HAL
open science

Détermination de l'impédance acoustique de matériaux absorbants en écoulement par méthode inverse et mesures LDV

Julien Primus

To cite this version:

Julien Primus. Détermination de l'impédance acoustique de matériaux absorbants en écoulement par méthode inverse et mesures LDV. Acoustique [physics.class-ph]. INSA de Toulouse, 2012. Français. NNT : . tel-00787256

HAL Id: tel-00787256

https://theses.hal.science/tel-00787256

Submitted on 11 Feb 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :
Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse (INSA Toulouse)

Discipline ou spécialité :

Dynamique des Fluides

Présentée et soutenue par :
Julien PRIMUS

le : 06 décembre 2012

Titre :

Détermination de l'impédance acoustique de matériaux absorbants en écoulement par méthode inverse et mesures LDV

JURY
M. Christophe Airiau (Professeur des Universités, IMFT, Toulouse), président
M. Abderrahmane Bendali (Professeur des Universités, INSA, Toulouse)
M. Avraham Hirschberg (Professeur des Universités, TU/e, Eindhoven)
M. Angelot Minotti (Ingénieur de Recherche, Airbus Operations SAS, Toulouse)

Ecole doctorale :
Mécanique, Energétique, Génie civil et Procédés (MEGeP)

Unité de recherche :
Equipe d'accueil ISAE-ONERA EDyF (ONERA-DMAE, centre de Toulouse)

Directeur(s) de Thèse :
M. Frank Simon (Ingénieur de Recherche, ONERA, Toulouse)
Mme. Estelle Piot (Ingénieur de Recherche, ONERA, Toulouse)

Rapporteurs :
M. Mabrouk Ben Tahar (Professeur des Universités, UTC, Compiègne)
M. Pascal Bruel (Chargé de Recherche, LMAP, Pau)

Résumé

La réduction des nuisances sonores est un enjeu permanent pour les acteurs de l'aéronautique. L'optimisation de la réduction de bruit apportée par les traitements acoustiques tapissant la nacelle des réacteurs turbofan passe par une caractérisation précise des matériaux employés dans l'environnement aéroacoustique d'utilisation, qui met en jeu un écoulement rasant de vitesse importante combiné à de forts niveaux sonores.

L'objectif de cette thèse est de développer une méthode inverse pour la détermination de l'impédance acoustique de liners soumis à un écoulement rasant, basée sur des mesures non intrusives du champ de vitesse acoustique au-dessus du matériau par Vélocimétrie Laser Doppler (LDV). L'impédance de liner est obtenue par minimisation de l'écart entre le champ de vitesse acoustique mesuré et le champ simulé numériquement en résolvant les équations d'Euler linéarisées bidimensionnelles harmoniques, discrétisées par un schéma Galerkin discontinu. Le gradient de la fonction objectif minimisée est calculé *via* la résolution, à chaque itération, des équations directes et adjointes. Une première étape de validation du solveur est effectuée sur des cas-tests académiques, puis sur des cas expérimentaux impliquant des mesures de pression acoustique en paroi rigide opposée au liner. Dans un second temps, la méthode est appliquée à des mesures de vitesse acoustique obtenues par LDV dans le banc B2A de l'ONERA en l'absence d'écoulement. La dernière étape consiste à prendre en compte l'effet d'un écoulement rasant de profil cisaillé. Les impédances identifiées à partir de mesures LDV en présence d'écoulement ont notamment permis de gagner en compréhension sur les phénomènes d'absorption intervenant dans le banc B2A.

Mots-clés : impédance acoustique, liner, Vélocimétrie Laser Doppler, vitesse acoustique, méthode inverse, Galerkin discontinu, équations adjointes

Abstract

While aircraft noise constraints become increasingly stringent, efficient duct treatment of turbofan engines requires an accurate knowledge of liner impedance with grazing flow at high acoustic levels.

This thesis aims at developing an impedance eduction method in the presence of grazing flow. The inverse process is based on acoustic velocity fields acquired by Laser Doppler Velocimetry (LDV) above the liner. The liner acoustic impedance is obtained by minimization of the distance between the measured acoustic velocity field and the simulated one. Computations rely on the resolution of the 2D linearized Euler equations in the harmonic domain, spatially discretized by a discontinuous Galerkin scheme. The gradient of the objective function is achieved by the resolution, at each iteration on the liner impedance, of the direct and adjoint equations. The solver is first validated on academic test cases, then on experimental results of acoustic pressure measurements at the rigid wall opposite the liner. Secondly the method is applied to acoustic velocity measurements obtained by LDV above the liner without flow, in the ONERA B2A test bench. The last step consists in taking into account the effects of a sheared grazing flow. The impedances educed from LDV measurements in the presence of flow namely allowed to gain insight into the absorption phenomena occuring in the B2A test bench.

Key words : acoustic impedance, liner, Laser Doppler Velocimetry, acoustic velocity, eduction, discontinuous Galerkin, adjoint equations

Table des matières

Page

Table des matières ix

Liste des figures xvi

Liste des tableaux xvii

Liste des sigles et acronymes xix

Liste des symboles xxii

Remerciements xxiii

Introduction 1

I Etat de l'art 7
- I.1 Usage et description des traitements acoustiques 8
  - I.1.1 Réduction passive du bruit généré par les turbomachines 8
  - I.1.2 Description et propriétés de traitements passifs 9
- I.2 Impédance acoustique d'un matériau 11
  - I.2.1 Définition 11
  - I.2.2 Impédance et coefficient de réflexion 12
  - I.2.3 Fréquence de résonance et d'anti-résonance d'un matériau 14
  - I.2.4 Dissipation et effets non linéaires 17
  - I.2.5 Conditions aux limites d'impédance en présence d'écoulement 18
- I.3 Principales méthodes de détermination de l'impédance acoustique 21
  - I.3.1 Quelques modèles semi-empiriques 21
  - I.3.2 Approches directes pour la mesure d'impédance acoustique 24
  - I.3.3 Approches inverses pour l'identification d'impédance acoustique 28
- I.4 Conclusions 37

II Outils pour une approche inverse de l'identification d'impédance acoustique 39
- II.1 Les équations d'Euler linéarisées : problème direct et problème adjoint 40
  - II.1.1 Equations directes pour la propagation acoustique en conduit traité . . 40
  - II.1.2 Discrétisation Galerkin discontinue du problème direct 42
  - II.1.3 Une dérivation analytique de la fonction objectif à l'aide de l'état adjoint 49
- II.2 Mesure acoustique par Vélocimétrie Laser Doppler (LDV) 54

II.2.1 Principe de la mesure LDV 55
II.2.2 Le Banc-Aéro-Thermo-Acoustique (B2A) de l'ONERA 60
II.3 Stratégie d'optimisation pour l'élaboration d'une méthode inverse 63

Partie 1 Validations préliminaires de la méthode numérique 71

III Validation analytique et numérique 75
III.1 Propagation d'ondes planes en conduit rigide 76
III.2 Ondes stationnaires en tube à impédance 77
III.2.1 Evaluation de la condition d'impédance en incidence normale 77
III.2.2 Application de la méthode inverse au champ analytique d'ondes stationnaires 78
III.3 Propagation modale en incidence acoustique rasante 80
III.3.1 Principe du schéma numérique pour l'analyse modale 80
III.3.2 Etude d'un conduit infiniment long 81
III.4 Conclusions 82

IV Validation expérimentale des aspects direct et inverse du solveur Galerkin discontinu 85
IV.1 Description des bancs de la NASA 86
IV.2 Simulation numérique du problème direct : propagation acoustique guidée . . 87
IV.2.1 Le cas du banc NASA-GIT en l'absence d'écoulement 87
IV.2.2 Le cas du banc NASA-FIT en l'absence d'écoulement 88
IV.2.3 Propagation acoustique guidée avec écoulement de profil analytique . . 91
IV.3 Evaluation de la méthode inverse en l'absence d'écoulement 94
IV.3.1 Identification d'impédance dans le cas du NASA-GIT en l'absence d'écoulement avec fonction objectif exprimée en pression 94
IV.3.2 Fonction objectif en vitesse synthétisée sans écoulement 97
IV.3.3 Identification d'impédance dans le NASA-GFIT en l'absence d'écoulement avec fonction objectif exprimée en pression 102
IV.4 Conclusions 107

Partie 2 Etude directe et inverse de la propagation acoustique en conduit traité 109

V Etudes basées sur la vitesse acoustique en l'absence d'écoulement 113
V.1 Configuration d'incidence acoustique normale 114
V.2 Configuration d'incidence acoustique rasante 118
V.2.1 Etude préliminaire : caractérisation du banc B2A avec une fonction objectif en pression 118
V.2.2 Etude de la propagation acoustique au-dessus d'un matériau microperforé 120
V.2.3 Application de la méthode inverse à des mesures de vitesse acoustique en l'absence d'écoulement 124
V.3 Conclusions 130

VI Prise en compte du caractère cisaillé du profil d'écoulement rasant 131
VI.1 Effet d'un écoulement rasant cisaillé : cas du NASA-GIT 132
VI.1.1 Simulation numérique de la propagation acoustique avec écoulement rasant cisaillé 132
VI.1.2 Mise en évidence d'une instabilité hydrodynamique 133
VI.1.3 Méthode inverse en présence d'écoulement avec fonction objectif exprimée en termes de pression acoustique 138
VI.2 Cas du B2A traité par un matériau microperforé 142
VI.2.1 Caractéristiques de l'écoulement cisaillé 142
VI.2.2 Résultats d'identification 143
VI.3 Conclusions 144

VII Mise en évidence des propriétés de la méthode inverse 147
VII.1 Identification multi-paramètres pour l'étude de liners partitionnés 148
VII.2 Etudes de sensibilité 149
VII.2.1 De nombreux facteurs influents 149
VII.2.2 Sensibilité au bruit de mesure 150
VII.2.3 Sensibilité de l'impédance identifiée à la taille de la région d'observation 152
VII.3 Etat adjoint et condition nécessaire d'optimalité d'ordre 1 155

Conclusions et perspectives 159

Partie 3 Annexes 165

A Formulation du système adjoint des équations d'Euler linéarisées 167

B Profils de pression acoustique en paroi du banc B2A traité par le *wiremesh* R1 171

C Caractérisation du banc B2A avec une fonction objectif en pression et en présence d'écoulement 173

D Champs de vitesse acoustique mesurés et simulés dans le cas du matériau microperforé 177

Bibliographie 179

Index 191

Liste des figures

1 Cas étudiés en fonction du nombre de Mach en centre de veine 5

I.1 Sources de bruit dans un turboréacteur 8
I.2 Liner à un degré de liberté (SDOF) 10
I.3 Différents types de liners dans un turboréacteur 10
I.4 Ondes incidente et réfléchie dans une configuration d'incidence normale . . 12
I.5 Cavité fermée branchée sur un conduit 15
I.6 Perte par transmission et réactance pour une cavité de hauteur $h = 0.05$ m, et $r = 0$ ou $r = 0.5$ 16
I.7 Evolution du champ de vitesse et des lignes de champ associées, en fonction du SPL (DNS 2D-plan) 18
I.8 Puissance volumique fluctuante dissipée par viscosité. T est la période acoustique (DNS 3D) 19
I.9 Champs de vitesse acoustique et de vorticité au-dessus d'un résonateur . . . 19
I.10 Schéma 2D du tube à impédance 24
I.11 Tube à impédance en présence d'écoulement rasant 25
I.12 Méthode in-situ 25
I.13 Approches directe et inverse du problème 28
I.14 Vitesse d'écoulement mesurée par sondes Pitot dans le NASA GIT 31
I.15 Ondes incidentes, réfléchies et transmises dans chacune des 3 zones pour les méthodes semi-analytiques 32
I.16 Localisation des mesures de pression acoustique sur les bancs de la NASA . . 34
I.17 Fonction objectif dans le plan d'impédance pour un liner céramique tubulaire CT57 36

II.1 Géométrie générique du problème étudié 40
II.2 Un élément Ω_e adjacent à la frontière du domaine numérique 43
II.3 Flux numérique décentré amont : caractéristiques sortantes et entrantes . . . 45
II.4 Condition aux limites de source 46
II.5 Transformation de l'élément de référence surfacique en un élément réel quelconque 49
II.6 Paramètres d'identification 52
II.7 Diffusion d'une onde électromagnétique par une particule en mouvement . . 56
II.8 Synoptique d'un vélocimètre monodimensionnel 57
II.9 Lumière reçue par une particule située dans le volume de mesure 57

II.10 Franges d'interférence et signal lumineux correspondant dans un axe perpendiculaire aux franges . . . 58
II.11 Un burst Doppler entier et son agrandissement . . . 59
II.12 Récapitulatif des techniques de traitement du signal appliquées à la LDV . . . 60
II.13 Schéma d'ensemble du banc aéro-thermo-acoustique (B2A) . . . 61
II.14 Cellule d'essai du B2A . . . 61
II.15 Spectres initial et après correction du signal étalon . . . 62
II.16 Spectres initial et après correction de l'amplitude de vitesse acoustique . . . 63
II.17 Représentation 3D et en courbes de niveaux de la fonction de Rosenbrock . . . 65
II.18 Evolution des coordonnées itérées x et y au cours du processus de recherche 66
II.19 Evolution de la fonction de Rosenbrock à l'itération courante et du nombre d'évaluations de la fonction au cours du processus de recherche . . . 66
II.20 Illustration 1D de l'approximation quadratique de la fonction objectif à l'itération k . . . 67
II.21 Synoptique du processus de recherche pour la méthode inverse . . . 70

III.1 Pression acoustique dans un conduit de parois rigides. Simulation numérique et solution analytique. . . . 76
III.2 Vitesse acoustique transversale simulée dans un conduit de parois rigides . . . 77
III.3 Admittance simulée dans un conduit de parois rigide au niveau des parois supérieure et inférieure, et au niveau du plan source et de la terminaison . . . 77
III.4 Configuration de tube à impédance testée numériquement . . . 78
III.5 Résistance et réactance recalculées le long du matériau dans la configuration tube à impédance . . . 79
III.6 Champ de pression acoustique simulé et analytique dans la configuration tube à impédance (cas $z = 1 + \mathrm{j}$) . . . 79
III.7 Valeurs cibles et identifiées de l'impédance dans la configuration tube à impédance . . . 80
III.8 Canal long étudié dans Elvin pour comparaison au code d'analyse modale sur la dernière portion de longueur 1 m . . . 82
III.9 Pression acoustique dans un conduit long de 10 m de paroi inférieure traitée ($z = 1 + \mathrm{j}$) . . . 83
III.10 Pression acoustique dans un conduit traité de longueur 1 m, et sur la portion de 1 à 2 m d'un conduit traité de longueur 10 m . . . 83
III.11 Partie réelle de la pression acoustique pour le code Galerkin discontinu et le code d'analyse modale . . . 83

IV.1 Schéma 2D du banc d'essai NASA-FIT . . . 86
IV.2 Schéma 2D du banc d'essai NASA-GIT . . . 86
IV.3 Schéma 2D du banc d'essai NASA-GFIT . . . 87
IV.4 Matériau tubulaire céramique CT57 . . . 88
IV.5 SPL au niveau de la paroi supérieure rigide, dans le NASA-GIT en l'absence d'écoulement. Valeurs mesurées et simulation numérique GD. . . . 89
IV.6 Phase de pression acoustique au niveau de la paroi supérieure rigide, dans le NASA-GIT en l'absence d'écoulement. Valeurs mesurées et simulation numérique GD. . . . 90

IV.7 SPL au niveau de la paroi supérieure rigide, dans le NASA-FIT en l'absence d'écoulement. Valeurs mesurées et simulation numérique GD. 92
IV.8 Profil analytique d'écoulement utilisé pour le cas du NASA-FIT 93
IV.9 SPL au niveau de la paroi supérieure rigide, dans le NASA-FIT en présence d'un écoulement cisaillé. Valeurs mesurées et simulation numérique GD. . . 94
IV.10 Impédance de terminaison identifiée sur le banc NASA-GIT dans le cas "EIp" et mesurée par la NASA 96
IV.11 Impédance de liner identifiée par la NASA sur le banc GIT et identifiée par le code GD dans les cas "NRp" et "EIp" 98
IV.12 Fonction objectif basée sur la pression acoustique, représentée à 2 kHz (a) dans le plan d'impédance (r_l, χ_l) et (b) dans le plan du coefficient de réflexion $(\mathrm{Re}(\beta_l), \mathrm{Im}(\beta_l))$ 99
IV.13 SPL et phase mesurés et reconstruits à partir des impédances identifiées par la NASA et par le code Elvin, à 2 kHz 99
IV.14 Exemple de carte de bruit représentant les écarts types sur l'amplitude et la phase de u pour la création d'une vitesse synthétisée bruitée 101
IV.15 Domaine d'observation dans le cas "EIvn" du NASA-GIT 102
IV.16 Impédance de liner identifiée par la NASA, et par le code GD dans le cas "EIvn" pour le NASA-GIT traité par CT57 en l'absence d'écoulement 103
IV.17 Impédance de terminaison identifiée dans le cas "EIvn" et mesurée par la NASA pour le NASA-GIT traité par CT57 en l'absence d'écoulement 104
IV.18 Impédance de terminaison identifiée sur le banc GFIT, traité par *wiremesh* R2 en l'absence d'écoulement, dans le cas "EIp" et mesurée par la NASA . . . 105
IV.19 Impédance de liner identifiée par la NASA sur le banc GFIT et identifiée par le code GD dans les cas "EIp" 106

V.1 Schéma 2D de la section test du B2A en configuration tube à impédance . . . 114
V.2 Maillage utilisé pour la cellule d'essai du B2A dans la configuration tube à impédance 115
V.3 Comparaison entre l'impédance identifiée à partir des mesures LDV et prévisions données par le modèle de Maa pour deux valeurs de porosité 116
V.4 Comparaison entre le champ de vitesse acoustique longitudinale mesuré par LDV et le champ obtenu par simulation numérique avec l'impédance identifiée, à $f = 2488$ Hz 116
V.5 Evolution longitudinale des parties réelle et imaginaire de la vitesse acoustique longitudinale 117
V.6 Cartes de fonction objectif adimensionnée $\mathcal{J}_{\mathrm{red}}$ à $f = 2488$ Hz. 117
V.7 Schéma 2D de la section test du B2A en configuration incidence rasante, pour des mesures de pression en paroi supérieure rigide 118
V.8 Fonction de transfert entre le bord d'attaque et le bord de fuite du liner dans le banc B2A 119
V.9 Impédance de liner identifiée par la NASA, et identifiée par le code GD dans les cas "NRp" et "EIp" en l'absence d'écoulement 120
V.10 Impédance de terminaison identifiée dans le cas "EIp" en l'absence d'écoulement, dans le B2A traité par le *wiremesh* R1 121

V.11 Amplitude source identifiée dans les cas “NRp” et “EIp”, dans le B2A traité par le *wiremesh* R1 121
V.12 Schéma 2D de la section test du B2A en configuration incidence rasante pour les mesures LDV 121
V.13 Maillage utilisé pour les mesures LDV 122
V.14 Vitesse longitudinale u mesurée par LDV (B2A traité par microperforé) et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 3136$ Hz. 123
V.15 Vitesse transversale v mesurée par LDV (B2A traité par microperforé) et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 3136$ Hz. 124
V.16 Vitesse longitudinale u mesurée par LDV (B2A traité par microperforé) et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 1992$ Hz. 124
V.17 Vitesse transversale v mesurée par LDV (B2A traité par microperforé) et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 1992$ Hz. 125
V.18 Perte par transmission calculée dans le banc B2A traité par microperforé à $f = 1992$ Hz, en l'absence d'écoulement 125
V.19 Résultats d'identification comparés au modèle de Maa pour différentes combinaisons de vitesse acoustique incidente et de porosité effective σ 127
V.20 Amplitude source identifiée dans le cas du B2A traité par matériau microperforé 127
V.21 Comparaison de l'amplitude de vitesse acoustique longitudinale et transversale mesurée par LDV et reconstruite avec le solveur GD à partir des paramètres identifiés, à $f = 1992$ Hz 128
V.22 Comparaison de la phase de vitesse acoustique longitudinale et transversale mesurée par LDV et reconstruite avec le solveur GD à partir des paramètres identifiés, à $f = 1992$ Hz 128
V.23 Amplitude et phase des composantes de vitesse acoustique, projetées le long de trois ordonnées différentes à $f = 1992$Hz. 129

VI.1 Approximation par splines cubiques du profil d'écoulement mesuré dans le NASA-GIT 132
VI.2 Maillage initial et maillage adapté du NASA-GIT 133
VI.3 SPL au niveau de la paroi supérieure rigide, dans le NASA-GIT avec écoulement cisaillé ($M_b = 0.335$) 134
VI.4 Phase de pression acoustique au niveau de la paroi supérieure rigide, dans le NASA-GIT avec écoulement cisaillé ($M_b = 0.335$) 135
VI.5 Champ de pression acoustique réelle simulé par le solveur GD dans le NASA-GIT à 1 kHz, pour un écoulement cisaillé de Mach débitant $M_b = 0.335$ 137
VI.6 Spectre des valeurs propres pour un conduit infiniment long de hauteur 51 mm, soumis à une excitation acoustique de fréquence 1 kHz. Impédance acoustique $z = 0.17 + 0.14\,\mathrm{j}$. 138
VI.7 Amplitudes de vitesse longitudinale et transversale et amplitude de pression normalisées 139

VI.8 Impédance de terminaison identifiée et mesurée par la NASA en présence d'écoulement rasant ($M_b = 0.335$). Banc NASA-GIT traité par matériau CT57. 140
VI.9 Impédance de liner identifiée par la NASA, et identifiée par le code GD dans les cas "NRp" et "EIp" en présence d'écoulement rasant ($M_b = 0.335$) 141
VI.10 Ecoulement moyen mesuré par LDV 143
VI.11 Impédance de liner microperforé identifiée en l'absence d'écoulement et avec écoulement de nombre de Mach débitant $M_b = 0.2$ 144

VII.1 SPL en paroi de veine à 0.5 kHz. Profil mesuré, reconstruit avec une unique impédance, et reconstruit avec deux impédances. 149
VII.2 Effet sur l'impédance de liner identifiée d'un bruit ajouté à l'amplitude des composantes u et v de vitesse acoustique. Cas du NASA-GIT traité par matériau CT57 en l'absence d'écoulement. 151
VII.3 Effet sur l'impédance de terminaison identifiée d'un bruit ajouté à l'amplitude des composantes u et v de vitesse acoustique. Cas du NASA-GIT traité par matériau CT57 en l'absence d'écoulement. 152
VII.4 Effet sur l'impédance de liner identifiée d'un bruit ajouté à la phase des composantes u et v de vitesse acoustique. Cas du NASA-GIT traité par matériau CT57 en l'absence d'écoulement. 153
VII.5 Effet sur l'impédance de terminaison identifiée d'un bruit ajouté à la phase des composantes u et v de vitesse acoustique. Cas du NASA-GIT traité par matériau CT57 en l'absence d'écoulement. 153
VII.6 Effet sur l'amplitude source identifiée d'un bruit ajouté à la phase des composantes u et v de vitesse acoustique. Cas du NASA-GIT traité par matériau CT57 en l'absence d'écoulement. 154
VII.7 Régions d'observation Ω_{obs} testées 155
VII.8 Evolution de l'impédance en fonction du nombre d'éléments présents dans la région d'observation Ω_{obs} en l'absence d'écoulement 155
VII.9 Evolution de l'impédance en fonction du nombre d'éléments présents dans la région d'observation Ω_{obs} avec écoulement ($M_b = 0.335$) 156
VII.10 Evolution du nombre d'itérations nécessaires à la convergence en fonction de la taille de la région d'observation Ω_{obs} 156
VII.11 Vitesse adjointe transversale sur la paroi inférieure (parties rigides et partie traitée) 157

B.1 Pression acoustique le long de la paroi rigide opposée au liner dans le banc B2A traité par le *wiremesh*, $f = 816$ Hz. 171
B.2 Pression acoustique le long de la paroi rigide opposée au liner dans le banc B2A traité par le *wiremesh*, $f = 1800$ Hz. 171
B.3 Pression acoustique le long de la paroi rigide opposée au liner dans le banc B2A traité par le *wiremesh*, $f = 2520$ Hz. 172

C.1 Vitesse d'écoulement mesurée par LDV dans le B2A traité par le wiremesh R1 ($M_b = 0.17$) 173

C.2 Impédance de liner identifiée par la NASA, et identifiée par le code GD dans les cas “NRp” et “EIp” en l’absence d’écoulement et avec écoulement de Mach débitant $M_b = 0.17$ 174
C.3 Impédance de terminaison identifiée (cas “EIp”) avec et sans écoulement . . 174
C.4 Amplitude source identifiée dans les cas “NRp” et “EIp” sans écoulement, et dans le cas “EIp” avec écoulement rasant 175

D.1 Vitesse longitudinale u mesurée par LDV et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 1592$ Hz. 177
D.2 Vitesse transversale v mesurée par LDV et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 1592$ Hz. 178
D.3 Vitesse longitudinale u mesurée par LDV et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 2488$ Hz. 178
D.4 Vitesse transversale v mesurée par LDV et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 2488$ Hz. 178

Liste des tableaux

I.1 Tableau comparatif des méthodes inverses présentées 37

II.1 Paramètres d'adimensionnement 40

IV.1 Résistance et réactance de terminaison : valeurs mesurées par Jones *et al.* [66] et identifiées par le code GD dans le cas "EIp" en l'absence d'écoulement . . . 100
IV.2 Résistance et réactance du liner : valeurs identifiées par Jones *et al.* [66] et par le code GD dans le cas "NRp" en l'absence d'écoulement 100
IV.3 Ecarts absolus entre les résistance et réactance de liner identifiées par Jones *et al.* [66] et par le code GD (cas "NRp" et "EIp") en l'absence d'écoulement . . 100

V.1 Résistance et réactance du liner microperforé : valeurs mesurées par méthode mixte LDV + microphone, et données par les modèles de Melling [86] et de Maa [80] 123

VI.1 Résistance et réactance de terminaison : valeurs mesurées par Jones *et al.* [66] et identifiées par le code GD dans le cas "EIp" en présence d'écoulement (M_b = 0.335). Ecarts absolus Δ_r et Δ_χ correspondants. 141
VI.2 Résistance et réactance du liner : valeurs identifiées par Jones *et al.* [66] et par le code GD dans les cas "NRp" et "EIp" en présence d'écoulement ($M_b = 0.335$) 142
VI.3 Ecarts absolus entre les résistance et réactance de liner identifiées par Jones *et al.* [66] et par le code GD dans les cas "NRp" et "EIp" en présence d'écoulement ($M_b = 0.335$) 142

Liste des sigles et acronymes

B2A Banc Aéro-thermo-Acoustique

BFGS *Broyden-Fletcher-Godfarb-Shanno*, algorithme d'optimisation

CHE *Convected Helmholtz Equation*, Equation de Helmholtz convectée

DDOF *Double Degree Of Freedom*, liner à deux degrés de liberté

DFP *Davidon-Fletcher-Powell*, algorithme d'optimisation

EHR *Extended Helmholtz Resonator*, résonateur de Helmholtz étendu

Elvin *Elvin : Laser doppler Velocimetry-based Impedance eductioN*, solveur inverse pour la détermination de l'impédance développé au cours de cette thèse

FEM *Finite Element Method*, Méthode Eléments Finis

FIT *Flow-Impedance Tube*, Tube à Incidence Rasante avec écoulement de la NASA (jusqu'en 2004)

GIT *Grazing Incidence Tube*, Tube à Incidence Rasante avec écoulement de la NASA (jusqu'en 2008)

GFIT *Grazing Flow Impedance Tube*, Tube à Incidence Rasante avec écoulement de la NASA (depuis 2008)

L-BFGS-B *Limited memory Broyden-Fletcher-Godfarb-Shanno algorithm for Bound constrained problems*, algorithme d'optimisation BFGS à mémoire limitée avec contraintes de bornes

LaRC *Langley Research Center*, centre de recherche de la NASA

LDV *Laser Doppler Velocimetry*, Vélocimétrie Laser Doppler

LEE *Linearized Euler Equations*, Equations d'Euler Linéarisées

PIV *Particle Image Velocimetry*, Vélocimétrie par Image de Particules

SDFP *Stewart's adaptation of Davidon-Fletcher-Powell*, algorithme d'optimisation

SDOF *Single Degree Of Freedom*, liner à un degré de liberté

TL *Transmission Loss*, perte par transmission

Liste des symboles

β	Coefficient de réflexion
$\boldsymbol{\varphi}$	Perturbation acoustique
$\boldsymbol{n}$	Vecteur normal à la surface considérée
$\boldsymbol{v}$	Vecteur vitesse acoustique
χ	Réactance acoustique spécifique
c_0	Vitesse du son
δ	Epaisseur de couche limite
μ	Viscosité dynamique
ω	Pulsation
ρ_0	Masse volumique du fluide au repos
σ	Porosité
f	Fréquence
H	Hauteur du conduit
h	Hauteur d'une cavité
k	Nombre d'onde
M_0	Nombre de Mach d'un écoulement uniforme
M_b	Nombre de Mach débitant
M_c	Nombre de Mach en centre de veine
P	Pression
p	Pression acoustique
r	Résistance acoustique spécifique
s	Section d'une cavité
t	Temps
U	Vitesse longitudinale
u	Vitesse acoustique longitudinale

V	Vitesse transversale
v	Vitesse acoustique transversale
x_1	Coordonnée longitudinale
x_2	Coordonnée transversale
Y	Admittance acoustique
Z	Impédance acoustique
z	Impédance acoustique spécifique
$\boldsymbol{\psi}$	Fonction test
$\mathbf{L}$	Opérateur des équations d'Euler linéarisées
$\mathcal{J}$	Fonction objectif
$\mathcal{L}$	Fonction lagrangienne
Ω	Domaine physique
Ω_e	Elément de maillage
Ω_h	Domaine numérique
Ω_{obs}	Région d'observation
$\mathbf{A}$	Matrice jacobienne des flux
$\widehat{\mathbf{F}}$	Flux numérique
C	Coefficient de calibration

Indices et exposants

$\cdot_l$	Grandeur ou ensemble se rapportant au liner
$\cdot_r$	Grandeur ou ensemble se rapportant à une paroi rigide
$\cdot_s$	Grandeur ou ensemble se rapportant à la source
$\cdot_t$	Grandeur ou ensemble se rapportant à la terminaison
$\cdot_{\text{ac}}$	Grandeur acoustique
$\cdot_{\text{aero}}$	Grandeur aérodynamique
$\cdot_{\text{calc}}$	Grandeur calculée par simulation numérique
$\cdot_{\text{meas}}$	Grandeur mesurée
$\cdot^+$	Trace extérieure
$\cdot^-$	Trace intérieure
$\cdot^*$	Grandeur adjointe
$\cdot^\dagger$	Transposé conjugué

Remerciements

Si la rédaction du rapport de thèse est en soi un exercice difficile, celle des remerciements est particulièrement ardue et malgré ma mémoire sans faille (ceux qui me connaissent saisiront la pointe d'ironie), oublier de citer une voire plusieurs personnes me semble inévitable. Je me confonds donc déjà en plates excuses envers ceux qui méritent de figurer ici mais se trouveront victimes de mon amnésie chronique.

J'aimerais en premier lieu exprimer toute ma gratitude à Mabrouk Ben Tahar et Pascal Bruel, qui ont bien voulu accepter la lourde tâche de rapporteur et dont les commentaires m'ont été d'une grande aide. J'en viens naturellement à adresser mes plus vifs remerciements à Christophe Airiau pour avoir présidé mon jury de thèse ainsi qu'à Abderrahmanne Bendali, Avraham Hirschberg et Angelot Minotti qui m'ont honoré de leur présence au sein du jury. Les discussions officielles et officieuses que nous avons pu avoir ont été particulièrement enrichissantes ; merci à vous tous pour votre investissement à l'occasion de cette soutenance.

Merci également à Pierre Millan qui m'a accueilli pour cette thèse au département Modèles pour l'Aérodynamique et l'Energétique (DMAE) de l'ONERA Toulouse, ainsi bien sûr qu'à Daniel Arnal pour sa considération, sa bonne humeur et ses qualités de GO de l'unité ITAC (Instabilités, Transition et ACoustique). Daniel, je te souhaite une excellente retraite et j'espère que tu voudras bien me pardonner l'acronyme « Elvin » qui, il faut le reconnaître, n'en est pas vraiment un. J'aimerais aussi remercier Grégoire Casalis qui s'est demené pour me permettre d'effectuer ma charge d'enseignement dans les règles. Merci à Corinne et Valérie pour leur sollicitude et leur efficacité.

Ces 3 ans ont été l'occasion de rencontrer et d'échanger à de multiples reprises avec des personnes aux qualités scientifiques et humaines remarquables et qui, d'une façon ou d'une autre, ont aidé à nourrir ma réflexion sur ces travaux. Je profite de ces lignes pour remercier en particulier Christophe Peyret, Philippe Delorme, Nathalie Bartoli et Vincent Mouysset de m'avoir aidé à décrypter petit à petit certains caractères hiéroglyphiques obscurs dignes d'une aventure de Nathan Drake. Merci aussi à Marie Escouflaire, Delphine Sebbane, Jean-Philippe Brazier, Lucas Pascal et Javier Rodriguez Sanchez pour les discussions toujours fructueuses, ainsi qu'à Quentin Bouvy, Nicolas Renard et Vincent Popie pour leur contribution avisée au développement et à la validation d'Elvin.

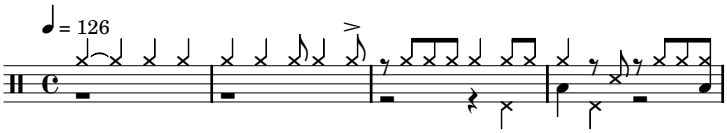
Comment résumer en quelques mots tout ce que je dois à mes encadrants Estelle Piot et Frank Simon ? Je n'aurais pu rêver de meilleurs guides à mes côtés durant cette thèse. Disponibilité, patience, compétence technique – et j'en passe : rien n'a manqué, à aucun moment. Estelle, Frank, un immense merci pour votre implication et pour la confiance que vous m'avez accordée. Ces travaux vous doivent évidemment beaucoup… et moi aussi, puisque j'ai énormément appris tant humainement que scientifiquement en travaillant avec vous. Je ne peux que souhaiter à tout doctorant un encadrement d'une telle qualité.

L'ambiance entre doctorants (et assimilés) a été particulièrement agréable et je tiens à remercier à cet effet tous ceux qui y ont contribué, notamment au repas ou à la pause café : Cécile Dutrion, Sheddia Didorally, Emma Croner, Ludivine Gougeon, Delphine Sebbane, Maxime Forte, Bertrand Gazanion, Jean-Michel Lucas, David Vanpouille, Lucas « Emileuh » Pascal (encore lui), Vincent Popie (encore lui aussi), les « anciens » Cédric Content, Romain Bruce, Robert Houdeville et Fabien Méry... Je n'oublie évidemment pas Olivier « le BLege » Léon, Guillaume Muzo, Olivier Vermeersch, et bien sûr Hélène Parisot-Dupuis pour les cartes Pokémon et les posters de tuning.

Si j'ai pu me changer les idées de temps à autre c'est en partie grâce à toute la « bande des affreux », que je remercie ici chaleureusement. Merci à Daniel et Jean-Pat pour leurs encouragements (mais pas pour les séances de rigodon en frisé !). Une pensée aussi pour les membres de KaouaD : Franck, Lanig, Lors, Mika et Stevan qui m'ont permis de prendre plusieurs grands bols d'air tout au long de la thèse avec leurs « kakoulleries ». *Plijadur 'zo bet, ha plijadur 'vo !*

Je tiens à remercier mes parents (sans qui je ne serais rien) ainsi que toute ma famille pour leur soutien, pendant la thèse mais aussi depuis le début... j'y inclus bien sûr les Alsaciens !

Je termine enfin par un petit mot pour Anne-Laure, vers qui se tournent mes plus tendres pensées. Merci pour ta patience et ton soutien quotidien inconditionnel, et pour tout ce que ces quelques lignes ne peuvent exprimer. Tu m'es aussi indispensable que Kaylee l'est au Firefly 03-K64 Serenity.



Elvin Jones, *Crescent* (1964)

Introduction

La réduction des nuisances sonores est un enjeu permanent pour les acteurs du transport aérien. Les avionneurs voient en particulier les exigences s'accroître en matière de minimisation du bruit autour des aéroports. Par exemple, les recommandations du conseil européen ACARE visent à réduire de moitié le bruit perçu d'ici à 2020 (soit 6 EPNdB à chaque point de certification pour la contribution moteur, la référence étant prise à l'an 2000).

Une partie des émissions sonores est engendrée par les moteurs, l'autre source de bruit étant due à l'interaction aérodynamique avec la structure de l'avion. Afin de diminuer la composante produite par la soufflante des turbomachines, une solution consiste à opérer un contrôle passif en traitant acoustiquement la nacelle par des matériaux absorbants appelés « liners ». Il peut s'agir classiquement d'une structure nid d'abeille en aluminium, surmontée d'une couche dite résistive. Cette dernière est en général constituée d'une plaque mince perforée et/ou d'un treillis métallique appelé *wiremesh*.

L'optimisation de la réduction de bruit garantie par le liner repose notamment sur l'étude de la propagation des ondes sonores dans la nacelle traitée, qui nécessite elle-même une caractérisation précise des propriétés acoustiques des matériaux utilisés. Celles-ci sont décrites par une grandeur homogénéisée représentative de la géométrie du matériau et des phénomènes physiques ayant lieu en son sein : l'impédance acoustique, définie localement comme le rapport de la pression acoustique en paroi sur la vitesse acoustique normale, et supposée indépendante de l'angle d'incidence des ondes pour les matériaux dits « localement réactifs ». Ainsi, l'impédance acoustique du traitement constitue une donnée d'entrée des problèmes de contrôle optimal du bruit rayonné par la soufflante.

Les conditions acoustiques et aérodynamiques délicates auxquelles sont soumis les liners dans la nacelle (niveau sonore proche de 160 dB dans l'entrée d'air, écoulement d'air de Mach moyen $M = 0.6$) entraînent des phénomènes locaux non linéaires autour des orifices de la couche résistive [81]. En particulier, des études expérimentales sur un orifice montrent qu'un écoulement rasant implique une augmentation de la résistance (partie réelle de l'impédance) et une sensible diminution de la réactance (partie imaginaire de l'impédance). Or la présence d'un écoulement rend la caractérisation des matériaux dans les conditions d'utilisation difficile, et il convient de développer des moyens propres à évaluer l'impédance acoustique dans ce contexte particulier.

Parmi les voies envisagées, de nombreux modèles semi-empiriques permettent d'estimer l'impédance du matériau en fonction de ses propriétés géométriques et des caractéristiques des champs aérodynamique et acoustique. Ainsi, Guess [50] a proposé un modèle dérivé des travaux de Melling [86] et d'Ingard [58], dans lequel les effets d'écoulement sont décrits par un terme résistif additionnel fonction de la fréquence, de la porosité du matériau et du Mach moyen, tandis que la réactance est multipliée par un facteur empirique fonction du nombre

de Mach. Il existe ainsi une grande variété de modèles semi-empiriques, chacun étant adapté à des caractéristiques de plaque perforée et d'environnement aéroacoustique précises. Un autre type d'approche réside dans les méthodes dites « directes », où l'impédance est déduite de mesures de pression ou vitesse acoustique et, éventuellement, d'un modèle de propagation associé. Par exemple, la méthode à 2 microphones mise au point par Dean [35] en 1974 reste très utilisée [82]. Elle consiste à mesurer la pression acoustique en surface de la couche résistive et au fond d'une cavité du nid d'abeille pour en déduire la vitesse acoustique à la surface du matériau, donnant ainsi accès à l'impédance. Elle est cependant mise en défaut lorsque les cavités sont remplies par un matériau poreux. L'ONERA [70, 71] utilise des mesures de vitesse acoustique obtenues par Vélocimétrie Laser Doppler (LDV) dans un banc aéro-thermo-acoustique (B2A), combinée à une mesure de la pression acoustique en surface par sonde microphonique. Ces méthodes directes présentent néanmoins l'inconvénient commun d'être invasives, ce qui a mené la communauté à s'intéresser à des méthodes inverses, non intrusives pour le liner. Dans ces techniques, l'impédance acoustique est le paramètre minimisant une fonction objectif représentative de la différence entre un modèle théorique donné et les mesures effectuées. Depuis les années 90, la NASA a apporté une contribution considérable dans ce domaine avec une procédure d'identification d'impédance (*impedance eduction* en anglais) robuste, basée sur une résolution par éléments finis de l'équation d'Helmholtz convectée et des mesures de pression en paroi rigide opposée au liner [146, 148, 149, 156]. Eversman et Gallman [44] ont montré qu'il peut être bénéfique dans ce type d'approche de considérer, outre l'impédance du liner, d'autres paramètres de recherche tels que l'impédance de terminaison du conduit et le nombre de Mach débitant. Leroux [73], Elnady et al. [39, 40] et Taktak *et al.* [134] ont pour leur part développé des approches indirectes où le champ acoustique dans un conduit à 3 zones (non traitée - traitée - non traitée) est projeté sur la base des modes propres de conduit rigide, les différentes zones étant raccordées par une méthode de *mode-matching*. Le processus de minimisation repose alors sur des mesures de pression acoustique en amont et en aval du matériau, la fonction objectif étant exprimée directement en terme de pression [39, 40], par les coefficients de la matrice de diffusion [8, 73] ou la puissance acoustique dissipée [134]. Les modes d'ordre supérieur, en particulier ceux diffractés par la rupture d'impédance, peuvent alors être pris en compte. En revanche, ces méthodes font l'hypothèse d'un écoulement uniforme, non représentatif de la couche limite aérodynamique.

En résumé, les méthodes inverses pour la détermination de l'impédance ont été développées pour palier les inconvénients des approches directes, notamment leur caractère intrusif. Toutefois, ces démarches peuvent elles-mêmes souffrir du manque de données mesurées à proximité du matériau, dans la zone même où l'influence des propriétés d'absorption est maximale [63, 148, 154].

Dans ce contexte, la présente étude consiste à développer une méthode inverse d'identification de l'impédance, basée sur des mesures de vitesse acoustique obtenues par LDV au-dessus du matériau.

Dans un premier temps, l'état de l'art sur l'impédance acoustique de liners est exposé de manière détaillée. Le chapitre I commence ainsi par présenter le contexte d'utilisation des traitements acoustiques passifs, avant de s'attacher à définir de façon formelle l'impédance acoustique de tels matériaux. Les notions fondamentales de résonance et d'anti-résonance

sont abordées, de même que le comportement non linéaire de certains traitements vis-à-vis de niveaux d'excitation élevés ou d'écoulement rasant de vitesse importante. Les méthodes permettant d'accéder à l'impédance acoustique sont ensuite examinées : une rapide revue des modèles semi-empiriques est proposée, ainsi qu'une description des principales méthodes directes et inverses de détermination de l'impédance. Le contexte étant posé, le chapitre II décrit les éléments constitutifs de la méthode inverse développée au cours de cette thèse. Les équations d'Euler linéarisées et leur discrétisation spatiale par un schéma Galerkin discontinu sont explicitées, ainsi que le calcul analytique *via* le système adjoint du gradient de la fonction objectif à minimiser. Le choix des équations d'Euler linéarisées permet la prise en compte d'un profil d'écoulement cisaillé. D'autre part le schéma Galerkin discontinu présente des propriétés intéressantes à la fois dans sa représentation robuste des conditions aux limites, imposées sous forme de flux, et pour le calcul des dérivées directionnelles de la fonction objectif. La technique de mesure LDV (Vélocimétrie Laser Doppler) et le banc B2A de l'ONERA sont présentés. Le chapitre se poursuit par une description de l'algorithme d'optimisation utilisé et des critères d'arrêt associés, et donne pour finir une vue d'ensemble de la boucle inverse.

L'exposé des travaux de thèse s'organise ensuite en deux parties : la première concerne la validation théorique et expérimentale du solveur Galerkin discontinu direct et inverse, tandis que la seconde porte sur son exploitation pour l'étude de la propagation acoustique en conduit traité. Tous les calculs sont menés en monocœur sur une machine munie de processeurs *Xeon Woodcrest 5160* cadencés à 3 GHz, avec une mémoire vive disponible de 4 Go. Devant les faibles temps de calcul rencontrés, le caractère hautement parallélisable des schémas GD n'a pas été exploité au cours de ces travaux.

Dans la première partie, le chapitre III s'attarde sur la vérification et la validation du modèle adopté. En particulier, l'implémentation des conditions aux limites (en particulier celle d'impédance) étant essentielle, elle est vérifiée en l'absence d'écoulement sur des cas-tests académiques simples, pour lesquels une expression analytique de la vitesse et de la pression acoustique est connue. Puis, la condition d'impédance est validée en incidence rasante par comparaison avec un code d'analyse modale développé à l'ONERA. Le chapitre IV est entièrement dédié à des configurations de conduit traité issues de la littérature. Les cas choisis (bancs FIT, GIT et GFIT du NASA Langley Research Center) fournissent l'impédance du matériau déduite par la méthode inverse mise en place à la NASA, ainsi que des mesures de pression en paroi rigide opposée au liner. Cela permet dans un premier temps une étude directe du problème (simulation de la propagation acoustique dans le conduit à partir des impédances fournies, puis comparaison avec les mesures de pression acoustique pariétale), et dans un second temps la considération du problème inverse (identification de l'impédance de liner à partir des mesures de pression acoustique fournies, puis comparaison avec les impédances de référence). La fonction objectif minimisée est donc exprimée en terme de pression acoustique. A l'exception d'un cas avec écoulement, où le profil est calculé analytiquement, les cas abordés ici sont sans écoulement. Ces études de cas ont donné lieu à une publication dans le *Journal of Sound and Vibration* [106], et à des présentations dans des conférences sans actes [101, 105] et avec actes publiés [102, 108].

La seconde partie du mémoire s'oriente autour de deux axes principaux, à savoir l'application de la méthode inverse à des mesures de vitesse acoustique et la prise en compte de l'écoulement rasant de profil cisaillé. Dans le chapitre V, nous cherchons à savoir si la mé-

thode inverse, jusqu'ici utilisée à partir de mesures de pression acoustique, est exploitable avec une fonction objectif exprimée en terme de vitesse acoustique. La procédure est en premier lieu appliquée à une configuration de type tube à impédance, en incidence acoustique normale. L'impédance de liner identifiée est comparée à celle calculée avec le modèle de Maa [80]. Ensuite, une étude préliminaire est effectuée pour caractériser le banc B2A vis-à-vis de la procédure inverse ; cet examen préalable est réalisée à partir de mesures de pression acoustique pariétale, étant donné que la procédure inverse a été validée sur ce type de mesures. Suite à cela un matériau microperforé, soumis à une incidence acoustique rasante en l'absence d'écoulement, est étudié du point de vue direct en employant comme condition aux limites l'impédance mesurée par une technique dite « LDV + microphone » ou calculée avec le modèle de Melling [86]. On contrôle ainsi la capacité du solveur à reproduire des mesures de vitesse acoustique acquises par LDV dans le banc B2A. Une identification d'impédance est finalement mise en œuvre sur la même configuration. La vraisemblance des paramètres identifiés est inspectée en traçant la vitesse acoustique reconstruite à partir de ces paramètres et en la comparant avec les mesures LDV. Le chapitre VI concerne le second axe d'étude, c'est-à-dire la prise en compte d'un écoulement rasant de profil cisaillé. Le cas du banc GIT de la NASA [66] est analysé du point de vue direct puis inverse avec écoulement rasant de Mach débitant 0.335, pour une fonction objectif basée sur la pression acoustique pariétale. Pour finir, l'impédance du matériau microperforé soumis à un écoulement rasant de Mach débitant 0.2 est identifiée dans le banc B2A grâce aux mesures LDV, et les résultats sont confrontés au cas sans écoulement. Cette seconde partie se termine par le chapitre VII consacré à la mise en évidence de quelques propriétés de la méthode inverse, en particulier sa sensibilité au bruit de mesure et à la taille de la région d'observation. Devant la diversité des configurations étudiées, un schéma récapitulatif est proposé figure 1. Le lecteur pourra s'y référer régulièrement tout au long du mémoire.

Une conclusion résume les principaux résultats obtenus au cours de ces travaux de thèse et suggère des pistes d'étude pour enrichir la méthode inverse et la compréhension qu'elle apporte des phénomènes mis en jeu.

Les annexes, regroupées sous la forme d'une troisième partie, présentent le détail des calculs concernant la détermination du système adjoint, ainsi que des résultats de simulations complémentaires à ceux exposés dans le corps du mémoire.

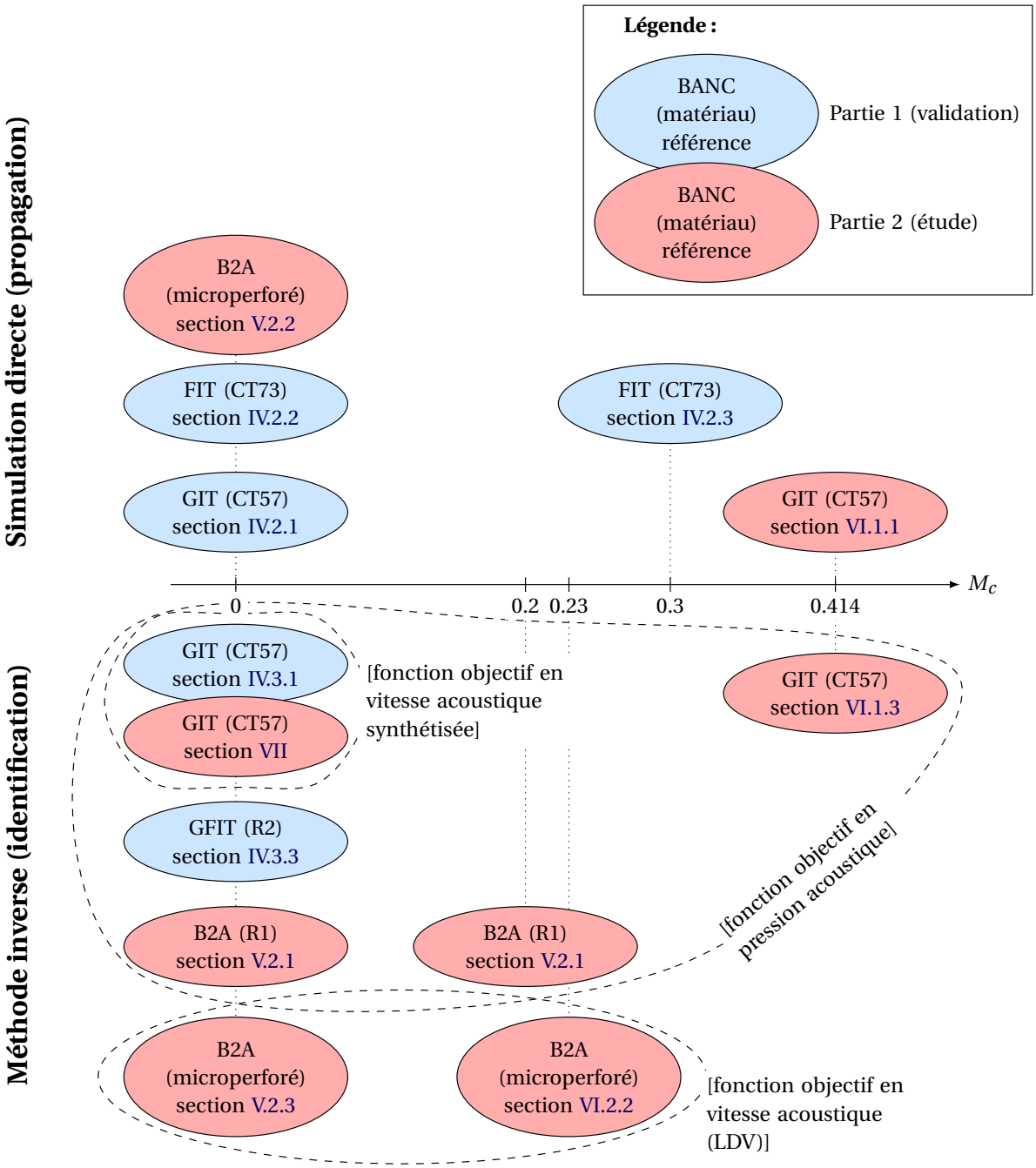


FIGURE 1 – Cas étudiés en fonction du nombre de Mach en centre de veine

Chapitre I

Etat de l'art

Sommaire

I.1 Usage et description des traitements acoustiques 8
I.1.1 Réduction passive du bruit généré par les turbomachines 8
I.1.2 Description et propriétés de traitements passifs 9
I.2 Impédance acoustique d'un matériau 11
I.2.1 Définition 11
I.2.2 Impédance et coefficient de réflexion 12
I.2.3 Fréquence de résonance et d'anti-résonance d'un matériau 14
I.2.4 Dissipation et effets non linéaires 17
I.2.5 Conditions aux limites d'impédance en présence d'écoulement 18
I.3 Principales méthodes de détermination de l'impédance acoustique 21
I.3.1 Quelques modèles semi-empiriques 21
I.3.2 Approches directes pour la mesure d'impédance acoustique 24
I.3.3 Approches inverses pour l'identification d'impédance acoustique 28
I.4 Conclusions 37

LES traitements acoustiques, couramment appelés *liners*, constituent la principale solution de diminution des émissions sonores dues aux turbomachines. La mise au point d'une méthode de caractérisation acoustique des liners applicable dans un contexte industriel passe tout d'abord par la connaissance des conditions acoustiques et aérodynamiques auxquelles sont soumis les traitements dans leur environnement réel.

Ce chapitre commence donc par situer et exposer l'utilisation de matériaux absorbants dans le processus global de réduction de bruit des turbomachines. Pour décrire les propriétés d'atténuation des liners, la notion d'impédance acoustique est ensuite définie. Sa sensibilité à l'environnement aéroacoustique dans la nacelle, notamment à la présence d'un écoulement rasant, est analysée. Une revue des principales méthodes de détermination de l'impédance permet enfin de conclure sur la pertinence de la mise en place d'une méthode inverse basée sur des mesures bidimensionnelles de vitesse acoustique, qui constitue le cœur de cette étude.

I.1 Usage et description des traitements acoustiques

I.1.1 Réduction passive du bruit généré par les turbomachines

Parmi les systèmes traités par des liners dans le domaine aéronautique, les turboréacteurs et le bruit qu'ils engendrent sont probablement les plus étudiés. Les sources de bruit y sont multiples : soufflante, turbine, chambre de combustion et compresseur, auxquels s'ajoute le bruit de jet accompagnant l'échappement de flux de gaz. Ces sources de bruit sont représentées sur la figure I.1. En particulier, le bruit de soufflante (*fan noise*) tient une place importante dans le bruit global de l'avion, tant au décollage qu'en phase d'approche [6]. Il représente ainsi près de 50% des nuisances sonores [76, 120]. Le spectre du bruit de soufflante possède une composante large bande (50 Hz à 10 kHz), ainsi qu'une composante tonale constituée de la fréquence fondamentale de passage des aubes et de ses harmoniques. Ce bruit est rayonné vers l'avant de la nacelle par le conduit d'admission, mais aussi vers l'arrière *via* le flux secondaire dans le cas des turboréacteurs double flux [16].

L'efficacité d'un liner pour turboréacteurs est évaluée par son impact sur l'EPNL (*Effective Perceived Noise Level*), mesuré en 3 points de certification selon les normes recommandées par l'ICAO (Organisation de l'Aviation Civile Internationale). L'optimisation de la réduction de bruit apportée s'appuie sur la minimisation d'une fonction coût impliquant, par exemple, la puissance rayonnée en champ lointain en présence et en l'absence de traitement [6]. Les traitements utilisés permettent une atténuation globale de 4 à 5 dB au décollage et de 2 dB en phase d'approche [76].

Dans la nacelle d'un turboréacteur, les traitements acoustiques sont soumis à de forts niveaux de pression (jusqu'à 160 dB) et à un écoulement rasant important (jusqu'à Mach 0.6) [81].

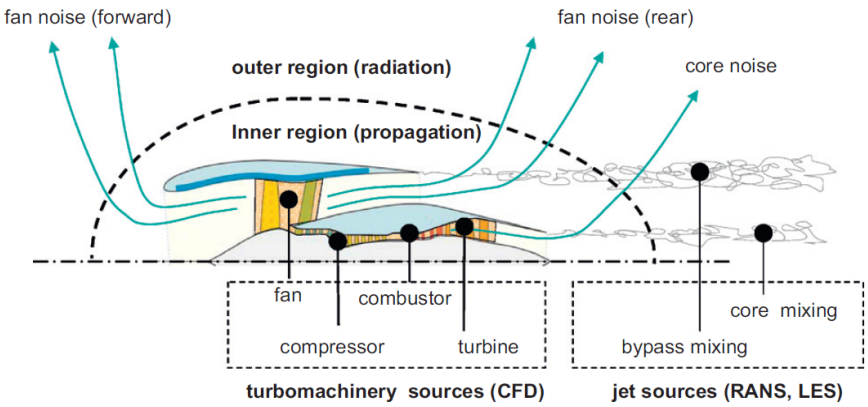


FIGURE I.1 – Sources de bruit dans un turboréacteur (d'après Astley *et al.* [6])

Le Groupe Auxiliaire de Puissance (GAP, ou APU pour *Auxiliary Power Unit*) constitue un autre exemple de turbomachine dont les conduits sont traités par des matériaux absorbants. Destiné à fournir l'énergie nécessaire à l'avion au sol, ce turbomoteur représente la principale contribution au « ramp noise »(bruit occasionné en phase de service par l'appareil au sol) [68, 135]. Le bruit généré par un tel système possède une contribution large bande plus importante que celui des turboréacteurs [98]. Le bruit d'admission est principalement dû au compresseur, alors que le bruit d'échappement est causé par la combustion et la tur-

bine [68]. Bien que d'autres sources participent aux « ramp noise » (ACS [*Air Conditioning System*] et SCS [*Supplemental Cooling System*] par exemple), les liners qui y sont placés ne sont soumis qu'à des écoulements de faible vitesse et leurs propriétés sont indépendantes de ce dernier [69].

I.1.2 Description et propriétés de traitements passifs

Les caractéristiques spectrales du bruit à traiter, associées à des contraintes structurelles (faible encombrement, inférieur à 50 mm) et à des conditions physiques et environnementales délicates (température entre -70°C et 180°C et pression statique jusqu'à 600 mbar dans l'éjection secondaire, hygrométrie, ...), définissent le choix du traitement utilisé. Divers types de liners peuvent ainsi être employés selon l'application visée ; ils reposent sur des mécanismes d'absorption différents et manifestent donc des propriétés acoustiques variées.

Les matériaux les plus couramment usités sont habituellement classés en deux catégories :

- les matériaux composites à structure sandwich, avec âme cavitaire cloisonnée (structure tubulaire, nid d'abeille [voir figure I.2]) ;
- les matériaux poreux.

Ces deux types de liner se distinguent par la nature de leur réaction lorsqu'ils sont soumis à une onde acoustique. Dans un matériau sandwich à âme cloisonnée, le diamètre des cavités est en règle générale bien inférieur à la demi-longueur d'onde. Si l'on néglige l'influence des trous de drainage destinés à éviter l'accumulation d'eau dans les cellules, la propagation acoustique est ainsi guidée et restreinte à une direction. Les propriétés absorbantes sont donc indépendantes de l'angle d'incidence de l'onde acoustique : ces matériaux sont dits « à réaction localisée ». Ils sont utilisés pour la réduction du bruit des turboréacteurs et dans le conduit d'admission des APU. Par opposition, les matériaux poreux ne sont pas localement réactifs et la propagation acoustique au sein du liner doit être modélisée par une loi de type formulation de Biot [12] ou par un modèle fluide équivalent [98]. Malgré leur spectre d'absorption large bande, ceux-ci voient leur application restreinte par les conditions extrêmes précédemment évoquées. L'apparition de nouveaux matériaux structurants et hydrophobes [95, 98] pourrait toutefois contribuer à répandre leur utilisation.

Bien que la méthode développée puisse être applicable à des matériaux poreux, par exemple en identifiant les paramètres du modèle de Biot, notre étude porte sur les matériaux à réaction localisée. Pour ces matériaux à structure sandwich, la peau exposée au champ aéroacoustique est le plus souvent un matériau mince perforé en aluminium, acier ou composite (fibre de carbone, époxy [120]), appelé « couche résistive ». Cette plaque perforée est caractérisée par son épaisseur ainsi que par sa porosité, rapport de la surface totale des perforations s_t sur la surface S_p de la plaque :

$$\sigma = \frac{s_t}{S_p} \tag{I.1}$$

Un tissu métallique (*wiremesh*) peut y être collé afin d'obtenir un comportement indépendant de l'écoulement rasant (voir section I.2.4). La seconde peau constitue un simple fond rigide (voir figure I.2). Les cavités sont quant à elles décrites par leur section s et leur hauteur h.

L'ensemble peut être assimilé à un réseau de résonateurs de Helmholtz ou de résonateurs quart-d'onde (selon la plage de fréquence considérée et la porosité, [81]), et est appelé matériau SDOF (*Single Degree Of Freedom*). L'empilement de deux SDOF, qualifié de DDOF (*Double Degree Of Freedom*), présente une plage de fréquence d'absorption plus large mais requiert une mise au point et une fabrication délicates.

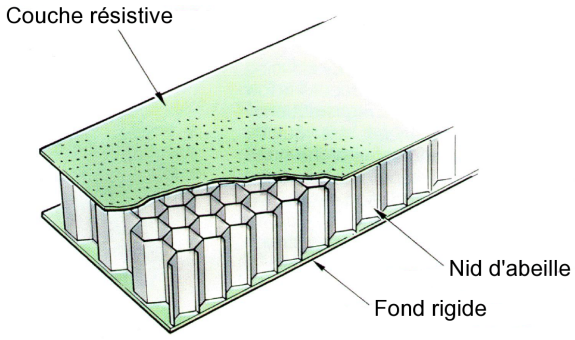


FIGURE I.2 – Liner à un degré de liberté (SDOF)

La figure I.3 donne un exemple des différents liners utilisés dans la nacelle d'un turboréacteur.

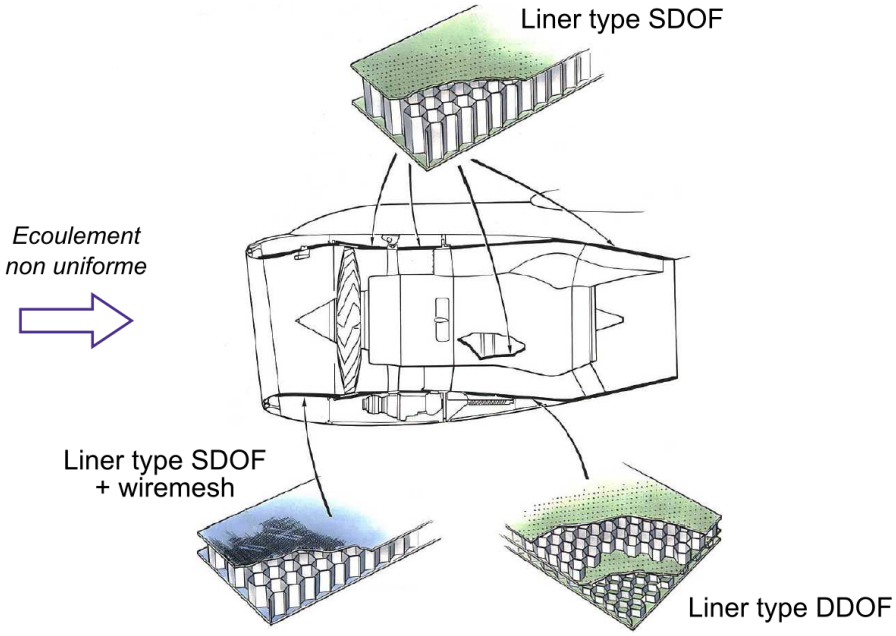


FIGURE I.3 – Différents types de liners dans un turboréacteur (d'après Roche [120] et Smith [130])

I.2 Impédance acoustique d'un matériau

I.2.1 Définition

La complexité des phénomènes aéroacoustiques advenant à la surface d'un liner rend nécessaire la définition d'une quantité macroscopique à même de décrire les effets d'absorption. La présence d'un matériau absorbant peut alors être prise en compte en tant que condition aux limites dans les équations de propagation aéroacoustique guidée.

On introduit pour cela la notion d'impédance acoustique pour les matériaux à réaction localisée. En l'absence d'écoulement, pour une pression acoustique donnée à la surface du matériau, l'absorption de l'énergie acoustique est liée aux forces de friction au niveau du col, c'est-à-dire d'un orifice de la couche résistive (voir section I.2.4). Ces forces de frottement étant proportionnelles à la vitesse acoustique, on définit l'*impédance acoustique* $Z(\boldsymbol{x},\omega)$ par :

$$Z(\boldsymbol{x},\omega) = \frac{p}{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n}} = \frac{p}{v_n} \tag{I.2}$$

(Impédance acoustique)

ω désigne la pulsation et $\boldsymbol{x}$ le vecteur de coordonnées au point considéré. p représente la pression acoustique. $\boldsymbol{v}$ désignant la vitesse acoustique et $\boldsymbol{n}$ la normale pointant du fluide vers le matériau, $\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n} = v_n$ est la vitesse acoustique normale au matériau. L'inverse $Y(\boldsymbol{x},\omega) = 1/Z(\boldsymbol{x},\omega)$ de l'impédance acoustique est appelée *admittance acoustique*. Notons que l'impédance acoustique est une quantité :

1. locale (dépendance en $\boldsymbol{x}$). En pratique, on considère une impédance acoustique homogénéisée, représentative de l'ensemble du matériau. L'impédance Z_o d'un orifice isolé et l'impédance Z_{plaque} de la plaque perforée sont reliées par la porosité σ, tel que $Z_{\text{plaque}} = Z_o/\sigma$ (dans la mesure où les interactions entre perforations peuvent être négligées).
2. fréquentielle (dépendance en ω). De nombreux travaux portent sur la mise au point d'une représentation temporelle de l'impédance acoustique et leur intégration dans des codes numériques, afin de répondre à une excitation large bande [28, 36, 42, 116, 118, 165]. Ce type de modèle est abordé à la section I.3.3.

Nous verrons par la suite que l'impédance acoustique peut en outre, selon le matériau en jeu, être fonction de l'amplitude de l'onde acoustique incidente et des caractéristiques de l'écoulement rasant (voir section I.2.4).

Soient c_0 la vitesse du son dans le fluide et ρ_0 la masse volumique du fluide au repos. Il est utile de définir l'*impédance acoustique spécifique*, grandeur adimensionnée égale au rapport de l'impédance acoustique par l'impédance caractéristique $\rho_0 c_0$ du fluide :

$$z(\boldsymbol{x},\omega) = \frac{Z(\boldsymbol{x},\omega)}{\rho_0 c_0} = \frac{p}{\rho_0 c_0 v_n} \tag{I.3}$$

(Impédance acoustique spécifique)

Cette grandeur étant complexe, on notera :

$$z(\boldsymbol{x},\omega) = r(\boldsymbol{x},\omega) + \mathrm{j}\chi(\boldsymbol{x},\omega) \tag{I.4}$$

avec $j^2 = -1$. La partie réelle r est la *résistance acoustique spécifique* et la partie imaginaire χ est la *réactance acoustique spécifique*. La résistance est essentiellement induite par la plaque perforée – ce qui vaut à celle-ci sa dénomination de « couche résistive » – et contrôle la majeure partie de l'absorption. La réactance influe quant à elle sur la fréquence d'absorption maximale (voir section I.2.3).

On montre facilement par des considérations énergétiques que pour un matériau passif, i.e. qui absorbe de l'énergie, la résistance r est nécessairement positive.

Dans la suite de ce mémoire, la dépendance en $(\boldsymbol{x}, \omega)$ des quantités définies ci-dessus sera omise afin d'alléger les notations. De même, par abus de langage, le terme « impédance » seul pourra servir à désigner l'impédance acoustique spécifique.

I.2.2 Impédance et coefficient de réflexion

En soi, une valeur donnée pour l'impédance d'un matériau est délicate à interpréter. Au mieux peut-on distinguer trois valeurs particulières :

- pour $z \to \infty$, la vitesse acoustique normale au matériau est nulle. Ce cas correspond à une paroi rigide pour laquelle il n'y a pas d'absorption de l'énergie acoustique. Afin d'éviter la singularité liée à une limite infinie, une condition d'admittance nulle est souvent employée ;
- pour $z = 0$, la pression acoustique à la surface du matériau est nulle. On parle de condition d'obstacle « mou » ;
- comme nous allons le voir dans cette section, la valeur $z = 1$ (c'est-à-dire $Z = \rho_0 c_0$) revêt aussi une signification particulière dans le cas d'une incidence normale au matériau puisqu'elle décrit une surface transparente.

Afin de mieux appréhender la notion d'impédance acoustique, il peut être profitable de connaître sa relation à une grandeur plus intuitive telle que le coefficient de réflexion.

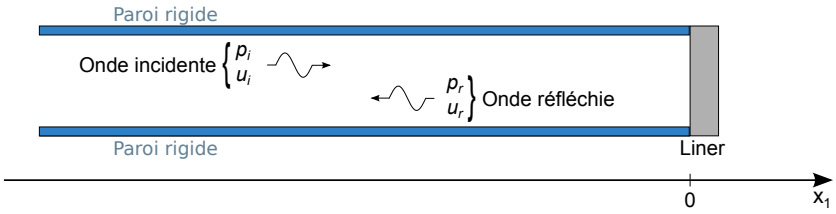


FIGURE I.4 – Ondes incidente et réfléchie dans une configuration d'incidence normale

Considérons une onde plane unidimensionnelle, progressive dans le sens des x_1 croissants, impactant avec une incidence normale un matériau placé en $x_1 = 0$ (voir figure I.4). La réflexion donne naissance à une onde progressive retour se superposant à l'onde incidente. Soit p_i (resp. p_r) la pression acoustique associée à l'onde incidente (resp. réfléchie) ; son amplitude complexe est notée A_i (resp. A_r). Si t est le temps et $k = \omega/c_0$ le nombre d'onde, alors

$$\begin{cases} p_i(x_1, t) = A_i e^{j(\omega t - k x_1)} \\ p_r(x_1, t) = A_r e^{j(\omega t + k x_1)} \end{cases} \tag{I.5}$$

et la pression acoustique totale est :

$$p(x_1,t) = p_i(x_1,t) + p_r(x_1,t) \tag{I.6}$$

L'équation d'Euler linéarisée permet de relier la vitesse et la pression acoustique :

$$\mathrm{j}\omega\rho_0 u(x_1,t) + \frac{\partial p(x_1,t)}{\partial x_1} = 0 \tag{I.7}$$

ce qui permet d'écrire

$$u(x_1,t) = \frac{1}{\rho_0 c_0}\left(p_i(x_1,t) - p_r(x_1,t)\right) \tag{I.8}$$

Or $u(x_1,t) = u_i(x_1,t) + u_r(x_1,t)$ avec $u_i\boldsymbol{x}_1$ et $u_r\boldsymbol{x}_1$ les vitesses acoustiques incidente et réfléchie, respectivement. Il s'ensuit, par identification :

$$\begin{cases} u_i(x_1,t) = \frac{1}{\rho_0 c_0} p_i(x_1,t) \\ u_r(x_1,t) = \frac{1}{-\rho_0 c_0} p_r(x_1,t) \end{cases} \tag{I.9}$$

En fait, ces deux relations ne sont autres que la définition de l'impédance caractéristique $\rho_0 c_0$ du fluide.

D'autre part, le coefficient de réflexion en incidence normale β du matériau est défini par :

$$\beta = \frac{p_r(0,\omega)}{p_i(0,\omega)} = \frac{A_r}{A_i}, \qquad (\beta \in \mathbb{C}) \tag{I.10}$$

Comme l'impédance acoustique spécifique du matériau est $z = \frac{p(0,\omega)}{\rho_0 c_0 u(0,\omega)}$, on déduit des équations (I.6), (I.8) et (I.10) la relation entre l'impédance acoustique spécifique et le coefficient de réflexion :

$$z = \frac{1+\beta}{1-\beta} \tag{I.11}$$

ou inversement

$$\beta = \frac{z-1}{z+1} \tag{I.12}$$

Pour $\beta = 1$ et $\beta = -1$, on retrouve respectivement les conditions de paroi totalement réfléchissante et d'obstacle mou précédemment évoquées. Pour $\beta = 0$ (i.e. $z = 1$), il n'y a aucune réflexion et toute l'énergie acoustique est absorbée par le matériau : il y a adaptation d'impédance (voir par exemple [79]) et l'impédance est optimale.

Remarque

Il est important de noter que cette valeur précise d'impédance optimale n'est valable qu'en incidence normale, et en l'absence d'écoulement. Comme expliqué dans l'introduction générale et dans la section I.1, la valeur optimale d'impédance dépend fortement de l'environnement réel du liner, en particulier de sa longueur, des dimensions de la nacelle et des caractéristiques de l'écoulement. En l'absence d'écoulement, Cremer [33] a proposé une expression analytique

pour l'impédance optimale d'un traitement appliqué sur une face d'un conduit bidimensionnel à section rectangulaire, infiniment long et de hauteur H :

$$z_{\text{opt(Cremer)}} = (0.91 - 0.76\text{j})\frac{kH}{\pi} \tag{I.13}$$

Cette expression a été généralisée par Tester [138] au cas d'un écoulement uniforme de nombre de Mach M_0 par l'ajout d'un coefficient correcteur :

$$z_{\text{opt(Tester)}} = \frac{z_{\text{opt(Cremer)}}}{(1+M_0)^2} \tag{I.14}$$

Les impédances optimales en conduit non infini partiellement traité diffèrent de ces approximations du fait des réflexions ayant lieu aux discontinuités d'impédance.

