



**HAL**  
open science

# SIMULATIONS DES GRANDES ÉCHELLES DE HAUTE PRÉCISION D'ÉCOULEMENTS AUTOUR DE GEOMETRIES COMPLEXES : APPLICATION A UN MODELE DE VEHICULE AUTOMOBILE

Matthieu Minguez

► **To cite this version:**

Matthieu Minguez. SIMULATIONS DES GRANDES ÉCHELLES DE HAUTE PRÉCISION D'ÉCOULEMENTS AUTOUR DE GEOMETRIES COMPLEXES : APPLICATION A UN MODELE DE VEHICULE AUTOMOBILE. Modélisation et simulation. Aix-Marseille Université, 2008. Français. NNT: . tel-00788551

**HAL Id: tel-00788551**

**<https://theses.hal.science/tel-00788551>**

Submitted on 14 Feb 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PAUL CÉZANNE / AIX-MARSEILLE III

référence bibliothécaire : 2008AIX30048

TITRE :

SIMULATIONS DES GRANDES ÉCHELLES DE HAUTE PRÉCISION  
D'ÉCOULEMENTS AUTOUR DE GEOMETRIES COMPLEXES :  
APPLICATION A UN MODELE DE VEHICULE AUTOMOBILE

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PAUL CÉZANNE  
Faculté des Sciences et Techniques

Discipline : Mécanique des Fluides

présenté par :

**Matthieu MINGUEZ**

Directeurs de Thèse : M. Éric SERRE  
M. Richard PASQUETTI

École Doctorale Sciences pour l'Ingénieur, Mécanique, Physique, Micro et Nanoélectronique.

JURY

M. Jean PIQUET	Professeur, Ecole Centrale Nantes	Rapporteur
M. Pierre COMTE	Professeur, Université de Poitiers	Rapporteur
M. Patrick BONTOUX	Directeur de Recherche CNRS, Lab. M2P2, Marseille	Examinateur
M. Jochen FROHLICH	Professeur, Technical University of Dresden	Examinateur
M. Christophe BRUN	Maitre de Conférence, Université d'Orléans	Examinateur
M. Patrick GILLIERON	Directeur de recherche Renault, Renault	Examinateur
M. Éric SERRE	Chargé de Recherche CNRS, Lab. M2P2, Marseille	Directeur
M. Richard PASQUETTI	Directeur de Recherche CNRS, Lab. J.A Dieudonné, Nice	Directeur



## Simulations des Grandes Échelles de Haute Précision d'Écoulements Turbulents autour de Géométries Complexes : Application à un Modèle de Véhicule Automobile.

### *Résumé :*

On s'intéresse à la modélisation numérique par méthode spectrale tridimensionnelle d'écoulements à haut nombre de Reynolds autour de géométries complexes. Une approche de type Simulation des Grandes Echelles est rendue possible par l'utilisation d'une technique de Viscosité Spectrale Evanescence (SVV) permettant de prendre en compte les transferts d'énergie vers les échelles non résolues tout en préservant la précision spectrale de l'approximation. Une correction de proche paroi du modèle SVV (SVV-NW) a été développée permettant une meilleure prise en compte des phénomènes énergétiques complexes siégeant dans les couches limites. Ce traitement local est tout d'abord validé sur l'écoulement autour du cylindre à section carrée à Reynolds  $21400$ , très bien documenté. Finalement, la méthodologie SVV-LES est appliquée à l'écoulement plus complexe autour d'un modèle de véhicule simplifié, le corps d'Ahmed, pour des Reynolds de  $8322$  et  $768000$ . Les résultats obtenus permettent une très bonne identification des structures tourbillonnaires présentes dans l'écoulement. Les quantités statistiques de la turbulence, en bon accord avec les résultats expérimentaux de référence, laissent espérer une utilisation plus régulière de cette méthodologie dans des configurations d'écoulements industriels.

*Mots clefs :* Simulation des Grandes Echelles - Méthode Spectrale - Sillage - Aérodynamique

## High-Order Large-Eddy Simulations of Turbulent Flows over Complex Geometries : Application to a Simplified Car Model.

### *Abstract :*

In this study, we present High-order Large Eddy Simulation (LES) of high Reynolds number turbulent flows over complex geometries. The Spectral Vanishing Viscosity technique (SVV) allows taking into account the energetic transfers to unresolved scales preserving the spectral accuracy of the approximation. A near wall correction of the model has been developed allowing a more accurate estimation of the complex energetic phenomena developing in the boundary layers. This local treatment is validated on the well documented test case of the flow over the square cylinder at Reynolds  $21400$ . Finally, the SVV-LES methodology is extended to the more complex flow over a simplified reference car model, the Ahmed body, at Reynolds  $8322$  and  $768000$ . The results show an accurate description of the vortical structures developing in the wake. The comparisons of the turbulence statistics are in good agreement with the experiments of reference. A more frequent use of this LES methodology can be consequently hoped for these kind of industrial flows.

*Key words :* Large Eddy Simulation - Spectral Method - Wake - Aerodynamic

Discipline : Mécanique des Fluides

Laboratoire de Modélisation en Mécanique & Procédés Propres M2P2 - UMR 6181

IMT - La Jetée, Technopôle Château-Gombert,

38 rue Frédéric Joliot-Curie.

13451 Marseille cédex 20 - FRANCE



# Remerciements

Nombreux sont ceux qui ont contribué directement ou indirectement à la réalisation de ce projet. Je me rends compte à l'écriture de ces remerciements, qu'un chapitre entier serait finalement nécessaire pour ne pas oublier ceux qui m'ont aidé dans ces travaux ou tout simplement accompagné durant ces trois années.

En premier lieu, je souhaiterais remercier Patrick Bontoux, sans qui je n'aurais peut être pas obtenu de bourse de thèse et qui m'a suivi tout au long de mes travaux. Je voudrais adresser mes plus vifs remerciements à Eric Serre et Richard Pasquetti pour m'avoir accueilli aussi chaleureusement dans leurs équipes respectives, pour m'avoir fait partager leurs expériences ainsi que leurs compétences scientifiques. Je tiens plus particulièrement à adresser mes sincères amitiés à Eric qui a eu la lourde tâche de me suivre au quotidien et dont les précieux conseils ont régulièrement dépassés le cadre de relations encadrant/étudiant.

Je souhaite remercier Pierre Comte et Jean Piquet de m'avoir fait l'honneur de rapporter mes travaux. Au même titre, je voudrais également remercier Jochen Fröhlich, Patrick Gilliéron, Patrick Bontoux et Christophe Brun d'avoir accepté de faire parti de mon jury. Je suis particulièrement reconnaissant à Brian Launder, Jochen Fröhlich et Bertrand Viaud pour les nombreux conseils qu'ils m'ont prodigués chacun dans leur spécialité. Je ne saurais oublier de saluer le travail et l'aide de Jean-Marc Lacroix qui chaque année depuis Nice, a su me sortir de nombreux déboires informatiques.

Finalement je tiens particulièrement à remercier tous ceux qui ont contribué à rendre le quotidien du laboratoire si convivial et agréable. Je pense bien évidemment au club des perruques bleues qui seront se reconnaître (au cas ou... Clemente, Loïc et Francois) et avec qui les nombreuses discussions scientifiques se sont prolongées trop souvent jusque tard dans la nuit, à Ouafa et Livia qui ont si gentiment supporté nos éclats de rire (parfois bruyants), à Gabriel dont la joie et la bonne humeur rayonne dans tout le laboratoire, à Denis dont l'arrivée matinale s'accompagne du doux bruit de son dérailleur, à Michel dont le goût prononcé pour mes chewing-gum nous a rapidement rapprochés, à Guido et sa bonne humeur, mais aussi à toute la communauté mexicaine dont Hector reste le dernier représentant et à notre inimitable paparazzi indonésien Parabelem Rompas.

Je ne peux oublier de remercier tous ceux qui ont du endurer mes humeurs au sortir de ces journées de travail, des bougonnements aux éclats de rire bien plus nombreux et, plus bruyants... Je pense bien évidemment aux membres trop peu actifs du clan du canapé, toujours près à "donner" un de ces avis que l'on écoute parfois d'une oreille trop peu attentive... A leur indissociable moitié qui travaille sans bruit dans l'ombre mais qui se joint toujours à eux quand il s'agit de leurs enfants. Je pense également à ma soeur, omniprésente dans mon quotidien, qui même loin, à 4h ou 5h du matin au sortir de ses révisions, s'inquiète et m'appelle pour prendre de mes nouvelles.

Enfin, si le rire et l'amitié constituent la meilleure des thérapies, il ne me reste alors qu'à re-

---

mercier tous ceux qui se sont si régulièrement improvisés infirmiers, pansant des plaies souvent superficielles et parfois même, malgré eux. Puisqu'il faut commencer par quelqu'un, comment ne pas remercier celui qui fut alternativement Bingo boy, Wonder Woman, Véronique ou Davina (d'autres dont on taira le nom) et depuis peu bibou, mais surtout celui avec qui nous avons partagé tant de moments soit autant de fou-rires. J'ai bien évidemment une pensée pour celles qui ont si souvent été au coeur de ces mêmes fou-rires et dont nos moqueries si souvent acceptées sont la plus belle preuve d'amitié. Je pense bien sur a Loulou, Peggy, Sara, Vivi, Caro, ma soeur... Je ne saurais oublier de remercier Juju et Babas, nos Gentils Organisateurs préférés avec qui je partage des vacances estivales trop peu reposantes depuis maintenant quelques années. Je souhaiterais également remercier les nombreux colocataires, et surtout amis, de la Rue Saint Jacques ou du Boulevard André Aune qui auront tous su apporter joie de vivre, rire mais aussi chacun leur touche personnelle : Mathieu, le peu de cheveux qui lui restaient mais surtout un documentaire d'exception que je recommande en cas de déprime ("4 saisons à Espigoule"), le Bearnais, des diplômes encombrants, Guillaume, des valises et des valises, Flo, un régime alimentaire très varié et beaucoup d'anecdotes, Tonton la reinette, son ordinateur et un frigo rempli de mets dignes de ce nom!

Finalement, je souhaite décerner une mention particulière au Pêle Mêle (qui restera dans mon esprit le Pêle Mêle de Babas mais aussi de Yannick) qui nous a si souvent accueillis, aux Jean Louis Aubert, Richard Dourthe ou encore Moscato qui grâce a l'un de leurs plus fidèles admirateurs béarnais auront été au centre de bon nombres de nos discussions nocturnes qui ne dépassèrent que rarement les minuit et heureusement !...

---

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>13</b>
1.1 Cadre et présentation de l'étude . . . . .	13
1.2 Description de l'écoulement autour du corps d'Ahmed . . . . .	14
<b>2 Vers la modélisation des écoulements turbulents : Nature et propriétés intrin-</b>	<b>17</b>
<b>sèques, enjeux pour la modélisation et état de l'art.</b>	
2.1 Ecoulements turbulents . . . . .	17
2.1.1 Nature et propriétés intrinsèques de la turbulence . . . . .	17
2.1.2 Structures et mécanismes mis en jeu en Turbulence pleinement développée	19
2.1.3 Couche limite turbulente en région de proche paroi . . . . .	23
2.2 Les différents niveaux de modélisation . . . . .	25
2.2.1 Simulation Numérique Directe (DNS) . . . . .	26
2.2.2 Modélisation de la turbulence par approche statistique (RANS) . . . . .	26
2.2.3 Simulation des Grandes Echelles (LES) . . . . .	27
2.3 Etat de l'art en LES . . . . .	28
2.3.1 LES par modèle de sous maille . . . . .	28
2.3.2 Approches LES alternatives . . . . .	32
2.3.3 Modélisation de paroi . . . . .	32
2.3.4 Conditions d'entrée en LES . . . . .	35
<b>3 Modélisation numérique</b>	<b>37</b>
3.1 Modèle mathématique . . . . .	37
3.1.1 Equations mathématiques . . . . .	37
3.1.2 Conditions aux limites . . . . .	38
3.2 Approximation spatiale . . . . .	38
3.2.1 Approximation Polynomiale . . . . .	39
3.2.2 Méthode spectrale de collocation Chebychev-Fourier Galerkin . . . . .	40
3.2.3 Mapping . . . . .	42
3.2.4 Approche multi-domaine . . . . .	43
3.3 Schéma temporel . . . . .	46
3.3.1 Etape de transport . . . . .	46
3.3.2 Etape de diffusion . . . . .	47
3.3.3 Etape de projection . . . . .	48
3.4 Simulation des Grandes Echelles par méthode de Viscosité Spectrale Evanescence	
(SVV-LES) . . . . .	50
3.4.1 Définition et implémentation de l'approche SVV . . . . .	50

---

3.4.2	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente . . . . .	52
3.5	Modélisation de l'obstacle par méthode de pénalisation . . . . .	54
3.5.1	Méthode de pénalisation classique . . . . .	54
3.5.2	Méthode de <i>pseudo-pénalisation</i> . . . . .	56
3.5.3	Filtrage de la fonction caractéristique . . . . .	58
3.6	Traitement SVV en proche paroi . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Ecoulement turbulent autour du cylindre à section carrée</b>	<b>61</b>
4.1	Introduction . . . . .	61
4.1.1	Motivations et présentation de l'étude . . . . .	61
4.1.2	Description de la dynamique de l'écoulement . . . . .	61
4.1.3	Etat de l'art en simulation numérique . . . . .	63
4.2	Configuration géométrique et conditions aux limites . . . . .	63
4.2.1	Configuration géométrique . . . . .	63
4.2.2	Conditions aux limites . . . . .	64
4.3	Spécifications numériques de l'application . . . . .	64
4.3.1	Détails numériques, maillages et performances . . . . .	65
4.4	Résultats par Simulations SVV-LES standard . . . . .	67
4.4.1	Structures de l'écoulement . . . . .	67
4.4.2	Analyse des statistiques de la turbulence . . . . .	69
4.5	Résultats par Simulations SVV-LES et traitement de proche paroi (SVV-NW) . . . . .	73
4.5.1	Présentation de l'étude . . . . .	73
4.5.2	Influence du traitement à la paroi sur le champ moyen . . . . .	74
4.5.3	Influence du traitement de paroi sur les structures de l'écoulement . . . . .	81
4.6	Influence de la résolution sur le traitement de paroi . . . . .	83
4.6.1	Statistiques de la turbulence . . . . .	83
4.6.2	Propriétés aérodynamiques . . . . .	88
4.7	Remarques finales et perspectives . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Ecoulement turbulent autour du corps d'Ahmed</b>	<b>91</b>
5.1	Etat de l'art en simulation numérique pour l'écoulement autour du corps d'Ahmed . . . . .	91
5.2	Configuration géométrique . . . . .	93
5.3	Conditions aux limites et détails numériques . . . . .	94
5.3.1	Conditions aux limites et Conditions d'entrée . . . . .	94
5.3.2	Détails numériques, performances et résolution spatiale . . . . .	97
5.4	Écoulement autour du corps d'Ahmed à $Re=768000$ . . . . .	103
5.4.1	Écoulement moyen et structures instantannées de l'écoulement . . . . .	103
5.4.2	Statistiques de la turbulence . . . . .	107
5.4.3	Propriétés intrinsèques de la turbulence dans le sillage . . . . .	112
5.4.4	Influence du traitement de proche paroi (SVV-NW) . . . . .	115
5.4.5	Taux de dissipation . . . . .	116
5.4.6	Propriétés aérodynamiques . . . . .	118
5.4.7	Influence du profil d'entrée . . . . .	120
5.4.8	Influence de la résolution sur la lunette . . . . .	122
5.5	Influence du nombre de Reynolds : Etude à $Re=8322$ . . . . .	126
5.5.1	Structure de l'écoulement . . . . .	126
5.5.2	Statistiques de la turbulence dans le plan de symétrie . . . . .	131
5.5.3	Taux de dissipation . . . . .	133
5.5.4	Propriétés aérodynamiques . . . . .	134

---

---

5.6	Remarques finales sur l'écoulement autour du corps d'Ahmed . . . . .	135
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>137</b>

---



# Table des figures

1.1	Dimensions et géométrie du corps d'Ahmed (Lienhart <i>et al.</i> (2000) [74]). . . . .	14
1.2	Variation du coefficient de traînée en fonction de l'angle d'inclinaison de la lunette ( $\varphi \equiv \alpha$ ) pour l'écoulement autour du corps d'Ahmed (Ahmed <i>et al.</i> (1984) [3]). Contribution des différentes parties de l'obstacle. . . . .	15
1.3	Topologie de l'écoulement autour du corps d'Ahmed pour les incidences sous-critique (gauche) et sur-critique (droite) (Menter et Kuntz ) [83]). . . . .	15
2.1	Représentation schématique du spectre d'énergie et des différentes échelles caractéristiques d'écoulements pleinement turbulents à haut nombre de Reynolds . . .	20
2.2	Représentation schématique de triades <i>Locales</i> et <i>non Locales</i> (Sagaut (2006) [111]).	22
2.3	Techniques numériques pour la simulation d'écoulement turbulent. . . . .	28
2.4	Maillage interne et externe pour l'approche zonale TLM (Piomelli et Balaras (2002) [93] ). . . . .	35
3.1	Exemple de décomposition multi-domaine (Sabbah (1998) [110]) . . . . .	44
3.2	Noyau spectral de l'opérateur SVV 1D pour différentes valeurs de la fréquence de coupure $m_N$ pour $N = 170$ . . . . .	53
3.3	Comparaison DNS/LES des termes de pseudo-dissipation moyenne $\nu < \partial_j u_i \partial_j u_i >$ et de pseudo-dissipation modifiée par la SVV $\nu < \partial_j u_i \tilde{\partial}_j u_i >$ sur la hauteur de la cavité rotor-stator à $Re=10^6$ , résultats tirés des travaux de Severac (2008) [119].	55
4.1	Schéma récapitulatif du scénario de détachement tourbillonnaire décrit par Gerard (1966) [44]. . . . .	62
4.2	Dimensions physiques et géométrie du dispositif d'étude. . . . .	64
4.3	Représentation du maillage fin, $N_f$ , adopté pour les simulations autour du cylindre à section carrée. . . . .	65
4.4	Coefficients spectraux de l'opérateur SVV mono-dimensionnel pour différentes valeurs de la fréquence de coupure $m_N$ , pour la grille $N_f$ . . . . .	66
4.5	Visualisation des structures de l'écoulement à un instant $t$ donné par différentes quantités : (a) iso-surface de la pression instantanée, $p=-0,35$ , (b) iso-surface des fluctuations de pression, $p'=-0,15$ , et (c) iso-surface du critère $Q=10$ . . . . .	68
4.6	Visualisations des structures de l'écoulement dans le sillage du cylindre à section carré à Reynolds $Re=21400$ . (a) Iso-valeur de la pression $p=0.5$ colorée par le champ de vitesse longitudinale instantanée $u$ . (b) Iso-valeur de la pression instantanée $p=0.5$ (rouge) et des fluctuations de pression $p'=p-\langle p \rangle=0.02$ (bleu). . . .	69

4.7	Visualisations des structures de l'écoulement autour du cylindre à section carré à Reynolds $Re=21400$ et dans son proche sillage. (a) Iso-valeur de la pression $p=0.45$ colorée par le champ de vitesse longitudinale instantanée $u$ . (b) Iso-contours de la vorticité transverse $\omega_z$ dans le plan de symétrie du canal. . . . .	70
4.8	Profils de vitesse longitudinale moyenne $U = \langle u \rangle$ dans la couche limite sur le cylindre respectivement aux abscisses $x/D=-0.375$ (a), $x/D=-0.125$ (b), $x/D=0.25$ (c) et $x/D=0.5$ (d), obtenus par approche SVV-LES standard. Comparaisons avec les résultats LES de Rodi <i>et al.</i> [106] et avec les expériences de référence Lyn <i>et al.</i> [79]. . . . .	71
4.9	Profils des tensions de Reynolds $\langle u'^2 \rangle$ dans la couche limite sur le cylindre respectivement aux abscisses $x/D=-0.375$ (a), $x/D=-0.125$ (b), $x/D=0.25$ (c) et $x/D=0.5$ (d), obtenus par approche SVV-LES standard. Comparaisons avec les résultats LES de Rodi <i>et al.</i> [106] et avec les expériences de référence Lyn <i>et al.</i> [79].	72
4.10	Profils des statistiques de la turbulence dans la direction longitudinale $x$ le long de la ligne centrale $y/D=0$ . . . . .	73
4.11	Comparaisons avec les expériences de référence Lyn <i>et al.</i> [79] des profils de vitesse longitudinale moyenne $U = \langle u \rangle$ dans la couche limite sur le cylindre respectivement aux abscisses $x/D=-0.375$ (a), $x/D=-0.125$ (b), $x/D=0.25$ (c) et $x/D=0.5$ (d). Comparaisons des différents résultats SVV-LES obtenus avec ou sans SVV-NW et filtrage de la fonction caractéristique de l'obstacle. . . . .	75
4.12	Comparaisons avec les expériences de référence Lyn <i>et al.</i> [79] des profils des tensions de Reynolds $\langle u'^2 \rangle$ dans la couche limite sur le cylindre respectivement aux abscisses $x/D=-0.375$ (a), $x/D=-0.125$ (b), $x/D=0.25$ (c) et $x/D=0.5$ (d). Comparaisons des différents résultats SVV-LES obtenus avec ou sans SVV-NW et filtrage de la fonction caractéristique de l'obstacle. . . . .	76
4.13	Comparaisons des tensions de Reynolds $\langle u'^2 \rangle$ et $\langle v'^2 \rangle$ obtenus par simulation SVV-LES standard, SVV-LES $_f^{filt}$ , et par simulation SVV-LES corrigée en proche paroi, SVV $^{NW}$ -LES $_f$ . (a,c) iso-contours de $\langle u'^2 \rangle$ obtenus respectivement par SVV-LES $_f^{filt}$ et SVV $^{NW}$ -LES $_f$ , (b,d) iso-contours de $\langle v'^2 \rangle$ obtenus respectivement par SVV-LES $_f^{filt}$ et SVV $^{NW}$ -LES $_f$ . . . . .	77
4.14	Profils des statistiques de la turbulence dans la direction longitudinale $x$ le long de la ligne centrale $y/D=0$ . . . . .	78
4.15	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente sur et dans le sillage du cylindre : (a,b) Comparaisons des taux de dissipation et des taux de dissipation SVV dans la direction $y$ obtenus par la simulation SVV $^{NW}$ -LES $_f$ respectivement en $x/D=0$ et en $x/D=1,3$ , (c,d) Comparaisons des taux de dissipation SVV obtenus par simulations SVV $^{NW}$ -LES $_f$ et SVV-LES $_f^{filt}$ respectivement en $x/D=0$ et en $x/D=1,3$ . . . . .	80
4.16	Visualisations des structures de l'écoulement dans la couche de cisaillement sur le cylindre à section carrée à Reynolds $Re=21400$ : apport du traitement de proche paroi. (a) Iso-valeur de la pression $p=0.5$ colorée par le champ de vitesse longitudinale instantanée $u$ , résultats obtenus par SVV-LES standard (SVV-LES $_f^{filt}$ ). (b) Iso-valeur de la pression instantanée $p=0.5$ colorée par le champ de vitesse longitudinale instantanée $u$ , résultats obtenus avec SVV-NW (SVV $^{NW}$ -LES $_f$ ). . . . .	81
4.17	Visualisations des structures de type Kelvin-helmholtz dans la couche cisillée se développant autour du cylindre à section carrée à Reynolds $Re=21400$ , iso-contour de la vorticité transverse $\omega_z$ . . . . .	82

4.18	Comparaison des nombre de Reynolds turbulent, $Re_{turb}$ , au premier point de grille à la paroi supérieure de l'obstacle. (a) Résultats obtenus à partir des simulations SVV-LES standard (SVV-LES $_f^{filt}$ ), (b) résultats obtenus avec traitement de proche paroi (SVV $^{NW}$ -LES $_f$ ). Dans la légende, $\nu=\nu$ et $h=\Delta y_{paroi}$ . . . . .	83
4.19	Profils de vitesse longitudinale moyenne $U = \langle u \rangle$ dans la couche limite sur le cylindre respectivement aux abscisses $x/D=-0.375$ (a), $x/D=-0.125$ (b), $x/D=0.25$ (c) et $x/D=0.5$ (d), obtenus par approche SVV-LES standard et SVV $^{NW}$ -LES $_c$ sur la grille grossière. Comparaisons avec les résultats SVV $^{NW}$ -LES $_f$ obtenus sur grille fine, $N_f$ et avec les expériences de référence de Lyn <i>et al.</i> (1995)[79]. . . . .	84
4.20	Profils des tensions de Reynolds $\langle u'^2 \rangle$ dans la couche limite sur le cylindre respectivement aux abscisses $x/D=-0.375$ (a), $x/D=-0.125$ (b), $x/D=0.25$ (c) et $x/D=0.5$ (d), obtenus par approche SVV-LES standard et SVV $^{NW}$ -LES $_c$ sur la grille grossière. Comparaisons avec les résultats SVV $^{NW}$ -LES $_f$ obtenus sur grille fine, $N_f$ et avec les expériences de référence de Lyn <i>et al.</i> (1995)[79]. . . . .	85
4.21	Profils des statistiques de la turbulence dans la direction longitudinale $x$ le long de la ligne centrale $y/D=0$ obtenus sur la grille grossière $N_c$ . Comparaisons avec les résultats SVV $^{NW}$ -LES $_f$ obtenus sur grille fine, $N_f$ et avec les expériences de référence de Lyn <i>et al.</i> (1995)[79]. . . . .	86
4.22	Comparaisons des taux de dissipation SVV obtenus par SVV $^{NW}$ -LES $_f$ et SVV $^{NW1}$ -LES $_c$ dans le proche sillage du cylindre, $x/D=1,3$ . (a) taux de dissipation SVV suivant la direction $y$ , (b) taux de dissipation SVV suivant la direction $z$ . . . . .	87
5.1	Domaine de calcul et dimensions physiques. . . . .	94
5.2	Profils d'énergie cinétique turbulente $k$ dans la direction transverse $z$ à trois abscisses différentes, autour du corps d'Ahmed et dans son sillage pour l'écoulement à $Re=768000$ . . . . .	95
5.3	Schéma de réalisation du précurseur . . . . .	97
5.4	Résolution en unité de paroi ( $y^+$ ) pour l'écoulement à $Re=768000$ (a et b) et à $Re=8322$ (c et d), sur le toit (a et c) et en aval dans le sillage au sol (b et d). La balance entre contributions visqueuse et turbulente est quantifiable sur chacune des figures. Ici $d_{SVV}$ correspond à l'opérateur $\partial_y$ et $U$ à $\langle u \rangle$ . $y$ et $h$ représentent la distance du premier point de maille à la paroi. . . . .	99
5.5	Spectres des composantes moyennes de la vitesse ( $\langle u \rangle, \langle v \rangle, \langle w \rangle$ ) dans les couches limites se développant autour du corps d'Ahmed à $Re=768000$ : (a) spectre de Chebyshev dans la direction longitudinale $x$ sur le toit ( $y/h=1,18; z/h=0$ ), (b) spectre de Chebyshev dans la direction verticale $y$ sur la paroi latérale ( $x/h=-0,91; z/h=0,69$ ) et (c) spectre de Fourier dans la direction transverse $z$ sur le toit ( $x/h=-0,91; y/h=1,18$ ). . . . .	100
5.6	Spectres des composantes de la vitesse moyenne ( $\langle u \rangle, \langle v \rangle, \langle w \rangle$ ) dans les couches limites autour du corps d'Ahmed à $Re=8322$ : (a) spectre de Chebyshev dans la direction longitudinale $x$ sur le toit ( $y/h=1,18; z/h=0$ ), (b) spectre de Chebyshev dans la direction verticale $y$ sur la paroi latérale ( $x/h=-0,91; z/h=0,69$ ) et (c) spectre de Fourier dans la direction transverse $z$ sur le toit ( $x/h=-0,91; y/h=1,18$ ). . . . .	101
5.7	Visualisation du maillage du domaine de calcul. . . . .	102
5.8	Densité de puissance spectrale des variations temporelles de la vitesse longitudinale $u$ à différentes positions autour du corps d'Ahmed, <i>cf</i> points A,B,C et D de la FIG.5.9. . . . .	104

5.9	Lignes de courant bi-dimensionnelle calculées à partir du champ de vitesse moyen $\langle u \rangle, \langle v \rangle$ dans le plan médian $z/h=0$ et positions des points d'échantillonnage temporel A,B,C et D. . . . .	105
5.10	Visualisation des structures tourbillonnaires dans le sillage du corps d'Ahmed à $Re=768000$ : (a) Lignes de courants tri-dimensionnelles calculées à partir du champ 3D moyen et colorées par la vitesse longitudinale moyenne $\langle u \rangle$ ; (b) Iso-contours de l'énergie cinétique turbulente $k$ sur la lunette arrière; (c) Isobars moyennes $\langle p \rangle=0,25$ et $\langle p \rangle=-0,07$ colorées par le niveau de turbulence $k$ et champs de vitesse 3D sur la lunette et dans le sillage; (d) Iso-surfaces des fluctuations de pression colorées par la vitesse longitudinale moyenne $\langle u \rangle$ sur la lunette et dans le sillage. Les contours des structures dont la forme s'apparente aux structures en <i>fer à cheval</i> ( <i>horseshoe vortices</i> ) sont soulignés. . . . .	106
5.11	Champs de vitesse moyenne et iso-contours de la vitesse longitudinale moyenne $\langle u \rangle$ dans trois plans $(y,z)$ situés dans le sillage à $Re=768000$ : (a,c,e) résultats expérimentaux de Lienhart <i>et al.</i> (2000) [74] et (b,d,f) résultats SVV-LES, mesurés aux positions $x/h=-1,132$ (a,b), $x/h=0,278$ (c,d) et $x/h=1,74$ (e,f). . . . .	107
5.12	Champ de vitesse moyenne dans le plan de symétrie $z/h=0$ dans le sillage proche à $Re=768000$ ; (a) Mesures expérimentales de Lienhart <i>et al.</i> (2000) [74] et (b) Résultats numériques par SVV-LES. . . . .	108
5.13	Profils de vitesse longitudinale moyenne et d'énergie cinétique turbulente dans le plan de symétrie $z/h=0$ et sur le fuselage avant de l'obstacle. Comparaisons entre résultats expérimentaux de Lienhart <i>et al.</i> [74] et résultats numériques obtenus avec et sans NW. . . . .	108
5.14	Statistiques de la turbulence dans le plan de symétrie $z/h=0$ sur la lunette arrière et dans le proche sillage du corps d'Ahmed à $Re=768000$ ; (a,b) profils de la vitesse moyenne longitudinale, (c,d) profils moyens de la vitesse verticale et (e) profil de l'énergie cinétique turbulente. Comparaisons entre résultats expérimentaux de Lienhart <i>et al.</i> [74] et résultats numériques obtenus avec et sans NW d'une part. . . . .	109
5.15	Profils de vitesse longitudinale moyenne $\langle u \rangle$ et de vitesse longitudinale moyenne $\langle u \rangle$ moyennée dans la direction $z$ sur la largeur de la recirculation partielle sur la lunette arrière. . . . .	110
5.16	Profils de vitesse moyenne longitudinale $\langle u \rangle$ et verticale $\langle v \rangle$ dans le plan de symétrie $z/h=0$ sur la lunette arrière à $Re=768000$ . Comparaisons avec les résultats expérimentaux [74] et différentes approches numériques : SST $k - \omega$ Guilmineau (2007) [48] et LES Hinterbrger <i>et al.</i> (2002) [52]. . . . .	111
5.17	Profils de vitesse moyenne longitudinale $\langle u \rangle$ (a) et d'énergie cinétique turbulente $k$ (a) dans le plan décalé $z/h=0,347$ , sur la lunette arrière et dans le proche sillage du corps d'Ahmed à $Re=768000$ . . . . .	112
5.18	Densité de puissance spectrale des fluctuations de vitesse longitudinale $u$ à trois positions dans le sillage. (a) $(x/h=0,27,y/h=0,44)$ , (b) $(x/h=3,1,y/h=0,44)$ et (c) $(x/h=6,83,y/h=0,44)$ . Comparaisons avec la théorie de Kolmogorov (courbe K41). La fréquence de coupure SVV, $m_N$ , définie la bande fréquentielle sur laquelle la SVV est active. . . . .	113
5.19	Caractérisation du tenseur d'anisotropie $b_{ij}$ dans le Triangle de Lumley [75] dans le sillage du corps d'Ahmed à $Re=768000$ : (a,c,e) anisotropie suivant $y$ , (a) $(x/h=0,27;z/h=0)$ , (c) $(x/h=3,1;z/h=0)$ , (e) $(x/h=6,83;z/h=0)$ et (b,d,f) anisotropie suivant $z$ , (b) $(x/h=0,27;y/h=0,44)$ , (d) $(x/h=3,1;y/h=0,44)$ , (f) $(x/h=6,83;y/h=0,44)$ . . . . .	114
5.20	Comparaison des nombres de Reynolds turbulents $Re_\tau$ sur le toit du corps d'Ahmed à $Re=768000$ , $Re_\tau = u_\tau \cdot \Delta y_p / \nu$ . . . . .	115

5.21	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente autour du corps d'Ahmed et dans son sillage : (a) Comparaison des taux de dissipation SVV dans la direction $y$ , $z/h=0$ , (b) Comparaison des taux de dissipation SVV dans la direction $z$ , $y/h=0,674$ , (c,d) Comparaison des taux de dissipation et de dissipation SVV dans le plan de symétrie dans le sillage et en proche paroi respectivement en $x/h=1,51$ et en $x/h=5,8$ , (e,f) Comparaison des taux de dissipation et de dissipation SVV dans le plan de symétrie respectivement sur le toit $x/h=-1,428$ et sur la lunette arrière $x/h=-0,348$ . Mentionnons qu'en (e,f) la notation SVV-NW est utilisée pour les taux de dissipation SVV calculés à partir des simulation SVV-LES avec la correction SVV-NW. . . . .	117
5.22	Coefficient de pression $C_p = \frac{2(p-p_\infty)}{\rho U_\infty^2}$ sur les surfaces du corps d'Ahmed pour l'écoulement à Reynolds $Re=768000$ . Comparaison entre les résultats expérimentaux [74] et SVV-LES sur la lunette (a,b) et la surface arrière (c,d). On trace les coefficients de pression mesurés expérimentalement sur la moitié $z<0$ de la lunette et de la face arrière, les résultats SVV-LES sont eux tracé sur les parties symétriques $z>0$ comme indiqué en FIG.5.23. . . . .	119
5.23	Schéma explicatif pour le tracé des coefficients de pression sur la lunette et la face arrière présenté en FIG.5.22. . . . .	120
5.24	Densité de puissance spectrale suivant la direction homogène transverse $z$ de la vitesse longitudinale $u$ imposée à l'abscisse $x = -7,22$ (correspondant au 5 <sup>ème</sup> de grille dans la direction longitudinale). Comparaison des spectres obtenus pour les simulations avec/sans précurseur avec la théorie de Kolmogorov (K41). Pour le calcul précurseur, la vitesse $u$ est moyennée sur la durée $T=n.\Delta t$ d'enregistrement du précurseur et tracée à deux positions verticales $y/h=0,53$ et $y/h=1,18$ . . . . .	121
5.25	Comparaisons des profils de l'énergie cinétique turbulente $k$ obtenus avec ou sans calcul précurseur dans le plan de symétrie $z/h=0$ . . . . .	122
5.26	Comparaison des lignes de courant bi-dimensionnelles calculées à partir du champs moyen de vitesse ( $\langle u \rangle, \langle w \rangle$ ) dans le plan $(O,x,z)$ , $y/h=0,714$ : lignes de courant calculées à partir des résultats obtenus avec le profil d'entrée analytique (5.1), (a) et à partir du précurseur, (b). . . . .	123
5.27	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente $k$ le long de la direction transverse $z$ en $(x/h;y/h)=(-1,428;0,67)$ . Comparaison des taux de dissipation SVV entre simulations avec profil laminaire stationnaire et avec précurseur. . . . .	123
5.28	Variation de la distance, $y^+$ , exprimée en unité de paroi, du premier point de grille au toit du corps d'Ahmed à $Re=768000$ , $y^+ = u_\tau.y/\nu$ . . . . .	124
5.29	Statistiques de la turbulence sur la lunette arrière dans les plans de symétrie $z/h=0$ , (a,c) et décalé $z/h=0,347$ , (b,d). Profils de la vitesse longitudinale $\langle u \rangle$ , (a,b) et de l'énergie cinétique turbulente $k$ , (c,d). Les résultats SVV-NW présentés précédemment sont nommés SVV-LES1 et ceux obtenus avec la transformation de coordonnées, SVV-LES2. . . . .	125
5.30	Evolution du débit linéique moyen suivant $y$ , $\langle Q_l \rangle$ , sous le corps d'Ahmed le long de la direction longitudinale et en $z/h=0$ . Comparaison des débit calculés à partir des simulation SVV-LES1 et SVV-LES2. . . . .	126
5.31	Lignes de courant bi-dimensionnelles calculées à partir du champs moyen ( $\langle u \rangle, \langle v \rangle$ ) autour du corps d'Ahmed dans le plan de symétrie $z/h=0$ à Reynolds $Re=8322$ , (a) et $Re=768000$ , (b). . . . .	127

5.32	Densité de puissance spectrale des variations temporelles de la vitesse longitudinale $u$ à différentes positions autour du corps d'A Ahmed pour l'écoulement à $Re=8322$ , sur le toit respectivement en $(x/h=-2,89; y/h=1,24; z/h=0)$ et $(x/h=-2,89; y/h=1,4; z/h=0)$ , (a,b), et sur la lunette arrière en $(x/h=-0,348; y/h=1,15; z/h=0)$ , (c). . . . .	128
5.33	Iso-surfaces de la pression instantanée $p$ , (a), et des fluctuations de pression $p' = p - \langle p \rangle$ , (b), colorées par le champ de vitesse longitudinale instantanée $u$ pour l'écoulement autour du corps d'A Ahmed à $Re=8322$ . . . . .	129
5.34	Champs de vitesse moyen dans les plans $(y,z)$ dans le sillage du corps d'A Ahmed : Comparaisons des résultats obtenus à Reynolds $Re=8322$ , (a,c,e) et à $Re=768000$ (b,d,f), et mesurés aux abscisses $x/h=-0,31$ (a,b), $x/h=0$ (c,d) et $x/h=1,34$ (e,f). . . . .	130
5.35	Iso-surfaces du critère $Q$ moyen colorées par la vitesse longitudinale moyenne $\langle u \rangle$ autour du corps d'A Ahmed respectivement à $Re=768000$ , (a) et $Re=8322$ , (b). $Q$ est défini tel que $Q = \frac{1}{2}(\langle \Omega \rangle : \langle \Omega \rangle - \langle S \rangle : \langle S \rangle)$ , où $S$ est la partie symétrique de $\nabla \mathbf{u}$ et $\Omega$ sa part anti-symétrique. . . . .	131
5.36	Profils de l'énergie cinétique turbulente $k$ dans le plan de symétrie $z/h = 0$ autour du corps d'A Ahmed à $Re=8322$ sur le fuselage avant et le toit, (a) et sur la lunette arrière et dans le proche sillage (b). . . . .	132
5.37	Profils de la vitesse longitudinale moyenne $\langle u \rangle$ sur lunette arrière et dans le proche sillage. . . . .	132
5.38	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente autour du corps d'A Ahmed et dans son sillage : (a) Taux de dissipation visqueuse et SVV sur le toit en $x/h=-1,428$ et dans le plan de symétrie $z/h=0$ , (b) Taux de dissipation visqueuse et SVV sur la lunette en $x/h=-,348$ et dans le plan de symétrie $z/h=0$ , (c) Taux de dissipation visqueuse et SVV dans le plan de symétrie dans le sillage et en proche paroi en $x/h=1,51$ . . . . .	133
5.39	Coefficient de pression $C_p = \frac{2(p-p_\infty)}{\rho U_\infty^2}$ sur les surfaces du corps d'A Ahmed pour l'écoulement à Reynolds $Re=8322$ . Comparaison entre les résultats expérimentaux [74] à $Re=768000$ et SVV-LES sur la lunette (a,b) et la surface arrière (c,d). On a tracé les coefficients de pression mesurés expérimentalement sur la moitié $z < 0$ de la lunette et de la face arrière et les résultats SVV-LES la partie symétrique $z > 0$ , cf FIG.5.23. . . . .	134

# Liste des tableaux

2.1	Evaluation des coûts et disponibilités pour différentes approches dans le cadre de calculs d'aérodynamique externe industrielle (Spallart et Allmaras (1994 [126])).	25
4.1	Performances numériques pour les deux maillages utilisés pour l'étude de l'écoulement autour du cylindre à section carrée. . . . .	66
4.2	Propriétés aérodynamiques de l'écoulement autour du cylindre à section carrée à $Re=21400$ obtenues par SVV-LES standard. . . . .	72
4.3	Nomenclature des différentes simulations effectuées pour l'étude de l'écoulement autour du cylindre à section carrée. Notons qu'ici $SVV-LES_f^{filt} \equiv SVV-LES$ standard. . . . .	74
4.4	Propriétés aérodynamiques calculées pour l'étude de l'écoulement autour du cylindre à section carrée. . . . .	79
4.5	Propriétés aérodynamiques calculées sur la grille grossière $N_c$ pour l'étude de l'écoulement autour du cylindre à section carrée. . . . .	88
5.1	Distance du premier point à la paroi du corps d'Ahmed pour l'écoulement à $Re=768000$ : $y_{top}^+$ sur le toit de l'obstacle, $y_{bot}^+$ sous l'obstacle, $z^+$ sur les parois latérales, $x_{front}^+$ sur le fuselage avant et $x_{rear}^+$ à l'arrière de l'obstacle. . . . .	98
5.2	Distance du premier point à la paroi du corps d'Ahmed pour l'écoulement à $Re=8322$ , les notations sont identiques à celles utilisées dans le TAB.5.1. . . . .	98
5.3	Echelles de turbulence caractéristiques évaluées pour l'écoulement autour du corps d'Ahmed à $Re=768000$ . . . . .	98
5.4	Performances numériques. . . . .	103
5.5	Coefficients aérodynamiques, comparaisons avec les résultats expérimentaux d'Ahmed <i>et al.</i> (1984) [3]. $\langle C_{d_{tot}} \rangle$ , $\langle C_{d_{p_l}} \rangle$ et $\langle C_{d_{p_a}} \rangle$ correspondent respectivement aux coefficients moyens de traînée totale de l'obstacle, de traînée due aux forces de pression sur la lunette et sur la face verticale arrière. . . . .	120



# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Cadre et présentation de l'étude

Les études d'aérodynamique externe sont fréquentes dans de nombreux secteurs industriels et font partie intégrante des processus de conception. La connaissance et la maîtrise de la physique des écoulements autour de modèles profilés simples, comme autour de véhicules complexes, sont aujourd'hui devenues indispensables dans l'industrie automobile. Décollements comme structures tourbillonnaires sont autant de mécanismes physiques qui influencent la stabilité, les performances aérodynamiques et aéroacoustiques du véhicule. Une modification de la forme du profil peut entraîner d'importants changements dans la topologie et dans les propriétés de l'écoulement. C'est pourquoi, depuis plusieurs années, un grand nombre d'études expérimentales et plus récemment numériques se sont concentrées sur la compréhension d'écoulements complexes autour de différents modèles plus ou moins profilés.

La complexité de ces écoulements (haut Reynolds, paroi, fort caractère instationnaire, interaction tri-dimensionnelles...) constitue un défi pour la modélisation numérique. Ce défi apparaît d'autant plus grand lorsque l'on souhaite utiliser des méthodes d'ordre élevé comme les méthodes spectrales pour des écoulement autour de géométries complexes telles qu'un modèle de véhicule automobile. Bien que les différentes géométries recensées à ce jour dans la littérature (sphère, cube, cylindre...) soient conceptuellement plus simples, les mécanismes et interactions non linéaires mis en jeu restent ardues et nécessitent de prendre en compte une large gamme d'échelles spatiales et temporelles pour ces écoulements souvent anisotropes et instationnaires. La grande quantité de productions scientifiques existantes, qu'elles soient expérimentales ou numériques, fournit aujourd'hui aux numériciens et aux turbulenciers de larges banques de données indispensables à la validation d'outils numériques.

C'est dans ce cadre que s'inscrivent nos travaux dédiés à l'étude numérique par méthode d'ordre élevé d'écoulements turbulents, autour du cylindre à section carrée et du corps d'Ahmed. Cette étude a été motivée par le programme Franco-Allemand DFG-CNRS, *LES for complex flows*, dans lequel l'écoulement autour du corps d'Ahmed, un modèle de référence dans l'industrie automobile, est l'un des benchmarks. Ce travail est également une collaboration entre le laboratoire J.A. Dieudonné (Nice) et le M2P2 qui développent depuis quelques années des solveurs basés sur des méthodes spectrales. Il s'intègre dans le prolongement des thèses effectuées à Nice qui nous fournissent à ce jour un code spectral multi-domaine, Sabbah (2000) [109], bien adapté aux écoulement de type sillage, Forestier (2000) [37] et Cousin (2005) [28]. Initialement utilisé pour la Simulation Directe (DNS) d'écoulements laminaires autour d'obstacles de type sphère ou cylindre (*cf* Forestier (2000) [37], Cousin (2005) [28]), le concept de Simulation des Grandes

---

Echelles (LES) a finalement été introduit dans le solveur par une technique de stabilisation, la Viscosité Spectrale Evanescence (SVV), Pasquetti (2003) [27], puis appliqué au sillage turbulent du cylindre à  $Re=3900$  (Pasquetti (2006) [88]) et dans le cas d'écoulements confinés en géométrie cylindrique, cf Pasquetti *et al.* (2008) et Severac *et al.* (2007) [91, 117, 118]. L'outil numérique utilisé dans notre étude est le code LES spectral multi-domaine développé à Nice et adapté aux deux configurations géométriques considérées. En particulier, des modifications en proche paroi ont été nécessaires à la description de la physique se développant dans les couches limites autour de l'obstacle. Cette nouvelle méthodologie a considérablement amélioré les résultats autour du corps d'Ahmed et a été validée sur un cas test académique complexe, au centre d'un benchmark ERCOFTAC [105, 131] très bien détaillé dans la littérature, l'écoulement autour du cylindre à section carrée à Reynolds  $Re=21400$ .

## 1.2 Description de l'écoulement autour du corps d'Ahmed

La géométrie du corps d'Ahmed, avec son fuselage avant arrondi et sa lunette arrière inclinée, FIG.1.1, constitue un modèle de référence pour l'industrie automobile. Bien que sa géométrie soit réduite au plus simple, l'écoulement se développant tout autour et en proche sillage apparaît très complexe car pleinement tri-dimensionnel et fortement instationnaire. Ainsi, à haut nombre de Reynolds, les couches limites sont très fines et peuvent se séparer de la paroi, les structures tourbillonnaires sont complexes et instationnaires si bien qu'elles interagissent régulièrement avec ces décollements partiels.

Les premiers travaux sur cette configuration géométrique, FIG.1.1, furent réalisés expérimentalement par Ahmed *et al.* (1984) [3]. Les études paramétriques sur l'angle d'incidence  $\alpha$  de la lunette arrière ont notamment permis de caractériser la structure de l'écoulement, ses propriétés aérodynamiques ainsi qu'une valeur critique,  $\alpha \simeq 30^\circ$ , pour laquelle la topologie de l'écoulement change brutalement. La topologie de l'écoulement obtenue pour  $\alpha > 30^\circ$  s'accompagne d'une chute conséquente du coefficient de traînée (FIG.1.2).

Pour les valeurs sous-critiques de  $\alpha$ , i.e  $\alpha \leq 30^\circ$ , en augmentant progressivement l'incidence,

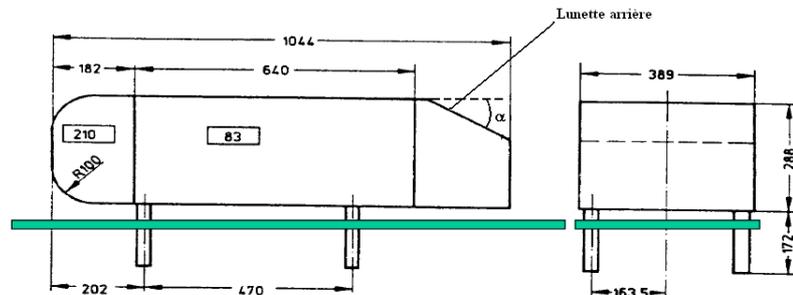


FIG. 1.1 – Dimensions et géométrie du corps d'Ahmed (Lienhart et al. (2000) [74]).

l'écoulement initialement attaché, se sépare partiellement de la paroi sur la lunette arrière. Parallèlement, deux forts tourbillons de traînée contra-rotatifs prennent naissance aux deux coins supérieurs formés par la lunette et les parois latérales de l'obstacle et se développent loin dans le sillage. La recirculation partielle observée par Ahmed *et al.* [3] augmente progressivement avec l'incidence de la lunette. Pour les valeurs sur-critiques, i.e  $\alpha \geq 30^\circ$ , le fluide ne se réattache

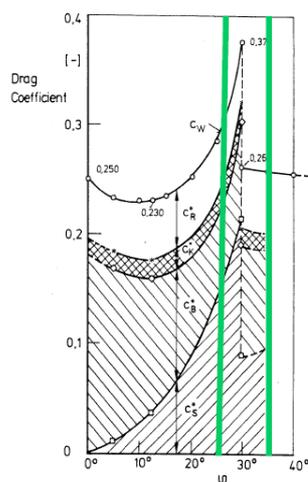


FIG. 1.2 – Variation du coefficient de traînée en fonction de l'angle d'inclinaison de la lunette ( $\varphi \equiv \alpha$ ) pour l'écoulement autour du corps d'A Ahmed (Ahmed et al. (1984) [3]). Contribution des différentes parties de l'obstacle.

plus sur la lunette. Les tourbillons de traînée sont alors de plus faibles intensités et le coefficient de traînée chute brutalement (cf FIG.1.2). La topologie de l'écoulement pour deux valeurs de l'incidence de la lunette,  $\alpha = 25^\circ$  et  $\alpha = 35^\circ$ , est schématisée dans la FIG.1.3.

Ahmed et co-auteurs (1984) [3] ont montré que pour cet écoulement, 80% de la traînée est due

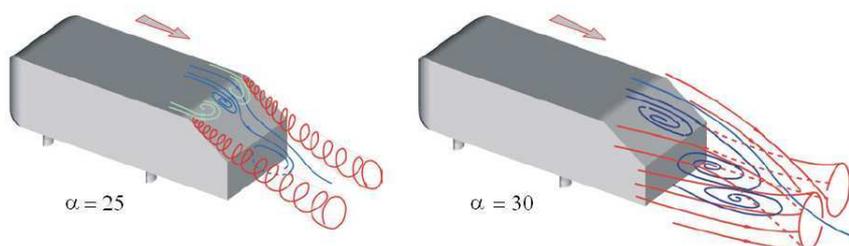


FIG. 1.3 – Topologie de l'écoulement autour du corps d'A Ahmed pour les incidences sous-critique (gauche) et sur-critique (droite) (Menter et Kuntz ) [83]).

aux forces de pression. Ils précisent également que la contribution majeure de cet effort provient de la lunette arrière. Deux études expérimentales ont notamment suivi les travaux d'A Ahmed *et al.* (1984) [3].

Lienhart *et al.* (2000) [74] ont retrouvé expérimentalement les résultats d'A Ahmed *et al.* (1984) [3] pour un nombre de Reynolds basé sur la hauteur du corps de  $Re=768000$  et pour deux incidences encadrant la valeur critique :  $\alpha = 25^\circ$  et  $\alpha = 35^\circ$ . Leurs mesures par LDA (Laser-Doppler Anemometer) ont permis d'obtenir un grand nombre de données quantitatives en particuliers des profils de vitesses moyennes, de tensions de Reynolds et des coefficients de pression qui servent à ce jour de référence pour les benchmarks.

Mentionnons également les études de Spohn et Gilliéron (2002) [127], effectuées à plus bas Rey-

nolds  $Re=8322$  et pour l'incidence  $\alpha = 25^\circ$ , qui dans des conditions expérimentales différentes, ont mis en évidence une topologie de l'écoulement plus complexe. S'ils retrouvent globalement la topologie présentée initialement sur la partie arrière du corps, ils mentionnent également clairement la présence de bulles de recirculation sur le toit et sur les deux parois latérales du fuselage amont. Ces zones de recirculations donnent naissance à des détachements tourbillonnaires de structures parallèles de type Kelvin-Helmholtz dont les auteurs donnent une signature temporelle. Par ailleurs, le décollement partiel sur la lunette arrière, initialement décrit par Ahmed *et al.* (1984) [3] puis confirmé par Lienhart *et al.* (2000) [74] leurs apparaît en fait composé de deux bulles de recirculation situées de part et d'autre du plan de symétrie vertical, éjectant ponctuellement des poches de fluide dans l'écoulement extérieur.

Dans ce mémoire, nous introduisons succinctement dans le premier Chapitre les différentes caractéristiques et défis de la turbulence en vue de sa modélisation. Nous y détaillons quelques uns des principaux mécanismes de base à prendre en compte dans le cas d'une turbulence pleinement développée puis les modifications entraînées par la présence de paroi. Par la suite nous verrons comment ces concepts sont pris en compte par les différents niveaux de simulation. Dans le deuxième chapitre nous rappelons brièvement la méthode numérique développée au Laboratoire J.A. Dieudonné et donc utilisée dans ces travaux de thèse. Nous y introduisons les notions de SVV-LES et y présentons un nouveau traitement de paroi bien adapté à notre méthodologie LES (SVV-NW). Dans le troisième Chapitre nous nous intéressons à l'écoulement turbulent autour du cylindre à section carrée à  $Re=21400$ , très bien documenté dans la littérature. L'analyse des structures mises en jeu dans l'écoulement, des statistiques de la turbulence et des propriétés aérodynamiques effectuées en comparaison avec les résultats expérimentaux (Lyn *et al.* (1995) [79]) et numériques (Rodi (1997) [106]) de référence nous permettent de valider notre méthodologie de proche paroi. Finalement une étude détaillée de l'écoulement autour du corps d'Ahmed est présentée dans le dernier chapitre. Des comparaisons qualitatives et quantitatives avec les travaux expérimentaux de référence (Ahmed *et al.* (1984) [3], Lienhart *et al.* (2000), [74], Spohn et Gilliéron (2002) [127]) mettent en évidence un accord satisfaisant et permettent d'espérer une utilisation future plus courante de notre méthodologie spectrale pour des écoulements turbulents complexes de type industriel.

## Chapitre 2

# Vers la modélisation des écoulements turbulents : Nature et propriétés intrinsèques, enjeux pour la modélisation et état de l'art.

L'objet de ce chapitre est de présenter progressivement les concepts de base et la nature de la turbulence afin de mettre en évidence les enjeux et les contraintes (spatiales comme temporelles) nécessaires à la modélisation. Par conséquent, les notions que nous y abordons sont succinctes et traitées dans le but de présenter d'une part les difficultés que les modèles doivent prendre en compte, et d'autre part les propriétés et les caractéristiques que nous analyserons par ailleurs dans les applications auxquelles nous nous sommes intéressés.

Dans un deuxième temps nous présentons un rapide état de l'art des différents niveaux de modélisation dans lequel nous étouffons plus particulièrement les approches de types Simulations des Grandes Echelles (LES) auxquelles s'apparente la méthode que nous avons utilisée et que nous présenterons au chapitre suivant.

### 2.1 Ecoulements turbulents

#### 2.1.1 Nature et propriétés intrinsèques de la turbulence

A ce jour il n'existe pas de définition à proprement parlé de la *Turbulence*, on la présente comme une propriété de l'écoulement et non intrinsèque au fluide.

Généralement, on lui associe les idées de *Désordre* et d'*Agitation* déjà très complexes qui ont notamment fait l'objet de nombreux livres. Culturellement bien ancrée puisque introduite pour la première fois par Léonard de Vinci suite aux observations d'une rivière, c'est O. Reynolds dès 1883 [100] qui caractérise la transition régime *laminaire/turbulent*. De ses observations d'écoulements dans une conduite cylindrique par visualisation de filets colorés naquit la conclusion que pour une valeur critique de la vitesse, des instabilités se développent et viennent perturber l'organisation régulière et stationnaire des lignes de courant. Par la suite, en 1894 [101], il montre que transition et régime d'écoulement ne sont caractérisés que par un seul nombre adimensionné

---

appelé *nombre de Reynolds*,  $Re = UL/\nu$ , où  $U$  et  $L$  sont respectivement des vitesses et longueurs caractéristiques et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide. Par la suite nous ne considérerons que des écoulements à grands nombres de Reynolds.

De nombreuses études ont été motivées par cette propriété des écoulements certainement du fait que la majorité des écoulements fluides nous entourant soient turbulents. Dans ce chapitre, sans détailler ces nombreux travaux, qu'ils soient expérimentaux, théoriques ou même plus récemment numériques, nous rappelons les propriétés fondamentales caractéristiques de cet état turbulent, comme *e.g* décrites par Piquet (1999) [96], Cousteix (1989) [29], Schiestel (1998) [114], Chassaing (2000) [22] ou Pope (2000) [97].

A la différence des écoulements laminaires, pour lesquels les variables considérées sont des *fonctions déterministes* de l'espace et du temps, la répétition de plusieurs réalisations d'un même écoulement turbulent fournit un ensemble de résultats à décrire par des outils statistiques. En effet, afin de représenter au mieux les variations de vitesses et de pression les turbulenciers ont généralement recouru aux *variables aléatoires*, cf G.K. Batchelor (1953) [11].

L'écoulement turbulent est également fortement *instationnaire*. Si cette instationnarité peut se manifester à différents degrés, les fluctuations des quantités physiques mises en jeu apparaissent généralement du même ordre de grandeurs dans les trois directions de l'écoulement. On parle toutefois encore de turbulence *statistiquement bi-dimensionnelle* dans certains cas particuliers où, dans une des directions, les fluctuations sont faibles autour d'une moyenne nulle. Il faut noter que dans ce cas les mécanismes sont différents de ceux observés en turbulence *tri-dimensionnelle*. De cette agitation 3D naît plusieurs propriétés fondamentales dont la première est le caractère rotationnel de l'écoulement. Ainsi, sous l'effet du champ de déformation, des tourbillons sont générés puis détruits par les phénomènes d'*étirements tourbillonnaires*. Il se forme alors des structures de petites échelles reliées entre elles par d'importants mécanismes de transfert énergétique. De même, cette *agitation* turbulente et ses variations caractéristiques dans les trois directions permettent un *mélange* bien plus efficace pour un scalaire actif ou passif tel que *e.g* la température. *A contrario*, rappelons que pour un écoulement laminaire le mélange et le transport d'une quantité (mouvement, scalaire passif...) ne s'effectuent que par advection ou diffusion, donc préférentiellement dans la direction de l'écoulement moyen. Par ailleurs, la turbulence apparaît également comme un phénomène dissipatif. En effet, alors que pour les écoulements laminaires la dissipation reste très faible en dehors des couches limites, en régime turbulent, les vitesses de déformations liées au rotationnel, sont accrues, les processus d'étirements tourbillonnaires qui en découlent entraînent le développement de structures de plus en plus petites qui finissent par ressentir les effets visqueux, *i.e*  $Re_{local} = u\lambda/\nu \approx 1$  ( $\lambda$  longueur caractéristique de ces petites structures), par conséquent, la dissipation augmente.

Ces nombreuses caractéristiques des écoulements turbulents sont étroitement liées aux équations qui les régissent, les équations de Navier-Stokes. Le terme *non-linéaire* de convection induit en effet des interactions multi-échelles. C'est notamment au travers de ces interactions que se développe le mécanisme d'étirement tourbillonnaire qui donne naissance à des structures de plus petites tailles et assure ainsi les transferts énergétiques (Tennekes et Lumley (1972) [130]). Il apparaît alors nécessaire d'introduire et de définir les notions d'*échelles de la turbulence* : *échelles de longueur  $l$ , de vitesse  $u$ , d'énergie  $u^2$  et de temps  $l/u$* . Pour l'étude de ces phénomènes *non-linéaires multi-échelles* on utilise classiquement la méthodologie de l'analyse spectrale qui associe à chaque nombre d'onde un niveau énergétique.

Associée aux *non-linéarités*, l'*imprévisibilité*, soulignée entre autre par les travaux de Lesieur (1987) [71], est une caractéristique propre aux phénomènes turbulents. Etroitement liée à la notion de *sensibilité aux conditions initiales*, elle s'exprime par les *routes* différentes suivies après un certain temps par deux solutions aux conditions initialement voisines (Ruelle (1991) [108]).

En d'autres termes, il est impossible de connaître l'évolution exacte d'un champ (vitesse ou pression) en fonction du temps en un point donné et ceci quel que soit la précision des conditions initiales. Afin de pouvoir "prévoir" un écoulement turbulent, on a donc généralement recours à la théorie de la turbulence statistique (G.K. Batchelor (1953)[11]).

### 2.1.2 Structures et mécanismes mis en jeu en Turbulence pleinement développée

Dans tout écoulement turbulent, l'idée de séparation des échelles est fondamentale. Comme nous l'avons rapidement abordé, il existe donc des mécanismes internes d'échange d'énergie assurant la création et le maintien de toute une hiérarchie de mouvements chaotiques répartis continument sur cette large gamme d'échelles (Chassaing (2000) [22]). Par la suite nous allons rappeler ces différents mécanismes physiques et énergétiques mis en jeu dans le cadre d'une turbulence pleinement développée. Comme nous le verrons, l'idée de base de *cascade énergétique* apparaît comme une représentation schématique d'une physique plus complexe avec des phénomènes d'intermittence et de *backscattering*, mais qui néanmoins donne déjà une bonne image de la réalité.

#### Cascade énergétique et échelles de la turbulence

C'est Richardson (1922) [102] qui introduit le premier l'idée de cascade énergétique. Il considère les plus gros tourbillons anisotropes de l'écoulement, caractérisés par leur taille  $l_0$ , leur vitesse  $u_0$  et leur temps caractéristique  $l_0/u_0$ , comme instables et finissant par exploser, transférant alors leur énergie aux plus petits tourbillons de taille  $l$  et de vitesse caractéristique  $u(l)$ . Par la suite, par le même processus d'explosion, l'énergie est transférée jusqu'aux plus petits tourbillons, stables, où elle est ensuite dissipée sous l'effet de la viscosité moléculaire. Bien que Richardson avançait déjà l'idée de base d'une cascade énergétique plaçant la viscosité en fin de processus, notamment dans un "poème" bien connu aujourd'hui, certaines questions restaient pourtant sans réponses (taille, vitesse et temps caractéristiques de ces plus petites structures). Quelques années plus tard, Kolmogorov (1941)[63, 64], reprenant le concept de cascade énergétique, répond aux dernières interrogations de Richardson à partir de trois hypothèses aujourd'hui à la base de nombreux modèles de turbulence :

**Hypothèse d'isotropie locale** : A Reynolds suffisamment élevé les petites échelles de l'écoulement ( $l \ll l_0$ ) sont statistiquement isotropes.

**1<sup>re</sup> Hypothèse de similitude** : A Reynolds suffisamment élevé, les statistiques des petites échelles ( $l < l_{DI}$ ) ont une forme universelle uniquement déterminée par  $\nu$  et  $\varepsilon$ .

**2<sup>me</sup> Hypothèse de similitude** : A Reynolds suffisamment élevé, les statistiques des échelles  $l$  dans la gamme ( $l_0 \gg l \gg \eta$ ) ont une forme universelle uniquement déterminée par  $\varepsilon$  et indépendant de  $\nu$ .

Les différentes échelles introduites par Kolmogorov délimitent donc des domaines bien distincts dans le spectre énergétique turbulent. Ainsi, en rappelant que la longueur  $l_0$  correspond à la taille des plus gros tourbillons de l'écoulement, la gamme de basses fréquences spatiales,

$l_0 \geq l \geq l_{EI}$  ( $l_{EI} \approx \frac{1}{6}l_0$ ), est essentiellement constituée des plus gros tourbillons de l'écoulement. Cette zone est généralement caractérisée par des processus de production d'énergie anisotropes, anisotropie que l'on retrouve dans les structures caractéristiques correspondant aux basses fréquences spatiales. Pour les nombres d'ondes plus petits ( $l < l_{EI}$ ), les tourbillons peuvent être considérés statistiquement universels soit en d'autres termes indépendants de l'écoulement (géométrie conditions aux limites...). Ce domaine universel où l'énergie est transférée puis dissipée au taux  $\varepsilon$ , est divisé en deux sous-domaines. L'un, dominé par les effets visqueux ( $Re_{local} \approx 1$ ,  $Re = u(l)l/\nu$ ) correspond aux plus petites échelles de l'écoulement ( $\eta$ ), on parle de sous-domaine dissipatif, et l'autre caractérisé par des structures de taille  $l_{EI} \geq l \geq l_{DI}$ , ( $l_{DI} \approx 60\eta$ ), est dominé par les effets inertiels ( $Re_{local} \gg 1$ ), on parle alors de sous-domaine inertiel. Ces échelles de la turbulence et ces différents domaines introduits par Kolmogorov sont présentés schématiquement dans la FIG. 2.1.

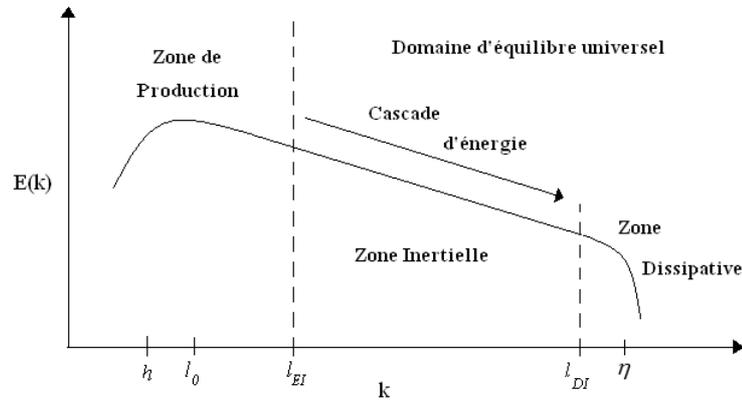


FIG. 2.1 – Représentation schématique du spectre d'énergie et des différentes échelles caractéristiques d'écoulements pleinement turbulents à haut nombre de Reynolds

Si la notion d'*universalité* des petits tourbillons avancée par Kolmogorov correspond à l'idée d'indépendance de ces structures *vis à vis* de l'écoulement, cette propriété des petites échelles s'oppose aux gros tourbillons anisotropes dont la taille, la vitesse et le temps caractéristiques sont dépendants des conditions initiales et géométriques de l'écoulement.

