obtenus sont comparés pour trois huiles silicone de viscosités différentes et la quatrième consiste à relier les résultats de mesures à la viscosité suivant les théories existantes dans la littérature.

II Etude théorique

II.1 Vitesse et atténuation

Dans un fluide atténuant, le nombre d'onde longitudinal (L) est désigné par :

$$\underline{k}_L(f) = \frac{\omega}{c_L(f)} + j\alpha_L(f) = \frac{2\pi f}{c_L(f)(1 + j\delta_c(f))} \quad (\text{II.2})$$

où $\omega = 2\pi f$ et $c_L(f)$ sont respectivement la pulsation de l'onde incidente et la vitesse longitudinale dans l'huile silicone, $\alpha_L(f)$ est l'atténuation des ondes ultrasonores dans le fluide et $\delta_c(f)$ représente les pertes liées à l'atténuation sur la vitesse $c_L(f)$.

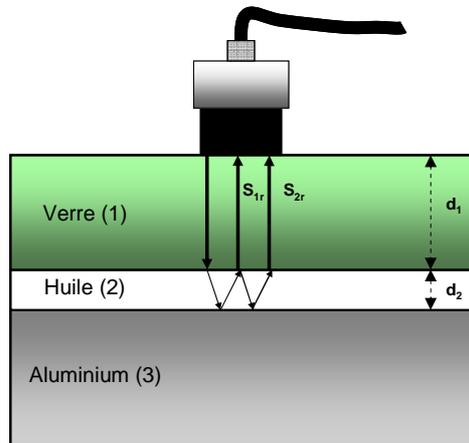


Figure 7 : Dispositif d'étude du milieu intermédiaire (2), les milieux (1) et (3) étant connus.

Soient $s_{1r}(t)$ et $s_{2r}(t)$ les deux signaux réfléchis correspondant au premier et au deuxième aller-retour dans le milieu intermédiaire (2) représenté sur la Figure 7.

En se basant sur le modèle de transmission linéaire à travers des plaques fluides, les spectres des signaux temporels $s_{1r}(t)$ et $s_{2r}(t)$, notés $\underline{S}_{1r}(f)$ et $\underline{S}_{2r}(f)$ sont donnés par [6] :

$$\underline{S}_{1r}(f) = A.e^{jk_L(f)2d_2}.T_{12}.R_{23}.T_{21} \quad (\text{II.3})$$

$$\underline{S}_{2r}(f) = A.e^{jk_L(f)4d_2}.T_{12}.R_{23}.R_{21}.R_{23}.T_{21} \quad (\text{II.4})$$

où A est l'amplitude du signal émis, d_2 est l'épaisseur du fluide, T_{pq} et R_{pq} sont respectivement les coefficients de transmission et de réflexion lorsque le faisceau ultrasonore est incident du milieu d'indice p vers le milieu d'indice q .

Les coefficients de transmission T_{pq} et de réflexion R_{pq} sont définis par :

$$T_{pq} = \frac{2Z_q}{Z_q + Z_p} \quad (\text{II.5})$$

$$R_{pq} = \frac{Z_q - Z_p}{Z_q + Z_p} \quad (\text{II.6})$$

où $Z_i = \rho_i \cdot c_{L,i}$ est l'impédance acoustique, avec ρ_i la masse volumique et $c_{L,i}$ la vitesse longitudinale du milieu d'indice i , considérée constante dans la gamme de fréquence utile. Comme le précise l'équation (II.2), les vitesses peuvent être considérées complexes du fait de l'atténuation, auquel cas, les coefficients de transmission T_{pq} et de réflexion R_{pq} le sont aussi. Dans ce cas, on note les coefficients de transmission \underline{T}_{pq} et de réflexion \underline{R}_{pq} , résultant des impédances complexes $\underline{Z}_p = Z_p (1 + j\delta_{c,p})$ et $\underline{Z}_q = Z_q (1 + j\delta_{c,q})$.

La fonction de transfert entre les spectres $S_{1r}(f)$ et $S_{2r}(f)$ est donnée par :

$$\underline{T}(f) = \frac{\underline{S}_{2r}(f)}{\underline{S}_{1r}(f)} e^{j\phi} = e^{-j2\pi f \frac{2d_2}{c_L}} \cdot e^{-2d_2 \cdot \alpha_L} \cdot \underline{R}_{21} \cdot \underline{R}_{23} \quad (\text{II.7})$$

Les coefficients de transmission \underline{T}_{21} et \underline{T}_{23} apparaissant dans les équations (II.3) et (II.4) se simplifient, reste à déterminer les coefficients de réflexion \underline{R}_{21} et \underline{R}_{23} . Afin d'estimer les contributions des coefficients \underline{R}_{21} et \underline{R}_{23} , les propriétés des matériaux constituant la structure à étudier sont mesurées.

Dans des études préliminaires, les éléments constituant notre modèle ont été caractérisés dans les mêmes conditions de mesure (Tableau 1).

Matériau	Verre (1)	47V20	47V100	47V1000	Aluminium (3)
ρ (kg/m ³)	2215	950	965	970	2700
c_L (m/s)	5550	975	980	985	6375
Z (MRa)	12,3	0,926	0,946	0,955	17,2

ρ : masse volumique (kg/m³); mesurée pour le verre et l'aluminium, et donnée par le fournisseur pour les huiles silicones ; c_L : vitesse longitudinale mesurée (m/s) ;
 Z : impédance acoustique mesurée (MRa).

Tableau 1 : Propriétés des matériaux de la structure étudiée.

On peut vérifier l'incidence de la dispersion δ_c sur les coefficients de réflexion \underline{R}_{21} et \underline{R}_{23} en en prenant compte pour les trois milieux. La dispersion de la vitesse $c_L(f)$ a été déterminée pour les trois milieux (1), (2) et (3) [7, 8] et elle s'est avérée négligeable ($\Delta c_L/c_L < 0,1 \%$).

Dans ce cas, la vitesse c_L est considérée constante et au premier ordre ($\delta_c \ll 1$), l'atténuation

$$\alpha_L(f) = \frac{\omega \delta_c}{c_L(1 + \delta_c^2)} \approx \frac{\omega \delta_c}{c_L} \text{ est considérée comme fonction linéaire de } f \text{ pour les solides et}$$

$$\delta_c \approx \frac{c_L \alpha_L}{\omega} = \frac{c_L \alpha_0}{2\pi} \text{ est aussi considéré constant pour les solides.}$$

Par conséquent, les coefficients de réflexion complexes \underline{R}_{pq} s'écrivent en fonction des pertes associées aux vitesses dans chacun des milieux d'incidence p et de réflexion q (Annexe A) :

$$\underline{R}_{pq} = R_{pq}(1 + j\delta_R) = \frac{Z_q - Z_p}{Z_q + Z_p} \left(1 + j \frac{2Z_p Z_q (\delta_{c,q} - \delta_{c,p})}{Z_q^2 - Z_p^2} \right) \quad (\text{II.8})$$

Lorsque $Z_p \ll Z_q$, la partie imaginaire relative du coefficient de réflexion peut s'écrire plus

simplement $\delta_R \approx \frac{2Z_p}{Z_q} (\delta_{c,q} - \delta_{c,p})$. L'expression (II.8) devient alors:

$$R_{pq} \approx \frac{Z_q - Z_p}{Z_q + Z_p} \left(1 + j \frac{2Z_p (\delta_{c,q} - \delta_{c,p})}{Z_q} \right) \quad (\text{II.9})$$

L'approximation d'un coefficient de réflexion R_{pq} purement réel ($\delta_R \ll 1$) n'est valide que pour certaines combinaisons de matériaux.

Lorsque les effets de diffraction sont négligés, la vitesse de propagation $c_L(f)$ donnée par l'équation (II.10) et l'atténuation ultrasonores $\alpha_L(f)$ par l'équation (II.11) sont déduites de la fonction de transfert :

$$c_L(f) = 2\pi f \frac{2d_2}{\phi(f)} \quad (\text{II.10})$$

et
$$\alpha_L(f) = -\frac{1}{2d_2} \ln \left(\left| \frac{T(f)}{R_{12} \cdot R_{23}} \right| \right) \quad (\text{II.11})$$

II.2 Réponse impulsionnelle

La méthode consiste à utiliser les deux premiers échos ayant effectué des allers-retours dans le fluide (Figure 7). Les ondes traversant les milieux (1), (2), puis (3) sont réfléchies partiellement à chaque interface (Figure 7). Les échos utiles et effectivement récupérés sont donc ceux qui traversent le verre et se réfléchissent sur l'interface verre-huile (interface 12) et

ceux qui traversent le verre et le fluide et se réfléchissent sur l'interface huile-aluminium (interface 23).

En vue de séparer les échos, la résolution du transducteur doit être bien choisie. Elle est directement liée à sa fréquence centrale f_0 et sa bande passante à -6 dB, Δf_6 (Annexe B). Si la réponse électro-acoustique du transducteur est considérée comme ayant une enveloppe gaussienne, sa durée normalisée t_h/T_0 , à $-h$ dB, est directement liée à sa bande passante relative -6 dB $\Delta f_6/f_0$ [9] avec T_0 la période du signal.

$$\frac{t_h}{T_0} \approx \frac{0,36\sqrt{h}}{(\Delta f_6 / f_0)} \quad (\text{II.12})$$

Par exemple, avec $h = 6, 20$ et 40 dB, et $\Delta f_6/f_0 = 50\%$, il en résulte $t_6/T_0 = 1,76$, $t_{20}/T_0 = 3,22$, $t_{40}/T_0 = 4,55$. Afin d'avoir des échos séparés, i.e. satisfaire la condition $t_{40} \leq \tau$, le délai minimum entre deux échos est choisi à $\tau = 10.T_0$. Dans le cas d'émission-réception, la distance entre les échos est donnée par $\Delta z_h = c.t_h/2$, i.e. $\Delta z_{h,\min} = c.\tau/2. = 5.c.T_0 = 5\lambda_0$.

III Configuration expérimentale

III.1 Dispositif

La structure étudiée (Figure 7) est constituée d'un assemblage de trois couches. La première est une plaque de verre d'épaisseur $d_1 = 40$ mm. La deuxième est une couche d'huile silicone de viscosité connue d'épaisseur $d_2 = 6$ mm. La troisième est une plaque d'aluminium d'épaisseur 50 mm.

L'onde incidente se propage en incidence normale par rapport à la plaque du verre et arrive à l'interface verre-huile silicone en incidence normale. Toutes les interfaces relatives aux trois couches sont considérées parallèles (Figure 7).

Afin de pouvoir caractériser la vitesse et l'atténuation ultrasonores dans les échantillons fluides, les trois échantillons étudiés ont successivement été disposés entre les deux plaques solides. L'étanchéité du dispositif est assurée à l'aide d'un joint étanche d'épaisseur 6 mm. L'épaisseur de la plaque du verre a été choisie de façon à isoler au moins un écho dans l'huile entre deux échos successifs d'aller-retour dans le verre.

La vitesse de propagation dans les deux plaques est déterminée à l'aide d'un transducteur mono-élément de fréquence centrale 15 MHz et de diamètre 6,35 mm. Connaissant les propriétés acoustiques du verre (1) et de l'aluminium (3), le milieu fluide (2) peut être caractérisé (Figure 7).

L'incidence de la dispersion de la vitesse sur le coefficient de réflexion est illustré (Figure 8) pour les modules des deux coefficients de réflexion R_{21} et R_{23} dans le cas de trois huiles 47V20, 47V100 et 47V1000.

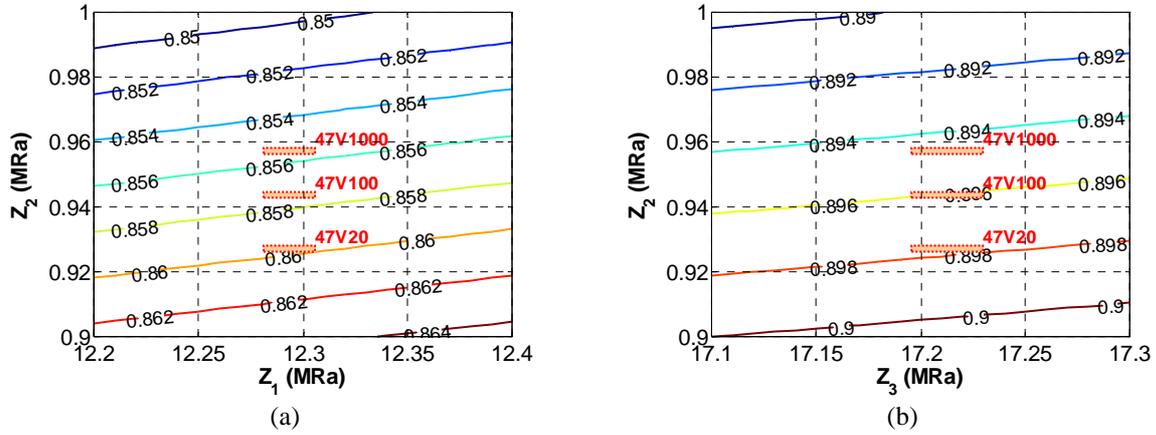


Figure 8 : Dispersion des coefficients de réflexion (a) entre les huiles silicone et le verre R_{21} avec le rectangle d'incertitude de longueur $\Delta Z_{1/2} = \rho_{1/2} \Delta c_{L,1/2}$ avec $\Delta c_{L,1/2} / c_{L,1/2}$ fixé à 0,1% et (b) entre les huiles silicone et l'aluminium R_{23} avec le rectangle d'incertitude de longueur $\Delta Z_{2/3} = \rho_{2/3} \Delta c_{L,2/3}$ avec $\Delta c_{L,2/3} / c_{L,2/3}$ fixé à 0,1%.

Comme le montre le Tableau 2, ce résultat permet de considérer que les coefficients de réflexion R_{21} et R_{23} constants (à 0,1% près) dans la gamme de fréquence du transducteur comme prévu.

Références	47V20	47V100	47V1000
R_{21}	0,859	0,857	0,855
R_{23}	0,897	0,896	0,894

Tableau 2 : Coefficients de réflexion pour les huiles testées.

Le coefficient de pertes $\delta_c \approx \frac{c_L \alpha_L}{\omega} = \frac{c_L \alpha_0}{2\pi}$ a été évalué autour de $\delta_{c1} = 0,06\%$ pour le verre, $\delta_{c3} = 0,05\%$ pour l'aluminium et autour de $\delta_{c2} = 0,16\%$ au maximum pour les trois références d'huiles. Aussi, la Figure 9 illustre la valeur relative de la composante imaginaire

du coefficient de réflexion $\delta_R \approx \frac{2Z_p}{Z_q} (\delta_{c,q} - \delta_{c,p})$ (%), calculée en fonction de propriétés

acoustiques des matériaux p et q . En particulier, les points de coordonnées $Z_2/Z_1 = 0,077$ avec

$|\delta_{c,2} - \delta_{c,1}| \approx 0,1\%$ et $Z_2/Z_3 = 0,055$ avec $|\delta_{c,2} - \delta_{c,3}| \approx 0,1\%$ relatifs aux coefficients R_{21} et R_{23} correspondent respectivement aux deux points localisés sur la Figure 9 résultant d'un $\delta_R < 0,02\%$, ce qui permet de valider l'hypothèse des coefficients de réflexions R_{21} et R_{23} purement réels.

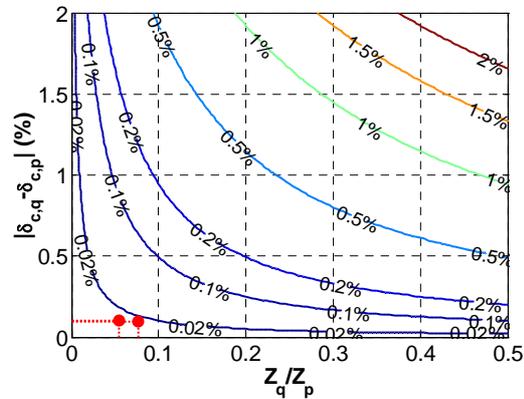


Figure 9 : Composante imaginaire du coefficient de réflexion δ_R en fonction de la différence absolue entre les pertes $|\delta_{c,q} - \delta_{c,p}|$ liées à l'atténuation et du rapport d'impédance acoustique Z_q/Z_p des matériaux p et q . Points (rouges) de coordonnées $(Z_2/Z_1, \delta_{c,2} - \delta_{c,1})$ et $(Z_2/Z_3, \delta_{c,2} - \delta_{c,3})$ sont superposés pour les deux couples de matériaux (21) et (23) respectivement.

III.2 Mesure de temps de vol

La Figure 10 (a) représente l'évolution du signal temporel reçu par le transducteur en fonction du temps ainsi que leurs spectres respectifs (Figure 10 (b)). Les deux échos de faible amplitude situés entre le premier écho du verre (daté à $14,4 \mu\text{s}$) et le premier écho du fluide (daté de 26 à $27 \mu\text{s}$), sont des échos correspondant aux conversions de modes dans le verre. Afin d'extraire les échos bruts utiles, sans interférence avec les échos dus aux conversions de modes, un inventaire des échos a été présenté à travers un organigramme (Figure 11) explicitant les éventuelles conversions de modes.

Les lettres (L) et (T) désignent respectivement une onde longitudinale et transverse, chaque onde donnant lieu à son tour à un mode longitudinal et un autre transverse. La première conversion de mode a lieu à l'interface transducteur-verre, les autres ont lieu pour chaque multiple de l'épaisseur du verre $n \times d_1$ où n est un entier allant de 1 à 4 qui décrit le trajet effectué par les ondes, d_1 étant l'épaisseur du verre. La vitesse transverse c_T dans le verre a été mesurée auparavant à l'aide d'un transducteur transverse et évaluée à $c_T = 3350$ m/s. Les dates d'arrivées des échos provenant de la plaque (1) sont définis par :

$$t_1 = \left(\frac{n_{L,1}}{c_{L,1}} + \frac{2n_r - n_{L,1}}{c_{T,1}} \right) d_1 \quad (\text{II.13})$$

avec $n_{L,1} \leq 2n_r$ le nombre de parcours effectués par une onde longitudinale dans la plaque (1) et n_r le nombre d'aller-retour dans le verre d'épaisseur d_1 .

Les dates d'arrivée de provenance de la plaque (1) (équation (II.13)) sont vérifiées pour être bien différentes de celles des échos utiles t_{1r} et t_{2r} :

$$t_{nr} = \frac{2}{c_{L,1}} d_1 + \frac{2n_r}{c_{L,2}} d_2 \quad (\text{II.14})$$

Les temps de vol t_{1r} et t_{2r} des échos utiles $s_{1r}(t)$ et $s_{2r}(t)$ sont résumés dans le Tableau 3 suivant :

Matériau	d (mm)	c_L (m/s)	Date du 1 ^{er} écho (μs)	Date du 2 ^{ème} écho (μs)
Verre	40	5550	14,4	28,8
Huiles silicones	6	976 à 987	$t_{1r} = 26,6$ à $26,7$	$t_{2r} = 38,7$ à $39,0$
Aluminium	50	6310	-	-

Tableau 3 : Caractéristiques des plaques et dates des échos d'aller-retour.

Parmi les échos observés, les signaux utiles (Figure 10 (a)) $s_{1r}(t)$ et $s_{2r}(t)$ sont extraits, puis leurs spectres $S_{1r}(f)$ et $S_{2r}(f)$ (Figure 10 (b)) respectifs sont exploités dans une fenêtre de 9 à 18 MHz correspondant à la bande passante du transducteur.

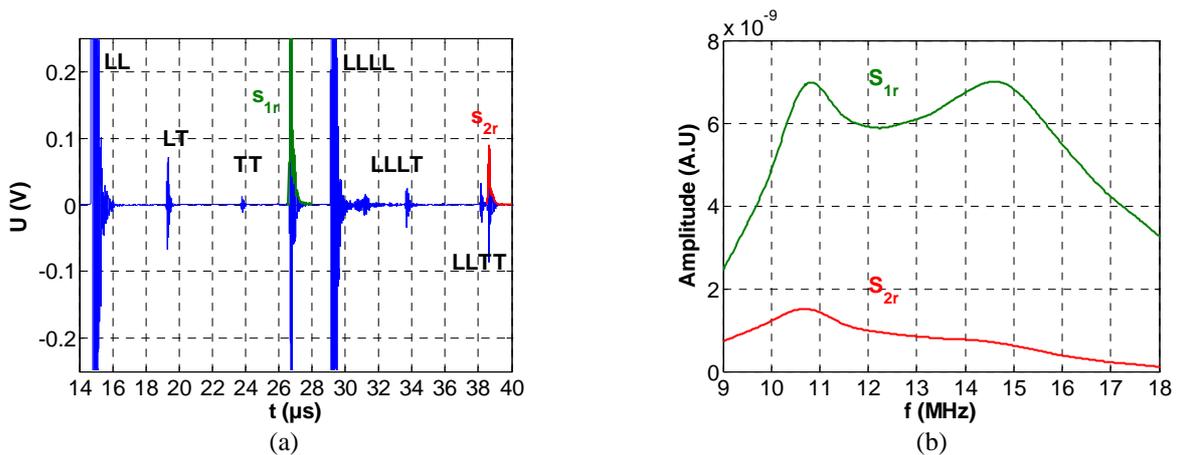


Figure 10 : (a) Echos $s_{1r}(t)$ et $s_{2r}(t)$ et (b) spectres $S_{1r}(f)$ et $S_{2r}(f)$, respectivement après un et deux allers-retours dans l'huile silicone.

L'inventaire des échos provenant suite à des conversions de modes dans le verre est donné par la Figure 11. Bien que le transducteur utilisé soit à ondes longitudinales, des conversions d'ondes longitudinale-transverse ou inversement et transverse-transverse sont observées. Chaque niveau de l'arborescence représente une conversion de mode.

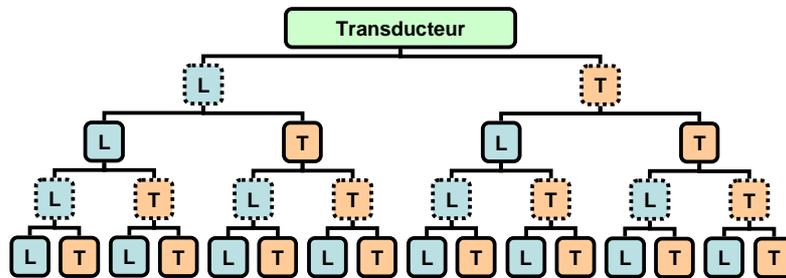


Figure 11 : Inventaire des échos aller (pointillés) et retour (trait plein) liés aux conversions de modes.

L'organigramme révèle sept combinaisons de temps de vol correspondant à des allers-retours dans le verre, résumées dans le Tableau 4 :

Echo	LL	LT	TT	LLLL	LLLT	LLTT	LTTT
Date (μ s)	14,4	19,1	23,9	28,8	33,6	38,3	43,1

Tableau 4 : Echos et dates correspondantes aller (trait pointillé) et retour (trait plein) liés aux conversions de modes dans le verre.

IV Mesure de la vitesse et de l'atténuation

IV.1 Expérimentation

Le dispositif expérimental (Figure 12) est constitué d'un transducteur mono-élément de diamètre 6,35 mm et 15 MHz de fréquence centrale. Ce transducteur est excité par un générateur d'impulsions Sofranel avec une impulsion de -150 V et d'une durée à -20 dB de 60 ns. La fréquence de répétition des impulsions (pulse repetition) choisie est fixée à $f_{PR} = 100$ Hz. Le signal de sortie et le signal de déclenchement (trigger) sont connectés à un oscilloscope Yokogawa DL9240, sur les canaux 1 et 2, respectivement. Les signaux sont moyennés sur 1024 acquisitions et transmises à un PC via une interface USB.

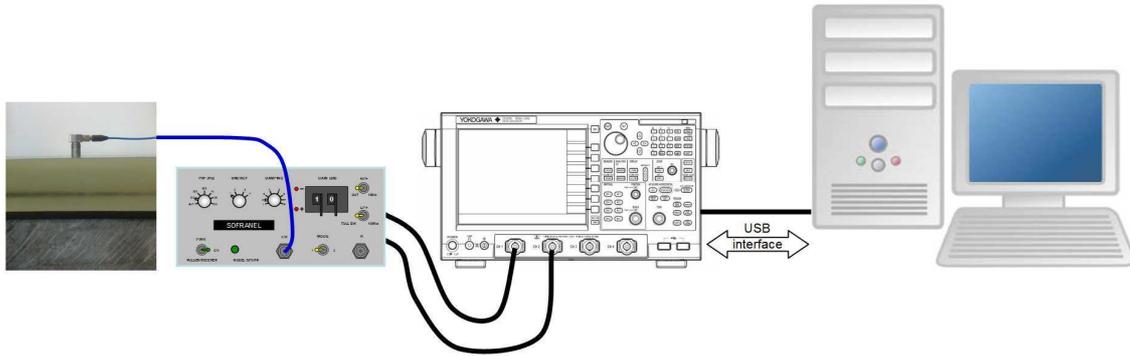


Figure 12 : Configuration expérimentale constituée du transducteur mono-élément de 15 MHz avec la structure tri-couche étudiée verre/huile/aluminium (indexées 1/2/3), l'émetteur/récepteur, l'oscilloscope et le PC.

Comme il a été décrit par la Figure 12, la configuration considérée est la suivante: le faisceau ultrasonore généré par le transducteur mono-élément est cylindrique et a incidence normale par rapport à la structure étudiée. Connaissant les propriétés acoustiques du milieu (1) en verre et le milieu (3) en aluminium, le milieu fluide (2) est alors caractérisé. Cette configuration est utilisée pour évaluer la vitesse longitudinale (équation (II.10)) et l'atténuation (équation (II.11)) dans le liquide [6].

IV.2 Répétabilité et variabilité de mesures

Toutes les mesures ont été effectuées dans une gamme de fréquence comprise entre 9 et 18 MHz correspondant à la bande passante du transducteur de fréquence centrale 15 MHz, dans les mêmes conditions normales de température et de pression.

Les trois huiles testées sont des huiles silicones de références "47V20", "47V100" et "47V1000" dont l'indice de viscosité qui suit la lettre "V" indique la valeur de la viscosité cinématique en mm^2/s . Les caractéristiques des trois huiles utilisées, données par le fournisseur Rhodorsil, sont résumées dans le Tableau 5 suivant :

Référence	47V20	47V100	47V1000
ρ (kg/m^3) à 25°C	950	965	970
ν (mm^2/s) à 25°C	20	100	1000

Tableau 5 : Propriétés des huiles silicones testées.

Les caractéristiques acoustiques de trois huiles ont été comparées expérimentalement (Figure 13) en répétant 10 fois les mesures pour chaque référence d'huile.

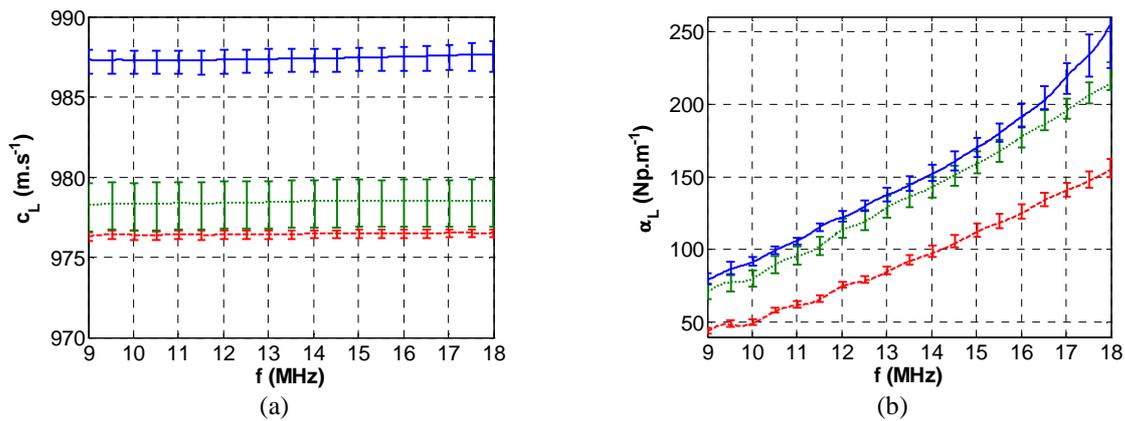


Figure 13 : (a) Vitesse longitudinale et (b) atténuation dans la bande de 9 à 18 MHz, pour les trois références d'huile relevées 47V20 (tiret rouge), 47V100 (pointillé vert), 47V1000 (continu bleu).

La Figure 13 montre la variabilité sur dix mesures de la vitesse moyenne dans les trois fluides de caractéristiques différentes en fonction de la fréquence, les courbes étant obtenues à partir de l'équation (II.10). Les incertitudes sur les dix mesures effectuées sont représentées par des barres d'erreur. Les incertitudes sur les mesures de vitesse et d'atténuation sont résumées dans le Tableau 6 suivant :

Référence	47V20	47V100	47V1000
$\Delta c_L/c_L$ (%)	0,024	0,130	0,062
$\Delta \alpha_L/\alpha_L$ (%)	5	5	5

Tableau 6 : Erreurs relatives : maximum d'erreurs $\Delta c_L/c_L$ sur les mesures de vitesse et choisie $\Delta \alpha_L/\alpha_L = 5\%$ sur les mesures de l'atténuation.

Les valeurs des erreurs de mesure ne semblent pas être significatives. Elles sont liées aux conditions expérimentales à l'instant de l'acquisition: la différence de pression et la quantité de couplant appliquées au transducteur sont souvent à l'origine de ces erreurs de mesure. Néanmoins, le faible pourcentage d'erreur permet de confirmer la reproductibilité de notre procédé expérimental.

IV.3 Etude de la correction de diffraction

Dans l'approche présentée précédemment, l'effet de la diffraction a été négligé. Afin d'améliorer la précision de la mesure, l'effet de diffraction du faisceau ultrasonore est maintenant pris en compte. La fonction de transfert initiale (équation (II.7)) devient :

$$\underline{T}_D(f) = e^{+j2\pi f \frac{2d_2}{c_L(f)}} \cdot e^{-2d_2 \cdot \alpha_L(f)} \cdot R_{21} \cdot R_{23} \cdot \underline{D}(f) = \underline{T}(f) \cdot \underline{D}(f) \quad (\text{II.15})$$

L'effet de diffraction [5] est défini par:

$$\underline{D}(f) = \frac{\underline{D}_{2r}(f)}{\underline{D}_{1r}(f)} \quad (\text{II.16})$$

où $\underline{D}_{1r}(f)$ et $\underline{D}_{2r}(f)$ sont respectivement les effets de diffraction sur les spectres $\underline{S}_{1r}(f)$ et $\underline{S}_{2r}(f)$. Les effets de la diffraction sont liés à l'intégrale de Rayleigh de la source considérée. Dans le cas d'une source axisymétrique, cette correction de diffraction peut, sous réserve de certaines conditions, s'écrire simplement. Lorsque le rapport $a/\lambda \gg 1$ et $d_{eq}/a > 1$, la correction de diffraction est approximée par Rogers et mise en œuvre par Lévêque [10,11] :

$$\underline{D}'_{mr}(f) = 1 - e^{-j\theta(f)} (J_0(\theta(f)) + jJ_1(\theta(f))) \quad (\text{II.17})$$

où J_0 et J_1 sont les fonctions de Bessel ordinaires, $\theta(f) = 2\pi L_{nf}(f)/d_{eq}$ est la fonction angulaire et $L_{nf}(f) = a^2/\lambda = (a^2/c_L) \cdot f$ représente la limite de champ proche, avec a le rayon du transducteur et λ la longueur d'onde dans le fluide.

Dans cette étude, d_{eq} est une distance équivalente correspondant à un trajet d'aller-retour dans les deux milieux de propagation : le premier en verre (1) d'épaisseur d_1 et le second est un fluide (2) d'épaisseur d_2 . Selon Jeong et Treiber [12, 13], la distance équivalente d'un parcours d'aller-retour dans les milieux (1) et (2) s'écrit :

$$d_{eq} = 2d_1 + \frac{c_{L,2}}{c_{L,1}} 2d_2 \times m \quad (\text{II.18})$$

où d_p est la distance parcourue par les ondes dans les deux milieux avant d'atteindre le transducteur, $c_{L,p}$ la vitesse longitudinale dans le milieu d'indice p et m un entier égal à 1 ou 2 indiquant le nombre d'aller-retour dans le fluide d'épaisseur d_2 .

L'expression de l'atténuation peut s'écrire également [12, 14]:

$$\underline{\alpha}_L(f) = -\frac{1}{2d_2} \left(\underbrace{\ln(T(f))}_{(1)} - \underbrace{\ln(R_{21} \cdot R_{23})}_{(2)} + \underbrace{\ln(|\underline{D}(f)|)}_{(3)} \right) \quad (\text{II.19})$$

D'après l'équation (II.19), l'atténuation est affectée par les coefficients de réflexion aux deux interfaces R_{21} et R_{23} (terme (2)) et également par l'effet de diffraction $\underline{D}(f)$ (terme (3)). Reste à quantifier les importances relatives de ces termes par rapport à celui recherché (1^{er} terme). En considérant le cas de mesures dans l'huile 47V100, les influences des deuxième et troisième termes à la fréquence centrale f_0 sont résumées dans le Tableau 7 :

Terme (n)	(1)	(2)	(3)
Valeur	189	22	-0,83
Poids relatif (%)	-	11,6	0,44

Tableau 7 : Quantification et influence des deuxième et troisième termes sur l'atténuation.

D'après le Tableau 7, le deuxième terme est considéré constant avec un poids relatif de 11,6%, tandis que le troisième terme concernant la diffraction a un poids relatif qui atteint 0,44%. Par la suite, la correction de diffraction est systématiquement prise en compte. La correction de diffraction dépend de la distance équivalente de propagation d_{eq} (équation (II.18)) et de la fréquence f . Dans notre configuration, avec les épaisseurs $d_1 = 40$ mm et $d_2 = 6$ mm, les vitesses $c_{L,1} = 5550$ m/s et $c_{L,2} \approx 1000$ m/s, $d_{eq} = 82$ mm et 84 mm, pour $m = 1$ et 2, respectivement.

La fonction de correction de diffraction $\underline{D}'(f)$ dépend de la fréquence f :

$$\underline{D}'(f) = \frac{\underline{D}'_{1r}(f)}{\underline{D}'_{2r}(f)} = D'(f).e^{j\Phi_D(f)} \quad (\text{II.20})$$

Cette correction de diffraction $\underline{D}'(f)$ (équation (II.20)) a pour objectif de compenser l'effet de diffraction $\underline{D}(f)$ (équation (II.16)) tel que $\underline{D}(f) \times \underline{D}'(f) \approx 1$ pour toute la bande passante de transducteur de $f = 0$ jusqu'à $2f_0$. Le module $D'(f)$ et les phases relatives $\Phi_D/\Phi_T(f)$ de la correction de diffraction sont illustrés sur la Figure 14 :

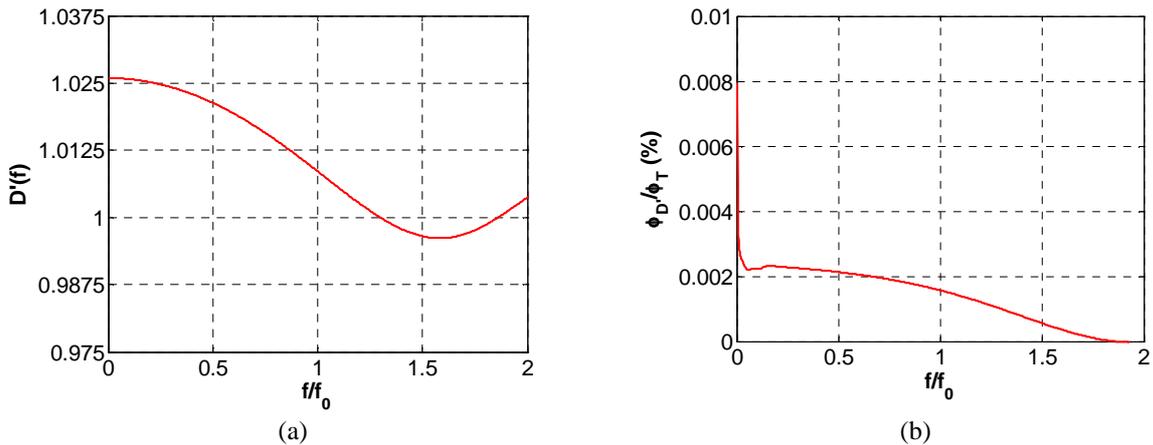


Figure 14 : (a) Module de la fonction de correction de diffraction $D'(f/f_0)$ et (b) phase relative $\Phi_D/\Phi_T(f/f_0)$ de la fonction de transfert de $f = 0$ jusqu'à $2f_0$ avec $f_0 = 15$ MHz, $a/\lambda = 48 \gg 1$, $d_2/a = 1,88$ dans l'huile 47V100, avec a : rayon du transducteur, λ : longueur d'onde, Φ_D : phase de la fonction de correction de diffraction, Φ_T : phase de la fonction du transfert.

On remarque que la variation de $D'(f/f_0)$ est bornée entre 1,03 et 0,995, soit une erreur relative maximale sur les mesures qui n'excède pas 3% (Figure 14(a)). L'effet de la phase $\Phi_D/\Phi_T(f/f_0)$ sur la fonction de transfert est également négligeable, puisque de l'ordre de 0,008% (Figure 14(b)). Par conséquent, le module et la phase ont tout les deux un effet négligeable sur la correction de diffraction ainsi que sur les mesures effectuées.

La correction de diffraction du faisceau ultrasonore $\underline{D}'(f)$ (équation (II.20)) résulte de la relation entre la correction de diffraction sur un trajet d'aller retour $\underline{D}_{1r}(f)$ et deux aller-retours $\underline{D}_{2r}(f)$ (équation (II.16)). Ce rapport de deux corrections de diffraction a un effet minime sur la vitesse c_L et l'atténuation α_L , comme le montre la Figure 15 pour l'huile de référence "47V100".

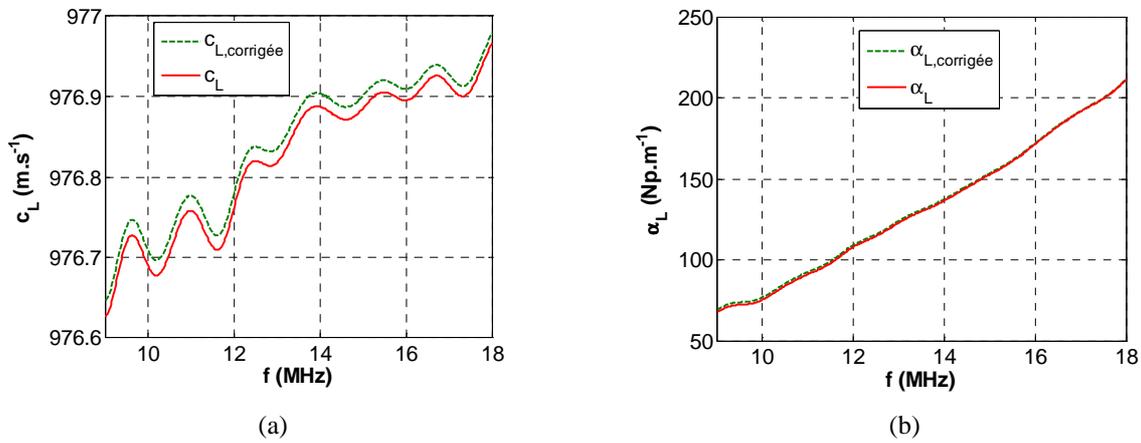


Figure 15 : Courbes sans (rouge continu) et avec correction de la diffraction (vert pointillé)
 (a) vitesse longitudinale et (b) atténuation dans l'huile silicone "47V100".

IV.4 Ajustement et correction

D'après la Figure 13 (b) qui illustre l'atténuation en fonction de la fréquence des trois huiles, l'atténuation (équation (II.1)) peut être ajustée par des fonctions puissance [15, 16], avec α_0 et n deux coefficients caractéristiques du milieu fluide.

L'équation (II.1) est mise sous sa forme logarithmique afin d'effectuer un ajustement linéaire pour déterminer les deux coefficients caractéristiques de chaque huile :

$$\log(\alpha_L(f)) = \log(\alpha_0) + n \log\left(\frac{f}{f_0}\right) \quad (\text{II.21})$$

où n devient la pente de la courbe semi-logarithmique et $\log(\alpha_0)$ l'ordonnée à l'origine.

Les courbes expérimentales moyennes sont ajustées et présentées avec leurs fonctions caractéristiques sur la Figure 16 :

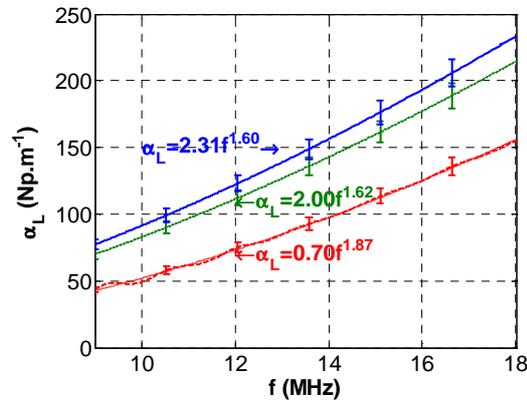


Figure 16 : Ajustement des courbes à l'aide des fonctions de type $\alpha_L = \alpha_0 f^n$. Les courbes expérimentales sont présentées en bleu et leurs ajustements par des fonctions puissance sont représentés pour les références "47V20" (tiret rouge), "47V100" (pointillé vert) et "47V1000" (tiret-pointillé bleu).

Les résultats de caractérisation des trois huiles sont résumés dans le Tableau 8 suivant, les deux paramètres déterminés par les mesures d'atténuations sont α_0 et n :

Référence	47V20	47V100	47V1000
ρ (kg/m ³)	950	965	970
ν (mm ² /s) à 25°C	20	100	1000
α_0 (Np.m ⁻¹ .MHz ⁻ⁿ)	0,70	2,00	2,31
n	1,87	1,62	1,60

Tableau 8 : Résumé des paramètres α_0 et n caractéristiques des trois huiles.

D'après le Tableau 8, on remarque que le paramètre α_0 est croissant en fonction de la viscosité, tandis que le paramètre n est décroissant. Ces valeurs sont purement expérimentales et leur signification physique fait encore l'objet de discussions [15]. Cependant, la cohérence donnée par les trois mesures justifie un rapport entre ces paramètres et l'atténuation ultrasonore du fluide.

V Relation atténuation acoustique-viscosité

V.1 Introduction

L'objectif de cette partie est de donner une correspondance entre la viscosité et l'atténuation acoustique. Cette relation permet, éventuellement, de remonter à la valeur réelle de la viscosité (valeur obtenue par une mesure rhéologique). Les mesures réalisées par plusieurs auteurs n'ont cependant pas été concluantes : le résultat pratique n'était pas en concordance avec la théorie [17]. En effet, des investigations ont été menées dans ce même cadre de recherche dont la majorité est basée sur l'exploitation de coefficient de réflexion des ondes de cisaillement sur une interface fluide [18, 19]. D'autres méthodes sont proposées sur la base des guides d'onde dans les fluides [20]. Toutefois, les méthodes se basant sur l'atténuation des ondes longitudinales se heurtent à des grandes dispersions entre la théorie et l'expérience [17]. Dans cette partie, les théories existantes dans la littérature sont utilisées et confrontées aux mesures réalisées tout en essayant de ramener l'approche proposée (équation (II.1)) à des modèles reliant la fréquence de cisaillement à la viscosité [21, 22].

V.2 Approches théoriques

Il existe dans la littérature des théories développant la relation entre l'atténuation longitudinale $\alpha_L(f)$ et la viscosité dynamique η^1 [17, 23]. Parmi les approches théoriques existant dans la littérature, l'approche développée par Mason [17] (p.306, eq. (B.26)) permet de relier l'atténuation longitudinale directement en fonction des propriétés dissipatives du milieu (Annexe C) :

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega^2}{2\rho c^3} \left(\eta_\lambda + 2\eta_\mu + \frac{(\gamma-1)K}{C_p} \right) \quad (\text{II.22})$$

où $(\eta_\lambda + 2\eta_\mu)$ est la viscosité longitudinale, η_λ et η_μ sont respectivement la viscosité de compression et de cisaillement associées à l'onde longitudinale, toutes les deux associées aux coefficients de Lamé (λ, μ) . Les propriétés thermiques sont prise en compte avec γ le rapport des chaleurs spécifiques, K la conductivité thermique, et C_p la chaleur spécifique à pression constante.