I.2.3 Fréquence de résonance et d'anti-résonance d'un matériau

Nous avons vu dans la section I.1.2 que l'ensemble « plaque perforée + cavités » pouvait être assimilé à un réseau de résonateurs (quart-d'onde ou de Helmholtz). Nous allons dans cette section développer cette idée dans l'approche quart-d'onde en l'absence d'écoulement, afin de préciser les notions de fréquence de résonance et d'anti-résonance d'un matériau. La restriction à un comportement quart-d'onde se verra justifiée *a posteriori*, tout comme dans [81], par les caractéristiques des matériaux étudiés. Ainsi, le liner microperforé rencontré au chapitre V présente une hauteur de 20 mm, soit $kh \in [0.37 - 1.10]$ pour la plage de fréquence [1000 - 3000] Hz considérée. L'hypothèse $kh \ll 1$ relative à une résonance de Helmholtz n'est pas valide pour les matériaux et les fréquences testés.

Considérons une cellule élémentaire d'un liner de type SDOF, constituée d'une cavité surmontée de la couche mince. On considère que pour une plaque perforée suffisamment mince (i.e. $e \ll \lambda$ avec λ est la longueur d'onde), la vitesse acoustique normale au matériau reste continue à travers la perforation. Cela permet d'écrire [81] :

$$z = z_p + z_c \tag{I.15}$$

avec

z l'impédance du matériau absorbant ;

z_p l'impédance de la plaque perforée ;

z_c l'impédance de cavité.

Dans l'hypothèse où les comportements de la plaque perforée et de la cavité sont découplés, les effets résistifs sont majoritairement imputables à la couche mince (soit $r \simeq z_p$) tandis que les effets réactifs sont dus à la présence de la cavité ($\text{j}\chi \simeq z_c$). Comme nous allons le voir dans cette section, l'impédance d'une cavité isolée peut-être calculée analytiquement et fournit de précieuses indications sur le comportement global du matériau.

Soit en effet une cavité isolée à fond rigide, de hauteur h (voir figure I.5). Soient s la section de la cavité. Pour une cavité représentative d'un matériau à réaction localisée, $\sqrt{s} \ll \lambda/2$; les ondes acoustiques ne se propagent alors que dans la direction x_2 (voir figure I.5). Avec les

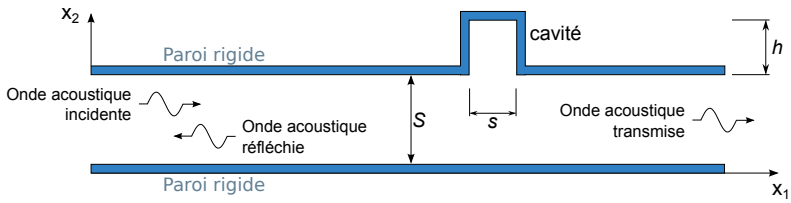


FIGURE I.5 – Cavité fermée branchée sur un conduit

mêmes notations que dans la section I.2.2, la condition totalement réfléchissante $\beta = 1$ au fond de la cavité ($x_2 = 0$) permet d'écrire, compte tenu de l'équation (I.10) :

$$A_r = A_i \tag{I.16}$$

La pression et la vitesse acoustiques dans la cavité s'expriment donc de la façon suivante :

$$\begin{cases} p_c(x_2, t) = 2A_i \cos(kx_2) e^{\mathrm{j}\omega t} \\ v_c(x_2, t) = \mathrm{j}\frac{1}{\rho_0 c_0} 2A_i \sin(kx_2) e^{\mathrm{j}\omega t} \end{cases} \tag{I.17}$$

On en déduit l'impédance acoustique spécifique de la cavité :

$$z_c = \frac{p_c(h, \omega)}{\rho_0 c_0 v_c(h, \omega)} = -\mathrm{j}\cot(kh) \tag{I.18}$$

L'impédance acoustique de la cavité est purement imaginaire ; la cavité n'absorbe donc pas d'énergie. En effet la puissance acoustique à travers la surface s s'écrit :

$$P = \frac{1}{2}\iint_s \mathrm{Re}(p_c \overline{v_n})\,\mathrm{d}s = \frac{1}{2}\iint_s \mathrm{Re}(z_c)|v_n|^2\,\mathrm{d}s = 0 \tag{I.19}$$

où la notation $\bar{\cdot}$ désigne l'opération de conjugaison complexe. Le mécanisme de diminution de l'énergie acoustique transmise au-delà de la cavité repose sur la superposition de l'onde réfléchie et de l'onde incidente, et non sur l'absorption par effets visco-thermiques.

Afin de préciser la notion de résonance d'un matériau, nous reprenons ici le raisonnement effectué par Malmary [81]. On peut montrer que dans l'hypothèse d'ondes planes de basses fréquences, la perte par transmission (ou *Transmission Loss*, TL) due à la présence de la cavité s'écrit :

$$\mathrm{TL} = 10\log\left(\left|\frac{W_i}{W_t}\right|\right) = 10\log\left(\left|\frac{\frac{s}{2S} + z_c}{z_c}\right|^2\right) \tag{I.20}$$

où W_i et W_t sont respectivement les puissances incidentes et transmises et S la section du conduit. Cette perte par transmission est tracée en fonction du produit kh sur la figure I.6 pour une hauteur $h = 0.05$ m et un domaine fréquentiel [10 - 3440] Hz. La plage fréquentielle intéressante en termes de réduction de bruit, c'est-à-dire présentant un TL élevé, est très restreinte. L'ajout d'une résistance spécifique réduite (ici arbitrairement égale à 0.5) à l'impédance de cavité z_c diminue l'efficacité de l'atténuation acoustique – ce qui s'oppose à l'effet désiré – mais permet aussi d'accroître la bande de fréquence d'action du traitement, sans modifier la position du minimum de transmission. Ceci illustre ce qui a été avancé à

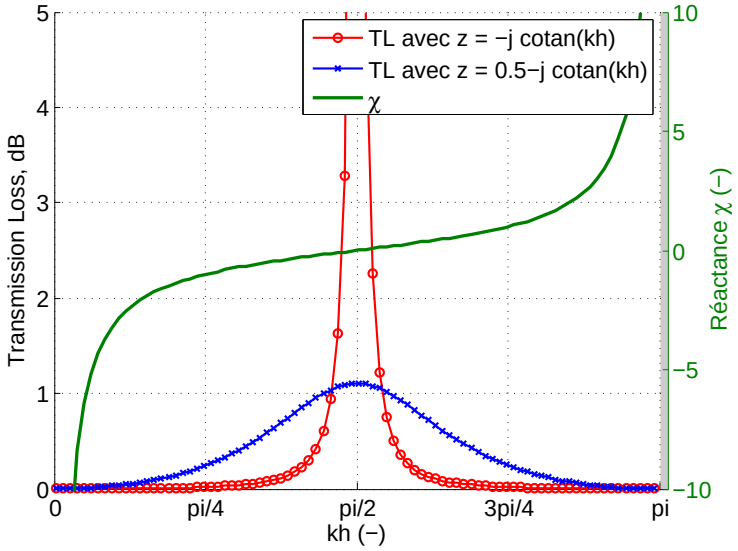


FIGURE I.6 – Perte par transmission et réactance pour une cavité de hauteur $h = 0.05$ m, et $r = 0$ ou $r = 0.5$

la section I.2.1 : la résistance influe sur l'absorption, tandis que la réactance joue sur la fréquence d'absorption maximale.

D'autre part, le premier maximum du TL est atteint pour $kh = \frac{\pi}{2}$, soit $h = \frac{\lambda}{4}$. Dans ce cas, la réactance $z_c = -\mathrm{j}\cot(kh)$ est nulle. La fréquence $f = \frac{c_0}{4h}$ associée correspond au premier mode quart-d'onde de la cavité. Pour $kh = 0$ ou $kh = \pi$ en revanche, la perte par transmission tend vers 0 et le matériau n'a pas d'effet.

Ces observations mènent à définir les notions suivantes.

La résonance d'un matériau est obtenue lorsque sa réactance s'annule ($\chi = 0$). La résonance se produit aux fréquences coïncidant avec les modes quart-d'onde impairs de la cavité, soit $f = \frac{(2n+1)c_0}{4h}$ ($n \in \mathbb{N}$). L'effet du liner sur la réduction de bruit est alors maximal.

L'anti-résonance d'un matériau advient par opposition pour une réactance χ tendant vers $\pm\infty$. Pour les matériaux étudiés, l'anti-résonance se produit aux fréquences coïncidant avec les modes quart-d'onde pairs de la cavité, soit $f = \frac{(2n)c_0}{4h}$ ($n \in \mathbb{N}$). Le liner tend alors à se comporter comme une paroi rigide, son impédance étant infinie (admittance nulle). L'effet sur le champ acoustique est donc moindre.

Dans une configuration d'incidence acoustique normale au matériau, l'hypothèse de basses fréquences n'est pas nécessaire pour écrire la continuité du débit nécessaire pour établir l'équation (I.20) et on a un TL maximal pour $\chi = 0$ quelle que soit la fréquence considérée.

Enfin, il faut garder à l'esprit que les relations précédentes sont établies sur un modèle simplifié dans lequel la plaque perforée et la cavité ont des effets décorrélés, la couche mince étant alors considérée comme purement résistive. Il existe en réalité des interactions plaque/cavité non négligeables susceptibles de déplacer les fréquences de résonance et d'anti-résonance, mais la terminologie définie ici reste malgré tout appliquée aux liners réels.

I.2.4 Dissipation et effets non linéaires

Certains liners peuvent être sujets à des effets non linéaires pour de fortes intensités d'excitation acoustique ou lorsqu'ils sont soumis à un écoulement rasant. Il est généralement constaté et admis que c'est essentiellement la résistance qui est alors affectée. On peut avancer deux explications à ce phénomène. En premier lieu les cavités responsables des effets réactifs sont séparées du champ d'excitation et de l'écoulement aérodynamique par la plaque perforée. D'autre part, les variations Δr et $\Delta\chi$ pouvant être induites par effets non linéaires sur la résistance et la réactance sont du même ordre, tandis que χ peut prendre des valeurs bien plus élevées (en valeur absolue) que r. La variation relative est donc moins importante pour la réactance.

Non-linéarités liées à une excitation acoustique de forte intensité

A faible intensité de source acoustique, c'est-à-dire dans le domaine de l'acoustique linéaire, l'énergie acoustique est dissipée par pertes visco-thermiques dans les couches limites autour des orifices, ainsi que par la diffraction de l'onde sonore à travers l'orifice *via* une résistance de rayonnement. Bien qu'elle ne soit pas pas prépondérante, cette dernière peut-être prise en compte dans les modèles semi-empiriques décrivant le comportement des résonateurs à travers une correction de col dépendant de la géométrie de l'ouverture [50, 58, 86].

Pour de forts niveaux d'excitation, ces effets restent présents mais la dissipation est dominée par le phénomène de *vortex shedding* : l'énergie acoustique est convertie en énergie cinétique rotationnelle avec la formation de structures tourbillonnaires [137]. Un jet apparaît au sein du col, impliquant des vitesses élevées. Observé expérimentalement dès 1950 par Ingard & Labate [61], ce mécanisme est désormais visible par simulation numérique. La récente évolution des moyens de calcul a en effet rendu possible la simulation du comportement de résonateurs soumis à une excitation acoustique, notamment par DNS (*Direct Numerical Simulation*). Zhang & Bodony [159] et Roche [120] ont ainsi réalisé des calculs DNS 3D sur un résonateur à ouverture circulaire et cavité hexagonale, représentative d'un nid d'abeille. La figure I.7, issue des travaux de Roche [120], représente le champ de vitesse autour du col d'un résonateur de Helmholtz soumis à une onde acoustique en incidence normale. Différents niveaux d'excitation acoustique sont considérés afin de représenter l'évolution du comportement du résonateur en fonction de l'intensité sonore. Le déclenchement progressif du vortex shedding avec l'augmentation du SPL (*Sound Pressure Level*) d'excitation est clairement mis en évidence. Absents à 75 dB, des tourbillons contrarotatifs attachés au col apparaissent à 135 dB. A 155 dB les tourbillons sont libres et expulsés successivement de part et d'autre de l'orifice.

L'évolution des mécanismes d'absorption se traduit par une augmentation de la résistance avec l'intensité sonore d'excitation. Comme expliqué plus haut, la réactance reste inchangée.

Non-linéarités liées à la présence d'un écoulement rasant subsonique

Dans la nacelle d'un turboréacteur, les traitements acoustiques sont soumis à un écoulement rasant dont le nombre de Mach peut atteindre 0.6. Les interactions entre champs aérodynamique et acoustique influent sur les propriétés d'absorption des liners.

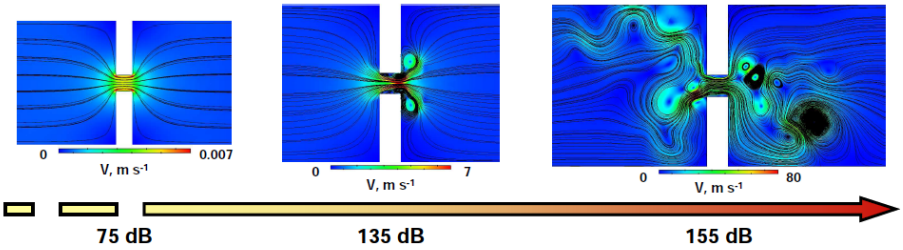


FIGURE I.7 – Evolution du champ de vitesse et des lignes de champ associées, en fonction du SPL en l'absence d'écoulement. DNS 2D-plan, 1500 Hz (d'après Roche [120]).

Pour de faibles intensités acoustiques d'excitation (régime linéaire du point de vue de la vitesse acoustique), en présence d'écoulement, une partie de la masse équivalente oscillant dans le col du résonateur est convectée (entraînant une diminution des corrections de col résistive et réactive dans les modèles semi-empiriques [50], voir section I.3.1). En d'autres termes, la présence d'une couche limite, rencontrée à deux reprises par les ondes acoustiques (à l'incidence et après réflexion), impacte la composante normale de la vitesse acoustique en paroi [115]. Cet effet peut être vu comme une réduction de l'aire effective des perforations de la couche résistive [55]. Ceci est illustré par la figure I.8 [120], qui représente la puissance volumique dissipée par viscosité, calculée par DNS 3D pour un résonateur de Helmholtz soumis à un écoulement rasant de Mach débitant $M_b = 0.1$. Le caractère symétrique de l'absorption, observable dans un cas sans écoulement, disparaît ici : dans le col, l'énergie acoustique est principalement dissipée au bord aval (ou bord « d'impact »). De plus, une dissipation au sein même du conduit se manifeste côté aval.

Pour des niveaux d'excitation acoustiques élevés, ce phénomène se conjugue avec les effets de forte intensité sonore mentionnés précédemment. Roche *et al.* [121] ont observé ce genre d'interaction par LDV, encore une fois sur un résonateur unique avec écoulement rasant de Mach débitant $M_b = 0.1$. La figure I.9, où les flèches symbolisent la vitesse acoustique et où les couleurs traduisent la vorticité à deux instants donnés, met bien en lumière la convection des tourbillons vers l'aval du résonateur.

Tack & Lambert [133], dans une étude des effets du profil d'écoulement (modèle uniforme ou cisaillé) sur l'atténuation engendrée par un matériau poreux, soulignent les effets contraires de la convection et de la réfraction due à la couche de cisaillement. Pour une propagation acoustique allant de l'amont vers l'aval, la convection implique une augmentation de la longueur d'onde ; le rapport entre la longueur du liner et la longueur d'onde diminue avec la convection, et l'atténuation s'en trouve diminuée. La réfraction entraîne en revanche une augmentation de la composante normale de vitesse acoustique, tendant à accroître la part d'énergie absorbée. Cet effet de couche limite est davantage marqué en hautes fréquences qu'en basses fréquences [133].

De façon générale, la présence d'un écoulement subsonique rasant à une plaque perforée tend à augmenter sa résistance et diminuer sensiblement sa réactance.

I.2.5 Conditions aux limites d'impédance en présence d'écoulement

De nombreux modèles de propagation aéroacoustique en conduit traité adoptent un écoulement non visqueux, de profil uniforme. L'hypothèse de continuité de la vitesse, sur laquelle

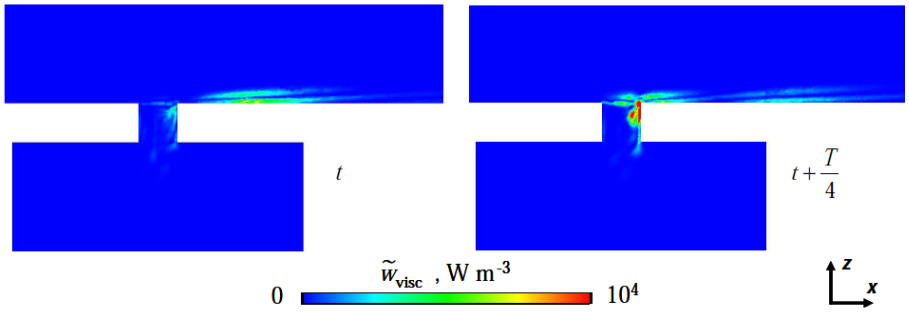
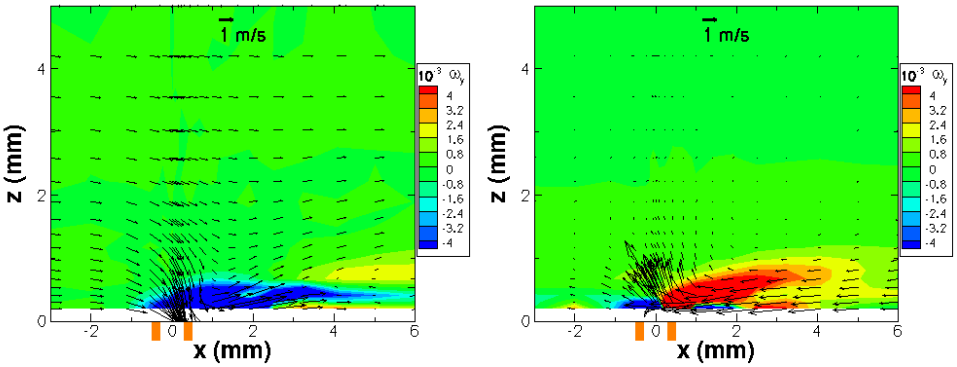


FIGURE I.8 – Puissance volumique fluctuante dissipée par viscosité. T est la période acoustique. DNS 3D, 1592 Hz, excitation 114 dB, $M_b = 0.1$ (d'après Roche [120]).



(a) t (b) $t + \frac{3T}{4}$

FIGURE I.9 – Champs de vitesse acoustique (flèches) et de vorticité (couleurs) au-dessus d'un résonateur. T est la période acoustique. LDV, 1592 Hz, excitation 140.5 dB, $M_b = 0.1$ (source : [121]).

repose la définition (I.2), est dans ce cas mise en défaut, et il faut alors disposer d'une condition aux limites d'impédance adaptée prenant en compte la condition de glissement à la paroi.

A cet effet, Ingard [59] a proposé une formulation établie à partir de la continuité du déplacement acoustique à travers une couche de cisaillement infiniment mince, autorisant ainsi la vitesse particulaire à être discontinue. La généralisation de cette condition aux limites à des surfaces courbes a par la suite été écrite par Myers [92], ce qui lui vaut la dénomination de « condition d'impédance d'Ingard-Myers » (ou plus communément « condition de Myers »). Pour un liner d'impédance Z soumis à un écoulement uniforme de vitesse $\boldsymbol{U_0}$ portant une onde acoustique harmonique (convention d'écriture $e^{\mathrm{j}\omega t}$), cette condition s'écrit :

$$v_n = \frac{p}{Z} + \frac{1}{\mathrm{j}\omega}\boldsymbol{U_0}\cdot\boldsymbol{\nabla}\left(\frac{p}{Z}\right) - \left(\frac{p}{\mathrm{j}\omega Z}\right)\boldsymbol{n}\cdot(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{U_0}) \tag{I.21}$$

(Condition d'Ingard-Myers)

Pour un écoulement nul à la surface du matériau, $\boldsymbol{U_0} = \boldsymbol{0}$ et on retrouve la condition d'impédance $p = Z v_n$.

Bien que très largement employée dans la littérature, la formulation d'Ingard-Myers est encore sujette à controverse.

- Comme première limitation, notons que la condition aux limites d'impédance (I.21) n'est applicable que si l'épaisseur de la couche limite acoustique δ_{ac} est négligeable devant celle de la couche limite aérodynamique δ_{aero}. La couche limite acoustique est la fine région de proche paroi, siège d'effets acoustiques visqueux, où la vitesse acoustique connaît un fort gradient pour atteindre sa valeur à la paroi [87]. Son épaisseur dépend de la fréquence d'excitation et peut s'écrire [71], au-dessus d'une paroi rigide et en l'absence d'écoulement :

  $$\delta_{\mathrm{ac}} = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} \tag{I.22}$$

  où ν est la viscosité cinématique du fluide. En basses fréquences, l'hypothèse $\delta_{\mathrm{ac}} \ll \delta_{\mathrm{aero}}$ n'est pas nécessairement satisfaite et les effets visco-thermiques ayant lieu dans la couche limite acoustique ne sont plus négligeables [20]. Ces effets visco-thermiques sont alors responsables d'une atténuation significative de l'onde sonore, pouvant être modélisée par une impédance finie [9, 87, 93]. Le déplacement acoustique n'est alors pas continu, et certains auteurs recommandent de considérer alors la continuité du flux massique normal à la paroi [20, 111].
- Récemment, Renou & Aurégan [111] ont illustré expérimentalement les insuffisances de la condition d'impédance de Myers en montrant que l'utilisation de cette formulation peut mener à des résultats incohérents, notamment sur les nombres d'onde axiaux et la matrice de diffusion déduits de mesures de pression à la paroi. En particulier, ces quantités sont trouvées dépendantes du sens relatif de la propagation acoustique et de l'écoulement dans le conduit. Watson & Jones [150] parviennent en revanche à des conclusions opposées à celles de Renou & Aurégan [111], en étudiant l'effet de la direction amont ou aval de la propagation acoustique sur le spectre d'impédance identifié, pour trois vitesses d'écoulement différentes (nombre de Mach en centre de veine

$M_c = 0.0$, $M_c = 0.3$, $M_c = 0.5$) et deux types de traitement (liner tubulaire de matrice céramique et liner conventionnel de type SDOF, complétés par une étude préliminaire en parois rigides). Ils considèrent les écarts observés entre les spectres d'impédance correspondant à chacun des sens de propagation négligeables pour $M_c = 0.0$ et $M_c = 0.3$, et attribuent ceux survenant à $M_c = 0.5$ à l'hypothèse d'écoulement uniforme, qui néglige les gradients de vitesse du profil alors que leurs effets sont particulièrement importants à cette vitesse d'écoulement. Les auteurs montrent également des résultats similaires avec la condition d'Ingard-Myers classique et la condition modifiée de Renou & Aurégan [111] malgré des divergences à la fréquence la plus basse étudiée, à savoir $f = 400$ Hz.

– Enfin, la formulation d'Ingard-Myers donne lieu à des instabilités particulièrement gênantes dans les approches temporelles où l'apparition d'un phénomène parasite à une fréquence donnée vient polluer l'ensemble du spectre étudié. [1] Ainsi, Brambley [19] a montré qu'avec la condition d'Ingard-Myers, les problèmes de propagation acoustique convectée impliquant des modèles d'impédance tels que le modèle masse-ressort amorti ou le modèle EHR (*Extended Helmholtz Resonator*) sont intrinsèquement mal posés. Rienstra & Darau [119] ont pour leur part établi l'existence d'une épaisseur critique de couche limite h_c, au-delà de laquelle l'écoulement au-dessus d'une impédance modélisée par un système masse-ressort amorti manifeste une instabilité absolue. Au-dessus de cette limite, dont les auteurs donnent une approximation analytique et qui s'avère dépendante uniquement du liner et de la vitesse d'écoulement, seule une instabilité convective est susceptible d'apparaître. Rienstra & Darau traitent également un exemple d'application aéronautique typique, et trouvent dans ce cas une valeur de h_c très faible du fait de la vitesse raisonnable de l'écoulement, ce qui justifie le fait que de telles instabilités n'aient jamais été observées dans un cadre industriel. L'étude de Rienstra & Darau [119] a été dernièrement étendue par Marx [83] avec la prise en compte du caractère fini de la hauteur de canal.

I.3 Principales méthodes de détermination de l'impédance acoustique

I.3.1 Quelques modèles semi-empiriques

Dans l'idée de trouver un moyen rapide d'accéder à l'impédance acoustique des liners, de nombreux efforts ont été déployés quant à la modélisation de cette quantité [38, 50, 58, 80, 86, 114, 129]. L'ensemble de ces travaux donne lieu à une grande diversité de modèles semi-empiriques, chacun étant adapté à des caractéristiques de plaque perforée (diamètre, épaisseur) et d'environnement aéroacoustique (fréquence d'excitation sonore, présence ou non d'écoulement, ...) précises. Historiquement la première approche de type mécanique des fluides est attribuée à Crandall [32], qui a dérivé une expression de l'impédance acoustique d'un tube cylindrique dans le domaine linéaire en partant de l'équation de Stokes 2D axisymétrique. Seul le mouvement du fluide à l'intérieur du tube de longueur l_0 et de diamètre $d_0 = 2r_0$ est considéré, et ne tient pas compte des effets de bord. Ce modèle théorique

1. Ces instabilités liées à la condition d'Ingard-Myers ne doivent pas être confondues avec l'éventuelle présence d'un mode de surface hydrodynamique, qui a une existence physique réelle et peut être observé indépendamment de la condition aux limites employée. Voir à cet effet le chapitre VI.

mène à une impédance :

$$z_0 = -\frac{1}{\rho_0 c_0}\frac{\mu k_s^2 l_0}{1-\frac{2}{k_s r_0}\frac{J_1(k_s r_0)}{J_0(k_s r_0)}} \tag{I.23}$$

Dans cette expression μ est la viscosité dynamique du fluide, $k_s = \sqrt{-j\omega\rho_0/\mu}$ le nombre d'onde de Stokes, et J_0 (resp. J_1) est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0 (resp. d'ordre 1). Selon la valeur de $|k_s r_0|$, on obtient deux modèles limites dépendant de l'approximation des fonctions de Bessel.

– si $|k_s r_0| < 2$, i.e. en basses fréquences, alors :

$$z_0 = \frac{1}{\rho_0 c_0}\left(\frac{8\mu l_0}{r_0^2} + j\frac{4}{3}\rho_0\omega l_0\right) \tag{I.24}$$

Le terme résistif $\frac{8\mu l_0}{r_0^2}$, indépendant de la fréquence, est la résistance de Poiseuille pour l'écoulement de fluides visqueux en tubes étroits.

– si $|k_s r_0| > 10$, i.e. en hautes fréquences, alors :

$$z_0 = \frac{1}{\rho_0 c_0}\left(\frac{l_0}{r_0}\sqrt{2\mu\omega\rho_0} + j l_0\omega\rho_0\left(1+\frac{1}{r_0}\sqrt{\frac{2\mu}{\rho_0\omega}}\right)\right) \tag{I.25}$$

Le terme résistif, qui dépend ici de la fréquence, est dû à Helmholtz.

Le modèle de Crandall [32] sert souvent de base au développement de modèles semi-empiriques mais doit être enrichi par l'ajout de corrections de col dus aux effets visqueux aux extrémités du tube, permettant ainsi la prise en compte du caractère fini de la perforation. Les premières contributions majeures en ce domaine sont dues à Sivian [129] et Ingard [58], dont les travaux sont notamment comparés par Melling [86]. Ce dernier s'est intéressé aux effets non linéaires dus aux forts niveaux d'excitation. Il tient compte dans son modèle :

– de la correction de col d'Ingard pour la résistance, égale à d_0, ainsi que d'une résistance de rayonnement $\frac{1}{2}(kd)^2$;
– de la correction de col de Rayleigh [109] $\frac{8r_0}{3\pi}$ pour la réactance, et ce de chaque côté de l'ouverture, soit $\frac{8d_0}{3\pi}$.

Le modèle de Melling s'écrit alors :

$$z_0 = \frac{1}{8}(kd_0)^2 + \frac{32\nu}{c_0}\frac{l_0+d_0}{d_0^2} + j\left(\frac{8d_0}{3\pi} + \frac{4}{3}l_0\right) \tag{I.26}$$

(Modèle de Melling, domaine de Poiseuille)

pour le domaine de Poiseuille ($|k_s r_0| < 2$), et

$$z_0 = \frac{1}{8}(kd_0)^2 + \frac{\sqrt{8\omega\nu}}{c_0}\left(1+\frac{l_0}{d_0}\right) + j\frac{\omega}{c_0}\left(l_0 + \frac{8d_0}{3\pi} + \sqrt{\frac{8\nu}{\omega}}\frac{l_0}{d_0}\right) \tag{I.27}$$

(Modèle de Melling, domaine de Helmholtz)

pour le domaine de Helmholtz ($|k_s r_0| > 10$).

Pour finir, Melling [86] suggère d'introduire un terme résistif non linéaire dans le cas d'une excitation de niveau important :

$$r_{\text{non lin}} = r_{\text{lin}} + \frac{4}{3\pi}\frac{1-\sigma^2}{\sigma c_0 {C_D}^2}|v_0| \tag{I.28}$$

(Résistance non linéaire de Melling)

où v_0 est la vitesse acoustique particulaire incidente sur un orifice de la plaque, et C_D le coefficient de décharge. Il est à noter que les expressions exposées précédemment ne concernent qu'une unique perforation de la couche résistive, et il faut y ajouter la réactance de la cavité. D'autre part, pour de faibles valeurs de porosité, les interactions entre perforations peuvent être négligées et le passage à l'impédance totale de la plaque s'effectue en divisant par la porosité σ. Dans le cas contraire, Melling propose de tenir compte de ces interactions par l'intermédiaire de la fonction de Fok [86], souvent remplacée dans la littérature par un facteur approximatif $(1-0.7\sqrt{\sigma})$.

L'existence de deux domaines disjoints en fonction du nombre de Stokes $|k_s r_0|$ peut s'avérer problématique pour la caractérisation des plaques microperforées, dont le diamètre est inférieur au millimètre. A 1 kHz par exemple, pour une telle plaque avec des perforations de diamètre 0.5 mm, le nombre de Stokes est approximativement égal à 5.0, ce qui exclut le choix de l'une ou l'autre des formulations (I.26) et (I.27). Maa [80] propose donc un modèle pour microperforés sans restriction sur le nombre de Stokes, en partant également des travaux de Crandall [32]. Il donne une approximation de l'équation (I.23) valable quel que soit le rapport $|k_s r_0|$, et ajoute les corrections de col suggérées par Morse et Ingard [91] pour finalement parvenir aux expressions suivantes :

$$r = \frac{32\mu l_0}{\rho_0 c_0 d_0^2}\left(\sqrt{1+\frac{d_0^2 k_s'^2}{128}} + \frac{\sqrt{2}}{64}k_s'\frac{d_0^2}{l_0}\right) \tag{I.29}$$

pour la résistance et

$$\chi = \frac{\omega l_0}{c_0}\left(1+\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{8}d_0^2 k_s'^2}} + 0.85\frac{d_0}{l_0}\right) \tag{I.30}$$

pour la réactance, avec $k_s' = \sqrt{\frac{\rho_0\omega}{\mu}} = k_s\sqrt{-\mathrm{j}}$.

Les modèles présentés jusqu'ici ne tiennent pas compte d'un éventuel écoulement rasant. Guess [50], en partant des travaux d'Ingard [60] et de Rice [114], ajoute à cet effet un terme résistif :

$$r_{\text{ecoulement}} = r_{\text{repos}} + 0.3\frac{1-\sigma^2}{\sigma}M_b^2 \tag{I.31}$$

avec M_b le nombre de Mach débitant de l'écoulement, et multiplie la correction de col de Rayleigh $\frac{8d_0}{3\pi}$ par un facteur empirique égal à $\frac{1}{1+305M_b^3}$.

Comme évoqué en début de section, une grande variété de modèles existe et nous n'en avons cité ici qu'un nombre restreint, une étude exhaustive dépassant le cadre de cette thèse. Pour une revue complète des différents modèles, on pourra par exemple se référer aux travaux de Malmary [81].

I.3.2 Approches directes pour la mesure d'impédance acoustique

Tube à impédance

La méthode du tube à impédance, initiée par Chung & Blaser [30], est particulièrement répandue pour des mesures d'impédance en l'absence d'écoulement. Dans ces conditions, le montage expérimental se présente comme un tube à l'extrémité duquel est placé l'échantillon étudié (voir figure I.10). A l'autre extrémité est placée une source large bande (bruit blanc ou rose par exemple), ce qui rend possible l'accès à tout le spectre d'impédance en une unique mesure. Deux microphones espacés d'une distance s sont placés affleurants à la paroi rigide, à une distance d du liner. A une fréquence donnée, l'onde incidente et l'onde

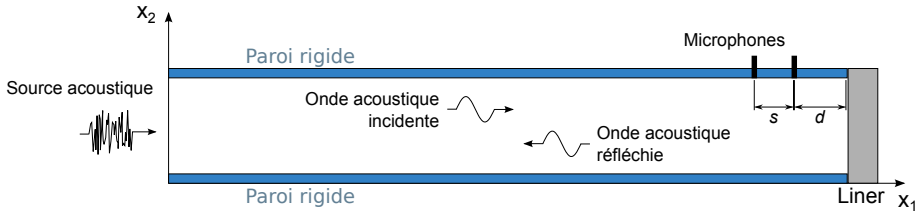


FIGURE I.10 – Schéma 2D du tube à impédance

réfléchie par l'échantillon se superposent et la méthode consiste à effectuer un tri d'ondes pour déterminer le coefficient de réflexion dû à la présence de l'échantillon. On montre que celui-ci s'exprime selon la fonction de transfert H_{12} entre les deux microphones :

$$\beta = e^{2\mathrm{j}kd}\frac{H_{12} - e^{\mathrm{j}ks}}{e^{-\mathrm{j}ks} - H_{12}} \tag{I.32}$$

dont on déduit l'impédance par la formule (I.11).

Selon Bodén & Åbom [14], une erreur acceptable est garantie sur la fonction de transfert (1% sur l'amplitude, 0.6° sur la phase) si la distance s entre les deux microphones respecte l'encadrement :

$$0.1\frac{c_0}{2f} < s < 0.8\frac{c_0}{2f} \tag{I.33}$$

La limite supérieure garantit que la distance s est effectivement plus petite qu'une demi-longueur d'onde. Si les microphones ne sont pas appariés en phase, il est possible de faire deux mesures distinctes (a) et (b) en intervertissant les deux microphones, et de calculer

$$H_{12} = \sqrt{H_{12}^{(a)} H_{12}^{(b)}} \tag{I.34}$$

Cette méthode a été adaptée en présence d'écoulement rasant dans une configuration en « T » (cf. figure I.11), qui reste relativement peu mise en œuvre [125, 132].

Méthode in-situ

Proposée par Dean en 1974 [35], la méthode in-situ est très répandue de par sa simplicité de mise en œuvre [38, 55, 82]. Elle s'appuie sur l'idée que dans certaines conditions, l'équation de propagation au sein de la cavité d'un matériau localement réactif est connue

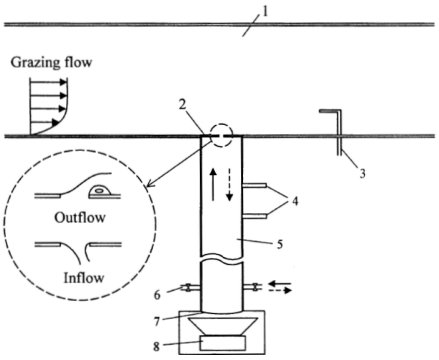


FIGURE I.11 – Tube à impédance en présence d'écoulement rasant (d'après Sun *et al.* [132])

et décrite par l'équation (I.17). La relation entre pression et vitesse acoustiques est alors analytique et permet la détermination de l'impédance. Rappelons les hypothèses nécessaires à l'obtention de cette relation :

- les cavités ont des dimensions transversales petites devant la longueur d'onde ($\sqrt{s} \ll \lambda/2$) de façon à ce que seule une onde plane puisse se propager dans la cavité, perpendiculairement à la surface du liner ;
- la couche résistive est mince ($e \ll \lambda$) et on peut donc considérer que la vitesse acoustique est égale de part et d'autre de la plaque perforée ;
- le fond de la cavité est supposé rigide ;
- les parois des cavités sont suffisamment rigides, de façon à empêcher toute transmission entre cavités avoisinantes.

Lorsque ces hypothèses sont vérifiées, on peut accéder à l'impédance acoustique du matériau à partir de la fonction de transfert entre la pression acoustique p_0 mesurée à une position quelconque au sein de la cavité (souvent au fond de cette dernière) et la pression acoustique p_2 mesurée à la surface du matériau (voir figure I.12).

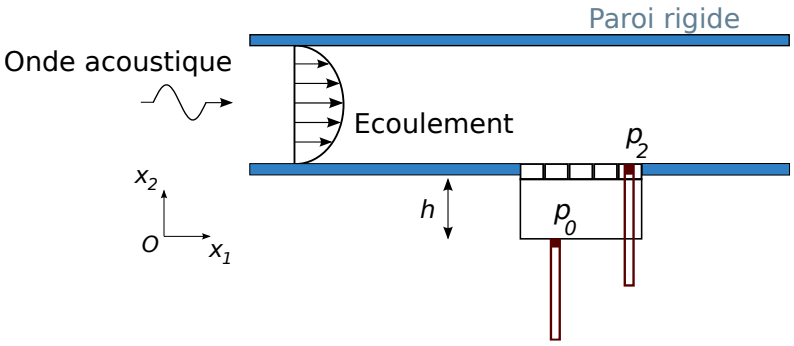


FIGURE I.12 – Méthode in-situ

L'équation (I.17) donne

$$p_0 = p_c(0,\omega) = 2A_i \tag{I.35}$$

et, par conséquent :

$$v_c(x_2,\omega) = \mathrm{j}\frac{p_0}{\rho_0 c_0}\sin(kx_2) \tag{I.36}$$

D'autre part, l'hypothèse d'une couche résistive mince permet d'écrire

$$v_2 = v_c(h,\omega) = \mathrm{j}\frac{p_0}{\rho_0 c_0}\sin(kh) \tag{I.37}$$

avec v_2 la vitesse acoustique normale à la surface du liner. On en déduit l'impédance acoustique réduite du liner :

$$z = \frac{p_2}{\rho_0 c_0 v_2} = -\mathrm{j}\frac{H_{20}}{\sin(kh)} \tag{I.38}$$

où $H_{20} = \frac{p_2}{p_0}$ est la fonction de transfert entre les deux pressions mesurées.

En pratique, la mesure de p_2 directement à la surface du matériau souffre des effets de champ proche. En incidence normale (configuration de type tube à impédance) et en l'absence d'écoulement, il peut alors être intéressant d'utiliser cette technique en déportant la mesure de p_2 légèrement en amont de la paroi du matériau. Ce déplacement du microphone peut dès lors être pris en compte puisque les équations de propagation d'ondes stationnaires au sein d'un tel conduit sont connues analytiquement. Celles-ci mettant en jeu l'impédance du matériau, qui est d'autre part la quantité que l'on cherche à estimer, une approche itérative doit être adoptée [38].

Les nombreuses hypothèses requises pour l'obtention des équations de propagation dans la cavité restreignent son champ d'application, et cette méthode n'est pas adaptée à des liners dont les cavités seraient par exemple remplies de matériau poreux. D'autre part, l'insertion de microphones lui confèrent un caractère à la fois destructif pour l'échantillon et intrusif, ce que l'on cherche à éviter. Enfin, les effets de champ proche précédemment évoqués, d'autant plus présents en incidence acoustique rasante avec écoulement rasant, rendent la méthode difficile à mettre en œuvre dans les conditions qui nous préoccupent.

Mesures directes d'impédance par LDV

Le banc B2A de l'ONERA rend possible l'accès aux composantes de vitesse acoustique au-dessus d'un liner par traitement de mesures LDV (voir chapitre II). Lavieille *et al.* [70] ont développé une méthode tirant parti de ces mesures, une formulation de Galbrun permettant de remonter au déplacement et à la pression acoustiques. La continuité du déplacement acoustique normal à la surface du matériau ξ_n donne alors accès à une impédance locale. Celle-ci est calculée à différentes distances x_2^i de la surface du liner par :

$$z(x_2^i,\omega) = \frac{1}{\rho_0 c_0}\frac{p}{\mathrm{j}\omega\xi_n} \tag{I.39}$$

Dans le papier référencé, $i \in [\![1,8]\!]$ et $x_2^i \in [4.3, 15.3]$ mm. Les valeurs d'impédance obtenues varient également selon l'axe x_1 ; elles sont donc moyennées selon cette direction. Dans la référence [70], les auteurs ont comparé cette approche à la méthode in-situ présentée ci-dessus en présence d'un écoulement de Mach débitant 0.2. L'accord relatif entre les deux techniques dépend de la distance au liner adoptée pour la technique LDV. La principale difficulté réside dans la nécessité d'un maillage raffiné en proche paroi pour le calcul d'une impédance de matériau, alors même que l'erreur de phase augmente lorsque la taille de maille diminue.

Le caractère non intrusif de la méthode est assurément son principal atout. En revanche, les impédances qu'elle fournit sont locales : la vitesse normale considérée n'est pas située à la surface même du matériau mais à une distance faible de cette surface. De plus, la procédure d'obtention de la pression acoustique à partir des mesures de vitesse acoustique par utilisation de la théorie de Galbrun peut impliquer un manque de précision sur p dans l'équation (I.39).

Ce protocole de mesure a par la suite été complété par une approche mixte LDV-microphone [96]. La vitesse acoustique est toujours déduite de mesures LDV, mais cette fois la pression acoustique à la surface du liner est obtenue de façon immédiate par mesure microphonique, ce qui permet de calculer directement l'impédance par $z = \frac{p}{\rho_0 c_0 v_n}$. Ces méthodes ont toutes deux été confrontées et comparées, avec un accord satisfaisant pour deux matériaux distincts, à des mesures en tube à impédance et à une méthode inverse éléments finis [96]. Les mesures ont été effectuées en l'absence d'écoulement. Le procédé comporte un intérêt certain relativement à la méthode in-situ, puisqu'aucun modèle de propagation au sein de la cavité n'est nécessaire, ce qui le rend adéquat pour l'étude de cavités remplies de matériaux poreux par exemple. Mais une nouvelle fois, et bien qu'elle apporte des résultats prometteurs, la méthode mixte LDV-microphone présente le même inconvénient majeur que la méthode in-situ, en ce sens qu'elle endommage l'échantillon et est intrusive.

Evaluation numérique locale par DNS

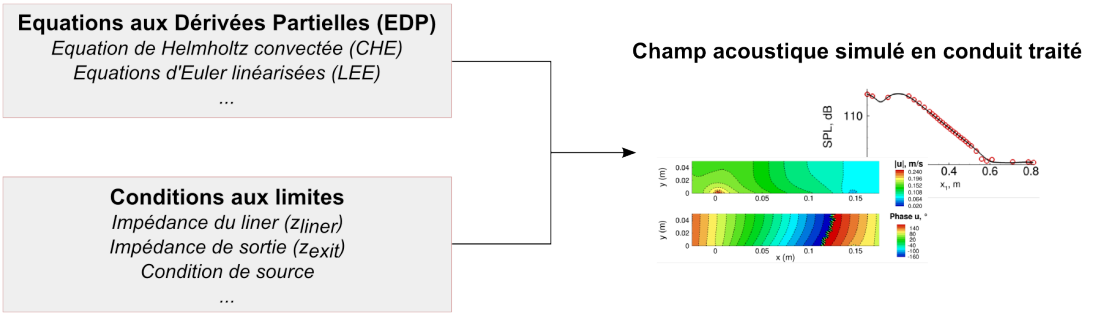
L'évolution des moyens de calcul a permis ces toutes dernières années l'évaluation de l'impédance acoustique de résonateurs par calcul numérique direct. Ce type de méthode a été notamment initié par Tam *et al.* [136] avec des calculs DNS 2D sur des résonateurs présentant différents types d'ouvertures, parallèles et biseautées, dans une configuration de type tube à impédance. L'impédance acoustique en l'absence d'écoulement est calculée en appliquant numériquement la méthode de Chung & Blaser [30]. Zhang & Bodony [160] ont utilisé la méthode in-situ [35] sur des résultats de DNS 2D en incidence rasante, l'écoulement rasant ayant un nombre de Mach allant jusqu'à 0.85. Les mêmes auteurs ont également employé la méthode in-situ numérique par DNS 3D sur des géométries réalistes de résonateurs (ouverture circulaire et cavité type nid d'abeille) [159], en incidence normale et sans écoulement. Roche [120] propose quant à lui une méthode d'évaluation locale de l'impédance, basée sur l'exploitation des vitesses et pression acoustiques calculées par DNS 3D, et moyennées spatialement sur la section d'entrée du col. La part d'énergie dissipée par les différents mécanismes d'absorption (frottements visqueux, vortex shedding) est de plus estimée.

Ces approches purement numériques donnent l'opportunité d'observer localement les mécanismes de dissipation de l'énergie acoustique, apportant ainsi une grande compréhension sur le comportement des liners en fonction notamment de l'amplitude de l'onde acoustique incidente et des propriétés de l'écoulement rasant. Néanmoins, la différence d'échelle entre les grandeurs caractéristiques acoustiques et aérodynamiques entraîne des temps de calcul considérables. D'autre part ces méthodes ont à ce jour été appliquées à un unique résonateur, le couplage entre résonateurs voisins au sein d'un réseau ne pouvant être pris en compte de manière exhaustive du fait des limites de la DNS en termes de ressources.

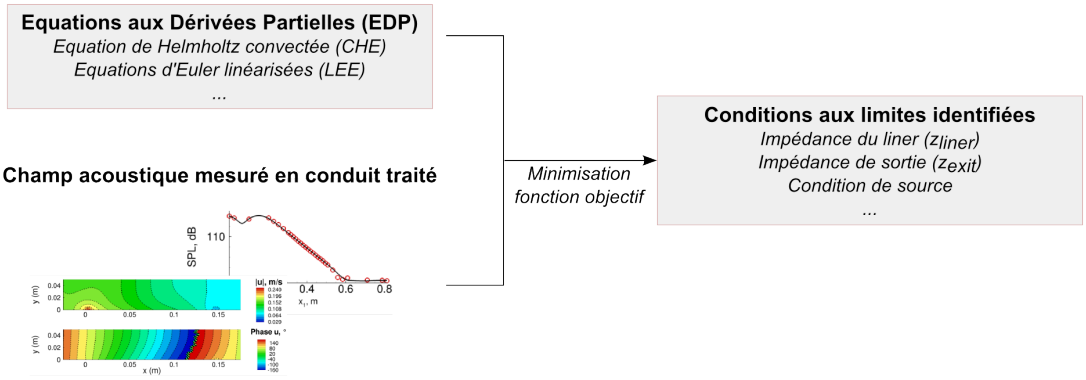
I.3.3 Approches inverses pour l'identification d'impédance acoustique

Devant les limites des méthodes évoquées précédemment (caractère intrusif, détérioration d'échantillons par l'introduction de microphones, restriction à un type précis de matériaux pour la méthode in-situ, ...), les recherches sur les liners se tournent progressivement vers l'élaboration de méthodes inverses d'identification de l'impédance.

De façon générale, la résolution d'un problème inverse réside en l'évaluation de *grandeurs inaccessibles à l'expérience* à partir d'un *modèle mathématique du problème direct*, et disposant d'une *observation* i.e. d'un ensemble de données mesurées. Dans notre cas, cela se traduit par une itération sur l'impédance acoustique – éventuellement accompagnée d'autres paramètres d'identification – jusqu'à trouver un jeu de paramètres qui permette d'obtenir un résultat de calcul « le plus proche possible » de la mesure. La distance entre données simulées et données mesurées est quantifiée par une *fonction objectif*, que l'on cherche à minimiser. Un schéma très succinct des deux approches, directe et inverse, est présenté figure I.13.



(a) Problème direct



(b) Problème inverse

FIGURE I.13 – Approches directe et inverse du problème

Du point de vue numérique, la spécification d'une méthode inverse soulève un certain nombre de questions, pouvant être classées en deux catégories au vu de la définition générale proposée ci-dessus.

- Les questions relatives à la modélisation du problème direct : quelle(s) équation(s)/quel profil d'écoulement rasant choisir pour la description de la propagation acoustique en conduit traité ? Quelles conditions aux limites appliquer en sortie de conduit ? Est-il

préférable de s'orienter vers une approche temporelle ou fréquentielle ? Avec quel procédé numérique résoudre les équations alors obtenues ?
– Les questions relatives à la procédure d'inversion : quels paramètres d'identification choisir ? Quel observation adopter, et comment construire la fonction objectif relative ? Quel algorithme d'optimisation utiliser pour la minimisation de cette fonction objectif ?

On se propose donc maintenant d'effectuer une revue des principales méthodes inverses dédiées à l'identification de l'impédance en abordant successivement ces différentes questions.

Modélisation de l'écoulement rasant

En 1958, Pridmore-Brown [104] a observé l'influence de la couche de cisaillement d'un écoulement sur les ondes acoustiques se propageant au-dessus d'une surface plane. Il a pu mettre en évidence le rôle critique que joue la couche limite aérodynamique, les forts gradients tendant à diriger l'énergie acoustique vers une fine couche proche de la paroi pour les ondes se propageant dans le sens de l'écoulement, et vers l'intérieur du conduit pour celles se propageant en sens inverse. Par ailleurs, de nombreuses méthodes inverses pour l'identification d'impédance s'appuient sur l'équation de Helmholtz convectée (ou CHE pour *Convected Helmholtz Equation*), impliquant l'hypothèse d'un profil uniforme pour l'écoulement porteur [8, 41, 73, 134, 151]. Pour certains auteurs, l'hypothèse d'uniformité de l'écoulement est jugée valide [40]. Mais souvent, ces études concluent sur la nécessité de tenir compte du caractère cisaillé de l'écoulement, de façon à incorporer les effets de réfraction dus à la couche limite aérodynamique. Le choix du profil d'écoulement pour la modélisation de la propagation acoustique en conduit traité semble donc crucial. C'est ce choix qui motive en règle générale celui des équations adoptées : l'équation de Helmholtz est restreinte au cas d'un écoulement uniforme mais comporte une seule inconnue, tandis que les équations d'Euler linéarisées (ou LEE pour *Linearized Euler Equations*) sont à même de prendre en compte les effets de réfraction, au prix d'une résolution plus complexe (3 inconnues en dimension 2).

Ainsi, les travaux de la NASA soulignent l'importance d'un profil représentatif de l'écoulement réel dans les procédures d'identification d'impédance [146, 148, 149, 156]. Particulièrement actif dans le domaine des liners, le NASA Langley Research Center (NASA-LaRC) est à l'origine des premières méthodes inverses destinées à accéder à l'impédance de traitements acoustiques en présence d'écoulement rasant [152, 155]. [2] Si la méthode actuelle repose toujours sur l'équation de Helmholtz convectée [151], nombre des études abordent [148, 149] ou ont été consacrées [146, 156] à la comparaison de profils uniforme et cisaillé, toujours dans l'optique d'intégrer un écoulement cisaillé *via* l'utilisation des équations d'Euler linéarisées. Par exemple, Watson *et al.* [156] ont montré qu'un écart allant jusqu'à 1.5 unités pouvait apparaître sur la valeur identifiée de la résistance réduite selon le profil d'écoulement choisi. La réactance ne montrait en revanche pas d'évolution notable.

Li *et al.* [75] et Richter [115] se sont également intéressés à la comparaison de résultats d'identification avec des profils différents. Les auteurs testent leur méthode sur des mesures publiées par la NASA concernant le banc d'essai GIT (*Grazing Incidence Tube*) [66]. Le ni-

2. Les auteurs sont d'ailleurs les premiers à nommer leur approche inverse *eduction method*, qui est devenue l'expression consacrée pour désigner les procédures inverses de détermination de l'impédance acoustique (en anglais *educe* signifie « dégager », « révéler », « extraire »).

veau de pression acoustique à la paroi supérieure opposée au liner est calculé avec l'impédance trouvée par méthode inverse pour un profil uniforme ou cisaillé, et comparé aux résultats expérimentaux. Un profil d'écoulement cisaillé conduit à un SPL plus fidèle à la mesure qu'un profil uniforme, bien que l'effet de profil puisse être difficilement visible dans certaines configurations de Mach et de fréquence.

Pour l'écoulement uniforme, c'est en règle générale un Mach débitant qui est imposé. Par exemple, Jones *et al.* [66] mesurent la vitesse du fluide en 3 plans le long de l'axe du conduit. Pour chacun de ces plans, 9 sondes Pitot couvrant la largeur du conduit acquièrent la vitesse en 27 lignes de mesures réparties le long de l'axe vertical. Les vitesses sont ensuite intégrées et moyennées sur les 3 plans pour fournir un nombre de Mach effectif, descriptif de l'écoulement. Le résultat de la mesure en un plan situé au milieu de la partie traitée est présenté figure I.14. Le nombre de Mach de l'écoulement uniforme peut aussi être intégré à la procédure d'inversion, occasionnant une amélioration sensible des résultats [44]. Pour un profil d'écoulement avec couche limite le type d'approximation varie selon les auteurs. L'écoulement est généralement supposé laminaire et pleinement développé. Il est possible d'utiliser un profil théorique qui approche le profil réel par une fonction parabolique ou hyperbolique, supposant une condition de non-glissement à la paroi [112, 161, 164]. Cette représentation est analytique, et ne nécessite pas l'utilisation d'une condition d'Ingard-Myers puisque la vitesse en paroi est nulle. Elle est donc d'implémentation aisée, et constitue une option intéressante lors d'une première approximation. Elle s'avère cependant imprécise [112]. Li *et al.* [75] ont corrigé cette méthode en autorisant le glissement à la paroi, et en adjoignant une condition d'Ingard-Myers à une approximation parabolique du profil. La mesure de vitesse de fluide par sonde Pitot ne permettant pas de s'approcher suffisamment de la paroi, la valeur de Mach choisie pour la condition d'impédance est obtenue par extrapolation des données mesurées. Mais ce procédé repose sur une condition d'Ingard-Myers, avec les problèmes inhérents à cette formulation (voir section I.2.5). Enfin, l'utilisation d'un profil résolu numériquement est également envisageable, en considérant par exemple les équations de Navier-Stokes linéarisées résolues par LES (*Large-Eddy Simulation*) [24]. Cependant cette démarche n'a, à la connaissance de l'auteur, été appliquée qu'à des problèmes purement propagatifs et non à des problèmes inverses.

Condition aux limites en sortie de conduit

Les bancs d'essais sur lesquels sont réalisés les mesures pour la mise en œuvre de méthodes inverses possèdent dans la plupart des cas d'un dispositif permettant de rendre la terminaison quasi-anéchoïque. Cela permet de faire l'hypothèse numérique d'une sortie de conduit anéchoïque, présentant une impédance acoustique réduite $z = 1$ (soit une impédance acoustique $Z = \rho_0 c_0$) [8, 73, 165]. Afin d'éviter les réflexions numériques en sortie de domaine, Li *et al.* [75] emploient des PML (*Perfectly Matched Layers*), couches absorbantes artificielles destinées à modéliser au mieux une frontière de domaine ouverte.

Toutefois l'hypothèse de non-réflexion se révèle peu satisfaisante en basses fréquences, ainsi qu'autour de la fréquence d'anti-résonance et de la fréquence de coupure du conduit [154]. Dans une grande partie des études, la condition de sortie est donc prise en compte comme condition aux limites du problème direct, c'est-à-dire que la pression ou l'impédance de terminaison est acquise expérimentalement et imposée en tant que donnée d'entrée de la

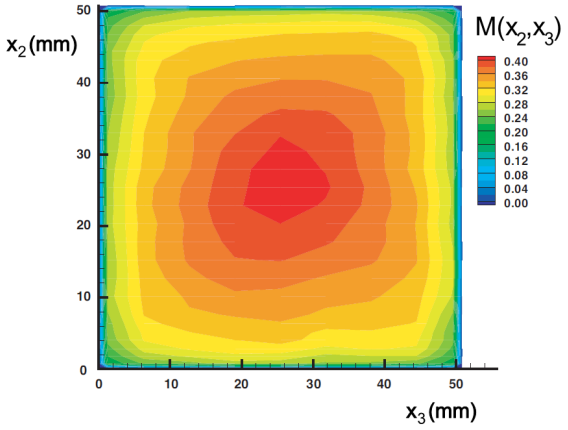


FIGURE I.14 – Vitesse d'écoulement mesurée par sondes Pitot dans le NASA GIT (d'après Jones *et al.* [66])

procédure d'inversion [40, 41, 66, 115]. Inclure l'impédance de sortie comme paramètre de la procédure inverse peut également se révéler bénéfique [44].

Domaine de représentation

Si la condition d'impédance est naturellement définie dans le domaine fréquentiel (voir section I.2.1), un effort considérable est entrepris dans l'écriture de formulations temporelles, plus appropriées pour la réponse à une excitation large bande typique du bruit de soufflante [28, 36, 42, 116, 118, 165]. De façon à garantir l'obtention d'un modèle temporel réaliste, Rienstra [118] définit trois critères à respecter : le problème doit rester causal, les variables réelles et le traitement acoustique passif. Le comportement du liner sur toute la bande de fréquence est décrit par une formulation paramétrée. Par exemple, dans l'approche d'Özyörük *et al.* [165] et Özyörük & Long [164] :

$$z(\omega) = r_1 + \frac{r_2 - r_1}{1 + \mathrm{j}\omega r_3} + \frac{\mathrm{j}\omega r_4}{(1 - \omega^2/r_6^2) + \mathrm{j}\omega r_5} + \mathrm{j}\omega r_7 \tag{I.40}$$

Les coefficients r_i sont adaptés pour correspondre au mieux à la réponse fréquentielle du matériau considéré, par exemple par l'algorithme de Levenberg-Marquardt [42, 43, 164, 165], et le modèle est transposé dans le domaine temporel par une transformée en z. Dans un contexte d'identification d'impédance, ce sont ces coefficients qui sont recherchés lors de la procédure d'inversion. On dispose alors en un seul calcul de toute la réponse fréquentielle du liner. En contrepartie, les temps de résolution sont bien plus longs. Richter [115] signale par exemple plusieurs jours de calcul (sur processeur double cœur AMD Opteron 244) pour identifier les 5 paramètres du modèle temporel EHR (*Extended Helmholtz Resonator*, proposé par Rienstra [118]) dans le cas des mesures concernant le NASA GIT [66].

Méthode de résolution

Pour résoudre les équations régissant la propagation acoustique en conduit traité, deux démarches distinctes peuvent être adoptées : l'approche semi-analytique avec conditions

de raccord aux ruptures d'impédance (« *mode-matching* »), ou la résolution par méthode numérique (différences finies, éléments finis) après maillage du domaine de calcul.

Les méthodes semi-analytiques [8, 39–41, 73] se basent souvent sur l'équation de Helmholtz convectée, bien qu'elles soient applicables avec les équations d'Euler linéarisées [39–41]. Elles consistent à diviser le conduit traité en 3 zones : partie rigide amont / partie traitée par le liner / partie rigide aval. Chaque zone est soumise à des ondes acoustiques aller et retour, ces dernières étant causées par les réflexions aux ruptures d'impédance et en sortie de conduit (voir figure I.15). L'équation de propagation dans chacune des 3 zones est projetée sur les modes propres de conduit rigide, dont l'orthogonalité permet de réduire le nombre de termes non nuls dans le système d'équations obtenu. Les 3 zones sont ensuite raccordées par la technique de *mode-matching* proprement dite. Il s'agit d'exprimer les conditions de continuité aux interfaces (continuité du potentiel de déplacement acoustique et de sa dérivée par rapport à la coordonnée longitudinale [8, 73], ou de pression et vitesse longitudinale [40, 41] par exemple). Connaissant la condition de source et la condition de sortie (mesurées par sondes microphoniques), il est alors possible de calculer le profil de pression acoustique si l'on connaît l'impédance du liner ou, dans un cadre de procédure inverse, d'identifier l'impédance à partir d'un profil de pression mesuré.

Dans ce type d'approche, plusieurs modes sont pris en compte de façon à intégrer les effets de diffraction dus aux discontinuités d'impédance, ce qui vaut parfois à ces méthodes le qualificatif de méthodes « multimodales ». Elnady *et al.* [40] observent toutefois que les modes d'ordre supérieur n'ont que peu d'impact sur l'impédance identifiée. Les méthodes semi-analytiques permettent également une résolution des équations de propagation plus rapide que les méthodes numériques [39]. De plus, de par leur représentation modale, un tri direct des modes hydrodynamiques instables est possible quoique délicat [8] (voir section VI.1.2).

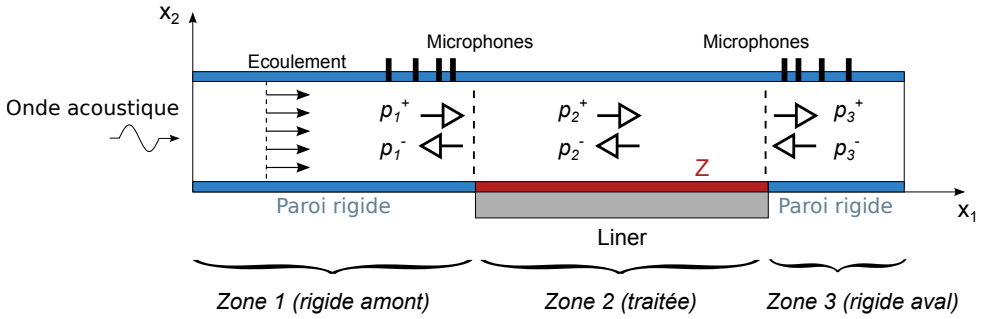


FIGURE I.15 – Ondes incidentes, réfléchies et transmises dans chacune des 3 zones pour les méthodes semi-analytiques

L'usage de méthodes numériques est également courant pour résoudre les équations de propagation. La NASA utilise pour sa part une méthode éléments finis (ou FEM, pour *Finite Elements Method*) [147, 149, 151, 153, 154]. Une certaine précision est assurée par l'emploi d'éléments cubiques de Hermite. Eversman & Gallman [44] et Taktak *et al.* [134] ont eux aussi recours à la FEM. Ces derniers utilisent des éléments d'ordre 1. Enfin, Richter [115] élabore une méthode inverse basée sur une discrétisation par différences finies, ce choix étant davantage lié au but premier des travaux de l'auteur (la mise au point d'une condition d'impédance dans le domaine temporel) qu'à la méthode d'identification à proprement parler. Les

approches numériques permettent très aisément de prendre en compte des configurations complexes, pour lesquelles les méthodes semi-analytiques deviennent fastidieuses voire inapplicables : variations circonférentielles ou longitudinales de l'impédance, ou géométries non triviales comme un conduit à section variable par exemple [39].

Paramètres d'identification

Un grand nombre de travaux reportés dans la littérature se limitent à identifier l'impédance z_l de l'échantillon de liner, soit un paramètre complexe d'identification (deux paramètres réels) [8, 115, 134, 151]. Les autres données nécessaires à la résolution telles que les conditions de source et de sortie ou la vitesse de l'écoulement sont communément mesurées et intégrées au problème numérique en tant que conditions aux limites. Néanmoins, Eversman & Gallman [44] ont montré qu'il peut être opportun d'incorporer d'autres paramètres d'identification à la procédure de recherche, tels que l'impédance en sortie de conduit ou le nombre de Mach effectif. Sur les cas présentés dans la référence [44], les conséquences favorables de l'intégration du nombre de Mach à l'inversion du problème est particulièrement visible pour des écoulements importants. Les auteurs soulignent en outre la sensibilité de la résistance identifiée à la vitesse du son c_0, mais celle-ci n'est pas incluse dans le procédé inverse.

L'augmentation du nombre de paramètres semble donc améliorer la qualité des résultats d'identification, visible en comparant les mesures aux champs reconstruits avec les données identifiées. Cette observation peut sembler naïve mais l'ajout de degrés de libertés au système inverse se répercute sur la fonction objectif et peut induire l'apparition de minima locaux, obstacles à la convergence de la procédure inverse. Le temps de calcul en souffre également.

Construction de la fonction objectif

La fonction objectif représente l'écart entre les données simulées et mesurées, et est au cœur de la définition du problème inverse. Son expression dépend donc bien évidemment de la quantité mesurée et de sa localisation.

La NASA [63, 151] se base sur des mesures de pression acoustique par microphones affleurant la paroi opposée au liner (cf. figure I.16). Une étude comparative a montré l'efficacité de cette répartition de microphones par rapport à une grille de microphones située sur la paroi adjacente au liner [64]. La fonction objectif est alors définie par :

$$\mathcal{J} = \sum_{i}^{N} \left\| p^i_{\text{calc}} - p^i_{\text{exp}} \right\|^2 \tag{I.41}$$

où N est le nombre total de microphones, p_{calc} la pression acoustique complexe calculée par éléments finis et p_{exp} la pression acoustique complexe mesurée. Cette fonction objectif ne convient pas à des conduits de section importante, où les points de mesures sont trop éloignés du liner pour en capter les effets d'absorption. Afin d'adapter leur méthode à une telle configuration, les mêmes auteurs ont donc testé et validé leur approche avec une fonction objectif basée sur le gradient de pression acoustique normal aux plans d'admission et de terminaison [149].

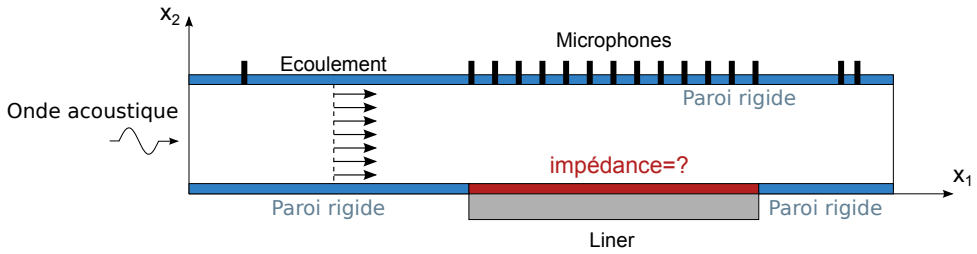


FIGURE I.16 – Localisation des mesures de pression acoustique sur les bancs de la NASA

Pour Eversman & Gallman [44], qui se basent sur des mesures réalisées par la NASA sur le banc GIT [66], la fonction objectif est calculée à partir des fonctions de transfert entre chacun des microphones et un microphone de référence. De même, la fonction objectif minimisée par Richter [115] est très proche de celle de la NASA (équation (I.41)), à ceci près que toute la bande de fréquence d'intérêt est prise en compte en un unique calcul du fait de l'aspect temporel de la démarche.

Elnady & Bodén [39] ont pour leur part confronté deux types de fonctions objectif. Par des mesures de pression acoustique en paroi opposée au liner, ils accèdent à l'amplitude complexe c^+_{meas} de l'onde acoustique dans la partie rigide aval (voir figure I.15), et définissent une première fonction objectif par :

$$\mathcal{J} = \left| c^+_{\text{calc}} - c^+_{\text{meas}} \right| \tag{I.42}$$

où c^+_{calc} est l'amplitude calculée pour l'onde transmise. La seconde fonction objectif est calculée de la façon suivante :

$$\mathcal{J} = \sum_i^N \left| p^i_{\text{calc}} - p^i_{\text{exp}} \right| \tag{I.43}$$

Les auteurs constatent alors que la définition (I.42) constitue une fonction objectif moins sensible aux erreurs et au bruit de mesure. Dans une approche semi-analytique multimodale semblable, Leroux [73] base sa fonction objectif sur les coefficients de la matrice de diffusion. Cette matrice $\mathbf{D}$ exprime la relation entre les ondes aller et retour dans les parties rigides amont et aval du conduit. Avec les notations de la figure I.15, elle vérifie :

$$\begin{pmatrix} p^+_3 \\ p^-_1 \end{pmatrix} = \mathbf{D} \begin{pmatrix} p^+_1 \\ p^-_3 \end{pmatrix} \tag{I.44}$$

avec

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} T^+ & R^- \\ R^+ & T^- \end{pmatrix} \tag{I.45}$$

T^+ et T^- (resp. R^+ et R^-) sont les coefficients de transmission (resp. de réflexion) anéchoïques, mesurés par une méthode à 2 sources. La fonction objectif est alors construite à partir des coefficients de la matrice de diffusion expérimentaux et calculés :

$$\mathcal{J} = a_{T+} \left| T^+_{\text{calc}} - T^+_{\text{exp}} \right| + a_{T-} \left| T^-_{\text{calc}} - T^-_{\text{exp}} \right| + a_{R+} \left| R^+_{\text{calc}} - R^+_{\text{exp}} \right| + a_{R-} \left| R^-_{\text{calc}} - R^-_{\text{exp}} \right| \tag{I.46}$$

où l'un seulement des coefficients a_i est égal à 1, les autres étant nuls. Leroux [73] reporte de meilleurs résultats d'identification avec les coefficients de transmission qu'avec les coefficients de réflexion.

Pour finir, Taktak *et al.* [134] minimisent une fonction objectif exprimée en fonction de la puissance acoustique dissipée par le liner. Cette dernière est obtenue par l'intermédiaire de la matrice de diffusion (équation (I.45)). Le problème inverse repose sur la fonction objectif :

$$\mathcal{J} = \left| W_{\text{calc}}^{\text{diss}} - W_{\text{exp}}^{\text{diss}} \right| \tag{I.47}$$

avec W_{calc}^{diss} (resp. W_{exp}^{diss}) la puissance acoustique dissipée calculée (resp. mesurée). A noter que d'un point de vue mathématique, certaines fonctions objectif exposées ici ne sont pas définies par une norme L_2 mais par une norme L_1, ce qui peut entraîner des problèmes de dérivabilité pour les méthodes de minimisation requérant le gradient [4].

Minimisation de la fonction objectif

De nombreux algorithmes d'optimisation non-linéaire existent pour déterminer les paramètres d'identification minimisant la fonction objectif. Ainsi, Elnady *et al.* [40] et Taktak *et al.* [134] se servent d'une implémentation de l'algorithme de Nelder-Mead (aussi appelé *downhill simplex method*) [94]. Il s'agit d'une méthode sans gradient basée sur l'évaluation de la fonction à minimiser aux sommets de simplexes, déterminés à chaque itération de façon à faire décroître la fonction. Eversman & Gallman utilisent également cet algorithme [44]. Cependant, Leroux [73] observe qu'il entraîne des artefacts numériques et préfère opter pour un algorithme de type Quasi-Newton. La nature exacte de ce dernier n'est pas précisée, mais il s'agit vraisemblablement d'un algorithme BFGS (Broyden-Fletcher-Godfarb-Shanno, voir chapitre II), DFP (Davidon-Fletcher-Powell) ou de plus grande descente [97]. Richter [115] emploie pour sa part l'algorithme BFGS avec contraintes. Celles-ci assurent la vérification des critères de Rienstra pour la condition d'impédance temporelle [118] et permettent d'obtenir un nombre CFL non limitatif et d'éviter les effets de repliement de spectre.

A la connaissance de l'auteur et dans le cadre de méthodes inverses pour la détermination d'impédance, seule la NASA a réalisé un travail comparatif sur différents algorithmes d'optimisation [146]. Dans cet article, Watson & Jones confrontent les impédances de matériaux tubulaires céramiques identifiées par 3 méthodes différentes.

- Une méthode graphique appelée *Contour Deformation Method* (CDM), qui consiste à tracer la fonction objectif dans le plan d'impédance (r, χ) afin d'en repérer graphiquement le minimum (voir figure I.17, où la valeur identifiée est repérée par une croix). Cette approche simple est reconnue par les auteurs comme étant coûteuse et fastidieuse. Elle peut également manquer de précision, et ne s'applique qu'au cas d'un liner uniforme (deux paramètres au plus peuvent être identifiés).
- Une méthode SDFP (*Stewart's Adaptation of Davidon-Fletcher-Powell*, [34, 46]), algorithme de type quasi-Newton. Le gradient de $\mathcal{J}$ est calculé par différences finies centrées. La méthode présente l'inconvénient de converger vers un minimum éventuellement local et non global, et d'être mise en difficulté dans les zones de faible gradient [154].
- Une méthode génétique. L'algorithme génétique ne requiert pas le gradient de la fonction objectif ni de valeur initiale pour les paramètres d'identification, et converge vers un minimum global. Il nécessite par contre de nombreuses évaluations de la fonction, cet inconvénient étant susceptible d'être réduit par une implémentation parallélisée.

En outre, le choix des paramètres de sélection, mutation et croisement peut s'avérer délicat.

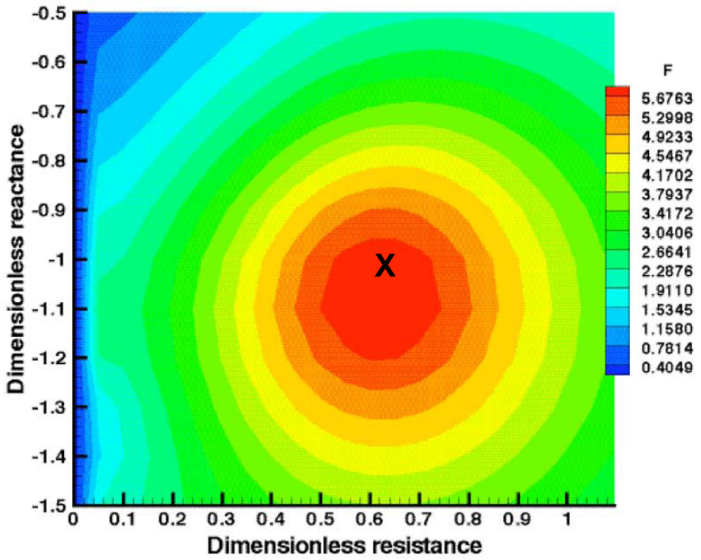


FIGURE I.17 – Fonction objectif tracée dans le plan d'impédance (r, χ) pour un liner céramique tubulaire CT57 ($f = 0.5$ kHz, $M_c = 0.3$). D'après Watson & Jones [146].

Si les 3 méthodes aboutissent approximativement aux mêmes valeurs d'identification, Watson *et al.* [154] préfèrent dans un article ultérieur l'algorithme SDFP aux autres solutions, pour sa rapidité d'exécution et sa précision. Ils précisent qu'aucun obstacle lié à de possibles minima locaux n'a été rencontré.