Finalement, à partir d'une analyse dimensionnelle et du jeu de paramètres  $(\nu, \varepsilon)$  du domaine d'équilibre universel, Kolmogorov définit les grandeurs caractéristiques des échelles dissipatives appelées aujourd'hui plus classiquement *échelles de Kolmogorov* :

$$\eta \equiv (\nu^3/\varepsilon)^{1/4} \quad (2.1)$$

$$u_\eta \equiv (\varepsilon\nu)^{1/4} \quad (2.2)$$

$$\tau_\eta \equiv (\nu/\varepsilon)^{1/2} \quad (2.3)$$

Partant du principe que le taux de dissipation  $\varepsilon$  est déterminé par l'énergie transférée par les grosses structures anisotropes à la base du processus, on peut déterminer l'ordre de grandeur de  $\varepsilon$  indépendamment de  $\nu$ , *i.e* comme  $\varepsilon \sim u_0^3/l_0$ , où nous rappelons que  $l_0$  et  $u_0$  sont respectivement la taille de ces gros tourbillons et leur vitesse propre. Par conséquent, à partir des équations ((2.1),(2.2),(2.3)), on peut définir le ratio entre les échelles caractéristiques des grosses et des

plus petites structures de l'écoulement tel que :

$$\eta/l_0 \sim Re^{-3/4} \quad (2.4)$$

$$u_\eta/u_0 \sim Re^{-1/4} \quad (2.5)$$

$$\tau_\nu/\tau_0 \sim Re^{-1/2} \quad (2.6)$$

Notons que d'après ces expressions ((2.4),(2.5),(2.6)), plus le nombre de Reynolds est élevé, plus la séparation des échelles est importante. En contre partie, comme la taille des gros tourbillons est dictée par les conditions aux limites et la géométrie de l'écoulement, pour une configuration donnée, l'augmentation du Reynolds entraîne l'apparition de structures de plus en plus petites. De manière générale, lorsque l'on s'intéresse à des problèmes de modélisation, la connaissance de ces échelles apparaît déterminante. Elle donne une indication sur la résolution spatiale qui devra être observée en fonction du niveau de modélisation souhaité.

Ayant répondu aux dernières interrogations de Richardson, Kolmogorov, dans ce cadre de turbulence pleinement développée, montre également par une analyse aux dimensions que le spectre énergétique suit une loi puissance dont on est capable de donner l'exposant :

$$E(k) = C\varepsilon^{2/3}k^{-5/3} \quad (2.7)$$

$E$  correspond à la densité spectrale d'énergie,  $k$  au nombre d'onde et  $\varepsilon$  au taux de dissipation. Une représentation schématique de ce spectre énergétique est présentée en FIG.2.1. On y rappelle également les différentes échelles caractéristiques mises en jeu.

Ce processus de transfert d'énergie des grosses structures vers les plus petites est en fait étroitement lié à l'interaction entre champs de vorticité et de déformation et est propre aux écoulements tridimensionnels. Remarquons que les écoulements bidimensionnels (et non statistiquement bidimensionnels) sont r g s par une autre physique non présentée ici.

Dans le cadre d'une turbulence tridimensionnelle, sous l'effet du champ de déformation les gros tourbillons qui ont un champ de vitesse propre se déforment ( tirement, compression) pour donner naissance à de petites structures qui en extraient de l'énergie (Tennekes et Lumley (1972) [130]). Ce processus, connu sous le nom d'* tirement tourbillonnaire*, se répète jusqu'à ce que les structures ainsi générées deviennent suffisamment petites ( $\eta, u_\eta$ ) pour sentir l'effet de la viscosité. Pour Kolmogorov, l'hypothèse d'isotropie locale s'applique à la quasi totalité du domaine inertiel où les structures apparaissent statistiquement indépendante des gros tourbillons anisotropes porteurs d'énergie. Cependant, des travaux plus récent (Mestayer (1982) [84]) ont mis en évidence que pour des écoulements cisailés, cette hypothèse n'était pas valide pour l'ensemble des échelles appartenant à la zone inertielle mais seulement pour celles dont la taille est de l'ordre de l'échelle de Kolmogorov. Les causes de la persistance de cette anisotropie dans la zone inertielle est due à des interactions entre différentes échelles de l'écoulement que nous allons évoquer par la suite.

### Interactions entre échelles de l'écoulement

L'analyse des interactions entre les différentes échelles de la turbulence est bien souvent conduite d'une part dans le cadre d'une turbulence homogène (voire dans le cas idéal d'une turbulence homogène isotrope) et d'autre part dans l'espace spectral. A cette fin, on s'intéresse ici à l'expression du terme non linéaire des équations de Navier-Stokes exprimé pour le mode  $\mathbf{k}$ ,  $\widehat{\mathcal{T}}(\mathbf{k})$  :

$$\widehat{\mathcal{T}}(\mathbf{k}) = i \int \int \widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{p})_{\perp \mathbf{k}} [\mathbf{k} \cdot \widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{q})] \delta(\mathbf{k} - \mathbf{p} - \mathbf{q}) d\mathbf{p} d\mathbf{q} \quad (2.8)$$

Avec  $\widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{k})$  le coefficient spectral de la vitesse exprimé pour le mode  $\mathbf{k}$  tel que :

$$\widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \int \int \mathbf{u}(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d\mathbf{x} \quad (2.9)$$

et

$$\widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{p})_{\perp\mathbf{k}} = \mathcal{P}(\mathbf{k})\widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{p}) \quad (2.10)$$

$\mathcal{P}(\mathbf{k})$  est l'opérateur de projection sur le plan orthogonal au vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  (condition d'incompressibilité) et  $\delta$  le symbole de Kronecker. L'observation directe de l'expression de  $\widehat{\mathcal{T}}(\mathbf{k})$  impose au mode  $\widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{k})$  de n'interagir qu'avec des modes dont les vecteurs d'ondes  $\mathbf{p}$  et  $\mathbf{q}$  forment un triangle fermé avec  $\mathbf{k}$ . On distingue alors de manière générale deux types de triades  $(\mathbf{k}, \mathbf{p}, \mathbf{q})$  (cf Zhou (1993) [140]) :

- Les triades *locales* qui correspondent à des interactions entre échelles de tailles peu différentes.
- Les triades *non locales* qui, par opposition, correspondent à toutes les autres et notamment aux interactions d'échelles de tailles très différentes.

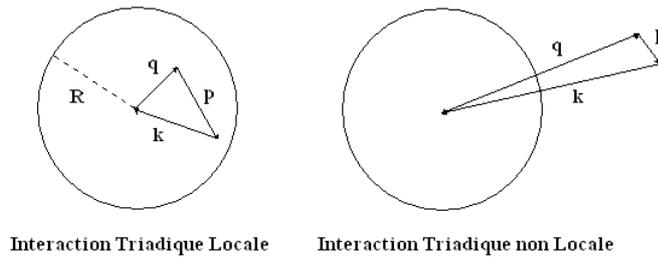


FIG. 2.2 – Représentation schématique de triades Locales et non Locales (Sagaut (2006) [111]).

Kraichnan (1976) [67], dans le cadre idéal d'une turbulence homogène isotrope a mis en évidence l'existence de deux bandes spectrales pour lesquelles les interactions avec les petites échelles sont de natures différentes. Dans ses travaux, il applique un filtre isotrope de fréquence de coupure  $k_c$ , dans le domaine inertiel, lui permettant de définir les "*petites échelles*" comme les échelles plus petites que celle associée à la fréquence de coupure  $k_c$ . Des analyses postérieures par modèle EDQNM (Eddy Damped Quasi-Normal Markovian), cf Chollet et Lesieur (1981) [23] ou les analyses de Waleffe (1992) [133] viennent par ailleurs compléter la description de Kraichnan (1976) [67] :

- (i) Il existe des interactions triadiques *non locales* entre échelles de la zone de production d'énergie (ou début du domaine inertiel) avec les "*petites échelles*" ( $k \geq k_c$ ) par faible transfert non local d'énergie. Bien que faibles, ces transferts sont de deux natures. Ils s'exécutent soit dans le sens "naturel" au sens donné par la théorie de Kolmogorov (1941) [64] soit de manière bien moins intense par un retour d'énergie des petites échelles vers les grandes. On parle de *Cascade inverse d'énergie* à laquelle on associe un spectre en  $|\mathbf{k}|^4$  pour de très petits nombres d'onde, cf Piomelli et al. (1990) [95].

- (ii) Il existe également des interactions triadiques *non locales* entre échelles de la zone inertielle et "petites échelles" ( $k \geq k_c$ ) par de plus intenses transferts locaux d'énergie. Dans cette configuration sont également observés des phénomènes de *cascade inverse d'énergie*. Il faut noter que ces transferts, bien que plus intense que ce décrit en (i) restent très faibles devant les phénomènes régis par la théorie de Kolmogorov (1941) [64].

Finalement, la modélisation d'un écoulement pleinement turbulent apparaît comme un problème complexe dont les mécanismes énergétiques, la large bande de fréquences spatiales et les temps caractéristiques sont autant de contraintes spatiaux-temporelles à prendre compte. Nous verrons par la suite que ces mécanismes de cascade énergétique, de cascade inverse et de dissipation peuvent être traitées par différentes approches.

Toutefois, en premier lieu, nous allons présenter l'évolution de cette dynamique et de ces propriétés intrinsèques de l'écoulement turbulent en présence d'une paroi.

### 2.1.3 Couche limite turbulente en région de proche paroi

La cinématique et la dynamique d'un écoulement turbulent en région de proche paroi est tout autre que celle présentée précédemment dans le cadre d'une turbulence pleinement développée et non contrainte. Il s'agit donc de définir de nouvelles grandeurs et échelles caractéristiques plus à même à décrire la nouvelle physique en présence. Pour cela, nous considérerons le cas idéal d'une couche limite turbulente sur plaque plane infinie sans gradient de pression adverse. La direction de l'écoulement étant choisi dans la direction ( $Ox$ ), la normale à la paroi est elle définie sur l'axe ( $Oy$ ), la vitesse extérieure égale à  $U_e$ , et on note  $(u, v, w)$  les composantes du vecteur vitesse  $\mathbf{u}$  dans le repère ( $Oxyz$ ).

En premier lieu rappelons quelques notions indispensables aux études de couches limites. On définit communément l'épaisseur de couche limite,  $\delta$ , comme la distance à la paroi pour laquelle le fluide devient irrotationnel, pratiquement,  $\delta$  est défini tel que  $u(y = \delta) = 0,99U_e$ . On définit également le tenseur des contraintes pariétales,  $\tau_p$  comme :

$$\tau_p = \sqrt{\tau_{p,yx}^2 + \tau_{p,yz}^2} \quad (2.11)$$

où  $\tau_{p,ij} = 2\nu S_{ij}(x, 0, z)$ ,  $S_{ij}$  le tenseur des taux de déformation  $S_{ij} = 1/2(\partial_{x_i} u_j + \partial_{x_j} u_i)$ .

La vitesse caractéristique de frottement est alors définie comme :

$$u_\tau = \sqrt{\tau_p} \quad (2.12)$$

Ce qui nous permet d'exprimer le Reynolds de couche limite,  $Re_\tau$  :

$$Re_\tau = \frac{\delta u_\tau}{\nu} \quad (2.13)$$

ainsi que vitesse et système de coordonnées en unité de paroi comme :

$$\mathbf{u}^+ = \mathbf{u}/u_\tau, \quad (x^+, y^+, z^+) = (x/l_\tau, y/l_\tau, y/l_\tau) \quad (2.14)$$

avec  $l_\tau$  l'échelle visqueuse telle que  $l_\tau = \nu/u_\tau$ .

Une estimation de l'échelle de Kolmogorov locale est alors classiquement donnée (Pope (2000) [97]) en proche paroi en fonction de ces échelles visqueuses :

$$\frac{\eta}{l_\tau} = (\kappa y^+)^{1/4} \quad (2.15)$$

où  $\kappa$  est la constante de Von Karman.

Dans le cadre d'une couche limite turbulente canonique de plaque plane, les nombreuses études expérimentales et numériques ont permis d'identifier une dynamique et des processus caractéristiques de la turbulence en proche paroi. Les quelques points résumés par la suite sont destinés à introduire les contraintes de base à toute modélisation, et ne seront donc ici que très légèrement abordés. Une revue beaucoup plus complète de la physique de la couche limite est traitée notamment par Schlichting (1979) [115] et Cousteix (1989) [29].

Les différents travaux ont montré que l'on pouvait scinder, du moins d'un point de vue statistique, la couche limite en deux zones aux propriétés bien distinctes, les zones *interne* et *externe* respectivement définies comme  $0 \leq y \leq 0,2\delta$  et  $y \geq 0,2\delta$ . La zone interne de très proche paroi est dominée par les effets visqueux et les échelles caractéristiques de longueur et de vitesse ( $l_\tau, u_\tau$ ), alors que dans la zone externe, ( $\delta, u_\tau$ ), ce sont encore les mécanismes de turbulence précédemment présentés qui prédominent.

Pour une couche limite canonique, on montre que la vitesse moyenne répond à différents comportements en fonction de la distance à la paroi. Par la suite,  $\langle \cdot \rangle$  correspondra à la moyenne statistique de la variable considérée.

- La sous couche visqueuse est dictée par une loi linéaire  $y^+ \leq 5$  :

$$\langle u^+(y^+) \rangle = y^+ \quad (2.16)$$

- la couche tampon  $5 < y^+ \leq 30$  suit la loi :

$$\langle u^+(y^+) \rangle \simeq 5 \ln y^+ - 3,05 \quad (2.17)$$

- La couche de Prandtl,  $30 < y^+$  et  $y/\delta \ll 1$  suit une loi logarithmique :

$$\langle u^+(y^+) \rangle \simeq \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + 5,5 \pm 0,1, \quad \kappa = 0.4 \quad (2.18)$$

Par ailleurs, les diverses observations numériques comme expérimentales, ont montré l'existence de structures longitudinales caractéristiques se développant au sein des couches limites turbulentes et dont les dimensions ont pu être identifiées :  $(\lambda_x^+, \lambda_z^+) = (200-1000, 100)$ . Ces poches de fluides de faible vitesse s'alignent en proche paroi puis migrent depuis la paroi vers la zone externe de la couche tout en grossissant et en s'inclinant d'un angle de  $5^\circ$  à la distance  $y^+ = 5$ , puis d'un angle de  $15^\circ$  à  $y^+ = 30$ , on parle de phénomène d'*éjection*. Elles sont advectées à plus forte vitesse par le fluide avoisinant. Arrivant à la limite de la zone externe, elles sont soumises à des instabilités les faisant exploser. Ces explosions sont suivies d'injections de fluides de plus forte vitesse provenant de la zone externe de la couche limite et impactant contre la paroi. Ces phénomènes d'*éjection/injection* très intermittents en temps et en espace, sont accompagnés de larges variations des tensions pariétales et des tensions de Reynolds à l'origine de processus anisotropes de production/dissipation d'énergie cinétique turbulente dont un maximum de production est classiquement mesuré pour  $y^+ = 11$ . Ces phénomènes d'éjections sont associés aux plus petites échelles du spectre, aux phénomènes fortement anisotropes de *casades inverses*. Des études numériques (Jimenez et Pinelli (1999) [56]) ont montré que jusqu'à une certaine distance de la paroi,  $y^+ \leq 80$ , le système semble relativement autonome et par ailleurs comme le siège d'une large production d'énergie turbulente, déterminante dans les mécanismes énergétiques et dissipée dans la zone externe de la couche limite.

En s'éloignant de la paroi, entre zone interne et externe, il existe également différents types de structures caractéristiques de couche limite du même ordre de grandeur que les tourbillons longitudinaux de la zone visqueuse. On recense donc des tourbillons longitudinaux et transversaux qui

peuvent fusionner et ainsi former des structures en arche appelée "*hairpin vortices*" (tourbillons en épingle à cheveux).

Tout comme dans une turbulence non contrainte (au sens de non perturbée par une paroi), les mécanismes physiques et énergétiques mettent en jeu de très petites échelles spatio-temporelles dont il faut tenir compte. On sent toutefois que les modèles applicables à des écoulements de proche paroi devront certainement être modifiés en conséquence de manière à capter au mieux les phénomènes énergétiques fondamentaux siégeant dans ces zones de l'écoulement.

## 2.2 Les différents niveaux de modélisation

Les écoulements turbulents dont cette étude fait l'objet sont régis par les équations de Navier-Stokes pour un fluide newtonien incompressible et isotherme. On se doit de résoudre numériquement un système couplé non-linéaire de quatre équations à quatre inconnues muni de conditions aux limites et d'une condition initiale menant à un problème mathématiquement bien posé. Par ailleurs, on vient de voir précédemment que du fait des non linéarités des équations à considérer, la physique de ces écoulements mettait en jeu de larges spectres fréquentiels en espace et en temps. Le principal défi pour la modélisation consiste alors pour un coût de calcul donné et pour une précision du résultat souhaitée, à résoudre totalement ou partiellement les fréquences de l'écoulement. Dans ce dernier cas cité, il faut faire des hypothèses simplificatrices qui permettront de construire des modèles mathématiques capables de reproduire plus ou moins finement, les interactions multi-échelles précédemment décrites.

A ce jour il existe donc différents niveaux de modélisation, chacun associé à un degré de pré-

TAB. 2.1 – *Evaluation des coûts et disponibilités pour différentes approches dans le cadre de calculs d'aérodynamique externe industrielle (Spallart et Allmaras (1994 [126])).*

Approche	Maillage	Pas de temps	Disponibilités
RANS	$10^7$	$10^3$	1985
LES	$10^{11.5}$	$10^{6.7}$	2045
QDNS	$10^{15}$	$10^{7.3}$	2070
DNS	$10^{16}$	$10^{7.7}$	2080

cision et à un coût de calcul. On répertorie ainsi en grandes lignes du plus coûteux au plus accessible, Simulation Numérique Directe (Direct Numerical Simulation, DNS), Simulation des Grandes Echelles (Large-Eddy Simulation, LES) et approches statistiques (Reynolds Average Navier-Stokes, RANS). L'utilisateur choisira une méthode plutôt qu'une autre en fonction de la précision requise et de ses contraintes de temps. Dans le cadre d'applications industrielles d'études d'aérodynamique externe, Spalart (1999) [125] a recensé les coûts et disponibilités de ces différentes approches que l'on donne à titre d'illustration en TAB.2.1. Dans ce tableau, l'appellation LES représente les LES avec loi de paroi (*cf* Section 2.3.3) alors que celle de QDNS (Quasi DNS) correspond aux LES dans lesquelles les couches limites sont résolues.

Dans cette section, nous présentons brièvement ces différents niveaux de modélisation. Le but de cette partie n'étant pas de couvrir la totalité des modèles existants, nous évoquerons que simplement les trois principaux axes de modélisation et leurs caractéristiques intrinsèques.

### 2.2.1 Simulation Numérique Directe (DNS)

La première approche à disposition est le calcul de toutes les structures spatio-temporelles de l'écoulement, on parle de Simulation Numérique Directe (DNS). Chaque simulation correspond à une unique réalisation de l'écoulement. Toutefois, à partir de l'estimation de la séparation des échelles des spectres spatial et temporel (cf (2.4),(2.6)) donnée par la théorie de Kolmogorov (1941) [63, 64], on s'aperçoit facilement que si l'on veut résoudre tout le spectre inertiel jusqu'aux échelles visqueuses, le coût de calcul devient rapidement inatteignable dès lors que l'on considère des écoulements à haut nombre de Reynolds. Classiquement on estime le nombre de points nécessaires au calcul de tout le spectre spatial en fonction du nombre de Reynolds comme  $N_p \sim Re^{9/4}$ . En pratique, la résolution de type DNS est aujourd'hui utilisée pour des écoulements de type sillage pour une gamme de Reynolds de l'ordre de  $Re = \mathcal{O}(10^2)$  et apparaît donc clairement irréalisable dans le cas d'écoulements industriels.

### 2.2.2 Modélisation de la turbulence par approche statistique (RANS)

Beaucoup moins coûteuse que la DNS, la modélisation par approche statistique est à ce jour l'approche couramment utilisée dans le monde industriel. Basée sur les équations moyennées de Navier-Stokes (RANS, Reynolds Averaged Navier-Stokes), au sens statistique ou temporel, elle donne uniquement accès aux champs moyens soit aux plus grosses structures de l'écoulement. Les interactions entre écoulement moyen et plus petites échelles sont alors prises en compte par des modèles statistiques.

A partir d'une décomposition de la solution instationnaire  $(\mathbf{u}, p)$ , en une partie moyenne  $(\mathbf{U}, P)$  et une partie fluctuante  $(\mathbf{u}', p')$ , en moyennant les équations de Navier-Stokes incompressibles, on détermine un nouveau système d'équations dans lequel interactions entre écoulement moyen et mouvement turbulent apparaissent à travers un nouveau terme appelé *tensions turbulentes* ou *tensions de Reynolds*,  $\tau_{ij}$  :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.19)$$

$$\tau_{ij} = \langle u'_i u'_j \rangle \quad (2.20)$$

Dans les équations ((2.19) et (2.20)),  $\langle \cdot \rangle$  représente l'opérateur moyenne. On note indifféremment  $\mathbf{U}$  ou  $\langle \mathbf{u} \rangle$  pour la moyenne du vecteur vitesse.

La difficulté de toute modélisation RANS est alors de fermer le système d'équations, en exprimant les *tensions de Reynolds* en fonction de quantités connues. Pour ce faire, classiquement on a recourt à deux types de fermeture :

- Fermeture au premier ordre : Typiquement on cherche à exprimer les *tensions de Reynolds* :
  - Soit par les grandeurs moyennes connues (on parle de modèle à zéro équation) parmi lesquels le modèle de longueur de mélange de Prandtl (1925) [98].
  - Soit en considérant une équation de transport supplémentaire, généralement pour l'énergie cinétique turbulente  $k = \frac{1}{2} \langle u_i'^2 \rangle$ . Cette modélisation reste incomplète dans la mesure où il reste à spécifier une échelle de longueur de la turbulence qui dépend de l'écoulement étudié.

- Soit en considérant deux équations de transport supplémentaires parmi lesquelles généralement l'équation de l'énergie cinétique turbulente pour l'échelle de vitesse et une équation pour l'échelle de longueur : par exemple une fréquence  $\omega$  (Kolmogorov (1942) [65], Wilcox (1988) [136]), ou la dissipation  $\varepsilon$  (Chou (1945) [24], Jones et Launder (1972) [57]).
- Fermeture au deuxième ordre : On considère alors l'équation de transport des *tensions de Reynolds* qui fait apparaître un terme de transport turbulent ou corrélations triples  $-\frac{\partial \langle u_i' u_j' u_k' \rangle}{\partial x_k}$  qu'il faut alors modéliser.

Bien que largement utilisées dans les codes industriels, les méthodes RANS restent à ce jour sujettes à de nombreuses difficultés dans certaines configurations. Développées et validées sur des écoulements académiques simples permettant de nombreuses hypothèses simplificatrices, les modèles de turbulence ne contiennent généralement pas toutes les caractéristiques d'une physique plus fine. Plus particulièrement, dans le cadre d'écoulement fortement instationnaires et massivement décollés de nombreuses expériences numériques (Guilmineau (2007) [48], Manceau (2002) [82]) ont mis en évidence les limitations de la méthodologie RANS.

### 2.2.3 Simulation des Grandes Echelles (LES)

Parallèlement à l'accroissement des puissances de calcul, une nouvelle voie s'est ouverte depuis une trentaine d'années. Dans l'incapacité matérielle de calculer tout le spectre spatial de la solution, on choisit de résoudre les plus grandes échelles de l'écoulement. Concrètement, il s'agit donc de choisir une fréquence de coupure spatiale  $k_c$  imposée par la résolution, appartenant au domaine inertiel (*cf* FIG.2.1) et de modéliser cascade énergétique, interactions triadiques et dissipation visqueuse mises en évidence dans les Sections précédentes (*cf* Section 2.1.2). On parle de Simulation des Grandes Echelles (LES, Large Eddy Simulation). Cette approche a notamment pour principal avantage de donner accès au champ solution instationnaire à moindre coût comparativement au calcul direct.

De manière moins conventionnelle, la LES peut être vue comme une technique de régularisation décrivant le problème physique avec un nouveau jeu d'équations aux dérivées partielles mieux adapté aux méthodes de résolution choisies, Guermond *et al.* (2004) [47]. Dans cet esprit, l'approche LES consiste à reformuler le problème physique, *i.e* les équations de Navier-Stokes, afin d'obtenir un nouveau système d'équations, tout en conservant les principales caractéristiques énergétiques du problème initial. L'idée de base classiquement utilisée, est alors d'utiliser un filtre autorisant la séparation des grandes échelles de l'écoulement des plus petites. L'application de cet opérateur aux équations de Navier-Stokes conduit à un nouveau jeu d'équations gouvernant les grosses structures et dans lequel apparaît un terme qui régit les petites échelles. La modélisation de ce terme permet alors de résoudre ce problème de fermeture.

Bien qu'encore trop coûteuse à ce jour aux yeux des industriels, la LES, sous ses différentes approches, laisse présager des perspectives intéressantes pour le futur, *cf* le tableau TAB.2.1 (Spalart (1999) [125]).

Un état de l'art plus détaillé de la méthodologie LES sera présenté dans la section suivante dans le but d'introduire l'approche originale que nous utiliserons par la suite.

A partir des trois principales approches que sont DNS, LES et RANS, et toujours par soucis de réduction de coût de calcul, de nouvelles techniques hybrides sont explorées. Ne faisant pas l'objet de notre étude nous nous contentons simplement ici d'en nommer quelques unes.

Parmi ces nouvelles approches hybrides, Spalart (1997) propose le concept de *Detached-Eddy Simulation* (DES) dans lequel les couches limites attachées sont résolues par approche RANS alors que les régions décollées sont traitées par LES. La *Quasi DNS* (QDNS) correspond à une approche LES dans laquelle les couches limites sont parfaitement résolues, *i.e* le modèle LES est relaxé dans les région de proche paroi (DNS locale). Les méthodes *Unsteady RANS* (URANS) et Simulations des Très Grandes Echelles (VLES, Very Large Eddy Simulation) sont aussi à ce jour régulièrement utilisées. Pour chacune de ces méthodes hybrides, le but est de combiner les avantages particuliers de chacune des méthodes de base afin d'optimiser le ratio *coût/precision*. L'organigramme présenté en FIG.2.3 recense et schématise les différents liens entre techniques numériques.

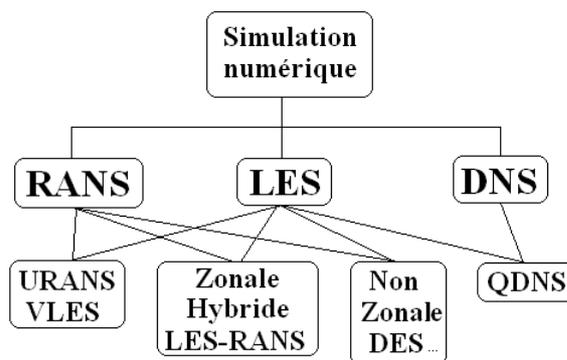


FIG. 2.3 – Techniques numériques pour la simulation d'écoulement turbulent.

## 2.3 Etat de l'art en LES

Dans cette Section, nous présentons un peu plus en détails les différents modèles et approches LES auxquelles s'apparente la méthode d'ordre élevé que nous avons utilisée dans cette étude. Dans cet esprit, dans un premier temps, nous explorons rapidement les approches par modèle de sous mailles dits "classiques" avant de nous tourner vers des méthodes plus originales. Après avoir mesurer l'enjeu et présenté un rapide état de l'art des techniques de modélisation d'écoulements de proche paroi, nous abordons finalement l'un des domaines d'intérêt actuels de la LES : les problèmes des conditions d'entrée et de génération de turbulence.

Pour la rédaction de cette Section nous avons rassemblé et synthétisé des éléments de différents travaux scientifiques dont notamment les revues de Fröhlich et Rodi (2002) [39], Ferziger (1996) [36] et Sagaut (2006) [111].

### 2.3.1 LES par modèle de sous maille

Comme nous l'avons mentionné dans la Section précédente, les approches LES se basent sur la séparation des échelles. Rappelons que plus le nombre de Reynolds caractéristique de l'écoulement considéré est élevé plus l'échelle caractéristique des structures énergétiques  $L$ , et l'échelle dissipative  $\eta$ , sont séparées (*cf* relation (2.4), (2.5) et (2.6)). L'idée de ne résoudre que les plus grosses structures de l'écoulement porteuses d'énergie apparaît alors appropriée. Typiquement on

cherche à résoudre les structures énergétiques correspondant à 80% de l'énergie cinétique turbulente. Par ailleurs dans le but de discerner les échelles résolues des non résolues et de s'affranchir des problèmes d'*aliasing* dus à la fréquence de coupure imposée par le maillage, le champ solution calculé est bien souvent filtré par un filtre passe haut en terme d'échelles ou passe bas en terme de fréquences. Remarquons ici que dans certains cas un filtrage *explicite* n'est pas toujours nécessaire. En effet pour des schémas numériques de types volumes ou différences fini(e)s, le filtrage dû à la méthode numérique peut être *implicite* et probant (*cf* Rogallo et Moin (1984) [107]). Dans le cas courant où l'on choisit un filtrage explicite  $G$  répondant à quelques propriétés (homogénéité, linéarité, conservation des constantes et commutations avec l'opérateur dérivée), la solution  $f(\mathbf{x}, t)$  est ensuite décomposée en une partie résolue  $\bar{f}(\mathbf{x}, t)$  et une partie non résolue  $f'(\mathbf{x}, t)$  dite de *sous maille* :

$$f(\mathbf{x}, t) = \bar{f}(\mathbf{x}, t) + f'(\mathbf{x}, t) \quad (2.21)$$

Avec la variable filtrée définie comme :

$$\bar{f}(\mathbf{x}, t) = a \int_V G(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; t) f(\mathbf{x}', t) dV \quad (2.22)$$

Ainsi on peut exprimer les équations classiques de la LES, les équations filtrées de Navier-Stokes exprimées pour un fluide incompressible :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = 0 \quad (2.24)$$

dans lesquelles le terme non linéaire  $\overline{u_i u_j}$  doit être réexprimé en fonction des champs de vitesse filtré  $\bar{\mathbf{u}}$  et des champs de vitesses de sous mailles  $\mathbf{u}'$  définis comme  $\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}$  pour fermer le système. En injectant la décomposition précédente dans le terme non linéaire  $\overline{u_i u_j}$ , on peut mettre en évidence les différentes interactions entre échelles résolues et/ou non résolues :

$$\overline{u_i u_j} = \bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{\bar{u}_i u'_j} - \bar{u}_i \bar{u}'_j + \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{\bar{u}'_j u'_i} + \overline{u'_i u'_j} \quad (2.25)$$

On définit alors le tenseur de sous maille comme la somme de trois contributions  $\tau_{ij} = \mathcal{L}_{ij} + \mathcal{C}_{ij} + \mathcal{R}_{ij}$  avec :

- **Les tensions de Leonard** :  $\mathcal{L}_{ij} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$  (Leonard (1974) [70])  
Qui peuvent être calculées lorsqu'un filtrage explicite est utilisé. Elles représentent les interactions mutuelles des grosses structures qui génèrent par suite la cascade énergétique et les plus petites structures.
- **Les tensions Croisées** :  $\mathcal{C}_{ij} = \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{\bar{u}_j u'_i}$   
Qui ne peuvent être calculées et qui représentent les interactions entre échelles résolues et échelles de sous mailles. Idéalement il doit donc prendre en compte la cascade énergétique décrite par Kolmogorov comme les transferts inverses de retour d'énergie, phénomène de *backscatter*, beaucoup moins importants cependant.
- **Les tensions de Reynolds de sous maille** :  $\mathcal{R}_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$   
Elles représentent les interactions entre échelles de sous mailles et ne sont donc par définition pas calculables.

On peut alors réécrire les équations incompressibles filtrées de Navier-Stokes comme suit en intégrant les tensions de sous maille :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = 0 \quad (2.27)$$

Dans le cadre d'une LES dite "classique", *i.e* avec modèle de sous maille, le travail de modélisation consiste alors à construire un modèle mathématique pour le tenseur  $\tau_{ij}$  rendant compte au mieux de la physique mise en jeu. Dans cet esprit, il existe deux voies de modélisation fondées sur deux hypothèses distinctes, on parle de **modélisation structurelle** ou **fonctionnelle**.

### Modélisation structurelle

Cette approche consiste à modéliser l'ensemble des termes composant le tenseur de sous maille en tenant compte d'informations structurelles des différentes échelles mises en jeu (isotropie locale, anisotropie...). Bardina *et al.* (1980) [10], Sagaut (1995,1996) [113, 112] se basent par exemple sur l'hypothèse de similarité structurelle des plus petites échelles résolues et des plus grandes échelles de sous maille pour reconstruire le tenseur  $\tau_{ij}$  à partir du champ résolu. D'autres méthodes Lund *et al.* (1992) [76], Sagaut (1995) [113], mettent par exemple en oeuvre des développements formels pour fermer le système.

### Modélisation fonctionnelle

L'autre voie de la modélisation de sous maille LES est essentiellement basée sur des concepts énergétiques. L'hypothèse de base stipule que *l'action des échelles de sous mailles est donc essentiellement une action énergétique dont le seul bilan des transferts d'énergie suffit à décrire l'action des échelles de sous mailles*.

Par conséquent, comme nous l'avons vu précédemment en Section 2.1.2, les seuls mécanismes à prendre en compte sont les mécanismes de *cascade énergétique* et de *cascade inverse (backscatter)*. A ce jour si de nombreux modèles tiennent compte de la cascade énergétique, plus rares sont ceux capables de modéliser les faibles retour d'énergie vers les échelles résolues. Ce ratio s'explique en partie par la prédominance des phénomènes de transferts dits "naturels" vis à vis du phénomène de backscatter.

Parmi les nombreux modèles de sous mailles nous ne présenterons que succinctement le modèle de Smagorinsky (1963) [120], historiquement le premier, mais toujours très populaire aujourd'hui et à la base de nombreux codes LES. Construit à partir des idées de Boussinesq (1877), par analogie avec la viscosité moléculaire, le tenseur de sous maille est supposé proportionnel au tenseur de déformation des grandes échelles  $\bar{S}_{ij}$  :

$$\tau_{ij} = -2\mu_t \bar{S}_{ij} \quad (2.28)$$

avec  $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$ , et  $\mu_t$  la viscosité turbulente déterminée à partir de raisonnements aux dimensions. Dans le modèle, elle est exprimée comme :

$$\mu_t = l_s^2 |\bar{S}_{ij}| \quad (2.29)$$

$$l_s = C_s \Delta \quad (2.30)$$

$$|\bar{S}_{ij}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad (2.31)$$

Où  $C_s$  est une constante initialement déterminée égale à 0,165 et  $\Delta$  la taille du filtre.  $l_s$  correspond à une longueur caractéristique que Smagorinsky détermine d'après (2.30).

Malgré sa popularité, on peut reprocher à ce modèle son côté *non universel*. Si sa principale caractéristique est de modéliser la cascade énergétique, on se rend bien compte que le choix d'une constante pour régir toute la physique de l'écoulement reste restrictif. Si dans le cas des écoulements avec paroi une correction a été incorporée au modèle (fonction de type Van Driest (1954) [132]) pour relaxer la dissipation turbulente (*cf* Sous Section 2.3.3), dans d'autres configurations l'*universalité* de cette approche peut être mise en défaut. En effet, selon le schéma numérique utilisé, le modèle de Smagorinsky sera plus ou moins bien adapté. En effet, pour des schémas trop dissipatifs, il faudra agir sur la constante  $C_s$  afin de calibrer au mieux le modèle pour la méthode numérique utilisée d'une part et pour l'écoulement considéré d'autre part. Pour ajouter un caractère plus universel au modèle de Smagorinsky en supprimant notamment l'utilisation de paramètres empiriques, Germano et co-auteurs (1991) [43] déterminent ces constantes dynamiquement à partir des grandes échelles de l'écoulement. Le modèle de Smagorinsky dans sa version dynamique [43] reste à ce jour l'un des plus couramment utilisés en LES.

Même si elles ne seront pas traitées dans ce mémoire nous pouvons toutefois citer d'autres approches couramment utilisées comme les modèles de Schumann (1975) [116] ou de Chollet Lesieur (1981) [23] basés sur le concept de viscosité turbulente respectivement exprimée dans l'espace physique ou spectral. On mentionnera également le modèle à zéros équation dit d'échelle mixte (MSM) développé par Sagaut (1996) [112]. Proche du modèle de Smagorinsky, il utilise à la fois les échelles résolues et les échelles de sous-maillages pour construire la viscosité turbulente. Plus original, le modèle de déconvolution ADM (Approximate Deconvolution Model), Stolz et Adams (1999) [128], se base sur la reconstruction de la solution non filtrée à partir du champ filtré et ceci sans considération physique.

Les différents modèles présentés ou rapidement cités dans cette section appartiennent tous aux modèles dit de classe *zéro équation* ou *une équation*. Cette remarque valide les concepts de base sur lesquels sont construits les approches LES. Il apparaît clairement plus facile de modéliser les plus petites échelles de l'écoulement que tout le spectre comme c'est le cas pour les méthodes RANS. En d'autres termes, alors qu'une modélisation de type *zéro équation* ou *une équation* suffit à la description de la physique en LES, dans le cadre des approches statistiques les modèles à deux équations sont nécessaires et maintenant standards, les efforts des turbulenciers se concentrent actuellement sur les modèles au second ordre. Par ailleurs, de manière générale, la majorité des modèles développés pour les approches RANS peut être utilisée en LES. Toutefois rappelons que les *modèles à deux équations*, résolvant une équation de transport pour une échelle de vitesse et une autre pour une échelle de longueur, n'ont plus le même sens en LES puisque l'échelle de longueur est alors définie par la fréquence de coupure du filtre. Par analogie aux modèles RSM (Reynolds Stress Model) du second ordre développés pour les approches statistiques, quelques tentatives de formulation de fermetures d'ordre élevé ont été également explorées en LES. Se pose alors la question fondamentale du praticien en LES : *Est-il plus raisonnable d'utiliser un modèle de sous maille complexe très coûteux en terme de temps CPU ou bien une résolution plus fine au détriment du modèle ?*

Dans cet esprit, depuis quelques années, de nouvelles voix pour la LES sont parallèlement explorées. Conceptuellement différentes des approches LES dites "classiques", elles rendent indirectement compte de la physique telle qu'elle a été décrite en Section 2.1.1 et conduisent à des résultats encourageants laissant présager une utilisation plus courante pour le futur.

### 2.3.2 Approches LES alternatives

Les approches LES basées sur des modèles de sous mailles précédemment décrites connaissent certaines limitations conceptuelles que l'on peut brièvement résumer comme suit :

- L'erreur de commutation entre opérations de filtrage et de dérivation (grille anisotropes) ne peut être négligée que sous certaines conditions (Dahlström (2000) [30]).
- La superposition de l'erreur de modélisation et de l'erreur d'approximation de la méthode numérique.
- Les difficultés rencontrées pour formuler des modèles de sous mailles dans le cas d'écoulements complexes avec parois et à haut nombre de Reynolds.
- La remise en cause d'une des hypothèses fondatrices de nombreux modèles de viscosité turbulente dans le cadre d'une turbulence homogène forcée (Borue et Orzag (1998) [12]) : *le flux d'énergie n'est que faiblement corrélé au taux de dissipation moyen local.*

L'idée de repartir des équations de Navier-Stokes non filtrées a donc été placée à la base de ces nouvelles méthodes LES, introduites dans la section précédente, on parle de "modélisations alternatives".

Parmi ces dernières, les approches dites *Monotonically Integrated LES* (MILES) par lesquelles Fureby and Grinstein (1999) [40] résolvent les équations de Navier-Stokes en utilisant des algorithmes monotones de haute précision. Le "modèle" de sous maille apparaît alors implicitement comme un filtrage non linéaire lié à la discrétisation du terme convectif. Des études comparatives entre résultats obtenus par approches MILES et par LES classiques (Fureby and Grinstein (1999)[40]) ont montré les capacités de cette méthode à reproduire la physique dans le cas d'écoulements cisailés compressibles à haut nombre de Reynolds. Toutefois une des principales contraintes de cette approche reste la dépendance conceptuelle entre méthode numérique et modèle physique.

Toutes les méthodes LES n'utilisent pas de modèle de sous-maille à proprement parlé pour modéliser les plus petites échelles. Certaines utilisent par exemple la dissipation des schémas numériques d'ordre peu élevé pour "modéliser" la cascade énergétique, on parle de LES Implicite (ILES), Grinstein et Fureby (2006) [49]. Il devient alors difficile de quantifier et de différencier l'énergie dissipée numériquement de la dissipation physique. D'autres approches basées sur des formulations variationnelles multi-échelles (VMS formulations) introduisent un terme de stabilisation aux équations de Navier-Stokes n'agissant que sur les plus hautes fréquences de l'approximation (*cf* Hugues et al. (2001) [54], Guermond (2004) [47]). Il s'agit alors de résoudre un nouveau système d'équations plus à même à approcher la solution du problème physique initial. C'est dans ce cadre là que s'inscrit la méthode d'ordre élevé que nous proposons d'utiliser dans notre étude. Une présentation plus détaillée sera faite en Section 3.4.1.

### 2.3.3 Modélisation de paroi

Initialement, pour les premiers écoulements à Reynolds modéré considérés en LES, les couches limites et par conséquent toutes les structures les constituant étaient complètement résolues. Les premiers modèles LES, typiquement le modèle de Smagorinsky, ne permettaient alors pas d'adapter la contribution des échelles de sous mailles (dissipation turbulente) localement à la dynamique d'un écoulement de proche paroi. La dissipation introduite par la viscosité turbulente, trop importante, ne permettait pas de capter les fortes productions instationnaires et anisotropes

d'énergie cinétique turbulente malgré une résolution *a priori* adaptée. Le premier "modèle", ou plus précisément, correction du modèle LES en proche paroi a donc été introduit par une fonction de type Van Driest (1956) [132]. La longueur caractéristique de sous maille définie en (2.30) est corrigée comme suit :

$$l = C_s \Delta [1 - \exp(\frac{-y^+}{A^+})^{\gamma_1}]^{\gamma_2} \quad (2.32)$$

où  $y^+ = \frac{y \cdot u_\tau}{\nu}$  et  $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}$ , et où  $(\gamma_1, \gamma_2, A^+)$  sont des constantes respectivement égales à (3; 0,5; 25).

Comme pour la majorité de ces modèles empiriques, le choix des constantes apparaît lié au type d'écoulement considéré et donc comme un facteur limitant. Cette approche ne peut être cataloguée explicitement parmi les modélisations de paroi à proprement parlé. Elle permet de relaxer le modèle LES dans une zone de l'écoulement où l'effet de la turbulence est minoritaire *vis-à-vis* de la turbulence (sous-couche visqueuse). Dans tous les cas, l'expérience a montré qu'une résolution complète de la couche limite reste une condition nécessaire à la bonne utilisation de cette fonction.

Dès lors que l'on s'intéresse à des écoulements à haut nombre de Reynolds les couches limites mises en jeu sont de plus en plus fines. Les échelles caractéristiques de la turbulence (*cf* (2.1) et (2.15)) sont alors également beaucoup plus petites si bien qu'il devient rapidement impossible de les résoudre, c'est à dire concrètement de placer le premier point de maille à une distance de la paroi de l'ordre de  $\Delta y^+ \approx 1$ . Chapman (1979) [21] a estimé le nombre de point nécessaire en LES pour respectivement résoudre la partie externe de la couche limite et la zone interne dominée par les effets visqueux, *i.e* la *sous-couche visqueuse*. Il conclut que près 99% des points nécessaires au calcul de la couche limite sont dédiés à la simple résolution de la sous-couche visqueuse dont l'épaisseur ne représente que 10% de l'épaisseur totale de la couche limite. Il estime alors le nombre de points localement nécessaire dans cette région de l'écoulement tel que :

$$N = N_x N_y N_z \propto C_f Re^2 \quad (2.33)$$

avec une approximation du coefficient de frottement  $C_f \propto Re^{-0,2}$  soit

$$N \propto Re^{1,8} \quad (2.34)$$

Une modélisation de la couche limite apparaît alors indispensable pour des approches LES à haut nombre de Reynolds. Dans cet esprit depuis une quinzaine d'années de nombreux efforts sont dédiés aux développement de méthodes permettant de relaxer la résolution dans ces zones de proche paroi.

A ce jour on recense deux grandes catégories d'approches : des **approches statistiques** basées sur les équations simplifiées de la couche limite turbulente en équilibre et des **approches dites zonales** où sont en fait résolus deux systèmes d'équations. Cette approche *zonale* peut utiliser indifféremment un maillage ou un modèle de turbulence propre (voire les deux conjointement) à la zone de proche paroi. Une revue de l'état de l'art est détaillée dans le livre de Sagaut [111] ou Piomelli et Balaras (2002) [93]. Dans ce mémoire nous nous contentons à nouveau de ne mentionner que quelques uns de ces nombreux modèles et leurs principales caractéristiques.

### Modèles de paroi construits sur des approches statistiques :

La majorité de ces modèles reposent sur les équations moyennées et simplifiées de couche limite sur plaque plane. La modélisation de proche paroi, fondée sur cette idée de moyenne, consiste alors à imposer une valeur de la vitesse ou des composantes du tenseur de frottement

au premier point de grille extérieur à la paroi. La première maille devant contenir une information globale moyenne, sa taille doit être "suffisamment large" pour contenir plusieurs structures caractéristiques. Depuis les travaux de Robinson (1991) [104] on sait que les dimensions de ces tourbillons quasi longitudinaux, caractéristiques de couches limites, sont constants dans les plans parallèles à la paroi et dans son système de coordonnées propre  $(x^+, z^+)$ , i.e  $\lambda_{x^+} \simeq 200 - 1000$ ,  $\lambda_{z^+} \simeq 100$  où  $x$  correspond à la direction longitudinale et  $z$  à la direction transverse. Piomelli et Balaras (2002) [93] estiment alors comme satisfaisante une résolution telle que  $\Delta x^+ \approx 1500$ ,  $\Delta y^+ \approx 50 - 150$  et  $\Delta z^+ \approx 700$ . Pour des résolutions inférieures en  $(x, z)$  les considérations statistiques sur lesquelles sont basées les modèles ne seraient alors plus valables. Au delà, le modèle ne capterait plus les structures turbulentes attendues.

Dans cette esprit, Schumann (1975) [116] obtint de très bon résultats dans le cadre d'un écoulement sur plaque plane en imposant des contraintes pariétales calculées à partir de grandeurs moyennes. Plus tard Piomelli *et al.* (1989) [94] inclurent les inclinaisons et l'étirement des structures de couche limite dans un modèle voisin de celui développé par Schumann [116]. Plus récemment, Wu et Squires (1998) [139] imposèrent comme conditions, des contraintes pariétales obtenues à partir d'une simulation du même écoulement mais par approche RANS. A la différence de toutes les autres méthodes, le modèle de Werner et Wengle (1993) [135] se base sur des quantités instantannées, en faisant de ce fait aujourd'hui certainement l'un des plus utilisés.

Développées initialement pour des couches limites en équilibre, ces approches ont obtenu pour des configurations simples de plaques planes de très bons résultats comparativement aux données expérimentales et DNS de la littérature. Bien qu'inadaptées, elles sont encore largement utilisées dans le cas d'écoulements massivement décollés (Fares (2006) [35], Hinterbeger (2002) [52], Howard (2000) [53], Rodi (1997) [106]) et connaissent différents niveaux de réussite comme nous le verrons par ailleurs.

### Traitement de paroi par approche zonale :

Afin de subvenir aux limitations conceptuelles de la classe de modèles définie précédemment, les approches dites *zonales* ont alors été développées. On recense plusieurs techniques dans la littérature. Nous ne présenterons que les deux plus couramment utilisées.

Balaras et Benocci (1994) [8] introduisirent la méthode dite *Two-Layers Model* (TLM), largement testée par la suite par Balaras *et al.* (1996) [9]. Cette technique est basée sur le couplage de deux systèmes d'équations, chacun résolu sur un maillage adapté. Dans l'écoulement "externe" (*cf* FIG.2.4), les équations de Navier-Stokes sont classiquement résolues alors qu'en proche paroi, les équations simplifiées de couche limite sont associées à une grille plus raffinée. Balaras et Benocci (1994) [8] puis Balaras *et al.* (1996) [9] utilisèrent alors un modèle algébrique de viscosité turbulente corrigé par une fonction de type Van Driest (1956) [132] pour la zone de proche paroi :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{u}_i \bar{u}_n) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_n} [(\nu + \nu_t) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_n}] \quad (2.35)$$

où  $n$  correspond à la direction normale à la paroi et  $\nu_t$  à la viscosité turbulente.

$$\nu_t = (\kappa y)^2 D(y) |\bar{S}| \quad (2.36)$$

$$D(y) = -exp[-(y^+/A^+)^3] \quad (2.37)$$

avec  $A^+ = 25$ ,  $|\bar{S}|$ , la norme du tenseur de déformation résolu,  $D(y)$  la correction de proche paroi et  $y$  la distance à la paroi.

Au premier point de grille extérieur on impose alors les composantes des contraintes pariétales

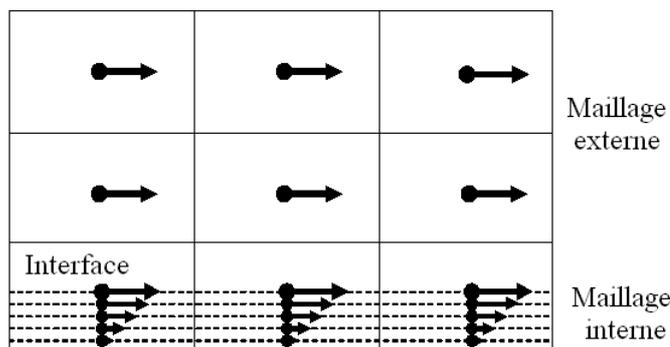


FIG. 2.4 – Maillage interne et externe pour l'approche zonale TLM (Piomelli et Balaras (2002) [93]).

calculées en intégrant le champs de vitesse provenant des équations de couche limite. Cette approche, beaucoup plus coûteuse, a notamment permis d'obtenir de meilleurs résultats dans le cadre d'écoulement massivement décollés tels que la marche descendante (Cabot (1996) [18], Diurno *et al.* (2001) [33]) ou d'un profil d'aile (Wang (2000) [134]).

La deuxième approche n'est en fait pas à proprement parlé une approche *zonale* puisqu'elle ne fait pas intervenir deux grilles différentes. On associe toutefois couramment la technique hybride présentée précédemment (Section 2.2.3), la DES (*Detached-Eddy Simulation*) introduite par Spalart (1997) [123] à ce type de modélisation. Nous rappelons que la méthode initiale consistait à modéliser les couches limites par des méthodes RANS. Une revue de l'état de l'art en DES peut être trouvée dans Spalart (2000) [124].

A ce jour, de nombreux travaux concernant ces approches *zonales* DES et plus généralement sur ces méthodes hybrides RANS/LES portent sur le traitement des *zones grises*, zones de transition RANS/LES. Toute la difficulté consiste à introduire sur le champ moyen calculé par l'approche RANS une information instationnaire et par conséquent des fluctuations corrélées spatialement et temporellement. De manière plus générale, ce problème de *zone grise* et de génération locale d'un champ turbulent s'apparente à un autre point d'intérêt pour les études LES : La génération de conditions d'entrée turbulentes.

### 2.3.4 Conditions d'entrée en LES

Généralement, l'écoulement turbulent est fortement dépendant des conditions d'entrée. Ainsi pour des études LES d'aérodynamique externe, le niveau de turbulence en entrée est une caractéristique fondamentale. Un niveau de turbulence trop faible peut largement influencer la physique en aval. Dans le cadre de ces écoulements autour d'obstacles complexes, la turbulence est connue comme étant une source d'énergie s'opposant aux possibles décollements. Il est donc primordial dans ce type d'études de retrouver l'intensité turbulente la plus réaliste possible dans la zone d'intérêt de l'écoulement. Il est alors nécessaire d'imposer des fluctuations turbulentes réalistes au champ de vitesse stationnaire habituellement utilisé. Dans cette sous section nous présentons rapidement quelques unes des méthodes existantes pour ce problème de condition d'entrée en

LES.

L'ajout de fluctuations aléatoires sur un profil laminaire pour déclencher une transition naturelle vers un régime turbulent constitue la technique la plus couramment utilisée à ce jour en LES. Si la mise en place de cette méthode est très rapide, l'établissement d'un régime pleinement turbulent peut être long et coûteux, nécessitant alors d'étendre le domaine de calcul en amont. Depuis quelques années de nombreux auteurs développent des techniques de génération de profils turbulents pour les imposer par suite comme condition d'entrée. Le but principal est alors d'enrichir le spectre énergétique du profil d'entrée afin d'obtenir plus rapidement une solution pleinement turbulente ayant un sens physique, *i.e* corrélée en temps et en espace. L'objet de ces techniques n'est alors pas de prendre en compte les échelles physiques caractéristiques de temps et d'espace mais celles les mieux adaptées aux maillages et pas de temps considérés dans l'approche numérique (Davidson (2005) [31]).

De toutes les techniques développées à ce jour, la réalisation d'un précurseur par une simulation indépendante (DNS ou LES), Akselvoll et Moin (1993) [2], reste une des plus efficaces en LES (Balaras et Piomelli (2000) [7]). Simulant séparément un écoulement turbulent en équilibre, il s'agit de récupérer et de stocker à chaque pas de temps la solution obtenue sur une section perpendiculaire à la direction de l'écoulement. Cette solution est par la suite imposée comme condition d'entrée.

Lund *et al.* (1998) [77] gènèrent un précurseur en temps réel à partir d'une deuxième simulation réalisée simultanément dans les mêmes conditions (grille et pas de temps). Ils récupèrent alors dans ce calcul annexe à chaque pas de temps un champs solution qu'ils imposent en entrée de leur simulation principale. La condition d'entrée pour cette simulation annexe se fait par une séquence d'opérations par lesquelles le champs de vitesse en sortie est redimensionné et réintroduit en entrée.

D'autres méthodes permettent à moindre coût de générer une condition d'entrée turbulente isotrope. Basées sur la méthode de Kraichnan (1970) [66], elles permettent d'enrichir le spectre spatial d'un profil laminaire par l'ajout de fluctuations dont l'amplitude est fonction du nombre d'onde. Récemment, Davidson (2007) [32] par un filtrage temporel asymétrique permet en plus d'incorporer des corrélations temporelles non nulles. Les résultats LES obtenus sur l'écoulement autour de la colline 3D apparaissent au moins aussi bon que ceux obtenus avec comme profil d'entrée les résultats d'une simulation DNS précurseur.

Par la suite, dans notre étude nous présenterons quelques résultats de simulations autour d'une géométrie complexe à partir de profils d'entrée obtenus par une simulation précurseur.

---

## Chapitre 3

# Modélisation numérique

Comme nous l'avons mentionné au Chapitre Introduction, cette étude a été réalisée à partir d'un code spectral établi au Laboratoire J.A. Dieudonné de Nice. Initialement, ce code multi-domaine parallèle développé pendant la thèse de Sabbah (2000) [109] était utilisé pour des problèmes de convection thermosolutale en cavité allongée. Par la suite, Forestier (2000) [37], a adapté le code au cas d'écoulements en milieu ouvert et s'est intéressé au sillage d'une sphère en fluide stratifié. Cousin, dans le cadre de sa thèse (2005) [28], a modifié les méthodes de résolution utilisées en vue de la simulation d'écoulements transitionnels laminaires/turbulents. Finalement, l'aspect Simulation des Grandes Echelles (LES) a été développé par Pasquetti (2003,2006) [27, 88] et a notamment été appliqué à l'écoulement turbulent autour du cylindre pour un Reynolds  $Re=3900$ .

Dans ce chapitre nous essayerons de résumer succinctement cette méthode spectrale multi-domaine. On présente tout d'abord quelques concepts et propriétés de base, en s'inspirant de Peyret (2000) [92] et Canuto *et al.* (1988) [20]. Par la suite nous décrirons la technique de Viscosité Spectrale Evanescence (Spectral Vanishing Viscosity SVV), à travers laquelle nous prenons en compte l'action des échelles non résolues. La méthode de pénalisation classiquement utilisée pour la modélisation d'obstacle, *cf e.g* Angot *et al.* (1999) [4], est introduite en Section 3.5.1 avant d'aborder la méthode de *pseudo-pénalisation* implémentée dans le solveur, *cf* Pasquetti *et al.* (2008) [90]. Finalement dans la Section 3.6, nous introduisons une correction de paroi, bien adaptée au modèle LES utilisé, nous permettant de capter au mieux les forts phénomènes énergétiques siégeant en couche limite.

### 3.1 Modèle mathématique

#### 3.1.1 Equations mathématiques

Dans cette étude on cherche à résoudre numériquement les équations tri-dimensionnelles de Navier-Stokes pour un fluide incompressible. Dans un repère fixe cartésien  $(Oxyz)$  et pour un volume fluide  $\Omega$  de contour  $\Gamma$ , elles s'écrivent dans leurs formulations adimensionnées vitesse-pression  $(\mathbf{u}, p)$ , bien adaptées au cas 3D, comme suit :

$$\partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} \quad \text{dans } \Omega \times (0, +\infty) \quad (3.1)$$

Dans les configurations étudiées, nous adimensionnerons toutes les quantités par une vitesse de référence, en général la vitesse d'entrée  $U_\infty$ , et une longueur caractéristique de l'écoulement, la hauteur  $h$  de l'obstacle par exemple. Le nombre de Reynolds s'écrit alors  $Re = U_\infty h / \nu$ .

On complète les équations de Navier-Stokes par l'équation de continuité sur le domaine fermé  $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$ , par des conditions aux limites sur le bord  $\Gamma$  et par une condition initiale  $\mathbf{u}^0$  vérifiant l'équation de continuité :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{dans } \bar{\Omega} \times (0, +\infty) \quad (3.2)$$

$$\mathcal{B}\mathbf{u} = \mathbf{g}_\Gamma \quad \text{dans } \Gamma \times (0, +\infty) \quad (3.3)$$

$$\mathbf{u}|_{t=0} = \mathbf{u}^0 \quad \text{dans } \bar{\Omega} \quad (3.4)$$

On reconnaîtra dans les équations, la pression  $p$ , le Reynolds  $Re$ , le terme non linéaire  $\mathbf{u} \cdot \nabla$ , le Laplacien  $\Delta$ , l'opérateur de condition aux limites  $\mathcal{B}$  et  $\mathbf{g}_\Gamma$  les valeurs de ces conditions supposées continues sur le bord. Dans ce repère cartésien  $(Oxyz)$ , où  $(x, y, z)$  correspondent respectivement aux directions longitudinale, verticale et transverse, on définit les composantes du vecteur vitesse  $\mathbf{u} = (u, v, w)$ .

### 3.1.2 Conditions aux limites

Dans (3.3), l'opérateur  $\mathcal{B}$  et le terme  $\mathbf{g}_\Gamma$  prennent des valeurs distinctes selon la nature du bord : entrée, sortie, paroi supérieure, inférieure ou latérale ou bien encore autour du corps.  $\mathcal{B}$  peut ainsi être l'opérateur identité (condition de Dirichlet), l'opérateur dérivée normale (condition de Neumann) ou encore une combinaison linéaire des deux (on parle alors de condition *mixte*). Dans notre étude, le domaine  $\Omega$  est de type canal dans lequel on utilise les conditions suivantes :

- Adhérence ( $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = 0$ ) ou glissement ( $\partial_n \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = 0$ ) sur les parois inférieure et supérieure de  $\Omega$ ,  $n$  correspond à la direction normale à la paroi.
- Adhérence autour de l'obstacle (*cf* Section 3.5.2).
- Conditions de périodicité sur les parois latérales par le choix d'une direction homogène (direction de Fourier).
- Conditions convectives de type Orlansky en sortie *i.e*  $\partial_t \mathbf{u} + u \partial_x \mathbf{u} = 0$ , avec  $x$  la direction longitudinale de l'écoulement et  $u$  la composante suivant cette direction.
- Initialement, un profil laminaire et stationnaire est imposé en entrée. Par la suite, ce profil sera modifié suivant différentes méthodes ayant pour but d'enrichir son spectre énergétique et (ou) d'augmenter les corrélations spatiaux-temporelles.

Une étude sur la sensibilité de ces conditions aux limites sera effectuée par ailleurs dans ces travaux.

## 3.2 Approximation spatiale

Dans cette Section nous présentons succinctement quelques généralités sur les espaces polynomiaux et méthodes spectrales, sur les transformations de coordonnées et l'approche multi-domaine utilisées dans ce solveur pour traiter le problème de l'approximation spatiale. Pour plus de détails on peut se reporter aux travaux de Peyret (2000) [92], Canuto *et al.* (1988) [20], Boyd (2000) [15] ou Orzag et Gottlieb (1977) [46].

### 3.2.1 Approximation Polynomiale

#### Approximation Fourier

Le cas idéal suggère le choix d'une fonction  $u(x)$ ,  $2\pi$ -périodique dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$  et régulière. Sous ces hypothèses, la série de Fourier associée est uniformément convergente dans tout le domaine (y compris les bords). L'utilisation de l'approximation de Fourier pour une fonction non périodique ou présentant des discontinuités détruit localement cette convergence uniforme, qui, par suite donne naissance à des phénomènes de Gibbs se répercutant dans tout le domaine d'étude. La solution du problème est alors approchée par la série tronquée suivante :

$$u_N(x) = \sum_{|k| \leq N/2} \widehat{u}_k e^{ikx} \quad (3.5)$$

Où  $i^2 = -1$  et où  $N/2$  représente le degré d'approximation polynomiale.

On doit remarquer que puisque la solution approchée est réelle, les coefficients de Fourier d'indices opposés  $k$  et  $-k$  sont conjugués :

$$\widehat{u}_{-k} = \overline{\widehat{u}_k} \quad (3.6)$$

L'approximation de Fourier, bien que restrictive au niveau des conditions aux limites, est très avantageuse d'un point de vue numérique. Traditionnellement, dans la limite du possible on cherche à utiliser au moins une direction homogène pour les raisons présentées plus loin (cf Section 3.2.2). Pour des problèmes ne présentant pas de direction homogène, on cherche toutefois à utiliser l'approximation Fourier en supposant par exemple la dimension transverse du canal suffisamment grande.

#### Approximation Chebychev

Pour des configurations non périodiques, si l'on souhaite imposer des conditions particulières de part et d'autre du volume d'étude, l'approximation de Fourier est à proscrire pour les raisons évoquées précédemment. On a alors recourt à d'autres espaces de polynômes ayant les mêmes propriétés d'orthogonalités et de convergence exponentielle. Traditionnellement, on utilise les polynômes de Chebychev ou de Legendre. Bien que les polynômes de Legendre possèdent certains avantages comme le fait d'être orthogonaux pour le produit scalaire  $L^2$  classique, on leur préfère souvent les polynômes de Chebychev pour pouvoir utiliser les algorithmes de transformation de Fourier rapide (Fast Fourier Transform, FFT).

Le polynôme de Chebychev de degré  $k$ ,  $T_k$  défini pour  $x \in [-1; 1]$  s'écrit :

$$T_k(x) = \cos(k \arccos(x)) \quad (3.7)$$

Et par conséquent, la série tronquée  $u_N(x)$  s'écrit alors dans la base formée des  $(T_k)_{0 \leq k \leq N}$  :

$$u_N(x) = \sum_{k=0}^N a_k T_k(x) \quad \forall x \in [-1; 1] \quad (3.8)$$

Les coefficients  $a_k$  sont donc les coefficients spectraux de l'approximation considérée.

Les polynômes de Chebychev s'annulent aux points  $x_i$ ,  $i=0, \dots, k-1$  définis par :

$$x_i = \cos\left(i + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{k} \quad (3.9)$$

et atteignent leurs extrema  $\pm 1$  au points  $x_i$ ,  $i=0, \dots, k-1$  définis par :

$$x_i = \cos\left(\frac{\pi i}{k}\right) \quad (3.10)$$

Dans le cadre de la méthode de collocation que nous utilisons et que nous allons succinctement présenter par ailleurs, ces polynômes sont donc associés à la grille de Gauss-Lobatto-Chebyshev,  $x_i = \cos\left(\frac{\pi i}{N}\right)$ , telle que  $(1-x^2)T'_N(x_i) = 0$ . Il faut noter que cette grille est particulièrement bien adaptée pour la description de couches limites situées sur les bords du domaine. Dans des configurations où des couches limites se développent ailleurs, l'utilisation d'un mapping permet de raffiner les points de grille dans la zone d'intérêt (cf Section 3.2.3).

Parmi les propriétés remarquables des polynômes de Chebyshev on note l'orthogonalité *vis-à-vis* du produit scalaire de  $L^2_\omega([-1;1])$  pour le poids  $\omega(x) = \sqrt{1-x^2}$  soit :

$$(T_n, T_k)_\omega = \int_{-1}^1 T_n(x)T_k(x)\omega(x)dx = c_n \frac{\pi}{2} \delta_{k,n} \quad \forall 0 \leq n, k \leq n \quad (3.11)$$

Où  $\delta_{k,n}$  représente le symbol de Kronecker et  $c_n$  est défini par :  $c_n = 2$  si  $n=0$  et  $c_n = 1$  sinon. A partir des formules de quadrature de Gauss on peut également définir une relation d'orthogonalité discrète :

$$\sum_{i=0}^N \frac{1}{\bar{c}_i} T_k(x_i) T_l(x_i) = \frac{\bar{c}_k}{2} N \delta_{k,n} \quad \forall 0 \leq l, k \leq N \quad (3.12)$$

où  $\bar{c}_k = 2$  si  $k = \{0; N\}$  et  $\bar{c}_k = 1$  si  $1 \leq k \leq N-1$ .

Cette relation d'orthogonalité discrète (3.12) permet d'exprimer les coefficients spectraux  $a_k$  en fonction des valeurs  $u_i$  de la fonction  $u(x)$  aux différents points de collocation :

$$a_k = \frac{2}{\bar{c}_k N} \sum_{i=0}^N \frac{1}{\bar{c}_i} u_i T_k(x_i) \quad \forall k \in [0; N] \quad (3.13)$$

### 3.2.2 Méthode spectrale de collocation Chebyshev-Fourier Galerkin

En fonction de la direction de l'espace et de la nature de l'approximation polynômiale choisie, on utilisera soit une méthode de type Galerkin soit une méthode de collocation.

On se donne une équation différentielle unidimensionnelle (typiquement le problème d'helmholtz elliptique) avec des conditions sur les bords :

$$\mathcal{L}u - f = 0, \quad a \leq x \leq b \quad (3.14)$$

$$\mathcal{B}_a u = g_a \text{ en } x = a, \quad \mathcal{B}_b u = g_b \text{ en } x = b \quad (3.15)$$

Où  $\mathcal{L}$  est un opérateur différentiel linéaire,  $f$  un terme source et  $\mathcal{B}_a$ ,  $\mathcal{B}_b$  correspondent à des conditions de Dirichlet ou Neumann.