¹ La viscosité cinématique $\nu = \eta/\rho$ s'écrit comme le rapport de la viscosité dynamique η en Pa.s et la masse volumique ρ en kg/m³.

Pour les liquides, le terme thermique est négligeable et l'atténuation ultrasonore est réduite aux effets visqueux:

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega^2}{2\rho c^3} (\eta_\lambda + 2\eta_\mu) \quad (\text{II.23})$$

D'autre part, Rosenbaum [23] exprime les constantes viscoélastiques sous leurs formes complexes $c_{ij} + j\omega\eta_{ij}$ [23] (p.11, éq. (1.13)). Dans le cas d'une équation de mouvement à une dimension [23] (p.14, éq. (1.23)), il en résulte (Annexe C) :

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega^2}{2\rho c^3} \eta \quad (\text{II.24})$$

où η est la constante de viscosité associée au mode longitudinal ($ij = \{11, 22 \text{ ou } 33\}$), correspondant à celui de Mason [17], puisque $c_{\{11, 22, 33\}} = \lambda + 2\mu$, et

$$\eta = \eta_\lambda + 2\eta_\mu \quad (\text{II.25})$$

Les mesures étant relativement haute fréquence, la dépendance en fréquence des constantes de viscosité doit être prise en compte. La première approche consiste en un ajustement en loi de puissance de la viscosité de cisaillement:

$$\eta_\mu(f) = \eta_0 \left(\frac{f}{f_c} \right)^{m-1} \quad (\text{II.26})$$

avec η_0 la viscosité de cisaillement quasi-statique correspondant au plateau newtonien, f_c la fréquence de changement de comportement rhéologique et m ($0 \leq m \leq 1$) le facteur de la loi puissance en fréquence ($m = 1$ pour les fluides newtoniens) correspondant à la pente $m-1$ du comportement rhéofluidifiant.

La deuxième approche consiste à un ajustement par loi de Cross [27].

$$\eta_\mu(f) = \frac{\eta_0}{\left(1 + (f / f_c)\right)^{1-m}} = \eta_0 \left(1 + \frac{f}{f_c}\right)^{m-1} \quad (\text{II.27})$$

En considérant que $f \gg f_c$ (f de l'ordre de MHz et f_c de l'ordre du kHz), on retrouve bien la loi puissance (équation (II.26)), i.e. l'expression asymptotique de la loi de Cross [21] (Figure 17).

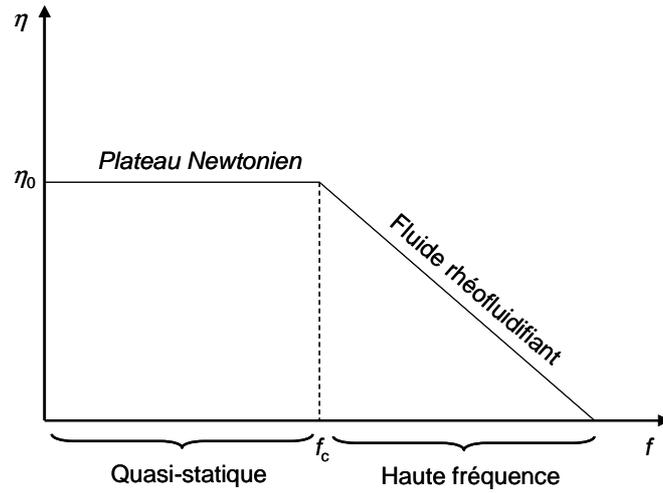


Figure 17 : Allure de la viscosité en fonction de la fréquence de cisaillement pour un fluide rhéofluidifiant, de type loi de Cross (équation (II.27)).

Comme il a été étudié et validé expérimentalement par Madigosky et Fiorito [24], il existe une relation entre les constantes complexes longitudinales et de cisaillement. Ainsi, l'hypothèse que la viscosité $\eta_\lambda \ll \eta_\mu$ a été validée expérimentalement. Par conséquent, nous considérons que $\eta = 2\eta_\mu$.

Avec la forme en loi puissance de l'atténuation ultrasonore [25, 26], nous sommes en accord avec les approches classiques de la dépendance en fréquence de la viscosité (équations (II.26) et (II.27)). En outre, si l'on considère des valeurs constantes pour ρ et c , on obtient:

$$\alpha(f) = \alpha_0 f^n = \frac{2\pi^2 f^2}{\rho c^3} \eta_\mu = \frac{4\pi^2 f^2}{\rho c^3} \eta_0 \left(\frac{f}{f_c} \right)^{m-1} = \frac{4\pi^2 \eta_0}{\rho c^3} f_c^{1-m} f^{m+1} \quad (\text{II.28})$$

Par identification, on obtient, avec ($1 \leq n \leq 2$):

$$\alpha_0 = \frac{4\pi^2 \eta_0}{\rho c^3} f_c^{1-m} \quad \text{et} \quad n = m + 1 \quad \text{avec} \quad 1 \leq n \leq 2 \quad (\text{II.29})$$

m est appelé indice d'écoulement, il vaut 1 pour un fluide Newtonien et 0 pour un matériau rigide plastique.

L'équation (II.29) permet de remonter à la viscosité apparente η_0 qui s'écrit :

$$\eta_0 = \frac{\rho c^3 \alpha_0}{4\pi^2} f_c^{m-1} = \frac{\rho c^3 \alpha_0}{4\pi^2} f_c^{n-2} \quad (\text{II.30})$$

V.3 Résultats

L'équation issue de la théorie de Stokes (équation (II.23)) a été utilisée dans la partie qui suit pour évaluer la viscosité dynamique η pour les trois références d'huiles silicones 47V20, 47V100 et 47V1000 de viscosités respectives 20, 100 et 1000 mPa.s (Figure 18). Malgré la possibilité de différencier les références d'huiles en termes de viscosité, les résultats ne sont pas suffisants puisque les erreurs relatives par rapport à la viscosité apparente η_0 (viscosité donnée par le fournisseur) sur les trois mesures sont assez importantes i.e. de l'ordre de 20% pour la 47V20, de 75% pour la 47V100, et de 97% pour la 47V1000.

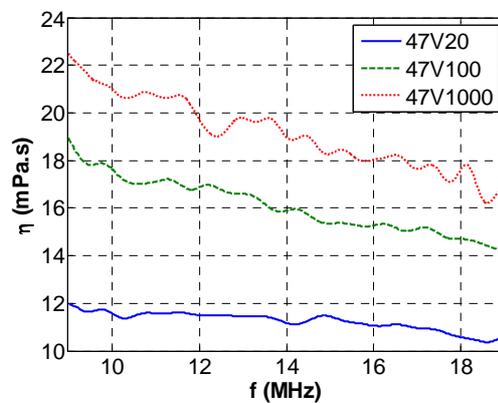


Figure 18 : Mesures ultrasonores de viscosité à l'aide de la théorie de Stokes (équation (II.23)) pour les trois références d'huiles 47V20, 47V100 et 47V1000.

Ces importantes marges d'erreurs peuvent être expliquées par le fait que le fluide ne se comporte pas comme un fluide Newtonien à très haute fréquence, et la viscosité devient décroissante. Il s'agit donc d'un fluide rhéofluidifiant (en accord avec les données fournies par le fabricant (Figure 19)). Ce type de comportement est fréquent parmi les polymères, plus précisément pour les élastomères formés de grandes chaînes macromoléculaires rendant le fluide très sensible au cisaillement. On peut remarquer d'après les Figure 18 et Figure 19 que la chute de viscosité est d'autant plus importante que le niveau initial de viscosité est élevé.

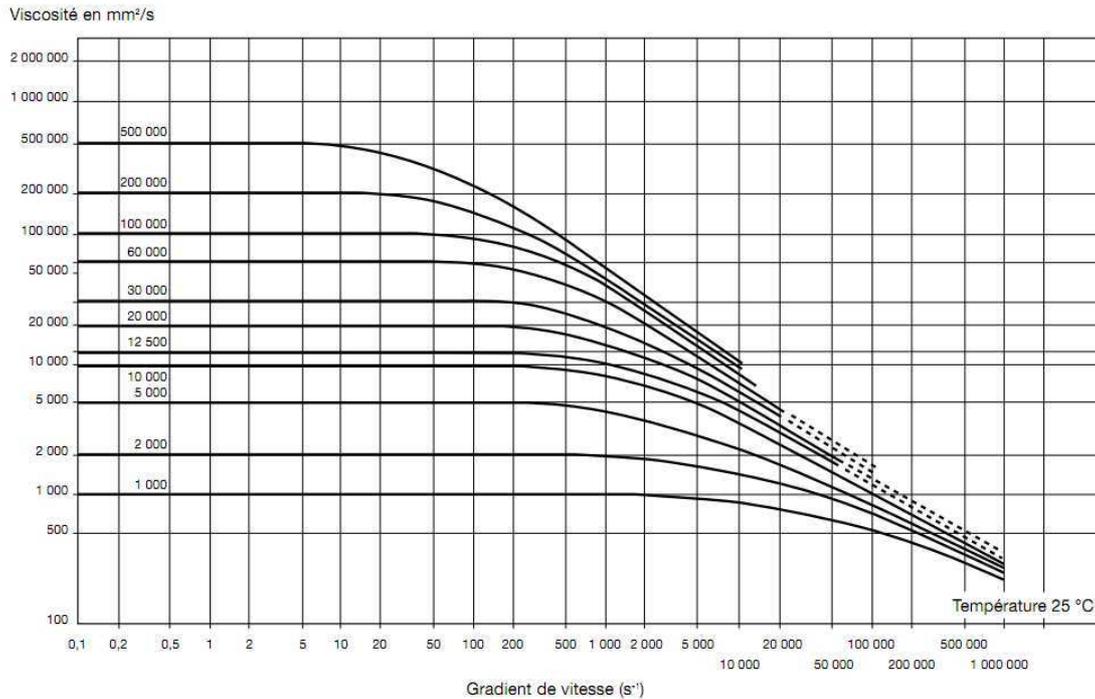


Figure 19 : Comportement rhéofluidifiant $\nu = f(f)$ des huiles silicone 47 (Rhodorsil) à haute fréquence (source fiche technique du fabricant Rhodorsil).

Comme mentionné précédemment, la viscosité mesurée à très haute fréquence doit être ajustée par des lois d'écoulements. Pour un modèle de type puissance, la viscosité tend vers l'infini à basse fréquence de cisaillement. Toutefois, pour de nombreux fluides, la viscosité tend vers une constante appelée plateau Newtonien (Figure 19). Cette constante est omise par la loi de puissance et peut être déterminée par la loi de Cross (équation (II.27)). Il est aussi à remarquer que le plateau newtonien est d'autant plus large que la viscosité initiale est faible. Ainsi, les courbes caractéristiques fournies par le fabricant Rhodorsil (Figure 19) correspondent bien à des lois de type loi de Cross (équation (II.27)). A partir des courbes de comportement rhéofluidifiant de cette famille d'huiles silicone 47 (Rhodorsil), on peut relever par extrapolation les dépendances suivantes pour $f_{c,ext}$ et m_{ext} :

$$f_{c,ext} = \frac{5 \cdot 10^7}{\eta_0} \quad (\text{II.31})$$

$$m_{ext} = 1 - \frac{5}{100} (9 + \log_{10}(\eta_0)) \quad (\text{II.32})$$

Par extrapolation des courbes du fabricant, on obtient la Figure 20 qui suit :

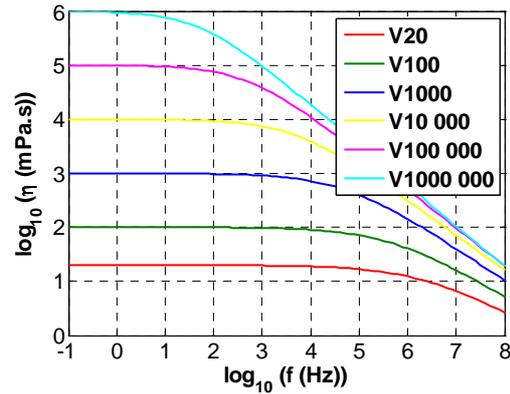


Figure 20: Reconstruction des dépendances fréquentielles après identification des paramètres des lois de Cross sur les courbes fournies pour les huiles silicone 47 (Rhodorsil) selon les équations (II.31) et (II.32).

V.4 Ajustement par loi puissance et loi de Cross

Dans ce paragraphe, les résultats de l'ajustement sont comparés aux observations évoquées précédemment, i.e. la chute de viscosité est d'autant plus importante que le niveau initial de viscosité est important, qui se traduit ici (Figure 21) par le paramètre d'ajustement m de la loi de puissance (équation (II.26)). On a aussi remarqué que le plateau Newtonien est d'autant plus large que la viscosité diminue, ce qui signifie que le changement de comportement rhéologique a lieu à des fréquences plus basses f_c pour les fluides les plus visqueux. Les résultats de mesure sont conformes à cette deuxième observation à travers le paramètre f_c relevé pour les trois références d'huile (Figure 21).

Afin d'ajuster les courbes expérimentales par une loi de Cross (équation (II.27)), il est obligatoire de fixer l'un des paramètres inconnu d'ajustement (une équation et trois inconnues) i.e. f_c , m ou η_0 . Cette approche permet, en fixant l'un des paramètres, de comparer les deux autres à celles données par le fabricant sans pouvoir obtenir une valeur de la viscosité apparente à partir d'une mesure ultrasonore. Le paramètre choisi à fixer dans ce cas est η_0 en se basant sur les données du fabricant pour les trois références d'huiles. Reste à comparer les deux autres paramètres f_c et m (Figure 21).

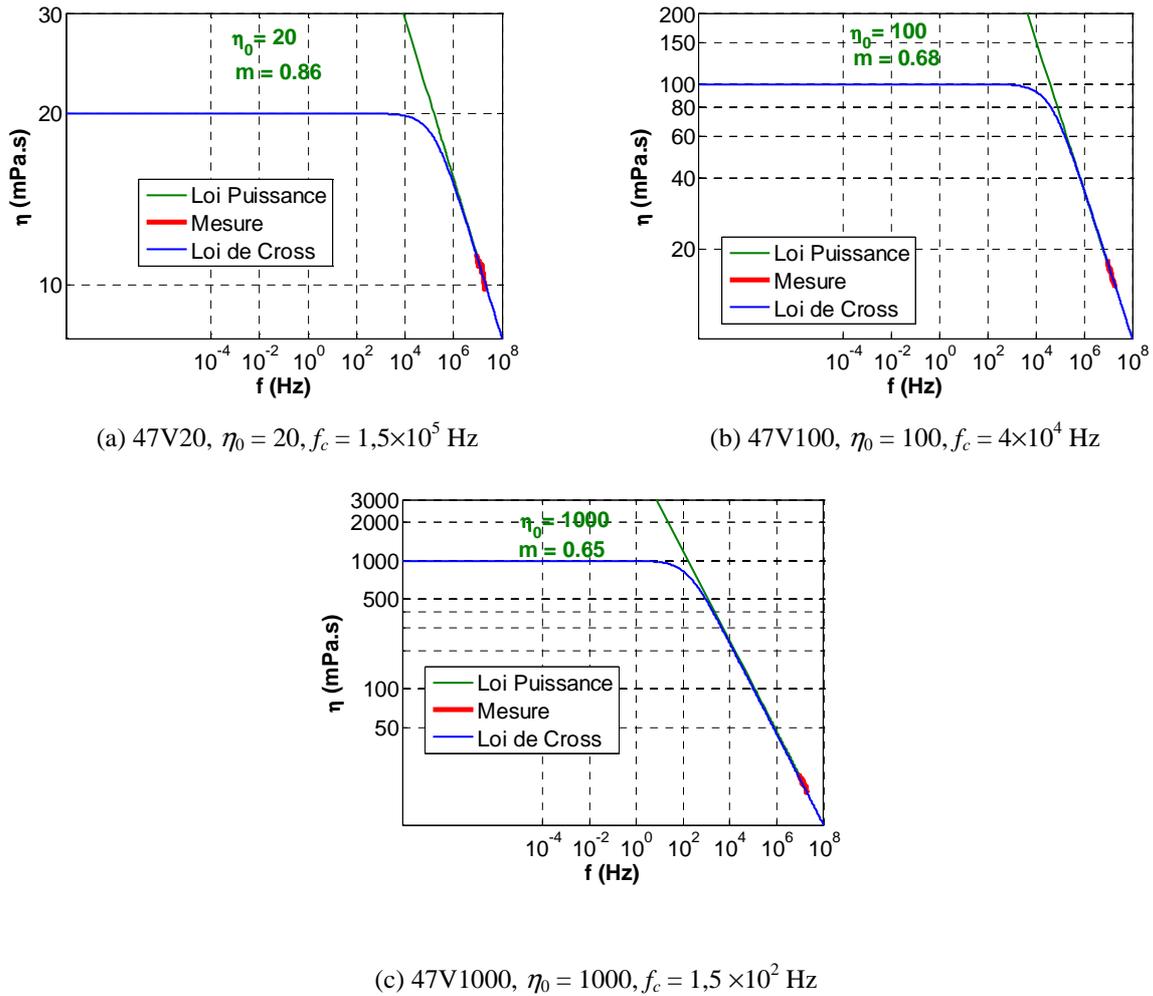


Figure 21 : Ajustement de la viscosité dynamique mesurée par une loi puissance (équation (II.26)) et loi de Cross (équation (II.27)) et détermination de la fréquence de changement de comportement rhéologique f_c et de l'indice d'écoulement m pour les trois références d'huile 47V20 (a), 47V100 (b), 47V1000 (c).

Le Tableau 9 compare les paramètres obtenus par ajustement de loi de Cross (équation (II.27)) des courbes expérimentales notés m et f_c , avec celles données par extrapolation (équations (II.31) et (II.32)) des courbes du fabricant notés m_{ext} et $f_{c,ext}$.

Référence	47V20	47V100	47V1000
m_{ext}	0,49	0,45	0,40
m	0,86	0,68	0,65
$f_{c,ext}$	10^6	10^5	5×10^2
f_c	2×10^6	5×10^5	5×10^4

Tableau 9 : Comparaison des valeurs données par extrapolation (équations (II.31) et (II.32)) des courbes du fabricant à celles mesurées par ultrasons (équation (II.27)).

Les résultats obtenus (Tableau 9) pour le paramètre m semblent être éloignés de ceux extrapolés m_{ext} bien que la tendance observée soit la même. Ceci peut être expliqué, d'une part par l'erreur qui peut se produire de l'ajustement de la viscosité effectué sur une petite gamme de fréquence (bande passante du transducteur $9 \leq f \leq 19$ MHz (Figure 18)), et d'autre part par l'extrapolation sur les basses fréquences (< 1 kHz), mais encore, par l'extrapolation des courbes du fabricant données par les équations (II.31) et (II.32).

Concernant le paramètre f_c , comparé à $f_{c,ext}$ (Tableau 9), les valeurs restent dans les mêmes ordres de grandeur pour la 47V20 et la 47V100 mais un peu éloigné pour la 47V1000.

V.5 Viscosité apparente par identification de loi de Cross

L'identification effectuée ici, est basée sur la loi de Cross (équation (II.27)), par identification de paramètres d'ajustement la viscosité apparente η_0 peut s'écrire en fonction de l'atténuation α_0 (équation (II.30)). Les résultats de l'identification et une comparaison des erreurs relatives sont présentées dans le Tableau 10.

Référence	47V20	47V100	47V1000
Viscosité apparente η_0 (mPa.s)	20	100	1000
Viscosité mesurée η_m (mPa.s)	10	16	19
Erreur relative $\varepsilon = (\eta_0 - \eta_m) / \eta_0$ (%)	50%	84%	991%
Viscosité identifiée η_i (mPa.s)	10	60	685
Erreur relative $\varepsilon = (\eta_0 - \eta_i) / \eta_0$ (%)	50%	40%	30%

Tableau 10 : Comparaison de la viscosité dynamique apparente η_0 donnée par le fabricant avec, la viscosité mesurée η_m (équation (II.22)) et la viscosité identifiée η_i par une loi de Cross (l'équation (II.30)).

À faible fréquence de cisaillement de l'ordre de f_c , les résultats semblent meilleurs pour les trois références d'huiles en comparaison avec les mesures brutes.

VI Conclusion

Dans ce chapitre, quatre parties ont été abordées. La première partie est une étude préliminaire qui a servi à estimer les dates des échos d'aller-retour dans la structure tri-couches afin de pouvoir bien choisir le transducteur adapté à la configuration, ainsi que l'effet des coefficients de réflexion aux interfaces sur la fonction de transfert. De plus, une étude sur la correction de diffraction du faisceau ultrasonore a été menée.

La deuxième partie a consisté à déterminer la vitesse et l'atténuation ultrasonore à travers une méthode spectrale sur des huiles silicones de la même famille 47 et de viscosités différentes du fabricant Rhodorsil. Cette méthode a démontré la possibilité de différencier les trois huiles en termes de viscosité à partir de la vitesse et l'atténuation ou encore à travers les paramètres d'ajustement de l'atténuation par la fonction puissance (équation (II.1)).

La troisième partie a porté sur la détermination d'une relation entre les paramètres d'ajustement de l'atténuation ultrasonore par une fonction puissance et la viscosité apparente η_0 déterminée à faible taux de cisaillement par la loi d'écoulement de Cross. Cette méthode a montré une dépendance entre ces paramètres; néanmoins, les résultats restent peu précis. Ce manque de précision peut être dû au faible nombre de points sur lequel l'ajustement a été effectué en comparaison avec la gamme de fréquence très étendue. Pour remédier à ce problème, un transducteur de fréquence centrale plus faible pourrait être utilisé.

L'objectif de la méthode développée dans cette étude est permettre un suivi de la polymérisation d'une résine époxy au cours du temps, tout en respectant les contraintes dues au procédé RTM, i.e. l'épaisseur du contre-moule (ici plaque de verre) et l'épaisseur de la pièce à réaliser (ici 6 mm d'huile silicone). Les trois références d'huile représentent des états intermédiaires de polymérisation. Ainsi, une perspective de cette étude porterait sur l'application de la méthode présentée dans ce chapitre un suivi de polymérisation d'une résine époxy. Ce cas d'étude sera traité dans le chapitre à venir.

VII Références

- [1] J. Bamber and C. Hill, “Acoustic properties of normal and cancerous human live I. dependence on pathological condition,” *Ultrasound in Med. & Biol.*, vol. 7, pp. 121–133, 1981.
- [2] J. Papadakis, “Ultrasonic measurements and devices,” *Academic Press*, 1976.
- [3] S. Rokhlin, D. Lewis, K. Graff, and A. Laszlo, “Real-time study of frequency dependence of attenuation and velocity of ultrasonic waves during the curing reaction of epoxy resin,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 79, pp. 6, 1986.
- [4] N. Samet, P. Marechal, and H. Duflo, “Ultrasonic characterization of a fluid layer using a broadband transducer,” *Ultrasonics*, vol. 52, pp. 427–434, 2012.
- [5] A. Temsamani, S. Vandenplas, M. D. Lumori, and V. Biesen.L, “Experimental validation for the diffraction effect in the ultrasonic field of piston transducers and its influence on absorption and dispersion measurements,” *IEEE, transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol. 48, pp. 577–559, 2001.
- [6] H. Wang and W. Cao, “Characterizing ultra-thin matching layers of high-frequency ultrasonic transducer based on impedance matching principle,” *IEEE Transactions on ultrasonics, Ferroelectrics, And Frequency control*, vol. 51 (2), pp. 211–215, 2004.
- [7] N. Samet, P. Marechal, and H. Duflo, “Détermination de l’atténuation ultrasonore d’une huile silicone et estimation de la viscosité,” in *10ème Congrès Français d’Acoustique*, 2010.
- [8] D. Razansky, “Effectiveness of acoustic power dissipation in lossy layers,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 116 (1), pp. 84–89, 2004.
- [9] P. Maréchal, *Transducteurs mono-éléments pour l’imagerie ultrasonore haute résolution: modélisation, réalisation et caractérisation*. PhD thesis, Université François Rabelais - Tours, 2003.
- [10] G. Lévêque, E. Rosenkrantz, and D. Laux, “Correction of diffraction effects in sound velocity and absorption measurements,” *Measurement Science And Technology*, vol. 18, pp. 3458–3462, 2007.
- [11] P. Rogers and A. Van Buren, “An exact expression for the lommel-diffraction correction integral,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 55, p. 724, 1974.

- [12] H. Jeong and D. K. Hsu, “Experimental analysis of porosity-induced ultrasonic attenuation and velocity change in carbon composites,” *Ultrasonics*, vol. 3, pp. 195–203, 1995.
- [13] M. Treiber, “Correction for partial reflection in ultrasonic attenuation measurements using contact transducers,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 125 (5), pp. 2946–2953, 2009.
- [14] J. Kushibiki and M. Akawa, “Diffraction effects on bulk-waves ultrasonic velocity and attenuation measurement,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 108 (2), pp. 564–573, 2000.
- [15] P. He, “Experimental verification of models for determining dispersion from attenuation,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 46(3), pp. 706–714, 1999.
- [16] W. Satche and Y. Pao, “On the determination of phase and group velocities of dispersive waves in solids,” *J. Appl. Phys.*, vol. 49, pp. 4320–4327, 1978.
- [17] W. Mason, *Electromechanical transducers and wave filters*. New York, 1948.
- [18] V. S. Vimal and K. Balasubramaniam, “Measuring newtonian viscosity from the phase of reflected ultrasonic shear wave,” *Ultrasonics*, vol. 38, pp. 921–927, 2000.
- [19] M. S. Greenwood and J. Bamberger, “Measurement of viscosity and shear wave velocity of a liquid or slurry for on-line process control,” *Ultrasonics*, vol. 39, pp. 623–630, 2002.
- [20] V. Prasad and K. Balasubramaniam, “Viscosity measurements of melts at high temperatures using ultrasonic guided waves,” *Journal of materials processing technology*, vol. 207, pp. 315–320, 2008.
- [21] M. Cross, “Rheology of non-newtonian fluids: a new flow equation for pseudoplastic systems,” *J. Colloid Interface Sci.*, vol. 20, pp. 417–437, 1965.
- [22] P. Carreau, “Rheological equations from molecular network theories,” *Trans. Soc. Rheol.*, vol. 16, pp. 99–127, 1972.
- [23] J. Rosenbaum, “*Bulk acoustic wave theory and devices*”, 1988.
- [24] W. Madigosky and R. Fiorito, “Modal resonance analysis of acoustic transmission and reflection losses in viscoelastic plates,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 65 (5), pp. 1105–1115, 1979.
- [25] L. Szabo, “Causal theories and data for acoustic attenuation obeying a frequency power law,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 97 (1), pp. 14–24, 1995.
- [26] T. Szabo, “A model for longitudinal and shear wave propagation in viscoelastic media,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 107 (5), pp. 2437–2446, 2000.

Chapitre III : Suivi de polymérisation et détection de bulles

I Introduction

Dans ce chapitre, les résultats sont présentés de façon à répondre aux deux problématiques essentielles de ce travail, à savoir, le suivi de polymérisation d'une résine ainsi que la quantification du taux de porosité dans un composite en cours d'élaboration, aux échelles microscopique et macroscopique.

Dans le cas des micro-porosités, leur dimension est inférieure à la longueur d'onde acoustique, et leur détection devient très difficile. Dans ce cas, en se basant sur la variation de la vitesse et de l'atténuation due à la présence d'un nuage de micro-bulles, on peut envisager de remonter au taux de porosité [1]. Néanmoins, notre étude (paragraphe III) se limite à estimer le taux de porosité, dans une huile silicone.

Dans le cas des macro-porosités, une étude a été menée, d'abord, sur la détectabilité des bulles dans un écoulement de fluide visqueux, puis, la vitesse d'écoulement des bulles a été déterminée à partir d'un algorithme basé sur la transformée de Hough.

II Suivi de polymérisation d'une résine époxy par méthode ultrasonore

II.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est constitué de deux blocs d'aluminium tous deux d'épaisseur 120 mm entre lesquels un mélange de résine époxy-durcisseur Includox[®] d'épaisseur $d_e = 11$ mm est introduit (Figure 22 (a)). Un transducteur mono-élément de fréquence centrale 5 MHz est utilisé pour la caractérisation de la résine sur la base de l'étude précédente. Des acquisitions de signaux ultrasonores et de température sont prises toutes les 5 min sur une durée totale de 180 h. Afin de tenir compte de l'effet de la température sur la vitesse et l'atténuation, la température a été prélevée pour chaque acquisition à travers une sonde de température Pt100 plongée dans la résine en cours de polymérisation (Figure 22 (b)). La sonde est reliée à un pont de Wheatstone et à un amplificateur différentiel (Figure 22 (c)) traduisant l'échauffement de la résine en température.

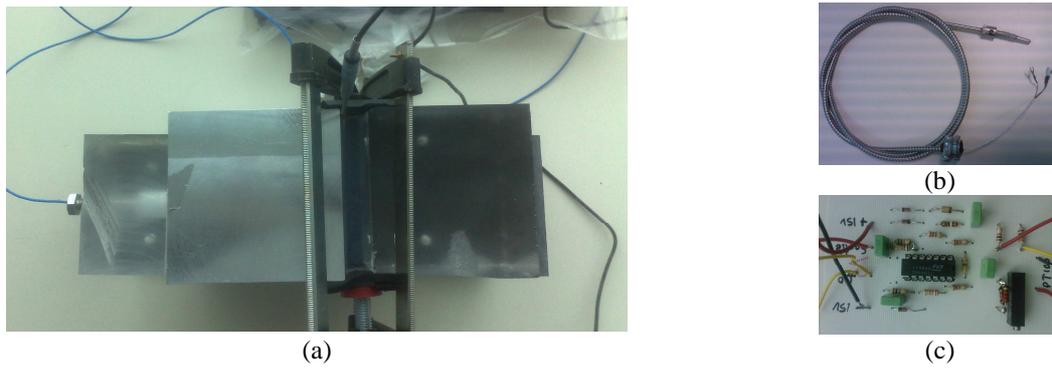


Figure 22 : (a) Dispositif expérimental pour la caractérisation de la résine époxy, (b) sonde de température Pt100, (c) pont de Wheatstone et amplificateur d'instrumentation.

II.2 Etude de la diffraction

Une étude sur la diffraction du faisceau ultrasonore se basant sur l'étude précédente (équation (II.20)), paragraphe IV.3) a été réalisée afin de quantifier son effet sur la qualité de mesure (Figure 23).

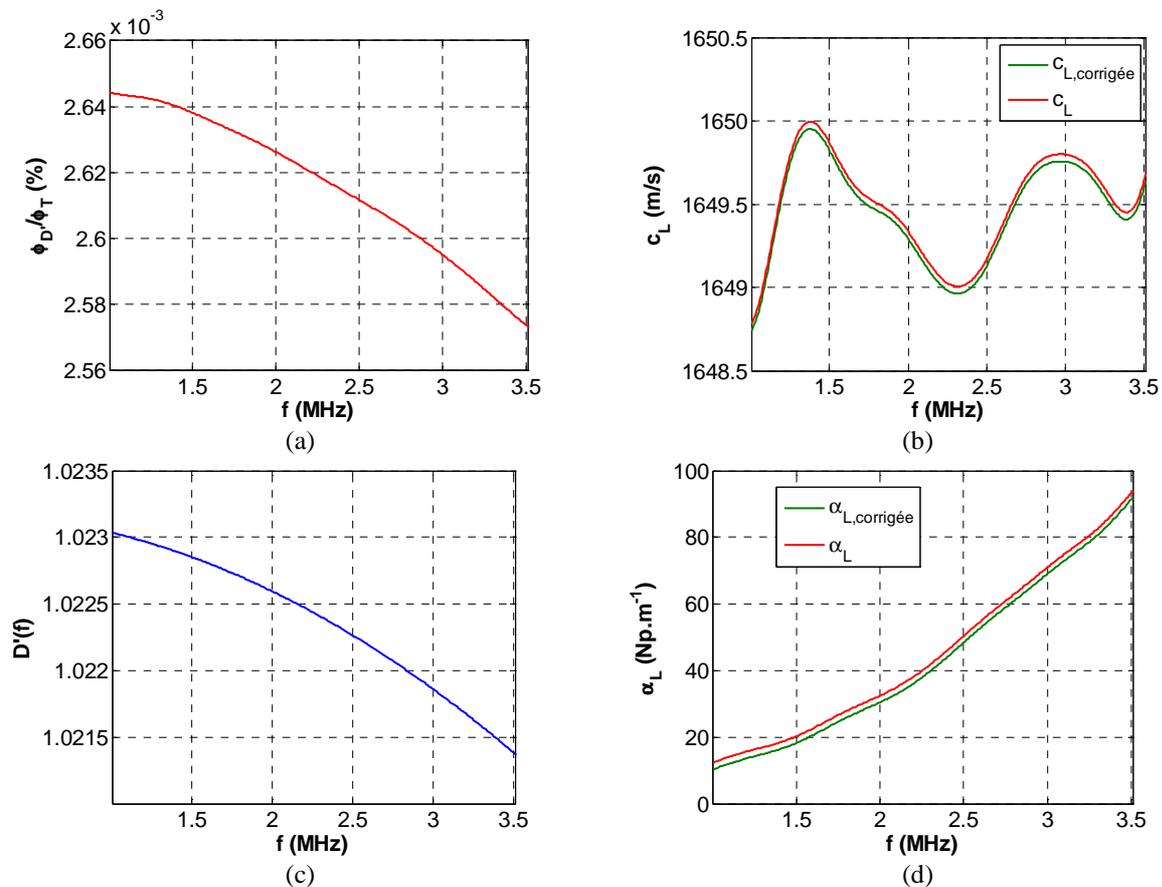


Figure 23: Effet de la correction de diffraction $\underline{D}'(f) = D'(f)e^{j\phi D'}$ en terme de (a) phase relative ϕ_D / ϕ_T (%) et de (b) module $D'(f)$ sur (c) la vitesse longitudinale c_L (m/s) et sur (d) l'atténuation α_L (Np/m).

La variation relative de la phase de la fonction de correction de diffraction ϕ_D (Figure 23 (a)) par rapport à la phase de la fonction de transfert ϕ_T est de l'ordre de 0,25 % ce qui explique son effet faible sur la vitesse c_L (Figure 23 (b)). L'effet du module de la fonction de correction $D'(f)$ (Figure 23 (c)), de l'ordre de 2,5 % et son effet sur l'atténuation est également négligeable (Figure 23 (d)). Malgré son effet faible sur les mesures de la vitesse et l'atténuation, la diffraction a été prise en compte durant cette étude.

II.3 Mesures

La vitesse et l'atténuation ont été mesurées par méthode spectrale et temporelle en utilisant les échos de premier et second aller-retour dans la résine (Figure 24). En se basant sur l'étude précédente (Chapitre II), on peut remarquer que :

- Les précautions détaillées précédemment ont permis de bien isoler les échos utiles de ceux, longitudinaux et transversaux, liés aux couches amont et aval.
- La variation de la vitesse en fonction de la fréquence dans la résine à l'état fluide est très faible de l'ordre de 0,06 %, tandis que, à l'état solide le matériau devient dispersif et la vitesse augmente en fonction de la fréquence de l'ordre de 0,72 % (Figure 24 (c)).
- L'atténuation à l'état fluide est bien ajustée par une fonction puissance (équation (II.1)) et le paramètre n est bien compris entre 1 et 2. À l'état solide ce paramètre tend vers une constante autour de 1 (Figure 24 (d)).

En plus de la mesure par méthode spectrale, la vitesse a été mesurée par temps de vol pour chaque acquisition entre l'écho provenant de l'aluminium et le premier aller-retour dans la résine (Figure 24). La comparaison des résultats de ces deux méthodes en terme de vitesse montre un très bon accord avec les résultats d'un suivi ultrasonore de polymérisation (Figure 25).

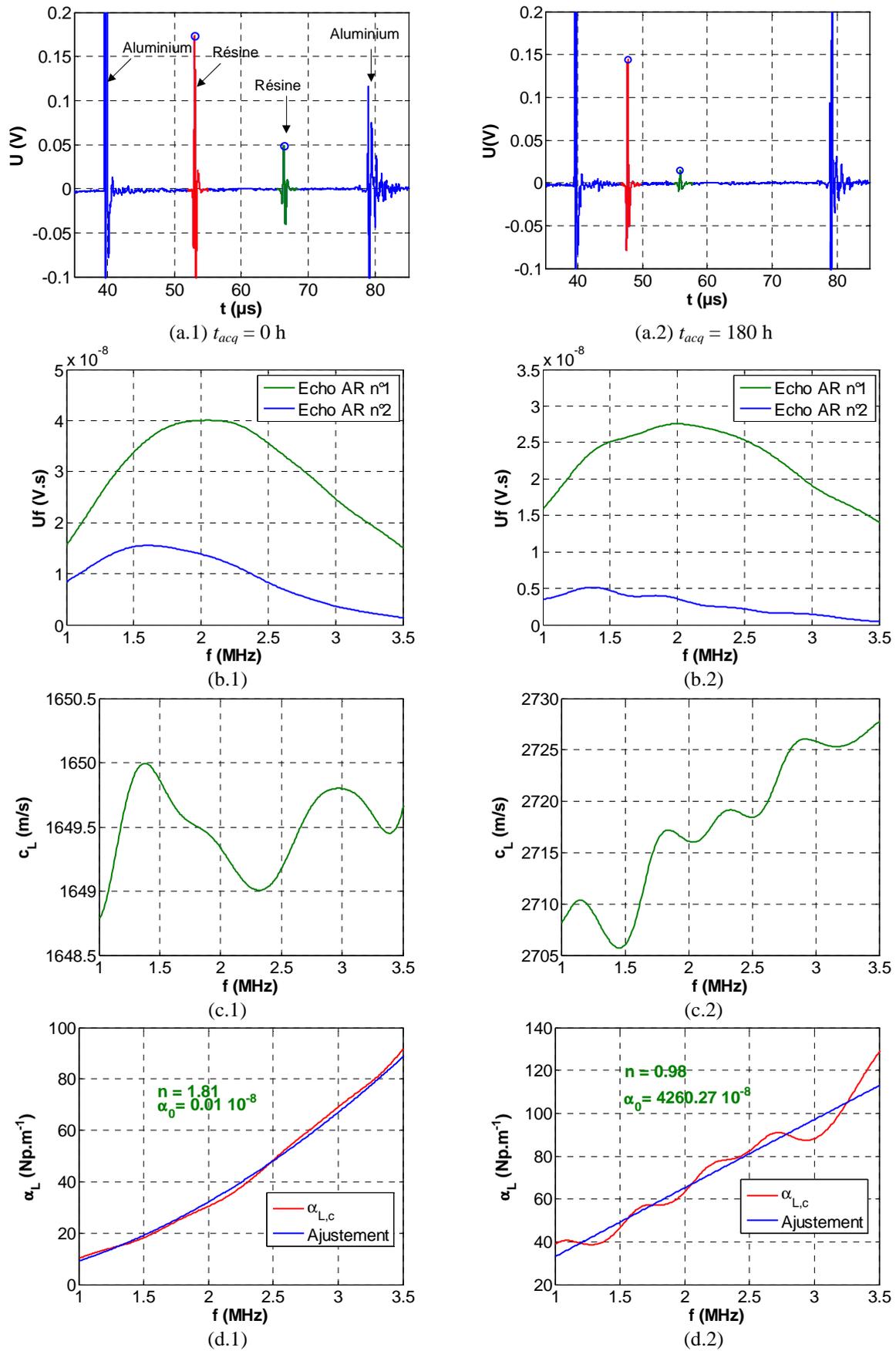


Figure 24: (a.1- 2) signal temporel, (b.1- 2) spectres, (c.1- 2) vitesse et (d.1- 2) atténuation en (1) début de polymérisation à $t = 0$ (2) en fin de polymérisation à $t = 180$ h.

Lors de la polymérisation de la résine, l'apparition d'un nuage de bulles dû à la réaction chimique entre la résine et le durcisseur a été observée. L'observation de ces bulles est visible sur l'allure de la vitesse entre 12 et 40 h (Figure 25) par des points non significatifs. En effet, l'apparition des bulles perturbe la propagation des ondes ultrasonores dans la résine et fausse ainsi les résultats de mesure. La méthode par temps de vol donne plus de points puisqu'elle ne se base que sur l'écho de l'aluminium et le premier écho provenant de la résine tandis que la méthode spectrale nécessite les deux premiers échos d'aller-retour dans la résine. En cas de présence de bulles, l'atténuation devient très importante et le second aller-retour dans la résine est complètement noyé dans le bruit.

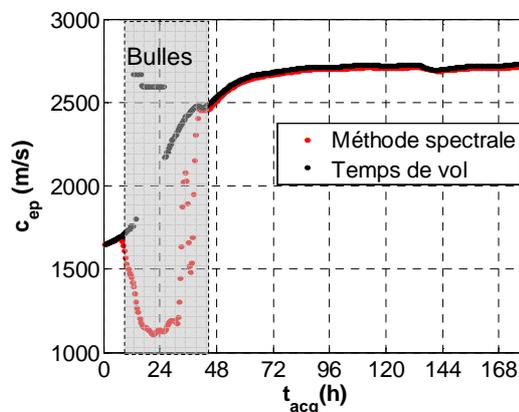


Figure 25: Comparaison de la mesure de vitesse par temps de vol et méthode spectrale

II.4 Sensibilité de la vitesse à la température

Après 72 h, la résine est entièrement polymérisée. Toutefois, des variations locales de la vitesse sont enregistrées (Figure 26). Ces variations sont liées au changement de température dans la résine [2]. Les variations enregistrées sont autour de la température ambiante $T = 23 \pm \Delta T^\circ\text{C}$, cela signifie que la réaction chimique due à la polymérisation n'est pas exothermique et que les variations de la vitesse ultrasonore révèlent simplement la sensibilité des ultrasons à la température (Figure 26).

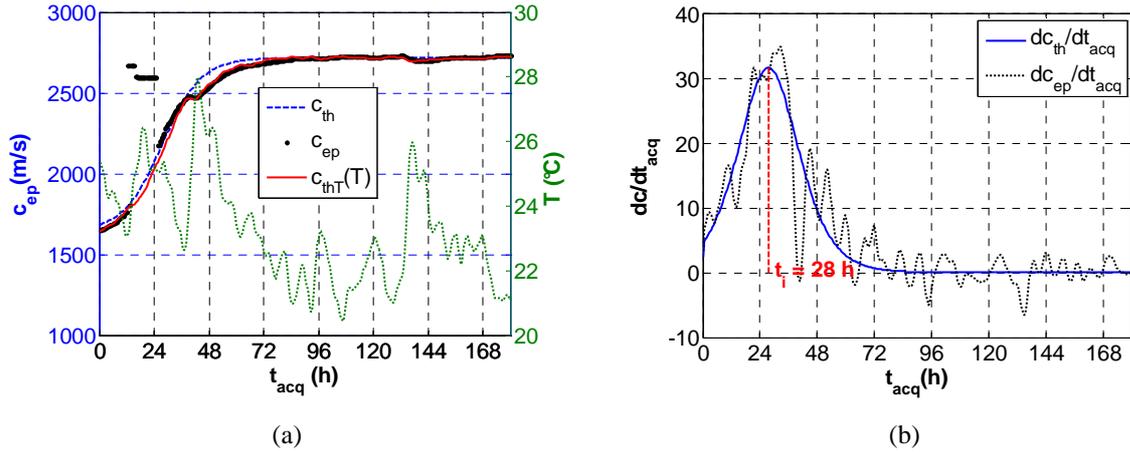


Figure 26: (a) Vitesse expérimentale par temps de vol c_{ep} (noir), ajustement de la vitesse c_{th} (bleu) par l'équation (III.1) et correction de la vitesse $c_{thT}(T)$ (rouge) en fonction de la température selon l'équation (III.2). (b) Dérivée de la vitesse théorique dc_{th} et dérivée de la vitesse expérimentale dc_{ep} avec $t_i = 28$ h le point d'inflexion.

