



**HAL**  
open science

# L'impédance d'entrée pour l'aide à la facture des instruments de musique à vent : mesures, modèles et lien avec les fréquences de jeu

Pauline Eveno

► **To cite this version:**

Pauline Eveno. L'impédance d'entrée pour l'aide à la facture des instruments de musique à vent : mesures, modèles et lien avec les fréquences de jeu. Acoustique [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2012. Français. NNT: . tel-00787322

**HAL Id: tel-00787322**

**<https://theses.hal.science/tel-00787322>**

Submitted on 11 Feb 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE - PARIS VI**  
**ÉCOLE DOCTORALE SMAER**  
**SCIENCES MECANIQUES, ACOUSTIQUE, ELECTRONIQUE ET ROBOTIQUE**  
**DE PARIS**

# **THÈSE**

pour obtenir le titre de Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie  
**Mention : ACOUSTIQUE**

Présentée par

**Pauline EVENO**

## **L'impédance d'entrée pour l'aide à la facture des instruments de musique à vent : mesures, modèles et lien avec les fréquences de jeu**

Thèse dirigée par René CAUSSÉ, Jean-Pierre DALMONT et Joël GILBERT  
préparée à l'Ircam et au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine

Soutenue le 11 décembre 2012

### **Jury :**

<i>Rapporteurs :</i>	Murray CAMPBELL	-	Professeur, Université d'Edimbourg
	Christophe VERGEZ	-	Chargé de recherche CNRS, LMA
<i>Examineurs :</i>	Benoît FABRE	-	Professeur, IJLRA, Université Pierre et Marie Curie
	Thomas HÉLIE	-	Chargé de recherche CNRS, Ircam
	Jean KERGOMARD	-	Directeur de recherche CNRS, LMA
	Jean-François PETIOT	-	Professeur, Ircyn, Ecole Centrale Nantes
<i>Directeur :</i>	René CAUSSÉ	-	Directeur de recherche, Ircam
<i>Co-Directeurs :</i>	Jean-Pierre DALMONT	-	Professeur, LAUM, Université du Maine
<i>(Invité)</i>	Joël GILBERT	-	Directeur de recherche CNRS, LAUM, Université du Maine



*A Jean*

*A mes parents, ma sœur, ma grand-mère*

*A quoi bon fréquenter Platon, quand  
un saxophone peut aussi bien nous  
faire entrevoir un autre monde ?*

Cioran





# Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu ceux sans qui cette thèse n'aurait jamais vu le jour, mes directeurs de thèse, René Caussé, Jean-Pierre Dalmont et Joël Gilbert. Merci de m'avoir donné l'opportunité de travailler sur ce sujet passionnant et de toujours m'avoir soutenue et encouragée. Je leur suis reconnaissante pour tout ce qu'il m'ont apporté pendant ces trois ans. J'ai beaucoup aimé travailler avec eux, dans une ambiance studieuse mais toujours dans la bonne humeur !

Je remercie Murray Campbell et Christophe Vergez d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail. Merci à Benoît Fabre, Thomas Hélie, Jean Kergomard et Jean-François Petiot d'avoir accepté de faire partie du jury.

Cette thèse n'aurait pu être réalisée sans le soutien de l'ANR à travers le projet PAFI. Je remercie chaleureusement tous les participants au projet. Ce fut un plaisir de collaborer avec eux.

Une grande partie des mesures de cette thèse a été réalisée à l'ITEMM. Je tiens tout particulièrement à remercier Marthe Curtit qui a toujours répondu présente et a toujours pris sur son temps pour m'aider, quelle que soit ma demande. J'ai une pensée pour elle en cette période de grands "événements"... Je remercie aussi très chaleureusement Mallory Ferreira qui a donné de son temps pour changer les tampons d'un certain nombre de saxophones ! Une grande partie de cette thèse n'aurait pas vu le jour sans son aide je lui suis donc particulièrement reconnaissante.

Puisque j'en suis au saxophone, je souhaite remercier vivement Bruno Gazengel d'avoir accepté de me prêter son matériel de mesure et s'être plié au rôle de "cobaye musicien". Merci à Nicolas Misdariis d'avoir, lui aussi, participé à une série de mesure sur les saxophones. Quatre trompettistes ont prêté leur "souffle" à notre étude : Benoit Pottier, Jérôme Houibert, Dominique Cormier et Jean-François Petiot. Merci à eux ! Un troisième et dernier merci à Jean-François Petiot, cette fois pour son aide dans les différentes analyses statistiques effectuées dans cette thèse.

Je remercie le laboratoire de la Cité de la Musique, notamment Sandie Leconte, Thierry Maniguet et Luc Ginieis, de m'avoir accueilli lors de mesures sur le serpent. Un grand merci au musicien, Volny Hostiou. Merci à Stéphane Vaiedelich de me permettre de continuer après ma thèse ce travail dans le monde fascinant des serpents.

Une partie importante de cette thèse n'aurait pu être réalisée sans l'aide précieuse et le savoir de Joël Bensoam, Simon Felix, Maxime Harazi, Thomas Hélie, Philippe Herzog, Antoine Lefebvre, Bastien Mallaroni, Kees Nederveen, Rubén Picó Vila, Gary Scavone et Thierry Scotti. Merci à eux d'avoir "osé" comparer leurs méthodes dans ce grand benchmark.

J'ai eu la chance, au cours de ces trois ans, d'encadrer deux stagiaires : Antoine Fa-laize et Benoît Kieffer. Je les remercie pour leur gentillesse, leur sérieux, et tout l'intérêt

qu'ils ont porté à ce travail. Les résultats de leurs stages se trouvent au sein de cette thèse. J'ai une pensée pour Antoine qui, au moment où je termine ma thèse, commence tout juste la sienne. Peut-être ai-je réussi à partager mon goût pour la recherche...

Je me tourne maintenant vers l'Ircam qui m'a fourni un environnement plus qu'agréable pour mener cette thèse à bien. En effet, malgré les problèmes de climatisation et de manque de lumière naturelle, j'y ai passé un séjour dans de très bonnes conditions et y ai rencontré des gens formidables. Je tiens donc à remercier toute l'équipe Acoustique Instrumentale, les anciens comme les nouveaux, de m'avoir accueillie avec autant de gentillesse. Je voudrais remercier en particulier Alain Terrier sans qui je n'aurais jamais eu de si belles courbes d'impédance. Ce fut un réel plaisir de travailler en utilisant ses pièces toujours réalisées avec le plus grand soin et la plus grande précision (et sans fuite bien sûr !). Un grand merci à Gérard Bertrand pour son aide lors de problèmes techniques et pour toutes ses histoires de voyages autour du monde. Merci à Adrien Mamou-Mani pour tous ses conseils avisés. Je voudrais aussi remercier Martine Grospron, Carole Tan et Sylvie Benoit pour leur gentillesse et leur aide administrative. Merci aussi à Sylvie pour son aide précieuse pendant l'organisation des JJCAAS. Ah les JJCAAS ! Ce fut une sacré aventure et une grande expérience. Merci à Sarah, Baptiste, Tommaso, Fivos, Arnaud et Philippe d'avoir participé à ce grand projet ! Et merci à tous les participants. Merci à Sarah pour sa bonne humeur pendant ces trois ans, pour toutes les discussions de fin de thèse à 23h à l'Ircam, pour toutes les soirées dans sa coloc de fous et pour un certain après-midi de juillet 2010.... Je remercie bien sûr Gilles, Marcelo, Marco, Christophe et Juanjo pour toutes les pauses café de début de thèse, les voyages de milieu de thèse et... le pot de fin de thèse ? Merci à tous ceux qui ont partagé le labo 7 avec moi pour quelques temps : Baptiste, Ivan, Vincent (x2), Amandine et Thomas (merci d'avoir apporté la tradition de la musique dans le bureau, c'est toujours agréable d'écouter du rock indéprimant !). Enfin, merci à Thibaut et Simon de m'avoir supportée pendant mes déboires de rédaction. Merci d'avoir apporté un peu d'animation dans ce grand bureau souvent vide ! Et surtout merci beaucoup pour le temps passé à la relecture de ce manuscrit ! Je ne peux pas lister tout le monde ici mais je remercie toutes les personnes dont j'ai croisé la route pendant ces trois années à l'Ircam.

Merci à Thomas qui a passé du temps pour m'aider avec les logiciels de CAO. Merci à Frédéric et Alban qui ont répondu aux nombreuses questions qu'un doctorant en fin de thèse puisse poser à un docteur. Merci, enfin, à tous mes amis de Paris ou d'ailleurs qui m'ont permis de passer trois merveilleuses années.

Je garde le mot de la fin pour ma famille, mes parents, ma sœur et ma grand-mère, qui m'ont toujours soutenue et encouragée. Si j'en suis là aujourd'hui c'est bien grâce à eux. Enfin, un merci tout particulier à Jean pour tout ce qu'il m'a apporté. Sa présence, ses petites attentions, ses mots d'amour ont sublimé le quotidien de ces quelques années.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Quels modèles pour le calcul de l'impédance d'entrée ?</b>	<b>7</b>
1.1 Eléments simples	8
1.1.1 Cylindre fermé	8
1.1.2 Cône	19
1.1.3 Rayonnement	24
1.2 La question des pavillons : propagation et rayonnement	29
1.2.1 Préambule	29
1.2.2 Article paru dans Acta Acustica	31
<b>2 Evaluation de plusieurs méthodes pour le calcul de l'impédance d'entrée de pavillons</b>	<b>47</b>
2.1 Méthodes étudiées	49
2.1.1 La méthode des éléments finis (FEM)	49
2.1.2 La méthode des éléments finis de frontière (BEM)	51
2.1.3 La méthode multimodale	52
2.1.4 La méthode des raccords $C^1$ de tronçons à $\frac{R'}{R}$ constant	54
2.1.5 La méthode des différences finies (FDM)	55
2.1.6 Correction 3D à la méthode des matrices de transfert (Corr3D)	57
2.2 Résultats	59
2.2.1 Petit cône avec cylindre	59
2.2.2 Pavillon de trombone	62
2.2.3 Pavillon de trompette	67
2.3 Conclusion	69
<b>3 Trous latéraux, plateaux et tampons</b>	<b>71</b>
3.1 Rappels théoriques	72
3.1.1 Trou ouvert - Impédance en parallèle	73
3.1.2 Trou ouvert - Impédance en série	75
3.1.3 Trou fermé - Impédance en parallèle	75
3.1.4 Trou fermé - Impédance en série	76
3.2 Influence d'un tampon au-dessus d'un trou	76
3.2.1 Trou fermé	78
3.2.2 Trou ouvert et hauteur de plateau	80
3.2.3 Mesures vibratoires	86

3.3	Application au saxophone complet . . . . .	93
3.3.1	Effet des tampons sur l'impédance d'entrée d'un saxophone	93
3.3.2	Influence en situation de jeu . . . . .	98
3.4	Conclusion . . . . .	103
<b>4</b>	<b>Des fréquences de résonance aux fréquences de jeu</b>	<b>105</b>
4.1	Le cas de la trompette . . . . .	106
4.1.1	Préambule . . . . .	106
4.1.2	Article soumis . . . . .	108
4.2	Le cas du serpent . . . . .	132
	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>139</b>
<b>A</b>	<b>Mesure d'impédance</b>	<b>143</b>
A.1	Principe de fonctionnement . . . . .	143
A.2	Calibration . . . . .	145
A.3	Traitement du signal . . . . .	146
A.4	Précision . . . . .	146
A.5	Comparaison avec un autre système de mesure . . . . .	147
<b>B</b>	<b>Détermination des fréquences de résonance</b>	<b>149</b>
<b>C</b>	<b>Influence du maillage sur l'impédance d'entrée calculée avec la méthode des éléments finis</b>	<b>151</b>
<b>D</b>	<b>Cotes du pavillon de trombone</b>	<b>155</b>
<b>E</b>	<b>Diagramme des doigtés de saxophone</b>	<b>157</b>
<b>F</b>	<b>Influence du "musicien" sur la répétabilité des mesures d'impédance du saxophone</b>	<b>159</b>
<b>G</b>	<b>Comparaisons des impédances d'entrée d'un saxophone munis de différents tampons</b>	<b>163</b>
<b>H</b>	<b>Valeurs des descripteurs de timbre</b>	<b>167</b>
<b>I</b>	<b>Résultats des mesures d'impédances des saxophones 72 et 81</b>	<b>171</b>
I.1	Répétabilité des mesures . . . . .	171
I.2	Effet des tampons sur l'impédance d'entrée . . . . .	172
	<b>Bibliographie</b>	<b>179</b>

<b>Table des matières</b>	<b>vii</b>
<hr/>	
<b>Liste des Abréviations</b>	<b>189</b>
<b>Table des figures</b>	<b>193</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>199</b>
<b>Résumé et abstract</b>	<b>202</b>



# Introduction

Qu'est-ce qui a pu pousser certains hommes à souffler dans un coquillage et ainsi inventer la première trompette ? L'archéologue et historien mexicain José Corona Núñez donne ici une ébauche de réponse :

“El hombre prehispánico de México sentía en el viento la presencia de Dios. Pero no concibió su palabra sino hasta que el viento salió a través de un caracol marino. Entonces fue cuando el caracol se convirtió en el instrumento de la palabra divina.”

“L'homme préhispanique du Mexique sentait à travers le vent la présence de Dieu. Mais il ne conçut sa parole qu'au moment où le vent traversa un coquillage marin. Ce fut donc quand le coquillage se transforma en un instrument de la parole divine.”

Que ce soit ou non, pour converser avec Dieu, l'homme a copié la nature et s'est servi de ses productions pour faire de la musique. Depuis, la technique s'est considérablement développée. De transmissions en petites évolutions, les instruments ont chacun acquis, au bout de nombreuses générations, des caractéristiques propres, en se détachant de la simple reproduction des éléments naturels. La science a rarement été au centre de ces améliorations, l'évolution des instruments relevant plus du lent perfectionnement de la technique de la facture instrumentale.

Néanmoins, depuis une cinquantaine d'années, les travaux scientifiques sur les instruments de musique se sont considérablement développés avec [Benade 1959, Benade 1976, Backus 1970, Nederveen 1998, Fletcher & Rossing 1991, Chaigne & Kergomard 2008], pour ne citer qu'eux. Des collaborations de plus en plus nombreuses se sont nouées entre facteurs et chercheurs, par exemple : [Blanc 2009, Macaluso & Dalmont 2011, Kemp *et al.* 2010, Mamou-Mani *et al.* 2012]. Des outils de calcul de l'impédance d'entrée ont ainsi été développés pour aider les facteurs à la réalisation d'instruments : Resonans<sup>1</sup>

---

1. Resonans, logiciel d'aide à la conception d'instruments à vent. Développé au LAUM en collaboration avec l'IRCAM



et BIAS<sup>2</sup> à la fin des années 80, et TUTT<sup>3</sup> plus récemment. Des outils pédagogiques<sup>4</sup> sont aussi à la disposition des facteurs et plus généralement des musiciens. Depuis 1990, la relation avec les facteurs s'est structurée en France grâce au Pôle d'innovation basé à l'ITEMM<sup>5</sup> créé en 2000, les ordinateurs sont plus performants, les facteurs (ainsi que le reste de la population) sont plus familiers avec l'outil informatique et les connaissances scientifiques ont évolué.

Le travail de recherche décrit dans ce manuscrit s'inscrit dans le cadre du projet ANR 2008-2013 "Plateforme d'Aide à la Facture Instrumentale" (PAFI) mené dans la lignée de Resonans. Ce projet propose une démarche partenariale entre des laboratoires de recherche<sup>6</sup>, le pôle national d'innovation des métiers de la musique<sup>7</sup> et un collectif d'artisans-luthiers<sup>8</sup>. Il s'agit de répondre à la problématique de la reproduction et de l'optimisation de la conception d'instruments de musique haut de gamme, caractéristiques de la lutherie française sur le marché mondial. PAFI propose donc la mise en œuvre d'outils de caractérisation et de prédiction mécanique et acoustique dédiés à l'analyse et au prototypage virtuel des instruments. Pour ce faire, il s'agit d'abord de répondre à la question "qu'est-ce qu'un bon instrument?".

Les éléments qui concourent à l'élaboration d'un instrument réussi (instrument qu'un instrumentiste aimera jouer) sont multiples. Même si l'instrument idéal, en tant que cible à atteindre, n'existe pas et ne constitue pas une notion univoque sur laquelle tous, musiciens, facteurs, mélomanes pourraient s'accorder, il est possible de déduire de la mesure certains indicateurs objectifs permettant de caractériser l'instrument. Deux thèses inscrites dans le projet PAFI, celle de Benjamin Elie sur les instruments à cordes [Elie 2012] et celle-ci sur les instruments à vent, se proposent d'aborder des indicateurs particuliers qui participent à l'évaluation des

---

2. BIAS développé par l'IWK Acoustics research team et disponible ici : [http://www.bias.at/?page\\_id=3&sprache=2](http://www.bias.at/?page_id=3&sprache=2). Ce logiciel s'applique seulement aux cuivres (pas de prise en compte des trous latéraux).

3. Logiciel libre téléchargeable ici : <http://la.trompette.free.fr/Ninob/Ninob.php>

4. Notamment : <http://www.phys.unsw.edu.au/jw/basics.html>

5. Institut Technologique Européen des Métiers de la Musique, Le Mans

6. Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine - UMR CNRS (Université du Maine), Le Mans; GSII, Groupe Signal Image et Instrumentation (ESEO), Angers; LTCl, Laboratoire Traitement et Communication de l'Information - UMR CNRS (Télécom Paristech), Paris; STMS, Sciences et Technologies de la Musique et du Son - UMR CNRS - Ministère de la Culture (Ircam), Paris.

7. Le Pôle d'Innovation des Métiers de la Musique, est un service spécifique au sein de l'Institut Technologique Européen des Métiers de la Musique - ITEM, en charge de l'accompagnement technologique des entreprises de la facture instrumentale.

8. Le collectif d'artisans a été initialement constitué à partir d'un noyau dur de cinq entreprises : Jean-Marie Fouilleul (luthier guitare), Nelly Poidevin (luthier archets), Philippe Bolton (facteur de flutes à bec), François Masson (facteur de clarinettes) tous membres de l'UNFI, et Nicolas Démarais (luthier cordes du quatuor) membre de l'ALADFI.

instruments de musique.

Une grande précision est nécessaire pour répondre aux attentes des musiciens professionnels. En effet, la plus petite différence de fréquence entre deux notes successives détectable par l'oreille humaine est d'environ 8 cents<sup>9</sup> à 200 Hz et descend jusqu'à 3 cents à 1 kHz [Hartmann 1996]. Les modèles proposés se doivent donc d'approcher cette précision pour donner une estimation des fréquences de jeu utiles pour le facteur. Cela n'est pas chose facile car la plupart des instruments à vent possèdent une perce complexe. Un instrument est en effet composé d'une base cylindrique ou conique qu'il est facile de modéliser, où viennent s'intercaler de nombreuses singularités plus difficiles à prendre en compte : certains instruments présentent des discontinuités, sont munis de trous latéraux ou de pistons, sont courbés ou se terminent par un pavillon. Ces singularités rendent la mesure de la géométrie délicate. Elle doit pourtant être réalisée avec une grande précision, typiquement de l'ordre du dixième de millimètre, pour que les résultats des modèles proposés soient représentatifs du comportement de l'instrument.

Dans le processus de développement d'un instrument de musique, le facteur s'intéresse à la justesse, au timbre et à la facilité de jeu du futur instrument. Ces caractéristiques peuvent être quantifiées, au moins partiellement, à partir de l'impédance d'entrée de l'instrument. Elle est ainsi utilisée depuis de nombreuses années par les scientifiques pour caractériser les instruments de musique [Backus 1974, Backus 1976, Caussé *et al.* 1984, Benade & Ibsi 1987, Dalmont 2001, van Walstijn *et al.* 2005, Dickens *et al.* 2007]. L'impédance, notée généralement  $Z$ , est le rapport de la pression acoustique sur le débit acoustique (ou de la vitesse acoustique moyenne sur la section d'entrée de l'instrument). C'est une fonction complexe de la fréquence<sup>10</sup> qui traduit la réaction de l'instrument à une excitation à une fréquence donnée. L'amplitude de l'impédance présente un certain nombre de pics (maximums de l'impédance)<sup>11</sup>. En général, les notes "jouables" avec l'instrument sont de fréquence proche de celle des pics d'impédance<sup>12</sup>. L'impédance donne aussi des indications sur les caractéristiques tonales et la facilité de jeu des notes. Généralement, si pour un doigté donné, l'impédance présente un grand nombre de pics à des fréquences multiples de la fréquence de jeu, alors la note jouée sera riche en harmoniques (son brillant), sinon le son

---

9. Le cent est une unité qui correspond au centième de demi ton. Soit  $f_1$  et  $f_2$  deux fréquences, leur écart est exprimé en cents avec la formule :  $1200 \log_2 \frac{f_1}{f_2}$ . Il représente une différence de 0.06%.

10. Nous ferons tout au long de cette thèse un abus de langage en utilisant "impédance d'entrée" pour parler, en fait, du module de l'impédance d'entrée.

11. Les fréquences de ces pics sont les fréquences de résonance de l'instrument.

12. Le cas particulier de la flûte ne sera pas traité dans cette thèse. Nous considérerons donc que les instruments fonctionnent sur les pics d'impédance et non sur ceux de l'admittance comme pour cet instrument.

sera plus pauvre. Le facteur de qualité et la hauteur d'un pic peuvent également informer sur la facilité d'émission de la note correspondante. A chaque doigté correspond une courbe d'impédance différente, donnant ainsi des indications sur toutes les notes jouables et leurs caractéristiques.

L'impédance a néanmoins ses limites. En effet, elle ne caractérise que l'instrument "passif" : le résonateur. Or, les fréquences des notes jouées ne sont pas exactement égales aux fréquences des pics relevées à partir des courbes d'impédance. L'écart entre les fréquences de jeu et les fréquences de résonance résulte du couplage entre l'oscillateur mécanique (vibration de l'anche) et l'instrument lui-même. Dans un système anche couplée à un résonateur cylindrique, par exemple, au-dessous d'une certaine longueur de tuyau, les fréquences de jeu ne suivent plus les fréquences de résonance du résonateur et se rapprochent de la fréquence de résonance de l'anche [Wilson & Beavers 1974]. Par ailleurs, le musicien possède, en modifiant les paramètres de son embouchure et de son conduit vocal [Chen *et al.* 2009, Guillemain 2007, Scavone *et al.* 2008], un certain degré de liberté sur la note jouée [Leipp 1964]. Des mesures sur un cornet à bouquin [Campbell 1999] ont montré que pour certaines notes le musicien peut facilement jouer un ton au-dessus ou au-dessous de la résonance la plus proche de l'instrument. De plus, chaque musicien a sa propre manière de jouer et de corriger l'intonation. Pour une même note, des écarts inter-musiciens jusqu'à 40 cents ont ainsi été mesurés [Webster 1949].

Il existe tout un domaine de recherche sur les simulations et la synthèse sonore, qui prennent en compte ces couplages et donnent des résultats proches de ceux qu'obtiendrait un musicien [Smith 2007]. Cependant il est très difficile de transposer ces méthodes dans l'atelier du facteur. En effet, comment choisir les valeurs des paramètres du modèle complet alors qu'ils dépendent du musicien ?

Pour certains instruments comme la clarinette et le saxophone [Dalmont *et al.* 1995b], l'écart relatif entre fréquence de jeu et fréquence de résonance est quasi indépendant de la note jouée. De ce fait, est-il vraiment nécessaire de prendre en compte un couplage dont les paramètres ne sont pas maîtrisés ? C'est pourquoi à l'heure actuelle les recherches appliquées à la facture instrumentale se limitent souvent à la simple étude de l'impédance d'entrée.

L'impédance d'entrée sera le cœur de la partie "vents" du logiciel PAFI. L'objectif de cette thèse est ainsi de proposer et de valider des méthodes de calcul de l'impédance d'entrée à intégrer au logiciel. Le logiciel PAFI doit être utilisable par tous les facteurs, quel que soit leur matériel informatique. Les modèles choisis doivent donc être rapides, faciles à implémenter, robustes et ne doivent pas requérir une forte puissance de calcul. Par ailleurs, l'utilisation du logiciel doit solliciter une expertise minimale du facteur. Ayant volontairement restreint le travail à l'étude du résonateur seul, il est cependant nécessaire, in fine, de chiffrer les

limites de ce modèle dans la prédiction des fréquences de jeu.

Plusieurs méthodes sont classiquement utilisées pour la modélisation des instruments à vent. La Méthode des Matrices de Transfert MMT<sup>13</sup> [Plitnik & Strong 1979, Caussé *et al.* 1984, van Walstijn & Campbell 2003] par exemple, approxime la géométrie de l'instrument par une suite de segments de cônes, de cylindres et d'éléments singuliers, chacun mathématiquement représenté par une matrice carrée dans laquelle chacun des termes est complexe et dépend de la fréquence. Les propriétés acoustiques du système entier sont obtenues pour chaque fréquence en multipliant les matrices de tous les segments. Il est aussi possible de recourir à des méthodes numériques telles que la méthode par éléments finis (FEM) [Lefebvre 2010], celle par éléments de frontières (BEM) [Wrobel 2002] ou encore les différences finies [Noreland 2002, Nederveen & Dalmont 2008]. De telles méthodes, basées sur la discrétisation de la géométrie en petits éléments sur lesquels les équations fondamentales peuvent être résolues, ont l'avantage de pouvoir prendre en compte n'importe quelle géométrie. D'un autre côté, l'automatisation de ces méthodes n'est pas toujours évidente et le temps de calcul s'avère souvent très long. C'est pourquoi un travail de calcul préalable de modèles analytiques semi-empiriques de singularités a été entrepris par certains auteurs [Nederveen *et al.* 1998, Dalmont *et al.* 2001, Kergomard & Garcia 1987, Dubos *et al.* 1999]. Les chercheurs s'intéressent aux singularités via différentes méthodes : éléments finis [Lefebvre 2010] ou différences finies [Nederveen *et al.* 1998] pour étudier les trous latéraux, méthode multimodale pour prendre en compte les coudes [Félix *et al.* 2012, Kantartzis *et al.* 2004], etc. D'autres, comme le soucoupage<sup>14</sup>, dont l'effet sur la justesse a été démontré, ne sont que très peu traitées [Curtit *et al.* 2010, Chaigne & Kergomard 2008, p.321]. Certaines singularités ont des effets importants sur l'impédance d'entrée, d'autres non. La question se pose donc de la limite de la valeur ajoutée de ces modèles au regard de la précision voulue (et possible) du logiciel d'aide à la facture.

La problématique principale de ce travail est le calcul de l'impédance. Le chapitre 1 étudie d'abord le cas simple du cylindre. La méthode des matrices de transfert permet de prédire les fréquences de résonance assez précisément. La comparaison avec la mesure d'impédance permet d'en quantifier l'incertitude. Le cas des cônes ressemble à celui des cylindres, sauf quand ils sont très évasés, comme dans

---

13. On rencontre plusieurs dénominations pour cette méthode dans la littérature : méthode des lignes de transmission, méthode des matrices de chaîne...

14. Dans le processus d'accordage le facteur vient évaser les trous vers l'intérieur pour décaler finement leur position par rapport à la colonne d'air : c'est ce qu'on appelle le soucoupage <http://www.flute-a-bec.com/accord.pdf>

les pavillons des cuivres par exemple. Le chapitre 1 propose ainsi la reproduction d'un article publié dans *Acta Acustica united with Acustica* comparant à la mesure, deux modèles construits à partir de la MMT, pour deux pavillons. Le chapitre 2 se place en continuité avec le chapitre précédent en étendant l'étude à d'autres méthodes, et en ajoutant un troisième pavillon à l'étude.

Un instrument de musique contient souvent de nombreuses singularités qui sont très difficiles à prendre en compte dans les modèles. Nous nous intéressons dans cette thèse seulement à un cas particulier : les "résonateurs" de tampon de saxophone. Le chapitre 3 propose ainsi, à partir d'un cas simple (cylindre surmonté d'une clé munie d'un tampon), d'étudier l'influence de ce disque de métal fixé au centre du tampon sur l'impédance d'entrée du système, pour différentes hauteurs de clés. L'étude est ensuite étendue au saxophone entier via, de nouveau, des mesures d'impédance d'entrée et des mesures en condition de jeu.

Enfin, après avoir modélisé l'impédance d'entrée d'un instrument, il est nécessaire d'étudier jusqu'à quel point ses fréquences de résonance sont utiles pour prédire ses fréquences de jeu. Le chapitre 4, qui présente une reproduction d'un article soumis au *Journal of the Acoustical Society of America*, se propose donc de répondre à cette interrogation dans un cas concret. Cette étude statistique réalisée avec quatre trompettistes et trois trompettes sur un grand nombre de notes permet aussi de quantifier la variabilité du musicien et la dispersion des fréquences de jeu. Ce chapitre donne ainsi des indications chiffrées de l'utilité de l'impédance d'entrée comme prédicteur des fréquences de jeu. Un autre cas problématique est évoqué en fin de chapitre : le serpent.

# Quels modèles pour le calcul de l'impédance d'entrée ?

---

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Éléments simples . . . . .</b>	<b>8</b>
1.1.1	Cylindre fermé . . . . .	8
1.1.2	Cône . . . . .	19
1.1.3	Rayonnement . . . . .	24
1.1.3.1	Rayonnement avec écran infini et sans écran . . .	25
1.1.3.2	Rayonnement avec écran fini . . . . .	26
1.1.3.3	Comparaison des modèles avec la mesure . . . .	27
<b>1.2</b>	<b>La question des pavillons : propagation et rayonnement . . . . .</b>	<b>29</b>
1.2.1	Préambule . . . . .	29
1.2.2	Article paru dans Acta Acustica . . . . .	31
1.2.2.1	Introduction . . . . .	31
1.2.2.2	Propagation and Radiation in a horn . . . . .	32
1.2.2.3	Experiment results and discussion . . . . .	38
1.2.2.4	An application for musical instruments craftsmanship : Extension to the whole trombone . . .	43
1.2.2.5	Conclusion . . . . .	44

---

L'état actuel des connaissances sur le calcul et la mesure de l'impédance d'entrée des instruments de musique est avancé. Il est intéressant de faire un bilan des modèles de propagation et de rayonnement existants, en partant des géométries les plus simples (cylindre, cône) pour ensuite se tourner vers des situations plus complexes, comme les pavillons. Ce chapitre étudie en détails la précision des différents modèles en les comparant à des mesures.

Nous utiliserons ici le rapport pression ( $P$ ) / débit ( $U$ ) pour décrire l'impédance, le débit étant choisi plutôt que la vitesse pour prendre directement en compte les sections, qui sont susceptibles de beaucoup varier dans un instrument de musique.

## 1.1 Éléments simples

### 1.1.1 Cylindre fermé

Le cas le plus simple est celui d'un tuyau fermé. L'équation des ondes acoustiques dans l'air [Bruneau 1983, Pierce 1989, Rienstra & Hirschberg 2006] s'écrit :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \rho \left( \operatorname{div} \mathbf{F} - \frac{\partial u}{\partial t} \right). \quad (1.1)$$

avec  $p$  la pression,  $u$  une source de débit,  $c$  la vitesse du son dans l'air,  $\rho$  la masse volumique de l'air, et  $\mathbf{F}$  une force extérieure par unité de masse. Dans le cas particulier de l'onde plane, la solution générale sans source et sans perte s'écrit :

$$p(x, t) = f^+(x - ct) + f^-(x + ct), \quad (1.2)$$

somme de deux ondes progressives, une onde aller (+) et une onde retour (-) de forme quelconque et de vitesse  $c$ . Dans le domaine fréquentiel cette équation s'écrit :

$$P(x, \omega) = P^+(\omega)e^{-jkx} + P^-(\omega)e^{jkx}, \quad (1.3)$$

où  $k = \omega/c$  est le nombre d'onde. L'équation d'Euler permet ensuite de calculer le débit :

$$U(x, \omega) = Z_c^{-1} [P^+(\omega)e^{-jkx} - P^-(\omega)e^{jkx}], \quad (1.4)$$

avec  $Z_c = \rho c/S$  l'impédance caractéristique du milieu ( $S$  étant la section du cylindre étudié). En prenant les valeurs de pression et de débit en  $x = 0$  et en les notant  $P_0 = P(0, \omega)$  et  $U_0 = U(0, \omega)$ , le système suivant s'obtient facilement :

$$\begin{cases} P(x, \omega) = P_0 \cos kx - U_0 Z_c j \sin kx \\ U(x, \omega) = -P_0 Z_c^{-1} j \sin kx + U_0 \cos kx \end{cases} \quad (1.5)$$

Généralisant à des abscisses  $x_1$  et  $x_2$ , avec  $x_2 > x_1$ , la formule suivante est obtenue :

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ U_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k(x_2 - x_1) & Z_c j \sin k(x_2 - x_1) \\ Z_c^{-1} j \sin k(x_2 - x_1) & \cos k(x_2 - x_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ U_2 \end{pmatrix}. \quad (1.6)$$

Cette relation est du type "matrice de transfert" : si le vecteur (pression, débit) est connu en un point  $x_2$ , alors il est connu partout ailleurs. Ce formalisme se nomme "ligne de transmission" : il utilise des équations différentielles d'ordre 1 pour une quantité vectorielle.

Dans un tuyau, deux mécanismes d'atténuation prédominent de façon nette aux fréquences audibles : les effets de viscosité et de conduction thermique, qui se produisent principalement près des parois. Les ondes considérées comme planes dans

un tuyau ne le sont donc pas exactement puisque la vitesse tangentielle à la paroi est nulle [Kirchhoff 1868]. La théorie de Zwicker et Kosten [Zwicker & Kosten 1949] permet de remplacer les équations de propagation d'une onde plane vues précédemment par des équations unidimensionnelles obtenues en moyennant les grandeurs acoustiques sur une section de tube. Elle dissocie les effets visqueux des effets de conduction thermique, et aboutit à une formulation en ligne de transmission pour les grandeurs moyennées.

$$\frac{dP}{dx} = -Z_v U \quad \text{et} \quad \frac{dU}{dx} = -Y_t P \quad (1.7)$$

où

$$Z_v = \frac{j\omega\rho}{S} \left[ 1 - \frac{2}{k_v a} \frac{J_1(k_v a)}{J_0(k_v a)} \right]^{-1}, \quad (1.8)$$

$$Y_t = j\omega\chi_s S \left[ 1 + (\gamma - 1) \frac{2}{k_t a} \frac{J_1(k_t a)}{J_0(k_t a)} \right]. \quad (1.9)$$

$Z_v$  et  $Y_t$  sont l'impédance linéique en série et l'admittance linéique en parallèle, correspondant respectivement aux effets visqueux et aux effets de conduction thermique.  $J_0$  et  $J_1$  sont les fonctions de Bessel et  $a$  est le rayon du conduit étudié. Deux longueurs caractéristiques,  $l_v$  et  $l_t$ , sont utilisées pour définir les nombres d'onde de diffusion visqueuse  $k_v$  et thermique  $k_t$  :

$$l_v = \frac{\mu}{\rho c} \quad ; \quad l_t = \frac{\kappa}{\rho c C_p} \quad ; \quad k_v = \sqrt{-\frac{j\omega}{cl_v}} \quad ; \quad k_t = \sqrt{-\frac{j\omega}{cl_t}}. \quad (1.10)$$

$\mu$  est la viscosité dynamique,  $\kappa$  la conductivité thermique et  $C_p$  la chaleur spécifique à pression constante.  $k_v$  et  $k_t$  sont obtenus par détermination principale de la racine carrée (qui préserve la symétrie hermitienne). Les solutions standard des équations de lignes s'écrivent :

$$P = P^+ e^{-\Gamma x} + P^- e^{+\Gamma x} \quad \text{et} \quad U = Y_c [P^+ e^{-\Gamma x} - P^- e^{+\Gamma x}] \quad (1.11)$$

où

$$\Gamma = \sqrt{Z_v Y_t} \quad \text{et} \quad Z_c = 1/Y_c = \sqrt{Z_v/Y_t}. \quad (1.12)$$

$\Gamma$  est la constante de propagation ( $\Gamma = jk_c$ , où  $k_c$  est le nombre d'onde complexe) et  $Z_c$  est l'impédance caractéristique. Ces solutions peuvent s'exprimer en utilisant les matrices de transfert :

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ U_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \Gamma(x_2 - x_1) & Z_c \sinh \Gamma(x_2 - x_1) \\ Y_c \sinh \Gamma(x_2 - x_1) & \cosh \Gamma(x_2 - x_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ U_2 \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$



Les valeurs numériques des principales constantes utiles pour calculer la propagation dans un tuyau rempli d'air, ainsi que l'incertitude dans leur estimation, sont données dans le tableau 1.1 [Dalmont 2007, Zuckerwar 2002, Chaigne & Kergomard 2008].  $T$  est la température absolue en Kelvin et  $T_0 = 273.16\text{K}$ .

Grandeur	Valeur	Précision
Célérité du son dans l'air (0% d'humidité)	$c = 331.45 \sqrt{\frac{T}{T_0}} \text{ m.s}^{-1}$	$\pm 0.1\%$
Masse volumique de l'air (0% d'humidité)	$\rho = 1.2929 \frac{T_0}{T} \text{ kg.m}^{-3}$	$\pm 0.01\%$
Viscosité dynamique	$\mu = 1.7141 \cdot 10^{-5} \sqrt{\frac{T_0}{T}} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$	$\pm 2\%$
Conductivité thermique	$\kappa = 5.77 \cdot 10^{-5} (1 + 0.0033t) \text{ Cal}/(\text{cm.s.}^\circ\text{C})$	$\pm 2\%$
Chaleur spécifique à pression constante <sup>1</sup> (0% d'humidité)	$C_p = R(a_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3) \text{ Cal}/(\text{g.}^\circ\text{C})$  $a_0 = 3.5623$ $a_1 = -0.0006128$ $a_2 = 1.401 \cdot 10^{-6}$ $a_3 = -1.696 \cdot 10^{-10}$	$\pm 0.5\%$
Rapport des chaleurs spécifiques	$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.402$	$\pm 0.1\%$
Nombre de Prandtl	$P_r = \frac{l_v}{l_t} = \left(\frac{r_t}{r_v}\right)^2 = 0.71$	

TABLE 1.1 – Valeurs numériques des principales constantes pour l'air standard et incertitudes. D'après [Dalmont 2007, Zuckerwar 2002, Chaigne & Kergomard 2008, p.212]

La célérité du son n'est connue qu'à 0.1% près car la composition de l'air peut varier. Le *Handbook of the speed of sound in real gases* [Zuckerwar 2002] propose d'écrire cette célérité de la manière suivante :

$$c^2 = c_s^2(1 + K_c)(1 + K_v)(1 + K_r) \tag{1.14}$$

1. R est la constante universelle des gaz parfaits  $R = 8.31\text{J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

où  $c_s$  est la formule dans l'air standard  $\text{sec}^2$ ,  $c_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$  et  $K_c$ ,  $K_v$  et  $K_r$  représentent respectivement les corrections de la chaleur spécifique, du viriel et de la relaxation.

**La chaleur spécifique** pour l'air s'écrit en fait :

$$C_P = C_{P_s}x_s + C_{P_v}x_v, \quad (1.15)$$

où les indices  $s$  et  $v$  désignent respectivement l'air sec et la vapeur d'eau.  $x_s$  et  $x_v$  représentent respectivement la fraction molaire d'air sec et de vapeur d'eau dans l'air. Le rapport des chaleurs spécifiques devient

$$\gamma = 1 + \left[ \frac{7}{2}x_s + \frac{8}{2}x_v - 1 \right]^{-1} \quad (1.16)$$

et le rapport des chaleurs spécifiques idéal

$$\gamma_0 = 1 + \left[ \frac{C_P}{R} - 1 \right]^{-1} = 1 + \left[ \frac{C_{P_s}x_s + C_{P_v}x_v}{R} - 1 \right]^{-1}. \quad (1.17)$$

La correction de la chaleur spécifique s'écrit finalement :  $K_c = \gamma_0/\gamma - 1$ .

**Le coefficient de viriel  $B$**  [Dymond & Smith 1980] obéit aussi à une loi des "mélanges"

$$B = B_{ss}(1 - x_s)^2 + 2B_{sv}(1 - x_v)x_v + B_{vv}x_v^2 \quad (1.18)$$

où  $B_{ss}$  et  $B_{vv}$  sont les seconds coefficients de viriel de l'air sec et de la vapeur d'eau, et  $B_{sv}$  le coefficient d'interaction. La correction de viriel est fonction de la pression  $K_v = FP + GP^2$  (pour plus de détails concernant les coefficients  $F$  et  $G$  voir [Zuckerwar 2002]).

**La relaxation** dans l'air atmosphérique implique essentiellement quatre constituants actifs : l'azote, l'oxygène, la vapeur d'eau et le dioxyde de carbone. L'azote et l'oxygène, représentant environ 99% de l'air, sont presque exclusivement responsables de l'absorption acoustique. La vapeur d'eau et le dioxyde de carbone, qui sont négligeables dans le processus d'absorption sonore, jouent un rôle important dans la localisation des pics de relaxation de l'azote et de l'oxygène dans le diagramme fréquence/pression. Les équations de relaxation sont basées sur 24 réactions d'excitation entre ces quatre constituants [Pierce 1989]. La correction de relaxation pour l'air est dépendante de la fréquence et s'écrit :

$$K_r = \frac{\varepsilon_X}{1 - \varepsilon_X} \left[ \frac{(f/f_X)^2}{1 + (f/f_X)^2} \right] + \frac{\varepsilon_N}{1 - \varepsilon_N} \left[ \frac{(f/f_N)^2}{1 + (f/f_N)^2} \right] \quad (1.19)$$

où  $f_X$  et  $f_N$  sont les fréquences de relaxation et  $\varepsilon_X$  et  $\varepsilon_N$ , les forces de relaxation respectives de l'oxygène et de l'azote.

2.  $M$  est la masse molaire de l'air qui dépend de sa composition.

Les incertitudes absolues des paramètres de l'air atmosphérique sont les suivantes :

$$\delta C_P = (0.005x_d + 0.01x_h)C_P, \quad (1.20)$$

$$\delta B = (0.2 + 0.0035|B_{ss}|)x_d^2 + (0.9 + 0.012|B_{vv}|)x_v^2, \quad (1.21)$$

$$\delta f_X = 0.1f_X, \quad \text{si } f_X \geq 30 \text{ Hz}, \quad (1.22)$$

$$= 0.5f_X, \quad \text{si } f_X < 30 \text{ Hz}, \quad (1.23)$$

$$\delta f_N = 0.15f_N, \quad \text{si } f_N \geq 200 \text{ Hz}, \quad (1.24)$$

$$= 0.25f_N, \quad \text{si } f_N < 200 \text{ Hz}. \quad (1.25)$$

L'incertitude sur la vitesse du son s'écrit en fonction des incertitudes sur les trois corrections (chaleur spécifique, viriel et relaxation) :

$$\frac{\delta c}{c} = \frac{1}{2} \left[ \left| \frac{\delta K_c}{1 + K_c} \right| + \left| \frac{\delta K_v}{1 + K_v} \right| + \left| \frac{\delta K_r}{1 + K_r} \right| \right]. \quad (1.26)$$

avec

$$\frac{\delta K_c}{1 + K_c} = \frac{\delta \gamma_0}{\gamma_0} = -\frac{\delta C_P}{C_P}(\gamma_0 - 1), \quad (1.27)$$

$$\frac{\delta K_r}{1 + K_r} = \frac{-2f^2}{1 + K_r} \left[ \frac{\varepsilon_N}{1 - \varepsilon_N} \frac{f_N \delta f_N}{(f_N^2 + f^2)^2} + \frac{\varepsilon_X}{1 - \varepsilon_X} \frac{f_X \delta f_X}{(f_X^2 + f^2)^2} \right], \quad (1.28)$$

$$\frac{\delta K_v}{1 + K_v} = \text{voir [Zuckerwar 2002] p33}. \quad (1.29)$$

Reste l'incertitude sur le contenu en vapeur d'eau :

$$\frac{\delta x_v}{x_v} = \left| \frac{\delta f_e}{f_e} \right| + \left| \frac{\delta P_{sat}}{P_{sat}} \right|. \quad (1.30)$$

$P_{sat}$  est la pression de vapeur saturante, pression à laquelle la phase gazeuse d'une substance est en équilibre avec sa phase liquide ou solide. Elle dépend exclusivement de la température.  $f_e$  est le facteur d'accroissement, une correction à la fraction molaire de vapeur d'eau dans l'air, due à sa non-idéalité.

Le tableau en figure 1.1 montre la vitesse du son, les corrections et les incertitudes engendrées sous certaines conditions de température, de pression ou d'humidité. Les quatre premières lignes montrent les conditions de base (pression de 1 atm, humidité nulle, fréquence nulle) pour quatre températures. L'incertitude est à peu près égale à 0.1%. Sur les quatre lignes suivantes, la pression est élevée à 100 atm. La correction du viriel croît considérablement, ce qui entraîne une augmentation importante de la vitesse du son. La vitesse du son prenant en compte tous les paramètres devient beaucoup plus grande que la vitesse du son simple  $\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ ,

Temperature $T$	Pressure $P$	Relative humidity $h_r$	Frequency $f$	Corrections			Speed of sound		Uncertainty $\delta W/W$
				$K_c$	$K_v$	$K_r$	Simple $W_s$	Real $W$	
(K)	(atm)	(%)	(Hz)	Multiply entry by 0.001			(m/s)	(m/s)	(%)
233.15	1	0	0	0.755	-0.358	0	306.10	306.16	0.11
273.15	1	0	0	0.462	0.368	0	331.32	331.46	0.10
293.15	1	0	0	0.142	0.583	0	343.24	343.36	0.10
373.15	1	0	0	-2.253	0.987	0	387.25	387.00	0.10
233.15	100	0	0	0.755	55.894	0	306.10	314.66	1.32
273.15	100	0	0	0.462	105.869	0	331.32	348.50	0.83
293.15	100	0	0	0.142	117.194	0	343.24	362.82	0.69
373.15	100	0	0	-2.253	130.071	0	387.25	411.20	0.44
233.15	1	100	0	0.754	-0.358	0	306.11	306.17	0.11
273.15	1	100	0	0.441	0.358	0	331.64	331.78	0.10
293.15	1	100	0	0.044	0.508	0	344.52	344.62	0.10
373.1183 <sup>a</sup>	1	100	0	-7.632	-21.837	0	479.17	472.10	0.23
233.15	1	0	1000	0.755	-0.358	0.160	306.10	306.19	0.11
273.15	1	0	1000	0.462	0.368	0.508	331.32	331.54	0.10
293.15	1	0	1000	0.142	0.583	0.802	343.24	343.50	0.10
373.15	1	0	1000	-2.253	0.987	3.032	387.25	387.59	0.10

<sup>a</sup>Approximate temperature for which  $P_{sat} = P$ .

FIGURE 1.1 – Vitesse du son et incertitudes dans l'air atmosphérique sous différentes conditions (d'après [Zuckerwar 2002]).

menant ainsi à une forte augmentation de l'incertitude jusqu'à 1.32%. Dans les quatre lignes qui suivent, l'humidité relative est montée à 100%. Pour les trois plus basses températures, la fraction molaire de vapeur d'eau reste faible, son impact sur la vitesse du son est donc négligeable. A la température de 373.15 K, qui correspond au point d'ébullition de l'eau à 1 atm, le facteur d'accroissement amène la fraction molaire à dépasser 1. Pour cette température, l'incertitude sur la vitesse du son est plus importante. Cependant, dans le cadre de la facture instrumentale il est très peu probable de se retrouver dans ce cas de figure. Enfin, dans les quatre dernières lignes la fréquence est égale à 1000 Hz, ce qui permet de déterminer la dispersion, qui reste faible à toutes les températures données. L'incertitude reste donc la même qu'à 0 Hz. Dans le cadre de la facture instrumentale et donc pour le reste de cette thèse, il est possible de considérer que la surpression engendrée est négligeable par rapport à la pression atmosphérique alors que la température, l'humidité ou la fréquence doivent être prises en compte. Ces trois paramètres n'influencent pas sur l'incertitude d'estimation de la vitesse du son qui est donc de 0.1%. La formule présentée dans le tableau 1.1 peut donc être utilisée telle quelle.

Dans les expressions des paramètres  $Z_v$  et  $Y_t$  intervient le nombre de Stokes  $r_v = |k_v a|$ , rapport du rayon du cylindre à l'épaisseur de la couche limite. Quand les tuyaux sont larges, c'est-à-dire quand le nombre de Stokes est grand (typiquement supérieur à 10), il est possible de faire le développement asymptotique des fonctions (1.8) et (1.9) à l'ordre 2 (l'ordre 1 est même suffisant pour la plupart des

instruments de musique). Les expressions obtenues sont donc :

$$Z_v = \frac{j\omega\rho}{S} \left[ 1 + \frac{2\sqrt{-j}}{r_v} - \frac{3j}{r_v^2} \right] \quad (1.31)$$

$$Y_t = jw\chi_s S \left[ 1 + (\gamma - 1) \left( \frac{2\sqrt{-j}}{r_t} + \frac{j}{r_t^2} \right) \right], \quad (1.32)$$

avec  $r_v = |k_v a| = a \sqrt{\frac{\omega}{c\ell_v}}$  et  $r_t = a \sqrt{\frac{\omega}{c\ell_t}} = \sqrt{P_r} r_v$ ,  $a$  étant le rayon du conduit étudié. La constante de propagation devient :

$$\Gamma = j\frac{\omega}{c} \left[ 1 + \frac{\alpha_1 \sqrt{-2j}}{r_v} - j\frac{\alpha_2}{r_v^2} \right], \quad (1.33)$$

avec  $\alpha_1 = 1.044$  et  $\alpha_2 = 1.080$ . La formule approchée simple est aussi souvent utilisée :

$$\Gamma = j\frac{\omega}{c} + (1 + j)3 \cdot 10^{-5} \frac{\sqrt{f}}{a} \quad (1.34)$$

Enfin, l'impédance caractéristique s'écrit :

$$Z_c = \frac{\rho c}{S} \left[ 1 + \frac{\bar{\alpha}_1(1 - j)}{r_v} - \frac{\bar{\alpha}_2 j}{r_v^2} \right], \quad (1.35)$$

avec  $\bar{\alpha}_1 = 0.370$  et  $\bar{\alpha}_2 = 1.147$ . Comme les effets visqueux et thermiques se retranchent, le coefficient du premier ordre est faible, ainsi l'impédance caractéristique est souvent admise comme inchangée par rapport à la valeur sans perte  $\frac{\rho c}{S}$ .

Il est intéressant de comparer l'impédance d'entrée d'un tuyau cylindrique fermé obtenue avec les formules (1.8) et (1.9) avec celle calculée en utilisant l'approximation des tuyaux larges (équations (1.31) et (1.32)). Le tuyau a une longueur de 1 m et trois valeurs de rayons sont testées : 1.5 mm, 1 mm et 0.5 mm. La figure 1.2 (a) montre la différence entre l'impédance d'entrée adimensionnée du tuyau fermé calculée avec ces deux formules ( $Z_{Bessel} - Z_{TuyauxLarges}$ ) pour les trois valeurs de rayons. Les écarts entre les deux modèles sont localisés à basse fréquence et n'apparaissent que pour de très petits rayons (ici seul le rayon de 0.5 mm engendre des différences importantes). Cela se confirme en regardant le nombre de Stokes correspondant à chaque rayon en fonction de la fréquence (figure 1.2 (b)). En effet, la limite posée à l'approximation des tuyaux larges est celle d'un nombre de Stokes inférieur à 10, ce qui arrive au-dessous de 200 Hz pour les rayons supérieurs à 1 mm et autour de 1000 Hz pour  $a = 0.5$ mm. Les écarts entre les deux méthodes sont directement visibles sur les courbes d'impédance d'entrée pour des tuyaux de petits rayons. La figure 1.3 présente l'impédance d'entrée d'un tuyau fermé de rayon 0.5 mm et de longueur 1 m. Les deux méthodes estiment de la

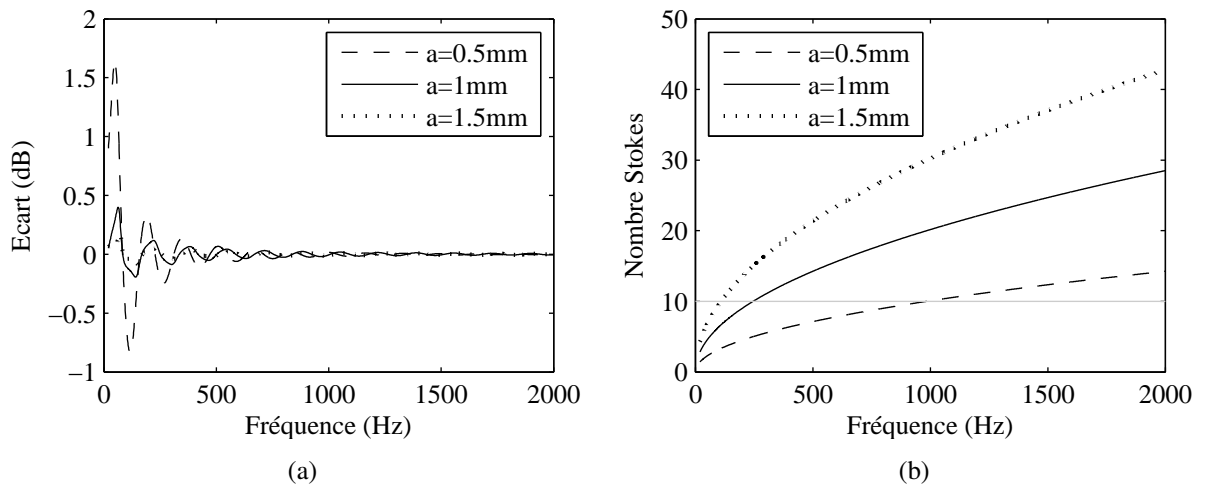


FIGURE 1.2 – (a) Ecart entre l'impédance calculée (en dB) à partir de la formule exacte et celle calculée (en dB) à partir de l'approximation des tuyaux larges pour un tuyau fermé ( $L = 1$  m) et (b) Nombres de Stokes correspondant.

même manière les fréquences des pics, mais présentent un écart de plusieurs dB au niveau de l'amplitude des premiers maximums. Néanmoins, dans le cadre de la facture instrumentale, l'approximation des tuyaux larges pourra être conservée car il est rare de trouver des rayons inférieurs au centimètre dans les instruments de musique. Un exemple du tuyau très fin est le bocal de basson avec un rayon de 2 mm. Son nombre de Stokes dépasse 10 à partir de 125 Hz, il est donc possible de le considérer aussi comme un tuyau large.

En ce qui concerne l'estimation de l'impédance caractéristique, la figure 1.4 montre que le modèle avec les fonctions de Bessel et l'approximation des tuyaux larges sont à peu près équivalents, même pour des capillaires (voir (a)). Cependant le modèle adiabatique sans perte  $\frac{\rho c}{S}$  est très éloigné des deux autres modèles à basse fréquence. Les modèles tendent effectivement vers la valeur adiabatique mais très lentement (à 2000 Hz l'écart est de  $1.3 \cdot 10^7 \text{kg.m}^{-4}.\text{s}^{-1}$  et à 10000 Hz il est toujours de  $6.0 \cdot 10^6 \text{kg.m}^{-4}.\text{s}^{-1}$ ). Cette valeur ne doit donc être utilisée que comme une simple variable d'adimensionnement.

Une comparaison des modèles avec la mesure est nécessaire pour estimer leur précision. L'appareil de mesure utilisé est décrit en Annexe A. La température est un facteur important à prendre en compte avant d'effectuer une quelconque mesure. En effet, la vitesse du son et la masse volumique de l'air en dépendent fortement, une température mal connue peut donc rapidement biaiser les résultats de l'expérience. Ayant remarqué un décalage constant entre les fréquences de résonance mesurées et théoriques pour des géométries simples, effet typique d'une mauvaise

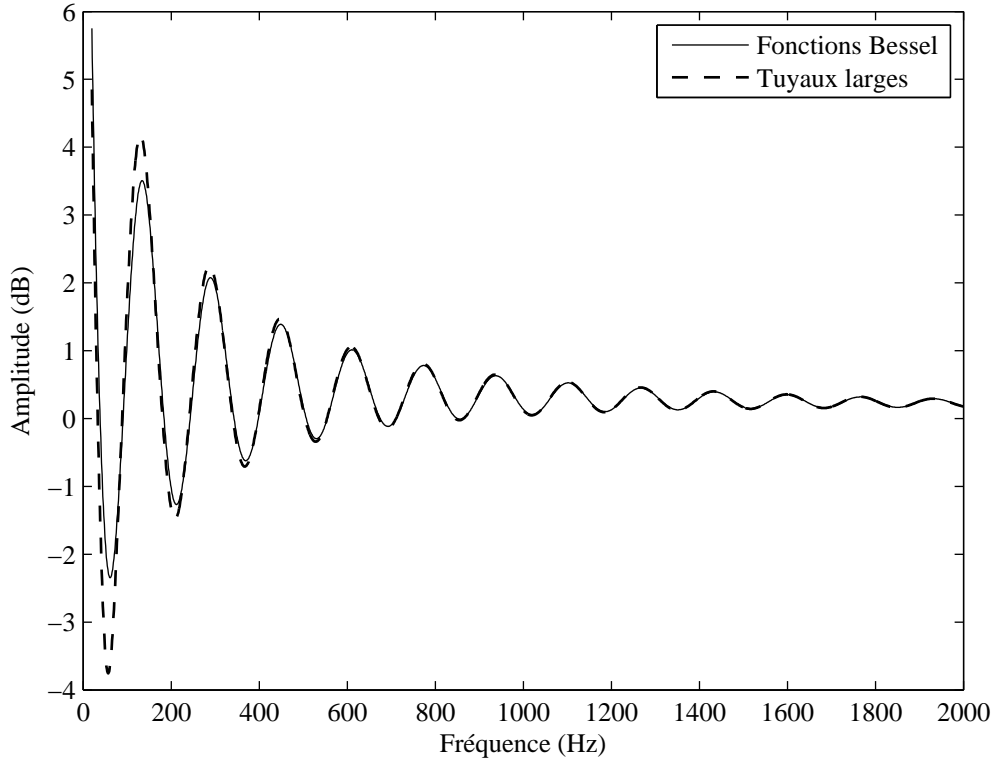


FIGURE 1.3 – Impédance d'entrée (en dB) d'un tuyau fermé de rayon 0.5 mm et de longueur 1 m, calculée avec les fonctions de Bessel et l'approximation des tuyaux larges.

estimation de la vitesse du son, nous avons décidé d'estimer la célérité du son à partir de la mesure de l'impédance d'entrée d'un tuyau fermé.

Considérant un tuyau fermé à ses deux extrémités, aux résonances, le vecteur d'onde  $k$  obéit à l'équation :  $k_n L = n\pi$  avec  $L$  la longueur du tuyau et  $n$  un entier. Le tube utilisé ici a une longueur de 624.0 mm et un rayon de 10.95 mm. A partir de l'équation suivante (le premier ordre suffit pour cette estimation) :

$$\frac{\omega}{c} \left[ 1 + \frac{\alpha_1}{r_v} \right] L = n\pi, \quad (1.36)$$

il faut ensuite remplacer  $c$  et  $\rho$  par leur expression en fonction de  $T$  (on considère que  $\mu$  est moins dépendant de la température que ces deux termes et on prend donc  $\mu = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ). Ce qui donne après calcul :

$$T = T_0 \left( \frac{331.45n\pi}{\omega L} - \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\mu}{1.2929\omega}} \right)^{-2} \quad (1.37)$$

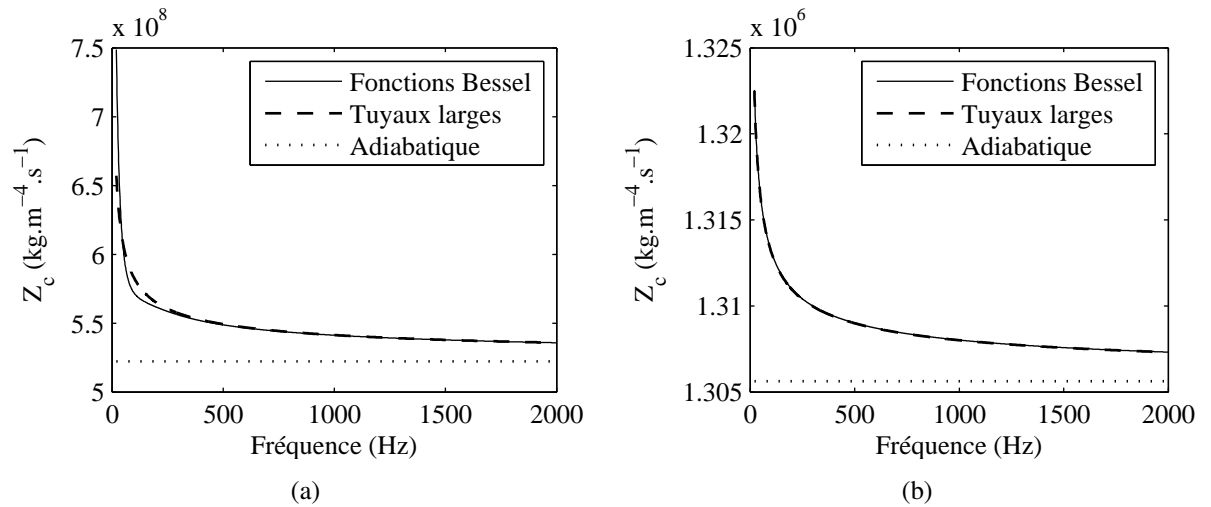


FIGURE 1.4 – Module de  $Z_c$  calculé avec les trois modèles, quand (a)  $a = 0.5\text{mm}$  et (b)  $a = 10\text{mm}$ .

Cette température est en fait une “température apparente” puisqu’elle prend en compte, à travers la mesure de  $c$ , d’autres éléments tels que l’hygrométrie. Elle sera donc différente de la température mesurée sur un thermomètre mais permettra une meilleure estimation de la vitesse du son réelle.

TABLE 1.2 – Série de valeurs de température obtenue à partir de la mesure d’impédance du tuyau fermé.

N° résonance	0	1	2	3	4	5	6
Température ( $^{\circ}\text{C}$ )	22.45	22.81	22.82	22.99	23.11	23.17	23.26

Les fréquences de résonance de l’impédance d’entrée mesurée sont déterminées précisément grâce à une méthode de “circle fitting” (voir notamment [le Roux 1994]). Le choix de cette méthode de détermination des fréquences de résonance est justifié en Annexe B. La série de valeurs de la température obtenue (voir Tableau 1.2) possède un écart type légèrement inférieur à 0.3. En prenant la moyenne de ces valeurs, la température est donc estimée à  $\pm 0.3^{\circ}\text{C}$  soit une erreur dans l’estimation de la fréquence d’environ 1 cent. La température évolue au cours du temps, il est alors recommandé de faire une estimation de la température au début et à la fin d’une série de mesures.

Il est maintenant possible de définir deux modèles de l’impédance. Le premier modèle (Modèle 1) est implémenté à partir de la température lue sur un thermomètre :  $21.2^{\circ}$  (précision au dixième de degré). Le deuxième modèle (Modèle 2) est défini à partir de la température calculée :  $23.0^{\circ}$ . Les impédances d’entrée du cylindre ainsi modélisées sont ensuite comparées à la mesure, en figure 1.5. Les



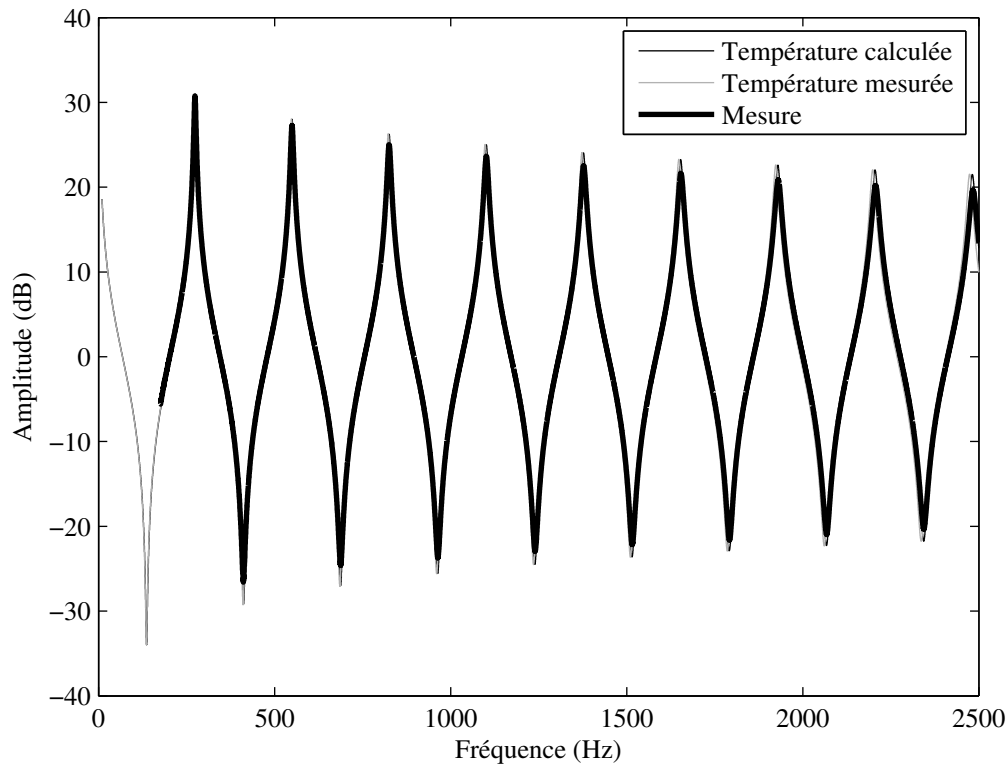


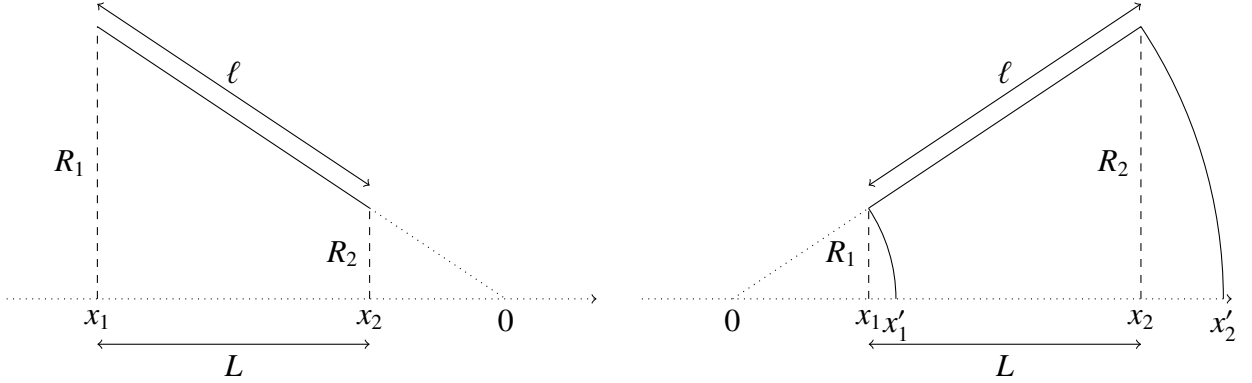
FIGURE 1.5 – Comparaison entre la mesure de l'impédance d'entrée d'un tuyau cylindrique fermé ( $L = 624.0$  mm et  $a = 10.95$  mm) et l'impédance calculée par MMT avec deux températures.

écarts sur les fréquences de résonance entre les modèles et la mesure sont indiqués dans le tableau 1.3. Ce tableau montre qu'il est nécessaire de prendre en compte cette "température apparente" pour obtenir un modèle plus proche de la mesure. A partir d'une bonne estimation de la vitesse du son, la méthode des matrices de transfert permet d'estimer les fréquences de résonance d'un cylindre avec un écart à la mesure inférieur à un cent.

TABLE 1.3 – Fréquences de résonances du tuyau cylindrique fermé mesurées et écarts (en cents) avec les deux modèles.

$n$	0	1	2	3	4	5	6
$F_n$ mesurée (Hz)	273.9	549.6	825.3	1101.5	1377.7	1654.0	1930.4
Ecart Modèle 1 (cents)	-4.46	-5.25	-5.18	-5.62	-5.91	-6.06	-6.31
Ecart Modèle 2 (cents)	0.84	0.06	0.14	-0.30	-0.58	-0.73	-0.98

## 1.1.2 Cône

FIGURE 1.6 – Géométrie de troncs de cônes convergent et divergent <sup>1</sup>.