En utilisant  $u_N$  l'approximation polynômiale (Fourier ou Chebyshev) de la solution  $u$  du problème, on définit le résidu  $\mathcal{R}_N$  comme :

$$\mathcal{R}_N(x) = \mathcal{L}u_N(x) - f \quad (3.16)$$

### Méthode de Fourier-Galerkin

A partir de l'équation définie ci dessus, la méthode de Fourier-Galerkin consiste à imposer la propriété d'orthogonalité (au sens du produit scalaire de  $L^2[0; 2\pi]$ ) au résidu  $\mathcal{R}_N$  dans le sous espace engendré par la suite des fonctions  $(e^{ikx})_{0 \leq k \leq N/2}$  :

$$(\mathcal{R}_N, e^{ikx}) = 0 \quad \forall k \in [0; N/2] \quad (3.17)$$

Ce système, dont les inconnues sont les  $\hat{u}_k$ , grandeurs complexes à l'exception de  $\hat{u}_0$  et  $\hat{u}_{N/2}$ , fournit en fait  $N$  équations réelles que l'on résout dans l'espace spectral pour les parties réelles et imaginaires de  $\hat{u}_k$ .

Le solveur utilise cette méthode dans la direction transverse (homogène)  $z$  de l'écoulement et permet donc de résoudre numériquement à chaque itération  $N$  problèmes bi-dimensionnels par une méthode de collocation Chebychev que l'on présentera par la suite (cf Section 3.2.2).

Dans le cadre des méthodes de type Fourier, le calcul des dérivées apparaît numériquement très peu coûteux. En effet, la dérivée première de la solution approchée suivant  $x$ ,  $u_N^{(1)}$  s'écrit :

$$u_N^{(1)}(x) = \sum_{|k| \leq N/2} ik \hat{u}_k e^{ikx} \quad (3.18)$$

Par conséquent pour un nombre d'onde donné  $k$  une dérivation à l'ordre 1 en espace revient à multiplier le coefficient spectral associé  $\hat{u}_k$  par  $ik$ . Plus généralement, toujours pour un même nombre d'onde  $k$  une dérivation à l'ordre  $p$  en espace revient à multiplier le coefficient spectral associé  $\hat{u}_k$  par  $(ik)^p$ .

De manière générale, l'utilisation d'une méthode de Fourier-Galerkin dans une direction pour un problème linéaire de dimension  $d$ , permet de se restreindre à un ensemble de problèmes de dimension  $d-1$ .

### Méthode de collocation Chebychev

On se donne  $N + 1$  points distincts  $x_i$ ,  $i \in [0; N]$  de l'espace physique. La méthode de collocation consiste à annuler le résidu sur tous les points  $x_i$ ,  $\mathcal{R}_N(x_i) = 0$ ,  $i \in [0; N]$ . Les  $x_i$  sont alors appelés les points de collocations. Dans la méthode de collocation Chebychev on choisit la grille de Gauss-Lobatto-Chebychev définie comme :  $x_i = \cos(\frac{\pi i}{N})$   $i \in [0; N]$ .

Grâce à la bijection reliant les valeurs de la solution  $u_N(x_i)$  en chacun des points de grille et les coefficients spectraux  $a_k$ , on peut choisir de résoudre indifférent le problème discrétisé  $\mathcal{R}_N(x_i) = 0$ ,  $\forall i \in [0; N]$ , dans l'espace spectral comme dans l'espace physique. Toutefois, il est plus efficace de travailler dans l'espace physique. Ceci peut être fait en construisant des opérateurs de dérivation. La dérivée d'ordre  $p$  de l'approximation considérée s'écrit :

$$u_N^{(p)}(x_i) = \sum_{k=0}^N a_k T_k^{(p)}(x_i) \quad \forall k, i \in [0; N] \quad (3.19)$$

Grâce à la relation d'orthogonalité discrète (3.12), on peut réécrire les coefficients spectraux  $a_k$  en fonction des différentes valeurs de la fonction sur les points de grille, et par conséquent  $u_N(x_i)^{(p)}$  s'écrit :

$$u_N(x_i)^{(p)} = \sum_{j=0}^N d_{i,j}^{(p)} u_N(x_j) \quad \forall i \in [0; N] \quad (3.20)$$

L'expression des coefficients  $d_{i,j}^{(p)}$  à l'ordre 1 s'écrit alors :

*Dérivée d'ordre 1*

$$\begin{cases} d_{i,j}^{(1)} = \frac{\bar{c}_i(-1)^{i+j}}{\bar{c}_j(x_i - x_j)}, & 0 \leq i, j \leq N, i \neq j \\ d_{i,i}^{(1)} = -\frac{x_i}{2(1-x_i^2)}, & 1 \leq i \leq N-1 \\ d_{0,0}^{(1)} = -d_{N,N}^{(1)} \frac{2N^2+1}{6} \end{cases} \quad (3.21)$$

Où  $x_i = \cos(\pi i/N)$ ,  $\bar{c}_0 = \bar{c}_N = 2$ ,  $\bar{c}_j = 1$  for  $1 \leq i \leq N-1$ .

Pour les *Dérivée d'ordre 2* on utilise la relation  $D^{(p)} = D^p$ , où  $D$  est la matrice d'éléments  $d_{i,j}$ ,  $(i, j) \in [0; N] \times [0; N]$ .

### Méthode de collocation Chebychev-Fourier Galerkin

Après avoir présenté les différentes méthodes de résolution propres aux espaces polynômiaux choisis, dans le cas unidimensionnel, on décrit maintenant l'approche collocation-Chebychev/Fourier-Galerkin développée dans le solveur pour résoudre les équations tri-dimensionnelles incompressibles de Navier Stokes et les conditions aux limites associées (3.1), (3.2) et (3.3).

Le choix d'une direction transverse,  $z$ , homogène permet d'utiliser la méthode de Fourier-Galerkin dans cette direction et par conséquent de se ramener à  $N$  problèmes bi-dimensionnels pour les directions longitudinales,  $x$  et verticale,  $y$ . A chaque itération ces  $N$  systèmes d'équations sont donc résolus par une méthode de collocation Chebychev. Finalement, la solution  $\mathbf{u}(x,t)$  est approchée par le polynôme  $\mathbf{u}_{N_x N_y N_z}(x, y, z, t)$  :

$$\mathbf{u}_{N_x N_y N_z}(x_i, y_j, z_l, t) = \sum_{|k| \leq N_z/2} \sum_{n=0}^{N_x} \sum_{m=0}^{N_y} \hat{\mathbf{u}}_{nmk}(t) T_n(x_i) T_m(y_j) e^{ikz_l} \quad (3.22)$$

L'approximation  $\mathbf{u}_{N_x N_y N_z}$  sera calculée en chaque point de l'espace  $(x_i, y_j, z_k)$  où  $(x_i, y_j), \forall (i, j) \in [0; N_x] \times [0; N_y]$  sont donc les points de collocation de Gauss-Lobatto et  $z_k = 2\pi/N_z, \forall k \in [0; N_z - 1]$  sont des points équidistants.

### 3.2.3 Mapping

La grille de Gauss-Lobatto-Chebychev est très raffinée sur les bords du domaine étudié et beaucoup plus lâche au milieu du domaine (répartition en *cosinus*). Pour surmonter cette limitation on peut avoir recours à des transformations de coordonnées, par exemple aux "mapping" logarithmiques ou algébriques. Ces transformations doivent répondre à certaines conditions. En premier lieu, elles doivent être bijectives, facilement inversibles et très régulières, pour ne pas induire une perte de régularité :

$$u(f(\xi)) = v(\xi) \cong v_N(\xi) = \sum_{k=0}^N \hat{v}_k T_k(\xi) \quad (3.23)$$

Le pas de discretisation spatial vérifiant :

$$x_{i+1} - x_i = f(\xi_{i+1}) - f(\xi_i) = (\xi_{i+1} - \xi_i) f'(\xi_i) + O[(\xi_{i+1} - \xi_i)^2] \quad (3.24)$$

Afin de resserer les points de collocation  $x_i = f(\xi_i)$  ( $\xi_i = \cos(i\pi/N)$ ,  $i = 0, \dots, N$ ) dans les zones de forts gradients, la transformation de coordonnées doit vérifier dans ces zones :

$$|f'(\xi_i)| \ll 1 \quad (3.25)$$

Les différents cas tests étudiés par ailleurs mettront essentiellement en oeuvre deux types de transformations de coordonnées tous deux algébriques : l'une contrôlée par un couple de paramètres et l'autre par un seul coefficient.

On considérera donc dans le reste de notre étude deux mappings différents, dont un est polynômial du 3<sup>ème</sup> degré gouverné par un jeu de paramètres  $(a_1, b_1)$ . Ces coefficients doivent alors être choisis en fonction de l'emplacement de la zone à raffiner ( $b_1$ ) et de l'intensité du resserrement ( $a_1$ ) désiré. La transformation de coordonnées considérée s'écrit alors de la manière suivante :

$$y = f(\xi, a_1, b_1) = \frac{H}{2}(a_1\xi + b_1\xi^2 + (1 - a_1)\xi^3) + \frac{H}{2} - \frac{b_1 \cdot H}{2} \quad (3.26)$$

$H$  représentant la hauteur du canal.

Notons que cette approche généralise celle utilisée dans les travaux de Forestier (2000) [37] et de Cousin (2005) [28], où  $b_1$  était pris égal à 0.

Le deuxième mapping, utilisé pour la première fois par Gauthier *et al.* (1996) [42] et Gauthier et Renaud (1997) [99] pour le calcul d'écoulements compressibles est contrôlé par un unique paramètre  $\beta$  :

$$y = f(\xi, \xi_1, \xi_2, \alpha) = \frac{1}{2}(\xi_1 + \xi_2) + \frac{\alpha\xi}{\sqrt{(1 + \beta^2 - \xi^2)}} \quad (3.27)$$

Avec  $\beta = 2\alpha/(\xi_2 - \xi_1)$  et  $(\xi_2, \xi_1)$  les bornes du domaine physique considéré. Par exemple, à partir de la grille de Gauss-Lobatto-Chebyshev on obtient une distribution quasi uniforme pour  $\alpha = 0.3277(\xi_2 - \xi_1)$ .

Notons que, certaines transformations de coordonnées peuvent détériorer la convergence exponentielle (*cf* Boyd (2000) [15]) propre aux méthodes spectrales. Depuis les travaux de Grosch et Orszag (1977) [50] ou Boyd (1982a) [14] il existe des arguments théoriques qui assurent que les approches par mappings logarithmiques sont inférieures en terme de convergence aux transformations de coordonnées dites algébriques. Paradoxalement, d'autres études comme celles de Spalart (1984) [122] rapportent de bons résultats avec des transformations exponentielles. Dans nos travaux, les expériences numériques ont montré une influence indéniable du mapping sur la stabilité de nos simulations. Ce problème doit donc être traité avec prudence. Il faut trouver le bon compromis entre précision, résolution et coût de calcul.

### 3.2.4 Approche multi-domaine

Comme nous l'avons mentionné précédemment, la technique de décomposition multi-domaine a été implémentée dans les travaux de thèse de Sabbah (1998,2000) [110, 109]. Cette approche multi-domaine dans la direction longitudinale  $x$  apparaît bien adaptée à l'étude des sillages. Elle consiste en un découpage du domaine de calcul en plusieurs sous domaines dans la direction de l'écoulement. A chaque pas de temps, on résout pour chaque mode de Fourier le problème bi-dimensionnel dans chaque sous-domaine avant de vérifier certaines conditions de transmission à chaque interface. La méthode utilisée pour assurer cette continuité  $C^1$  est une méthode de matrice d'influence.

Dans cette partie nous allons présenter la méthode dans le cas simpliste de deux sous-domaines

(FIG.3.1a) puis nous allons l'étendre facilement à  $S$  sous-domaines (FIG.3.1b). On se donne donc le problème de Helmholtz elliptique bi-dimensionnel (3.14) et ses conditions aux limites (4.1) que l'on choisira ici de type Dirichlet (*i.e*  $\mathcal{B}$  l'opérateur identité) pour des raisons de clarté de l'exposé (l'extension à des conditions de Neumann ou à des conditions mixtes ne posant aucune difficultés).

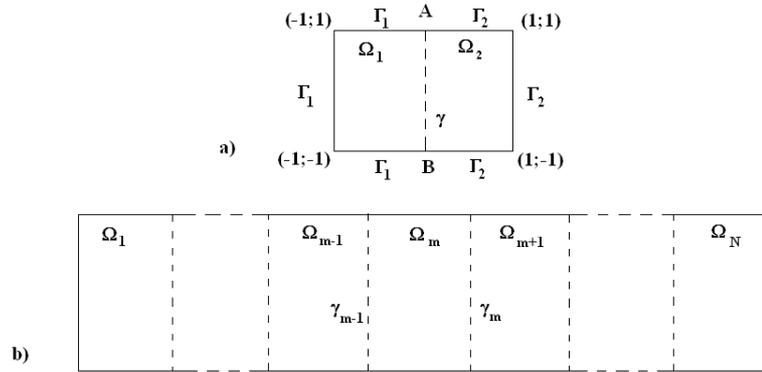


FIG. 3.1 – Exemple de décomposition multi-domaine (Sabbah (1998) [110])

On considère donc le domaine bi-dimensionnel  $\Omega = [-1; 1] \times [-1; 1]$  de contour  $\Gamma$ . Ce domaine  $\Omega$  est décomposé en deux sous-domaines  $\Omega_m$  ( $m=1$  ou  $2$ ) délimités par l'interface  $\gamma$  (*cf* Fig.3.1). Dans chaque sous domaine la solution  $u_m$  vérifie donc le problème d'Helmholtz :

$$\mathcal{L}u_m = f, \text{ dans } \Omega_m \quad (3.28)$$

$$u_m = g_{\Gamma_m} \text{ sur } \Gamma_m \quad (3.29)$$

Avec en plus des conditions de transmission sur l'interface  $\gamma$  :

$$u_1 = u_2 \quad \text{sur } \gamma \quad (3.30)$$

$$\partial_x u_1 = \partial_x u_2 \quad \text{sur } \gamma \quad (3.31)$$

assurant la continuité de la fonction et de sa dérivée par rapport à la direction normale à l'interface  $\gamma$ .

Dans le cadre d'une résolution par méthode de collocation, une transformation de coordonnées dans chaque sous domaine et dans la direction longitudinale est nécessaire pour contraindre chaque sous domaine dans le carré  $[-1; 1] \times [-1; 1]$ . Par ailleurs, les points de collocation doivent bien évidemment coïncider dans la direction verticale  $y$  afin de permettre le recollement à l'interface en chaque point. Par la suite on notera  $\Omega_m$  l'ensemble des points de collocation intérieurs de chaque sous domaine,  $\Gamma_m$  les points de collocation sur les contours de  $\Omega_m$  excepté les points de l'interface  $\gamma$  et ceci pour chacun des deux sous domaines, enfin  $\gamma$  correspond aux points intérieurs de l'interface.

A ce stade la technique de matrice d'influence nécessite d'introduire la décomposition suivante dans chaque sous domaine :

$$u_m = \widehat{u}_m + \bar{u}_m \quad (3.32)$$

Les valeurs de la fonction aux points de collocation,  $\hat{u}_m(x_i; y_j)$ , étant solution du problème discret  $\hat{P}_m$ ,  $m = 1, 2$  :

$$\mathcal{L}(\hat{u}_m) = f \quad \text{dans } \Omega_m \quad (3.33)$$

$$\hat{u}_m = g \quad \text{sur } \Gamma_m \quad (3.34)$$

$$\hat{u}_m = 0 \quad \text{sur } \gamma \quad (3.35)$$

Parallèlement on décompose le terme  $\bar{u}_m$  sous la forme :

$$\bar{u}_m = \sum_{l=1}^{N_y-1} \zeta_l \bar{u}_{m,l} \quad (3.36)$$

Où les  $\bar{u}_{m,l}(x_i; y_j)$  sont les solutions discrètes du problème  $\bar{P}_{m,l}$  :

$$\mathcal{L}(\bar{u}_{m,l}) = 0 \quad \text{dans } \Omega_m \quad (3.37)$$

$$\bar{u}_{m,l} = 0 \quad \text{sur } \Gamma_m \quad (3.38)$$

$$\bar{u}_{m,l}|_{y_j} = \delta_{l,j} \quad \text{pour } y_j \in \gamma \quad (3.39)$$

$\delta_{l,j}$  représentant le symbole de Kronecker.

Remarquons que les  $\zeta_l$ ,  $j=1, \dots, N_y - 1$  ne sont autres que les valeurs de la solution à l'interface considérée. Pour satisfaire les équations de continuité  $C^1$  mentionnées précédemment il suffit de vérifier pour chaque interface  $\forall 1 \leq y \leq N_y - 1$  le système :

$$\sum_{l=1}^{N_y-1} [\partial_x \bar{u}_{1,l}(1, y_j) - \partial_x \bar{u}_{2,l}(-1, y_j)] \zeta_l = -(\partial_x \hat{u}_1(1, y_j) - \partial_x \hat{u}_2(-1, y_j)) \quad (3.40)$$

Ce système s'écrit sous forme vectorielle :

$$M \Xi = \hat{E} \quad (3.41)$$

Où  $\Xi = (\zeta_1, \dots, \zeta_{N_y-1})^T$

$M$  correspond à la matrice d'influence, et  $\hat{E}$  est le vecteur composé des éléments de droite dans l'équation précédente (3.40).

Pour les problèmes instationnaires, la solution de  $\bar{P}_{m,l}$  est indépendante du temps. Par conséquent on peut calculer, inverser et stocker la matrice d'influence  $M$  avant le début de la boucle temporelle, ce qui présente un véritable intérêt d'un point de vu purement numérique.

On peut facilement généraliser la méthode de matrice d'influence à une décomposition multi blocs du type (b) de la Fig.3.1. Ainsi la combinaison linéaire (3.36) dans le domaine  $\Omega_m$ , séparé de chaque côté par les interfaces  $\gamma_{m-1}$  et  $\gamma_m$  s'écrit :

$$\bar{u}_m = \sum_{l=1}^{N_y-1} (\zeta_{m,l}^{(1)} \bar{u}_{m,l}^{(1)} + \zeta_{m,l}^{(2)} \bar{u}_{m,l}^{(2)}) \quad (3.42)$$

Par suite si  $\bar{u}_{m,l}^{(1)}$  et  $\bar{u}_{m,l}^{(2)}$ ,  $l = 1, \dots, N_y - 1$ , satisfont les conditions aux limites suivantes :

$$\bar{u}_{m,l|y_j}^{(1)} = \delta_{l,j} \quad \bar{u}_{m,l|y_j}^{(2)} = 0 \quad \text{pour } (x, y_j) \in \gamma_{m-1} \quad (3.43)$$

$$\bar{u}_{m,l|y_j}^{(1)} = 0 \quad \bar{u}_{m,l|y_j}^{(2)} = \delta_{l,j} \quad \text{pour } (x, y_j) \in \gamma_m \quad (3.44)$$

La continuité à l'interface  $\gamma_m$  implique  $\zeta_{m,l}^{(2)} = \zeta_{m+1,l}^{(1)}$ . Et par conséquent la matrice d'influence  $M$  est tri-diagonale par bloc, chaque bloc correspondant à une interface.

Soulignons que cette approche est uniquement utilisée pour les composantes de la vitesse. Pour la pression, on utilise une condition de Neumann à l'interface, de manière à y imposer l'égalité des débits, cf Cousin (2005) [28] et Section 3.3.3.

Le solveur est vectorisé et parallélisé via la librairie MPI sur le super calculateur NEC SX5 puis SX8 de l'IDRIS. Le domaine d'étude considéré est alors divisé en  $S$  sous-domaines, chacun étant associé à un processeur vectoriel et discrétisé suivant  $N = \{N_x, N_y, N_z\}$  respectivement dans les directions longitudinale  $x$ , verticale  $y$  et transverse  $z$ . Afin d'optimiser le temps d'attente entre chaque processeur et par conséquent le rendement de la méthode de résolution, la même discrétisation est utilisée dans chacun des sous-domaines.

### 3.3 Schéma temporel

Nous allons présenter le schéma en temps utilisé dans notre algorithme de simulation numérique comme détaillé dans la thèse de Cousin (2005) [28]. Il s'agit d'un schéma en trois étapes qui utilise : une étape de transport explicite basée sur une méthode semi Lagrangienne (OIF, Operator Integration Factor), une étape de diffusion implicite et une étape de projection dite de type " $\mathbb{P}_N - \mathbb{P}_{N-2}$ ".

#### 3.3.1 Etape de transport

Dans une première étape de transport on traite préalablement le terme d'advection des équations de Navier-Stokes. Dans l'équation de quantité de mouvement, on approxime la dérivée particulaire  $D_t \mathbf{u}$  par un schéma d'Euler retardé d'ordre  $Q$  (BEQ).

$$D_t \mathbf{u}(t_{n+1}) = \frac{1}{\Delta t} (\alpha_0 \mathbf{u}^{n+1} + \sum_{q=1}^Q \alpha_q \tilde{\mathbf{u}}^{n+1-q}) + O(\Delta t^Q) \quad (3.45)$$

Avec  $\mathbf{u}^{n+1} \approx \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_{n+1})$  et  $\tilde{\mathbf{u}}^{n+1-q} \approx \mathbf{u}(\chi(\mathbf{x}, t_{n+1}, t_{n+1-q}), t_{n+1-q})$ .  $\chi(\mathbf{x}, t_{n+1}, t)$  représente la caractéristique issue de  $(\mathbf{x}, t_{n+1})$  et résout l'équation différentielle :

$$\frac{d\chi(\mathbf{x}, t_{n+1}, t)}{dt} = \mathbf{u}(\chi(\mathbf{x}, t_{n+1}, t), t) \quad (3.46)$$

$$\chi(\mathbf{x}, t_{n+1}, t) = \mathbf{x} \quad (3.47)$$

Les  $\tilde{\mathbf{u}}^{n+1-q}$  sont en fait les valeurs consécutives de  $\mathbf{u}$  au temps  $t_{n+1-q}$  pour une particule passant en  $\mathbf{x}$  au temps  $t_{n+1}$ . Pour calculer les  $\tilde{\mathbf{u}}^{n+1-q}$ , la méthode naturelle est d'utiliser la méthode des caractéristiques, c'est-à-dire déterminer pour chaque point du maillage  $\mathbf{x}_k$  la valeur de la vitesse  $\mathbf{u}$  aux pas de temps  $(t_n, t_{n-1}, \dots, t_{n+1-Q})$  et aux points  $\chi(\mathbf{x}_k, t_{n+1}; t_{n+1-q})$ ,

$q=1, \dots, Q$ . Cette méthode peut toutefois créer des instabilités sur la grille de Gauss-Lobatto-Chebyshev et coûte très cher, nécessitant des interpolations polynomiales d'ordre élevé pour rester cohérent avec l'approximation spectrale. Afin de contourner cette difficulté, une méthode semi Lagrangienne dite OIF (Operator Integration Factor), introduite par Maday *et al.* (1990) [80] et utilisée par R.Pasquetti et J-C Xu [85], est implémentée dans ce code. Elle permet de déterminer les  $\tilde{\mathbf{u}}^{n+1-q}$  en résolvant  $\forall q \in [1, Q], t_{n+1-q} \leq t \leq t_{n+1-q}$ , les  $Q$  problèmes auxiliaires suivants :

$$\partial_t \phi + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (3.48)$$

$$\phi(\mathbf{x}, t_{n+1-q}) = \mathbf{u}^{n+1-q}(\mathbf{x}) \quad (3.49)$$

En effet,  $\tilde{\mathbf{u}}^{n+1-q} = \phi^{n+1}$ . Ces  $Q$  problèmes auxiliaires sont résolus de manière explicite par un algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4 prévoyant la possibilité de sous cycles en temps. Pratiquement, le schéma d'Euler retardé est à l'ordre 2, *i.e*  $Q=2$ .

L'utilisation d'une résolution multi-domaine nécessite de vérifier la continuité du champ de vitesse obtenu après cette étape de transport. Pour cela on fait la moyenne de part et d'autre (et pour chacune) des interfaces des composantes de la vitesse obtenues après le schéma RK4, ce qui se justifie bien dans le cadre d'une méthode de collocation.

### 3.3.2 Etape de diffusion

Au cours de cette étape de diffusion on détermine à chaque pas de temps et pour chaque sous domaine un champ de vitesse  $\mathbf{u}^*$  non solénoïdal solution de :

$$\left(\frac{1}{Re} \Delta - \frac{\alpha_0}{\Delta t}\right) \mathbf{u}^* = \mathbf{F}^n \quad \text{dans } \Omega \quad (3.50)$$

$$\mathcal{B}\mathbf{u} = \mathbf{g}_\Gamma \quad \text{sur } \Gamma \quad (3.51)$$

Où :

$$\mathbf{F}^n = \frac{1}{\Delta t} \sum_{q=1}^Q \alpha_q \tilde{\mathbf{u}}^{n+1-q} + \nabla p^* \quad (3.52)$$

Avec  $p^*$  une pression prévisionnelle et les  $\tilde{\mathbf{u}}^{n+1-q}$  calculés lors de l'étape de transport. Afin d'utiliser un schéma d'ordre 2, on choisit de prendre  $Q=2$  et  $p^* = p^n$  (schéma de Goda), ce qui donne finalement :

$$\left(\frac{1}{Re} \Delta - \frac{\alpha_0}{\Delta t}\right) \mathbf{u}^* = \frac{1}{\Delta t} (\alpha_1 \tilde{\mathbf{u}}^n + \alpha_2 \tilde{\mathbf{u}}^{n-1}) + \nabla p^* \quad \text{dans } \Omega \quad (3.53)$$

$$\mathcal{B}\mathbf{u} = \mathbf{g}_\Gamma \quad \text{sur } \Gamma \quad (3.54)$$

La résolution du problème de diffusion ou d'advection-diffusion se fait à l'intérieur de chaque sous-domaine par méthode de diagonalisation et, pour assurer la continuité  $C^1$  de la solution, on utilise la technique de matrice d'influence décrite précédemment, *cf* Section 3.2.4.

Une fois le champs de vitesse prévisionnel non solénoïdal  $\mathbf{u}^*$  calculé à l'aide des étapes de transport et de diffusion on utilise une étape de projection afin de vérifier l'équation de continuité.

### 3.3.3 Etape de projection

Après l'étape de prédiction (transport + diffusion) on obtient comme mentionné précédemment un champ de vitesse non solénoïdal. Afin d'obtenir un champ à divergence nulle, une étape de projection a été introduite dans le solveur par Cousin (2005) [28], elle consiste à ajouter un terme de correction en pression pour que la vitesse au temps  $t_{n+1}$  soit solution du problème de Darcy :

$$\mathbf{u} + \nabla\varphi = \mathbf{u}^* \quad \text{dans } \Omega \quad (3.55)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{dans } \Omega \quad (3.56)$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_\Gamma = \mathbf{u}_\Gamma \cdot \mathbf{n} \quad \text{sur } \Gamma \quad (3.57)$$

Ensuite on détermine le champ de pression au temps  $t_{n+1}$  à partir de l'itération précédente :

$$p(t_{n+1}) = p(t_n) + \alpha_0 \frac{\varphi}{\Delta t} \quad (3.58)$$

Par la suite, par soucis de clarté nous ne préciserons plus le temps,  $t_{n+1}$ , auquel sont résolues les équations.

Le code numérique utilisé permet de résoudre le problème de Darcy à partir d'une méthode discrète de projection utilisant la grille de Gauss-Lobatto-Chebyshev dite de type " $\mathbb{P}_N - \mathbb{P}_{N-2}$ ", où  $\mathbb{P}_N$  représente l'espace formé des polynômes de degré maximal  $N_1$  dans la direction  $x$  et  $N_2$  dans la direction  $y$ , c'est-à-dire  $N = (N_1, N_2)$ .  $\mathbb{P}_N$  et  $\mathbb{P}_{N-2}$  seront donc respectivement les espaces d'interpolation des composantes de la vitesse, et de la pression. Cette méthode permet notamment de ne pas avoir à imposer de conditions aux limites sur la pression. Le choix d'une direction homogène permet de se ramener à un problème 2D. Dans l'espace spectral chaque sous domaine  $\Omega$  est ramené au carré  $(-1; 1)^2$ .  $\Omega_N$  et  $\Gamma_N$  représentent ainsi respectivement l'ensemble des points intérieurs et extérieurs de collocations de chaque sous domaine. La méthode de collocation permettant de résoudre le problème de Darcy discret, s'exprime alors :

Trouver  $\mathbf{u}_N \in \mathbb{P}_N$  et  $\varphi_{N-2} \in \mathbb{P}_{N-2}$  (où  $N - 2 = (N_1 - 2; N_2 - 2)$ ) tels que :

$$\mathbf{u}_N + \nabla\varphi_{N-2} = \mathbf{u}_N^* \quad \text{dans } \Omega_N \quad (3.59)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_N = 0 \quad \text{dans } \Omega_N \quad (3.60)$$

$$\mathbf{u}_N \cdot \mathbf{n}_\Gamma = \mathbf{u}_\Gamma \cdot \mathbf{n} \quad \text{sur } \Gamma_N \quad (3.61)$$

Il s'agit alors de construire un Opérateur d'Uzawa pour la pression. Une méthode alternative pour construire cet opérateur, dont on va voir le principal intérêt ultérieurement, consiste à ré-écrire le problème discret dans chaque sous domaine de la manière suivante :

$$\mathbf{u}_N + \nabla\varphi_{N-2} = \mathbf{u}_N^* + \boldsymbol{\tau}_N \quad \text{dans } \bar{\Omega}_N \quad (3.62)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_N = 0 \quad \text{dans } \Omega_N \quad (3.63)$$

$$\mathbf{u}_N \cdot \mathbf{n}_\Gamma = \mathbf{u}_\Gamma \cdot \mathbf{n} \quad \text{sur } \Gamma_N \quad (3.64)$$

Où  $\bar{\Omega}_N = \Omega_N \cup \Gamma_N$  est l'ensemble des points extérieurs et intérieurs de collocation et  $\boldsymbol{\tau}_N$  un polynôme de  $\mathbb{P}_N$  s'annulant seulement aux points de collocation intérieurs, *i.e*  $\Omega_N$ , et non sur les bords,  $\Gamma_N$ . Le polynôme résiduel  $\boldsymbol{\tau}_N$  résulte donc du fait que les équations ne sont pas initialement forcées sur les bords. En prenant la divergence et en multipliant ce dernier système d'équations par le vecteur unitaire normal à la frontière  $\Gamma$ ,  $\mathbf{n}$ , on se ramène donc au problème de

*pseudo-Poisson* suivant à résoudre :

$$\nabla^2 \varphi_{N-2} = \nabla \cdot \mathbf{u}_N^* + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_N \quad \text{dans } \bar{\Omega}_N \quad (3.65)$$

$$\boldsymbol{\tau}_N = 0 \quad \text{dans } \Omega_N \quad (3.66)$$

$$\partial_n \varphi_{N-2} = \boldsymbol{\tau}_N \cdot \mathbf{n} \quad \text{sur } \Gamma_N \quad (3.67)$$

Cette reformulation du problème de Darcy discret permet notamment de ne plus imposer la condition  $\partial_n \varphi = 0$ , ce qui autorise par conséquent au gradient de pression d'évoluer sur les bords. Ceci étant, par élimination de  $\boldsymbol{\tau}_N$  et de la valeur de bord de  $\varphi_{N-2}$  on peut écrire une équation matricielle pour  $\varphi$  (le lecteur est convié à lire la thèse de L. Cousin (2005) [28] pour plus de détails sur la construction des opérateurs) :

$$\sum_{l=1}^{N_x-1} \tilde{D}_{il}^{xx} \varphi_{lj} + \sum_{m=1}^{N_y-1} \tilde{D}_{jm}^{yy} \varphi_{im} = (\nabla \cdot \mathbf{u}^*)_{ij} \quad \forall 0 \leq i \leq N_x, 0 < j < N_y \quad (3.68)$$

Où  $\varphi_{ij} = \varphi(x_i, y_j)$  et  $(\nabla \cdot \mathbf{u}^*)_{ij} = \nabla \cdot \mathbf{u}^*(x_i, y_j)$ .  $\tilde{D}_{il}^{xx}$  et  $\tilde{D}_{jm}^{yy}$  représentent respectivement les opérateurs de dérivation seconde tels qu'ils sont définis dans les travaux de L. Cousin (2005) [28]. Cette équation se résout par méthode de diagonalisation. Une fois  $\varphi$  connu on peut trouver la vitesse d'après :

$$\mathbf{u}_N = \mathbf{u}_N^* - \nabla \varphi_{N-2} \quad \text{dans } \Omega_N \quad (3.69)$$

Remarquons comme mentionné précédemment que la solution ne vérifie plus  $\partial_n \varphi = 0$ . Cependant cette contrainte ne disparaît pas totalement et apparaît sous une forme moins restrictive. Le respect de la condition de débit entraîne

$$\int_{\Gamma} \partial_n \varphi = 0 \quad (3.70)$$

L'utilisation d'une technique multi-domaine apporte néanmoins une petite modification dans l'espace d'approximation polynomial. Pour les sous domaines constituant l'entrée et la sortie du canal, la correction du terme de pression  $\varphi_{N'}$  est approchée par des polynômes appartenant à l'espace  $\mathbb{P}_{N'}$  (où  $N' = (N_1 - 1; N_2 - 2)$ ), alors que pour les sous domaines intermédiaires on utilise l'espace  $\mathbb{P}_{N'}$  où  $N' = (N_1; N_2 - 2)$ .

La méthode implémentée dans ce code est une méthode de complément de Schur dite duale permettant de prendre en compte la conservation de débit.

$$\int_{\gamma_m} u_x(y) dy = Q \quad 1 < m < S - 1 \quad (3.71)$$

Où  $Q$  représente le débit imposé en entrée et  $S$  le nombre de sous-domaines.

Cette méthode consiste à utiliser aux interfaces des conditions de Neumann (par opposition à la méthode dite primale qui imposait des conditions de Dirichlet). Toutefois, elle mène à un problème dont la solution pour  $\varphi$  dans chaque sous domaine n'est pas unique mais définie au moins à une constante près. Ainsi naturellement  $[\varphi] = C_m - C_{m+1}$  (où  $[\cdot]$  dénote le saut à l'interface). La méthode mise en oeuvre comporte deux étapes :

- La résolution d'un problème non homogène  $P^1$  permettant d'imposer le débit  $Q$  à travers les interfaces  $\gamma_m$  (à travers l'équation  $\mathbf{u} + \nabla \varphi = \mathbf{u}^*$  projetée sur la direction longitudinale

et intégrée dans la direction  $y$  sur la hauteur  $h$ ).

$$h\partial_x\varphi^1 + \int_{\gamma_m} u^*(y)dy = Q \quad 1 < m < S \quad (3.72)$$

- La résolution d'un problème  $P^2$  permettant de raccorder le terme correctif en pression tel que :

$$\int_{\gamma_m} \partial_x\varphi^2 = 0 \quad (3.73)$$

$$[\varphi]_{\gamma_m} = [\varphi^1]_{\gamma_m} + [\varphi^2]_{\gamma_m} = \text{constante} \quad (3.74)$$

et pour contourner la difficulté posée par la constante,

$$[\varphi^1]_{\gamma_m}^0 + [\varphi^2]_{\gamma_m}^0 = 0 \quad (3.75)$$

Où  $[\varphi^i]_{\gamma_m}^0 = [\varphi^i]_{\gamma_m} - \langle [\varphi^i]_{\gamma_m} \rangle$ , avec  $\langle \cdot \rangle$  la moyenne sur l'interface  $\gamma_m$ .

Après avoir présenté approximations spatiale et temporelle, nous allons maintenant introduire la méthodologie de Simulation des Grandes Echelles (LES) et les techniques de modélisation de l'obstacle et de proche paroi utilisées par ailleurs.

## 3.4 Simulation des Grandes Echelles par méthode de Viscosité Spectrale Evanescente (SVV-LES)

### 3.4.1 Définition et implémentation de l'approche SVV

Comme mentionné en Section 2.3.2, dans le cadre d'écoulements turbulents complexes les modèles de sous-maille classiquement utilisés en LES peuvent rencontrer des limitations conceptuelles fondamentales. Construits et validés sur des cas tests d'écoulements académiques relativement simples, ils ne contiennent pas forcément toutes les caractéristiques d'une physique plus complexe. Effectivement, comme l'on montré numériquement Borue et Orzag (1998) [12] dans le cadre d'une turbulence homogène forcée, la dynamique du flux local d'énergie, même pris dans la zone inertielle, n'est que faiblement corrélée aux taux de dissipation moyen de l'énergie. Ces observations remettent notamment en question une hypothèse sur laquelle se basent de nombreux modèles de viscosité turbulente, cf Lesieur et Metais (1996) [72].

En conséquence, depuis les années 90, de nouvelles formulations LES sont explorées. Certaines, basées sur les équations de Navier-Stokes non filtrées mais reposant toutefois sur des mécanismes non-linéaires, agissent implicitement comme un filtre pour les plus petites échelles de l'écoulement, cf les approches MILES (Monotonicity Integrated LES), Fureby et Grinstein (1999) [40] ou plus généralement les approches par Implicit LES (ILES), Grinstein et Fureby (2006) [49]. D'autres, basées sur des formulations Variationnelles Multi-Echelles (VMS), introduisent un terme de stabilisation supplémentaire sur les plus hautes fréquences de l'écoulement, cf Hugues *et al.* (2001) [54] et Guermond (2004) [47]. Les équations de Navier-Stokes sont ainsi modifiées de manière à obtenir un nouveau système d'équations mieux adapté à approcher la solution exacte tout en préservant les structures les plus énergétiques du problème initial. C'est dans cet esprit que la technique de Viscosité Spectrale Evanescente (SVV) a été expérimentée et adaptée à des méthodes numériques d'ordre élevé pour la réalisation de LES d'écoulements complexes, cf [59, 62, 88, 117].

Communément, dans le cadre de méthodes spectrales, les écoulements à haut *Reynolds* sont difficiles à simuler. La taille des petites échelles mises en jeu et l'accumulation de l'énergie sur ces hautes fréquences spatiales conduisent à la divergence des calculs. Parmi les différentes méthodes de stabilisation, la technique de Viscosité Spectrale Evanescence (SVV) a pour principale caractéristique de conserver la convergence spectrale de l'approximation spatiale. S'exprimant par l'ajout d'un terme de dissipation haute fréquence (similaire à un Laplacien) dans les équations de Navier-Stokes, la SVV n'est active que sur les plus petites échelles résolues de l'écoulement. Initialement introduite par Tadmor (1989) [129] pour résoudre les équations non linéaires hyperboliques, par exemple celles de Burgers, par une approche standard spectrale Fourier, la SVV a été appliquée pour la première fois comme approche LES par Karamanos et Karniadakis (2000) [59] pour des écoulements turbulents en canal. Indépendamment, Pasquetti et Xu (2002) [85] ont introduit la méthodologie SVV dans leur approche LES d'ordre élevé pour la simulation d'écoulements complexes. Initialement, dans leurs calculs LES, les petites échelles étaient prises en compte par une approche ADM (Approximate Deconvolution Method), la SVV était alors uniquement utilisée comme technique de stabilisation. Plus tard, Pasquetti (2003,2005,2006) [27, 87, 88], a utilisé la méthodologie SVV comme approche LES. Par la suite, nous utiliserons l'appellation SVV-LES pour cette approche LES avec prise en compte des échelles de sous-mailles par SVV. Comme dans les travaux de Karamanos et Karniadakis (2000) [59] en géométrie plus simple, le couplage entre échelles résolues et échelles non résolues que différents modèles de sous-maille tentent de prendre en compte, est ici toutefois ignoré. Malgré ce, fort des résultats obtenus pour des écoulements turbulents à Reynolds modérés  $Re=\mathcal{O}(10^3)$ , d'autres études ont été menées pour des Reynolds élevés  $Re=\mathcal{O}(10^6)$ , cf *i.e* Severac *et al.* (2007) [117].

Dans le cadre de notre discrétisation spatiale et pour notre solution numérique  $(\mathbf{u}_N, p_{N-2})$ , la SVV est intégrée aux équations de Navier-Stokes (3.1), (3.2), (3.3) pour donner le système modifié suivant :

$$\partial_t \mathbf{u}_N + \mathbf{u}_N \cdot \nabla \mathbf{u}_N = -\nabla p_{N-2} + \frac{1}{Re} \Delta_{SVV} \mathbf{u}_N \quad \text{dans } \Omega \quad (3.76)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_N = 0 \quad \text{dans } \bar{\Omega} \quad (3.77)$$

$$\mathcal{D} \mathbf{u}_N = \mathbf{g}_\Gamma \quad \text{dans } \Gamma \quad (3.78)$$

Où le terme de dissipation visqueuse modifié par la SVV est défini comme :

$$\Delta_{SVV} \equiv \nabla \cdot S_N \nabla \quad (3.79)$$

Et où  $S_N$  est l'opérateur diagonal :

$$S_N = \text{diag} \{ S_{N_i}^i \}, \quad S_{N_i}^i = 1 + \frac{\epsilon_{N_i}}{\nu} Q_{N_i}^i \quad (3.80)$$

L'indice  $i$  représente ici la *i*<sup>ème</sup> direction (soit  $x$ ,  $y$  ou  $z$ ),  $\epsilon_N$  et  $Q_N$  respectivement l'amplitude de dissipation et l'opérateur de Viscosité Spectrale 1D comme introduits dans le cas périodique (approximation de Fourier) par Tadmor (1989) [129], et dans le cas non périodique (approximation de Legendre) par Maday *et al.* (1993) [81].

On rappelle que dans l'espace spectral généré par la base des  $(\varphi_k)_{0 \leq k \leq N}$  ( $\varphi$  indifféremment polynômes de Fourier, Chebychev ou de Legendre), toute fonction  $v$  suffisamment régulière s'écrit  $v = \sum_{k \geq 0} \hat{v}_k \varphi_k$ . L'opérateur  $Q_N$  appliqué à la fonction  $v$  s'écrit alors  $Q_N(v) = \sum_{k \geq 0} \hat{Q}_k \hat{v}_k \varphi_k$ , avec  $1 \geq \hat{Q}_k > 0$  si  $k > m_N$  et  $\hat{Q}_k = 0$  si  $k \leq m_N$ . En pratique, nous utilisons la formulation

introduite par Maday *et al.* (1993) [81] à savoir :

$$\hat{Q}_k = \exp(-(k - N)^2 / (k - m_N)^2) \quad \text{si } k > m_N \quad (3.81)$$

Remarquons que l'incorporation d'une transformation de coordonnées à l'opérateur modifié de dissipation se fait de manière naturelle. Si  $\mathbf{f}$  est l'application définie du domaine de référence  $\hat{\Omega}$  dans le domaine transformé  $\Omega$  tel que  $\mathbf{f}: \hat{\Omega} \rightarrow \Omega$ , l'opérateur  $S_N$  s'écrit alors :

$$S_N(\nabla \mathbf{u}) \equiv S_N(\widehat{\nabla} \hat{\mathbf{u}})G \quad (3.82)$$

Où  $G$  est la matrice Jacobienne de  $\mathbf{f}^{-1}$  et  $\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{u} \circ \mathbf{f}$ .

L'implémentation pratique de l'opérateur  $\Delta_{SVV}$  est basée sur l'introduction de matrices de différenciation modifiées par la SVV. A partir des définitions de  $S_N$  et  $\Delta_{SVV}$  on peut alors définir :

$$[\Delta_{SVV} \mathbf{u}]_i = [\nabla \cdot S_N(\nabla \mathbf{u})]_i = \sum_j \partial_j (\tilde{\partial}_j \mathbf{u}_i) \quad (3.83)$$

Avec  $\tilde{\partial}_j = (1 + \nu^{-1} \epsilon_N Q_{N_j}^j) \partial_j$ .

A travers le formalisme propre à la méthode SVV apparaissent, deux paramètres de contrôle : l'amplitude de dissipation  $\epsilon_N$ , et le paramètre d'activation  $m_N$  permettant de sélectionner la bande de fréquence sur laquelle la dissipation est active (*cf* Fig.3.2). Les études théoriques de Tadmor (1989) [129] ont déterminé un ordre de grandeur pour le choix de ces paramètres conservant la convergence spectrale de l'approximation, respectivement  $O(1/N)$  et  $O(\sqrt{N})$  pour  $\epsilon_N$  et  $m_N$ . Naturellement, les meilleurs résultats seront obtenus pour une faible dissipation SVV (dissipation dictée par la stabilité du calcul) soit en d'autres termes pour de grandes valeurs de  $m_N$  et de faibles valeurs de  $\epsilon_N$ , sentiment confirmé par l'étude paramétrique menée par Pasquetti (2005) [86].

Le choix du couple  $(\epsilon_N, m_N)$  étant essentiellement dicté par la stabilité du calcul, on peut, tout en restant dans une gamme acceptable d'un point de vue théorique (Tadmor (1989) [129]), choisir des paramètres de manière anisotrope. Ainsi, afin d'optimiser au mieux la dissipation SVV il peut être préférable d'ajuster les paramètres de contrôle en fonction de la résolution dans chacune des directions de l'espace. En d'autres termes, et ce sera le cas dans nos études, on choisira d'augmenter au moins localement (*cf* Section 3.6) la dissipation SVV dans les directions les moins résolues et inversement.

Par ailleurs, dans les applications qui suivront, nous choisirons des valeurs de  $(\epsilon_N, m_N)$  fonction du degré d'interpolation de notre solution (en  $(\alpha/N, \beta\sqrt{N})$  par exemple, où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes).

### 3.4.2 Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente

Classiquement dans le cadre d'une approche LES, l'énergie cinétique turbulente n'est pas dissipée à l'échelle visqueuse, ici non-résolue, mais à celle du pas spatial, soit par dissipation numérique soit par dissipation du modèle. Même si le taux de dissipation de sous-maille peut être calculé dans le cas d'une LES par modèle SGS, il n'est pas toujours évident de déterminer avec précision la part numérique de la part due au modèle dans le taux de dissipation total dès lors que l'on considère des méthodes numériques d'ordre peu élevé, *e.g* d'ordre 1 ou 2. *A contrario*, lorsque des méthodes d'ordre élevé sont utilisées, on peut négliger la dissipation numérique. Il devient alors possible de calculer précisément le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente,  $\varepsilon$ .

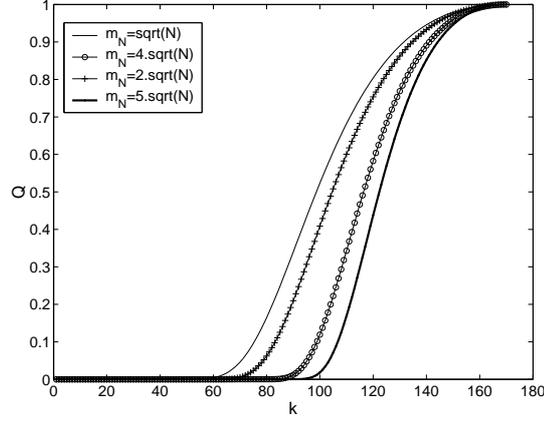


FIG. 3.2 – Noyau spectral de l'opérateur SVV 1D pour différentes valeurs de la fréquence de coupure  $m_N$  pour  $N = 170$ .

Afin d'établir les expressions de la dissipation de l'énergie cinétique et des taux de dissipation, nous repartons des équations de Navier-Stokes incompressibles dans lesquelles nous introduirons la stabilisation SVV. Par ailleurs, par soucis de clarté entre dissipation visqueuse ( $\nu$ ) et dissipation SVV ( $\epsilon_N, m_N$ ), nous utilisons également les notations LES usuelles, à savoir  $(\bar{\cdot})$  pour les "quantités filtrées", *i.e* les quantités résolues. L'approche décrite par la suite est celle proposée par Pasquetti (2006) [89], reprenant ce qui est classiquement fait en turbulence, *cf* Pope (2000) [97]. Le système d'équations de Navier-Stokes stabilisé s'écrit :

$$\partial_t \bar{u}_i + \bar{u}_j \partial_j \bar{u}_i = -\partial_i \bar{p} + \nu \partial_j \tilde{\partial}_j \bar{u}_i \quad (3.84)$$

$$\partial_j \bar{u}_j = 0 \quad (3.85)$$

En appliquant ici la convention d'Einstein pour les indices répétés et en définissant  $\tilde{\partial}_j$  comme dans (Section 3.4.1).

On multiplie (3.84) par  $\bar{\mathbf{u}}$  pour obtenir les équations sur l'énergie,  $e_f = \bar{u}_i \bar{u}_i / 2$  :

$$\bar{D}_t e_f + \partial_j (\bar{u}_j \bar{p} - \nu \bar{u}_i \tilde{\partial}_j \bar{u}_i) = -\tilde{\epsilon} \quad (3.86)$$

Avec  $\bar{D}_t \equiv \partial_t + \bar{u}_j \partial_j$  et où apparaît le terme de pseudo-dissipation :

$$\tilde{\epsilon} = \nu \partial_j \bar{u}_i \tilde{\partial}_j \bar{u}_i \quad (3.87)$$

En introduisant les notations usuelles pour le tenseur des contraintes visqueuses,  $S_{ij} = (\partial_i \bar{u}_j + \partial_j \bar{u}_i) / 2$ , et pour le tenseur des contraintes visqueuses modifié par la SVV,  $\tilde{S}_{ij} = (\tilde{\partial}_i \bar{u}_j + \tilde{\partial}_j \bar{u}_i) / 2$ , on peut faire apparaître le travail des forces visqueuses et SGS :

$$\bar{D}_t e_f + \partial_j (\bar{u}_j \bar{p} - 2\nu \bar{u}_i \tilde{S}_{ij}) = -\epsilon \quad (3.88)$$

Où cette fois apparaît le terme de dissipation :

$$\epsilon = \nu (\partial_j \bar{u}_i \tilde{\partial}_j \bar{u}_i + \partial_j (\bar{u}_i \tilde{\partial}_i \bar{u}_j)) \quad (3.89)$$

Ce qui donne en considérant que  $\tilde{\partial}_j$  et  $\partial_j$  commutent, l'équation de continuité et le caractère symétrique du tenseur  $\tilde{S}_{ij}$  :

$$\epsilon = 2\nu S_{ij} \tilde{S}_{ij} \quad (3.90)$$

Notons que sans SVV, *i.e*  $\tilde{\partial}_j \equiv \partial_j$  et  $\tilde{S}_{ij} \equiv S_{ij}$  on retrouve la forme usuelle du terme de dissipation. Par ailleurs, si  $S_{ij} S_{ij} \geq 0$ ,  $\epsilon = 2\nu S_{ij} \tilde{S}_{ij}$  peut être négatif soit en d'autre terme autoriser localement un transfert d'énergie vers les échelles résolues (phénomène de *cascade inverse*).

Incluant les notations statistiques classiques, soit  $\langle \cdot \rangle$  pour la moyenne statistique, on définit le taux de dissipation comme :

$$\langle \epsilon \rangle = 2\nu \langle S_{ij} \rangle \langle \tilde{S}_{ij} \rangle + \varepsilon \quad (3.91)$$

Où  $2\nu \langle S_{ij} \rangle \langle \tilde{S}_{ij} \rangle$  et  $\varepsilon$  représentent respectivement le terme de dissipation dû à l'écoulement moyen et le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente :

$$\varepsilon = 2\nu (\langle S_{ij} \tilde{S}_{ij} \rangle - \langle S_{ij} \rangle \langle \tilde{S}_{ij} \rangle) \quad (3.92)$$

Les travaux à haut nombre de Reynolds sur la cavité rotor-stator (Severac (2008) [119]) par SVV-LES ont permis de mettre en évidence les capacités de cette méthodologie en couche limite. En comparant résultats DNS et résultats LES ils ont notamment montré que dans les sous-couches visqueuses, sièges de la dissipation de la turbulence, la pseudo-dissipation  $\nu \langle \partial_j u_i \partial_j u_i \rangle$  était égale à la pseudo-dissipation modifiée par la SVV  $\nu \langle \partial_j u_i \tilde{\partial}_j u_i \rangle$  (*cf* FIG.3.3). En d'autres termes, pour des résolutions suffisantes, l'effet de la SVV s'annule, ici dans les couches limites, et ne perturbe donc pas les phénomènes de production/transferts anisotropes déterminants pour le reste de l'écoulement.

Par la suite, dans les écoulements que nous étudierons, nous pourrons comparer taux de dissipation visqueuse de l'énergie cinétique turbulente, *i.e*  $\varepsilon_\nu = 2\nu (\langle S_{ij} S_{ij} \rangle - \langle S_{ij} \rangle \langle S_{ij} \rangle)$ , et taux de dissipation par SVV, *i.e*  $\varepsilon_{SVV} = \varepsilon - \varepsilon_\nu$  et ainsi avoir entre autre une indication sur la résolution.

## 3.5 Modélisation de l'obstacle par méthode de pénalisation

Développées pour des solveurs efficaces sur maillages cartésiens simples, les méthodes de pénalisation permettent de prendre en compte des géométries diverses et complexes. Pour cela on ajoute un terme de pénalisation dans les équations incompressibles de Navier-Stokes de manière à annuler approximativement le champ de vitesse dans l'obstacle. Dans ce chapitre nous présentons la méthode de pénalisation volumique classique, *cf e.g* Angot *et al.* (1999) [4], Cousin (2005) [28], avant de détailler une méthode alternative, la *pseudo-pénalisation* (Pasquetti *et al.* (2008) [90], Cousin (2005) [28]), implémentée dans notre solveur.

### 3.5.1 Méthode de pénalisation classique

Pour modéliser le volume d'un milieu poreux, Arquis et Caltagirone (1984) [6] ont pénalisé les équations de Navier-Stokes par l'ajout d'un terme supplémentaire sur la vitesse. Cette reformulation du système d'équations initial s'apparente à un modèle de Brinkman où la perméabilité du domaine fluide est très supérieure à celle du milieu poreux. Par la suite ce modèle a été généralisé aux cas de l'interaction fluide-milieu poreux-solide (Angot et Caltagirone (1990) [5]) puis plus récemment au cas de l'écoulement d'un fluide incompressible autour d'un obstacle

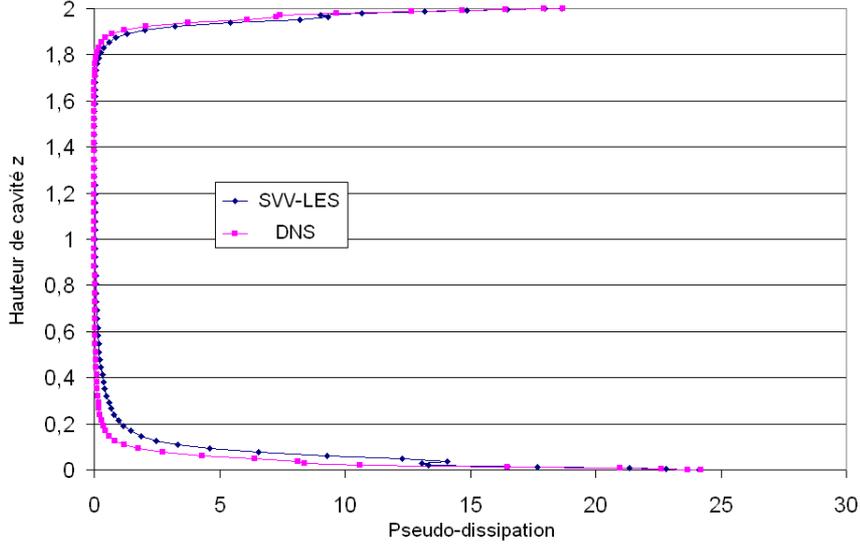


FIG. 3.3 – Comparaison DNS/LES des termes de pseudo-dissipation moyenne  $\nu < \partial_j u_i \partial_j u_i >$  et de pseudo-dissipation modifiée par la SVV  $\nu < \partial_j u_i \tilde{\partial}_j u_i >$  sur la hauteur de la cavité rotor-stator à  $Re=10^6$ , résultats tirés des travaux de Severac (2008) [119].

solide comme un cylindre (Angot *et al.* (1999) [4], Khadra *et al.* (2000) [61]).

Concrètement, on se donne un domaine  $\Omega$  de frontière  $\Gamma$  dans lequel on place un fluide et un obstacle solide  $\Omega_S$  de frontière  $\Gamma_S$ . A partir des équations de Navier-Stokes (3.1) exprimées pour un fluide incompressible (3.2) et muni de conditions aux limites (3.3), l'idée de base est de forcer la vitesse à s'annuler dans le volume solide  $\Omega_S$  en résolvant :

$$\partial_t \mathbf{u}_\eta + \mathbf{u}_\eta \cdot \nabla \mathbf{u}_\eta = -\nabla p_\eta + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u}_\eta - \frac{1}{\eta} \chi \mathbf{u}_\eta \quad \text{dans } \Omega \quad (3.93)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_\eta = 0 \quad \text{dans } \Omega \quad (3.94)$$

$$\mathcal{D} \mathbf{u}_\eta = \mathbf{g}_\Gamma \quad \text{dans } \Gamma \quad (3.95)$$

Où  $\chi$  correspond à la fonction caractéristique de l'obstacle, valant 1 à l'intérieur et 0 sinon.  $1/\eta$  est la constante de pénalisation. Idéalement,  $\eta$  doit être infiniment petit (*i.e*  $\eta \ll 1$ ) pour que dans le corps, le terme de pénalisation soit prépondérant devant les autres contributions.

En développant au premier ordre en  $\eta$ ,  $\mathbf{u}_\eta$  et  $p_\eta$  respectivement comme  $\mathbf{u}_\eta = \mathbf{u} + \eta \tilde{\mathbf{u}}$  et  $p_\eta = p + \eta \tilde{p}$ , puis en identifiant les termes du même ordre dans le système précédent constitué de (3.93), (3.94), (3.95) on obtient :

$$\chi \mathbf{u} = 0 \quad (3.96)$$

$$\partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} - \chi \tilde{\mathbf{u}} \quad (3.97)$$

$$\partial_t \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{u} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla \tilde{p} + \frac{1}{Re} \Delta \tilde{\mathbf{u}} \quad (3.98)$$

Par conséquent, par (3.96), dans la limite  $\eta = 0$ ,  $\mathbf{u}$  s'annule dans  $\Omega_S$  et satisfait l'équation (3.1) dans le domaine fluide  $\Omega \setminus \Omega_S$  alors que  $\tilde{\mathbf{u}}$  vérifie dans le domaine solide :

$$\tilde{\mathbf{u}} + \nabla p = 0 \quad \text{dans } \Omega_S \quad (3.99)$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad \text{dans } \Omega_S \quad (3.100)$$

et, dans le domaine fluide :

$$\partial_t \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{u} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla \tilde{p} + \frac{1}{Re} \Delta \tilde{\mathbf{u}} \quad \text{dans } \Omega \setminus \Omega_S \quad (3.101)$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad \text{dans } \Omega \setminus \Omega_S \quad (3.102)$$

et les relations de transmission sur la frontière  $\Gamma_S$ ,  $[\tilde{\mathbf{u}}] = 0$  sur  $\Gamma_S$  ( $[\cdot]$  correspond au saut de la fonction à la frontière).

On remarquera que dans le solide,  $\tilde{\mathbf{u}}$  vérifie une loi de type Darcy associée à une condition de Neumann sur la pression. En d'autres termes, dans une méthode de pénalisation volumique l'obstacle est assimilé à un milieu poreux de perméabilité très faible.

Outre la possibilité de modéliser des géométries complexes sur des maillages cartésiens à moindre coût, les méthodes de pénalisation ont l'avantage de donner facilement accès aux forces aérodynamiques qui s'exercent sur l'obstacle. Angot *et al.* (1999) [4] montrent dans leurs travaux que :

$$\mathbf{F} = - \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{1}{\eta} \int_{\Omega_S} \mathbf{u}_\eta d\Omega = \lim_{\eta \rightarrow 0} \int_{\Omega_S} \nabla p d\Omega = \int_{\Gamma_S} \sigma(\mathbf{u}, p) \cdot \mathbf{n} d\Sigma \quad (3.103)$$

Avec  $\sigma(\mathbf{u}, p) = \frac{1}{2Re} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^t) - p \mathbf{I}$  le tenseur des contraintes extérieures et  $\mathbf{n}$  le vecteur unitaire normal à la surface  $\Gamma_S$ .

La vitesse à l'intérieur de l'obstacle étant de l'ordre de  $\eta$ , on doit choisir ce paramètre le plus petit possible. Toutefois, dans le cadre des méthodes spectrales, le traitement explicite du terme de pénalisation pour de trop faibles valeurs de  $\eta$  conduit à de significatifs problèmes de stabilité. Afin de contourner ce problème, Pasquetti *et al.* (2008) [90] propose une méthode alternative de *pseudo-pénalisation* permettant de traiter de manière particulière le terme de pénalisation.

### 3.5.2 Méthode de *pseudo-pénalisation*

La méthode de *pseudo-pénalisation* développée par Pasquetti *et al.* (2008) [90] et Cousin (2005) [28], implémentée dans le solveur, permet de s'affranchir du choix de la constante de pénalisation. Le terme de pénalisation sur la vitesse ainsi que la constante de pénalisation dépendent alors du schéma de discrétisation temporelle.

En gardant les mêmes notations,  $\Omega$  pour le domaine de frontière  $\Gamma$  et  $\Omega_S$  pour l'obstacle de frontière  $\Gamma_S$ , on considère les équations de Navier-Stokes incompressibles (3.1), (3.2) et (3.3) que l'on résout numériquement en traitant de manière explicite les termes non linéaires et de manière implicite le terme de diffusion. Ceci nous amène à résoudre à  $t_n = t_{n+1}$  le problème discret suivant :

$$\nu \Delta \mathbf{u}^{n+1} - \frac{\alpha}{\Delta t} \mathbf{u}^{n+1} - \nabla p^{n+1} = \mathbf{f}^{n+1} \quad \text{dans } \Omega \quad (3.104)$$

$$\nabla \mathbf{u}^{n+1} = 0 \quad (3.105)$$

$$\mathcal{B} \mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{g}_\Gamma^{n+1} \quad \text{dans } \Gamma \quad (3.106)$$

Où  $\Delta t$  représente le pas de temps,  $\mathbf{u}^{n+1}$  et  $p^{n+1}$  respectivement les approximations numériques de  $\mathbf{u}$  et  $p$  au temps  $(n+1)\Delta t$ , et où  $\alpha$  et  $\mathbf{f}^{n+1}$  correspondent respectivement à un coefficient et à un terme force dépendant du schéma temporel.

Par suite, l'utilisation d'un schéma retardé d'Euler d'ordre  $Q$  (d'ordre 2 ici) pour l'approximation de la dérivée temporelle donne :

$$\partial_t \mathbf{u} = \frac{1}{\Delta t} \sum_{q=0}^Q \alpha_q^Q \mathbf{u}^{n+1-q} + O(\Delta t^Q) \quad (3.107)$$

Avec  $\alpha_q^Q$ ,  $q = 0, \dots, Q$  des coefficients, et

$$\alpha = \alpha_0^Q, \quad \mathbf{f}^{n+1} = [NL(\mathbf{u})]^{n+1} + \frac{1}{\Delta t} \sum_{q=1}^Q \alpha_q^Q \mathbf{u}^{n+1-q} \quad (3.108)$$

Où  $[NL(\mathbf{u})^{n+1}]$  est une approximation en  $O(\tau^Q)$  des termes non linéaires.

Dans ces conditions, la méthode de *pseudo-pénalisation* consiste à réécrire les équations ainsi discrétisées de manière à prendre en compte le corps :

$$\nu \Delta \mathbf{u}^{n+1} - \frac{\alpha}{\Delta t} \mathbf{u}^{n+1} - \nabla p^{n+1} = (1 - \chi) \mathbf{f}^{n+1} \quad \text{dans } \Omega \quad (3.109)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \quad (3.110)$$

$$\mathcal{B} \mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{g}_\Gamma^{n+1} \quad \text{dans } \Gamma \quad (3.111)$$

Où  $\chi$  est la fonction caractéristique de l'obstacle  $\Omega_S$ . Notons par ailleurs que Pasquetti *et al.* (2008) [90] propose d'utiliser une fonction caractéristique filtrée,  $\bar{\chi}$ , plutôt que  $\chi$ , cf Section 3.5.3. Dans le domaine fluide  $\Omega \setminus \Omega_S$  on résout ainsi les équations de Navier-Stokes classique alors que dans l'obstacle on considère un problème de Stokes stationnaire pénalisé par le terme  $\alpha \mathbf{u} / \Delta t$  exprimé au temps  $t_{n+1}$  :

$$\nu \Delta \mathbf{u}^{n+1} - \frac{\alpha}{\Delta t} \mathbf{u}^{n+1} - \nabla p^{n+1} = 0 \quad \text{dans } \Omega_S \quad (3.112)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \quad (3.113)$$

Le couplage fluide-solide (équations de Navier-Stokes-problème de Stokes stationnaire) caractéristique de la méthode de *pseudo-pénalisation* apparaît au travers des conditions de transmission sur la surface de l'obstacle,  $\Gamma_S$  :

$$[\mathbf{u}] = 0, \quad \nu [\nabla \mathbf{u}] \cdot \mathbf{n} = [p] \mathbf{n} \quad (3.114)$$

[.] représentant le saut à l'interface  $\Gamma_S$  et  $\mathbf{n}$  sa normale extérieure unitaire.

Remarquons ici que le même développement qu'en Section 3.5.1 pour la pénalisation classique en  $\eta$  (avec  $\eta = \Delta t / \alpha$ ) donne le même résultat, à savoir que dans le corps solide on vérifie une loi de type Darcy caractéristique des milieux poreux.

Par ailleurs, comme pour la méthode de pénalisation classique, les forces aérodynamiques peuvent directement être calculées à partir du terme de pénalisation. Toutefois par la méthode de *pseudo-pénalisation* ces grandeurs peuvent être *a priori* déduites de deux manières :

Soit par l'approximation de l'équation de conservation de quantité de mouvement (3.120) en intégrant :

$$\mathbf{F} = - \int_{\Omega} \chi \mathbf{f} d\Omega \quad (3.115)$$

Soit par l'équation stationnaire de Stokes pénalisée (3.112) en intégrant :

$$\mathbf{F} = \int_{\Omega} \chi \frac{\alpha}{\Delta t} \mathbf{u} d\Omega \quad (3.116)$$

Les expérimentations numériques de Pasquetti *et al.* (2008) [90] ont montré que les meilleurs résultats sur le cas du cylindre sont obtenus à partir de la formulation (3.116) déduite des équations (3.112), ce qui est cohérent avec la méthode classique présentée notamment par Angot *et al.* (1999) [4].