La courbe de vitesse a été ajustée par l'équation suivante (Figure 26 (a)) :

$$c_{th}(t_{acq}) = c_{th,f} + \frac{c_{th,s} - c_{th,f}}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{t_{acq} - t_i}{t_m} \right) \right) \quad (\text{III.1})$$

avec $c_{th,f}$ la vitesse initiale à $t_{acq} = 0$ et $c_{th,s}$ la vitesse finale à $t = 180$ h, $t_i = 28$ h date du point d'inflexion (Figure 26 (b)), i.e. pour $c_{th} = (c_{th,f} + c_{th,s})/2$ et t_m est une constante de dilatation temporelle. Cet ajustement ne prévoit pas les fluctuations de la vitesse dues à la variation de température, donc la courbe de vitesse théorique c_{th} peut être corrigée en température $c_{thT}(T)$ par l'équation classique (III.2) et (III.3). L'ajustement permettant de se rapprocher au mieux de l'allure de la vitesse expérimentale c_{ep} et permet d'observer plus clairement l'effet de la température (Figure 26). Cet effet n'est pas le même à l'état liquide qu'à l'état solide. En effet, le liquide est plus sensible à la température ce qui oblige de prévoir deux fonctions de correction : l'une à l'état liquide ou gel, i.e. avant le palier solide (point d'inflexion) (Figure 26 (a) et (b)), l'autre à l'état solide, i.e. sur le palier solide (après le point d'inflexion).

La dépendance en température de la vitesse d'une résine époxy a été mesurée par Yasaku [3] et la fonction de correction en température par extrapolation des mesures effectuées sur les modules d'Young [4, 5] et sur la viscosité [6] peut s'écrire sous la forme d'une exponentielle de type $e^{B.T_0/T}$, où B et T_0 sont deux constantes. En effet, cette forme dérive de la loi d'Arrhenius décrivant la variation de la vitesse de réaction chimique en fonction de la température. De même, la correction de la vitesse ultrasonore peut s'écrire avant le point d'inflexion :

$$c_{thT,f}(T) = c_{th,f} e^{B_f \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_m} \right)} \quad (\text{III.2})$$

Après le point d'inflexion, elle devient :

$$c_{thT,s}(T) = c_{th,s} e^{B_s \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_m} \right)} \quad (\text{III.3})$$

où $T_m = 23^\circ\text{C}$, est la température moyenne de la résine, $B_f = 5$ une constante d'ajustement à l'état fluide et $B_s = 1,2$ est une constante d'ajustement à l'état solide.

A partir de cet ajustement (Figure 26 (a)), les fluctuations de la vitesse dues à la température sont visibles avec un léger temps de retard par rapport à la courbe théorique. Ce temps de retard correspond au temps de réaction du matériau et de la sonde Pt 100 à la température. Les sensibilités à la température pour les deux cas fluide et solide peuvent s'écrire sous la forme suivante (Figure 27) :

$$s_{c,f,s}(\%) = \left(\frac{c_{thT,f,s}}{c_{th}} - 1 \right) \times 100 = \left(e^{B_{f,s} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_m} \right)} - 1 \right) \times 100 \quad (\text{III.4})$$

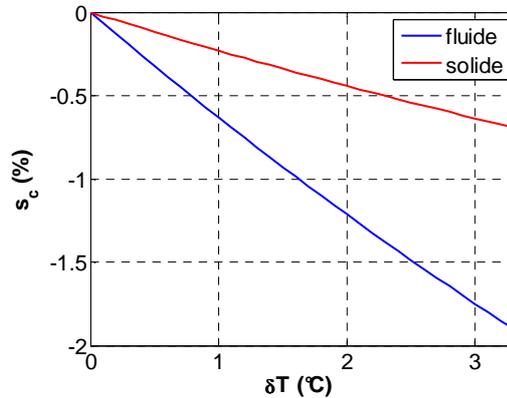


Figure 27 : Sensibilité de la vitesse à la température à l'état fluide (bleu) et l'état solide (rouge).

La sensibilité de la vitesse s_c est décroissante en fonction de la température, i.e. une augmentation $\delta T = 1^\circ\text{C}$ provoque une diminution de $s_{c,f} = 0,65 \%$ par rapport à la vitesse initiale dans le cas fluide et $s_{c,s} = 0,2 \%$ dans le cas solide.

II.5 Mesure de l'atténuation et paramètres d'ajustement

L'atténuation est donnée par une valeur moyenne sur la bande passante du transducteur pour chaque acquisition et son évolution au cours du temps est donnée par la Figure 28 (a).

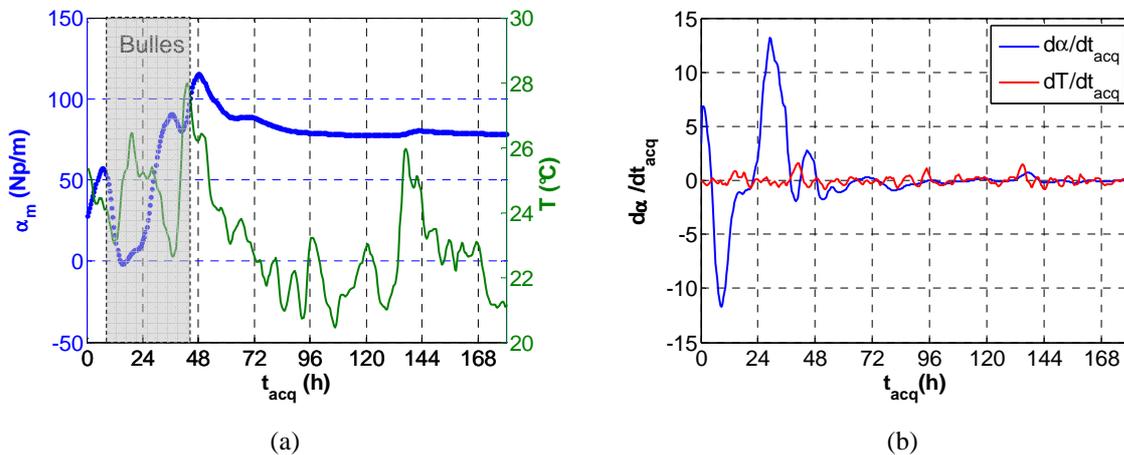


Figure 28 : Evolution de l'atténuation au cours du temps (a) atténuation moyenne α_m calculée par méthode spectrale et (b) dérivée de l'atténuation $d\alpha/dt_{acq}$ et dérivée de la température dT/dt_{acq} .

L'atténuation augmente avec la polymérisation jusqu'à l'apparition des bulles où l'atténuation devient très élevée avant de se stabiliser lorsque le matériau est entièrement polymérisé (Figure 28 (a)). Sur ce palier, des fluctuations dues aux changements de température avec un temps de retard sont également observées. L'allure de l'atténuation α_m calculée par la méthode spectrale (équation (II.19)) présente un point d'inflexion $t_i = 29$ h quasi-similaire à celui de la vitesse $t_i = 28$ h. Ce point d'inflexion est obtenu à partir de la dérivée de l'atténuation (Figure 28 (b)). La date de fin de polymérisation peut ainsi être relevée pour $(d\alpha/dt_{acq}) = 0$, soit $t_{acq} \geq 70$.

Des fluctuations de l'atténuation moyenne α_m (Figure 28 (a)) et de sa dérivée par rapport au temps $d\alpha/dt_{acq}$ (Figure 28 (b)) sont observées en lien avec les variations de température T (°C) avec un certain temps de retard.

Dans le cas fluide, les paramètres d'ajustement de $\alpha_L(f)$ (équation (II.1)), α_0 et n évoluent comme attendu, i.e. α_0 augmente avec la viscosité et n diminue, avant d'atteindre l'état solide où α_0 tend vers 0 (Figure 29 (b)) et n tend vers 1 (Figure 29 (c)).

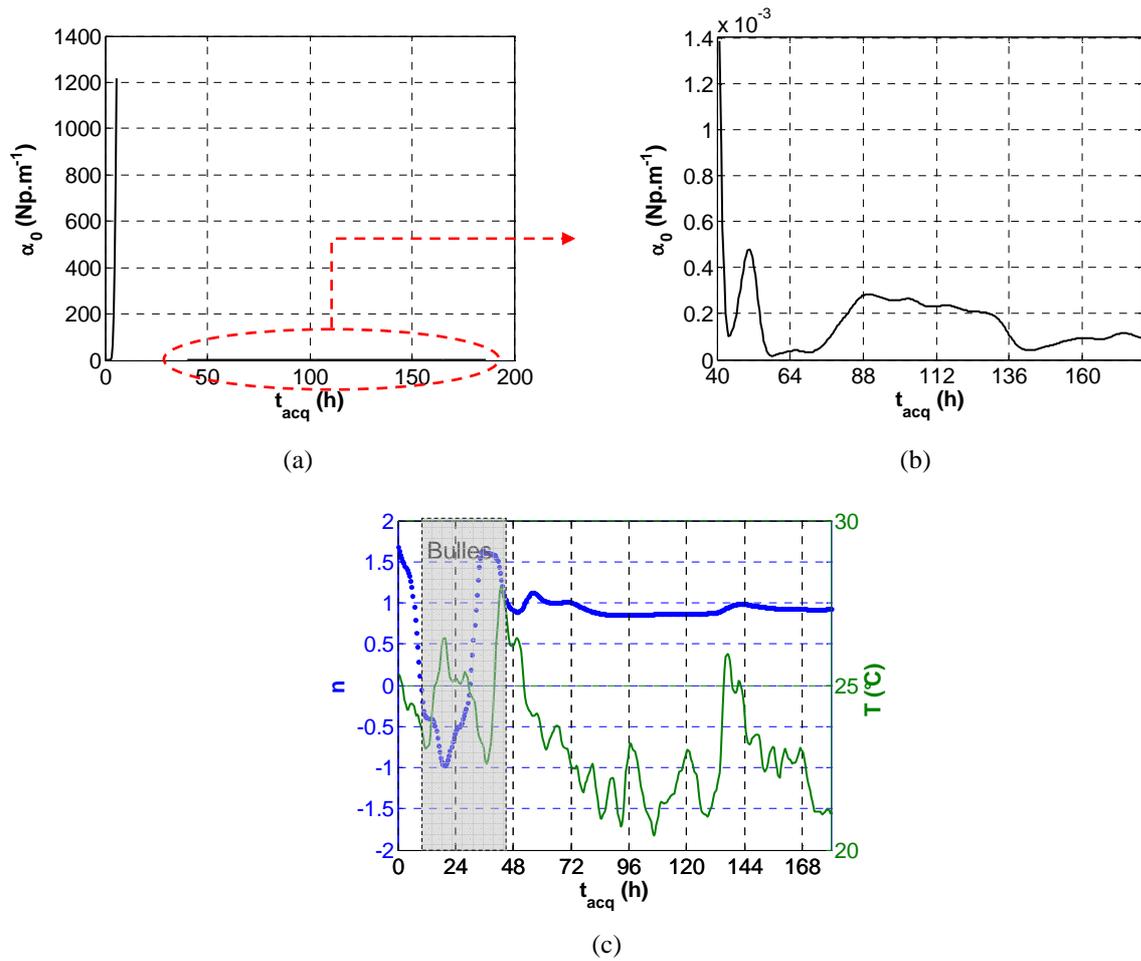


Figure 29 : Evolution des paramètres d'ajustement (a), (b) α_0 et (c) n en fonction du temps de polymérisation.

II.6 Mesure de la viscosité

La viscosité mesurée ici est donnée par la théorie de Stokes décrite au paragraphe (V.2).

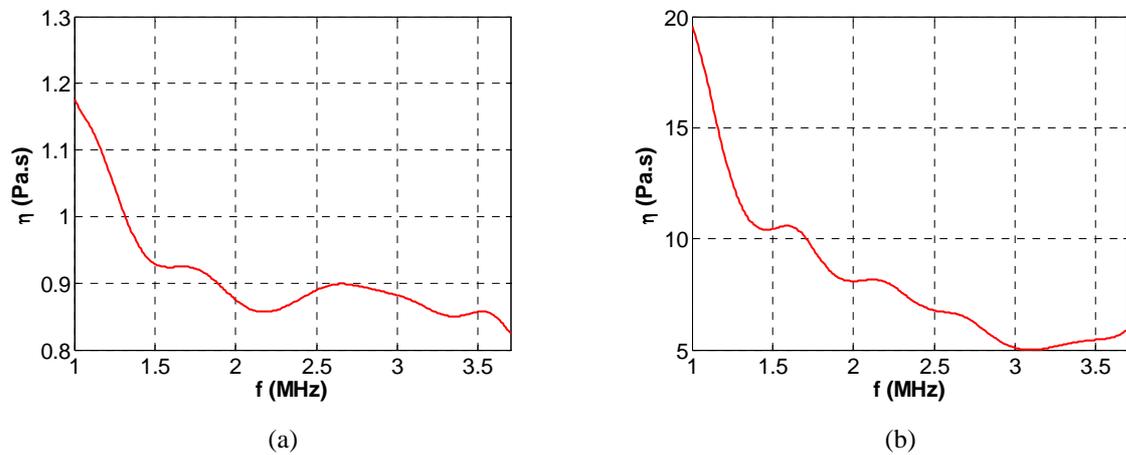


Figure 30 : Viscosité de la résine à (a) $t_{acq} = 0$ h et (b) $t_{acq} = 180$ h.

La viscosité est décroissante en fonction de la fréquence (Figure 30) et sa valeur initiale à $t = 0$ et à la plus basse fréquence 1 MHz est de l'ordre de grandeur donné par le fabricant $\eta_{ref} = 1,2$ à $1,4$ Pa.s. La viscosité en fonction de la polymérisation est donnée par sa valeur moyenne η_m sur la bande passante du transducteur, entre 1 et 3,7 MHz (Figure 31).

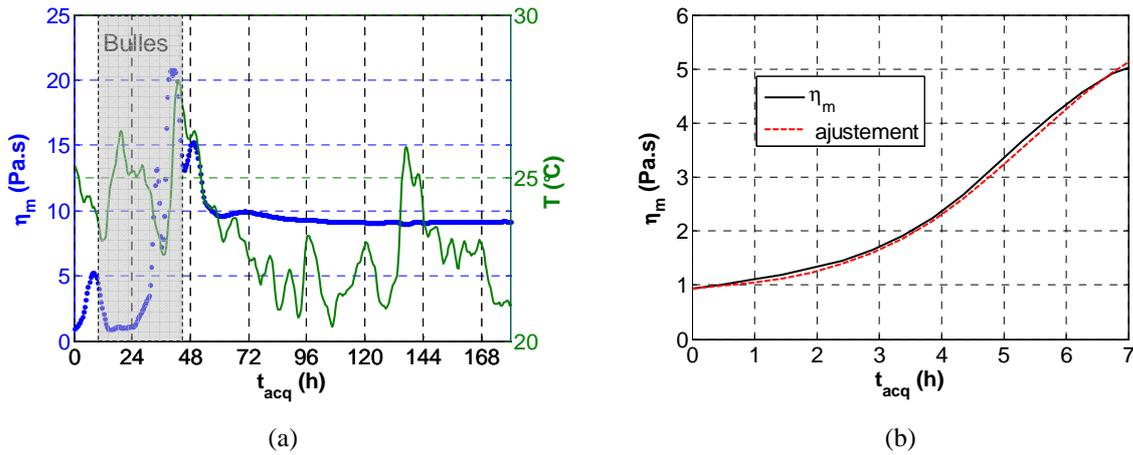


Figure 31 : (a) Viscosité moyenne η_m en fonction de la date d'acquisition et (b) viscosité moyenne en tout début de polymérisation de 0 à 7h.

A l'état fluide $0 \leq t_{acq} \leq 7$ h, la viscosité augmente avec la polymérisation (Figure 31 (b)) et son allure ressemble à celle de la vitesse et peut être ajustée par la fonction suivante, caractéristique d'un début de polymérisation rapide :

$$\eta_m = \eta_{m,0} + \frac{\eta_{m,f} - \eta_{m,0}}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{t_{acq} - t_i}{t_m} \right) \right) \quad (III.5)$$

avec $\eta_{m,0} = 0,9$ Pa.s la viscosité initiale à $t = 0$ et $\eta_{m,f} = 9$ Pa.s la viscosité finale à $t = 180$ h, $t_i = 5,4$, i.e. pour $\eta_m(t_i) = (\eta_{m,0} + \eta_{m,f})/2$ et $t_m = 2,7$ h est une constante de dilatation temporelle.

III Détection de nuage de micro-bulles

En pratique, lors de l'injection de la résine dans une préforme fibreuse un nuage de bulle apparaît et il est difficile de n'observer qu'une seule bulle à la fois par les moyens de visualisation. Il est donc nécessaire d'envisager la distribution de bulles dans l'espace

d'observation, tout comme une distribution des propriétés de ces bulles (diamètre, sphéricité, impédance acoustique, compressibilité...).

Dans l'hypothèse d'une couche de micro-bulles, il peut être intéressant d'envisager les propriétés macroscopiques du mélange bulles/milieu environnant. En particulier, dans des matériaux composites, on observe une augmentation de l'atténuation et une diminution de la vitesse de propagation avec le taux de porosité [1].

La gamme spectrale de la fréquence est donnée par la fréquence centrale et la bande passante du transducteur. Dans cette étude (Figure 32), la fréquence centrale est $f_0 = 10$ MHz et la bande passante à -6 dB est d'environ $\Delta f_6/f_0 = 80\%$, soit une gamme spectrale de 6 à 14 MHz. Ici, une différence est observée avec et sans micro-bulles entre la vitesse (Figure 32 (a)) et l'atténuation (Figure 32 (b)). En raison de la fraction volumique de porosité (micro-bulles) ε , la vitesse est légèrement diminuée en cas de présence de micro-bulles. Dans une première approximation, on obtient à partir du nombre d'onde effectif complexe \underline{k}_{eff} (équation (III.6)), la vitesse effective c_{eff} et l'atténuation effective α_{eff} dans le mélange huile / micro-bulles:

$$\underline{k}_{eff} = \frac{\omega}{c_{eff}} + j\alpha_{eff} = (1-\varepsilon)\underline{k}_{fluide} + \varepsilon\underline{k}_{air} \quad (III.6)$$

En remplaçant les nombres d'ondes complexes dans le fluide \underline{k}_{fluide} et dans l'air \underline{k}_{air} par leurs expressions, on obtient :

$$\underline{k}_{eff} = (1-\varepsilon)\left(\frac{\omega}{c_{fluide}} + j\alpha_{fluide}\right) + \varepsilon\left(\frac{\omega}{c_{air}} + j\alpha_{air}\right) \quad (III.7)$$

A partir de la partie réelle, on obtient :

$$\frac{\omega}{c_{eff}} = (1-\varepsilon_c)\frac{\omega}{c_{fluide}} + \varepsilon_c\frac{\omega}{c_{air}} \quad (III.8)$$

avec ε_c la fraction volumique de micro-bulles (micro-porosités) calculée à partir de la vitesse dans l'huile silicone telle que :

$$c_{eff} = \frac{c_{air} \cdot c_{fluide}}{(1-\varepsilon_c) \cdot c_{air} + \varepsilon_c \cdot c_{fluide}} \quad (III.9)$$

A partir de la partie imaginaire, on obtient :

$$\alpha_{eff} = (1-\varepsilon_\alpha)\alpha_{fluide} + \varepsilon_\alpha\alpha_{air} \quad (III.10)$$

avec ε_α la même fraction volumique de porosités calculée à partir de l'atténuation dans l'huile silicone.

A partir des équations (III.9) et (III.10), on obtient :

$$\varepsilon_c = \frac{c_{air} \cdot (c_{fluide} - c_{eff})}{c_{eff} \cdot (c_{fluide} - c_{air})} \quad (III.11)$$

et

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\alpha_{eff} - \alpha_{fluide}}{\alpha_{air} - \alpha_{fluide}} \quad (III.12)$$

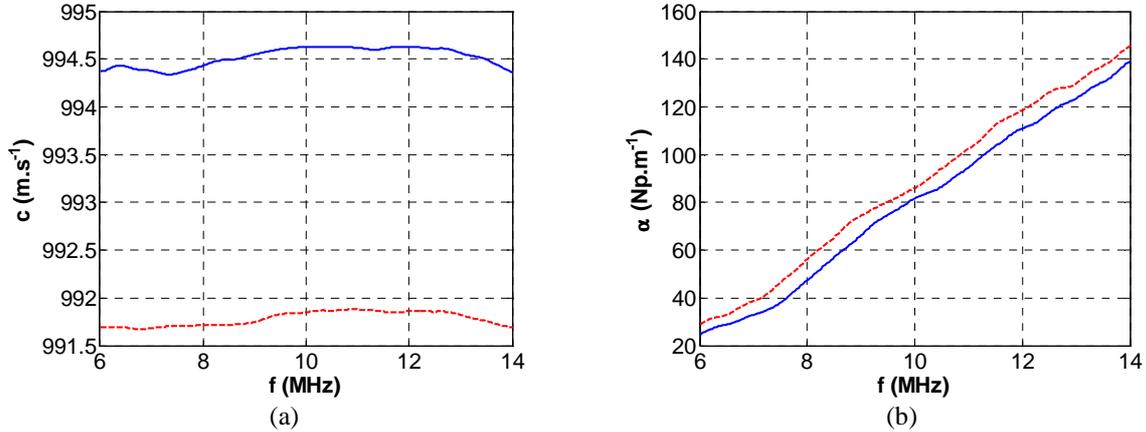


Figure 32 : Comparaison de (a) la vitesse sans micro-bulles (bleu continu) et avec micro-bulles (rouge pointillé) et de (b) l'atténuation dans l'huile silicone sans micro-bulles (bleu continu) et avec micro-bulles (rouge pointillé).

A partir de mesures de la vitesse (Figure 32), la vitesse dans l'huile $c_{fluide} = 994,5$ mm/s, et la vitesse effective $c_{eff} = 991,75$ mm/s dans l'ensemble huile/micro-bulles et la vitesse dans l'air $c_{air} = 340$ m/s, la fraction volumique de micro-bulles $\varepsilon \approx \varepsilon_c$ (équation (III.11)) est estimée à environ $\varepsilon_c \approx 0,15\%$.

A partir de l'atténuation dans le fluide $\alpha_{fluide} = 80$ Np/m, l'atténuation effective dans l'ensemble huile/ micro-bulles $\alpha_{eff} = 85$ Np/m prélevées à la fréquence centrale $f_0 = 10$ MHz et l'atténuation dans l'air est $\alpha_{air} = 2 \times 10^{-11} \times f_0^2$ Np/m, la fraction volumique de micro-bulles $\varepsilon \approx \varepsilon_\alpha$ (équation (III.12)) est estimée à environ $\varepsilon_\alpha \approx 0,24\%$.

En accord avec les mesures et les équations (III.11) et (III.12), la vitesse moyenne est plus faible et l'atténuation est plus élevée avec des micro-bulles.

IV Nuage de macro-bulles

IV.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental permettant de suivre l'évolution d'un nuage de macro-bulle est constitué de l'unité d'acquisition (Figure 33 (a)) est constituée d'un système d'émission-

réception multiéléments Tomoscan piloté par le logiciel d'interface Tomoview, développé par Olympus et d'une pompe qui fait circuler un fluide visqueux dans un moule tricouche (Figure 33 (b)).

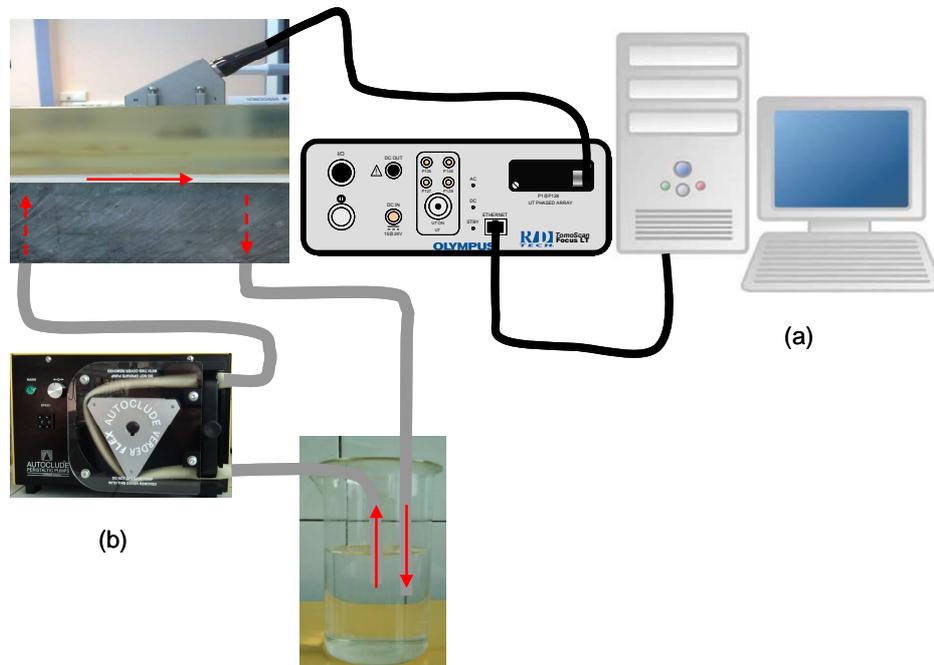


Figure 33 : Dispositif de mesure: (a) unité d'acquisition et transducteur multiéléments et (b) dispositif de circulation du fluide visqueux et des bulles.

IV.2 Marco-bulles dans un écoulement visqueux

Les bulles générées par aspiration d'air à l'intérieur de la pompe sont détectées par le transducteur multiéléments : leurs vitesses peuvent être déterminées par un post-traitement. Pour chaque loi focale (position donnée), un balayage temporel de 201 acquisitions (temps donné) a été fixé.

En considérant la loi focale $n_f = 51$ et en comparant avec le C-scan (Figure 34 (a)), on peut déduire que les bulles sont visibles comme des lignes sur le C-scan. Les lignes ayant plus de contraste correspondent à des réflexions d'onde d'amplitude plus importantes ou encore à des macro-bulles de taille plus importante. Dans ce cas, le maximum d'amplitude est donné par les acquisitions 3 et 192 (Figure 34 (b)).

On peut aussi déterminer le nombre de bulles ayant traversé le faisceau ultrasonore à la loi focale $n_f = 51$ correspondant à la position x_f durant les 10 s d'acquisition en comptant les sommets excédants le seuil fixé ici à 1,5 %. En dessous de ce seuil, les sommets sont noyés dans le bruit.

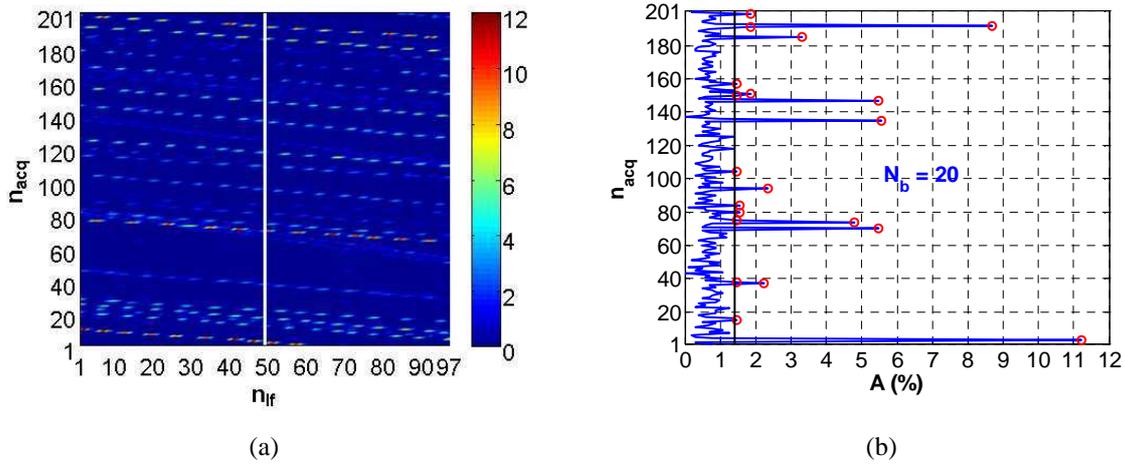


Figure 34 : Déplacement des bulles (a) C-scan à la 51^{ème} loi focale (ligne verticale blanche continue) (b) maximum des amplitudes (cercles rouges) à la 51^{ème} loi focale et pour les 201 acquisitions.

Les bulles détectables sont visibles sur le C-scan reconstitué par des lignes de différentes pentes comme l'indique la (Figure 34 (a)). Connaissant le temps séparant deux acquisitions, l'axe des ordonnées n_{acq} est traduit en temps d'acquisition t_{acq} avec $T_{acq} = 10$ s (Figure 36 (a)). Les bulles traversant la loi focale n_{lf} , pour une acquisition donnée n_{acq} sont détectées à la position associée (x_{lf}, t_{acq}) .

Une estimation de la vitesse de la bulle v_b est obtenue à partir de sa pente (Figure 36 (a)) :

$$v_b = \frac{\Delta x_{lf}}{\Delta t_{acq}} \quad (\text{III.13})$$

La vitesse est donnée aux erreurs d'échantillonnage spatial et temporel près. Dans cette configuration les pas d'échantillonnage spatial et temporel sont donnés respectivement par $dx_{lf} = 0,5$ mm et $dt_{acq} = 0,05$ s. Ces valeurs ont une incidence directe sur la précision de la mesure de vitesse via un relevé (x_{lf}, t_{acq}) . L'expression de la vitesse effective recherchée est fonction des coordonnées position-temps $(x_{lf,1}, t_{acq,1})$ et $(x_{lf,2}, t_{acq,2})$ des points considérés, soit $v_{eff} = v_b = \Delta x_{lf} / \Delta t_{acq}$. En considérant la précision de la mesure de position de loi focale et de date d'acquisition, on a :

$$v_{eff} = \frac{x_{lf,2} \pm (dx_{lf} / 2) - x_{lf,1} \mp (dx_{lf} / 2)}{t_{acq,2} \pm (dt_{acq} / 2) - t_{acq,1} \mp (dt_{acq} / 2)} \quad (\text{III.14})$$

soit au premier ordre :

$$v_{eff} \approx \frac{\Delta x_{lf} \pm dx_{lf}}{\Delta t_{acq}} \pm \frac{(\Delta x_{lf} \pm dx_{lf}) \cdot dt_{acq}}{(\Delta t_{acq})^2} \approx \left(1 \pm \frac{dt_{acq}}{\Delta t_{acq}} \right) \left(\frac{\Delta x_{lf} \pm dx_{lf}}{\Delta t_{acq}} \right) \quad (III.15)$$

La vitesse effective v_{eff} que l'on cherche à mesurer dépend du sens de l'évolution de la bulle par rapport au sens de balayage. Effectivement, si la bulle évolue dans le même sens que le sens de balayage, la vitesse effective nommée "vitesse avant" (Figure 35 (a)) $v_{av} (> v_{eff})$ s'écrit comme suit :

$$v_{av} = \frac{(\Delta n_{lf} - 1) \cdot dx_{lf}}{(\Delta n_{acq} - 1) t_{acq} - \frac{\Delta n_{lf}}{N_{lf} + 1} dt_{acq}} \quad (III.16)$$

où Δn_{lf} et Δn_{acq} sont respectivement la différence entre deux numéros de lois focales et la différence entre deux numéros d'acquisitions et N_{lf} le nombre total de lois focales.

Sinon, elle est nommée "vitesse arrière" (Figure 35 (b)) $v_{ar} (< v_{eff})$ et s'écrit :

$$v_{ar} = \frac{(\Delta n_{lf} - 1) \cdot dx_{lf}}{(\Delta n_{acq} - 1) t_{acq} + \frac{\Delta n_{lf}}{N_{lf} + 1} dt_{acq}} \quad (III.17)$$

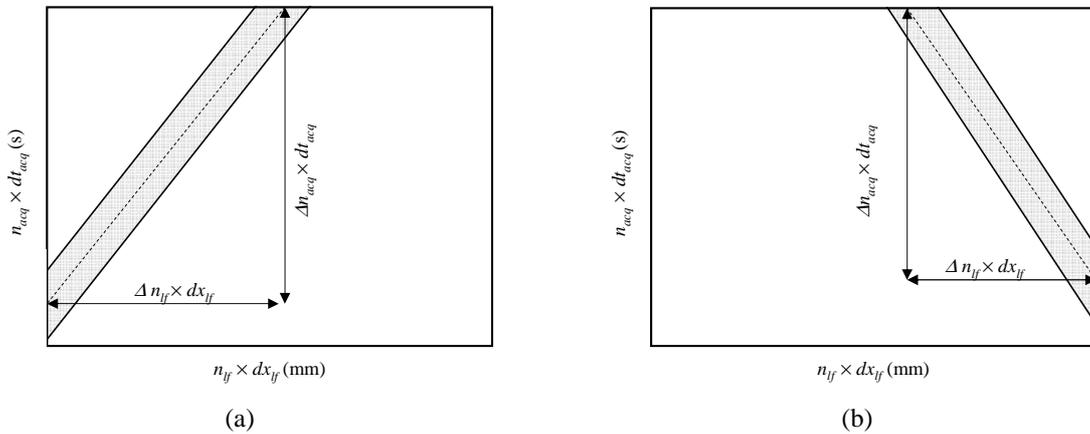


Figure 35 : Vitesse de la bulle (a) avant et (b) arrière.

Le terme $\Delta n_{lf}/(N_{lf} + 1)$, compris entre 1/2 et 1, vient selon le cas (équations (III.16) et (III.17)), s'ajouter ou se soustraire du temps d'acquisition entre deux positions différentes. Par la suite, seul le sens avant est utilisé et toutes les mesures sont effectuées dans les mêmes conditions.

La vitesse v_b de chaque bulle est alors déterminée en utilisant un traitement d'image du C-scan (Figure 36 (a)). L'algorithme basé sur la transformée de Hough [7], consiste à détecter les lignes sur l'image du C-scan et les restaurer sur une autre image (Figure 36 (b)). Alors, l'image de référence est tournée de 0 à 20° avec un pas de 0,2° tout en comptant le nombre de pics et les angles correspondants à chaque rotation. Chaque pic détecté est enregistré dans ces coordonnées polaires (r, θ) , avec r le rayon entre l'origine de l'axe de rotation et la perpendiculaire à la droite et θ l'angle de rotation.

En reconstituant ces coordonnées à chaque pas d'angle, l'algorithme permet de calculer le nombre de bulles, leurs vitesses relatives ainsi que la distribution de la vitesse (Figure 36 (c)).

En comparant la vitesse moyenne des bulles $v_{b,m} = 55$ mm/s à la vitesse d'écoulement du fluide $v_f = 104$ mm/s, on peut constater que les bulles sont ralenties par le frottement sur les parois.

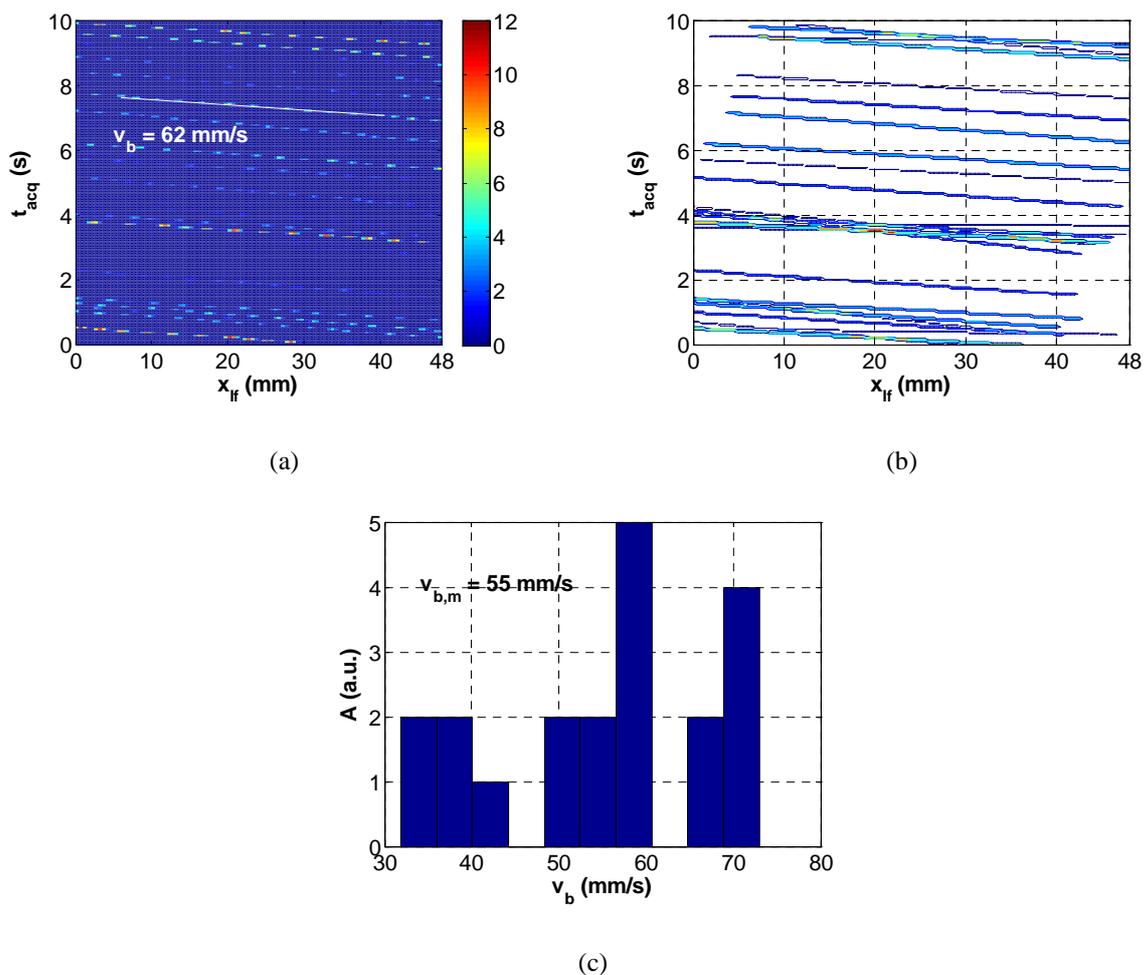


Figure 36 : Estimation de vitesses des bulles: (a) C-scan reconstitué, (b) lignes de vitesses extraites via la transformée de Hough et (c) distribution de la vitesse.

Les vitesses de bulles sont mesurables dans une plage de valeurs fixées par l'unité de traitement global. En dessous de $v_{b,min}$, les vitesses de bulles ne peuvent être différenciées puisque les lignes deviennent verticales, et en dessus de $v_{b,max}$ les lignes deviennent horizontales.

La limite inférieure de la vitesse mesurable $v_{b,min}$ correspond à un déplacement de la bulle minimal $N_s = d$ (pas entre deux lois focales) pour un temps d'acquisition $T_{acq} = 10$ s :

$$v_{b,min} = \frac{d}{T_{acq}} = \frac{d \cdot f_{acq}}{N_{acq} - 1} = \frac{0,5 \times 20}{200} = 0,05 \text{ mm/s} \quad (\text{III.18})$$

La limite supérieure de la vitesse mesurable $v_{b,max}$ correspond à une vitesse de la bulle égale à celle de la fréquence d'acquisition f_{acq} et égale à :

$$v_{b,max} = X_{lf} \cdot f_{acq} = 48 \times 20 = 960 \text{ mm/s} \quad (\text{III.19})$$

Dans cette configuration les bulles ont été détectées et différenciées en terme de taille à travers les amplitudes des pics relevés sur le C-scan reconstitué, cependant sans être en mesure de donner une estimation de la taille. On peut cependant observer que la taille d'une bulle a une incidence directe sur l'amplitude des échos relevés sur les C-scan (Figure 36 (a)) et sur la largeur des lignes reconstituées (Figure 36 (b)).

Dans la partie qui suit un dispositif plus adapté est proposé dans le but de pouvoir estimer les tailles de bulles.

V Conclusion

Dans ce chapitre trois parties essentielles ont été abordées. La première partie a consisté à suivre la polymérisation d'une résine époxy en termes de vitesse, atténuation et viscosité sur la base de l'étude effectuée au Chapitre II. Les résultats obtenus sont en accord avec l'étude préliminaire et ont permis de suivre la polymérisation de la résine au cours du temps. La deuxième partie est une étude sur la quantification de taux de micro-porosité à travers les mesures de vitesse et atténuation dans une huile silicone. Dans la troisième partie, la détection et la calibration de la vitesse des bulles seules dans un fluide visqueux ont été traités.

VI Références

- [1] H. Jeong and D. K. Hsu, “Experimental analysis of porosity-induced ultrasonic attenuation and velocity change in carbon composites,” *Ultrasonics*, vol. 3, pp. 195–203, 1995.
- [2] Y. B. Wada and K. Yamamoto, “Temperature dependence of velocity and attenuation of ultrasonic waves in high polymers,” *Journal of the physical society of Japan*, vol. 11, pp. 887–892, 1956.
- [3] B. Yasaku and K. Yamamoto, “Temperature dependence of velocity and attenuation of ultrasonic waves in high polymer,” *Journal of the physical society of Jopan*, vol. 11, pp. 887 – 892, 1956.
- [4] V. Bruls, R.J. Hintzen, G. D. With, and R. Metselaar, “The temperature dependence of the young’s modulus of MgSiN₂, aln and Si₃nN₄,” *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 21, pp. 263–268, 2001.
- [5] J. B. Wachtman, W. E. Tempt, D. G. Lam, and C. S. Apstkin, “Exponential temperature dependence of Young’s modulus for several oxides,” *Physical Review*, vol. 122, pp. 1754–1759, 1996.
- [6] Q. Fontana, “Viscosity: thermal history treatment in resin transfer moulding process modelling,” *Composites Part A*, vol. 29, pp. 153–158, 1998.
- [7] N. Guil, J. Villalba, and E. Zapata, “A fast hough transform for segment detection,” *IEEE Transactions on image processing*, vol. 4 (11), pp. 1541–1547, 1995.

Chapitre IV : Détection par transducteur multiéléments

I Introduction

Les méthodes de contrôle ultrasonore sont devenues incontournables dans le domaine du contrôle non destructif (CND). Ces dernières années, les transducteurs multiéléments sont de plus en plus utilisés dans l'industrie pour l'évaluation non destructive (END). En effet, la progression des systèmes électroniques d'émission-réception multi-voies haute fréquence a permis de développer des excitations de plus en plus complexes afin de générer le faisceau ultrasonore désiré. Cette technologie offre la possibilité de former un faisceau ultrasonore dont les propriétés sont ajustables à souhait. Les paramètres tels que l'angle d'incidence, la distance focale ou la taille du foyer, permettent d'améliorer la sensibilité et l'efficacité du contrôle [1].

En outre, le faisceau peut être déplacé le long du transducteur ce qui crée un balayage le long des éléments du transducteur. Cela permet une inspection dans un échantillon ou une soudure sans avoir à déplacer le capteur [2]. La flexibilité des multiéléments permet de faciliter certaines inspections considérées auparavant comme délicates avec des transducteurs mono-éléments. En particulier, les applications des transducteurs multiéléments en imagerie ont permis d'importants progrès en diagnostic à la fois dans le domaine médical [3] et dans le domaine industriel du CND [4]. Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la mise en œuvre d'un transducteur multiéléments afin de détecter des bulles d'air dans un fluide visqueux. Cela nécessite une analyse du faisceau ultrasonore dans l'espace et dans le temps pour prendre en compte la vitesse de balayage et la distance balayée afin de d'évaluer précisément la vitesse, la position et les dimensions des bulles en mouvement. En médecine, la technologie de mesure de vitesse est basée sur l'imagerie Doppler [5]. Les méthodes de détection de bulle dans un fluide sont quant à elles aussi bien connues et basées sur la résonance des bulles [6, 7]. Néanmoins, l'imagerie Doppler et les mesures de résonances ne sont pas utilisées dans notre étude. La mesure de vitesse de l'évolution d'une bulle dans un fluide est déterminée par différenciation de l'image ultrasonore réalisée périodiquement par le transducteur multiéléments.

II Condition de détection d'une bulle seule

La condition de détection d'une bulle d'air dans un fluide par une onde ultrasonore résulte d'une perturbation sur le front d'onde. Cette perturbation est visible notamment sur la réponse temporelle de l'écho de fond du fluide par une diminution de l'amplitude. En effet, la présence d'une bulle sur la trajectoire du champ ultrasonore provoque une atténuation de ce dernier. Pour cela, plusieurs conditions doivent être satisfaites : le rayon r_b de la bulle doit être significatif par rapport à la longueur d'onde dans le fluide, d'où $r_b / \lambda_{fluide} \geq 1$. Par ailleurs, le module de coefficient de réflexion $|R|$ doit être proche de 1 (équation (IV.1)) :

$$|R| = \left| \frac{Z_{air} - Z_{fluide}}{Z_{air} + Z_{fluide}} \right| \approx 1 \quad (IV.1)$$

avec $Z_{air} = \rho_{air}c_{air} = 340 \text{ Ra}$ et $Z_{fluide} = \rho_{fluide}c_{fluide} \approx 1 \text{ MRa}$, les impédances acoustiques de l'air et du fluide, respectivement.