Bilan comparatif des méthodes inverses

Le tableau I.1 dresse une revue synthétique des approches inverses évoquées dans cette section.

Pour résumer, les études montrent en premier lieu la nécessité de prendre en compte les effets de réfraction dus à la présence d'un écoulement cisaillé, par exemple *via* la résolution des équations d'Euler linéarisées. Elles révèlent aussi l'importance d'une condition de terminaison réaliste plutôt que parfaitement transparente, la réflexion en sortie de conduit pouvant être appliquée comme condition aux limites ou incluse dans la procédure inverse en tant que paramètre de recherche. Il est intéressant de noter que tous les travaux présentés (à l'exception de [149]) s'appuient sur des mesures discrètes de pression acoustique au niveau de la paroi rigide opposée à l'échantillon. Pour des conduits de section importante, ces méthodes sont donc difficilement exploitables du fait du manque de données à proximité du liner. Enfin, les algorithmes de type quasi-Newton semble avoir prouvé leur efficacité par rapport à leurs concurrents tels que la méthode de Nelder-Mead ou les algorithmes génétiques. La question de la sensibilité des méthodes inverses pour l'impédance aux erreurs et bruit de mesures n'a pas été soulevée, étant donné qu'aucune étude complète n'a été trouvée à ce sujet.

	NASA [151]	**Leroux** [73]	**Eversman & Gallman** [44]
Equations	CHE	CHE	CHE
Ecoulement	Uniforme	Uniforme	Uniforme
Résolution	FEM	Semi-analytique	FEM
Domaine	Fréquentiel	Fréquentiel	Fréquentiel
Paramètres	z_l	z_l	z_l, M, z_{exit}
Fonction objectif	Pression acoustique	Matrice de diffusion	Fonction de transfert (pression)
Minimisation	Quasi-Newton (SDFP)	Quasi-Newton	Nelder-Mead
	Richter [115]	**Taktak *et al.*** [134]	**Elnady *et al.*** [40]
Equations	LEE	CHE	CHE
Ecoulement	Cisaillé	Uniforme	Uniforme
Résolution	Différences finies	FEM	Semi-analytique
Domaine	Temporel	Fréquentiel	Fréquentiel
Paramètres	z_l	z_l	z_l
Fonction objectif	Pression acoustique	Puissance acoustique dissipée	Pression acoustique
Minimisation	Quasi-Newton (BFGS)	Nelder-Mead	Nelder-Mead

TABLE I.1 – Tableau comparatif des méthodes inverses présentées

I.4 Conclusions

Ce chapitre a permis de présenter les traitements acoustiques utilisés par les avionneurs pour la réduction du bruit engendré par les turbomachines. Divers types de matériaux ont été passés en revue, et les mécanismes d'absorption de liners localement réactifs étudiés. Le comportement acoustique de ces traitements, caractérisé par l'impédance acoustique, dépend non seulement des caractéristiques du matériau mais aussi de celles de l'environnement sonore dans lequel il est placé. Les notions fondamentales de résonance et d'anti-résonance ont également été introduites.

Suite à un inventaire des principales méthodes de détermination de l'impédance, nous pouvons avancer qu'il est opportun de mettre en œuvre une méthode inverse basée sur des mesures de champ de vitesse acoustique au-dessus du liner, permettant ainsi de ne pas souffrir d'une distance trop importante entre l'échantillon et la localisation des mesures. Cette technique doit être capable d'inclure notamment la présence d'écoulement de profil cisaillé ainsi qu'une condition de sortie de conduit réaliste.

Chapitre II

Outils pour une approche inverse de l'identification d'impédance acoustique

Sommaire

II.1 Les équations d'Euler linéarisées : problème direct et problème adjoint 40
II.1.1 Equations directes pour la propagation acoustique en conduit traité 40
II.1.2 Discrétisation Galerkin discontinue du problème direct 42
II.1.3 Une dérivation analytique de la fonction objectif à l'aide de l'état adjoint . 49
II.2 Mesure acoustique par Vélocimétrie Laser Doppler (LDV) 54
II.2.1 Principe de la mesure LDV 55
II.2.2 Le Banc-Aéro-Thermo-Acoustique (B2A) de l'ONERA 60
II.3 Stratégie d'optimisation pour l'élaboration d'une méthode inverse 63

Ce chapitre décrit tous les éléments composant la méthode inverse d'identification de l'impédance acoustique. Celle-ci repose sur la résolution, par une méthode Galerkin discontinue, des équations d'Euler linéarisées bidimensionnelles dans le domaine harmonique. Les données mesurées alimentant le processus sont acquises par LDV ; cette approche expérimentale et le banc d'essai B2A où sont réalisées les mesures sont donc présentés. La stratégie de minimisation de la fonction objectif est fondée sur un algorithme L-BFGS-B, le gradient de la fonction objectif étant calculé analytiquement par la méthode de l'état adjoint.

II.1 Les équations d'Euler linéarisées : problème direct et problème adjoint

II.1.1 Equations directes pour la propagation acoustique en conduit traité

Le modèle numérique repose sur les équations d'Euler linéarisées (LEE) exprimées sous forme non conservative, pour une dépendance en temps harmonique $e^{j\omega t}$ (ω étant la pulsation). Cette formulation permet la prise en compte d'un profil cisaillé pour l'écoulement porteur, comme exposé à la section I.3.3.

Considérons un écoulement moyen subsonique, stationnaire et incompressible se propageant dans un conduit bidimensionnel de hauteur H (figure II.1), avec une vitesse U_0 selon la coordonnée axiale x_1 et V_0 selon la coordonnée transversale x_2.[1] Cet écoulement vérifie les équations de Navier-Stokes linéarisées et est soumis à une perturbation acoustique $\boldsymbol{\varphi} = \left(u, v, p\right)^{\mathsf{T}}$, où $\cdot^{\mathsf{T}}$ représente l'opération de transposition. Le vecteur $\mathbf{u} = (u, v)^{\mathsf{T}}$ représente la vitesse acoustique, et p la pression acoustique. L'écoulement fluide est caractérisé par le vecteur d'état (U, V, P) avec U la vitesse longitudinale du fluide, V la vitesse transversale et P la pression. La condition d'incompressibilité de l'écoulement, valable pour $U_0 < 0.3$, s'écrit :

$$\partial_1 U_0 + \partial_2 V_0 = 0 \tag{II.1}$$

où $\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}$ est la dérivée partielle par rapport à la coordonnée x_i.

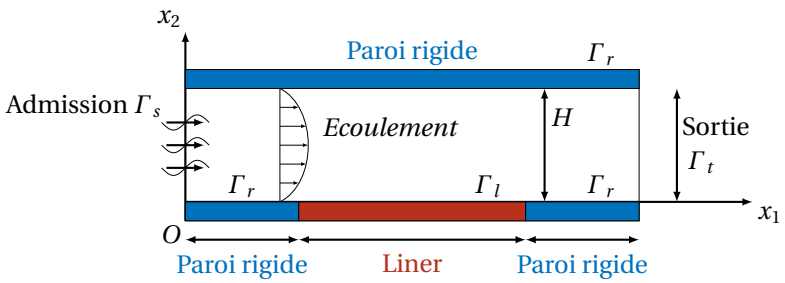


FIGURE II.1 – Géométrie générique du problème étudié

Soient c_0 la célérité du son et ρ_0 la masse volumique moyenne de l'écoulement stationnaire. La masse volumique et la vitesse du son dans le conduit sont supposées uniformes. De façon classique, les grandeurs sont adimensionnées par les paramètres présentés dans le tableau II.1, e représentant l'énergie interne du fluide.

x_i	t	ρ	U, V, U_0, V_0, u, v	P, p	e
H	H/c_0	ρ_0	c_0	$\rho_0 c_0^2$	c_0^2

TABLE II.1 – Paramètres d'adimensionnement

Le mouvement de l'écoulement fluide est régi par les équations classiques de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie appliquées à une particule

1. En pratique, l'écoulement sera considéré parallèle pleinement développé et on aura $V_0 = 0$.

fluide. Dans l'hypothèse de fluide parfait les effets de viscosité et de conductivité thermique sont négligés, et on néglige de même les forces volumiques. Les équations d'Euler instationnaires homogènes s'écrivent alors, en deux dimensions d'espace :

$$\partial_t \begin{pmatrix} \rho \\ \rho U \\ \rho V \\ \rho e \end{pmatrix} + \partial_x \begin{pmatrix} \rho U \\ \rho U^2 + P \\ \rho U V \\ (\rho e + P) U \end{pmatrix} + \partial_y \begin{pmatrix} \rho V \\ \rho U V \\ \rho V^2 + P \\ (\rho e + P) V \end{pmatrix} = \mathbf{0} \tag{II.2}$$

Dans ce système, l'équation portant sur l'énergie peut être remplacée par un bilan entropique. D'autre part l'hypothèse de barotropie suppose que pour le fluide bivariant, l'influence des variations entropiques est négligeable devant celle des variations de masse volumique. Ceci donne lieu à l'équation d'état

$$\mathrm{c}_0^2 = \frac{dP}{d\rho} \tag{II.3}$$

qui permet de s'affranchir du bilan entropique. Enfin, les équations sont linéarisées au premier ordre autour des perturbations acoustiques. Les fluctuations sont harmoniques, et leur dépendance temporelle est notée selon la convention $e^{\mathrm{j}\omega t}$. Moyennant quelques opérations algébriques, on peut écrire que le vecteur $\boldsymbol{\varphi}$ est solution du système matriciel suivant :

$$\mathrm{j}\omega\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{A}^i \partial_i \boldsymbol{\varphi} + \mathbf{B}\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0} \tag{II.4}$$

(Equations d'Euler linéarisées)

que l'on note $\mathbf{L}\boldsymbol{\varphi} = 0$. La répétition de l'index i signifie une sommation sur les valeurs possibles de i, conformément à la convention de sommation d'Einstein. Les matrices $\mathbf{A}^i$ et $\mathbf{B}$ sont définies par :

$$\mathbf{A}^1 = \begin{pmatrix} U_0 & 0 & 1 \\ 0 & U_0 & 0 \\ 1 & 0 & U_0 \end{pmatrix}, \mathbf{A}^2 = \begin{pmatrix} V_0 & 0 & 0 \\ 0 & V_0 & 1 \\ 0 & 1 & V_0 \end{pmatrix} \tag{II.5}$$

et

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \partial_1 U_0 & \partial_2 U_0 & 0 \\ \partial_1 V_0 & -\partial_1 U_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{II.6}$$

Les matrices $\mathbf{A}^i$ ont été symétrisées en vertu du théorème de Godunov [48, 52] afin d'obtenir un système de Friedrichs et faciliter l'étude des propriétés mathématiques du système [144]. La matrice $\mathbf{B}$ contient les termes relatifs au profil d'écoulement cisaillé, et s'annule pour un écoulement uniforme. Rappelons que les vitesses d'écoulement U_0 et V_0 sont adimensionnées. Le système d'équations (II.4) décrivant la propagation acoustique guidée sera appelé système « direct », par opposition aux équations adjointes développées à la section II.1.3.

Dans les travaux qui ont servi de base au développement du solveur GD, Ventribout [144] évoque les difficultés, selon la nature de l'écoulement porteur, que soulèvent la définition du problème harmonique (c'est-à-dire en régime périodique établi) associé au problème instationnaire dont il démontre le caractère bien posé. En effet l'équation de bilan d'énergie globale sur le domaine physique Ω s'écrit [37] :

$$\frac{1}{2}\partial_t \int_\Omega \boldsymbol{\varphi}^\top \boldsymbol{\varphi} + \frac{1}{2}\oint_{\partial\Omega} \boldsymbol{\varphi}^\top \mathbf{A}^i n_i \boldsymbol{\varphi} + \frac{1}{2}\int_\Omega \boldsymbol{\varphi}^\top \left(\mathbf{B} + \mathbf{B}^\top - \partial_i \mathbf{A}^i\right)\boldsymbol{\varphi} = 0 \tag{II.7}$$

Le premier terme est la somme de l'énergie cinétique massique $\frac{1}{2}(u^2+v^2)$ et de l'énergie potentielle massique $\frac{1}{2}\frac{c_0{}^2}{\rho_0{}^2}\rho'^2$ intégrée sur le domaine (ρ' est la masse volumique acoustique), tandis que l'intégrale de frontière représente le flux d'énergie. L'équation (II.7) met également en jeu la matrice $\mathbf{K}=\mathbf{B}+\mathbf{B}^\top-\partial_i\mathbf{A}^i$, qui s'annule pour un écoulement porteur uniforme. Cette matrice est liée à une source d'énergie acoustique mais n'a pas de signe déterminé, ce qui peut conduire à des problèmes instationnaires potentiellement instables en norme L_2. Si les profils d'écoulement avec point d'inflexion et retour important ($U_0(x_2)$ changeant de signe) mènent à des instabilités absolues, les profils cisaillés convexes ne soulèvent pas de difficulté particulière. Comme nous nous restreindrons à ce type d'écoulement nous considèrerons le problème harmonique en supposant son caractère bien posé, quoique le cas ne soit pas étudié théoriquement dans la référence [144].

II.1.2 Discrétisation Galerkin discontinue du problème direct

Introduites en 1973 par Reed & Hill pour l'équation de transport de la neutronique [110], les méthodes de type Galerkin discontinu (GD) ont été formalisées mathématiquement l'année suivante par Lesaint & Raviart [74]. Malgré un formalisme relativement complexe, elles ont connu ces dernières années un engouement certain auprès de la communauté aéroacoustique [5, 11, 28, 37, 47, 78, 113]. Ces méthodes appartiennent à la famille des éléments finis et constituent une version discontinue des éléments finis classiques. Elles reposent sur une approche cellule par cellule du problème, les mailles voisines étant connectées par l'intermédiaire d'un flux numérique. Les fonctions de forme sont propres à chaque élément et peuvent différer d'une maille à l'autre. De ce fait, le champ recherché est *a priori* discontinu. Les méthodes GD peuvent également être vues comme une généralisation des méthodes volumes finis, ces dernières étant apparentées à une approche GD d'ordre nul.

Les méthodes Galerkin discontinues s'avèrent particulièrement adaptées aux problèmes de l'aéroacoustique. Les schémas GD sont en premier lieu peu diffusifs et surtout peu dispersifs, ce qui les rend aptes à simuler la propagation potentielle d'ondes acoustiques sur un grand nombre de longueurs d'ondes [56, 57]. Ainsworth [1] a ainsi montré pour l'équation d'advection monodimensionnelle résolue sur maillage régulier, que les schémas GD décentrés tels que celui développé ici présentent une erreur de dispersion d'ordre $2n+3$ et une erreur de diffusion d'ordre $2n+2$, avec n l'ordre des polynômes de la base de projection. Hu & Atkins [57] ont étendu ce résultat à des ondes bidimensionnelles. Ils procèdent également à une comparaison entre éléments triangulaires et quadrangles, montrant pour les ordres 1 à 3 que si le coefficient de diffusion des triangles tend à favoriser la propagation dans une direction donnée, leurs propriétés de dispersion sont en revanche plus intéressantes que celles des quadrangles.

Formulation variationnelle

Le domaine physique Ω est approché par un domaine numérique noté Ω_h, obtenu par triangulation en éléments ouverts non dégénérés Ω_e :

$$\Omega \simeq \Omega_h = \bigcup_e \Omega_e \tag{II.8}$$

En d'autres termes, les Ω_e forment une partition de Ω_h. Pour écrire une formulation Galerkin discontinue du système d'équations (II.4), on considère une solution approchée polynômiale par morceaux $\boldsymbol{\varphi}_h$ sur le domaine numérique Ω_h. On utilise ici des éléments triangulaires de Lagrange d'ordre 1. Du fait de possibles discontinuités aux frontières des éléments, une représentation élément par élément est adoptée et on définit la restriction $\boldsymbol{\varphi}_h^e = \boldsymbol{\varphi}_h|_{\Omega_e}$ de $\boldsymbol{\varphi}_h$ à l'élément Ω_e (voir figure II.2). Après multiplication de l'équation (II.4) par une fonction test $\boldsymbol{\psi}_h^e$ et intégration sur l'élément, on obtient :

$$\int_{\Omega_e} \left(\mathrm{j}\omega \boldsymbol{\varphi}_h^e + \mathbf{A}^i \partial_i \boldsymbol{\varphi}_h^e + \mathbf{B}\boldsymbol{\varphi}_h^e \right) \cdot \boldsymbol{\psi}_h^e \, \mathrm{d}\Omega_e = 0 \tag{II.9}$$

L'équation précédente exprime l'orthogonalité du résidu à l'ensemble des fonctions test.

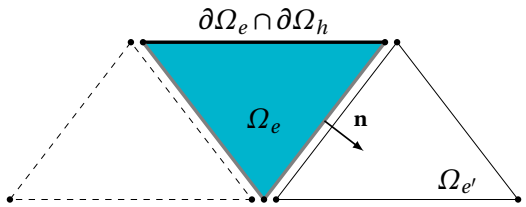


FIGURE II.2 – Un élément Ω_e adjacent à la frontière du domaine numérique

Soit $\mathbf{n} = n_i x_i$ le vecteur normal unitaire sortant à la frontière $\partial\Omega_e$. Une première intégration par parties donne, en considérant les matrices $\mathbf{A}^i$ constantes par cellule :

$$\int_{\Omega_e} \left(\mathrm{j}\omega \boldsymbol{\varphi}_h^e + \mathbf{B}\boldsymbol{\varphi}_h^e \right) \cdot \boldsymbol{\psi}_h^e \, \mathrm{d}\Omega_e - \int_{\Omega_e} \mathbf{A}^i \partial_i \boldsymbol{\psi}_h^e \cdot \boldsymbol{\varphi}_h^e \, \mathrm{d}\Omega_e + \sum_{m=1}^{3} \int_{\partial\Omega_{e,m}} \mathbf{A}^i n_i \boldsymbol{\varphi}_h^e \cdot \boldsymbol{\psi}_h^e \, \mathrm{d}\Gamma \tag{II.10}$$

Des discontinuités pouvant avoir lieu aux interfaces, l'intégrande sur chaque bord $\partial\Omega_{e,m}$ ($m \in [\![1,3]\!]$) du triangle est multivalué et sa signification doit être précisée. A cette fin, définissons les traces intérieure $\boldsymbol{\varphi}_h^{e^-}$ et extérieure $\boldsymbol{\varphi}_h^{e^+}$ de $\boldsymbol{\varphi}_h^e$ à la position $\mathbf{x} \in \partial\Omega_e$:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varphi}_h^{e^-}(\mathbf{x}) = \lim\limits_{\substack{\mathbf{x'} \to \mathbf{x} \\ \mathbf{x'} \in \Omega_e}} \boldsymbol{\varphi}_h^e(\mathbf{x'}) \\ \boldsymbol{\varphi}_h^{e^+}(\mathbf{x}) = \lim\limits_{\substack{\mathbf{x'} \to \mathbf{x} \\ \mathbf{x'} \notin \Omega_e}} \boldsymbol{\varphi}_h^e(\mathbf{x'}) \end{cases} \tag{II.11}$$

Nous introduisons ensuite un flux numérique $\widehat{\mathbf{F}}_e(\boldsymbol{\varphi}_h^{e^-}, \boldsymbol{\varphi}_h^{e^+})$ qui assurera la connexion entre les éléments, et est donc fonction des traces intérieure et extérieure et de la normale à l'élément. La formulation variationnelle (II.10) peut alors s'écrire :

$$\int_{\Omega_e} \left(\mathrm{j}\omega \boldsymbol{\varphi}_h^e + \mathbf{B}\boldsymbol{\varphi}_h^e \right) \cdot \boldsymbol{\psi}_h^e \, \mathrm{d}\Omega_e - \int_{\Omega_e} \mathbf{A}^i \partial_i \boldsymbol{\psi}_h^e \cdot \boldsymbol{\varphi}_h^e \, \mathrm{d}\Omega_e + \sum_{m=1}^{3} \int_{\partial\Omega_{e,m}} \widehat{\mathbf{F}}_e(\boldsymbol{\varphi}_h^{e^-}, \boldsymbol{\varphi}_h^{e^+}) \cdot \boldsymbol{\psi}_h^{e^-} \, \mathrm{d}\Gamma = 0 \tag{II.12}$$

Le flux numérique sera explicité par la suite (voir section II.1.2), mais nous pouvons d'ores et déjà noter qu'il devra satisfaire les propriétés de consistance et de conservativité, soit :

$$\widehat{\mathbf{F}}_e(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}) = \mathbf{A}^i n_i \boldsymbol{\varphi} \qquad \text{et} \qquad \widehat{\mathbf{F}}_e(\boldsymbol{\varphi}_h^{e^-}, \boldsymbol{\varphi}_h^{e^+}) + \widehat{\mathbf{F}}_{e'}(\boldsymbol{\varphi}_h^{e'^-}, \boldsymbol{\varphi}_h^{e'^+}) = 0 \tag{II.13}$$

Une seconde intégration par parties de (II.12) est alors réalisée. La connexion entre éléments voisins étant désormais assurée, on considère que $\boldsymbol{\varphi}_h^e|_{\partial\Omega_{e,m}} = \boldsymbol{\varphi}_h^{e-}$. On en déduit :

$$\int_{\Omega_e} \left(\mathrm{j}\omega \boldsymbol{\varphi}_h^e + \mathbf{A}^i \partial_i \boldsymbol{\varphi}_h^e + \mathbf{B}\boldsymbol{\varphi}_h^e \right) \cdot \boldsymbol{\psi}_h^e \, \mathrm{d}\Omega_e + \sum_{m=1}^{3} \underbrace{\int_{\partial\Omega_{e,m}} \left[\widehat{\mathbf{F}}_e(\boldsymbol{\varphi}_h^{e-}, \boldsymbol{\varphi}_h^{e+}) - \mathbf{A}^i n_i \boldsymbol{\varphi}_h^{e-} \right] \cdot \boldsymbol{\psi}_h^{e-} \, \mathrm{d}\Gamma}_{I_{\text{flux}}} = 0 \tag{II.14}$$

Bien entendu, la comparaison des équations (II.9) et (II.14) indique que le terme de sommation est nul pour la solution du problème, ce qui est lié à la propriété de consistence du flux numérique avancée à l'équation (II.13).

La formulation variationnelle doit maintenant être complétée par une expression explicite du flux numérique et par la spécification des conditions aux limites imposées.

Flux numérique et conditions aux limites

Puisqu'il relie les éléments voisins entre eux et permet l'application des conditions aux limites, le choix d'un flux numérique est une étape cruciale dans la construction d'un schéma Galerkin discontinu. Plusieurs cas peuvent se présenter pour la sélection de $\widehat{\mathbf{F}}_e(\boldsymbol{\varphi}_h^{e-}, \boldsymbol{\varphi}_h^{e+})$ et le calcul de l'intégrale qui y est associée dans l'équation (II.14), selon que le bord $\partial\Omega_{e,m}$ est situé à l'intérieur du domaine ou à sa frontière et, dans ce dernier cas, selon le type de condition aux limites à appliquer. Les choix de flux numériques effectués ici garantissent que le schéma construit pour le problème temporel instationnaire obtenu par transformée de Fourier inverse de l'équation (II.4) est stable et convergent [53, 144]. Quoique l'aspect bien posé du problème harmonique (II.4) n'ait pu être prouvé, des travaux antérieurs ont montré que des configurations sans écoulement, avec écoulement uniforme ou avec écoulement cisaillé sans point d'inflexion ne devraient pas présenter d'instabilité convective ou absolue [144].

Si $\partial\Omega_{e,m}$ est une arête interne, un flux numérique décentré amont doit être utilisé pour garantir la stabilité du schéma dans le cas instationnaire [131]. Pour effectuer le décentrement, il est nécessaire de pouvoir trier les ondes selon leur provenance. Différentes techniques de différentiation existent et sont passées en revue entre autres par Harten *et al.* [54], où les auteurs s'attardent en particulier sur les schémas de type Godunov, mais également à la méthode de séparation des flux, communément appelée *Flux-Vector Splitting* (FVS). Cette approche a été introduite par Steger & Warming [131] pour les équations de la dynamique des gaz sous forme conservative, et appliquée par exemple par Gabard [47] pour le développement d'un schéma GD basé sur une décomposition locale de la solution en ondes planes. Pour le système d'équation (II.4), où les équations d'Euler sont linéarisées et sous forme non conservative, toutes ces techniques sont équivalentes [141].

La méthode de *flux splitting* exploite l'hyperbolicité du problème, qui permet de procéder par décomposition de la solution sur la frontière $\partial\Omega_{e,m}$ en ondes entrantes et sortantes, appelées « caractéristiques ». Mathématiquement, cette idée s'exprime par le fait que la matrice $\mathbf{A}^i n_i$ est symétrique réelle et peut être décomposée en deux matrices $\mathbf{A}^i n_i^+$ et $\mathbf{A}^i n_i^-$, associées respectivement aux valeurs propres positives (caractéristiques sortantes)

et négatives (caractéristiques entrantes), tel que :

$$\begin{aligned}\mathbf{A}^i n_i &= \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}^{-1}\\ &= \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}^+\mathbf{P}^{-1} + \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}^-\mathbf{P}^{-1}\\ &= \mathbf{A}^i n_i^+ + \mathbf{A}^i n_i^- \end{aligned} \tag{II.15}$$

où $\mathbf{P}$ est la matrice des vecteurs propres de $\mathbf{A}^i n_i$, et $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda}^+ + \mathbf{\Lambda}^-$ la matrice diagonale contenant les valeurs propres de $\mathbf{A}^i n_i$, qui sont les vitesses de phase des caractéristiques. Les matrices $\mathbf{\Lambda}^+$ et $\mathbf{\Lambda}^-$ contiennent respectivement les valeurs propres positives et négatives. Ces valeurs propres étant $U^i n_i$, $(U^i n_i + 1)$ et $(U^i n_i - 1)$, l'expression de $\mathbf{A}^i n_i^+$ et $\mathbf{A}^i n_i^-$ sera fonction du signe de la vitesse normale locale du fluide, $U_n = U^i n_i$. Un calcul simple donne la formule générale suivante pour $\mathbf{A}^i n_i^-$:

$$\mathbf{A}^i n_i^- = \inf(0, U_n)\begin{pmatrix} {n_2}^2 & -n_1 n_2 & 0\\ -n_1 n_2 & {n_1}^2 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix} + \frac{U_n - 1}{2}\begin{pmatrix} {n_1}^2 & n_1 n_2 & -n_1\\ n_1 n_2 & {n_2}^2 & -n_2\\ -n_1 & -n_2 & 1\end{pmatrix} \tag{II.16}$$

Le tri des caractéristiques étant effectué, le flux numérique décentré amont est construit en associant la trace intérieure aux ondes sortantes (i.e. aux valeurs propres positives) et la trace extérieure aux ondes entrantes (i.e. aux valeurs propres négatives), comme schématisé sur la figure II.3. De façon formelle,

$$\widehat{\mathbf{F}}_e(\boldsymbol{\varphi}_h^{e-}, \boldsymbol{\varphi}_h^{e+}) = \mathbf{A}^i n_i^+ \boldsymbol{\varphi}_h^{e-} + \mathbf{A}^i n_i^- \boldsymbol{\varphi}_h^{e+} \tag{II.17}$$

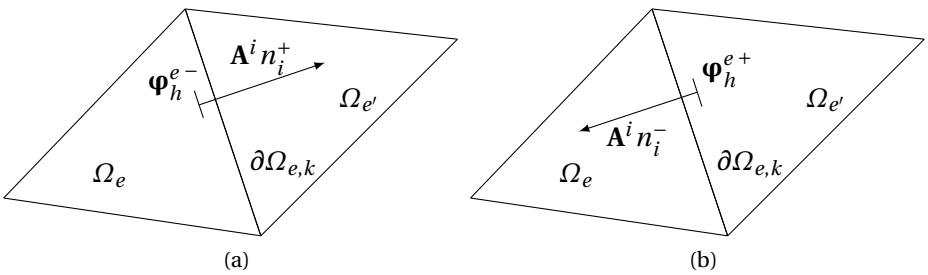


FIGURE II.3 – Flux numérique décentré amont : caractéristiques (a) sortantes et (b) entrantes pour l'élément Ω_e

Un tel schéma garantit de faibles erreurs dues à la dispersion [37]. L'intégrale I_{flux} correspondante dans l'équation (II.14) pour une arête interne $\partial\Omega_{e,m}$ s'écrit alors, étant donnée la décomposition (II.15) :

$$I_{\text{flux}} = \int_{\partial\Omega_{e,m}\cap\Gamma_i} \mathbf{A}^i n_i^- \left(\boldsymbol{\varphi}_h^{e+} - \boldsymbol{\varphi}_h^{e-}\right)\cdot \boldsymbol{\psi}_h^{e-}\,\mathrm{d}\Gamma \tag{II.18}$$

où Γ_i est l'ensemble des arêtes internes de l'élément Ω_e. Cette expression, combinée à la propriété de conservativité (II.13), peut être vue comme une condition de Rankine-Hugoniot à travers une discontinuité fixe.

Si $\partial\Omega_{e,m}$ est une arête à la frontière du domaine de calcul, trois conditions aux limites différentes sont susceptibles d'être appliquées. Dans le cas générique d'un conduit traité soumis à un écoulement, une condition de source – par exemple une onde plane – est appliquée à l'admission sur la frontière linéique Γ_s. La présence du liner et de parois rigides, équivalentes à un liner de coefficient de réflexion unitaire, est modélisée par l'implémentation d'une condition aux limites d'impédance sur Γ_l (impédance z_l) et Γ_r (admittance nulle). La sortie Γ_t peut être soumise à une condition de non réflexion ou à une condition d'impédance.

– Condition de source
  Une condition de source, exprimée sous forme forte par $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}_0$, est appliquée grâce à l'introduction de cellules fictives unidimensionnelles dont le vecteur d'état égal à $\boldsymbol{\varphi}_0$ forme la trace extérieure de l'élément Ω_e (voir figure II.4). L'arête de Ω_e communiquant avec la cellule fictive est alors considérée comme une arête interne, menant ainsi à :

$$I_{\text{flux}} = \int_{\partial\Omega_{e,m}\cap\Gamma_s} \mathbf{A}^i n_i^- \left(\boldsymbol{\varphi}_0 - \boldsymbol{\varphi}_h^{e-}\right) \cdot \boldsymbol{\psi}_h^{e-} \, \mathrm{d}\Gamma \tag{II.19}$$

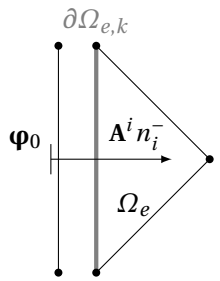


FIGURE II.4 – Condition aux limites de source

– Condition aux limites non réfléchissante
  Afin d'éviter les réflexions numériques aux frontières ouvertes du domaine de calcul, on utilise les conditions caractéristiques de Thompson [139] dérivées du schéma décentré amont obtenu par *flux splitting*. Les ondes entrant dans le domaine de calcul, et liées par conséquent à $\mathbf{A}^i n_i^-$, sont annulées. On obtient donc, à partir de l'équation (II.17) :

$$\widehat{\mathbf{F}}_e(\boldsymbol{\varphi}_h^{e-}, \boldsymbol{\varphi}_h^{e+}) = \mathbf{A}^i n_i^+ \boldsymbol{\varphi}_h^{e-} \tag{II.20}$$

  et l'intégrale correspondante dans (II.14) pour une frontière non réflechissante s'écrit :

$$I_{\text{flux}} = \int_{\partial\Omega_{e,m}\cap\Gamma_t} -\mathbf{A}^i n_i^- \boldsymbol{\varphi}_h^{e-} \cdot \boldsymbol{\psi}_h^{e-} \, \mathrm{d}\Gamma \tag{II.21}$$

– Conditions aux limites d'impédance
  A la section I.2.5, nous avons examiné les points délicats pouvant être soulevés par l'implémentation d'une condition aux limites d'impédance. Ainsi la condition d'Ingard-Myers, mise au point pour permettre l'application d'une hypothèse d'écoulement uniforme au-dessus d'un traitement acoustique, s'avère instable voire inadéquate. Pour les applications visées ici, la vitesse de l'écoulement est mesurée par LDV, ce qui donne accès au profil réel d'écoulement cisaillé, avec condition de non-glissement à la paroi. On

implémente donc une condition d'impédance « classique », ce qui s'écrit :

$$z = \frac{p}{v^i n_i} = \frac{p}{v_n} \tag{II.22}$$

avec $v_n = v^i n_i$ la vitesse acoustique normale à la paroi.
C'est encore une fois par l'intermédiaire d'une cellule fictive uni-dimensionnelle que la trace de l'élément Ω_e voisin à la paroi est représenté. On utilise un flux centré, impliquant la moyenne de $\boldsymbol{\varphi}$ sur la frontière, que l'on note $\{\!\{\boldsymbol{\varphi}\}\!\} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_h^{e-} + \boldsymbol{\varphi}_h^{e+}}{2}$. Le flux numérique s'écrit alors $\widehat{\mathbf{F}}_e(\boldsymbol{\varphi}_h^{e-}, \boldsymbol{\varphi}_h^{e+}) = \mathbf{A}^i n_i \{\!\{\boldsymbol{\varphi}\}\!\}$ et

$$I_{\text{flux}} = \int_{\partial\Omega_{e,m} \cap (\Gamma_l \cup \Gamma_r} \mathbf{A}^i n_i \frac{\boldsymbol{\varphi}_h^{e+} - \boldsymbol{\varphi}_h^{e-}}{2} \cdot \boldsymbol{\psi}_h^{e-} \, \mathrm{d}\Gamma \tag{II.23}$$

La trace extérieure est imposée de façon à ce que la condition d'impédance (II.22) soit prise en compte par rapport à la trace intérieure :

$$\begin{cases} {v_n}^+ = \frac{1}{z} p^- \\ p^+ = z \, {v_n}^- \end{cases} \tag{II.24}$$

où les exposants + et − représentent toujours les traces extérieure et intérieure de la quantité considérée. Un rapide calcul donne :

$$I_{\text{flux}} = \int_{\partial\Omega_{e,m} \cap (\Gamma_l \cup \Gamma_r)} \mathbf{M}_z \boldsymbol{\varphi}_h^{e-} \cdot \boldsymbol{\psi}_h^{e-} \, \mathrm{d}\Gamma \tag{II.25}$$

La matrice $\mathbf{M}_z$ est définie par :

$$\mathbf{M}_z = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} z \, {n_1}^2 & z \, n_1 n_2 & -n_1 \\ z \, n_1 n_2 & z \, {n_2}^2 & -n_2 \\ -n_1 & -n_2 & 1/z \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} z \, \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} & -\mathbf{n} \\ -\mathbf{n}^\top & 1/z \end{pmatrix} \tag{II.26}$$

où $\otimes$ est le produit dyadique. Des études antérieures [37, 144] attestent qu'une formulation mettant en jeu le coefficient de réflexion est équivalente mais numériquement plus intéressante. En effet, elle permet de s'affranchir des formes indéterminées pour le cas de parois rigides ($z \to \infty$) ou de paroi parfaitement molle ($z = 0$). D'autre part, elle donne lieu pour le problème instationnaire équivalent à une condition CFL β-indépendante, ce qui n'est pas vérifié pour la formulation en z. Ventribout [144] a de plus montré numériquement que le passage d'une formulation en z à une formulation en β entraîne une convexification de la fonction objectif. Une telle convexité est une propriété précieuse lors de l'étude de problèmes d'optimisation, puisqu'elle assure le caractère global d'un minimum *a priori* local.
On trouve finalement :

$$I_{\text{flux}} = \int_{\partial\Omega_{e,m} \cap (\Gamma_l \cup \Gamma_r)} \mathbf{M}_\beta \boldsymbol{\varphi}_h^{e-} \cdot \boldsymbol{\psi}_h^{e-} \, \mathrm{d}\Gamma \tag{II.27}$$

avec

$$\mathbf{M}_\beta = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (\beta+1) \, \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} & -(1-\beta)\mathbf{n} \\ -(1+\beta)\mathbf{n}^\top & (1-\beta) \end{pmatrix} \tag{II.28}$$

Ecrire $\mathbf{M}_\beta$ sous cette forme permet d'avoir une forme forte de la condition aux limites telle que $\mathbf{M}_\beta \boldsymbol{\varphi} = 0$, que ce soit pour un liner, une paroi rigide (en prenant $\beta = 1$) ou une paroi molle ($\beta = -1$) sans les problèmes de singularités précédemment évoqués.

Le système d'équations assorti de ses conditions aux limites peut s'écrire sous forme forte :

$$\begin{cases} \mathbf{L}\boldsymbol{\varphi} = 0 & \text{sur } \Omega \\ \mathbf{M}_\beta \boldsymbol{\varphi} = 0 & \text{sur } \Gamma_l \cup \Gamma_r \\ \mathbf{A}^i n_i^- \boldsymbol{\varphi} = 0 & \text{sur } \Gamma_t \\ \mathbf{A}^i n_i^- \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{A}^i n_i^- \boldsymbol{\varphi}_0 & \text{sur } \Gamma_s \end{cases} \tag{II.29}$$

Mise en œuvre

Une fois la formulation variationnelle locale établie et les flux numériques choisis, $\boldsymbol{\varphi}_h^e$ et $\boldsymbol{\psi}_h^e$ sont décomposés selon les fonctions de forme locales λ_j^e de l'élément, tel que

$$\boldsymbol{\varphi}_h^e = \sum_i \boldsymbol{\varphi}_{h,i}^e \lambda_i^e \qquad \text{et} \qquad \boldsymbol{\psi}_h^e = \sum_i \boldsymbol{\psi}_{h,i}^e \lambda_i^e \quad . \tag{II.30}$$

Les coefficients nodaux $\boldsymbol{\psi}_{h,i}^e$ de la fonction test $\boldsymbol{\psi}_h^e$ sont choisis unitaires. On parvient alors à la formulation variationnelle suivante :

$$\begin{aligned} &\sum_{j,k} \int_{\Omega_e} \left(\mathrm{j}\omega \lambda_j^e + \mathbf{A}^i \partial_i \lambda_j^e + \mathbf{B} \lambda_j^e \right) \boldsymbol{\varphi}_{h,j}^e \lambda_k^e \, \mathrm{d}\Omega_e \\ &\qquad + \sum_{j,k} \sum_{m=1}^{3} \int_{\partial\Omega_{e,m} \cap \Gamma_i} \mathbf{A}^i n_i^- \left(\boldsymbol{\varphi}_{h,j}^{e+} - \boldsymbol{\varphi}_{h,j}^{e-} \right) \lambda_j \lambda_k \, \mathrm{d}\Gamma \\ &\qquad + \sum_{j,k} \sum_{m=1}^{3} \int_{\partial\Omega_{e,m} \cap \Gamma_s} \mathbf{A}^i n_i^- \left(\boldsymbol{\varphi}_0 - \boldsymbol{\varphi}_{h,j}^{e-} \right) \lambda_j \lambda_k \, \mathrm{d}\Gamma \\ &\qquad + \sum_{j,k} \sum_{m=1}^{3} \int_{\partial\Omega_{e,m} \cap \Gamma_t} -\mathbf{A}^i n_i^- \boldsymbol{\varphi}_{h,j}^{e-} \lambda_j \lambda_k \, \mathrm{d}\Gamma \\ &\qquad + \sum_{j,k} \sum_{m=1}^{3} \int_{\partial\Omega_{e,m} \cap (\Gamma_l \cup \Gamma_r)} \mathbf{M}_\beta \boldsymbol{\varphi}_{h,j}^{e-} \lambda_j \lambda_k \, \mathrm{d}\Gamma \\ &\qquad = 0 \end{aligned} \tag{II.31}$$

Notons l'exposant $\cdot^e$ qui décrit une dépendance de λ_i^e à l'élément considéré, les fonctions de forme pouvant différer d'un élément à l'autre dans les méthodes de type Galerkin discontinu. Aucun raffinement local en ordre n'est envisagé dans l'implémentation utilisée pour ces travaux. Les fonctions de formes restent donc les mêmes pour tous les éléments, et seront désormais notées λ_i (sans exposant).

Les fonctions de forme λ_i sont définies à partir des coordonnées barycentriques. Chacun des éléments du maillage peut être obtenu à partir de l'élément de référence de même dimension par transformation affine bijective (voir figure II.5), traduite par un simple changement de variable dans les intégrales correspondantes. Les fonctions d'interpolation géométrique correspondant à cette transformation notée T permettent de relier les coordonnées

(ξ,η) de l'élément de référence aux coordonnées (x_1,x_2) de l'élément réel. Elles sont ici prises égales aux fonctions de forme ; les éléments sont donc isoparamétriques.

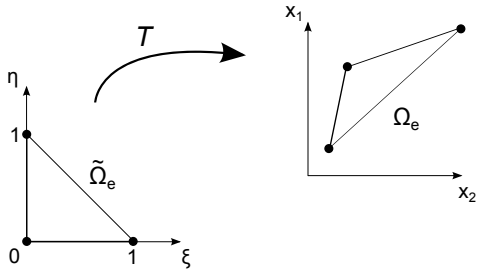


FIGURE II.5 – Transformation de l'élément de référence surfacique en un élément réel quelconque

En dimension 1, on définit l'élément de référence comme étant le segment $[-1,1]$. En dimension 2, il s'agit du simplexe de sommets $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$. Les coordonnées barycentriques s'écrivent alors :

$$\lambda_1(\xi) = \frac{1}{2}(1-\xi) \quad ; \quad \lambda_2(\xi) = \frac{1}{2}(1+\xi) \tag{II.32}$$

pour l'élément linéique et

$$\lambda_1(\xi,\eta) = \xi \quad ; \quad \lambda_2(\xi,\eta) = \eta \quad ; \quad \lambda_3(\xi,\eta) = 1-\xi-\eta \tag{II.33}$$

pour l'élément surfacique. L'intégrale d'une fonction $g(x_1,x_2)$ sur l'élément réel Ω_e s'exprime aisément en fonction de l'intégrale sur l'élément de référence $\tilde{\Omega}_e$ et de la transformation $T : (\xi,\eta) \to (x_1,x_2)$. Par exemple, pour un élément surfacique :

$$\int_{\Omega_e} g(x_1,x_2)\,\mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2 = \int_{\tilde{\Omega}_e} g\left(T(\xi,\eta)\right)\det\left(J_T(\xi,\eta)\right)\,\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta \tag{II.34}$$

avec

$$J = \begin{pmatrix} \partial_\xi x_1 & \partial_\eta x_1 \\ \partial_\xi x_2 & \partial_\eta x_2 \end{pmatrix} \tag{II.35}$$

la jacobienne de la transformation T.

En sommant sur l'ensemble des éléments Ω_e, on obtient finalement un système global d'équations linéaires :

$$\left(\mathrm{j}\omega\mathbf{N}+\mathbf{K}\right)\mathbf{\Phi} = \mathbf{0} \tag{II.36}$$

$\mathbf{N}$ est la matrice de masse du système et $\mathbf{K}$ la matrice de raideur. Le vecteur inconnu $\mathbf{\Phi}$ est constitué des coefficients nodaux $\boldsymbol{\varphi}^e_{h,j}$.

II.1.3 Une dérivation analytique de la fonction objectif à l'aide de l'état adjoint

Le processus d'identification de paramètres consiste à résoudre un problème inverse au sens des moindres carrés, autrement dit par minimisation d'une fonction objectif $\mathcal{J}$ représentative de la distance entre simulation numérique et données mesurées. Cette fonction objectif peut s'écrire sous la forme générale suivante :

$$\mathcal{J} = \int_{\Omega} \|\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{calc}} - \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{meas}}\|^2\, I_{\Omega_{\mathrm{obs}}}(\mathbf{x}) \tag{II.37}$$

où $I_{\Omega_{\text{obs}}}(\mathbf{x})$ est la fonction caractéristique (au sens de la théorie des ensembles) de Ω_{obs}, de valeur unitaire si $\mathbf{x} \in \Omega_{\text{obs}}$ et de valeur nulle sinon. Selon le cas considéré, seules certaines composantes du vecteur $\boldsymbol{\varphi}$ seront prises en compte. La région d'observation Ω_{obs} pourra être linéique (par exemple un ensemble de positions de microphones en paroi supérieure, cf. chapitre IV) ou surfacique dans le cas d'une méthode inverse basée sur un champ vectoriel de vitesse acoustique.

Un algorithme de type quasi-Newton est choisi pour la procédure d'optimisation, bien qu'une approche sans gradient telle que l'algorithme de Nelder-Mead ou de type évolutionnaire, par exemple un algorithme génétique, pourrait également être utilisée. La méthode inverse développée dans les présents travaux s'inscrit donc dans le cadre d'une minimisation de la fonction (II.37) par un algorithme d'optimisation avec gradient. Il faut donc disposer d'un moyen d'obtenir le gradient de la fonction objectif, et ce à un moindre coût du point de vue des ressources numériques. Dans la plupart des références de la littérature, le gradient en question est calculé de façon approchée par différences finies (voir par exemple [146]). Ainsi, à l'itération k, la dérivée de $\mathcal{J}$ par rapport à un paramètre g_i est estimée par l'expression :

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial g_i^{(k)}} = \frac{1}{\delta g_i}\left(\mathcal{J}(g_i^{(k)} + \delta g_i) - \mathcal{J}(g_i^{(k)})\right) \tag{II.38}$$

pour une variation δg_i choisie. On comprend à la vue de l'équation (II.38) que pour N paramètres, $N+1$ résolutions de l'équation d'état seront *a priori* nécessaires : une pour $\delta g_i = 0$ (c'est-à-dire à la position courante) et une pour chacun des N paramètres. Le calcul peut donc s'avérer coûteux lorsque le nombre de paramètres d'identification est élevé, ce qui oblige alors à utiliser des algorithmes sans gradient avec les inconvénients mentionnés plus loin (voir section II.3).

Une autre possibilité, qui est celle choisie ici, est d'accéder à $\nabla\mathcal{J}$ grâce à l'état adjoint. Ce dernier permet d'écrire une expression analytique du gradient, qu'il est alors possible de calculer pour un coût ne dépendant pas du nombre de paramètres. Pour les problèmes d'identification, cette solution a été introduite en premier lieu par Chavent & Lemonnier [27]. A la connaissance de l'auteur, seule une référence fait état de la résolution grâce au problème adjoint d'un problème inverse de détermination de l'impédance acoustique [77]. Ludwig *et al.* y utilisent une approche type intégrale de frontière, pour identifier les coefficients d'un modèle temporel de l'impédance acoustique d'un matériau. Malheureusement, seul un cas-test numérique est présenté. La possibilité offerte par la méthode adjointe d'avoir accès analytiquement au gradient de la fonction objectif est particulièrement appréciée dans un contexte d'optimisation de forme, où le nombre de paramètres est élevé. Par exemple, Wang *et al.* [145] exploitent cet avantage dans une méthode d'optimisation de forme basée sur un schéma Galerkin discontinu d'ordre élevé, où les paramètres (alors appelés « variables de conception ») sont les déformations de chaque nœud de maillage situé à la surface du profil d'aile, soit 117 paramètres de contrôle. Pour leur part, Wei & Freund [157] utilisent l'adjoint dans l'optique de contrôler le bruit engendré par un écoulement cisaillé libre subsonique, en modélisant les actionneurs par un terme source général de support compact. Enfin, Airiau *et al.* [3] l'appliquent à l'étude de la réceptivité et de la sensibilité d'une couche limite incompressible au-dessus d'une plaque plane, et Barone & Lele [10] à la réceptivité d'une couche de mélange compressible.

Adjoint continu et adjoint discret

Au sein même des approches adjointes, on trouve deux sous-catégories distinctes [2, 51].

- On peut choisir de travailler à partir des équations continues du problème direct, à partir desquelles on détermine les équations adjointes. Chaque système d'équation est ensuite discrétisé, en général avec le même schéma. C'est l'approche de l'**adjoint continu**. Elle autorise l'utilisation de maillages différents pour la résolution du problème direct et du problème adjoint, mais peut conduire à des aberrations quant au gradient calculé [51].
- La seconde option est de discrétiser dans un premier temps les équations directes, puis de chercher l'adjoint des équations directes discrétisées. C'est l'approche de l'**adjoint discret**.[2] Il est courant d'utiliser dans ce cas des méthodes de différentiation automatique (voir par exemple [90]) qui dérivent directement le code source, en le décomposant en opérations élémentaires et par application répétée de la dérivation en chaîne. Ce type d'approche est particulièrement employé en météorologie [122].

Les opérations de discrétisation et de dérivation de l'adjoint n'étant pas commutatives, les deux façons de procéder ne sont pas équivalentes. Toutefois, Ventribout [144] a montré qu'avec le schéma Galerkin discontinu, et du fait du caractère réel de la fonction objectif et de sa dérivée, adjoint continu et adjoint discret mènent strictement au même résultat. Nous choisissons donc la première approche, plus facile à manipuler.

Choix des paramètres d'identification

Avant de déterminer les équations adjointes, une première étape consiste à définir les paramètres d'identification concernés. On adopte les notations suivantes (voir la figure II.1) :

Γ_s désigne le plan source ;

Γ_l désigne l'ensemble soumis à une condition d'impédance non infinie ;

Γ_r désigne l'ensemble soumis à une condition de paroi rigide (admittance nulle) ;

Γ_t désigne le plan de terminaison du conduit.

Il a été souligné lors de la revue bibliographique (voir plus précisément la section I.3.3) qu'il peut être bénéfique d'intégrer à la procédure inverse des paramètres autres que l'impédance z_l du liner que l'on cherche à atteindre. Concernant la condition de sortie tout d'abord, il est nécessaire de prendre en compte le caractère non anéchoïque de la terminaison du banc d'essai, bien que celle-ci soit conçue de façon à limiter au mieux les réflexions. Jones *et al.* [66] ont opté pour une mesure de l'impédance de sortie, qu'ils imposent ensuite comme condition aux limites en entrée du code éléments finis. Ils montrent à cette occasion la sensibilité de l'impédance de liner identifiée vis-à-vis de cette impédance de sortie, dont une variation de 0.02 en résistance peut entraîner une fluctuation de la résistance de liner allant jusqu'à 0.5, selon la vitesse de l'écoulement. C'est cette sensibilité qui a incité Eversman & Gallman [44] à inclure l'impédance de sortie au processus de recherche. Il en est par ailleurs de même pour la condition de source : si les méthodes existantes imposent des caractéristiques de source obtenues expérimentalement comme condition aux limites de la méthode numérique, nous choisissons de l'incorporer à la procédure inverse. Enfin,

2. Entre autres, Gunzburger [51] utilise les expressions anglophones bien explicites « differentiate-then-discretize » pour l'adjoint continu, et « discretize-then-differentiate » pour l'adjoint discret.

nous pourrons tirer parti des propriétés induites par l'utilisation de l'adjoint en augmentant le nombre de paramètres par partitionnement du liner. Ce dernier est alors représenté non plus par une mais par de multiples impédances. Cela laisse la possibilité de vérifier l'homogénéité du matériau, voire de caractériser des matériaux à réaction non localisée tels que les matériaux poreux.

Au final, dans le cas d'un liner homogène représenté par une unique impédance, on dispose de 3 paramètres complexes d'identification (voir figure II.6), soit 6 paramètres réels (partie réelle et partie imaginaire de chacun des 3 paramètres complexes) :

- l'impédance du liner z_l sur Γ_l ;
- l'impédance de terminaison z_t sur Γ_t ;
- un coefficient de calibration C pour la source, afin que l'ensemble du champ soit calibré en amplitude et en phase sur les données mesurées.

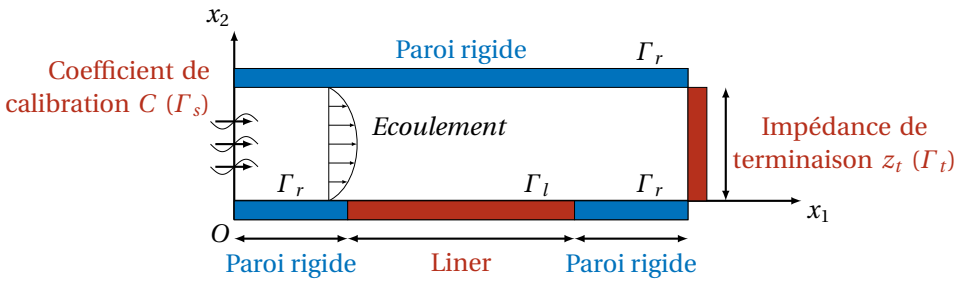


FIGURE II.6 – Paramètres d'identification

Système d'équations adjointes - Dérivées de la fonction objectif

Le système d'équations adjointes et les dérivées directionnelles de $\mathcal{J}$ sont déterminés par la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Cette méthode, destinée initialement à passer d'un problème d'optimisation avec contraintes à un problème sans contraintes, va nous permettre de définir le système des équations adjointes. A partir de la fonction objectif originale, on construit une fonction lagrangienne en considérant l'équation directe et les conditions aux limites associées comme des contraintes. Le Lagrangien est ainsi obtenu par combinaison linéaire de la fonction objectif et de ces contraintes, *via* des coefficients appelés « multiplicateurs de Lagrange ».

Si $\mathcal{J}$ dépend directement du vecteur d'état $\boldsymbol{\varphi}$, elle est aussi indirectement fonction des paramètres de recherche mentionnés ci-dessus, c'est-à-dire du coefficient de calibration C et des impédances de liner et de terminaison, que nous noterons de façon générale z. Cette dépendance est notée $\mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C)$. Le Lagrangien est fonction des mêmes variables, mais également du vecteur multiplicateur de Lagrange $\boldsymbol{\varphi}^*$ – notation qui n'est pas innocente, car nous le définirons plus tard comme la solution des équations adjointes. A noter qu'il serait possible, avec une connaissance *a priori* du système adjoint, de calculer la dérivée de $\mathcal{J}$ à partir de sa définition en tant que limite, pour une variation infiniment petite du paramètre, du taux d'accroissement. C'est par exemple la solution choisie par Ventribout [144].

Soit $\langle \cdot, \cdot \rangle$ le produit scalaire hermitien. La fonction lagrangienne est définie de la façon

suivante :

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\varphi}, z, C, \boldsymbol{\varphi}^*) = \mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C) - \Big[\langle \mathbf{L}\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}^*\rangle_\Omega + \langle \mathbf{A}^i n_i^-(\boldsymbol{\varphi}^+ - \boldsymbol{\varphi}^-), \boldsymbol{\varphi}^*\rangle_{\Gamma_i} + \langle \mathbf{A}^i n_i^-(C\boldsymbol{\varphi}_0 - \boldsymbol{\varphi}^-), \boldsymbol{\varphi}^*\rangle_{\Gamma_s} + \langle \mathbf{M}_\beta \boldsymbol{\varphi}^-, \boldsymbol{\varphi}^*\rangle_{\Gamma_l \cup \Gamma_r} + \langle -\mathbf{A}^i n_i^- \boldsymbol{\varphi}^-, \boldsymbol{\varphi}^*\rangle_{\Gamma_t}\Big] \quad \text{(II.39)}$$

(Lagrangien)

L'exposant e et l'indice h sont omis par souci de clarté des notations. De même le conjugué complexe devrait ici être ajouté pour assurer le caractère réel du Lagrangien, mais est volontairement négligé pour alléger l'écriture. Notons que $\mathcal{L}$ est construit de manière à être égal à $\mathcal{J}$ lorsque les équations directes sont satisfaites. Pour chercher un minimum de $\mathcal{J}$, il faut chercher un point critique de $\mathcal{L}$. Pour assurer la stationnarité du Lagrangien, l'idée est de factoriser l'équation (II.39) par intégrations par parties, dans le but d'écrire une petite variation de $\mathcal{L}$ sous la forme :

$$\delta\mathcal{L}(\boldsymbol{\varphi}, z, C, \boldsymbol{\varphi}^*) = \langle \partial_{\boldsymbol{\varphi}}\mathcal{L}, \delta\boldsymbol{\varphi}\rangle + \langle \partial_{\boldsymbol{\varphi}^*}\mathcal{L}, \delta\boldsymbol{\varphi}^*\rangle + \langle \partial_z\mathcal{L}, \delta z\rangle + \langle \partial_C\mathcal{L}, \delta C\rangle \quad \text{(II.40)}$$

puis d'annuler chaque dérivée directionnelle, en considérant que les variables varient indépendamment.

Une petite variation de $\mathcal{L}(\boldsymbol{\varphi}, z, C, \boldsymbol{\varphi}^*)$ s'écrit :

$$\delta\mathcal{L}(\boldsymbol{\varphi}, z, C, \boldsymbol{\varphi}^*) = \delta\mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C) - \Big[\langle \delta(\mathbf{L}\boldsymbol{\varphi}), \boldsymbol{\varphi}^*\rangle_\Omega + \langle \delta(\mathbf{A}^i n_i^-(\boldsymbol{\varphi}^+ - \boldsymbol{\varphi}^-)), \boldsymbol{\varphi}^*\rangle_{\Gamma_i} + \langle \delta(\mathbf{A}^i n_i^-(C\boldsymbol{\varphi}_0 - \boldsymbol{\varphi}^-)), \boldsymbol{\varphi}^*\rangle_{\Gamma_s} + \langle \delta(\mathbf{M}_\beta \boldsymbol{\varphi}^-), \boldsymbol{\varphi}^*\rangle_{\Gamma_l \cup \Gamma_r} + \langle \delta(-\mathbf{A}^i n_i^- \boldsymbol{\varphi}^-), \boldsymbol{\varphi}^*\rangle_{\Gamma_t}\Big] \quad \text{(II.41)}$$

Le terme relatif à une variation $\delta\boldsymbol{\varphi}^*$ du multiplicateur de Lagrange n'apparaît pas dans l'équation (II.41) car il s'annule quand les équations directes sont vérifiées.

Tout comme la dérivée de $\mathcal{L}$ par rapport au multiplicateur de Lagrange s'annule lorsque les LEE et les conditions aux limites associées sont vérifiées, l'annulation de la dérivée $\partial_{\boldsymbol{\varphi}}\mathcal{L}$ par rapport à $\boldsymbol{\varphi}$ induit la spécification du système adjoint, et l'annulation des dérivées du Lagrangien par rapport aux paramètres conduit à l'expression de $\partial_z\mathcal{J}$ et $\partial_C\mathcal{J}$. En résumé :

$$\begin{array}{lll}
\partial_{\boldsymbol{\varphi}^*}\mathcal{L} & = 0 & \Rightarrow \text{Equations et conditions aux limites directes} \\
\partial_{\boldsymbol{\varphi}}\mathcal{L} & = 0 & \Rightarrow \text{Equations et conditions aux limites adjointes} \\
\partial_z\mathcal{L} & = 0 & \Rightarrow \text{Dérivée directionnelle de } \mathcal{J} \text{ selon } z \\
\partial_C\mathcal{L} & = 0 & \Rightarrow \text{Dérivée directionnelle de } \mathcal{J} \text{ selon } C
\end{array}$$

Pour calculer facilement $\partial_{\boldsymbol{\varphi}}$, on procède en intégrant (II.39) par parties. Cette dérivée s'annule pour un multiplicateur de Lagrange $\boldsymbol{\varphi}^*$ satisfaisant le système d'équation :

$$\begin{cases}
\mathbf{L}^*\boldsymbol{\varphi}^* = \partial_{\boldsymbol{\varphi}}\mathcal{J} & \text{sur } \Omega \\
\mathbf{M}_\beta^*\boldsymbol{\varphi}^* = 0 & \text{sur } \Gamma_l \cup \Gamma_r \\
\mathbf{A}^i n_i^+ \boldsymbol{\varphi}^* = 0 & \text{sur } \Gamma_t \cup \Gamma_s
\end{cases} \quad \text{(II.42)}$$

où l'opérateur $\mathbf{L}^*\cdot = -\mathrm{j}\omega\cdot - \partial_i\left(\mathbf{A}^i\cdot\right) + \mathbf{B}^\dagger\cdot$ est l'opérateur adjoint des équations d'Euler linéarisées († représente le transconjugué). Le multiplicateur de Lagrange $\boldsymbol{\varphi}^*$ est appelé *vecteur*

adjoint ou *état adjoint*. La matrice $\mathbf{M}_\beta^* = \mathbf{A}^i n_i + \mathbf{M}_\beta^\dagger$ est la matrice adjointe d'impédance, qui traduit la condition aux limites adjointe d'impédance

$$p^* = -\overline{z} v^{*\,i} n_i \tag{II.43}$$

(Condition adjointe d'impédance)

avec $\overline{z}$ le conjugué complexe de z. Il est intéressant de remarquer que le signe « − » dans le facteur $-\mathrm{j}\omega$ correspond, dans le domaine temporel, à une intégration se faisant du temps final vers le temps initial.

Pour sa part, le terme source de l'équation adjointe s'écrit, dans le cas d'une fonction objectif définie par (II.37) :

$$\partial_{\boldsymbol{\varphi}} \mathcal{J} = 2 \int_\Omega \|\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{calc}} - \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{meas}}\| \, I_{\Omega_{\mathrm{obs}}}(\mathbf{x}) \tag{II.44}$$

et fait donc intervenir la solution $\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{calc}} = \boldsymbol{\varphi}$ du problème direct. Celui-ci devra donc être résolu avant le problème adjoint. Enfin, comme le support de $\mathcal{J}$ est Ω_{obs}, cette région constitue la localisation de la source du problème adjoint. Dans toutes les études effectuées dans ce travail de thèse, le problème adjoint est discrétisé sur le même maillage que le problème direct. La connexion entre cellules voisines est assurée, de façon analogue avec les équations directes, sous forme de flux :

$$\int_{\partial\Omega_{e,m} \cap \Gamma_i} \mathbf{A}^i n_i^+ \left(\boldsymbol{\varphi}_h^{*e-} - \boldsymbol{\varphi}_h^{*e+}\right) \cdot \boldsymbol{\psi}_h^{e-} \, \mathrm{d}\Gamma = 0 \tag{II.45}$$

Finalement, la stationnarité du Lagrangien par rapport aux paramètres de recherche conduit aux expressions suivantes des dérivées directionnelles de la fonction objectif :

$$\frac{\partial \mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C)}{\partial z} = -\langle \frac{\partial \mathbf{M}_\beta}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial z} \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}^* \rangle_{\Gamma_l \cup \Gamma_t} \tag{II.46}$$

et

$$\frac{\partial \mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C)}{\partial C} = \langle \mathbf{A}^i n_i^- \boldsymbol{\varphi}_0, \boldsymbol{\varphi}^* \rangle_{\Gamma_s} \tag{II.47}$$

II.2 Mesure acoustique par Vélocimétrie Laser Doppler (LDV)

Les méthodes inverses exposées au chapitre I sont toutes alimentées par des mesures de pression acoustique réalisées par microphones en parois de veine. Des techniques alternatives pourraient toutefois être envisagées pour les mesures de quantités acoustiques. Un premier exemple réside dans l'anémométrie à fil chaud, qui se base sur les variations de résistance d'un fil mince thermosensible chauffé induites par la vitesse du fluide environnant. Ce mouvement fluide refroidit en effet le fil par convection et entraîne ainsi un changement de sa résistance électrique, ce qui peut permettre de remonter à la vitesse acoustique. On pourrait aussi songer à des mesures intensimétriques, dont les sondes sont munies de deux capsules microphoniques appairées en phase, et placées de façon à minimiser les effets de

diffraction. On obtient alors un gradient de pression acoustique qui donne accès, grâce à l'équation d'Euler, à la vitesse acoustique et donc à l'intensité.

Le principal inconvénient de ces méthodes est d'être potentiellement intrusives, ce qui limite leur application aux cas d'écoulement faible (de vitesse inférieure à 20 m.s^{-1}). Pour passer outre ce problème, on peut faire appel aux méthodes optiques dont les principaux représentants sont la PIV (*Particle Image Velocimetry*, ou Vélocimétrie par Images de Particules) et la LDV (*Laser Doppler Velocimetry*, ou Vélocimétrie Laser Doppler). Alors que la LDV donne accès à la vitesse en un point donné et nécessite un balayage spatial, la PIV fournit un champ instantané de vitesses. Pour cette dernière, une caméra rapide capture des images du volume de mesure, la lumière étant pulsée (parfois continue) par laser. L'analyse des images acquises successivement permet de déduire le déplacement des particules ensemençant l'écoulement et, connaissant la durée entre deux images consécutives, leur vitesse. Cette technique a longtemps été limitée à des études aérodynamiques, la fréquence d'acquisition des caméras n'étant pas à même de donner accès à des signaux de quelques kHz, et la précision de la mesure ne permettant pas d'accéder à des vitesses aussi faibles que les vitesses acoustiques (de l'ordre de 0.16 m.s^{-1} pour un niveau de pression de 130 dB). Mais elle est désormais applicable à ce type de mesures, et elle a récemment été utilisée par exemple pour mettre en évidence les instabilités hydrodynamiques au-dessus d'un liner en présence d'un écoulement rasant [84].

Toute comme la PIV, la LDV s'avère plus répandue en aérodynamique qu'en aéroacoustique. Néanmoins, elle permet elle aussi la mesure de vitesse acoustique en présence d'écoulement [67, 84, 89, 99, 100]. Les bases de la mesure LDV ont été posées en 1964 par Yeh & Cummins [158]. Contrairement à la PIV classique, la LDV fournit des mesures résolues en temps et permet d'obtenir des valeurs *rms*, et non une valeur instantanée. D'autre part, Marx *et al.* [84] font remarquer que dans leur banc d'essai, la LDV accède au plus proche du matériau (à une distance de 5.10^{-4} m, et même de 5.10^{-5} m dans le banc B2A de l'ONERA) alors que des réflexions parasites limitent les possibilités de la PIV (distance au liner de 10^{-3} m).

En 2004, l'ONERA Toulouse a développé un banc d'essai LDV appelé B2A (Banc Aéro-Thermo-Acoustique), dans lequel peuvent être réalisées des mesures acoustiques en écoulement chaud. C'est sur ce montage expérimental qu'ont été réalisées les mesures LDV utilisées au chapitre V. Nous allons donc dans un premier temps décrire le principe de fonctionnement de la LDV dans ses grandes lignes, avant d'indiquer les caractéristiques techniques du banc en question.

II.2.1 Principe de la mesure LDV

Tout comme c'est le cas pour la PIV, les particules naturellement présentes dans une veine d'essai de LDV ne permettent pas une mesure fiable en l'absence d'écoulement et il y a besoin d'ensemencer le milieu, c'est-à-dire d'y injecter des traceurs afin de rendre observables les mouvements fluides. L'ensemencement doit être réalisé avec des particules fines visibles, ne perturbant pas le milieu étudié, et dont le mouvement doit être représentatif des phénomènes aéroacoustiques que l'on cherche à caractériser [88].

Lorsqu'elle est éclairée (par un faisceau laser par exemple), une particule injectée rediffuse l'onde électromagnétique incidente. La particule étant animée d'une vitesse non nulle, l'onde diffusée est caractérisée par une fréquence qui diffère de celle de l'onde incidente.

Ce phénomène est bien connu sous le nom d'effet Doppler, et le décalage fréquentiel entre ondes incidente et diffusée est la fréquence Doppler f_D. Considérons en effet une particule diffusante de vitesse $\mathbf{V}$, éclairée par une source laser délivrant une onde monochromatique de fréquence f_0. La longueur d'onde associée est notée λ_0. On note $\mathbf{e}_0$ et $\mathbf{e}_d$ les vecteurs directeurs unitaires de l'onde incidente (source laser → particule) et de l'onde diffusée (particule → récepteur) (voir figure II.7). Cette dernière a une fréquence f_{diff}. On montre (voir

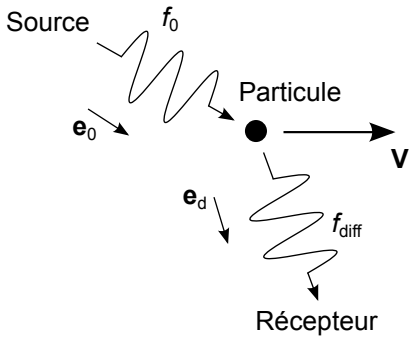


FIGURE II.7 – Diffusion d'une onde électromagnétique par une particule en mouvement

par exemple les travaux de Lavieille [67] ou Rouquier [123]) qu'une approximation de la fréquence Doppler est donnée par :

$$f_D = f_{\text{diff}} - f_0 \simeq \frac{\mathbf{V} \cdot (\mathbf{e}_d - \mathbf{e}_0)}{\lambda_0} \tag{II.48}$$

En pratique, il faut s'affranchir du manque de précision sur la mesure de f_D due à la disparité d'ordre de grandeur entre f_0 (de l'ordre de 10^{14} Hz) et f_{diff} (~10^8 Hz). Sur ce point se distinguent différents dispositifs tels que les vélocimètres à faisceau unique, à faisceau de référence ou encore le vélocimètre à franges [67, 88].

C'est ce dernier qui est aujourd'hui le plus largement utilisé : nous allons voir que dans ce système la fréquence Doppler ne dépend pas de la position du récepteur, ce qui confère plus de souplesse à l'installation du système de mesure dans un espace confiné. Le banc utilisé à l'ONERA reposant sur la vélocimétrie à franges, quelques éléments de fonctionnement sont abordés ici.

Acquisition d'un signal Doppler (*burst*)

Une source émet un faisceau laser, séparé en deux faisceaux de même amplitude qui se rencontrent après passage par une lentille convergente de focale adaptée. Etant issus de la même source, ces faisceaux sont cohérents : leur différence de phase est constante dans le temps (mais non spatialement), et ils interfèrent dans un domaine appelé « volume de mesure ». Le résultat est un réseau de franges d'interférences lumineuses, alternance périodique de régions d'éclairement minimal et maximal. Les particules ensemencées diffusent la lumière des franges à mesure de leur parcours. Cette lumière est focalisée et récupérée par un photomultiplicateur, qui fournit un courant électrique proportionnel à l'intensité de l'onde électromagnétique perçue.

Pour discerner le signe de la vitesse mesurée, un modulateur acousto-optique appelé « cellule de Bragg » est placé sur le chemin de l'un des deux faisceaux, permettant de décaler sa fréquence. Il en résulte un balayage spatial de la figure d'interférences, et l'ajout de la vitesse de défilement à celle de la particule diffusante assure l'obtention du sens de propagation de cette dernière.

Le schéma général du montage résultant est présenté sur la figure II.8. Bien que nous n'évoquions ici que le cas monocomposante, ce type de montage est adaptable pour des mesures LDV bicomposantes ou tricomposantes.

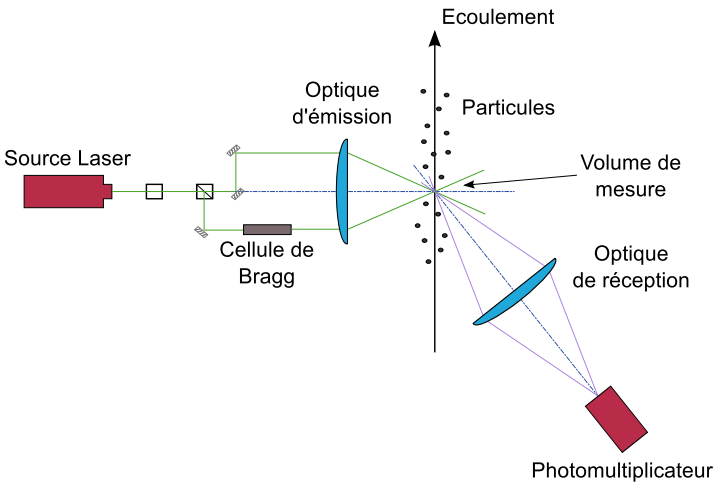


FIGURE II.8 – Synoptique d'un vélocimètre monodimensionnel (adapté de Lavieille *et al.* [72])

Intéressons-nous désormais au signal lumineux reçu par le photomultiplicateur. Nous adoptons ici une modélisation optique, par opposition à la modélisation Doppler évoquée précédemment ; nous verrons que les deux représentations conduisent bien entendu à la même expression de la fréquence Doppler.