Finalemt, pour une dérivée temporelle discrétisée par un schéma de type Euler retardé d'ordre  $Q=2$ , comme implémenté dans notre solveur, le champ de vitesse dans l'obstacle est en  $O(3/2\Delta t)$ .

La méthode de *pseudo-pénalisation* permet donc de s'affranchir d'une part des problèmes de stabilité liés au traitement explicite du terme de pénalisation pour une constante  $1/\eta$  trop élevée et d'autre part des problèmes de mauvais conditionnement de système qu'engendrerait un traitement implicite.

### 3.5.3 Filtrage de la fonction caractéristique

L'introduction de discontinuités et de forts gradients peut induire des problèmes numériques et doit être traitée avec la plus grande attention. Ceci est plus particulièrement vrai lorsque l'approche numérique considérée est basée sur des méthodes spectrales où une solution trop raide peut entraîner des oscillations de type phénomène de Gibbs et la divergence du calcul.

Dans cette optique, dans le cadre des méthodes de pénalisation, les auteurs ont coutume de filtrer la fonction caractéristique de l'obstacle. On peut alors démontrer que l'utilisation d'une constante de pénalisation en  $\mathcal{O}(1/\Delta t)$ , plutôt qu'une constante tendant vers l'infini, se trouve justifiée. Nous présentons succinctement ici, une méthode de filtrage classique, le filtrage par quadrature. On se limitera dans ce mémoire au cas mono-dimensionnel, l'extension au cas 3D ne posant aucune difficulté.

Dans l'étude de Pasquetti *et al.* (2008) [90], les auteurs rappellent que le filtrage de type "raised cosine" utilisé dans la thèse de Forestier (2000) [37] communément utilisé dans l'espace spectral s'écrit dans l'espace physique pour une fonction  $\chi(x)$  :

$$\bar{\chi}_i = \frac{1}{4}(\chi_{i-1} + 2\chi_i + \chi_{i+1}) \quad (3.117)$$

Avec  $\chi_i = \chi(ih)$ ,  $\bar{\chi}$  la fonction  $\chi$  filtrée et  $h$  le pas de discrétisation spatial dans la direction de Fourier. Ils précisent également que dans le cas de maillages réguliers, le filtrage "raised cosine" correspond en fait à l'approximation par une méthode des trapèzes de l'intégrale :

$$\frac{1}{(x_{i+1} - x_{i-1})} \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} \chi(x) dx = \frac{1}{2\Delta x} \int_{x-\Delta x}^{x+\Delta x} \chi(x) dx \quad (3.118)$$

Pratiquement, dans l'optique de mieux calculer cette intégrale, le solveur utilise une méthode des rectangles *a priori* plus adaptée à l'intégration d'une fonction discontinue. Autour de cette discontinuité, pour augmenter la précision du résultat, l'intégrale est calculée sur 10 points. L'opération de filtrage apparaît donc comme une moyenne locale de la fonction caractéristique. Soulignons ici que pour des configurations où les couches limites sont sous-résolues, on peut s'attendre à ce que le filtrage de la fonction caractéristique ait tendance à laminariser l'écoulement

en proche paroi. La suppression de ce filtrage pourra donc apparaître judicieux dans certains cas si tant est que les oscillations pouvant être générées par la discontinuité de la fonction caractéristique puissent être évitées. Pour nos calculs d'écoulements turbulents, on montrera qu'il est souhaitable de ne pas filtrer, les phénomènes de Gibbs étant en fait anihilés par la méthode SVV.

### 3.6 Traitement SVV en proche paroi

Comme présenté en Section 2.1.3 la présence d'une paroi dans un écoulement turbulent modifie considérablement la physique, la dynamique et les structures caractéristiques de cet écoulement. Idéalement pour prendre en compte et résoudre les couches limites, la taille de la première maille à la paroi doit être de l'ordre de l'échelle visqueuse  $l_\tau = \nu/u_\tau$ , *i.e* en unité de paroi  $y^+ = 1$  (si  $y$  est la direction normale à la paroi). Pratiquement, pour des raisons de coût et malgré la constante croissance des puissances de calcul, cette résolution reste encore inabordable pour des applications industrielles. Dans cet esprit, depuis une quinzaine d'années de nombreuses investigations numériques se sont focalisées sur la modélisation de proche paroi (*cf* Piomelli et Balaras (2002) [93] pour un état de l'art).

Dans le cadre de notre approximation spectrale globale et de notre méthode de pénalisation pour la modélisation de l'obstacle, les divers traitements existants apparaissent à ce jour encore difficilement adaptables. Toutefois, l'étude d'écoulements turbulents autour de géométries complexes nécessite une attention particulière. Dans cette optique, nous présentons dans ce mémoire une correction de proche paroi de la méthodologie SVV-LES proche de celle présentée par Kirby et Karniadakis (2002) [62].

Comparativement aux expériences de référence pour les applications étudiées (Lyn *et al.* (1995) [79] et Lienhart *et al.* (2000) [74]), nos premières simulations ont montré que les couches limites se développant autour de l'obstacle présentaient un niveau de turbulence trop faible. Plusieurs hypothèses ont été avancées pour expliquer ce caractère trop laminaire à savoir : un niveau de turbulence en condition d'entrée trop faible, une sous-résolution des couches limites ou encore une dissipation SVV trop forte dans les régions de proche paroi. Pour faciliter la transition laminaire/turbulent dans les couches limites, plusieurs investigations ont été menées.

Dans un premier temps il a été envisagé de supprimer localement l'effet de la SVV sur le premier point de maille par la méthode exposée ci-après, toutefois nous n'avons jamais été en mesure de stabiliser les calculs. Le traitement de proche paroi que nous avons finalement retenu et que nous présentons ci-dessous se base à la fois sur des considérations physiques et numériques.

Afin de capter au mieux la production d'énergie turbulente anisotrope caractéristique des couches limites et de conserver la stabilité du calcul, on choisit de relaxer les paramètres de contrôle de la SVV en région de proche paroi. De nombreux tests numériques ont montré que de meilleurs résultats sont obtenus en relaxant le paramètre d'activation  $m_N$ , *i.e* en restreignant la gamme de fréquences spatiales sur lesquelles la SVV est active. Soulignons également que des études paramétriques sur le filtrage ou non de la fonction caractéristique et l'utilisation conjointe de la SVV relaxée en proche paroi seront effectués au Chapitre suivant.

Cette correction de proche paroi s'effectue en introduisant une nouvelle fonction caractéristique  $\chi_{CL}(\mathbf{x})$  valant 1 en proche paroi et 0 sinon. Les équations de Navier-Stokes modifiées et pénalisées classiquement s'écrivent alors pour notre approximation numérique de la solution  $(\mathbf{u}_N, p_{N-2})$  :

$$\partial_t \mathbf{u}_N + \mathbf{u}_N \cdot \nabla \mathbf{u}_N = -\nabla p_{N-2} + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u}_N - \frac{1}{\eta} \chi \mathbf{u}_N + \mathbf{f}_N^{CL} \quad \text{dans } \Omega \quad (3.119)$$

Avec  $CL$  pour la couche limite et  $\mathbf{f}_N^{CL} = \chi_{CL}\nu(\Delta_{SVV}^{CL}\mathbf{u}_N - \Delta_{SVV}\mathbf{u}_N)$ . L'opérateur  $\Delta_{SVV}^{CL}$  est défini comme  $\Delta_{SVV}$  mais prend en compte de nouveaux paramètres de contrôle. La Fig.3.2 montre pour un degré d'interpolation,  $N = 170$ , le spectre sur lequel agit la SVV et ceci pour différentes valeurs de fréquences de coupure,  $m_N$ .

Adapté à notre schéma temporel et à la méthode de *pseudo-pénalisation* on résout alors pratiquement à chaque pas de temps le nouveau système d'équations suivant :

$$\nu\Delta\mathbf{u}_N^{n+1} - \frac{\alpha}{\tau}\mathbf{u}_N^{n+1} - \nabla p_{N-2}^{n+1} = (1 - \chi)\mathbf{f}_N^{n+1} + \mathbf{f}_N^{CL} \quad \text{dans } \Omega \quad (3.120)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_N^{n+1} = 0 \quad (3.121)$$

La correction de proche paroi est traitée de manière explicite par une extrapolation d'Adams-Bashforth d'ordre 2 consistant avec l'ordre global du schéma. Notons qu'aucun problème de stabilité n'a été rencontré malgré le traitement explicite, ce que l'on peut certainement attribuer au caractère très local de notre correction.

Par ailleurs, remarquons qu'aucun phénomène de Gibbs n'a été observé dans nos simulations malgré les discontinuités introduites par notre correction de proche paroi dans les opérateurs de différenciation.

Par la suite dans ce mémoire, cette correction de proche paroi sera notée SVV-NW.

## Chapitre 4

# Écoulement turbulent autour du cylindre à section carrée

### 4.1 Introduction

#### 4.1.1 Motivations et présentation de l'étude

Nous nous focalisons dans ce chapitre sur l'écoulement autour du cylindre à section carrée à Reynolds  $Re=21400$  très bien documenté dans la littérature. Cette étude nous permet une validation plus aisée de la méthodologie SVV-LES et notamment de la correction de proche paroi (SVV-NW) présentée précédemment, *cf* Section 3.6. Notons que cet écoulement a été l'objet de deux Benchmarks ERCOFTAC, coordonnés par W. Rodi et J.H. Ferziger en 1996 [105] et P. Voke en 1997 [131]. Aujourd'hui, ce type d'écoulement suscite toujours l'intérêt comme en témoigne l'appel à contribution pour la création d'un benchmark sur l'écoulement autour du cylindre à section rectangulaire BARC.

Nous présentons d'abord la dynamique et les mécanismes physiques qui régissent cet écoulement ainsi qu'un succinct état de l'art des études numériques. Cette revue des différents travaux de la littérature met en lumière la complexité et les difficultés malgré tout inhérentes à cet écoulement. Après avoir détaillé les spécifications géométriques et physiques de l'étude, *cf* Section 4.2 et Section 4.3, nous présentons les premiers résultats obtenus par SVV-LES standard sans correction de paroi, Section 4.4, que nous comparons aux travaux numériques (Rodi (1997) [106]) et expérimentaux (Lyn *et al.* (1995) [79]) de référence. La Section 4.5 permet de mettre en évidence l'apport de la correction de paroi (SVV-NW), notamment au travers de comparaisons qualitatives sur les structures de l'écoulement ou, de manière plus quantitative, par l'analyse des quantités turbulentes et des propriétés aérodynamiques. Finalement, nous essayons de mettre en évidence les limites de cette méthodologie de proche paroi (SVV-NW) par une étude sur l'influence du maillage et de la résolution à la paroi.

#### 4.1.2 Description de la dynamique de l'écoulement

La compréhension de l'écoulement turbulent autour du cylindre à section carrée nécessite de revenir aux notions de base de la turbulence définies au Chapitre 2. On y retrouve notamment des phénomènes d'interaction entre structures de grandes et de petites échelles.

Comme pour la majorité des écoulements autour d'obstacles cylindriques d'envergure infinie,

---

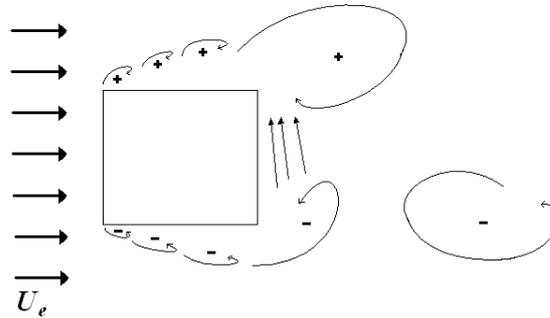


FIG. 4.1 – Schéma récapitulatif du scénario de détachement tourbillonnaire décrit par Gerrard (1966) [44].

le phénomène de lâcher tourbillonnaire dirige la physique en présence. Ce mécanisme décrit par Gerrard en 1966 [44] naît de l'interaction de deux couches cisailées et se traduit par la formation d'une allée tourbillonnaire (*cf* Abernathy *et al.* (1962) [1]). Dans la configuration étudiée, le scénario sur une demi période, *cf* FIG.4.1, peut être décrit comme suit : au dessus de l'obstacle, un tourbillon de type Kelvin-Helmholtz grossit en s'alimentant dans la couche cisailée à laquelle il est relié jusqu'à devenir suffisamment gros pour aspirer la couche de cisaillement inférieure, de vorticité transversale de signe opposé, située dans le sillage proche de l'obstacle. Une fois que la concentration de vorticité transversale de signe opposé est suffisante pour interrompre la croissance du tourbillon, ce dernier se détache. Les structures quasi bi-dimensionnelles ainsi générées sont par la suite transportées en aval de l'obstacle.

L'écoulement autour du cylindre bi-dimensionnel à bas Reynolds est soumis à des effets 3D lorsque l'on augmente le nombre de Reynolds. Pour la configuration du cylindre à section circulaire, Williamson (1988,1996) [137, 138] a expérimentalement mis en évidence cette transition et a montré qu'elle se traduisait par l'apparition de deux modes de petites échelles appelés modes "A" et "B". Ces modes tri-dimensionnels, de longueurs d'ondes caractéristiques, apparaissent pour des gammes de Reynolds bien établies, respectivement  $190 < Re < 240$  pour le mode A et  $Re > 240$  pour le mode B. Ils correspondent à des structures longitudinales appelées structures secondaires se développant entre les gros tourbillons transverses, dits primaires. Dans la configuration du cylindre à section carrée, ces modes tri-dimensionnels A et B ont récemment été retrouvés expérimentalement et caractérisés par Luo *et al.* (2007) [78]. Apparaissant respectivement    $183 < Re < 204$  et    $Re > 204$ , ils peuvent déformer les structures primaires et leurs donner une forme en * pingle à cheveux*. Plus généralement, les études expérimentales de Cantwell et Coles (1983) [19] à plus haut Reynolds ont montré que les structures primaires étaient reliées entre elles par des couches cisailées, siège d'une forte production d'énergie cinétique turbulente. Ce processus de production est lié à l'apparition des structures longitudinales secondaires. C'est, l'étirement tourbillonnaire imposé par le cisaillement des structures primaires auquel sont soumises ces structures longitudinales qui induit le mécanisme de cascade énergétique vers les plus petites échelles de l'écoulement. Cantwell et Coles (1983) [19] proposent ce processus comme un mécanisme "universel" de transition vers la turbulence en présence de couches de cisaillement. Les mécanismes d'interaction entre les structures longitudinales secondaires et les tourbillons primaires intervenant dans les couches cisailées sont sujets à de nombreux travaux [26, 25, 73, 16, 17].

### 4.1.3 Etat de l'art en simulation numérique

L'écoulement autour du cylindre à section carrée à Reynolds  $Re=21400$  reste un problème délicat comme en atteste encore aujourd'hui les différentes études numériques sur le sujet.

A ce jour, les tentatives par approches RANS ne permettent pas une description satisfaisante par rapport aux mesures LDA par Lyn *et al.* (1995) [79]. Bosch et Rodi (1998) [13] ont ainsi essayé différents modèles de turbulence : le modèle  $k-\varepsilon$  standard et le modèle  $k-\varepsilon$  modifié de Kato et Launder (1993) [60], utilisés soit avec fonction de paroi soit avec l'approche dite *Two-Layer Model* (TLM), (*cf* Section 2.3.3). Si le modèle  $k-\varepsilon$  standard avec fonction de paroi ne permet pas de prédire le détachement tourbillonnaire, les modifications apportées par Kato et Launder [60] permettent d'améliorer de manière significative les résultats en particulier lorsque le modèle TLM est utilisé. Même si la solution obtenue est en meilleur accord avec les expériences de référence de Lyn *et al.* (1995) [79], les statistiques du second ordre peuvent encore être améliorées et ce même pour les résultats obtenus avec des modèles au second ordre (RSM), *cf* Rodi (1997) [106]. La surestimation des fluctuations d'énergie cinétique turbulente  $k$ , commune à tous les modèles, pourrait être reliée aux effets 3D du détachement tourbillonnaire mal captés par ces approches RANS.

Lors du 1<sup>er</sup> Workshop ERCOFTAC *Direct and Large Eddy Simulation* [105], les résultats LES présentés (parmi lesquels ceux de Rodi (1997) [106]) ont permis une meilleure prédiction du détachement tourbillonnaire et des niveaux de turbulence, *vis-à-vis* des résultats RANS, sans toutefois présenter un accord complètement satisfaisant. Dans ses conclusions Rodi (1997) [106] associe les différences persistantes à plusieurs causes : une faible résolution de proche paroi, des conditions d'entrée laminaires différentes de celles utilisées expérimentalement [79] ou encore la sous-résolution et le confinement dans la direction homogène transverse. Suite aux difficultés rencontrées par les méthodes RANS et par les différentes approches LES lors du premier Workshop [105], le cylindre à section carrée a de nouveau été choisi comme cas test lors d'un second workshop ERCOTAC, à Grenoble en 1996, dont les résultats ont été publiés en 1997 par P. Voke [131]. Malgré de raisonnables prédictions qualitatives, des désaccords sensibles entre les différentes contributions ont à nouveau mis en évidence la complexité de cet écoulement.

Plus récemment, tenant compte des conclusions de P. Voke [131], Sohankar *et al.* (2000) [121] ont testé plusieurs modèles de sous mailles et différents paramètres physiques (pas de temps, largeur du domaine dans la direction transverse et résolution) sur l'écoulement à Reynolds  $Re=22000$ . Contrairement au modèle de Smagorinsky ou au modèle dynamique standard, le modèle dynamique à une équation utilisé a montré de bien meilleures aptitudes quant à la description de l'écoulement obtenu par Lyn *et al.* (1995) [79]. Les résultats obtenus pour une largeur transverse du domaine deux fois supérieure à celle préconisée dans le Benchmark ERCOFTAC [131] ont grandement amélioré l'accord avec les expérimentations. Ces travaux mettent notamment en évidence l'importance des effets tri-dimensionnels dans cet écoulement.

## 4.2 Configuration géométrique et conditions aux limites

### 4.2.1 Configuration géométrique

La géométrie choisie (*cf* FIG. 4.2) correspond au dispositif expérimental de Lyn *et al.* (1995) [79] et à celle préconisée dans les cas tests ERCOFTAC [105, 131]. Le côté  $D$  du cylindre vaut  $D=40mm$ . Le volume d'étude de section  $560mm \times 160mm$ , s'étend sur une longueur de  $780mm$  soit au final  $19,5D \times 14D \times 4D$  dans les directions longitudinale  $x$ , verticale  $y$ , et transverse  $z$ . L'origine du repère est placée au centre de l'obstacle et l'entrée du domaine à la distance  $x=-$

$4,5D$ . Le facteur de blocage défini comme le rapport de l'arrête du cylindre sur la hauteur du

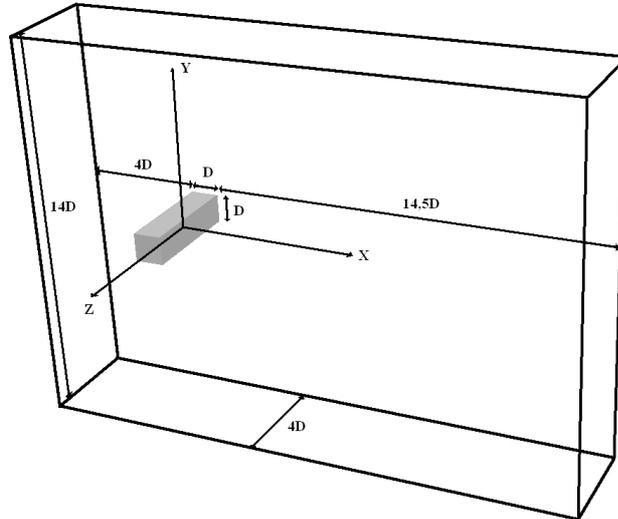


FIG. 4.2 – Dimensions physiques et géométrie du dispositif d'étude.

canal est d'environ 7%. On injecte en entrée un fluide de viscosité cinématique  $\nu$  à la vitesse  $U_\infty = 0,535m/s$  correspondant à un nombre de Reynolds de  $Re=U_\infty D/\nu=21400$ . Par la suite  $D$ ,  $U_\infty$  et  $D/U_\infty$  seront les grandeurs d'adimensionnement respectivement pour les longueurs, les vitesses et le temps.

#### 4.2.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites en entrée et sur les frontières du domaine sont également celles proposées dans le benchmark ERCOFTAC [105, 131], à savoir :

- Un profil de vitesse uniforme et constant est imposée en entrée.
- On impose des conditions de périodicité sur les parois latérales du domaine.
- On impose une condition d'adhérence sur le cylindre (*cf* Section 3.5.2).
- Les parois verticales du domaine  $y/D=\pm 7$  sont traitées par des conditions de glissement *i.e*  $\mathbf{u}(\mathbf{x},t).\mathbf{n}=0$  et  $\partial_n \mathbf{u}(\mathbf{x},t).\mathbf{t}=0$ , où  $\mathbf{n}$  et  $\mathbf{t}$  correspondent aux vecteurs normal et tangent à la paroi.

### 4.3 Spécifications numériques de l'application

Dans la suite de ce chapitre nous présentons les résultats obtenus sur deux grilles différentes. La majorité des résultats que nous détaillons ont été établis sur un maillage fin  $N_f$ . Toutefois, dans l'idée de tester notre méthodologie de proche paroi dans la configuration du corps d'Ahmed où les couches limites mises en jeu ne peuvent être résolues, une étude sur l'influence de la résolution de proche paroi a été menée sur une grille plus grossière  $N_c$ . Dans cette section nous détaillons les différents paramètres numériques (comme la résolution, les performances ou

les paramètres SVV) utilisés dans les différentes simulations.

### 4.3.1 Détails numériques, maillages et performances

Le domaine d'étude est divisé en huit sous-domaines dans la direction longitudinale  $x$  dont un est dédié à la description de l'obstacle (*cf* FIG.4.3) et dont les interfaces sont positionnées aux abscisses  $\{-4, 5; -2; -0, 55; 0, 55; 2; 4, 5; 7, 5; 10, 5; 15\}$ . Chacun des huit sous-domaines est associé à un processeur vectoriel et contient respectivement dans les directions longitudinale  $x$ , verticale  $y$  et transverse  $z$ ,  $N_i = \{N_x; N_y; N_z\}$  points, où  $i = \{f, c\}$  respectivement pour les maillages fin et grossier.

La grille fine, sur laquelle a été obtenue la majorité des résultats, correspond à la discrétisation

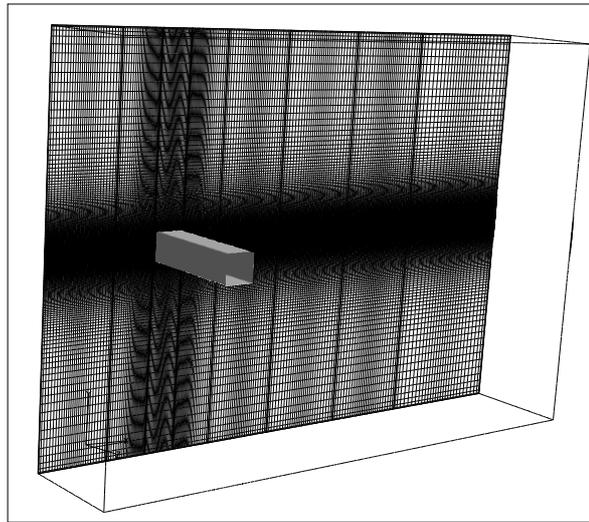


FIG. 4.3 – Représentation du maillage fin,  $N_f$ , adopté pour les simulations autour du cylindre à section carrée.

$N_f$  suivante :  $N_f = \{31; 351; 32\}$  soit au total environ  $2,7 \cdot 10^6$  points. Ce maillage permet une résolution de proche paroi de  $\Delta y/D = 0,015$ . Alors que le benchmark ERCOFTAC préconise une résolution  $\Delta y/D \leq 0,01$  (pour laquelle les couches limites ne sont déjà pas parfaitement résolues), nous avons choisi une résolution plus faible pour tester notre correction de proche paroi. Pour le maillage grossier  $N_c$  seul le degré d'approximation polynomial dans la direction verticale  $y$  diffère. La discrétisation,  $N_c = \{31; 161; 32\}$ , comporte environ  $1,24 \cdot 10^6$  noeuds et place la première maille à la distance  $\Delta y/D = 0,0324$  de la paroi.

Initialement, *i.e* au temps  $t_0=0$ , le fluide est au repos. Pour des raisons de stabilité numérique, le nombre de Reynolds est progressivement augmenté jusqu'à la valeur de travail  $Re=21400$  sur une grille très grossière  $N_{coarse} = \{N_x/2; N_y/2; N_z/2\}$  et jusqu'au temps  $t_i=100$  de manière à laisser s'établir un régime turbulent pleinement développé. La solution ainsi obtenue est interpolée sur la grille de travail  $N_i$ , avec  $i = \{f, c\}$  puis est poursuivie jusqu'au temps  $t_s=120$  de manière à évacuer les perturbations numériques liées à l'interpolation. Les statistiques de la turbulence sont calculées à partir de ce temps  $t_s$  et convergées sur 96 unités de temps, soit 24000 itérations avec un pas de temps adimensionné  $\Delta t = 4 \cdot 10^{-3}$ , ce qui correspond à 13 fois la période d'un détachement tourbillonnaire ( $T=1/St$ ). L'invariance des résultats tirés de calculs menés sur 32000

itérations, soit  $17T$ , montrent que les statistiques de la turbulence sont convergées pour  $13T$ . Le temps nécessaire à la convergence d'un calcul sur la grille fine,  $N_f$ , pour  $13T$  et la mémoire utilisée sont respectivement de 73 heures CPU et 5 Gigabytes. Les performances numériques pour chacune des grilles ( $N_f$  et  $N_c$ ) sont reportées dans le TAB.4.1.

TAB. 4.1 – Performances numériques pour les deux maillages utilisés pour l'étude de l'écoulement autour du cylindre à section carrée.

	Preprocessing time	CPU time / iteration	Memory	Speed
$N_c$	10,372 s	0,392 s	2,51 GB	85,584 GFlops
$N_f$	72,8 s	1,358 s	5,077 GB	99,819 GFlops

### Paramètres SVV

Dans chaque direction spatiale l'opérateur SVV défini en Section3.4.1 est gouverné par deux paramètres de contrôle,  $m_N$  et  $\varepsilon_N$ . Leurs valeurs doivent correspondre à un compromis entre précision de la solution SVV et stabilité du schéma numérique. Les meilleurs résultats sont attendus lorsque la SVV est appliquée sur une bande de hautes fréquences confinée et pour une faible amplitude de dissipation, *i.e* pour de grandes valeurs de  $m_N$  et de faibles valeurs de  $\varepsilon_N$ , cf Section3.4.1.

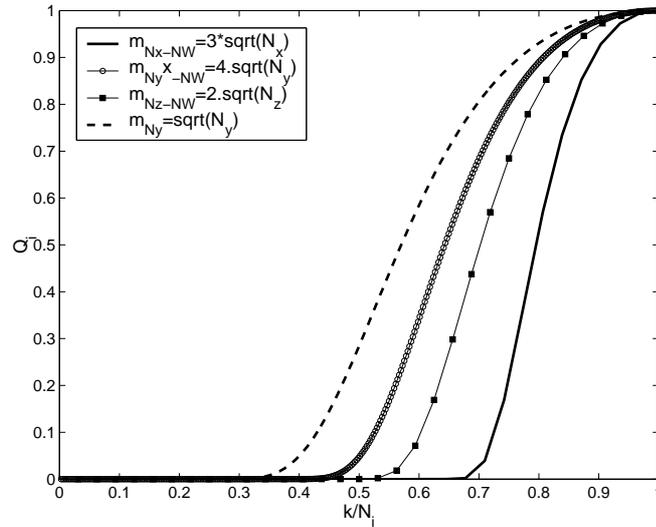


FIG. 4.4 – Coefficients spectraux de l'opérateur SVV mono-dimensionnel pour différentes valeurs de la fréquence de coupure  $m_N$ , pour la grille  $N_f$ .

En dehors de la couche limite l'opérateur SVV,  $\Delta_{SVV}$ , est défini de manière isotrope avec  $m_N = \sqrt{N}$  et  $\varepsilon_N = 1/N$  indépendamment dans les trois directions  $(x,y,z)$ . Dans les couches limites se développant autour de l'obstacle, l'opérateur SVV local  $\Delta_{SVV}^{CL}$  est défini de manière anisotrope avec  $m_N = \{3\sqrt{N_x}; 4\sqrt{N_y}; 2\sqrt{N_z}\}$  et  $\varepsilon_N = 1/N$ , ceci pour les deux maillages  $N_c$  et

$N_f$ . Les coefficients spectraux  $\widehat{Q}_k$  correspondant sont tracés en FIG.4.4 pour différentes valeurs de  $m_N$  et pour  $N_f$ . Clairement, plus la valeur de  $m_N/N$  est grande plus la bande fréquentielle sur laquelle la SVV est active est confinée.

## 4.4 Résultats par Simulations SVV-LES standard

Les résultats obtenus dans cette étude sont comparés à différents travaux numériques [105, 131, 121] et expérimentaux [79]. Ces confrontations permettent de positionner d'une part la méthodologie SVV-LES utilisée *vis-à-vis* des approches existantes, mais surtout, de quantifier l'apport du traitement de proche paroi (SVV-NW) développé ici. Dans cet esprit, nous présentons en premier lieu les résultats d'une simulation par SVV-LES que nous appelons "standard", sans correction de paroi et avec lissage de la fonction caractéristique de l'obstacle telle qu'elle a été présentée en section 3.5.3. Finalement, en Section 4.5, nous mettons en évidence l'influence du filtrage de la fonction caractéristique et de la relaxation des paramètres SVV-NW, ceci en fonction de la résolution considérée en proche paroi.

### 4.4.1 Structures de l'écoulement

Afin de choisir la quantité la plus adaptée à la visualisation des grandes structures de l'écoulement, nous avons utilisé et comparé celles classiquement proposées dans la littérature. Nous présentons en FIG.4.5 des visualisations de la pression instantanée,  $p$ , des fluctuations de pression  $p' = p - \langle p \rangle$  et du critère  $Q$  choisis au même instant  $t$  et correspondant respectivement aux FIG.4.5a,b et c. Rappelons que le critère  $Q$  est basé sur l'idée que dans une structure tourbillonnaire la partie anti-symétrique du tenseur gradient de vitesse, associée aux mouvements de rotation, domine la partie symétrique, associée aux déformations. Il est défini comme  $Q = \frac{1}{2}(\Omega : \Omega - S : S)$ , où  $S$  est la partie symétrique du tenseur gradient de vitesse  $\nabla \mathbf{u}$  et  $\Omega$  sa partie anti-symétrique. Les iso-valeurs de  $p$ ,  $p'$  et  $Q$  ont été choisies de manière à visualiser au mieux la structure en épingle à cheveux se développant dans le proche sillage. Alors que les iso-surfaces de la pression et des fluctuations de pression, quasi-identiques pour les valeurs choisies dans le sillage, mettent en évidence les plus gros tourbillons de l'écoulement, le critère  $Q$  exhibe beaucoup de structures tourbillonnaires, y compris plus petites échelles. Selon les échelles auxquelles nous nous intéressons, le critère  $Q$  peut apparaître avantageux ou non. Pour plus de clarté quant à la visualisation des grosses structures nous utiliserons par la suite indifféremment pression instantanée et fluctuations de pression.

Conformément aux résultats expérimentaux de Lyn *et al.* (1995) [79], un détachement de grosses structures se produit dans le sillage proche du cylindre donnant naissance à une allée tourbillonnaire. Les basses pressions, caractéristiques des coeurs de ces structures, permettent alors de facilement les visualiser, *cf* FIG.4.6a. Dans le proche sillage, ces tourbillons quasi bi-dimensionnels sont entourés de structures secondaires longitudinales qui se développent dans une couche cisailée, comme initialement remarqués expérimentalement par Luo *et al.* (2007) [78] à plus bas Reynolds. La période spatiale de ces structures longitudinales dans la direction homogène,  $z$ , apparaît de l'ordre de  $\lambda_z \approx D$  *i.e* en accord avec les expériences de Williamson (1996) [138] pour le cylindre à section circulaire ou avec celles de Luo *et al.* (2007) [78] pour la configuration carrée. Les iso-valeurs de pression instantanée ( $p = 0.5$ ) et de ses fluctuations ( $p' = p - \langle p \rangle = 0.02$ ) présentées en FIG.4.6b, mettent en évidence la couche cisailée, siège d'une forte production turbulente, se développant autour des structures primaires. Ces observations

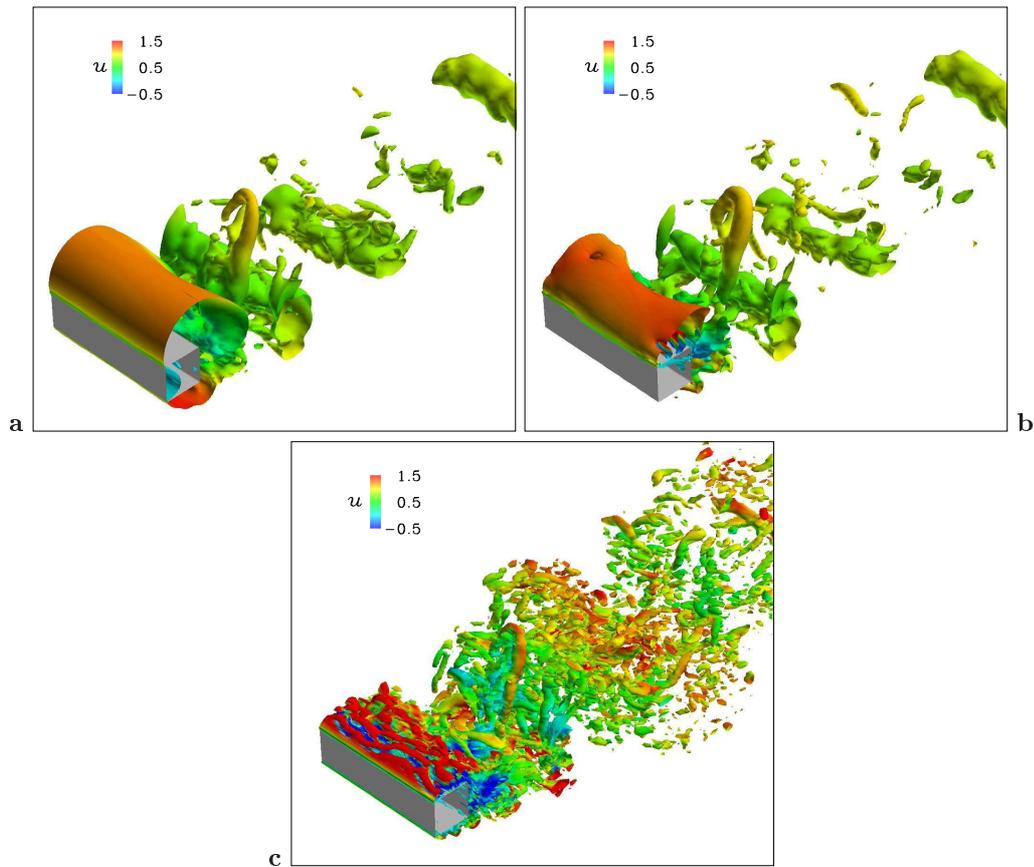


FIG. 4.5 – Visualisation des structures de l'écoulement à un instant  $t$  donné par différentes quantités : (a) iso-surface de la pression instantanée,  $p=-0,35$ , (b) iso-surface des fluctuations de pression,  $p'=-0,15$ , et (c) iso-surface du critère  $Q=10$ .

sont également en parfait accord avec les résultats expérimentaux de Cantwell et Coles (1983) [19] présentés en Section 4.1.2. La même quantité tracée à un autre instant, cf FIG. 4.7a, montre que ponctuellement ces tourbillons secondaires peuvent interagir et déformer les grosses structures initialement quasi bi-dimensionnelles.

Sur le cylindre, la couche cisailée due à la juxtaposition, de la recirculation à la paroi et du fluide externe donne naissance à des structures transverses de type Kelvin-Helmoltz (FIG. 4.7b). Rappelons que ces tourbillons sont à la base du mécanisme de détachement tourbillonnaire, cf Section 4.1.2. Les iso-contours de la vorticité transverse  $\omega_z$  permettent ainsi de visualiser quatre structures de type Kelvin-Helmoltz dans la couche cisailée se développant sur la paroi supérieure du cylindre. Des observations similaires ont été faites dans des travaux numériques et expérimentaux par Brun *et al.* (2008) [16, 17], pour différents nombres de Reynolds. A faible Reynolds,  $Re=1500$ , les auteurs mettent numériquement en évidence des structures identiques en très proche paroi, de vorticité  $\omega_z$  de signe opposé à celles présentes dans la couche cisailée. Ces dernières migrent lentement du coin aval du cylindre vers le coin situé en amont avant d'être aspirées dans la couche de cisaillement. *A contrario*, à haut nombre de Reynolds,  $Re=22000$ , ce

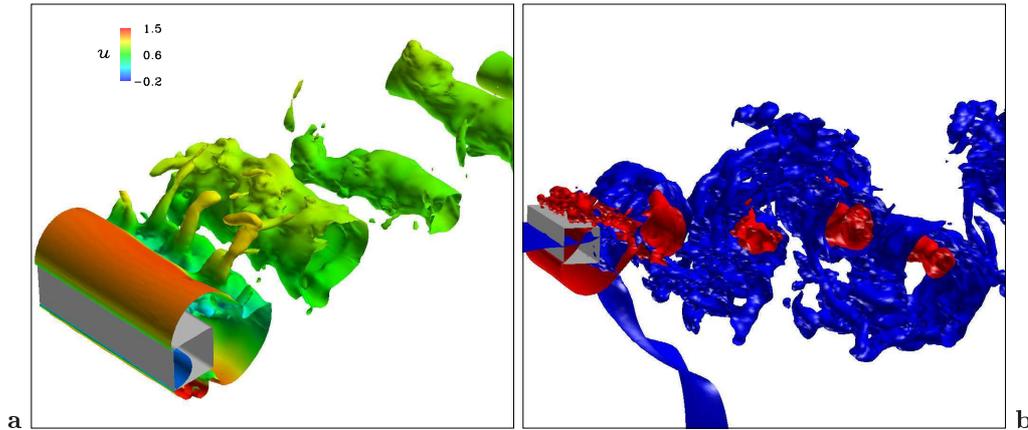


FIG. 4.6 – Visualisations des structures de l'écoulement dans le sillage du cylindre à section carré à Reynolds  $Re=21400$ . (a) Iso-valeur de la pression  $p=0.5$  colorée par le champ de vitesse longitudinale instantanée  $u$ . (b) Iso-valeur de la pression instantanée  $p=0.5$  (rouge) et des fluctuations de pression  $p' = p - \langle p \rangle = 0.02$  (bleu).

comportement n'est pas observé expérimentalement. Dans la présente étude, les iso-contours de  $\omega_z$  obtenus par SVV-LES, FIG.4.7b, montrent qu'un scénario similaire semble se produire sur la paroi inférieure de l'obstacle à Reynolds  $Re=21400$ .

#### 4.4.2 Analyse des statistiques de la turbulence

Les résultats sont comparés aux expériences de référence de Lyn *et al.* [79] et aux données LES de Rodi (1997) [106], obtenues par modèle de Smagorinsky et fonction de type Van Driest en proche paroi.

Nous rappelons que les statistiques de la turbulence ont été convergées sur un horizon de  $13T$ . Ces grandeurs sont également moyennées dans la direction homogène  $z$ , ceci conformément aux recommandations données dans les benchmarks ERCOFTAC [105, 131].

##### Statistiques de la turbulence en proche paroi et dans le sillage du cylindre

Les profils de vitesse longitudinale moyennés  $\langle u \rangle$  et des tensions de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$  dans la couche limite sur le cylindre sont tracés respectivement sur les planches FIG.4.8 et FIG.4.9 pour différents abscisses  $x/D=-0.375$ ,  $x/D=-0.125$ ,  $x/D=0.25$  et  $x/D=0.5$ . Bien que moyennement convaincants, les résultats montrent que les statistiques du premier comme du second ordre obtenus par Lyn *et al.* (1995) [79] sont globalement retrouvées par nos résultats SVV-LES.

En très proche paroi, l'échantillonnage spatial expérimental [79] n'offre malheureusement pas de données permettant de localiser avec précision la position du décollement sur la paroi. Ce dernier apparaît cependant sur la première moitié du cylindre. Si les résultats LES de Rodi (1997) [106] semblent retrouver le même comportement, nos résultats SVV-LES prédisent ce détachement plus en aval *cf* FIG.4.8c et d. Il en résulte que, dans cette région de très proche paroi, le minimum de vitesse longitudinale est mal approché par la méthode SVV-LES. On notera toutefois que cette tendance s'atténue le long de la paroi.

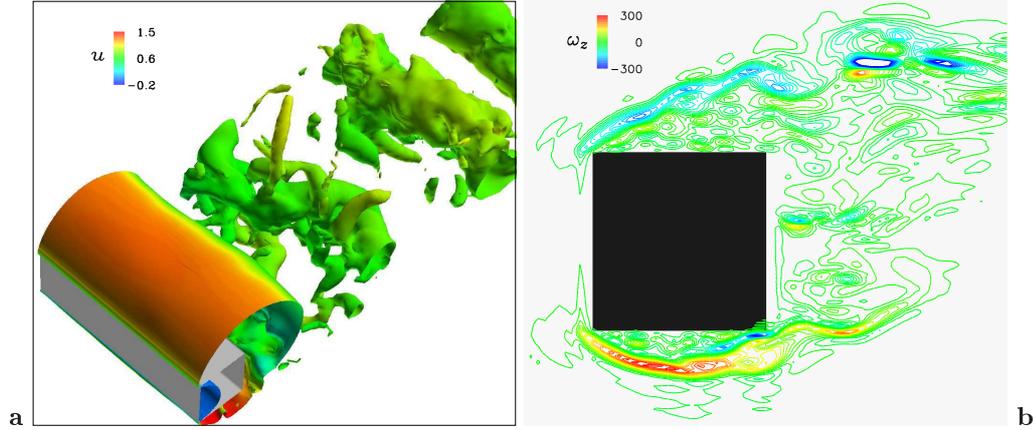


FIG. 4.7 – Visualisations des structures de l'écoulement autour du cylindre à section carrée à Reynolds  $Re=21400$  et dans son proche sillage. (a) Iso-valeur de la pression  $p=0.45$  colorée par le champ de vitesse longitudinale instantanée  $u$ . (b) Iso-contours de la vorticité transverse  $\omega_z$  dans le plan de symétrie du canal.

Dans la couche de cisaillement, résultats SVV-LES et LES [106] sont en très bon accord avec les expériences [79]. A l'extrémité de cette couche cisailée, dans la zone  $0,7 \leq y/D \leq 1,2$  selon l'abscisse de mesure, les approches numériques surestiment les quantités expérimentales. Comme en proche paroi, ce phénomène s'atténue le long du cylindre, ce qui autorise même un accord satisfaisant en  $x/D=0,5$ .

L'analyse des tensions de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$  permet d'affiner l'étude faite au regard des profils de vitesse. Les planches en FIG.4.9 présentent les statistiques du second ordre  $\langle u'^2 \rangle$  relevés aux mêmes abscisses que pour les profils de vitesse présentés en FIG.4.8. En très proche paroi,  $0,5 \leq y/D \leq 0,7$  l'accord avec les résultats expérimentaux est très satisfaisant contrairement à la LES [106] qui surestime le niveau de turbulence dans la couche limite. *A contrario*, dans la couche cisailée, le maximum de  $\langle u'^2 \rangle$  est mieux approché par la LES [106]. Les résultats SVV-LES ont tendance à surestimer cette quantité dont l'extremum reste toutefois prédit à la distance de la paroi attendue  $\Delta y/D = 0,75$  pour  $-0,125 \leq x/D \leq 0,5$ . Globalement, la couche cisailée décrite par l'approche SVV-LES, en accord avec les mesures LDA de Lyn *et al.* [79], est beaucoup plus confinée que celle prédite par la LES [106].

Derrière l'obstacle, dans le proche sillage, la bulle de recirculation obtenue par SVV-LES apparaît moins étendue que celle obtenue expérimentalement. Les mesures LDA de Lyn *et al.* [79] proposent une longueur de recirculation,  $l_r/D$ , définies sur la ligne centrale du canal  $(y,z)=(0,0)$  comme la distance du cylindre au point où la vitesse longitudinale  $\langle u \rangle$  s'annule, de l'ordre de  $l_r/D=0,88$ . On obtient  $l_r/D=0,68$  par les présentes simulations SVV-LES et  $l_r/D=0,96$  par LES [106], cf FIG.4.10a. Parallèlement, le minimum de vitesse longitudinale  $\langle u \rangle$  calculé ici est également sous-estimé (FIG.4.10a). Plus loin dans le sillage, comme dans la majorité des contributions présentées lors des deux workshops ERCOFTAC [105, 131], cette même vitesse longitudinale est sur-estimée le long de la ligne  $(y,z)=(0;0)$  définissant le centre du canal, cf FIG.4.10a. Dans cette région de l'écoulement les tensions de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$  et  $\langle v'^2 \rangle$  sont bien mieux décrites par notre approche SVV-LES, cf FIG.4.10b et c. En proche sillage, l'intensité du pic de turbulence comme sa position,  $x/D$ , sont en très bon accord avec les mesures expérimentales. A

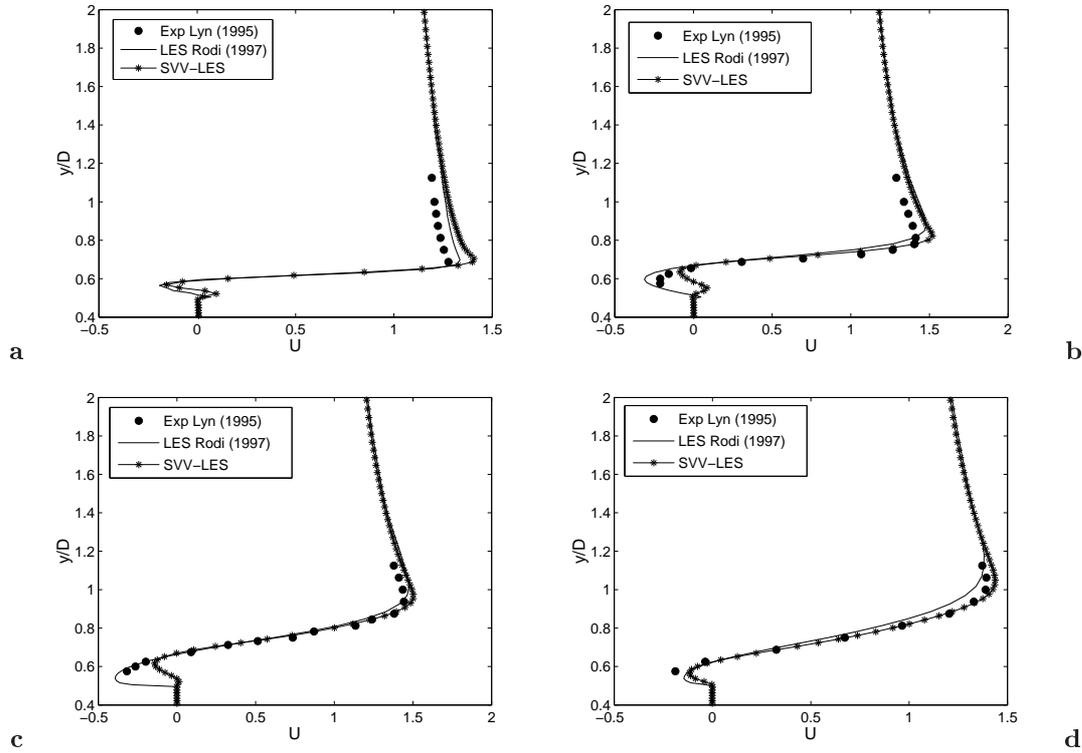


FIG. 4.8 – Profils de vitesse longitudinale moyenne  $U = \langle u \rangle$  dans la couche limite sur le cylindre respectivement aux abscisses  $x/D = -0.375$  (a),  $x/D = -0.125$  (b),  $x/D = 0.25$  (c) et  $x/D = 0.5$  (d), obtenus par approche SVV-LES standard. Comparaisons avec les résultats LES de Rodi et al. [106] et avec les expériences de référence Lyn et al. [79].

*contrario*, les résultats LES [105] de l'ERCOTAC sont mis en défaut. Dans les conclusions de son rapport, P.Voke [131] mentionne la possible influence du maillage dans cette région de l'écoulement pour expliquer ce comportement commun aux différentes contributions LES proposées. Aux vues de certains tests effectués par l'équipe de Karlsruhe, les méthodes utilisées apparaissent très sensibles au resserrement, "*stretching*", du maillage dans la direction longitudinale,  $x$ , *i.e* au rapport de la taille d'une maille sur sa suivante dans la direction  $x$ . Le caractère global de notre approche numérique mais aussi la meilleure résolution adoptée dans cette région de l'écoulement semblent nous affranchir de ce problème.

Finalement, aux vues de ces comparaisons des statistiques, malgré une résolution de proche paroi plus faible,  $\Delta y/D = 0,015$ , que celle adoptée par Rodi [106],  $\Delta y/D = 0,01$ , l'accord avec les mesures LDA de référence [79] apparaît raisonnablement satisfaisant. Le principal point de désaccord réside dans la prédiction du décollement sur le cylindre.

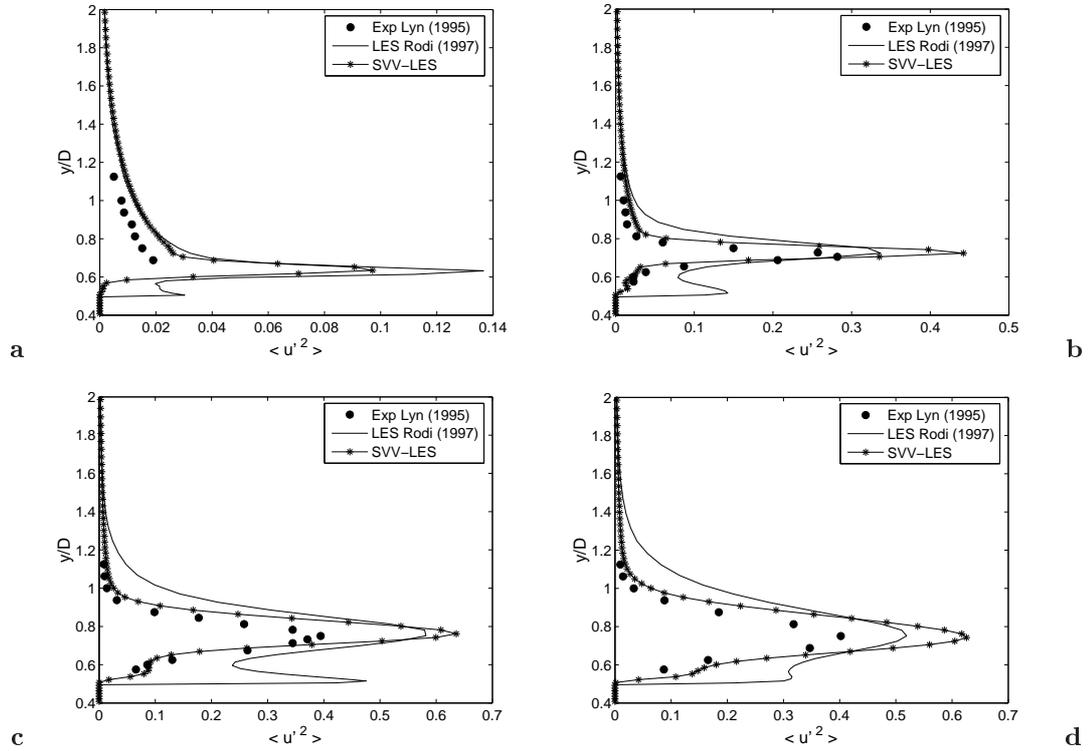


FIG. 4.9 – Profils des tensions de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$  dans la couche limite sur le cylindre respectivement aux abscisses  $x/D = -0.375$  (a),  $x/D = -0.125$  (b),  $x/D = 0.25$  (c) et  $x/D = 0.5$  (d), obtenus par approche SVV-LES standard. Comparaisons avec les résultats LES de Rodi et al. [106] et avec les expériences de référence Lyn et al. [79].

### Caractéristiques aérodynamiques

Les coefficients aérodynamiques ont été calculés en intégrant le terme de pénalisation, cf Section 3.5.2, et ont été reportés dans le tableau TAB.4.2. Nous y avons également inclus les résultats expérimentaux, Lyn *et al.* (1995) [79], et numériques, Rodi (1997) [106], auxquels nous nous référons dans les analyses précédentes.

Malgré une légère sur-estimation du Strouhal,  $St = 0,141$ , et du coefficient de traînée moyen,

TAB. 4.2 – Propriétés aérodynamiques de l'écoulement autour du cylindre à section carrée à  $Re = 21400$  obtenues par SVV-LES standard.

	$\langle C_d \rangle$	$C_{d_{rms}}$	$\langle C_{d_p} \rangle$	$St$
Exp. Lyn <i>et al.</i> [79]	1.9 – 2.2	0.1 – 0.2		0.132
LES Rodi [106]	2.2	0.14		0.138
SVV-LES	2.31	0.131	2.26	0.141

$\langle C_d \rangle = 2,31$ , correspondant respectivement à des erreurs relatives de l'ordre de 6,8% et 5%,

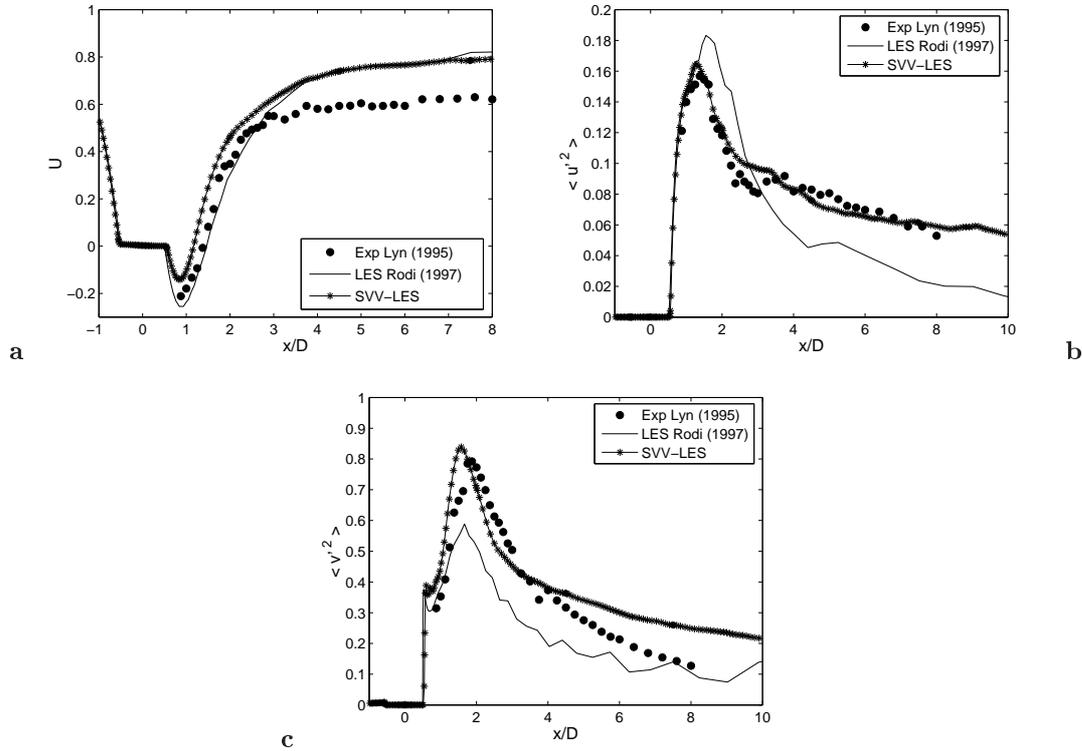


FIG. 4.10 – Profils des statistiques de la turbulence dans la direction longitudinale  $x$  le long de la ligne centrale  $y/D=0$ .

les résultats SVV-LES standard sont cohérents avec les mesures expérimentales de référence [79].

## 4.5 Résultats par Simulations SVV-LES et traitement de proche paroi (SVV-NW)

Les statistiques de la turbulence obtenus par SVV-LES standard ont montré un accord plutôt moyennement satisfaisant avec les expériences de référence de Lyn *et al.* (1995) [79]. Les principaux points de désaccord restent alors essentiellement liés à la description de la région de proche paroi et notamment à la prédiction du décollement.

### 4.5.1 Présentation de l'étude

A partir des résultats obtenus par SVV-LES standard, *i.e* avec filtrage de la fonction caractéristique, nous allons comparer des quantités similaires obtenues par différentes simulations. Dans ces simulations, nous avons introduit correction de proche paroi (SVV-NW) et/ou supprimé le lissage de la fonction caractéristique. Nous avons également effectué des tests sur la grille grossière  $N_c$ , la méthodologie SVV-NW étant introduite de la même manière, *i.e* en relaxant la SVV soit sur les deux premiers points de grille hors de l'obstacle soit uniquement sur la première

maille extérieure. Notons que dans ces différentes configurations les paramètres SVV ( $m_N, \varepsilon_N$ ) sont inchangés et conformes à ceux présentés en Section 4.3.1. Par la suite, dans cette Section, nous adopterons les notations résumées dans le tableau TAB.4.3. Les résultats obtenus sur la grille grossière seront présentés dans une Section ultérieure, spécialement dédiée à l'étude de l'influence de la résolution sur la correction de proche paroi, cf Section 4.6.

TAB. 4.3 – Nomenclature des différentes simulations effectuées pour l'étude de l'écoulement autour du cylindre à section carrée. Notons qu'ici  $SVV-LES_f^{filt} \equiv SVV-LES$  standard.

Run	maillage	$\Delta y/D$	traitement de paroi	filtrage de $\chi$
$SVV-LES_f^{filt}$	$N_f$	0,015		×
$SVV-LES_f$	$N_f$	0,015		
$SVV^{NW}-LES_f^{filt}$	$N_f$	0,015	×	×
$SVV^{NW}-LES_f$	$N_f$	0,015	×	
$SVV-LES_c^{filt}$	$N_c$	0,0324		×
$SVV-LES_c$	$N_c$	0,0324		
$SVV^{NW}-LES_c$	$N_c$	0,0324	×	

#### 4.5.2 Influence du traitement à la paroi sur le champ moyen

Les différentes simulations permettent de quantifier indépendamment le rôle du filtrage de la fonction caractéristique, et de la relaxation locale de la SVV en couche limite (SVV-NW). Dans cet esprit, nous avons réalisé sur la grille fine  $N_f$  les tests, résumés dans le tableau TAB.4.3. Dans les analyses présentées par ailleurs nous garderons en vue les profils expérimentaux de Lyn *et al.* (1995) [79] afin de situer les nouveaux résultats.

#### Statistiques de la turbulence en proche paroi et dans le sillage du cylindre

Les profils de vitesse longitudinale moyennés  $\langle u \rangle$  et des tensions de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$  dans la couche limite sur le cylindre sont tracés respectivement sur les planches FIG.4.11 et FIG.4.12 pour les abscisses choisies pour les résultats SVV-LES standard, *i.e*  $x/D = -0,375$ ,  $x/D = -0,125$ ,  $x/D = 0,25$  et  $x/D = 0,5$ . De manière générale, les tendances reportées précédemment, cf Section 4.4.2, sont retrouvées sur les moments du premier comme du second ordre. Les différentes modifications apportées en proche paroi améliorent cependant les profils comparativement aux données expérimentales de Lyn *et al.* [79].

A l'extérieur de la couche cisailée autour du cylindre,  $0,7 \leq y/D \leq 1,2$ , cf FIG.4.11, la vitesse longitudinale  $\langle u \rangle$  apparaît encore sur-estimée, ceci pour toutes les simulations. Cependant, il apparaît que le traitement SVV-NW, conjointement utilisé avec la suppression du filtrage de la fonction caractéristique de l'obstacle, tendent à améliorer ce comportement. On notera parallèlement que cette sur-estimation s'estompe le long du cylindre. Dans la couche cisailée, les prédictions évoluent très peu et restent en excellent accord avec les mesures LDA [79]. Comme attendu, c'est en proche paroi que les différences les plus marquées sont observées. Alors que les simulations SVV-LES prédisaient mal le point de décollement sur la surface du cylindre

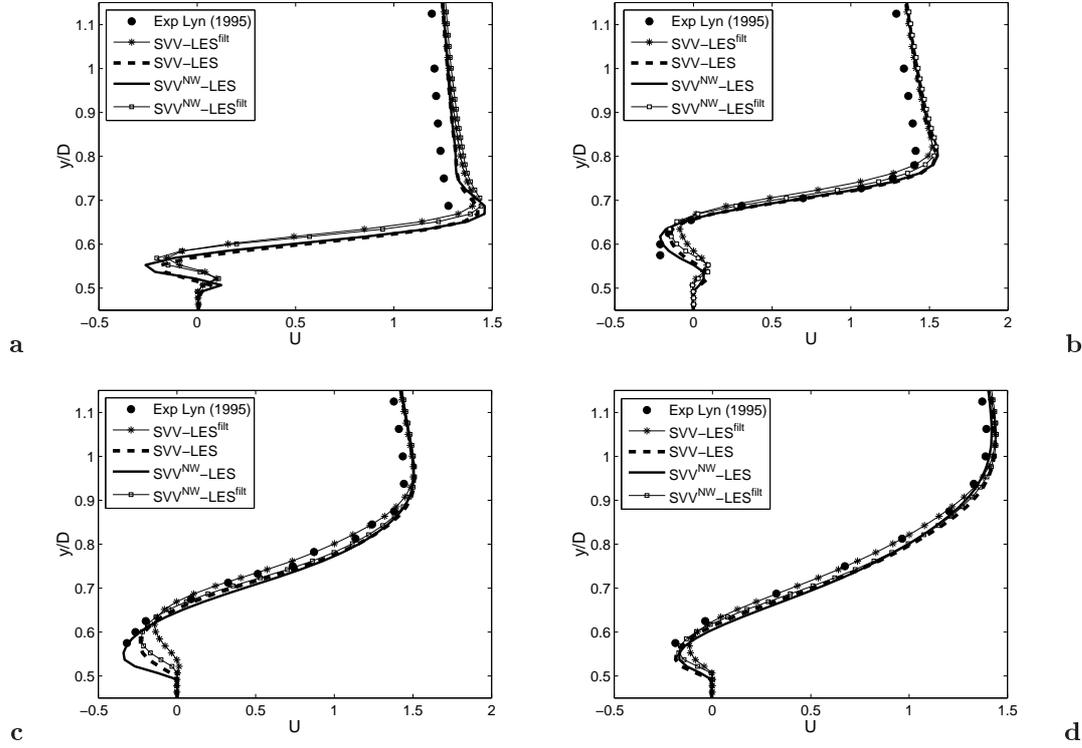


FIG. 4.11 – Comparaisons avec les expériences de référence Lyn et al. [79] des profils de vitesse longitudinale moyenne  $U = \langle u \rangle$  dans la couche limite sur le cylindre respectivement aux abscisses  $x/D = -0.375$  (a),  $x/D = -0.125$  (b),  $x/D = 0.25$  (c) et  $x/D = 0.5$  (d). Comparaisons des différents résultats SVV-LES obtenus avec ou sans SVV-NW et filtrage de la fonction caractéristique de l'obstacle.

ainsi que les extrema sur les profils de vitesse, chaque modification apportée en proche paroi contribue à l'amélioration des résultats. En premier lieu, les simulations  $SVV^{NW}-LES_f^{filt}$  font apparaître une couche limite légèrement plus fine dans laquelle le décollement se produit plus tôt sur la paroi comme en atteste la FIG.4.11c. Dans cette bulle de recirculation, les minima de vitesse initialement prédits à seulement 30% de la valeur expérimentale pour chaque abscisse  $x/D$  par la SVV-LES standard ( $SVV-LES_f^{filt}$ ), sont beaucoup mieux décrits, *i.e.* à 60% de la valeur expérimentale, par l'ajout du traitement de paroi ( $SVV^{NW}-LES_f^{filt}$ ). La suppression du filtrage de la fonction caractéristique (*cf* simulation  $SVV-LES_f$ ) produit les mêmes effets sur les profils de vitesse. L'amélioration de la prédiction des minima de vitesse reste du même ordre que pour les simulations  $SVV^{NW}-LES_f^{filt}$ , seule l'épaisseur de la couche limite, plus fine, et la position du point de décollement, plus amont (*cf* FIG.4.11c), semblent modifiées. Finalement, la suppression du lissage de  $\chi$  associée à la relaxation locale de la SVV, SVV-NW, *cf* simulation  $SVV^{NW}-LES_f$ , conduit aux meilleurs résultats en proche paroi. Le décollement apparaît à nouveau plus en amont sur la paroi du cylindre. De plus les prédictions des minima de vitesse longitudinale sont en très bon accord dans la bulle de recirculation avec les données expérimentales, FIG.4.11b,c et d.

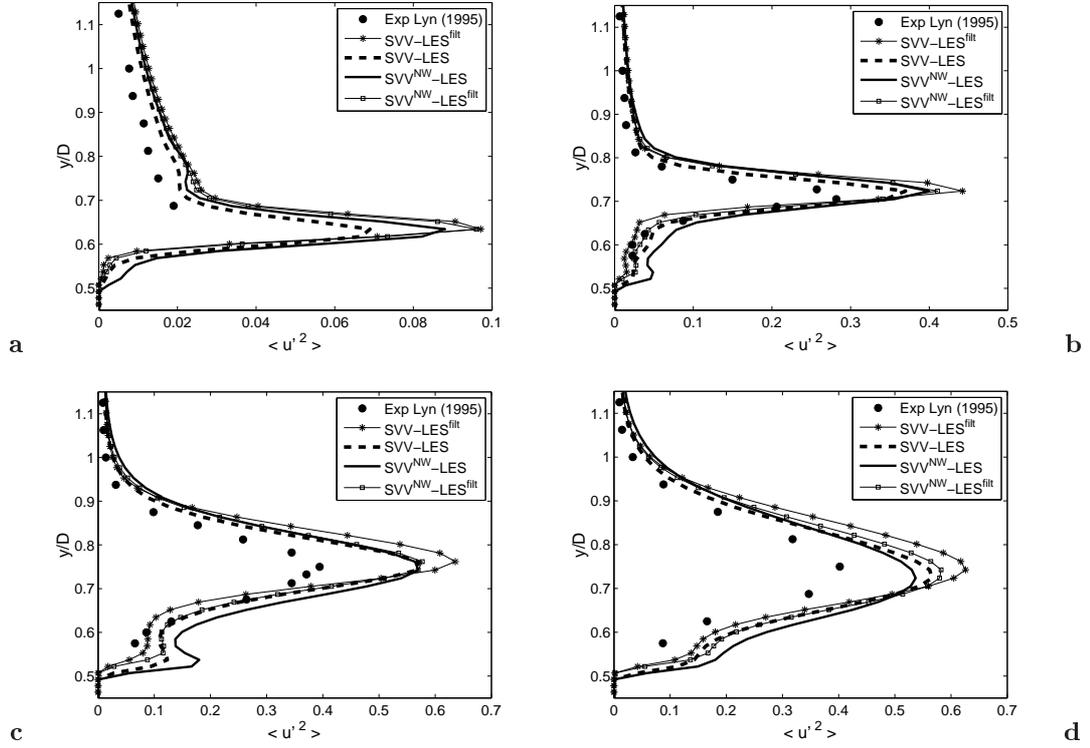


FIG. 4.12 – Comparaisons avec les expériences de référence Lyn et al. [79] des profils des tensions de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$  dans la couche limite sur le cylindre respectivement aux abscisses  $x/D = -0.375$  (a),  $x/D = -0.125$  (b),  $x/D = 0.25$  (c) et  $x/D = 0.5$  (d). Comparaisons des différents résultats SVV-LES obtenus avec ou sans SVV-NW et filtrage de la fonction caractéristique de l'obstacle.