Dans cette étude, la fréquence du transducteur $f_0 = 10 \text{ MHz}$ et sa bande passante large $\Delta f_6/f_0 = 80\%$ ont été choisies afin d'assurer une haute résolution $\Delta z_6 \approx 100 \mu\text{m}$ (équation (II.12)). Le transducteur émet dans un fluide, en particulier, dans une huile silicone dont la vitesse de propagation longitudinale est $c_{fluide} \approx 1000 \text{ m/s}$; par conséquent la longueur d'onde dans le fluide $\lambda_{fluide} \approx c_{fluide}/f_0 = 100 \mu\text{m}$. La condition $r_b / \lambda_{fluide} \geq 1$ fixe la limite inférieure de détection. Ainsi, nous obtenons $r_b \approx 100 \mu\text{m}$ comme une limite de détection; au-dessous de cette valeur, les bulles sont considérées comme micro-bulles et au-delà, on parle de macro-bulles.

III Les transducteurs multiéléments

III.1 Principe

Afin de générer un faisceau dans la direction et à l'angle souhaités, le transducteur multiélément offre de nombreuses possibilités : chaque élément de la sonde peut être excité séparément, soit en phase, soit avec un décalage de phase. En contrôlant avec précision le nombre d'éléments et le déphasage entre les éléments, le faisceau est généré avec des sources de diverses tailles ou avec un nombre d'éléments variable, avec une déflexion variable (Figure 37 (a)), de différents angles d'ouverture (Figure 37 (b)), des distances focales variables (Figure 37 (c)), ainsi que des profondeurs de focalisation dynamiques.

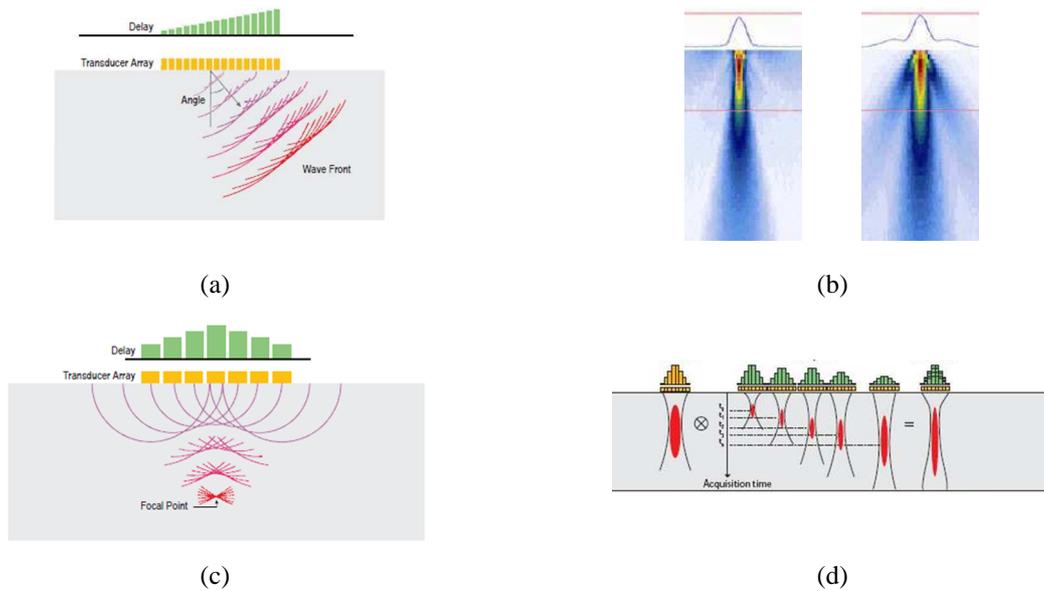


Figure 37 : Possibilités offertes par les transducteurs multiéléments (a) déflexion, (b) angle d'ouverture, (c) distance focale, (d) profondeur de focalisation dynamique (Source : Documentation technique Olympus).

Dans le cas d'une focalisation en un point donné, comme le montre la Figure 38, l'écho du point focal atteint les éléments de la sonde avec un retard calculable [8]. Les échos des signaux reçus par chaque élément du capteur sont ensuite additionnés. La somme de chaque émission/réception constituant un A-scan $s(t)$.

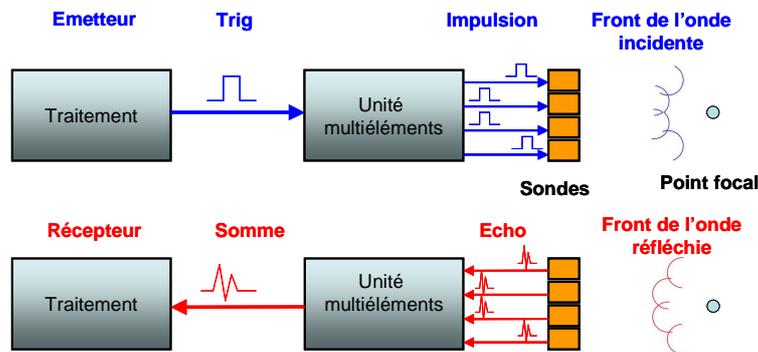


Figure 38 : L'émission et la réception dans l'unité multiéléments.

III.2 Etablissement de la loi de retard

Afin de générer une loi focale, il est nécessaire de créer une loi de retard (loi de déphasage entre-éléments) adaptée à chaque configuration. La loi de retard permet de focaliser le champ de pression acoustique à la profondeur où on souhaite effectuer le contrôle,

en attribuant à chaque élément un retard bien défini qui dépend de nombre d'éléments utilisés par loi focale N , de la profondeur du point focal F , de la vitesse ultrasonore c dans le milieu et de la distance inter-éléments d du transducteur multiéléments.

En particulier, dans le cas d'une plaque de verre seule, le temps de propagation nécessaire à chaque élément pour atteindre le point focal (Figure 39 (a)) s'écrit comme suit :

$$t(n_{el}) = \frac{F}{c} \left(\sqrt{1 + \left(\left(n_{el} - \frac{(N-1)d}{2} \right) \frac{d}{F} \right)^2} \right) \quad (IV.2)$$

En revanche la loi de retard (Figure 39 (b)) s'écrit comme la différence de temps de propagation entre l'élément le plus loin du point focale et le reste d'éléments constituant la loi focale :

$$\tau(n_{el}) = t(n_{el} = 1) - t(n_{el}) \quad (IV.3)$$

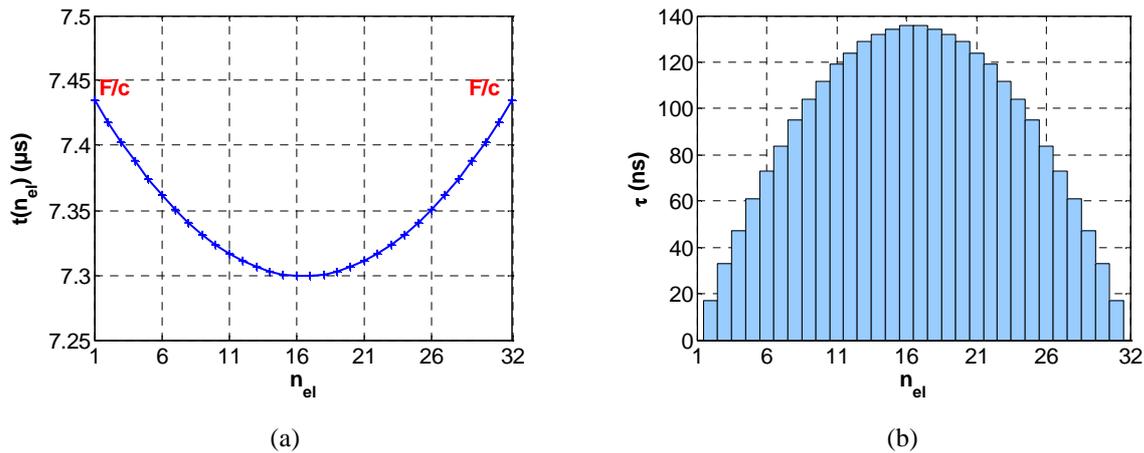


Figure 39: Calcul de (a) temps de propagation nécessaire pour atteindre le point focal et de (b) la loi de retard dans le verre pour une loi focale constituée de 32 éléments.

Dans le cas d'une structure bi-couche (Figure 40) dont le premier matériau est le verre et le deuxième est l'huile, le temps de propagation nécessaire à chaque élément pour atteindre le point focal s'écrit en fonction de l'épaisseur L_v et de la vitesse de propagation du son c_v dans la première couche, de l'épaisseur L_h et de la vitesse c_h dans la deuxième couche.

Selon la Figure 40, $\cos(\theta_v) = L_v/d_v$ et $\cos(\theta_h) = L_h/d_h$. Les angles $\theta_v = \text{Arctan}(L_1/L_v)$ et $\theta_h = \text{Arctan}(x_1 - L_1/L_v)$ sont les angles d'incidence de front d'onde à la position $(x_1, 0)$ dans le verre et dans l'huile, respectivement, et L_1 est la distance entre x_1 et le point d'incident dans le

verre. Les temps de propagation sont définis comme $t_v = d_v/c_{L,v}$ dans le verre et $t_h = d_h/c_h$ dans l'huile.

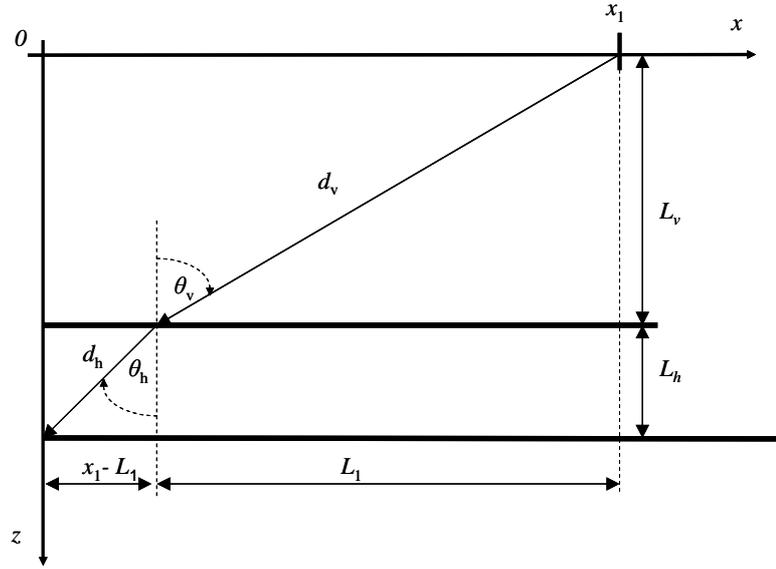


Figure 40 : Trajectoire de rayon ultrasonore dans une structure bi-couche.

$$t(n_{el} = 1) = \frac{\sqrt{L_v^2 + L_1^2}}{c_{L,v}} + \frac{\sqrt{L_h^2 + (x_1 - L_1)^2}}{c_h} \quad (\text{IV.4})$$

On souhaite minimiser le temps de propagation $t(n_{el} = 1)$ relativement à L_1 selon le principe de Fermat $\frac{\partial t(n_{el} = 1)}{\partial L_1} = 0$.

La minimisation est réduite à un polynôme d'ordre 4 :

$$L_1^4 + L_1^3(-2x_1) + L_1^2(L_h^2 + x_1^2) + L_1\left(2x_1L_v^2 \frac{c_{L,v}}{c_h - c_{L,v}}\right) - \frac{x_1^2L_v^2c_{L,v}}{c_h - c_{L,v}} = 0 \quad (\text{IV.5})$$

Une fois L_1 est déterminé, le temps de propagation $t(n_{el})$ relatif au $n^{\text{ème}}$ élément n_{el} , avec $1 \leq n_{el} \leq N$, peut être aussi déterminé. Dans ce but, la position relative à l'émetteur 1 est généralisée pour les autres émetteurs n_{el} par $(x_1 - (n_{el} - 1)d)$.

L'expression du temps de propagation nécessaire pour atteindre le point focale dans le milieu bi-couche $t(n_{el})$ (Figure 41 (a)) devient :

$$t(n_{el}) = \frac{\sqrt{L_v^2 + L_1^2}}{c_{L,v}} + \frac{\sqrt{L_h^2 + (x_1 - (n_{el} - 1)d - L_1)^2}}{c_h} \quad (\text{IV.6})$$

La solution physique de L_1 est celle qui provient le trajet optimal.

Finalement, le retard électrique (loi de retard) de chaque excitation $\tau(n_{el})$ appliquée à l'élément n_{el} (Figure 41 (b)) s'écrit comme dans le cas précédent (équation (IV.3)) :

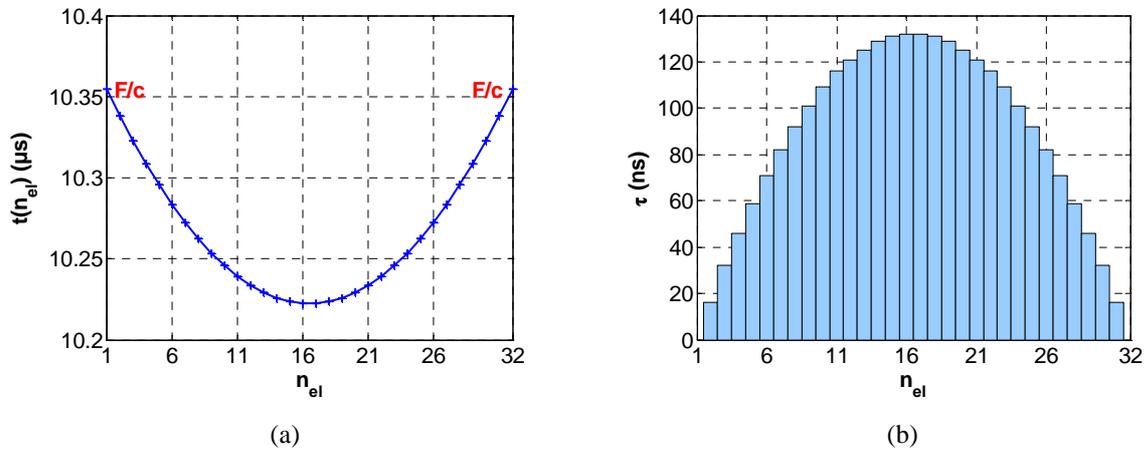


Figure 41 : Calcul de (a) temps de propagation nécessaire pour atteindre le point focal dans l'huile (b) loi de retard dans la structure bi-couche pour une loi focale constituée de 32 éléments.

III.3 Configuration

Le transducteur multiéléments à haute résolution 10L128-I2 est constitué de $N_T = 128$ éléments et d'une fréquence centrale $f_0 = 10$ MHz. Chaque élément est de largeur $a = 0,25$ mm et de longueur $b = 7$ mm. La distance séparant deux éléments (distance inter-éléments) est $d = 0,5$ mm (Figure 42 (a)). Le faisceau généré est un faisceau focalisé avec $N = 32$ éléments pour chaque loi focale et avec un pas de $N_S = 1$ élément entre chaque loi focale (Figure 42 (b)). Cette configuration donne un nombre de lois focales $N_{lf} = 97$:

$$N_{lf} = \frac{N_T - N}{N_S} + 1 \quad (IV.7)$$

Les lois focales sont administrés par le logiciel « TomoView » associé à une unité d'acquisition « TomoScan Focus LT ».

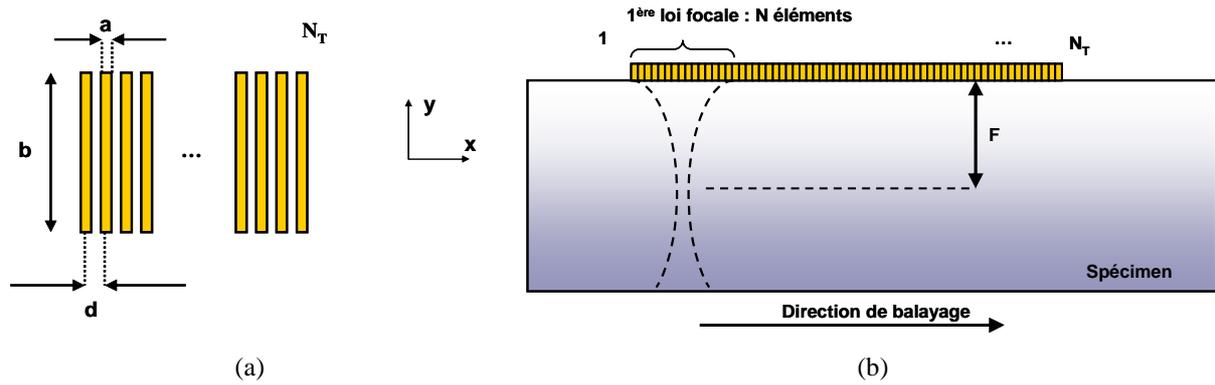


Figure 42 : (a) Les dimensions des éléments constituant la sonde et (b) l'illustration d'une loi focale à un angle de focalisation nul et une distance focale F .

Selon le principe de Huygens, la directivité est le résultat de la superposition des contributions élémentaires, soit l'intégrale des contributions de chaque élément de surface élémentaire. En émission-réception, la pression reçue ponctuellement résulte de ce même principe d'intégrale des contributions élémentaires. Le transducteur est considéré comme un réseau linéaire constitué d'une source élémentaire unique, et chaque élément source est considéré comme un ensemble de nombre infini de sources [9]. Ces sources infinies sont disposées dans le sens de la longueur du transducteur. Azar [8] a comparé cette configuration à un transducteur multiéléments à un transducteur de largeur équivalente tel que ($a \ll \lambda_{fluid}$) [10], et dans ce cas les résultats se sont avérés similaires.

Chaque loi focale permet d'estimer les informations relatives au volume élémentaire de résolution, soit un voxel de dimensions ($\Delta x_3, \Delta y_3, \Delta z_6$) (Figure 43 (a)) afin d'estimer la taille des plus petites bulles qui peuvent être observées. La résolution selon l'axe z (axe de propagation des ultrasons) est calculée en se basant sur la réponse de l'écho $s(t)$ à -6 dB (équation (II.12)) (Figure 43 (b)) provenant de l'interface fluide-aluminium ayant effectué un aller-retour dans l'huile, notée comme suit :

$$\Delta z_6 = \frac{c_h \cdot t_6}{2} = 96 \mu\text{m} \approx 100 \mu\text{m} \quad (\text{IV.8})$$

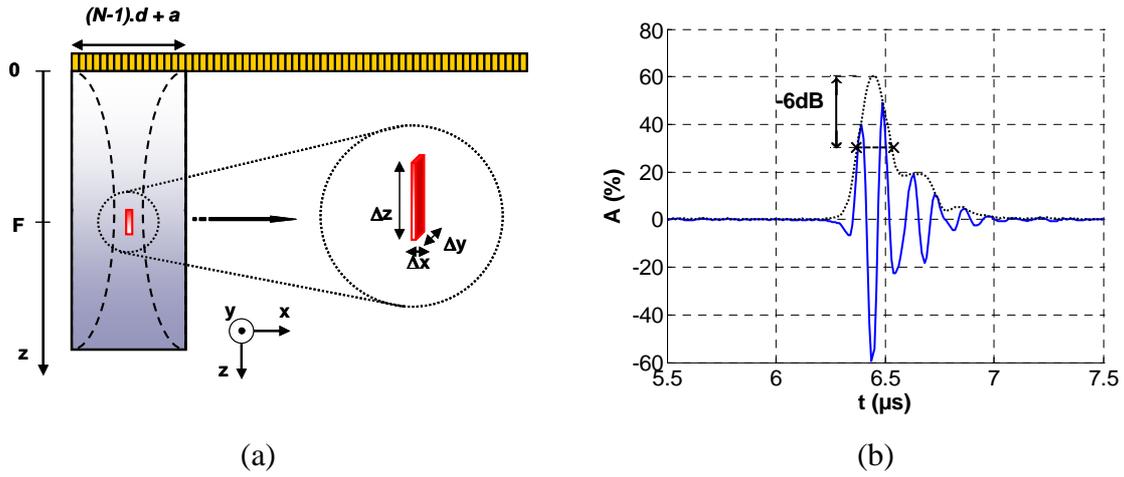


Figure 43 : (a) Rayonnement et résolutions d'un transducteur multiéléments et (b) durée à -6 dB, noté t_0 utilisée pour la résolution axiale selon l'axe des ultrasons z .

Les deux autres résolutions sont estimées à travers les directivités $D_x(\theta_x)$ et $D_y(\theta_y)$ en fonction de la résolution angulaire θ_x , selon l'axe x (axe de la longueur de la sonde) et θ_y , selon l'axe y (axe de la largeur de la sonde), respectivement.

La directivité selon l'axe x (Figure 44 (a)) est donnée par Azar [8] comme suit :

$$D_x(\theta_x) = \left| \frac{\sin\left(\frac{ka \sin \theta_x}{2}\right)}{\frac{ka \sin \theta_x}{2}} e^{j\frac{ka \sin \theta_x}{2}} \cdot \left(\sum_{n=0}^{N-1} e^{j(n_{el}kd \sin \theta_x - \omega \tau(n_{el}))} \right) \right| \quad (IV.9)$$

avec a : la largeur de l'élément, k : le nombre d'onde, ω : la pulsation dans le fluide et $\tau(n_{el})$: la loi de retard. En revanche selon l'axe y la directivité s'écrit simplement sous forme d'un sinus cardinale comme suit :

$$D_y(\theta_y) = \left| \frac{\sin\left(\frac{kb \sin \theta_y}{2}\right)}{\frac{kb \sin \theta_y}{2}} \right| \quad (IV.10)$$

avec b la longueur de l'élément (Figure 42 (a)).

Les résolutions angulaires selon les axes x et y sont donnés respectivement à -3 dB par : $\theta_{x,-3dB} = 0,14^\circ \approx 2,51$ mrad et $\theta_{y,-3dB} = 0,34^\circ \approx 6$ mrad (Figure 44 (a)). Ainsi les résolutions latérales Δx et Δy sont exprimées selon les deux axes comme suit :

$$\Delta x_3 = 2F \tan(\theta_{x,-3dB}) = 50 \mu m \quad (IV.11)$$

$$\Delta y_3 = 2F \tan(\theta_{y,-3dB}) = 118 \mu m \quad (IV.12)$$

où F est la profondeur équivalente correspondant à la propagation dans les deux milieux (verre-fluide) [11]:

$$F = L_h + L_v \cdot \frac{c_h}{c_{L,v}} \quad (\text{IV.13})$$

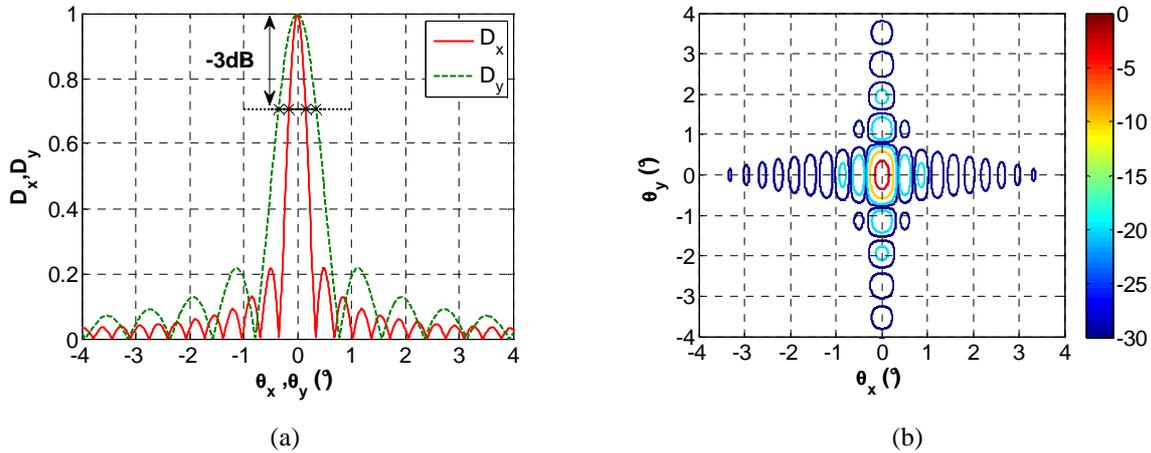


Figure 44 : Directivités du transducteur multiéléments 10L128-I2 déterminant les lobes secondaires et tertiaires (a) par rapport aux axes x et y (b) avec des iso-valeurs à -3 (rouge), -10 (orange), -20 (bleu ciel) et -30 dB (bleu foncé).

Ce résultat (Figure 44 (a)) est obtenu pour un transducteur multiéléments focalisant sur le fond de fluide en incidence normale à l'aide de $N = 32$ éléments. Le niveau en dB (Figure 44 (b)) indique des iso-valeurs à $-h$ dB différents, où h est un nombre réel : $0 \leq h \leq 30$ dB. Cette figure met en évidence les lobes secondaires et tertiaires autour de -12 et -18 dB, respectivement.

En conséquence, la résolution dans les trois dimensions est de $100 \mu\text{m} \pm 10\%$, et peut ainsi être considérée comme un cube de coté $100 \mu\text{m}$. Ce résultat permet d'estimer la plus petite taille de bulle qui peut être détectée à l'aide de la loi focale générée.

IV Mesure à l'aide du transducteur multiéléments

IV.1 Dispositif de mesure

L'objectif de cette étude est de détecter les macro-bulles dans un écoulement de fluide visqueux à l'aide des transducteurs multiéléments. Le fluide choisi est une huile silicone de viscosité dynamique $\eta = 50 \text{ mPa}\cdot\text{s}$.

Référence	47V50
ρ (kg/m ³) à 25°C	955
η (Pa.s) à 25°C	0,05
c_L (m/s)	977

Tableau 11: Caractéristiques mécaniques de la référence d'huile utilisée.

Il est injecté à l'aide d'une pompe dans un canal constitué de deux plaques, l'une en verre et l'autre en aluminium, dans le but de simuler le procédé RTM. Les bulles d'air sont injectées dans le flux de fluide à travers une valve qui permet l'aspiration de l'air à l'entrée du fluide (Figure 45 (a)). Le transducteur multiéléments est en contact avec la plaque de verre, considérée ici comme sabot. Par conséquent le premier signal LL provenant d'un aller-retour de la plaque de verre est pris comme temps de référence, en l'occurrence 0 (Figure 45 (b)).

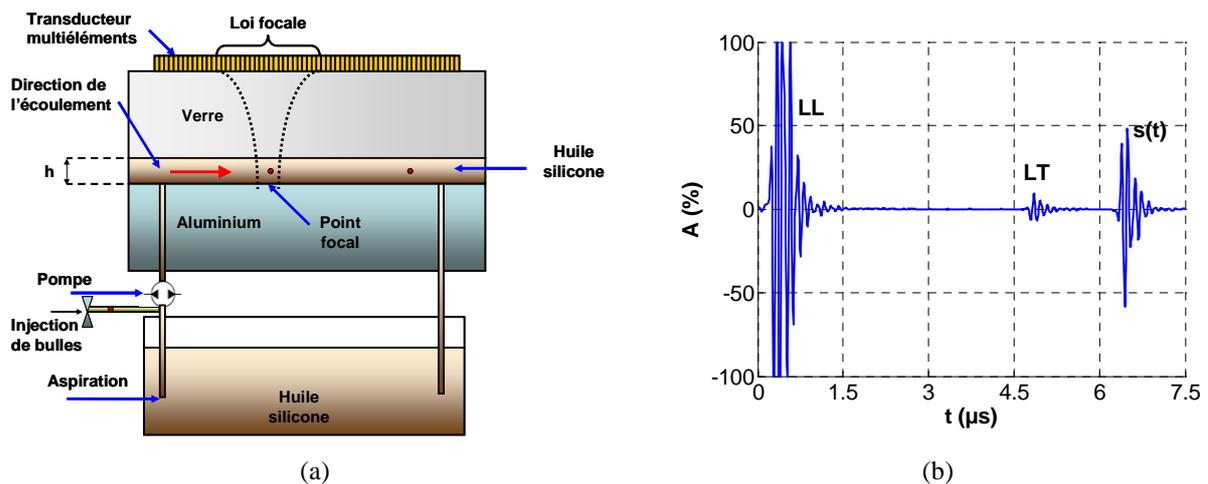


Figure 45 : (a) Dispositif de mesure et (b) réponse temporelle d'une loi focale du faisceau focalisé émis dans le fluide sans macro-bulles.

Le signal dit A-scan est constitué des échos reçus suite à l'émission d'un signal ultrasonore. Dans notre cas, le A-scan (Figure 45 (b)) résulte d'une focalisation sur le fond de fluide moyennant $N = 32$ éléments. Par conséquent, les conversions de mode sur la face arrière du verre semblent apparaître sous deux formes : une conversion d'onde longitudinale en onde transversale notée (LT) ou d'onde transversale en longitudinale notée (TL). Dans les deux cas, les échos de ces conversions de modes arrivent à la même date, donc nous limitons la notation à (LT) pour les deux cas. En outre, l'onde longitudinale ayant effectué un aller-retour dans le verre est notée (LL) et utilisée comme date de référence.

IV.2 Acquisition de données

La partie active de la sonde de largeur $X = (N_T - 1).d + a = 63,75$ mm correspond à la longueur de tout les éléments de la sonde, espacements inter-éléments inclus (Figure 46). Étant donné que chaque loi focale focalisée délivre un A-scan, la position du point focal par rapport à la longueur de la partie active de la sonde est déterminée comme suit :

$$x_{lf} = \left[\left(\frac{N-1}{2} \right) + (n_{lf} - 1)N_s \right] d \quad (\text{IV.14})$$

avec $1 \leq n_{lf} \leq 97$ le nombre de lois focales.

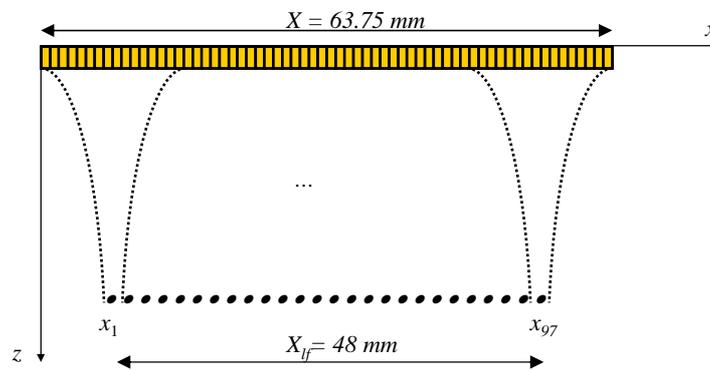


Figure 46 : La position de la loi focale relativement à la partie active.

Selon l'équation (IV.14), on peut déduire les coordonnées de chaque position de loi focale qui varie de $x_1 = 7,75$ mm à $x_{97} = 55,75$ mm ainsi la longueur totale du faisceau focalisé est : $X_{lf} = (N_T - N).d = 48$ mm.

Les bulles d'air générées par aspiration traversent le faisceau le long de sa longueur avec des vitesses différentes dépendant de leurs tailles. Les bulles sont visibles sur l'enveloppe du A-scan par une diminution de l'amplitude due à la diffraction par la bulle (Figure 47 (a)). En effet, les bulles peuvent être observés, également, sur le B-scan de l'enveloppe de $s(t)$ par des creux correspondant aux chutes des amplitudes (Figure 47 (b)). Le B-scan construit entre les acquisitions 1 et 12 permet une comparaison entre les deux cas présentés sur la (Figure 47 (a)) : le cas sans bulle correspond à l'acquisition numéro 2 et le cas avec bulle correspond à l'acquisition numéro 11.

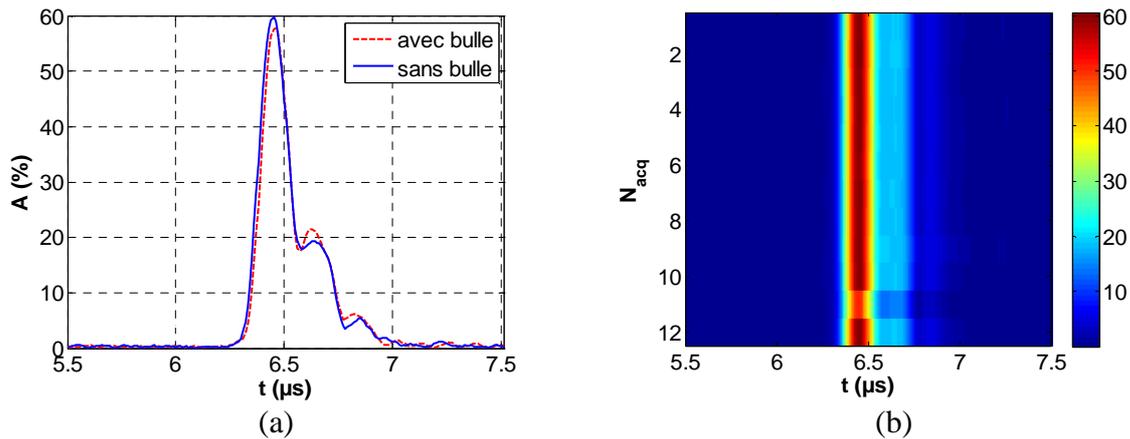


Figure 47 : (a) Comparaison de l'écho $s(t)$ sans macro-bulle en (bleu continu) et en présence de macro-bulles en (rouge pointillé). (b) B-scan de l'enveloppe de $s(t)$ de l'acquisition 1 à 12 en présence de bulle.

Le C-scan est construit par la concaténation des maximums des enveloppes du signal de chaque loi focale (Figure 48 (a)) dans la fenêtre d'observation de 5,5 à 7,5 μs (Figure 47 (a)) et pour chaque acquisition (Figure 48 (b)). Une acquisition est une ligne de l'image C-scan, correspondant à un balayage de toutes les lois focales.

La fréquence d'acquisition f_{acq} est fixée à 20 Hz, ce qui signifie que le temps nécessaire pour effectuer une acquisition est $1/20$ s. Ainsi, la date t_{acq} associée au début de chaque acquisition s'écrit sous la forme suivante :

$$t_{acq} = \frac{n_{acq} - 1}{f_{acq}} \quad (\text{IV.15})$$

Le nombre d'acquisitions a été fixé à $N_{acq} = 201$, et les dates associées vont de $t_{acq} = 0$ à $t_{acq} = (N_{acq}-1)/f_{acq} = 10$ s. Enfin, le C-scan obtenu (Figure 48 (b)) est constitué de $N_{lf} \times N_{acq} = 97 \times 201$ points de coordonnées (x_{lf}, t_{acq}) .

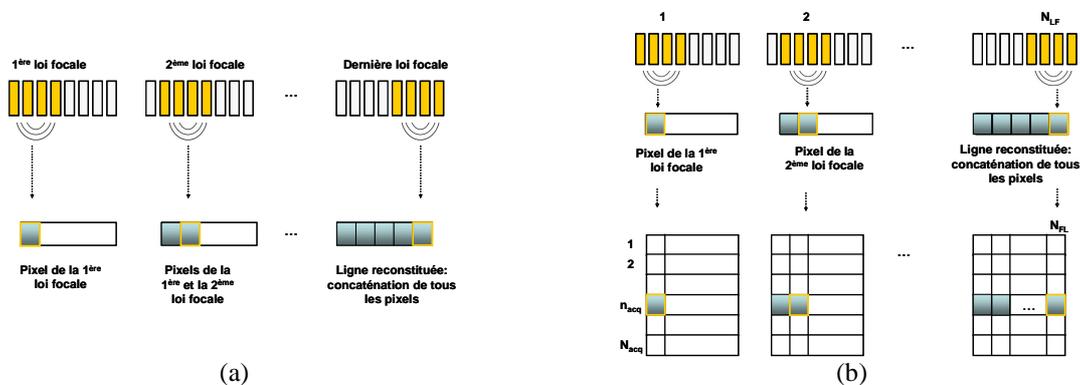


Figure 48 : Le principe d'obtention de l'image avec (a) un pixel par loi focale et (b) une ligne de pixels par acquisition.

V Evaluation de champ de pression

V.1 Intégrale de Kirchhoff

La résolution de l'équation de propagation dans un milieu fluide (selon la théorie de l'acoustique linéaire) est basée sur l'équation de Helmholtz inhomogène qui régit de la propagation de l'onde de pression p générée par une force F :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -F \Leftrightarrow \Delta p + k^2 p = -F \quad (\text{IV.16})$$

où p est la pression, c la célérité, t le temps et F la fonction source.

La formule de diffraction de Kirchhoff [12] peut être utilisée pour modéliser la propagation d'une onde dans le cas de plusieurs configurations lorsque l'onde passe à travers un plan quelconque. Cette équation est obtenue en prenant en compte plusieurs approximations sur le théorème de l'intégrale de Kirchhoff [12] utilisant le théorème de Green pour obtenir la solution d'équation d'onde homogène sur un point arbitraire d'une surface S . La solution donnée par le théorème de l'intégrale de Kirchhoff pour une source monochromatique faisant intervenir la fonction de Green g est :

$$p = \iint_S \left(p_s \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial p_s}{\partial n} \right) dS \quad (\text{IV.17})$$

avec $g = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}$ où k est le nombre d'onde, M est un point quelconque contenu dans la surface

$S_f = S_s \cup \pi \cup S_r$, R est la distance entre le point M et la surface $S = S_s \cup \pi$ et p_s la pression de l'onde à la surface S .

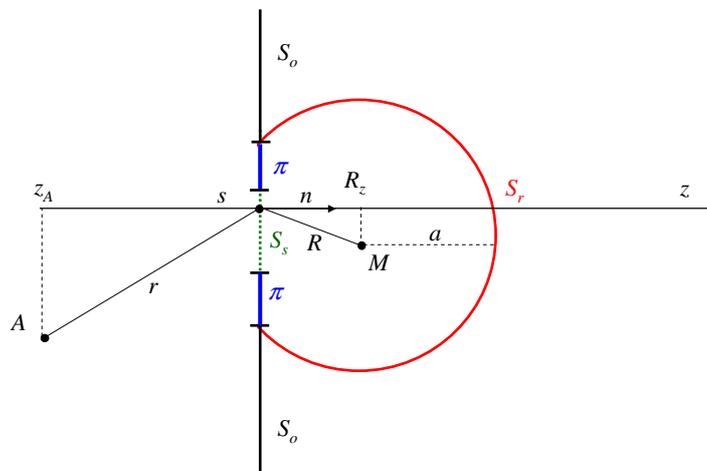


Figure 49 : Diffraction de Kirchhoff.

En considérant une excitation harmonique au point A se propageant vers le plan S l'énergie de l'onde est inversement proportionnelle au carré de son parcours r et sa pression p_s au point s (Figure 49) en fonction du parcours r s'écrit :

$$p_s(r) = \frac{p_0 e^{-jkr}}{r} \quad (\text{IV.18})$$

où p_0 est la pression de l'onde au point A .

La perturbation au point M peut être obtenue en appliquant le théorème de l'intégrale à la surface la plus proche formée par l'intersection de la sphère de rayon a avec le plan $\Pi = S_0 \cup \pi \cup S_s$. L'intégration est donc effectuée sur le plan Π donnant :

$$p = \iint_{\Pi} \left(p_s \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial p_s}{\partial n} \right) dS \quad (\text{IV.19})$$

Afin de résoudre cette équation, il a été supposé que les valeurs de p_s et de $\frac{\partial p_s}{\partial n}$ dans la zone S_s sont les mêmes que lorsque l'écran n'est pas présent, ce qui donne :

$$p_{s(S_s)} = \frac{p_0 e^{-jkr}}{r} \quad (\text{IV.20})$$

$$\text{et} \quad \frac{\partial p_{s(S_s)}}{\partial n} = \frac{p_0 e^{-jkr}}{r} \left(jk - \frac{1}{r} \right) \cos(n, r) \quad (\text{IV.21})$$

Par ailleurs, on a :

$$g = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \quad \text{et} \quad \frac{\partial g}{\partial n} = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \left(jk - \frac{1}{R} \right) \cos(n, R)$$

Kirchhoff suppose que p_s et $\frac{\partial p_s}{\partial n}$ sont nuls sur la surface π . Ceci induit que p_s et $\frac{\partial p_s}{\partial n}$ sont discontinus sur le bord. C'est l'approximation utilisée dans le calcul de l'équation. Ces hypothèses sont appelées conditions aux limites de Kirchhoff.

La contribution de S_0 est aussi considérée nulle. Cela est justifié par le fait que la perturbation par une réflexion en champ lointain est négligeable [12].

L'équation intégrale sur le plan Π devient :

$$p = \iint_{S_s} \left(\frac{p_0 e^{-jkr}}{r} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \left(jk - \frac{1}{R} \right) \cos(n, R) - \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \frac{p_0 e^{-jkr}}{r} \left(jk - \frac{1}{r} \right) \cos(n, r) \right) dS$$

$$p = \iint_{S_s} \frac{p_0 e^{-jk(r+R)}}{4\pi r R} \left(\left(jk - \frac{1}{R} \right) \cos(n, R) - \left(jk - \frac{1}{r} \right) \cos(n, r) \right) dS$$

Finalement, les contributions en $1/r$ et $1/R$ sont considérés négligeables devant k puisque r et R sont choisis très grands devant la longueur d'onde $\lambda = 2\pi/k$. Ainsi, l'intégrale donnée par l'équation (IV.19) devient :

$$p = \iint_{S_s} \frac{P_0 e^{-jk(r+R)}}{4\pi r R} jk (\cos(n, R) - \cos(n, r)) dS$$

d'où
$$p = \frac{jkP_0}{4\pi} \iint_{S_s} \frac{e^{-jk(r+R)}}{rR} (\cos(n, R) - \cos(n, r)) dS \quad (IV.22)$$

V.2 Equation de Huygens-Fresnel

Le principe de Huygens-Fresnel peut être obtenu en intégrant sur une surface fermée différente. La zone S_s définie précédemment (Figure 49) est remplacée par un front d'onde partant du point source A qui remplit toute l'ouverture, et une partie d'un cône avec un sommet A , appelée S_1 sur le diagramme (Figure 50). Si le rayon de courbure de l'onde est assez grand, la contribution de S_1 peut être négligée.

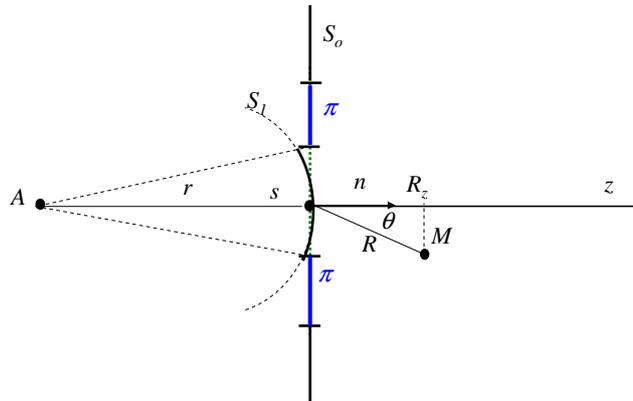


Figure 50 : Diffraction de Huygens-Fresnel

On a également :

$$\theta = (n, R) \quad (IV.23)$$

où θ est tel que défini dans le principe de Huygens-Fresnel soit $\cos(n, r) = 1$ (Figure 50). La pression du front d'onde à des distances r est donnée par l'équation (IV.20).

La formule de diffraction devient :

$$p(M, \theta) = \frac{jkP_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \iint_{S_s} \frac{e^{-jR}}{R} (1 + \cos \theta) dS \quad (IV.24)$$

Soit encore, à partir de l'équation (IV.19) :

$$p(M, \theta) = \iint_S \left(p_s \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \left(jk - \frac{1}{R} \right) \cos \theta - \frac{\partial p_s}{\partial n} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \right) dS \quad (\text{IV.25})$$

V.2.1 Condition de baffle adapté

Dans le cas général, on considère que les ondes rayonnées par les surfaces élémentaires de la source S sont localement planes. Dans ce cas, la pression acoustique et son gradient normal à la surface rayonnante sont reliés par la relation suivante :

$$\frac{\partial p_s(s)}{\partial n} = -\frac{1}{c} \frac{\partial p_s(s)}{\partial t} \quad (\text{IV.26})$$

Compte tenu de la relation d'Euler :

$$\frac{\partial p_s(M)}{\partial n} = -\rho \frac{\partial v_n(M)}{\partial t} \quad (\text{IV.27})$$

où v_n est la vitesse normale sur la surface S et ρ la masse volumique du milieu de propagation.