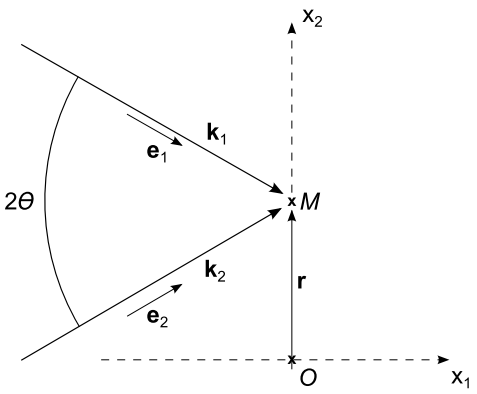
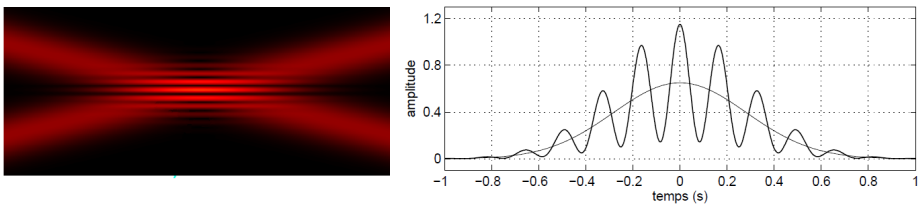


FIGURE II.9 – Lumière reçue par une particule située dans le volume de mesure (adapté de Rouquier [123])

Le faisceau laser initial, de longueur d'onde λ_0, est séparé en deux faisceaux cohérents de même amplitude qui interfèrent dans le volume de mesure. Ces faisceaux sont décrits



(a) (b)

FIGURE II.10 – (a) Franges d'interférence et (b) signal lumineux correspondant dans un axe perpendiculaire aux franges

par les champs électriques correspondants $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$, tous deux d'amplitude E et déphasés d'un angle $\Delta\Psi$. Soit une particule située dans le volume de mesure, se trouvant à la position $\mathbf{r} = \mathbf{OM}$ à l'instant t (voir figure II.9). La particule se déplace le long de la figure d'interférence et en diffuse la lumière au cours de son avancée (voir figure II.10). En $\mathbf{r}$, le champ électrique total résultant de la rencontre des deux faisceaux laser $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ s'écrit :

$$\mathbf{E}_T = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \tag{II.49}$$

avec

$$\begin{cases} \mathbf{E}_1 = E e^{\mathrm{j}(\omega t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{E}_2 = E e^{\mathrm{j}(\omega t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}) + \Delta\Psi} \mathbf{e}_2 \end{cases} \tag{II.50}$$

où $\mathbf{k}_l = \frac{2\pi}{\lambda_0}\mathbf{e}_l \, (l \in [\![1,2]\!])$ est le vecteur d'onde. Le signal de sortie du photomultiplicateur est proportionnel à l'intensité lumineuse qu'il perçoit, et par conséquent à $|\mathbf{E}_T|^2$ [123]. Comme la distance entre la source laser et le volume de mesure est grande devant $|\mathbf{r}|$, on peut faire l'approximation $\mathbf{e}_1 \simeq \mathbf{e}_2$ et écrire :

$$\begin{aligned} |\mathbf{E}_T|^2 &= |\mathbf{E}_T||\overline{\mathbf{E}_T}| \\ &= E^2 \left(2 + e^{\mathrm{j}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\cdot\mathbf{r} + \Delta\Psi} e^{-\mathrm{j}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\cdot\mathbf{r} - \Delta\Psi}\right) \\ &= 2E^2 \left(1 + \cos\left(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2\right)\cdot\mathbf{r} + \Delta\Psi\right)) \end{aligned} \tag{II.51}$$

Compte tenu de l'expression de $\mathbf{k}_l$ et du fait que $\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{r} = -\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{r} = x_2 \sin\theta$, on a :

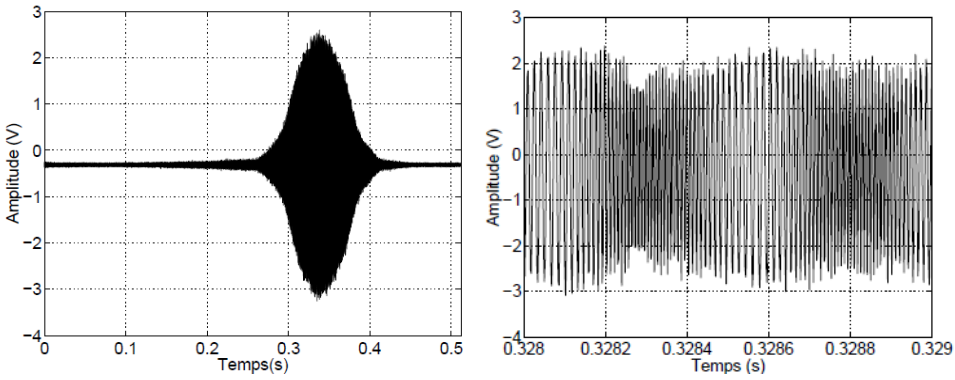
$$|\mathbf{E}_T|^2 = 2E^2 \left(1 + \cos\left(2\frac{2\pi}{\lambda_0} x_2 \sin\theta + \Delta\Psi\right)\right) \tag{II.52}$$

Notons au passage que la distance i entre deux maxima successifs, dénommée interfrange, vérifie $2\frac{2\pi}{\lambda_0} i \sin\theta = 2\pi$, soit $i = \frac{\lambda_0}{2\sin\theta}$.

D'autre part on a $x_2 = V_2 t$, avec V_2 la composante de la vitesse $\mathbf{V}$ normale aux franges. Le signal de sortie $s(t)$ du photomultiplicateur sera donc tel que :

$$s(t) \propto \left(1 + \cos\left(2\pi f_D t + \Delta\Psi\right)\right) \tag{II.53}$$

avec $f_D = V_2 \frac{2\sin\theta}{\lambda_0} = \frac{\mathbf{V}(\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2)}{\lambda_0}$, ce qui coïncide bien avec l'expression (II.48). Le signal $s(t)$ obtenu en sortie du photomultiplicateur est appelé *burst* ou bouffée Doppler. Un exemple de burst ainsi qu'un agrandissement permettant d'observer la modulation de fréquence sont représentés sur la figure II.11.



(a) (b)

FIGURE II.11 – (a) Un burst Doppler entier et (b) son agrandissement (d'après Poggi [103])

Extraction de la vitesse acoustique

En l'absence d'écoulement aérodynamique, la vitesse **V** déterminée par LDV se réduit à la vitesse acoustique. Il est alors possible d'effectuer une analyse directe de la bouffée Doppler, par des méthodes non paramétriques ou paramétriques. Les premières opèrent par traitement du signal sur la bouffée Doppler acquise pour en extraire les quantités d'intérêt (méthode de type transformée temps-fréquence par exemple). Les approches paramétriques supposent quant à elles la forme du burst connue analytiquement, et il s'agit alors de déterminer les paramètres du modèle qui permettent d'approcher au mieux le burst mesuré (maximum de vraisemblance, moindres carrés, méthode itérative des filtres de Kalman étendus). Valière *et al.* [143] donnent une présentation et une comparaison de ces différentes techniques. Le principal avantage des approches paramétriques est de ne nécessiter qu'une seule bouffée Doppler pour l'estimation de la vitesse acoustique. Elles ne sont en revanche applicables que pour un écoulement aérodynamique très faible ou nul.

Quand un écoulement macroscopique est présent, la technique de traitement du signal utilisée doit être capable d'extraire la vitesse acoustique du burst en la distinguant de la composante aérodynamique. Il est alors intéressant de travailler dans le domaine fréquentiel et un premier obstacle, relatif à la fréquence d'échantillonnage, se présente. Celle-ci est en effet aléatoire, car dictée par la fréquence de passage des particules diffusantes au sein du volume de mesure. On dispose de diverses techniques de traitement du signal pour venir à bout de cette difficulté. La *slotting technique*, initialement proposée par Mayo *et al.* [142], utilise les données brutes pour calculer une autocovariance du processus, en s'accommodant de l'aspect aléatoire de l'échantillonage. L'analyse spectrale qui en découle n'est pas limitée en fréquence et atteint la fréquence moyenne d'échantillonage f_{ech}, au prix d'un temps de calcul important et surtout d'un échantillon statistique important. La reconstruction par interpolation en revanche consiste à ré-échantillonner le signal avec un pas constant, par interpolation linéaire. L'existence de grands intervalles de temps au cours de l'acquisition induit, lors de l'utilisation de cette technique, un filtrage passe-bas qui ne permet pas une analyse spectrale jusqu'à la fréquence f_{ech}. Si l'arrivée des particules suit une loi de probabilité de

Poisson, la fréquence de coupure f_c du filtre passe-bas prend la valeur

$$f_c = \frac{f_{\text{ech}}}{2\pi} \tag{II.54}$$

Une méthode dite de « rejet de la turbulence » peut enfin être appliquée pour extraire la vitesse acoustique. Elle repose sur l'hypothèse d'une décorrélation entre les phénomènes acoustiques et les phénomènes turbulents. Comme c'est cette technique qui est utilisée sur les données acquises sur le banc B2A de l'ONERA [99], elle est détaillée dans la section suivante.

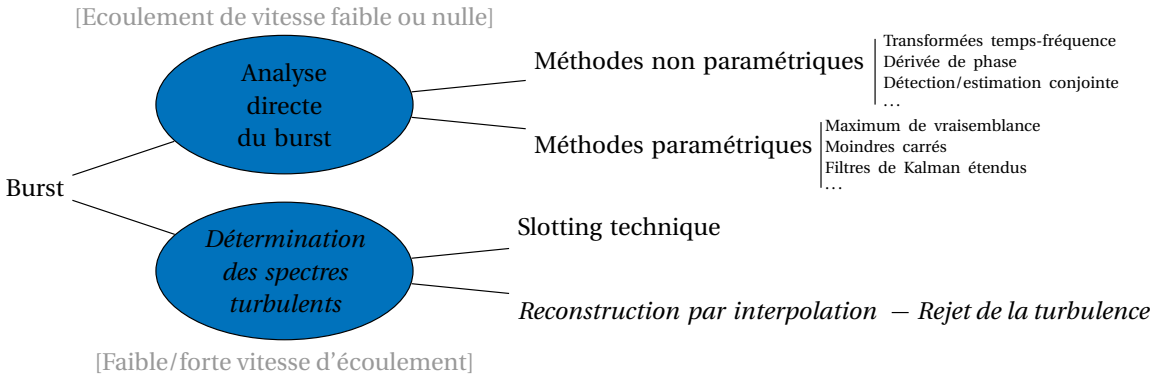


FIGURE II.12 – Récapitulatif des techniques de traitement du signal appliquées à la LDV. Les méthodes utilisées pour les mesures effectuées sur le banc B2A dans le cadre de cette thèse figurent en caractères italiques.

II.2.2 Le Banc-Aéro-Thermo-Acoustique (B2A) de l'ONERA

Depuis 2004, avec notamment les thèses de Minotti [88] puis de Lavieille [67], l'ONERA Toulouse développe un moyen d'essai LDV dédié aux mesures aéroacoustiques appelé B2A (Banc Aéro-Thermo-Acoustique). Ce banc en acier inoxydable accueille des échantillons de matériaux absorbants qui peuvent y être soumis à des écoulements rasants de Mach débitant 0.4 à froid, et à une température de 300 °C. D'une longueur totale de 4 m, la conduite a une section interne carrée de 50 mm × 50 mm. Deux hauts-parleurs délivrent, sous forme multi-sinusoïdale, des ondes planes progressives sur la gamme de fréquence [300 - 3450] Hz, la limite haute fréquence choisie étant la fréquence de coupure du conduit. L'amplitude de l'onde incidente est mesurée selon la technique de Chung & Blaser [30], tel que présentée au chapitre I.3.2. L'espacement des deux sondes microphoniques (référence B&K 4182) respecte la relation de Bodén & Åbom [14] (voir équation I.33) afin de garantir une erreur acceptable. Le niveau de pression total (*Overall Sound Pressure Level*) peut atteindre jusqu'à 140 dB. Un schéma d'ensemble est donné figure II.13.

L'accès optique à la cellule d'essai est assuré par deux hublots en silice de 200 mm de long, 60 mm de haut et 20 mm d'épaisseur. La paroi inférieure comprend un porte-échantillon pouvant contenir des matériaux de 150 mm de long sur 30 mm de large, pour une épaisseur maximale de 100 mm. La figure II.14 représente la cellule d'essai et la surface de l'échantillon affleurant la paroi. La forme exponentielle du pavillon de terminaison du conduit garantit une sortie quasi-anéchoïque, avec un coefficient de réflexion des ondes acoustiques inférieur à 0.2 sur l'ensemble de la gamme fréquentielle citée plus haut.

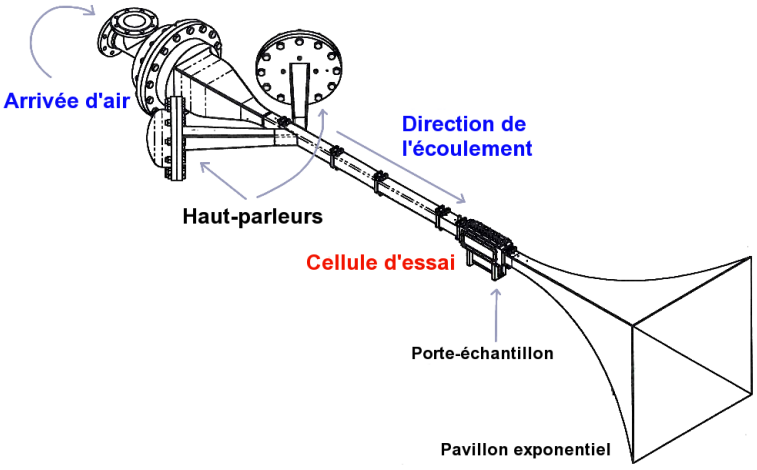


FIGURE II.13 – Schéma d'ensemble du banc aéro-thermo-acoustique (B2A)

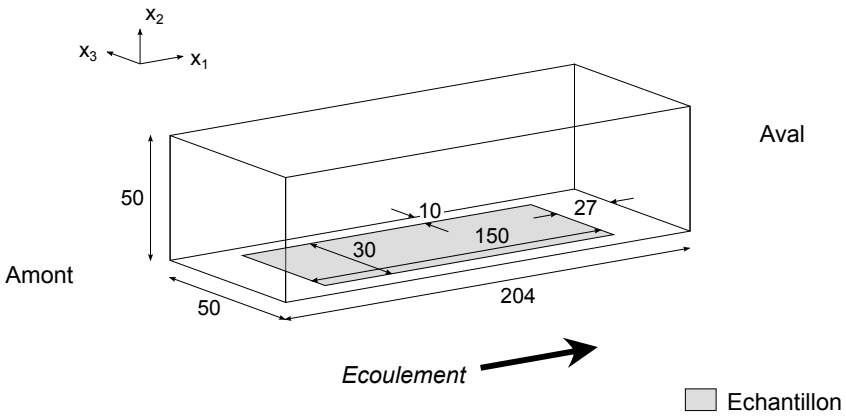
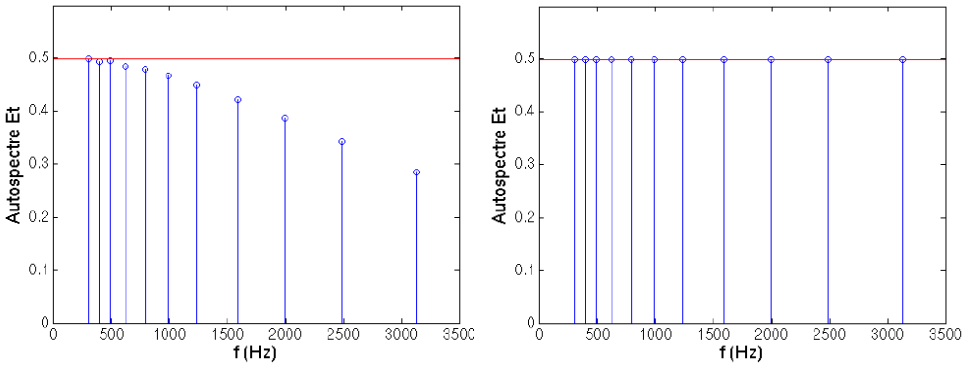


FIGURE II.14 – Cellule d'essai du B2A. Les distances sont indiquées en millimètres (mm).

Un système de mesure LDV bicomposante à franges mesure les composantes longitudinale et transversale de la vitesse totale, dont sont extraites les composantes de la vitesse particulaire acoustique. Pour cela, une reconstruction par interpolation constitue la première étape suivant l'obtention du burst. Comme mentionné ci-avant, un filtre passe-bas inhérent à ce procédé limite la fréquence maximale atteinte. Des lois de filtrage inverse par déconvolution existent pour des distributions de particules suivant une loi de Poisson, mais Lavieille [67] a montré que l'histogramme des temps de l'arrivée des particules ne correspond pas à ce type de loi dans B2A. Elle propose donc une méthode d'ajustement des spectres par application de facteurs correctifs. Ces derniers sont déterminés grâce à un signal étalon défini par :

$$\mathrm{Et}(t) = \sum_{j=1}^{N} \cos(2\pi f_j t) \tag{II.55}$$

avec N le nombre d'harmoniques du signal d'excitation. Le spectre du signal étalon est calculé en suivant la méthode de reconstruction, de façon à lui faire subir le filtrage que l'on cherche à annihiler. Le spectre ainsi calculé ne satisfait alors pas au théorème de Parseval. A partir de là on peut déterminer les facteurs correctifs, par bande de fréquence, nécessaires à appliquer au spectre pour que le théorème de Parseval soit vérifié. En exécutant cette même correction sur les signaux réels, on parvient à se défaire du filtrage (voir figures II.15 et II.16).



(a) Spectre initial (b) Spectre corrigé

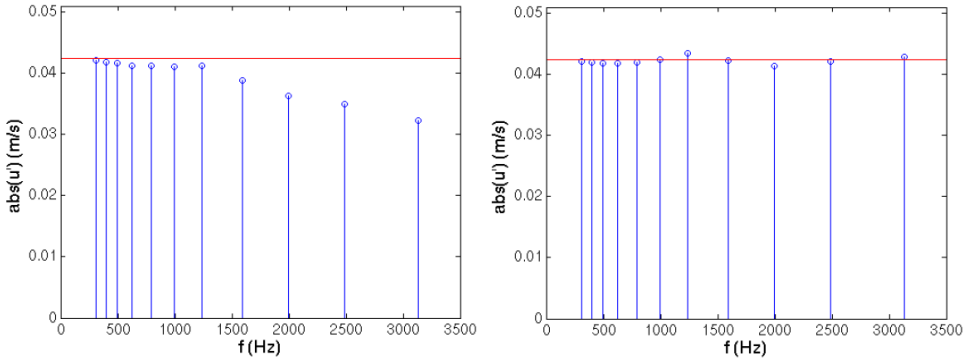
FIGURE II.15 – Spectres initial et après correction du signal étalon (équation II.55) (d'après Lavieille [67])

Finalement, on applique la méthode de rejet de la turbulence de signaux, attribuée à Chung [29], pour parvenir à la vitesse acoustique particulaire. Chaque composante $V_i(\mathbf{x}, t)$ de la vitesse totale $\mathbf{V}(\mathbf{x}, t)$ résulte de la contribution conjointe de :

- l'écoulement aérodynamique macroscopique, stationnaire, de vitesse notée $V_{0,i}(\mathbf{x})$;
- la fluctuation acoustique de la vitesse, notée $v_i(\mathbf{x}, t)$;
- la fluctuation turbulente $v_i^{\mathrm{turb}}(\mathbf{x}, t)$.

La vitesse totale $V_i(\mathbf{x}, t)$ s'écrit donc comme suit :

$$V_i(\mathbf{x}, t) = V_{0,i}(\mathbf{x}) + v_i(\mathbf{x}, t) + v_i^{\mathrm{turb}}(\mathbf{x}, t) \tag{II.56}$$



(a) Spectre initial (b) Spectre corrigé

FIGURE II.16 – Spectres initial et après correction de l'amplitude de vitesse acoustique (d'après Lavieille [67])

La vitesse $V_{0,i}(\mathbf{x})$ de l'écoulement est obtenue en moyennant $V_i(\mathbf{x}, t)$ sur l'ensemble des échantillons acquis. La méthode de rejet de la turbulence part du principe que seule la vitesse acoustique a pour origine le signal émis par les hauts-parleurs ; les phénomènes acoustiques et turbulents sont décorrélés. Il s'agit alors de calculer la densité spectrale de puissance G_{v_i} de la vitesse acoustique par :

$$G_{v_i} = \frac{\left|G_{V_i,\mathrm{hp}}\right|^2}{G_{\mathrm{hp}}} \tag{II.57}$$

Dans cette équation, $G_{V_i,\mathrm{hp}}$ est la densité interspectrale de puissance entre la composante de vitesse totale mesurée V_i et le signal de référence des haut-parleurs hp. G_{hp} est la densité spectrale de puissance de ce signal d'excitation acoustique. La vitesse acoustique dans le domaine fréquentiel est alors trouvée par la formule :

$$v_i(\mathbf{x}, t) = \sqrt{G_{v_i}} \exp(\mathrm{j}\Phi_{V_i/\mathrm{hp}}) \tag{II.58}$$

où la phase $\Phi_{V_i/\mathrm{hp}}$ de la vitesse acoustique est référencée par rapport au signal d'excitation :

$$\Phi_{V_i/\mathrm{hp}} = \arctan \frac{\mathrm{Im}(G_{V_i,\mathrm{hp}})}{\mathrm{Re}(G_{V_i,\mathrm{hp}})} \tag{II.59}$$

II.3 Stratégie d'optimisation pour l'élaboration d'une méthode inverse

Dans un contexte de résolution de problèmes inverses, on cherche à déterminer des paramètres inaccessibles à l'expérience, grâce à la mesure d'une grandeur accessible à l'expérience et à la connaissance d'un modèle mathématique du problème direct (voir section I.3.3). L'inversion exacte du problème direct est très souvent irréalisable, du fait des incertitudes liées entre autres au modèle lui-même (qui n'est qu'une représentation théorique de la réalité des phénomènes), au bruit de mesure et au bruit numérique, ou encore à l'interpolation entre maillage de mesure et maillage numérique. Il convient donc de reformuler le problème inverse en termes de minimisation, par exemple au sens des moindres carrés. Il s'agit alors de trouver, dans l'espace P des paramètres, le vecteur $\mathbf{x}_*$ réalisant le minimum

d'une fonction objectif $\mathcal{J}$:

$$\mathbf{x}_* = \underset{\mathbf{x}\in P}{\operatorname{argmin}}\, \mathcal{J}(\mathbf{x}) \tag{II.60}$$

Rien ne garantit *a priori* que la fonction objectif $\mathcal{J}$ possède les propriétés nécessaires pour rendre le problème de minimisation bien posé. L'existence et l'unicité de la solution ne sont pas assurées, pas plus que la continuité de la solution par rapport aux mesures, et les problèmes inverses sont intrinsèquement mal posés [15]. Les sources d'incertitudes mentionnées ci-dessus devront faire l'objet d'une attention toute particulière lors de nos études de cas.

En faisant l'hypothèse de l'existence d'un minimum, il nous faut disposer d'une stratégie algorithmique capable de l'identifier. Pour la méthode inverse de détermination de l'impédance acoustique développée ici, le choix s'est porté sur l'algorithme BFGS. Nous exposons dans ce paragraphe les raisons de ce choix, avant d'expliciter l'algorithme lui-même.

Choix d'un algorithme d'optimisation

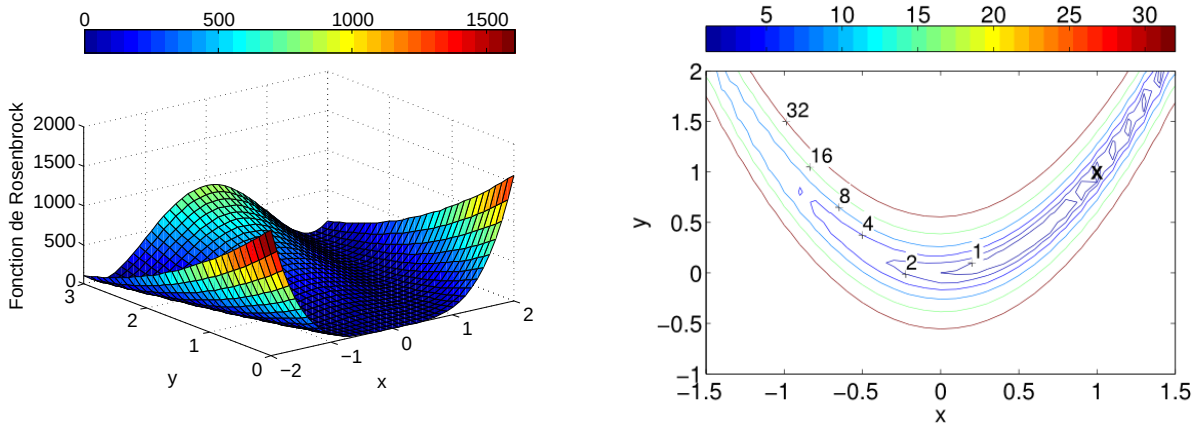
Comme nous avons pu le voir à la section I.3.3, il existe de nombreux outils et algorithmes d'optimisation pour la résolution du problème de minimisation. Au vu de l'étude faite en I.3.3, les approches telles que les algorithmes génétiques ou les méthodes graphiques peuvent d'ores et déjà être écartées dans notre cas. Sans prétendre à une étude comparative complète telle que celle menée par Watson *et al.* [146], on se propose ici de confronter sur un cas test classique les propriétés de convergence des trois principaux algorithmes répertoriés au paragraphe I.3.3 : l'algorithme de Nelder-Mead [94], et les approches quasi-Newton DFP [34, 46] et BFGS [23, 45, 49, 124]. Ces deux dernières consistent à approcher à chaque itération la fonction objectif par une forme quadratique, à partir de laquelle la direction de descente et ainsi le point d'itération suivant sont engendrés. Ils sont ici complétés par une recherche linéaire. L'algorithme BFGS, qui est celui choisi pour les présents travaux, est détaillé plus loin dans cette section. L'approche de Nelder-Mead est quant à elle basée sur le choix d'une suite de simplexes aux sommets desquels la fonction est évaluée, la construction de cette suite étant faite de façon à faire diminuer la fonction objectif au cours des itérations.

L'exemple choisi est le problème de minimisation sans contrainte de la fonction de Rosenbrock (souvent appelée « fonction banane » de par la forme évocatrice de sa vallée), fonction de deux variables définie par :

$$\mathcal{J}_R(x,y) = 100(y-x^2)^2 + (1-x)^2 \tag{II.61}$$

Le minimum global se trouve au point de coordonnées $(1,1)$ et a pour valeur 0. Cette fonction est classiquement utilisée en optimisation pour l'évaluation de la performance des algorithmes : la vallée longue et étroite peut être trouvée aisément mais le minimum global reste difficile à localiser. Une représentation en 3D et en courbes de niveau est présentée figure II.17. Nous verrons aux chapitres suivants que la présence d'une zone à faible gradient est très courante dans les fonctions objectifs mises en jeu pour l'identification d'impédance acoustique.

Les trois algorithmes sont testés avec une valeur initiale $x_0 = (-1,-1)$. Une analyse plus complète exigerait un examen de la sensibilité au choix de la valeur initiale. Pour ce qui est



(a) Représentation 3D de la fonction de Rosenbrock

(b) Représentation 2D des courbes de niveaux de la fonction de Rosenbrock

FIGURE II.17 – Représentation (a) 3D et (b) en courbes de niveaux de la fonction de Rosenbrock. Sur la représentation en courbes de niveaux (b), le minimum (au point de coordonnées $(1,1)$) est marqué d'une croix noire.

du critère d'arrêt, la recherche est stoppée lorsque la valeur de la fonction ou la norme infinie du gradient à l'itération courante est inférieure à 10^{-10}.

La figure II.18 témoigne de la convergence des trois algorithmes vers le minimum analytique de la fonction de Rosenbrock. La figure II.19 expose quant à elle l'évolution de la valeur de $\mathcal{J}_R$ au cours des itérations, ainsi que le nombre d'évaluations de la fonction effectuées. Si la méthode de Nelder-Mead requiert davantage d'itérations (près de 70, contre 27 pour l'algorithme DFP et 24 pour l'algorithme BFGS), elle est comparable à l'algorithme DFP pour ce qui est du nombre d'évaluations de la fonction (135 pour Nelder-Mead contre 117 pour DFP). C'est l'algorithme BFGS qui apparaît ici le plus avantageux, avec seulement 90 évaluations de la fonction.

Dans notre cas, le gradient de la fonction objectif est calculé grâce à l'état adjoint dont le calcul a un coût comparable à la résolution du problème direct. Ce procédé double le nombre équivalent d'appels à la fonction, et il pourrait s'avérer plus économique d'opter pour un algorithme sans gradient comme la méthode de Nelder-Mead. Toutefois, il s'agit d'une méthode heuristique dont la théorie mathématique de convergence fait défaut. Elle peut notamment converger vers des points non stationnaires [85], et révèle des artefacts numériques lors de son utilisation dans un cadre d'identification d'impédance, comme souligné par Leroux [73]. Nous lui préférons donc l'algorithme BFGS, dont la description est donnée au paragraphe suivant.

Minimisation de la fonction objectif par un algorithme BFGS

L'algorithme BFGS exploité dans les présents travaux a été mis au point par Byrd *et al.* [25] et Zhu *et al.* [162]. Il s'agit plus précisément d'un algorithme L-BFGS-B (pour *Limited-memory BFGS for Bounded problems*) destiné à traiter des problèmes avec contraintes de bornes tout en limitant la mémoire nécessaire au stockage des matrices. Le problème à résoudre est du

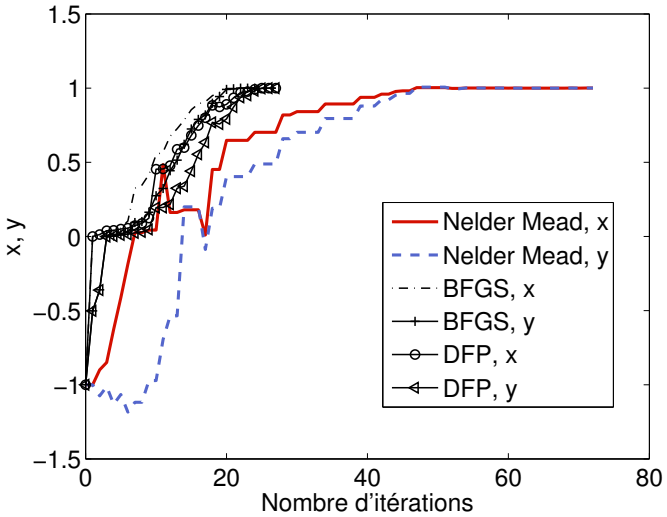
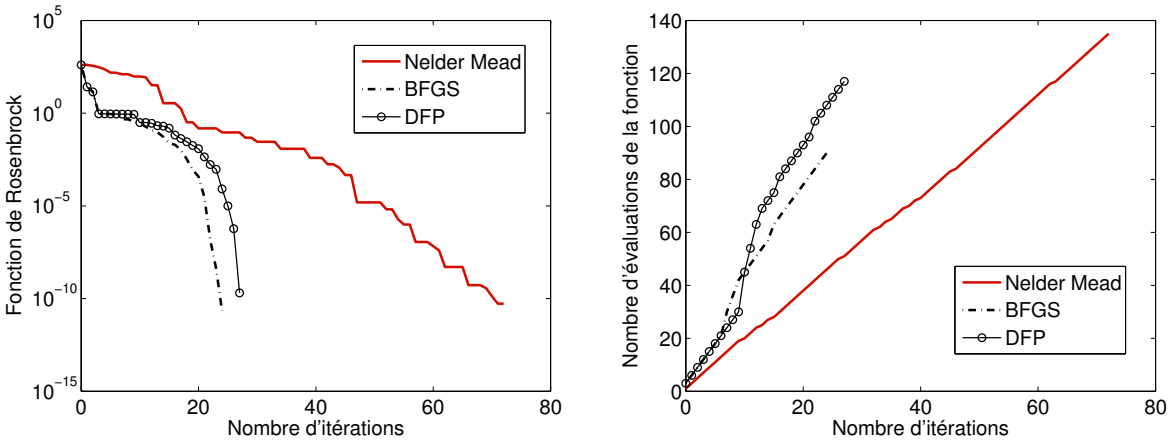


FIGURE II.18 – Evolution des coordonnées itérées x et y au cours du processus de recherche



(a) Valeur de la fonction de Rosenbrock

(b) Nombre d'évaluations de la fonction

FIGURE II.19 – Evolution (a) de la fonction de Rosenbrock à l'itération courante et (b) du nombre d'évaluations de la fonction au cours du processus de recherche

type :

$$\min \mathcal{J}(\mathbf{x}) \tag{II.62}$$

$$\text{tel que } \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u$$

La possibilité d'inclure des contraintes de bornes sert dans notre cas à garantir la positivité de la résistance ($r \geq 0$).

A partir de l'itération k, on cherche le vecteur $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \alpha^{(k)}\mathbf{d}^{(k)}$ à l'itération suivante de façon à faire décroître la fonction objectif. Il faut donc déterminer la direction de descente $\mathbf{d}^{(k)}$ et le pas de descente $\alpha^{(k)}$. En tant qu'approche de type quasi-Newton l'algorithme BFGS s'appuie, à l'instar de la méthode de Newton, sur une approximation quadratique de la fonction objectif (voir la figure II.20). On écrit à l'itération k le développement de Taylor de $\mathcal{J}$ tronqué à l'ordre 2 :

$$\mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k)} + \boldsymbol{\delta}) \simeq \mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k)}) + \nabla^{\intercal}\mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k)})\boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\delta}^{\intercal}\nabla^2\mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k)})\boldsymbol{\delta} = m^{(k)}(\boldsymbol{\delta}) \tag{II.63}$$

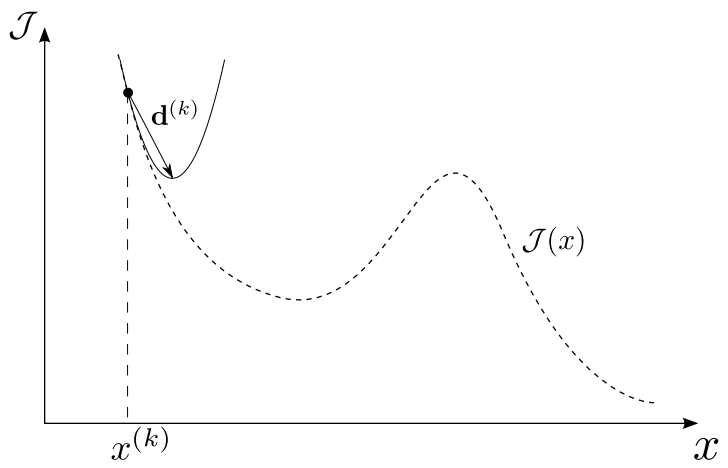


FIGURE II.20 – Illustration 1D de l'approximation quadratique de la fonction objectif à l'itération k

En pratique, la hessienne $\nabla^2\mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k)})$ n'est pas calculée de façon exacte comme c'est le cas dans la méthode de Newton, mais approchée par une matrice $\mathbf{B}^{(k)}$ définie positive [3]. Ceci est fait au prix d'une perte légère de l'ordre de convergence, puisque l'algorithme de Newton possède un taux de convergence quadratique au voisinage de la solution alors que celui des méthodes de type quasi-Newton est superlinéaire [97].

La prise en compte des contraintes de bornes est assurée par une première étape de projection du gradient sur la région admissible. Le point de Cauchy généralisé $\mathbf{x}_c$ de la forme quadratique $m^{(k)}$ projetée est calculé, ce qui permet de définir l'ensemble des contraintes actives. Les composantes du vecteur $\mathbf{x}^{(k)}$ correspondant à ces contraintes sont fixées aux bornes, et on travaille désormais dans le sous-espace des variables libres.

Comme $\mathbf{B}^{(k)}$ est définie positive, la forme quadratique $m^{(k)}(\boldsymbol{\delta})$ possède un minimum unique, que l'on choisit comme direction de descente $\mathbf{d}^{(k)}$. Pour écrire cette dernière de façon expli-

3. C'est cette approximation qui vaut le qualificatif de « quasi »-Newton à la famille d'algorithmes dont fait partie l'algorithme BFGS.

cite, on utilise la condition nécessaire d'optimalité du premier ordre, qui réside dans l'annulation du gradient de $m^{(k)}$. Compte tenu de l'équation (II.63), on obtient :

$$\mathbf{d}^{(k)} = -\left(\mathbf{B}^{(k)}\right)^{-1} \nabla \mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k)}) \tag{II.64}$$

On notera $\mathbf{H}^{(k)} = \left(\mathbf{B}^{(k)}\right)^{-1}$. La direction de descente étant définie, il reste à trouver le pas de descente $\alpha^{(k)}$. Ceci est réalisé par une procédure de recherche linéaire le long de la direction $\mathbf{d}^{(k)}$ en imposant le respect des conditions fortes de Wolfe, qui garantissent une décroissance suffisante de $\mathcal{J}$ entre deux itérations. Ces critères s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k+1)}) = \mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k)} + \alpha^{(k)}\mathbf{d}^{(k)}) \leq \mathcal{J}^{(k)} + \alpha^{(k)} c_1 \nabla^\top \mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k)})\mathbf{d}^{(k)} & \text{Condition de décroissance suffisante} \\ \left|\nabla^\top \mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k+1)})\mathbf{d}^{(k)}\right| \leq c_2 \left|\nabla^\top \mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k)})\mathbf{d}^{(k)}\right| & \text{Condition de courbure} \end{cases} \tag{II.65}$$

(Conditions de Wolfe)

Les paramètres c_1 et c_2 sont des constantes vérifiant $0 < c_1 < c_2 < 1$, de valeurs $c_1 = 10^{-4}$ et $c_2 = 0.9$ dans le code utilisé [25]. La condition de décroissance suffisante est également connue sous le nom de condition d'Armijo. Comme elle peut être vérifiée pour un pas $\alpha^{(k)}$ très court, la condition de courbure a pour rôle d'écarter les valeurs de pas trop petites.

Comme évoqué plus haut, le propre des approches de type quasi-Newton réside dans le fait que la Hessienne $\nabla^2 \mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k)})$, et son inverse dans l'équation (II.64), sont approchées par les matrices $\mathbf{B}^{(k)}$ et $\mathbf{H}^{(k)}$ qui sont mises à jour à chaque itération pour prendre en compte les informations gagnées aux itérations précédentes sur la courbure de $\mathcal{J}$. Pour l'algorithme BFGS, la formule consacrée est la suivante (voir par exemple [97]) :

$$\mathbf{H}^{(k+1)} = \left(\mathbf{I} - \rho^{(k)}\mathbf{s}^{(k)}\mathbf{y}^{(k)\top}\right)\mathbf{H}^{(k)}\left(\mathbf{I} - \rho^{(k)}\mathbf{y}^{(k)}\mathbf{s}^{(k)\top}\right) + \rho^{(k)}\mathbf{s}^{(k)}\mathbf{s}^{(k)\top} \tag{II.66}$$

avec :

$$\mathbf{s}^{(k)} = \mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)} \quad ; \quad \mathbf{y}^{(k)} = \nabla \mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k+1)}) - \nabla \mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k)}) \quad ; \quad \rho^{(k)} = \frac{1}{\mathbf{y}^{(k)\top}\mathbf{s}^{(k)}} \tag{II.67}$$

et on obtient l'inverse en appliquant la formule de Sherman-Morrison-Woodbury à l'équation (II.66) :

$$\mathbf{B}^{(k+1)} = \mathbf{B}^{(k)} - \frac{\mathbf{B}^{(k)}\mathbf{s}^{(k)}\mathbf{s}^{(k)\top}\mathbf{B}^{(k)}}{\mathbf{s}^{(k)\top}\mathbf{B}^{(k)}\mathbf{s}^{(k)}} + \frac{\mathbf{y}^{(k)}\mathbf{y}^{(k)\top}}{\mathbf{y}^{(k)\top}\mathbf{s}^{(k)}} \tag{II.68}$$

Pour éviter le stockage des matrices $\mathbf{B}^{(k)}$ et $\mathbf{H}^{(k)}$, qui peut se révéler problématique pour des problèmes d'optimisation à grande échelle, l'algorithme L-BFGS-B employé a recours à une approximation de ces matrices grâce à un nombre réduit de vecteurs permettant de les définir implicitement. Le détail de cette représentation compacte peut être trouvé dans les publications de Byrd *et al.* [25, 26].

Critères d'arrêt

A chaque itération, les valeurs de $\mathcal{J}$ et de son gradient sont soumises à deux critères d'arrêt. Le premier met fin à l'exécution de la boucle d'optimisation si un changement dans la fonction objectif entre l'itération présente k et l'itération précédente $k-1$ est suffisamment petite, c'est-à-dire [162] :

$$\frac{\mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k)}) - \mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k+1)})}{\max(|\mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k+1)})|, |\mathcal{J}(\mathbf{x}^{(k)})|, 1)} \leq T_{\mathcal{J}} * \epsilon \tag{II.69}$$

où $T_{\mathcal{J}}$ est un paramètre contrôlé par l'utilisateur et ϵ est la précision machine, détectée automatiquement par la routine. Le second critère d'arrêt clôt la procédure quand le gradient projeté a une norme infinie suffisamment petite :

$$\|\text{proj}(\nabla \mathcal{J}\left(\mathbf{x}^{(k)}\right)\|_{\infty} \leq T_{\nabla} \tag{II.70}$$

avec T_{∇} un paramètre défini par l'utilisateur.

Si l'un des critères (II.69) ou (II.70) est satisfait, le jeu de paramètres d'identification courant est retenu. Le choix de $T_{\mathcal{J}}$ et T_{∇} contrôle ainsi la précision du résultat final d'identification.

Finalement, l'algorithme L-BFGS-B peut se résumer de la façon suivante.

Initialisation : $\mathbf{x}_0$, $\mathbf{H}_0$ + critères d'arrêt ($T_{\mathcal{J}}$, T_{∇})

Tant qu' aucun des critères d'arrêt (II.69) et (II.70) n'est respecté :

Déterminer l'ensemble des contraintes actives par projection du gradient ;

Calculer la direction de descente $\mathbf{d}^{(k)}$ grâce à l'équation (II.64) ;

Calculer le pas $\alpha^{(k)}$ par recherche linéaire en respectant les conditions de Wolfe (II.65)

Fixer le nouvel itéré $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \alpha^{(k)}\mathbf{d}^{(k)}$;

Mettre à jour l'inverse de la Hessienne par l'équation (II.68) (ou équivalent dans ce cas d'algorithme à mémoire limitée) ;

$k \leftarrow k+1$;

Fin tant que

Le schéma récapitulatif qui suit met en lumière l'intégration de cet algorithme au sein du processus global d'identification de l'impédance. Le code résultant a pour racine les codes Space et SpasOtari de l'ONERA [37, 78, 144]. Il a été baptisé « Elvin », quasi-acronyme récursif pour « *Elvin : Laser doppler Velocimetry-based Impedance eductioN* » ; son utilisation a fait l'objet d'un rapport interne [107]. Les codes existants ont fourni les algorithmes de base pour la discrétisation Galerkin discontinue des équations directes et adjointes dans le domaine temporel. La première contribution des travaux présentés ici a donc été le passage du domaine temporel au domaine harmonique, puis la prise en compte de l'aspect multi-paramètres du problème inverse (cf. section II.1.3). Il a également fallu adapter le solveur aux différentes configurations d'identification considérées, notamment par l'implémentation de fonctions objectif adaptées. Les mesures LDV exploitées aux chapitres V et VI ont été réalisées sur le banc B2A par E. Piot.

Schéma récapitulatif

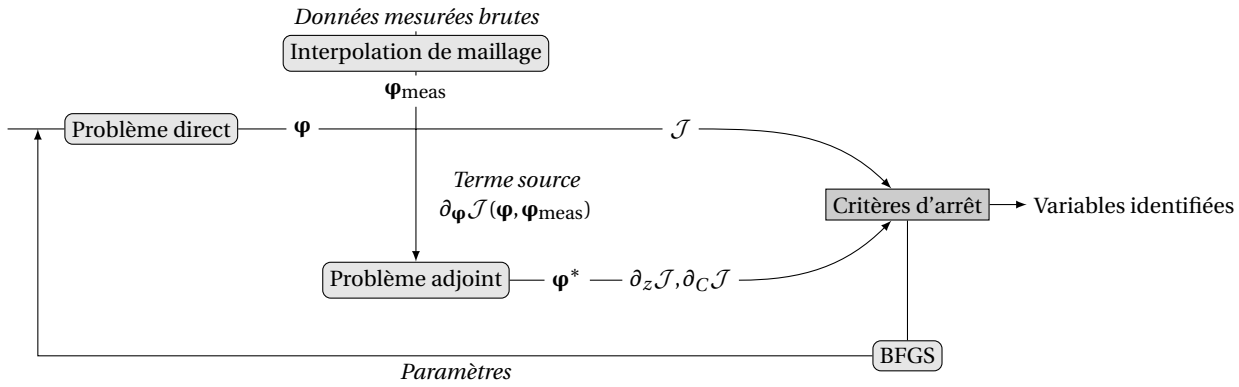


FIGURE II.21 – Synoptique du processus de recherche pour la méthode inverse

Première partie

Validations préliminaires de la méthode numérique

Les méthodes numériques employées pour la modélisation de la propagation acoustique et pour la construction de la méthode inverse ayant été présentées au chapitre précédent, une première étape réside dans la validation des aspects direct et adjoint du solveur Galerkin discontinu. C'est l'objet de cette première partie. Une vérification de l'implémentation des conditions aux limites sur des cas-tests de solution analytique connue et une comparaison avec un module d'analyse modale sont abordés en premier lieu. Vient ensuite une validation sur des données expérimentales issues de la littérature, dans une configuration semblable à celle de la section test du banc B2A.

Chapitre III

Validation analytique et numérique

Sommaire

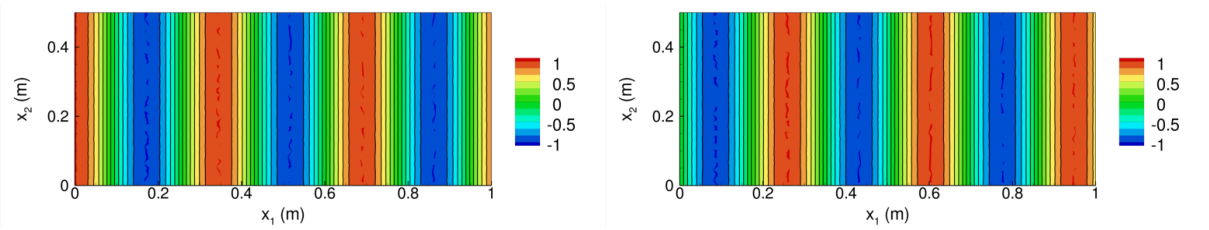
III.1 Propagation d'ondes planes en conduit rigide **76**
III.2 Ondes stationnaires en tube à impédance **77**
III.2.1 Evaluation de la condition d'impédance en incidence normale 77
III.2.2 Application de la méthode inverse au champ analytique d'ondes stationnaires 78
III.3 Propagation modale en incidence acoustique rasante **80**
III.3.1 Principe du schéma numérique pour l'analyse modale 80
III.3.2 Etude d'un conduit infiniment long 81
III.4 Conclusions **82**

Ce court chapitre a comme but premier la vérification de l'implémentation des conditions aux limites dans le code Elvin (source, condition de non-réflexion, condition d'impédance). Nous choisissons à cet effet des cas d'étude dont la solution analytique est connue : une configuration de propagation acoustique en conduit rigide, ainsi qu'une géométrie de type tube à impédance. Un cas de comparaison numérique avec un code d'analyse modale est également abordé afin de tester la condition d'impédance en incidence acoustique rasante. Ce chapitre traite uniquement de configurations sans écoulement.

III.1 Propagation d'ondes planes en conduit rigide

Dans l'optique d'évaluer le comportement du code dans son aspect propagatif et la condition de paroi parfaitement réfléchissante, on propose comme cas d'étude un conduit bidimensionnel en l'absence d'écoulement, de section uniforme, et de parois inférieure et supérieure rigides. Leur admittance est donc nulle (coefficient de réflexion unitaire). Les dimensions sont arbitraitement fixées à 1 m de longueur et 0.5 m de hauteur. Une onde plane harmonique d'amplitude unitaire, de direction de propagation x_1 et de fréquence 1 kHz est imposée à la paroi source, cette fréquence étant choisie pour pouvoir observer au moins une longueur d'onde sur la longueur du canal. Une condition de non-réflexion est appliquée en sortie de conduit. Pour ce type de configurations, Delorme *et al.* [37] préconisent un maillage de pas minimal $\lambda/12$, où λ est la longueur d'onde, afin de limiter les erreurs dues à la diffusion numérique. Cette résolution est consistante avec les constatations de Chevaugeon *et al.* [28], qui confirment ce pas $\lambda/12$ pour garantir une erreur de diffusion adimensionnée de l'ordre de 10^{-3} avec des éléments $\mathbb{P}_1$. La recommandation est respectée avec une importante marge de sécurité, avec un pas fixé à $\lambda/20$. Les erreurs liées à la dispersion sont particulièrement faibles du fait du schéma GD décentré amont choisi [37]. Bien qu'elles ne soient pas présentées, chaque cas étudié dans ce mémoire a fait l'objet d'études de convergence en maillage.

Dans ces conditions, il est bien connu que l'onde plane harmonique se propage dans la direction x_1 sans amortissement, avec une longueur d'onde $\lambda = c_0/f \simeq 0.34$ m. La figure III.1 compare cette solution analytique sinusoïdale aux résultats de simulation numérique pour la pression acoustique p, et atteste de l'excellente concordance entre les solutions théorique et calculée. Bien qu'elle ne soit pas tracée ici, la vitesse longitudinale u connaît le même type de conclusion quant à sa représentativité de la solution analytique.

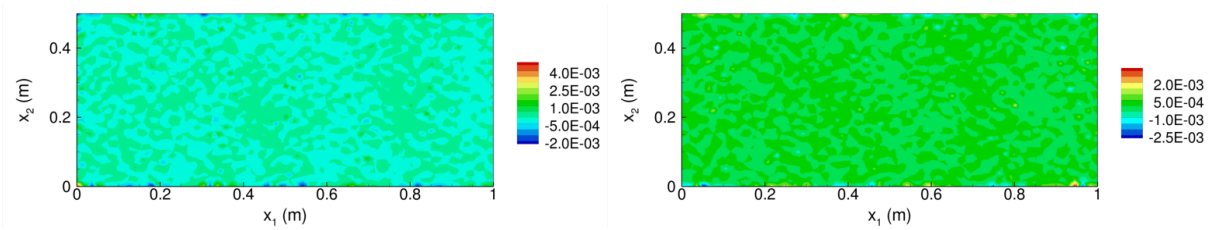


(a) Re(p) (b) Im(p)

FIGURE III.1 – (a) Partie réelle et (b) partie imaginaire de la pression acoustique dans un conduit de parois rigides. Simulation numérique (carte de couleurs) et solution analytique (lignes de niveaux).

Du fait de l'absence de phénomène d'absorption, la vitesse transversale v est théoriquement nulle sur l'ensemble du domaine. On peut vérifier sur la figure III.2 qu'elle est effectivement négligeable : bien qu'elle ne soit pas rigoureusement égale à zéro du fait du bruit numérique, son amplitude reste bien inférieure à celle de la vitesse longitudinale, avec un rapport des amplitudes de l'ordre de 10^{-3}.

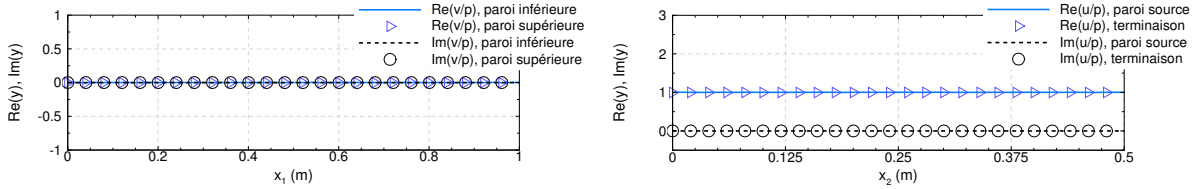
Enfin, une vérification de la bonne implémentation des conditions aux limites est facilement effectuée en calculant les parties réelle et imaginaire de l'admittance. L'admittance $y = v/p$ des parois inférieure et supérieure et l'admittance $y = u/p$ de la paroi source et de la terminaison sont évaluées numériquement. Les graphes III.3 permettent de s'assurer



(a) Re(v) (b) Im(v)

FIGURE III.2 – (a) Partie réelle et (b) partie imaginaire de la vitesse acoustique transversale simulée dans un conduit de parois rigides

que l'admittance des parois rigides est bien nulle tout le long des parois, ce qui est dû à une vitesse transversale nulle (ou tout au moins négligeable) en paroi. Comme développé à la section II.1.2, la présence d'une source en paroi est modélisée par la présence de cellules fictives de vecteur d'état le vecteur source et d'une condition transparente pour les cellules bidimensionnelles du domaine de calcul. La condition non réfléchissante décrite par le flux numérique (II.20) correspond à une condition d'impédance $z = 1.0$ (soit $Z = \rho_0 c_0$), c'est-à-dire à un coefficient de réflexion nul dans la matrice $\mathbf{M}_\beta$ donnée par l'équation (II.28). On vérifie ici sur la figure III.3 que l'admittance à la frontière source et à la terminaison est bien égale à l'unité, ce qui correspond comme attendu à la condition de non-réflexion imposée.



(a) Parois supérieure et inférieure (b) Plan source et terminaison

FIGURE III.3 – Admittance simulée dans un conduit de parois rigide (a) au niveau des parois supérieure et inférieure, et (b) au niveau du plan source et de la terminaison

III.2 Ondes stationnaires en tube à impédance

III.2.1 Evaluation de la condition d'impédance en incidence normale

La géométrie du tube à impédance présentée à la section I.3.2 (voir en particulier la figure I.10) présente un intérêt certain dans des situations de validation de codes impliquant une impédance de paroi. Dans cette configuration en effet, le champ d'onde stationnaire au sein du tube dû à la superposition d'ondes incidente et réfléchie est connu analytiquement, et est fonction de l'impédance du liner soumis à une incidence acoustique normale en bout de tube. Ainsi, la variation spatiale de la pression acoustique à la pulsation ω s'écrit, pour une onde incidente p_i et une onde réfléchie p_r d'amplitudes respectives A et A', et de direction de propagation x_1 :

$$p(x_1) = p_i(x_1) + p_r(x_1) = Ae^{-\mathrm{j}kx_1} + A'e^{\mathrm{j}kx_1} \tag{III.1}$$

où $k = \omega/c_0$ est le nombre d'onde. Le coefficient de réflexion β est par définition le rapport des ondes réfléchie et incidente au niveau du matériau, en $x_1 = L$ (voir la section I.2.2) :

$$\beta = |\beta| e^{j\Phi_\beta} = \frac{A'}{A} e^{2jkL} \tag{III.2}$$

avec $|\beta|$ le module du coefficient de réflexion, tel que $0 \leq |\beta| \leq 1$. On déduit alors l'expression analytique de la pression acoustique totale définissant l'onde stationnaire :

$$p(x_1) = A\left(e^{-jkx_1} + |\beta| e^{j(\Phi_\beta + k(x_1 - 2L))}\right) \tag{III.3}$$

On considère la configuration de la figure III.4, de dimensions 1 m × 0.5 m, testée numériquement pour 7 valeurs d'impédance réalistes choisies aléatoirement. Une onde plane harmonique de direction de propagation x_1 normale au matériau, de fréquence 1 kHz et d'amplitude unitaire est imposée à la paroi source. Le maillage est construit avec un pas de $\lambda/20$. De la même façon qu'à la section précédente, la figure III.5 montre la résistance et la réactance recalculées à partir du rapport p/u simulé à la surface du matériau. Encore une fois cette vérification simple permet de s'assurer de la bonne implémentation de la condition aux limites d'impédance, ici en incidence normale.

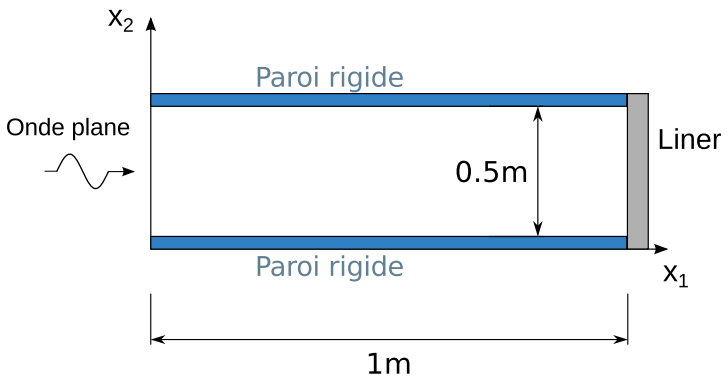


FIGURE III.4 – Configuration de tube à impédance testée numériquement

D'autre part le champ de pression acoustique simulé peut être comparé à sa valeur théorique (voir l'équation (III.3)). C'est ce qui est représenté sur la figure III.6 pour le cas d'une impédance de liner $z = 1 + j$, démontrant une très bonne concordance entre les résultats numérique et analytique.

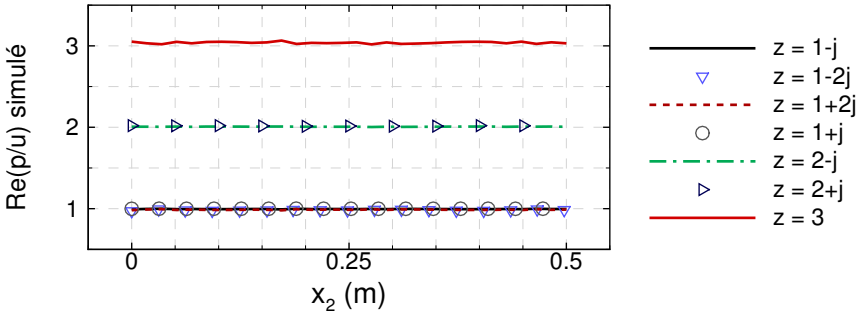
III.2.2 Application de la méthode inverse au champ analytique d'ondes stationnaires

Un premier test de la méthode inverse est réalisée en se basant sur l'expression analytique de la vitesse acoustique, obtenue par application de l'équation d'Euler linéarisée aux pressions acoustiques incidente et réfléchie, comme champ mesuré. La fonction objectif minimisée s'écrit ici :

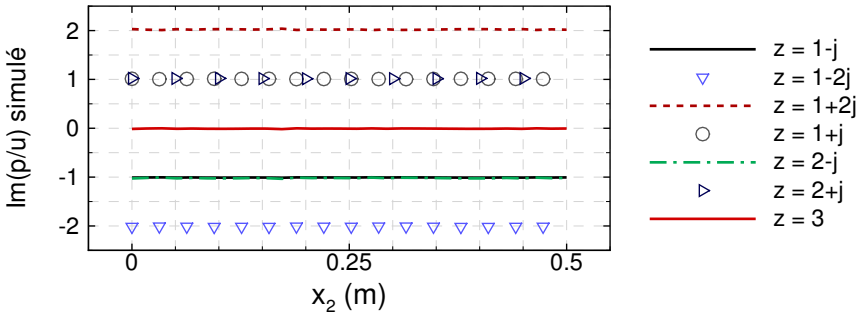
$$\mathcal{J} = \int_\Omega \| u_{\text{calc}} - u_{\text{théorie}} \|^2 I_{\Omega_{\text{obs}}}(\mathbf{x}) \tag{III.4}$$

avec, compte tenu de l'équation (I.8) :

$$u_{\text{théorie}} = \frac{A}{\rho_0 c_0}\left(e^{-jkx_1} - |\beta| e^{j(\Phi_\beta + k(x_1 - 2L))}\right) \tag{III.5}$$

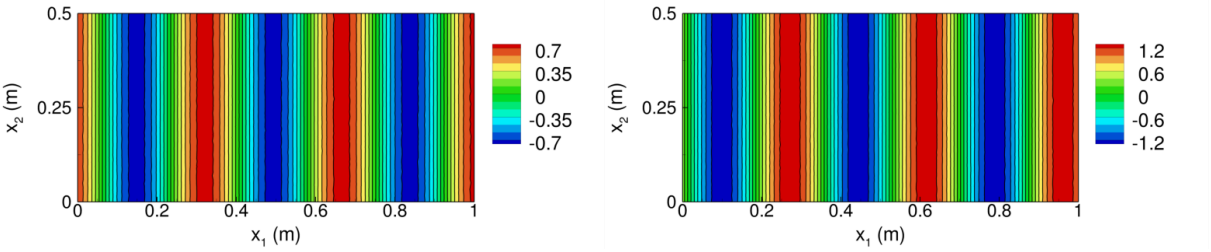


(a)



(b)

FIGURE III.5 – (a) Résistance et (b) réactance recalculées le long du matériau dans la configuration tube à impédance



(a) Re(p) (b) Im(p)

FIGURE III.6 – (a) Partie réelle et (b) partie imaginaire du champ de pression acoustique simulé (couleurs) et analytique (lignes de niveaux) dans la configuration tube à impédance (cas $z = 1 + \mathrm{j}$)

Le domaine d'observation choisi englobe l'ensemble du tube, c'est-à-dire que $\Omega_{\text{obs}} = \Omega$. Pour toutes les valeurs d'impédances testées, la valeur initiale d'impédance pour la procédure d'identification est fixée à 1 + j, et celle du coefficient de calibration à la valeur A. Les critères d'arrêt sont définis par $T_{\mathcal{J}} = 10^7$ et $T_{\nabla} = 10^{-6}$ (cf. section II.3). La solution théorique est projetée sur le même maillage que celui utilisé pour la résolution du problème direct.

La démarche adoptée ici est loin d'être représentative d'une situation réelle, puisque la procédure inverse est appliquée à des données théoriques exemptes de bruit de mesure. De même, comme le maillage associé à la solution analytique et le maillage utilisé lors de la résolution numérique sont identiques, il n'y a pas d'incertitude liée à une éventuelle interpolation entre les deux maillages. Toutefois nous ne cherchons ici qu'à valider le processus inverse global, et en particulier l'implémentation des équations adjointes. Des études de sensibilité seront menées plus loin pour estimer l'influence de ces incertitudes.

Les valeurs identifiées concordent parfaitement avec les valeurs cibles, comme le démontre la figure III.7. On notera notamment que toutes les valeurs d'impédance ont pu être identifiées sans difficultés, même les plus éloignées de la valeur initiale 1 + j choisie.

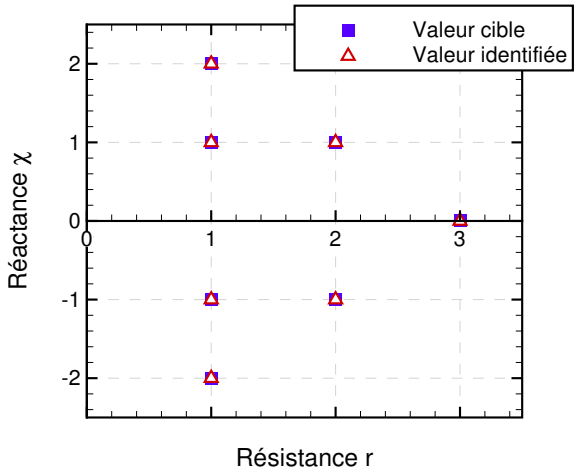


FIGURE III.7 – Valeurs cibles et identifiées de l'impédance dans la configuration tube à impédance

III.3 Propagation modale en incidence acoustique rasante

III.3.1 Principe du schéma numérique pour l'analyse modale

La condition de paroi rigide et la condition d'impédance en incidence normale ayant été validées, on s'attache désormais à la vérification de la condition d'impédance dans le cas d'une incidence acoustique rasante, puisqu'il s'agit de la situation classique dans le cas de méthodes inverses pour la détermination d'impédance en présence d'écoulement (voir par exemple les figures I.15, I.16, II.14). A cette fin, nous utilisons un module d'analyse modale développé à l'Onera [17, 18, 22]. Appliqué ici en l'absence d'écoulement, il permet de chercher les solutions harmoniques des équations d'Euler linéarisées sous forme de modes nor-

maux décrits par :

$$F(x_2)e^{\mathrm{j}(\omega t - k x_1)} \tag{III.6}$$

En approche fréquentielle, on travaille à ω fixé pour rechercher le nombre d'onde k et la fonction propre associée. La substitution de l'écriture (III.6) dans les équations d'Euler linéarisées conduit à un système aux valeurs propres, qui est décomposé sur une base de polynômes de Tchebychev $(T_n)_{n\in[0,N]}$ d'ordre N [18] :

$$T_n(\zeta) = \cos\left(n \arccos(\zeta)\right) \tag{III.7}$$

avec $\zeta \in [-1, 1]$ la variable de Tchebychev, à laquelle on se ramène depuis le domaine physique $[(x_2)_{min}, (x_2)_{max}]$ par un changement de variable, tel que :

$$x_2(\zeta) = \frac{1 - \tanh(\lambda\zeta)/\tanh(\lambda)}{2} \tag{III.8}$$

avec λ un paramètre défini par l'utilisateur. Les points de collocation ζ_i sont tels que

$$\zeta_i = \cos\left(\frac{i\pi}{N}\right) \tag{III.9}$$

On y écrit les fonctions propres sous la forme :

$$(U(\zeta_i), V(\zeta_i), P(\zeta_i)) = \sum_{n=0}^{N} (U_n, V_n, P_n)\, T_n(\zeta_i) \tag{III.10}$$

La projection sur cette base de polynômes permet d'exprimer les opérations de dérivation en tant que produits matriciels, ce qui mène à un problème aux valeurs propres matriciel de dimension $N\times$ (nombre de variables), soit $3N$ dans notre cas compressible non visqueux :

$$(\mathbf{D} + k\mathbf{Q})\mathbf{X} = 0 \tag{III.11}$$

Cette méthode de collocation spectrale a notamment permis à Boyer *et al.* [18] de mettre en évidence, du point de vue numérique, des instabilités hydrodynamiques de surface observées expérimentalement par Marx *et al.* [84] grâce à la LDV et à la PIV. Il est ici détourné de ses fonctions premières puisqu'appliqué en l'absence d'écoulement, et sert uniquement de support pour la validation du code Elvin. Pour une comparaison inter-codes complète, des comparaisons avec écoulement auraient dû être menées mais n'ont pu l'être faute de temps. Toutefois la validation des aspects propagatif et inverse en présence d'écoulement sera traitée vis-à-vis de données expérimentales au chapitre IV.

III.3.2 Etude d'un conduit infiniment long

On se donne comme cas d'étude une portion de conduit de hauteur 0.5 m et de longueur 1 m. Le code d'analyse modale calculant les modes propres d'un canal infiniment long, il faut définir pour le code GD une configuration reproduisant cette hypothèse. On se donne donc la géométrie de la figure III.8 pour Elvin, dont on ne considèrera que le dernier tronçon, de 9 à 10 m, pour le comparer aux résultats de l'analyse modale. En effet la condition de source imposée, qui correspond à un mode de paroi rigide, ne vérifie pas la condition aux limites de

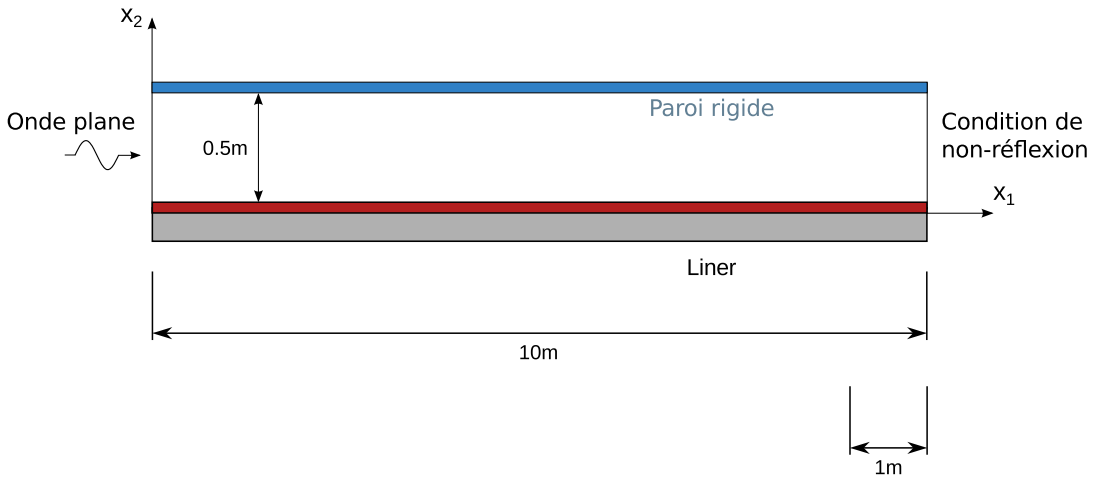


FIGURE III.8 – Canal long étudié dans Elvin pour comparaison au code d'analyse modale sur la dernière portion de longueur 1 m

paroi inférieure traitée ; il faut donc s'affranchir de la longueur où la solution réelle s'établit. Le conduit est traité tout le long de sa paroi inférieure par une impédance de paroi 1 + j, la paroi supérieure étant rigide. Une condition de non-réflexion termine le canal. Une source plane harmonique (f = 1 kHz) d'amplitude unitaire est imposée en paroi amont.

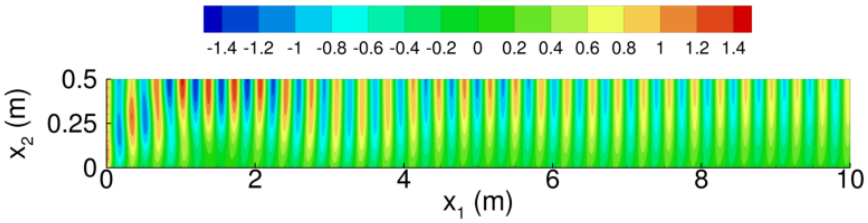
Le champ de pression dans l'ensemble du conduit est présenté sur la figure III.9, qui permet de s'assurer d'un comportement modal sur la dernière portion du conduit, loin de la source (entre 6 et 10 m, soit suite à une distance de près de 18 longueurs d'onde).

La configuration étudiée ici donne l'occasion de s'assurer de l'exactitude de la condition de non-réflexion, valable uniquement au premier ordre i.e. pour des ondes normales. Un conduit de longueur 1 m et de hauteur 0.5 m, traité par la même impédance 1 + j tout le long de sa paroi inférieure, est confronté à la portion correspondante du canal de la figure III.8. Le résultat, porté sur la figure III.10, ne révèle aucune différence notable entre le canal court avec condition non réfléchissante et le canal « infiniment long ».

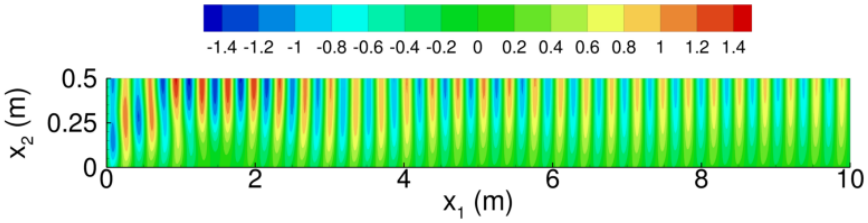
Pour finir, la figure III.11 présente la superposition de la fonction propre calculée par le code d'analyse modale (courbes de niveaux) et le résultat de simulation en propagation avec Elvin en fin du canal long. Une calibration au point de coordonnées (10,0.2) dans le repère « Galerkin discontinu » (soit (1,0.2) dans le repère « collocation spectrale ») a été réalisée. Seule la partie réelle de la pression acoustique est présentée, les autres quantités (vitesse acoustique, partie imaginaire de la pression) montrant un accord tout aussi satisfaisant entre les deux codes.

III.4 Conclusions

Les cas d'études simples traités dans ce chapitre ont permis en premier lieu la vérification des conditions aux limites de source et d'impédance, y compris celles de paroi rigide et de non-réflexion qui en sont des cas particuliers. En outre, dans une configuration de type tube à impédance, une première évaluation de la méthode inverse basée sur l'expression analytique de la vitesse acoustique longitudinale, a fourni des résultats d'identification très

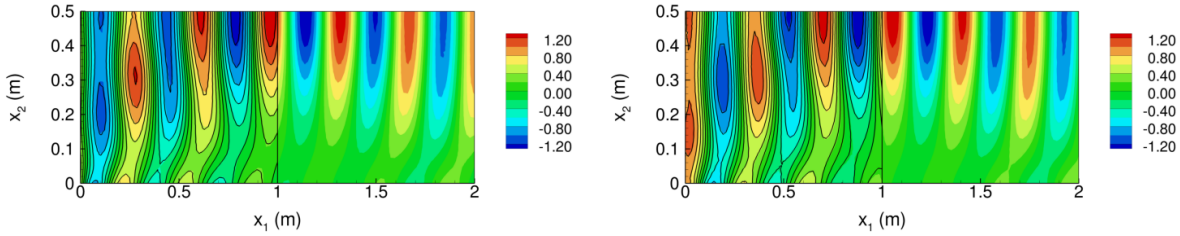


(a) Re(p)



(b) Im(p)

FIGURE III.9 – (a) Partie réelle et (b) partie imaginaire de la pression acoustique dans un conduit long de 10 m, de paroi inférieure traitée ($z = 1 + \mathrm{j}$)



(a) Re(p) (b) Im(p)

FIGURE III.10 – (a) Partie réelle et (b) partie imaginaire de la pression acoustique dans un conduit traité de longueur 1 m (courbes de niveaux) et sur la portion de 1 à 2 m d'un conduit traité de longueur 10 m (couleurs). Impédance $z = 1 + \mathrm{j}$.

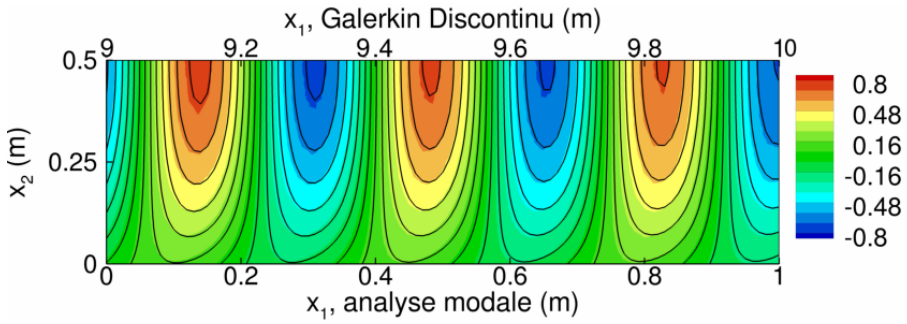


FIGURE III.11 – Partie réelle de la pression acoustique pour le code Galerkin discontinu (couleurs) et le code d'analyse modale (lignes de niveaux)

satisfaisants. Si cette étude n'a pas de sens physique réel, du fait de l'absence de bruit de mesure sur les données théoriques, elle permet malgré tout de valider le processus inverse dans sa globalité. Ces vérifications fondamentales étant faites, on peut désormais s'attacher à examiner le comportement du solveur GD sur des cas-tests expérimentaux.

Chapitre IV

Validation expérimentale des aspects direct et inverse du solveur Galerkin discontinu

Sommaire

IV.1 Description des bancs de la NASA 86
IV.2 Simulation numérique du problème direct : propagation acoustique guidée 87
IV.2.1 Le cas du banc NASA-GIT en l'absence d'écoulement 87
IV.2.2 Le cas du banc NASA-FIT en l'absence d'écoulement 88
IV.2.3 Propagation acoustique guidée avec écoulement de profil analytique 91
IV.3 Evaluation de la méthode inverse en l'absence d'écoulement 94
IV.3.1 Identification d'impédance dans le cas du NASA-GIT en l'absence d'écoulement avec fonction objectif exprimée en pression 94
IV.3.2 Fonction objectif en vitesse synthétisée sans écoulement 97
IV.3.3 Identification d'impédance dans le NASA-GFIT en l'absence d'écoulement avec fonction objectif exprimée en pression 102
IV.4 Conclusions 107

Les vérifications basiques du chapitre précédent ayant permis de s'assurer de la bonne implémentation des conditions aux limites et du problème adjoint, on se livre désormais à une validation des aspects direct (propagation acoustique) et inverse (identification d'impédance) du solveur Galerkin discontinu, à partir de données expérimentales extraites de la littérature. Les configurations étudiées sont proches de celle du banc B2A qui fournira les mesures LDV pour l'application de la méthode inverse à des champs de vitesse acoustique. Il s'agit de différents bancs utilisés par le NASA Langley Research Center, pour lesquels des mesures de pression acoustique en paroi rigide opposée à l'échantillon de liner sont fournies. On dispose également des impédances identifiées par la méthode de la NASA, et ainsi d'une base de données complète permettant la validation du solveur GD.