Un tronc de cône, comme celui en figure 1.6 est modélisé par la matrice de transfert suivante :

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ U_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ U_2 \end{pmatrix}, \quad (1.38)$$

ayant pour coefficients [Chaigne & Kergomard 2008, p.278]

$$A = \frac{R_2}{R_1} \cos kL - \frac{\sin kL}{kx_1} \quad ; \quad B = j \frac{\rho c}{\pi R_1 R_2} \sin kL \quad ; \quad D = \frac{R_1}{R_2} \cos kL + \frac{\sin kL}{kx_2}$$

$$C = \frac{\pi R_1 R_2}{\rho c} \left[ j \sin kL \left( 1 + \frac{1}{k^2 x_1 x_2} \right) + \frac{\cos kL}{jk} \left( \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right) \right].$$

De même qu'aux basses fréquences seules les ondes planes peuvent se propager dans un tuyau cylindrique avec parois parfaitement réfléchissantes, seules des ondes à symétrie sphérique peuvent se propager dans un cône. En utilisant la longueur  $L$  du cône pour le calcul des coefficients de la matrice, on se place dans une approximation en ondes planes. Pour se placer dans une approximation en ondes sphériques, il convient de passer en abscisse curviligne <sup>2</sup> en remplaçant dans le système (1.38),  $L$  par  $\ell$  et  $x_1$  et  $x_2$  par  $x'_1$  et  $x'_2$ , les longueurs correspondant à un front d'onde sphérique. Le débit  $U$  devient ainsi un débit pour les ondes sphériques. La figure 1.7 montre l'exemple de l'impédance d'entrée d'un cône de longueur 400 mm, de rayons  $R_1 = 5$  mm et  $R_2 = 100$  mm et d'angle  $\theta = 0.2375$  rad, obtenue via un calcul en ondes planes ou en ondes sphériques. L'écart entre les pics des

1. Attention, dans le cône de gauche  $x_1$  et  $x_2$  sont négatifs. Les autres valeurs sont toutes positives.

2. L'abscisse curviligne correspond pour un cône à l'abscisse sphérique.

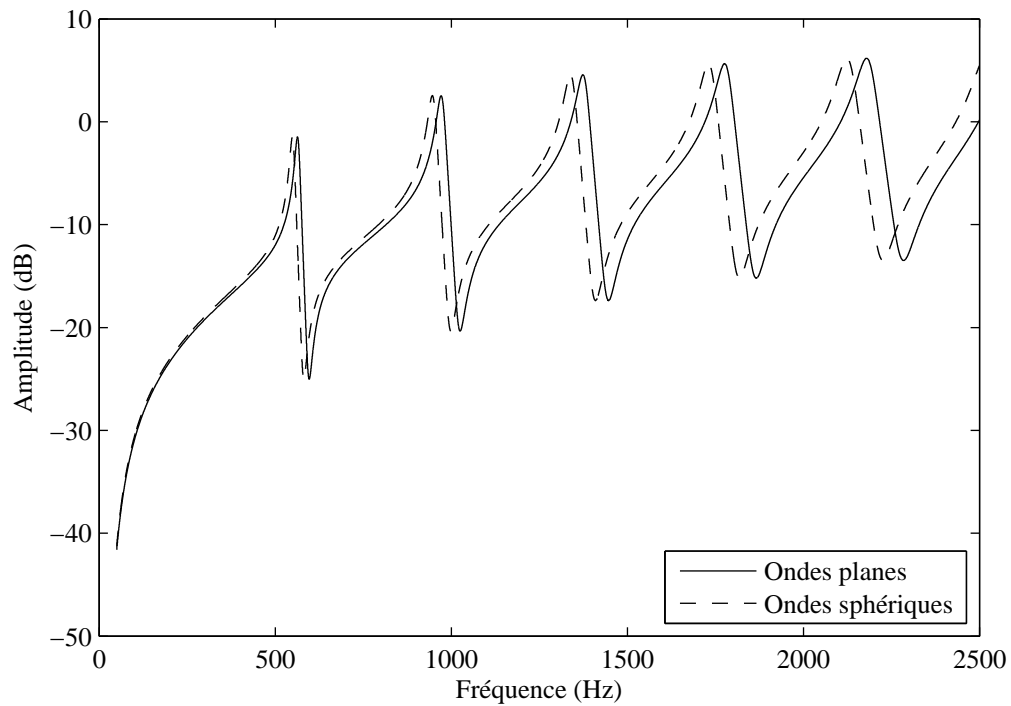


FIGURE 1.7 – Comparaison entre le modèle en ondes planes et le modèle en ondes sphériques pour le calcul de l'impédance d'entrée d'un cône fermé ( $L = 400$  mm,  $R_1 = 5$  mm,  $R_2 = 100$  mm et  $\theta = 0.2375$  rad).

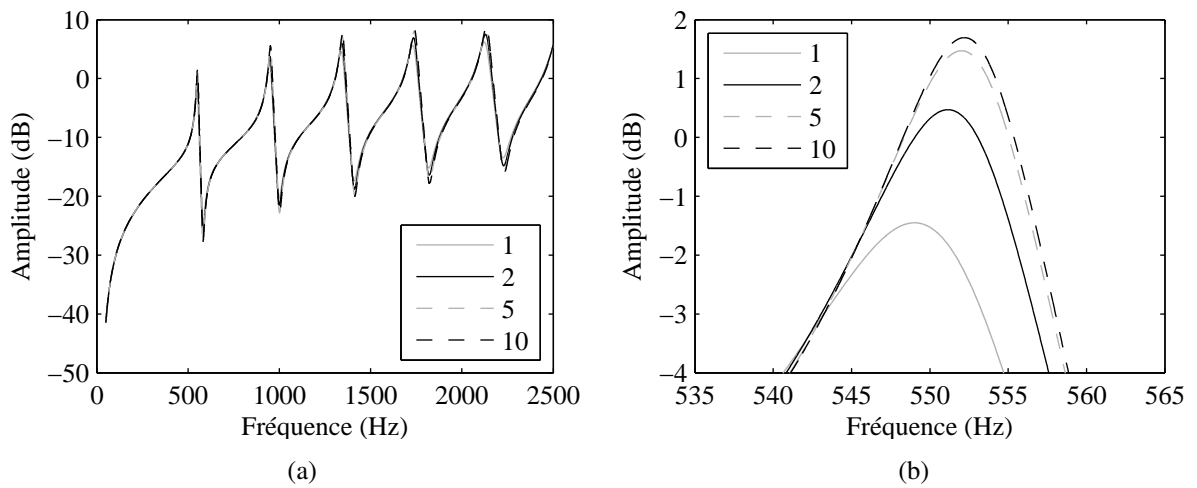


FIGURE 1.8 – (a) Impédance d'entrée du cône fermé pour différentes discrétisations et (b) zoom sur le premier pic.

deux modèles est d'environ 45 cents, soit 2.7%, ce qui correspond à un allongement d'environ 11 mm du cône. Cet écart n'est pas du tout négligeable, il est donc nécessaire de choisir le modèle s'approchant le plus de la mesure.

La prise en compte des pertes dans un cône n'est pas triviale car elles sont dépendantes du rayon qui varie le long du cône. Une bonne approximation est obtenue en utilisant le nombre d'onde complexe  $k_c$  (uniquement dans les sinus et cosinus) de l'équation (1.33) ( $\Gamma = jk_c$ ) défini à partir d'un rayon "moyen"  $r_m = \sqrt{R_1 R_2}$  [Dalmont 2007]. Cependant, si le cône est très évasé, ce rayon moyen ne rendra pas entièrement compte des effets thermodynamiques. Il est donc nécessaire d'effectuer une discrétisation du cône étudié en plusieurs tronçons. La figure 1.8 montre l'impédance d'entrée du cône de la figure 1.7 calculée avec différentes discrétisations. L'écart est de plus de 3 dB entre les deux cas extrêmes. La discrétisation est donc nécessaire et un critère sur le nombre de tronçons doit être trouvé.

La figure 1.9 montre les impédances d'entrée de cônes fermés de longueur  $L = 50$  cm, de rayon d'entrée  $R_1 = 1$  cm et de différents rayons de sorties, pour différentes discrétisations. La courbe en rouge présente une discrétisation en 50 cônes qui représente la valeur de convergence de l'amplitude, considérée comme la valeur à atteindre. Il apparaît que pour de petits rapports  $\frac{R_2}{R_1}$  (typiquement  $\frac{R_2}{R_1} < 5$ ), la discrétisation en 5 cônes permet de très bien approcher cette valeur limite (voir (a), (b) et (c) de la figure 1.9). Quand le rapport  $\frac{R_2}{R_1}$  est plus grand, un découpage en un nombre de cônes égal à la valeur entière de ce rapport semble apporter une précision adéquate. En effet, le découpage en 10 cônes de la figure 1.9 (d) permet d'atteindre la valeur limite et dans les cas (e) et (f) la valeur limite sera atteinte par un découpage supérieur à 20 cônes. Le critère de discrétisation empirique  $D$  proposé est donc de 5 cônes pour la majorité des cas rencontrés en facture instrumentale. Néanmoins, pour prendre en compte toutes les éventualités, la formule proposée est donc  $D = \max(5, E(R_2/R_1))$ , avec  $E$  désignant la partie entière.

Il est intéressant d'évaluer cette méthode de discrétisation en la comparant à une mesure. La figure 1.10 montre la mesure de l'impédance d'entrée d'un cylindre suivi d'un cône<sup>3</sup> ainsi que les impédances des modèles implémentés avec différentes discrétisations. Au vu de cette figure, il semble que l'effet de la discrétisation soit négligeable par rapport à l'estimation globale de l'amplitude. En effet, l'écart entre l'amplitude mesurée et le modèle optimal est d'environ 0.7 dB alors que l'écart entre le modèle avec la meilleure discrétisation et celui sans est de moins d'un dixième de dB.

3. Ce système sera présenté ultérieurement dans le Chapitre 2. Le rapport entre les deux rayons du cône est d'environ 4.

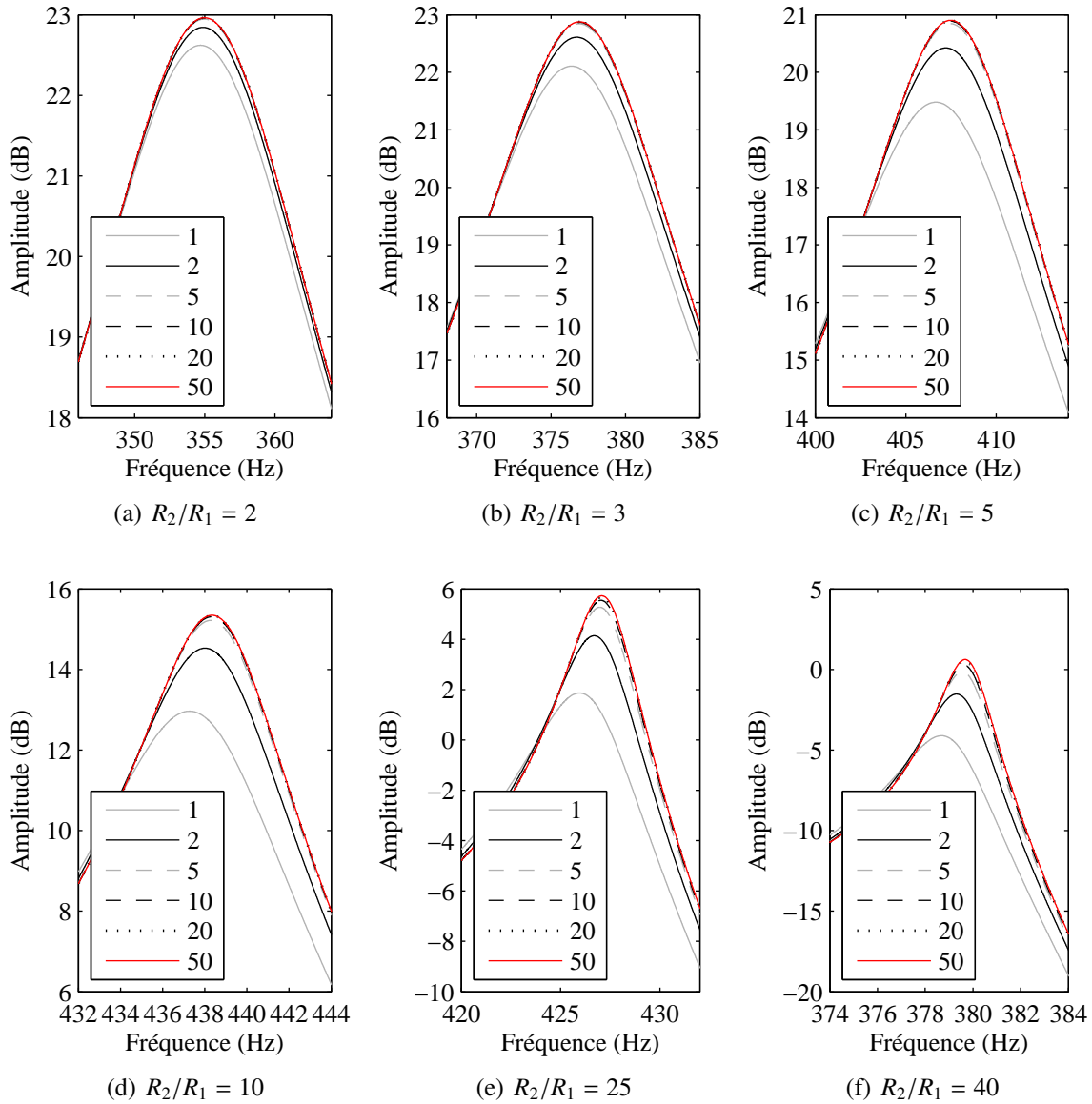


FIGURE 1.9 – Premier pic de l'impédance d'entrée calculée avec différentes discrétisations d'un cône fermé ( $L = 50$  cm,  $R_1 = 1$  cm) de rayon de sortie (a)  $R_2 = 2$  cm, (b)  $R_2 = 3$  cm, (c)  $R_2 = 5$  cm, (d)  $R_2 = 10$  cm, (e)  $R_2 = 25$  cm et (f)  $R_2 = 40$  cm.

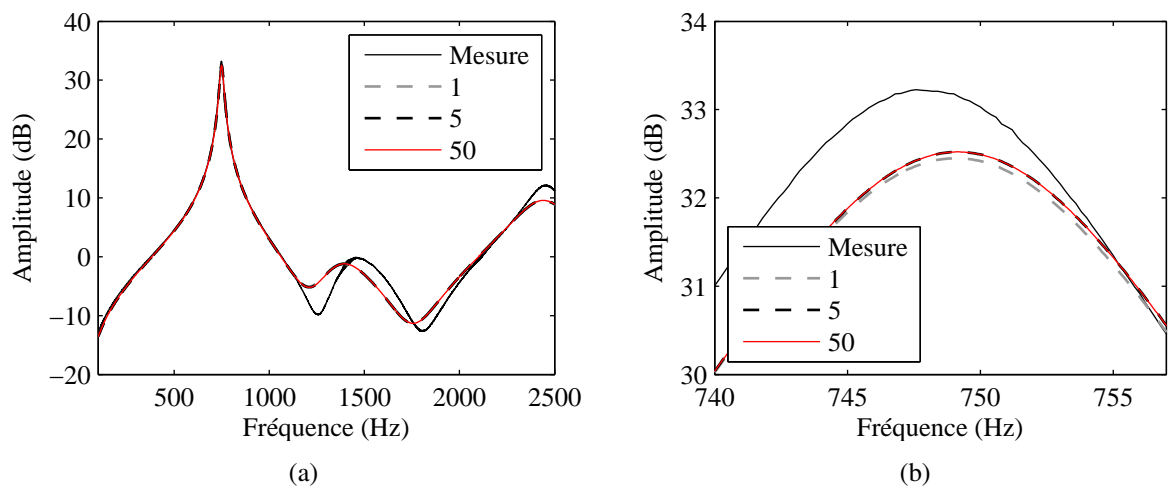


FIGURE 1.10 – (a) Comparaison entre la mesure d’impédance d’entrée du système cône+cylindre (en trait plein noir) présenté dans le chapitre 2 et le modèle implémenté pour différentes discrétisations : 1 tronçon (en pointillés gris), 5 tronçons (en pointillés noirs) et 50 tronçons (en trait plein rouge) et (b) zoom sur le premier pic.

### 1.1.3 Rayonnement

Quand un musicien souffle dans son instrument de musique, l'onde acoustique créée se propage tout au long de l'instrument, ce qui a été présenté dans la partie précédente, puis est réfléchi vers l'intérieur et rayonné vers l'extérieur. Le rayonnement est très important puisque c'est grâce à lui que la musique jouée peut être entendue par l'auditeur. La charge du rayonnement sur l'instrument peut être exprimé à l'aide d'une impédance de rayonnement, d'une correction de longueur ou d'un coefficient de réflexion. Dans les deux parties précédentes la propagation a été décrite sous forme de matrices de transfert de type :

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ U_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ U_2 \end{pmatrix},$$

où  $P$  et  $U$  sont les pressions et les débits des types d'ondes utilisées. La matrice représentant la propagation à l'intérieur de l'instrument entier est obtenue en multipliant une à une les matrices de chacun des tronçons. L'impédance d'entrée  $Z_e$  est finalement obtenue en appliquant une impédance de rayonnement  $Z_r$  à l'extrémité de l'instrument de la manière suivante :

$$Z_e = \frac{AZ_r + B}{CZ_r + D}. \quad (1.39)$$

Cette impédance de rayonnement peut être exprimée en fonction du coefficient de réflexion complexe  $R$  :

$$Z_r = \frac{\rho c}{S} \frac{1 + R}{1 - R}. \quad (1.40)$$

Pour une onde plane se propageant dans la direction positive dans un tube cylindrique droit, le coefficient de réflexion  $R_x$  à une certaine abscisse est le rapport, dans le domaine fréquentiel, entre l'onde réfléchi  $P_-$  et l'onde incidente  $P_+$  à cette abscisse donnée :  $R_x = P_-/P_+$ . A la fin du tube, le front d'onde n'est plus plan et la définition ne peut plus s'appliquer. A la place, le coefficient de réflexion  $R_0$  à la fin du tube ( $x = 0$ ) est défini à partir du coefficient de réflexion  $R_L$  à une distance  $L$  à l'intérieur du tube ( $x = -L$ ), de manière que le front d'onde y soit plan :  $R_0 = R_L e^{2jkL}$ .

En pratique, comme pour le coefficient de réflexion, l'impédance à l'extrémité du tube (l'impédance de rayonnement donc) ne peut pas être calculée ou mesurée à l'extrémité du tube. Elle doit être indirectement évaluée à partir de l'impédance  $Z_L$  à une abscisse  $x = -L$  de l'extrémité ouverte du tube avec l'équation suivante

$$Z_L = jZ_c \tan[kL + \arctan(Z_r/jZ_c)]. \quad (1.41)$$

$Z_r$  est finalement déterminée à partir de l'équation précédente en posant

$$Z_r = jZ_c \tan[\arctan(Z_L/jZ_c) - kL]. \quad (1.42)$$

En posant  $\delta^* = k^{-1} \arctan(Z_r/jZ_c)$ , l'équation (1.41) devient

$$Z_L = jZ_c \tan[k(L + \delta^*)]. \quad (1.43)$$

$L + \delta^*$  est la longueur effective du tube, c'est-à-dire la longueur d'un tube terminé par une impédance nulle et ayant la même impédance d'entrée que le tube étudié.  $\delta^*$  est appelée correction de longueur complexe et est aussi utilisée pour caractériser le rayonnement.

Le coefficient de réflexion complexe peut aussi s'écrire selon l'expression suivante, dérivée des équations (1.40) et (1.43)<sup>4</sup> :

$$R_0 = -e^{-2jk\delta^*} = -|R_0|e^{-2jk\delta^*}. \quad (1.44)$$

La correction de longueur complexe en est déduite directement :

$$\delta^* = j \frac{\ln(-R)}{2k} = \delta + \frac{j}{2k} \ln |R|. \quad (1.45)$$

### 1.1.3.1 Rayonnement avec écran infini et sans écran

Le problème de l'impédance de rayonnement acoustique du mode plan d'un tuyau cylindrique aux parois rigides (c'est à dire avec une condition limite de Neumann) est un problème classique en acoustique. Plusieurs calculs détaillés pour les cas des cylindres avec écran infini et sans écran ont déjà été proposés [Levine & Schwinger 1948, Norris & Sheng 1989]. Pour compléter, des mesures sur de nombreux cas d'écrans se trouvant dans les instruments de musique ont été comparées à des résultats théoriques et numériques [Dalmont *et al.* 2001]. De nouvelles formules approchées sont proposées dans [Silva *et al.* 2009]. Ces dernières vérifient des propriétés mathématiques élémentaires mais nécessaires d'un point de vue physique, à savoir la symétrie hermitienne qui assure la cohérence des comportements en notation harmonique complexe, ainsi que la causalité de la réponse temporelle ([Silva *et al.* 2009] Eqs.(16)-(20)). Dans le cas d'applications dans le domaine fréquentiel, une formule est donnée, ne vérifiant pas la causalité de la réponse impulsionnelle mais aboutissant à une meilleure précision de la réponse fréquentielle ([Silva *et al.* 2009] Eqs. (21) et (22)). Ces approximations sont obtenues par ajustement analytique ou numérique sous contrainte sur des valeurs de référence calculées selon les résultats de Levine et Schwinger [Levine & Schwinger 1948] dans le cas d'un cylindre sans écran, et sur le calcul de Zorumski [Zorumski 1973] quand le guide d'onde débouche sur un demi-espace.

---

4.  $R_0 = R_L e^{2jkL} = \frac{Z_L/Z_c - 1}{Z_L/Z_c + 1} e^{2jkL} = \frac{j \tan[k(L + \delta^*)] - 1}{j \tan[k(L + \delta^*)] + 1} e^{2jkL}$ . En remplaçant la fonction tangente par son expression en exponentielles on obtient  $R_0 = \frac{-2e^{-jk(L+\delta^*)}}{2e^{jk(L+\delta^*)}} e^{2jkL} = -e^{-2jk\delta^*}$



Les applications de cette thèse étant dans le domaine purement fréquentiel, nous utiliserons donc la formule non causale mais plus précise à haute fréquence de Silva et al. Le module du coefficient est ainsi défini comme suit :

$$|R(\omega)| = \frac{1 + a_1(ka)^2}{1 + (\beta + a_1)(ka)^2 + a_2(ka)^4 + a_3(ka)^6}, \quad (1.46)$$

et la correction de longueur correspondante s'écrit

$$\frac{\delta}{a} = \eta \frac{1 + b_1(ka)^2}{1 + b_2(ka)^2 + b_3(ka)^4 + b_4(ka)^6}, \quad (1.47)$$

Seule la valeur des coefficients change entre les cas des rayonnements sans écran ou avec écran infini. Ils sont donnés dans le tableau 1.4.

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$\eta$	$\beta$
Sans écran	0.800	0.266	0.0263	0.0599	0.238	-0.0153	0.0015	0.6133	1/2
Ecran infini	0.730	0.372	0.0231	0.244	0.723	-0.0198	0.00366	0.8216	1

TABLE 1.4 – Coefficients utilisés dans les équations (1.46) et (1.47).

### 1.1.3.2 Rayonnement avec écran fini

A partir de mesures et de modélisations par différences finies et éléments de frontière, Dalmont et al. [Dalmont *et al.* 2001] proposent une formule pour décrire le rayonnement d'un tuyau cylindrique d'une épaisseur donnée. Cette épaisseur est décrite comme un écran fini. Le diamètre interne du tuyau étant noté  $2a$  et son diamètre externe  $2b$ , le coefficient de réflexion s'écrit :

$$R_{fini} = R_{circ}^* - 0.43 \frac{a(b-a)}{b^2} \sin^2 \left[ \frac{kb}{1.85 - a/b} \right] e^{-jkb[1+a/b(2.3-a/b-0.3(ka)^2)]}. \quad (1.48)$$

Le coefficient de réflexion complexe peut être calculé directement à partir de la correction de longueur complexe comme suit

$$R_{circ}^* = -e^{-2jk\delta_{circ}^*}. \quad (1.49)$$

Quant à la correction de longueur, elle s'exprime :

$$\delta_{circ}^* = \delta_{\infty}^* + \frac{a}{b}(\delta_0^* - \delta_{\infty}^*) + 0.057 \frac{a}{b} \left[ 1 - \left( \frac{a}{b} \right)^5 \right] a. \quad (1.50)$$

Les quantités  $\delta_0^*$  et  $\delta_{\infty}^*$  sont des corrections de longueur complexes (les indices 0 et  $\infty$  correspondent respectivement aux cas sans écran et avec écran infini), et sont déduites de l'équation (1.45).

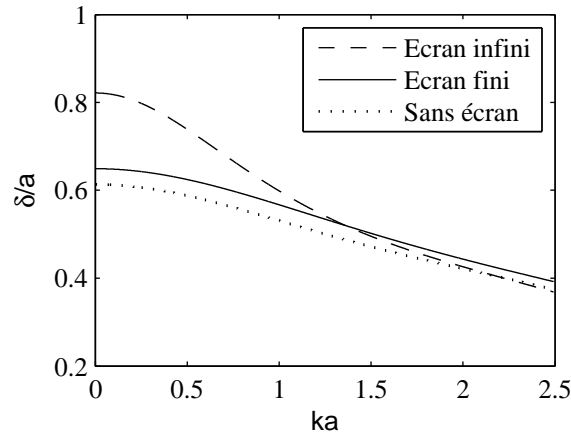


FIGURE 1.11 – Comparaison des trois corrections de longueur, adimensionnées par le rayon (ici  $a = 10.95$  mm et  $b = 11.95$  mm) : Ecran infini et sans écran (équation 1.47 et tableau 1.4) et écran fini (équations 1.48, 1.49 et 1.50).

La correction de longueur correspondant au rayonnement avec un écran fini se retrouve directement à partir du coefficient de réflexion en posant

$$\delta_{fini} = j \frac{\ln(-R_{fini})}{2k}. \quad (1.51)$$

Il est ainsi possible de comparer les trois corrections de longueur correspondant aux trois modèles de rayonnement. La figure 1.11 montre que la correction de longueur du rayonnement avec écran fini se situe entre les corrections de longueur correspondant au rayonnement avec écran infini et sans écran jusqu'à  $ka \approx 1.5$  où elle vient croiser la courbe de  $\delta_{\infty}$ . Alors que les  $\delta_0$  et  $\delta_{\infty}$  se rejoignent à haute fréquence,  $\delta_{fini}$  reste légèrement au-dessus, ce qui n'est pas physiquement correct. Cette correction de longueur est en effet seulement valide pour  $ka < 1.5$ .

### 1.1.3.3 Comparaison des modèles avec la mesure

La mesure de l'impédance d'entrée d'un tuyau ouvert à son extrémité permet de comparer deux modèles de rayonnement présentés précédemment : le modèle sans écran et le modèle avec écran fini. Ici, la propagation est définie de la même manière pour les deux modèles (matrice de transfert de la section 1.1.1) et seul le modèle de rayonnement diffère. Cette comparaison est réalisée en s'intéressant, comme précédemment, aux pics de l'impédance. Ces pics sont définis par trois critères : leur fréquence, leur amplitude et leur facteur de qualité. Pour une problématique de facture instrumentale, le critère de fréquence est le plus important, puisqu'il est directement lié à la justesse de l'instrument. L'amplitude et le facteur de qualité ont des effets un peu moins audibles mais ont une influence sur le timbre. Nous

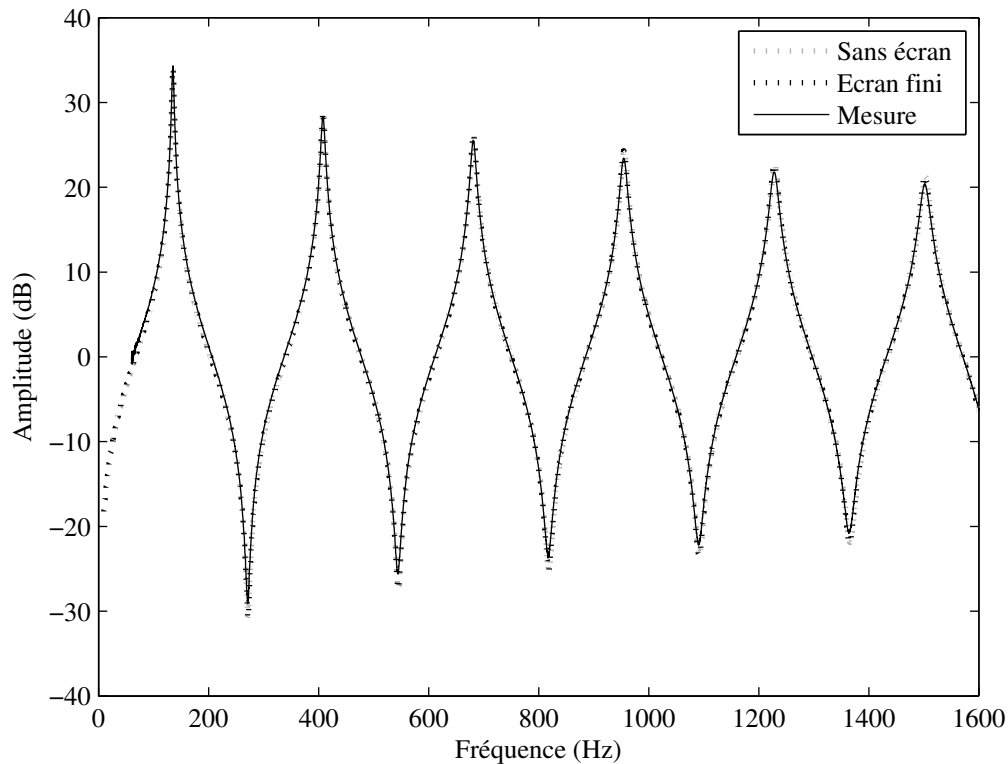


FIGURE 1.12 – Mesure de l'impédance d'entrée d'un tuyau ouvert ( $L = 624.0$  mm et  $a = 10.95$  mm) et modèles obtenus à partir de deux impédances de rayonnement : sans écran et écran fini.

TABLE 1.5 – Tableau représentant les écarts entre la mesure et les deux modèles de la figure 1.12, en cents pour les fréquences de résonance et en dB pour les amplitudes.

N°	Mesure	Sans écran	Ecran fini
0	Fr=135.11 Hz	3.87 cents	2.80 cents
	A=34.31 dB	-0.33 dB	-0.32 dB
1	Fr=407.99 Hz	1.92 cents	0.83 cents
	A=28.35 dB	0.55 dB	0.56 dB
2	Fr=681.16 Hz	1.83 cents	0.68 cents
	A=25.54 dB	0.71 dB	0.72 dB
3	Fr=954.61 Hz	1.60 cents	0.38 cents
	A=23.44 dB	0.85 dB	0.86 dB
4	Fr=1228.16 Hz	1.52 cents	0.21 cents
	A=21.81 dB	0.85 dB	0.86 dB
5	Fr=1501.84 Hz	1.42 cents	-0.01 cents
	A=20.33 dB	0.91 dB	0.91 dB

avons décidé de porter notre étude sur les fréquences de résonance et l'amplitude des pics.

L'impédance d'entrée du tuyau de la section 1.1.1 est mesurée, cette fois en configuration ouverte. Cette mesure, ainsi que les différents modèles sont présentés en figure 1.12 et les écarts entre modèle et mesure sont reportés dans le tableau 1.5, en dB pour les amplitudes et en cents pour les fréquences. Les deux modèles sont à peu près équivalents dans l'estimation des amplitudes, le modèle avec écran fini approchant beaucoup mieux la mesure au niveau des fréquences de résonance. En effet l'écart entre ce modèle et la mesure est de moins de 1 cent pour tous les pics sauf le premier qui est surestimé de presque 3 cents par le modèle (environ 0.25 Hz à cette fréquence). Il semble au premier abord qu'il y ait un problème de mesure à basse fréquence pour le premier pic, qui se retrouve souvent plus écarté (en cents) des modèles que les autres pics. Or l'écart en cents est effectivement plus important mais il correspond au même écart de fréquence. En effet, 1 cent à 410 Hz est environ égal à 0.25 Hz, ce qui est équivalent à 3 cents à une fréquence de 130 Hz.

## 1.2 La question des pavillons : propagation et rayonnement

### 1.2.1 Préambule

Cette section présente la reproduction d'un article en anglais publié dans *Acta Acustica United with Acustica* en janvier 2012 [Eveno *et al.* 2012] et intitulé "Wave propagation and radiation in a horn : Comparisons between models and measurements". Cet article a été écrit en collaboration avec Jean-Pierre Dalmont, René Caussé et Joël Gilbert. Il propose d'évaluer les erreurs induites par deux modèles, un modèle onde plane et un modèle onde sphérique, dans l'estimation de l'impédance d'entrée de deux pavillons. La perce de ces deux pavillons, un pavillon de trompette et un pavillon de trombone, étant connue au dixième de millimètre, la mesure de leur impédance d'entrée donne une référence précise pour la comparaison avec les modèles.

Les deux modèles proposés sont construits à partir de la méthode des matrices de transfert détaillée dans la partie 1.1.1. Cette méthode est en effet connue pour donner de bons résultats pour les géométries simples présentées précédemment [Plitnik & Strong 1979, van Walstijn & Campbell 2003] mais aucune étude n'a été réalisée depuis l'article de Caussé *et al.* [Caussé *et al.* 1984] sur sa précision dans le cadre d'un système plus complexe comme le pavillon. Le pavillon est discrétisé en troncs de cônes, chacun représenté par une matrice de transfert. Deux modèles de propagation sont implémentés suivant les coordonnées choisies : le modèle onde

plane en prenant l'abscisse le long de l'axe du cône et le modèle onde sphérique en utilisant l'abscisse curviligne.

Deux impédances de rayonnement sont utilisées : l'impédance de rayonnement sans écran définie dans [Silva *et al.* 2009] et l'impédance de rayonnement d'une portion de sphère pulsante [Hélie & Rodet 2003]. Quatre modèles sont construits à partir des combinaisons entre les deux modèles de propagation et les deux modèles de rayonnement. Il apparaît que les impédances implémentées à partir d'un même modèle de propagation sont très proches l'une de l'autre sur tout le domaine de fréquence étudié. Le modèle de propagation choisi a donc plus d'impact sur l'impédance d'entrée que le modèle de rayonnement. L'impédance de rayonnement d'une portion de sphère pulsante réalise une meilleure adaptation d'impédance que le modèle plan. Par la suite, seuls les modèles "physiquement réalistes" sont considérés : propagation en onde plane couplée au rayonnement sans écran et propagation en onde sphérique couplée au rayonnement d'une portion de sphère pulsante.

Selon l'article de Macaluso et Dalmont [Macaluso & Dalmont 2011], le pont d'impédance utilisé pour mesurer l'impédance d'entrée de ces deux pavillons permet une estimation des fréquences de résonance avec une incertitude de 0.2% (soit 3.5 cents). Comme montré précédemment dans la partie 1.1.1, l'écart entre mesure et modèle pour un tuyau est de moins de 0.15% ce qui corrobore l'information précédente. Cette incertitude permet donc de faire une comparaison mesure/modèles d'une précision convenable. Par ailleurs l'erreur de reproductibilité, mesurée en démontant et remontant le pavillon plusieurs fois sur le pont d'impédance, est estimée à 0.2%.

La comparaison entre les deux modèles et la mesure est faite sur deux bandes de fréquence : d'abord à basse fréquence en comparant les fréquences et les amplitudes des résonances, puis à haute fréquence, après la fréquence de coupure, en étudiant la différence entre les coefficients de réflexion des modèles et celui de la mesure. L'étude à basse fréquence montre que le modèle sphérique approche mieux les fréquences de résonance mesurées que le modèle plan. Cela confirme l'hypothèse de quasi-sphéricité des fronts d'ondes à basse fréquence dans les pavillons établie expérimentalement par Benade et Jansson [Benade & Jansson 1974, Jansson & Benade 1974]. En effet la mesure est toujours comprise entre le modèle plan et le modèle sphérique (mais plus proche du modèle sphérique). Seul le premier pic mesuré a une fréquence de résonance plus basse que les deux modèles pour les deux pavillons.

La comparaison des coefficients de réflexion montre que les modèles sont beaucoup plus proches au-dessous de la fréquence de coupure qu'au-dessus. A basse fréquence, les ondes ne sont pas capables de se propager jusqu'au bout du pavillon, elles sont réfléchies avant d'en atteindre l'extrémité. Le coefficient de réflexion est donc très proche de 1, indépendamment du modèle utilisé. Au-dessus de la fréquence de coupure, le pavillon est capable de transmettre les ondes jusqu'au bout

de la colonne d'air, où elles sont réfléchies ou rayonnées. Le modèle de rayonnement sphérique réalise une meilleure adaptation d'impédance que le piston plan, il est donc plus proche de la mesure.

La dernière partie est consacrée à une application à la facture instrumentale où les calculs sont étendus au trombone entier. Comme il est impossible de mesurer un trombone entier avec la même précision que celle du pavillon, la partie additionnelle est ajoutée numériquement avec un modèle plan (car le reste du trombone est quasiment cylindrique), les trois impédances d'entrée précédentes pouvant être considérées comme trois impédances terminales différentes à coupler à ce modèle unique de propagation. Le but est de voir l'influence relative du pavillon (et du modèle choisi) sur l'instrument entier (et en aucun cas de proposer un modèle complet qui puisse être comparé à la mesure d'un vrai instrument). Les résultats montrent que l'influence du pavillon sur les fréquences de résonance de l'instrument est importante car, même si 80% du trombone est totalement identique pour tous les modèles, il y a quand même plus d'1% d'écart sur les premières fréquences de résonance.

En conclusion, le modèle sphérique est très intéressant pour la facture instrumentale car c'est un modèle simple à implémenter, rapide, et qui donne des résultats satisfaisants au niveau de l'estimation des fréquences de résonance. Il est ensuite utile de comparer ce modèle à d'autres (méthode des éléments de frontière, éléments finis, différences finies, méthode multimodale...) pour estimer son niveau de précision. C'est l'objet du chapitre suivant.

## 1.2.2 Article paru dans *Acta Acustica* : *Wave propagation and radiation in a horn : Comparisons between models and measurements*

### 1.2.2.1 Introduction

The input impedance of a wind instrument is a quantity that gives important information regarding the instrument's playing behaviour [Backus 1974, Coltman 1968, Lyons 1981, Dalmont *et al.* 1995a]. In most cases, it can be either calculated or measured in most cases with a sufficiently good accuracy, given that the human ear is able to detect frequency shifts of 0.2% (3 cents) [Hartmann 1996]. Starting from the wind instrument shape, the Transmission-Matrix Method based on the plane wave approximation is usually considered as the most straightforward method of calculating the input impedance. Indeed, comparisons have shown that good correlation with measurements can be obtained [Plitnik & Strong 1979, van Walstijn & Campbell 2003]. However, in the case of brass instruments, the modeling of the horn is still problematic as the plane wave approximation is no longer valid when the slope of the horn is too large. This limit

is well known but to date no method is proven to give accurate results. The aim of the present article is to evaluate the error induced by the plane wave approximation and to check another Transmission-Matrix Method based on quasi-spherical wave propagation. The radiation impedance is also problematic as it is well known in the case of a cylinder but not in the case of a cone or a horn. An alternative radiation impedance proposed by [Hélie & Rodet 2003] is also tested in the present paper. Results are compared with measurements, for which the accuracy in terms of the resonance frequencies is shown to be within 3 cents.

Section 1.2.2.2 presents the state of the art and theory of the propagation and radiation models that are used in this article. Section 1.2.2.3 describes the set-up used for the measurements as well as the horns studied. Then, results of computation and measurements are compared and discussed. Finally, as this work is part of a project aimed at helping craftsmen to design and characterize their musical instruments, an application for craftsmanship is presented in Section 1.2.2.4 in the form of an entire computed trombone.

### 1.2.2.2 Propagation and Radiation in a horn

#### 1.2.2.2.a Propagation models

The wind instrument air columns have been studied by scientists for a long time [Benade 1959, Backus 1974]. One of the simplest and most efficient methods is the Transmission-Matrix Method (TMM). This method approximates the instrument structure as a sequence of concatenated segments, cylinders or cones, each being mathematically represented as a  $2 \times 2$  matrix in which the terms are complex-valued and frequency-dependent. An extension of the TMM to modes - the Multimodal Method - can also be applied to that case (see for example Amir et al. [Amir et al. 1997] or the method reviewed by Kemp [Kemp et al. 2000, Kemp et al. 2001]). Nevertheless, other methods have been used to analyse the air column, such as the Finite Element Method [Lefebvre 2010] and the Finite Difference Method [Noreland 2002]. Such numerical methods, based on the discretization of the geometry in small elements for which fundamental equations can be solved, have the advantage that complex geometries, such as musical instruments, can be handled easily. However, the huge computation time necessary to solve a complete instrument model is a serious drawback for craftsmanship applications. On the other hand, with an entire instrument described as a transmission line, it is easy to calculate quantities at the input end, defined as the usual point of excitation, given quantities at the output end.

The Transmission-Matrix Method used in this article is described in the article of Caussé et al. [Caussé et al. 1984]. This method has been proven to give results close to measured values for wind instru-

ments of cylindrical geometry when a plane wave approximation is used [Plitnik & Strong 1979, van Walstijn & Campbell 2003]. However, for horns, it is not possible to assume plane wave propagation any more [Benade & Jansson 1974, Jansson & Benade 1974]. This is why Nederveen and Dalmont [Nederveen & Dalmont 2008] propose a low frequency correction for the TMM in the form of an additional impedance that takes into account the transverse flow inside the horn. Nevertheless, a problematic issue is that the wavefront is still unknown.

Another approach is that of Agulló et al. [Agulló *et al.* 1999] who assume the time-invariance of equipotential surfaces normal to the profile and the axis of an axisymmetric horn and develop 1D models for both spherical and oblate ellipsoidal surfaces. Keefe and Barjau [Keefe & Barjau 1999] use this model for a hyperbolic horn and find it to be more accurate than the plane-wave horn equation or the spherical-wave horn equation of Benade and Jansson [Benade & Jansson 1974, Jansson & Benade 1974]. Nevertheless this method cannot be applied to an arbitrary horn geometry, especially for a rapidly changing horn profile. For such cases, Hélie [Hélie 2003] proposes a model with a geometrical hypothesis (quasi-sphericity of isobars near the wall) which does not require fixed wavefronts as usual. This hypothesis leads to a solution of the Webster equation with curvilinear abscissa.

For craftsmanship applications it is important to have a reliable resolution that works for all geometries. That is why it is preferable to use only truncated cones or cylinders, and apply them in a Transmission-Matrix Method. The horn equation with curvilinear abscissa derived in [Hélie 2003] for quasi-spherical isobars also corresponds to the continuous model obtained for piecewise conical segments when the length of cones uniformly tends towards zero. Moreover, the artefacts due to the choice of cones rather than a  $C^1$  regular profile are negligible if the slope change between the cones is sufficiently small (see [Hélie *et al.* 2011]). Hence, in this article, we choose to compute the TMM using piecewise conical segments obtained for a sufficiently refined mesh description. Then, we compare this piecewise spherical model with a plane model constructed from the TMM calculated along the horn axis.

#### 1.2.2.2.b Radiation models

The problem of the acoustic radiation impedance of a cylindrical pipe is now well known. Cases of unflanged and infinitely flanged cylinders have been solved [Levine & Schwinger 1948, Norris & Sheng 1989]. These results are extended by Silva et al. [Silva *et al.* 2009] above the cutoff frequency of the first higher order mode. They give a non-causal expression obtained by analytical and numerical fitting to reference results from Levine and Schwinger for the unflanged case and ex-



tracted from the radiation impedance matrix given by Zorumski [Zorumski 1973] for the infinite flanged case. Furthermore, measurements on tubes with various flanges that can be found in musical instruments have been compared to theoretical and numerical results [Dalmont *et al.* 2001].

However, these radiation impedances cannot be used in every case. Indeed, the shape of a horn has a strong influence on the acoustic radiation, to such an extent that it is no longer justified to use a plane radiation impedance. This is why Caussé *et al.* [Caussé *et al.* 1984] have introduced a correction for the case of spherical waves, normalizing the Levine's expression by the ratio  $A_p/A_s$  where  $A_p$  and  $A_s$  are respectively the planar and spherical wavefront areas. However, the large discrepancies between their model and the measurement of a trombone bell indicate the need for an improved model of the radiation impedance. To this end, Hélie and Rodet [Hélie & Rodet 2003] then propose approximating the radiation of a horn by that of a pulsating portion of sphere, as was first calculated by [Morse & Ingard 1968, Bruneau 1983], and give analytical formulae.

This article aims at comparing two types of model : a plane wave model and a spherical wave model. An unflanged case seems to fit well with the geometry of a horn. The radiation impedance from Silva *et al.* [Silva *et al.* 2009] is thus chosen as the plane wave model to be used above the cutoff frequency.

The pressure reflection coefficient is defined as  $R = -|R|e^{-2jkL}$ . Silva *et al.* give the modulus of the pressure reflection coefficient of an unflanged pipe as :

$$|R(\omega)| = \frac{1 + a_1(ka)^2}{1 + (\beta + a_1)(ka)^2 + a_2(ka)^4 + a_3(ka)^6}, \quad (1.52)$$

with  $a_1 = 0.800$ ,  $a_2 = 0.266$ ,  $a_3 = 0.0263$  and  $\beta = 1/2$ .  $k = \omega/c$  is the acoustic wavenumber and  $a$  is the cylinder radius (or the radius of the output end of the horn as shown in Figure 1.13).  $L$  is the end correction due to radiation and its expression is given by :

$$\frac{L}{a} = \eta \frac{1 + b_1(ka)^2}{1 + b_2(ka)^2 + b_3(ka)^4 + b_4(ka)^6}, \quad (1.53)$$

with  $\eta = 0.6133$ ,  $b_1 = 0.0599$ ,  $b_2 = 0.238$ ,  $b_3 = -0.0153$  and  $b_4 = 0.00150$ . The radiation impedance  $Z_r$  can be then expressed as follows :

$$Z_r(\omega) = Z_c \frac{1 + R}{1 - R}, \quad (1.54)$$

where  $Z_c = \rho c / \pi a^2$  is the characteristic impedance.

With regard to a spherical model, Hélie and Rodet give an analytical solution for the radiation of a sphere, part of which is pulsating (see Figure 1.13) with a uniform velocity while the rest remains motionless, though it remains to verify this

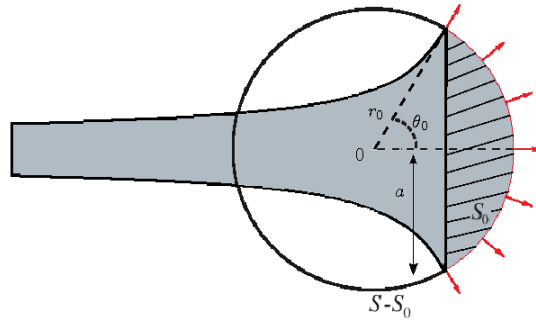


FIGURE 1.13 – The radiation of the horn is approximated by that of a sphere  $S$ , part of which,  $S_0$ , is pulsating with a uniform velocity while the rest remains motionless. The radius of  $S$  is denoted  $r_0$ , the angle of the tangent cone at the horn output is denoted  $\theta_0$  and the radius of the end section of the horn is denoted  $a$ . From [Hélie & Rodet 2003].

model experimentally. This impedance is then averaged over  $S_0$  in order to remove the dependence on spatial variables. The analytical expression includes an infinite sum, but can be simplified with a second order high-pass model :

$$Z_r(\omega) = Z_c \frac{iv \frac{P_v}{P_\alpha} - (\nu P_\nu)^2}{1 + 2iv P_\xi P_\nu - (\nu P_\nu)^2}, \quad (1.55)$$

where  $P_\alpha(\theta_0)$ ,  $P_\xi(\theta_0)$  and  $P_\nu(\theta_0)$  are low order polynomials whose coefficients are given in Table 1.6 and  $\nu = r_0 f / c$  is a non-dimensional variable.

TABLE 1.6 – Coefficients of the polynomials used in equation (1.55) which are functions of  $\theta_0$ .

	$\theta_0^0$	$\theta_0^1$	$\theta_0^2$	$\theta_0^3$	$\theta_0^4$	$\theta_0^5$
$P_\alpha$	0.8788	1.083	-1.242	1.162	-0.6360	0.1113
$P_\xi$	0.720	0.0799	0.221	-0.144	0.0207	0
$P_\nu$	-0.0220	4.704	-0.07946	-0.4240	0.2607	-0.1980

Figure 1.14 shows the modulus of the reflection coefficient and the dimensionless length correction  $L/a$  of the plane and the spherical models for the trombone bell studied and presented in the next section ( $\theta_0 = 1.26$  rad,  $r_0 = 11.5$  cm and  $a = 11$  cm). The two reflection coefficients have almost the same behaviour for frequencies below  $ka = 2$  since they follow the same asymptotic requirement at low frequency. Then, they begin to differ. The spherical model actually gives higher values for the modulus of the reflection coefficient than the plane model, which might

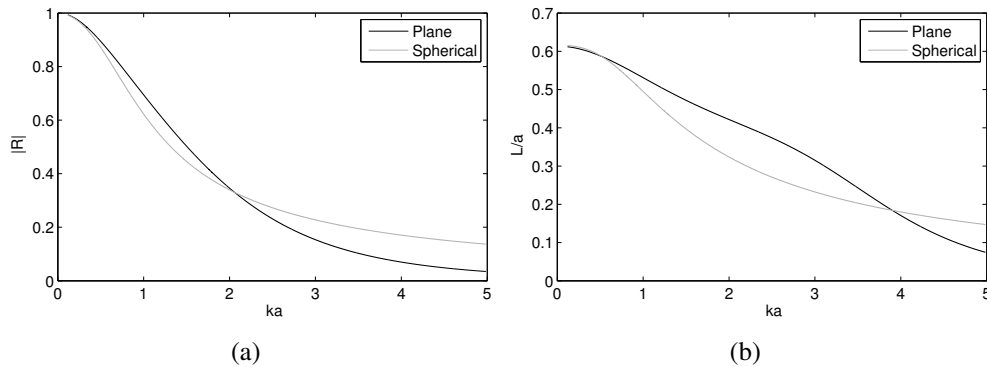


FIGURE 1.14 – Modulus of (a) the reflection coefficient and (b) the dimensionless length correction  $L/a$  of the plane model (in black) and the spherical model (in grey) for the trombone bell.

intuitively seem wrong since the aim of a horn is to improve the radiation at high frequency. Nevertheless, an explanation can be found in the fact that the spherical model is designed to produce a causal physical response. That is not the case for the plane model, which aims at better approximating the Levine and Schwinger formulation at high frequency than causal plane models. This plane radiation model can thus tend towards zero quicker than the spherical one. As for the length correction, an interpretation of the same kind can be given for the differences at high frequency. At low frequency, however, the plane model tends to the known dimensionless static length correction of the unflanged case which is equal to 0.6133. As for the spherical model, it tends to a slightly higher value between the static length correction of the flanged, which is equal to 0.8216, and the unflanged plane cases.

### 1.2.2.2.c Models including propagation and radiation

TABLE 1.7 – The four models compared in this study. P stands for Plane and S for Spherical.

Model	1	2	3	4
Propagation	P	P	S	S
Radiation	P	S	P	S

Two principal effects have to be taken into account so as to give a complete model of the horn : the wave propagation and the radiation. In order to evaluate the influence of each effect, four models constructed from the combination of the two wave propagation models from Section 1.2.2.2.a and the two radiation impedances from Section 1.2.2.2.b are compared (see Table 1.7).

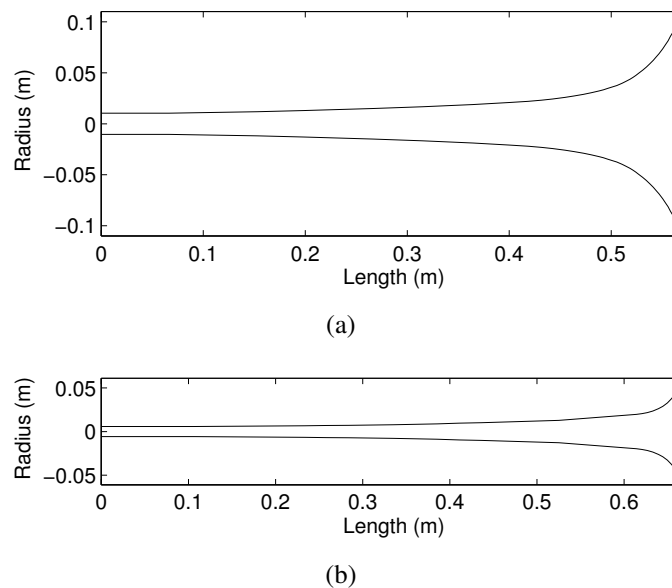


FIGURE 1.15 – Geometry of (a) the trombone horn and (b) the trumpet horn.

Two horns are studied in this paper. The first one is a tenor trombone bell which starts, following the slide section, with a cylindrical section of 10.4-mm radius. It begins to flare modestly, terminating in an abrupt flare to a radius of 110 mm after a 568-mm length (see Figure 1.15). The second one is a straight trumpet section of length 664.9 mm that begins with a long cylindrical part of 5.8-mm radius and ends at a radius of 61.1 mm (see Figure 1.15). The mandrel of the trumpet horn was measured with an accuracy to within a hundredth of a millimetre and the geometry of the trombone was directly measured on the horn with an accuracy to within a tenth of a millimetre.

All results of these combinations are shown in Figure 1.16 for the trombone bell and in Figure 1.17 for the trumpet bell. These figures show that curves made from the same propagation model are close to each other in all frequency ranges. This means that the propagation model has a more important impact on the input impedance behaviour than the radiation model. Moreover, the spherical model realises a better impedance adaptation since, at high frequency, peaks are much lower for spherical than for plane propagation.

As the respective influence of both propagation and radiation models have been highlighted in this section, we choose for the rest of the article just to focus on two models : Model 1 and Model 4.

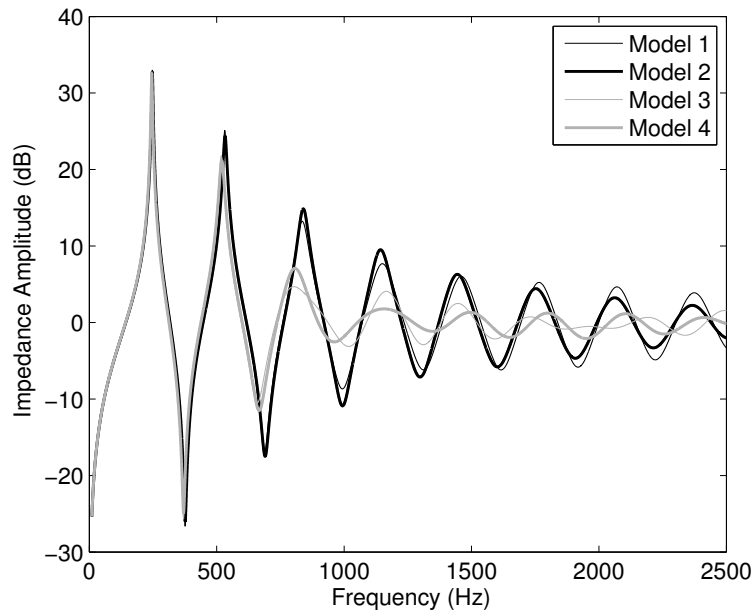


FIGURE 1.16 – Comparison of the four proposed models of the trombone bell input impedance. Wave propagation : Plane (in black) and Spherical (in grey). Radiation : Plane (thin curves) and Spherical (thick curves).

### 1.2.2.3 Experiment results and discussion

#### 1.2.2.3.a Experiment set-up

For the input impedance measurement, a set-up developed jointly by CTTM<sup>5</sup> and LAUM<sup>6</sup> is used [Dalmont & le Roux 2008]. In this apparatus, a small closed cavity in which a microphone measures a pressure  $p_1$  (from which the volume velocity of the source is determined) is connected to the back of a piezo-electric buzzer. The measured pipe is connected to the front of the buzzer via a small open cavity in which a second microphone measures a pressure  $p_2$ . The input impedance is then calculated from the transfer function between the two microphones.

The source signal is a logarithmic chirp of five seconds length (generated by the PC audio sound card) leading to a frequency resolution of 0.2 Hz, from 50 to 2500 Hz. Finally, the measurement is obtained by averaging three acquisitions. The entire apparatus is placed in an anechoic chamber whose temperature has been estimated previously by measuring the input impedance of a closed cylinder of length 624 mm and radius 10.9 mm. According to Macaluso and Dalmont in [Macaluso & Dalmont 2011], the measurement set-up allows the determination

5. Centre de Transfert de Technologie du Mans, 20 rue Thales de Milet, 72000 Le Mans, France.

6. Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, UMR CNRS 6613, Avenue Olivier Messiaen, 72085 Le Mans Cedex 9, France.

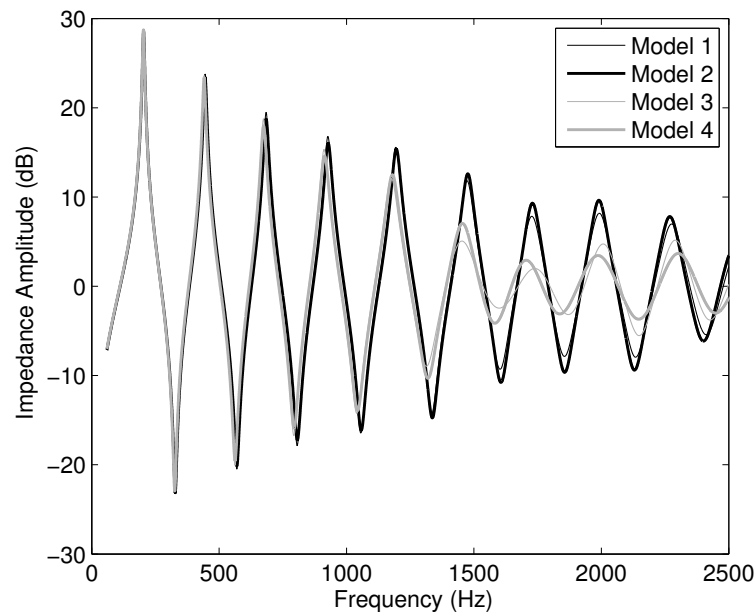


FIGURE 1.17 – Comparison of the four proposed models of the trumpet bell input impedance. Wave propagation : Plane (in black) and Spherical (in grey). Radiation : Plane (thin curves) and Spherical (thick curves).

of the resonance frequencies with an uncertainty of about 0.2%. Moreover, this measurement apparatus was first tested by the authors with simple known cases, in particular with the cylinder mentioned before. The difference between the measurement and the model (TMM with axial abscissa and radiation with a finite flange from [Dalmont *et al.* 2001]) in frequency was less than 0.15% for all resonance peaks. This uncertainty allows one to make a meaningful comparison between the different models and the measurements of the horns.

The input impedance of each of the two horns was measured six times, removing the bell from the impedance sensor each time in order to study the reproducibility. The reproducibility error is about 0.2%. Consequently, measurements of these horns can be considered as a reference for the comparison with the models. This comparison between models and measurement is shown in Figure 1.18 for the trombone bell and in Figure 1.19 for the trumpet bell.

### 1.2.2.3.b Results

The behaviour of the curves in Figure 1.18 and 1.19 is different below and above the cutoff frequency  $F_c$  of the bell (see Benade [Benade 1976]) which is around 700 Hz for the trombone and 1300 Hz for the trumpet. Below that frequency, the resonance peaks are sharp since the acoustic waves are reflected almost completely by the bell, whereas after, radiation is more important and the peaks decrease signifi-

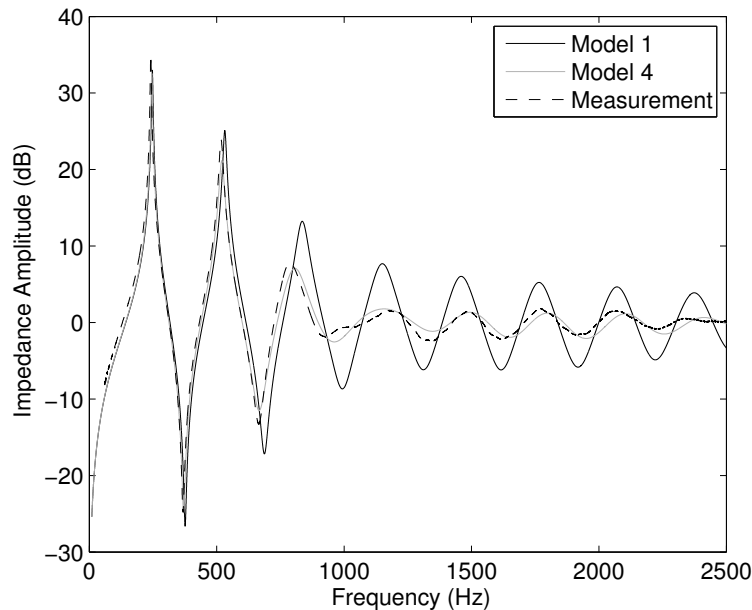


FIGURE 1.18 – Comparison between the measurement of the trombone bell input impedance (dashed line) and the two models : the plane (in black) and the spherical (in grey).

cantly in amplitude. When studying a musical instrument, it is interesting to look at its resonance characteristics, which are related to the playing frequencies. At high frequency there are no more resonances ; for this reason it is more useful to examine the fluctuations of the reflection coefficient modulus above  $F_c$ .

**1.2.2.3.1 Low frequency analysis** Below the cutoff frequency, the models can be compared in terms of the impedance resonance peaks. These peaks are defined by three criteria : the frequency, the amplitude and the quality factor. In order to help craftsmen to design their musical instruments, the frequency criterion is the most important, as it is directly linked to the instrument tuning. The amplitude and quality factor have a small audible effect on the timbre and primarily affect the playing response. Here a comparison is done on the frequencies and amplitudes of the peaks, which are precisely determined with a peak fitting technique using a least square method (see Le Roux [le Roux 1994]).

The results in Tables 1.8 and 1.9 show that the spherical model gives resonance frequencies closer to the measured values than the planar one. This supports the hypothesis of the quasi-sphericity of wavefronts which was experimentally established in the low frequency range by Benade and Jansson [Benade & Jansson 1974, Jansson & Benade 1974]. The measured input impedance is expected to be located between the plane and the spherical models. This is actually the case for the second

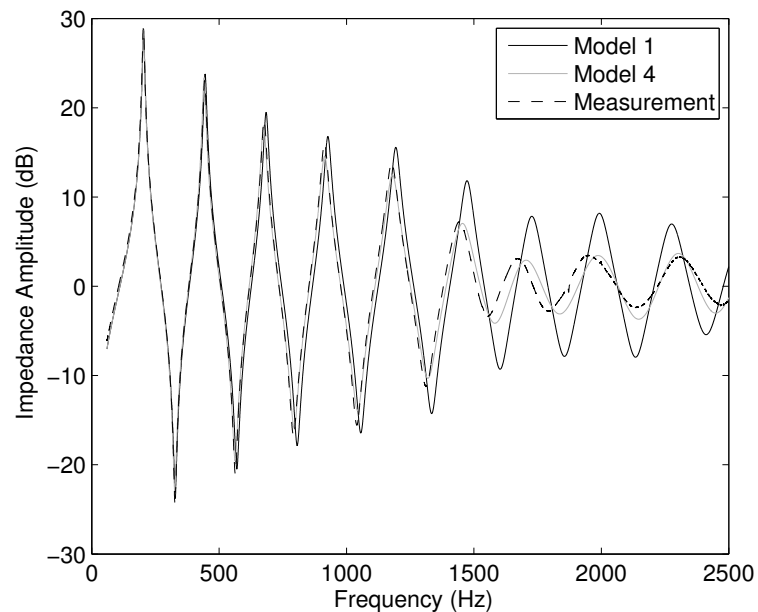


FIGURE 1.19 – Comparison between the measurement of the trumpet bell input impedance (dashed line) and the two models : the plane (in black) and the spherical (in grey).

TABLE 1.8 – Differences between the measured and modeled resonance peaks of the trombone horn at low frequency.

Resonance	Measurement	Model 1	Model 4
1st	Fr=241.43 Hz	2.7%	1.8%
	A=35.05 dB	0.41 dB	-0.02 dB
2nd	Fr=517.22 Hz	2.8%	0.6%
	A=23.89 dB	1.53 dB	-2.52 dB

and third impedance peaks of the trumpet bell, with the measurement closer to the spherical model. The measured frequencies of the higher resonances, which are lower than predicted by both plane and spherical models, suggest that the radiation is even greater at these frequencies. No explanation can be given regarding why in both horns the measured frequency of the first resonance is lower than predicted by both models. Moreover it was checked in section 1.2.2.3.a that there was no problem with the measurement apparatus.

**1.2.2.3.2 High frequency analysis** Above the cutoff frequency, as the peaks do not have a sufficient sharpness, a good way to evaluate the accuracy of each model is to look at the reflection coefficient. Figure 1.20 shows the modulus of the difference between the reflection coefficient of each model and the measured one.



TABLE 1.9 – Differences between the measured and modeled resonance peaks of the trumpet horn at low frequency.

Resonance	Measurement	Model 1	Model 4
1st	Fr=202.87 Hz	0.83%	0.56%
	A=29.00 dB	2.42 dB	2.40 dB
2nd	Fr=443.09 Hz	0.52%	-0.37%
	A=23.03 dB	1.20 dB	0.77 dB
3rd	Fr=676.53 Hz	1.18%	-0.27%
	A=18.59 dB	1.04 dB	-0.49 dB
4th	Fr=913.41 Hz	1.48%	0.07%
	A=16.00 dB	0.84 dB	-1.38 dB
5th	Fr=1177.20 Hz	1.38%	0.26%
	A=13.83 dB	1.80 dB	-1.27 dB

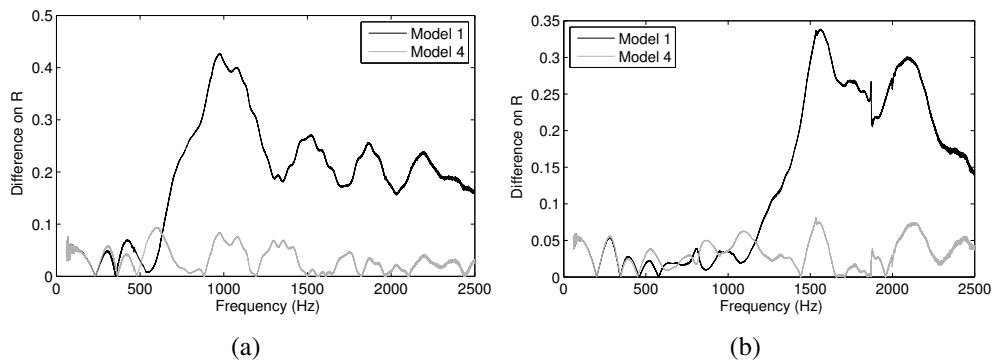


FIGURE 1.20 – Modulus of the difference between the two proposed models (Plane model (in black) and Spherical model (in grey)) and the measurement on the reflection coefficient  $R$  (a) for the trombone and (b) for the trumpet.

In this figure, it clearly appears that the two models behave more similarly below the cutoff frequency than above. At low frequencies, the sound waves are not able to travel along the horn and as a result they are reflected. The reflection coefficient is thus approximately equal to one, regardless of the model used. At frequencies above the cutoff frequency, the bell becomes able to transmit waves to the lower end of the air column where they are reflected or radiated. Consequently, radiation has an important role in that frequency range. The spherical model (Model 4) has the closest fit to the measurements as the model of a pulsating portion of sphere realises a better impedance adaptation than the planar piston.

### 1.2.2.4 An application for musical instruments craftsmanship : Extension to the whole trombone

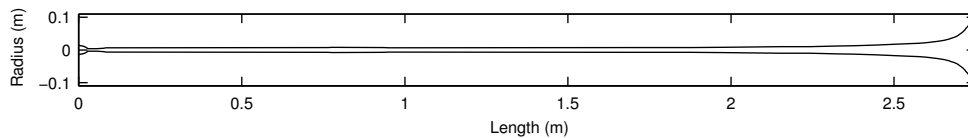


FIGURE 1.21 – Geometry of the bell extended to the whole trombone.

In order to show the effective influence of the bell on a whole instrument, the remaining part of the trombone is added at the input end of the trombone horn, as shown in Figure 1.21. As it is impossible to measure the geometry of this remaining part with the same accuracy as for the trombone horn, only the plane propagation model is thus computed on this added part, taking the trombone horn input impedances calculated and measured in Section 1.2.2.3 as three different loads. By extending numerically the measurement of the trombone horn input impedance we thus create an “hybrid model”. Results are shown in Figure 1.22, where the first “hybrid” resonance peak is not represented since it appears below 50 Hz and no measurement has been done below that frequency.

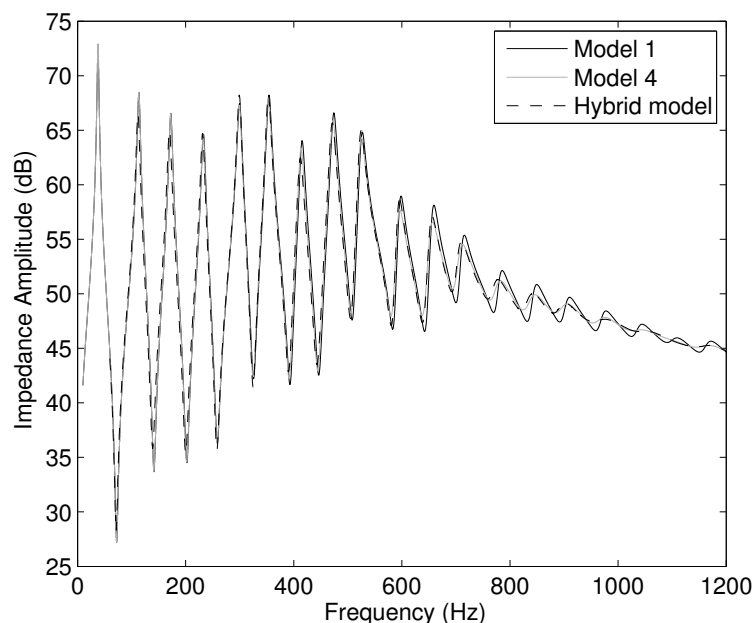


FIGURE 1.22 – Input impedance of the bell virtually extended to the whole trombone : Comparison between the plane model (in black), the spherical model (in grey) and the hybrid model (in dashed line) as loads to the virtual instrument.