La relation (IV.26) devient:

$$\frac{\partial p_s(s)}{\partial n} = -jk p_s(s) \quad (\text{IV.28})$$

En substituant cette relation dans la solution (IV.25), on obtient :

$$p(M, \theta) = \frac{jk}{4\pi} \iint_S \left((1 + \cos \theta) p_s \frac{e^{-jkR}}{R} + \cos \theta \cdot p_s \frac{e^{-jkR}}{jkR^2} \right) dS \quad (\text{IV.29})$$

Cette formulation est communément nommée intégrale de Kirchhoff.

V.2.2 Condition de baffle rigide

En tenant compte des conditions aux limites (condition de baffle [13]), l'expression intégrale équation (IV.25) se simplifie. Ainsi, pour une condition de baffle rigide, on obtient :

$$G = 2g(R) \text{ et } \frac{\partial G}{\partial n} = 0.$$

$$\text{soit : } p(M) = \iint_S -\frac{\partial p_s}{\partial n} \frac{e^{-jkR}}{2\pi R} dS = \iint_S jk p_s \frac{e^{-jkR}}{2\pi R} dS \quad (\text{IV.30})$$

Cette formulation est communément nommée intégrale de Rayleigh.

V.2.3 Condition de baffle mou

Pour une condition de baffle mou, on a :

$$G = 0 \text{ et } \frac{\partial G}{\partial n} = 2 \frac{\partial g(R)}{\partial n}.$$

$$\text{soit } p(M, \theta) = \iint_S p_s \frac{e^{-jkR}}{2\pi R} \left(jk - \frac{1}{R} \right) \cos \theta dS \quad (\text{IV.31})$$

Cette formulation est communément nommée intégrale de Sommerfeld.

V.2.4 Synthèse

Cela permet d'écrire les solutions pour les trois cas de conditions aux limites : libre, rigide et molle telles que [13] :

$$p(M, \theta) = \frac{jk}{2\pi} \iint_S \left(\alpha(\theta) \frac{e^{-jkR}}{R} + \beta(\theta) \frac{e^{-jkR}}{jkR^2} \right) p_s dS \quad (\text{IV.32})$$

avec $\alpha(\theta)$ et $\beta(\theta)$ sont deux coefficients de directivité qui dépendent des conditions aux limites de la source. Ces coefficients de directivité s'écrivent respectivement pour les trois conditions aux limites : adaptées, rigides et molles [13] :

$$\alpha(\theta) = \begin{cases} (1 + \cos \theta) / 2 \\ 1 \\ \cos \theta \end{cases} \quad \text{et} \quad \beta(\theta) = \begin{cases} (\cos \theta) / 2 \\ 0 \\ \cos \theta \end{cases} \quad (\text{IV.33})$$

De façon plus générale le champ de pression s'écrit :

$$p(M, \theta) = \frac{jkZ_0}{2\pi} \iint_S \left(\alpha(\theta) + \frac{\beta(\theta)}{jkR} \right) \frac{e^{-jkR}}{R} v_n dS \quad (\text{IV.34})$$

ou encore,

$$p(M, \theta) = \frac{jkZ_0}{2\pi} \iint_S \frac{Z_s + Z_0 \cos \theta \left(1 + \frac{1}{jkR} \right)}{Z_s + Z_0} \frac{e^{-jkR}}{R} v_n dS \quad (\text{IV.35})$$

où k est le nombre d'onde (rad/m), $Z_0 = \rho_0 c_0$ l'impédance acoustique (Ra) du milieu de propagation, R la distance (m) entre la source et le point considéré. Les coefficients de directivité $\alpha(\theta)$ et $\beta(\theta)$ sont imposés par les conditions aux limites et dépendent du rapport des impédances acoustiques de la surface Z_s et du milieu de propagation Z_0 . Ils peuvent s'écrire en fonction de l'angle θ et du coefficient de réflexion Γ [13, 14, 15] tels que :

$$\Gamma = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0}$$

$$\text{d'où } \alpha(\theta) = \frac{1+\Gamma}{2} + (1-\Gamma) \frac{\cos(\theta)}{2} \quad \text{et} \quad \beta(\theta) = (1-\Gamma) \frac{\cos(\theta)}{2} \quad (\text{IV.36})$$

Ce coefficient de réflexion Γ est directement en lien avec les conditions aux limites : adaptées ($\Gamma = 0$), rigides ($\Gamma = +1$) et molles ($\Gamma = -1$). Dans le cas général la pression s'écrit en fonction du coefficient de réflexion Γ [16] (équation (IV.37)):

$$p(M, \theta) = \frac{jkZ_0}{4\pi} \iint_S \left(1 + \Gamma + (1 - \Gamma) \cos(\theta) + \frac{(1 - \Gamma) \cos(\theta)}{jkR} \right) \frac{e^{-jkR}}{R} v_n dS \quad (\text{IV.37})$$

Au-delà de cette expression de la pression rayonnée (équation (IV.37)) pour laquelle la condition de baffle est considérée uniforme sur toute la surface source. Selon la taille de la source, l'une ou l'autre des formulations intégrales se révèle plus ou moins réaliste. Ces résultats sont synthétisés dans le (Tableau 12).

Baffle	Impédance	$\Gamma = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0}$	Intégrale	$\alpha(\theta)$	$\beta(\theta)$
Adapté	$Z_0 = Z_s$	0	Kirchhoff	$\frac{1 + \cos \theta}{2}$	$\frac{\cos \theta}{2}$
Rigide	$Z_0 \ll Z_s$	+1	Rayleigh	1	0
Mou	$Z_0 \gg Z_s$	-1	Sommerfeld	$\cos \theta$	$\cos \theta$

Tableau 12 : Conditions de baffle et formulations intégrales associées.

V.3 Intégrale de Rayleigh

L'intégrale de Rayleigh (équation (IV.38)) peut être déduite à partir des équations (IV.36) et (IV.37) dans un repère cartésien et dans les conditions de baffle rigide [17] (i.e. $\Gamma = +1$, $Z_s \gg Z_0$) :

$$p(x, y, z) = \frac{jkZ_0}{2\pi} \iint_{x_s, y_s} \frac{e^{-jkR}}{R} v_n dx_s dy_s \quad (\text{IV.38})$$

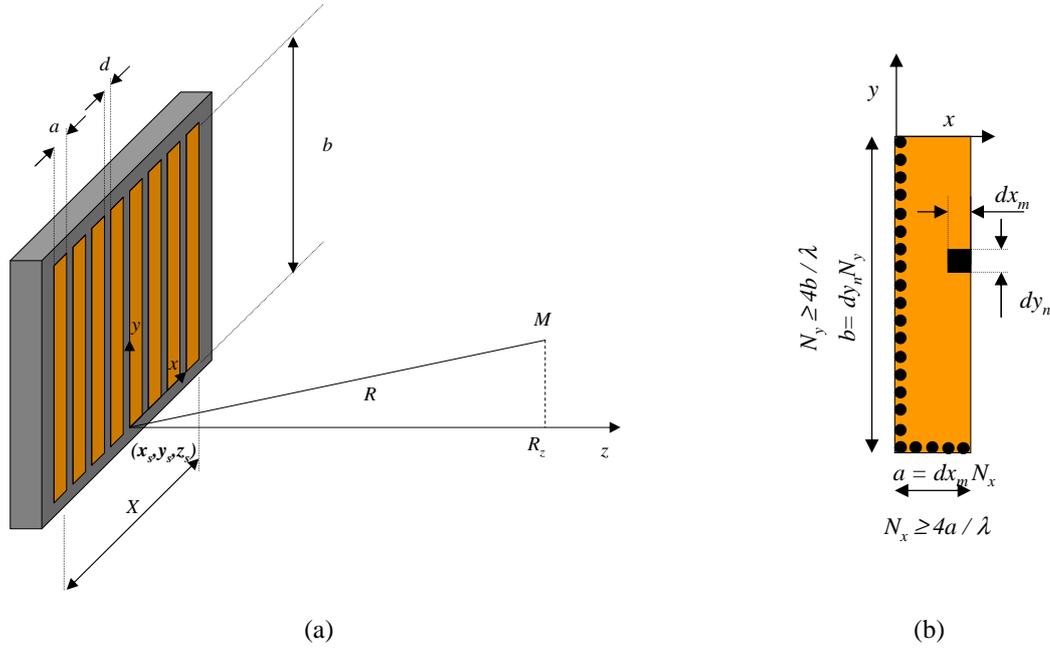


Figure 51 : Découpage de (a) la source multiéléments en (b) sources élémentaires.

Dans le champ lointain, les dimensions de la source élémentaire de taille dx_m par dy_n sont négligées devant la distance R (Figure 51(a)) équation (IV.39) :

$$dx_m, x \ll R \quad \text{et} \quad dy_n, y \ll R \quad (\text{IV.39})$$

Les positions des points sources (x_s, y_s, z_s) sont définies respectivement sur $[0 ; x_m]$, $[0 ; y_m]$ et $[0 ; z_m]$. L'expression (équation (IV.40)) de la distance R entre le point source et le point d'observation M s'écrit en fonction de point source (x_s, y_s, z_s) mais également en fonction de R_z (équation (IV.41)) qui n'est autre que la projection orthogonale de R sur l'axe des z (Figure 51) :

$$R = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2} \quad (\text{IV.40})$$

$$R = \sqrt{R_z^2 - 2xx_s - 2yy_s + x_s^2 + y_s^2} \quad \text{avec} \quad R_z = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_s)^2} \quad (\text{IV.41})$$

Avec un développement limité sur R_z on obtient (équation (IV.42)):

$$R \simeq R_z - \frac{xx_s}{R_z} - \frac{yy_s}{R_z} + \frac{x_s^2}{2R_z} + \frac{y_s^2}{2R_z} \quad (\text{IV.42})$$

On suppose que les termes du second ordre sont négligeables, soit :

$$L_{nf} = \frac{a^2}{4\lambda} < z \quad \text{or} \quad a = N_x dx_m \quad \text{d'où} \quad dx_m = \frac{a}{N_x} < \frac{\sqrt{4\lambda z}}{N_x}$$

On retrouve bien l'équation (11) donnée par Ocheltree [27], avec $\sqrt{F} = N_x$.

En résumé, on doit vérifier : $dx_m, dy_n \ll 2\sqrt{\lambda R_z}$

L'équation (IV.38) devient:

$$p(x, y, z) = \frac{jkZ_0}{2\pi R_z} e^{-jkR_z} v_n \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \text{sinc}\left(\frac{k(x-x_m)dx_m}{2R_z}\right) \text{sinc}\left(\frac{k(y-y_n)dy_n}{2R_z}\right) dx_m dy_n \quad (\text{IV.43})$$

Le fenêtrage rectangulaire spatial de la source fait apparaître les fonctions sinus cardinal selon les axes x et y (équation (IV.43)). L'écriture aux limites ($dx_m \rightarrow 0$ et $dy_n \rightarrow 0$) permet bien de retrouver la formulation intégrale (équation (IV.38)).

V.4 Décomposition en ondes planes

La formulation intégrale de Rayleigh (équation (IV.38)) peut aussi être écrite sous la forme d'un produit de convolution :

$$p(x, y, z) = jkZ_0 \frac{e^{-jkR}}{2\pi R} **_{x,y} v_n(x, y, z_s) \quad (\text{IV.44})$$

avec $R = \sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_s)^2}$

Ce produit de convolution dans le domaine spatial bidimensionnel s'écrit sous la forme d'un produit dans le domaine des fréquences spatiales comme décrit par [18, 19]. Ce passage du domaine spatial au domaine fréquentiel se fait via la FFT (*Fast Fourier Transform*) en décomposant la fonction de Green G et la vitesse normale v_n en ondes planes (équations (IV.45) et (IV.46)):

$$TF_{x,y}\{G(x, y)\} = G(k_x, k_y) \Leftrightarrow TF_{x,y}\left\{\frac{e^{-jkR}}{2\pi R}\right\} = -j \frac{e^{-jk_z(z-z_s)}}{k_z} \quad (\text{IV.45})$$

$$TF_{x,y}\{v_n(x, y, z_s)\} = v_n(k_x, k_y, z_s) \quad (\text{IV.46})$$

La propagation dans la direction de l'axe z se fait par application de l'opérateur de propagation $e^{-jk_z(z-z_s)}$:

$$p(k_x, k_y, z) = jkZ_0 \left(-j \frac{e^{-jk_z(z-z_s)}}{k_z}\right) v_n(k_x, k_y, z_s) \quad (\text{IV.47})$$

$$\text{soit } p(k_x, k_y, z) = Z_0 \frac{k}{k_z} v_n(k_x, k_y, z_s) e^{-jk_z(z-z_s)} \quad (\text{IV.48})$$

On retrouve une équation qui donne la relation entre vitesse normale et pression, d'où :

$$p(k_x, k_y, z) = p(k_x, k_y, z_s) e^{-jk_z(z-z_s)} \quad (\text{IV.49})$$

avec : $e^{-jk_z(z-z_s)} = e^{-jk_z\Delta z}$, l'opérateur de propagation, (IV.50)

et $k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$, le nombre d'onde selon la direction z . (IV.51)

Cette formulation, dite de décomposition en ondes planes (DOP), se déroule en trois étapes (Figure 52) :

$$p(x, y, z + \Delta z) = TF_{k_x, k_y}^{-1} \left\{ TF_{x, y} \left\{ p(x, y, z) \right\} e^{-jk_z\Delta z} \right\} \quad (IV.52)$$

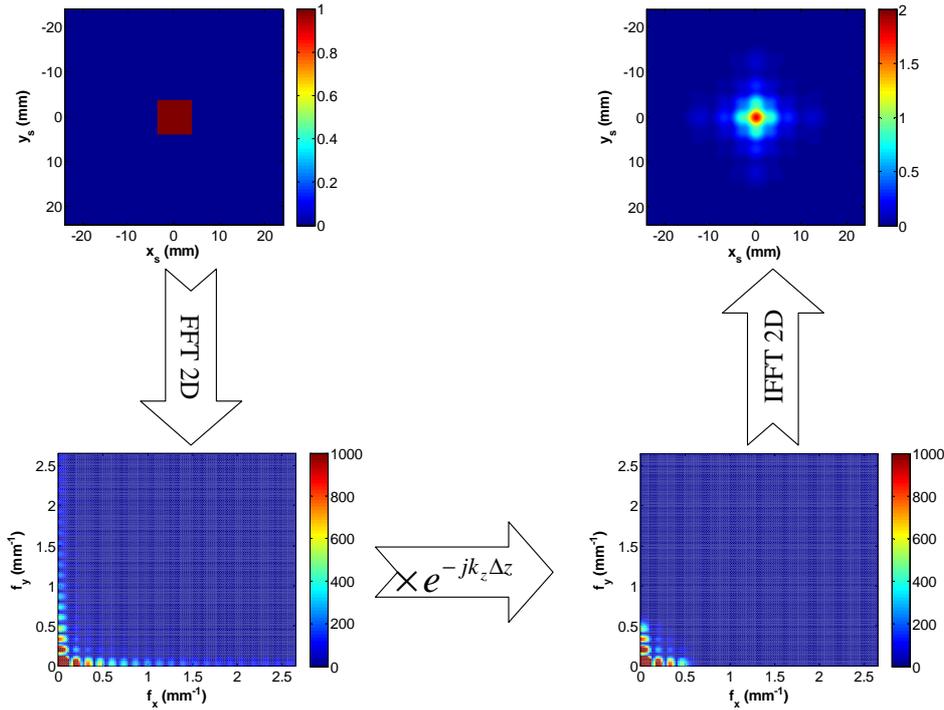


Figure 52: Etapes de décomposition en ondes planes.

Plus précisément, pour une source focalisée avec un retard électronique, l'algorithme de propagation (Figure 53) se résume en quatre étapes : l'application de la loi de retard à la source à deux dimensions, le passage du domaine spatial à celui fréquentiel, l'application de l'opérateur de propagation, puis le retour du domaine des pulsations spatiales à celui de l'espace. En pratique, l'algorithme de transformée de Fourier discrète rapide (FFT) entraîne un phénomène de repliement spectral. Ainsi, une propagation d'onde en dehors de la grille de calcul entraîne son repliement dans l'espace échantillonné. C'est pour cette raison que la grille de calcul doit être étendue au-delà de la géométrie source proprement dite et qu'un fenêtrage spatial est nécessaire. Ainsi, on définit des coefficients de grille à zéro, $N_z = X_z/a = Y_z/b$, associées à un fenêtrage en cosinus, garants d'un non repliement spatial.

De plus, afin de limiter la divergence de l'onde propagée et donc la taille de la grille de calcul, la propagation par décomposition en ondes planes est effectuée par pas petits devant la limite de champ proche pour une géométrie axisymétrique. Ainsi, le pas spatial de propagation Δz est choisi petit devant $L_{nf,axi} = \max(a^2/\lambda, b^2/\lambda)$. Typiquement, on retient $N_{\Delta z} = L_{nf,axi}/\Delta z = 100$.

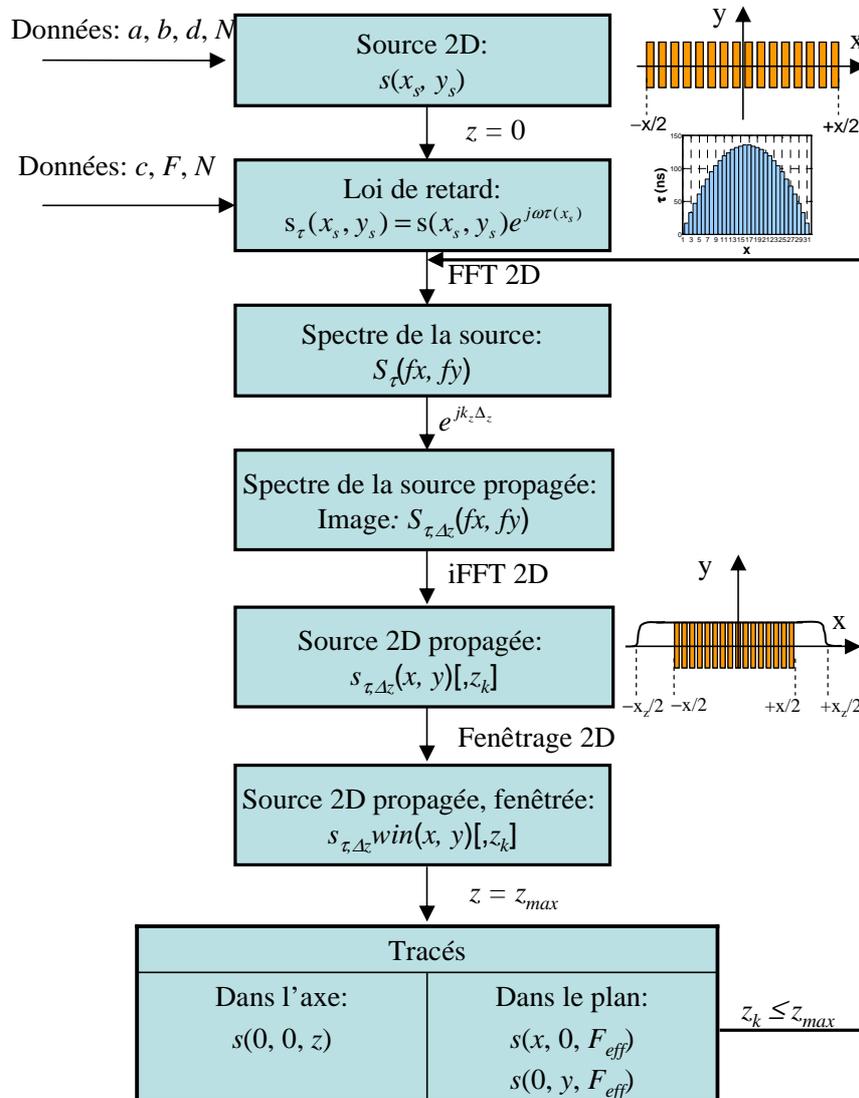


Figure 53 : Algorithme de décomposition en ondes planes, avec a et b les dimensions d'un élément, d le pas inter-élément, N le nombre d'éléments utilisés pour la focalisation, c la vitesse de propagation dans le verre, F la distance focale, τ la loi de retard, z la direction de propagation et Δz le pas spatial de propagation.

L'algorithme de DOP (Figure 53) implique d'avoir un pas d'échantillonnage spatial dx et dy de la source selon x et y , qui doit être suffisant par rapport à la longueur d'onde (Figure 51 (b)).

Tel que la condition de Shannon, i.e. $1/dx \geq 2/\lambda$, cette condition théorique a minima, n'est cependant pas suffisante pour de nombreuses méthodes de calcul numérique. Après quelques essais d'échantillonnage, la convergence des résultats obtenus a été validée pour $dx \leq \lambda/4$, soit $N_\lambda = \lambda/dx = 4$. Ainsi, les nombres de points de découpage de la source selon x et selon y , sont respectivement donnés par $N_x \geq N_\lambda \cdot a/\lambda$ et $N_y \geq N_\lambda \cdot b/\lambda$. Un sous-échantillonnage peut s'avérer problématique pour la détermination des pôles de la fonction de Green G [19].

Ces contraintes et leurs optimisations ont été largement étudiées dans les années 1990 notamment par *Orofino* [20, 21, 22]. Une alternative à la décomposition en ondes planes avec la FFT qui consiste à exprimer analytiquement la fonction de Green G dans un repère axisymétrique est proposée et décrite par *Christopher* [23, 24, 25].

La pertinence des résultats de la DOP est comparée et discutée relativement aux résultats des méthodes de propagation par décomposition en sources élémentaires (DSE) dans le cadre d'une approximation de champ lointain donnée par Ocheltree [27]. Dans ce cadre, les différentes conditions de baffle ont été testées : condition de baffle adapté (équation (IV.29)), rigide (équation (IV.30)) ou mou (équation (IV.31)). Dans le cas de la DSE, l'une de ces conditions de baffle est considérée sur chacune des surfaces élémentaires, et le champ de pression propagé résulte de la superposition des contributions élémentaires. Dans le cas de la DOP, c'est la source dans sa globalité qui se voit soumise à une condition de baffle rigide (Figure 54).

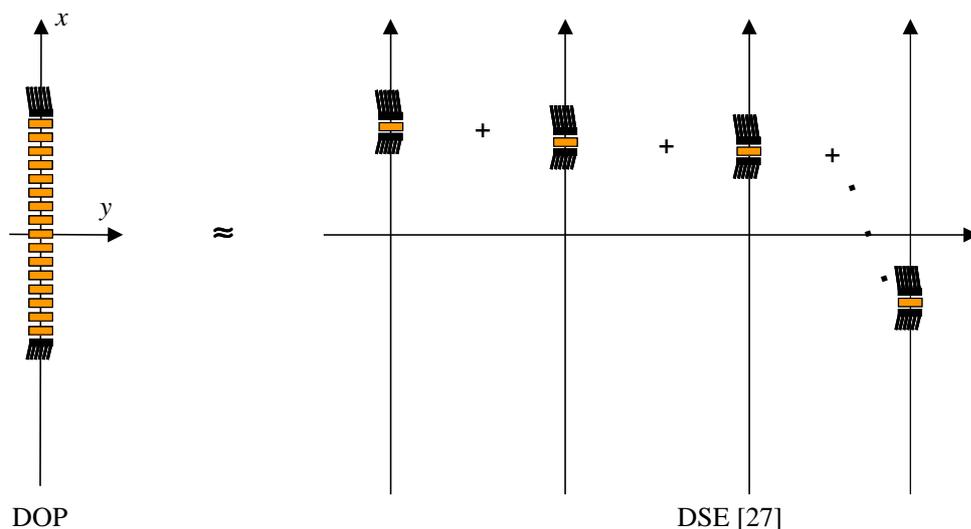


Figure 54 : Condition de baffle rigide dans le cas de la DOP et de la DES.

Néanmoins, la condition de baffle rigide de la DSE n'équivaut pas celle de la DOP, puisque la première résulte d'une sommation de sinus cardinaux, tandis que la seconde est affectée par un sinus cardinal de la source entière. Pour la DOP, la continuité de la source est bien considérée, ce qui a pour effet de résulter en une condition de baffle mixte rigide (sur les bords) et adaptée (entre les bords). Il s'ensuit que le champ de pression propagé obtenu est intermédiaire entre celui de la DSE avec baffle rigide et DSE avec Baffle adapté (Figure 55).

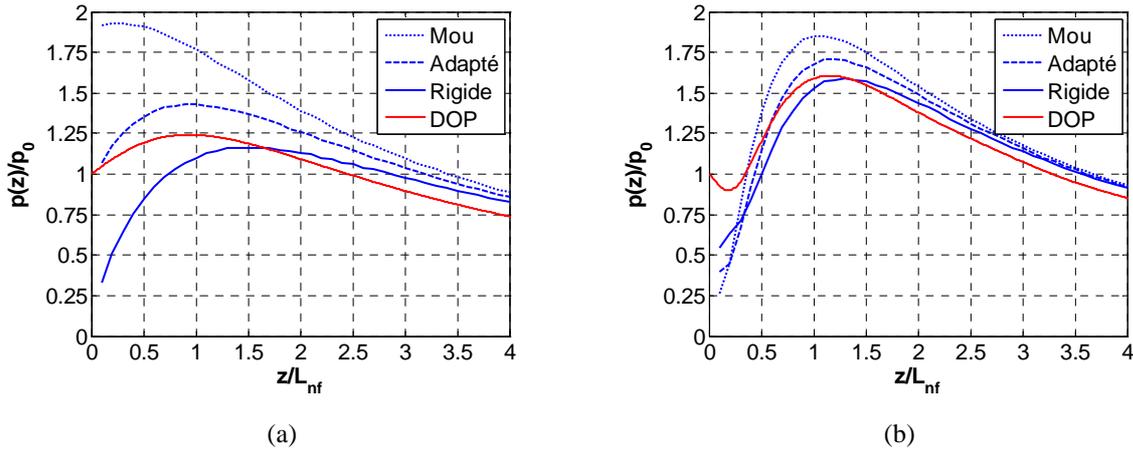


Figure 55 : Comparaison des résultats numériques entre DOP et DES pour (a) $a = 1\lambda$ et (b) $a = 2\lambda$.

L'objectif de ce paragraphe est de comparer et discuter les implémentations discrètes de l'intégrale de Rayleigh (équation (IV.38)) selon la méthode de décomposition en ondes planes (DOP) ou décomposition en sources élémentaires (DSE). A partir de l'intégrale de Rayleigh écrite sous la forme d'un produit de convolution (équation (IV.44)), on obtient :

$$p(x, y, z) = jkZ_0 \cdot G(\Delta x, \Delta y, \Delta z)_{x,y}^{**} v_n(x_s, y_s, z_s) \quad (\text{IV.53})$$

$$\text{avec } R = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

En considérant la vitesse normale uniforme $v_n = v_0$ sur la surface source, on obtient :

$$v_n(x_s, y_s, z_s) = v_0 \cdot s(x_s, y_s) \cdot \delta(z_s) \quad (\text{IV.54})$$

avec $\delta(z_s)$ la fonction Dirac.

La formulation intégrale de Rayleigh devient donc :

$$p(x, y, z_s + \Delta z) = jkp_0 \cdot G(\Delta x, \Delta y, \Delta z)_{x,y}^{**} s(x_s, y_s) \quad (\text{IV.55})$$

La fonction source s'exprime en fonction de l'ouverture spatiale $s(x_s, y_s)$:

$$s(x_s, y_s) = \prod_X(x_s) \cdot \prod_Y(y_s) \quad (\text{IV.56})$$

avec la fonction porte définie par :

$$\prod_x(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\frac{X}{2} \leq x \leq +\frac{X}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{IV.57})$$

Dans le domaine de Fourier, d'après l'équation (IV.47), on obtient :

$$p(k_x, k_y, z_s + \Delta z) = jkp_0 \cdot TF_{x,y} \{G(\Delta x, \Delta y, \Delta z)\} \cdot TF_{x,y} \{s(x_s, y_s)\}$$

soit
$$p(k_x, k_y, z_s + \Delta z) = jkp_0 \cdot \left(-j \frac{e^{-jk_z \Delta z}}{k_z} \right) \cdot S(k_x, k_y)$$

Dans le cas de la DOP, l'intégrale de Rayleigh devient :

$$p(x, y, z) = jkp_0 \cdot G(\Delta x, \Delta y, \Delta z) \underset{x,y}{**} \left(\prod_x(x_s) \cdot \prod_y(y_s) \right) \quad (\text{IV.58})$$

Du fait de l'échantillonnage de la source, les nombres d'onde k_x et k_y , selon x et y s'écrivent :

$$k_x = [0, K_x] \quad \text{avec} \quad K_x = \frac{\pi(N_x - 1)}{X} = \frac{\pi}{dx} \quad \text{et} \quad dk_x = \frac{2\pi}{X}$$

et
$$k_y = [0, K_y] \quad \text{avec} \quad K_y = \frac{\pi(N_y - 1)}{Y} = \frac{\pi}{dy} \quad \text{et} \quad dk_y = \frac{2\pi}{Y}$$

La transformée de Fourier de la fonction d'ouverture $S(k_x, k_y)$ d'une source $s(x_s, y_s)$ est :

$$S(k_x, k_y) = TF_{x,y} \{s(x_s, y_s)\} = TF_{x,y} \left\{ \prod_x(x_s) \cdot \prod_y(y_s) \right\} \quad (\text{IV.59})$$

Dans le cas de la DOP, la transformée de Fourier de la fonction d'ouverture effective $S_{DOP}(k_x, k_y)$ de la source $s(x_s, y_s)$ est de la forme suivante :

$$S_{DOP}(k_x, k_y) = X \cdot \frac{\sin(\pi k_x / K_x)}{\pi k_x / K_x} \cdot Y \cdot \frac{\sin(\pi k_y / K_y)}{\pi k_y / K_y} = XY \cdot \text{sinc} \left(\pi \frac{k_x}{K_x} \right) \text{sinc} \left(\pi \frac{k_y}{K_y} \right) \quad (\text{IV.60})$$

Dans le cas d'un découpage en surfaces élémentaires et d'une approximation de champ lointain (DSE) [27], (équation (10)), la fonction d'ouverture (équation (IV.43)) est approchée par :

$$s_{DSE}(x_s, y_s) \approx \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \text{sinc} \left(\frac{k(x - x_m) dx_m}{2R_z} \right) \text{sinc} \left(\frac{k(y - y_m) dy_m}{2R_z} \right) \cdot dx_m dy_n \quad (\text{IV.61})$$

Avec l'approximation de champ lointain, il vient $1/R_z \approx 1/z$, et en substituant $k = 2\pi/\lambda$, on obtient :

$$\frac{k(x - x_m) dx_m}{2R_z} = \pi(x - x_m) \frac{dx_m}{\lambda R_z} \approx \pi(x - x_m) \frac{dx_m}{\lambda z} \quad (\text{IV.62})$$

Par ailleurs, la transformée de Fourier du sinus cardinal est :

$$TF \left\{ F_{x_m} \operatorname{sinc} \left(\pi(x - x_m) F_{x_m} \right) \right\} = e^{-j2\pi f_x x_m} \cdot \prod_{F_{x_m}} (f_x)$$

$$\text{soit } TF \left\{ \operatorname{sinc} \left(\pi(x - x_m) F_{x_m} \right) \right\} = \frac{e^{-j2\pi f_x x_m}}{F_{x_m}} \cdot \prod_{F_{x_m}} (f_x) = \frac{e^{-jk_x x_m}}{2\pi F_{x_m}} \prod_{2\pi F_{x_m}} (k_x) \quad (\text{IV.63})$$

La transformée de Fourier $S_{DSE}(k_x, k_y)$ de la fonction d'ouverture effective de la source $S_{DSE}(x_s, y_s)$ (équation (IV.61)) est de la forme suivante :

$$S_{DSE}(k_x, k_y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{e^{-jk_x x_m}}{2\pi F_{x_m}} \prod_{2\pi F_{x_m}} (k_x) \cdot \frac{e^{-jk_y y_n}}{2\pi F_{y_n}} \prod_{2\pi F_{y_n}} (k_y) \cdot dx_m dy_n \quad (\text{IV.64})$$

$$\text{avec } 2\pi F_{x_m} = \frac{2\pi dx_m}{\lambda R_z} = \frac{k \cdot dx_m}{R_z} \approx \frac{k \cdot dx_m}{z}$$

$$\text{d'où : } \frac{dx_m \cdot dy_n}{2\pi F_{x_m} \cdot 2\pi F_{y_n}} = \frac{dx_m \cdot dy_n}{k dx_m \cdot k dy_n} = \left(\frac{R_z}{k} \right)^2 \approx \left(\frac{z}{k} \right)^2$$

Il en résulte :

$$S_{DSE}(k_x, k_y) \approx \left(\frac{z}{k} \right)^2 \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \prod_{2\pi F_{x_m}} (k_x) \cdot \prod_{2\pi F_{y_n}} (k_y) \cdot e^{-j(k_x x_m + k_y y_n)} \quad (\text{IV.65})$$

Il s'ensuit que l'intégrale de Rayleigh est approchée dans le cas de la DSE et dans le cas de la DOP et que la formulation est convergente dans les deux cas. Cependant, ces formulations discrètes sont fondamentalement différentes (équations (IV.60) et (IV.65)).

En effet, une équivalence des formulations discrètes obtenues dans les deux cas consiste à poser l'hypothèse suivante :

$$S_{DSE}(k_x, k_y) \approx S_{DOP}(k_x, k_y)$$

Par une approche aux limites, on montre bien l'équivalence formelle entre ces deux formulations :

$$\lim_{\substack{dx_m \rightarrow 0 \\ dy_n \rightarrow 0}} S_{DSE}(k_x, k_y) = M \cdot dx_m \cdot N \cdot dy_n = X \cdot Y \quad \text{avec } e^{-j(k_x x_m + k_y y_n)} \approx 1 \text{ (Annexe D)}$$

$$\text{et } \lim_{\substack{dx \rightarrow 0 \\ dy \rightarrow 0}} S_{DOP}(k_x, k_y) = \lim_{\substack{K_x \rightarrow +\infty \\ K_y \rightarrow +\infty}} S_{DOP}(k_x, k_y) = X \cdot Y$$

Finalement, bien que ces deux formulations soient basées sur l'intégrale de Rayleigh, et que leur convergence ait été démontrée, leur mise en œuvre numérique est fortement liée à l'échantillonnage et aux effets de bord.

V.5 Convergence numérique

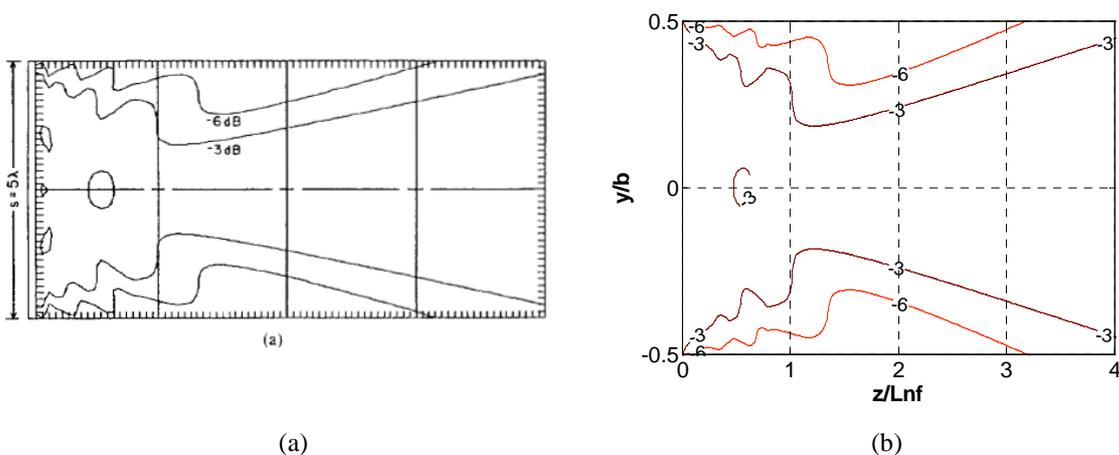
Une première étape consiste à comparer les diagrammes de champs rayonnés avec ceux obtenus par d'autres méthodes de calcul.

Ainsi, les diagrammes de rayonnement de sources canoniques telles que la source carré $b = a$ (Figure 56 et 57) ou la source rectangulaire $b = 2a$ (Annexe E) sont comparés pour des tailles de source telles que $a = 10\lambda$. Comme attendu, on observe bien l'influence de la taille de la source relativement à la longueur. En effet, la limite de champ proche d'une source axisymétrique $L_{nf,axi} = a^2/\lambda$ rapportée à la taille de la source n'est autre que la taille de la source normalisée par la longueur d'onde : $L_{nf,axi} / a = a/\lambda$. Par ailleurs, cette limite de champ proche permet d'évaluer celle obtenue pour une source carrée ou rectangulaire ([26] page 14) avec pour paramètre de source $D = \max(a, b)$. Enfin, la limite de champ proche d'une source carrée relativement à une source axisymétrique est de l'ordre de $L_{nf,carré} / L_{nf,axi} = 1,40$ pour une source de dimensions $a = b = 100\lambda$ (Annexe E).

VI Résultats

VI.1 Validation du calcul

Ainsi, les diagrammes de rayonnement de sources canoniques telles que la source carrée ($b = a$) ou la source rectangulaire ($b = 2a$) sont comparés pour des tailles de source telles que $a = 5\lambda$ et $a = 10\lambda$.



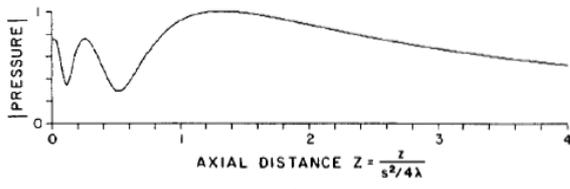
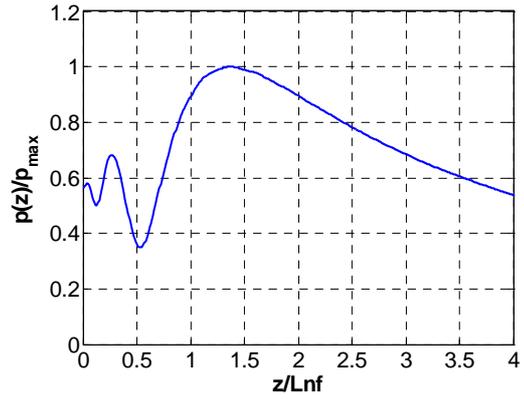


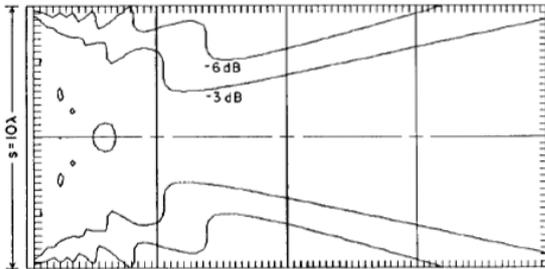
Fig. 5. Square source with sides equal to 5λ . (a) Sound pressure contour normalized at each axial distance. (b) Normalized magnitude of on-axis pressure.



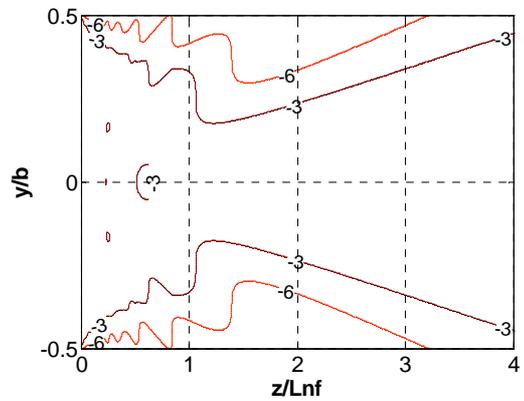
(c)

(d)

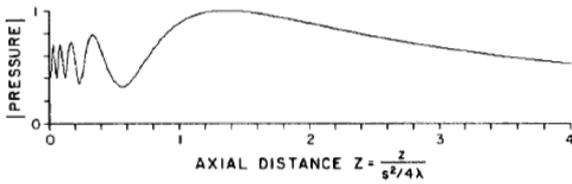
Figure 56 : Diagrammes de rayonnement d'une source carrée $b = a = 5\lambda$.



(a)

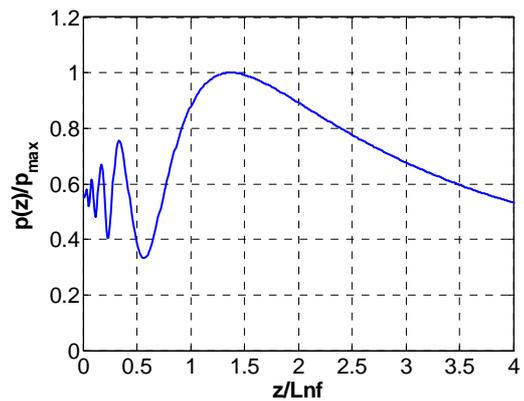


(b)



(b)

Fig. 6. Square source with sides equal to 10λ . (a) Sound pressure contour normalized at each axial distance. (b) Normalized magnitude of on-axis pressure.



(d)

(c)

Figure 57 : Diagrammes de rayonnement d'une source carrée $b = a = 10\lambda$.

VI.2 Source multiéléments focalisée – Repère cartésien.

La première étape décrite par l'algorithme de décomposition en ondes planes (Figure 53) est illustrée par la (Figure 58 (a)). L'algorithme mis en place permet de retrouver l'allure du champ diffracté tel qu'il a été estimé avec une approximation de champ lointain (Chapitre II, Figure 14).

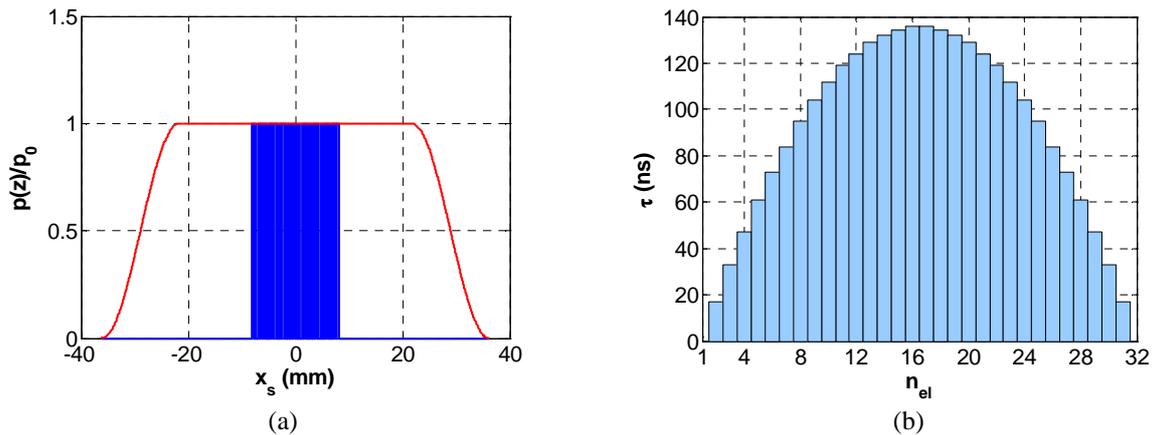
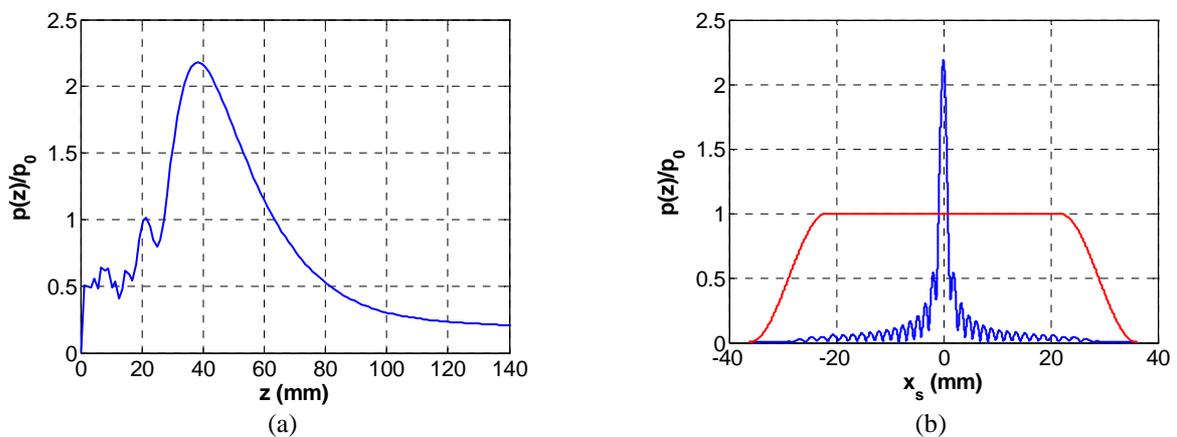


Figure 58 : Source multiéléments illustrée pour une loi de retard avec (a) positions x_s (mm) des $N = 32$ éléments source et (b) retards τ (ns) associés pour une focalisation à $F = 40$ mm dans le verre.