IV.1 Description des bancs de la NASA

Les cas de validation présentés dans ce chapitre sont basés sur des résultats de la littérature, et plus précisément sur des mesures de pression acoustique obtenues en paroi opposée au liner sur différents bancs de la NASA, qui bénéficient d'une abondante documentation publiée. Cette section décrit les bancs en question.

Historiquement, le premier banc utilisé par le « NASA Langley Research Center » pour les développements initiaux de la méthode inverse d'identification d'impédance fut le *Flow-Impedance Tube* (FIT) [152, 165]. D'une section de 51 mm × 51 mm, il peut accueillir des liners d'une longueur allant jusqu'à 411 mm (l'échantillon aura une longueur de 387 mm dans le cas étudié plus loin). Un écoulement de nombre de Mach débitant 0.6 peut être atteint. Quatre haut-parleurs fournissent un signal source sur une plage fréquentielle allant de 300 à 3000 Hz, le niveau de pression au bord d'attaque du liner pouvant atteindre 155 dB. La terminaison est conçue de façon à minimiser les réflexions à la sortie du conduit. Les parois supérieure et inférieure (hormis le liner) sont rigides, en acier inoxydable. Enfin, deux microphones 1/4" sont utilisés : le premier est monté affleurant à la paroi rigide supérieure au début de la section test et sert de référence, tandis que le second est mobile et se déplace tout le long de la section test. Un schéma bidimensionnel de la section test est montré figure IV.1.

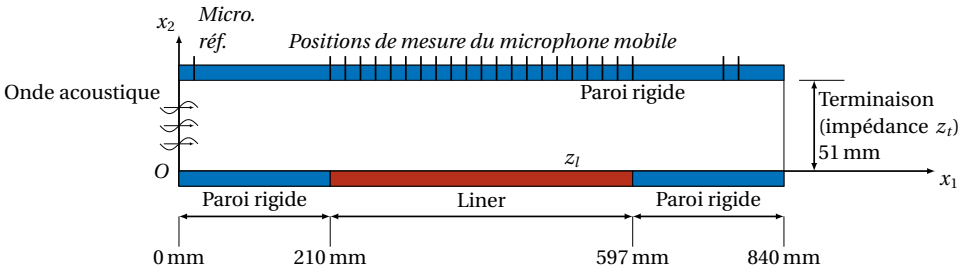


FIGURE IV.1 – Schéma 2D du banc d'essai NASA-FIT

Au fil des ans, le banc d'essai a subi des modifications. En 2004, dès lors appelé *Grazing Incidence Tube* (GIT), il est sujet à d'importantes améliorations répertoriées en détail par Jones *et al.* [65]. La plus importante réside dans le remplacement du microphone mobile par une grille de 95 microphones répartis sur les quatre parois du conduit. Ainsi, 31 microphones sont dédiés à la mesure de la pression acoustique en paroi supérieure rigide. D'autre part un dispositif de contrôle de la couche limite en amont du liner est mis en place. Le liner a une longueur de 406 mm (voir la figure IV.2).

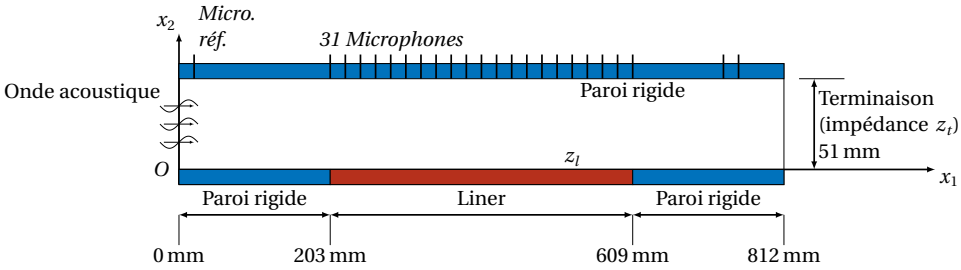


FIGURE IV.2 – Schéma 2D du banc d'essai NASA-GIT

Mis en service en 2008, le GFIT (*Grazing Flow Impedance Tube*) remplace le GIT [64]. La figure IV.3 présente le banc en question, dans la configuration qui a été utilisée pour les études exploitées dans ce mémoire. La section du conduit est modifiée de 51 mm × 51 mm à 63 mm × 51 mm, de façon à ce que les modes d'ordre élevé aient une fréquence de coupure différente dans chacune des deux directions normales à la direction de propagation. Affleurant la paroi rigide opposée au matériau, 53 microphones mesurent la pression acoustique. L'échantillon de liner peut adopter différentes longueurs, de 51 à 610 mm par incréments de 51 mm, mais l'étude menée par Jones *et al.* [64] montre que les résultats d'identification d'impédance ne sont satisfaisants qu'à partir d'une longueur minimale de 203 mm.

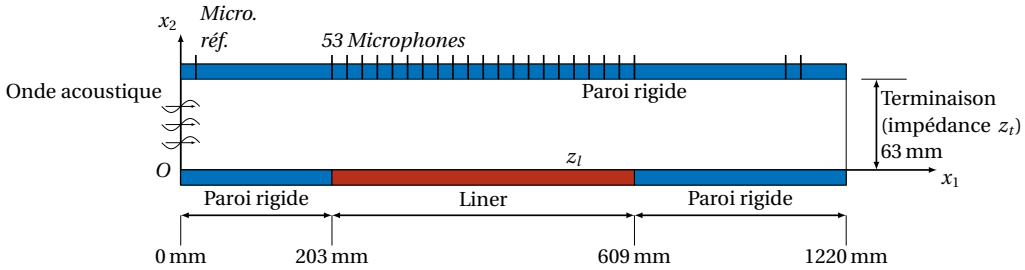


FIGURE IV.3 – Schéma 2D du banc d'essai NASA-GFIT

IV.2 Simulation numérique du problème direct : propagation acoustique guidée

Avant d'évaluer le fonctionnement et les propriétés de la méthode inverse d'identification d'impédance, il convient de vérifier l'aptitude de la méthode numérique employée à modéliser la propagation acoustique en conduit traité. A cet effet, nous disposons de données expérimentales extraites de la littérature. Des mesures de pression acoustique en paroi rigide opposée au liner, dans deux des trois géométries exposées à la section précédente, sont fournies. Dans chaque cas, l'impédance de matériau identifiée par la méthode inverse de la NASA sert de condition aux limites de liner pour le code Galerkin discontinu. Lorsqu'elle est disponible, l'impédance de terminaison du conduit est également appliquée comme condition aux limites de sortie. A chaque fréquence, le coefficient de calibration C est calculé de façon à ce que les pressions acoustiques simulées par le code GD d'une part et mesurées d'autre part soient égales à la paroi source, c'est-à-dire en $x_1 = 0$.

IV.2.1 Le cas du banc NASA-GIT en l'absence d'écoulement

En vue de fournir une base de données complète pour la validation de codes de propagation, Jones *et al.* [66] ont publié en 2005 l'ensemble des informations relatives à l'étude dans le banc NASA-GIT (figure IV.2) d'un matériau tubulaire céramique référencé CT57. Ce matériau à réaction localisée est composé d'un réseau de tubes parallèles et cylindriques, d'une hauteur h =85.6 mm et de diamètre 0.6 mm (voir figure IV.4). Les tubes sont incorporés dans une matrice en céramique, l'ensemble présentant une porosité $\sigma = 57\%$. Bien qu'ayant une structure différente des liners SDOF généralement utilisés, le spectre d'impédance du CT57

varie dans le même domaine fréquentiel et présente l'avantage d'être quasi-linéaire par rapport au niveau d'excitation acoustique et à la vitesse d'écoulement rasant [66].

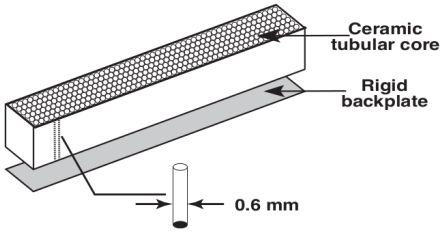


FIGURE IV.4 – Matériau tubulaire céramique CT57

Les résultats publiés par Jones *et al.* [66] répertorient la pression acoustique, exprimée en termes de *Sound Pressure Level* (SPL) et phase, pour chaque microphone implanté le long de la paroi opposée au liner. L'étude a été menée sur une gamme de fréquences allant de 500 à 3000 Hz par pas de 100 Hz, pour un SPL à la source de 120 dB, 130 dB et 140 dB afin de vérifier la linéarité du matériau. Les données choisies ici pour la validation sont connues avec un pas fréquentiel de 500 Hz pour une source harmonique de SPL égal à 130 dB. La référence de phase est prise au microphone situé au plan $x_1 = 0$. L'impédance de sortie est mesurée par la technique de Chung & Blaser [30] (voir section I.3.2). Conformément aux explications données plus haut, l'impédance de liner identifiée par la NASA et l'impédance de terminaison mesurée sont utilisées comme conditions aux limites en entrée du code GD.

Le domaine de calcul Ω_h est discrétisé par des éléments $\mathbb{P}_1$ de Lagrange avec un pas correspondant à $\lambda/20$ à 3 kHz, résultant en un maillage triangulaire de 1085 éléments, soit 629 nœuds. Un maillage unique est utilisé quelle que soit la fréquence de calcul ; la taille plus que raisonnable du problème autorise le sur-maillage sans grande conséquence sur le temps de calcul, qui s'élève à quelques minutes seulement.

Sur les figures IV.5 et IV.6 sont respectivement tracés le SPL et la phase simulés et mesurés, en fonction de la position x_1 du microphone le long de la paroi opposée au liner. Ces graphes révèlent un excellent accord des quantités simulées avec les quantités mesurées, quelle que soit la fréquence. La décroissance particulièrement importante du SPL à 1 kHz (réduction de plus de 60 dB entre la source et la terminaison) indique que nous sommes très proches de la fréquence de résonance. Ceci est confirmé par la théorie exprimée à la section I.2.3, qui prévoit une résonance à la fréquence :

$$f = \frac{c_0}{4h} \simeq 1005\,\text{Hz} \tag{IV.1}$$

L'anti-résonance est prévue à 2010 Hz, ce qui semble concorder avec la très faible pente du SPL mesuré et simulé à cette fréquence, bien que cela reste difficilement discernable.

Pour finir, on peut noter que les ruptures d'impédance amont et aval (respectivement à x_1 =203 mm et x_1 =406 mm) sont particulièrement visibles sur les courbes de SPL, surtout à la fréquence de résonance.

IV.2.2 Le cas du banc NASA-FIT en l'absence d'écoulement

Dans l'optique de valider un modèle d'impédance dans le domaine temporel, Özyörük *et al.* [165] exposent des données expérimentales et numériques concernant un matériau tu-

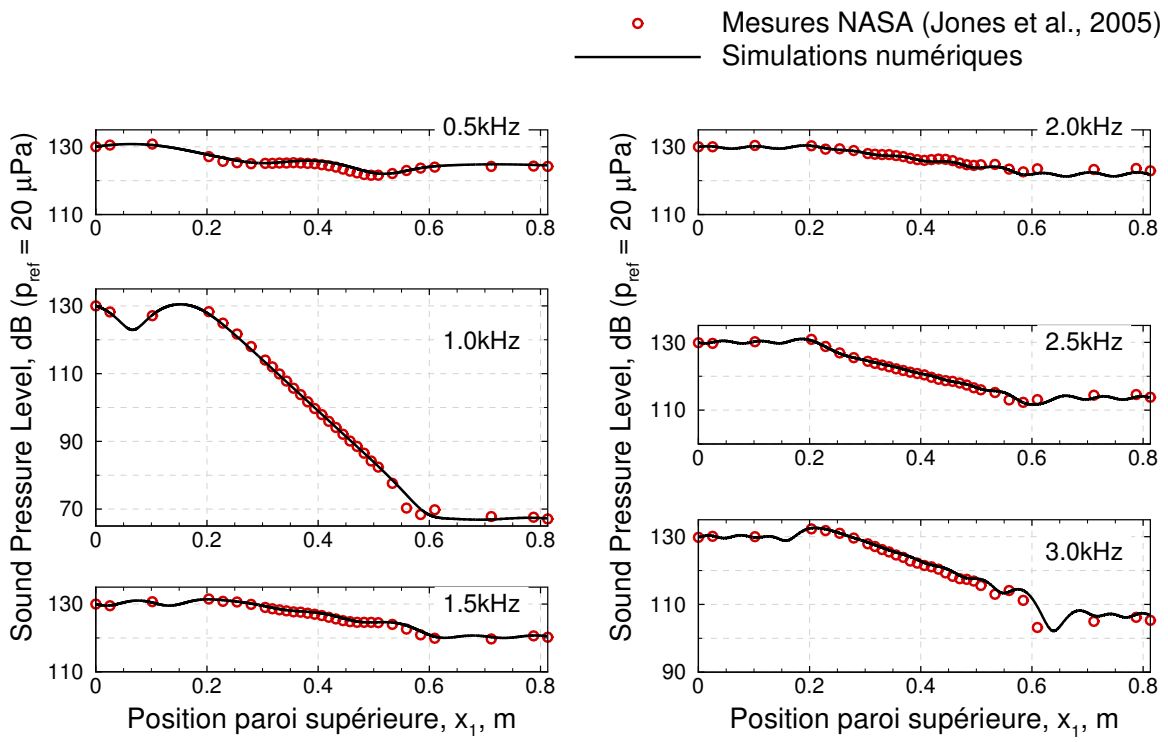


FIGURE IV.5 – SPL (Sound Pressure Level) au niveau de la paroi supérieure rigide, dans le NASA-GIT traité par CT57 en l'absence d'écoulement. Valeurs mesurées issues de la référence [66] (symboles) et simulations numériques obtenues avec le code GD (lignes pleines).

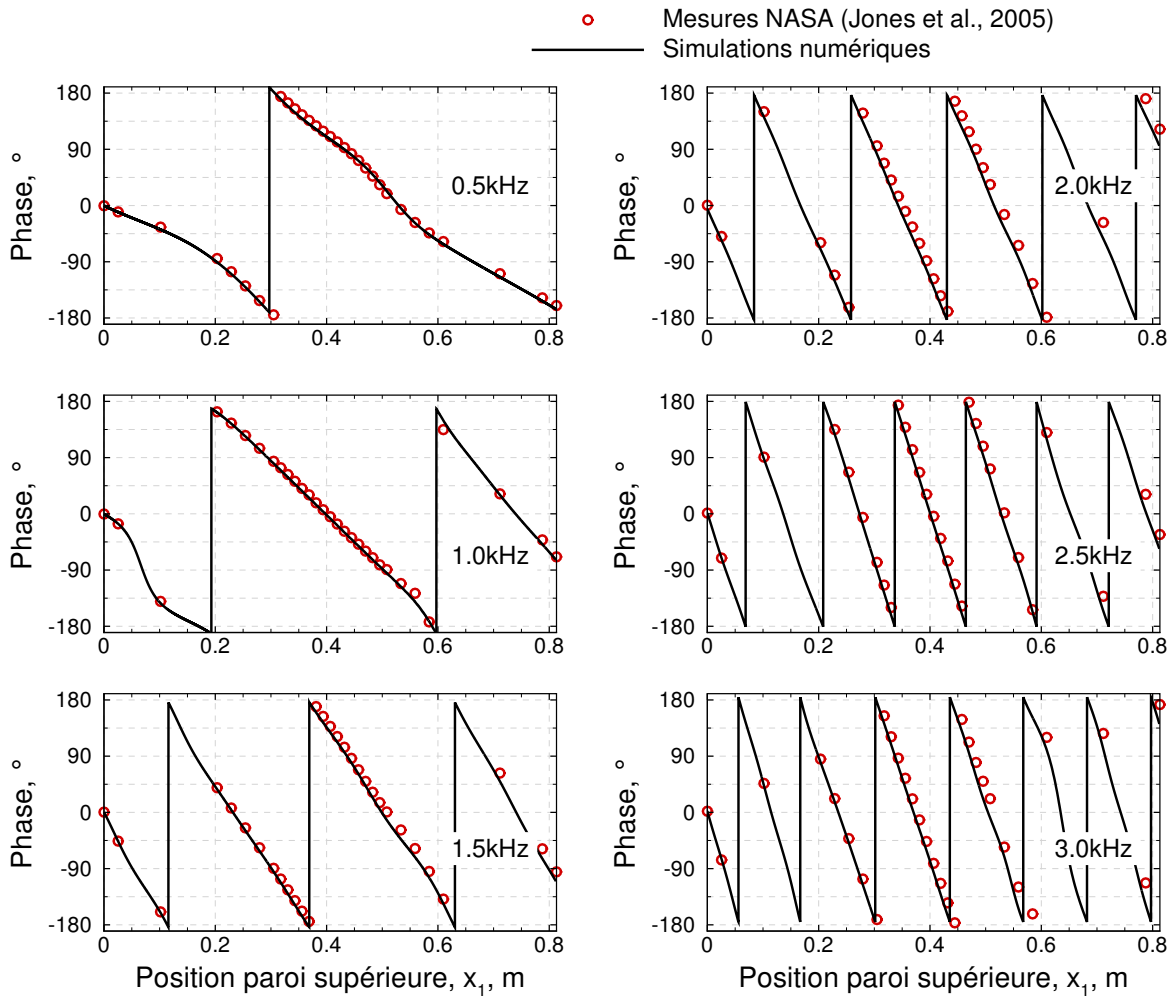


FIGURE IV.6 – Phase de pression acoustique au niveau de la paroi supérieure rigide, dans le NASA-GIT traité par CT57 en l'absence d'écoulement. Valeurs mesurées issues de la référence [66] (symboles) et simulations numériques obtenues avec le code GD (lignes pleines).

bulaire céramique référencé CT73 dans le banc NASA-FIT, avec un SPL au microphone de référence de 130 dB. Tout comme le CT57 considéré à la section précédente, il présente une porosité de $\sigma = 57\%$ et un diamètre de cellule de 0.6 mm, mais la hauteur des tubes est cette fois de 76 mm, ce qui donne une fréquence de résonance théorique proche de 1130 Hz. Özyörük *et al.* utilisent une approche temporelle de propagation acoustique en conduit traité basée sur la transformée en z, qui permet de s'affranchir des problèmes de stockage liés au décalage en temps et à la convolution dus à la représentation temporelle de l'impédance. La dérivation par rapport au temps est alors exprimée par :

$$\mathrm{j}\omega \equiv \frac{\partial}{\partial t} \equiv \frac{1+\tau}{(1+\kappa)\Delta t}\frac{z^{\kappa}-z^{-1}}{1+\tau z^{-1}} \tag{IV.2}$$

où le couple $\{\tau,\kappa\} \in (\{0,0\},\{0,1\},\{1,0\})$ détermine la nature (décentré à gauche d'ordre 1, centré d'ordre 2, approximation bilinéaire) du schéma.

Ainsi, le spectre d'impédance est donné par l'équation (I.40), où les coefficients r_i sont définis de façon à approcher au mieux l'impédance mesurée grâce à une méthode de moindres carrés non linéaires et un algorithme de type Levenberg-Marquardt.

La configuration étudiée ne diffèrant que très peu de celle analysée à la section précédente, on s'attend cette fois aussi à une excellente concordance entre les pressions acoustiques simulée et mesurée. C'est ce que confirme le graphe IV.7, où sont représentés le SPL mesuré et le résultat des simulations numériques. L'évolution longitudinale de la phase de pression acoustique n'étant pas abordée dans la référence [165], nous ne disposons ici que du niveau de pression. De même, l'impédance de terminaison n'est pas fournie ; une condition de sortie non réfléchissante est donc appliquée à la terminaison lors des simulations GD. Les résultats du code différences finies temporel d'Özyörük *et al.* [165], pour une excitation monofréquentielle, y figurent également. Signalons que la divergence observée vis-à-vis de la mesure pour le résultat d'Özyörük *et al.* à 1 kHz est attribuée à la contribution d'une composante continue que les auteurs doivent filtrer par transformée de Fourier pour parvenir à prévoir de manière satisfaisante le SPL mesuré [165].

IV.2.3 Propagation acoustique guidée avec écoulement de profil analytique

Dans l'article d'Özyörük *et al.* exploité à la section précédente [165], les auteurs considèrent également plusieurs cas de propagation acoustique en présence d'écoulement rasant de profil uniforme, pour un nombre de Mach de 0.1, 0.3 et 0.5 qui correspond ici à la vitesse maximale de l'écoulement. Une condition d'impédance d'Ingard-Myers est implémentée à cet effet. Si la confrontation à l'expérience est bonne pour $M = 0.1$, des instabilités apparaissent pour $M = 0.3$ à une fréquence de 500 Hz. Les auteurs l'attribuent à la rupture d'impédance amont, qu'ils tentent vainement d'atténuer en imposant une variation spatiale de la résistance pour éviter la discontinuité. En revanche, l'introduction de dissipation numérique par diminution de la résolution de maillage semble bénéfique, bien que des oscillations indésirables subsistent dans le résultat final. Les résultats à $M = 0.5$ sont pollués par des instabilités à toutes les fréquences, sauf à 2.5 kHz où ils restent exploitables mais peu concordants avec les mesures.

Pour s'affranchir des instabilités rencontrées, mais aussi prendre en compte les effets de réfraction aux discontinuités d'impédance, Özyörük & Long [164] complètent le modèle de

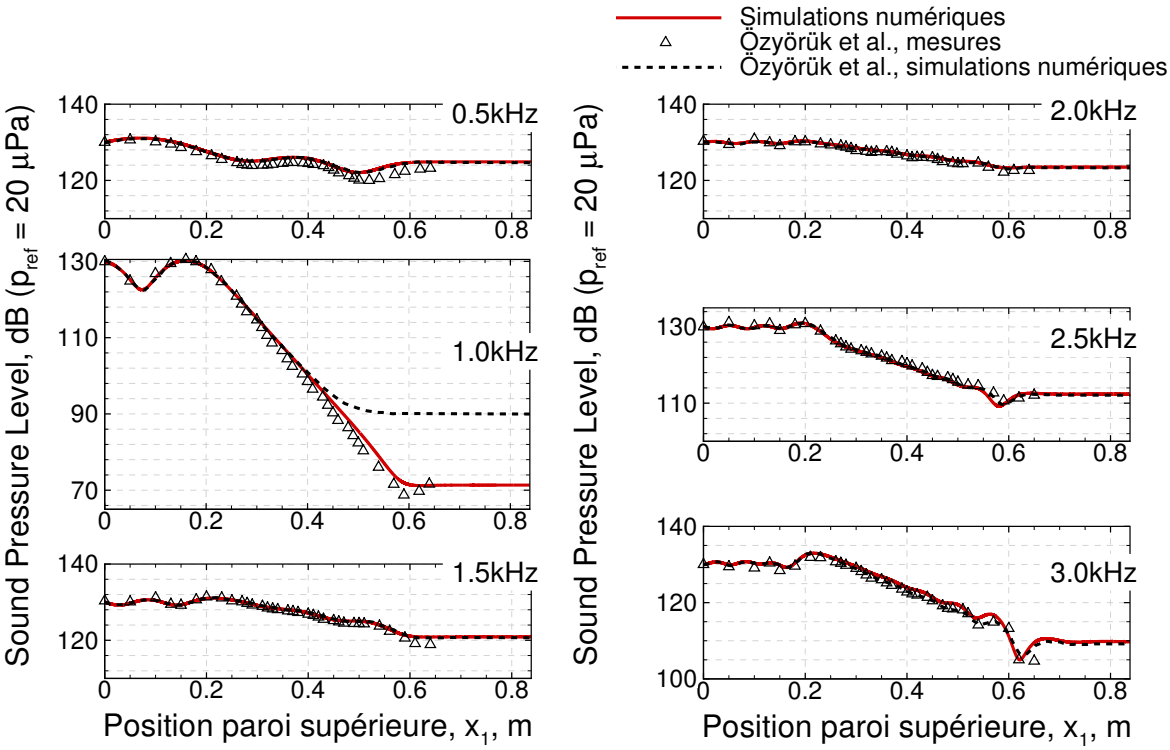


FIGURE IV.7 – SPL (Sound Pressure Level) au niveau de la paroi supérieure rigide, dans le NASA-FIT traité par CT73 en l'absence d'écoulement. Valeurs mesurées issues de la référence [165] (symboles) et simulations numériques obtenues avec le code GD.

propagation de la référence [165] par l'inclusion d'un profil cisaillé de l'écoulement, avec condition de non-glissement à la paroi. La condition d'impédance de Myers (équation (I.21)) se trouve alors réduite à une condition « classique » d'impédance (équation (I.2)), ce qui facilite grandement son implémentation.

Le profil est supposé parallèle, laminaire et pleinement développé. Il est décrit par la fonction analytique suivante :

$$U(x_2) = 4M_c c_0(x_2/H)(1 - x_2/H) \tag{IV.3}$$

avec M_c la valeur du nombre de Mach en centre de veine. Une représentation de la vitesse d'écoulement à Mach 0.3 est donnée par la figure IV.8.

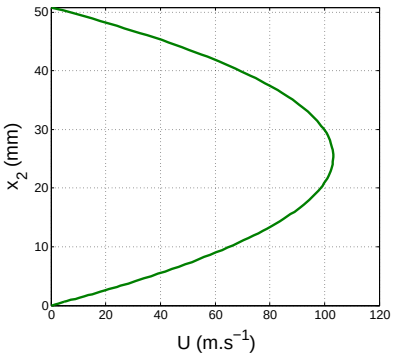


FIGURE IV.8 – Profil analytique d'écoulement utilisé pour le cas du NASA-FIT (voir équation (IV.3))

La propagation acoustique avec l'écoulement porteur décrit par le profil analytique de l'équation (IV.3) est simulée avec le code GD pour un nombre de Mach $M_c = 0.3$. Ici aussi, les impédances identifiées par la méthode inverse de la NASA et une condition de sortie non réfléchissante sont imposées comme conditions aux limites. Les effets de l'écoulement sur ce matériau étant jugés négligeables, les valeurs d'impédance sont les mêmes qu'en l'absence d'écoulement [164]. Nous comparons sur la figure IV.9 le SPL simulé avec le code GD aux données mesurées et aux résultats numériques d'Özyörük & Long [164], obtenus pour une excitation monofréquentielle. Concernant ces derniers, les problèmes liés aux instabilités présentes avec écoulement uniforme disparaissent effectivement avec un profil cisaillé. Le code GD donne une très bonne prévision des niveaux de pression mesurés en paroi supérieure et concorde parfaitement avec les résultats numériques du code différences finies de la référence [164].

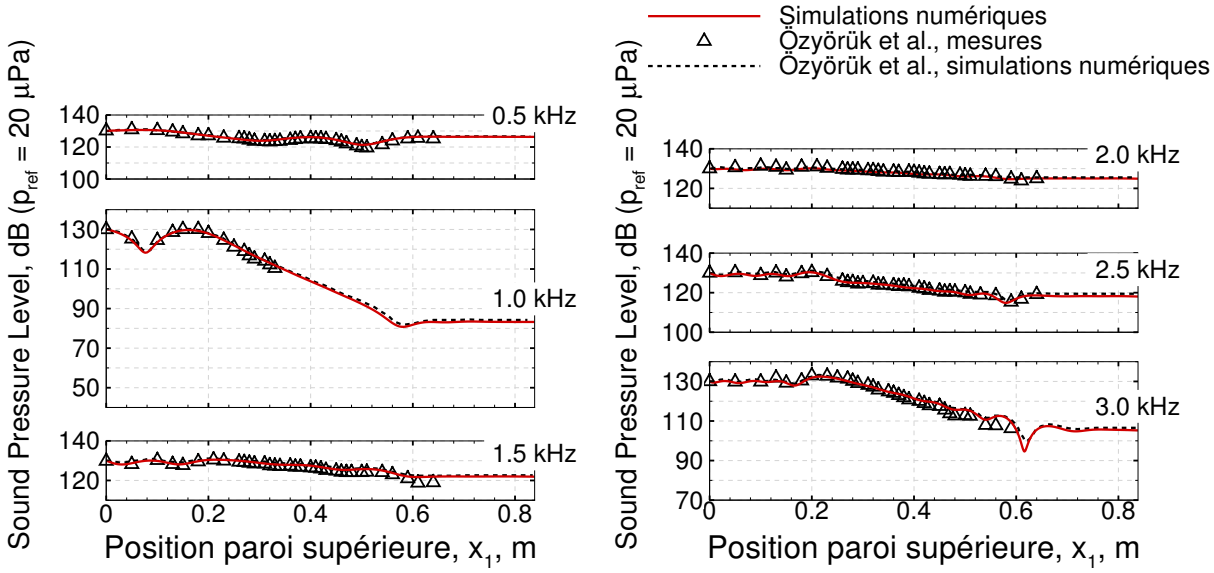


FIGURE IV.9 – SPL (Sound Pressure Level) au niveau de la paroi supérieure rigide, dans le NASA-FIT traité par CT73 en présence d'un écoulement cisaillé ($M_0 = 0.3$). Valeurs mesurées issues de la référence [164] (symboles) et simulations numériques obtenues avec le code GD.

IV.3 Evaluation de la méthode inverse en l'absence d'écoulement

C'est à présent la méthode inverse elle-même qui est testée sur des configurations sans écoulement. Au cours du processus, on cherche à minimiser l'écart entre la pression acoustique mesurée en paroi opposée au liner et cette même pression acoustique simulée par le code GD. Une expérience numérique basée sur une fonction objectif en vitesse acoustique synthétisée est également traitée afin de s'assurer de la faisabilité d'une méthode inverse basée sur des mesures de vitesse acoustique par LDV. Les impédances identifiées par Elvin sont confrontées à celles identifiées avec la méthode inverse de la NASA.

IV.3.1 Identification d'impédance dans le cas du NASA-GIT en l'absence d'écoulement avec fonction objectif exprimée en pression

On considère le cas du NASA-GIT (figure IV.2) en l'absence d'écoulement, et dans les mêmes conditions expérimentales qu'à la section IV.2.1. A chaque fréquence d'étude, l'impédance du liner est identifiée à partir de la fonction objectif utilisée par Jones *et al.* [66], exprimée comme l'erreur quadratique entre la pression acoustique complexe mesurée p^m_{meas} et la pression acoustique simulée p^m_{calc}, sommée sur les $N = 31$ microphones :

$$\mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C) = \sum_{m=1}^{N} \| p^m_{\text{calc}} - p^m_{\text{meas}} \|^2 \tag{IV.4}$$

La procédure d'identification est menée dans deux configurations distinctes :

– Le "cas NRp" (pour "cas avec condition de Non-Réflexion" basé sur les mesures de Pression) exclut l'impédance de terminaison du processus de recherche. La condition aux limites non réfléchissante (II.21) est appliquée en sortie de domaine, ce qui revient à appliquer une impédance de terminaison $z_t = 1.0 + 0.0\,\mathrm{j}$.
– Le "cas EIp" (pour "*Exit Impedance case*", cas avec impédance de sortie basé sur les mesures de Pression) inclut l'impédance de terminaison comme paramètre de recherche. L'impédance identifiée en sortie de domaine devrait être proche de la valeur caractéristique d'une condition non réfléchissante $z_t = 1.0 + 0.0\,\mathrm{j}$, et cette valeur est par conséquent prise comme valeur initiale de l'impédance de sortie dans le processus de recherche.

L'algorithme L-BFGS-B présenté à la section II.3 offre d'autre part la possibilité de borner les paramètres de recherche. Les contraintes de bornes suivantes sont donc imposées :

$$\begin{cases} 0.1 \leq r_l \leq 5.0 \quad \text{et} \quad -5.0 \leq \chi_l \leq 5.0 & \text{pour le liner} \\ 0.5 \leq r_t \leq 1.5 \quad \text{et} \quad -0.5 \leq \chi_t \leq 0.5 & \text{pour l'impédance de sortie dans le cas "EIp"} \end{cases} \tag{IV.5}$$

Ces contraintes de bornes seront systématiquement appliquées à la résistance et à la réactance lors de calculs inverses. Le coefficient de calibration C est pour sa part non borné. Enfin, on choisit les valeurs initiales suivantes :

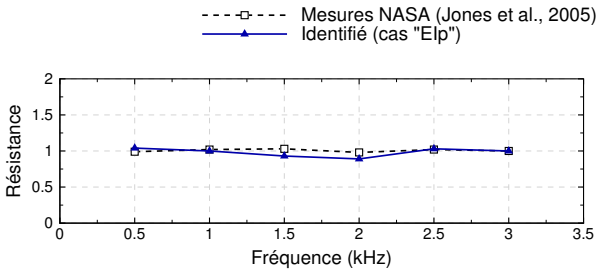
$$\begin{cases} z_l^{\text{init}} & = 1.0 + 1.0\,\mathrm{j} \\ z_t^{\text{init}} & = 1.0 + 0.0\,\mathrm{j} \\ C^{\text{init}} & = 100.0 + 0.0\,\mathrm{j} \end{cases} \tag{IV.6}$$

Les impédances de liner identifiées sont confrontées aux valeurs trouvées par Jones *et al.* [66], qui sont identifiées grâce à une méthode inverse reposant sur la résolution par éléments finis de l'équation de Helmholtz bidimensionnelle et un algorithme SDFP. La condition de sortie mesurée par la méthode de Chung & Blaser [30] y est imposée comme condition aux limites.

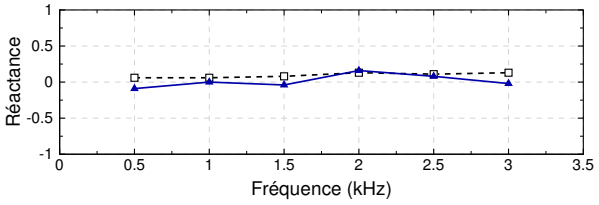
Dans le cas "EIp", l'impédance de terminaison identifiée montre très peu de différence avec les valeurs mesurées (voir figure IV.10), et est bien proche de $1.0 + 0.0\,\mathrm{j}$ comme attendu, reflétant ainsi le caractère quasi-anéchoïque du banc d'essai. Les valeurs mesurées par la NASA et identifiées par le solveur Elvin sont référencées dans le tableau IV.1.

Les impédances de liner identifiées dans chacun des cas "NRp" et "EIp" sont consignées dans le tableau IV.2, et représentées sur la figure IV.11. Un très bon accord est obtenu avec le code GD résolvant les équations d'Euler linéarisées, qui peuvent se réduire dans ce cas sans écoulement à l'équation de Helmholtz sur laquelle s'appuie la méthode inverse de Jones *et al.*. La prise en compte de l'impédance de terminaison en tant que paramètre dans la recherche de minimum fournit des résultats sensiblement plus proches des impédances de référence.

Le phénomène de résonance, prévu autour de 1 kHz (voir section IV.2.1), est bien retrouvé avec une réactance de valeur nulle à cette fréquence. La seule disparité observée entre le spectre de résistance et de réactance identifié par le code Elvin et le spectre de référence se produit à 2 kHz, qui se trouve être la fréquence d'anti-résonance. Comme développé en I.2.3, les effets d'atténuation dus à la présence du liner sont minimaux à cette fréquence, comme en témoigne la forte valeur de résistance. Le matériau tend à se comporter comme une paroi



(a) Résistance



(b) Réactance

FIGURE IV.10 – Impédance de terminaison identifiée sur le banc NASA-GIT traité par CT57 dans le cas “Elp” (ligne pleine et triangles bleus) et mesurée par la NASA (ligne pointillée et carré noirs)

parfaitement réfléchissante, et une vaste gamme d’impédance est susceptible de conduire à la variation longitudinale de pression acoustique mesurée en paroi opposée au liner. La sensibilité de la méthode d’identification à l’impédance du liner peut être constatée graphiquement en traçant, dans le plan d’impédance (r_l, χ_l), la carte de la fonction objectif $\mathcal{J}$ normalisée par la valeur cible mesurée. Nous appellerons cette quantité « fonction objectif réduite » et la noterons $\mathcal{J}_{\text{red}}$; elle est exprimée en pourcentage et est représentative de l’erreur commise, à une valeur d’impédance donnée, entre le champ acoustique simulé et le champ acoustique mesuré. On définit ainsi :

$$\mathcal{J}_{\text{red}} = \frac{\sum_{m=1}^{N} \| p_{\text{calc}}^m - p_{\text{meas}}^m \|^2}{\sum_{m=1}^{N} \| p_{\text{meas}}^m \|^2} \tag{IV.7}$$

Sur le tracé de la figure IV.12a, un maillage régulier de pas $\Delta r_l = \Delta \chi_l = 0.2$ a été choisi, et les autres paramètres (impédance de terminaison et coefficient de calibration) fixés à leur valeur identifiée. La vallée relativement plate autour du minimum confirme qu’un grand nombre d’impédances peuvent mener à une pression acoustique semblable en paroi supérieure rigide. Rappelons ici que ce graphe a été tracé à l’aide du code GD, ce qui place les valeurs identifiées par Elvin au minimum de $\mathcal{J}_{\text{red}}$. La même figure tracée avec le code éléments finis 2D de la NASA montrerait bien évidemment la valeur identifiée par Jones *et al.* [66] au minimum [149]. L’important est de constater la faible sensibilité de la fonction objectif à l’impédance du liner à cette fréquence d’anti-résonance. Par exemple, à réactance fixée $\chi_l = 1.8$, un changement de résistance de 2.2 unités (de $r_l = 2.6$ à $r_l = 4.8$) affecte à peine l’erreur de $\mathcal{J}$ à la valeur cible, puisqu’elle reste confinée à 0.5%.

Le fait d’arrêter les valeurs de z_t et C pour le tracé de la figure IV.12a revient à considérer seule l’impédance de liner comme paramètre de recherche. L’unicité du minimum ici

présent dans le domaine choisi est donc à considérer avec précaution, des minima locaux étant susceptibles d'apparaître lors d'une recherche multi-paramètres. D'autre part, cette même fonction objectif réduite peut être tracée dans le plan $(\mathrm{Re}(\beta_l), \mathrm{Im}(\beta_l))$ (figure IV.12b). Les mêmes valeurs d'isocontour ont été choisies (0.5% entre chaque courbe de niveau) pour comparaison avec la figure IV.12a, et $\mathcal{J}_{\mathrm{red}}$ est représentée pour le même domaine admissible d'impédance. Le fort gradient ainsi mis en évidence dans la formulation en β_l peut se révéler extrêmement bénéfique vis-à-vis de la vitesse de convergence de la procédure inverse, puisque le minimum est alors aisément repérable par l'algorithme d'optimisation. Concernant le code GD, et malgré la formulation en β employée pour imposer les conditions aux limites (voir l'équation (II.28)), c'est bien l'impédance et non le coefficient de réflexion qui constitue le paramètre de recherche. Ceci permet de contraindre facilement les valeurs de résistance et réactance, et ainsi d'assurer notamment la positivité de r. Traduire ces contraintes de bornes simples sur z en contraintes sur β impliquerait d'adapter l'algorithme d'optimisation, par exemple à l'aide d'une approche fondée sur le respect des conditions de Karush-Kuhn-Tucker. Il serait toutefois intéressant, lors de développements ultérieurs à la thèse, d'apporter de telles modifications afin de considérer non plus z mais β comme paramètre.

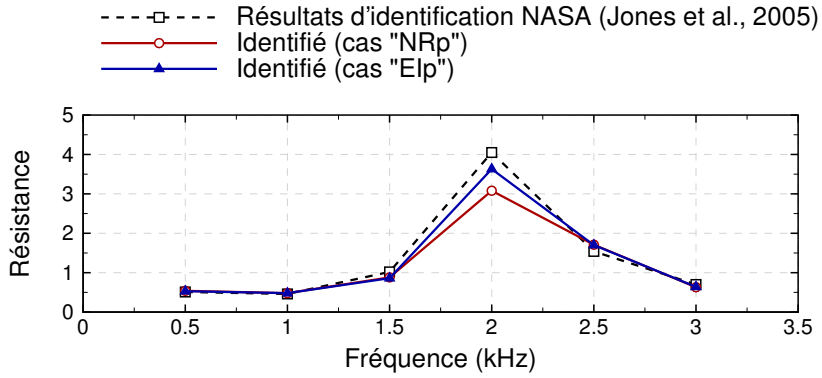
Il est légitime, lorsque des valeurs d'impédance disparates sont identifiées à l'anti-résonance à l'aide de différentes méthodes, de se demander si ces valeurs ont effectivement une quelconque représentativité des effets d'atténuation du liner. Dans ces circonstances, le critère déterminant réside dans l'étude de ce que nous dénommerons le « champ reconstruit ». Il s'agit simplement du champ acoustique calculé par le code GD avec, comme conditions aux limites, les valeurs identifiées des différents paramètres de recherche. La figure IV.13 tient alors lieu de contrôle quant aux valeurs identifiées, par comparaison à la pression acoustique mesurée. Il est ainsi possible de vérifier que les valeurs identifiées des différents paramètres conduisent à une bonne prévision de la pression acoustique en paroi supérieure.

Jones *et al.* [66] ont déjà observé des comportements similaires à proximité de l'anti-résonance, notamment en comparant l'approche 2D à une méthode éléments finis quasi-3D. Une étude détaillée [154] révèle que ces artefacts ne sont pas dus à un problème de résolution de maillage ou au choix de l'algorithme d'optimisation, et qu'ils surgissent pour une résolution basée sur les équations d'Euler linéarisées comme sur l'équation de Helmholtz. De récents travaux au NASA Langley Research Center visent à faire décroître les incertitudes sur l'impédance identifiée à la fréquence d'anti-résonance, en faisant varier cette dernière par changement des hauteurs de cavité [63].

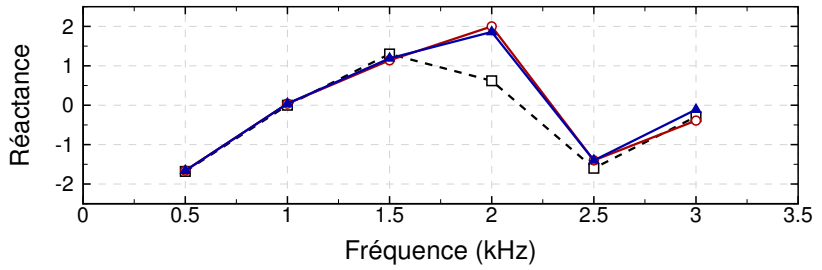
IV.3.2 Fonction objectif en vitesse synthétisée sans écoulement

La plupart des méthodes inverses pour l'identification d'impédance existantes étant développées à partir de mesures de pression acoustique, il convient de juger de la faisabilité d'une approche inverse basée sur des mesures de vitesse acoustique. Dans une configuration d'incidence rasante, si la procédure a jusqu'ici été uniquement alimentée par des mesures de pression, l'assurance de disposer d'une méthode applicable à des mesures de vitesse acoustique se doit d'être acquise avant l'exploitation des mesures LDV.

Il apparaît dans le système d'équations adjointes (II.42) qu'un changement de fonction objectif n'impacte que le terme source de l'adjoint des LEE, *via* le terme $\partial_{\boldsymbol{\varphi}}\mathcal{J}$. Une modifi-

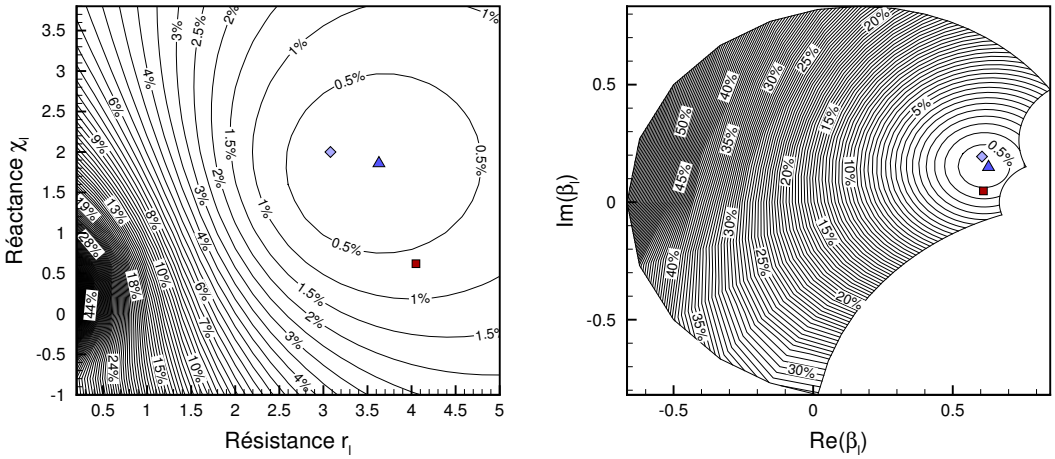


(a) Résistance



(b) Réactance

FIGURE IV.11 – Impédance de liner identifiée par la NASA sur le banc GIT (ligne pointillée et carré noirs), et identifiée par le code GD dans les cas “NRp” (ligne pleine et cercle rouges) et “EIp” (ligne pleine et triangles bleus)



(a) $\mathcal{J}_{red}$ dans le plan d'impédance (b) $\mathcal{J}_{red}$ dans le plan du coefficient de réflexion

FIGURE IV.12 – Fonction objectif basée sur la pression acoustique, représentée à 2 kHz (a) dans le plan d'impédance de liner (r_l, χ_l) et (b) dans le plan du coefficient de réflexion $(\mathrm{Re}(\beta_l), \mathrm{Im}(\beta_l))$. L'impédance de terminaison et le coefficient de calibration sont fixés à leurs valeurs identifiées. Les symboles repèrent les impédances identifiées pour le cas "NRp" (♦), le cas "EIp" (▲) et la valeur identifiée par la NASA (■).

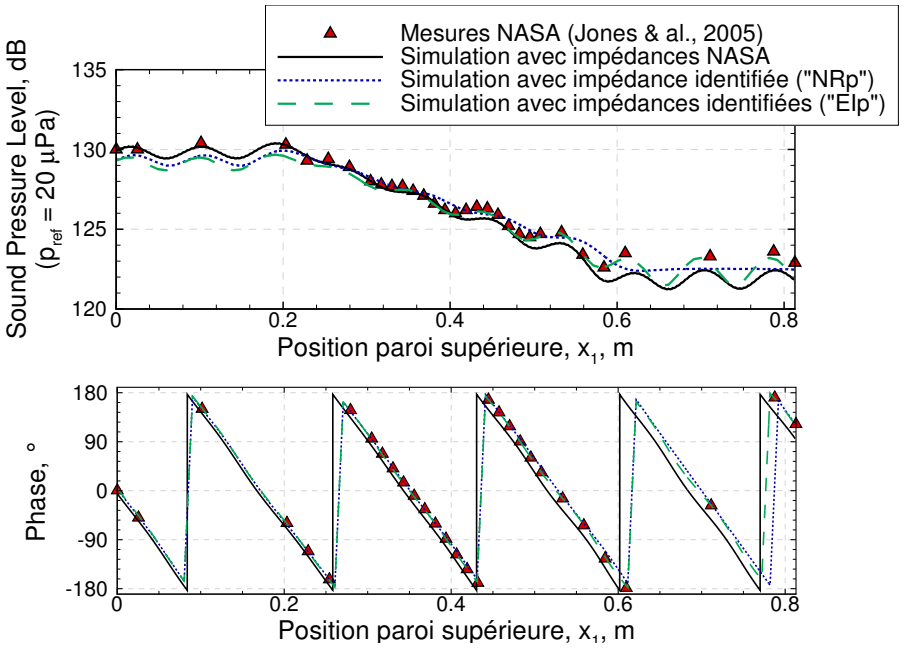


FIGURE IV.13 – (a) SPL et (b) phase mesurés (symboles) et reconstruits (lignes) à partir des impédances identifiées par la NASA et par le code Elvin, à 2 kHz. Cas du banc NASA-GIT traité par CT57 en l'absence d'écoulement.

Fréquence (kHz)	r [66]	χ [66]	r, "EIp"	χ, "EIp"	Δ_r, "EIp"	Δ_χ, "EIp"
0.5	0.99	0.06	1.04	-0.09	0.05	0.15
1.0	1.02	0.06	1.00	0.00	0.02	0.06
1.5	1.03	0.08	0.93	-0.04	0.10	0.12
2.0	0.98	0.13	0.89	0.16	0.09	0.03
2.5	1.02	0.11	1.03	0.08	0.01	0.03
3.0	1.00	0.13	1.00	-0.02	0.00	0.15

TABLE IV.1 – Résistance et réactance de terminaison : valeurs mesurées par Jones *et al.* [66] et identifiées par le code GD dans le cas "EIp" en l'absence d'écoulement

Fréquence (kHz)	r [66]	χ [66]	r, "NRp"	χ, "NRp"	r, "EIp"	χ, "EIp"
0.5	0.51	-1.68	0.54	-1.66	0.53	-1.66
1.0	0.46	0.00	0.48	0.04	0.48	0.04
1.5	1.02	1.30	0.88	1.14	0.86	1.19
2.0	4.05	0.62	3.08	2.00	3.63	1.86
2.5	1.54	-1.60	1.71	-1.40	1.70	-1.40
3.0	0.70	-0.29	0.63	-0.39	0.64	-0.11

TABLE IV.2 – Résistance et réactance du liner : valeurs identifiées par Jones *et al.* [66] et par le code GD dans le cas "NRp" en l'absence d'écoulement

Fréquence (kHz)	Δ_r, "NRp"	Δ_χ, "NRp"	Δ_r, "EIp"	Δ_χ, "EIp"
0.5	0.03	0.02	0.02	0.02
1.0	0.02	0.04	0.02	0.04
1.5	0.14	0.16	0.16	0.11
2.0	0.97	1.38	0.42	1.24
2.5	0.17	0.20	0.16	0.20
3.0	0.07	0.10	0.06	0.18

TABLE IV.3 – Ecarts absolus entre les résistance et réactance de liner identifiées par Jones *et al.* [66] et par le code GD (cas "NRp" et "EIp") en l'absence d'écoulement

cation de la fonction objectif s'implémente donc aisément.

Les données publiées par Jones *et al.* [66] concernant uniquement la pression acoustique, il nous faut disposer d'une vitesse « mesurée ». Une expérience numérique est donc mise en place. Des simulations du problème direct de propagation acoustique sont effectuées avec le code GD, en se servant comme conditions aux limites d'impédances des valeurs identifiées et mesurées par la Jones *et al.*. On obtient ainsi à chaque fréquence un vecteur vitesse que nous appellerons « vitesse synthétisée ». Utiliser directement cette vitesse synthétisée comme donnée mesurée mènerait à un problème trivial, puisqu'elle provient du code même qui sert à la résolution du problème inverse. Cette démarche est connue sous le nom de « crime inverse » [31]. Il convient donc de bruiter la vitesse synthétisée. Lors de mesures LDV en l'absence d'écoulement, la principale contribution réside dans le bruit de nature électronique. Pour simuler ce type de bruit, on choisit une distribution normale pour les deux

composantes de vitesse acoustique, en termes d'amplitude et de phase. Ces lois sont caractérisées par leur valeur moyenne (définies comme l'amplitude et la phase de la vitesse synthétisée) et par l'écart type σ_u, σ_v sur les amplitudes et ϕ_u, ϕ_v sur les phases. Ces quantités sont linéairement reliées à un bruit b [67] par les relations :

$$\begin{cases} \sigma_u = \sigma_v = 2.9 \times 10^{-3}\, b + 10^{-3} \\ \phi_u = \phi_v = 3.9\, b + 1.7 \times 10^{-3} \end{cases} \tag{IV.8}$$

b est ici choisi aléatoirement et de manière uniforme entre 0.5 et 1.5. Etant donné l'ordre de grandeur de la vitesse acoustique longitudinale (i.e. u~10 cm.s^{-1}), σ_u est de l'ordre de 4%$u_{\max}$ avec $u_{\max}$ l'amplitude maximale. ϕ_u et ϕ_v sont proches de 4°. A ce niveau de source et sans écoulement, ces ordres de grandeurs sont représentatifs du bruit effectivement présent dans le banc B2A de l'Onera [67]. Précisons qu'il ne s'agit pas là d'une étude de sensibilité au bruit de mesure, qui sera analysée à la section VII.2.2. La figure IV.14, qui représente $\sigma_u / u_{\max}$ et ϕ_u dans le domaine numérique, constitue un exemple typique des cartes de bruit ainsi calculées.

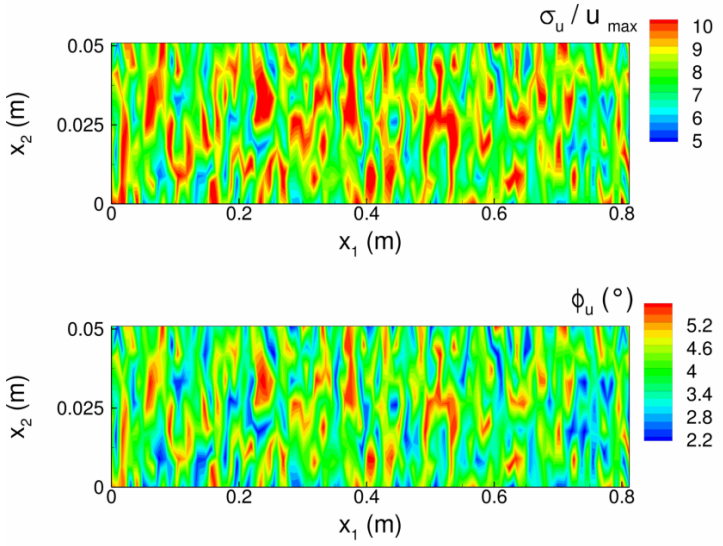


FIGURE IV.14 – Exemple de carte de bruit représentant les écarts types sur l'amplitude (haut) et la phase (bas) de u pour la création d'une vitesse synthétisée bruitée

La vitesse synthétisée bruitée finalement obtenue, notée $\mathbf{u}_{\text{syn}}$, est considérée comme la vitesse mesurée, et permet de définir une fonction objectif en vitesse :

$$\mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C) = \int_{\Omega} \|\mathbf{u}_{\text{syn}} - \mathbf{u}_{\text{calc}}\|^2 \, I_{\Omega_{\text{obs}}}(\mathbf{x}) \tag{IV.9}$$

Ce cas sera désigné par "EIvn" (pour *Exit Impedance case with Noise*, cas avec impédance de sortie, basé sur des mesures de Vitesse synthétisées et bruitées). Contrairement à la fonction objectif définie en pression (équation (IV.4)), l'erreur quadratique est estimée vectoriellement, et intégrée sur la région d'observation Ω_{obs}. On dispose donc d'une région d'observation surfacique, qui est définie ici comme une zone de dimensions 406 mm × 25 mm au-dessus du liner. Il s'agit du type de domaine classiquement étudié lors des mesures LDV. Les

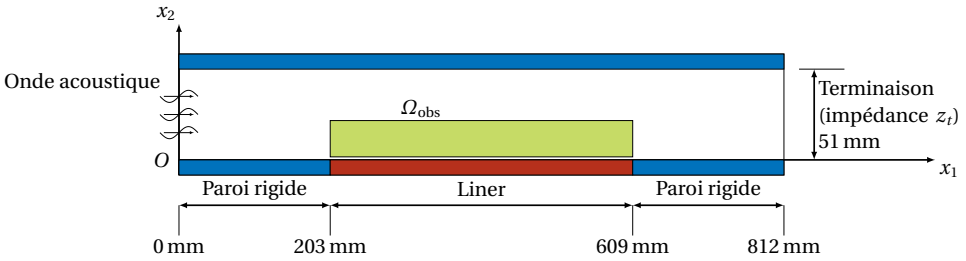


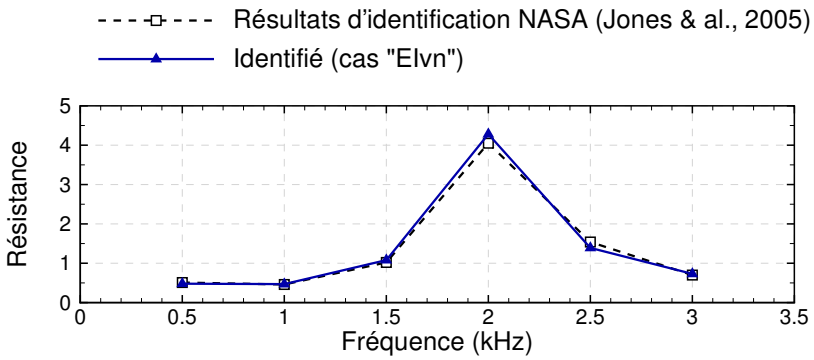
FIGURE IV.15 – Domaine d'observation dans le cas "EIvn" du NASA-GIT

valeurs d'impédance ainsi identifiées (figures IV.16 et IV.17) s'avèrent très proches des impédances initiales. Seule une légère divergence subsiste à l'anti-résonance, ainsi qu'à 3 kHz pour l'impédance de terminaison. Aucune explication satisfaisante à cette dernière observation n'a pu être avancée. Cette étude montre qu'une identification d'impédance à partir d'un champ de vitesse acoustique est possible et fournit des résultats satisfaisants. Il est cependant difficile de conclure sur une éventuelle comparaison entre fonction objectif en pression et fonction objectif en vitesse, l'étude reposant sur des vitesses synthétisées et non mesurées.

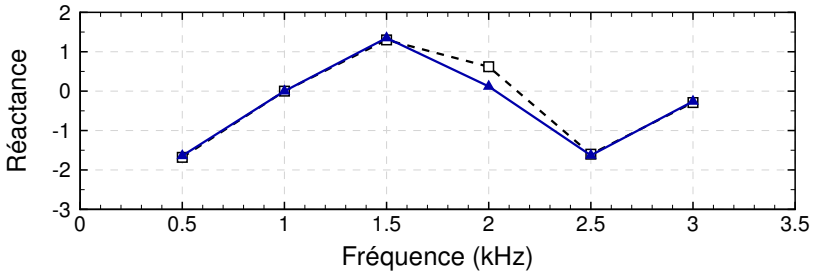
IV.3.3 Identification d'impédance dans le NASA-GFIT en l'absence d'écoulement avec fonction objectif exprimée en pression

Dans une récente étude, Jones & Watson [63] ont cherché à diminuer l'incertitude sur la résistance identifiée autour de la fréquence d'anti-résonance, pour laquelle les effets d'atténuation dus au matériau sont minimes. Ils partent pour cela du principe qu'une modification de la hauteur des cavités du nid d'abeille implique une translation des fréquences de résonance et d'anti-résonance de l'ensemble couche résistive + nid d'abeille. Ils parviennent ainsi à obtenir une résistance identifiée avec un minimum d'incertitudes sur l'ensemble du spectre, en effectuant plusieurs tests successifs sur une même couche résistive associée des nids d'abeille de hauteur différente. Pour une étude complète, trois treillis métalliques (*wiremesh*) sont considérés pour trois hauteurs de cavité, ce qui donne au total neuf configurations de liner. Les impédances sont identifiées à partir de mesures de pression acoustique en paroi rigide opposée au liner, dans le banc GFIT. Les résultats expérimentaux de Jones & Watson [63] attestent la linéarité des treillis métalliques vis-à-vis de la fréquence d'excitation.

Dans cette section, on s'intéresse à un seul des cas analysés par Jones & Watson [63], à savoir le *wiremesh* référencé R2 dans le papier de référence monté sur un nid d'abeille dont les cavités ont une hauteur h =1.5"(soit 3.81 cm environ). D'après la section I.2.3, la fréquence de résonance correspondante se situe autour de 2260 Hz. En l'absence de données sur le profil d'écoulement, seul le cas au repos est traité ici par la méthode inverse. Le banc GFIT présente une partie rigide aval trois fois plus longue que les bancs FIT et GIT (voir les figures IV.1, IV.2 et IV.3), ce qui incite à considérer trois maillages différents selon la plage de fréquence considérée. Ils sont construits avec une résolution en $\lambda/20$ pour les bornes supérieure de la plage de fréquence, à savoir 1 kHz, 2 kHz et 3 kHz. Le maillage le plus raffiné comprend ainsi les 4000 nœuds de 7500 éléments triangulaires ; le temps de convergence de la procédure inverse est considérablement augmenté par rapport aux cas précédents du GIT et du FIT, pouvant même atteindre plus de 24 heures dans les cas extrêmes. On se place

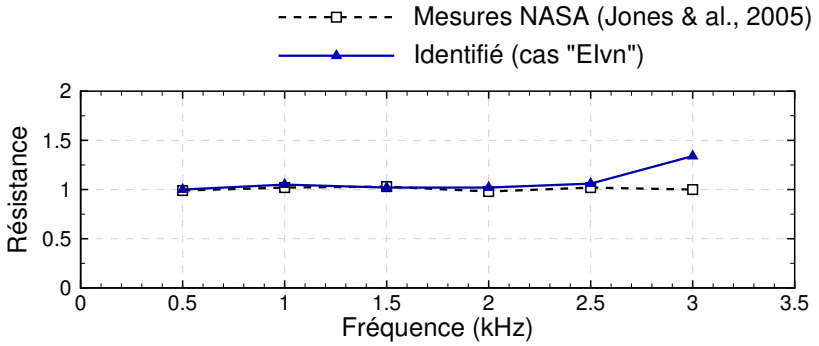


(a) Résistance

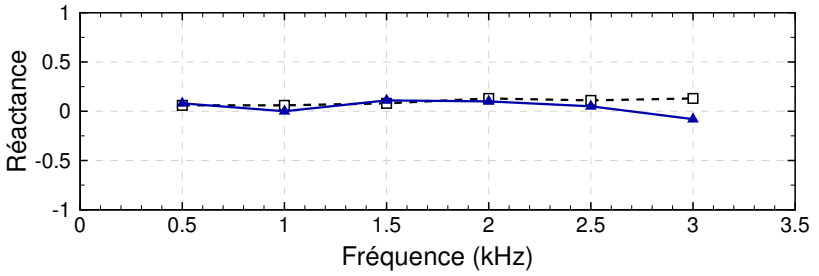


(b) Réactance

FIGURE IV.16 – Impédance de liner identifiée par la NASA (ligne pointillée et carré noirs), et identifiée par le code GD dans le cas "EIvn" (ligne pleine et triangles bleus) pour le NASA-GIT traité par CT57 en l'absence d'écoulement



(a) Résistance

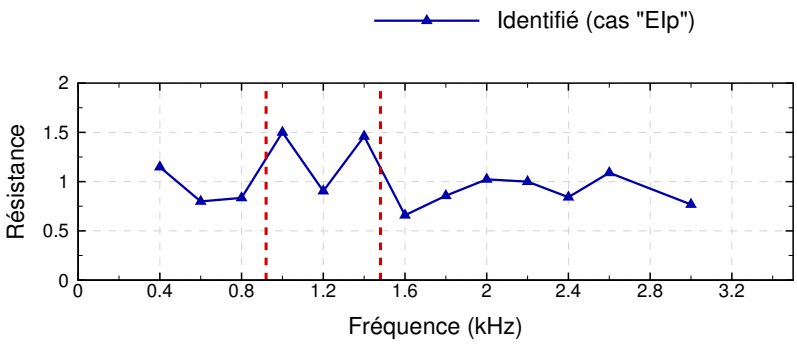


(b) Réactance

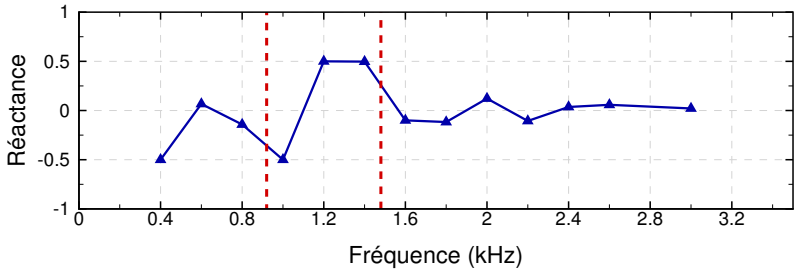
FIGURE IV.17 – Impédance de terminaison identifiée dans le cas “EIvn” (ligne pleine et triangles bleus) et mesurée par la NASA (ligne pointillée et carré noirs) pour le NASA-GIT traité par CT57 en l’absence d’écoulement

dans une configuration de type "EIp", c'est-à-dire qu'on minimise la fonction objectif en pression (équation (IV.4)) et que l'impédance de terminaison fait partie des paramètres de recherche. Comme dans les cas traités précédemment, on choisit les valeurs initiales indiquées par l'équation (IV.6). Les impédances sont bornées avec les contraintes précisées par l'équation (IV.5).

L'impédance de terminaison identifiée est tracée sur la figure IV.18, qui met en évidence une dispersion relativement marquée autour de la valeur pour une condition non réfléchissante $1.0 + 0.0\,\mathrm{j}$. Les résultats à 2.8 kHz ne sont pas présentés, la procédure inverse n'ayant pas convergé. A l'intérieur de la plage de fréquence limitée par les lignes pointillées rouges, autrement dit à 1 kHz, 1.2 kHz et 1.4 kHz, la procédure inverse s'est achevée avec la résistance ou la réactance de terminaison faisant partie des contraintes actives, c'est-à-dire à l'une des valeurs de borne. Pour autant, cela ne semble pas affecter l'impédance de liner identifiée, qui est comparée aux valeurs identifiées par la NASA sur la figure IV.19. Il apparaît une bonne concordance entre les impédances identifiées par les deux méthodes. En particulier, la réactance s'annule effectivement autour de 2.2 kHz, comme prévu par la théorie.

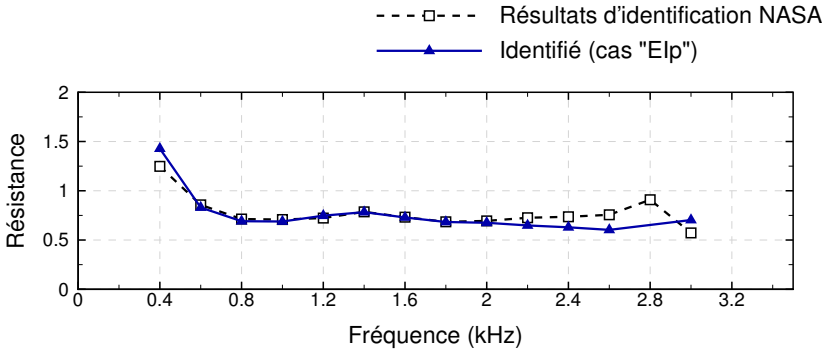


(a) Résistance

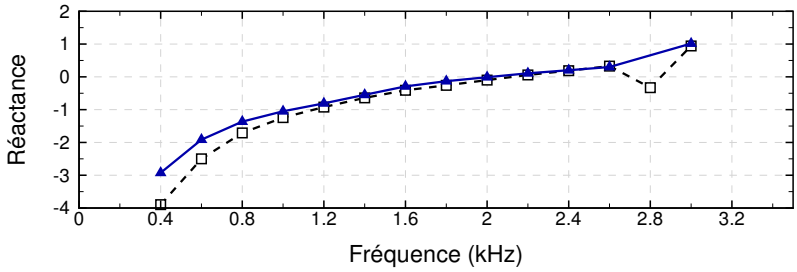


(b) Réactance

FIGURE IV.18 – Impédance de terminaison identifiée sur le banc GFIT traité par *wiremesh* R2 en l'absence d'écoulement, dans le cas "EIp" (ligne pleine et triangles bleus)



(a) Résistance



(b) Réactance

FIGURE IV.19 – Impédance de liner identifiée par la NASA sur le banc GFIT traité par *wiremesh* R2 en l'absence d'écoulement (ligne pointillée et carré noirs), et identifiée par le code GD dans le cas "EIp" (ligne pleine et triangles bleus)

IV.4 Conclusions

Ce chapitre, consacré à la validation du solveur GD sur des données expérimentales issues de la littérature, confirme la capacité du code :

- à simuler la propagation acoustique guidée en conduit traité, pour une impédance de matériau donnée (aspect direct) ;
- à identifier l'impédance acoustique du matériau, pour des mesures de pression ou de vitesse acoustique données (aspect inverse).

Si la majorité des cas traitent de propagation acoustique sans écoulement porteur, un test avec écoulement cisaillé de profil analytique a été traité. Malgré une couche limite artificiellement épaissie, le SPL en paroi opposée au liner obtenu par simulations directes se compare remarquablement bien avec les mesures par sondes microphoniques. Les phénomènes de résonance et d'anti-résonance, dont la théorie est abordée au chapitre I, ont pu être mis en évidence. Lorsque la veine d'essai présente des dimensions importantes (cas du NASA-GFIT), des temps de calcul particulièrement longs et des difficultés à identifier l'impédance de terminaison ont toutefois pu être révélés. Pour finir, afin de contrôler la faisabilité d'une méthode inverse basée sur une fonction objectif en vitesse acoustique, une expérience numérique concluante a pu être menée à partir de vitesse synthétisée bruitée.

Deuxième partie

Etude directe et inverse de la propagation acoustique en conduit traité

*La capacité du solveur GD à modéliser la propagation acoustique guidée et à identifier l'impédance acoustique de liner ayant été attestée dans la partie précédente, nous nous concentrons dans cette seconde partie sur deux points essentiels dans la mise en place de la méthode inverse. Le premier se rapporte à l'application de la méthode, principalement mise en pratique jusqu'ici sur des mesures de pression acoustique, à des mesures de vitesse acoustique acquise par LDV dans le banc B2A de l'*ONERA*. Cette première étape se rapporte à des configurations sans écoulement. Le second point traité relève de la prise en compte d'un écoulement porteur de profil cisaillé et des difficultés qui y sont attenantes, en particulier celles liées à la présence d'une instabilité hydrodynamique. Pour clore cette partie, nous discutons de quelques propriétés numériques de la méthode inverse.*

Chapitre V

Etudes basées sur la vitesse acoustique en l'absence d'écoulement

Sommaire

V.1 Configuration d'incidence acoustique normale 114

V.2 Configuration d'incidence acoustique rasante 118

V.2.1 Etude préliminaire : caractérisation du banc B2A avec une fonction objectif en pression 118

V.2.2 Etude de la propagation acoustique au-dessus d'un matériau microperforé 120

V.2.3 Application de la méthode inverse à des mesures de vitesse acoustique en l'absence d'écoulement 124

V.3 Conclusions 130

DANS ce chapitre sont introduites des mesures de vitesse acoustique obtenues par LDV dans le banc B2A en l'absence d'écoulement. En premier lieu, on traite une configuration de type tube à impédance, c'est-à-dire avec une incidence acoustique normale à l'échantillon de matériau. La méthode inverse est appliquée à des mesures effectuées à proximité du liner, avec une fonction objectif exprimée en termes de vitesse acoustique. Dans un second temps, on s'attache à une configuration en incidence acoustique rasante. Une étude préliminaire est d'abord considérée afin de caractériser le banc B2A vis-à-vis de la méthode inverse, avec des mesures de pression acoustique en paroi rigide opposée au liner. Un matériau microperforé est ensuite étudié, d'un point de vue propagatif puis inverse.

V.1 Configuration d'incidence acoustique normale

Le banc B2A présenté au chapitre II a été utilisé dans une configuration de type tube à impédance pour le projet EFAPS2 mené par Airbus Operations SAS. Un liner SDOF est placé au bout de la veine d'essai (voir la figure V.1), dans laquelle sont émises à température ambiante onze ondes planes acoustiques harmoniques, dans une gamme fréquentielle allant de $f = 312$ Hz à $f = 3136$ Hz. La hauteur $H = 50$ mm du banc détermine une fréquence de coupure proche de $f = 3450$ Hz. Sur la bande de fréquence testée, les modes d'ordre supérieurs à 1 sont donc évanescents et seul le mode plan est propagatif. Des mesures LDV sont effectuées dans un plan (x_1, x_2) proche de la paroi traitée. Le but premier du projet EFAPS2 réside dans l'étude du champ de vitesse acoustique mesuré au voisinage des perforations de la couche résistive du liner SDOF, afin de caractériser l'effet d'une valeur croissante de SPL incident. Ces mesures sont ici utilisées comme données d'entrée de la méthode inverse de détermination d'impédance, bien qu'elles ne soient initialement pas prévues à cet effet. Elles ne sont donc *a priori* pas réellement adaptées à ce type d'application.

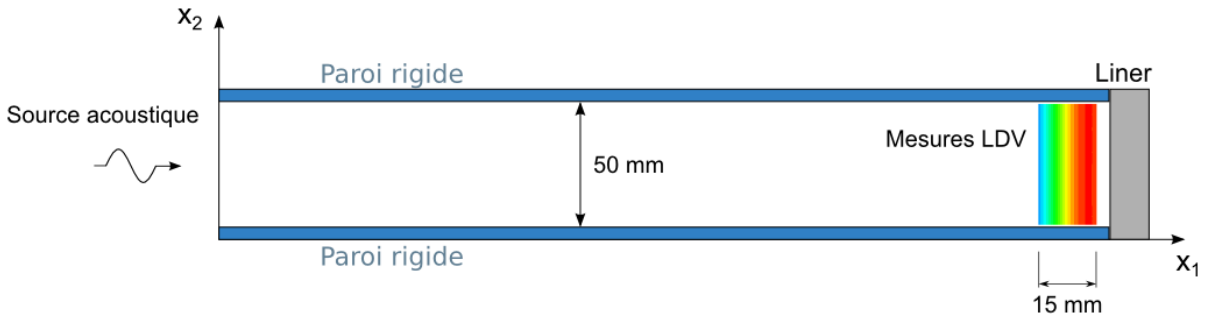


FIGURE V.1 – Schéma 2D de la section test du B2A en configuration tube à impédance

Le liner étudié est un liner de type SDOF classique, composé d'une plaque perforée de 0.8 mm d'épaisseur montée sur un réseau de cellules nid d'abeille de profondeur 30 mm. Le diamètre des perforations est de 1.1 mm et la porosité de la plaque est $\sigma = 5\%$. Des mesures LDV ont été réalisées dans le plan $x_1 \in [-0.015, -0.0002] \times x_2 \in [-0.025, 0.025]$, où les distances sont en mètres et l'origine du système de coordonnées est placée au centre de la paroi traitée. Il faut noter que les données LDV sont uniquement disponibles dans une region restreinte, puisqu'elle ne mesure que 0.015 m de long dans la direction x_1. Dans l'étude ici présente, la région d'observation choisie est encore plus courte afin d'éviter une trop grande proximité avec la surface du liner, où le champ acoustique n'est plus potentiel. De plus, de forts SPL incidents impliquent la création de *vortex shedding* dans une grande partie de la zone de mesure. Par conséquent, l'étude est ici limitée au cas d'une amplitude source de 110 dB afin d'éviter l'apparition d'effets non linéaires. La région d'observation pour la méthode inverse est choisie entre $x_1 = -0.015$ et $x_1 = -0.005$ m, et $x_2 = -0.021$ et $x_2 = 0.021$ m, ce qui conduirait d'après l'équation I.33 à une fréquence d'étude minimale de 1700 Hz. Le domaine numérique est défini par $x_1 \in [-0.1, 0.0]$ m $\times x_2 \in [-0.025, 0.025]$ m et maillé par des éléments triangulaires d'ordre 1. Le pas de maillage est fixé à 5.5 mm environ, ce qui équivaut à une longueur $\lambda/20$ à la fréquence la plus élevée $f = 3136$ Hz. Le maillage unique ainsi utilisé pour toutes les fréquences comprend 244 nœuds soit 433 éléments, représentés sur la figure V.2.