Table 1.10 suggests that the bell has a strong influence on the acoustics of the whole instrument. Indeed, even though the horn only represents 20% of the trombone length, and the model of the additional part is exactly the same for the three curves in Figure 1.22, there is still a difference of more than 1% between the spherical model and the measurement for the second and third resonance frequencies. Nevertheless, the spherical model still gives an approximation of the resonance frequencies that is closer to the measurement than the plane model, with a difference between the two models rising up to 8 cents for the seventh resonance. Moreover, it can be directly seen in Figure 1.22 that at high frequencies the spherical model follows the behaviour of the measurement well.

TABLE 1.10 – Differences between the spherical model and the measurement for the resonance peaks of the whole trombone.

Resonance	Measurement	Model 1	Model 4
2nd	Fr=111.80 Hz	1.50% (25.7 cents)	1.44% (24.8 cents)
	A=66.53 dB	1.95 dB	1.94 dB
3rd	Fr=170.09 Hz	1.46% (25.0 cents)	1.33% (22.9 cents)
	A=64.96 dB	1.56 dB	1.55 dB
4th	Fr=231.39 Hz	0.69% (11.9 cents)	0.49% (8.5 cents)
	A=64.72 dB	-0.08 dB	-0.13 dB
5th	Fr=299.27 Hz	0.18% (3.1 cents)	-0.04% (0.7 cents)
	A=68.21 dB	-0.76 dB	-0.94 dB
6th	Fr=353.12 Hz	0.33% (5.7 cents)	0.06% (1.0 cents)
	A=68.28 dB	-0.07 dB	-0.26 dB
7th	Fr=412.37 Hz	0.79% (13.6 cents)	0.32% (5.5 cents)
	A=62.47 dB	1.55 dB	0.91 dB
8th	Fr=471.53 Hz	0.59% (10.2 cents)	0.21% (3.7 cents)
	A=65.67 dB	0.90 dB	0.19 dB

### 1.2.2.5 Conclusion

The comparison between two 1D models (a plane and a spherical) and the measurements of two brass instrument bells, allows assessment of both propagation

and radiation models for a horn. Below the horn cutoff frequency, wave propagation predominates over radiation, since most of the waves are reflected by the horn. The spherical model (rather than the plane model) gives results closer to measurement for both horns, with a good accuracy with the error in the predicted resonance frequencies less than 1% for all peaks (apart from the first one in the trombone). Above the cutoff frequency more waves are radiated and the comparison with measurement shows that the model of the pulsating portion of sphere is well adapted to the problem of horn modeling. This article has thus shown that the spherical 1D model approximates the acoustic behaviour of a horn more accurately than the plane 1D model. Nevertheless, this model still does not fit perfectly with the measurement.

The results might be then compared with other methods, such as Finite Element Methods, Boundary Elements Methods, Finite-Difference Time-Domain Methods, or Multimodal Methods. To this end, a benchmark test is currently in progress in order to compare all these methods with the measurements and models presented in this paper. This test is done on four different horns : the two horns studied in this article and two other cone-shaped horns. The first results of this work can be seen in [Eveno *et al.* 2011].

In conclusion, for musical instrument craftsmanship applications, the 1D spherical model can be considered a good alternative to the currently used plane model, as differences between the model and the measurement do not rise above 25 cents (which is audible but still a substantial improvement). The model is particularly useful since it does not require very high computing power (any musical instrument maker should be able to use the designed software with his own personal computer) and calculations are fast.



# Evaluation de plusieurs méthodes pour le calcul de l'impédance d'entrée de pavillons

---

## Sommaire

<b>2.1 Méthodes étudiées</b> . . . . .	<b>49</b>
2.1.1 La méthode des éléments finis (FEM) . . . . .	49
2.1.2 La méthode des éléments finis de frontière (BEM) . . . . .	51
2.1.3 La méthode multimodale . . . . .	52
2.1.4 La méthode des raccords $C^1$ de tronçons à $\frac{R''}{R}$ constant . . . . .	54
2.1.5 La méthode des différences finies (FDM) . . . . .	55
2.1.6 Correction 3D à la méthode des matrices de transfert (Corr3D) . . . . .	57
<b>2.2 Résultats</b> . . . . .	<b>59</b>
2.2.1 Petit cône avec cylindre . . . . .	59
2.2.2 Pavillon de trombone . . . . .	62
2.2.3 Pavillon de trompette . . . . .	67
<b>2.3 Conclusion</b> . . . . .	<b>69</b>

---

Ce chapitre<sup>1</sup> prolonge le travail présenté dans la partie 1.2 du précédent. En effet, après avoir montré que la méthode des matrices de transfert en abscisse curviligne couplée avec le rayonnement d'une portion de sphère pulsante donne des résultats proches de la mesure, il est utile de comparer ces résultats avec ceux de méthodes numériques qui ne font pas d'hypothèse a priori sur la nature du front d'onde.

Trois pavillons sont utilisés dans cette étude : les pavillons de trombone et trompette présentés dans la partie 1.2 et un cylindre prolongé par un cône. Leurs perçes sont présentées en figure 2.1. L'impédance d'entrée de ces pavillons est mesurée avec le même protocole expérimental que dans le chapitre 1. Cette impédance servira de référence pour la comparaison avec les différentes méthodes.

---

1. Chapitre réalisé en collaboration avec Joël Bensoam, Simon Felix, Maxime Harazi, Thomas Hélie, Philippe Herzog, Antoine Lefebvre, Bastien Mallaroni, Kees Nederveen, Rubén Picó Vila, Gary Scavone et Thierry Scotti.

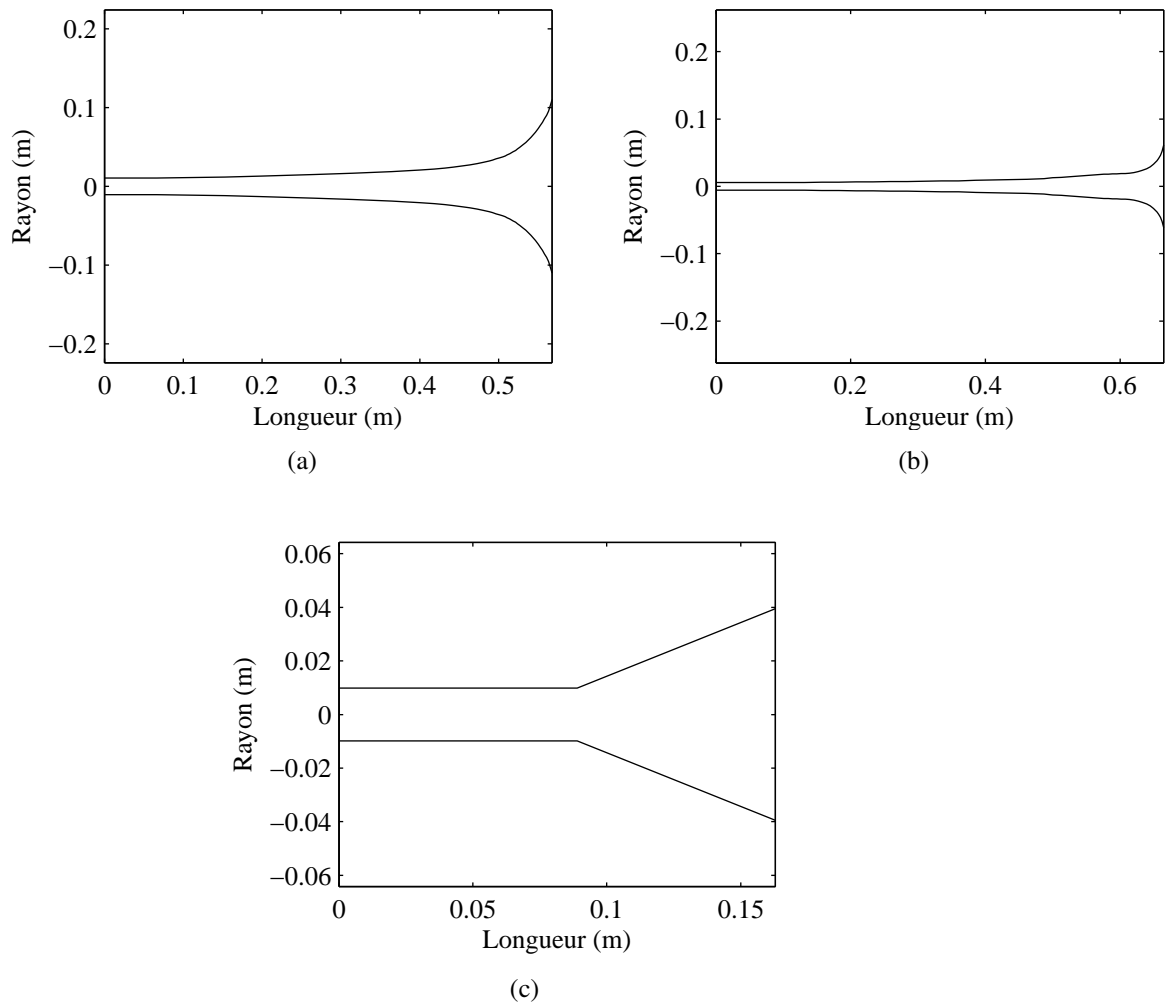


FIGURE 2.1 – Perce des pavillons étudiés : (a) Pavillon de trombone, (b) Pavillon de trompette et (c) Cylindre prolongé par un cône.

## 2.1 Méthodes étudiées<sup>2</sup>

### 2.1.1 La méthode des éléments finis (FEM)

D'après [Harazi 2012].

La méthode des éléments finis connue sous l'acronyme anglo-saxon F.E.M. : Finite Element Method, permet de représenter une structure en 3D couplée avec les domaines intérieurs et extérieurs. La première étape de cette méthode est la discrétisation du volume étudié en un maillage. Les équations seront ainsi résolues sur chaque élément de ce maillage. L'équation de Helmholtz  $\nabla^2 p + k^2 p = 0$  est multipliée par une fonction scalaire  $\phi$  et intégrée sur un domaine  $\Omega$  :

$$\int_{\Omega} \phi[\nabla^2 p + k^2 p]d\Omega = 0, \quad (2.1)$$

ce qui donne après quelques développements :

$$- \int_{\Gamma} \rho_0 j \omega u_n \phi d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla \phi \cdot \nabla p d\Omega + \int_{\Omega} \phi k^2 p d\Omega = 0, \quad (2.2)$$

où  $u_n$  est la vitesse normale sur la surface  $\Gamma$ . Pour le calcul d'une impédance d'entrée,  $u_n$  est nulle partout sur  $\Gamma$  sauf sur la surface d'excitation. L'étape suivante de la méthode consiste à introduire une base sur laquelle décomposer les fonctions  $\phi$  et  $p$ . La fonction choisie est  $\Psi_i$ , qui est égale à 1 sur le nœud  $i$  et est nulle partout ailleurs. Les fonctions  $\phi$  et  $p$  se décomposent ainsi :

$$\phi \approx \phi_{FEM} = \sum_i \phi_i \Psi_i(x, y, z) \quad (2.3)$$

$$p \approx p_{FEM} = \sum_i p_i \Psi_i(x, y, z) \quad (2.4)$$

$$(2.5)$$

qui, une fois injectées dans l'équation 2.2 donnent :

$$- \phi_i \rho_0 \omega \int_{\Gamma} u_n \Psi_i d\Gamma - \phi_i p_j \int_{\Omega} \nabla \Psi_i \cdot \nabla \Psi_j d\Omega + \phi_i p_j k^2 \int_{\Omega} \Psi_i \cdot \Psi_j d\Omega = 0. \quad (2.6)$$

Cette équation peut s'écrire sous forme matricielle :

$$M_{ij} p_j - K_{ij} p_j = F_i, \quad (2.7)$$

---

2. Les notations de cette partie sont propres à chaque auteur et sont donc indépendantes du reste de la thèse



avec

$$M_{ij} = k^2 \int_{\Omega} \Psi_i \cdot \Psi_j d\Omega, \quad (2.8)$$

$$K_{ij} = \int_{\Omega} \nabla \Psi_i \cdot \nabla \Psi_j d\Omega, \quad (2.9)$$

$$F_i = -\rho_0 j \omega \int_{\Gamma} u_n \Psi_i d\Gamma. \quad (2.10)$$

Ces trois termes étant connus, on se retrouve avec un système linéaire ayant pour seule inconnue le vecteur pression  $p$ . Le but est de résoudre ce système qui fournit la pression sur tous les nœuds du maillage. Pour obtenir la pression à un autre endroit du volume, il suffit ensuite d'interpoler.

### Mise en oeuvre

L'inconvénient de la méthode FEM est qu'il faut mailler tout le volume étudié. Pour se mettre en condition de rayonnement en champ libre il est donc nécessaire de mailler un très gros volume autour du pavillon pour ne pas avoir d'artefact. Le pavillon est donc entouré d'une sphère de diamètre environ égal à trois fois la longueur du pavillon. Le maillage est choisi très fin proche des endroits où le rayon varie rapidement et plus grossier à mesure que l'on s'éloigne du pavillon (cf figure 2.2).

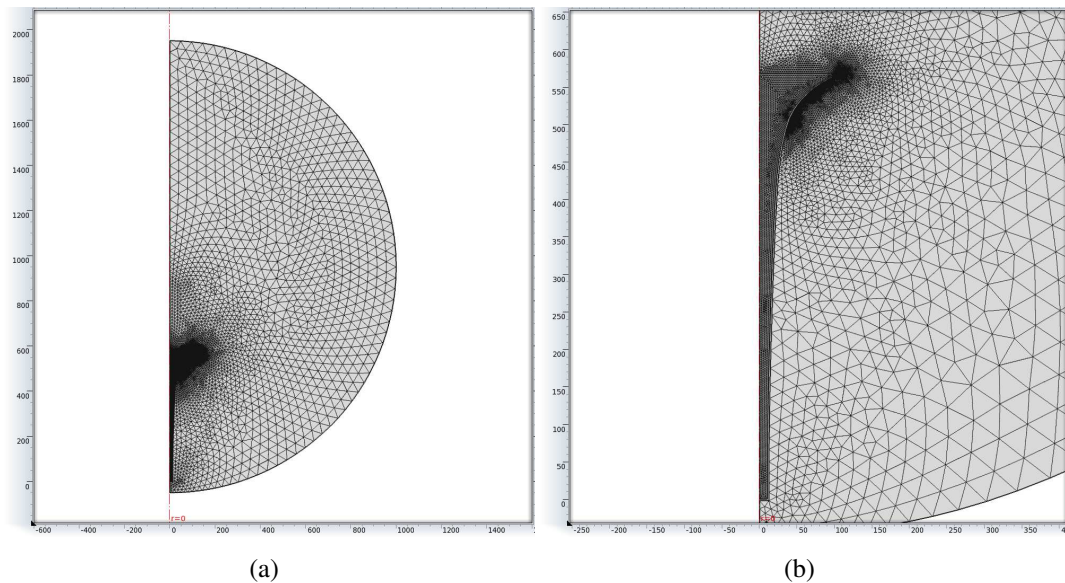


FIGURE 2.2 – Maillage utilisé pour le calcul de l'impédance d'entrée du pavillon de trombone avec la méthode FEM

Plusieurs conditions limites sont ensuite appliquées. Une condition de rayonnement sphérique est définie sur toute la sphère (voir notamment [Bayliss *et al.* 1982]), limitant ainsi les réflexions. La source de pression est placée sur la section d'entrée du pavillon. C'est une onde plane dirigée selon l'axe du pavillon vers l'extérieur. Enfin, une condition de Neumann (condition limite rigide, vitesse normale nulle) est appliquée sur les parois du pavillon.

### 2.1.2 La méthode des éléments finis de frontière (BEM)

D'après [Premat 2000].

La méthode des éléments finis de frontière connue sous l'acronyme anglo-saxon B.E.M. : Boundary Element Method, est une technique numérique développée depuis le début des années soixante et fondée sur la théorie plus ancienne des équations intégrales de frontière désignée par B.I.E. pour Boundary Integral Equation. Cette méthode s'est posée en alternative à l'autre grande méthode numérique, la méthode des éléments finis, en particulier lorsque le domaine de propagation devient infini. En effet, la méthode d'éléments finis de frontière apparaît plus appropriée en espace infini que la méthode des éléments finis puisque seule la surface de la frontière du domaine doit être discrétisée. Contrairement à cette dernière méthode, on n'a pas besoin de mailler tout le domaine de propagation, le champ acoustique en tout point de l'espace étant dû au rayonnement de ses frontières. En outre la condition de Sommerfeld de rayonnement à l'infini est satisfaite automatiquement dans les méthodes d'éléments finis de frontière via le noyau des formulations intégrales qui répond exactement aux conditions aux limites pour des domaines infinis, contrairement aux méthodes d'éléments finis.

La méthode BEM utilise deux formulations différentes : une formulation directe et une formulation indirecte. La formulation indirecte étant celle qui sera utilisée dans ce "benchmark", nous détaillerons seulement cette dernière. La formulation indirecte est basée sur une forme intégrale du principe de Huygens qui stipule que le champ acoustique diffusé par une surface-frontière peut être représenté par une distribution de monopôles et de dipôles. Cette représentation recourt à l'utilisation de potentiels de couches qui découlent de la théorie des potentiels en électro-magnétisme. Filippi montre en effet [Filippi 1972] que la solution de n'importe quel problème aux valeurs limites de l'équation scalaire de Helmholtz peut s'écrire sous la forme d'un potentiel de couche, qu'il soit de simple couche, de double couche ou encore la combinaison linéaire d'une simple et d'une double couche. Ainsi il est possible d'écrire, avec  $\alpha$  et  $\beta$  coefficients complexes :

$$p(M) = p_0(M) + \alpha p_s(M) + \beta p_d(M) \quad (2.11)$$

où les potentiels de simple et double couche  $p_s$  et  $p_d$  sont :

$$p_s(M) = \int_{\sigma} \nu(P)G(M, P)d\Gamma(P), \quad (2.12)$$

$$p_d(M) = - \int_{\sigma} \mu(P)\partial_{n(P)}G(M, P)d\Gamma(P), \quad (2.13)$$

$G$  étant la fonction de Green. L'équation intégrale obtenue en écrivant la pression acoustique sous la forme de l'équation (2.11) et en lui imposant de satisfaire des conditions aux limites sur la surface (Dirichlet, Neumann ou Robin) fait donc intervenir deux fonctions inconnues : les densités  $\nu$  et  $\mu$  des potentiels de simple et double couche. Ces inconnues intermédiaires doivent alors être déterminées en résolvant l'équation intégrale obtenue avant de pouvoir calculer le champ acoustique en tout point de l'espace via la formulation de départ d'où l'appellation de formulation indirecte.

### Mise en oeuvre

Dans la méthode BEM indirecte il est nécessaire de mailler une "peau" sans épaisseur qui va correspondre ici à la perce intérieure du pavillon. Les calculs sont ensuite effectués avec le logiciel Sysnoise<sup>3</sup>. Le pavillon étudié étant à symétrie de rotation, il est possible de définir un maillage axisymétrique pour faire des économies de maillage et donc de temps de calcul. Il suffit ainsi de mailler une seule ligne de la perce. Cependant, en utilisant cette option axisymétrique, Sysnoise génère ensuite son propre maillage 3D, sous-maillé en axial et sur-maillé en azimutal, engendrant ainsi des problèmes numériques. Il a donc été décidé d'utiliser un maillage 3D, plus coûteux en calculs mais nous laissant l'opportunité de choisir nous-même le maillage.

### 2.1.3 La méthode multimodale

D'après [Pagneux *et al.* 1996].

La méthode multimodale se propose de résoudre l'équation de Helmholtz en développant la pression  $p$  et la vitesse axiale  $v_z$  en séries :

$$p = \sum_i \psi_i(r, z)P_i(z), \quad (2.14)$$

$$v_z = \frac{1}{S(z)} \sum_i \psi_i(r, z)U_i(z), \quad (2.15)$$

3. <http://www.lmsintl.com/SYSNOISE>

où  $S(z)$  est la surface locale de la perce et  $\psi_i$  sont les modes propres classiques solutions du problème aux valeurs propres du Laplacien transverse ( $\Delta_{\perp}$ ) :

$$\Delta_{\perp}\psi_i = -\alpha_i^2\psi_i, \quad (2.16)$$

avec la condition aux limites suivante

$$\frac{\partial\psi_i}{\partial r} = 0, \quad (2.17)$$

et la relation d'orthogonalité

$$\iint_S \psi_i\psi_j dS = S\delta_{ij}. \quad (2.18)$$

Les valeurs propres d'un système axisymétrique sont données par  $\alpha_n(z) = \frac{\gamma_n}{R}$  où les  $\gamma_n$  sont les zéros successifs de la fonction de Bessel d'ordre 1 et  $R$  est le rayon du guide d'ondes à l'abscisse  $z$ . Les décompositions modales (2.14) et (2.15) sont écrites sous forme matricielle :

$$p = {}^t\psi P, \quad (2.19)$$

$$v_z = \frac{1}{S} {}^t\psi U, \quad (2.20)$$

où  $\psi$ ,  $P$  et  $U$  sont des vecteurs colonnes. Les dérivées de ces deux derniers vecteurs s'écrivent  $P' = -j(\omega\rho/S)U$  et  $U' = -j(S/\omega\rho)KP$ , où  $K$  est une matrice diagonale définie par  $K_{ij} = (k^2 - \alpha_i^2)\delta_{ij}$ . Après calculs, l'impédance peut ainsi s'exprimer selon l'équation de Riccati :

$$Z' = -j\frac{\omega\rho}{S} + j\frac{S}{\omega\rho}ZKZ + \frac{S'}{S}(QZ + Z'Q), \quad (2.21)$$

où  $Q$  est une matrice avec des zéros sur sa diagonale et tous ses autres éléments sont égaux à

$$Q_{ij} = \frac{\gamma_j^2}{\gamma_j^2 - \gamma_i^2}. \quad (2.22)$$

### Mise en oeuvre

Toute la difficulté de la méthode multimodale consiste à tronquer les vecteurs présentés ci-dessus au bon ordre et à représenter correctement les conditions limites de rayonnement. L'impédance de rayonnement choisie est celle proposée par Zorumski [Zorumski 1973] et le nombre de modes est limité à 6, ce nombre étant suffisant d'après [Amir *et al.* 1997].

### 2.1.4 La méthode des raccords $C^1$ de tronçons à $\frac{R''}{R}$ constant

D'après [Hélie *et al.* 2011].

La méthode des matrices de transfert présentée dans le chapitre 1 découpe la perce de l'instrument en troncs de cônes ou de cylindres. Ces jonctions "brutes" entraînent une réponse impulsionnelle composée de trains d'exponentielles amorties, ce qui n'est pas cohérent avec le profil lisse de la perce. La méthode des raccords  $C^1$  de tronçons à  $\frac{R''}{R}$  constant cherche ainsi à améliorer la précision tout en gardant un modèle 1D et une décomposition en tronçons. Quatre points sont alors examinés pour obtenir cette méthode des matrices de transfert améliorée :

1. Une équation des pavillons basée sur un redressement du plan des isobares
2. Une jonction lisse de tronçons à évasement constant
3. Un modèle de rayonnement en accord avec le premier point
4. Les effets de pertes visco-thermiques au niveau des parois.

#### Mise en oeuvre

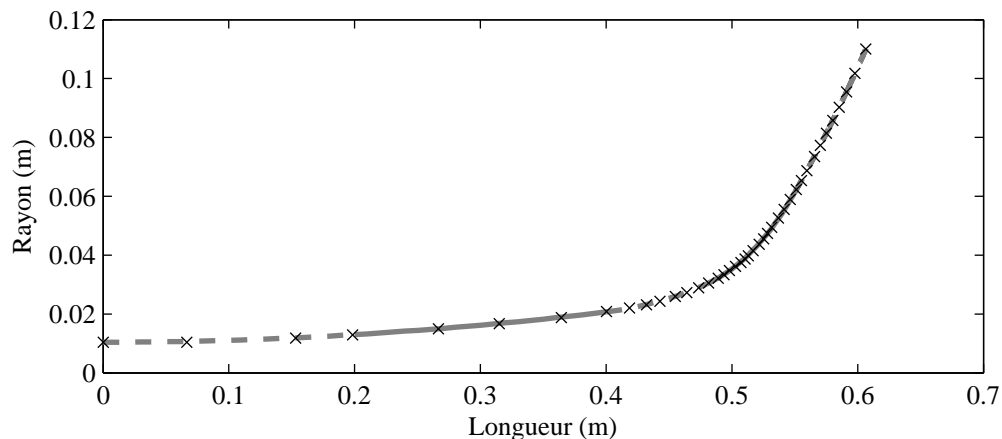


FIGURE 2.3 – Comparaison entre les 5 tronçons du modèle (trait plein et pointillés gris) et le relevé de perce du pavillon de trombone (croix).

Selon la méthode décrite dans [Hélie *et al.* 2010], le pavillon de trombone est découpé en 5 tronçons à  $\Upsilon$  constant, avec  $\Upsilon = \frac{R''}{R}$ , le tout exprimé en abscisse curviligne. Ces tronçons sont de la forme  $y = A \exp(\sqrt{\Upsilon}x) + B \exp(-\sqrt{\Upsilon}x)$ , avec  $A$  et  $B$  des constantes calculées à partir des rayons d'entrée et de sortie de chaque tronçon. Les valeurs du  $\Upsilon$  correspondant à chaque tronçon sont données dans le

$n$	$\ell_n$ (m)	$R_n$ (m)	$\Upsilon_n$ (m <sup>-1</sup> )
0	0	0.0104	x
1	0.2000	0.0130	11.8
2	0.4000	0.0207	7.9
3	0.4800	0.0302	72.3
4	0.5500	0.0613	191.3
5	0.6065	0.1100	45.8

TABLE 2.1 – Dimensions des tronçons du pavillon de trombone utilisés dans la méthode des raccords  $C^1$  de tronçons à  $\frac{R''}{R}$  constant.

tableau 2.1 et une comparaison entre la perce mesurée et celle modélisée pour cette méthode est montrée en figure 2.3.

### 2.1.5 La méthode des différences finies (FDM)

D’après [Nederveen & Dalmont 2008]

Dans la méthode des différences finies (FDM : Finite Difference Method en anglais), l’espace est divisé en un grand nombre de volumes finis. La pression  $p$  est considérée constante sur chacun de ces volumes ; ces volumes sont assignés à un point situé au centre du volume. Les points forment un maillage distribué dans l’espace. Des “molécules” se forment avec les points voisins, pour lesquelles des schémas de résolution sont mis en place. Le théorème de Gauss est appliqué au vecteur  $\mathbf{grad}p$  :

$$\iiint \operatorname{div}(\mathbf{grad}p) dV = \iint (\mathbf{grad}p) \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.23)$$

On considère une cellule de volume  $\Delta V$  autour d’un point  $c$  (voir figure 2.4), limité par les surfaces  $\Delta S$  (lignes pointillées sur la figure) sur lesquelles  $\mathbf{grad}p$  est constant. En résolvant l’équation 2.23, vient le Laplacien de  $p$

$$\nabla^2 p = \frac{\iint (\mathbf{grad}p) \cdot \mathbf{n} dS}{\iiint dV} = \frac{\sum \mathbf{grad}p \cdot \mathbf{n} \Delta S}{\Delta V}. \quad (2.24)$$

Ce calcul est effectué pour tous les points. Les conditions limites sont ajoutées et la matrice obtenue est résolue, permettant ainsi de trouver le champ de pression résultant. Un pavillon a une symétrie de rotation, il est donc possible d’utiliser un maillage à deux dimensions seulement. Dans ce cas, une condition est formulée entre les points du centre (c), de l’ouest (w), du nord (n), de l’est (e) et du sud (s)

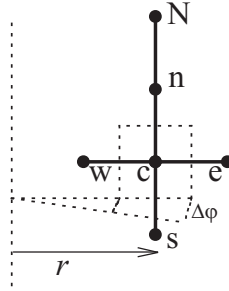


FIGURE 2.4 – Maillage rectiligne utilisé pour la méthode FDM, d'après [Nederveen & Dalmont 2008].

(voir figure 2.4). Le Laplacien peut ainsi s'écrire

$$\nabla^2 p = p_{xx} + p_{zz} \approx \frac{p_w + p_e - 2p_c}{(\Delta x)^2} + \frac{p_n + p_s - 2p_c}{(\Delta z)^2}. \quad (2.25)$$

Ici, le pas est le même en abscisse et ordonnée :  $\Delta x = \Delta z = h$ . Le Laplacien est donc égal à

$$\nabla^2 p = \frac{p_w + p_e - 4p_c p_n + p_s}{h^2} + O(h^2). \quad (2.26)$$

L'ordre de grandeur attendu pour ces approximations est  $O(h^2)$ . Quand des conditions limites sont rajoutées, l'ordre de grandeur peut être réduit à  $O(h)$ . Par exemple, pour une condition limite dans un maillage rectiligne de pas  $h$ , où la valeur de pression à une distance  $2h$  est égale à  $N$  (voir figure 2.4(a)), on obtient les équations suivantes :

$$p_z = (-3p_c + 4p_n - p_N)/2h + O(h^2), \quad (2.27)$$

$$p_{zz} = (p_c - 2p_n + p_N)/h^2 + O(h). \quad (2.28)$$

Sur les parois du pavillon,  $p_z = 0$ . En éliminant  $N$  des équations précédentes il vient :

$$(\nabla^2 p)_u = p_{zz} = (2p_n - 2p_c)/h^2 + O(h). \quad (2.29)$$

### Mise en oeuvre

Cette méthode est seulement appliquée au cône branché sur un cylindre en figure 2.5 dont les dimensions (en mm) sont  $[L_a \ a \ L_{ba} \ b] = [88 \ 9.9 \ 75 \ 39.5]$ . Comme cette méthode nécessite une discrétisation, les dimensions utilisées par la FDM doivent être modifiées :  $[L_a \ a \ L_{ba} \ b \ L_{sur} \ L_{PML}] = M[18 \ 2 \ 15 \ 8 \ 10 \ 20]$ , où  $M \geq 2$ .  $M$  est un terme multiplicatif augmentant le nombre de points et ainsi la précision ; sa valeur est limitée par la puissance de l'ordinateur, soit  $M \leq 8$  environ. Pour une

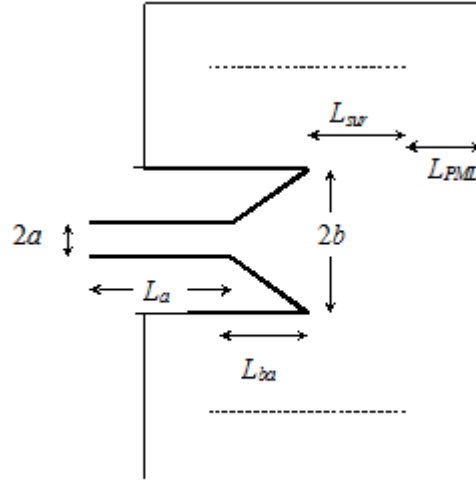


FIGURE 2.5 – Description des dimensions du cône et des paramètres utilisés pour la résolution par FDM. D'après [Nederveen 2010].

meilleure transition, l'équation mise en place à l'intérieur du pavillon est conservée sur la longueur  $L_{sur}$ . Puis, les conditions limites sont modélisées par des PML (Perfectly Matched Layer) sur une longueur  $L_{PML}$ . Sur cette couche, l'absorption augmente graduellement, imitant ainsi les murs absorbants d'une chambre anéchoïque.

### 2.1.6 Correction 3D à la méthode des matrices de transfert (Corr3D)

D'après [Nederveen & Dalmont 2008]

Cette correction<sup>4</sup> est apportée à la méthode des matrices de transfert en mode plan présentée dans la partie 1.2 pour tenir compte du fait que le front d'onde n'est pas plan.

À l'intérieur d'un cône le front d'onde n'est effectivement pas plan et certaines particules d'air se déplacent dans une direction perpendiculaire à l'axe. Une approximation est ainsi faite : on considère qu'une particule d'air proche de la paroi, ayant un débit axial  $u_z$  et se propageant de l'entrée vers la sortie du cône, atteint un débit transversal  $u_r = u_z(b - a)/L_{ba}$  (cf Figure 2.5 pour les dimensions) quand elle se trouve à une distance  $a$  de l'axe. Par addition vectorielle du débit axial et du débit transverse, le débit le long de la paroi est donc

$$u_{rad} = u_z \sqrt{1 + [(b - a)/L_{ba}]^2}. \quad (2.30)$$

4. Cette correction est appelée 3D par l'auteur mais la méthode reste une méthode 1D.



Quand  $a = 0$ , cette formule correspond à l'approximation de la vitesse radiale d'une onde sphérique. En réalité, le front d'onde a une forme entre l'onde plane et l'onde sphérique. L'approximation en ondes planes est gardée, en lui ajoutant un terme correctif.

Près de l'axe, le débit transverse diminue, mais sa valeur n'est pas connue. Un facteur empirique  $g < 1$  est introduit pour exprimer le débit moyen dans le volume perturbé :

$$u_{corr} = u_z \sqrt{1 + [g(b-a)/L_{ba}]^2}. \quad (2.31)$$

La distance que doit parcourir une particule d'air pour traverser le cône  $L_{ba}$  augmente de la même manière que le débit. L'effet du débit transverse peut donc être décrit en changeant la longueur du cône en  $L_{ba,corr}$  :

$$L_{ba,corr} = L_{ba} \sqrt{1 + [g(b-a)/L_{ba}]^2}. \quad (2.32)$$

Quand plusieurs troncs de cônes sont placés en série, la correction de longueur doit être distribuée le long du pavillon car elle est différente pour chaque position. Cette formule peut être améliorée en lui rajoutant un autre paramètre ajustable  $Q$  :

$$L_{ba,corr} = L_{ba} \sqrt[Q]{1 + [g(b-a)/L_{ba}]^Q}. \quad (2.33)$$

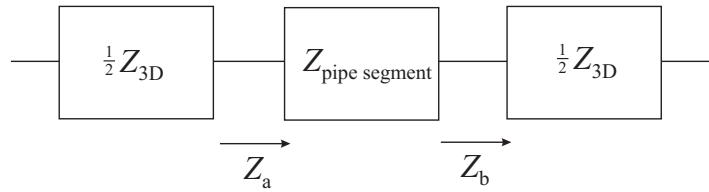


FIGURE 2.6 – Comment appliquer l'impédance de correction 3D? D'après [Nederveen & Dalmont 2008].

Les deux paramètres  $g$  et  $Q$  ne sont pas sensibles aux dimensions du cône et sont indépendants du nombre de tronçons de la discrétisation. L'optimisation de ces paramètres donne finalement  $g = 0.821$  et  $Q = 1.6$ .

La correction de longueur  $L_{ba,corr}$  est appliquée à la méthode des matrices de transfert comme un terme d'inertie supplémentaire. Pour chaque tronçon de cône, une impédance doit donc être ajoutée :

$$Z_{3D} = \frac{j\rho ck a}{\pi a^2 b} (L_{ba,corr} - L_{ba}) = \frac{j\rho ck a}{\pi a^2 b} (L_{ba} \sqrt[Q]{1 + [g(b-a)/L_{ba}]^Q} - L_{ba}) \quad (2.34)$$

Cette impédance est ajoutée en série avec l'impédance du tronçon de cône. Tant que le tronçon de cône est petit comparé à la longueur d'onde, cette impédance peut être placée avant ou après l'impédance du tronçon. Sinon, la correction doit être divisée en deux et appliquée des deux côtés du segment (voir figure 2.6).

## 2.2 Résultats

### 2.2.1 Petit cône avec cylindre

Ce pavillon possède une géométrie simple : un cylindre prolongé par un cône parfait. Sa géométrie est connue avec une précision au dixième de millimètre. Quatre modèles ont été testés sur cette géométrie : la méthode des matrices de transfert sphérique présentée au chapitre 1, la méthode des éléments finis, la méthode des différences finies et la correction 3D pour la méthode MMT (le modèle 1D est aussi donné pour référence). Les résultats de ces modèles sont comparés à la mesure en figure 2.7 (sous forme d'impédance et d'écart de modules du coefficient de réflexion) et les écarts à la mesure sont chiffrés dans le tableau 2.2.

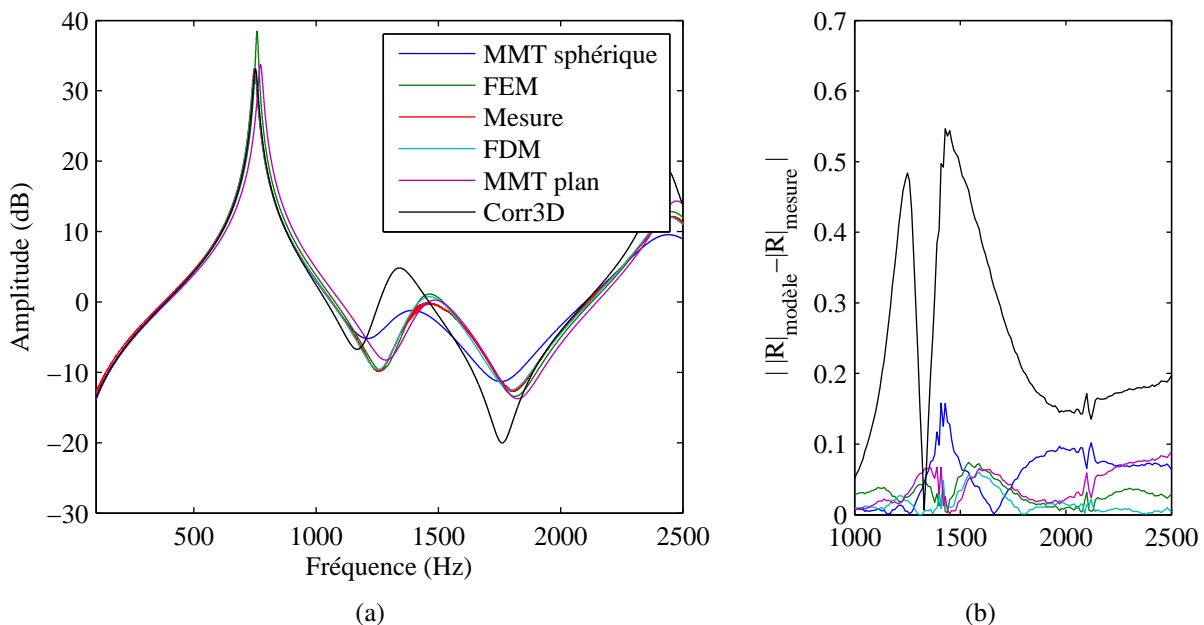


FIGURE 2.7 – (a) Impédances d'entrée du petit cône avec cylindre calculées avec la méthode des matrices de transfert (en bleu), la méthode des éléments finis (en vert), la méthode des différences finies (en cyan) et les méthodes MMT plan (en magenta) et la correction 3D (en noir) comparées à l'impédance mesurée (en rouge) et (b) Ecart (en valeur absolue) entre le module du coefficient de réflexion de la mesure et ceux issus des différentes méthodes.

Pour la première résonance, le modèle le plus éloigné de la mesure est la MMT en onde plane, ce qui était attendu car dans un cône, le front d'onde est plus proche de l'onde sphérique que de l'onde plane. La correction 3D apportée est intéressante puisqu'elle abaisse fortement la fréquence du pic pour s'approcher de la mesure.

	MMT sphérique	FEM	FDM	MMT plan	Corr3D
Fréquence	2.8 cents	24.1 cents	3.4 cents	56.1 cents	9.3 cents
Amplitude	-0.7 dB	57.5 dB	0.2 dB	0.6 dB	-0.03dB

TABLE 2.2 – Ecart entre la fréquence (en cents) et l’amplitude (en dB) du premier pic d’impédance des différents modèles et de la mesure.

Cette méthode n’est cependant valable qu’à très basse fréquence puisque dès 1000 Hz le comportement de la courbe d’impédance du modèle corr3D devient très différent de celui de la mesure. La question de l’utilité de cette correction se pose donc ici car elle est finalement plus complexe que la MMT sphérique (il faut en effet rajouter une impédance de correction pour chaque tronçon de cône dans cette méthode alors que pour la MMT sphérique, il suffit de passer en coordonnées sphériques et d’utiliser une impédance de rayonnement adéquate). Les deux méthodes qui semblent donner la meilleure estimation de la première fréquence de résonance sont la MMT sphérique et la FDM. L’incertitude sur la mesure ne permet pas de privilégier l’une plutôt que l’autre. La FEM, quant à elle, donne une fréquence trop élevée.

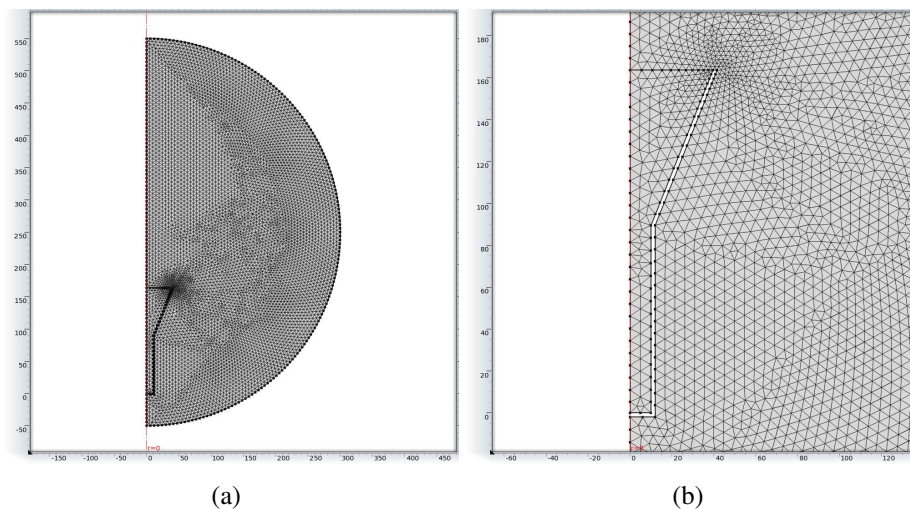


FIGURE 2.8 – Maillage utilisé par la méthode des éléments finis pour trouver l’impédance d’entrée du petit cône.

Les pertes n’ont pas été prises en compte avec la méthode des éléments finis, l’amplitude n’est donc pas un critère à prendre en compte pour la comparaison. L’absence de perte influe moins l’estimation des fréquences de résonance mais l’effet n’est quand même pas négligeable. Cependant, le problème d’estimation de la FEM semble être plutôt dû à un maillage trop peu raffiné. En effet, en regardant la figure 2.8, on s’aperçoit qu’il n’y a que deux mailles dans la largeur du cylindre ;

cela pourrait ne pas être suffisant. Or, lorsque la taille des éléments tend vers zéro, la solution obtenue tend vers la solution continue, c'est à dire la solution du problème non discrétisé. Toutefois, l'inconvénient du raffinement est d'augmenter les temps de calcul. Notons que la simulation présentée ici a duré environ 3 heures sur une machine 8 cœurs.

A plus haute fréquence, il est clair que la méthode des matrices de transfert n'est pas suffisante pour décrire le comportement de ce pavillon. En effet, autour de 1500 Hz, la mesure présente une "bosse" caractéristique des interférences engendrées par ce type de géométrie : à la discontinuité entre le cylindre et le cône, une partie des ondes est réfléchié tandis que d'autres continuent de se propager à travers le cône. Cette "bosse" est très bien décrite par les méthodes FEM et FDM, et curieusement par la MMT en onde plane. De plus, il existe un volume de raccordement qui correspond au passage entre ondes planes (dans le cylindre) et ondes sphériques (dans le cône). Il est possible d'en tenir compte en rajoutant à la MMT une compliance en parallèle proportionnelle à ce volume. Cela ne change cependant rien aux résultats à haute fréquence. Néanmoins, la fréquence de résonance est abaissée de 2 cents, se rapprochant ainsi de la fréquence mesurée.

La conclusion de cette première modélisation est que la méthode des matrices de transfert est très rapide, facile à mettre en place et donne une bonne approximation des fréquences de résonance mais elle ne permet pas de décrire tous les comportements, notamment les effets dus à des modes transverses. La méthode des éléments finis, quant à elle, décrit potentiellement avec précision les hautes fréquences mais les calculs sont très longs et les résultats sont très sensibles au maillage choisi (voir pour information l'Annexe C). La FDM est plus simple à mettre en œuvre et plus rapide que la FEM. Le maillage est structuré et plus raffiné que pour la FEM ; les résultats sont donc plus précis à basse fréquence. Cependant, les possibilités de cette méthode sont plus limitées ; le maillage sera plus difficile à mettre en place pour des géométries plus compliquées. Un des autres avantages de la FEM et de la FDM est qu'elles permettent de visualiser le champ de pression acoustique (cf figure 2.9). Ces méthodes nécessitent cependant un certain savoir-faire au niveau du maillage pour obtenir des résultats cohérents.

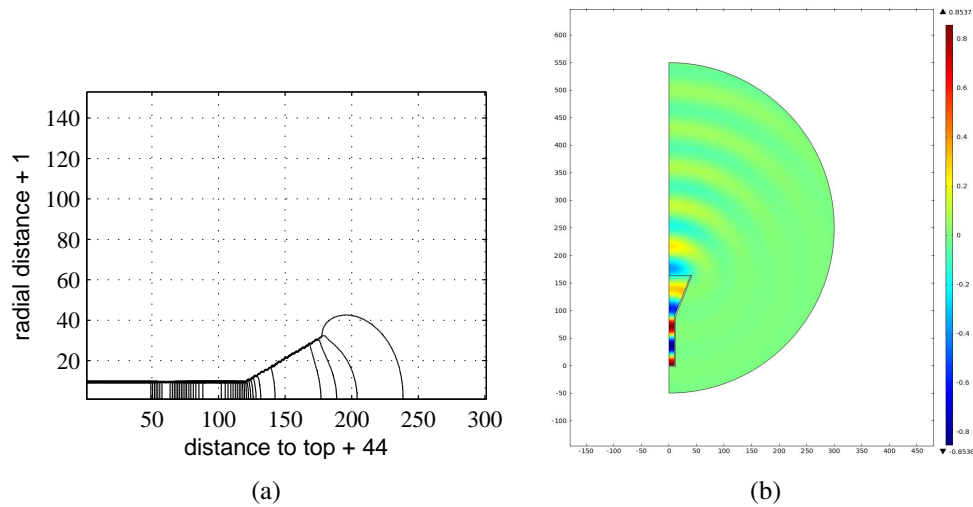


FIGURE 2.9 – Visualisation du champ de pression généré par le petit cône (a) à 2000 Hz avec la FDM et (b) à 5000 Hz avec la FEM.

## 2.2.2 Pavillon de trombone

Les cotes du pavillon de trombone ont été relevées au dixième de millimètre, au pied à coulisse, par un mécanicien de l'Ircam, dans le cadre des travaux de Caussé et al. [Caussé *et al.* 1984]. Nous avons comparé pour ce pavillon la méthode des matrices de transfert, la méthode des éléments finis, celle des éléments de frontière, la méthode multimodale et la méthode des raccords  $C^1$  de tronçons à  $\frac{R''}{R}$  constant. Tous les résultats sont présentés sur la figure 2.10.

TABLE 2.3 – Ecart entre les pics d'impédance mesurés et ceux obtenus avec les différentes méthodes, en cents pour les fréquences et en dB pour les amplitudes.

n°	Mesure	MMT	FEM	BEM	Multimodale	$C^1$
1	Fr=241.87 Hz A=35.00 dB	23.9 cents -2.5 dB	25.4 cents 50.3 dB	48.6 cents 11.8 dB	≈43 cents ≈-6 dB	17.3 cents -2.37 dB
2	Fr=516.84 Hz A=24.38 dB	10.3 cents -3.1 dB	11.7 cents 52.0 dB	22.2 cents 3.8 dB	9.9 cents -5.1 dB	19.8 cents -3.5 dB

Le tableau 2.3 recense les écarts, pour les deux premiers pics, entre les fréquences et les amplitudes mesurées et celles obtenues via les différentes méthodes. Le premier résultat frappant est que les écarts pour la première fréquence de résonance sont relativement élevés, entre 17.3 cents pour la méthode des raccords  $C^1$  et 48.6 cents pour la méthode des éléments de frontière. Nous y reviendrons par la suite. Les résultats pour la méthode multimodale sont approchés car les calculs ont été réalisés tous les 10 Hz, ce qui ne permet pas une estimation précise

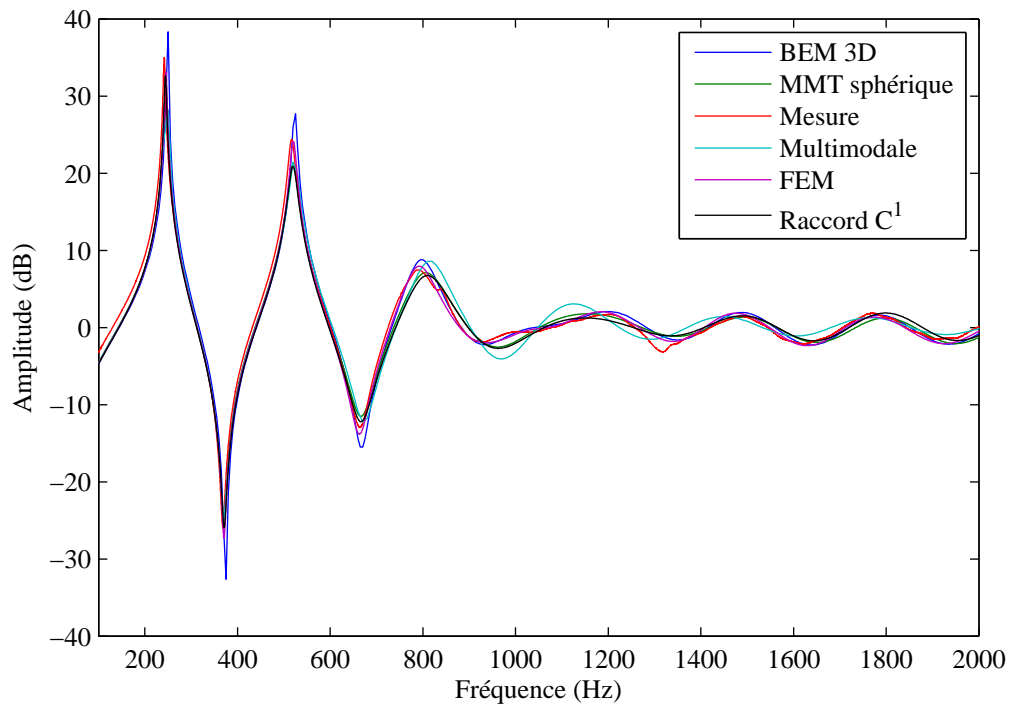


FIGURE 2.10 – Comparaison entre l'impédance d'entrée du pavillon de trombone mesurée (en rouge) et les impédances calculées à partir des méthodes des éléments de frontière (en bleu), des matrices de transfert (en vert), multimodale (en cyan), des éléments finis (en magenta) et des raccords  $C^1$  (en noir).

de la fréquence et de l'amplitude des pics. Les méthodes en lignes de transmission (MMT et  $C^1$ ) approchent le mieux les fréquences de résonance mesurées. La méthode aux raccords  $C^1$  permet de diminuer le nombre de segments (la MMT discrétise le pavillon en 40 tronçons de cônes contre seulement 5 pour la méthode aux raccords  $C^1$ ) et d'obtenir ainsi un profil plus régulier qu'avec une succession de cônes, limitant ainsi l'apparition de certains artefacts (liés aux réflexions des ondes à l'interface entre chaque cône). La théorie sous-jacente est cependant la même que pour la MMT et les fréquences de résonance estimées sont du même ordre de grandeur pour les deux méthodes. La méthode multimodale, qui est une extension de ces méthodes aux modes d'ordres supérieurs, devrait fournir des résultats plus précis mais sa mise en œuvre est compliquée et n'est pas encore complètement optimisée.

En ce qui concerne les méthodes numériques, les éléments finis donnent des résultats assez proches de la mesure alors que les éléments de frontières sont plus éloignés. Ces écarts sont généralement dus au maillage choisi, qu'il faudrait plus affiner. Au niveau des amplitudes, encore une fois, ce sont les méthodes en lignes

de transmission qui sont les plus proches des amplitudes mesurées.

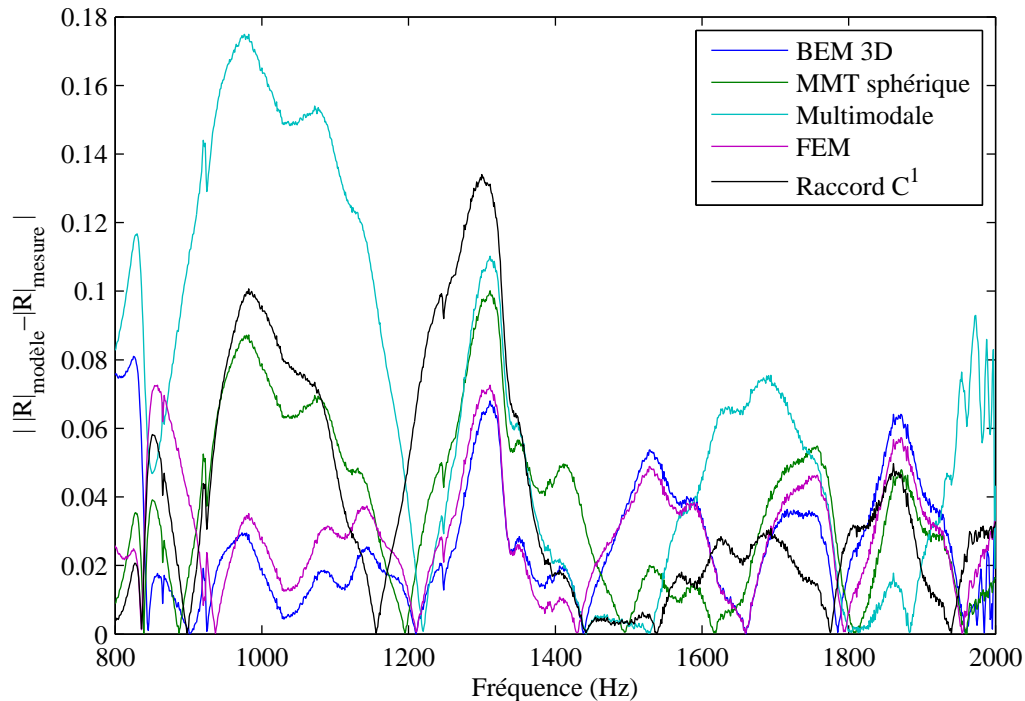


FIGURE 2.11 – Ecart (en valeur absolue) entre le module du coefficient de réflexion de la mesure et les  $|R|$  issus des différentes méthodes de calculs. Les couleurs utilisées sont les mêmes qu'en figure 2.10.

Au-delà de la fréquence de coupure, le rayonnement prédomine sur la propagation, il n'y a donc plus de pic marqué. Dans ce cas, il nous semble plus pertinent de regarder le coefficient de réflexion. La figure 2.11 nous montre ainsi l'écart entre le module du coefficient de réflexion de la mesure et les modules des coefficients de réflexion issus des modèles. Les méthodes numériques sont dans ce cas beaucoup plus proches de la mesure que les autres. En effet, la méthode des éléments de frontière n'utilise pas d'approximation pour le rayonnement ce qui donne donc des résultats très cohérents avec la mesure. La méthode des éléments finis utilise quant à elle un maillage très large autour du pavillon, de telle sorte que le rayonnement soit bien modélisé. La méthode multimodale donne les résultats les plus éloignés de la mesure. Le rayonnement y pose en effet problème car on considère pour le moment le pavillon avec un écran infini, ce qui n'est pas le cas en réalité. Une étude [Boucher 2012] menée en parallèle de ce travail montre que l'utilisation des PML (Perfectly Matched Layer) avec la méthode multimodale ne permet toujours pas d'approcher correctement la fonction de Green pour un cylindre sans écran. Il se pourrait néanmoins que ce problème soit résolu en prenant un paramètre



d'amortissement variable. Cela nécessite des travaux complémentaires. Enfin, à haute fréquence les méthodes des matrices de transfert et des raccords  $C^1$  ont un comportement identique. Elles sont plus éloignées de la mesure que les méthodes numériques mais leur précision reste d'un ordre de grandeur très convenable. Le modèle de rayonnement d'une portion de sphère pulsante [Hélie & Rodet 2003] est en effet un bon compromis pour obtenir des résultats proches de la réalité tout en restant dans un modèle à une dimension.

Pour conclure sur cette partie, les méthodes numériques (éléments finis et éléments de frontière) fournissent des résultats très précis pour l'étude du rayonnement des pavillons (sous réserve que le volume maillé soit bien choisi avec la FEM, voir Annexe C). Les résultats sont plus mitigés pour l'étude des résonances car les pertes restent difficiles à implémenter et les fréquences se décalent en fonction de la taille du maillage choisi. De plus, les calculs sont souvent longs. Les méthodes 1D restent donc un bon compromis car, bien qu'elles soient moins précises à haute fréquence, elles fournissent des résultats satisfaisants dans l'estimation des résonances, tant pour les fréquences que pour les amplitudes. La méthode des raccords  $C^1$  de tronçons à  $\frac{R''}{R}$  constant propose des résultats de même ordre de grandeur que la MMT. Elle reste cependant plus complexe à mettre en œuvre. En effet, cette méthode nécessite un travail préalable de recherche des tronçons adéquats [Hélie *et al.* 2010]. De plus, les artefacts liés au choix d'un découpage en troncs de cônes plutôt qu'en un profil régulier  $C^1$  sont négligeables quand le changement de pente entre les cônes consécutifs est suffisamment faible [Hélie *et al.* 2011]. Dans le cadre d'une application à la facture instrumentale, il est essentiel que la méthode fournisse une bonne estimation des fréquences de résonance tandis que le comportement du modèle après la fréquence de coupure est d'une importance moindre. La MMT est donc une bonne solution car elle est robuste, rapide, facile à implémenter et sa précision est bonne à basse fréquence.

L'écart des modèles à la mesure au niveau du premier pic reste trop important par rapport aux écarts trouvés pour des géométries simples (voir le cylindre dans le chapitre 1.1.1). Nous avons donc mis en cause la mesure de la perce. Cette géométrie a en effet été mesurée il y a déjà un certain temps à l'Ircam et n'a jamais été révérifiée depuis. Il est en effet difficile de mesurer une perce de pavillon avec une précision au dixième de millimètre. Nous avons pu reprendre quelques cotes à l'entrée du pavillon et nous nous sommes aperçus de certains décalages (voir tableau en Annexe D). La figure 2.12 montre l'impédance obtenue avec la méthode des matrices de transfert appliquée à ces nouvelles cotes ainsi que celle obtenue précédemment. Toutes deux sont comparées à la mesure. Le tableau 2.4, qui donne les écarts entre ces deux modèles et la mesure, montre que le fort décalage observé précédemment, est sûrement dû à une perce mal définie. En effet avec ces nouvelles cotes, les fréquences prédites par le modèle sont beaucoup plus proches



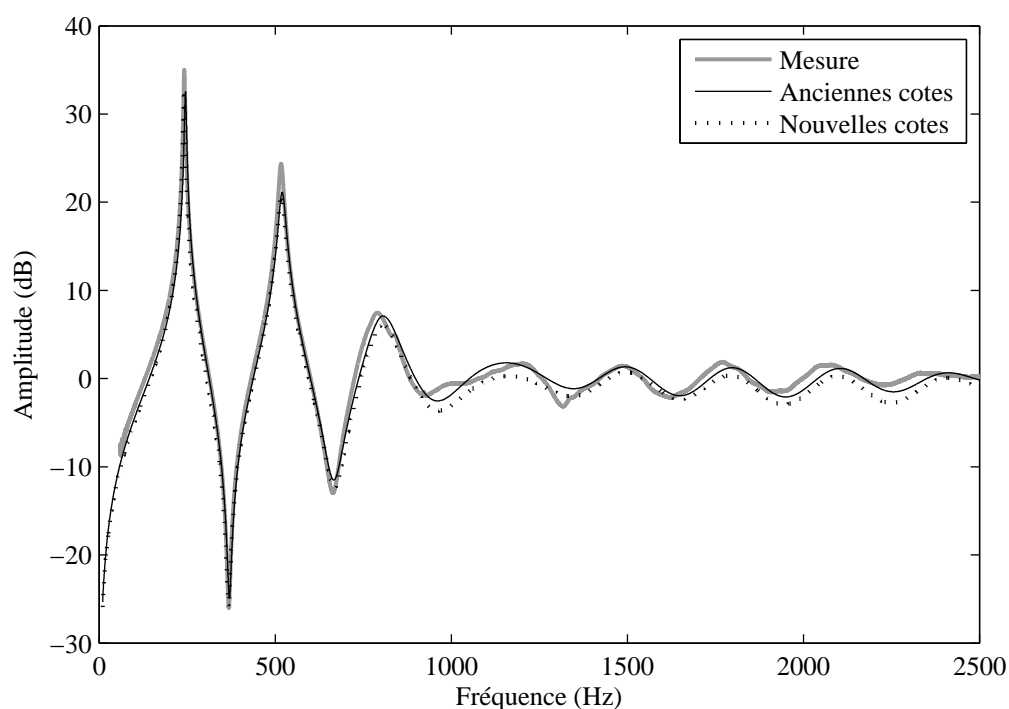


FIGURE 2.12 – Comparaison entre l'impédance d'entrée du pavillon de trombone mesurée et les impédances obtenues avec la MMT sphérique pour les anciennes et nouvelles cotes.

de la mesure que précédemment. A haute fréquence cependant, les nouvelles cotes entraînent un décalage vers le bas et éloigne le nouveau modèle de la mesure. Il est fort probable que la partie la plus évasée du pavillon ait été elle aussi mal mesurée. Les nouvelles cotes ont été relevées au début du pavillon, là où les rayons sont les plus faibles. C'est cette partie de la perce qui influe le plus sur les fréquences de résonance. La partie évasée, quant à elle, a un rôle important sur le rayonnement et donc sur les hautes fréquences. Il n'a malheureusement pas été possible de remesurer avec précision la fin du pavillon et nous avons donc dû nous en tenir à ces résultats.

Ces résultats montrent néanmoins que de très petites variations de perce ont des effets importants sur les fréquences de résonance de l'instrument et qu'il reste difficile de mesurer une perce avec précision. Même les facteurs ne connaissent pas toujours la perce exacte de leur instrument qui, à partir d'une géométrie généralement connue, subit ensuite de nombreuses modifications difficiles à quantifier (pliage, martelage, soucoupage...). La reconstruction de perce [Dalmont *et al.* 2011] propose une ébauche de réponse à ce problème.

TABLE 2.4 – Ecart entre les pics d'impédance mesurés et ceux obtenus avec la MMT sphérique pour les anciennes et nouvelles cotes.

n°	Mesure	Anciennes cotes	Nouvelles cotes
1	Fr=241.87 Hz	23.9 cents	-6.0 cents
	A=35.00 dB	-2.5 dB	-2.9 dB
2	Fr=516.84 Hz	10.3 cents	2.5 cents
	A=24.38 dB	-3.1 dB	-3.5 dB

### 2.2.3 Pavillon de trompette

La perce de ce pavillon a été mesurée directement sur le mandrin par le facteur qui certifie une précision au dixième de millimètre. Ici, la principale difficulté réside en la prise en compte de la “bosse” qui a été mise en place par le facteur pour rendre les résonances de la trompette plus harmoniques. Son rôle est donc important mais il est difficile de la mailler ou de trouver des tronçons pour la méthode des raccords  $C^1$  qui épousent bien sa forme. Ainsi, les premiers résultats issus de la méthode des éléments de frontière ont fourni des résultats très décalés à basse fréquence par rapport à la mesure. N'ayant pas été poussés plus loin, ces résultats ne seront pas détaillés ici et cette partie sera seulement focalisée sur les méthodes 1D.

TABLE 2.5 – Ecart entre les pics d'impédance mesurés et ceux obtenus par les méthodes des matrices de transfert et des raccords  $C^1$  pour le pavillon de trompette. En cents pour les fréquences et en dB pour les amplitudes.

n°	Mesure	MMT sphérique	Raccords $C^1$
1	Fr=202.87 Hz	1.09 cents	4.60 cents
	A=29.00 dB	-0.27 dB	0.32 dB
2	Fr=443.09 Hz	-7.51 cents	-12.0 cents
	A=23.03 dB	0.30 dB	0.62 dB
3	Fr=676.53 Hz	-5.08 cents	2.02 cents
	A=18.59 dB	-0.61 dB	0 dB
4	Fr=913.41 Hz	1.05 cents	5.74 cents
	A=16.00 dB	-1.42 dB	-0.32 dB
5	Fr=1177.20 Hz	4.33 cents	9.72 cents
	A=13.83 dB	-1.33 dB	-0.53 dB

La figure 2.13 montre les résultats des deux méthodes 1D et la mesure d'impédance de ce pavillon. Le tableau 2.5 donne les écarts des modèles à la mesure au niveau des résonances. Compte-tenu des résultats de ce tableau, il semble que la perce du pavillon de trompette ait été mesurée avec une meilleure précision que

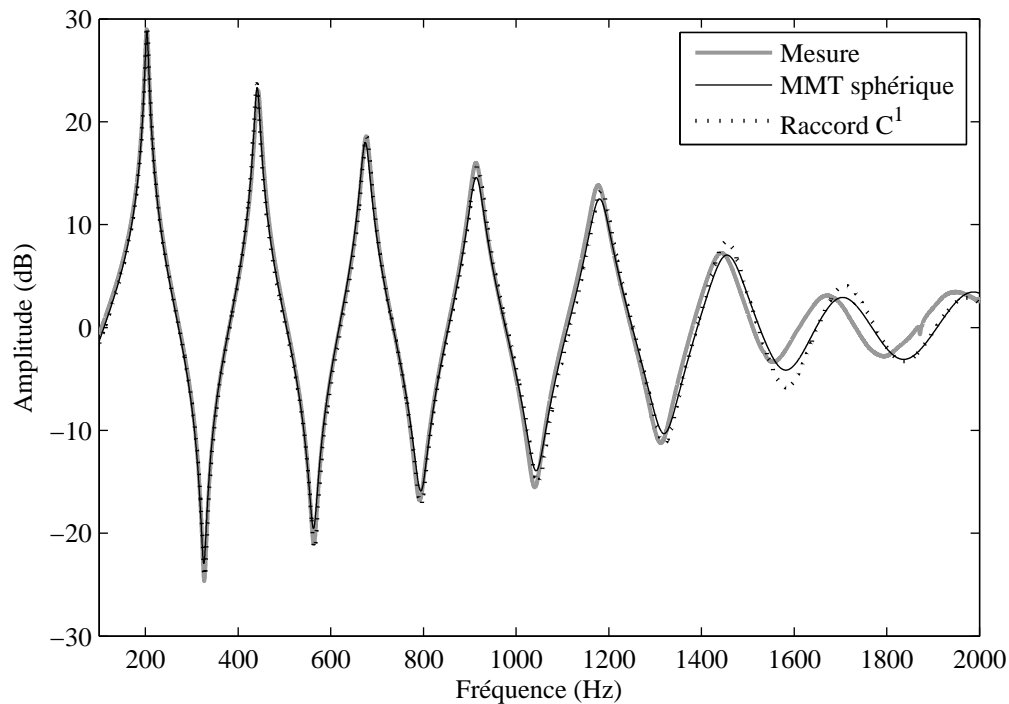


FIGURE 2.13 – Comparaison entre l'impédance d'entrée du pavillon de trompette mesurée et les impédances obtenues avec les méthodes des matrices de transfert et des raccords  $C^1$ .

celle du pavillon de trombone car les écarts sur les fréquences sont très faibles (pas plus de 8 cents pour le modèle MMT, ce qui n'est pas détectable pour la plupart des oreilles à basse fréquence). Les deux méthodes donnent des résultats à peu près équivalents, ce qui est cohérent puisque les équations de base sont les mêmes. Les différences sont seulement dues au découpage en tronçons : 42 tronçons de cônes pour la MMT et 11 tronçons à  $\frac{R''}{R}$  constant et à raccords  $C^1$ , ce qui mène finalement à une perce différente pour chacune des méthodes. La discrétisation en tronçons à  $\frac{R''}{R}$  constant et à raccords  $C^1$  nécessite un processus d'optimisation, ce qui la rend, pour le moment, plus difficile à mettre en œuvre que la MMT.

Nous ne nous attarderons pas sur les hautes fréquences qui sont, comme vu avec le pavillon de trombone, moins bien modélisées que les basses fréquences avec ces méthodes 1D.