Dans le cas d'une source focalisée, la distance focale effective est légèrement inférieure à celle fixée par une loi de retard (ou une focalisation géométrique). Ici, on vérifie bien $F_e = 34$ mm $<$ $F = 40$ mm fixée par la loi de retard.



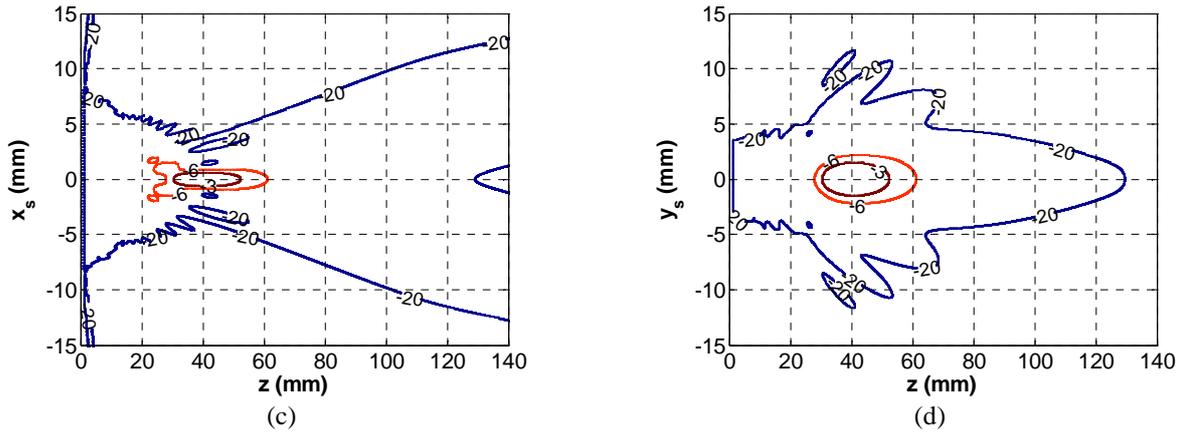


Figure 59 : Propagation de la source multiéléments pour une loi de retard avec $N = 32$ éléments source pour une focalisation à $F = 40$ mm dans le verre (a) dans l'axe selon z (mm) et (b) dans le plan focal effectif $F_e = 38,5$ mm et digrammes de rayonnement suivant (c) le plan focale x (d) longueur des éléments y .

En perspective de cette modélisation de propagation de source, on peut envisager d'établir des courbes et abaques de correction de diffraction (Chapitre II) spécifiques à une géométrie de transducteur multiéléments et loi focale associée.

$$\underline{D}(z) = \frac{\iint_S p(x, y, z).dS}{\iint_S p(x, y, z_s).dS} \quad (\text{IV.66})$$

VII Conclusion

L'élaboration, puis le développement de l'approche par décomposition en ondes planes s'est fait en plusieurs étapes. Tout d'abord, la mise au point des conditions d'échantillonnage, puis l'écriture des conditions de convergence numérique ont permis d'affiner les premiers résultats qualitatifs. Ensuite, une étape de validation a permis de retrouver des résultats connus, basés sur plusieurs références, dont certaines avec un appui expérimental. Enfin, l'application de ce code de décomposition en ondes planes à une géométrie discontinue (éléments distincts) avec des retards électroniques a permis de conforter les approximations usuelles de champ lointain avec le champ de pression au point focal, et la distance focale effective basée sur l'approche de la théorie des rayons associée à une correction liée à la taille de la source. En perspective de ces résultats, la correction de diffraction pour une source complexe peut être envisagée, permettant de compléter avantageusement celles existantes pour les géométries axisymétriques.

VIII References

- [1] S. Wooh and Y. Shi, "Influence of phased array element size on beam steering behavior," *Ultrasonics*, vol. 36, pp. 737–749, 1998.
- [2] R. Huang and L. Schmerr, "Characterization of the system functions of ultrasonic linear phased array inspection systems," *Ultrasonics*, vol. 49, pp. 219–225, 2009.
- [3] G. X. Shen, J. Wu, and F. E. Boada, "Multiple channel phased arrays for echo planar imaging," *Magnetic Resonance Materials in Physics, Biology and Medicine*, vol. 11, pp. 138–143, 2000.
- [4] Y. Sun, Y. Kang, and C. Qiu, "A new NDT method based on permanent magnetic field perturbation," *NDT&E International*, vol. 44, pp. 1–7, 2011.
- [5] J. Jensen, "Algorithms for estimating blood velocities using ultrasound," *Ultrasonics*, vol. 38, pp. 358–362, 2000.
- [6] T. Leighton, "Comparison of the abilities of eight acoustic techniques to detect and size a single bubble," *Ultrasonics*, vol. 34, pp. 661–667, 1996.
- [7] T. G. Leighton, "The effect of reverberation on the damping of bubbles," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 112 (4), pp. 1366–1376, 2002.
- [8] L. Azar, Y. Shi, and S. Wooh, "Beam focusing behavior of linear phased arrays," *NDT&E International*, vol. 33, pp. 189–198, 2000.
- [9] S. Wooh and Shi.Y, "Optimum beam steering of linear phased arrays," *Wave Motion*, vol. 29, pp. 245–265, 1999.
- [10] M. Buchana and K. Hynynen, "Design and experimental evaluation of an intracavity ultrasound phased array system for hyperthermia," *IEEE Trans Biomed Engng Design*, vol. 76 (3), pp. 275–283, 1983.
- [11] H. Jeong and D. Hsu, "Experimental analysis of porosity-induced ultrasonic attenuation and velocity change in carbon composites," *Ultrasonics*, vol. 3, pp. 195–203, 1995.
- [12] M. Born and M. Wolf, "Principles of optics," *Cambridge University Press, England*, pp. 412–514, 1999.
- [13] K. Sbaï, "*Application de l'approche de la réponse impulsionnelle à la modélisation du rayonnement de transducteurs acoustiques de structure arbitraire*" PhD thesis, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambresis. Académie de Lille, 1996.

- [14] J. Archer-Hall, A. Basher, and A. Hazelwood, “A means for computing the Kirchhoff surface integral for a disk radiator as a single integral with fixed limits,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 65 (6), pp. 1568–1570, 1979.
- [15] J. Archer-Hall and D. Gee, “A single integral computer method for axisymmetric transducers with various boundary conditions,” *Non Destructive Testing International*, vol. 13 (3), pp. 95–101, 1980.
- [16] P. Pesqué and M. Fink, “Effect of the planar baffle impedance on the radiation of a phased array element theory and experimentation,” *IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium*, pp. 1034–1038, 1984.
- [17] P. Maréchal, *Transducteurs mono-éléments pour l'imagerie ultrasonore haute résolution: modélisation, réalisation et caractérisation*. PhD thesis, Université François Rabelais - Tours, 2004.
- [18] K. Stepanishen, P.R. Benjamin, “Forward and backward projection of acoustic fields using FFT methods,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 71(4), pp. 803–812, 1982.
- [19] E. Williams, “Numerical evaluation of the radiation from unbaffled, finite plates using the FFT,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 74 (1), pp. 343–347, 1983.
- [20] D. Orofino and P. P.C., “Efficient angular spectrum decomposition of acoustic sources - Part I: Theory,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 40 (3), pp. 238–249, 1993.
- [21] D. Orofino and P. Pedersen, “Evaluation of angle-dependent spectral distortion for infinite, planar elastic media via angular spectrum decomposition,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 93 (3), pp. 1235–1248, 1993.
- [22] D. Orofino, “Efficient angular spectrum decomposition of acoustic sources-part II: Results,” *IEEE Transactions on ultrasonics, Ferroelectrics, and frequency control*, vol. 40, pp. 250–257, 1993.
- [23] P. Christofer and K. Parker, “New approaches to non linear diffractive field propagation,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 90 (1), pp. 488 – 499, 1991.
- [24] P. Christofer and K. Parker, “New approaches to the linear propagation of acoustic field,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 90 (1), pp. 507 – 521, 1991.
- [25] P. Christopher, “A solution to the longstanding problem associated with discrete Fourier transform-based, diffractive computation,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 94 (6), pp. 3515–3517, 1993.
- [26] Olympus, “*Phased array testing : basic theory for industrial applications*”. NDT Field Guides, Olympus NDT, 2010.

[27] K. B. Ocheltree, “Sound Field Calculation for Rectangular Sources,” *IEEE transactions on ultrasonics. Ferroelectrics, and frequency control*, vol. 36 (2), pp. 224–248, 1989.

Chapitre V : Caractérisation de bulles en milieu fibreux

I Visualisation de plis de fibres

Dans cette partie, des plis de fibres de verre (tissus unidirectionnels) sont plongés dans l'huile silicone afin d'être échographiés. Ce type de tissu a été choisi parmi les tissus disponibles au laboratoire du fait de sa faible densité en fibres (Figure 60).

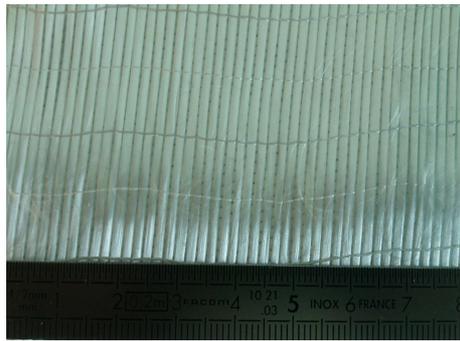


Figure 60 : Plis de fibres de verre utilisés pour la détection ultrasonore.

En effet, moins le pli est dense, moins il est échogène. Cela permet entre autres de tester les limites de notre dispositif de détection. La première image (Figure 61 (a)) est un B-scan décrivant la largeur de faisceau ultrasonore $X_f = 48$ mm, en fonction de la profondeur du liquide $z = 6$ mm dans l'huile silicone seule. Ensuite, les plis sont plongés un à un dans l'huile silicone et peuvent être distingués (Figure 61 (b-c-d)).

Dans ce cas les plis sont bien distincts, puisqu'ils ne sont pas tassés dans les 6 mm de liquide. Dans le cas contraire, les plis ne sont plus découplés et apparaissent comme mélangés sur toute l'épaisseur (Figure 62).

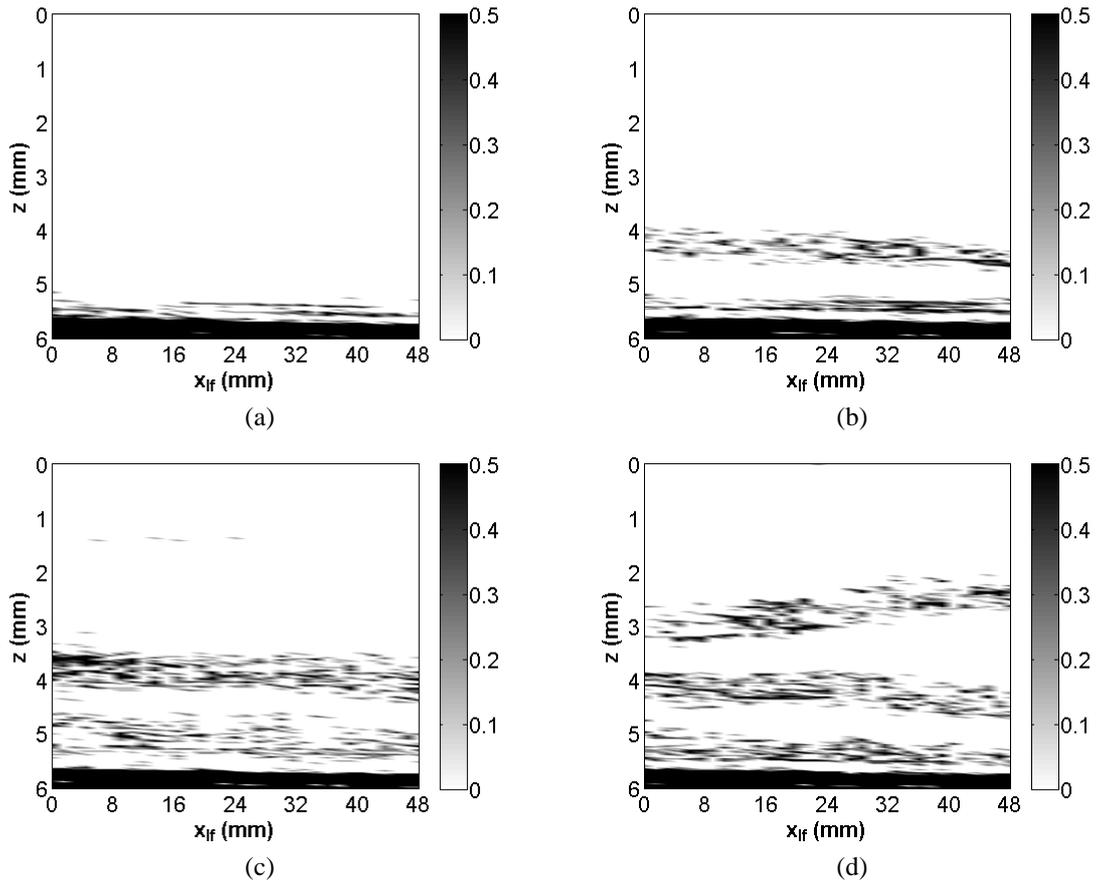


Figure 61: Imagerie de plis de fibres de verre plongés dans l'huile silicone 47V100 à l'aide du transducteur multiélément (a) l'huile seule (b) un pli (c) deux plis (d) trois plis.

Après avoir démontré la fiabilité de notre dispositif pour la détection des bulles et des plis seuls, dans ce qui suit on essayera de dissocier une bulle d'air des plis de fibres de verre dans un mélange huile/fibres/ bulles. Nous allons par la suite nous intéresser à la dissociation des signaux liés à la bulle d'air entre les plis de fibres de verre dans un mélange huile/fibres/ bulles.

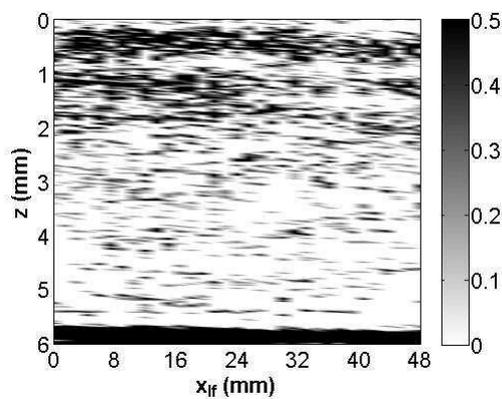


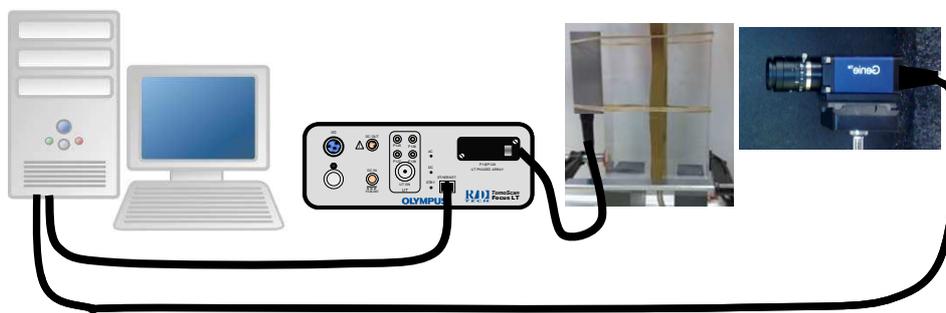
Figure 62 : Epaisseur saturée de fibres de verre.

II Caractérisation d'une bulle seule

II.1 Détermination expérimentale de tailles des bulles

II.1.1 Dispositif

Le dispositif expérimental présenté ici permet de confronter deux méthodes expérimentales (ultrasonore et vidéo) afin de mesurer la vitesse et la taille des bulles d'air en montée libre dans un canal de section rectangulaire fermé (Figure 63 (a)).



(a)



(b)

Figure 63 : (a) Dispositif expérimental de suivi des bulles, (b) visualisation des bulles lors de leur remontée.

Le canal est délimité par une structure tri-couche (PMMA/huile/PMMA) équivalente à celle décrite dans la première partie qui respecte la structure tri-couche du moule RTM. Les blocs en PMMA assurent la visibilité et le suivi de bulles se fait à travers une caméra numérique monochrome Dalsa Génie-M1024 de vitesse d'enregistrement 30 images/s. Un transducteur multiéléments est placé en face et à la même hauteur que la caméra afin de pouvoir enregistrer simultanément des acquisitions lors du passage de la bulle. Le transducteur multiéléments utilisé comporte 128 éléments de longueur 7 mm et de largeur 0,25 mm séparés par une distance inter-élément de 0,5 mm. Afin d'améliorer la résolution,

une loi focale de 32 éléments focalisant au fond du fluide a été utilisée. Le balayage est effectué à une fréquence $f_{acq} = 20$ Hz, soit $dt_{acq} = 50$ ms, sur une période $T_{acq} = 10$ s.

II.1.2 Dimensionnement par méthode ultrasonore

Le diamètre de la bulle est estimé à partir du C-scan (Figure 64) à un instant donné, (ici $t_{acq} = 1,45$ s) à -3 dB relativement au signal réfléchi sur la bulle (Figure 64 (b)).

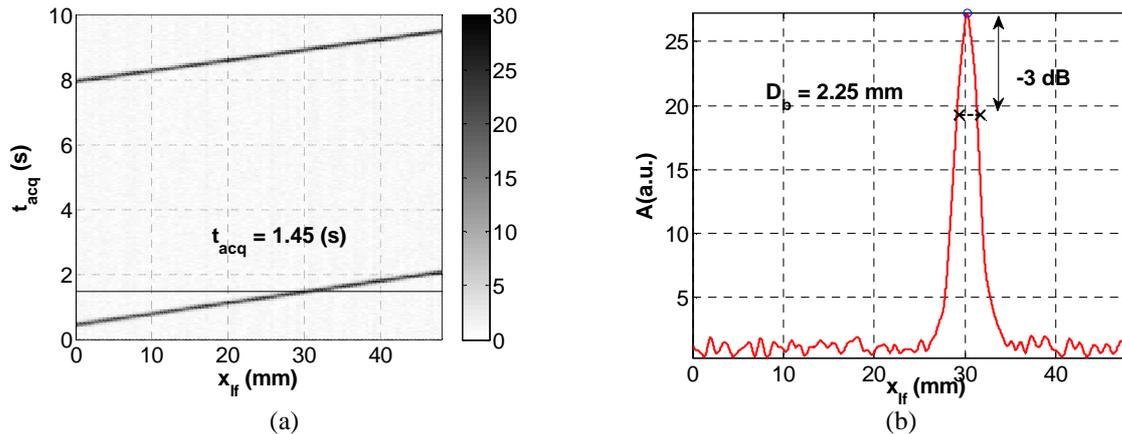


Figure 64 : Détermination de la taille d'une bulle d'air (a) à partir d'un C-scan et (b) acquisition à $t_{acq} = 1,45$ s.

Il est à remarquer que cette largeur dépend aussi de la vitesse de la bulle. En effet, plus la pente est importante plus la largeur D_3 (à -3 dB) est importante (Figure 65). Afin d'évaluer le diamètre effectif de la bulle, une correction (équation (V.1)) a été apportée à cette mesure (Figure 65).

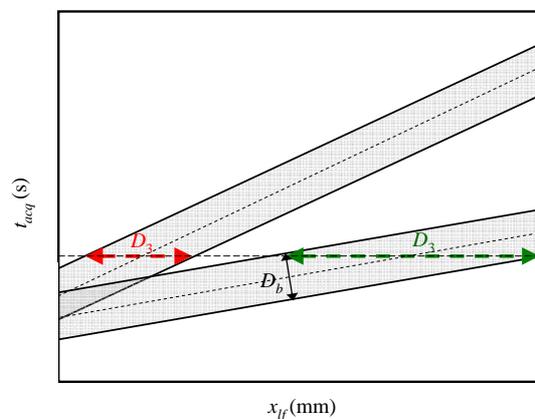


Figure 65 : Effet de la vitesse de la bulle sur la mesure de diamètre pour deux bulles de même taille mais de vitesses différentes

$$D_b = D_3 - v_b \Delta t_{acq} \quad (V.1)$$

avec $\Delta t_{acq} = t_{acq,2} - t_{acq,1}$ décrit dans les équations (III.16) et (III.17).

avec D_3 est le diamètre mesuré à un seuil -3dB et D_b et v_b sont respectivement le diamètre et la vitesse effectifs de la bulle. Le seuil a été fixé après étalonnage du diamètre mesuré par ultrasons par rapport à celui donné par la caméra dans les mêmes conditions de mesures.

La valeur du diamètre affiché est une moyenne sur plusieurs valeurs à des instants t_{acq} différents en considérant la correction sur le diamètre (équation (V.1)).

II.2 Confrontation des résultats avec des modèles théoriques

II.2.1 Modèles théoriques

Les images données par la caméra sont extraites avec une résolution de 1024×768 pixels. Les contours des bulles et les fronts de liquide sont détectés par traitement d'images sous Matlab. Dans notre dispositif expérimental, les diamètres et vitesses de bulles seront variables dans des plages de $D_b = 1$ à 4 mm, et $v_b = 5$ à 100 mm/s, respectivement, en cohérence avec les moyens d'observation. Le nombre de Reynolds R_e (équation (V.2)) est fonction de ν_l la viscosité cinématique du liquide (ou η_l la viscosité dynamique) et permet de qualifier le type d'écoulement de la bulle dans le liquide, laminaire ou turbulent ($R_e > 2.10^5$) :

$$R_e = \frac{v_b D_b}{\nu_l} = \frac{v_b D_b \rho_l}{\eta_l} \quad (V.2)$$

En ne retenant que la force de la poussée d'Archimède et la force de frottement visqueux, le principe fondamental de la dynamique donne :

$$\rho_g V \frac{dv}{dt} = F_A - F_\eta = (\rho_l - \rho_g) V g - \frac{1}{2} \rho_l C_g S v_b^2 \quad (V.3)$$

avec $F_A = (\rho_l - \rho_g) V g$ la poussée d'Archimède, étant ρ_g et ρ_l les masses volumiques du gaz et du liquide, V le volume de la bulle, g la gravité, $F_\eta = 6\pi\eta_l R_b v_b A$ la force de Stokes corrigée par une fonction A qui dépend du rapport de viscosité, C_g le coefficient de traînée, S la section de la bulle, R_b le rayon de la bulle, et v_b la vitesse de la bulle.

Le régime d'écoulement de la bulle dans le liquide conditionne le coefficient de traînée C_g . Dans le cas de notre dispositif expérimental, le nombre de Reynolds R_e reste faible : $5.10^{-2} \leq R_e \leq 4$. En particulier, dans le cas d'un écoulement laminaire (R_e très faible) de la bulle dans le liquide le coefficient de traînée s'écrit :

$$C_g = \frac{24}{R_e} A \text{ avec } A = \frac{1 + \frac{2}{3}\sigma}{1 + \sigma} \text{ et } \sigma = \frac{\eta_l}{\eta_g} \quad (\text{V.4})$$

Le principe fondamental de la dynamique se résume alors à une équation différentielle du premier ordre dans le cas de Stokes [1] ($\sigma \rightarrow 0$) et Hadamard [2] ($\sigma \rightarrow \infty$), Dans notre configuration, une bulle de gaz se déplace dans un liquide visqueux telle que $\sigma = \eta_l / \eta_g \rightarrow \infty$ i.e. $A = 2/3$ (Annexe F):

$$v_b + \frac{D_b^2}{12\eta_l} \frac{dv_b}{dt} = \frac{gD_b^2}{12\eta_l} \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g} \quad (\text{V.5})$$

La solution s'écrit alors :

$$v_b(t) = v_{\text{lim}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (\text{V.6})$$

avec $\tau = \frac{D_b^2}{12\eta_l}$ la constante de temps, et $v_{\text{lim}} = \tau g \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g}$ la vitesse limite de la bulle.

Les expressions de la constante de temps τ et de la vitesse limite v_{lim} associées à l'équation (V.6) sont directement fonction de D_b^2 à une constante près. Par ailleurs, la vitesse limite v_{lim} est atteinte au temps $t_{\text{lim}} = 5\tau$, soit moins de 100 μs pour $D_b = 1$ à 4 mm. Ainsi, la vitesse de la bulle observée v_b est constante au-delà de ce régime transitoire limité à 5τ conséquemment au détachement de la bulle du capillaire.

En revanche, pour Oliver & Chung [3] ($\sigma \rightarrow \infty$), l'équation différentielle ordinaire est de type $\frac{dv_b}{dt} = K_0 + K_1 v_b + K_2 v_b^2$, dite de Ricatti, où K_0 , K_1 et K_2 sont des constantes (Tableau 13). Un développement à l'ordre 3 du coefficient de traînée C_g en fonction du nombre de Reynolds de la bulle en milieu fluide visqueux $R_e = \rho_l v_b D_b / \eta_l$ donne, selon Keh&Shiau [4]:

$$C_g = \frac{24}{R_e} A \left(1 + \frac{3}{8} A^2 R_e + \frac{9}{40} R_e^2 \ln(R_e) + o(R_e^2) \right) \quad (\text{V.7})$$

La solution en régime établi à cette équation différentielle est déterminée par itération successives avec la résolution de :

$$\frac{dv_b}{dt} = 0 = K_0 + K_1 v_b + K_2 v_b^2 + K_3 v_b^3 \cdot \ln(K_{\text{ln}} v_b) \quad (\text{V.8})$$

avec K_0 , K_1 , K_2 , K_3 et K_{ln} des constantes.

Référence	Stokes [1]	Hadamard [2]	Oliver & Chung [3]	Keh & Shiau [4]
τ (s)	$\frac{D_b^2 \rho_g}{18\eta_l}$	$\frac{D_b^2 \rho_g}{18A\eta_l}$	-	-
C_g	$\frac{24}{R_e}$	$\frac{24}{R_e} A$	$\frac{24}{R_e} A \left(1 + \frac{3}{8} A^2 R_e\right)$	$\frac{24}{R_e} A \left(1 + \frac{3}{8} A^2 R_e + \frac{9}{40} R_e^2 \ln(R_e)\right)$

Tableau 13 : Constante du temps τ (s) et coefficient de traînée C_g suivant les modèles de Stokes, Hadamard, Oliver & Chung et Keh & Shiau.

II.2.2 Correction des effets de bord

Comme l'a montré Hadamard [2], la force de frottement visqueux est liée au rapport des viscosités σ du liquide η_l et du gaz η_g , avec $\sigma = \eta_l/\eta_g$, et le coefficient modifiant le coefficient de traînée C_g (Tableau 13) :

$$F_\eta = \frac{1}{2} \rho_l C_g S v_b^2 = 6\pi\eta_l R_b v_b A K_w \quad (\text{V.9})$$

Comme l'a montré Haberman [5] (équation (75), p.32), une correction des effets de bord est effectuée avec une pondération de la force de frottement visqueux (équation (V.9)) par un coefficient de correction de bord $K_w = f(\lambda_w = D_b/D_c, \sigma = \eta_l/\eta_g)$. Cette correction dépend du rapport de viscosité σ , et du rapport de diamètre de bulle D_b relativement à celui du conduit cylindrique D_c , soit $\lambda_w = D_b/D_c$. Dans le cas d'une bulle d'air dans un liquide visqueux, on peut considérer $\sigma \gg 1$ et le coefficient de correction des effets de bord K_w devient :

$$K_w = \frac{1 + 1,1379\lambda_w^5}{1 - 1,4033\lambda_w + 1,1379\lambda_w^5 - 0,72603\lambda_w^6} \quad (\text{V.10})$$

Le coefficient de correction (équation (V.10)) est réduit à un polynôme d'ordre 2 qui s'écrit (Figure 66) :

$$K_w = 1 + 1,285\lambda_w + 3,260\lambda_w^2 \quad (\text{V.11})$$

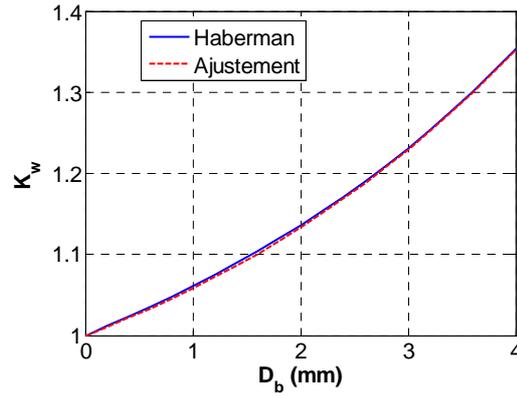


Figure 66 : Paramètre de correction de l'effet de bord K_w (bleu continu : équation (V.10) et rouge pointillé équation (V.11)) en fonction de diamètre de la bulle D_b .

Dans notre configuration expérimentale, la section dans laquelle la bulle s'écoule est de géométrie rectangulaire de dimensions (a, b) ; il convient donc d'établir un rayon de conduite équivalent $R_{c,eq}$. En cherchant à déterminer la distance moyenne du bord de la bulle jusqu'à la paroi par une approche intégrale (Figure 67), on obtient :

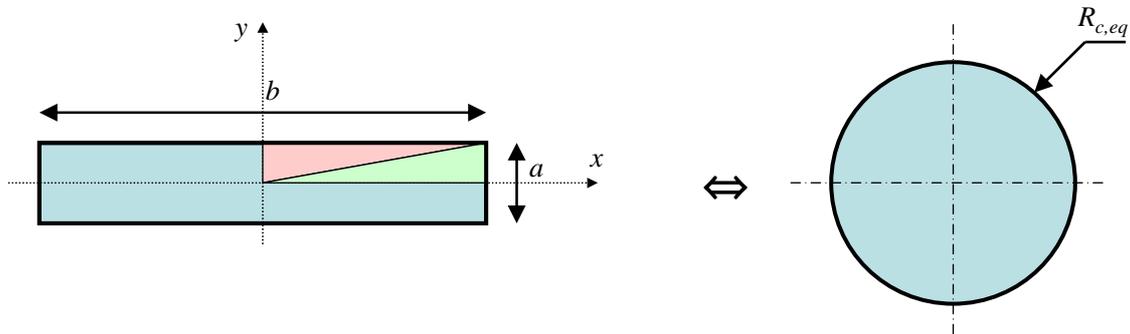


Figure 67 : Détermination du rayon équivalent $R_{c,eq}$.

On détermine dans un premier temps les rayons moyens selon les demi-côtés $a/2$ et $b/2$, notés respectivement $R_{c,a}$ et $R_{c,b}$:

$$R_{c,a} = \frac{2}{a} \int_0^{a/2} \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + x^2} .dx \text{ et } R_{c,b} = \frac{2}{b} \int_0^{b/2} \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + y^2} .dy \quad (\text{V.12})$$

On détermine ensuite le rayon moyen équivalent à cette géométrie rectangulaire :

$$R_{c,eq} = \frac{1}{\pi/2} \left[\int_0^{\pi/4} R_{c,a} d\theta + \int_{\pi/4}^{\pi/2} R_{c,b} d\theta \right] \quad (\text{V.13})$$

La solution des intégrales selon Schaums Mathematical Handbook of formulas and Tables [6] équation (14.189), page 67 est :

$$R_{c,a} = \frac{b}{4} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2} + \frac{b}{a} \ln \left(\frac{a}{b} + \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2} \right) \right) \quad (\text{V.14})$$

et

$$R_{c,b} = \frac{a}{4} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} + \frac{a}{b} \ln \left(\frac{b}{a} + \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} \right) \right) \quad (\text{V.15})$$

On obtient alors :

$$R_{c,eq} = \frac{2}{\pi} \left[\text{Arctan} \left(\frac{a}{b} \right) \cdot R_{c,a} + \text{Arctan} \left(\frac{b}{a} \right) \cdot R_{c,b} \right] \quad (\text{V.16})$$

Pour des valeurs faibles de a/b , on obtient un excellent accord entre le rayon exact $R_{c,eq}$ et le rayon géométrique moyen $R_{c,moy}$ (Figure 68 (a)) :

$$R_{c,moy} = \frac{a+b}{4} \quad (\text{V.17})$$

Pour des valeurs de a/b entre 0.5 et 1, l'accord avec le rayon exact $R_{c,eq}$ est meilleur avec le rayon surfacique $R_{c,surf}$ (Figure 68 (a)) :

$$R_{c,surf} = \sqrt{\frac{ab}{\pi}} \quad (\text{V.18})$$

Un excellent accord a été déterminé entre la rayon exact $R_{c,eq}$ et son expression approché d'interpolation linéaire $R_{c,interp.lin.}$. L'erreur relative ne dépasse pas 3.6% (Figure 68 (b)).

$$R_{c,interp.lin.} = \frac{b}{4} + \frac{a}{3b} \quad (\text{V.19})$$

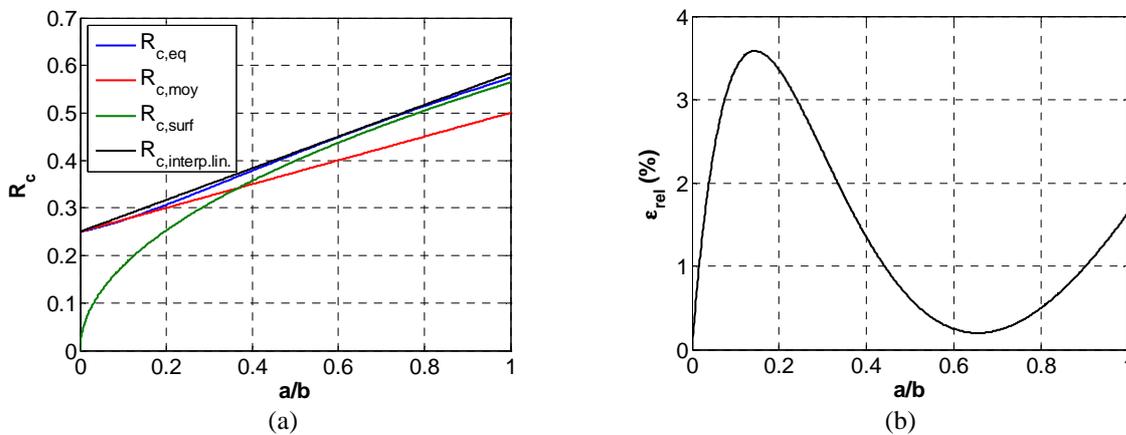


Figure 68 : (a) Rayon de conduite équivalent $R_{c,eq}$ en fonction du rapport b/a selon l'approche intégrale $R_{c,int}$ (équation (V.16)), selon la valeur moyenne $R_{c,moy}$, selon l'équivalence de la surface $R_{c,surf}$ (b) erreur relative ϵ_{rel} entre $R_{c,eq}$ et $R_{c,interp.lin.}$

Dans notre cas (Figure 63), on a $a = 4$ mm et $b = 42$ mm soit (équation (V.16)) $R_{c,eq} \approx 10,53$ mm. Cette valeur est proche de celle donnée par une valeur moyenne (équation (V.17)) $R_{c,moy} = 11,5$ mm, mais très éloignée de la valeur par équivalence des surfaces (équation (V.18)) comme l'illustre Figure 68 (a). Pour une bulle de diamètre $D_b = 2R_b = 3$ mm, on obtient $\lambda_w = R_b/R_c = 0,047$, ce qui donne (équation (V.11)) un coefficient de correction de l'effet de bord $K_w = 1,06$.

III Résultats expérimentaux

La vitesse v_b de la bulle étant fonction de son diamètre D_b (équation (V.8)), l'évolution des vitesses de bulles en fonction de leur diamètre est tracé selon les modèles théoriques étudiés: Stokes [1], Hadamard [2], Oliver & Chung [3] et Keh&Chiau [4], et pour les deux méthodes optique et ultrasonore. La correction de l'effet de bord [5] permet de recalibrer les courbes théoriques (milieu infini) dans le cas d'un milieu fini, en cohérence avec les courbes expérimentales (vidéo et ultrasons). Par exemple, pour un diamètre $D_b = 2$ mm, le modèle théorique de Keh & Shiau [4] donne $v_b = 25$ mm/s (Figure 69 (a)) et $Re = 0,5$ (Figure 69 (b)).

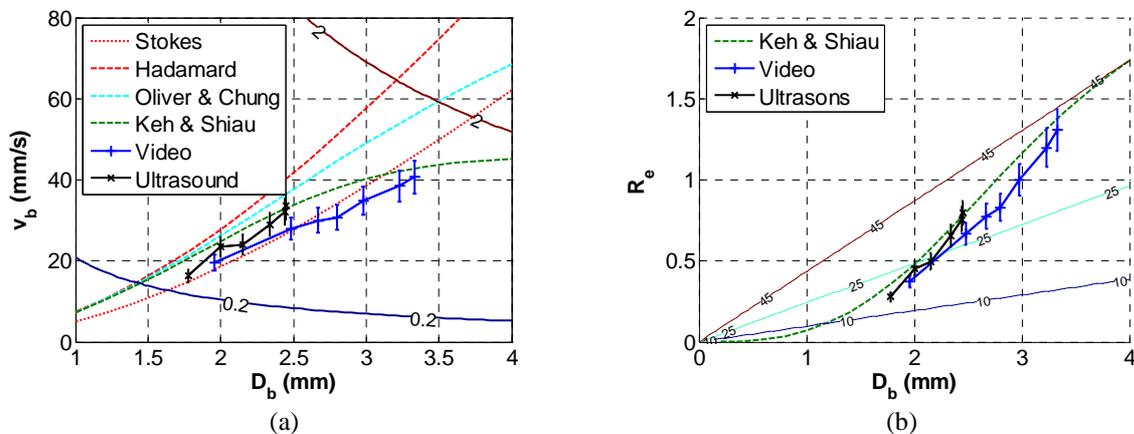


Figure 69 : Mesures ultrasonore et vidéo de diamètres comparées aux modèles théoriques.(a) vitesse $10 \leq v_b \leq 45$ mm/s en fonction du diamètre $0 \leq D_b \leq 4$ mm pour des nombres de Reynolds faibles $0 \leq Re \leq 2$, (b) nombre de Reynolds en fonction du diamètre pour des vitesses $10 \leq v_b \leq 45$.

On peut déduire à partir de la (Figure 69 (a)) et (Figure 69 (b)) que les mesures par méthode ultrasonore sont situées entre les deux modèles de base : Stokes pour une sphère solide dans un liquide et Hadamard pour une bulle de gaz dans un liquide. Tandis que les mesures données par la caméra se rapproche plus du modèle de Stokes. Cela peut être dû à la précision de détection du contour sur l'image.

On peut aussi remarquer que le modèle qui se rapproche le plus aux points expérimentaux est le modèle de Keh & Shiau en tenant compte des effets de bord.

Les mesures par ultrasons semblent être moins précises lorsque le diamètre de la bulle devient de plus en plus grand. Comme l'illustrent les résultats expérimentaux (Figure 69) les valeurs de vitesse et de diamètre de bulle ne concordent pas parfaitement. Si les valeurs obtenues sont proches, des différences subsistent, du fait des incertitudes de mesure, mais aussi du fait des estimateurs choisis.

En effet, les mesures de vitesse (ultrasonore et vidéo) sont basées sur des vitesses de balayage dont les logiciels ne donnent qu'une valeur approchée. La précision des mesures de diamètres est quant à elle limitée par la résolution des capteurs (ultrasonore et vidéo).

Enfin le choix de l'estimateur de diamètre de bulle à -3 dB s'est fait lors d'une calibration sur un résultat de mesure (ultrasonore et vidéo) sur une même bulle pour un diamètre et une vitesse donnée. Malgré les corrections apportées, cet estimateur n'est pas parfait et doit être amélioré à l'avenir.

IV Application à une préforme fibreuse immergée

IV.1 Dissociation bulle-fibres

Ce B-scan est rafraîchi à chaque acquisition du fait de $s(x_{fl}, t_{ar}, t_{acq})$. De plus, l'écho d'aller-retour résultant du défaut à t_{ar} provient d'une profondeur équivalente z (équation (V.20)) dans l'huile silicone (Figure 70) :

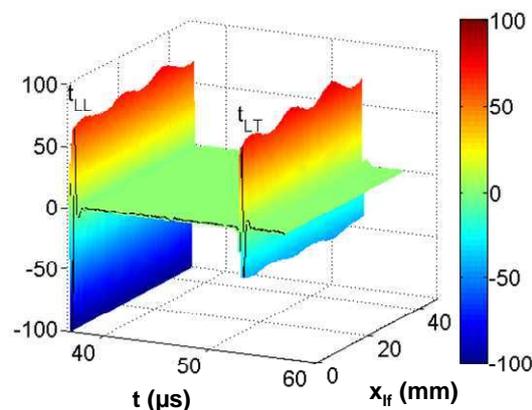


Figure 70 : B-scan obtenu à une acquisition donnée.

$$z = \frac{c_h(t_{ar} - t_{LL} + \tau)}{2} \quad (\text{V.20})$$

où t_{LL} est la date d'aller retour de l'onde longitudinale et τ la durée de l'écho.

La composante statique du signal brut $s(x_{fl}, z, t_{acq})$ correspond à des fibres (Figure 72 (a)), elle a été extraite à partir des données brutes avec une moyenne sur les dates d'acquisition avant d'introduire les bulles (équation (V.21)), i.e. après la date $n_{acq,statique}$:

$$s(x_{fl}, z, t_{acq}) = s_{statique}(x_{fl}, z) + s_{dynamique}(x_{fl}, z, t_{acq}) \quad (V.21)$$

avec
$$s_{statique}(x_{fl}, z) = \frac{1}{N_{acq}} \sum_{k=1}^{n_{acq,statique}} s(x_{fl}, z, (k-1).dt_{acq}) \quad (V.22)$$

Les matériaux constitutifs peuvent être observés en raison de leur échogénicité, i.e. les propriétés acoustiques et les dimensions supérieures à la longueur d'onde.

Matériau	Z (kRa)	c_L (m/s)	ρ (kg/m ³)	z (mm)
Huile silicone	946	980	965	~10
Fibre de verre	12600	5640	2240	~0,1
Air	0,440	340	1,3	~1

Tableau 14 : Propriétés des matériaux immergés.

Le coefficient de réflexion en énergie entre les matériaux indexés 1 et 2 est donné par $|R_{21}|^2 = |(Z_2 - Z_1)/(Z_2 + Z_1)|^2$ et peut être estimée à partir de ces propriétés acoustiques (Tableau 14). Il en résulte des valeurs de réflexion élevées, alors $R_{h/fv} \approx 74\%$ entre l'huile silicone et les fibres de verre, et entre l'huile silicone et l'air $R_{h/air} \approx 100\%$. Par conséquent, les bulles peuvent être dissociées des fibres immergées en raison de leurs échogénicités différentes.

Comme décrit dans l'équation (V.21) et (V.22), des signaux des échos sont composés d'une composante statique et composante dynamique.

Ces signaux sont traités pour produire des images de l'enveloppe des B-scans tel que $s = s_{dynamique}(x_{fl}, 1 < z < 5.5 \text{ mm}, t_{acq})$ (Figure 71 (b)) :

$$s_{env} = |s + j.Hilbert(s)| \quad (V.23)$$

Comme le montre la (Figure 71 (a)), les trois plis sont détectés à une profondeur $1,7 \text{ mm} < z < 3,3 \text{ mm}$. La bulle se faufile le long des plis dû à la force d'Archimède. Elle est

observé à $z = 2,2$ mm de profondeur et à la date d'acquisition $t_{acq} = 0,5$ s (Figure 71 (a)), pour laquelle la bulle est localisée à la position $x_{fl} = 18$ mm.