L'analyse des profils des tensions de Reynolds,  $\langle u'^2 \rangle$  (cf FIG.4.12), montre aussi une amélioration sensible des résultats. En effet, dans la couche cisailée ( $0,65 \leq y/D \leq 0,85$ ), il apparaît clairement que les résultats initiaux (SVV-LES<sub>f</sub><sup>filt</sup>) sont les plus éloignés des mesures LDA. Si sur le bord d'attaque la suppression du filtrage (SVV-LES<sub>f</sub>) permet une meilleure prédiction des maxima de  $\langle u'^2 \rangle$ , et ceci le long de la première moitié du cylindre (FIG.4.12a et b), sur la deuxième partie, la correction de proche paroi associée à la suppression du filtrage approche au mieux ces extrema (FIG.4.12c et d). On a toutefois encore une sur-estimation de l'ordre de 20% vis-à-vis des valeurs attendues contre 50% par SVV-LES standard (SVV-LES<sub>f</sub><sup>filt</sup>).

En très proche paroi, toutes les modifications apportées ont pour conséquence l'augmentation des tensions de Reynolds,  $\langle u'^2 \rangle$ . Si les résultats SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub><sup>filt</sup> et SVV-LES<sub>f</sub> produisent quasiment le même accroissement de cette quantité le long de la paroi, comme attendu leur utilisation conjointe (SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub>) ne fait qu'accroître ce comportement.

Les iso-contours des tensions de Reynolds,  $\langle u'^2 \rangle$  et  $\langle v'^2 \rangle$ , autour du cylindre et dans son sillage (présentés en FIG.4.13) permettent de caractériser l'état turbulent d'une région précise de l'écoulement. Ainsi, la couche cisailée autour du cylindre apparaît comme le siège principal de production turbulente pour les fluctuations  $\langle u'^2 \rangle$ , cf FIG.4.13a et c. On notera que le cisaillement obtenu par SVV-LES standard est plus turbulent  $\langle u'^2_{max} \rangle / U_\infty^2 = 0,66$  que celui

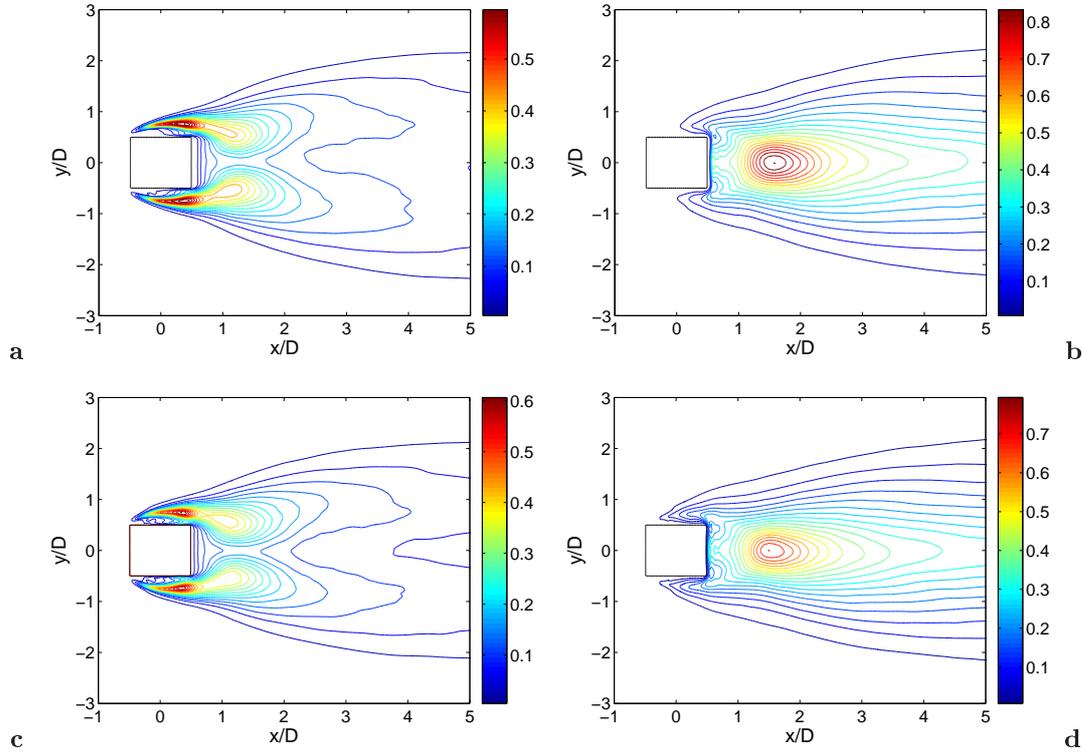


FIG. 4.13 – Comparaisons des tensions de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$  et  $\langle v'^2 \rangle$  obtenus par simulation SVV-LES standard, SVV-LES<sup>filt</sup>, et par simulation SVV-LES corrigée en proche paroi, SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub>. (a,c) iso-contours de  $\langle u'^2 \rangle$  obtenus respectivement par SVV-LES<sup>filt</sup> et SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub>, (b,d) iso-contours de  $\langle v'^2 \rangle$  obtenus respectivement par SVV-LES<sup>filt</sup> et SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub>.

calculé avec SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub>,  $\langle u'^2_{max} \rangle / U_\infty^2 = 0,61$ . En contre partie, en très proche paroi la transition vers la turbulence apparaît plus tôt dans la couche limite  $x/D = -0,27$  (SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub>) pour  $x/D = 0,05$  par SVV-LES<sup>filt</sup>, cf FIG.4.13a et c. Les tensions  $\langle v'^2 \rangle$ , cf FIG.4.13b et d, mènent à des conclusions identiques dans cette zone de l'écoulement. Dans le proche sillage, si le maximum d'intensité turbulente, principalement représentée par les fluctuations de  $\langle v'^2 \rangle$ , est localisé à la même abscisse, la valeur obtenue par SVV-LES standard est plus importante.

Dans le proche sillage, les longueurs de recirculation,  $l_r/D$ , restent égales à  $l_r/D = 0,67$  contre  $l_r/D = 0,88$  expérimentalement ceci pour les différentes simulations, cf FIG.4.14a. Au sortir de cette zone de recirculation, i.e  $x/D = 1,7$ , l'intensité de la turbulence montre un maximum comme le montrent les profils expérimentaux des tensions de Reynolds,  $\langle u'^2 \rangle$  et  $\langle v'^2 \rangle$ , en FIG.4.14b et c. Comme pour les simulations SVV-LES standard (SVV-LES<sup>filt</sup>), les résultats obtenus par les différentes modifications en proche paroi montrent un accord satisfaisant aux vues de l'allure générale de la courbe et à la prédiction des maxima des tensions de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$ . Il faut noter toutefois que les différentes approches testées sous-estiment légèrement ( $\leq 10\%$ ) la valeur de ces extrema. Comme précédemment, l'accord est également moins satisfaisant dans le sillage lointain avec une sous-estimation de  $\langle u'^2 \rangle$  et au contraire une sur-estimation de  $\langle v'^2 \rangle$ .

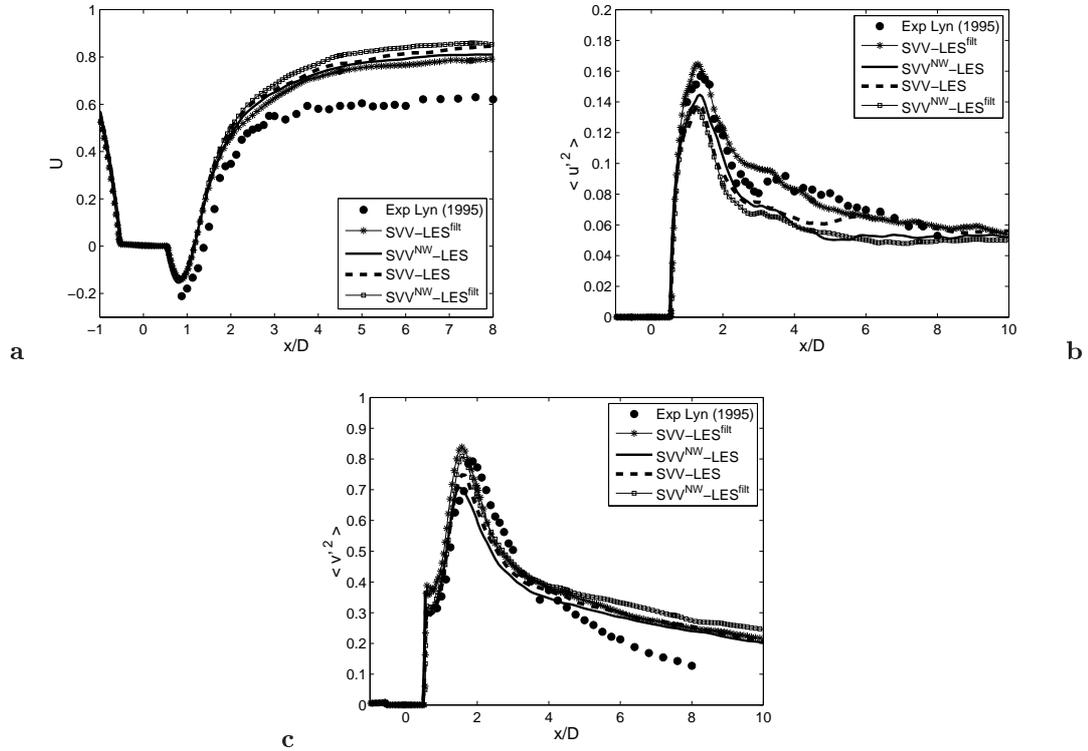


FIG. 4.14 – Profils des statistiques de la turbulence dans la direction longitudinale  $x$  le long de la ligne centrale  $y/D=0$ .

En résumé, alors que les simulations SVV-LES standard ( $\text{SVV-LES}_f^{\text{filt}}$ ) conduisaient déjà un accord globalement acceptable avec les expériences de références [79], les différents traitements de paroi testés ont permis l'amélioration de la description des couches limites se développant sur le cylindre (position du décollement et de la transition laminaire/turbulent) sans trop altérer les prédictions des statistiques de la turbulence dans le sillage. Les meilleurs résultats ont été obtenus en supprimant le lissage de la fonction caractéristique de l'obstacle et en appliquant la correction de proche paroi SVV-NW.

### Caractéristiques aérodynamiques

De la même manière que pour les résultats obtenus par SVV-LES standard et présentés précédemment, *cf* Section 4.4.2, les propriétés aérodynamiques ont été calculées pour chacune des simulations et reportées dans le tableau TAB.4.4.

Si la valeur du Strouhal reste identique quelque soit le run considéré,  $St=0,141$ , les coefficients de traînée diffèrent de ceux obtenus initialement (par  $\text{SVV-LES}_f^{\text{filt}}$ ) dès lors que l'on applique la correction SVV-NW ou que l'on supprime le lissage de la fonction caractéristique. Initialement sur-estimé,  $\langle C_x \rangle = 2,31$ , les modifications de proche paroi permettent une estimation de la traînée,  $\langle C_x \rangle \approx 2,2$ , en meilleur accord avec les mesures expérimentales. Afin de comprendre la cause

TAB. 4.4 – Propriétés aérodynamiques calculées pour l'étude de l'écoulement autour du cylindre à section carrée.

Run	$St$	$\langle C_x \rangle$	$C_{x_{rms}}$	$\langle C_{x_p} \rangle$
SVV-LES $_f^{filt}$	0,141	2,31	0,131	2,26
SVV-LES $_f$	0,141	2,195	0,103	2,19
SVV $^{NW}$ -LES $_f^{filt}$	0,141	2,21	0,106	2,16
SVV $^{NW}$ -LES $_f$	0,141	2,18	0,116	2,17
Exp. Lyn <i>et al.</i> [79]	0,132	1,9-2,2	0,1-0,2	
LES Rodi [106]	0,13	2,2	0,14	

de cette sur-estimation du  $\langle C_x \rangle$  par SVV-LES standard, nous avons calculé et reporté dans le tableau TAB.4.4 la contribution des forces de pression à la traînée totale,  $\langle C_{x_p} \rangle$ , pour chacun des runs. Le retard dans la prédiction du décollement de la couche limite sur le cylindre pour la simulation SVV-LES standard semble être associé à une traînée de pression plus importante.

### Taux de dissipation

Les profils des taux de dissipation visqueuse et SVV de l'énergie cinétique turbulente, *cf* Section3.4.2, ont été calculés sur le cylindre et dans son proche sillage le long de la direction verticale  $y$  pour les simulations avec traitement de paroi (SVV $^{NW}$ -LES $_f$ ), *cf* FIG.4.15a et b. Par ailleurs, afin de pouvoir quantifier plus précisément l'apport de la SVV-NW nous les confrontons en FIG.4.15c et d aux taux de dissipation SVV, obtenus par simulation SVV-LES standard (SVV-LES $_f^{filt}$ ). Notons que contrairement aux autres quantités statistiques déjà présentées, ces taux de dissipation n'ont pas été moyennés dans la direction homogène  $z$ .

Les comparaisons des taux de dissipation visqueuse et SVV donnent une information importante quant à la résolution. Rappelons (*cf* Section3.4.2) que dans un cas suffisamment bien résolu, l'effet de la SVV dans les processus de dissipation de l'énergie cinétique turbulente est négligeable *vis-à-vis* de la viscosité, *cf* configuration rotor-stator FIG.3.3 (Severac (2008) [119], Pasquetti (2006) [89]). Sur le cylindre, en  $x/D=0$ , dissipation visqueuse comme SVV sont essentiellement présentes dans les couches limite et cisailées, *cf* FIG.4.15a. L'ordre de grandeur observé entre contribution SVV et visqueuse indique que la majorité du transfert vers les petites échelles est prise en compte par le modèle SVV. En revanche, en très proche paroi, les deux contributions apparaissent quasiment égales sur le premier point de grille hors de l'obstacle. Ceci traduit, comme nous pouvions nous y attendre, la non résolution de la couche limite pour la grille  $N_f$  choisie. Dans le proche sillage, en  $x/D=1,3$ , juste derrière la bulle de recirculation, où l'analyse des tensions de Reynolds avait révélé une forte intensité turbulente, l'énergie cinétique turbulente est essentiellement dissipée par la SVV comme en atteste la FIG.4.15b.

Les comparaisons des taux de dissipation SVV présentés en FIG.4.15c et d montrent que globalement le modèle agit dans les mêmes régions de l'écoulement, que l'on applique la correction de paroi (SVV $^{NW}$ -LES $_f$ ) ou non (SVV-LES $_f^{filt}$ ). Dans le proche sillage, les résultats sont quasi-identiques et corroborent les conclusions établies à la suite de l'analyse des statistiques de la turbulence (*cf* Section4.14). En effet, le traitement de paroi ne modifie pas la dissipation du modèle dans cette région de l'écoulement. *A contrario*, en très proche paroi (premier point de grille), les profils tracés en  $x/D=0$ , mettent comme attendu en évidence une dissipation SVV plus faible pour les simulations avec SVV-NW (SVV $^{NW}$ -LES $_f$ ). Au delà, dans la couche de cisaillement, le modèle dissipe deux fois plus que pour les résultats obtenus par SVV-LES $_f^{filt}$ . Ce comportement

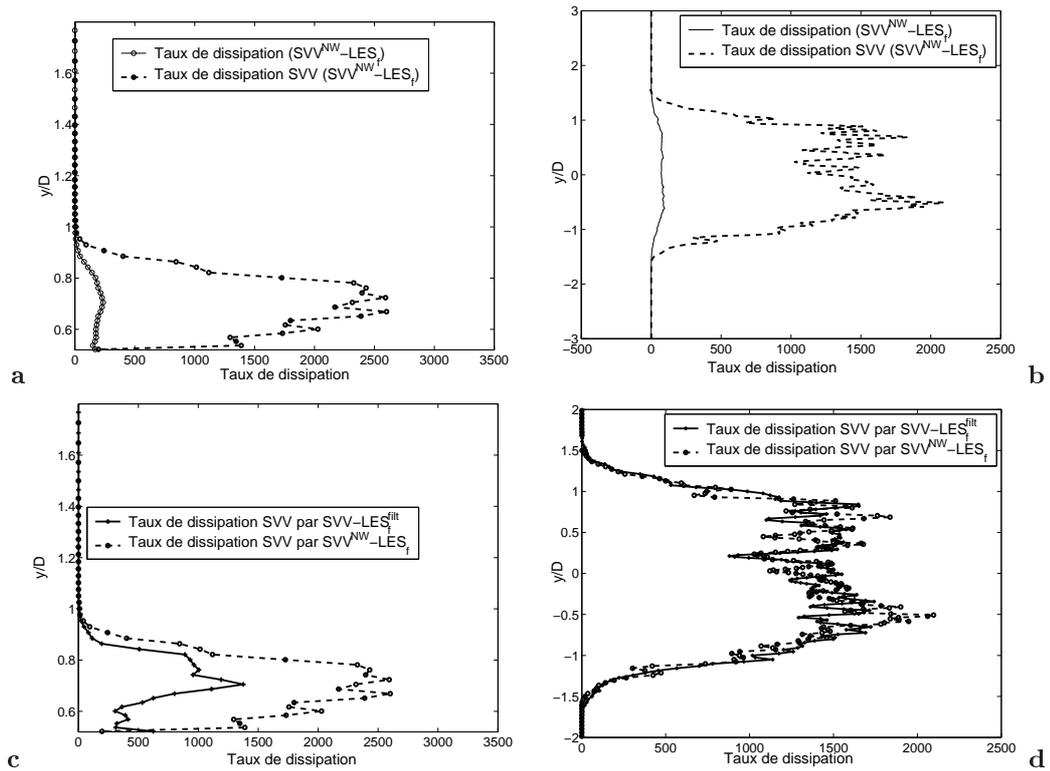


FIG. 4.15 – Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente sur et dans le sillage du cylindre : (a,b) Comparaisons des taux de dissipation et des taux de dissipation SVV dans la direction  $y$  obtenus par la simulation  $SVV^{NW}-LES_f$  respectivement en  $x/D=0$  et en  $x/D=1,3$ , (c,d) Comparaisons des taux de dissipation SVV obtenus par simulations  $SVV^{NW}-LES_f$  et  $SVV-LES_f^{fit}$  respectivement en  $x/D=0$  et en  $x/D=1,3$ .

peut être relié à la localisation de la transition laminaire/turbulent sur la paroi de l'obstacle. En effet, nous avons vu précédemment que le traitement de paroi (SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub>), cf Section 4.5.2, favorisait cette transition, qui se produit alors sur la première moitié du cylindre. A l'abscisse  $x/D$ , le niveau de turbulence prédit SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub> doit alors être pris en compte, *i.e* dissipé, par le modèle (SVV).

### 4.5.3 Influence du traitement de paroi sur les structures de l'écoulement

Après avoir analysé et quantifié le rôle de la correction de proche paroi sur des quantités statistiques moyennées, nous allons nous intéresser à l'impact du traitement SVV-NW sur la topologie et les structures de l'écoulement.

Comme nous l'avons vu, le sillage est dominé par le mécanisme de détachement tourbillonnaire. A l'image des quantités turbulentes présentées précédemment, les caractéristiques de l'écoulement, qu'elles soient prédit par SVV-LES standard ou par SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub>, ne sont pas modifiées dans cette région. On y retrouve donc les grosses structures quasi bi-dimensionnelles dites primaires ainsi que les tourbillons longitudinaux secondaires se développant dans les couches cisillées. *A contrario*, en proche paroi sur/sous le cylindre, les visualisations d'iso-surfaces de la pression instantanée ( $p=0,5$ ), cf FIG.4.16, montrent que les structures de type Kelvin-helmholtz caractéristiques des couches cisillées qui s'y développent apparaissent plus proches du bord d'attaque du cylindre pour les simulations avec relaxation locale de la SVV (SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub>), cf FIG.4.16b. Notons qu'il a été vérifié que ce comportement reflète bien la physique sur l'ensemble de la simulation, *i.e*  $13T$ , et qu'il n'est pas par conséquent attribuable à la visualisation de deux phases différentes du détachement tourbillonnaire. Les confrontations d'iso-contours de la vorticité transverse  $\omega_z$  obtenus par SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub>, FIG.4.17, et par SVV-LES standard, FIG.4.7b, confirment cette observation.

La position de ces structures de type Kelvin-helmholtz dans les couches cisillées autour du

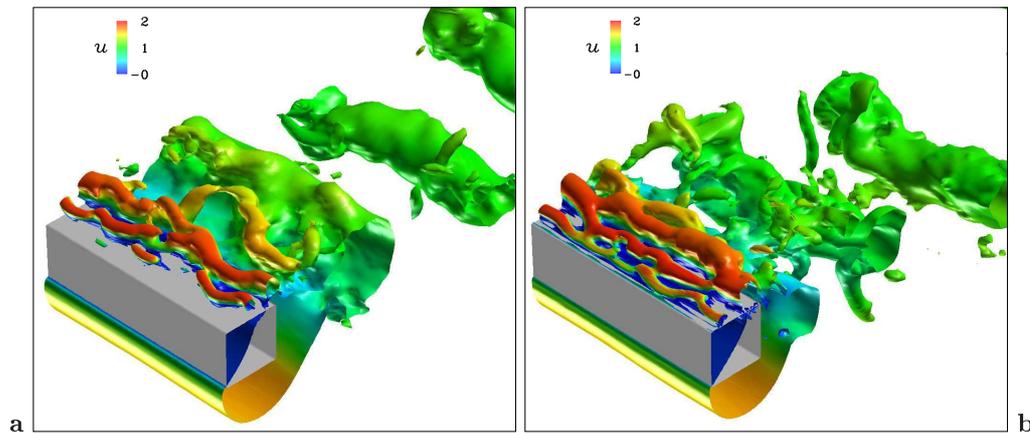


FIG. 4.16 – Visualisations des structures de l'écoulement dans la couche de cisaillement sur le cylindre à section carré à Reynolds  $Re=21400$  : apport du traitement de proche paroi. (a) Iso-valeur de la pression  $p=0.5$  colorée par le champ de vitesse longitudinale instantanée  $u$ , résultats obtenus par SVV-LES standard (SVV-LES<sub>f</sub><sup>it</sup>). (b) Iso-valeur de la pression instantanée  $p=0.5$  colorée par le champ de vitesse longitudinale instantanée  $u$ , résultats obtenus avec SVV-NW (SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub>).

cyindre dépend du nombre de Reynolds. Les travaux numériques et expérimentaux de Brun *et al.* (2008) [16] ont ainsi montré qu'en augmentant le Reynolds, ces tourbillons transverses, de plus petite taille, apparaissent effectivement de plus en plus près du coin amont du cylindre. Par conséquent, le traitement SVV-NW permet la formation de ces structures par notamment l'accroissement local du Reynolds turbulent de proche paroi, comme nous allons le voir par la suite.

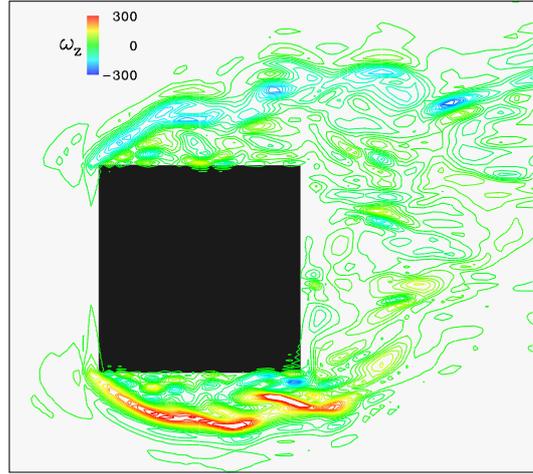


FIG. 4.17 – Visualisations des structures de type Kelvin-helmholtz dans la couche cisailée se développant autour du cylindre à section carrée à Reynolds  $Re=21400$ , iso-contour de la vorticité transverse  $\omega_z$ .

### Rôle et apport du traitement de paroi

Les différents tests effectués ont permis de sensiblement améliorer la prédiction de l'écoulement dans la zone de proche paroi. En premier lieu, la suppression du filtrage de la fonction caractéristique a permis un meilleur accord quant à la description des quantités statistiques. La correction locale de la SVV utilisée conjointement, autorise une transition plus rapide vers un état turbulent sur le cylindre et permet d'affiner la prédiction du point de décollement.

Afin d'estimer l'impact du traitement SVV-NW sur le niveau local de turbulence, nous présentons en FIG.4.18, une comparaison du nombre de Reynolds turbulent local calculé par SVV-LES standard et par simulation avec SVV-NW ( $SVV^{NW}$ -LES<sub>f</sub>). Rappelons tout d'abord que le Reynolds turbulent local est défini comme suit :  $Re = u_\tau \Delta y_{paroi} / \nu$  avec  $\Delta y_{paroi}$  la distance de la première maille à la paroi et  $u_\tau$  la vitesse de frottement estimée à partir de l'équation mono-dimensionnelle simplifiée de couche limite telle qu'elle est présentée par Tennekes et Lumley (1972) [130] :

$$\nu \frac{dU}{dy} - \langle u'v' \rangle \simeq u_\tau^2 \quad (4.1)$$

Bien que la contribution visqueuse  $\nu dU/dy$  reste globalement du même ordre, la contribution turbulente,  $-\langle u'v' \rangle$ , est largement accrue par traitement SVV-NW, cf FIG.4.18. Les contraintes de stabilité numérique et les considérations turbulentes qui ont motivé cette correction de proche paroi semblent donc bien fondées.

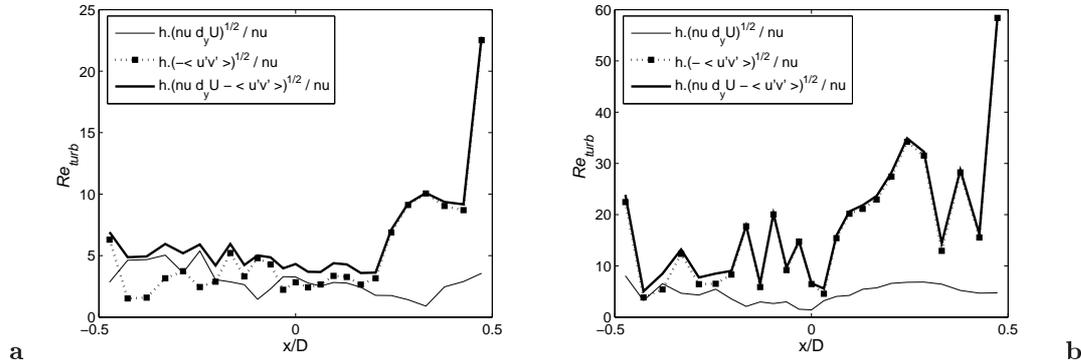


FIG. 4.18 – Comparaison des nombre de Reynolds turbulent,  $Re_{turb}$ , au premier point de grille à la paroi supérieure de l'obstacle. (a) Résultats obtenus à partir des simulations SVV-LES standard (SVV-LES $_f^{ilt}$ ), (b) résultats obtenus avec traitement de proche paroi (SVV $^{NW}$ -LES $_f$ ). Dans la légende,  $nu=\nu$  et  $h=\Delta y_{paroi}$ .

## 4.6 Influence de la résolution sur le traitement de paroi

Dans cette Section nous nous attardons sur l'influence du maillage et plus particulièrement de la résolution en proche paroi pour les simulations utilisant la SVV-NW. Pour cela nous présentons les résultats obtenus sur la grille grossière,  $N_c$ . Nous rappelons que cette résolution place le premier point de grille à la distance  $\Delta y=0,0324$  de l'obstacle pour  $\Delta y=0,015$  pour la grille fine,  $N_f$ . Par conséquent nous ne nous attendons pas à ce que les résultats ainsi obtenus soient en très bon accord avec les expériences de référence [79]. Nous cherchons simplement à tester la plage d'utilisation de la SVV-NW en terme de résolution, à voir si cette technique permet de réduire la résolution tout en conservant une certaine qualité de résultat.

Pour cette discrétisation plus grossière,  $N_c$ , nous avons effectué quelques tests supplémentaires dont les résultats seront également détaillés par la suite. Jusqu'alors, les différentes simulations de type SVV $^{NW}$ -LES présentées ont été obtenues par relaxation de la SVV sur les deux premiers points extérieurs. Ici nous avons également implémenté la SVV-NW uniquement sur le premier point de grille extérieur au cylindre. Par la suite, nous distinguerons les simulations utilisant la SVV-NW sur une et deux mailles par les notations SVV $^{NW1}$ -LES $_c$  et SVV $^{NW2}$ -LES $_c$ . Toutefois, les paramètres de contrôle ( $m_N, \epsilon_N$ ) restent inchangés entre les deux approches.

### 4.6.1 Statistiques de la turbulence

Conformément aux résultats obtenus sur la grille fine,  $N_f$ , les statistiques de la turbulence ont été moyennées sur le même intervalle de temps  $13T$  et dans la direction homogène,  $z$ . Les données obtenus par SVV-LES standard (SVV-LES $_c^{ilt}$ ) et par SVV-LES avec correction de proche paroi (SVV $^{NWi}$ -LES $_c$ ,  $i=\{1;2\}$ ) seront comparées aux expériences de Lyn *et al.* (1995) [79] et aux résultats obtenus sur grille fine par SVV $^{NW}$ -LES $_f$ . Les profils de vitesse longitudinale moyennés  $\langle u \rangle$  et des tensions de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$  dans la couche limite se développant sur le cylindre sont tracés respectivement sur les figures FIG.4.19 et FIG.4.20, pour les abscisses précédemment choisies, *i.e*  $x/D=-0,375$ ,  $x/D=-0,125$ ,  $x/D=0,25$  et  $x/D=0,5$ .

Dans la couche externe, *i.e*  $y/D \geq 0,8$ , les différents résultats SVV-LES, sensiblement iden-

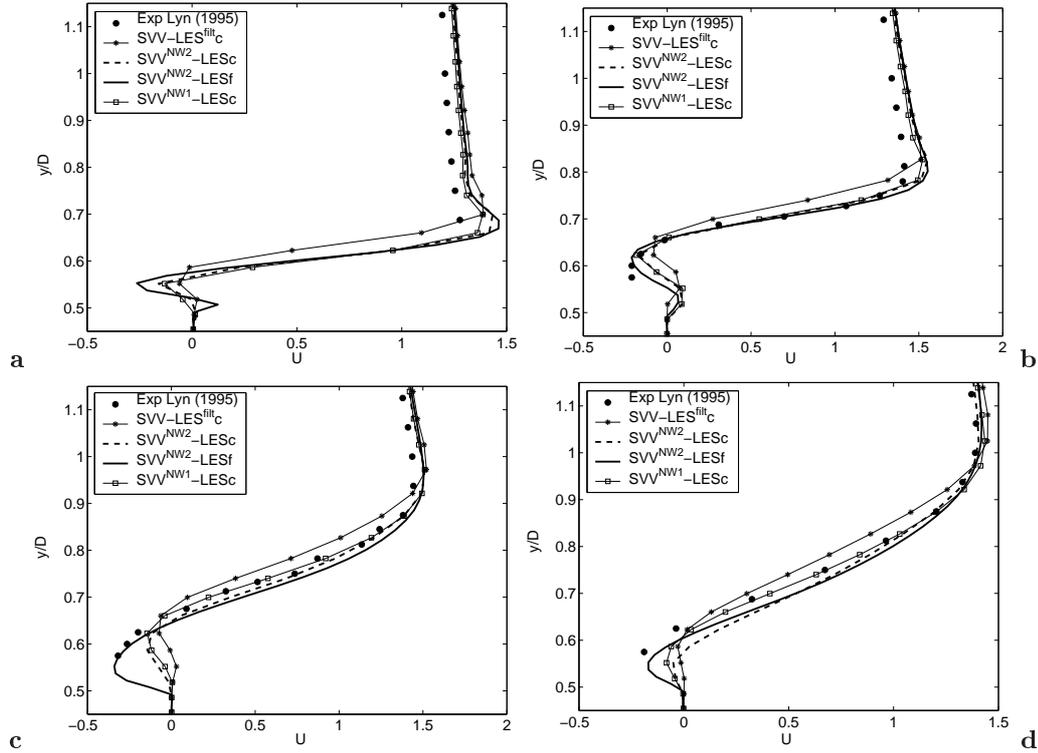


FIG. 4.19 – Profils de vitesse longitudinale moyenne  $U = \langle u \rangle$  dans la couche limite sur le cylindre respectivement aux abscisses  $x/D = -0.375$  (a),  $x/D = -0.125$  (b),  $x/D = 0.25$  (c) et  $x/D = 0.5$  (d), obtenus par approche SVV-LES standard et SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>c</sub> sur la grille grossière. Comparaisons avec les résultats SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub> obtenus sur grille fine,  $N_f$  et avec les expériences de référence de Lyn et al. (1995)[79].

tiques, surestiment à nouveau légèrement les profils de vitesse longitudinale  $\langle u \rangle$ , cf FIG.4.19. La couche cisailée, initialement bien décrite pour les simulations sur  $N_f$ , apparaît bien plus épaisse avec SVV-LES standard sur grille grossière (SVV-LES<sub>c</sub><sup>filt</sup>). Ce comportement est conservé sur la longueur du cylindre comme le montrent les profils FIG.4.19. L'ajout de la SVV-NW améliore considérablement les résultats dans cette région de l'écoulement. La simulation SVV<sup>NW1</sup>-LES<sub>c</sub> donne même un excellent accord avec les résultats expérimentaux [79]. En très proche paroi, la SVV-LES standard ne permet pas de capturer correctement le décollement de la couche limite. Si le point de décollement semble très voisin de celui obtenu par SVV-LES<sub>f</sub><sup>filt</sup>, le minimum de vitesse dans la bulle à l'abscisse  $x/D = 0,5$ , FIG.4.19d, n'est capté qu'à 10% de la valeur mesurée par Lyn et al. [79]. *A contrario*, les résultats déduits des simulations SVV<sup>NW<sup>i</sup></sup>-LES<sub>c</sub>,  $i = \{1, 2\}$ , mettent en évidence une épaisseur de couche limite,  $\delta$ , plus fine et par conséquent en meilleur accord avec les mesures LDA.  $\delta$  apparaît d'autant plus petite lorsque la SVV-NW est appliquée sur deux points. Le décollement est, comme pour les résultats obtenus sur  $N_f$ , déplacé en amont par l'ajout de la SVV-NW conformément à la réalité des expériences [79]. Alors que les résultats par SVV-LES<sub>c</sub><sup>filt</sup> ne capturent pas de recirculation à l'abscisse  $x/D = 0,25$  (FIG.4.19c), l'ajout du traitement de paroi semble favoriser ce décollement. Le minimum de vitesse calculé par SVV<sup>NW<sup>i</sup></sup>-LES<sub>c</sub>,  $i = \{1, 2\}$ , à l'abscisse  $x/D = 0,25$ , correspond à 30% de la valeur mesurée [79]. En  $x/D = 0,5$ , les simulations SVV<sup>NW1</sup>-LES<sub>c</sub> et SVV<sup>NW2</sup>-LES<sub>c</sub> prédisent respectivement 30% et

20% du minimum attendu (FIG.4.19d).

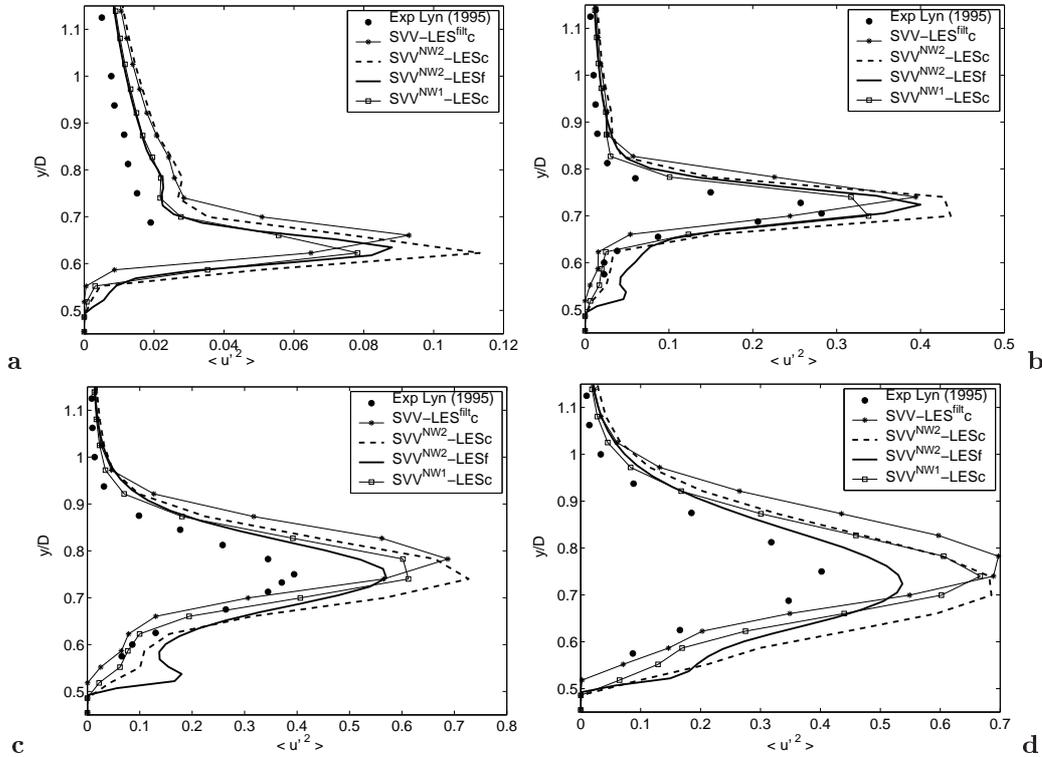


FIG. 4.20 – Profils des tensions de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$  dans la couche limite sur le cylindre respectivement aux abscisses  $x/D = -0.375$  (a),  $x/D = -0.125$  (b),  $x/D = 0.25$  (c) et  $x/D = 0.5$  (d), obtenus par approche SVV-LES standard et SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>c</sub> sur la grille grossière. Comparaisons avec les résultats SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub> obtenus sur grille fine,  $N_f$  et avec les expériences de référence de Lyn et al. (1995)[79].

En FIG.4.20, les profils des tensions de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$  déduits des simulations SVV-LES standards mettent globalement en évidence un niveau de turbulence plus important dans la couche cisailée. Celle-ci, apparaît plus épaisse et plus éloignée de la paroi pour les résultats obtenus sur la grille grossière. En effet, la couche de cisaillement, dont la taille augmente le long de l'obstacle, atteint en fin de cylindre,  $x/D = 0,5$ , l'épaisseur maximale  $\delta_y = 0,55$  contre  $\delta_y = 0,4$  relevé expérimentalement. La relaxation locale de la SVV permet d'une part de confiner la turbulence due au cisaillement et d'autre part de rapprocher cette couche cisailée de la paroi. En fin de cylindre, le maximum de production de  $\langle u'^2 \rangle$  est ainsi ramené de  $y/D \approx 0,82$  pour les résultats SVV-LES<sub>c</sub><sup>filt</sup> à  $y/D = 0,75$  par l'utilisation de la SVV-NW, *i.e* en bon accord avec les prédictions expérimentales. Le niveau de turbulence obtenu pour la discrétisation  $N_c$  reste proche de celui calculé par SVV-LES standard sur grille fine, cf FIG.4.9 et FIG.4.20. Toutefois, contrairement aux résultats obtenus sur le maillage fin, l'ajout de la SVV-NW sur deux mailles n'améliore pas la prédiction de ces profils de tensions de Reynolds. Les résultats déduits des calculs par SVV<sup>NW2</sup>-LES<sub>c</sub> tendent globalement à accroître cette quantité turbulente. *A contrario*, les données obtenues par SVV<sup>NW1</sup>-LES<sub>c</sub> conduisent à un niveau de  $\langle u'^2 \rangle$  plus faible que celui déduit des simulations SVV-LES standard et par conséquent plus proches des mesures LDA. En très proche paroi,

$0,5 \leq y/D \leq 0,55$ , l'utilisation de la SVV-NW permet d'augmenter le niveau de turbulence dans les simulations  $SVV^{NW^i}$ - $LES_c$ ,  $i=\{1;2\}$ , vis-à-vis des résultats  $SVV-LES_c^{filt}$ . Comme attendu, le niveau de turbulence augmente lorsque l'on accroît le domaine d'action de la SVV-NW, *i.e* lorsque l'on applique la SVV-NW non pas sur une mais sur deux mailles. Contrairement au comportement précédemment relevé dans la couche cisailée, en très proche paroi l'intensité des tensions de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$  obtenues par  $SVV^{NW^2}$ - $LES_c$  reste plus faible que celle calculée par  $SVV^{NW}$ - $LES_f$ . Effectivement, pour des paramètres SVV ( $m_N, \epsilon_N$ ) constants, la dissipation du modèle agit à partir d'une fréquence spatiale plus élevée pour la grille fine. On peut donc s'attendre à trouver un écoulement moins turbulent pour une discrétisation plus faible.

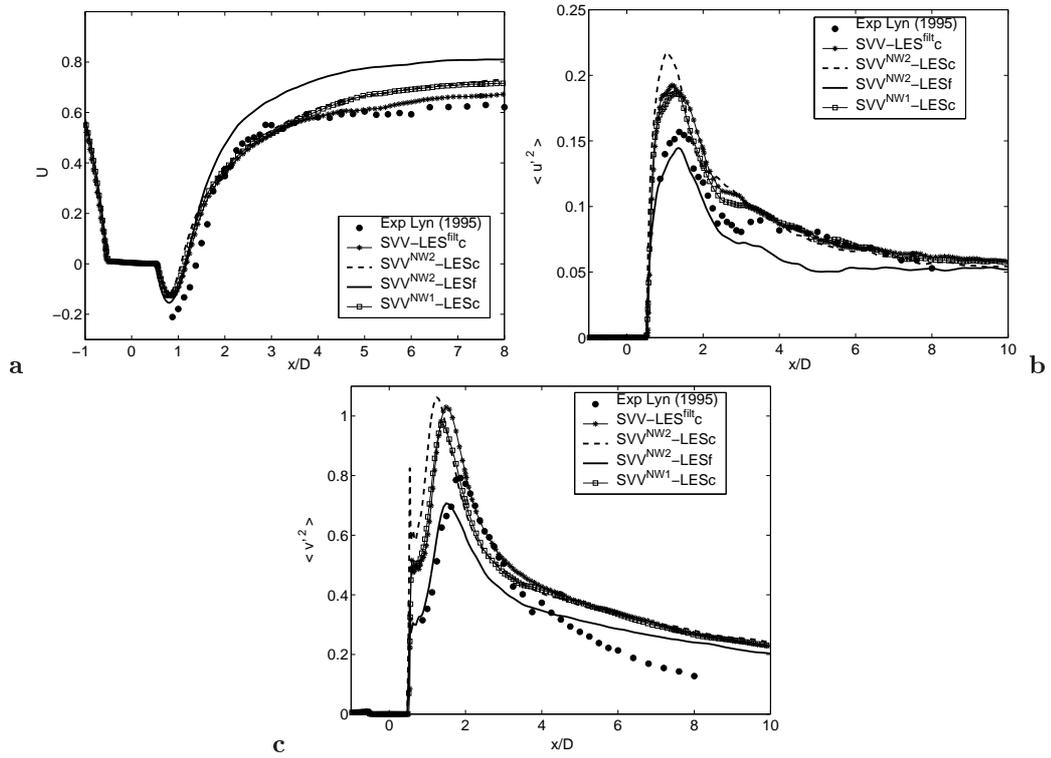


FIG. 4.21 – Profils des statistiques de la turbulence dans la direction longitudinale  $x$  le long de la ligne centrale  $y/D=0$  obtenus sur la grille grossière  $N_c$ . Comparaisons avec les résultats  $SVV^{NW}$ - $LES_f$  obtenus sur grille fine,  $N_f$  et avec les expériences de référence de Lyn et al. (1995)[79].

Dans le proche sillage, les longueurs de recirculation,  $l_r/D$ , sont globalement plus courtes sur la grille grossière  $N_c$ , *cf* FIG.4.21. On peut noter que, plus la SVV-NW est étendue, plus  $l_r/D$  est faible. Les simulations  $SVV-LES_c^{filt}$ ,  $SVV^{NW^1}$ - $LES_c$  et  $SVV^{NW^2}$ - $LES_c$  prédisent ainsi des recirculations respectivement de taille  $l_r/D = 0,67$ ,  $l_r/D = 0,61$  et  $l_r/D = 0,57$  comparativement à  $l_r/D = 0,88$  mesuré expérimentalement, *cf* FIG.4.21a. Derrière cette recirculation prend naissance une zone de production turbulente légèrement déplacée en amont (FIG.4.21c) dont l'intensité est surestimée pour les simulations sur  $N_c$ . On peut remarquer que l'ajout de la correction de paroi sur deux points,  $SVV^{NW^2}$ - $LES_c$ , tend à accentuer ce comportement, *cf* FIG.4.21b et c. A l'opposé, les résultats obtenus par  $SVV^{NW^1}$ - $LES_c$ , qui surestiment encore les

mesures expérimentales, améliorent ceux déduits des simulations SVV-LES standards.

Afin de comprendre comment le modèle intervient sur ce phénomène de sur-estimation de la turbulence, nous avons reporté en FIG.4.22 les taux de dissipation SVV de l'énergie cinétique turbulente calculés derrière la recirculation, en  $x/D=1,3$ . Les comparaisons des profils en  $y$  pour les simulations  $SVV^{NW}-LES_f$  et  $SVV^{NW1}-LES_c$ , cf FIG.4.22a, montrent globalement une dissipation plus importante pour les simulations  $SVV^{NW1}-LES_c$ , notamment sur la ligne centrale,  $(y,z)=(0,0)$ . Puisqu'à paramètres SVV ( $m_N, \epsilon_N$ ) constants, le passage de  $N_f$  à  $N_c$ ,  $N_{y_f}=341$  et  $N_{y_c}=161$ , a pour effet de diminuer la valeur du seuil  $m_N$ , trouver un taux de dissipation SVV plus fort pour  $N_c$  est cohérent. On peut remarquer le même comportement pour les profils tracés dans la direction homogène  $z$ , cf FIG.4.22b. Notons que par soucis de clarté, nous n'avons pas

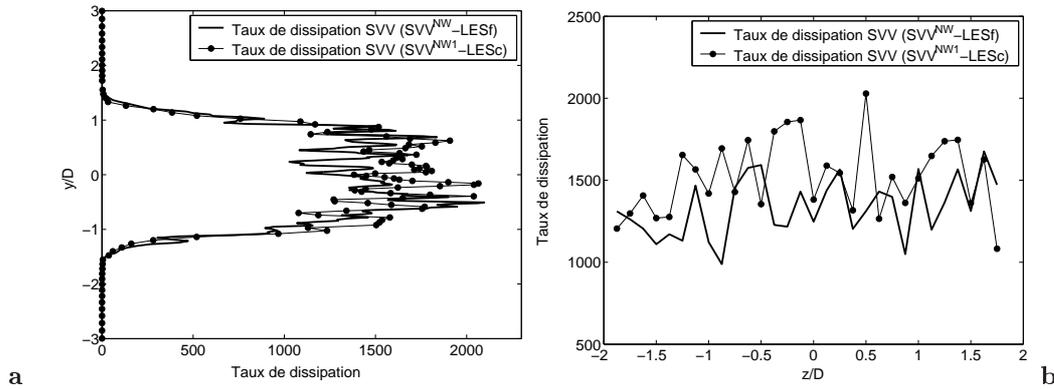


FIG. 4.22 – Comparaisons des taux de dissipation SVV obtenus par  $SVV^{NW}-LES_f$  et  $SVV^{NW1}-LES_c$  dans le proche sillage du cylindre,  $x/D=1,3$ . (a) taux de dissipation SVV suivant la direction  $y$ , (b) taux de dissipation SVV suivant la direction  $z$

reporté les taux de dissipation calculés par  $SVV^{NW2}-LES_c$  qui sont voisins de ceux obtenus par  $SVV^{NW1}-LES_c$ . Il faut toutefois remarquer que dans les deux directions la dissipation est plus importante lorsque l'on relaxe la SVV sur deux mailles, ce qui semble cohérent avec l'observation des tensions de Reynolds plus importantes, cf FIG.4.21b et c.

Il apparaît par ailleurs que la dissipation due au maillage et à la SVV n'équilibre pas le niveau de turbulence généré que l'on peut attribuer à un bruit numérique lié à l'erreur d'approximation sur la grille grossière,  $N_c$ . Néanmoins, si les données obtenues par  $SVV^{NW2}-LES_c$  mettent en évidence les limites du champ d'application du traitement de paroi, la relaxation du modèle SVV sur un point de grille a permis d'améliorer les résultats obtenus par SVV-LES standard *vis-à-vis* des expériences de références [79] conformément aux conclusions tirées des résultats sur la grille fine. En effet les tensions de Reynolds calculées par  $SVV^{NW2}-LES_c$  ont montré un moins bon accord (surestimation de ces quantités) avec les expériences. Dans la couche limite au dos de l'obstacle, les profils des tensions turbulentes,  $\langle v'^2 \rangle$ , suivant la direction  $x$  de l'écoulement, cf FIG.4.21c, mettent en évidence un artefact en très proche paroi pour les simulations  $SVV^{NW2}-LES_c$  inexistant sur les autres profils. Ce comportement pourrait être expliqué par une sous-résolution locale ainsi que par des choix de paramètres SVV trop restrictifs, *i.e* dissipation SVV trop faible. On peut suspecter que des simulations avec relaxation de la SVV sur les trois ou quatre premiers points de grille extérieurs à l'obstacle auraient conduit à la divergence du calcul. Soulignons que de nouvelles simulations ont été effectuées sur cette grille,  $N_c$ , dans les conditions

utilisées pour  $SVV^{NW2}$ - $LES_c$  à l'exception du traitement SVV-NW, non appliqué sur la face arrière du cylindre. Les résultats, non présentés dans ce mémoire, n'ont pas montré l'artefact mentionné et sont même apparus très proches de ceux obtenus par  $SVV^{NW1}$ - $LES_c$ . Ces données semblent confirmer que la correction de paroi (SVV-NW), non adaptée, dans certaines régions turbulentes peut conduire à une détérioration des résultats lorsque des maillage grossiers sont considérés. Notons que le traitement explicite du terme SVV-NW est probablement à l'origine de l'instabilité numérique décrite.

Finalement, l'analyse des statistiques de la turbulence obtenues avec cette résolution plus grossière a mis en exergue plusieurs points :

- Pour une couche limite sous résolue la méthodologie SVV-LES standard [27, 88] a montré des limites quant à la description des différentes caractéristiques de la couche limite (épaisseur, niveau de turbulence, point de décollement).
- L'ajout de la correction de paroi ( $SVV^{NW1}$ - $LES_c$ ) a amélioré la prédiction des quantités turbulentes sur l'obstacle : description plus fine du décollement, de la couche limite et de la couche cisailée se développant au dessus du cylindre.
- L'ajout de la correction de paroi ( $SVV^{NW1}$ - $LES_c$ ) a également amélioré les comparaisons dans le sillage par rapport aux expériences, à l'exception de la longueur de recirculation.
- La localisation et le confinement du traitement de proche paroi semblent être des critères importants quant à la prédiction des quantités turbulentes.

#### 4.6.2 Propriétés aérodynamiques

Les propriétés aérodynamiques ont été calculées pour chacune des simulations et reportées dans le tableau TAB.4.5. Comme pour les résultats obtenus sur la grille fine, on note que le

TAB. 4.5 – Propriétés aérodynamiques calculées sur la grille grossière  $N_c$  pour l'étude de l'écoulement autour du cylindre à section carrée.

Run	$St$	$\langle C_x \rangle$	$C_{x_{rms}}$	$\langle C_{x_p} \rangle$
$SVV^{NW}$ - $LES_f$	0,141	2,18	0,116	2,17
$SVV$ - $LES_c^{filt}$	0,144	2,58	0,162	2,55
$SVV^{NW2}$ - $LES_c$	0,144	2,62	0,178	2,53
$SVV^{NW1}$ - $LES_c$	0,144	2,47	0,169	2,44
Exp. Lyn <i>et al.</i> [79]	0,132	1,9-2,2	0,1-0,2	
LES Rodi [106]	0,13	2,2	0,14	

Strouhal reste identique,  $St=0,144$ , pour toutes les simulations. De manière générale, les coefficients de traînée  $\langle C_x \rangle$  sont surestimés. Les meilleurs résultats sont déduits des simulations  $SVV^{NW1}$ - $LES_c$ ,  $\langle C_x \rangle=2,47$ , et mettent en évidence une erreur relative avec les résultats expérimentaux [79] de 12% contre 17% pour les résultats SVV-LES standards. Soulignons à nouveau que cette amélioration quant à la description des propriétés aérodynamiques pour les simulations  $SVV^{NW1}$ - $LES_c$  semble être corrélée à la prédiction du point de décollement sur les surfaces horizontales du cylindre, comme semblent le montrer les coefficients de pression, TAB.4.5.

## 4.7 Remarques finales et perspectives

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressé à l'écoulement turbulent autour du cylindre à section carrée à  $Re=21400$  très bien documenté dans la littérature [105, 131, 79, 106].

Les premières simulations SVV-LES standards, *i.e* avec filtrage de la fonction caractéristique de l'obstacle, ont permis de retrouver les structures caractéristiques de l'écoulement [79, 16, 78]. Des tourbillons de type Kelvin-Helmholtz prennent naissance dans les couches cisailées situées au dessus et en dessous du cylindre et entraînent, par le mécanisme décrit en Section 4.1.2, un détachement de structures dites primaires quasi-bidimensionnelles dans le sillage. Des structures longitudinales de plus petites échelles se développant dans les couches de cisaillement séparant ces tourbillons bi-dimensionnels ont également été mises en évidence par les résultats de ces simulations. En accord avec les résultats expérimentaux [78, 16, 17], ces structures semblent présenter une longueur caractéristique dans la direction homogène  $z$  de l'ordre de  $\lambda_z \approx D$  et peuvent ponctuellement déformer les structures primaires. Par ailleurs dans les bulles de recirculation sur les parois supérieure et inférieure du cylindre, des tourbillons transverses de vorticité,  $\omega_z$ , de signe oppos   à ceux se développant dans les couches cisailées migrant du bord aval vers le bord amont ont pu être identifiés conformément aux résultats à plus bas Reynolds de Brun *et al.* [16].

L'analyse des statistiques de la turbulence a mis en évidence un bon accord global avec les travaux numériques [106] et expérimentaux [79] de référence. Soulignons toutefois qu'en proche paroi, la prédiction du point de décollement semble poser problème. Les propriétés aérodynamiques calculées et comparées à différentes valeurs de la littérature mettent en exergue une légère sur-estimation de ces quantités de l'ordre de 5% permettant cependant de conclure quant à un accord satisfaisant.

Pour la même résolution, nous avons réalisé de nouvelles simulations afin de valider le traitement de proche paroi que nous avons introduit en Section 3.6 du Chapitre précédent. Différents tests ont ainsi été réalisés pour notre traitement de proche paroi qui, comme nous le rappelons ne permet pas de résoudre les couches limites. Les apports de la correction du modèle SVV-NW et de la suppression du filtrage de la fonction caractéristique de l'obstacle ont pu être quantifiés. L'ajout de la SVV-NW apparaît propice au développement des structures de Kelvin-Helmholtz dans les couches cisailées sur le cylindre. La zone de formation de ces dernières est maintenant globalement localisée plus en amont, au niveau du bord d'attaque du cylindre. La topologie dans le sillage n'est par contre pas modifiée.

L'analyse des statistiques de la turbulence avec les résultats expérimentaux de référence de Lyn *et al.* (1995) [79] a révélé que la suppression du filtrage de la fonction caractéristique de l'obstacle ou l'ajout de la SVV-NW, respectivement à travers les simulations SVV-LES<sub>f</sub> et SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub><sup>filt</sup>, ont les mêmes effets sur l'écoulement. Le décollement de la couche limite est prédit plus en amont sur les parois du cylindre, en très bon accord avec les mesures LDA [79]. La position et le maximum des tensions de Reynolds sont également mieux approchés dans la couche cisailée. Les niveaux de turbulence et longueurs de recirculation dans le sillage sont toutefois un peu sous-estimées. L'utilisation conjointe de la SVV-NW et de la suppression du filtrage, *cf* SVV<sup>NW</sup>-LES<sub>f</sub>, a accentué les remarques précédentes, les résultats ainsi obtenus apparaissent en très bon accord avec les mesures. Le Reynolds turbulent local, accru par la relaxation SVV-NW, favorise la transition *laminaire/turbulent* qui a lieu dans cet écoulement à la paroi. Enfin, les propriétés aérodynamiques calculées dans les différentes configurations ont également mis en évidence l'intérêt de la SVV-NW notamment à travers les calculs des coefficients de pression.

Finalement, la sensibilité à la résolution de proche paroi a permis de conforter l'apport de la SVV-NW, notamment à travers les résultats obtenus par les simulations SVV<sup>NW1</sup>-LES<sub>c</sub>. Ces

calculs ont également mis en évidence les limites du domaine d'utilisation de ce traitement de proche paroi. Ainsi les tensions de Reynolds déduites des simulations  $SVV^{NW2}$ -LES<sub>f</sub>, ont conduit à une dégradation des résultats.

Indéniablement, la correction de proche paroi, présentée dans cette étude, a amélioré les résultats pour cet écoulement à haut nombre de Reynolds autour d'une géométrie complexe. Fort des observations et des conclusions tirées de ces travaux sur le cylindre à section carrée, nous allons appliquer cette méthodologie SVV-LES, d'ordre élevé, corrigée en proche paroi au corps d'Ahmed.

---

---

## Chapitre 5

# Ecoulement turbulent autour du corps d'Ahmed

Le corps d'Ahmed constitue aujourd'hui un des modèles de référence de l'industrie automobile pour les process de design, d'étude aérodynamique et aéroacoustique. Comme nous l'avons brièvement rappelé dans le chapitre Introduction, l'écoulement se développant autour de cette géométrie apparaît tellement compliqué et riche qu'il motive depuis quelques années de nombreux travaux expérimentaux comme numériques au sein de la communauté de mécanique des fluides numérique. Les différents benchmarks européen ERCOFTAC [55, 82] ou au sein du programme franco-allemand DFG-CNRS, *LES for complex flows*, sur cet écoulement attestent de l'engouement qu'il suscite. Dans cette Section nous présentons les résultats de l'écoulement autour du corps d'Ahmed pour l'incidence  $\alpha = 25^\circ$  et un nombre de Reynolds  $Re=768000$  comme défini dans les différents benchmarks [55, 82]. Les résultats obtenus par la méthodologie SVV-LES avec correction de proche paroi ont été confrontés aux expériences de référence de Lienhart *et al.* (2000) [74] ainsi qu'à d'autres approches numériques. Une étude sur l'influence du nombre de Reynolds sur la topologie de l'écoulement est également proposée. Les résultats à Reynolds  $Re=8322$  ont été comparés de manière qualitative aux observations expérimentales de Spohn et Gilliéron (2002) [127].

Les SVV-LES réalisées pour cet écoulement ont globalement montré un bon accord avec les différents résultats expérimentaux de référence [3, 74]. La topologie de l'écoulement attendue a été retrouvée et les statistiques de la turbulence se comparent bien avec celles initialement obtenues par Lienhart *et al.* (2000) [74]. La correction de proche paroi a par ailleurs grandement contribué à l'amélioration de ces prédictions.

### 5.1 Etat de l'art en simulation numérique pour l'écoulement autour du corps d'Ahmed

A ce jour, si toutes les approches numériques RANS et LES prédisent avec succès l'écoulement pour la configuration sur-critique  $\alpha = 35^\circ$ , l'incidence  $\alpha = 25^\circ$  pose encore de nombreux problèmes pour le Reynolds d'étude proposé par les benchmarks.

Malgré la constante croissance des puissances de calculs, une Simulation Numérique Directe (DNS) de ce type d'écoulement pour les nombres de Reynolds considérés ( $Re = O(10^6)$ ) demeure irréalisable. En conséquence, au cours des dix dernières années, d'autres approches numériques

---

ont été mises en oeuvre, donnant différents degrés de satisfaction.

Si, de manière générale, les approches statistiques (RANS) [51, 45, 103, 41, 34, 82, 83, 48] permettent de retrouver les résultats expérimentaux de Lienhart *et al.* [74] pour la configuration  $\alpha = 35^\circ$ , elles ne prédisent pas le décollement partiel sur la lunette arrière pour l'incidence sous-critique  $25^\circ$ . La large gamme de modèles de turbulence testés lors du 10<sup>th</sup> ERCOFTAC Workshop [82], du  $k - \varepsilon$  standard avec fonction de paroi aux approches  $k - \omega$  avec traitement algébrique explicite du tenseur de Reynolds (EARSM) ou modèle RSM, n'a pas permis de capturer la physique attendue. De manière surprenante, d'après les résultats présentés dans le rapport de Menter, les modèles initialement non optimisés pour décrire des écoulements avec recirculations ( $k - \varepsilon$ ), semblent plus "aptés" à approcher la topologie de l'écoulement (décollement partiel). Cette prédiction du détachement partiel est apparue par ailleurs plus sensible au modèle de turbulence choisi qu'à la fonction de paroi utilisée. Parmi les explications possibles, deux ont été privilégiées :

- Au début de la lunette arrière, l'intensité turbulente ( $k_{max}/U_\infty^2 \sim 0.2$ ) mesurée par Lienhart *et al.* [74] dans le plan de symétrie, est bien supérieure à celle pour laquelle les modèles RANS, calibrés sur des cas plus académiques ( $k_{max}/U_\infty^2 \sim 0.035$ ), sont adaptés. Aux regards des profils des tensions de Reynolds, les modèles RANS apparaissent trop dissipatifs.
- Un niveau d'instationnarité trop élevé.

Face aux difficultés rencontrées par la majorité des modèles RANS, basés sur des fermetures du premier comme du second ordre, la Simulation des Grandes Echelles (LES) semble être plus à même de capter les phénomènes instationnaires et la physique complexe caractéristique de cet écoulement.

A ce jour, diverses méthodes basées sur des concepts LES différents ont été mises en oeuvre dans la configuration sous-critique de  $25^\circ$ . Si certaines ont permis de mettre en lumière quelques phénomènes sur une large gamme d'échelles spatiales (structures en *fer à cheval* tourbillons de traînée...), les comparaisons quantitatives des quantités statistiques turbulentes dans le plan de symétrie avec les résultats de Lienhart *et al.* (2000) [74] ne sont pas toujours satisfaisantes.

Howard et Pourquie (2000) [53] ont réalisé la première LES sur la géométrie du corps d'Ahmed. Si la topologie globale de l'écoulement avec zone de recirculation partielle sur la lunette arrière a pu être observée, les configurations choisies, ne prenant pas en compte le sol, interdisent toutes comparaisons avec les données de référence [74].

Lors du 10<sup>th</sup> ERCOFTAC Workshop [82], une seule LES a été présentée par Hinterberger *et al.* (2002) [52]. Ces résultats LES sont indéniablement meilleurs que ceux obtenus par approches RANS et présentés lors du workshop. Notamment, le maximum d'énergie cinétique turbulente, en début de lunette arrière et relatif à la formation d'une couche de cisaillement entre recirculation partielle et écoulement externe, est capté aux  $2/3$ . Si le caractère instationnaire est également bien capturé, le réattachement en milieu de lunette est encore mal prédit et les profils des composantes de la vitesse comme des tensions de Reynolds restent à améliorer.

Menter et Kuntz (2003) [83] ont comparé différents résultats obtenus par approche statistique d'une part et par DES d'autre part. Si, comme pour les résultats DES de Kapadia *et al.* (2003) [58], le décollement partiel sur la lunette n'est pas retrouvé (séparation totale), l'approche DES [83] compare toutefois mieux avec les données statistiques de Lienhart *et al.* [74] que les différentes approches RANS, notamment dans le coeur des tourbillons de traînée sur la lunette. Kapadia *et al.* (2003) [58] ne fournissant pas de comparaisons expérimentales, la précision de leur approche ne peut être quantifiée. Par contre, dans les travaux DES de Menter et Kuntz (2003) [83], des visualisations des structures tourbillonnaires ont permis de retrouver les structures de Kelvin-Helmoltz, naissant de la couche de cisaillement entre bulle de recirculation et écoulement externe sur la lunette, observées par Spohn et Gilliéron (2002) [127] à plus bas Reynolds. Les résultats

instationnaires ont également montré que ces structures pouvaient interagir avec les tourbillons de traînée se développant sur les cotés de la lunette jusqu'à les détruire ponctuellement.

Plus récemment, grâce à une topologie de maillage particulière et à un nombre de Reynolds plus faible  $Re=200000$ , Krajnovic et Davidson (2005) [68] ont réalisé des LES dans lesquelles les couches limites autour de l'obstacle ont été résolues. Cette étude par Simulation Numérique Quasi Directe (QDNS), a permis de retrouver le décollement partiel et a mis en évidence dans la couche limite sur la lunette arrière, le développement de petites structures en *épingle à cheveux* (*hairpin vortices*) qui prennent naissance dès la rupture de pente et migrent lentement vers le milieu de la lunette. Retrouvant à plus faible nombre de Reynolds la topologie initialement décrite par Lienhart *et al.* (2000) [74], Krajnovic et Davidson concluent alors à une plus forte dépendance de l'écoulement *vis à vis* de la géométrie,  $\alpha$ , que *vis à vis* de la viscosité,  $Re$ . Par ailleurs, les auteurs font état de recirculations au niveau du fuselage amont de l'obstacle, sur le toit et sur les parois latérales. Si Spohn et Gilliéron (2002) [127] mentionnent déjà ces recirculations pour un nombre de Reynolds encore plus faible  $Re=8322$ , cette zone de l'écoulement n'est malheureusement quasiment pas traitée dans la littérature. Seuls Franck *et al.* (2003) [38] par des études LES retrouvent et mentionnent ces décollements amonts à haut nombre de Reynolds ( $Re=1,2.10^6$ ), ce qui semble montrer que ce comportement amont n'est pas caractéristique d'un écoulement à plus bas Reynolds.