## 2.3 Conclusion

Ce chapitre a permis de comparer de nombreuses méthodes de calcul de l'impédance d'entrée pour quatre pavillons différents, la mesure faisant office de référence. Cela a mis en évidence quatre principaux points :

- De très petites variations de perce entraînent des variations de fréquences de résonance de l'ordre de plusieurs cents. Il est donc important, pour modéliser un instrument avec précision, de connaître sa géométrie exacte (au dixième, voire au centième de millimètre près). Or, mesurer la perce d'un instrument, sans outils de métrologie modernes et chers, peut s'avérer compliqué. La reconstruction de perce propose donc une alternative prometteuse pour mesurer la géométrie interne (et souvent difficilement accessible) des instruments de musique.
- Les méthodes numériques (FEM et BEM) sont très performantes et fournissent des résultats précis, à condition de bien maîtriser la technique du maillage, ce qui n'est pas toujours très intuitif et peut mener, pour obtenir une bonne précision, à des calculs très longs et des résultats très lourds (60 Go de données pour le pavillon de trombone par exemple !). Il est de plus nécessaire de bien vérifier la cohérence des résultats obtenus car un mauvais maillage peut vite mener à des aberrations.
- La méthode des différences finies (FDM) est plus facile à mettre en place et plus rapide que les FEM et BEM. Il est donc possible de mailler la perce assez finement sans que le temps de calcul soit trop long, ce qui amène à une meilleure précision à basse fréquence. Le maillage est cependant plus difficile à mettre en place pour des géométries plus compliquées.
- La précision des méthodes 1D est très bonne à basse fréquence puisqu'il est possible de prédire toutes les fréquences de résonance d'un instrument à plus ou moins 8 cents, ce qui est de l'ordre de grandeur de la limite audible. Après la fréquence de coupure, ces modèles donnent des résultats moins proches de la mesure que les méthodes numériques. L'écart reste néanmoins acceptable car les hautes fréquences ne sont pas d'un intérêt majeur pour caractériser un instrument de musique. Ces méthodes ont l'avantage d'être rapides, faciles à implémenter et, contrairement aux méthodes numériques, ne nécessitent pas de forte puissance de calcul. Elles sont donc parfaites pour un logiciel d'aide à la facture instrumentale tel que celui développé au sein du projet PAFI. La méthode des raccords  $C^1$  de tronçons à  $\frac{R''}{R}$  constant permet d'obtenir un profil plus régulier avec moins de tronçons. Cette dernière estime les fréquences de résonance avec une précision équivalente à la MMT. Une difficulté réside cependant dans la détermination des tronçons, surtout quand la perce de l'instrument possède des singularités. Il est donc préférable, à ce niveau de

connaissance, de rester sur un découpage en troncs de cônes. Le découpage est de cette manière automatiquement généré par le relevé de perce donné par le facteur et la méthode fonctionne quel que soit l'instrument et les points choisis (à condition naturellement que le relevé soit fait consciencieusement avec un nombre de points suffisant pour décrire correctement le profil).

# Trous latéraux, plateaux et tampons

---

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Rappels théoriques . . . . .</b>	<b>72</b>
3.1.1	Trou ouvert - Impédance en parallèle . . . . .	73
3.1.2	Trou ouvert - Impédance en série . . . . .	75
3.1.3	Trou fermé - Impédance en parallèle . . . . .	75
3.1.4	Trou fermé - Impédance en série . . . . .	76
<b>3.2</b>	<b>Influence d'un tampon au-dessus d'un trou . . . . .</b>	<b>76</b>
3.2.1	Trou fermé . . . . .	78
3.2.2	Trou ouvert et hauteur de plateau . . . . .	80
3.2.2.1	Effet du "résonateur" sur l'impédance d'entrée du cylindre . . . . .	80
3.2.2.2	Effet de la hauteur de clé sur la longueur équivalente du cylindre . . . . .	83
3.2.3	Mesures vibratoires . . . . .	86
<b>3.3</b>	<b>Application au saxophone complet . . . . .</b>	<b>93</b>
3.3.1	Effet des tampons sur l'impédance d'entrée d'un saxophone . . . . .	93
3.3.2	Influence en situation de jeu . . . . .	98
3.3.2.1	Choix des saxophones . . . . .	98
3.3.2.2	Mesures in vivo . . . . .	99
<b>3.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>103</b>

---

La présence de trous latéraux perturbe le champ acoustique de la colonne d'air à l'intérieur de l'instrument. Leur ouverture ou fermeture vient modifier les modes propres de l'instrument et permet ainsi au musicien de jouer différentes notes. La modification de leur position ou de leurs caractéristiques géométriques fournit un moyen de contrôler les fréquences de jeu et le timbre de l'instrument. La modélisation des trous latéraux avec précision est donc essentielle à la prédiction des caractéristiques de jeu des instruments.

Les trous latéraux sont des systèmes complexes qui impliquent de nombreux éléments : doigts, clés, tampons, cheminées... Leur géométrie est parfois complexe (trous coniques, soucoupés,...). Cette complexité fait qu'il est parfois difficile de les prendre en compte pour créer un modèle complet.

Dans ce chapitre, après un rappel théorique, nous étudierons le cas des tampons de saxophone et spécialement l'influence de ce facteurs et musiciens appellent le "résonateur".

### 3.1 Rappels théoriques

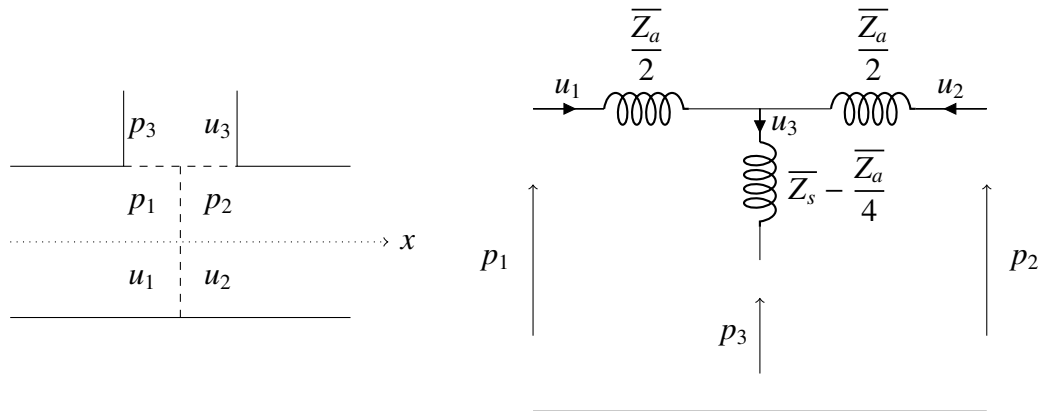


FIGURE 3.1 – Trou latéral sur un tuyau cylindrique et schéma équivalent, pour un trou ouvert aux basses fréquences.

Un trou latéral peut se modéliser sous forme d'un schéma électrique en T (cf figure 3.1) dépendant de deux paramètres : l'impédance adimensionnée en série  $\bar{Z}_a = Z_a/Z_c$  et l'impédance adimensionnée en parallèle  $\bar{Z}_s = Z_s/Z_c$  [Keefe 1981], avec  $Z_c$  l'impédance caractéristique.

La matrice de transfert correspondant à un trou latéral est la suivante :

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ U_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{\bar{Z}_a}{2\bar{Z}_s} & \bar{Z}_a \left( 1 + \frac{\bar{Z}_a}{4\bar{Z}_s} \right) \\ \frac{1}{\bar{Z}_s} & 1 + \frac{\bar{Z}_a}{2\bar{Z}_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ U_2 \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Les impédances en série  $\bar{Z}_a$  et en parallèle  $\bar{Z}_s$  doivent être évaluées pour les états ouvert (o) et fermé (f) du trou latéral.

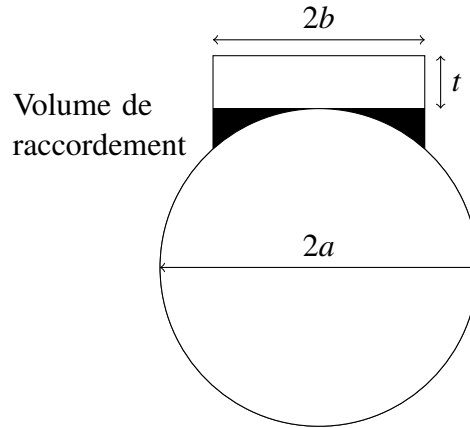


FIGURE 3.2 – Section d'un tuyau avec un trou latéral. Le volume de raccordement est représenté en noir

### 3.1.1 Trou ouvert - Impédance en parallèle

L'impédance en parallèle du trou ouvert s'écrit [Keefe 1982]<sup>1</sup> :

$$\overline{Z}_s^{(o)} = \frac{1}{\zeta^2} (jkt_s^{(o)} + \xi_s), \quad (3.2)$$

où  $\zeta = b/a$  est le rapport du rayon du trou sur le rayon du cylindre principal,  $\xi_s$  est la résistance en parallèle du trou ouvert et  $t_s^{(o)}$  est la longueur équivalente du trou.

La résistance n'influe pas sur le calcul des fréquences de résonance de l'instrument, la plupart des recherches se sont donc focalisées sur le calcul de la longueur équivalente. Cependant, il peut être intéressant de prendre cette résistance en compte dans le cas où d'autres aspects que la justesse veulent être étudiés : la facilité d'émission ou le timbre par exemple.

Dans la littérature la plus récente [Dalmont *et al.* 2002], on trouve :

$$kt_s^{(o)} = kt_i + \tan k(t + t_m + t_r), \quad (3.3)$$

où  $t$  est la hauteur de la cheminée et  $t_m = V_m/S_t$  est la longueur associée au volume de raccordement  $V_m$  (voir figure 3.2) avec  $S_t$  la section du trou.  $t_r$  est la correction de longueur correspondant au rayonnement et  $t_i$  est la correction de longueur interne.

Une approximation de  $t_m$  est donnée par [Nederveen *et al.* 1998] :

$$t_m = \frac{b\zeta}{8} (1 + 0.207\zeta^3) \quad (3.4)$$

1.  $\overline{Z}_s^{(o)} = Z_s^{(o)}/Z_c = (Z_{ch}/Z_c)[jkt_s^{(o)} + \xi_s]$  où  $Z_{ch} = \rho c/\pi b^2$  et  $Z_c = \rho c/\pi a^2$ , cela mène donc à  $Z_{ch}/Z_c = (a/b)^2 = 1/\zeta^2$ .



[Nederveen 1998]	$t_i^{(o)} = (1.3 - 0.9\zeta)b$
[Keefe 1982]	$t_i^{(o)} = (0.79 - 0.58\zeta^2)b$
[Nederveen <i>et al.</i> 1998]	$t_i^{(o)} = (0.82 - 1.4\zeta^2 + 0.75\zeta^{2.7})b$
[Dubos <i>et al.</i> 1999]	$t_i^{(o)} = t_s^{(o)} - t_a^{(o)}$
	$t_s^{(o)} = (0.82 - 0.193\zeta - 1.09\zeta^2 + 1.27\zeta^3 - 0.71\zeta^4)b$
	Pour $t_a^{(o)}$ cf Tableau 3.2

TABLE 3.1 – Différentes expressions de  $t_i^{(o)}$  existant dans la littérature.

Les termes  $t_i$  et  $t_r$  sont difficiles à calculer analytiquement et, dans le cas où  $t$  est court, le couplage entre les corrections de longueur interne et externe empêche de les analyser séparément [Dalmont *et al.* 2002]. La correction de longueur de rayonnement  $t_r$  dépend de la géométrie externe. En approximation basse fréquence, cette correction de longueur peut être celle d'un tuyau sans écran ( $0.8216b$ ), d'un tuyau avec écran infini ( $0.6133b$ ) ou un terme plus complexe se situant entre ces deux conditions. Les expressions de  $t_i$  trouvées dans la littérature sont détaillées dans le tableau 3.1. Ces expressions sont seulement valides pour des trous latéraux larges ( $t > b$ ). Dans le cas limite où  $t$  et  $b$  tendent vers zéro (rayon et cheminée très petits) la caractéristique à basse fréquence du trou est celle d'un trou d'épaisseur infinitésimale [Pierce 1989, eq. 7-5.10] et la longueur totale équivalente du trou  $t_e = t + t_m + t_i + t_r$  devient :

$$t_e = t + \frac{\pi}{2}b = t + 1.5708b. \quad (3.5)$$

Enfin, si le trou est long mais avec un rayon tendant vers zéro, la longueur équivalente devient alors :

$$t_e = t + 0.6133b + 0.8216b = t + 1.4349b, \quad (3.6)$$

ce qui correspond à un trou avec une terminaison sans écran à son extrémité extérieure et avec un écran infini à l'intérieur.

Toutes ces formules donnent un  $t_s^{(o)}$  qui ne varie que très peu avec la fréquence. Avec sa modélisation par éléments finis, Lefebvre [Lefebvre 2010] trouve que cette correction de longueur devrait croître avec la fréquence. Il propose donc une nouvelle expression pour l'impédance en parallèle du trou ouvert :

$$\overline{Z}_s^{(o)} = \frac{j}{\zeta^2} \tan kt_e, \quad (3.7)$$

où  $t_e/b = t/b + [1 + f(\zeta)g(\zeta, t/b)]h(\zeta)$  avec les trois fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  exprimées comme suit :

$$f(\zeta) = 0.095 - 0.422\zeta + 1.168\zeta^2 - 1.808\zeta^3 + 1.398\zeta^4 - 0.416\zeta^5 \quad (3.8)$$

$$g(\zeta, t/b) = 1 - \tanh(0.778t/b) \quad (3.9)$$

$$h(\zeta) = 1.435 + 0.030\zeta - 1.566\zeta^2 + 2.138\zeta^3 - 1.614\zeta^4 + 0.502\zeta^5 \quad (3.10)$$

### 3.1.2 Trou ouvert - Impédance en série

L'impédance en série est une petite masse acoustique négative :

$$\overline{Z}_a^{(o)} = \frac{j}{\zeta^2} k t_a^{(o)}, \quad (3.11)$$

ce qui réduit légèrement la longueur effective de l'instrument et qui élève ainsi les fréquences de résonance. Le tableau 3.2 référence les différentes formes de  $t_a^{(o)}$  trouvées dans la littérature.

[Keefe 1982]	$t_a^{(o)} = -\frac{0.47\zeta^4}{\tanh(1.84t/b) + 0.62\zeta^2 + 0.64\zeta}$
[Nederveen <i>et al.</i> 1998]	$t_a^{(o)} = -0.28b\zeta^4$
[Dubos <i>et al.</i> 1999]	$t_a^{(o)} = -\frac{b\zeta^4}{1.78 \tanh(1.84t/b) + 0.940 + 0.540\zeta + 0.285\zeta^2}$
[Dubos <i>et al.</i> 1999]	$t_a^{(o)} = -(0.37 - 0.087\zeta)b\zeta^4$
[Lefebvre 2010]	$t_a^{(o)}/b\zeta^4 = -f(\zeta, t/b)g(\zeta)$ où $f(\zeta, t/b) = 1 + (0.333 - 0.138\zeta)[1 - \tanh(2.666t/b)]$ $g(\zeta) = 0.307 - 0.022\zeta - 0.002\zeta^2$ .

TABLE 3.2 – Différentes expressions de  $t_a^{(o)}$  existant dans la littérature.

### 3.1.3 Trou fermé - Impédance en parallèle

L'impédance en parallèle d'un trou fermé se comporte comme une compliance acoustique et peut s'écrire [Nederveen 1998] :

$$\overline{Z}_s^{(f)} = -\frac{j}{\zeta^2 k t_s^{(f)}} \quad (3.12)$$

L'expression la plus simple pour la correction de longueur est celle d'un cylindre fermé de volume équivalent :

$$k t_s^{(f)} = \tan k(t + t_m). \quad (3.13)$$

Il est possible, comme pour le trou ouvert, de considérer une correction de longueur interne, mais son influence est relativement faible par rapport au

terme de la cotangente. Cette correction de longueur devient cependant importante à haute fréquence [Keefe 1990]. L'expression incluant cette correction est [Nederveen *et al.* 1998] :

$$\overline{Z}_s^{(f)} = \frac{j}{\zeta^2} [kt_i - \cot k(t + t_m)], \quad (3.14)$$

où  $t_i$  est la même que pour le trou ouvert dans le tableau 3.1.

### 3.1.4 Trou fermé - Impédance en série

L'impédance en série du trou fermé agit comme une petite inertance négative, comme dans le cas du trou ouvert. Elle est définie par :

$$\overline{Z}_a^{(f)} = jkt_a^{(f)}. \quad (3.15)$$

La correction de longueur proposée par [Dubos *et al.* 1999] est la suivante :

$$t_a^{(f)} = \frac{b\zeta^2}{1.78 \coth(1.84t/b) + 0.940 + 0.540\zeta + 0.285\zeta^2} \quad (3.16)$$

Lefebvre propose une autre formule pour cette correction de longueur qui prend en compte plus précisément la hauteur et le rayon du trou :

$$\frac{t_a^{(f)}}{b\zeta^2} = -f(\zeta, t/b)g(\zeta), \quad (3.17)$$

avec

$$f(\zeta, b/t) = 1 - [0.923 - 0.363\zeta][1 - \tanh(2.385t/b)], \quad (3.18)$$

$$g(\zeta) = 0.302 - 0.019\zeta + 0.003\zeta^2. \quad (3.19)$$

## 3.2 Mesure et modélisation de l'influence d'un tampon de saxophone au-dessus d'un trou

Le saxophone est un des instruments à vent aux trous latéraux les plus larges. Les tampons, insérés à l'intérieur des clés jouent un rôle important dans l'acoustique de cet instrument. Outre leur rôle de joint, puisque ces tampons viennent "s'écraser" sur le trou pour le boucher et éviter les fuites, les musiciens et facteurs pensent qu'ils ont une influence sur le timbre de l'instrument. En effet, très tôt dans l'histoire du saxophone, des "résonateurs" (comme les appellent les facteurs et les musiciens) apparaissent au niveau des tampons. Ce sont des petites rondelles faites

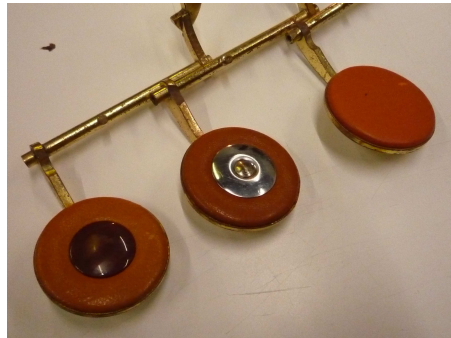


FIGURE 3.3 – Trois types de tampons : avec un “résonateur” en plastique à gauche, avec un “résonateur” en métal au milieu et sans “résonateur” à droite.

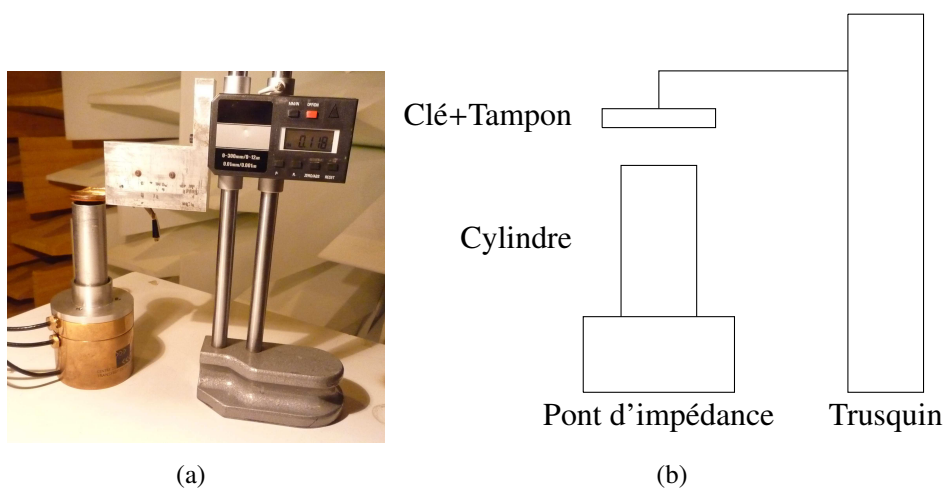


FIGURE 3.4 – (a) Photo du système de mesure et (b) schéma explicatif.

de métal ou de plastique positionnées au milieu du tampon. Il y a peu de littérature à ce sujet. Dans son livre, Ferron maître luthier [Ferron 1996], écrit : *La nature du tampon (peau et feutre) est molle par la nécessité d'un bouchage étanche. La surface rembourrée des tampons à l'intérieur de la perce est tout à fait néfaste au rendement énergétique de l'instrument en constituant une chaîne “d'édredons” qui étouffent le son. Les plaques de résonance ont pour vocation de réduire cette nuisance, mais elles sont généralement d'un diamètre trop petit pour avoir une efficacité maximale car il subsiste autour de la plaque un anneau de partie molle. Par ailleurs, elles sont toujours trop épaisses. Quelles sont donc les conditions à remplir pour obvier à ces inconvénients ? Les plaques des tampons doivent :*

- avoir un diamètre maximum, c'est-à-dire environ 2 millimètres de moins que le diamètre intérieur de la cheminée ;
- être très minces (environ 25 centièmes de millimètre) ;

- pouvoir suivant les besoins être montées plates, concaves ou convexes sans rivet ;
- être de préférence de couleur noire et mate.

Le dernier point de cette liste montre qu’il existe encore de nombreuses “croyances” quant à l’acoustique des instruments de musique. D’après la description de Ferron et les nombreuses questions posées sur internet par les musiciens <sup>2 3 4</sup>(qui amènent parfois des réponses très farfelues <sup>5</sup>), il semble que le rôle des “résonateurs” ne soit pas vraiment déterminé. Ce qui ressort quand même de ces discussions est qu’au départ le “résonateur” servait à tendre le cuir sur les tampons de large diamètre et qu’il a ensuite été gardé pour améliorer la réflexion des ondes sur le tampon et empêcher l’absorption par le cuir. Le but de cette partie est donc de déterminer plus précisément le rôle de ces “résonateurs”. Trois types de tampons sont étudiés (voir figure 3.3) : un tampon avec un “résonateur” en métal, un tampon avec un “résonateur” en plastique et un tampon sans “résonateur”. Pour simplifier l’étude, les premières mesures sont faites sur un cylindre (100 mm de longueur, 12.8 mm de rayon intérieur et 15 mm de rayon extérieur) dont l’extrémité est surmontée par la clé munie d’un tampon comme montré en figure 3.4. Un trusquin sert à mesurer la hauteur de la clé, d’un diamètre de 36 mm, avec une précision d’un dixième de millimètre.

### 3.2.1 Trou fermé

Le cas le plus simple à étudier est le trou fermé. La figure 3.5 représente l’impédance d’entrée du tuyau fermé par les trois tampons. Cette figure montre que l’impédance d’entrée varie beaucoup selon le type de tampon utilisé pour fermer le tuyau. L’absence de “résonateur” a un effet flagrant sur l’impédance d’entrée du tuyau : l’amplitude des pics d’impédance est fortement abaissée. Il est possible de caractériser chaque tampon par son coefficient d’absorption  $\alpha = 1 - |R|^2$ . La figure 3.6 montre qu’il est possible de séparer les tampons en deux catégories : les tampons avec “résonateur”, avec  $\alpha \approx 0.1$  au-dessous de 2800 Hz et le tampon sans “résonateur” avec un coefficient d’absorption nettement plus important,  $\alpha \approx 0.4$  en moyenne. Il est ainsi possible d’utiliser ces données pour créer un modèle de tampon pour les trous fermés.

L’impédance d’entrée d’un cylindre fermé s’écrit :

$$Z = \frac{1 - |R|e^{-2jkL}}{1 + |R|e^{-2jkL}}, \quad (3.20)$$

2. <http://forum.saxontheweb.net/archive/index.php/t-123727.html>

3. <http://clarinette.net/forum/phpBB3/viewtopic.php?f=5&t=5440>

4. <http://forum.saxontheweb.net/showthread.php?180766-Resonators-why>

5. <http://www.explic.com/15216-saxophone.htm>

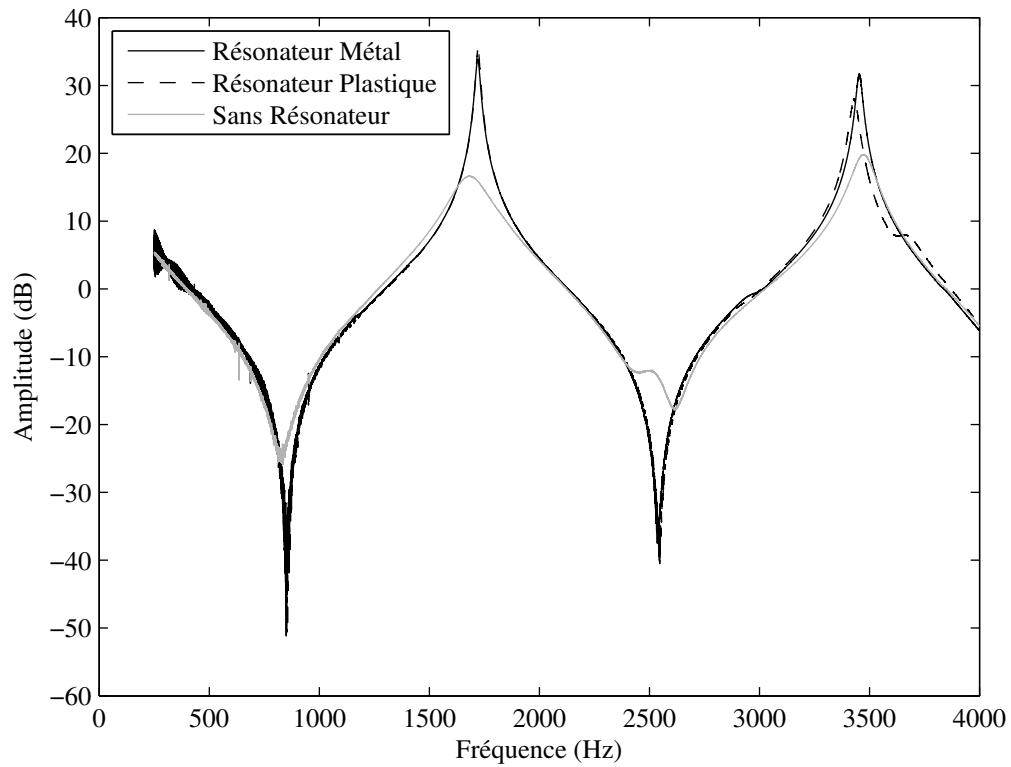


FIGURE 3.5 – Mesure de l'impédance d'entrée du tuyau fermé par les trois tampons.

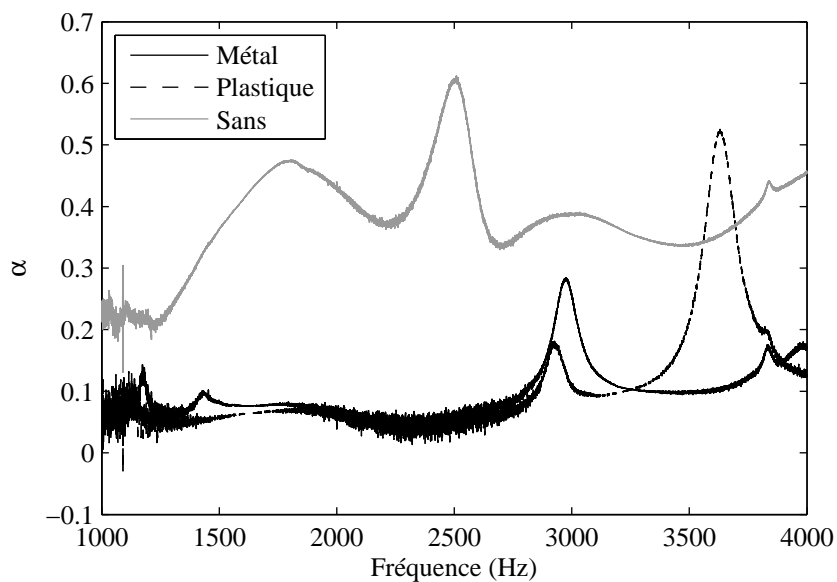


FIGURE 3.6 – Coefficient d'absorption de chacun des tampons en fonction de la fréquence.

avec  $|R|$  le module du coefficient de réflexion du matériau placé au bout du tuyau. D'après les valeurs de  $\alpha$  trouvées précédemment le module de  $R$  doit être environ égal à 0.95 pour le tampon avec "résonateur" et 0.77 pour celui sans. Pour que ce modèle corresponde bien aux mesures comme en figure 3.7, il faut prendre  $|R| = 0.98$  pour le tampon avec "résonateur" et  $|R| = 0.75$  pour le tampon sans "résonateur", ce qui est cohérent.

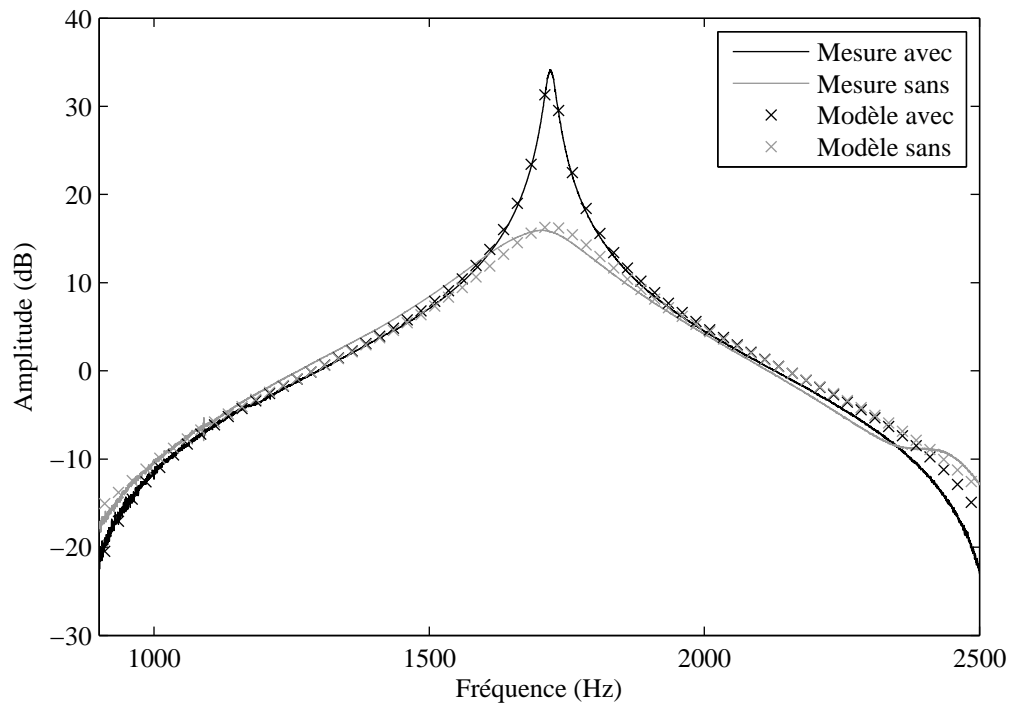
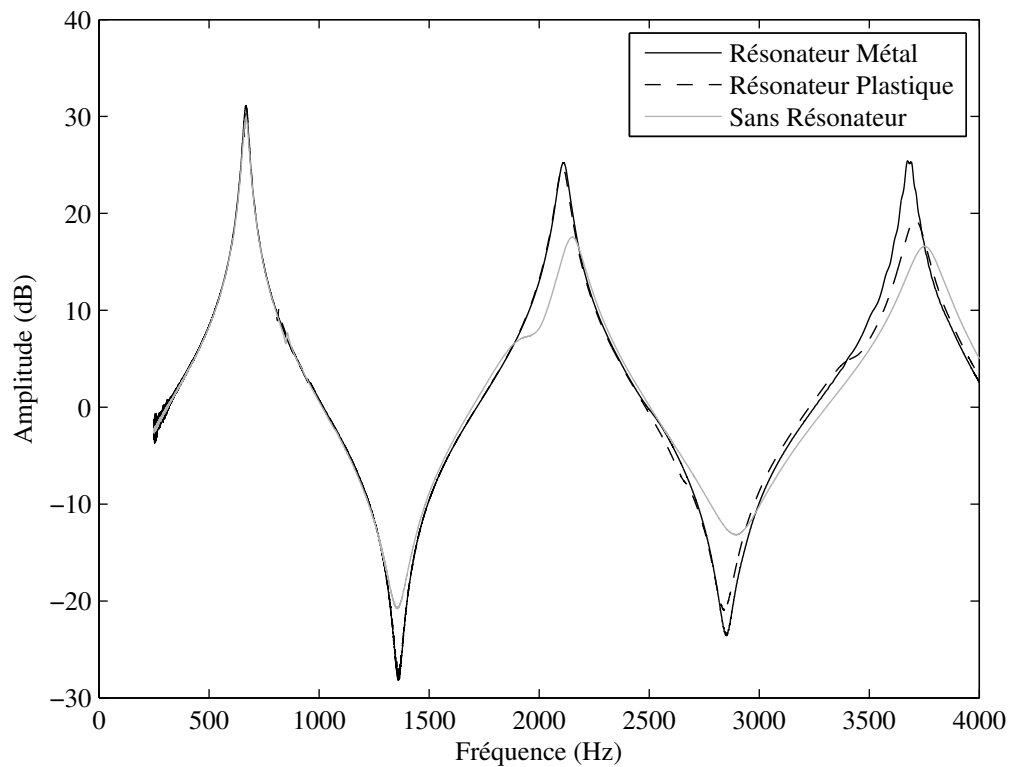


FIGURE 3.7 – Mesures (en trait plein) et modèles (croix) du premier pic d'impédance du tuyau cylindrique fermé par les tampons avec (en noir) et sans (en gris) "résonateur".

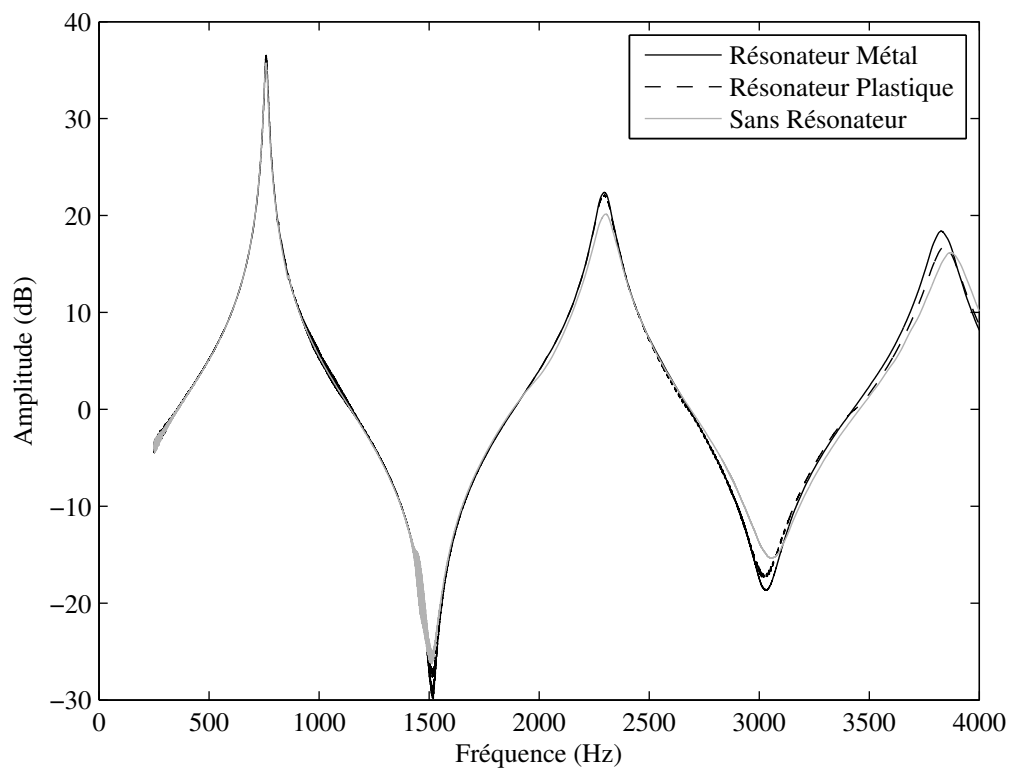
## 3.2.2 Trou ouvert et hauteur de plateau

### 3.2.2.1 Effet du "résonateur" sur l'impédance d'entrée du cylindre

L'effet des tampons sur l'impédance d'entrée du cylindre est plus complexe dans le cas ouvert car il dépend de la hauteur de la clé. La figure 3.8 montre les courbes de l'impédance d'entrée du cylindre pour des hauteurs de clé de 1 et 5 mm, pour les trois tampons et la figure 3.9 montre les coefficients d'absorption correspondant pour des hauteurs jusqu'à 20 mm. L'effet du tampon est très visible pour de petites hauteurs de clé. En effet, le deuxième et le troisième pic de l'impédance du cylindre surmonté du tampon sans "résonateur" sont fortement amortis



(a) 1 mm



(b) 5 mm

FIGURE 3.8 – Impédance d'entrée du cylindre surmonté des trois différents tampons ("Résonateur" métal en noir, "Résonateur" plastique en tirets noirs et sans "résonateur" en gris) placés à (a) 1 mm et (b) 5 mm de hauteur.



quand le tampon est proche de l'extrémité du cylindre (cf figure 3.8 a)). L'effet est aussi visible pour le tampon avec "résonateur" plastique mais seulement au niveau du troisième pic. Plus la clé est éloignée de la fin du cylindre, moins l'effet est important, jusqu'à la limite, environ égale au rayon de la clé, où cette dernière (et par conséquent le tampon) n'influe plus sur le rayonnement.

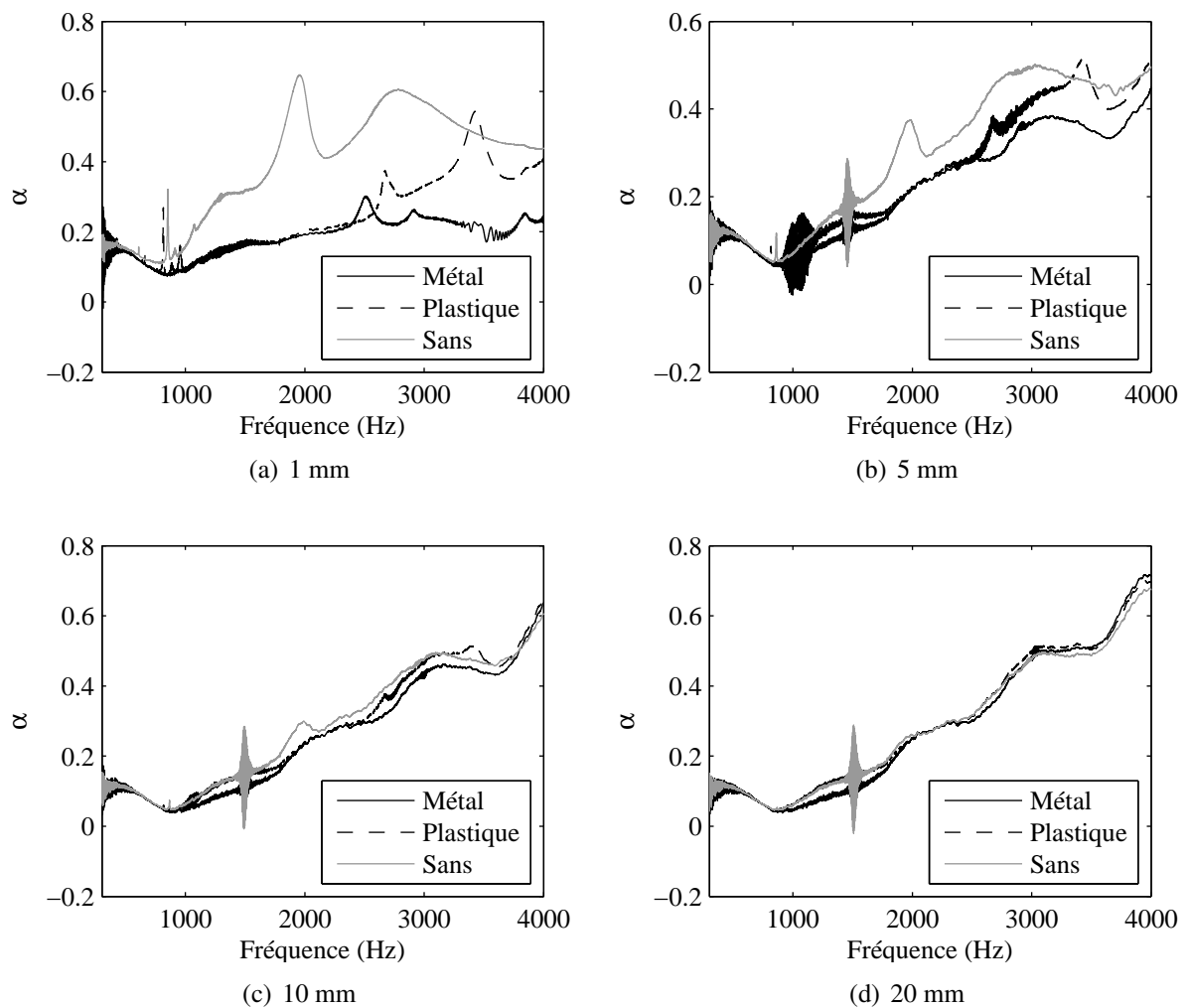


FIGURE 3.9 – Coefficient d'absorption calculé à l'entrée du cylindre pour les trois tampons ("Résonateur" métal en noir, "Résonateur" plastique en tirets noirs et sans "résonateur" en gris) à différentes hauteurs de clé : (a) 1mm, (b) 5mm, (c) 10mm et (d) 20mm.

### 3.2.2.2 Effet de la hauteur de clé sur la longueur équivalente du cylindre

A partir de ces mesures, il est possible de calculer la longueur équivalente du tuyau cylindrique en fonction de la hauteur de clé. Pour s'affranchir, pour l'instant, de l'effet du tampon, il est approprié de considérer seulement les mesures avec le "résonateur" de métal qui est le plus réfléchissant.

La correction de longueur d'un tuyau surmonté d'une clé est donnée par Dalmont et al. [Dalmont *et al.* 2001] :

$$\delta_{cle}^* - \delta_{fini}^* = \frac{a}{3.5(h/a)^{0.8}(h/a + 3w/a)^{-0.4} + 30(h/d)^{2.6}}, \quad (3.21)$$

avec  $a$  le rayon du cylindre,  $w$  son épaisseur,  $h$  la hauteur de la clé et  $d$  le rayon de la clé.  $\delta_{fini}^*$  représente la correction de longueur complexe d'un tube avec un écran fini, présentée dans la partie 1.1.3.2.

[Lefebvre 2010] a vérifié la validité de cette correction de longueur avec des simulations par éléments finis. Contrairement à [Dalmont *et al.* 2001] qui fait son étude sur la terminaison d'un cylindre, [Lefebvre 2010] modélise un trou latéral sur le côté d'un tuyau cylindrique. Ses résultats coïncident avec la formule (3.21) pour des trous latéraux à longue cheminée et avec  $h/a > 0.3$ . Quand les trous latéraux ont de plus petites cheminées ( $t/b < 0.5$ ) et quand la clé est proche du trou ( $h/a < 0.3$ ), la correction de longueur due à la présence de la clé est augmentée de 10% par rapport à celle prédite par Dalmont et al.. Lefebvre ne propose cependant pas de formule analytique.

Les mesures réalisées dans cette thèse se placent dans le cas d'un trou à longue cheminée, là où l'équation (3.21) peut s'appliquer. La formule pour  $R_{fini}$  est valable pour  $a/b \geq 0.2$ ,  $ka < 1.5$  et  $kb < 3.5$ , ce qui est le cas ici. La figure 3.10 montre la comparaison entre la mesure et le modèle (utilisant la correction de longueur en équation (3.21)) de l'impédance d'entrée du tuyau cylindrique pour différentes hauteurs de clé. Le modèle donne une bonne approximation de l'impédance d'entrée pour des hauteurs de clé importantes mais pose problème quand  $h$  est petit.

La figure 3.11 reprend la figure 3.10 en traçant la correction de longueur à la place de l'impédance d'entrée. La phase étant très bruitée à basse fréquence les résultats pour  $ka < 0.2$ , ne sont pas à prendre en compte. La correction de longueur théorique donne de toute façon une bonne approximation dans cette bande de fréquence. La correction de longueur est calculée à partir de la phase du coefficient de réflexion. Le moindre écart dans la mesure de la phase de l'impédance est donc directement visible sur  $\delta$ . Les oscillations intempestives des corrections de longueur présentées en figure 3.11 proviennent ainsi de la mesure approximative de la phase de l'impédance d'entrée. Néanmoins, pour des hauteurs de 5 à 20 mm, la correction de longueur issue de la mesure oscille autour de la valeur théorique. Par contre, quand  $h = 1$  mm, la correction de longueur mesurée est très différente de celle prévue dans la littérature. En effet, la correction de longueur théorique reste à peu près

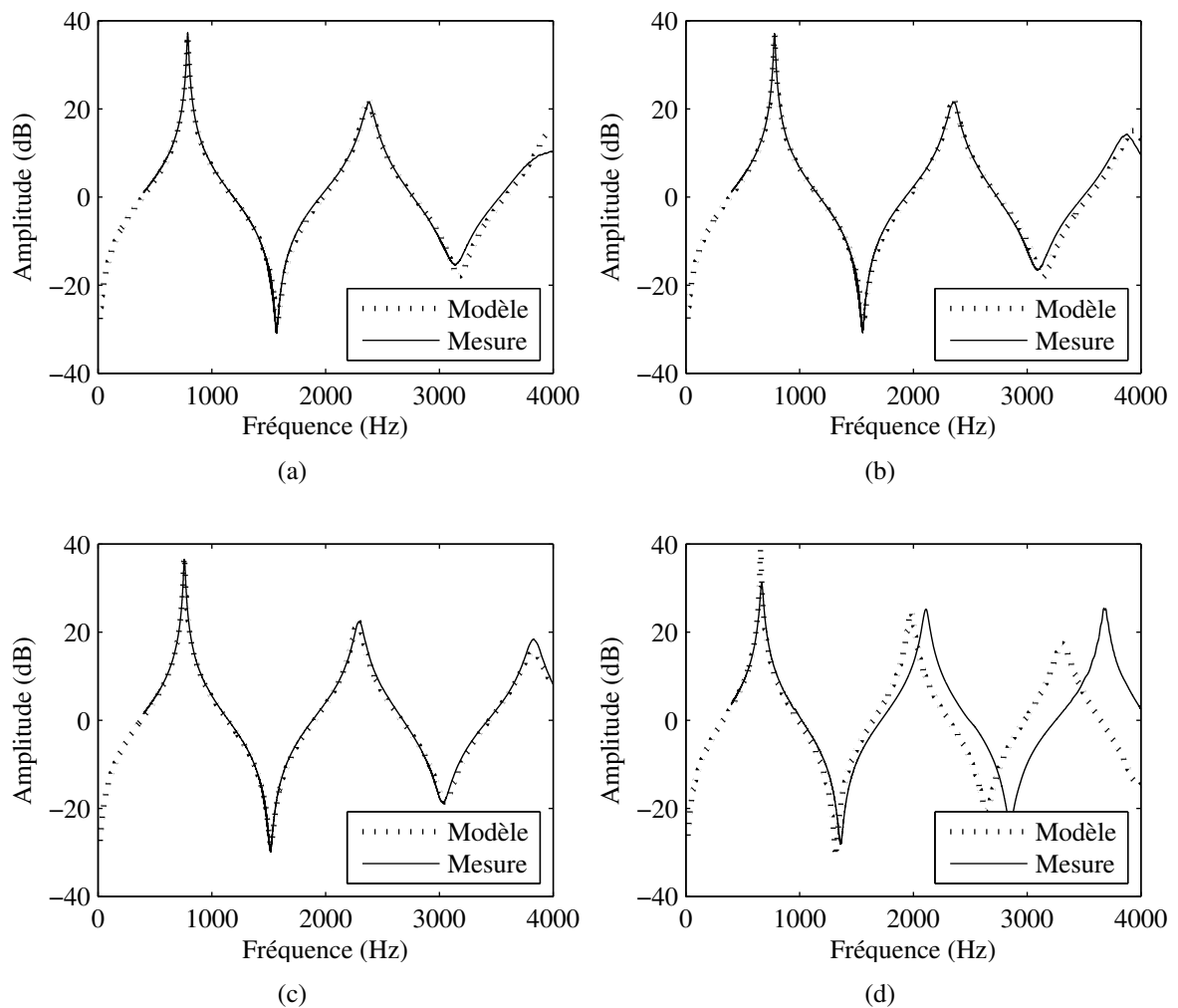


FIGURE 3.10 – Comparaisons entre le modèle et la mesure d’impédance d’entrée du tuyau cylindrique pour quatre hauteurs de clé : (a) 20 mm, (b) 10 mm, (c) 5 mm et (d) 1 mm.

constante alors que la correction de longueur mesurée décroît fortement avec la fréquence. Il est alors nécessaire dans ce cas, de définir une nouvelle correction de longueur ayant une décroissance plus marquée dans les hautes fréquences.

Il n’existe cependant pas d’instrument de musique possédant des clés à de si petites hauteurs. Nous n’avons donc pas cherché à proposer une nouvelle expression pour  $\delta_{cle}^*$ . Cela reste néanmoins une perspective intéressante qui pourrait certainement trouver une application dans d’autres domaines. Une étude systématique pourrait ainsi être entreprise avec des cylindres de rayons et d’épaisseurs différents et des clés de différentes tailles.

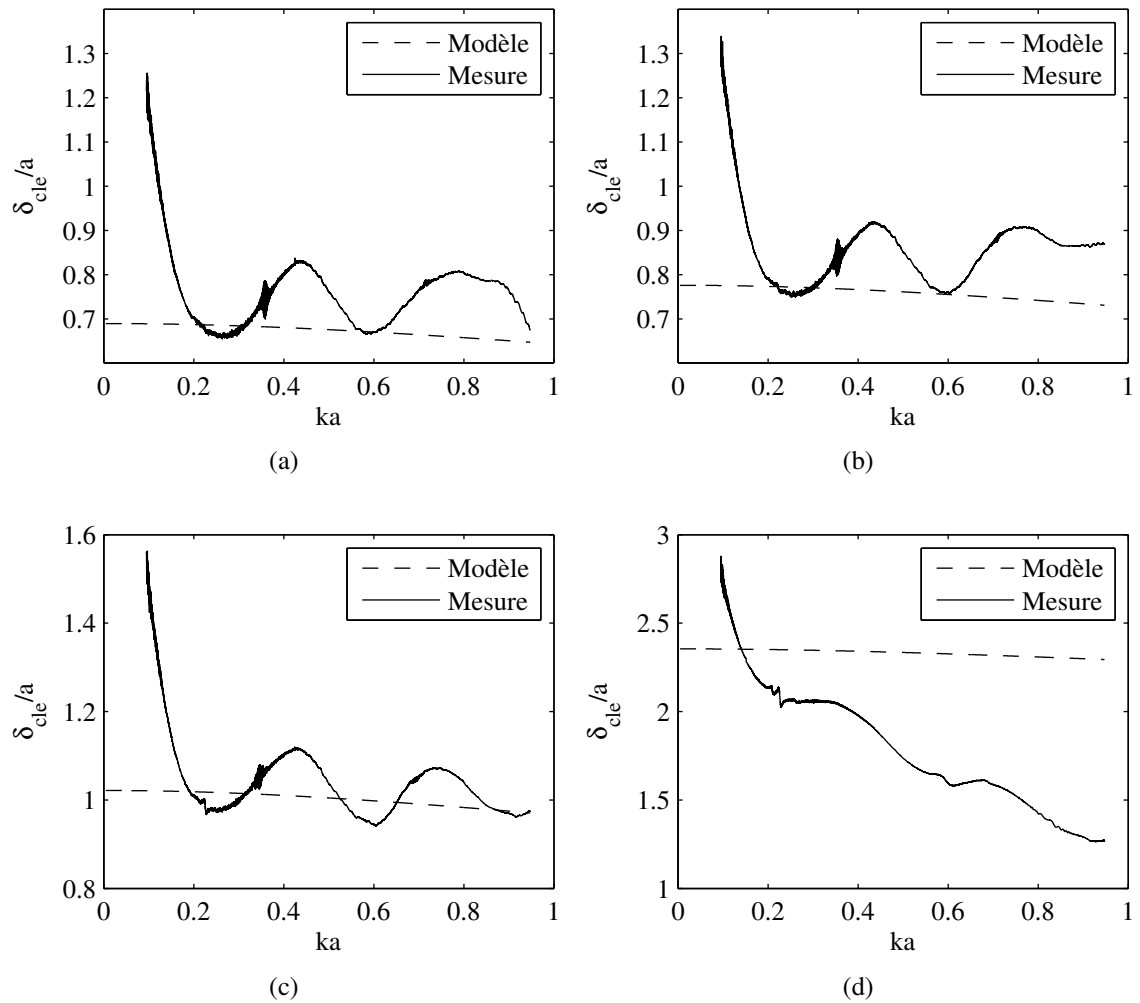


FIGURE 3.11 – Comparaisons entre le modèle et la mesure de la correction de longueur correspondant aux quatre hauteurs de clé : (a) 20 mm, (b) 10 mm, (c) 5 mm et (d) 1 mm.

### 3.2.3 Mesures vibratoires

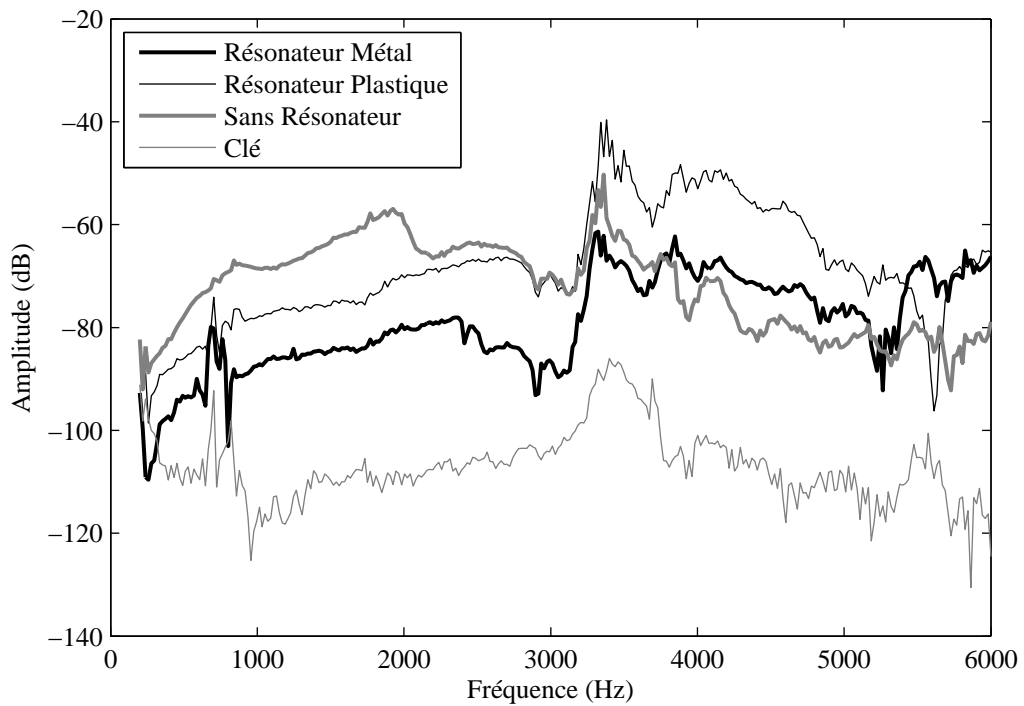
Sur la figure 3.8 (a), un creux apparaît vers 2000 Hz pour le tuyau surmonté du tampon sans “résonateur”, creux qui se retrouve aussi avec le tampon avec “résonateur” plastique mais cette fois aux alentours de 3500 Hz. Pour le tuyau fermé, le coefficient d’absorption en figure 3.6 montre par ailleurs que chaque tampon à un “pic d’absorbance”. Ces résultats semblent indiquer que les tampons ont des comportements résonants sur certaines bandes de fréquences.



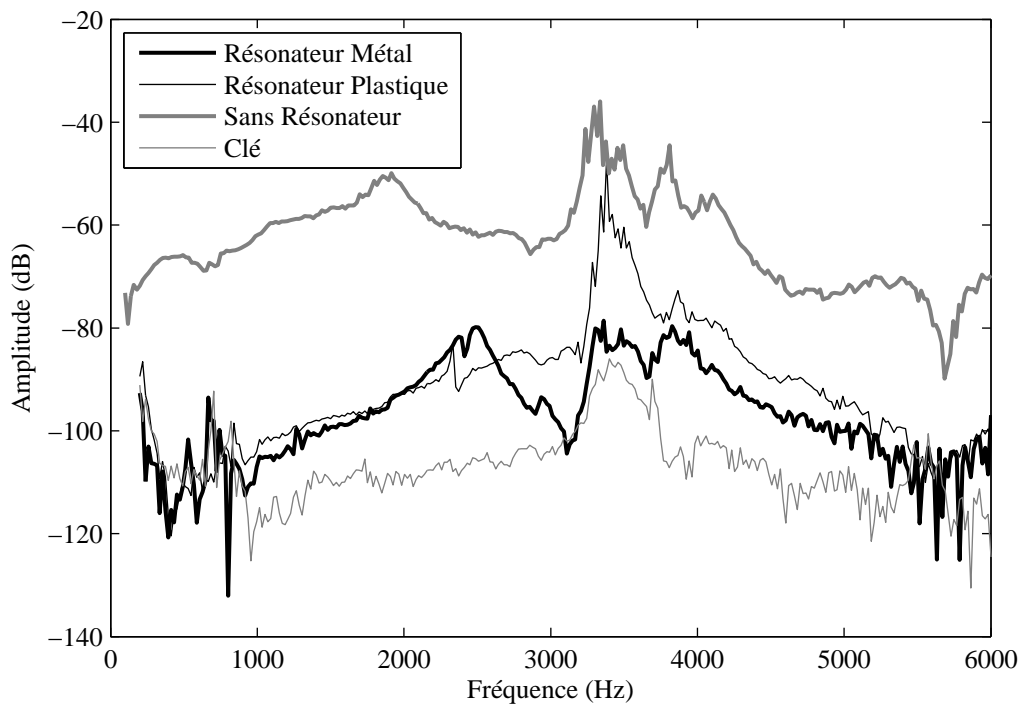
FIGURE 3.12 – Photo de la mesure vibratoire du tampon sans “résonateur”

Pour mettre en évidence ce comportement, des mesures vibratoires sont réalisées. Le protocole expérimental est le suivant : la clé, munie du tampon à analyser, est excitée par un haut-parleur avec un sweep de 200 à 6000 Hz. La pression engendrée est mesurée par un microphone placé à proximité du tampon et la vitesse vibratoire est mesurée avec un vélocimètre laser en deux endroits : au milieu et sur le bord du tampon. La figure 3.12 présente une photo de ce montage. Une mesure de la vibration de la clé est aussi réalisée, en pointant le vélocimètre sur la partie métallique de la clé, du côté opposé au tampon.

La figure 3.13 montre la fonction de transfert  $H = \frac{Vitesse}{Pression}$  mesurée au centre et au bord de tous les tampons et de la clé. Les différences entre les tampons sont beaucoup plus marquées pour les mesures réalisées au centre plutôt qu’au bord. En effet, au centre du tampon se trouve le “résonateur”. Les tampons avec “résonateur” vibrent avec une amplitude environ 30 dB plus faible que le tampon sans “résonateur” : le “résonateur” est en fait un “raidisseur”. L’admittance du tampon sans “résonateur” présente effectivement une résonance autour de 2000 Hz comme supputé au vu de la figure 3.8 (a). La résonance à 3500 Hz du tampon avec “résonateur” plastique coïncide avec une résonance de la clé. Celle-ci est aussi présente sur l’admittance du tampon sans “résonateur” mais pas sur celle du tampon avec



(a)



(b)

FIGURE 3.13 – Vibration des différents tampons mesurée (a) au bord et (b) au centre. La vibration de la clé est donnée en référence.

“résonateur” métal. Il semble donc que le “résonateur” métal soit un meilleur rai-  
disseur.

A partir de ces courbes vibratoires, il est ensuite possible de modéliser les dif-  
férents tampons comme des systèmes résonants (résonateurs du second ordre) au-  
dessus du tuyau. Un “résonateur” du second degré est défini par sa fréquence de  
résonance  $F_r$ , son amplitude  $A_r$  et sa bande passante à -3 dB  $\Delta F_{3dB}$ . Les paramètres  
correspondant à chaque tampon sont recensés dans le tableau 3.3.

	$F_r$ (en Hz)	$A_r$ (en dB)	$\Delta F_{3dB}$ (en Hz)
Sans “résonateur”	1900	-50	500
“Résonateur” plastique	3400	-62	100
“Résonateur” métal	2490	-80	230

TABLE 3.3 – Paramètres définissant les caractéristiques de la résonance des diffé-  
rents tampons

La fonction de transfert d’un “résonateur” du second ordre, type filtre passe-  
bande, s’écrit :

$$Y_m(x) = -\frac{A_r}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}, \quad (3.22)$$

où  $x$  est la fréquence adimensionnée  $x = \frac{f}{F_r}$  et  $Q = \frac{F_r}{\Delta F_{3dB}}$  est le facteur de qualité  
de la résonance . La figure 3.14 montre le modèle de “résonateur” obtenu pour  
chaque tampon, comparé à son admittance mécanique mesurée.

Le système tube cylindrique + clé peut être modélisé comme une jonction entre  
trois guides, comme indiqué en figure 3.15. A cette jonction, se trouve le débit  
sortant du tuyau cylindrique  $u_t$ , en partie rayonné en un débit  $u_r$ . La clé, quant  
à elle, par la vibration du tampon, génère un débit entrant  $u_m$ . En considérant la  
conservation du débit dans un petit volume de raccordement où la pression est  
supposée uniforme, la relation suivante sur les admittances peut être écrite :

$$Y_t = Y_r - Y_m S_m, \quad (3.23)$$

où  $S_m = \pi d^2$  est la surface de la clé<sup>6</sup>. L’impédance de rayonnement choisie dans  
ce modèle est l’impédance de rayonnement sans écran présentée en section 1.1.3.1  
avec un rayon équivalent  $r_{eq} = \sqrt{2ah}$ , ce qui correspond à une surface de rayon-  
nement cylindrique de rayon  $a$  et de hauteur  $h$ . Une fois ramenés à l’entrée du  
cylindre, les modèles obtenus pour les trois types de tampons sont présentés en

6. L’admittance mécanique du tampon est en vitesse/pression, il faut donc la multiplier par la  
section du tampon pour obtenir une admittance en débit/pression

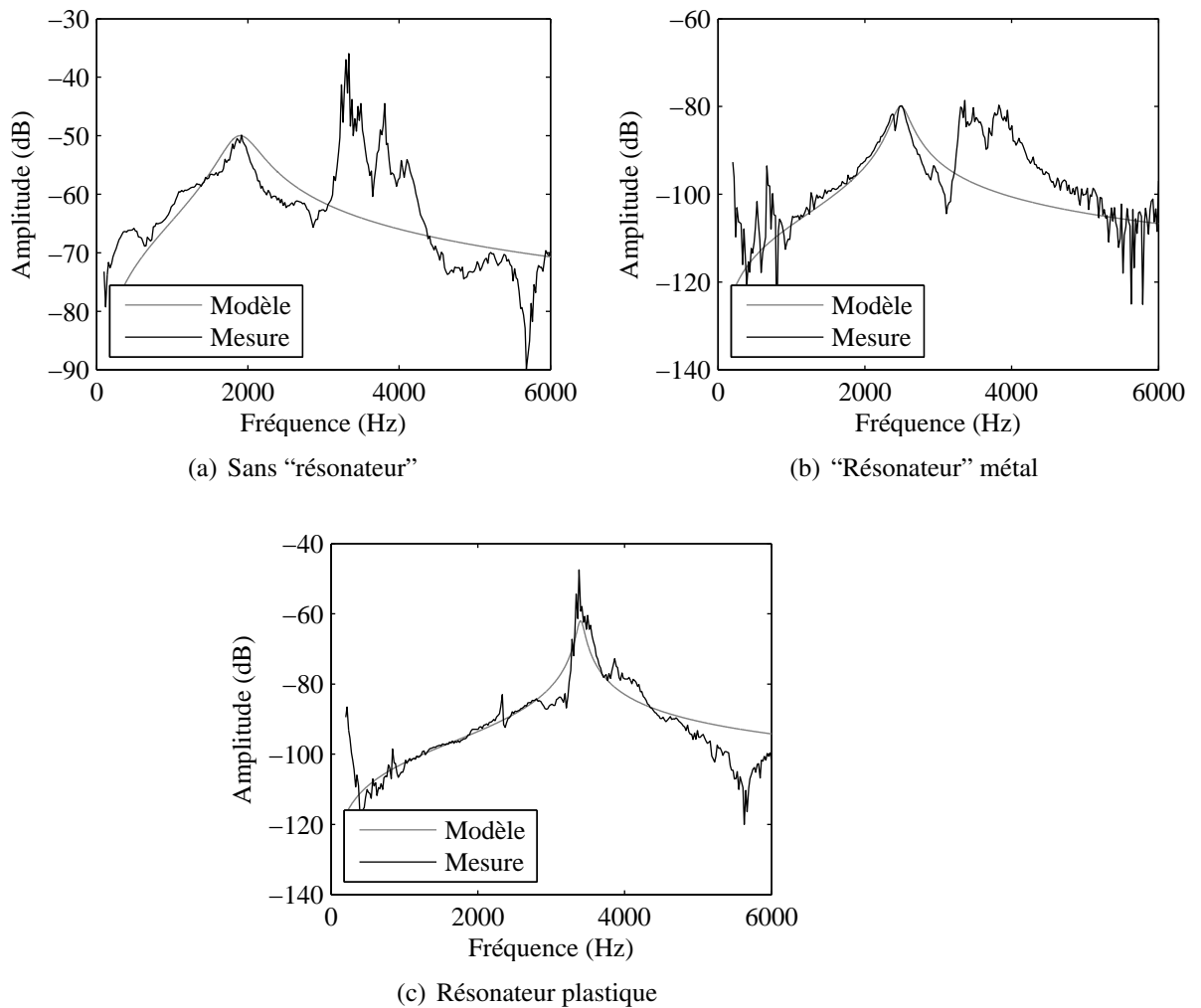


FIGURE 3.14 – Mesures et modèles d'admittance des tampons (a) sans "résonateur", (b) avec "résonateur" métal et (c) avec "résonateur" plastique.

figure 3.16. Le modèle pour le tampon sans "résonateur" fait bien apparaître le creux autour de 1000 Hz pour  $h=1\text{mm}$  (figure 3.16(a)) mais l'effet est exagérément prononcé. Il en est de même autour de 3500 Hz pour le tampon avec "résonateur" plastique. Le phénomène modélisé ici semble trop dissipatif car il décale les fréquences de résonance de manière trop importante. Il est donc nécessaire de diminuer l'amplitude des modèles d'admittance pour tenter d'obtenir un effet plus proche de ce qui a été mesuré. La figure 3.17 montre ainsi l'impédance d'entrée du tuyau cylindrique obtenue en abaissant  $A_r$  du tampon sans "résonateur" à -60 dB et  $A_r$  du tampon avec "résonateur" plastique à -70 dB pour une hauteur de clé de 1 mm. Les résultats sont en effet plus proches de la mesure au niveau de la forme du "creux" et du décalage fréquentiel. Seul le troisième pic du tampon sans "résona-



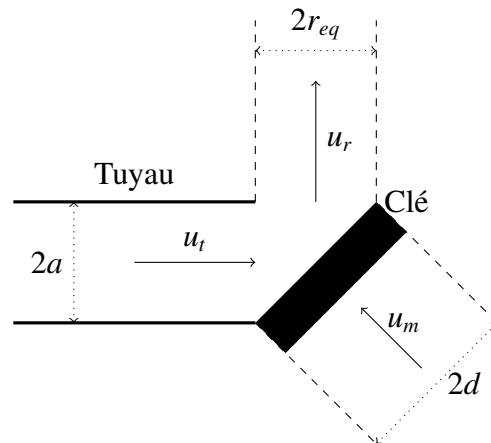


FIGURE 3.15 – Le système du tuyau cylindrique et de la clé est modélisé comme une jonction de trois guides.  $u_t$  est le débit terminal du tuyau,  $u_r$  est le débit de rayonnement et  $u_m$  est le débit créé par le mouvement du tampon et de la clé.

teur” n’est pas assez amorti. Il faudrait pour cela diminuer fortement le facteur de qualité du modèle d’admittance.

Ces modèles ne peuvent finalement pas donner de résultats plus précis car l’approximation de l’admittance des tampons en un résonateur du second ordre est bien trop grossière, en particulier, le caractère purement absorbant du tampon n’est pas pris en compte. Ces modèles montrent cependant que la vibration des tampons au-dessus de l’extrémité d’un cylindre peut venir amortir certains pics, les décaler et introduire des “distorsions” sur la courbe d’impédance d’entrée.