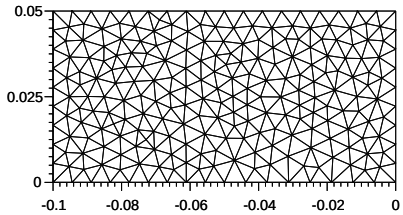


FIGURE V.2 – Maillage utilisé pour la cellule d'essai du B2A dans la configuration tube à impédance

La procédure d'identification inclut quatre paramètres, qui sont les parties réelle et imaginaire du coefficient de calibration (la condition de source étant imposée à $x_1 = -0.1$ m) et de l'impédance du liner (situé à la frontière $x_1 = 0$). La fonction objectif, basée sur la vitesse, est définie par :

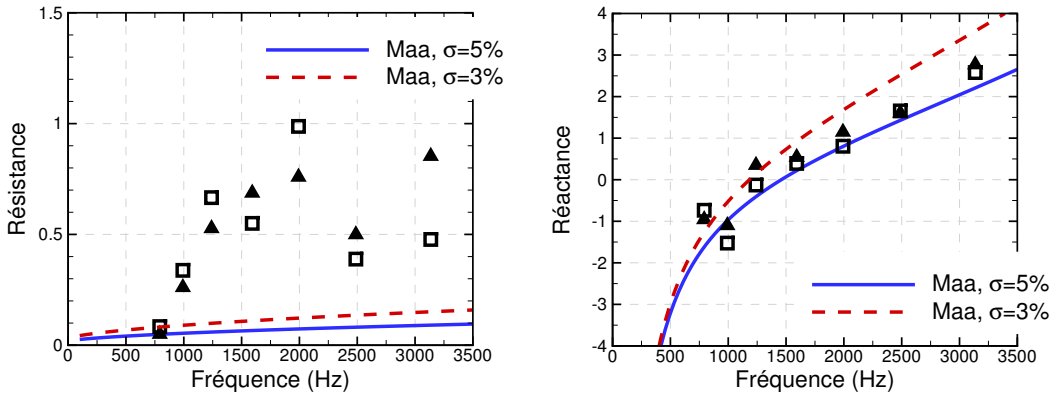
$$\mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C) = \int_{\Omega} \|\mathbf{u}_{\text{meas}} - \mathbf{u}_{\text{calc}}\|^2 \, I_{\Omega_{\text{obs}}}(\mathbf{x}) \tag{V.1}$$

Rappelons que les contraintes de bornes (IV.5) s'appliquent à la résistance et à la réactance lors des calculs inverses. L'impédance du matériau identifiée par la méthode inverse est représentée sur la figure V.3, et comparée aux résultats du modèle de Maa. Deux valeurs de porosité sont considérés pour ce modèle : la porosité nominale ($\sigma = 5\%$) et une porosité légèrement inférieure ($\sigma = 3\%$), qui prendrait en compte les effets de fabrication du liner. Deux jeux d'impédances identifiées ont été obtenus, pour deux choix de valeur initiale de l'impédance du liner (symboles triangulaires et rectangulaires). La comparaison entre ces deux séries est plutôt satisfaisante pour la réactance, particulièrement au-delà de 1500 Hz, comme on s'y attendait étant donnée la longueur de la région d'observation. La réactance identifiée est bien de l'ordre de grandeur de celles obtenues avec le modèle de Maa pour les deux porosités, et son évolution fréquentielle semble correcte. Quant à la résistance, elle s'avère légèrement plus sensible que la réactance au choix de la valeur initiale, ce qui est problématique puisque la résistance cible est relativement faible sur tout le spectre. Les résultats sur la résistance ne peuvent donc pas être considérés comme fiables. Ceci peut s'expliquer par la faible évolution de la vitesse longitudinale u au sein de la région d'observation. En effet, comme illustré à $f = 2488$ Hz sur les figures V.4 et V.5, la composante de vitesse acoustique u est quasi-constante le long de x_1, comportement attendu sur une aussi courte distance ($\Delta x_1 \sim 0.1\lambda$) dans une configuration à incidence normale avec excitation par ondes planes harmoniques. De plus la composante v est presque nulle sur l'ensemble du domaine. La méthode d'identification, basée sur le champ de vitesse acoustique, ne bénéficie donc pas de davantage d'information que la méthode classique à deux microphones.

L'incertitude sur les résultats d'identification est illustrée par les cartes de fonction objectif réduite, c'est-à-dire normalisée par la valeur cible mesurée (figure V.6). Elle s'écrit ici :

$$\mathcal{J}_{\text{red}} = \frac{\mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C)}{\int_{\Omega} \|\mathbf{u}_{\text{meas}}\|^2 \, I_{\Omega_{\text{obs}}}(\mathbf{x})} \tag{V.2}$$

Sur la figure V.6a est tracée cette fonction dans le plan d'impédance (r_l, χ_l), le coefficient de calibration C étant fixé à la valeur obtenue à la fin du processus d'identification. La figure V.6b montre pour sa part $\mathcal{J}_{\text{red}}$ avec la réactance fixée à sa valeur identifiée ($\chi_l = 0.6$), et l'amplitude du coefficient de calibration C fixée à sa valeur mesurée (correspondant à un



(a) Résistance (b) Réactance

FIGURE V.3 – Comparaison entre l'impédance identifiée à partir des mesures LDV (symboles, pour deux choix de valeurs initiales) et prévisions données par le modèle de Maa pour deux valeurs de porosité (lignes)

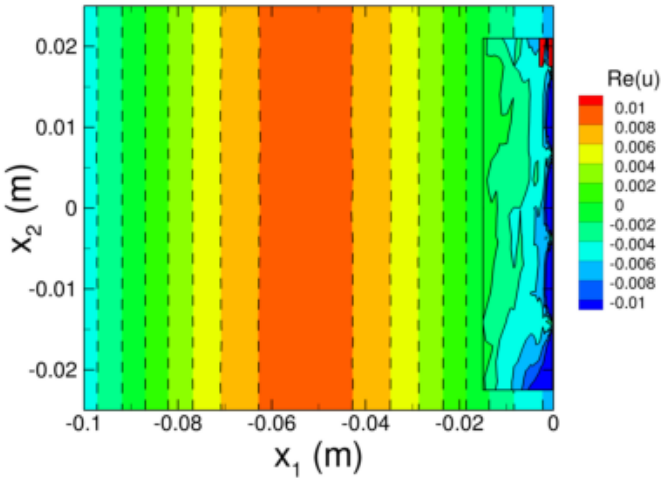
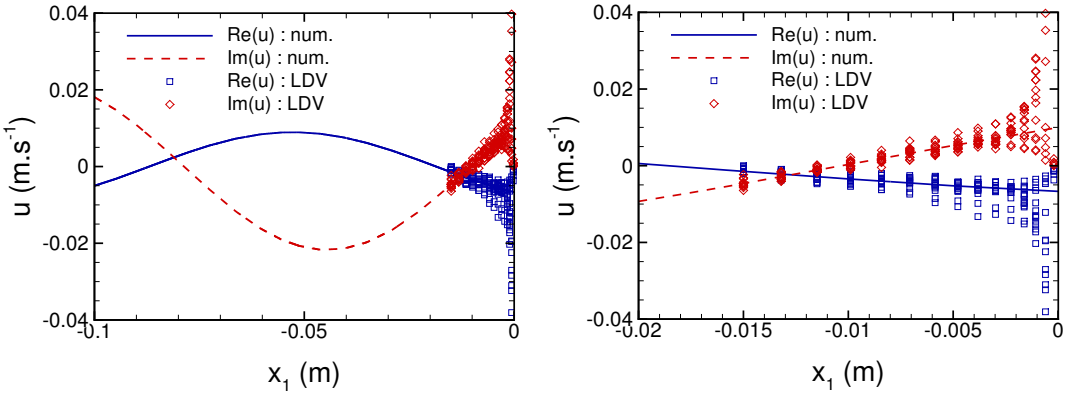


FIGURE V.4 – Comparaison entre le champ de vitesse acoustique longitudinale mesuré par LDV et le champ obtenu par simulation numérique avec l'impédance identifiée, à $f = 2488$ Hz. Les mesures LDV sont superposées au résultat numérique dans le rectangle noir en lignes pleines.

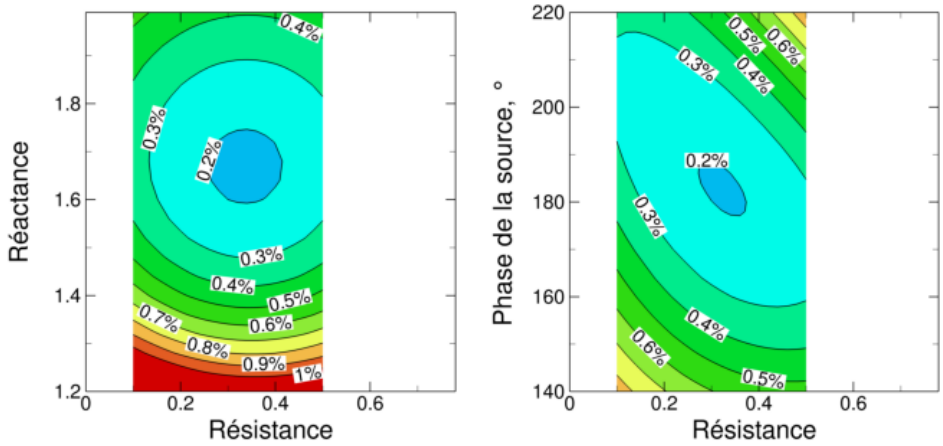


(a) Vitesse acoustique longitudinale sur le domaine numérique

(b) Zoom sur la zone de mesure

FIGURE V.5 – Evolution longitudinale des parties réelle et imaginaire de la vitesse acoustique longitudinale, pour chaque ordonnée x_2. Résultats numériques (lignes) et mesures LDV (symboles). $f = 2488$ Hz.

SPL de 110 dB), tandis que la résistance et la phase du coefficient de calibration sont soumis à variation. On peut voir que les deux cartes montrent des régions assez plates autour du minimum, ce qui reflète le fait qu'un grand nombre de jeux de paramètres peuvent mener à des champs de vitesse acoustique fortement semblables dans la région d'observation.



(a) Carte dans le plan d'impédance pour un coefficient source fixé à sa valeur identifiée.

(b) Carte dans le plan $(r, \text{phase}(C))$ pour une réactance fixée à sa valeur identifiée.

FIGURE V.6 – Cartes de fonction objectif adimensionnée $\mathcal{J}_{\text{red}}$ à $f = 2488$ Hz.

Dans une telle configuration, la méthode de Chung & Blaser [30] a bien évidemment déjà fait ses preuves, et il ne s'agit pas ici de chercher à la concurrencer. Cette étude montre en revanche que la pertinence de la méthode nécessite de disposer d'une région d'observation de taille suffisante, c'est-à-dire renfermant assez d'informations liées aux effets d'absorption du matériau. La sensibilité du procédé d'identification à la taille de la région d'observation

est abordée au chapitre VII.

V.2 Configuration d'incidence acoustique rasante

V.2.1 Etude préliminaire : caractérisation du banc B2A avec une fonction objectif en pression

On s'intéresse désormais au banc B2A dans une configuration d'incidence acoustique rasante. Au chapitre précédent, la méthode inverse a été validée en l'absence d'écoulement avec une fonction objectif basée sur la pression acoustique acquise en paroi rigide opposée au liner. Avant de s'attacher à appliquer la méthode à des mesures de vitesse obtenue par LDV dans le banc B2A, une étude préliminaire est réalisée ici pour juger de l'applicabilité de la procédure inverse à la configuration du banc en question. Cette analyse est effectuée à partir d'une fonction objectif en pression semblable à celle utilisée au chapitre IV (voir l'équation (IV.4)). Des mesures de pression sont ainsi réalisées au niveau de la paroi rigide opposée au liner : 16 sondes microphoniques (Brüel & Kjaer 4182) affleurant la paroi y sont placées, dont 3 légèrement en amont du liner et 3 côté aval (figure V.7).

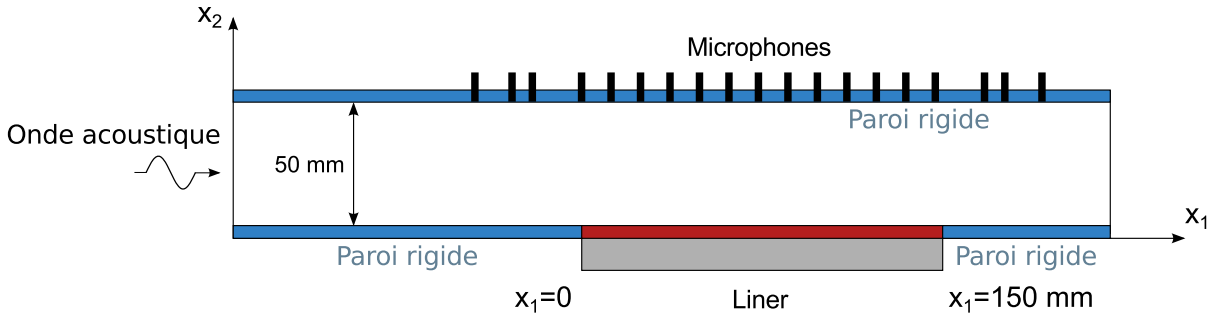


FIGURE V.7 – Schéma 2D de la section test du B2A en configuration incidence rasante, pour des mesures de pression en paroi supérieure rigide

Dans le cadre d'une coopération entre le NASA-LaRC et l'ONERA amorcée durant les travaux de thèse, on dispose d'un échantillon du *wiremesh* référencé R1 étudié par Jones & Watson [63], déjà évoqué à la section IV.3.1. Il est monté sur un réseau de nid d'abeille, dont la hauteur détermine une fréquence de résonance autour de 1800 Hz. Jones & Watson ont montré que la couche résistive que constitue ce *wiremesh* adopte un comportement linéaire vis-à-vis du niveau d'excitation. On peut ici le vérifier en mesurant la fonction de transfert en bruit blanc entre le bord d'attaque et le bord de fuite du matériau pour deux niveaux d'excitation différents, à savoir 137 dB et 143 dB (référencés à 20μPa). Les deux fonctions de transfert sont bien identiques, ce qui confirme la linéarité du matériau par rapport au niveau. Elles permettent par la même occasion de s'assurer qu'il y a effectivement une importante atténuation autour de la fréquence de résonance théorique de 1800 Hz.

Pour la détermination de l'impédance du liner par méthode inverse, les mesures de pression en paroi rigide s'étendent de 392 à 2880 Hz, gamme de fréquence dans laquelle 12 raies sont excitées simultanément avec un niveau de 130 dB par raie. Les fréquences ont été choisies par pas approximatif de 200 Hz, et de façon à ne pas exciter des fréquences harmoniques. Quoi qu'il en soit, la linéarité du matériau permet de ne pas s'inquiéter des éventuels effets

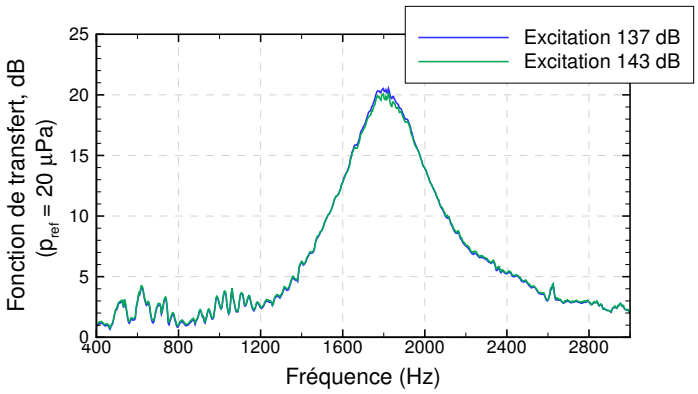
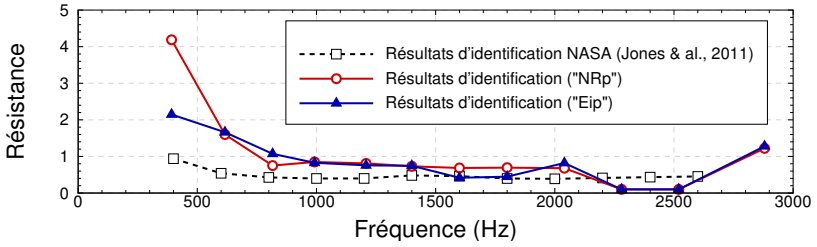


FIGURE V.8 – Fonction de transfert entre le bord d'attaque et le bord de fuite du liner dans le banc B2A

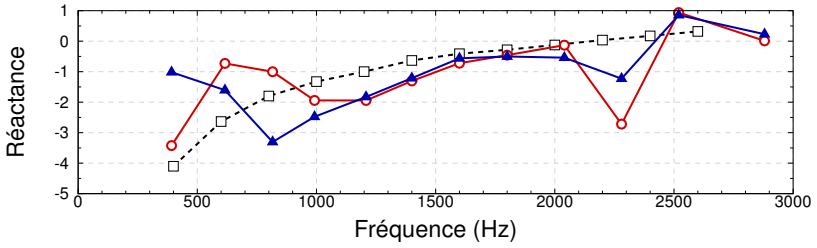
non-linéaires d'interaction entre raies harmoniques pouvant apparaître en présence d'une excitation multi-sinus [13]. Le domaine numérique s'étend quant à lui de $x_1 = -200$ mm à $x_1 = 350$ mm afin de prendre en compte l'ensemble des microphones. L'impédance identifiée en minimisant la fonction objectif (IV.4) est comparée aux résultats d'identification obtenus par Jones & Watson dans le NASA-GFIT sur le même liner [63] (voir figure V.9). On s'attend pour ce matériau à une résistance à peu près constante sur toute la bande de fréquence, et à une réactance de la forme $-\cot(kh)$. Le résultat d'identification peut ainsi être jugé satisfaisant sur la bande de fréquence [992 - 2040] Hz. On y observe toutefois une surestimation de la résistance par rapport aux valeurs trouvées par Jones & Watson, avec une résistance moyenne proche de 0.8 contre 0.4 pour la valeur de la NASA. La réactance est quant à elle sous-estimée. Les impédances sont par contre très proches à 1600 Hz et à la fréquence de résonance 1800 Hz. En dehors de l'intervalle fréquentiel cité, les résultats sont incorrects comme peuvent le montrer les profils reconstruits de pression acoustique le long de la paroi rigide opposée au liner, qui ne se rapprochent pas des données mesurées. L'annexe B présente à titre d'exemple ces profils pour les fréquences 816 Hz, 1800 Hz (pour laquelle l'impédance identifiée est acceptable) et 2520 Hz pour les cas "NRp" et "EIp". Il apparaît que les fréquences présentant des difficultés sont celles où l'absorption due au liner est très faible ; le nombre restreint de microphones ne permet alors pas de converger vers une solution convenable. En particulier, la routine d'optimisation s'achève à certaines fréquences avec la résistance de liner fixée à la borne inférieure de 0.1 (voir l'équation (IV.5)), ou avec la résistance ou la réactance de terminaison aux bornes (figure V.10). D'autre part, bien que l'impédance identifiée dans le cas "EIp" semble très proche de celle identifiée par Jones & Watson [63], les profils de pression pariétale reconstruits montrent que les paramètres identifiés pour le cas "NRp" approchent mieux les données mesurées. Le niveau d'excitation, recalculé à partir du coefficient de calibration identifié C, est pour sa part proche du niveau expérimental de 130 dB (figure V.11), avec une divergence entre les deux cas traités pour les fréquences 1600, 1800 et 2040 Hz.

Une hypothèse pouvant être avancée sur l'origine d'une résistance surestimée et d'une réactance sous-estimée concerne la géométrie même de la cellule d'essai du banc B2A. Elle présente en effet sur sa largeur deux fines parties rigides de 10 mm chacune (voir figure II.14) de chaque côté de l'échantillon. L'atténuation globale du liner est donc moins importante que dans une configuration où l'échantillon occuperait toute la largeur de la cellule, même

lorsque le mode plan est le seul mode propagatif. Ceci impliquerait la nécessité d'étendre le solveur GD en 3D afin de prendre en compte les effets de bord.



(a) Résistance



(b) Réactance

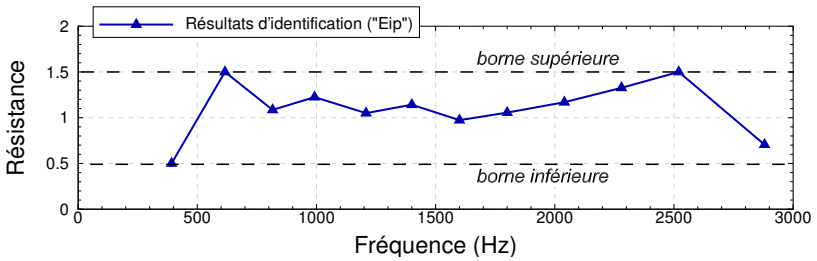
FIGURE V.9 – Impédance de liner avec *wiremesh* R1 identifiée par la NASA sur le banc GFIT (ligne pointillée et carré noirs), et identifiée par le code GD sur le banc B2A dans le cas "NRp" (ligne pleine et cercle rouges) et dans le cas "EIp" (ligne pleine et triangles bleus) en l'absence d'écoulement

V.2.2 Etude de la propagation acoustique au-dessus d'un matériau microperforé

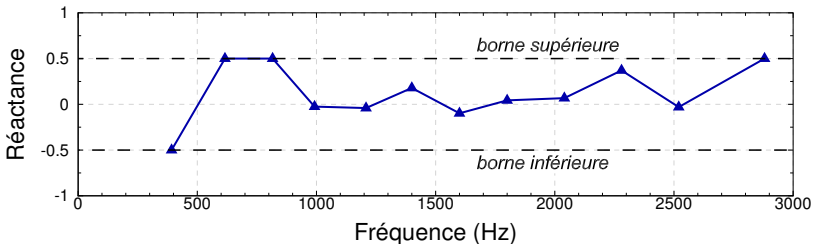
Au chapitre IV, les validations s'appuyant sur des données expérimentales considèrent uniquement le profil de pression en paroi supérieure. Avant de juger de l'efficacité de la méthode inverse, il convient de s'attarder sur une comparaison entre des mesures de vitesse acoustique acquises par LDV et les résultats de simulations donnés par le solveur GD en propagation.

Nous considérons donc désormais des mesures LDV dans le banc B2A pour une incidence acoustique rasante (figure V.12). Le matériau étudié est un liner de type SDOF micro-perforé, constitué d'un nid d'abeille (cellules de hauteur 20 mm et de diamètre 3/8", soit 9.5 mm) surmonté d'une couche résistive (porosité nominale $\sigma = 5\%$, épaisseur 0.8 mm, diamètre des perforations 0.3 mm). Ce type de matériau, dont le diamètre des perforations de la couche résistive est inférieur au millimètre, est qualifié de « microperforé » [80]. Huit ondes planes harmoniques sont émises dans la veine d'essai, sur une gamme fréquentielle s'étendant de $f = 992$ Hz à $f = 3136$ Hz, chacune présentant une amplitude de 130 dB. La zone de mesure est située au-dessus du liner, sur une surface définie par $x_1 \in [-7, 158] \times x_2 \in [0.4, 30.4]$, les longueurs étant en millimètres et l'origine du système de coordonnées placée au bord d'attaque de l'échantillon de traitement acoustique.

Le maillage de mesure est raffiné à proximité de la paroi inférieure traitée, ainsi qu'à la rupture d'impédance amont (voir la figure V.13). On se propose dans un premier temps d'étudier cette configuration d'un point de vue purement propagatif, en utilisant comme



(a) Résistance



(b) Réactance

FIGURE V.10 – Impédance de terminaison identifiée dans le cas "EIp" en l'absence d'écoulement, dans le B2A traité par le *wiremesh* R1

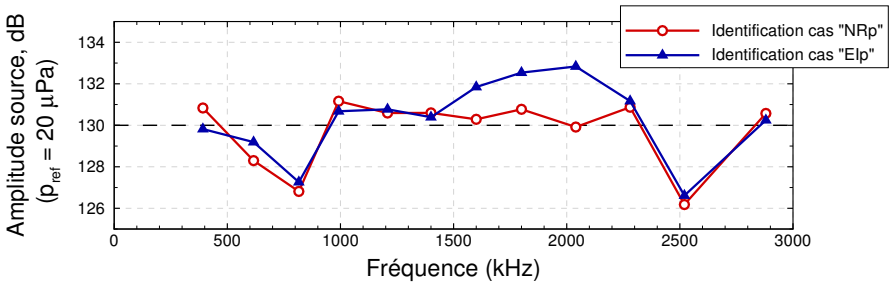


FIGURE V.11 – Amplitude source identifiée dans les cas "NRp" et "EIp", dans le B2A traité par le *wiremesh* R1

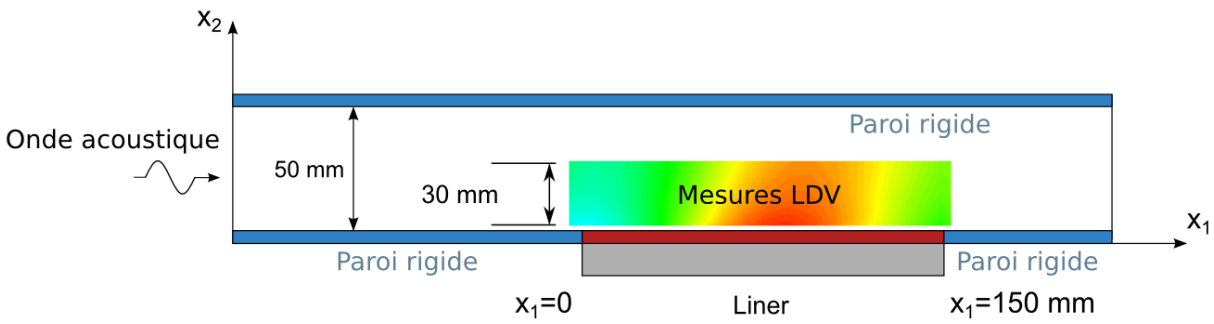


FIGURE V.12 – Schéma 2D de la section test du B2A en configuration incidence rasante pour les mesures LDV

données d'entrée du solveur GD des valeurs d'impédance mesurées ou issues d'un modèle. Le liner décrit ci-dessus a antérieurement fait l'objet d'une large gamme d'essais dans

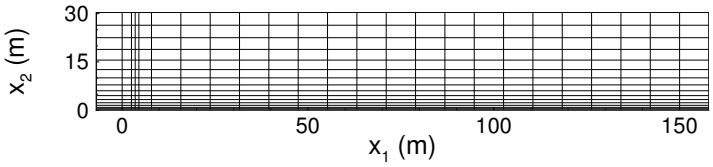


FIGURE V.13 – Maillage utilisé pour les mesures LDV

le cadre du projet Comatec [126, 127]. Il a ainsi été l'objet de mesures LDV au-dessus de perforations par Simon *et al.* [128], ce qui a notamment permis de caractériser localement les effets non linéaires dus à un niveau d'excitation acoustique élevé. Ce matériau a aussi servi de support à Nennig *et al.* [96] pour la comparaison en l'absence d'écoulement de trois méthodes permettant d'accéder à l'impédance. La première est une méthode inverse avec fonction objectif basée sur la puissance dissipée par le liner [134] (voir la section I.3.3). La seconde est la méthode à deux microphones initiée par Chung & Blaser [30] tandis que la dernière approche, développée à l'Onera, combine mesures de vitesse acoustique par LDV et mesure microphonique de pression [96]. Ce procédé, dont le principe est exposé à la section I.3.2, sera ici nommé « méthode mixte LDV + microphone ».

Lorsqu'une démarche propagative est adoptée avec le solveur GD, il faut disposer en données d'entrée des conditions aux limites à appliquer au plan source, à la terminaison et aux parois traitées. L'impédance de terminaison n'étant pas disponible, une condition de non-réflexion est imposée. D'autre part le manque de données sur la source implique la nécessité d'une calibration des quantités calculées sur les quantités mesurées. Dans une première approche, il a été choisi de calculer le coefficient de calibration complexe au point de coordonnées (25 mm, 30 mm), où le champ acoustique ne subit qu'une faible influence due au matériau. Le coefficient C est calculé de façon à faire correspondre la vitesse longitudinale u simulée à la vitesse longitudinale mesurée en ce point. Enfin, l'impédance du matériau en entrée du solveur est issue des mesures par méthode mixte LDV + microphone ainsi que, pour comparaison, du modèle de Melling (voir section I.3.1). Ce modèle a été choisi par souci de cohérence avec la référence [127], où il a été utilisé. On peut faire remarquer que l'utilisation du modèle de Melling n'est pas particulièrement adaptée à ce type de matériau, puisque le nombre de Stokes $|k_s r_0|$ varie en effet entre 3.0 et 5.4 sur la gamme de fréquence considérée. On se situe donc en dehors des domaines de Poiseuille et de Helmholtz définis à la section I.3.1. En toute rigueur le modèle de Maa [80] conviendrait davantage mais les impédances diffèrent relativement peu entre les deux modèles, comme le montre le tableau V.1 pour les quatre fréquences d'étude.

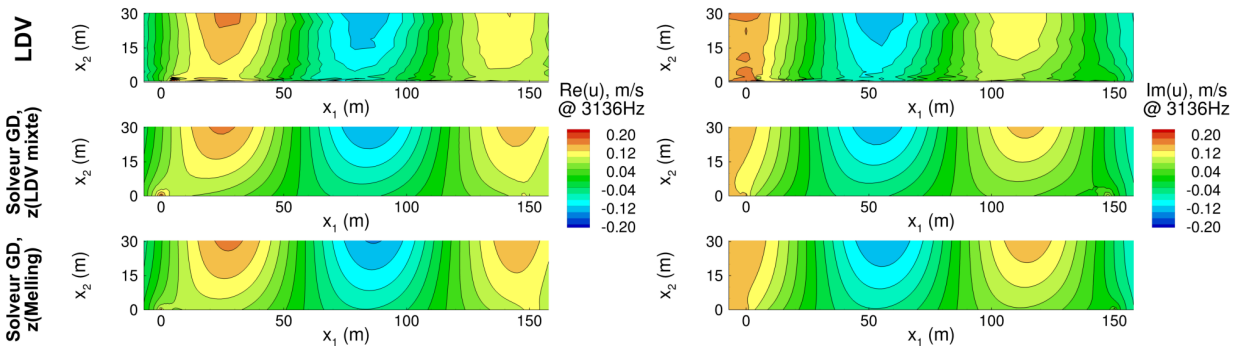
La tranche centrale de la cellule d'essai du B2A est modélisée et maillée par des éléments triangulaires d'ordre 1, un maillage unique correspondant à un pas $\lambda/20$ pour $f = 3136$ Hz étant utilisé sur l'ensemble du spectre couvert. Le domaine numérique est ainsi défini par $x_1 \in [-0.025, 0.175]$ m $\times\, x_2 \in [0.0, 0.05]$ m. L'échantillon de matériau a une longueur de 0.15 m.

Les figures V.14 et V.15 montrent les deux composantes de vitesse acoustique à 3136 Hz, mesurées par LDV et simulées avec les impédances issues de la méthode mixte LDV-microphone et du modèle de Melling. La résistance mesurée et la résistance théorique étant relativement proches à cette fréquence, les champs simulés avec l'une ou l'autre sont très fortement sem-

Fréquence (Hz)	r, LDV + micro.	χ, LDV + micro.	r, Melling	χ, Melling	r, Maa	χ, Maa
1592	0.07	-1.07	0.23	-0.68	0.32	-0.79
1992	0.34	-0.05	0.26	-0.11	0.34	-0.21
2488	0.31	-0.03	0.29	0.44	0.35	0.35
3136	0.29	0.59	0.33	1.05	0.37	0.95

TABLE V.1 – Résistance et réactance du liner microperforé : valeurs mesurées par méthode mixte LDV + microphone, et données par les modèles de Melling [86] et de Maa [80]

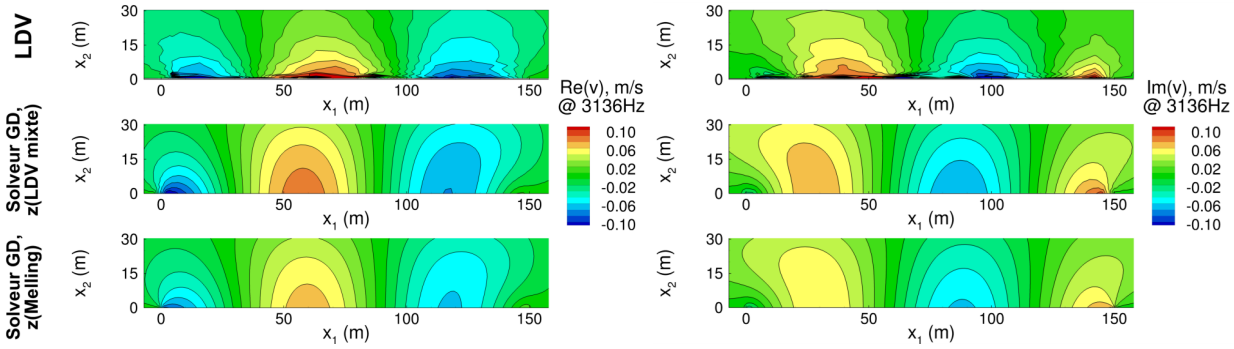
blables. Ils montrent tous deux un accord très satisfaisant avec le champ de vitesse mesuré. Toutefois, le caractère modal prononcé à cette fréquence s'apparente à un comportement de parois rigides, et le liner n'a qu'une absorption limitée. L'annexe D montre les champs de vitesse acoustique mesurés et simulés dans les mêmes conditions, aux fréquences $f = 1592$ Hz et $f = 2488$ Hz.



(a) Re(u) (b) Im(u)

FIGURE V.14 – Vitesse longitudinale u mesurée par LDV (B2A traité par microperforé) et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 3136$ Hz.

Les mêmes champs à la fréquence $f = 1992$ Hz sont présentés sur les figures V.16 et V.17. Les comparaisons se révèlent nettement moins convenables à cette fréquence, qui se trouve proche de la fréquence optimale dans cette configuration [128], et pour laquelle les effets d'absorption dus à la présence du liner sont particulièrement importants. La procédure de calibration peut être remise en cause, le point considéré subissant des effets de dissipation non négligeables. D'autre part, le champ acoustique est particulièrement sensible à de petites variations d'impédance, comme peut en témoigner la carte de perte par transmission (*Transmission Loss*, TL) tracée dans le plan d'impédance du liner (r_l, χ_l). Le TL est ici défini comme le ratio, exprimé en dB, entre les pressions acoustiques à la rupture d'impédance aval et à la rupture d'impédance amont. Une erreur relative minime sur l'impédance utilisée en entrée du solveur peut donc conduire à de grandes différences dans les champs acoustiques simulés. Pour finir, on rappelle que les effets 3D ne semblent pas pouvoir être négligés dans le cas du banc B2A (voir la section précédente [V.2.1]). L'approche bidimensionnelle pour les simulations GD peut donc également être mise en cause.

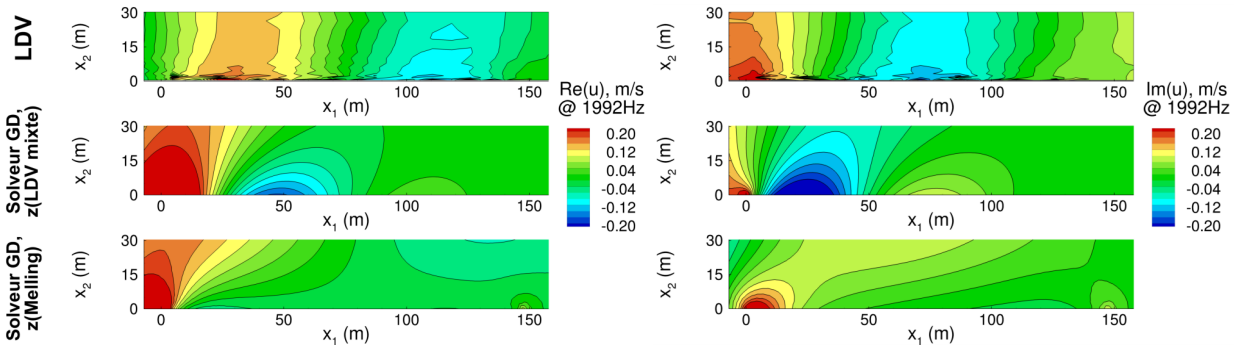


(a) Re(v) (b) Im(v)

FIGURE V.15 – Vitesse transversale v mesurée par LDV (B2A traité par microperforé) et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 3136$ Hz.

Remarque

Il est intéressant de noter que l'impédance optimale $z_{\text{opt}} = 0.43 - 0.49\,\text{j}$ *prévue par le solveur, c'est-à-dire l'impédance à laquelle la perte par transmission est maximale dans le domaine d'impédance considéré, est très proche de l'impédance optimale* $z_{\text{Cremer}} = 0.53 - 0.45\,\text{j}$ *donnée par Cremer pour un conduit infiniment long (voir l'équation* (I.13)*).*

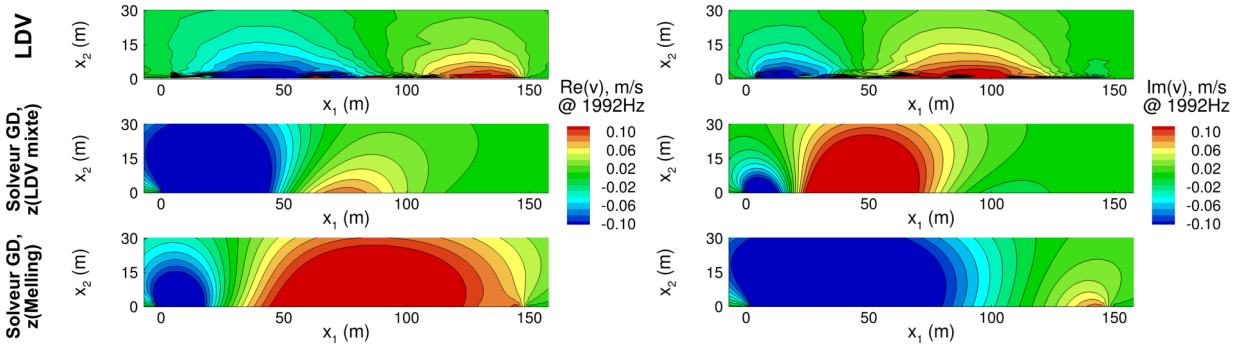


(a) Re(u) (b) Im(u)

FIGURE V.16 – Vitesse longitudinale u mesurée par LDV (B2A traité par microperforé) et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 1992$ Hz.

V.2.3 Application de la méthode inverse à des mesures de vitesse acoustique en l'absence d'écoulement

L'approche inverse est désormais appliquée aux mesures LDV de vitesse acoustique étudiées au paragraphe précédent. Le maillage numérique est identique à celui utilisé ci-dessus. La région d'observation Ω_{obs} est définie comme étant identique au domaine de mesure, et la fonction objectif exprimée en termes de vitesse acoustique (voir l'équation (V.1)). L'im-



(a) Re(v) (b) Im(v)

FIGURE V.17 – Vitesse transversale v mesurée par LDV (B2A traité par microperforé) et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 1992$ Hz.

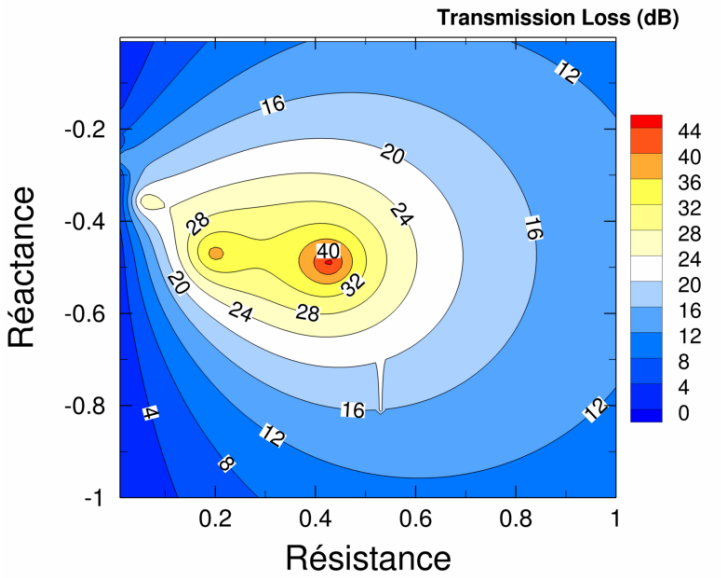


FIGURE V.18 – Perte par transmission calculée dans le banc B2A traité par microperforé à $f = 1992$ Hz, en l'absence d'écoulement

pédance de terminaison est incluse à la recherche inverse, ce qui conduit à six paramètres d'identification (parties réelle et imaginaire de l'impédance de liner, de l'impédance de terminaison et du coefficient de calibration).

Les résultats d'identification pour la résistance et la réactance du liner sont tracés sur la figure V.19. Ils y sont comparés, pour différentes combinaisons de porosité effective et de vitesse incidente, au modèle de Maa [80] donnant l'impédance linéaire $r_{\text{lin}} + \mathrm{j}\chi$ d'un tel liner, la résistance étant corrigée par l'expression de Melling [86] pour la prise en compte des effets non linéaires à haut niveau d'excitation acoustique (voir section I.3.1) :

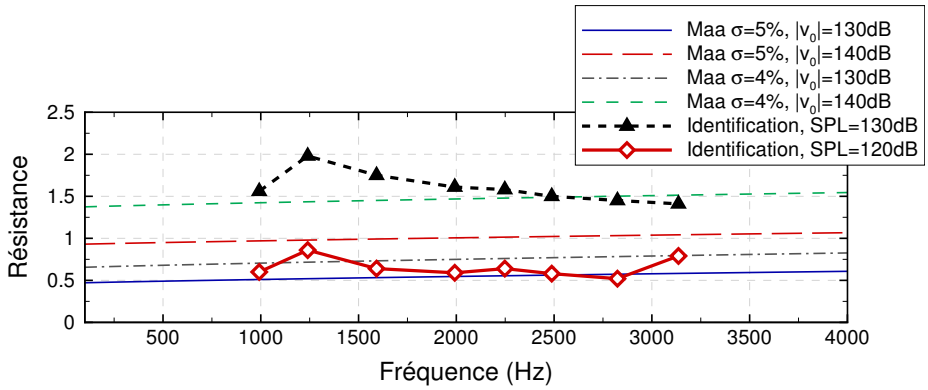
$$r = r_{\text{lin}} + \frac{4}{3\pi}\frac{1-\sigma^2}{\sigma \mathrm{c}_0 {C_D}^2}|v_0| \tag{V.3}$$

où v_0 est la vitesse acoustique particulaire incidente sur un orifice de la plaque, et où le coefficient de décharge C_D est considéré constant égal à 0.6. Contrairement au modèle de Melling seul, le modèle de Maa est adéquat pour la prévision de l'impédance acoustique de matériaux microperforés (voir la section I.3.1).

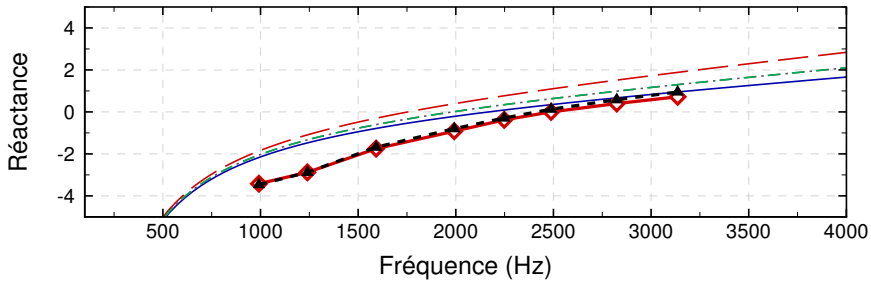
Bien que la tendance générale du modèle soit retrouvée, la réactance identifiée s'avère quelque peu sous-estimée dans la première moitié du spectre. La résistance est quant à elle assez éloignée des valeurs attendues pour la porosité nominale de $\sigma = 5\%$ et la vitesse acoustique incidente de 130 dB. Cependant, la résistance donnée par le modèle montre une grande sensibilité à ces deux paramètres. On peut tout d'abord supposer que la porosité effective du liner a pu être réduite par les effets de montage précédemment évoqués dans l'étude préliminaire (section V.2.1) et par les éventuels effets de fabrication (trous latéraux coupés ou trous bouchés par les parois du nid d'abeille par exemple). Ensuite, si les liners de type SDOF sont connus pour leur sensibilité aux effets non linéaires, la signification que revêt le terme v_0 dans l'équation (V.3) reste incertaine dans le cas d'une excitation multi-sinus telle que celle utilisée dans le B2A. On peut en effet se demander si c'est l'amplitude de chaque onde harmonique (à savoir 130 dB) qu'il faut considérer, ou bien le niveau global résultant de la présence de huit composantes fréquentielles ($\simeq$ 140 dB). La comparaison entre la résistance identifiée et celle donnée par le modèle pour $\sigma = 4\%$ à 140 dB est alors satisfaisante. Il est également possible, en présence de source multi-sinus de niveau élevé, d'observer entre les fréquences excitées des interactions non linéaires ayant un effet non négligeable sur les propriétés d'absorption du liner. En particulier, Bodén [13] a montré une dispersion très importante (jusqu'à 3 unités sur la résistance comme sur la réactance) sur l'impédance d'un perforé de porosité 2%, entre la mesure avec une excitation harmonique pure ou une excitation multi-fréquentielle (de 2 à 5 composantes). Pour finir, l'impédance identifiée à partir de mesures faites avec une excitation de 120 dB par raie est aussi tracée. Sur la résistance, le caractère non linéaire du liner microperforé par rapport au niveau de vitesse acoustique est particulièrement visible. La réactance identifiée est identique quel que soit le niveau.

L'amplitude de la source estimée par le solveur inverse peut être calculée à partir du coefficient de calibration identifié C ; il se trouve comme attendu proche du niveau de chaque raie excitée (120 ou 130 dB), comme le montre la figure V.20. L'impédance de terminaison, non représentée ici, prend des valeurs proches de $1.0 + 0.0\,\mathrm{j}$, ce qui est cohérent avec le fait que la terminaison du banc B2A est quasi-anéchoïque.

Pour vérifier la validité des paramètres identifiés à 130 dB d'excitation, le champ de vitesse acoustique reconstruit numériquement avec les impédances et coefficient de calibration identifiés comme données d'entrée est comparé au champ mesuré. Les figures V.21



(a) Résistance



(b) Réactance

FIGURE V.19 – (a) Résistance et (b) réactance en fonction de la fréquence pour le matériau microperforé. Résultats d'identification comparés au modèle de Maa pour différentes combinaisons de vitesse acoustique incidente et de porosité effective σ.

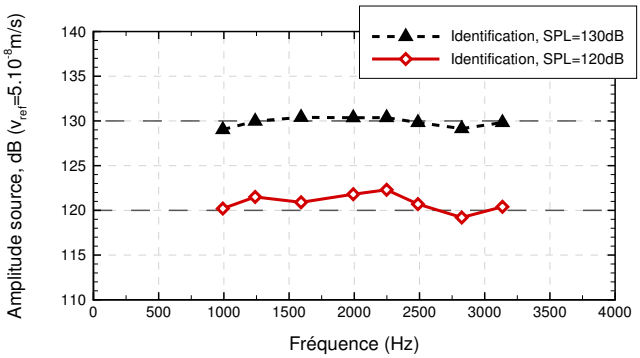


FIGURE V.20 – Amplitude source identifiée dans le cas du B2A traité par matériau microperforé

et V.22 montrent une superposition de ces champs à la fréquence $f = 1992$ Hz. Les lignes pleines dans le rectangle noir représentent les contours mesurés, tandis que les lignes pointillées et la couleur exposent les résultats de simulation. Bien qu'il n'y ait pas correspondance parfaite, le comportement global de la vitesse acoustique est bien retrouvé. Pour une visualisation plus aisée, l'amplitude et la phase ont été projetés à trois ordonnées différentes $x_2 = 0.01$ m, $x_2 = 0.02$ m et $x_2 = 0.03$ m (figure V.23), mettant en évidence une bonne approximation du champ mesuré, en particulier pour ce qui est de la phase. Ceci permet de rappeler que l'impédance trouvée par la méthode inverse est celle qui permet de reconstruire au mieux le champ acoustique mesuré à partir de simulations 2D, à partir de mesures 2D effectuées dans une configuration tridimensionnelle. Le liner n'occupant pas la totalité de la largeur de la cellule d'essai (contrairement au cas du NASA-GIT), on n'accède pas ici à la réelle impédance du matériau.

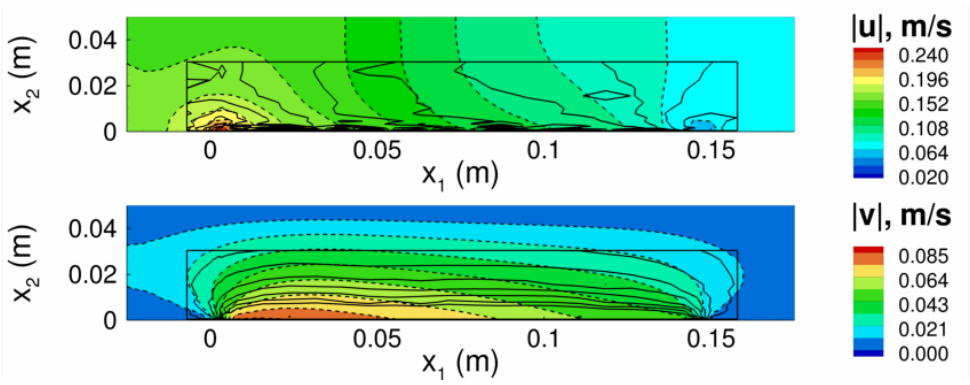


FIGURE V.21 – Comparaison de l'amplitude de vitesse acoustique longitudinale (haut) et transversale (bas) mesurée par LDV (banc B2A traité par matériau microperforé) et reconstruite avec le solveur GD à partir des paramètres identifiés, à $f = 1992$ Hz. Les mesures LDV (contours pleins) sont superposées aux résultats numériques (couleurs et contours pointillés) dans la zone de mesure représentée par le rectangle noir.

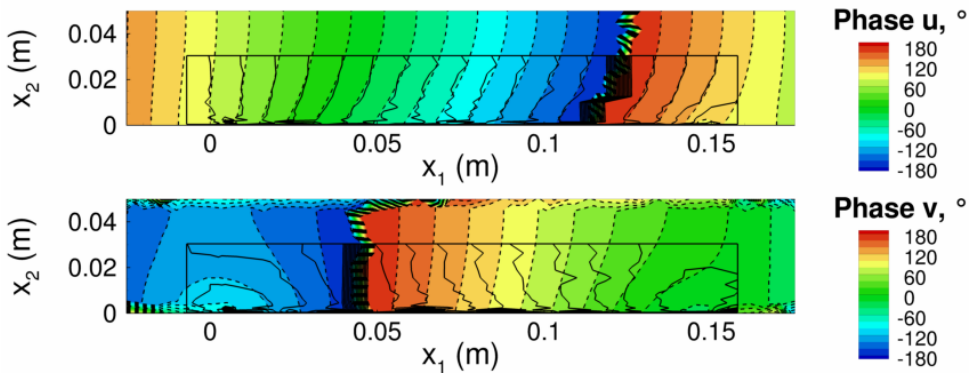
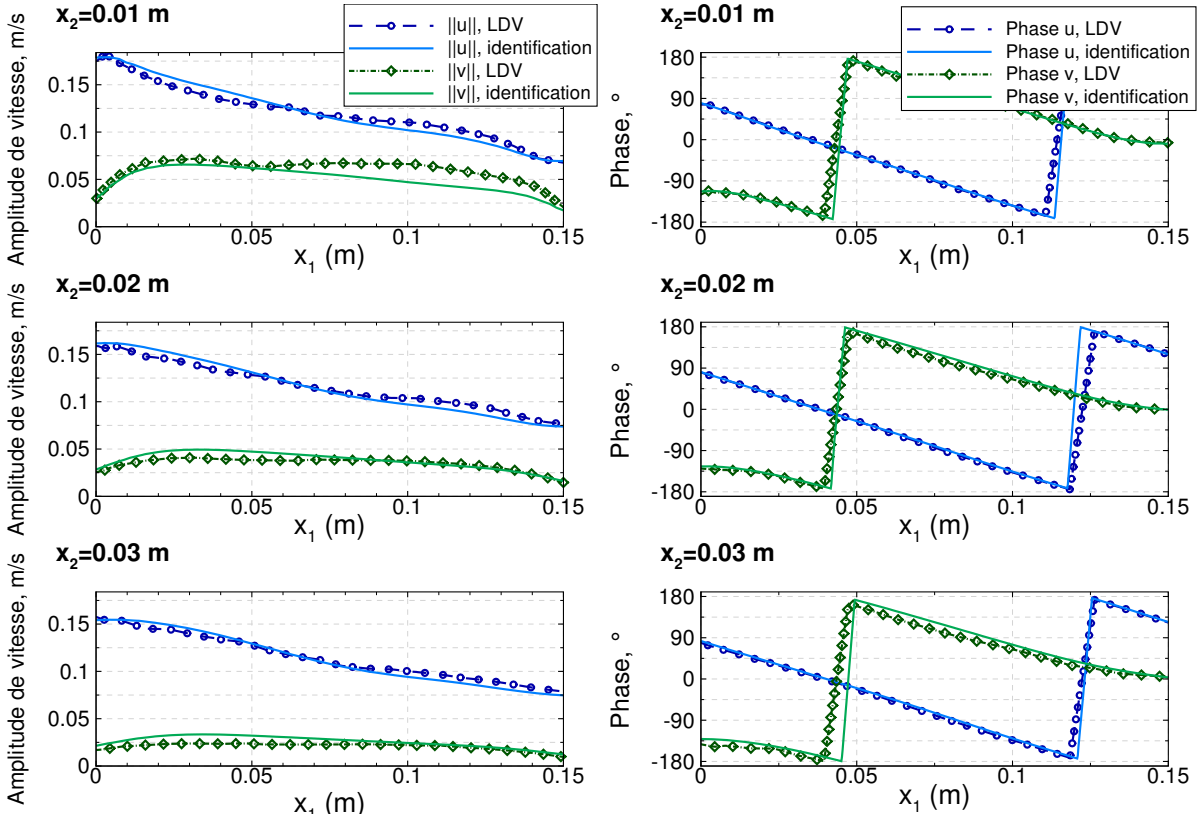


FIGURE V.22 – Comparaison de la phase de vitesse acoustique longitudinale (haut) et transversale (bas) mesurée par LDV (banc B2A traité par matériau microperforé) et reconstruite avec le solveur GD à partir des paramètres identifiés, à $f = 1992$ Hz. Les mesures LDV (contours pleins) sont superposées aux résultats numériques (couleurs et contours pointillés) dans la zone de mesure représentée par le rectangle noir.



(a) Amplitude, m/s

(b) Phase, °

FIGURE V.23 – (a) Amplitude et (b) phase des composantes de vitesse acoustique, projetées le long de trois ordonnées différentes à $f = 1992$Hz. Valeurs mesurées par LDV dans le banc B2A traité par matériau microperforé (lignes pointillées et symboles), et simulées avec les valeurs identifiées d'impédance et du coefficient de calibration (lignes pleines).

V.3 Conclusions

Dans ce chapitre ont été présentés les premiers résultats de simulations directe et inverse concernant la vitesse acoustique mesurée par LDV dans le banc B2A, en l'absence d'écoulement. La procédure inverse appliquée à une configuration de type tube à impédance a permis de mettre en évidence la nécessité d'une région d'observation suffisamment grande par rapport à la longueur d'onde, sans quoi la fonction objectif présente une vallée de trop faible gradient pour garantir une incertitude minime sur l'impédance identifiée. De la même façon, les mesures de pression acoustique par sonde microphonique en paroi rigide opposée au liner doivent être suffisamment nombreuses, en particulier lorsqu'on s'éloigne de la fréquence de résonance. Autour de cette fréquence, la grande sensibilité du champ acoustique à l'impédance du liner constitue un avantage certain du point de vue inverse puisqu'elle rend l'identification possible avec un nombre de prises microphoniques réduit. L'effet de cette sensibilité, bénéfique pour le problème inverse, est par contre néfaste du point de vue des simulations en propagation : dans ce contexte, où l'on utilise des impédances mesurées par méthode LDV + microphone ou calculées par un modèle semi-analytique, une variation minime de l'impédance utilisée comme donnée d'entrée du solveur GD conduit à d'importantes variations du champ acoustique. Cette ambivalence de la sensibilité, selon que l'on considère le problème direct ou le problème inverse, est soulignée en termes simples par Gunzburger [51] pour ce qui est des problèmes de contrôle d'écoulement : « *ce qui est mauvais pour la mécanique des fluides numérique est bon pour l'optimisation et vice versa* ». Pour finir, les études sur le matériau microperforé ont mis en évidence la possibilité d'exploiter les champs acquis par LDV pour leur appliquer la méthode inverse. Une surestimation systématique de la résistance subsiste, dont une origine possible réside dans l'existence de marges rigides de chaque côté du matériau au sein de la cellule d'essai du banc B2A. Une fois ce problème résolu, nous disposerons d'une méthode de mesure adaptée au couplage avec la procédure inverse.

Chapitre VI

Prise en compte du caractère cisaillé du profil d'écoulement rasant

Sommaire

VI.1 Effet d'un écoulement rasant cisaillé : cas du NASA-GIT 132
VI.1.1 Simulation numérique de la propagation acoustique avec écoulement rasant cisaillé 132
VI.1.2 Mise en évidence d'une instabilité hydrodynamique 133
VI.1.3 Méthode inverse en présence d'écoulement avec fonction objectif exprimée en termes de pression acoustique 138
VI.2 Cas du B2A traité par un matériau microperforé 142
VI.2.1 Caractéristiques de l'écoulement cisaillé 142
VI.2.2 Résultats d'identification 143
VI.3 Conclusions 144

L'ENSEMBLE des cas abordés jusqu'à présent concernent des cas sans écoulement ou avec écoulement de profil analytique, dont la couche limite artificiellement épaisse et le faible gradient de vitesse aérodynamique associée régularisent le problème de propagation acoustique. Dans ce chapitre, le profil réel d'écoulement rasant, mesuré par sondes Pitot ou par LDV, est pris en compte. On se concentre d'abord sur le cas du banc NASA-GIT soumis à un écoulement de nombre de Mach débitant égal à 0.335, dont l'étude en propagation révèle la présence d'instabilités que l'on cherche à caractériser. Dans un second temps la méthode inverse est appliquée à partir d'une fonction objectif exprimée en terme de pression acoustique. Le banc B2A traité par matériau microperforé sous écoulement rasant de nombre de Mach débitant 0.2 est ensuite considéré, les résultats d'identification basés sur les mesures LDV étant comparés au cas sans écoulement et pour deux niveaux d'excitations distincts.

VI.1 Effet d'un écoulement rasant cisaillé : cas du NASA-GIT

VI.1.1 Simulation numérique de la propagation acoustique avec écoulement rasant cisaillé

Le cas du banc NASA-GIT (figure IV.2) est considéré en présence d'un écoulement rasant. Ce dernier a été mesuré par Jones *et al.* [66] à l'aide de 9 sondes Pitot (dont une statique) à trois positions le long du banc : l'une située au bord d'attaque du liner, et les deux autres au-dessus de ce dernier ($x_1 = 203$ mm ; $x_1 = 356$ mm ; $x_1 = 559$ mm). A chacune de ces positions longitudinales, une mesure est effectuée avec les 9 sondes à 27 positions différentes dans la section du banc, c'est-à-dire selon x_3. Seules les vitesses acquises à $x_1 = 356$ mm sont publiées dans la référence [66] ; nous ne considérons d'autre part que les mesures faites approximativement en milieu de veine ($x_3 = 25.4$ mm) afin de s'affranchir des effets de bord transversaux. L'écoulement considéré présente un nombre de Mach en milieu de veine M_c proche de 0.4, et correspond à un Mach débitant de 0.335.

Le profil expérimental $M(x_2)$ ainsi acquis en ($x_1 = 356$ mm , $x_3 = 25.4$ mm), auquel est adjointe une condition de non-glissement à la paroi, est approché par splines cubiques (figure VI.1).

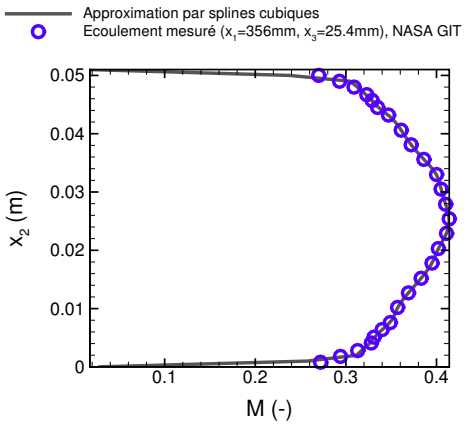
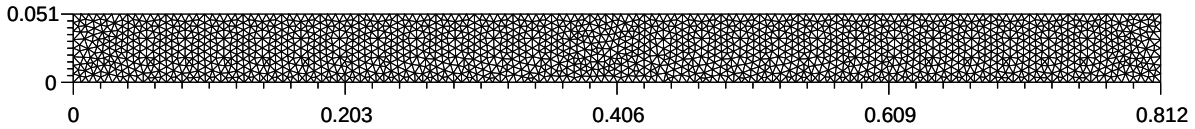


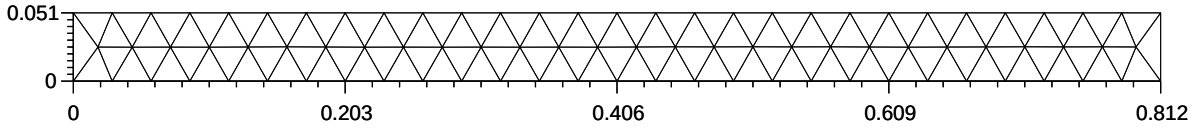
FIGURE VI.1 – Approximation par splines cubiques du profil d'écoulement mesuré dans le NASA-GIT

La propagation acoustique portée par cet écoulement dans le NASA-GIT est simulée à l'aide du solveur GD, en utilisant comme au chapitre IV les valeurs d'impédance de liner identifiées par Jones *et al.* [66], ainsi que les impédances de terminaison mesurées. Un maillage commun à toutes les fréquences avec pas correspondant à $\lambda/20$ à 3 kHz est utilisé. Les profils de pression acoustique simulés en paroi opposée au liner sont présentés sur les figures VI.3 et VI.4. De façon générale, les SPL et la phase sont estimés de façon satisfaisante et fournissent une bonne reconstruction de la pression acoustique mesurée. D'autre part, à 0.5 et 1 kHz, le sur-maillage donne lieu à une instabilité visible tant sur le SPL que sur la phase (ligne pointillée bleue, tracée uniquement à 1 kHz). Nous avons pu observer, comme l'a entre autres mentionné Brambley [19], qu'une augmentation supplémentaire de la résolution du maillage conduit à une croissance encore plus spectaculaire du SPL et à un comportement particulièrement chaotique de la phase. Afin d'obtenir des prévisions de pression acoustique comparables avec l'expérience, le maillage doit au contraire être ramené à $\lambda/12$ de façon à

introduire une légère diffusion numérique. Ce déraffinement implique, outre la diffusion, un épaississement artificiel de la couche limite. Les figures VI.2a et VI.2b représentent le maillage sur-résolu (en $\lambda/60$ à 1 kHz) et le maillage adapté au contrôle de l'instabilité par diffusion numérique. Cette adaptation de maillage a également dû être réalisée à $f = 500$ Hz.



(a) Maillage initial en $\lambda/60$ à 1 kHz



(b) Maillage adapté en $\lambda/12$

FIGURE VI.2 – Maillage initial et maillage adapté du NASA-GIT. Le maillage en $\lambda/60$ donne lieu à une instabilité, contrôlée par la diffusion numérique avec le maillage en $\lambda/12$.

L'instabilité présente à 1 kHz pour $M_b = 0.335$ dans le NASA-GIT traité par le matériau céramique CT57 a déjà été observée dans la littérature et fait l'objet d'une étude détaillée dans la prochaine section.

VI.1.2 Mise en évidence d'une instabilité hydrodynamique

Pour un écoulement de vitesse suffisamment importante, un amoindrissement de l'efficacité du liner est observable à proximité de la résonance (pour des valeurs de résistance relativement faibles, généralement $r < 0.5$). Cette hausse du coefficient de transmission a pu être constatée expérimentalement par Brandes & Ronneberger [21] dans le cas d'un conduit cylindrique traité par un réseau de résonateurs quart d'onde, ou encore par Aurégan & Leroux [7] pour un liner céramique constitué de canaux carrés parallèles entre eux. Elle est souvent interprétée comme un transfert d'énergie de l'écoulement vers l'acoustique. Plus précisément, ce phénomène est lié à la présence d'un mode hydrodynamique instable, caractérisé par des structures de taille importante cohérentes avec l'excitation acoustique et convectées par l'écoulement. Ces structures spatialement périodiques, qui sont amplifiées depuis la rupture d'impédance amont jusqu'à la partie rigide aval, ont pu être observées expérimentalement par Marx *et al.* [84] grâce à des mesures PIV et LDV au-dessus d'un réseau céramique de résonateurs quart d'onde. Dans ce cas aussi bien que dans celui d'Aurégan & Leroux cité ci-dessus, la résistance à la résonance montre bien une valeur très faible ($r \sim 0.2\rho_0 c_0$), comme mentionné précédemment. Simon *et al.* [126] ont pu faire le même genre d'observation par LDV dans le banc B2A, sur le même matériau que Marx *et al.*. Les

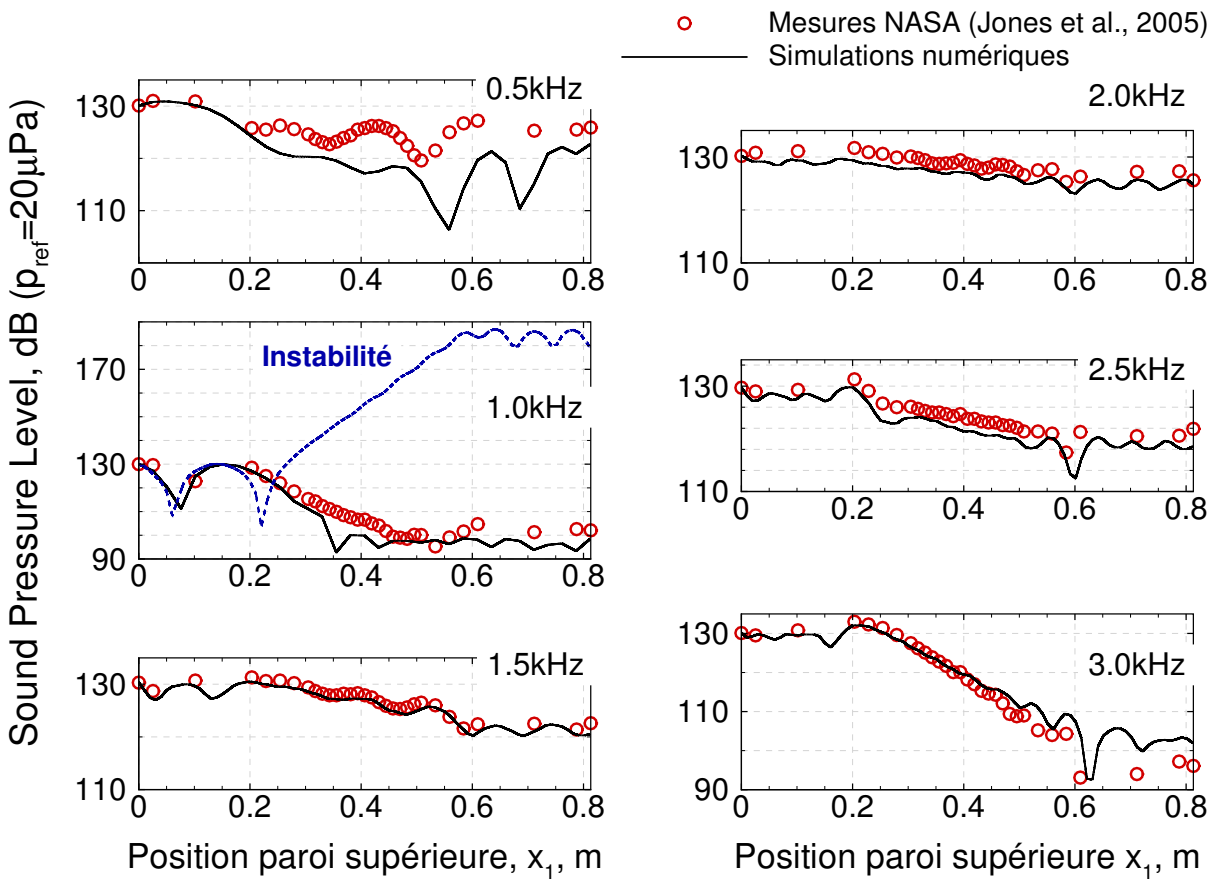


FIGURE VI.3 – SPL (Sound Pressure Level) au niveau de la paroi supérieure rigide, dans le NASA-GIT traité par CT57 avec écoulement cisaillé ($M_b = 0.335$). Valeurs mesurées issues de la référence [66] (symboles) et simulations numériques obtenues avec le code GD (lignes pleines). A 1 kHz, le résultat instable avec maillage sur-résolu est présenté en ligne pointillée bleue.

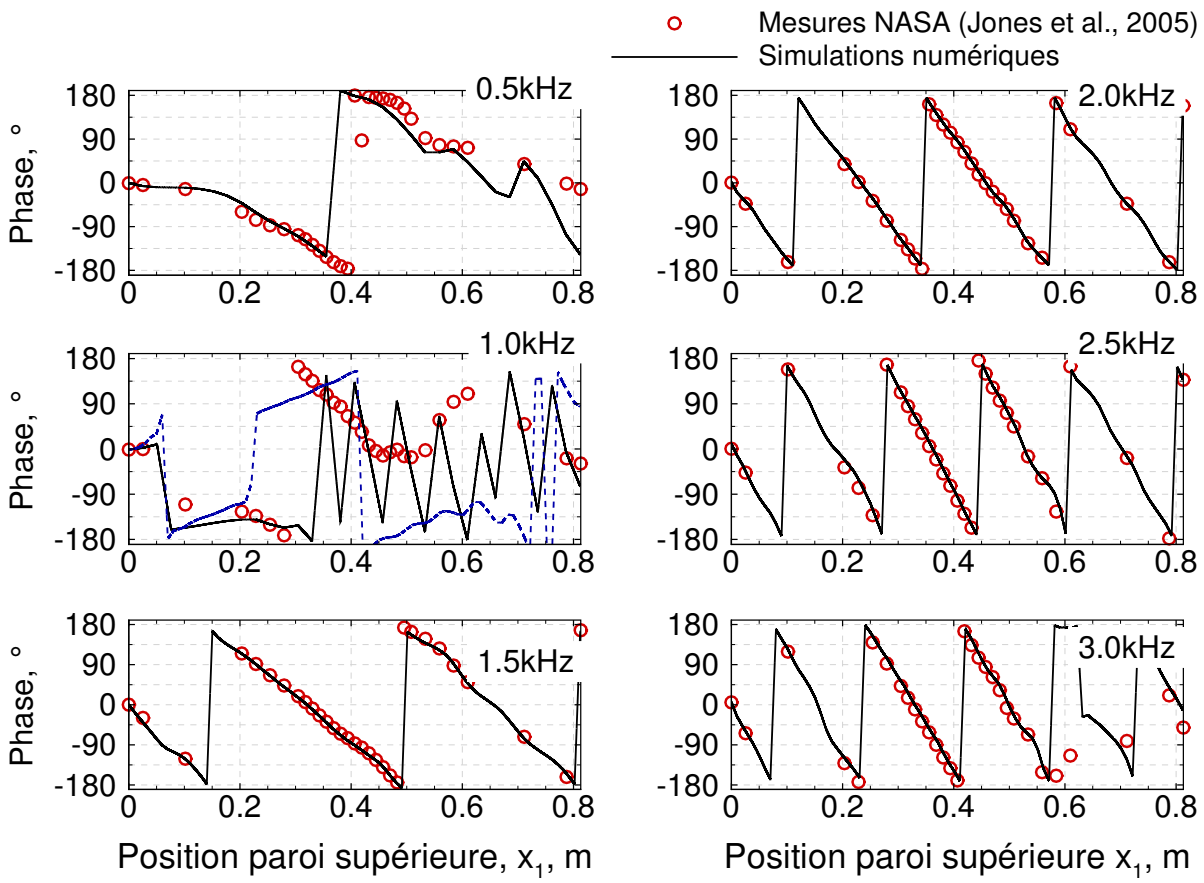


FIGURE VI.4 – Phase de pression acoustique au niveau de la paroi supérieure rigide, dans le NASA-GIT traité par CT57 avec écoulement cisaillé ($M_b = 0.335$). Valeurs mesurées issues de la référence [66] (symboles) et simulations numériques obtenues avec le code GD (lignes pleines). A 1 kHz, le résultat instable avec maillage sur-résolu est présenté en ligne pointillée bleue.

nombres d'ondes et taux de croissance déterminés expérimentalement par Marx *et al.* [84] ont été retrouvés numériquement par Boyer *et al.* [18], grâce à la méthode d'analyse modale exploitée au chapitre III.