Une estimation de la vitesse instantanée de la bulle (équation (III.16)), (Figure 64 (a)) peut être extraite de la valeur centroïde du temps t_{acq} , (équation (V.24)) autour d'une position x_{fl} donnée :

$$t_{acq,c} = \frac{\sum_{k_{acq}=k_{acq,début}}^{k_{acq,fin}} s \cdot t_{acq}}{\sum_{k_{acq}=k_{acq,début}}^{k_{acq,fin}} s} \quad (V.24)$$

De plus, la largeur de la bulle le long des positions x_{fl} (Figure 64 (b)) peut être estimée à travers un facteur de forme $FF_{t_{acq}}$ (équation (V.25)) :

$$FF_{t_{acq}} = \overline{v_b} \cdot (t_{acq})_{t_{acq} \setminus \left(s > \frac{\max(s)}{2} \right)} \quad (V.25)$$

Ce paramètre est déduit de la largeur de la tache sur le C-scan de la composante dynamique s . Ces mesures instantanées (Figure 72 (a), pointillé) sont filtrées (Figure 72 (a), continues) à cause des perturbations du signal réfléchi sur les mèches et les fibres. Par ailleurs, la profondeur de la bulle (Figure 72 (b)), peut être déterminée entre $3,5 \leq t_{acq} \leq 8,3$ s (Figure 72 (a)), correspondant au temps de passage de la bulle le long du faisceau ultrasonore.

En le comparant à sa vitesse dans un fluide visqueux sans obstacle, la vitesse de la bulle est réduite à cause de son interaction avec la matrice fibreuse.

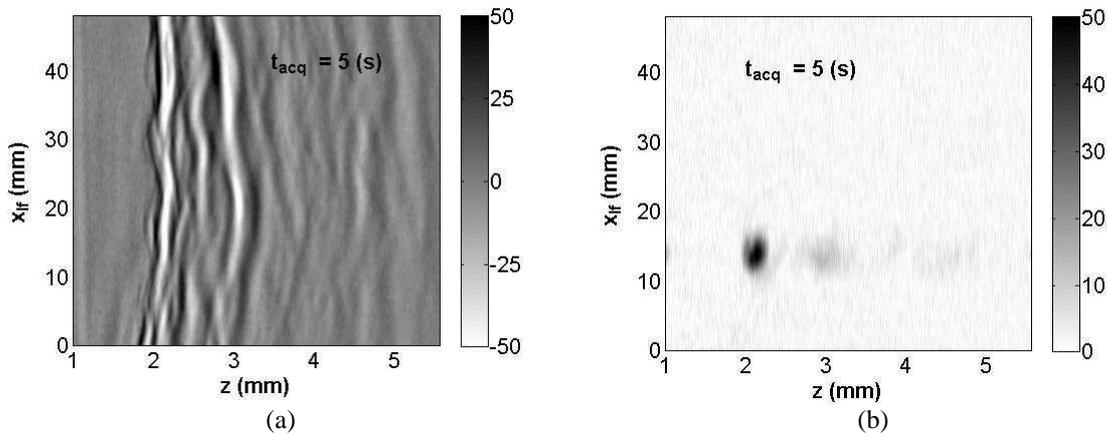


Figure 71 : Détection et localisation d'une bulle d'air dans une matrice fibreuse immergée via

(a) le B-scan $S_{statique}(x_{fl}, z)$ des plis (b) le B-scan $S_{dynamique}(x_{fl}, z)$ de la bulle.

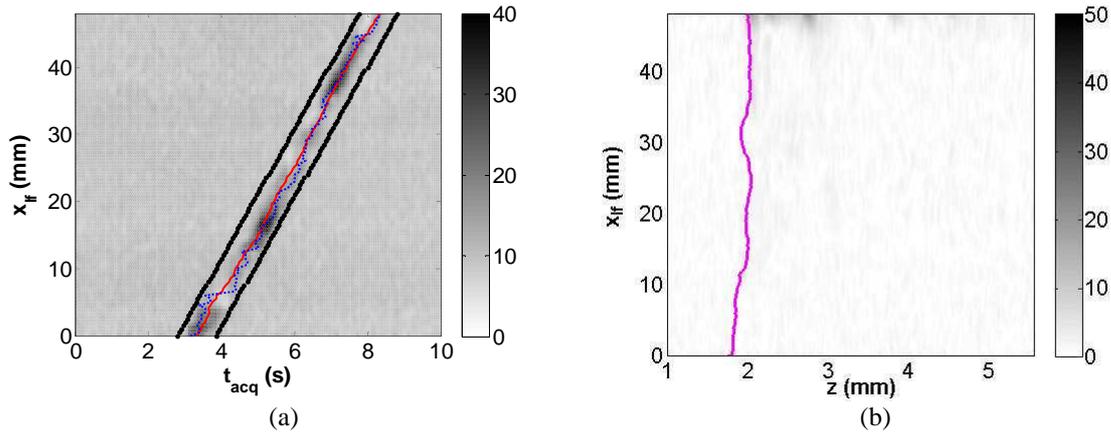


Figure 72 : Détection et localisation spatio-temporelle d'une bulle d'air dans une matrice fibreuse immergée via
 (a) le C-scan avec la date de maximum local (pointillé bleu) et avec la date centroïde (continu rouge)
 (b) la succession de B-scan pour déterminer la profondeur de la bulle.

IV.2 Diamètre et vitesse de bulle

La bulle en mouvement entre les plis est quasiment uniforme avec une vitesse moyenne $v_b \approx 10$ mm/s. Cependant, on peut distinguer des variations de vitesse localement, ainsi qu'une variation de l'amplitude du signal rétro-diffusé. Cela est lié à la déformation de la bulle qui s'adapte au passage du chemin qu'elle se fraye entre les plis. La Figure illustre ces variations avec les relevés de la vitesse v_b et du diamètre D_b de la bulle en fonction de la position x_{fr} .

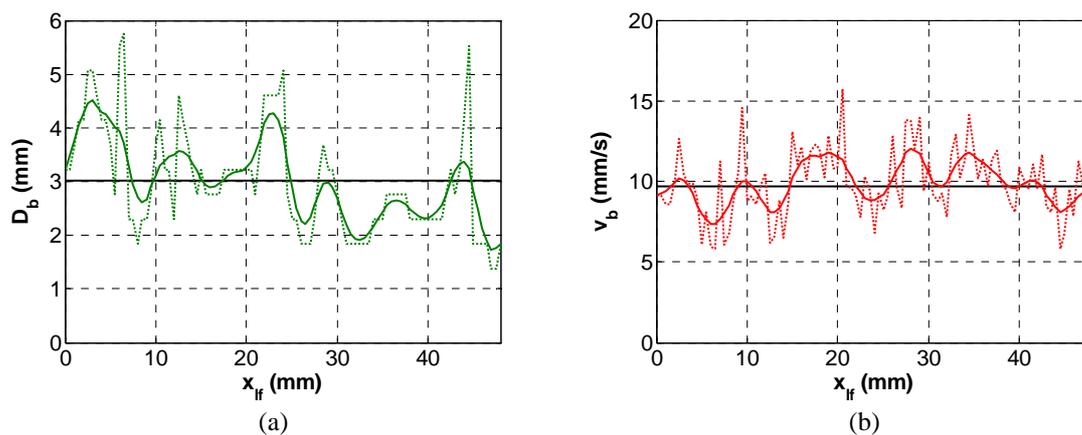


Figure 73 : Détection de la vitesse instantanée de la bulle d'air en mouvement dans une matrice fibreuse (trois plis de fibre de verre) en présence d'un fluide visqueux (a) diamètre D_b (équation (V.25)) et (b) vitesse v_b instantanés de la bulle d'air.

V Conclusion

Dans ce chapitre, trois parties ont été traitées. Dans la première partie, des plis de fibres de verre immergés dans une huile modèle ont été échographiés et visualisés. La deuxième partie a consisté à caractériser via le transducteur multiéléments, le diamètre et la vitesse d'une bulle d'air en montée libre dans le fluide modèle. La confrontation de la méthode acoustique à des mesures vidéo, ainsi qu'à des modèles théoriques, a montré la fiabilité de la mesure ultrasonore. Enfin, la dernière partie repose sur l'utilisation d'une technique de traitement de signal qui a permis, par soustraction de la composante statique des signaux, de faire ressortir le signal rétro-diffusé par une bulle en déplacement entre des plis d'un milieu fibreux.

Les perspectives portent sur l'amélioration de la précision de mesure et sur l'étude de nouvelles configurations, telle que celle en incidence oblique, qui permettrait d'exploiter l'effet Doppler associé au mouvement de bulles. Également, cette méthode peut être expérimentée dans le cas d'une épaisseur saturée de fibres afin de se rapprocher au mieux du procédé RTM.

VI Références

- [1] G. Stokes, “On the theories of the internal friction in fluids in motion, and of the equilibrium and motion of elastic solids,” *Transaction of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 8, pp. 287–342, 1845.
- [2] J. Hadamard, “Mouvement permanent lent d’une sphère liquide et visqueuse dans un liquide visqueux.,” *CR Acad Sci*, p. 152:1735, 1911.
- [3] D. Oliver and J. Chung, “Flow about a fluid sphere at low to moderate Reynolds numbers,” *J. Fluid Mech*, vol. 177, pp. 1–18, 1987.
- [4] H. Keh and S. Shiau, “Effects of inertia on the slow motion of aerosol particles,” *Chem EngSci*, vol. 55, pp. 4415–21, 2000.
- [5] W. Haberman, *Motion of rigid and fluid spheres instation aryand moving liquids inside cylindrical tubes*. PhD thesis, 1958.
- [6] M.R. Spiegel, S. Lipschutz and J. Liu, *Schaums Mathematical Handbook of formulas and Tables*, Schaum’s Outlines Series, New York 2009.

Conclusion

Le travail réalisé avait pour objectif la mise au point d'un dispositif permettant le contrôle ultrasonore d'une structure constituée de fibres et résine en écoulement. Dans ce cadre, les deux contributions essentielles de cette thèse ont porté d'une part sur l'utilisation, au sein du laboratoire LOMC, de nouveaux moyens d'évaluation non destructive tels que les transducteurs multiéléments, et d'autre part sur l'emploi de ces moyens au cours de la mise en forme.

Pour la première contribution, un dispositif expérimental a été imaginé et mis en œuvre afin de répondre à la problématique. Le choix de matériaux, leurs épaisseurs, et leurs caractéristiques mécaniques et acoustiques ont été étudiés. Une méthode de mesure de la vitesse et de l'atténuation a été développée en tenant compte de l'effet de diffraction dans le cas de trois fluides de viscosités différentes. Cela a permis d'estimer quantitativement le lien entre la viscosité et l'absorption ultrasonore dans les fluides. En particulier, un rapport a été établi entre la viscosité et les paramètres d'ajustement de la fonction puissance de type $\alpha_L(f) = \alpha_0 f^n$ sur l'atténuation ultrasonore dans une même famille de fluides visqueux. La théorie de Stokes, a démontré qu'il existe une relation entre l'atténuation acoustique et la viscosité. Néanmoins, les expériences effectuées auparavant n'étaient pas en accord avec la théorie. Nous avons démontré à travers une étude expérimentale, que la viscosité mesurée au moyen de la théorie de Stokes dépend largement de la fréquence de sollicitation et que la valeur de la viscosité obtenue doit être ramené à des faibles fréquences de l'ordre des sollicitations rhéologiques (inférieures à 20 kHz). Les huiles étudiées se comportent comme un fluide rhéofluidifiant et un ajustement de la courbe de viscosité en fonction de la fréquence par loi de Cross semblent être satisfaisants.

Ensuite, cette étude théorique a été validée sur une résine époxy en cours de polymérisation et l'expérience a montré un bon accord avec les valeurs attendues.

Pour la deuxième contribution, l'expérience du groupe "mise en forme" au sein du LOMC a permis de mettre en œuvre un dispositif de génération de bulle couplé à un dispositif de suivi d'une remontée de bulle d'air dans un fluide visqueux.

Dans cette étude, nous avons pu utiliser des bulles de taille calibrée dans un entrefer contenant de l'huile silicone et éventuellement une préforme fibreuse. Les caractéristiques des bulles, diamètre et vitesse, ont été évaluées expérimentalement au moyen d'un transducteur

ultrasonore multiéléments et d'une capture vidéo dans le cas d'une bulle évoluant sans la présence de fibres. Les résultats correspondent bien aux modèles théoriques proposés. En présence de fibres, seule la méthode ultrasonore permet de détecter les plis ainsi que les bulles. Un traitement du signal adapté a permis de mieux observer l'évolution des bulles dans les fibres et d'en estimer la taille et le parcours spatial.

Les perspectives de ce travail sont nombreuses, tant au niveau de la caractérisation et le suivi des paramètres acoustiques qu'à celui de la détection et l'évaluation non destructive des porosités. En effet, au niveau caractérisation de fluides, des expériences supplémentaires à basse fréquence sur la mesure de viscosité directement dans le fluide par la méthode proposée pourraient conforter les résultats obtenus.

Pour l'amélioration de la précision de la méthode de détection, l'étude de nouvelles configurations pourrait être envisagée, telle que celle en incidence oblique, qui permettrait d'exploiter l'effet Doppler associé au mouvement de bulles. Durant cette étude, le transducteur multiéléments utilisé est unidirectionnel et la mesure obtenue ne peut être donnée que dans la direction de balayage, une éventuelle utilisation de transducteur multiéléments matriciel permettrait d'améliorer la qualité de mesure. Par ailleurs, une méthode utilisée avec les transducteurs monoéléments, peu utilisée avec les transducteurs multiéléments, appelée *Diagram Gain Size* (DGS), basée sur la correction du gain en fonction du parcours, permet de remonter à la taille du défaut en fonction du gain utilisé, pourrait être développée pour les transducteurs multiéléments. Cette méthode se situe dans la perspective de l'étude de la propagation basée sur l'intégrale de Rayleigh. Ainsi, les premiers résultats obtenus avec la DSE ou la DOP permettent d'envisager le calcul de la correction de diffraction pour un transducteur multiéléments. Enfin, c'est sur cette base de calcul de propagation et de diffraction qu'ont été établis les abaques DGS pour des transducteurs monoéléments. La DSE ou la DOP offrent des possibilités semblables permettant d'établir des abaques DGS pour les transducteurs multiéléments.

Annexe A Coefficient de réflexion complexe

L'impédance acoustique complexe s'écrit :

$$\underline{Z} = \underline{\rho c_L} = \rho c_L (1 + j\delta_c) = Z(1 + j\delta_c) \quad (\text{A.1})$$

Cela entraîne une écriture complexe du coefficient de réflexion à l'interface pour une onde plane se propageant du milieu 1 vers le milieu 2 :

$$\underline{R}_{12} = \frac{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1} = \frac{\rho_2 c_{L,2} (1 + j\delta_{c_2}) - \rho_1 c_{L,1} (1 + j\delta_{c_1})}{\rho_2 c_{L,2} (1 + j\delta_{c_2}) + \rho_1 c_{L,1} (1 + j\delta_{c_1})} \quad (\text{A.2})$$

La factorisation des parties réelles et imaginaires, donne :

$$\underline{R}_{12} = \frac{Z_2 - Z_1 + j(Z_2\delta_{c_2} - Z_1\delta_{c_1})}{Z_2 + Z_1 + j(Z_2\delta_{c_2} + Z_1\delta_{c_1})} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \left(\frac{1 + j \left(\frac{Z_2\delta_{c_2} - Z_1\delta_{c_1}}{Z_2 - Z_1} \right)}{1 + j \left(\frac{Z_2\delta_{c_2} + Z_1\delta_{c_1}}{Z_2 + Z_1} \right)} \right) \quad (\text{A.3})$$

En regroupant les parties réelles et imaginaires, on obtient :

$$\underline{R}_{12} = R_{21} \left(\frac{\frac{Z_2^2 (1 + \delta_{c_2}^2) - Z_1^2 (1 + \delta_{c_1}^2)}{Z_2^2 - Z_1^2} + j \frac{(2Z_1 Z_2 \delta_{c_2} - 2Z_1 Z_2 \delta_{c_1})}{Z_2^2 - Z_1^2}}{1 + \left(\frac{Z_2\delta_{c_2} + Z_1\delta_{c_1}}{Z_2 + Z_1} \right)^2} \right) \quad (\text{A.4})$$

$$\underline{R}_{12} = \frac{Z_2^2 (1 + \delta_{c_2}^2) - Z_1^2 (1 + \delta_{c_1}^2) + j2Z_1 Z_2 (\delta_{c_2} - \delta_{c_1})}{Z_1^2 (1 + \delta_{c_1}^2) + Z_2^2 (1 + \delta_{c_2}^2) + 2Z_1 Z_2 (1 + \delta_{c_1} \delta_{c_2})} \quad (\text{A.5})$$

Au premier ordre : $\delta_c^2 \ll 1$

$$\underline{R}_{12} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \left(1 + j \frac{2Z_1 Z_2}{Z_2^2 - Z_1^2} (\delta_{c_2} - \delta_{c_1}) \right) \quad (\text{A.6})$$

Finalement, le coefficient de réflexion complexe s'écrit au premier ordre :

$$\underline{R}_{12} = R_{12} (1 + j\delta_{R_{12}}) = R_{12} \left(1 + j \frac{2Z_1 Z_2}{Z_2^2 - Z_1^2} (\delta_{c_2} - \delta_{c_1}) \right) \quad (\text{A.7})$$

Le coefficient de réflexion complexe peut être considéré réel $\underline{R}_{12} = R_{12}$ si et seulement si :

$$\frac{2Z_1 Z_2}{Z_2^2 - Z_1^2} (\delta_{c_2} - \delta_{c_1}) \ll 1 \quad (\text{A.8})$$

Annexe B Relation résolution-bande passante

B.1. Durée d'une excitation gaussienne

D'une façon générale, les propriétés temporelle (durée) et spectrale (bande passante) d'un signal quelconque sont reliées. Ces liens sont ici rappelés pour le cas d'un signal dit gaussien, c'est-à-dire avec une enveloppe gaussienne. Le spectre d'une excitation gaussienne centrée en $f = f_0$ et sa formulation temporelle centrée en $t = t_0$ sont liés par la transformée de Fourier :

$$\begin{aligned} u(f) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{f-f_0}{\sigma_f}\right)^2} e^{j2\pi f_0 t_0} &\Leftrightarrow u(t) = \sqrt{2\pi}\sigma_f e^{-2(\sigma_f \pi(t-t_0))^2} e^{j2\pi f_0(t-t_0)} \\ &\Leftrightarrow u(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-t_0}{\sigma_t}\right)^2} e^{j2\pi f_0(t-t_0)} \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Les écritures spectrale ou temporelle (B.1) d'un signal gaussien sont liées par la correspondance entre les écart-types temporel σ_t et spectral σ_f :

$$\sigma_t = \frac{1}{2\pi\sigma_f} \quad (\text{B.2})$$

Ainsi, la durée et la bande passante peuvent être évaluées indifféremment avec les expressions temporelle ou spectrale du signal gaussien.

B.1.1. Expression temporelle

La durée relative (ou normalisée) à la période T_0 du signal à $-n$ dB est notée $d_{n,r}$ et s'écrit directement en fonction de l'écart-type temporel σ_t :

$$d_{n,r} = \frac{d_n}{T_0} = \left(\frac{d}{T_0}\right)_{-n \text{ dB}} = 2\sqrt{\frac{n \ln(10)}{10}} \frac{\sigma_t}{T_0} \quad (\text{B.3})$$

Ainsi, à -6 et -30 dB, l'expression (B.3) donne :

$$\frac{d_6}{T_0} = \frac{2\sqrt{2 \ln(2)}\sigma_t}{T_0} \quad \text{et} \quad \frac{d_{30}}{T_0} = \frac{2\sqrt{3 \ln(10)}\sigma_t}{T_0} \quad (\text{B.4})$$

B.1.2. Expression spectrale :

De même, la bande passante relative (ou normalisée) à $-n$ dB est notée $\Delta f_{n,r}$ et s'écrit :

$$\Delta f_{n,r} = \frac{\Delta f_n}{f_0} = \left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)_{-n \text{ dB}} = 2\sqrt{\frac{n \ln(10)}{10}} \frac{\sigma_f}{f_0} \quad (\text{B.5})$$

A partir des expressions de la durée normalisée (B.3), de la bande passante normalisée (B.5) et du lien entre les écarts-types temporel et spectral (B.2), on déduit la correspondance entre la bande passante Δf_n et la durée de l'excitation d_n :

$$d_n = \frac{n \ln(10)}{5\pi \Delta f_n} \quad (\text{B.6})$$

Ainsi, à -6 dB, on retrouve bien la relation entre la durée d_6 et la bande passante à mi-hauteur Δf_6 utilisée pour caractériser la résolution axiale :

$$d_6 = \frac{4 \ln(2)}{\pi \Delta f_6} \approx \frac{0,88}{\Delta f_6} \quad \text{et} \quad d_{30} = \frac{6 \ln(10)}{\pi \Delta f_{30}} \approx \frac{4,4}{\Delta f_{30}} \quad (\text{B.7})$$

Pour un signal gaussien, on retrouve bien la dualité temps-fréquence formalisée par la relation (B.2). Plus concrètement, elle est illustrée par la relation entre durée et bande passante à $-n$ dB (B.6) : plus la durée de l'excitation est courte, plus la bande passante est importante et réciproquement.

B.2. Relations et valeurs typiques

B.2.1. Facteur de forme

Pour une excitation gaussienne, les durées d_n et d_6 ou les bandes passantes Δf_n et Δf_6 sont proportionnelles (B.8), de façon identique :

$$\frac{d_n}{d_6} = \frac{\Delta f_n}{\Delta f_6} = \sqrt{\frac{n \ln(10)}{20 \ln(2)}} \quad (\text{B.8})$$

La valeur du rapport (B.8) est simplement proportionnelle à la racine carrée de n . Ce rapport constitue un facteur de forme et permet de déterminer si la réponse caractérisée est proche d'une gaussienne. Ainsi, pour $n = -30$ dB on obtient $d_{30} / d_6 = 2,23$.

B.2.2. Durée et bande passante relative

La durée d_n (B.7) normalisée par T_0 est exprimée en fonction de la bande passante $\Delta f_{6,r} = \Delta f_6 / f_0$:

$$\frac{d_n}{T_0} = \frac{2\sqrt{5n \ln(10) \ln(2)}}{5\pi} \frac{f_0}{\Delta f_6} \approx \frac{0,36\sqrt{n}}{\Delta f_{6,r}} \quad (\text{B.9})$$

L'expression (B.9) permet de déterminer la durée à $-n$ dB (pour une réponse proche d'une gaussienne) en fonction de la bande passante relative à -6 dB (Figure B.1 (a)).

Ainsi, pour $n = -6$ et -30 dB on obtient respectivement (Figure B.1 (b)) :

$$\frac{d_6}{T_0} \simeq \frac{0,88}{\Delta f_{6,r}} \quad \text{et} \quad \frac{d_{30}}{T_0} \simeq \frac{1,97}{\Delta f_{6,r}} \quad (\text{B.10})$$

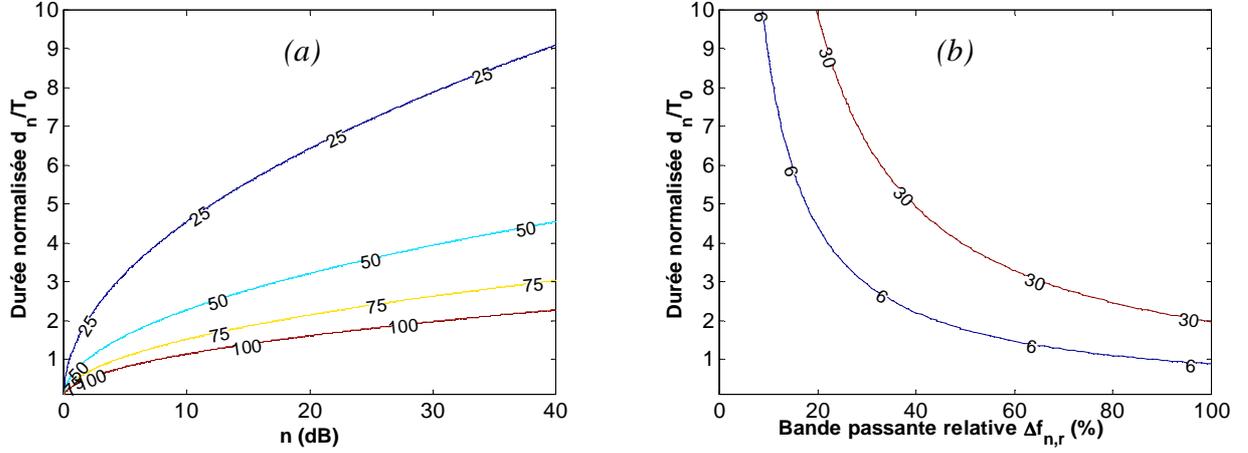


Figure B.1 : (a) Durée normalisée en fonction du seuil à $-n$ dB pour une bande passante relative à -6 dB de 25, 50, 75 et 100 % ; (b) Durée normalisée en fonction de la bande passante relative à $-n$ dB pour des seuils à -6 et -30 dB.

Pour un écho avec une enveloppe gaussienne :

$$u(f) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{f-f_0}{\sigma_f} \right)^2} e^{j2\pi f_0 t_0} \quad \Leftrightarrow \quad u(t) = \sqrt{2\pi} \sigma_f e^{-2(\sigma_f \pi (t-t_0))^2} e^{j2\pi f_0 (t-t_0)}$$

$$\Leftrightarrow \quad u(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_t} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t-t_0}{\sigma_t} \right)^2} e^{j2\pi f_0 (t-t_0)}$$

Pour une somme d'échos ayant une enveloppe gaussienne :

$$u(t) = \sum_k a_k \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{t,k}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t-t_k}{\sigma_{t,k}} \right)^2} e^{j2\pi f_k (t-t_k)}$$

soit $u(f) = \sum_k e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{f-f_k}{\sigma_{f,k}} \right)^2} e^{j2\pi f_k t_k}$ $u(f) = e^{-\frac{(f-f_0)^2}{2\sigma^2}} e^{j2\pi f_0 t_0}$ (B.11)

avec $\sigma_f = \frac{1}{2\pi\sigma_t}$

Annexe C Relation atténuation acoustique-viscosité

C.1. Théorie de Mason

En accord avec l'écriture de la loi de Hooke, on peut généraliser l'écriture pour le cas viscoélastique [C.1] :

$$\overline{[\sigma]} = [s] \overline{[\varepsilon]} - [\eta_s] \overline{\text{grad}[\vec{v}]} = ([s] - j\omega[\eta_s]) \overline{[\varepsilon]}$$

On a donc une matrice de souplesse généralisée:

$$[\underline{s}] = [s] - j\omega[\eta_s] \quad (\text{C.1})$$

La matrice de rigidité généralisée s'écrit:

$$[\underline{c}] = [c] + j\omega[\eta_c] \quad (\text{C.2})$$

De même qu'il existe une relation entre les coefficients s_{ij} et c_{ij} , il existe une relation entre les viscosités notées η_s et η_c . Par la suite, pour une notation plus concise, on notera $[\eta] = [\eta_s]$.

Notations:

η_{ij} sont les coefficients généralisés de viscosité

Les équations des contraintes se réduisent à:

$$\overline{[\sigma]} = -[\eta] \overline{\text{grad}[\vec{v}]}$$

$$\text{soit} \quad \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} & \eta_{14} & \eta_{15} & \eta_{16} \\ & \eta_{22} & & & & \\ & & \eta_{33} & & & \\ & & & \eta_{44} & & \\ & & & & \eta_{55} & \\ \eta_{61} & & & & & \eta_{66} \end{bmatrix} \overline{\text{grad}[\vec{v}]} \quad (\text{C.3})$$

$$\text{avec} \quad \overline{\text{grad}[\vec{v}]} = \overline{\text{grad}} \begin{bmatrix} v_{xx} \\ v_{yy} \\ v_{zz} \\ v_{yz} \\ v_{zx} \\ v_{xy} \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \overline{[\varepsilon]} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} + \gamma_{yz} \\ \varepsilon_{zx} + \gamma_{zx} \\ \varepsilon_{xy} + \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

$$\text{avec} \quad \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_{xx}}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_{yy}}{\partial y}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_{zz}}{\partial z} \text{ les déformations axiales,}$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{\partial u_{zz}}{\partial y} + \frac{\partial u_{yy}}{\partial z}, \quad \varepsilon_{zx} = \frac{\partial u_{xx}}{\partial z} + \frac{\partial u_{zz}}{\partial x}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u_{yy}}{\partial x} + \frac{\partial u_{xx}}{\partial y} \quad \text{les déformations}$$

croisées.

$$\text{et } \gamma_{yz} = \frac{\partial u_{zz}}{\partial y} - \frac{\partial u_{yy}}{\partial z}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial u_{xx}}{\partial z} - \frac{\partial u_{zz}}{\partial x}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u_{yy}}{\partial x} - \frac{\partial u_{xx}}{\partial y} \quad \text{les rotations.}$$

On s'intéresse à des mouvements irrotationnels, d'où :

$$\gamma_{yz} = \gamma_{zx} = \gamma_{xy} = 0 \quad (\text{C.5})$$

L'équation (C.4) se simplifie et l'équation (C.3) devient:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} & \eta_{14} & \eta_{15} & \eta_{16} \\ & \eta_{22} & & & & \\ & & \eta_{33} & & & \\ & & & \eta_{44} & & \\ & & & & \eta_{55} & \\ \eta_{61} & & & & & \eta_{66} \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{C.6})$$

Dans le cas d'un solide isotrope, le nombre de coefficients de viscosité est réduit à 2 :

$$\eta_{\lambda}: \text{viscosité de compression} \quad [\text{C.1, p306}]$$

$$\eta_{\mu}: \text{viscosité de cisaillement} \quad [\text{C.1, p307}]$$

$$\text{soit } \eta_{11} = \eta_{22} = \eta_{33} = \eta_{\lambda} + 2\eta_{\mu}$$

$$\eta_{12} = \eta_{13} = \eta_{23} = \eta_{\lambda}$$

$$\eta_{44} = \eta_{55} = \eta_{66} = \eta_{\mu}$$

sinon, $\eta_{ij} = 0$.

L'équation (C.6) devient :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \eta_{\lambda} + 2\eta_{\mu} & \eta_{\lambda} & \eta_{\lambda} & 0 & 0 & 0 \\ \eta_{\lambda} & \eta_{\lambda} + 2\eta_{\mu} & \eta_{\lambda} & 0 & 0 & 0 \\ \eta_{\lambda} & \eta_{\lambda} & \eta_{\lambda} + 2\eta_{\mu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta_{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_{\mu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_{\mu} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{xx} \\ \dot{\varepsilon}_{yy} \\ \dot{\varepsilon}_{zz} \\ \dot{\varepsilon}_{yz} \\ \dot{\varepsilon}_{zx} \\ \dot{\varepsilon}_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{C.7})$$

Les contraintes hydrostatiques, dans le cas d'un fluide se réduisent à la pression p qui vient s'ajouter sur les termes diagonaux xx, yy, zz :

$$[\underline{\underline{\sigma}}] = - \begin{bmatrix} \eta_\lambda + 2\eta_\mu & \eta_\lambda & \eta_\lambda & 0 & 0 & 0 \\ \eta_\lambda & \eta_\lambda + 2\eta_\mu & \eta_\lambda & 0 & 0 & 0 \\ \eta_\lambda & \eta_\lambda & \eta_\lambda + 2\eta_\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta_\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_\mu \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial}{\partial t} [\underline{\underline{\varepsilon}}] + \begin{bmatrix} p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.8})$$

$$\text{soit} \quad \begin{cases} \sigma_{xx} = p - \eta_\lambda (\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{zz}) - 2\eta_\mu \dot{\varepsilon}_{xx} \\ \sigma_{yy} = p - \eta_\lambda (\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{zz}) - 2\eta_\mu \dot{\varepsilon}_{yy} \\ \sigma_{zz} = p - \eta_\lambda (\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{zz}) - 2\eta_\mu \dot{\varepsilon}_{zz} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \sigma_{yz} = -\eta_\mu \dot{\varepsilon}_{yz} \\ \sigma_{zx} = -\eta_\mu \dot{\varepsilon}_{zx} \\ \sigma_{xy} = -\eta_\mu \dot{\varepsilon}_{xy} \end{cases} \quad (\text{C.9})$$

Le principe fondamental de la dynamique donne :

$$\begin{cases} F_x = - \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) = \rho \frac{\partial v_{xx}}{\partial t} \\ F_y = - \left(\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \right) = \rho \frac{\partial v_{yy}}{\partial t} \\ F_z = - \left(\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) = \rho \frac{\partial v_{zz}}{\partial t} \end{cases} \quad (\text{C.10})$$

En injectant les composantes des contraintes (équation (C.9)) dans l'équation (C.10), on obtient :

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta_\lambda \frac{\partial}{\partial x} (\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{zz}) + 2\eta_\mu \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{xx}}{\partial x} + \eta_\mu \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{xz}}{\partial z} \right) = \rho \frac{\partial v_{xx}}{\partial t} \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + \eta_\lambda \frac{\partial}{\partial y} (\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{zz}) + 2\eta_\mu \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{yy}}{\partial y} + \eta_\mu \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{yz}}{\partial z} \right) = \rho \frac{\partial v_{yy}}{\partial t} \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \eta_\lambda \frac{\partial}{\partial z} (\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{zz}) + 2\eta_\mu \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{zz}}{\partial z} + \eta_\mu \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{zy}}{\partial y} \right) = \rho \frac{\partial v_{zz}}{\partial t} \end{cases} \quad (\text{C.11})$$

Selon l'hypothèse de Stokes, un mouvement de dilatation, pour lequel l'expansion ou la contraction a lieu uniformément dans toutes les directions, ne donne pas lieu à des forces visqueuses :

$$\dot{\varepsilon}_{xx} = \dot{\varepsilon}_{yy} = \dot{\varepsilon}_{zz} = \dot{\varepsilon}_r \quad \text{et} \quad \dot{\varepsilon}_{xy} = \dot{\varepsilon}_{zx} = \dot{\varepsilon}_{yz} = 0 \quad (\text{C.12})$$

Dans le cas de la propagation d'une onde plane selon la direction x (équation (C.11)), on a une condition supplémentaire :

$$\dot{\varepsilon}_{yy} = \dot{\varepsilon}_{zz} = 0$$

$$\text{d'où} \quad -\frac{\partial p}{\partial x} + (\eta_\lambda + 2\eta_\mu) \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{xx}}{\partial x} = \rho \frac{\partial v_{xx}}{\partial t}, \quad \text{avec} \quad \dot{\varepsilon}_{xx} = \frac{\partial v_{xx}}{\partial x}$$

$$\text{soit} \quad -\frac{\partial p}{\partial x} + (\eta_\lambda + 2\eta_\mu) \frac{\partial^2 v_{xx}}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial v_{xx}}{\partial t}, \quad \text{avec} \quad \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho c^2 \frac{\partial^2 u_{xx}}{\partial x^2}$$

$$\text{d'où} \quad \rho c^2 \frac{\partial^2 u_{xx}}{\partial x^2} + (\eta_\lambda + 2\eta_\mu) (j\omega) \frac{\partial^2 u_{xx}}{\partial x^2} = (j\omega) \rho v_{xx} = (j\omega)^2 \rho u_{xx}$$

On obtient:

$$\frac{\partial^2 u_{xx}}{\partial x^2} + j\omega \frac{(\eta_\lambda + 2\eta_\mu)}{\rho c^2} \frac{\partial^2 u_{xx}}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2}{c^2} u_{xx}$$

$$\text{soit} \quad \frac{\partial^2 u_{xx}}{\partial x^2} \left(1 + j\omega \frac{(\eta_\lambda + 2\eta_\mu)}{\rho c^2} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} u_{xx}$$

Par identification, on écrit:

$$\underline{k} = k - j\alpha = \frac{\omega}{c_\phi} - j\alpha = \frac{\omega}{c} \frac{1}{\sqrt{1 + j\omega \frac{(\eta_\lambda + 2\eta_\mu)}{\rho c^2}}}$$

$$\text{soit} \quad \underline{k} = \frac{\omega}{c} \frac{\sqrt{1 - j\omega \frac{(\eta_\lambda + 2\eta_\mu)}{\rho c^2}}}{\sqrt{1 + \left(\omega \frac{(\eta_\lambda + 2\eta_\mu)}{\rho c^2} \right)^2}} \approx \frac{\omega}{c} \frac{\left(1 - j \frac{\omega (\eta_\lambda + 2\eta_\mu)}{2 \rho c^2} \right)}{\left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\omega (\eta_\lambda + 2\eta_\mu)}{\rho c^2} \right)^2 \right)}$$

$$\text{d'où} \quad c_\phi \approx c \left(1 + \frac{\omega^2}{2\rho^2 c^4} (\eta_\lambda + 2\eta_\mu)^2 \right) \quad \text{et} \quad \alpha \approx \frac{\omega^2}{2\rho c^3} (\eta_\lambda + 2\eta_\mu) \quad (\text{C.13})$$

L'atténuation ultrasonore liée à la viscosité et à la dissipation thermique s'écrit (équation (C.13)) :

$$\alpha \approx \frac{\omega^2}{2\rho c^3} \left(\eta_\lambda + 2\eta_\mu + \frac{(\gamma-1)K}{C_p} \right) \quad (\text{C.14})$$

avec γ le ratio de chaleur spécifique, K la conductivité thermique et C_p la constante de chaleur spécifique à pression constante.

Dans l'hypothèse de Stokes (équation (C.12)), la pression finale (équation (C.11)) est égale à la pression hydrostatique :

$$-\left(\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial z}\right) + (3\eta_\lambda + 2\eta_\mu) \frac{\partial \dot{\epsilon}_r}{\partial x} = \rho \frac{\partial}{\partial t} (v_{xx} + v_{yy} + v_{zz})$$

soit: $3\eta_\lambda + 2\eta_\mu = 0$, i.e. $\eta_\lambda = -\frac{2}{3}\eta_\mu$ (C.15)

En tenant compte de l'hypothèse de Stokes l'équation (C.14) devient :

soit $\alpha \approx \frac{\omega^2}{2\rho c^3} \left(\frac{4}{3}\eta_\mu + \frac{(\gamma-1)K}{C_p} \right)$

Les valeurs d'atténuation calculées et mesurées sur la base de l'hypothèse de Stokes sont comparées (Tableau C.1) [C.1, p 306].

Liquide	$\alpha/f^2 \times 10^{15}$ (mesure)	$\alpha/f^2 \times 10^{15}$ (calcul)	Rapport
Acétone	0,32	0,0696	4,6
Benzol	9,19	0,0855	107,0
Chloroforme	4,75	0,1040	44,5
Ether	0,55	0,0901	6,1
Ethyle Acétate	0,78	0,1060	7,35
Métaxylo	0,74	0,1230	6,0
Méthyle Acétate	1,09	0,0840	13,0
Toluol	0,85	0,0775	11,0
Eau	0,25	0,0850	2,9

Tableau C.1 : Comparaison des valeurs de l'atténuation entre mesures et théorie.

Une explication possible est que l'hypothèse de Stokes n'est pas correcte pour les liquides ayant une faible viscosité de cisaillement η_μ . Il y a deux coefficients de viscosité, l'un pour le cisaillement η_μ , l'autre pour la compression η_λ .