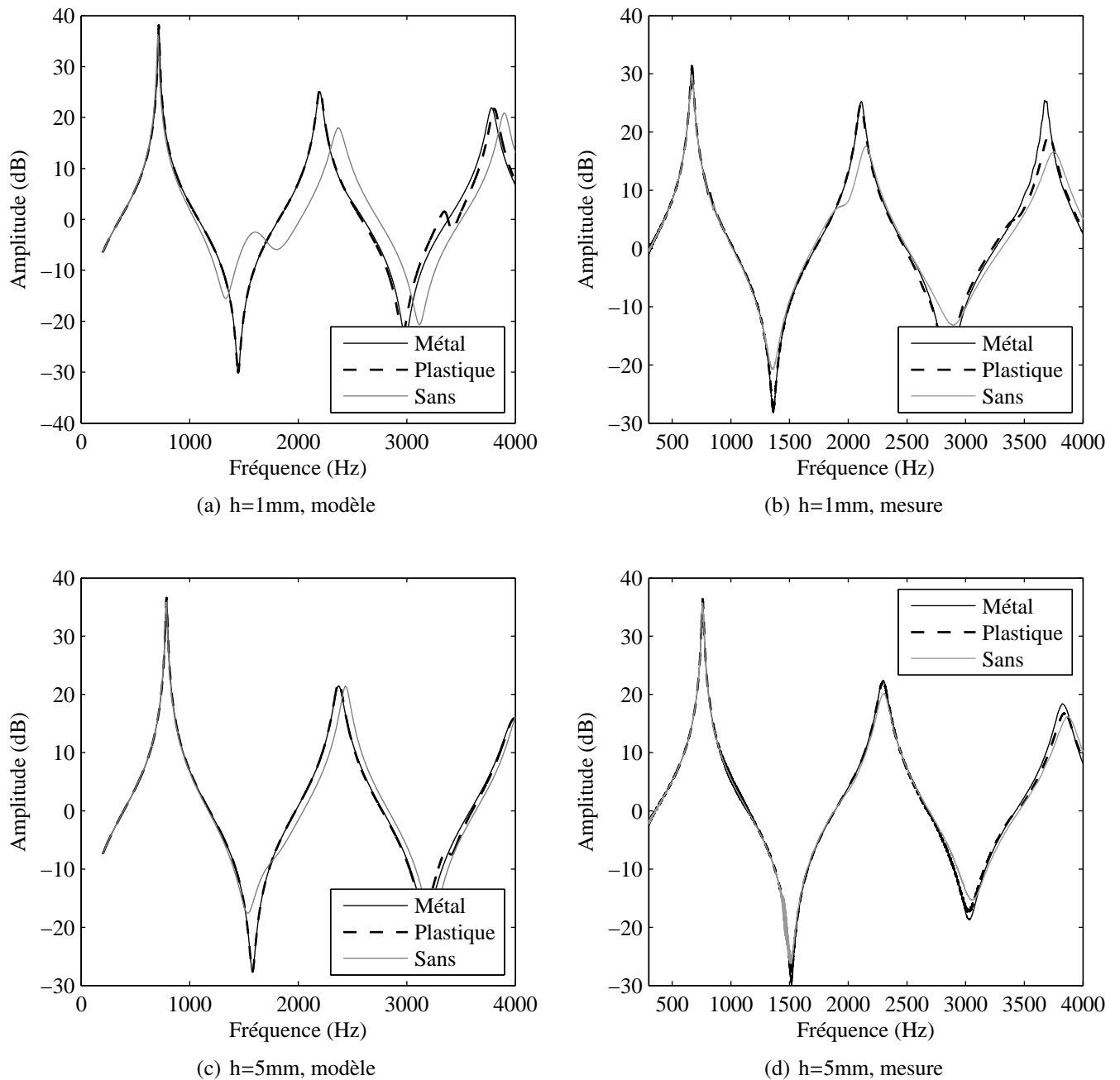


FIGURE 3.16 – Mesures (b et d) et modèles (a et c) de l'impédance d'entrée du cylindre surmonté des différents tampons pour deux hauteurs de clé.

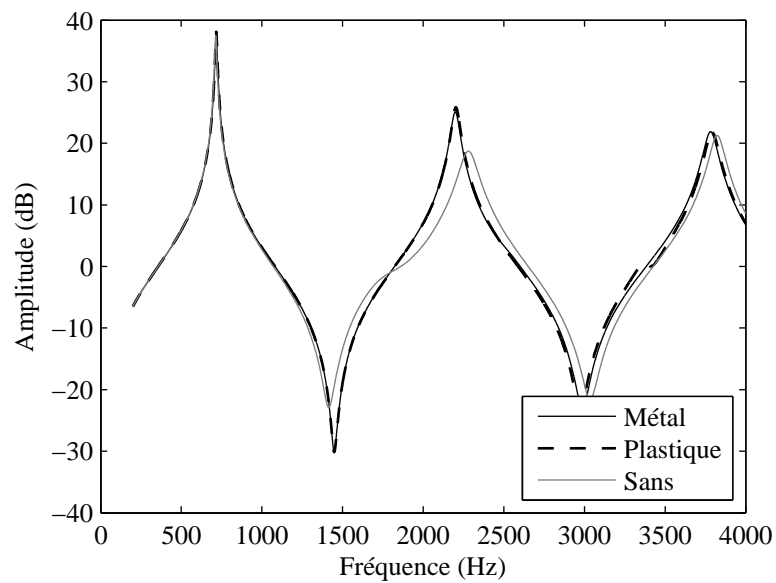


FIGURE 3.17 – Modèles d’impédance d’entrée du tuyau cylindrique pour  $h = 1$  mm avec  $A_r$  du tampon sans “résonateur” descendue à -60 dB et  $A_r$  du tampon avec “résonateur” plastique baissée à -70 dB (les autres paramètres restant ceux du tableau 3.3).

### 3.3 Application au saxophone complet

*NB : Pour faciliter la bonne lecture du texte, nous appellerons saxophone avec/sans “résonateur” les saxophones munis de tampons avec/sans “résonateur”.*

#### 3.3.1 Effet des tampons sur l’impédance d’entrée d’un saxophone

La section précédente présentait la caractérisation de l’effet d’un tampon placé au-dessus de l’extrémité d’un tuyau cylindrique, représentation simplifiée d’un trou latéral. Il est intéressant de vérifier si les effets observés se retrouvent sur un saxophone entier. Le but de cette étude est donc de quantifier l’effet des différents tampons sur l’impédance d’entrée du saxophone. Le saxophone utilisé est un Yamaha YTS 275.

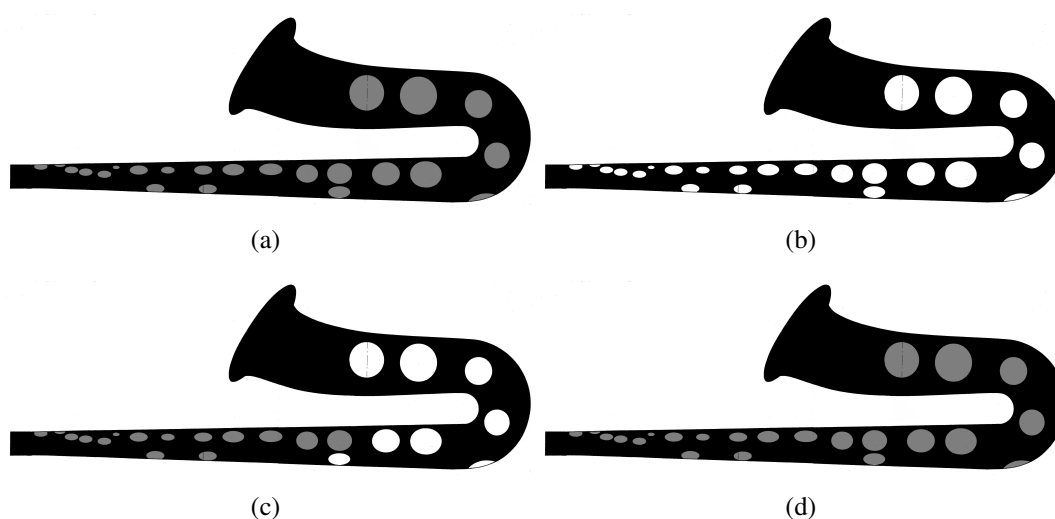


FIGURE 3.18 – Etat du saxophone lors de chaque série de mesure, dans l’ordre de (a) à (d). Les tampons avec “résonateur” plastique sont représentés en gris et les tampons sans “résonateur” sont représentés en blanc.

Pour mettre en évidence l’effet des tampons à la fois sur les trous ouverts et sur les trous fermés, l’impédance d’entrée du saxophone est mesurée pour plusieurs doigtés : Sib, Do, Ré, Mib, Mi et Fa $\sharp$  (joué avec la clé de côté et non avec le doigté de fourche). Les diagrammes de ces doigtés sont présentés en Annexe E. Le doigté de Fa $\sharp$  est particulièrement intéressant car il nécessite l’ouverture de la clé ayant la plus petite course de l’instrument (environ 5 mm). C’est donc un des seuls doigtés susceptibles de montrer l’effet du tampon au-dessus d’un trou ouvert, visible seulement pour de petites hauteurs de clé.

Les impédances sont mesurées pour quatre configurations du saxophone : (a) le saxophone original (entièrement tamponné avec des “résonateurs” en plastique), (b) le saxophone sans “résonateur” (les tampons du saxophone d’origine ont été complètement retirés et remplacés par des tampons sans “résonateur”), (c) le saxophone “hybride” (les plus petits tampons, jusqu’au dernier tampon du doigté de Fa ont été retamponnés avec les tampons d’origine, les tampons les plus gros restant sans “résonateur”) et finalement (d) le saxophone entièrement retamponné avec ses tampons d’origine. Ces quatre étapes sont résumées en figure 3.18. Les tampons avec “résonateur” plastique utilisés dans cette étude sont donc toujours les mêmes, à l’exception d’un seul, abîmé au moment où il a été retiré, qui a dû être remplacé. Un soin tout particulier a été mis en œuvre pour vérifier le bouchage de l’instrument à chacune de ces étapes, en déplaçant une lampe à l’intérieur du saxophone.



FIGURE 3.19 – Photo de la mesure d’impédance d’entrée du saxophone. Des pinces sont utilisées pour fermer les trous.

Ces mesures ont pour objectif de mettre en évidence :

- L’effet “absorbant” des tampons sans “résonateur” par rapport au tampon avec “résonateur” quand les trous sont fermés.
- L’effet cumulatif des trous fermés : l’effet absorbant devrait être le plus visible pour le Sib, où tous les trous sont fermés, et devrait diminuer en fonction du nombre de trous ouverts (Do > Ré > Mib > Mi > Fa♯).
- L’effet de résonance du tampon sans “résonateur” pourrait être légèrement visible sur l’impédance du Fa♯ car la première clé levée à une course relativement faible. C’est pour ce point en particulier qu’est utilisée la configuration

“hybride”, permettant d’isoler l’effet du tampon sans “résonateur” placé sur cette clé en la comparant aux configurations “tout plastique”.

L’impédance d’entrée du saxophone est mesurée à l’entrée du bocal, sans le bec (voir figure 3.19). Cette étude est en effet comparative. La valeur des fréquences de résonance de l’instrument ne nous intéressant pas ici, il n’était pas utile de réaliser un volume équivalent du bec et de l’anche. L’Annexe E montre que si les clés sont manipulées par une personne, les mesures sont difficilement répétables. Des pinces ont donc été fabriquées avec de la corde de piano pour appuyer sur les clés avec une force identique pour chaque série de mesure. Chaque mesure est réalisée 3 fois, en démontant et remontant le saxophone et en enlevant et remplaçant toutes les pinces, pour vérifier la répétabilité. L’erreur de répétabilité est estimée à environ 4 cents pour les fréquences et 1 dB pour les amplitudes.

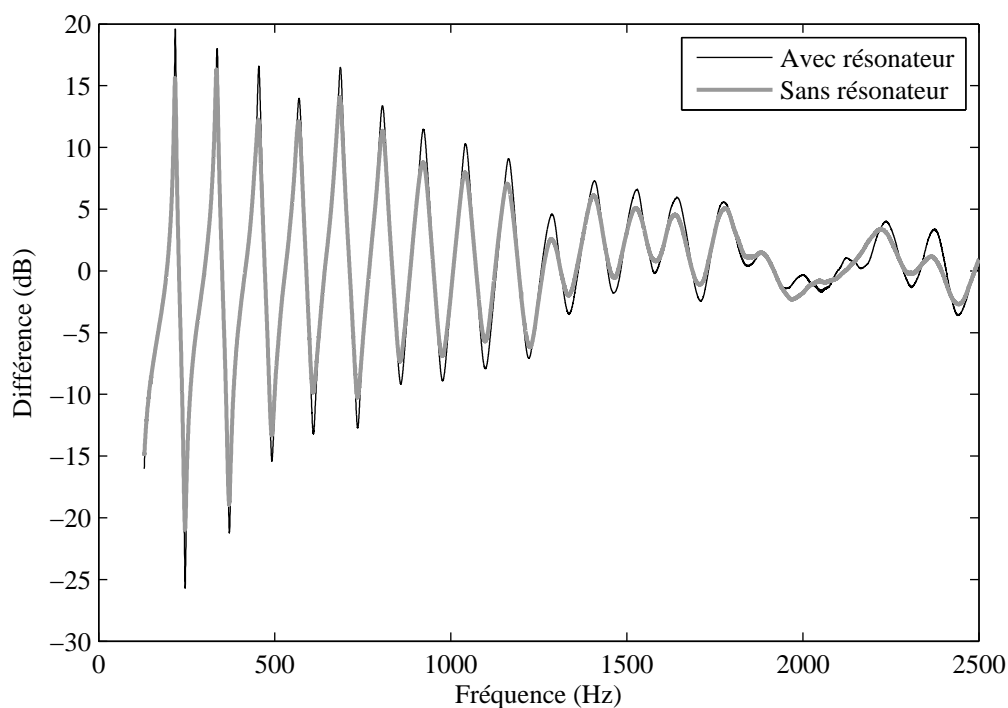


FIGURE 3.20 – Comparaison entre l’impédance d’entrée du saxophone avec “résonateurs” (en noir) et celle du saxophone sans “résonateur” (en gris) pour le doigté de Sib.

La figure 3.20 montre l’impédance d’entrée mesurée pour le saxophone avec “résonateurs” (configuration 1) et le saxophone sans “résonateur” (configuration 2) pour le doigté de Sib. Il apparaît que les tampons sans “résonateur” ont tendance à atténuer l’amplitude des résonances de plusieurs dB (jusqu’à 4) sans modifier leur fréquence.

L'impédance d'entrée du saxophone avec "résonateurs" en plastique a été mesurée deux fois : d'abord avec le saxophone dans sa configuration d'origine puis avec le saxophone retamponné avec ses tampons d'origine après avoir subi un changement de tampons. La comparaison entre ces deux mesures permet de quantifier l'erreur de répétabilité de la mesure cumulée à l'effet du réglage. L'impédance d'entrée du saxophone original est choisie comme mesure de référence.

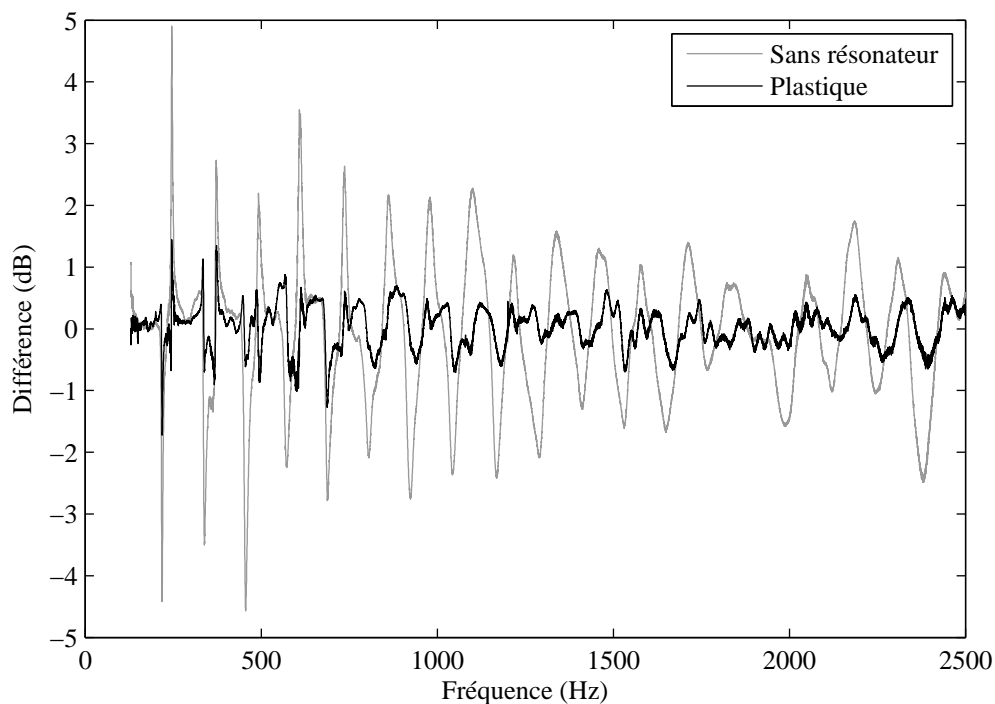


FIGURE 3.21 – Ecarts entre l'impédance d'entrée (en dB) du saxophone d'origine et les impédances d'entrée (en dB) du saxophone avec tampons sans "résonateur" (en gris) et du saxophone retamponné comme à l'origine (en noir) pour le doigté de Sib.

La figure 3.21 montre l'écart entre l'impédance d'entrée du saxophone original et les impédances d'entrée du saxophone sans "résonateur" et de celui retamponné comme à l'origine. Cette figure montre que la répétabilité des mesures est bonne et que le retamponnage n'engendre pas trop de modifications sur l'impédance d'entrée puisque l'écart entre les deux saxophones avec "résonateurs" (courbe en noir) est de moins de 1 dB. Les écarts sont beaucoup plus importants sur la courbe grise que sur la noire. Il est possible de conclure que ces différences sont en majorité dues aux tampons. Les tampons sans "résonateur" viennent donc diminuer l'amplitude des pics d'impédance du saxophone quand les trous sont fermés.

Quant à l'influence de la vibration du tampon sans "résonateur", la figure 3.22

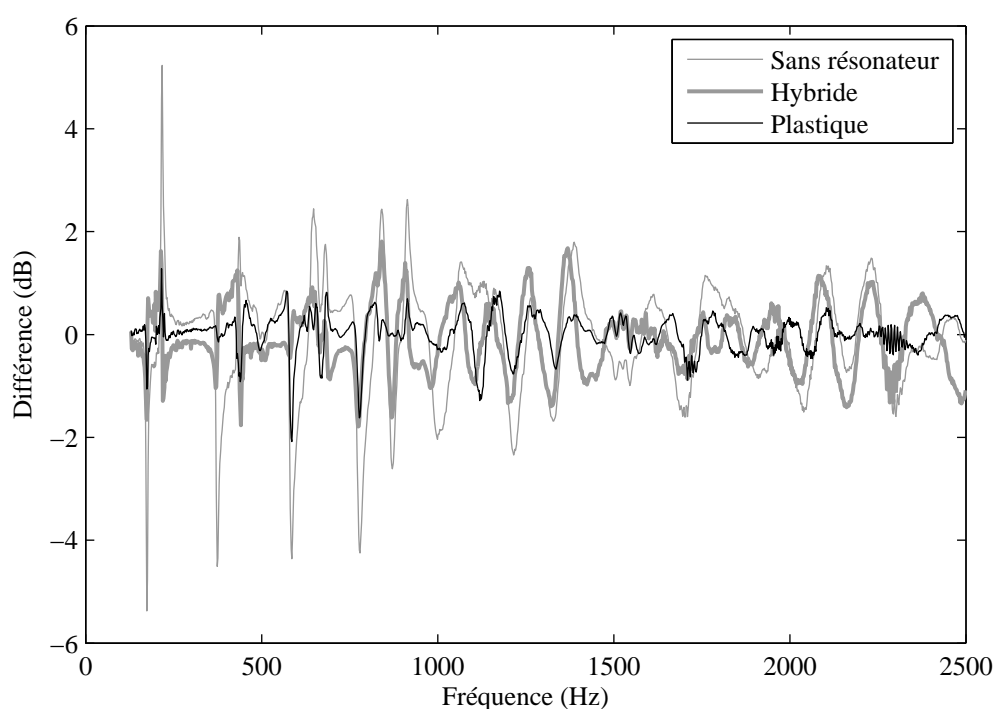


FIGURE 3.22 – Ecart entre l’impédance d’entrée (en dB) du saxophone d’origine et les impédances d’entrée (en dB) du saxophone avec tampons sans “résonateur” (trait fin gris), du saxophone “hybride” (trait épais gris) et du saxophone retamponné comme à l’origine (trait fin noir) pour le doigté de Fa♯.

montre que l’impédance d’entrée du saxophone hybride est plus proche de l’impédance d’entrée des saxophones avec “résonateurs” que sans “résonateur”. En effet, le rayonnement s’effectuant majoritairement par le premier trou ouvert, les trous suivants n’ont quasiment aucune influence sur l’impédance d’entrée de l’instrument. Le saxophone “hybride” est donc plus proche des saxophones avec “résonateurs” car ils sont identiques au niveau de leurs trous fermés. Le saxophone hybride présente cependant une impédance un peu plus éloignée du saxophone original que le saxophone retamponné plastique, ce qui va dans le sens d’un effet faible mais quand même visible de la vibration du tampon de Fa♯ au-dessus du trou. Les résultats pour les notes restantes sont présentés en Annexe G.



### 3.3.2 Influence en situation de jeu <sup>7</sup>

Après avoir caractérisé l'effet des tampons sur le saxophone à partir d'un critère objectif, l'impédance d'entrée, il est intéressant de déterminer leur influence en situation de jeu grâce à des mesures *in vivo*. Pour ces mesures, deux saxophones ténor "identiques" sont choisis <sup>8</sup>, de manière à en garder un qui restera inchangé tout le long de l'étude et servira ainsi de référence.

#### 3.3.2.1 Choix des saxophones

**3.3.2.1.1 Par le musicien** Le choix des deux saxophones les plus "identiques" est d'abord effectué par le musicien à partir de trois saxophones de même modèle : ténor Buffet Crampon Evette. Ces trois saxophones sont repérés par les deux derniers chiffres de leur numéro de série : 65, 72 et 81. Ce choix est réalisé en faisant une comparaison par paire à l'aveugle. Le musicien joue deux saxophones à la suite, sans connaître leur numéro et doit donner une note entre 0 et 4 pour qualifier leur ressemblance (0 pour très ressemblant et 4 pour très différent). Les résultats de cette étude sont présentés dans la matrice de dissemblance en tableau 3.4. Le saxo-

	65	72	81
65	0/1	3/4	3/4
72		0/1	1/2
81			1/2

TABLE 3.4 – Matrice de dissemblance des trois saxophones joués.

phone 65 s'est démarqué des autres dès le départ par ses notes d'émission difficile, ce qui est confirmé dans la matrice avec des notes élevées. Les instruments choisis sont donc les saxophones 72 et 81.

**3.3.2.1.2 Avec les mesures d'impédances d'entrée** Il est intéressant de confirmer le choix du musicien par des mesures d'impédance d'entrée. La figure 3.23 présente l'écart entre les impédances de chaque couple de saxophones pour deux doigtés. Pour le Do $\sharp$  (tous les trous sont ouverts), les écarts entre chaque couple sont à peu près équivalents, l'écart entre le 72 et le 81 étant le plus faible. La mesure du Sib (tous les trous sont fermés) semble confirmer l'avis du musicien qui trouvait au 65 des problèmes de bouchage dans le grave. En effet, les écarts ici sont beaucoup plus importants pour les couples incluant le 65 que pour le couple 72/81. Il semble donc cohérent d'avoir choisi de garder les saxophones 72 et 81 pour

7. Réalisé en collaboration avec Bruno Gazengel et Jean-François Petiot

8. Ces saxophones sont différents de celui utilisé précédemment, car nous n'en possédions pas deux de ce modèle.

l'étude, l'écart au niveau de leurs impédances d'entrée ne dépassant en moyenne pas 3 dB.

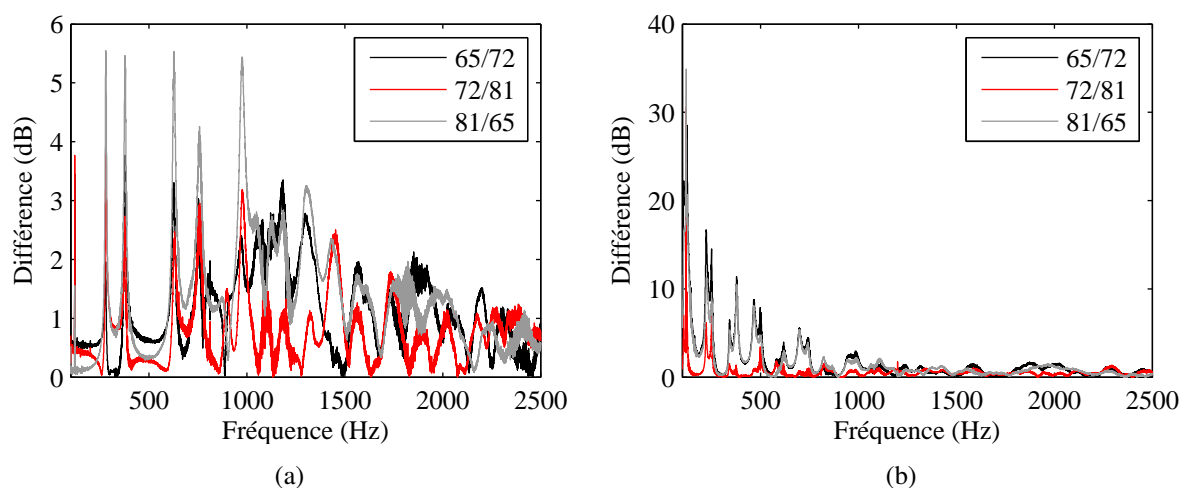


FIGURE 3.23 – Ecart (en valeur absolue) entre les impédances (en dB) de chaque couple de saxophones : 65 et 72 (en noir), 72 et 81 (en rouge), 81 et 65 (en gris), pour les doigtés de (a) Do# grave et (b) Sib grave.

### 3.3.2.2 Mesures in vivo

Le but de ces mesures est de caractériser l'effet des tampons sur les paramètres de jeu du musicien et sur le son rayonné. La pression dans la bouche et la pression au niveau du pavillon sont mesurées en cours de jeu pour 9 notes (Do# aigu, La aigu, Fa# aigu, Mib aigu, Do# grave, La grave, Fa# grave, Mib grave, Sib grave) avec les deux saxophones choisis, le 72 et le 81. Ces mesures sont réalisées 5 fois pour obtenir une moyenne. Le 81 est ensuite retamponné avec des tampons sans "résonateur" et une nouvelle série de mesure est réalisée.

La pression dans la bouche est obtenue en utilisant un capteur de pression différentiel Endevco 8507-C2. La pression acoustique est mesurée grâce à un microphone placé au niveau du pavillon comme montré en figure 3.24. Les signaux sont récupérés via une carte d'acquisition National instruments BNC-2110, avec une fréquence d'échantillonnage de 50 kHz.

Les descripteurs utilisés pour caractériser le timbre sont ceux définis dans [Barthet *et al.* 2010] et détaillés dans le tableau 3.5. Tous ces descripteurs, à part le temps d'attaque et la pression de seuil, sont calculés sur la partie stationnaire du signal où on les considère constants. Il y a donc une seule valeur pour chaque descripteur par note et par essai. Les moyennes sur les cinq essais de chacune de

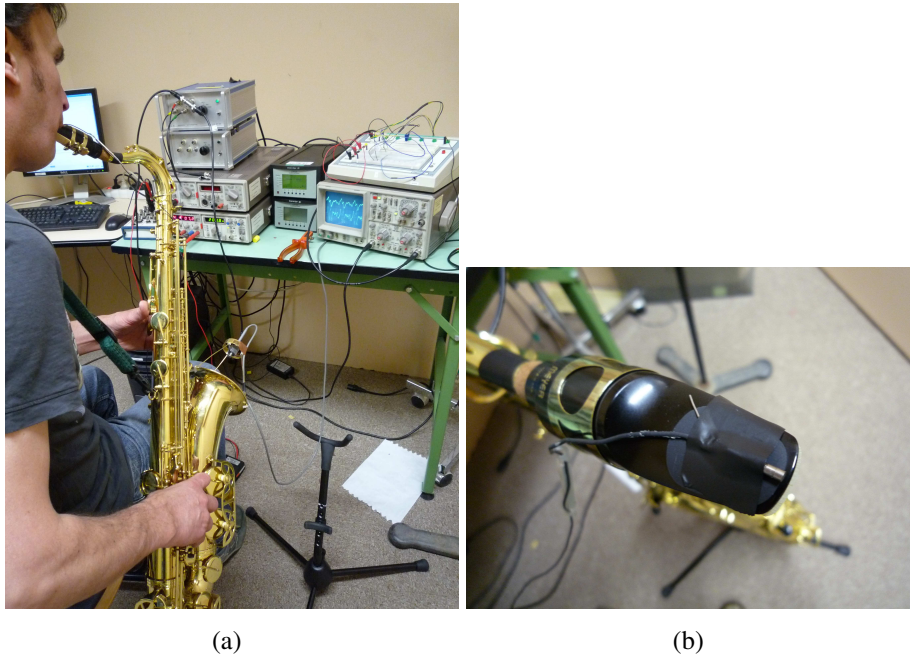


FIGURE 3.24 – (a) Photo des mesures in vivo avec (b) zoom sur le capteur Endevco.

ces valeurs sont données dans les tableaux en Annexe H. Les valeurs des CGS sont adimensionnées par la fréquence fondamentale.

Une analyse de la variance (ANOVA) permet alors d’identifier les descripteurs déterminants dans la comparaison entre les saxophones munis de différents types de tampons. Chaque descripteur  $\Xi$  est modélisé de la manière suivante :

$$\Xi = a + b_i + c_j + d_k + \varepsilon_{ijk}, \quad (3.24)$$

avec  $b_i$  l’effet du saxophone (72 ou 81),  $c_j$  l’effet du type de tampon (avec ou sans “résonateur”) et  $d_k$  l’effet de la note jouée. Le résultat du test de significativité pour chaque descripteur est donné dans le tableau 3.6.

Ce tableau nous indique qu’il existe 5 descripteurs permettant de discriminer les saxophones avec “résonateurs” des saxophones sans “résonateur” : le CGS, le CGS impair, le CGS pair, le Tristimulus 4 et la pression moyenne dans la bouche. Contrairement à des instruments comme la clarinette dont le spectre est composé principalement d’harmoniques impairs, le saxophone possède un équilibre entre harmoniques pairs et impairs, l’étude du CGS dans sa globalité est donc suffisante. En gardant ces trois descripteurs, il est possible de conclure qu’un saxophone avec des tampons sans “résonateur” donne globalement un CGS plus grand (CGS=9.81) qu’un saxophone avec “résonateurs” (CGS=8.63). Ce résultat est cohérent avec celui sur le Tristimulus 4 puisque globalement le saxophone sans “résonateur” a un TR4 plus élevé (TR4=0.029) que le saxophone avec “résonateurs” (TR4=0.011).

Descripteur de timbre	Description
$F_0$	Fréquence fondamentale du signal
Temps d'attaque (TA)	Lié au taux d'accroissement de l'énergie pendant le régime transitoire
Centre de gravité spectrale (CGS)	Fréquence du barycentre du spectre
CGS impair	Fréquence du barycentre du spectre des harmoniques impaires
CGS pair	Fréquence du barycentre du spectre des harmoniques paires
Odd/Even Ratio (OER)	Rapport des amplitudes des harmoniques paires sur l'amplitude des harmoniques impaires
Niveau	Amplitude du signal de pression au pavillon
Tristimulus 1 (TR1)	Rapport de la puissance du fondamental sur la puissance totale
Tristimulus 2 (TR2)	Rapport de la puissance des harmoniques 2, 3 et 4 sur la puissance totale
Tristimulus 3 (TR3)	Rapport de la puissance des harmoniques d'ordre supérieur à 5 sur la puissance totale
Tristimulus 4 (TR4)	Rapport de la puissance des harmoniques de plus de 4000 Hz sur la puissance totale
Pseuil	Pression de seuil dans la bouche
Pbou	Pression moyenne dans la bouche
Efficacité	Rapport du niveau de pression au pavillon sur la pression moyenne dans la bouche <sup>9</sup>

TABLE 3.5 – Liste des descripteurs de timbre

Un CGS et un TR4 élevés sont souvent associés à un timbre “brillant”. Ces résultats semblent en opposition avec le ressenti du musicien qui trouve le timbre du saxophone sans “résonateur” plus “mat” que les autres.

Le dernier descripteur significatif est la pression moyenne dans la bouche. Elle est globalement de 36.4 mBar pour le saxophone sans “résonateur” contre 32.8 pour celui avec “résonateurs”. Ce résultat va dans le sens des mesures d'impédance de la section 3.3.1 (pour plus de détails concernant les mesures d'impédance des saxophones 72 et 81, voir l'Annexe I). En effet, les tampons sans “résonateur” ont tendance à abaisser l'amplitude des résonances de l'instrument, il est donc nécessaire de fournir plus d'énergie pour obtenir le même niveau sonore qu'avec des

9. L'efficacité ainsi définie est différente de l'efficacité “réelle” de l'instrument car une partie du son est rayonnée par les trous latéraux.

	Effet du tampon	Effet du sax	Effet de la note jouée
TA	0,37 : n.s	0,38 : n.s	<0,0001 : sig
CGS	< 0,0001 : sig	0,15 : n.s	<0,0001 : sig
CGS impair	0,001 : sig	0,52 : n.s	<0,0001 : sig
CGS pair	< 0,0002 : sig	0,11 : n.s	<0,0001 : sig
OER	0,79 : n.s	0,23 : n.s	<0,0003 : sig
Niveau	0,40 : n.s	0,04 : sig	0,004 : sig
TR1	0,72 : n.s	0,65 : n.s	<0,0001 : sig
TR2	0,18 : n.s	0,36 : n.s	<0,0001 : sig
TR3	0,31 : n.s	0,18 : n.s	<0,0001 : sig
TR4	<0,0001 : sig	0,90 : n.s	<0,0001 : sig
Pression seuil	0,53 : n.s	0,005 : sig	0,004 : sig
Pbou moyenne	0,004 : sig	0,006 : sig	<0,0001 : sig
Efficacité	0,70 : n.s	0,42 : n.s	0,20 : n.s

TABLE 3.6 – Tableau des P-Value de l’ANOVA (seuil de significativité : 5%, n.s : non significatif, sig : significatif)

tampons munis de “résonateurs”.

Enfin, l’absence d’effet significatif avec l’ANOVA pour l’efficacité ne veut pas dire que ce descripteur n’est pas discriminant dans notre étude mais seulement que ce test ne permet pas de le mettre en évidence. Il suffit de tracer l’efficacité du saxophone 81 en fonction de celle du saxophone 72 pour se rendre compte que ce descripteur est intéressant. En effet, la figure 3.25 montre que le saxophone 81 avec “résonateurs” est majoritairement au-dessus de la ligne d’égalité des efficacités alors qu’après avoir été retamponné, ses efficacités sont toutes au-dessous de cette ligne. Il est donc possible de conclure que l’efficacité d’un saxophone est moins bonne quand il est muni de tampons sans “résonateur”. Ceci est une nouvelle fois en accord avec les mesures d’impédances et les résultats précédents sur la pression dans la bouche. En effet, plus l’amplitude des pics de résonance est grande, plus ils permettent l’établissement d’un régime stationnaire avec facilité.

Cette étude est intéressante mais elle est trop limitée pour en tirer de réelles conclusions. Il est donc nécessaire de poursuivre ce travail en proposant d’abord une étude à l’aveugle complète pour recueillir les données perceptives sur le timbre et la facilité de jeu. Cette étude sera complétée par des mesures in vivo de même type que celles que nous avons présentées. Ce travail doit être réalisé cette fois avec plusieurs musiciens et si possible avec plus de saxophones.

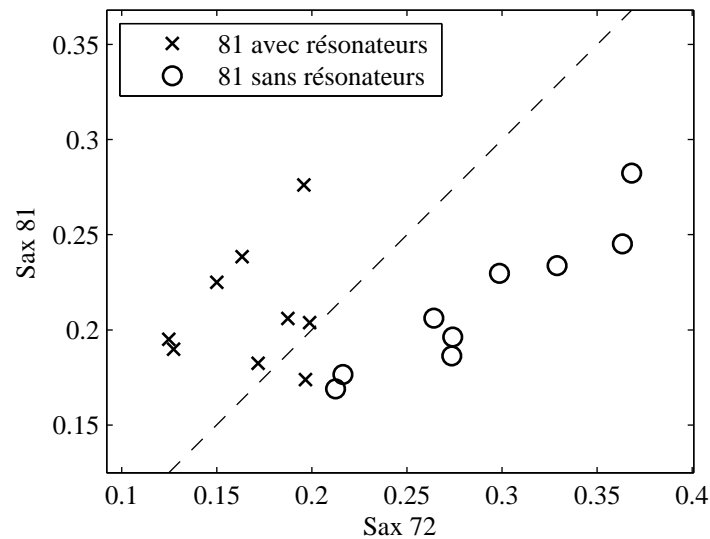


FIGURE 3.25 – Efficacité des 9 notes jouées sur le saxophone 81 en fonction de celle des notes jouées sur le saxophone 72. (x) Première série de mesures avec les deux saxophones avec “résonateurs” et (o) deuxième série de mesures avec le saxophone 81 sans “résonateur” et le saxophone 72 toujours avec “résonateurs”.

### 3.4 Conclusion

Les “résonateurs” ont un effet mesurable sur l’acoustique du saxophone. Leur principal rôle, comme l’avait indiqué Ferron, est d’augmenter le coefficient de réflexion des tampons quand le trou est fermé. Ainsi, l’amplitude des pics d’impédance d’entrée du saxophone est augmentée de plusieurs dB par la présence de ces “résonateur”. Cet effet est d’autant plus visible que le nombre de trous fermés est important. Les mesures avec un musicien viennent confirmer ces résultats. En effet, le musicien a besoin, pour obtenir une même pression au pavillon, de fournir une pression dans la bouche plus importante quand les tampons n’ont pas de “résonateur”.

Un autre rôle des “résonateurs” est d’amortir la vibration des tampons. Le “résonateur” est ainsi un “raidisseur”. La vibration du tampon perturbe le rayonnement au niveau des trous latéraux ouverts. Cependant l’effet est faible et n’apparaît que pour de petites hauteurs de clé, inférieures à celles généralement rencontrées dans le saxophone. Ainsi, même si cet effet peut être mesurable dans certaines configu-

rations, il reste négligeable dans le cas du saxophone, l'influence du réglage restant prédominante au niveau des trous latéraux ouverts.

Il a aussi été observé que le centre de gravité spectral du son rayonné à partir d'un saxophone sans "résonateur" est plus grand que pour un saxophone avec "résonateurs". Une étude plus approfondie avec plus de musiciens est nécessaire pour confirmer ou infirmer ce résultat.

# Des fréquences de résonance aux fréquences de jeu

---

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Le cas de la trompette</b>	<b>106</b>
4.1.1	Préambule	106
4.1.2	Article soumis	108
4.1.2.1	Introduction	108
4.1.2.2	Trumpet resonances and playing frequencies : Preliminary discussion	109
4.1.2.3	Set-Up and Data Analysis	112
4.1.2.4	Musicians' behaviours	116
4.1.2.5	Playing frequencies Vs Resonance frequencies	119
4.1.2.6	Frequency variations	123
4.1.2.7	Conclusion	131
<b>4.2</b>	<b>Le cas du serpent</b>	<b>132</b>

---

Ce chapitre est composé de deux parties. La première, présente l'article soumis au Journal of the Acoustical Society of America, intitulé "Relationship between resonance frequencies and playing frequencies in trumpets" [Eveno *et al.* 2013]. Après avoir proposé différents modèles de prédiction de l'impédance d'entrée d'un instrument de musique, pour en extraire notamment les fréquences de résonance, il est intéressant de faire un lien entre ces fréquences et les fréquences de jeu. Cet article propose donc de quantifier les relations entre ces deux grandeurs dans le cas particulier de la trompette.

En préambule, l'article est résumé en français en quelques pages. Les objectifs, les résultats et les limites contenus dans l'article sont ainsi détaillés. Après le texte complet en anglais, nous nous proposons en deuxième partie d'étendre la discussion à un instrument fortement inharmonique, le serpent.



## 4.1 Le cas de la trompette

### 4.1.1 Préambule

Ce préambule est un résumé étendu en français du contenu d'un article soumis au *Journal of the Acoustical Society of America*, intitulé "Relationship between resonance frequencies and playing frequencies in trumpets" [Eveno *et al.* 2013] présenté ensuite dans son intégralité. Cet article est écrit en anglais en collaboration avec Benoit Kieffer, Joël Gilbert, Jean-François Petiot et René Caussé. Il propose d'évaluer les informations apportées par les résonances de l'impédance d'entrée de la trompette pour prédire les fréquences de jeu du musicien sur l'instrument.

L'impédance d'entrée typique d'un cuivre présente un grand nombre de résonances, chacune associée à une note (ou régime d'oscillation) jouée par le musicien. Les trois pistons de la trompette offrent huit combinaisons qui permettent de construire la gamme chromatique entière. En enfonçant un piston, on allonge la perce de l'instrument. Le premier piston abaisse la fréquence de la note d'un ton, le second d'un demi ton et le dernier abaisse d'un ton et demi. Une première évaluation de la "justesse" de l'instrument est obtenue en comparant ses fréquences de résonance aux fréquences des notes de la gamme de référence avec le La 440<sup>1</sup>. Ce genre de diagramme est très utilisé par les facteurs. Cela ne reste cependant qu'une approximation car les fréquences de jeu ne sont pas forcément égales aux fréquences de résonance. En effet, le musicien peut choisir de jouer chaque note de la série en faisant vibrer ses lèvres à la fréquence voulue. Le couplage entre les lèvres du musicien et l'instrument entraîne des effets complexes, difficilement quantifiables.

Une branche d'embouchure paramétrisée, faite de quatre parties interchangeables, est utilisée pour réaliser trois trompettes différentes à partir du même instrument de départ. Les impédances d'entrée de ces trompettes sont mesurées pour quatre doigtés. Nous avons demandé à quatre musiciens de jouer les 5 premières notes de chaque doigté (régimes 2 à 6 car le premier régime n'est pas joué avec la trompette) en disant le nom de la note avant de la jouer afin d'effacer autant que faire se peut la hauteur de la note précédente de la mémoire du musicien. Le but était en effet ici de faire jouer au musicien la note d'émission la plus facile sans chercher à explorer le champ de liberté de l'instrument ni à corriger la justesse. Ces mesures ont été réalisées pour trois nuances et le protocole entier a été répété trois fois pour évaluer la répétabilité du musicien. Finalement, 2160 notes à analyser ont été obtenues.

Une note jouée par un musicien n'a par essence pas une fréquence constante. Elle subit une fluctuation importante à l'attaque et à la coupure et une fluctuation moindre entre les deux. La fréquence de jeu est donc déterminée en calculant une

---

1. Tempérament égal à octave juste, un demi ton correspondant à un rapport  $\sqrt[12]{2}$

fréquence moyenne sur la partie stationnaire du signal enregistré. L'écart type est calculé pour déterminer la "stabilité" du musicien.

Les fréquences de jeu sont en moyenne plus élevées que les fréquences de résonance. De manière générale, les nuances n'ont pas une forte influence sur les fréquences de jeu et les musiciens ont à peu près tous le même comportement, jouant tous environ 9 à 15 cents au-dessus des résonances de la trompette. L'influence de chaque facteur (musicien, trompette, nuance, doigté et régime) sur la fréquence de jeu est estimée avec une méthode d'analyse de la variance (ANOVA). La méthode montre qu'il n'y a pas d'interaction significative entre les facteurs. De plus, les effets du musicien, de la nuance et de la trompette sont négligeables par rapport à ceux du doigté et du régime.

En traçant les fréquences de jeu en fonction des fréquences de résonance, on peut observer que les fréquences de jeu sont regroupées autour de la droite d'égalité entre fréquences de jeu et fréquences de résonance pour la plupart des régimes. Il y a cependant un décalage significatif pour le régime 2 (de l'ordre de 70 cents), quand la partie cylindrique de la trompette est la plus longue. Les fréquences de jeu sont ensuite modélisées avec les méthodes MSE (mean squared error) et MAPE (mean absolute percentage error)<sup>2</sup>. Ces modèles montrent que, même en prenant en compte des paramètres en plus des fréquences de résonance (musicien et nuance), il n'est pas possible de prédire les fréquences de jeu à moins de 1% près.

qu'il est illusoire d'espérer prédire la fréquence de jeu avec moins de 1% d'erreur (environ 17 cents), ce qui correspond à une différence de hauteur audible.

Finalement, il est possible de s'affranchir de l'effet du musicien en s'intéressant à des différences de fréquences plutôt qu'aux fréquences elles-mêmes. En effet, si un musicien joue toujours 10 cents trop haut alors qu'un autre joue toujours 5 cents trop bas, en travaillant sur des différences ce décalage n'aura plus d'importance. Deux références sont choisies : le doigté à vide et la trompette de base. La comparaison des autres doigtés avec le doigté à vide permet d'étudier de grandes variations de perce. La comparaison d'une branche d'embouchure à une autre montre l'effet de petits changements de géométrie. Lors de grandes variations de perce, d'importantes différences sont induites entre fréquences de résonance et fréquences de jeu, spécialement pour le régime 2. Quand les changements de géométrie sont petits, il est possible de considérer que les variations de fréquences de résonances engendrent des variations de fréquences de jeu du même ordre. Ce résultat est utile pour les facteurs d'instruments qui travaillent souvent par petites modifications de perce.

Pour prendre en compte l'influence des modes supérieurs sur la fréquence de jeu, Wogram [Wogram 1972], a introduit un autre indicateur : la "sum function". Cet indicateur est censé prédire plus finement les fréquences de jeu que l'impé-

---

2. Ces indicateurs sont définis dans les équations (4.4) et (4.5).

dance d'entrée. Nous avons comparé les fréquences de jeu aux fréquences prédites par les maxima de cette fonction. La valeur ajoutée de la "sum function" par rapport à l'impédance n'est pas manifeste dans notre étude. La "sum function" ne semble en réalité utile que pour faire apparaître la note pédale pour des instruments cylindro-coniques comme le trombone par exemple.

## 4.1.2 Article soumis : *Relationship between resonance frequencies and playing frequencies in trumpets*

### 4.1.2.1 Introduction

Measuring and computing wind musical instruments input impedance is now well mastered. [Backus 1976, Caussé *et al.* 1984, Eveno *et al.* 2012, Macaluso & Dalmont 2011, Dalmont 2001]. As part of a larger project aimed toward helping instrument makers to design and characterise their musical instruments, this work focuses on how the bore resonance frequencies, taken from the input impedance, can be related to the playing frequencies. Indeed, instrument makers are primarily interested in the overall intonation of their instruments in playing situations, and therefore they need some predictive indicator.

Some studies attempt to find a solution to this issue by taking the coupling between the instrument and the musician into account. The case of reed instruments is treated by Gilbert *et al.* [Gilbert *et al.* 1989] and Farner *et al.* [Farner *et al.* 2006] by using the harmonic balance technique adapted to self-sustained oscillations of wind instruments such as clarinets. The resonator (i.e. the instrument body) is the linear part, treated in frequency domain, while the driving system (the reed) is the nonlinear part, treated in time domain. Afterwards, Boutillon and Gibiat [Boutillon & Gibiat 1996] give a simplified yet analytical solution of the reactive power approach which can predict a playing frequency if the amplitudes of the input impedance harmonics and the stiffness of the reed are known. The harmonic balance technique can also be used for brass instruments [Poirson *et al.* 2005]. Three control parameters representing the "virtual" musician have to be defined : the pressure inside the mouth, the resonance frequency of the lips, and the inverse of lips mass density. Depending on the choice of these parameters it is possible to obtain a series playing frequencies, such as those obtained by the musician. The coupling between the musician and the instrument can also be investigated using a simplified model in which a single mechanical lip mode is coupled to a single mode of the acoustical resonator, as done by Cullen *et al.* [Cullen *et al.* 2000] for the trombone. Likewise, Fletcher [Fletcher 1973] represents the brass-instrument player's lips by a valve with a single degree of freedom and shows that there exist particular ranges of acoustic impedance for the inlet and outlet ducts to the valve within which self-sustained valve oscillation is possible. It is also possible

to predict the intonation of the instrument by synthesizing the notes it can produce. Many studies are carried out on physical modelling using temporal methods [Bilbao 2009, Trautmann & Rabenstein 2003].

For the saxophone, for some advanced performance techniques (bugling and altissimo playing), musicians can use the resonance of their vocal tract to play a note close to a weak bore resonance, or even decrease the sounding pitch several semitones below the standard pitch for a same fingering [Chen *et al.* 2011]. This technique is not often used by trumpet players [Chen *et al.* 2012].

The musician has an important role in determining the playing frequencies, this aspect being difficult to take into account. Therefore, the first aim of this paper is to determine an order of magnitude of the musician's influence on the overall intonation of the instrument. Then, it aims at finding some objective indicator from the input impedance which can predict the playing frequencies without taking the musician's behaviour into account, as intended by Pratt and Bowsler [Pratt & Bowsler 1979] and previously by Wogram [Wogram 1972]. This will be done by recording a large number of notes played by several musicians on three trumpets.

Section 4.1.2.2 presents some basic information about the acoustics of the trumpet. Section 4.1.2.3 describes the recording of notes played by the musicians on the different trumpets and the analysis of the data. From these measurements, an analysis of the musicians' behaviour is presented in section 4.1.2.4. In section 4.1.2.5, the playing frequencies of the recorded notes are compared to the bore resonance frequencies taken from the input impedance of the trumpets. Then, in order to minimize the influence of the musician on the results, section 4.1.2.6 focuses on frequency differences instead of the frequencies themselves. Two references are chosen to calculate the differences, and finally, the relevance of a function made from the input impedance to predict the intonation is discussed.

#### 4.1.2.2 Trumpet resonances and playing frequencies : Preliminary discussion

Campbell and Greated [Campbell & Greated 1988] as well as Fletcher and Rossing [Fletcher & Rossing 1991] give a large overview on brass instruments. A summary about trumpets is reported here as well as a discussion on the coupling with the musician.

##### 4.1.2.2.a Trumpet geometry

The bore profile of the trumpet can be divided into two parts. First, a long central cylindrical part to which cylindrical bypasses brought in to/out of working order by valves are connected. Second there is a flared part : the horn. Additionally,

the mouthpiece is an independent piece which is composed of a cup, a throat, and a backbore, which opens slightly in order to fit into the trumpet input on a piece called the leadpipe (see Figure 4.1). The leadpipe is quite influential on the acoustic behaviour of the instrument [Bertsch 2003] whose internal rotation-symmetrical geometry has *a priori* a complex shape (neither cylindrical nor conical).



FIGURE 4.1 – Photo of a trumpet in the “100” fingering configuration (1 for the first valve pushed in and 0 for the others in a high position). The position of the leadpipe is shown by a dashed line.

#### 4.1.2.2.b Input impedance and playable notes

The acoustic response of an instrument at different frequencies can be characterized by its input impedance, (impedance computed or measured at the input of the entire instrument, that is to say at the input plane of the mouthpiece) which corresponds to the ratio of the acoustic pressure and the acoustic flow. A typical input impedance of a brass instrument (see Figure 4.2) shows a large number of bore resonance frequencies, where the impedance amplitude is maximum and the phase is passing through zero. Some of these resonance frequencies are associated with a note (or oscillation regime) that the musician can play. In the example of Figure 4.2, corresponding to the basic fingering of a B $\flat$  trumpet where none of the three valves are pressed down, the resonances 2 to 6 correspond to the series of concert notes B $\flat$ 3, F4, B $\flat$ 4, D5, F5 (harmonic series of B $\flat$ 2). The first resonance does not correspond to a normally playable note on the trumpet (pedal note). The three valves offer height combinations, which allow the construction of the whole chromatic scale to be played, since the activation of a valve produces an elongation of the air column which lower the resonance frequencies of the instrument. The first valve brings down the frequencies one tone, the second a half-tone, and the last one one and a half tones. In the rest of the article, a pressed in valve will be noted

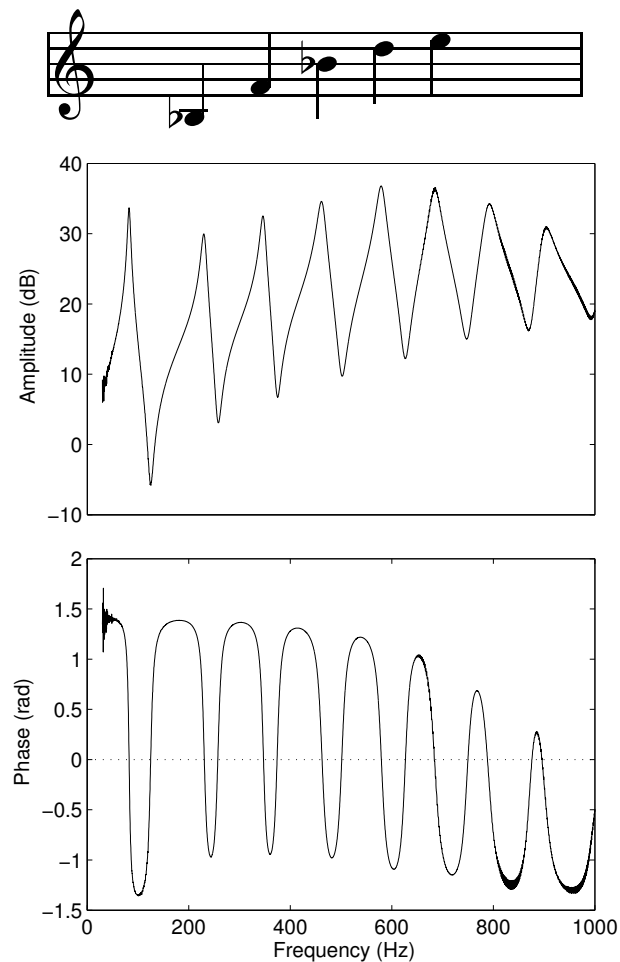


FIGURE 4.2 – Measurement of the input impedance amplitude (in dB) and phase (in rad) of the trumpet called NORM, with the notes corresponding to each impedance peak above.

1 and a valve not pressed down will be noted 0. In this way, the fingering of the trumpet in Figure 4.1 can be written as “100”.

An initial estimation of the instrument intonation can be carried out by comparing the bore resonance frequencies to their corresponding notes in the equally-tempered scale, as it is shown in Figure 4.3 (a to c) for the three trumpets used in this study (called CHMQ, DKNR and NORM). These diagrams show that by increasing the length of the cylindrical part the resonance frequencies become more distant from the frequencies of their corresponding notes in the equally-tempered scale. Consequently, notes should be easier to play in tune with the 000 fingering than with the 111 fingering. Afterwards, it is interesting to focus on the harmonicity of the trumpet, taking in Figure 4.3 (d) the example of the NORM trumpet. This diagram represents the difference in cents between the resonance frequency

of the regime  $n$  and  $n\frac{f_4}{4}$ , where  $f_4$  is the resonance frequency of the fourth regime, taken here as the reference since it is the regime most in tune for this trumpet (cf Figure 4.3 (c)). This figure shows that the regimes of the trumpet are in harmonic relationship, apart from the second regime of all the fingerings and the sixth regime of the 000 fingering. It is known that the second regime does not have a harmonic relation with the other regimes, but the discrepancy of the sixth regime of the 000 fingering is more surprising.

However, these diagrams are only estimations of the intonation because the playing frequencies are not exactly equal to the bore resonance frequencies. The differences between those frequencies result from the coupling between the vibrating lips of the musician and the instrument. The musician can, in fact, choose one note from the harmonic series by making his/her lips vibrate at the frequency of the desired note. Furthermore, a wind instrument is not an instrument with a fixed sound, that is to say the musician can modify the pitch and the timbre of the played note by controlling his/her embouchure. The embouchure represents the capacity of the musician to control the mechanical parameters of his/her vibrating lips, by modifying his/her facial musculature as well as the support force of the lips on the mouthpiece. This also includes the ability to control the air flow between the lips.

### 4.1.2.3 Set-Up and Data Analysis

#### 4.1.2.3.a Set-Up

A parametrised leadpipe, made of four different interchangeable parts, was designed [Poirson *et al.* 2007, Petiot *et al.* 2005] as it is shown in Figure 4.4. Several parts with various values for the radii  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  and  $r_4$  were manufactured with a numerically controlled turning machine. A letter has been given to each part of the leadpipe, corresponding to the dimensions of the radii. Thus, using the same B♭ trumpet (Bach model Vernon, bell 43) with the same mouthpiece (Bach 1 1/2 C) and the parametrised leadpipe, different instruments with small different acoustical behaviours can be designed. Three leadpipes were considered for the study : the two leadpipes presented in the Table 4.1 and a leadpipe originally provided with the trumpet, called NORM, as in “normal leadpipe”. These three instruments are all playable and are, at first sight, very similar. The tuning slide is pulled out 1 cm for all the trumpets throughout this study.

The input impedances for these trumpets were then measured for four different fingerings (000, 100, 110 and 111) using a set-up described by Dalmont and Le Roux [Dalmont & le Roux 2008]. The uncertainty of the resonance frequency estimation is about 0.5%, that is 5 cents [Macaluso & Dalmont 2011]. For the trumpet, contrary to the trombone, the first regime is not played. In this study, the notes will be recorded for regimes 2 to 6 with these four fingerings. Nevertheless, some of

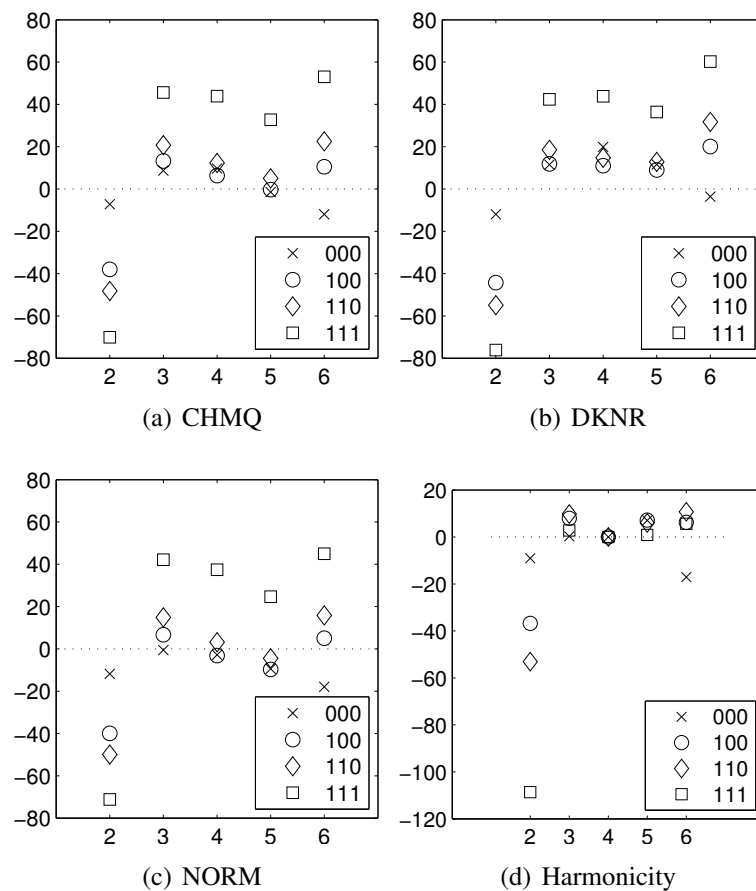


FIGURE 4.3 – Intonation of trumpet (a) CHMQ, (b) DKNR and (c) NORM, realised by calculating the difference in cents between each resonance frequency of the input impedance of each trumpet for the four fingerings and its corresponding note in the equally-tempered scale and (d) the inharmonicity of the NORM trumpet realised by calculating the difference in cents between  $f_n$  (the resonance frequency of the regime  $n$ ) and  $n \frac{f_4}{4}$ .

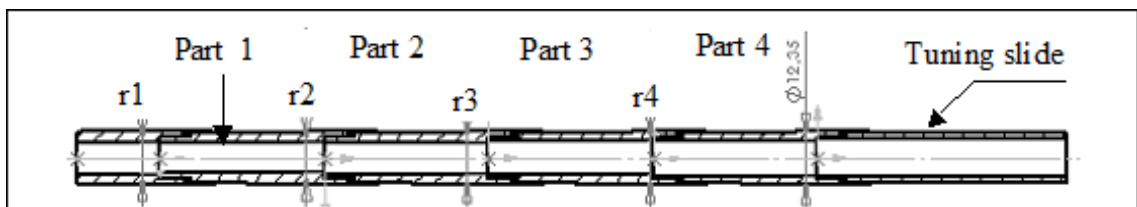


FIGURE 4.4 – Parametrization of the leadpipes used in this work (from Petiot et al.[Petiot *et al.* 2005]). Radii  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  and  $r_4$  are given in Table 4.1.



TABLE 4.1 – Description of the two parametrised leadpipes used in this study (the radii are given in mm)

	Part 1		Part 2		Part 3		Part 4	
	$r_1$	$r_2$	$r_2$	$r_3$	$r_3$	$r_4$	$r_4$	$r_5$
CHMQ	4.64	5	5	5.5	5.5	5.7	5.7	5.825
DKNR	4.64	5.45	5.45	5.5	5.5	5.825	5.825	5.825

these notes do not correspond to the usual fingerings used by the musician. Regimes 2 to 6 are normally played by musicians for fingerings 000 and 100. For the 110 fingering, musicians play notes from the second regime to the fifth. The sixth is generally not used since E5 can be played with the fifth regime of the 000 fingering (NB : For sake of simplification, notes given in this section correspond to written pitch, not concert pitch). For the 111 fingering, only regimes 2 and 3 are usually played. Regimes 4, 5 and 6 are an alternative way of playing the notes Gb4, Bb4 and Db5, for which musicians usually use the third regime of the 010 fingering (Gb4), the fourth regime of the 100 fingering (Bb4) and the fifth regime of the 110 fingering (Db5). These fingerings have been chosen in order to study the whole range of the trumpet frequencies, from the lowest pitch to the highest. Furthermore, while certain combinations of regimes and fingerings are almost never used by musicians, it has been interesting to include them in this study. Indeed, trumpet players are not used to playing these notes so there is no “learning effect”, which means that they are more likely to play without focusing on the intonation.

Four musicians, one professor at a music school and three serious amateurs, were asked to play the three trumpets to record the sounds. After a short warm-up, each trumpet player had to play the five first playable notes (regimes 2 to 6) by saying the name of the note before playing, in order to have a short rest between the notes and “forget” the pitch of the previous note. Indeed, trumpet players are interested in testing the flexibility of their instrument and, if necessary, they bend the note in order to correct the intonation defects. Nevertheless, the task for the musician is different here since it consists of letting the instrument guide him, even if it means playing out of tune. The musicians were asked to play the note with the easiest emission, without trying to correct the intonation. These recordings were made for three dynamic levels in order to study their influence on the playing frequencies : first mezzo forte, then piano, and finally forte. Afterwards, each trumpet player had to move to the next fingering with the same protocol and so on for the four fingerings and the three trumpets. They had to repeat the whole process three times in order to test their reproducibility. Finally, 4 trumpet players times 3 trumpets times 4 fingerings times 5 regimes times 3 dynamic levels times 3 attempts give 2160 notes to analyse.

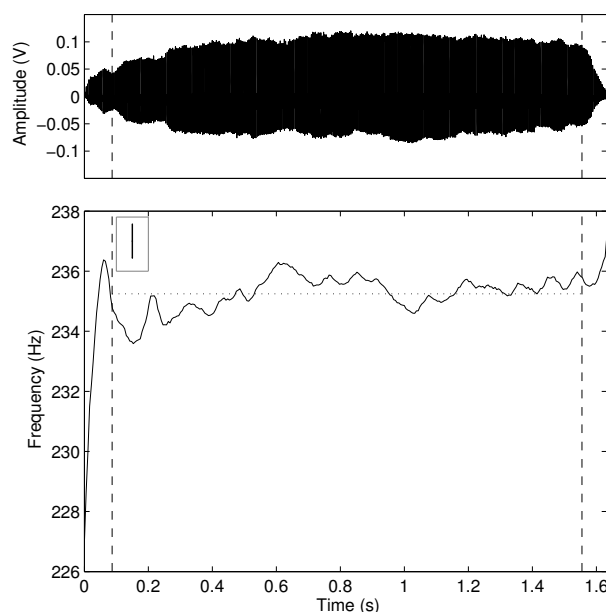


FIGURE 4.5 – Waveform (above) and evolution of the frequency of the B $\flat$ 3 note played by a musician with the basic fingering. Dashed lines separate, on the left the transient and on the right the quiescent, from the rest of the stationary signal. The dotted line represents the mean value of the frequency during this stationary part. The error bar in the grey rectangle at the top left-hand corner represents twice the standard deviation of the frequency during the stationary signal.

#### 4.1.2.3.b Data Analysis

The playing frequency has been analysed with the YIN [de Cheveigné & Kawahara 2002] software, which estimates the fundamental frequency for speech and music with a 1% error rate. Square windows of 68 ms length were used. We noticed that musicians cannot play a perfectly steady note, and slight oscillations around the playing frequency were observed. Figure 4.5 shows an example of the frequency evolution of one note, concert B $\flat$ 3, played by a musician with the basic fingering (000) at mezzo forte. At the beginning, the frequency rapidly increases : this is a typical transient. The same effect is happening during the quiescent. Between the transient and the quiescent, there is the stationary part where the frequency is fluctuating a few hertz. Therefore, from a measured signal like the one in Figure 4.5, what we call in this paper the playing frequency, will be determined as the mean of the instantaneous frequency during the time  $t$  of the stationary part. The standard deviation is then calculated in order to estimate the ability of the trumpet player to play at a stable playing frequency.

The measurements of the trumpets' input impedances and the recording of the musicians were carried out at different temperatures. The input impedance was

measured at 23°C whereas notes were played at around 28°C (estimation between the room temperature and the musician's body temperature as proposed by Gilbert et al. [Gilbert *et al.* 2006] who measured the temperature profile inside a trombone with infra-red photography). Consequently, for a reliable comparison, resonance frequencies need to be moved forward from the equivalent temperature shift. Since resonance frequencies of both cones and cylinders are proportional to the sound velocity, which can be written as  $c = 331.45 \sqrt{T/T_0}$  with  $T$  the temperature in Kelvin and  $T_0 = 273.16\text{K}$ , it can be considered that the resonance frequencies of a trumpet are proportional to the square root of the temperature expressed in Kelvin. Consequently, the resonance frequencies from the measured input impedances are increased by 16 cents which is the equivalent of 5.5°C in order to be at the same level of the playing frequencies' temperature. Finally, the frequency of the resonances are precisely determined with a peak fitting technique using a least square method on the complex impedance [le Roux 1994]. This method represents the impedance in the Nyquist plot. In this plot, the resonance is locally a circle that should go through the experimental points. Then, the resonance frequency is the angle of the point, which is the furthest from the origin.

#### 4.1.2.4 Musicians' behaviours

##### 4.1.2.4.a Descriptive analysis of the playing frequencies

In order to study the behaviour of each musician, we represent by a boxplot the difference (in cents) between the playing frequency and its respective resonance frequency for all the notes played. A boxplot is a convenient way of graphically representing a distribution of numerical data through their five-number summaries : the smallest observation (sample minimum), lower quartile (25<sup>th</sup> percentile, bottom of the box), median, upper quartile (75<sup>th</sup> percentile, top of the box), and largest observation (sample maximum).

One boxplot per dynamic level allows one to study the influence of the dynamic level on the playing frequencies. In each boxplot of Figure 4.6 there are 180 notes which correspond to 3 trumpets times 4 fingerings times 5 regimes (2 to 6) times 3 attempts.

These boxplots show that the playing frequencies are, on average, higher than the bore resonance frequencies and that the four musicians play at a higher pitch at the piano dynamic level than at mezzo forte or forte. The dynamic leads to less than a 10 cents difference on the playing frequency median. The four trumpet players have similar behaviour as they all play, on average, in the order of 9 to 15 cents above bore resonance frequencies.