Dernièrement, Fares (2006) [35], simulant par une méthode Lagrangienne l'écoulement défini dans les benchmarks européens retrouve l'écoulement attendu sur la lunette et dans le sillage. Si les profils de vitesse reflètent un bon accord avec les résultats de référence, aucune comparaison quantitative des profils des composantes des tensions de Reynolds n'est malheureusement présentée.

Les différents workshops [55, 82] et les confrontations des travaux de la littérature sur l'écoulement autour du corps d'Ahmed permettent de manière certaine de conclure à la complexité de l'écoulement. Si à ce jour les nombreux modèles de turbulence RANS testés sur la configuration sous-critique  $25^\circ$  peinent à retrouver l'écoulement initialement décrit par Ahmed *et al.* (1984) [3] et plus tard par Lienhart *et al.* (2000) [74], les méthodes LES bien que conceptuellement plus adaptées, restent confrontées à certaines difficultés : résolution de proche paroi, coût de calcul, séparations partielles. L'idée d'appliquer une approche d'ordre élevé sur ce cas test apparaît alors naturelle mais délicate.

## 5.2 Configuration géométrique

Les dimensions physiques du modèle considérées sont celles des benchmarks européens (ERCOFTAC [55, 82] et DFG-CNRS) et directement déduites des expériences de références de Lienhart *et al.* (2000) [74]. Toutefois, par soucis de réduction du coût de calcul, nous avons choisi de légèrement diminuer ces dimensions. Le facteur de blocage, défini comme le rapport de la section du corps d'Ahmed (perpendiculaire à l'écoulement) à la section du canal, est ramené de 4,24% à 8,24%. Ce choix assure, *a priori*, un gradient de pression négligeable sur les parois latérales et supérieure du domaine. Le volume d'étude est ainsi contraint à un canal de section rectangulaire,  $1370mm \times 1000mm$  dans les directions ( $z,y$ ) transverse et verticale de l'écoulement. Le domaine fluide s'étend sur 4 longueurs de corps,  $L=1044mm$ , le nez de l'obstacle étant situé à la distance  $L$  de l'entrée. L'origine du repère est positionnée au sol à l'extrémité arrière de l'obstacle. Le corps d'Ahmed, de longueur  $L$ , de hauteur  $h = 288mm$  et de largeur  $w = 389mm$  est placé à une distance  $d = 50mm$  du sol. La configuration géométrique de l'étude est schématisée en FIG.5.1.

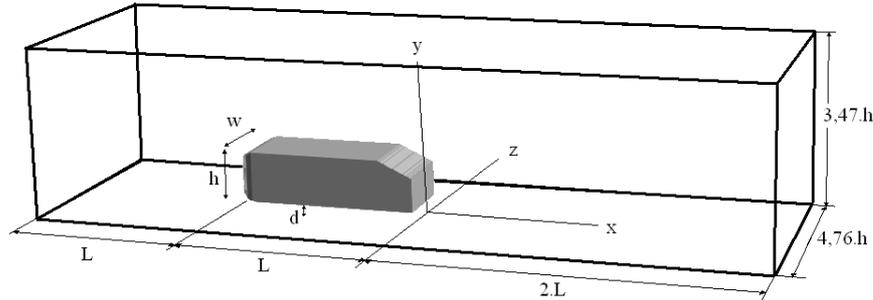


FIG. 5.1 – Domaine de calcul et dimensions physiques.

Dans le cadre de cette étude nous nous sommes également intéressés à l'effet du nombre de Reynolds sur la topologie de l'écoulement autour du corps d'A Ahmed. A cet effet, nous avons principalement réalisé deux séries de simulations pour les mêmes conditions géométriques et les mêmes maillages, l'une basée sur les études à haut nombre Reynolds de Lienhart *et al.* (2000) [74], et l'autre sur les travaux expérimentaux de Spohn et Gilliéron (2002) [127] à faible Reynolds. Bien que les nombres de Reynolds soient différents, les configurations géométriques et les maillages utilisés restent les mêmes. Par conséquent, si les dimensions géométriques et physiques sont quasi-identiques à celles utilisées par Lienhart *et al.* (2000) [74], elles diffèrent de celles utilisées dans les expériences de Spohn et Gilliéron (2002) [127].

Nous présentons en premier lieu les résultats obtenus à haut Reynolds, pour lesquels la vitesse du fluide imposée à l'entrée  $U_\infty = 40\text{m/s}$ , correspond à un nombre Reynolds de  $7,68 \cdot 10^5$  basé sur la hauteur  $h$  de l'obstacle et la viscosité cinématique de l'air  $\nu = 15 \cdot 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ , conformément aux expériences de Lienhart *et al.* (2000) [74]. Les résultats présentés par la suite correspondent au Reynolds,  $Re=8322$ . Dans les expériences [127], le nombre de Reynolds est basé sur la hauteur de l'obstacle  $h = 81\text{mm}$ , la vitesse d'entrée  $U_\infty = 0.1\text{m/s}$  et la viscosité cinématique de l'eau  $\nu = 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ .

La vitesse d'entrée  $U_\infty$  et la hauteur  $h$  constituent les grandeurs caractéristiques d'adimensionnement de l'écoulement. Dans ce chapitre toutes les dimensions présentées sont adimensionnées par la hauteur  $h$  pour les échelles de longueur et par le ratio  $h/U_\infty$  pour les échelles de temps.

## 5.3 Conditions aux limites et détails numériques

### 5.3.1 Conditions aux limites et Conditions d'entrée

L'écoulement est gouverné par les équations de Navier-Stokes incompressibles exprimées en Vitesse-pression  $(\mathbf{u}, p)$  comme rappelé au Chapitre Modélisation numérique. Dans cette Section nous présentons les conditions aux limites particulières utilisées pour notre étude.

#### Conditions aux limites

Dans le souci de suivre au mieux, les conditions préconisées par les benchmarks européens [55, 82], on applique des conditions d'adhérence sur l'obstacle et au sol ( $y/h = 0$ ) et de glis-

sement sur la paroi supérieure ( $y/h=3,47$ ). De par le choix d'une direction homogène dans la direction transverse, des conditions de périodicité sont utilisées sur les parois latérales du canal ( $z/h = \pm 2,38$ ). Afin de vérifier que la largeur du domaine de calcul dans la direction transverse,  $\Delta z/h = 4,76$ , est suffisante pour supporter l'hypothèse de périodicité et ainsi éviter des interférences entre corps d'A Ahmed, la FIG. 5.2 présente des profils d'énergie cinétique turbulente,  $k$ , calculés autour de l'obstacle et dans son sillage. Ces courbes montrent que le niveau de turbulence  $k$  s'annule entre deux corps d'A Ahmed voisins indiquant ainsi que l'influence de cette condition de périodicité sur les statistiques de la turbulence est négligeable.

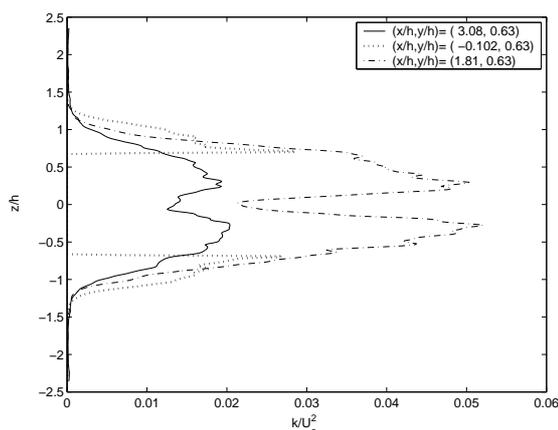


FIG. 5.2 – Profils d'énergie cinétique turbulente  $k$  dans la direction transverse  $z$  à trois abscisses différentes, autour du corps d'A Ahmed et dans son sillage pour l'écoulement à  $Re=768000$ .

La prise en compte du corps d'A Ahmed par une technique de *pseudo-pénalisation*, cf Section 3.5.2, ne nécessite en fait pas d'imposer de conditions explicites autour de l'obstacle et modélise l'adhérence à la paroi. Pour assurer la convection des structures tourbillonnaires et éviter les effets de réflexion on applique une condition d'advection en sortie du canal,  $x/h=7.25$  dont la forme est rappelée en Section 3.1.2.

### Profil d'entrée

Pour les études numériques de type sillages turbulents ou aérodynamique, il est bien connu que la condition d'entrée joue un rôle déterminant dans la prédiction du niveau de turbulence et de la physique en aval. Par souci de coût de calcul, le domaine situé en amont de l'obstacle, est souvent trop court et ne permet pas le développement d'une turbulence réaliste. Nous portons ici une attention particulière aux conditions d'entrée. On rappelle (Section 2.3.4) que le but de toute technique de génération de profils d'entrée est d'enrichir le spectre spatio-temporel (*i.e* corrélations simples et doubles non nulles) ou de faciliter le développement physique des couches limites. Dans cet esprit, trois méthodes ont été testées avec plus ou moins de réussite.

En premier lieu, nous avons imposé un profil laminaire constant bi-dimensionnel corrigé au sol ( $y/h=0$ ) afin d'éviter toutes oscillations dues à la raideur de la condition d'adhérence. Le profil imposé est donc défini par la fonction puissance suivante :

$$U_0(y) = \frac{\alpha + 1}{\alpha} \left[ 1 - \left( \frac{y}{h} \right)^\alpha \right] \quad (5.1)$$

où  $\alpha$  est un paramètre qui dépend du degré d'interpolation dans la direction verticale  $y$  permettant d'avoir une vitesse moyenne unitaire. Les principaux résultats présentés dans ce mémoire ont été obtenus avec cette condition d'entrée.

Pour faciliter le développement d'une solution turbulente proche de celle obtenue dans les expériences de références [74], nous avons récupéré un profil expérimental dans le plan de symétrie  $z/h = 0$ , suffisamment en amont du corps pour ne pas en ressentir l'effet. Ce profil a alors été interpolé sur notre grille d'étude et injecté de manière homogène dans la direction transverse. Afin de retrouver l'intensité turbulente de la soufflerie utilisée pour les expériences de Lienhart *et al.* [74] *i.e* 0,25%, des fluctuations aléatoires correspondant au niveau de turbulence désiré ont été ajoutées au profil expérimental. Les résultats obtenus par la présente méthode ne seront pas présentés car inchangés par rapport à ceux obtenus avec un profil constant. Le niveau énergétique du bruit blanc ajouté est apparu trop faible *vis à vis* du maillage considéré et a été par conséquent immédiatement dissipée par la technique de stabilisation SVV.

Finalement, par un *calcul précurseur* (*cf* Section 5.4.7) basé sur la même grille et le même pas de temps que la simulation principale, nous avons généré un profil d'entrée  $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)$  turbulent. Cette technique assure un champs de vitesse spatio-temporel corrélé pour lesquelles échelles caractéristiques de temps et de longueur sont en adéquation avec les conditions de calcul considérées. On résume la méthode de génération du précurseur comme suit.

Le calcul a été mené sans obstacle sur deux domaines de longueur  $L$  (longueur du corps d'Ahmed). Les conditions aux limites sur les parois du domaine restent inchangées. A l'instant initial  $t = 0$ , le fluide est au repos, à  $t > 0$  on impose un profil laminaire corrigé par la fonction puissance (5.1). De manière à faciliter la transition vers un régime turbulent tri-dimensionnel on excite un mode transverse en ajoutant une perturbation  $w'$  sur la composante suivant  $z$  de la vitesse  $w$  de la forme suivante :

$$w' = 0.001 \cos\left(\frac{4\pi z}{L_z}\right) \quad (5.2)$$

Où  $L_z$  est la largeur du canal.

Afin de simuler un écoulement sur plaque infinie, on réalise un bouclage entrée/sortie comme schématisé sur la FIG.5.3. Finalement, une fois qu'une solution turbulente pleinement développée est obtenue, on récupère à chaque itération dans un plan  $(y,z)$  perpendiculaire à l'écoulement un champs de vitesse que l'on stocke indépendamment. On constitue ensuite un "film" en reclassant les  $n$  champs de vitesse échantillonnés à la fréquence  $1/\Delta t$ , où  $\Delta t$  correspond au pas de temps de la simulation principale. La période  $T = n\Delta t$  définissant la durée du "film", soit la durée de stockage des  $n$  champs de vitesse que l'on va par la suite imposer en boucle comme condition d'entrée, est choisie supérieure à la plus grande période mesurée dans l'écoulement autour du corps d'Ahmed.

L'influence du profil d'entrée sur l'écoulement à Reynolds  $Re = 768000$  est en fait apparue très faible, *cf* Section 5.4.7. Les résultats présentés par ailleurs ont été obtenus à partir du profil laminaire analytique (5.1).

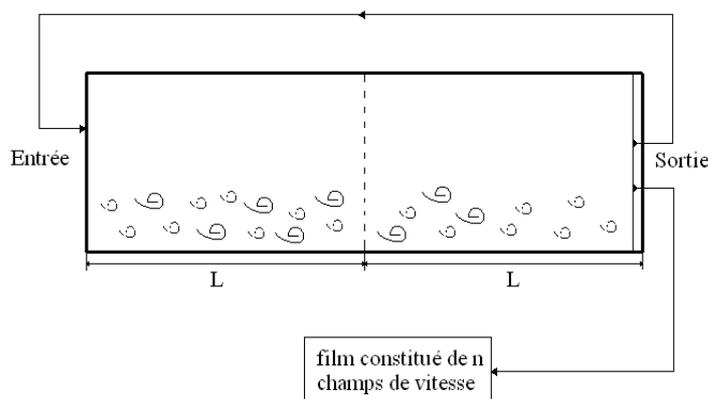


FIG. 5.3 – Schéma de réalisation du précurseur .

### 5.3.2 Détails numériques, performances et résolution spatiale

L'écoulement a été simulé pour deux valeurs du nombre de Reynolds afin notamment de mettre en évidence l'effet de la viscosité relative à l'advection sur les propriétés de l'écoulement. Ces deux Reynolds correspondent à ceux utilisés respectivement dans les expériences de Lienhart *et al.* (2000) [74] et Spohn et Gilliéron (2002) [127]. Dans cette Section nous présenterons les détails numériques, les performances et les résolutions.

#### Résolution spatiale

La résolution spatiale a été établie *à priori* puis vérifiée *à posteriori* dans les régions de proche paroi comme dans le sillage proche et ceci pour les deux écoulements que nous avons étudiés : l'écoulement autour du corps d'Ahmed pour les nombres de Reynolds de  $Re=768000$  et  $Re=8322$ .

Le choix de la grille  $N=\{41; 191; 340\}$ , au final approximativement  $21 \cdot 10^6$  points, a été dicté par les ressources informatiques et par une estimation *à priori* des échelles caractéristiques dans les couches limites se développant autour de l'obstacle et dans le proche sillage. A cause de la répartition naturelle des points de Gauss-Lobatto et en dépit de l'utilisation du mapping dans la direction verticale, les couches limites autour de l'obstacle ne sont pas résolues dans le cas haut Reynolds,  $Re=768000$ , comme en témoigne les résolutions dans les directions normales à la paroi exprimées en unité de paroi et résumées dans le TAB.5.1. Dans la configuration bas Reynolds, la couche limite se développant au sol est quasi résolue et la résolution autour de l'obstacle apparaît bien plus fine qu'à haut Reynolds (*cf* TAB.5.2). Ces valeurs ont été obtenues à partir d'une estimation de l'échelle visqueuse de couche limite donnée par Howard et Pourquie (2000) [53],  $\eta_{nw} \approx 6,71 \cdot Re^{-0.9}$ , égale à 1 en unité de paroi.

Dans le sillage proche de l'obstacle, à Reynolds  $Re=768000$ , les tailles de mailles sont comparées dans le TAB.5.3 à différentes échelles de longueur caractéristiques usuelles de la théorie de la turbulence homogène isotrope (*cf* Section 2.1.2). Dans cet esprit nous avons utilisé :

- Des estimations des échelles de Kolmogorov  $\eta$  et de Taylor  $\lambda_T$  dans le sillage du corps

TAB. 5.1 – Distance du premier point à la paroi du corps d'A Ahmed pour l'écoulement à  $Re=768000$  :  $y_{top}^+$  sur le toit de l'obstacle,  $y_{bot}^+$  sous l'obstacle,  $z^+$  sur les parois latérales,  $x_{front}^+$  sur le fuselage avant et  $x_{rear}^+$  à l'arrière de l'obstacle.

$y_{top}^+$	$y_{bot}^+$	$z^+$	$x_{front}^+$	$x_{rear}^+$
382	460	408	68	82

TAB. 5.2 – Distance du premier point à la paroi du corps d'A Ahmed pour l'écoulement à  $Re=8322$ , les notations sont identiques à celles utilisées dans le TAB.5.1.

$y_{top}^+$	$y_{bot}^+$	$z^+$	$x_{front}^+$	$x_{rear}^+$
6,49	7,85	6,94	1,4	1,16

d'A Ahmed estimées et présentées dans les travaux de Fares (2006) [35] :  $\eta = 1,2.Re^{-0.75}$  et  $\lambda_T = 5,5.Re^{-0.5}$ .

- L'échelle de longueur  $l_0$  caractéristique des plus grosses structures anisotropes porteuses d'énergie déduite de l'expression  $l_0 \sim \eta Re^{3/4}$ .
- L'échelle de longueur séparant les zones contenant les gros tourbillons anisotropes porteurs d'énergie et les petites structures isotropes,  $l_{EI} \sim l_0/6$ , et l'échelle de longueur séparant zone inertielle et zone dissipative,  $l_{DI} \sim 60\eta$ .

TAB. 5.3 – Echelles de turbulence caractéristiques évaluées pour l'écoulement autour du corps d'A Ahmed à  $Re=768000$ .

	$l_0$	$l_{EI}$	$\lambda_T$	$l_{DI}$	$\eta$	$\eta_{nw}$
en mm	346	58	1.8	0.8	0.013	0.0098
adimensionné (par $h$ )	1.2	$2 \times 10^{-1}$	$6.3 \times 10^{-3}$	$2.8 \times 10^{-3}$	$4.63 \times 10^{-5}$	$3.4 \times 10^{-5}$

Grâce au positionnement des interfaces entre sous-domaines et au mapping utilisé dans la direction verticale, les résolutions à  $Re=768000$  (*i.e* la taille de maille  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$ ) dans le sillage de l'obstacle appartiennent aux intervalles  $[0.44\lambda_T; 11.29\lambda_T]$  et  $[0.057\lambda_T; 5.19\lambda_T]$  pour les directions de Chebychev ( $x,y$ ) et  $\Delta z/h = 2.\lambda_T$  dans la direction homogène de Fourier. La grille choisie permet ainsi la résolution de structures de longueurs d'onde situées dans la zone inertielle. Une analyse similaire n'a pu être faite pour l'écoulement à  $Re=8322$ , les hypothèses sur lesquelles sont basées les lois empiriques utilisées étant établies pour des nombres de Reynolds suffisamment élevés, tels que la séparation des échelles de l'écoulement soit conséquente.

La résolution numérique a également été vérifiée *a posteriori* dans les couches limites et dans le proche sillage et ceci pour les deux écoulements. Autour du corps d'A Ahmed, le système de coordonnées exprimé en unité de paroi a été calculé à partir de l'équation simplifiée moyennée de couche limite présentée en Section2.1.2 :

$$\langle -u'v' \rangle + \nu \partial_y \langle u \rangle \approx u_\tau^2 \quad (5.3)$$

où  $\langle u \rangle$  correspond à la valeur moyenne de la vitesse longitudinale et  $u'$  et  $v'$  aux fluctuations respectivement dans les directions  $x$  et  $y$ . En repartant des équations de Navier-Stokes modifiées par la SVV et en utilisant les notations introduites en Section3.4.1, cette équation de couche limite devient alors :

$$\langle -u'v' \rangle + \nu \tilde{\partial}_y \langle u \rangle \approx u_\tau^2 \quad (5.4)$$

où l'utilisation de  $\tilde{\partial}_y$  correspond aux "contributions des échelles de sous mailles". Connaissant la valeur de la vitesse de frottement à la paroi,  $u_\tau$ , on peut calculer la distance du premier point de grille à la paroi en unité de paroi,  $h u_\tau / \nu$ .

Ces résolutions de proche paroi ont été calculées à partir des équations ((5.3) et (5.4)) sur le toit du corps d'Ahmed et au sol dans son sillage, *cf* FIG.5.4.

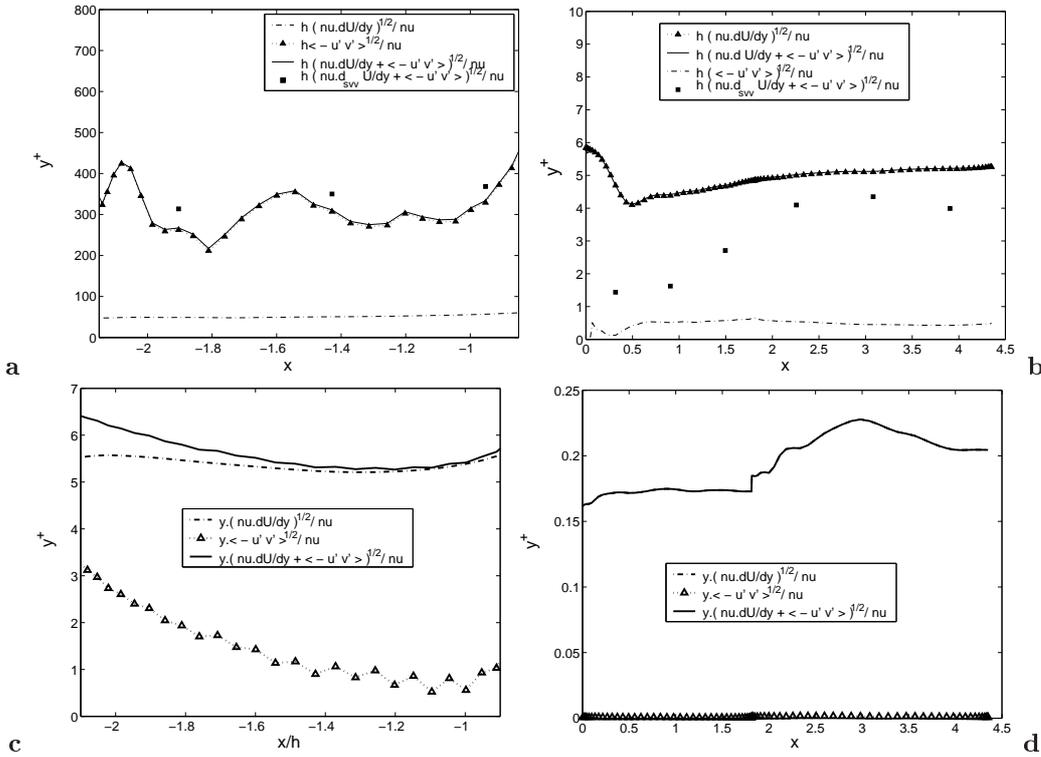


FIG. 5.4 – Résolution en unité de paroi ( $y^+$ ) pour l'écoulement à  $Re=768000$  (a et b) et à  $Re=8322$  (c et d), sur le toit (a et c) et en aval dans le sillage au sol (b et d). La balance entre contributions visqueuse et turbulente est quantifiable sur chacune des figures. Ici  $d_{svv}$  correspond à l'opérateur  $\tilde{\partial}_y$  et  $U$  à  $\langle u \rangle$ .  $y$  et  $h$  représentent la distance du premier point de maille à la paroi.

A haut Reynolds,  $Re=768000$ , sur le toit la contribution de la turbulence dans l'équation (5.3) est prédominante et la part de la viscosité négligeable, FIG.5.4a. La stabilisation par SVV entraîne une légère modification de cette contribution turbulente, notamment au sol, FIG.5.4b. Dans tous les cas, sur le toit la résolution est de l'ordre de  $y^+ \approx 350$  ce qui confirme les estimations données précédemment. Grâce à la répartition des points de Gauss-Lobatto, la résolution de proche paroi est comme on s'y attendait bien meilleure au sol  $y^+ \approx 4$ .

A bas Reynolds,  $Re=8322$ , pour le même maillage, les résolutions apparaissent bien meilleures. Si la couche limite se développant au sol est parfaitement résolue  $y^+ \approx 0,2$ , FIG.5.4d, le premier point à la paroi sur le toit de l'obstacle, FIG.5.4c, est à la limite de la sous couche visqueuse  $y^+ \approx 6$ . Comme attendu pour ces résolutions, la part de la turbulence *vis à vis* des effets visqueux est quasi négligeable. Sur le calcul des  $y^+$  à bas Reynolds les effets de la SVV n'ont pas été calculés. On peut toutefois s'attendre à ce qu'ils soient plus faibles qu'à plus haut Reynolds.

Les résolutions numériques à  $Re=768000$  et à  $Re=8322$  ont également été vérifiées par l'analyse des spectres 1D de Fourier et de Chebyshev. Les FIG.5.5 et FIG.5.6 présentent les spectres des composantes moyennes de la vitesse à différentes positions dans les couches limites se développant autour du corps d'A Ahmed, pour les écoulements à  $Re=768000$  et à  $Re=8322$  respectivement. Globalement, la décroissance de deux ordres de grandeur confirme une résolution numérique satisfaisante dans les couches limites. On peut mentionner le même comportement dans le sillage. Par ailleurs, comme attendue, cf FIG.5.5a,b et c, la dissipation est essentiellement active à partir de la fréquence de coupure  $m_N$  de la SVV. Cependant, les décroissances spectrales observées indiquent simplement une approximation satisfaisante des équations que nous résolvons numériquement, mais ne constitue en aucun cas une validation de la correction SVV-NW.

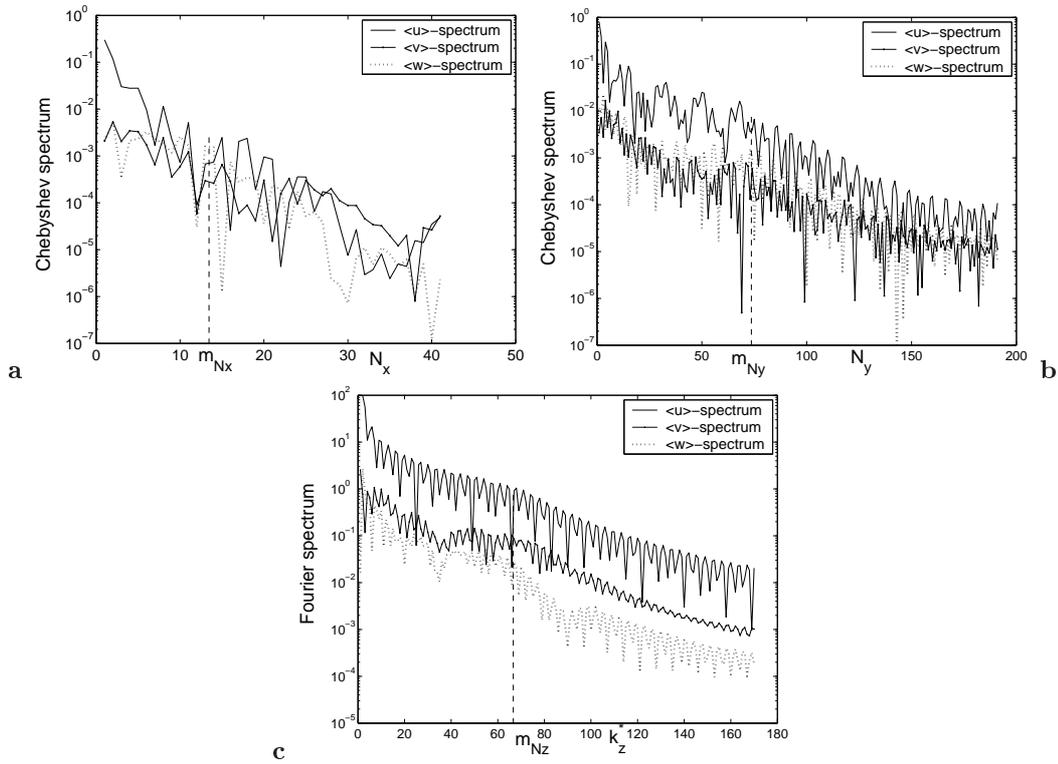


FIG. 5.5 – Spectres des composantes moyennes de la vitesse ( $\langle u \rangle, \langle v \rangle, \langle w \rangle$ ) dans les couches limites se développant autour du corps d'A Ahmed à  $Re=768000$  : (a) spectre de Chebyshev dans la direction longitudinale  $x$  sur le toit ( $y/h=1,18; z/h=0$ ), (b) spectre de Chebyshev dans la direction verticale  $y$  sur la paroi latérale ( $x/h=-0,91; z/h=0,69$ ) et (c) spectre de Fourier dans la direction transverse  $z$  sur le toit ( $x/h=-0,91; y/h=1,18$ ).

### Paramètres SVV

Dans le cas mono-dimensionnel, chaque opérateur SVV défini en Section 3.4.1 est gouverné par deux paramètres de contrôle,  $m_N$  et  $\varepsilon_N$ . Leurs valeurs correspondent à un compromis entre précision de la solution SVV et entre stabilité du schéma numérique. Comme attendus et vérifiés

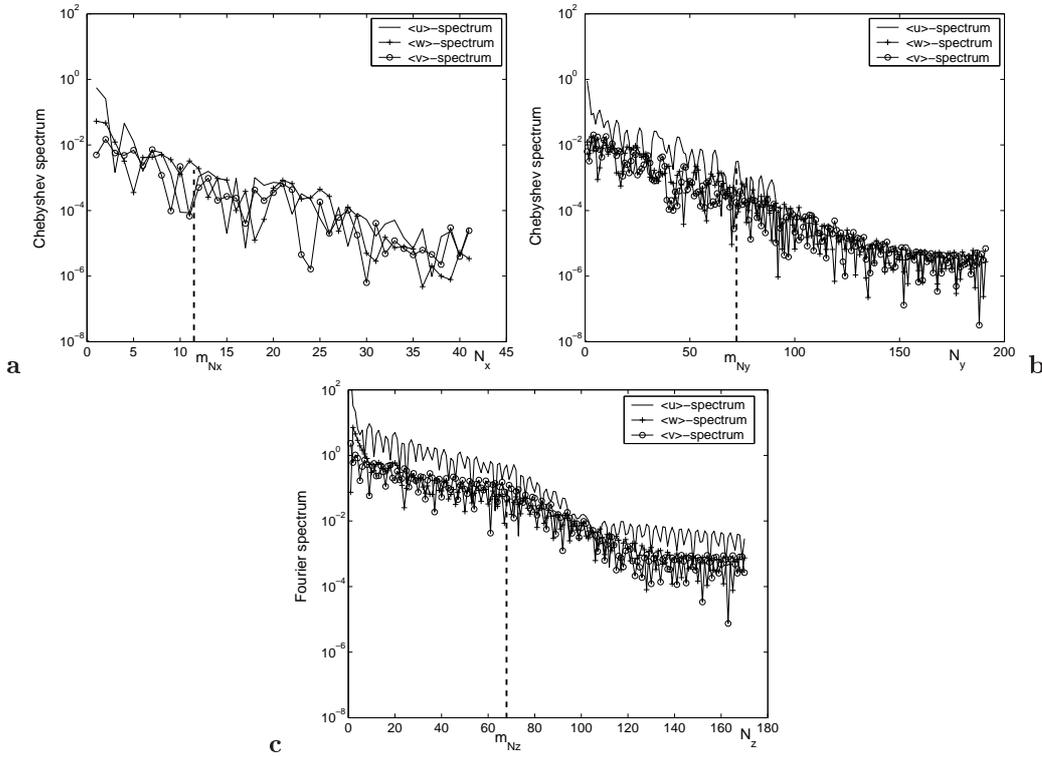


FIG. 5.6 – Spectres des composantes de la vitesse moyenne ( $\langle u \rangle$ ,  $\langle v \rangle$ ,  $\langle w \rangle$ ) dans les couches limites autour du corps d’Ahmed à  $Re=8322$  : (a) spectre de Chebyshev dans la direction longitudinale  $x$  sur le toit ( $y/h=1,18$ ;  $z/h=0$ ), (b) spectre de Chebyshev dans la direction verticale  $y$  sur la paroi latérale ( $x/h=-0,91$ ;  $z/h=0,69$ ) et (c) spectre de Fourier dans la direction transverse  $z$  sur le toit ( $x/h=-0,91$ ;  $y/h=1,18$ ).

par l’étude paramétrique de Pasquetti (2005) [86] sur le cas du cylindre, les meilleurs résultats sont obtenus lorsque la SVV n’est active que sur une bande haute fréquence réduite et pour une faible amplitude de dissipation, *i.e* pour de grandes valeurs de  $m_N$  et de faibles valeurs de  $\varepsilon_N$ . En dehors de la couche limite l’opérateur  $\Delta_{SVV}$  est défini de manière isotrope avec  $m_N = \sqrt{N}$  et  $\varepsilon_N = 1/N$  dans chacune des trois directions ( $x, y, z$ ). Dans les couches limites se développant autour de l’obstacle, l’opérateur local  $\Delta_{SVV}^{CL}$  est défini de manière anisotrope avec  $m_N = \{2\sqrt{N_x}; 5\sqrt{N_y}; 4\sqrt{N_z}\}$  et  $\varepsilon_N = 1/N$ .

Dans les deux configurations de l’écoulement autour du corps d’Ahmed auxquelles nous nous sommes intéressés ( $Re=768000$  et  $Re=8322$ ), nous avons utilisé les mêmes maillages et paramètres SVV en proche paroi que dans le reste du domaine d’étude  $(m_N, \varepsilon_N) = (1/N, \sqrt{N})$ .

### Détails numériques et performances

Le domaine d’étude est divisé en huit sous-domaines dans la direction longitudinale  $x$ . Trois d’entre eux sont dédiés à la description de l’obstacle, dont un spécialement à la lunette arrière (*cf* FIG.5.7). Chacun des huit sous-domaines est associé à un processeur vectoriel.

Initialement, *i.e* au temps  $t_0=0$ , le fluide est au repos. Pour des raisons de stabilité numérique, le nombre de Reynolds est progressivement augmenté jusqu'à la valeur de travail ( $Re=768000$  ou  $Re=8322$ ) sur une grille plus grossière  $N_{coarse}=\{20; 85; 50\}$  et jusqu'au temps  $t_i=100$  de manière à laisser s'établir un régime turbulent pleinement développé. La solution ainsi obtenue est interpolée sur la grille fine de travail  $N$  avant d'être poussée jusqu'au temps  $t_s=120$ . Les statistiques de la turbulence ont ensuite été calculées à partir de ce temps  $t_s$  et convergées sur 40 unités de temps, soit  $0.29s$  (temps physique) pour l'étude à  $Re=768000$  et sur 12 unités de temps pour le cas  $Re=8322$ , *i.e*  $8,7 \cdot 10^{-2}s$ . Les calculs ont respectivement nécessité 350 et 150 heures CPU soit 9,695s pour une itération et 19,6 Gygabytes de mémoire. Le pas de temps adimensionné par  $h/U_\infty$  vaut  $\Delta t = 2 \cdot 10^{-3}$ .

Des tests de performance ont été effectués pour quatre maillages  $N_1 = \{11, 61, 100\}$ ,  $N_2 =$

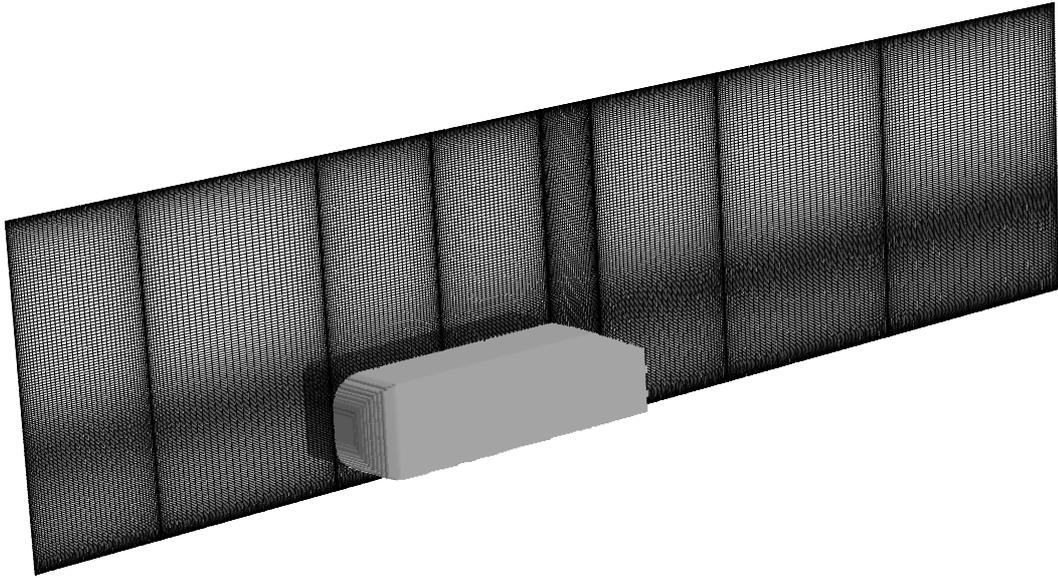


FIG. 5.7 – Visualisation du maillage du domaine de calcul.

$\{21, 91, 160\}$ ,  $N_3 = \{31, 131, 240\}$ ,  $N_4 = N = \{41, 191, 340\}$ . Coûts CPU et tailles mémoire sont résumés dans le TAB.5.4.

TAB. 5.4 – Performances numériques.

	Preprocessing time	CPU time / iteration	Memory	Speed
$N_1$	2.506 s	1.934 s	1.738 GB	8.332 GFlops
$N_2$	10.065 s	3.760 s	3.261 GB	24.692 GFlops
$N_3$	41.169 s	6.653 s	7.806 GB	49.307 GFlops
$N_4$	178.618 s	9.695 s	19.607 GB	85.429 GFlops

## 5.4 Ecoulement autour du corps d'Ahmed à $Re=768000$

Dans cette Section nous présentons les résultats obtenus pour la configuration sous-critique  $\alpha = 25^\circ$  définie précédemment. Quantités instantannées, statistiques de la turbulence et influence de certains paramètres de l'écoulement sont ainsi détaillées et analysées. Fort des résultats obtenus sur le cylindre à section carrée à  $Re=21400$ , nous présentons essentiellement les résultats obtenus avec le traitement de proche paroi (SVV-NW) mais sans filtrage de la fonction caractéristique de l'obstacle. Des comparaisons avec des simulations SVV-LES standards permettent de mettre en évidence l'apport de cette correction de proche paroi.

Comme nous nous appliquerons à le montrer, les résultats de ces simulations ont mis en évidence une physique complexe instationnaire et fortement 3D autour du corps d'Ahmed globalement en bon accord avec les résultats expérimentaux de référence de Lienhart et al. (2000) [74] et de Spohn et Gillieron (2002) [127] à  $Re=8322$ .

### 5.4.1 Ecoulement moyen et structures instantannées de l'écoulement

L'écoulement apparaît fortement turbulent, plus particulièrement sur la lunette arrière, ce qui n'était pas mentionné dans les premiers travaux d'Ahmed *et al.* (1984) [3]. Ce comportement est mis en évidence par une analyse de Fourier des variations temporelles de la vitesse longitudinale à différentes positions de l'écoulement, *cf* FIG.5.8.

Les lignes de courant bi-dimensionnelles calculées à partir du champ de vitesse 2D dans le plan de symétrie  $z/h=0$ , FIG.5.9, donnent une première description de la topologie de l'écoulement. Le fluide se sépare de la paroi sur le toit à deux abscisses : dès la courbure du fuselage amont, en  $x/h=-3,3$ , et au niveau de l'arrête séparatrice entre le toit et la lunette arrière. Sur la partie avant du corps, des recirculations similaires à celle présente sur le toit (non visibles sur la FIG.5.9) se développent sur les parois latérales de l'obstacle.

La séparation sur le fuselage avant du corps s'étend dans la direction longitudinale  $x$ , sur une longueur moyenne  $l_r/h = 0,7$  et génère un détachement tourbillonnaire instationnaire. Cette bulle de recirculation exhibe un nombre de Strouhal dominant de 0.15 (FIG.5.8a) alors que des tourbillons parallèles transverses de type Kelvin-Helmholtz, similaires à ceux présents dans les couches de cisaillement, sont advectés à un Strouhal supérieur d'un ordre de grandeur (FIG.5.8b), comme précédemment observé par Spohn et Gillieron (2002) [127] à plus bas Reynolds,  $Re=8322$ . Sur le toit, le fluide réattache en  $x/h=2,6$  (FIG.5.9). La couche limite turbulente qui se développe derrière cette recirculation s'épaissit le long de la direction longitudinale jusqu'à atteindre en fin de toit une épaisseur  $\delta/h \simeq 7,5 \cdot 10^{-2}$ .

A ce jour, la présence de ces bulles de recirculation sur le fuselage amont de l'obstacle pour l'écoulement à Reynolds  $768000$  reste une question ouverte. Ces recirculations peuvent sans doute être associées au trop faible niveau de turbulence qui s'oppose naturellement à toute séparation.

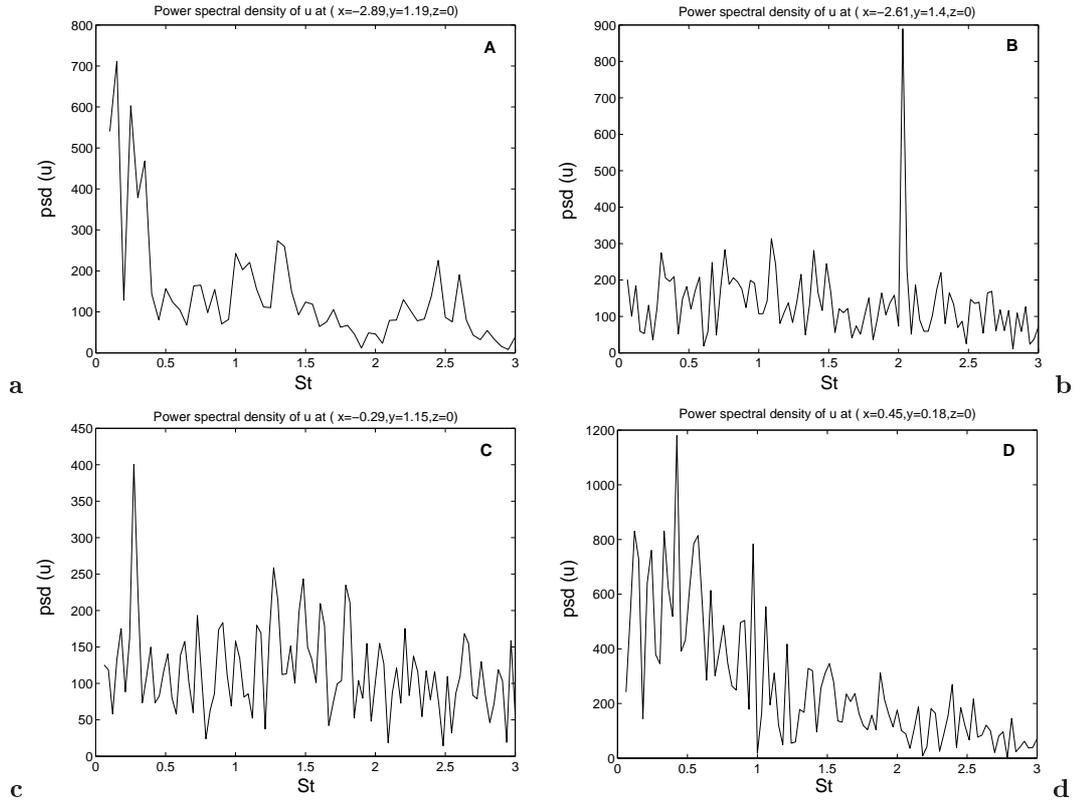


FIG. 5.8 – Densité de puissance spectrale des variations temporelles de la vitesse longitudinale  $u$  à différentes positions autour du corps d'A Ahmed, cf points A, B, C et D de la FIG.5.9.

Ce comportement peut résulter certainement d'une trop forte dissipation SVV liée au maillage grossier en proche paroi, cela malgré l'utilisation de la SVV-NW. Il faut toutefois mentionner que la quasi totalité des études sur le corps d'A Ahmed, dont les expériences de références [74], se focalise sur l'analyse de l'écoulement sur la lunette arrière et dans le sillage de l'obstacle et ne fournit donc pas de résultats sur la partie amont de l'écoulement. Quelques travaux expérimentaux (Spohn et Gilliéron (2002) [127]) et numériques (Krajnovic et Davidson (2005) [68]) à plus faible Reynolds, respectivement  $Re=8322$  et  $Re=200000$ , et numériques (Franck et al. (2003) [38]) à Reynolds plus élevé ( $Re=1,17.10^6$ ) ont observés ces recirculations amonts. Par conséquent, ce phénomène physique ne peut pas être clairement à exclure ou même attribué à une erreur de modélisation.

Au niveau de la lunette arrière, le fluide détache à nouveau de la paroi et tend en moyenne à ré-attacher plus loin sur la lunette, comme initialement observé dans les expériences d'A Ahmed *et al.* (1984) [3]. Ce comportement est clairement montré par les lignes de courant tri-dimensionnelles calculées et présentées en FIG.5.10a. Cependant, à la différence des études expérimentales de Lienhart *et al.* [74], cette recirculation partielle sur la lunette arrière présente une épaisseur inhomogène dans la direction transverse  $z$  avec notamment une taille restreinte et une intensité plus faible au voisinage du plan de symétrie  $z/h=0$  (FIG.5.10a). Elle est en fait scindée en deux bulles de recirculation symétriques par rapport au plan médian  $z/h=0$  (FIG.5.10a), qui correspondent

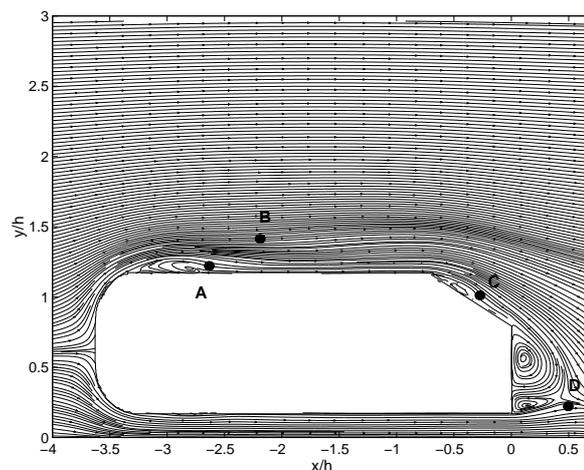


FIG. 5.9 – Lignes de courant bi-dimensionnelle calculées à partir du champ de vitesse moyen  $\langle u \rangle, \langle v \rangle$  dans le plan médian  $z/h=0$  et positions des points d'échantillonnage temporel A, B, C et D.

à deux zones confinées de maxima d'énergie turbulente  $k$ , (FIG.5.10b). Une topologie similaire est observée par Spohn et Gilliéron (2002) [127] à Reynolds 8322.

Parallèlement, l'écoulement décolle aux deux arrêtes inclinées de la lunette arrière donnant naissance à deux tourbillons de traînée contra-rotatifs qui se développent loin dans le sillage, FIG.5.10a. Ces structures tourbillonnaires correspondent aux régions de l'écoulement de faible pression, comme l'illustre la FIG.5.10c. Qualitativement, elles sont similaires à celles observées et mesurées dans le sillage du corps par Lienhart *et al.* (2000) [74], *cf* les champs de vitesse en FIG.5.11. Une comparaison plus quantitative est également proposée en FIG.5.11 pour les iso-contours de la vitesse longitudinale. Dans le sillage proche, la taille et la position des tourbillons de traînée sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux [74]. Plus loin dans le sillage ( $x/h=1,74$ ), la comparaison reste raisonnable mais la taille des tourbillons apparaît plus grande et leurs centres plus proches de la paroi,  $y/h=0,45$  contre  $y/h=0,5$  pour les expériences. Dans le plan  $(y,z)$ ,  $x/h=1,74$ , dans le coeur des structures, la différence entre les minima de vitesse longitudinale reste inférieure à 8%.

Ces tourbillons de traînée peuvent interagir avec des structures tourbillonnaires prenant naissance sur la lunette arrière. En effet, une instabilité de type Kelvin-Helmholtz se développe dans la couche de cisaillement formée par la bulle de recirculation partielle sur la lunette et par le champ de vitesse externe, générant ainsi un détachement de structures tourbillonnaires parallèles à l'arrête lunette/toit. Ces structures sont ensuite advectées en aval. Sur la lunette, certainement du fait de l'inhomogénéité de la bulle de recirculation précédemment décrite, elles sont déformées dans la couche de cisaillement au milieu de la lunette. Les structures ainsi obtenues s'apparentent à celles des tourbillons dits en *fer à cheval* (*horseshoe*) comme le montrent les iso-surfaces des fluctuations de pression de la FIG.5.10d. Ces structures ne sont pas retrouvées par les approches RANS mais ont déjà été observées dans les études DES de Menter et Kuntz (2003) [83] et confirmées par les travaux LES de Krajnovic et Davidson (2005) [68]. L'interaction des tourbillons de traînée avec ceux en *fer à cheval* de plus petite échelle produisent des structures hélicoïdales qui s'entourent autour des tourbillons de traînée dans le sillage de l'obstacle, *cf* FIG.5.10d. En conséquence, la multitude de ces structures génère un régime temporel multi-fréquentiel (FIG.5.8c)

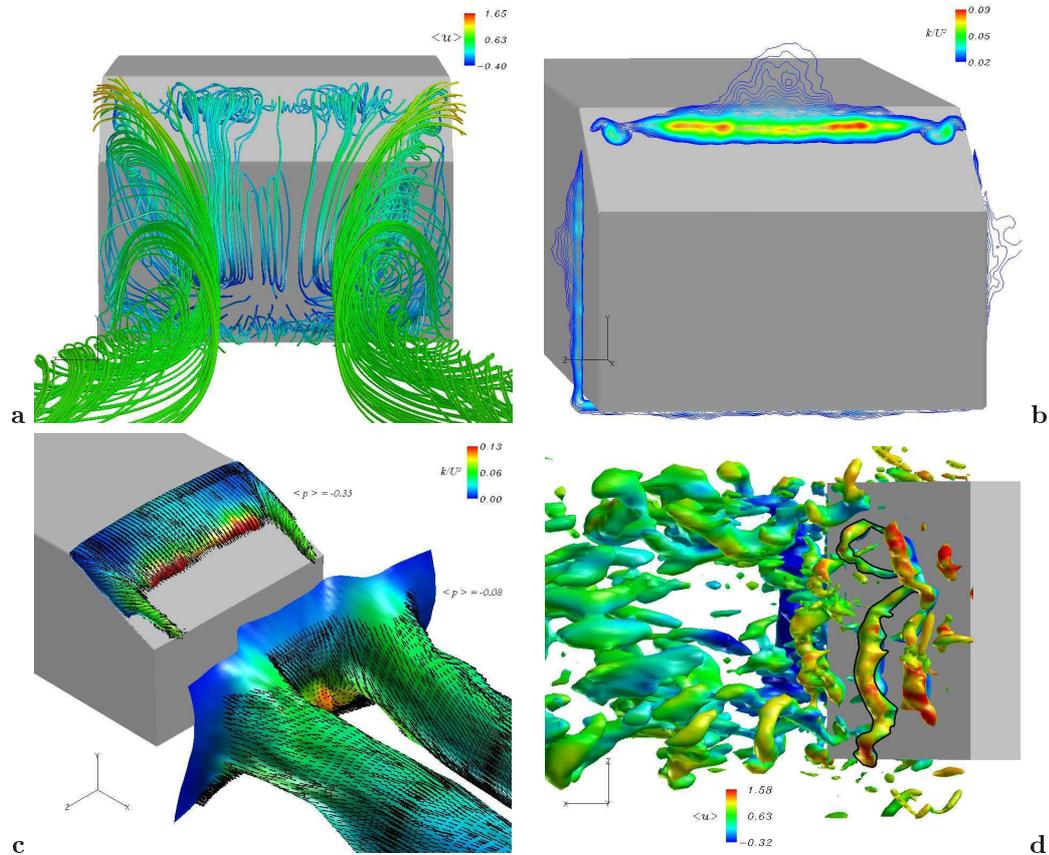


FIG. 5.10 – Visualisation des structures tourbillonnaires dans le sillage du corps d'A Ahmed à  $Re=768000$  : (a) Lignes de courants tri-dimensionnelles calculées à partir du champ 3D moyen et colorées par la vitesse longitudinale moyenne  $\langle u \rangle$ ; (b) Iso-contours de l'énergie cinétique turbulente  $k$  sur la lunette arrière; (c) Isobars moyennes  $\langle p \rangle = 0,25$  et  $\langle p \rangle = -0,07$  colorées par le niveau de turbulence  $k$  et champs de vitesse 3D sur la lunette et dans le sillage; (d) Iso-surfaces des fluctuations de pression colorées par la vitesse longitudinale moyenne  $\langle u \rangle$  sur la lunette et dans le sillage. Les contours des structures dont la forme s'apparente aux structures en fer à cheval (horseshoe vortices) sont soulignés.

duquel, ressort toutefois un nombre de Strouhal dominant,  $St=0,27$ , relatif aux tourbillons en fer à cheval.

Derrière l'obstacle, se développe une zone de recirculation le long de la surface verticale arrière du corps d'A Ahmed, cf FIG.5.9 et FIG.5.12. Cette zone de recirculation est formée de deux tourbillons contra-rotatifs dont les tailles, positions des centres et longueurs de recirculation ( $l_r/h=0,6$ ) sont en très bons accord avec les mesures expérimentales de références [74], cf FIG.5.12. Les positions des tourbillons situés dans la partie basse sont identiques, centrées en  $(x/h=0,35, y/h=0,25)$  alors qu'elles diffèrent pour les tourbillons supérieurs avec  $(x/h=0,2, y/h=0,6)$  dans les expériences et  $(x/h=0,15, y/h=0,55)$  pour notre SVV-LES. Le minimum de vitesse longitudinale dans le coeur du vortex inférieur mesuré dans le plan  $(y, z)$ ,  $x/h=0,278$ , (cf FIG.5.11) apparaît très proche de la valeur expérimentale, avec un écart d'environ 5%. Par ailleurs, ce vortex inférieur pulse à la fréquence dominante  $St=0,42$  comme le montre le spectre temporel de la vitesse sur la FIG.5.8d.

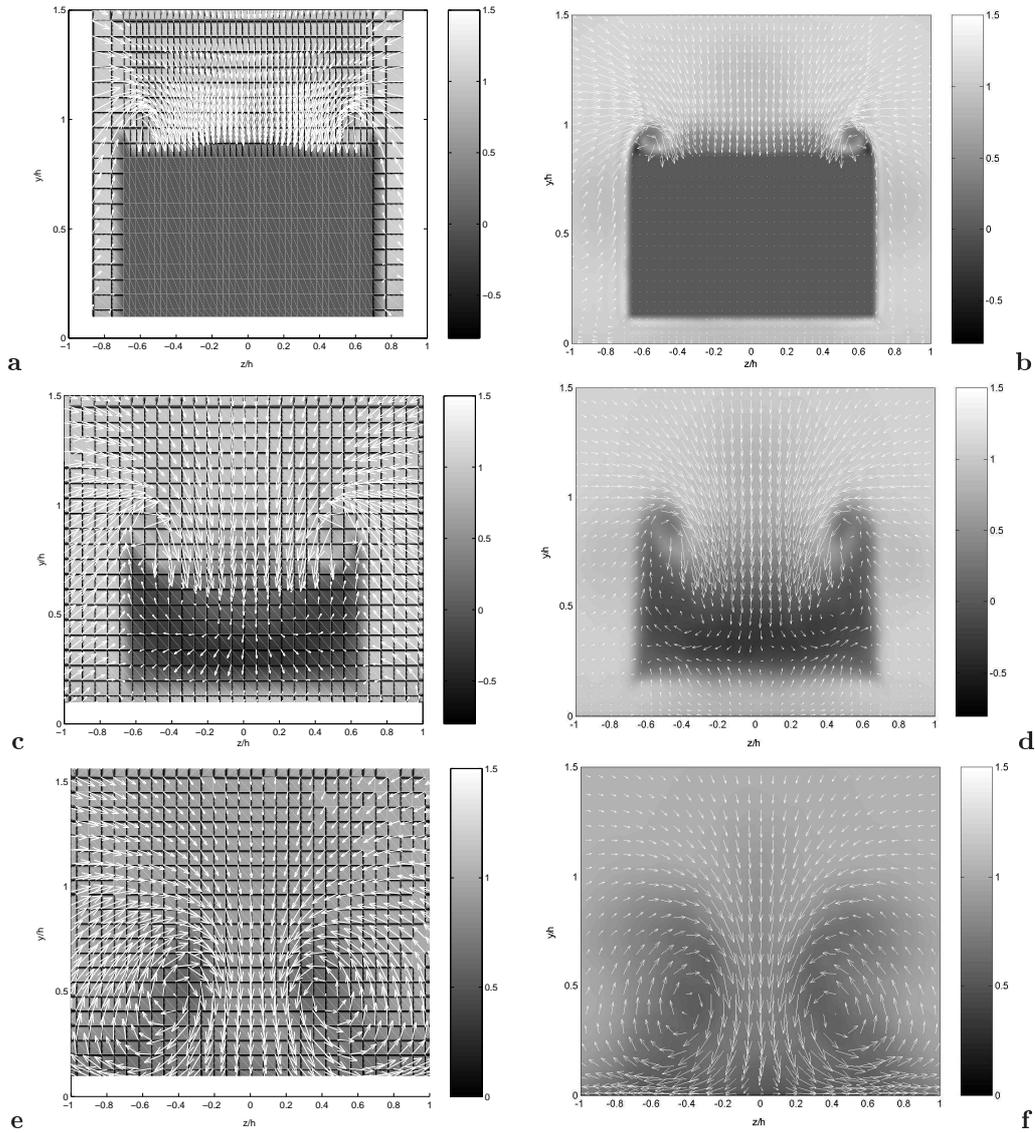


FIG. 5.11 – Champs de vitesse moyenne et iso-contours de la vitesse longitudinale moyenne  $\langle u \rangle$  dans trois plans  $(y, z)$  situés dans le sillage à  $Re=768000$  : (a,c,e) résultats expérimentaux de Lienhart et al. (2000) [74] et (b,d,f) résultats SVV-LES, mesurés aux positions  $x/h=-1,132$  (a,b),  $x/h=0,278$  (c,d) et  $x/h=1,74$  (e,f).

## 5.4.2 Statistiques de la turbulence

Dans cette section, nous présentons les profils des quantités statistiques dans les plans de symétrie  $z/h=0$  et décalé  $z/h=0,347$ . Une analyse plus fine des résultats est effectuée dans le proche sillage et sur la lunette arrière comme proposée par Manceau et Bonnet (2002) [82].

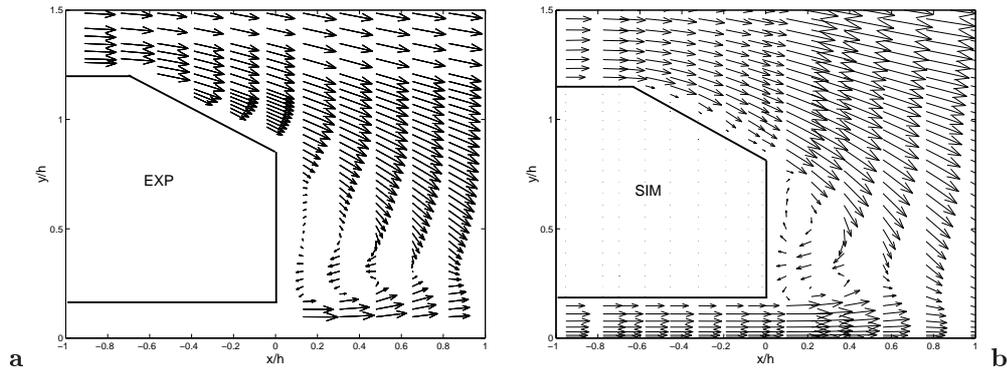


FIG. 5.12 – Champ de vitesse moyenne dans le plan de symétrie  $z/h=0$  dans le sillage proche à  $Re=768000$  ; (a) Mesures expérimentales de Lienhart *et al.* (2000) [74] et (b) Résultats numériques par SVV-LES.

### Statistiques de la turbulence dans le plan de symétrie $z/h=0$

Comme les différentes études antérieures sur le sujet, nous présentons essentiellement en premier lieu des comparaisons dans le plan de symétrie  $z/h=0$ . Globalement, les résultats obtenus par SVV-LES y sont en bon accord avec les expériences de référence de Lienhart *et al.* (2000) [74].

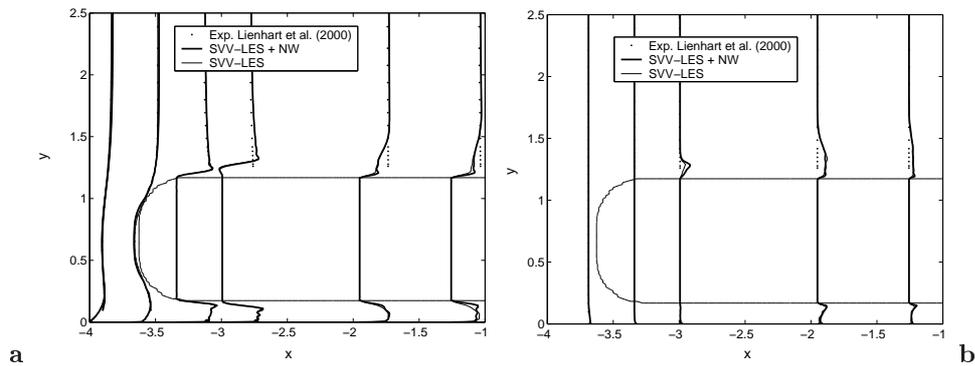


FIG. 5.13 – Profils de vitesse longitudinale moyenne et d'énergie cinétique turbulente dans le plan de symétrie  $z/h=0$  et sur le fuselage avant de l'obstacle. Comparaisons entre résultats expérimentaux de Lienhart *et al.* [74] et résultats numériques obtenus avec et sans NW.

Comme nous l'avons mentionné dans la Section 5.4.1, le fluide se sépare de la paroi sur le fuselage avant (FIG.5.13a) pour réattacher plus loin. Une couche limite turbulente se développe ainsi sur le toit atteignant une épaisseur maximale,  $\delta/h = 7,5 \cdot 10^{-2}$ , à proximité de la lunette arrière. Cette zone de recirculation génère au voisinage du plan de symétrie  $z/h=0$  un sillage turbulent (*cf* FIG.5.13b) que les expériences de référence [74] ne semblent pas observer. Soulignons à nouveau que des données expérimentales manquent dans la couche limite se développant autour de l'obstacle et ne permettent donc pas de conclure.

Sur la lunette arrière, la couche limite turbulente s'épaissit le long de la paroi comme l'indique

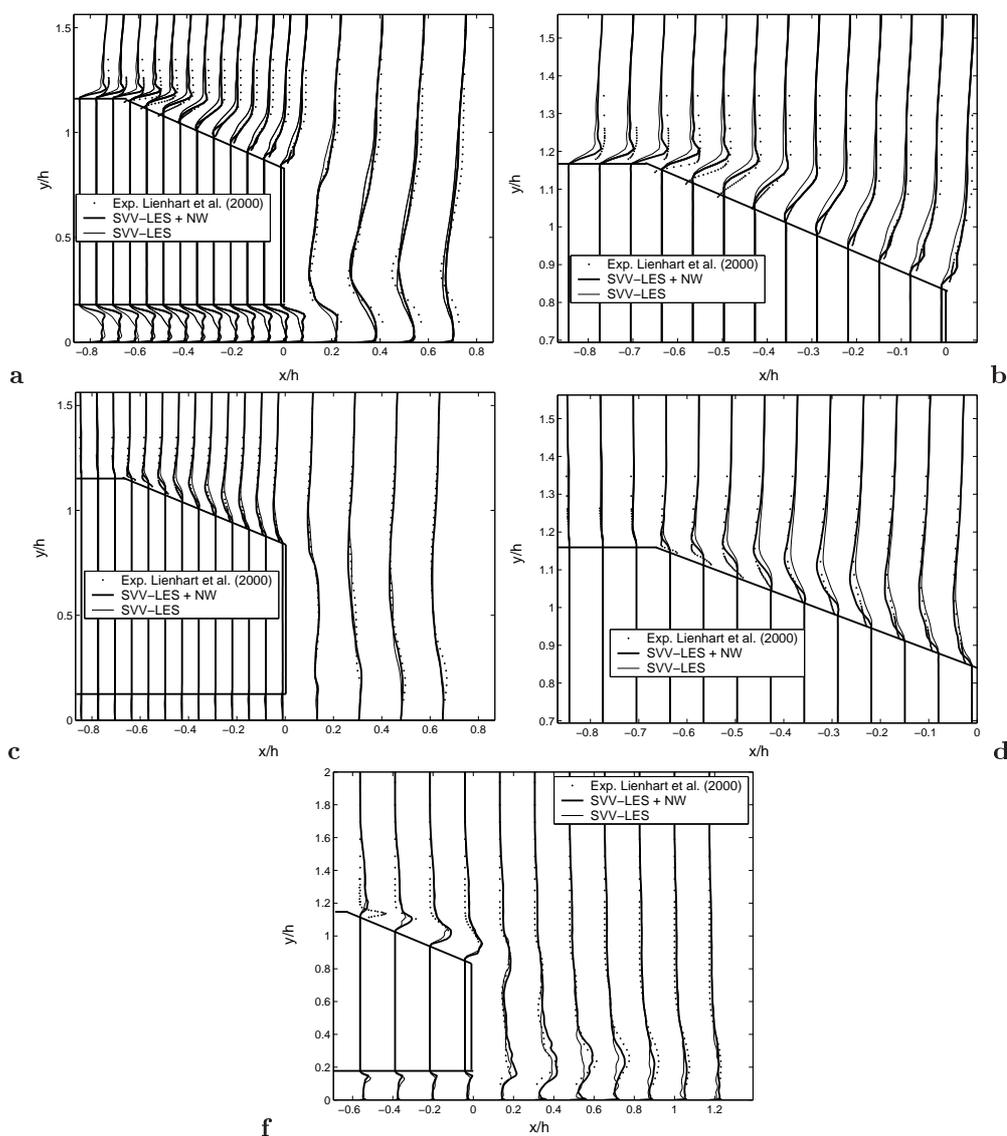


FIG. 5.14 – Statistiques de la turbulence dans le plan de symétrie  $z/h=0$  sur la lunette arrière et dans le proche sillage du corps d'A Ahmed à  $Re=768000$  ; (a,b) profils de la vitesse moyenne longitudinale, (c,d) profils moyens de la vitesse verticale et (e) profil de l'énergie cinétique turbulente. Comparaisons entre résultats expérimentaux de Lienhart et al. [74] et résultats numériques obtenus avec et sans NW d'une part.

les profils de vitesse longitudinale (FIG.5.14b) et verticale (FIG.5.14d). Mesurant  $\delta/h \simeq 7,5 \cdot 10^{-2}$  sur le toit, elle atteint une épaisseur maximale,  $\delta/h \simeq 2,7 \cdot 10^{-1}$ , à l'extrémité de l'obstacle. Sur la partie supérieure de la lunette, les résultats SVV-LES diffèrent légèrement des mesures LDA [74] en très proche paroi, où la couche limite apparaît notamment plus épaisse. En aval de la recirculation partielle, après que le fluide ait recollé à la lunette, les caractéristiques de la couche, épaisseur comme extrema de vitesse, sont en très bon accord avec les expériences.