Rienstra [117] a identifié ce type de modes hydrodynamiques instables par une analyse de stabilité linéaire appliquée aux équations d'Euler, pour un conduit cylindrique parcouru par un écoulement uniforme. Le qualificatif d'« hydrodynamique » attribué à ces modes vient du fait qu'ils n'apparaissent qu'en présence d'écoulement et sont convectés par ce dernier. Il s'agit de modes de surface, localisés à la proximité de la paroi, qui ont une réelle existence physique et ne correspondent pas à un artefact dû au modèle utilisé. La présence ou non du mode hydrodynamique est sensible à la fois à la valeur de l'impédance de liner et à la valeur de $M(x_2)$, pour un profil uniforme ou cisaillé.

D'un point de vue numérique, l'instabilité détectée dans le banc NASA-GIT à 1 kHz a fait l'objet de nombreuses études. Pour commencer, on peut noter qu'elle n'apparaît généralement pas lorsque le profil d'écoulement est approché par une fonction parabolique, par exemple dans les études de Reymen *et al.* [112] ou d'Özyörük & Long [164]. De même, Zhuang *et al.* [163] ont mené une étude paramétrique en faisant varier l'épaisseur de la couche limite aérodynamique d'un écoulement de profil analytique ; leurs résultats semblent converger vers les mesures sur le NASA-GIT pour un profil présentant une couche limite considérablement épaissie par rapport au profil réel, c'est-à-dire un gradient de vitesse réduit à proximité de la paroi. Le mode hydrodynamique se manifeste en revanche lorsque la couche limite est suffisamment fine, notamment quand le profil mesuré ou un profil résolu est considéré. Ainsi, Burak *et al.* [24] reportent la présence d'un tel mode de surface avec des simulations LES ainsi qu'avec un solveur RANS des équations de Navier-Stokes linéarisées. L'amplification spatiale est alors amortie par la présence de viscosité dans les équations résolues. Les auteurs soulignent la réelle existence du mode hydrodynamique, confortée par le fait que les profils de pression acoustique sont moins proches des données mesurées lorsque les simulations ne sont pas en mesure de détecter le mode hydrodynamique. Li *et al.* [75] portent également une attention particulière à une instabilité numérique qu'ils identifient comme étant une onde de Tollmien-Schlichting, bien que cette interprétation est très sujette à caution dès lors que l'instabilité est observée à la résolution des équations d'Euler linéarisées, qui ne prennent pas en compte les effets de viscosité. Ils mentionnent également une telle instabilité à 0.5 kHz.

Lorsque les équations d'Euler linéarisées sont résolues, la croissance spatiale des structures induites par le mode instable ne peut être limitée par des effets visqueux ou non linéaires, exempts du modèle mais bien présents en réalité. La figure VI.5 illustre la croissance de ces structures obtenues par le solveur GD. Le champ de pression acoustique réelle met en évidence l'apparition de l'instabilité dès le bord d'attaque du liner en $x_1 = 0.2$ m ainsi que son développement violent qui lui permet de dépasser sa caractéristique d'onde de surface pour venir se manifester en paroi supérieure avec des niveaux considérablement élevés, ce qui explique son apparition lors de l'observation des profils de pression en $x_1 = 0.051$ m sur les figures VI.3 et VI.4. Les effets indésirables dus au mode hydrodynamique peuvent en revanche être modérés par l'introduction de diffusion numérique [28, 115, 165], par exemple en diminuant la résolution du maillage [115]. Chevaugeon *et al.* [28] proposent, dans le cas d'une approche Galerkin Discontinu, d'introduire un opérateur de filtrage en se basant sur le fait que l'instabilité est déclenchée par les composantes de courte longueur d'onde conte-

nues dans les termes convectifs. L'approximation du champ simulé à chaque nœud d'interpolation est ainsi remplacée par une valeur moyenne, intégrée sur un disque centré en ce nœud.

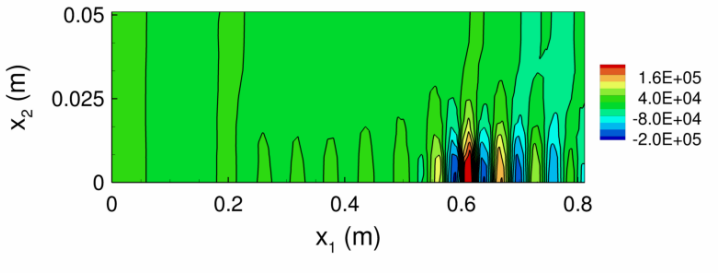


FIGURE VI.5 – Champ de pression acoustique réelle simulé par le solveur GD dans le NASA-GIT à 1 kHz, pour un écoulement cisaillé de Mach débitant $M_b = 0.335$

Les modes propres du NASA-GIT à 1 kHz sont déterminés grâce au code d'analyse modale utilisé dans la section III.3. Le traitement acoustique, qui est supposé de longueur infinie, a une impédance fixée à la valeur identifiée par Jones *et al.* [66], à savoir $z = 0.17 + 0.14\,\mathrm{j}$. Deux domaines de maillage sont définis, ce qui permet d'appliquer une résolution plus importante pour la couche limite pour laquelle 50 polynômes d'interpolation sont définis. Les nombres d'ondes complexes k calculés sont reportés sur le graphe VI.6 dans le plan $(\mathrm{Re}(k), \mathrm{Im}(k))$. Dans le demi-plan $\mathrm{Re}(k) < 0$ ne figurent que des modes à fortes valeurs de $\mathrm{Im}(k)$; ce sont les modes acoustiques évanescents. La présence d'une branche continue semi-infinie ($\mathrm{Re}(k) > 45\,\mathrm{m}^{-1}$) reflète les singularités liées à l'annulation du facteur $\omega - kM$ apparaissant dans l'opérateur des LEE [18]. Le mode acoustique correspond à un nombre d'onde calculé valant $k = 22.1 - 23.3\,\mathrm{j}$. On peut comparer ce nombre d'onde à la valeur $k = 13.7 - 11.6\,\mathrm{j}$, calculée à partir des mesures de pression tracées sur la figure VI.3. Si l'ordre de grandeur est retrouvé, il existe une erreur particulièrement importante. Outre le fait qu'un liner de longueur infinie est considéré dans le code d'analyse modale il faut garder à l'esprit que c'est une valeur d'impédance identifiée qui est considérée. Il existe donc des incertitudes pouvant découler de la procédure inverse, à plus forte raison dans les conditions particulières qui font l'objet de cette section.

Le mode hydrodynamique qui nous intéresse en particulier est révélé dans le premier quadrant, où $\mathrm{Re}(k) > 0$ et $\mathrm{Im}(k) > 0$. En supposant qu'il se propage dans la direction de l'écoulement, ceci indique qu'il croît dans cette direction, avec un nombre d'onde $k = 56.9 + 61.5\,\mathrm{j}$. La partie réelle peut être comparée au nombre d'onde « moyen » $k = 105\,\mathrm{m}^{-1}$, déterminé à partir de la figure VI.5. Toutefois, le maillage utilisé pour obtenir cette figure est initialement destiné à capturer l'onde acoustique ; l'instabilité, de longueur d'onde plus courte, subit donc une erreur due à la dispersion numérique.

La figure VI.7, qui montre les amplitudes de vitesse longitudinale et transversale et la pression normalisées pour les modes acoustique et hydrodynamique, confirme le caractère surfacique de ce dernier. Ces caractéristiques particulières des modes hydrodynamiques les rendent identifiables lors de l'étape de tri des modes par les méthodes de *mode-matching* [8, 40], ce qui permet de les exclure des calculs. Pour une étude plus complète, on pourrait envisager une approche paramétrique telle que celle adoptée par Boyer *et al.* [18] en analysant

les trajectoires des nombres d'onde lorsque la vitesse d'écoulement et la pulsation complexe sont soumis à variations. Il serait alors possible de s'assurer du caractère propagatif dans le sens des x_1 positifs – et par conséquent instable – du mode en appliquant le critère de Briggs-Bers [20].

Au vu de l'analyse bibliographique et numérique effectuée ici, il semble probable que l'instabilité observée lors des calculs propagatifs dans le cas du NASA-GIT à 1 kHz ne constitue pas un simple artefact de calcul mais est liée à l'existence d'un mode hydrodynamique. L'introduction de diffusion numérique par relâchement du maillage offre une solution simple et immédiate pour limiter les effets de cette instabilité, mais l'implémentation d'une approche plus rigoureuse telle que celle proposée par Chevaugeon *et al.* [28] évoquée plus haut pourrait être souhaitable pour des études ultérieures.

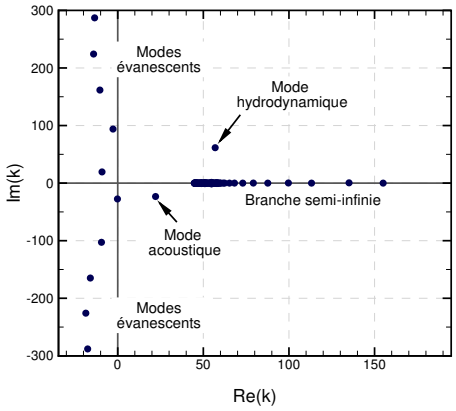


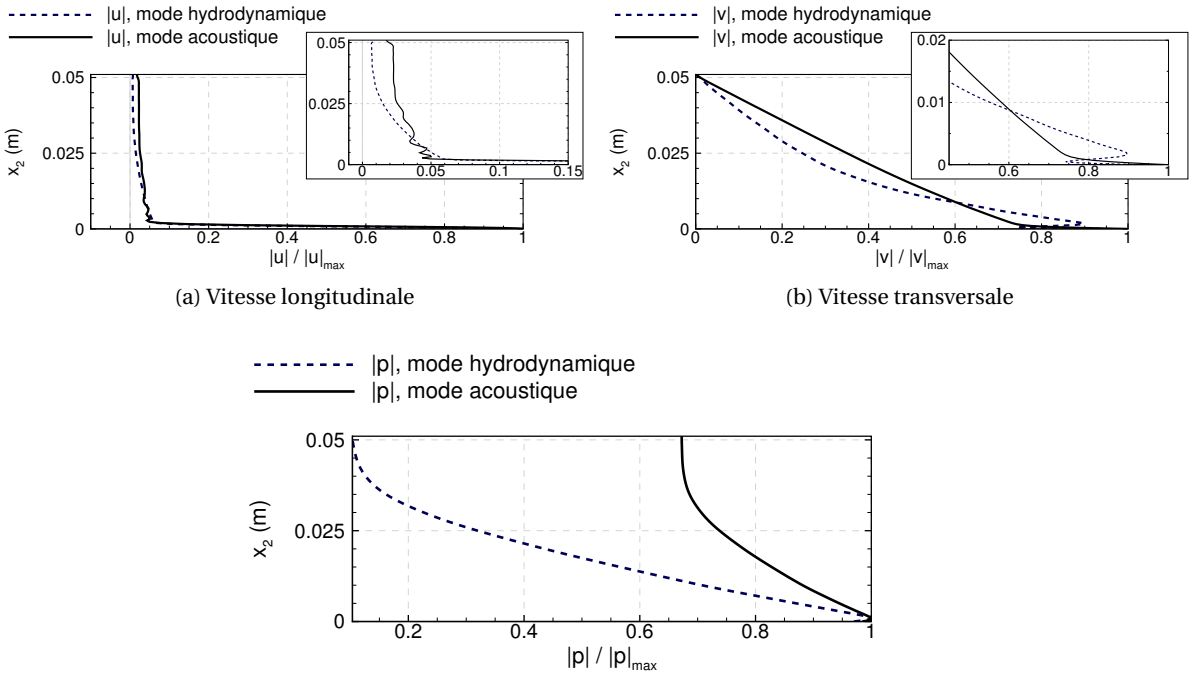
FIGURE VI.6 – Spectre des valeurs propres pour un conduit infiniment long de hauteur 51 mm, soumis à une excitation acoustique de fréquence 1 kHz. Impédance acoustique $z = 0.17 + 0.14\,\mathrm{j}$.

VI.1.3 Méthode inverse en présence d'écoulement avec fonction objectif exprimée en termes de pression acoustique

On considère toujours le cas abordé dans la section VI.1.1, cette fois du point de vue de l'identification d'impédance. La procédure inverse à 6 paramètres (résistance et réactance du liner et de la terminaison, et parties réelle et imaginaire du coefficient de calibration) est utilisée ; l'impédance de terminaison fait ainsi partie des quantités recherchées. Les impédances sont soumises aux contraintes de borne définies par l'équation (IV.5), et les valeurs initiales choisies explicitées par l'équation (IV.6). Les maillages sont définis de façon à prévenir toute instabilité, tel que décrit à la section VI.1 : le pas est fixé à $\lambda/12$ pour les fréquences de 500 Hz et 1 kHz, et à $\lambda/20$ pour les fréquences restantes. La procédure inverse est alimentée par les mesures de pression acoustique, fournies dans la référence [66], aux $N = 31$ positions de microphones en paroi supérieure ; la fonction objectif à minimiser est alors définie par :

$$\mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C) = \sum_{m=1}^{N} \| p^m_{\mathrm{calc}} - p^m_{\mathrm{meas}} \|^2 \tag{VI.1}$$

L'impédance de terminaison identifiée (figure VI.8) se trouve proche de la valeur attendue



(a) Vitesse longitudinale

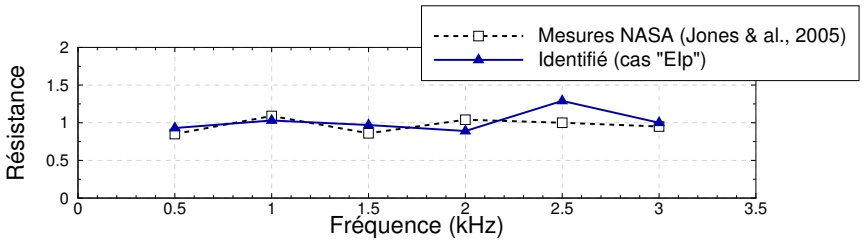
(b) Vitesse transversale

(c) Pression

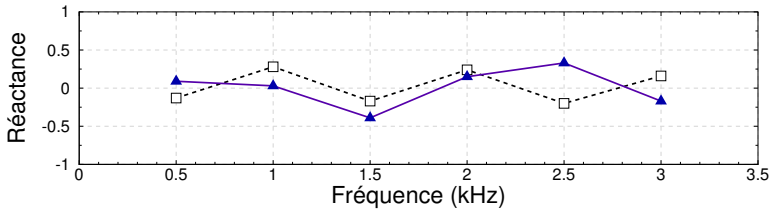
FIGURE VI.7 – Amplitudes de vitesse longitudinale et transversale et amplitude de pression normalisées

pour une sortie non réfléchissante, à savoir $1.0 + 0.0\,\mathrm{j}$. Elle affiche une plus grande déviation par rapport à cette valeur que l'impédance identifiée en l'absence d'écoulement (voir la section IV.3.1), exprimant ainsi une légère perte du caractère anéchoïque lorsque le conduit est parcouru par un écoulement de vitesse importante. D'autre part les valeurs identifiées diffèrent significativement des impédances mesurées par Jones *et al.* [66]. Celles-ci sont toutefois obtenues par la technique à deux microphones, qui fait l'hypothèse d'onde plane et peut être remise en cause dans ces conditions d'application. Les valeurs mesurées par Jones *et al.* et identifiées par notre méthode inverse sont répertoriées dans la table VI.1.

Le spectre d'impédance de liner identifié par le code Elvin dans le cas "NRp" (procédure inverse à 4 paramètres, i.e. en imposant une condition de sortie non réfléchissante) et dans le cas "EIp" (procédure à 6 paramètres, avec impédance de terminaison incluse comme quantité recherchée) est comparé à celui obtenu par la NASA [66] sur la figure VI.9. Les valeurs identifiées sont retranscrites dans la table VI.2, ainsi que les écarts absolus Δ_r et Δ_χ sur la résistance et la réactance. Les spectres présentés sont tout à fait similaires au cas sans écoulement abordé à la section IV.3.1. Les fréquences de résonance et d'anti-résonance sont notamment inchangées par rapport au cas sans écoulement. Le diamètre des tubes du CT57 est en effet assez petit pour que les pertes internes par viscosité soient prépondérantes sur les effets d'écoulement, et le matériau est connu pour être quasi-linéaire vis-à-vis de l'écoulement. L'évolution fréquentielle de l'impédance en présence d'écoulement obtenue avec les différentes méthodes est semblable ; on note en particulier que la résistance et la réactance du liner identifiées par notre méthode inverse à la fréquence de résonance $f = 1$ kHz sont similaires à celles trouvées avec la méthode inverse FEM de Jones *et al.*, malgré la présence de



(a) Résistance

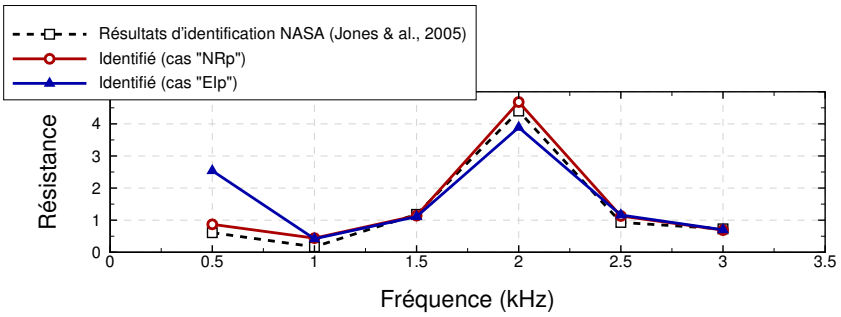


(b) Réactance

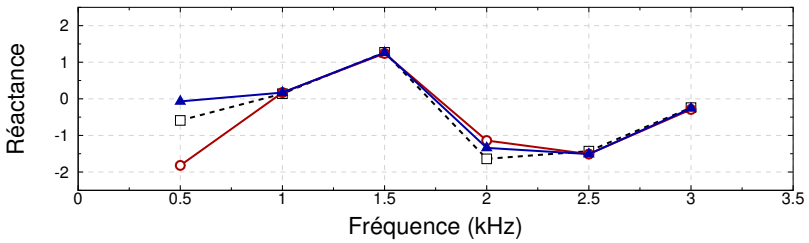
FIGURE VI.8 – Impédance de terminaison identifiée (ligne pleine et triangles bleus) et mesurée par la NASA (ligne pointillée et carré noirs) en présence d'écoulement rasant ($M_b = 0.335$). Banc NASA-GIT traité par matériau CT57.

l'instabilité hydrodynamique. La diffusion numérique inhérente au schéma GD et l'épaississement de la couche limite suffisent donc, pour un maillage adapté en $\lambda/12$, à contrôler l'instabilité de la même manière que dans le code NASA. A l'anti-résonance ($f = 2$ kHz), le même problème apparaît qu'en l'absence d'écoulement : l'influence de l'absorption est faible, ce qui implique une forte résistance et des difficultés à converger vers une même valeur selon la méthode employée. Pour finir, l'écart le plus important par rapport aux valeurs de Jones *et al.* (presque jusqu'à 2 unités sur la résistance et 1.3 unités sur la réactance) apparaît à la plus basse fréquence $f = 500$ Hz. Rappelons que l'approche inverse adoptée par les auteurs de la référence [66] s'appuie sur la résolution par éléments finis de l'équation de Helmholtz, impliquant l'utilisation d'une condition d'impédance d'Ingard-Myers (équation (I.21)) pour rendre applicable l'hypothèse d'écoulement uniforme au-dessus du traitement acoustique. Bien que peu probable dans une approche fréquentielle, une cause possible des divergences observées à 500 Hz pourrait résider dans l'apparition d'une instabilité liée à la condition d'Ingard-Myers dans le solveur NASA. Il a été mentionné à la section I.2.5 que cette condition d'impédance, basée sur la continuité du déplacement normal à l'interface fluide/matériau, n'est valable que pour une épaisseur de couche limite acoustique δ_{ac} négligeable devant celle de la couche limite aérodynamique δ_{aero}. Si l'on définit δ_{aero} comme étant l'épaisseur pour laquelle le nombre de Mach de l'écoulement $M(x_2)$ vérifie $M(\delta_{aero})/M_c = 0.99$, on trouve une épaisseur de couche limite aérodynamique $\delta_{aero} \simeq 22.9$ mm. Cette valeur est près de 200 fois supérieure à la couche limite acoustique $\delta_{ac} \simeq 0.1$ mm calculée à 25°C à l'aide de la définition (I.22) (valable toutefois uniquement en l'absence d'écoulement et au-dessus d'une paroi rigide, la présence d'un matériau entraînant un épaississement de la couche limite acoustique). La condition d'Ingard-Myers est donc légitimement appliquée par Jones *et al.* [66]. Il est en revanche vraisemblable que les écarts observés à 500 Hz soient dus, non pas à la condition d'impédance utilisée, mais à la forme du profil lui-même. Wat-

son & Jones [148, 150] ont effectivement déjà fait part de comportements anormaux en basse fréquence sous l'hypothèse d'écoulement uniforme, en concluant sur la nécessité d'inclure les effets de couche limite pour une identification correcte de l'impédance. A ceci s'ajoutent les imprécisions dues à l'étape d'interpolation des valeurs mesurées aux nœuds du maillage numérique, qui sont d'autant plus importantes que la résolution du maillage a été diminuée pour introduire de la diffusion numérique.



(a) Résistance



(b) Réactance

FIGURE VI.9 – Impédance de liner identifiée par la NASA (ligne pointillée et carré noirs), et identifiée par le code GD dans le cas "NRp" (ligne pleine et cercle rouges) et dans le cas "EIp" (ligne pleine et triangles bleus) en présence d'écoulement rasant ($M_b = 0.335$). Banc NASA-GIT traité par matériau CT57.

Fréquence (kHz)	r [66]	χ [66]	r, **"EIp"**	χ, **"EIp"**	Δ_r	Δ_χ
0.5	0.85	-0.13	0.93	0.09	0.08	0.22
1.0	1.09	0.28	1.03	0.03	0.06	0.25
1.5	0.86	-0.17	0.97	-0.39	0.11	0.22
2.0	1.04	0.24	0.89	0.15	0.15	0.09
2.5	1.00	-0.20	1.29	0.33	0.29	0.53
3.0	0.95	0.16	1.00	-0.17	0.05	0.33

TABLE VI.1 – Résistance et réactance de terminaison : valeurs mesurées par Jones *et al.* [66] et identifiées par le code GD dans le cas "EIp" en présence d'écoulement ($M_b = 0.335$). Ecarts absolus Δ_r et Δ_χ correspondants.

Fréquence (kHz)	r [66]	χ [66]	r, "NRp"	χ, "NRp"	r, "EIp"	χ, "EIp"
0.5	0.61	-0.59	0.87	-1.82	2.54	-0.07
1.0	0.17	0.14	0.44	0.17	0.42	0.17
1.5	1.18	1.27	1.14	1.24	1.11	1.26
2.0	4.40	-1.64	4.68	-1.14	3.89	-1.34
2.5	0.93	-1.43	1.13	-1.51	1.16	-1.51
3.0	0.73	-0.24	0.69	-0.29	0.70	-0.26

TABLE VI.2 – Résistance et réactance du liner : valeurs identifiées par Jones *et al.* [66] et par le code GD dans les cas "NRp" et "EIp" en présence d'écoulement ($M_b = 0.335$)

Fréquence (kHz)	Δ_r, "NRp"	Δ_χ, "NRp"	Δ_r, "EIp"	Δ_χ, "EIp"
0.5	0.26	1.23	1.93	0.52
1.0	0.27	0.03	0.25	0.03
1.5	0.04	0.03	0.07	0.01
2.0	0.28	0.50	0.51	0.30
2.5	0.20	0.08	0.23	0.08
3.0	0.04	0.05	0.03	0.02

TABLE VI.3 – Ecarts absolus entre les résistance et réactance de liner identifiées par Jones *et al.* [66] et par le code GD dans les cas "NRp" et "EIp" en présence d'écoulement ($M_b = 0.335$)

VI.2 Cas du B2A traité par un matériau microperforé

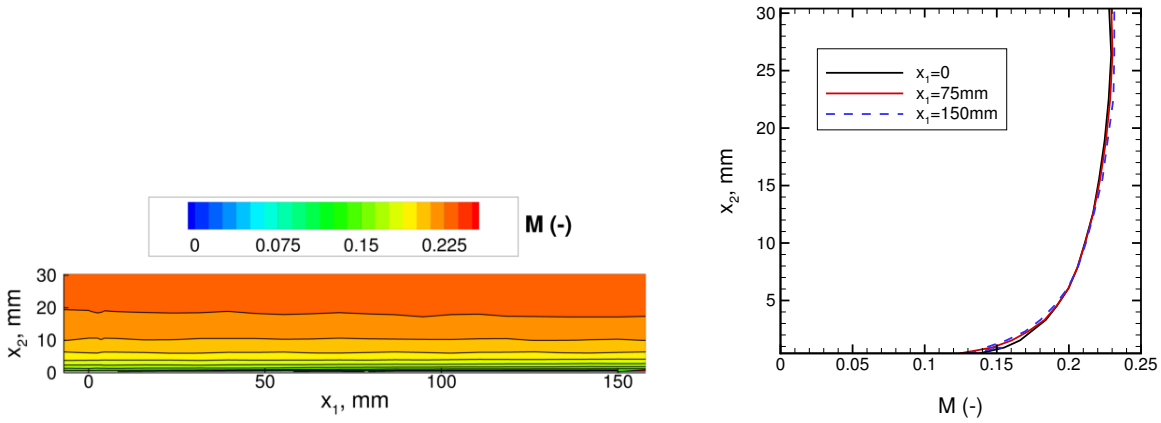
VI.2.1 Caractéristiques de l'écoulement cisaillé

Un complément à l'étude préliminaire de la section V.2.1 pour la prise en compte de l'écoulement est présenté à l'annexe C. Cette validation faite, on considère à nouveau le matériau microperforé, déjà étudié dans le banc B2A à la section V.2.3, soumis cette fois à un écoulement de nombre de Mach en centre de veine $M_c = 0.23$ (équivalent à un Mach débitant $M_b = 0.2$). Dans le NASA-GIT étudié à la section précédente, la vitesse d'écoulement est mesurée par sondes Pitot à des abscisses données le long du banc. Par opposition, le caractère non intrusif de la technique LDV permet ici d'acquérir la vitesse aérodynamique en chaque point du maillage de mesure, comme le montre la figure VI.10. Une projection aux abscisses $x_1 = 0$, $x_1 = 75$ mm et $x_1 = 150$ mm – correspondant respectivement au bord d'attaque, au centre et au bord de fuite du liner – permet de se rendre compte de la faible variation du nombre de Mach entre ces trois positions, l'écoulement turbulent étant pleinement développé.

Les vitesses acoustique et aérodynamique acquises par LDV sont soumises à la procédure inverse d'identification d'impédance. Afin de recouvrer une vitesse d'écoulement sur l'ensemble du domaine numérique, on étend le champ mesuré de la façon suivante :

- une symétrie axiale d'axe $x_2 = 25$ mm (centre de la veine) est appliquée pour avoir une vitesse aérodynamique dans la partie supérieure de la veine. Cela suppose que la présence du liner n'affecte que très peu l'écoulement, de sorte que celui-ci est symétrique malgré la disparité des conditions aux limites entre la paroi inférieure (traitée) et la paroi supérieure (rigide) ;

– la trace de la vitesse au bornes du domaine dans la direction x_1 (ici, $x_1 = -7$ mm et $x_1 = 158$ mm) est répliquée de façon identique le long de l'axe x_1, au-dessus des parties rigides amont et aval.



(a) Champ de vitesse aérodynamique

(b) Projection au bord d'attaque, au centre et au bord de fuite du liner

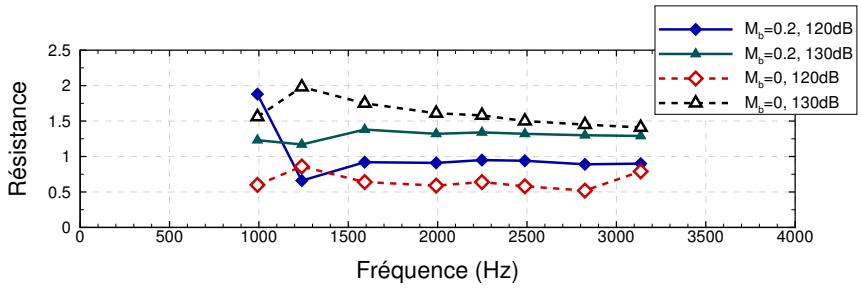
FIGURE VI.10 – Ecoulement moyen mesuré par LDV dans le banc B2A traité par matériau microperforé. Champ bidimensionnel et projection aux abscisses $x_1 = 0$, $x_1 = 75$ mm et $x_1 = 150$ mm.

Mise à part la présence de l'écoulement rasant, les conditions sont identiques à la section V.2.3. En particulier, deux niveaux d'excitation de 120 et 130 dB par raie sont considérés pour les mesures. La région d'observation est identique au domaine de mesure, pour une fonction objectif minimisée définie par l'équation (V.1). L'impédance de terminaison est incorporée aux paramètres de recherche, ce qui donne six paramètres d'identification au total. Ceux-ci sont bornés tel que défini par (IV.5) ; les valeurs initiales choisies sont précisées par l'équation (IV.6).

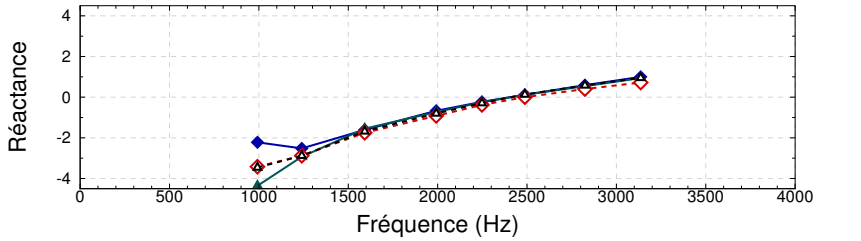
VI.2.2 Résultats d'identification

La figure VI.11 compare les impédance identifiées avec écoulement avec les impédances identifiées en l'absence d'écoulement obtenues à la section V.2.3. En confrontant uniquement les résultats en présence d'écoulement, la non-linéarité du matériau vis-à-vis du niveau d'excitation est mise en évidence, puisque la résistance à 130 dB d'excitation est supérieure à la résistance à 120 dB, si l'on omet la fréquence la plus basse de 992 Hz. Cette observation est conforme a ce qui avait déjà été mis en évidence en l'absence d'écoulement. D'autre part l'effet d'un écoulement rasant est conforme à ce qui est généralement observé à 120 dB, puisque sa présence tend à augmenter la résistance (voir la section I.2.4). Cette analyse n'est toutefois pas vérifiée pour une excitation de 130 dB. Ceci est vraisemblablement dû aux effets 3D induits par l'existence de bandes rigides de chaque côté de l'échantillon dans la veine d'essai du banc B2A, qui entraîne une surestimation de la résistance en l'absence d'écoulement rasant. Cette constatation peut provenir du fait que l'écoulement « linéarise » le matériau, dans le sens où les effets non linéaires dus aux forts niveaux d'excitation sont moins significatifs en présence d'écoulement. On peut aussi penser qu'à Mach

0.23, les conséquences de cet effet de montage sont amoindries voire abolies par la convection liée à l'écoulement rasant. Cette hypothèse reste toutefois à confirmer, par exemple en considérant des simulations numériques 3D ou en réduisant les parties rigides figurant en largeur du banc d'essai.



(a) Résistance



(b) Réactance

FIGURE VI.11 – Impédance de liner microperforé identifiée en l'absence d'écoulement et avec écoulement de nombre de Mach débitant $M_b = 0.2$. Niveaux d'excitation de 120 et 130 dB.

VI.3 Conclusions

L'étude sur le NASA-GIT effectuée dans ce chapitre a permis de mettre en évidence la présence d'un mode hydrodynamique à 1 kHz. Ce genre de mode de surface, qui n'apparaît que dans des conditions précises d'impédance, d'écoulement et de fréquence, est limité en réalité par les non-linéarités et la viscosité, qui sont exempts des équations d'Euler linéarisées. Si ce mode a pu être neutralisé par addition de diffusion numérique en relâchant le maillage, un filtre passe-bas tel que celui proposé par Chevaugeon *et al.* [28] pourrait être mis en œuvre de façon à avoir davantage de contrôle sur la diffusion introduite. D'autre part, l'impédance identifiée se compare remarquablement bien aux résultats de Jones *et al.* [66] ; en particulier, seule la fréquence la plus basse ($f = 0.5$ kHz) dénote une discordance non négligeable, vraisemblablement due à l'hypothèse d'écoulement uniforme considérée par ces auteurs. Reste la question de l'impédance identifiée (par l'une ou l'autre des méthodes) à 1 kHz : si le mode hydrodynamique est uniquement dû au modèle et exempt des mesures, alors le filtrage de ce mode permet de conduire à la réelle impédance du liner. Si le mode en revanche a une existence physique, il est nécessaire de mettre en place une méthode capable de le prendre en compte.

Enfin, l'impédance de liner microperforé identifiée à partir de mesures LDV effectuées dans le banc B2A montre une évolution cohérente en fonction du niveau d'excitation. La comparaison avec le cas sans écoulement suggère que la convection balaie les effets (relevés au chapitre V) de surestimation de la résistance dus aux marges rigides présentes sur les côtés du matériau au sein de la cellule d'essai. De façon générale, ces études basées sur la LDV souffrent de données de référence auxquelles se comparer. Le choix a été fait ici de ne pas considérer de modèle semi-empirique auquel se confronter, ce type de modèle présentant généralement une grande sensibilité aux différents paramètres qui les définissent. A cet effet, la coopération NASA/ONERA qui a été amorcée durant cette thèse devrait être particulièrement bénéfique, puisqu'elle pourra donner lieu à des comparaisons inter-bancs sur les mêmes échantillons de matériaux absorbants.

Chapitre VII

Mise en évidence des propriétés de la méthode inverse

Sommaire

VII.1 Identification multi-paramètres pour l'étude de liners partitionnés 148
VII.2 Etudes de sensibilité 149
VII.2.1 De nombreux facteurs influents 149
VII.2.2 Sensibilité au bruit de mesure 150
VII.2.3 Sensibilité de l'impédance identifiée à la taille de la région d'observation . 152
VII.3 Etat adjoint et condition nécessaire d'optimalité d'ordre 1 155

Les particularités de la méthode inverse par rapport aux méthodes existantes, en particulier l'utilisation de l'état adjoint et d'une région d'observation surfacique, soulèvent de nombreuses questions quant aux propriétés qui en découlent. Certains de ces aspects sont exposés dans ce chapitre. Ainsi, la résolution du système adjoint permet d'obtenir une expression analytique de la fonction objectif, ce qui facilite l'addition de paramètres au problème inverse. On peut donc partitionner l'échantillon de liner en différents fragments. La sensibilité de la méthode au bruit de mesure et à la taille de la région d'observation est aussi abordée. Finalement, à défaut de pouvoir fournir une interprétation directe de l'état adjoint, une interprétation par l'adjoint de la condition nécessaire d'optimalité du premier ordre est avancée.

VII.1 Identification multi-paramètres pour l'étude de liners partitionnés

La littérature fait très peu état d'analyses concernant des liners partitionnés en plusieurs segments. Watson *et al.* [153] ont réalisé une expérience numérique à partir de données synthétisées dans une configuration où quatre segments de liner (trois liners conventionnels de type SDOF, résultant de différentes combinaisons de plaques perforées et de nids d'abeille, et le liner céramique CT57 étudié aux chapitres IV et VI) sont placés bout à bout. Le but de l'étude est de montrer qu'il est possible de limiter le nombre d'expériences en étudiant simultanément les quatre matériaux, à partir d'une unique série de mesures de pression acoustique en paroi de veine. D'un point de vue numérique, l'algorithme inverse s'appuie sur une théorie quasi-3D dont les équations de propagation convectée sont résolues par éléments finis, et sur une approche SDFP pour ce qui est de l'aspect optimisation. L'approche quasi-3D aboutit à un système linéaire représenté par une matrice creuse ce qui, couplé avec une parallélisation du solveur, permet de réduire de façon considérable le temps de calcul. Avec quatre matériaux, le nombre de paramètres s'élève à 8 (résistance et réactance de chaque liner). A partir de spectres connus d'impédance pour chacun des quatre liners, les auteurs synthétisent des données de pression acoustique en paroi de veine par FEM. Ces données synthétisées servent directement à alimenter la méthode inverse, qui vise à trouver les impédances qui les reproduisent le mieux. L'étude s'avère concluante, avec une légère déviation à l'anti-résonance pour le matériau CT57.

Dans une approche sensiblement différente, il est possible de tirer parti de la capacité de la méthode inverse à effectuer une recherche multi-paramètres. En effet, l'utilisation du système adjoint permet l'obtention d'une expression analytique de la dérivée de la fonction objectif par rapport à l'impédance. Ceci permet de réduire le coût de calcul du gradient de $\mathcal{J}$ par rapport à des approches classiques, généralement de type différences finies, lorsque plusieurs impédances sont à identifier (voir à cet effet la section II.1.3). On peut ainsi aller au-delà de l'hypothèse d'un liner localement réactif, modélisé par une impédance unique et homogène. Considérons par exemple le cas du NASA-GIT (figure IV.2) à 500 Hz. Le liner est partitionné en deux segments de longueurs égales, dont les impédances sont notées z_{l1} et z_{l2}. Le premier paramètre (complexe) de recherche est z_{l1} ; comme le matériau céramique CT57 ici considéré est localement réactif, on s'attend à ce que z_{l2} soit très proche de z_{l1}. Le second paramètre n'est donc pas directement z_{l2} mais la différence $\Delta z_l = z_{l1} - z_{l2}$, qui est censée être faible et est donc contrainte à $[-0.5; 0.5] + [-1; 1]\,\mathrm{j}$. La configuration est similaire au cas "NRp" étudié en l'absence d'écoulement dans la section IV.3.1, c'est-à-dire qu'une condition non réfléchissante est imposée en sortie de conduit.

Le SPL reconstruit, autrement dit calculé par le solveur GD avec les impédances identifiées comme conditions aux limites, figure sur le graphe VII.1 où il est comparé au SPL reconstruit avec une seule impédance (celle identifiée à la section IV.3.1) et au SPL mesuré par Jones *et al.* [66]. Le niveau de pression reconstruit avec liner partitionné est davantage fidèle aux résultats expérimentaux ; la phase ne montre quant à elle aucune amélioration notable et n'est donc pas représentée ici. Les impédances identifiées valent $z_{l1} = 0.68 - 1.57\,\mathrm{j}$ et $z_{l2} = 0.38 - 1.88\,\mathrm{j}$, et sont à comparer à la valeur identifiée dans le cas "NRp" de la section IV.3.1, à savoir $z_l = 0.54 - 1.66\,\mathrm{j}$, qui s'approche de la valeur moyenne entre z_{l1} et z_{l2}. Cette étude, bien que sommaire, suggère qu'un gain de précision sur les champs reconstruits peut être acquis par segmentation du liner en plusieurs parties.

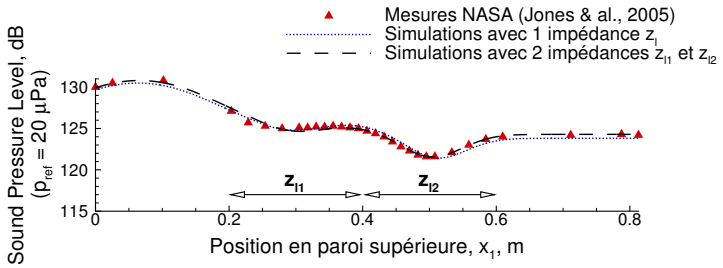


FIGURE VII.1 – SPL (Sound Pressure Level) en paroi de veine à 0.5 kHz. Profil mesuré (triangles rouges), reconstruit avec une unique impédance (ligne pointillée bleue) et reconstruit avec deux impédances (ligne pointillée noire). Cas du NASA-GIT traité par matériau CT57 en l'absence d'écoulement.

VII.2 Etudes de sensibilité

VII.2.1 De nombreux facteurs influents

A mesure des simulations mises en place pour ces travaux de thèse, il a pu être noté qu'un grand nombre de facteurs sont en mesure d'influer sur le résultat final d'identification. Seul l'impact du bruit de mesure et de la taille de la région d'observation sont traitées numériquement ci-après ; on propose toutefois ici une discussion qualitative sur la sensibilité à d'autres facteurs.

La méthode inverse, en tant que problème d'optimisation, est en premier lieu sensible aux valeurs initiales choisies pour les paramètres d'identification. Pour ce qui est de l'impédance de terminaison, la valeur finale est approximativement connue puisque la sortie est quasi-anéchoïque ; le choix de la valeur initiale peut donc raisonnablement se porter sur $z_t = 1.0 + 0.0\,\mathrm{j}$, valeur de l'impédance pour une sortie anéchoïque. Le cas du coefficient de calibration est déjà plus délicat. Si l'amplitude de C peut être estimée à partir du niveau de pression L_p à la source par l'expression $2.10^{L_p/20-5}$, nous ne disposons *a priori* d'aucune information sur la phase de C dans le cas des mesures LDV. [1] Il est donc possible que la valeur initiale C^{init} choisie se trouve éloignée de la valeur cible, et que l'algorithme d'optimisation s'arrête sur un minimum local non global.

D'autre part, le problème du choix de valeur initiale se pose pour l'impédance de liner. Ce problème de sensibilité, en particulier à l'anti-résonance, a déjà été évoqué à de multiples reprises par l'équipe du NASA-LaRC [147–149] lors de calculs inverses utilisant un algorithme SDFP. Leur méthode actuelle effectue donc 4 calculs successifs, avec des valeurs initiales différentes (par exemple $0.5 \pm 2\,\mathrm{j}$ et $2 \pm 2\,\mathrm{j}$ [62, 66]). Une solution pourrait également consister à utiliser comme valeur initiale l'impédance sans écoulement obtenue par mesure en tube à impédance, bien que cela alourdisse le protocole global de détermination de l'impédance.

Le choix des critères d'arrêt a lui aussi un impact sur le résultat final. Si les valeurs de $T_{\mathcal{J}}$ et T_∇ (voir section II.3) recommandées dans [162] conviennent de façon générale, il est parfois nécessaire de les modifier pour trouver un compromis satisfaisant entre précision des paramètres identifiés et temps de calcul. De même, il est envisageable de modifier les bornes imposées aux paramètres (équation (IV.5)). Il a également été noté une influence relative au facteur d'échelle [162], les ordres de grandeur des dérivées directionnelles de $\mathcal{J}$ par

1. Pour les mesures de pression acoustique en paroi rigide opposée au liner, la première sonde microphonique côté source est toujours prise comme référence, ce qui fixe la phase de C à une valeur nulle.

rapport aux impédances et au coefficient de calibration pouvant différer grandement selon l'amplitude de la source.

Pour finir, il pourrait être intéressant à l'avenir de s'attarder sur l'incidence de la résolution du maillage de mesure LDV sur les paramètres identifiés.

VII.2.2 Sensibilité au bruit de mesure

Il a déjà été souligné à la section II.3 que les nombreuses incertitudes inhérentes aux problèmes inverses en font souvent des problèmes mal posés mathématiquement. Parmi ces incertitudes, la présence de bruit expérimental en particulier peut rendre nécessaire la régularisation du problème, c'est-à-dire la substitution du problème inverse initial par un problème bien posé sensiblement équivalent. L'idée de telles méthodes, initialement due à Tikhonov & Arsenin [140], est de modifier la fonction objectif en y introduisant, par l'intermédiaire d'un opérateur dit « régularisant », des contraintes ou des connaissances *a priori* concernant le système physique : contrainte de norme minimale, ou indication d'une valeur de référence dont le paramètre à identifier est censé s'approcher, entre autres exemples [15]. Le Lagrangien à minimiser s'écrit alors sous la forme générale suivante :

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\varphi}, z, C, \boldsymbol{\varphi}^*) = \mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C) + t\,\Xi(\boldsymbol{\varphi}, z, C) \tag{VII.1}$$

où le multiplicateur de Lagrange t associé à la contrainte $\Xi(\boldsymbol{\varphi}, z, C) = 0$ est appelé « paramètre régularisant ». Le champ des solutions est ainsi restreint, et le problème susceptible d'être stabilisé. On pourrait ainsi introduire dans le problème inverse le caractère quasi-anéchoïque de la terminaison des bancs d'essai, *via* le Lagrangien :

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\varphi}, z, C, \boldsymbol{\varphi}^*) = \mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C) + t\,\|z_t - 1.0\|^2 \tag{VII.2}$$

qui reflète le fait que z_t est censé être proche de $1.0+0.0\,\mathrm{j}$, valeur de l'impédance d'une terminaison parfaitement non réfléchissante. Il serait de même possible d'indiquer une connaissance approximative du niveau d'excitation. La difficulté est dans tous les cas de choisir une valeur de compromis adéquate pour le paramètre t, qui permet de donner plus ou moins d'importance à la contrainte stabilisatrice Ξ. Une valeur nulle ramène au problème de départ, tandis qu'une valeur élevée rigidifie le problème régularisé et le stabilise davantage tout en l'éloignant du problème initial.

Bien qu'il pourrait être opportun d'implémenter une telle approche régularisatrice dans le solveur inverse, par exemple pour améliorer les propriétés de convergence, il convient dans un premier temps de connaître la sensibilité du problème inverse à la présence de bruit dans les données mesurées. A la section IV.3.2, nous avons pu observer la très faible sensibilité à un bruit représentatif de celui présent dans le banc B2A en l'absence d'écoulement. Seule une légère dissimilarité par rapport à la valeur de référence apparaît à 2 kHz, fréquence d'anti-résonance. Afin d'étudier l'effet d'un bruit de mesure sur les résultats d'identification, la procédure de bruitage est ici découplée pour l'amplitude et la phase. On considère le cas du NASA-GIT IV.2 en l'absence d'écoulement. De même qu'en IV.3.2, on se base sur les composantes de vitesse acoustique synthétisées, c'est-à-dire calculées par le solveur GD direct en utilisant comme conditions aux limites les valeurs d'impédance fournies par Jones *et al.* [66]. La vitesse acoustique $\mathbf{u}_{\mathrm{syn}}$ est altérée par l'addition d'un bruit $\mathbf{b}'$, tel que :

$$\mathbf{u}_{\mathrm{bruit}} = \mathbf{u}_{\mathrm{syn}} + \mathbf{b}' \tag{VII.3}$$

La composante longitudinale et la composante transversale sont altérées de façon identique. $\mathbf{b}'$ est une variable aléatoire de distribution normale, de valeur moyenne nulle et d'écart type :

$$\sigma_{\text{bruit}} = \begin{pmatrix} \sigma_u e^{\mathrm{j}\phi_u} \\ \sigma_v e^{\mathrm{j}\phi_v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma e^{\mathrm{j}\phi} \\ \sigma e^{\mathrm{j}\phi} \end{pmatrix} \tag{VII.4}$$

On considère successivement un bruitage d'amplitude et un bruitage de phase. Le premier test, qui sert de référence, concerne des données non bruitées ($\sigma = 0$, $\phi = 0$). Pour un bruitage de l'amplitude, trois valeurs de σ sont testées : elles sont de l'ordre de 5%, 10% et 15% de l'amplitude de la vitesse longitudinale u. Quand c'est la phase qui est bruitée, on prend une valeur de ϕ égale à 5°, 10° ou 15°. La fonction objectif minimisée, définie sur un domaine d'observation de dimensions 406 mm × 25 mm au-dessus du liner, s'écrit :

$$\mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C) = \int_{\Omega} \|\mathbf{u}_{\text{bruit}} - \mathbf{u}_{\text{calc}}\|^2 \, I_{\Omega_{\text{obs}}}(\mathbf{x}) \tag{VII.5}$$

Les figures VII.2 et VII.3 illustrent l'influence d'un bruitage d'amplitude sur les valeurs d'impédances identifiées pour le liner et la terminaison. Elles mettent en évidence la très faible sensibilité de la procédure d'identification à un tel bruitage, même pour l'écart le plus élevé ($\sigma \simeq 15\% \|u\|$). Pour le liner, seule une très légère déviation par rapport à la valeur de référence calculée sans bruit ajouté est visible, davantage marquée sur la réactance qui subit une erreur de 0.55 unités. L'impédance de terminaison est elle aussi peu affectée par l'addition de bruit. Une légère divergence apparaît à la fréquence de résonance 1 kHz, mais elle reste raisonnable (environ 0.1 pour la résistance et 0.3 au maximum pour la réactance). A 3 kHz toutefois, pour un bruit d'écart type 15% $\|u\|$, la résistance de terminaison identifiée prend une valeur importante puisqu'elle avoisine la contrainte de borne supérieure qui lui est imposée, c'est-à-dire 1.5. Il s'agit très probablement d'un artefact de calcul, la réactance de terminaison et l'impédance de liner étant quant à elles bien identifiées.

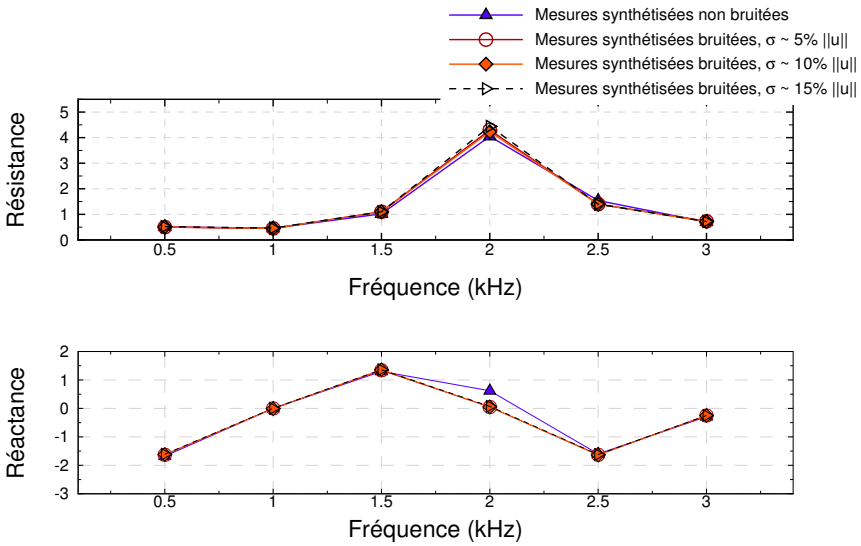


FIGURE VII.2 – Effet sur l'impédance de liner identifiée d'un bruit ajouté à l'amplitude des composantes u et v de vitesse acoustique. Cas du NASA-GIT traité par matériau CT57 en l'absence d'écoulement.

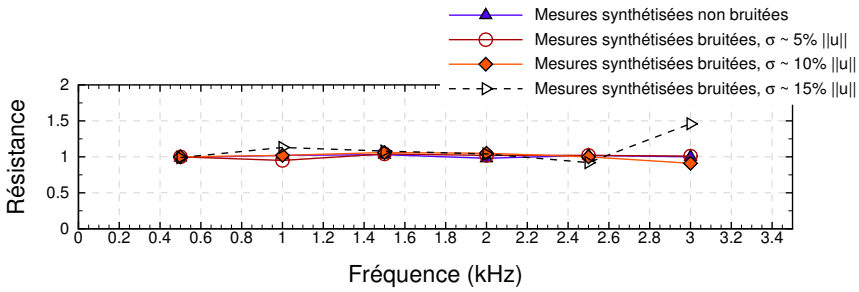


FIGURE VII.3 – Effet sur l'impédance de terminaison identifiée d'un bruit ajouté à l'amplitude des composantes u et v de vitesse acoustique. Cas du NASA-GIT traité par matériau CT57 en l'absence d'écoulement.

Les conséquences d'un bruitage de phase sur les impédances de liner et de terminaison sont représentées par les figures VII.4 et VII.5. Il est important de souligner que la procédure inverse ne semble pas davantage sensible à un bruitage de phase qu'à un bruitage d'amplitude. L'impédance de liner est perturbée à l'anti-résonance uniquement, l'effet n'étant visible que sur la réactance. L'impédance de terminaison réagit en revanche différemment, puisque l'influence du bruit se fait plus présente à la fréquence de résonance, avec une erreur sur la réactance proche de 0.5. Le problème survenu à 3 kHz sur la résistance pour un bruit d'amplitude d'écart type 15% $\|u\|$ n'apparaît pas lors d'un bruit sur la phase. Pour finir, le niveau de pression identifié à la source est représenté figure VII.6 sans bruitage, avec bruit sur l'amplitude et avec bruit sur la phase. L'amplitude identifiée avec addition de bruit aux données synthétisées est très proche de l'amplitude identifiée en l'absence de bruit. L'ensemble est à comparer au niveau source de 130 dB indiqué par Jones *et al.* [66] ; pour tout le spectre l'erreur commise est ainsi inférieure à 4 dB.

VII.2.3 Sensibilité de l'impédance identifiée à la taille de la région d'observation

La méthode inverse appliquée à des mesures de vitesse acoustique s'appuyant sur une région d'observation Ω_{obs} surfacique, elle peut conduire à une surdétermination dans le sens où on dispose de davantage d'information que nécessaire *a priori*. Une analyse numérique est donc effectuée afin de déterminer s'il existe une taille de région d'observation à partir de laquelle l'incertitude sur l'impédance identifiée devient trop importante.

On se base pour cela sur le cas du NASA-GIT (figure IV.2) traité par le matériau céramique tubulaire CT57, qui a été étudié sans écoulement au chapitre IV et en présence d'écoulement cisaillé à la section VI.1. Ce cas d'étude est choisi car on dispose de valeurs de référence pour l'impédance à identifier. En revanche, tout comme à la section IV.3.2, les mesures de référence [66] ne fournissent que la pression acoustique en paroi rigide opposée au liner et il est nécessaire de travailler à partir de vitesse acoustique synthétisée par le code GD à partir des valeurs d'impédance identifiées par Jones *et al.* [66]. La vitesse acoustique synthétisée est ensuite altérée par l'addition d'un bruit de distribution normale. Les caractéristiques du bruit en l'absence d'écoulement sont identiques à celles de la section IV.3.2. On rappelle qu'elles sont représentatives du bruit électronique présent de façon inhérente lors de mesures LDV sans écoulement. En présence d'écoulement, la principale source de bruit provient de la

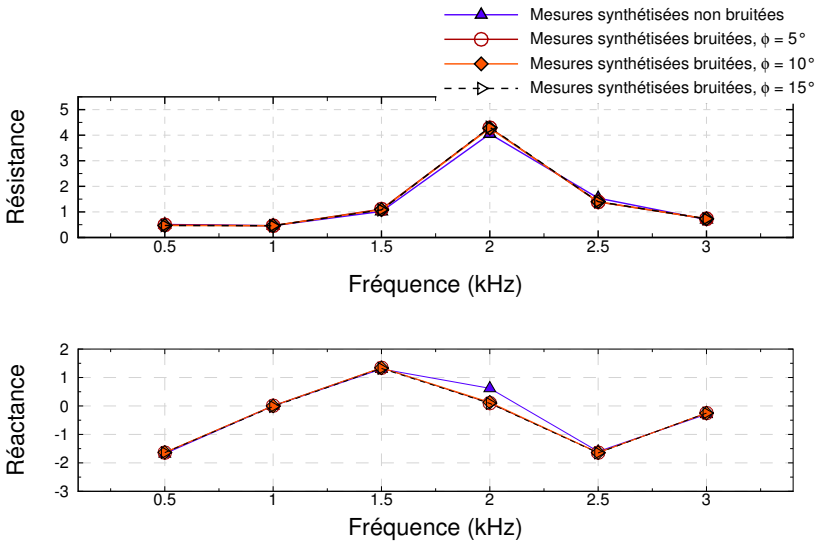


FIGURE VII.4 – Effet sur l'impédance de liner identifiée d'un bruit ajouté à la phase des composantes u et v de vitesse acoustique. Cas du NASA-GIT traité par matériau CT57 en l'absence d'écoulement.

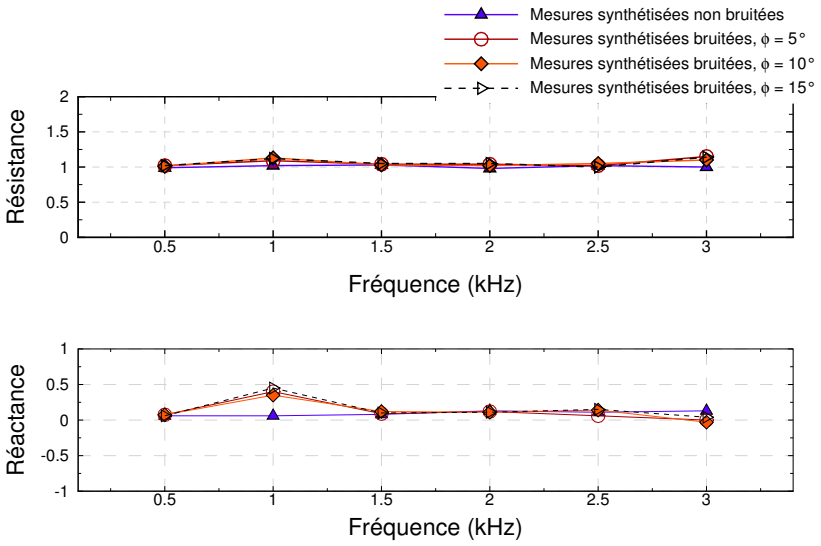


FIGURE VII.5 – Effet sur l'impédance de terminaison identifiée d'un bruit ajouté à la phase des composantes u et v de vitesse acoustique. Cas du NASA-GIT traité par matériau CT57 en l'absence d'écoulement.

turbulence ; elle est ici modélisée en prenant $\sigma_u = \sigma_v$ de l'ordre de 30% de l'amplitude de vitesse acoustique $u_{\max}$, pour une excitation à 130 dB. Dans ces conditions, on considère successivement 4 régions d'observation, dont la taille est progressivement réduite. La hauteur maximale de Ω_{obs} étant fixée à 30 mm, la limite inférieure augmente de 0 mm à 20 mm. On obtient ainsi quatre régions d'observation, comprenant respectivement 179, 104, 79 et 11 éléments tels que représentés sur la figure VII.7. La procédure inverse est ainsi menée, avec des critères d'arrêt restrictifs $T_{\mathcal{J}} = 10$ et $T_{\nabla} = 10^{-8}$. Pour le cas avec écoulement ci-

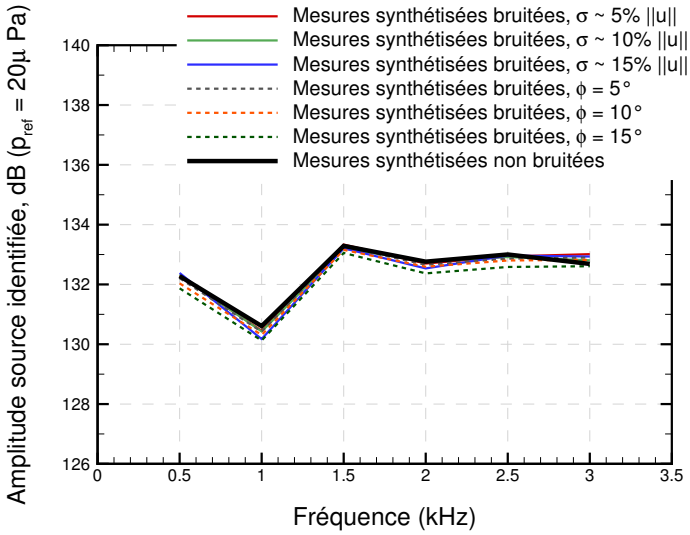


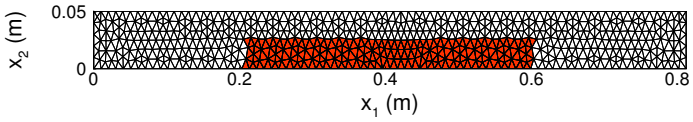
FIGURE VII.6 – Effet sur l'amplitude source identifiée d'un bruit ajouté à la phase des composantes u et v de vitesse acoustique. Cas du NASA-GIT traité par matériau CT57 en l'absence d'écoulement.

saillé, le profil de nombre de Mach débitant $M_b = 0.335$ en centre de veine et présenté sur la figure VI.1 est approché par splines cubiques. Afin de neutraliser les instabilités qui ont pu être observées dans ces conditions à 0.5 et 1.0 kHz, le maillage est déraffiné de la même façon qu'à la section VI.1.1.

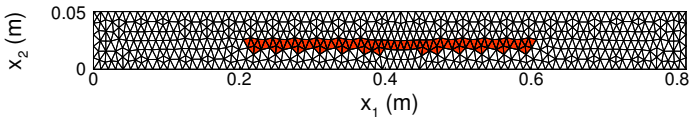
En l'absence d'écoulement, il est intéressant de noter que l'impédance identifiée reste sensiblement la même quelle que soit l'étendue de l'observatoire (figure VII.8). Ce n'est en revanche pas le cas avec écoulement : si les impédances identifiées avec la région d'observation la plus grande de 179 éléments sont très proches des valeurs identifiées par Jones *et al.* [66], une grande dispersion des valeurs de résistance et de réactance peut être observée dès la première restriction de Ω_{obs} à 104 éléments. En particulier, la procédure inverse s'est achevée sans converger à 2.5 kHz, avec une résistance et une réactance finale fixées à la borne supérieure de 5.0. Il est à noter qu'à 0.5 et 1.0 kHz, le pas de maillage réduit mène à une région d'observation d'un maximum de 30 éléments ; lorsque la limite inférieure de Ω_{obs} est réduite, l'ensemble ne contient aucun élément.

Il est difficile, sans étude complémentaire, de déterminer avec certitude la cause de la divergence obtenue lors de la réduction de la région d'observation pour le cas avec écoulement. Néanmoins, la procédure inverse a pu converger à partir des 31 mesures de pression acoustique fournies par la référence [66] (voir section VI.1.3), ce qui laisse à penser que la forte composante de bruit ajoutée dans le cas avec écoulement peut être mise en cause. Une étude sur des mesures de vitesse acoustique obtenues par LDV (et non sur des vitesses acoustiques synthétisées) est à envisager afin de considérer le bruit réel, qui présente de fortes dissimilarités avec le bruit gaussien synthétisé puisqu'il n'est pas uniformément réparti mais localisé en proche paroi, et n'est pas équivalent selon la composante de vitesse considérée.

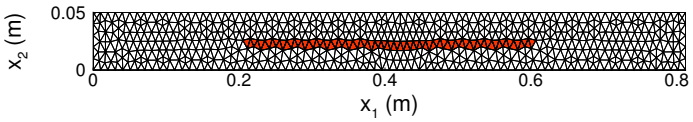
Pour finir, l'évolution du nombre d'itérations nécessaires à la convergence est tracée en fonction de la taille de la région d'observation sur la figure VII.10, afin de voir si l'ajout d'in-



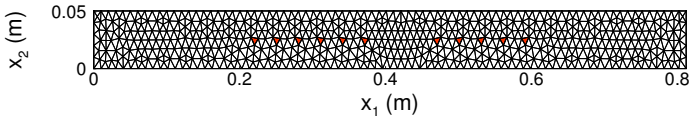
(a) Région d'observation à 179 éléments



(b) Région d'observation à 104 éléments

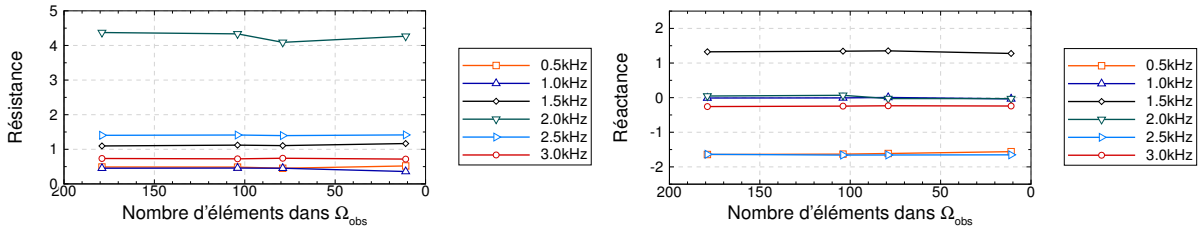


(c) Région d'observation à 79 éléments



(d) Région d'observation à 11 éléments

FIGURE VII.7 – Régions d'observation Ω_{obs} testées



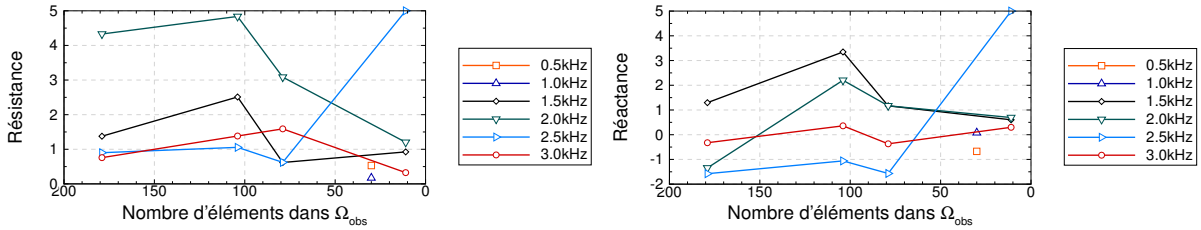
(a) Résistance (b) Réactance

FIGURE VII.8 – Evolution de l'impédance en fonction du nombre d'éléments présents dans la région d'observation Ω_{obs} en l'absence d'écoulement

formation sur le champ mesuré (région d'observation plus grande) permet d'accélerer la convergence. Seul le cas sans écoulement est considéré. Il est difficile de dégager une tendance globale, les évolutions pouvant être contraires en fonction de la fréquence considérée.

VII.3 Illustration par l'état adjoint de la condition nécessaire d'optimalité d'ordre 1

Dans la plupart des cas rencontrés dans la littérature, l'état adjoint s'interprète directement comme une fonction de sensibilité ou de réceptivité. Par exemple, Barone & Lele [10]



(a) Résistance (b) Réactance

FIGURE VII.9 – Evolution de l'impédance en fonction du nombre d'éléments présents dans la région d'observation Ω_{obs} avec écoulement ($M_b = 0.335$)

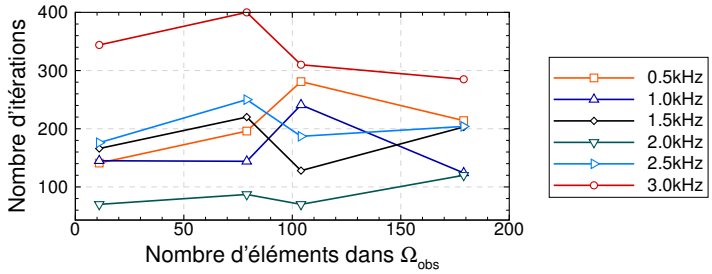


FIGURE VII.10 – Evolution du nombre d'itérations nécessaires à la convergence en fonction de la taille de la région d'observation Ω_{obs}, en l'absence d'écoulement. $T_{\mathcal{J}} = 10$ et $T_{\nabla} = 10^{-8}$.

l'ont considéré dans l'étude de la couche de mélange compressible libre qui apparait en aval d'une plaque séparant deux écoulements de vitesse différente. A partir des équations de Navier-Stokes linéarisées, ils établissent que l'état adjoint peut être vu comme la sensibilité de la couche de mélange à une excitation externe. Airiau *et al.* [3] ont utilisé l'état adjoint pour l'étude de la réceptivité et de la sensibilité d'une couche limite incompressible au-dessus d'une plaque plane. Dans le cas présent toutefois, la dérivée du Lagrangien (équation (II.39)) par rapport à l'impédance s'écrit en fonction de l'état adjoint sous la forme :

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\boldsymbol{\varphi}, z, C, \boldsymbol{\varphi}^*)}{\partial z} = \frac{\partial \mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C)}{\partial z} + \langle \frac{\partial \mathbf{M}_\beta}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial z} \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}^* \rangle_{\Gamma_l \cup \Gamma_t} \tag{VII.6}$$

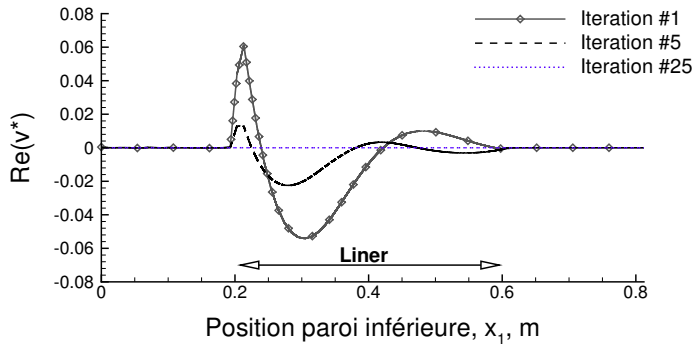
(voir le chapitre II), ce qui rend difficile l'interprétation de l'ensemble du champ adjoint. L'annulation de $\partial_z \mathcal{L}$ conduit en effet à l'expression (II.46), qui exprime bien la dérivée par rapport à z de la fonction objectif en fonction de l'état adjoint $\boldsymbol{\varphi}^*$, mais sous forme d'un produit scalaire qui fait perdre à la sensibilité $\partial_z \mathcal{J}$ une éventuelle dépendance en x_i. La sensibilité par rapport au complexe z, qui ne connaît pas de dépendance spatiale, est scalaire et le champ adjoint dans son ensemble (ou sa trace sur Γ_l) n'est pas directement interprétable. Il est néanmoins possible de s'intéresser à la traduction en termes d'état adjoint de la condition nécessaire d'optimalité du premier ordre :

$$\partial_z \mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C) = 0 \tag{VII.7}$$

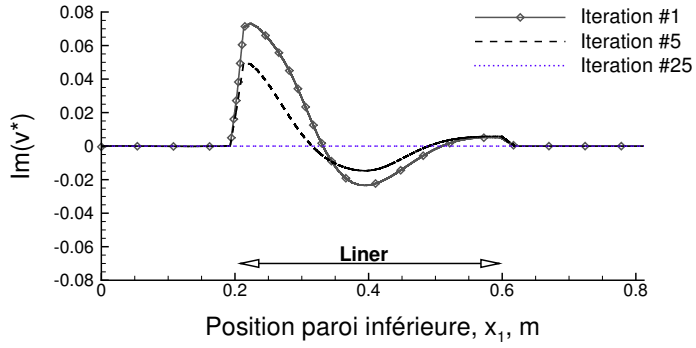
En substituant $\partial_z \mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C)$ par sa valeur analytique (II.46) dans le cas d'un liner horizontal ($n_1 = 0$ and $n_2 = -1$), on obtient :

$$-2\beta_l{}^2 \int_{\Gamma_l} v\overline{v^*}\, \mathrm{d}\Gamma_l = 0 \tag{VII.8}$$

La ligne indique l'opération de conjugaison complexe. Dans l'hypothèse d'un liner de coefficient de réflexion β_l non nul ($z_l \neq 1$), l'intégrale du produit $v\overline{v^*}$ sur le liner doit s'annuler. En fait, ceci est dû à l'annulation de la vitesse adjointe normale au liner, i.e. que $v^* = 0$ sur Γ_l. Cette égalité est vérifiée uniquement lorsque la condition nécessaire d'optimalité d'ordre 1 est satisfaite, ce qui arrive en particulier quand le processus de recherche inverse a convergé vers une valeur adéquate. Pour illustrer ce phénomène, on considère le NASA-GIT (figure IV.2) en l'absence d'écoulement, à 1 kHz et pour le cas "EIvn", c'est-à-dire pour une fonction objectif exprimée en termes de vitesse synthétisée bruitée avec impédance de terminaison incluse à la procédure d'identification (recherche à 6 paramètres, voir la section IV.3.2). L'évolution de la vitesse adjointe normale à la surface du liner durant le processus d'identification est représentée sur la figure VII.11, mettant en évidence le fait que v^* tend vers zéro au fur et à mesure de la progression de la boucle d'identification. Cette figure permet aussi de vérifier qu'en amont et en aval du liner, la condition adjointe de paroi rigide $v^* = 0$, obtenue à partir de l'équation (II.43) pour $z \to \infty$, est satisfaite.



(a) Re(v^*)



(b) Im(v^*)

FIGURE VII.11 – (a) Partie réelle et (b) partie imaginaire de la vitesse adjointe transversale sur la paroi inférieure (parties rigides et partie traitée)

Conclusions et perspectives

Bilan de l'étude

Les travaux menés au cours de cette thèse ont été consacrés à la mise en place d'une méthode inverse pour la détermination de l'impédance acoustique de matériaux absorbants, apte à prendre en compte l'effet d'un écoulement rasant. A partir d'une base existante, nous avons développé un solveur Galerkin Discontinu capable :

- d'effectuer une simulation numérique directe de la propagation acoustique en conduit traité, éventuellement en présence d'un écoulement cisaillé, à partir de conditions aux limites (impédance de liner et de terminaison) connues ;
- de résoudre le problème inverse associé en identifiant l'impédance d'un liner à partir de mesures de vitesse acoustique au-dessus du matériau, ou de pression acoustique pariétale.

Dans le cas inverse, le gradient de la fonction objectif est déterminé analytiquement grâce à la résolution du système adjoint. Cela permet d'augmenter le nombre de paramètres de recherche sans coût de calcul supplémentaire.