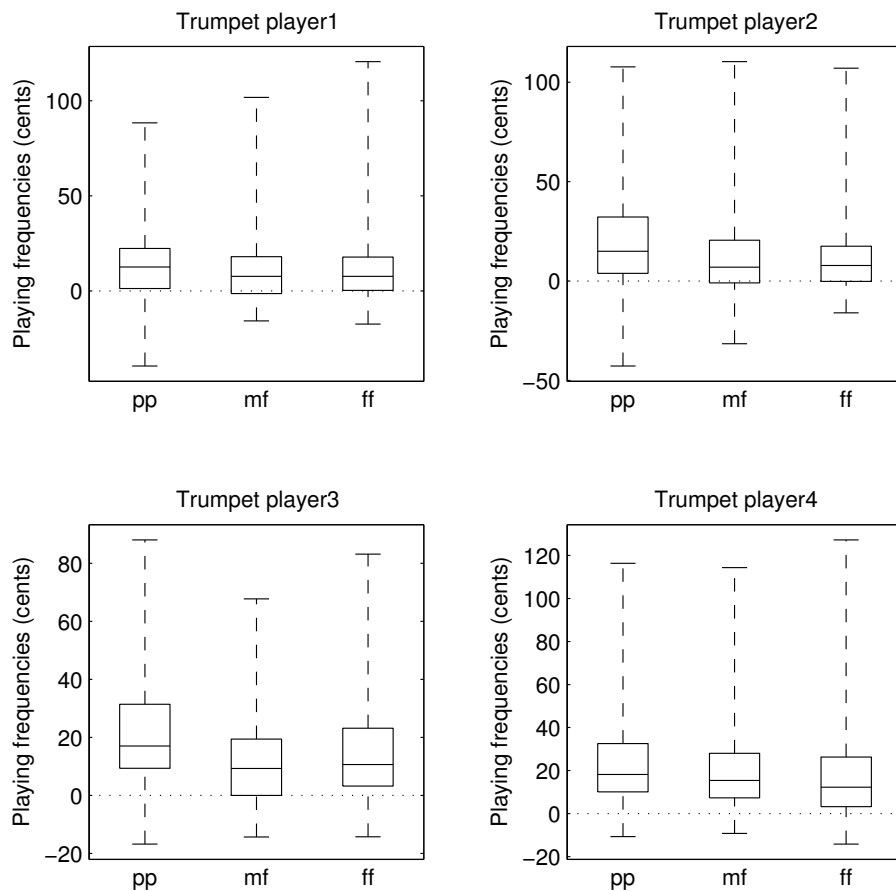


FIGURE 4.6 – Boxplots representing the statistics of the differences, in cents, between each playing frequency and its corresponding resonance frequency for each player and the three dynamic levels.

#### 4.1.2.4.b Modelling of the playing frequency with ANOVA

In order to estimate the influence of each controlled factor of the experiment on the playing frequency, it can be modelled using the analysis of variance method (ANOVA). ANOVA (Analysis of Variance) is a collection of statistical models to model a quantitative variable (the response) with qualitative variables (the factors). It belongs to the general frame of the linear model, and proposes statistical tests to determine whether or not the means of different groups of data are all equal, in the case of more than 2 groups (generalisation of the t-test). In our application, the response is the playing frequency, which is supposed to be modelled as the sum of different quantitative factors (independent variables). The general model in the

TABLE 4.2 – Results of the ANOVA method for all the data of the study.

Source	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Trumpet	2	17.817	8.909	0.025	0.976
Fingering	3	4950846.538	1650282.179	4555.300	<0.0001
Regime	4	45740333.234	11435083.308	31564.439	<0.0001
Dynamic	2	2006.678	1003.339	2.770	0.063
Musician	3	1753.224	584.408	1.613	0.184

case of a five-factors ANOVA is given by :

$$Fplay_{ijklm} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_l + \eta_m + \varepsilon_{ijklm} \quad (4.1)$$

with

- $\mu$  a constant,
- $\alpha_i$  the effect of the level  $i$  of the musician ( $i = 4$  since there are four musicians),
- $\beta_j$  the effect of the level  $j$  of the dynamic level ( $j = 3$  since there are three dynamics),
- $\gamma_{k(trumpet)}$  the effect of the level  $k$  of the trumpet ( $k = 3$  since there are three trumpets),
- $\delta_{l(fingering)}$  the effect of the level  $l$  of the fingering ( $l = 4$  since there are four fingerings),
- $\eta_{m(regime)}$  the effect of the level  $m$  of the regime ( $m = 5$  since there are five regimes),
- and  $\varepsilon_{ijklm}$  the error term.

From the measurements, a least square procedure is used to estimate these coefficients (minimization of the squared error between the measured playing frequency and the playing frequency given by the model). Each coefficient represents the influence of the level of the factor on the response. A classical F-test is used to assess whether the expected values of the quantitative variable within the different factors differ from each other.

The last column of the Table 4.2 indicates the p-value of the F-test (false rejection probability). Here, the factors which have a significant effect on the playing frequency are the fingering and the regime (p-value<0.0001). Indeed, by changing the fingering or the regime playing frequencies are consequently modified. Furthermore, the determination coefficient of the model (R<sup>2</sup>) is 98.5%. The fitting of the model on the data is thus very good since 98.5% of the variance is accounted for with the five factors with a linear model. The consequence is that there is no significant interaction between the factors.

The effect of the trumpet, the musician and the dynamic level on the playing frequency is not significant at the 5% level. Nevertheless, the dynamic level “piano” leads, on average, to a higher playing frequency than the dynamic levels “mezzo forte” and “forte”, and the first trumpet player plays, on average, lower than the other three.

#### 4.1.2.5 Playing frequencies Vs Resonance frequencies

##### 4.1.2.5.a Visualisation of the data and correlations

Figure 4.7 presents the playing frequencies as functions of the bore resonance frequencies. Both of these frequencies are expressed in cents taking the equally-tempered scale as a reference. In this figure, and the figures thereafter, there are two error bars in a rectangle at the upper left-hand corner. The error bar on the left represents twice the average standard deviation of a note. Indeed, as explained in section 4.1.2.3.b, each played note is determined by an average frequency (which corresponds to the playing frequency taken into account in the paper) and a standard deviation  $\sigma$ . The error bar thus stands for the average  $\sigma$  over all the played notes, which is equal to 5 cents. The error bar on the right represents twice the average reproducibility of the trumpet players. Indeed, each musician will repeat 9 times the same note (3 dynamic levels times 3 attempts). The standard deviation is thus calculated on these 9 notes and then the mean of these standard deviations is calculated on all the notes played by all the musicians (it is in fact a mean on 240 standard deviations). This error is equal to 8 cents, which is more important than the average standard deviation. Indeed, this reproducibility is calculated by considering the three dynamic levels, which leads to more important variations of playing frequency. It corresponds to an audible pitch difference. Indeed, the noticeable difference in pitch is around 8 cents at 200 Hz and can decrease to 3 cents at 1kHz [Letowski 1982, Hartmann 1996].

In Figure 4.7, there are 12 columns that represent all the combinations of the 4 fingerings on the 3 trumpets. In each column there are 36 points which represent the notes played 3 times by the 4 musicians for the 3 dynamic levels. As it was said in the previous sections, the second regime is the most shifted from the resonance frequencies. Indeed the resonance frequencies of this regime are lower than the played notes, which could be explained by a transfer of energy from higher modes, as first suggested by Wogram [Wogram 1972]. Nevertheless, this discrepancy occurs especially for long portions of cylinder, such as the 111 fingering, where the inharmonicity is high, as previously shown in Figure 4.3. Notes played with this fingering are thus located in the three leftmost columns. This fingering is only used for regimes 2 and 3. On the other hand, for short tubes, as for the 000 fingering, the playing frequencies are quite close to the bore resonance frequencies. It is indeed

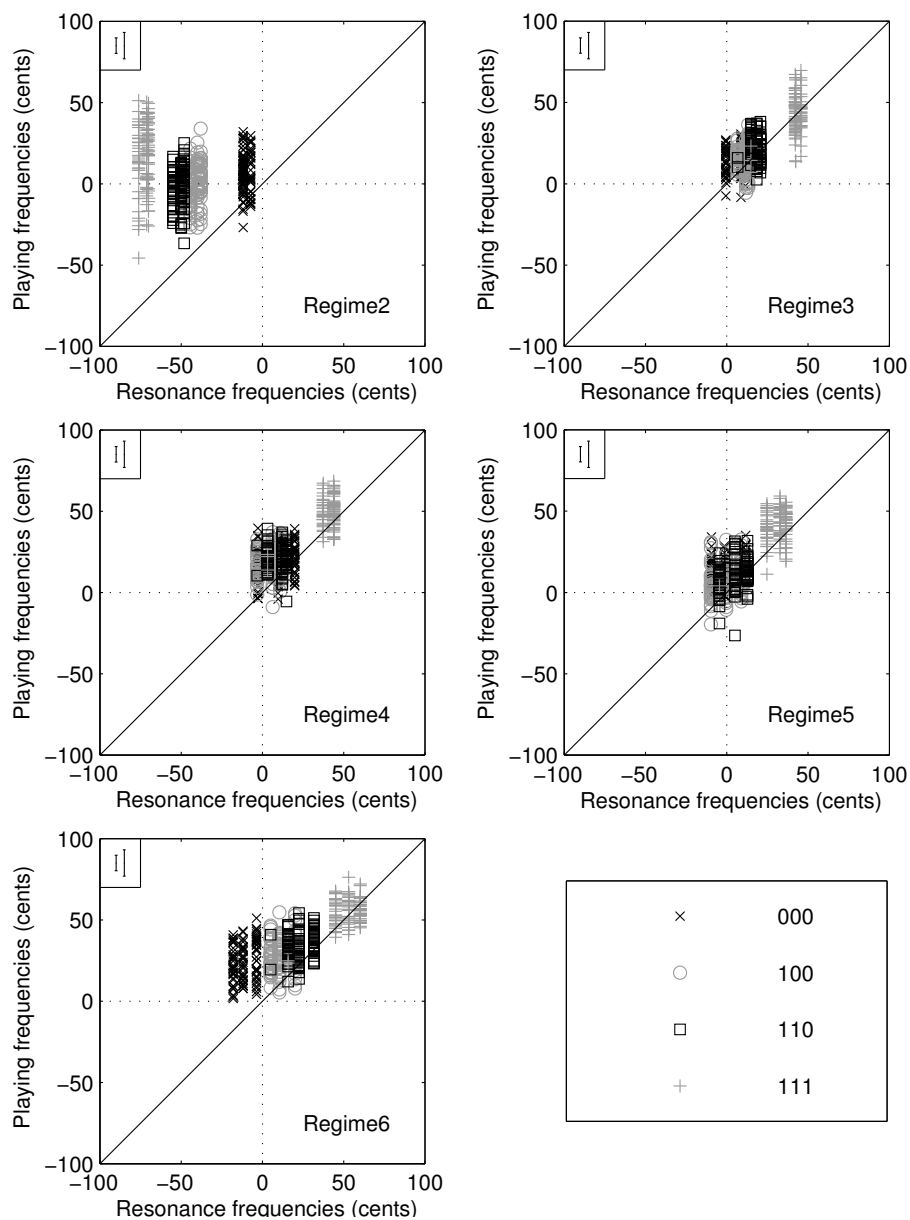


FIGURE 4.7 – Playing frequencies as functions of resonance frequencies, given in cents (taking the equally-tempered scale as a reference) for all the 2160 recorded notes. There is one figure for each regime, from Regime 2 to Regime 6, and a different marker for each fingering. The error bar on the left represents twice the average standard deviation of a note. The error bar on the right represents twice the average reproducibility of the trumpet players.

the case for the three rightmost columns.

From Figure 4.7 it is then possible to calculate the linear correlation coefficient between the playing frequency and the resonance frequency for the different regimes. Table 4.3 presents the values of the correlation coefficients as well as the slope coefficients. The results confirm what has been said before : for regimes 3 to 6 playing frequencies are almost equal to bore resonance frequencies since the slope coefficient is close to 1. However, for the second regime, this coefficient is equal to 0.92 which means that the differences between the resonance frequencies and their corresponding notes in the equally-tempered scale are larger than the differences for the playing frequencies. As explained before, it seems that the contribution of higher order modes leads to playing frequencies higher than resonance frequencies.

TABLE 4.3 – Estimation of the correlation between playing frequencies and resonance frequencies from Figure 4.7.

	Regime2	Regime3	Regime4	Regime5	Regime6
Correlation	0.99	0.99	0.99	0.96	0.99
Slope coefficient	0.92	1.02	1.009	1.03	1.07

#### 4.1.2.5.b Models of the playing frequency

The objective of this section is to estimate to what extent the resonance frequency can be used to predict the playing frequency. Different linear models can be proposed to predict the value of the playing frequency  $Fplay$ . The simplest model than can be proposed is :

$$Fplay_{ijklm} = Fres_{km} + \varepsilon_{ijl}, \quad (4.2)$$

where  $Fplay_{ijklm}$  is the value of the measured playing frequency for musician  $i$ , dynamics  $j$ , trumpet  $k$ , fingering  $l$  and regime  $m$ ,  $Fres_{km}$  is the value of the measured resonance frequency for trumpet  $k$  and regime  $m$  and  $\varepsilon_{ijl}$  is the error term. In this case, the predicted value of the playing frequency,  $\hat{F}play_{km}$  is given by :

$$\hat{F}play_{km} = Fres_{km}. \quad (4.3)$$

To estimate the quality of the model, two classical indicators can be computed[?] :

- the mean square error MSE of the model. It quantifies the difference between values implied by the estimator and the true values of the quantity being estimated, in this case the playing frequency.

$$MSE = \frac{1}{i * j * k * l * m} \sum_{i,j,k,l,m} (Fplay_{ijklm} - \hat{F}play_{km})^2. \quad (4.4)$$



TABLE 4.4 – Estimation of the quality of the four models with the MSE and MAPE methods.

	MSE	MAPE	coeff a
Model 1	101.03	1.18%	
Model 2	87.28	0.96%	1.0085
Model 3	86.69	0.979%	1.0097
Model 4	86.23	0.993%	1.0111

- the MAPE (Mean Absolute Percentage Error). It is a measure of accuracy of a method for constructing fitted series values in statistics. It usually expresses accuracy as a percentage.

$$MAPE = \frac{100\%}{i * j * k * l * m} \sum_{i,j,k,l,m} \left| \frac{Fplay_{ijklm} - \hat{F}play_{km}}{Fplay_{ijklm}} \right|. \quad (4.5)$$

Several models can be fitted on the data, from the simplest to the more complex, taken the different factors of the experiments into account. Four models are thus defined as follows :

$$\text{Model 1 : } \hat{F}play_{km} = Fres_{km} \quad (4.6)$$

$$\text{Model 2 : } \hat{F}play_{km} = aFres_{km} \quad (4.7)$$

$$\text{Model 3 : } \hat{F}play_{ikm} = aFres_{km} + \alpha_i \quad (4.8)$$

$$\text{Model 4 : } \hat{F}play_{ijkm} = aFres_{km} + \alpha_i + \beta_j, \quad (4.9)$$

where  $a$  is the coefficient of the regression,  $\alpha_i$  represents the effect of the musician ( $i = 4$  since there are four musicians) and  $\beta_j$  represents the effect of the dynamics ( $j = 3$  since there are three dynamics). A simple linear regression is used to estimate the coefficient  $a$  (Model 2), and analysis of covariance (ANCOVA) is used for Model 3 and 4 to estimate conjointly the coefficient  $a$  and the parameters  $\alpha_i$  and  $\beta_j$ .

Results in Table 4.4 indicate that, on average, the four models percentage of error is around 1%. Even for the more complex model, Model 4, which takes all the experimental factors into account, the average error is around 1%. These results indicate that it is not possible to predict the playing frequency from the resonance frequency with an average accuracy error lower than 1%. This is more than the noticeable difference in pitch.

The introduction of the dynamic level and the musician in Model 4 does not give a significant improvement of the model quality : the MSE decreases, which is normal since it is a least square procedure, but the MAPE increases lightly from Model 2 to Model 4.

#### 4.1.2.6 Frequency variations

In order to have a lesser impact from the musician's behaviour, it is interesting to focus on the differences between frequencies instead of the frequencies themselves. The goal is now to answer the question : to what extent do variations of the bore resonance frequencies provide with information about the variations of playing frequencies ? For ease of reading, the abbreviation  $dF_{res}$  will be used to designate the difference between two resonance frequencies, and  $dF_{play}$  for the difference between two playing frequencies.

For calculating differences, a reference is needed. Several can be chosen, depending on the kind of variations need we are talking about. Consequently, in this study the first reference is the 000 fingering, in order to examine the large variations of cylinder length in the trumpet and thus, large variations of frequencies. Then, in order to study small changes in the geometry of a trumpet, the trumpet called NORM will be taken as a reference with the small perturbations being perturbations on the leadpipe only. Finally, the study will be pursued beyond simple input impedance by examining a function made from the impedance that could help predict the playing frequencies with better accuracy.

##### 4.1.2.6.a 000 fingering as the reference

In this part, each regime of each trumpet in the 000 fingering configuration is taken as the reference. The differences are thus calculated between the playing frequency of each note (trumpet player  $i$ , trumpet  $j$ , fingering  $k$  with  $k \neq 000$ , regime  $l$ , dynamic level  $m$  and attempt  $n$ ) and the average playing frequency on the three attempts of the corresponding note (trumpet player  $i$ , trumpet  $j$ , regime  $l$  and dynamic level  $m$ ) for the 000 fingering. The differences for the resonance frequencies are then calculated between each resonance frequency (trumpet  $j$ , fingering  $k$  and regime  $l$ ) and the corresponding resonance frequency (trumpet  $j$  and regime  $l$ ) for the 000 fingering. In Figure 4.8, which presents the results, there are three distinct areas which correspond to the three fingerings 100, 110 and 111. By pushing in the first valve each regime drops one tone, ie 200 cents. The first area around -200 cents thus corresponds to the 100 fingering. By pushing in the second valve regimes drop again by half of a tone. The second area around -300 cents thus corresponds to the 110 fingering. Finally, the last valve lowers the note of one and a half tones, ie 300 cents more. Indeed, the last area is situated around -600 cents. In each area there are 3 columns that correspond to the 3 trumpets and each column is composed of 36 points (4 trumpet players times 3 dynamic levels times 3 attempts).

In order to synthesize the data, each area can be represented by an ellipse of

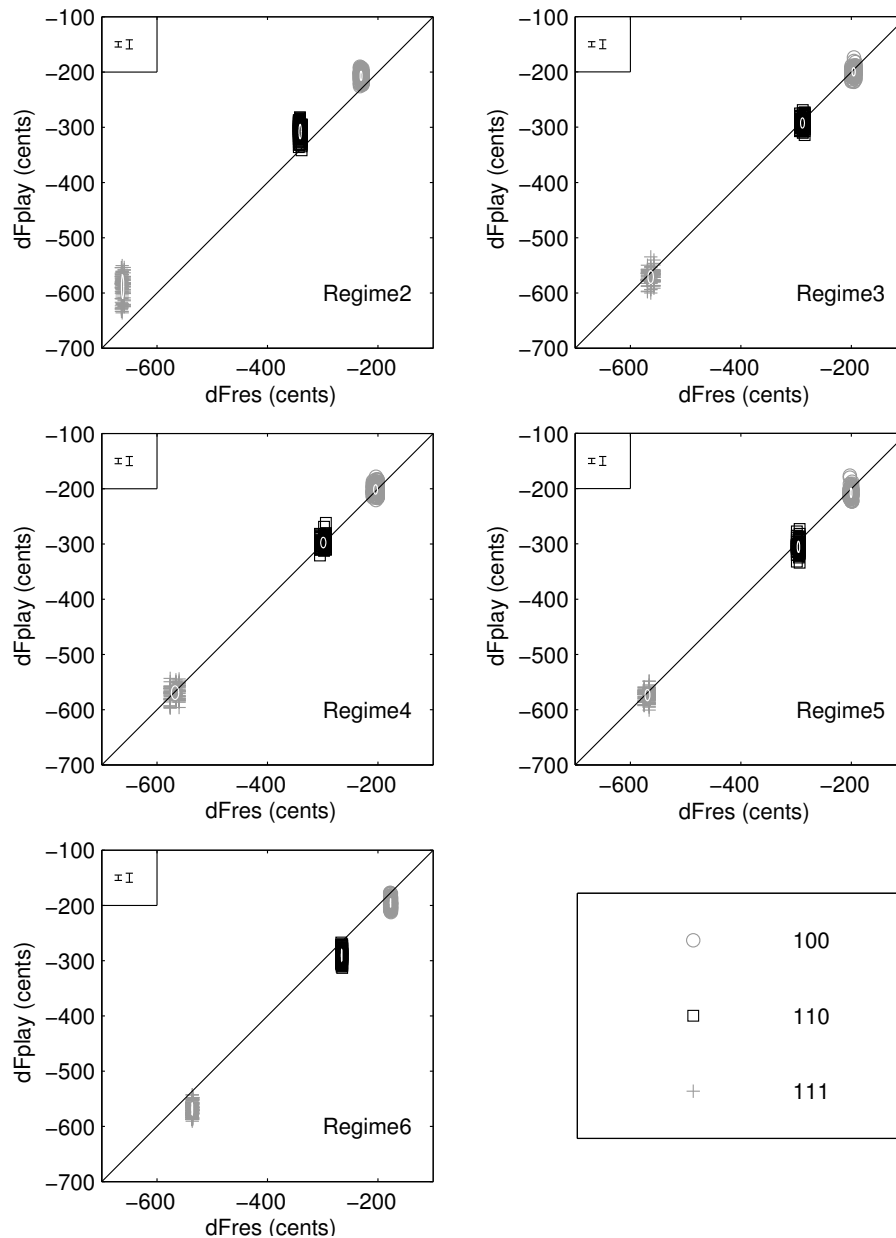


FIGURE 4.8 –  $dF_{\text{play}}$  as a function of  $dF_{\text{res}}$ , in cents, with the 000 fingering chosen as the reference, and their corresponding ellipses in white. There is one figure for each regime, from Regime 2 to Regime 6, and a different marker for each fingering. The error bar on the left represents twice the average standard deviation of a note. The error bar on the right represents twice the average reproducibility of the trumpet players.

TABLE 4.5 – Characteristic values of the ellipses from Figure 4.8 in cents.

Regimes	Fingerings	$a = \sigma_{dFres}$	$b = \sigma_{dFplay}$	$u = \overline{dFres}$	$v = \overline{dFplay}$
2	100	2	8	-230	-207
	110	2	13	-341	-308
	111	2	21	-662	-589
3	100	3	7	-196	200
	110	4	9	-289	-292
	111	5	12	-563	-571
4	100	4	9	-204	-201
	110	5	10	-299	-298
	111	7	12	-567	-569
5	100	2	8	-201	-208
	110	2	10	-296	-305
	111	4	10	-569	-574
6	100	1	8	-177	-196
	110	1	10	-266	-290
	111	1	11	-536	-568

equation :

$$\begin{cases} u + a \cdot \cos t \\ v + b \cdot \sin t \end{cases}$$

with  $(u, v)$  the coordinates of the ellipse centre,  $u$  representing the mean of the  $dFres$  and  $v$  the mean of the  $dFplay$  on the studied area.  $a$  and  $b$  are respectively the standard deviation of the  $dFres$  and of the  $dFplay$ . Results are presented in Figure 4.8 and the characteristic values of the ellipses are shown in Table 4.5.

Figure 4.8 shows that the variations of playing frequencies are not equivalent to the variations of bore resonance frequencies when the fingering is changed, especially for Regimes 2 and 6. Indeed, Table 4.5 indicates that this difference is about 20 cents for Regime 6 and can reach 70 cents for the Regime 2 of fingering 111. For the second regime, the variation of the playing frequency obtained by changing the fingering is smaller than the variation of the resonance frequency ( $|u| > |v|$ ) whereas it is the contrary for the sixth regime ( $|u| < |v|$ ). For the other regimes, the variations of the playing frequency are equivalent to the variations of the resonance frequency since the ellipses are located on the line of equation  $dFres=dFplay$  and  $u \approx v$ . The discrepancy of the sixth regime can be explained by the fact that resonances obtained with the fingering 000 are more inharmonic than with the other fingerings for this regime especially (cf Figure 4.3 (d)). Afterwards, the distance from the ellipse centre of Regime 2 to the line of equation  $dFres=dFplay$  (calculated with  $\frac{(u-v)^2}{\sqrt{2(u-v)^2}}$ ) is 17 cents for the 100 fingering, 23 cents for the 110 fingering

and 52 cents for the 111 fingering. These distances are in the order of magnitude of twice the reproducibility error for fingerings 100 and 110. Finally, only the ellipse of the second regime of the 111 fingering has a significant offset, but it corresponds to the most low-pitched note that is playable on the trumpet, which is difficult to play steadily.

On the other hand, for a same fingering the variations of the playing frequency are much more significant than the variations of the resonance frequency ( $b \gg a$ ) for all the regimes. The variations of the playing frequency are generally 2 to 10 times larger than the variations of the resonance frequency. These results show the relative “freedom” of the musician to play the frequency he wants around a given resonance.

As a conclusion for this section, it can be asserted that when large bore modifications are made (when one or several valves are pushed in for example), important differences between  $dF_{\text{play}}$  and  $dF_{\text{res}}$  are noticed, in particular for Regimes 2 and 6. This discrepancy can be due to a modification of the intervention of the higher modes between the 000 fingering and the others. This will especially affect the second regime. Another reason could be a modification of the resonance amplitude. For example, there is a difference of 5 dB between the sixth resonance peak measured with the 000 fingering and the 111 fingering. Finally, it is not possible to consider  $dF_{\text{play}} = dF_{\text{res}}$  when looking at large variations of bore resonance frequencies, that would lead to an important error of prediction. Nevertheless, it is still interesting to study the effect of a small bore modification, which matches the work of a craftsman better.

#### 4.1.2.6.b NORM trumpet as the reference

In this part, all the notes played with the NORM trumpet are taken as the reference. The differences are thus calculated between the playing frequency of each note (trumpet player  $i$ , trumpet  $j \neq \text{NORM}$ , fingering  $k$ , regime  $l$ , dynamic level  $m$  and attempt  $n$ ) and the average playing frequency on the three attempts of the corresponding note (trumpet player  $i$ , fingering  $k$ , regime  $l$  and dynamic level  $m$ ) played on the NORM trumpet. The differences for the bore resonance frequencies are then calculated between each resonance frequency (trumpet  $j$ , fingering  $k$  and regime  $l$ ) and the corresponding resonance frequency (fingering  $k$  and regime  $l$ ) for the NORM trumpet.

With this reference, the study focuses on small changes in the geometry. Indeed, in Figure 4.9 contrary to Figure 4.8, there is only one area of points which is close to zero. It is composed of 8 columns, the four fingerings of the trumpets called CHMQ and DKNR, since each fingering in fact leads to a different trumpet. In each column there are 36 points (4 trumpet players times 3 dynamic levels times 3 attempts), as in the previous section.

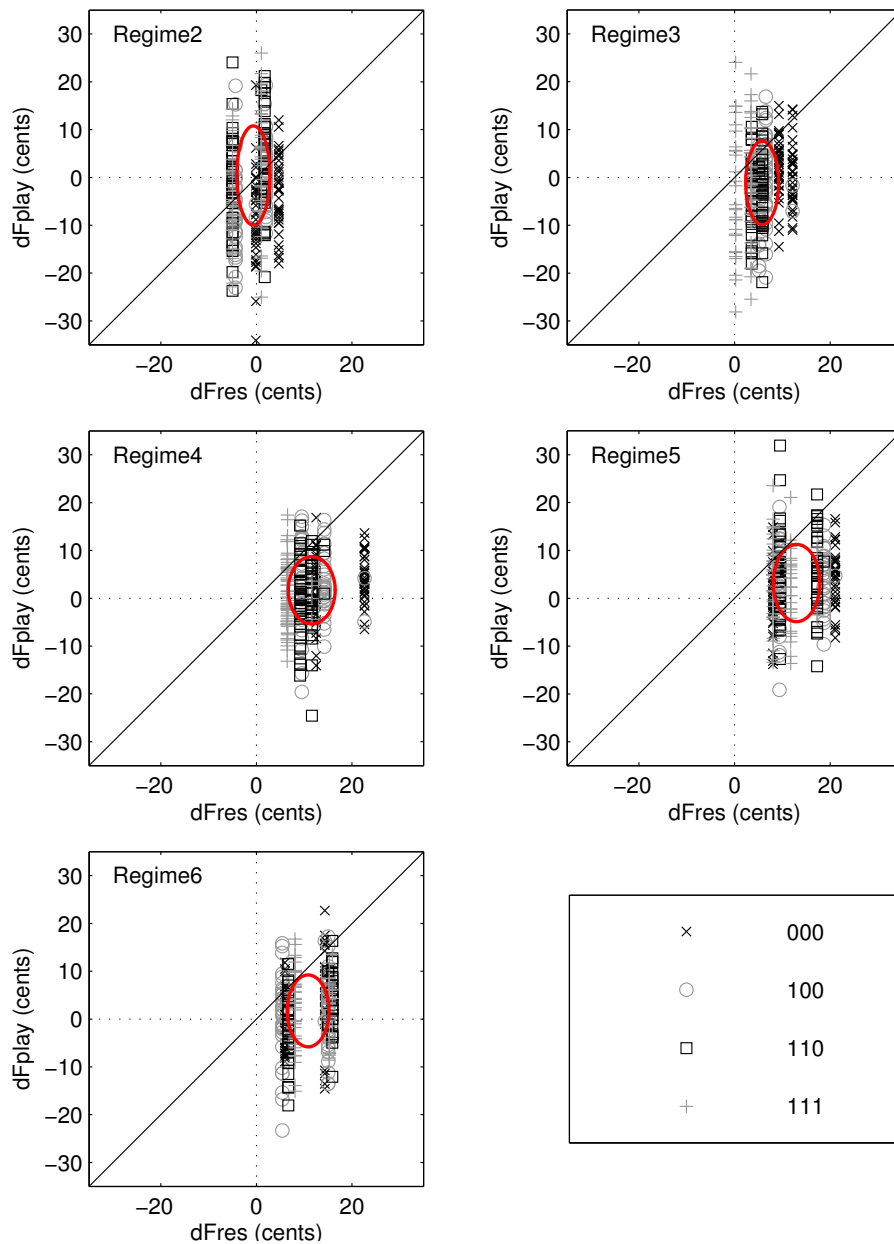


FIGURE 4.9 –  $dF_{\text{play}}$  as a function of  $dF_{\text{res}}$ , in cents, with the trumpet NORM taken as a reference, and the corresponding ellipses (Color Online). There is one figure for each regime, from regime 2 to regime 6, and a different marker for each fingering. The error bar on the left represents twice the average standard deviation of a note. The error bar on the right represents twice the average reproducibility of the trumpet players.

TABLE 4.6 – Characteristic values of the ellipses from Figure 4.9 in cents.

Regimes	$a = \sigma_{dFres}$	$b = \sigma_{dFjeu}$	$u = \overline{dFres}$	$v = \overline{dFjeu}$
2	3	10	-1	0
3	3	0	6	-1
4	5	7	12	2
5	5	8	13	3
6	4	8	11	2

The scatter plot can then be transformed in an ellipse as explained before, that is shown in Figure 4.9. The characteristic values of the ellipses are given in Table 4.6. Contrary to the previous results, only the second regime is well centred on the line of equation  $dF_{play}=dF_{res}$ . This can be explained by the fact that the second resonance peak is the only one that is quite similar (in frequency and amplitude) for the three trumpets.

Nevertheless, regardless of the chosen reference, the variation of playing frequencies stays in the same order of magnitude as the variation of bore resonance frequencies. The distance between the ellipses and the line of equation  $dF_{play} = dF_{res}$  is lower than the musicians' reproducibility error. Indeed it is equal to 5 cents for Regime 3, 7 cents for Regime 4, 7 cents for Regime 5 and 7 for Regime 6. Therefore, the conclusion to be drawn from this is that variations of the bore resonance frequencies lead to variations of the playing frequencies of the same order, even if the musician keeps an amount of freedom in the played frequencies. This is an interesting case for the instrument making since craftsmen often work on small changes of geometry. Consequently, by measuring the variation of the input impedance of their instrument before and after a modification, the craftsman will be able to quantify the variation of the playing frequencies. That confirms the conclusion of part 4.1.2.6.a.

#### 4.1.2.6.c Beyond the input impedance

Wogram [Wogram 1972] (who was quoted later by Pratt and Bowsher [Pratt & Bowsher 1979]) introduced what he termed a “Summenprinzip” (or “sum function” in English) : the impedance values of an instrument at integral multiples of the fundamental frequency combine at the player's lips to establish the playing frequency. He further argued that the playing frequency is directly related to the frequency at which maximum energy is transferred from the instrument to its surroundings, and that this occurs when the sum function is maximum. The sum function is therefore calculated by summing the real part of the impedance of an

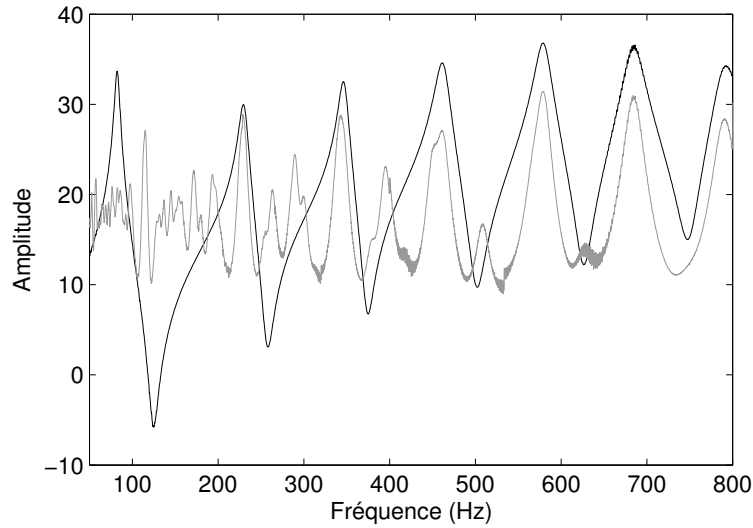


FIGURE 4.10 – Comparison between the measurement of the input impedance amplitude of the NORM trumpet with 000 fingering (in black) with the sum function calculated from this impedance (in grey).

instrument at integral multiples of a fundamental frequency :

$$S(f) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \operatorname{Re}[Z(If)]. \quad (4.10)$$

in which  $n$  is maximized such that  $nf < f_{\max}$ , the highest frequency for which  $Z$  is known.

An example of this sum function is given in Figure 4.10. This function is thus supposed, as claimed by Wogram, to predict the playing frequencies with a better accuracy than the simple input impedance. Nevertheless, Figure 4.10 shows that the only significant differences between the input impedance and the sum function appear for the first regime. Indeed, the sum function is useful to make the pedal note emerge from the cylindrical-conical instruments such as trumpets or trombones. However, contrary to the trombone, the pedal note is barely played with the trumpet.

As in the two previous sections, it is interesting to study the differences of the sum function peaks frequencies and to compare them with the differences of the playing frequencies, considering the two same references. As the sum function makes clear peaks appear for all the regimes, it is possible to calculate the differences (dSF) in the same way as the differences of bore resonance frequencies (see the two previous sections). Figure 4.11 thus shows the comparison between the differences of playing frequencies and the differences of frequencies as predicted by both the input impedance and the sum function, on the first three regimes and for the two references. The other regimes are not plotted since the resonance



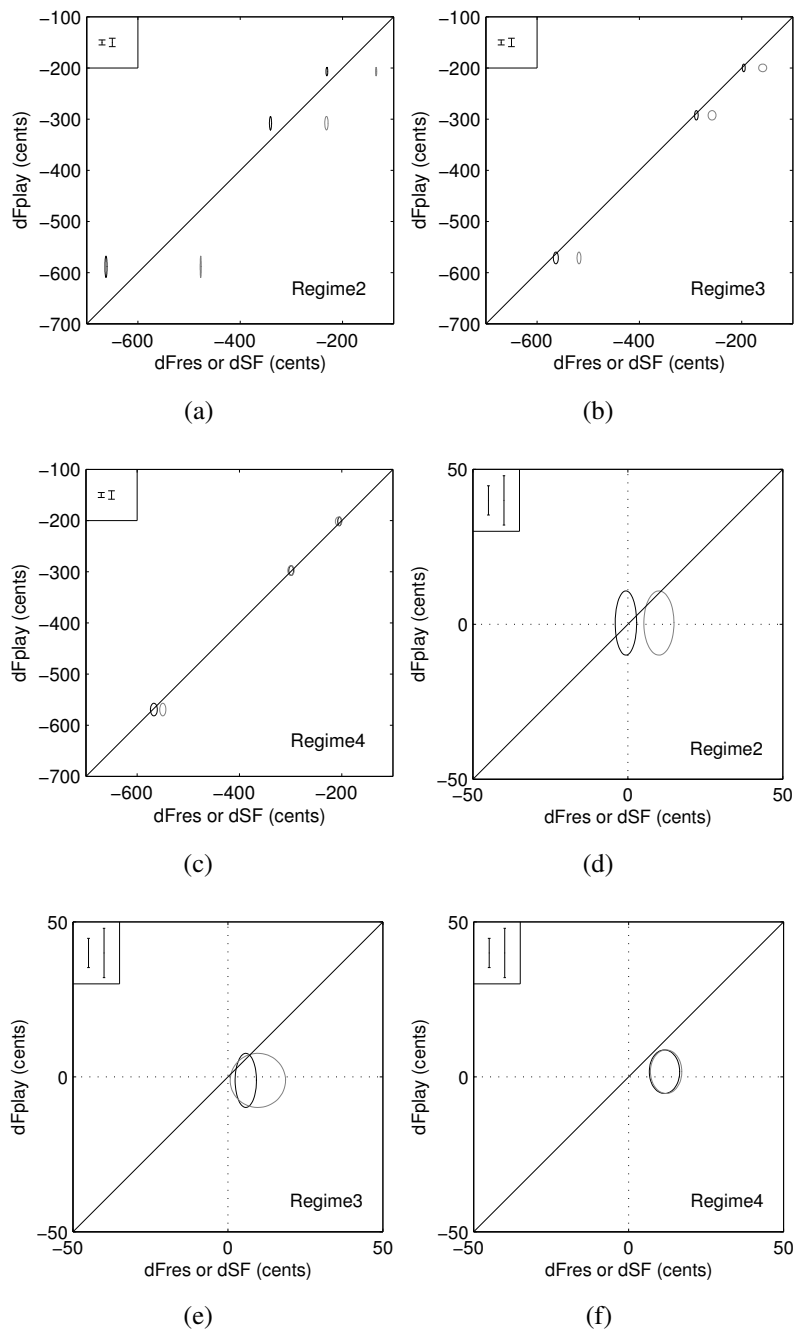


FIGURE 4.11 – Ellipses which represent the whole  $dF_{\text{play}}$  as functions of  $dF_{\text{res}}$  (in black) or  $dSF$  (in grey). The reference is the 000 fingering for (a) to (c) and the NORM trumpet for (d) to (f). The error bar on the left represents twice the average standard deviation of a note. The error bar on the right represents twice the average reproducibility of the trumpet players.

frequencies and the peaks of the sum function are then quasi identical. This figure shows that the sum function does not provide more accurate information about the playing frequencies than the bore resonance frequencies taken directly from the input impedance. The sum function could be interesting for predicting the playing frequencies of the second regime when those predicted by the input impedance are too low (cf Figure 4.8). It actually shifts these frequencies to the right direction but it over-corrects the discrepancy. Figure 4.11 (a) shows that the playing frequencies predicted by the sum function are further from the frequencies played by the musicians than the bore resonance frequencies. Except for the emergence of the pedal note, which can be interesting in the case of the trombone, the sum function does not seem to give more information on the playing frequencies than the simple input impedance.

#### 4.1.2.7 Conclusion

This study realised that with four trumpet players on three trumpets for a large number of notes a quantitative assessment of the relations between the bore resonance frequencies and the playing frequencies could be made. It was already known that playing frequencies were close to bore resonance frequencies but no detailed work had previously been carried out to quantify it.

First, this study shows that the dynamic level does not have a strong influence on the playing frequencies and that the four musicians have relatively the same “global” behaviour, as they all play on average in the order of 10 cents above the bore resonance frequencies. Then, by examining differences instead of just frequencies themselves, the impact of the musicians’ behaviour is diminished. Therefore, for relatively small variations in the geometry, the differences on the bore resonance frequencies can predict the differences produced on the playing frequencies. The resonance frequency is thus a good objective indicator for predicting the playing frequency as it does not take the influence of the musician into account. This is interesting for craftsmen whose instruments need to be played by virtually any musicians, and who often proceed by small adjustments on their instruments for them to sound in tune.

Moreover this study gives an order of magnitude of the musicians’ variability around 8 cents. Therefore, it would be illusory to predict the playing frequency with a precision under 8 cents and the resonance frequency seems to be a sufficient indicator. As for the sum function, except for making the pedal note emerge, it does not give more information than the simple bore resonance frequencies.

For further work it will then be interesting to compare these results with measurements using an artificial mouth [Gilbert *et al.* 1998] or simulations using the harmonic balance method.

## 4.2 Le cas du serpent<sup>3</sup>

La trompette est un instrument moderne pour lequel les résonances sont quasi-harmoniques quel que soit le doigté utilisé. La “sum function” ou n’importe quelle autre fonction dérivée de l’impédance ne présentent donc pas de réel intérêt pour prédire ses fréquences de jeu. Il est néanmoins intéressant de tester la “sum function” sur un instrument dont les résonances ne sont pas harmoniques. C’est le cas du serpent étudié par la suite.



FIGURE 4.12 – Photo d’un serpent français du 18<sup>e</sup> siècle. © Musée de la Musique.

Le serpent (figure 4.12) est un instrument à vent qui peut donc être considéré comme faisant partie de la famille des cuivres bien qu’il soit en bois recouvert de cuir. On le joue grâce à une embouchure comparable à celle des cuivres actuels, de taille proche de celle du trombone. Il s’apparente par sa facture au corne à bouquin mais sa perce est plus large. L’instrument se présente sous forme de S, particularité qui lui a donné son nom. Sa perce est conique et il est percé de six trous, ce qui permet de jouer tous les tons chromatiques dans un registre proche de la voix de baryton. Il comporte, à son extrémité, un bocal métallique (ou branche d’embouchure), sur lequel s’adapte l’embouchure souvent faite en ivoire ou en corne.

Contrairement à la trompette présentée dans la partie précédente, le serpent est un instrument très inharmonique. Quand les trois derniers trous sont ouverts, comme c’est le cas pour l’impédance présentée en figure 4.13, il n’y a aucune relation harmonique entre les pics. Le tableau en figure 4.13 indique en effet que les

3. Chapitre écrit sur la base de mesures réalisées au Musée de la Musique

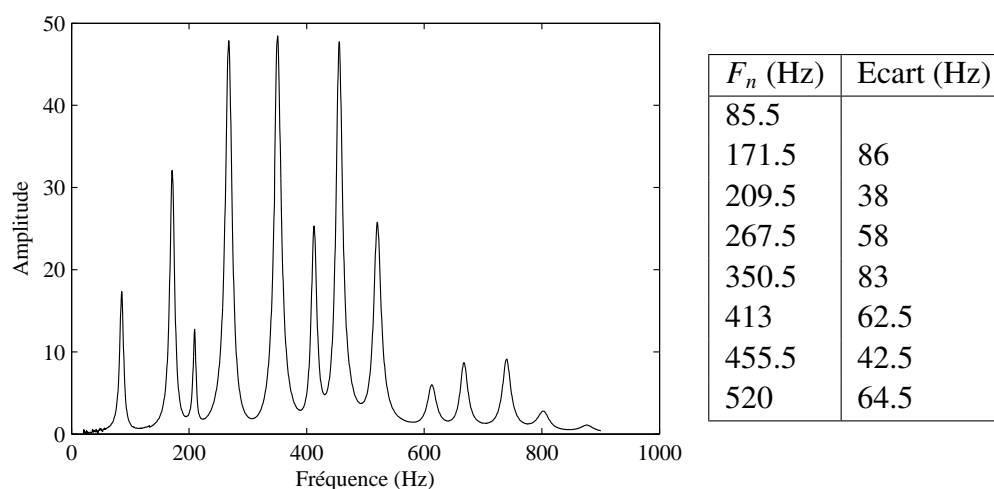


FIGURE 4.13 – Impédance d’entrée d’un serpent ayant les trois premiers trous bouchés et les trois derniers ouverts et valeurs des fréquences de résonance correspondantes ( $F_n$ ) et écart entre deux pics consécutifs ( $F_n - F_{n-1}$ ).

écarts entre les pics sont très variables. La “sum function”, qui n’apportait pas d’information supplémentaire à l’impédance d’entrée dans la partie précédente pourrait donc s’avérer utile pour cet instrument.

Un musicien a été enregistré en montant une gamme sur ce serpent (un fac simulé d’un serpent de la collection du musée de la musique). Pour chaque doigté, plusieurs notes sont jouables (comme pour la trompette). Il est donc intéressant de comparer les fréquences des notes jouées pour un même doigté aux fréquences des pics de l’impédance et de la “sum function”<sup>4</sup>. C’est ce qui est présenté en figure 4.14 pour le serpent ayant les trois premiers trous bouchés et les trois suivants ouverts.

La “sum function” fait apparaître un certain nombre de pics supplémentaires qu’il s’agit de comparer avec des notes jouables. Le musicien joue d’abord une note de fréquence moyenne 87.7 Hz. Le premier pic d’impédance a une fréquence de 85.5 Hz et le pic le plus proche de la “sum function” est à 87 Hz. Il semble donc que la fréquence de jeu soit plutôt déterminée ici par le pic de la “sum function”. Les deux autres notes jouées en revanche, de fréquences égales à 98.2 Hz et 196.4 Hz, se situent entre deux pics.

La figure 4.15 montre un deuxième exemple avec cette fois les six trous latéraux

4. Rappel : La “sum function” est une fonction réelle définie comme suit :

$$S(f) = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{i} \operatorname{Re}[Z(if)]. \quad (4.11)$$

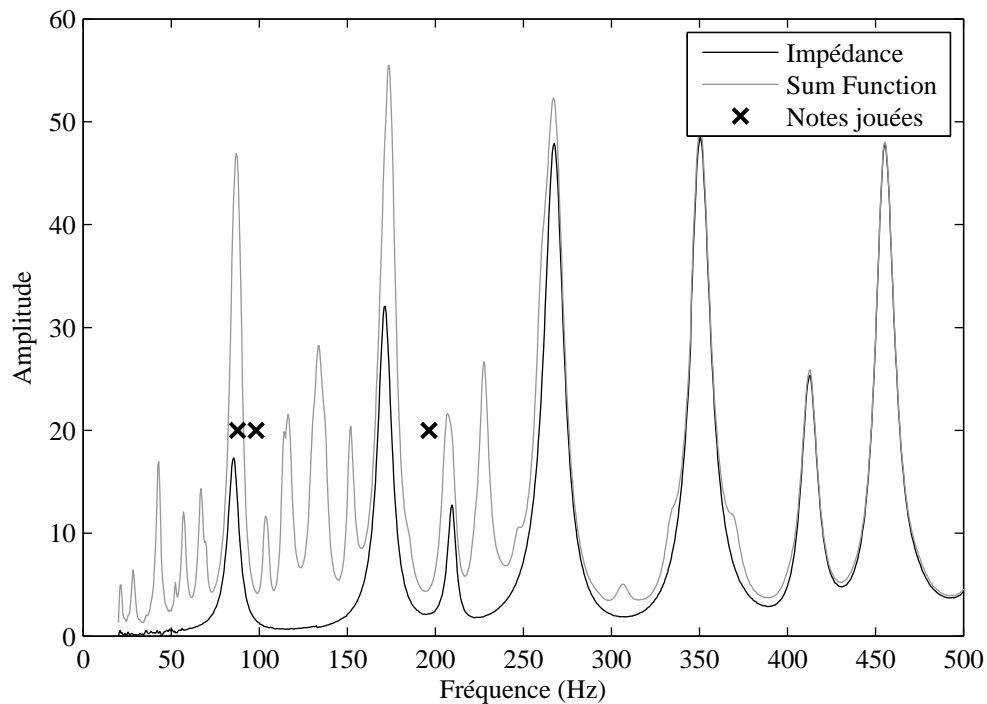


FIGURE 4.14 – Impédance d’entrée (en noir), “Sum Function” (en gris) et fréquences des notes jouées par le musicien (croix noires) pour le serpent ayant les trois premiers trous bouchés et les trois derniers ouverts.

du serpent ouverts. La première note jouée à une fréquence de 62.4 Hz est plus basse que les fréquences du pic d’impédance (66 Hz) ou du pic de la “sum function” correspondant (64.5 Hz). La deuxième note par contre, jouée à 129 Hz correspond exactement à la fréquence du plus haut pic de la “sum function” alors que le pic d’impédance se situe à 127 Hz. Ensuite, les pics de résonance sont confondus avec ceux de la “sum function”. Un pic supplémentaire apparaît sur la courbe de “sum function”, à 226 Hz, ce qui est assez éloigné de la quatrième note jouée à 216.6 Hz. La majorité des notes jouées par le musicien ne se situent finalement ni sur un pic d’impédance, ni sur un pic de la “sum function”. Ces notes montrent ainsi les limites de descripteurs “passifs” ne prenant pas en compte le couplage avec l’oscillateur mécanique et le musicien.

A part pour ce cas particulier, est-il possible pour un musicien de jouer des notes à des fréquences très éloignées d’un pic de résonance de l’instrument ? Le son d’un instrument de musique résulte du couplage entre un oscillateur mécanique, l’anche, et un résonateur. Souvent, par exemple pour la clarinette ou le saxophone, les fréquences des notes jouées sont guidées par les fréquences de résonance du résonateur mais dans certains cas, pour le tuyau d’orgue par exemple, la fréquence

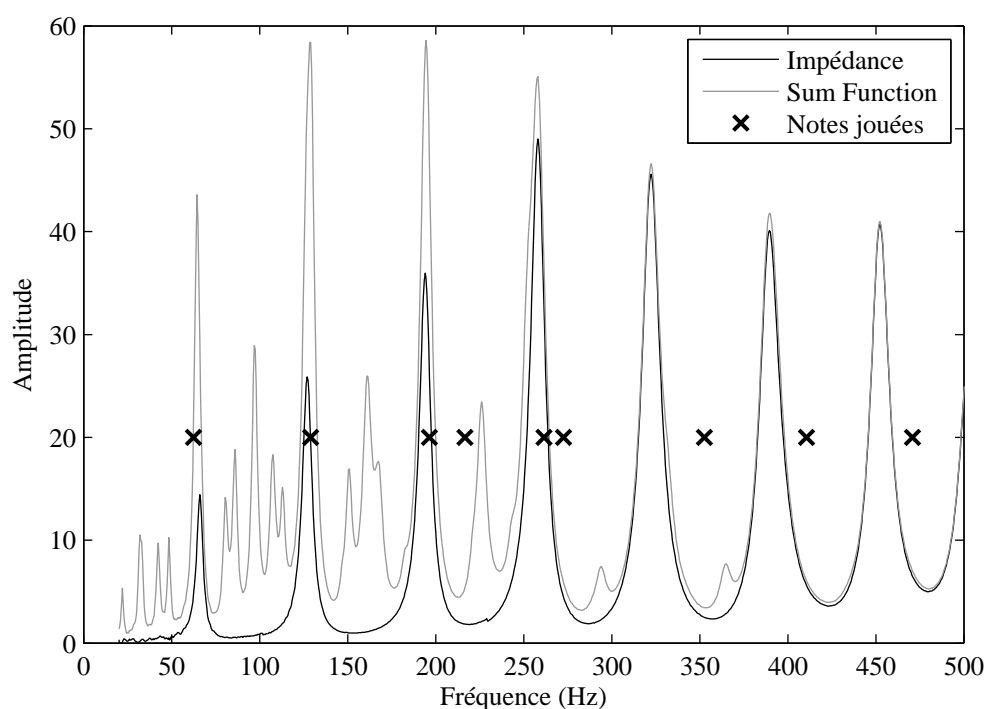


FIGURE 4.15 – Impédance d’entrée (en noir), “Sum Function” (en gris) et fréquences des notes jouées par le musicien (croix noires) pour le serpent avec tous ses trous ouverts.

de jeu correspond à la résonance de l’oscillateur. A ce stade, il est utile de revenir sur le travail pionnier de Wilson et Beavers [Wilson & Beavers 1974] qui avait été évoqué dans l’introduction. Dans la figure 4.16, Wilson et Beavers montrent que quand une anche est couplée à un résonateur cylindrique, au-dessous d’une certaine longueur, les fréquences de jeu ne suivent plus les fréquences de résonance du résonateur et se rapprochent de la fréquence de résonance de l’anche.

Dans certaines situations, le système passif est en série avec le conduit vocal pour produire de nouvelles résonances, différentes de celles de l’instrument. Des études ont en effet mis en évidence cet effet pour la clarinette et le saxophone [Chen *et al.* 2011, Scavone *et al.* 2008, Chen *et al.* 2009]. Les mesures réalisées à l’Ircam sur une clarinette à 5 clés, en Sib, copie par Agnès Gueroult d’un instrument de Theodor Lotz (Vienne, 1780), semblent confirmer ce phénomène. Le musicien Jean Jeltsch indique en effet que sur cette clarinette, le Si est très facile à jouer alors que le Sib nécessite plus d’efforts. Il explique qu’il doit effectuer une correction au niveau de son conduit vocal pour réussir à le jouer. Les impédances correspondant à ces deux notes présentées en figure 4.17 montrent que le Si joué est proche d’un pic d’impédance alors que le Sib est situé au niveau d’un creux. Les musiciens

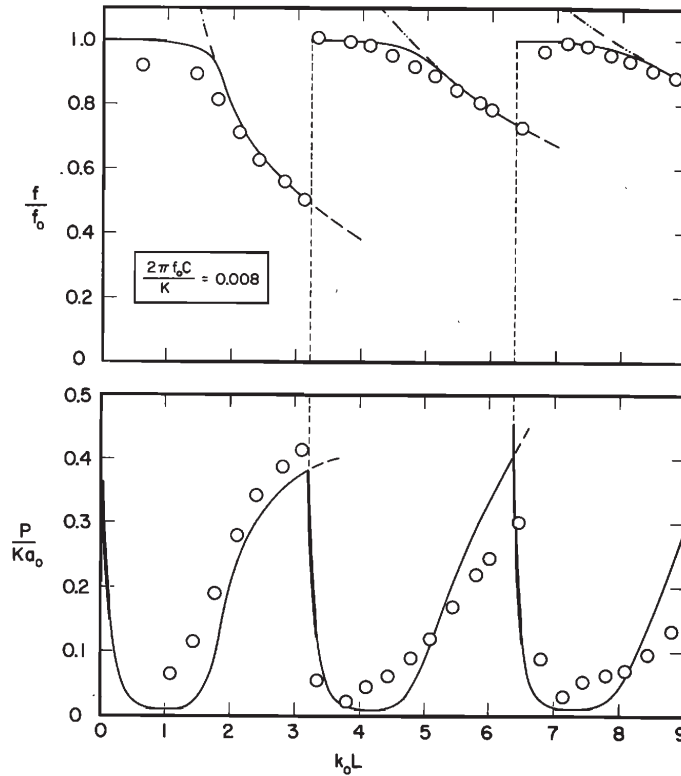


FIGURE 4.16 – Rapport de la fréquence de jeu sur la fréquence de l’anche  $f_0$  en fonction de la longueur du tube. Résonance du tube (trait discontinu), modèle proposé (trait plein) et mesure (o). D’après [Wilson & Beavers 1974, fig. 2].

sont donc capables de jouer des notes à des fréquences très éloignées de pics de résonance et qui ne correspondent pas non plus à des sous-multiples de modes supérieurs. Ces notes sont évidemment très difficiles à prédire, mais elles restent des cas isolés.

En conclusion, pour les instruments modernes harmoniques l’impédance d’entrée est un indicateur satisfaisant pour prédire les fréquences de jeu. Dans le cas des instruments anciens et pour quelques autres cas particuliers, il est parfois difficile d’obtenir une corrélation entre fréquences de résonance et fréquences de jeu. A ce stade de l’étude sur les serpents, la “sum function”, bien que faisant apparaître certains pics supplémentaires, ne semble pas fournir beaucoup plus d’information sur les fréquences de jeu que l’impédance d’entrée. Les mesures ont cependant été réalisées avec un seul musicien enregistré pendant qu’il montait une gamme. Cette

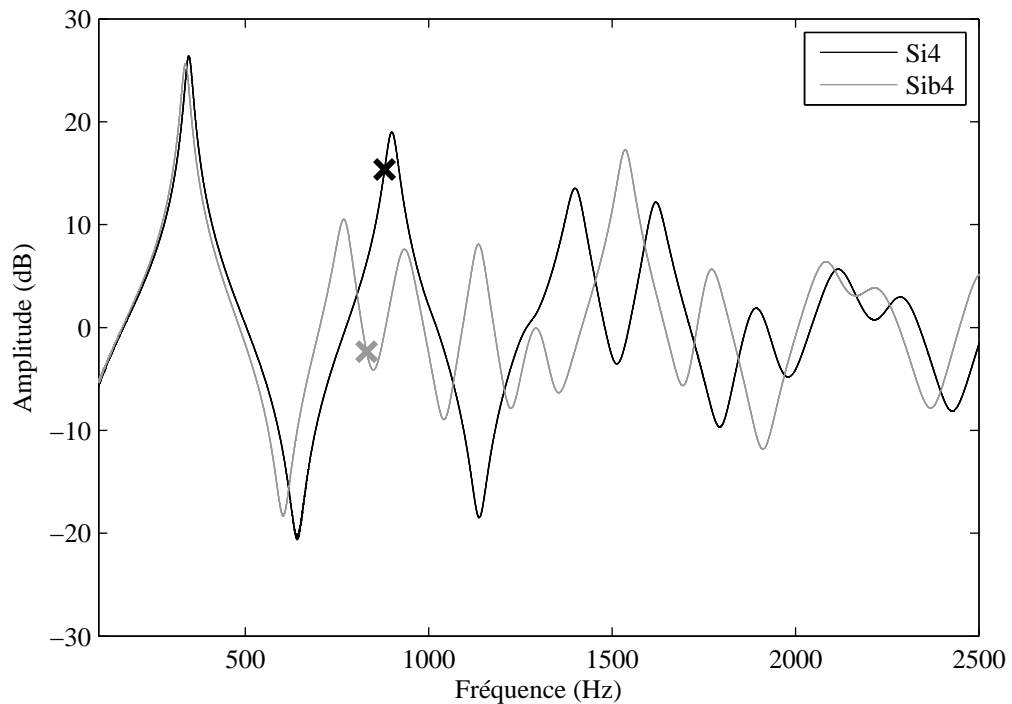


FIGURE 4.17 – Impédances d’entrée des doigtés de Si4 (en noir) et Sib4 (en gris) avec la fréquence de la note jouée correspondante : 880 Hz pour le Si4 (croix noire) et 831 Hz pour le Sib4 (croix grise).

manière de procéder n’est pas optimale car en jouant une gamme, le musicien corrige son embouchure pour obtenir des notes justes. Or, ce qui nous intéresse ici est de déterminer les fréquences où l’émission d’une note est la plus facile (car renforcée par une résonance de l’instrument). Il est donc primordial que le musicien n’essaie pas de corriger et se laisse simplement guider par le serpent. De nouvelles mesures sont nécessaires, en suivant un protocole proche de celui proposé dans la partie 4.1. Il serait par ailleurs intéressant de demander au serpentiste de faire des glissandi en gardant un même doigté, pour étudier, d’une part, le champ de liberté de l’instrument et d’autre part, pour en tirer la fréquence de jeu (qui pourra être repérée sur un spectrogramme comme la fréquence avec le maximum d’énergie). Il pourrait également être intéressant de demander à des non serpentistes (des tubistes par exemple) de participer aux mesures. En effet, ne sachant pas jouer de serpent, ils sont susceptibles de se laisser plus facilement guider par les résonances de l’instrument.





# Conclusions et Perspectives

Les travaux présentés dans cette thèse s'inscrivent dans un projet plus global d'aide à la facture instrumentale et se trouvent dans le prolongement des études réalisées dans les années 90 qui ont mené au développement du logiciel Resonans.

L'objectif général qui sous-tend cette thèse est de fournir aux facteurs des indicateurs objectifs permettant de caractériser les instruments à vent. Nous avons pris le parti de travailler essentiellement sur l'impédance d'entrée, tout en étant conscient de la limite de cette approche excluant l'anche et le musicien. Cette approche se justifie en partie par le fait que le facteur d'instruments, s'il ne fait pas du sur mesure, doit aussi faire en partie abstraction du musicien. Après avoir développé des modèles de prédiction de l'impédance d'entrée des instruments à vent, nous avons évalué des "prédicteurs" des fréquences de jeu déduits de cette fonction.

Nous nous sommes d'abord intéressée à des systèmes simples et bien connus : le cylindre et le cône. La modélisation de leur impédance d'entrée par la méthode des matrices de transfert a permis de vérifier la précision des diverses approximations classiquement utilisées (tuyaux larges par exemple), notamment via la comparaison avec la mesure. Nous avons ensuite confronté à la mesure, deux modèles utilisant la formulation guide d'onde (modèles 1D), en onde plane pour l'un et en onde sphérique pour l'autre. La comparaison a été faite sur deux pavillons : un pavillon de trompette et un pavillon de trombone. Ce travail a été étendu à six autres méthodes de calcul : les éléments finis (FEM) [Zienkiewicz *et al.* 2005], les éléments de frontières (BEM) [Premat 2000], les différences finies (FDM) [Rübenkönig 2006], la méthode multimodale [Pagneux *et al.* 1996], celle des raccords  $C^1$  de tronçons à  $R''/R$  constant [Hélie *et al.* 2011] et la correction 3D à la MMT en onde plane [Nederveen & Dalmont 2008]. Ce travail a finalement montré que la précision des méthodes 1D est suffisante à basse fréquence puisqu'il est possible de prédire les fréquences de résonance d'un instrument à plus ou moins 8 cents. Au-delà de la fréquence de coupure, ces modèles donnent des résultats plus éloignés de la mesure que les méthodes numériques mais l'écart reste acceptable car les hautes fréquences ont une influence mineure sur les fréquences de jeu.

L'étude révèle également que les résultats sont très sensibles à de très petites variations de perce, un écart de 0.5 mm dans la prise de cote de quelques points de l'instruments pouvant mener à des écarts de 30 cents sur l'instrument entier. La géométrie de l'instrument étudié doit donc être mesurée avec une grande précision (au moins le dixième de millimètre) pour que la comparaison modèle/mesure ait un sens. Pour aller plus loin dans notre étude, il serait utile de reprendre les comparaisons sur des pavillons de géométrie parfaitement connue au dixième de millimètre

(mesure au scanner laser par exemple). Pour aider à la caractérisation de la géométrie, une perspective intéressante serait d'adapter la technique de reconstruction de perce [Amir *et al.* 1995, Sharp *et al.* 1996, Dalmont *et al.* 2012] à la MMT sphérique et de la proposer aux facteurs d'instruments comme outil de contrôle de la perce.

La modélisation des instruments à vent ne se limite pas à la perce. Ils possèdent en effet de nombreuses singularités (trous latéraux, pistons, coudes, etc.) qu'il est nécessaire de prendre en compte pour obtenir un modèle complet représentatif de la réalité.

Nous nous sommes intéressée à un cas particulier lié aux trous latéraux : les "résonateurs" de tampons de saxophone. Les musiciens et les facteurs ont de nombreux questionnements concernant ces "résonateurs", disques de métal ou de plastique fixés au centre du tampon. Les mesures ont montré que les tampons sans "résonateur" ont un coefficient d'absorption plus élevé. Il apparaît, par ailleurs, que ces "résonateurs" sont en fait des "raidisseurs" qui réduisent les vibrations du tampon d'environ 30 dB. Les mesures *in vivo* réalisées avec un musicien suggèrent que les "résonateurs" ont un effet sur la pression dans la bouche et sur l'efficacité : une pression moins importante est relevée dans la bouche du musicien jouant le saxophone avec "résonateurs" pour une pression de sortie plus importante que le saxophone sans "résonateur". Il semble donc que la présence de "résonateurs" améliore l'efficacité de l'instrument. Les "résonateurs" ont également une incidence sur le contenu spectral du son rayonné. L'absence de "résonateurs" conduit, en effet, à une augmentation du CGS mesuré. Cette étude préliminaire nécessiterait d'être approfondie. Une partie "écoute" pourrait aussi y être incluse. Elle consisterait à faire écouter les notes enregistrées à la sortie du pavillon des différents saxophones (munis ou non de "résonateurs"), à un auditoire qui devrait noter chacune selon plusieurs critères déterminés à l'avance (son "mat" ou "brillant", rugosité...).

Après avoir réussi à modéliser avec précision l'impédance d'entrée d'un instrument, il est utile d'évaluer jusqu'à quel point les fréquences de résonance sont utiles pour prédire les fréquences de jeu. Dans ce but, une étude avec quatre trompettistes et trois trompettes, pour un nombre conséquent de notes, a été menée. Les notes enregistrées ont permis une analyse statistique poussée, qui a notamment montré que de petites variations de la perce de l'instrument, et donc des fréquences de résonance, mènent à des variations des fréquences de jeu du même ordre de grandeur. Cette analyse a aussi permis de quantifier la variabilité du musicien, qui est pour cette étude d'environ 8 cents. Ce résultat montre la précision limite qui peut être atteinte dans la prévision des fréquences de jeu et valide l'idée qu'un calcul des fréquences de résonance à 8 cents est suffisante pour les instruments de la famille des cuivres.

La “sum function” introduite par Wogram [Wogram 1972], censée prédire plus finement que l’impédance les fréquences de jeu, n’apporte pas plus d’information dans le cas de la trompette. Une courte étude sur le serpent, un instrument aux fréquences de résonance fortement inharmoniques, n’a pas donné plus de crédit à cette fonction. Elle a cependant montré que le musicien est capable de jouer des notes ne correspondant à aucune résonance de l’instrument (ni à aucun pic de la “sum function”). Pour des instruments fortement inharmoniques comme le serpent, le couplage exciteur/résonateur joue un rôle crucial pour l’émission des notes. La prise en compte seule de l’élément “passif” qu’est le résonateur ne suffit plus pour prédire les fréquences de jeu.

L’évaluation des fréquences de résonance comme outil de prévision des fréquences de jeu, malgré ses limites, a montré tout son intérêt dans le cadre d’un projet tel que PAFI. Les trois axes de recherche de cette thèse, modélisation des pavillons, étude des “résonateurs” de tampon et caractérisation des relations entre fréquences de résonance et fréquences de jeu, ont apporté de nouvelles connaissances qui vont orienter les choix des modèles mis en œuvre dans le logiciel final. Ce logiciel proposera deux niveaux : un niveau “par défaut” contenant les fonctions de base nécessaires à la modélisation d’un instrument simple, et un niveau “avancé” permettant de prendre en compte des éléments plus complexes et des effets qui ont une influence plus faible sur l’impédance d’entrée.

Pour le niveau “par défaut”, les résultats de la thèse ont permis de trancher parmi les modèles étudiés. Ainsi, pour le tuyau cylindrique, les modèles préconisés, MMT en onde plane pour la propagation et écran fini pour le rayonnement, conduisent à une précision de  $\pm 1$  cent. Pour le cône, c’est l’association entre la MMT en onde sphérique pour la propagation et la portion de sphère pulsante pour le rayonnement qui est proposée, donnant lieu à une précision de  $\pm 8$  cents. Les modèles de [Lefebvre 2010] sont indiqués pour les trous latéraux et la méthode de [Chaigne & Kergomard 2008, p.302-307] est proposée pour la prise en compte des discontinuités. Pour le niveau “avancé”, les modèles sont bien souvent absents de la littérature. Des modèles existent néanmoins pour la clé au-dessus d’un trou [Dalmont *et al.* 2001], pour les tubes coudés [Félix *et al.* 2012], pour les non linéarités localisées en sortie de trou [Dalmont *et al.* 2002], etc. Des travaux sont en cours sur l’effet du soucoupage [Curtit *et al.* 2010]. Le présent travail sur les tampons du saxophone pourra servir de base pour proposer des modèles spécifiques aux différents types de tampons.

Le travail du facteur peut être en partie considéré comme un travail d’optimisation. En effet, ce dernier peut souhaiter réaliser un instrument correspondant à un objectif qu’il s’est fixé en terme de justesse. Notre travail suggère qu’un modèle d’instrument à embouchure ne doit pas chercher à atteindre un objectif donné

avec une meilleure précision que  $\pm 8$  cents. Il serait intéressant de faire le même travail pour les instruments à anche. Il reste que, pour ces instruments, le lien entre fréquences de jeu et fréquences de résonance est parfois complexe. Pour aller plus loin, une étude intégrant une modélisation réaliste du système excitateur et de son couplage avec le résonateur telle que proposée dans [Nederveen & Dalmont 2012] doit être réalisée.

Le champ de liberté de l'instrument est un critère qui intéresse beaucoup les facteurs et les musiciens. Un instrument avec un très petit champ de liberté ne laissera au musicien qu'une marge restreinte pour son interprétation. Il lui sera de plus, impossible de modifier la justesse. D'un autre côté, un instrument avec un champ de liberté trop important, comme le serpent, est un instrument très difficile à jouer. Le champ de liberté est donc une donnée importante qu'il serait intéressant de pouvoir estimer avec l'impédance d'entrée. A notre connaissance, aucune étude n'a été réalisée à ce sujet, cela mériterait donc d'être étudié.

Dans les perspectives à plus long terme, les simulations sonores par modélisation physique peuvent présenter un intérêt pour la facture instrumentale. Ces simulations reposent sur une modélisation réaliste du système couplé excitateur-résonateur. Les premières simulations d'instruments de musique remontent aux années 80 avec les travaux de McIntyre et al [McIntyre *et al.* 1983]. Ces simulations ont donné lieu par la suite à un nouveau paradigme de synthèse qui aujourd'hui, permet la génération d'instruments virtuels qui fonctionnent "à la manière" d'un instrument réel [Adrien 1991, Vergez & Tisserand 2005, Guillemain *et al.* 2005]. Une des principales difficultés réside dans la modélisation réaliste du musicien et dans l'identification des bons paramètres physiques à appliquer.