Plus haut, dans l'écoulement externe, les profils de vitesse longitudinale présentent un faible déficit vis-à-vis des mesures LDA. De la même manière, l'énergie cinétique turbulente est très bien décrite dans la couche limite sur la deuxième moitié de la lunette mais apparaît également légèrement sur-estimée dans l'écoulement externe. On associe ces différents comportements à la recirculation présente sur le fuselage avant du corps, *cf* Section 5.4.1. En effet, cette recirculation amont observée numériquement (FIG. 5.13a) accroît le niveau de turbulence au voisinage du plan de symétrie (FIG. 5.13b) et retarde le décollement partiel sur la lunette arrière. Des profils de vitesse longitudinale moyennée dans la direction homogène  $z$ , sur la largeur de la bulle présente sur la lunette, FIG. 5.15, semblent atténuer les points de désaccord précédemment mentionnés. Cette remarque confirme ainsi le rôle et l'influence de l'écoulement amont sur la physique se développant sur la lunette arrière. Les statistiques de la turbulence, dans un plan parallèle décalé par rapport au plan de symétrie, permettront par la suite d'appuyer cette hypothèse.

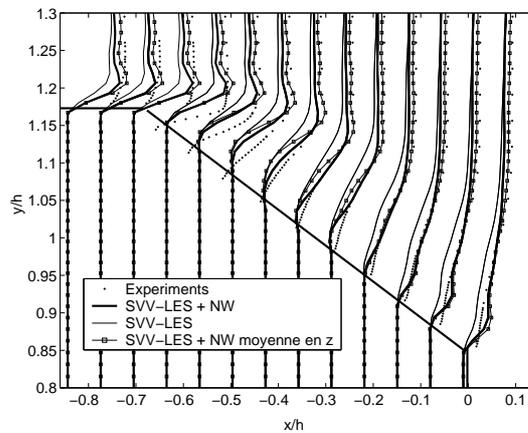


FIG. 5.15 – Profils de vitesse longitudinale moyennée  $\langle u \rangle$  et de vitesse longitudinale moyennée  $\langle u \rangle$  moyennée dans la direction  $z$  sur la largeur de la recirculation partielle sur la lunette arrière.

Par ailleurs, la turbulence est principalement produite dans la région de cisaillement où la bulle de recirculation partielle interagit avec l'écoulement externe. Plus précisément, 30% dans les simulations SVV-LES contre 45% dans les expériences [74] de l'énergie cinétique turbulente  $k$  dans le plan de symétrie  $z/h=0$  est produite dans la couche limite située dans la première moitié de la lunette arrière. Ces productions ont été calculées par sommation de l'énergie cinétique turbulente dans la couche limite se développant sur la lunette arrière par une méthode des rectangles. De plus, le maximum de  $k$  est localisé dans les simulations comme dans les expériences juste derrière l'arrête séparatrice entre le toit et la lunette, à l'endroit où le fluide se sépare de la lunette. Toutefois, pour nos SVV-LES, cette position est déplacée en aval à  $x/h=-0,48$  pour  $x/h=-0,696$  dans les expériences, *cf* FIG. 5.14e, ce qui provient probablement de la turbulence provenant de l'écoulement amont discutée précédemment Section 5.4.1.

Dans le proche sillage ( $0 \leq x \leq 0,5$ ), la SVV-LES capture correctement la vitesse moyenne avec un écart de moins de 7% sur la hauteur de la bulle de recirculation (FIG. 5.14a,c). La couche limite se développant au sol est également bien décrite dans la région complexe où la bulle de recirculation interagit avec le fluide provenant de sous le corps. Le maximum de vitesse comme l'épaisseur de couche limite est en bon accord avec les mesures expérimentales. L'énergie cinétique turbulente est également bien décrite, FIG. 5.14g, la description de la position et l'intensité

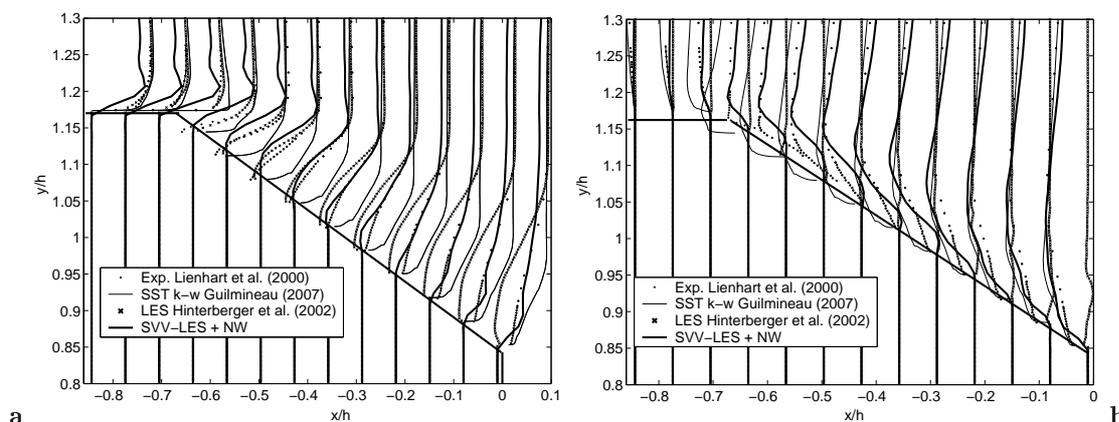


FIG. 5.16 – Profils de vitesse moyenne longitudinale  $\langle u \rangle$  et verticale  $\langle v \rangle$  dans le plan de symétrie  $z/h=0$  sur la lunette arrière à  $Re=768000$ . Comparaisons avec les résultats expérimentaux [74] et différentes approches numériques : SST  $k-\omega$  Guilmineau (2007) [48] et LES Hinterberger et al. (2002) [52].

du maximum dans la direction longitudinale étant bien captés. Ce maximum correspond au détachement tourbillonnaire de structures parallèles sur l'arrête basse de l'arrière du corps.

Les comparaisons des statistiques de la turbulence sur la lunette arrière entre différentes approches numériques (RANS et LES) permettent de situer et de positionner les résultats obtenus par SVV-LES. En effet, l'analyse des moments du premiers ordre montre que, malgré les légères discordances observées au début de la lunette, l'accord global avec les expériences [74] reste sensiblement supérieur à celui obtenu par approche RANS SST  $k-\omega$  (Guilmineau (2007) [48]) ou par LES classique (Hinterberger *et al.* (2002) [52]), *i.e* modèle de sous maille de Smagorinsky et fonction de paroi (*cf* FIG.5.16). En effet, pour ces deux études les profils de vitesse moyenne longitudinale et verticale montrent une topologie de l'écoulement différente de celle attendue. Le modèle SST [48] ne capte aucun décollement sur la lunette alors qu'à *contrario* la LES [52] décrit une séparation totale.

### Statistiques de la turbulence dans le plan décalé $z/h=0,347$

Les mesures LDA de Lienhart et al. [74] fournissent également des données dans le plan parallèle  $z/h=0,347$  au plan de symétrie  $z/h=0$ . Malheureusement, la région de proche paroi n'y est pas aussi résolue que dans le plan médian. Les couches limites obtenues par SVV-LES dans ce plan  $z/h=0,347$  ne peuvent donc pas être finement comparées au résultats expérimentaux. Nous nous cantonnerons à la description de tendance pour les statistiques turbulentes de l'écoulement dans cette région.

Les FIG.5.17a et b représentent respectivement les profils de vitesse moyenne longitudinale  $\langle u \rangle$  et d'énergie cinétique turbulente  $k$  sur la lunette arrière et dans le proche sillage dans le plan  $z/h=0,347$ . Dans ce plan décalé, l'épaisseur de couche limite provenant du toit est quasi-identique ( $\delta/h \simeq 7,5 \cdot 10^{-2}$ ) à celle présente dans le plan de symétrie, *cf* FIG.5.14a et FIG.5.17a. Le plus faible niveau de turbulence mesuré en début de lunette arrière semble indiquer que le plan  $z/h=0,347$  se trouve en dehors du sillage turbulent généré par la recirculation amont. Par

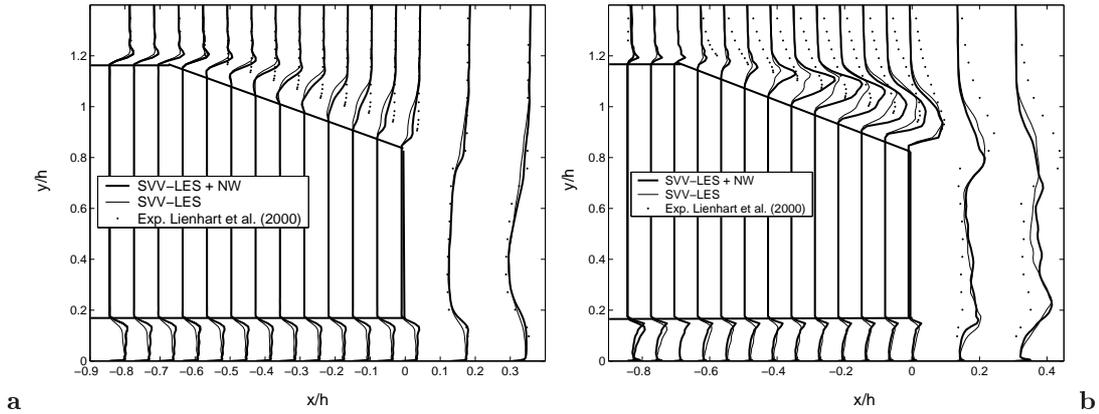


FIG. 5.17 – Profils de vitesse moyenne longitudinale  $\langle u \rangle$  (a) et d'énergie cinétique turbulente  $k$  (a) dans le plan décalé  $z/h=0,347$ , sur la lunette arrière et dans le proche sillage du corps d'A Ahmed à  $Re=768000$ .

conséquent, dans l'écoulement externe ( $1,25 \leq y \leq 1,4$ ), le niveau de turbulence (FIG.5.17b) est en bon accord avec les résultats expérimentaux sur la fin du toit et le début de la lunette arrière. Parallèlement, les profils de vitesse longitudinale moyenne (FIG.5.17a) ne sont plus sous-estimés (cf plan de symétrie FIG.5.14e) et affichent un très bon accord avec les expériences [74] dans cette région. En proche paroi, la recirculation partielle sur la lunette arrière intervient plus tôt et s'étend sur une plus grande distance que dans le plan  $z/h=0$ . Le fluide se sépare de la paroi dès la rupture de pente pour ne recoller qu'en fin de lunette arrière. Sur la deuxième moitié de la lunette,  $-0,4 \leq x \leq 0$ , le niveau de turbulence est plus important que celui mesuré expérimentalement ou que celui relevé numériquement dans le plan de symétrie (FIG.5.14e). Ce comportement est lié à la topologie de la recirculation partielle et au développement des structures en *fer à cheval* se développant préférentiellement de part et d'autre du plan de symétrie, dans la couche de cisaillement.

Si la résolution expérimentale ne permet pas de visualiser les principales caractéristiques (décollement, longueur de recirculation) de la couche limite, on peut s'attendre dans ce plan à ce que seule la longueur de recirculation soit modifiée, *i.e* plus courte. Ainsi, les résultats SVV-LES apparaissent globalement en moins bon accord que ceux présentés dans le plan de symétrie. Comme pressenti après analyse des résultats SVV-LES dans le plan médian,  $z/h=0$ , la recirculation amont modifie la topologie de l'écoulement sur la lunette arrière. Les caractéristiques de la bulle de recirculation (point de décollement, longueur de recirculation et niveau de turbulence) attendues dans le plan de symétrie sont ainsi retrouvées de part et d'autre du plan de symétrie nos résultats SVV-LES et ainsi que dans les expériences de Spohn et Gilliéron (2002) [127]. Les influences respectives des conditions d'entrée et de la distribution de maillage sur l'écoulement amont seront présentées plus loin dans ce mémoire, cf Section 5.4.7 et Section 5.4.8.

### 5.4.3 Propriétés intrinsèques de la turbulence dans le sillage

Dans cette Section, quelques propriétés de la turbulence de sillage sont illustrées aux regards de spectres spatiaux, FIG.5.18, et des invariants du tenseur d'anisotropie, FIG.5.19. Cette dernière représentation graphique (Lumley (1978) [75]) caractérise l'anisotropie du sillage grâce aux variables  $(\chi, \eta)$ , cf Pope (2000) [97], construites à partir des second et troisième invariants du

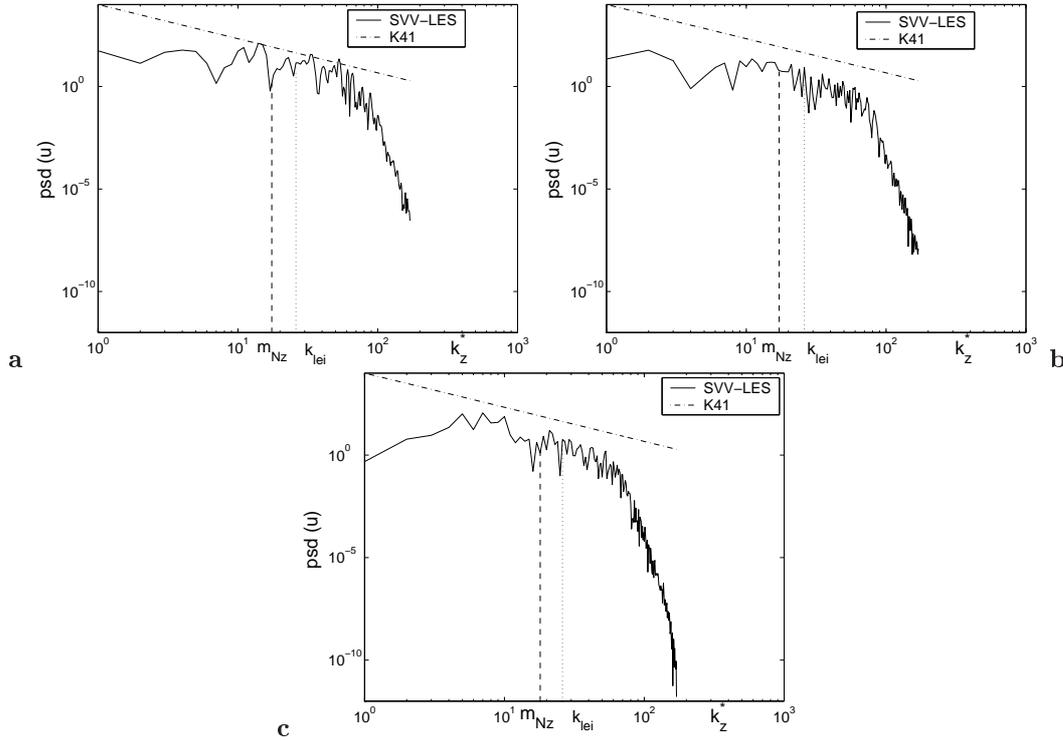


FIG. 5.18 – Densité de puissance spectrale des fluctuations de vitesse longitudinale  $u$  à trois positions dans le sillage. (a)  $(x/h=0,27,y/h=0,44)$ , (b)  $(x/h=3,1,y/h=0,44)$  et (c)  $(x/h=6,83,y/h=0,44)$ . Comparaisons avec la théorie de Kolmogorov (courbe K41). La fréquence de coupure SVV,  $m_N$ , définit la bande fréquentielle sur laquelle la SVV est active.

tenseur d'anisotropie  $b_{ij} = \langle u'_i u'_j \rangle / \langle u'_k u'_k \rangle - \delta_{ij}/3$  (où  $\delta_{ij}$  représente le symbole de Kronecker) et défini comme :  $(\chi^3, \eta^2) = (b_{ii}^3/6, b_{ii}^2/6)$ .

Les spectres des fluctuations de vitesse longitudinale  $u'$  contiennent une large bande de fréquences spatiales, comme l'avait déjà mis en évidence les visualisations de structures de petites échelles en FIG.5.10d. Tous les spectres montrent la présence d'une zone inertielle d'amplitude proche d'une décade à partir du nombre d'onde caractéristique,  $k_{EI}$ , correspondant à l'échelle  $l_{EI}$  estimée en Section 5.3.2. Comme attendu dans le cadre d'une turbulence homogène isotrope pleinement développée, l'énergie dans cette zone inertielle décroît linéairement dans une échelle logarithmique à la pente  $-5/3$ . Ce comportement est particulièrement clair dans le sillage lointain, FIG.5.18b,c. Dans le proche sillage, FIG.5.18a, la pente en  $-5/3$  apparaît moins clairement du fait du caractère plus anisotrope et inhomogène de l'écoulement.

Comme indiqués par les FIG.5.19, les résultats SVV-LES respectent le diagramme de réalisabilité de Lumley [75, 97], les points  $(\chi, \eta)$  restent dans le *triangle* délimité par les courbes. Ces diagrammes sont donnés à trois abscisses  $x$  le long des directions  $y$  et  $z$ . Le manque d'isotropie est mis en évidence dans les FIG.5.19b,d,f qui correspondent aux invariants exprimés dans la direction  $z$ . Plus loin dans le sillage, on observe une accumulation de points au sommet ( $\chi = \eta = 0$ ) caractéristique d'une turbulence isotrope. Les FIG.5.19a,c,e correspondent aux invariants exprimés dans la direction  $y$ . Loin dans le sillage et dans la couche limite au sol ( $0 \leq y \leq 0,1$ ), les valeurs  $(\chi, \eta)$  sont proches de celles attendues pour l'écoulement en canal, FIG.5.19e. En très

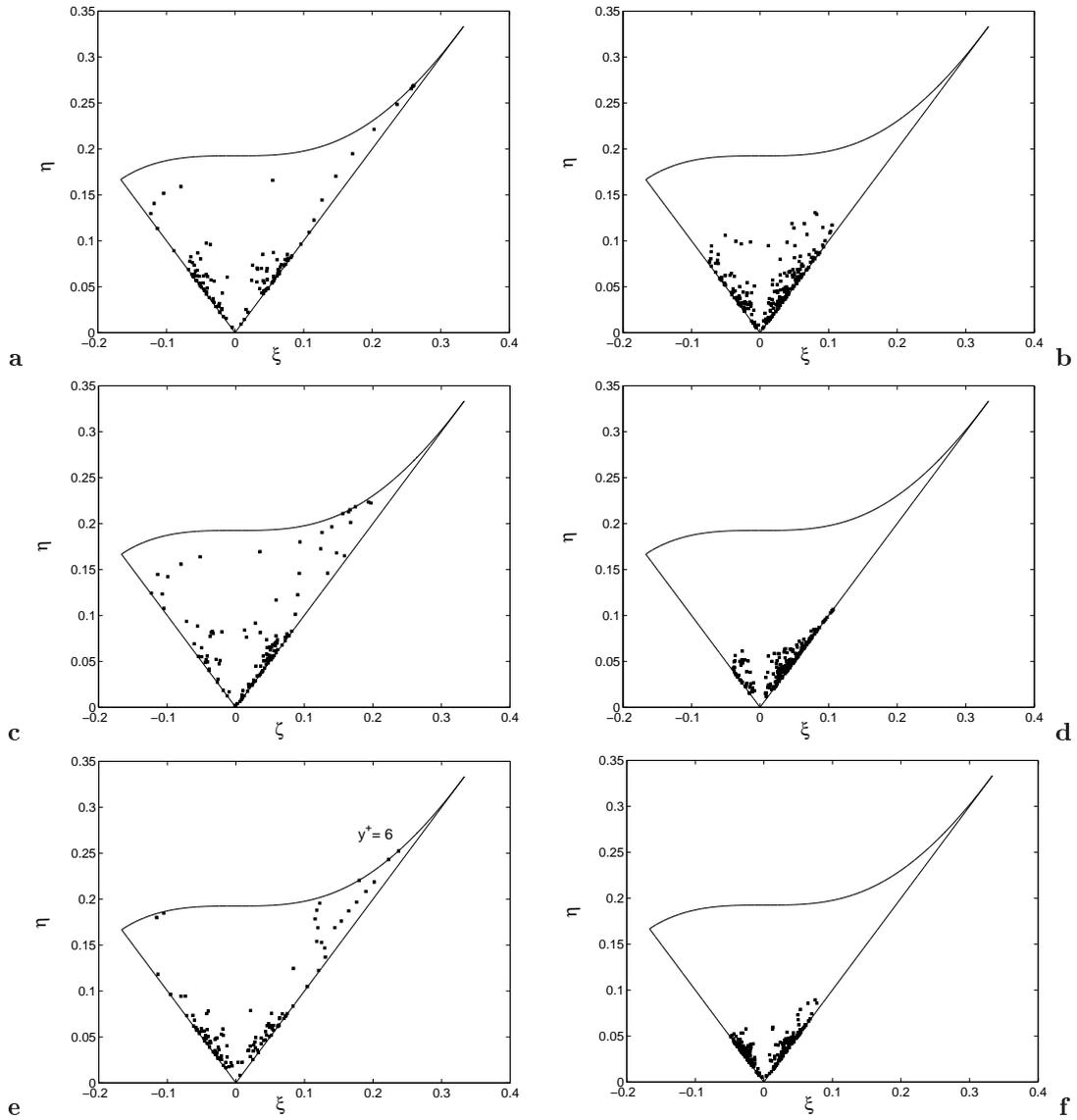


FIG. 5.19 – Caractérisation du tenseur d'anisotropie  $b_{ij}$  dans le Triangle de Lumley [75] dans le sillage du corps d'A Ahmed à  $Re=768000$  : (a,c,e) anisotropie suivant  $y$ , (a) ( $x/h=0,27 ; z/h=0$ ), (c) ( $x/h=3,1 ; z/h=0$ ), (e) ( $x/h=6,83 ; z/h=0$ ) et (b,d,f) anisotropie suivant  $z$ , (b) ( $x/h=0,27 ; y/h=0,44$ ), (d) ( $x/h=3,1 ; y/h=0,44$ ), (f) ( $x/h=6,83 ; y/h=0,44$ ).

proche paroi l'écoulement est dominé par deux composantes,  $\langle v^2 \rangle$  étant très inférieure à  $\langle u^2 \rangle$  et  $\langle w^2 \rangle$ . L'anisotropie, mesurée par la variable  $\eta$ , atteint une valeur maximale en  $y^+ \approx 6$ . Au dessus du sol (à partir de  $y \approx 0,1$ ), le tenseur de Reynolds est quasi axisymétrique avec des valeurs de  $\chi$  positives. En dehors de la couche limite se développant au sol, dans le sillage ( $0,1 \leq y \leq 1,75$ ), la turbulence apparaît axisymétrique avec alternativement ( $\chi < 0, \eta > 0$ ) et ( $\chi > 0, \eta > 0$ ), respectivement caractéristiques du centre et des bords de la couche de cisaillement. Ce comportement alternatif peut être relié à la présence de plusieurs couches de cisaillement se développant autour de grandes structures caractéristiques du sillage du corps d'A Ahmed et déjà mises en évidence, cf Section 5.4.1.

#### 5.4.4 Influence du traitement de proche paroi (SVV-NW)

L'apport de la correction de proche paroi (SVV-NW) développée dans cette étude peut être quantifié par comparaisons de résultats obtenus avec et sans approche SVV-NW. Dans ce but, des profils des statistiques de la turbulence sans correction locale ont été ajoutés aux FIG. 5.13 et FIG. 5.14.

En premier lieu, comme nous l'avons vu précédemment pour l'écoulement turbulent autour du cylindre à section carré à  $Re=21400$  (cf Section 4.5.3), l'influence de la correction de paroi (SVV-NW) peut être quantifiée par le nombre de Reynolds turbulent à la paroi  $Re_\tau = u_\tau \Delta y_p / \nu$ , où  $u_\tau$  est la vitesse de frottement à la paroi calculée à partir de (5.3) et  $\Delta y_p$  la distance normale de la première maille à la paroi. La FIG. 5.20 présente ainsi l'évolution le long de la paroi du Reynolds turbulent moyenné sur la largeur  $w$  du corps d'A Ahmed. Indéniablement, la SVV-NW augmente le niveau de turbulence dans la couche limite le long de la paroi.

Sur le fuselage amont, le traitement de proche paroi facilite la transition vers un régime turbu-

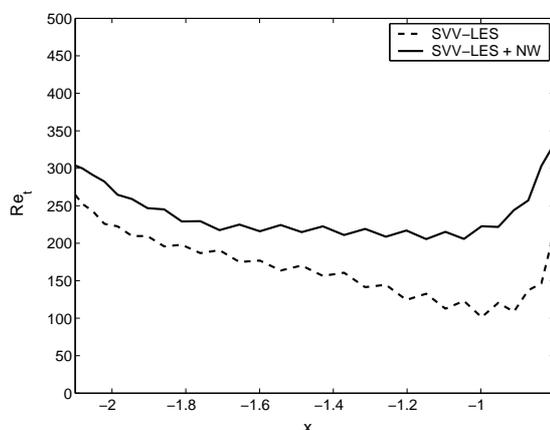


FIG. 5.20 – Comparaison des nombres de Reynolds turbulents  $Re_\tau$  sur le toit du corps d'A Ahmed à  $Re=768000$ ,  $Re_\tau = u_\tau \cdot \Delta y_p / \nu$ .

lent au niveau de la recirculation amont. La couche limite se développant ensuite sur le toit dans le sillage du détachement tourbillonnaire est par conséquent plus turbulente, cf FIG. 5.13b.

Sur la lunette arrière, les résultats obtenus avec SVV-NW prédisent également une couche limite plus turbulente, avec notamment des valeurs de l'énergie cinétique turbulente en meilleur accord avec les mesures LDA de référence [74], cf FIG. 5.14e. On observe une augmentation de 25% de

l'énergie cinétique turbulente  $k$ , également plus concentrée dans la première moitié de la couche limite se développant sur la lunette, permettant de retrouver les observations expérimentales. La position du maximum de  $k$  est mieux captée avec la SVV-NW, qui le prédit à l'abscisse  $x/h=-0,48$  contre  $x/h=-0,39$  sans correction et  $x/h=-0,696$  dans les expériences. Par ailleurs, la première moitié de la lunette arrière fournit 30% de la turbulence produite, comparativement aux 45% dans les expériences et 20% sans le traitement NW. Cette augmentation locale de la turbulence doit être reliée au développement des structures de type *fer à cheval* le long de la lunette (FIG.5.10d), qui n'apparaissent pas sans la correction de proche paroi et qui produisent parallèlement un fort niveau d'instationnarité. L'épaisseur de la couche limite obtenue par SVV-NW,  $\delta/h \simeq 7,5.10^{-2}$ , sur le toit est également plus fine,  $\delta/h \simeq 8,5.10^{-2}$  sans correction. Ce comportement est conservé le long de la lunette arrière permettant ainsi aux résultats SVV-NW de mieux approcher les prédictions expérimentales LDA [74]. Dans l'écoulement externe, au dessus de la lunette, l'influence de la correction de proche paroi se fait aussi sentir en tendant notamment à diminuer les sous-estimations de la vitesse longitudinale observée précédemment. Enfin, la SVV-NW agit également dans le sillage proche de l'obstacle, où le niveau de turbulence généré par le détachement tourbillonnaire dans la partie basse de l'écoulement se compare mieux avec les expériences, FIG.5.14e.

Le traitement de proche paroi initialement testé et validé pour le cylindre à section carré a été utilisé ici dans une configuration beaucoup plus complexe. Indéniablement il contribue à l'amélioration des résultats numériques en permettant notamment d'augmenter le nombre de Reynolds turbulent,  $Re_\tau$ , en proche paroi pour des résolutions initialement trop dissipatives. Les phénomènes énergétiques de couche limites comme la physique qui en découle, *i.e* formation des structures en *fer à cheval*, sont alors mieux captés. L'analyse des taux de dissipation qui suivra nous permettra de quantifier notamment plus finement l'apport de cette correction de proche paroi.

#### 5.4.5 Taux de dissipation

Les profils des taux de dissipation visqueuse et SVV de l'énergie cinétique turbulente, *cf* Section3.4.2, ont été calculés autour de l'obstacle et dans le proche sillage le long des directions verticale  $y$  et transverse  $z$ . Notons que contrairement aux autres quantités statistiques, ces taux de dissipation n'ont pas été moyennés sur les 40 unités de temps précédemment citées mais seulement sur les 20 dernières. Par conséquent, les courbes présentées ne mettent pas en jeu des quantités complètement convergées. On peut toutefois discerner clairement les tendances. Si les taux de dissipation mesurés dans le sillage proviennent des simulations réalisées avec la correction (SVV-NW) de proche paroi, les profils présentés autour de l'obstacle permettront de confronter résultats obtenus avec et sans SVV-NW.

Dans le sillage, comme attendu, la dissipation de SVV, présentée suivant les directions  $y$  et  $z$  (FIG.5.21a et b), diminue le long de la direction longitudinale  $x$  comme le niveau de turbulence mesuré, FIG.5.14e. Dans le proche sillage, les maxima de dissipations SVV dans la direction  $y$ , FIG.5.21a, sont obtenus dans les deux tourbillons contra-rotatifs se développant derrière le corps (*cf* FIG.5.9) notamment dans la recirculation basse qui génère le détachement tourbillonnaire. Plus loin dans le sillage, dans le plan de symétrie la turbulence reste concentrée dans la couche limite au sol. Les taux de dissipations SVV dans la direction transverse  $z$  montrent que la turbulence est essentiellement dissipée dans les deux tourbillons de traînée, FIG.5.21b.

Les comparaisons des taux de dissipation visqueuse et SVV donnent une information supplémentaire importante quant à la résolution. Nous rappelons (*cf* Section3.4.2) que dans un cas

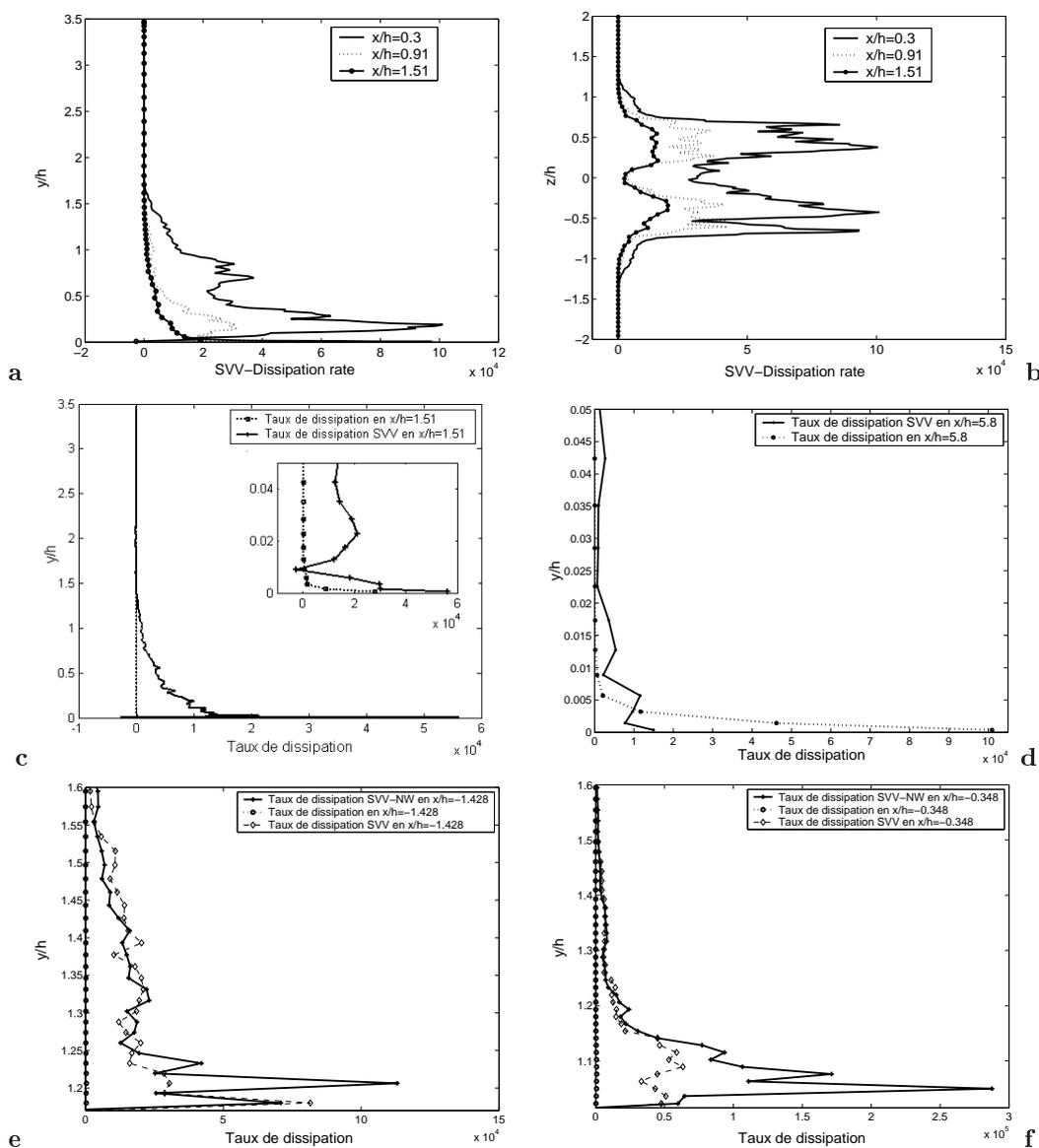


FIG. 5.21 – Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente autour du corps d'A Ahmed et dans son sillage : (a) Comparaison des taux de dissipation SVV dans la direction  $y$ ,  $z/h=0$ , (b) Comparaison des taux de dissipation SVV dans la direction  $z$ ,  $y/h=0,674$ , (c,d) Comparaison des taux de dissipation et de dissipation SVV dans le plan de symétrie dans le sillage et en proche paroi respectivement en  $x/h=1,51$  et en  $x/h=5,8$ , (e,f) Comparaison des taux de dissipation et de dissipation SVV dans le plan de symétrie respectivement sur le toit  $x/h=-1,428$  et sur la lunette arrière  $x/h=-0,348$ . Mentionnons qu'en (e,f) la notation SVV-NW est utilisée pour les taux de dissipation SVV calculés à partir des simulation SVV-LES avec la correction SVV-NW.

parfaitement résolu, l'effet de la SVV dans les processus de dissipation de l'énergie cinétique turbulente est transparente *vis à vis* de la viscosité, *cf* configuration rotor-stator FIG.3.3 (Severac (2008) [119], Severac *et al.* (2007) [117], Pasquetti (2006) [89]). Dans le plan de symétrie dans le sillage, la dissipation par effet visqueux apparaît négligeable devant la contribution de sous-maille (FIG.5.21c). Toutefois, en très proche paroi, ce comportement tend à s'inverser (FIG.5.21c et d). En  $x/h=1,51$  le ratio entre dissipation SVV et dissipation visqueuse, de l'ordre de 2 à l'abscisse  $x/h=1,51$  FIG.5.21c, reflète déjà une bien meilleure résolution, alors que plus loin dans le sillage,  $x/h=5,8$ , FIG.5.21d, la contribution visqueuse apparaît 10 fois supérieure à celle de sous-maille. Autour de l'obstacle, la dissipation visqueuse est négligeable devant la dissipation SVV, même en très proche paroi, FIG.5.21e et f. Ces résultats sont en accords avec les différentes résolutions de proche paroi calculées au sol et à la surface de l'obstacle et résumées dans le TAB.5.1. La dissipation par SVV sur la lunette arrière,  $x/h=-0,348$  (FIG.5.21e), apparaît 2,5 fois supérieure à celle obtenue sur le toit,  $x/h=-1,428$  (FIG.5.21f). Ce comportement reflète la présence d'une large gamme de fréquences spatiales mais surtout de petites échelles non résolues sur la lunette et par conséquent dissipées par le modèle. Sur le toit, en très proche paroi, *i.e* sur les deux premiers points de grille sur lesquels la SVV-NW est active, le taux de dissipation SVV est plus importante sans la correction de proche paroi, *cf* FIG.5.21e. Notons que ce comportement est cohérent avec les concepts énergétiques sur lesquels se base la méthodologie SVV-NW. *A contrario*, en dehors de la zone d'action de la SVV-NW, le taux de dissipation SVV devient supérieur à celui sans correction de proche paroi, du fait du niveau de turbulence plus élevé généré par la recirculation amont pour les simulations avec SVV-NW FIG.5.13b. Sur la lunette arrière, sur la hauteur de la couche limite, le taux de dissipation calculé par la SVV-NW est supérieur à celui obtenu sans correction de proche paroi, même dans la région où la SVV est relaxée. Les structures en fer à cheval présentes dans la couche de cisaillement, non captées par les simulations sans traitement de paroi sont responsables d'un niveau de turbulence plus élevé sur la lunette que le modèle doit prendre compte.

L'ensemble de ces résultats montre que l'analyse des taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente présente un grand intérêt dans le cadre de notre approche d'ordre élevée.

#### 5.4.6 Propriétés aérodynamiques

Dans cette Section nous présentons quelques unes des propriétés aérodynamiques de l'écoulement. Toutefois, comme nous l'avons vu pour l'écoulement autour du cylindre à section carré, la prédiction des coefficients aérodynamiques est étroitement liée à la résolution. Compte tenu des maillages en proche paroi considérés, nous pouvons nous attendre à surestimer ces quantités. Elles seront toutefois comparées à la fois aux résultats expérimentaux de référence de Lienhart *et al.* (2000) [74], d'Ahmed *et al.* (1984) [3] et nos résultats bas Reynolds,  $Re=8322$ , *cf* Section5.5.

Les travaux d'Ahmed *et al.* (1984) ayant montré que les forces de pression sur la lunette et la surface verticale arrière contribuaient à plus de 80% de la traînée totale, on ne présente en FIG.5.22 que les répartitions du  $C_p$  sur la partie arrière. Les confrontations avec les résultats expérimentaux de Lienhart *et al.* (2000) [74] permettent de comparer les zones tourbillonnaires s'y développant ainsi que leur intensité. On y retrouve les structures attendues sur la lunette comme sur la face arrière avec toutefois des intensités plus faibles dans nos résultats numériques. Sur la surface verticale arrière, la recirculation basse mise en évidence en Section5.4.1 semble plus importante, dans les résultats expérimentaux, que celle située juste au dessus. *A contrario*, dans les résultats SVV-LES la région de plus basse pression est associée à la recirculation haute. Cette cartographie du coefficient de pression expliquera par la suite les désaccords sur les propriétés aérodynamiques.

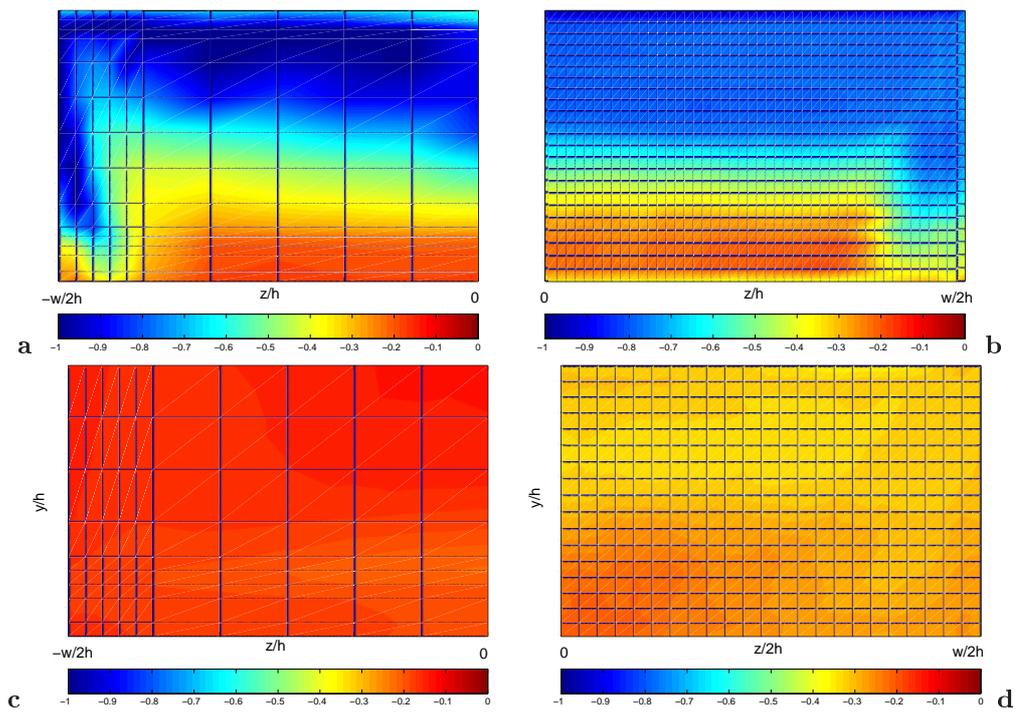


FIG. 5.22 – Coefficient de pression  $C_p = \frac{2(p-p_\infty)}{\rho U_\infty^2}$  sur les surfaces du corps d'A Ahmed pour l'écoulement à Reynolds  $Re=768000$ . Comparaison entre les résultats expérimentaux [74] et SVV-LES sur la lunette (a,b) et la surface arrière (c,d). On trace les coefficients de pression mesurés expérimentalement sur la moitié  $z < 0$  de la lunette et de la face arrière, les résultats SVV-LES sont eux tracés sur les parties symétriques  $z > 0$  comme indiqué en FIG.5.23.

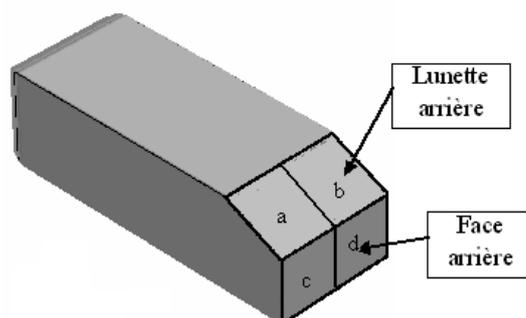


FIG. 5.23 – Schéma explicatif pour le tracé des coefficients de pression sur la lunette et la face arrière présenté en FIG.5.22.

Le TAB.5.5 donne les coefficients moyen de traînée totale,  $\langle C_{d_{tot}} \rangle$ , et la contribution des

TAB. 5.5 – Coefficients aérodynamiques, comparaisons avec les résultats expérimentaux d'Ahmed et al. (1984) [3].  $\langle C_{d_{tot}} \rangle$ ,  $\langle C_{d_{p_l}} \rangle$  et  $\langle C_{d_{p_a}} \rangle$  correspondent respectivement aux coefficients moyens de traînée totale de l'obstacle, de traînée due aux forces de pression sur la lunette et sur la face verticale arrière.

	$\langle C_{d_{tot}} \rangle$	$\langle C_{d_{p_l}} \rangle$	$\langle C_{d_{p_a}} \rangle$
<i>Exp.</i> [3]	0,298	0,145	0,077
<i>SVV - LES + NW</i> $Re=768000$	0,692	0,333	0,205
<i>SVV - LES + NW</i> $Re=8322$	0,645	0,325	0,184

forces de pression sur la lunette arrière,  $\langle C_{d_{p_l}} \rangle$ . Les quantités calculées à  $Re=768000$  sont comparées à celles obtenues à bas Reynolds  $Re=8322$  et à celles obtenues expérimentalement par Ahmed *et al.* [3]. Les coefficients  $\langle C_{d_{tot}} \rangle$  ont été calculés en intégrant le terme force dans les équations de Navier-Stokes pénalisées comme présenté en Section 3.5.2 et le coefficient  $\langle C_{d_{p_l}} \rangle$  en intégrant les forces de pression sur la lunette arrière. Les résultats sont largement surestimés. On remarquera toutefois que pour les résultats obtenus par SVV-LES à Reynolds  $Re=768000$ , la contribution de la lunette arrière est de l'ordre de 50% de la traînée totale comme pour les résultats expérimentaux. Aux vues des résultats obtenus sur le cylindre à section carré à Reynolds  $Re=8322$ , on pourra toutefois attendre de bien meilleures prédictions pour de plus fines résolutions.

Comme mentionné précédemment, les points de désaccord persistants avec les expériences sont en grande partie corrélés à la turbulence parasite générée par les décollements présents sur le fuselage avant de l'obstacle. Par la suite dans ce mémoire nous présenterons les différents tests effectués ayant pour but de modifier ces recirculations ou la turbulence qui en résulte.

#### 5.4.7 Influence du profil d'entrée

Alors que les résultats présentés jusqu'alors avaient été obtenus avec pour condition d'entrée un profil laminaire stationnaire, dans cette section nous allons présenter une série de simulations

réalisées à partir d'un précurseur généré comme décrit en Section 5.3.1. Nous verrons notamment comment la turbulence ainsi introduite influence l'écoulement sur le fuselage amont, plus particulièrement sur les zones de recirculation. Par soucis de coût de calcul, ces simulations n'ont été réalisées que sur la moitié du domaine précédemment décrit. L'entrée du canal restant positionnée à la distance  $L$  du nez de l'obstacle, la sortie est maintenant placée en  $x/h=-0,696$  au niveau de l'arrête séparatrice entre le toit et la lunette arrière. Dans la mesure où l'écoulement ne présente pas de recirculations au niveau de la sortie, la condition d'advection apparaît *a priori* bien appropriée, *i.e* sans influence sur l'écoulement amont. Dans cet esprit, chacun des quatre sous-domaines considéré est discrétisé comme précédemment, *i.e*  $N = \{41; 191; 340\}$ . La taille de la première maille à la paroi sur le toit est par conséquent inchangée.

On vérifie en premier lieu la richesse du spectre du profil d'entrée généré par le calcul précur-

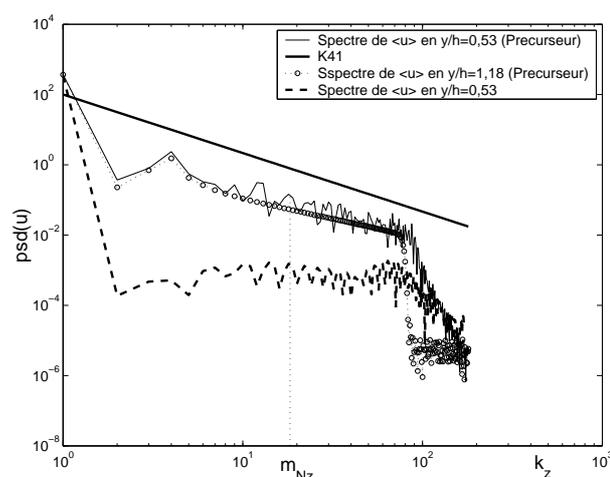


FIG. 5.24 – Densité de puissance spectrale suivant la direction homogène transverse  $z$  de la vitesse longitudinale  $u$  imposée à l'abscisse  $x = -7,22$  (correspondant au 5<sup>ème</sup> de grille dans la direction longitudinale). Comparaison des spectres obtenus pour les simulations avec/sans précurseur avec la théorie de Kolmogorov (K41). Pour le calcul précurseur, la vitesse  $u$  est moyennée sur la durée  $T=n.\Delta t$  d'enregistrement du précurseur et tracée à deux positions verticales  $y/h=0,53$  et  $y/h=1,18$ .

seur. Pour cela, nous avons tracé la densité spectrale de la vitesse longitudinale  $\langle u \rangle$  suivant la direction homogène  $z$  et à proximité immédiate du bord d'entrée, en FIG.5.24. Afin d'avoir une vue globale des spectres des  $n$  profils prélevés (*cf* Section 5.3.1), qui ont été par la suite injectés en boucle en entrée du tunnel, nous avons moyenné la composante longitudinale de la vitesse  $u$  sur ces  $n$  échantillons.

La simulation avec précurseur met donc en évidence une large gamme de fréquences spatiales pour la hauteur  $y/h=0,53$ , *cf* FIG.5.24. La décroissance spectrale relevée s'approche de celle attendue par la théorie de Kolmogorov (K41) dans le cadre idéal d'une turbulence homogène pleinement développée. *A contrario*, le spectre calculé à partir du profil analytique (5.1) ne retranscrit aucune corrélation spatiale physique dans cette direction homogène  $z$ .

Si le nouveau profil d'entrée apparaît plus riche en terme de corrélations spatio-temporelles, l'influence sur l'écoulement se développant sur le fuselage amont reste faible.

Dans le plan de symétrie  $z/h=0$ , la longueur de la bulle de recirculation est inchangée. La

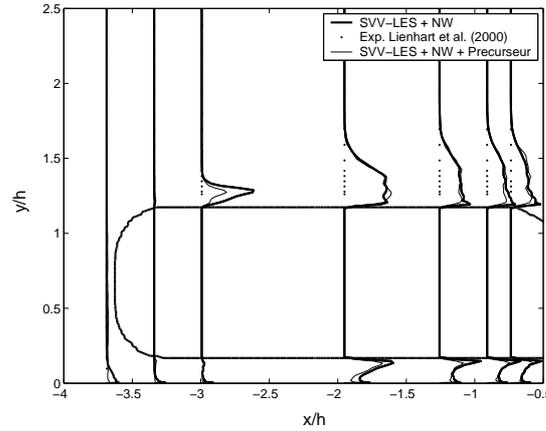


FIG. 5.25 – Comparaisons des profils de l'énergie cinétique turbulente  $k$  obtenus avec ou sans calcul précurseur dans le plan de symétrie  $z/h=0$ .

couche limite se développant sur le toit de l'obstacle est, aux vues des profils de  $k$  (FIG.5.25), moins turbulente que dans les simulations sans précurseur. Aucune conclusion ne peut cependant être avancée quant à l'influence du profil d'entrée sur l'écoulement apparaissant sur la lunette arrière.

L'analyse de l'écoulement sur les parois latérales montre un tout autre comportement. Les longueurs de recirculation mises en évidence par les comparaisons des lignes de courant dans le plan  $(O,x,z)$ ,  $y/h=0,714$ , FIG.5.26, apparaissent plus courtes pour les résultats obtenus avec le précurseur,  $l_r/h = 0,65$  contre  $l_r/h = 0,75$ . Le sillage turbulent résultant est alors de plus faible intensité comme le montrent les taux de dissipation SVV le long de la direction  $z$  en  $(x/h;y/h)=(-1,428;0,67)$ , FIG.5.27, qui sont plus faibles.

Alors que la turbulence générée par le précurseur agit directement sur les décollements latéraux, les effets sur le toit ne semblent pas déterminants. En effet, revenant à la FIG.5.24, si le spectre spatial mesuré dans la partie basse du canal ( $y/h=0,53$ ) nous apparaît très riche, à la hauteur du toit, en  $y/h=1,18$ , la densité spectrale met en évidence un amortissement des hautes fréquences. Il semble donc que la turbulence de couche limite, plus active au sol, ne soit pas suffisante pour modifier les caractéristiques de l'écoulement sur le toit. Ceci est cohérent avec le fait que les profils générés en entrée ne présentent pas les caractéristiques (intensité et localisation) de la turbulence mesurée expérimentalement. Une technique plus efficace de génération de profils d'entrée permettrait certainement une amélioration notable.

#### 5.4.8 Influence de la résolution sur la lunette

Grâce l'implémentation du mapping utilisé dans les travaux de Gauthier *et al.* (1996) [42], cf Section3.2.3, nous avons pu raffiner la grille dans la direction normale à la paroi sur le toit et la lunette arrière. Sans modifier le nombre de points dans les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ , *i.e*  $N=\{41; 191; 340\}$  dans chaque sous-domaine, cette transformation de coordonnées permet de trouver en fin de toit le premier point de grille à une distance de la paroi de l'ordre de  $\Delta y^+ \approx 70$ , cf FIG.5.28.

Dans cette Section, nous présentons l'analyse les statistiques de la turbulence obtenus dans

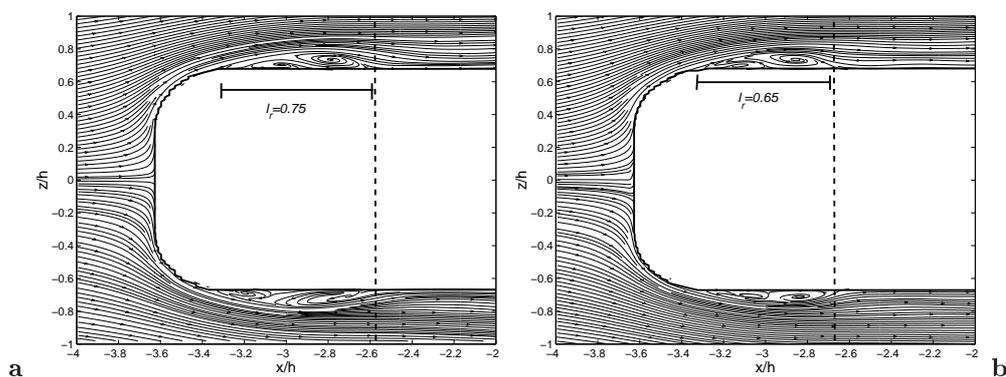


FIG. 5.26 – Comparaison des lignes de courant bi-dimensionnelles calculées à partir du champ moyen de vitesse  $\langle u \rangle, \langle w \rangle$  dans le plan  $(O, x, z)$ ,  $y/h=0,714$  : lignes de courant calculées à partir des résultats obtenus avec le profil d'entrée analytique (5.1), (a) et à partir du précurseur, (b).

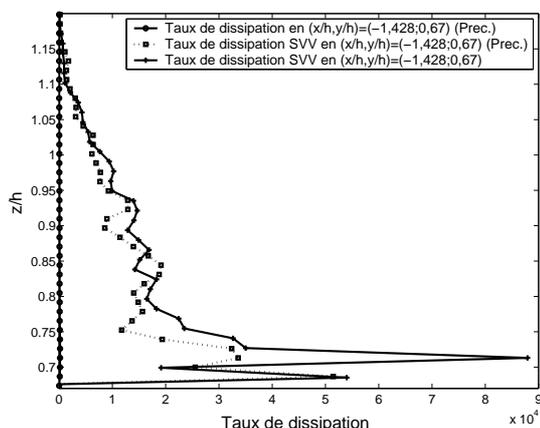


FIG. 5.27 – Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente  $\epsilon$  le long de la direction transverse  $z$  en  $(x/h, y/h) = (-1, 428; 0, 67)$ . Comparaison des taux de dissipation SVV entre simulations avec profil laminaire stationnaire et avec précurseur.

les plans de symétrie  $z/h=0$  et décalé  $z/h=0,347$  avec traitement local de proche paroi. Des comparaisons qualitatives avec les expériences de référence de Lienhart *et al.* (2000) [74] et nos précédents résultats SVV-LES corrigés en proche paroi sont également présentées. Par soucis de clarté, les résultats SVV-LES avec SVV-NW sont nommés SVV-LES1 et ceux obtenus avec la nouvelle transformation de coordonnées (également avec SVV-NW) SVV-LES2.

Sur le fuselage amont du corps, les résultats SVV-LES1 et SVV-LES2 montrent une zone de recirculation de même longueur ( $l_r/h \approx 0,7$ ). Plus loin sur le toit la couche limite qui se développe apparaît plus fine,  $\delta/h \approx 5 \cdot 10^{-2}$ , grâce à la résolution plus adaptée dans cette zone de l'écoulement, *cf* FIG.5.29a. La topologie et les caractéristiques de la couche limite sont par ailleurs globalement différentes.

Dans le plan de symétrie, le fluide se sépare de la paroi dès le début de la lunette et s'y raccroche à

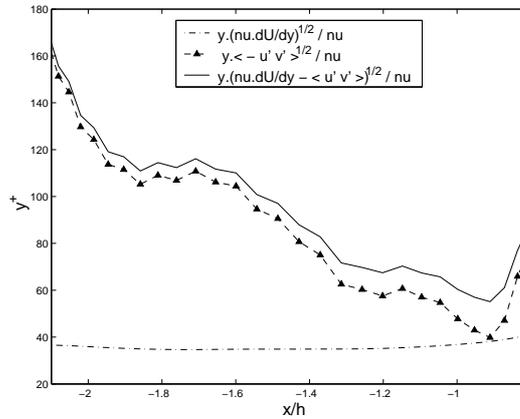


FIG. 5.28 – Variation de la distance,  $y^+$ , exprimée en unité de paroi, du premier point de grille au toit du corps d'A Ahmed à  $Re=768000$ ,  $y^+ = u_\tau \cdot y / \nu$ .

l'abscisse  $x/h=-0,35$  pour SVV-LES2 contre  $x/h=-0,25$ . Cette longueur de recirculation partielle apparaît en meilleur accord avec les expériences de Lienhart *et al.* (2000) [74]. Si les résultats sont améliorés en proche paroi en début de lunette, derrière la recirculation partielle, la vitesse longitudinale  $\langle u \rangle$  est sur-estimée, FIG.5.29a. En dehors de la couche limite, la sous-estimation des profils de vitesse longitudinale observée avec SVV-LES1 se trouve accentuée. Ici encore ce comportement peut être corrélé à la recirculation amont. En effet, dans le plan décalé  $z/h=0,347$ , où le sillage turbulent de la bulle de recirculation amont n'a plus d'influence, les profils de vitesse longitudinale se comparent bien aux expériences de référence [74] sur la lunette par SVV-LES2. Globalement, les profils d'énergie cinétique turbulente présentent les mêmes caractéristiques pour les deux simulations. Toutefois, la turbulence apparaît, pour les résultats SVV-LES2, située majoritairement dans la première moitié de la lunette arrière. En effet, 35% de la production totale d'énergie turbulente est localisée dans cette zone. Pour les résultats SVV-LES1, 30% de la turbulence était produite dans la partie amont de la lunette, contre 45% pour les expériences de référence. La localisation du maximum de  $k$  est ainsi déplacé en amont sur la lunette, cf FIG.5.29b. La formation des structures en *fer à cheval* présentes dans la couche de cisaillement et responsables de ce niveau de turbulence, semble donc mieux décrite pour cette résolution. Si les résultats par les simulations SVV-LES2, sont en meilleur accord avec les résultats expérimentaux de Lienhart *et al.* (2000) [74] quant à la description de la couche limite se développant sur la première moitié de la lunette, derrière la recirculation partielle les prédictions sont étonnamment moins satisfaisantes (FIG.5.29). Pour expliquer ce comportement nous pouvons avancer le problème de résolution sous le corps. En effet, si le mapping utilisé resserre les points de grille autour du toit et de la lunette, ceci se fait au détriment de la région située sous le corps. Ainsi la couche limite se développant sous le corps est moins bien décrite, FIG.5.29b, et le débit s'écoulant sous l'obstacle apparaît plus faible de près de 15%, cf FIG5.30. On peut suspecter que la physique prédite par les simulations SVV-LES2 dans cette zone de l'écoulement ait des répercussions sur la partie supérieure de l'écoulement.

Dans le plan décalé  $z/h=0,347$ , les mêmes caractéristiques de couche limite et les mêmes conclusions peuvent être mises en évidence après analyse des profils de vitesse  $\langle u \rangle$  et d'énergie

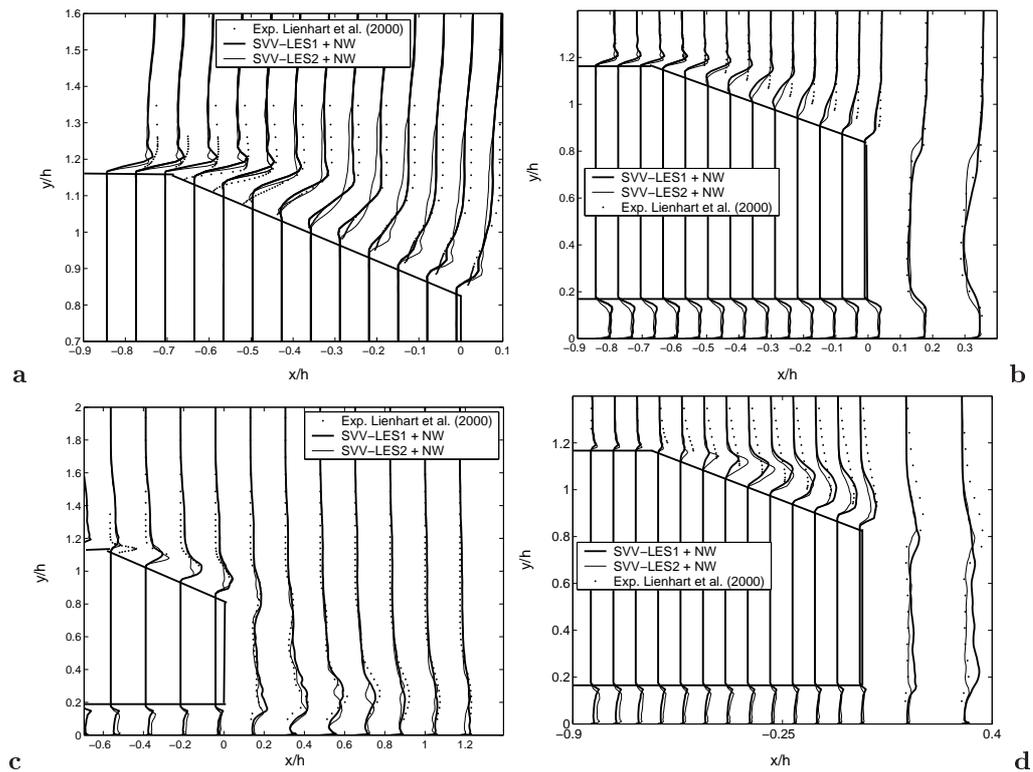


FIG. 5.29 – Statistiques de la turbulence sur la lunette arrière dans les plans de symétrie  $z/h=0$ , (a,c) et décalé  $z/h=0,347$ , (b,d). Profils de la vitesse longitudinale  $\langle u \rangle$ , (a,b) et de l'énergie cinétique turbulente  $k$ , (c,d). Les résultats SVV-NW présentés précédemment sont nommés SVV-LES1 et ceux obtenus avec la transformation de coordonnées, SVV-LES2.

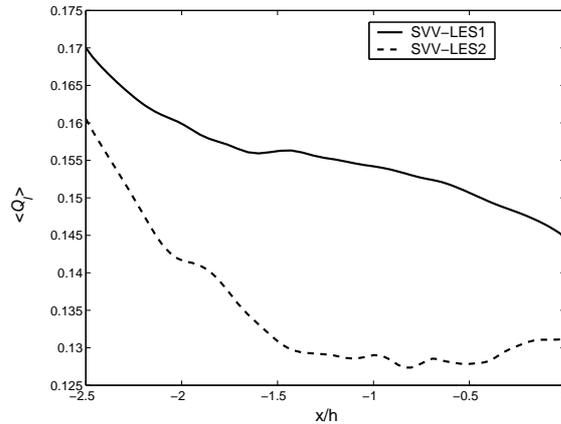


FIG. 5.30 – Evolution du débit linéique moyen suivant  $y$ ,  $\langle Q_1 \rangle$ , sous le corps d'Ahmed le long de la direction longitudinale et en  $z/h=0$ . Comparaison des débits calculés à partir des simulations SVV-LES1 et SVV-LES2.

cinétique turbulent  $\kappa$ , cf FIG.5.29b et d. Bien que l'échantillonnage expérimental ne permette pas une description fine de la couche limite, les résultats SVV-LES2 semble toutefois globalement en meilleur accord.

En conclusion, le mapping utilisé dans cette Section, resserrant le maillage sur le toit et la lunette au détriment de la partie basse du canal, ne nous a pas véritablement permis d'améliorer description des statistiques de la turbulence. Un degré d'approximation supérieur est donc nécessaire pour raffiner la grille dans cette zone de proche paroi.

## 5.5 Influence du nombre de Reynolds : Etude à $Re=8322$

Dans cette Section nous nous intéressons à l'influence du nombre de Reynolds sur l'écoulement. La discrétisation spatiale utilisée pour l'écoulement à plus haut Reynolds a été conservée ce qui nous assure une meilleure résolution des couches limites. Les résultats que nous présentons ont été obtenus par la méthodologie SVV-LES avec correction de proche paroi (SVV-NW) et sans filtrage de la fonction caractéristique de l'obstacle, pour la configuration sous-critique  $\alpha = 25^\circ$  à  $Re=8322$ , conformément aux expériences de Spohn et Gilliéron (2002) [127]. On donne des comparaisons qualitatives avec les résultats expérimentaux [127] avant de présenter par la suite, des comparaisons plus quantitatives avec nos résultats à  $Re=768000$ .

Les résultats ont montré qu'il n'y avait pas de différences significatives entre les deux écoulements malgré les deux ordres de grandeur séparant les deux Reynolds d'étude, ce qui suppose que l'écoulement est principalement gouverné par la géométrie.

### 5.5.1 Structure de l'écoulement

Globalement la topologie de l'écoulement à  $Re=8322$  est très proche de celle obtenue à haut Reynolds ( $Re=768000$ ). Nous ne présentons en conséquence que les différences notables entre

ces deux configurations.