Le code a dans un premier temps été validé sur une large gamme de cas-tests variés. L'amélioration des résultats d'identification avec la prise en compte de l'impédance de terminaison comme paramètre de recherche est à souligner. D'autre part, le cas du NASA-GIT [66] traité par un matériau céramique en l'absence d'écoulement a mis en évidence les difficultés à identifier l'impédance de liner à la fréquence d'anti-résonance. Ce résultat, déjà relevé dans la littérature [154], a été illustré par le tracé de la fonction objectif dans le plan d'impédance : celle-ci présente alors une vallée dont le faible gradient est lié aux effets d'absorption peu marqués du matériau à cette fréquence.

Grâce à l'outil ainsi validé, nous avons mené une étude concentrée sur deux axes principaux. Le premier relève de l'application de la méthode inverse à des mesures de vitesse acoustique effectuées par LDV en l'absence d'écoulement. Il s'agit là d'une approche inédite, puisque les méthodes déjà existantes sont basées sur des acquisitions de pression acoustique pariétale, en paroi rigide opposée ou adjacente au liner. Le caractère non intrusif de la LDV permet d'alimenter la méthode inverse par des champs de vitesse acoustique présentant plus de 300 points de mesure pour chaque composante. Les mesures sont effectuées au plus près de l'échantillon, ce qui s'avère bénéfique dans les gammes de fréquence où le matériau est peu absorbant. Pour s'assurer de la faisabilité d'une méthode inverse s'appuyant sur la vitesse acoustique, une *approche directe* a d'abord été menée. La propagation acoustique dans le banc B2A est simulée numériquement à l'aide d'impédances acquises par technique LDV + microphone ou calculées avec le modèle de Melling. Si les champs simulés de

vitesse acoustique sont très proches des champs mesurés pour des fréquences éloignées de la résonance, la comparaison est moins convaincante autour de cette dernière. Nous avons alors mis en évidence, à la résonance, la forte sensibilité du champ acoustique à l'impédance de liner ; cette sensibilité, nuisible lors d'une étude directe, est en revanche avantageuse du point de vue de l'identification, du point de vue de la rapidité de convergence et de la précision des paramètres identifiés. Dans le cas du *problème inverse* appliqué à une configuration de type tube à impédance, la base de données expérimentales n'a pas permis une identification précise de l'impédance. L'étude a néanmoins permis de confirmer un résultat intuitif, à savoir que la région d'observation doit être suffisamment étendue par rapport à la longueur d'onde afin de contenir assez d'informations quant à l'absorption induite par le matériau, et se situer en dehors de la couche limite acoustique, zone où les phénomènes physiques (viscosité, non-linéarités, ...) ne peuvent être captés par les équations d'Euler linéarisées. En incidence rasante, à partir de mesures LDV réalisées dans le banc B2A, l'impédance identifiée d'un matériau microperforé a été comparée à l'impédance déduite du modèle de Maa, pour différentes valeurs de porosité et de vitesse acoustique. Il apparaît que dans le cas d'une excitation multi-sinus, c'est l'impédance de Maa calculée avec le niveau total (c'est-à-dire intégré sur la bande de fréquence, et non le niveau par raie) qui se rapproche le plus de l'impédance identifiée. La résistance donnée par la méthode inverse surestime malgré tout l'impédance théorique alors que la réactance est légèrement sous-estimée, surtout en basses fréquences. L'étude de l'impédance obtenue par méthode inverse dans B2A à partir de mesures de pression pariétale a conduit aux mêmes observations, que nous avons attribuées aux effets 3D dus à la présence de marges rigides le long de l'échantillon dans le banc B2A.

Le second axe d'étude concerne la prise en compte d'un profil cisaillé d'écoulement rasant obtenu expérimentalement. L'étude bibliographique a en effet révélé l'intérêt, en particulier aux basses fréquences, de considérer les effets de couche limite aérodynamique sur l'absorption du matériau ; cette approche est néanmoins relativement peu mise en œuvre dans la littérature, les méthodes existantes se basant souvent sur l'hypothèse d'un écoulement uniforme. Nous avons dans un premier temps traité le cas d'un matériau céramique linéaire dans le banc NASA-GIT [66]. L'écoulement rasant cisaillé de Mach débitant 0.335, dont la vitesse a été mesurée par sondes Pitot, a été approché par splines cubiques avec condition de non-glissement à la paroi. Dès l'étude du problème direct de propagation, des instabilités numériques sont survenues à 0.5 et 1.0 kHz. Contrairement aux autres fréquences, une reconstruction correcte du profil de pression acoustique pariétale a nécessité l'introduction de diffusion numérique conjointement à un épaississement artificiel de la couche limite aérodynamique, *via* un relâchement du maillage. Une étude bibliographique et une analyse modale de la configuration en question semblent indiquer la présence d'un mode hydrodynamique de surface, en particulier à 1 kHz. Lors de l'application de la méthode inverse à ce cas d'étude, l'utilisation d'un maillage relâché à cette fréquence permet d'obtenir la même impédance que Jones *et al.* [66]. A 0.5 kHz en revanche, l'importante disparité apparaissant est vraisemblablement due à l'hypothèse d'écoulement uniforme faite par ces auteurs. Par ailleurs, le cas du matériau microperforé soumis à un écoulement rasant de Mach débitant 0.2 démontre un effet linéarisant de l'écoulement, les effets non linéaires dus à un fort niveau d'excitation étant amoindris par la présence de ce dernier.

Pour finir, quelques propriétés de la méthode inverse ont été mises en avant. L'utilisation de l'état adjoint pour un calcul analytique du gradient de la fonction objectif permet

d'augmenter le nombre de paramètres, et ainsi de considérer un liner partitionné. La reconstruction du champ mesuré dans le cas du NASA-GIT est alors plus représentative de la réalité qu'avec un liner homogène représenté par une impédance unique. Ensuite, une étude de sensibilité au bruit de mesure et à la taille de la région d'observation a été menée. Des vitesses synthétisées numériquement sont utilisées pour alimenter la procédure inverse. Celle-ci s'avère étonnamment peu sensible à bruit allant jusqu'à 15% sur l'amplitude et 15° sur la phase, bien qu'une légère divergence apparaisse à la fréquence d'anti-résonance. Des erreurs d'amplitude et de phase plus importantes, ou combinées, auraient peut-être dû être considérées afin d'observer un effet sur l'impédance identifiée. Quant à la région d'observation, on note que sa hauteur (à longueur fixée) ne semble pas jouer sur les résultats d'identification en l'absence d'écoulement. C'est en revanche le cas en présence d'écoulement mais il peut s'agir là des limites du protocole adapté pour cette étude, le bruit choisi pour la vitesse synthétisée avec écoulement rasant étant particulièrement important. Enfin, la condition nécessaire d'optimalité d'ordre 1 est interprétée en fonction de l'état adjoint. Elle s'exprime simplement par l'annulation de la vitesse adjointe transversale v^* le long de la paroi traitée.

Discussion et perspectives

Les travaux effectués durant cette thèse ont permis de démontrer la faisabilité d'une méthode inverse basée sur des mesures LDV pour la détermination de l'impédance de liners soumis à un écoulement rasant. Le solveur GD, tant par l'utilisation en simulation directe de propagation que par l'aspect inverse, permet de gagner en compréhension quant au comportement des matériaux absorbants en l'absence et en présence d'écoulement. Les résultats résumés précédemment indiquent toutefois que les impédances de liner identifiées par la méthode sont à manipuler avec précaution, et nécessitent encore une interprétation avisée à l'aide d'outils complémentaires tels que les modèles semi-empiriques. C'est l'approche qui a été adoptée dans certains des cas traités, lorsque des données de référence auxquelles se comparer sont venues à manquer. Une autre possibilité pour les études sans écoulement, peut-être plus adéquate mais aussi plus contraignante, aurait été d'effectuer des mesures en tube à impédance. Quel que soit le cas traité, la considération des champs reconstruits à partir des paramètres identifiés et leur comparaison avec les mesures initiales est primordiale. Cette étape permet de déterminer si les paramètres obtenus sont effectivement ceux qui mènent à une estimation correcte des grandeurs mesurées.

La mise en évidence d'effets 3D lors de l'application de la méthode inverse à la configuration du banc B2A est probablement la première préoccupation à considérer pour faire suite à ces travaux de thèse. La coopération NASA/ONERA en cours devrait s'avérer fructueuse sur ce point, en permettant de déterminer l'origine des effets observés par une comparaison inter-bancs sur le même matériau. Il est concevable de s'attarder sur le problème du point de vue expérimental, soit en modifiant la cellule d'essai du banc B2A de façon à ce que l'échantillon de liner occupe l'intégralité de la largeur, soit en effectuant une comparaison inter-bancs sur un même matériau. Du point de vue numérique, l'influence des marges rigides peut être abordée par une étude de la section transverse. L'extension du solveur à la troisième dimension est à examiner, et nécessitera probablement une parallélisation du code ou une montée en ordre des éléments afin d'amoindrir le temps de calcul. De façon générale, il sera sûrement plus raisonnable de s'intéresser à un matériau linéaire pour la va-

lidation des modifications apportées à la méthode, les non-linéarités pouvant représenter un obstacle supplémentaire à l'interprétation des résultats obtenus.

Côté expérimental, le banc B2A ne permet pas dans sa configuration actuelle de générer des ondes d'un niveau suffisant pour émerger du bruit aérodynamique pour $M_c \geq 0.4$; nous sommes donc encore loin des vitesses effectives atteintes dans les conditions réelles. Toutefois, à l'heure actuelle, la littérature ne fait état d'aucun banc d'essai atteignant les vitesses aérodynamiques et les niveaux acoustiques représentatifs de l'environnement réel.

D'autre part les méthodes inverses de détermination de l'impédance sont mises en défaut dès lors que l'on considère un matériau non localement réactif, qui ne peut être représenté par une surface d'impédance homogénéisée. Le comportement de ce type de matériau dépend de l'angle d'incidence de l'onde acoustique, et diffère donc lorsque des modes autres que le mode plan sont en cause. Or les conditions expérimentales diffèrent de l'environnement d'utilisation du liner dans la nacelle, dont le diamètre important implique une fréquence de coupure plus haute et l'apparition de modes transverses.

L'une des principales originalités de la méthode réside dans la détermination analytique du gradient de $\mathcal{J}$ par l'adjoint, qui permet notamment d'augmenter le nombre de paramètres de recherche sans atteindre des coûts de calcul prohibitifs. La procédure inverse pourrait ainsi être transposée à des matériaux non localement réactifs tels que les matériaux poreux, en se basant par exemple sur le modèle de Biot-Allard dont les paramètres seraient recherchés de façon inverse. L'utilisation de l'adjoint permettant également un changement aisé de fonction objectif, une étude de fonction objectif construite sur une seule composante de la vitesse acoustique est tout à fait envisageable.

Pour ce qui est de la couche limite aérodynamique, nous avons pu voir que son épaisseur influe sur les propriétés d'absorption du matériau. Une étude paramétrique portant sur la résolution du maillage de mesure LDV et du maillage numérique à proximité de la paroi traitée pourrait s'avérer nécessaire pour déterminer l'influence de cette épaisseur de couche limite aérodynamique sur l'impédance identifiée.

Une question qui reste également en suspens est celle des modes de surface et de leurs conséquences sur le résultat d'identification. Le lien entre mode hydrodynamique et instabilités numériques se doit d'abord d'être clarifié. Dans le cas du NASA-GIT avec matériau céramique examiné au cours de nos travaux, les auteurs ne font pas mention de la présence d'un tel mode de surface [62, 66]. Il est pourtant régulièrement indiqué dans la littérature que des instabilités numériques se manifestent à 1 kHz, et parfois même à 0.5 kHz [24, 75, 165]. D'autre part la présence d'un mode hydrodynamique a pu être observée expérimentalement dans d'autres configurations proches [84, 126]. De par son caractère non intrusif, la LDV est particulièrement indiquée pour l'étude de modes de surface. Dans l'éventualité où un tel mode est physiquement présent, il sera intéressant de savoir s'il a, malgré son caractère surfacique, une incidence sur le champ acoustique en paroi rigide opposée au liner. Dans le cas contraire les mesures de pression acoustique pariétale ne sont pas représentatives de l'intégralité des effets du matériau, contrairement aux mesures LDV au-dessus du matériau. L'aspect numérique nécessitera alors la résolution des équations de Navier-Stokes linéarisées afin de prendre en compte la viscosité permettant de limiter les instabilités numériques, avec un maillage à même de propager ce mode (de longueur d'onde inférieure à la longueur d'onde acoustique) sans effet de dispersion ou de diffusion numérique. Enfin, dans l'hypothèse où le mode hydrodynamique est purement numérique, l'identification d'une impé-

dance représentative des effets d'absorption pourra passer par le filtrage de ce mode, par exemple en implémentant dans le code Galerkin discontinu l'opérateur de filtrage proposé par Chevaugeon *et al.* [28].

Enfin, parmi les perspectives envisagées, le solveur pourrait être modifié pour prendre en compte des configurations plus complexes, comme la présence d'un fluide porteur sujet à des gradients de température (par exemple au sein des chambres à combustion).

Troisième partie

Annexes

Annexe A

Formulation du système adjoint des équations d'Euler linéarisées

CETTE annexe présente les calculs analytiques conduisant aux équations adjointes (II.42). On rappelle l'expression du Lagrangien, obtenu à partir de la fonction objectif par la méthode des multiplicateurs de Lagrange en considérant les LEE et les conditions aux limites associées comme des contraintes (voir équation (II.39)) :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(\boldsymbol{\varphi}, z, C, \boldsymbol{\varphi}^*) = \mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C) - \Big[&\langle \mathbf{L}\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}^* \rangle_{\Omega_e \times [t_0, t_f]} \\ &+ \langle \mathbf{A}^i n_i^- (\boldsymbol{\varphi}^+ - \boldsymbol{\varphi}^-), \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{(\partial\Omega_e \cap \Gamma_i) \times [t_0, t_f]} + \langle \mathbf{A}^i n_i^- (C\boldsymbol{\varphi}_0 - \boldsymbol{\varphi}^-), \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{(\partial\Omega_e \cap \Gamma_s) \times [t_0, t_f]} \\ &+ \langle \mathbf{M}_\beta \boldsymbol{\varphi}^-, \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{(\partial\Omega_e \cap (\Gamma_l \cup \Gamma_r)) \times [t_0, t_f]} + \langle -\mathbf{A}^i n_i^- \boldsymbol{\varphi}^-, \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{\Gamma_t \times [t_0, t_f]} \Big]\end{aligned} \tag{A.1}$$

avec

$$\mathbf{L}\cdot = \partial_t \cdot + \mathbf{A}^i \partial_i \cdot + \mathbf{B}\cdot \tag{A.2}$$

l'opérateur des équations d'Euler linéarisées, ici écrit dans le domaine temporel. t_0 et t_f représentent le temps initial et le temps final. On rappelle que l'exposant « - » dénote les quantités appartenant à l'élément Ω_e. Le but est de déterminer la variation de $\mathcal{L}$ associée à une variation de $\boldsymbol{\varphi}$ en écrivant $\mathcal{L}$ sous la forme :

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\varphi}, z, C, \boldsymbol{\varphi}^*) = \mathcal{J}(\boldsymbol{\varphi}, z, C) - \Big[\langle \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{L}^* \boldsymbol{\varphi}^* \rangle_{\Omega_e \times [t_0, t_f]} + \langle \boldsymbol{\varphi}^-, \mathrm{CL}^* \rangle_{\partial\Omega_e \times [t_0, t_f]} \Big] \tag{A.3}$$

où CL^* constitue les conditions aux limites du système adjoint.

On s'intéresse dans un premier temps à la dérivée temporelle apparaissant dans $\mathbf{L}$. Le produit scalaire associé est intégré par parties, ce qui se note de façon extensive :

$$\begin{aligned}\langle \partial_t \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}^* \rangle_{\Omega_e \times [t_0, t_f]} &= \iint_{\Omega_e \times [t_0, t_f]} \boldsymbol{\varphi}^{*\dagger} \partial_t \boldsymbol{\varphi} \\ &= \int_{\Omega_e} \Big[\boldsymbol{\varphi}^{*\dagger} \boldsymbol{\varphi} \Big]_{t_0}^{t_f} - \iint_{\Omega_e \times [t_0, t_f]} (\partial_t \boldsymbol{\varphi}^{*\dagger}) \boldsymbol{\varphi}\end{aligned} \tag{A.4}$$

Les éléments différentiels des intégrales sont volontairement omis pour alléger les notations. Les conditions initiales du problèmes direct imposent $\boldsymbol{\varphi}(t_0) = \mathbf{0}$, et les conditions terminales du problème adjoint sont choisies telles que $\boldsymbol{\varphi}^*(t_f) = \mathbf{0}$. On trouve donc :

$$\langle \partial_t \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}^* \rangle_{\Omega_e \times [t_0, t_f]} = -\langle \boldsymbol{\varphi}, \partial_t \boldsymbol{\varphi}^* \rangle_{\Omega_e \times [t_0, t_f]} \tag{A.5}$$

A noter que le signe « - » indique une intégration du temps final vers le temps initial.

Examinons maintenant le terme de $\mathbf{L}$ concernant les flux. Après intégration par parties, le théorème de Green-Ostrogradski permet d'écrire le produit scalaire correspondant de la façon suivante :

$$\langle \mathbf{A}^i \partial_i \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}^* \rangle_{\Omega_e \times [t_0, t_f]} = \langle \mathbf{A}^i n_i \boldsymbol{\varphi}^-, \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{\partial\Omega_e \times [t_0, t_f]} - \langle \boldsymbol{\varphi}, \partial_i (\mathbf{A}^i \boldsymbol{\varphi}^*) \rangle_{\Omega_e \times [t_0, t_f]} \tag{A.6}$$

Dans le membre de droite, le produit scalaire qui porte sur l'ensemble Ω_e sera incorporé dans l'opérateur adjoint $\mathbf{L}^*$. De plus, comme

$$\partial\Omega_e = (\partial\Omega_e \cap \Gamma_i) \cup (\partial\Omega_e \cap \Gamma_s) \cup (\partial\Omega_e \cap (\Gamma_l \cup \Gamma_r)) \cup (\partial\Omega_e \cap \Gamma_t) \tag{A.7}$$

on peut décomposer le produit scalaire sur $\partial\Omega_e$ pour s'intéresser successivement aux différentes conditions aux limites.

- Sur $\partial\Omega_e \cap \Gamma_i$, c'est-à-dire pour les frontières internes, on utilise la décomposition de la matrice $\mathbf{A}^i n_i$ selon ses valeurs propres positives et négatives, conformément à l'équation (II.15). La contribution totale pour cette frontière s'écrit alors :

$$\begin{aligned} &\langle \mathbf{A}^i n_i \boldsymbol{\varphi}^-, \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{(\partial\Omega_e \cap \Gamma_i) \times [t_0, t_f]} + \langle \mathbf{A}^i n_i^- (\boldsymbol{\varphi}^+ - \boldsymbol{\varphi}^-), \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{(\partial\Omega_e \cap \Gamma_i) \times [t_0, t_f]} \\ &\qquad = \langle \mathbf{A}^i n_i^+ \boldsymbol{\varphi}^-, \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{\partial\Omega_e \times [t_0, t_f]} + \langle \mathbf{A}^i n_i^- \boldsymbol{\varphi}^+, \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{\partial\Omega_e \times [t_0, t_f]} \end{aligned} \tag{A.8}$$

  Etant donné que l'on cherche à écrire le Lagrangien sous la forme (A.3), qui ne concerne que l'élément Ω_e, on ne garde que le terme concernant $\boldsymbol{\varphi}^-$. D'autre part, l'intégrale spatiale sur ce terme est à effectuer des deux côtés de la frontière [144], ce qui donne la condition adjointe de continuité des flux aux arêtes internes :

$$\langle \boldsymbol{\varphi}^-, \mathbf{A}^i n_i^+ (\boldsymbol{\varphi}^{*-} - \boldsymbol{\varphi}^{*+}) \rangle_{(\partial\Omega_e \cap \Gamma_i) \times [t_0, t_f]} = 0 \tag{A.9}$$

  où l'on a utilisé le caractère autoadjoint de la matrice $\mathbf{A}^i n_i^+$.
- Sur $\partial\Omega_e \cap \Gamma_s$, le même raisonnement que précédemment est appliqué, ce qui donne :

$$\langle \boldsymbol{\varphi}^-, \mathbf{A}^i n_i^+ \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{(\partial\Omega_e \cap \Gamma_s) \times [t_0, t_f]} = 0 \tag{A.10}$$

- De même pour $\partial\Omega_e \cap \Gamma_t$:

$$\begin{aligned} &\langle \mathbf{A}^i n_i \boldsymbol{\varphi}^-, \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{(\partial\Omega_e \cap \Gamma_t) \times [t_0, t_f]} + \langle -\mathbf{A}^i n_i^- \boldsymbol{\varphi}^-), \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{(\partial\Omega_e \cap \Gamma_i) \times [t_0, t_f]} \\ &\qquad = \langle \mathbf{A}^i n_i^+ \boldsymbol{\varphi}^-, \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{\partial\Omega_e \times [t_0, t_f]} \end{aligned} \tag{A.11}$$

  On obtient alors la condition de sortie pour le système adjoint :

$$\langle \boldsymbol{\varphi}^-, \mathbf{A}^i n_i^+ \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{(\partial\Omega_e \cap \Gamma_t) \times [t_0, t_f]} = 0 \tag{A.12}$$

  qui est identique à (A.10).

– Enfin, sur l'arête de Ω_e sujette à une condition d'impédance, on a :

$$\langle \mathbf{A}^i n_i \boldsymbol{\varphi}^-, \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{(\partial\Omega_e \cap (\Gamma_l \cup \Gamma_r)) \times [t_0, t_f]} + \langle \mathbf{M}_\beta \boldsymbol{\varphi}^-, \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{(\partial\Omega_e \cap (\Gamma_l \cup \Gamma_r)) \times [t_0, t_f]} = \langle \mathbf{M}_\beta^* \boldsymbol{\varphi}^-, \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{(\partial\Omega_e \cap (\Gamma_l \cup \Gamma_r)) \times [t_0, t_f]} \quad \text{(A.13)}$$

avec $\mathbf{M}_\beta^* = \mathbf{A}^i n_i + \mathbf{M}_\beta^\dagger$ la matrice adjointe d'impédance, dont l'interprétation est donnée à la section II.1.3. La condition aux limites adjointe d'impédance s'écrit donc :

$$\langle \boldsymbol{\varphi}^-, \mathbf{M}_\beta^* \boldsymbol{\varphi}^{*-} \rangle_{(\partial\Omega_e \cap (\Gamma_l \cup \Gamma_r)) \times [t_0, t_f]} = 0 \quad \text{(A.14)}$$

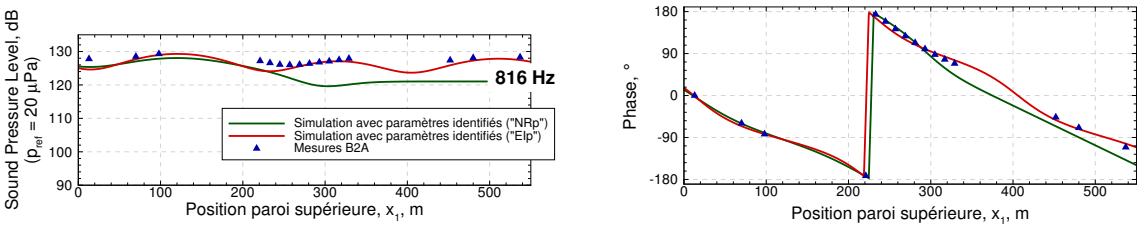
Pour finir, les termes correspondant à une intégrale sur Ω_e sont réunis pour former l'opérateur adjoint :

$$\mathbf{L}^* \cdot = -\mathrm{j}\omega \cdot - \partial_i \left(\mathbf{A}^i \cdot \right) + \mathbf{B}^\dagger \cdot \quad \text{(A.15)}$$

Annexe B

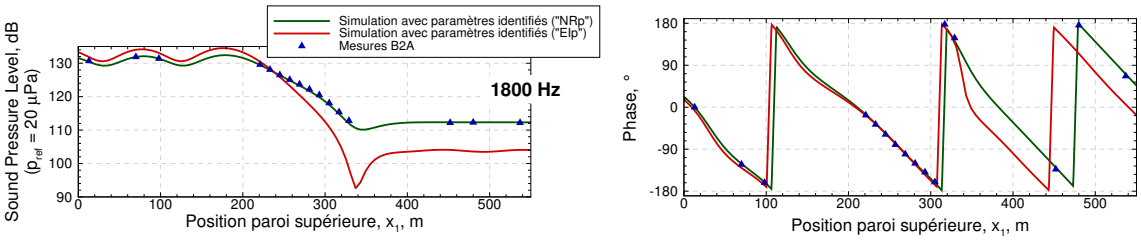
Profils de pression acoustique en paroi du banc B2A traité par le *wiremesh* R1

CETTE annexe présente les profils de pression acoustique reconstruits, c'est-à-dire simulés par le code GD à partir des valeurs identifiées d'impédance et de coefficient de calibration, relatifs à la section V.2.1. L'évolution du SPL et de la phase le long de la paroi rigide opposée au liner, dans le cas "NRp" (condition de terminaison non réfléchissante), est tracée à 816 Hz (figure B.1), 1800 Hz (figure B.2) et 2520 Hz (figure B.3). La pression acoustique mesurée ayant servi de base à la procédure inverse est également représentée pour comparaison.



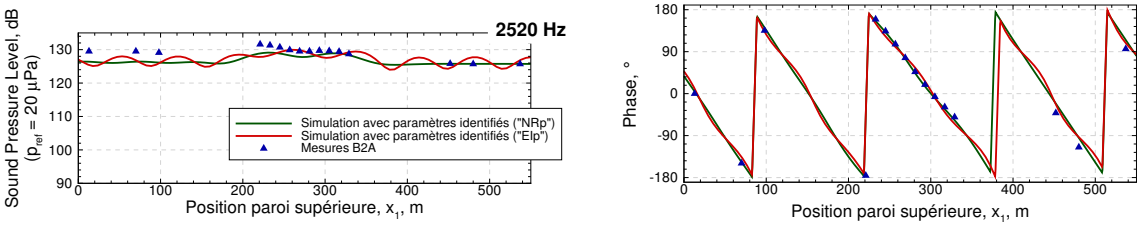
(a) SPL (b) Phase

FIGURE B.1 – Pression acoustique le long de la paroi rigide opposée au liner dans le banc B2A traité par le *wiremesh* R1. Profil reconstruit (ligne verte) et valeurs mesurées (triangles bleus). $f = 816$ Hz.



(a) SPL (b) Phase

FIGURE B.2 – Pression acoustique le long de la paroi rigide opposée au liner dans le banc B2A traité par le *wiremesh* R1. Profil reconstruit (ligne verte) et valeurs mesurées (triangles bleus). $f = 1800$ Hz.



(a) SPL (b) Phase

FIGURE B.3 – Pression acoustique le long de la paroi rigide opposée au liner dans le banc B2A traité par le *wiremesh* R1. Profil reconstruit (ligne verte) et valeurs mesurées (triangles bleus). $f = 2520$ Hz.

Annexe C

Caractérisation du banc B2A avec une fonction objectif en pression et en présence d'écoulement

CETTE annexe présente les résultats d'étude préliminaire complémentaires à la section V.2.1, en prenant en compte un écoulement rasant cisaillé de Mach débitant $M_b = 0.17$, soit $M_c = 0.2$ en centre de veine. La vitesse d'écoulement, mesurée par LDV en 3 abscisses différentes, est présentée sur la figure C.1. Le profil est approché par splines cubiques et la procédure d'identification à 6 paramètres est appliquée à partir de mesures de pressions acoustiques pariétales opposées au liner. Les résultats confirment ceux de la section V.2.1 pour ce *wiremesh* de comportement linéaire vis-à-vis de l'écoulement.

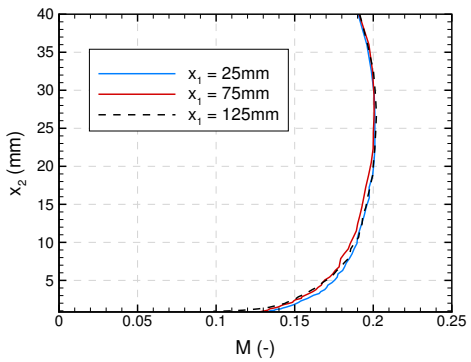
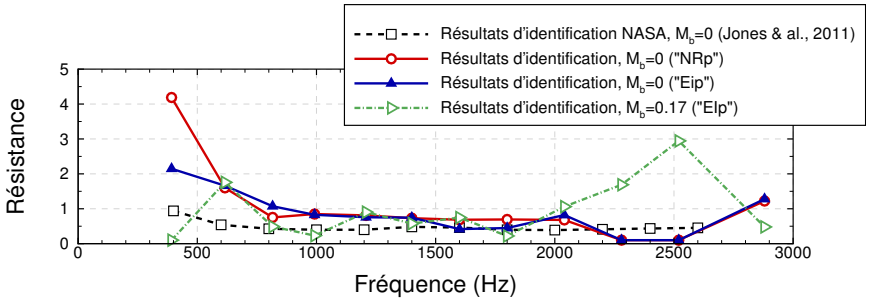
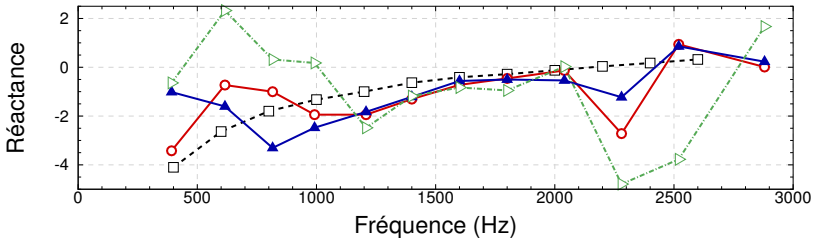


FIGURE C.1 – Vitesse d'écoulement mesurée aux abscisses $x_1 = 25$ mm, $x_1 = 75$ mm, $x_1 = 125$ mm par LDV dans le banc B2A traité par le wiremesh R1 ($M_b = 0.17$)

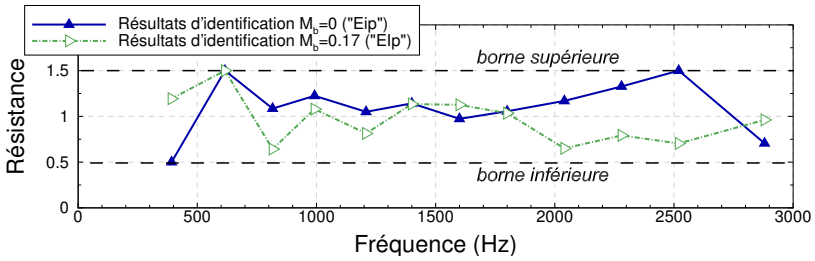


(a) Résistance

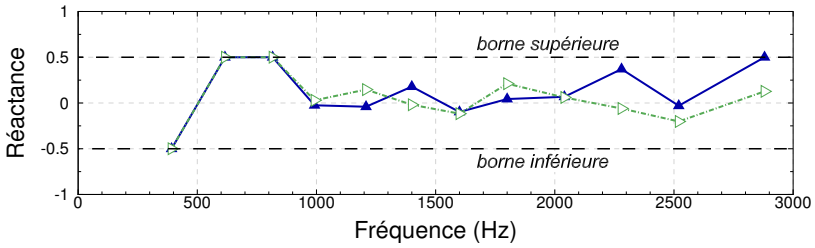


(b) Réactance

FIGURE C.2 – Impédance de liner identifiée par la NASA (ligne pointillée et carré noirs), et identifiée par le code GD dans le cas "NRp" (ligne pleine et cercle rouges) et dans le cas "EIp" en l'absence d'écoulement (ligne pleine et triangles bleus) et avec écoulement de Mach débitant $M_b = 0.17$ (ligne pointillée et triangles verts)



(a) Résistance



(b) Réactance

FIGURE C.3 – Impédance de terminaison identifiée (cas "EIp") avec et sans écoulement

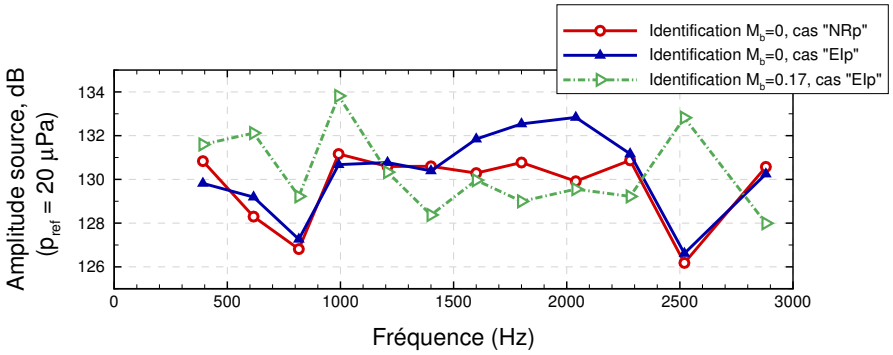
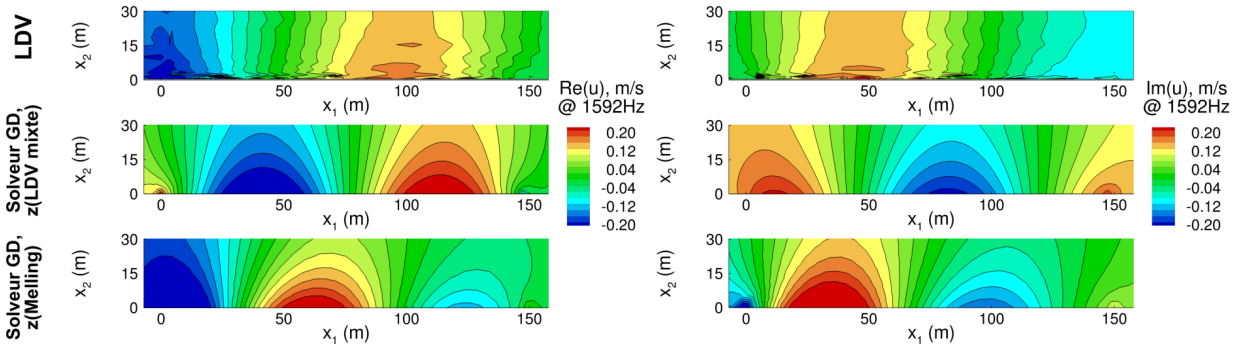


FIGURE C.4 – Amplitude source identifiée dans les cas “NRp” et “EIp” sans écoulement, et dans le cas “EIp” avec écoulement rasant

Annexe D

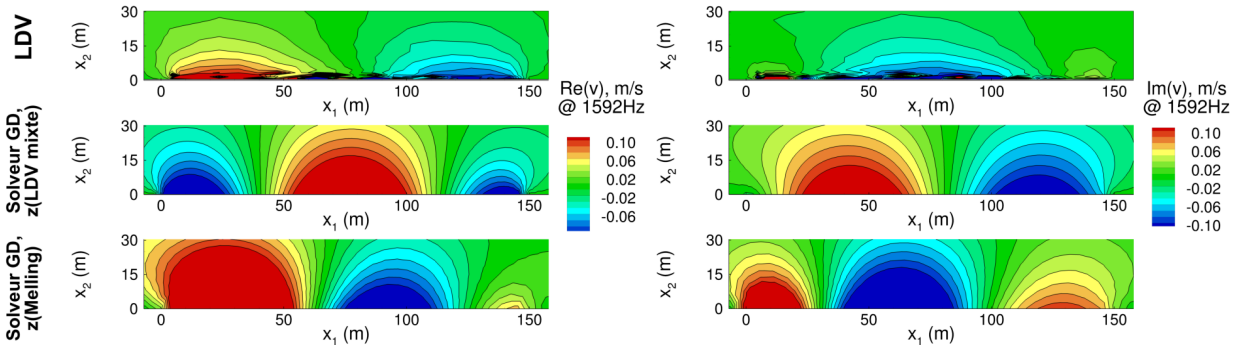
Champs de vitesse acoustique mesurés et simulés dans le cas du matériau microperforé

CETTE annexe présente les résultats de mesures LDV et de simulations numériques menées avec le solveur GD, pour le matériau microperforé étudié à la section V.2.2, et aux fréquences $f = 1592$ Hz et $f = 2488$ Hz.



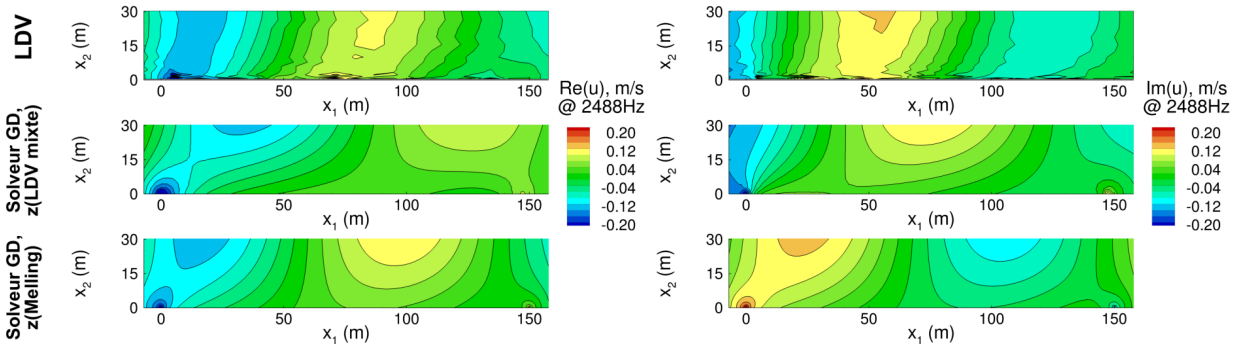
(a) Re(u) (b) Im(u)

FIGURE D.1 – Vitesse longitudinale u mesurée par LDV et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 1592$ Hz.



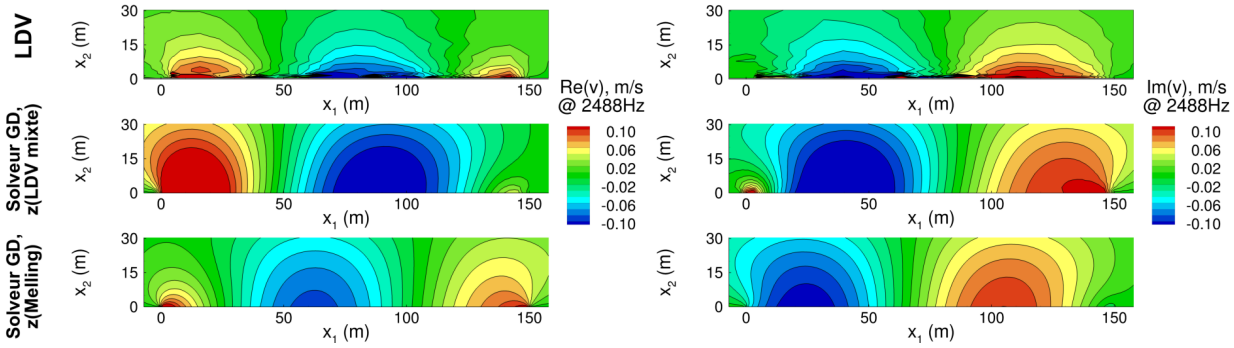
(a) Re(v) (b) Im(v)

FIGURE D.2 – Vitesse transversale v mesurée par LDV et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 1592$ Hz.



(a) Re(u) (b) Im(u)

FIGURE D.3 – Vitesse longitudinale u mesurée par LDV et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 2488$ Hz.



(a) Re(v) (b) Im(v)

FIGURE D.4 – Vitesse transversale v mesurée par LDV et résolue par le code GD pour une impédance mesurée par méthode mixte LDV-microphone et pour une impédance issue du modèle de Melling. $f = 2488$ Hz.

Bibliographie

[1] M. AINSWORTH, *Dispersive behaviour of high-order discontinuous Galerkin finite element methods*, Journal of Computational Physics, 198 (2004), pp. 106–130. 42

[2] C. AIRIAU, *Stabilité, réceptivité et contrôle optimal d'écoulements cisaillés : approches adjointes*. Habilitation à Diriger des Recherches, 2004. Université Paul Sabatier, Toulouse. 51

[3] C. AIRIAU, S. WALTHER ET A. BOTTARO, *Boundary layer sensitivity and receptivity*, C.R. Mecanique, 330 (2002), pp. 259–265. 50, 156

[4] G. ALLAIRE, *Analyse numérique et optimisation*, Les éditions de l'Ecole Polytechnique, 2007. 35

[5] R. ARINA, R. DELLA RATTA RINALDI ET A. IOB, *A Discontinuous Galerkin method for long-time simulations in aeroacoustics*, in : Proceedings of the 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2010-3822, AIAA, 2010. 42

[6] R. J. ASTLEY, R. SUGIMOTO ET P. MUSTAFI, *Computational Aero-Acoustics for fan duct propagation and radiation. Current status and application to turbofan liner optimisation*, Journal of Sound and Vibration, 330 (2011), pp. 3832–3845. 8

[7] Y. AURÉGAN ET M. LEROUX, *Experimental evidence of an instability over an impedance wall in a duct with flow*, Journal of Sound and Vibration, 317 (2008), pp. 432–439. 133

[8] Y. AURÉGAN, M. LEROUX ET V. PAGNEUX, *Measurement of liner impedance with flow by an inverse method*, in : Proceedings of the 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2004-2838, AIAA, 2004. 2, 29, 30, 32, 33, 137

[9] Y. AURÉGAN, R. STAROBINSKI ET V. PAGNEUX, *Influence of grazing flow and dissipation effects on the acoustic boundary conditions at a lined wall*, Journal of the Acoustical Society of America, 109 (2001), pp. 59–64. 20

[10] M. BARONE ET S. LELE, *Receptivity of the compressible mixing layer*, Journal of Fluid Mechanics, 540 (2005), pp. 301–335. 50, 155

[11] M. BERNACKI, *Méthodes de type Galerkin discontinu pour la propagation des ondes en aéroacoustique*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2005. 42

[12] M. A. BIOT, *The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. i. low frequency range. ii. higher frequency range*, Journal of the Acoustical Society of America, 28 (1956), pp. 168–191. 9

[13] H. BODÉN, *The effect of high level multi-tone excitation on the acoustic properties of perforates and liner samples*, in : Proceedings of the 18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2012-2151, AIAA, 2012. 119, 126

[14] H. BODÉN ET M. ABOM, *Influence of errors on the two-microphone method for measuring acoustic properties in ducts*, Journal of the Acoustical Society of America, 79 (1986), pp. 541–549. 24, 60

[15] M. BONNET, *Problèmes inverses.* Notes de cours, Ecole Centrale de Paris. 64, 150

[16] J. BOUDET, *Approches numériques pour la simulation du bruit à large bande en vue de l'application aux turbomachines*, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2003. 8

[17] G. BOYER, E. PIOT ET J.-P. BRAZIER, *Numerical study of hydrodynamic unstable modes in a ducted shear flow with wall lining and comparison to experiments*, in : Proceedings of the 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2010-3943, AIAA, 2010. 80

[18] G. BOYER, E. PIOT ET J.-P. BRAZIER, *Theoretical investigation of hydrodynamic surface mode in a lined duct with sheared flow and comparison with experiment*, Journal of Sound and Vibration, 330 (2011), pp. 1793–1809. 80, 81, 136, 137

[19] E. J. BRAMBLEY, *Fundamental problems with the model of uniform flow over acoustic linings*, Journal of Sound and Vibration, 322 (2009), pp. 1026–1037. 21, 132

[20] E. J. BRAMBLEY, *Viscous boundary layer effects on the Myers impedance boundary condition*, in : Proceedings of the 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2009-3241, AIAA, 2009. 20, 138

[21] M. BRANDES ET D. RONNEBERGER, *Sound amplification in flow ducts lined with a periodic sequence of resonators*, in : Proceedings of the 1st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 95-126, AIAA, 1995. 133

[22] J.-P. BRAZIER, *Mamout : Module d'analyse modale unidimensionnelle avec les polynômes de tchebychev. instructions pour l'emploi des programmes spectre et moditer version 5*, Rap. tech. RT 2/17491, DSNA/DMAE, Onera, 2011. 80

[23] C. G. BROYDEN, *The convergence of a class of double-rank minimization algorithms*, Journal of the Institute of Mathematics and its Applications, 6 (1970), pp. 76–90. 64

[24] M. O. BURAK, M. BILLSON, L.-E. ERIKSSON ET S. BARALON, *Validation of a time-domain and frequency-domain grazing flow acoustic liner model*, AIAA Journal, 47 (2009), pp. 1841–1848. 30, 136, 162

[25] R. H. BYRD, P. LU ET J. NOCEDAL, *A limited memory algorithm for bound constrained optimization*, SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 16 (1995), pp. 1190–1208. 65, 68

[26] R. H. BYRD, J. NOCEDAL ET R. B. SCHNABEL, *Representation of quasi-Newton matrices and their use in limited memory methods*, Mathematical Programming, 63 (1994), pp. 129–156. 68

[27] G. CHAVENT ET P. LEMONNIER, *Identification de la non-linéarité d'une équation parabolique quasi-linéaire*, Applied Mathematics and Optimization, 1 (1974), pp. 121–162. 50

[28] N. CHEVAUGEON, J.-F. REMACLE ET X. GALLEZ, *Discontinuous Galerkin implementation of the Extended Helmholtz resonator model in time domain*, in : Proceedings of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2006-2569, AIAA, 2006. 11, 31, 42, 76, 136, 138, 144, 163

[29] J. Y. CHUNG, *Rejection of flow noise using a coherence function method*, Journal of the Acoustical Society of America, 62 (1980), pp. 388–395. 62

[30] J. Y. CHUNG ET D. A. BLASER, *Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. I. Theory*, Journal of the Acoustical Society of America, 68 (1980), pp. 907–913. 24, 27, 60, 88, 95, 117, 122

[31] D. COLTON ET R. KRESS, *Inverse acoustic and electromagnetic scattering theory*, Springer, 1992. 100

[32] I. B. CRANDALL, *Theory of vibrating systems and sound*, D. Van Nostrand Company (New York), 1926. 21, 22, 23

[33] L. CREMER, *Theory regarding the attenuation of sound transmitted by air in a rectangular duct with an absorbing wall, and the maximum attenuation constant produced during this process [en allemand]*, Acustica, 3 (1953), pp. 249–263. 13

[34] W. C. DAVIDON, *Variable metric method for optimization*, SIAM Journal on Optimization, 1 (1991), pp. 1–17. 35, 64

[35] P. D. DEAN, *An in situ method of wall acoustic impedance measurement in flow ducts*, Journal of Sound and Vibration, 34 (1974), pp. 97–130. 2, 24, 27

[36] G. DELATTRE, P. SAGAUT, E. MANOHA ET S. REDONNET, *Time-domain simulation of sound absorption on curved walls*, in : Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2007-3493, AIAA, 2007. 11, 31

[37] P. DELORME, P. MAZET, C. PEYRET ET Y. VENTRIBOUT, *Computational aeroacoustics applications based on a Discontinuous Galerkin method*, C.R. Mecanique, 333 (2005), pp. 676–682. 41, 42, 45, 47, 69, 76

[38] T. ELNADY ET H. BODÉN, *On semi-empirical liner impedance modeling with grazing flow*, in : Proceedings of the 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2003-3304, AIAA, 2003. 21, 24, 26

[39] T. ELNADY ET H. BODÉN, *An inverse analytical method for extracting liner impedance from pressure measurements*, in : Proceedings of the 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2004-2836, AIAA, 2004. 2, 32, 33, 34

[40] T. ELNADY, H. BODÉN ET B. ELHADIDI, *Validation of an inverse semi-analytical technique to educe liner impedance*, AIAA Journal, 47 (2009), pp. 2836–2844. 2, 29, 31, 32, 35, 37, 137

[41] T. ELNADY, M. MUSHARROF, H. BODÉN ET B. ELHADIDI, *Validation of an inverse analytical technique to educe liner impedance with grazing flow*, in : Proceedings of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2006-2639, AIAA, 2006. 29, 31, 32

[42] M. ESCOUFLAIRE ET S. REDONNET, *Numerical prediction of absorbing materials via Computational AeroAcoustics*, in : Proceedings of the Acoustics 2012 Nantes Conference, 2012. 11, 31

[43] M. ESCOUFLAIRE ET S. REDONNET, *Numerical prediction of absorbing materials via Computational AeroAcoustics*, in : Internoise 2012, 2012. 31

[44] W. EVERSMAN ET J. M. GALLMAN, *Impedance eduction with an extended search procedure*, AIAA Journal, 49 (2011), pp. 1960–1970. 2, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 37, 51

[45] R. FLETCHER, *A new approach to variable metric algorithms*, Computer Journal, 13 (1970), pp. 317–322. 64

[46] R. FLETCHER ET M. J. D. POWELL, *A rapidly convergent descent method for minimization*, Computer Journal, 6 (1963), pp. 163–168. 35, 64

[47] G. GABARD, *Discontinuous Galerkin methods with plane waves for time-harmonic problems*, Journal of Computational Physics, 225 (2007), pp. 1961–1984. 42, 44

[48] S. GODUNOV, *An interesting class of quasilinear systems*, Dokl. Acad. Nauk., USSR, 139 (1961), pp. 521–523. 41

[49] D. GOLDFARB, *A family of variable metric updates derived by variational means*, Mathematics of Computing, 24 (1970), pp. 23–26. 64

[50] A. W. GUESS, *Calculation of perforated plate liner parameters from specified acoustic resistance and reactance*, Journal of Sound and Vibration, 40 (1975), pp. 119–137. 1, 17, 18, 21, 23

[51] M. GUNZBURGER, *Perspectives in flow control and optimization*, SIAM, 2003. 51, 130

[52] A. HARTEN, *On the symmetric form of systems of conservation laws with entropy*, Journal of Computational Physics, 49 (1983), pp. 151–164. 41

[53] A. HARTEN, J. M. HYMAN ET P. D. LAX, *On finite-difference approximations and entropy conditions for shocks*, Communications on pure and applied mathematics, XXIX (1976), pp. 297–322. 44

[54] A. HARTEN, P. D. LAX ET B. VAN LEER, *On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws*, SIAM Review, 25 (1983), pp. 35–61. 44

[55] A. S. HERSH ET B. WALKER, *Effect of grazing flow on the acoustic impedance of Helmholtz resonators consisting of single and clustered orifices*, Rap. tech. CR-3177, NASA, 1979. 18, 24

[56] J. S. HESTHAVEN ET T. WARBURTON, *Nodal Discontinuous Galerkin methods. Algorithms, analysis, and applications*, Springer Science, 2008. 42

[57] F. Q. HU ET H. L. ATKINS, *Two-dimensional wave analysis of the Discontinuous Galerkin method with non-uniform grids and boundary conditions*, in : Proceedings of the 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2002-2514, AIAA, 2002. 42

[58] U. INGARD, *On the theory and design of acoustic resonators*, Journal of the Acoustical Society of America, 25 (1953), pp. 1037–1061. 1, 17, 21, 22

[59] U. INGARD, *Influence of fluid motion past a plane boundary on sound reflection, absorption, and transmission*, Journal of the Acoustical Society of America, 31 (1959), pp. 1035–1036. 20

[60] U. INGARD, *Absorption characteristics of non-linear acoustic resonators*, Journal of the Acoustical Society of America, 44 (1968), pp. 1155–1156. 23

[61] U. INGARD ET S. LABATE, *Acoustic circulation effects and the nonlinear impedance of orifices*, Journal of the Acoustical Society of America, 22 (1950), pp. 211–219. 17

[62] M. G. JONES. Communication personnelle, 2012. 149, 162

[63] M. G. JONES ET W. R. WATSON, *On the use of experimental methods to improve confidence in educed impedance*, in : Proceedings of the 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2011-2865, AIAA, 2011. 2, 33, 97, 102, 118, 119

[64] M. G. JONES, W. R. WATSON ET D. M. NARK, *Optimization of acoustic pressure measurements for impedance eduction*, in : Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2007-3531, AIAA, 2007. 33, 87

[65] M. G. JONES, W. R. WATSON ET T. L. PARROTT, *Design and evaluation of modifications to the NASA Langley Flow Impedance Tube*, in : Proceedings of the 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2004-2837, AIAA, 2004. 86

[66] M. G. JONES, W. R. WATSON ET T. L. PARROTT, *Benchmark data for evaluation of aeroacoustic propagation codes with grazing flow*, in : Proceedings of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2005-2853, AIAA, 2005. xvii, 4, 29, 30, 31, 34, 51, 87, 88, 89, 90, 94, 95, 96, 97, 100, 132, 134, 135, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 144, 148, 149, 150, 152, 154, 159, 160, 162

[67] M. LAVIEILLE, *Développement d'une méthode de mesure acoustique en écoulement rapide et chaud par mesure Vélocimétrie Laser Doppler*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 2008. 55, 56, 60, 62, 63, 101

[68] M. LAVIEILLE, D. BROWN ET F. VIEUILLE, *Numerical modeling and experimental validation of the acoustic efficiency of treated ducts on aircraft Auxiliary Power System*, in : Proceedings of the 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2011-2810, AIAA, 2011. 8, 9

[69] M. LAVIEILLE, C. PAQUET ET B. SCHUSTER, *Aircraft supplemental cooling system noise propagation and radiation : Comparisons between acoustics numerical modeling and testing*, in : Proceedings of the 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2011-2811, AIAA, 2011. 9

[70] M. LAVIEILLE, F. SIMON ET F. MICHELI, *Measurement of liner acoustic impedance in a shear layer of a subsonic flow by Laser Doppler Velocimetry*, in : SAPEM, 2005. 2, 26

[71] M. LAVIEILLE, F. SIMON ET F. MICHELI, *Measurement of acoustic quantity fields in duct flow by laser doppler velocimetry*, in : Proceedings of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2006-2550, AIAA, 2006. 2, 20

[72] M. LAVIEILLE, F. SIMON ET F. MICHELI, *LDV measurements of in-flow acoustic boundary layer velocities*, in : Proceedings of ODAS 2007, 2007. 57

[73] M. LEROUX, *Propagation acoustique en conduit traité : influence de l'écoulement sur la propagation avec impédance de paroi*, Thèse de doctorat, Université du Maine, 2005. 2, 29, 30, 32, 34, 35, 37, 65

[74] P. LESAINT ET P.-A. RAVIART, *On a finite element method solving the neutron transport equation*, in : Mathematical aspects in finite elements in partial differential equations, I.C. De Boor ed., Academic Press, 1974. 42

[75] X. D. LI, C. RICHTER ET F. THIELE, *Time-domain impedance boundary conditions for surfaces with subsonic mean flow*, Journal of the Acoustical Society of America, 119 (2006), pp. 2665–2676. 29, 30, 136, 162

[76] S. LIDOINE, I. TERRASSE, T. ABBOUD ET A. BENNANI, *Numerical prediction of sdof-perforated plate acoustic treatment impedance. part 1 : Linear domain*, in : Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2007-3717, AIAA, 2007. 8

[77] B. LUDWIG, I. TERRASSE, S. ALESTRA, E. DUCEAU ET T. HA-DUONG, *Inverse acoustic impedance problem using the delayed time-domain boundary integral method*, in : 5th International Conference on Mathematical and Numerical aspects of Wave Propagation, SIAM/INRIA, July 2000. 50

[78] R. LÉGER, *Couplage pour l'aéroacoustique entre méthode de Galerkine discontinue en maillage non-structuré et méthode de différences finies en maillage cartésien*, Thèse de doctorat, Université Paris-Est, 2011. 42, 69

[79] S. LÉWY, *Acoustique industrielle et aéroacoustique*, Hermes Science Publication, 2001. 13

[80] D. Y. MAA, *Potential of microperforated panel absorber*, Journal of the Acoustical Society of America, 104 (1998), pp. 2861–2866. xvii, 4, 21, 23, 120, 122, 123, 126

[81] C. MALMARY, *Etude théorique et expérimentale de l'impédance acoustique de matériaux en présence d'un écoulement d'air tangentiel*, Thèse de doctorat, Université du Maine, 2000. 1, 8, 10, 14, 15, 23

[82] C. MALMARY, S. CARBONNE, Y. AURÉGAN ET V. PAGNEUX, *Acoustic impedance measurement with grazing flow*, in : Proceedings of the 7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2001-2193, AIAA, 2001. 2, 24

[83] D. MARX, *A piecewise linear mean flow model for studying stability in a lined channel*, Journal of Sound and Vibration, 331 (2012), pp. 3809–3823. 21

[84] D. MARX, Y. AURÉGAN, H. BAILLIET ET J.-C. VALIÈRE, *PIV and LDV evidence of hydrodynamic instability over a liner in a duct with flow*, Journal of Sound and Vibration, 329 (2010), pp. 2798–3812. 55, 81, 133, 136, 162

[85] K. I. M. MCKINNON, *Convergence of the Nelder-Mead simplex method to a non-stationary point*, SIAM Journal on Optimization, 9 (1998), pp. 148–158. 65

[86] T. H. MELLING, *The acoustic impedance of perforates at medium and high sound pressure levels*, Journal of Sound and Vibration, 29 (1973), pp. 1–65. xvii, 1, 4, 17, 21, 22, 23, 123, 126

[87] M. N. MIKHAIL ET M. R. EL-TANTAWY, *The acoustic boundary layers : a detailed analysis*, Journal of Computational and Applied Mathematics, 51 (1994), pp. 15–36. 20

[88] A. MINOTTI, *Contribution à la mesure aéroacoustique par Vélocimétrie Laser Doppler*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 2004. 55, 56, 60

[89] A. MINOTTI, F. SIMON ET F. GANTIÉ, *Characterization of an acoustic liner by means of Laser Doppler Velocimetry in a subsonic flow*, Aerospace Science and Technology, 12 (2008), pp. 398–407. 55

[90] B. MOHAMMADI, *Shape optimization for 3D turbulent flows using Automatic Differentiation*, International Journal of Computational Fluid Dynamics, 11 (1998), pp. 27–50. 51

[91] P. M. MORSE ET K. INGARD, *Theoretical acoustics*, McGraw-Hill (Princeton), 1968. 23

[92] M. K. MYERS, *On the acoustic boundary condition in the presence of flow*, Journal of Sound and Vibration, 71 (1980), pp. 429–434. 20

[93] A. H. NAYFEH, *Effect of the acoustic boundary layer on the wave propagation in ducts*, Journal of the Acoustical Society of America, 54 (1973), pp. 1737–1742. 20

[94] J. A. NELDER ET R. MEAD, *A simplex method for function optimization*, The Computer Journal, 7 (1965), pp. 308–313. 35, 64

[95] B. NENNIG, *Contribution à l'étude de matériaux absorbants acoustiques en présence d'écoulement*, Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2010. 9

[96] B. NENNIG, M. BEN TAHAR, J.-M. VILLE, E. PIOT, F. SIMON ET M. TAKTAK, *A comparison between acoustic liner characterization methods and calculations*, in : Proceedings of the 16th International Congress on Sound and Vibration, ICSV, 2009. 27, 122

[97] J. NOCEDAL ET S. J. WRIGHT, *Numerical optimization*, Springer Science, 1999. 35, 67, 68

[98] T. NODÉ-LANGLOIS, P. SIJTSMA, S. MOAL ET F. VIEUILLE, *Modelling of non-locally reacting acoustic treatments for aircraft ramp noise reduction*, in : Proceedings of the 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2010-3769, AIAA, 2010. 8, 9

[99] J.-F. PIET ET F. SIMON, *Acoustic velocity in-flow measurements using LDV*, in : Proceedings of the 7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2001-2191, AIAA, 2001. 55, 60

[100] E. PIOT, F. MICHELI ET F. SIMON, *Méthodes de mesure optique appliquées à la caractérisation d'absorbants acoustiques en écoulement*, in : 10ème Congrès Français d'Acoustique, CFA, 2010. 55

[101] E. PIOT, J. PRIMUS ET F. SIMON, *LDA-based method for measuring liner impedance with flow*. 15th CEAS/ASC Workshop, 2011. 3

[102] E. PIOT, J. PRIMUS ET F. SIMON, *Liner impedance eduction technique based on velocity fields*, in : Proceedings of the 18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2012-2198, AIAA, 2012. 3

[103] S. POGGI, *Contribution au développement d'un banc de mesure de la vitesse particulaire acoustique par Vélocimétrie Laser Doppler (VLD) : évaluation des résultats et applications*, Thèse de doctorat, Université du Maine, 2000. 59

[104] D. C. PRIDMORE-BROWN, *Sound propagation in a fluid flowing through an attenuating duct*, Journal of Fluid Mechanics, 4 (1958), pp. 393–406. 29

[105] J. PRIMUS, E. PIOT ET F. SIMON, *Détermination d'impédance acoustique en présence d'écoulement par méthode inverse*. Journées Iroqua, 2011. 3

[106] J. PRIMUS, E. PIOT ET F. SIMON, *An adjoint-based method for liner impedace eduction : Validation and numerical investigation*, Journal of Sound and Vibration, 332 (2013), pp. 58–75. 3

[107] J. PRIMUS ET V. POPIE, *Guide d'utilisation du code elvin*, Rap. tech. RT 1/18419, DMAE, Onera, 2012. 69

[108] J. PRIMUS, F. SIMON ET E. PIOT, *Validation of a direct propagation model for liner impedance eduction*, in : Proceedings of the 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2011-2869, AIAA, 2011. 3

[109] J. W. S. RAYLEIGH, *The theory of sound, vol. II*, MacMillan & Co (Londres), 1878. 22

[110] W. H. REED ET T. R. HILL, *Triangular mesh methods for the neutron transport equation*, Rap. tech. LA-UR-73-479, Los Alamos Scientific Laboratory, 1973. 42

[111] Y. RENOU ET Y. AURÉGAN, *Failure of the Ingard-Myers boundary condition for a lined duct : an experimental investigation*, Journal of the Acoustical Society of America, 130 (2011), pp. 52–60. 20, 21

[112] Y. REYMEN, M. BAELMANS ET W. DESMET, *Time-domain impedance formulation suited for broadband simulations*, in : Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2007-3519, AIAA, 2007. 30, 136

[113] Y. REYMEN, W. DE ROECK, G. RUBIO, M. BAELMANS ET W. DESMET, *A 3D Discontinuous Galerkin method for aeroacoustic propagation*, in : Proceedings of the 12th International Congress on Sound and Vibration, ICSV, 2005. 42

[114] E. J. RICE, *A model for the pressure excitation spectrum and acoustic impedance of sound absorbers in the presence of grazing flow*, Rap. tech. TM X-71418, NASA, 1973. 21, 23

[115] C. RICHTER, *Liner impedance modeling in the time domain with flow*, Thèse de doctorat, Technischen Universität Berlin, 2009. 18, 29, 31, 32, 33, 34, 35, 37, 136

[116] C. RICHTER, F. H. THIELE, X. LI ET M. ZHUANG, *Comparison of time-domain impedance boundary condition for lined duct flows*, AIAA Journal, 45 (2007), pp. 1333–1345. 11, 31

[117] S. W. RIENSTRA, *A classification of duct modes based on surface waves*, Wave Motion, 37 (2003), pp. 119–135. 136

[118] S. W. RIENSTRA, *Impedance models in time domain including the Extended Helmholtz resonator model*, in : Proceedings of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2006-2686, AIAA, 2006. 11, 31, 35

[119] S. W. RIENSTRA ET M. DARAU, *Boundary-layer thickness effects of the hydrodynamic instability along an impedance wall*, Journal of Fluid Mechanics, 671 (2011), pp. 559–573. 21

[120] J.-M. ROCHE, *Simulation numérique de l'absorption acoustique de matériaux résonants en présence d'écoulement*, Thèse de doctorat, Université du Maine, 2011. 8, 9, 10, 17, 18, 19, 27

[121] J.-M. ROCHE, F. VUILLOT, L. LEYLEKIAN, G. DELATTRE, E. PIOT ET F. SIMON, *Numerical and experimental study of resonant liners aeroacoustic absorption under grazing flow*, in : Proceedings of the 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2010-3767, AIAA, 2010. 18, 19

[122] N. ROSTAING, S. DALMAS ET A. GALLIGO, *Automatic Differentiation in Odyssée*, Tellus, 45A (1993), pp. 558–568. 51

[123] P. ROUQUIER, *Mesure de vitesses particulaires acoustiques en champ libre par Vélocimétrie Laser Doppler : développement du banc de mesure et évaluation des performances*, Thèse de doctorat, Université du Maine, 2004. 56, 57, 58

[124] D. F. SHANNO, *Conditioning of Quasi-Newton methods for function minimization*, Mathematics of Computing, 24 (1970), pp. 647–656. 64

[125] F. SIMON ET D. BIRON, *Experimental acoustic reflections of choked inlet and outlet nozzles*, in : Internoise 2004, 2004. 24

[126] F. SIMON, E. PIOT ET F. MICHELI, *Projet « COmportement acoustique de MATériaux sous ECoulement*, Rap. tech. RT 1/12135, DMAE, Onera, 2008. 122, 133, 162

[127] F. SIMON, E. PIOT ET F. MICHELI, *Projet « COmportement acoustique de MATériaux sous ECoulement*, Rap. tech. RT 2/12135, DMAE, Onera, 2009. 122

[128] F. SIMON, E. PIOT ET F. MICHELI, *Acoustic characterization of locally and non-locally reacting porous liners in flow with LDV measurements*, in : BNAM, 2010. 122, 123

[129] L. J. SIVIAN, *Acoustic impedance of small orifices*, Journal of the Acoustical Society of America, 7 (1935), pp. 94–101. 21, 22

[130] M. J. T. SMITH, *Aircraft noise*, Cambridge University Press, 1989. 10

[131] J. L. STEGER ET R. F. WARMING, *Flux Vector Splitting of the inviscid gasdynamic equations with application to finite-difference methods*, Journal of Computational Physics, 40 (1981), pp. 263–293. 44

[132] X. SUN, X. JING, H. ZHANG ET Y. SHI, *Effect of grazing-bias flow interaction on acoustic impedance of perforated plates*, Journal of Sound and Vibration, 254 (2002), pp. 557–573. 24, 25

[133] D. H. TACK ET R. F. LAMBERT, *Influence of shear flow on sound attenuation in a lined duct*, Journal of the Acoustical Society of America, 38 (1965), pp. 655–666. 18

[134] M. TAKTAK, J.-M. VILLE, M. HADDAR, G. GABARD ET F. FOUCART, *An indirect method for the characterization of locally reacting liners*, Journal of the Acoustical Society of America, 127 (2010), pp. 3548–3559. 2, 29, 32, 33, 35, 37, 122

[135] C. K. TAM, N. N. PASTOUCHENKO, J. MENDOZA ET D. BROWN, *Combustion noise of Auxiliary Power Unit*, in : Proceedings of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA, 2005. 8

[136] C. K. W. TAM, H. JU, M. G. JONES, W. R. WATSON ET T. L. PARROTT, *A computational and experimental study of slit resonators*, in : Proceedings of the 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2003-3304, AIAA, 2003. 27

[137] C. K. W. TAM ET K. A. KURBATSKII, *Microfluid dynamics and acoustics of resonant liners*, AIAA Journal, 38 (2000), pp. 1331–1339. 17

[138] B. J. TESTER, *The propagation and attenuation of sound in lined ducts containing uniform or "plug" flow*, Journal of Sound and Vibration, 28 (1973), pp. 151–203. 14

[139] K. W. THOMPSON, *Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems*, Journal of Computational Physics, 68 (1987), pp. 1–24. 46

[140] A. N. TIKHONOV ET V. Y. ARSENIN, *Solutions of ill-posed problems*. 150

[141] E. F. TORO, *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, 2nd éd., 1999. 44

[142] J. C. VALIÈRE, B. GAZENGEL, C. MELLET, S. POGGI ET V. VALEAU, *Digital estimation of turbulent power spectra from burst counter LDV data*, in : Proceedings of the 2nd International Workshop on Laser Velocimmetry, 1974. 59

[143] J. C. VALIÈRE, B. GAZENGEL, C. MELLET, S. POGGI ET V. VALEAU, *Anémométrie Laser à effet Doppler pour l'acoustique : spécificités et avancées du traitement du signal*, in : 7ème Congrès Francophone de Vélocimétrie Laser, 2000. 59

[144] Y. VENTRIBOUT, *Contrôle des perturbations aéroacoustiques par impédances de parois : application à un modèle de matériaux poreux*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 2006. 41, 42, 44, 47, 51, 52, 69, 168

[145] L. WANG, D. MAVRIPLIS ET W. ANDERSON, *Adjoint sensitivity formulation for Discontinuous Galerkin discretizations in unsteady inviscid flow problems*, AIAA Journal, 48 (2010), pp. 2867–2883. 50

[146] W. R. WATSON ET M. G. JONES, *Comparison of a convected Helmholtz and Euler model for impedance eduction in flow*, in : Proceedings of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2006-2643, AIAA, 2006. 2, 29, 35, 36, 50, 64

[147] W. R. WATSON ET M. G. JONES, *Impedance eduction in ducts with higher-order modes and flow*, in : Proceedings of the 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2009-3236, AIAA, 2009. 32, 149

[148] W. R. WATSON ET M. G. JONES, *Explanation of anomalous behavior observed in impedance eduction techniques using measured data*, in : Proceedings of the 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2010-3766, AIAA, 2010. 2, 29, 141

[149] W. R. WATSON ET M. G. JONES, *Validation of a new procedure for impedance eduction in flow*, in : Proceedings of the 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2010-3764, AIAA, 2010. 2, 29, 32, 33, 36, 96, 149

[150] W. R. WATSON ET M. G. JONES, *Evaluation of wall boundary conditions for impedance eduction using a dual-source method*, in : Proceedings of the 18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2012-2199, AIAA, 2012. 20, 141

[151] W. R. WATSON, M. G. JONES ET C. H. GERHOLD, *Implementation and validation of an impedance eduction technique*, in : Proceedings of the 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2011-2867, AIAA, 2011. 29, 32, 33, 37

[152] W. R. WATSON, M. G. JONES ET T. L. PARROTT, *Validation of an impedance eduction method in flow*, in : Proceedings of the 4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 98-2279, AIAA, 1998. 29, 86

[153] W. R. WATSON, M. G. JONES ET T. L. PARROTT, *A quasi-3-D theory for impedance eduction in uniform grazing flow*, in : Proceedings of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2005-2848, AIAA, 2005. 32, 148

[154] W. R. WATSON, M. G. JONES ET T. L. PARROTT, *Investigation of an anomaly observed in impedance eduction techniques*, in : Proceedings of the 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2008-3013, AIAA, 2008. 2, 30, 32, 35, 36, 97, 159

[155] W. R. WATSON, M. G. JONES, S. E. TANNER ET T. L. PARROTT, *Validation of a numerical method for extracting liner impedance*, AIAA Journal, 34 (1996), pp. 548–554. 29

[156] W. R. WATSON, M. B. TRACY, M. G. JONES ET T. L. PARROTT, *Impedance eduction in the presence of shear flow*, in : Proceedings of the 7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2001-2263, AIAA, 2001. 2, 29

[157] M. WEI ET J. FREUND, *A noise-controlled free shear flow*, Journal of Fluid Mechanics, 546 (2006), pp. 123–152. 50

[158] Y. YEH ET H. CUMMINS, *Localized fluid flow measurements with an HeNe Laser spectrometer*, Applied Physics Letters, 4 (1964), pp. 176–178. 55

[159] Q. ZHANG ET D. J. BODONY, *Impedance predictions of 3D honeycomb liner with circular apertures by DNS*, in : Proceedings of the 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 2011-2727, AIAA, 2011. 17, 27

[160] Q. ZHANG ET D. J. BODONY, *Numerical simulation of two-dimensional acoustic liners with high-speed grazing flow*, AIAA Journal, 49 (2011), pp. 365–382. 27

[161] S. ZHENG ET M. ZHUANG, *Verification and validation of time-domain impedance boundary condition in lined ducts*, AIAA Journal, 43 (2005), pp. 306–313. 30

[162] C. ZHU, R. H. BYRD, P. LU ET J. NOCEDAL, *L-BFGS-B : Algorithm 778 : L-BFGS-B, FORTRAN routines for large scale bound constrained optimization*, ACM Transactions on Mathematical Software, 23 (1997), pp. 550–560. 65, 69, 149

[163] M. ZHUANG, S. ZHENG ET F. THIELE, *Time Domain impedance boundary conditions for a slip mean flow boundary*, Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics (PAMM), 4 (2004), pp. 530–531. 136

[164] Y. ÖZYÖRÜK ET L. N. LONG, *Time-domain calculation of sound propagation in lined ducts with sheared flows*, in : Proceedings of the 5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, no 99-1817, AIAA, 1999. 30, 31, 91, 93, 94, 136

[165] Y. ÖZYÖRÜK, L. N. LONG ET M. G. JONES, *Time-domain numerical simulation of a flow-impedance tube*, Journal of Computational Physics, 146 (1998), pp. 29–57. 11, 30, 31, 86, 88, 91, 92, 93, 136, 162

Index

adjoint, 49–54
anti-résonance (fréquence d'), 14–16, 88, 95

B2A, 60, 113, 142
BFGS (algorithme), 65

calibration (coefficient de), 52
critères d'arrêt, 69

DDOF, 10

écoulement (profil d'), 29, 42, 91, 132
équations d'Euler linéarisées (LEE), 40

flux numérique, 43, 44
    flux vector splitting (FVS), 44
fonction objectif, 33, 47, **49**, 96
    dérivées de la fonction objectif, 52

Galerkin discontinu, 42–49

impédance acoustique, 11
    impédance acoustique optimale, 13
Ingard-Myers (condition d'impédance d'), 20, 140
instabilité hydrodynamique, 133

L-BFGS-B (algorithme), voir BFGS
LDV, 54
    mesure d'impédance par LDV, 26
liner, 8–10

méthode inverse, 28, 63

NASA, 29, 86
    FIT, 86, 88
    GFIT, 86, 102
    GIT, 86, 87, 94, 132–141

observation (région d'), 49, 115, 152
optimisation (algorithme), 35, 64, 65

paramètres d'identification, 33, **51**, 95

résonance (fréquence de), 14–16, 95

SDOF, 10, 114

tube à impédance, 24, 77, 114

wiremesh, 9, 102, 118