Muni de cet outil, le facteur pourrait appréhender certaines caractéristiques de son instrument, comme la justesse, le champ de liberté ou la jouabilité, sous une forme encore virtuelle. Le transfert de cet outil de simulation, applicable à tous les instruments, dans l'atelier du facteur est encore du domaine de l'imaginaire. Cependant, pour un instrument faisant l'objet de nombreuses études comme la clarinette, ce transfert pourrait être envisageable à moyenne échéance, notamment grâce au projet ANR CAGIMA<sup>5</sup>.

Enfin, nous espérons que cette thèse, et plus globalement le projet PAFI, auront ouvert un peu plus encore le champ des possibilités de collaborations entre les facteurs, les musiciens et les scientifiques.

---

5. Conception Acoustique Globale d'Instruments de Musique à Anches justes et homogènes, projet collaboratif entre l'Ircam, le Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, le Laboratoire des Sciences des Procédés et des Matériaux et la société Buffet-Crampon.

# Mesure d'impédance

---

## Sommaire

---

<b>A.1 Principe de fonctionnement</b> . . . . .	<b>143</b>
<b>A.2 Calibration</b> . . . . .	<b>145</b>
<b>A.3 Traitement du signal</b> . . . . .	<b>146</b>
<b>A.4 Précision</b> . . . . .	<b>146</b>
<b>A.5 Comparaison avec un autre système de mesure</b> . . . . .	<b>147</b>

---

## A.1 Principe de fonctionnement

De nombreuses méthodes existent pour mesurer l'impédance d'entrée [Benade & Ibsi 1987, Dalmont 2001]. Ces méthodes diffèrent principalement par le moyen utilisé pour déterminer la vitesse volumique. Actuellement, la solution utilisant une ou deux paires de microphones est la plus populaire [Gibiat & Laloë 1990, van Walstijn *et al.* 2005]. Cependant, ces systèmes ne sont pas bien adaptés à des systèmes très résonants comme les instruments de musique à vent.

L'appareil utilisé pour mesurer les impédances d'entrée tout au long de cette thèse a été développé conjointement par le Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine<sup>1</sup> et le Centre de Transfert Technologique du Mans<sup>2</sup>. Dans ce système, un microphone vient mesurer la pression  $p_1$  dans la cavité à l'arrière de la source. Ce microphone permet de donner une estimation de la vitesse volumique de la source. La source est un buzzer piezo-électrique similaire à celui proposé par Benade et Ibsi. L'instrument à mesurer est connecté sur le devant du buzzer, via une petite cavité dans laquelle se trouve un deuxième microphone qui mesure la pression  $p_2$  (cf figure A.1).

La pression  $p_1$  est, au premier ordre, proportionnelle au débit  $u$  de la source et la pression  $p_2$  est, au premier ordre, égale à la pression à l'entrée de l'instrument.

---

1. Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, Avenue Olivier Messiaen 72085 LE MANS Cedex9

2. Centre de Transfert de Technologie du Mans, 20 rue Thalès de Milet 72000 Le Mans

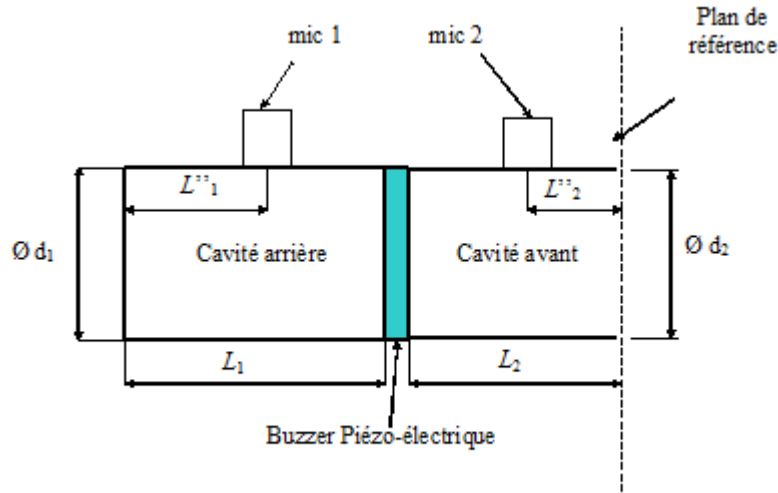


FIGURE A.1 – Schéma du pont d'impédance (d'après [Dalmont & le Roux 2008])

L'impédance d'entrée de l'instrument  $Z = p/u$  est donc équivalente, au premier ordre, à la fonction de transfert entre les deux microphones. Au premier ordre, il est donc possible d'écrire :

$$\frac{p_1}{p_2} = -jC\omega Z, \quad (\text{A.1})$$

avec  $C = V/\rho c^2$ , la compliance acoustique de la cavité arrière de volume  $V$ .

En réalité, l'équation (A.1) n'est pas suffisante et est seulement valide à basse fréquence. Il est de plus nécessaire de prendre en compte la sensibilité relative des deux microphones. La fonction de transfert mesurée s'écrit donc  $H_{12} = (p_2/p_1)(s_2/s_1)$ ,  $s_1$  et  $s_2$  étant les sensibilités de chacun des microphones. Il est néanmoins possible de calculer plus précisément l'expression de l'impédance en prenant en compte les dimensions du capteur :

$$H_{12} = K \frac{Z + \beta}{1 + \delta Z}, \quad (\text{A.2})$$

$$\text{où } K = -j \frac{1}{Z_{c1}} \frac{\sin(kL_1) \cos(kL_2'')}{\cos(kL_1'') \cos(kL_2)},$$

$$\beta = jZ_{c2} \tan(kL_2''),$$

$$\delta = j \tan(kL_2)/Z_{c2}.$$

Les longueurs  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_1''$  et  $L_2''$  sont les dimensions du capteur indiquées en figure A.1.  $Z_{c1} = \rho c/S_1$  et  $Z_{c2} = \rho c/S_2$  sont les impédances caractéristiques respectives des cavités arrière et avant,  $S_1 = \pi d_1^2/4$  et  $S_2 = \pi d_2^2/4$  étant les surfaces respectives des sections des cavités.

Dimension (mm)	Fréquence de coupure (Hz)
$L_1 = 21.4$	$\frac{c}{2L_1} = 8.0$
$L_2 = 13.0$	$\frac{c}{4L_2} = 6.6$
$L'_1 = 10.0$	$\frac{c}{4L'_1} = 8.6$
$L'_2 = 6.0$	$\frac{c}{4L'_2} = 14$
$d_1 = 18.0$	$\frac{1.84c}{\pi d_1} = 11$
$d_2 = 16.0$	$\frac{1.84c}{\pi d_1} = 12.5$

TABLE A.1 – Dimensions caractéristiques du capteur (cf figure A.1) et leur fréquence de coupure associée.

Les dimensions caractéristiques du capteur sont données dans le tableau A.1. Avec ces dimensions, la première fréquence de coupure du mode non plan est de 11 kHz dans la cavité arrière. La plus basse fréquence menant à  $\tan kL_2 = 0$  est 6.5 kHz, qui est considérée comme la limite théorique du capteur. Seules les sensibilités des capteurs ne dépendent pas des dimensions du système. Donc, une fois ces dimensions mesurées avec précision, les fonctions complexes  $\beta$  et  $\delta$  sont connues analytiquement et aucune calibration n'est nécessaire pour ces deux paramètres. Enfin, les microphones ont été choisis pour que leur sensibilité relative soit proche de l'unité.

## A.2 Calibration

Comme les fonctions  $\beta$  et  $\delta$  sont connues analytiquement, une calibration avec une seule terminaison est suffisante pour déterminer le paramètre  $K$  et la sensibilité des microphones. Une calibration complète avec trois différentes terminaisons a été réalisée par Macaluso et Dalmont [Macaluso & Dalmont 2011] pour vérifier l'équation (A.2). La première mesure est faite avec le capteur seul, en calculant son impédance de rayonnement propre. La deuxième mesure est faite avec un tuyau cylindrique très long, dont l'impédance d'entrée est considérée très proche de son impédance caractéristique. Enfin, la dernière mesure est réalisée en utilisant une plaque métallique rigide ; l'impédance de rayonnement du capteur est donc considérée comme infinie. Les trois fonctions de transfert mesurées avec ces trois terminaisons permettent de déterminer les trois fonctions complexes  $K$ ,  $\beta$  et  $\delta$ . Les résultats analytiques présentés précédemment pour  $\beta$  et  $\delta$  sont finalement suffisamment précis pour n'avoir besoin par la suite que d'une seule calibration. La plaque rigide est donc choisie pour obtenir le meilleur rapport signal/bruit. La précision dans l'estimation de la sensibilité des microphones est estimée à  $\pm 1\%$  pour l'amplitude et  $\pm 0.1^\circ$  pour la phase.



### A.3 Traitement du signal

La fonction de transfert entre les deux microphones est mesurée via une carte d'acquisition National Instruments et un logiciel développé en Labview par le CTTM. Au cours des différentes mesures réalisées pour cette thèse, nous avons utilisé comme signal source un chirp logarithmique d'une durée de 5 secondes (dans la majorité des cas de 10 à 2500 Hz), ce qui engendre une résolution fréquentielle de 0.2 Hz. La mesure finale est obtenue en moyennant 3 acquisitions à la suite. L'environnement de mesure est présenté en figure A.2.

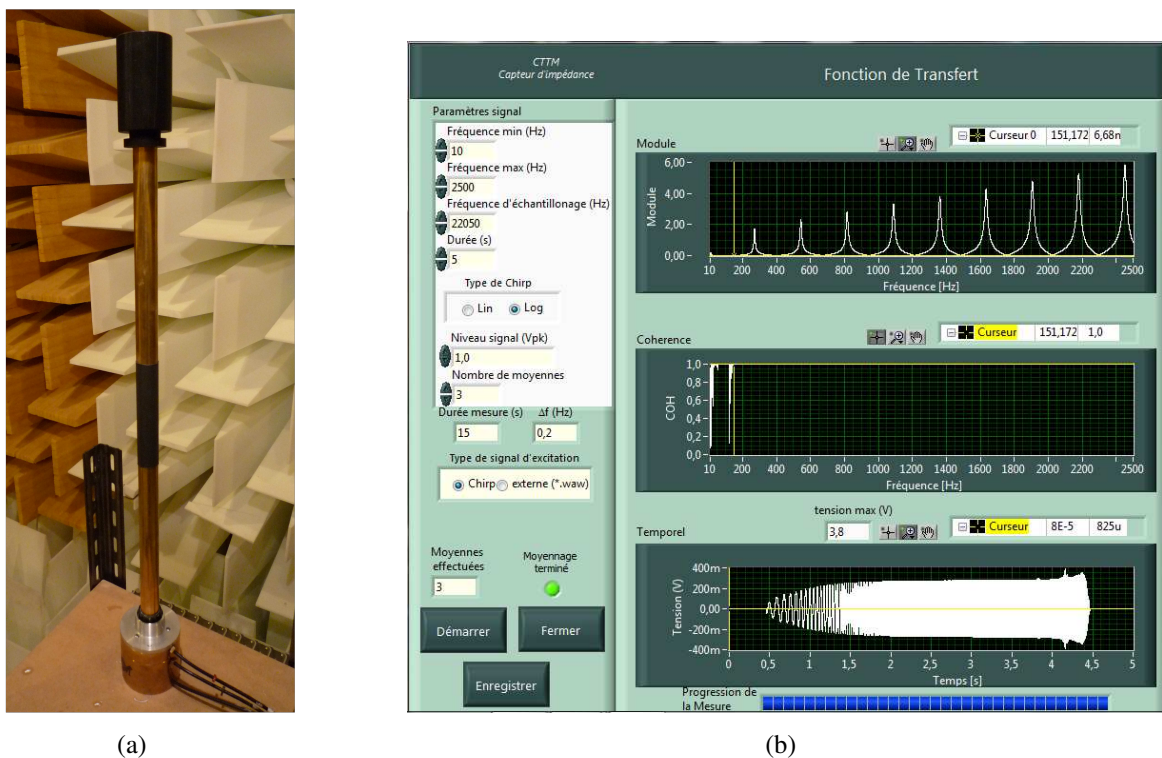


FIGURE A.2 – (a) Photo de la mesure d'impédance d'un tuyau fermé et (b) l'environnement de mesure correspondant.

### A.4 Précision

La précision relative dépend de la précision des fonctions  $K$ ,  $\beta$  et  $\delta$  et aussi de la valeur de l'impédance. En accord avec les petites dimensions des deux cavités, l'erreur sur les minima de l'impédance et leurs fréquences dépend principalement de l'erreur sur le terme  $\beta$ , alors que l'erreur sur les maxima de l'impédance et leurs fréquences respectives dépend de l'erreur sur le terme  $\delta$ . Quand on regarde les

fréquences de résonance d'un instrument à vent, l'erreur sur le terme  $\delta$  peut être exprimée comme une correction de longueur. Etant donné que  $\delta = j \tan(kL_2)/Z_{c2}$ , une erreur  $\Delta L_2$  sur  $L_2$  est équivalent à une erreur  $\Delta L = (S_2/S)\Delta L_2$  sur la longueur du tuyau, avec  $S$  la section de ce tuyau. Cela engendre une erreur sur les fréquences  $\Delta f/f = -\Delta L/L$  où  $L$  est la longueur équivalente du tuyau. Avec une erreur estimée de  $\Delta L_2 = 1$  mm et un tuyau de 2m de long et de diamètre 8mm, cela mène à  $\Delta f/f = 0.2\%$ , soit 3 cents, ce qui n'est pas complètement négligeable. Cette erreur peut être comparée à l'erreur engendrée par une mauvaise estimation de la température. Une erreur de  $1^\circ$  sur la température mène à une erreur de  $0.16\%$ , soit environ 3 cents là aussi. En cherchant à déterminer les fréquences de résonance, une erreur est aussi induite par la procédure de détermination des maxima de l'impédance d'entrée. Ces fréquences sont déterminées en utilisant une technique de "circle fitting" basée sur une méthode des moindres carrés. L'erreur résultante dépend plus du facteur de qualité des résonances que du pas fréquentiel qui est de 0.2 Hz dans notre cas. Cette erreur est de l'ordre de 0.1 Hz pour le second pic à 230 Hz. Cela correspond à une erreur relative de  $0.05\%$ , ce qui est inférieur à 1 cent. La méthode est donc considérée valide pour les dix premiers pics. Finalement, l'incertitude absolue sur les fréquences de résonance est estimée à  $0.3\%$  ce qui correspond à 5 cents.

## A.5 Comparaison avec un autre système de mesure

Pour s'assurer de la fiabilité des mesures d'impédance, il est intéressant de comparer plusieurs systèmes. Nous avons donc mesuré le même tuyau, dans la même salle anéchoïque et dans les mêmes conditions, avec le capteur du CTTM présenté plus haut et le capteur BIAS (qui utilise une technique par capillaires). Le tableau A.2 présente les écarts entre le modèle d'impédance d'entrée du tuyau cylindrique ouvert (le même que dans le chapitre 1) et les deux mesures<sup>3</sup>. Là où le capteur du CTTM semblait sous estimer la fréquence du premier pic par rapport à la théorie, le capteur BIAS la sur-estime de presque 4 cents. Les écarts avec la théorie sont en moyenne plus importants pour la mesure réalisée avec le capteur BIAS. Ce capteur donne de plus, des amplitudes très inférieures à leurs valeurs théoriques pour les premiers pics. Les deux capteurs donnent finalement des résultats assez proches (5 cents d'écarts au maximum), la théorie se situant entre les deux mesures. Un écart entre modèle et mesure inférieur à 3 cents est suffisant pour considérer la mesure d'impédance comme une référence fiable, ce qui est le cas pour les deux systèmes de mesure.

---

3. Attention : dans toute la thèse la référence est la mesure alors qu'ici c'est le modèle, les signes sont donc inversés

TABLE A.2 – Tableau représentant les écarts entre le modèle d'impédance d'entrée d'un cylindre ouvert et les mesures réalisées avec le pont d'impédance du CTTM et BIAS.

N°	Modèle	CTTM	BIAS
0	Fr=135.0 Hz	-2.27 cents	3.59 cents
	A=34.03 dB	0.65 dB	-3.57 dB
1	Fr=407.0 Hz	-1.33 cents	-0.04 cents
	A=28.95 dB	-0.51 dB	-1.53 dB
2	Fr=679.5 Hz	-0.71 cents	1.49 cents
	A=26.29 dB	-0.96 dB	-1.29 dB
3	Fr=952.1 Hz	-0.23 cents	0.97 cents
	A=24.32 dB	-1.23 dB	-0.65 dB
4	Fr=1224.8 Hz	0.22 cents	1.70 cents
	A=22.69 dB	-1.34 dB	-0.71 dB
5	Fr=1497.6 Hz	0.73 cents	1.71 cents
	A=21.27 dB	-1.31 dB	-0.66 dB

# Détermination des fréquences de résonance

Il existe plusieurs manières de déterminer les fréquences de résonance. A partir de l'amplitude de l'impédance avec la méthode du "circle fitting" (voir notamment [le Roux 1994]) ou en identifiant les fréquences de passage par zéro de la phase. Le tableau B.1 montre les fréquences de résonance d'un tuyau fermé estimées via ces deux méthodes et l'écart en cents engendré.

N° pic	Circle Fitting	Zéro Phase	Ecart (cents)
1	273.2 Hz	273.8 Hz	3.8 cents
2	547.9 Hz	549.4 Hz	4.7 cents
3	822.8 Hz	825.1 Hz	4.8 cents
4	1097.9 Hz	1101.3 Hz	5.3 cents
5	1373.0 Hz	1377.6 Hz	5.8 cents
6	1648.2 Hz	1654.0 Hz	6.1 cents

TABLE B.1 – Fréquences de résonance d'un tuyau fermé estimées via deux méthodes et écart engendré (en cents).

L'écart entre ces deux modes de détermination des fréquences de résonance est important et il augmente avec la fréquence. Ce décalage est typique des mécanismes dissipatifs. Il est donc nécessaire de choisir une seule méthode et de s'y tenir pour le reste de cette thèse. Ayant pour intérêt majeur de déterminer avec précision les fréquences de résonance pour prédire les fréquences de jeu, il semble plus cohérent de se focaliser sur l'amplitude de l'impédance d'entrée (qui donne de plus des informations sur la facilité de jeu avec le facteur de qualité et l'amplitude des pics) plutôt que sur la phase. Nous estimerons donc les fréquences de résonance avec la méthode de "circle fitting" et ne présenterons plus de courbes de phase dans le reste de cette thèse.



# Influence du maillage sur l'impédance d'entrée calculée avec la méthode des éléments finis

---

Le maillage est très important pour la bonne résolution d'un problème avec la méthode des éléments finis. Deux points sont à étudier en détails : la taille des mailles en fonction de leur position (il n'est pas nécessaire d'avoir de petits éléments partout) et le volume à mailler quand la géométrie à étudier n'est pas fermée. Notre étude porte sur les pavillons, qui sont ouverts et ne présentent donc pas de volume délimité. Le choix du volume à mailler est donc essentiel.

Nous avons maillé quatre volumes différents à partir du pavillon de trombone. Ils sont présentés en figure C.1. Les mailles sont réparties globalement de la même manière sur chaque volume. Les impédances d'entrée obtenues à partir de ces volumes sont tracées en figure C.2 et comparées à la mesure. La première fréquence de résonance est la même pour tous les modèles. En effet, à basse fréquence les ondes sont presque entièrement réfléchies à l'intérieur du pavillon, là où le maillage est identique pour tous les modèles. A plus haute fréquence, par contre, le rayonnement devient important et il est modélisé de manière différente selon le volume choisi, entraînant des écarts entre les simulations. Ces écarts sont surtout visibles au niveau de la fréquence de coupure autour de 1000 Hz. La figure C.3 montre un zoom de la figure C.2 à cet endroit. Les quatre volumes donnent des résultats différents et seul le volume (d) (une grande sphère englobant tout le pavillon) approche bien la mesure et notamment le "plat" à 1000 Hz. En effet, les trois autres volumes créent des discontinuités (écran par exemple) n'existant pas en réalité. Cela perturbe le champ de pression et donne des résultats ne correspondant pas à une propagation en champ libre comme c'est le cas pour la mesure. On voit bien, par exemple, que les fronts d'ondes en figure C.1 (b) ne sont pas les mêmes qu'en figure C.1 (d).

Pour l'étude d'un objet non fermé en champ libre, il est nécessaire de mailler un volume très large autour de cet objet pour éviter les artefacts dus à de fausses réflexions sur un volume mal défini. C'est le volume (d) qui a bien entendu été choisi dans le chapitre 2.

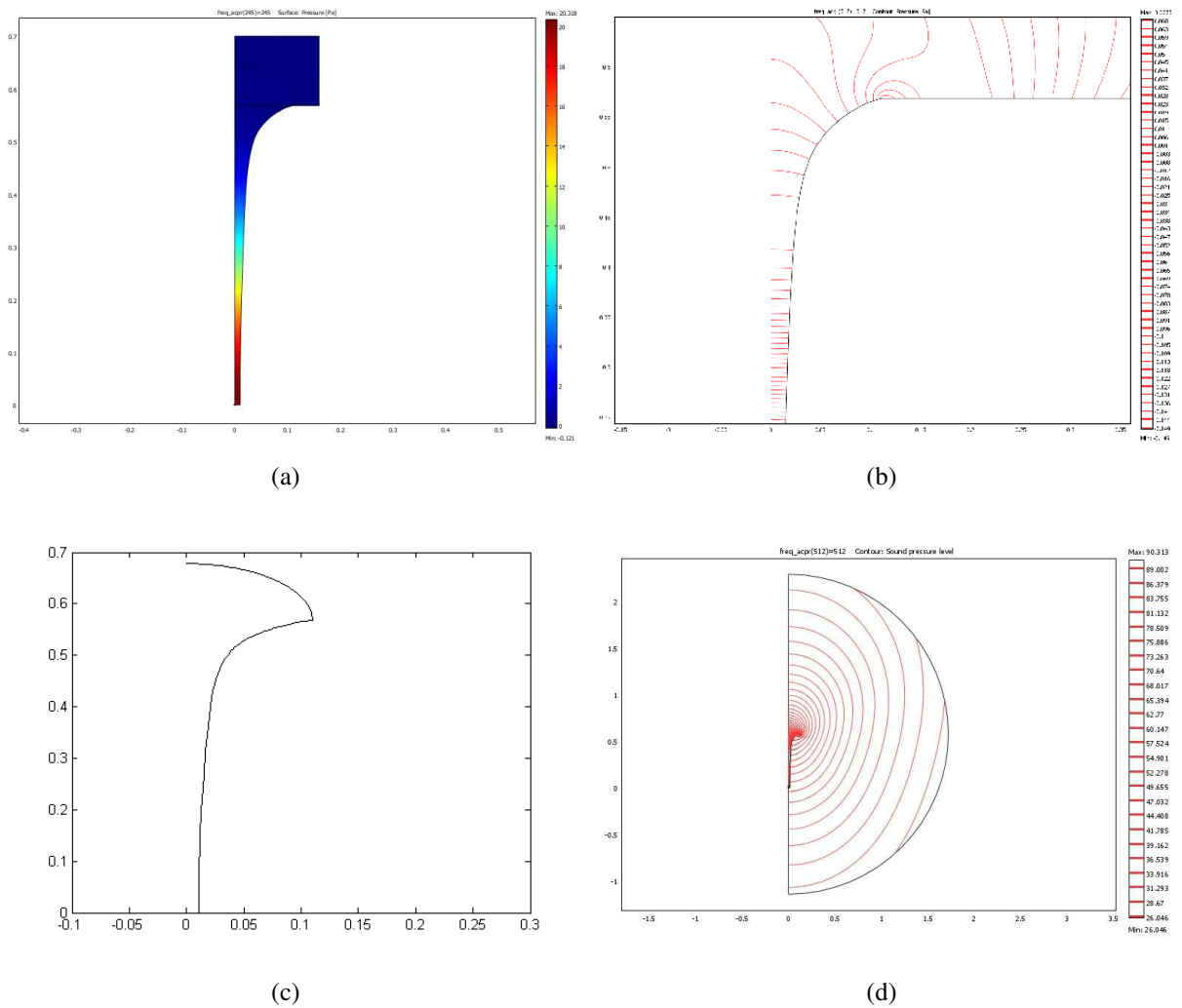


FIGURE C.1 – Schéma des quatre volumes maillés du pavillon de trombone : Le pavillon débouchant sur (a) un petit volume de cube, (b) un long pavé, (c) une demi-sphère et (d) une sphère entourant le pavillon.

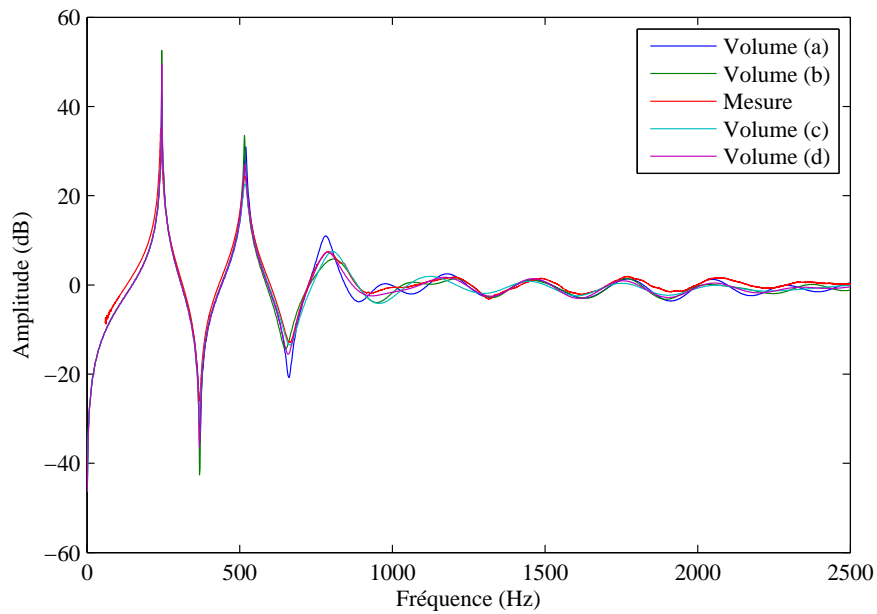


FIGURE C.2 – Comparaison entre l'impédance d'entrée du pavillon de trombone mesurée et les impédances calculées à partir des quatre volumes présentés en figure C.1

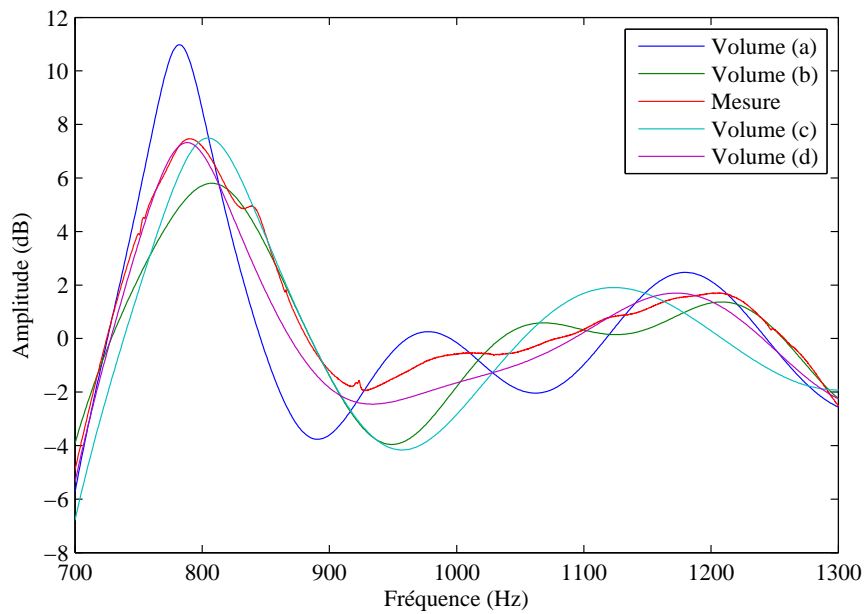


FIGURE C.3 – Zoom autour de 1000 Hz de la figure C.2.





## Cotes du pavillon de trombone

Cotes de départ		Nouvelles cotes	
Longueur (mm)	Rayon (mm)	Longueur (mm)	Rayon (mm)
568.0	110.0	568.0	110.0
565.4	101.8	565.4	101.8
563.3	95.5	563.3	95.5
560.8	90.2	560.8	90.2
558.0	85.8	558.0	85.8
555.8	81.4	555.8	81.4
553.0	77.3	553.0	77.3
550.4	73.5	550.4	73.5
546.8	68.7	546.8	68.7
543.9	65.3	543.9	65.3
541.2	62.3	541.2	62.3
537.8	58.9	537.8	58.9
534.4	55.5	534.4	55.5
530.8	52.6	530.8	52.6
526.7	49.4	526.7	49.4
524.0	47.4	524.0	47.4
521.4	45.5	521.4	45.5
518.3	43.7	518.3	43.7
514.2	41.5	514.2	41.5
510.8	39.8	510.8	39.8
508.4	38.7	508.4	38.7
505.4	37.5	505.4	37.5
501.3	36.2	501.25	36.20
496.7	34.8	497.50	34.80
492.4	33.3	493.00	33.30
488.0	32.2	487.50	32.20
480.5	30.5	479.00	30.50
472.9	28.9	472.00	28.90
463.7	27.3	464.00	27.30
454.6	25.9	457.00	25.90
442.5	24.3	445.00	24.30
431.8	23.1	430.00	23.10
418.4	22.0	418.00	22.00
400.0	20.8	400.00	20.80
364.3	18.8	360.00	18.80
315.0	16.7	305.00	16.70
266.5	15.0	255.00	15.00
198.4	12.9	180.00	12.90
153.0	11.8	138.00	11.80
66.5	10.4	56.50	10.75
0.0	10.4	56.50	10.92
		0.00	10.92

TABLE D.1 – Cotes de la perce du pavillon de trombone utilisées pour le benchmark (à gauche) et cotes remesurées (à droite).



# Diagramme des doigtés de saxophone

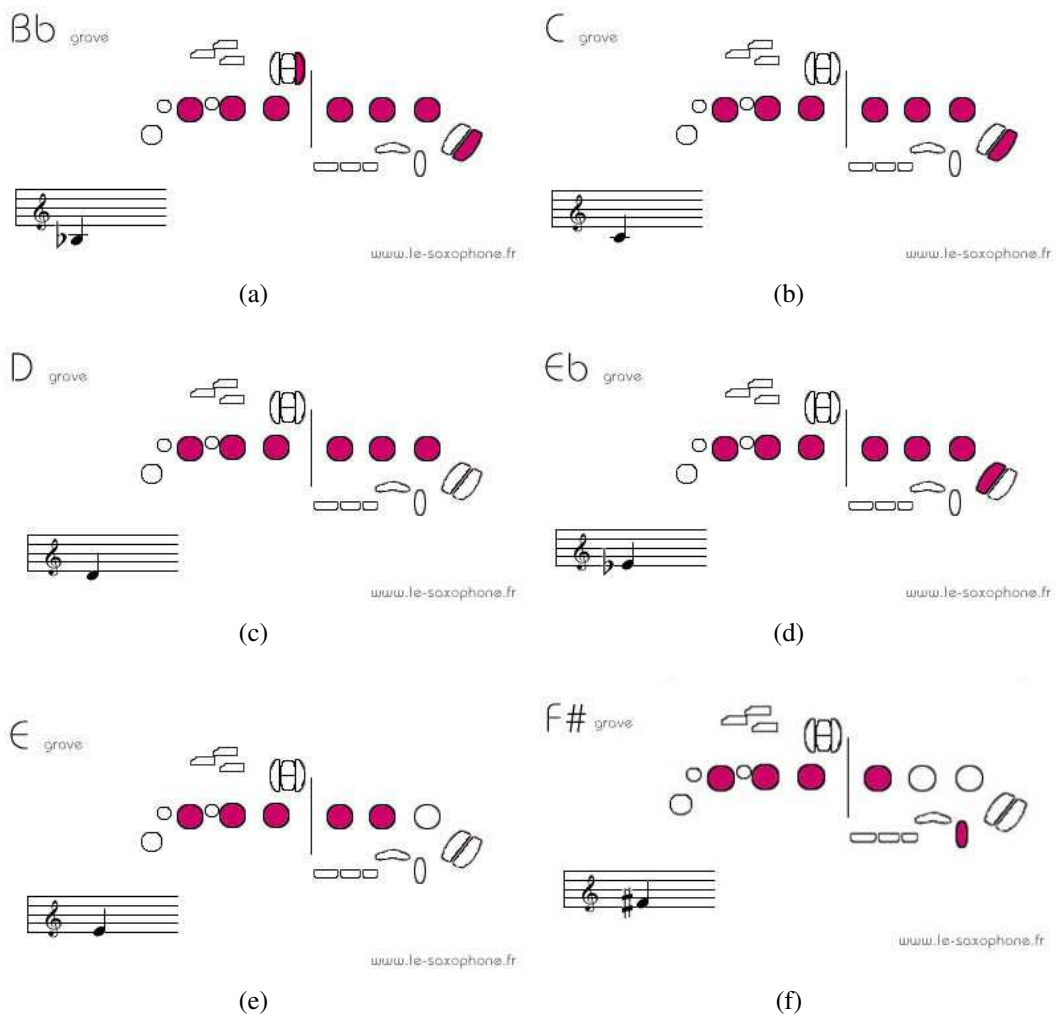


FIGURE E.1 – Diagramme des doigtés des notes utilisées dans cette étude sur le saxophone



# Influence du “musicien” sur la répétabilité des mesures d’impédance du saxophone

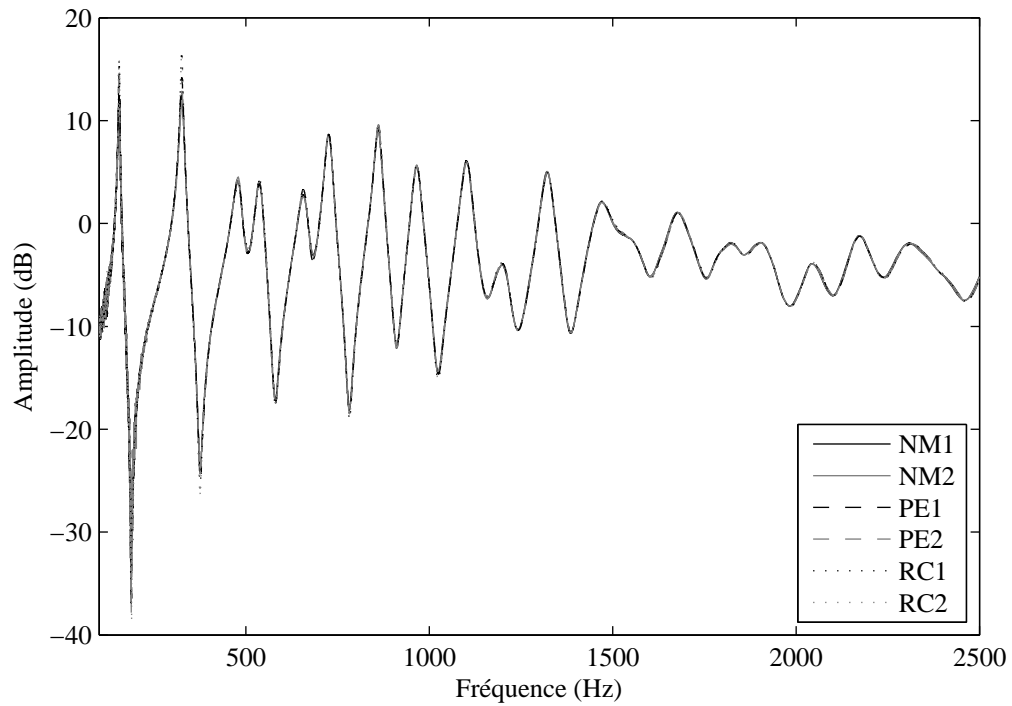
---

Le but de cette étude est de voir l’influence du musicien sur l’impédance d’entrée de l’instrument et notamment d’étudier si les musiciens sont plus répétables que les non musiciens. Nous avons donc fixé le bocal du saxophone ténor au pont d’impédance et demandé aux participants de réaliser plusieurs doigtés (même saxophone et doigtés que dans la section 3.3.1), le saxophone étant placé de manière à ce que le participant soit à l’aise pour effectuer les doigtés (cf figure F.1). Trois participants ont pris part à cette étude : un saxophoniste, NM, et deux autres personnes ne pratiquant pas cet instrument, RC et PE. Chacun devait répéter chaque doigté deux fois.

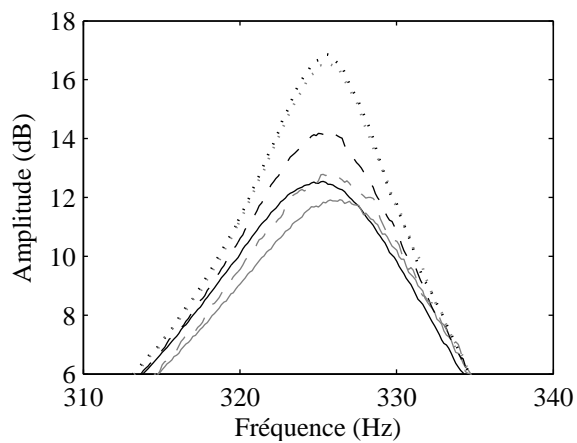


FIGURE F.1 – Montage pour la mesure d’impédance du saxophone.

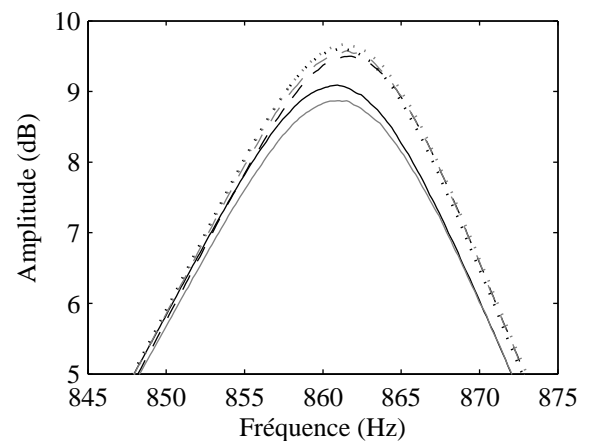
Prenons l’exemple de deux notes : Mi et Fa  $\sharp$ . Les figures F.2 et F.3 montre les six mesures d’impédance d’entrée pour chacune de ses notes.



(a)

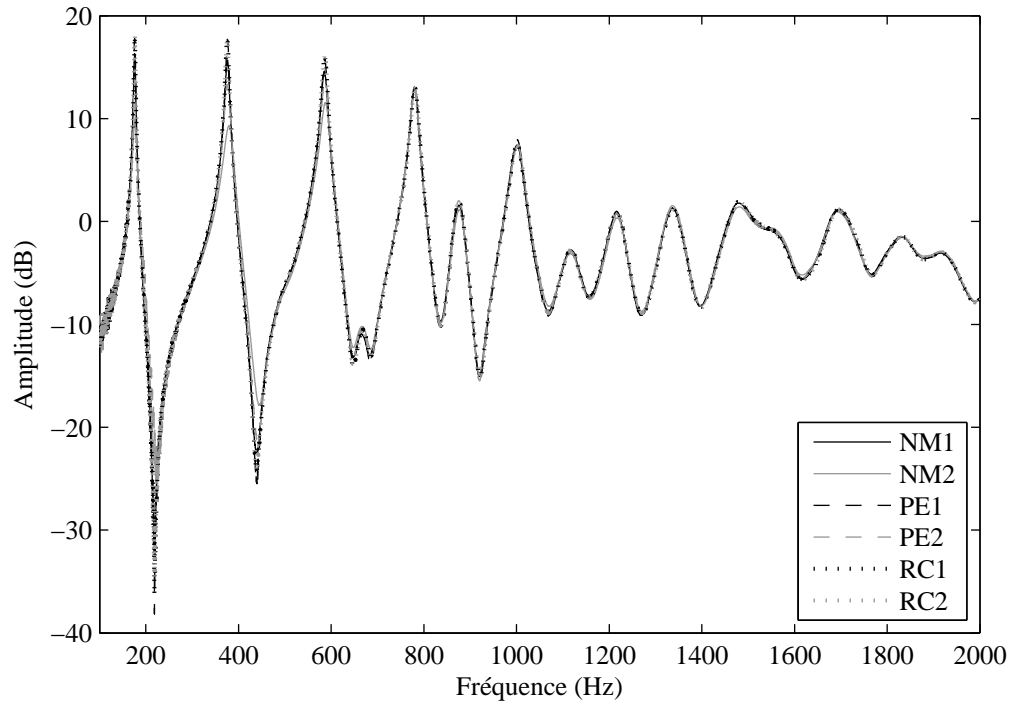


(b)

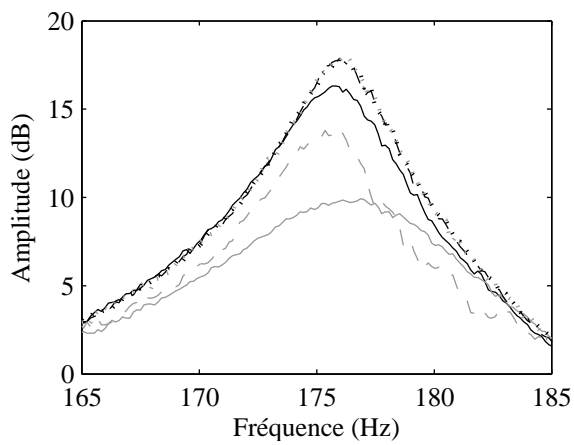


(c)

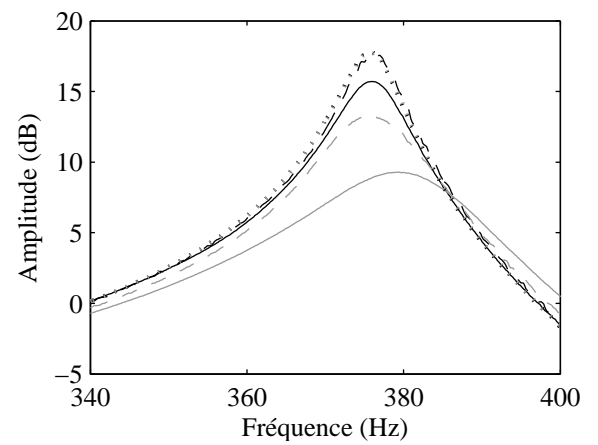
FIGURE F.2 – (a) Impédance d'entrée du doigté de mi réalisé deux fois par trois personnes et zoom sur (b) le deuxième pic et sur (c) le septième pic



(a)



(b)



(c)

FIGURE F.3 – (a) Impédance d'entrée du doigté de fa# réalisé deux fois par trois personnes et zoom sur (b) le premier pic et sur (c) le deuxième pic



Ces figures nous montrent que, contrairement à ce que l'on aurait pu croire, le non saxophoniste (RC) est le plus répétable de cette étude. Le saxophoniste a en fait tendance à appuyer beaucoup moins sur les clés, ce qui donne des pics d'impédance beaucoup plus bas. Les écarts peuvent atteindre 8 dB. Au vu de cette étude, il a donc été décidé de fabriquer des pinces pour fermer les trous avec une force identique sur toutes les séries de mesure.

## Comparaisons des impédances d'entrée d'un saxophone munis de différents tampons

Cette Annexe présente le reste des notes mesurées pour la section 3.3.1. Les figures G.1 à G.4 confirment les résultats de cette section : les tampons sans “résonateur” viennent amortir fortement les pics d'impédance. C'est pour cela que les écarts en gris sont beaucoup plus importants que les écarts en noir. On observe aussi l'effet cumulatif des tampons car les écarts en gris sont plus importants (si on ne tient pas compte du premier pic) pour les doigtés de Do et de Ré que pour les doigtés de Mi ou Mib.

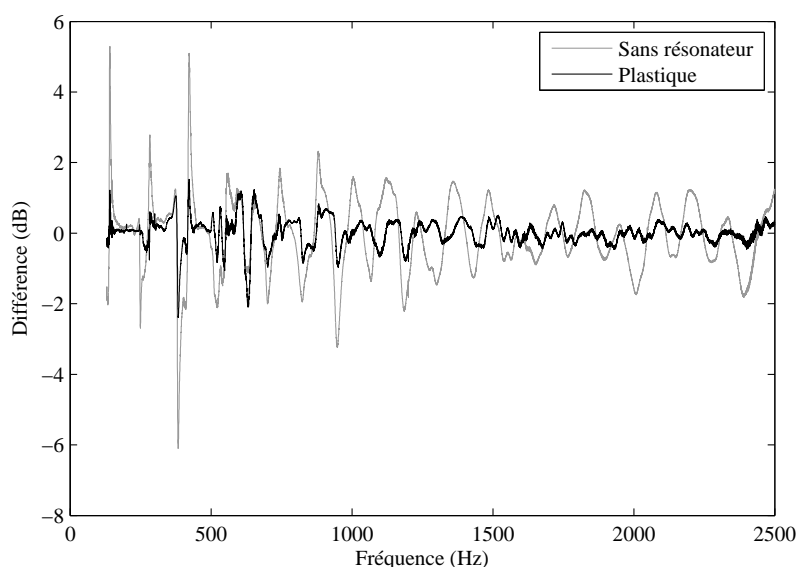


FIGURE G.1 – Ecart entre l'impédance d'entrée (en dB) du saxophone d'origine et les impédances d'entrée (en dB) du saxophone avec tampons sans “résonateur” (en gris) et du saxophone retamponné comme à l'origine (en noir) pour le doigté de Do.

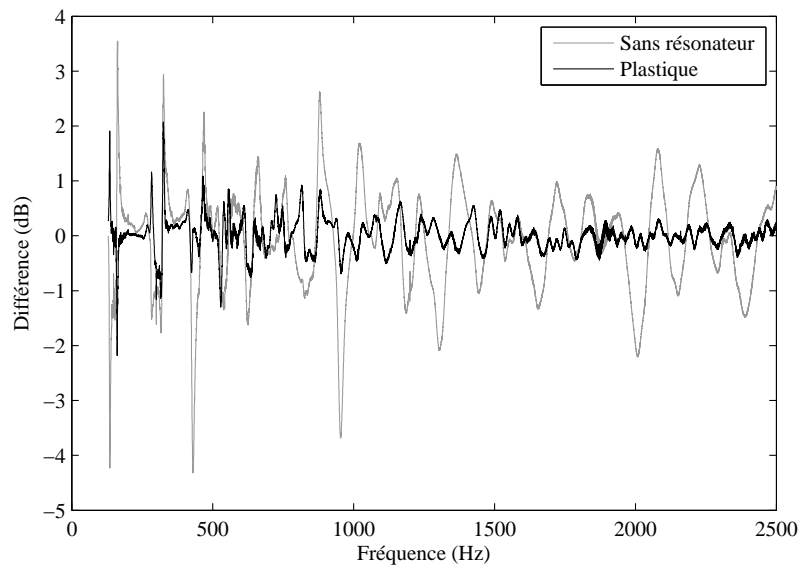


FIGURE G.2 – Ecart entre l'impédance d'entrée (en dB) du saxophone d'origine et les impédances d'entrée (en dB) du saxophone avec tampons sans "résonateur" (en gris) et du saxophone retamonné comme à l'origine (en noir) pour le doigté de Ré.

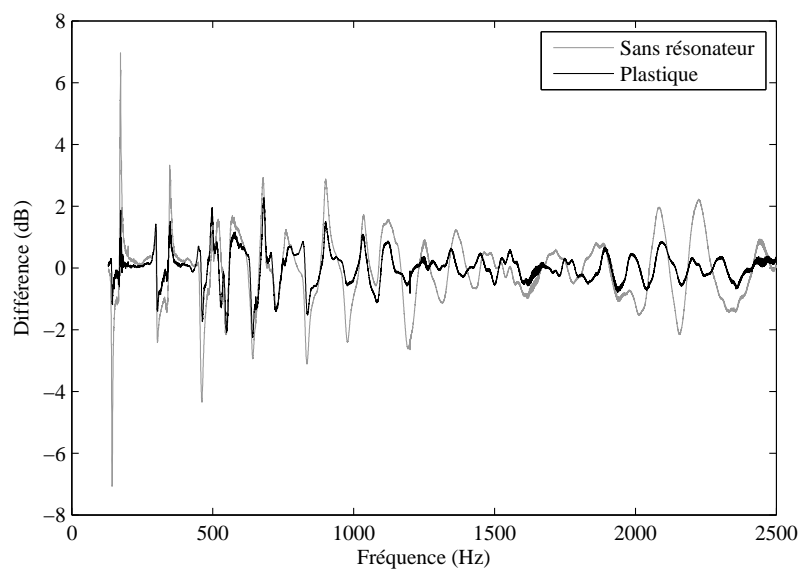


FIGURE G.3 – Ecart entre l'impédance d'entrée (en dB) du saxophone d'origine et les impédances d'entrée (en dB) du saxophone avec tampons sans "résonateur" (en gris) et du saxophone retamonné comme à l'origine (en noir) pour le doigté de Mib.

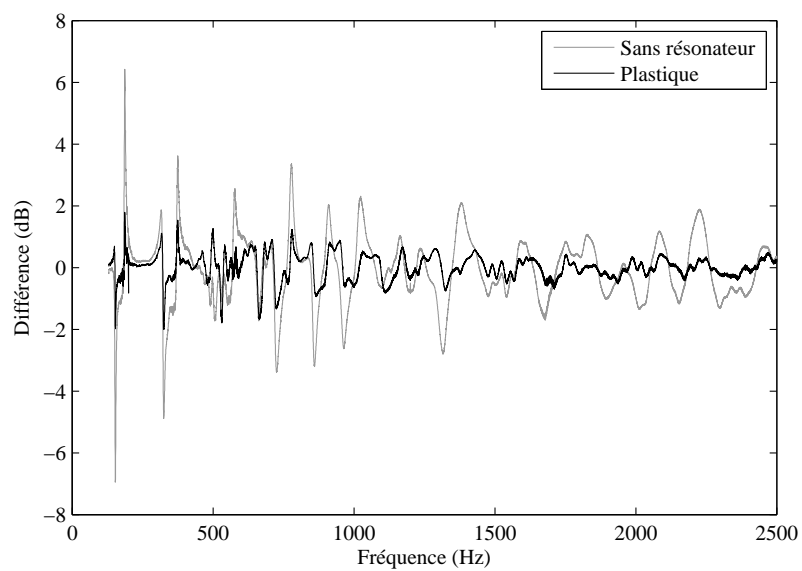


FIGURE G.4 – Ecart entre l'impédance d'entrée (en dB) du saxophone d'origine et les impédances d'entrée (en dB) du saxophone avec tampons sans "résonateur" (en gris) et du saxophone retamonné comme à l'origine (en noir) pour le doigté de Mi.



## Valeurs des descripteurs de timbre

Note jouée Note entendue	Do#3 Si3	La3 Sol3	Fa#3 Mi3	Mib3 Do#3	Do#2 Si2	La2 Sol2	Fa#2 Mi2	Mib2 Do#2	Sib1 Sol#1
$F_0$ (Hz)	490.0	388.5	328.3	279.8	243.5	194.3	163.0	138.4	104.3
TA (s)	0,035	0,035	0,038	0,035	0,035	0,038	0,042	0,044	0,117
CGS	5,051	5,273	5,843	6,931	9,392	10,240	10,117	13,809	8,731
CGS impair	4,424	4,806	5,896	7,901	8,725	9,246	9,048	13,948	8,523
CGS pair	5,740	5,886	5,805	6,275	10,320	11,549	11,623	13,676	8,946
OER	1,068	0,763	1,202	2,044	0,723	0,687	0,599	1,195	1,015
Niveau (Pa)	7,485	5,719	8,351	8,571	4,272	4,784	6,885	5,947	11,330
TR1	0,201	0,305	0,285	0,047	0,355	0,436	0,103	0,049	0,084
TR2	0,599	0,444	0,486	0,694	0,170	0,121	0,670	0,391	0,513
TR3	0,200	0,251	0,228	0,259	0,475	0,442	0,227	0,560	0,403
TR4	0,011	0,011	0,006	0,006	0,022	0,013	0,006	0,009	0,000
Pression seuil (mBar)	32,082	35,220	39,320	39,936	29,304	22,299	28,212	26,229	22,878
Pbou moyenne (mBar)	38,129	38,687	38,226	36,143	36,820	38,367	32,495	25,030	19,629
Efficacité	0,197	0,172	0,187	0,199	0,127	0,125	0,150	0,163	0,196

TABLE H.1 – Valeurs des descripteurs de timbre pour la première mesure du saxophone 72 (tampons avec “résonateur” en métal).

Note jouée	Do#3	La3	Fa#3	Mib3	Do#2	La2	Fa#2	Mib2	Sib1
Note entendue	Si3	Sol3	Mi3	Do#3	Si2	Sol2	Mi2	Do#2	Sol#1
$F_0$ (Hz)	494.9	389.6	329.4	278.7	244.3	195.7	163.4	139.0	104.7
TA (s)	0,037	0,032	0,037	0,031	0,034	0,039	0,040	0,041	0,122
CGS	4,646	5,663	6,054	6,265	9,918	11,365	11,023	14,322	10,819
CGS impair	3,971	5,407	6,367	7,238	9,295	10,612	9,963	14,594	10,561
CGS pair	5,563	6,108	5,845	5,518	10,741	12,246	12,365	14,054	11,095
OER	0,878	0,659	1,675	1,818	0,811	0,851	0,661	1,150	0,994
Niveau (Pa)	6,182	5,814	8,254	6,727	5,483	6,396	8,601	7,163	12,119
TR1	0,205	0,158	0,159	0,034	0,240	0,293	0,061	0,038	0,073
TR2	0,615	0,477	0,587	0,693	0,138	0,104	0,656	0,343	0,482
TR3	0,180	0,365	0,254	0,273	0,622	0,603	0,282	0,619	0,445
TR4	0,008	0,012	0,007	0,003	0,026	0,022	0,008	0,011	0,001
Pression seuil (mBar)	27,389	24,928	24,698	28,995	26,830	22,928	20,707	20,951	27,938
Pbou moyenne (mBar)	35,726	26,501	33,184	33,403	33,385	30,873	29,773	24,844	25,627
Efficacité	0,174	0,182	0,206	0,204	0,190	0,195	0,225	0,238	0,276

TABLE H.2 – Valeurs des descripteurs de timbre pour la première mesure du saxophone 81 (tampons avec “résonateur” en métal).

Note jouée	Do#3	La3	Fa#3	Mib3	Do#2	La2	Fa#2	Mib2	Sib1
Note entendue	Si3	Sol3	Mi3	Do#3	Si2	Sol2	Mi2	Do#2	Sol#1
$F_0$ (Hz)	461.7	389.8	329.7	278.7	242.7	194.0	164.8	138.1	104.6
TA (s)	0,031	0,032	0,034	0,030	0,030	0,035	0,042	0,061	0,161
CGS	5,747	5,677	5,626	6,378	10,854	10,763	11,975	12,649	7,958
CGS impair	6,693	5,217	6,463	8,390	10,171	10,408	11,431	12,902	7,573
CGS pair	6,586	6,442	5,114	5,268	11,656	11,128	12,595	12,415	8,400
OER	3,088	0,716	2,141	2,748	0,877	1,074	0,820	1,323	0,896
Niveau (Pa)	9,772	10,789	17,278	17,251	7,351	8,776	12,727	12,956	21,926
TR1	0,249	0,152	0,101	0,004	0,127	0,124	0,017	0,018	0,107
TR2	0,532	0,541	0,778	0,850	0,109	0,172	0,623	0,540	0,481
TR3	0,218	0,307	0,121	0,145	0,764	0,704	0,360	0,441	0,412
TR4	0,009	0,012	0,005	0,004	0,046	0,021	0,015	0,006	0,000
Pression seuil (mBar)	26,785	29,483	36,953	31,306	28,957	35,686	32,141	26,091	23,884
Pbou moyenne (mBar)	36,857	37,948	40,633	35,045	35,952	38,107	32,890	26,786	23,899
Efficacité	0,274	0,273	0,329	0,363	0,212	0,216	0,264	0,299	0,368

TABLE H.3 – Valeurs des descripteurs de timbre pour la deuxième mesure du saxophone 72 (tampons avec “résonateur” en métal).

Note jouée	Do#3	La3	Fa#3	Mib3	Do#2	La2	Fa#2	Mib2	Sib1
Note entendue	Si3	Sol3	Mi3	Do#3	Si2	Sol2	Mi2	Do#2	Sol#1
$F_0$ (Hz)	492.4	386.3	327.7	277.0	242.7	193.0	163.9	136.8	103.7
TA (s)	0,032	0,031	0,032	0,029	0,030	0,034	0,038	0,046	0,134
CGS	5,982	6,338	6,827	7,834	11,525	12,070	13,187	14,250	10,262
CGS impair	4,910	5,905	8,151	9,878	10,812	11,507	12,407	14,703	9,765
CGS pair	7,611	6,880	6,015	6,547	12,383	12,714	14,085	13,842	10,848
OER	0,686	0,862	2,258	2,608	0,876	0,880	0,800	1,406	0,858
Niveau (Pa)	8,851	7,782	14,306	11,843	6,325	7,067	9,355	9,596	16,888
TR1	0,323	0,238	0,107	0,006	0,212	0,197	0,051	0,031	0,086
TR2	0,472	0,515	0,797	0,838	0,161	0,252	0,601	0,570	0,433
TR3	0,205	0,247	0,096	0,156	0,627	0,551	0,348	0,398	0,482
TR4	0,041	0,028	0,018	0,016	0,073	0,044	0,028	0,013	0,001
Pression seuil (mBar)	33,335	36,137	37,291	38,582	27,510	21,794	31,657	20,917	19,525
Pbou moyenne (mBar)	45,175	44,272	41,977	41,721	39,063	34,861	33,322	23,818	23,710
Efficacité	0,196	0,186	0,234	0,245	0,169	0,176	0,206	0,230	0,282

TABLE H.4 – Valeurs des descripteurs de timbre pour la deuxième mesure du saxophone 81 (tampons sans “résonateur”).





# Résultats des mesures d'impédances des saxophones 72 et 81

## Sommaire

<b>I.1 Répétabilité des mesures</b> . . . . .	<b>171</b>
<b>I.2 Effet des tampons sur l'impédance d'entrée</b> . . . . .	<b>172</b>

## I.1 Répétabilité des mesures

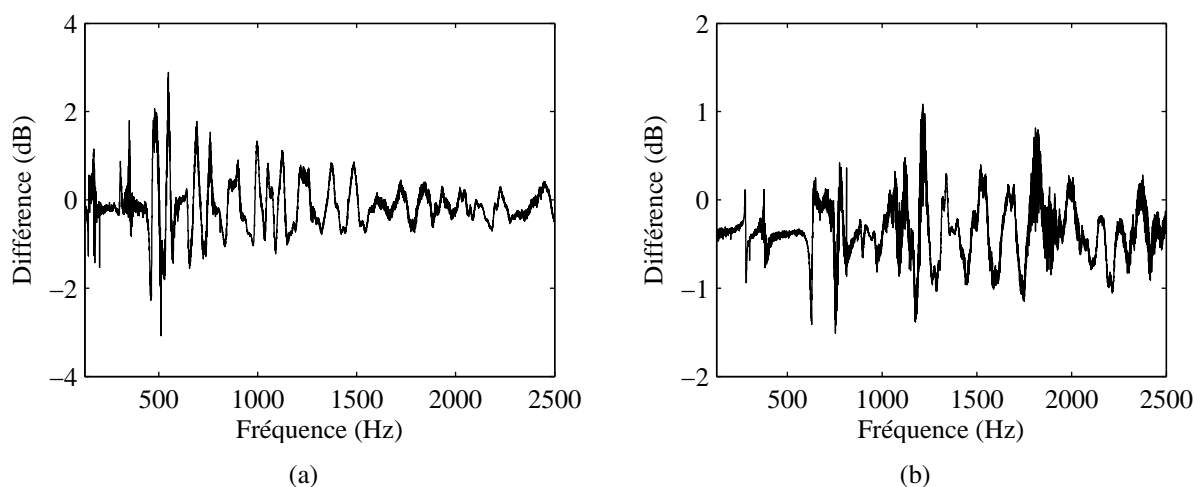


FIGURE I.1 – Écart entre les deux mesures d'impédance d'entrée (en dB) du saxophone 72 pour les doigtés (a) Mib et (b) Do#.

Des problèmes de bouchage ont été observés sur les saxophones 72 et 81, notamment pour les notes les plus graves mais aussi pour la clé d'octave, entraînant ainsi des problèmes dans la répétabilité des mesures. La répétabilité peut être observée en comparant les mesures d'impédance du saxophone 72, qui est resté identique tout au long de l'étude. La figure I.1 présente ainsi les écarts entre les deux

mesures d'impédance du saxophone 72 pour les doigtés de Mib et Do♯. Le doigté de Mib est le plus problématique à cause du mauvais bouchage, ce qui engendre des différences allant jusqu'à 3 dB. Au contraire, le doigté de Do♯ est le plus répétable car aucune des clés n'est enfoncée. L'erreur de répétabilité descend pour celui-ci à 1 dB.

## I.2 Effet des tampons sur l'impédance d'entrée

Les figures I.2 à I.6 montrent les impédances d'entrée du saxophone 81 avec et sans "résonateur" pour différents doigtés. Ces figures montrent aussi l'écart engendré par le changement de tampon, comparé à l'écart dû aux erreurs de répétabilité mesurées sur le saxophone 72. Les écarts sont beaucoup plus importants entre les deux mesures du saxophone 81 qu'entre celles du 72, ce qui semble prouver que les "résonateurs" des tampons ont une influence importante sur l'impédance d'entrée de l'instrument. Cependant, contrairement à ce qui a été indiqué en section 3.3.1, ces écarts sont principalement dus à un décalage en fréquence entre les deux mesures plutôt qu'à un amortissement de l'amplitude des résonances. De plus, l'effet des tampons est cumulatif. Il devrait donc augmenter avec le nombre de trous bouchés. Or, l'écart est tout aussi important pour le Do♯ alors que tous les trous sont ouverts. Il semble donc que cela soit engendré par un réglage différent. Certaines clés ont dû être rapprochées des trous, entraînant ainsi un décalage vers les basses fréquences (les écarts ne sont pas dus à la température car une correction a été appliquée pour la prendre en compte). Pour le doigté de Sib, où tous les trous sont bouchés, l'amplitude des pics est plus importante pour le saxophone sans "résonateur" plutôt qu'avec. Cette fois il est fort probable que le saxophone avec "résonateur" bouchait mal pour ce doigté. Ayant été retamponné avec les tampons sans "résonateur", il a été réglé et bouche mieux, d'où les pics plus hauts.

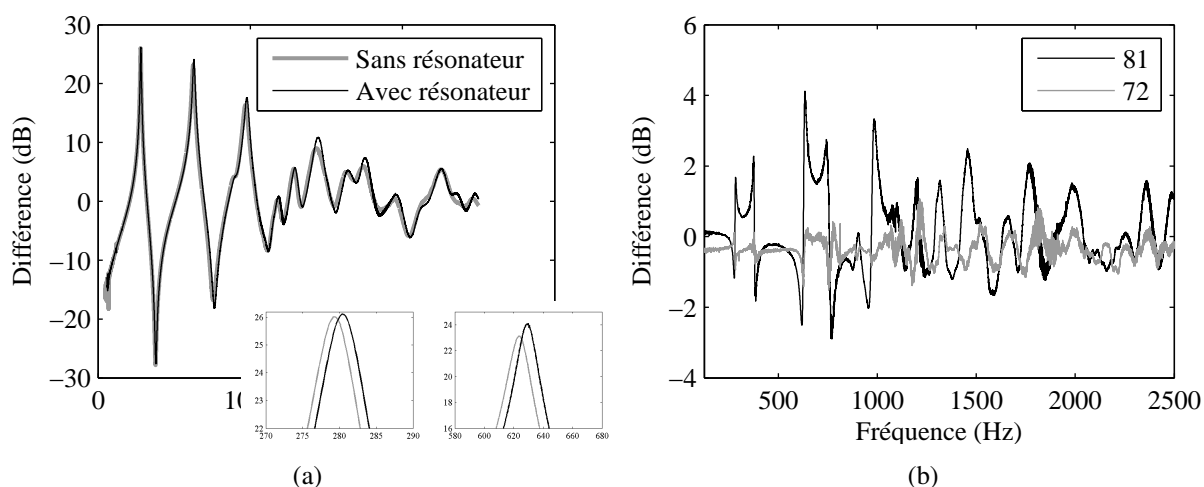


FIGURE I.2 – (a) Impédances d'entrée du saxophone 81 avec (en noir) et sans (en gris) “résonateur” pour le doigté de Do♯ avec un zoom sur les deux premiers pics en bas à droite et (b) Ecart (en dB) entre les mesures d'impédance du saxophone 81 avec et sans “résonateur” (en noir) et entre les deux mesures d'impédance du saxophone 72 (en gris) pour le même doigté.

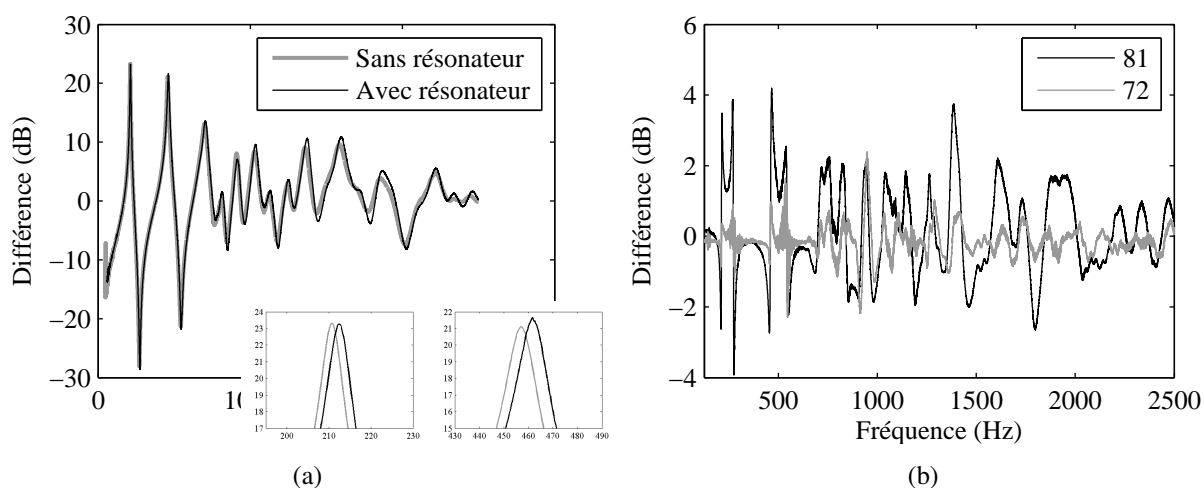


FIGURE I.3 – (a) Impédances d'entrée du saxophone 81 avec (en noir) et sans (en gris) “résonateur” pour le doigté de La avec un zoom sur les deux premiers pics en bas à droite et (b) Ecart entre les mesures d'impédance (en dB) du saxophone 81 avec et sans “résonateur” (en noir) et entre les deux mesures d'impédance (en dB) du saxophone 72 (en gris) pour le même doigté.

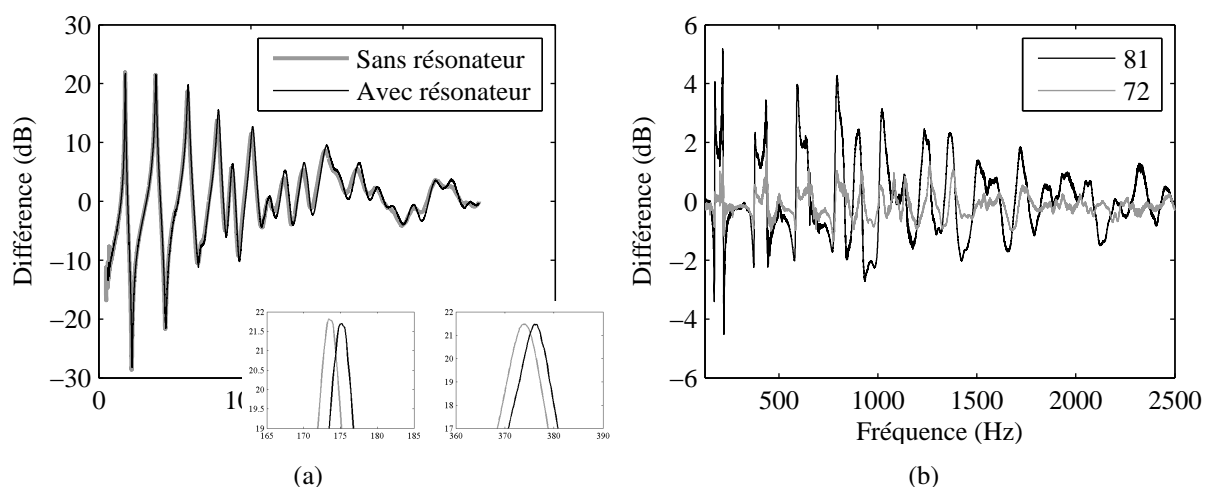


FIGURE I.4 – (a) Impédances d’entrée du saxophone 81 avec (en noir) et sans (en gris) “résonateur” pour le doigté de Fa $\sharp$  avec un zoom sur les deux premiers pics en bas à droite et (b) Ecart (en dB) entre les mesures d’impédance du saxophone 81 avec et sans “résonateur” (en noir) et entre les deux mesures d’impédance du saxophone 72 (en gris) pour le même doigté.