Sur le fuselage avant du corps, le fluide se sépare de la paroi dès le début du toit (cf FIG.5.31a) en  $x/h=-3,3$  et s'y raccroche en  $x/h=-2,35$  contre  $x/h=-2,6$ . Des recirculations identiques sont également présentes sur les surfaces latérales du corps mais non observables en FIG.5.31. Ces

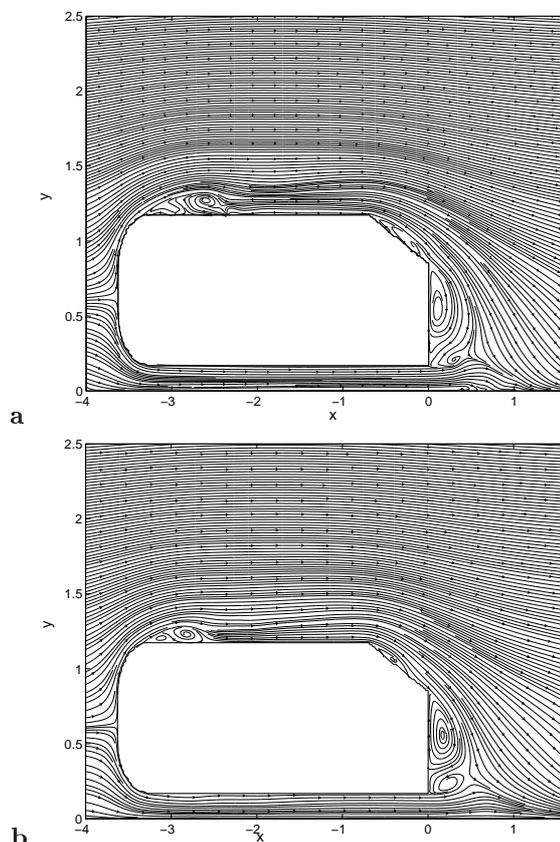


FIG. 5.31 – Lignes de courant bi-dimensionnelles calculées à partir du champ moyen  $\langle u \rangle, \langle v \rangle$  autour du corps d’Ahmed dans le plan de symétrie  $z/h=0$  à Reynolds  $Re=8322$ , (a) et  $Re=768000$ , (b).

zones de recirculations laminaires sur le fuselage avant de l’obstacle pulsent à une fréquence caractéristique  $St=0,25$ , FIG.5.32a. Elles donnent lieu à des détachements tourbillonnaires de structures parallèles à la direction transverse  $z$ , de type Kelvin-Helmoltz et de fréquence caractéristique supérieure d’un ordre de grandeur à celle de la bulle de recirculation, FIG.5.33b, comme mentionné dans les expériences de Spohn et Gilliéron (2002) [127]. Ces structures connaissent rapidement une transition vers un régime turbulent mis en évidence par les iso-surfaces de pression instantanée et par leurs fluctuations, FIG.5.33a et b.

Cette topologie a déjà été observée expérimentalement par Spohn et Gilliéron [127]. Elle correspond également à ce que nous avons décrit pour les résultats obtenus à  $Re=768000$ . Toutefois, comme attendu avec l’accroissement relatif de la viscosité, les zones de recirculations sont plus étendues dans les directions longitudinale,  $x$ , et verticale  $y$ . Sur le toit, la bulle de recirculation s’étend sur une longueur  $l_r/h = 0,95$  pour  $l_r/h = 0,7$  à  $Re=768000$  (cf Section 5.4.1). Derrière

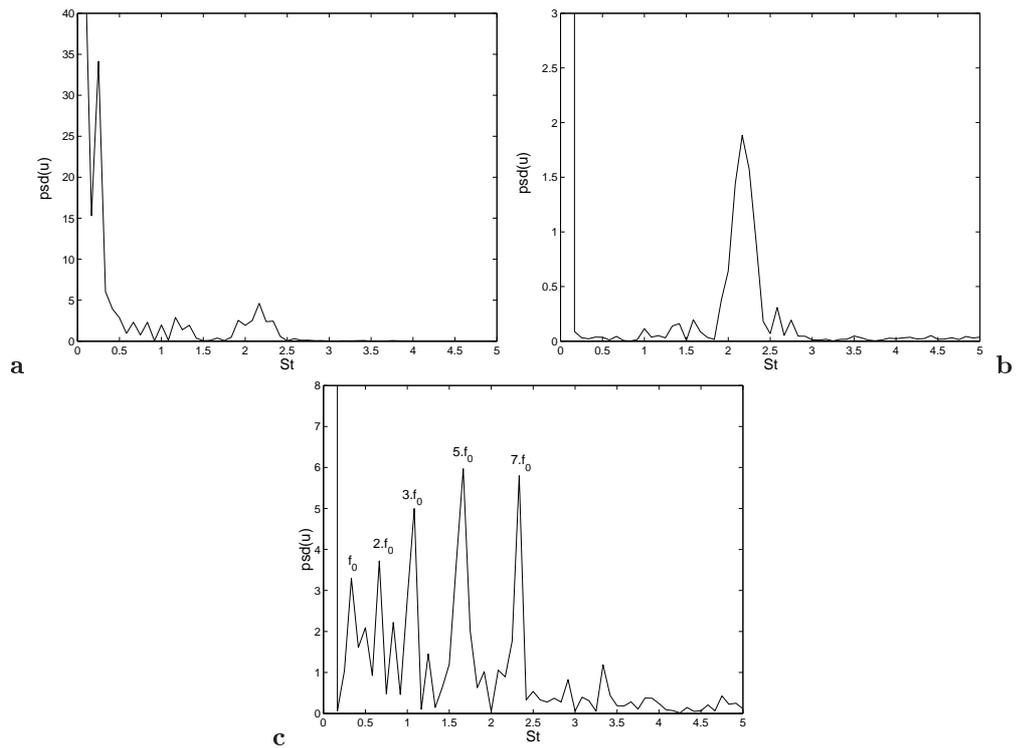


FIG. 5.32 – Densité de puissance spectrale des variations temporelles de la vitesse longitudinale  $u$  à différentes positions autour du corps d'A Ahmed pour l'écoulement à  $Re=8322$ , sur le toit respectivement en  $(x/h=-2,89; y/h=1,24; z/h=0)$  et  $(x/h=-2,89; y/h=1,4; z/h=0)$ , (a,b), et sur la lunette arrière en  $(x/h=-0,348; y/h=1,15; z/h=0)$ , (c).

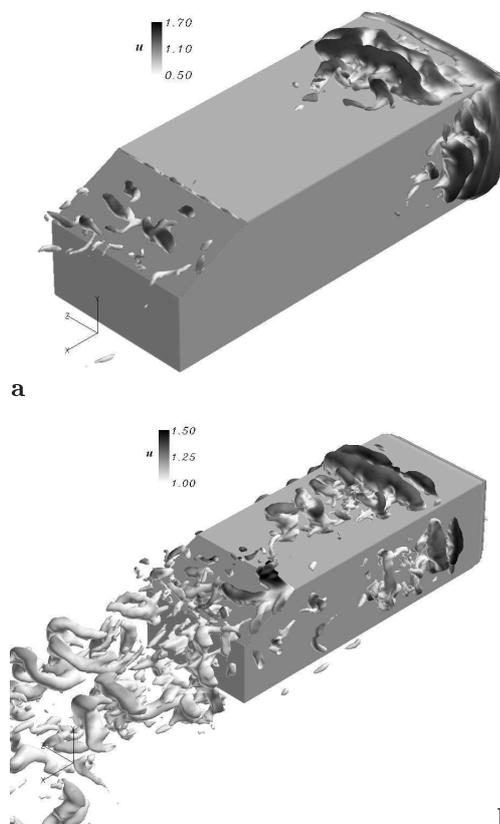


FIG. 5.33 – Iso-surfaces de la pression instantanée  $p$ , (a), et des fluctuations de pression  $p' = p - \langle p \rangle$ , (b), colorées par le champ de vitesse longitudinale instantanée  $u$  pour l'écoulement autour du corps d'Ahed à  $Re=8322$ .

ces recirculations, un sillage turbulent se développe sur le toit et la lunette.

En début de lunette arrière, le fluide se sépare partiellement de la paroi, comme à  $Re=768000$ , mais ne se réattache que plus loin, cf FIG.5.31a et b. La topologie de cette recirculation partielle apparaît également inhomogène dans la direction transverse  $z$ , FIG.5.33a, comme également observé par Spohn et Gilliéron (2002)[127] ou dans nos calculs à  $Re=768000$ . Le détachement tourbillonnaire naissant de la juxtaposition de la recirculation et du champ de vitesse externe génère des structures parallèles, advectées à la fréquence  $St=f_0=0,33$  (cf 5.32c), et également modifiées par l'inhomogénéité de la bulle (cf FIG.5.33a). Les fréquences retrouvées dans le spectre temporel de la vitesse longitudinale  $u$  correspondent à des harmoniques de la fréquence caractéristique  $f_0$ . On peut noter par ailleurs que ces structures tourbillonnaires semblent moins déformées qu'à haut Reynolds, FIG.5.10d, du moins sur la lunette arrière.

Les tourbillons de traînée prenant naissance aux coins supérieurs de la lunette et se développant loin dans le sillage de l'obstacle sont structurellement identiques à ceux observés à haut Reynolds, FIG.5.34, seule leur intensité semble plus faible. Les structures hélicoïdales, déjà observées à haut Reynolds, qui s'enroulent autour des vortex de traînée apparaissent toutefois plus nettement à

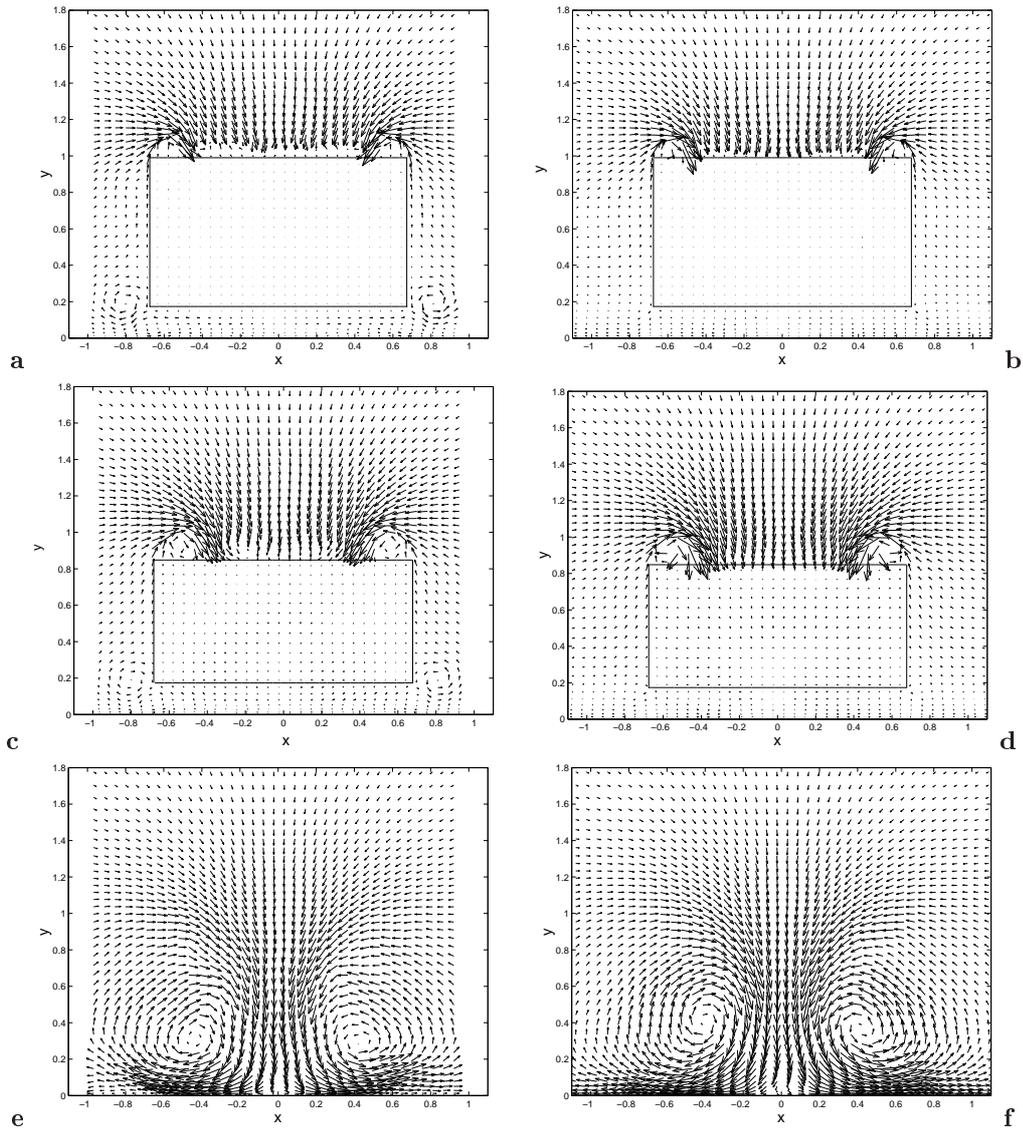


FIG. 5.34 – Champs de vitesse moyen dans les plans  $(y,z)$  dans le sillage du corps d'Ahed : Comparaisons des résultats obtenus à Reynolds  $Re=8322$ , (a,c,e) et à  $Re=768000$  (b,d,f), et mesurés aux abscisses  $x/h=-0,31$  (a,b),  $x/h=0$  (c,d) et  $x/h=1,34$  (e,f).

bas Reynolds, FIG.5.33b.

Dans la partie basse de l'écoulement, de structures tourbillonnaires intenses se développent tout le long de l'obstacle jusque dans le sillage, cf FIG.5.35a. A haut Reynolds ces structures apparaissent déjà mais avec une intensité moins importante, FIG.5.35b et FIG.5.34c et d, disparaissant rapidement. Si ces vortex semblent être présents dans les travaux de Lienhart *et al.*(2000) [74] ils ne sont pas mentionnés par Spohn et Gilliéron (2002) [127]. Toutefois, Krajnovic et Davidson (2001) [69] les ont également obtenus par approche LES pour l'écoulement autour d'un modèle

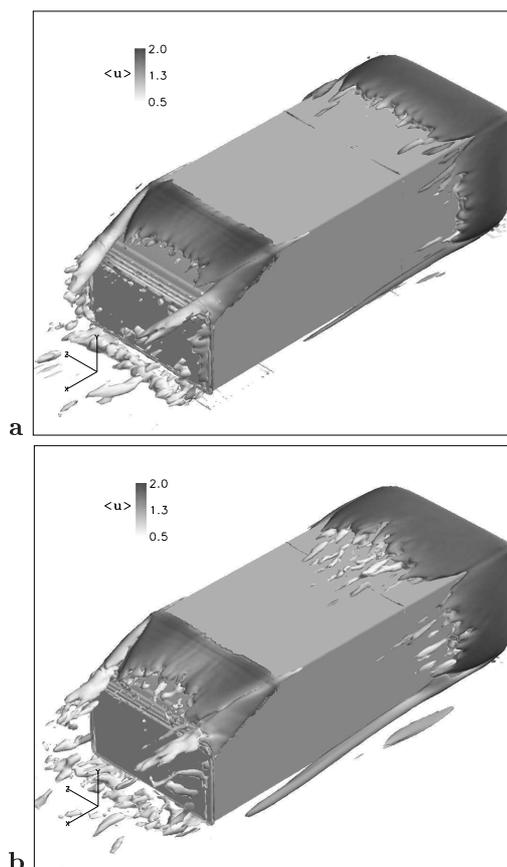


FIG. 5.35 – Iso-surfaces du critère  $Q$  moyen colorées par la vitesse longitudinale moyenne  $\langle u \rangle$  autour du corps d’Ahmed respectivement à  $Re=768000$ , (a) et  $Re=8322$ , (b).  $Q$  est défini tel que  $Q = \frac{1}{2}(\langle \Omega \rangle : \langle \Omega \rangle - \langle S \rangle : \langle S \rangle)$ , où  $S$  est la partie symétrique de  $\nabla \mathbf{u}$  et  $\Omega$  sa part anti-symétrique.

de train à  $Re=200000$ .

Dans le proche sillage de l’obstacle, les deux structures contra-rotatives observables dans le plan de symétrie  $z/h=0$ , cf FIG.5.31a, s’étendent sur la même longueur de recirculation ( $l_r/h \simeq 0,6$ ) qu’à  $Re=768000$ . On peut toutefois noter que la recirculation basse est de plus faible intensité, comportement certainement lié à la couche limite plus épaisse se développant sous le corps.

### 5.5.2 Statistiques de la turbulence dans le plan de symétrie

Dans cette Section nous présentons les quantités moyennes dans le plan de symétrie  $z/h=0$  à différentes abscisses  $x$  le long de la lunette arrière et dans le sillage proche. Nous incluons par ailleurs quelques profils de l’énergie cinétique turbulente  $k$  tracés autour de l’obstacle.

Dès le début du toit, la transition laminaire/turbulent apparaît avec la recirculation amont comme le montrent les profils de  $k$  en FIG.5.36a. Le phénomène de recirculation génère un sillage turbulent dont l’épaisseur augmente le long du toit, cf FIG.5.36a. Cette tendance est moins prononcée à haut Reynolds. En proche paroi, une couche limite turbulente de même épais-

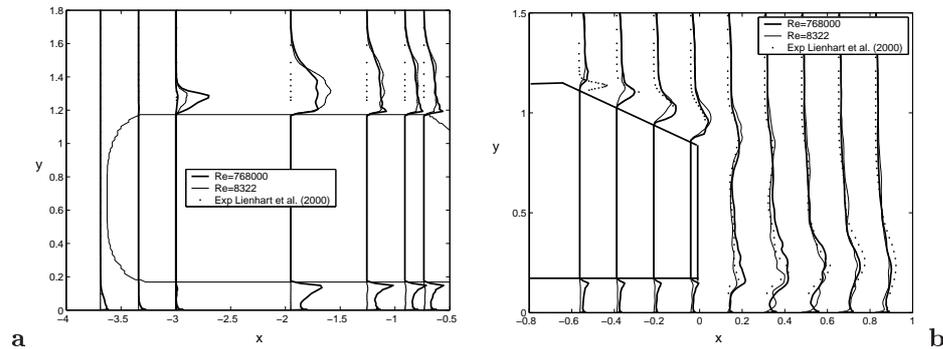


FIG. 5.36 – Profils de l'énergie cinétique turbulente  $k$  dans le plan de symétrie  $z/h = 0$  autour du corps d'A Ahmed à  $Re=8322$  sur le fuselage avant et le toit, (a) et sur la lunette arrière et dans le proche sillage (b).

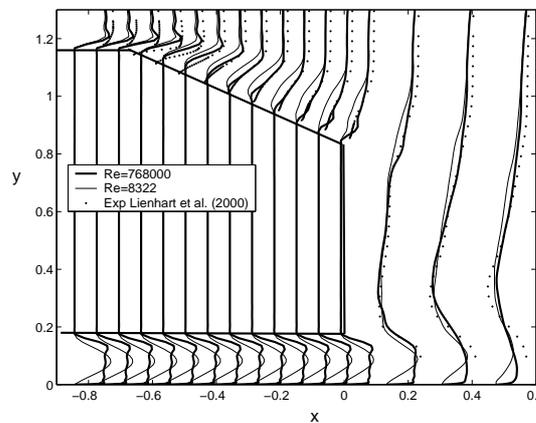


FIG. 5.37 – Profils de la vitesse longitudinale moyenne  $\langle u \rangle$  sur lunette arrière et dans le proche sillage.

seur que pour l'écoulement à  $Re=768000$  se développe cependant avec une intensité turbulente  $k$  plus faible, cf FIG.5.36a.

Au niveau de la lunette arrière, l'écoulement se sépare partiellement de la paroi à cause de l'incidence de la lunette, l'épaisseur de la zone décollée restant proche de celle obtenue à  $Re=768000$ , cf FIG.5.37. Le fluide ne réattache qu'en fin de lunette arrière ( $x/h \simeq -0.08$ ), *i.e* plus loin qu'à haut Reynolds. Cette recirculation étant plus étendue, la production de turbulence est déplacée en aval, dans la seconde moitié de la lunette, FIG.5.36b. Plus précisément, dans le plan de symétrie  $z/h=0$ , seulement 15% de l'énergie cinétique turbulente est produite dans la zone décollée sur la première moitié de la lunette, pour 45% dans les expériences de Lienhart *et al.* (2000) [74] et 30% par nos calculs haut Reynolds, cf Section 5.4.2.

Sous l'obstacle, la couche limite se développant est beaucoup plus épaisse, comme attendu pour le nombre de Reynolds considéré. La transition laminaire/turbulente apparaît plus loin ( $x \approx -1,5$ ) que sur le toit, FIG.5.36a. *A Contrario*, à  $Re=768000$ , la couche limite se développant au sol se déstabilise plus rapidement et affiche un niveau de turbulence bien plus élevé.

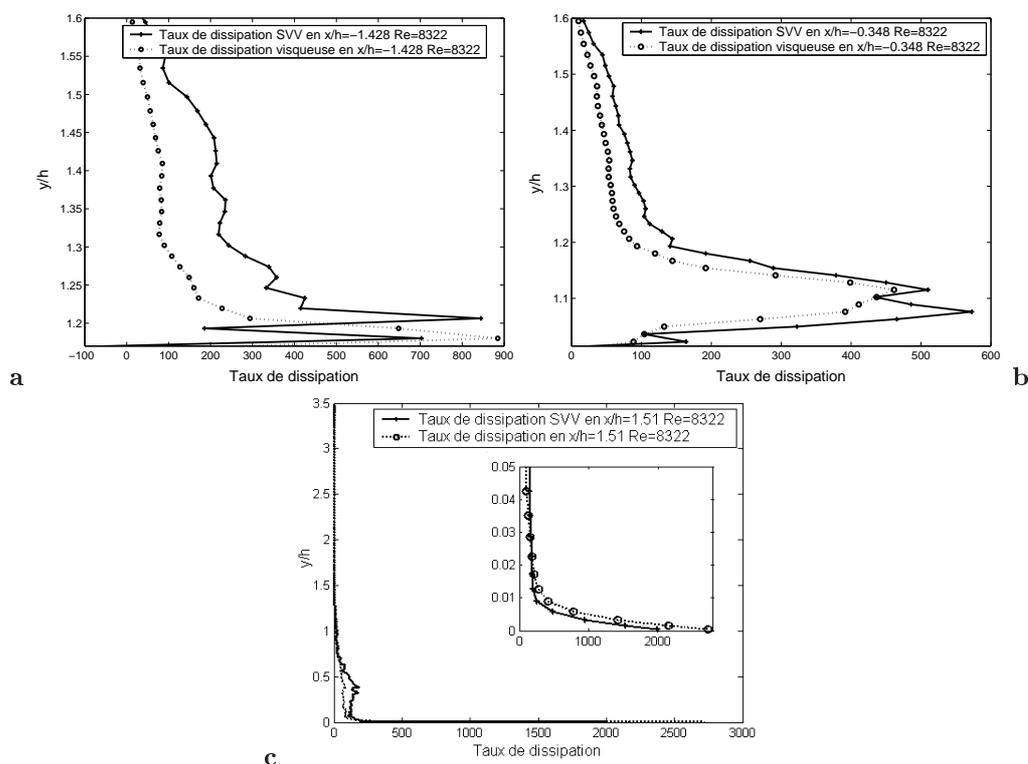


FIG. 5.38 – Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente autour du corps d'Ahed et dans son sillage : (a) Taux de dissipation visqueuse et SVV sur le toit en  $x/h = -1,428$  et dans le plan de symétrie  $z/h = 0$ , (b) Taux de dissipation visqueuse et SVV sur la lunette en  $x/h = -0,348$  et dans le plan de symétrie  $z/h = 0$ , (c) Taux de dissipation visqueuse et SVV dans le plan de symétrie dans le sillage et en proche paroi en  $x/h = 1,51$ .

### 5.5.3 Taux de dissipation

Dans l'étude à haut Reynolds (Section 5.4.5) l'analyse des taux de dissipation s'est avérée être d'une grande utilité, tant au niveau de l'interprétation physique que sur la vérification de la résolution de notre maillage. Dans cette Section nous présentons les taux de dissipation visqueux et de sous maille et les comparons par la suite à ceux obtenus à  $Re = 768000$ .

Autour de l'obstacle, sur le toit comme sur la lunette, cf FIG. 5.38a et b, la dissipation SVV est globalement du même ordre de grandeur que la dissipation visqueuse. Elle ne s'annule pas en proche paroi, puisque la couche limite n'est pas résolue cf TAB. 5.2. Sur le toit elle est plus faible que la contribution visqueuse tandis que sur la lunette arrière elle apparaît légèrement supérieure. Ce comportement peut être relié au développement des structures de plus petites échelles sur la lunette arrière mentionnées également par Krajnovic et Davidson (2005) [68], qui doivent être pris en compte par la dissipation SVV. On peut remarquer que les résultats à Reynolds  $Re = 768000$  (FIG. 5.21), non présentés en FIG. 5.38, donnent des taux de dissipation SVV supérieurs de trois ordres de grandeur aux taux de dissipation visqueuse pour le même Reynolds. Dans le sillage, en  $x/h = 1,51$ , le comportement global reste inchangé, dissipation visqueuse et SVV étant du même ordre de grandeur. En proche paroi, grâce à la résolution de la grille de Gauss-Lobatto, la contribution visqueuse est d'un tiers plus importante que la dissipation SVV,

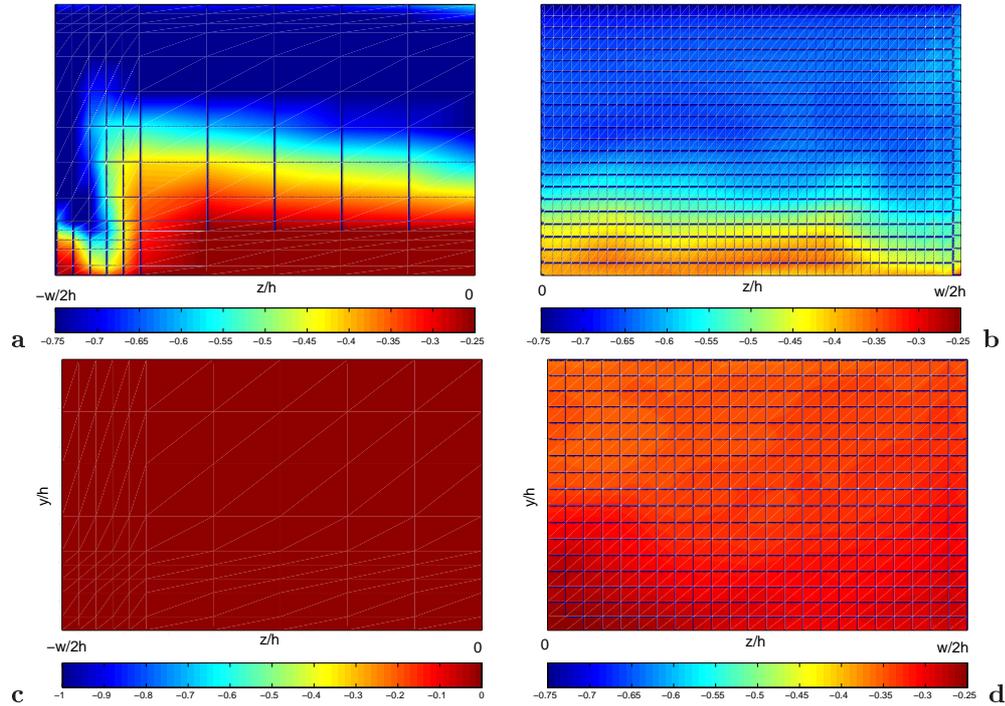


FIG. 5.39 – Coefficient de pression  $C_p = \frac{2(p-p_\infty)}{\rho U_\infty^2}$  sur les surfaces du corps d'Ahed pour l'écoulement à Reynolds  $Re=8322$ . Comparaison entre les résultats expérimentaux [74] à  $Re=768000$  et SVV-LES sur la lunette (a,b) et la surface arrière (c,d). On a tracé les coefficients de pression mesurés expérimentalement sur la moitié  $z < 0$  de la lunette et de la face arrière et les résultats SVV-LES la partie symétrique  $z > 0$ , cf FIG.5.23.

cf FIG.5.38c.

Comme nous pouvions le pressentir, à maillage égal, la contribution du modèle SVV dans cette application à faible Reynolds est bien moins important qu'à haut Reynolds. Par ailleurs, aux vues des résultats obtenus sur le cylindre à section carrée (Section 4.5.2) pour une résolution comparable, on peut s'attendre obtenir de meilleures prédictions quant aux propriétés aérodynamiques pour cet écoulement à bas Reynolds  $Re=8322$ .

#### 5.5.4 Propriétés aérodynamiques

Comme pour l'écoulement à haut nombre de Reynolds, cf Section 5.4.6, l'analyse des propriétés aérodynamiques se résume ici à la cartographie des coefficients de pression (FIG.5.39),  $C_p$ , sur la lunette et face verticale arrière, et à leurs répercussions sur les coefficients aérodynamiques globaux et locaux (TAB.5.5). Des comparaisons avec les résultats expérimentaux d'Ahmed *et al.* (1984) [3] et de Lienhart *et al.* (2000) [74], obtenus à haut Reynolds sont également données à titre indicatif.

Les faibles valeurs du coefficient de pression sur la lunette arrière, cf FIG.5.39b, mettent en évidence les zones de recirculation. Si pour l'écoulement à  $Re=768000$ , les tourbillons de traînée prenant naissance aux coins supérieurs de la lunette étaient bien distincts, à bas Reynolds il

apparaît difficile de les distinguer de la bulle de recirculation partielle. Ce phénomène pourrait résulter du fait que l'écoulement externe ne confine pas ces structures tourbillonnaires contre la lunette. En effet, les champs de vitesse de la FIG.5.34c et d semblent indiquer que les coeurs des tourbillons se développant à bas Reynolds sont situés plus haut sur la lunette. Ces derniers étant de plus faible intensité, les coefficients de pression sur la paroi ne les mettent pas en évidence. Les coefficients aérodynamiques à bas Reynolds sont reportés avec ceux obtenus à  $Re=768000$  dans le TAB.5.5 en Section 5.4.6. Si à plus haut nombre de Reynolds la résolution autour de l'obstacle ne permettait pas une bonne prédiction de ces quantités, ici à  $Re=8322$ , on s'attend à trouver de bien meilleurs résultats. Les travaux de Spohn et Gilliéron (2002) [127] ne fournissent malheureusement aucune valeur des coefficients de traînée et de pression.

Si le coefficient de traînée total,  $\langle C_d \rangle = 0,645$ , apparaît encore élevé aucune donnée de la littérature ne nous permet de comparer ce résultat. Rappelons qu'à  $Re=768000$  la majeure partie de la traînée est due aux contributions des forces de pression sur la partie arrière de l'obstacle, cf Ahmed *et al.* (1984) [3]. Dans cette étude à  $Re=8322$ , 50% de la traînée totale,  $\langle C_{d_{p_i}} \rangle = 0,325$ , résulte des forces de pression sur la lunette et 30%,  $\langle C_{d_{p_a}} \rangle = 0,184$ , de la partie arrière de l'obstacle. Cette balance, *i.e* contributions de la lunette et de la face arrière, dans le bilan de la traînée totale correspond toutefois à celle mise en évidence à haut Reynolds [3].

## 5.6 Remarques finales sur l'écoulement autour du corps d'Ahmed

Pour la configuration du benchmark [55, 82], la topologie de l'écoulement mise en évidence par Ahmed *et al.* (1984) [3] puis confirmée par Lienhart *et al.* (2000) [74] est bien retrouvée. La correction de paroi (SVV-NW) a notamment permis de capter des structures en *fer à cheval* sur la lunette, caractéristiques des couches de cisaillement et déjà observées dans d'autres travaux numériques [68, 83, 38]. L'analyse des statistiques de la turbulence a montré un bon accord avec les résultats de référence [74]. Les discordances mises en évidence ont été attribuées à la turbulence générée par les recirculations sur le fuselage amont. Les coefficients aérodynamiques calculées sur la partie arrière de l'obstacle ont globalement retrouvé les tendances révélées par Ahmed *et al.* [3]. Toutefois, quantitativement, ils surestiment de manière significative les valeurs expérimentales. Bien que nous n'ayons pas d'interprétation claire de ce problème, on peut suspecter le manque de résolution et la sensibilité de la méthode de pénalisation au pas de discrétisation spatial en proche paroi.

En raison d'un manque de données dans la littérature, le problème des décollements amonts restent une question ouverte. Différents tests ont été effectués afin de décrire au mieux l'écoulement sur le fuselage avant. Les résultats obtenus en utilisant une simulation précurseur pour générer un profil d'entrée turbulent ont montré que l'on pouvait agir sur la taille de ces décollements et sur le niveau de turbulence. Par ailleurs, l'utilisation d'une transformation de coordonnées nous a permis, pour un nombre de points donné, de resserrer le maillage dans la direction normale au toit et sur la lunette au détriment d'autres régions de l'écoulement. Les résultats ainsi obtenus ont notamment mis en évidence la nécessité de bien décrire l'écoulement sur l'obstacle pour espérer prédire correctement l'écoulement sur la lunette.

Une étude sur la sensibilité de l'écoulement au nombre de Reynolds a été réalisée avec le même maillage à  $Re=8322$  comme dans les travaux expérimentaux de Spohn et Gilliéron (2002) [127]. La topologie de l'écoulement a été retrouvée et plus particulièrement, le décollement sur la lunette est apparu scindé en deux bulles de recirculations. Les comparaisons des statistiques de la turbulence ont montré une faible influence du nombre Reynolds. Comme attendu les recirculations

sont toutefois apparues plus importantes. Deux structures tourbillonnaires se développant dans la partie basse de l'écoulement, le long du corps apparaissent nettement pour cette configuration. Les répartitions et la balance entre les forces de pression sur les parties arrières de l'obstacle sont elles identiques à celles mises en évidence par les études à plus haut Reynolds malgré une traînée plus forte en accord avec la taille des zones de recirculation. Finalement, l'hypothèse avancée par Krajnovic et Davidson (2005) [68] a été vérifiée : l'écoulement autour du corps d'Ahmed est plus sensible à la géométrie ( $\alpha$ ) qu'à la viscosité ( $Re$ ).

---

---

## Chapitre 6

# Conclusion

Ce travail est dédié à la Simulation des Grandes Echelles (LES) d'écoulements turbulents autour de géométries complexes au moyen d'une méthode d'ordre élevé basée sur une approximation spectrale de la solution.

Le code de calcul développé depuis plusieurs années à Nice a été adapté à la simulation de l'écoulement autour du corps d'Ahmed, qui constitue un des modèles de référence de l'industrie automobile. La principale difficulté que nous avons rencontrée a été la sous-résolution de la couche limite autour du corps. Cette sous-résolution est en partie due aux Reynolds élevés considérés, à la technique de pénalisation mais aussi à la distribution de points de Gauss-Lobatto.

Ainsi, afin de capter au mieux la production d'énergie cinétique turbulente, déterminante dans cette région de l'écoulement, nous avons introduit une correction du modèle LES en proche paroi qui permet une relaxation locale des paramètres SVV (SVV-NW). L'apport de ce traitement a d'abord été validé puis quantifié sur un cas test très bien documenté de la littérature, l'écoulement autour du cylindre à section carrée à  $Re=21400$ . Les résultats obtenus nous ont encouragés à l'appliquer par la suite au cas du corps d'Ahmed.

Les résultats obtenus pour l'écoulement autour du cylindre à section carrée ont permis de retrouver les structures caractéristiques de l'écoulement. Dans les couches cisailées, se développant au dessus des parois supérieure et inférieure du cylindre, prennent naissance des tourbillons de type Kelvin-Helmholtz qui alimentent par le scénario décrit par Gerrard (1966) [44] (cf Section 4.1.2) le lâché tourbillonnaire dans le sillage. Des structures similaires mais de vorticités transverse de signe opposé ont été mises en évidence dans les bulles de recirculation sur le cylindre, migrant du coin en aval vers l'amont, avant d'être aspirées par la couche de cisaillement. Ces observations apparaissent conformes à celles obtenues expérimentalement et numériquement par Brun *et al.* (2008) [16] à plus bas Reynolds. Derrière l'obstacle, les structures primaires quasi-bidimensionnelles, naissant du détachement tourbillonnaire, sont reliées entre elles par des couches cisailées où siège une forte production de turbulence et, dans lesquelles se développent des structures longitudinales de plus petites échelles. Ces tourbillons secondaires exhibent une longueur d'onde dans la direction homogène  $z$  de l'ordre de  $\lambda_z \approx D$ , comme décrit dans les expériences à plus bas Reynolds de Luo *et al.* (2007) [78]. Ponctuellement, ces tourbillons longitudinaux peuvent déformer les structures primaires. L'analyse des quantités statistiques de la turbulence et des propriétés aérodynamiques de l'écoulement a mis en évidence un bon accord global avec les mesures LDA de référence de Lyn *et al.* (1995) [79]. Seules la prédiction du point

---

de décollement sur le cylindre et la surestimation (5%) du coefficient de traînée restent à améliorer.

Comme attendu, la correction de proche paroi (SVV-NW) a facilité la transition régime *laminaire/turbulent* par une augmentation locale à la paroi du nombre de Reynolds turbulent,  $Re_{turb}$ . Ceci a eu pour effet de précipiter le développement des structures de type Kelvin-Helmholtz sur les parois supérieure et inférieure du cylindre. Parallèlement, en proche paroi le décollement ainsi que les statistiques de la turbulence du premier comme du second ordre sont bien mieux approchés et exhibent localement un très bon accord avec les résultats expérimentaux [79]. Le coefficient de traînée calculé correspond aux valeurs données dans la littérature [79, 106]. Les différentes simulations effectuées ont par ailleurs montré que les meilleurs résultats avaient été obtenus en appliquant le traitement de proche paroi conjointement à la suppression de la fonction caractéristique de l'obstacle. Finalement, une étude sur l'influence du maillage et de la résolution de proche paroi a mis en évidence les limites d'utilisation de la SVV-NW pour des grilles trop grossières. Ces limitations ont en partie été corrélées au traitement explicite de la correction SVV-NW qui n'apparaît alors plus assez confiné pour ces résolutions.

Les simulations de l'écoulement autour du corps d'Ahmed ont été réalisées dans la configuration la plus délicate,  $\alpha = 25^\circ$  et  $Re=768000$ , proposée dans les benchmarks ERCOFTAC [82] et DFG-CNRS. La topologie de l'écoulement mise en évidence par Ahmed *et al.* [3] a très bien été retrouvée sur la lunette arrière et dans le sillage. Deux forts tourbillons contra-rotatifs prennent naissance sur les bords supérieurs de la lunette et se développent loin dans le sillage. Ces derniers délimitent une recirculation partielle sur la lunette qui donne naissance à un lâché tourbillonnaire de structures de type Kelvin-Helmholtz qui, rapidement, arborent une forme en épingle à cheveux comme mentionnée initialement dans les travaux numériques de Krajnovic et Davidson (2005) [68] ou Menter et Kuntz (2003) [83]. Une analyse plus fine a mis en évidence une topologie de la recirculation partielle plus complexe sur la lunette que celle initialement observée par Ahmed *et al.* (1984) [3]. Conformément aux expériences de Spohn et Gilliéron (2002) [127], la bulle est apparue scindée en deux recirculations symétriques par rapport au plan médian  $z=0$ . Des analyses et des comparaisons plus quantitatives ont montré un bon accord avec les expériences de référence de Lienhart *et al.* (2000) [74]. Les dernières légères discordances relevées ont été attribuées à une turbulence résiduelle générée par des recirculations sur la partie avant du corps et dont l'existence reste encore une question ouverte. Les simulations ont par ailleurs permis de mesurer l'amélioration considérable apportée par le traitement de proche paroi. L'influence du Reynolds sur l'écoulement a par la suite été étudiée par des simulations à plus bas Reynolds,  $Re=8322$ , conformément aux expériences de Spohn et Gilliéron (2002) [127]. La topologie décrite par ces auteurs a été retrouvée aussi bien sur la partie amont du corps que sur la lunette arrière et dans le sillage. Comme attendu, les longueurs de recirculation observées dans l'écoulement sont apparues supérieures à celles présentes à  $Re=768000$ . Les comparaisons quantitatives des statistiques de la turbulence avec les résultats à haut Reynolds ont montré la faible influence de l'écoulement à un accroissement relatif de la viscosité. L'écoulement autour du corps d'Ahmed semble principalement dictée par la géométrie ( $\alpha$ ) plutôt que par la viscosité ( $Re$ ), ce qui est conforme aux conclusions de Krajnovic et Davidson (2005) [68] à  $Re=200000$ .

La qualité des résultats obtenus dans cette étude montre qu'il est aujourd'hui possible de simuler des écoulements turbulents autour de géométries complexes au moyen de méthodes d'ordre élevé. Ces méthodes basées sur des approximations spectrales de la solution ont été longtemps limitées à des géométries simples, c'est à dire sans discontinuité, afin de garantir la régularité des solutions recherchées et d'éviter l'apparition de phénomènes parasites comme le phénomène de

Gibbs. D'autre part, le très faible niveau de dissipation numérique garanti par ces méthodes a rendu délicate l'étude de ces écoulements, entraînant des pertes de stabilité rapide dès lors que toutes les échelles de l'écoulement n'étaient pas correctement résolues. Ce travail a été rendu possible par l'utilisation de techniques numériques efficaces associées à l'utilisation d'ordinateur puissant comme le NEC SX8 de l'IDRIS. Ces résultats valident complètement la SVV comme un modèle efficace de LES en particulier dans le cas d'écoulements complexes (parois, rotation, combustion, ...) pour lesquels les modèles fonctionnels classiques ne contiennent seulement qu'une faible partie de la physique. Il apparaît aussi au travers de ces résultats que la précision de l'approximation numérique (assurée ici par l'approximation spectrale), *i.e* la faible diffusion, est importante dans la qualité des résultats et ne devrait certainement pas se limiter à l'ordre 2 comme souvent dans la littérature.

Enfin, ces résultats ouvrent des perspectives intéressantes d'études d'autres écoulements complexes pour lesquels les méthodes spectrales peuvent être utilisées : écoulements tournants avec parois, écoulements fortement chauffés (dilatables), écoulements réactifs, ...

---



---

## Bibliographie

- [1] F.H. Abernathy and R.E. Kronauer, The formation of vortex streets, *J. Fluid Mech.*, **13** : 1-20,1962.
  - [2] K. Akselvoll and P. Moin, Application of the dynamic localization model to large eddy simulation of turbulent flowover a backward-facing step, *In Proc. Engineering Applications to Large Eddy Simulation, edited by U. Piomelli and S. Ragab, ASME, New York, 1993.*
  - [3] S.R. Ahmed, G. Ramm and G. Faltin, Some salient features of the time-averaged ground vehicle wake, *SAE Technical Paper Series 840 300, Detroit MI, 1984.*
  - [4] P. Angot, C.H. Bruneau and P. Fabrie, A penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows, *J. Numer. Math.*, **81** : 497,1999.
  - [5] P.H. Angot and J.P. Caltagirone, Natural convection through periodic porous media, *In Proc. 9th Int. Heat Transfer Conf., Jerusalem, Hemisphere, 1990.*
  - [6] E. Arquis and J.P. Caltagirone, Sur les conditions hydrodynamiques au voisinage d'une interface milieu fluide-milieu poreux : application a la convection naturelle, *R. Acad. Sci. Paris*, **229** : 1-4, 1984.
  - [7] N. Li, E. Balaras and U. Piomelli, Inflow conditions for large-eddy simulations of mixing layers, *Phys. Fluids*, **12** : 935, 2000.
  - [8] E. Balaras and C. Benocci, Subgrid-scale models in finite-difference simulations of complex wall bounded flows, *In Proc. AGARD CP 551, pp. 2.1-2.5. Neuilly-Sur-Seine, France : AGARD, 1994.*
  - [9] E. Balaras, C. Benocci and U. Piomelli, Two-layer approximate boundary conditions for large-eddy simulations, *AIAA J.*, **34**, 1996.
  - [10] J. Bardina, J.H. Ferziger and W.C. Reynolds, Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation, *In Proc. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Fluid and Plasma Dynamics Conference, 13th, Snowmass, Colo., July 14-16, 1980, 10 p.*, 1980.
  - [11] G.K. Batchelor, The theory of Homogeneous Turbulence, *Cambridge University Press.*, 1953.
  - [12] V. Borue and S. Orzag, Locally energy flux and subgrid scale statistics in three-dimensional turbulence, *J. Fluid Mech.*, **326** : 1, 1998.
  - [13] G. Bosch and W. Rodi, Simulation of vortex shedding past a square cylinder with different turbulence models, *Int. J. Meth. Fluids*, **28** : 601-616, 1998.
  - [14] J.P. Boy, The optimization of convergence for Chebyshev polynomial methods in an unbounded domain, *J. Comput. Phys.*, **45** : 43-79, 1982.
  - [15] J.P. Boy, Chebyshev and Fourier Spectral Methods, *DOVER Publications, Inc.*, 2000.
  - [16] C. Brun, S. Aubrun, T. Goossens and Ph. Ravier, Coherent structures and their frequency signature in the separated shear layer on the top of a square cylinder, *Flow, Turb. and Comb.*, **81** : 97-114, 2008.
-

- 
- [17] C. Brun and T. Goossens, 3D Coherent vortices in the turbulent near wake of a square cylinder, *C. R. Mécanique*, **336** : 363-369, 2008.
- [18] W.H. Cabot, Near-wall models in large-eddy simulations of flow behind a backward facing step, *In Proc. Annu. Res. Briefs-1996, pp. 199-210. Center Turbul. Res., Stanford Univ., Calif*, 1996.
- [19] B. Cantwell and D. Coles, An experimental study of entrainment and transport in the near wake of a circular cylinder, *J. Fluid Mech.*, **136** : 321-374, 1983.
- [20] C. Canuto, A. Quarteroni, M.Y. Hussaini and T.A Zangs, Spectral methods in fluid dynamics, *Springer, Berlin*, 1988.
- [21] D.R. Chapman, Computational aerodynamics, development and outlook, *AIAA J.*, **313**, 1979.
- [22] P. Chassaing, Turbulence en mécanique des fluides, *CEPAD*, 2000.
- [23] J.P. Chollet and M. Lesieur, Parameterization of Small Scales of Three-Dimensional Isotropic Turbulence Utilizing Spectral Closures, *J. of the Atmospheric Sciences*, **38** : 2747-2757, 1981.
- [24] P.Y. Chou, On velocity correlations and the solution of the equations of turbulent fluctuation, *Quart. Appl. Math.*, **3** : 38-54, 1945.
- [25] P. Comte, J.H. Silvestrini and P. Bégou, Streamwise vortices in Large-Eddy Simulations of mixing layers, *Eur. J. Mech. Fluids*, **17** : 615-637, 1998.
- [26] P. Comte, M. Lesieur and E. Lamballais, Small-scale stirring of vorticity and a passive scalar in a 3D temporal mixing layer, *Phys. Fluid A*, **4** : 2761-2778, 1992.
- [27] L. Cousin and R. Pasquetti, High-order methods for the simulation of transitional to turbulent wakes, *In Proc. third Int. Workshop on Scientific Computing and Applications, City University Hong-Kong, 6-9 January*, 2003.
- [28] L. Cousin, Simulations de sillages par méthode de projection spectrale multi-domaine et technique de pénalisation : application au sillage d'une sphère en fluide stratifié thermique, *PHD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis*, 2005.
- [29] J. Cousteix, Aérodynamique :Turbulence et couche limite, *CEPAD*, 1989.
- [30] S. Dahlström, Large-Eddy Simulation of the flow around a high-lift airfoil, *PHD thesis, UChalmers University of Technology*, 2000.
- [31] L. Davidson, Hybrid LES-RANS : Inlet Boundary Conditions, *In Proc. 3rd National Conference on Computational Mechanics, MekIT'05, pp. 7-22, invited paper, Eds. B. Skallerud and H.I. Andersson, 11-12 May, Trondheim, Norway*, 2005.
- [32] L. Davidson, Inlet Boundary Conditions for Embedded LES, *In Proc. First CEAS European Air and Space Conference, 10-13 September, Berlin, Germany*, 2007.
- [33] G.V. Diurno, E. Balaras and U. Piomelli, Wall-layer models for LES of separated flows, *In Proc. Modern Simulation Strategies for Turbulent Flows, ed. B Geurts, pp. 207-22, Philadelphia, PA : RT Edwards*, 2001.
- [34] L. Durand, M. Kuntz and F. Menter, Validation of CFX-5 for the Ahmed Car Body, *CFX Validation Report*, 2002.
- [35] E. Fares, Unsteady flow simulation of the Ahmed reference body using a lattice Boltzmann approach, *Comp. & Fluids*, **35** : 940, 2006.
- [36] J.H. Ferziger, Large-Eddy Simulation, *In Simulation and Modelling of Turbulent Flows, T.B. Gatsky, M.Y. Hussaini and J.L. Lumley (eds.) Oxford University Press 109-154*, 1996.
-

- 
- [37] M. Forestier, Etude par méthode spectrale de sillages tridimensionnels en fluide stratifié, *PHD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis*, 2000.
- [38] G. Franck, N.M. Nigro, M.A. Storti and J.D'Elia, Modelizacion del fluo de viento sobre el modelo de Ahmed, *Mechanica Computacional*, **XXII**, 2003.
- [39] J. Fröhlich and W. Rodi, Introduction to Large-Eddy Simulation of turbulent flows, *In B. Launder, N. Sandham, editors, Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows, Chapter 8, pages 267-298. Cambridge University Press*, 2002.
- [40] C. Fureby and F.F. Grinstein, Monotonically Integrated Large Eddy Simulation of Free Shear Flows, *AIAA J.*, **37**, 544-556, 1999.
- [41] S. Gant, Development and Application of a New Wall Function for Complex Turbulent Flows, *PHD thesis, University of Manchester Institute of Science and Technology*, 2002.
- [42] S. Gauthier, H. Guillard, T. Lump, T. Malé, R. Peyret and F. Renaud, A spectral domain decomposition method with moving interfaces for viscous compressible flows, *In Désidéri, J.A. et al. (eds.) : Computational Fluid Dynamics '96, J. Wiley and Sons, Chichester, pp.839-844*, 1996.
- [43] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin and W.H. Cabot, A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, *Phys. Fluids*, **3**, 1760, 1991.
- [44] J.H. Gerrard, The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies, *J. Fluid Mech.*, **25**, 401-413, 1966.
- [45] P. Gilliéron and F. Chometon, Modelling of Stationary Three-Dimensional Separated Air Flows around an Ahmed Reference Model, *In ESAIM Proceedings*, 1999.
- [46] D. Gottlieb and S.A. Orszag, Numerical Analysis of Spectral Methods : Theory and Applications, *SIAM-CBMS, Philadelphia, PA*, 1977.
- [47] J.L. Guermond, J.T. Oden and S. Prudhomme, Mathematical Perspectives on Large Eddy Simulation Models for Turbulent Flows, *J. of Math. Fluid Mech.*, **6**, 194, 2004.
- [48] E. Guilmineau, Computational study of flow around a simplified car body, *J. Wind Eng. Indus. Aerodyn.*, 2007.
- [49] F.F. Grinstein and C. Fureby, Recent progress on flux-limiting based implicit large-eddy simulation, *In Proc. ECCOMAS CFD 2006, P. Wesseling, J. Onate, J. Périaux (Eds.), Delft, Netherland*, 2006.
- [50] C.E. Grosch and S.A. Orszag, Numerical solution of problems in unbounded regions : coordinate transforms, *J. Comput. Phys.*, **25** : 273-296, 1977.
- [51] T. Han, Computational analysis of three-dimensional turbulent flow around a bluff body in ground proximity, *AIAA J.*, **27** : 1213, 1989.
- [52] C. Hinterberger, M. Garcia-Villalba and W. Rodi, Large-Eddy Simulation of the flow around the Ahmed body, *In Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics / The Aerodynamics of Heavy Vehicles : Trucks, Buses, and Trains, McCallen, R., Browand, F., Ross (Eds.), J., Springer Verlag*, 2002.
- [53] R.J.A. Howard, M. Pourquie, Large-Eddy Simulation of an Ahmed reference model, *J. of Turbulence*, 2000.
- [54] T.J.R. Hugues, L. Mazzei and A.A. Oberai, The multiscale formulation of Large-Eddy Simulation : Decay of homogeneous isotropic turbulence, *Phys. Fluids*, **13** : 505-512, 2001.
- [55] S. Jarkilic, R. Jester-Zürker and C. Tropea, Large-Eddy Simulation of the flow around the Ahmed body, *In Proc. 9th joint ERCOFTAC /IAHR/COST Workshop on Refined Turbulence Modelling, Darmstadt, October 4-5*, 2001.
-

- 
- [56] J. Jimenez and A. Pinelli, The autonomous cycle of the near-wall turbulence, *J. Fluid Mech.*, **389** : 335-359, 1999.
- [57] W.P. Jones and B.E. Launder, Diffusion by a random velocity field, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1972.
- [58] S. Kapadia, S. Roy and K. Wurtzler, Detached eddy simulation over a reference Ahmed car model, *AIAA paper*, 857, 2003.
- [59] G.S. Karamanos and G.E. Karniadakis, A spectral vanishing viscosity method for large-eddy simulation, *J. Comput. Phys.*, **22** : 163, 2000.
- [60] M. Kato and B.E. Launder, The modelling of turbulent flow around a stationary and vibrating square cylinders, *In Proc. 9<sup>th</sup> Symp. Turbulent Shear Flows, Kyoto*, 1993.
- [61] K. Khadra, S. Parneix, P.H. Angot and J.P. Caltagirone, Fictitious domain approach for numerical modelling of Navier-Stokes equations, *Int. J. Numer. Meth. in Fluids*, **34** : 651-684, 2000.
- [62] R.M. Kirby and G.E. Karniadakis, Coarse resolution turbulence simulations with spectral vanishing viscosity - Large Eddy Simulation (SVV-LES), *J. Fluids Engineering*, **124** : 886-891, 2002.
- [63] A.N. Kolmogorov, The local Structure of Turbulence in incompressible viscous fluids fo very large Reynolds numbers, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS*, **XXX**, 1941.
- [64] A.N. Kolmogorov, Dissipation of Energy in the Locally Isotropic Turbulence, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS*, **XXXI** :16-18, 1941.
- [65] A.N. Kolmogorov, Turbulence flow equations of an uncompressible fluid, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS*, **VI** :56-58, 1942.
- [66] R.H. Kraichnan, Diffusion by a random velocity field, *Phys. of Fluids*, **13** : 22, 1970.
- [67] R.H. Kraichnan, Eddy viscosity in two and three dimensions, *J. Atmos. Sci.*, **33** : 1521-1536, 1976.
- [68] S. Krajnovic and L. Davidson, Flow around a simplified car, *J. Fluids Eng.*, **127** : 907-918 et 919-928, 2005.
- [69] S. Krajnovic and L. Davidson, Large-Eddy Simulation of the Flow Around a Ground Vehicle Body, *In Proc. SAE 2001 World Congress, Detroit, MI, USA, March*, 2001.
- [70] A. Leonard, Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows, *In Proc. Turbulent diffusion in environmental pollution ; Proceedings of the Second Symposium, Charlottesville, Va., April 8-14, 1973. Volume A. (A75-30951 13-47) New York, Academic Press, Inc., 1974, p. 237-248, NASA-supported research*, 1974.
- [71] M. Lesieur, Turbulence in fluids, *Martinus Nijhoff Publisher*, 1987.
- [72] M. Lesieur and O. Metais, New trends in large-eddy simulation, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **28** : 45, 1996.
- [73] S.J. Lin and G.M. Corcos, The mixing layer : deterministic models of a turbulent flow. Part 3. The effect of plain strain on the dynamic of streamwise vortices, *J. Fluid Mech*, **141** : 139-178, 1984.
- [74] H. Lienhart, C. Stoots and S. Becke, Flow and turbulence structures in the wake of a simplified car model (Ahmed Body), *In Proc. DGLR Fach Symp. der AG STAB, Stuttgart University, 15-17 Nov.*, 2000.
- [75] J.L. Lumley, Computational modeling of turbulent flows, *Adv. Appl. Mech.*, **18** : 123-176, 1978.
-

- 
- [76] T.S. Lund and E.A. Novikov, Parameterization of subgrid-scale stress by the velocity gradient tensor, *In its Annual Research Briefs*, 27-43, 1992.
- [77] T.S. Lund, X. Wu and K.D. Squires, Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations, *J. Comput. Phys.*, **140** : 233-258, 1998.
- [78] S.C. Luo, X.H. Tong and B.C. Khoo, Transition phenomena in the wake of a square cylinder, *J. of fluids and Structures*, **23** : 227-248, 2007.
- [79] D.A. Lyn, S. Einav, W. Rodi and J.H. Park, A laser doppler velocimetry study of ensemble-averaged characteristics of the turbulent near wake of a square cylinder, *J. Fluid Mech.*, **304** : 285-319, 1995.
- [80] Y. Maday, A.T. Patera and E.M. Rønquist, An operator-integrator-factor splitting method for time-dependant problems : application to incompressible fluid flow, *J. Sci. Comp.*, **5** : 263-292, 1990.
- [81] Y. Maday, S.M.O. Kaber and E. Tadmor, Legendre pseudo-spectral-viscosity method for non-linear conservation laws, *SIAM (Soc. Ind. Appl. Math.) J. Num. Anal.*, **30** : 321, 1993.
- [82] R. Manceau and J.P. Bonnet, *Editors PROC. 10th joint ERCOFTAC (SIG-15)/IAHR/QNET-CFD Workshop on Refined Turbulence Modelling, Poitier*, 2002.
- [83] F.R. Menter and M. Kuntz, Development and application of a zonal DES turbulence model for CFX-5, *CFX Internal Report, Otterfing, Germany*, 2003.
- [84] P. Mestayer, Local isotropy and anisotropy in high Reynolds number turbulent boundary layer, *J Fluid Mech.*, **125** : 475-503, 1982.
- [85] R. Pasquetti and C. J. Xu, High-Order Algorithms for Large-Eddy Simulation of Incompressible Flows, *J. Sc. Comp.*, **17** : 273-284, 2002.
- [86] R. Pasquetti, Spectral vanishing viscosity method for LES : Sensitivity to the SVV control parameters, *J. of Turbulence Special issue : Marseille Euromech Colloquium 2004*, **6**, 2005.
- [87] R. Pasquetti, High-Order LES modeling of turbulent incompressible flows, *C.R. Mécanique*, **333** : 19-39, 2005.
- [88] R. Pasquetti, Spectral vanishing viscosity method for large-eddy simulation of turbulent flows, *J. Sc. Comp.*, **27** : 365, 2006.
- [89] R. Pasquetti, Spectral vanishing viscosity method for high-order LES : Computation of the dissipation rates, *ECCOMAS CFD 2006, P.Wesseling, J. Onate, J. Périaux (Eds.), Delft, Netherland*, 2006.
- [90] R. Pasquetti, R. Bwemba and L. Cousin, A pseudo-penalization method for high Reynolds number unsteady flows, *Appl. Num. Math.*, **58** : 946-954, 2008.
- [91] R. Pasquetti, E. Severac, E. Serre, P. Bontoux and M. Schäfer, From stratified wakes to rotor-stator flows by an SVV-LES method, *Theor. Comp. Fluid Dyn.*, **22** : 261-273, 2008.
- [92] R. Peyret, *Spectral Methods for Incompressible Viscous Flows*, Springer, 2000.
- [93] U. Piomelli, E. Balaras, Wall-Layer models for Large-Eddy Simulation, *Annu. Rev. in Fluid Mech.*, **34** : 349-374, 2002.
- [94] U. Piomelli, P. Moin, J.H. Ferziger and J. Kim, New approximate boundary conditions for large-eddy simulations of wall-bounded flows, *Phys. Fluids*, **1**, 1989.
- [95] U. Piomelli, W.H. Cabot, P. Moin and S. Lee, Subgrid-scale backscatter in transitionnal and turbulent flows, *In Proc. of the summer program p 19-30, Center of Turbulence Research*, 1990.
- [96] J. Piquet, *Turbulent Flows : Models and Physic*, Springer, 1999.
-

- 
- [97] S.B. Pope, Turbulent flows, *Cambridge University press*, 2000.
- [98] L. Prandtl, Bericht über die entstehung der turbulenz, *Z. Angew. Math. Mech.*, **5** : 136-139, 1925.
- [99] F. Renaud and S. Gauthier, A dynamical pseudo spectral domain decomposition technique : Application to viscous compressible flows, *J. Comput. Phys.*, **131** : 89-108, 1997.
- [100] O. Reynolds, An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and the law of resistance in parallel channels, *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A.*, **174** : 935-982, 1883.
- [101] O. Reynolds, On the dynamical theory of incompressible viscous flows and the determination of the criterion, *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A*, **186** : 123-161, 1894.
- [102] L.F. Richardson, Weather prediction by numerical Process, *Cambridge : Cambridge University Press*, 1992.
- [103] C.M.E. Robinson, Advanced CFD Modelling of Road-Vehicle Aerodynamics, *PHD thesis, University of Manchester, Department of Mechanical, Aerospace and Manufacturing Engineering*, 2001.
- [104] S.K. Robinson, Coherent motions in the turbulent boundary layer, *Annu. Rev. in Fluid Mech.*, **23** : 601-639, 1991.
- [105] W. Rodi, J.H. Ferziger, M. Breuer and M. Pourquiée, Status of Large Eddy Simulation : Results of a workshop, *J. Fluid Eng.*, **119** : 248-262, 1996.
- [106] W. Rodi, Comparison of LES and RANS calculations of the flow around bluff bodies, *J. Wind Eng. and Indus. aerodynamics*, **69** : 55-75, 1997.
- [107] R.S. Rogallo and P. Moin, Numerical Simulation of Turbulent Flows, *Annu. Rev. Fluids Mech.*, **16** : 99-137, 1984.
- [108] D. Ruelle, Hasard et Chaos, *O. Jacob*, 1991.
- [109] C. Sabbah, Etude par méthode spectrale multi-domaine et calcul parallèle d'écoulements de convection thermosoluable en cavité chauffée latéralement, *PHD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis*, 2000.
- [110] C. Sabbah and R. Pasquetti, A divergence-free multi-domain spectral solver of the Navier-Stokes equations in geometries of high aspect ratio, *J. Comput. Phys.*, **139** : 359-370, 1998.
- [111] P. Sagaut, Large Eddy Simulation for Incompressible Flows : An Introduction, *Springer*, 2006.
- [112] P. Sagaut, Simulations of separated flows with subgrid models, *La Recherche Aérospatiale*, **1** : 51-63, 1996.
- [113] P. Sagaut, Simulations numériques d'écoulements décollés avec des modèles de sous-maillages, *PHD thesis, Université de Paris VI*, 1995.
- [114] R. Schiestel, Les écoulements turbulents, modélisation et simulation, *Hermès*, 1998.
- [115] H. Schlichting, Boundary layer theory (7th ed.), *New York : McGrawhill*, 1979.
- [116] U. Schuman, Subgrid-scale model for finite difference simulation of turbulent flows in plane channels and annuli, *J. Comput. Phys.*, **18** : 376-404, 1975.
- [117] E. Severac, S. Poncet, E. Serre and M.P. Chauve, Large eddy simulation and measurements of turbulent enclosed rotor-stator flows, *Phys. Fluids*, **19** : 85-113, 2007.
- [118] E. Severac and E. Serre, A spectral vanishing viscosity for the LES of turbulent flows within rotating cavities, *J. Comp. Phys.*, **226** : 1234-1255, 2007.
-

- 
- [119] E. Severac, Simulation des Grandes Échelles de Haute Précision d'Écoulements Tournants avec Parois, *PHD thesis, Université d'Aix-Marseille Paul Cezanne*, 2008.
- [120] J. Smagorinsky, General circulation experiments with the primitive equations, I, the basic experiment, *Mon. Weather Rev.*, **91** : 99-165, 1963.
- [121] A. Sohankar, L. Davidson and C. Norberg, Large Eddy Simulation of the flow past a square Cylinder : Comparison of different Subgrid Scale Models, *J. Fluid Eng.*, **122** : 39-47, 2000.
- [122] P.R. Spalart, Numerical simulation of boundary-layer transition, *In Proc. Ninth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Volume ,218 of Lecture Notes in Physics, Soubbaramayer and J. P. Boujot, eds., Springer-Verlag, pp. 531-535.*, 1984.
- [123] P.R. Spalart, W.H. Jou, M. Strelets and S.R. Allmaras, Comments on the feasibility of LES for wings and on a hybrid RANS/LES approach, *In Proc. Advances in DNS/LES, ed. C Liu, Z Liu, pp. 137-48. Columbus, OH : Greyden*, 1997.
- [124] P.R. Spalart, Trends in turbulence treatments, *In Proc. AIAA Paper 2000-2306. Washington, DC : Am. Inst. Aeronaut. Astronaut.*, 2000.
- [125] P.R. Spalart, Strategies for turbulence modelling and simulations, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 1999.
- [126] P.R. Spalart, One-equation turbulence modelling and simulation, *La Recherche Aérospatiale*, **1** : 5-21, 1994.
- [127] A. Spohn and P. Gilliéron, Flow separations generated by a simplified geometry of an automotive vehicle, *In Proc of IUATM symb on unsteady separated flows, Toulouse*, 2002.
- [128] S. Stolz and N. A. Adams, An approximate deconvolution procedure for large-eddy simulation, *Phys. Fluids*, **11** : 1699, 1999.
- [129] E. Tadmor, Convergence of spectral methods for nonlinear conservation lawss, *SIAM J. Numer. Anal.*, 1989.
- [130] H. Tennekes and J.L. Lumley, A First course in Turbulence, *Cambridge, MA :MIT Press.*, 1972.
- [131] J.P.C. Challet, P. Voke, L. Kouser, Flow Past a Square Cylinder : Test case LES2, Direct and Large Eddy Simulation II, *Kluwer Academic, Dordrecht*, 1997.
- [132] E.R. Van Driest, On Turbulent Flow Near a Wall, *J. of Aeronautical Sciences*, **23** : 1007-1011, 1956.
- [133] F. Waleffe, The nature of triad interactions in homogeneous turbulence, *Phys. Fluids*, **4** : 350-363, 1992.
- [134] M. Wang, Dynamic-wall modeling for LES of complex turbulent flows, *In Annu. Res. Briefs-1999, pp. 241-50. Center Turbul. Res., Stanford Univ., Calif.*, 2000.
- [135] W. Werner and H. Wengle, Large-eddy simulation of turbulent flow around a cube in a plane channel, *Selected Papers from the 8th Symposium on Turbulent Shear Flows, ed. F Durst, R Friedrich, BE Launder, U Schumann, JH Whitelaw, pp. 155-68. New York : Springer*, 1993.
- [136] D.C. Wilcox, Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models, *AIAA J.*, **26** : 1299-1310, 1988.
- [137] C.H.K. Williamson, The existence of two stages in the transition to three dimensionality of a cylinder wake, *Phys. Fluids*, **31** : 3165-3168, 1988.
- [138] C.H.K. Williamson, Vortex dynamics in the cylinder wake, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **28** : 477-539, 1996.
-

- [139] X. Wu and K.D. Squires, Prediction of the three-dimensional turbulent boundary layer over a swept bump, *AIAA J.*, **36** : 505-514, 1998.
- [140] Y. Zhou, Interacting scales and energy transfer in isotropic turbulence, *Phys. Fluids*, **5** : 2511-2524, 1993.
-