C.2. Théorie de Rosenbaum

Sur la base de la notation choisie (équation (C.2)), la matrice de rigidité généralisée s'écrit [C.2, Chapitre 2] :

$$[\underline{c}] = [c] + j\omega[\eta_c] \quad (C.16)$$

En particulier, pour le coefficient diagonal \underline{c}_{33} , on note:

$$\underline{c}_{33} = c_{33} + j\omega\eta_c = c_{33}(1 + j\delta), \quad \text{i.e.} \quad \delta = \frac{\omega\eta_c}{c_{33}} \quad (\text{C.17})$$

$$\underline{c}_L = \sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}} = c_L(1 + j\delta_c)$$

Par identification des parties réelle et imaginaire, on obtient:

$$\frac{c_{33}}{\rho} = c_L^2(1 - \delta_c^2) \quad \text{et} \quad \frac{c_{33}\delta}{\rho} = 2c_L^2\delta_c$$

$$\text{soit} \quad \frac{c_{33}\delta}{\rho} = \delta c_L^2(1 - \delta_c^2) = 2c_L^2\delta_c \quad \text{et} \quad \delta = \frac{2\delta_c}{1 - \delta_c^2}$$

Au premier ordre:

$$\delta_c = \frac{\sqrt{\sqrt{1 + \delta^2} - 1}}{\sqrt{\sqrt{1 + \delta^2} + 1}} \approx \frac{\delta}{2} \quad (\text{C.18})$$

En écrivant le nombre d'onde complexe, on a :

$$\underline{k}_L = (k_L - j\alpha_L) = \frac{\omega}{\underline{c}_L} = \frac{\omega}{c_L(1 + j\delta_c)}$$

Par identification, on obtient :

$$k_L = \frac{\omega}{c_L(1 + \delta_c^2)} \quad \text{et} \quad \alpha_L = \frac{\omega}{c_L(1 + \delta_c^2)}\delta_c$$

En résolvant l'équation du second ordre :

$$\alpha_L c_L \delta_c^2 - \omega \delta_c + \alpha_L c_L = 0$$

On en déduit :

$$\Delta = \omega^2 - 4\alpha_L^2 c_L^2$$

$$\text{soit} \quad \delta_c = \frac{\omega - \sqrt{\omega^2 - 4\alpha_L^2 c_L^2}}{2\alpha_L c_L} = \frac{\omega}{2\alpha_L c_L} \left(1 - \frac{2\alpha_L c_L}{\omega} \sqrt{\omega^2 - (2\alpha_L c_L)^2} \right)$$

$$\text{d'où} \quad \delta_c = \frac{\omega}{2\alpha_L c_L} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2\alpha_L c_L}{\omega} \right)^2} \right) \quad (\text{C.19})$$

En développant, on obtient :

$$\alpha_L = \frac{\omega}{c_L \left(1 + \frac{\sqrt{1 + \delta^2} - 1}{\sqrt{1 + \delta^2} + 1} \right)} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \delta^2} - 1}{\sqrt{1 + \delta^2} + 1}}$$

$$\text{soit } \alpha_L = \frac{\omega}{c_L \frac{2\sqrt{1+\delta^2}}{\sqrt{1+\delta^2+1}}} \sqrt{\frac{\sqrt{1+\delta^2}-1}{\sqrt{1+\delta^2+1}}} = \frac{\omega}{2c_L \sqrt{1+\delta^2}} \sqrt{(\sqrt{1+\delta^2}+1)(\sqrt{1+\delta^2}-1)}$$

$$\text{d'où } \alpha_L = \frac{\omega\delta}{2c_L} \frac{1}{\sqrt{1+\delta^2}} \quad (\text{C.20})$$

Au premier ordre, $\delta \ll 1$, et on trouve :

$$\alpha_L = \frac{\omega\delta}{2c_L} \quad (\text{C.21})$$

En injectant l'équation (C.17), on obtient :

$$\alpha_L = \frac{\omega^2 \eta_c}{2c_L c_{33} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega \eta_c}{c_{33}}\right)^2}}$$

$$\text{soit } \alpha_L = \frac{\omega^2 \eta_c}{2c_L \sqrt{c_{33}^2 + \omega^2 \eta_c^2}}$$

En développant l'équation du second ordre :

$$c_{33}^2 + \omega^2 \eta_c^2 = \left(\frac{\omega^2 \eta_c}{2c_L \alpha_L}\right)^2 = \frac{\omega^4}{4c_L^2 \alpha_L^2} \eta_c^2,$$

$$\text{on a: } c_{33}^2 = \eta_c^2 \left(\frac{\omega^4}{4c_L^2 \alpha_L^2} - \omega^2\right)$$

$$\text{soit } \eta_c = \frac{c_{33}}{\sqrt{\frac{\omega^4}{4c_L^2 \alpha_L^2} - \omega^2}} = \frac{\rho c_L^2 (1 - \delta_c^2)}{2c_L \alpha_L \sqrt{1 - \frac{4c_L^2 \alpha_L^2}{\omega^4} \omega^2}}$$

$$\text{d'où } \eta_c = \frac{2\rho c_L^3 \alpha_L (1 - \delta_c^2)}{\omega^2 \sqrt{1 - \left(\frac{2c_L \alpha_L}{\omega}\right)^2}} \quad (\text{C.22})$$

Au premier ordre, $\delta \ll 1$ et $\delta_c \ll 1$:

$$\delta \approx \frac{2c_L \alpha_L}{\omega} \quad \text{et} \quad \delta_c \approx \frac{\delta}{2}$$

$$\text{soit } \eta_c \approx \frac{2\rho c_L^3 \alpha_L (1 - \delta_c^2)}{\omega^2 \sqrt{1 - \delta^2}} \approx \frac{2\rho c_L^3 \alpha_L}{\omega^2} (1 - \delta^2/4)(1 + \delta^2/2) \approx \frac{2\rho c_L^3 \alpha_L}{\omega^2} (1 + \delta^2/4)$$

$$\text{i.e. } \eta_c \approx \frac{2\rho c_L^3 \alpha_L}{\omega^2} \quad (\text{C.23})$$

En poursuivant la réécriture de l'équation (C.22) à partir de (C.20), on a :

$$\sqrt{1 - \left(\frac{2c_L \alpha_L}{\omega}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{\delta^2}{1 + \delta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta^2}} \quad (\text{C.24})$$

De plus, on a montré que :

$$1 - \delta_c^2 = \frac{2\delta_c}{\delta} \quad (\text{C.25})$$

En injectant les équations (C.24) et (C.25) dans (C.22), on obtient donc :

$$\eta_c = \frac{2\rho c_L^3 \alpha_L}{\omega^2} \frac{2\delta_c}{\delta} \sqrt{1 + \delta^2} \quad (\text{C.26})$$

A partir de l'équation (C.20), on obtient:

$$\frac{\sqrt{1 + \delta^2}}{\delta} = \frac{\omega}{2c_L \alpha_L}$$

En injectant cette dernière dans l'équation (C.26), on obtient :

$$\eta_c = \frac{2\rho c_L^2}{\omega} \delta_c \quad (\text{C.27})$$

En injectant l'équation (C.19) dans (C.27), on obtient:

$$\eta_c = \frac{2\rho c_L^2}{\omega} \frac{\omega}{2\alpha_L c_L} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2\alpha_L c_L}{\omega}\right)^2}\right)$$

$$\text{soit } \eta_c = \frac{\rho c_L}{\alpha_L} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2\alpha_L c_L}{\omega}\right)^2}\right) \quad (\text{C.28})$$

Au premier ordre, $\delta \ll 1$:

$$\delta \approx \frac{2c_L \alpha_L}{\omega} \quad \text{et} \quad 1 - \sqrt{1 - \delta^2} \approx 1 - (1 - \delta^2 / 2) = \delta^2 / 2$$

$$\text{soit } \eta_c \approx \frac{\rho c_L}{\alpha_L} \frac{\delta^2}{2} \approx \frac{\rho c_L}{2\alpha_L} \left(\frac{2\alpha_L c_L}{\omega}\right)^2$$

$$\text{i.e. } \eta_c \approx \frac{2\rho c_L^3 \alpha_L}{\omega^2} \quad (\text{C.29})$$

Pour un milieu isotrope [C.2, Chapitre 2], on peut lier les matrices de souplesse s_{ij} et de rigidité c_{ij} , on a :

$$s_{11} = \frac{c_{11} + c_{12}}{(c_{11} - c_{12})(c_{11} + 2c_{12})} \quad (\text{C.30})$$

Réciproquement, on a aussi :

$$c_{11} = \frac{s_{11} + s_{12}}{(s_{11} - s_{12})(s_{11} + 2s_{12})} \quad (\text{C.31})$$

Par ailleurs, avec les coefficients de Lamé (λ, μ) :

$$\begin{cases} c_{11} = \lambda + 2\mu \\ c_{12} = \lambda \end{cases} \quad (\text{C.32})$$

L'équation (C.32) donne :

$$\eta_c = \eta_\lambda + 2\eta_\mu \quad (\text{C.33})$$

L'équation (C.30) devient :

$$s_{11} = \frac{\lambda + \mu}{\mu(3\lambda + 2\mu)} \quad (\text{C.34})$$

$$\text{d'où } \eta_s = \frac{\eta_\lambda + \eta_\mu}{\eta_\mu(3\eta_\lambda + 2\eta_\mu)} \quad (\text{C.35})$$

C.3. Conclusion:

On a pu exprimer les expressions de la viscosité η_c à partir de l'écriture complexe de la constante élastique \underline{c}_{33} (équation (C.17)). Cela a permis ensuite de développer les expressions qui existent entre la viscosité η_c et d'autres constantes:

- a) La partie imaginaire δ de la constante élastique \underline{c}_{33} : équation (C.17).
- b) La partie imaginaire δ_c de la vitesse \underline{c}_L : équation (C.27).
- c) La partie imaginaire α_L du nombre d'onde \underline{k} : équations (C.28) et (C.29).

d) On a pu exprimer ensuite pour un milieu isotrope les expressions de la viscosité η_s sur les coefficients diagonaux de souplesse $s_{\{11, 22, 33\}}$ à la viscosité η_c sur les coefficients diagonaux de rigidité $c_{\{11, 22, 33\}}$ via les viscosités η_λ et η_μ relatives aux coefficients de Lamé (λ, μ):

- e) La viscosité η_c de la constante élastique \underline{c}_{33} : équation (C.33).
- f) La viscosité η_s de la constante de souplesse \underline{s}_{33} : équation (C.35)

C.4. Références

- [C.1] W. Mason, *Electromechanical transducers and wave filters*. New York, 1948.
- [C.2] J. Rosenbaum, *Bulk acoustic wave theory and devices*. 1988.

Annexe D Approximation de la fonction d'ouverture

S_{DSE}

Fonction porte : Propriétés

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} \prod_T(t) dt = 1 \quad (D.1)$$

$$\lim_{T \rightarrow 0} \left(\frac{1}{T} \prod_T(t) \right) = \delta(t) \quad (D.2)$$

Par conséquent, dans notre cas, on a :

$$\lim_{2\pi F_{x_m} \rightarrow 0} \left(\prod_{2\pi F_{x_m}}(k_x) \right) = 2\pi F_{x_m} \cdot \delta(k_x)$$

On obtient donc :

$$\lim_{\substack{dx_m \rightarrow 0 \\ dy_n \rightarrow 0}} (S_{DSE}(k_x, k_y)) = dx_m \cdot dy_n \cdot \delta(k_x) \cdot \delta(k_y) \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N e^{-j(k_x x_m + k_y y_n)} \quad (D.3)$$

On cherche à démontrer que :

$$\lim_{\substack{dx_m \rightarrow 0 \\ dy_n \rightarrow 0}} (S_{DSE}(k_x, k_y)) = M dx_m \cdot N dy_n \cdot \delta(k_x) \cdot \delta(k_y)$$

Pour cela, on écrit :

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N e^{-j(k_x x_m + k_y y_n)} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N e^{-j2\pi \left(\frac{k_x x_m}{2\pi} + \frac{k_y y_n}{2\pi} \right)} \quad (D.4)$$

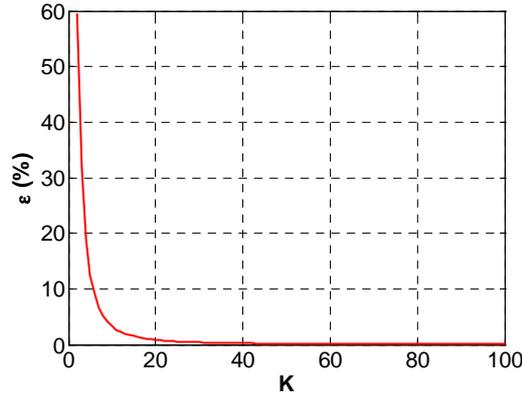
Cette double somme peut s'écrire sous la forme du produit suivant :

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N e^{-j(k_x x_m + k_y y_n)} = \sum_{m=1}^M e^{-jk_x x_m} \sum_{n=1}^N e^{-jk_y y_n} = R_x R_y$$

Les positions discrètes sont définies par $x_m = m \cdot dx_m$ et $y_n = n \cdot dy_n$, et la convergence de cette double somme $R_x R_y$ vers le produit MN est directement liée aux valeurs maximales $M \cdot k_x dx_m$ et $N \cdot k_y dy_n$.

Pour cela, on évalue numériquement l'écart relatif ε entre l'expression exacte $R_x R_y$ et le résultat numérique supposé MN après avoir posé $K = M \cdot k_x dx_m / (2\pi) = N \cdot k_y dy_n / (2\pi)$:

$$\varepsilon = \frac{R_x R_y - MN}{MN} \quad (D.5)$$


 Figure 74: Ecart relatif ε entre l'expression exacte $R_x R_y$ et le résultat numérique supposé MN .

Par ailleurs, la fonction sinus cardinal numérique est donnée par :

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{-j\omega n} = e^{-j\left(\frac{\omega(N-1)}{2}\right)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega N}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)}$$

Par analogie, on écrit :

$$R_x = \sum_{m=1}^M e^{-jk_x x_m} = \sum_{m=1}^M e^{-j.m.k_x dx_m} = e^{-j.k_x dx_m} \cdot \frac{1 - e^{-j.M.k_x dx_m}}{1 - e^{-j.k_x dx_m}}$$

soit
$$R_x = \sum_{m=1}^M e^{-jk_x x_m} = e^{-j.k_x dx_m} \cdot \frac{e^{-j.M/2.k_x dx_m} \left(e^{+j.M/2.k_x dx_m} - e^{-j.M/2.k_x dx_m} \right)}{e^{-j.1/2.k_x dx_m} \left(e^{+j.1/2.k_x dx_m} - e^{-j.1/2.k_x dx_m} \right)}$$

et
$$R_x = \sum_{m=1}^M e^{-jk_x x_m} = e^{-j.(M+1)\frac{k_x dx_m}{2}} \cdot \frac{\sin\left(M \frac{k_x dx_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{k_x dx_m}{2}\right)} \quad (D.6)$$

Ainsi, on obtient finalement :

$$\lim_{\substack{dx_m \rightarrow 0 \\ dy_n \rightarrow 0}} (S_{DSE}(k_x, k_y)) = dx_m dy_n \cdot \delta(k_x) \delta(k_y) \cdot \lim_{\substack{dx_m \rightarrow 0 \\ dy_n \rightarrow 0}} (R_x R_y) \quad (D.7)$$

avec
$$\lim_{\substack{dx_m \rightarrow 0 \\ dy_n \rightarrow 0}} (R_x R_y) = \lim_{\substack{dx_m \rightarrow 0 \\ dy_n \rightarrow 0}} \left(e^{-j.(M+1)\frac{k_x dx_m}{2}} \cdot \frac{\sin\left(M \frac{k_x dx_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{k_x dx_m}{2}\right)} \cdot e^{-j.(N+1)\frac{k_y dy_n}{2}} \cdot \frac{\sin\left(N \frac{k_y dy_n}{2}\right)}{\sin\left(\frac{k_y dy_n}{2}\right)} \right)$$

soit
$$\lim_{\substack{dx_m \rightarrow 0 \\ dy_n \rightarrow 0}} (R_x R_y) = MN \quad (D.8)$$

En combinant les équations (D.7) et (D.8), on obtient :

$$\lim_{\substack{dx_m \rightarrow 0 \\ dy_n \rightarrow 0}} (S_{DSE}(k_x, k_y)) = M dx_m \cdot N dy_n \cdot \delta(k_x) \delta(k_y) \quad (\text{D.9})$$

Annexe E Validation de la propagation par décomposition en ondes planes

E.1.Introduction

Afin de valider le code de propagation par Décomposition en Ondes Planes (DOP), différents points de comparaison s'imposent. Pour cela, différentes publications sur le sujet ont été prises comme référence puis des résultats de propagation ont été comparés avec ceux calculés par DOP.

E.2.Comparaison avec Sahin [E.1]

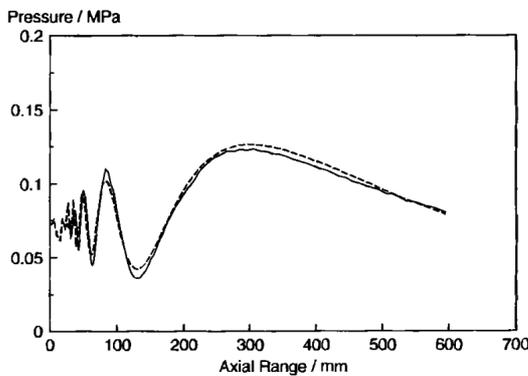
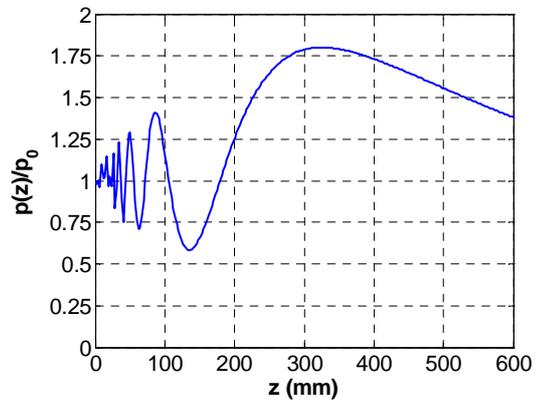


FIG. 2. Comparison of theoretical axial pressure field with experimental measurement for a square aperture $a=b=25$ mm, at 2.25 MHz and 75 kPa. Experiment (—), theory (---).

(a) [E.1]



(b) DOP

Figure 75: Configuration $a = b = 25$ mm, $f_0 = 2,25$ MHz, $c = 1470$ m/s

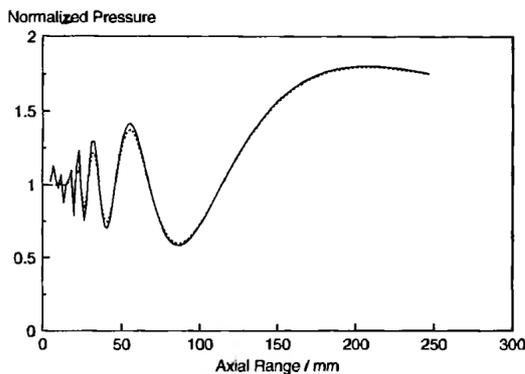
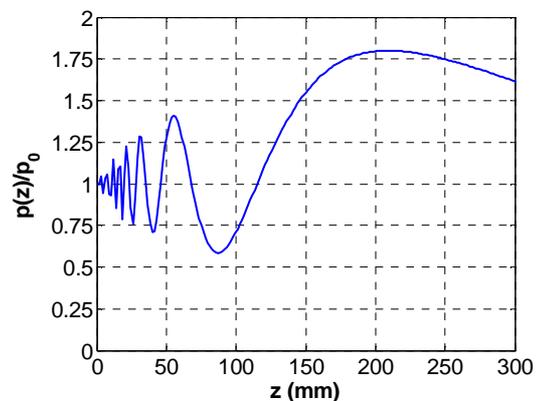


FIG. 3. Predicted axial pressure measured by a 1-mm-diameter hydrophone (---) compared with predictions for infinitesimally small hydrophone (—) for a square source transducer (20 mm by 20 mm) at 2.25 MHz.

(a) [E.1]



(b) DOP

Figure 76: Configuration $a = b = 20$ mm, $f_0 = 2,25$ MHz, $c = 1470$ m/s

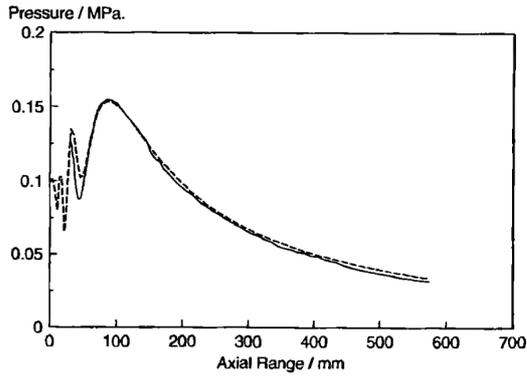
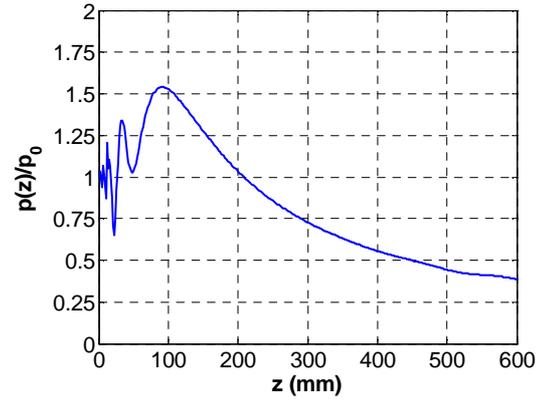


FIG. 5. Comparison of theoretical axial pressure field with measured experimental values for a rectangular aperture $a=10$ mm, $b=15$ mm at 2.25 MHz and 100 kPa. Experiment (—), theory (---).

(a) [E.1]



(b) DOP

Figure 77 : Configuration $a = 10$ mm, $b = 15$ mm, $f_0 = 2,25$ MHz, $c = 1470$ m/s

E.3.Comparaison avec Marini [E.2]

Dans le cas present, l'intensité acoustique est représentée : $I(z)/I_0 = (p(z)/p_0)^2$.

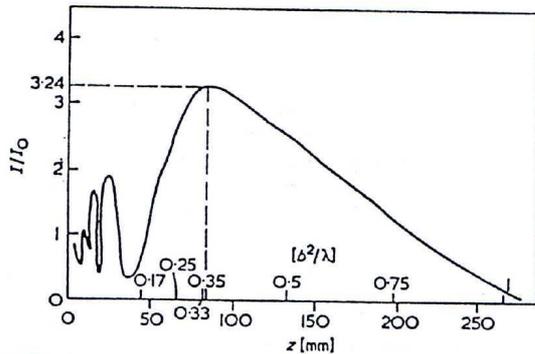
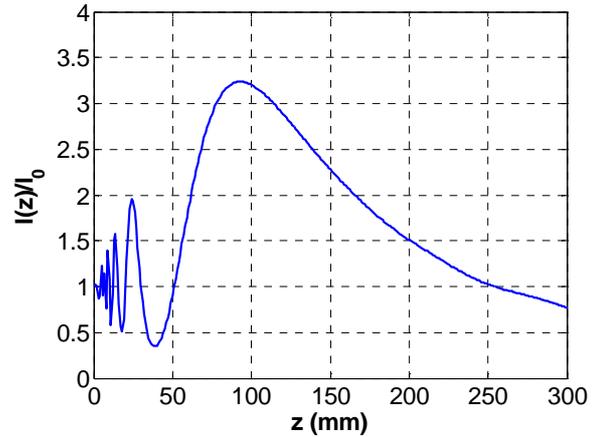


Fig.3 Acoustic intensity distribution along the z-axis of a 10 mm square transducer in water at 4 MHz ($a/b = 1$)

(a) [E.2]



(b) DOP

Figure 78 : Configuration $a = b = 10$ mm, $f_0 = 4$ MHz, $c = 1500$ m/s, soit $a/\lambda = 26,67$.

On vérifie bien $z_{p,max} = 93$ mm en accord avec Marini [E.2].

Ce résultat est à comparer relativement à $L_{nf,axi} = a^2/\lambda = 266,67$ mm, soit:

$$k_{Lnf} = z_{p,max} / L_{nf,axi} = 0,35$$

On vérifie aussi $I(z_{p,max})/I_0 = (p(z_{p,max})/p_0)^2 = (k_p)^2 = 3,24$ en accord avec [E.2].

Dans la partie qui suit, ces deux points de comparaison, distance focale effective normalisée k_{Lnf} et pression à la focale effective normalisée k_p , sont comparés systématiquement pour des géométries diverses.

E.4.Comparaison de distance et pression focales effectives

La comparaison des résultats peut être systématisée pour les différentes configurations de taille de source a/λ , et rapport de côtés a/b , à la fois en terme de distance focale effective normalisée relativement à la limite de champ proche $k_{Lnf} = z_{p,max}/L_{nf,axi}$ et pression normalisée $k_p = p(z_{p,max})/p_0$. La configuration choisie est $X_z/a = 4$, $da/\lambda = 16$ et $\Delta z/L_{nf,axi} = 100$.

a/λ a/b	5	10	20	50	100	Olympus [E.3]
1	1,37	1,37	1,37	1,37	1,37	1,37
0,9	1,20	1,24	1,25	1,25	1,25	1,25
0,8	1,12	1,16	1,16	1,15	1,15	1,15
0,7	1,07	1,08	1,08	1,09	1,09	1,09
0,6	0,97	1,04	1,04	1,05	1,05	1,04
0,5	0,95	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01
0,4	1,08	1,19	1,22	1,00	1,00	1,00

Tableau 15 : Distance focale effective normalisée $k_{Lnf} = z_{p,max}/L_{nf,axi}$.

a/λ a/b	5	10	20	50	100	Olympus [E.3]
1	1,774	1,794	1,799	1,801	1,801	-
0,9	1,741	1,770	1,777	1,780	1,780	-
0,8	1,670	1,701	1,708	1,711	1,712	-
0,7	1,543	1,573	1,585	1,590	1,592	-
0,6	1,375	1,407	1,418	1,422	1,424	-
0,5	1,184	1,205	1,215	1,219	1,221	-
0,4	0,979	1,015	1,029	0,989	0,992	-

Tableau 16 : Pression focale effective normalisée $k_p = p(z_{p,max})/p_0$.

E.5.Comparaison avec Ocheltree [E.4]

Dans le cas de la comparaison avec [E.4] la comparaison est basée sur les courbes normalisées, à la fois en terme de taille de source : $a = b = N.\lambda$, mais aussi en terme de distance de propagation dans l'axe : $z_n = z/L_{nf}$. L'algorithme utilisé dans son cas consiste à découper les éléments source en suffisamment petits éléments afin que la sommation de contribution de champ lointain puisse être appropriée.

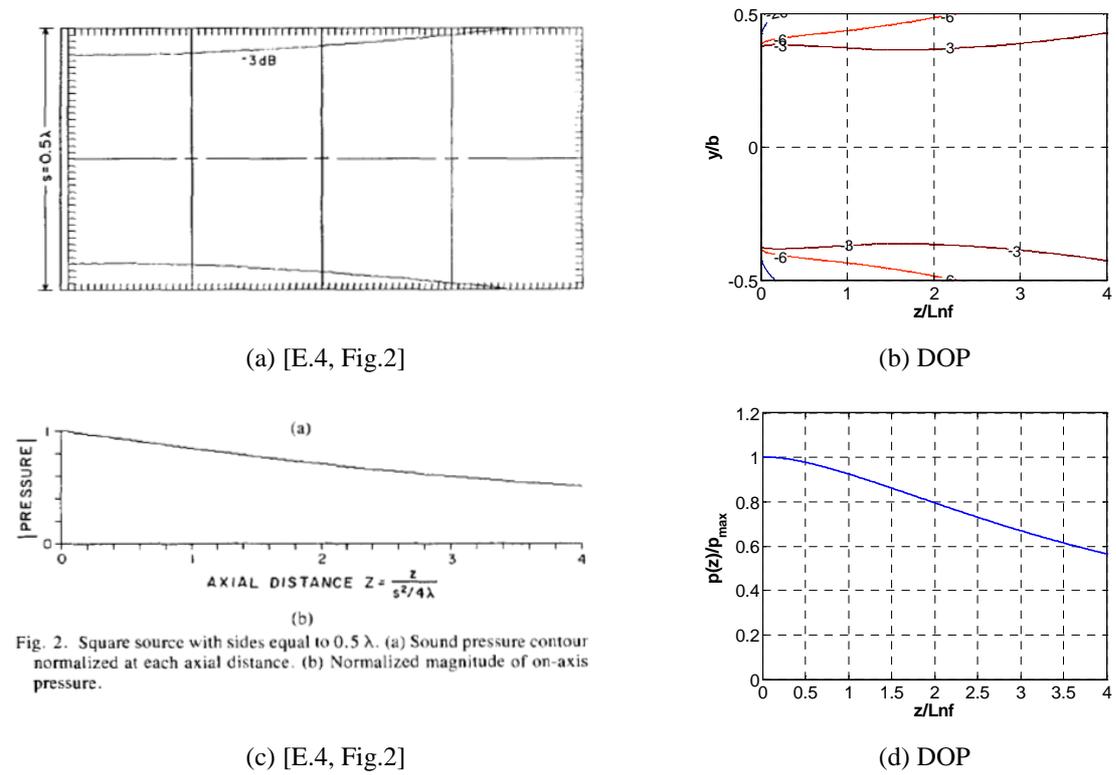


Figure 79 : Configuration $a = b = \lambda/2$.

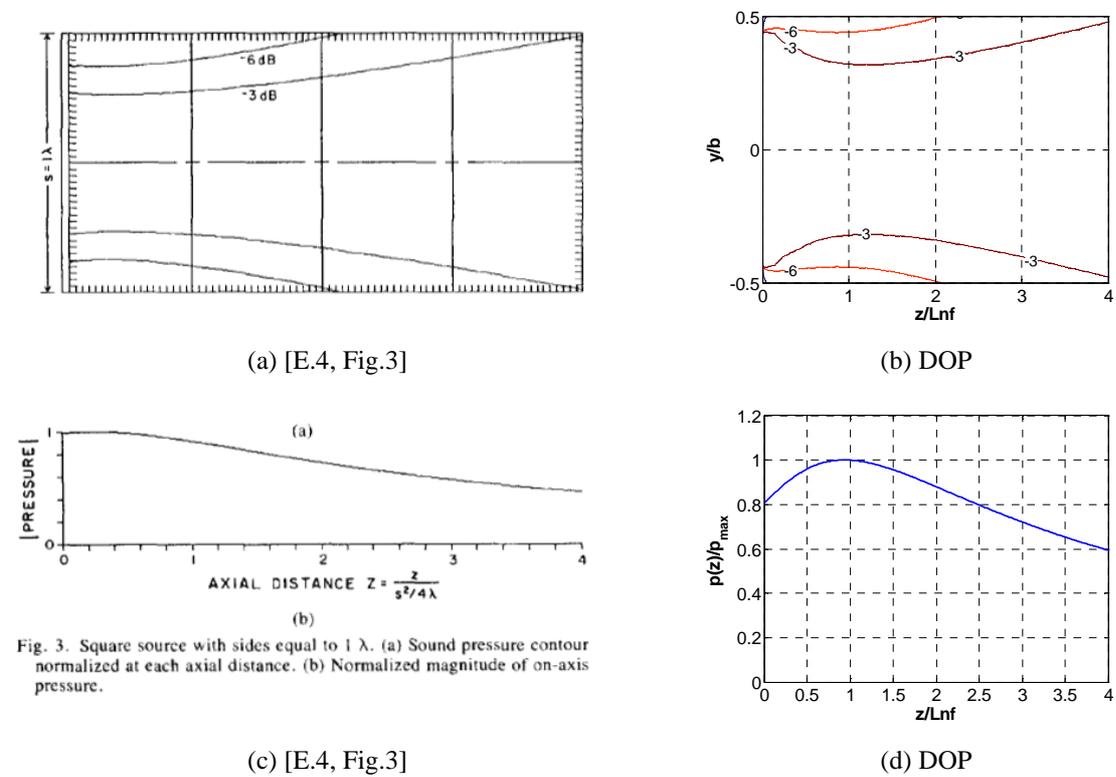


Figure 80 : Configuration $a = b = \lambda$.

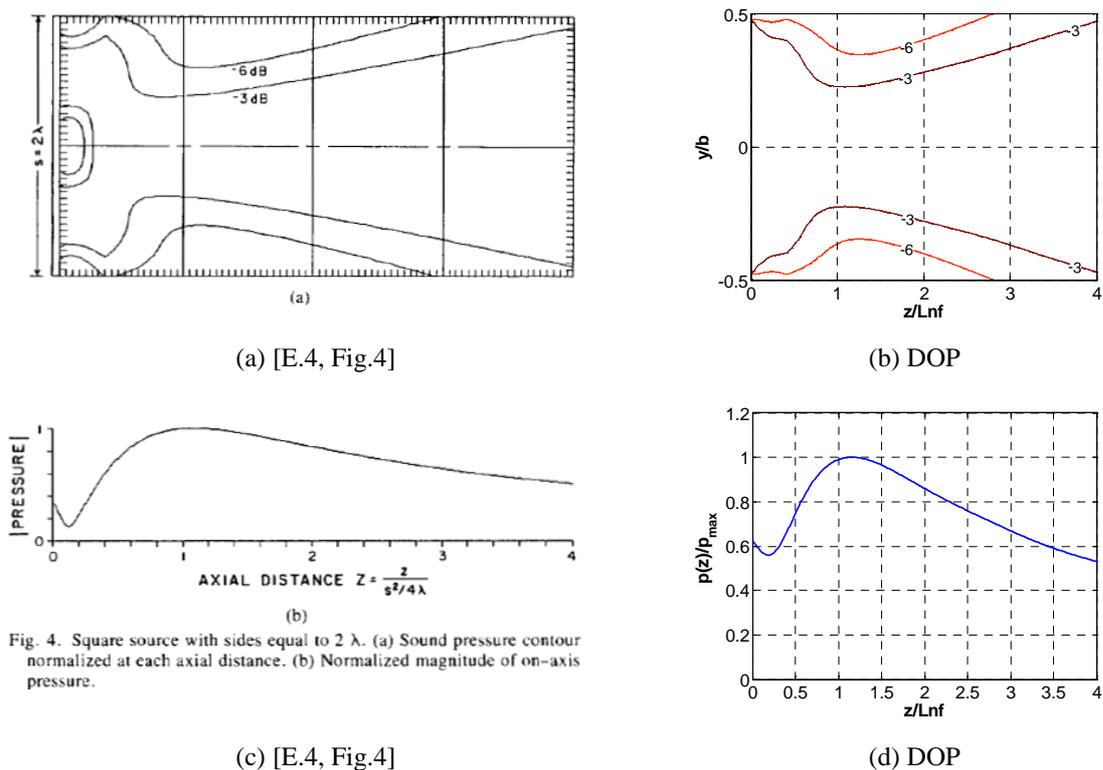


Figure 81 : Configuration $a = b = 2\lambda$.

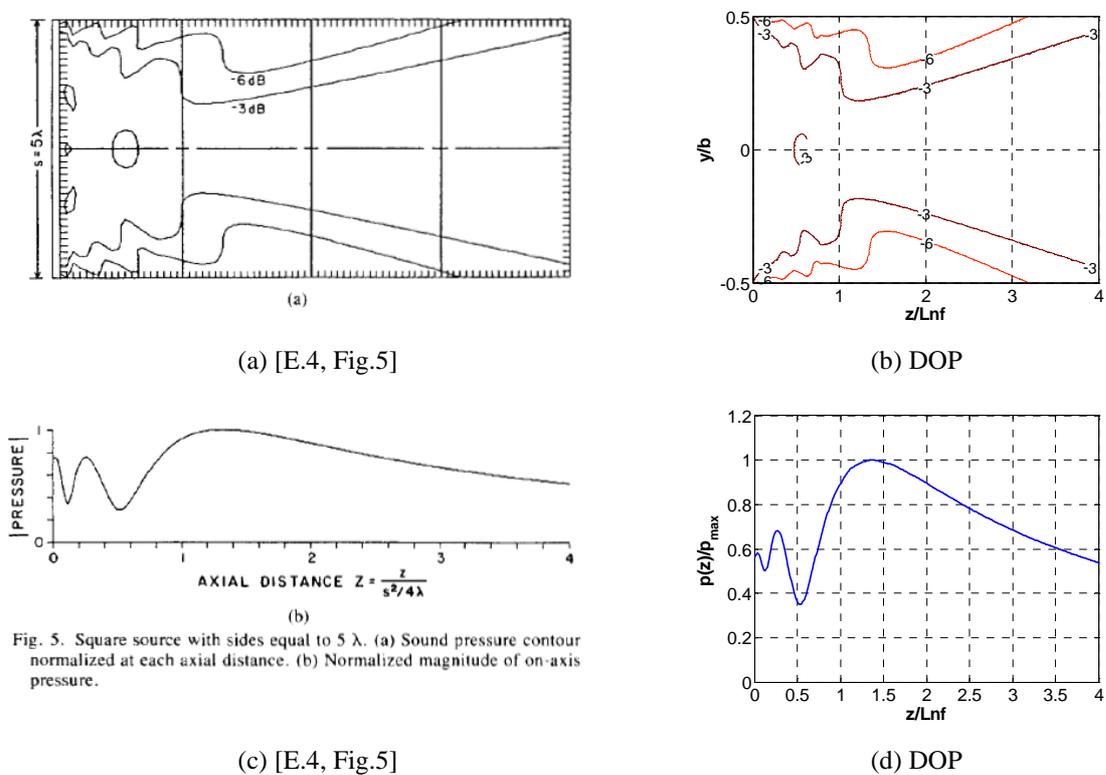
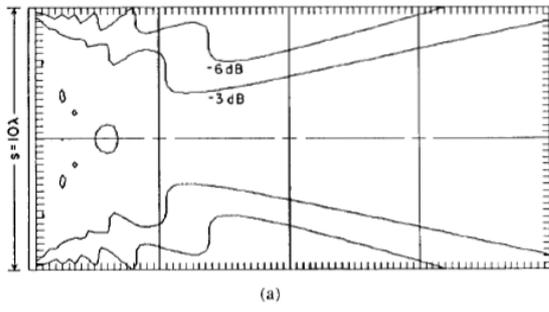
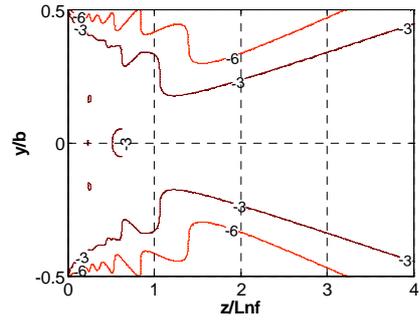


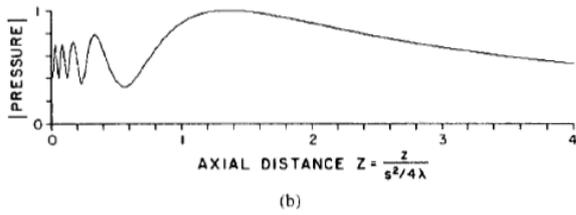
Figure 82: Configuration $a = b = 5\lambda$.



(a) [E.4, Fig.6]



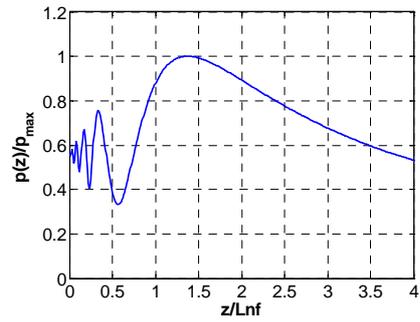
(b) DOP



(b)

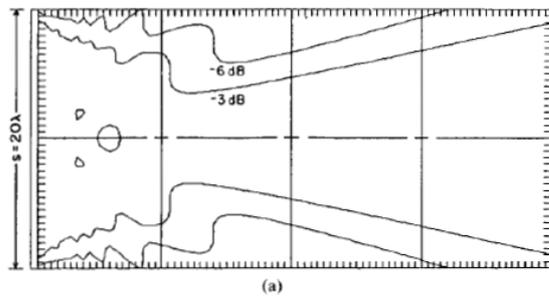
Fig. 6. Square source with sides equal to 10λ . (a) Sound pressure contour normalized at each axial distance. (b) Normalized magnitude of on-axis pressure.

(c) [E.4, Fig.6]

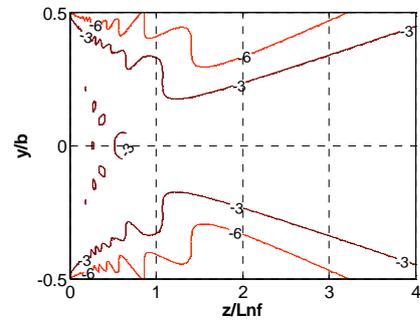


(d) DOP

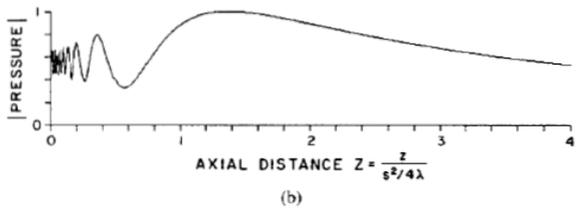
Figure 83: Configuration $a = b = 10\lambda$.



(a) [E.4, Fig.7]



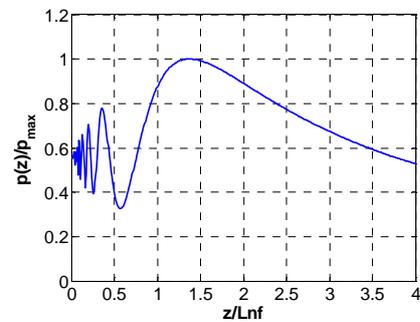
(b) DOP



(b)

Fig. 7. Square source with sides equal to 20λ . (a) Sound pressure contour normalized at each axial distance. (b) Normalized magnitude of on-axis pressure.

(c) [E.4, Fig. 8]



(d) DOP

Figure 84: Configuration $a = b = 20\lambda$.

E.6. Conclusion

Les résultats sont en très bon accord la plupart du temps. On peut cependant relever quelques différences au niveau du champ proche, et ce d'autant plus que la taille de la source est petite devant la longueur d'onde.

E.7. Références

- [E.1] A. Sahin and A. C. Baker, "Ultrasonic pressure fields due to rectangular apertures," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 96, (1), pp. 552–556, 1994.
- [E.2] J. Marini and J. Rivenez, "Acoustical fields from rectangular ultrasonic transducers for non-destructive testing and medical diagnosis," *Ultrasonics*, vol. 12, (6), pp. 251–256, 1974.
- [E.3] Olympus, "Phased array testing: Basic theory for industrial applications," *NDT Field Guides*, pp. 1–105, 2010.
- [E.4] K. Ocheltree, "Sound field calculation for rectangular sources," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 36, (2), pp. 242–248, 1989.

Annexe F Bulle de gaz en milieu fluide visqueux en remontée par gravité

F.1.Introduction

La dynamique du mouvement d'une bulle de gaz en mouvement dans un fluide visqueux est basée sur l'approche de Stokes [F.1] pour une bille solide en mouvement dans un fluide visqueux. Cette première approche a ensuite été étendue par Hadamard [F.2] au cas d'une bulle constituée d'un autre fluide, de gaz par exemple.

F.2.Développement du coefficient de trainée

Comme l'a montré [F.1] la force de frottement visqueux s'écrit :

$$F_{\eta} = \frac{1}{2} \rho_l C_g S v^2 \quad \text{avec} \quad C_g = \frac{24}{R_e} A$$

où $A = \frac{1 + \frac{2}{3}\sigma}{1 + \sigma}$ et $\sigma = \frac{\eta_l}{\eta_g}$

Cette formulation a été étendue et développée par Hadamard [F.2] sous la forme suivante :

$$C_g = \frac{24}{R_e} A (1 + \varepsilon) \quad \text{avec} \quad \varepsilon \ll 1$$

Principe de la résolution de l'équation donnée par Oliver & Chung [F.3]:

$$C_g = \frac{24}{R_e} A \left(1 + \frac{3}{8} A^2 R_e + \frac{9}{40} R_e^2 \ln(R_e) + o(R_e^2) \right) \quad (\text{F.1})$$

soit $C_g = \frac{24}{R_e} A + 9 A^2 + \frac{27}{5} R_e \ln(R_e) + o(R_e)$ (F.2)

Le principe fondamental de la dynamique donne :

$$\rho_g V \frac{dv}{dt} = F_A - F_{\eta} = (\rho_f - \rho_g) V g - \frac{1}{2} \rho_l C_g S v^2$$

soit $\frac{dv_b}{dt} = \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g} g - \frac{1}{2} \frac{\rho_l}{\rho_g} C_g \frac{S}{V} v_b^2$ (F.3)

avec $\frac{S}{V} = \frac{3}{2D_b}$ et $C_g = \frac{24}{R_e} A = \frac{24\eta_l}{v_b D_b \rho_l}$

On obtient alors :

$$\frac{dv_b}{dt} = \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g} g - \frac{24A(1+\varepsilon)\eta_l}{2\rho_g v_b D_b} \frac{3}{2D_b} v_b^2$$

F.3. Résolution

F.3.1. Premier ordre

Pour une bulle d'air en milieu fluide ($A = 2/3$), et au premier ordre ($Re \ll 1$), on retrouve bien :

$$\frac{dv_b}{dt} = \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g} g - \frac{12\eta_l}{\rho_g D_b^2} v_b, \quad \text{soit} \quad v_b(t) = v_{b,\text{lim}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

avec $\tau = \frac{\rho_g D_b^2}{12\eta_l}$ et $v_{b,\text{lim}} = \tau g \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g}$

F.3.2. Deuxième ordre

Une résolution plus précise mène à prendre en compte le terme quadratique :

$$\frac{dv_b}{dt} = \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g} g - \frac{18A\eta_l}{\rho_g D_b^2} v_b - \frac{27A^2 \rho_l}{4\rho_g D_b} v_b^2, \quad (\text{F.4})$$

Cette équation (F.4) est du type de Riccati, résoluble analytiquement, mais ici, seule la solution en régime permanent nous intéresse. Dans ce cas, on obtient :

$$0 = c + bv_b + av_b^2$$

soit $v_{o2} = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, solution positive proche de $v_{b,\text{lim}}$.

F.3.3. Troisième ordre

Une résolution plus précise mène à prendre en compte le terme cubique [F.4] :

$$\frac{dv_b}{dt} = \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g} g - \frac{18A\eta_l}{\rho_g D_b^2} v_b - \frac{27A^2 \rho_l}{4\rho_g D_b} v_b^2 - \frac{81A^3 \rho_l^2}{20\rho_g \eta_l} v_b^3 \cdot \ln \left(\frac{D_b \rho_l}{\eta_l} v_b \right),$$

soit en régime permanent :

$$0 = K_0 + K_1 v_b + K_2 v_b^2 + K_3 v_b^3 \cdot \ln(Nv_b)$$

Cela donne une équation du troisième degré, modifiée par une fonction logarithmique, dont il n'existe pas de solution analytique. Reste à trouver numériquement la solution permanente qui nous intéresse.

Pour cela, on procède par itération, de la manière qui suit :

- 1) On détermine $\ln(Nv_{bo4}(1)) = \ln(Nv_{bo2})$, une valeur approchée de $\ln(Nv_{bo4})$ recherchée.
- 2) On résout $0 = K_0 + K_1v_b + K_2v_b^2 + K_3v_b^3 \cdot \ln(Nv_b)$, avec $\ln(Nv_b) = \ln(Nv_b b_{o4}(n_{it})) = \text{cste.}$
et on détermine $v_{bo4}(n_{it})$ la solution physique recherchée.
- 3) On réitère les étapes 1) et 2) en remplaçant $\ln(Nv_{bo2})$ par $\ln(Nv_{bo4}(n_{it}))$,
et en incrémentant n_{it} jusqu'à la convergence.

F.4. Conclusion

Ces différents développements et méthodes de résolution permettent de déterminer la relation entre diamètre et vitesse pour une bulle en remontée gravitationnelle dans un fluide visqueux. Ces formulations sont basées sur les mêmes approximations (bulle parfaitement sphérique et milieu visqueux environnant infini).

F.5. Références

- [F.1] G. Stokes, "On the theories of the internal friction in fluids in motion, and of the equilibrium and motion of elastic solids," *Transaction of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 8, pp. 287–342, 1845.
- [F.2] J. Hadamard, "Mouvement permanent lent d'une sphère liquide et visqueuse dans un liquide visqueux.," *CR Acad Sci*, p. 152:1735, 1911.
- [F.3] D. Oliver and J. Chung, "Flow about a fluid sphere at low to moderate Reynolds numbers," *J. Fluid Mech*, vol. 177, pp. 1–18, 1987.
- [F.4] H. Keh and S. Shiau, "Effects of inertia on the slow motion of aerosol particles," *Chem EngSci*, vol. 55, pp. 4415–21, 2000.