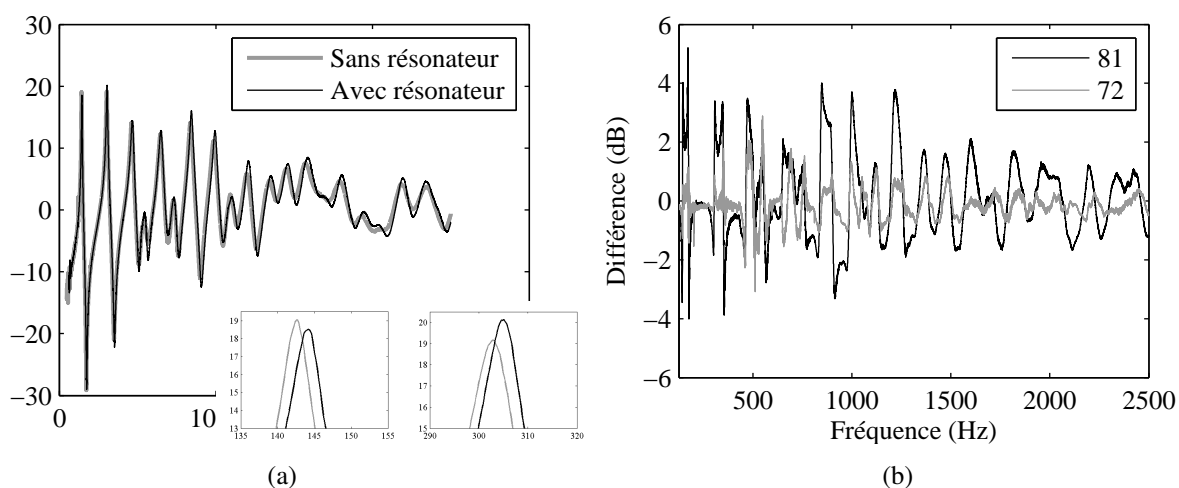


FIGURE I.5 – (a) Impédances d’entrée du saxophone 81 avec (en noir) et sans (en gris) “résonateur” pour le doigté de Mi $b$  avec un zoom sur les deux premiers pics en bas à droite et (b) Ecart (en dB) entre les mesures d’impédance du saxophone 81 avec et sans “résonateur” (en noir) et entre les deux mesures d’impédance du saxophone 72 (en gris) pour le même doigté.

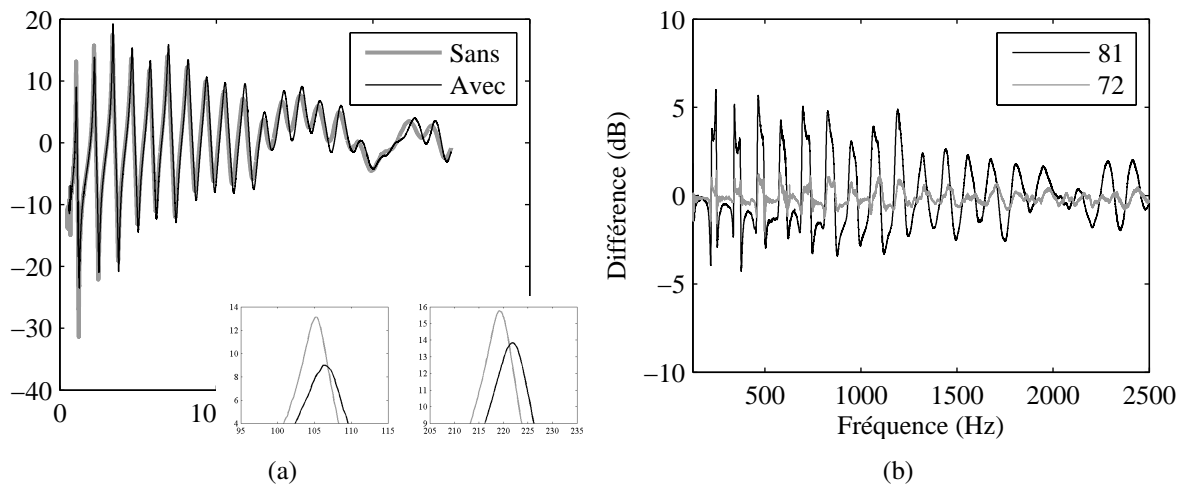


FIGURE I.6 – (a) Impédances d'entrée du saxophone 81 avec (en noir) et sans (en gris) "résonateur" pour le doigté de Sib avec un zoom sur les deux premiers pics en bas à droite et (b) Ecart (en dB) entre les mesures d'impédance du saxophone 81 avec et sans "résonateur" (en noir) et entre les deux mesures d'impédance du saxophone 72 (en gris) pour le même doigté.

Ces résultats ne sont globalement pas très satisfaisants. Il semble finalement plus pertinent de comparer le saxophone 81 avec les tampons sans “résonateur” avec le saxophone 72 mieux réglé dès le départ. Cela est présenté sur les figures I.7 à I.11. Les résultats sont ainsi plus cohérents. En effet, le doigté de Do $\sharp$  donne des impédances quasi identiques, l'écart étant de l'ordre de grandeur de l'erreur de répétabilité. Pour le La, où seules deux clés sont appuyées, c'est à peu près la même chose. A partir du Fa $\sharp$ , l'écart entre le saxophone avec les “résonateurs” et celui sans devient plus conséquent. Puis, c'est pour le doigté de Sib qu'il est maximum. De plus, contrairement au cas précédent, les pics des deux impédances tracées dans les figures I.7 à I.11 ont à peu près la même fréquence et ne diffèrent que par leur amplitude. Il est donc intéressant d'avoir gardé le saxophone 72 comme référence, il permettra ainsi d'avoir des résultats de mesures in vivo exploitables.

La conclusion à tirer de cette partie est que, même si les tampons ont un effet mesurable sur l'impédance du saxophone, l'effet du réglage (bouchage, hauteur des clés...) reste prédominant.

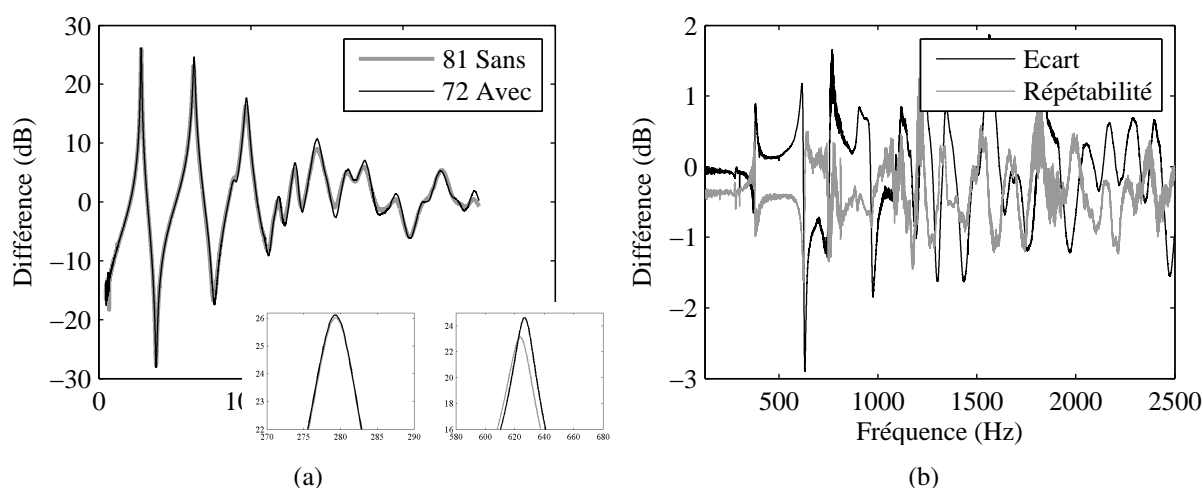


FIGURE I.7 – (a) Comparaison entre l'impédance d'entrée du saxophone 72 (en noir) et celle du saxophone 81 sans “résonateur” (en gris) pour le doigté de Do $\sharp$  avec un zoom sur les deux premiers pics en bas à droite et (b) Ecart (en dB) entre les mesures d'impédance du saxophone 72 et du 81 sans “résonateur” (en noir) et entre les deux mesures d'impédance du saxophone 72 (en gris) pour le même doigté.

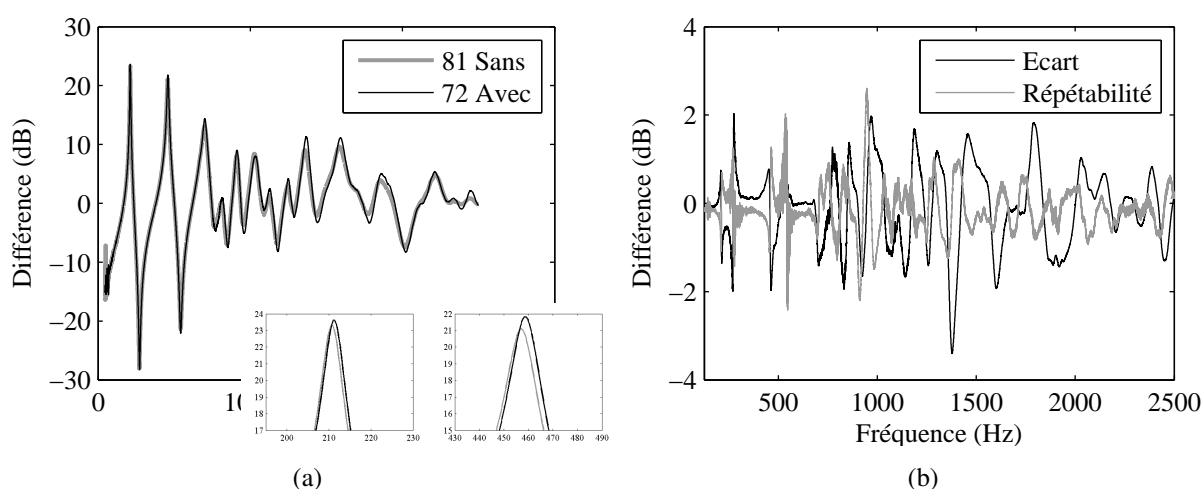


FIGURE I.8 – (a) Comparaison entre l'impédance d'entrée du saxophone 72 (en noir) et celle du saxophone 81 sans "résonateur" (en gris) pour le doigté de La avec un zoom sur les deux premiers pics en bas à droite et (b) Ecart (en dB) entre les mesures d'impédance du saxophone 72 et du 81 sans "résonateur" (en noir) et entre les deux mesures d'impédance du saxophone 72 (en gris) pour le même doigté.

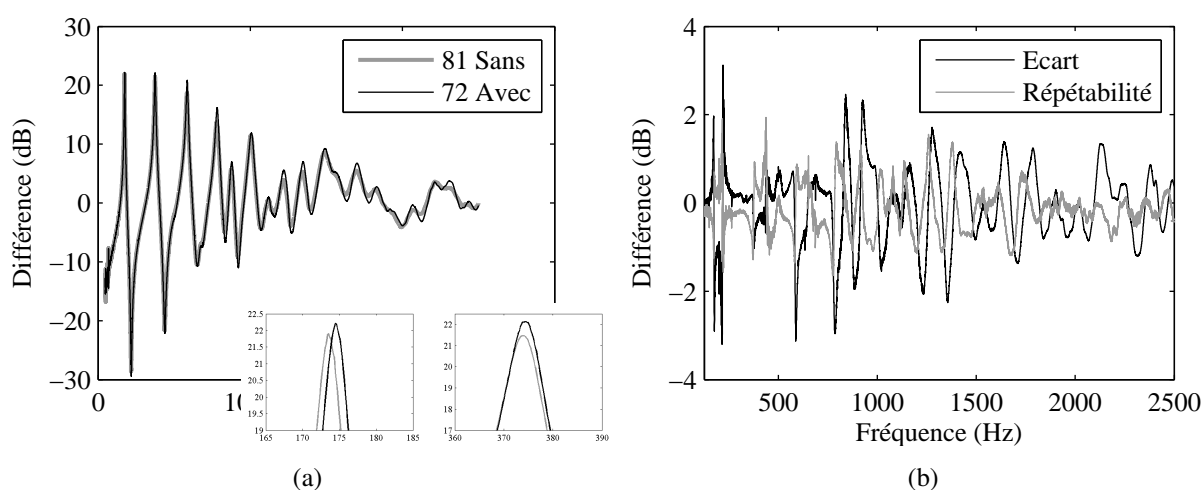


FIGURE I.9 – (a) Comparaison entre l'impédance d'entrée du saxophone 72 (en noir) et celle du saxophone 81 sans "résonateur" (en gris) pour le doigté de Fa# avec un zoom sur les deux premiers pics en bas à droite et (b) Ecart (en dB) entre les mesures d'impédance du saxophone 72 et du 81 sans "résonateur" (en noir) et entre les deux mesures d'impédance du saxophone 72 (en gris) pour le même doigté.



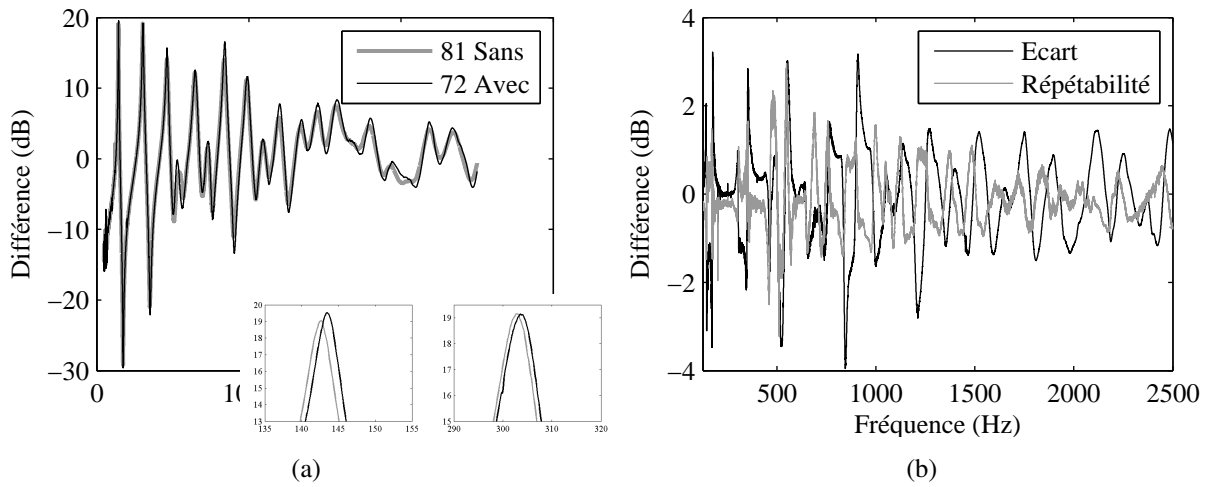


FIGURE I.10 – (a) Comparaison entre l’impédance d’entrée du saxophone 72 (en noir) et celle du saxophone 81 sans “résonateur” (en gris) pour le doigté de  $Mi_b$  avec un zoom sur les deux premiers pics en bas à droite et (b) Ecart (en dB) entre les mesures d’impédance du saxophone 72 et du 81 sans “résonateur” (en noir) et entre les deux mesures d’impédance du saxophone 72 (en gris) pour le même doigté.

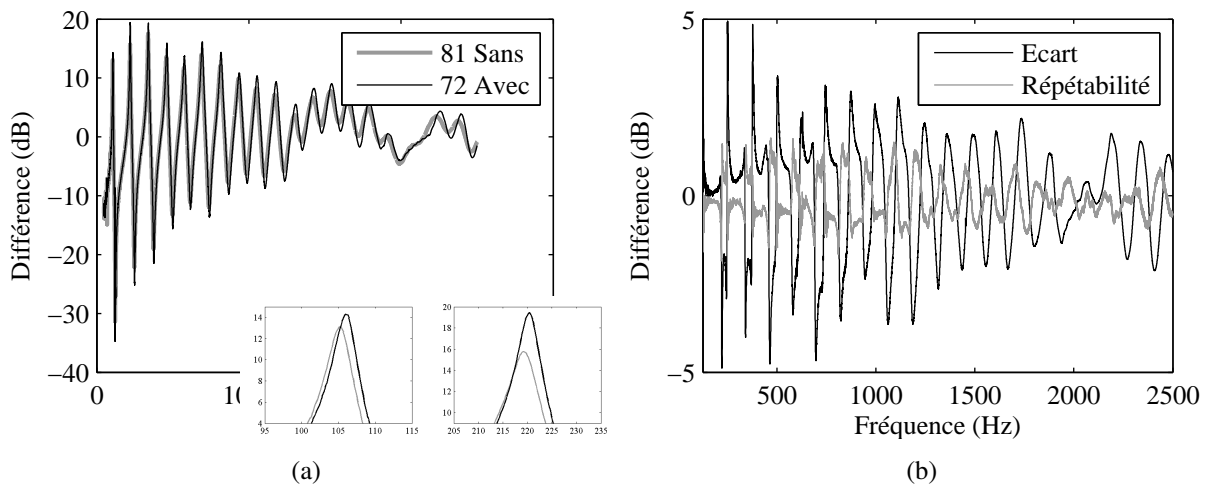


FIGURE I.11 – (a) Comparaison entre l’impédance d’entrée du saxophone 72 (en noir) et celle du saxophone 81 sans “résonateur” (en gris) pour le doigté de  $Sib$  avec un zoom sur les deux premiers pics en bas à droite et (b) Ecart (en dB) entre les mesures d’impédance du saxophone 72 et du 81 sans “résonateur” (en noir) et entre les deux mesures d’impédance du saxophone 72 (en gris) pour le même doigté.

# Bibliographie

- [Adrien 1991] J.-M. Adrien. Representations of musical signals, chapitre The Missing Link : Modal Synthesis, pages 269–297. MIT Press, Cambridge, MA, 1991. (Cité en page 142.)
- [Agulló *et al.* 1999] J. Agulló, A. Barjau et D. H. Keefe. *Acoustics propagation in flaring, axisymmetric horns : I. A new family of unidimensional solutions.* *Acustica united with Acta Acustica*, vol. 85, no. 2, pages 278–284, 1999. (Cité en page 33.)
- [Amir *et al.* 1995] N. Amir, U. Shimony et G. Rosenhouse. *A Discrete Model for Tubular Acoustic Systems with Varying Cross Section - The Direct and Inverse Problems. Part I : Theory.* *Acta Acustica United with Acustica*, vol. 81, no. 5, pages 450–462, 1995. (Cité en page 140.)
- [Amir *et al.* 1997] N. Amir, V. Pagneux et J. Kergomard. *A study of wave propagation in varying cross-section waveguides by modal decomposition. Part II. Results.* *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 101, no. 5, pages 2504–2517, 1997. (Cité en pages 32 et 53.)
- [Backus 1970] J. Backus. *The acoustical foundations of music.* London : John Murray, 1970. (Cité en page 1.)
- [Backus 1974] J. Backus. *Input impedance curves for the reed woodwind instruments.* *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 56, no. 4, pages 1266–1279, 1974. (Cité en pages 3, 31 et 32.)
- [Backus 1976] J. Backus. *Input impedance curves for the brass instruments.* *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 60, no. 2, pages 470–480, 1976. (Cité en pages 3 et 108.)
- [Barthet *et al.* 2010] M. Barthet, P. Guillemain, R. Kronland-Martinet et S. Ystad. *From clarinet control to timbre perception.* *Acta Acustica United with Acustica*, pages 678–689, 2010. (Cité en page 99.)
- [Bayliss *et al.* 1982] A. Bayliss, M. Gunzburger et E. Turkel. *Boundary conditions for the numerical solution of elliptic equations in exterior regions.* *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 42, pages 430–451, 1982. (Cité en page 51.)
- [Benade & Ibsi 1987] H. Benade et M. I. Ibsi. *Survey of impedance methods and a new piezo-disk-driven impedance head for air columns.* *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 81, no. 4, page 1152–1167, 1987. (Cité en pages 3 et 143.)
- [Benade & Jansson 1974] A. H. Benade et E. V. Jansson. *On plane and spherical waves in horns with nonuniform flare. I. Theory of radiation, resonance frequencies, and mode conversion.* *Acustica*, vol. 31, no. 2, pages 79–98, 1974. (Cité en pages 30, 33 et 40.)

- [Benade 1959] A. H. Benade. *On Woodwind Instrument Bores*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 31, no. 2, pages 137–146, 1959. (Cité en pages 1 et 32.)
- [Benade 1976] A. H. Benade. *Fundamentals of musical acoustics*. Oxford University Press, 1976. (Cité en pages 1 et 39.)
- [Bertsch 2003] M. Bertsch. *Bridging instrument control aspects of brass instruments with physics-based parameters*. In Proceedings of SMAC 2003, Stockholm, Sweden, pages 193–196, 2003. (Cité en page 110.)
- [Bilbao 2009] S. Bilbao. *Numerical sound synthesis. finite difference schemes and simulation in musical acoustics.*, chapitre Acoustic tubes, pages 249–286. Wiley, 2009. (Cité en page 109.)
- [Blanc 2009] F. Blanc. *Production de son par couplage écoulement/résonateur acoustique. Etude des paramètres de facture de flûtes par expérimentations et simulations numériques d'écoulements*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2009. (Cité en page 1.)
- [Boucher 2012] M.A. Boucher. *Modeling the acoustic radiation impedance of an open-ended cylindrical duct using perfectly matched layers*. Master's thesis, Université du Maine, 2012. (Cité en page 64.)
- [Boutillon & Gibiat 1996] X. Boutillon et V. Gibiat. *Evaluation of the acoustical stiffness of saxophone reeds under playing conditions by using the reactive power approach*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 100, no. 2, pages 1178–1189, 1996. (Cité en page 108.)
- [Bruneau 1983] M. Bruneau. *Introduction aux théories de l'acoustique*, chapitre L'équation d'onde en coordonnées sphériques et cylindriques, pages 109–112. Université du Maine, 1983. (Cité en pages 8 et 34.)
- [Campbell & Greated 1988] M. Campbell et C. Greated. *The musician's guide to acoustics*, chapitre 9. Brass instruments, pages 303–407. Schirmer Books, 1988. (Cité en page 109.)
- [Campbell 1999] D.M. Campbell. *Nonlinear dynamics of musical reed and brass wind instruments*. Contemporary Physics, vol. 40, no. 6, pages 415–431, 1999. (Cité en page 4.)
- [Caussé *et al.* 1984] R. Caussé, J. Kergomard et X. Lurton. *Input impedance of brass musical instruments - Comparison between experiment and numerical models*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 75, no. 1, pages 241–245, 1984. (Cité en pages 3, 5, 29, 32, 34, 62 et 108.)
- [Chaigne & Kergomard 2008] A. Chaigne et J. Kergomard. *Acoustique des instruments de musique*. 2008. (Cité en pages 1, 5, 10, 19, 141 et 199.)
- [Chen *et al.* 2009] J. Chen, J. Smith et J. Wolfe. *Pitch bending and glissandi on the clarinet : Roles of the vocal tract and partial tone hole closure*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 126, no. 3, pages 1511–1520, 2009. (Cité en pages 4 et 135.)

- [Chen *et al.* 2011] J.-M. Chen, J. Smith et J. Wolfe. *Saxophonists tune vocal tract resonances in advanced performance techniques*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 129, no. 1, pages 415–426, 2011. (Cité en pages 109 et 135.)
- [Chen *et al.* 2012] J.-M. Chen, J. Smith et J. Wolfe. *Do trumpet players tune resonances of the vocal tract ?* J. Acoust. Soc. Am., vol. 131, no. 1, pages 722–727, 2012. (Cité en page 109.)
- [Coltman 1968] J. W. Coltman. *Sounding mechanism of the flute and organ pipe*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 43, pages 983–92, 1968. (Cité en page 31.)
- [Cullen *et al.* 2000] J.S. Cullen, J. Gilbert et D.M. Campbell. *Brass Instruments : Linear Stability Analysis and Experiments with an Artificial Mouth*. Acta Acustica united with Acustica, vol. 86, pages 704–724, 2000. (Cité en page 108.)
- [Curtit *et al.* 2010] M. Curtit, P. Bolton et F. Masson. *Accord d'un instrument à vent : quelques stratégies du facteur illustrées par une analyse de l'impédance d'entrée*. In Actes du 10ème Congrès Français d'Acoustique, Lyon, 2010. (Cité en pages 5 et 141.)
- [Dalmont & le Roux 2008] J.-P. Dalmont et J. C. le Roux. *A new impedance sensor for wind instruments*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 123, no. 5, page 3014, 2008. (Cité en pages 38, 112 et 144.)
- [Dalmont *et al.* 1995a] J.-P. Dalmont, B. Gazengel, J. Gilbert et J. Kergomard. *Some aspects of tuning and clean intonation in reed instruments*. App. Acoustics, vol. 46, pages 19–60, 1995. (Cité en page 31.)
- [Dalmont *et al.* 1995b] J.P. Dalmont, B. Gazengel, J. Gilbert et J. Kergomard. *Some Aspects of Tuning and Clean Intonation in Reed Instruments*. Applied Acoustics, vol. 46, pages 19–60, 1995. (Cité en page 4.)
- [Dalmont *et al.* 2001] J.-P. Dalmont, C. J. Nederveen et N. Joly. *Radiation impedance of tubes with different flanges : numerical and experimental investigation*. J. Sound Vib., vol. 244, no. 3, pages 505–534, 2001. (Cité en pages 5, 25, 26, 34, 39, 83 et 141.)
- [Dalmont *et al.* 2002] J.-P. Dalmont, C. J. Nederveen, V. Dubos, S. Ollivier, V. Méserette et E. te Sligte. *Experimental Determination of the Equivalent Circuit of an Open Side Hole : Linear and Non Linear Behaviour*. Acta Acustica united with acustica, vol. 88, pages 567–575, 2002. (Cité en pages 73, 74 et 141.)
- [Dalmont *et al.* 2011] J.-P. Dalmont, M. Curtit et F. Yahaya. *Bore reconstruction from input impedance*. In Proceedings of Forum Acusticum 2011, Aalborg, Denmark, 2011. (Cité en page 66.)

- [Dalmont *et al.* 2012] J.-P. Dalmont, M. Curtit et A.F. Yahaya. *On the accuracy of bore reconstruction from input impedance measurements : Application to bassoon crook measurements*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 131, no. 1, pages 708–714, 2012. (Cité en page 140.)
- [Dalmont 2001] J.-P. Dalmont. *Acoustic impedance measurements, Part I : A review*. J. Sound Vib., vol. 243, no. 3, pages 427–439, 2001. (Cité en pages 3, 108 et 143.)
- [Dalmont 2007] J.-P. Dalmont. *Guide des guides d’ondes acoustiques*, 2007. (Cité en pages 10, 21 et 199.)
- [de Cheveigné & Kawahara 2002] A. de Cheveigné et H. Kawahara. *YIN, a fundamental frequency estimator for speech and music*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 111, no. 4, pages 1917–1930, 2002. (Cité en page 115.)
- [Dickens *et al.* 2007] P. Dickens, J. Smith et Joe Wolfe. *Improved precision in measurements of acoustic impedance spectra using resonance-free calibration loads and controlled error distribution*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 121, no. 3, pages 1471–1481, 2007. (Cité en page 3.)
- [Dubos *et al.* 1999] V. Dubos, J. Kergomard, A. Khettabi, J.-P. Dalmont, D. H. Keefe et C. J. Nederveen. *Theory of Sound Propagation in a Duct with a Branched Tube Using Modal Decomposition*. Acustica, vol. 85, pages 153–169, 1999. (Cité en pages 5, 74, 75 et 76.)
- [Dymond & Smith 1980] J.H. Dymond et E.B. Smith. *The virial coefficients of pure gases and mixtures : a critical compilation*. Clarendon, Oxford, 1980. (Cité en page 11.)
- [Elie 2012] B. Elie. *Caractérisation mécanique et acoustique des instruments à cordes - Application à l’aide à la facture instrumentale*. PhD thesis, Université du Maine, 2012. (Cité en page 2.)
- [Eveno *et al.* 2011] P. Eveno, J.-P. Dalmont, R. Caussé et J. Gilbert. *Comparisons between models and measurements of the input impedance of brass instruments bells*. In Proceedings of Forum Acusticum 2011, Aalborg, Denmark, pages 567–572, 2011. (Cité en page 45.)
- [Eveno *et al.* 2012] P. Eveno, J.-P. Dalmont, R. Caussé et J. Gilbert. *Wave propagation and radiation in a horn : comparisons between models and measurements*. Acta Acustica united with Acustica, vol. 98, pages 158–165, 2012. (Cité en pages 29 et 108.)
- [Eveno *et al.* 2013] P. Eveno, B. Kieffer, J. Gilbert, J.-F. Petiot et R. Caussé. *Relationship between resonance frequencies and playing frequencies in trumpets*. J. Acoust. Soc. Am., under review, 2013. (Cité en pages 105 et 106.)

- [Farner *et al.* 2006] S. Farner, C. Vergez, J. Kergomard et A. Lizée. *Contribution to harmonic balance calculations of self-sustained periodic oscillations with focus on single-reed instruments*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 119, no. 3, pages 1794–1804, 2006. (Cité en page 108.)
- [Ferron 1996] E. Ferron. *Ma voix est un saxophone*. International Music Diffusion, 1996. (Cité en page 77.)
- [Filippi 1972] P. Filippi. *Diffraction et potentiels de multicouches*. Acustica, vol. 26, pages 323–328, 1972. (Cité en page 51.)
- [Fletcher & Rossing 1991] N. H. Fletcher et T. D. Rossing. *The physics of musical instruments*. Springer-Verlag, 1991. (Cité en pages 1 et 109.)
- [Fletcher 1973] N.H. Fletcher. *Some problems of musical acoustics*. Australian Physicist, vol. 10, pages 158–159, 1973. (Cité en page 108.)
- [Félix *et al.* 2012] S. Félix, J.-P. Dalmont et C.J. Nederveen. *Effects of bending portions of the air column on the acoustical resonances of a wind instrument*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 131, no. 5, pages 4164–4172, 2012. (Cité en pages 5 et 141.)
- [Gibiat & Laloë 1990] V. Gibiat et F. Laloë. *Acoustical impedance measurements by the two microphone- three-calibration (TMTC) method*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 88, no. 6, pages 2533–2545, 1990. (Cité en page 143.)
- [Gilbert *et al.* 1989] J. Gilbert, J. Kergomard et E. Ngoya. *Calculation of the steady-state oscillations of a clarinet using the harmonic balance technique*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 86, no. 1, pages 35–41, 1989. (Cité en page 108.)
- [Gilbert *et al.* 1998] J. Gilbert, S. Ponthus et J.-F. Petiot. *Artificial buzzing lips and brass instruments : Experimental results*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 104, no. 3, pages 1627–1631, 1998. (Cité en page 131.)
- [Gilbert *et al.* 2006] J. Gilbert, L. M. Lebosso Ruiz et S. Gougeon. *Influence de la température sur la justesse d'un instrument à vent*. In Proceedings of Congrès Français d'Acoustique 2006, Tours, 2006. (Cité en page 116.)
- [Guillemain *et al.* 2005] P. Guillemain, J. Kergomard et T. Voinier. *Real-time synthesis of clarinet-like instruments using digital impedance models*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 118, no. 1, pages 483–494, 2005. (Cité en page 142.)
- [Guillemain 2007] P. Guillemain. *Some roles of the vocal tract in clarinet breath attacks : Natural sound analysis and model-based synthesis*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 121, no. 4, pages 2396–2406, 2007. (Cité en page 4.)
- [Harazi 2012] M. Harazi. *A numerical and experimental analysis of the acoustical properties of saxophone mouthpieces using the nite element method*

- and impedance measurements*. Rapport technique, École Normale Supérieure, Paris, France et Computational Acoustic Modeling Laboratory, McGill University, Montreal, Canada, 2012. (Cité en page 49.)
- [Hartmann 1996] W. M. Hartmann. *Pitch, periodicity, and auditory organization*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 100, no. 6, pages 3491–3502, 1996. (Cité en pages 3, 31 et 119.)
- [Hélie & Rodet 2003] T. Hélie et X. Rodet. *Radiation of a pulsating portion of a sphere : Application to horn radiation*. Acta Acustica united with Acustica, vol. 89, no. 4, pages 565–577, 2003. (Cité en pages 30, 32, 34, 35 et 65.)
- [Hélie *et al.* 2010] T. Hélie, T. Hézard et R. Mignot. *Input impedance computation for wind instruments based upon the Webster-Lokshin model with curvilinear abscissa*. In Proceeding of ISMA, Sydney, Australia, 2010. (Cité en pages 54 et 65.)
- [Hélie *et al.* 2011] T. Hélie, T. Hézard, R. Mignot et D. Matignon. *On the 1D wave propagation in wind instruments with a smooth profile*. In Proceedings of Forum Acusticum 2011, Aalborg, Denmark, 2011. (Cité en pages 33, 54, 65 et 139.)
- [Hélie 2003] T. Hélie. *Unidimensional models of acoustic propagation in axisymmetric waveguides*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 114, no. 5, pages 2633–2647, 2003. (Cité en page 33.)
- [Jansson & Benade 1974] E. V. Jansson et A. H. Benade. *On plane and spherical waves in horns with nonuniform flare. II. Prediction and measurements of resonance frequencies and radiation losses*. Acustica, vol. 31, no. 4, pages 185–202, 1974. (Cité en pages 30, 33 et 40.)
- [Kantartzis *et al.* 2004] N.V. Kantartzis, T.K. Katsibas, C.S. Antonopoulos et T.D. Tsiboukis. *A 3d multimodal ftd algorithm for electromagnetic and acoustic propagation in curved waveguides and bent ducts of varying cross*. COMPEL, vol. 23, pages 613–624, 2004. (Cité en page 5.)
- [Keefe & Barjau 1999] D. H. Keefe et A. Barjau. *Acoustics propagation in flaring, axisymmetric horns : II. Numerical results, WKB theory, and viscothermal effects*. Acustica, vol. 85, no. 2, pages 285–293, 1999. (Cité en page 33.)
- [Keefe 1981] D. Keefe. *Woodwind tone hole acoustics and the spectrum transformation function*. PhD thesis, Case Western Reserve University, 1981. (Cité en page 72.)
- [Keefe 1982] D. Keefe. *Theory of the single woodwind tonehole*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 72, no. 3, pages 676–687, 1982. (Cité en pages 73, 74 et 75.)
- [Keefe 1990] D. Keefe. *Woodwind air column models*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 88, pages 35–51, 1990. (Cité en page 76.)



- [Kemp *et al.* 2000] J. A. Kemp, N. Amir et D. M. Campbell. *Calculation of input impedance including higher modes*. In Proc. 5th French Congress on Acoustics, Lausanne, Switzerland, pages 314–317, 2000. (Cité en page 32.)
- [Kemp *et al.* 2001] J. A. Kemp, N. Amir, D. M. Campbell et M. van Walstijn. *Multimodal propagation in acoustic horns*. In Proc. International Symposium on Musical Acoustics, Perugia, Italy, pages 521–524, 2001. (Cité en page 32.)
- [Kemp *et al.* 2010] J.A. Kemp, M. van Walstijn, D.M. Campbell, J.P. Chick et R.A. Smith. *Time domain wave separation using multiple microphones*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 128, no. 1, pages 195–207, 2010. (Cité en page 1.)
- [Kergomard & Garcia 1987] J. Kergomard et A. Garcia. *Simple discontinuities in acoustics waveguides at low frequencies : critical analysis and formulae*. J. Sound Vib., vol. 114, pages 465–479, 1987. (Cité en page 5.)
- [Kirchhoff 1868] G. Kirchhoff. *Ueber die Einfluss der Wärmeleitung in einem Gase auf die Schallbewegung*. Annalen der Physik Leipzig, vol. 134, pages 177–193, 1868. (Traduction en anglais dans : R.B. Lindsay, ed., *Physical Acoustics*, Dowden, Hutchinson and Ross, Stroudsburg, 1974). (Cité en page 9.)
- [le Roux 1994] J.-C. le Roux. *Le haut-parleur électrodynamique : estimation des paramètres électroacoustiques aux basses fréquences et modélisation de la suspension*. PhD thesis, Université du Maine, 1994. (Cité en pages 17, 40, 116 et 149.)
- [Lefebvre 2010] A. Lefebvre. *Computational Acoustic Methods for the Design of Woodwind Instruments*. PhD thesis, Computational Acoustic Modeling Laboratory, McGill University, Montreal, Quebec, Canada, 2010. (Cité en pages 5, 32, 74, 75, 83 et 141.)
- [Leipp 1964] E. Leipp. *Les champs de liberté des instruments de musique*, 1964. (Cité en page 4.)
- [Letowski 1982] T. Letowski. *A note on the difference limen for frequency differentiation*. J. Sound Vib., vol. 85, pages 579–583, 1982. (Cité en page 119.)
- [Levine & Schwinger 1948] H. Levine et J. Schwinger. *On the radiation of sound from an unflanged circular pipe*. Physical Review, vol. 73, no. 4, pages 383–406, 1948. (Cité en pages 25 et 33.)
- [Lyons 1981] D. H. Lyons. *Resonance frequencies of the recorder (English flute)*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 70, pages 1239–47, 1981. (Cité en page 31.)
- [Macaluso & Dalmont 2011] C. A. Macaluso et J.-P. Dalmont. *Trumpet with near-perfect harmonicity : design and acoustic results*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 129, no. 1, 2011. (Cité en pages 1, 30, 38, 108, 112 et 145.)



- [Mamou-Mani *et al.* 2012] A. Mamou-Mani, D.B. Sharp, T. Meurisse et W. Ring. *Investigating the consistency of woodwind instrument manufacturing by comparing five nominally identical oboes*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 131, no. 1, pages 728–736, 2012. (Cité en page 1.)
- [McIntyre *et al.* 1983] M.E. McIntyre, R.T. Schumacher et J. Woodhouse. *On the oscillations of musical instruments*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 74, no. 5, pages 1325–1345, 1983. (Cité en page 142.)
- [Morse & Ingard 1968] P. M. Morse et K. U. Ingard. Theoretical acoustics, chapitre The Radiation of Sound, pages 332–356. McGraw-Hill, 1968. (Cité en page 34.)
- [Nederveen & Dalmont 2008] C. J. Nederveen et J.-P. Dalmont. *Corrections to the Plane-Wave Approximation in Rapidly Flaring Horns*. Acta Acustica united with Acustica, vol. 94, no. 3, pages 471–473, 2008. (Cité en pages 5, 33, 55, 56, 57, 58 et 139.)
- [Nederveen & Dalmont 2012] C.J. Nederveen et J.-P. Dalmont. *Mode locking effects on the playing frequency for fork fingerings on the clarinet*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 131, no. 1, pages 689–697, 2012. (Cité en page 142.)
- [Nederveen *et al.* 1998] C. J. Nederveen, J. K. M. Jansen et R.R. van Hassel. *Corrections for woodwind tone-hole calculations*. Acustica, vol. 84, pages 957–966, 1998. (Cité en pages 5, 73, 74, 75 et 76.)
- [Nederveen 1998] C. J. Nederveen. Acoustical aspects of woodwind instruments. Northern Illinois University Press (Revised ed.), 1998. Publié à l'origine en 1969. (Cité en pages 1, 74 et 75.)
- [Nederveen 2010] C.J. Nederveen. *Effect of transverse acoustic flow on the input impedance of rapidly flaring horns*. In Proceedings of the second Vienna Talk, 2010. (Cité en page 57.)
- [Noreland 2002] D. Noreland. *A Numerical Method for Acoustic Waves in Horns*. Acta Acustica, vol. 88, no. 4, pages 576–586, 2002. (Cité en pages 5 et 32.)
- [Norris & Sheng 1989] A. N. Norris et I. C. Sheng. *Acoustic radiation from a circular pipe with an infinite flange*. J. Sound Vib., vol. 135, pages 85–93, 1989. (Cité en pages 25 et 33.)
- [Pagneux *et al.* 1996] V. Pagneux, N. Amir et J. Kergomard. *A study of wave propagation in varying cross-section waveguides by modal decomposition. Part I. Theory and validation*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 100, no. 4, pages 2034–2048, 1996. (Cité en pages 52 et 139.)
- [Petiot *et al.* 2005] J-F. Petiot, E. Poirson et J. Gilbert. *Study of the relations between trumpets' sounds characteristics and the input impedance*. In Proceedings of Forum Acusticum 2005, Budapest, Hungary, pages 747–752, 2005. (Cité en pages 112, 113 et 195.)

- [Pierce 1989] A.D. Pierce. *Acoustics : An introduction to its physical principles and applications*. Acoustical Society of America, Melville, 1989. (Cité en pages 8, 11 et 74.)
- [Plitnik & Strong 1979] G. R. Plitnik et W. J. Strong. *Numerical method for calculating input impedances of the oboe*. *J. Acoust. Soc. Am*, vol. 65, no. 3, pages 816–825, 1979. (Cité en pages 5, 29, 31 et 33.)
- [Poirson *et al.* 2005] E. Poirson, J.-F. Petiot et J. Gilbert. *Study of the brightness of trumpet tones*. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 118, pages 2656–2666, 2005. (Cité en page 108.)
- [Poirson *et al.* 2007] E. Poirson, J.-F. Petiot et J. Gilbert. *Integration of User Perceptions in the Design Process : Application to Musical Instrument Optimization*. *J. Mech. Des*, vol. 129, no. 12, pages 1206–1214, 2007. (Cité en page 112.)
- [Pratt & Bowsher 1979] R.L. Pratt et J.M. Bowsher. *The objective assessment of trombone quality*. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 65, no. 4, pages 521–547, 1979. (Cité en pages 109 et 128.)
- [Premat 2000] E. Premat. *Prise en compte d'effets météorologiques dans une méthode d'éléments finis de frontières*. PhD thesis, Ecole Nationale des Travaux Publics d'Etat, 2000. (Cité en pages 51 et 139.)
- [Rienstra & Hirschberg 2006] S.W. Rienstra et A. Hirschberg. *An introduction to acoustics*. Eindhoven University of Technology, 2006. (Cité en page 8.)
- [Rübenkönig 2006] O. Rübenkönig. *The finite difference method (FDM) - an introduction*. Albert Ludwigs University of Freiburg, 2006. (Cité en page 139.)
- [Scavone *et al.* 2008] G.P. Scavone, A. Lefebvre et A.R. da Silva. *Measurement of vocal-tract influence during saxophone performance*. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 123, no. 4, pages 2391–2400, 2008. (Cité en pages 4 et 135.)
- [Sharp *et al.* 1996] D.B. Sharp, A. Myers et D.M. Campbell. *Improvements in the resolution of bore reconstruction of brass musical instruments by pulse reflectometry*. In *Proc. of the Institute of Physics Annual Congress*, Telford, UK, 1996. (Cité en page 140.)
- [Silva *et al.* 2009] F. Silva, P. Guillemain, J. Kergomard, B. Mallaroni et A. N. Norris. *Approximation formulae for the acoustic radiation impedance of a cylindrical pipe*. *J. Sound Vib.*, vol. 322, pages 255–263, 2009. (Cité en pages 25, 30, 33 et 34.)
- [Smith 2007] J.O. Smith. *Physical audio signal processing for virtual musical instrument and audio effects*. Center for Computer Research in Music and Acoustics, 2007. (Cité en page 4.)

- [Trautmann & Rabenstein 2003] L. Trautmann et R. Rabenstein. Digital sound synthesis by physical modeling using the functional transformation method., chapitre Classical synthesis methods based on physical models, pages 63–94. Kluwer Academic / Plenum publishers, 2003. (Cité en page 109.)
- [van Walstijn & Campbell 2003] M. van Walstijn et M. Campbell. *Discrete-time modeling of woodwind instrument bores using wave variables*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 113, no. 1, pages 575–585, 2003. (Cité en pages 5, 29, 31 et 33.)
- [van Walstijn *et al.* 2005] M. van Walstijn, M. Campbell, J. Kemp et D. Sharp. *Wideband measurement of the acoustic impedance of tubular objects*. Acta Acustica United with Acustica, vol. 93, pages 435–446, 2005. (Cité en pages 3 et 143.)
- [Vergez & Tisserand 2005] C. Vergez et P. Tisserand. *The BRASS project, from physical models to virtual musical instruments : Playability issues*. In Proceedings of Computer music modeling and retrieval 2005, Pisa, Italy, 2005. (Cité en page 142.)
- [Webster 1949] J.C. Webster. *Internal tuning differences due to players and the taper of trumpet bells*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 21, pages 208–214, 1949. (Cité en page 4.)
- [Wilson & Beavers 1974] T.A. Wilson et G.S. Beavers. *Operating modes of the clarinet*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 56, page 653 ?658, 1974. (Cité en pages 4, 135 et 136.)
- [Wogram 1972] K. Wogram. *Ein Beitrag zur Ermittlung der Stimmung von Blechblasinstrumenten*. PhD thesis, Technische Universität Carolo Wilhelmina, Braunschweig, 1972. (Cité en pages 107, 109, 119, 128 et 141.)
- [Wrobel 2002] L.C. Wrobel. *The boundary element method. volume 1 : Applications in thermo-fluids and acoustics*. Wiley, 2002. (Cité en page 5.)
- [Zienkiewicz *et al.* 2005] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor et J.Z. Zhu. *The finite element method : Its basis and fundamentals*. Butterworth-Heinemann, 2005. (Cité en page 139.)
- [Zorumski 1973] W. E. Zorumski. *Generalized radiation impedances and reflection coefficients of circular and annular ducts*. J. Acoust. Soc. Am., vol. 54, no. 6, pages 1667–1673, 1973. (Cité en pages 25, 34 et 53.)
- [Zuckerwar 2002] A.J. Zuckerwar. *Handbook of speed of sound in real gases*. Elsevier Science, 2002. (Cité en pages 10, 11, 12, 13 et 199.)
- [Zwikker & Kosten 1949] G. Zwikker et C. Kosten. *Sound absorbing materials*. Elsevier, Amsterdam, 1949. (Cité en page 9.)

# Liste des Abréviations

$\delta^*$	Correction de longueur complexe
$\delta_0^*$	Correction de longueur complexe du cylindre sans écran
$\delta_\infty^*$	Correction de longueur complexe du cylindre avec écran infini
$\chi_s$	Compressibilité adiabatique
$\Delta F_{3dB}$	Bande passante à -3 dB
$\Gamma$	Constante de propagation
$\gamma$	Rapport des chaleurs spécifiques
$\kappa$	Conductivité thermique
$\overline{Z}_a^{(f)}$	Impédance en série d'un trou latéral fermé
$\overline{Z}_a^{(o)}$	Impédance en série d'un trou latéral ouvert
$\overline{Z}_s^{(f)}$	Impédance en parallèle d'un trou latéral fermé
$\overline{Z}_s^{(o)}$	Impédance en parallèle d'un trou latéral ouvert
$\rho$	Masse volumique
$\varepsilon_N$	Force de relaxation de l'azote
$\varepsilon_X$	Force de relaxation de l'oxygène
$\xi_s$	Résistance en parallèle d'un trou latéral ouvert
$\zeta$	Rapport des rayons $\zeta = b/a$
$a$	Rayon du tuyau principal
$A_r$	Amplitude à la résonance
$B$	Coefficient de viriel
$b$	Rayon du trou latéral / Rayon de l'écran considéré
$B_{s,s}$	Second coefficient de viriel de l'air sec
$B_{v,v}$	Second coefficient de viriel de la vapeur d'eau
$c$	Vitesse du son
$C_P$	Chaleur spécifique à pression constante

---

$C_{Ps}$	Chaleur spécifique de l'air sec
$C_{Pv}$	Chaleur spécifique de la vapeur d'eau
$D$	Critère de discrétisation du cône
$f$	Fréquence
$f_N$	Fréquence de relaxation de l'azote
$F_r$	Fréquence de résonance
$f_X$	Fréquence de relaxation de l'oxygène
$J_n$	Fonction de Bessel de première espèce
$k$	Nombre d'onde
$K_c$	Correction de la chaleur spécifique
$k_c$	Nombre d'onde complexe
$K_r$	Correction de la relaxation
$k_r$	Nombre d'onde de diffusion thermique
$K_v$	Correction du viriel
$k_v$	Nombre d'onde de diffusion visqueuse
$l_r$	Longueur caractéristique de diffusion thermique
$l_v$	Longueur caractéristique de diffusion visqueuse
$P$	Pression (domaine fréquentiel)
$p$	Pression (domaine temporel)
$Q$	Facteur de qualité
$R$	Coefficient de réflexion complexe
$T$	Température absolue en Kelvin
$t$	Hauteur de la cheminée d'un trou latéral
$t_a^{(f)}$	Correction de longueur en série d'un trou latéral fermé
$t_a^{(o)}$	Correction de longueur en série d'un trou latéral ouvert
$t_i$	Correction de longueur interne du trou latéral
$t_m$	Longueur associée au volume de raccordement du trou latéral
$t_r$	Correction de longueur correspondant au rayonnement du trou latéral

---

$t_s^{(f)}$	Correction de longueur en parallèle d'un trou latéral fermé
$t_s^{(o)}$	Correction de longueur en parallèle d'un trou latéral ouvert
$U$	Débit (domaine fréquentiel)
$u$	Débit (domaine temporel)
$x_s$	Fraction molaire d'air sec dans l'air atmosphérique
$x_v$	Fraction molaire de vapeur d'eau dans l'air atmosphérique
$Y_t$	Admittance linéique en parallèle
$Z_c$	Impédance caractéristique
$Z_v$	Impédance linéique en série
$\mu$	Viscosité
$E$	Partie entière
$P_r$	Nombre de Prandtl
$R$	Constante universelle des gaz parfaits



# Table des figures

<b>Chapitre 1 : Quels modèles pour le calcul de l'impédance d'entrée ?</b>	<b>7</b>
1.1 Vitesse du son et incertitudes dans l'air atmosphérique sous différentes conditions . . . . .	13
1.2 Formulation exacte et approximation des tuyaux larges pour un tuyau fermé . . . . .	15
1.3 Formulation exacte et approximation des tuyaux larges pour un capillaire . . . . .	16
1.4 Trois modèles pour exprimer $Z_c$ . . . . .	17
1.5 Influence de la température sur l'impédance d'entrée d'un tuyau fermé . . . . .	18
1.6 Géométrie de troncs de cônes convergent et divergent . . . . .	19
1.7 Modèles en ondes planes et ondes sphériques pour le calcul de l'impédance d'entrée d'un cône . . . . .	20
1.8 Influence de la discrétisation d'un cône fermé sur le calcul d'impédance . . . . .	20
1.9 Différentes discrétisations d'un cône fermé . . . . .	22
1.10 Mesure de l'impédance d'entrée d'un cône et modèles avec différentes discrétisations . . . . .	23
1.11 Trois corrections de longueur adimensionnées correspondant au rayonnement avec écran infini, écran fini et sans écran . . . . .	27
1.12 Influence de l'impédance de rayonnement sur l'impédance d'entrée d'un tuyau cylindrique . . . . .	28
1.13 Schéma d'une portion de sphère pulsante . . . . .	35
1.14 Coefficient de réflexion et correction de longueur . . . . .	36
1.15 Perces des pavillons de trombone et de trompette . . . . .	37
1.16 Comparaison des modèles d'impédance d'entrée du pavillon de trombone . . . . .	38
1.17 Comparaison des modèles d'impédance d'entrée du pavillon de trompette . . . . .	39
1.18 Impédance d'entrée du pavillon de trombone mesurée et modélisée	40
1.19 Impédance d'entrée du pavillon de trompette mesurée et modélisée	41
1.20 Ecart entre le coefficient de réflexion mesuré et modélisé pour les deux pavillons . . . . .	42
1.21 Perce du trombone entier . . . . .	43
1.22 Impédance d'entrée du trombone entier . . . . .	43



<b>Chapitre 2 : Evaluation de plusieurs méthodes pour le calcul de l'impédance d'entrée de pavillons</b>	<b>47</b>
2.1 Perce des pavillons étudiés . . . . .	48
2.2 Maillage de la méthode FEM pour le trombone . . . . .	50
2.3 Découpage de la perce en tronçons à raccords $C^1$ . . . . .	54
2.4 Maillage rectiligne utilisé pour la méthode FDM . . . . .	56
2.5 Paramètres du cône utilisés pour la FDM . . . . .	57
2.6 Comment appliquer l'impédance de correction 3D ? . . . . .	58
2.7 Mesure et modélisations de l'impédance d'entrée du petit cône avec cylindre . . . . .	59
2.8 Maillage du cône utilisé pour la FEM . . . . .	60
2.9 Visualisation du champ de pression généré par le cône . . . . .	62
2.10 Mesure et modélisations de l'impédance d'entrée du pavillon de trombone . . . . .	63
2.11 Ecart entre mesure et modèles pour le module de $R$ . . . . .	64
2.12 Influence de la mesure de perce sur l'impédance d'entrée . . . . .	66
2.13 Mesure et modélisations de l'impédance d'entrée du pavillon de trompette . . . . .	68
<b>Chapitre 3 : Trous latéraux, plateaux et tampons</b>	<b>71</b>
3.1 Trou latéral sur un tuyau cylindrique et schéma équivalent . . . . .	72
3.2 Volume de raccordement d'un trou latéral . . . . .	73
3.3 Photo des trois tampons . . . . .	77
3.4 Photo et schéma explication du système de mesure . . . . .	77
3.5 Impédance d'entrée du tuyau fermé par les trois tampons . . . . .	79
3.6 Coefficient d'absorption des tampons . . . . .	79
3.7 Mesures et modèles de l'impédance d'entrée d'un tuyau fermé par différents tampons . . . . .	80
3.8 Influence de la hauteur de clé et du type de tampon sur $Z$ . . . . .	81
3.9 Influence de la hauteur de clé et du type de tampon sur $\alpha$ . . . . .	82
3.10 Mesure et modèle de $Z$ pour différentes hauteurs de clé . . . . .	84
3.11 Corrections de longueur correspondant à différentes hauteurs de clé . . . . .	85
3.12 Photo de la mesure vibratoire . . . . .	86
3.13 Vibration des tampons . . . . .	87
3.14 Mesures et modèles d'admittance des tampons . . . . .	89
3.15 Système cylindre+clé modélisé comme une jonction de 3 guides . . . . .	90
3.16 Mesures et modèles de l'impédance d'entrée du cylindre surmonté des tampons . . . . .	91
3.17 Nouveau modèle d'impédance d'entrée . . . . .	92

**Table des figures** **195**

---

3.18	Etat du saxophone lors de chaque série de mesures . . . . .	93
3.19	Photo de la mesure d'impédance d'entrée du saxophone . . . . .	94
3.20	Impédance d'entrée du saxophone avec et sans "résonateur" . . .	95
3.21	Ecart entre l'impédance du saxophone d'origine et les impédances issues des retamponnages pour le Sib . . . . .	96
3.22	Ecart entre l'impédance du saxophone d'origine et les impédances issues des retamponnages pour le Fa $\sharp$ . . . . .	97
3.23	Ecart entre les impédances de chaque couple de saxophones . . .	99
3.24	Photos des mesures in vivo . . . . .	100
3.25	Efficacité des notes jouées . . . . .	103

**Chapitre 4 : Des fréquences de résonance aux fréquences de jeu** **105**

4.1	Photo of a trumpet in the "100" fingering configuration (1 for the first valve pushed in and 0 for the others in a high position). The position of the leadpipe is shown by a dashed line. . . . .	110
4.2	Measurement of the input impedance amplitude (in dB) and phase (in rad) of the trumpet called NORM, with the notes corresponding to each impedance peak above. . . . .	111
4.3	Intonation of trumpet (a) CHMQ, (b) DKNR and (c) NORM, realised by calculating the difference in cents between each resonance frequency of the input impedance of each trumpet for the four fingerings and its corresponding note in the equally-tempered scale and (d) the inharmonicity of the NORM trumpet realised by calculating the difference in cents between $f_n$ (the resonance frequency of the regime $n$ ) and $n\frac{f_4}{4}$ . . . . .	113
4.4	Parametrization of the leadpipes used in this work (from Petiot et al.[Petiot <i>et al.</i> 2005]). Radii $r_1$ , $r_2$ , $r_3$ and $r_4$ are given in Table 4.1.	113
4.5	Waveform (above) and evolution of the frequency of the B $\flat$ 3 note played by a musician with the basic fingering. Dashed lines separate, on the left the transient and on the right the quiescent, from the rest of the stationary signal. The dotted line represents the mean value of the frequency during this stationary part. The error bar in the grey rectangle at the top left-hand corner represents twice the standard deviation of the frequency during the stationary signal. .	115
4.6	Boxplots representing the statistics of the differences, in cents, between each playing frequency and its corresponding resonance frequency for each player and the three dynamic levels. . . . .	117

4.7	Playing frequencies as functions of resonance frequencies, given in cents (taking the equally-tempered scale as a reference) for all the 2160 recorded notes. There is one figure for each regime, from Regime 2 to Regime 6, and a different marker for each fingering. The error bar on the left represents twice the average standard deviation of a note. The error bar on the right represents twice the average reproducibility of the trumpet players. . . . .	120
4.8	dFplay as a function of dFres, in cents, with the 000 fingering chosen as the reference, and their corresponding ellipses in white. There is one figure for each regime, from Regime 2 to Regime 6, and a different marker for each fingering. The error bar on the left represents twice the average standard deviation of a note. The error bar on the right represents twice the average reproducibility of the trumpet players. . . . .	124
4.9	dFplay as a function of dFres, in cents, with the trumpet NORM taken as a reference, and the corresponding ellipses (Color Online). There is one figure for each regime, from regime 2 to regime 6, and a different marker for each fingering. The error bar on the left represents twice the average standard deviation of a note. The error bar on the right represents twice the average reproducibility of the trumpet players. . . . .	127
4.10	Comparison between the measurement of the input impedance amplitude of the NORM trumpet with 000 fingering (in black) with the sum function calculated from this impedance (in grey). . . . .	129
4.11	Ellipses which represent the whole dFplay as functions of dFres (in black) or dSF (in grey). The reference is the 000 fingering for (a) to (c) and the NORM trumpet for (d) to (f). The error bar on the left represents twice the average standard deviation of a note. The error bar on the right represents twice the average reproducibility of the trumpet players. . . . .	130
4.12	Photo d'un serpent français du 18 <sup>e</sup> siècle . . . . .	132
4.13	Impédance d'entrée du serpent . . . . .	133
4.14	Impédance d'entrée, "sum function" et fréquences des notes jouées par le musicien (trois premiers trous bouchés) . . . . .	134
4.15	Impédance d'entrée, "sum function" et fréquences des notes jouées par le musicien (tous trous ouverts) . . . . .	135
4.16	Rapport de la fréquence de jeu sur la fréquence de l'anche en fonction de la longueur du tube . . . . .	136
4.17	Impédances d'entrée de Si4 et Sib4 d'une clarinette ancienne . . . . .	137

<b>Table des figures</b>	<b>197</b>
--------------------------	------------

---

<b>Annexe A : Mesure d'impédance</b>	<b>143</b>
--------------------------------------	------------

- |  |     |
|--|-----|
| A.1 Schéma du pont d'impédance . . . . .                           | 144 |
| A.2 Photo d'une mesure d'impédance et environnement informatique . | 146 |

<b>Annexe C : Influence du maillage sur l'impédance d'entrée calculée avec la méthode des éléments finis</b>	<b>151</b>
--	------------

- |  |     |
|--|-----|
| C.1 Quatre maillages différents du pavillon de trompette pour la FEM     | 152 |
| C.2 Mesure et modèles d'impédance d'entrée issus de différents maillages | 153 |
| C.3 Zoom sur la figure précédente . . . . .                              | 153 |

<b>Annexe E : Diagramme des doigtés de saxophone</b>	<b>157</b>
--	------------

- |  |     |
|--|-----|
| E.1 Diagramme des doigtés de saxophone . . . . . | 157 |
|--|-----|

<b>Annexe F : Influence du "musicien" sur la répétabilité des mesures d'impédance du saxophone</b>	<b>159</b>
--	------------

- |   |     |
|---|-----|
| F.1 Montage pour la mesure d'impédance du saxophone. . . . .                      | 159 |
| F.2 Impédance d'entrée du doigté de mi réalisé par différentes personnes          | 160 |
| F.3 Impédance d'entrée du doigté de fa $\sharp$ réalisé par différentes personnes | 161 |

<b>Annexe G : Comparaisons des impédances d'entrée d'un saxophone munis de différents tampons</b>	<b>163</b>
---	------------

- |  |     |
|--|-----|
| G.1 Ecart entre les impédances d'entrée des différents tamponnage pour le do . . . . .         | 163 |
| G.2 Ecart entre les impédances d'entrée des différents tamponnage pour le ré . . . . .         | 164 |
| G.3 Ecart entre les impédances d'entrée des différents tamponnage pour le mi $\flat$ . . . . . | 164 |
| G.4 Ecart entre les impédances d'entrée des différents tamponnage pour le mi . . . . .         | 165 |

<b>Annexe I : Résultats des mesures d'impédances des saxophones 72 et 81</b>	<b>171</b>
--	------------

- |   |     |
|---|-----|
| I.1 Répétabilité des mesures d'impédance . . . . .  | 171 |
| I.2 Influence des tampons sur l'impédance d'entrée du doigté de Do $\sharp$ du saxophone 81 . . . . . | 173 |

---

I.3	Influence des tampons sur l'impédance d'entrée du doigté de La du saxophone 81 . . . . .	173
I.4	Influence des tampons sur l'impédance d'entrée du doigté de Fa# du saxophone 81 . . . . .	174
I.5	Influence des tampons sur l'impédance d'entrée du doigté de Mib du saxophone 81 . . . . .	174
I.6	Influence des tampons sur l'impédance d'entrée du doigté de Sib du saxophone 81 . . . . .	175
I.7	Influence des tampons sur l'impédance d'entrée du doigté de Do# des saxophones 72 et 81 . . . . .	176
I.8	Influence des tampons sur l'impédance d'entrée du doigté de La des saxophones 72 et 81 . . . . .	177
I.9	Influence des tampons sur l'impédance d'entrée du doigté de Fa# des saxophones 72 et 81 . . . . .	177
I.10	Influence des tampons sur l'impédance d'entrée du doigté de Mib des saxophones 72 et 81 . . . . .	178
I.11	Influence des tampons sur l'impédance d'entrée du doigté de Sib des saxophones 72 et 81 . . . . .	178

# Liste des tableaux

<b>Chapitre 1 : Quels modèles pour le calcul de l'impédance d'entrée ?</b>	<b>7</b>
1.1 Valeurs numériques des principales constantes pour l'air standard et incertitudes. D'après [Dalmont 2007, Zuckerwar 2002, Chaigne & Kergomard 2008, p.212]	10
1.2 Série de valeurs de température obtenue à partir de la mesure d'impédance du tuyau fermé.	17
1.3 Écarts entre mesure et modèle sur les fréquences de résonance d'un tuyau fermé	18
1.4 Coefficients utilisés dans les équations (1.46) et (1.47).	26
1.5 Influence de l'impédance de rayonnement sur l'impédance d'entrée d'un tuyau cylindrique : écarts avec la mesure	28
1.6 Coefficients du polynôme	35
1.7 Les quatre modèles étudiés	36
1.8 Écarts entre mesure et modèles pour le pavillon de trombone	41
1.9 Écarts entre mesure et modèles pour le pavillon de trompette	42
1.10 Écart entre mesure et modèles pour le trombone entier	44
<b>Chapitre 2 : Evaluation de plusieurs méthodes pour le calcul de l'impédance d'entrée de pavillons</b>	<b>47</b>
2.1 Dimensions des tronçons à raccords $C^1$ utilisés	55
2.2 Écart entre la mesure et les modèles pour le premier pic d'impédance du cône	60
2.3 Écarts entre mesure et modèles pour les pics d'impédance du pavillon de trombone	62
2.4 Écarts entre la mesure et les modèles d'impédance d'entrée pour les nouvelles cotes du pavillon de trombone	67
2.5 Écarts entre mesure et modèles pour les pics d'impédance du pavillon de trombone	67
<b>Chapitre 3 : Trous latéraux, plateaux et tampons</b>	<b>71</b>
3.1 Différentes expressions de $t_i^{(o)}$ existant dans la littérature.	74
3.2 Différentes expressions de $t_a^{(o)}$ existant dans la littérature.	75

3.3	Paramètres définissant les caractéristiques de la résonance des différents tampons . . . . .	88
3.4	Matrice de dissemblance des trois saxophones joués. . . . .	98
3.5	Liste des descripteurs de timbre . . . . .	101
3.6	Tableau des P-Value de l'ANOVA . . . . .	102
<b>Chapitre 4 : Des fréquences de résonance aux fréquences de jeu</b>		<b>105</b>
4.1	Description of the two parametrised leadpipes used in this study (the radii are given in mm) . . . . .	114
4.2	Results of the ANOVA method for all the data of the study. . . . .	118
4.3	Estimation of the correlation between playing frequencies and resonance frequencies from Figure 4.7. . . . .	121
4.4	Estimation of the quality of the four models with the MSE and MAPE methods. . . . .	122
4.5	Characteristic values of the ellipses from Figure 4.8 in cents. . . . .	125
4.6	Characteristic values of the ellipses from Figure 4.9 in cents. . . . .	128
<b>Annexe A : Mesure d'impédance</b>		<b>143</b>
A.1	Dimensions caractéristiques du capteur et fréquence de coupure associée . . . . .	145
A.2	Ecarts entre le modèle d'impédance d'entrée et les mesures réalisées via deux systèmes . . . . .	148
<b>Annexe B : Détermination des fréquences de résonance</b>		<b>149</b>
B.1	Fréquences de résonance d'un tuyau fermé estimées via deux méthodes et écart engendré . . . . .	149
<b>Annexe D : Cotes du pavillon de trombone</b>		<b>155</b>
D.1	Cotes du pavillon de trombone . . . . .	155
<b>Annexe H : Valeurs des descripteurs de timbre</b>		<b>167</b>
H.1	Valeurs des descripteurs de timbre pour la première mesure du saxophone 72 . . . . .	167
H.2	Valeurs des descripteurs de timbre pour la première mesure du saxophone 81 . . . . .	168

---

H.3 Valeurs des descripteurs de timbre pour la deuxième mesure du saxophone 72 . . . . .	168
H.4 Valeurs des descripteurs de timbre pour la deuxième mesure du saxophone 81 . . . . .	169





## **Résumé :**

Ce travail porte sur l'évaluation et le choix de descripteurs objectifs pertinents du point de vue de la qualité des instruments de musique à vent. Il s'inscrit dans le cadre d'un projet collaboratif de développement d'une plate-forme d'aide à la facture instrumentale. Le travail s'appuie essentiellement sur la notion d'impédance d'entrée.

Une étude comparative de différentes méthodes de calcul d'impédance d'entrée de pavillons sont confrontées à l'expérience. Les résultats montrent que les méthodes utilisant la théorie des lignes en abscisse curviligne et un modèle de rayonnement adapté, permettent d'obtenir les fréquences de résonance avec une précision de l'ordre de  $\pm 8$  cents.

Au-delà de la fréquence de coupure, les méthodes numériques sont plus proches de la mesure mais les hautes fréquences ont une influence mineure sur les fréquences de jeu.

Par ailleurs une étude sur les "résonateurs" de tampons de saxophone révèle que ceux-ci doivent être considérés comme des "raidisseurs". A partir d'enregistrements en situation de jeu, il apparaît que la présence ou non de "résonateurs", causant une différence visible sur l'impédance d'entrée, est aussi perceptible par le musicien.

Enfin, une analyse comparative entre fréquences de résonance et fréquences de jeu d'une trompette à branche d'embouchure paramétrable a été conduite avec plusieurs musiciens. Après analyse statistique des résultats, il apparaît que la fréquence de jeu est contrôlée par la fréquence de résonance, à  $\pm 8$  cents près, valeur de l'ordre de grandeur de la répétabilité des musiciens. Pour les trompettes, les fréquences de résonance semblent donc être des descripteurs pertinents de l'intonation de l'instrument.

**Mots clés :** Instruments de musique à vent, Aide à la facture instrumentale, Impédance d'entrée, Méthode des Matrices de Transfert, "Résonateurs" de Tampons, Fréquences de jeu

---

## **Abstract :**

This work deals with the evaluation and the choice of relevant objective descriptors of the wind instruments quality. It is part of a collaborative project which aims at developing a platform helping instruments making. The work is essentially based on the notion of input impedance.

A comparative study of different calculation methods for the input impedance of horns are compared with the measurement. Results show that the transmission line method used with curvilinear abscissa and a suitable model of radiation, allows predicting resonance frequencies with an accuracy of  $\pm 8$  cents. Above the cutoff frequency, numerical methods are closer to the measurement but high frequencies have a minor influence on playing frequencies.

Furthermore, a study on the pad "resonators" of a saxophone shows that they have to be considered as "stiffeners". The presence or absence of "resonators" can cause visible differences on the input impedance of the instrument, which can also be perceived by the musician in playing conditions.

Finally, an analysis comparing the resonance frequencies and the playing frequencies of a trumpet with a parametrized leadpipe was led with various musicians. After a statistical analysis of the results, the playing frequency appears to be controlled by the resonance frequency, with a 8 cents precision, which is the order of magnitude of the musician repeatability. For the trumpets, the resonance frequencies appear to be suitable descriptors of the instrument intonation.

**Keywords :** Wind instruments, Instruments making, Input impedance, Transmission-Matrix Method, Pad "resonators", Playing frequencies

